T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

ÇOK DURUMLU AŞAMALI GÖREV SİSTEMİNDE GÜVENİLİRLİK ANALİZİ

Yüksek Lisans Tezi

Fatma Beria OKTAY

İstatistik Anabilim Dalı
İstatistik Yüksek Lisans Programı

İzmir
2024

T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

ÇOK DURUMLU AŞAMALI GÖREV SİSTEMİNDE GÜVENİLİRLİK ANALİZİ

Fatma Beria OKTAY

Tez Danışmanı: Doç.Dr. Özge ELMASTAŞ GÜLTEKİN

İstatistik Anabilim Dalı
İstatistik Yüksek Lisans Programı

İzmir
2024

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum "Çok Durumlu Aşamalı Görev Sisteminde Güvenilirlik Analizi" başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

02/09/2024

Fatma Beria OKTAY

ÖZET

ÇOK DURUMLU AŞAMALI GÖREV SİSTEMİNDE GÜVENİLİRLİK ANALİZİ

OKTAY, Fatma Beria

Yüksek Lisans Tezi, İstatistik Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Özge ELMASTAŞ GÜLTEKİN

Eylül 2024, 56 sayfa

Aşamalı görev sistemleri (Phased Mission Systems-PMS), karmaşık projelerde veya büyük ölçekli üretim süreçlerinde kullanılan iş akışlarıdır. Bu sistemler, büyük bir görevi daha küçük alt görevlere bölerek, her bir alt görevin belirli bir sırayla ve sürede tamamlanmasını sağlar. PMS, proje yönetimi ve üretim planlamasında verimliliği artırır, hata olasılığını azaltır ve süreçlerin izlenebilirliğini sağlar. Güvenilirlik analizi bu sistemlerde kritiktir, çünkü bir alt görevdeki aksaklık tüm sistemi etkileyebilir.

Markov modelleme yaklaşımı, sistemi bileşenlerin bozulma ve tamir edilmesine dayalı olarak durumlar arasında geçişlerle temsil eder. Ayrıca, Evrensel Üretim Fonksiyonu (Universal Generating Function-UGF) tekniği Markov modelini, sistem kullanılabilirliği ve bozulmaya kadar geçen ortalama süre gibi güvenilirlik metriklerini elde etmek için çözülebilen bir dizi cebirsel denkleme dönüştürür.

Bu araştırmada, çok durumlu aşamalı görev sistemlerinde (Multi-State Phased Mission Systems-MS-PMS) güvenilirlik hesaplamasında kullanılan yöntemler incelenmiş ve bu sistemler için ilk kez birleşik Markov ve UGF yöntemi uygulanmıştır. Uygulanan bu birleşik yöntem ile üç aşamalı çok durumlu tamir edilebilir bir sistem üzerinde, bileşenlerin bozulma ve tamir edilme süreçleri incelenmiş, geçiş diyagramları oluşturulmuş ve diferansiyel denklemler çözümlenmiştir. Elde edilen sonuçlar ile, MS-PMS sistemlerinin güvenilirlik metriklerinin hesaplanmasında birleşik Markov ve UGF yaklaşımının etkili bir yöntem olduğu ortaya konmuştur.

Anahtar sözcükler: Markov, çok durumlu sistemler, aşamalı görev sistemi, tamir edilebilir sistemler, çok durumlu aşamalı görev sistemi, UGF.

ABSTRACT

RELIABILITY ANALYSIS IN MULTI-STATE PHASED MISSION SYSTEMS

OKTAY, Fatma Beria

MSc in Statistic

Supervisor: Doç. Dr. Özge ELMASTAŞ GÜLTEKİN

September 2024, 56 pages

Phased mission systems (PMS) are workflows used in complex projects or large-scale production processes. These systems break down a large task into smaller sub-tasks, each of which must be completed in a specific order and within a specific timeframe. PMS improves efficiency in project management and production planning, reduces the likelihood of errors, and ensures traceability of processes. Reliability analysis is critical in these systems because a failure in one sub-task can affect the entire system.

The Markov modeling approach represents the system with transitions between states based on the failure and repair of components. Additionally, the Universal Generating Function (UGF) technique transforms the Markov model into a setof algebraic equations that can be solved to obtain reliability metrics such as system availability and mean time to failure.

In this study, the methods used for reliability calculation in Multi-State Phased Mission Systems (MS-PMS) have been examined, and for the first time, a combined Markov and UGF approach has been applied to these systems. Using this combined method, the failure and repair processes of components have been analyzed on a three-stage multi-state repairable system, transition diagrams have been created, and differential equations have been solved. The results obtained demonstrate that the combined Markov and UGF approach is an effective method for calculating the reliability metrics of MS-PMS systems.

Keywords: Markov, multi-state systems, phased mission system, repairable systems, multi-state phased mission system UGF.

ÖNSÖZ

Günümüzde artan ihtiyaçlar ve karmaşık olayların yönetimi, teknolojinin hızla ilerlemesiyle otomatik ve karmaşık sistemlerin önemini artırmaktadır. Bu bağlamda, aşamalı görev sistemleri (Phased Mission Systems - PMS) öne çıkmaktadır. PMS, farklı çevresel koşullarda belirli görevleri yerine getiren ve ardışık, bağımsız işlem aşamalarına sahip bir sistem türüdür. Her aşama, sistemin yapısı, bozulma kriterleri ve oranları açısından farklılık gösterir. Bu sistemlerde, minimum bozulma ve maksimum güvenilirlikle işlevin sürdürülmesi hedeflenir. Bu nedenle, her aşamadaki güvenilirliğin doğru bir şekilde analiz edilmesi büyük önem taşır.

Bu çalışmada, üç bileşenli ve üç aşamalı bir görev sisteminin güvenilirliğinin, değişen koşullara göre nasıl etkilendiği incelenmiştir. Farklı bozulma ve tamir oranları baz alınarak sistemin güvenilirliği hesaplanmıştır. Çalışma, Markov modelleri ve Evrensel Üretim Fonksiyonu (Universal Generating Function-UGF) tekniklerinin kombinasyonunu ele almaktadır. Markov modelleri, sistem bileşenlerinin bozulma ve tamir edilme durumlarını temsil ederken, UGF tekniği bu modelleri cebirsel denklemlerle çözerek güvenilirlik metriklerini elde etmeyi sağlar. Bu yöntemler, karmaşık sistemlerin güvenilirlik analizinde etkin bir şekilde kullanılmaktadır ve bu çalışmada da başarılı bir şekilde uygulanmıştır.

İZMİR

02/09/2024

Fatma Beria OKTAY

İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇİNDEKİLER (Devam)

Sayfa

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

TABLOLAR DİZİNİ

Sayfa

SİMGELER DİZİNİ

Simgeler	Açıklama
$P(A)$	A ayrık ve bağımsız temel olayının olasılığı
$P(B)$	B ayrık ve bağımsız temel olayının olasılığı
$P(A\ VE\ B)$	VE kapısı olasılığı
$P(A\ VEYA\ B)$	VEYA kapısı olasılığı
$P(A \cap B)$	A olayı ve B olayının kesişim olasılıkları
R_S	Sistem güvenilirliği
R_A	A olayının güvenilirliği
R_B	B olayının güvenilirliği
t	Zaman
$\lambda(t)$	Belirli bir zaman diliminde bozulma oranı
$\mu(t)$	Belirli bir zaman diliminde tamir oranı
Q	Geçiş(durum) oranları matrisi
$P_0(t)$	Sistemin çalışmıyor durumda olma olasılığı

1. GİRİŞ

Belirli bir amacı gerçekleştirmek üzere tasarlanmış ve birlikte çalışan ya da tek bir iş birimi içinde kullanılan, birbirleriyle ilişkili bileşenler bütünü sistem olarak adlandırılır. Aşamalı görev sistemi (PMS), bir görevi her biri kendi gereksinimleri ve hedefleri olan farklı aşamalara ayıran bir sistemdir. PMS, son zamanlarda önemli bir ilgi gören bir güvenilirlik kavramıdır.

PMS'nin kullanımı, havacılık, uzay, savunma ve otomotiv gibi çeşitli endüstrilerde giderek daha popüler hale gelmektedir. Bu sistemin, potansiyel sorunları erken aşamalarda belirleyip, bu sorunlar önemli hale gelmeden önce ele alarak sistem güvenilirliğini artırmada etkili bir araç olduğuna inanılmaktadır. NASA, PMS konseptini ilk olarak 1970'lerde uzay görevleri için tanıttı. O zamandan beri, bu sistem çeşitli endüstrilerde geniş çapta benimsenmiş ve kullanılmıştır. PMS, bir projenin veya operasyonun farklı aşamalarında belirli hedeflere ulaşmak için sistematik bir yaklaşım sağlar. Her aşama, belirli testler ve değerlendirmeler yoluyla potansiyel zayıf noktaları belirleyip giderme fırsatı sunar. Bu yöntem, sistemin genel performansını optimize etmeye ve beklenmedik aksaklıkları en aza indirmeye yardımcı olur. Ayrıca, aşamalı yaklaşım, proje yönetiminde daha netbir yol haritası sunarak kaynakların daha verimli kullanılmasını sağlar. PMS'nin bu avantajları, onu yüksek riskli ve karmaşık projelerde güvenilirlik ve performans açısından tercih edilen bir yöntem haline getirmiştir. PMS'nin sağladığı bu yapılandırılmış süreç, ekiplerin daha iyi planlama yapmasına, görev sürekliliğini sağlamasına ve olası bozulmaları daha etkili bir şekilde önlemesine olanak tanır. Bu nedenle, PMS'nin önemi ve uygulanabilirliği her geçen gün daha fazla anlaşılmakta ve benimsenmektedir. PMS'nin sistem güvenilirliğini artırmadaki etkinliğini değerlendirmek amacıyla birçok çalışma yapılmıştır. Literatürde, aşamalı görev sistemlerinin güvenilirlik analizininin gerçekleştirilmesinde çeşitli yöntemler kullanılmaktadır.

Ziehms et al. (1975) çalışmasında, aşamalı görev sistemlerinin güvenilirliğini analiz etmek için bir metodoloji önerilmiştir. Bu metodoloji, sistemi her biri kendi güvenilirlik parametrelerine sahip bağımsız aşamalara

bölerek genel sistem güvenilirliğinin detaylı bir şekilde analiz edilmesine olanak tanır. Her aşamanın görev sırasında üstlenmesi gereken işlevler ve bileşenlerin durumları dikkate alınarak, sistemin genel güvenilirliği tahmin edilir. Bu yaklaşım, kritik aşamaları belirlemeye ve bu aşamalardaki potansiyel sorunları tanımlamaya yardımcı olur, böylece bakım ve tamir edilme faaliyetleri optimize edilerek maliyetler düşürülür ve operasyonel verimlilik artırılır.

Mo (2009) tarafından yapılan çalışmada, aşamalı görev sistemlerinin güvenilirlik analizinin elde edilmesi için ikili karar diyagramları (Binary-Decision Diagram -BDD) kullanılarak yeni bir model geliştirilmiştir. Bu model, sistemin farklı aşamalarını ve bu aşamalar arasındaki bağımlılıkları dikkate alarak genel sistem güvenilirliğini değerlendirmektedir. BDD'ler, hata ağacı analizinde kullanılarak güvenilirlik parametrelerinin verimli ve doğru bir şekilde hesaplanmasını sağlar (Mo, 2010). Mo et al. (2014) çalışmasında aşamalı görev sistemlerinin (PMS) güvenilirlik analizi için önerdiği yeni yöntem, çok değerli karar diyagramları (Multiple-Valued Decision Diagrams-MDD) kullanarak, sistem bileşenleri ve görev aşamaları arasındaki bağımlılıkları dikkate almayı amaçlamaktadır. Bu model, MDD'leri kullanarak sistemin olası durumlarını ve bu durumlar arasındaki geçişleri temsil eder, bu da sistem güvenilirliğinin daha verimli ve doğru bir şekilde tahmin edilmesini sağlar. MDD tabanlı bu yöntem, büyük ölçekli aşamalı görev sistemlerinin analizinde daha düşük hesaplama karmaşıklığı ve geliştirilmiş değerlendirme algoritmaları sunarak, mevcut ikili karar diyagramı (BDD) tabanlı yöntemlere kıyasla daha küçük boyutlu modeller üretir. Özellikle, MDD tabanlı yöntem, aşama bağımlılıklarını ele alırken daha az değişken kullanarak model oluşturma ve değerlendirme süreçlerini basitleştirir. Ayrıca, bu yöntem, aşamalı görev sistemlerinin güvenilirliğini analiz etmek için kullanılan diğer yöntemlere göre daha yüksek doğruluk ve verimlilik sağlar (Mo et al., 2014).

Peng et al. (2016) tarafından önerilen yeni güvenilirlik modeli, bir görevin farklı aşamaları ve sistem bileşenleri arasındaki bağımlılıkları dikkate alarak her bir görev aşamasında sistemin güvenilirliğinin ve hata

kapsamının tahmin edilmesine olanak tanır. Bu model, evrensel üretim fonksiyonu (Universal Generating Function-UGF) tekniği kullanılarak aşamalı görev sistemlerinin (PMS) analizinde daha doğru ve verimli sonuçlar elde edilmesini sağlar. Özellikle, hata düzeyi kapsamını (Fault Level Coverage-FLC) dikkate alarak, sistem bileşenlerinin başarısızlıklarının etkilerini ve bu başarısızlıkların aşamalar arasındaki geçişlerini detaylı bir şekilde modellemektedir. Ayrıca, bu model, sistemin kritik bileşenlerini belirlemekte ve bu bileşenlerin güvenilirliğini artırmaya yönelik stratejiler geliştirmekte kullanılabilir. Optimal sistem yapısının belirlenmesi için genetik algoritma (Genetic Algorithm-GA) kullanılarak farklı iş paylaşımı gruplarının etkileri incelenmiştir (Peng et al., 2016).

Smotherman ve Zemoudeh (1989) tarafından önerilen güvenilirlik analizi modeli, aşamalı görev sistemleri için homojen olmayan bir Markov modeline dayanır. Bu model, farklı görev aşamaları sırasında sistemin bozulma oranlarındaki değişiklikleri dikkate alarak, sistemin güvenilirliğini daha doğru bir şekilde tahmin etmeyi amaçlar. Model, aşamaları değişim zamanlarını ve küresel zaman bağımlı bozulma ve tamir edilme oranlarını içerir. Önerilen model, her bir görev aşamasında sistemin güvenilirliğini etkili bir şekilde tahmin edebilir ve kritik bileşenleri belirlemek için kullanılabilir. Ayrıca, sayısal çözüm yönteminin, simülasyon yöntemlerine göre birkaç kat daha hızlı olduğu gösterilmiştir. Homojen olmayan yapısı sayesinde, model, karmaşık görev sistemlerinin analizinde esneklik ve doğruluk sağlar (Smotherman and Zemoudeh, 1989).

PMS'de, her bir bileşen sadece aşamalar arasında değil, aynı aşama içerisinde de birden farklı performans seviyesi veya durumu sergileyebilir. Bu sistemler, çok durumlu aşamalı görev sistemleri (MS-PMS) olarak adlandırılır. MS-PMS için güvenilirlik analiz yöntemleri, bir görev sırasında aşamalar arasında ve sistemin farklı durumları arasında geçiş yapabilen sistemlerin güvenilirliğini değerlendirmek için kullanılır. Bu yöntemler, sistemin güvenilirliğini tahmin etmek için farklı aşamalar ve durumlar arasındaki olası geçişleri dikkate alır. MS-PMS'nin güvenilirlik analizine yönelik olarak İkili Karar Diyagramları (BDDs), Çok Değerli Karar

Diyagramları (MDDs), Markov modelleri ve diğer yöntemler dahil olmak üzere çeşitli modeller ve yöntemler önerilmiştir. Literatürde, çok durumlu sistemlerin güvenilirliğini hesaplamada kullanılan yöntemlere ek olarak, Markov ve UGF yöntemleri birleşik olarak ele alınmaktadır. Bu birleşik yöntem ilk olarak Lisnianski ve Levitin (2003) tarafından ortaya konmuştur.

UGF, seri veya paralel bağlı bileşenlere sahip çok durumlu bir sistemin üretim fonksiyonlarının basit cebirsel işlemlerle ele alınmasını sağlar. Bu, çok durumlu bileşenin bireysel üretim fonksiyonunun elde edilmesiyle gerçekleştirilir (Qin et al., 2016). Qin et al. (2016) tarafından önerilen yöntem, tamir edilebilir çok durumlu sistemlerin (MSS) güvenilirlik analizine odaklanmaktadır. Yapılan çalışmada, Markov stokastik süreci ve UGF teknolojisini birleştiren yeni bir yöntem sunulmaktadır. Geleneksel olarak, çok durumlu sistemlerin (MSS) güvenilirlik analizi için doğrudan Markov süreçleri kullanılır. Ancak, Markov süreçleri MSS'nin karmaşıklığı ve durum uzayının büyüklüğü nedeniyle pratikte zorluklar yaratır. Önerilen birleşik yöntem, önce her bir çok durumlu bileşenin UGF'sini elde eder. Ardından, MSS'nin karmaşık yapısını daha yönetilebilir alt sistemlere böler. Bu alt sistemler, seri veya paralel bağlı bileşenlerden oluşur. Her alt sistemin UGF'si hesaplandıktan sonra, bu fonksiyonlar MSS'nin genel güvenilirlik indekslerini hesaplamak için birleştirilir. Bu yaklaşım, sistemin güvenilirlik analizini büyük ölçüde basitleştirir ve hesaplamaları daha etkili hale getirir.

Bu tez çalışmasında, ilgili literatür taranmış ve tamir edilebilen çok durumlu aşamalı görev sistemleri (MS-PMS) için birleşik Markov ve UGF tekniği ilk kez uygulanarak güvenilirlik ölçümleri elde edilmiştir. Birleşik Markov ve UGF uygulaması, üç bileşenli, üç aşamalı ve üç durumlu tamir edilebilen bir sistem için gösterilmiştir.

Bu yöntemin uygulanması, MS-PMS'nin güvenilirlik performansını değerlendirmede önemli bir avantaj sağlamaktadır. Özellikle, aşamalı görev sistemlerinde bileşenlerin farklı performans seviyeleri ve durumları arasında geçiş yapabilme yeteneği dikkate alındığında, bu birleşik yaklaşım, sistemin genel güvenilirliğini daha doğru bir şekilde tahmin etmeye olanak

tanımaktadır. Ayrıca, bu yöntem, tamir edilme süreçlerinin ve aşamalar arası geçişlerin karmaşıklığını ele alarak, mühendislik uygulamalarında pratik ve etkili çözümler sunmaktadır.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde, güvenilirlik ve sistem güvenilirliği ele alınmıştır. Ayrıca sistem güvenilirliğine ilişkin genel bilgiler verilmiş ve sistem yapıları incelenmiştir. Tamir edilebilen ve tamir edilemeyen sistemlerin özellikleri tartışılmış, güvenilirlik hesaplamalarında kullanılan çeşitli yöntemler açıklanmıştır. Hata ağacı analizi, ikili karar diyagramları, Markov yöntemleri ve evrensel üreten fonksiyon gibi teknikler detaylandırılmıştır. Ayrıca, birleşik Markov ve evrensel üretim fonksiyonu yönteminin nasıl kullanıldığı incelenmiştir.

Bu çalışmanın üçüncü bölümünde, aşamalı görev sistemleri (PMS) ve çok durumlu aşamalı görev sistemleri (MS-PMS) ele alınmıştır. Bu sistemlerin yapısı, işleyişi ve uygulama alanları detaylı bir şekilde incelenmiştir.

Çalışmanın dördüncü bölümünde, belirli varsayımları olan bir MS-PMS sistemi tasarlanmış olup, önerilen birleşik Markov ve UGF tekniği yöntemi uygulanmıştır. Bu uygulamaya ek olarak farklı tamir ve bozulma durumları için de bir hesaplama yapılmıştır.

Çalışmanın son bölümünde ise uygulama sonucunda elde edilen verilere göre sonuçlar verilmiş ve uygulanan yönteme ilişkin yorumlamalar yapılmıştır.

2. GÜVENİLİRLİK VE SİSTEM GÜVENİLİRLİĞİ

Belirli bir amacı gerçekleştirmek üzere tasarlanan, birlikte çalışan ya da tek bir iş birimi içinde kullanılan birbiriyle ilişkili bileşenler kümesi sistem olarak tanımlanmaktadır. Sistemler, genellikle karmaşık yapıları nedeniyle birçok bileşenin bir araya gelmesiyle oluşur. Bu bileşenler, belirli bir amacı gerçekleştirmek için koordine bir şekilde çalışır ve her biri sistemin genel performansına katkıda bulunur.

Güvenilirlik ise bir ürünün ya da sistemin, karşılaşılan çalışma koşullarında hedeflenen süre boyunca amacını yeterince yerine getirme olasılığıdır. Güvenilirlik, mühendislik ve kalite yönetimi alanlarında kritik bir kavramdır. Bir sistemin güvenilirliği, kullanıcıların sistemden bekledikleri performansı sürekli olarak alabilmelerini sağlar. Bu nedenle, güvenilirlik analizleri ve değerlendirmeleri, özellikle yüksek risk içeren endüstrilerde büyük önem taşır. Güvenilirlik teorisine ilişkin çalışmalar, genellikle bir sistem ve bileşenleri için yalnızca iki mümkün duruma izin veren geleneksel ikili güvenilirlik modellerine odaklanmıştır: Mükemmel performans ve tam bozulma. Bu modeller, bir bileşenin ya tamamen işlevsel ya da tamamen bozulmalı olduğu varsayımına dayanır. Geleneksel ikili güvenilirlik modelleri, basit sistemler için yeterli olabilirken, çok durumlu sistemler için daha gelişmiş modellemelere ihtiyaç vardır. Çok durumlu sistemler, bileşenlerinin birden fazla performans seviyesine sahip olabildiği ve bu seviyeler arasında sistemin durumuna bağlı olarak geçiş yapılabilen sistemlerdir (Lisnianski et al., 2010). Güvenilirlik sistemlerinde, sistemin çalışması bir veya birden fazla bileşene bağlıdır ve bu bileşenlerin güvenilirliği sistemin güvenilirliğini belirlemektedir.

Güvenilirlik, sistemin çalışması sırasında zamanı ölçen bir parametre içermektedir. Burada ölçülen zaman, sürekli çalışmanın söz konusu olduğu durumlarda tercih edilen herhangi bir zaman birimi olabilir. Sistemde zamana bağlı bu sürekli çalışmalarda çalışma ve bozulma gibi durumlar meydana gelmektedir. Çalışma durumu, belirlenen çalışma koşullarında istenilen

fonksiyonların gerçekleşmesi durumudur. Bozulma durumu ise sistemdeki herhangi bir bileşenin görevini yerine getirmemesidir.

Sistemler, başlangıçta başarılı bir şekilde çalışıyorken zaman içerisinde belirli nedenlerden dolayı bozulma durumuna geçmektedir. Bu durumda güvenilirliğin ölçülebilmesi için sistemde bozulma sürelerinin belirlenmesi gerekir. Bu süreler hem tüm sistem için hem de her bir bileşenden çeşitli yollarla toplanabilmektedir (Esary and Ziehms, 1975). Herhangi bir bozulmanın olduğu durumda ise sistemi yenilemek yerine bozulma nedeni saptanarak sistem bakıma ya da tamire alınmaktadır.

Güvenilirlik ve sistem güvenilirliği analizleri, havacılık, otomotiv, elektronik ve yazılım gibi birçok endüstride uygulanmaktadır. Her endüstrinin kendine özgü gereksinimleri ve zorlukları olsa da, güvenilirlik analizinin temel prensipleri genel olarak aynıdır. Bu analizler, sistemlerin performansını artırmak, bakım maliyetlerini azaltmak ve kullanıcı memnuniyetini artırmak amacıyla kullanılır (Cheng et al., 2020).

Güvenilirlik, R ile temsil edilirken, t zaman parametresini temsil etmektedir. T ise sistemin yaşam süresi olup bozulmaya kadar geçen süreyi ifade etmektedir ve bu durumda güvenirlik fonksiyonu $R(t)$ ile gösterilir. Bu durumda t zamanında oluşan güvenilirlik fonksiyonu 2.1 eşitliğindeki gibi ifade edilmektedir.

$$R(t)=Pr\ \{T > t\} = \int_t^{\infty} f(x)\, dx \quad (2.1)$$

Güvenilirlik sistemlerinde t sürede bozulma ve çalışma durumlarının meydana geldiği iki sistem bulunmaktadır. Bu sistemler tamir edilemeyen ve tamir edilebilen sistemler olarak ele alınmaktadır (Guo et al., 2008).

2.1 Tamir Edilemeyen Sistemler

Tamir edilemeyen sistemler, tasarlanan sistemin başlangıç çalışma anından itibaren amaçlanan görev tamamlanıncaya kadar herhangi bir aksama olmadan çalışmasını gerektirir. Bu sistemlerde herhangi bir aksama durumu istenmez ve sistem çalışamaz hale geldiğinde tamir edilmez, genellikle yenisiyle değiştirilir. Bu nedenle, tamir edilemeyen sistemlerin güvenilirliği, kullanım ömrü boyunca herhangi bir bozulma olmadan çalışabilme olasılığına dayanır. Güvenilirlik analizi, sistemin belirli bir süre boyunca işlevini yerine getirme olasılığını değerlendirir ve bu analizler genellikle istatistiksel yöntemlerle gerçekleştirilir.

Tamir edilemeyen sistemlerin güvenilirlik analizinde üstel, Weibull ve log-normal dağılımlar yaygın olarak kullanılır. Bu dağılımlar, sistemin yaşam süresi boyunca bozulma olasılıklarını modellemek için uygundur (Cheng et al., 2020). Özellikle malzeme özelliklerinin zamanla bozulduğu veya rastgele yüklemelerin bulunduğu durumlarda, zaman bağımlı güvenilirlik analizi önem kazanır. Zaman bağımlı güvenilirlik analizi, sistemin belirli bir zaman aralığında bozulma olasılığını hesaplamayı içerir ve sistemin belirli bir zaman diliminde ne kadar süre çalışacağını ve bu süre zarfında bozulma yapma olasılığını değerlendirmeyi amaçlar (Singh and Mourelatos, 2010).

Bu yaklaşımla, tamir edilemeyen sistemlerin güvenilirliği, sistemin ömrü boyunca işlevselliğini sürdürme olasılığına odaklanarak, herhangi bir aksama durumunda yenisiyle değiştirilmesi gerektiği için büyük önem taşır.

2.2 Tamir Edilebilen Sistemler

Tamir edilebilen sistemler, bir bozulma meydana geldiğinde tamir edilerek işlevselliklerini sürdüren sistemlerdir. Bu sistemlerde, bileşenlerin bozulması durumunda sistem tamamen bozulmaz; bunun yerine, bozulan bileşenler tamir edilir veya değiştirilir, böylece sistem yeniden çalışır hale gelir. Tamir edilebilen bir sistem, amaçlanan görevlerinden en az birini yerine getirmede başarısız olduktan sonra, tüm sistemin değiştirilmesi yerine başarısızlığa neden olan bozulma durumundaki bileşenin tamir edilmesi ile

sistemin çalışma durumuna devam etmesinin mümkün olduğu sistemlerdir (Basile et al., 2004).

Tamir edilebilen bir sistemde, herhangi bir bileşende bozulma meydana geldiği zaman, tamir ile beraber bileşen yeniden normal olarak çalışma durumuna devam etmektedir. Bu tür sistemlerin güvenilirlik analizinde, bozulma ve tamir süreçleri birlikte ele alınır ve sistemin belirli bir süre boyunca işlevini yerine getirme olasılığı değerlendirilir. Çoğu zaman, tamir edilebilen sistemlerin güvenilirlik analizinde Markov modelleri ve yarı-Markov süreçleri gibi stokastik süreçler kullanılır.

Bu modeller, sistemin belirli durumlar arasında nasıl geçiş yaptığını ve bu geçişlerin zaman bağımlı özelliklerini inceler (Lee, 2000). Ayrıca, tamir edilebilen sistemlerde zaman bağımlı güvenilirlik analizi, sistemin belirli bir zaman diliminde bozulma olasılığını ve bu bozulma tamiri ile sistemin ne kadar süre çalışacağını hesaplamayı içerir. Bu analiz, sistemin performansını optimize etmek ve bakım stratejilerini geliştirmek için kullanılır (Yin et al., 2001). Tamir edilebilen sistemlerin güvenilirlik analizi, çeşitli mühendislik ve endüstri alanlarında uygulanmaktadır. Örneğin, enerji sistemlerinde bileşenlerin güvenilirliğini artırmak ve sistem performansını optimize etmek amacıyla yapılan çalışmalar bu tür analizleri içerir. Ayrıca, havacılık ve otomotiv endüstrilerinde de yaygın olarak kullanılmaktadır (Singh and Mourelatos, 2010).

2.3 Güvenilirlik Hesabında Kullanılan Yöntemler

Güvenilirlik hesaplamaları, bir sistemin belirli bir süre boyunca işlevlerini başarıyla yerine getirme olasılığını değerlendirmek için kullanılan önemli bir analiz alanıdır. Bu hesaplamalar, mühendislik ve kalite yönetimi gibi çeşitli alanlarda kritik bir rol oynar. Güvenilirlik hesaplamalarında kullanılan yöntemler, sistemin karmaşıklığına, bileşenlerin bozulma davranışlarına ve bakım stratejilerine bağlı olarak çeşitlilik gösterir.

2.3.1 Hata ağacı analizi (Fault Tree Analysis-FTA)

Hata Ağacı Analizi (Fault Tree Analysis-FTA), karmaşık sistemlerin güvenilirliğini değerlendirmek için kullanılan yaygın bir yöntemdir. Bu analiz yöntemi, sistemde meydana gelebilecek olası bozulmaların nedenlerini ve bu bozulmaların sistem performansı üzerindeki etkilerini görselleştirmek için grafiksel bir yaklaşım sunar. FTA, temel olaylar (temel bileşen bozulmaları) ve ara olaylar (bu temel olayların kombinasyonlarından kaynaklanan bozulmalar) arasında ilişkiler kurarak, sistemin genel güvenilirliğini etkileyen faktörleri belirler.

FTA genellikle bir sistemin güvenilirliğinde ve operatörler tarafından kullanılma durumunda iyileştirilme alanlarının vurgulanması için sistemin tasarım aşamasında kullanılmaktadır. FTA yöntemi ilk olarak 1962 yılında kıtalararası Minuteman füzesinin fırlatma kontrol sisteminin analizini kolaylaştırmak için Bell Telefon laboratuvarlarında geliştirilmiştir (Misra, 2008). Daha sonra ise Boeing şirketi tarafından geliştirilip uygulanmıştır. Günümüzde FTA, sistem güvenilirliği çalışmalarında özellikle nükleer santrallerde, havacılık ve savunma sistemlerinde mantıksal analitik bir teknik olarak kullanılmaktadır.

FTA'da öncelikle istenmeyen olay tanımlanır. Sistem güvenilirlik analizi için istenmeyen olay genellikle sistemin ya da alt sistemin bozulmasıdır. Daha sonra sistem, önceden tanımlanmış istenmeyen olayların meydana gelmesine yol açacak tüm temel olay kombinasyonlarını bulmak için çevresi ve çalışması bağlamında analiz edilir (Misra, 2008). Burada bahsedilen temel olay ise bileşen bozulmaları, insan ya da çevre kaynaklı bozulmalar gibi istenmeyen olaya yani bozulma durumuna neden olabilecek olaylardır. FTA yöntemi ile temel olay ve istenmeyen olay arasındaki mantıksal ilişki grafiksel olarak temsil edilir ve bir sistemin nasıl başarısız olabileceğinin anlaşılması için mantıksal bir çıkarım yapılır.

FTA'nın temel amacı, belirli bir başarısızlık durumuna (üst olay) yol açabilecek tüm olası olayları ve bunların kombinasyonlarını tanımlamaktır.

Analiz, sistemin güvenilirliğini artırmak ve olası bozulmaları önlemek için kritik bileşenleri ve süreçleri belirlemeye yardımcı olur. FTA, hem nicel hem de nitel analizlerde kullanılabilir ve güvenilirlik mühendisliğinde risk değerlendirme, hata teşhisi ve sistem tasarımı gibi çeşitli uygulamalarda yaygın olarak uygulanmaktadır (Vessely and Goldberg, 1981).

FTA'nın uygulanması, şu adımları içerir:

1. Üst Olayın Tanımlanması: Analizin odaklandığı ana bozulma durumu belirlenir.
2. Olay Ağacının Oluşturulması: Üst olaya yol açabilecek temel ve ara olaylar tanımlanır ve bunlar arasındaki ilişkiler grafiksel olarak gösterilir.
3. Nicel ve Nitel Analiz: Olayların olasılıkları ve bu olayların kombinasyonlarının olasılıkları hesaplanır.
4. Risk Değerlendirmesi ve Önlemler: Kritik bileşenler ve süreçler belirlenir, ardından sistem güvenilirliğini artırmak için gerekli önlemler ve iyileştirmeler planlanır.

FTA'da kullanılan mantıksal semboller, sistem bozulmalarının nedenlerini ve etkilerini belirlemede kritik bir rol oynar. Şekil 2.1'de detaylı olarak gösterilen bu semboller, analizin daha anlaşılır ve sistematik bir şekilde yapılmasına olanak tanır. Her bir sembol, farklı olay türlerini veya durumları temsil ederek analizin karmaşıklığını azaltır ve daha etkili bir değerlendirme sağlar.

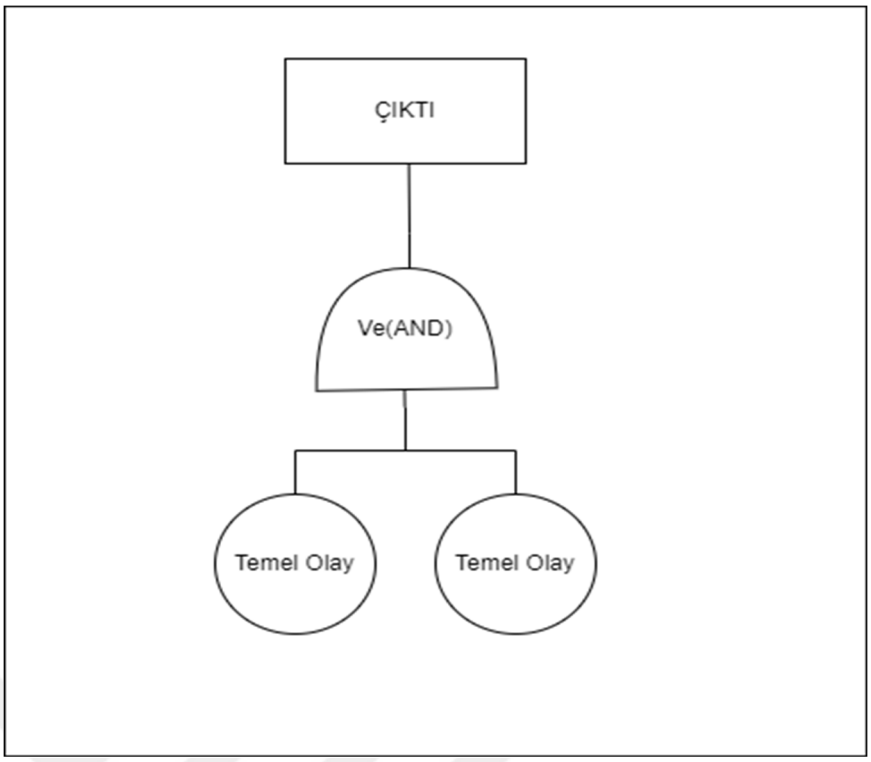
Şekil 2.1 Hata ağacı mantıksal sembolleri

Bu sembollerin kullanım amaçları aşağıdaki gibidir (Vessely and Goldberg, 1981):

1. Temel Olay: VE (AND) ve VEYA (OR) kapısına bağlanan ilk sembol olup, daha fazla ayrıntı gerektirmeyen başlangıç hata olayını temsil eder.
2. Koşullu Olay-Çıktı: İkinci sembol, bileşendeki koşullu hatayı gösterir ve bir veya daha fazla koşulun mantık kapıları aracılığıyla bir araya gelmesiyle oluşur.
3. VE Kapısı: Üçüncü sembol, çıkış olayının gerçekleşmesi için tüm giriş olaylarının gerçekleşmesini gerektirir.
4. VEYA Kapısı: Dördüncü sembol, herhangi bir giriş olayının gerçekleşmesi durumunda çıkış olayının meydana gelmesine neden olan durumları temsil eder.

FTA'da kullanılan temel mantıksal kapılar "AND" ve "OR" kapılarıdır. "AND" kapısı, tüm giriş olaylarının meydana gelmesi durumunda çıkış olayının gerçekleşeceğini belirtirken, "OR" kapısı ise herhangi bir giriş olayının meydana gelmesi durumunda çıkış olayının gerçekleşeceğini ifade eder. Örneğin, bir uçak motorunun bozulması durumunu ele alalım. Eğer uçak motorunun bozulması hem yakıt sistemindeki bir bozulmadan hem de elektrik sistemindeki bir bozulmadan kaynaklanıyorsa ve her iki bozulma birlikte gerçekleştiğinde motor bozuluyorsa, bu bir "AND" kapısı ile temsil edilir. Ancak, motorun bozulması için sadece yakıt sistemindeki veya elektrik sistemindeki bozulmalardan biri yeterliyse, bu durum "OR" kapısı ile temsil edilir.

Aşağıda, hata ağacı yönteminde kullanılan genel gösterimler ele alınmıştır. İlk olarak VE kapısı Şekil 2.2’de gösterilmektedir (Vessely and Goldberg, 1981).



Şekil 2.2 Hata ağacı mantıksal VE(AND) kapısı çıkış ağacı

Şekil 2.2'de iki temel olaya sahip VE kapısı detaylı bir şekilde gösterilmektedir. Bu tür hata ağaçları, sistem güvenilirliğini hesaplamak için mantık kapılarını kullanır. Sistem güvenilirliği analizlerinde, temel olayların sergiledikleri davranışlar hangi mantık kapılarının (VE veya VEYA) kullanılacağını belirler (Yılmaz, 2021).

VE kapısı, çıkış olayının gerçekleşmesi için tüm giriş olaylarının gerçekleşmesi gerektiğini ifade eder. Örneğin, bir uçak motorunun bozulması durumu ele alındığında eğer motor bozulması hem yakıt sistemindeki bir bozulmadan hem de elektrik sistemindeki bir bozulmadan kaynaklanıyorsa, bu bir VE kapısı ile temsil edilir.

Aşağıda, VE kapısına ait A ve B karşılıklı ayrık ve bağımsız temel olaylarının olasılık ve sistem güvenilirliği formülü 2.2 ve 2.3 ‘te verilmiştir (Vessely and Goldberg, 1981).

VE kapısının olasılığı şu şekilde hesaplanır:

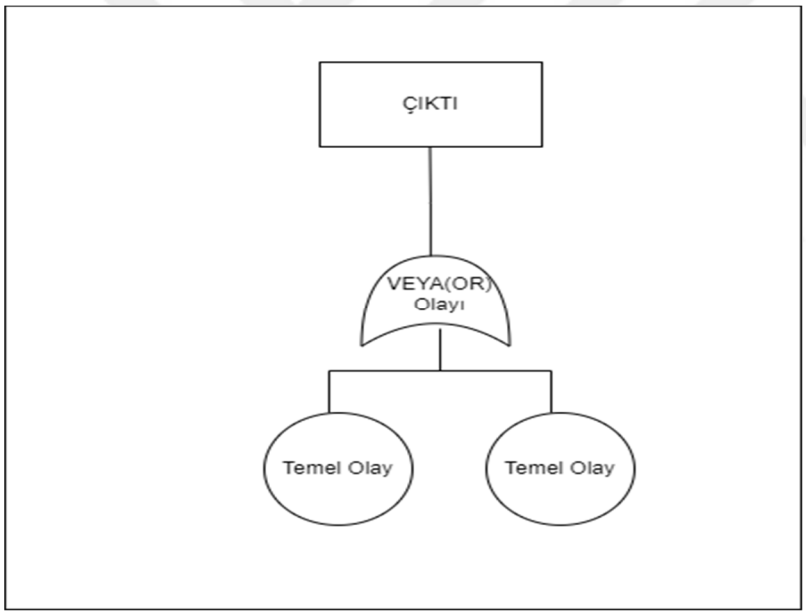
$$P(A\ VE\ B) = P(A) \times P(B) \qquad (2.2)$$

Bu formül, A ve B temel olaylarının olasılıklarının çarpımı ile hesaplanır ve sistemin genel güvenilirliği için kritik bir değerlendirme sağlar. Ayrıca, VE kapısı ile oluşturulmuş sistemin güvenilirliği şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$R_S = R_A \times R_B \qquad (2.3)$$

Bu denklem, sistemin güvenilirliğini belirlemek için bileşenlerin güvenilirliklerinin çarpımını kullanır (Vessely and Goldberg, 1981).

İkinci olarak ise VEYA kapısı Şekil 2.3'te gösterilmektedir (Vessely and Goldberg, 1981).



Şekil 2.3 Hata ağacı mantıksal OR(VEYA) kapısı çıkış ağacı

VEYA (OR) kapısı, herhangi bir giriş olayının meydana gelmesi durumunda çıkış olayının gerçekleşeceğini belirtir. Örneğin, bir uçak motorunun bozulması durumunu tekrar şu şekilde ele alınsın, eğer motor bozulması yakıt sistemindeki veya elektrik sistemindeki bozulmalardan herhangi biri meydana geldiğinde gerçekleşiyorsa, bu bir VEYA kapısı ile temsil edilir.

VEYA kapısına ait A ve B karşılıklı ayrık ve bağımsız temel olaylarının olasılık ve sistem güvenilirliği sırasıyla 2.4 ve 2.5'te verilmiştir. VEYA kapısının olasılığı şu şekilde hesaplanır:

$$P(A\ VEYA\ B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \qquad (2.4)$$

Bu formül, A ve B olaylarının olasılıklarını toplar ve ikisinin birlikte meydana gelme olasılığını elde edilen toplamdan çıkararak hesaplar. VEYA kapısı için oluşturulmuş sistemin güvenilirliği ise şu şekilde hesaplanır:

$$R_S = R_A + R_B - R_A \times R_B \qquad (2.5)$$

Bu denklem, bireysel bileşenlerin güvenilirliklerinin toplamını kullanarak sistemin genel güvenilirliğini belirler (Bhattacharya and Goswami, 2020).

Bu tür analizler, sistemdeki güvenilirlik performansını artırmak için hangi bileşenlerin daha dikkatli izlenmesi gerektiğini belirlemekte önemli bir rol oynar. Örneğin, uçak motorunun güvenilirliği, hem yakıt sistemi hem de elektrik sisteminin güvenilirlikleriyle doğrudan ilişkilidir. Bu nedenle, her iki sistemin de güvenilirliğini artırmak, genel sistem güvenilirliğini önemli ölçüde artıracaktır.

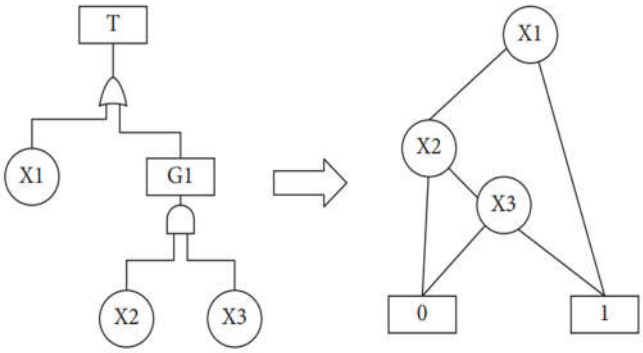
2.3.2 İkili karar diyagramları (Binary Decision Diagram-BDD)

FTA ve bunları çözmek için kullanılan analiz yöntemleri, uygulandıkları sistemler büyük veya karmaşık olduğunda verimsiz hale gelebilir. Sistemi bu şekilde analiz etmek yerine, FTA'yı ikili karar diyagramına dönüştürüp sonrasında analiz etmek daha etkili ve verimli olmaktadır. İkili karar diyagramları ilk olarak mantıksal ifadeler olarak bilinen Boolean ifadelerin yerine devre tasarımında ve doğrulamasında kullanılmış kompakt kodlamalardır. İkili karar diyagramlarında sistemin

olduğu haliyle sonuç alınması zor bir durumdur, bu nedenle genellikle hata ağaçlarına benzetilerek sonuç alınmaktadır (Dunnett and Andrews, 2006).

BDD ile FTA az zaman ile ve fazla hesaplama karmaşıklığına gerek olmadan çözümleme yapılabilmektedir. Bu özelliğinden dolayı ise büyük karar ağaç modellerinde kullanımı etkilidir. BDD, dallarla birbirine bağlanan bir olayın sona erdiği ya da başladığı düğümlerden oluşmaktadır. Diyagramda olaylar en üst noktadan başlar ve sırasıyla olay oluşumunu ya da oluşmamasını temsil eden 1 veya 0 düğümlerinden birinde sona ermektedir. Bu yapı, sistem performansını veya güvenilirliğini daha iyi anlamak için mantıksal bir çıkarım yapılmasına olanak tanır.

Şekil 2.4'te bir hata ağacının BDD'ye dönüştürülmesi gösterilmektedir (Jiang et al., 2021). Sol tarafta bir hata ağacı görülmektedir. Burada "T" üst düzey olay, "G1" ise bir geçit olarak temsil edilmiştir. "X1", "X2" ve "X3" temel olayları göstermektedir. Sağ tarafta ise bu hata ağacının BDD'ye dönüştürülmüş hali yer almaktadır. BDD, olayların başlangıç veya bitiş düğümleri ile temsil edilen ve dallarla bağlanan bir diyagramdır. X1, X2 ve X3 temel olayları, 1 veya 0 düğümlerine ulaşana kadar dallanarak olayların gerçekleşip gerçekleşmediğini gösterir (Jiang et al., 2021).



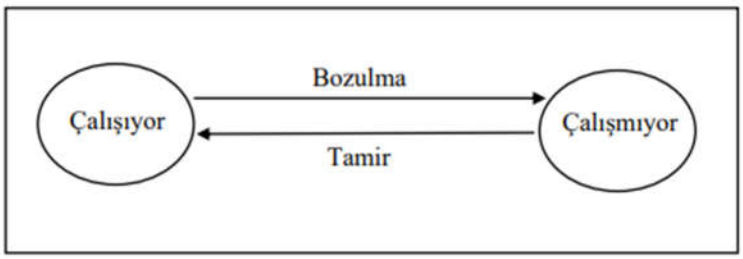
Şekil 2.4 Hata ağacının BDD'ye dönüştürülmesi

2.3.3 Markov yaklaşımı

Bir sistemin gelişimi sürekli zamanlı ayrık durumlu bir stokastik süreç ile temsil edilmektedir (Lisnianski, 2006). Stokastik süreç teorisi, gerçek sistemler için genel bozulma modellerinin formüle edilmesini, hesaplama için çeşitli güvenilirlik endekslerinin açık formüllerinin elde edilmesini olanaklı kılmakta ve karmaşık durumlarda optimal bakım planlarının belirlenmesine izin veren gelişmiş bir olasılıksal çerçeve sağlamaktadır (Qin et al., 2016). Markov yöntemi bir sistemin bileşenlerinin güçlü bağımlılıklara sahip olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Markov modellemesi, matematikçi Andrei Markov'un (1856-1922) adını taşıyan "Markov yaklaşımı" olarak bilinen; herhangi bir sistemin gelecekteki davranışlarının bir sistemin geçmiş davranışlarına bağlı olmadığı yalnızca bir önceki durum davranışından etkilenerek analizlerin sağlandığı matematiksel bir tekniktir. Bu modelleme Markov yaklaşımının "belleksiz" olma özelliğinden dolayı yapılabilmektedir ve ayrıca yukarıda bahsedilen yaklaşım bir durumdan diğer duruma geçiş süresinin sabit olduğunu varsaymaktadır, böylece güvenirlik hesaplamaları için yöntem elverişli hale gelmektedir. Bir Markov modelinde durumlar ve geçişler olmak üzere iki bölüm mevcuttur. Sistemdeki bileşenlerin çalışması ya da bozulması durumlar ile tanımlarken, geçişler bir durumdan diğer duruma geçiş süresini temsil etmektedir. Bazı durumlar arasında geçişler yoktur ve dolayısıyla geçişler birbirine bağlı değildir. Bu durumlar yutucu durum olarak adlandırılmaktadır (Chew, 2010). Bileşenlerin bozulma ve tamir sürelerinin stokastik süreç teorisinden dolayı üstel dağılımla ilişkili olduğu varsayılmaktadır (Ding and Han, 2018). Markov modellemesinde sistem için öncelikle durum-uzay matrisleri oluşturulur ve tüm durumlar arasındaki geçişler tanımlanır. Sonrasında ise durum olasılıklarının bulunabilmesi için elde edilen Markov durum diferansiyel denklemleri Laplace dönüşümü vb. yöntemlerle çözülmektedir. Bu yöntemin dezavantajı ise yüksek boyut problemidir ve oldukça büyük hesaplama kaynakları gerektirmektedir. Bu nedenle daha küçük sistemler için daha kullanışlıdır.

Markov yaklaşımında, her bir düğüm sistem durumlarından birini ve kenarlarındaki oklar ise durumlar arasındaki geçiş oranlarını temsil

etmektedir. Şekil 2.5'te tek bir tamir edilebilen bileşenin çalışıyor ve çalışmıyor olma durumlarından birine sahip olduğu Markov geçiş diyagramı şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.5 Tek bir bileşen için Markov geçiş diyagramı

$$x(t) = \begin{cases} 0, Bileşen\ çalışmıyorsa \\ 1, Bileşen\ çalışıyorsa \end{cases}$$

Bozulma oranı (λ), bir bileşenin veya sistemin belirli bir zaman diliminde bozulma olasılığını tanımlar. Bozulma oranı, üstel dağılım kullanılarak 2.6'daki gibi ifade edilir:

$$\lambda(t) = \frac{d}{dt} F(t) \qquad (2.6)$$

Üstel dağılımın yoğunluk fonksiyonu ise şu şekildedir:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Burada, λ bozulma oranını ve t zamanı temsil eder. Bu fonksiyon, bir bileşenin bozulmadan önceki beklenen ömrünü belirlemek için kullanılır.

Tamir oranı (μ), ise bir bileşenin bozulduktan sonra belirli bir zaman diliminde tamir olasılığını tanımlar. Tamir oranı da üstel dağılım kullanılarak 2.7'deki gibi ifade edilir:

$$\mu(t) = \frac{d}{dt} R(t) \qquad (2.7)$$

Tamir süresi için üstel dağılımın olassılık yoğunluk fonksiyonu şu şekildedir:

$$g(t) = \mu e^{-\mu t}$$

Burada, μ tamir oranını ve t zamanı temsil eder. Bu fonksiyon, bir bileşenin bozulmadan sonra tamir edilme süresini belirlemek için kullanılır.

Markov modellerinde, sistemin belirli durumlar arasında geçiş yapma olasılıkları, bozulma ve tamir oranlarına dayanır. Markov süreci, sistemin belirli bir durumdayken bir sonraki duruma geçiş olasılığının sadece mevcut duruma bağlı olduğu varsayımına dayanır. Bu süreçler, aşağıdaki geçiş oranları matrisleri (Q) ile tanımlanır:

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\lambda} & \boldsymbol{\lambda} \\ \mu & -\mu \end{bmatrix} \qquad (2.8)$$

Burada, λ bozulma oranı ve μ tamir oranıdır. Bir Markov sürecinde, durum olasılıkları zamanla değişir ve aşağıdaki diferansiyel denklemlerle ifade edilir:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$
$$\frac{dP_1(t)}{dt} = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t) \qquad (2.9)$$

Burada, $P_0(t)$ sistemin bozulma (çalışmıyor) durumunda olma olasılığını, $P_1(t)$ ise sistemin çalışır durumda olma olasılığını temsil eder. Bu denklemler, sistemin çalışma ve bozulma durumları arasındaki geçişlerin olasılıklarını belirlemek için kullanılır.

Markov süreçleri, çok durumlu sistemlerin (MSS) güvenilirlik değerlendirmesinde yaygın olarak kullanılan güçlü araçlardır. Bu yöntemler,

bir MSS'nin durum-uzay diyagramının oluşturulmasını ve tüm durumlar arasındaki geçişlerin tanımlanmasını gerektirir.

Bu süreçlerin sürekli-zamanlı ayrık-durumlu stokastik bir süreçle temsil edilmesi, MSS'nin güvenilirlik ölçütlerinin tümünün değerlendirilmesine olanak tanır. Ancak, Markov süreç modellerinin gerçek dünya MSS'lerine uygulanması zor olabilir. Bu modellerin karmaşıklığı, birçok farklı performans seviyesine sahip çok sayıda eleman içermesi durumunda ortaya çıkar (Guo etal., 2008).

Markov süreçleri, çok durumlu sistemlerdeki (MSS) çok sayıda durumu ve geçişi doğru bir şekilde tanımlamayı gerektirir. Bu durum, küçük MSS'ler için bile önemli hatalara yol açabilir ve modelin çözümü bilgisayar kaynaklarını zorlayabilir. Bir MSS'nin *n* farklı tamir edilebilir elemandan oluştuğu durumlarda, her elemanın *j* farklı performans seviyesine sahip olduğu bir modelin durum sayısı 2.10'daki gibi hesaplanabilir (Lisnianski and Levitin, 2003):

$$K = \prod_{j=1}^{n} k_j \qquad (2.10)$$

Bu sayı, küçük MSS'ler için bile oldukça büyük olabilir. Eğer stokastik süreç bir Markov süreci olarak tanımlanmışsa, MSS'nin durum olasılıklarını bulmak için *K* diferansiyel denklemin çözülmesi gerekir. Bazı durumlarda, kalma sürelerinin üstel dağılım göstermemesi durumunda, yarı-Markov süreçleri kullanılarak çözüm elde edilebilir. Bu yaklaşım, MSS'nin durum olasılıklarını bulmak için çözülecek integral denklemlerin sayısını MSS'nin toplam durum sayısının karesine çıkarır (Lisnianski and Levitin, 2003).

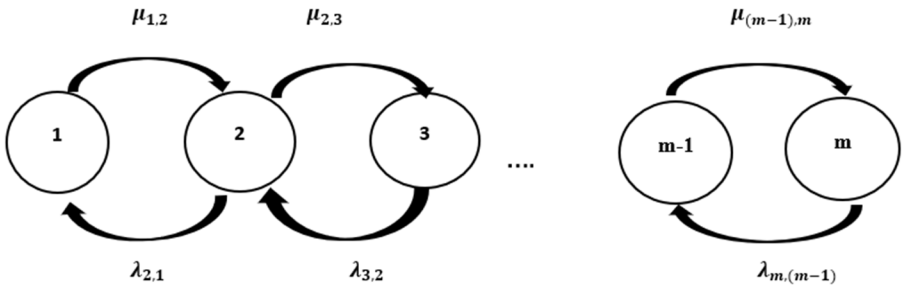
Semi-Markov süreçlerinde, her elemanın bozulma süreleri keyfi bir dağılıma göre dağılmış olabilir. Bu durumda, MSS'nin fonksiyonunu tanımlayan yarı-Markov sürecinin uygun bir kernel matrisi elde edilmelidir. Her bir kernel matrisi öğesi, belirli bir zaman aralığında bir durumdan diğerine geçiş olasılığını belirler. Yarı-Markov süreci, elemanın ilk durumundan başlayarak herhangi bir anda belirli bir durumda olma olasılığını

tanımlar. Bu olasılıklar, bir integral denklemler sistemi çözülerek elde edilir (Lisnianski and Levitin, 2003).

Markov modelleri, çok durumlu elemanlar için performans stokastik sürecinin Markov özelliğine sahip olduğu durumlarda kullanılır. Bu durumda, her geçişin kendi geçiş yoğunluğu vardır ve her geçiş bir bozulma veya tamir tarafından tetiklenir. MSS'nin her elemanı için performans stokastik süreci, diferansiyel denklemler sisteminin çözülmesiyle tanımlanır. Bu denklemler, elemanın durum olasılıklarını belirler ve her eleman için çıktı performans dağılımı elde edilir (Lisnianski and Levitin, 2003).

Şekil 2.6'da çok durumlu bir tamir edilebilen bileşen için herhangi bir *s* durumundan *m* durumuna geçişi gösteren basit bir temsil verilmiştir. Bu geçiş, bir Markov süreci kullanılarak yapılmaktadır.

$s, m = 1, 2, \ldots, k$ için; bozulma oranı, $m < s$ olduğunda λ_{sm} olarak tanımlanır ve tamir oranı $m > s$ olduğunda $\mu_{s,m}$ olarak tanımlanır. Bu tanımlar, çok durumlu bileşen için geçerlidir.



Şekil 2.6 Çok durumlu tamir edilebilen bir bileşen için Markov geçiş diyagramı

Sürekli-zamanlı Markov süreçleri, MSS'nin durum geçişlerini modellemek için kullanılır. Her bir durumdan diğerine geçişler, belirli bir geçiş oranı ile tanımlanır.

$P_i(t), t$ zamanında sistemin *i* durumunda olma olasığı yani durum olasılığını temsil eder.

q_{ij} ise sistemin *i* durumundan *j* durumuna geçiş oranıdır. Bu durumda sistemin durum olasılık diferansiyel denklemleri 2.11'deki gibidir.

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j \neq i} q_{ji} P_j(t) - \sum_{j \neq i} q_{ij} P_i(t) \qquad (2.11)$$

Yarı Markov süreçleri, MSS'deki elemanların bozulma ve tamir sürelerinin keyfi dağılımlara sahip olduğu durumlarda kullanılır. Belirli bir zaman aralığında bir durumdan diğerine geçiş olasılığını tanımlamak için öncelikle bir Kernel matrisi oluşturulur:

$$K_{ij}(t) = P(\text{ Geçiş zamanı} \leq t \mid \text{Başlangıç durumu } i, \text{Hedef durumu } j\ )$$

Sonrasında ise durum olasılık denklemleri aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$P_i(t) = \sum_{j \neq i} \int_0^t K_{ji}(u) P_j(t-u)\ du \qquad (2.12)$$

Markov modelleri, MSS'lerin güvenilirlik analizinde kritik araçlardır. Bu yöntemler, sistemin farklı performans seviyeleri ve durumları arasında geçiş yapabilme yeteneğini doğru bir şekilde modelleyerek, güvenilirlik ve kullanılabilirlik analizlerinin daha kesin ve güvenilir olmasını sağlar. Bu modellerin çözümünde karşılaşılan zorluklar ve bilgisayar kaynaklarını zorlayıcı etkileri, MSS'lerin analizi için ileri yöntemlerin ve optimizasyon tekniklerinin geliştirilmesine yol açmıştır.

2.3.4 Evrensel üretim fonksiyonu (Universal Generating Function - UGF)

UGF, matematiksel olarak moment türeten fonksiyonunun ve *z*-dönüşümünün bir uzantısıdır (Quin et al., 2016). Bu bağlamda, UGF, daha karmaşık matematiksel ve istatistiksel analizlerin temel taşlarından biri olarak kabul edilebilir. UGF kavramı, ilk olarak Ushakov (1986, 1987) tarafından sistem güvenilirlik çalışmalarında tanıtılmıştır. Ushakov'un öncü çalışmaları, bu fonksiyonun güvenilirlik mühendisliği ve sistem analizinde ne kadar değerli bir araç olduğunu ortaya koymuştur. Evrensel üretim fonksiyonu, özellikle yüksek boyutlu kombinatoryal problemler için çok etkili bir yöntem olarak öne çıkmaktadır (Qin et al., 2016). Bu yöntem, karmaşık sistemlerin performans analizinde, bileşenlerin performans dağılımlarını cebirsel prosedürler kullanarak belirleyip, bu dağılımlara dayanarak tüm sistemin performans dağılımını hesaplamada büyük kolaylık sağlamaktadır. Bu nedenle, birçok gerçek dünya sisteminde, bu fonksiyon sayesinde basit cebirsel hesaplamalar yapılabilmekte ve büyük hesaplama kaynaklarına ihtiyaç duyulmamaktadır. UGF, sistemlerin performansını değerlendirmede önemli bir araç olarak kullanıldığında, analiz süreçlerini daha verimli ve erişilebilir hale getirmektedir.

UGF tekniği, çok durumlu sistemlerin (MSS) performans dağılımlarının hesaplanmasında kullanılan etkili bir yöntemdir. Bu teknik, *z*-dönüşüm ve kompozisyon operatörleri Ω kullanılarak oluşturulan bir yöntemdir. Rastgele bir değişkenin *z*-dönüşümü, *u*-fonksiyonu olarak adlandırılır. (Lisnianski and Levitin, 2003). Rastgele değişken X için u fonksiyonu (2.13)'te şu şekilde gösterilmiştir:

$$u(z) = \sum_{i} p_i z^{x_i} \quad (2.13)$$

Burada p_i, X değişkeninin x_i değerini alma olasılığıdır. UGF bir dizi rastgele değişkenin *z*-dönüşümlerinin kompozisyon operatörü Ω kullanılarak birleştirilmesi ile elde edilir (Lisnianski and Levitin, 2003).

$$U(z) = \Omega\big(u_1(z), u_2(z), \dots, u_n(z)\big)$$

UGF tekniğinde, bir sistemin anlık performans dağılımı, sistemin çeşitli durumlarındaki performans seviyelerinin ve bu durumların olasılıklarının bir fonksiyonu olarak ifade edilir (Lisnianski and Levitin, 2003). Bu, sistemin herhangi bir andaki olası performans seviyelerini ve bu seviyelere ulaşma olasılıklarını belirlemek için kullanılır.

Performans, bir sistemin belirli bir zaman diliminde veya belirli koşullar altında ne kadar iyi çalıştığını gösteren bir ölçüttür. Çok durumlu sistemlerde, performans seviyeleri farklı durumlar için farklılık gösterir ve her bir durumun belirli bir olasılığı vardır. UGF, bu performans seviyelerini ve olasılıklarını birleştirerek sistemin genel performans dağılımını elde etmeyi sağlar.

Performans seviyelerini temsil eden x_i değerleri yerine, daha genel ve yaygın olarak kullanılan g_i performans seviyelerine geçiş yapmak için, x_i değerleri g_i performans seviyeleriyle değiştirilir. Bu durumda, formül şu şekilde yeniden yazılır:

$$u(z) = \sum_i p_i z^{g_i} \qquad (2.14)$$

Çok durumlu bir sistem (MSS) için anlık performans dağılımı ise şu şekilde tanımlanır:

$$U(z,t) = \sum_{i=1}^{K} p_i(t) z^{g_i} \qquad (2.15)$$

Burada:

- $U(z,t)$: Anlık performans dağılım fonksiyonu,
- $p_i(t)$: Sistemin *t* anında *i.* durumda olma olasılığı,
- g_i: Sistemin *i.* durumundaki performans seviyesi,
- K : Toplam durum sayısı

olmaktadır.

Bu formül sistemin her bir durumdaki performans seviyesini ve bu duruma ulaşma olasılığını çarparak toplamaktadır. Böylece, farklı performans seviyelerinin ve bu seviyelere ulaşma olasılıklarının bir bileşimi elde edilir.

UGF tekniğinde, seri ve paralel sistemlerin performans analizinde ayrıştırma (decomposition) operatörleri kullanılır. Bu operatörler, sistemin bileşenlerinin performans fonksiyonlarını birleştirerek sistemin genel performans fonksiyonunu elde etmeyi sağlar (Lisnianski and Levitin, 2003).

Seri sistemlerde, tüm bileşenlerin çalışması gerekir. Bir seri sistemde genel performans, bileşenlerin en düşük performansına eşittir. Matematiksel olarak, seri sistemdeki iki bileşenin (A ve B) *u*-fonksiyonları $u_A(z)$ ve $u_B(z)$ sistemin genel *u*-fonksiyonu $u_{seri}(z)$ şu şekilde hesaplanır:

$$u_{seri}(z) = min(u_A(z), u_B(z)) \qquad (2.16)$$

UGF tekniğinde bu, durum genellikle şu şekilde ifade edilir:

$$U_{seri}(z) = \Omega_{seri}\big(u_1(z), u_2(z)\big) \sum_i \sum_j p_i p_j z^{\min(g_i, g_j)} \quad (2.17)$$

Burada:

- $u_1(z)$ ve $u_2(z)$ bileşenlerin *u*-fonksiyonları,
- g_i ve g_j bileşenlerin performans seviyeleri,
- p_i ve p_j bileşenlerin performans seviyelerine ulaşma olasılıklarıdır.

Paralel sistemlerde, sistemin çalışması için bileşenlerden birinin çalışması yeterlidir. Bir paralel sistemde genel performans, bileşenlerin en yüksek performansına eşittir. Matematiksel olarak, paralel sistemdeki iki bileşenin (A ve B) *u*-fonksiyonları $u_A(z)$ ve $u_B(z)$ sistemin genel *u*-fonksiyonu $u_{paralel}(z)$ şu şekilde hesaplanır:

$$U_{paralel}(z) = \Omega_{paralel}\big(u_1(z), u_2(z)\big) \sum_i \sum_j p_i p_j z^{\max(g_i, g_j)} \quad (2.18)$$

Burada:

- $u_1(z)$ ve $u_2(z)$ bileşenlerin u-fonksiyonları,
- g_i ve g_j bileşenlerin performans seviyeleri,
- p_i ve p_j bileşenlerin performans seviyelerine ulaşma olasılıklarıdır.

Karma sistemler ise seri ve paralel bileşenlerin kombinasyonlarından oluşur. Bu tür sistemlerde, hem seri hem de paralel bileşenlerin performans fonksiyonları birleştirilir. UGF tekniğinde, sistem bileşenlerinin performans fonksiyonlarını uygun birleştirme operatörleri kullanarak genel sistem performans fonksiyonu elde edilir.

UGF tekniğinde, seri ve paralel sistemlerin performans fonksiyonlarını birleştirmek için kullanılan operatörler $\otimes_S$ ve $\otimes_P$ olarak adlandırılır.

Örneğin, aşağıdaki denklem karma bir sistemi temsil etmektedir.

$$U_{sis} = \left(u_1(z) \otimes_S u_3(z)\right) \otimes_P u_2(z) \qquad (2.19)$$

Bu denklemde $u_1(z)$ ve $u_3(z)$ seri birleştirme operatörüyle $(\otimes_S)$, $u_2(z)$ ise paralel sistem birleştirme operatörüyle $(\otimes_P)$ birleştirilerek sistemin genel performans yapısını ortaya çıkarmıştır.

UGF tekniğinde, w genellikle sistemin karşılaması gereken bir talep veya minimum performans seviyesi olarak kullanılır. Sistem performansının bu talebi karşılayıp karşılamadığını belirlemek için w kullanılır (Lisnianski and Levitin, 2003). Sistemin belirli bir anda kullanılabilirliği $A(t,w)$ şu şekilde hesaplanır:

$$A(t,w) = \delta_A(U(z,t),w) = \sum_{i=1}^{K} p_i(t)\delta(g_i \geq w) \qquad (2.20)$$

Burada δ operatörü, performans seviyesinin talebi karşılama durumunu kontrol eder (Lisnianski and Levitin, 2003).

$$\delta(g_i \geq w) = \begin{cases} 1, & g_i \geq w \\ 0, & g_i < w \end{cases} \qquad (2.21)$$

Sistemin w değerine, yani minimum performans talebine, sistemin performans durumlarına göre karar verilir (Lisnianski and Levitin, 2003). Bu süreçte, sistemin her bir durumundaki performans seviyeleri g_i ve bu durumlara ulaşma olasılıkları p_i dikkate alınır. Sistem gereksinimleri doğrultusunda, kabul edilebilir minimum performans seviyesi w belirlenir. Bu seviye, sistemin güvenilirlik, kullanılabilirlik ve işlevsellik hedeflerini karşılamalıdır. Analiz ve değerlendirme adımları ile w 'nin belirlenen performans seviyelerine uygun olup olmadığı doğrulanır. Bu şekilde, w, sistemin genel performansının istenen düzeyde olmasını sağlar.

2.3.5 Birleşik Markov ve UGF yöntemi (Combined Markov and UGF Method)

Stokastik süreç ve Markov yaklaşımı, sistem güvenilirliği için oldukça kullanışlı olmasına rağmen, gerçek dünya sistemlerinde yani farklı performans seviyelerine sahip çok durumlu sistemlerde uygulanması durum diyagramlarının büyük boyutlu olması nedeniyle zor ve karmaşıktır. Genellikle bu durum literatürde "durum patlaması" olarak adlandırılmaktadır (Lisnianski, 2006). Bu boyut problemi nedeniyle çok durumlu sistemler için başlangıç durum diyagramı ve bir model oluşturmak oldukça zor ve bir çok hatalı sonuca neden olabilmektedir. Çok durumlu sistemlerde durum ve geçiş tanımlamaları yüksek boyut probleminden dolayı hatalı olarak yapılabilir ve ortaya çok fazla denklem çıkacağı için çok fazla hesaplama kaynağı tüketilebilir. Bu nedenle, evrensel üretim fonksiyonu sayesinde basitleştirilmiş prosedürlere dayalı ve problem boyutunu azaltabilecek bir yöntem geliştirilmiştir. Birleştirilmiş yöntem ilk olarak Lisnianski ve Levitin (2003) tarafından tanıtılmıştır.

UGF, bileşenleri seri ya da paralel bağlanmış olan çok durumlu bir sistemin tüm üretim fonksiyonları, çok durumlu bileşenin bireysel üretim fonksiyonunun basit cebirsel işlemler ile elde edilmesini sağlar (Qin et al., 2006)**.** Birleşik yöntemde ise, ilk olarak sistem Markov yaklaşımı ile modellenir ve ardından bileşenler için belirlenen durum olasılıklarına dayalı ikinci aşamada, her bileşen için bireysel üretim fonksiyonu tanımlanır. Daha

sonra, tüm çok durumlu sistem yapısındaki bireysel bileşenlerin evrensel üretim fonksiyonu ve bunların kombinasyonları üzerinde birleşim operatörleri kullanılarak, basit cebirsel işlemlerle tüm çok durumlu sistem için evrensel üretim fonksiyonu elde edilir (Lisnianski, 2006). Bu elde edilen evrensel üretim fonksiyonu, tüm çok durumlu sistem için çıktı performans dağılımını tanımlar ve sistemin güvenilirlik ölçütleri, bu çıktı performans dağılımından kolaylıkla elde edilir.

Birleşik Markov ve UGF yöntemi, hem kesikli hem de sürekli durumlara sahip MS-PMS sistemlerinin analizine olanak tanır. Bu yaklaşım, tüm olası durumları ve geçişleri dikkate alarak sistem performansının daha doğru bir şekilde anlaşılmasını sağlayabilir. Birleşik yöntemin adımları şunlardır:

1. Sistem, bileşenlerin farklı durumlarını temsil eden bir Markov modeli kullanılarak modellenir. Bu modelde, bileşenlerin çalışma durumu, bozulma durumu ve bakım durumu gibi olası tüm durumları belirlenir ve bu durumlar arasındaki geçişler tanımlanır. Geçiş olasılıkları ve hızları da dikkate alınarak, sistemin çeşitli durumlar arasında nasıl hareketettiği ayrıntılı bir şekilde gösterilir. Bu sayede, sistemin genel çalışma performansı ve güvenilirlik analizi için temel bir yapı oluşturulur.

2. Markov modelinde tanımlanan durumlar arasındaki geçişler, geçiş hızlarına dayalı olarak diferansiyel denklemler setine dönüştürülür. Bu adımda, her bir durumun belirli bir zaman diliminde diğer durumlara geçiş olasılığı matematiksel olarak ifade edilir. Diferansiyel denklemler, zamanla değişen geçiş olasılıklarını ve hızlarını kapsar. Bu dönüşüm, sistemin dinamik davranışını anlamak ve analiz etmek için gereklidir, böylece sistemin belirli bir anda hangi durumda olacağının olasılığı hesaplanabilir.

3. Diferansiyel denklemler, UGF tekniği kullanılarak cebirsel denklemlere dönüştürülür. Bu adımda, diferansiyel denklemler, daha kolay çözülebilen ve analiz edilebilen cebirsel denklemler haline getirilir. UGF tekniği, sürekli durumların ve olasılıkların hesaplanmasında kullanılacak bir

araç sağlar. Bu dönüşüm, sistemin güvenilirlik metriklerini elde etmek için gerekli olan matematiksel temeli oluşturur ve analiz sürecini basitleştirir.

Cebirsel denklemler çözülerek, sistemin güvenilirlik metrikleri elde edilir. Bu adımda, daha önce dönüştürülmüş olan denklemler kullanılarak, sistemin performansını ve güvenilirliğini ölçen önemli değerler hesaplanır. Bu metrikler, sistemin belirli bir zamanda hangi durumda olma olasılığını ve genel performansını değerlendirir. Sonuçlar, sistemin güvenilirliği hakkında ayrıntılı ve kapsamlı bir anlayış sağlar, böylece olası iyileştirmeler ve optimizasyonlar yapılabilir.

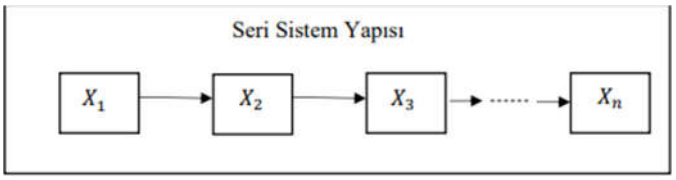
2.4 Sistem Çeşitleri

Sistem güvenilirliği hesaplamalarında, sistemdeki bileşenlerin birbirine nasıl bağlandığı önemli bir rol oynar. Sistemler, bileşenlerin bağlantı şekillerine göre çeşitli kategorilere ayrılabilir. Bu kategoriler, sistemin genel performansını, bozulma olasılığını ve güvenilirliğini doğrudan etkiler. Yaygın olarak kullanılan bazı sistem türleri aşağıda açıklanmıştır.

2.4.1 Seri sistemler

Seri sistem, sistem bileşenlerinden herhangi biri başarısız olursa, tüm sistemin başarısız olacağı bir yapıdır. Yani, bir seri sistem, en zayıf bileşeni kadar zayıf olan bir sistemdir (Romeu, 2004). Bu durumda, seri sistem yapısında bozulan bileşen sayısı arttıkça sistemin güvenilirliği azalmaktadır. Seri sistemlerde, her bir bileşenin düzgün çalışması hayati önem taşır; bu nedenle, bir bileşenin güvenilirlik problemi tüm sistemi etkileyebilir.

Şekil 2.7'de n adet bileşene sahip olan seri sistem blok diyagramı gösterilmiştir. Bu diyagram, her bir bileşenin birbirine nasıl bağlı olduğunu ve sistemin genel yapısını görsel olarak ifade eder. Bu tür bir diyagram, sistem güvenilirliğinin analiz edilmesinde ve bozulmaların tespitinde yardımcı olur.



Şekil 2.7 Seri sistem blok diyagramı

Her bloğun kendine ait belirli bir güvenirliği mevcuttur. Bu durumda sistemin yapı fonksiyonu ve güvenilirliği aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\Phi(x) = x_1 x_2 x_3 \dots x_n = \prod_{i=1}^{n} x_i \qquad (2.22)$$

$$R_S = R_1 R_2 R_3 \dots R_n \qquad (2.23)$$

$$R_S = \prod_{i=1}^{n} R_i \quad i = 1,2,3,\dots,n \qquad (2.24)$$

Bileşen sayısı arttıkça, genel güvenilirlik düşme eğilimindedir, çünkü bir bileşenin bozulma olasılığı tüm sistemi etkiler.

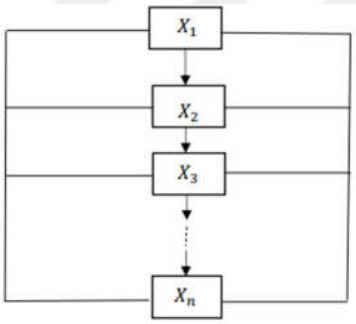
Seri sistemlerin bir diğer önemli özelliği, bakım ve tamir stratejilerinin dikkatli bir şekilde planlanması gerekliliğidir. Herhangi bir bileşenin bozulması durumunda, sistemin tamamı devre dışı kalacağı için, bileşenlerin periyodik olarak bakıma alınması ve olası bozulmaların önceden tespit edilmesi büyük önem taşır.

2.4.2 Paralel sistemler

Paralel sistem, sistemdeki tüm bileşenler başarısız olmadığı sürece tüm sistemin çalıştığı bir sistem yapısıdır. Bu tür bir sistemde, herhangi bir bileşenin bozulması durumunda, diğer bileşenler çalışmaya devam ederek sistemin çalışması sağlanmış olur. Yani, paralel bir sistemde, toplam sistem güvenilirliği, herhangi bir tek sistem bileşeninin güvenilirliğinden daha yüksektir (Romeu, 2004). Paralel sistemlerin temel avantajı, bileşenlerden

birinin veya birkaçının bozulması durumunda bile sistemin çalışmaya devam edebilmesidir. Bu yapı, sistem güvenilirliğini artırır ve sistemin tamamının bozulma olasılığını azaltır. Paralel sistemlerde, sistemin genel güvenilirliği, her bir bileşenin çalışmama olasılıklarının çarpımı hesaplandıktan sonra, bu değerin 1'den çıkarılması ile elde edilir. Bu, daha fazla bileşen eklendikçe sistem güvenilirliğinin artma eğiliminde olduğunu gösterir.

Şekil 2.8'de *n* adet bileşene sahip olan paralel sistem blok diyagramı gösterilmiştir. Bu diyagram, paralel yapıdaki bileşenlerin nasıl organize edildiğini ve sistemin genel işleyişini görsel olarak ifade eder. Bu tür bir diyagram, sistem güvenilirliği analizinde ve olası bozulmaların etkisini değerlendirmede yardımcı olur (Yılmaz, 2021).



Şekil 2.8 Paralel sistem blok diyagramı

En az bir bileşenin çalıştığı paralel sistem yapı fonksiyonu ve sistem güvenirliği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$\Phi(x) = 1 - (1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3) \dots (1 - x_n) = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - x_i) \quad (2.25)$$

$$R_P = 1 - [(1 - R_1)(1 - R_2)(1 - R_3) \dots (1 - R_n)] \quad (2.26)$$

$$R_P = 1 - \left[\prod_{i=1}^{n}(1 - R_i)\right], \quad i = 1,2,3, \dots, n \quad (2.27)$$

Bakım ve tamir açısından, paralel sistemler daha avantajlıdır. Bir bileşen bozulduğunda, sistemin geri kalanı çalışmaya devam eder; bu sayede

bozulan bileşen çıkarılıp tamir edilebilir veya değiştirilebilir. Bu özellik, özellikle yüksek güvenilirlik gerektiren sistemlerde önemli bir fayda sağlar.

2.4.3 Karma sistemler

Karma sistemler, seri ve paralel sistemlerin birleşiminden oluşan sistemlerdir. Bu tür sistemler, hem seri hem de paralel bileşenleri içerebilir, böylece her iki sistem türünün avantajlarını birleştirirler. Karma sistemlerde, sistem güvenilirliği, sistemin paralel ve seri olarak alt gruplara ayrılmasıyla her bir alt sistemin güvenilirliği hesaplanarak elde edilir. Bu yaklaşım, daha karmaşık ve esnek sistem tasarımlarının oluşturulmasına olanak tanır.

Karma sistemlerde güvenilirlik hesaplaması, önce her bir alt sistemin (seri veya paralel) güvenilirliğinin belirlenmesini ve ardından bu alt sistemlerin birleştirilmesini gerektirir. Örneğin, bir karma sistemin bazı bileşenleri seri olarak bağlanmışken, bu seriler de kendi aralarında paralel olarak bağlanabilir. Bu durumda, güvenilirlik hesaplaması iki aşamada yapılır.

Seri olarak bağlanmış bileşenlerin güvenilirliği, bu bileşenlerin güvenilirliklerinin çarpımı ile bulunur. Matematiksel olarak, n adet bileşenden oluşan bir seri sistemin güvenilirliği (2.24)'deki gibi hesaplanır.

Örneğin, üç bileşenden oluşan bir seri sistemde bileşenlerin güvenilirlikleri sırasıyla $(R_1), (R_2)$ ve (R_3) ise, bu sistemin güvenilirliği şu şekilde hesaplanır:

$$R_{seri} = R_1 \times R_2 \times R_3 \qquad (2.28)$$

Paralel olarak bağlanmış bileşenlerin güvenilirliği, bu bileşenlerin bozulma olasılıklarının çarpımı hesaplandıktan sonra sonucun 1'den çıkarılması ile hesaplanır. Paralel sistemlerde, sistemin çalışmaya devam etmesi için tüm bileşenlerin aynı anda bozulmaması yeterlidir. Bu özellik, paralel sistemlerin genel güvenilirliğini artırır.

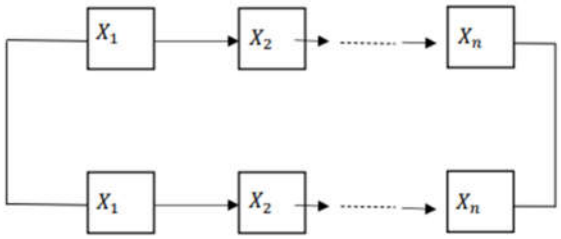
Matematiksel olarak, n adet bileşenden oluşan bir paralel sistemin güvenilirliği (2.27)'deki gibi hesaplanır.

Örneğin, üç bileşenden oluşan bir paralel sistemde bileşenlerin güvenilirlikleri sırasıyla $(R_1), (R_2)$ ve (R_3) ise, bu sistemin güvenilirliği şu şekilde hesaplanır:

$$R_{paralel} = 1 - (1 - R_1) \times (1 - R_2) \times (1 - R_3) \qquad (2.29)$$

Bu formül, herhangi bir bileşenin çalışmama olasılığını $(1 - R_i)$ alarak tüm bileşenlerin çalışmama olasılıklarını çarpar ve daha sonra çarpımının sonucunu birden çıkarır.

Karma sistemlerde, bu iki tür alt sistemin güvenilirlikleri hesaplandıktan sonra, tüm sistemin güvenilirliği bu alt sistemlerin güvenilirliklerinin kombinasyonu ile belirlenir. Karma sistemlerin esnekliği, belirli bir güvenilirlik seviyesine ulaşmak için farklı bileşen düzenlemeleri ve fazlalık stratejileri kullanmayı mümkün kılar.



Şekil 2.9 Karma sistem blok diyagramı

Şekil 2.9'da, n adet bileşene sahip olan karma bir sistemin blok diyagramı gösterilmiştir. Bu diyagram, karma sistemdeki bileşenlerin nasıl organize edildiğini ve seri ile paralel yapıların nasıl bir araya geldiğini görsel olarak ifade eder.

2.5 Çok Durumlu Sistemler (Multi-state Systems-MSS)

Tasarlanan birçok gerçek dünya sistemi, çeşitli performans seviyeleri ile görevlerini yerine getirmektedir. Bu seviyeler, sistemin görev verimliliğini belirleyen ayırt edici performans oranları olarak adlandırılır. Sözkonusu sistemler, belirli görevleri farklı verimlilik seviyelerinde tamamlayarak kullanıcı ihtiyaçlarını karşılamakta ve operasyonel hedeflere ulaşmaktadır. Performans oranlarının sayısı sınırlı olan sistemler, literatürde çok durumlu sistemler olarak bilinmektedir (Lisnianski et al., 2010).

Çok durumlu sistemler, sırayla farklı performans oranlarına sahip olan bileşenlerden oluşmaktadır. Her bir bileşenin belirli bir verimlilik düzeyi vardır ve bu bileşenler sistemin genel performansını ve güvenilirliğini doğrudan etkilemektedir. Bu sistemlerde bileşenler ve sistemler çeşitli ara durumlardan geçebilir ve her durumda farklı performans seviyeleri sergileyebilirler. MSS bileşen durumları genellikle şu şekilde tanımlanır (Birolini, 2017; Ebeling, 2010; Natvig, 2011):

"Tam İşlevsel Durum (Fully Functional State)" olarak adlandırılan durumda, bileşen veya sistem tam kapasiteyle çalışır, performans en yüksek seviyededir ve güvenilirlik en üst düzeydedir. Bu durum genellikle S_0 olarak adlandırılır.

"Kısmi İşlevsel Durumlar (Partially Functional State)", bileşenin veya sistemin kısmi kapasiteyle çalıştığı durumlardır ve performans belirli bir yüzde oranında düşmüştür. Bu tür durumlar çeşitli seviyelerde olabilir ve genellikle $(S_1, S_2, \dots, S_{n-1})$ olarak adlandırılır. Her bir kısmi işlevsel durum, belirli bir performans yüzdesini temsil eder.

"Arızalı Durum (Failed State)", bileşen veya sistemin çalışmaz durumda olduğu ve performansın sıfır olduğu durumu ifade eder. Güvenilirlik en düşük seviyededir ve bu durum genellikle (S_n) olarak adlandırılır. Durum geçişleri, bileşenler veya sistemler zaman içinde bir durumdan diğerine geçebilir. Geçiş olasılıkları, genellikle Markov zincirleri kullanılarak

modellenir ve her durumdan diğerine geçiş olasılıkları, sistemin geçmiş performans verilerine veya tahminlerine dayanarak belirlenir.

Güvenilirlik sistemlerinde, sistemin başarılı bir şekilde çalışması, bir veya birden fazla bileşenin düzgün ve güvenilir bir şekilde çalışmasına bağlıdır. Literatürde, çok durumlu sistemlerin güvenilirlik hesaplamalarında en yaygın kullanılan yöntemlerin başında Markov ve UGF gelmektedir (Lisnianski et al., 2010).

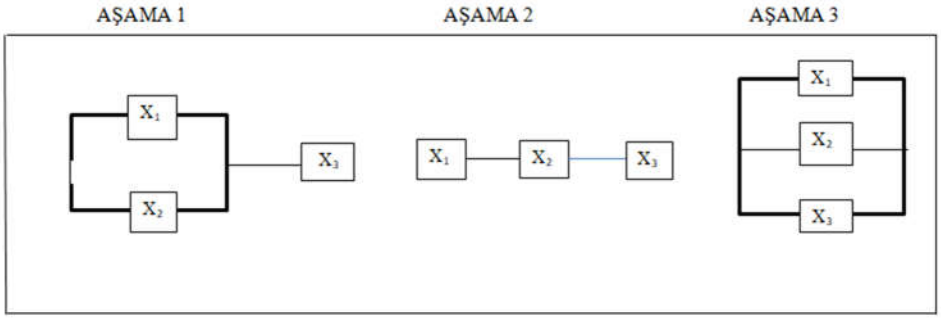
3. AŞAMALI GÖREV SİSTEMLERİ (PHASED MISSION SYSTEMS -PMS)

Günümüzde artan ihtiyaçlar ve teknolojinin ilerlemesiyle birlikte sistem yapıları daha karmaşık hale gelmiştir (Burdick et al., 1977). Havacılık ve nükleer enerji gibi alanlarda, uygulamalar genellikle sırayla gerçekleştirilmesi gereken birkaç farklı görevi veya aşamayı içerir. Bu görevlerde kullanılan sistemler, aşamalı görev sistemi olarak adlandırılmaktadır (Misra, 2008). Aşamalı görev sistemlerine klasik bir örnek olarak bir uçağın uçuşu gösterilebilir. İlk aşama, kalkış için ilk zaman olarak tanımlanabilir ve bu aşamada tüm motorların çalışır durumda olması gerekir. Kalkış sırasında motorlar diğer aşamalara göre çok daha fazla stres altındadır, bu yüzden motorların kalkış aşamasında bozulma olasılığı iniş aşamasına göre daha yüksektir. Bir sonraki aşama, daha az stresli olan seyir aşamasıdır ve uçağın görevine devam etmesi için sadece motorların bir alt kümesinin çalışması gerekmektedir. Son aşama ise iniş aşamasıdır. Bu aşamada görev sona ermek üzere olduğu için birçok alt sistemin çalışması gerekmez, fakat iniş takımı görevi tamamlamada kritik olarak kabul edilir (Murphy et al., 2007). Uçağın uçuş örneğinde de görülebileceği üzere aşamalı görev sistemleri, her görev aşaması sırasında değişen çalışma koşulları nedeniyle farklı streslere ve güvenilirlik gereksinimlerine maruz kalabilmektedir. Her görev aşaması sırasında sistem belirli bir görevi yerine getirmek zorundadır ve farklı güvenilirlik gereksinimlerine sahiptir. Aşamalı görev sistemlerinin güvenilirliği ise genel olarak, tüm aşamalarda hedeflenen göreve başarıyla ulaşma olasılığı olarak tanımlanabilir (Xing and Dugan, 2002). Aşamalı sistemlerde güvenilirlik analizi yapılabilmesi için öncelikle sistemin daha önceki periyotlarının incelenmesi ve bilinmesi gerekmektedir. Sonrasında ise güvenilirlik ölçüt değişkenleri tanımlanır ve bu ölçüt değişkenleri mevcut olan güvenilirlik hesaplama yöntemlerinden biriyle hesaplanır.

Aşamalı görev sistemlerinin uygulandığı alanlara uzay ve uydu sistemleri üzerine yapılan çalışmalar örnek gösterilebilir. Literatürde, Bondavalli et al. (1997) çalışmasında, uzay sistemleri aşamalara ayrılarak analitik olarak modellenmiştir. Mandelli et al. (2006) yaptığı çalışmada, dış

güneş sistemine bilim görevi için gönderilen bir iyon tahrik sisteminin sevk sistemi yedi aşamadan oluşan aşamalı bir görev sistemi olarak incelenmiştir. Bu çalışmada, bahsedilen sevk sisteminin planlanan görev süresi boyunca zamana bağlı güvenilirliğinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Li et al. (2018), görevi uzay aracını tüm ömrü boyunca doğru konumda ve yörüngede tutmak olan yörünge ve tutum kontrol çalışma sisteminin (Attitude and Orbit Control System-AOCS) güvenilirliğini aşamalı görev sistemi ve Markov yenileme denklemine dayalı yöntem ile değerlendirmiştir. Ayrıca, Li et al. (2021) yaptıkları başka bir çalışmada, bir uzay aracındaki yön ve yörüngeyi ayarlamak için kullanılan kritik bir sistem olan tahrik sisteminin güvenilirliğini değerlendirmişlerdir. Meshkat et al. (2003) tarafından yapılan çalışmada ise Mars Smart Lander projesinin (MSL-09) risk unsurları, uzmanlardan alınan veriler yardımıyla hata karar ağacı yöntemi yaklaşımı ile aşamalı görev sisteminin güvenilirlik önlemleri etkili bir şekilde hesaplanmıştır. Cheng et al. (2022), güç üretim sistemini aşamalı görev sistemi olarak tanıtmış olup, yirmi dört adetotobüs güç üretim sistemi üzerinde yapılan çalışma sonucunda, sistem güvenilirliği değerlendirmesinde verilerin eksikliğinden veya yanlışlığından kaynaklanan belirsizliğin zamanla arttığını ve iletim kaybı dikkate alındığında sistem kullanılabilirliğinin azaldığını göstermişlerdir. Bu çalışmalar, aşamalı görev sistemlerinin farklı alanlarda nasıl uygulandığını ve güvenilirliklerinin nasıl değerlendirildiğini ortaya koymaktadır.

Şekil 3.1'de, üç aşamadan ve üç bileşenden oluşan bir aşamalı görev sistemi yapısı örneği gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Üç aşamadan ve üç bileşenden oluşan bir aşamalı görev sistemi

3.1 Çok Durumlu Aşamalı Görev Sistemleri (Multi-State Phased Mission Systems-MS-PMS)

Aşamalı görev sistemlerinde her bileşen, yalnızca aşamalar arasında değil, aynı aşama içinde de birden fazla performans düzeyi veya durumu sergileyebilir. Çok durumlu aşamalı görev sistemleri; farklı görevleri yerine getirebilmek için çoklu, art arda ve kesişmeyen çalışma aşamalarını başarılı bir şekilde tamamlamayı amaçlayan çok durumlu sistemlerdir. Çok durumlu aşamalı görev sistemlerinin güvenilirliği ise sistemin tüm aşamalarda önceden tanımlanmış bozulma eşiğinin üzerindeki durumlarda bulunma olasılığı olarak tanımlanır (Yılmaz, 2021). MS-PMS'yi analiz etmede bileşenin farklı aşama, farklı durum bağlılığı ve sistemin dinamikliğinden oluşan temel zorluklar mevcuttur (Shrestha et al., 2009).

MS-PMS, güvenilirlik analizleri alanında ortaya çıkan yenilikçi bir konsepttir. Aşamalı görev sisteminin (PMS) bir uzantısı olan bu kavram, bir görevin her biri kendi gereksinim ve hedeflerine sahip farklı aşamalara bölünmesi fikrine dayanmaktadır. MS-PMS, PMS'yi bir adım öteye taşıyarak, bir aşama içinde birden fazla duruma izin vermektedir. Bu, özellikle birden fazla aşamayı içeren karmaşık sistemler veya görevler için oldukça kullanışlıdır. MS-PMS, her aşama içindeki her durumun analizine olanak tanıyarak sistem performansının daha kapsamlı bir şekilde anlaşılmasını sağlar. Çok durumlu aşamalı görev sistemlerinin güvenilirlik analizi için çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. Bu yöntemler arasında Markov modelleri,

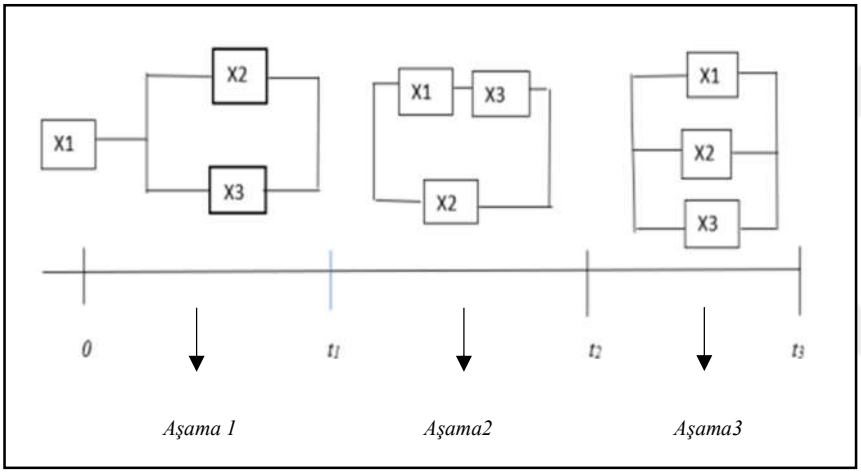
UGF yöntemi, birleşik Markov ve UGF yöntemi, Petri ağları, hata ağaçları, Bayes ağları ve simülasyon modelleri yer almaktadır. Bu çalışmada, ele alınan çok durumlu aşamalı görev sistemi örneği için birleşik Markov ve UGF yöntemi kullanılacaktır.

Sonuç olarak, MS-PMS, aşamalı görev sistemlerinin daha dinamik ve çok yönlü bir şekilde analiz edilmesini sağlar. Bu kapsamlı analiz yetenekleri, karmaşık sistemlerin ve görevlerin güvenilirlik analizinde önemli bir avantaj sağlamaktadır ve MS-PMS kullanılarak, sistem performansının daha iyi anlaşılması ve güvenilirliğin artırılması mümkün kılınmaktadır (Shrestha et al., 2009).

4. ÇOK DURUMLU AŞAMALI GÖREV SİSTEMLERİNDE BİRLEŞİK MARKOV VE UGF YÖNTEMİNİN UYGULANMASI

Bu çalışmada, çok durumlu sistemlere yönelik Markov ve UGF tekniklerinin birleşik yaklaşımının, üç aşamalı, üç bileşenli ve üç durumlu tamir edilebilen bir aşamalı görev sistemine nasıl uygulandığı ele alınmıştır.

Şekil 4.1'de bu çalışma için tasarlanan tamir edilebilir, üç durumlu üç bileşenden ve üç aşamadan oluşan bir sistem gösterilmiştir:

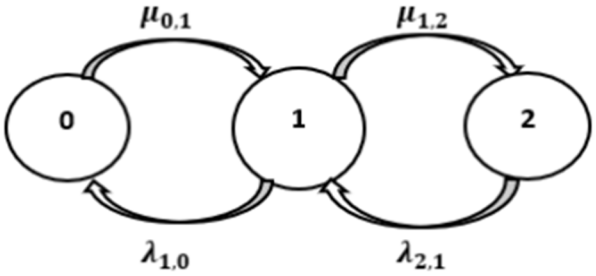


Şekil 4.1 Üç aşamadan ve üç bileşenden oluşan sistem

Tasarlanan çok durumlu aşamalı görev sistemi için aşağıdaki varsayımlar yapılmıştır:

1. Sistem, üç durumlu, üç bileşenli ve üç aşamalı bir görev sistemidir.
2. İki ardışık aşama arasındaki geçiş süresi önemli değildir.
3. Tüm bileşenler başlangıçta mükemmel bir şekilde çalışmaktadır.
4. Bileşenler üç durumlu (mükemmel çalışıyor (2) - çalışıyor (1) - bozulma (0)) olup tamir edilebilir yapıdadır.
5. Sistemde yalnızca bir tamirci bulunmaktadır.
6. Tamir işlemi yalnızca sistem çalışırken yapılabilir. Tamir edildikten sonra her bileşen "yeni gibi" olur.
7. Bileşenlerin tamir ve bozulma oranları bağımsız rastgele değişkenlerdir ve üstel dağılım göstermektedir.

Öncelikle, Markov modellemesinde her bir bileşen için durum geçiş matrisleri oluşturulur ve tüm olası durumlar arasındaki geçişler tanımlanır. Daha sonra, her bir bileşen durumunun olasılıklarını belirlemek için diferansiyel denklemler kurulur. Şekil 4.2, üç durumlu bir bileşen için Markov geçiş diyagramını ve Tablo 4.1 de bileşenler için parametre tablosunu göstermektedir.



Şekil 4.2 Üç durumlu bir bileşen için Markov geçiş diyagramı

Tablo 4.1, incelenen bileşenlerin durumlarına göre performanslarını ve durumlar arası geçişlerde sahip oldukları bozulma ve tamir oranlarını kapsamlı bir şekilde açıklayan bir parametre tablosunu sağlamaktadır.

Tablo 4.1 Sistem bileşen parametreleri

Bileşen(i)	Durumlar(j)	Performans (g_j^i)	Bozulma Oranı ($\lambda_{j,j-1}^i$)	Tamir Oranı ($\mu_{j,j+1}^i$)
X_1	0	0	----	0.4
	1	1.5	0.07	0.4
	2	2	0.07	----
X_2	0	0	----	0.4
	1	2	0.07	0.4
	2	2.5	0.07	----
X_3	0	0	----	0.4
	1	1.8	0.07	0.4
	2	4	0.07	----

Aşağıda sistem çözümünde kullanılan parametreler ve anlamları açıklanmıştır.

$P_i^X(t)$: Belirli bir zaman diliminde X bileşeninin i durumunda olma olasılığını temsil etmektedir.

- $i = 0$, bileşen tamamen başarısız
- $i = 1$, bileşen kısmen çalışır durumda
- $i = 2$, bileşen tamamen çalışır durumda

$\mu_{i,j}$: i durumundan j durumuna geçişteki tamir oranını temsil etmektedir.

- $\mu_{0,1}$: bileşenin tamamen başarısız (0) durumdan kısmen çalışır (1) duruma geçiş tamir oranı
- $\mu_{1,2}$: bileşenin kısmen çalışır (1) durumdan tamamen çalışır (2) duruma geçiş tamir oranı

$\lambda_{i,j}$: i durumundan j durumuna geçişteki bozulma oranını temsil etmektedir.

- $\lambda_{1,0}$: bileşenin kısmen çalışır (1) durumdan tamamen başarısız (0) duruma geçiş bozulma oranı
- $\lambda_{2,1}$: bileşenin tamamen çalışır (2) durumdan kısmen çalışır (1) duruma geçiş bozulma oranı

Diferansiyel denklemler ise her bileşen için durum olasılıklarını ve bu durumlar arasındaki geçiş oranlarını içermektedir:

- $\frac{dp_0^X(t)}{dt}$: Bileşenin tamamen başarısız durumda olma olasılığının zamanla değişimi
- $\frac{dp_1^X(t)}{dt}$: Bileşenin kısmen çalışır durumda olma olasılığının zamanla değişimi

- $\frac{dp_2^X(t)}{dt}$: Bileşenin tamamen çalışır durumda olma olasılığının zamanla değişimi

Bu parametrelerin her biri, bileşenlerin belirli durumlar arasında geçiş yapma olasılıklarını belirlemek için kullanılır. Denklemler bu geçişlerin dinamiklerini modelleyerek bileşenlerin güvenilirlik analizini yapmayı sağlamaktadır.

X_1 bileşeni için oluşturulan durum matrisi (4.1)'de gösterilmiştir:

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} -\mu_{0,1} & \lambda_{1,0} & 0 \\ \mu_{0,1} & -(\mu_{1,2} + \lambda_{1,0}) & \lambda_{2,1} \\ 0 & \mu_{1,2} & -\lambda_{2,1} \end{pmatrix} \qquad (4.1)$$

X_1 bileşeni için oluşturulan diferansiyel denklemler (4.2)'de gösterilmiştir:

$$\begin{cases} \frac{dP_0^{X_1}(t)}{dt} = -\mu_{0,1}P_0^{X_1}(t) + \lambda_{1,0}P_1^{X_1}(t) \\ \frac{dP_1^{X_1}(t)}{dt} = \mu_{0,1}P_0^{X_1}(t) - (\mu_{1,2} + \lambda_{1,0})P_1^{X_1}(t) + \lambda_{2,1}P_2^{X_1}(t) \\ \frac{dP_2^{X_1}(t)}{dt} = \mu_{1,2}P_1^{X_1}(t) - \lambda_{2,1}P_2^{X_1}(t) \end{cases} \qquad (4.2)$$

X_2 bileşeni için oluşturulan durum matrisi (4.3)'de gösterilmiştir:

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} -\mu_{0,1} & \lambda_{1,0} & 0 \\ \mu_{0,1} & -(\mu_{1,2} + \lambda_{1,0}) & \lambda_{2,1} \\ 0 & \mu_{1,2} & -\lambda_{2,1} \end{pmatrix} \qquad (4.3)$$

X_2 bileşeni için oluşturulan diferansiyel denklemler (4.4)'te gösterilmiştir:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0^{X_2}(t)}{dt} = -\mu_{0,1}P_0^{X_2}(t) + \lambda_{1,0}P_1^{X_2}(t) \\ \dfrac{dP_1^{X_2}(t)}{dt} = \mu_{0,1}P_0^{X_2}(t) - \left(\mu_{1,2} + \lambda_{1,0}\right)P_1^{X_2}(t) + \lambda_{2,1}P_2^{X_2}(t) \\ \dfrac{dP_2^{X_2}(t)}{dt} = \mu_{1,2}P_1^{X_2}(t) - \lambda_{2,1}P_2^{X_2}(t) \end{cases} \quad (4.4)$$

X_3 bileşeni için oluşturulan durum matrisi (4.5) ile gösterilmiştir:

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} -\mu_{0,1} & \lambda_{1,0} & 0 \\ \mu_{0,1} & -\left(\mu_{1,2} + \lambda_{1,0}\right) & \lambda_{2,1} \\ 0 & \mu_{1,2} & -\lambda_{2,1} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

X_3 bileşeni için oluşturulan diferansiyel denklemler (4.6)'da gösterilmiştir:

$$\begin{cases} \frac{dP_0^{X_3}(t)}{dt} = -\mu_{0,1}P_0^{X_3}(t) + \lambda_{1,0}P_1^{X_3}(t) \\ \frac{dP_1^{X_3}(t)}{dt} = \mu_{0,1}P_0^{X_3}(t) - \left(\mu_{1,2} + \lambda_{1,0}\right)P_1^{X_3}(t) + \lambda_{2,1}P_2^{X_3}(t) \\ \frac{dP_2^{X_3}(t)}{dt} = \mu_{1,2}P_1^{X_3}(t) - \lambda_{2,1}P_2^{X_3}(t) \end{cases} \quad (4.6)$$

(4.2), (4.4) ve (4.6) numaralı denklemler, her bir aşama için bileşenlerin önceki aşamadaki olasılıklarına göre başlangıç parametreleri güncellenerek Matlab R2007b programında Runge-Kutta yöntemiyle çözülmüştür. Aşama 1 için, her bir bileşenin başlangıç koşulu $P_0^{X_i}(0) = 0, P_1^{X_i}(0) = 0, P_2^{X_i}(0) = 1$ olarak alınır ve zaman aralıkları her aşama $(t_1 = 2, t_2 = 4, t_3 = 6)$ için eşittir.

(4.7) numaralı denklemde, ilgili performans değerlerine göre bileşen bazında UGF dönüşümü gösterilmiştir:

$$u_i(z) = \sum_{j=0}^{2} p_i^j z^{g_j^i}, \quad i = 1,2,3 \quad (4.7)$$

1. Aşama 1

Sistemin Aşama 1 evresinin $[t_0, t_1] = [0, 2]$ arasında tamamlandığı varsayılsın. Sistem yapısının performans çıktısına göre, Aşama 1'in karşılaması gereken talep sabiti $w_1 = 1.5$ olarak belirlenmiştir. Her bir bileşen için u dönüşümleri (4.8)'de gösterilmiştir.

$$\begin{cases} u_1(z) = p_0^{X_1}(t) z^{g_0^{X_1}} + p_1^{X_1}(t) z^{g_1^{X_1}} + p_2^{X_1}(t) z^{g_2^{X_1}} \\ u_2(z) = p_0^{X_2}(t) z^{g_0^{X_2}} + p_1^{X_2}(t) z^{g_1^{X_2}} + p_2^{X_2}(t) z^{g_2^{X_2}} \\ u_3(z) = p_0^{X_3}(t) z^{g_0^{X_3}} + p_1^{X_3}(t) z^{g_1^{X_3}} + p_2^{X_3}(t) z^{g_2^{X_3}} \end{cases} \quad (4.8)$$

Aşama 1'deki sistem yapısında, X_2 ve X_3 bileşenleri paralel (P) yapıdadır ve X_1 bileşeni bunlara seri (S) olarak bağlanmıştır. Bu durumda, sistem için u fonksiyonu (4.9)'da verilmiştir.

$$U_{sis} = \left(u_2(z) \otimes_P u_3(z)\right) \otimes_S u_1(z) \quad (4.9)$$

Aşama 1 sistem kullanılabilirliği, sabit talep $w_1 = 1.5$ için:

$$A(t, w_1) = \sum_{j=0}^{4} P_j(t) \delta\left(g_j \geq w_1 = 1.5\right) \approx 0.98$$

olarak hesaplanmıştır.

2. Aşama 2

Sistemin Aşama 2 evresinin $[t_2, t_3] = [2, 4]$ arasında gerçekleştirildiği varsayılsın. Sistem yapısının performans çıktısına göre, Aşama 2'nin karşılaması gereken talep sabiti $w_2 = 3.5$ olarak belirlenmiştir. Her bir bileşen için u dönüşümleri (4.10)'da gösterilmiştir.

$$\begin{cases} u_1(z) = p_0^{X_1}(t) z^{g_0^{X_1}} + p_1^{X_1}(t) z^{g_1^{X_1}} + p_2^{X_1}(t) z^{g_2^{X_1}} \\ u_2(z) = p_0^{X_2}(t) z^{g_0^{X_2}} + p_1^{X_2}(t) z^{g_1^{X_2}} + p_2^{X_2}(t) z^{g_2^{X_2}} \\ u_3(z) = p_0^{X_3}(t) z^{g_0^{X_3}} + p_1^{X_3}(t) z^{g_1^{X_3}} + p_2^{X_3}(t) z^{g_2^{X_3}} \end{cases} \quad (4.10)$$

Aşama 2'deki sistem yapısında, X_1 ve X_3 bileşenleri seri yapıdadır ve X_2 bileşeni bu seri yapıya paralel olarak bağlanmıştır. Bu durumda, sistem için u fonksiyonu (4.11)'da verilmiştir:

$$U_{sis} = \left(u_1(z) \otimes_S u_3(z)\right) \otimes_P u_2(z) \qquad (4.11)$$

Aşama 2 sistem kullanılabilirliği, sabit talep $w_2 = 3.5$ için:

$$A(t, w_2) = \sum_{j=0}^{10} P_j(t)\delta\left(g_j \geq w_2 = 3.5\right) \approx 0.96$$

olarak hesaplanmıştır.

3. Aşama 3

Sistemin Aşama 3 evresinin $[t_3, t_4] = [4, 6]$ arasında gerçekleştirildiği varsayılsın. Sistem yapısının performans çıktısına göre, Aşama 3'ün karşılaması gereken talep sabiti $w_3 = 7.5$ olarak belirlenmiştir. Her bir bileşen için u dönüşümleri (4.12)'de gösterilmiştir.

$$\begin{cases} u_1(z) = p_0^{X_1}(t)z^{g_0^{X_1}} + p_1^{X_1}(t)z^{g_1^{X_1}} + p_2^{X_1}(t)z^{g_2^{X_1}} \\ u_2(z) = p_0^{X_2}(t)z^{g_0^{X_2}} + p_1^{X_2}(t)z^{g_1^{X_2}} + p_2^{X_2}(t)z^{g_2^{X_2}} \\ u_3(z) = p_0^{X_3}(t)z^{g_0^{X_3}} + p_1^{X_3}(t)z^{g_1^{X_3}} + p_2^{X_3}(t)z^{g_2^{X_3}} \end{cases} \qquad (4.12)$$

Aşama 3'teki sistem yapısında, X_1, X_2 ve X_3 bileşenleri paralel olarak bağlanmıştır. Bu durumda, sistem için u fonksiyonu (4.13) 'te verilmiştir:

$$U_{sis} = \left(u_1(z) \otimes_P u_3(z)\right) \otimes_P u_2(z) \quad (4.13)$$

Aşama 3 sistem kullanılabilirliği, sabit talep $w_3 = 7.5$ için:

$$A(t, w_3) = \sum_{j=0}^{15} P_j(t)\delta\left(g_j \geq w_3\right) \approx 0.81$$

olarak hesaplanmıştır.

Tasarlanan bu sistem için farklı performans, bozulma ve tamir oranları için uygulanan yöntemin kullanılabilirliğinin nasıl değiştiğini görmek amacıyla Tablo 4.2 hazırlanmıştır.

Tablo 4.2 Sistem bileşenlerinin farklı performans, bozulma ve tamir parametreleri

Bileşen(i)	Durumlar(j)	Performans (g_j^i)	Bozulma Oranı ($\lambda_{j,j-1}^i$)	Tamir Oranı ($\mu_{j,j+1}^i$)
X_1	0	0	----	0.2
	1	1.2	0.01	0.2
	2	1.5	0.01	----
X_2	0	0	----	0.3
	1	1.6	0.02	0.3
	2	1.8	0.02	----
X_3	0	0	----	0.4
	1	2	0.03	0.4
	2	4	0.03	----

1. Aşama 1

Aşama 1 sistem kullanılabilirliği, sabit talep $w_1 = 1.2$ için:

$$A(t, w_1) = \sum_{j=0}^{1.5} P_j(t)\delta\left(g_j \geq w_1 = 1.5\right) \approx 0.99$$

olarak hesaplanmıştır.

2. Aşama 2

Aşama 2 sistem kullanılabilirliği, sabit talep $w_2 = 3$ için:

$$A(t, w_2) = \sum_{j=0}^{3.3} P_j(t)\delta(g_j \geq w_2 = 3) \approx 0.98$$

olarak hesaplanmıştır.

3. Aşama 3

Aşama 3 sistem kullanılabilirliği, sabit talep $w_3 = 6.8$ için:

$$A(t, w_3) = \sum_{j=0}^{7.3} P_j(t)\delta(g_j \geq w_3) \approx 0.92$$

Bozulma, tamir ve performans oranlarını Tablo 4.2'ye göre her bileşen için değiştirip önerilen birleşik yöntem uygulandığında, sistemin her aşamaya bağlı olarak kullanılabilirliğinin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.1 parametreleriyle yapılan hesaplama sonucunda, güvenilirlik değeri 0.81 olarak bulunmuştur. Buna karşılık, Tablo 4.2 parametreleriyle yapılan hesaplamada bu değer 0.92'ye yükselmiştir. Bu farkın başlıca nedeni, Tablo 4.2'de bozulma oranlarının daha düşük ve performans değerlerinin daha dengeli olmasıdır. Tablo 4.1'deki yüksek bozulma oranları, bileşenlerin daha sık bozulmasına yol açarak genel güvenilirliği düşürmüştür. Diğer yandan, Tablo 4.2'de bozulma oranlarının düşük ve onarım oranlarının yeterli olması, sistemin daha az kesinti yaşamasını sağlayıp, sistem güvenilirliğini artırmıştır.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, mühendislik alanında yaygın olarak kullanılan çok durumlu sistemlerin güvenilirlik metriklerinin analizi üzerine yapılan birçok çalışma incelenmiştir. Bu çalışmalar genellikle Markov veya UGF yöntemlerinden biri ile gerçekleştirilmiştir. Ancak, yazarların literatür taramaları sonucunda Markov ve UGF yönteminin tamir edilebilen çok durumlu aşamalı görev sistemlerine uygulanmasına dair bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu yöntem, bileşen ve durum sayısının fazla olduğu durumlarda uygulanabilirlik açısından kolaylık sağlamaktadır.

Bu çalışmada ele alınan üç aşamalı, üç bileşenli ve üç durumlu tamir edilebilen bir aşamalı görev sistemlerinde, bileşenlerin olasılıkları aşama zamanlarıyla ilişkili olarak değerlendirildiğinde, sistem güvenilirliğinin bir metriği olan kullanılabilirlik değerlerinin beklenildiği gibi azaldığı gözlemlenmiştir. Ayrıca, her aşama için farklı performans, bozulma ve tamir oranları hesaplanmış ve bu oranlar arasındaki karşılaştırmalar yorumlanmıştır. Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 karşılaştırıldığında, daha düşük bozulma oranlarına sahip Tablo 4.2'de, sistemin güvenilirliğinin daha yüksek olduğu görülmüştür. Tablo 4.1'deki yüksek bozulma oranları, bileşenlerin daha sık bozulmasına yol açarak güvenilirliği olumsuz etkilerken, Tablo 4.2'de düşük bozulma oranları ve dengeli performans değerleri sayesinde sistemin daha az kesinti yaşadığı ve güvenilirliğin arttığı gözlemlenmiştir.

Sonuç olarak, çok durumlu sistemlerin güvenilirlik analizlerinde Markov ve UGF yöntemlerinin birleştirilmesi önemli avantajlar sağlamaktadır. Özellikle, tamir edilebilen çok durumlu aşamalı görev sistemlerinde, bu yöntemler sistemin güvenilirliğinin detaylı bir şekilde analiz edilmesini mümkün kılmaktadır. Bu çalışma, mühendislik ve endüstri alanında sistem güvenilirliğini artırmaya yönelik yeni yöntemlerin geliştirilmesine katkı sağlayacaktır. Çok durumlu, aşamalı ve tamir edilebilen sistemler, özellikle ulaşım ve enerji sistemleri gibi karmaşık sistemlerde, bozulmaların ve tamir işlemlerinin uygun zamanlama ve maliyetle yönetilmesine yardımcı olacaktır. Bu nedenle, bu çalışmanın hem akademik

literatüre hem de endüstriyel uygulamalara önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

Basile, O., Dehombreux, P. and Riane, F., 2004, Identification of Reliability Models for Non-Repairable and Repairable Systems with Small Samples, Proceedings of IMS2004 Conference on Advances in Maintenance and Modeling, 8p.

Birolini, A., 2017, Reliability Engineering: Theory and Practice, Springer Berlin, Heidelberg, 651p.

Bondavalli, A., Mura, I. and Nelli, M., 1997, Analytical Modelling and Evaluation of Phased-Mission Systems for Space Applications, IEEE Transactions on Reliability, 85-91p.

Burdick, G. R., Fussell, J. B., Rasmuson, D. M. and Wilson, J. R., 1977, Phased Mission Analysis: A Review of New Developments and an Application, IEEE Transactions on Reliability, 26(1), 43-49p.

Cheng, C., Yang, J. and Li, L., 2020, Reliability Assessment of Multi-State Phased Mission Systems with Common Bus Performance Sharing Considering Transmission Loss and Performance Storage, Reliability Engineering & System Safety, Vol. 199, https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.106917.

Cheng, C., Yang, J. and Li, L., 2022, Reliability Assessment of Multi-State Phased Mission Systems with Common Bus Performance Sharing Subjected to Epistemic Uncertainty, IEEE Transactions on Reliability, 71(3), 1281-1293p.

Chew, S., 2010, Systems Reliability Modelling for Phased Missions with Maintenance-Free Operating Periods, PhD Thesis, Loughborough University, 339p.

Ding, F. and Han, S., 2018, Multi-State Reliability Analysis of Rotor System Using Semi-Markov Model and UGF, *Journal of Vibroengineering*, 20(5), 2060-2072p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

Dunnett, S. J. and Andrews, J. D., 2006, A Binary Decision Diagram Method for Phased Mission Analysis of Non-Repairable Systems, Proceedings – ImechE Risk and Reliability, 220(1).

Ebeling, C. E., 2010, An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering, Waveland Press, 398p.

Esary, J. D. and Ziehms, H., 1975, Reliability of Phased Missions, Reliability and Fault Tree Analysis, Naval Postgraduate School, USA, 213-236p.

Guo, H., Mettas, A. and Monteforte, A., 2008, Reliability Evaluation and Application for Systems with Different Phases, Annual Reliability and Maintainability Symposium, 1-7p.

Jiang, G. J., Li, Z. Y., Qiao, G., Chen, H. X., Li, H. B. and Sun, H. H., 2021, Reliability Analysis of Dynamic Fault Tree Based on Binary Decision Diagrams for Explosive Vehicle, Mathematical Problems in Engineering, 2021, Article ID 5559475, 13p, https://doi.org/10.1155/2021/5559475.

Lee, K. V., 2000, Stochastic model for random request availability, IEEE Transactions on Reliability, 49(1), 80-84p.

Li, X., Huang, H., Li, Y. and Zio, E., 2018, Reliability Assessment of Multi-State Phased Mission System with Non-Repairable Multi-State Components, Applied Mathematical Modelling, 181-189p.

Li, X., Huang, H., Li, Y. and Xiong, X., 2021, A Markov Regenerative Process Model for Phased Mission Systems Under Internal Degradation and External Shocks, Reliability Engineering and System Safety, Vol. 215, https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.107796.

Lisnianski, A., 2006, Extended block diagram method for a multi-state system reliability assessment, Reliability Engineering and System Safety, 92(12), 1601-1607p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

Lisnianski, A. and Levitin, G., 2003, Multi State System Reliability: Assessment, Optimization and Application, World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 376p.

Lisnianski, A., Frenkel, I. and Ding, Y., 2010, Multi State System Reliability Analysis and Optimization for Engineers and Industrial Managers, Springer Science & Business Media, London, 403p.

Mandelli, D., Aldemir, T. and Zio, E., 2006, An Event Tree/Fault Tree/Embedded Markov Model Approach for the PSAM-8 Benchmark Problem Concerning a Phased Mission Space Propulsion Subsystem, Proc. of the 8th Int. Conf. On Probabilistic Safety Assessment and Management, 9p.

Meshkat, L., Xing, L., Donohue, S. and Ou, Y., 2003, An Overview of the Phase-Modular Fault Tree Approach to Phased Mission System Analysis, Proceedings of the International Conference on Space Mission Challenges for Information Technology, 393-398p.

Misra, K. B., 2008, Handbook of Performability Engineering, Springer Verlag, London, 1316p. **Mo, Y.**, 2009, New Insights Into the BDD-Based Reliability Analysis of Phased-Mission Systems, IEEE Transactions on Reliability, 4, 667-678p.

Mo, Y., 2009, New insights into the BDD-based reliability analysis of phased-mission systems, IEEE Transactions on Reliability, 4, 667-678p.

Mo, Y., **Xing, L. and Amari, S.**, 2014, A Multiple-Valued Decision Diagram Based Method for Efficient Reliability Analysis of Non-Repairable Phased-Mission Systems, IEEE Transactions on Reliability, 1, 320-330p.

Natvig, B., 2011, Multistate Systems Reliability Theory with Applications, John Wiley & Sons, 344p.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

Peng, R., Zhai, Q., Xing, L. and Yang, J., 2016, Reliability Analysis and Optimal Structure of Series-Parallel Phased-Mission Systems Subject to Fault-Level Coverage, IEEE Transactions on Reliability, 8, 736-746p.

Qin, J., Niu, Y. and Li, Z., 2016, A Combined Method for Reliability Analysis of Multi-State System of Minor Repairable Components, Eksploatacja i Niezawodnosc Maintenance and Reliability, 18, 80-88p.

Romeu, J. L., 2004, Understanding series and parallel systems reliability, S&P SYSREL, 11(5), 8p.

Shrestha, A., Xing, L. and Dai, Y., 2009, Reliability Analysis of Multi-State Phased Mission Systems, 2009 Annual Reliability and Maintainability Symposium, Fort Worth, TX, USA, 151-156p, https://doi.org/10.1109/RAMS.2009.4914667.

Singh, A. and Mourelatos, Z. P., 2010, On the Time-Dependent Reliability of Non-Monotonic, Non-Repairable Systems, *SAE International Journal of Materials and Manufacturing*, 3(1), 425-444p.

Smotherman, M. and Zemoudeh, K., 1989, A Non-Homogeneous Markov Model for Phased-Mission Reliability Analysis, IEEE Transactions on Reliability, 38(5), 585-590p.

Xing, L. and Dugan, J. B., 2002, Analysis of Generalized Phased-Mission System Reliability, Performance, and Sensitivity, IEEE Transactions on Reliability, 51(2), 199-211p.

Yin, L., Smith, M. A. J. and Trivedi, K. S., 2001, Uncertainty Analysis in Reliability Modeling, Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium, 229-234p.

Yılmaz, S., 2021, Aşamalı Görev Sisteminin Markov Yaklaşımıyla Güvenilirlik Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi, 63s.

TEŞEKKÜR

Tezin hazırlanması süreci boyunca değerli bilgilerini ve kaynaklarını benimle paylaşan danışmanım Sayın Doç.Dr. Özge ELMASTAŞ GÜLTEKİN'e minnet duyar, teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca eğitim ve öğrenim hayatım boyunca maddi ve manevi katkılarını benden hiçbir zaman esirgemeyen, daima en büyük destekçilerim olan annem Nalan Alkaya'ya ve ablam İlayda Ece Oktay Kaya'ya, çok sevgili anneannem ve dedem Şefika ve Yusuf Alkaya'ya teşekkürlerimi sunarım.

ÖZGEÇMİŞ

Türkiye Cumhuriyeti vatandaşı olan Fatma Beria OKTAY, 2018 yılında Ege Üniversitesi'nde hazırlık eğitimi ile başlayarak İstatistik Bölümünü tamamlamıştır. 2021 yılında başladığı Ege Üniversitesi İstatistik Bölümü Fen Bilimleri Enstitüsü'nde yüksek lisansa devam etmektedir.

06 Kasım 2023 tarihinden itibaren bir oyun firmasında Veri Bilimci olarak çalışmaktadır.