

T.C.
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM
DALI



ORTAOKUL 7 VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SAYI
DUYUSU BECERİLERİ, CEBİRSEL MUHAKEME
BECERİLERİ VE MATEMATİK BAŞARISI ARASINDAKİ
İLİŞKİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ŞENGÜL TEKİN PARLAK

TEZ DANIŞMANI
Prof.Dr. Recai AKKAYA

BOLU, EKİM - 2024

KABUL VE ONAY SAYFASI

Şengül TEKİN PARLAK tarafından hazırlanan “**ORTAOKUL 7 VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SAYI DUYUSU BECERİLERİ, CEBİRSEL MUHAKEME BECERİLERİ ve MATEMATİK BAŞARISI ARASINDAKİ İLİŞKİNİN İNCELENMESİ**” adlı tez çalışması jürimiz tarafından Fen ve Matematik Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans Tezi olarak oy birliğiyle kabul edilmiştir. 14/10/2024

Jüri Üyeleri

İmza

Danışman
Prof.Dr. Recai AKKAYA
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

.....

Üye
Doç.Dr. Burcu DURMAZ
Süleyman Demirel Üniversitesi

.....

Üye
Dr. Öğr. Üyesi Ülkü AYVAZ
Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi

.....

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Onayı

Prof. Dr. İbrahim KÜRTÜL
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu bildirir,

aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Teze ilişkin Turnitin adlı programında enstitü müdürlüğünce belirlenen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan benzerlik raporuna göre, tezin benzerlik oranı %30'u geçmemektedir.

Bu çalışma için İnsan Araştırmaları Etik Kurulundan (Protokol NO. 2023/216) sayısı ile etik izin alınmıştır.

.....
ŞENGÜL TEKİN PARLAK

ÖZET

**ORTAOKUL 7 VE 8. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN SAYI DUYUSU
BECERİLERİ, CEBİRSEL MUHAKEME BECERİLERİ VE
MATEMATİK BAŞARISI ARASINDAKİ İLİŞKİNİN İNCELENMESİ**
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Şengül TEKİN PARLAK
BOLU ABANT İZZET BAYSAL ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ
ANABİLİM DALI

(TEZ DANIŞMANI: PROF.DR. RECAİ AKKAYA)

BOLU, EKİM - 2024
XIII + 88

Bu çalışma, ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu becerileri, cebirsel muhakeme yetenekleri ve matematik başarıları arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamaktadır. Bu bağlamda Bolu ilinde ortaokul 7. Sınıf ve 8. Sınıf ta öğrenim gören toplam 195 öğrenciye Sayı Duyusu Testi (SDT) ve Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı (CMDA) uygulanarak, araştırmanın temel hedefi olan üç değişken arasındaki ilişkiyi daha iyi anlamak ve ortaokul matematik eğitimine dair önemli bir veri seti elde ederek, anlamlı düzeyde ilişkileri olup olmadığını ortaya çıkarmaktır.

Bu çalışmada, CMDA ve SDT veri toplama araçları kullanılarak elde edilen verilerin analizi betimsel analiz yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. SDT'den alınan veriler, doğru yanıt için 1, yanlış yanıt için 0 olarak kodlanarak değerlendirilmiştir. SDT'den elde edilen en düşük puan 0, en yüksek puan ise 50'dir. Öğrencilerin sayı duyusu ile cebirsel akıl yürütme arasındaki ilişki Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Katsayısı Tekniği ile incelenmiştir. Araştırmanın ilk iki sorusuna yanıt bulmak için betimsel istatistik, üçüncü soruya yanıt bulmak için Korelasyon analizi kullanılmıştır. Araştırmanın son sorusu olan dördüncü soruya yanıt bulmak için ise hiyerarşik regresyon analizi yapılmıştır.

Çalışmada, sekizinci ve yedinci sınıf öğrencilerinin sayı duyusu becerileri ile cebirsel muhakeme becerilerinin anlamlı bir yordayıcı olduğu bulunmuştur. Cebirsel muhakeme becerileri incelendiğinde, öğrencilerin işlevsel düşünme alt boyutunda en yüksek ortalama puanları aldığı, ancak ispatlama ve genelleme alt boyutlarında en düşük ortalama puanları aldığı görülmüştür. Sayı duyusu becerilerini kullanma eğilimleri düşük olan öğrencilerin genellikle kural temelli stratejilere yöneldikleri ve deneme yanılma yöntemiyle çözüme ulaştıkları tespit edilmiştir. Sonuçlar, ortaokul matematik öğretimi ve öğrenimi alanında politika yapıcılar, eğitimciler ve araştırmacılar için önemli fikirler sunabilir.

ANAHTAR KELİMELER: Sayı Duyusu, Cebirsel Muhakeme, Ortaokul Matematik Eğitimi

ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE RELATIONSHIP BETWEEN NUMBER SENSE SKILLS, ALGEBRAIC REASONING SKILLS AND MATHEMATICS ACHIEVEMENT OF 7TH AND 8TH GRADE SECONDARY SCHOOL STUDENTS

MSC THESIS

ŞENGÜL TEKİN PARLAK

BOLU ABANT İZZET BAYSAL UNIVERSITY

INSTITUTE OF GRADUATE STUDIES

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE

(SUPERVISOR: PROF. DR. RECAİ AKKAYA)

BOLU, OCTOBER 2024

XIII + 88

This study aims to examine the relationship between number sense skills, algebraic reasoning abilities and mathematics achievement of secondary school students. In this context, the Number Sense Test (SDT) and the Algebraic Reasoning Assessment Tool (CMDA) were applied to a total of 195 students studying in the 7th and 8th grades of secondary school in Bolu, to better understand the relationship between the three variables, which are the main objectives of the research, and to evaluate secondary school mathematics education. The aim is to obtain an important data set and find out whether there are significant relationships.

In this research, the analysis of the data obtained using CMDA and SDT data collection tools was carried out with the descriptive analysis method. Data obtained from SDT were evaluated by coding 1 for a correct answer and 0 for an incorrect answer. The lowest score obtained from SDT is 0 and the highest score is 50. The relationship between students' number sense and algebraic reasoning was examined with the Pearson Product Moment Correlation Coefficient Technique. Descriptive statistics were used to answer the first two questions of the research, and correlation analysis was used to answer the third question. Hierarchical regression analysis was conducted to find an answer to the fourth question, which is the last question of the research.

In the study, it was found that the number sense skills and algebraic reasoning skills of eighth and seventh grade students were significant predictors. When algebraic reasoning skills were examined, it was seen that students received the highest average scores in the functional thinking sub-dimension, but the lowest average scores in the proving and generalization sub-dimensions. It has been determined that students with low tendency to use number sense skills generally turn to rule-based strategies and reach solutions by trial and error method. The results may offer important insights for policymakers, educators, and researchers in the field of secondary school mathematics teaching and learning.

KEYWORDS: Number Sense, Algebraic Reasoning, Secondary School Mathematics Education

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
KABUL VE ONAY SAYFASI	iii
ETİK BEYAN.....	iv
ÖZET.....	v
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	vii
TABLO LİSTESİ	ix
FOTOĞRAF LİSTESİ	x
KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ	xi
TEŞEKKÜR	xii
1 GİRİŞ.....	13
1.1 Problem Durumu	13
1.2 Araştırmanın Amacı.....	17
1.3 Araştırmanın Önemi	18
1.4 Araştırmanın Sayıtlar.....	20
1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları.....	20
2 ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ	
ARAŞTIRMALAR.....	21
2.1 Sayı Duyusu.....	21
2.1.1 Sayı Duyusu Bileşenleri	22
2.1.1.1 McIntosh ve Diğerlerinin Sınıflandırması.....	23
2.1.1.2 Reys ve Diğerlerinin Sınıflandırması	24
2.1.1.3 Yang'ın Sınıflandırması	25
2.1.1.4 Greeno'nun Sınıflandırması	26
2.2 Cebirsel Muhakeme	27
2.2.1 Cebir Nedir?	27
2.2.2 Cebirsel Düşünme Ve Cebirsel Muhakeme.....	28
2.3 Yapılan Araştırmalar	30
2.3.1 Sayı duyusu	30
2.3.2 Cebirsel muhakeme	39
3 YÖNTEM.....	46
3.1 Araştırmanın Modeli.....	46
3.2 Çalışma Grubu	46
3.3 Veri Toplama Araçları.....	47
3.3.1 Sayı Duyusu Testi (SDT)	47
3.3.2 Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı (CMDA)	48
3.4. Verilerin Analizi.....	48
4 BULGULAR	52

4.1. Birinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular	52
4.1.1 Ortaokul 7 ve 8.Sınıf Öğrencilerinin Performanslarının Sayı Duyusu Bileşenlerine göre İncelenmesi	53
4.2 İkinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular	57
4.3 Üçüncü Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular	63
4.4 Dördüncü Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular	65
5. TARTIşMA	68
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	75
7. KAYNAKLAR.....	79
8. EKLER.....	88



TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 3.1. Araştırmanın Çalışma Grubu	46
Tablo 3.2. Sayı Duyusu Testinde Alt Bileşenlerine Göre Soruların Maddeleri	47
Tablo 3.3. CMDA Alt Boyutları ve Bu Alt Boyutlara göre Soruların Dağılımı	48
Tablo 3.4. Aşamalı Puan Ölçeği Örneği.....	49
Tablo 3.5. Bağımlı ve Bağımsız Değişkenlere İlişkin Betimsel İstatistikler	50
Tablo 3.6. Değişkenlere Ait Hesaplanan Çoklu Bağlantılılık Değerleri	51
Tablo 4.1. SDT Puanlarının Sayı Duyusu Bileşenlerine ve Sınıf düzeylerine Göre Dağılımı.....	52
Tablo 4.2. Sınıf düzeyine göre sayı duyusu test puanlarını t testi sonuçları	53
Tablo 4.3. Sayı Anlamı boyutuna ait doğru yanıt yüzdeleri.....	54
Tablo 4.4. Çoklu gösterim boyutuna ait doğru yanıt yüzdeleri.....	55
Tablo 4.5. İşlemlerin Sayılar Üzerindeki Etkisi boyutuna ait ortalama değerler	56
Tablo 4.6. Eşdeğer Gösterim boyutuna ait ortalama değerler	56
Tablo 4.7. Esnek Hesaplama boyutuna ait ortalama değerler	57
Tablo 4.8. CMDA'nın Alt Boyutlarında Yer Alan Maddelere İlişkin Ortalama Puanlar.....	57
Tablo 4.9. CMDA'nın Alt Boyutlarında Yer Alan Maddelere İlişkin Yüzde ve Frekanslar	59
Tablo 4.10. Korelasyon Analizi Sonuçları	64
Tablo 4.11. Hiyerarşik Regresyon Analizi Sonuçları (n=290).....	65

FOTOĞRAF LİSTESİ

Sayfa

Fotograf4.1. C7'e ilişkin öğrenci çözüm stratejisi	60
Fotograf 4.2. C1'e ilişkin öğrenci çözüm stratejisi	61
Fotograf 4.3. C5'e ilişkin öğrenci çözüm stratejileri	61
Fotograf 4.4. C14'e ilişkin öğrenci çözüm stratejileri	62
Fotograf 4.5. C16'ya ilişkin öğrenci çözüm stratejisi.....	63



KISALTMA VE SEMBOLLER LİSTESİ

APÖ	:Aşamalı Puanlama Ölçeği
CMDA	: Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı
SDT	: Sayı Duyusu Testi
NTCM	: National Council of Teachers of Mathematics



TEŞEKKÜR

Tezin hazırlanmasında yol gösteren, değerli hocam Prof. Dr. Recai Akkaya'ya en içten şükranlarımı sunarım. Sabrı, bilgeliği ve destekleri için kendisine minnettarım.

Ailemin sonsuz sevgi ve destekleri olmadan bu yolculukta başarıya ulaşmak mümkün olmazdı. Annem Nezahat Tezkin ve babam Hasan Tekin'e, samimi yardımları ve cesaretlendirmeleri için şükranlarımı sunarım.

Kardeşim Yasemin Tekin Kumaş'a, her zaman yanımda olduğu için teşekkür ederim. Birlikte geçirdiğimiz zamanlar ve paylaştığımız deneyimler benim için çok değerlidir.

Sevgili eşim Cihan Parlak'a, destekleri, anlayışı ve sevgisi için teşekkür ederim. Her zaman yanımda olduğu için minnettarım.

Canım çocuklarım Uras Alp Parlak ve Batu Kerem Parlak'a, bana ilham veren enerjileri ve sevgileri için teşekkür ederim. Sizler benim için en büyük motivasyon kaynağsınız.

Tüm sevdiklerime, desteği ve teşvikleri için teşekkür ederim. Sizlerin varlığı hayatımı anlamlandırıyor.

1 GİRİŞ

1.1 Problem Durumu

Matematiksel düşünme, çağdaş dünyada başarılı olmanın ve sürekli değişen koşullara uyum sağlamanın vazgeçilmez bir unsuru olarak karşımıza çıkmaktadır. Günlük yaşamda karşılaştığımız olayları anlamlandırmak ve çeşitli sorunlara etkili çözümler bulmak için hayati öneme sahip olan bu düşünme biçimi, bireylerin karmaşık problemlerle başa çıkma becerilerini güçlendirmektedir. İnsanları diğer varlıklardan ayıran temel özelliklerden biri olan düşünme kapasitesi, yaşantımızın her alanında daha bilinçli ve etkili kararlar almamızı sağlar. Bu doğrultuda, eğitim programlarımızın hedefleri arasında yer alan eleştirel ve yaratıcı düşünme becerileri, iletişim yetenekleri ve araştırma-sorgulama becerileri, bireylerin yaşam kalitesini artırmada büyük rol oynamaktadır (MEB, 2018).

Öğrencilerin eleştirel ve yansıtıcı düşünme becerilerinin gelişmesi, matematiği bir bütün olarak algılayabilmeleri, bilgilerini farklı alanlarda kullanabilmeleri ve öğrendikleri kavramlar arasında bağlantılar kurabilmeleri açısından kritik bir öneme sahiptir (Ekşin, 2008). Çünkü matematiksel bilgilerin anlaşılması ve yapılandırılması matematiksel muhakeme becerilerine bağlıdır (Mueller, 2009). Muhakeme olmaksızın, matematiksel anlamlandırma ve matematiksel bilginin yapılandırılması mümkün değildir (Ball ve Bass, 2003). Çocukların matematiksel düşünme yeteneklerinin gelişimi, gerçekleştirdikleri muhakemelerle doğru orantılıdır.

Matematiksel muhakemenin önemli bileşenlerinden biri de cebirsel muhakemedir. Cebirsel muhakeme, matematiğin akıl yürütme, değişkenleri anlama, sembollerini açıklama, modellerle çalışma ve temsiller arasında dönüşüm yapma gibi temel becerilerini içeren bir düşünme biçimidir. Lawrence ve Hennessy (2002) cebirsel muhakemeyi, durumları ve olayları tahmin edebilme ve yorumlayabilme yeteneği ile matematiksel dille açıklayabilme olarak tanımlamışlardır. Cebirsel muhakeme, yalnızca cebir sorularını çözmede değil, günlük hayatta karşılaşılabilecek rutin olmayan problemlerin çözümünden farklı bilimsel alanlardaki problemlerin çözümüne kadar geniş bir uygulama alanına sahiptir (Çelik, 2007). Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişmesi,

cebirde sağlam bir altyapı oluşturmaları ve iyi bir öğrenme süreci geçirmeleri ile yakından ilişkilidir (Yenilmez ve Teke, 2008). Bu durum, onların matematiksel bilgi ve becerilerini daha etkili bir şekilde kullanmalarını sağlayarak hem akademik hem de günlük yaşamlarında karşılaştıkları zorluklarla başa çıkmalarına yardımcı olur.

Cebirsel düşünme, yalnızca cebir öğrenme alanı ile sınırlı olmayıp, matematiksel düşünmenin özel bir formunu temsil etmektedir (Köken, 2022). Cebirsel düşünme, bireylerin matematiksel düşüncelerini gelişimleri için koruyucu bir rol üstlenirken (Greenes, Canavagh, Dacey, Findell, Small, 2001), aynı zamanda günlük hayat problemlerini çözmek için gerekli becerileri üretmelerine yönelik zihinsel aktiviteleri de içerir. Hiebert ve Carpenter'a (1992) göre, ilişkisel veya kavramsal anlayışa sahip öğrenciler, zengin bir matematiksel ilişkiler ağına sahiptir. Kaput'a (1999) göre ise cebirsel düşünme; Aritmetiği ve örüntüleri genelleme, sayı ve sembolleri anlamlı kullanma, verilen sayılar arasındaki yapıları ve ilişkileri belirginleştirme, soyutlama yapma, fonksiyonlar ve ilişkiler üzerine düşünme ve matematiksel modelleme, beş ana başlık altında açıklanabilir. İlk olarak, aritmetiği ve örüntüleri genelleme, sayısal örüntüler ve aritmetik işlemler arasındaki ortaklıkları tanımlayarak genelleme yapma becerisini içermektedir. Bu yetenek, bireylerin sayısal verilerden anlamlı çıkarımlar yapmalarını sağlamaktadır. İkinci olarak, sayı ve sembolleri anlamlı kullanma, matematiksel sembollerin ve sayıların anlamlarını doğru bir şekilde kullanma yeteneğini ifade etmektedir. Bu, öğrencilerin matematiksel dilde etkin ve doğru bir şekilde iletişim kurmalarını mümkün kılmaktadır. Üçüncü olarak, verilen sayılar arasındaki yapıları ve ilişkileri belirginleştirme ve soyutlama yapma, sayısal ilişkileri analiz etme ve bu ilişkilerden soyut kavramlar geliştirme becerisini kapsamaktadır. Bu, matematiksel düşüncenin temel taşlarından biri olup, öğrencilerin karmaşık problemleri soyutlayarak çözüm üretmelerini sağlamaktadır. Dördüncü olarak, fonksiyonlar ve ilişkiler üzerine düşünme, matematiksel fonksiyonların ve ilişkilerin anlaşılması ve analiz edilmesi sürecini içermektedir. Bu düşünme süreci, öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarını ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri keşfetmelerini sağlamaktadır. Son olarak, matematiksel modelleme, gerçek dünya problemlerini matematiksel ifadeler ve modeller kullanarak çözme yeteneğini ifade etmektedir. Bu beceri ise öğrencilerin matematiği günlük yaşamda uygulayabilmelerini ve

gerçek dünyadaki sorunlara pratik çözümler üretebilmelerini mümkün kılmaktadır. Bu beş başlık, matematiksel düşünmenin temel bileşenlerini oluşturmaktadır ve öğrencilerin matematiksel yetkinliklerini geliştirmelerine kritik bir yol oynamaktadır.

Cebir, genelleştirilmiş aritmetik olarak tanımlanır ve aritmetiğin temeli de sayı kavramına dayanır (Cooper, Boulton-Lewis, Athew, Willss ve Mutch, 1997; Van Amerom, 2002). National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991), aritmetiğin sayıları, bu sayılar arasındaki ilişkileri ve dört işleme dair hesaplamaları içerdiğini belirtmiştir. Bu noktada, sayı duyusu kavramı öne çıkmaktadır. Sayı duyusu, bireyin sayılar, işlemler ve bunlar arasındaki ilişkiler hakkında derin bilgi sahibi olup, bu bilgiyi günlük hayatta karşılaşılan problemlere esnek bir biçimde uygulama becerisidir (Yang, 2003). Greeno (1991), sayı duyusunu bilişsel bir uzmanlık olarak tanımlamıştır. Sayı duyusu, bireylerin çevreleriyle sağlıklı bir etkileşimde bulundukları etkinliklerden elde ettikleri bilgilerdir (Greeno, 1991). Aynı zamanda, çevrenin sunduğu kaynakları tanıma, bu kaynakları etkinlikler içinde nasıl kullanacaklarını bilme ve gizli örüntüleri anlama ve kavrama yeteneğidir. Sayı duyusu, bir kişinin sayı ve işlemlerle ilgili genel anlayışının yanı sıra, bu anlayışı matematiksel yargılarda bulunmak ve sayılar ile işlemleri ele almak için yararlı stratejiler geliştirmek amacıyla esnek şekillerde kullanma yeteneği ve eğilimidir (McIntosh, Reys & Reys, 1997). Reys ve diğerleri (1999) ise sayı duyusunu; sayı ve işlemleri kavrama, sayı ve işlemlerde kullanışlı stratejiler geliştirme ve matematiksel muhakeme yapabilme becerisi olarak tanımlamışlardır. Kalchman, Moss ve Case'e (2001) göre, iyi bir sayı duyusunun özellikleri şunlardır: sayı büyüklüğünü tahmin etme ve değerlendirme konusunda akıcılık, makul olmayan sonuçları tanıma yeteneği, zihinsel hesaplamada esneklik ve farklı temsiller arasında geçiş yaparak en uygun gösterimi kullanma becerisi.

Glutting ve diğerleri (2010) matematik başarısı ile ilgili öngöründe bulunmak için erken dönem sayı duyusu performansının güçlü bir tahmin aracı olduğunu belirtmişlerdir. Clarke ve Shinn (2004) ise matematik başarısının öngörülmesinde, sayı duyusunun güvenilir olduğunu ifade etmiştir. Düşük sayı duyusuna sahip öğrenciler, matematik öğreniminde ciddi engellere sahiptir (Mazzocco, Feigenson ve Halberda, 2011).

Sayı duyusu, aritmetikten cebire yumuşak bir geçişe yol açabilecek bir özelliktir (Carpenter & Levi, 2000). Sayı duyusunun birkaç yolu cebirseldir. Bu nedenle, sayı duyusuna erken yaşta sahip olmak, genç yaştaki çocukların manipüle etmeyi öğrenmeden önce bile kesin bir yol ve cebirsel anlayış kazanmasına yardımcı olabilir (Strother 2011). Blanton ve Kaput (2003), cebirsel muhakemeye sahip toplulukların, aritmetik sayı gerçeklerini uygulama, sayı duyusunu geliştirme ve tüketici tüketimi için kalıpları tanıma ve inşa etme dahil olmak üzere birçok şeyi aynı anda yapmaya yardımcı olduğunu belirlemiştir.

Bireylerin gerçek hayat problemlerine çözüm üretebilmek için gereken yeterliliklerin temelinde, sahip olduğu sayı duyusu (Çağlar, 2021) ve cebirsel muhakemeleri yer almaktadır. Sayı duyusu da bir düşünme yöntemidir ve bu yöntem tüm yönleriyle matematik eğitiminde yer almalıdır (Reys, 1994). Yapılan araştırmalar, sayı duyusu yüksek olan öğrencilerin, tahmin ve zihinden hesaplama becerilerini kullanarak problem çözümlerinin sonuçlarını günlük hayata aktarabildiklerini göstermiştir. Bu öğrenciler, karşılaştığı bir problemde zihinden işlem yöntemleri yardımıyla esnek hesaplama yaparken özgün planlama yapar, planını kontrol eder ve sonuçların uygun olup olmadığına karar verebilir (Mohamed ve Johnny, 2010).

Bireylerin gerçek hayat problemleriyle baş edebilme sürecinde bu denli öneme sahip olan cebirsel muhakeme ve sayı duyusu kavramlarının öğrencilerdeki seviyeleri, birbiri ile ilişkileri merak edilmiş ve araştırıldığında ulusal ve uluslararası literatürde ikisinin birlikte incelendiği sınırlı çalışmanın bulunduğu görülmüştür. Özellikle Türkiye’de yapılan çalışmalar incelendiğinde, sayı duyusu ve cebirsel muhakeme arasındaki ilişkiyi inceleyen bir çalışmaya rastlanamamıştır. Bu bağlamda matematik eğitiminde sayı duyusu ve cebirsel muhakeme arasındaki ilişkinin incelenmesiyle bu boşluğun doldurulması amaçlanmakta ve böylece alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.1.1 Problem Cümlesi

“Ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu becerileri, cebirsel muhakeme becerileri ve matematik başarıları anlamlı düzeyde ilişkilenebilir mi?” sorusu araştırmanın problem cümlesini oluşturmaktadır.

1.1.2 Araştırmanın Alt Problemleri

- 1) Ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duygusu becerileri ne düzeydedir?
- 2) Ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerileri ne düzeydedir?
- 3) Ortaokul 7 ve 8. sınıf sayı duygusu becerileri, cebirsel muhakeme becerileri ve matematik başarıları arasında anlamlı ilişki var mıdır?
- 4) Ortaokul 7 ve 8. sınıf sayı duygusu becerileri ve cebirsel muhakeme becerileri matematik başarısını yordamakta mıdır?

1.2 Araştırmanın Amacı

Glutting ve diğerleri (2010), erken dönem sayı duygusu performansının matematik başarısını öngörmeye güçlü bir araç olduğunu vurgulamışlardır. Clarke ve Shinn (2004) ise sayı duygusunun, matematik başarısını tahmin etmede güvenilir bir gösterge olduğunu belirtmişlerdir. Mazzocco, Feigenson ve Halberda (2011), düşük sayı duygusuna sahip öğrencilerin matematik öğreniminde ciddi zorluklar yaşadığını ifade etmişlerdir.

Carpenter ve Levi (2000), sayı duygusunun aritmetikten cebire yumuşak bir geçiş sağlayan önemli bir özellik olduğunu belirtmişlerdir. Sayı duygusunun bazı yönleri cebirseldir; bu nedenle, erken yaşta sayı duygusu kazanmak, çocukların manipülasyon öğrenmeden önce bile belirli bir yol ve cebirsel anlayış geliştirmelerine yardımcı olabilir (Strother, 2011). Blanton ve Kaput (2003), cebirsel muhakeme becerisine sahip toplulukların, aritmetik sayı gerçeklerini uygulama, sayı duygusunu geliştirme ve tüketici davranışları için kalıpları tanıma ve oluşturma gibi birçok faaliyeti aynı anda gerçekleştirebildiklerini belirtmişlerdir.

Bireylerin gerçek yaşam problemlerine çözüm üretebilme yeteneklerinin temelinde, sahip oldukları sayı duygusu (Çağlar, 2021) ve cebirsel muhakeme becerileri bulunmaktadır. Sayı duygusu, bir düşünme yöntemi olup, matematik eğitiminde tüm yönleriyle yer almalıdır (Reys, 1994). Araştırmalar, yüksek sayı

duyusuna sahip öğrencilerin tahmin ve zihinsel hesaplama becerilerini kullanarak problem çözümlerini günlük hayata aktarabildiklerini göstermektedir. Bu öğrenciler, karşılaştıkları problemlerde zihinsel işlem yöntemleri yardımıyla esnek hesaplamalar yaparken özgün planlar geliştirir, planlarını kontrol eder ve sonuçların uygun olup olmadığını değerlendirebilirler (Mohamed ve Johnny, 2010).

Bu araştırmanın amacı, ortaokul öğrencilerinde sayı duyusu ve cebirsel muhakeme arasındaki ilişkileri ve sayı duyusu ile matematik başarıları arasındaki ilişkileri incelemektir. Ayrıca, sayı duyusu ve cebirsel muhakeme becerilerinin matematik başarısını anlamlı bir şekilde öngörüp öngörmediği de değerlendirilecektir. Gerçek yaşam problemleriyle başa çıkmada önemli bir role sahip olan cebirsel muhakeme ve sayı duyusu kavramlarının öğrencilerdeki seviyeleri ve bu iki kavramın birbirleriyle olan ilişkileri üzerine yapılan araştırmalar sınırlıdır. Ulusal ve uluslararası literatürde, bu iki kavramın birlikte incelendiği çalışmaların sayısı oldukça azdır. Özellikle Türkiye'de, sayı duyusu ve cebirsel muhakeme arasındaki ilişkiyi ele alan tezlere rastlanmamaktadır. Bu nedenle, matematik eğitiminde sayı duyusu ve cebirsel muhakeme arasındaki ilişkinin araştırılması, bu alandaki boşluğu doldurmayı amaçlamakta ve böylece alana önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

1.3 Araştırmanın Önemi

Gattegno (1978), matematiği bireyin çevresini anlamak ve kontrol etmek için kullandığı bilgileri düzenleyen ve işleyen bir araç olarak tanımlamaktadır. Burton (1984) ise matematiğin, yalnızca matematiksel problemlerin çözümünde değil, her türlü sorunun çözümünde kullanılabileceğini belirtmiştir (Çelik, 2007). Sayı duyusu, rakamların yorumlanması olarak bilinir ve matematikteki önemi arttıkça literatürde daha fazla yer bulmaya başlamış, değeri gün geçtikçe daha çok anlaşılmıştır. Bu durum, birçok çalışmada bu kavramın önemine vurgu yapılmasına neden olmuştur (Dehaene, 1997; NCTM, 2000; Nickerson ve Whitacre, 2010; Verschaffel, Greer ve De Corte, 2007). NCTM, sayı duyusunun matematiğin temel yapı taşlarından biri olduğunu ve öğrencilerin bu beceriyi kazandıklarında sayılar ve işlemler arasındaki ilişkileri daha iyi anlayabileceklerini, akılcı bir şekilde hesaplama yapabileceklerini ve mantıklı tahminlerde bulunabileceklerini belirtmektedir (NCTM, 2000). Türkiye'de ise İlköğretim Matematik Dersi Öğretim

Programı'nda (MEB, 2009) sayı duyusu kavramına doğrudan yer verilmemekle birlikte, programın sayı duyusunu geliştirmeyi hedefleyen amaçlar içerdiği görülmektedir (Can, 2017). MEB, 2017 yılında ortaokul müfredatında sayı duyusuna yönelik etkinliklere daha fazla yer vermiştir.

Bazı matematik eğitimcileri, sayı duyusu becerisinin eksikliğini bireylerin matematik öğrenimindeki büyük engellerden biri olarak görmektedir (Ekenstam, 1977; Yang, 2007). Bu, sayı duyusu becerisinin matematik eğitimi için ne kadar önemli olduğunu ortaya koymaktadır (Yang & Wu, 2010). Sayı duyusu gelişmiş öğrenciler, sayı kavramını, sayının ne olduğunu, esnek hesaplama yapmayı ve işlemler arasındaki ilişkileri tam olarak anlamaktadırlar (Dossey, 1997; Sowder, 1992; Yang & Wu, 2010).

Cebir öğrenimini kolaylaştıran önemli faktörlerden biri, öğrencilerin aritmetik bilgisinin sağlam olmasıdır (Booth, 1988; Herscovics ve Linchevski, 1994; Kieran, 1992; Sfard, 1995; Wagner, 1983). Wagner (1983), öğrencilerin cebirsel işlemler ve yapıları anlamakta zorlanmalarının nedenini, aritmetiğin temelindeki sayı kavramını tam olarak öğrenememelerine bağlamaktadır. Öğrenciler, cebirle ilgili bilgilerini ve becerilerini aritmetik deneyimlerine dayanarak geliştirmektedirler (Booth, 1988; Kieran, 1992). Bu nedenle, aritmetiğin temeli olan sayı kavramını tam olarak öğrenemeyen bir bireyin cebiri öğrenmesi zor olabilir. Cooper, Boulton Lewis, Athew, Wills ve Mutch (1997), öğrencilerin aritmetik yapılandırma ve ilişkisel gösterimlerdeki yetersizliklerinin, cebirsel düşünme ve cebir öğrenmede zorlanmalarına neden olduğunu belirtmektedir.

Gerçek yaşam problemleriyle başa çıkmada önemli bir role sahip olan cebirsel muhakeme ve sayı duyusu kavramlarının öğrencilerdeki seviyeleri ve bu iki kavramın birbirleriyle olan ilişkileri üzerine yapılan araştırmalar sınırlıdır. Ulusal ve uluslararası literatürde, bu iki kavramın birlikte incelendiği çalışmaların sayısı oldukça azdır. Özellikle Türkiye'de, sayı duyusu ve cebirsel muhakeme arasındaki ilişkiyi ele alan tezlere rastlanmamaktadır. Bu nedenle, matematik eğitiminde sayı duyusu ve cebirsel muhakeme arasındaki ilişkinin araştırılması, bu alandaki boşluğu doldurmayı amaçlamakta ve böylece alana önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

1.4 Araştırmanın Sayıltılar

- Uygulamaya katılan öğrenciler Sayı Duyusu Testi ve Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı (CMDA) testinde yer alan sorulara içtenlikle cevap vermişlerdir ve bu cevaplar öğrencilerin gerçek bilgi düzeyini yansıtmaktadır.
- Araştırmanın örneklemini oluşturan öğrenci grubu, evreni temsil edebilir niteliktedir.
- Araştırmada kullanılan matematik başarı notları öğrencilerin ortak yazılı sınav notlarıdır ve öğrencilerin gerçek bilgi düzeyini yansıtmaktadır.
- Testlerin tamamı yeterli güvenilirliğe sahiptir.
- Uygulama sırasındaki fiziki şartlar öğrencileri olumsuz yönde etkilememiştir.

1.5 Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırma, 2022-2023 eğitim öğretim yılı Bolu ili yedinci ve sekizinci sınıflarında öğrenim gören öğrenciler ve Singh (2009) tarafından geliştirilen ve Akkaya (2016) tarafından Türkçe'ye uyarlanan "Sayı Duyusu Testi (SDT)" ve Kalaycı, Şafak, Yiğit ve Akkaya (2023) tarafından geliştirilen "Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı (CMDA)" yoluyla elde edilmiş olan verilerle sınırlıdır.

2 ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1 Sayı Duyusu

Farklı uzmanlar tarafından sayı duyusu farklı şekillerde tanımlanmıştır. Reys, Reys, McIntosh, Emanuelsson, Johansson ve Yang (1999), sayı duyusunu, sayılar ve işlemlere ilişkin genel bir anlayışa sahip olma yeteneği olarak açıklarlar. Bu tanıma göre, esnek matematiksel değerlendirmeler yapabilme ve niceliksel koşulları etkili bir şekilde yönetmek için stratejiler geliştirme becerisi ve eğilimi de dahildir. Louange ve Bana (2010) ise sayı duyusunu, güçlü tahmin yapma yeteneği olarak tanımlamışlardır. Dehaene (2001) ise sayı duyusunu, nicelikleri hızlı bir şekilde algılama, yaklaşık büyüklüklerini belirleme ve bunlarla akıcı işlemler yapabilme yeteneği olarak açıklar. Sayı duyusu, bireyin çevresindeki nesnelerin sayısal niteliklerini algılayabilme yeteneği olarak tanımlanabilir (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004).

Sayı duyusu, bireyin bir nesne grubundaki miktarı hızlı ve doğru bir şekilde algılayabilme yeteneğini ifade eder (Feigenson ve dig., 2004). Bu yetenek, doğuştan gelen bir yetenek olmakla birlikte çevresel etmenler ve deneyimler de sayı duyusunun gelişimini etkileyebilir (Halberda & Feigenson, 2008). Sayı duyusunun iki temel özelliği vardır: miktar algılama ve sayısal karşılaştırma (Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008).

Miktar algılama, bireyin bir nesne grubundaki miktarı görsel, işitsel veya dokunsal olarak algılayabilme yeteneğini ifade eder (Feigenson et al., 2004). Örneğin, bir grup insanın kaç kişiden oluştuğunu görsel olarak hızlıca değerlendirebilme yeteneği miktar algılamının bir örneğidir.

Sayısal karşılaştırma ise, bireyin farklı miktarlardaki nesneleri karşılaştırabilme yeteneğini ifade eder (Halberda et al., 2008). Bu özellik, bireyin bir grup nesnenin miktarını diğer bir gruptakilerle karşılaştırarak hangi grup daha fazla veya daha az olduğunu belirleme yeteneğini içerir.

Sayı duyusunun temel özellikleri, sayısal gösterimleri çeşitli biçimlerde kullanma yeteneği, sayıların göreceli ve mutlak büyüklüklerini tanıma, referans noktalarını belirleme ve kullanma, sayıları ayırma ve yeniden düzenleme, sayıların

anlamını kavrama, işlemlerin sayılar üzerindeki etkilerini anlama ve esnek, doğru zihinsel hesaplamalar yapma becerisini içerir. (Reys ve Yang, 1998).

Sayı duyusu kavramının gelişiminde Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics) tarafından yayınlanan "Okul Matematiği İçin Müfredat ve Değerlendirme Standartları (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)" adlı raporun önemli bir etkisi olduğu kabul edilmektedir. Bu rapor, sayı duyusu kavramını genel çerçevesiyle tanımlamakla kalmamış, aynı zamanda bu kavramla ilişkilendirilen birçok önemli unsurun da altını çizmiştir.

Raporda, sayı duyusuna sahip öğrencilerin belirli özellikleri ve davranışlarına dair detaylı bilgilere yer verilmiştir. Örneğin, sayı duyusuna sahip öğrencilerin, sayılar arasındaki ilişkileri ve sayıların göreceli büyüklüklerini kavrayabildikleri vurgulanmıştır. Ayrıca, bu öğrencilerin matematiksel işlemlerin sayılar üzerindeki etkisini fark edebildikleri ve ölçüm işlemleri için kıyaslama noktaları geliştirebildikleri belirtilmiştir (Birgin ve Peker, 2020).

Bu rapor, eğitimcilerin, öğrencilerin sayı duyusunu geliştirmek için uygun stratejiler ve yöntemler belirlemelerine yardımcı olmuştur. Ayrıca, bu raporun etkisi, matematik eğitiminde sayı duyusunun önemini vurgulayarak, öğrencilerin matematiksel başarılarını artırmaya yönelik politika ve uygulamalara ilham vermiştir (Birgin ve Peker, 2020).

2.1.1 Sayı Duyusu Bileşenleri

Sayı duyusu üzerine yapılan araştırmalar, sayı duyusunun bileşenlerini anlamak ve sınıflandırmak için çeşitli yaklaşımlar geliştirmiştir (Greeno, 1991; Markovits ve Sowder, 1994; McIntosh ve diğerleri, 1992; Reys vd., 1999; Sowder ve Schappelle, 1994). Bu alandaki çalışmalar, sayı duyusunun karmaşıklığını anlamak ve geliştirmek için önemli bir temel oluşturmuştur.

Bu çalışmaların birçoğunda, sayı duyusu bileşenleri çeşitli açılardan incelenmiştir. Bu bileşenler arasında eşdeğer ifade, sayı tahmini, sayı değeri, işlem etkisi ve kıyaslama kullanımı öne çıkmaktadır. Eşdeğer ifade becerisi, verilen bir sayı veya ifadenin eşdeğerliğini kullanarak pratik hesaplama yapma yeteneğini içerir. Bu beceri, matematiksel işlemleri gerçekleştirmek için temel bir yetenek olarak kabul edilir (Greeno, 1991). Sayı tahmini, uygun bir tahmin oluşturmak ve

yaklaşık değeri belirlemek için kullanılan bir stratejidir. Sayı değeri becerisi, sayıları karşılaştırmayı, en yakın sayıyı bulmayı, sayıları sıralamayı ve iki sayı arasında bir sayı belirlemeyi içerir. Bu beceri, sayılar arasındaki ilişkilerin anlaşılmasını ve sayısal işlemlerin etkili bir şekilde gerçekleştirilmesini sağlar (McIntosh ve diğerleri, 1992).

İşlem etkisi, matematiksel işlemlerin anlamını ve etkilerini anlamayı içerir. Örneğin, 1'den küçük bir sayı ile çarpma işleminin sonucunu anlamak, işlem etkisinin bir örneğidir. Bu beceri, öğrencilerin matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına yardımcı olur ve matematiksel düşünme becerilerini geliştirir (Reys vd., 1999). Son olarak, kıyaslama kullanımı, sayıları karşılaştırmak ve karar vermeye yardımcı olacak dost sayıları ve karşılaştırmalı değerlendirmeleri kullanma yeteneğini içerir (Sowder ve Schappelle, 1994).

Bu bileşenlerin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi, eğitimcilerin öğrencilerin sayı duygusunu geliştirmek için stratejiler ve müdahaleler belirlemelerine yardımcı olabilir. Ayrıca, bu çalışmaların sonuçları, matematik öğretiminde etkili uygulamaların geliştirilmesine katkı sağlayabilir (Markovits ve Sowder, 1994). Bu nedenle, sayı duygusu bileşenlerinin detaylı bir şekilde incelenmesi, matematik eğitimi alanında önemli bir araştırma alanını oluşturur.

2.1.1.1 McIntosh ve Diğerlerinin Sınıflandırması

MacIntosh ve diğerlerinin (1992) ortaya koyduğu yaklaşıma göre, temel sayı duygusu kavramı, çeşitli ana bileşenlerin tanımlanması, organize edilmesi ve birbirleriyle ilişkilendirilmesiyle inşa edilen bir yapıyı temsil eder. Bu yapı, sayı duygusu alanlarını üç temel kategori altında sınıflandırır: sayılarla ilişkili bilgi ve yetenekler, işlemlerle ilişkili bilgi ve yetenekler, ve sayılar ile işlemlerin hesaplama ortamlarında kullanımıyla ilgili bilgi ve yetenekler.

Her bir sayı duygusu alanı, özellikle belirli sayı duygusu bileşenlerini ayrıntılı bir şekilde ele alır. Sayılarla ilişkili bilgi ve yetenekler alanında, sayı düzenliliği algısı, sayıların farklı sunum biçimlerinin tanınması, göreceli ve mutlak sayı kavramlarının anlaşılması gibi bileşenler bulunur. İşlemlerle ilişkili bilgi ve yeteneklerde, işlemlerin etkilerinin anlaşılması, matematiksel özelliklerin kavranması ve işlemler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi gibi beceriler öne çıkar. Sayılar ile işlemlerin hesaplama ortamlarında kullanımıyla ilgili bilgi ve

yeteneklerde ise, problem bağlamında gerekli hesaplamanın yapılandırılması, farklı stratejilerin kullanılmasının bilincinde olma ve sonuçların eleştirilmesi gibi yetenekler üzerinde durulur.

Bu yapı, sayı duyusunun karmaşıklığını ve derinliğini anlamak için bir çerçeve sağlar. Ayrıca, bu çerçeve, matematik eğitimi araştırmalarında ve uygulamalarında, öğrencilerin sayı duyusu becerilerini geliştirmek için stratejilerin ve müdahalelerin belirlenmesine katkıda bulunur.

2.1.1.2 Reys ve Diğerlerinin Sınıflandırması

Reys ve diğerlerinin (1999) çalışmasında ortaya koydukları yapı, McIntosh ve diğerlerinin (1992) sayı duyusu yapısını temel alır ve altı bileşenden oluşur. Bu bileşenler şunlardır: (i) Hesaplama ve Sayma Stratejileri: Etkili ve verimli hesaplama ve sayma yöntemlerinin kullanımı. (ii) Sayıların Büyüklüğü ve Anlamının Anlaşılması: Sayıların değerlerini ve anlamlarını doğru bir şekilde değerlendirme. (iii) İşlemlerin Etkileri ve Anlamının Anlaşılması: Matematiksel işlemlerin sonuçlarının ve bu işlemlerin anlamlarının kavranması. (iv) Sayıların Denk İfadelerinin Kullanımı ve Anlaşılması: Farklı matematiksel ifadelerle aynı sayısal değerin gösterilmesi ve bu ifadelerin anlaşılması. (v) Denk İfadelerin Kullanımı ve Anlaşılması: Eşdeğer matematiksel ifadelerin tanınması ve kullanılması. (vi) Referans Noktası Kullanımı: Belirli referans noktaları kullanarak sayısal değerlerin ve ilişkilerin değerlendirilmesi. Bu yapı, sayı duyusu alanındaki öğrenme sürecini kademeli olarak gösterir ve sayı duyusunun gelişimi için önemli bir çerçeve sunar.

Sayı duyusunun çocuklar bazında ele alındığında, gelişim süreci üç aşamada ilerler. İlk aşama, sayma aşamasıdır ve çocuklar, saymayı öğrenirken kendilerine sağlanan destekle birlikte bu beceriyi kazanırlar. Bu aşamada, temel hedef, çocukların sayma konusunda bilinçlenerek aritmetik kabiliyetlerini geliştirmektir. İkinci aşama, rakamlar üzerinden detaylı ve farklı hesaplamalara dayalı tekniklerin öğrenilmesini içerir. Bu süreçte, çocuklar farklı hesaplama kombinasyonlarına göre rakamları sıralamayı ve matematiksel olarak sonuca varmayı öğrenirler. Son aşama ise problem çözme konusudur. Bu aşamada, çocuklar ve öğrenciler, matematik hesaplamaları ve problem çözme becerilerini geliştirirler. Bu süreç, eğitim hayatlarının yanı sıra sosyal yaşamlarında da önemli bir yetenek haline gelir.

Reys ve diğerlerinin (1999) çalışması, sayı duyusu alanındaki öğrenme sürecini ve gelişimini detaylı bir şekilde ele alır. Bu süreç, çocukların temel sayma becerilerinden başlayarak matematiksel hesaplamaları ve problem çözme yeteneklerini geliştirmelerine kadar uzanır. Bu şekilde, sayı duyusu, bireylerin hem eğitim hayatlarında hem de sosyal hayatta karşılaştıkları matematiksel zorlukları çözmelerine yardımcı olur.

2.1.1.3 Yang'ın Sınıflandırması

Yang'ın (2017) son çalışmalarında ortaya koyduğu beş bileşenli yapı, sayı duyusu alanında yeni bir bakış açısı sunarak öğrencilerin sayı duyusu becerilerini daha etkili bir şekilde geliştirmemize olanak tanır. Bu yapı, sayı duyusunu daha kapsamlı bir şekilde anlamamıza ve matematik eğitiminde daha etkili stratejiler geliştirmemize yardımcı olur. Bu sınıflandırmaya göre, sayı duyusu, beş temel bileşenden oluşmaktadır:

1. Temel Sayı Karşılıklarını Anlama: Bu bileşen, sayıları anlamlandırmak ve sayıların kavramsal olarak anlaşılmasını sağlamak için temel sayı kavramlarının kavranmasını içerir.
2. Sayıların Büyüklüğünü Tanıma: Sayıları karşılaştırma, doğru sıralama ve sayı yoğunluğunu tanıma gibi becerileri içeren bu bileşen, sayıların büyüklüklerini anlamak için önemlidir.
3. Kriterleri Uygun Şekilde Kullanma: Farklı durumlarda kriterlerin geliştirilmesi ve esnek bir şekilde kullanılması, sayı duyusuyla ilgili karar verme süreçlerinde temel bir beceridir.
4. İşlemlerin Sayılar Üzerindeki Göreceli Etkisini Anlama: Bu bileşen, farklı matematiksel işlemlerin sayılar üzerindeki etkilerini anlamak ve bu işlemleri doğru bir şekilde uygulamak için önemlidir.
5. Uygun Şekilde Farklı Stratejiler Geliştirmek ve Bir Cevabın Makul Olup Olmadığını Değerlendirmek: Problemleri çözmek için farklı stratejiler geliştirmek ve sonucun doğru olup olmadığını değerlendirmek, sayı duyusu becerilerinin geliştirilmesinde kritik bir rol oynar.

Yang'ın sınıflandırması, sayı duyusunun gelişimini temel anlamdan bireysel stratejilerin geliştirilmesine kadar olan bir süreçte kademeli olarak gösterir. Bu

süreçte, bireylerin sayıları hesaplama ve uygulama yeteneklerini geliştirmeleri için sayı duyusu becerilerini anlamaları ve uygulamaları gerekmektedir.

2.1.1.4 Greeno'nun Sınıflandırması

Greeno'nun sayı duyusu bileşenlerini sınıflandırması, sayı duyusu alanındaki önemli bir çalışmadır. Bu sınıflandırmaya ilişkin temel bilgiler, Greeno'nun çalışmaları aracılığıyla incelenmiş ve literatürde geniş kabul görmüştür.

Greeno'nun (1991) sayı duyusu bileşenlerini sınıflandırması, sayılarla ilişkili zihinsel işlemleri ve yetenekleri tanımlar. Bu sınıflandırmada, sayıların anlamı, işlemler arasındaki ilişkiler, ve sayılarla yapılan işlemlerin sonuçlarını değerlendirme gibi temel bileşenler ele alınır.

Bu sınıflandırmaya göre, sayı duyusu bileşenleri şu şekildedir:

1. Sayıların Anlamı: Bu bileşen, sayıların temel kavramlarını anlama ve sayıların sembolik temsillerini yorumlama yeteneğini içerir. Sayıların büyüklüğü, pozisyonu ve ilişkileri gibi konuları anlamak bu bileşenin önemli bir parçasıdır.
2. İşlemler Arasındaki İlişkiler: Bu bileşen, matematiksel işlemler arasındaki ilişkileri anlama ve bu işlemleri birbiriyle ilişkilendirme yeteneğini içerir. Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi işlemlerin mantığını anlamak bu bileşenin odak noktasıdır.
3. İşlemlerin Sonuçlarını Değerlendirme: Bu bileşen, yapılan matematiksel işlemlerin doğruluğunu ve mantıklı olup olmadığını değerlendirme yeteneğini içerir. Yapılan hesaplamaların sonuçlarını sorgulama ve hataları tespit etme bu bileşenin önemli bir parçasıdır.

Greeno'nun bu sınıflandırması, sayı duyusu alanında temel bir çerçeve sağlar ve sayılarla ilişkili zihinsel işlemleri anlamak için kullanılabilir. Bu sınıflandırma, sayı duyusu araştırmalarında ve eğitim uygulamalarında önemli bir rol oynamıştır ve öğrencilerin matematiksel yeteneklerini geliştirmeye yönelik stratejilerin belirlenmesine katkıda bulunmuştur.

2.2 Cebirsel Muhakeme

2.2.1 Cebir Nedir?

Cebir, matematiğin önemli bir öğrenme alanı olarak kabul edilir (Altun, 2014). Bu matematik dalı, sayıları ve sembolleri kullanarak ilişkileri analiz eden veya bu ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren bir disiplindir (Akkaya, 2016). Dede ve Argün (2003) cebirin dil, problem çözme aracı, düşünce aracı, okul dersi gibi birçok farklı işlevi üstlendiğini belirtmişlerdir. Lacampagne ve ark. (1995) ileri matematiğin kapılarını ancak cebirsel kavramların tam olarak öğrenilmesinin açabileceğini ileri sürmüş ve cebiri matematiğin dili olarak tanımlamıştır. Harezmi'nin cebiri tanımlaması, eşit ve zıt değerli sayı grupları arasında denge kurarak işlemleri basitleştirmeyi amaçlar. Bu tanıma göre, sayı grupları arasındaki denge, işlemleri daha anlaşılır kılar ve matematiksel çözümleri kolaylaştırır (Bayrakdar, 1985: 43).

Cebir, matematik öğretiminde ayrıcalıklı bir yere sahiptir. Zira, cebir öğrencilerin matematik kavramlarını anlamasına, matematiksel düşünme becerilerini geliştirmesine ve matematiksel okuryazarlık düzeyini arttırmasına büyük katkı sağlar. Cebir, okul matematiğinde tek başına ele alınan bir konu olmasa da, öğrencilerin matematik bilgisini kapsamlı bir şekilde bütünleştirme sürecinde kritik bir anahtar rol oynar (NCTM, 2000). Williams ve Molina (1997) cebirin hayatın her alanında kendini hissettirmesinin öğrenmeyi zorunlu hale getirdiğini ifade etmektedir. Cebir öğrenmenin bir zorunluluk olduğu ifade edilse de öğrencilerin anlamakta zorlandıkları bir derstir (Carraher, Schliemann, Brizuela ve Earnest, 2006; Dede ve Argün, 2003; Geller ve Chart, 2011; Kaput, 1999; Kieran, 1992)

Kaput'a (2008) göre cebir, kültürel bir ürün olarak değerlendirilebilir veya eğitim kurumlarında kökleşmiş bir bilgi bütünü olarak görülebilir. Bu bağlamda, cebirsel işlemler, semboller üzerinde sözdizimsel olarak yönlendirilen klasik sembol sistemlerindeki işlemleri ifade eder. Okul cebirinin üç temel dalı olarak genelleme, dönüşüm ve dönüşümsel cebir öne çıkmaktadır. Genelleme, matematiksel ifadeleri daha geniş bir bağlama uyarlayarak belirli bir durumdan genel kurallara ulaşmayı amaçlar. Dönüşüm ise, matematiksel ifadelerin farklı formlar arasında dönüştürülmesini içerir. Dönüşümsel cebir, bu dönüşümleri daha

ileri seviyede kullanarak karmaşık problemleri çözme becerisini geliştirir. Cebirsel düşünme, matematik problemlerine genel ilişkilerin önemini vurgulayarak yaklaşma yöntemidir. Bu yaklaşım, öğrencilerin matematiksel bağlantıları ve kalıpları tanıyarak genellemeler yapmalarını, sembollerle akıl yürütmelerini ve matematiksel ifadeleri manipüle ederek çözümler üretmelerini sağlar. Cebirsel düşünme, matematiksel becerilerin gelişiminde kritik bir rol oynar ve öğrencilerin analitik düşünme yeteneklerini güçlendirir.

2.2.2 Cebirsel Düşünme Ve Cebirsel Muhakeme

Kieran ve Chalouh (1993), matematiksel akıl yürütmenin cebirsel düşünmenin merkezine yerleştirildiğini vurgulamışlardır. Bu düşünme biçiminin temelini ise matematiksel sembollerin anlamını kavramak ve etkili bir şekilde kullanmak oluşturur. Kaf (2007)'nin belirttiğine göre, cebirsel muhakeme, matematikte temel yeteneklerin bir kombinasyonunu içerir. Bu yetenekler arasında akıl yürütme, sembolik temsillerin anlamını açıklama, değişkenleri anlama ve temsiller arasında dönüşüm yapma gibi beceriler bulunmaktadır. Ayrıca, cebirsel muhakeme, matematiksel fikirlerin gelişimi için modellerle çalışmayı da içerir.

Kaput (2008), cebirsel düşüncenin gelişimini ve farklı gelişim aşalarını değerlendirerek üç aşamaya ayırmıştır. İlk aşama, Genelleştirilmiş Aritmetik ve Niceliksel Muhakeme olarak adlandırılmaktadır. Bu aşamada, aritmetik işlemlerin ve özelliklerin genelleştirilmesiyle ilgili bir muhakeme yeteneği ortaya çıkar. İkinci aşama, Fonksiyonlar, İlişkiler ve Ortak Değişimdir. Bu aşamada, cebirsel düşünce, sürekli durumlardaki değişimi ifade ederken, örüntülerin genellenmesi ve fonksiyonların köklerinin bulunması gibi durumlarda sözdizimsel bir yönelim gösterir. Üçüncü aşama, Modelleme olarak adlandırılır. Bu aşamada, matematiksel düşünce, matematiksel dilin yanı sıra gerçek dünya problemlerinde de modelleme dillerini kullanarak matematiksel problemleri çözmek için geniş bir araç seti sunar.

Cebirsel düşünme, öğrencilerin matematiksel ilişkileri ve işlemleri anlamak ve genelleştirilmiş düzenli kurallarla meşgul olmak suretiyle, bu genellemeler aracılığıyla varsayımların, argümanların ve ifadelerin giderek daha resmi yollarla oluşturulması sürecidir (Kaput, 1999; Kaput ve Blanton, 2000). Bu bağlamda, cebirsel düşünme becerisi, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları anlama, matematiksel argümanlar geliştirme ve matematiksel ifadeleri doğru ve sistematik

bir şekilde oluşturma yeteneklerini içerir. Cebirsel düşünme, matematikte ileri düzeyde problem çözme ve matematiksel bilginin yapısını anlama açısından kritik bir öneme sahiptir. Bu nedenle, cebirsel düşünme becerisinin geliştirilmesi, öğrencilerin matematiksel düşünme yeteneklerini derinleştirmelerine ve matematiksel konseptleri daha kapsamlı bir şekilde kavramalarına yardımcı olabilir.

Cebirsel düşünme, matematik problemlerine genel ilişkilerin önemini vurgulayarak yaklaşma yöntemidir. Bu yaklaşım, öğrencilerin matematiksel bağlantıları ve kalıpları tanıyarak genellemeler yapmalarını, sembollerle akıl yürütmelerini ve matematiksel ifadeleri manipüle ederek çözümler üretmelerini sağlar. Cebirsel düşünme, matematiksel becerilerin gelişiminde kritik bir rol oynar ve öğrencilerin analitik düşünme yeteneklerini güçlendirir (Kaput ,2008).

Öğrenciler, öğrenmeye başlamadan önce bile cebirsel düşünme ve muhakeme becerilerini sergilemektedirler (Carpenter, Franke ve Levi, 2003). Bu durum, öğrencilerin zihinsel kapasitelerinin matematiksel düşünme süreçlerini doğal olarak içerdiğini göstermektedir. Cebirsel düşünme, sadece matematiksel kavramları anlamakla kalmaz, aynı zamanda bu kavramlar arasında ilişki kurma, genellemeler yapma ve soyut düşünme becerilerini içerir. Öğrencilerin bu tür düşünme becerilerini kullanarak, matematiksel problemleri analiz edebilme, farklı çözüm yolları geliştirebilme ve sonuca varabilme yetenekleri gelişir. Bu beceriler, matematik öğrenme sürecinin temel taşlarıdır ve öğrencilerin matematiksel dünyayı daha derinlemesine kavramalarını sağlar.

Altun (2005)'a göre, öğrencilerin soyut işlemler dönemine ulaşması, cebirsel düşüncenin gelişiminde kritik bir aşamadır ve bu evrim süreci dört temel düzeyde ilerler. Bu dört düzey, öğrencilerin matematiksel düşünce yeteneklerinin ve soyutlama becerilerinin giderek arttığı aşamaları temsil eder.

Düzyey 1: İlk düzey, temel aritmetik işlemlerin sonucunda belirli bir harfin değerini bulmayı içerir. Bu aşamada, harfler genellikle nesne adları olarak kullanılır ve problemler genellikle belirli bir harfi ifade eden sayısal bir değere çevirmek veya harfleri değerlendirme olmadan bir işlemi tamamlamak şeklinde olabilir.

Düzyey 2: İkinci düzey, soyutlama açısından bir öncekine benzerlik gösterir ancak sorular biraz daha karmaşıktır. Bu aşamada, öğrencilerin harfleri daha karmaşık matematiksel bağlamlarda kullanma yetenekleri gelişir.

Düzey 3: Üçüncü düzeyde, öğrenciler harfleri genellikle bilinmeyenler olarak algılar ve bu bilinmeyenler aracılığıyla matematiksel işlemler yapabilirler. Bu aşamada, cebirsel ifadelerin daha karmaşık problemlerde kullanımı ve çözümü öne çıkar.

Düzey 4: Son düzey, üçüncü düzeydeki işlemlere benzer şekilde, daha karmaşık ifadelerin anlamını anlamayı ve bu ifadelerle işlemler yapmayı içerir. Öğrenciler, soyutlama ve genelleme yeteneklerini daha da ileriye taşıırken, matematiksel ifadelerin karmaşıklığını anlayıp işlevsel çözümler üretebilme kabiliyetlerini geliştirirler (Hart et al., 1981'den aktaran Altun, 2005).

Sibgatullin ve diğerleri (2022)' e göre, cebirsel düşünme, matematiksel akıl yürütmeyi cebirsel bir zihinsel çerçevede gerçekleştirmeyi gerektirir. Bu düşünme biçimi, öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarına yardımcı olur ve diğer matematiksel alanlarda düşünmeye hazırlık sağlar. Birçok öğrenci, matematiğin temel kavramlarını anlamakta güçlük çeker ve bu nedenle karşılaştıkları yeni sembollerin anlamlarını çözmekte zorlanır. Bu zorluklar, öğrencilerin matematiksel problemleri çözme yeteneklerini olumsuz etkiler. Özellikle cebirsel ifadelerle ilgili semboller ve terimleri anlamlandırmakta sıkıntı yaşayan öğrenciler, bu sembollerin altında yatan mantığı ve ilişkileri kavrayamazlar. Dolayısıyla, cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesi, öğrencilerin matematiksel bağlantıları tanımlarını, kalıpları genellemelerini ve sembollerle etkili bir şekilde akıl yürütmelerini sağlar. Öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmek, onların analitik düşünme yeteneklerini güçlendirir ve matematikte başarılı olmalarını sağlar. Cebirsel düşünme, sadece matematiksel problemlerde değil, günlük yaşamda karşılaşılan çeşitli durumlarda da analitik ve mantıklı çözümler üretebilmeleri için kritik bir rol oynar. Bu nedenle, eğitimcilerin cebirsel düşünmeyi teşvik eden öğretim stratejileri geliştirmesi önemlidir.

2.3 Yapılan Araştırmalar

2.3.1 Sayı duyusu

Yang ve Li (2008) tarafından yürütülen araştırmanın temel amacı, Tayvan'daki 3. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performansını incelemek ve sayı

duyusu gelişimindeki eksik veya zayıf alanları teşhis etmektir. Araştırmanın katılımcıları 3. sınıf öğrencilerinden toplam 808 öğrenciden oluşmaktadır. Sonuçlar, bu öğrencilerin beş sayı duyusu bileşeninde de (%34 civarında doğru oranlar) iyi bir performans göstermediklerini ve özellikle "Hesaplamalı sonuçların makul olup olmadığına karar verme" becerisinde en düşük performansı sergilediklerini ortaya koymuştur. Cinsiyet bazında, erkekler ve kızlar arasında sayı duyusu problemlerini çözme yeteneklerinde önemli bir fark gözlenmemiştir. Araştırma sonuçları, sayı duyusunun öneminin öğretmenler tarafından ve ders kitaplarında vurgulanması gerektiğini ve alt sınıflarda öğrencilere bu tür alıştırmalar üzerinde çalışma fırsatlarının artırılması gerektiğini göstermektedir. Bu da, matematikteki "alıştırma ve alıştırma" yöntemlerinin gereğinden fazla vurgulanmaması ve çocuklara sayı duygusunun mümkün olduğunca erken yaşlarda öğretilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Bu tür bir vurgu, çocukların matematiksel yeteneklerini daha iyi geliştirmelerine ve daha başarılı olmalarına yardımcı olabilir.

Yang ve Tsai (2010) sayı duyusunun önemini ve dünya genelindeki popülerliğini vurgulamış, ancak sayı duyusu performansını artırmak için teknoloji destekli bir çalışma olmadığını belirtmişlerdir. Bu bağlamda, altıncı sınıflarda teknoloji destekli eğitimin sayı duyusu gelişimine ve matematik öğrenmeye karşı tutumlarına etkisi araştırılmıştır. Orta büyüklükteki bir okuldan 32 kişilik kontrol grubu (teknoloji kullanılmayan) ve 32 kişilik deney grubu (teknoloji kullanılan) seçilmiş ve öntest-sontest deneysel çalışma yöntemi uygulanmıştır. Veri toplama araçları olarak Yang ve Li (2008) tarafından geliştirilen sayı duyusu testi (50 soruluk) ve Lin (2001) tarafından geliştirilen matematik öğrenmeye karşı tutum testi (30 maddelik) kullanılmıştır. Analizlerde t-testi ve ANCOVA kullanılmıştır. Teknoloji destekli eğitimde kullanılan içerikler hazır sayfalardan yararlanılarak belirlenmiş ve süreç 12 ders saati olarak planlanmıştır. Her iki sınıfa da aynı öğretmen tarafından aynı etkinlikler uygulanmış, sadece deney grubunda etkinlikler bilgisayar destekli gerçekleştirilmiştir. Analizler sonucunda, deney grubunda sayı duyusu gelişiminde anlamlı bir fark gözlenmiştir. Teknoloji destekli sınıflar sayı duyusu eğitiminde pozitif katkı sağlamıştır. Bunun sebepleri olarak bilgisayarda grafik çiziminin kolaylığı, grafiklerin üst üste binmesi ve ayrılmasının daha kolay olması ve görsel ifadelerin dikkat çekiciliği belirtilmiştir. Matematik öğrenmeye karşı tutumda ise kontrol grubunda anlamlı bir fark gözlenmiş ve teknoloji destekli

eğitimin matematik öğretmeye karşı tutuma pozitif etki yaptığı ifade edilmiştir. Araştırmanın daha büyük örneklemelerde uygulanması, sayı duyusu temelli teknolojik içeriklerin geliştirilmesi ve derslerin teknoloji destekli işlenmesi tavsiye edilmiştir.

Kayhan Altay (2010) tarafından gerçekleştirilen araştırma, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyularını sınıf seviyesine, cinsiyete ve sayı duyusu bileşenlerine göre değerlendirmeyi ve sayı duyusu ile matematik performansı arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamıştır. Ankara ilinde bulunan dört farklı okuldan seçilen 584 öğrenci, araştırmanın katılımcıları olarak belirlenmiştir. Araştırmanın veri toplama aracı olarak, araştırmacı tarafından geliştirilen 17 soruluk Sayı Duyusu Testi kullanılmıştır. Verilerin analizinde çeşitli istatistiksel yöntemler kullanılmış olup, bu yöntemler arasında açımlayıcı faktör analizi, temel bileşenler analizi, varyans analizi, t testi ve Pearson korelasyonu bulunmaktadır. Analiz sonuçlarına göre, sayı duyusu bileşenlerinde kesirler konusunun ayrı bir boyut olarak ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. İlköğretim ikinci kademedeki sayı duyusunun genel olarak düşük olduğu, cinsiyete göre belirgin bir farklılık olmadığı, sınıf seviyesi arttıkça sayı duyusunda azalma olduğu ve öğrencilerin özellikle kıyaslama (referans) noktası kullanmada yetersiz olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin matematik performansları ile sayı duyusu puanları arasında güçlü bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Araştırmacı, bu bulgular doğrultusunda öğretmen yetiştirme programlarının sayı duyusu odaklı olarak revize edilmesini, öğretim programlarında sayı duyusunun ayrı bir kazanım olarak yer alması gerektiğini ve hizmet içi eğitimler aracılığıyla öğretmenlerin sayı duyusu konusundaki farkındalıklarının artırılmasını önermiştir.

Louange ve Bana (2010) çalışmalarıyla, 7. sınıf öğrencilerinde sayı duyusu ile problem çözme becerileri arasındaki ilişkiyi keşfetmeyi amaçlamışlardır. Araştırmada karma yöntem kullanılmış ve üç farklı okuldan üç yedinci sınıf seçilmiştir. Dönem başında ve sonunda hem sayı duyusu hem de problem çözme testleri uygulanmış, ayrıca dönem boyunca nitel veriler toplanmıştır. Sayı duyusu testi olarak McIntosh ve diğerleri tarafından 2007 yılında geliştirilen 45 soruluk test, problem çözme testi olarak ise Mathematical Association of Western Australia (2000, 2001, 2002) yarışmalarından seçilen maddeler kullanılmıştır. Öğrencilerin çözümleri soruyu anlama, çözümü planlama ve cevaba ulaşma aşamalarına göre puanlanmıştır. Araştırmaya katılan 64 öğrenci tüm değerlendirmeleri tamamlamış

ve bunların 45'i ile görüşmeler yapılmıştır. Analizler sonucunda, sayı duyusu ile problem çözme yeteneği arasında yüksek bir ilişki bulunmuştur. Yapılan görüşmelerde, sayı duyusu eksikliğinin problemleri anlama, sayıları ve işlemleri kavrama konusunda zorluklara yol açtığı belirlenmiştir. Problemlerin çözülememesinin %70 oranında öğrencilerin sayı duyusu eksikliğinden kaynaklandığı ortaya çıkmıştır.

Seeratan (2011), ilköğretim seviyesindeki öğrencilerin tam sayılardan kesirlere geçişini ve sayı duyusunu geliştirmeyi amaçlayan etkili bir biçimlendirici değerlendirme sistemi geliştirmeyi hedeflemişlerdir. Bu araç, öğrencilerin bilgi ve ilerlemelerinin izlenmesini, öğretmenlere ders planlarını şekillendirmede yardımcı olacak veriler sağlamayı ve öğrencilerin kendi ilerlemelerinin farkına varmalarını sağlamayı amaçlamaktadır. Katılımcılar, ilköğretim ve ortaokul seviyesinde eğitim gören, matematik öğrenme engeli bulunan öğrenciler ve öğretmenlerinden oluşmaktadır. Araştırma, 14 merkezi okulda öğrenim gören 65 matematik öğrenme engelli öğrenci, genel eğitim gören 50 öğrenci ve 25 öğretmeni kapsamaktadır. Öğrencilerin sayılardaki önemli kavramları nasıl geliştirdiklerini belirlemek için disiplinlerarası geribildirimler, yeni değerlendirme öğeleri, sesli görüşmeler, öğrencilerin sınıf çalışmaları ve mevcut bilgiler kullanılmıştır. Veri toplama araçları arasında standart matematik başarı testleri, Sayı Bilgisi Testi ve Öğrenme Engelliler Teşhis Envanteri bulunmaktadır. Veriler, nitel (takım tartışmaları, öğretmen ve uzman panelleri, sesli görüşmeler) ve nicel (doğrusal lojistik test modelleri, tekrarlanan ölçüm varyansları) analiz yöntemleri ile incelenmiştir. Bu çalışma, matematik öğrenme engelli öğrenciler için biçimlendirici ve özetleyici bir değerlendirme aracı geliştirmiş ve gelecekteki değerlendirme tasarımları için bir model sunmuştur. Öğretmenlerin öğrenci zorluklarını anlamasına ve öğretim yöntemlerini geliştirmesine katkı sağlamış, öğrencilerin alternatif stratejiler kullanarak öğrenme hedeflerine ulaşmalarına yardımcı olmuştur.

İymen (2012) çalışmasında, 8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilgili sayı duyularını incelemeyi hedeflemiştir. Araştırma, 'denk ifadeler, sayısal tahmin, sayı büyüklükleri, işlemlerin etkilerini anlama ve referans noktası kullanımı' olmak üzere beş sayı duyusu bileşeni üzerine odaklanmıştır. Pilot çalışma, 2011-2012 eğitim öğretim yılında Denizli'de 3 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiş ve ardından aynı okuldan seçilen 20 öğrenci ile çalışma tamamlanmıştır. Veri toplama araçları olarak Pitta-Pantazi ve diğerlerinin (2007) geliştirdiği üslü sayı çiftlerini

karşılaştırma testi ve sayı duyusu bileşenlerine göre hazırlanmış 11 maddelik görüşme soruları kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen nitel veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin üslû sayılara yönelik sayı duyusu kullanımının düşük olduğu, bunun da tam sayılar ve rasyonel sayılardaki eksikliklerden kaynaklandığı belirlenmiştir. Öğrencilerin kısa çözüm yolları yerine uzun ve zaman alan yöntemleri tercih ettikleri, kural temelli ve ezbere dayalı yollar kullandıkları görülmüştür. Ayrıca, sorunun yapısının öğrencilerin sayı duyusu kullanım performansını etkilediği ortaya çıkmıştır. Öğrenciler denk ifadeleri kullanabilse de, bu ifadelerin anlamını kavramada, karşılaştırmada ve sıralamada yetersiz kalmışlardır. Tahmin becerileri düşük, referans noktası kullanımı az ve işlemlerin etkilerini anlama konusunda yetersiz oldukları tespit edilmiştir. Araştırmacı, öğretmenlerin sayı duyusu hakkındaki bilgi ve görüşlerinin artırılması, sınıf ortamlarının ve kullanılan yöntemlerin sayı duyusuna odaklanması, öğrencilere üslû sayılarla ilgili kavram yanlışlarını aşabilmeleri için açık uçlu sorular sorulmasını önermektedir.

Bayram (2013), ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin üslû ifadelerle ilgili sayı duyuları ve başarıları arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamıştır. Bu amaç doğrultusunda, öğrencilerin üslû ifade başarı puanları, üslû ifade sayı duyusu puanları ve üslû ifade sayı duyusu başarı puanları değişkenler olarak belirlenmiş ve ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Çalışma grubu, 2012-2013 eğitim öğretim yılı Denizli ilindeki bir devlet okulunun kırk sekiz sekizinci sınıf öğrencisinden oluşmaktadır. Verileri toplamak için İymen'in (2012) geliştirdiği denk gösterimler, sayısal tahmin, sayı büyüklükleri, işlemlerin etkileri ve referans noktası kullanımı bileşenlerine göre hazırlanmış 13 soruluk üslû ifadelerle yönelik sayı duyusu ölçeği ve araştırmacı tarafından geliştirilen 12 soruluk üslû ifadelerle yönelik başarı testi kullanılmıştır. Üslû ifade başarı testi öğrencilere bir ders saatinde topluca uygulanmış, üslû ifade sayı duyusu ölçeği ise öğrencilerle birebir görüşme yapılarak uygulanmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi, betimsel istatistikler ve Pearson çarpım momentler korelasyonu hesaplanmıştır. Analizler sonucunda, öğrencilerin üslû ifadelerde sayı duyusunu kullanma seviyelerinin düşük olduğu gözlenmiştir. Üslû ifadelerde sayı duyusu kullanma düzeyine bakıldığında yüz tam puan üzerinden ortalama 32.47 puan alınmıştır. Öğrencilerin kural temelli işlemler kullandığı ve tahmin sorularının bile hesaplama yapılarak cevaplandığı

gözlemlenmiştir. Soruların çözümlerinde öğrencilerin ortalama %24'ü sayı duyusunu kullanmıştır. Ayrıca, soruların türüne göre sayı duyusu kullanma oranının değiştiği ve tahmin ve yaklaşık değer sorularında en az sayı duyusunun kullanıldığı belirlenmiştir. Öğrencilerin üslü ifadelerdeki başarısına bakıldığında yüz tam puan üzerinden ortalama 54.80 puan almışlardır. Öğrencilerin ondalık gösterimi rasyonele çevirme, negatif kuvvet ve negatif tabanda eksiklikleri olduğu gözlenmiştir. Korelasyon analizi sonucunda, sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerdeki başarıları ile sayı duyusu kullanma dereceleri arasında yüksek seviyede bir ilişki bulunmuştur.

Purnomo ve diğerleri (2014), öğrencilerin sayı duyusu ve alt bileşenleri konusunda nasıl performans gösterdiklerini araştırmışlardır. Çalışma grubu, şehir merkezi, taşra ve kırsaldan rastgele seçilen 80 altıncı sınıf öğrencisinden oluşmuştur. Araştırmada, McIntosh ve diğerlerinin (1992) belirlediği sayı duyusu bileşenleri kullanılmıştır: sayılarla ilgili bilgi ve ustalık, işlemlerle ilgili bilgi ve ustalık, ve sayısal hesaplamalardaki sayılar ve işlemlerle ilgili bilgi ve ustalık. Toplamda 30 maddeden oluşan sayı duyusu testi, bu bileşenlere göre araştırmacılar tarafından hazırlanmıştır. Analiz sonuçlarına göre, en yüksek performans %49.75 başarı oranıyla işlemlerle ilgili bilgi ve ustalık bileşeninde elde edilmiştir. Bunu %42.19 başarı oranıyla sayısal hesaplamalardaki sayılar ve işlemlerle ilgili bilgi ve ustalık takip etmiştir. En düşük performans ise %26.35 başarı oranıyla sayılarla ilgili bilgi ve ustalık bileşeninde gözlenmiştir. Öğrencilerin hesaplama performanslarının, sayı içeriklerini anlamalarına göre daha iyi olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, kesirlerin anlaşılmasında kavram yanılgılarının sıkça ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Araştırmacılar, öğretmenlere, sayı duyusu bileşenlerine dayalı aktiviteler geliştirmelerini ve derslerini bu bileşenlere göre organize etmelerini önermektedir.

İymen ve Duatepe-Paksu (2015) yaptıkları çalışmada, 8. sınıf öğrencilerinin üstel sayı duyusunu, sayı duyusu bileşenleri açısından detaylı bir şekilde incelemektir. Araştırma, Ege Bölgesi il merkezindeki yirmi sekizinci sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya katılan öğrenciler, üstel çiftler karşılaştırma testi kullanılarak belirlenmiştir. Veriler, Üstel Sayı Duyusu Ölçeği kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen veriler, nitel teknikler kullanılarak görüşmelerle analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda, 8. sınıf öğrencilerinin üstel sayı duyusu kullanımlarının oldukça düşük olduğu belirlenmiştir. Ayrıca,

öğrencilerin genellikle kısa, zaman almayan ve pratik yöntemlerle standart prosedür çözümlerini tercih ettiği gözlemlenmiştir. Soru yapısının, sayı duyusunun kullanımını belirlemede önemli bir etken olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrenciler, eşdeğer temsil bileşenlerini diğer bileşenlere göre daha başarılı bir şekilde kullanmışlardır. Ancak, diğer bileşenlerin kullanımında oldukça zayıf oldukları tespit edilmiştir. Özellikle yapılan araştırmalar, öğrencilerin 1'den küçük sayılar üzerinde yapılan işlemlerin etkilerini anlamada yetersiz olduklarını göstermiştir. Bu bulgular, üstel sayı duyusunun öğrenciler arasında daha etkin bir şekilde öğretilmesi ve anlaşılması gerekliliğini vurgulamaktadır.

Akkaya (2016) tarafından yürütülen çalışma, ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu performanslarını sınıf seviyesine, cinsiyete ve sayı duyusu bileşenlerine göre değerlendirmeyi hedeflemiştir. Araştırmada, 291 kız ve 285 erkek olmak üzere toplam 576 ortaokul öğrencisi yer almıştır. Veri toplama sürecinde betimleyici bir anket tasarımı kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar, ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu performanslarının her sınıf düzeyinde oldukça düşük olduğunu göstermiştir. Sayı duyusu bileşenleri arasında en düşük puan ortalamasının çoklu gösterimde olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin sayı duyusu performans puanlarının sınıf düzeylerine göre anlamlı farklılık gösterdiği ancak cinsiyete bağlı olarak anlamlı bir farklılık bulunmadığı belirlenmiştir. Araştırma, ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu performansının yetersiz olduğu ve bu konuda iyileştirme yapılması gerektiği sonucuna varmıştır. Bu bulgular, eğitimcilerin ve politika yapıcıların sayı duyusu becerilerinin geliştirilmesine yönelik çabalarını artırması gerektiğini vurgulamaktadır.

Yang ve Lin (2015), 10-11 yaşındaki öğrencilerin sayı duyusu hakkındaki kavram yanlışlarını dört aşamalı bir testle belirlemeyi amaçlamışlardır. Bu bağlamda, öğrencilerin sayı duyusu performansları, cevaplarına duydukları güven oranları, doğru ve yanlış cevap verenler arasındaki güven farkları ve önemli kavram yanlışları üzerine dört araştırma sorusuna cevap aramışlardır. Test, bir soru, birinci aşama cevap, cevaba güven oranı, cevabı verirken düşünülen sebep ve sebebe güven oranı aşamalarından oluşmaktadır. Test, Yang ve Li (2008)'nin beş faktörlü sayı duyusu bileşeni temel alınarak, her bileşende sekiz toplamda 40 soru şeklinde hazırlanmıştır. Araştırma, merkezi bir yerdeki orta seviyeli bir okuldan seçilen altı sınıftaki 195 beşinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin sayı duyusu becerilerini daha iyi ölçmek için kalem ve kağıt kullanımına izin

verilmemiştir. Analizler sonucunda, öğrencilerin sayı duygusu performanslarının ortalama 0.48 olduğu, cevaba güven ile sebebe güven arasında anlamlı farklar bulunduğu, öğrencilerin doğruyu bilip bilmediklerinin farkında oldukları ve on altı önemli kavram yanılgısı tespit edilmiştir.

Lin, Yang ve Li (2016), öğrencilerin kavram yanılgılarını belirlemek amacıyla web tabanlı iki aşamalı bir test geliştirmişlerdir. Bu test ile altıncı sınıf öğrencilerinin sayı duygusu performanslarını, sayı duygusu problemlerini çözerken en çok kullandıkları yöntemleri ve testin kavram yanılgılarını belirlemedeki etkinliğini araştırmışlardır. Araştırma, Tayvan'da 25 ortaokuldan 1248 altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Test, sayı ve işlemlerin anlamını anlama, sayı boyutunu tanıma, farklı gösterimler kullanma, işlemlerin sayılar üzerindeki etkilerini anlama ve hesaplama sonuçlarının makullüğünü yargılama olmak üzere beş bileşenden ve toplam 50 sorudan oluşmaktadır. Sonuçlar, testin sadece öğrencilerin sayı duyularını ölçmekle kalmayıp, aynı zamanda sayı duyusuna dayalı düşünme süreçlerini de ortaya koyduğunu göstermiştir. Ayrıca, yazılı hesaplamaların öğrencilerin sayı duygusu gelişimini engellediği tespit edilmiştir. Altıncı sınıf öğrencilerinin sayı duygusu performanslarının düşük olduğu belirlenmiş ve derslerde bu testin kullanılması, sonuçlara göre geri bildirimler verilerek müdahalelerde bulunulması önerilmiştir.

Şahin (2018) çalışması, ortaokul 6-8. sınıf öğrencilerinin aritmetik performans puanları ile sayı duyuları arasındaki ilişkiyi ve bu ilişkinin kişisel değişkenlere göre nasıl değiştiğini araştırmayı hedeflemiştir. Korelasyonel tarama yöntemi kullanılan çalışmanın örneklemini, toplamda 561 öğrenci oluşturmuştur, bunların 286'sı kız ve 275'i erkektir. Veri toplama araçları olarak kişisel bilgi formu, aritmetik tempo testi ve sayı duygusu testi kullanılmıştır. Analizler sonucunda, aritmetik puanlar ile sayı duygusu puanlarının cinsiyete göre farklılık göstermediği ancak 8. sınıf öğrencileri arasında sayı duyusunun kızlar lehine bir fark gösterdiği bulunmuştur. Ayrıca, öğrencilerin okul dışı eğitim kurumlarına katılma durumlarının aritmetik puanları ve sayı duyuları üzerinde pozitif yönde anlamlı bir etkisi olduğu tespit edilmiştir. Ailenin aylık gelir durumunun ise öğrencilerin aritmetik puanları ile sayı duygusu puanları üzerinde pozitif yönlü anlamlı bir etkisi olduğu belirlenmiştir. Son olarak, öğrencilerin aritmetik puanları ile sayı duygusu performansları arasında yüksek düzeyde anlamlı bir ilişki olduğu ortaya konmuştur.

Dayı ve Kandemir (2019) çalışmalarında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının sayı duyusu ve alt bileşenlerindeki yeterliklerini farklı düzeylerde incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmada, açıklayıcı sıralı karma yöntem kullanılmış olup, nicel kısımda 171 matematik öğretmen adayı, nitel kısımda ise üst ve alt gruptan seçilen 2 öğretmen adayı yer almıştır. Nicel veriler, araştırmacılar tarafından sayı bilgisi, sayı büyüklüğü, kıyas, yeniden düzenleme ve işlemlerin göreceli etkisi bileşenleri temel alınarak hazırlanan 30 soruluk sayı duyusu testi ile toplanmıştır. Nitel veriler ise, sayı duyusu testinden seçilen 14 soru kullanılarak klinik mülakat yöntemiyle elde edilmiştir. Analizler sonucunda, sayı duyusu özelliklerinin kullanımında yüksek ve düşük sayı duyusuna sahip öğretmen adayları arasında belirgin farklılıklar tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının çözüm süreçleri incelendiğinde, kural kullanma, yanlış hesaplamalar yapma, açıklama içermeyen cevaplar, sezgisel fikirler, zihinsel hesaplamalar ve tahmin stratejileri gibi farklılıklar gözlemlenmiştir. Araştırmacılar, üniversite eğitiminde öğretmen adaylarının sayı duyusu konusunda güçlü bir eğitim almaları gerektiğini ve matematik öğretim programlarında sayı duyusuna vurgu yapılması gerektiğini önermişlerdir.

Peker (2019), sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı duyusu düzeylerini keşfetmeyi ve bu düzeyleri çeşitli faktörlere göre incelemeyi amaçlamıştır. Bu faktörler arasında sayı duyusu bileşenleri, cinsiyet, matematik başarısı, yerleşim yeri, ebeveyn eğitim durumu, destekleme kurslarına katılım, matematik öğretmenini sevme ve matematiği önemli görme yer almaktadır. Araştırma, 2017-2018 eğitim öğretim yılında Uşak ilinde eğitim gören 306 sekizinci sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen 38 maddelik sayı duyusu testi kullanılmıştır. Analizler sonucunda, en fazla doğru cevap verilen bileşenin zihinsel hesaplama, en az doğru cevap verilen bileşenin ise işlemlerin etkisi olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin ortalama sayı duyusu oranı %43.74 olarak bulunmuştur. Ayrıca, öğrencilerin sayı duyusu performansları cinsiyete göre anlamlı bir fark göstermezken; matematik başarısı, il ve ilçe merkezine göre yerleşim yeri, ebeveynlerin eğitim durumu, matematik öğretmenini sevme ve matematiği önemli görme durumu ve destekleme kurslarına katılım durumuna göre anlamlı farklılıklar göstermiştir.

Yang ve Cheung (2020), altıncı sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performanslarını ve olası kavram yanlışlarını üç aşamalı bir test ile

değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Üç aşamalı sayı duyusu testinin ilk aşaması sayı duyusunu, ikinci aşaması cevap nedenini ve üçüncü aşaması ise ilk iki aşamada verdikleri cevaplara ne kadar güvendiklerini ölçmüştür. Çalışmaya Hong Kong'dan 942 öğrenci katılmıştır. Analizler, altıncı sınıf öğrencilerinin ortalama başarı yüzdesinin %53.96 olduğunu göstermiştir. En yüksek performans, sayı büyüklüklerini anlama bileşeninde görülürken, en düşük performans hesaplama sonuçlarının uygunluğunun yargılanması bileşeninde ortaya çıkmıştır. Ayrıca, düşük sayı duyusu performansı sergileyen öğrencilerin yüksek güven seviyesine sahip oldukları tespit edilmiştir.

2.3.2 Cebirsel muhakeme

Kaput ve Blanton (2000) makalesi, eğitimdeki yetersiz başarı gösteren bir okul bölgesinde cebirsel düşünmeyi ilkökul matematiğine entegre etme sürecini 1997-98'de başlatılan bir pilot çalışmaya dayanarak açıklıyor. Üç yıllık bir süre boyunca sınıf ve bölge bazlı yoğun bir çalışma yürütüldü, içinde birinci ve altıncı sınıf öğretmenleri yer aldı. Program, 1998-99'da 8 farklı ilkökolden yaklaşık 20 öğretmenle iki aylık periyotlarla devam etti. Gelecek araştırmalar, ilkökul üçüncü sınıflarındaki genişletilmiş sınıf matematik öğretimini önceden hizmet eğitimi ve bölgesel hizmet içi eğitimle ilişkilendirecek ve çeşitli alanlara odaklanacaktır. Bu alanlar şunlardır: cebirsel düşünme gelişimi, matematik materyallerinin cebirleştirilmesi, sınıf uygulamalarının evrimi, öğrenci başarısının ölçülmesi, öğretmen gelişimi için deneyimlerin tasarlanması, öğretmen destek materyallerinin oluşturulması, yeniliklerin uygulanması ve benzer bölgelerle karşılaştırmalar yapılması. Bu makale, mevcut ve planlanan çalışmaları özetlerken cebir reformunun geniş bir bakış açısını sunuyor.

Lannin'in (2005) araştırması, altıncı sınıf öğrencilerinin bilgisayar tablolarını öğretim aracı olarak kullanırken modelleme görevlerine yaklaşımlarını ve muhakemelerini incelemiştir. Öğrenciler, bu tür etkinliklerin hem potansiyelini hem de zorluklarını göstermişlerdir. Sınıf tartışmaları sırasında genellikle uygun genellemeler yapabilmış ve bu genellemeleri destekleyici örneklerle açıklayabilmişlerdir. Geometrik şemalar kullanan öğrenciler, genellikle daha güçlü argümanlar ve geçerli gerekçeler sunmuşlardır. Ancak, küçük grup tartışmalarında öğrenciler genellemelerini nadiren desteklemişlerdir; bazıları ise genel ilişkiler

yerine belirli değerlere odaklanmışlardır. Öğrencilerin çeşitli matematiksel stratejilerin ve gerekçelerin gücünü ve geçerliliğini inceleyebilmeleri için sınıf tartışmalarında farklı stratejilerin ve gerekçelerin ön plana çıkarılması önerilmektedir.

Jacops ve ekibinin (2007) araştırması, Kaliforniya'daki en düşük performans gösteren bir okul bölgesinden 19 farklı şehir ilkokulunu, 180 öğretmeni ve 3735 öğrenciyi içeren bir mesleki gelişim projesinin olumlu etkilerini ortaya koydu. Bu proje, 1-5. sınıflardaki öğretmenlerle yapılan çalışmalarda genelleştirilmiş aritmetik ve cebirsel akıl yürütme ile ilişkisel düşünmenin incelenmesine odaklandı. Katılan öğretmenler, katılmayan öğretmenlere kıyasla daha çeşitli öğrenci stratejileri üretti ve ilişkisel düşünmeyi yansıtan stratejileri daha fazla kullandılar. Katılan sınıflardaki öğrenciler, katılmayan sınıflardaki öğrencilere göre eşittir işaretini daha iyi anladıklarını gösterdi ve görüşmelerde ilişkisel düşünmeyi yansıtan stratejileri daha sık kullandılar.

Pilten (2008), "Üstbiliş Stratejileri Öğretiminin İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Muhakeme Becerilerine Etkisi" adlı doktora çalışmasında, üstbiliş stratejilerinin 5. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine olan etkisini araştırmıştır. Çalışma, 2006-2007 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde Emin Sağlamer İlköğretim Okulu'nda eğitim gören 66 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler, matematik dersinde problem çözme sürecinde üstbiliş stratejilerinin uygulandığı deney grubu ve mevcut yöntemlerin devam ettirildiğı kontrol grubu olarak ikiye ayrılmıştır. Araştırmada, ön test-son test kontrol gruplu deneme modeli kullanılmıştır. Veri toplamak amacıyla, "Deneyisel İşlemin Değerlendirilmesine Yönelik Gözlem Formu", "Kontrol Grubunda Gerçekleştirilen Problem Çözme Etkinliklerini Değerlendirme Formu" ve araştırmacı tarafından geliştirilen "Matematiksel Muhakemeyi Değerlendirme Ölçeğı" kullanılmıştır. Çalışma sonucunda, deney grubundaki öğrencilere üstbiliş dayalı öğretim verilmesinin, kontrol grubundaki geleneksel öğretime kıyasla; uygun muhakemeyi belirleme ve kullanma, matematiksel bilgileri ve örüntüleri tanıma ve uygulama, tahmin yapma, çözüme yönelik mantıklı tartışmalar geliştirme, genelleme yapma, rutin olmayan problemleri çözme ve matematiksel muhakeme becerilerini geliştirme açısından daha etkili olduğı ortaya çıkmıştır.

Palabıyık (2010) çalışmasında, örüntü temelli ve örüntü temelli olmayan cebir öğretiminin yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine ve

matematiğe karşı tutumlarına etkilerini araştırmıştır. Bu çalışma, nicel araştırma yöntemleri kullanılarak verilerin toplanması, analiz edilmesi ve yorumlanması ile yürütülmüştür. Araştırmada, ön test-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen kullanılmış ve gruplar rastgele atama ile oluşturulmuştur. 2008-2009 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde, bir devlet okulunun iki yedinci sınıfında altı hafta boyunca gerçekleştirilen çalışmaya, deney ve kontrol gruplarında yer alan toplam 40 öğrenci (her grupta 20 öğrenci) katılmıştır. Deney grubuna örüntü temelli etkinliklerle cebir öğretimi yapılırken, kontrol grubuna ise ilköğretim matematik dersi öğretim programındaki etkinliklerle cebir öğretimi verilmiştir. Öğrencilerin kavramsal cebir başarılarını ölçmek için Küchemann ve arkadaşları tarafından geliştirilen ve Akkuş (2004) tarafından uyarlanan Kavramsal Cebir Testi (KCT), işlem becerilerini ölçmek için ise yine Akkuş (2004) tarafından geliştirilen İşlemsel Cebir Testi (ICT) kullanılmıştır. Öğrencilerin matematiğe karşı tutumları ise Aşkar (1986) tarafından geliştirilen Matematiğe Karşı Tutum Ölçeği (MKTÖ) ile belirlenmiştir. Ayrıca, uygulama sonrasında deney grubundaki öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmeler, deney grubundan seçilen üç kız ve beş erkek olmak üzere toplam sekiz öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Analiz sonuçlarına göre, grupların KCT puanlarında anlamlı bir fark bulunurken, ICT ve MKTÖ puanları arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır. Deney grubundaki öğrencilerle yapılan görüşmeler, öğrencilerin öğretim sürecini verimli bulduklarını ve örüntü temelli etkinliklerin diğer sınıflarda da uygulanmasını önerdiklerini ortaya koymuştur.

Chrysostomou ve diğerleri (2011)'nin çalışması, matematik eğitiminde bireylerin bilişsel stilleri ile sayı duyusu, cebirsel muhakeme görevlerindeki performansları arasındaki karmaşık ilişkileri incelemiştir. Araştırmada, 83 öğretmen adayı üzerinde yapılan bir matematik testi ve bilişsel stil anketi aracılığıyla bu ilişkileri anlamaya çalışılmıştır. Bulgular, özellikle uzaysal imgeleme yeteneğinin, öğrencilerin cebirsel akıl yürütme ve sayı duyusu başarılarıyla güçlü bir şekilde ilişkili olduğunu göstermiştir. Bu durum, mekânsal düşünme becerilerinin matematik performansı üzerindeki olumlu etkisini vurgulamaktadır. Araştırmada elde edilen diğer önemli bulgulardan biri de, öğretmen adaylarının mekânsal imgeleme yeteneklerinin gelişmesiyle birlikte matematik problemlerini çözerken kavramsal stratejileri daha etkin kullanma eğiliminde olmalarıdır. Bu durum, öğretmen adaylarının bilişsel stil özelliklerinin,

matematik öğretiminde kullanacakları öğretim stratejilerini etkileyebileceğini göstermektedir. Son olarak, bu çalışmanın matematik öğretim sürecine yönelik derinlemesine anlayışlar sağladığı ve öğretmen eğitim programlarının bilişsel farkındalığı artırma potansiyeline sahip olduğu tartışılmaktadır. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının bilişsel stil ve sayı duyusu gibi özelliklerinin değerlendirilmesinin, etkili matematik öğretimi için önemli bir adım olabileceği vurgulanmaktadır.

Sünkür, İlhan ve Kılıç (2012) yaptıkları çalışmada, yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Bu amaç doğrultusunda ilişkiisel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırma, 2010-2011 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Batman il merkezindeki 5 farklı ilköğretim okulundan 156 kız ve 141 erkek olmak üzere toplam 297 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini belirlemek için Hart ve diğerleri (1998) tarafından geliştirilen ve Altun (2005) tarafından Türkçeye uyarlanan Cebirsel Düşünme Testi kullanılmıştır. Test, toplam 28 maddeden oluşmakta olup, 20 ana soru ve alt maddeleri içermektedir. Cebirsel düşünme testinin 1-3. soruları düzey-1, 4-6. soruları düzey-2, 7-12. soruları düzey-3 ve sonraki soruları düzey-4'ü belirlemek için tasarlanmıştır. Öğrencilerin zekâ alanlarını belirlemek için Gardner tarafından geliştirilen Çoklu Zekâ Envanteri kullanılmıştır. Bu envanter, doğacı zekâ da dahil olmak üzere 8 zekâ alanını kapsamakta ve her bir alan için 10 madde olmak üzere toplam 80 madde içermektedir. Envanterin Türkçeye uyarlanması Oral (2001) tarafından yapılmıştır. Araştırmanın bulgularına göre, öğrencilerin mantıksal, sözel ve müzikal zekâları ile cebirsel düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur. Ancak, öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri ile görsel, bedensel, sosyal, içsel ve doğacı zekâları arasındaki ilişki istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır. Ayrıca, öğrencilerin cebirsel düşünme açısından en çok düzey-1 seviyesinde yoğunlaştığı ve en az yoğunlaşmanın düzey-4 seviyesinde olduğu belirlenmiştir.

Oral, İlhan ve Kınay (2013)'ın gerçekleştirdikleri çalışma, 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemeyi amaçlamıştır. Bu çalışmada, öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin cinsiyete göre farklılık göstermediği sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca, geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında pozitif yönde, orta

düzeyde ve anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Araştırmacılar, bu bulguların eğitimde önemli olduğunu ve öğrencilerin geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerini incelemek için farklı kademelerdeki öğrencilerle daha fazla araştırma yapılmasının gerekliliğini vurgulamışlardır. Bu tür çalışmaların, matematik eğitiminin geliştirilmesine katkıda bulunabileceği ve öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin daha iyi anlaşılmasına yardımcı olabileceği belirtilmiştir. Araştırmacılar, özellikle erken yaşlarda bu tür düşünme becerilerinin teşvik edilmesi ve desteklenmesi gerektiğini, böylece öğrencilerin ileri matematiksel kavramları daha iyi anlayabileceklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca, bu tür düşünme becerilerinin geliştirilmesinin, öğrencilerin problem çözme yeteneklerini ve matematiksel başarılarını artırmada önemli bir rol oynayabileceği belirtilmiştir.

Atasoy ve Bulut (2018) tarafından yapılan çalışma, 12. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünmenin bileşenleri olan semboller ve cebirsel ilişkiler, gösterimlerin farklı biçimleri ve örüntülerin genelleme ile ilgili düşünme süreçlerini, geometri kavramlarını kullanarak analiz etmiştir. Araştırmacılar, öğrencilerin geometri problemlerini çözme sürecinde genellikle cebirsel yöntemlerden kaçındıklarını ve bunun yerine formülleri hatırlamayı tercih ettiklerini gözlemlemişlerdir. Ayrıca, öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin problem çözmede yetersiz olduğunu ve gösterimler arası dönüşümlerde öğrencilerin başarı seviyeleri arasında farklılıklar olduğunu belirtmişlerdir. Çalışmanın bulgularına göre, geometri düşünme düzeyi düşük olan öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri de düşük çıkmıştır.

Ataş (2019) yüksek lisans tezinde, 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini incelemiştir. Çalışma, öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerindeki artışın, geometri ve cebir arasında kurulan bağlantılarda bir gelişmeye işaret ettiğini göstermiştir. Bu araştırma sonucunda, öğrencilerin farklı temsilleri kullanma, temsiller arası geçiş yapabilme ve temsillerin geometrik anlamlarını yorumlama becerilerinin arttığı ortaya çıkmıştır. Ancak, öğrencilerin doğrusal ilişki ve doğrusallık kavramlarını anlamada kavramsal zorluklar yaşadıkları da bu çalışmada belirlenmiştir.

Venenciano ve diğerlerinin (2020) yaptığı çalışma, ilköğretim birinci sınıf seviyesinde cebirsel muhakemeyi entegre etmeyi amaçlamaktadır. Araştırmacılar, birinci sınıf müfredatını cebirsel muhakemeyi ön planda tutan bir programla yürütmüşlerdir. Bu çalışma kapsamında, erken cebirsel muhakemenin gelişimi için şu bileşenler ele alınmıştır: a) eşitlik ve eşit işareti, b) sayı ve işlemlerin özellikleri,

c) değişken kavramı, d) genelleme becerisi ve e) esnek düşünme becerisi. Araştırmının sonuçlarına göre, öğrenciler fiziksel dünyadaki nesnelerin özelliklerini tanımaya ve kıyaslamaya başladıkça, bu deneyimlerini nitel ilişkiler ve matematiksel özelliklerle ilişkilendirerek anlam kazanmaktadırlar.

Sibgatullin ve diğerleri (2022)'nin çalışmalarının amacı, cebirsel düşünme üzerine yapılan ampirik araştırmaları derlemektir. ERIC ve Scopus veritabanlarında "cebirsel düşünme" ifadesiyle yapılan aramalarda 36 çalışma incelendi. Çalışmalar eğitim seviyeleri, katılımcılar, ülkeler, araştırma metodolojileri, hedefler, veri toplama araçları ve analitik yaklaşımlar açısından değerlendirildi. Yayınlanan araştırmaların sayısı zamanla arttı ve en çok çalışma 2019'da yapıldı. Araştırmaların çoğu ABD'de gerçekleştirildi ve katılımcılar genellikle ilkokul ve ortaokul öğrencileriydi. Öğretmen bilgileri, cebirsel düşünmeyi etkileyen faktörler, ilişkiler ve kavrama ile ölçme kategorileri belirlendi. Cebirsel düşünme sınavı en popüler veri toplama aracıydı ve nitel analiz en yaygın yöntem olarak kullanıldı. Nicel tekniklerde ise çıkarımsal istatistikler, gizli sınıf analizi, kümeleme analizi ve test geliştirme analizi gibi yöntemler tercih edildi. Sonuçlara göre, cebirsel düşünmenin geliştirilmesi için hizmet içi veya hizmet öncesi öğretmen eğitimi ve sınıflarda oyun gibi rutin olmayan etkinliklerin kullanılması gerektiği vurgulandı. Ayrıca, geometri gösterimi, çoklu gösterim stratejileri ve zihinsel hesaplama etkinlikleri gibi öğretim stratejilerinin cebirsel düşünmeyi geliştirdiği tespit edildi.

Chrysostomou, Tsingi, Cleanthous ve Pitta-Pantazi (2011) tarafından gerçekleştirilen çalışmanın amacı, bireylerin bilişsel stilleri ile sayı duygusu ve cebirsel muhakeme görevlerindeki matematiksel başarıları ve bu görevleri çözerken kullandıkları stratejiler arasındaki ilişkiyi incelemektir. Çalışma kapsamında, 83 aday öğretmene yönelik bir sayı duygusu ve cebirsel muhakeme testi ile öz-bildirim bilişsel stil anketi uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar, uzamsal imgeleme stiline, nesne imgelemesi ve sözel bilişsel stillerin aksine, cebirsel muhakeme ve sayı duygusu başarılarıyla olumlu bir ilişki içinde olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, aday öğretmenlerin uzamsal imgeleme stiline artış olduğunda, görevleri çözerken kavramsal stratejilerin kullanımının da arttığı gözlemlenmiştir. Bu bulguların öğretim süreci açısından taşıdığı çıkarımlar çalışmada tartışılmıştır.

Kalaycı, Ö., Şafak, C., Yiğit, E., & Akkaya, R. (2023) çalışmalarında 290 8. sınıf öğrencisinin katılımıyla yürütölen çalışmada öğrencilerin sayı duygusu,

cebirsel muhakeme ve matematik başarısı arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Aritmetik bilgisinin cebirsel öğrenmenin temeli olduğu gösterilmiştir. Cebirin tanımları incelendiğinde, cebirin aritmetiğin genelleştirilmiş bir biçimi olduğu belirtilmektedir. Aritmetik bilgi, sayı kavramının tam olarak anlaşılmasıyla ilgilidir. Sayı kavramını tam olarak öğrenen bir öğrencinin gelişmiş bir sayı duygusuna da sahip olabileceği sonucuna varılmıştır. Bu çalışma, sayı duygusu yüksek olan öğrencilerin cebirsel muhakeme yeteneğinin yüksek olduğunu göstermiştir. Ayrıca, öğrencilerin soruları cevaplarken farklı çözüm stratejilerini kullanmada sıklıkla zorluk çektikleri belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin sayı duygusu puanlarının cebirsel muhakeme puanlarının anlamlı bir yordayıcısı olduğu sonucuna varılmıştır.



3 YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve analizi ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

3.1 Araştırmanın Modeli

Bu araştırma, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı duygusu becerileri ve cebirsel muhakeme becerileriyle ilişkisinin ortaya konulması ve araştırmada aynı zamanda bu becerilerin öğrencilerin matematik başarısını yordama gücünün incelenmesi sebebiyle ilişkisel tarama modelinde tasarlanmıştır. İlişkisel tarama modeli, iki ya da daha fazla değişken arasındaki ilişkileri belirleyen ve bu değişkenler arasında neden-sonuç ilişkisi ile ilgili ipuçları elde etmek için yapılan araştırmalardır (Büyüköztürk, 2017).

3.2 Çalışma Grubu

Araştırma Bolu ili Merkez ilçesinde 7 ve 8.sınıfta öğrenim gören öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel akıl muhakeme becerileri ve aritmetik düşünmeye dayalı sayı duygusu becerileri gibi yeterliliklerin bu düzeyde kazanmaları beklenmektedir. Matematik Dersi Öğretim Programı (Milli Eğitim Bakanlığı, 2018) incelendiğinde özellikle cebirsel düşünme ile ilgili kazanımların bu sınıf düzeylerinde yoğunlaştıkları belirlenmiştir. Bu nedenle katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme yöntemi tercih edilmiştir. Çünkü amaçlı örnekleme, sınırlı kaynakların en etkin şekilde kullanılması için bilgi açısından zengin durumların belirlenmesi ve seçilmesi amacıyla nitel araştırmalarda yaygın olarak kullanılan bir tekniktir (Patton, 2002). Bu doğrultuda 80' ni yedinci sınıf, 115' i sekizinci sınıf olmak üzere toplam 195 öğrenci çalışmaya katılmıştır. Katılımcıların seçiminde hem kolay ulaşılabilir hem de uygulanabilir olması açısından; amaçlı örnekleme türlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilerin eğitim gördükleri sınıf düzeylerine ve cinsiyetlerine göre dağılımı Tablo 3.1 de verilmiştir.

Tablo 3.1.Araştırmanın Çalışma Grubu

Cinsiyet	7.Sınıf	8.Sınıf	Toplam (N)
Kız	38	63	101
Erkek	42	52	94
Toplam (N)	80	115	195

3.3 Veri Toplama Araçları

3.3.1 Sayı Duyusu Testi (SDT)

Ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı duyusu performanslarını belirlemek için Singh (2009) tarafından geliştirilen ve Akkaya (2016) tarafından Türkçe'ye uyarlanan "Sayı Duyusu Testi (SDT)" kullanılmıştır. SDT, toplam 50 çoktan seçmeli sorudan oluşmaktadır. SDT' de sayı duyusunun 5 alt bileşene göre sorular yer almaktadır. Sayılar kavramı alt bileşeninde 14, çoklu gösterim alt bileşeninde 7, sayıların ve ifadelerin eşdeğer gösterimlerini anlama ve kullanma alt bileşeninde 8, işlemlerin sayılar üzerindeki etkisini anlama alt bileşeninde 10, esnek hesaplama yapma alt bileşeninde ise 11 soru bulunmaktadır.

SDT, yer alan 50 soru önce araştırmacı tarafından Türkçe'ye çevrilmiştir. Daha sonra iki matematik eğitimi uzmanı ve bir dil uzmanından SDT, testini Türkçe'ye çevrilmesi istenmiştir. Araştırmacı ve uzmanlar tarafından birbirinden bağımsız olarak yapılan bu değerlendirmeler bir arada incelenerek testte yer alan problemler için en uygun çeviri formu oluşturulmuştur. Testin uygulama süresini belirlemek için orijinalinde olduğu gibi bir pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışmaya 25 5.sınıf, 28 6.sınıf, 32 7.sınıf ve 26 8.sınıf öğrencisi toplam 111 ortaokul öğrencisi katılmıştır. Pilot çalışmada sorular teker teker projeksiyon yardımıyla ekrana yansıtılmış ve öğrencilerin soruları çözmeleri istenmiştir. Bu çalışma sonucunda testin uygulama süresi 5 ve 6.sınıf öğrencileri için 40 dakika, 7 ve 8. Sınıf öğrencileri için ise 35 dakika olarak belirlenmiştir. Testteki her doğru cevap için 1 puan, yanlış cevap için ise 0 puan verilmiştir. Bu nedenle testten alınabilecek en yüksek puan 50, en düşük puan ise 0' dır. Testte sayı duyusunun alt bileşenlerine göre kaç sorunun bulunduğu madde numaraları ile birlikte Tablo 3.2' de verilmiştir.

Tablo 3.2.Sayı Duyusu Testinde Alt Bileşenlerine Göre Soruların Maddeleri

		Madde Numaraları	Soru S.	Toplam
Alt Bileşenler	Sayıların Anlamı	1, 3, 4, 6, 9, 10, 15, 18, 19, 22, 25, 29, 36, 39	14	50
	Çoklu Gösterim	7, 8, 13, 14, 30, 31, 40	7	
	İşlemlerin Sayılar Üzerindeki Etkisi	16, 17, 20, 21, 24, 27, 28, 38, 48, 49	10	
	Eşdeğer İfadeler	11, 23, 26, 32, 33, 34, 37, 45	8	

	Esnek Hesaplama	2, 5, 12, 35, 41, 42, 43, 44, 46, 47, 50	11	
--	-----------------	--	----	--

3.3.2 Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı (CMDA)

Ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerini belirlemek için Kalaycı ve diğerleri (2023) tarafından geliştirilen “Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı (CMDA)” kullanılmıştır. Geliştirilen bu test Kaput’un (1998) cebirsel muhakeme alt boyutlarını dikkate alarak hazırlanmıştır. CMDA geliştirilirken öncelikle yerli ve yabancı literatür incelenerek madde havuzu oluşturulmuş ve pilot çalışma yapılmıştır. 24 maddeden oluşan ilk form 72 sekizinci sınıf öğrencine uygulanmış madde analizleri yapılmıştır. Yapılan madde analizlerinden sonra 6 maddenin testten çıkarılmasına karar verilmiştir. CDMA’ nın nihai halinde 12’si açık uçlu, 6’sı çoktan seçmeli olmak üzere toplam 18 maddeden oluşmuştur. CMDA’ya ait ölçüm güvenirliğinin Cronbach Alpha iç tutarlılık katsayısı .87 olarak hesaplanmıştır. Özdamar ve diğerleri (1999), güvenirlik katsayısı .60 ile .90 arasında olan ölçeklerin oldukça güvenilir olduğunu ifade etmektedir. Bu bağlamda, ölçeğin güvenilir bir ölçme aracı olduğu söylenebilir. Tablo 3.3’te CMDA’nın her bir boyutunda yer alan maddeler sunulmuştur.

Tablo 3.3. CMDA Alt Boyutları ve Bu Alt Boyutlara göre Soruların Dağılımı

Cebirsel Muhakeme Boyutları ve Alt Boyutları (Kaput, 1998)	Testte Yer Alan Maddeler
1) Genelleştirilmiş Aritmetik	1, 3, 7 ve 8. maddeler
2) İşlevsel (Fonksiyonel, Pratik) Düşünme	2, 4, 5, 6, 10, 11, 12 ve 18. maddeler
3) İspatlama ve genelleme yapma	9, 13, 14, 15, 16 ve 17. maddeler

3.4. Verilerin Analizi

Bu çalışmada, CMDA verilerinin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Veriler önceden belirlenen temalara göre özetlenip yorumlanmış ve neden-sonuç ilişkileri incelenerek sonuçlara ulaşılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2013, s.256). CMDA’da yer alan soruların her bir boyutunu değerlendirmek için araştırmacı tarafından Marzano’nun (2000) Aşamalı Puan Ölçeği (APÖ) kullanılmıştır. Bu çerçevede, CMDA’dan alınabilecek en yüksek puanın 72, en

düşük puanın ise 0 olduğu belirlenmiştir. APÖ'nün ayrıntıları Tablo 3.4'te sunulmuştur.

Tablo 3.4.Aşamalı Puan Ölçeği Örneği

Sorunun Ait Olduğu Test Boyutu	Puan	Gözlenecek Öğrenci Davranışı
Genelleştirilmiş Aritmetik	0	Hiçbir yargıya veya çözüme ulaşılmamıştır.
	1	Çözüm sürecinde cebirsel işlemlere veya aritmetik hesaplamalara yer verilmiştir, ancak çözüme ulaşılamamıştır.
	2	Çözüm sürecinde rastlantısal hesaplamalar yapılarak bilinmeyene ulaşılmış veya kısmen/yanlış bir sonuca ulaşılmıştır.
	3	Çözüm sürecinde sayıların cebirsel işleyişine kısmen yer verilmiş veya bilinmeyen rastlantısal olarak belirlenmiş, ancak doğru sonuca ulaşılmıştır.
	4	Çözüm sürecinde doğru cebirsel yaklaşım kullanılarak bilinmeyen bulunmuş ve doğru sonuca ulaşılmıştır.

SDT'den elde edilen veriler, çözüm doğru ise (sayı duyusuna göre) 1, yanlış dayalı veya kurala dayalı ise 0 olarak kodlanarak değerlendirildi. Bu durumda SDT'den alınabilecek en düşük puan 0, en yüksek puan ise 50'dir. Değişkenlerin belirlenmesinde yüzde (%), ortalama (X) ve standart sapma kullanılırken, değişkenler arasındaki ilişki Pearson Korelasyon Katsayısı hesaplanarak belirlenmiştir. Öğrencilerin sayı duyusu ile cebirsel akıl yürütme arasındaki ilişki Pearson Momentler Çarpımı Korelasyon Katsayısı Tekniği ile hesaplanmıştır.

Araştırmanın birinci ve ikinci sorularına yanıt bulabilmek için betimsel istatistik, üçüncü sorusuna yanıt bulabilmek için Korelasyon analizi yapılmıştır. Araştırmanın son sorusu olan dördüncü soruya yanıt bulabilmek için hiyerarşik regresyon analizi yapılmıştır.

Hiyerarşik regresyon analizi, bağımsız değişkenlerin analize belirli bir sırayla dahil edilerek, bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin incelenmesine olanak sağlar. Bu analiz, çoklu regresyon analizinden farklı olarak, çok sayıda bağımsız değişkenin yer aldığı araştırmalarda bağımsız değişkenlerin göreceli etkilerini incelemek için kullanılır (Pedhazur, 1997). Bu nedenle, araştırmanın dördüncü sorusunun cevaplanmasında hiyerarşik regresyon analizi tercih edilmiştir.

Regresyon analizi için gerekli varsayımlar test edilmiştir ve bu testlerin sonuçları aşağıda sunulmuştur:

✓ Bağımlı değişken normal dağılım göstermelidir.

Araştırmanın bağımlı ve bağımsız değişkenlerine ait verilerin normal dağılım gösterip göstermediğini incelemek için çarpıklık basıklık değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerler Tablo 3.5'te verilmiştir. Verilerin normal dağılım göstermesi için çarpıklık basıklık değerlerinin +1 ile -1 arasında değişim göstermesi gerekmektedir (Büyüköztürk, 2012). Tablo 3.5 incelendiğinde sadece cebirsel muhakeme becerisi alt boyutlarından ispat-genelleme boyutu hariç tüm değişkenlerin normal dağıldığı görülmektedir. İspat-genelleme boyutuna ait basıklık değeri -1 in altında olup çok az bir sapma göstermiştir. Bazı kaynaklarda çarpıklık basıklık değerinin -1,5 ile +1,5 arasında olabileceği de (Tabachnic & Fidell, 2015) göz önüne alındığında bu verilerinde normal dağıldığı varsayılarak analizlere devam edilmiştir.

Tablo 3.5.Bağımlı ve Bağımsız Değişkenlere İlişkin Betimsel İstatistikler

Değişkenler	Çarpıklık	Basıklık	Mod	Medyan	Ort
Matematik_Basari	,008	-1,148	40	57	58,51
Cebir_Toplam	,445	-,185	22	25	26,46
<i>Genelleştirilmiş_artimetik</i>	,280	-,614	4	5	5,26
<i>İşlevsel_düşünme</i>	,096	-,794	13	15	14,94
<i>İspat_genelleme</i>	,967	,594	3	5	6,24
Sayı_Duyusu_Toplam	1,044	,883	7	10	11,08
<i>Sayıların Anlamı</i>	,538	-,188	3	3	2,95
<i>Çoklu Gösterim</i>	1,087	1,316	1	1	1,40
<i>İşlemlerin Sayılar Üzerindeki Etkisi</i>	,829	,543	1	2	2,39
<i>Eşdeğer İfadeler</i>	,454	-,716	1	2	1,95
<i>Esnek Hesaplama</i>	,829	,543	1	2	2,39

✓ Bağımsız değişkenler arasında çoklu bağlantılılık sorunu olmamalıdır.

Bu varsayımı test etmek için VIF ve Tolerans değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan bu değerler Tablo 3.6’de verilmiştir.

Tablo 3.6.Değişkenlere Ait Hesaplanan Çoklu Bağlantılılık Değerleri

		Tolerance	VIF
1	genelleştirilmiş aritmetik	1,000	1,000
2	genelleştirilmiş aritmetik	,729	1,372
	islevsel düşünme	,729	1,372
3	genelleştirilmiş aritmetik	,622	1,608
	islevsel düşünme	,541	1,848
	ispat genelleme	,485	2,063
4	genelleştirilmiş aritmetik	,621	1,610
	islevsel düşünme	,488	2,050
	ispat genelleme	,475	2,104
	sayıların anlamı	,715	1,398
5	genelleştirilmiş aritmetik	,621	1,610
	islevsel düşünme	,484	2,067
	ispat genelleme	,435	2,296
	sayıların anlamı	,663	1,509
	çoklu gösterim	,636	1,572
6	genelleştirilmiş aritmetik	,618	1,619
	islevsel düşünme	,474	2,109
	ispat genelleme	,429	2,329
	sayıların anlamı	,662	1,510
	çoklu gösterim	,635	1,574
	işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi	,846	1,182
7	genelleştirilmiş aritmetik	,615	1,627
	islevsel düşünme	,447	2,237
	ispat genelleme	,396	2,526
	sayıların anlamı	,657	1,521
	çoklu gösterim	,630	1,588
	işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi	,648	1,544
	eşdeğer ifadeler	,744	1,866
8	genelleştirilmiş aritmetik	,614	1,628
	islevsel düşünme	,421	2,374
	ispat genelleme	,394	2,536
	sayıların anlamı	,656	1,524
	çoklu gösterim	,630	1,588
	işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi	,743	1,347
	eşdeğer ifadeler	,738	1,796
	esnek hesaplama	,646	1,894

VIF değerlerinin 10’dan küçük, Tolerans değerlerinin 0,02’den büyük olması beklenir (Field, 2009; Kalaycı, 2010). Tablo 3.6 incelendiğinde VIF değerlerinin 1,00 ile 2,536 arasında, Tolerans değerlerinin ise 0,394 ile 1,00 arasında değiştiği görülmektedir. İncelenen bu değerlere dayanarak çoklu bağlantılılık sorunu olmadığı belirlenmiştir. Varsayım incelemeleri sonucunda herhangi bir sorun tespit edilmemiş ve analiz işlemlerine devam edilmiştir.

4 BULGULAR

Bu bölümde gerçekleştirilen istatistiksel analizler sonucunda ulaşılan araştırma bulgularına ve bulgulara ilişkin yapılan yorumlamalara yer verilmiştir.

4.1. Birinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Bu bölümde, ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu performans puanlarının belirlenmesi, bu puanların öğrenim gördükleri sınıf düzeyi ve sayı duyusu bileşenleri açısından nasıl değiştiğinin incelenmesi ve değerlendirilmesi amacıyla yapılan istatistiksel analizlere yer verilmiştir.

Araştırmaya katılan ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu testi toplam puanları ve sayı duyusu bileşenlerinden elde ettikleri ortalama puanlar, sınıf düzeylerine göre ayrı ayrı hesaplanmış ve Tablo 4.1'de bu bulgulara yer verilmiştir.

Tablo 4.1. SDT Puanlarının Sayı Duyusu Bileşenlerine ve Sınıf düzeylerine Göre Dağılımı

Sayı duyusu bileşenleri	7.Sınıf			8.Sınıf			Toplam		
	X	Sd	%	X	Sd	%	X	Sd	%
Sayı anlamı	2,59	1,82	20,64	3,24	1,79	23,14	2,96	1,83	21,14
Çoklu Gösterim	1,38	1,37	19,71	1,42	1,21	20,28	1,40	1,28	20
İşlemlerin sayılar üzerindeki etkisi	2,51	1,65	25,1	2,30	1,52	23	2,36	1,69	23,6
Eşdeğer ifadeler	2,06	1,44	25,75	1,87	1,39	23,37	1,95	1,41	24,37
Esnek hesaplama	2,51	1,65	22,81	2,30	1,51	20,9	2,39	1,57	21,72
Toplam	10,82	5,50	21,64	11,27	4,90	22,54	11,08	5,16	22,16

Tablo 4.1'deki veriler incelendiğinde, ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı duyusu testinden elde ettikleri genel başarı ortalamasının 11,08 olduğu belirlenmiştir. Testten alınabilecek en yüksek puanın 50 olduğu göz önüne alındığında, ortaokul öğrencilerinin sayı duyusu performanslarının oldukça düşük olduğu görülmektedir. Ayrıca, sayı duyusu bileşenleri dikkate alındığında, en düşük ortalama puanın 1,40 ile çoklu gösterim, en yüksek ortalama puanın ise 2,96 ile sayı anlamı bileşeninde olduğu tespit edilmiştir.

Sınıf düzeyleri dikkate alındığında, 7. sınıf öğrencilerinin ortalama puanı 10,82, 8. sınıf öğrencilerinin ortalama puanı ise 11,27 olarak belirlenmiştir. Ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin sayı duygusu alt boyut puanları ve toplam sayı duygusu puanları arasında farklılık olup olmadığını belirlemek amacıyla ilişkisiz örneklem için t-testi uygulanmış ve bu testin sonuçları Tablo 4.2'de sunulmuştur.

Tablo 4.2.Sınıf düzeyine göre sayı duygusu test puanlarını t testi sonuçları

	Sınıf	N	X	S	Sd	t	p
Sayı anlamı	7	80	2,59	1,81	193	2,305	,022*
	8	115	3,22	1,80			
Çoklu Gösterim	7	80	1,38	1,37	193	,507	,814
	8	115	1,42	1,20			
İşlemlerin sayılar üzerindeki etkisi	7	80	2,51	1,51	193	-,891	,374
	8	115	2,30	1,65			
Eşdeğer ifadeler	7	80	2,06	1,44	193	-,898	,371
	8	115	1,87	1,39			
Esnek hesaplama	7	80	2,51	1,65	193	-,891	,374
	8	115	2,30	1,51			
Sayı Duyusu Toplam	7	80	10,82	5,50	193	,568	,571
	8	115	11,27	4,88			

Analiz sonuçlarına göre, ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin sınıf düzeyine göre sayı duygusu alt boyut puanları (sayıların anlamı alt boyut puanları hariç) ve toplam puanları arasında anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Sayıların anlamı alt boyut puanları arasında ise anlamlı bir fark elde edilmiştir. 7 ve 8.sınıf öğrencilerin puan ortalamaları dikkate alındığında bu farklılığın sekizinci sınıf öğrencilerin lehine olduğu söylenebilir.

4.1.1 Ortaokul 7 ve 8.Sınıf Öğrencilerinin Performanslarının Sayı Duyusu Bileşenlerine göre İncelenmesi

Bu bölümde, ortaokul öğrencilerinin performans puanlarının sayı duygusu testinde yer alan bileşenlere göre betimsel istatistiklerine yer verilmiştir. İlk olarak, öğrencilerin her bir soruya verdikleri doğru cevap sayıları belirlenmiş ve her soru için sınıf düzeylerine göre başarı yüzdeleri ayrı ayrı hesaplanmıştır. Bu veriler incelendiğinde, sayı duygusu bileşenlerinde en düşük başarı yüzdesinin %20 ile

çoklu gösterimde, en yüksek başarı yüzdesinin ise %24,37 ile eşdeğer gösterimde olduğu tespit edilmiştir. Aşağıda, her sayı duyusu bileşenindeki maddelerin doğru cevaplanma yüzdeleri, sınıf düzeylerine göre ayrı ayrı hesaplanmış ve tablolar halinde sunulmuştur.

4.1.1.1 SAYI ANLAMı

Ortaokul öğrencilerinin sayı kavramı bileşenindeki başarı yüzdesini (% 21,14) dikkate aldığımızda bu öğrencilerin kesirler, rasyonel sayılar ve ondalık sayılarla ilgili bir takım eksikliklere sahip olduğu görülmektedir. Testin bu bileşende de sınıf düzeyi arttıkça çoğu sorudaki başarı oranı da artmaktadır. Fakat 39.soruda 8. Sınıfların başarı yüzdesinin (%7) 7. Sınıfların başarı yüzdesinden (%11,2) oldukça düşük düzeyde olduğu görülmüştür. Bu soruda $715,347+589,2+4,553$ işleminin sonucunun 13091 olarak verilmiş ve bu sonucun doğru olması için uygun yere virgöl koyularak tekrar yazılması istenmiştir. 39. Soruda 8. Sınıf öğrencilerinin başarı yüzdesinin düşük olması ilgi çekici bir bulgudur. Bu bileşendeki soruların başarı düzeyini ele aldığımızda başarının %10 un altında kalan maddelerin (3, 6, 9, 19 ve 39) kesirler ve ondalık sayılarla ilişkili olduğu tespit edilmiştir. Ortaokul öğrencilerinin özellikle kesirler ve ondalık sayılarla ilgili kavramlarda önemli eksiklikleri olduğu görülmektedir.

Tablo 4.3.Sayı Anlamı boyutuna ait doğru yanıt yüzdeleri

Sayı Bileşeneri	Duyusu	Maddeler	7.Sınıf	8.Sınıf	Ortalama
Sayı Anlamı		1	30	44,3	38,5
		3	5	6,1	5,6
		4	56,2	65,2	61,5
		6	8,8	12,2	10,8
		9	7,5	8,7	8,2
		10	11,2	13	12,3
		15	35	33,9	34,4
		18	12,5	14,8	13,8
		19	6,2	5,2	5,6
		22	18,8	33,9	27,7
		25	22,5	20,9	21,5
		29	32,5	28,7	30,3
		36	16,2	27,8	23,1
		39	11,2	7	8,7
		Ortalama	%20,64	%23,14	%21,14

4.1.1.2 ÇOKLU GÖSTERİM

Tablo 4.4’ deki verileri incelediğimizde ortaokul öğrencilerinin en çok bu bileşende zorlandıkları görülmektedir. Ortaokul öğrencilerini çoklu gösterim bileşeni ile ilgili soruları cevaplama yüzdelerinin (%20) ortalama başarı yüzdesinin (%22.16) altındadır. Bu bileşende ortaokul öğrencilerinin zorlandıkları sorular 40, 14, 31 ve 13 dur. Bu sorulardan 40.soruda 0.595, 2/4, %61, 0.3, %30.5 gibi sayıları küçükten büyüğe doğru sıralanması istenmektedir. Temel düzeyde olmasına rağmen öğrencilerin %4 civarında başarı oranının olması öğrencilerin kesirler, ondalık sayılar ve yüzdeler arasındaki ilişkileri anlamada önemli güçlüklerle sahip olduğunu göstermektedir.

Tablo 4.4.Çoklu gösterim boyutuna ait doğru yanıt yüzdeleri

Sayı Bileşeneri	Duyusu	Maddeler	7.Sınıf	8.Sınıf	Ortalama
Çoklu gösterim		7	40	56,5	49,7
		8	28,7	27	27,7
		13	18,8	15,7	16,9
		14	16,2	9,6	12,3
		30	22,5	17,4	19,5
		31	17,5	15,7	16,4
		40	3,8	4,3	4,1
		Ortalama	19,71	20,28	20

4.1.1.3 İŞLEMLERİN SAYILAR ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Ortaokul öğrencilerinin bu bileşendeki başarı yüzdesi ilk iki bileşene göre daha yüksektir. Ortaokul öğrencilerinin bu bileşendeki başarı yüzdeleri sınıf düzeyine göre % 7,7 ile % 34,4 arasında değişirken ortalama başarı yüzdesi % 23,6 dır. Bu bileşende yer alan soruların cevaplama yüzdeleri diğer bileşenlerde yer alan sorulara göre daha yüksek olmasına rağmen istenilen düzeyde olmadığı görülmektedir. Bu bileşende başarı yüzdesi en düşük olan soru 21 dir. Öğrencilerin, 21. Soru olan $54 \div 0,09$ işleminin sonucunu 54 sayısı ile karşılaştırmada büyük bir sıkıntı yaşadığı söylenebilir.

Tablo 4.5.İşlemlerin Sayılar Üzerindeki Etkisi boyutuna ait ortalama değerler

Sayı Bileşeneri	Duyusu	Maddeler	7.Sınıf	8.Sınıf	Ortalama
İşlemlerin Sayılara Üzerinden Etkisi		16	16,2	21,7	19,5
		17	32,5	30,4	31,3
		20	22,5	23,5	23,1
		21	8,8	7	7,7
		24	35	27	30,3
		27	23,8	26,1	25,1
		28	28,7	32,2	30,8
		38	35	33,9	34,4
		48	16,2	12,2	13,8
		49	17,5	20,9	19,5
		Ortalama	25,1	23	23,6

4.1.1.4 EŞDEĞER GÖSTERİM

Tablo 4.6’deki verileri incelediğimizde eşdeğer gösterim bileşeninin ortaokul öğrencilerinin başarı yüzdesinin %24,37 ile en yüksek bileşen olduğu görülmektedir. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerini içeren 23. Sorudaki doğru cevaplama yüzdesini dikkate aldığımızda bu soruda zorlandıkları söylenebilir. Bu soruda özellikle 7. Sınıf öğrencilerinin başarı yüzdesi %10’un altında kalmıştır.

Tablo 4.6.Eşdeğer Gösterim boyutuna ait ortalama değerler

Sayı Bileşeneri	Duyusu	Maddeler	7.Sınıf	8.Sınıf	Ortalama
Eşdeğer Gösterim		11	10	13,9	12,3
		23	8,8	10,4	9,7
		26	38,8	32,2	34,9
		32	47,5	40,9	43,6
		33	21,2	13	16,4
		34	31,2	20,9	25,1
		37	27,5	20	23,1
		45	28,7	26,1	27,2
		Ortalama	25,75	23,37	24,37

4.1.1.5 ESNEK HESAPLAMA

Ortaokul öğrencilerinin esnek hesaplama bileşeni için ortalama başarı yüzdesi %21,72 dir. 5, 35 43 ve 44.sorular en düşük başarı yüzdesine sahip sorulardır. Özellikle 5 ve 43.sorulardaki başarı yüzdesinin sınıf düzeylerini de dikkate alarak incelediğimizde %5,6 olduğu görülmektedir. Diğer taraftan 2.soru da ortaokul öğrencileri için en yüksek (%71,3) başarıya sahip sorudur.

Tablo 4.7.Esnek Hesaplama boyutuna ait ortalama değerler

Sayı Bileşeneri	Duyusu	Maddeler	7.Sınıf	8.Sınıf	Ortalama
Esnek hesaplama		2	70	72,2	71,3
		5	7,5	4,3	5,6
		12	38,8	42,6	41
		35	13,8	7	9,7
		41	15	15,7	15,4
		42	41,2	28,7	33,8
		43	10	2,6	5,6
		44	17,5	8,7	12,3
		46	22,5	21,7	22,1
		47	17,5	19,1	18,5
		50	10	10,4	10,3
		Average	22,81	20,9	21,72

4.2 İkinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Bu bölümde ortaokul 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin CMDA'nın alt boyutlarındaki her bir maddeye ilişkin ortalama puanları verilmiştir.

Tablo 4.8.CMDA'nın Alt Boyutlarında Yer Alan Maddelelere İlişkin Ortalama Puanlar

Boyutlar	Maddeler	Sınıf	Ortalama	Toplam
<i>Genelleştirilmiş Aritmetik</i>	C1	7	2,17	7 - 4,85 8 - 5,49 Genel ort.- 5,67
		8	2,33	
	C3	7	,83	
		8	,96	
	C7	7	,79	
		8	,94	
	C8	7	1,06	
		8	1,26	
<i>İşlevsel Düşünme</i>	C2	7	2,5	7 - 15,23 8 - 14,40 Genel ort.- 14,81
		8	2,26	
	C4	7	2,85	
		8	2,59	
	C5	7	1,20	
		8	1,47	
	C6	7	2,41	
		8	1,94	
	C10	7	1,81	
		8	1,71	
	C11	7	1,54	
		8	1,27	
	C12	7	1,56	
		8	1,53	
	C18	7	1,36	
		8	1,62	
	C9	7	1,46	7 - 5,82

İspatlama ve Genellemenin Yapma		8	1,41	8 – 6,60 Genel ort.- 6,21
	C13a	7	,50	
		8	,86	
	C14	7	,48	
		8	,85	
	C15	7	,81	
		8	1,17	
	C16	7	1,87	
		8	1,51	
	C17	7	,70	
		8	,79	
				7 – 25,91 8 – 26,49 Genel ort.- 26,2

*: CMDA'nın ortalama puanı

Tablo 4.8 incelendiğinde, ortalama değerler, her bir maddeye ilişkin 4 tam puan; toplamda ise 76 puan üzerinden değerlendirilerek, CMDA'da 7. sınıf öğrencilerinin ortalama puanı 25,91 olarak hesaplanırken 8. sınıf öğrencilerinin ortalama puanı 26,49 olarak hesaplanmıştır. Bu bağlamda öğrencilerin cebirsel muhakeme düzeylerinin düşük seviyede olduğu söylenebilir. Araştırmaya katılan öğrencilerin cebirsel muhakeme alt boyutlarından elde ettikleri ortalama puanlar incelendiğinde, geliştirilmiş aritmetik boyutunda 7. Sınıf öğrencilerinin 4,85 8. Sınıf öğrencilerinin 5,49 (16 tam puan üzerinden), işlevsel düşünme boyutunda 7. Sınıf öğrencilerinin 15,23 8. Sınıf öğrencilerinin 14,40 (32 tam puan üzerinden), ispatlama ve genelleme yapma boyutunda ise 7. Sınıf öğrencilerinin 5,82 8. Sınıf öğrencilerinin puan 6,60 (28 tam puan üzerinden) aldıkları görülmüştür. Bu verilere göre, öğrencilerin her bir boyuta ilişkin alabilecekleri maksimum puanlar üzerinden geliştirilmiş aritmetik alt boyutunda yaklaşık %35'ini, işlevsel düşünme alt boyutunda ise yaklaşık %46'unu aldıkları belirlenmiştir. Ancak, ispatlama ve genelleme yapma alt boyutunda bu oran yaklaşık %22'tür. Bu sonuçlar doğrultusunda, öğrencilerin en yüksek ortalama puanlarının işlevsel düşünme alt boyutuna ait olduğu, en düşük ortalama puanların ise ispatlama ve genelleme alt boyutuna ait olduğu görülmektedir.

Buna ek olarak CMDA'nın alt boyutlarında yer alan her bir maddeye ilişkin frekans ve yüzdeler hesaplanarak Tablo 4.10'de yer verilmiştir.

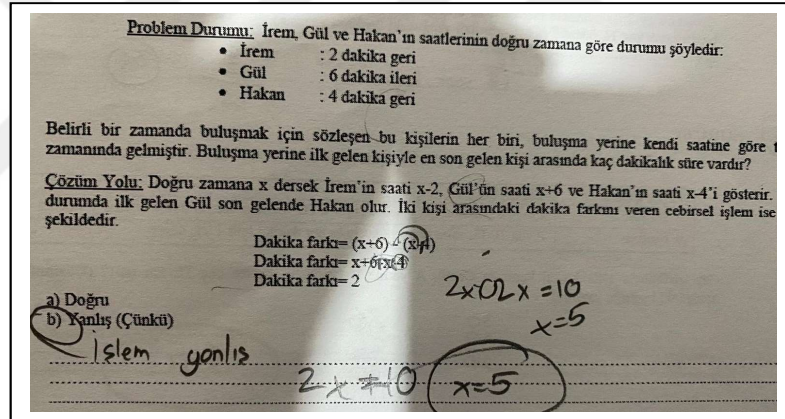
Tablo 4.9.CMDA'nın Alt Boyutlarında Yer Alan Maddelere İlişkin Yüzde ve Frekanslar

			4 Puan		3 Puan		2 Puan		1 Puan		0 Puan	
Boyutlar	Maddeler	Sınıf	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Genelleştirilmiş Aritmetik	C1	7	1	1,2	35	43,8	22	27,6	21	26,2	1	1,2
		8	7	6,1	59	51,3	23	20	18	15,6	8	7
	C3	7	4	5	1	1,2	7	8,8	33	41,2	35	43,8
		8	6	5,2	5	4,3	15	13	41	35,7	48	41,7
	C7	7	1	1,2	0	0	13	16,2	33	41,2	33	41,2
		8	7	6,1	5	4,3	15	13	35	30,4	53	46,1
	C8	7	0	0	17	21,2	12	15	10	12,5	41	51,2
		8	2	1,7	31	27	16	13,9	12	10,4	54	47
İşlevsel Düşünme	C2	7	42	52,5	3	3,8	1	1,2	21	26,2	13	16,2
		8	49	42,6	10	8,7	5	4,3	24	20,9	27	23,5
	C4	7	49	61,3	2	2,5	0	0	26	32,5	3	3,8
		8	56	48,7	10	8,7	9	7,8	26	22,6	14	12,2
	C5	7	0	0	18	22,5	14	17,5	14	17,5	34	42,5
		8	1	0,9	43	37,4	13	11,3	11	9,6	47	40,9
	C6	7	42	52,5	2	2,5	6	7,5	7	8,8	23	28,7
		8	46	40	4	3,5	6	5,2	15	13	44	38,3
	C10	7	16	20	9	11,2	21	26,2	12	15	22	27,5
		8	12	10,4	17	14,8	41	35,7	16	13,9	29	25,2
	C11	7	8	10	20	25	3	3,8	25	31,2	24	30
		8	13	11,3	21	18,3	6	5,2	18	15,7	57	49,6
	C12	7	0	0	36	45	2	2,5	13	16,2	29	36,2
		8	1	0,9	36	31,3	26	22,6	12	10,4	40	34,8
	C18	7	2	2,5	30	37,5	1	1,2	9	11,2	38	47,5
		8	7	6,1	37	32,2	17	14,8	14	12,2	40	34,8
İspatlama ve Genelleme Yapma	C9	7	5	6,2	15	18,8	18	22,5	16	20	26	32,5
		8	8	7	14	12,2	29	25,2	30	26,1	34	29,6
	C13a	7	3	3,8	3	3,8	2	2,5	15	18,8	57	71,2
		8	8	7	12	10,4	4	3,5	23	20	68	9,1
	C14	7	4	5	3	3,8	2	2,5	9	11,2	62	77,5
		8	6	5,2	16	13,9	11	9,6	4	3,5	78	67,8
	C15	7	8	10	0	0	8	10	17	21,2	47	58,8
		8	15	13	6	5,2	11	9,6	35	30,4	48	41,7
	C16	7	29	36,2	5	6,2	4	5	11	13,8	31	38,8
		8	18	15,7	21	18,3	9	7,8	21	18,3	46	40
	C17	7	7	8,8	2	2,5	6	7,5	10	12,5	55	68,8
		8	11	9,6	5	4,3	9	7,8	14	12,2	76	66,1

Tablo 4.9 incelendiğinde, araştırmada 4 tam puanın en fazla alındığı sorunun C4 olduğu (7. Sınıf %61,3; 8.sınıf %48,7), en az puanın alındığı sorunun ise C5 ve C12 olduğu (7. Sınıf %0; 8.sınıf %0,9) Ayrıca 7. Sınıf öğrencilerinde en az puan alan sorular arasında C8'in olduğu da (%0) görülmüştür. 3 puanın en fazla alındığı soru C1 (7. Sınıf %43,8; 8.sınıf %51,3) iken, en az puanın alındığı soruların 7.sınıf öğrencilerinde ise C7 ve C15 olduğu (%0) 8.sınıf öğrencilerinde ise C6 olduğu (%3,5) tespit edilmiştir. Benzer şekilde, 2 puanın en fazla alındığı soru C10 (7. Sınıf %26,2; 8.sınıf %35,7) iken, en az alındığı soruların 7. Sınıf öğrencilerinde C4 (%0) ve 8.sınıf öğrencilerinde C13a olduğu (%3,5) belirlenmiştir. 1 puanın en fazla alındığı sorunun C3 (7. Sınıf %41,2; 8.sınıf %35,7) iken, , en az alındığı soruların 7. Sınıf öğrencilerinde C6 (%8,8) ve 8.sınıf

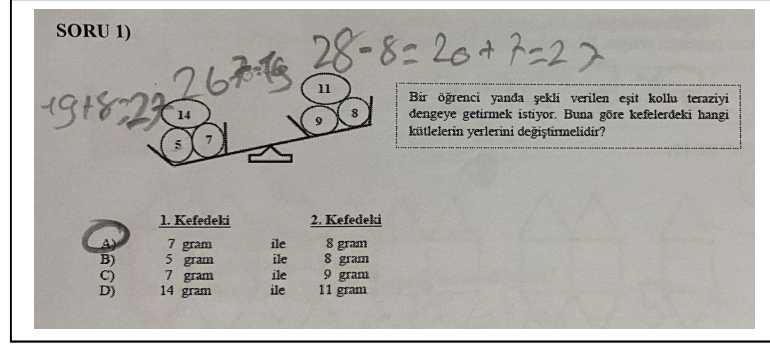
öğrencilerinde C14 olduğu (%3,5) görülmüştür. Öğrencilerin hiçbir yargıda bulunamama ve çözüm geliştirememelerini ifade eden 0 puanın ise en fazla alındığı sorunun C14 (7. Sınıf %77,5; 8.sınıf %67,8), en az alındığı sorunun ise C1 olduğu (7. Sınıf %1,2; 8.sınıf %7) belirlenmiştir. Bu çerçevede, öğrencilerin CMDA'daki her bir maddeden aldıkları puanlar analiz edildiğinde, puanların tek bir boyutta toplanmadığı ve her bir boyutta yer alan maddelerden hem en yüksek hem de en düşük puanların elde edildiği tespit edilmiştir.

Bu bölümde ayrıca, araştırmaya katılan öğrencilerin CMDA'nın alt boyutlarına ait en düşük ve en yüksek ortalama puanlara sahip maddelerle ilgili çözümlerin alıntıları sunulmuştur. Tablo 4.8 incelendiğinde, genelleştirilmiş aritmetik alt boyutunda en düşük ortalama puanın C7'e (7. Sınıf ,79puan; 8.sınıf ,94 puan); en yüksek ortalama puanın ise, C1'e (7. Sınıf 2,17 puan; 8.sınıf 2,33 puan); ait olduğu belirlenmiştir. Şekil 1'te C7 ve Şekil 2'te C1'e ilişkin alıntılara yer verilmiştir.



Fotograf4.1.C7'e ilişkin öğrenci çözüm stratejisi

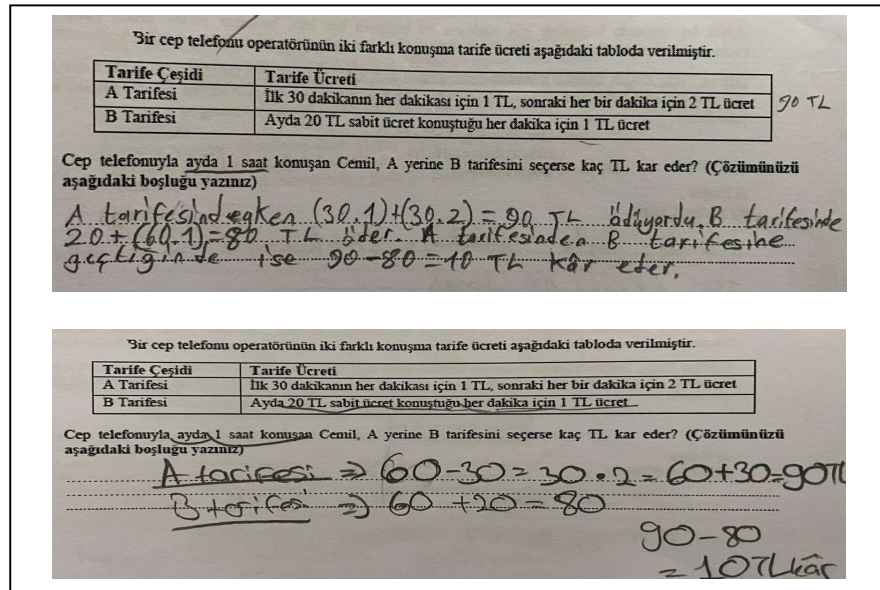
Alıntıya bakıldığında, öğrencilerin genellikle tam sayılarla işlem yaparken hatalar yaptığı ve sayıların cebirsel işleyişini yeterince dikkate almadıkları tespit edilmiştir. Bu bulgu, öğrencilerin cebirsel akıl yürütme becerilerindeki eksiklikleri ve aritmetiksel düşünce ile cebirsel düşünce arasındaki bağlantının zayıflığını göstermektedir. Aşağıda, aynı alt boyut içerisindeki miktarlar arasındaki ilişkiyi araştırmaya yönelik en yüksek ortalama puana sahip C1 sorusuna dair alıntı sunulmuştur:



Fotograf 4.2.C1'e ilişkin öğrenci çözüm stratejisi

Şekil 2'deki alıntı incelendiğinde, öğrencilerin miktarlar arasındaki ilişkiyi ifade etmek için eşitliği kolaylıkla keşfettileri, dengeyi sağlamak için genellikle deneme yanılma yöntemiyle çözüme ulaştıkları gözlemlenmiştir. Ancak, öğrencilerden bir kısmının kefelerdeki miktarlar arasındaki farktan yola çıkarak çözüme ulaştıkları görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin işlevsel düşünme yeteneklerinin güçlendirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

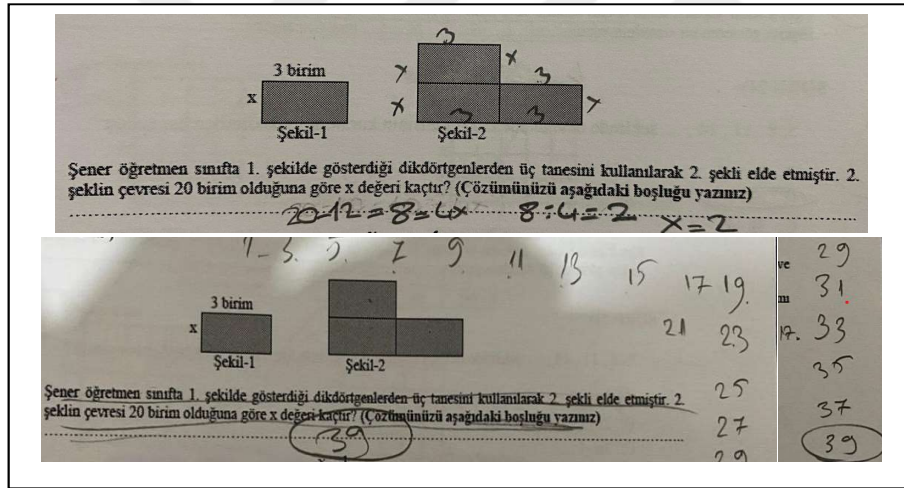
Tablo 4.8 incelendiğinde işlevsel düşünme alt boyutunda, en düşük ortalama puanın C5'e (7. Sınıf 1,20 puan; 8.sınıf 1,47 puan); en yüksek ortalama puanın ise, verileri ve değişkenleri grafiklerle temsil etmeyi içeren C4'e (7. Sınıf 2,85 puan; 8.sınıf 2,59 puan); ait olduğu görülmektedir. Bu bulgular, işlevsel düşünme becerilerinin farklı alt boyutlarının öğrenciler arasında değişen seviyelerde geliştiğini ortaya koymaktadır. Şekil 3'te C5'e ilişkin alıntılara yer verilmiştir.



Fotograf 4.3. C5'e ilişkin öğrenci çözüm stratejileri

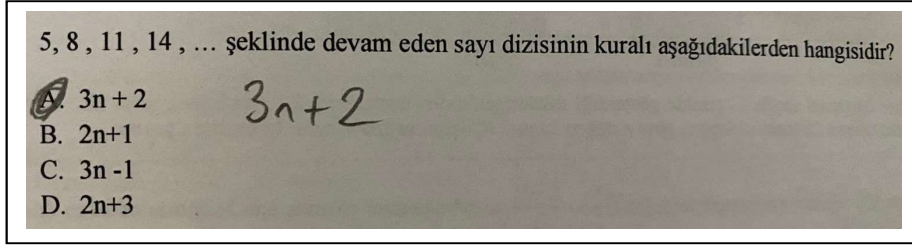
Şekil 3'teki alıntı incelendiğinde, bazı öğrencilerin çözüm sürecinde doğru cebirsel yaklaşım kullanılarak doğru sonuca ulaştıkları tespit edilmiştir. Diğer taraftan, bazı öğrencilerin ise değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkiyi bulma sürecinde sayıların cebirsel işleyişine kısmen yer verdikleri ve yine doğru sonuca ulaştıkları gözlenmiştir. Bu tür sorularda, öğrencilerin büyük bir kısmının, farklı değişkenler arasındaki ilişkilere dayanarak sonuca ulaşmaları gerektiği halde genellikle bu aşamada zorlandıkları ve herhangi bir çıkarım yapmadıkları görülmüştür.

İspatlama ve genelleme yapma alt boyutunda yer alan maddelere ilişkin Tablo 4.8 incelendiğinde, en düşük ortalama puanın C14'e (7. Sınıf 0,48 puan; 8.sınıf 0,85 puan) ait olduğu; en yüksek ortalama puanın ise C16'ya (7. Sınıf 1,87 puan; 8.sınıf 1,51 puan) ait olduğu görülmektedir. Şekil 4'te ise C14'e ilişkin alıntıya yer verilmiştir.



Fotograf 4.4.C14'e ilişkin öğrenci çözüm stratejileri

Şekil 4'teki alıntıları gözlemlediğimizde, öğrencilerin bir kısmının C14 problemine çözüm bulmada sadece birkaçının bilinmeyenini değerini bulmak için denklem kullandığını, bazı öğrencilerin ise örüntülerden yararlanarak çözüme ulaşmak istediklerini fakat soruyu tam anlamadıkları için sonuca ulaşamadıklarını, çoğunluğun ise bu soruyu cevapsız bıraktığını tespit ettik. Öğrencilerin CMDA'da bu soruyu en fazla cevapsız bırakmaları, onların ispatlama ve genelleme yapma becerileriyle ilgili olarak açık uçlu sorularda zorlandıklarını ortaya koyuyor.



Fotograf 4.5.C16'ya ilişkin öğrenci çözüm stratejisi

Şekil 5'teki alıntılar gözlemlediğimizde, C16'nın en yüksek ortalama puana sahip olmasına rağmen, öğrencilerin matematiksel bir süreci genelleme konusunda güçlük çektikleri ve genellikle doğru cevaba ulaşmak için seçenekleri elemeyi tercih ettikleri görüldü. Bu durum öğrencilerin, C14'teki gibi açık uçlu sorularda gösterdikleri düşük başarının aksine C16'daki gibi çoktan seçmeli bir soruda daha fazla başarılı olduklarını göstermektedir.

4.3 Üçüncü Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Öğrencilerin sayı duyusu becerileri, cebirsel muhakeme yetenekleri ve matematik başarıları arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla bir korelasyon analizi gerçekleştirilmiştir. SDT alt boyutları ile CMDA alt boyutları ve matematik başarıları arasındaki ilişkiler, Pearson Korelasyon katsayısı kullanılarak hesaplanmıştır. Elde edilen korelasyon değerleri Tablo 4.10'de sunulmuştur.

Tablo 4.10.Korelasyon Analizi Sonuçları

	1	2	2-a	2-b	2-c	3	3-a	3-b	3-c	3-d	3-e
1-Matematik_Basari	1	,842**	,623**	,781**	,721**	,706**	,547**	,488**	,444**	,507**	,454**
2-Cebir_Toplam		1	,722**	,915**	,877**	,750**	,526**	,544**	,476**	,561**	,378**
<i>a- Genelleştirilmiş_artimetik</i>			1	,521**	,584**	,471**	,339**	,352**	,270**	,315**	,282**
<i>b-İşlevsel_düşünme</i>				1	,652**	,700**	,515**	,468**	,478**	,511**	,456**
<i>c- İspat_genelleme</i>					1	,676**	,436**	,538**	,395**	,542**	,366**
3-Sayı_Duyusu_Toplam						1	,692**	,685**	,659**	,662**	,676**
<i>a- Sayıların Anlamı</i>							1	,470**	,291**	,255**	,276**
<i>b- Çoklu Gösterim</i>								1	,283**	,374**	,264**
<i>c- İşlemlerin Sayılar Üzerine Etkisi</i>									1	,281**	,241
<i>d- Eşdeğer İfadeler</i>										1	,362
<i>e-Esnek Hesaplama</i>											1

****p<.01**

Yukarıda verilen Tablo 4.10 incelendiğinde, SDT başarı puanları ile CMDA başarı puanları arasındaki korelasyon katsayısı $r=0,75$; SDT ile Matematik Başarı puanları arasında $r=0,70$; CMDA ile Matematik Başarı puanları arasında ise $r=0,84$ olarak hesaplanmıştır. Korelasyon katsayıları, 0.25'in altındaki değerler zayıf, 0.25 ile 0.50 arasındaki değerler orta, 0.50'nin üzerindeki değerler ise güçlü bir ilişki olarak değerlendirilmiştir(Cohen, 1992). Bu bağlamda Sayı Duyusu Becerisi, Cebirsel Muhakeme Becerisi ve Matematik Başarısı arasındaki korelasyonların tamamının 0.1 anlamlılık düzeyinde, pozitif yönde ve güçlü olduğu görülmektedir. CMDA'nın alt boyutları arası ilişkiler incelendiğinde en yüksek ilişki işlemsel düşünme ile ispat genelleme arasında mevcut iken en düşük ilişki genelleştirilmiş aritmetik ile işlevsel düşünme arasında gözlenmiştir. SDT bileşenleri arası ilişkiler incelendiğinde en yüksek ilişki sayıların anl. am. ile çoklu gösterim arasında mevcut iken en düşük ilişki işlemlerin sayılar üzerine etkisi ile esnek hesaplama arasında gözlenmiştir.

4.4 Dördüncü Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Öğrencilerin Sayı Duyusu Becerilerinin alt boyutları ile Cebirsel Muhakeme Becerileri alt boyutlarının, Matematik Başarılarını yordama gücünü test etmek amacıyla hiyerarşik regresyon analizi yapılmıştır. Yapılan bu analize öncelikle cebirsel muhakeme alt boyutları daha sonra sayı duyusu becerisi alt boyutları sırayla eklenmiştir. Yapılan analiz sonucunda elde edilen bulgular Tablo 4.11'de verilmiştir.

Tablo 4.11.Hiyerarşik Regresyon Analizi Sonuçları (n=290)

		β	Std. Hata	Std. B	t	F
1	Sabit	25,869	3,420		7,565**	
	Genelleştirilmiş aritmetik	6,188	,586	,623	10,554**	111,381**
	Model: R ² = .388					
2	Sabit	8,929	2,852		3,120**	
	Genelleştirilmiş aritmetik	2,947	,503	,296	5,862**	180,652**
	İşlevsel düşünme	2,273	,184	,626	12,387**	
	Model: R ² = .674					
3	Sabit	12,578	2,798		4,495**	142,876**
	Genelleştirilmiş aritmetik	2,009	,513	,202	3,914**	
	İşlevsel düşünme	1,788	,201	,493	8,896**	
	İspat genelleme	1,377	,289	,278	4,758**	
	Model: R ² = .711					
4	Sabit	10,824	2,793		3,875**	114,608**
	Genelleştirilmiş aritmetik	1,956	,502	,97	3,897**	
	İşlevsel düşünme	1,590	,207	,438	7,687**	
	İspat genelleme	1,255	,286	,254	4,393**	
	Sayıların anlamı	1,944	,637	,144	3,052**	
	Model: R ² = .726					

5	Sabit	10,825	2,801		3,865**	91,207**
	Genelleştirilmiş aritmetik	1,955	,503	,197	3,885**	
	islevsel düşünme	1,585	,208	,437	7,613**	
	ispat genelleme	1,232	,299	,249	4,118**	
	sayıların anlamı	1,897	,664	,140	2,859**	
	çoklu gösterim	,254	,968	,013	,263	
Model: R ² = .726						
6	Sabit	10,382	2,876		3,609**	75,858**
	genelleştirilmiş aritmetik	1,929	,505	,194	3,817**	
	islevsel düşünme	1,564	,211	,431	7,427**	
	ispat genelleme	1,207	,302	,244	4,001**	
	sayıların anlamı	1,910	,665	,141	2,873**	
	çoklu gösterim	,226	,970	,012	,231	
işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi						
Model: R ² = .727						
7	Sabit	9,733	2,909		3,345**	65,599**
	genelleştirilmiş aritmetik	1,976	,505	,199	3,910**	
	islevsel düşünme	1,494	,216	,412	6,905**	
	ispat genelleme	1,089	,313	,220	3,473**	
	sayıların anlamı	1,988	,666	,147	2,986**	
	çoklu gösterim	,104	,972	,005	,107	
işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi						
eşdeğer ifadeler						
Model: R ² = .730						
8	Sabit	9,294	2,949		3,152**	57,455**
	genelleştirilmiş aritmetik	1,986	,506	,200	3,927**	
	islevsel düşünme	1,445	,223	,398	6,478**	
	ispat genelleme	1,071	,314	,216	3,408**	
	sayıların anlamı	1,960	,667	,145	2,941**	
	çoklu gösterim	,093	,972	,005	,095	
işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi						
eşdeğer ifadeler						
esnek hesaplama						
Model: R ² = .731						
Bağımlı Değişken: matematik_basari ** p<0,01 * p<0,05						

Tablo 4.11 incelendiğinde, yapılan regresyon analizi sonucunda, analize hiyerarşik olarak dahil edilen bağımsız değişkenlerin, bağımlı değişkenin yüzde kaçını açıkladığına dair sonuçlar 1.düzye $R^2 = .38$, 2.düzye $R^2 = .67$, 3.düzye $R^2 = .71$, 4. Düzye $R^2 = .72$, 5.düzye $R^2 = .72$, 6.düzye $R^2 = .72$, 7. Düzye $R^2 = .73$ ve 8. Düzye $R^2 = .73$ olarak hesaplanmıştır. Ayrıca tüm düzeyler için elde edilen F değerleri $p<0,01$ için anlamlı bulunmuştur. Bu bağlamda Sayı Duyusu Becerisi ve Cebirsel Muhakeme Becerisini oluşturan alt boyutların Matematik Başarısına ilişkin varyansı açıklama oranlarının anlamlı olduğu söylenebilir (Tabachnick & Fidell, 2007). Nitekim tüm bağımsız değişkenlerin yer aldığı 8.düzye için $R^2 = .73$ olarak hesaplanmıştır. Bu bağlamda Matematik Başarı puanlarındaki varyansın %73'ü Sayı Duyusu ve Cebirsel Muhakeme Becerisi alt boyutları tarafından açıklanabilmektedir.

Tabloya ilişkin elde edilen bulgular kendi içlerinde değerlendirildiğinde, regresyon analizinin son düzeyi olan 8. Düzeyin; bağımlı değişken üzerinde bağımsız değişkenlerin etkisinin birbirlerine göre kontrol edildiği düzey olması sebebiyle, bu düzeyde yer alan 4 alt boyutun Matematik Başarısının anlamlı bir yordayıcısı olduğu söylenebilir. Bu boyutlar, genelleştirilmiş aritmetik ($\beta = .20$, $p < .01$), işlevsel düşünme ($\beta = .39$, $p < .01$), ispat ve genelleme ($\beta = .21$, $p < .01$) ve sayıların anlamı ($\beta = .14$, $p < .01$) alt boyutlarıdır. Bu alt boyutların Matematik Başarısını anlamlı ve pozitif yönde yordadıkları göz önüne alındığında; bu değişkenlerin matematik başarıları için önemli oldukları söylenebilir.

Hiyerarşik regresyon analizi ile elde edilen bu sonucun, korelasyon analizi ile elde edilen sonuçla tamamen aynı olmamakla birlikte, kısmen tutarlı olduğu söylenebilir. Örneğin Sayı Duyusu Becerisinin alt boyutu olan çoklu gösterim ile Matematik Başarısı arasındaki korelasyon analizi sonucu elde edilen anlamlı ve pozitif yönlü ilişki ($r = .48$, $p < .01$) regresyon analizinde elde edilmemiştir. Yine benzer şekilde Sayı Duyusu Becerisini alt boyutu olan işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi ile Matematik Başarısı arasında korelasyon analizi ile elde edilen anlamlı ve pozitif yönde ($r = .44$, $p < .01$) ilişki regresyon analizi ile elde edilmemiştir. Bu durumun sebebi olarak regresyon analizinde, korelasyondan farklı olarak analize dahil edilen bağımsız değişkenlerin birbirleriyle olan ilişkilerinin de kontrol ediliyor olması düşünülmektedir. Regresyon analizinin, her bir değişkenin bağımsız olarak diğer değişkenlerle ilişkisinin incelendiği korelasyon analizine kıyasla, daha farklı ve güvenilir sonuçlar sunduğu düşünülmektedir. (Tabachnick & Fidell, 2007).

Araştırmada elde edilen bulgulara ilişkin Tablo 4.11’de 8. Düzeyde yer alan modelde öğrencilerin Matematik Başarı puanlarındaki varyansın %73’ünün Sayı Duyusu Becerisi alt boyutları ve Cebirsel Muhakeme Becerisi alt boyutları tarafından açıklandığı görülmüştür. Bu sonuçlara göre, Sayı Duyusu Becerisi ile Cebirsel Muhakeme Becerisinin, Matematik Başarısını yordayan değişkenlerden olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

5. TARTIŞMA

Bu çalışmada, ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu ve cebirsel muhakeme becerileri detaylı bir şekilde incelenmiş; bu iki beceri arasındaki ilişkinin yanı sıra, bu becerilerin matematik başarısını ne ölçüde yodayabileceği araştırılmıştır. Elde edilen bulgular, literatürdeki benzer çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırılarak tartışılmış ve bu doğrultuda öneriler sunulmuştur.

7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusuna ilişkin elde edilen sonuçlar incelendiğinde, SDT başarı ortalamasının %11 olduğu görülmüştür. Bu sonuç, Akkaya (2016) tarafından ortaokul öğrencileriyle yapılan çalışmada elde edilen %24'lük SDT başarı ortalaması ile karşılaştırıldığında oldukça düşüktür. Benzer şekilde, Harç (2011) tarafından yapılan çalışmada öğrencilerin SDT başarı ortalaması da %11 olarak rapor edilmiştir. Yang ve Lin (2015) ise, öğrencilerin SDT başarı ortalamasını %20 olarak tespit etmiştir. Çağlar (2021) tarafından 8. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen çalışmada ise, SDT başarı ortalaması %32 olarak bulunmuştur. Bu veriler, öğrencilerin sayı duyusu becerilerinin genel olarak düşük seviyede olduğunu ve bu becerilerin geliştirilmesi gerektiğini göstermektedir. (Kalaycı vd., 2023; Er ve Artut, 2018; Verschaffel vd., 2007; Kartal, 2016; Markovits ve Sowder, 1994; McIntosh vd., 1997; Peker, 2019; Reys vd., 1999; Van den Heuvel-Panhuizen, 2001; Verschaffel, Singh, 2015; Yapıcı ve Kayhan Altay, 2017; Yoshikawa, 1994). Bu durum, öğrencilerin sayı kavramlarını anlama, sayısal ilişkileri değerlendirme ve matematiksel tahmin yapma gibi becerilerde yetersiz olduklarını göstermektedir (Kalaycı vd., 2023; Şengül & Gülbağcı, 2013; Menon, 2004; Yang, 2003; Yang, 2008; Singh, 2009; Harç, 2010).

Yapılan analizler, öğrencilerin sayı duyusu becerilerini kullanarak doğru cevaba ulaşmada yetersiz kaldıklarını ve özellikle çoktan seçmeli sorularda deneme-yanılma yöntemine başvurdıklarını ortaya koymuştur (Kalaycı vd., 2023). Bu bulgu, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde genellikle kural bazlı stratejilere yöneldiklerini ve akıl yürütme yerine doğrudan sonuca odaklandıklarını göstermektedir. Öğrencilerin, okulda öğrendikleri kurallara bağımlı kalmaları ve bu kuralların ötesine geçememeleri, onların yaratıcı ve esnek düşünme becerilerini sınırlamaktadır. Bu durum, literatürdeki benzer çalışmalarla uyumlu bir şekilde,

öğrencilerin etkili stratejiler geliştirmekte zorlandıklarını yansıtmaktadır (Kalaycı ve diğerleri, 2023; Şengül & Gülbağcı, 2013; Menon, 2004; Yang, 2003; Yang, 2008; Singh, 2009; Harç, 2010). Bu bulgular, öğrencilerin matematiksel problemlerde esnek düşünme ve yenilikçi çözüm yöntemleri geliştirme konusunda yeterince desteklenmediğini ortaya koymaktadır. Öğrencilerin sayı duygusu testlerinde esnek çözüm yöntemlerini uygulayamamaları, sayı hissi öğretimine daha fazla önem verilmesi gerektiğini açıkça ortaya koymaktadır (Şengül & Gülbağcı, 2013). Bu bulgu, matematik öğretim programlarının, öğrencilerin sayı hissini geliştirmeye yönelik daha kapsamlı ve hedef odaklı stratejiler içermesi gerektiğini göstermektedir. Matematiksel düşünmenin temelini oluşturan sayı hissi, öğrencilerin hem akademik başarıları hem de günlük yaşam becerileri açısından kritik öneme sahiptir (Gersten & Chard, 1999; McIntosh, Reys & Reys, 1992; Yang, 2005). Bununla birlikte, öğrencilerin düşük sayı duygusu becerilerinin nedenleri arasında, öğretmenlerin bu beceriyi nasıl geliştirecekleri konusunda yeterli bilgiye sahip olmamaları ve kendi sayı duygusu becerilerinin yetersiz olduğunu hissetmeleri önemli bir faktör olarak görülmektedir (Yang, Reys & Reys, 2009). Clark ve Peterson (1986), öğretmenin sayı duygusu becerilerinin yetersiz olduğu durumlarda, bu becerileri öğrencilere etkili bir şekilde aktarmasının mümkün olmayacağını belirtmişlerdir. Nitekim, literatürde yer alan çalışmalar (Anghileri, 2006; McIntosh, Reys & Reys, 1997) öğretmenlerin, öğrencilerin sayı hissini gelişiminde merkezi bir rol oynadığını ve bu süreçte büyük bir sorumluluk taşıdığını vurgulamaktadır. Bu nedenle, öğretmenlerin, öğrencilerin sayı duygusu becerilerini geliştirmelerine yardımcı olacak etkili öğretim yöntemleri ve stratejiler konusunda derinlemesine bir eğitim almaları gerekmektedir. Böyle bir eğitim süreci, öğretmenlerin kendi sayı duygusu becerilerini de güçlendirecek, bu sayede bu becerileri öğrencilere daha verimli bir şekilde aktarabilmelerini mümkün kılacaktır. Bu tür bir yaklaşım, öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına, problem çözme süreçlerinde daha yaratıcı ve esnek stratejiler geliştirmelerine de katkı sağlayacaktır (Gersten & Chard, 1999; Yang, 2005; Anghileri, 2006; McIntosh, Reys & Reys, 1992).

Çalışma sonuçlarına göre, öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerinin orta düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Bu durumun altında yatan birçok sebep arasında, öğrencilerin cebirle ilgili deneyimlerinin erken yaşlarda başlamaması önemli bir faktör olabilir (Kaya, Kesan, İzgiol & Erkus, 2016). Bazı araştırmacılar, öğrencilere cebirsel muhakeme becerilerini küçük yaşlardan itibaren kazandırmanın önemli olduğunu vurgulamışlardır, ancak bunun uygun yöntemlerle yapılması gerektiğini belirtmişlerdir (Kieran, 2004; Yackel, 1997). Literatürde, cebirsel muhakeme ve cebir öğrenimi için okul öncesi dönemden başlayıp 12 yaşına kadar olan süreçte matematik müfredatının kritik önem taşıdığına dair bulgular mevcuttur (Blanton & Kaput, 2005; Jacobs, Franke, Carpenter, Levi & Battey, 2007). Bu nedenle, öğrencilere cebirsel muhakeme yeteneklerini geliştirebilecekleri fırsatlar sunulmalıdır.

Cebirsel muhakeme sonuçları incelendiğinde, öğrencilerin en yüksek ortalama puanlarını fonksiyonel düşünme alt boyutunda, en düşük ortalama puanlarını ise genelleştirilmiş aritmetik alt boyutunda elde ettikleri belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin genelleştirilmiş aritmetik alt boyutundaki CMDT sorularına yanıt vermemeyi tercih etmeleri, bu alanda açık uçlu soruları yanıtlamada zorluk yaşadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin cebirsel düşünme ve muhakeme etme becerilerinin yanı sıra cebirsel işlemleri doğru ve etkin bir şekilde yürütme yeteneklerinin yetersiz olduğu belirlenmiştir (Kaya & Keşan, 2014). Bu durum, öğrencilerin matematiksel bilgileri farklı kavramlar arasında ilişkilendirmekte zorlandıklarını ve bu bilgileri günlük yaşam durumlarıyla bağlantı kurmada yeterli düzeyde kullanamadıklarını göstermektedir. Öğrencilerin cebirsel kavramları derinlemesine anlamakta ve bu kavramları pratik uygulamalarla bütünleştirmekte yaşadıkları güçlükler, genel matematiksel başarılarını olumsuz yönde etkilemektedir. Bu güçlüklerin başlıca sebeplerinden biri, öğrencilerin erken yaşlarda edindikleri cebir öğrenme deneyimlerinde yatmaktadır (Kaya vd., 2016). Bazı araştırmacılar, öğrencilerin erken yaşlarda cebirsel muhakeme becerilerini kazandırmanın faydalı olduğunu, ancak bu sürecin yalnızca uygun yöntem ve tekniklerle gerçekleştirilebileceğini ifade etmektedir (Kieran, 2004; Yackel, 1997). Bu bağlamda, etkili cebir öğretim yöntemlerinin ve stratejilerinin kullanımı,

öğrencilerin cebirsel kavramları anlamalarını ve uygulama becerilerini geliştirmeleri açısından kritik öneme sahiptir. Öğrencilere cebir öğretirken, öğrenme ortamlarının çeşitlendirilmesi ve anlamlı öğrenmeyi destekleyecek etkinliklerin kullanılması, özellikle okul öncesinden itibaren 12 yaşına kadar olan süreçte matematik müfredatının içeriğinin cebirsel muhakeme ve cebir öğrenimi açısından kritik bir rol oynadığını ortaya koymaktadır (Blanton & Kaput, 2005; Jacobs et al., 2007). Bu yaklaşımlar, öğrencilerin cebirsel kavramları derinlemesine anlamalarını ve bu bilgileri etkili bir şekilde uygulamalarını sağlamak için gereklidir.

Yapılan analizler sonucunda, SDT başarı puanları ile CMDA başarı puanları arasında korelasyonlar, $r=0,75$; SDT başarı puanları ile Matematik Başarı puanları arasında $r=0,70$; CMDA ile Matematik Başarı puanları arasında ise $r=0,84$ olarak bulunmuştur. Bu korelasyon değerleri, sayısal düşünme becerisi ile kavramsal düşünme becerisi ve matematiksel başarı arasında güçlü bir ilişki olduğunu göstermektedir. Literatürde yer alan çalışmalarda benzer şekilde sayı duygusu ile matematiksel başarı arasında pozitif bir ilişki bulunmuşlardır (Er ve Artut, 2016 ;Yapıcı ve Kayhan Altay, 2017; Kalaycı ve diğerleri, 2023).

CMDA'nın alt boyutları incelendiğinde, en yüksek ilişki işlemsel düşünme ile ispat-genelleme arasında gözlemlenmiştir. Bu durum, matematiksel düşünmenin temel bileşenlerinin birbirini desteklediğini ve işlemsel düşünmenin, soyut-genelleme yapabilme yeteneği ile doğrudan ilişkili olduğunu göstermektedir. Diğer yandan, genelleştirilmiş aritmetik ile işlevsel düşünme arasındaki düşük ilişki, bu iki kavramın farklı bilişsel süreçler gerektirdiğini düşündürmektedir. Hut (2019), matematiksel kavramların öğrenilmesinde bu tür farklılıkların önemine vurgu yapmıştır.

SDT bileşenleri arasında ise en yüksek ilişki sayıların anlamı ile çoklu gösterim arasında gözlenmiştir. Bu bulgu, sayıların çeşitli şekillerde temsil edilmesinin, sayı duygusunu geliştirmede kritik bir rol oynadığını göstermektedir. Bu sonuç, İymen (2012) ve Bayram ile Duatepe Paksu (2014) tarafından da desteklenmektedir; bu çalışmalarda çoklu gösterimlerin, öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına yardımcı olduğu belirtilmiştir. Öte yandan, işlemlerin sayılar üzerindeki etkisi ile esnek hesaplama arasındaki düşük ilişki,

öğrencilerin sayısal işlemlerle ilgili esnek düşünme becerilerini geliştirmelerinin zor olduğunu göstermektedir.

Bulgular, öğrencilerin sayı duyusu becerilerinin cebirsel muhakeme becerileri üzerinde belirgin bir yordayıcı etkisi olduğunu ortaya koymaktadır. Bu durum, cebirsel muhakemenin temellerinin sayı kavramı ve sayı duyusuna dayandığını göstermektedir. Cebirsel muhakeme ile sayı duyusu arasındaki ilişkiye odaklanan araştırmalar, öğrencilerin cebirsel düşünme yeteneklerini geliştirmeleri için sayı kavramını derinlemesine anlamalarının önemini vurgulamaktadır (Yenilmez & Teke, 2008). Ayrıca, cebirin temelinin aritmetik bilgisi olduğu ve bu bilginin tam olarak öğrenilmesinin gerekliliği de vurgulanmaktadır (Van Amerom, 2002). Mevcut çalışma da, sayı duyusu ile matematik başarısı arasında pozitif bir ilişki olduğunu göstermekte ve bu durum ilgili literatürde de desteklenmektedir (Harç, 2010; Kayhan Altay, 2010; Mohamed ve Johnny, 2010; Şengül ve Gülbağcı, 2012; Yang ve diğerleri, 2008).

Bu bağlamda, sayı duyusu ve cebirsel muhakemesi gelişmiş bir öğrencinin yüksek düzeyde matematik başarısına ulaşacağı sonucuna varılabilir. Literatürde, cebirsel muhakeme becerisinin matematik başarısında kritik bir rol oynadığı ve bu becerinin etkili bir şekilde kullanılması gerektiği ifade edilmektedir (Kaya ve Keşan, 2014; Kaya vd., 2016; Kieran ve Chalouh, 1993; Nathan ve Koellner, 2007). Ross (1998), cebirsel muhakeme yeteneği gelişmemiş öğrencilerin matematiği yalnızca belirli kurallara uyarak uygulanan bir hesaplama koleksiyonu olarak algılayacaklarını belirtmektedir. Bu nedenle, öğretmenlerin öğrencilere cebir anlayışlarını en üst düzeye çıkaracak eğitim sunmaları önemlidir (Kitt ve Leitze, 1992).

Son araştırma sorusunun bulgularına bakıldığında, öğrencilerin Matematik Başarı puanlarındaki varyansın %73'ünün Sayı Duyusu Becerisi alt boyutları ve Cebirsel Muhakeme Becerisi alt boyutları tarafından açıklandığı görülmüştür. Bu sonuçlara göre, Sayı Duyusu Becerisi ile Cebirsel Muhakeme Becerisinin, Matematik Başarısını yordayan değişkenlerden olduğu sonucuna ulaşılmıştır. sayı duyusu becerisi ile matematiksel konular arasında güçlü bir bağlantı olduğu ortaya konmuştur. Çeşitli çalışmalar (Şengül ve Gülbağcı, 2012; İymen, 2012; Bayram ve Duatepe Paksu, 2014; Er ve Artut, 2016; Yapıcı ve Kayhan Altay, 2017; Hut, 2019)

bu ilişkiyi desteklemektedir. Matematik eğitiminde, sayı duyusuna daha fazla odaklanmanın, öğrencilerin matematiksel başarı düzeylerini artıracakı öngörülmektedir (Karakoç, 2022). Bu nedenle, sayı duyusu geliştirme faaliyetlerinin, matematik öğrenim sürecinde önemli bir rol oynadığı söylenebilir.

Sayı duyusu performansının incelendiği çalışmalarda, sayı duyusu becerisi yüksek olan bireylerin matematik performanslarının da yüksek olduğu görülmektedir. Bu durum, sayı duyusu ile matematik başarısı arasında pozitif bir ilişki olduğu şeklinde yorumlanabilir. Yüksek sayı duyusu, bireylerde matematiğe karşı olumlu bir bakış açısı kazandırarak, matematiksel özgüvenlerini artırabilir. Waldera'nın (2018) yaptığı çalışma, sayı duyusu becerisinin yüksek olmasının, bireylerin matematiğe yönelik özgüvenlerini geliştirdiğini göstermektedir. Matematiksel yorumlama yeteneği gelişen bireylerin, işlemleri gerçekleştirme konusundaki inançlarının artması, performanslarını da önemli ölçüde etkilemektedir. Bu performans artışı, sayıların yorumlanmasındaki başarı ile ilişkilidir; bu durum Westbrook'un (2019) çalışmasında da desteklenmektedir. Ayrıca, matematiğin sadece eğitimle kazanılamayacağı, çevresel faktörlerin de büyük öneme sahip olduğu, yapılan araştırmalarda gözlemlenen bir başka önemli noktadır.

Sayı kullanımı becerisi ile matematik başarısı arasında pozitif bir ilişki olduğu da gözlemlenmektedir. Bu ilişki, öğrencilerin problem çözme stratejilerinde de başarı göstermelerine olanak tanır. Sayı duyusu, işlemler sırasında bireyleri kurallar yerine alternatif çözüm stratejilerine yönlendirerek, problem çözümünde başarılı sonuçlar elde etmelerini sağlar. Arsuk ve Memnun (2020), Başdamar (2019), Yavuz (2006), Yazgan ve Bintaş (2005) ile Yazlık ve Erdoğan (2016) tarafından yapılan çalışmalarda, matematikteki başarının problem çözme yeteneklerini artırdığı sonucu elde edilmiştir. Bu yeteneğin eğitim ve deneyimlerle desteklenerek geliştirilmesi gerektiği sonucu, Maryam, Mahnaz ve Hasan'ın (2011) çalışmasında da desteklenmektedir; bu çalışmada, var olan yeteneklerin süreç içerisinde desteklenmesi sonucu başarı seviyesinde artış gözlemlenmiştir.

Matematik eğitimi sürecinde, sayı duyusu becerisinin matematik oyunları aracılığıyla öğretilmesinin, kavramların kazanımında olumlu etkileri olduğu gösterilmiştir (Sam Kwing Cheung, Catherine McBride-Chang, 2015; Mirawati,

2017; Fitri Nurhayati, Harun Rasyid, 2019). Ayrıca, bireyin sayı duygusu becerisi farkındalığı yüksekse, sayı duygusu kullanımının da yüksek olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Tunalı'nın (2018) çalışması, bu durumu destekleyici sonuçlar içermektedir. Bireylerin sayı duygusu becerisi üzerindeki sosyal çevrenin etkisi de önemlidir. Koparan ve Çataklı (2017) tarafından yapılan çalışmada, sosyal çevre ile sayı duygusu becerisi arasında pozitif bir ilişki bulunduğu ortaya konmuştur. Bu bağlamda, sosyal çevre ne kadar etkili ise, bireylerin sayı duygusu kazanımı da o ölçüde yüksek olacaktır.



6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışma, ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu ve cebirsel muhakeme becerileri ile genel matematik başarıları arasındaki ilişkileri incelemiş, bu becerilerin matematik başarısına etkilerini değerlendirmiştir. Çalışmanın sonuçları, sayı duyusunun ve cebirsel muhakemenin, öğrencilerin matematiksel performansı üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu ve bu iki becerinin matematik başarısının güçlü yordayıcıları arasında yer aldığını göstermektedir.

Bu çalışmanın bulguları, ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı duyusu ve cebirsel muhakeme becerilerinin düşük seviyelerde olduğunu ortaya koymaktadır. Öğrencilerin sayı duyusu başarı ortalaması %11 iken, bu sonuç, literatürdeki benzer çalışmalarla karşılaştırıldığında bazılarında oldukça düşüktür. Bu durum, öğrencilerin sayı kavramlarını anlama, sayısal ilişkileri değerlendirme ve matematiksel tahmin yapma becerilerinde yetersiz kaldıklarını göstermektedir. Analizler, öğrencilerin sayı duyusu becerilerini kullanarak doğru cevaba ulaşmada zorlandıklarını ve genellikle kural bazlı stratejilere bağımlı kaldıklarını ortaya koymaktadır. Bu bulgular, öğrencilerin yaratıcı ve esnek düşünme becerilerinin sınırlı olduğunu göstermektedir. Sayı duyusunun geliştirilmesi, öğrencilerin matematiksel başarılarını artırmada kritik bir faktör olabilir. Bu çalışma, mevcut literatüre önemli katkılarda bulunmakta ve sayı duyusu ile matematiksel başarı arasındaki ilişkilere dair daha derin bir anlayış sağlamaktadır. Gelecekteki araştırmalar, bu becerilerin nasıl geliştirileceği ve bu süreçte kullanılan stratejilerin etkinliği üzerinde daha fazla odaklanmalıdır. Öğrencilerin sosyal çevrelerinin, sayı duyusu gelişimine olumlu katkı sağlaması için ailelerin ve öğretmenlerin bilinçlendirilmesi önemlidir. Eğitimde işbirliği ve destekleyici bir çevre oluşturulması, öğrencilerin sayı duyusu ve cebirsel muhakeme becerilerini geliştirmelerine yardımcı olacaktır.

Cebirsel muhakeme becerileri incelendiğinde, öğrencilerin bu alandaki başarılarının orta düzeyde olduğu, ancak cebirle ilgili deneyimlerinin erken yaşlardan itibaren başlamaması nedeniyle gelişimlerinde eksiklikler bulunduğu anlaşılmaktadır. Özellikle genelleştirilmiş aritmetik alanında düşük performans sergileyen öğrenciler, cebirsel kavramları derinlemesine anlama ve bu kavramları

pratik uygulamalarla bütünleştirmede güçlük yaşamaktadır. Öğrencilerin cebir kullanarak düşünme ve akıl yürütme yeteneklerini geliştirebilmeleri için cebiri sorunsuz bir şekilde öğrenmeleri ve cebirin temellerini iyi kavramaları gerekmektedir (Yenilmez ve Teke, 2008). Ayrıca, aritmetik bilgisinin cebirsel öğrenmenin temelini oluşturduğu kanıtlanmıştır. Cebirin tanımları incelendiğinde, cebirin aritmetiğin genelleştirilmiş bir biçimi olduğu vurgulanmaktadır (Van Amerom, 2002). Aritmetik bilgisi, sayı kavramının tam olarak anlaşılmasıyla doğrudan ilişkilidir. Dolayısıyla, sayı kavramını iyi öğrenen bir öğrencinin, gelişmiş bir sayı duygusuna sahip olacağı söylenebilir.

Sonuç olarak, sayı hissi ve cebirsel muhakeme becerilerinin matematik öğretiminde merkezî bir yer tutması gerektiği ve bu becerilerin geliştirilmesine yönelik öğretim yöntemlerinin öneminin altı çizilmiştir. Öğrencilerin matematiksel başarısını artırmak ve onların matematikle ilgili düşünme becerilerini geliştirmek için bu alanlara yönelik öğretim programlarının gözden geçirilmesi ve iyileştirilmesi gerekmektedir.

Çalışmanın bulguları, sayı duygusu becerileri ile cebirsel muhakeme becerileri arasında güçlü bir ilişki olduğunu ve her iki becerinin de matematik başarısını yordadığını göstermektedir. Bu sonuç, matematik eğitiminin temelinde sayı duygusunun kritik bir öneme sahip olduğunu ve bu alanda yeterince desteklenmediğini ortaya koymaktadır. Bu bulgular, sayı duygusu ve kavramsal matematik düşünme becerileri arasındaki güçlü ilişkiyi vurgulamakta ve matematik eğitimi uygulamalarında bu becerilerin önemini ortaya koymaktadır.

Araştırmanın bulgularına dayanarak, cebir öğrenimini kolaylaştırmak amacıyla sayı duygusu ile doğrudan bağlantılı olan sayı kavramının öğrenimine odaklanılması önerilmektedir. Türkiye'de 2005 yılından bu yana matematik öğretim programları yenilenmiş olsa da, tahmin etme ve zihinsel model oluşturma gibi becerilerin etkili bir şekilde kullanılması matematik eğitiminin temel hedefleri arasında yer almasına rağmen sayı duygusu kavramı programda yeterince ele alınmamaktadır (Gülbağcı Dede, 2015). Yang ve arkadaşları (2009), öğretmenlerin öğrencilerinde sayı duygusunu geliştirememesinin, öğrencilerin bu beceriyi kullanamamalarının önemli bir nedeni olduğunu belirtmektedir. Belirli bir alanda yetersiz olan öğretmenlerin, o alanda ne öğrenilmesi gerektiğini ifade etmeleri zor

olduğundan (Ball ve diğerleri, 2008), öğretmenlerin ilgili konu ve pedagojik bilgi açısından eğitim almaları gerekmektedir. Sayı duyusu kavramı hakkında sınırlı bilgiye sahip bir öğretmenin, bu beceriyi geliştirmesi beklenemez. Ayrıca, öğrencilerin sayı duyusu ve cebirsel muhakeme becerilerinin alt boyutlarına yönelik eylem araştırmalarının gerçekleştirilmesi, ilgili güçlüklerin aşılmasında faydalı olacaktır.

Matematik öğretim programları, öğrencilerin sayı duyusu ve cebirsel muhakeme becerilerini geliştirecek şekilde yeniden yapılandırılmalıdır. Bu süreçte, sayı hissini geliştirmeye yönelik kapsamlı ve hedef odaklı stratejiler içermelidir. Öğrencilere erken yaşlardan itibaren cebirsel muhakeme becerilerini geliştirmeye yönelik olanaklar sunulmalıdır. Okul öncesi dönemden başlayarak matematik müfredatında cebirsel düşünme ve muhakeme becerilerine yer verilmelidir.

Matematik öğretiminde sayı duyusu ve cebirsel muhakeme becerilerinin geliştirilmesine yönelik yapılan uygulamaların etkisi sürekli olarak araştırılmalı ve değerlendirilmeli, elde edilen sonuçlar doğrultusunda öğretim yöntemleri güncellenmelidir.

Öğretmenlerin, sayı duyusu ve cebirsel muhakeme becerilerini geliştirmek için etkili öğretim yöntemleri ve stratejileri konusunda derinlemesine eğitim alması gerekmektedir. Öğrencilerin farklı çözüm stratejilerini kullanabilmeleri için eğitim ortamlarında daha fazla fırsat sağlanmalıdır. Öğrencilerin rutin işlemler yerine yaratıcı ve esnek çözüm yöntemleri geliştirmeleri teşvik edilmelidir. Bu, hem öğretmenlerin kendi becerilerini güçlendirecek hem de öğrencilerine daha verimli bir şekilde aktarmalarını sağlayacaktır.

Eğitimde sayı duyusu ve cebirsel muhakemeyi destekleyen materyaller ve kaynaklar kullanılmalı, öğrencilere bu becerileri geliştirecek uygulamalar sunulmalıdır. Ayrıca öğretmenlere yönelik rehber kitaplar ve kaynaklar hazırlanmalıdır.

Sayı duyusu ve cebirsel muhakeme becerileri üzerine daha fazla araştırma yapılmalı ve elde edilen bulgular ışığında eğitim programları sürekli olarak

güncellenmelidir. Bu alanlardaki eksikliklerin giderilmesi için stratejiler geliştirilmelidir.

Bu öneriler, öğrencilerin matematiksel düşünme yeteneklerini geliştirmeye yönelik kapsamlı bir yaklaşım sunmakta ve onların akademik başarılarını artırma hedefini desteklemektedir.



7. KAYNAKLAR

(Bu tez çalışmasında APA 7th Edition atıf sistemi kullanılmıştır.)

- Akkaya, R. (2016). An Investigation Into The Number Sense Performance Of Secondary School Students In Turkey. *Journal Of Education And Training Studies*, 4(2), 113-123.
- Alsawaie, O. N. (2012). Number Sense-Based Strategies Used By High-Achieving Sixth Grade Students Who Experienced Reform Textbooks. *International Journal Of Science And Mathematics Education*, 10, 1071-1097.
- Altun, M. (2005). İlköğretim İkinci Kademedeki Matematik Öğretimi. Bursa: Aktüel
- Altun, M. (2014). Ortaokullarda (5, 6, 7 Ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi. Bursa: Alfa Akademi.
- Anghileri, J. (2006). *Teaching Number Sense*. Bloomsbury Publishing.
- Atasoy, E., & Bulut, D. B. (2018). Lise 4. Sınıf Öğrencilerinin Geometri Konularındaki Cebirsel Düşünme Süreçlerinin İncelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen Ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(2), 199-227.
- Ataş, Y. (2019). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Geometri Ve Ölçme Problemlerini Çözme Süreçlerindeki Cebirsel Düşünme Becerileri* (Master's Thesis, Anadolu University (Turkey)).
- Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Making Mathematics Reasonable In School. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter, *A Research Companion To Principals And Standards For School Mathematics* (Pp. 27-44). Reston, Va: National Council Of Teachers Of Mathematics.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge For Teaching: What Makes It Special?
- Battista, M. T., & Borrow, C. V. A. (1998). Using Spreadsheets To Promote Algebraic Thinking. *Teaching Children Mathematics*, 4(8), 470-478.
- Bayrakdar, M. (1985). *Harezmi Ve Cebir Üzerine Çalışmaları*. Ankara: Türk Tarih Kurumu Yayınları. (Sayfa 43)
- Bayram, G. (2013). *8. Sınıf Öğrencilerinin Üslü İfadelere İlişkin Sayı Duyuları Ve Başarıları Arasındaki İlişki* (Master's Thesis, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Berch, D. B. (2005). Making Sense Of Number Sense: Implications For Children With Mathematical Disabilities. *Journal Of Learning Disabilities*, 38(4), 333-339.
- Birgin, O., & Peker, M. (2020). Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Duyusu Ve Analitik Düşünme Becerileri Arasındaki İlişki Üzerine Bir İnceleme. *Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education (Turcomat)*, 11(2), 1928-1945.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2003). Developing Elementary Teachers' Algebra Eyes And Ears. *Teaching Children Mathematics*, 10(2), 70-77.
- Büyüköztürk, Ş. (2012). Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı [Manual Of Data Analysis For Social Sciences]. *Pegem Akademi*.
- Büyüköztürk, Ş. (2017). *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı*. Pegem Akademi.

- Booth, L. R. (1988). Children's Difficulties In Beginning Algebra. *The Ideas Of Algebra, K-12*, 20-32.
- Can, Ş. (2017). *İlköğretim Matematik Dersinde Sayı Duyusunun Geliştirilmesi Üzerine Bir İnceleme*. Eğitim Ve Bilim Dergisi, 42(191), 15-31.
- Carpenter, T. P., & Levi, L. (2000). Developing Conceptions Of Algebraic Reasoning In The Primary Grades. Research Report.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L. Levi, L. (2003). Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic And Algebra In The Elementary School. Portsmouth, Nh: Heinemann.
- Carraher, W. D., Schliemann, D. A., Brizuela, M. B. & Earnest, D. (2006) Arithmetic And Algebra In Early Mathematics Education. *Journal For Research In Mathematics Education*. 37(2), 87-115.
- Chrysostomou, M., Tsingi, C., Cleanthous, E., & Pitta-Pantazi, D. (2011). Cognitive Styles And Their Relation To Number Sense And Algebraic Reasoning. In *Proceedings Of The Seventh Congress Of The European Society For Research In Mathematics Education* (Pp. 387-396).
- Clarke, B., & Shinn, M. R. (2004). A Preliminary Investigation Into The Identification And Development Of Early Mathematics Curriculum-Based Measurement. *School Psychology Review*, 33(2), 234-248.
- Cooper, T., Boulton-Lewis, G., Atweh, W., Pillay, H., Wilss, L., & Mutch, S. (1997). The Transition From Arithmetic To Algebra: Initial Understandings Of Equals, Operations And Variable. *Proceedings Of Psychology Of Maths Education 21*.
- Çağlar, M. (2021). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Sayı Duyusu Ve Matematik Okuryazarlığı Performansları Arasındaki İlişkinin İncelenmesi, Yayınlanmış Doktora Tezi, Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu*
- Çelik, D. (2007). Öğretmen Adaylarının Cebirsel Düşünme Becerilerinin Analitik İncelenmesi. *Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon*.
- Dayı, Ö., & Kandemir, M. (2018). Farklı Düzeyde Sayı Duyusu Becerisine Sahip İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarına İlişkin Durum Çalışması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen Ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12 (2) , 276-305.
- Dede, Y., & Argün, Z. (2003). Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24).
- Dede, H. G., & Şengül, S. (2016). İlköğretim Ve Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Hissinin İncelenmesi 1. *Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education (Turcomat)*, 7(2), 285-303.
- Dehaene, S. (2001). Précis Of The Number Sense. *Mind And Language*, 16(1), 16-36.
- Dossey, J. (1997). Defining And Measuring Quantitative Literacy. *Why Numbers Count- Quantitative Literacy For Tomorrow's America-*.
- Ekenstam, A. A. (1977). On Children's Quantitative Understanding Of Numbers. *Educational Studies In Mathematics*, 317-332.

- Ekşin, H. (2008). *Fizik Dersi Kapsamında Öğretim Sürecinde Oluşturulan Argüman Ortamlarının Öğrencilerin Muhakemesine Etkisi*. İstanbul, Türkiye: Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Facun, R. D., & Nool, N. R. (2012). Assessing The Number Sense Of Grade 6 Pupils. *International Proceedings Of Economics Development & Research*, 30, 297-301.
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core Systems Of Number. *Trends In Cognitive Sciences*, 8(7), 307-314.
- Fraenkel, J. R. Ve Wallen, N. E. (2010). *How To Design And Evaluate Research In Education*. New York, Ny: Mcgraw Hill.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *Internal Validity. How To Design And Evaluate Research In Education*. New York: Mcgraw-Hill, 166-83.
- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (2000). Non-Verbal Numerical Cognition: From Reals To Integers. *Trends In Cognitive Sciences*, 4(2), 59-65.
- Gattegno, C. (1978). *English Fidel. Usa: Educational Solutions*.
- Geller, L. R. K., & Chard, D. J. (2011). Algebra Readiness For Students With Learning Difficulties In Grades 4-8: Support Through The Study Of Number. *Australian Journal Of Learning Difficulties*, 16(1), 65-78.
- Glutting, J., Jordan, N. C., Ramineni, C., & Watkins, M. W. (2010). Validating A Number Sense Screening Tool For Use In Kindergarten And First Grade: Prediction Of Mathematics Proficiency In Third Grade. *School Psychology Review*, 39(2), 181-195.
- Greenes, C., Canavagh, M., Dacey, L., Findell, C., & Small, M. (2001). *Navigating Through Algebra In Prekindergarten – Grade 2*. Reston, Va: National Council Of Teachers Of Mathematics.
- Greeno, J. G. (1991). Number Sense As Situated Knowing In A Conceptual Domain. *Journal For Research In Mathematics Education*, 22(3), 170-218
- Gülbağcı Dede, H. (2015). *İlköğretim Ve Ortaöğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Hissinin İncelenmesi (Yayınlanmamış Doktora Tezi)*. Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental Change In The Acuity Of The “Number Sense”: The Approximate Number System In 3-, 4-, 5-, And 6-Year-Olds And Adults. *Developmental Psychology*, 44(5), 1457.
- Halberda, J., Mazzocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual Differences In Non-Verbal Number Acuity Correlate With Maths Achievement. *Nature*, 455(7213), 665-668.
- Harç, S. (2010). *6. Sınıf Öğrencilerinin Sayı Duygusu Kavramı Açısından Mevcut Durumlarının Analizi* (Master's Thesis, Marmara Üniversitesi (Turkey)).
- Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A Cognitive Gap Between Arithmetic And Algebra. *Educational Studies In Mathematics*, 27(1), 59-78.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning And Teaching With Understanding. *Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning: A Project Of The National Council Of Teachers Of Mathematics*, 65, 97.

- Hussain Alajmi, A., & Reys, R. (2010). Examining Eighth Grade Kuwaiti Students' recognition And Interpretation Of Reasonable Answers. *International Journal Of Science And Mathematics Education*, 8, 117-139.
- İymen, E. (2012). 8. Sınıf Öğrencilerinin Üslü İfadeler Ile İlgili Sayı Duyularının Sayı Duyusu Bileşenleri Bakımından İncelenmesi [Master Thesis] (Master's Thesis, Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü).
- İymen, E., & Duatepe-Paksu, A. (2015). Analysis Of 8th Grade Students' Number Sense Related To The Exponents In Terms Of Number Sense Components. *Education & Science/Eğitim Ve Bilim*, 40(177).
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional Development Focused On Children's Algebraic Reasoning In Elementary School. *Journal For Research In Mathematics Education*, 38(3), 258-288.
- Kaf, Y. (2007). Matematikte Model Kullanımının 6. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Erişilerine Etkisi. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.*
- Kalayci, Ö., Şafak, C., Yiğit, E., & Akkaya, R. Investigation Of The Relationships Between Number Sense, Algebraic Reasoning, And Mathematical Achievement Of 8th Grade Students.
- Kalchman, M., Moss, J., & Case, R. (2001). Psychological Models For The Development Of Mathematical Understanding: Rational Numbers And Functions. *Cognition And Instruction: Twenty-Five Years Of Progress*, 1-38.
- Kalkan, D. B. (2014). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama Ve Cebirsel Muhakeme Yapıları* (Master's Thesis, Anadolu University (Turkey)).
- Kalkan, D. B. (2014). *Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Kavramsal Anlama Ve Cebirsel Muhakeme Yapıları* (Master's Thesis, Anadolu University (Turkey)).
- Kaput, J. J. (1998). Representations, Inscriptions, Descriptions And Learning: A Kaleidoscope Of Windows. *Journal Of Mathematical Behavior*, 17(2), 265-281.
- Kaput, J. J. (1999). Teaching And Learning A New Algebra (Pp. 145-168). Routledge.
- Kaput, J. J., & Blanton, M. L. (2000). Algebraic Reasoning In The Context Of Elementary Mathematics: Making It Implementable On A Massive Scale.
- Kaput, J. J. (2008). What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning? (Eds: J. J. Kaput, D. W. Carraher And M. L. Blanton), Algebra In The Early Grades, New York: Lawrence Erlbaum Associates, 5-17.
- Kaya, D., & Keşan, C. (2014). İlköğretim Seviyesindeki Öğrenciler İçin Cebirsel Düşünme Ve Cebirsel Muhakeme Becerisinin Önemi. *International Journal Of New Trends In Arts, Sports & Science Education (Ijtase) Issn: 2146-9466*, 3(2).
- Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D., & Erkuş, Y. (2016). Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Muhakeme Becerilerine Yönelik Başarı Düzeyi. *Turkish Journal Of Computer And Mathematics Education (Turcomat)*, 7(1), 142-163.
- Kayhan Altay, M. (2010). İlköğretim İkinci Kademe Öğrencilerinin Sayı Duyularının; Sınıf Düzeyine, Cinsiyete Ve Sayı Duyusu Bileşenlerine Göre İncelenmesi. *Yayımlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.*

- Kieran, C. (1992). The Learning And Teaching Of School Algebra. Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning. *National Council Of Teachers Of Mathematics-Nctm, New York.*
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The Transition From Arithmetic To Algebra. *Research Ideas For The Classroom: Middle Grades Mathematics*, 119, 139.
- Kitt, N. & Leitze, R. (1992). Using Homemade Algebra Tiles To Develop Algebra And Prealgebra Concepts. *Mathematics Teacher*, 93(6), 462-466, 520.
- Köken, S. (2022) Sosyo-Matematiksel Normlarla Desteklenmiş Sorgulama Temelli Öğretimin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Süreçlerine Etkisi, Yayımlanmış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir
- Lannin, J. K. (2005). Generalization And Justification: The Challenge Of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activities. *Mathematical Thinking And Learning*, 7(3), 231-258.
- Lacampagne, C., Blair, W. & Kaput, J. (1995). The Algebra Initiative Colloquium, Washington, Dc: Us Department Of Education. Retrived 5 December, 2013, From <http://Files.Eric.Ed.Gov/Fulltext/Ed385436.Pdf>
- Lawrence, A., & Hennessy, C. (2002). *Lessons For Algebraic Thinking: Grades 6-8*. Math Solutions.
- Lin, X. (2001). Designing Metacognitive Activities. *Educational Technology Research And Development*, 49(2), 23-40.
- Lin, Y. -C., Yang, D. -C., & Li, M. -N. (2016). Diagnosing Students' Misconceptions In Number Sense Via A Web-Based Two-Tier Test. *Eurasia Journal Of Mathematics, Science And Technology Education*, 12(1), 41-55.
- Linchevski, L. (1995). Algebra With Numbers And Arithmetic With Letters: A Definition Of Pre-Algebra. *The Journal Of Mathematical Behavior*, 14(1), 113-120.
- Louange, J., & Bana, J. (2010). The Relationship Between The Number Sense And Problem-Solving Abilities Of Year 7 Students. *Mathematics Education Research Group Of Australasia*.
- Markovits, Z., & Sowder, J. T. (1994). Developing Number Sense: An Intervention Study İn Grade 7. *Journal For Research İn Mathematics Education*, 25(1), 4-29.
- Marzano, R. J. (2000). *Transforming Classroom Grading*. Alexandria, Va: Association For Supervision And Curriculum Development.
- Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired Acuity Of The Approximate Number System Underlies Mathematical Learning Disability (Dyscalculia). *Child Development*, 82, 1224- 37.
- Mcintosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A Proposed Framework For Examining Basic Number Sense. *For The Learning Of Mathematics*, 12(3), 2-44.
- Mcintosh, A., Reys, B., & Reys, R. E. (1997). *Number Sense: Simple Effective Number Sense Experiences* (Vol. 6). Dale Seymour Publications.
- Mcintosh, A., Reys, R., Reys, B., Bana, J., Farrell, B., & Millman, R. (1992). Number Sense, Number Nonsense. *Educational Leadership*, 49(2), 81-85.

- Menon, R. (2004). Elementary School Children's Number Sense. *International Journal For Mathematics Teaching And Learning*, 57(1), 1-16.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2009). **İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı Ve Kılavuzu (1-5. Sınıflar)**. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul Ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Ve 8. Sınıflar). [Http://Mufredat.Meb.Gov.Tr/Programdetay.aspx?Pid=329](http://Mufredat.Meb.Gov.Tr/Programdetay.aspx?Pid=329)
- Mohamed, M., & Johnny, J. (2010). Investigating Number Sense Among Students. *Procedia - Social And Behavioral Sciences*, 8, 317-324.
- Mueller, M. (2009). The Co-Construction Of Arguments By Middle-School Students. *Journal Of Mathematical Behavior*, 138-149.
- Nathan, M. J., & Koellner, K. (2007). A Framework For Understanding And Cultivating The Transition From Arithmetic To Algebraic Reasoning. *Mathematical Thinking And Learning*, 9(3), 179-192.
- National Council Of Teachers Of Mathematics (Nctm) (2000). *Principles And Standards For School Mathematics*. Reston, Va: National Council Of Teacher Of Mathematics. [Http://www.Nctm.Org/](http://www.Nctm.Org/) (06.08.2013).
- Nctm. (1991). *Professional Standards For Teaching Mathematics*. Reston, Va: Nctm.
- Nickerson, S. D., & Whitacre, I. (2010). A Local Instruction Theory For The Development Of Number Sense. *Mathematical Thinking And Learning*, 12(3), 227-252.
- Oral, B., İlhan, M., & Kinay, İ. (2013). 8. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Ve Cebirsel Düşünme Düzeyleri Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. *Pamukkale University Journal Of Education*, (34).
- Özdamar, K., Odabaşı, Y., Hoşcan, Y., Bir, A. A., Kırcaali-İftar, G., Özmen, A., & Uzuner, Y. (1999). Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri. *Tc Anadolu Üniversitesi Yayınları*, (1081).
- Palabıyık, U. (2010). Örüntü Temelli Cebir Öğretiminin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Becerileri Ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi. *Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara*.
- Patton, M. Q. (2002). Two Decades Of Developments In Qualitative Inquiry: A Personal, Experiential Perspective. *Qualitative Social Work*, 1(3), 261-283.
- Pedhazur, E. J. (1997). *Multiple Regression In Behavioral Research* (3rd Ed.). Orlando, Fl: Harcourt Brace.
- Peker, E. (2019). *Ortaokul Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Sayı Duyusu Performanslarının İncelenmesi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Uşak Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., ... & Zorzi, M. (2010). Developmental Trajectory Of Number Acuity Reveals A Severe Impairment In Developmental Dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33-41.

- Pilten, P. (2008). Üstbiliş Stratejileri Öğretiminin İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Muhakeme Becerilerine Etkisi. *Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara*.
- Piriya, S., Sharifah, N., & Leong, K. (2019). Year Five Pupils' Number Sense And Algebraic Thinking: The Mediating Role Of Symbol And Pattern Sense. *The New Educational Review*, 55(1), 100-111.
- Pitta-Pantazi, D., Chiristou, C. Ve Zachariades, T. (2007). Secondary School Students' Levels Of Understanding In Computing Exponents. *Journal Of Mathematical Behavior*, 26, 301-311.
- Purnomo, Y. W., Alyani, F., & Assiti, S. S. (2014). Assessing Number Sense Performance Of Indonesian Elementary School Students. *International Education Studies*, 7(8), 74-84.
- Reys, B. J. (1994). Promoting Number Sense In Middle Grades. *Teaching Mathematics In The Middle School*, 1(2), 114-120.
- Reys, R. E., & Yang, D. C. (1998). Relationship Between Computational Performance And Number Sense Among Sixth-And Eighth-Grade Students In Taiwan. *Journal For Research In Mathematics Education*, 29, 225-237.
- Reys, R. E., Reys, B. J., McIntosh, A., Emanuelsson, G., Johansson, B., & Yang, D.-C. (1999). Assessing Number Sense Of Students. *Mathematics Teaching In The Middle School*, 4(3), 184-188.
- Reys, R. E., Reys, B., Emanuelsson, G., Johansson B., McIntosh, A., & Yang, D. G. (1999). Assessing Number Sense Of Students In Australia, Sweden, Taiwan, And The United States. *School Science And Mathematics*, 99(2), 61-70.
- Reys, R., Reys, B., Emanuelsson, G., Johansson, B., McIntosh, A., & Yang, D. C. (1999). Assessing Number Sense Of Students In Australia, Sweden, Taiwan, And The United States. *School Science And Mathematics*, 99(2), 61-70.
- Reys, R.E., B.J. Reys, A. McIntosh, G. Emanuelsson, B. Johansson & Yang, D. -C. (1999). Assessing Number Sense Of Students In Australia, Sweden, Taiwan And The United States. *School Science And Mathematics*, 99, 2: 61-70
- Ross, K. A. (1998). Doing And Proving: The Place Of Algorithms And Proofs In School Mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 105(3), 252-255.
- Schultz, D. P., Schultz, S. E., & Aslay, Y. (2002). *Modern Psikoloji Tarihi*. Kaknüs Yayınları.
- Seeratan, K. L. (2011). Diagnostic Learning Progressions Framework: Developing An Embedded Formative And Summative Assessment System To Improve Learning Outcomes For Elementary And Middle School Students With Mathematics Learning Disabilities. *Society For Research On Educational Effectiveness*.
- Sfard, A. (1995). The Development Of Algebra: Confronting Historical And Psychological Perspectives. *Journal Of Mathematical Behavior*, 14(1), 15-39.
- Sibgatullin, I. R., Korzhuev, A. V., Khairullina, E. R., Sadykova, A. R., Baturina, R. V., & Chauzova, V. (2022). A Systematic Review On Algebraic Thinking In Education. *Eurasia Journal Of Mathematics, Science And Technology Education*, 18(1), Em2065.
- Singh, P. (2009). An Assessment Of Number Sense Among Secondary School Students. *International Journal For Mathematics Teaching And Learning*.

- Sowder, J. T. (1992). Estimation And Number Sense. *Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning: A Project Of The National Council Of Teachers Of Mathematics*, 371-389.
- Sowder, J. T., & Schappelle, B. P. (1994). Developing Number Sense İn The Middle Grades: Research Results To Guide Teaching. *Arithmetic Teacher*, 41(3), 193-197.
- Strother, S. A. (2011). *Algebra Knowledge In Early Elementary School Supporting Later Mathematics Ability*. University Of Louisville.
- Sutherland, R., & Rojano, T. (1993). A Spreadsheet Approach To Solving Algebra Problems. *The Journal Of Mathematical Behavior*.
- Sünkür, M. Ö., İlhan, M., & Kılıç, M. A. (2012). Yedinci Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri İle Zekâ Alanları Arasındaki İlişkinin İncelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2), 183-200.
- Şahin, D. (2018). *Ortaokul 6-8. Sınıf Öğrencilerinde Aritmetik Performans İle Sayı Duyusu Arasındaki İlişki* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Tabachnick, B. G., & Fidell, L. S. (2015). *Çok Değişkenli İstatistiklerin Kullanımı*. Nobel.
- Usiskin, Z. (1997). Doing Algebra In Grades K-4. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 346-356.
- Van Amerom, B. A. (2002). *Reinvention Of Early Algebra: Developmental Research On The Transition From Arithmetic To Algebra* (Doctoral Dissertation).
- Vance, J. H. (1998). Number Operations From An Algebraic Perspective. *Teaching Children Mathematics*, 4(5), 282-285.
- Venenciano, L. C. H., Yagi, S. L., Zenigami, F. K., & Dougherty, B. J. (2020). Supporting The Development Of Early Algebraic Thinking, An Alternative Approach To Number. *Investigations In Mathematics Learning*, 12(1), 38-52.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole Number Concepts And Operations.
- Wagner, S. (1983). What Are These Things Called Variables? *The Mathematics Teacher*, 76(7), 474-479.
- Williams, S. E. & Molina, D. (1997). Algebra: What All Students Can Learn. The Nature And Role Of Algebra In The K14 Curriculum: Proceedings Of A National Symposium (Pp. 41-51). Washington, Dc.
- Yang, D. C. (2003). Developing Number Sense Through Realistic Settings. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 8(3), 12-17.
- Yang, D. C. (2003). Teaching And Learning Number Sense—An Intervention Study Of Fifth Grade Students In Taiwan. *International Journal Of Science And Mathematics Education*, 1, 115-134.
- Yang, D. C. (2005). Number Sense Strategies Used By 6th - Grade Students In Taiwan. *Educational Studies*, 31(3), 317-333.

- Yang, D. C. (2007). Investigating The Strategies Used By Pre - Service Teachers In Taiwan When Responding To Number Sense Questions. *School Science And Mathematics*, 107(7), 293-301.
- Yang, D.-C. & Cheung, K. L. (2020). Performance Of Sixth Graders In Hong Kong On A Number Sense Three-Tier Test. *Educational Studies*, 46(1), 39–55.
- Yang, D. -C., & Li, M. N. (2017). A Study Of Fifth Graders' Performance On The Three-Tier Number Sense Test. Paper Presented At The 41st Annual Meeting Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education, Singapore
- Yang, D. C., & Li, M. N. F. (2008). An Investigation Of 3rd - Grade Taiwanese Students' Performance In Number Sense. *Educational Studies*, 34(5), 443-455.
- Yang, D. C., & Lin, Y. C. (2015). Assessing 10-To 11-Year-Old Children's Performance And Misconceptions In Number Sense Using A Four-Tier Diagnostic Test. *Educational Research*, 57(4), 368-388.
- Yang, D. C, & Tsai, Y. F. (2010). Promoting Sixth Graders' Number Sense And Learning Attitudes Via Technology-Based Environment. *Journal Of Educational Technology & Society*, 13(4), 112-125.
- Yang, D. C., & Wu, W. R. (2010). The Study Of Number Sense: Realistic Activities Integrated Into Third-Grade Math Classes In Taiwan. *The Journal Of Educational Research*, 103(6), 379-392.
- Yang, D. C., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2009). Number Sense Strategies Used By Pre-Service Teachers In Taiwan. *International Journal Of Science And Mathematics Education*, 7, 383-403.
- Yenilmez, K., & Teke, M. (2008). Yenilenen Matematik Programinin Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerine Etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229-246.

8. EKLER

EK 1 SAYI DUYUSU TESTİ

AÇIKLAMA: Sevgili arkadaşlar aşağıda soruları dikkatlice okuyup cevaplayınız. Soruları boş bırakmayınız. Süreniz 40dakikadır. Katılımınızdan dolayı teşekkür ederim.

ADI-SOYADI:

CİNSİYET: K E

SINIF:

SORULAR

- 1- Ali 100 metreyi 14,52 saniyede koştu. Ahmet ise 100 metreyi Ali'nin koştuğu sürenin onda ikisi kadar daha uzun sürede koşmuştur. Bu duruma göre Ahmet 100 metreyi ne kadar sürede koşmuştur?
A) 34,52 sn B) 16,52sn C) 14,72sn D) 14,54sn E) 14,50sn
- 2- Sevcan markette on tane şekerin toplam fiyatı 7,95 TL dir. Dost markette ise aynı şekerlerin 5 tanesinin fiyatı 4,15 dir. Hangi marketteki şekerler daha ucuzdur.
A) Sevcan market B) Dost market

Cevabınızı gerekçeleriyle birlikte açıklayınız.

.....
.....
.....

- 3- 1,52 ile 1,53 ondalık sayıları arasında kaç farklı ondalık sayı vardır?
Aşağıdaki seçeneklerden hangisi bu sorunun cevabı olabilir? Boşluklara cevabınızın gerekçelerini yazınız.

A) Hiç yoktur. (Neden?)

.....
.....
.....

B) Bir tane vardır. (Hangi ondalık sayı olduğunu aşağıya yazınız.)

.....
.....
.....

C) Birkaç tane vardır. (Aşağıya iki örnek yazınız.)

.....
.....
.....

D) Çok vardır. (Aşağıya iki örnek yazınız.)

.....
.....
.....

4- Aşağıdaki kesirlerden hangisi en büyüktür.

A) $\frac{5}{6}$

B) $\frac{5}{8}$

C) $\frac{5}{7}$

D) $\frac{5}{9}$

5- Aşağıdaki sayıları kullanarak $\frac{1}{2}$ kesrine olabildiğince yakın bir kesir oluşturunuz.

3, 4, 9, 12

Cevap:

6- $\frac{2}{5}$ ile $\frac{3}{5}$ arasında kaç farklı kesir vardır? Aşağıdaki seçeneklerden hangisi bu

sorunun cevabı olabilir? Boşluklara cevabınızın gerekçelerini yazınız.

E) Hiç yoktur. (Neden?)

.....
.....
.....

F) Bir tane vardır. (Hangi kesir olduğunu aşağıya yazınız.)

.....
.....
.....

G) Birkaç tane vardır. (Aşağıya iki örnek yazınız.)

.....
.....
.....

H) Çok vardır. (Aşağıya iki örnek yazınız.)

.....
.....
.....

7- $\frac{2}{5}$ sayısı ile ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A) $\frac{1}{2}$ den büyüktür.

C) 0,4 de denktir.

B) 2,5 ile aynıdır.

D) $\frac{1}{3}$ den büyüktür.

8- Aşağıdaki şekildeki taralı kısmın miktarını en iyi hangi ondalık sayı gösterir?



A) 0,018 B) 0,15 C) 0,4 D) 0,801 E) 0,52

9- $\frac{1}{8}$ kesrinin payı 1'dir. Aşağıdaki boşluğa 0 ile $\frac{1}{10}$ arasında ve payı 1 olmayan bir kesir yazınız.

Cevap: —

10- Aşağıdaki payı boş bırakılmış kesre öyle bir sayı yerleştirin ki oluşan kesir 2 ile 3 doğal sayıları arasında olsun.

Cevap: $\frac{\quad}{8}$

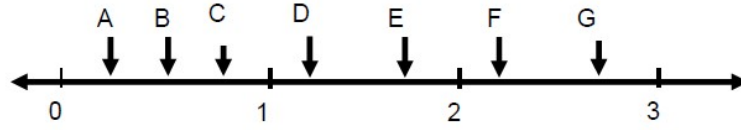
11- Aşağıdakilerden hangisinin sonucu $0,5 \times 840$ işleminin sonucu ile aynıdır?

A) $840 \div 2$ B) $840 + 2$ C) 5×8400 D) 5×840 E) $0,50 \times 84$

12- Aşağıdakilerden hangisi bugün itibariyle yaşadığın gün sayısına en yakındır?

- A) 450 B) 4 500 C) 45 000 D) 450 000

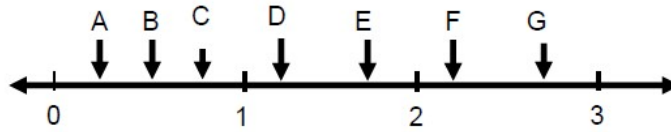
13-



Yukarıdaki sayı doğrusunda verilen harflerin hangisinin payı paydasına en yakındır?

Cevap:

14-



Yukarıdaki sayı doğrusunda verilen harflerin hangisinin payı paydasının yaklaşık iki katına eşittir?

Cevap:.....

15- Aşağıda verilen kesirlerden hangileri $\frac{3}{4}$ ten büyük, 1' den küçüktür.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{8}{10} \quad \frac{4}{3}$$

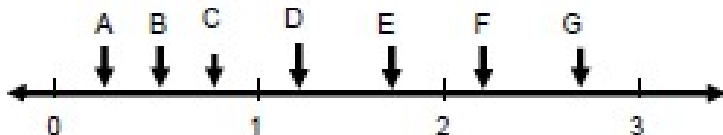
16- $29 \times 0,98$ işleminin sonucu için (hesaplama yapmadan) en iyi tahmin aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 29'dan büyük B) 29'dan küçük C) İşlem yapmadan bir şey söylenemez.

17- İki basamaklı bir sayı ile iki basamaklı bir sayının çarpımının sonucu için aşağıdakilerden hangisi söylenebilir?

- A) Daima 3 basamaklı bir sayıdır. C) 3 ya da 4 basamaklı bir sayı olabilir.
B) Daima 4 basamaklı bir sayıdır. D) Bazen 5 basamaklı bir sayı olabilir.

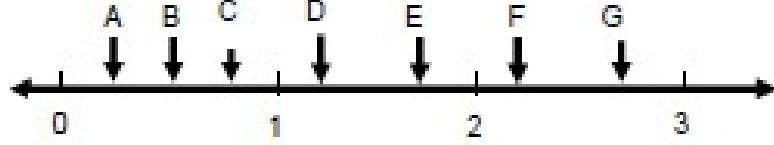
18-



Yukarıdaki sayı doğrusundaki hangi harf D x F işleminin sonucunun en iyi gösterimidir.

Cevap:

19-



Yukarıdaki sayı doğrusundaki hangi harf E ÷ F işleminin sonucunun en iyi gösterimidir.

Cevap:.....

20- 87 x 0,09 işleminin sonucu için (hesaplama yapmadan) en iyi tahmin aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 87'den çok küçük C) 87' den biraz büyük
B) 87'den biraz küçük D) 87'den çok büyük

21- 54 ÷ 0,09 işleminin sonucu için (hesaplama yapmadan) en iyi tahmin aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 54'den çok küçük C) 54'den biraz büyük
B) 54' den biraz küçük D) 54' den çok büyük

22- Aşağıdaki işlemlerden hangisinin toplamı 1'den büyüktür? (Hesaplama yapmayınız)

- A) $\frac{2}{5} + \frac{3}{7}$ C) $\frac{3}{8} + \frac{2}{11}$
B) $\frac{1}{2} + \frac{4}{9}$ D) $\frac{4}{7} + \frac{1}{2}$

23- Aşağıdaki ifadenin doğru olması için boş bırakılan yere “küçüktür”, “eşittir” ya da “büyüktür” ifadelerinden hangisi gelmelidir?

$$5 \times 7\frac{1}{2} \underline{\hspace{2cm}} 35 \div \frac{1}{2}$$

24- Efe'nin 426 TL si vardır. Efe parasının 0,9 ile pantolon almıştır. Aşağıdaki ifadelerden hangisi Efe'nin pantolonu kaç TL' ye aldığını (hesaplama yapmadan) en iyi tanımlar?

- A) 426 TL' den biraz daha azdır. C) 426 TL' den biraz fazladır.

B) 426 TL'den çok daha azdır.
söylenemez.

D) İşlem yapmadan bir şey

25- $\frac{4}{5} \times \frac{7}{6}$ işleminin sonucu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $\frac{7}{6}$ 'den küçüktür.

B) $\frac{7}{6}$ 'ye eşittir.

C) $\frac{7}{6}$ 'den büyüktür.

26- Dört basamaklı bir sayı ##### şeklinde gösterilmektedir. Eğer ##### $\div 30 = 40$ olduğuna göre aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

A) $30 \times 40 = #####$

C) $30 \times ##### = 40$

B) $30 \div 40 = #####$

D) $40 \times ##### = 30$

27- Aşağıdakilerden hangisinin sonucu cevaba en yakındır? (Hesaplama yapmadan)

A) $45 \times 1,05 = 39,65$

C) $87 \times 1,076 = 93,61$

B) $4,5 \times 6,5 = 292,5$

D) $589 \times 0,95 = 595,45$

28- $29 \div 0,8$ işleminin sonucu için (hesaplama yapmadan) en iyi tahmin aşağıdakilerden hangisidir?

A) 29'dan küçüktür.

C) 29'dan büyüktür.

B) 29'a eşittir.

D) İşlem yapmadan bir şey

söylenemez.

29- $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}$ işleminin sonucu için (hesaplama yapmadan) en iyi tahmin

aşağıdakilerden hangisidir?

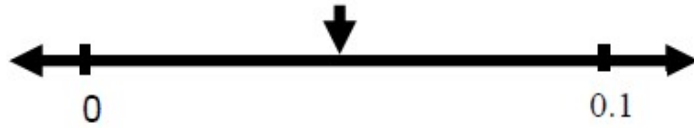
A) $\frac{2}{3}$ 'den küçüktür.

C) $\frac{2}{3}$ ' büyüktür.

B) $\frac{2}{3}$ ' e eşittir.

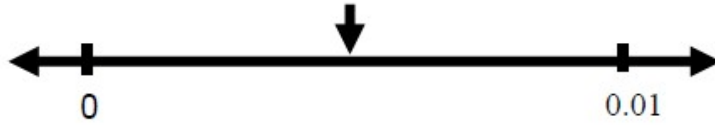
D) İşlem yapmadan bir şey söylenemez.

30- Aşağıdaki sayı doğrusunda ok ile gösterilen ondalık sayıyı tahmin edin.



Cevap:

31- Aşağıdaki sayı doğrusunda ok ile gösterilen ondalık sayıyı tahmin edin.



Cevap:

32- (Hesaplama yapmadan) Aşağıdaki ifadelerin hangisi daha fazla miktar belirtir?

A) 145×4

B) $144 + 146 + 148 + 150$

33- Aşağıdaki boş bırakılan kutulara hangi sayı yazıldığında ifade doğru olur?

$$243 \times \Delta = \Delta \times 24,3$$

A) 0

C) 1

B) 0,1

D) 10

34- 93×134 işleminin sonucu 12 462 dir. Bu işlemin sonucunu dikkate alarak aşağıdaki işlemin sonucunu bulunuz.

$$93 \times 135 = ?$$

Cevap:

35- 93×134 işleminin sonucu 12 462 dir. Bu işlemin sonucunu dikkate alarak aşağıdaki işlemin sonucunu bulunuz.

$$12\,462 \div 930 = ?$$

Cevap:

36- Aşağıdaki işlemin doğru olabilmesi için boş bırakılan yere hangi sayı gelmelidir?

$$\frac{1}{2}x \Delta = \frac{3}{6}$$

A) $\frac{2}{4}$

B) $\frac{2}{3}$

C) 1

D) 3

37- Bir çiftçi elmalarını herbiri 40 elma alacak şekilde 80 kasaya yerleştirerek depoluyor. Eğer çiftçi elmalarını 40 kasaya yerleştirmek isterse her bir kasaya kaç tane elma yerleştirmelidir?

A) 2

B) 40

C) 80

D) 120

38- Büyük bir akvaryumda 1000 balık vardır. Eğer ben balık sayısını % 50 artırırsam akvaryumun içinde kaç tane balık olur?

A) 500

B) 1050

C) 1500

D) 2000

39- Emir aşağıdaki işlemi hesap makinesi ile yapıyor.

$$715,347 + 589,2 + 4,553$$

Emir bu işlemin cevabını 13091 olarak buluyor. Ama cevapta virgül koymadığını fark ediyor. Emir'in cevabının doğru olabilmesi için uygun yere virgül koyarak aşağıdaki boşluğa yazınız.

Cevap:

40- Aşağıdaki sayıları küçükten büyüğe doğru tabloya yerleştiriniz.

0,595

$\frac{2}{4}$

%61

0,3

% 30,5

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

41- Bir satıcı sattığı bir pantolonun fiyatını 40 TL' den 50 TL' ye yükseltiyor.

Satıcı pantolonun fiyatını % kaç artırmıştır?

A) % 10

B) % 25

C) % 50

D) % 90

42- Bir kedi dört günde 600 gram balık yemiştir. Buna göre bu kedi 6 günde kaç gram balık yer? (Kedinin her gün aynı miktar yediğini varsayınız.)

A) 400g

C) 800 g

E) 1000 g

B) 600 g

D) 900 g

43- Bir otomobil A şehrinden B şehrine ortalama 80 km/sa hızla 5 saatte gitmektedir. Dönerken de aynı yolu 3 saatte tamamladığına göre otomobilin tüm yolculuk boyunca ortalama hızı nedir?

Cevap: :.....

44- Bir kırtasiyeci geçen hafta bir kalemi 4,50 TL' ye satmıştır. Bu hafta kalemin fiyatında % 10 indirim yapmıştır. Kalemin fiyatı bu hafta ne kadar olmuştur?

Cevap:

45- Emir her biri 98 TL olan gömleklerden üç tane almıştır. Emir' in toplam harcadığı miktarı nasıl bulursunuz.

- A) 100 TL ile 3 çarpar, 1 TL çıkarırım. C) 100 TL ile 3 çarpar, 4 TL çıkarırım.
B) 100 TL ile 3 çarpar, 2 TL çıkarırım. D) 100 TL ile 3 çarpar, 6 TL çıkarırım.

46- Bir kitapçıda tüm kitaplar % 15 indirimde girmiştir. Normal fiyatı 40 TL olan bir kitabın indirimli fiyatı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 25 TL B) 34 TL C) 36 TL D) 29 TL

47- $[6 \times 347] \div 43$ işleminin sonucu için (hesaplama yapmadan) en iyi tahmin aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Yaklaşık 30 C) Yaklaşık 80
B) Yaklaşık 50 D) Yaklaşık 100

48- 1 metre kalasın ağırlığı yaklaşık 2,1 kilogramdır. 13,8 metre kalasın ağırlığı yaklaşık olarak ne kadardır? Sorunun cevabına en yakın cevap aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $16\frac{1}{2}$ B) 17 C) 26 D) 28

49- $424 \times 0,76$ işleminin sonucu için (hesaplama yapmadan) en iyi tahmin aşağıdakilerden hangisidir?

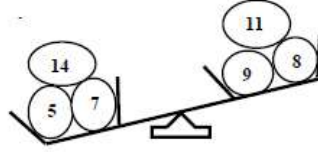
- A) 280 B) 300 C) 320 D) 340

50- Bir sepetteki domateslerin %75' i sağlamdır. Bu sepette 48 tane domates olduğuna göre bu domateslerden kaç tanesi sağlamdır?

Cevap:

EK 2 CEBİRSEL MUHAKEME SORULARI

1-SORU 1)



Bir öğrenci yanda şekli verilen eşit kollu teraziye dengeye getirmek istiyor. Buna göre kefedeki hangi kütlelerin yerlerini değiştirmelidir?

	<u>1. Kefedeki</u>		<u>2. Kefedeki</u>
A)	7 gram	ile	8 gram
B)	5 gram	ile	8 gram
C)	7 gram	ile	9 gram
D)	14 gram	ile	11 gram

2-SORU 2)



● → 1 birim kütle ★ → bilinmeyen

Yanda yer alan terazi ile modellenen eşitlik aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $2p+2=p-4$ B) $p+3=2p+5$ C) $2p+6=p-6$ D) $2p+4=p+5$

3-SORU 3)

Cenk, öğretmenin sorduğu $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{4} = 3$ denklemini çözmek için aşağıdaki adımları izlemiş ve

denklemini çözerken izlediği adımın bir tanesinde hata yapmaya başlamıştır. Cenk'in hata yaptığı adımı belirleyiniz.

1. Adım: $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{4} = \frac{3}{1}$
(2) (1) (4)

2. Adım: $\frac{2x - x + 1}{4} = \frac{12}{4}$

3. Adım: $4 \cdot \frac{2x - x + 1}{4} = \frac{12}{4} \cdot 4$

4. Adım: $2x - x - 1 = 12$

5. Adım: $x - 1 = 12$

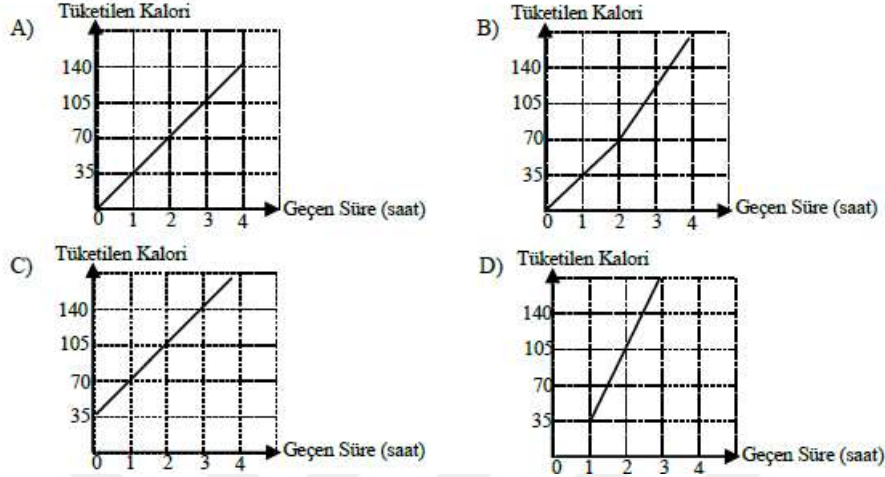
6. Adım: $x - 1 + 1 = 12 + 1$

7. Adım: $x = 13$

4-SORU 4)

Aşağıdaki tabloda bir sporcunun tükettiği kalorinin zamana göre değişimi verilmiştir. Seçeneklerden hangisi tabloya ait grafiği göstermektedir?

Geçen süre (saat)	1	2	3	4
Tüketilen kalori	35	70	105	140



5-SORU

6)

Bir cep telefonu operatörünün iki farklı konuşma tarife ücreti aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tarife Çeşidi	Tarife Ücreti
A Tarifesi	İlk 30 dakikanın her dakikası için 1 TL, sonraki her bir dakika için 2 TL ücret
B Tarifesi	Ayda 20 TL sabit ücret konuştuğu her dakika için 1 TL ücret

Cep telefonuyla ayda 1 saat konuşan Cemil, A yerine B tarifesini seçerse kaç TL kar eder? (Çözümünüzü aşağıdaki boşluğu yazınız)

.....

.....

.....

6-SORU 8)

Aşağıdaki sayı dizisinde boşluklara gelmesi gereken sayıları yazınız.

0,05 – 0,1 – 0,15 - - 0,25 – - 0,35

7-SORU 9)

Problem Durumu: İrem, Gül ve Hakan'ın saatlerinin doğru zamana göre durumu şöyledir:

- İrem : 2 dakika geri
- Gül : 6 dakika ileri
- Hakan : 4 dakika geri

Belirli bir zamanda buluşmak için sözleşen bu kişilerin her biri, buluşma yerine kendi saatine göre tam zamanında gelmiştir. Buluşma yerine ilk gelen kişiyle en son gelen kişi arasında kaç dakikalık süre vardır?

Çözüm Yolu: Doğru zamana x dersek İrem'in saati $x-2$, Gül'ün saati $x+6$ ve Hakan'ın saati $x-4$ 'i gösterir. Bu durumda ilk gelen Gül son gelende Hakan olur. İki kişi arasındaki dakika farkını veren cebirsel işlem ise şu şekildedir.

$$\text{Dakika farkı} = (x+6) - (x-4)$$

$$\text{Dakika farkı} = x+6-x-4$$

$$\text{Dakika farkı} = 2$$

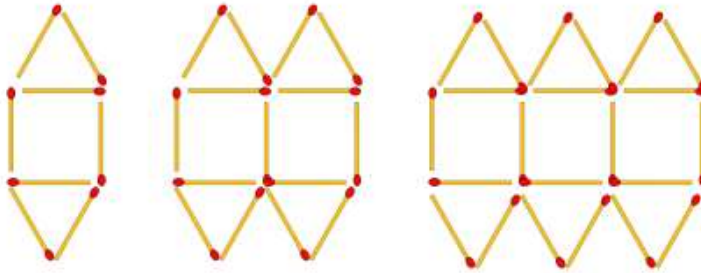
a) Doğru

b) Yanlış (Çünkü)

8-SORU 10)

Bilgisayarda geliştirilen yeni bir hesaplama sistemine göre; "@" basıldığında 2 sayının toplamı ile farkının çarpımını veriyor. Buna göre; $(20@15)$ işlemi ile elde edilen sonuç kaçtır?

9-SORU 11)



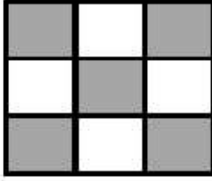
Şekil -1

Şekil-2

Şekil - 3

Yukarıdaki şekil devam ettirildiğinde, 6. şekildeki kibrit çöpü sayısını bulunuz.

10-SORU 14)



Yandaki şekil 9 eş kareden oluşmuş bir karedir. Şekilde toplam kaç tane kare vardır?

.....

.....

.....

11-SORU

15)

- 5 tavuk fiyatına 4 ördek,
 - 12 ördek fiyatına 3 hindi,
- alabiliyorsak, 1 hindi fiyatına kaç tavuk alabiliriz?

.....

.....

.....

12-SORU 16)

A	B	C	D	E	F
1		2		3	
	4		5		6
7		8		9	
	10		11		12
13		...		...	

Yanda verilen tabloda sayma sayıları belli bir düzene göre sıralanmıştır. Buna göre, 20 sayısı hangi harfin altına gelir?

.....

.....

.....

13-SORU

18)

Bir fırındaki simit sayısı (s) saatte (t) 30 azalmaktadır. Bu ilişki $s=500-30t$ denklemi ile ifade edilirse bu denklemi açıklayınız ve 7 saatte sonra fırındaki simit sayısını bulunuz.

.....

14-SORU 19)



Şener öğretmen sınıfta 1. şekilde gösterdiği dikdörtgenlerden üç tanesini kullanarak 2. şekli elde etmiştir. 2. şeklin çevresi 20 birim olduğuna göre x değeri kaçtır? (Çözümünüzü aşağıdaki boşluğu yazınız)

Soru 32: Cenk, öğretmenin sorduğu $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{4} = 3$ denklemini çözmek için aşağıdaki adımları izlemiş ve

denklemini çözerken izlediği adımın bir tanesinde hata yapmaya başlamıştır. Cenk'in hata yaptığı adımı belirleyiniz.

1.Adım: $\frac{x}{2} - \frac{x-1}{4} = \frac{3}{1}$
(2) (1) (4)

2. Adım: $\frac{2x - x + 1}{4} = \frac{12}{4}$

3. Adım: $4 \cdot \frac{2x - x + 1}{4} = \frac{12}{4} \cdot 4$

4. Adım: $2x - x - 1 = 12$

5. Adım: $x - 1 = 12$

6. Adım: $x - 1 + 1 = 12 + 1$

7. Adım: $x = 13$

15-SORU

20)

Problem Durumu: Aşağıdaki tabloda, bir stadyumda maç izlemek için belirlenen yerlerin giriş ücretleri verilmiştir.

Açık Tribün		Kapalı Tribün	
Tam	Öğrenci	Tam	Öğrenci
6 TL	4 TL	8 TL	6 TL

Maç izlemek için bilet alan iki grup seyirci ile ilgili aşağıdakiler bilinmektedir:

- Birinci grup seyirci açık tribünden 12 tam 12 öğrenci bileti almıştır.
- İkinci grup seyirci kapalı tribünden 10 tam 5 öğrenci bileti almıştır.

Buna göre, iki grubun ödeyeceği toplam para miktarını veren cebirsel işlem nasıldır?

Çözüm Yolu:

Birinci grup seyirci için ödenen ücret= $(12 \times 6) + (12 \times 4)$ denklemi ile bulunur.

İkinci grup seyirci için ödenen ücret= $(10 \times 8) + (5 \times 6)$ denklemi ile bulunur.

Ödenen toplam para= $[(12 \times 6) + (12 \times 4)] + [(10 \times 8) + (5 \times 6)]$ cebirsel işlem ile bulunur.

a) Doğru

b) Yanlış (Çünkü)

16-SORU 22)

5, 8, 11, 14, ... şeklinde devam eden sayı dizisinin kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

A. $3n + 2$

B. $2n + 1$

C. $3n - 1$

D. $2n+3$

17-SORU

23)

Bir parfüm firmasında çalışan Özlem, yeni bir koku oluşturmak için kırmızı kokudan $(4x-4)$ gram, beyaz kokudan $3.(y+2)$ gram ve pembe kokudan $(x+y)$ gramı karıştırıyor. Özlem kırmızı kokudan 8 gram, beyaz kokudan 9 gram karıştırdığına göre, pembe kokudan kaç gram karıştırmıştır?

18-SORU 24)

Bir sayı makinesi, tuşlanan sayıya karşılık aşağıdaki değerleri göstermektedir. Buna göre soru işaretine karşılık gelen değeri bulunuz.

Girdi	2	3	4	5	6
Çıktı	11	16	21	26	?