

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DOKTORA TEZİ**

**ÇOK YANITLI YÜZEY PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNE  
BULANIK VE SEZGİSEL YAKLAŞIM**

**Özlem TÜRKGŞEN**

**İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**ANKARA  
2011**

**Her hakkı saklıdır**

*Canım Aileme,  
sevgi ve saygılarımla...*

## ÖZET

Doktora Tezi

### ÇOK YANITLI YÜZEY PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNE BULANIK VE SEZGİSEL YAKLAŞIM

Özlem TÜRKŞEN

Ankara Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ayşen APAYDIN

Bu çalışmada, bulanık çok yanıtli yüzey problemlerinin çözümü ve çözüm sonuçlarının değerlendirilmesi amacıyla, bulanık mantık kuramına ve metasezgisel yöntemlere dayalı modelleme ve optimizasyon yaklaşımları geliştirilmiştir. Çok yanıtli yüzey problemlerinin yapısında rasgelelikten farklı olarak açıklanamayan bazı belirsizlik durumları söz konusu olabileceğinden, problemin modellenmesinde bulanık yaklaşımdan faydalanılmıştır. Yanıt yüzey yöntemi ile elde edilen tahmini yanıt fonksiyonları, bulanık en küçük kareler yaklaşımı kullanılarak bulanıklaştırılmıştır. Bulanık yanıt fonksiyonlarından oluşan çok yanıtli yüzey problemi, bulanık çok amaçlı optimizasyon problemi olarak ele alınmıştır. Ele alınan problemin optimizasyonu sonucu tek bir çözüm yerine, çok sayıda bulanık çözümden oluşan bulanık Pareto çözüm kümesine ulaşılmıştır. Bu çözümlerin elde edilebilmesi için, literatürde tanımlı Genetik Algoritma ve Tavlama Benzetimi yöntemlerine dayalı çok amaçlı metasezgisel yöntemler, ağırlık merkezi indeksine dayalı bulanık sıralama yaklaşımından yararlanılarak uyarlanmıştır. Çalışmada oluşturulan bulanık uyarlanmış çok amaçlı algoritmalar, Bulanık Uyarlanmış Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (Fuzzy Adaptive Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II - FANSGA-II) ve Bulanık Uyarlanmış Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi (Fuzzy Adaptive Archived Multi Objective Simulated Annealing - FAMOSA) olarak adlandırılmıştır. FANSGA-II ve FAMOSA yöntemlerinin performanslarını değerlendirmek amacıyla iki performans metriği önerilmiştir. Karar aşamasında, bulanık Pareto çözümlerin pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümlerden sapma büyüklükleri dikkate alınarak önerilen bir ölçüt ile uzlaşık bulanık Pareto çözüm belirlenmiştir. Ayrıca, bulanık Pareto çözümlerin üyelik fonksiyonlarının max-min yaklaşımı kullanılarak değerlendirilmesi ile bulanık Pareto çözümler gruplandırılmıştır. Böylece, benzer bulanık yanıt değerlerini veren çözüm seçeneklerinin değerlendirilmesi kolaylaştırılmıştır. Önerilen çözümleme yaklaşımları, literatürde tanımlı bir çok yanıtli yüzey problemi üzerinde uygulanarak, uzlaşık bulanık çözüme ve uzlaşık bulanık çözüm grubuna karar verilmiştir.

**Kasım 2011, 139 sayfa**

**Anahtar Kelimeler:** Bulanık çok yanıtli yüzey problemleri, bulanık uyarlanmış çok amaçlı metasezgisel yöntemler, bulanık Pareto çözüm kümesi, bulanık karar verme.

## ABSTRACT

Ph. D. Thesis

### FUZZY AND HEURISTIC APPROACH TO THE SOLUTION OF MULTI RESPONSE SURFACE PROBLEMS

Özlem TÜRKŞEN

Ankara University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Statistics

Supervisor: Prof. Dr. Ayşen APAYDIN

In this study, modeling and optimization approaches are developed based on fuzzy logic theory and metaheuristic methods in order to solve the fuzzy multi response surface problems and evaluate the results of solutions. In the modeling of the problem fuzzy approach is used due to the fact that there maybe some uncertainty sources in the structure of multi response surface problems different than randomness. The estimated response functions obtained by response surface method are fuzzified using with fuzzy least squares approach. Multi response surface problem composed of fuzzy response functions is considered as a fuzzy multi objective optimization problem. As a result of the optimization of this problem, instead of a single solution, a fuzzy Pareto solution set that consists of a large number of fuzzy solution has been obtained. To obtain these solutions, multi objective metaheuristic methods defined in the literature based on Genetic Algorithm and Simulated Annealing are adapted by using fuzzy ranking approach based on the center of gravity index. Fuzzy adaptive multi objective algorithms created within the scope of the study are called Fuzzy Adaptive Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II (FANSGA-II) and Fuzzy Adaptive Archived Multi Objective Simulated Annealing (FAMOSA). Two performance metrics are proposed in order to evaluate the performances of FANSGA-II and FAMOSA methods. At the decision making stage, a compromise fuzzy Pareto solution is determined by taking into consideration the deviation values of the fuzzy solutions from positive ideal and negative ideal fuzzy solutions. In addition, fuzzy Pareto solutions are grouped by evaluating the membership functions of fuzzy Pareto solutions based on max-min fuzzy decision making approach. Thus, evaluation of alternative solutions which possess similar fuzzy response values is simplified. The proposed solution approaches are applied on a multi response surface problem to decide the compromise fuzzy solution and a compromise fuzzy solution group.

**November 2011, 139 pages**

**Key Words:** Fuzzy multi response surface problems, fuzzy adapted multi objective metaheuristic methods, fuzzy Pareto solution set, fuzzy decision making.

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans çalışmalarımın bu yana doktora öğrenimim süresince önerileri ile beni yönlendiren, tez çalışmalarım süresince karşılaştığım problemlerin çözümünde zaman ayırarak fikirlerini, görüşlerini paylaşan, yapıcı eleştirileri ile en iyiye ulaşmama yardımcı olan, çalışma sonuçlarının yayınlanması için beni teşvik eden, akademik alanda yeni girişimlere açık yaklaşımı ile örnek olan ve bu konuda anlayışını, desteğini hiç bir zaman esirgemeyen, mesleki gelişimime tecrübesi ve eğitici kişiliği ile büyük katkı sağlayan tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Ayşen APAYDIN'a (Ankara Üniversitesi İstatistik Bölümü) içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez çalışması süresince yapılan tez izleme toplantılarına katılan, fikirleri ve önerileri ile tez konusunun olgunlaşmasına katkıda bulunan, güleryüzlü, iyi niyetli ve yapıcı yaklaşımları ile destek olan Sayın Prof. Dr. Zehra MULUK'a (Başkent Üniversitesi Sigortacılık ve Risk Yönetimi Bölümü), zaman ayırarak katıldığı tez izleme toplantılarında farklı bakış açıları ile sunduğu önerileri, fikirleri ve yorumları ile çalışmalarına göstermiş olduğu katkılarından dolayı Sayın Prof. Dr. Dolun ÖKSOY'a (Ankara Üniversitesi TEKNOPARK) ve lisans dönemi öğrenim sürecimden beri İstatistik bilimini iyi kavramak konusunda göstermiş olduğu bilimsel yaklaşımı ile örnek olan, düşünmeye ve araştırmaya teşvik eden soruları ile farklı pencereler açan, anlayışlı desteğinden dolayı Sayın Prof. Dr. Fikri ÖZTÜRK'e (Ankara Üniversitesi İstatistik Bölümü) çok teşekkür ederim.

Kendisi ile İstatistik Kongresi'nde tanışma fırsatı bulduğum, önerileri ve bilimsel desteği ile tez konusunun belirlenmesi aşamasında büyük katkısı olan, zaman ayırarak fikirlerini, deneyimlerini paylaşan Sayın Prof. Dr. Onur KÖKSOY'a (Niğde Üniversitesi İstatistik Bölümü) teşekkür ederim.

Doktora tez aşamasında, altı aylık TÜBİTAK Yurt Dışı Araştırma Burs Programı süresince bilgi ve tecrübeleri ile tez çalışmasında kullandığım yöntemleri öğrenmemde büyük katkıları olan, her türlü çalışma olanağını sağlayarak çalışmaların yürütülmesinde özveri ile emek harcayan, göstermiş oldukları hoşgörü, yakın ilgilerinden ve her türlü

yönlendirici yardımlarından dolayı Sayın Prof. Dr. João Miguel da Costa Sousa'ya (Lizbon Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü) ve Dr. Susana Vieira'ya (Lizbon Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü) sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, burs kapsamında yurt dışında tez çalışmalarım için beni teşvik eden ve bu konuda yardımını, desteğini esirgemeyen Sayın Doç. Dr. Bülent TÛTMEZ'e (İnönü Üniversitesi Maden Mühendisliği Bölümü) teşekkürü bir borç bilirim.

Tez çalışması süresince tecrübesini, bilgi birikimini, önerilerini paylaşan ve bu konuda emek harcamaktan kaçınmayan, tez için yaptığı eleştirileri ve yorumları ile katkıda bulunan, bilimsel çalışmalarda ayrıntılara dikkat edici ve titiz yaklaşımı ile örnek olan Dr. Selçuk TAŞCIOĞLU'na (Ankara Üniversitesi Elektronik Mühendisliği Bölümü) çok teşekkür ederim.

Tez çalışmalarımın en zor ve yoğun dönemlerinde fikirleri ve önerileri ile katkı sağlayan, farklı bakış açıları ile görüşlerini paylaşan, motive edici desteğinden dolayı Araş. Gör. Büşra Zeynep TEMOÇİN'e (Ankara Üniversitesi İstatistik Bölümü) çok teşekkürler.

Yaşamım boyunca her zaman olduğu gibi tez çalışmalarım sırasında da yanımda olan, zorlu ve yorucu çalışmalarım boyunca moral ve özgüvenimi hep yüksek tutmaya çalışan, bugün burada olmam için maddi manevi hiçbir fedakarlıktan kaçınmayan, gösterdikleri destek, anlayış, hoşgörü, sabır ve ilgilerinden dolayı canım babam Nureddin TÛRKŞEN'e, melek annem Kadriye TÛRKŞEN'e ve bir tanecik kardeşim Ömer Nuri TÛRKŞEN'e en içten sonsuz teşekkürler... İyiki varsınız...

Özlem TÛRKŞEN

Ankara, Kasım 2011

## İÇİNDEKİLER

|                                                                           |      |
|---------------------------------------------------------------------------|------|
| ÖZET.....                                                                 | i    |
| ABSTRACT .....                                                            | ii   |
| TEŞEKKÜR .....                                                            | iii  |
| KISALTMALAR DİZİNİ .....                                                  | viii |
| ŞEKİLLER DİZİNİ .....                                                     | ix   |
| ÇİZELGELER DİZİNİ .....                                                   | xi   |
| 1. GİRİŞ VE ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR .....                                       | 1    |
| 1.1 Giriş .....                                                           | 1    |
| 1.2 Önceki Çalışmalar.....                                                | 6    |
| 2. YANIT YÜZEY PROBLEMLERİ.....                                           | 14   |
| 2.1 Yanıt Yüzeyleri.....                                                  | 14   |
| 2.2 Yanıt Yüzeyleri İçin İkinci Derece Model Kavramı .....                | 15   |
| 2.3 İkinci Derece Modelleme İçin Bazı Deneysel Tasarımlar .....           | 16   |
| 2.4 Çok Yanıtlı Yüzey Probleminin Modellenmesi .....                      | 18   |
| 2.5 Çok Yanıtlı Yüzey Problemlerinin Optimizasyonu İçin Yaklaşımlar ..... | 21   |
| 2.5.1 İstenebilirlik fonksiyonu yaklaşımı .....                           | 22   |
| 2.5.2 Genelleştirilmiş uzaklık fonksiyonu yaklaşımı.....                  | 24   |
| 2.5.3 Kayıp fonksiyonu yaklaşımları .....                                 | 24   |
| 3. ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYON VE ÇOK AMAÇLI METASEZGİSEL<br>YÖNTEMLER .....  | 27   |
| 3.1 Çok Amaçlı Optimizasyon Problemi.....                                 | 27   |
| 3.2 Çok Amaçlı Optimizasyonda Temel Kavramlar.....                        | 29   |
| 3.3 Çok Amaçlı Optimizasyonda Klasik Yaklaşımlar .....                    | 33   |
| 3.4 Metasezgisel Yöntemler .....                                          | 36   |
| 3.4.1 Genetik Algoritmalar.....                                           | 36   |
| 3.4.2 Tavlama Benzetimi .....                                             | 38   |
| 3.5 Çok Amaçlı Metasezgisel Yöntemler.....                                | 41   |
| 3.5.1 Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II .....                            | 43   |
| 3.5.2 Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi.....                       | 50   |
| 4. BULANIK TEORİ .....                                                    | 55   |
| 4.1 Bulanık Küme Teorisinde Temel Tanımlar.....                           | 56   |

|                                                                                                                                                              |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.2 Bulanık Sıralama.....                                                                                                                                    | 61        |
| 4.3 Bulanık Regresyon Analizi.....                                                                                                                           | 64        |
| <b>5. BULANIK UYARLANMIŞ ÇOK AMAÇLI METASEZGİSEL YÖNTEMLER İLE BULANIK PARETO ÇÖZÜM KÜMESİNİN ELDE EDİLMESİ VE BULANIK ÇÖZÜMLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ.....</b> | <b>67</b> |
| 5.1 Tahmini Yanıt Yüzey Modellerinin Bulanıklaştırılması.....                                                                                                | 68        |
| 5.2 Bulanık Regresyon Modelinin Açıklayıcılığının Değerlendirilmesi.....                                                                                     | 70        |
| 5.3 Bulanık Fonksiyon Değerlerinin Sıralanması .....                                                                                                         | 72        |
| 5.4 Bulanık Uyarlanmış Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II ile Bulanık Pareto Çözümlerin Elde Edilmesi.....                                                   | 74        |
| 5.5 Bulanık Uyarlanmış Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi Yöntemi ile Bulanık Pareto Çözümlerin Elde Edilmesi.....                                     | 76        |
| 5.6 Bulanık Pareto Çözümlerin Amaç Uzayında Dikdörtgenler ile İfade Edilmesi.....                                                                            | 77        |
| 5.7 Bulanık Uyarlanmış Metasezgisel Algoritmalar için Performans Ölçütleri .....                                                                             | 79        |
| 5.7.1 Gerçek bulanık Pareto yüzeye yakınlık için önerilen ölçüt.....                                                                                         | 80        |
| 5.7.2 Bulanık Pareto yüzeyde çeşitlilik için önerilen ölçüt .....                                                                                            | 82        |
| 5.8 Bulanık Pareto Çözümlerin Bulanık Karar Verme Yaklaşımı ile Değerlendirilmesi .....                                                                      | 84        |
| 5.8.2 Bulanık Pareto çözümlerin max-min yaklaşımı ile gruplandırılması.....                                                                                  | 87        |
| 5.8.3 Uzlaşık bulanık Pareto çözüm grubunun belirlenmesi.....                                                                                                | 91        |
| <b>6. UYGULAMA.....</b>                                                                                                                                      | <b>93</b> |
| 6.1 Problemin Tanımı .....                                                                                                                                   | 93        |
| 6.2 Çok Yanıtlı Yüzey Probleminin Klasik Yaklaşımla Modellenmesi.....                                                                                        | 95        |
| 6.3 Tahmini Yanıt Yüzey Fonksiyonlarının Eş Yükselti Grafikleri.....                                                                                         | 97        |
| 6.4 Çok Yanıtlı Yüzey Problemlerinin Bulanık Yaklaşımla Modellenmesi .....                                                                                   | 99        |
| 6.5 Bulanık Uyarlanmış Çok Amaçlı Metasezgisel Yöntemler ile Bulanık Pareto Çözümlerin Elde Edilmesi.....                                                    | 103       |
| 6.6 Bulanık Pareto Çözümlerin Performans Ölçütleri ile Değerlendirilmesi.....                                                                                | 108       |
| 6.7 Bulanık Pareto Çözümlerin Bulanık Karar Analizi ile Değerlendirilmesi.....                                                                               | 112       |
| 6.7.1 Uzlaşık bulanık Pareto çözüme karar verilmesi .....                                                                                                    | 112       |
| 6.7.2 Bulanık Pareto çözümlerin max-min yaklaşımı ile gruplandırılması.....                                                                                  | 114       |
| 6.7.3 Uzlaşık bulanık Pareto çözüm grubunun belirlenmesi.....                                                                                                | 122       |

|                                  |            |
|----------------------------------|------------|
| <b>7. SONUÇ VE TARTIŞMA.....</b> | <b>124</b> |
| <b>KAYNAKLAR .....</b>           | <b>129</b> |
| <b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>             | <b>137</b> |

## KISALTMALAR DİZİNİ

|           |                                                                                                                           |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NSGA-II   | Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II (Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II)                                            |
| AMOSA     | Archived Multi Objective Simulated Annealing (Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi)                                   |
| FANSGA-II | Fuzzy Adaptive Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II (Bulanık Uyarlanmış Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II)          |
| FAMOSA    | Fuzzy Adaptive Archived Multi Objective Simulated Annealing (Bulanık Uyarlanmış Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi) |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

|           |                                                                                                                                                                                                                          |     |
|-----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Şekil 2.1 | Merkezi Bileşik Tasarım ( $k = 3$ ) (Box ve Draper 2007).....                                                                                                                                                            | 18  |
| Şekil 3.1 | a. Karar uzayı, b. amaç uzayı arasındaki ilişki (Deb 2004).....                                                                                                                                                          | 28  |
| Şekil 3.2 | İki amaç fonksiyonu için olabilecek dört farklı durumda elde edilen Pareto çözüm kümeleri (Deb 2004) a. min $f_1$ ve min $f_2$ , b. min $f_1$ ve max $f_2$ , c. max $f_1$ ve min $f_2$ , d. max $f_1$ ve max $f_2$ ..... | 31  |
| Şekil 3.3 | min $\{f_1, f_2\}$ problemi için ideal ( $Z^*$ ), ütöpik ( $Z^{**}$ ) ve nadir ( $Z^{nad}$ ) amaç vektörleri (Deb 2004).....                                                                                             | 32  |
| Şekil 3.4 | Kalabalık uzaklığı hesaplaması (Deb 2004).....                                                                                                                                                                           | 46  |
| Şekil 3.5 | NSGA-II'nin işleyiş süreci (Deb 2004).....                                                                                                                                                                               | 50  |
| Şekil 4.1 | Bir $\alpha$ - kesme kümesi ( $\alpha' < \alpha \Rightarrow \tilde{A}_{\alpha'} \subset \tilde{A}_{\alpha}$ ).....                                                                                                       | 58  |
| Şekil 4.2 | Üçgensel $x = (a, b, c)$ bulanık sayısının gösterimi .....                                                                                                                                                               | 59  |
| Şekil 5.1 | Gözlenen ( $\tilde{Y}_t$ ) ve tahmin edilen ( $\hat{Y}_t$ ) bulanık yanıtların benzerlik ölçütünün gösterilmesi, $t = 1, 2, \dots, n$ .....                                                                              | 71  |
| Şekil 5.2 | Üçgensel bulanık çözümün $\alpha$ -kesme kümelerine göre oluşturulan dikdörtgenlerle temsil edilmesi .....                                                                                                               | 79  |
| Şekil 5.3 | Gerçek bulanık çözüm (G) ile optimizasyon sonucu elde edilen bulanık çözümün (A) karşılaştırılması .....                                                                                                                 | 81  |
| Şekil 5.4 | $Q_{bulanık}$ kümesinde $\alpha$ -kesme değerleri ile tanımlanmış iki bulanık çözümün birbirlerine göre konumları .....                                                                                                  | 83  |
| Şekil 5.5 | Bulanık Pareto çözümlerin dikdörtgenler ile temsil edilmesi .....                                                                                                                                                        | 89  |
| Şekil 6.1 | $\hat{Y}_2$ tahmini yanıt fonksiyonunun eş yükselti grafiği .....                                                                                                                                                        | 98  |
| Şekil 6.2 | $\hat{Y}_4$ tahmini yanıt fonksiyonunun eş yükselti grafiği .....                                                                                                                                                        | 98  |
| Şekil 6.3 | $\tilde{f}_1$ bulanık amaç fonksiyonunun eş yükselti grafiği .....                                                                                                                                                       | 102 |
| Şekil 6.4 | $\tilde{f}_2$ bulanık amaç fonksiyonunun eş yükselti grafiği .....                                                                                                                                                       | 102 |
| Şekil 6.5 | FANSGA-II ile $\alpha = 0$ (mavi dikdörtgenler), $\alpha = 0.5$ (kırmızı dikdörtgenler) ve $\alpha = 1$ (siyah noktalar) için elde edilen bulanık Pareto çözümler.....                                                   | 107 |
| Şekil 6.6 | FAMOSA ile $\alpha = 0$ (mavi dikdörtgenler), $\alpha = 0.5$ (kırmızı dikdörtgenler) ve $\alpha = 1$ (siyah noktalar) için elde edilen bulanık Pareto çözümler.....                                                      | 107 |

|           |                                                                                                                                                                                                           |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Şekil 6.7 | Gerçek bulanık Pareto çözümler (mavi renkli dikdörtgenler) ile metasezgisel algoritma kullanılarak elde edilen bulanık Pareto çözümlerin (kırmızı renkli dikdörtgenler) birbirlerine göre konumları...110 |
| Şekil 6.8 | Bulanık Pareto çözüm kümesinde belirlenen uzlaşık bulanık çözüm.....113                                                                                                                                   |
| Şekil 6.9 | max-min yaklaşımı ile yapılan gruptama sonucu elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesi sonuçlarının üyelik değerlerine göre gruplandırılması .....119                                                      |

## ÇİZELGELER DİZİNİ

|              |                                                                                                                                                                            |     |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Çizelge 2.1  | Bir girdi değişkeninin kodlanmış ve gerçek değerleri arasındaki ilişki ...                                                                                                 | 18  |
| Çizelge 5.1  | Bulanık çözümlerin merkez değerlerinin bulanık amaç fonksiyonlarına göre diğer bulanık çözümlere ait olma üyelikleri .....                                                 | 89  |
| Çizelge 5.2  | Bulanık amaç fonksiyonlarına göre seçilen en küçük üyelik değerleri ...                                                                                                    | 90  |
| Çizelge 6.1  | Girdi değişken düzeyleri ve kodlanmış girdi değişken değerleri .....                                                                                                       | 94  |
| Çizelge 6.2  | Deneyisel çalışma sonucu elde edilen kodlanmış girdi değişken değerleri ve gözlenen yanıt değişken değerleri .....                                                         | 94  |
| Çizelge 6.3  | Yanıt modellerine ait tahmini değerler ve hatalar .....                                                                                                                    | 97  |
| Çizelge 6.4  | Tahmini yanıt fonksiyonlarının pozitif ve negatif ideal çözüm değerleri.....                                                                                               | 99  |
| Çizelge 6.5  | Kodlanmış girdi değişken değerleri ve gözlenen bulanık yanıt değerleri.....                                                                                                | 100 |
| Çizelge 6.6  | Bulanık tahmini yanıt değerleri ve bulanık modellere ilişkin hatalar ...                                                                                                   | 101 |
| Çizelge 6.7  | Bulanık uyarlanmış metasezgisel algoritmalar için tanımlanan parametre değerleri .....                                                                                     | 103 |
| Çizelge 6.8  | FANSGA-II yöntemi ile elde edilen bulanık Pareto çözümler .....                                                                                                            | 105 |
| Çizelge 6.9  | FAMOSA yöntemi ile elde edilen bulanık Pareto çözümler .....                                                                                                               | 106 |
| Çizelge 6.10 | FANSGA-II ve FAMOSA yöntemleri ile elde edilen bulanık Pareto çözümlerin performans ölçüt değerleri.....                                                                   | 111 |
| Çizelge 6.11 | Bulanık amaç fonksiyonlarının pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözüm değerleri .....                                                                                 | 112 |
| Çizelge 6.12 | Bulanık Pareto çözümlerin ideal bulanık çözümlere uzaklıkları ve pozitif ideal bulanık çözüme yakınlık değerleri.....                                                      | 114 |
| Çizelge 6.13 | $\tilde{f}_1$ bulanık amaç fonksiyonuna göre elde edilen bulanık üyelik matrisi.                                                                                           | 115 |
| Çizelge 6.14 | $\tilde{f}_2$ bulanık amaç fonksiyonuna göre elde edilen bulanık üyelik matrisi.                                                                                           | 116 |
| Çizelge 6.15 | $\tilde{f}_1$ ve $\tilde{f}_2$ bulanık amaç fonksiyonlarına göre elde edilen üyelik matrislerinin min operatörü ile birleştirilmesi sonucu elde edilen üyelik matrisi..... | 116 |
| Çizelge 6.16 | Bulanık Pareto çözüm çiftleri .....                                                                                                                                        | 117 |
| Çizelge 6.17 | Bulanık Pareto çözümlerin grup ve sıra numaraları .....                                                                                                                    | 118 |
| Çizelge 6.18 | Max-min yaklaşımı ile elde edilen gruptaki bulanık çözümler.....                                                                                                           | 120 |
| Çizelge 6.19 | $\alpha = 0.90$ için elde edilen Pareto çözümler ve gruplar .....                                                                                                          | 121 |
| Çizelge 6.20 | Bulanık Pareto çözümlerin pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümlere uzaklıklarına göre elde edilen değerler (C).....                                                | 123 |

# 1. GİRİŞ VE ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

## 1.1 Giriş

Gerçek dünyada karşılaşılan problemler genellikle karmaşık yapıda olduğundan, problemlerin modellenmesinde birden fazla karakteristik kullanılır. Bu karakteristikler, probleme uygun biçimde karar verici tarafından tanımlanan girdi değişkenleri ( $X_i, i = 1, 2, \dots, k$ ) ve yanıt değişkenleri ( $Y_j, j = 1, 2, \dots, r$ ) olarak ele alınabilir. Aynı anda en iyi değeri elde edilmek istenilen birden fazla yanıt değişkenine sahip problemler, *çok yanıtlı yüzey (multi response surface)* problemi olarak adlandırılır. Çok yanıtlı yüzey problemlerinin çözümü, problemin modellenmesi ve optimizasyonu olmak üzere iki aşamada değerlendirilir. Çok yanıtlı yüzey probleminin modellenmesinde *yanıt yüzey yöntemi (response surface methodology)* nden yararlanılır. Yanıt yüzey yöntemleri

- i. Deney tasarımı,
- ii. Stokastik modelleme,
- iii. Optimizasyon yöntemleri,

biçiminde tanımlı üç aşamadan oluşur ve yanıt değişkeni ile girdi değişkenleri arasındaki ilişkinin belirlenmesi için kullanılan matematiksel yöntemleri içerir. Yanıt değişkenlerinin gelecekteki değerini doğru olarak tahmin edebilmek için yanıt değişkeni ile girdi değişkenleri arasındaki ilişkiyi tanımlayacak uygun bir fonksiyonun belirlenmesi gerekir. Genel olarak karşılaşılan yanıt yüzey problemlerinin doğrusal olmayan yapıda olduğu göz önünde bulundurulduğunda, yanıt yüzey yönteminin model stratejisi içinde ikinci dereceli polinomsal modellerin önemli bir yeri vardır (Myers ve Montgomery 2002). Bu tür modellerin yüzeyi daha iyi açıkladığı düşünüldüğünden, genellikle seçilecek tasarımlar ikinci dereceli fonksiyonları destekler niteliktedir.

Gerçek dünyaya ilişkin problemler *karmaşıklık (complexity)* veya *belirsizlik (vagueness)* içeriyorsa problemin modellenmesi sonucunda elde edilen yanıt, gerçek değeri tam ve doğru olarak yansıtmayacaktır. Gözlem sayısının yetersiz olması, hataların normal dağılım varsayımlarını sağlamasında zorluklarla karşılaşılması, girdi ve yanıt değişkenleri arasındaki ilişkinin belirsiz olması gibi durumlarda klasik regresyon

analizinin uygulanmasında çeşitli problemlerle karşılaşılır. Yanıtların fonksiyonel yapılarının belirlenmesindeki eksik ve yetersiz bilginin neden olduğu belirsiz durumları açıklayacak biçimde problemin modellenmesi gerekir. Böyle durumlarda kesin olmayan yaklaşık tanımlamalar yapılabilir ya da veriler bir aralıkta tanımlanabilir. Burada tanımlanan kesin olmama durumu rasgelelikten farklı bir kavram olup, belirsizlik olarak değerlendirilir. Rasgelelikten farklı olarak ele alınacak bu kavram *bulanık mantık (fuzzy logic)* kuramı ile açıklanır.

Genel olarak *çok yanıtli optimizasyon (multi objective optimization)* alanında yapılan çalışmalarda temel amaç, yanıt fonksiyonlarına en iyi değeri verecek girdi değişken değerlerinin belirlenmesidir. Bu amaç doğrultusunda çok yanıtli yüzey probleminin çözümü için geliştirilmiş çeşitli yaklaşımlar mevcuttur. Boyut indirgeme stratejisinden yararlanılarak oluşturulan bu yaklaşımlarla, yanıt yüzey fonksiyonları tek yanıt fonksiyonuna dönüştürülüp, uzlaşık çözüm sağlayacak girdi değişken düzeyleri belirlenmiştir. Yanıt fonksiyonlarını tek bir yanıt fonksiyonuna dönüştürüp, tek amaçlı optimizasyon problemi gibi çözümleme yapmak kolay bir yaklaşım olsa da, yanıt fonksiyonlarını aynı anda optimize edecek girdi değişken değerleri elde edilemeyecektir. Çünkü, bir yanıt fonksiyonunu optimum yapacak koşullar, diğer yanıtlar için genellikle optimumdan uzaktır.

Çok yanıtli yüzey problemini oluşturan her bir yanıt fonksiyonu bir amaç fonksiyonu olarak değerlendirildiğinde çok yanıtli yüzey problemi, çok amaçlı optimizasyon problemine dönüşecektir. Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümünde ideal çözüm olarak adlandırılan tek bir optimal çözüm yoktur. Uygulamada ideal çözümler yerine alternatif (seçenek) çözümler önem kazanır. *Pareto optimal çözüm (Pareto optimal solution)* olarak adlandırılan bu çözümler, çok amaçlı optimizasyon probleminin alternatif çözümlerini karakterize etmekte kullanılırlar. Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümü sonucu elde edilecek olan Pareto çözüm kümesi, karar vericiye geniş bir seçenek sunar. Bu sonuçların içinden karar vericinin ilgilendiği tüm amaçları tatmin edecek uzlaşık çözümü seçmesi istenir.

Pareto çözümlerin elde edilmesinde kullanılan bir diğer yaklaşım *çok amaçlı metasezgisel yöntemlerin (multi objective metaheuristic methods)* kullanımıdır. Bu yöntemler

- i. Bir tek aramada çok sayıda çözüm üretmeleri,
- ii. Türev hesaplamaları kullanmadan çözümleme yapmaları,
- iii. Pareto optimal çözümlere oldukça iyi yaklaşım sağlamaları,
- iv. Sürekli ve kombinatorik optimizasyon problemlerine kolaylıkla uygulanabilir olmaları,

gibi nedenlerden dolayı tercih edilirler.

Çok yanıtlı yüzey problemlerinin modellenmesi alanında yapılan önceki çalışmalarda, rasgelelikten farklı olarak sistemin yapısında var olan, girdi değişkenleri, yanıt değişkenleri ve model parametrelerinde olabilecek açıklanamayan belirsizlik durumları dikkate alınmamıştır. Dolayısı ile sistem için oluşturulan matematiksel modele belirsizliğin dahil edildiği bir yanıt yüzey probleminin en iyilenmesi ile ilgilenilmemiştir. Bu çalışmada, çok yanıtlı yüzey problemlerinin çoklu boyutu korunarak, problemlerin çözümü için bulanık ve sezgisel yaklaşımlar geliştirilecektir. Yanıtların modellenmesi aşamasında, yanıt yüzey yönteminden yararlanılarak elde edilen ikinci dereceli polinomsal fonksiyonların bulanıklaştırılması ile ilgilenilecektir. Model parametrelerinin ve gözlenen yanıt değerlerinin bulanık üçgensel sayılar ile ifade edildiği bir sistemde, *bulanık en küçük kareler (fuzzy least squares)* yönteminden yararlanılarak elde edilen bulanık yanıt fonksiyonları, bulanık amaç fonksiyonları olarak değerlendirilip, *bulanık çok amaçlı optimizasyon (fuzzy multi objective optimization)* problemi oluşturulacaktır. Literatürde tanımlı, çok amaçlı problemlerin optimizasyonunda kullanılan Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II – NSGA-II) ve Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi (Archived Multi Objective Simulated Annealing - AMOSA) yöntemleri ağırlık merkezi indeksine dayalı *bulanık sıralama (fuzzy ranking)* yaklaşımı ile uyarlanarak bulanık çok amaçlı problemlerin optimizasyonu amacıyla geliştirilecektir. Çalışmada geliştirilen bulanık uyarlanmış algoritmalar, *Bulanık Uyarlanmış Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (Fuzzy Adaptive Nondominated Sorting Genetic Algorithm-*

*II – FANSGA-II*) ve *Bulanık Uyarlanmış Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi (Fuzzy Adaptive Archived Multi Objective Simulated Annealing - FAMOSA)* olarak adlandırılacaktır. FANSGA-II ve FAMOSA yöntemlerinin performanslarının değerlendirilmesi amacıyla iki yeni ölçüt önerilecektir. Önerilen ölçütlerin ilki, gerçek bulanık Pareto yüzeye benzer çözümlerin elde edilip edilmediğini, diğeri ise algoritma ile elde edilen çözümlerde alternatif çözüm seçeneklerinin yeterince sağlanıp sağlanmadığını test etmeye yöneliktir. Performans ölçütlerinin tanımlanmasında, üçgensel bulanık Pareto çözümlerin her biri  $\alpha$ -kesme değerlerinden yararlanılarak oluşturulan dikdörtgenler ile temsil edilecektir. Dikdörtgenlerin birbirlerine göre konumları incelenerek performans metrik değerleri belirlenecektir. Bulanık uyarlanmış algoritmalar ile elde edilen bulanık Pareto çözümlerin değerlendirilmesinde, bulanık çözümlerin pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümlerden sapma değerleri dikkate alınarak oluşturulan karar verme yaklaşımı ile bulanık Pareto çözüm kümesinden seçilebilecek bir uzlaşık bulanık çözüme karar verilecektir. Böylece karar vericinin belirli kabul kriterleri altında tüm amaçları aynı anda en iyileyeceği bir deney koşulu elde edilmiş olacaktır. Belirlenen uzlaşık bulanık çözüme alternatif olarak tercih edilebilecek çözüm seçeneklerinin belirlenmesi amacıyla bulanık çözümler max-min yaklaşımı kullanılarak gruplandırılacaktır.

Çalışmanın İkinci Bölümünde, yanıt yüzey yöntemi hakkında bilgi verilerek, çok yanıtlı yüzey problemleri için modelleme ve optimizasyon aşamalarında kullanılan, literatürde tanımlı yaklaşımlar tanıtılacaktır.

Üçüncü Bölümde, çok amaçlı optimizasyon problemleri tanımlarak, çok amaçlı optimizasyon hakkında temel bilgiler sunulacaktır. Metasezgisel yöntemlere kısaca değinilerek, çok amaçlı problemlerin çözümü için kullanılan çok amaçlı metasezgisel yöntemlere bu bölümde detaylı yer verilecektir.

Dördüncü Bölümde, bulanık mantık ve bulanık teori üzerinde durularak, bulanık küme teorisindeki temel kavramlar tanımlanacaktır. Ayrıca bulanık çözümlerin karşılaştırılmasında kullanılan bulanık sıralama yöntemi açıklanarak, bulanık regresyon analizine değinilecektir.

Çalışmanın özgün yanını oluşturan Beşinci Bölümde, ikinci dereceli polinomsal yanıt yüzey fonksiyonlarının, Diamond (1988) metriğine dayalı bulanık en küçük kareler yöntemi kullanılarak, model parametreleri ve yanıt değişkenleri bulanık, girdi değişkenleri kesin olan bulanık yanıt fonksiyonlarına dönüştürülmesine yer verilecektir. Bulanık sayıların büyüklüklerinin karşılaştırılması amacıyla kullanılan ağırlık merkezi indeksine dayalı bulanık sıralama yöntemi hakkında detaylı bilgi verilerek, bulanık sıralama yönteminin uyarlanması ile oluşturulan FANSGA-II ve FAMOSA yöntemlerinin algoritmik adımları tanımlanacaktır. Bulanık uyarlanmış çok amaçlı metasezgisel algoritmaların performanslarının değerlendirilmesi amacıyla bulanık Pareto çözümler üzerinde tanımlı performans ölçütleri önerilecektir. Hesaplanan ölçüt değerlerine göre en iyi olduğu düşünülen yöntem ile elde edilen bulanık Pareto çözüm sonuçları, karar verme analizinde kullanılacaktır. Bulanık Pareto çözümlerin değerlendirilmesi aşamasında öncelikle bulanık Pareto çözümlerin pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümlere olan uzaklıkları dikkate alınarak tanımlanan ölçüte göre bir uzlaşık bulanık çözüm belirlenecektir. Belirlenen uzlaşık bulanık çözüm yerine alternatif olarak kullanılabilen bulanık çözümlerin elde edilmesi amacıyla max-min yaklaşımı kullanılarak bulanık Pareto çözümler gruplandırılacaktır. Her bir gruptaki çözümlerin pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümlere uzaklıkları dikkate alınarak uzlaşık bulanık çözüm grubuna karar verilecektir. Böylece gruplar arasından tek bir uzlaşık bulanık çözüm grubu belirlenerek, benzer bulanık fonksiyon değerlerine sahip alternatif çözümlerden oluşan bir bulanık çözüm kümesi tanımlanmış olacaktır.

Altıncı Bölümde, gıda mühendisliği alanından seçilen çok yanıtlı deneysel veri seti üzerinde, çalışmada önerilen bulanık modelleme ve optimizasyon algoritmaları uygulanacaktır. Elde edilen bulanık Pareto çözümler, önerilen bulanık karar verme yaklaşımı ile değerlendirilecektir.

Yedinci Bölümde, analizlerden elde edilen sonuçların değerlendirilmesi yapılarak, ileride bu konuda yapılabilecek çalışmalar ile ilgili öneriler sunulacaktır.

## 1.2 Önceki Çalışmalar

Yanıt yüzey yöntemi, ilk olarak Box ve Wilson (1951) tarafından endüstriyel deneyler için geliştirilmiştir (Myers ve Montgomery 2002). Khuri ve Cornell (1996), yanıt yüzey yöntemi hakkında detaylı bilgiler vererek, çok yanıtlı yüzey probleminin modellenmesi ve optimizasyonu için geliştirilen yöntemlerden söz etmişlerdir. Box ve Draper (2007), değişkenlerin bileşimlerinden elde edilen yeni değişkenlerin de modele dahil edildiği karma modellere yer vererek Ridge regresyon üzerinde detaylı anlatımlar yapmışlardır.

Çok yanıtlı yüzey probleminin eş anlı optimizasyonunda en çok kullanılan stratejilerden biri boyut indirgeme stratejisidir. Bu amaçla oluşturulan yöntemlerle çok yanıtlı bir yüzey problemi tek yanıtlı probleme dönüştürülerek, tek amaçlı optimizasyon problemi gibi çözümlenir. Literatürde tek bir amaç fonksiyonunun optimizasyonu biçiminde tanımlı ilk yaklaşım *istenebilirlik fonksiyonu yaklaşımı (desirability function approach)* dır (Harrington 1965, Derringer ve Suich 1980). Bu yaklaşımda, yanıt fonksiyonları ilgilenilen fonksiyonların türüne göre tanımlanan bir dönüşüm ile  $[0,1]$  aralığında değerler alan istenebilirlik fonksiyonuna dönüştürülür. Elde edilen dönüşüm fonksiyonlarının geometrik ortalamasının maksimum değeri, problem için optimal çözüm olarak değerlendirilir.

Çok yanıtlı yüzey probleminin optimizasyonunda en çok kullanılan bir diğer yaklaşım *genelleştirilmiş uzaklık yaklaşımı (generalized distance approach)* dır (Khuri ve Conlon 1981). Yaklaşım, yanıt değişkenlerinin hedef değerlerden sapmalarının karesel ifadesi biçiminde tanımlı bir kayıp fonksiyonunun minimizasyonuna dayanır. Amaç, kayıp fonksiyonuna minimum değeri verecek optimal girdi değişken değerlerinin elde edilmesidir. Pignatiello (1993), Vining (1998) ve Ko vd. (2005), minimum değeri elde edilmek istenilen uzaklık fonksiyonunu farklı biçimlerde ifade ederek, kayıp fonksiyonu üzerine çeşitli yaklaşımlar geliştirmişlerdir.

Çok yanıtlı yüzey problemlerinin optimizasyonu için geliştirilen yaklaşımlar, bir amaç fonksiyonuna dayalı olarak tasarımcıya tek bir çözüm sonucu verirken, çok amaçlı optimizasyon yöntemleri etkileşimli bir süreç sunar. Montgomery ve Bettencourt (1977), etkileşimli bir yöntem olan GDF (Geoffrion-Dyer-Feinberg) algoritmasını

çeşitli yanıt yüzey problemleri üzerinde kullanmışlardır. Park ve Kim (2005), çok yanıtli yüzey optimizasyonunda kullanılan yaklaşımlara kısaca değinerek, çok yanıtli yüzey optimizasyonu problemini çok amaçlı optimizasyon problemi olarak ele alıp, GDF yöntemi ile çözümleme yapmışlardır. Rees vd. (1985), çok yanıtli yüzey probleminin optimizasyonunda, yanıt yüzey yöntemi ve hedef programlama yaklaşımının birleştirildiği farklı bir etkileşimli yaklaşım uygulamışlardır. Xu vd. (2004), çok yanıtli bir sistemin optimizasyonu için hedef atama yaklaşımını kullanmışlardır.

Jeong vd. (2002), çok yanıtli yüzey problemini çok amaçlı optimizasyon problemi olarak ele alıp, etkileşimli bir yöntem olan Step yöntemini (STEM) kullanarak ideal çözüme ulaşmaya çalışmışlardır. Jeong ve Kim (2009), çok yanıtli yüzey probleminin optimizasyonu için istenebilirlik fonksiyonuna dayalı etkileşimli bir yöntem geliştirerek, tüm amaçlar için aynı anda en iyi fonksiyon değerlerini veren girdi değişkenleri kümesini belirlemişlerdir. Karar verici ile etkileşimli bir süreç izleyen algoritma ile uzlaşık çözüme karar vermişlerdir. Bashiri ve Ramezani (2009), çok yanıtli yüzey optimizasyonu için hedef programlamaya dayalı yeni bir yöntem geliştirmişlerdir. Optimizasyon sonucu elde ettikleri baskın çözümlerin değerlendirilmesi için yeni bir karar verme yaklaşımı önermişlerdir. Pozitif ideal ve negatif ideal çözüm değerleri kullanılarak hazırlanan TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to the Ideal Solution) yaklaşımına göre baskın çözümlerin sıralanmasıyla, en iyi çözüm değerini belirlemişlerdir.

Köksoy ve Muluk (2004), kalite alanında süreç ortalamasının ve süreç standart sapmasının eş anlı optimize edilmesine yönelik yaptıkları çalışmada, çok yanıtli yüzey probleminin optimizasyonu için genelleştirilmiş uzaklık yaklaşımını kullanmışlardır. Her iki yanıt fonksiyonu için en iyi değeri verecek çözüm kümesine ulaşmayı hedeflemişlerdir. Köksoy ve Yalçınöz (2005), ikili yanıt problemini amaç fonksiyonlarına farklı ağırlık değerleri atayarak tek amaçlı optimizasyon problemi biçiminde modellemişlerdir. NIMBUS (Nondifferentiable Interactive Multiobjective Bundle-based Optimization Systems) yöntemi ile problemi çözümleyerek alternatif çözümlerden oluşan bir çözüm kümesi elde etmişlerdir. Köksoy ve Hocaoglu (2005), süreç ortalaması ve süreç sapmasını optimize etmeye yönelik oluşturdukları modele

maliyet ögelerini de dahil ederek elde ettikleri çok amaçlı optimizasyon problemini NIMBUS algoritması ile çözümleyerek alternatif çözüm kümesine ulaşmışlardır. Köksoy (2008), hata kareler ortalaması kriterine dayalı olarak modellediği çok yanıtlı problem için bir doğrusal olmayan programlama yöntemi olan genelleştirilmiş indirgenmiş türev yöntemini kullanarak alternatif çözümler elde etmiştir.

Çok yanıtlı yüzey problemlerinin optimizasyonunda Genetik Algoritma ve Tavlama Benzetimi gibi metasezgisel yöntemlerden de yararlanılmıştır. Pasandideh ve Niaki (2006), çok yanıtlı problemin modellenmesi ve optimizasyonu ile ilgilenmişlerdir. Çok yanıtlı problemi tek yanıtlı problem biçiminde modellemek için istenebilirlik fonksiyonu yaklaşımını ve problemin optimizasyonunda Genetik Algoritma yöntemini kullanmışlardır. Alvarez vd. (2009) çalışmalarında, yanıt yüzey yöntemi kullanılarak elde edilen tahmini yanıt fonksiyonlarının optimizasyonu aşamasında Genetik Algoritmanın kullanılabileceğini vurgulayarak, yanıt yüzey yönteminin ve Genetik Algoritmanın birlikte kullanıldığı önceki çalışmalardan söz etmişlerdir. Tek bir tahmini yanıt fonksiyonunun optimizasyonu için kullanılacak olan Genetik Algoritma yöntemi hakkında detaylı bilgiler vermişlerdir. Köksoy ve Yalçınöz (2006), hata kareler ortalaması kriterini kullanarak çok yanıtlı yüzey problemini tek amaçlı optimizasyon problemi biçiminde modelleyip, Genetik Algoritma ile optimal girdi değişkenleri için alternatif çözüm kümesi elde etmişlerdir.

Bera ve Mukherjee (2010) çalışmalarında, çok yanıtlı yüzey probleminin optimizasyonunda genel olarak kullanılan yaklaşımlara değinerek, literatürde tanımlı çeşitli çok yanıtlı yüzey problemlerini istenebilirlik fonksiyonu yaklaşımı ile modellemişlerdir. Optimizasyon aşamasında Tavlama Benzetimi yöntemini ve Tavlama Benzetimi yönteminin Nelder Mead Simpleks Algoritması ile melez yaklaşımı sonucu elde ettikleri algoritmayı kullanmışlardır. İstenebilirlik fonksiyonu yaklaşımı ile oluşturdukları tek amaçlı matematiksel modelin çözülmesi için geliştirdikleri melez yaklaşımın daha iyi sonuçlar verdiğini gözlemlemişlerdir.

Türkşen vd. (2008), kalite geliştirme alanında yaptıkları çalışmalarında dual yanıt probleminin optimizasyonu için Tavlama Benzetimi yöntemini kullanmışlardır. Yanıt fonksiyonları için farklı ağırlıklar tanımlayarak problemi tek amaçlı optimizasyon

problemine dönüştürüp, ağırlık katsayılarına farklı değerler vererek elde ettikleri amaç fonksiyonlarını Tavlama Benzetimi yöntemi ile optimize etmişlerdir. Böylece alternatif çözümlerin oluşturduğu, Pareto çözüm olarak değerlendirilebilecek bir çözüm kümesine ulaşmışlardır.

Metasezgisel yöntemlere Pareto baskınlık ölçütünün uyarlanması ile geliştirilen çok amaçlı metasezgisel yöntemler, son zamanlarda çok amaçlı optimizasyon alanında Pareto çözümlerin elde edilmesi amacıyla oldukça sık kullanılmaktadır. Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümü için 1985'ten bu yana Genetik Algoritmaları kullanan çeşitli yaklaşımlar önerilmiştir. Bu yaklaşımlar; Vektör Değerlendirmeli Genetik Algoritma (Vector Evaluated Genetic Algorithm-VEGA), Çok Amaçlı Genetik Algoritma (Multi Objective Genetic Algorithm-MOGA), Hücrelendirilmiş Pareto Genetik Algoritması (Niche Pareto Genetic Algorithm-NPGA), Kuvvet Pareto Genetik Algoritma (Strength Pareto Genetic Algorithm-SPEA), Pareto Zarflama Temelli Seçim Algoritması (Pareto Envelope Based Algorithm-PEAS), Baskın Sıralı Genetik Algoritma (Nondominated Sorting Genetic Algorithm-NSGA), Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II – NSGA-II) biçiminde özetlenebilir (Sağ 2008).

Deb vd. (2002), çok amaçlı problemlerin optimizasyonu için NSGA yöntemine dayalı NSGA-II yöntemini geliştirmişlerdir. Populasyon temelli bir metasezgisel yöntem olan NSGA-II'nin gerçek Pareto yüzeye yakın çözümlerin elde edilmesi ve çözüm kümesinde sağlanan çeşitlilik bakımından diğer çok amaçlı optimizasyon algoritmalarından daha iyi performans gösterdiği gözlenmiştir. Deb (2004), çok amaçlı optimizasyon alanında kullanılan evrimsel algoritmalara ilişkin teorik ve uygulama alanında detaylı bilgiler vermiştir. Çok amaçlı metasezgisel yöntemlerin performanslarının değerlendirilmesinde kullanılabilecek metrikler oluşturmuştur.

Çok amaçlı metasezgisel yöntemler, çok yanıtlı yüzey problemlerinin optimizasyonunda da kullanılmıştır. Goel vd. (2007), mühendislik alanında seçtikleri bir problemi yanıt yüzey yöntemi ile modellemişler ve çok amaçlı optimizasyon problemi biçiminde ele almışlardır. NSGA-II yöntemini kullanarak çok amaçlı problemin Pareto çözümlerini

elde etmişlerdir. Algoritma üzerinde çeşitli uyarlamalar yaparak elde ettikleri baskın çözümlerin Pareto optimal yüzeye yakınsayacağı bir yaklaşım geliştirmişlerdir.

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde çok amaçlı Tavlama Benzetimi algoritmalarından yararlanılarak Pareto çözümler elde edilmeye çalışılmıştır. Konu ile ilgili ilk algoritma, Serafini (1985, 1992) tarafından hazırlanmıştır. Ulungu ve Teghem (1994) hazırlanan bu algoritmayı geliştirerek, baskın çözüm kümesi oluşturulabilecek yeni bir algoritma düzenlemişlerdir. Czyzak ve Jaszkiewicz (1998), Tavlama Benzetimi yöntemini çok amaçlı optimizasyon boyutuna taşımak için yeni bir yaklaşım olarak Pareto Tavlama Benzetimi (Pareto Simulated Annealing - PSA) yöntemini geliştirmişlerdir. Yöntemde yeni çözümlerin kabulü için olasılıklara dayalı ölçek fonksiyonları kullanılmıştır. Ulungu vd. (1999), çok amaçlı kombinatorik optimizasyon probleminin çözümü için yeni bir çok amaçlı Tavlama Benzetimi algoritması geliştirmişlerdir (Ulungu Multi Objective Simulated Annealing - UMOSA). Suppapitnarm vd. (2000), çok amaçlı optimizasyon problemi için farklı bir Tavlama Benzetimi tabanlı arama algoritması hazırlamışlardır (Suppapitnarm Multi Objective Simulated Annealing - SMOSA). Her bir amaç fonksiyonu için farklı soğuma fonksiyonları tanımlayarak, amaç fonksiyonlarındaki değişimi birbiri ile karşılaştırarak ayrı ayrı incelemişler ve Pareto çözümlerin arşivlendiği bir yaklaşım kullanmışlardır. Tekinalp ve Karşlı (2007), çok amaçlı sürekli optimizasyon problemleri için pareto çözümlere dayalı yeni bir Tavlama Benzetimi algoritması geliştirmişlerdir. Çalışmalarında hazırladıkları algoritmanın gerçek dünyaya ilişkin çeşitli problemler üzerinde uygulamasına yer vermişlerdir. Bandyopadhyay vd. (2008), çok amaçlı optimizasyon problemleri için uzlaşık çözümlerin elde edilmesinde Tavlama Benzetimi yöntemine dayalı yeni bir yaklaşım önermişlerdir. Önerilen yaklaşımda, yeni çözümün kabul olasılığında yaptıkları değişime göre algoritmayı yeniden düzenlemişlerdir. Elde edilen çözümler arasında baskınlık kriterini kullanılarak Pareto çözüm kümesine ulaşmaya çalışmışlardır. Pareto çözümler bir arşiv kümesinde toplandığı için yöntem Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi (Archived Multi Objective Simulated Annealing - AMOSA) olarak adlandırılmıştır. Çeşitli performans ölçütleri kullanılarak yöntemlerin etkinlikleri karşılaştırıldığında, AMOSA'nın Pareto çözümleri bulma konusunda daha iyi olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Suman ve Kumar (2006) alışmalarında, Tavlama Benzetimi yöntemine dayalı tek amaçlı ve çok amaçlı problemler için literatür taramasına yer vermişlerdir. Ayrıca, çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan çok sayıda yöntem detaylı olarak incelenmiştir.

Bir çok yanıtlı yüzey probleminde, girdi ve yanıt değişkenleri arasındaki ilişkinin belirlenmesi aşamasında, rasgelelikten farklı olarak açıklanamayan bazı belirsizlik durumları söz konusu olabilir. Bu çalışmada, belirsizliğin modellenmesi aşamasında bulanık yaklaşımdan yararlanılacaktır. Bulanık yaklaşım, matematiksel modeli iyi tanımlanmamış, zamanla değişen ve belirsizlik içeren sistemlere kolay anlaşılır bir çözüm getirmesi amacıyla ilk olarak 1965 yılında Lotfi Asker Zadeh tarafından ortaya konmuştur. Yanıt yüzey probleminin bulanık yaklaşım ile modellenmesinde, bulanık regresyon analizi kullanılmıştır.

Günümüze kadar bulanık regresyon modeli oluşturmak konusunda çok çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Diamond (1988), iki bulanık sayı arasındaki fark için tanımladığı uzaklık metriğini kullanarak, bulanık veri setleri için bulanık en küçük kareler kriterine dayalı bir modelleme yaklaşımı önermiştir. Kim ve Bishu (1998), gözlenen ve tahmin edilen bulanık yanıt değerlerinin üyelik fonksiyonları arasındaki farkın minimizasyonuna dayalı, yeni bir model oluşturma yöntemi geliştirmişlerdir.

Hojati vd. (2005), girdi ve yanıt değişkenlerinin bulanık olması durumunda bulanık regresyon modelinin belirlenmesi üzerine çalışma yapmışlar ve Tanaka vd. (1982) modelini geliştirerek oluşturdukları yöntemlerinin iyi sonuçlar verdiğini gözlemlemişlerdir. Ayrıca, gözlenen ve tahmin edilen bulanık yanıt değerleri arasındaki alan hesaplamasına dayalı benzerlik ilişkisini kullanarak klasik regresyon analizindeki belirtme katsayısına ( $R^2$ ) benzer biçimde model uyumu için bir ölçüt tanımlamışlardır. Chen ve Hsueh (2009), girdi ve yanıt değişkenleri arasındaki ilişkiyi uzaklık metriğine dayalı bir bulanık çerçevede ele alıp, en küçük kareler yöntemini kullanarak bulanık regresyon modeli ile açıklamışlardır. Gözlenen ve tahmin edilen yanıtların  $\alpha$ -kesme değerleri arasındaki uzaklığın kareleri toplamının minimizasyonu ile bulanık model parametrelerini tahmin etmişlerdir. Yapılan hata analizi karşılaştırması sonucunda, girdi

ve yanıt değişkenlerinin bulanık olması durumunda elde ettikleri modelin diğer yöntemlere göre daha az hatalı sonuç verdiğini gözlemlemişlerdir.

Xu ve Dong (2006) çalışmalarında, yanıt yüzey yöntemi ile elde ettikleri tahmini yanıt fonksiyonuna bulanık yaklaşım uygulayarak bulanık tahmini yanıt modeli elde etmişlerdir. Yanıt yüzeyi açıklamak için ikinci dereceli polinomsal tahmini yanıt fonksiyonunu kullanmışlardır. Bu fonksiyonda model katsayılarını ve yanıt değişkenlerini üçgensel bulanık sayılar olarak ele alıp, Xu ve Zhai (2005)'nin çalışmalarında geliştirdiği uzaklık metriğine dayalı bulanık en küçük kareler yöntemi ile bulanık tahmini yanıt fonksiyonları elde etmişlerdir.

Bashiri ve Hosseini-zhad (2009) çalışmalarında, dayanıklı tasarımlarda çok yanıtlı yüzey optimizasyonu için bir bulanık programlama yaklaşımı hazırlamışlardır. Öncelikle tekrarlı gözlem değeri alınmış her bir yanıt için model parametrelerinin üçgensel bulanık sayılar ile ifade edildiği bulanık regresyon modelleri oluşturulmuştur. Çok yanıtlı problem, bulanık yanıtlar için oluşturulan ödünleşim değerleri kullanılarak istenebilirlik fonksiyonu ile bulanık yanıtlardan oluşan tek bir amaç fonksiyonuna indirgenir. Bu fonksiyonun optimizasyonu sonucu elde edilen girdi değişken değerleri, problem için optimal tasarım noktası olarak değerlendirilir.

Çok yanıtlı yüzey probleminin optimizasyonunda bulanık yaklaşım genel olarak, amaç fonksiyonları ve kısıtlar için üyelik fonksiyonlarının oluşturulması biçiminde tanımlanmıştır. Tanımlanan üyelik fonksiyonları belirli bir eşik değerden büyük olacak biçimde kısıt fonksiyonları oluşturulup, eşik değeri maksimize edecek biçimde tek bir amaç fonksiyonu tanımlanmıştır (Kim ve Lin 1998, Kim ve Lin 2000, Huang vd. 2006, Keller 2009). Tek amaçlı eşitsizlik kısıtlı optimizasyon probleminin çözümü ile optimal girdi değişkenleri kümesi elde edilmiştir.

Bulanık sayıların sıralanması, bulanık sayıların büyüklüklerinin karşılaştırılmasında oldukça önemlidir. Günümüze kadar bu konuda çok çeşitli çalışmalar yapılmıştır (Cheng 1998, Wang ve Lee 2008). Wang ve Lee (2008)'nin çalışmalarını temel alarak Abdullah ve Jamal (2010), bulanık sayıların sıralanması üzerine yaptıkları çalışmalarında önceki çalışmaların dezavantajlarına değinerek, geliştirilmiş yeni bir

algoritma hazırlamışlardır. Ağırlık merkezi indeksine dayalı oluşturdukları bu sıralama algoritmasını sağlık alanında seçtikleri bir problem üzerine uygulamışlardır.

Ramli ve Mohamad (2009) bulanık sayıların sıralaması konusunda yaptıkları çalışmalarında, ağırlık merkezi indeksine dayalı yapılan çalışmalar hakkında geniş bir literatür taramasına yer vermişlerdir. Kullanılan yaklaşımların birbirlerine göre avantajlarına ve dezavantajlarına değinerek, söz konusu bulanık sıralama yöntemleri içinde bir en iyi yöntem tanımlamasının mümkün olmadığını belirtmişlerdir.

Belirsizlik altında karar verme durumunda bulanık yaklaşım oldukça güçlü bir araçtır. Pareto çözüm kümesindeki çözümlerin her biri küme içinde ayrı bir öneme sahip olmakla birlikte, çok sayıda baskın çözümün oluşturduğu kümeden seçilecek olan bir çözümün ilgilenilen bütün amaç fonksiyonları için en iyi uzlaşık değeri vermesi istenir. Bu amaçla çalışmada, bulanık Pareto çözümlerin eşit öneme sahip olduğu varsayılarak, çözümlerin üyelik fonksiyonları üzerinde max-min yaklaşımı kullanılarak uzlaşık bulanık çözüme ve uzlaşık bulanık çözüm gruplarına karar verilecektir. Bir bulanık karar verme yöntemi olan max-min yaklaşımı, ilk olarak çok amaçlı doğrusal programlama probleminin çözümünde Zadeh (1978) tarafından kullanılmıştır. Lai ve Chang (1994), süreç girdileri ve yanıtlar arasındaki ilişkiyi modellemek amacıyla  $L_p$  regresyon modelleri ile model parametreleri ve gözlenen yanıt değerlerinin bulanık olduğu bulanık regresyon fonksiyonlarını oluşturup, elde ettikleri tahmini yanıt fonksiyonlarının olabilirlik dağılımlarını belirlemişlerdir. Yanıt fonksiyonlarını optimize ederken, yanıtların olabilecek değerlerinden sapmasını en küçükleme amacı altında, çok amaçlı karar verme problemi olarak tanımlanan problemi, max-min yaklaşımı ile çözümlenmiştir.

## 2. YANIT YÜZEY PROBLEMLERİ

Fen ve mühendislik alanında karşılaşılan çok yanıtlı ürün veya tasarım problemlerinin çoğunda öncelikle ilgilenilen probleme ilişkin veri seti uygun bir deney tasarımı yöntemi ile düzenlenerek, yanıtların tahmini model denklemlerinin elde edilmesi istenir. Genellikle bu alanda yapılan çalışmalarda, yüzeye uygun tahmini yanıt fonksiyonunun oluşturulması için yanıt yüzey yönteminden yararlanılır. Çalışmanın bu bölümünde, yanıt yüzeyler hakkında bilgi verilerek, çok yanıtlı yüzey problemleri için tahmini yanıt fonksiyonlarının elde edilmesinde kullanılacak yaklaşımlara yer verilecektir. Ayrıca, yanıtların modellenmesinde kullanılacak bazı deneysel tasarımlara da değinilecektir.

### 2.1 Yanıt Yüzeyleri

Araştırmaların çoğunda, etken olarak adlandırılan girdi değişkenlerinin  $(X_i, i = 1, 2, \dots, k)$  ilgilenilen yanıt değişkeni/değişkenleri  $(Y_j, j = 1, 2, \dots, r)$  üzerindeki etkisinin incelenmesi istenilebilir. Bu durumda girdi değişkenleri ve bunların düzeylerini birlikte karşılaştırmak mümkündür. Buna *çok etkenli deney* denir. Genel olarak çok etkenli deney, bir etkenin her düzeyinin geri kalan diğer bütün etken düzeyleri ile denendiği düzendir.

Deney tasarımında etkenlerin düzeyleri nitel veya nicel yapıda olabilir. Şayet denemeler ilgilenilen etkenin nicel düzeylerinden oluşuyorsa, bu durumda yanıt değişkenini etkileyebilecek doğrusal ve eğrisel etkilerin araştırılması istenilebilir.

Çok etkenli deneylerde, denemelerin iki ya da daha fazla etken düzeylerinin kombinasyonlarından oluştuğu durumda, denemeler ile yanıtlar arasındaki ilişki yanıt yüzey formundadır. Yanıt değişkenlerinin gelecekteki değerini doğru olarak kestirebilmek için yanıt değişkeni ile girdi değişkenleri arasındaki ilişkiyi belirleyecek uygun bir fonksiyonun veya modelin belirlenmesi gerekir. Amaç, ilgilenilen probleme bağlı olarak maksimum veya minimum yanıt değerlerinin araştırılması ve bu yanıt değerlerini sağlayan optimal girdi değişken düzeylerinin belirlenmesidir.

Yanıt değişkeni üzerinde etkili olabilecek  $k$  tane etken,  $X_1, X_2, \dots, X_k$ , önceden belirlenmiş olsun. “Gerçek” yanıt değişkeni  $\eta$  ile  $X_1, X_2, \dots, X_k$  arasındaki bilinmeyen bir fonksiyonel ilişki

$$\eta = \phi(X_1, X_2, \dots, X_k; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) = \phi(\mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}) \quad (2.1)$$

eşitliği ile verilebilir. Burada,  $\phi$  bilinmeyen bir fonksiyonel ilişki formunu gösterirken,  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$  bilinmeyen model parametreleridir. Gerçek yanıt sistemine ilişkin  $\phi$  fonksiyonunun yapısı bilinmediğinden  $\eta$  değişkenine ilişkin değerler gözlenemez. Bu nedenle,  $\phi$  ile tanımlı bilinmeyen ilişkiyi temsil edecek uygun bir fonksiyonun belirlenmesi gerekmektedir. Bu fonksiyonel ilişkiyi belirlemek amacıyla,  $d$ . dereceli uygun bir  $f$  polinomu ile bilinmeyen  $\phi$  fonksiyonu Taylor serisine açılmış ve  $d$ . dereceden sonra kesilmiş kısmı ile  $\phi$  fonksiyonu temsil edilmiştir (Myers ve Montgomery 2002). Bu durum

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k) + \varepsilon = f(\mathbf{X}, \boldsymbol{\beta}) + \varepsilon \quad (2.2)$$

eşitliği ile ifade edilebilir. Burada,  $Y$  gözlenen yanıt değişkeni;  $X_1, X_2, \dots, X_k$  girdi değişkenleri;  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  bilinmeyen model parametreleri ve  $\varepsilon$  model hatasını göstermektedir. Eşitlik (2.2)’de  $f$  ile tanımlanan polinomsal fonksiyonun  $\phi$ ’yi tam olarak açıklayamama durumu söz konusu olabileceğinden, modele bir hata terimi ( $\varepsilon$ ) eklemesi yapılmıştır. Ayrıca, girdi değişkenlerinin ait olduğu deney tasarımından kaynaklanabilecek deneysel ve gözlemsel hatalar da  $\varepsilon$  terimi altında değerlendirilmiştir (Şayakdokuyan 2006).

## 2.2 Yanıt Yüzeyleri İçin İkinci Derece Model Kavramı

Gerçek dünya problemleri genellikle doğrusal olmayan yapıdadır. Bu tür problemlerin modellenmesinde, ikinci derece modeller ile bilinmeyen yüzeye daha az hata ile yaklaşım yapılacağı düşünülmüştür (Khuri ve Cornell 1996, Myers ve Montgomery

2002). Bu nedenle, ikinci derece model yapısının yanıt yüzey çalışmaları içinde önemli bir yeri vardır. Eşitlik (2.2)'de verilen model tanımlamasına bağlı kalınarak,  $k$  değişkenli bir ikinci dereceli model denklemi

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{i < j}^k \beta_{ij} X_i X_j + \varepsilon \quad (2.3)$$

eşitliği ile tanımlanır. Eşitlik (2.3)'teki model parametrelerini tahmin etmek için en küçük kareler veya ağırlıklı en küçük kareler yöntemleri kullanılabilir. Model parametrelerinin uygun bir yöntemle tahmin edildiği varsayımı altında tahmini yanıt modeli

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i X_i + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{i < j}^k \hat{\beta}_{ij} X_i X_j \quad (2.4)$$

olacaktır. Burada,  $\hat{\beta}_0$  tahmini sabit terim;  $\hat{\beta}_i$  modelin tahmini doğrusal katsayılarını;  $\hat{\beta}_{ii}$  modelin tahmini karesel katsayılarını;  $\hat{\beta}_{ij}$  modelin tahmini çapraz çarpım katsayılarını,  $i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, k; i \neq j$  ifade etmektedir.  $n$  sayıda gözlemde oluşan bir yanıt değişkeni ile ilgilenildiği durumda (2.4) eşitliği ile tanımlı tahmini model denklemi

$$\hat{Y}_t = \hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_i X_{ti} + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_{ii} X_{ti}^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{i < j}^k \hat{\beta}_{ij} X_{ti} X_{tj}, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (2.5)$$

biçiminde olacaktır (Khuri ve Cornell 1996).

### 2.3 İkinci Derece Modelleme İçin Bazı Deneysel Tasarımlar

Yanıt yüzeye uygun model oluşturmak için, öncelikle girdi ve yanıt değişkenleri iyi tanımlanmış bir veri setine ihtiyaç duyulur. Çeşitli yöntemlerle veri toplamak mümkündür. Deney yolu ile veri elde etmek bunlardan biridir. Veri elde etme işleminin modellemede kolaylık sağlayacak bir takım kurallara uygun olması için deneyin tasarlanması gerekir. Eşitlik (2.4) ile verilen model tanımlamasına uyabilecek tasarımlara literatürde geniş yer verilmiştir (Box ve Draper 2007, Khuri ve Cornell

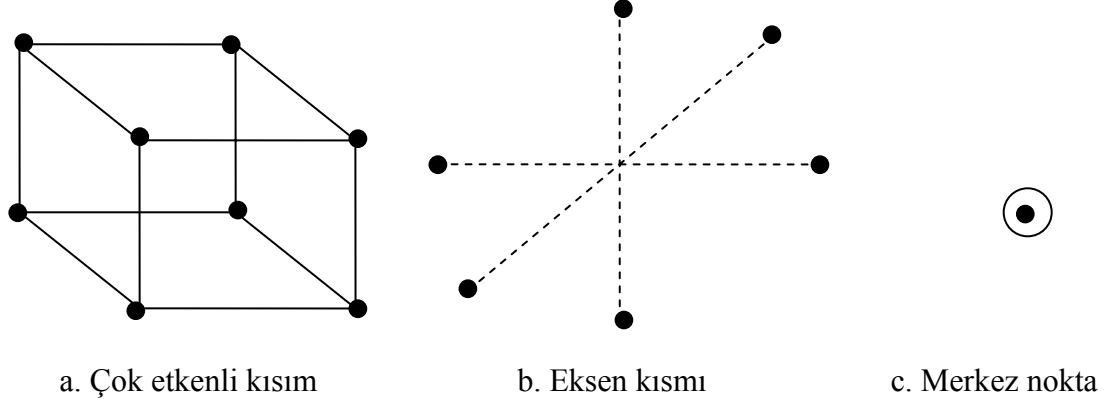
1996, Myers ve Montgomery 2002). İkinci dereceli tasarımlara *Merkezi Bileşik Tasarımlar (Central Composite Designs)*,  $3^k$  *Çok Etkenli Tasarımlar ( $3^k$  Factorial Designs)* ve *Box-Behnken Tasarımları (Box-Behnken Designs)* örnek olarak verilebilir. İkinci dereceli yanıt yüzeyler ile birlikte kullanılacak tasarımlarda her bir etken en az üç düzey içermek zorundadır. Aksi halde model parametreleri tahmin edilemez.

Bu çalışmada, merkezi bileşik tasarımlardan yararlanılarak yanıt yüzey fonksiyonları için tahmini modeller elde edilmeye çalışılacaktır. Bu tasarıma ilişkin detaylı bilgi aşağıda verilmiştir:

**Tanım 2.1 Merkezi Bileşik Tasarımlar:** İlk olarak Box ve Wilson (1951) tarafından tanıtılan merkezi bileşik tasarımlar daha sonra Box ve Hunter (1961) tarafından geliştirilmiştir. Bileşik tasarımların özel bir formu olarak bilinen merkezi bileşik tasarımlar, ikinci dereceli tasarımlar ailesinin bir üyesidir. Bu tasarımlar için az sayıda deneyin yeterli olması ve tasarımların deney hakkında yeterli bilgiyi sağlaması, diğer ikinci dereceli tasarımlara göre uygulamada daha fazla tercih edilmesine neden olmuştur (Aslan 2008). Merkezi bileşik tasarımlar, *çok etkenli kısım (factorial portion)*, *eksen kısmı (axial portion)* ve *merkez noktalar (center points)* olmak üzere üç kısımdan oluşur.  $k$  deneyde etken sayısı olmak üzere deneyin çok etkenli kısmı  $2^k$  tasarım noktası, eksen kısmı  $2k$  tasarım noktası ve merkezde tekrarlanan  $n_c$  sayıda deney toplamı merkezi bileşik tasarım için tasarım noktalarını verecektir. Tasarımda kullanılan deneme noktaları kendine özel öneme sahiptir. Faktöriyel noktalar ile etkileşimli terimlerin tahmine katkısı belirlenirken, eksen noktaları ikinci dereceli terimlerin tahmini için bilgi sağlar. Merkez noktaları hatanın tanımlanması için gerekli olup, deneysel hataların bağımsızlığını sağlayacağı için oldukça önemlidir. Sözü geçen tasarım noktaları, üç boyutlu uzayda bir küpün köşelerinde veya eksenleri üzerinde bulunur. Merkezi bileşik tasarımın kısımları Şekil 2.1’de verilmiştir.

Şekil 2.1’de gösterilen tasarım noktaları genellikle değişkenlerin gerçek değerlerine bağlı çeşitli fonksiyonlar ile tanımlanan kodlanmış değerlerle ifade edilir. Kodlamanın temel amacı, tasarımın dik (ortogonal) hale getirilmesi ve hesaplama kolaylığıdır. Tahmini yanıt yüzey modelleri kodlanmış değişkenlere göre oluşturulur. Kodlanmış bir

değerden gerçek değere geçiş basit bir dönüşüm aracılığı ile sağlanır. Literatürde tanımlı değişik kodlama yöntemleri vardır (Box ve Draper 2007).



Şekil 2.1 Merkezi Bileşik Tasarım ( $k = 3$ ) (Box ve Draper 2007)

Kodlamaya bağlı olarak parametre tahminleri üzerinde yapılacak yorumlar da değişecektir. Girdi değişkenleri tanım aralıklarına göre çok etkenli kısımlarda  $\pm 1$ , merkezde 0 ve eksen kısımlarında  $\pm\alpha$  olarak kodlanır. Burada,  $\alpha = 2^{k/4}$  olarak tanımlıdır. Girdi değişkenlerinin gerçek değerleri ve kodlanmış değerleri arasındaki ilişki çizelge 2.1’de verilmiştir.

Çizelge 2.1 Bir girdi değişkeninin kodlanmış ve gerçek değerleri arasındaki ilişki

| Kod değeri | Gerçek değeri                                                                               |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| $-\alpha$  | $X_{\min}$                                                                                  |
| -1         | $\left[ (X_{\max} + X_{\min}) / 2 \right] - \left[ (X_{\max} - X_{\min}) / 2\alpha \right]$ |
| 0          | $(X_{\max} + X_{\min})^2$                                                                   |
| 1          | $\left[ (X_{\max} + X_{\min}) / 2 \right] + \left[ (X_{\max} - X_{\min}) / 2\alpha \right]$ |
| $+\alpha$  | $X_{\max}$                                                                                  |

## 2.4 Çok Yanıtlı Yüzey Probleminin Modellenmesi

Birden fazla yanıt değişkenine sahip problemler, çok yanıtlı yüzey problemi olarak değerlendirilir. Çok yanıtlı yüzey probleminin modellenmesinde, girdi değişkenleri

arasında ilişki olabileceği gibi yanıt değişkenleri arasında da ilişki olabileceği durumu göz önünde bulundurulmalıdır. Yanıtlar arasında ilişki olduğu düşünüldüğünde, her bir yanıtın bireysel ve bağımsız değerlendirilmesi anlamsız olacaktır. Bu nedenle probleme özgü tanımlanmış bir deneysel bölgede, yanıtların girdi değişkenlerinin bir fonksiyonu olacak biçimde eş anlı modellenmesi gerekir.

Çok yanıtlı bir deneyde,  $N$  deney sayısı olmak üzere,  $k$  tane kodlanmış girdi değişkeni  $X_1, X_2, \dots, X_k$  için elde edilen  $r$  sayıda yanıt değişkeni  $Y_1, Y_2, \dots, Y_r$  ele alınsın. Belirli bir  $R$  deneysel bölgesi içinde, girdi değişkenleri kullanılarak elde edilen polinomsal tipteki regresyon modelleri ile yanıt değişkenlerinin açıklanabileceği varsayılsın. Buna göre  $i$ . yanıt modeli

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_i, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.6)$$

eşitliği ile vektörel biçimde tanımlanır. Burada,  $\mathbf{Y}_i$ ,  $N \times 1$  boyutlu  $i$ . yanıt vektörü;  $\mathbf{X}_i$ ,  $N \times p_i$  boyutlu ve  $p_i$  ranklı kodlanmış girdi değişkenlerinin bilinen fonksiyonlarından oluşan tasarım matrisi;  $\boldsymbol{\beta}_i$ ,  $p_i \times 1$  boyutlu bilinmeyen parametreler vektörü ve  $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ ,  $i$ . yanıt vektörüne ilişkin rasgele hata vektörünü göstermektedir. (2.6) eşitliği ile tanımlı  $r$  yanıtlı modelin her biri için hataların ilişkisiz, model varyansının sabit olduğu ve farklı modeller arasındaki hataların ilişkili olduğu varsayılsın. Tanımlanan varsayımlar matematiksel olarak

$$\begin{aligned} E(\boldsymbol{\varepsilon}_i) &= \mathbf{0}, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ \text{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}_i) &= \sigma_{ii} \mathbf{I}_N, \quad i = 1, 2, \dots, r \\ \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}_i, \boldsymbol{\varepsilon}_j) &= \sigma_{ij} \mathbf{I}_N, \quad i, j = 1, 2, \dots, r; \quad i \neq j \end{aligned} \quad (2.7)$$

biçiminde ifade edilebilir. (2.6) ile tanımlı  $r$  tane model

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.8)$$

eşitliği ile tanımlanabilir. Eşitlik (2.8) ile tanımlı model yapısına *doğrusal çok yanıtlı model* adı verilir. Bu gösterimde,  $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}'_1 : \mathbf{Y}'_2 : \dots : \mathbf{Y}'_r]'$ ,  $Nr \times 1$  boyutlu yanıt vektörü;  $\mathbf{X} = \text{diag}(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_r)$ ,  $Nr \times p$  boyutlu tasarım matrisi  $\left(p = \sum_{i=1}^r p_i\right)$ ;  $\boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{\beta}'_1 : \boldsymbol{\beta}'_2 : \dots : \boldsymbol{\beta}'_r]'$ ,  $p \times 1$  boyutlu parametre vektörü ve  $\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}'_1 : \boldsymbol{\varepsilon}'_2 : \dots : \boldsymbol{\varepsilon}'_r]'$ ,  $Nr \times 1$  boyutlu hata vektörü biçiminde tanımlanmaktadır. Buna göre eşitlik (2.8) ile tanımlanan çok yanıtlı model

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{X}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{X}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_r \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

ifadesinde tanımlı matris notasyonu ile gösterilebilir. Zellner (1962) çalışmasına göre (2.8) eşitliğinde tanımlı  $\boldsymbol{\beta}$  parametre vektörünün tahmin edicisi

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \left( \mathbf{X}' (\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \otimes \mathbf{I}_N) \mathbf{X} \right)^{-1} \mathbf{X}' (\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \otimes \mathbf{I}_N) \mathbf{Y} \quad (2.10)$$

eşitliği ile tanımlıdır. Eşitlik (2.10)'da tanımlı tahmin ediciye *Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (Generalized Least Squares)* tahmin edicisi denir. Burada  $\boldsymbol{\Sigma}$ , yanıtların varyans kovaryans matrisi ve  $\mathbf{I}_N$ ,  $N \times N$  boyutlu birim matristir.  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 'nın kovaryans matrisi

$$\text{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \left( \mathbf{X}' (\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \otimes \mathbf{I}_N) \mathbf{X} \right)^{-1} \quad (2.11)$$

olacaktır. Eşitlik (2.10) ile tanımlı tahmin ediciyi hesaplamak için  $\boldsymbol{\Sigma}$ 'nın bilinmesi gerekir. Eğer bu matris bilinmiyorsa, öncelikle bu matrisin tahmin edilmesi gerekir.  $\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = [\hat{\sigma}_{ij}]$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, r$  olmak üzere yanıtlar arasındaki tahmini varyans değeri

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\mathbf{Y}_i'(\mathbf{I}_N - \mathbf{X}_i(\mathbf{X}_i'\mathbf{X}_i)^{-1}\mathbf{X}_i')(\mathbf{I}_N - \mathbf{X}_j(\mathbf{X}_j'\mathbf{X}_j)^{-1}\mathbf{X}_j')\mathbf{Y}_j}{N} \quad (2.12)$$

eşitliği ile tanımlıdır. (2.10) ve (2.11) ile tanımlanan eşitliklerde  $\Sigma$  yerine (2.12) ile tanımlı tahmin edici kullanılabilir (Khuri ve Cornell 1996, Köksoy ve Muluk 2004). Yanıt değişkenlerinin ilişkili olabileceği düşünülerek kullanılan bu yöntem, literatürde *Görünüşte İlişkisiz Regresyon (Seemingly Unrelated Regression)* olarak tanımlanmıştır (Zellner 1962, Shah vd. 2004). Tahmini model hatalarının ilişkisiz olduğu ve her bir yanıt fonksiyonu için aynı tasarım matrisinin kullanıldığı durumda eşitlik (2.10) ile tanımlı tahmin edici en küçük kareler tahmin edicisi olacaktır.

## 2.5 Çok Yanıtlı Yüzey Problemlerinin Optimizasyonu İçin Yaklaşımlar

Çok yanıtlı yüzey problemleri genellikle optimal değeri elde edilmek istenilen çelişik yanıtlar içerir. Bu tür problemlerin optimizasyonunda yanıt fonksiyonları için istenilen yanıt değerlerini verecek optimal girdi değişken düzeylerinin belirlenmesi temel hedeftir. Çok yanıtlı yüzey probleminin çözümü için geliştirilen yaklaşımları çeşitli kategorilerde incelemek mümkündür.

Çok yanıtlı yüzey problemlerinin optimizasyonunda genel olarak kullanılan ilk yaklaşım Lind vd. (1960) tarafından geliştirilen *eş yükselti grafikleri (contour plots)* çizimidir. Eş yükselti grafikleri, tahmini yanıt fonksiyonlarının grafikleridir. Myers ve Montgomery (2002), çalışmalarında eş yükselti grafiklerinin kullanımlarına detaylı olarak yer vermişlerdir. Bu grafiksel yöntem yanıtların eş yükseltilerini belirleyerek, yanıtlar için optimal çözüm içeren bölgenin bulunmasına yardımcı olur. Bu bölge, tüm yanıtların eş anlı olarak en iyi değerlerinin elde edildiği çözüm uzayıdır. İki girdi değişkenine sahip yüzey problemlerinin çözüm bölgesinin bulunmasında kolaylık sağlayan bu yaklaşım, ikiden fazla girdi değişkenine sahip problemlerle ilgilenildiğinde sınırlı kullanıma sahiptir.

Çok yanıtlı yüzey optimizasyonunda kullanılan bir diğer yaklaşım, yanıt fonksiyonlarının tek yanıt fonksiyonuna dönüştürülerek çözümlenmesi ve optimal girdi değişken değerleri kümesinin elde edilmesidir. Bu amaçla en çok kullanılan

yaklaşımlar, *İstenebilirlik Fonksiyonu Yaklaşımı (Desirability Function Approach)* (Harrington 1965, Derringer ve Suich 1980, Del Castillo vd. 1996, Kim ve Lin 2000, Köksoy 2005). *Genelleştirilmiş Uzaklık Yaklaşımı (Generalized Distance Approach)* (Khuri ve Conlon 1981) ve *Kayıp Fonksiyonu Yaklaşımı (Loss Function Approach)* (Pignatiello 1993, Vining 1998, Ames vd. 1997, Ko vd. 2005) dır.

### 2.5.1 İstenebilirlik fonksiyonu yaklaşımı

İstenebilirlik fonksiyonu yaklaşımı, çok yanıtlı yüzey problemlerinin optimizasyonunda en çok kullanılan yaklaşımlardan biridir. Bu yaklaşım Harrington (1965) tarafından oluşturulmuş, Derringer ve Suich (1980) tarafından geniş bir çerçevede ele alınmıştır. Bu yaklaşımda tahmini yanıt fonksiyonları  $\hat{Y}_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$ ,  $[0, 1]$  aralığında tanımlı ölçekten bağımsız bir değere,  $d_j(\hat{Y}_j(\mathbf{X}))$ , dönüştürülür. Burada,  $d_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$ ,  $j$ . yanıt için  $d_j : \hat{Y}_j \rightarrow [0, 1]$  biçiminde tanımlı reel değerli bir fonksiyondur. Her bir yanıt fonksiyonu için elde edilen  $d_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$ , tüm sistemi tanımlayacak bir istenen fonksiyona

$$D = (d_1 d_2 \dots d_r)^{1/r} \quad (2.13)$$

dönüştürülür. (2.13) eşitliği ile tanımlı  $D$  yanıt fonksiyonunu maksimum yapacak girdi değişkenlerinin belirlenmesi istenir. Eğer yanıt fonksiyonlarından biri için istenebilirlik değeri sıfır ise ( $d_j = 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$ ), diğer yanıtların kabul edilebilir olması sistem için optimalliğin sağlandığını göstermez.

Yanıt fonksiyonlarının maksimum, minimum ya da hedef değerlerinin elde edilmesi durumlarına göre farklı istenebilirlik fonksiyonu tanımlamaları yapılabilir. Tahmini  $\hat{Y}_j$  yanıtını  $d_j$  değerine dönüştürmek için tek yönlü ve iki yönlü olmak üzere iki dönüşüm fonksiyonu kullanılır.  $\hat{Y}_j$  yanıtının maksimum veya minimum değeri bulunacaksa tek yönlü dönüşüm,  $\hat{Y}_j$  yanıtı bir hedef değere atanacaksa iki yönlü dönüşüm kullanılır

(Pasandideh ve Niaki 2006).  $Y_j^{\min}$  ve  $Y_j^{\max}$  sırası ile ilgilenilen  $j$ . yanıt fonksiyonunun alabileceği minimum (alt sınır) ve maksimum (üst sınır) değerler olmak üzere, minimum değeri elde edilmek istenilen  $j$ . yanıt için istenebilirlik fonksiyonu tek yönlü dönüşümle

$$d_j(\hat{Y}_j(\mathbf{X})) = \begin{cases} 1 & , \quad \hat{Y}_j(\mathbf{X}) \leq Y_j^{\min} \\ \left( \frac{Y_j^{\max} - \hat{Y}_j(\mathbf{X})}{Y_j^{\max} - Y_j^{\min}} \right)^s & , \quad Y_j^{\min} < \hat{Y}_j(\mathbf{X}) < Y_j^{\max} \\ 0 & , \quad \hat{Y}_j(\mathbf{X}) \geq Y_j^{\max} \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (2.14)$$

biçiminde tanımlanır. Eğer,  $j$ . yanıt fonksiyonunun maksimum değerinin elde edilmesi hedefleniyorsa istenebilirlik fonksiyonu

$$d_j(\hat{Y}_j(\mathbf{X})) = \begin{cases} 1 & , \quad \hat{Y}_j(\mathbf{X}) \geq Y_j^{\max} \\ \left( \frac{\hat{Y}_j(\mathbf{X}) - Y_j^{\min}}{Y_j^{\max} - Y_j^{\min}} \right)^s & , \quad Y_j^{\min} < \hat{Y}_j(\mathbf{X}) < Y_j^{\max} \\ 0 & , \quad \hat{Y}_j(\mathbf{X}) \leq Y_j^{\min} \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (2.15)$$

eşitliği ile tanımlı olacaktır. (2.14) ve (2.15) eşitliklerinde tanımlı olan  $s$  değeri, şekil parametresi olup, değeri kullanıcı tarafından belirlenir.  $s=1$  için, istenebilirlik fonksiyonu hedef değer etrafında lineer olarak artar.  $s < 1$  için, fonksiyon dışbükey iken  $s > 1$  için fonksiyon içbükeydir. Yöntemde yanıt değişkenleri için alt sınır ve üst sınır değerlerinin seçimi oldukça önemlidir. Bu değerlerin uygun olmayan biçimde seçilmesi optimalden oldukça farklı sonuçların elde edilmesine neden olacaktır (Wurl ve Albin 1999). İstenebilirlik fonksiyonu yaklaşımı, sezgisel ve basit olmasından dolayı oldukça ilgi çekici olmasına rağmen bu yöntemde yanıt fonksiyonları arasındaki ilişki göz ardı edilmekte ve yanıtların ilişkisiz olduğu varsayılmaktadır.

### 2.5.2 Genelleştirilmiş uzaklık fonksiyonu yaklaşımı

Khuri ve Conlon (1981) tarafından geliştirilmiş olan genelleştirilmiş uzaklık yaklaşımı, iki süreçten oluşmaktadır. İlk olarak deneysel bölge üzerinde tahmini yanıtlar ayrı ayrı incelenerek, yanıtların optimal değerleri elde edilir. Daha sonra ideal optimal değerlerden uzaklıklar minimize edilerek, uzlaşık çözüm elde edilmeye çalışılır. Uzaklık fonksiyonunun ağırlıklarının tanımlanmasında yanıtların varyans ve kovaryans değerlerinden yararlanılır. Uzaklık fonksiyonu yaklaşımında

$$D_{KC}(\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X}), \boldsymbol{\theta}) = \sqrt{(\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X}) - \boldsymbol{\theta})' \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})}^{-1} (\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X}) - \boldsymbol{\theta})} \quad (2.16)$$

eşitliği ile tanımlı bir uzaklık fonksiyonunun minimizasyonu ile en iyi çözümün elde edilmesi hedeflenir. Burada,  $\boldsymbol{\theta}$ ,  $r \times 1$  boyutlu hedef değerler vektörü;  $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})}$ ,  $\mathbf{X}$  tasarım noktasında tanımlı tahmini yanıt fonksiyonlarının varyans-kovaryans matrisidir. Bu yöntemin en belirgin özelliği, tahmini yanıtların varyans-kovaryans yapısı ile yanıtlar arasındaki olası ilişkileri de çözüm sürecine aktarabilmesidir. Genelleştirilmiş uzaklık fonksiyonu yaklaşımında tüm yanıtların aynı önemde olduğu varsayılır ve karar vericinin görüşleri göz önüne alınmaz.

### 2.5.3 Kayıp fonksiyonu yaklaşımları

İlk olarak Pignatiello (1993) tarafından geliştirilmiş bir yaklaşımdır. Yöntemin temeli

$$L(\mathbf{Y}(\mathbf{X}), \boldsymbol{\theta}) = (\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X}) - \boldsymbol{\theta})' \mathbf{C} (\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X}) - \boldsymbol{\theta}) \quad (2.17)$$

eşitliği ile tanımlı bir ağırlıklandırılmış hata kareler kayıp fonksiyonuna dayanır. Burada,  $\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})$ ,  $\mathbf{X}$  tasarım noktasında tanımlı  $r \times 1$  boyutlu tahmini yanıt vektörü;  $\boldsymbol{\theta}$ ,  $p \times 1$  boyutlu hedef değerler vektörü ve  $\mathbf{C}$ ,  $r \times r$  boyutlu, pozitif tanımlı, yanıtların göreceli önemini belirten ağırlık ya da maliyet matrisidir. (2.17) eşitliği ile tanımlı kayıp fonksiyonunun beklenen değerinin minimizasyonuna dayalı

$$E[L(\mathbf{Y}(\mathbf{X}), \boldsymbol{\theta})] = (E[\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})] - \boldsymbol{\theta})' \mathbf{C} (E[\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})] - \boldsymbol{\theta}) + iz(\mathbf{C}\Sigma_{\mathbf{Y}(\mathbf{X})}) \quad (2.18)$$

biçiminde bir yaklaşım fonksiyonu oluşturulmuştur. Burada,  $\Sigma_{\mathbf{Y}(\mathbf{X})}$ , yanıtlar için  $\mathbf{X}$  tasarım noktasında tanımlı  $p \times p$  boyutlu varyans kovaryans matrisidir. Belirlenen tasarım noktasında deney tekrarlandığı için birden fazla ölçüm söz konusudur. Bu nedenle varyans kovaryans matrisi sabit değildir. Amaç, beklenen kayıp fonksiyonunu minimize edecek biçimde optimal girdi değişken değerlerinin belirlenmesidir. Eşitlik (2.18)'deki toplam ifadesinin ilk kısmı tahminin yanlılığını (bias), ikinci kısmı ise yanıtların varyansına bağlı olarak dayanıklılığını (robustness) belirtir. Etkin bir çok yanıtli yüzey optimizasyonu için, yanıt fonksiyonları arasındaki korelasyon yapısı dikkate alınmalıdır. Pignatiello (1993) tarafından (2.18) eşitliği ile tanımlanan modelde yanıtlar arasındaki ilişki göz önünde bulundurulurken, tahminlerin kalitesine ilişkin bir yapı söz konusu değildir. Vining (1998), (2.18) eşitliği ile tanımlı kayıp fonksiyonunun beklenen değer ifadesinde  $\Sigma_{\mathbf{Y}(\mathbf{X})}$  yerine  $\Sigma_{\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})}$  olarak

$$E[L(\mathbf{Y}(\mathbf{X}), \boldsymbol{\theta})] = (E[\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})] - \boldsymbol{\theta})' \mathbf{C} (E[\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})] - \boldsymbol{\theta}) + iz(\mathbf{C}\Sigma_{\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})}) \quad (2.19)$$

eşitliği ile yanıtların eş anlı optimizasyonunda yanıt fonksiyonlarının tahmini etkisini de dikkate almıştır. (2.19) eşitliği ile tanımlı toplamdaki ilk terim, yanıtların hedef değerlerinden sapmalarını, ikinci terim ise tahminin kalitesini tanımlar. Yöntem, yanıtlar arasındaki korelasyon yapısını ve süreç ekonomisini göz önünde bulundurur. Optimal çözümler üzerinde tahmin etkisini dikkate alır. Pignatiello yaklaşımında yanlılık ve dayanıklılık kavramları incelenirken tahminin kalitesi üzerinde durulmaz. Vining yaklaşımında ise yanlılık ve tahmin kalitesi kavramlarına yer verilirken dayanıklılık ihmal edilmektedir. Ko vd. (2005) çalışmalarında yanlılık, tahmin kalitesi ve dayanıklılık özelliklerinin tümünü içerecek bir kayıp fonksiyonu tanımlamışlardır. Beklenen kayıp değeri

$$E[L(\mathbf{Y}(\mathbf{X}), \boldsymbol{\theta})] = (E[\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})] - \boldsymbol{\theta})' \mathbf{C} (E[\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})] - \boldsymbol{\theta}) + iz(\mathbf{C}\Sigma_{\mathbf{Y}(\mathbf{X})}) + iz(\mathbf{C}\Sigma_{\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X})}) \quad (2.20)$$

eşitliği ile tanımlı olacaktır. Amaç, (2.20) ile tanımlı beklenen kayıp fonksiyonunu minimize edecek biçimde girdi değişken değerlerini belirlemektir.

Bu bölümde tanımlanan istenebilirlik fonksiyonu yaklaşımı ve genelleştirilmiş uzaklık fonksiyonu yaklaşımları ile, boyut indirgeme stratejisi kullanılarak yanıt yüzey fonksiyonları için uzlaşık çözüm sağlayacak optimal girdi düzeylerinin belirlenmesine yönelik yapılan literatürde tanımlı çalışmalardan söz edilmiştir.

### 3. ÇOK AMAÇLI OPTİMİZASYON VE ÇOK AMAÇLI METASEZGİSEL YÖNTEMLER

Çok yanıtli yüzey problemlerinde, ikinci bölümde anlatıldığı gibi yanıt fonksiyonlarını tek bir yanıt fonksiyonuna dönüştürüp, tek amaçlı optimizasyon problemi gibi çözümleme yapmak kolay bir yaklaşım olsa da, her bir yanıt fonksiyonuna en iyi değeri verecek optimal girdi değişken değeri elde edilemeyecektir. Çünkü, bir yanıt fonksiyonunu optimum yapacak koşullar, diğer yanıtlar için genellikle optimumdan uzaktır. Bu nedenle çok yanıtli yüzey problemlerinin optimizasyonunda tek bir çözüm vektörü yerine alternatif çözümler önem kazanır. Buna göre çok yanıtli yüzey problemi, çok amaçlı optimizasyon problemi olarak ele alınabilir. Bu bölümde genel olarak, çok amaçlı optimizasyona ilişkin temel kavramlara yer verilerek, literatürde tanımlı klasik çok amaçlı optimizasyon yöntemlerinden kısaca söz edilecektir. Çok amaçlı optimizasyon alanında kullanılan metasezgisel yöntemlere değinilerek, tez kapsamında kullanılacak olan NSGA-II ve AMOSA yöntemlerine ilişkin yapılan detaylı açıklamalar ile birlikte yöntemlerin işleyişi tanımlanacaktır.

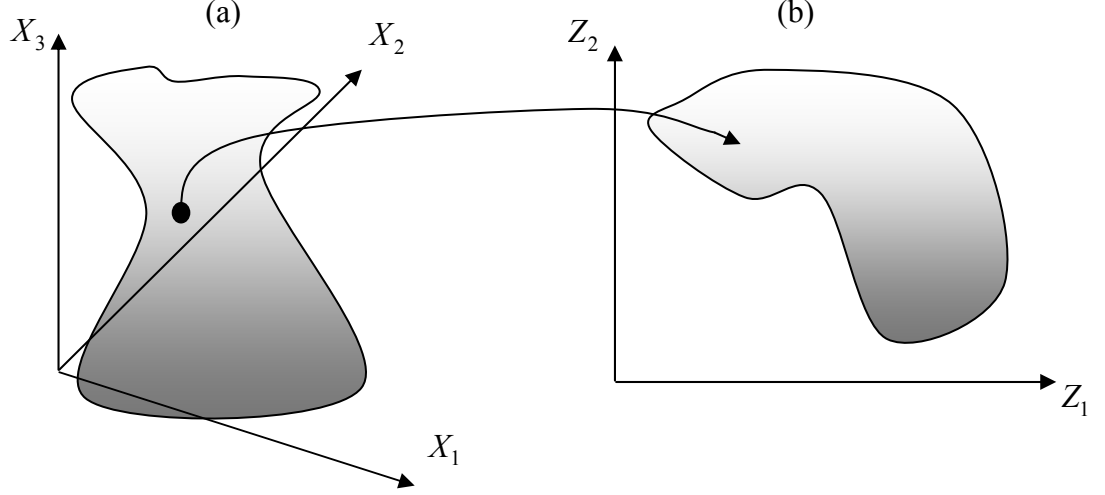
#### 3.1 Çok Amaçlı Optimizasyon Problemi

Çok amaçlı optimizasyon probleminde maksimum veya minimum değeri elde edilecek birden fazla amaç fonksiyonu ile ilgilenilir. Genel olarak, bir çok amaçlı optimizasyon problemi

$$\min / \max \{f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X}), \dots, f_r(\mathbf{X})\} \quad (3.1)$$
$$\mathbf{X} \in S$$

biçiminde tanımlanabilir. Burada,  $\mathbf{X} = [X_1 X_2 \dots X_k]$  biçiminde tanımlı girdi değişkenleri vektörü olup,  $S$  kümesi kısıt fonksiyonlarını içeren *kısıt kümesi* olarak tanımlıdır. Çok amaçlı optimizasyonda girdi değişkenlerinin oluşturduğu karar uzayına ek olarak, amaç fonksiyonları uzayı oluşturulur. Amaç uzayı olarak da adlandırılan bu uzay,  $Z$  ile gösterilir. Karar uzayındaki her bir  $\mathbf{X}$  vektörü için, amaç uzayında  $\mathbf{Z} = [Z_1 Z_2 \dots Z_r]$  ile tanımlı bir fonksiyon vektörü bulunur.  $n$  boyutlu karar vektörü ve  $r$  boyutlu amaç vektörü arasında şekil 3.1'deki gibi bir eşleme vardır. Şekil 3.1'de

$S \subset R^3$  için uygun bir çözüm bölgesi ve  $Z \subset R^2$  için uygun bir amaç bölgesi gösterilmiştir (Deb 2004).



Şekil 3.1.a. Karar uzayı, b. amaç uzayı arasındaki ilişki (Deb 2004)

**Tanım 3.1 Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Çok Amaçlı Optimizasyon:** Bir çok amaçlı optimizasyon probleminde, tüm amaç fonksiyonları ve kısıt fonksiyonları doğrusal ise problem, *doğrusal çok amaçlı optimizasyon problemi* olarak adlandırılır. Amaç veya kısıt fonksiyonlarından en az bir tanesi doğrusal değil ise, problem *doğrusal olmayan çok amaçlı optimizasyon problemi* olur.

**Tanım 3.2 Dışbükey ve Dışbükey Olmayan Çok Amaçlı Optimizasyon:**

$f_j : R^n \rightarrow R$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$  ile tanımlı bir fonksiyon ve her  $\mathbf{X}^1 \in R^n$  ve  $\mathbf{X}^2 \in R^n$  için,

$$f_j(\lambda \mathbf{X}^1 + (1 - \lambda) \mathbf{X}^2) \leq \lambda f_j(\mathbf{X}^1) + (1 - \lambda) f_j(\mathbf{X}^2), \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (3.2)$$

eşitsizliği sağlanıyor ise  $f_j, j = 1, 2, \dots, r$  fonksiyonuna *dışbükey (convex) fonksiyon* denir (Apaydın 2002). Bir çok amaçlı optimizasyon probleminde, tüm amaç fonksiyonları ve uygun çözüm bölgesi dışbükey ise, problem *dışbükey çok amaçlı optimizasyon problemi* olarak adlandırılır. Amaç fonksiyonları için (3.2) eşitsizliğinin sağlanmaması durumunda problem, *dışbükey olmayan çok amaçlı optimizasyon problemidir*.

### 3.2 Çok Amaçlı Optimizasyonda Temel Kavramlar

**Tanım 3.3 Pareto Optimallik:** Eğer, her  $j = 1, 2, \dots, r$  için  $f_j(\mathbf{X}^*) \leq f_j(\mathbf{X})$  ve en az bir  $p$  indisi için  $f_p(\mathbf{X}^*) < f_p(\mathbf{X})$  olacak biçimde bir başka karar vektörü  $\mathbf{X} \in S$  yoksa,  $\mathbf{X}^* \in S$  Pareto optimaldir. Bir başka ifade ile eğer, her  $j = 1, 2, \dots, r$  için  $Z_j^* \leq Z_j$  ve en az bir  $t$  indisi için  $Z_t^* < Z_t$  olacak biçimde bir başka amaç vektörü  $\mathbf{Z} \in Z$  yoksa,  $\mathbf{Z}^* \in Z$  Pareto optimaldir (Miettinen 2002).

Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümünde, tek amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde olduğu gibi bir tek optimal çözüm elde edilemez. Genel olarak elde edilen hiç bir çözüm bütün amaç fonksiyonlarını aynı anda optimize edemeyecektir. Bu nedenle çok amaçlı optimizasyonda ideal çözüme ulaşılamaz. İdeal çözüm yerine etkin, uzlaşık, baskın çözümler olarak adlandırılan Pareto çözümler ile çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümleri karakterize edilir. *Pareto Optimallik* kavramı 1900'lü yılların başlarında, İtalyan iktisatçı ve sosyolog olan Vilfredo Pareto tarafından ortaya atılmıştır. Pareto optimalite felsefesinde, bir amacı iyileştirme ancak ve ancak diğer amaçlardan fedakarlık etme yoluyla sağlanmaktadır. Matematiksel olarak her Pareto optimal çözüm, çok amaçlı optimizasyon probleminin aynı derecede kabul edilebilir bir çözümdür. Uygulamada ideal çözümler yerine genellikle Pareto optimal çözümler önem kazanır (Deb 2004).

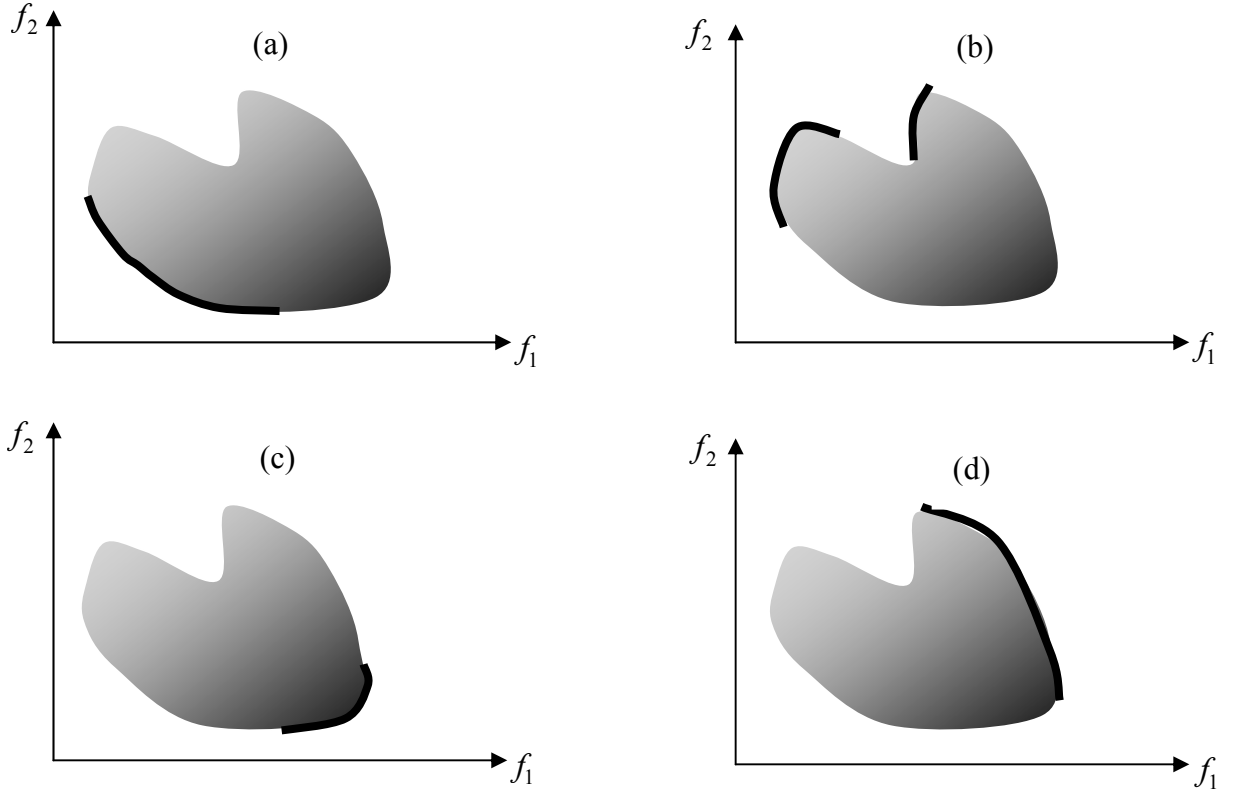
**Tanım 3.4 Baskınlık Kavramı:**  $\mathbf{X}^1, \mathbf{X}^2 \in S$  olmak üzere, minimum değeri elde edilmek istenilen tüm amaç fonksiyonları üzerinde  $\mathbf{X}^1$  çözümü,  $\mathbf{X}^2$  çözümünden daha kötü değil ve en az bir amaç fonksiyonu için  $\mathbf{X}^1$  çözümü,  $\mathbf{X}^2$  çözümünden daha iyi  $(f_j(\mathbf{X}^1) < f_j(\mathbf{X}^2), \exists j = 1, 2, \dots, r)$  ise  $\mathbf{X}^1$  çözümünün  $\mathbf{X}^2$  çözümüne *baskın* olduğu ve  $\mathbf{X}^2$  çözümünün ise *basılgin* olduğu söylenir. Herhangi bir amaç fonksiyonu değerinde azalma yaratan bir çözüm, diğer amaçların en az birinde herhangi bir artmaya neden olmuyorsa elde edilen çözüm baskındır.

Sonlu sayıdaki bir çözüm kümesi için, tüm mümkün çözümler ikili karşılaştırılarak çözümler arasındaki baskınlık ya da basılgınlık ilişkisi ortaya konabilir. Eğer,  $X^1$  çözümü  $r$  amaç fonksiyonu için  $X^2$  çözümünden kesin olarak daha iyi çözüm veriyorsa,  $X^1$  çözümü  $X^2$  çözümüne *güçlü baskındır* denir. Sonuçta, herhangi iki çözümün birbirine baskın olmadığı bir çözüm kümesine ulaşılması istenir. Elde edilen çözüm kümesindeki bir çözüm, bu kümenin dışındaki herhangi bir çözümü kapsar. Bu kümeye *baskın çözüm kümesi* adı verilir. Bir Pareto çözüm kümesi her zaman bir baskın çözüm kümesidir.

Çok amaçlı optimizasyonda iki hedef vardır. Bunlar

- i. Pareto optimal yüzeye mümkün olduğu kadar yakın çözümler bulmak,
- ii. Mümkün olduğu kadar çeşitli çözüm elde edebilmek,

tir. İlk hedef, tek amaçlı optimizasyon problemine benzer bir hedeftir. Elde edilen çözümlerin optimal çözümlere yakın olması istenir. İkinci hedef, çok amaçlı optimizasyon için temel hedeftir. Çözümlerin birbirlerine göre baskınlığını belirleyebilmek için Pareto optimal yüzeyde çok sayıda farklı alternatif çözüm elde edilmesi, diğer bir ifade ile çözüm çeşitliliğinin sağlanması gerekir. Bir optimizasyon algoritması ile elde edilen baskın çözümlerin, gerçek Pareto optimal çözüm kümesi olması her zaman mümkün olmayabilir. Fakat, elde edilen çözümlerin doğru Pareto optimal bölgeye yakınsaması istenir (Deb 2004). Şekil 3.2, optimal değeri elde edilmek istenilen iki amaç fonksiyonu için amaç uzayında olabilecek dört farklı durumda baskın çözümlerden oluşan Pareto yüzeyleri göstermektedir.



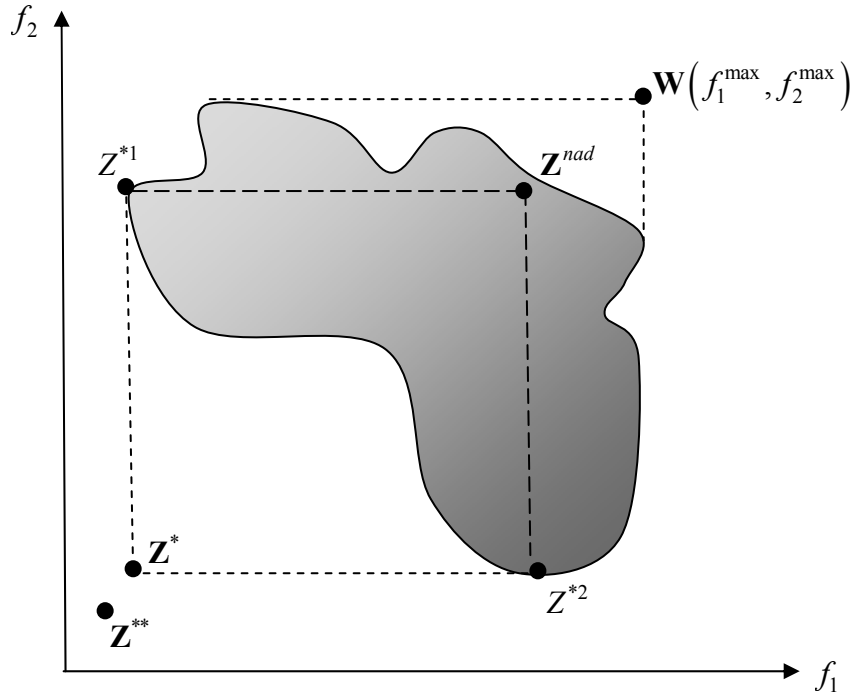
Şekil 3.2 İki amaç fonksiyonu için olabilecek dört farklı durumda elde edilen Pareto çözüm kümeleri (Deb 2004)

a.  $\min f_1$  ve  $\min f_2$ , b.  $\min f_1$  ve  $\max f_2$ , c.  $\max f_1$  ve  $\min f_2$ , d.  $\max f_1$  ve  $\max f_2$

**Tanım 3.5 İdeal Amaç Vektörü:** Bir çok amaçlı optimizasyon probleminde ilgilenilen her bir amaç için bir optimal çözüm vardır. Optimal çözümlerin oluşturduğu bu çözüm vektörüne *ideal amaç vektörü* denir. İdeal amaç vektörü  $\mathbf{Z}^*$ 'ın  $j$ . bileşeni

$$\min_{\mathbf{X} \in S} f_j(\mathbf{X}), j = 1, 2, \dots, r \quad (3.3)$$

ile tanımlı kısıtlı minimizasyon probleminin çözümüdür. Burada,  $\mathbf{Z}^* = \mathbf{f}^* = [f_1^* f_2^* \dots f_r^*]$  dır. İdeal amaç vektörü gerçekte olmayan bir çözümdür. Pareto optimal çözüm arayan çok sayıda çok amaçlı optimizasyon algoritması, ideal amaç vektörünü referans çözüm olarak kullanır. Şekil 3.3'te iki amaçlı bir problemin ideal amaç vektörü  $\mathbf{Z}^*$  ile gösterilmiştir. Çok amaçlı optimizasyon probleminde, ideal amaç vektörüne yakın çözümlere ulaşılması istenir.



Şekil 3.3  $\min \{f_1, f_2\}$  problemi için ideal ( $Z^*$ ), ütöpik ( $Z^{**}$ ) ve nadir ( $Z^{nad}$ ) amaç vektörleri (Deb 2004)

**Tanım 3.6 Ütöpik Amaç Vektörü:** İdeal amaç vektörü her bir amaç fonksiyonu için Pareto optimal kümesinin bir alt sınırını tanımlar. Bazı algoritmalar, arama uzayında amaç fonksiyonuna daha iyi çözüm veren çözümlere ulaşmak isterler. Ütöpik amaç vektörü, her bir bileşeni ideal amaç vektörünün ilgili elemanından daha küçük değer alan amaç fonksiyonlarının oluşturduğu vektördür. Şekil 3.3'te  $Z^{**}$  ile gösterilmiştir ve  $Z^{**} = Z^* - \epsilon_i$ ,  $\epsilon_i > 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$  biçiminde tanımlıdır. İdeal amaç vektörü gibi gerçekte olmayan bir çözümdür.

**Tanım 3.7 Nadir Amaç Vektörü:** Nadir amaç vektörü,  $Z^{nad}$ , her bir amaç fonksiyonu için Pareto optimal çözüm kümesinde en kötü çözüm vektörü tanımlar. Bu çözüm, şekil 3.3'te  $W$  ile gösterilen çözümden farklıdır.  $W$  amaç vektörü, tüm arama uzayı üzerinden elde edilen fonksiyon değerlerinden oluşurken,  $Z^{nad}$  uygun çözüm bölgesi içindedir.

Bir çok amaçlı optimizasyon probleminde ideal amaç vektörünü hesaplamak kolaydır. Fakat pratikte nadir amaç vektörünü hesaplamak zordur. İyi tanımlanmış bir çok amaçlı

optimizasyon probleminde nadir amaç vektörü, ideal amaç vektörünün ödünleşim değerlerinden yararlanılarak elde edilebilir.  $\mathbf{Z}^1 = [f_1(\mathbf{X}^1) \ f_2(\mathbf{X}^1)]$  ve  $\mathbf{Z}^2 = [f_1(\mathbf{X}^2) \ f_2(\mathbf{X}^2)]$ , sırasıyla  $f_1$  ve  $f_2$  fonksiyonlarının çözüm değerlerinin koordinatları olsun. Nadir amaç vektörü,  $\mathbf{Z}^{nad} = [f_1(\mathbf{X}^2) \ f_2(\mathbf{X}^1)]$  ile tanımlıdır.

**Tanım 3.8 Amaç Fonksiyonlarının Normalizasyonu:** Çok amaçlı optimizasyonda bazı durumlarda yeniden ölçeklendirme tavsiye edilen bir yaklaşımdır. Amaç fonksiyonlarının normalleştirilmesi ile amaç değerleri yaklaşık olarak aynı büyüklüğe dönüştürülür. Pareto optimal çözüm bölgesinde her bir amaç fonksiyonunu normalleştirmek için, nadir ve ideal amaç vektörlerinden yararlanılır. Normalizasyon

$$f_j^{norm} = \frac{f_j - Z_j^*}{Z_j^{nad} - Z_j^*}, \quad j = 1, 2, \dots, r \quad (3.4)$$

ile tanımlanır (Deb 2004).

### 3.3 Çok Amaçlı Optimizasyonda Klasik Yaklaşımlar

Çok amaçlı problemin optimizasyonu sonucunda elde edilen Pareto çözümlerin belirli bir önem sırasında değerlendirilmesi istenir. Bu nedenle bir karar vericiye ihtiyaç duyulur. *Karar verici*, sistemi değiştirmek için kendisinde otorite olan ve sorumluluk taşıyan kişidir. Eldeki bilgilere göre mevcut çözüm alternatiflerini inceleyerek, optimumu belirleyen kişi ya da gruplar olabilir. Karar vericinin problemi daha iyi kavradığı ve farklı çözümler arasındaki tercih ilişkilerini ifade edebildiği varsayılır. Son çözümden karar verici sorumludur. Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümü, karar verici-analist işbirliği ile gerçekleştirilir. *Analist*, çözüm sürecinin matematiksel ve teorik yönünden sorumlu kişi ya da bilgisayar programlarıdır. Analist, çözüm seçeneklerini oluşturur ve karar vericinin önerilerine göre seçim yapılır. Karar vericinin görüşleri ve tercihleri değerlendirilerek karar vericiyi tatmin edecek Pareto çözümlere ulaşılması hedeflenir (Köksoy ve Hocaoglu 2005).

Çok amaçlı optimizasyon yöntemlerinin çoğunda karar uzayı yerine, amaç uzayı ile ilgilenilir. Karar verici için amaç değerleri değişken değerlerinden daha önemli iken, problemin matematiksel modellemesi karar uzayı üzerinde gerçekleşir. Çok amaçlı optimizasyon için kullanılacak yöntemi seçerken ilgilenilen problemin özelliklerine dikkat edilmesi gerekir. Bu konuda karar vericinin görüşleri dikkate alınır. Problemin çözümü için uygun bir çok amaçlı optimizasyon yöntemini seçmek de bir çok amaçlı optimizasyon problemidir.

Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümü için klasik yöntemler son yıllarda oldukça sık kullanılmaktadır. Çok amaçlı optimizasyon için literatürde önerilen yöntemler, *yaratıcı yöntemler (generating methods)* ve *tercih tabanlı yöntemler (preference-based methods)* olmak üzere iki grupta incelenebilir. Yaratıcı yöntemlerde, karar verici için Pareto optimal çözümler oluşturulur ve karar verici bu alternatif çözümlerden bir tanesini seçer. Tercih tabanlı yöntemlerde ise, optimizasyon aşamasında her bir amaç için karar vericinin tercih bilgisi kullanılır ve karar vericiyi en iyi düzeyde tatmin edecek çözüm seçilir. Miettinen (2002), tercih bilgisine dayalı yöntemleri

- i. Tercih bilgisinin kullanılmadığı yöntemler (No-preference methods),
- ii. Sonsal tercih bilgisinin kullanıldığı yöntemler (Posteriori methods),
- iii. Önsel tercih bilgisinin kullanıldığı yöntemler (A priori methods),
- iv. Etkileşimli yöntemler (Interactive methods),

olmak üzere dört ana başlık altında toplamıştır.

Tercih bilgisinin kullanılmadığı yöntemlerde amaçların önemine ilişkin herhangi bir bilgi kullanılmaz, karar vericinin görüşleri dikkate alınmaz. Çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde basit yöntemlerin kullanılması tercih edilir ve çözüm karar vericiye sunulur. Karar verici çözümü kabul edebilir ya da reddedebilir. Karar vericiyi en iyi düzeyde tatmin edecek çözümün bu yaklaşım ile bulunması zordur. Araştırma aşamasında sadece analist yer alır. Mutlak Ölçüt Yöntemi (Global Criterion Method) bu tür yöntemlere örnektir.

Sonsal tercih bilgisinin kullanıldığı yöntemler, her bir amaç için tercih bilgisinin kullanıldığı ve Pareto çözüm kümesi oluşturmak için kullanılan yöntemlerdir. Pareto çözüm kümesi oluşturulduktan sonra sonuçlar karar vericiye sunulur. Alternatif olarak sunulan sonuçların içinden karar verici en uygun olan çözümün seçimine karar verir. Analist ve karar vericinin ortaklaşa çalışması ile analizler yapılır. Bu yöntemler, çok sık kullanıldığı için temel yöntemler olarak adlandırılır. Ağırlıklandırılmış metrik yöntemi ve  $\varepsilon$ -kısıt yöntemi bu yöntemlere örnektir. Ağırlıklandırılmış metrik yöntemi, mutlak ölçütler yönteminin genişletilmiş halidir.

Önsel tercih bilgisinin kullanıldığı yöntemlerde, karar verici çözüm sürecine başlamadan önce görüşlerini, önerilerini ve beklentilerini belirler. Amaçların tercihi için önsel bilgiye gereksinim vardır. Çözüm süreci karar verici ve analistin ortak çalışması ile yürütülür. Fayda Fonksiyonu Yöntemi (Utility Function Approach), Hedef Programlama (Goal Programming) ve Hedef Atama Yaklaşımı (Goal Attainment Approach) bu yöntemlere örnektir.

Etkileşimli yöntemler, karar verici, analist ve model arasında, karşılıklı ve başarılı, görüş ve bilgi alış-verişine dayanır. Bir etkileşimli yaklaşım, üç temel adımla karakterize edilebilir. Bu adımlar aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

- i. Bazı başlangıç parametrelerine göre problem çözülerek, baskın çözüm bulunur,
- ii. Çözümler karar vericiye sunularak tepkisi, kararı istenir,
- iii. Karar vericinin cevabına göre, yeni parametre kümesi ile yeni problem kurulur veya çözüm bulunmuştur, durulur (Alp 1990).

Literatürde tanımlı etkileşimli yöntemler, Interactive Surrogate Worth Trade-off (ISWT), Geoffrion-Dyer-Feinberg (GDF), Sequential Proxy Optimization Technique (SPOT), Tchebycheff, Step Yöntemi (STEM), Reference Point, GUESS, Satisficing Trade-off, Light Beam Search, Reference Direction Approach (RDA), Reference Direction, Nondifferentiable Interactive Multiobjective Bundle-based Optimization Systems (NIMBUS) ile tanımlı olup, doğrusal çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümü için geliştirilmişlerdir. Bu yöntemler, doğrusal olmayan çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde de kullanılır biçime dönüştürülmektedir.

Klasik çok amaçlı optimizasyon yaklaşımları ile genel olarak amaç fonksiyonları tek amaç fonksiyonuna dönüştürülerek, tek amaçlı optimizasyon problemi gibi çözümleme yapılır. Elde edilen çözüm Pareto kümesindeki çözümlerden yalnızca biri olacaktır. Algoritmanın bir kez işletilmesi ile Pareto çözüm kümesine ulaşamamaktadır. Bu durum Pareto kümesindeki tüm çözümlere ulaşmakta zaman kaybı yaratacaktır. Ayrıca klasik algoritmalara özgü çeşitli parametrelerin kullanıcıya göre tanımlanması ( $\epsilon$ , hedef değerler, ağırlık katsayıları, ...) yöntemlerin kullanımında zorluk yaratmaktadır. Çok amaçlı optimizasyon problemlerinin dışbükey olmadığı durumlarda klasik algoritmalarla Pareto çözüm kümesinin elde edilmesinin mümkün olmadığı görülmüştür. Klasik yaklaşımların yetersiz olduğu bu durumda, son yıllarda çok amaçlı problemlerin optimizasyonu için çok amaçlı metasezgisel yöntemler kullanılmaktadır.

### **3.4 Metasezgisel Yöntemler**

Metasezgisel yöntemler, zor (NP-hard) optimizasyon problemlerini çözebilmek için önerilen alternatif yöntemlerdir. Kesin formülasyonu ve çözüm yöntemi olmayan problemler için çözüm zamanı bakımından sıkıntı söz konusu olduğunda tercih edilirler. Metasezgisel yöntemlerin stokastik bileşenleri ve problemin karmaşık yapıları nedeniyle her durumda kesin, gerçek çözüme ulaşamamasına rağmen bu yöntemler kabul edilebilir çözümlerin elde edilmesinde oldukça etkilidir. Genetik Algoritmalar (Genetic Algorithms), Tavlama Benzetimi (Simulated Annealing), Yapay Sinir Ağları (Artificial Neural Networks), Tabu Arama (Tabu Search), Karınca Kolonisi Optimizasyonu (Ant Colony Optimization), Parçacık Sürü Optimizasyonu (Particle Swarm Optimization) kesikli ve sürekli optimizasyon problemlerinin çözümünde en çok kullanılan metasezgisel yöntemlerdir. Bu çalışmada, çok yanıtli yüzey fonksiyonlarının optimizasyonu aşamasında Genetik Algoritmalar ve Tavlama Benzetimi yöntemlerinden yararlanılacaktır.

#### **3.4.1 Genetik Algoritmalar**

Genetik Algoritmalar (Genetic Algorithms), doğada olduğu varsayılan doğal seçim mekanizmasını temel alan bir stokastik arama yöntemi olup biyolojik sistemlerin gelişim sürecini modellemektedir. Hayvanların ve bitkilerin çevrenin sunduğu fırsatlara

uyum göstererek fayda sağlaması, en iyi olanın yaşaması ve özelliklerini diğer bireylere aktarması sürecini ele alarak, matematiksel simülasyonlar ile geleneksel optimizasyon süreçlerine yeni bir yaklaşım getirilebileceği düşünülmüştür (Sağ 2008).

Genetik Algoritmalar, finans, ekonomi, muhasebe, yöneylem araştırması, ulaştırma, dağıtım, bilgisayar bilimleri, mühendislik, sosyal bilimler, tıp, matematik gibi bir çok alanda karşılaşılan çeşitli problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Genetik Algoritmalar'ın oldukça başarılı olduğu alanlardan biri optimizasyondur. Problemin yapısına bakılmaksızın çok karmaşık optimizasyon problemlerine çözüm bulunabilir.

Genetik Algoritmalar ile bir problemi çözebilmek için ilk olarak rasgele başlangıç popülasyonu oluşturulur. Her biri problemin olası bir çözümünü temsil eden bireylerin oluşturduğu başlangıç popülasyonu ile aramaya başlanarak bundan daha iyi çözümler elde edilmeye çalışılır. Popülasyon zaman içerisinde değişir ancak aynı sayıda elemana sahiptir (Yeniay 1999). Her çözüme, popülasyondaki diğer çözümlerle karşılaştırıldığında ne kadar iyi bir çözüm olduğunu gösteren bir uyum değeri atanır. Bu değer, doğada bir organizmanın yaşayabilmek için mücadele ederken ne kadar başarılı olduğunun belirlenmesine karşılık gelir. Popülasyondaki çözümler birbiri ile eşleştirilerek üreme (reproduction) ile daha iyi çözümlerin oluşmasına fırsat verilir. Böylece her ebeveynin (parent) bazı özelliklerini taşıyan yeni bireyler (child) meydana gelmiş olur. Popülasyondaki düşük uyumlu bireylerin üreme için seçilme şansları azdır. Bu nedenle yok olurlar. Mevcut kuşağın (generation) en iyi bireyleri seçilip, yeni bireyler elde etmek için bunlar eşleşerek, olası çözümlerden oluşan yeni bir popülasyon yaratılır. Yeni kuşak önceki kuşağın iyi bireylerinin sahip olduğu özelliklerin büyük bir kısmını içerir. Böylece iyi özellikler kuşaklar boyu popülasyona dağılır (Michalewicz 1994). Genel olarak Genetik Algoritmalar'ın işleyişi aşağıdaki adımlarla tanımlanabilir:

**Adım1:** Arama uzayındaki tüm mümkün çözümler dizi olarak kodlanır. Dizilerin her biri, olası çözüm uzayındaki rasgele noktaları simgeler.

**Adım2:** Rasgele çözüm kümesi seçilir ve başlangıç popülasyonu olarak kabul edilir.

**Adım3:** Her bir dizi için bir uygunluk değeri hesaplanır.

**Adım4:** Bir grup dizi belirli bir olasılık değerine göre rasgele seçilip, çoğalma işlemi gerçekleştirilir.

**Adım5:** Yeni bireylerin uygunluk değerleri hesaplanarak, çaprazlama ve mutasyon işlemlerine tabi tutulur.

**Adım6:** Önceden belirlenen kuşak sayısı (yineleme sayısı) boyunca çaprazlama ve mutasyon işlemleri tekrarlanarak yeni kuşak üretilir. Yeni kuşak, sonraki kuşağın ebeveyni olmaktadır. Önceden belirlenen kuşak sayısı belirli bir hedef değere ulaşıncaya kadar süreç devam eder. Amaç fonksiyonuna göre en uygun olan dizi seçilir.

### 3.4.2 Tavlama Benzetimi

Tavlama Benzetimi (Simulated Annealing), global optimizasyon problemleri için geliştirilen bir stokastik arama yöntemidir. Herhangi bir probleme kolaylıkla uygulanabilen yöntem, global en iyi değere ulaşmayı garantilemez fakat çoğu durumda global değere oldukça yakın çözümlere ulaşıldığı gözlenmiştir (Apaydın ve Türkşen 2007). Yöntem, bir metalin soğuyarak ve donarak minimum enerjili kristal yapıya dönüşmesi (tavlama süreci) ile daha genel bir sistemde minimumun araştırılması arasındaki benzerlikten yararlanılarak oluşturulmuştur. Bu yaklaşımda ilk olarak Metropolis vd. (1953), enerji değişimlerini taklit ederek belirli sıcaklık seviyesinde atomların dengeli dağılımlarını bulma konusuna değinmişlerdir. Yaklaşımın bir optimizasyon yöntemi olarak kullanılabilmesi fikri ilk olarak Kirkpatrick vd. (1983) tarafından ortaya atılmıştır.

Metropolis vd. (1953), tavlama sürecini taklit etmek için Monte Carlo yöntemlerine dayalı basit bir algoritma geliştirmişlerdir. Önerdikleri algoritmada yeni fiziksel hallere geçiş için bazı tanımlamalar yapmışlardır. Mevcut  $i$  halindeki enerji  $E_i$ ,  $i$  halinin bozulması ile elde edilen  $j$  halindeki enerji  $E_j$  ile gösterilmiştir. Enerji farkının,  $E_j - E_i \leq 0$  olması durumunda  $j$  hali mevcut hal olarak kabul edilmiştir. Aksi halde  $j$  durumunun

$$P_T(\{j \text{ durumunun kabul edilmesi}\}) = e^{(E_i - E_j)/k_B T} \quad (3.5)$$

eşitliği ile tanımlı olasılığa bağlı olarak kabul edilebileceği söylenmiştir. Burada, (3.5) ifadesinde yer alan  $T$ , sıcaklık seviyesini gösterir.  $k_B$ , Boltzmann sabiti olarak bilinen bir sabittir.

Optimizasyon problemleri Metropolis vd. (1953) tarafından geliştirilen modele kolaylıkla uyarlanabilir. Madde ile bir optimizasyon problemi temsil edildiğinde, maddenin halleri farklı çözümler olacaktır. Böylece mevcut haldeki enerji amaç fonksiyonuna karşılık gelecektir. Gerçek fiziksel tavlama işleminde madde, en düşük enerji seviyeli hale ulaşmaya kadar yavaşça soğutulur. Buna göre minimum enerjili bir sistemin, optimizasyon problemine en düşük amaç fonksiyonu değerini vermesi beklenir.

Tavlama Benzetimi yönteminde *sıcaklık seviyesi* eşik değeri olarak kullanılabilir. Sıcaklığın güncellenmesi *soğuma* olarak adlandırılır. Soğumanın ne şekilde olacağı ise *soğuma programı* ile belirlenir. Bir soğuma programı, sıcaklık seviyesinin sonlu sayıdaki değerler sıralamasını ve her sıcaklık seviyesindeki sonlu sayıda hareketleri kapsamaktadır. En iyi sonuca ulaşabilmek için, sıcaklığa ilişkin çeşitli soğuma fonksiyonları oluşturulmuştur. Bu fonksiyonların en önemli özelliği, kritik sıcaklık etrafında soğumanın yavaş olacak biçimde oluşturulması gerektiğidir. En iyi bilinen sıcaklık azaltma fonksiyonu

$$T_k = \alpha \times T_{k-1}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (3.6)$$

ile tanımlı geometrik fonksiyondur. Burada  $k$ , arama sürecinde sıcaklığın kaç kez değiştiğini göstermek amacıyla kullanılan yineleme sayısıdır (Cura 2008). Lundy ve Mees (1986), Ingber (1993) çalışmalarında farklı sıcaklık azaltım fonksiyonlarına yer vermişlerdir.

Tavlama Benzetimi, şu anki durumundan bir sonraki duruma geçmek isteyen bir algoritma olarak düşünülebilir. Bir komşuluk yapısında bu geçişlerin bir sıra halinde

gerçekleştirdiği düşünülürse; sonuç, sadece bir önceki sonuca bağlıdır. Bu durum Markov zinciri yapısı ile tanımlanır. Markov zinciri, koşullu olasılıkların kümesi ile tanımlanır (Laarhoven ve Aarts 1987). Bir halden başka bir hale geçme olasılığı bir matris biçiminde temsil edilebilir. Buna göre sabit bir sıcaklık seviyesinde,  $i$  halinden  $j$  haline geçme olasılığı tamamen  $i$ . ve  $j$ . durumlara bağlı olacaktır. Bu tür bir geçiş matrisine *homojen Markov zinciri* denir. Tavlama Benzetimi yaklaşımında,  $i$  halinden  $j$  haline geçme olasılığı sadece  $i$  ve  $j$ 'ye değil, aynı zamanda değişen sıcaklık seviyesine de bağlı olduğundan, algoritmanın matematiksel yapısı *homojen olmayan Markov zinciri* ile açıklanabilir.

Diğer yöntemlerle karşılaştırıldığında yöntemin gözlenen en önemli avantajı yerel çözüm tuzaklarından kurtulabilme yeteneğidir. Yaklaşım yalnız amaç fonksiyonundaki iyileşmelere bağlı olmayan, aynı zamanda bazı kötüleşmeleri de kabul eden bir rasgele arama stratejisi benimser. Mevcut çözümün komşuluğunda yeni noktalar üreterek, komşu çözümlerden oluşan bir alt küme içinde aramalar yapılır. Tavlama Benzetimi yönteminde Boltzmann termodinamik kanunlarına bağlı bir komşu çözüm kabul etme stratejisi temel alınmaktadır. Tavlama Benzetimi algoritmaları, çözümü araştırılan probleme özgü tanımlanır (Türkşen 2005). Algoritma

- i. Amaç fonksiyonunun türüne (sürekli veya kesikli optimizasyon problemi olması dikkate alınmalı),
- ii. Komşuluk kabul etme fonksiyonuna (mevcut çözümlerden üretilen mümkün çözümler arama uzayında olmalı),
- iii. Başlangıç sıcaklık seviyesine (tüm aday çözümler kabul edilecek biçimde belirlenmeli),
- iv. Soğuma fonksiyonuna (uygun hızda sıcaklık seviyesinin düşürülmesi için bir fonksiyon tanımlanmalı),
- v. Markov uzunluğuna (her bir sıcaklıkta sistem dengeye ulaşacak biçimde, belirli sayıda komşu incelemesi yapılmalı ),
- vi. Durdurma koşuluna (algoritmayı sonlandırmak için kriter belirlenmeli),

bağılıdır. Tavlama Benzetimi yönteminin genel olarak algoritmik adımları aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

**Adım0:**  $f$ , minimum değeri elde edilmek istenilen bir amaç fonksiyonu olmak üzere;  $T_0$ , başlangıç sıcaklığı;  $\mathbf{x}_0$ , tanım aralığı üzerinde keyfi bir başlangıç çözüm vektörü;  $T_{\min}$ , son sıcaklık;  $N_T$ , her bir  $T$  sıcaklığında yapılan yineleme sayısı belirlenir.  $\mathbf{a}$  ve  $\mathbf{b}$ , girdi değişkenleri için sırasıyla alt sınır ve üst sınır vektörleri olarak seçilir. Başlangıç çözüm vektörünün fonksiyona verdiği değer,  $f(\mathbf{x}_0)$ , hesaplanır ve  $f = f(\mathbf{x}_0)$  alınır.  $T = T_0$  değerinde aramaya başlanır.

**Adım1:**  $T$  sıcaklık değerindeki her bir  $k$  yinelemesi için ( $k=1,2,\dots,N_T$ ) uygun bir komşu çözüm bulma fonksiyonu kullanılarak yeni çözüm vektörü,  $\mathbf{x}' \in [\mathbf{a}, \mathbf{b}]$  üretilir ve  $f' = f(\mathbf{x}')$  hesaplanır.

**Adım2:**  $f' < f$  ise  $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$  ve  $f = f'$  alınır. Aksi halde  $P = e^{-\Delta/T_k}$  biçiminde tanımlı bir komşu kabul fonksiyonuna göre yeni çözümün mevcut çözüm olarak alınıp alınamayacağına karar verilir. Burada,  $\Delta = f' - f$  dir.  $Z \sim U(0,1)$  olmak üzere,  $P \geq Z$  ise,  $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$  ve  $f = f'$  alınır,  $N_T = N_T + 1$  olur. Aksi halde, tanım aralığından yeni çözüm vektörü üretilir. Bu işlemler her bir sıcaklık değerinde belirlenen yineleme sayısı,  $N_T$ , kadar yapılır.

**Adım3:** Belirlenen bir soğuma fonksiyonuna göre,  $T$  sıcaklığı azaltılır, yeni sıcaklık değeri elde edilir.  $T < T_{\min}$  ise, Adım1'e gidilir. Aksi halde durdurma koşulu sağlanmıştır.

**Adım4:**  $\mathbf{x}$  ve  $f$  sırasıyla en iyi çözüm vektörü ve en iyi fonksiyon değeri olarak alınır.

### 3.5 Çok Amaçlı Metasezgisel Yöntemler

Çok amaçlı metasezgisel yöntemler, birden fazla amaç fonksiyonunun eş anlı optimizasyonu için geliştirilen popülasyon tabanlı aramalara ya da tek nokta aramalara

dayalı algoritmalarıdır. (3.1) ifadesi ile tanımlı çok amaçlı problemin optimizasyonu sonucu elde edilecek olan Pareto çözüm kümesinin oluşturulmasında oldukça etkin yöntemlerdir. Bu algoritmalar ile bir defada, çok sayıda baskın çözümden oluşan Pareto yüzey tanımlamak mümkün olmaktadır.

Genetik Algoritma tabanlı çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümü için geliştirilen yöntemler içinde Pareto çözüm kümesinin elde edilmesi konusunda en etkin yöntem NSGA-II'dir (Deb vd. 2002, Deb 2004). Populasyon tabanlı aramalara (population based search) dayalı NSGA-II yönteminde, her biri problemin olası bir çözümünü temsil eden çözüm kümesi ile aramaya başlanır ve mevcut çözüm kümesinden daha iyi çözümler elde edilmeye çalışılır. Mevcut populasyonun en iyi bireyleri seçilip, çaprazlama ve mutasyon operatörleri ile yeni populasyon oluşturulur. Önceden belirlenen yineleme sayısı kadar populasyon oluşturmaya devam edilir. NSGA-II yönteminin diğer çok amaçlı genetik algoritmalara göre üstünlüğü, *hızlı baskın sıralama (fast nondominated sorting)* ve *kalabalık uzaklığı (crowding distance)* olmak üzere baskın yüzeyin oluşturulmasında kullanılan iki yaklaşımdır. Bu yaklaşımlarla algoritma, Pareto çözüm kümesinde farklı seçenek çözümler elde ederek, gerçek Pareto yüzeye daha kısa sürede ulaşmaktadır.

Çok amaçlı problemler için kullanılacak bir diğer optimizasyon yöntemi AMOSA'dır. Bu yöntem, populasyon tabanlı bir arama yöntemi olmayıp, tek nokta aramalara (single point search) dayalı bir çok amaçlı metasezgisel yöntemdir. Tavlama Benzetimi yöntemi populasyon tabanlı bir arama mekanizmasına sahip olmadığından, yöntemin çok amaçlı optimizasyon boyutuna taşınmasına yönelik yapılan ilk çalışmalarda çeşitli ölçeklendirme fonksiyonları kullanılarak, birleştirilmiş bir amaç fonksiyonu ile amaç fonksiyonları aynı anda tek bir fonksiyon biçiminde değerlendirilmiştir. Çok sayıda yineleme ile Pareto çözüm kümesi elde edilmeye çalışmıştır (Serafini 1985, Serafini 1992, Ulungu ve Teghem 1994, Czyzak ve Jaszkiwicz 1998 ve Ulungu vd. 1999). Tavlama Benzetimi yönteminin çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılması amacıyla hazırlanan son çalışma AMOSA'dır (Bandyopadhyay vd. 2008). AMOSA'nın diğer çok amaçlı Tavlama Benzetimi algoritmalarına üstünlüğü amaç fonksiyonlarının ayrı ayrı incelenmesi ve çözümler arasında Pareto baskınlık kriterinden

faydalanılarak, Pareto çözüm kümesinin elde edilmesidir. Çalışmanın optimizasyon aşamasında, çok amaçlı problemlerin optimizasyonunda kullanılan, literatürde tanınmış NSGA-II ve AMOSA yöntemleri kullanılacaktır.

### 3.5.1 Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II

Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (NSGA-II), çok amaçlı optimizasyon alanında Pareto optimal çözümlere ulaşma konusunda etkin bir çok amaçlı metasezgisel yöntemdir (Srinivas ve Deb 1996, Deb 2004). Bu yaklaşımda ilk olarak,  $P_0$  başlangıç popülasyonu oluşturulur ve popülasyondaki çözümler Pareto üstünlüklerine göre sıralanır. Her bir çözümün uygunluğu, kendi baskınlık seviyesine eşit olarak atanır (“1” en iyi düzeyi, “2” daha sonraki ikinci en iyi düzeyi gösterir). Çözümlerin sıralanmasında hızlı baskın sıralama yaklaşımından yararlanılır.

**Tanım 3.9 Hızlı baskın sıralama yaklaşımı:**  $N$  boyutlu bir popülasyonda ilk sıra baskın yüzeydeki çözüm kümesini tanımlamak için, her bir çözümün popülasyondaki diğer çözümlerle karşılaştırılarak baskın olup olmadığına karar verilmesi gerekir. Popülasyondaki ilk baskın yüzeyin tüm elemanları elde edilene kadar bu işleme devam edilir. Diğer baskın yüzeylerdeki çözümleri bulmak için ilk yüzey çözümleri geçici olarak Pareto çözüm kümesinden çıkarılır ve popülasyondaki tüm baskın çözümler için uygun bir yüzey belirleninceye kadar süreç tekrarlanır. Hesaplama açısından en kötü durum, her bir yüzeyde sadece tek bir çözümün olduğu,  $N$  tane yüzey bulunduğu durumdur.

Hızlı baskın sıralama yaklaşımında,  $P$  ana popülasyonundaki her bir  $p$  eleman için iki değer tanımlaması yapılır. Bunlar,  $n_p$ ,  $p$  çözümüne baskın çözüm sayısı (baskınlık sayacı) ve  $S_p$ ,  $p$  çözümünün baskın olduğu çözüm kümesidir. İlk baskın yüzeydeki çözümlerin baskınlık sayacı sıfır olarak alınır. Baskınlık sayacı sıfır olan her bir  $p$  çözümü,  $n_p = 0$ ,  $S_p$  kümesindeki  $q$  sayıda eleman ile karşılaştırılır ve her bir  $q$  elemanın baskınlık sayacı bir azaltılır.  $q$  sayıdaki elemanlardan herhangi birinin baskınlık sayacı sıfır olursa o eleman ayrı bir  $Q$  kümesine yerleştirilir.  $Q$  kümesindeki

bu elemanlar ikinci baskın yüzeyi oluşturur. Daha sonra bu süreç  $Q$  kümesindeki her bir eleman için tekrarlanarak devam ettirilir ve üçüncü baskın yüzey oluşturulur. Süreç, tüm yüzeyler tanımlanıncaya kadar devam eder. Hızlı baskın sıralama algoritması aşağıdaki gibi tanımlanabilir (Deb vd. 2002).

**Adım1:**  $P$  ana popülasyonundaki her bir  $p$  eleman için aşağıdaki süreç izlenir:

- $S_p = \emptyset$ ,  $p$  çözümünün baskın olduğu çözüm kümesi tanımlanır.
- $n_p = 0$ ,  $p$  çözümüne baskın çözümlerin sayısı tanımlanır.
- $P$  ana popülasyonundaki her bir  $q$  eleman için
  - $p$  çözümü,  $q$  çözümüne baskın ise,  $q$  çözümü  $p$  çözümünün baskın olduğu çözümler kümesine eklenir,  $S_p = S_p \cup \{q\}$ .
  - $q$  çözümü,  $p$  çözümüne baskın ise,  $p$  çözümü için baskınlık sayacı artırılır,  $n_p = n_p + 1$ .
  - $n_p = 0$  ise,  $p$  çözümüne baskın hiçbir çözüm yoktur.  $p$  çözümü birinci yüzeye aittir.  $p$  çözümünün rankı (sırası) 1 olur,  $p_{rank} = 1$  alınır.  $p$  çözümü, 1 numaralı yüzeye eklenerek, birinci yüzey güncellenir,  $F_1 = F_1 \cup \{p\}$ .

**Adım2:**  $P$  ana popülasyonundaki her bir  $p$  eleman için **Adım1** deki süreç tekrarlanır.

**Adım3:** Yüzey sayacı 1 olarak alınır,  $i = 1$ .

**Adım4:**  $i$ . yüzey boş kümeden farklı olduğu sürece,  $F_i \neq \emptyset$ , aşağıdaki süreç tekrarlanır:

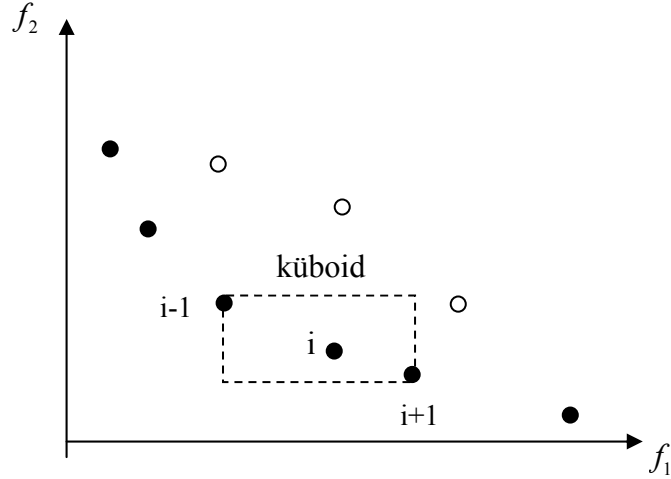
- $(i + 1)$ . yüzey için elemanların toplandığı küme boş küme alınır,  $Q = \emptyset$ .
- $F_i$  yüzeyindeki her  $p$  elemanı için,
  - $S_p$  kümesindeki her bir  $q$  çözümü için
    - Baskınlık sayacı azaltılır,  $n_q = n_q - 1$ .
    - $n_q = 0$  ise, ardışık yüzeydeki hiçbir çözüm  $q$  çözümüne baskın değildir.  $q_{rank} = 1$  alınır.  $q$  çözümünün eklenmesi ile  $Q$  kümesi güncellenir,  $Q = Q \cup \{q\}$ .

- Yüzey sayacı bir artırılır.
- $Q$  kümesi bir sonraki yüzey olarak alınır,  $F_i = Q$ .

Pareto çözümlerin sıralanmasında, NSGA-II’de NSGA’dan farklı olarak her bir çözüm için baskınlık sayacı ve ilgili çözümün baskın olduğu çözüm kümesi olmak üzere iki farklı indikatör kullanılması çözümlerin sıralanmasını hızlandırmaktadır. Bu nedenle tanımlanan sıralama algoritması *hızlı baskın sıralama algoritması* olarak adlandırılmaktadır.

NSGA-II yönteminde, Pareto çözüm kümesinde çok sayıda farklı çözüm seçenekleri oluşturmak için, sıralı ve belirli yüzeylere ayrılmış çözümler üzerinde kalabalık karşılaştırma yaklaşımı (crowding comparison approach) kullanılır. Bu yaklaşımın arkasındaki temel düşünce, amaç uzayında tanımlanmış bir baskın yüzey üzerindeki çözümlerin fonksiyon değerleri arasındaki Öklid uzaklığının belirlenmesidir. Bu uzaklık, yüzey üzerindeki çözümlerin bazı bölgelerde homojen dağılmasına, bazı bölgelerde kalabalıklaşmasına ait bilgi verdiğinden, kalabalık uzaklığı (crowding distance) olarak adlandırılır (Deb 2004).

**Tanım 3.10 Kalabalık uzaklığı:** Bir çözümün kalabalık uzaklığı, o çözümün bulunduğu yüzeyde ilgili çözüm ile komşu çözümleri arasındaki uzaklıktır. Populasyonda herhangi bir çözüm komşuluğundaki çözümlerin yoğunluğunu tahmin etmek için, her bir amaç fonksiyonu için ilgili noktanın her iki yanında bulunan komşu çözümlerin ortalama uzaklığı hesaplanır. Bu miktar ( $i_{uzaklık}$ ), en yakın komşular olan köşeler kullanılarak şekillendirilen küboidin çevre uzunluğunun tahmini için kullanılır ve buna kalabalık uzaklığı denir. Şekil 3.4, iki amaçlı bir optimizasyon probleminde aynı yüzeydeki baskın çözümler için kalabalık uzaklığı hesaplamasını gösterir.



Şekil 3.4 Kalabalık uzaklığı hesaplaması (Deb 2004)

Farklı yüzeylerdeki iki çözüm arasında kalabalık uzaklığı karşılaştırması anlamsız olacaktır. Her bir baskın  $F_i$  yüzeyi için,  $n$  ilgili yüzeydeki toplam eleman sayısı olmak üzere kalabalık uzaklığı hesaplama süreci aşağıdaki gibi tanımlanır:

- Tüm elemanlar için başlangıç uzaklığı sıfır olarak tanımlanır,  $F_i(d_j) = 0$ . Burada  $j$ ,  $F_i$  yüzeyindeki  $j$ . elemandır.
- Her  $m$  amaç fonksiyonu için
  - $m$  amaç fonksiyonuna dayalı olarak  $F_i$  yüzeyindeki elemanlar sıralanır,  $I = \text{sırala}(F_i, m)$ .
  - $F_i$  yüzeyindeki sınır değer elemanlarına sonsuz uzaklık atanır,  $I(d_1) = \infty$  ve  $I(d_n) = \infty$ .
  - Diğer tüm noktalar için 
$$I(d_k) = I(d_k) + \frac{I(k+1).m - I(k-1).m}{f_m^{\max} - f_m^{\min}},$$
  
 $k = 2, 3, \dots, n-1$  hesaplanır.  $I(k).m$ ,  $I$  kümesindeki  $k$ . elemanın  $m$ . amaç fonksiyon değeridir.

Burada,  $f_m^{\max}$  ve  $f_m^{\min}$  değerleri  $m$ . amaç fonksiyonunun en büyük ve en küçük değerleridir. Baskınlık ölçütüne göre sıralanmış ve kalabalık uzaklığı hesaplanmış  $P_0$  popülasyonuna Kalabalıklaştırılmış Turnuva Seçim Operatörü (Crowded Tournament

Selection Operator), Simule Edilmiş İkili Çaprazlama (Simulated Binary Crossover) ve Polinomsal Mutasyon (Polynomial Mutation) operatörleri kullanılarak,  $N$  boyutlu yeni  $Q_0$  popülasyonunun bireyleri oluşturulur. NSGA-II yönteminde kullanılan genetik operatörler aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

**Tanım 3.11 Kalabalıklaştırılmış turnuva seçim operatörü:** Kalabalıklaştırılmış turnuva seçimi, eşleşme havuzu için birimlerin seçilmesi sürecidir. Eşleşme havuzunun boyutu kadar çözüm seçilir. Seçim, turnuva seçim yöntemine dayanır. Bir turnuva seçim yönteminde  $n$  birey rasgele seçilir. Burada,  $n$  turnuvaya katılacak çözüm sayısı olup, genellikle 2 olarak alınır. İki çözümün aynı anda karşılaştırarak eşleşme havuzuna seçilmesi için popülasyondaki baskınlık sırası  $r_i$  ve kalabalık uzaklığı  $d_i$  ye göre çözümler arasında seçim yapılır. Eğer,  $i$  çözümü  $j$  çözümüne göre düşük baskınlık sırasına sahip ise,  $(r_i < r_j)$ , veya aynı baskınlık sırasında olup,  $(r_i = r_j)$ , daha büyük kalabalık uzaklığına sahipse,  $(d_i > d_j)$ ,  $i$  çözümü  $j$  çözümüne tercih edilir. Eğer iki çözüm aynı sıra ve aynı kalabalık uzaklık değerine sahipse çözümlerden rasgele biri seçilir. Bu turnuva süreci bir sonraki yineleme için başlangıçta tanımlanan popülasyon boyutunun tamamlanması ile sonuçlandırılır. Bu karşılaştırmaya *kalabalık karşılaştırması (crowding comparison)* denir (Deb 2004).

**Tanım 3.12 Simule edilmiş ikili çaprazlama operatörü:** Simule edilmiş ikili çaprazlama operatörü (Simulated binary crossover), ikili çaprazlamaya benzer biçimde reel değerli değişkenler için oluşturulmuştur (Deb 2004). Çaprazlama operatörü ile  $t$ . yinelemede mevcut  $x^{(1,t)}$  ve  $x^{(2,t)}$  çözümleri kullanılarak yapılan hesaplamalarla iki yeni çözüm  $x^{(1,t+1)}$  ve  $x^{(2,t+1)}$  elde edilir. Simule edilmiş ikili çaprazlama operatörü kullanılarak yeni çözüm üretme adımları aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

**Adım 1:** Düzgün dağılımdan rasgele bir sayı seçilir,  $U \in (0,1)$ .

**Adım 2:**

$$\beta_q = \begin{cases} (2U)^{\frac{1}{\eta_c+1}}, & U \leq 0.5 \\ \left(\frac{1}{2(1-U)}\right)^{\frac{1}{\eta_c+1}}, & U > 0.5 \end{cases} \quad (3.7)$$

ile tanımlı fonksiyona göre  $\beta_q$  hesaplanır. Burada  $\eta_c$ , belirlenen bir aralıkta tanımlı, pozitif reel sayı değerli *çaprazlama dağılım indeksi*dir. Mevcut çözüm ve yeni çözümler arasındaki farklar  $\eta_c$ 'ye bağlıdır.

**Adım 3:** İki yeni çözüm

$$\begin{aligned} x^{(1,t+1)} &= 0.5[(1 + \beta_q)x^{(1,t)} + (1 - \beta_q)x^{(2,t)}] \\ x^{(2,t+1)} &= 0.5[(1 - \beta_q)x^{(1,t)} + (1 + \beta_q)x^{(2,t)}] \end{aligned} \quad (3.8)$$

biçiminde oluşturulur.

Adım 2'de (3.7) ifadesinde tanımlı  $\eta_c$  indeksi, yeni çözümlerin arama uzayında yayılımını kontrol eder. Büyük  $\eta_c$  değerleri ile mevcut çözümlere yakın yeni çözümler üretilirken, küçük  $\eta_c$  değerleri ile mevcut çözümlerden uzak yeni çözümler üretilir. Doğrusal olmayan yüzeylerde arama yapılırken, optimal olmayan çözümlere takılmayı engellemesinden dolayı küçük  $\eta_c$  değerleri ile arama yapmanın daha uygun olduğu görülmüştür. Fakat bu durumda mevcut çözümden oldukça uzak yeni çözüm değerlerinde arama yapıldığı dikkate alınmalıdır (Raghuwanshi vd. 2005).

**Tanım 3.13 Polinomsal mutasyon operatörü:** Simule edilmiş ikili çaprazlama operatörü ile elde edilen yeni çözümlerde, bazı değişimler yapılarak arama uzayında farklı bölgelere geçiş sağlanır. Mutasyon olarak adlandırılan girdi değişkenleri üzerinde yapılan bu değişimlerle, farklı çözüm seçeneklerinin değerlendirilmesine imkan tanınmış olur. Mevcut çözüm  $x^{(t)}$ 'den, yeni çözüm

$$x^{(t+1)} = x^{(t)} + (x^{(u)} - x^{(l)})\delta \quad (3.9)$$

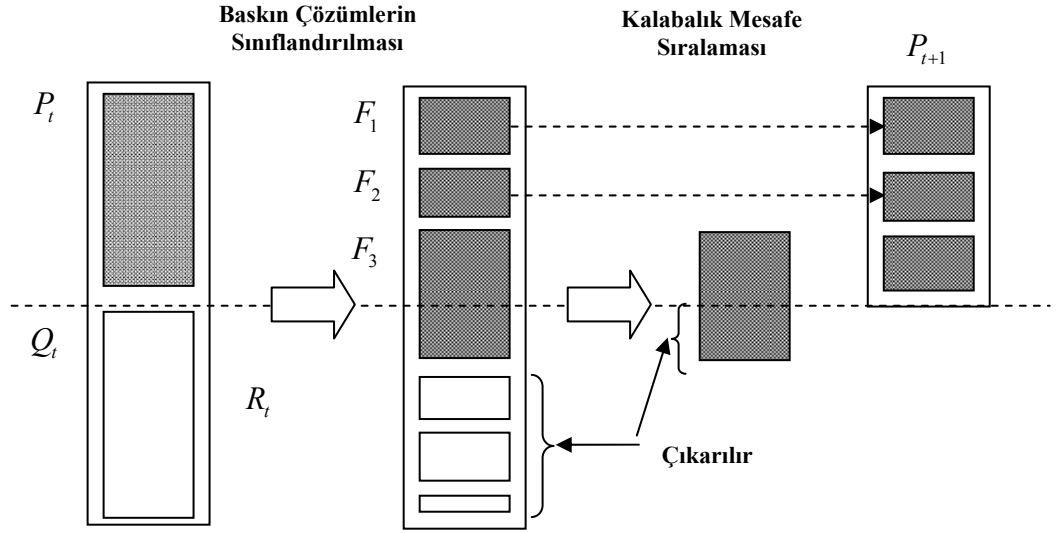
eşitliği ile elde edilir. Burada  $x^{(u)}$  ve  $x^{(l)}$ , sırasıyla çözümler için belirlenen üst ve alt sınır değerleridir.  $r \in [0,1]$  olmak üzere, bir polinomsal dağılım kullanılarak hesaplanan değişim

$$\delta = \begin{cases} (2r)^{\frac{1}{\eta_m+1}} - 1, & r \leq 0.5 \\ 1 - [2(1-r)]^{\frac{1}{\eta_m+1}}, & r > 0.5 \end{cases} \quad (3.10)$$

ifadesi ile tanımlıdır. Olasılık dağılımlarının şekli bir dışsal parametre olan, mutasyon dağılım indeksi  $\eta_m$  ile kontrol edilir.  $\eta_m$  büyüklüğünün seçimi de,  $\eta_c$ 'nin seçimine benzerdir. Doğrusal olmayan yüzeylerde arama yapılırken,  $\eta_m$ 'nin küçük değerleri kullanılmalıdır (Deb 2004).

**Tanım 3.14 NSGA-II Yönteminin Genel İşleyiş Mekanizması:** NSGA-II yönteminde seçkinlik işlemi (elitism) mevcut populasyon ile bir önceki populasyonun baskın çözümlerinin karşılaştırılması ile gerçekleştiğinden, süreç başlangıç yinelemesinden farklı ilerler. NSGA-II'nin  $t$ . yinelemesi için, öncelikle birleşik populasyon,  $R_t = P_t \cup Q_t$ , oluşturulur.  $R_t$ 'nin boyutu  $2N$ 'dir.  $R_t$  kümesindeki çözümler baskınlık ölçütüne göre sıralanır. Mevcut ve önceki popülasyondaki tüm çözümler  $R_t$ 'yi oluşturduğundan, bu çözümlerin tek bir popülasyonda birlikte değerlendirilmesi ile seçkinlik sağlanmış olur. En iyi baskın çözüm kümesi olan  $F_1$  yüzeyine ait çözümler, birleşik popülasyondaki en iyi çözümlerdir ve birleşik popülasyondaki diğer çözümlerden daha fazla öneme sahiptir. Eğer  $F_1$ 'in boyutu  $N$ 'den küçükse, yeni popülasyon  $P_{t+1}$  için  $F_1$  kümesinin tüm üyeleri kesin olarak seçilir.  $P_{t+1}$  popülasyonunun kalan üyeleri, sıralamadaki önceliklerine göre diğer baskın yüzeylerden seçilir. Buna göre, sırasıyla önce  $F_2$  kümesinden, sonra  $F_3$  kümesinden çözümler alınır ve bu şekilde devam edilir. Bu işlem  $P_{t+1}$  popülasyon boyutu sağlanıncaya kadar devam eder. Çaprazlama ve mutasyon operatörleri kullanılarak,  $N$  boyutlu yeni  $P_{t+1}$

populasyonundan,  $N$  boyutlu  $Q_{t+1}$  populasyonu oluşturulur. NSGA-II'nin genel olarak işleyiş süreci şekil 3.5'te görülmektedir.



Şekil 3.5 NSGA-II'nin işleyiş süreci (Deb 2004)

### 3.5.2 Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi

Günümüze kadar geliştirilen Pareto baskınlık tabanlı çok amaçlı Tavlama Benzetimi yöntemlerinde yeni çözümün kabul kriterinin oluşturulmasında çözümler arasındaki baskınlık büyüklüğü dikkate alınmamıştır. Bandyopadhyay vd. (2008) tarafından, Tavlama Benzetimi yönteminin işleyiş prensibi temel alınarak hazırlanan Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi (Archived Multi Objective Simulated Annealing-AMOSA) yönteminde, elde edilen yeni çözümün kabul kriteri için çözümlerin baskınlık büyüklüğü dikkate alınmıştır.

Teorik olarak Pareto optimal çözümler sonsuz sayıda olabilir. Fakat, çok amaçlı optimizasyonda temel amaç, sonlu sayıda anlamlı çözüm oluşturmaktır. Bu amaçla AMOSA yönteminde, elde edilen baskın çözümlerin toplandığı bir *arşiv* (archive) tanımlanmıştır. Yöntemde belirli sayıda ve Pareto yüzey boyunca çözüm çeşitliliği sağlanmış baskın çözümlere ihtiyaç duyulduğundan, arşiv büyüklüğü sınırlı tutulmuştur. Arşiv büyüklüğü için katı limit ( $HL$ ) ve esnek limit ( $SL$ ) olmak üzere iki limit

tanımlanmıştır. Arama boyunca arşivde toplanan baskın çözümlerin büyüklüğü  $SL$  değerini aşarsa, kümeleme (clustering) ile çözümler  $HL$  büyüklüğüne indirgenerek, arşiv büyüklüğü için tanımlanan limit değerlerinin aşılmamasına dikkat edilmiştir. Algoritmaya özgü parametre değerleri

$HL$  : Arşivde olması istenilen baskın çözüm sayısı

$SL$  : Arşiv büyüklüğü için üst sınır

$T_{\max}$  : Başlangıç sıcaklık değeri (en büyük değer)

$T_{\min}$  : Son sıcaklık değeri (en küçük değer)

$nt_{yin}$  : Her bir sıcaklıktaki yineleme sayısı

$\alpha$  : TB yöntemi için soğuma oranı

$T$  : Her yinelemedeki sıcaklık değeri

$\gamma$  : Başlangıç arşiv çözümleri genişletme katsayısı

biçiminde tanımlı olup, bu değerler önsel olarak olarak belirlenir.

**Tanım 3.15 Başlangıç arşivi:** Algoritma,  $\gamma \times SL$  ( $\gamma > 1$ ) sayıda oluşturulan başlangıç çözümler ile aramaya başlar. *Başlangıç arşivi* olarak adlandırılan bu çözümler, girdi değişkenlerinin tanım aralığından düzgün dağılıma uygun olarak üretilir ve amaç fonksiyonlarına verdikleri değerler hesaplanır. Mevcut çözüm ( $x$ ) komşuluğunda yeni çözümler üretmek için

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{|x-\mu|}{\sigma}} = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{(\mu-x)}{\sigma}}, & x < \mu \\ \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)}{\sigma}}, & x > \mu \end{cases} \quad (3.11)$$

ile tanımlı Laplace dağılımı kullanılır. Burada  $\mu$  konum parametresi olup, yeni çözüm değişkenleri üretilirken mevcut çözüm olarak değerlendirilir.  $\sigma$  ölçek parametresi, mevcut çözüm etrafındaki yayılımı belirler. Laplace dağılımı, uzun kuyruklu bir dağılım olmasından dolayı komşuluk mekanizmasının tanımlanmasında Normal dağılıma tercih edilmiştir. Laplace dağılımından  $\mu$  ortalamalı ve  $\sigma$  varyanslı bir sayı üretmek için

$$L = \mu - \sigma \operatorname{sgn}(Z - 0.5) \log(1 - 2|Z - 0.5|) \quad (3.12)$$

eşitliğinden yararlanılır. Burada,  $Z \sim U(0,1)$  dir. Elde edilen bu çözümler baskınlık ölçütüne göre sıralanır ve baskın çözüm sayısı  $HL$  büyüklüğünü aşarsa, arşiv çözümlere kümeleme uygulanarak çözüm çeşitliliğini sağlayacak biçimde arşiv büyüklüğü  $HL$  sayıya indirgenir. Buna göre başlangıç arşiv kümesi en fazla  $HL$  sayıda çözüm içerecektir. Çözümlerin baskınlık sıralaması yapıldıktan sonra arşiv büyüklüğü 1 olabilir. Bu durumda yeni çözüm kümesinin oluşturulması gerekir.

**Tanım 3.16 Arşiv çözümlerin kümelenmesi:** Genel olarak arşiv büyüklüğünün  $SL$  ( $> HL$ ) sayıda olmasına izin verilir. Baskın çözüm sayısı bu limiti aşarsa, baskın çözümlerde çeşitliliğin sağlanması amacıyla baskın çözümler  $HL$  sayıda küme olacak biçimde arşivdeki çözümler üzerine kümeleme uygulanır. AMOSA yönteminde, kümeleme için bilinen *tek bağlantı algoritması* (*single linkage algorithm*) kullanılmıştır. Bu kümeleme algoritmasına göre herhangi iki küme arasındaki uzaklık, kümeler arasındaki en kısa uzaklıktır.  $HL$  birimden oluşan küme elde edildikten sonra, her bir kümede diğer elemanlara ortalama uzaklığı en küçük olan eleman, kümeyi temsil eden eleman olarak alınır.  $HL$  birimden oluşan kümeyi temsil eden elemanların tümü arşivi oluşturur (Bandyopadhyay vd. 2008).

Arşiv kümesinden rasgele bir çözüm seçilerek mevcut çözüm olarak alınır. Bu mevcut çözümden yararlanarak yeni çözüm üretilir. Mevcut çözüm ve yeni çözümün amaç fonksiyonu değerleri arasındaki baskınlık ilişkisi kontrol edilir.

**Tanım 3.17 Baskınlık büyüklüğü:** AMOSA yönteminde, yeni bir çözümün kabul olasılığının hesaplanmasında baskınlık büyüklüğü kullanılır. Verilen  $a$  ve  $b$  çözümleri için baskınlık büyüklüğü

$$\Delta dom_{a,b} = \prod_{i=1, f_i(a) \neq f_i(b)}^r (|f_i(a) - f_i(b)| / R_i) \quad (3.13)$$

ile tanımlanır. Burada  $r$ , amaç fonksiyonu sayısı ve  $R_i$ ,  $i=1,2,\dots,r$ ,  $i$ . amaç fonksiyonunun genişliğidir. Bazı durumlarda  $R_i$  değeri önsel olarak bilinemeyebilir. Bu nedenle  $R_i$ , arşivdeki çözümlerden yararlanılarak hesaplanır (Bandyopadhyay vd. 2008). Yeni üretilen çözümün kabul olasılığının hesaplanmasında (3.13) numaralı eşitlikten yararlanılır. Yeni çözümün baskınlık durumu, mevcut çözüm ve arşivdeki baskın çözümlerle karşılaştırılır. Mevcut çözüm ile yeni çözüm arasındaki baskınlık ilişkisi sonucu üç farklı durum ortaya çıkabilir:

**Durum1:** Mevcut çözüm, yeni çözüme baskın ise yeni çözüm ile arşiv çözümler karşılaştırılır. Bunun için

$$P = \frac{1}{1 + e^{\Delta dom_{avg} \times T}} \quad (3.14)$$

olasılık değeri hesaplanır. Burada,  $\Delta dom_{avg}$  mevcut çözümün ve  $k$  sayıda arşiv çözümün yeni çözüme ortalama baskınlık büyüklüğü olup

$$\Delta dom_{avg} = \frac{\left( \sum_{i=1}^k \Delta dom_{i,yeni\ çözüm} \right) + \Delta dom_{mevcut\ çözüm,yeni\ çözüm}}{k+1}$$

eşitliği ile tanımlıdır.  $Z \sim U(0,1)$  olmak üzere,  $P \geq Z$  ise, yeni çözüm mevcut çözüm olarak kabul edilir.

**Durum 2:** Mevcut çözüm ve yeni çözümler birbirlerine ne baskın ne de basılgın ise yeni çözüm ile arşiv çözümler arasındaki baskınlık ilişkisi incelenir.

(i) Yeni çözüm, arşivdeki  $k$  ( $k \geq 1$ ) çözüme basılgındır. (3.14) eşitliği için

$$\Delta dom_{avg} = \frac{\left( \sum_{i=1}^k \Delta dom_{i,yeni\ çözüm} \right)}{k}$$

alınarak hesaplanan  $P$  olasılık değeri,  $Z \sim U(0,1)$  ile karşılaştırılır.  $P \geq Z$  ise yeni çözüm, mevcut çözüm olarak kabul edilir.

(ii) Yeni çözüm, arşivdeki tüm çözümlere ne baskın ne de basılgındır. Yeni çözüm, mevcut çözüm olarak seçilir. Arşiv genişliği  $SL$  değerini aşarsa Pareto çözüm sayısını  $HL$  sayıya indirmek için kümeleme yapılır.

(iii) Yeni çözüm, arşivdeki  $k$  ( $k \geq 1$ ) çözüme baskındır. Yeni çözüm, mevcut çözüm olarak seçilir ve arşive eklenir. Arşivden  $k$  basılgın çözüm çıkarılır.

**Durum 3:** Yeni çözüm, mevcut çözüme baskın ise, yeni çözüm ile arşiv çözümler arasındaki baskınlık ilişkisi incelenir.

(i) Arşivdeki  $k$  ( $k \geq 1$ ) sayıda çözüm, yeni çözüme baskın ise yeni çözüm ve arşiv çözümler arasındaki baskınlık büyüklüğü farklarının minimum değeri,  $\Delta dom_{\min}$ , hesaplanır.

$$P = \frac{1}{1 + e^{-\Delta dom_{\min}}}$$

olasılık değerine göre,  $P \geq Z$  ise  $\Delta dom_{\min}$  değerini veren çözüm, mevcut çözüm olarak seçilir. Aksi halde, yeni çözüm mevcut çözüm olarak alınır.

(ii) Yeni çözüm arşiv çözümlere ne baskın ne de basılgındır. Yeni çözüm, mevcut çözüm olarak kabul edilir ve arşive eklenir. Mevcut çözüm arşivde ise çıkarılır. Arşiv genişliği  $SL$  değerini aşarsa Pareto çözüm sayısını  $HL$  sayıya indirmek için kümeleme yapılır.

(iii) Yeni çözüm, arşivdeki diğer  $k$  ( $k \geq 0$ ) çözüme baskındır. Yeni çözüm, mevcut çözüm olarak seçilir ve arşive eklenir. Arşivden  $k$  sayıda basılgın çözüm çıkarılır.

#### 4. BULANIK TEORİ

Bulanık mantık teorisi, Aristo mantığının 0-1 ikilemine karşılık, 0-1 arasında alınabilecek derecelerinin de bilimsel olarak ifade edilebilmesidir. Bulanık mantık, ilk defa 1965 yılında Lotfi Asker Zadeh tarafından, doğal dildeki belirsizliği modellemek amacıyla ortaya konmuştur. Günlük hayatta kullanılan bir çok sözel veya sayısal anlatımda, terimler ya da ölçüler kesin olarak tanımlanıp ölçülemediğinden çoğu zaman belirsiz ifadeler kullanılır. Bulanık mantık yaklaşımı, matematiksel modeli iyi tanımlanmamış, zamanla değişen ve belirsizlik içeren sistemlere kolay anlaşılır bir çözüm getirir. Bulanık mantığın genel özellikleri Zadeh tarafından aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

- i. Bulanık mantıkta, kesin değerlere dayanan düşünme yerine yaklaşık düşünme kullanılır.
- ii. Bulanık mantıkta her şey  $[0,1]$  aralığında belirli bir derece ile gösterilir.
- iii. Bulanık mantıkta bilgi, büyük-küçük, çok-az gibi dilsel ifadeler kullanılarak tanımlanır.
- iv. Bulanık çıkarım işlemi, dilsel ifadeler arasında tanımlanan kurallar ile yapılır.
- v. Her mantıksal sistem bulanık olarak ifade edilebilir.
- vi. Bulanık mantık, matematiksel modeli çok zor elde edilen sistemler için oldukça uygundur.
- vii. Bulanık mantık, tam olarak bilinmeyen veya eksik girilen bilgilere göre işlem yapma yeteneğine sahiptir (Erbay-Dalkılıç 2005).

Bulanık mantık, bulanık küme teorisine dayanır. Bu teori, genel bir matematiksel küme yaklaşımıdır. Klasik küme teorisinde olduğu gibi, bir değişken verilen kümenin ya elemanıdır ya da elemanı değildir yaklaşımının tersine, her değişken verilen kümede belirli bir üyelik derecesine sahiptir. Bir kümenin tam üyeliği ile o kümenin üyesi olmama durumu arasında aşama aşama geçişe izin verilir. Verilen bir elemanın bir kümede kısmi üyeliğinin başlaması demek, aynı zamanda o elemanın kümenin üyesi olmama durumunun da kısmen başlaması demektir. Bulanık küme teorisi, hem tam üyeliğe hem de hiç üye olmamaya izin verir. Bundan dolayı klasik küme teorisi, bulanık küme teorisinin özel bir halidir denilebilir. Bulanık küme teorisi, yapay zeka, uzman

sistemler, kontrol teorisi, kalite kontrol, çok amaçlı karar verme, ürün planlaması ve seçimi, optimum sistem planlaması, taşıma, ulaşım, oyunlar kuramı, çevre yönetimi, bankacılık ve finans, ziraat gibi çeşitli bilim dallarında ve alanlarda uygulanmıştır (Baykal ve Beyan 2004).

#### 4.1 Bulanık Küme Teorisinde Temel Tanımlar

Matematikte çeşitli kategori ve gruplamalar kümeler ile ifade edilir. Kümeler, sonlu ya da sonsuz sayıda elemandan oluşur. Klasik küme teorisinde tanımlanan bir kümenin, evrensel kümenin herhangi bir elemanını kapsayıp kapsamamasına yönelik yapılan ayırımla kümeye üye olan ve olmayanlar arasına kesin bir hat ve sınır konulur. Oysaki günlük hayatta karşılaşılan bir çok durumda ayırım ve gruplamalar o kadar kesin ve net değildir. Ayırım yapabilmek için kullanılacak sınır değerler bulunan çevreye, insanlara göre değişmektedir. Bu tür kümelerde elemandan eleman olmayana geçiş kesin değil, derecelere göredir. Açıktır ki bu tip belirsizlik ve dereceleme olasılık teorisi ile modellenemez. Kısmi ve dereceli üyelik tanımlaması ve buna bağlı problemlerin çözümü için bulanık küme teorisi geliştirilmiştir (Alp 2002). Bulanık küme kuramına ilişkin genel tanımlar aşağıdaki gibi verilebilir.

**Tanım 4.1 Bulanık Küme:**  $X$  evrensel küme,  $x$ 'de evrensel kümenin elemanı olsun.  $A \subseteq X$  kümesinin karakteristik fonksiyonu

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (4.1)$$

biçiminde gösterilir. Karakteristik fonksiyonun değer kümesi  $\{0,1\}$  olur. (4.1) eşitliği eğer  $\mu_A(x)=1$  ise “ $x$  elemanı  $A$  kümesine aittir” ve eğer  $\mu_A(x)=0$  ise “ $x$  elemanı  $A$  kümesine ait değildir” anlamına gelir. Bu fonksiyon, 0 ve 1 dışında değer alamaz. Eğer karakteristik fonksiyonun değer kümesi  $[0,1]$  aralığında sürekli ise ve bu kapalı aralıkta her gerçel sayıyı alabilecek biçimde tanımlanırsa  $A$  kümesine *bulanık küme* denir ve  $\tilde{A}$  ile gösterilir (Lai ve Hwang 1992).

**Tanım 4.2 Üyelik Fonksiyonu:**  $A$  kümesi bir bulanık küme ise,  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  değerine  $x$ 'in  $\tilde{A}$  kümesine *üyelik derecesi* denir.  $\tilde{A}$  kümesinin üyelik fonksiyonu

$$\forall x \in X : \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$$

biçiminde ifade edilir. Bu durumda  $\tilde{A}$  kümesi,  $A = \{(x : \mu_{\tilde{A}}(x), x \in X)\}$  ile tanımlanır. Bulanık kümelerde üyelik fonksiyonu  $[0,1]$  aralığında değerler almasına rağmen, farklı aralıklarda da üyelik fonksiyonlarını tanımlamak mümkündür. Her bir üyelik fonksiyonunun elemanı  $X$  evrensel kümesinin içinde yer almalı ve tanımlanan aralıkta gerçel sayı olmalıdır (Dubois ve Prade 1980).

**Tanım 4.3 Destek Kümesi:** Bulanık bir kümenin sıfırdan büyük elemanlarının kümesi destek kümesini oluşturur.  $\tilde{A}$  kümesinin destek kümesi

$$\begin{aligned} des A &= \{x : \mu_{\tilde{A}}(x) > 0 \text{ ve } x \in X\} \\ &= \{\text{üyelik dereceleri } 0\text{'dan büyük olan } x\text{'ler}\} \end{aligned} \quad (4.2)$$

biçiminde tanımlanır.

**Tanım 4.4 Normallik:**  $\tilde{A}$  kümesinin yüksekliği 1 ise  $\tilde{A}$  kümesi normaldir. Diğer bir ifade ile,  $\tilde{A}$  kümesi

$$\tilde{A} \text{ kümesi normaldir} \Leftrightarrow \max \mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \quad (4.3)$$

koşulunu sağlıyorsa  $\tilde{A}$  kümesi normaldir. Aksi halde,  $\tilde{A}$  kümesi alt normaldir. Alt normal bir  $\tilde{A}$  kümesinin bütün elemanları  $\tilde{A}$ 'nın en büyük üyelik derecesine bölünerek normalize edilebilir.

**Tanım 4.5 Yükseklik:**  $\tilde{A}$  kümesinin yüksekliği

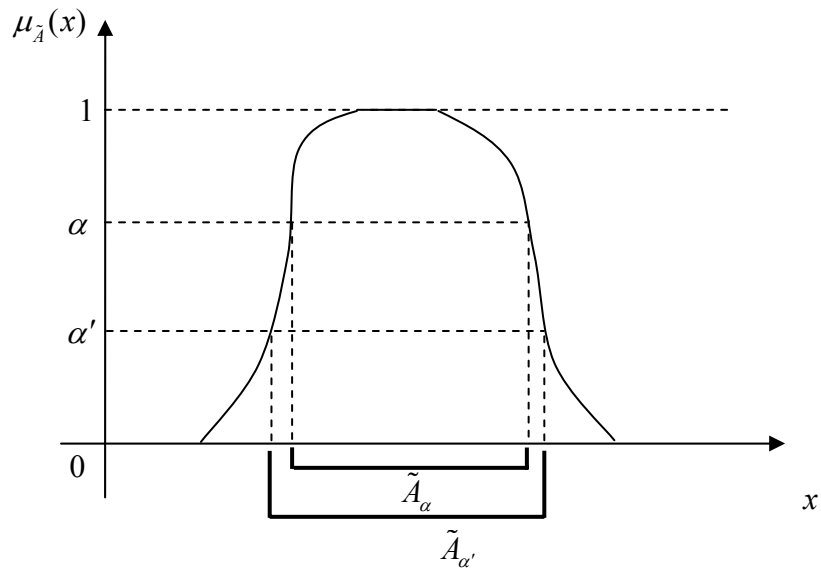
$$\max \mu_{\tilde{A}}(x) = \{\tilde{A} \text{ kümesinin en büyük üyelik derecesi}\} \quad (4.4)$$

biçiminde tanımlanır.

**Tanım 4.6  $\alpha$ -Kesme Kümesi:**  $\tilde{A}$  kümesinin üyelik dereceleri  $\alpha$ 'ya eşit veya  $\alpha$ 'dan büyük elemanlardan oluşturulan klasik kümeye  $\alpha$ -kesme ( $\alpha$ -kesim) kümesi denir.  $\tilde{A}$  kümesinin  $\alpha$ -kesme kümesi

$$\begin{aligned}\tilde{A}_\alpha &= \{x : \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \text{ ve } x \in X\} \\ &= \{\text{üyelik dereceleri en az } \alpha \text{ kadar olan } x\text{'ler}\}\end{aligned}\tag{4.5}$$

olarak ifade edilmektedir. Şekil 4.1'de  $\tilde{A}$  kümesinin, (4.3) ifadesi ile tanımlı  $\alpha$ -kesme kümesi gösterilmektedir.



Şekil 4.1 Bir  $\alpha$ -kesme kümesi ( $\alpha' < \alpha \Rightarrow \tilde{A}_\alpha \subset \tilde{A}_{\alpha'}$ )

**Tanım 4.7 Bulanık Sayı:**  $\tilde{A}$  bulanık küme ve  $x \in \tilde{A}$  olmak üzere

- i.  $\tilde{A}$  kümesi normal ise,
- ii.  $\tilde{A}_\alpha \in (0,1]$  ise,
- iii.  $\tilde{A}$ 'nın destek kümesi sınırlı ise,

$x$  bulanık sayıdır.

**Tanım 4.8 Dışbükeylik:**  $X$  evrensel kümesinde tanımlı bir  $\tilde{A}$  kümesi, her  $x^1, x^2 \in X$  için

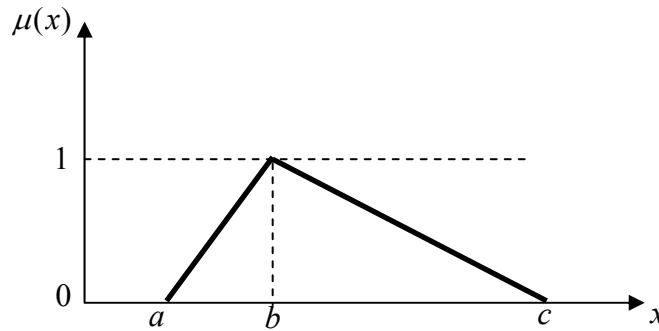
$$\mu_{\tilde{A}}(\delta x^1 + (1-\delta)x^2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x^1), \mu_{\tilde{A}}(x^2)) , \quad \delta \in [0,1] \quad (4.6)$$

eşitsizliği sağlanıyorsa,  $\tilde{A}$  kümesi dışbükeydir (convex) denir. Bir bulanık kümenin bütün  $\alpha$  - kesme kümeleri dışbükey ise bulanık küme dışbükeydir (Lai ve Hwang 1992).

**Tanım 4.9 Üçgensel Bulanık Sayı:**  $\tilde{A}$  bir bulanık küme,  $x \in \tilde{A}$  ve  $\mu(x)$ ,  $x$  bulanık sayısının üyelik fonksiyonu olmak üzere

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & , \quad a \leq x < b \\ 1 & , \quad x = b \\ \frac{c-x}{c-b} & , \quad b < x \leq c \end{cases} \quad (4.7)$$

biçiminde tanımlandığından  $x$  bir üçgensel bulanık sayıdır. Şekil 4.2’de  $x$  üçgensel bulanık sayısı  $x = (a, b, c)$  biçiminde gösterilmiştir. Burada  $b$  merkez,  $(b-a)$  sol yayılım ve  $(c-b)$  sağ yayılımdır (Klir ve Yuan 1995).  $(b-a) = (c-b)$  olduğunda üçgensel bulanık sayı, simetrik üçgensel bulanık sayı olarak adlandırılmaktadır.



Şekil 4.2 Üçgensel  $x = (a, b, c)$  bulanık sayısının gösterimi

**Tanım 4.10 Birleşim:**  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$ ,  $X$  evrensel kümesinin iki bulanık alt kümesi olsun.  $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ ,  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$  kümelerinin her ikisinin kapsandığı bulanık kümelerin en küçüğüdür. Birleşim, “veya” birleştiricisine karşılık gelir.  $\tilde{A} \cup \tilde{B}$  kümesinin üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max \{x \in X : \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\} = \mu_{\tilde{A}} \vee \mu_{\tilde{B}} \quad (4.8)$$

eşitliği ile tanımlanır (Lai ve Hwang 1992).

**Tanım 4.11 Kesişim:**  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$ ,  $X$  evrensel kümesinin iki bulanık alt kümesi olsun.  $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ ,  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$  kümelerinin her ikisinin kapsandığı en büyük bulanık alt kümedir. Kesişim, “ve” birleştiricisine karşılık gelir.  $\tilde{A} \cap \tilde{B}$  kümesinin üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min \{x \in X : \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\} = \mu_{\tilde{A}} \wedge \mu_{\tilde{B}} \quad (4.9)$$

eşitliği ile tanımlanır (Lai ve Hwang 1992).

**Tanım 4.12 Bulanık Sayılarla  $\alpha$ - Kesme Kümeleri İçin Aritmetik İşlemler:**  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$  iki bulanık sayı olsun.  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$ ’nin  $\alpha$ - kesme kümeleri,  $\tilde{A}_\alpha = [a_\alpha^A, a_\alpha^{\tilde{U}}]$  ve  $\tilde{B}_\alpha = [b_\alpha^A, b_\alpha^{\tilde{U}}]$ ;  $a_\alpha^A, a_\alpha^{\tilde{U}}, b_\alpha^A, b_\alpha^{\tilde{U}} \in [0,1]$  olmak üzere sırasıyla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri

$$C_\alpha = A_\alpha + B_\alpha = [a_\alpha^A + b_\alpha^A, a_\alpha^{\tilde{U}} + b_\alpha^{\tilde{U}}]$$

$$C_\alpha = A_\alpha - B_\alpha = [a_\alpha^A - b_\alpha^{\tilde{U}}, a_\alpha^{\tilde{U}} - b_\alpha^A]$$

$$C_\alpha = A_\alpha . B_\alpha = [a_\alpha^A . b_\alpha^A, a_\alpha^{\tilde{U}} . b_\alpha^{\tilde{U}}]$$

$$C_\alpha = A_\alpha / B_\alpha = [a_\alpha^A / b_\alpha^{\tilde{U}}, a_\alpha^{\tilde{U}} / b_\alpha^A]$$

biçiminde tanımlıdır.

## 4.2 Bulanık Sıralama

*Bulanık sıralama (fuzzy ranking)*, bulanık sayılar ile değerlendirilen alternatiflerin seçimi söz konusu olduğunda, bulanık sayıların karşılaştırılmasında kullanılan bir yöntemdir. Bulanıklığın dahil olduğu yaklaşık düşünme, optimizasyon, öngörü, kontrol gibi alanlarda karar verme analizinde önemli rol oynar. Tek boyutlu  $R$  düzlemindeki reel sayılar “ $\leq, \geq, =$ ” gibi büyüklük ilişkilerine göre kolaylıkla sıralanabilirken, bulanık sayıların olabilirlik dağılımları ile ifade edilmesi nedeniyle birbiri ile örtüştüğü noktalar olacaktır. Dolayısıyla bu durumda bir bulanık sayının diğer bir bulanık sayıdan büyük ya da küçük olduğuna karar verilmesi, bulanık sayıların büyüklük ilişkisine göre birbiri ile karşılaştırılması zor olacaktır. Bulanık sayıların karşılaştırılmasında tek olarak kullanılabilecek bir en iyi yöntem yoktur. Bulanık sayıların sıralanmasında kullanılacak yöntemler dört sınıfta incelenebilir. Bunlar

- i. Tercih ilişkisi (preference relation),
- ii. Bulanık ortalama ve yayılım (fuzzy mean and spread),
- iii. Bulanık derecelendirme (fuzzy scoring),
- iv. Dilsel anlatım (linguistic expression),

biçiminde tanımlanabilir. Sıralama alanında en çok kullanılan yaklaşımlardan biri *ağırlık merkezi indeksine (centroid index)* göre bulanık sayıların sıralanmasıdır. Bu yaklaşım bulanık derecelendirme yönteminin bir alt sınıfı olup, sıralamada en çok kullanılan yöntemlerden biridir. Bulanık sayıların sıralama yönteminde ağırlık merkezi kavramı ilk kez Yager (1980) tarafından kullanılmıştır. Yager (1980) çalışmasında, bulanık sayıların normallliği ve dışbükeyliği üzerine herhangi bir varsayım olmadığında bulanık sayıları  $x$ -eksenine göre sıralamıştır. Yager (1980)’in çalışması dışında bulanık sıralama ile ilgili tüm çalışmalarda, ağırlık merkezi noktasının yatay ( $x$ ) ve düşey ( $y$ ) koordinat değerleri kullanılmıştır. Murakami vd. (1983), normal ve dışbükey bulanık sayıların sıralamasını sadece  $x$ -eksenine göre değil,  $x$  ve  $y$  eksenlerine göre hesaplanan alan değerlerini kullanarak düzenlemişlerdir. Cheng (1998) çalışmasında, bulanık sayıların  $x$ -eksenine göre hesaplanan indeks değerlerinin eşit, sağ ve sol yayılımları aynı olduğu zaman  $y$ -eksenine göre sıralamanın önemli olduğunu

vurgulamıştır.  $x$  ve  $y$  eksenlerine göre hangi indeksin önemli olduğuna karar vermek zor olacağından, her iki indeks değerinin de göz önünde bulundurulduğu bir uzaklık indeksi tanımlamıştır. Bu uzaklık indeksinin normal ve normal olmayan bulanık sayıların sıralamasında kullanılabileceğini belirtmiştir. Ayrıca, ortalama ve sapma değerlerini de kullanarak bir *değişim katsayısı indeksi* (*coefficient of variation index*) tanımlamıştır. Chu ve Tsao (2002), Cheng (1998) tarafından hazırlanan uzaklık ve değişim katsayısı indekslerinin dezavantajları olduğunu göstermişlerdir. Bu indekslerin bulanık sayıların aynı kümesi için farklı sıralama sonuçları verdiğini, tutarlı sonuçlar elde edilmediğini gözlemlemişlerdir. Bu problemi ortadan kaldırmak için ağırlık merkezi ile orjin noktası arasında bir alan hesaplaması tanımlamışlardır. Yatay ve düşey eksenlerde tanımlı alan hesaplamaları ile oluşturulan indekslerin çarpımı ile bir alan indeksi elde etmişlerdir. Fakat bu indekse göre,  $x$ 'in önem derecesinin  $y$ 'nin önem derecesinden büyük olduğu durumlarda,  $x$ 'in önem derecesinin azalmış olacağını gözlemlemişlerdir. Bu dezavantajı ortadan kaldırmak amacıyla Wang ve Lee (2008),  $x$  ve  $y$  eksenlerine göre hesaplanan alan değerlerinde bir takım değişiklikler yaparak öncelikle bulanık sıralama için  $x$ -eksenine göre hesaplanan değeri kullanmışlardır.  $x$  değerlerinin eşit olduğu durumda,  $y$ -eksenine göre hesaplanan indekse göre değerlendirme yapmışlardır. Yapılan çalışmalarda, bulanık sıralama için tanımlanan ağırlık merkezi formüllerinin ve sıralama indekslerinin birbirlerine göre avantajları ve dezavantajları olduğu açıktır. Bu tez çalışmasında, Wang ve Lee (2008)'nin çalışmasını temel alarak Abdullah ve Jamal (2010)'ın geliştirdiği ağırlık merkezi indeksine dayalı sıralama yöntemi kullanılacaktır. Abdullah ve Jamal (2010)'ın hesaplama karmaşasını azaltarak, kullanım kolaylığı sağlayacak biçimde oluşturduğu bulanık sıralama yönteminde, bulanık sayıların üçgensel bulanık sayılar olduğu varsayılmıştır.  $\tilde{A}$  genişletilmiş bir bulanık sayı (extended fuzzy number) olmak üzere,  $\tilde{A}$  sayısının üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \mu_{\tilde{A}}^L(x), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ w, & a_2 < x < a_3 \\ \mu_{\tilde{A}}^R(x), & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & d.y. \end{cases} \quad (4.10)$$

biçiminde tanımlanır. Burada,  $\mu_{\tilde{A}}^L : [a_1, a_2] \rightarrow [0, w]$  ve  $\mu_{\tilde{A}}^R : [a_3, a_4] \rightarrow [0, w]$  dır. Bulanık sayıların temel teorisine dayalı olarak,  $w=1$  ise  $\tilde{A}$ 'nın bir normal bulanık sayı,  $0 < w < 1$  ise  $\tilde{A}$ 'nın normal olmayan bir bulanık sayı olduğu bilinmektedir. Bulanık sayıların sıralamasında aşağıdaki adımlar izlenir:

**Adım1:** Üçgensel bulanık sayılar tanımlanır.

**Adım2:** Üyelik fonksiyonları için ters fonksiyonlar oluşturulur.  $\mu_{\tilde{A}}^L$ ,  $\mu_{\tilde{A}}^L : [a_1, a_2] \rightarrow [0, w]$  biçiminde tanımlı sürekli ve kesin artan bir fonksiyon ve  $\mu_{\tilde{A}}^R$ ,  $\mu_{\tilde{A}}^R : [a_3, a_4] \rightarrow [0, w]$  biçiminde tanımlı sürekli ve kesin azalan bir fonksiyon ise  $I_{\tilde{A}}^L$  ve  $I_{\tilde{A}}^R$  sırası ile bu fonksiyonlar için  $I_{\tilde{A}}^L : [0, w] \rightarrow [0, 1]$  ve  $I_{\tilde{A}}^R : [0, w] \rightarrow [0, 1]$  biçiminde tanımlı ters fonksiyonlardır. Burada,  $I_{\tilde{A}}^L$  sürekli ve kesin artan,  $I_{\tilde{A}}^R$  sürekli ve kesin azalan fonksiyonlardır.  $I_{\tilde{A}}^L$  ve  $I_{\tilde{A}}^R$  fonksiyonları  $[0, w]$  üzerinde sürekli ise  $I_{\tilde{A}}^L$  ve  $I_{\tilde{A}}^R$  mevcuttur.

**Adım3:** Ağırlık merkezi noktası  $(\bar{x}, \bar{y})$  oluşturulur. Bir  $\tilde{A}$  bulanık sayısının ağırlık merkezi  $(\bar{x}(\tilde{A}), \bar{y}(\tilde{A}))$ , yatay eksenindeki  $x$  değeri (bulanık fonksiyon değerleri) ve düşey eksenindeki  $y$  değerine (üyelik değerleri) bağlıdır. Ağırlık merkezi noktaları

$$\bar{x}(\tilde{A}) = \frac{\int_{a_1}^{a_2} x \mu_{\tilde{A}}^L(x) dx + \int_{a_2}^{a_3} x w dx + \int_{a_3}^{a_4} x \mu_{\tilde{A}}^R(x) dx}{\int_{a_1}^{a_2} \mu_{\tilde{A}}^L(x) dx + \int_{a_2}^{a_3} w dx + \int_{a_3}^{a_4} \mu_{\tilde{A}}^R(x) dx} \quad (4.11)$$

ve

$$\bar{y}(\tilde{A}) = \frac{\int_0^w y I_{\tilde{A}}^L(y) dy + \int_0^w y I_{\tilde{A}}^R(y) dy}{\int_0^w I_{\tilde{A}}^L(y) dy + \int_0^w I_{\tilde{A}}^R(y) dy} \quad (4.12)$$

eşitlikleri ile tanımlıdır. Burada  $\mu_A^L$  ve  $\mu_A^R$ ,  $\tilde{A}$  sayısının sol ve sağ üyelik fonksiyonlarını;  $I_A^L$  ve  $I_A^R$ , sırasıyla üyelik fonksiyonlarının ters fonksiyonlarını göstermektedir.

**Adım4:** Karar kuralı:  $\tilde{A}$  ve  $\tilde{B}$  iki bulanık sayı olmak üzere, öncelikle bulanık sayılar  $x$ -ekseni değerlerine göre sıralanır. Bu değerlerin eşit olması durumunda,  $y$ -ekseni değerlerine göre aşağıdaki gibi karşılaştırılarak sıralama yapılır.

Eğer  $\bar{x}(\tilde{A}) > \bar{x}(\tilde{B})$  ise,  $\tilde{A} > \tilde{B}$ .

Eğer  $\bar{x}(\tilde{A}) < \bar{x}(\tilde{B})$  ise,  $\tilde{A} < \tilde{B}$ .

Eğer  $\bar{x}(\tilde{A}) = \bar{x}(\tilde{B})$  ise

eğer  $\bar{y}(\tilde{A}) > \bar{y}(\tilde{B})$  ise,  $\tilde{A} > \tilde{B}$ .

eğer  $\bar{y}(\tilde{A}) < \bar{y}(\tilde{B})$  ise,  $\tilde{A} < \tilde{B}$ .

eğer  $\bar{y}(\tilde{A}) = \bar{y}(\tilde{B})$  ise,  $\tilde{A} = \tilde{B}$ .

### 4.3 Bulanık Regresyon Analizi

Regresyon analizi, bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkinin tanımlanmasında en sık kullanılan yöntemdir. Geçmiş dönemlere ait verilere dayanarak tahminler yapma, karar destek sistemlerine katkıda bulunma amaçları için kullanılan önemli bir uygulama aracıdır (Apaydın vd. 2002). Klasik regresyon analizinde bağımsız ve bağımlı değişkenlerin tümü reel sayılardan oluşur. Oysaki gerçek dünya problemlerinde fiziksel sistemlerin karmaşıklığı regresyon değişkenlerinin sayısal olmayan tanımlamaları ile daha kolay açıklanabilmektedir. Klasik regresyon analizindeki bazı önemli varsayımlara rağmen, gerçek hayatta var olan esnek düşünme yapısı bu yöntem içinde yer almamaktadır.

Gözlem sayısının yetersiz olması, hataların normal dağılım varsayımlarını sağlamasında karşılaşılan zorluklar, girdi ve yanıt değişkenleri arasındaki belirsiz ilişki gibi nedenlerden dolayı klasik regresyon analizinin uygulanmasında çeşitli problemlerle

karşılaşılr (Shapiro ve Kaissi 2008). Çoğu durumda gözlemler, çevresel koşullara veya yanıtlara bağılı olarak doğrulukla açıklanamayabilir. Böyle durumlarda yaklaşık tanımlama yapılır ya da veriler bir aralıkta tanımlanır. Burada tanımlanan kesin olmama durumu rasgelelikten farklı bir kavramdır ve bu belirsizlik olarak değerlendirilir. Klasik regresyon analizinde, gözlem ve tahmin değerleri arasındaki sapmalar rasgele hataların sonucudur. Gözlemlerdeki belirsizlik veya sistem yapısının iyi tanımlanamaması da sapmalara neden olabilir. Bu tür regresyon modellerindeki belirsizliğin nedeni rasgelelik değil, bulanıklıktır. Rasgelelik ve bulanıklık iki farklı tip belirsizlik durumudur. Bulanıklık, kavramların tanımında veya ifadelerdeki belirsizlik ile ilgilidir. Rasgelelikteki belirsizlik durumu ise olguların, olayların meydana gelişı ile ilgilidir. Örneğin “genç insan”, “küçük ev” gibi ifadelerde “insan” ve “ev” için yapılan tanımlamalar belirsizlik içermektedir. Bir zarın atılmasında sonuç kümesi belirli ve sınırlıdır. Rasgelelikteki belirsizlik, bu zarın atıldıktan sonra sonuç kümesinden herhangi bir değerin gelip gelmemesi ile ilgilidir. 1965 yılında Zadeh tarafından tanımlanan bulanık küme kavramı ile klasik regresyon analizi bulanık uzaya taşınmıştır.

Genel olarak bulanık regresyon alanında yapılan çalışmalar, lineer programlamaya dayalı yöntemler ve bulanık en küçük kareler yöntemi olmak üzere iki grupta incelenir. Klasik regresyon analizine bulanıklığın dahil edilmesi amacıyla ilk olarak Tanaka vd. (1982) bulanık doğrusal regresyon modeli üzerinde çalışmışlardır. Bulanık doğrusal regresyon modeli için parametre tahmininde uyum derecesi ve model belirsizliğı gibi iki özellik üzerinde durmuşlardır. Tahmin problemini doğrusal programlama problemine dönüştürerek çözümüleme yapmışlardır. Bulanıklık yaklaşımı altında artıklar (hatalar) üzerine kurulan en iyi uyum (uygunluk) ölçüsü olabilirlik yaklaşımı üzerine kurulu regresyon modeli ile iyi açıklanamadığından, klasik regresyon analizinde model parametrelerini tahmin etmek için kullanılan en küçük kareler yöntemine benzer olarak bulanık regresyon modellerinin parametrelerini tahmin etmek için bulanık hataların minimizasyonuna dayalı bulanık en küçük kareler yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemde, Kesim 2.4'te (2.8) eşitliğı ile tanımlı klasik modelde, model parametrelerinin ve yanıt değışkenlerinin bulanık olması durumunda

$$\tilde{Y} = X\tilde{\beta} + \tilde{\varepsilon}$$

modelinde yer alan bulanık model parametrelerinin tahmini için

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

eşitliği ile hesaplanan bulanık tahmini yanıt değerleri kullanılarak, gözlenen ve tahmin edilen bulanık yanıt değerleri arasındaki fark minimum olacak biçimde bulanık model parametreleri elde edilecektir. Bulanık en küçük kareler yöntemi için bilinen ve uygulanabilirliğinin kolay olması bakımından en çok kullanılan temel yaklaşım, *uzaklık ölçüsüne dayalı bulanık en küçük kareler* yaklaşımıdır (Shapiro ve Kaissi 2008). İlk olarak Diamond (1988), klasik en küçük kareler regresyonuna benzer olarak üçgensel bulanık sayılar uzayı üzerinde tanımlı uzaklık metriğine dayalı bulanık en küçük kareler yöntemini geliştirmiştir.  $L_2$  uzaklık metriği kullanılarak oluşturulan bu yaklaşımda,  $\tilde{A} = (m_1 - l_1, m_1, m_1 + r_1)$  ve  $\tilde{B} = (m_2 - l_2, m_2, m_2 + r_2)$  ile tanımlı iki üçgensel bulanık sayı arasındaki uzaklık

$$d^2(\tilde{A}, \tilde{B}) = (m_1 - m_2)^2 + ((m_1 - l_1) - (m_2 - l_2))^2 + ((m_1 + r_1) - (m_2 + r_2))^2 \quad (4.13)$$

eşitliği ile tanımlanmıştır (Diamond 1988). Eşitlik (4.13) ile tanımlı uzaklık metriği iki bulanık sayının merkez noktaları  $(m_i, i = 1, 2)$ , sol ve sağ yayılım genişliklerine  $(l_i$  ve  $r_i, i = 1, 2)$  göre oluşturulmuştur.

Bu bölümde bulanık mantık hakkında temel bilgiler verilerek, bulanık mantığın kullanım alanlarından söz edilmiştir. Üçgensel bulanık sayıların karşılaştırılmasında kullanılan ağırlık merkezi indeksine dayalı sıralama algoritması tanımlanıp, bulanık yanıt fonksiyonlarının oluşturulmasında kullanılacak olan Diamond (1988)'in uzaklık metriğine dayalı bulanık en küçük kareler yaklaşımı açıklanmıştır. Çalışmanın özgün kısmını oluşturan Beşinci Bölümde ise, tahmini yanıt fonksiyonlarının optimizasyonu için bulanık sıralama yaklaşımı kullanılarak oluşturulan bulanık uyarlanmış çok amaçlı metasezgisel yöntemlerin algoritmik adımlarına yer verilecektir. Bu yöntemler kullanılarak elde edilen bulanık Pareto çözümlerin değerlendirilmesi için önerilen performans ölçütleri tanımlanacaktır.

## 5. BULANIK UYARLANMIŞ ÇOK AMAÇLI METASEZGİSEL YÖNTEMLER İLE BULANIK PARETO ÇÖZÜM KÜMESİNİN ELDE EDİLMESİ VE BULANIK ÇÖZÜMLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Çok yanıtli yüzey problemi, yanıt fonksiyonlarının amaç fonksiyonu olarak değerlendirildiği, optimal girdi değeri elde edilmek istenilen çok amaçlı optimizasyon problemi biçiminde ele alınabilir. Buna benzer olarak bulanık yanıt fonksiyonlarından oluşan bulanık çok yanıtli yüzey problemini, bulanık çok amaçlı optimizasyon problemi olarak değerlendirmek de mümkündür. Buna göre, genel olarak

$$\min / \max \{ \hat{Y}_1(\mathbf{X}), \hat{Y}_2(\mathbf{X}), \dots, \hat{Y}_r(\mathbf{X}) \} \\ \mathbf{X} \in S \quad (5.1)$$

ifadesi ile tanımlı bulanık çok yanıtli yüzey problemi

$$\min / \max \{ \tilde{f}_1(\mathbf{X}), \tilde{f}_2(\mathbf{X}), \dots, \tilde{f}_r(\mathbf{X}) \} \\ \mathbf{X} \in S \quad (5.2)$$

biçiminde tanımlı bulanık çok amaçlı optimizasyon problemine dönüşecektir. En büyükleme veya en küçükleme biçiminde tanımlanabilecek olan bulanık amaç fonksiyonlarını eş anlı olarak en iyileyecek bulanık Pareto çözüm kümesine ulaşılması temel amaç olacaktır. Bu çalışmada, öncelikle Diamond metriğine dayalı bulanık en küçük kareler yaklaşımı kullanılarak ikinci dereceli polinomsal tahmini yanıt fonksiyonları bulanıklaştırılacaktır. Elde edilen tahmini bulanık yanıt fonksiyonları ile oluşturulan (5.2) ile tanımlı bulanık çok amaçlı problem, popülasyon tabanlı bir metasezgisel yöntem olan NSGA-II ve tek nokta aramalara dayalı AMOSA yöntemleri kullanılarak en iyilenecektir. Kesim 3.5'te verilen NSGA-II ve AMOSA yöntemleri ile (5.2)'de tanımlı problemin optimizasyonu için algoritmalarda çeşitli uyarlamalar yapılacaktır. Simetrik olmayan üçgensel bulanık sayılar ile ifade edilen bulanık çözümlerin birbirlerine göre baskınlık durumlarının karşılaştırılmasında, bir bulanık sayının diğer bir bulanık sayıdan büyük ya da küçük olduğuna karar vermek amacıyla ağırlık merkezi indeksine dayalı bulanık sıralama yaklaşımından yararlanılacaktır (Apaydın ve Türkşen 2011a). NSGA-II ve AMOSA yöntemleri üzerinde yapılan

bulanık uyarlamalar sonucu elde edilen algoritmalar Bulanık Uyarlanmış Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (Fuzzy Adaptive Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II - FANSGA-II) ve Bulanık Uyarlanmış Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi (Fuzzy Adaptive Multi Objective Simulated Annealing - FAMOSA) olarak adlandırılacaktır.

### 5.1 Tahmini Yanıt Yüzey Modellerinin Bulanıklaştırılması

Bir çok yanıtlu yüzey probleminin bilinen klasik yanıt yüzey yöntemi ile modellenmesinde, yanıtlarda olabilecek bazı kesin olmayan, eksik bilgiden kaynaklanan belirsizlik ihmal edilir. Pratikte, yanıt fonksiyonlarının alabileceği en iyi değer ile birlikte, tahmini yanıt fonksiyonlarının oluşturulmasında varolan belirsizlik de dikkate alınmalıdır. Bu belirsiz ilişkinin modellemeye dahil edilmesi aşmasında bulanık yaklaşımdan yararlanılır (Xu ve Dong 2006, Shapiro ve Kaissi 2008). Gözlenen ve tahmin edilen değerler arasındaki sapmaların, klasik regresyon modelinde tanımlanan ölçüm hatalarından değil, model katsayılarındaki dalgalanmalardan kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu çalışmada, ikinci dereceli polinomsal fonksiyonlar ile tanımlı tahmini yanıt yüzey modelinde model parametrelerinin ve yanıt değişkenlerinin bulanık olduğu düşünülerek, *bulanık çok yanıtlu yüzey modeli* oluşturulacaktır. Tahmini yanıt fonksiyonlarının bulanık yaklaşım ile modellenmesinde bulanık en küçük kareler yaklaşımından yararlanılacaktır. Bulanıklığın modele dahil edilme aşamasında hesaplama karmaşıklığından kaçınmak için, aritmetik işlemlerinin kolay olmasından dolayı, üçgensel bulanık sayılar kullanılacaktır.

İkinci dereceli polinomsal fonksiyonlardan yararlanılarak elde edilebilecek yanıt yüzey fonksiyonu ikinci bölümde eşitlik (2.3) ile tanımlanmıştı. Bu model denklemindeki yanıt değişkenlerinin aldığı değerler  $\tilde{Y}_t = (Y_t, \underline{Y}_t, \bar{Y}_t)$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$  biçiminde tanımlı üçgensel bulanık sayılar ve  $X_1, X_2, \dots, X_k$  girdi değişken değerleri olmak üzere, bulanık yanıt yüzey modeli

$$\tilde{Y}_t = \tilde{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \tilde{\beta}_i X_{ti} + \sum_{i=1}^k \tilde{\beta}_{ii} X_{ti}^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{i < j}^k \tilde{\beta}_{ij} X_{ti} X_{tj} \quad , \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (5.3)$$

eşitliği ile tanımlanır. Burada,  $\tilde{\beta}_0, \tilde{\beta}_i, \tilde{\beta}_{ii}, \tilde{\beta}_{ij}$ ,  $(i, j = 1, 2, \dots, k; i \leq j)$  bulanık model parametreleri olup,  $\tilde{\beta}_i = (\beta_i, \underline{\beta}_i, \overline{\beta}_i)$  ve  $\tilde{\beta}_{ij} = (\beta_{ij}, \underline{\beta}_{ij}, \overline{\beta}_{ij})$  biçiminde tanımlı üçgensel bulanık sayılardır.  $(\underline{Y}_t, \underline{\beta}_i, \underline{\beta}_{ij})$  ve  $(\overline{Y}_t, \overline{\beta}_i, \overline{\beta}_{ij})$  ise sırasıyla sol ve sağ yayılımlardır. (5.3) eşitliği ile tanımlı bulanık yanıt yüzey modelinde, model hataları rasgele terim olarak değil, tahmini yanıt modelindeki bulanık katsayılarla ifade edilmektedir. Amaç, gözlenen bulanık yanıt değerleri  $\tilde{Y}_t, t = 1, 2, \dots, n$  ve tahmini bulanık yanıt değerleri  $\hat{Y}_t, t = 1, 2, \dots, n$  arasındaki farkı en küçük yapacak biçimde bulanık model parametrelerini tahmin etmektir. Buna göre  $\tilde{\beta} = (\tilde{\beta}_0, \tilde{\beta}_i, \tilde{\beta}_{ii}, \tilde{\beta}_{ij})$  bulanık model parametreleri

$$\begin{aligned} \min \phi(\tilde{\beta}) &= \min \sum_{t=1}^n \tilde{d}^2(\tilde{Y}_t, \hat{Y}_t) \\ &= \min \sum_{t=1}^n \tilde{d}^2\left(\tilde{Y}_t, \tilde{\beta}_0 + \sum_{i=1}^k \tilde{\beta}_i X_{ti} + \sum_{i=1}^k \tilde{\beta}_{ii} X_{ti}^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{i < j}^k \tilde{\beta}_{ij} X_{ti} X_{tj}\right) \end{aligned} \quad (5.4)$$

eşitliği ile tanımlı en küçük kareler kriterine göre oluşturulmuş optimizasyon probleminin farklı bir metrik kullanılarak çözülmesi ile elde edilmiştir (Xu ve Dong 2006).

Üçgensel bulanık sayılar üzerinde tanımlı doğrusal operatör özelliklerinden yararlanılarak tahmini bulanık yanıt fonksiyonu

$$\hat{Y}_t = (\mathbf{X}'_t \tilde{\beta}, \mathbf{X}'_t \underline{\beta}, \mathbf{X}'_t \overline{\beta})$$

eşitliği biçiminde yazılabilir. (5.4) eşitliği ile tanımlanan optimizasyon problemi, (4.13) ifadesinde tanımlı Diamond (1988)'in uzaklık ölçütü kullanılarak

$$\begin{aligned}
\min \phi(\tilde{\beta}) &= \min \sum_{t=1}^n \tilde{d}_D^2(\tilde{Y}_t, \hat{Y}_t) \\
&= \min \sum_{t=1}^n \tilde{d}_D^2((Y_t, \underline{Y}_t, \bar{Y}_t), (\mathbf{X}'_t \beta, \mathbf{X}'_t \underline{\beta}, \mathbf{X}'_t \bar{\beta})) \\
&= \min \sum_{t=1}^n \left( (\mathbf{X}'_t \beta - Y_t)^2 + ((\mathbf{X}'_t \beta - \mathbf{X}'_t \underline{\beta}) - (Y_t - \underline{Y}_t))^2 + ((\mathbf{X}'_t \beta - \mathbf{X}'_t \bar{\beta}) - (Y_t - \bar{Y}_t))^2 \right)
\end{aligned}$$

eşitliği ile tanımlı minimizasyon problemine dönüşür. (5.4) ile tanımlı problemi minimize edecek  $\beta$ ,  $\underline{\beta}$  ve  $\bar{\beta}$  model parametreleri  $\frac{\partial \phi(\tilde{\beta})}{\partial \beta} = 0$ ,  $\frac{\partial \phi(\tilde{\beta})}{\partial \underline{\beta}} = 0$ ,  $\frac{\partial \phi(\tilde{\beta})}{\partial \bar{\beta}} = 0$

eşitliklerinin çözülmesi ve  $\sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}'_t$  nın tersinir olması koşulu altında

$$(\beta, \underline{\beta}, \bar{\beta}) = \left( \left( \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}'_t \right)^{-1} \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t Y_t, \left( \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}'_t \right)^{-1} \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \underline{Y}_t, \left( \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}'_t \right)^{-1} \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \bar{Y}_t \right) \quad (5.5)$$

biçiminde elde edilir. Eğer  $\sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}'_t$  tersinir,  $\left( \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}'_t \right)^{-1} \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \underline{Y}_t \geq 0$  ve

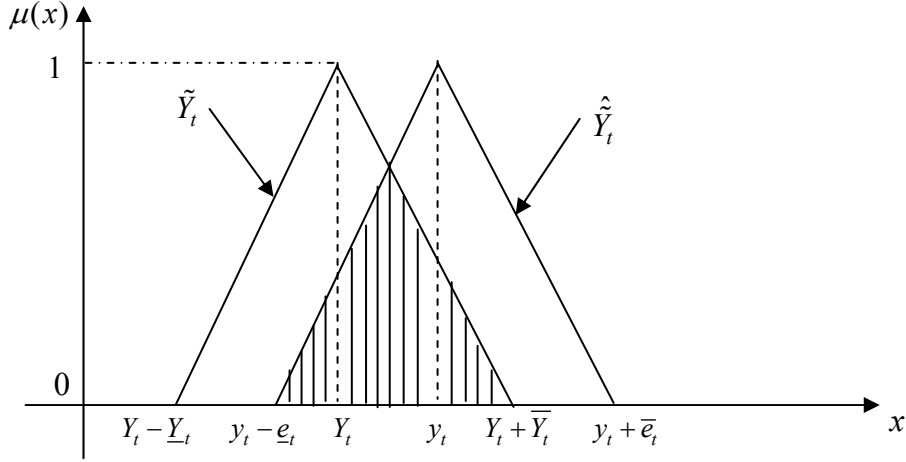
$\left( \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \mathbf{X}'_t \right)^{-1} \sum_{t=1}^n \mathbf{X}_t \bar{Y}_t \geq 0$  ise, (5.4) eşitliği ile tanımlı optimizasyon problemi (5.5) ile

tanımlı çözüm kümesine sahip olacaktır. Böylece ikinci dereceli tahmini bulanık yanıt yüzey modellerinin bulanık model parametre tahminleri elde edilmiş olur (Apaydın ve Türkşen 2011a).

## 5.2 Bulanık Regresyon Modelinin Açıklayıcılığının Değerlendirilmesi

Bir bulanık regresyon modelinin gözlenen bulanık yanıt değerlerini açıklayıcılığının değerlendirilmesinde, gözlenen ve tahmin edilen bulanık yanıt değerlerinin üyelik fonksiyonlarının kesişiminden yararlanılır. Gözlenen bulanık sayının üyelik fonksiyonunun, tahmini bulanık sayının üyelik fonksiyonuna yakın olduğu durumda tahminin iyi olduğu düşünülmektedir (Hojati vd. 2005). İki bulanık sayının benzerliği, bulanık sayıların üyelik fonksiyonlarının örtüştüğü bölge ile tanımlanmıştır. Gözlenen

ve tahmini bulanık yanıt değerleri sırasıyla  $\tilde{Y}_t = (Y_t - \underline{Y}_t, Y_t, Y_t + \bar{Y}_t)$  ve  $\hat{\tilde{Y}}_t = (y_t - \underline{e}_t, y_t, y_t + \bar{e}_t)$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$  olmak üzere şekil 5.1’de bulanık yanıtların üyelik fonsiyonlarının grafiği görülmektedir.



Şekil 5.1 Gözlenen ( $\tilde{Y}_t$ ) ve tahmin edilen ( $\hat{\tilde{Y}}_t$ ) bulanık yanıtların benzerlik ölçütünün gösterilmesi,  $t = 1, 2, \dots, n$

Şekil 5.1’de taralı olarak belirtilen  $\tilde{Y}_t$  ve  $\hat{\tilde{Y}}_t$  bulanık yanıtlarının örtüşen alanı, bulanık modelin açıklayıcılığı için bir ölçüt olarak kullanılmıştır. Buna göre,  $\tilde{Y}_t$  ve  $\hat{\tilde{Y}}_t$  bulanık sayılarının benzerliği

$$B(\tilde{Y}_t, \hat{\tilde{Y}}_t) = \frac{\int_{S_{\tilde{Y}} \cap S_{\hat{\tilde{Y}}}} |\mu_{\tilde{Y}}(x) - \mu_{\hat{\tilde{Y}}}(x)| dx}{\int_{S_{\tilde{Y}}} \mu_{\tilde{Y}}(x) dx + \int_{S_{\hat{\tilde{Y}}}} \mu_{\hat{\tilde{Y}}}(x) dx - \int_{S_{\tilde{Y}} \cap S_{\hat{\tilde{Y}}}} |\mu_{\tilde{Y}}(x) - \mu_{\hat{\tilde{Y}}}(x)| dx} \quad (5.6)$$

eşitliği ile hesaplanır (Hojati vd. 2005). Burada,  $0 \leq B \leq 1$ ’ dir.  $S_{\tilde{Y}}$  ve  $S_{\hat{\tilde{Y}}}$  sırasıyla  $\mu_{\tilde{Y}}(x)$  ve  $\mu_{\hat{\tilde{Y}}}(x)$  üyelik fonsiyonlarının destek kümesidir. (5.6) eşitliği ile tanımlanan ölçüte göre üyelik fonsiyonlarının kesişim alanının tüm alana oranı göreceli olarak bulanık yanıtların benzerliği hakkında bilgi verecektir. Bir tahmini bulanık sayının üyelik fonsiyonunun gözlenen bulanık sayının üyelik fonsiyonuna mümkün olduğu kadar yakın olması istenildiğinden, (5.6) eşitliği ile verilen benzerlik ölçütünün, 1’e

yakın olması istenir. Bu durum, gözlenen bulanık yanıt değerleri ve tahmin edilen bulanık yanıt değerleri arasındaki uyumun bir göstergesidir.  $B=0$  olması iki bulanık sayının örtüşmediğini gösterir. Bulanık tahmini yanıt modellerinin, bulanık yanıt değerlerine uyumunun ölçütü olarak, her bir  $\tilde{Y}_t$  ve  $\hat{\tilde{Y}}_t$ ,  $t=1,2,\dots,n$  bulanık yanıt çiftinin (5.6) eşitliği ile tanımlı benzerlik büyüklüklerinin belirlenmesinden sonra

$$U(\tilde{Y}_t, \hat{\tilde{Y}}_t) = \frac{\sum_{t=1}^n B(\tilde{Y}_t, \hat{\tilde{Y}}_t)}{n} \quad (5.7)$$

eşitliğinde tanımlandığı gibi benzerlik büyüklüklerinin ortalaması alınarak, bulanık tahmini modelin açıklayıcılığına karar verilir. Eşitlik (5.7) değeri ile tanımlı uyum değeri,  $U$ , klasik yaklaşımdaki belirtme katsayısı  $R^2$ 'ye benzer olarak değerlendirilir (Hojati vd. 2005).

### 5.3 Bulanık Fonksiyon Değerlerinin Sıralanması

Beşinci bölümde (5.2) ifadesi ile tanımlı bulanık çok amaçlı optimizasyon probleminin, optimizasyonu için kullanılacak NSGA-II ve AMOSA algoritmalarında bir takım uyarlamalar yapılması gerekir. Bulanık amaç fonksiyonlarının aldığı değerler birer üçgensel bulanık sayı olduğundan, bu sayıların büyüklüklerinin karşılaştırılarak bulanık Pareto çözümlerin elde edilmesi amacıyla bulanık sıralama yaklaşımının kullanılmasına ihtiyaç duyulmuştur. Kesim 4.3'te detaylı olarak açıklanan bulanık sıralama yaklaşımı temel alınarak bulanık fonksiyon değerlerinin sıralanmasına ilişkin yeniden oluşturulmuş algoritmik adımlara yer verilmiştir:

**Adım1:** Pareto çözüm kümesinde istenilen çözüm sayısı  $n$  olmak üzere, bulanık amaç fonksiyonları  $\tilde{f}_j$ ,  $j=1,2,\dots,r$  için çözüm kümesi  $\tilde{f}_{ij}(\mathbf{X})$ ,  $t=1,2,\dots,n$ ,  $j=1,2,\dots,r$  hesaplanır. Burada, bulanık amaç fonksiyon değerleri  $\tilde{f}_{ij} = (f_{ij}^{alt}, f_{ij}^{merkez}, f_{ij}^{üst})$ ,  $t=1,2,\dots,n$ ,  $j=1,2,\dots,r$  biçiminde tanımlı üçgensel bulanık sayılardır.

**Adım2:** Her bir üçgensel bulanık çözüm için

$$\mu_{\tilde{f}_{ij}} = \begin{cases} \mu_{\tilde{f}_{ij}}^L(x) & , f_{ij}^{alt} \leq x < f_{ij}^{merkez} \\ 1 & , x = f_{ij}^{merkez} \\ \mu_{\tilde{f}_{ij}}^R(x) & , f_{ij}^{merkez} < x \leq f_{ij}^{üst} \\ 0 & , d.y. \end{cases} \quad (5.8)$$

ile tanımlı üyelik fonksiyonu oluşturulur.

**Adım3:** Her  $\tilde{f}_{ij}$  ,  $t = 1, 2, \dots, n$  ,  $j = 1, 2, \dots, r$  bulanık çözümü için ağırlık merkez noktaları  $(\bar{x}(\tilde{f}_{ij}), \bar{y}(\tilde{f}_{ij}))$  hesaplanır. Bu noktalar

$$\bar{x}(\tilde{f}_{ij}) = \frac{\int_{\tilde{f}_{ij}^{alt}}^{\tilde{f}_{ij}^{merkez}} x \mu_{\tilde{f}_{ij}}^L(x) dx + \int_{\tilde{f}_{ij}^{merkez}}^{\tilde{f}_{ij}^{üst}} x \mu_{\tilde{f}_{ij}}^R(x) dx}{\int_{\tilde{f}_{ij}^{alt}}^{\tilde{f}_{ij}^{merkez}} \mu_{\tilde{f}_{ij}}^L(x) dx + \int_{\tilde{f}_{ij}^{merkez}}^{\tilde{f}_{ij}^{üst}} \mu_{\tilde{f}_{ij}}^R(x) dx} \quad (5.9)$$

ve

$$\bar{y}(\tilde{f}_{ij}) = \frac{\int_0^1 y I_{\tilde{f}_{ij}}^L(x) dx + \int_0^1 y I_{\tilde{f}_{ij}}^R(x) dx}{\int_0^1 I_{\tilde{f}_{ij}}^L(x) dx + \int_0^1 I_{\tilde{f}_{ij}}^R(x) dx} \quad (5.10)$$

eşitlikleri ile tanımlıdır. (5.10) eşitliğinde tanımlı  $I_{\tilde{f}_{ij}}^R$  ve  $I_{\tilde{f}_{ij}}^L$  değerleri, sırasıyla  $\mu_{\tilde{f}_{ij}}^R$  ve  $\mu_{\tilde{f}_{ij}}^L$  fonksiyonlarının ters fonksiyonlarıdır.

**Adım4:** Adım3'te hesaplanan ağırlık merkez noktalarına göre bulanık çözümler öncelikle  $\bar{x}$  değerlerine göre, bu değerlerin eşit olması durumunda  $\bar{y}$  değerlerine göre sıralanır. Buna göre, eğer  $\bar{x}(\tilde{f}_{ij}) > \bar{x}(\tilde{f}_{kj})$  ise  $\tilde{f}_{ij} > \tilde{f}_{kj}$  veya  $\bar{x}(\tilde{f}_{ij}) < \bar{x}(\tilde{f}_{kj})$  ise  $\tilde{f}_{ij} < \tilde{f}_{kj}$  alınır. Eğer,  $\bar{x}(\tilde{f}_{ij}) = \bar{x}(\tilde{f}_{kj})$  ise bulanık çözümlerin  $\bar{y}$  değerlerine göre karşılaştırması

yapılır.  $\bar{y}(\tilde{f}_{ij}) > \bar{y}(\tilde{f}_{kj})$  ise  $\tilde{f}_{ij} > \tilde{f}_{kj}$  veya  $\bar{y}(\tilde{f}_{ij}) < \bar{y}(\tilde{f}_{kj})$  ise  $\tilde{f}_{ij} < \tilde{f}_{kj}$  alınır,  $t, k = 1, 2, \dots, n, t \neq k; j = 1, 2, \dots, r$ . Eğer,  $\bar{y}(\tilde{f}_{ij}) = \bar{y}(\tilde{f}_{kj})$  ise,  $\tilde{f}_{ij} = \tilde{f}_{kj}$  kararına varılır.

Bu çalışmada, yukarıda algoritmik adımları tanımlanan bulanık sıralama yaklaşımından faydalanılarak, Kesim 3.5.1’de verilen NSGA-II ve Kesim 3.5.2’de tanımlanan AMOSA yöntemleri bulanık çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümü için uyarlanacaktır.

#### 5.4 Bulanık Uyarlanmış Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II ile Bulanık Pareto Çözümlerin Elde Edilmesi

Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümünde NSGA-II yönteminin Pareto çözümleri elde etmek konusunda etkin bir çok amaçlı metasezgisel yöntem olduğu Kesim 3.5’te vurgulanarak, yöntem ile ilgili detaylı açıklamalara yer verilmişti. Bölüm 5’te verilen (5.2) ifadesi ile tanımlı bulanık çok amaçlı problemin optimizasyonu sonucu elde edilen çözümler de bir bulanık sayı olacağından, literatürde tanımlı NSGA-II yöntemi Pareto çözümlerin elde edilmesinde yeterli olmayacaktır. Amaç fonsiyonları bulanık olduğunda üçgensel bulanık sayılar ile ifade edilen bulanık çözümlerin karşılaştırılarak, baskın yüzeylerin tanımlanması için NSGA-II yönteminde bir takım değişiklikler yapılması gerekir. Bu amaçla bulanık çözümlerin bulanık amaç fonksiyon değerlerinin karşılaştırılmasında, ağırlık merkezi indeksine dayalı bulanık sıralama yaklaşımı kullanılmıştır. Bulanık Pareto çözüm kümesinin elde edilmesi amacıyla, bulanık sıralama kullanılarak oluşturulan (Apaydın ve Türkşen 2011a) Bulanık Uyarlanmış Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (Fuzzy Adaptive Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II) (FANSGA-II) olarak adlandırılan yöntemin algoritmik adımları aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

**Adım0 (Başlangıç):** Populasyon büyüklüğü ( $N$ ), yineleme sayısı ( $n_{yin}$ ), çaprazlama olasılığı ( $P_c$ ), mutasyon olasılığı ( $P_m$ ), çaprazlama operatörü için dağılım indeksi ( $\eta_c$ ), mutasyon operatörü için dağılım indeksi ( $\eta_m$ ) tanımlanır.

**Adım1:** Rasgele bir başlangıç populasyonu üretilir  $P_0, t = 0$ .

**Adım2:**  $N$  büyüklüğünde yeni bir populasyon oluşturulur,  $Q_0$ .

**Adım3:** Mevcut ve yeni populasyonlar birleştirilir,  $R_t = P_t \cup Q_t$ .  $n_{yin} = 1$  alınır.

**Adım4:** Birleştirilmiş populasyona Kesim 5.3'te algoritmik adımları verilen bulanık sıralama yaklaşımı uygulanarak, bulanık çözümler için  $(\bar{x}_t, \bar{y}_t)$ ,  $t = 1, 2, \dots, N$  ağırlık merkez noktaları elde edilir.

**Adım5:** Elde edilen sıralama değerlerine göre, bulanık çözümlerin önce  $\bar{x}$  değerleri ve bu değerlerin eşit olması durumunda  $\bar{y}$  değerlerine göre yapılan karşılaştırmalarla,  $R_t$  çözüm kümesi çok sayıda yüzeye ayrılır,  $F = (F_1, F_2, \dots)$ .

**Adım6:**  $P_{t+1} = \emptyset$  ve  $i = 1$  alınır.

**Adım7:**  $|P_{t+1}| + |F_i| \leq N$  oluncaya kadar her bir  $F_i$  yüzeyi için, kalabalık uzaklığı hesaplanır.  $i = i + 1$  alınarak, bir sonraki baskın yüzeye dahil edilir.

**Adım8:** Kalabalık uzaklığının azalan sırasına dayalı sıralama operatörü kullanılır.  $P_t$  populasyonunun  $F_i$  yüzeyindeki çözümler,  $(N - |P_{t+1}|)$ , dahil edilir.

**Adım9:**  $N$  büyüklüğündeki  $P_{t+1}$  populasyonundan, ikili turnuva seçimi, simule edilmiş ikili çaprazlama ve polinomsal mutasyon operatörleri kullanılarak yeni populasyon  $Q_{t+1}$  elde edilir.  $n_{yin} = n_{yin} + 1$  alınır.

**Adım10:** Eğer  $n_{yin}$  sayısına ulaşılmamışsa **Adım3**'e, aksi halde **Adım11**'e gidilir.

**Adım11:** Arama sonlandırılır.

### 5.5 Bulanık Uyarlanmış Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi Yöntemi ile Bulanık Pareto Çözümlerin Elde Edilmesi

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümünde kullanılan bir diğer yöntem AMOSA'dır. Algoritma, Pareto baskınlık ölçütünün Tavlama Benzetimi yöntemine uygulanması ile oluşturulmuştur. Bu algoritmanın, literatürde tanımlı bazı çok amaçlı optimizasyon problemleri için elde edilen performans değerlerine göre NSGA-II'den daha iyi Pareto çözüm sonuçları verdiği gözlemlenmiştir (Bandyopadhyay vd. 2008). Buna göre yapılan önceki çalışmalardan, literatürde tanımlı AMOSA yönteminin klasik amaç fonksiyonlarından oluşan çok amaçlı problemin optimizasyonunda etkin olarak kullanılabilecek bir yöntem olduğu sonucuna ulaşılır. Bulanık amaç fonksiyonlarından oluşan çok amaçlı problemin optimizasyonu sonucu elde edilecek olan çözüm kümesi üçgensel bulanık sayılardan oluşacaktır. Bulanık fonksiyon değerlerinin karşılaştırılarak, problem için optimal çözüm kümesine ulaşılması amacıyla algoritma üzerinde bazı düzenlemeler yapılması gerekmektedir. Çalışmada, Bölüm 5'te verilen (5.2) ifadesi ile tanımlı bulanık çok amaçlı problemin optimizasyonu için AMOSA yönteminin bulanık sıralama yaklaşımından yararlanılarak uyarlanması ile yeni bir algoritma geliştirilmiştir. Bulanık Pareto çözüm kümesinin elde edilmesi amacıyla oluşturulan Bulanık Uyarlanmış Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi (Fuzzy Adaptive Archived Multi-Objective Simulated Annealing) (FAMOSA) olarak adlandırılan yöntemin algoritmik adımları aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

**Adım0 (Başlangıç):** Arşivde olması istenilen bulanık baskın çözüm sayısı ( $HL$ ), arşiv çözüm kümesi için üst sınır ( $SL$ ), başlangıç sıcaklık değeri ( $T_{\max}$ ), son sıcaklık değeri ( $T_{\min}$ ), her bir sıcaklıktaki yineleme sayısı ( $nt_{yin}$ ), soğuma oranı ( $\alpha$ ), arşiv çözüm kümesi genişletme katsayısı ( $\gamma$ ) tanımlanır.

**Adım1:**  $\gamma > 1$  olmak üzere,  $\gamma \times SL$  sayıda başlangıç bulanık çözüm üretilir. Elde edilen bulanık çözümlere Kesim 5.3'te algoritmik adımları verilen bulanık sıralama yaklaşımı uygulanarak, bulanık çözümler için  $(\bar{x}_t, \bar{y}_t)$ ,  $t = 1, 2, \dots, N$  ağırlık merkez noktaları elde edilir.

**Adım2:** Bulanık sıralama değerleri kullanılarak, çözüm çeşitliliğini sağlamak amacıyla arşivdeki bulanık çözümlere kümeleme uygulanır. Kümeleme ile arşiv büyüklüğü, arşivde olması istenilen bulanık baskın çözüm sayısına indirgenir.  $T = T_{\max}$  alınır.

**Adım3:** Arşivden rasgele bir bulanık çözüm mevcut bulanık çözüm olarak seçilir. Mevcut girdi değişkeninin komşuluğunda, (3.12) eşitliği ile tanımlı Laplace dağılımına sahip sayı üretici kullanılarak, yeni girdi değişkeni üretilir ve bu noktada bulanık fonksiyon değerleri  $\tilde{f}_1$  ve  $\tilde{f}_2$  hesaplanır. Bulanık fonksiyon değerlerinin, bulanık sıralama yaklaşımı ile  $(\bar{x}, \bar{y})$  ağırlık merkez noktaları belirlenir.  $nt_{yin} = 1$  alınır.

**Adım4:** Yeni bulanık çözüm ile mevcut bulanık çözümün baskınlık büyüklüğü karşılaştırılır. Bu karşılaştırma, Kesim 3.5.2’de tanımlandığı gibi olabilecek tüm durumlar göz önünde bulundurularak, çözümlerin bulanık sıralama değerlerine göre yapılır.  $nt_{yin} = nt_{yin} + 1$  alınır. *Adım0*’da tanımlanan  $nt_{yin}$  değerine ulaşılammışsa *Adım3*’e, aksi halde *Adım5*’e gidilir.

**Adım5:**  $T = \alpha \times T$  soğuma fonksiyonuna göre sıcaklık azaltılır.  $T < T_{\min}$  ise, *Adım3*’e gidilir. Aksi halde durulur. Arşiv büyüklüğü  $SL$  değerini aşarsa kümeleme uygulanarak  $HL$  sayıya indirgenir.

## 5.6 Bulanık Pareto Çözümlerin Amaç Uzayında Dikdörtgenler ile İfade Edilmesi

Bulanık amaç fonksiyonlarının optimizasyonu sonucu elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesi, üçgensel bulanık sayılardan oluşmaktadır. Buna göre üçgensel bulanık sayılar ile ifade edilen bulanık çözümlerin her biri, amaç fonksiyonuna göre bulanık Pareto çözüm kümesine dahil olma derecesini tanımlayan bir üyelik fonksiyonuna sahip olacaktır. Üyelik fonksiyonları ile bulanık çözümlerin değerlendirilmesi zor olacağından, üyelik fonksiyonları kullanılarak hesaplanan  $\alpha$ -kesme değerleri ile bulanık sayılar, kesin kapalı aralıklara dönüştürülür.

Kesim 5.3'te ifade edilen bir  $\tilde{f}_{ij} = (f_{ij}^{alt}, f_{ij}^{merkez}, f_{ij}^{üst})$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$  üçgensel bulanık çözümüne ilişkin üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{f}_{ij}} = \begin{cases} \frac{f_{ij} - f_{ij}^{alt}}{f_{ij}^{merkez} - f_{ij}^{alt}}, & f_{ij}^{alt} \leq x < f_{ij}^{merkez} \\ 1, & x = f_{ij}^{merkez} \\ \frac{f_{ij}^{üst} - f_{ij}}{f_{ij}^{üst} - f_{ij}^{merkez}}, & f_{ij}^{merkez} < x \leq f_{ij}^{üst} \end{cases} \quad (5.11)$$

biçiminde tanımlıdır. (5.11) ile tanımlı üyelik fonksiyonuna ilişkin oluşturulan  $\alpha$ -kesme kümesi  $\mu_{\tilde{f}_{ij}} \geq \alpha$  eşitsizliğini sağlayan alt ve üst  $\alpha$ -kesme sınır değerlerinden oluşur. Buna göre

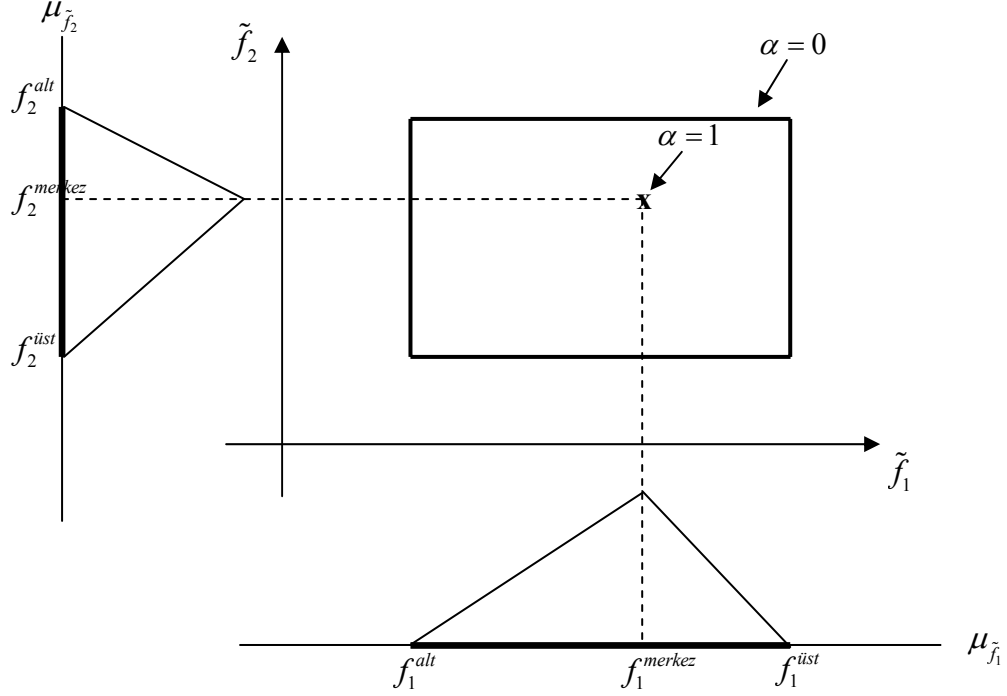
$$\begin{aligned} \frac{f_{ij} - f_{ij}^{alt}}{f_{ij}^{merkez} - f_{ij}^{alt}} &\geq \alpha \\ \frac{f_{ij}^{üst} - f_{ij}}{f_{ij}^{üst} - f_{ij}^{merkez}} &\geq \alpha \end{aligned} \quad (5.12)$$

eşitsizlik sisteminin çözülmesi ile  $\tilde{f}_{ij}$  bulanık çözümünün  $\alpha$ -kesme kümesi

$$\tilde{f}_{ij}^{\alpha} = \left[ f_{ij}^{alt} + (f_{ij}^{merkez} - f_{ij}^{alt})\alpha, f_{ij}^{üst} - (f_{ij}^{üst} - f_{ij}^{merkez})\alpha \right] \quad (5.13)$$

biçiminde bulunur. (5.13) eşitliği ile tanımlı  $\alpha$ -kesme kümesinde,  $j = 1, 2$  için iki bulanık amaç fonksiyonuna ilişkin  $\alpha$ -kesme kümeleri,  $\tilde{f}_{t1}^{\alpha}$  ve  $\tilde{f}_{t2}^{\alpha}$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$  elde edilir.  $t$ . bulanık çözüm için elde edilen  $\alpha$ -kesme kümelerinde, farklı  $\alpha$  değerleri için değişik uzunlukta kapalı aralıklar elde edilir. Şekil 5.2'de  $j = 1, 2$  için oluşturulan amaç uzayında,  $t$ . bulanık çözümün  $\alpha$ -kesme değerleri ile belirlenen yüzey gösterilmektedir. Şekil 5.2'den de görüldüğü gibi bulanık çözümler,  $\alpha$  değerlerine farklı büyüklüklerin verilmesi ile oluşturulan dikdörtgenler ile temsil edilmiştir.  $\alpha = 0$  için en geniş  $\alpha$ -

kesme kümesi elde edilirken,  $\alpha = 1$  için bulanık çözümlerin merkez değerleri ile tanımlı klasik çözümlere ulaşılmaktadır.



Şekil 5.2 Üçgensel bulanık çözümün  $\alpha$ -kesme kümelerine göre oluşturulan dikdörtgenler ile temsil edilmesi

### 5.7 Bulanık Uyarlanmış Metasezgisel Algoritmalar için Performans Ölçütleri

Genel olarak çok amaçlı optimizasyon alanında karşılaşılan problemlerin çoğunda gerçek Pareto optimal yüzey tam olarak bilinmemektedir. Bu tür durumlarda optimizasyon amacıyla kullanılan algoritmaların hepsinden elde edilen baskın çözümler birleştirilir ve baskın çözümler yeniden Pareto üstünlüklerine göre sıralanır. Elde edilen sonuç kümesi *gerçek Pareto yüzey* olarak adlandırılır ve buna göre değerlendirme yapılır.

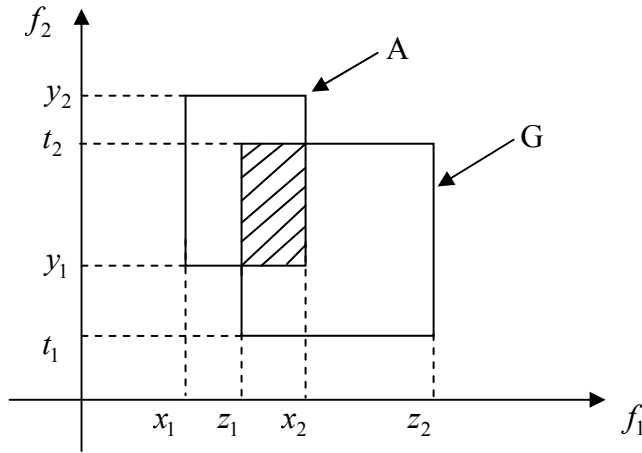
Çok amaçlı optimizasyonda, algoritma ile elde edilen çözümlerin gerçek Pareto yüzeye yakın olması ve Pareto çözümlerin çok sayıda farklı çözüm seçeneği içermesi istenir. Çok amaçlı optimizasyon probleminin çözümünde temel amaç olan bu iki strateji birbirine diktir. İlk amaç Pareto optimal bölgeye doğru aramayı gerektirirken, ikinci

amaç Pareto optimal yüzey boyunca arama yapmayı hedefler. Optimizasyon amacıyla kullanılan algoritmanın, Pareto çözüm kümesinde çeşitlilik sağlayacak biçimde gerçek Pareto yüzeydeki çözümlere mümkün olduğu kadar benzer çözümler üretmesi istenir (Deb 2004). Pareto çözüm kümesinde çeşitliliğin sağlanması Pareto optimal yüzeyde çözümlerin düzgün, homojen dağılması demektir. Çözümlerde çeşitliliğin değerlendirilmesi, uç değerlere doğru yayılım ve çözümler arasındaki uzaklıklar dikkate alınarak çözümlerin dağılımı olarak tanımlanan iki farklı ölçüt ile mümkündür. Çok amaçlı optimizasyon yönteminin, Pareto yüzeye yakınlık ve Pareto yüzeyde çeşitlilik amaçlarını sağladığında iyi bir performans gösterdiği söylenebilir. Pareto optimal yüzeye yakınsama ve çözüm çeşitliliğinin sağlanması ayrı ve birbiri ile çelişen iki amaç olduğundan, istenilen bu iki özellik tek bir performans ölçütü ile değerlendirilemez. Bu nedenle çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının karşılaştırılmasında bu iki amacı değerlendirmeye yönelik en az iki ölçüt kullanılmalıdır (Deb vd. 2002).

#### 5.7.1 Gerçek bulanık Pareto yüzeye yakınlık için önerilen ölçüt

Klasik çok amaçlı optimizasyonda olduğu gibi bulanık çok amaçlı optimizasyonda da gerçek bulanık Pareto yüzeye mümkün olduğu kadar yakın bulanık Pareto çözümler elde edilmesi hedeflenir. Bu amaçla bulanık Pareto çözüm kümesindeki her bir çözümün, gerçek bulanık Pareto yüzeydeki çözümlerle benzerliğine bakılır.  $P_{bulanık}^*$ , gerçek bulanık Pareto çözüm kümesi ve  $Q_{bulanık}$ , algoritma ile bulunan  $M$  çözümden oluşan bulanık Pareto çözüm kümesi olarak tanımlansın.

Gerçek bulanık Pareto yüzeydeki çözümler ile optimizasyon sonucu elde edilen bulanık çözümlerin benzerliğinin karşılaştırılması için Kesim 5.6'da tanımlanan dikdörtgenler ile temsil edilen bulanık çözümlerin kesişim kümelerinin boş olup olmadığı dikkate alınacaktır. Şekil 5.3'te, algoritma ile optimizasyon sonucu elde edilen bulanık çözüm  $A$  dikdörtgeni ile, gerçek Pareto yüzeye ait bulanık çözüm  $G$  dikdörtgeni ile temsil edilmektedir.



Şekil 5.3 Gerçek bulanık çözüm (G) ile optimizasyon sonucu elde edilen bulanık çözümün (A) karşılaştırılması

Bulanık çözümleri temsil eden  $A$  ve  $G$  dikdörtgenlerinin kesişimi için

$$\max(x_1, z_1) < \min(x_2, z_2)$$

$$\max(y_1, t_1) < \min(y_2, t_2)$$

koşullarının sağlanması gerekir. Kesişim bölgesinin belirlenmesinde, bulanık çözümlerin  $\alpha$ -kesme değerleri ile elde edilen dikdörtgenlerin oluşturduğu alan hesaplamalarına ihtiyaç duyulur. Bu çalışmada, gerçek bulanık Pareto yüzeye yakınlığın belirlenmesi için karşılaştırılan bulanık çözümlerin birbirlerine göre konumları incelenip, dikdörtgenlerin koordinatlarından yararlanılarak alan hesaplaması yapılması önerilmiştir. Buna göre  $i = 1, 2, \dots, |Q_{bulanık}|$ ,  $j = 1, 2, \dots, |P_{bulanık}^*|$  olmak üzere

$$\tilde{r}(A_i, G_j) = \frac{Alan(A_i \cap G_j)}{Alan(A_i \cup G_j)} \quad (5.14)$$

eşitliği ile iki bulanık çözümün birbirine göre yakınlığı incelenir. Burada  $\tilde{r}$ , bulanık çözümler arasındaki yakınlık büyüklüğünü;  $|Q_{bulanık}|$ , algoritma ile elde edilen bulanık Pareto kümesindeki çözüm sayısını ve  $|P_{bulanık}^*|$ , gerçek bulanık Pareto kümesindeki çözüm sayısını tanımlar. (5.14) eşitliği ile belirlenen değer 1'e ne kadar yakınsa, bulanık

çözümlerin birbirine benzerliğinin o oranda fazla olduğu söylenir. Kesişim gösteren her bulanık Pareto çifti için,  $0 < \tilde{r} \leq 1$  olacaktır.  $\tilde{r}$  değerinin 1 olması ideal durumdur. Bu nedenle bulanık Pareto çözüm kümesindeki bir bulanık çözüme gerçek bulanık Pareto yüzey çözümlerinden seçilebilecek en yakın bulanık çözüm, (5.14) eşitliği ile tanımlı en büyük  $\tilde{r}$  değerine sahip  $G$  bulanık çözümü olmalıdır. Bu durum

$$\tilde{r}_i = \max \left\{ \tilde{r}(A_i, G_j) \right\}, i = 1, 2, \dots, |Q_{bulanık}|, j = 1, 2, \dots, |P_{bulanık}^*|$$

biçiminde tanımlanabilir. Bulanık çözümlerin yakınlık ölçütünün değerlendirilmesinde, algoritma ile bulunan bulanık Pareto çözüm sayısı kadar yakınlık hesaplaması yapılır. Elde edilen  $\tilde{r}_i, i = 1, 2, \dots, |Q_{bulanık}|$  değerlerinin aritmetik ortalaması

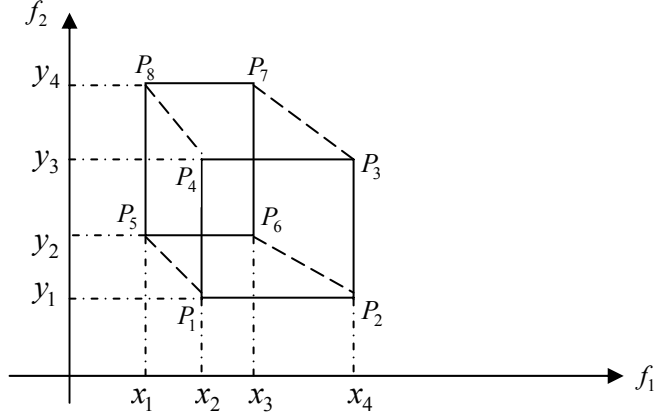
$$\tilde{r}_{GY} = \frac{\sum_{i=1}^{|Q_{bulanık}|} \tilde{r}_i}{|Q_{bulanık}|} \quad (5.15)$$

eşitliği ile tanımlı *genelleştirilmiş yakınlık ölçütü* olarak önerilmiştir. Böylece, (5.15) eşitliği ile  $P_{bulanık}^*$  ve  $Q_{bulanık}$  bulanık Pareto çözüm kümeleri arasında hesaplanan ortalama yakınlık değerine göre algoritma ile bulunan bulanık çözümlerin gerçek bulanık Pareto yüzeye yakınlığının değerlendirilmesi için nicel bir büyüklük elde edilir.

### 5.7.2 Bulanık Pareto yüzeyde çeşitlilik için önerilen ölçüt

Klasik çok amaçlı yaklaşımda olduğu gibi bulanık çok amaçlı yaklaşımda da algoritma ile elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesinde, çok sayıda farklı çözüm seçeneklerine yer verecek biçimde çözüm çeşitliliğinin sağlanması istenir. Algoritma ile elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesi  $Q_{bulanık}$  ile tanımlanmıştı.  $\tilde{A}_1$  ve  $\tilde{A}_2, Q_{bulanık}$  kümesinde tanımlı iki bulanık çözüm olsun. Bu bulanık çözümler, şekil 5.4'te  $\alpha$ -kesme değerlerinden yararlanılarak oluşturulan dikdörtgenlerle temsil edilmektedir.  $Q_{bulanık}$ , bulanık çözüm kümesinde, bulanık çözümler arasında homojenlik olup olmadığının

değerlendirilmesi için şekil 5.4'te tanımlı dikdörtgenlerin koordinatlarından yararlanılacaktır.



Şekil 5.4  $Q_{bulanık}$  kümesinde  $\alpha$ -kesme değerleri ile tanımlanmış iki bulanık çözümün birbirlerine göre konumları

Şekil 5.4'te gösterilen  $P_1P_2P_3P_4$  ve  $P_5P_6P_7P_8$  dikdörtgenlerinin köşe noktaları,  $P_1 = (x_2, y_1)$ ,  $P_2 = (x_4, y_1)$ ,  $P_3 = (x_4, y_3)$ ,  $P_4 = (x_2, y_3)$ ,  $P_5 = (x_1, y_2)$ ,  $P_6 = (x_3, y_2)$ ,  $P_7 = (x_3, y_4)$  ve  $P_8 = (x_1, y_4)$  koordinat değerleri ile tanımlıdır. Dikdörtgenlerin köşe noktaları arasındaki uzaklıklar  $L_2$  normuna uygun olarak

$$d_1 = |P_1P_5| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d_2 = |P_2P_6| = \sqrt{(x_3 - x_4)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d_3 = |P_3P_7| = \sqrt{(x_3 - x_4)^2 + (y_4 - y_3)^2}$$

$$d_4 = |P_4P_8| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_4 - y_3)^2}$$

eşitlikleri ile hesaplanır.  $d_1, d_2, d_3$  ve  $d_4$  uzaklık değerlerinden yararlanılarak,  $\tilde{A}_i$  ve  $\tilde{A}_{i+1}$  ardışık bulanık çözümleri arasındaki uzaklık için

$$D_{i,i+1} = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4}{4}, \quad i = 1, 2, \dots, |Q_{bulanık}| - 1 \quad (5.16)$$

eşitliği ile tanımlı bir uzaklık ölçütü önerilmiştir. Burada,  $|Q_{bulanık}| - 1$  kadar uzaklık hesaplaması yapılır. Deb vd. (2002) tarafından klasik çok amaçlı problemlerin çözüm çeşitliliğinin değerlendirilmesinde kullanılan ölçüte benzer olarak

$$\tilde{\Delta} = \frac{D_f + D_l + \sum_{i=1}^{|Q_{bulanık}|-1} |D_{i,i+1} - \bar{D}|}{D_f + D_l + (|Q_{bulanık}| - 1)\bar{D}} \quad (5.17)$$

eşitliği ile bulanık Pareto çözümler arasında çeşitlilik sağlanıp sağlanmadığı değerlendirilmiştir. Burada

$D_f$ : Bulanık Pareto yüzeydeki ilk çözüm ve algoritma ile elde edilen ilk bulanık çözüm arasındaki uzaklık

$D_l$ : Bulanık Pareto yüzeydeki son çözüm ve algoritma ile elde edilen son bulanık çözüm arasındaki uzaklık

$\bar{D}$ : uzaklık ortalaması,  $\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^{|Q_{bulanık}|-1} D_{i,i+1}}{|Q_{bulanık}| - 1}$

dır. (5.17) eşitliği ile tanımlı  $\tilde{\Delta}$  değerinin sıfıra yakın olması bulanık Pareto yüzeyde çözüm çeşitliliğinin sağlandığını gösterir. Buna göre, bulanık uyarlanmış çok amaçlı metasezgisel algoritma ile elde edilen ideal bir bulanık Pareto çözüm kümesinin, önerilen (5.15) ve (5.17) eşitlikleri ile tanımlı performans ölçütlerinin  $\tilde{r}_{GY} \cong 1$  ve  $\tilde{\Delta} \cong 0$  özelliklerini sağlaması istenir.

## 5.8 Bulanık Pareto Çözümlerin Bulanık Karar Verme Yaklaşımı ile Değerlendirilmesi

Karar verme, günlük yaşamda kişisel ya da toplumsal düzeyde çok önemli bir yere sahiptir. Bir karar verme problemi

- i. Alternatifler kümesi,
- ii. Alternatifi çevreleyen, sınırlayan kısıtlar,
- iii. Alternatiflerin tercih edilirliliğinin sıralanmasını sağlayan amaç fonksiyonu,

elemanlarından oluşur. Karar verme işlemi, istenilen kriterlerin sağlanması şartı altında alternatifler içerisinde optimal kararın belirlenmesi sürecidir. Gerçek hayat problemleri belirsiz ve kesin olmayan bir yapı gösterdiğinden, karar vermek çoğu zaman zordur. Karar vericinin, kesin olarak ifade edilemeyen belirsiz durumlarda, çok sayıda alternatif çözüm arasından bütün kriterleri göz önünde bulundurarak seçim yapması istenir. Bu amaçla karar verme durumuna bulanıklığın dahil edilmesi ile bulanık karar verme kuramı geliştirilmiştir (Bellman ve Zadeh 1970). Bulanık karar verme kuramının esas amacı, en uygun kararı verirken kişisel yargılar ve tercihlerden oluşan belirsizliğin etkilerini azaltmaktır.

*Bulanık bir karar*, verilen hedefler ( $G$ ) ve kısıtların ( $C$ ) uzlaştırılması ile belirlenen bulanık bir küme olarak tanımlanır. Bulanık hedef ve kısıtların bir alt kümesi olan bulanık  $D$  karar kümesi, Bellman ve Zadeh (1970) tarafından

$$D = G \cap C$$

biçiminde ve üyelik fonksiyonu ise

$$\mu_D(x) = \min(\mu_G(x), \mu_C(x))$$

biçiminde ifade edilir. Karar verici bulanık karar kümesinin bulanıklıktan arındırılmasını veya  $\mu_D(x)$  üyelik fonksiyonuna göre geleneksel bir kararın verilmesini ister. Böylece bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanının belirlenmesi gerekir. Buna göre kararın maksimizasyonu

$$\max_{x \in X} \mu_D(x) = \max_{x \in X} \min(\mu_G(x), \mu_C(x))$$

biçimindedir (Sakawa 2000).

Bellman ve Zadeh (1970)'in bulanık karar amacı ile kullandıkları max-min operatörünü ilk olarak Zadeh (1978), çok amaçlı doğrusal programlama probleminin çözümünde kullanmıştır. Optimal değeri elde edilmek istenilen amaç fonksiyonlarının türüne göre oluşturulan üyelik fonksiyonlarının minimum değerlerinin maksimizasyonu biçiminde tanımlanan max-min yaklaşımı ile amaç fonksiyonlarını tatmin edecek çözüme ulaşılması hedeflenmiştir.

Bu çalışmada max-min yaklaşımı, çok amaçlı optimizasyon alanında yapılan önceki çalışmalardan farklı olarak, bulanık Pareto çözümlerin gruplandırılması amacıyla kullanılmıştır. Genel olarak, bir Pareto çözüm kümesindeki her çözümün küme içinde belirli bir öneme sahip olduğu göz önünde bulundurulduğunda, tüm amaçları aynı anda tatmin edecek çok sayıda çözüm seçeneğinin değerlendirilmesi oldukça önemlidir. Karar vericinin görüşüne bağlı olarak bu çözüm seçeneklerinden uygun bir yaklaşım ile belirlenebilecek bulanık çözüm, uzlaşık bulanık çözüm olarak tanımlanabilir. Böylece, karar vericinin görüşü doğrultusunda geniş bir çözüm kümesinden amaç fonksiyonları için tatmin edici uygun bir çözüm seçeneğinin elde edilmesi sağlanmış olacaktır. Çalışmada öncelikli olarak, oluşturulan bulanık Pareto çözüm kümesinden tüm amaçları aynı anda tatmin edecek bir uzlaşık bulanık çözüme karar verilmesi temel hedeftir. Daha sonra max-min karar verme yaklaşımı kullanılarak bulanık çözümler gruplandırılacaktır. Elde edilen gruplar arasından önerilen yaklaşım ile uzlaşık bulanık çözüm grubu belirlenerek, birbiri yerine alternatif olarak kullanılabilecek benzer bulanık yanıt değerlerini veren farklı çözüm seçenekleri elde edilmiş olacaktır.

### 5.8.1 Uzlaşık bulanık Pareto çözüme karar verilmesi

Çok sayıda bulanık çözümden oluşan bir Pareto çözüm kümesinde çözümlerin her biri karar vericinin amacına yönelik olarak ayrı bir öneme sahiptir. Bu kümeden seçilebilecek bir çözümün tüm amaçları aynı anda tatmin edecek uzlaşık bulanık çözüm olması istenir. Bu amaçla öncelikle optimal değeri elde edilmek istenilen bulanık amaç fonksiyonlarının pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümleri sırasıyla  $\tilde{f}_{PIS}^{*j}$  ve  $\tilde{f}_{NIS}^{*j}$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$  belirlenir. Gruplardaki bulanık Pareto çözümlerin  $\tilde{f}_{PIS}^{*j}$  ve  $\tilde{f}_{NIS}^{*j}$  çözümlerine uzaklıkları,  $\tilde{d}_j^{PIS}$  ve  $\tilde{d}_j^{NIS}$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$ , hesaplanır. İki bulanık sayı arasındaki uzaklığın

belirlenmesinde Köşe (Vertex) Yöntemi'nden yararlanılır.  $\tilde{f}_1 = (f_1^{alt}, f_1^{merkez}, f_1^{üst})$  ve  $\tilde{f}_2 = (f_2^{alt}, f_2^{merkez}, f_2^{üst})$  üçgensel bulanık fonksiyon değerleri olmak üzere  $\tilde{f}_1$  ve  $\tilde{f}_2$  arasındaki uzaklık, Köşe Yöntemi'ne göre

$$d_V(\tilde{f}_1, \tilde{f}_2) = \sqrt{\frac{1}{3} \left( (f_1^{alt} - f_2^{alt})^2 + (f_1^{merkez} - f_2^{merkez})^2 + (f_1^{üst} - f_2^{üst})^2 \right)} \quad (5.18)$$

eşitliği ile hesaplanır. (5.18) ile verilen ölçüt kullanılarak, bulanık Pareto kümesindeki  $n$  sayıda çözüm için

$$\begin{aligned} d_{ij}^{PIS} &= d_V(\tilde{f}_{ij}, \tilde{f}_{PIS}^{*j}) \\ d_{ij}^{NIS} &= d_V(\tilde{f}_{ij}, \tilde{f}_{NIS}^{*j}) \end{aligned}, \quad t=1,2,\dots,n, \quad j=1,2,\dots,r \quad (5.19)$$

eşitlikleri ile pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümünden sapma değerleri belirlenir. (5.19) eşitlikleri ile tanımlanan uzaklık değerleri kullanılarak her bir bulanık Pareto çözüm için pozitif ideal bulanık çözümlere yakınlık ölçütü

$$C_t = \frac{d_{ij}^{NIS}}{d_{ij}^{NIS} + d_{ij}^{PIS}}, \quad t=1,2,\dots,n, \quad j=1,2,\dots,r \quad (5.20)$$

biçiminde tanımlanabilir. Eşitlik (5.20) ile tanımlı yakınlık ölçütünün 1'e yaklaşması durumunda  $\tilde{f}_{PIS}^{*j}$ ,  $j=1,2,\dots,r$  değerine oldukça yakın çözümler elde edildiği söylenebilir. Buna göre hesaplanan  $C_t$ ,  $t=1,2,\dots,n$  değerlerinin en büyüğüne sahip olan bulanık çözüm, bulanık Pareto çözüm kümesinden seçilebilecek bir uzlaşık bulanık çözüm olarak değerlendirilebilir.

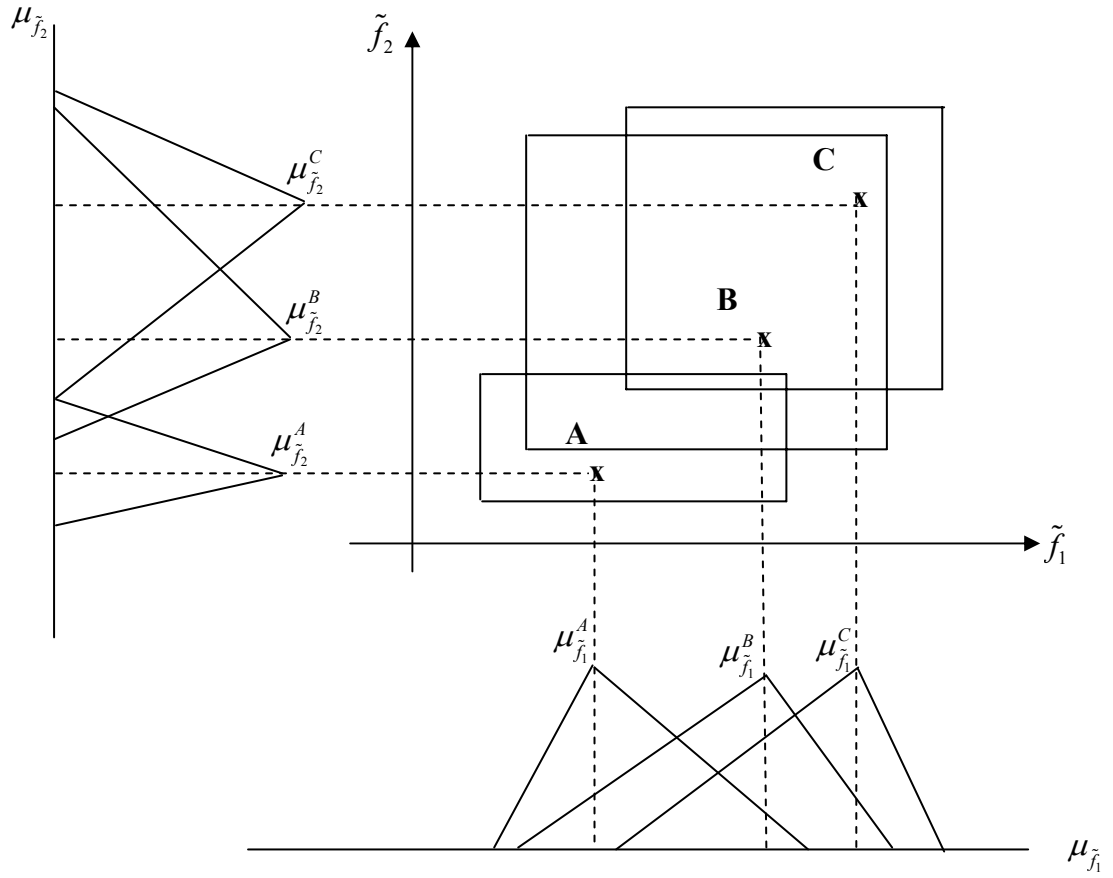
### 5.8.2 Bulanık Pareto çözümlerin max-min yaklaşımı ile gruplandırılması

Bulanık çok amaçlı problemin optimizasyonu sonucunda elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesindeki her bir bulanık baskın çözüm, amaç fonksiyonları arasında farklı bir uzlaşık sonuç sergiler. Bulanık Pareto çözüm kümesi bir bütün olarak

değerlendirildiğinde kümeye ait her bir elemanın küme içinde ayrı bir önemi vardır. Bulanık Pareto çözümlerin her biri, çözüm kümesine belirli bir üyelikle aittir. Pareto kümesi içindeki çözümlerin kümeye ait olma üyelik dereceleri, çözümlerin birbirine göre veya birlikte küme içinde önem derecelerini ifade eder. Karar vericinin kendi amacına yönelik olarak çok sayıda bulanık Pareto çözüm içinden benzer bulanık yanıt değerlerini veren, birbiri yerine alternatif olarak kullanılabilecek uzlaşık çözümleri belirlemesi beklenir. Bu amaçla, bulanık çözümlerin birbirlerine olan üyelik değerlerine göre gruplandırılması, uzlaşık bulanık çözüme karar verilmesi konusunda kolaylık sağlar.

$$\begin{aligned} & \max \tilde{f}_1(\mathbf{x}) \\ & \min \tilde{f}_2(\mathbf{x}) \\ & \mathbf{x} \in S \end{aligned} \quad (5.21)$$

biçiminde tanımlı bir bulanık çok amaçlı problemin optimizasyonu sonucu elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesinden rasgele seçilen üç farklı bulanık çözümün ( $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ ) amaç fonksiyonlarına ve birbirlerine göre konumları Şekil 5.5'te gösterilmiştir. Bulanık çözümleri temsil eden dikdörtgenler, Kesim 5.6'da tanımlandığı biçimde oluşturulmuştur. Şekil 5.5 incelendiğinde,  $\tilde{A}$  çözümünün merkez noktası  $\tilde{f}_1$  fonksiyonuna göre  $\tilde{B}$  çözümüne belirli bir üyelik değeri ile ait iken,  $\tilde{A}$  çözümünün merkez noktasının  $\tilde{C}$  çözümüne ait olmadığı gözlenmiştir. Ayrıca,  $\tilde{A}$  çözümünün merkez noktasının  $\tilde{f}_2$  fonksiyonuna göre,  $\tilde{B}$  ve  $\tilde{C}$  çözümlerine ait olmadığı görülmektedir. Üçgensel bulanık sayıların  $\alpha$ -kesme değerlerinden yararlanılarak elde edilen dikdörtgenlerle ifade edilen bulanık çözümlerin her biri bağımsız tek bir küme olarak değerlendirildiğinde, bir çözümün diğer bir çözüme ait olma üyeliği de önemlidir. Bu nedenle en iyi değeri elde edilmek istenilen bulanık amaç fonksiyonlarına göre,  $\tilde{f}_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, r$ , her bir bulanık çözümün merkez noktasının diğer bulanık çözüme ait olma üyeliği hesaplanır. Buna göre, oluşturulacak genel bir yaklaşımla çizelge 5.1'deki gibi bir üyelik matrisi elde edilir.



Şekil 5.5 Bulanık Pareto çözümlerin dikdörtgenler ile temsil edilmesi

Çizelge 5.1 Bulanık çözümlerin merkez değerlerinin bulanık amaç fonksiyonlarına göre diğer bulanık çözümlere ait olma üyelikleri

| $\mu_{ij}^{\tilde{f}_j}$ | 1          | 2          | ... | n          |
|--------------------------|------------|------------|-----|------------|
| 1                        | 1          | $\mu_{12}$ | ... | $\mu_{1n}$ |
| 2                        | $\mu_{21}$ | 1          | ... | $\mu_{2n}$ |
| .                        | .          | .          | ... | .          |
| .                        | .          | .          | ... | .          |
| .                        | .          | .          | ... | .          |
| n                        | $\mu_{n1}$ | $\mu_{n2}$ | ... | 1          |

Çizelge 5.1’de, bulanık baskın çözüm kümesindeki çözümlerin, diğer bulanık çözümlere olan üyelik değerleri gösterilmektedir. Bulanık Pareto çözüm kümesindeki her bulanık çözüm, kendisine “1” üyelik değeri ile ait olacağından, çizelge 5.1’de tanımlı üyelik

matrisinin köşegen elemanları “1” değerini almaktadır. Burada  $\mu_{ij}$ ,  $i$ . bulanık çözümün merkez noktasının  $j$ . bulanık çözüme ait olma üyelikliğini ifade etmektedir. Optimal değeri elde edilmek istenilen bütün amaç fonksiyonları için  $i$ . çözümün,  $j$ . çözüme ait olma üyelik değerleri arasından en küçüğü seçilir. Buna göre  $\forall i=1,2,\dots,n$  bulanık Pareto çözümü için

$$\begin{aligned} \min \{\mu_{i1}^{\tilde{f}_1}, \mu_{i1}^{\tilde{f}_2}, \dots, \mu_{i1}^{\tilde{f}_r}\} &= \underline{\mu}_{i1}, \quad i \neq 1 \\ \min \{\mu_{i2}^{\tilde{f}_1}, \mu_{i2}^{\tilde{f}_2}, \dots, \mu_{i2}^{\tilde{f}_r}\} &= \underline{\mu}_{i2}, \quad i \neq 2 \\ &\vdots \\ \min \{\mu_{in}^{\tilde{f}_1}, \mu_{in}^{\tilde{f}_2}, \dots, \mu_{in}^{\tilde{f}_r}\} &= \underline{\mu}_{in}, \quad i \neq n \end{aligned}$$

hesaplamaları yapılır. Burada,  $\mu_{ii}^{\tilde{f}_j} = 1$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ,  $j=1,2,\dots,r$  dir. Elde edilen üyelik değerleri çizelge 5.2’de verilmiştir.

Çizelge 5.2 Bulanık amaç fonksiyonlarına göre seçilen en küçük üyelik değerleri

| $\min \mu_{\tilde{f}_j}$ | 1                      | 2                      | ... | n                      |
|--------------------------|------------------------|------------------------|-----|------------------------|
| 1                        | $\underline{\mu}_{11}$ | $\underline{\mu}_{12}$ | ... | $\underline{\mu}_{1n}$ |
| 2                        | $\underline{\mu}_{21}$ | $\underline{\mu}_{22}$ | ... | $\underline{\mu}_{2n}$ |
| .                        | .                      | .                      | ... | .                      |
| .                        | .                      | .                      | ... | .                      |
| .                        | .                      | .                      | ... | .                      |
| n                        | $\underline{\mu}_{n1}$ | $\underline{\mu}_{n2}$ | ... | $\underline{\mu}_{nn}$ |

Her bir bulanık amaç fonksiyonu  $\tilde{f}_j$ ,  $j=1,2,\dots,r$  ye göre elde edilen,  $\forall i=1,2,\dots,n$  bulanık çözümleri için belirlenen üyelik değerlerinin en büyüğü ilgili bulanık çözüme en yakın çözüm olacaktır. Bu hesaplama

$$\max \{\underline{\mu}_{i1}, \underline{\mu}_{i2}, \dots, \underline{\mu}_{in}\} = \mu_{ik}^*, \quad i, k = 1, 2, \dots, n, \quad i \neq k \quad (5.22)$$

eşitliğinde ifade edildiği gibi yapılmıştır. Buna göre,  $i$ . çözümün  $k$ . çözüme maksimum üyelik değeri ile ait olduğu söylenir. Bulanık Pareto çözüm kümesindeki her bulanık çözümün maksimum üyelikle ait olduğu bulanık çözüm belirlenerek, çözüm ikilileri oluşturulmuştur. Elde edilen çok sayıda ikili çözüm kombinasyonlarının birbirlerine ait olma üyelik dereceleri göz önünde bulundurularak bulanık çözümler gruplandırılmıştır. Max-min yaklaşımı kullanılarak yapılan gruplamada, aynı grup içindeki bulanık amaç fonksiyon değerlerinin büyük ölçüde benzerlik gösterdiği gözlenmiştir. Bulanık çözüm grubu içinde mevcut olan farklı girdi değişken değerlerinin birbiri yerine kullanılabilecek alternatif çözümler olarak değerlendirilebileceği sonucuna ulaşılmıştır (Apaydın ve Türkşen 2011b).

### 5.8.3 Uzlaşık bulanık Pareto çözüm grubunun belirlenmesi

Bulanık Pareto çözümlerin gruplandırılarak, benzer bulanık yanıt değerlerini veren girdi değişken kümesinin belirlenmesi, karar vericinin alternatif çözüm seçeneklerine ulaşmasında büyük kolaylık sağlamaktadır. Bulanık çözümlerin gruplandırılması sonucunda elde edilen grupların farklı çözüm sayısına sahip olduğu gözlenmiştir.  $K$  grup sayısı olmak üzere, gruptaki bulanık çözüm sayısı  $n_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$  ile tanımlanmıştır. Eşit öneme sahip bulanık amaç fonksiyonlarını tatmin edecek biçimde uzlaşık bulanık çözüm grubunun belirlenmesi, karar vericinin çözüm seçeneklerini değerlendirmesinde büyük kolaylık sağlayacaktır. Bu amaçla, Kesim 5.8.1’de (5.20) eşitliği ile tanımlanan ölçüt kullanılarak, max-min yaklaşımı ile belirlenen gruptaki çözümlerin pozitif ideal bulanık çözümlere yakınlık değerleri hesaplanır. Bulanık gruptaki çözümlerin farklı sayıda olacağı göz önünde bulundurulduğunda, bu bulanık çözümlerin pozitif ideal çözümlere uzaklık büyüklükleri de farklı genişliklerde olacaktır. Bu nedenle grupların yakınlık değerlerini temsil etmek amacıyla uzaklık değerlerinin medyanı dikkate alınmıştır. Buna göre her  $k = 1, 2, \dots, K$  için,  $medyan(C_t)$ ,  $t = 1, 2, \dots, n_k$  değerleri grupların pozitif ideal çözümlere yakınlık değerlerini temsil eden nicelikler olarak değerlendirilebilir. Belirlenen medyan değerlerinin en büyüğüne sahip olan çözüm grubu,  $\max\{medyan(C_t), t = 1, 2, \dots, n_k\}$ , diğer bulanık çözüm grupları arasından tercih edilen uzlaşık bulanık Pareto çözüm grubu olarak değerlendirilir.

Bulanık Pareto çözüm kümesinden seçilecek uzlaşık bulanık çözümün, uzlaşık bulanık çözüm grubunda olması beklenir. Böylece, uzlaşık bulanık çözüm grubu içinde, uzlaşık bulanık çözüm ile benzer bulanık yanıt değerlerini veren, birbiri yerine tercih edilebilecek olan farklı çözüm seçeneklerine ulaşılır. Farklı girdi değerlerine sahip olabileceği düşünülen bu çözümlerin gruplandırılması ile uzlaşık bulanık çözüm alternatifleri belirlenmiş olur.

## 6. UYGULAMA

Çalışmanın bu bölümünde, birden fazla yanıt değişkeni ve girdi değişkeni içeren deneysel verilerden optimal değeri elde edilmek istenilen yanıtlara ilişkin bulanık tahmini yanıt yüzey fonksiyonlarının elde edilmesi ve bulanık yanıt fonksiyonlarına eşanlı optimal değeri verecek bulanık Pareto çözüm kümesinin belirlenmesi üzerine bir uygulama yapılacaktır. Bu amaçla, Khuri ve Conlon (1981), Khuri ve Cornell (1996), Kim ve Lin (2000) ve Myers ve Montgomery (2002)'nin de çalışmalarında yer verdiği, gıda alanından bir uygulama örneği seçilmiştir. Veri setinin analizinde ve modellerin oluşturulması aşamasında MINITAB 14 istatistik paket programı kullanılmıştır. Problemin çözümü için geliştirilen algoritmaların işletilmesinde MATLAB 7.9 programından yararlanılmıştır.

### 6.1 Problemin Tanımı

Sistein (aminoasit) ve kalsiyum klorür (bir tuz çeşiti) peynir altı suyunda mevcut maddelerdir. Bu maddelerin peynir altı suyu konsantresinin yapısal özellikleri ve su tutma özelliği üzerine etkisini incelemek amacıyla bir deney düzenlenmiştir. Merkezi bileşik tasarıma uygun olarak düzenlenen deneyde sertlik (hardness), yapışkanlık (cohesiveness) ve elastikiyet (springiness) yapısal özellikleri belirleyici yanıt değişkenleri olarak tanımlanırken, su tutma özelliğini açıklamak için peynir altı suyunda tutulan su veya sıkıştırılabilir su (compressible water) olarak belirtilen özellik diğer bir yanıt değişkeni olarak tanımlanmıştır. Burada sistein ( $X_1 - mM$ ) ve kalsiyum klorür ( $X_2 - mM$ ) girdi değişkenleri; sertlik ( $Y_1 - kg$ ), yapışkanlık ( $Y_2$ ), elastikiyet ( $Y_3 - mm$ ) ve sıkıştırılabilir su ( $Y_4 - g$ ) yanıt değişkenleri olarak belirlenmiştir. Yapılan deneysel çalışmada amaç,  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  yanıt değişkenlerini maksimize edecek ve  $Y_4$  yanıtını minimize edecek  $X_1$  ve  $X_2$  girdi değişken değerlerinin belirlenmesidir. Girdi değişkenlerinin deneyde kullanılan gerçek düzeyleri ( $X_1^{orj}$  ve  $X_2^{orj}$ ) ve kodlanmış değerleri ( $X_1^{kod}$  ve  $X_2^{kod}$ ) çizelge 6.1'de verilmiştir.

Çizelge 6.1 Girdi değişken düzeyleri ve kodlanmış girdi değişken değerleri

|                            |        |     |      |      |       |
|----------------------------|--------|-----|------|------|-------|
| $X_1^{orj}$                | 2.6    | 8   | 21   | 34   | 39.4  |
| $X_2^{orj}$                | 2.5    | 6.5 | 16.2 | 25.9 | 29.9  |
| $X_1^{kod}$ ve $X_2^{kod}$ | -1.414 | -1  | 0    | 1    | 1.414 |

Burada, girdi değişkenlerinin kodlanmış değerleri  $X_1^{kod} = (X_1^{orj} - 21)/13$  ve  $X_2^{kod} = (X_2^{orj} - 16.2)/9.7$  eşitliklerinden yararlanılarak elde edilmiştir (Khuri ve Cornell 1996). Yapılan deneysel çalışmada elde edilen sonuçlar çizelge 6.2’de özetlenmiştir.

Çizelge 6.2 Deneysel çalışma sonucu elde edilen kodlanmış girdi değişken değerleri ve gözlenen yanıt değişken değerleri

| No | $X_1$  | $X_2$  | $Y_1$ | $Y_2$ | $Y_3$ | $Y_4$ |
|----|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| 1  | -1     | -1     | 2.48  | 0.55  | 1.95  | 0.22  |
| 2  | 1      | -1     | 0.91  | 0.52  | 1.37  | 0.67  |
| 3  | -1     | 1      | 0.71  | 0.67  | 1.74  | 0.57  |
| 4  | 1      | 1      | 0.41  | 0.36  | 1.20  | 0.69  |
| 5  | -1.414 | 0      | 2.28  | 0.59  | 1.75  | 0.33  |
| 6  | 1.414  | 0      | 0.35  | 0.31  | 1.13  | 0.67  |
| 7  | 0      | -1.414 | 2.14  | 0.54  | 1.68  | 0.42  |
| 8  | 0      | 1.414  | 0.78  | 0.51  | 1.51  | 0.57  |
| 9  | 0      | 0      | 1.50  | 0.66  | 1.80  | 0.44  |
| 10 | 0      | 0      | 1.66  | 0.66  | 1.79  | 0.50  |
| 11 | 0      | 0      | 1.48  | 0.66  | 1.79  | 0.50  |
| 12 | 0      | 0      | 1.41  | 0.66  | 1.77  | 0.43  |
| 13 | 0      | 0      | 1.58  | 0.66  | 1.73  | 0.47  |

Buna göre yapısal özellikleri en büyüleyecek ve aynı zamanda su tutma özelliğini en küçükleyecek sistein ve kalsiyum klorür miktarlarının belirlenmesi temel amaçtır. Bu amaçla öncelikle, girdi değişkenleri ve yanıt değişkenleri arasındaki fonksiyonel ilişkiyi açıklayacak biçimde tahmini yanıt yüzey fonksiyonlarının oluşturulması gerekir.

## 6.2 Çok Yanıtlı Yüzey Probleminin Klasik Yaklaşımla Modellenmesi

Problemde tanımlanan  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  yanıt değişkenlerinin yapısal özelliği ve  $Y_4$  yanıt değişkeninin su tutma özelliğini tanımladığı daha önce belirtilmişti. Yanıt değişkenlerinin gözlenen değerleri arasında yapılan korelasyon analizi sonucunda

$$\rho(\mathbf{Y}) = \begin{bmatrix} 1 & 0.5071 & 0.7922 & -0.9318 \\ 0.5071 & 1 & 0.8693 & -0.5082 \\ 0.7922 & 0.8693 & 1 & -0.8408 \\ -0.9318 & -0.5082 & -0.8408 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

biçiminde tanımlı korelasyon matrisine ulaşılmıştır. Burada  $\rho$ , korelasyon matrisini tanımlamaktadır.  $\alpha = 0.05$  anlam düzeyinde yapılan istatistiksel testler sonucunda  $Y_1 - Y_2$  ve  $Y_2 - Y_4$  değişkenleri arasındaki korelasyon katsayısının anlamsız olduğu görülmüştür.  $Y_1 - Y_3$ ,  $Y_1 - Y_4$ ,  $Y_2 - Y_3$  ve  $Y_3 - Y_4$  değişkenleri arasında oldukça yüksek dereceli ilişki olduğu ve bu değişkenler arasındaki ilişkilerin anlamlı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. (6.1) ile tanımlı korelasyon matrisindeki değerlerden yararlanılarak seçilebilecek ilişkisiz yanıt değişkenlerinin  $Y_2$  ve  $Y_4$  değişkenleri olduğu söylenebilir.  $Y_1$  ve  $Y_2$  yanıt değişkenlerinin de ilişkisiz olduğu gözlenmiştir fakat her iki değişkenin de problemde yapısal özelliği tanımlaması nedeniyle, yapısal özellik ve su tutma özelliği gibi iki farklı niteliği tanımlayan değişkenlerin seçilmesinin problem için daha açıklayıcı olduğu düşünülmüştür. Bu nedenle tez çalışmasında,  $Y_2$  ve  $Y_4$  yanıt değişkenleri ile ilgilenilecektir. Dört yanıt değişkeninden oluşan problem, iki yanıtlı optimizasyon problemi olarak ele alınacaktır.

Birden fazla yanıt değişkenine sahip bir problemin modellenmesinde, her bir yanıtın bireysel ve bağımsız değerlendirilmesi anlamsız olacaktır. Tez çalışmasında, ikinci dereceli polinomsal fonksiyonlar kullanılarak, Görünüşte İlişkisiz Regresyon (Seemingly Unrelated Regression) yöntemi ile tahmini yanıt yüzey fonksiyonları elde edilmiştir.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6.2)$$

biçiminde tanımlı modelde

$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}'_2 : \mathbf{Y}'_4]'$ ,  $26 \times 1$  boyutlu yanıt vektörü

$\mathbf{X} = \text{diag}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_4)$ ,  $26 \times 12$  boyutlu tasarım vektörü

$\boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{\beta}'_2 : \boldsymbol{\beta}'_4]'$ ,  $12 \times 1$  boyutlu parametre vektörü

$\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}'_2 : \boldsymbol{\varepsilon}'_4]'$ ,  $26 \times 1$  boyutlu hata vektörü

biçiminde tanımlıdır.  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ , tahmini model parametre vektörü Kesim 2.4'te (2.10) eşitliği ile tanımlı olup, bu tahmin ediciyi hesaplamak için varyans kovaryans matrisinin ( $\Sigma$ ) bilinmesi gerekir.  $\Sigma$  bilinmediğinden, bu matrisin tahmin edilmesine ihtiyaç duyulur.  $\Sigma$  yerine Bölüm 2'de (2.12) eşitliği ile tanımlı  $\hat{\Sigma}$  tahmin edicisi kullanılabilir. Buna göre model parametrelerinin tahmininde kullanılacak tahmini varyans kovaryans matrisi

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0.0002471 & 0.0002827 \\ 0.0002827 & 0.0008910 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

ve tahmini model parametre vektörü

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}'_2 = [0.6600 \quad -0.0920 \quad -0.0103 \quad -0.0956 \quad -0.0581 \quad -0.0700]$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}'_4 = [0.4680 \quad 0.1314 \quad 0.0728 \quad 0.0260 \quad 0.0235 \quad -0.0825]$$

biçiminde elde edilir. (6.3) ifadesi ile tanımlı  $\hat{\Sigma}$  matrisi incelendiğinde, tahmini model hatalarının ilişkisiz olduğu söylenebilir. Her bir yanıt fonksiyonu için aynı tasarım matrisinin kullanıldığı göz önünde bulundurulursa,  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  vektörü ile tanımlı tahmin değerlerinin en küçük kareler yöntemi ile elde edilen tahmin değerlerine eşit olduğu açıktır. Buna göre her bir yanıt için elde edilen tahmini model denklemleri

$$\hat{Y}_2(\mathbf{X}) = 0.660 - 0.092X_1 - 0.0103X_2 - 0.0956X_1^2 - 0.0581X_2^2 - 0.070X_1X_2$$

$$\hat{Y}_4(\mathbf{X}) = 0.468 + 0.1314X_1 + 0.0728X_2 + 0.0256X_1^2 + 0.0235X_2^2 - 0.0825X_1X_2$$

biçiminde olur. Tahmini yanıt modeller için hesaplanan belirtme katsayıları sırasıyla  $R_{\hat{Y}_2}^2 = 0.981$  ve  $R_{\hat{Y}_4}^2 = 0.949$  dır. Çizelge 6.2’de verilen girdi değişken değerlerine göre elde edilen tahmini yanıt değerleri, gözlenen yanıt değerleri ve bunlara ilişkin hesaplanan hatalar çizelge 6.3’te verilmiştir. Burada hatalar,  $e_{(j)t} = Y_t - \hat{Y}_t$ ,  $t = 1, 2, \dots, 13$ ,

$j = 2, 4$  ile tanımlıdır. Her bir tahmini yanıt için hata kareler toplamı,  $\varepsilon_{(j)} = \sum_{t=1}^{13} (e_{(j)t})^2$ ,

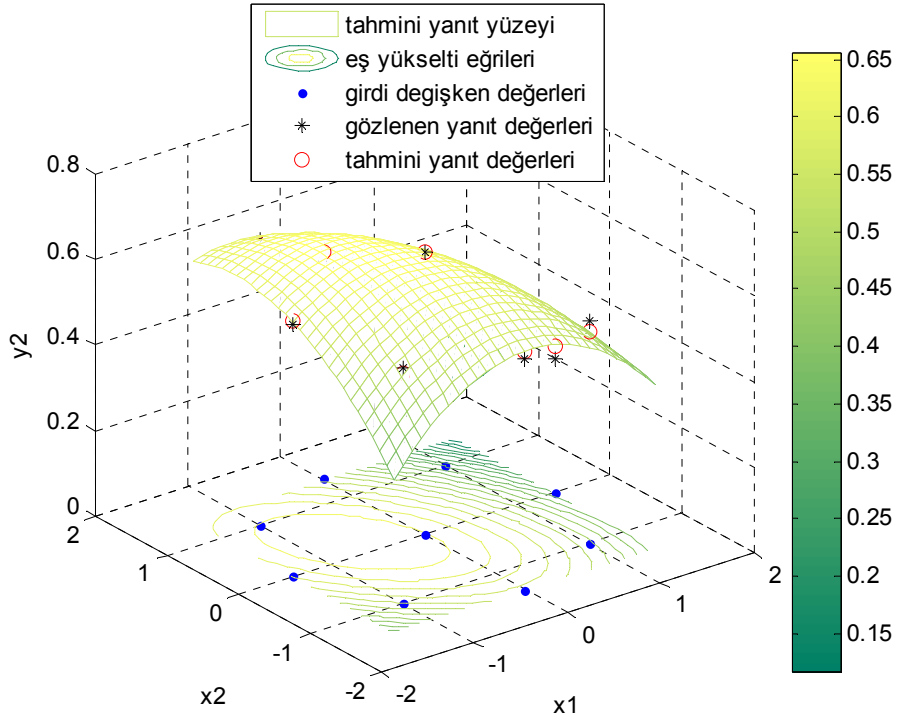
$j = 2, 4$  ifadesi ile hesaplanmıştır.

Çizelge 6.3 Yanıt modellerine ait tahmini değerler ve hatalar

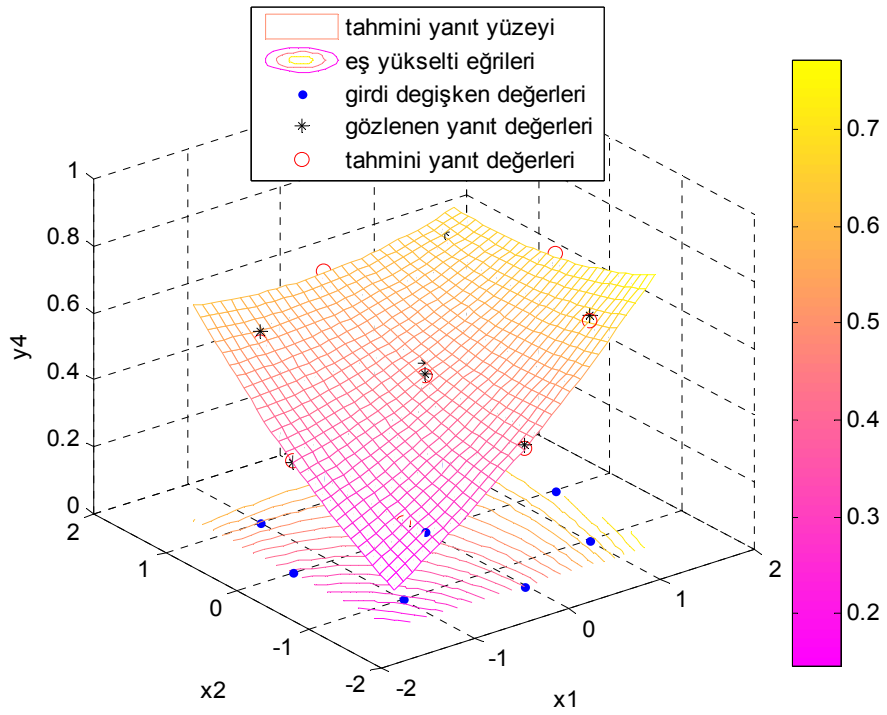
| $X_1$  | $X_2$  | $Y_2$  | $Y_4$  | $\hat{Y}_2$ | $e_{(2)t}$                   | $\hat{Y}_4$                  | $e_{(4)t}$ |
|--------|--------|--------|--------|-------------|------------------------------|------------------------------|------------|
| -1     | -1     | 0.5500 | 0.2200 | 0.5386      | 0.0114                       | 0.2309                       | -0.0109    |
| 1      | -1     | 0.5200 | 0.6700 | 0.4946      | 0.0254                       | 0.6586                       | 0.0114     |
| -1     | 1      | 0.6700 | 0.5700 | 0.6579      | 0.0121                       | 0.5414                       | 0.0286     |
| 1      | 1      | 0.3600 | 0.6900 | 0.3339      | 0.0261                       | 0.6391                       | 0.0509     |
| -1.414 | 0      | 0.5900 | 0.3300 | 0.5989      | -0.0089                      | 0.3342                       | -0.0042    |
| 1.414  | 0      | 0.3100 | 0.6700 | 0.3386      | -0.0286                      | 0.7058                       | -0.0358    |
| 0      | -1.414 | 0.5400 | 0.4200 | 0.5583      | -0.0183                      | 0.4121                       | 0.0079     |
| 0      | 1.414  | 0.5100 | 0.5700 | 0.5292      | -0.0192                      | 0.6179                       | -0.0479    |
| 0      | 0      | 0.6600 | 0.4400 | 0.6600      | 0                            | 0.4680                       | -0.0280    |
| 0      | 0      | 0.6600 | 0.5000 | 0.6600      | 0                            | 0.4680                       | 0.0320     |
| 0      | 0      | 0.6600 | 0.5000 | 0.6600      | 0                            | 0.4680                       | 0.0320     |
| 0      | 0      | 0.6600 | 0.4300 | 0.6600      | 0                            | 0.4680                       | -0.0380    |
| 0      | 0      | 0.6600 | 0.4700 | 0.6600      | 0                            | 0.4680                       | 0.0020     |
|        |        |        |        |             | $\varepsilon_{(2)} = 0.0032$ | $\varepsilon_{(4)} = 0.0116$ |            |

### 6.3 Tahmini Yanıt Yüzey Fonksiyonlarının Eş Yükselti Grafikleri

Eş yükselti grafikleri (contour plots) tahmini yanıt fonksiyonlarının eş yükseltilerini belirleyerek, yanıtlar için optimal çözüm içeren bölgenin bulunmasına yardımcı olan grafiklerdir. MATLAB 7.9 programı kullanılarak,  $\hat{Y}_2$  ve  $\hat{Y}_4$  tahmini yanıt fonksiyonları için elde edilen eş yükselti grafikleri sırasıyla şekil 6.1-6.2’de verilmiştir.



Şekil 6.1  $\hat{Y}_2$  tahmini yanıt fonksiyonunun eş yükselti grafiği



Şekil 6.2  $\hat{Y}_4$  tahmini yanıt fonksiyonunun eş yükselti grafiği

Şekil 6.1'den,  $\hat{Y}_2$  tahmini yanıt fonksiyonunun bir maksimizasyon problemi ve  $\hat{Y}_4$  tahmini yanıt fonksiyonunun bir minimizasyon problemi olarak ele alınabileceği görülmektedir. Tahmini yanıt fonksiyonları birbirinden bağımsız olarak değerlendirildiğinde bu yanıt fonksiyonlarının alabileceği en iyi (pozitif ideal) ve en kötü (negatif ideal) çözüm değerleri çizelge 6.4'te özetlenmiştir.

Çizelge 6.4 Tahmini yanıt fonksiyonlarının pozitif ve negatif ideal çözüm değerleri

| Yanıtlar    | Problem Türü  | Pozitif İdeal Çözümler                               | Negatif İdeal Çözümler                             |
|-------------|---------------|------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| $\hat{Y}_2$ | Maksimizasyon | $X^* = [-0.5757 \ 0.2582]$<br>$\hat{Y}_2^* = 0.6852$ | $X^* = [1.414 \ 1.414]$<br>$\hat{Y}_2^- = 0.0681$  |
| $\hat{Y}_4$ | Minimizasyon  | $X^* = [-1.414 \ -1.414]$<br>$\hat{Y}_4^* = 0.1133$  | $X^* = [1.414 \ -1.414]$<br>$\hat{Y}_4^- = 0.8148$ |

Çizelge 6.4'te tahmini yanıt fonksiyonları için verilen pozitif ideal çözüm değerlerinin, şekil 6.1-6.2'de tahmini yanıt fonksiyonları için elde edilen eş yükselti grafiklerinin taradığı optimal çözümü içeren alanı doğruladığı görülmektedir.

#### 6.4 Çok Yanıtlı Yüzey Problemlerinin Bulanık Yaklaşımla Modellenmesi

Yanıt yüzey modellerinin bulanıklaştırılması aşamasında, girdi değişken değerleri kesin sayılar, model parametreleri ve yanıt değişkenleri üçgensel bulanık sayılar olarak ele alınmıştır. Yanıt değişkenlerinin bulanıklaştırılmasında sol yayılım değerleri  $\underline{Y}_t = Y_{tj} / 8$  ve sağ yayılım değerleri  $\bar{Y}_t = Y_{tj} / 7$ ,  $t = 1, 2, \dots, 13$ ,  $j = 2, 4$  biçiminde hesaplanmıştır. Buna göre bulanık model oluşturma aşamasında kullanılacak veri seti çizelge 6.5'teki gibi oluşturulmuştur. Söz konusu çizelgedeki bulanık yanıt değerleri  $\tilde{Y}_j = (\underline{Y}_j, Y_j, \bar{Y}_j)$ ,  $j = 2, 4$  ile tanımlıdır.

Çizelge 6.5 Kodlanmış girdi değişken değerleri ve gözlenen bulanık yanıt değerleri

| No | $X_1$  | $X_2$  | $\tilde{Y}_2$ |        |        | $\tilde{Y}_4$ |        |        |
|----|--------|--------|---------------|--------|--------|---------------|--------|--------|
| 1  | -1     | -1     | 0.4813        | 0.5500 | 0.6286 | 0.1925        | 0.2200 | 0.2514 |
| 2  | 1      | -1     | 0.4550        | 0.5200 | 0.5943 | 0.5863        | 0.6700 | 0.7657 |
| 3  | -1     | 1      | 0.5863        | 0.6700 | 0.7657 | 0.4987        | 0.5700 | 0.6514 |
| 4  | 1      | 1      | 0.3150        | 0.3600 | 0.4114 | 0.6038        | 0.6900 | 0.7886 |
| 5  | -1.414 | 0      | 0.5162        | 0.5900 | 0.6743 | 0.2888        | 0.3300 | 0.3771 |
| 6  | 1.414  | 0      | 0.2712        | 0.3100 | 0.3543 | 0.5863        | 0.6700 | 0.7657 |
| 7  | 0      | -1.414 | 0.4725        | 0.5400 | 0.6171 | 0.3675        | 0.4200 | 0.4800 |
| 8  | 0      | 1.414  | 0.4463        | 0.5100 | 0.5829 | 0.4987        | 0.5700 | 0.6514 |
| 9  | 0      | 0      | 0.5775        | 0.6600 | 0.7543 | 0.3850        | 0.4400 | 0.5029 |
| 10 | 0      | 0      | 0.5775        | 0.6600 | 0.7543 | 0.4375        | 0.5000 | 0.5714 |
| 11 | 0      | 0      | 0.5775        | 0.6600 | 0.7543 | 0.4375        | 0.5000 | 0.5714 |
| 12 | 0      | 0      | 0.5775        | 0.6600 | 0.7543 | 0.3762        | 0.4300 | 0.4914 |
| 13 | 0      | 0      | 0.5775        | 0.6600 | 0.7543 | 0.4113        | 0.4700 | 0.5371 |

Çizelge 6.5'te tanımlı veriler kullanılarak elde edilecek olan ikinci dereceli tahmini yanıt fonksiyonlarının bulanıklaştırılmasında Diamond (1988) yaklaşımından yararlanılmıştır. Buna göre bulanık en küçük kareler yöntemi kullanılarak elde edilen tahmini bulanık yanıt fonksiyonları

$$\hat{Y}_2(\mathbf{X}) = (0.660, 0.0825, 0.0943) + (-0.092, 0, 0)X_1 + (-0.0103, 0, 0)X_2 \\ + (-0.0956, 0, 0)X_1^2 + (-0.0581, 0, 0)X_2^2 + (-0.070, 0, 0)X_1X_2 ; U_{\hat{Y}_2} = 0.7667$$

$$\hat{Y}_4(\mathbf{X}) = (0.4680, 0.0585, 0.0699) + (0.1314, 0.0165, 0.0187)X_1 \\ + (0.0728, 0.0091, 0.0104)X_2 + (0.0260, 0.0032, 0.0037)X_1^2 \\ + (0.0235, 0.0029, 0.0034)X_2^2 + (-0.0825, 0, 0)X_1X_2 ; U_{\hat{Y}_4} = 0.5352$$

biçimindedir. Burada  $U$ , klasik yaklaşımdaki belirtme katsayısına benzer olarak Kesim 5.2'de tanımlanan bulanık modelin açıklayıcılığının değerlendirilmesinde kullanılan bir ölçüttür. Çizelge 6.5'de verilen tasarım noktalarının  $\hat{Y}_2$  ve  $\hat{Y}_4$  tahmini bulanık yanıt fonksiyonlarına verdiği değerler hesaplanarak tahmini bulanık yanıt değerleri elde edilir. Tahmini bulanık yanıt değerleri ( $\hat{Y}_j$ ,  $j = 2, 4$ ) ve bu tahminlere ilişkin hatalar

$\tilde{e}_{(j)t} = \tilde{Y}_t - \hat{Y}_t, t = 1, 2, \dots, 13, j = 2, 4$  çizelge 6.6'da verilmiştir. Tahmini yanıt modellerinden elde edilen hatalar

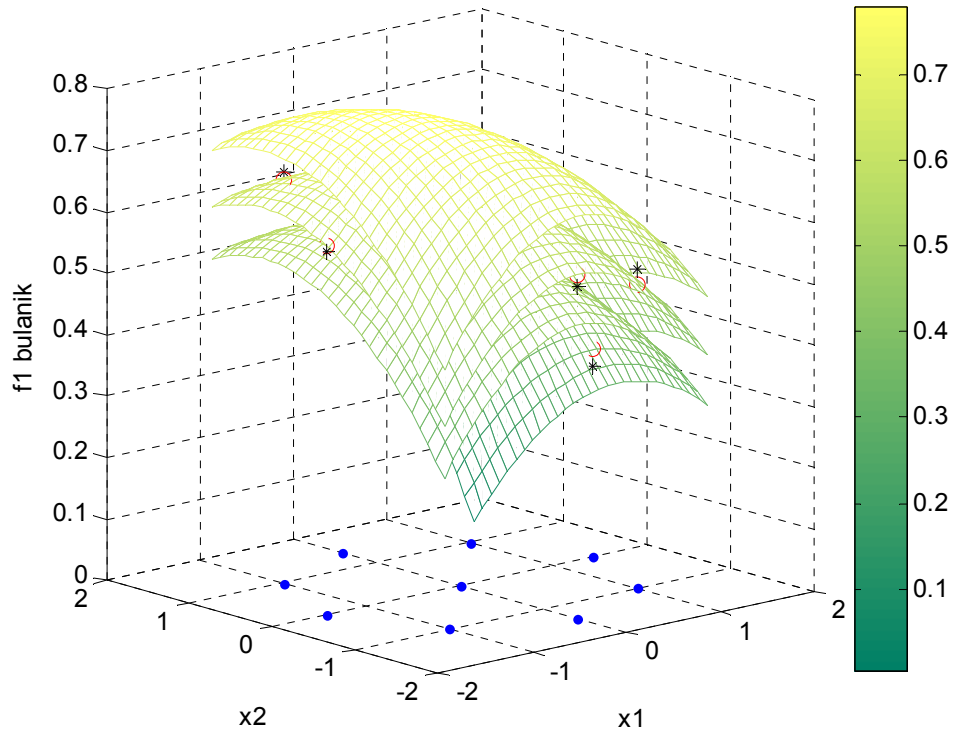
$$\varepsilon_{(j)} = \sum_{t=1}^{13} (\tilde{e}_{(j)t})^2, j = 2, 4 \quad (6.4)$$

eşitliği ile tanımlıdır. Bulanık modellerden elde edilen hatalar, Kesim 5.8.1'de (5.18) eşitliği ile tanımlı metrik kullanılarak hesaplanmıştır.

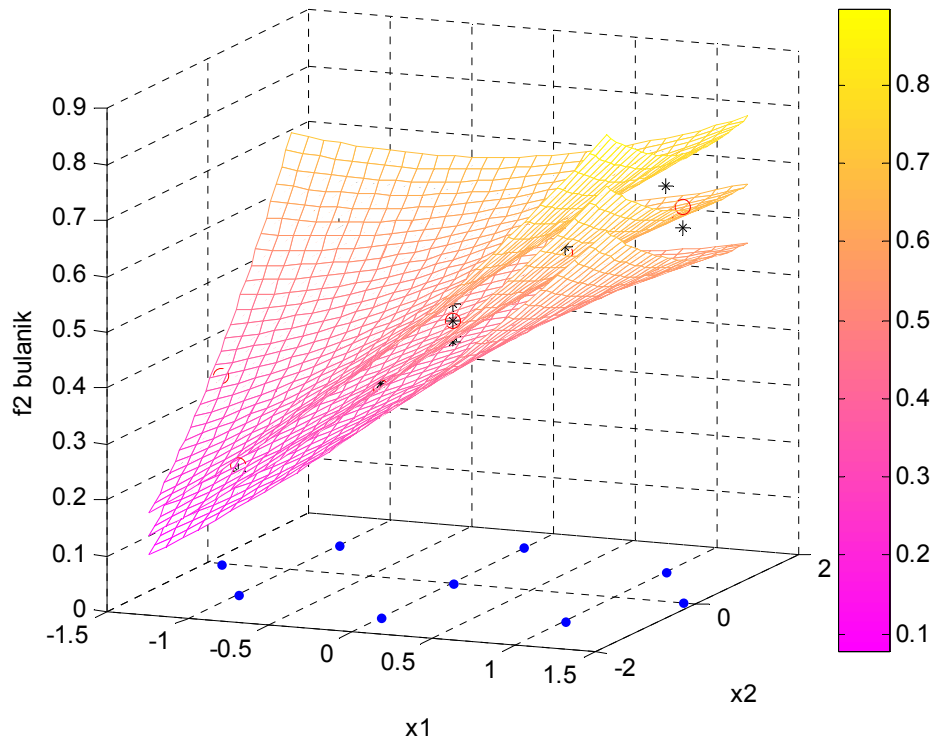
Çizelge 6.6 Bulanık tahmini yanıt değerleri ve bulanık modellere ilişkin hatalar

| $X_1$       | $X_2$  | $\hat{Y}_2$                  | $\tilde{e}_{(2)t}$ | $\hat{Y}_4$ | $\tilde{e}_{(4)t}$           |
|-------------|--------|------------------------------|--------------------|-------------|------------------------------|
| -1          | -1     | 0.4561                       | 0.5386             | 0.6328      | 0.0162                       |
| 1           | -1     | 0.4121                       | 0.4946             | 0.5888      | 0.0290                       |
| -1          | 1      | 0.5754                       | 0.6579             | 0.7522      | 0.0122                       |
| 1           | 1      | 0.2514                       | 0.3339             | 0.4282      | 0.0409                       |
| -1.414      | 0      | 0.5164                       | 0.5989             | 0.6931      | 0.0120                       |
| 1.414       | 0      | 0.2561                       | 0.3386             | 0.4329      | 0.0491                       |
| 0           | -1.414 | 0.4758                       | 0.5583             | 0.6526      | 0.0231                       |
| 0           | 1.414  | 0.4467                       | 0.5292             | 0.6235      | 0.0259                       |
| 0           | 0      | 0.5775                       | 0.6600             | 0.7543      | 0                            |
| 0           | 0      | 0.5775                       | 0.6600             | 0.7543      | 0                            |
| 0           | 0      | 0.5775                       | 0.6600             | 0.7543      | 0                            |
| 0           | 0      | 0.5775                       | 0.6600             | 0.7543      | 0                            |
| 0           | 0      | 0.5775                       | 0.6600             | 0.7543      | 0                            |
| 0           | 0      | 0.5775                       | 0.6600             | 0.7543      | 0                            |
| <b>HATA</b> |        | $\varepsilon_{(2)} = 0.0067$ |                    |             | $\varepsilon_{(4)} = 0.0122$ |

Tahmini bulanık yanıt yüzey fonksiyonlarının eş yükselti grafikleri şekil 6.3-6.4'teki gibidir. Şekil 6.3-6.4'te görüldüğü gibi, gözlenen ve tahmin edilen bulanık yanıt değerleri, bulanık model parametrelerinin sağ ve sol yayılım değerleri ile oluşturulan tahmini bulanık yanıt fonksiyonları arasında kalmıştır. Şekil 6.1-6.2'de, klasik yaklaşımla elde edilen tahmini yanıt modeller için oluşturulan eş yükselti grafiklerinden, gözlenen yanıt değerlerinin tahmini yanıt yüzey fonksiyonları ile tam olarak örtüşmediği söylenebilir.



Şekil 6.3  $\tilde{f}_1$  bulanik amaç fonksiyonunun eş yükselti grafiği



Şekil 6.4  $\tilde{f}_2$  bulanik amaç fonksiyonunun eş yükselti grafiği

### 6.5 Bulanık Uyarlanmış Çok Amaçlı Metasezgisel Yöntemler ile Bulanık Pareto Çözümlerin Elde Edilmesi

Optimal değeri elde edilmek istenilen bulanık tahmini yanıt fonksiyonu bir bulanık amaç fonksiyonu olarak değerlendirildiğinde

$$\begin{aligned} & \max \hat{Y}_2(\mathbf{X}) \\ & \min \hat{Y}_4(\mathbf{X}) \\ & \mathbf{X} \in S \end{aligned} \quad (6.5)$$

ifadesi ile tanımlı bulanık çok yanıtlı yüzey problemi

$$\begin{aligned} & \max \tilde{f}_1(\mathbf{X}) \\ & \min \tilde{f}_2(\mathbf{X}) \\ & \mathbf{X} \in S \end{aligned} \quad (6.6)$$

biçiminde tanımlı bir bulanık çok amaçlı optimizasyon problemine dönüşecektir.

Çalışmada, (6.6) eşitliği ile tanımlı bulanık çok amaçlı optimizasyon probleminin bulanık Pareto çözüm kümesinin elde edilmesi amacıyla Kesim 5.4'te önerilen FANSGA-II ve Kesim 5.5'te önerilen FAMOSA yöntemleri kullanılmıştır. Bulanık uyarlanmış bu yöntemler için tanımlanan algoritmalara özgü parametre değerleri çizelge 6.7'de verilmiştir. Çizelge 6.7'de tanımlı parametre değerleri, farklı parametre değerlerine ilişkin çeşitli kombinasyonlar kullanılarak belirlenmiş, problem için optimal olduğu düşünülen değerlerdir.

Çizelge 6.7 Bulanık uyarlanmış metasezgisel algoritmalar için tanımlanan parametre değerleri

| Yöntem    | Kullanılan Parametreler                                                                             |
|-----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| FANSGA-II | $N = 50; n_{yin} = 100; \eta_c = 20; \eta_m = 20; P_c = 0.9; P_m = 1 / \nu$                         |
| FAMOSA    | $HL = 50; nt_{yin} = 100; T_{max} = 200; T_{min} = 0.001; \alpha = 0.81; \sigma = 0.05; \gamma = 3$ |

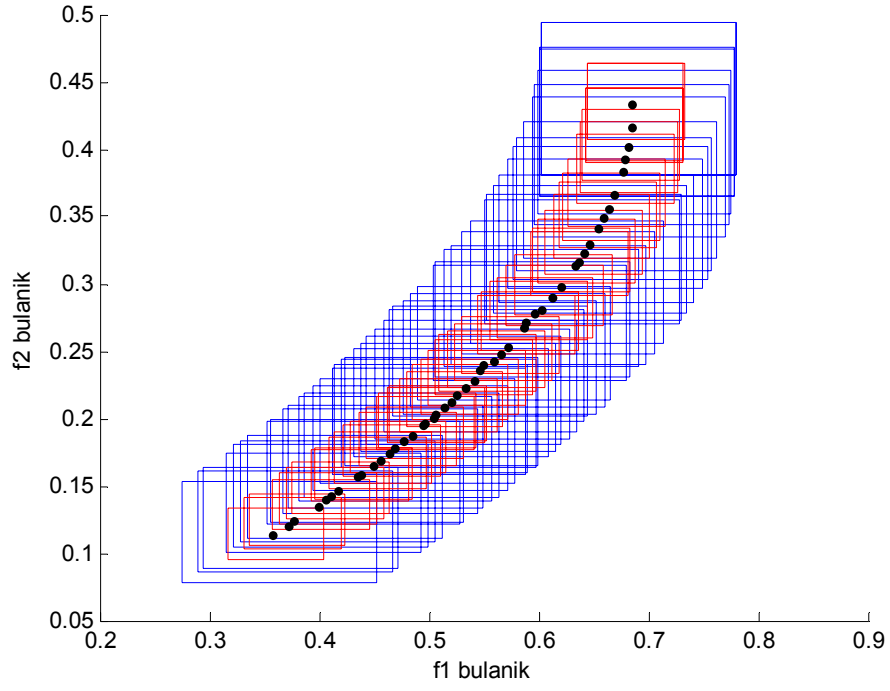
Çizelge 6.7'deki parametre değerlerine göre FANSGA-II ve FAMOSA algoritmalarının işletilmesi ile elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesi sonuçları çizelge 6.8-6.9'daki gibidir. Çizelge 6.8-6.9'da, girdi değişkenlerinin ( $X_1$  ve  $X_2$ ) kodlanmış değerlerinden oluşan çözüm vektörü  $\mathbf{X}^{kod}$  ile orjinal değerlerinden oluşan çözüm vektörü ise  $\mathbf{X}^{orj}$  ile tanımlanmıştır. Söz konusu çizelgelerdeki bulanık amaç fonksiyon değerleri  $\tilde{\mathbf{f}}_j = (f_j^{alt}, f_j^{merkez}, f_j^{üst})$ ,  $j=1,2$  biçiminde üçgensel bulanık sayılar ile gösterilmiştir. Çizelge 6.8-6.9'da verilen bulanık Pareto çözümler ( $\tilde{\mathbf{f}}_1$  ve  $\tilde{\mathbf{f}}_2$ ), Kesim 5.6'da açıklanan  $\alpha$ -kesme yaklaşımı kullanılarak kapalı aralıklara dönüştürülmüştür. Buna göre kapalı aralıklarla tanımlı her bulanık çözüm amaç uzayında dikdörtgenler ile ifade edilmiştir. Şekil 6.5-6.6'da, çizelge 6.7'de tanımlı parametre değerleri kullanılarak sırasıyla FANSGA-II ve FAMOSA yöntemleri ile elde edilen bulanık Pareto çözümlerin dikdörtgenler ile gösterimine yer verilmiştir. Şekil 6.5-6.6 incelendiğinde, farklı  $\alpha$  değerlerine göre ( $\alpha = 0; 0.5; 1$ ) oluşturulan, dikdörtgenler ile temsil edilen bulanık çözümlerin  $\alpha$  değerleri arttıkça dikdörtgenlerin alanının küçüldüğü ve  $\alpha = 1$  için kesin Pareto çözüm kümesine ulaşıldığı görülmektedir.

Çizelge 6.8 FANSGA-II yöntemi ile elde edilen bulanık Pareto çözümler

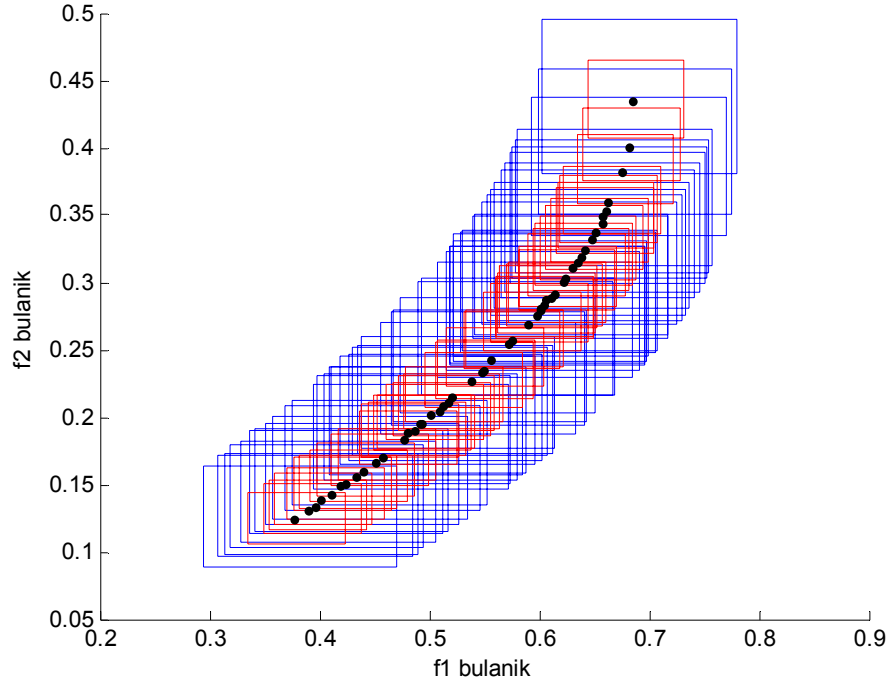
| No | $X^{kod}$ |         | $X^{orj}$ |         | $\tilde{f}_1$ |        |        | $\tilde{f}_2$ |        |        |
|----|-----------|---------|-----------|---------|---------------|--------|--------|---------------|--------|--------|
| 1  | -1.4140   | -1.4140 | 2.6180    | 2.4842  | 0.2749        | 0.3574 | 0.4517 | 0.0788        | 0.1133 | 0.1532 |
| 2  | -0.5762   | 0.2586  | 13.5094   | 18.7084 | 0.6027        | 0.6852 | 0.7795 | 0.3810        | 0.4336 | 0.4939 |
| 3  | -0.9243   | -0.5166 | 8.9841    | 11.1890 | 0.5372        | 0.6197 | 0.7140 | 0.2560        | 0.2980 | 0.3463 |
| 4  | -1.1114   | -0.6780 | 6.5518    | 9.6234  | 0.4892        | 0.5717 | 0.6660 | 0.2141        | 0.2534 | 0.2986 |
| 5  | -1.3171   | -1.2726 | 3.8777    | 3.8558  | 0.3345        | 0.4170 | 0.5113 | 0.1117        | 0.1472 | 0.1881 |
| 6  | -1.1269   | -0.5568 | 6.3503    | 10.7990 | 0.5036        | 0.5861 | 0.6804 | 0.2281        | 0.2679 | 0.3137 |
| 7  | -0.8498   | -0.4664 | 9.9526    | 11.6759 | 0.5511        | 0.6336 | 0.7279 | 0.2704        | 0.3136 | 0.3631 |
| 8  | -0.8317   | -0.3513 | 10.1879   | 12.7924 | 0.5639        | 0.6464 | 0.7407 | 0.2858        | 0.3299 | 0.3806 |
| 9  | -1.3135   | -1.1983 | 3.9245    | 4.5765  | 0.3522        | 0.4347 | 0.5290 | 0.1213        | 0.1569 | 0.1981 |
| 10 | -1.3187   | -0.9543 | 3.8569    | 6.9433  | 0.4014        | 0.4839 | 0.5782 | 0.1518        | 0.1880 | 0.2299 |
| 11 | -0.7558   | -0.2161 | 11.1746   | 14.1038 | 0.5805        | 0.6630 | 0.7573 | 0.3094        | 0.3554 | 0.4082 |
| 12 | -1.3049   | -1.0052 | 4.0363    | 6.4496  | 0.3946        | 0.4771 | 0.5714 | 0.1470        | 0.1832 | 0.2249 |
| 13 | -1.1288   | -0.8982 | 6.3256    | 7.4875  | 0.4510        | 0.5335 | 0.6278 | 0.1846        | 0.2227 | 0.2666 |
| 14 | -0.7833   | -0.4597 | 10.8171   | 11.7409 | 0.5582        | 0.6407 | 0.7350 | 0.2789        | 0.3228 | 0.3733 |
| 15 | -0.8970   | -0.6091 | 9.3390    | 10.2917 | 0.5296        | 0.6121 | 0.7064 | 0.2485        | 0.2904 | 0.3384 |
| 16 | -1.3691   | -1.1231 | 3.2017    | 5.3059  | 0.3549        | 0.4374 | 0.5317 | 0.1225        | 0.1579 | 0.1987 |
| 17 | -1.1123   | -0.4926 | 6.5401    | 11.4218 | 0.5142        | 0.5967 | 0.6910 | 0.2383        | 0.2786 | 0.3250 |
| 18 | -1.1254   | -0.7047 | 6.3698    | 9.3644  | 0.4829        | 0.5654 | 0.6597 | 0.2090        | 0.2480 | 0.2929 |
| 19 | -1.0522   | -0.8282 | 7.3214    | 8.1665  | 0.4761        | 0.5586 | 0.6529 | 0.2033        | 0.2425 | 0.2875 |
| 20 | -1.2708   | -0.7833 | 4.4796    | 8.6020  | 0.4428        | 0.5253 | 0.6196 | 0.1809        | 0.2183 | 0.2613 |
| 21 | -1.3067   | -1.0446 | 4.0129    | 6.0674  | 0.3863        | 0.4688 | 0.5631 | 0.1416        | 0.1777 | 0.2193 |
| 22 | -0.7786   | -0.3106 | 10.8782   | 13.1872 | 0.5718        | 0.6543 | 0.7486 | 0.2961        | 0.3412 | 0.3928 |
| 23 | -1.1328   | -0.5294 | 6.2736    | 11.0648 | 0.5062        | 0.5887 | 0.6830 | 0.2312        | 0.2711 | 0.3170 |
| 24 | -0.6800   | -0.0559 | 12.1600   | 15.6578 | 0.5936        | 0.6761 | 0.7704 | 0.3353        | 0.3835 | 0.4389 |
| 25 | -1.2951   | -0.9289 | 4.1637    | 7.1897  | 0.4115        | 0.4940 | 0.5883 | 0.1583        | 0.1948 | 0.2370 |
| 26 | -1.3507   | -1.2879 | 3.4409    | 3.7074  | 0.3225        | 0.4050 | 0.4993 | 0.1045        | 0.1396 | 0.1803 |
| 27 | -0.6657   | 0.0729  | 12.3459   | 16.9071 | 0.5987        | 0.6812 | 0.7755 | 0.3519        | 0.4015 | 0.4584 |
| 28 | -0.7643   | -0.2586 | 11.0641   | 13.6916 | 0.5769        | 0.6594 | 0.7537 | 0.3036        | 0.3492 | 0.4015 |
| 29 | -1.2585   | -0.6668 | 4.6395    | 9.7320  | 0.4642        | 0.5467 | 0.6410 | 0.1985        | 0.2365 | 0.2803 |
| 30 | -1.3464   | -1.0902 | 3.4968    | 5.6251  | 0.3675        | 0.4500 | 0.5443 | 0.1301        | 0.1657 | 0.2068 |
| 31 | -1.3409   | -1.2725 | 3.5683    | 3.8567  | 0.3286        | 0.4111 | 0.5054 | 0.1080        | 0.1432 | 0.1839 |
| 32 | -0.5726   | 0.1247  | 13.5562   | 17.4096 | 0.6016        | 0.6841 | 0.7784 | 0.3653        | 0.4166 | 0.4754 |
| 33 | -1.1903   | -0.9852 | 5.5261    | 6.6436  | 0.4232        | 0.5057 | 0.6000 | 0.1655        | 0.2028 | 0.2457 |
| 34 | -0.6528   | -0.2240 | 12.5136   | 14.0272 | 0.5860        | 0.6685 | 0.7628 | 0.3189        | 0.3661 | 0.4202 |
| 35 | -0.5751   | 0.1231  | 13.5237   | 17.3941 | 0.6016        | 0.6841 | 0.7784 | 0.3650        | 0.4162 | 0.4749 |
| 36 | -0.5640   | 0.2508  | 13.6680   | 18.6328 | 0.6026        | 0.6851 | 0.7794 | 0.3809        | 0.4336 | 0.4939 |
| 37 | -1.2691   | -0.6334 | 4.5017    | 10.0560 | 0.4672        | 0.5497 | 0.6440 | 0.2020        | 0.2401 | 0.2840 |
| 38 | -1.3887   | -1.3632 | 2.9469    | 2.9770  | 0.2945        | 0.3770 | 0.4713 | 0.0892        | 0.1239 | 0.1641 |
| 39 | -0.8297   | -0.4664 | 10.2139   | 11.6759 | 0.5531        | 0.6356 | 0.7299 | 0.2727        | 0.3161 | 0.3659 |
| 40 | -1.3933   | -1.0113 | 2.8871    | 6.3904  | 0.3725        | 0.4550 | 0.5493 | 0.1341        | 0.1696 | 0.2105 |
| 41 | -1.1707   | -1.0573 | 5.7809    | 5.9442  | 0.4135        | 0.4960 | 0.5903 | 0.1598        | 0.1970 | 0.2399 |
| 42 | -0.9335   | -0.6461 | 8.8645    | 9.9328  | 0.5203        | 0.6028 | 0.6971 | 0.2398        | 0.2810 | 0.3284 |
| 43 | -1.2086   | -0.9773 | 5.2882    | 6.7202  | 0.4209        | 0.5034 | 0.5977 | 0.1639        | 0.2010 | 0.2438 |
| 44 | -0.6932   | 0.0234  | 11.9884   | 16.4270 | 0.5962        | 0.6787 | 0.7730 | 0.3436        | 0.3925 | 0.4484 |
| 45 | -1.4060   | -1.3631 | 2.7220    | 2.9779  | 0.2898        | 0.3723 | 0.4666 | 0.0863        | 0.1210 | 0.1610 |
| 46 | -1.3587   | -1.0104 | 3.3369    | 6.3991  | 0.3810        | 0.4635 | 0.5578 | 0.1389        | 0.1746 | 0.2159 |
| 47 | -1.2331   | -0.8903 | 4.9697    | 7.5641  | 0.4319        | 0.5144 | 0.6087 | 0.1715        | 0.2088 | 0.2517 |
| 48 | -1.0871   | -0.9004 | 6.8677    | 7.4661  | 0.4582        | 0.5407 | 0.6350 | 0.1901        | 0.2286 | 0.2730 |
| 49 | -1.2217   | -0.8701 | 5.1179    | 7.7600  | 0.4378        | 0.5203 | 0.6146 | 0.1756        | 0.2130 | 0.2561 |
| 50 | -1.4140   | -1.2446 | 2.6180    | 4.1274  | 0.3161        | 0.3986 | 0.4929 | 0.1001        | 0.1348 | 0.1750 |

Çizelge 6.9 FAMOSA yöntemi ile elde edilen bulanık Pareto çözümler

| No | $X^{kod}$ |         | $X^{orj}$ |         | $\tilde{f}_1$ |        |        | $\tilde{f}_2$ |        |        |
|----|-----------|---------|-----------|---------|---------------|--------|--------|---------------|--------|--------|
| 1  | -1.1487   | -1.1049 | 6.0669    | 5.4825  | 0.4086        | 0.4911 | 0.5854 | 0.1577        | 0.1949 | 0.2379 |
| 2  | -1.1158   | -1.0860 | 6.4946    | 5.6658  | 0.4190        | 0.5015 | 0.5958 | 0.1648        | 0.2024 | 0.2458 |
| 3  | -1.2357   | -0.9198 | 4.9359    | 7.2779  | 0.4260        | 0.5085 | 0.6028 | 0.1674        | 0.2045 | 0.2472 |
| 4  | -1.1939   | -0.9187 | 5.4793    | 7.2886  | 0.4347        | 0.5172 | 0.6115 | 0.1732        | 0.2106 | 0.2538 |
| 5  | -0.8882   | -0.3473 | 9.4534    | 12.8312 | 0.5588        | 0.6413 | 0.7356 | 0.2803        | 0.3239 | 0.3739 |
| 6  | -0.8786   | -0.3923 | 9.5782    | 12.3947 | 0.5555        | 0.6380 | 0.7323 | 0.2759        | 0.3192 | 0.3690 |
| 7  | -0.9302   | -0.6607 | 8.9074    | 9.7912  | 0.5188        | 0.6013 | 0.6956 | 0.2385        | 0.2797 | 0.3270 |
| 8  | -0.8877   | -0.6819 | 9.4599    | 9.5856  | 0.5215        | 0.6040 | 0.6983 | 0.2417        | 0.2832 | 0.3309 |
| 9  | -0.9507   | -0.5459 | 8.6409    | 10.9048 | 0.5305        | 0.6130 | 0.7073 | 0.2494        | 0.2910 | 0.3388 |
| 10 | -0.8917   | -0.5305 | 9.4079    | 11.0542 | 0.5395        | 0.6220 | 0.7163 | 0.2582        | 0.3005 | 0.3491 |
| 11 | -0.9819   | -0.9134 | 8.2353    | 7.3400  | 0.4738        | 0.5563 | 0.6506 | 0.2037        | 0.2432 | 0.2886 |
| 12 | -1.1033   | -0.8991 | 6.6571    | 7.4787  | 0.4555        | 0.5380 | 0.6323 | 0.1880        | 0.2264 | 0.2705 |
| 13 | -1.3602   | -1.0355 | 3.3174    | 6.1556  | 0.3755        | 0.4580 | 0.5523 | 0.1353        | 0.1710 | 0.2122 |
| 14 | -1.2897   | -1.0221 | 4.2339    | 6.2856  | 0.3947        | 0.4772 | 0.5715 | 0.1469        | 0.1832 | 0.2250 |
| 15 | -1.0975   | -0.8502 | 6.7325    | 7.9531  | 0.4648        | 0.5473 | 0.6416 | 0.1946        | 0.2332 | 0.2777 |
| 16 | -1.4119   | -1.2589 | 2.6453    | 3.9887  | 0.3133        | 0.3958 | 0.4901 | 0.0985        | 0.1333 | 0.1734 |
| 17 | -1.3786   | -1.2308 | 3.0782    | 4.2612  | 0.3285        | 0.4110 | 0.5053 | 0.1073        | 0.1423 | 0.1828 |
| 18 | -0.8814   | -0.2873 | 9.5418    | 13.4132 | 0.5648        | 0.6473 | 0.7416 | 0.2884        | 0.3325 | 0.3831 |
| 19 | -0.8233   | -0.3002 | 10.2971   | 13.2881 | 0.5690        | 0.6515 | 0.7458 | 0.2927        | 0.3373 | 0.3885 |
| 20 | -0.9724   | -0.4337 | 8.3588    | 11.9931 | 0.5406        | 0.6231 | 0.7174 | 0.2608        | 0.3029 | 0.3512 |
| 21 | -0.9525   | -0.3855 | 8.6175    | 12.4606 | 0.5480        | 0.6305 | 0.7248 | 0.2690        | 0.3116 | 0.3605 |
| 22 | -1.0714   | -1.0341 | 7.0718    | 6.1692  | 0.4373        | 0.5198 | 0.6141 | 0.1773        | 0.2155 | 0.2595 |
| 23 | -1.1238   | -1.0198 | 6.3906    | 6.3079  | 0.4300        | 0.5125 | 0.6068 | 0.1711        | 0.2088 | 0.2523 |
| 24 | -1.3817   | -1.3734 | 3.0379    | 2.8780  | 0.2938        | 0.3763 | 0.4706 | 0.0891        | 0.1239 | 0.1641 |
| 25 | -1.3775   | -1.3213 | 3.0925    | 3.3834  | 0.3076        | 0.3901 | 0.4844 | 0.0961        | 0.1310 | 0.1714 |
| 26 | -0.8998   | -0.6156 | 9.3026    | 10.2287 | 0.5284        | 0.6109 | 0.7052 | 0.2475        | 0.2892 | 0.3372 |
| 27 | -1.3169   | -1.3434 | 3.8803    | 3.1690  | 0.3180        | 0.4005 | 0.4948 | 0.1034        | 0.1387 | 0.1796 |
| 28 | -0.8145   | -0.4869 | 10.4115   | 11.4771 | 0.5525        | 0.6350 | 0.7293 | 0.2722        | 0.3156 | 0.3655 |
| 29 | -1.2256   | -1.0480 | 5.0672    | 6.0344  | 0.4037        | 0.4862 | 0.5805 | 0.1528        | 0.1896 | 0.2319 |
| 30 | -1.0501   | -0.6159 | 7.3487    | 10.2258 | 0.5077        | 0.5902 | 0.6845 | 0.2292        | 0.2694 | 0.3156 |
| 31 | -0.9897   | -0.6276 | 8.1339    | 10.1123 | 0.5150        | 0.5975 | 0.6918 | 0.2350        | 0.2757 | 0.3226 |
| 32 | -1.1484   | -1.1635 | 6.0708    | 4.9140  | 0.3969        | 0.4794 | 0.5737 | 0.1512        | 0.1883 | 0.2311 |
| 33 | -1.3064   | -1.1834 | 4.0168    | 4.7210  | 0.3571        | 0.4396 | 0.5339 | 0.1242        | 0.1599 | 0.2012 |
| 34 | -1.3189   | -1.2425 | 3.8543    | 4.1478  | 0.3409        | 0.4234 | 0.5177 | 0.1151        | 0.1506 | 0.1916 |
| 35 | -0.6513   | -0.3420 | 12.5331   | 12.8826 | 0.5780        | 0.6605 | 0.7548 | 0.3066        | 0.3529 | 0.4061 |
| 36 | -0.5894   | -0.3547 | 13.3378   | 12.7594 | 0.5802        | 0.6627 | 0.7570 | 0.3125        | 0.3595 | 0.4134 |
| 37 | -1.2822   | -1.3056 | 4.3314    | 3.5357  | 0.3355        | 0.4180 | 0.5123 | 0.1135        | 0.1492 | 0.1904 |
| 38 | -1.3126   | -1.1216 | 3.9362    | 5.3205  | 0.3690        | 0.4515 | 0.5458 | 0.1310        | 0.1668 | 0.2081 |
| 39 | -0.9653   | -0.8130 | 8.4511    | 8.3139  | 0.4923        | 0.5748 | 0.6691 | 0.2169        | 0.2570 | 0.3031 |
| 40 | -1.0431   | -0.5376 | 7.4397    | 10.9853 | 0.5189        | 0.6014 | 0.6957 | 0.2399        | 0.2806 | 0.3274 |
| 41 | -0.7351   | -0.3243 | 11.4437   | 13.0543 | 0.5740        | 0.6565 | 0.7508 | 0.2992        | 0.3446 | 0.3968 |
| 42 | -1.3945   | -1.1136 | 2.8715    | 5.3981  | 0.3506        | 0.4331 | 0.5274 | 0.1201        | 0.1553 | 0.1959 |
| 43 | -0.8034   | -0.7508 | 10.5558   | 8.9172  | 0.5225        | 0.6050 | 0.6993 | 0.2459        | 0.2880 | 0.3364 |
| 44 | -1.1757   | -0.7517 | 5.7159    | 8.9085  | 0.4666        | 0.5491 | 0.6434 | 0.1968        | 0.2351 | 0.2792 |
| 45 | -1.3346   | -0.8852 | 3.6502    | 7.6136  | 0.4109        | 0.4934 | 0.5877 | 0.1591        | 0.1954 | 0.2374 |
| 46 | -0.8562   | -0.1851 | 9.8694    | 14.4045 | 0.5750        | 0.6575 | 0.7518 | 0.3037        | 0.3488 | 0.4006 |
| 47 | -1.1524   | -0.6264 | 6.0188    | 10.1239 | 0.4897        | 0.5722 | 0.6665 | 0.2160        | 0.2552 | 0.3003 |
| 48 | -0.7297   | -0.0247 | 11.5139   | 15.9604 | 0.5927        | 0.6752 | 0.7695 | 0.3347        | 0.3827 | 0.4377 |
| 49 | -0.5743   | -0.0013 | 13.5341   | 16.1874 | 0.5988        | 0.6813 | 0.7756 | 0.3509        | 0.4010 | 0.4583 |
| 50 | -0.5071   | 0.2198  | 14.4077   | 18.3321 | 0.6023        | 0.6848 | 0.7791 | 0.3813        | 0.4344 | 0.4952 |



Şekil 6.5 FANSGA-II ile  $\alpha = 0$  (mavi dikdörtgenler),  $\alpha = 0.5$  (kırmızı dikdörtgenler) ve  $\alpha = 1$  (siyah noktalar) için elde edilen bulanık Pareto çözümler



Şekil 6.6 FAMOSA ile  $\alpha = 0$  (mavi dikdörtgenler),  $\alpha = 0.5$  (kırmızı dikdörtgenler) ve  $\alpha = 1$  (siyah noktalar) için elde edilen bulanık Pareto çözümler

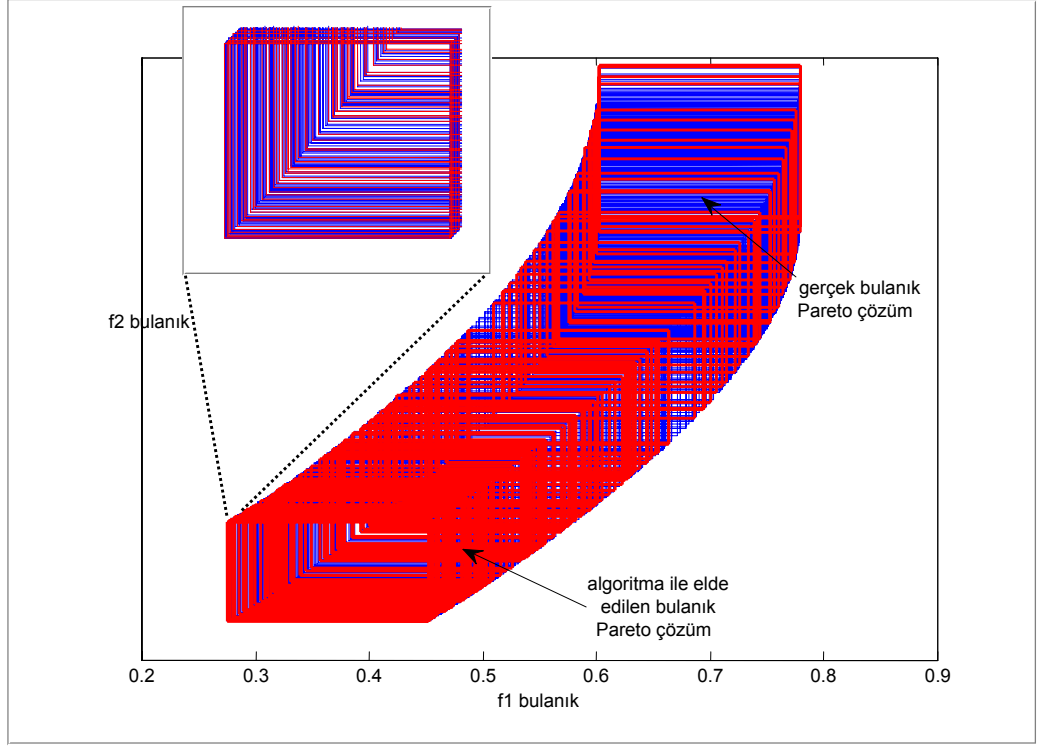
## 6.6 Bulanık Pareto Çözümlerin Performans Ölçütleri ile Değerlendirilmesi

Bu çalışmada, önerilen bulanık uyarlanmış metasezgisel yöntemlerin performanslarının değerlendirilmesi amacıyla “gerçek bulanık Pareto yüzey” olarak değerlendirilecek olan 500 bulanık Pareto çözümden oluşan bir çözüm kümesi oluşturulmuştur. Gerçek bulanık Pareto çözüm kümesinin elde edilmesinde çizelge 6.7’de algoritmalara özgü tanımlanan parametre değerleri kullanılmıştır. FANSGA-II için  $N = 300$  ve FAMOSA yöntemi için  $HL = 300$  alınmıştır. Çizelge 6.7’de tanımlı parametre değerlerine göre elde edilen bulanık Pareto çözümlerin baskınlık ölçütüne göre sıralanması sonucunda ilk sırayı oluşturan 500 baskın bulanık çözüm gerçek bulanık Pareto çözüm kümesi olarak değerlendirilmiştir. Çok amaçlı metasezgisel yöntemler kullanılarak elde edilen bulanık Pareto çözümlerin gerçek bulanık Pareto yüzeye yakınlığının ve bulanık Pareto çözüm kümesindeki çözüm çeşitliliğinin değerlendirilmesi amacıyla her bir bulanık uyarlanmış metasezgisel algoritma ile 100 çözümden oluşan 50 tane bulanık Pareto çözüm kümesi oluşturulmuştur. Bu Pareto çözüm kümelerinin oluşturulmasında,  $N = 100$  ve  $HL = 100$  alınarak çizelge 6.7’de tanımlı parametre değerleri kullanılmıştır. Şekil 6.7’de gerçek Pareto çözüm kümesi olarak değerlendirilen 500 çözüm (mavi dikdörtgenler) ile FANSGA-II kullanılarak elde edilen 100 çözümün (kırmızı dikdörtgenler) birbirlerine göre konumları gösterilmiştir. Şekil 6.7’de bulanık Pareto çözüm kümesinde büyütülen kesit, bulanık Pareto çözümlerin birbirlerine göre konumlarını daha iyi belirlemek amacıyla gösterilmiştir. Bulanık Pareto çözümlerin elde edilmesinde FANSGA-II ve FAMOSA yöntemleri kullanılarak  $\alpha = 0$  düzeyi için elde edilen bulanık Pareto çözüm kümelerinin Bölüm 5’te (5.15) ve (5.17) eşitlikleri ile tanımlanan performans ölçütleri ve bu ölçüt değerlerine göre elde edilen ortalama ve varyans değerleri çizelge 6.10’da verilmiştir.

Çizelge 6.10’da,  $\tilde{r}_{GY}$  ölçütüne göre elde edilen sonuçların ortalamasına göre ( $\tilde{r}_{GY}^{FANSGA-II} = 0.9876$ ,  $\tilde{r}_{GY}^{FAMOSA} = 0.9823$ ) her iki bulanık uyarlanmış yöntem ile oluşturulan bulanık Pareto çözümlerin, gerçek bulanık Pareto yüzeye yakınlıklarının benzer olduğu söylenebilir. Fakat, FANSGA-II yöntemi ile elde edilen yakınlık sonuçlarının  $\tilde{r}_{GY}$  ölçütüne göre hesaplanan değerinde sapmasının daha düşük olduğu

gözlenmiştir ( $\tilde{r}_{GY}^{FANSGA-II} = 0.0012$ ). Bulanık Pareto yüzeyde çözüm çeşitliliğini gösteren  $\tilde{\Delta}$  ölçütüne göre yapılan hesaplamalar sonucunda, FANSGA-II ile elde edilen bulanık Pareto çözümlerindeki çeşitliliğin ortalama olarak ( $\tilde{\Delta}^{FANSGA-II} = 0.4881$ ) FAMOSA yöntemindeki çözümlere göre ( $\tilde{\Delta}^{FAMOSA} = 0.7604$ ) daha fazla olduğu gözlenmiştir.

Çizelge 6.10'daki performans metriği değerlerine göre uyarlanmış metasezgisel yöntemlerin ortalamaları arasında fark olup olmadığının istatistiksel testini yapmak mümkündür. FANSGA-II ve FAMOSA yöntemlerinin performans metrikleri üzerinde yapılan normallik testi sonucunda,  $\tilde{r}_{GY}$  ölçütüne göre elde edilen sonuçların normal dağılıma uymadığı ve  $\tilde{\Delta}$  ölçütüne göre hesaplanan değerlerin normal dağılımlı olduğu görülmüştür.  $\alpha = 0.05$  anlam düzeyinde  $\tilde{r}_{GY}$  ölçütü için yapılan Mann-Whitney testi sonucunda ve  $\tilde{\Delta}$  ölçütü için yapılan iki örneklem t-testi sonucunda bulanık uyarlanmış yöntemlerin ortalamaları arasında fark olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Buna göre bulanık çok amaçlı problemin optimizasyonunda, önerilen ölçütlerden elde edilen sonuçlara göre FANSGA-II ve FAMOSA yöntemlerinin bulanık Pareto çözüm kümesinde çözüm çeşitliliğinin sağlanması konusunda farklı performans gösterdiği söylenebilir. FANSGA-II yöntemi ile bulanık Pareto yüzeyde daha çok çeşitliliğe sahip çözümlere ulaşıldığı gözlenmiştir. Genel olarak elde edilen performans ölçütü sonuçlarından, FANSGA-II yöntemi ile FAMOSA yöntemine göre çözüm çeşitliliğinin daha çok sağlandığı bulanık Pareto çözüm kümesine ulaşıldığı söylenebilir.



Şekil 6.7 Gerçek bulanık Pareto çözümler (mavi renkli dikdörtgenler) ile metasezgisel algoritma kullanılarak elde edilen bulanık Pareto çözümlerin (kırmızı renkli dikdörtgenler) birbirlerine göre konumları

Çizelge 6.10 FANSGA-II ve FAMOSA yöntemleri ile elde edilen bulanık Pareto çözümlerin performans ölçüt değerleri

| No               | $\tilde{r}_{GY}$ |               | $\tilde{\Delta}$ |               |
|------------------|------------------|---------------|------------------|---------------|
|                  | FANSGA-II        | FAMOSA        | FANSGA-II        | FAMOSA        |
| 1                | 0.9878           | 0.9879        | 0.4353           | 0.9009        |
| 2                | 0.9861           | 0.9790        | 0.5187           | 0.7558        |
| 3                | 0.9858           | 0.9870        | 0.5184           | 0.7114        |
| 4                | 0.9885           | 0.9823        | 0.4949           | 0.7485        |
| 5                | 0.9879           | 0.9869        | 0.4779           | 0.6522        |
| 6                | 0.9877           | 0.9673        | 0.4588           | 0.7834        |
| 7                | 0.9864           | 0.9855        | 0.5096           | 0.6867        |
| 8                | 0.9890           | 0.9826        | 0.4485           | 0.9045        |
| 9                | 0.9895           | 0.9837        | 0.4744           | 0.9076        |
| 10               | 0.9875           | 0.9866        | 0.5213           | 0.9941        |
| 11               | 0.9866           | 0.9805        | 0.4761           | 0.7760        |
| 12               | 0.9875           | 0.9776        | 0.5083           | 0.6496        |
| 13               | 0.9890           | 0.9824        | 0.4452           | 0.7785        |
| 14               | 0.9876           | 0.9809        | 0.4995           | 0.7874        |
| 15               | 0.9869           | 0.9845        | 0.5646           | 0.7490        |
| 16               | 0.9891           | 0.9843        | 0.4542           | 0.8828        |
| 17               | 0.9879           | 0.9844        | 0.5701           | 0.6764        |
| 18               | 0.9869           | 0.9749        | 0.5026           | 0.6793        |
| 19               | 0.9867           | 0.9859        | 0.4605           | 0.7705        |
| 20               | 0.9888           | 0.9771        | 0.5333           | 0.6399        |
| 21               | 0.9883           | 0.9818        | 0.4642           | 0.7402        |
| 22               | 0.9904           | 0.9858        | 0.5045           | 0.6553        |
| 23               | 0.9888           | 0.9854        | 0.4948           | 0.8865        |
| 24               | 0.9880           | 0.9773        | 0.5471           | 0.7943        |
| 25               | 0.9857           | 0.9768        | 0.4187           | 0.6418        |
| 26               | 0.9884           | 0.9803        | 0.4302           | 0.7767        |
| 27               | 0.9875           | 0.9878        | 0.5207           | 0.7961        |
| 28               | 0.9873           | 0.9836        | 0.5026           | 0.7881        |
| 29               | 0.9885           | 0.9891        | 0.4933           | 0.8807        |
| 30               | 0.9879           | 0.9859        | 0.5005           | 0.7395        |
| 31               | 0.9884           | 0.9802        | 0.5248           | 0.7847        |
| 32               | 0.9858           | 0.9792        | 0.5020           | 0.8460        |
| 33               | 0.9869           | 0.9800        | 0.3970           | 0.6529        |
| 34               | 0.9864           | 0.9742        | 0.4214           | 0.7442        |
| 35               | 0.9847           | 0.9841        | 0.4272           | 0.6917        |
| 36               | 0.9878           | 0.9858        | 0.4956           | 0.8953        |
| 37               | 0.9887           | 0.9837        | 0.5127           | 0.7397        |
| 38               | 0.9897           | 0.9791        | 0.4768           | 0.7150        |
| 39               | 0.9858           | 0.9787        | 0.4967           | 0.7091        |
| 40               | 0.9870           | 0.9805        | 0.5224           | 0.7354        |
| 41               | 0.9875           | 0.9832        | 0.4992           | 0.6548        |
| 42               | 0.9881           | 0.9774        | 0.5256           | 0.6606        |
| 43               | 0.9893           | 0.9841        | 0.4590           | 0.6510        |
| 44               | 0.9869           | 0.9807        | 0.5079           | 0.7336        |
| 45               | 0.9863           | 0.9859        | 0.5384           | 0.5421        |
| 46               | 0.9879           | 0.9841        | 0.4459           | 0.9594        |
| 47               | 0.9867           | 0.9872        | 0.4612           | 0.7974        |
| 48               | 0.9863           | 0.9836        | 0.4880           | 0.9644        |
| 49               | 0.9874           | 0.9856        | 0.5034           | 0.7032        |
| 50               | 0.9883           | 0.9849        | 0.4531           | 0.7078        |
| <b>Ortalama</b>  | 0.9876           | 0.9823        | <b>0.4881</b>    | <b>0.7604</b> |
| <b>St. Sapma</b> | <b>0.0012</b>    | <b>0.0042</b> | <b>0.0382</b>    | <b>0.0982</b> |

## 6.7 Bulanık Pareto Çözümlerin Bulanık Karar Analizi ile Değerlendirilmesi

Kesim 6.6’da hesaplanan performans ölçütü değerleri ile FANSGA-II yönteminin FAMOSA yöntemine göre çok amaçlı optimizasyon amaçlarını daha iyi sağlayan bulanık Pareto çözümler verdiği sonucuna ulaşılmıştı. Bu nedenle çalışmada, bulanık Pareto çözümlerin değerlendirilmesi aşamasında çizelge 6.8’de verilen FANSGA-II yöntemi ile elde edilen bulanık Pareto çözüm sonuçları kullanılacaktır. Öncelikli olarak bulanık Pareto çözümler arasından uzlaşık bulanık Pareto çözüme karar verilecek ve daha sonra max-min yaklaşımı ile bulanık çözümler gruplandırılarak uzlaşık bulanık çözüm grubu belirlenecektir. Böylece benzer yanıt değerlerini veren, kabul edilebilir üyelik değerleri ile birbirine ait olan ve birbiri yerine alternatif çözüm olarak değerlendirilebilecek bulanık çözümleri içeren bir uzlaşık bulanık çözüm grubu elde edilmiş olacaktır.

### 6.7.1 Uzlaşık bulanık Pareto çözüme karar verilmesi

Karar vericinin tercih amacına yönelik olarak, çizelge 6.8’de tanımlı bulanık Pareto çözümlerin her biri küme içinde ayrı bir öneme sahiptir. Bulanık Pareto çözüm kümesinden seçilebilecek bir uzlaşık bulanık çözüm, karar vericiye geniş bir çözüm yelpazesinden bulanık amaç fonksiyonlarının aynı anda en iyileneceği bir çözüm seçeneği sunar. Çalışmada, bulanık amaç fonksiyonlarının eşit öneme sahip olduğu varsayılarak tercih edilebilecek uzlaşık bulanık çözümün belirlenmesi amaçlanmaktadır. Kesim 5.8.1’de önerilen yaklaşıma göre öncelikli olarak pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümlerin belirlenmesine ihtiyaç duyulur. Bu yaklaşımda kullanılan bulanık pozitif ve bulanık negatif ideal çözümler çizelge 6.11’de verilmiştir.

Çizelge 6.11 Bulanık amaç fonksiyonlarının pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözüm değerleri

| Bulanık amaç fonksiyonları | Problem Türü  | $\tilde{f}_{PIS}^*$    | $\tilde{f}_{NIS}^*$    |
|----------------------------|---------------|------------------------|------------------------|
| $\tilde{f}_1$              | Maksimizasyon | [0.6027 0.6852 0.7795] | [0.0144 0.0681 0.1624] |
| $\tilde{f}_2$              | Minimizasyon  | [0.0788 0.1133 0.1532] | [0.7336 0.8148 0.9076] |

Eşitlik (5.18) ile tanımlı metrik kullanılarak,  $d_t^{PIS}$  ve  $d_t^{NIS}$   $t=1,2,...,n$  olarak tanımlı ideal bulanık çözümlerden sapma değerleri hesaplanır.  $\tilde{f}_{PIS}^{*j}$  ve  $\tilde{f}_{NIS}^{*j}$ ,  $j=1,2,...,r$  çözümlerine yakınlığın belirlenmesi amacıyla önerilen (5.20) eşitliği kullanılarak, her bir bulanık Pareto çözüm için ideal bulanık çözümlere yakınlığı gösteren nicel büyüklükler elde edilir. Çizelge 6.12’de, her bulanık Pareto çözümün pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümlere göre hesaplanan uzaklık değerlerine ( $d_1^{NIS}$ ,  $d_2^{NIS}$ ,  $d_1^{PIS}$ ,  $d_2^{PIS}$ ) ve her bulanık çözüm için hesaplanan pozitif ideal bulanık çözüme yakınlık değerlerine (C) yer verilmiştir. Çizelge 6.12 incelendiğinde 42 numaralı bulanık çözümün, pozitif ideal bulanık çözümlere yakınlık değeri en büyük olan çözüm (C=0.9082) olduğu görülür. Çalışmada önerilen ölçüte göre 42. bulanık çözüm,  $\mathbf{X}^{orj}=[8.8645 \ 9.9328]$ ,  $\tilde{\mathbf{f}}=[\tilde{\mathbf{f}}_1 \tilde{\mathbf{f}}_2] = [(0.5203 \ 0.6028 \ 0.6971) \ (0.2398 \ 0.2810 \ 0.3284)]$ , uzlaşık bulanık çözüm olarak değerlendirilir. Şekil 6.8’de,  $\alpha=0$  için çizelge 6.8’de verilen bulanık Pareto çözüm kümesinden tercih edilen uzlaşık bulanık çözüm (42. bulanık çözüm) gösterilmiştir.

Şekil 6.8 Bulanık Pareto çözüm kümesinde belirlenen uzlaşık bulanık çözüm

Çizelge 6.12 Bulanık Pareto çözümlerin ideal bulanık çözümlere uzaklıkları ve pozitif ideal bulanık çözüme yakınlık değerleri

| No | $\tilde{f}_1$ |               |               | $\tilde{f}_2$ |               |               | $d_1^{NIS}$   | $d_2^{NIS}$   | $d_1^{PIS}$   | $d_2^{PIS}$   | C             |
|----|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1  | 0.2749        | 0.3574        | 0.4517        | 0.0788        | 0.1133        | 0.1532        | 0.2800        | 0.7047        | 0.3278        | 0             | 0.7503        |
| 2  | 0.6027        | 0.6852        | 0.7795        | 0.3810        | 0.4336        | 0.4939        | 0.6077        | 0.3833        | 0             | 0.3215        | 0.7551        |
| 3  | 0.5372        | 0.6197        | 0.7140        | 0.2560        | 0.2980        | 0.3463        | 0.5422        | 0.5197        | 0.0655        | 0.1851        | 0.8091        |
| 4  | 0.4892        | 0.5717        | 0.6660        | 0.2141        | 0.2534        | 0.2986        | 0.4942        | 0.5645        | 0.1135        | 0.1403        | 0.8066        |
| 5  | 0.3345        | 0.4170        | 0.5113        | 0.1117        | 0.1472        | 0.1881        | 0.3396        | 0.6709        | 0.2682        | 0.0339        | 0.7698        |
| 6  | 0.5036        | 0.5861        | 0.6804        | 0.2281        | 0.2679        | 0.3137        | 0.5086        | 0.5500        | 0.0991        | 0.1549        | 0.8065        |
| 7  | 0.5511        | 0.6336        | 0.7279        | 0.2704        | 0.3136        | 0.3631        | 0.5561        | 0.5041        | 0.0516        | 0.2007        | 0.8077        |
| 8  | 0.5639        | 0.6464        | 0.7407        | 0.2858        | 0.3299        | 0.3806        | 0.5689        | 0.4876        | 0.0388        | 0.2172        | 0.8050        |
| 9  | 0.3522        | 0.4347        | 0.5290        | 0.1213        | 0.1569        | 0.1981        | 0.3573        | 0.6611        | 0.2505        | 0.0437        | 0.7759        |
| 10 | 0.4014        | 0.4839        | 0.5782        | 0.1518        | 0.1880        | 0.2299        | 0.4064        | 0.6300        | 0.2013        | 0.0748        | 0.7896        |
| 11 | 0.5805        | 0.6630        | 0.7573        | 0.3094        | 0.3554        | 0.4082        | 0.5855        | 0.4620        | 0.0222        | 0.2428        | 0.7981        |
| 12 | 0.3946        | 0.4771        | 0.5714        | 0.1470        | 0.1832        | 0.2249        | 0.3996        | 0.6348        | 0.2081        | 0.0699        | 0.7882        |
| 13 | 0.4510        | 0.5335        | 0.6278        | 0.1846        | 0.2227        | 0.2666        | 0.4560        | 0.5952        | 0.1517        | 0.1096        | 0.8009        |
| 14 | 0.5582        | 0.6407        | 0.7350        | 0.2789        | 0.3228        | 0.3733        | 0.5632        | 0.4947        | 0.0445        | 0.2101        | 0.8060        |
| 15 | 0.5296        | 0.6121        | 0.7064        | 0.2485        | 0.2904        | 0.3384        | 0.5346        | 0.5274        | 0.0731        | 0.1774        | 0.8091        |
| 16 | 0.3549        | 0.4374        | 0.5317        | 0.1225        | 0.1579        | 0.1987        | 0.3600        | 0.6602        | 0.2478        | 0.0446        | 0.7772        |
| 17 | 0.5142        | 0.5967        | 0.6910        | 0.2383        | 0.2786        | 0.3250        | 0.5192        | 0.5392        | 0.0885        | 0.1656        | 0.8064        |
| 18 | 0.4829        | 0.5654        | 0.6597        | 0.2090        | 0.2480        | 0.2929        | 0.4879        | 0.5699        | 0.1198        | 0.1349        | 0.8059        |
| 19 | 0.4761        | 0.5586        | 0.6529        | 0.2033        | 0.2425        | 0.2875        | 0.4811        | 0.5754        | 0.1266        | 0.1294        | 0.8050        |
| 20 | 0.4428        | 0.5253        | 0.6196        | 0.1809        | 0.2183        | 0.2613        | 0.4478        | 0.5997        | 0.1599        | 0.1051        | 0.7981        |
| 21 | 0.3863        | 0.4688        | 0.5631        | 0.1416        | 0.1777        | 0.2193        | 0.3913        | 0.6403        | 0.2164        | 0.0644        | 0.7860        |
| 22 | 0.5718        | 0.6543        | 0.7486        | 0.2961        | 0.3412        | 0.3928        | 0.5768        | 0.4763        | 0.0309        | 0.2284        | 0.8024        |
| 23 | 0.5062        | 0.5887        | 0.6830        | 0.2312        | 0.2711        | 0.3170        | 0.5112        | 0.5468        | 0.0965        | 0.1581        | 0.8060        |
| 24 | 0.5936        | 0.6761        | 0.7704        | 0.3353        | 0.3835        | 0.4389        | 0.5986        | 0.4337        | 0.0091        | 0.2711        | 0.7865        |
| 25 | 0.4115        | 0.4940        | 0.5883        | 0.1583        | 0.1948        | 0.2370        | 0.4165        | 0.6232        | 0.1912        | 0.0816        | 0.7921        |
| 26 | 0.3225        | 0.4050        | 0.4993        | 0.1045        | 0.1396        | 0.1803        | 0.3276        | 0.6784        | 0.2802        | 0.0264        | 0.7664        |
| 27 | 0.5987        | 0.6812        | 0.7755        | 0.3519        | 0.4015        | 0.4584        | 0.6037        | 0.4156        | 0.0040        | 0.2891        | 0.7767        |
| 28 | 0.5769        | 0.6594        | 0.7537        | 0.3036        | 0.3492        | 0.4015        | 0.5819        | 0.4683        | 0.0258        | 0.2365        | 0.8001        |
| 29 | 0.4642        | 0.5467        | 0.6410        | 0.1985        | 0.2365        | 0.2803        | 0.4692        | 0.5815        | 0.1385        | 0.1234        | 0.8005        |
| 30 | 0.3675        | 0.4500        | 0.5443        | 0.1301        | 0.1657        | 0.2068        | 0.3725        | 0.6523        | 0.2352        | 0.0524        | 0.7809        |
| 31 | 0.3286        | 0.4111        | 0.5054        | 0.1080        | 0.1432        | 0.1839        | 0.3337        | 0.6748        | 0.2741        | 0.0299        | 0.7684        |
| 32 | 0.6016        | 0.6841        | 0.7784        | 0.3653        | 0.4166        | 0.4754        | 0.6066        | 0.4004        | 0.0011        | 0.3043        | 0.7673        |
| 33 | 0.4232        | 0.5057        | 0.6000        | 0.1655        | 0.2028        | 0.2457        | 0.4282        | 0.6152        | 0.1795        | 0.0896        | 0.7950        |
| 34 | 0.5860        | 0.6685        | 0.7628        | 0.3189        | 0.3661        | 0.4202        | 0.5910        | 0.4512        | 0.0167        | 0.2535        | 0.7941        |
| 35 | 0.6016        | 0.6841        | 0.7784        | 0.3650        | 0.4162        | 0.4749        | 0.6066        | 0.4008        | 0.0011        | 0.3039        | 0.7676        |
| 36 | 0.6026        | 0.6851        | 0.7794        | 0.3809        | 0.4336        | 0.4939        | 0.6076        | 0.3833        | 0.0001        | 0.3214        | 0.7550        |
| 37 | 0.4672        | 0.5497        | 0.6440        | 0.2020        | 0.2401        | 0.2840        | 0.4722        | 0.5779        | 0.1355        | 0.1270        | 0.8000        |
| 38 | 0.2945        | 0.3770        | 0.4713        | 0.0892        | 0.1239        | 0.1641        | 0.2996        | 0.6941        | 0.3082        | 0.0106        | 0.7571        |
| 39 | 0.5531        | 0.6356        | 0.7299        | 0.2727        | 0.3161        | 0.3659        | 0.5581        | 0.5015        | 0.0496        | 0.2033        | 0.8073        |
| 40 | 0.3725        | 0.4550        | 0.5493        | 0.1341        | 0.1696        | 0.2105        | 0.3775        | 0.6485        | 0.2302        | 0.0563        | 0.7817        |
| 41 | 0.4135        | 0.4960        | 0.5903        | 0.1598        | 0.1970        | 0.2399        | 0.4185        | 0.6210        | 0.1892        | 0.0838        | 0.7920        |
| 42 | <b>0.5203</b> | <b>0.6028</b> | <b>0.6971</b> | <b>0.2398</b> | <b>0.2810</b> | <b>0.3284</b> | <b>0.5253</b> | <b>0.5367</b> | <b>0.0824</b> | <b>0.1681</b> | <b>0.8092</b> |
| 43 | 0.4209        | 0.5034        | 0.5977        | 0.1639        | 0.2010        | 0.2438        | 0.4259        | 0.6170        | 0.1818        | 0.0878        | 0.7946        |
| 44 | 0.5962        | 0.6787        | 0.7730        | 0.3436        | 0.3925        | 0.4484        | 0.6012        | 0.4248        | 0.0065        | 0.2800        | 0.7817        |
| 45 | 0.2898        | 0.3723        | 0.4666        | 0.0863        | 0.1210        | 0.1610        | 0.2949        | 0.6971        | 0.3129        | 0.0077        | 0.7558        |
| 46 | 0.3810        | 0.4635        | 0.5578        | 0.1389        | 0.1746        | 0.2159        | 0.3860        | 0.6434        | 0.2217        | 0.0614        | 0.7843        |
| 47 | 0.4319        | 0.5144        | 0.6087        | 0.1715        | 0.2088        | 0.2517        | 0.4369        | 0.6092        | 0.1708        | 0.0956        | 0.7970        |
| 48 | 0.4582        | 0.5407        | 0.6350        | 0.1901        | 0.2286        | 0.2730        | 0.4632        | 0.5893        | 0.1445        | 0.1155        | 0.8019        |
| 49 | 0.4378        | 0.5203        | 0.6146        | 0.1756        | 0.2130        | 0.2561        | 0.4428        | 0.6050        | 0.1649        | 0.0998        | 0.7983        |
| 50 | 0.3161        | 0.3986        | 0.4929        | 0.1001        | 0.1348        | 0.1750        | 0.3212        | 0.6832        | 0.2866        | 0.0215        | 0.7652        |

### 6.7.2 Bulanık Pareto çözümlerin max-min yaklaşımı ile gruplandırılması

Bulanık Pareto çözümler arasından karar vericiyi tatmin edecek uzlaşık bulanık çözüm grubuna karar verilmesi amacıyla, bulanık Pareto kümesindeki bulanık çözümlerin her birinin küme içindeki diğer bulanık çözümlere olan üyelik değerleri hesaplanır. Optimal

değeri elde edilmek istenilen amaç fonksiyonlarına göre bulanık üyelik matrisleri oluşturulur. Bulanık amaç fonksiyonu sayısı kadar bulanık üyelik matrisi olacaktır. Üyelik matrislerinin oluşturulması amacıyla izlenen yaklaşım Kesim 5.8.2’de detaylı olarak açıklanmıştır. Buna göre, çizelge 6.13-6.14’te  $\tilde{f}_1$  ve  $\tilde{f}_2$  bulanık amaç fonksiyonları için hesaplanan üyelik matrislerine yer verilmiştir. Herhangi bir bulanık çözümün kendisine ait olma üyeliği 1 olacağından, Çizelge 6.13-6.14’te tanımlı üyelik matrislerinin köşegen elemanları 1 değerini almaktadır. Çizelge 6.13-6.14’te tanımlanan üyelik matrislerinden yararlanılarak Kesim 5.8.2’de detaylı olarak açıklanan max-min yaklaşımı ile bulanık çözümler gruplandırılmıştır. Bulanık Pareto çözüm kümesinden seçilen bir bulanık çözüme en yakın bulanık çözümü belirlemek amacıyla öncelikle ilgili bulanık çözümün merkez değerinin amaç fonksiyonlarına göre hesaplanan herhangi bir bulanık çözüme ait olma üyelik değerlerinin en küçüğü seçilir. Elde edilen üyelik matrisi çizelge 6.15’te verilmiştir. Çizelge 6.15’te tanımlı üyelik matrisinin her satırının bir bulanık çözümü temsil ettiği düşünüldüğünde, matrisin satırlarının en büyüğü o satır numarası ile tanımlı çözüme en yakın üyelikli çözüm olarak değerlendirilir. Buna göre belirlenen bulanık Pareto çözüm çiftlerine çizelge 6.16’da yer verilmiştir.

Çizelge 6.13  $\tilde{f}_1$  bulanık amaç fonksiyonuna göre elde edilen bulanık üyelik matrisi

| $\mu^{\tilde{f}_1}$ | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | ... | 48     | 49     | 50     |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|--------|--------|--------|
| 1                   | 1      | 0      | 0      | 0      | 0.2776 | ... | 0      | 0      | 0.5006 |
| 2                   | 0      | 1      | 0.3054 | 0      | 0      | ... | 0      | 0      | 0      |
| 3                   | 0      | 0.2061 | 1      | 0.4910 | 0      | ... | 0.1622 | 0      | 0      |
| 4                   | 0      | 0      | 0.4182 | 1      | 0      | ... | 0.6713 | 0.4549 | 0      |
| 5                   | 0.368  | 0      | 0      | 0      | 1      | ... | 0      | 0      | 0.8049 |
| .                   |        |        |        |        |        | .   |        |        |        |
| .                   |        |        |        |        |        | .   |        |        |        |
| .                   |        |        |        |        |        | .   |        |        |        |
| 48                  | 0      | 0      | 0.0424 | 0.6242 | 0      | ... | 1      | 0.7837 | 0      |
| 49                  | 0      | 0      | 0      | 0.3770 | 0      | ... | 0.7527 | 1      | 0      |
| 50                  | 0.5631 | 0      | 0      | 0      | 0.7770 | ... | 0      | 0      | 1      |

Çizelge 6.14  $\tilde{f}_2$  bulanık amaç fonksiyonuna göre elde edilen bulanık üyelik matrisi

| $\mu^{\tilde{f}_2}$ | 1      | 2 | 3 | 4      | 5      | ... | 48     | 49     | 50     |
|---------------------|--------|---|---|--------|--------|-----|--------|--------|--------|
| 1                   | 1      | 0 | 0 | 0      | 0.0451 | ... | 0      | 0      | 0.3804 |
| 2                   | 0      | 1 | 0 | 0      | 0      | ... | 0      | 0      | 0      |
| 3                   | 0      | 0 | 1 | 0.0133 | 0      | ... | 0      | 0      | 0      |
| 4                   | 0      | 0 | 0 | 1      | 0      | ... | 0.4414 | 0.0626 | 0      |
| 5                   | 0.1504 | 0 | 0 | 0      | 1      | ... | 0      | 0      | 0.6915 |
| .                   |        |   |   |        |        | .   |        |        |        |
| .                   |        |   |   |        |        | .   |        |        |        |
| .                   |        |   |   |        |        | .   |        |        |        |
| 48                  | 0      | 0 | 0 | 0.3690 | 0      | ... | 1      | 0.6381 | 0      |
| 49                  | 0      | 0 | 0 | 0      | 0      | ... | 0.5948 | 1      | 0      |
| 50                  | 0.4612 | 0 | 0 | 0      | 0.6507 | ... | 0      | 0      | 1      |

Çizelge 6.15  $\tilde{f}_1$  ve  $\tilde{f}_2$  bulanık amaç fonksiyonlarına göre elde edilen üyelik matrislerinin min operatörü ile birleştirilmesi sonucu elde edilen üyelik matrisi

| $\min(\mu^{\tilde{f}_1}, \mu^{\tilde{f}_2})$ | 1      | 2 | 3 | 4      | 5      | ... | 48     | 49     | 50     |
|----------------------------------------------|--------|---|---|--------|--------|-----|--------|--------|--------|
| 1                                            | 1      | 0 | 0 | 0      | 0.0451 | ... | 0      | 0      | 0.3804 |
| 2                                            | 0      | 1 | 0 | 0      | 0      | ... | 0      | 0      | 0      |
| 3                                            | 0      | 0 | 1 | 0.0133 | 0      | ... | 0      | 0      | 0      |
| 4                                            | 0      | 0 | 0 | 1      | 0      | ... | 0.4414 | 0.0626 | 0      |
| 5                                            | 0.1504 | 0 | 0 | 0      | 1      | ... | 0      | 0      | 0.6915 |
| .                                            |        |   |   |        |        | .   |        |        |        |
| .                                            |        |   |   |        |        | .   |        |        |        |
| .                                            |        |   |   |        |        | .   |        |        |        |
| 48                                           | 0      | 0 | 0 | 0.3690 | 0      | ... | 1      | 0.6381 | 0      |
| 49                                           | 0      | 0 | 0 | 0      | 0      | ... | 0.5948 | 1      | 0      |
| 50                                           | 0.4612 | 0 | 0 | 0      | 0.6507 | ... | 0      | 0      | 1      |

Çizelge 6.16 Bulanık Pareto çözüm çiftleri

| Pareto<br>çözüm ( <i>i</i> ) | Pareto<br>çözüm ( <i>j</i> ) | $\mu_{ij}^{*\tilde{f}_1}$ | $\mu_{ij}^{*\tilde{f}_2}$ | Pareto<br>çözüm ( <i>i</i> ) | Pareto<br>çözüm ( <i>j</i> ) | $\mu_{ij}^{*\tilde{f}_1}$ | $\mu_{ij}^{*\tilde{f}_2}$ |
|------------------------------|------------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------------|------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 1                            | 45                           | 0.8194                    | 0.7781                    | 26                           | 31                           | 0.9261                    | 0.8977                    |
| 2                            | 36                           | 0.9989                    | 1.0000                    | 27                           | 44                           | 0.9735                    | 0.8390                    |
| 3                            | 15                           | 0.9194                    | 0.8417                    | 28                           | 12                           | 0                         | 0                         |
| 4                            | 18                           | 0.9332                    | 0.8797                    | 29                           | 37                           | 0.9636                    | 0.9055                    |
| 5                            | 31                           | 0.9374                    | 0.9017                    | 30                           | 40                           | 0.9394                    | 0.8901                    |
| 6                            | 23                           | 0.9685                    | 0.9198                    | 31                           | 27                           | 0                         | 0                         |
| 7                            | 39                           | 0.9758                    | 0.9424                    | 32                           | 35                           | 1.0000                    | 0.9932                    |
| 8                            | 14                           | 0.9396                    | 0.8594                    | 33                           | 43                           | 0.9756                    | 0.9579                    |
| 9                            | 16                           | 0.9673                    | 0.9718                    | 34                           | 12                           | 0                         | 0                         |
| 10                           | 12                           | 0.9279                    | 0.8849                    | 35                           | 33                           | 0                         | 0                         |
| 11                           | 28                           | 0.9618                    | 0.8815                    | 36                           | 3                            | 0.3065                    | 0                         |
| 12                           | 21                           | 0.9120                    | 0.8678                    | 37                           | 30                           | 0                         | 0                         |
| 13                           | 20                           | 0.9130                    | 0.8977                    | 38                           | 45                           | 0.9502                    | 0.9275                    |
| 14                           | 39                           | 0.9459                    | 0.8655                    | 39                           | 8                            | 0.8691                    | 0.6871                    |
| 15                           | 4                            | 0.5716                    | 0.1814                    | 40                           | 31                           | 0.5345                    | 0.3514                    |
| 16                           | 10                           | 0.4364                    | 0.1685                    | 41                           | 26                           | 0.0350                    | 0                         |
| 17                           | 42                           | 0.9261                    | 0.9417                    | 42                           | 18                           | 0.6034                    | 0.2650                    |
| 18                           | 19                           | 0.9279                    | 0.8778                    | 43                           | 34                           | 0                         | 0                         |
| 19                           | 37                           | 0.9056                    | 0.9453                    | 44                           | 25                           | 0                         | 0                         |
| 20                           | 14                           | 0                         | 0                         | 45                           | 39                           | 0                         | 0                         |
| 21                           | 46                           | 0.9438                    | 0.9249                    | 46                           | 22                           | 0                         | 0                         |
| 22                           | 28                           | 0.9382                    | 0.8246                    | 47                           | 49                           | 0.9285                    | 0.8877                    |
| 23                           | 7                            | 0.4558                    | 0.0162                    | 48                           | 14                           | 0                         | 0                         |
| 24                           | 44                           | 0.9685                    | 0.8160                    | 49                           | 48                           | 0.7527                    | 0.5948                    |
| 25                           | 41                           | 0.9758                    | 0.9409                    | 50                           | 26                           | 0.9224                    | 0.8632                    |

Çizelge 6.16'nın birinci kolonu bulanık Pareto çözüm kümesindeki çözümleri  $i = 1, 2, \dots, 50$ ; ikinci kolonu  $i$ . çözümün en büyük üyelikle ait olduğu bulanık Pareto çözümleri  $j = 1, 2, \dots, 50$ ,  $i \neq j$ ; üçüncü kolon max-min ölçütü kullanılarak  $\tilde{f}_1$  fonksiyonuna göre elde edilen  $i$ . çözümün  $j$ . çözüme ait olma üyelik derecesini ( $\mu_{ij}^{\tilde{f}_1}$ ) ve dördüncü kolon max-min ölçütü kullanılarak  $\tilde{f}_2$  fonksiyonuna göre elde edilen  $i$ . çözümün  $j$ . çözüme ait olma üyelik derecesini ( $\mu_{ij}^{\tilde{f}_2}$ ) tanımlar. Çizelge 6.16 incelendiğinde, bulanık Pareto kümesindeki çözümlerin çoğunun amaç fonksiyonuna göre sıfırdan farklı belirli üyelik değerleri ile ait olduğu bir bulanık çözümün var olduğu görülmektedir. Bununla birlikte, bazı bulanık çözüm çiftleri arasında elde edilen üyelik değerlerine göre herhangi bir ilişki olmadığı sonucuna ulaşılabılır. {20,14}, {28,12}, {31,27}, {34,12}, {35,33}, {37,30}, {43,34}, {44,25}, {45,39}, {46,22} ve {48,14}

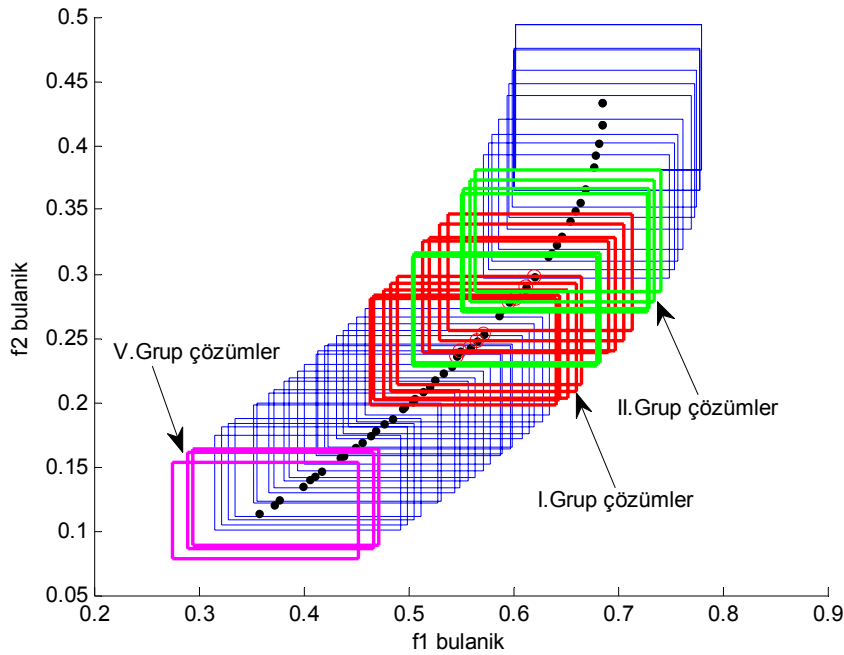
bulanık çözüm çiftleri bu duruma örnek olarak verilebilir. Yine çizelge 6.16'dan, {36,3} ve {41,26} bulanık çözüm çiftleri arasında  $\tilde{f}_1$  fonksiyonuna göre belirli bir üyelik değeri ile ait olma durumu söz konusu iken,  $\tilde{f}_2$  fonksiyonuna göre hesaplanan üyelik değeri sıfır olduğundan ( $\mu_{ij}^{\tilde{f}_2} = 0$ ) bu çözümlerin birbirine ait olmadığı gözlenmiştir. Çizelge 6.16'da verilen bulanık Pareto çözümler arasında üyelik değerleri ile belirlenen ilişkiden yararlanılarak elde edilen çözüm grupları çizelge 6.17'deki gibi olacaktır. 50 bulanık çözümden oluşan bulanık Pareto çözüm kümesi çizelge 6.17'de verildiği gibi grup içindeki çözümlerin ilişkili olduğu gözlenen 14 bulanık çözüm grubuna indirgenmiştir. Çizelge 6.17 incelendiğinde, bulanık Pareto çözümler ile oluşturulan grupların farklı sayıda bulanık çözüm içerdiği görülmektedir. Grup isimleri, en fazla bulanık Pareto çözümlerin yer aldığı gruptan başlanarak verilmiştir.

Çizelge 6.17 Bulanık Pareto çözümlerin grup ve sıra numaraları

| Grup no     | Pareto çözüm no                  |
|-------------|----------------------------------|
| <b>I</b>    | 3, 4, 15, 17, 18, 19, 29, 37, 42 |
| <b>II</b>   | 6, 7, 8, 14, 23, 39              |
| <b>III</b>  | 9, 10, 12, 16, 21, 46            |
| <b>IV</b>   | 5, 26, 30, 31, 40, 50            |
| <b>V</b>    | 1, 38, 45                        |
| <b>VI</b>   | 11, 22, 28                       |
| <b>VII</b>  | 24, 27, 44                       |
| <b>VIII</b> | 47, 48, 49                       |
| <b>IX</b>   | 2, 36                            |
| <b>X</b>    | 13, 20                           |
| <b>XI</b>   | 25, 41                           |
| <b>XII</b>  | 32, 35                           |
| <b>XIII</b> | 33, 43                           |
| <b>XIV</b>  | 34                               |

Çizelge 6.18'de, gruplarda yer alan bulanık Pareto çözümlere ve bu çözümleri veren kesin girdi değişken değerlerine yer verilmiştir. Çizelge 6.17 incelendiğinde, her bir gruptaki bulanık yanıt değerlerinin ( $\tilde{\mathbf{f}}_1$  ve  $\tilde{\mathbf{f}}_2$ ) yaklaşık olarak benzer olduğu söylenebilir. Bununla birlikte, çizelge 6.18'de, benzer bulanık yanıt değerlerini veren girdi değişkenlerinin grup içinde birbirine oldukça benzerlik gösterebileceği gibi (III., V., VI., VII., VIII., IX., X., XI., XII., XIII. ve XIV. gruplar) farklı düzeylerde de olabileceği

gözlenmiştir (I., II. ve IV. gruplar). Böylece birbiri yerine alternatif olarak değerlendirilebilecek çözüm seçeneklerinin benzer deney koşullarında elde edilebileceği gibi, farklı girdi düzeyleri için yapılan deneylerde de aynı sonuca ulaşılacağı gözlenmiştir. Çizelge 6.18’de verilen gruplamalardan elde edilen sonuçlar incelendiğinde, I. Grupta yer alan {3, 4, 15, 17, 18, 19, 29, 37} numaralı çözümler uzlaşık bulanık çözüm olarak tanımlanan 42. çözüm yerine kullanılabilecek alternatif çözümler olarak değerlendirilebilir. Şekil 6.8’de gösterilen bulanık Pareto çözüm kümesi üzerinde çizelge 6.17’de tanımlı bulanık gruplardan bazıları (I., II. ve V. gruplar) şekil 6.9’da ayrıntılı olarak belirtilmiştir. Şekil 6.9 incelendiğinde, bulanık Pareto çözümlerin birbirlerine olan üyelik değerlerine göre gruplandırılması ile bulanık Pareto yüzey üzerinde ardışık olarak görülen çözümler arasındaki olabilecek gizli grupların daha açık olarak görüldüğü sonucuna ulaşılır.



Şekil 6.9 max-min yaklaşımı ile yapılan gruplama sonucu elde edilen bulanık Pareto çözüm kümesi sonuçlarının üyelik değerlerine göre gruplandırılması

Çizelge 6.18 Max-min yaklaşımı ile elde edilen gruplardaki bulanık çözümler

| Grup No | No | $X^{kod}$ |         | $X^{orj}$ |         | $\tilde{f}_1$ |        |        | $\tilde{f}_2$ |        |        |
|---------|----|-----------|---------|-----------|---------|---------------|--------|--------|---------------|--------|--------|
| I.      | 3  | -0.9243   | -0.5166 | 8.9841    | 11.1890 | 0.5372        | 0.6197 | 0.7140 | 0.2560        | 0.2980 | 0.3463 |
|         | 4  | -1.1114   | -0.6780 | 6.5518    | 9.6234  | 0.4892        | 0.5717 | 0.6660 | 0.2141        | 0.2534 | 0.2986 |
|         | 15 | -0.8970   | -0.6091 | 9.3390    | 10.2917 | 0.5296        | 0.6121 | 0.7064 | 0.2485        | 0.2904 | 0.3384 |
|         | 17 | -1.1123   | -0.4926 | 6.5401    | 11.4218 | 0.5142        | 0.5967 | 0.6910 | 0.2383        | 0.2786 | 0.3250 |
|         | 18 | -1.1254   | -0.7047 | 6.3698    | 9.3644  | 0.4829        | 0.5654 | 0.6597 | 0.2090        | 0.2480 | 0.2929 |
|         | 19 | -1.0522   | -0.8282 | 7.3214    | 8.1665  | 0.4761        | 0.5586 | 0.6529 | 0.2033        | 0.2425 | 0.2875 |
|         | 29 | -1.2585   | -0.6668 | 4.6395    | 9.7320  | 0.4642        | 0.5467 | 0.6410 | 0.1985        | 0.2365 | 0.2803 |
|         | 37 | -1.2691   | -0.6334 | 4.5017    | 10.0560 | 0.4672        | 0.5497 | 0.6440 | 0.2020        | 0.2401 | 0.2840 |
|         | 42 | -0.9335   | -0.6461 | 8.8645    | 9.9328  | 0.5203        | 0.6028 | 0.6971 | 0.2398        | 0.2810 | 0.3284 |
| II.     | 6  | -1.1269   | -0.5568 | 6.3503    | 10.7990 | 0.5036        | 0.5861 | 0.6804 | 0.2281        | 0.2679 | 0.3137 |
|         | 7  | -0.8498   | -0.4664 | 9.9526    | 11.6759 | 0.5511        | 0.6336 | 0.7279 | 0.2704        | 0.3136 | 0.3631 |
|         | 8  | -0.8317   | -0.3513 | 10.1879   | 12.7924 | 0.5639        | 0.6464 | 0.7407 | 0.2858        | 0.3299 | 0.3806 |
|         | 14 | -0.7833   | -0.4597 | 10.8171   | 11.7409 | 0.5582        | 0.6407 | 0.7350 | 0.2789        | 0.3228 | 0.3733 |
|         | 23 | -1.1328   | -0.5294 | 6.2736    | 11.0648 | 0.5062        | 0.5887 | 0.6830 | 0.2312        | 0.2711 | 0.3170 |
|         | 39 | -0.8297   | -0.4664 | 10.2139   | 11.6759 | 0.5531        | 0.6356 | 0.7299 | 0.2727        | 0.3161 | 0.3659 |
| III.    | 9  | -1.3135   | -1.1983 | 3.9245    | 4.5765  | 0.3522        | 0.4347 | 0.5290 | 0.1213        | 0.1569 | 0.1981 |
|         | 10 | -1.3187   | -0.9543 | 3.8569    | 6.9433  | 0.4014        | 0.4839 | 0.5782 | 0.1518        | 0.1880 | 0.2299 |
|         | 12 | -1.3049   | -1.0052 | 4.0363    | 6.4496  | 0.3946        | 0.4771 | 0.5714 | 0.1470        | 0.1832 | 0.2249 |
|         | 16 | -1.3691   | -1.1231 | 3.2017    | 5.3059  | 0.3549        | 0.4374 | 0.5317 | 0.1225        | 0.1579 | 0.1987 |
|         | 21 | -1.3067   | -1.0446 | 4.0129    | 6.0674  | 0.3863        | 0.4688 | 0.5631 | 0.1416        | 0.1777 | 0.2193 |
|         | 46 | -1.3587   | -1.0104 | 3.3369    | 6.3991  | 0.3810        | 0.4635 | 0.5578 | 0.1389        | 0.1746 | 0.2159 |
| IV.     | 5  | -1.3171   | -1.2726 | 3.8777    | 3.8558  | 0.3345        | 0.4170 | 0.5113 | 0.1117        | 0.1472 | 0.1881 |
|         | 26 | -1.3507   | -1.2879 | 3.4409    | 3.7074  | 0.3225        | 0.4050 | 0.4993 | 0.1045        | 0.1396 | 0.1803 |
|         | 30 | -1.3464   | -1.0902 | 3.4968    | 5.6251  | 0.3675        | 0.4500 | 0.5443 | 0.1301        | 0.1657 | 0.2068 |
|         | 31 | -1.3409   | -1.2725 | 3.5683    | 3.8567  | 0.3286        | 0.4111 | 0.5054 | 0.1080        | 0.1432 | 0.1839 |
|         | 40 | -1.3933   | -1.0113 | 2.8871    | 6.3904  | 0.3725        | 0.4550 | 0.5493 | 0.1341        | 0.1696 | 0.2105 |
|         | 50 | -1.4140   | -1.2446 | 2.6180    | 4.1274  | 0.3161        | 0.3986 | 0.4929 | 0.1001        | 0.1348 | 0.1750 |
| V.      | 1  | -1.4140   | -1.4140 | 2.6180    | 2.4842  | 0.2749        | 0.3574 | 0.4517 | 0.0788        | 0.1133 | 0.1532 |
|         | 38 | -1.3887   | -1.3632 | 2.9469    | 2.9770  | 0.2945        | 0.3770 | 0.4713 | 0.0892        | 0.1239 | 0.1641 |
|         | 45 | -1.4060   | -1.3631 | 2.7220    | 2.9779  | 0.2898        | 0.3723 | 0.4666 | 0.0863        | 0.1210 | 0.1610 |
| VI.     | 11 | -0.7558   | -0.2161 | 11.1746   | 14.1038 | 0.5805        | 0.6630 | 0.7573 | 0.3094        | 0.3554 | 0.4082 |
|         | 22 | -0.7786   | -0.3106 | 10.8782   | 13.1872 | 0.5718        | 0.6543 | 0.7486 | 0.2961        | 0.3412 | 0.3928 |
|         | 28 | -0.7643   | -0.2586 | 11.0641   | 13.6916 | 0.5769        | 0.6594 | 0.7537 | 0.3036        | 0.3492 | 0.4015 |
| VII.    | 24 | -0.6800   | -0.0559 | 12.1600   | 15.6578 | 0.5936        | 0.6761 | 0.7704 | 0.3353        | 0.3835 | 0.4389 |
|         | 27 | -0.6657   | 0.0729  | 12.3459   | 16.9071 | 0.5987        | 0.6812 | 0.7755 | 0.3519        | 0.4015 | 0.4584 |
|         | 44 | -0.6932   | 0.0234  | 11.9884   | 16.4270 | 0.5962        | 0.6787 | 0.7730 | 0.3436        | 0.3925 | 0.4484 |
| VIII.   | 47 | -1.2331   | -0.8903 | 4.9697    | 7.5641  | 0.4319        | 0.5144 | 0.6087 | 0.1715        | 0.2088 | 0.2517 |
|         | 48 | -1.0871   | -0.9004 | 6.8677    | 7.4661  | 0.4582        | 0.5407 | 0.6350 | 0.1901        | 0.2286 | 0.2730 |
|         | 49 | -1.2217   | -0.8701 | 5.1179    | 7.7600  | 0.4378        | 0.5203 | 0.6146 | 0.1756        | 0.2130 | 0.2561 |
| IX.     | 2  | -0.5762   | 0.2586  | 13.5094   | 18.7084 | 0.6027        | 0.6852 | 0.7795 | 0.3810        | 0.4336 | 0.4939 |
|         | 36 | -0.5640   | 0.2508  | 13.6680   | 18.6328 | 0.6026        | 0.6851 | 0.7794 | 0.3809        | 0.4336 | 0.4939 |
| X.      | 13 | -1.1288   | -0.8982 | 6.3256    | 7.4875  | 0.4510        | 0.5335 | 0.6278 | 0.1846        | 0.2227 | 0.2666 |
|         | 20 | -1.2708   | -0.7833 | 4.4796    | 8.6020  | 0.4428        | 0.5253 | 0.6196 | 0.1809        | 0.2183 | 0.2613 |
| XI.     | 25 | -1.2951   | -0.9289 | 4.1637    | 7.1897  | 0.4115        | 0.4940 | 0.5883 | 0.1583        | 0.1948 | 0.2370 |
|         | 41 | -1.1707   | -1.0573 | 5.7809    | 5.9442  | 0.4135        | 0.4960 | 0.5903 | 0.1598        | 0.1970 | 0.2399 |
| XII.    | 32 | -0.5726   | 0.1247  | 13.5562   | 17.4096 | 0.6016        | 0.6841 | 0.7784 | 0.3653        | 0.4166 | 0.4754 |
|         | 35 | -0.5751   | 0.1231  | 13.5237   | 17.3941 | 0.6016        | 0.6841 | 0.7784 | 0.3650        | 0.4162 | 0.4749 |
| XIII.   | 33 | -1.1903   | -0.9852 | 5.5261    | 6.6436  | 0.4232        | 0.5057 | 0.6000 | 0.1655        | 0.2028 | 0.2457 |
|         | 43 | -1.2086   | -0.9773 | 5.2882    | 6.7202  | 0.4209        | 0.5034 | 0.5977 | 0.1639        | 0.2010 | 0.2438 |
| XIV.    | 34 | -0.6528   | -0.2240 | 12.5136   | 14.0272 | 0.5860        | 0.6685 | 0.7628 | 0.3189        | 0.3661 | 0.4202 |

Bulanık üyelik matrisindeki ilgili çözümün diğer çözümlere ait olma üyelikleri için çeşitli eşik değerler tanımlanabilir.  $\alpha$ -kesme olarak tanımlanan bu değerlere göre bulanık Pareto çözümlerin gruplandırılması değişecektir. Üyelik değerlerinin belirli bir eşik değerden büyük olmasına göre bulanık Pareto çözümler arasındaki gruplamalar farklı olacaktır. Bu durum amaç fonksiyonuna benzer değerleri veren bulanık çözümlerin belirlenmesinde kolaylık sağlayacaktır. Üyelik dereceleri için belirlenen eşik değer  $\alpha \in [0,1]$  olmak üzere, keyfi olarak  $\alpha = 0.90$  kabul edilsin. Bu durumda elde edilecek bulanık Pareto çözüm grupları çizelge 6.19'daki gibi olacaktır. Çözümlerin üyelik dereceleri belirli bir eşik değerden büyük alındığında  $\alpha = 0$  için elde edilen gruplardaki çözümlerin de kendi aralarında tekrar bir grup olduğu sonucuna ulaşılır. Çizelge 6.19 incelendiğinde,  $\alpha$  değeri arttıkça elde edilen gruplardaki bulanık çözüm sayısının azaldığı sonucuna ulaşılır. Örneğin, I. Gupta yer alan {3, 4, 15, 17, 18, 19, 29, 37, 42} numaralı çözümlerin belirlenen  $\alpha$  değerine göre kendi aralarında {19, 29, 37} (1. Grup) ve {17, 42} (2. Grup) olmak üzere farklı iki gruba ayrıldığı görülmektedir.

Çizelge 6.19  $\alpha = 0.90$  için elde edilen bulanık Pareto çözümler ve gruplar

| Grup No | No | $X^{kod}$ |         | $X^{orj}$ |         | $\tilde{f}_1$ |        |        | $\tilde{f}_2$ |        |        |
|---------|----|-----------|---------|-----------|---------|---------------|--------|--------|---------------|--------|--------|
| 1.      | 19 | -1.0522   | -0.8282 | 7.3214    | 8.1665  | 0.4761        | 0.5586 | 0.6529 | 0.2033        | 0.2425 | 0.2875 |
|         | 29 | -1.2585   | -0.6668 | 4.6395    | 9.7320  | 0.4642        | 0.5467 | 0.6410 | 0.1985        | 0.2365 | 0.2803 |
|         | 37 | -1.2691   | -0.6334 | 4.5017    | 10.0560 | 0.4672        | 0.5497 | 0.6440 | 0.2020        | 0.2401 | 0.2840 |
| 2.      | 17 | -1.1123   | -0.4926 | 6.5401    | 11.4218 | 0.5142        | 0.5967 | 0.6910 | 0.2383        | 0.2786 | 0.3250 |
|         | 42 | -0.9335   | -0.6461 | 8.8645    | 9.9328  | 0.5203        | 0.6028 | 0.6971 | 0.2398        | 0.2810 | 0.3284 |
| 3.      | 6  | -1.1269   | -0.5568 | 6.3503    | 10.7990 | 0.5036        | 0.5861 | 0.6804 | 0.2281        | 0.2679 | 0.3137 |
|         | 23 | -1.1328   | -0.5294 | 6.2736    | 11.0648 | 0.5062        | 0.5887 | 0.6830 | 0.2312        | 0.2711 | 0.3170 |
| 4.      | 7  | -0.8498   | -0.4664 | 9.9526    | 11.6759 | 0.5511        | 0.6336 | 0.7279 | 0.2704        | 0.3136 | 0.3631 |
|         | 39 | -0.8297   | -0.4664 | 10.2139   | 11.6759 | 0.5531        | 0.6356 | 0.7299 | 0.2727        | 0.3161 | 0.3659 |
| 5.      | 9  | -1.3135   | -1.1983 | 3.9245    | 4.5765  | 0.3522        | 0.4347 | 0.5290 | 0.1213        | 0.1569 | 0.1981 |
|         | 16 | -1.3691   | -1.1231 | 3.2017    | 5.3059  | 0.3549        | 0.4374 | 0.5317 | 0.1225        | 0.1579 | 0.1987 |
| 6.      | 21 | -1.3067   | -1.0446 | 4.0129    | 6.0674  | 0.3863        | 0.4688 | 0.5631 | 0.1416        | 0.1777 | 0.2193 |
|         | 46 | -1.3587   | -1.0104 | 3.3369    | 6.3991  | 0.3810        | 0.4635 | 0.5578 | 0.1389        | 0.1746 | 0.2159 |
| 7.      | 5  | -1.3171   | -1.2726 | 3.8777    | 3.8558  | 0.3345        | 0.4170 | 0.5113 | 0.1117        | 0.1472 | 0.1881 |
|         | 31 | -1.3409   | -1.2725 | 3.5683    | 3.8567  | 0.3286        | 0.4111 | 0.5054 | 0.1080        | 0.1432 | 0.1839 |
| 8.      | 38 | -1.3887   | -1.3632 | 2.9469    | 2.9770  | 0.2945        | 0.3770 | 0.4713 | 0.0892        | 0.1239 | 0.1641 |
|         | 45 | -1.4060   | -1.3631 | 2.7220    | 2.9779  | 0.2898        | 0.3723 | 0.4666 | 0.0863        | 0.1210 | 0.1610 |
| 9.      | 2  | -0.5762   | 0.2586  | 13.5094   | 18.7084 | 0.6027        | 0.6852 | 0.7795 | 0.3810        | 0.4336 | 0.4939 |
|         | 36 | -0.5640   | 0.2508  | 13.6680   | 18.6328 | 0.6026        | 0.6851 | 0.7794 | 0.3809        | 0.4336 | 0.4939 |
| 10.     | 25 | -1.2951   | -0.9289 | 4.1637    | 7.1897  | 0.4115        | 0.4940 | 0.5883 | 0.1583        | 0.1948 | 0.2370 |
|         | 41 | -1.1707   | -1.0573 | 5.7809    | 5.9442  | 0.4135        | 0.4960 | 0.5903 | 0.1598        | 0.1970 | 0.2399 |
| 11.     | 32 | -0.5726   | 0.1247  | 13.5562   | 17.4096 | 0.6016        | 0.6841 | 0.7784 | 0.3653        | 0.4166 | 0.4754 |
|         | 35 | -0.5751   | 0.1231  | 13.5237   | 17.3941 | 0.6016        | 0.6841 | 0.7784 | 0.3650        | 0.4162 | 0.4749 |
| 12.     | 33 | -1.1903   | -0.9852 | 5.5261    | 6.6436  | 0.4232        | 0.5057 | 0.6000 | 0.1655        | 0.2028 | 0.2457 |
|         | 43 | -1.2086   | -0.9773 | 5.2882    | 6.7202  | 0.4209        | 0.5034 | 0.5977 | 0.1639        | 0.2010 | 0.2438 |

### 6.7.3 Uzlaşık bulanık Pareto çözüm grubunun belirlenmesi

Kesim 5.7.3'te detaylı olarak açıklanan uzlaşık bulanık Pareto çözüm grubuna karar vermek amacıyla çizelge 6.18'de detaylı olarak verilen her bir grup için hesaplanan pozitif ideal çözümlere yakınlık değerlerine göre elde edilen medyan değerleri çizelge 6.20'de verilmiştir. Çizelge 6.20 incelendiğinde en büyük medyan değerine ( $\max\{medyan(C)\} = 0.8064$ ) sahip olan grubun I. Grup olduğu görülmektedir. Buna göre çalışmada önerilen ölçüte göre I. Grup çözümler, uzlaşık bulanık çözüm grubu olarak değerlendirilir. Bu çözüm grubundaki çözümler birbiri yerine alternatif olarak tercih edilebilir. Seçilen çözüm grubunda fiziksel olarak gerçekleştirilemeyen çözümler olması durumunda grup içindeki bir çözüm, gruptaki diğer çözüm yerine tercih edilebilir. Karar vericinin bulanık Pareto kümesindeki çözümlerden birini tercih etmek istemesi durumunda eşit öncelikli olarak, eş anlı optimize etmek istediği bulanık amaçları doğrultusunda 42. çözüm uzlaşık bulanık çözüm ve I. Grup uzlaşık bulanık çözüm grubu olarak değerlendirilebilir.

Çizelge 6.20 Bulanık Pareto çözümlerin pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümlere uzaklıklarına göre elde edilen değerler ( C )

| Grup No | No | $\tilde{f}_1$ |        |        | $\tilde{f}_2$ |        |        | C             | medyan(C)     |
|---------|----|---------------|--------|--------|---------------|--------|--------|---------------|---------------|
| I.      | 3  | 0.5372        | 0.6197 | 0.7140 | 0.2560        | 0.2980 | 0.3463 | 0.8091        | <b>0.8064</b> |
|         | 4  | 0.4892        | 0.5717 | 0.6660 | 0.2141        | 0.2534 | 0.2986 | 0.8066        |               |
|         | 15 | 0.5296        | 0.6121 | 0.7064 | 0.2485        | 0.2904 | 0.3384 | 0.8091        |               |
|         | 17 | 0.5142        | 0.5967 | 0.6910 | 0.2383        | 0.2786 | 0.3250 | 0.8064        |               |
|         | 18 | 0.4829        | 0.5654 | 0.6597 | 0.2090        | 0.2480 | 0.2929 | 0.8059        |               |
|         | 19 | 0.4761        | 0.5586 | 0.6529 | 0.2033        | 0.2425 | 0.2875 | 0.8050        |               |
|         | 29 | 0.4642        | 0.5467 | 0.6410 | 0.1985        | 0.2365 | 0.2803 | 0.8005        |               |
|         | 37 | 0.4672        | 0.5497 | 0.6440 | 0.2020        | 0.2401 | 0.2840 | 0.8000        |               |
|         | 42 | 0.5203        | 0.6028 | 0.6971 | 0.2398        | 0.2810 | 0.3284 | <b>0.8092</b> |               |
| II.     | 6  | 0.5036        | 0.5861 | 0.6804 | 0.2281        | 0.2679 | 0.3137 | 0.8065        | 0.8063        |
|         | 7  | 0.5511        | 0.6336 | 0.7279 | 0.2704        | 0.3136 | 0.3631 | 0.8077        |               |
|         | 8  | 0.5639        | 0.6464 | 0.7407 | 0.2858        | 0.3299 | 0.3806 | 0.8050        |               |
|         | 14 | 0.5582        | 0.6407 | 0.7350 | 0.2789        | 0.3228 | 0.3733 | 0.8060        |               |
|         | 23 | 0.5062        | 0.5887 | 0.6830 | 0.2312        | 0.2711 | 0.3170 | 0.8060        |               |
|         | 39 | 0.5531        | 0.6356 | 0.7299 | 0.2727        | 0.3161 | 0.3659 | 0.8073        |               |
| III.    | 9  | 0.3522        | 0.4347 | 0.5290 | 0.1213        | 0.1569 | 0.1981 | 0.7759        | 0.7852        |
|         | 10 | 0.4014        | 0.4839 | 0.5782 | 0.1518        | 0.1880 | 0.2299 | 0.7896        |               |
|         | 12 | 0.3946        | 0.4771 | 0.5714 | 0.1470        | 0.1832 | 0.2249 | 0.7882        |               |
|         | 16 | 0.3549        | 0.4374 | 0.5317 | 0.1225        | 0.1579 | 0.1987 | 0.7772        |               |
|         | 21 | 0.3863        | 0.4688 | 0.5631 | 0.1416        | 0.1777 | 0.2193 | 0.7860        |               |
|         | 46 | 0.3810        | 0.4635 | 0.5578 | 0.1389        | 0.1746 | 0.2159 | 0.7843        |               |
| IV.     | 5  | 0.3345        | 0.4170 | 0.5113 | 0.1117        | 0.1472 | 0.1881 | 0.7698        | 0.7691        |
|         | 26 | 0.3225        | 0.4050 | 0.4993 | 0.1045        | 0.1396 | 0.1803 | 0.7664        |               |
|         | 30 | 0.3675        | 0.4500 | 0.5443 | 0.1301        | 0.1657 | 0.2068 | 0.7809        |               |
|         | 31 | 0.3286        | 0.4111 | 0.5054 | 0.1080        | 0.1432 | 0.1839 | 0.7684        |               |
|         | 40 | 0.3725        | 0.4550 | 0.5493 | 0.1341        | 0.1696 | 0.2105 | 0.7817        |               |
|         | 50 | 0.3161        | 0.3986 | 0.4929 | 0.1001        | 0.1348 | 0.1750 | 0.7652        |               |
| V.      | 1  | 0.2749        | 0.3574 | 0.4517 | 0.0788        | 0.1133 | 0.1532 | 0.7503        | 0.7558        |
|         | 38 | 0.2945        | 0.3770 | 0.4713 | 0.0892        | 0.1239 | 0.1641 | 0.7571        |               |
|         | 45 | 0.2898        | 0.3723 | 0.4666 | 0.0863        | 0.1210 | 0.1610 | 0.7558        |               |
| VI.     | 11 | 0.5805        | 0.6630 | 0.7573 | 0.3094        | 0.3554 | 0.4082 | 0.7981        | 0.8001        |
|         | 22 | 0.5718        | 0.6543 | 0.7486 | 0.2961        | 0.3412 | 0.3928 | 0.8024        |               |
|         | 28 | 0.5769        | 0.6594 | 0.7537 | 0.3036        | 0.3492 | 0.4015 | 0.8001        |               |
| VII.    | 24 | 0.5936        | 0.6761 | 0.7704 | 0.3353        | 0.3835 | 0.4389 | 0.7865        | 0.7817        |
|         | 27 | 0.5987        | 0.6812 | 0.7755 | 0.3519        | 0.4015 | 0.4584 | 0.7767        |               |
|         | 44 | 0.5962        | 0.6787 | 0.7730 | 0.3436        | 0.3925 | 0.4484 | 0.7817        |               |
| VIII.   | 47 | 0.4319        | 0.5144 | 0.6087 | 0.1715        | 0.2088 | 0.2517 | 0.7970        | 0.7983        |
|         | 48 | 0.4582        | 0.5407 | 0.6350 | 0.1901        | 0.2286 | 0.2730 | 0.8019        |               |
|         | 49 | 0.4378        | 0.5203 | 0.6146 | 0.1756        | 0.2130 | 0.2561 | 0.7983        |               |
| IX.     | 2  | 0.6027        | 0.6852 | 0.7795 | 0.3810        | 0.4336 | 0.4939 | 0.7551        | 0.7555        |
|         | 36 | 0.6026        | 0.6851 | 0.7794 | 0.3809        | 0.4336 | 0.4939 | 0.7550        |               |
| X.      | 13 | 0.4510        | 0.5335 | 0.6278 | 0.1846        | 0.2227 | 0.2666 | 0.8009        | 0.7995        |
|         | 20 | 0.4428        | 0.5253 | 0.6196 | 0.1809        | 0.2183 | 0.2613 | 0.7981        |               |
| XI.     | 25 | 0.4115        | 0.4940 | 0.5883 | 0.1583        | 0.1948 | 0.2370 | 0.7921        | 0.7921        |
|         | 41 | 0.4135        | 0.4960 | 0.5903 | 0.1598        | 0.1970 | 0.2399 | 0.7920        |               |
| XII.    | 32 | 0.6016        | 0.6841 | 0.7784 | 0.3653        | 0.4166 | 0.4754 | 0.7673        | 0.7674        |
|         | 35 | 0.6016        | 0.6841 | 0.7784 | 0.3650        | 0.4162 | 0.4749 | 0.7676        |               |
| XIII.   | 33 | 0.4232        | 0.5057 | 0.6000 | 0.1655        | 0.2028 | 0.2457 | 0.7950        | 0.7948        |
|         | 43 | 0.4209        | 0.5034 | 0.5977 | 0.1639        | 0.2010 | 0.2438 | 0.7946        |               |
| XIV.    | 34 | 0.5860        | 0.6685 | 0.7628 | 0.3189        | 0.3661 | 0.4202 | 0.7941        | 0.7941        |

## 7. SONUÇ VE TARTIŞMA

Çok sayıda girdi ve yanıt değişkenlerinin oluşturduğu bir veri setinin modellenmesinde ve bu veri setine ilişkin tahmin değerlerinin elde edilmesinde genel olarak en sık kullanılan yaklaşım yanıt yüzey yöntemidir. Günümüze kadar bu konuda oldukça detaylı çalışmalar yapılmıştır. Bazı durumlarda gözlem sayısının yetersiz olması, girdi ve yanıt değişkenleri arasında açıklanamayan belirsiz ilişkilerin varlığı, problemin yapısında rasgelelikten farklı olarak açıklanamayan belirsizlik durumları gibi nedenlerden dolayı klasik yanıt yüzey yöntemi yaklaşımına ek olarak, problemin modellenmesinde bulanık yaklaşımdan da yararlanılmaktadır.

Bu çalışmada, yanıt değişkenleri ve model parametreleri simetrik olmayan üçgensel bulanık sayılar olarak ele alınıp, Diamond (1988)'ın tanımladığı uzaklık metriğine dayalı bulanık en küçük kareler yöntemi kullanılarak ikinci dereceli polinomsal bulanık tahmini yanıt fonksiyonları elde edilmiştir. Çizelge 6.3'te verilen, klasik yaklaşım ile elde edilen tahmin değerlerine ilişkin hataların göreceli olarak çizelge 6.6'da yer verilen bulanık yaklaşımdan elde edilen tahmin değerlerine ilişkin hatalara göre daha küçük olduğu gözlenmiştir. Bununla birlikte, şekil 6.3-6.4'te gösterilen bulanık amaç fonksiyonlarının eş yükselti grafiklerinden, gözlenen ve tahmin edilen yanıt değerlerinin bulanık yanıt fonksiyonları ile belirlenen yüzey arasında kaldığı gözlenmiştir.

Çalışmanın optimizasyon aşamasında, bulanık yanıtlara eş anlı olarak en iyi değeri verecek girdi değişken değerlerinin hedeflendiği, bulanık çok yanıtlı yüzey probleminin optimizasyonu ile ilgilenilmiştir. Bulanık yanıt fonksiyonları bulanık amaç fonksiyonları olarak değerlendirilip, bulanık çok amaçlı problem bulanık uyarlanmış çok amaçlı metasezgisel yöntemlerle çözülmüştür. Bu amaçla literatürde tanınmış popülasyon tabanlı bir arama yöntemi olan Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II - NSGA-II) ve tek nokta aramalara dayalı bir metasezgisel yöntem olan Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi (Archived Multi Objective Simulated Annealing-AMOSA) yöntemleri seçilerek, bu yöntemler üzerinde ağırlık merkezi indeksine dayalı bulanık sıralama yaklaşımı ile bir takım uyarlamalar yapılmıştır. Çalışmada, bulanık sıralama ile uyarlanan algoritmalar, Bulanık Uyarlanmış Baskın Sıralı Genetik Algoritma-II (Fuzzy Adaptive Nondominated

Sorting Genetic Algorithm-II – FANSGA-II) ve Bulanık Uyarlanmış Arşivlenmiş Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi (Fuzzy Adaptive Archived Multi Objective Simulated Annealing - FAMOSA) olarak adlandırılmıştır. Beşinci bölümde algoritmik adımları detaylı olarak açıklanan FANSGA-II ve FAMOSA yöntemleri ile bulanık çok amaçlı problemin optimizasyonu sonucu bulanık Pareto çözümler elde edilmiştir. Üçgensel bulanık sayılar ile tanımlı olan bulanık çözümler,  $\alpha$ -kesme değerleri hesaplanarak elde edilen kesin aralıkların oluşturduğu şekil 5.2’de örneği gösterilen dikdörtgenler ile temsil edilmiştir. Şekil 6.5-6.6’da sırasıyla FANSGA-II ve FAMOSA yöntemleri ile farklı  $\alpha$  değerlerine göre elde edilen bulanık Pareto çözümlere yer verilmiştir.

Bölüm 5’te bulanık Pareto çözümlerin elde edilmesinde kullanılan bulanık uyarlanmış çok amaçlı metasezgisel algoritmaların performanslarının test edilmesi için iki yeni ölçüt önerilmiştir. Gerçek bulanık Pareto yüzeye yakınlığın ve bulanık Pareto kümesinde çözüm çeşitliliğinin belirlenmesi amaçları için tanımlanan bu performans ölçütleri, bulanık Pareto çözümleri temsil eden dikdörtgenlerin birbirlerine göre konumları kullanılarak oluşturulmuştur. Çizelge 6.19’da özetlenen metrik sonuçlarından FANSGA-II ve FAMOSA yöntemlerinin her ikisinin de gerçek bulanık Pareto yüzeye daha yakın çözümler verdiği gözlenmiştir. Fakat, FANSGA-II yönteminin FAMOSA yöntemine göre bulanık Pareto kümesinde daha çeşitli bulanık çözümler verdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Bulanık Pareto çözüm kümesindeki her çözüm, küme içinde ayrı öneme sahiptir. Bununla birlikte karar verici, amaçları doğrultusunda tüm amaçlar için aynı anda en iyileyeceği bir uzlaşık bulanık çözüm elde etmek isteyebilir. Çalışmada, böyle bir uzlaşık çözüm elde edebilmek amacıyla bulanık çözümlerin pozitif ideal ve negatif ideal çözümlerden uzaklıkları dikkate alınmıştır. Çizelge 6.11’de verilen ideal bulanık çözümler kullanılarak, (5.20) eşitliği ile tanımlı pozitif ideal çözümlere yakınlık ölçütüne göre çizelge 6.12’de verilen uzaklık değerleri (C) hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar arasında en büyük C değerine sahip olan 42. çözüm, uzlaşık bulanık Pareto çözüm olarak belirlenmiştir. Uzlaşık bulanık çözüme alternatif olarak değerlendirilebilecek bulanık çözümlerin belirlenmesi, karar vericiye benzer yanıt değerlerini veren çözüm seçeneklerini görme olanağı sunar. Bulanık Pareto kümesi

içindeki uzlaşık bulanık çözüm grubuna karar verebilmek için bulanık çözümlerin çözüm kümesine ait olma üyeliklerinden yararlanılarak max-min yaklaşımı ile bulanık Pareto çözümler gruplandırılmıştır. Bulanık Pareto çözüm grupları ve gruplar içinde yer alan bulanık baskın çözümler çizelge 6.17’de özetlenmiştir. Çizelge 6.18’de, gruplarda yer alan bulanık yanıt değerleri ve girdi değişken düzeyleri verilmiştir. Her bir bulanık çözümün  $\alpha = 0$  için oluşturulan dikdörtgenler ile temsil edildiği şekil 6.9’da, bulanık çözüm grupları ve çözüm grupları arasındaki ilişki daha açık biçimde görülmektedir. Şekil 6.9 incelendiğinde, bulanık Pareto çözüm kümesinde tanımlı ardışık bulanık çözümlerin tek bir grup içinde değerlendirilmesi yerine, bulanık çözümlerin üyelik değerleri ile açığa çıkan farklı gruplamalar olabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Burada, bulanık amaç fonksiyonlarının eşit öneme sahip olduğu varsayılmıştır. Gruplama yapılmadan önce belirlenen uzlaşık bulanık çözümün (42. çözüm), max-min yaklaşımı ile elde edilen uzlaşık bulanık çözüm grubuna (I. Grup) ait olduğu gözlenmiştir.

Gerçek dünya problemlerinde, fiziksel olanaksızlıklardan dolayı pratikte gerçekleştirilemeyen çözüm kümeleri olduğu durumda, benzer yanıt değerlerini veren alternatif çözümlerin olması bir avantaj olarak değerlendirilebilir. Bu nedenle, çizelge 6.18’de verildiği gibi benzer bulanık yanıt değerlerini verecek biçimde gruplandırılan bulanık çözümlerle, birbiri yerine alternatif olarak kullanılacak çözüm seçenekleri oluşturulmuştur.

Çalışmada ayrıca, her bir gruptaki bulanık sonuçlar için hesaplanan ideal çözümlere uzaklıkların en büyük medyan değerine sahip olan grup, uzlaşık bulanık çözüm grubu olarak değerlendirilmiştir. Buna göre çizelge 6.20’de verilen uzaklık değerlerine göre, I. Grubun uzlaşık bulanık çözüm grubu olduğuna karar verilmiştir.

Bu tezin literatüre olan katkıları ve özgün değeri aşağıdaki gibi özetlenebilir:

i. Çok yanıtlı yüzey problemlerinin modellemesinde bulanık yaklaşım:

Yanıt yüzey yöntemi kullanılarak ikinci dereceli polinomsal tahmini yanıt fonksiyonlarının elde edilmesinde, yetersiz gözlem sayısı, girdi ve yanıt değişkenleri arasında tanımlanamayan belirsiz ilişkilerin varlığı, hataların normal dağılım varsayımlarını sağlamasında zorluklarla karşılaşılması gibi

nedenlerden dolayı yanıt yüzey yöntemi yetersiz kalmaktadır. Bu nedenlerden dolayı modelleme aşamasında bulanık yaklaşıma ihtiyaç duyulmuştur. Bulanık en küçük kareler yöntemi kullanılarak tahmini yanıt fonksiyonları bulanık tahmini yanıt fonksiyonlarına dönüştürülmüştür.

ii. Bulanık çok amaçlı problemin optimizasyonu:

Bulanık tahmini yanıt fonksiyonları, bulanık amaç fonksiyonları olarak ele alınıp, bulanık çok amaçlı optimizasyon problemi oluşturulmuştur. NSGA-II ve AMOSA yöntemleri, ağırlık merkezi indeksine dayalı bulanık sıralama yaklaşımı ile bulanık çok amaçlı problemin optimizasyonu için uyarlanmıştır. Bulanık uyarlanmış algoritmalar, FANSGA-II ve FAMOSA olarak adlandırılmıştır. Bulanık sıralama yaklaşımının kullanılmasındaki amaç, üçgensel bulanık çözümlerin birbiri ile büyüklük ilişkisine göre karşılaştırılarak, bulanık Pareto çözüm kümesinin elde edilmesidir.

iii. Bulanık uyarlanmış metasezgisel yöntemlerin performans değerlendirmesi:

FANSGA-II ve FAMOSA yöntemleri ile elde edilen bulanık Pareto çözümlerin, gerçek bulanık Pareto çözüm kümesine yakın sonuçlar vermesi ve bulanık Pareto çözüm kümesinde çok sayıda farklı çözüm seçeneklerinin olması istenir. Bu amaçla çalışmada,  $\alpha$ -kesme değerleri kullanılarak dikdörtgenler ile ifade edilen bulanık Pareto çözümler arasındaki uzaklıklar temel alınarak önerilen performans metrikleri ile bulanık uyarlanmış metasezgisel yöntemlerin performans değerlendirmesini yapmak mümkündür.

iv. Uzlaşık bulanık çözüme karar verilmesi:

Bulanık Pareto çözüm kümesinden seçilebilecek uzlaşık bulanık çözüme karar verilmesi amacıyla, bulanık çözümlerin pozitif ideal ve negatif ideal bulanık çözümlerden sapma değerleri kullanılarak bir karar verme yaklaşımı geliştirilmiştir. Böylece karar vericinin çok sayıda bulanık çözüm arasından bulanık amaç fonksiyonlarını aynı anda tatmin edeceği düşünülen tek çözüm olarak değerlendirebileceği bir uzlaşık çözüme ulaşması gerçekleştirilmiş olur.

v. Bulanık Pareto çözümlerin gruplandırılması:

Bulanık Pareto çözümlerin her bir bulanık amaç fonksiyonuna göre hesaplanan üyelik değerleri kullanılarak max-min yaklaşımı ile bulanık Pareto çözümler gruplandırılıp, benzer bulanık yanıt değerlerini veren bulanık çözüm grupları elde edilmiştir. Böylece bulanık grup içinde uzlaşık bulanık çözüme alternatif olarak kullanılabilen çözüm seçenekleri oluşturulmuştur. Bulanık gruplama, bulanık Pareto çözüm kümesinde benzer bulanık yanıt değerlerini veren girdi değişkenleri kümesinin belirlendiği uzlaşık bulanık çözüm grubuna karar verilmesini kolaylaştırmaktadır.

Bundan sonra yapılacak çalışmalarda, girdi değişken değerleri ve model parametreleri ile birlikte yanıt değişkenleri de bulanıklaştırılarak modelleme aşamasında farklı bulanık modeller oluşturulabilir. Farklı bulanık sıralama yaklaşımları kullanılarak algoritmaların bulanık Pareto çözüm elde etmedeki hızları ve etkinlikleri karşılaştırılabilir. Uzlaşık bulanık Pareto çözümlerin elde edilmesinde farklı bulanık karar verme yaklaşımları uygulanabilir.

## KAYNAKLAR

- Abdullah, L. and Jamal, N.J. 2010. Centroid-Point of Ranking Fuzzy Numbers and Its Application to Health Related Quality of Life Indicators. International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE), vol. 2, no. 8, pp. 2773-2777.
- Alp, İ. 1990. Çok Amaçlı Karar Vermede Etkileşimli Programlama ve Kaliteli Kanatlı Yemleri İçin Bir Uygulama. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi, 129 s., Ankara.
- Alp, İ. 2002. Bulanık Programlama. Gazi Üniversitesi Yayını, 112 s., Ankara.
- Alvarez, M. J., Ilzarbe, L., Viles, E. and Tanco, M. 2009. The Use of Genetic Algorithms in Response Surface Methodology. Quality Technology and Quantitative Management, vol. 6, no. 3, pp. 295-307.
- Ames, A.E., Mattucci, N., Macdonald, S., Szonyi, G. and Hawkins, D.M. 1997. Quality Loss Function for Optimization Across Multiple Response Surface. Journal of Quality Technology, vol. 29, pp. 339-346.
- Apaydın, A. 2002. Optimizasyon. AÜFF Döner Sermaye İşletmesi Yayınları, 389 s., Ankara.
- Apaydın, A., Kutsal, A. ve Atakan, C. 2002. Uygulamalı İstatistik. Kılavuz Yayınevi, 496 s., Ankara.
- Apaydın, A. and Türkşen, Ö. 2007. Doğrusal Olmayan Kısıtsız Fonksiyonların Tümel Minimum Değerlerinin Uyarlanmış Tavlama Benzetimi Yöntemi İle Elde Edilmesi, Selçuk Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fen Dergisi, vol. 30, pp. 1-15.
- Apaydın, A. and Turksen, O. 2011a. Obtaining Fuzzy Pareto Solutions of Fuzzy Multiresponse Surface Problems with Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II. 7. Uluslararası İstatistik Kongresi, İSTKON 7, Antalya, Türkiye.
- Apaydın, A. ve Türkşen, Ö. 2011b. Çok Yanıtlı Yüzey Problemlerinde Bulanık Pareto Çözümlerin Bulanık Karar Verme Yaklaşımı İle Değerlendirilmesi. 12.EYİ, Proceedings of the 12th International Symposium on Econometrics Statistics and Operational Research, pp. 70-81.
- Aslan, N. 2008. Application of response surface methodology and central composite rotatable design for modeling and optimization of a multi-gravity separator for chromite concentration. Power Technology, vol. 185, pp. 80-86.

- Bandyopadhyay, S., Saha, S., Maulik, U. and Deb, K. 2008. A Simulated Annealing-Based Multiobjective Optimization Algorithm:AMOSA. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 12, no. 3, pp. 269-283.
- Bashiri, M. and Hosseinienezhad, S.J. 2009. A Fuzzy Programming for Optimizing Multi Response Surface in Robust Designs. Journal of Uncertain Systems, vol. 3, no. 3, pp. 163-173.
- Bashiri, M. and Ramezani, M. 2009. A New Decision Making Approach for Optimization of Multiple Response Problem. IEEE, pp. 2280-2284.
- Baykal, N. ve Beyan, T. 2004. Bulanık Mantık İlke ve Temelleri. Bıçaklar Kitabevi, 413 s., Ankara.
- Bellman, R.E. and Zadeh, L.A. 1970. Decision-making in a fuzzy environment. Management Science, vol. 17, pp. 141-164.
- Bera, S. and Mukherjee, I. 2010. Performance Analysis of Nelder Mead and A Hybrid Simulated Annealing for Multiple Response Quality Characteristic Optimization. Proceedings of the International Multi Conference of Engineers and Computer Scientist. 2010. Vol III. IMECS 2010, Hong Kong, pp. 1728-1732.
- Box, G.E.P. and Wilson, K.B. 1951. On the experimental attainment of optimum conditions. Journal of the Royal Statistical Society Series B, vol. 13, pp. 38-45.
- Box, G.E.P. and Hunter, J.S. 1961. The  $2^{k-p}$  Fractional Factorial Designs. Technometrics, vol. 3, pp. 449-458.
- Box, G.E.P. and Draper, N.R. 2007. Response Surface Mixtures and Ridge Analysis. John Wiley and Sons, 857 p., New Jersey.
- Chen, L.H. and Hsueh, C.C. 2009. Fuzzy Regression Models Using the Least-Squares Method Based on the Concept of Distance. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 17, no. 6, pp. 1259-1272.
- Cheng, C.H. 1998. A new approach for ranking by distance method. Fuzzy Sets and Systems, vol. 95, pp. 307-317.
- Chu, T.A. and Tsao, C. 2002. Ranking fuzzy numbers with an area between the centroid point and the original point. Computers and Mathematics, vol. 43, pp. 111-117.
- Cura, T. 2008. Modern Sezgisel Teknikler ve Uygulamaları. Papatya Yayın, 173 s., İstanbul.

- Czyzak, P. and Jaskiewicz, A. 1998. Pareto simulated annealing: A metaheuristic technique for multiple-objective combinatorial optimization. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, vol. 7, pp. 34-47.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. and Meyarivan, T. 2002. Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, no. 2, pp. 182-197.
- Deb, K. 2004. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John-Wiley and Sons, 497 p., New York.
- Del Castillo, E., Montgomery D.C. and McCarville, D.R. 1996. Modified Desirability functions for Multiple Response Optimization. *Journal of Quality Technology*, vol. 28, no. 3, pp. 337-345.
- Derringer, G. and Suich, R. 1980. Simultaneous optimization of several response variables. *Journal of Quality Technology*, vol. 12, pp. 214-219.
- Diamond, P. 1988. Fuzzy least squares. *Information Sciences*, vol. 46, pp. 141-157.
- Dubois, D. and Prade, H. 1980. *Fuzzy Sets and Systems*. Academic Press, INC., 392 p., New-York.
- Erbay-Dalkılıç, T. 2005. Switching Regresyon’da Bulanık Sınır Ağları Yaklaşımı İle Parametre Tahmini. Doktora Tezi, 100 s., Ankara.
- Goel, T., Vaidyanathan, R., Haftka, R.T., Shyy, W., Queipo, N.V. and Tucker, K. 2007. Response surface approximation of Pareto optimal front in multi-objective optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 196, pp. 879-893.
- Harrington, E.C. 1965. The desirability function. *Industrial Quality Control*, vol. 21, no. 10, pp. 494-498.
- Hojati, M., Bector, C.R. and Smimou, K. 2005. A simple method for computation of fuzzy linear regression. *European Journal of Operational Research*, vol. 166, pp. 172–184.
- Huang, H.Z., Gub, Y.K. and Duc, X. 2006. An interactive fuzzy multi-objective optimization method for engineering design. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 19, pp. 451-460.
- Ingber, L. 1993. Simulated Annealing: Practice versus Theory. *Mathematical Computer Modelling*, vol. 18, no. 11, pp. 29-57.

- Jeong, I.J, Kim, K. and Park, K. 2002. An Interactive Optimization Approach to Multiple Response Surface Problems. The 2002 IIE Annual Conference (Industrial Engineering Research Conference), Orlando, Florida, pp. 1-6.
- Jeong, I.J. and Kim, K.J. 2009. An interactive desirability function method to multiresponse optimization. *European Journal of Operational Research*, vol. 195, pp. 412-426.
- Keller, A.A. 2009. Fuzzy multiobjective optimization modeling with Mathematica. *WSEAS Transactions on Systems*, vol. 3, no. 8, pp. 368-378.
- Khuri, A.I. and Conlon, M. 1981. Simultaneous Optimization of Multiple Responses Represented by Polinomial Regression Functions. *Technometrics*, vol. 23, pp. 363-375.
- Khuri, A.I. and Cornell, M. 1996. *Response Surfaces*, Marcel Dekker, Inc. 510 p., New-York.
- Kim, B. and Bishu, R.R. 1998. Evaluation of fuzzy linear regression models by comparing membership functions. *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 100, pp. 343-352.
- Kim, K.J. and Lin, D.K.J. 1998. Dual response surface optimization: A Fuzzy modeling approach. *Journal of Quality Technology*, vol. 30, no. 1, pp. 1-10.
- Kim, K.J. and Lin, D.K.J. 2000. Simultaneous optimization mechanical properties of steel by maximizing exponential desirability functions. *Applied Statistics*, vol. 49, no. 3, pp. 311-325.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D. and Vecchi, M.P. 1983. Optimization by Simulated Annealing. *Science*, vol. 220, pp. 671-680.
- Klir, G.J. and Yuan, B. 1995. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic*, Prentice-Hall, 574 p., USA.
- Ko, Y.H., Kim, K.J. and Jun, C.H. 2005. A New Loss Function-Based Method for Multiresponse Optimization. *Journal of Quality Technology*, vol. 37, no. 1, pp. 50-59.
- Köksoy, O. and Muluk, F.Z. 2004. Solution to the Taguchi's Problem With Correlated Responses. *Gazi University Journal of Science*, vol. 17, no. 1, pp. 59-70.
- Köksoy, O. and Yalçınöz, T. 2005. A Hopfield Neural Network Approach to the Dual Response Problem. *Quality and Reliability Engineering International*, vol. 21, pp. 595-603.

- Köksoy, O. 2005. Dual response optimization: The desirability approach. *International Journal of Industrial Engineering*, vol. 12, no. 4, pp. 335-342.
- Köksoy, O. and Hocaoglu, G. 2005. Multi Objective Optimization Solutions To The Taguchi's Problem. *G.U. Journal of Science*, vol. 18, no. 4, pp. 613-626.
- Köksoy, O. and Yalçınöz, T. 2006. Mean square error criteria to multiresponse process optimization by a new genetic algorithm. *Applied Mathematics and Computation*, vol. 175, pp. 1657-1674.
- Köksoy, O. 2008. A nonlinear programming solution to robust multi-response quality problem. *Applied Mathematics and Computation*, vol. 196, pp. 603-612.
- Laarhoven, V. and Aarts, E.H.L. 1987. *Simulated Annealing: Theory and Applications*. D.Reidel Publishing Company, 157 p., Dordrecht, Holland.
- Lai, Y.J. and Chang, S. 1994. A fuzzy approach for multiresponse optimization: An off-line quality engineering problem. *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 63, pp. 117-129.
- Lai, Y.J. and Hwang, C.L. 1992. *Fuzzy Mathematical Programming*. Springer-Verlag. 301 p., Berlin.
- Lind, E.E., Goldin, J. and Hickman, J.B. 1960. Fitting yield and cost response surfaces. *Chemical Engineering Progress*, vol. 56, pp. 62-68.
- Lundy, M. and Mees, A. 1986. Convergence of an annealing algorithm. *Mathematical Programming*, vol. 34, pp. 111-124.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A.W., Rosenbluth, M.N. and Teller, A.H. 1953. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *The Journal of Chemical Physics*, vol. 21, no. 6, pp. 1087-1092.
- Michalewicz, Z. 1994. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolutionary Programs*, 2nd Edition, Springer-Verlag, 340 p., Berlin.
- Miettinen, K. 2002. *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic Publishers, 297 p., USA.
- Montgomery, D.C. and Bettencourt, V.M. 1977. Multiple response surface methods in computer simulation. *Simulation*, vol. 29, pp. 113-121.
- Murakami, S., Maeda, S. and Imamura, S. 1983. Fuzzy decision analysis on the development of centralized regional energy control system, in: *IFAC*

- Symposium on Fuzzy Information Knowledge Representation and Decision Analysis, pp. 363–368.
- Myers, R.H. and Montgomery, D.C. 2002. Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments. 2nd Ed., John Wiley and Sons, 793 p., New York.
- Park, K.S. and Kim, K.J. 2005. Optimizing multi-response surface problems: How to use multi-objective optimization techniques. IIE Transactions, vol. 37, pp. 523-532.
- Pasandideh, S.H.R. and Niaki, S.T.A. 2006. Optimizing Multi-Response Statistical Problems Using a Genetic Algorithm. Scientica Iranica, vol. 13, no. 1, pp. 50-59.
- Pignatiello, J.J. 1993. Strategies for Robust Multiresponse Quality Engineering. IIE Transactions, vol. 25, pp. 5-15.
- Raghuwanshi, M.W., Singru, P.M., Kale, U. and Kakde, O.G. 2005. Simulated Binary Crossover with Lognormal Distribution. Complexity International, vol. 12, pp. 1-10.
- Ramli, N. and Mohamad, D. 2009. A Comparative Analysis of Centroid Methods in Ranking Fuzzy Numbers. European Journal of Scientific Research, vol. 28, no. 3, pp. 492-501.
- Rees, L.P., Clayton, E.R. and Taylor, B.W. 1985. Solving multiple response simulation models using modified response surface methodology within a lexicographic goal programming framework. IIE Transactions, vol. 17, pp. 47-57.
- Sağ, T. 2008. Çok Kriterli Optimizasyon İçin Genetik Algoritma Yaklaşımları. Selçuk Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği Yüksek Lisans Tezi, 102 s., Konya.
- Sakawa, M. 2000. Large Scale Interactive Fuzzy Multiobjective Programming, Physica-Verlag Heidelberg. 217 p., New-York.
- Serafini, P. 1985. Mathematics of Multiobjective Optimization. CISM Courses and Lectures. vol. 289, Springer-Verlag, Berlin.
- Serafini, P. 1992. Simulated Annealing for Multiple Objective Optimization Problems. Proceedings of the Tenth International Conference on Multiple Criteria Decision Making, Taipei, pp. 87-96.

- Shah, H.K., Montgomery, D.C. and Carlyle, W.M. 2004. Response Surface Modeling and Optimization in Multiresponse Experiments Using Seemingly Unrelated Regressions. *Quality Engineering*, vol. 16, no. 3, pp. 387–397.
- Shapiro, A.F. and Kaissi, M.C. 2008. Fuzzy Regression and The Term Structure of Interest Rates A Least Square Approach. *ARC*, pp. 1-28.
- Srinivas, N., and Deb, K. 1996. Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. *Evolutionary Computation*, vol. 2, no. 3, pp. 221–248.
- Suman, B. and Kumar, P. 2006. A survey of Simulated Annealing as a tool for single and multiobjective optimization. *Journal of The Operational Research Society*, vol. 57, pp. 1143-1160.
- Suppakitnarm, A., Seffen, K.A., Parks, G.T. and Clarkson, P.J. 2000. A Simulated Annealing Algorithm For Multiobjective Optimization. *Engineering Optimization*, vol. 33, pp. 59-85.
- Şayakdokuyan, A. 2006. Endüstriyel Deneylerde Çok Cevaplı Süreç Optimizasyonu. Niğde Üniversitesi Yüksek Lisans Tezi, 55 s., Niğde.
- Tanaka, H., Uegima, S. and Asai, K. 1982. Linear regression analysis with fuzzy model. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 12, no. 6, pp. 903-907.
- Tekinalp, O. and Karşlı, G. 2007. A new multiobjective simulated annealing algorithm. *Journal of Global Optimization*, vol. 39, pp. 49-77.
- Türkşen, Ö. 2005. Yüzey Ölçümleri İle Deprem Kaynak Parametrelerinin Tahmininde Uyarlanmış Tavlama Benzetimi Yöntemi. Ankara Üniversitesi Yüksek Lisans Tezi, 72 s., Ankara.
- Türkşen Ö., Köksoy, O. ve Apaydın, A. 2008. Kalite Geliştirme: Dual Yanıt Yüzey Analizine Tavlama Benzetimi Yaklaşımı. 6. İstatistik Sempozyumu, Samsun, Türkiye.
- Ulungu, L.E. and Teghem, J. 1994. Multiobjective combinatorial optimization problems: a survey. *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, vol. 3, pp. 83-104.

- Ulungu, L.E., Teghem, J., Fortemps, P.H. and Tuytens, D. 1999. MOSA Method: a tool for solving multiobjective combinatorial optimization problem. *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, vol. 8, pp. 221-236.
- Vining, G. 1998. A compromise approach to multiresponse optimization. *Journal of Quality Technology*, vol. 30, no. 4, pp. 309-314.
- Wang, Y.J. and Lee, H.S. 2008. The revised method of ranking of fuzzy numbers with an area between the centroid point and original points. *Computers and Mathematics with Applications*, vol. 55, pp. 1-9.
- Wurl, R.C. and Albin, S.L. 1999. A Comparison of Multiresponse Optimization: Sensitivity to Parameter Selection. *Quality Engineering*, vol. 11, no. 3, pp. 405-415.
- Xu, K., Lin, D.K.J., Tang, L.C. and Xie, Min. 2004. Multiresponse systems optimization using a goal attainment approach. *IIE Transactions*, vol. 36, pp. 433-445.
- Xu, R. and Dong, Z. 2006. Fuzzy Modeling in Response Surface Method for Complex Computer Model Based Design Optimization. *Mechatronic and Embedded Systems and Applications Proceedings of the 2nd IEEE/ASME International Conference on*, pp. 1-6.
- Xu, R. and Zhai, X. 2005. Linear Regression with Crisp Inputs and Triangular Fuzzy Output. *Impulsive Dynamical Systems and Applications*, vol. 3, pp. 1286-1291.
- Yager, R.R. 1980. A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval. *Information Sciences*, vol. 24, pp. 143-161.
- Yeniay, Ö. 1999. Genetik Algoritmalar. Hacettepe Üniversitesi Doktora Tezi, 78 s., Ankara.
- Zadeh, L.A. 1965. Fuzzy Sets. *Information and Control*, vol. 8, pp. 338-353.
- Zadeh, L.A. 1978. Fuzzy sets as a basis for a possibility theory. *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 1, pp. 3-28.
- Zellner, A. 1962. An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias. *American Statistical Association Journal*, vol. 57, pp. 348-368.

## ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Özlem TÜRKSİN

Doğum Yeri : Ankara

Doğum Tarihi : 17.07.1979

Medeni Hali : Bekar

Yabancı Dili : İngilizce

### Eğitim Durumu

Lise : Aydınliköyler Süper Lisesi (1997)

Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü (2002)

Yüksek Lisans : Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı (2005)

### Çalıştığı Kurum ve Yıl

Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Anabilim Dalı (2004)

### Yayınları

Apaydın, A., Tank, F. and **Türksin, O.** 2011. Assessment of an insurance problem as a multi objective optimization problem. 15th International Congress on Insurance: Mathematics and Economics, IME, Trieste, Italy.

Apaydın, A. ve **Türksin, Ö.** 2011. Çok Yanıtlı Yüzey Problemlerinde Bulanık Pareto Çözümlerin Bulanık Karar Verme Yaklaşımı İle Değerlendirilmesi. 12.EYİ, Proceedings of the 12th International Symposium on Econometrics Statistics and Operational Research, pp. 70-81.

Apaydın, A. and **Turksen, O.** 2011. Obtaining Fuzzy Pareto Solutions of Fuzzy Multiresponse Surface Problems with Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II. 7. Uluslararası İstatistik Kongresi, İSTKON 7, Antalya, Türkiye.

**Turksen, O.**, Vieira, S.M., Sousa, J.M.C. and Apaydın, A. 2010. Multi-objective optimization of feature selection problems using fuzzy models. 24th European Conference on Operational Research, EURO XXIV, Lisbon, Portugal.

Apaydın, A. ve **Türkşen, Ö.** 2009. Tavlama Benzetimi Yöntemi İle Çok Yanıtlı Problemlerin Optimizasyonu, 6. İstatistik Kongresi, Antalya, Türkiye.

Gece, G., Bilgiç, S. and **Turksen, O.** 2009. Quantum chemical studies of some amino acids on the corrosion of cobalt in sulfuric acid solution. Materials and Corrosion, vol. 61, no. 2, pp. 141-146.

**Türkşen Ö.**, Köksoy, O. ve Apaydın, A. 2008. Kalite Gelistirme: Dual Yanıt Yüzey Analizine Tavlama Benzetimi Yaklaşımı. 6. İstatistik Sempozyumu, Samsun, Türkiye.

Apaydın A. ve **Türkşen, Ö.** 2007. Uyarlanmış Tavlama Benzetimi Yöntemi İle Doğrusal Olmayan Fonksiyonların Çözümüne Sezgisel Yaklaşım, 5. İstatistik Kongresi ve Risk Ölçüleri ve Yükümlülük Toplantısı, Antalya, Türkiye.

Apaydın, A. and **Türkşen, Ö.** 2007. Doğrusal Olmayan Kısıtsız Fonksiyonların Tümel Minimum Degerlerinin Uyarlanmış Tavlama Benzetimi Yöntemi İle Elde Edilmesi, Selçuk Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fen Dergisi, vol. 30, pp. 1-15.

Apaydın, A. ve **Türkşen, Ö.** 2005. Yüzey Ölçümleri İle Deprem Kaynak Parametrelerinin Tahmininde Doğrusal Olmayan Optimizasyon Yöntemlerinin Etkinliği. 4. İstatistik Kongresi, Belek, Antalya (Poster).

### **Seminerleri**

Parametre Tahmininde Sezgisel Yöntemler. Ankara Üniversitesi İstatistik Bölümü, 2007, Ankara.

Multi-objective approaches for feature selection problems. Lisbon Technical University Mechanical Engineering Department, 2010, Lisbon, Portugal.

### **Diğer Akademik Çalışmaları**

COST Action IC0702 – SoftStat Working Group B Üyeliği