



**GEOMETRİK BROWNIAN HAREKETİ
MODELİ İLE BORSA
ENDEKS TAHMİNİ**

Tuba ÖZKAN

**İşletme Anabilim Dalı
Doktora Tezi
Prof. Dr. Bener GÜNGÖR
2016
Her Hakkı Saklıdır**

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI

Tuba ÖZKAN

GEOMETRİK BROWNIAN HAREKETİ MODELİ İLE BORSA
ENDEKS TAHMİNİ

DOKTORA TEZİ

TEZ YÖNETİCİSİ
Prof. Dr. Bener GÜNGÖR



T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
TEZ BEYAN FORMU



09/12/2016

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

BİLDİRİM

Atatürk Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Uygulama Esaslarının ilgili maddelerine göre hazırlamış olduğum "Geometrik Brownian Hareketi Modeli İle Borsa Endeks Tahmini" adlı tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin/raporumun kâğıt ve elektronik kopyalarının Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım:

Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Uygulama Esaslarının ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

☐ Tezimin/Raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.

☐ Tezim/Raporum sadece Atatürk Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.

☒ Tezimin/Raporumun 3.. yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin/raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.

09.12.2016

Tuba ÖZKAN



T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ



TEZ KABUL TUTANAĞI

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Prof. Dr. Bener GÜNGÖR danışmanlığında, Tuba ÖZKAN tarafından hazırlanan bu çalışma 09 / 12 / 2016 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından İşletme Anabilim Dalı'nda Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Bener GÜNGÖR

İmza:

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Turan ÖNDEŞ

İmza:

Jüri Üyesi : Prof. Dr. Ömer Selçuk EMSEN

İmza:

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Ender COŞKUN

İmza:

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Ali Rıza AĞ

İmza:

Yukarıdaki imzalar adı geçen öğretim üyelerine aittir. 09 / 12 / 2016

Prof. Dr. Mehmet TÖRENEK
Enstitü Müdürü

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	IV
ABSTRACT	V
KISALTMALAR DİZİNİ	VI
ÖNSÖZ.....	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ	IX
TABLolar DİZİNİ	XI
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

EKONOFİZİK YAKLAŞIMI

1.1. EKONOFİZİK VE EKONOFİZİĞİN TARİHSEL GELİŞİMİ	3
1.2. EKONOFİZİK KAVRAMI VE TEMEL BAŞLIKLARI	6
1.3. EKONOFİZİK UYGULAMALARI	11
1.3.1. İstatistiksel Fizik Uygulamaları	12
1.3.2. Termodinamik Uygulamaları	16
1.3.3. Kaos Uygulamaları.....	21
1.4. BAZI İSTATİSTİKSEL DAĞILIMLAR	27
1.4.1. Uniform (Düzgün) Dağılım.....	27
1.4.2. Normal (Gaussian) Dağılım	28
1.4.3. Standart Normal Dağılım	29
1.4.4. Lognormal Dağılım	30
1.4.5. Ters Normal Dağılım	31
1.4.6. Gamma Dağılımı.....	31
1.4.7. Üstel (Exponential) Dağılım	31
1.4.8. Pareto (Güç Yasası) Dağılımı	32
1.4.9. Student t Dağılımı	33
1.4.10. Ki Kare Dağılımı.....	33
1.4.11. Lojistik Dağılım	34
1.4.12. Loglojistik Dağılım	34
1.4.13. Hiperbolik-Sekant Dağılım	35
1.4.14. Diğer Dağılımlar	36
1.5. EKONOFİZİK LİTERATÜRÜ.....	36

İKİNCİ BÖLÜM

ENDEKS DEĞERLEMESİNDE GEOMETRİK BROWNIAN HAREKETİ VE ARIMA MODELİ

2.1. MARKOV ÖZELLİĞİ.....	44
2.2. MARTINGALE ÖZELLİĞİ.....	46
2.3. BROWNIAN HAREKETİ - WIENER SÜRECİ.....	48
2.4. GENELLEŞTİRİLMİŞ WIENER SÜRECİ	52
2.5. İTO ANALİZİ	53
2.5.1. Ito Süreci	54
2.5.2. Ito Hipotezi (Ito's Lemma)	54
2.6. GEOMETRİK BROWNIAN HAREKET	55
2.7. ZAMAN SERİLERİ ANALİZLERİ VE ARIMA.....	59
2.7.1. Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) Modelleri	59
2.7.2. Otokorelasyon Katsayıları ve Fonksiyonu (ACF).....	62
2.7.3. Kısmi Otokorelasyon Katsayıları ve Fonksiyonu (PACF).....	63
2.7.4. Birim Kök Testleri	63
2.7.4.1. Dickey-Fuller Birim Kök Testi	64
2.7.4.2. Artırılmış Dickey-Fuller Birim Kök Testi	66
2.7.4.3. KPSS Testi	67
2.7.5. Modellerin Karşılaştırma Kriterleri.....	67
2.7.5.1. Akaike Bilgi Kriteri (AIC).....	67
2.7.5.2. Schwartz Bayesci Bilgi Kriteri (SIC).....	68
2.7.6. Tahmin Hata İstatistikleri.....	68

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

GEOMETRİK BROWNIAN HAREKETİN VE ARIMA MODELİNİN BIST-30, BIST-100 VE S&P 500 ENDEKSLERİNE UYGULANMASI

3.1. ARAŞTIRMANIN KONUSU VE AMACI	70
3.2. ARAŞTIRMANIN KISITLARI, YÖNTEMİ VE UYGULAMADA KULLANILAN VERİ SETİ	70

3.3. GEOMETRİK BROWNIAN HAREKET SİMÜLASYONU İLE ENDEKS GETİRİLERİNİN TAHMİNİ.....	76
3.4. ARIMA (BOX-JENKINS) YÖNTEMİ İLE ENDEKS GETİRİLERİNİN TAHMİNİ	82
3.4.1. Birim Kök Testi Sonuçları	87
3.4.1.1. Fark Alınmadan Yapılan Birim Kök Testi Sonuçları	88
3.4.1.2. Birinci Dereceden Fark Alınarak Yapılan Birim Kök Testi Sonuçları	92
3.4.2. ARMA Süreci Sonuçları	95
3.5. GEOMETRİK BROWNIAN HAREKETİ VE ARIMA MODELİ İLE YAPILAN TAHMİNLERİN KARŞILAŞTIRILMASI.....	98
SONUÇ.....	106
KAYNAKLAR	109
ÖZGEÇMİŞ.....	118

ÖZET

DOKTORA TEZİ

**GEOMETRİK BROWNIAN HAREKETİ MODELİ İLE BORSA ENDEKS
TAHMİNİ**

Tuba ÖZKAN

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Bener GÜNGÖR

2016, 118 Sayfa

**Jüri: Prof. Dr. Bener GÜNGÖR
Prof. Dr. Turan ÖNDEŞ
Prof. Dr. Ömer Selçuk EMSEN
Doç. Dr. Ender COŞKUN
Yrd. Doç. Dr. Ali Rıza AĞ**

Kar amacı güden tüm yatırımcıların ortak hedefi finans piyasalarında işlem gören menkul kıymetlerin gelecek fiyatlarını doğru tahmin etmektir. Bu yönde yapılan çalışmalar neticesinde oluşturulan çeşitli metot ve modeller bu hedef doğrultusunda kullanılmaktadır.

Bu çalışmada; BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endekslerinde kısa vadeli yatırımlarda endeks değeri tahmini için Geometrik Brownian Hareketi yaklaşımına dayalı bir tahmin modeli geliştirilmektedir.

Ayrıca, tahminleri karşılaştırmak için geleneksel ARIMA yaklaşımı kullanılmıştır.

Çalışmanın sonunda elde edilen bulgular, Geometrik Brownian Hareketi modelinin BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endeks değerlerinin tahmini için daha uygun olacağını ortaya koymuştur.

Anahtar Kelimeler: Ekonofizik, Geometrik Brownian Hareketi, ARIMA, BIST

ABSTRACT**Ph.D. DISSERTATION****FORECASTING OF STOCK MARKET INDEX WITH GEOMETRIC
BROWNIAN MOTION MODEL****Tuba ÖZKAN****Advisor: Prof.Dr. Bener GÜNGÖR****2016, Page: 131****Jury: Prof. Dr. Bener GÜNGÖR
Prof. Dr. Turan ÖNDEŞ
Prof. Dr. Ömer Selçuk EMSEN
Doç. Dr. Ender COŞKUN
Yrd. Doç. Dr. Ali Rıza AĞ**

Investors, that pursue to make more profit, have a common goal to predict future prices of securities accurately. In order to reach that goal, various methods and models are developed by academic studies.

In this study, is being developed a forecasting model based on Geometric Brownian Motion approach for estimating index value in short-term investments in the BIST-30, BIST-100 and S&P 500 indices.

Furthermore, traditional ARIMA approach was used to compare the predictions.

Findings from the study show that the Geometric Brownian Motion model is more suitable for estimating BIST-30, BIST-100 and S&P 500 index values.

Key Words: Econophysics, Geometric Brownian Motion, ARIMA, BIST

KISALTMALAR DİZİNİ

ABD	: Amerika Birleşik Devletleri
ACF	: Otokorelasyon Fonksiyonu
ADF	: Augmented Dickey-Fuller
AIC	: Akaike Bilgi Kriteri
AR	: Otoregresif
ARCH	: Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
ARIMA	: Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama
ARMA	: Otoregresif Hareketli Ortalama
BIST	:Borsa İstanbul
DJIA	:Dow Jones Industrial Avarage
DNA	: Deoksiribo Nükleik Asit
FIGARCH	:Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
GBM	: Geometrik Brownian Hareketi
İMKB	:İstanbul Menkul Kıymetler Borsası
KPSS	:Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin
MA	:Hareketli Ortalama
MAD	:Ortalama Mutlak Sapma
MAE	:Ortalama Mutlak Hata
MAPE	:Ortalama Mutlak Hata Yüzdesi
ME	:Ortalama Hata
MSE	:Ortalama Hata Karesi
MSE	:Ortalama Hata Kareleri
NASDAQ	:National Association of Securities Dealers Automated

Quotations

NYSE	:New York Stock Exchange
PACF	: Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonu
PDF	: Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
RMSE	:Ortalama Hata Karesinin Kökü
S&P	: Standard Poor's
SIC	:Schwarz Bilgi Kriteri



ÖNSÖZ

Bu tez çalışmasında, beni bu konu üzerine çalışma yapmaya yönlendiren, tezin yazılma aşamasında ve tüm doktora eğitimim süresince hem bilgi birikimi ile her zaman aydınlatan, hem de manevi olarak desteğini hiçbir zaman esirgemeyen tez danışmanım sayın Prof. Dr. Bener GÜNGÖR'e sonsuz şükranlarımı sunuyorum. Tezimin yürütülmesi sırasında fikirleri ile katkıda bulunan tez komitesi üyeleri sayın Prof. Dr. Turan ÖNDEŞ ve Prof. Dr. Ömer Selçuk EMSEN'e, tez çalışmamın tamamlanmasında yardımlarını esirgemeyen, çalışmalarım süresince değerli fikir ve tecrübeleri ile bana destek sağlayan değerli hocalarım Prof. Dr. M. Sinan TEMURLenk'e ve Yrd. Doç. Dr. Hayati AKSU'ya teşekkür eder ve saygılarımı sunarım.

Ekonofizikle ilgili ilk türkçe çalışmasını yapan Doç.Dr. Tolga ULUSOY'a, bilgi birikimi ve deneyimi ile beni bu konuda yönlendirdiği için çok teşekkür ederim.

Ayrıca hayatımın her döneminde yanımda olan ve bugünlere gelmemi sağlayan aileme, bana verdikleri emekten, destekten ve göstermiş oldukları sabırdan ötürü ne kadar teşekkür etsem azdır.

Çalışmanın gerçekleştirilebilmesi için gerekli desteği gösteren tüm sevdiklerime minnettarım.

Erzurum, 2016

Tuba ÖZKAN

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Kelebek Etkisi Modeli	22
Şekil 1.2. Fraktal Örnekleri.....	25
Şekil 1.3. Uniform (Düzgün) Dağılımın Yoğunluk Fonksiyonu.	28
Şekil 1.4. Normal Dağılımın Yoğunluk Fonksiyonu.	29
Şekil 1.5. Standart Normal Dağılımın Yoğunluk Fonksiyonu.....	30
Şekil 2.1. Sürekli Zamanda Yol İzleyen Bir Stokastik Süreç Örneği.....	43
Şekil 2.2. Sürekli Zamanda Farklı Beş Yol İzleyen Stokastik Süreç Örneği.	44
Şekil 2.3. Brownian Hareketinin Örneklem Eğrileri (Hull, 2012).....	51
Şekil 2.4. Aritmetik Rassal Yürüyüşten Türetilen Brownian Motion Örneği (100 Yol)	51
Şekil 2.5. Genelleştirilmiş Wiener Süreci ve Wiener Süreci ($a=0.3$; $b=1,5$).....	53
Şekil 2.6. Geometrik Brownian Hareket Süreci.....	56
Şekil 2.7. Geometrik Brownian Hareket Sürecinin Bir Yol Örneği	59
Şekil 3.1. BIST-30 Endeks Getirilerinin Tanımsal İstatistikleri.....	73
Şekil 3.2. BIST-100 Endeks Getirilerinin Tanımsal İstatistikleri.....	74
Şekil 3.3. S&P 500 Endeks Getirilerinin Tanımsal İstatistikleri.	75
Şekil 3.4. BIST-30 Endeks Verileri ile GBM Tahmin Verilerinin Karşılaştırılması.	78
Şekil 3.5. BIST-100 Endeks Verileri ile GBM Tahmin Verilerinin Karşılaştırılması....	80
Şekil 3.6. S&P 500 Endeks Verileri ile GBM Tahmin Verilerinin Karşılaştırılması.	82
Şekil 3.7. BIST-30 Endeksi Verileri Zaman Yolu Grafiği.	83
Şekil 3.8. BIST-100 Endeksi Verileri Zaman Yolu Grafiği.	84
Şekil 3.9. S&P-500 Endeksi Verileri Zaman Yolu Grafiği.	84
Şekil 3.10. BIST-30 Endeksi Logaritmik Getiri Verileri Zaman Yolu Grafiği.	85
Şekil 3.11. BIST-100 Endeksi Logaritmik Getiri Verileri Zaman Yolu Grafiği.	86

Şekil 3.12. S&P 500 Endeksi Logaritmik Getiri Verileri Zaman Yolu Grafiği.	86
Şekil 3.13. BIST-30 Endeksi Tahmin Verileri Grafiği.	96
Şekil 3.14. BIST-100 Endeksi Tahmin Verileri Zaman Yolu Grafiği.	97
Şekil 3.15. S&P 500 Endeksi Tahmin Verileri Zaman Yolu Grafiği.	98
Şekil 3.16. BIST-30 Endeksi GBM ve ARIMA Modeli Tahminlerinin Karşılaştırılması.	101
Şekil 3.17. BIST-100 Endeksi GBM ve ARIMA Modeli Tahminlerinin Karşılaştırılması.	103
Şekil 3.18. S&P 500 Endeksi GBM ve ARIMA Modeli Tahminlerinin Karşılaştırılması.	105

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 3.1. BIST-30 Endeksi İçin GBM Simülasyonu.....	77
Tablo 3.2. BIST-100 Endeksi İçin GBM Simülasyonu.....	79
Tablo 3.3. S&P 500 Endeksi İçin GBM Simülasyonu.....	81
Tablo 3.4. BIST-30 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.....	89
Tablo 3.5. BIST-100 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.....	90
Tablo 3.6. S&P 500 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.....	91
Tablo 3.7. Birinci Dereceden Farkı Alınmış BIST-30 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.....	92
Tablo 3.8. Birinci Dereceden Farkı Alınmış BIST-100 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.....	93
Tablo 3.9. Birinci Dereceden Farkı Alınmış S&P 500 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.....	94
Tablo 3.10. BIST-30 Endeksi ARMA(2,2) Modeline Ait Sonuçlar.....	95
Tablo 3.11. BIST-100 Endeksi ARMA(2,2) Modeline Ait Sonuçlar.....	96
Tablo 3.12. S&P 500 Endeksi ARMA(3,3) Modeline Ait Sonuçlar.....	97
Tablo 3.13. Tahmin Hatasının Doğruluk Ölçütleri Karşılaştırması.....	99
Tablo 3.14. BIST-30 Endeksi İçin Tahmin Edilen Sonuçlar.....	100
Tablo 3.15. BIST-100 Endeksi İçin Tahmin Edilen Sonuçlar.....	102
Tablo 3.16. S&P 500 Endeksi İçin Tahmin Edilen Sonuçlar.....	104

GİRİŞ

Finansal sistem içinde, gerek piyasa mekanizmasının işlerliği, gerekse iktisadi sistemin işlevselliği açısından menkul kıymet borsalarının özel bir yeri vardır. Menkul kıymet borsalarının işlem hacmi, fiyat seviyesi, fiyat dalgalanmaları ve bu dalgalanmaların hacmi, ekonomik konjonktür hakkında temel bilgiler vermektedir. Reel sektör ile finansal sektör arasındaki değişken ve oynak ilişki menkul kıymet borsalarında ortaya çıkan fiyat dinamikleri vasıtasıyla analiz edilebilir. Bu bağlamda menkul kıymet borsalarındaki fiyat dinamiklerinin incelenmesi ve gelecekte ortaya çıkabilecek fiyat dalgalanmalarının tahminine yönelik çabalar, finansçıların temel uğraşları arasında yer almıştır.

Piyasa mekanizmasının iyi çalışması, genel risk algısının kabul edilebilir ve hesaplanabilir olmasına bağlıdır. Hiç şüphesiz belirli fırsatlar sunan finansal piyasalar ya da borsalar risk ortamının önemli kaynaklarından ve ayrıca belirsizlik ortamı için önemli örneklerdendir.

Risk yönetimi aslında bir “gelecek yönetimi” olarak adlandırılabilir. Burada uygun matematiksel modellerle, hisse senedinin veya ilgili finansal ürünün piyasadaki hareketinin bir benzetimi yapılarak, uygun karar alınmasına yardımcı olma niteliğindedir. Bu açıdan Geometrik Brownian Hareket; riskin yönetilmesi, finansal varlıkların davranışlarının modellenmesi için en temel yöntemlerden biridir.

Geometrik Brownian Hareketi modeli logaritmik getirilerin normal dağılıma sahip olması sebebiyle çalışmalarda riskli finansal varlıkların modellenmelerinde sıklıkla kullanılmaktadır. Bu modelde parametrelerin tahminleri en çok olabilirlik yöntemi ile kolaylıkla elde edilmektedir.

Geometrik Brownian Hareket; günümüz belirsizlik ortamında fiyatların nasıl bir seyir izleyebileceği yönünde bizlere, yatırımcılara yıllık, aylık, günlük, saatlik ve hatta dakikalık fiyat dağılımlarını verebilen bir model olarak kullanılmaktadır.

Bu çalışmada ise; BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endekslerine ilişkin öngörü modellemesi ve tahmin çalışması yapılmıştır. Bu modellemeler Geometrik Brownian Hareketi ve ARIMA modeli ile gerçekleştirilmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Bu çerçevede, söz konusu çalışma üç bölümden oluşmaktadır.

İlk bölümde; ekonomi ve fizik bilimlerinin birbirlerini etkilemesi sonucu, yeni bir alan olarak ortaya çıkan ekonofizik ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bu doğrultuda söz konusu bölümde ilk olarak; fizik ve ekonomi etkileşiminin tarihçesi ve ekonofizik kavramının nasıl ortaya çıktığı anlatılmaktadır. Daha sonra ise; fizikte kullanılan terimlerin ekonomide buldukları karşılıklarından bahsedilmiştir. Bunu takiben, ekonofizik kavramı ve temel başlıkları ele alınmıştır. Ekonofizik ise fiziğin istatistiksel fizik, termodinamik ve kaos gibi bölümlerinde çok sayıda uygulama alanı bulmaktadır. Ekonofizikte, en yaygın uygulama alanı istatistiksel fiziktir. Bu açıdan bazı istatistiksel dağılımlara yer verilmiştir.

İkinci bölümde ise; stokastik süreçlerin genel teorisi hakkında özet bilgiler verilmiş olup, Geometrik Brownian Hareket'in açık çözümü ve simülasyonda kullanacak olan formülasyonun tespiti ile zaman serisi analizlerinden ARIMA modeli açıklanmıştır.

Son bölümde ise BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endekslerinin değer hareketliliği Geometrik Brownian Hareket ve ARIMA modeli ile analiz edilecektir. Geometrik Brownian Hareketin simülasyonu için veriler alınmış, sabit parametreleri çıkarılmış, simülasyon modeli kurulmuş denk gelen fiyatlar tespit edilmiş ve yorumlanmıştır.

Çalışmada elde edilen sonuçlar yatırımcılara ve ilgililere gelecekteki endeks değerlerinin yönü ile ilgili nasıl öngöründe bulunabileceklerine dair bilgi vermektedir. Bu çalışmanın, hisse senedi veya emtia fiyatları modellemek isteyen kişiler ve kurumlar tarafından yararlanabileceği bir kaynak olacağı düşünülmektedir.

BİRİNCİ BÖLÜM

EKONOFİZİK YAKLAŞIMI

1.1. EKONOFİZİK VE EKONOFİZİĞİN TARİHSEL GELİŞİMİ

Bilim dallarını, temelde sosyal bilimler ve fen bilimleri şeklinde sınıflandırmak mümkündür. Bu kapsamda çalışmanın konusunu oluşturan ekonofizik kavramının bileşenlerinden fizik doğa bilimleri içerisindeyken, ekonomi sosyal bilimler içerisinde yer almaktadır. Ancak bu iki bilim türünü birbirinden ayıran kalın çizgi, gün geçtikçe silinmeye başlamıştır (Yegorov, 2007).

Son yıllarda, fizikçiler ve özellikle de istatistik fizikçiler ekonomi bilimi üzerine ilgilerini yoğun bir şekilde arttırmışlardır. Ekonomi ve fizik ilk bakışta farklı bilim dalları olarak görülmesine rağmen, literatürler incelendiğinde Albert Einstein, Louis Bachelier, Sir Isac Newton ve Carl Friedrich Gauss gibi ünlü fizikçilerin ekonomi ve finans problemleriyle ilgilendikleri görülmektedir. Aynı zamanda tanınmış ekonomist ve finansçıların da fizik yasalarından faydalandıkları görülmektedir. 1776'da yayınlanan Adam Smith'in klasik ekonominin başlangıcı olarak kabul edilen, "Ulusların Zenginliği" adlı eseri mekanikteki denge fikri üzerine kurulmuştur (Burda, 2003). Adam Smith'ten sonra fizik kurallarının, insan davranışlarını ve bunun uzantısı olarak ekonomiyi de düzenleyebileceği fikrini 1835'te Adolphe Ouetelet ortaya atmıştır (Carbone vd., 2007). 1897'de mühendis Vilfredo Pareto, Newton fiziğinden etkilenerek ekonominin fizik bilimi benzeri bir yapıya dönüştürülebileceğini; gaz basıncının moleküller arasındaki etkileşimden kaynaklanması gibi, finansal varlık fiyatlarının da yatırımcılar arasındaki etkileşim sonucu belirleneceğini öne sürmüştür (Farmer ve Lux, 2008). Matematiksel iktisadın babası sayılan Irving Fisher, istatistik mekaniğinin kurucusu olarak bilinen Josiah Willard Gibbs'in öğrencisidir. Onun para miktarındaki değişimlerle geliştirdiği miktar teorisi de fizikten etkilenmiştir (Savoiu ve Simon, 2008). Fisher eşitliği olarak bilinen ve miktar teorisi ile ilgili olan $P.Q=M.V$ denklemindeki P ödemelere temel oluşturan işlemlerin ortalama fiyatını, Q para ile yapılan tüm reel ekonomik işlemleri ve M para miktarını gösterir, V (hız) ise fizik bilimine ait bir terim olup, finansal varlıkların dolaşım hızını, yani alımı satımı yapılan malların değişimini ifade etmektedir. Ayrıca, Fisher denklemi, fizikteki termodinamik

bağdaştırılmaktadır ve termodinamiğin birinci temel yasası olan, “var olan enerji yok olmaz” ifadesinin uygulamasıdır (Shubik ve Smith, 2008). Fizik ve ekonomi arasındaki bu yoğun ilgi görüldüğü gibi çok daha eskiye dayanmasına rağmen, “Ekonofizik” terimi ile adlandırılarak disiplinlerarası bir alan olarak adını duyurması ilk olarak teorik fizikçi olan Stanley tarafından 1995’te Hindistan-Kolkata’da gerçekleştirilen istatistik fizik konferansında gerçekleşmiştir (Chakrabarti, 2005). Fizikçiler ekonofiziği, finanstaki bazı konulara açıklama getirme amacıyla uygulamalı matematik, istatistiksel fizik ve kompleksite metotları kullanarak ortaya çıkan disiplinlerarası bir araştırma alanı olarak tanımlamışlardır. Bu özelliğinden dolayı, aynı zamanda finans fiziği olarak da adlandırılmaktadır (Yegorov, 2007).

Diğer taraftan 1900 yılının başında Louis Bachelier tarafından fiyat dinamiklerinin açıklanmasında kullanılan rasgele yürüyüş (random walk), istatistiksel fizik uygulamalarının en ünlü örneğidir. Bachelier, ekonomik verilere dayanarak Brownian Hareketi (Brownian Motion) Teorisini geliştirmiştir. Albert Einstein ise, bu tarihten beş yıl sonra 1905 yılında matematiksel olarak rasgele yürüyüşü formülleştirmiştir. Brownian Hareketi, Einstein tarafından son derece az ve bağımsız basamaklı rasgele yürüyüşün limiti olarak tanımlanmıştır. Brownian Hareketi daha sonra Norbert Wiener tarafından 1920’li yıllarda matematiksel olarak tanımlanmıştır. Modern rasgele yürüyüş modelleri şu anda teorik fizik, iktisat ve finans modellerinin temel yapı taşlarından birini oluşturmaktadır (Daniel ve Sornette, 2010).

Harvard Üniversitesi’nin dilbilimci Profesörü George Kingsley Zipf, 1949 yılında “Human Behavior and the Principle of Least Effort” isimli kitabında güç yasasının, sosyal bilimlerin her konusunda var olduğunu ileri sürmüştür. Güç yasasının sadece fizik dünyası ile sınırlı olmadığını, her türlü insan davranışı, organizasyonu ve anatomisi için de geçerli olduğunu ifade etmiştir.

Güç yasasının sosyal bilimlerdeki ilk kullanıcıları Pareto (1896) ve Zipf (1949)’dir. Güç yasasının matematiksel teorisini ise ilk kez 1925 yılında Paul Levy yapmıştır. Ancak, o dönemde çok fazla ilgi çekmemiştir. Güç yasası dağılımlarını ciddiye alarak inceleyen ilk kişi ise Benoit B. Mandelbrot (1963) olmuştur. Fiyatların standart dağılımların öngördüğünden çok daha fazla değişebileceğini ve fiyat dağılımlarının şişman kuyruğa (fat tail) sahip olduğunu göstermiştir. Mandelbrot’un

1960'lı yıllardan itibaren yazdığı makaleler, ekonofiziğin temelini oluşturmaktadır. Mandelbrot'un "Fractal Geometry of Nature" isimli kitabına göre, fraktal ve çoklu ölçekleme teorilerinin temeli Paul Levy'nin çalışmalarından esinlenerek oluşturulmuştur (Mandelbrot ve Hudson, 2005).

Osborne (1959), moleküllerin koordinat yapısı ile hisse senedi fiyatlarında görülen yüzdelik değişimler arasında bir benzerlik kurmuş ve molekül hareketleri için geliştirilmiş istatistik analizin hisse senedi fiyat dinamikleri için de geçerli olduğunu ifade etmiştir. Osborne'nun katkısı, menkul kıymet borsalarında mutlak fiyatların ve mutlak fiyat değişimlerinden ziyade, yüzdelik fiyat değişimlerinin daha anlamlı sonuçlar üretmesi biçiminde olmuştur. Osborne'nun ikinci önemli katkısı, alım kararı veren yatırımcı için beklenti fiyat yükselişi, satım kararı veren yatırımcı için beklenen fiyat düşüşü olduğundan piyasa için fiyat beklentisinin sıfır olduğunu göstermesidir. Aynı zamanda, fiyat değişim aralığı, geçen sürenin karekökü oranında büyümektedir; yani fiyat dinamikleri Brown hareketine uygundur.

Finans dünyasında 1970'li yıllarda, birçok önemli değişim olmuştur. Bunlardan biri de finansal piyasalarda yabancı paraların işlem görmeye başladığı ve değerlerinin döviz piyasasınca belirlendiği, tüm dünyada 24 saat aktif finansal bir piyasanın yaratıldığı 1973 yılıdır. 1973 yılında, Opsiyon-Fiyatlama Teorisinin temel taşı olarak kabul edilen Black & Scholes Opsiyon Fiyatlama Modeli, Bachelier'in tezinden yaklaşık yetmiş beş yıl sonra yayınlanmıştır. Bu model Geometrik Brownian Hareketini izleyen bir yaklaşımdır (Mantegna ve Stanley, 1999).

Osborne'nun (1977) alternatif arz talep modeli öneren ve neoklasik teoriyi ampirik kıstaslarla eleştiren çalışması ekonofizik ismi henüz kullanılsa dahi ekonofiziğin, öncü çalışmalarından biri olarak kabul edilmektedir.

Normal dağılımın hakim olduğu 1980'li yıllarda dönemin değişmesinde önemli bir faktör de bilgisayar teknolojisi olmuştur. Bu teknolojinin ekonomi üzerindeki etkisi büyüktür. Öncelikle bilgisayarlar çok sayıda veriyi saklayabilmenin yanında, işlemleri daha hızlı hale getirdikleri için ekonomiler ve piyasalar birbirlerine çok daha yakınlaşmışlardır. Bu durum, iktisadi sistemler içerisinde doğrusal olmama (nonlinear) kavramının ortaya atılmasına öncülük etmiştir. Doğrusal olmayan dinamik bir sistem içerisinde gözlemlenemezliğin olasılığı üzerinde durulmuş ve dinamik sistemlerin

kaotik davranışları incelenmiştir. Bu doğrultuda kaos çalışmaları teorik fiziğin temel bir dalı haline gelmiştir (Burda, 2003).

İstatistik fizik alanında çalışan araştırmacıların ekonomi alanına girmelerinin temel nedeni karmaşık finansal ve ekonomik sistemlerin anlaşılması ve çözümlenmesine katkı sağlamaktır. İstatistik fizikçilerin ekonomi alanında yapacakları araştırmalar için iki önemli kaynağı vardır. Birincisi, ekonomide kullanılabilecek pek çok sayısal veri bulunmasıdır. İstatistik fizik metodlarının yardımıyla bu verilerin analizi ile ilgili herhangi bir yaklaşık yöntem tanımlanması, bu çok sayıdaki veriyi avantaja dönüştürecektir. Bu ise, karmaşık finansal ve ekonomik sistemleri analiz etmek, bir başka deyişle ekonomi alanında çalışmak anlamına gelmektedir. İkincisi ise 1990'lı yılların başlangıcından itibaren büyük miktarda finansal ve ekonomik veri, bilgisayar ortamında kayıt altında tutulmaktadır. Kaydedilmiş bu verilerden oluşan bilgi havuzuna günümüzün iletişim ve haberleşme koşulları altında ulaşmak oldukça kolaydır. İstatistik fizikçilerin bu havuzdan kendilerine düşeni almaları kaçınılmazdır (Mantegna ve Stanley, 1999).

Dolayısıyla ekonofiziğin başlangıcı, ekonomi yazılarının fizik dergilerinde yayınlanmaya başladığı an olarak kabul edilmektedir. Fizik dergilerinde basılan ilk ekonomi makalelerinden biri Mantegna'nın Physica A'da yayınlanan "Levy Walks and Enhanced Diffusion in Milan Stock Exchange" isimli çalışmasıdır. 1990'lı yıllarda ekonomi yazılarının, fizik dergilerindeki sayısı hızla artmıştır (Roehner, 2002). Ekonofizik terimi ise ilk olarak 1992 yılında H. E. Stanley tarafından türetilmiştir. Sosyoekonomiye termodinamik yaklaşımı, 1994 yılında D. K. Foley, 1995 yılında J. Mimkes, 2001 yılında ise A. A. Dragulescu ve V. M. Yakovenko tarafından desteklenmiştir. Bu tarihten itibaren konuları ekonofizik, iktisatta kompleksite ve sosyoekonomik ajan sistemleri olan çok sayıda konferans düzenlenmiş ve düzenlenmeye devam etmektedir (Mimkes, 2006).

1.2. EKONOFİZİK KAVRAMI VE TEMEL BAŞLIKLARI

Ekonofizik fiziğin gözlerinden iktisadi ve finansal sistemler hakkında yeni bir paradigma, yeni bir uzmanlık alanı (hatta bir disiplin) olarak kendini göstermektedir.

Ekonomik konuları Lagrange metodu ve Brownian hareket modeli gibi matematiksel modeller kullanarak modellemeye çalışır (Gingras ve Schinckus, 2012).

Ekonofizik kavramının doğuşu fizik ile ekonominin etkileşiminin oldukça eskiye dayanmasına rağmen oldukça yenidir. İlk ekonofizik konferansları Çin ve Hindistan’da düzenlenmiştir. Kavramın oluşumunda özellikle 1995 Ağustos’unda düzenlenen Kolkata Konferansı, oldukça önemlidir. Eugene Stanley “Ekonofizik” kavramını ilk kez bu konferansta kullanmıştır. Her sene ekonofizik alanında Kolkata’da konferans verilmeye devam edilmiştir. Böylece disiplinlerarası yeni bir alan ortaya çıkmıştır (Roehner, 2010). 1999 yılında da R. Mantegna ve H.E. Stanley’in “Ekonofiziğe Giriş” kitabı yayımlanmıştır (Daniel ve Sornette, 2010). Günümüzdeyse ekonofizik alanının en etkili okulu Eugene Stanley başkanlığındaki Boston Okulu sayılmaktadır (Roehner, 2010).

Ekonofizikle ilgili ilk konferanslar Budapeşte’de 21-27 Temmuz 1997 tarihleri arasında “International Workshop on Econophysics”, Palermo’da 28-30 Eylül 1998 tarihleri arasında “International Workshop on Econophysics and Statistical Finance” ve Dublin’de 15-17 Temmuz 1999 tarihleri arasında “Application of Physics in Financial Analysis” isimleri ile yapılmıştır (Carbone vd., 2007).

Stanley ve Mantegna (1999), ekonofiziği çok disiplinli (multidisipliner) bir alan olarak; “Fiziksel bilimlerden türetilen yeni kavramsal yaklaşımların çeşitliliğini sınavarak iktisadi problemler üzerinde çalışan fizikçilerin aktivitelerini göstermektedir.” şeklinde tanımlamaktadırlar.

Ekonofizikle ilgili yayınlar ise son yıllarda ivme kazanmıştır. Quantitative Finance, Pysica A, Physical Review E, Nature ve Physical Review Letters gibi dergilerde ekonofizik ile ilgili çok sayıda çalışmalar yayınlanmaktadır. Özellikle Pysica A dergisi, ekonofiziğe her sayısında özel bölüm ayırmaktadır (Farmer ve Lux, 2008).

Bazı Fransız fizikçiler, fizik ve finansın birleşimi olan “phynance” terimini önerirken, başka fizikçiler ise daha farklı terimleri önermişlerdir. Ancak bu terimler çok fazla ilgi çekmemiştir. Stanley ise biofizik, jeofizik ve astrofizik terimlerine benzer olan ekonofizik terimini ileri sürmüştür (Stanley vd.,1999). Burada özellikle fizik kurallarına uyarak yaşayan canlılar üzerinde çalışan biofizik ile olan paralellik önem kazanmaktadır (Yakovenko, 2008). 18. yüzyılın sonlarında G. Gavasi ve A. Volta elektiriksel

simülasyona maruz kalan kurbağa kaslarının daraldığını gözlemlediği çalışması, Volta'nın elektrik bataryasını icat etmesi ile sonuçlanmış ve yaşayan organizmalarda fizik olgusunun kullanıldığı ilk çalışmalardan biri olmuştur. Daha sonra, 19. yüzyılın ikinci yarısında Alman Elektrofizyolojist Emil du Bois-Reymond kaslarda geçerli olan anlık olayları ölçmeye çalışmıştır. Kasların elektriksel özellikleri hakkındaki bu çalışmalar, 1920 yılından sonra biofizik olarak bilinen bir alanı doğurmuştur. Biofiziğin özelliği, fizikten çok daha fazla parametreye sahip olması ve bu parametreleri kontrol etmenin çok daha zor olmasıdır. Biofiziğin ortaya çıkışı, biofizik araçların DNA'nın (Deoxyribonucleic Acid) moleküler yapısını çözme ve hemoglobin gibi proteinlerin detaylı yapılarını saptamadaki olağanüstü başarısına dayandırılmaktadır. Biofizik ve ekonofizik arasında gelişim açısından çok büyük bir benzerlik bulunmaktadır. Biofiziğin resmen ortaya çıkışı 1920'li yıllardır. Aynı süreç ekonofizikte de gözlemlenmektedir (Roehner, 2002).

Ayrıca ekonofiziğin multidisipliner, interdisipliner ya da transdisipliner bir alan olması ile ilgili farklı görüşler bulunmaktadır. Multidisipliner alan, çoklu disiplinlerden normal sınırların dışında tekrar tanımlanmış problemlere kadar uygun şekilde çizilen problem çözümüdür ve karmaşık durumların yeni anlayışı tabanında çözümlere ulaşmaktır. Ancak, bu alan sıklıkla ortak bakış açısı üretmede eksik olabilmektedir. İnterdisipliner alan, çoğunlukla ayrı görüş açılarını bir araya getirmeye çalışır ve köklerini ayrı disiplinler içinde tutar. Bu durum, amacı ile olan uyumu kaybetmesine neden olabilmektedir. Transdisipliner alan ise, araştırılabilen ve ortaya çıkabilen birbirinden ayrı sorunlar arasında bağlantı kuran düşünsel bir alandır. Bu alanda, sorunlar yeniden düşünülmekte, alternatifler tekrardan gözden geçirilmekte ve karşılıklı etkileşimler incelenmektedir (Kim, 1998). R. Mantegna ve H. Eugene Stanley, ekonofiziği multidisipliner bir alan olarak değerlendirmekte ve burada fizikçilerin iktisadi problemleri test etmek için fizik biliminden türetilen yeni kavramsal yaklaşımları kullandıklarını belirtmektedirler (Mantegna ve Stanley, 1999). Yakovenko (2008) ise ekonofiziği, iktisat ve finanstaki problemlere istatistiksel fizik metodlarını uygulayan interdisipliner bir araştırma alanı şeklinde tanımlamaktadır. Reimann'a (2006) göre ise, ekonofizik interdisipliner bir alandan çok, transdisipliner karma bir alandır; çünkü iki disiplinin amaçları birbirinden farklıdır. Fizik, dinamik sistemleri anlamayı amaç edinirken; iktisat, daha çok kalkınma ve finansal enstrümanların

fiyatlamasından yönetimsel ve politik konularla ilgili sorulara doğru gelişen uygulamalarla ilgilenmektedir. Son olarak H. E. Stanley, 2011 yılında Çin’de düzenlenen Uluslararası Ekonofizik Sempozyumunun açılış konuşmasında, ekonofiziği türdeş alanlı olarak nitelendirmiştir. Türdeş alanlılık; herhangi bir disiplinin özelliklerini, başka bir disipline dayanarak açıklamaya çalışmaktadır. Bu açıdan, Stanley ekonofizik için türdeş alanlı diyerek; ekonomik problemleri, fiziksel temellere dayanarak açıklamaktan bahsetmiştir.

Ekonofizikçiler, istatistiksel dağılımların kuyruklarında yatan uç (ekstrem) olayların analizleri ile ilgilenmektedirler (Liso ve Giovanni, 2002). Ancak istatistiksel fizik; amacı, yöntemleri ve sonuçları bakımından matematiksel istatistikten belirgin şekilde farklıdır (Yakovenko, 2008).

Ekonofizik şu konularla ilgilenmektedir (Savoiu ve Simon, 2008).

- ✓ Finansal piyasalardaki getirilerin dağılımı,
- ✓ Finansal serilerin zaman korelasyonu,
- ✓ Finansal bir piyasadaki fiyat dinamikleri ve türbülans gibi fiziksel süreçler ya da ekolojik sistemler arasındaki benzerlikler ve farklılıklar,
- ✓ Firma büyüklükleri ve büyüme oranlarının dağılımı,
- ✓ Şehir büyüklüklerinin dağılımı,
- ✓ Bilimsel buluşların dağılımı,
- ✓ Bazı inançlara bağlı olarak fiyat değişimelerindeki daha yüksek dereceden korelasyonun varlığı,
- ✓ Gelir ve servet dağılımı,
- ✓ Firmaların gelir dağılımı çalışmaları ve büyüme oranlarının istatistiksel çalışmaları.

Ekonofizik ayrıca; üniversiteler, bölgeler ve ülkeler gibi kompleks organizasyonların iktisadi performanslarının istatistiksel özelliklerini araştırmaktadır. Ekonofiziğin amacı, piyasaların evrensel davranışlarını anlamaktır. Bu doğrultudaki temel araçları ise istatistiksel fizik veya kuantum istatistiğinden alınan olasılıksal ve

istatistiksel yöntemlerdir. Ekonofizikte ekonomik olguları, fizik kavram ve metotları ile analiz etmek için üç tip örnek bulunmaktadır (Savoio ve Simon, 2008):

Örnek 1: Borsada fiyat dağılımlarının türevi (borsada x fiyatındaki değişim, dealer'lar arasında rasgele olarak dikkate alınabilmekte ve daha sonra borsada fiyatın $f(x,t)$ dağılımı için, $1/k$ dağılım katsayısı olmak üzere Brownian Hareketi gibi bir difüzyon denklemi türetilenmektedir),

$$\frac{\partial f(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{k} \frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

şeklindedir.

Örnek 2: Dağılımlar güç yasasını izlemektedir; α güç yasasının üssü, c sabit olmak üzere,

$$\ln p(x) = -\alpha \ln x + c \quad (1.2)$$

veya

$$p(x) = cx^{-\alpha} \quad (1.3)$$

şeklinde gösterilmektedir.

Örnek 3: Belirli bir zaman aralığı için borsanın fiyat değişimlerinin fraktal bir yapıya sahip olduğunu söyleyen Mandelbrot'a dayanan fraktal ve kaos analizi; D fraktal boyutu olmak üzere,

$$x(t) = ct^D \quad (1.4)$$

eşitliği ile yapılmaktadır.

İstatistiksel fizik, çok sayıda etkileşim içerisinde olan ve alt birimleri kapsayan sistemlerle ilgilenmektedir. Burada bireysel alt birimlerin, imkansız olarak görülen davranışlarını öngörmek istemektedir (Stanley, Gopikrishnan ve Plerou, 2004).

Ekonofizik kendini politik iktisadın teorik ve ideolojik biçiminden uzak tutmakta ve odak noktasını ekonometriye yakın bulundurmaktadır (Yakovenko, 2008). Ekonometri ise birbiri ile etkileşim içerisinde olan çok sayıda iktisadi ajanın matematiksel modellerini çalışmaktadır. Ancak, klasik ekonometride, tesadüfi şoklar genellikle normal dağılım ile tarif edilmektedir. Oysa gerçekte birçok finansal zaman serisi “şişman kuyruklara” sahiptir. Bunun anlamı; ekstrem getirilerin (hem pozitif hem

de negatif), normal dağılım altında beklenen değerinden çok daha sık ortaya çıkmasıdır. Artan sayıda kanıt, getirilerin güç yasası (power law) dağılımı gösterdiğini belirtmektedir (Schmidt, 2005).

Ekonofizik çerçevesinde yapılan analizler ikiye ayrılmaktadır. Bunlardan ilki, gerçek piyasalardan gerçek verileri analiz etmeye ve onları yorumlamaya çalışan “deneysel ve gözlemsel” araştırmalar; diğeri ise, deneysel gerçeklerle elde edilen bazı miktarlar için mikroskobik modeller kurmaya çalışan “teorik” araştırmalardır (Savoiu ve Simon, 2008).

1.3. EKONOFİZİK UYGULAMALARI

Finansal iktisatla ilgili ekonofizik kapsamında yapılan araştırmalar iki kategoriye ayrılabilir: makroskopik ve mikroskopik araştırmalar. Makroskopik araştırmalar, finansal zaman serilerinin istatistik özelliklerinin araştırılması ve zaman serilerine uygun istatistik modellemesiyle ilgilenir. Makroskopik araştırmalar, finansal serilerin fiyat dinamiklerini incelerken, piyasalarda işlem yapan iktisadi aktörlerin davranışlarını ve birbirleri arasındaki etkileşimi konu dışında tutar. Mikroskopik araştırmalar, finansal piyasalarda işlem yapan iktisadi aktörlerin davranışlarını ve birbirleri ile olan etkileşimini inceler. Dolayısıyla makro ve mikro ayırımın temelini iktisadi aktörlerin davranış ve etkileşimini dikkate alıp almama oluşturur.

Mantegna ve Stanley (1999) ekonofizik yaklaşımı kapsamında yapılmış makroskopik araştırmaları üç kategori altında toplamaktadır. İlk kategori, menkul kıymetlerin fiyat değişimlerinin stokastik süreçlerinin istatistik özelliklerinin incelenmesidir. İkinci kategori, finansal verilere uygun teorik modellerin geliştirilmesidir. Üçüncü kategori ise, menkul kıymet fiyatlarının dinamik optimizasyon ve rasyonel portföy seçimi altında fiyatlanmasıdır. Finansal aktiflerin fiyat dinamiklerinin, türbülans gibi fizik teorileri yardımıyla izahı, bu kategori altında yapılan çalışmalardır.

Roehner (2002), ekonofizik çalışmalarını farklı enstitü ve üniversiteler bünyesinde kurumsallaşması altında sınıflandırmıştır. Boston Üniversitesi’nde, Mantegna ve Stanley’in öncülüğünde, Levy dağılımları ve perkolasyon teorileri; Nice Üniversitesi’nde, Sornette öncülüğünde, kendi kendini örgütleyen sistemler ve deprem

modellemesi; Saclay'da Bouchaud öncülüğünde, spin-glass simülasyonları; Cologne'de, Stauffer öncülüğünde, faz geçişleri; Fribourg Üniversitesi'nde, Marsilive Zhang öncülüğünde, azınlık oyunları; Kudüs Üniversitesi'nde, Solomon öncülüğünde, mikroskopik simülasyonlar; Santa Fe'de, Farmer öncülüğünde, karmaşık sistemler konularında çalışmalar yürütülmektedir.

Basınç ve sıcaklık arasındaki korelasyonla, para miktarı ve fiyatlar genel düzeyi arasında kurulan korelasyon arasında ciddi bir fark yoktur. Önemli olan basınç ve sıcaklık arasındaki ilişkiyi moleküller arasındaki hareketle açıklayabilmek; para miktarı ile fiyatlar genel düzeyi arasındaki ilişkiyi de iktisadi karar birimleri arasındaki ilişkiyle açıklayabilmektir. İki makroskopik değişkenin ilişkisini gösteren bir grafik bir regresyon doğrusu ile değil, bu değişkenler arasındaki ilişkiyi açıklayan mikroskopik bir simülasyonla elde edilen verilerden türetmek, mikroskopik çalışmalar kapsamında yapılmaktadır.

1.3.1. İstatistiksel Fizik Uygulamaları

Ekonofizik aslında ekonomi problemlerini çözmek için istatistiksel fizikçiler tarafından geliştirilen teori ve yöntemleri uygulayarak disiplinler arası bir araştırma alanı olarak tasarlanmıştır (Carbone vd., 2007).

Ekonofiziğin kullandığı ve modern fiziğin en önemli araştırma alanlarından biri olan istatistik fizik ve istatistik mekaniği tanımlamak gerekirse; istatistik fizik, fiziksel olguların açıklanmasında olasılık yöntemlerini kullanan bir yaklaşımdır. İstatistik fizik, klasik veya kuantum mekaniğine dair olguları istatistiksel yöntemlerle açıklamaktadır. İstatistiksel yaklaşım, klasik sistemlerde serbestlik derecesi tam çözümün bulunmasına olanak vermeyecek kadar büyük olduğunda, çözümün bulunmasını sağlamaktadır. İstatistik fiziğin temel ilgi alanı makroskopik sistemlerdir. Bir başka deyişle atomik davranışlardan makroskopik sistemlerin özelliklerinin elde edilmesi, istatistik fiziğin konusunu oluşturur (Reif, 1993). Atomik davranışların dinamikleri kuantum mekaniği ile elde edilmektedir. İstatistik fizik, bir elektronun özellikleri ve davranışları ile değil, elektronlardan oluşan bir sistemin temel özellikleri ile ilgilenir. Bu nedenle, istatistik fizik ortalamalarla (makroskopik büyüklüklerle) ilgilenir. Makroskopik sistemlerin temel özellikleri, mikroskopik detaylardan bağımsızdır. Mikroskopik sistemlerde ise,

sistemi oluşturan mikro unsurların konumları ve momentumları önem taşımaktadır. Mikroskopik detaylar bilinmeden de makroskopik sistemler hakkında bilgi edinilebilir. Mikroskopik perspektifte ise makroskopik ortalamalar mikro unsurların özellikleri ve etkileşimleri yoluyla elde edilir. İstatistik fizik, iki farklı perspektiften ele alınabilir. Bu perspektiflerden ilki termodinamiktir. Termodinamik, deneysel sonuçlara dayanarak makroskopik değişkenler arasındaki ilişkileri matematiksel kalıplarla ifade etmektedir. İkinci perspektif olan istatistik fizik ise, mikroskopik özelliklerden hareketle, termodinamiğin kurduğu matematiksel yapıyı yeniden üretir. İstatistiksel mekanikte tüm mikro durumlar aynı enerjiye sahiptir ve olası durumların olasılıkları eşittir (Kabakçıoğlu, 2007).

İstatistiksel mekanik, çok sayıda elemana sahip sistemleri matematiği kullanarak çözümleyen olasılık teorisinin, kuvvete maruz kalan parçacıkların veya nesnelerin hareketiyle ilgilenen mekaniğe uygulamasıdır. İstatistiksel mekanik; her bir molekül ve atomun mikroskopik özellikleriyle, maddelerin makroskopik özellikleri arasında ilişki kurar. Bu nedenle çok sayıda parçacık ya da alt sistemden oluşan sistemlerin, sistemi oluşturan alt yapıtaşlarının dinamiğinden yola çıkarak makroskopik fiziksel özelliklerini inceleyen bilim dalıdır. İstatistiksel mekaniğin temeli, termodinamiğe dayanır. İstatistik fizik ve istatistik mekanik için termodinamiğin ikinci yasası büyük önem arz etmektedir. Ancak, termodinamiğin ikinci yasası olan entropi istatistiksel mekanikte sistemin mikro düzeyde dağılımının fonksiyonuyken, istatistik fizikte deneysel bir sonuçtur. İstatistik mekanik, deney ve gözlemlerle elde edilen makroskopik sonuçların mikroskopik etkileşimler sonucu nasıl oluştuğunun matematiksel altyapısını kurarak, klasik dinamik ve termodinamik prensiplerin birbiriyle uyumlu olduğunu ortaya çıkarmıştır. Örneğin entropi salt termodinamik bir değişken değil, zamana bağlı tersinmez tüm sistemlerin bir özelliği halini almaktadır (Karaoğlu, 2009). Ball'a (2002) göre fiziğin istatistikselleşmesini temsil eden istatistik fizik ve mekaniğin ortaya çıkışı, beşeri ve sosyal bilimlerde istatistiklerin elde edilmeye başlamasından sonraya rastlamıştır. Toplumsal olguların ortalamalar üzerinden tanımlanması, istatistik fiziğin kurucularından Maxwell'in gazların dinamiğini, sistemi oluşturan parçacıkların ortalamaları ile açıklamaya girişmesine sebep olmuş ve istatistik fizik bir bilim dalı olarak belirmeye başlamıştır.

Cockshott vd. (2009), iktisadi olguların ele alınmasında matematiksel denge yerine, istatistik mekanikte kullanılan istatistik dengenin devreye sokulmasının daha gerçekçi sonuçlar üreteceğini iddia etmekte ve kurdukları analogilerle, istatistiğin iktisatta kullanımında yeni bir araştırma alanı önermektedir. Kurdukları analogilerden biri temel bir ekonomi ile ideal gazlar arasındadır ve bu iki farklı olgu arasında önemli benzerlikler bulunmaktadır.

İstatistiksel fizik; çok sayıda parçacıktan oluşan sistemlerin, makroskopik cisimlerin özelliklerini, mikroskopik (istatistiksel) verilere dayanarak araştıran bir fizik koludur (Mikailov ve San, 2008). Finansal piyasalarda, istatistiksel metotların kullanımını Gauss'a kadar götürmek mümkündür. 1897 yılında ise Vilfredo Pareto; gelir dağılımı için, daha sonraları fizikçilerin görüşlerinin merkezinde yer alacak olan, güç yasasını tanımlamıştır (Daniel ve Sornette, 2010).

İstatistiksel açıdan, ekonomik bir olgu olan bireylerin davranışlarını anlamaya çalışma fikri, 19. yüzyılın ikinci yarısında Ludwig Boltzmann, Josiah Willard Gibbs ve James Clerk Maxwell gibi fizikçilere ilham vermiş ve istatistiksel mekaniğin temellerini atmalarına sebep olmuştur. Böylece bu fizikçilerin çalışmalarına dayanarak Alfred Marshall ve Francis Edgeworth gibi bazı economiciler, fiziksel sistemde olduğu gibi ekonomik sistemde de dengeye ulaşılması konusunu geliştirmişlerdir (Carbone, Kaniadakis ve Scarfone, 2007).

İstatistiksel fizik uygulamalarının en ünlü örneği olan rasgele yürüyüş iki varsayım üzerine odaklanmaktadır. Buna göre, (i) fiyat değişimleri bağımsız rasgele değişkenlerdir, (ii) değişimler bazı olasılık dağılımlarına uymaktadırlar (Fama, 1963).

Bir fizikçi için iktisat bilimindeki en ilginç olay, ekonomide dalgalanmaların egemenliğidir. İstatistiksel fizik, özellikle dalgalanan sinyallerle ilgilenmektedir. Bu dalgalanmalar yaklaşık yüz yıl önce fizikçi L. Bachelier'ın sapmalı rasgele yürüyüş modelini geliştirmesine neden olmuştur (Stanley vd., 2001). Bachelier'den beş yıl sonra 1905 yılında, Albert Einstein Brownian Hareketini, rasgele yürüyüş teorisine destek olarak ortaya atmıştır. Rasgele yürüyüşü takip eden modern teoriler; şimdilerde teorik fizik, iktisat ve finans modellerinin temel dayanaklarından birini oluşturmaktadır. 1930'larda fizikçi Etteore Majorana'ya göre; sosyal ve iktisadi olgu, olası mikroskopik yapılandırmaların istatistiği ile açıklanabilmektedir. Bu yapılandırmaların tam

realizasyonu, tüm ilgili faktörler için bireylerin eksik olan bilgisini belirleyememekte ve ayrıca belirlemesi de gerekmemektedir. Bunun yerine; istatistiksel mekanik yaklaşımında, ortalamayı karakterize eden istatistiksel yasalar temeli üzerine öngörüler yapılmaktadır. Majorana, bu konudaki fikirlerini geliştirme şansına sahip olamamıştır. Daha sonraları Helbert Simon, firma büyüklüklerinin dağılımı, şehir büyüklüklerinin dağılımı veya kelime frekansları dağılımı gibi problemler üzerinde odaklanması gerektiğini söylemiştir. Simon ve takipçileri, bunun için istatistiksel mekanik tarzında çok sayıda teori geliştirmişlerdir (Farmer ve Lux, 2008). Mandelbrot, finansal iktisatta uzun kuyruklu dağılımların öncüsü olmuştur. Bu dağılıma aynı zamanda; şişman kuyruklu, Pareto kuyruklu, ağır kuruklu, güç yasası kuyruklu ya da leptakörtik dağılım da denilmektedir. Chicago Üniversitesi'nde Richard Roll, Eugene Fama, Merton Miller; Carnegie Üniversitesi'nde Thomas Sargent ve MIT'de Paul Samuelsonu izleyen iktisatçılar olmuşlardır. Paul Cootner ve Clive Grenger gibi iktisatçılar ise Mandelbrot'un önerisine karşı çıkmışlardır (Daniel ve Sornette, 2010). Eugene F. Fama tezinde kararlı Paretian hipotezini, Amerika Birleşik Devletleri'nde önemli hisse senedi endekslerinden biri olan ve en büyük 30 şirketi kapsayan Dow Jones Industrial Average'da (DJIA), otuz hissenin her birinin günlük olarak fiyatlarının logaritmasının birinci farkı üzerinde analiz etmiştir. Buna göre dağılımların uzun kuyruklu ve α 'nın sürekli olarak 2'nin altında olduğunu saptamıştır. Elde ettiği en önemli sonuç hisse senedi fiyatları için kararlı Paretian hipotezin, Gaussian hipotezine göre daha uyumlu olduğudur (Fama, 1963). 1980'li yılların başlarında ise Stuttgart Üniversitesi'ndeki Sinerjetik Araştırma Grubu, istatistiksel fizikle ilgili araştırmalar yapmıştır. 1983 yılında W. Weidlich ve G. Haag istatistiksel fizikten faz geçişleri, master denklemleri, Fokker - Planck denklemleri gibi çeşitli kavramları sosyoloji, siyaset bilimi ve iktisattaki çeşitli problemlere uygulamışlardır (Farmer ve Lux, 2008).

Sosyal istatistik ile istatistiksel mekanik arasında önemli bir ilişki bulunmaktadır. Sosyal olaylar istatistiksel mekanik temelinde, gazların kinetik enerjisinin gelişimi doğrultusunda Maxwell ve Boltzman'a yol göstermiştir (Ball, 2002).

Son yıllarda istatistiksel fizikte büyük ilerlemeler meydana gelmiştir. Bu çerçevede istatistiksel fizik, çok sayıda parçacığın etkileşimini içeren fiziksel sistemlerin mikroskopik detaylardan bağımsız şekilde evrensel yasalara uyduğunu belirlemiştir. İstatistiksel fizikte temel amaç, farklı ölçeklerdeki kompleks dinamik

sistemlerin gözlemlenebilir özelliklerinin dağılımını incelemektir. Örneğin, zaman içerisinde dağılım hızının gelişimini gözlemlemektedir. Bu doğrultuda istatistiksel fizik, ölçekleme teorisini formülleştirmiştir. Ölçekleme teorisinin ana fikri, belirli şartlar altındaki çok parçacıklı bir sistemin özelliklerinin değişmez ölçekli olacaktır (Stanley Michael H. R. vd., 1996). Bu konuda başka bir örnek; kısa uzaklık ve zaman içindeki bir sistemin davranışının, uzun uzaklık ve zaman içindeki bir davranışa benzer olmasıdır. Bu ölçekleme fonksiyonu, sistemin mikroskobik detaylarının çoğuna bağlı değildir. Sadece bir kaç temel özellik, molekül içi etkileşimler ya da moleküllerin yapısına bağlıdır. İstatistiksel fizikte bu olgu evrensellik olarak tanımlanmaktadır. Böylece; örnek bir sistemin kısa ölçekli özellikleri ile ilgili bilginin, uzun ölçekli gerçek bir sistemin davranışını tahmin etmede kullanılması sağlanmaktadır. İktisadi sistemlerin çok sayıda etkileşim içerisinde bulunan birimleri içermesinden dolayı, ölçekleme analizinin kullanılması oldukça yararlıdır.

1.3.2. Termodinamik Uygulamaları

1824 yılında Fransız mühendis Sadi Carnot'un yazdığı "Reflections on the Motive Power of Heat and on the Machines Adopted to Develop this Power" isimli kitap ile termodinamik biliminin temelleri atılmıştır. Carnot, buhar makinelerinin çalışma prensibi ile ilgilenirken, aynı zamanda fiziğin temellerini oluşturan sıcaklık, ısı, enerji gibi kavramları da ilk tartışan kişi olmuştur (Erlichson, 1999).

Termodinamik terimi ilk olarak İngiliz bilim adamı Lord Kelvin (William Thomson)'ın 1849 yılında yaptığı bir yayında kullanılmıştır. Latince therme (ısı) ve dynamis (güç) sözcüklerinden türeyen termodinamik sözcüğü, fiziğin enerji ve enerjinin şekil değişimi ile uğraşan kolu olarak tanımlanabilir. Başka bir deyişle termodinamik, maddenin mikroskobik yapısına bakılmaksızın makroskobik özellikler arasındaki ilişkiyi inceleyen bilim dalıdır (Karaoğlu, 2009). Termodinamiğin sıcaklıkla ilgili tanımlama yapan *sıfırıncı yasa*, enerjinin korunumunu esas alan *birinci yasa*, entropi kavramını değerlendiren *ikinci yasa* ve mutlak sıfır sıcaklığını tanımlayan *üçüncü yasa* olmak üzere dört temel yasası bulunmaktadır.

Sıfırıncı Yasa: Termodinamiğin bu en basit yasası sonradan bulunmuş, ilk başta bilinmesi gereken bir yasa olduğu ve birinci ve ikinci yasalarından önce gelmesi gerektiği için "sıfırıncı yasa" adını almıştır.

Eğer iki kapalı sistem termal temasta olacak şekilde biraraya getirilirse, her ikisinin özelliklerinde değişiklikler meydana gelebilir. Sonuçta herhangi bir değişimin olmadığı bir hale dönüşür. Bu hal termal denge halidir. Bu deneysel gerçek termodinamiğin sıfırıncı kanunu olarak bilinmektedir.

Başka bir ifadeyle farklı sıcaklıklara sahip iki cisim arasında ısı alışverişi olursa, sıcak olan cisim soğur, soğuk olan cisim ısınır. Farklı sıcaklıklara sahip olan iki cisim arasındaki ısı akışı sıcak cisimden soğuk cisme doğru gerçekleşir.

Yani sıcak su ile soğuk su karıştırılırsa, ılık su elde edilir. Ilık suyun sıcaklığı, soğuk sudan yüksek, sıcak sudan ise düşük olmaktadır. Böylece birbiriyle temas eden sistemler arasında sıcaklık bakımından denkleşme sağlanmaktadır (Petrucci vd., 2012).

Birinci Yasa: Bu yasa, aynı zamanda enerjinin korunumu yasası olarak da bilinir. Yasa, “bir sistemde enerjinin yoktan var edilemeyeceğini veya varken yok edilemeyeceğini, sadece değişik fiziksel ve kimyasal işlemlerle biçim değiştirebileceğini söylemektedir” (Çetinkaya, 2011). Termodinamiğin birinci yasasını, Walras ve Fisher ekonomiyeye uygulamışlardır. Fisher’ın miktar kuramı ve kıtlık kavramı bu yasasının ekonomik ifadesidir. Enerjinin korunumu ilkesi olan termodinamiğin birinci yasası, iktisatta üretimin sermaye dengesine karşılık gelmektedir. İktisadi artık, artığı elde etmek için gerekli sermaye stoku değişimi ile iş için gerekli olan girdilerin farkına eşittir (Mimkes, 2006).

İkinci Yasa: Termodinamiğin ikinci yasası ise, “enerjinin bir şekilden diğerine dönüşmesi işleminin belirli bir yönde gerçekleşebileceğini, ters yönde olamayacağını söylemektedir”(Çetinkaya, 2011).

Entropi, 19. yüzyılın ortalarında ilk kez Alman matematikçi ve fizikçi Rudolf Julius Emanuel Clausius tarafından termodinamikte kullanılmış bir kavramdır.

“Entropi, sistemdeki düzensizliğin bir ölçüsü olarak tanımlanmaktadır. Bir sistem tam olarak düzenli ise entropi sıfır demektir. Hiç bir enerji, kayba uğramadan cins değiştiremez. Yani, enerji bir durumdan diğer bir duruma geçerken bir miktar enerji

kaybolmaktadır. Buna entropi denmektedir. Entropi ya değişmez ya da artar. Entropinin artması geri dönüşsüz bir işlemdir” (Ruelle, 2001).

Bir tepkimenin entropisi ve istemliliği arasındaki bağlantı termodinamiğin ikinci yasası ile açıklanabilir. İstemli bir olayda evrenin entropisi artarken; denge halindeki bir olayda değişmeden kalır. Evren, sistem ve çevreden oluştuğundan, evrendeki entropi değişimi (ΔS_{ev}), sistemdeki entropi değişimi (ΔS_{sis}) ile çevredeki entropi değişiminin ($\Delta S_{\text{çev}}$) toplamıdır. Termodinamiğin ikinci yasası matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\text{İstemli bir olay için:} \quad \Delta S_{ev} = \Delta S_{sis} + \Delta S_{\text{çev}} > 0 \quad (1.5)$$

$$\text{Dengedeki bir olay için:} \quad \Delta S_{ev} = \Delta S_{sis} + \Delta S_{\text{çev}} = 0 \quad (1.6)$$

İkinci yasa, istemli bir değişimde, evrenin entropi değişiminin ($\Delta S_{\text{çev}}$) sıfırdan büyük olduğunu belirtir. Ancak (ΔS_{sis}) ya da ($\Delta S_{\text{çev}}$) için bir sınırlama getirmez. Buna göre, bu iki büyüklüğün toplamı sıfırdan büyük olduğu sürece, (ΔS_{sis}) veya ($\Delta S_{\text{çev}}$)’den herhangi birinin negatif olması mümkündür. Dengedeki bir olay için (ΔS_{ev}) sıfırdır. Bu halde, (ΔS_{sis}) ve ($\Delta S_{\text{çev}}$) büyüklükçe eşit, ancak işaretçe zıt olmak zorundadırlar. ΔS_{ev} ’nın negatif olduğu bir tepkime tasarlanan yönde istemsiz, ancak tersi istemlidir.

İstemsiz yani kendiliğinden olmayan bir işlem dışarıdan sürekli bir etki uygulanmadıkça oluşmazken; istemli yani kendiliğinden olan bir işlemde ise, işlemin devam etmesi için dışarıdan bir etki (dış etki) gerekli değildir.

Bu konuyla ilgili örnek vermek gerekirse;

- ✓ Şelale kendiliğinden aşağıya doğru akar, yukarı doğru asla akmaz.
- ✓ Kesme şeker bir fincan çayda kendiliğinden çözünür, fakat çözünmüş şeker kendiliğinden ilk şekline dönüşmez
- ✓ 0 °C’nin altında su kendiliğinden donar ve 0 °C’nin üstünde buz kendiliğinden erir. (1 atm’de)
- ✓ Isı sıcak bir cisimden soğuk bir cisme kendiliğinden akar, fakat tersi asla kendiliğinden olmaz.
- ✓ Demir, su oksijen ile tepkiyerek pas oluşturur, fakat pas kendiliğinden tekrar demire dönüşmez (Chang, 2011).

Bir fiziksel sistemdeki belirsizlik iyi bilinen bir kavramdır. Bu belirsizliğin ya da rasgeleliğin ölçüsü, fizik bilimciler tarafından entropi olarak adlandırılır. Shannon, bilgi kuramı ile bu ilişkiyi görmüş ve entropi kavramını kullanmıştır (Gleick, 1995).

İstatistiksel fizikte çok önemli bir yeri olan entropi kavramını iletişim açısından ilk kullanan ve bilgi kavramı ile arasındaki ilişkiyi görerek pek çok bilim dalında kullanılmasını sağlayan bilim insanı Claude Shannon'dur. Entropinin bu dikkat çekici başarısının nedeni, olasılıksal sistemlerdeki belirsizliği ölçebilmesine dayanır (Karmeshu ve Pal, 2003).

Mevcut mikroskopik enerji seviyelerine bir sistemin enerjisinin dağılması ile ilgili termodinamik özelliğe entropi denir. Belirli bir halde bulunan bir sistemde mikroskopik parçalardan (atomlar, iyonlar, moleküller) enerji seviyeleri arasındaki dağılımı arttıkça, sistemin entropisi de artar. Entropi S simgesi ile gösterilir. Entropi de tıpkı iç enerji ve entalpi gibi bir hal fonksiyonudur. Basıncı, sıcaklığı ve bileşimi belirli olan bir sistemin tek bir entropi değeri vardır. İki hal arasındaki entropi değişimi ΔS ile gösterilir ve bunun da tek bir değeri vardır.

Gazların karışması gibi makroskopik değişimlerle maddenin mikroskopik doğası arasındaki bağlantı Ludwig Boltzmann tarafından incelenmiştir. Boltzmann'a göre, sistemdeki enerji seviyeleri sayısı ile parçacıkların (atomlar, iyonlar ve moleküller) bu seviyelere yerleşmesi arasında bir bağlantı vardır. Bu mikroskopik enerji seviyelerine hal denilmektedir. Mikrohal ise, bu haller arasına dağılan parçacıkların özel bir durumudur. Verilen belli sayıdaki parçacık çok hale yerleşirse, sistemin mikrohal sayısı da çoğalır. Mikrohal sayısının artması entropiyi artırır. Ludwig Boltzman, fizikte entropiyi incelemiş ve olasılık kavramını kullanarak ünlü Boltzman denklemini elde etmiştir;

$$S = k \ln W \quad (1.7)$$

Burada S , entropi; k , Boltzmann sabiti; W mikrohal sayısını, yani bir sistemin girebileceği mikroskobik durumların sayısını göstermektedir. Boltzmann sabiti sembolik olarak $k=R/N_A$ şeklinde ifade edilmekte olup bir molekül başına gaz sabiti olarak tanımlanabilir. Mikrohal sayısı W , mevcut hallere atom ve moleküllerin toplam enerji değişmeden, yerleştirebilme sayısıdır. Bu hallerin her bir değişik düzeni bir mikrohale karşılık gelir, W aynı enerjiye karşılık gelen toplam mikrohal sayısıdır.

Sıcaklık arttıkça, moleküllerin enerjisi artar ve moleküller çok sayıda enerji seviyesine sahip olur. Böylece oluşan mikrohale sayısı (W) artar ve entropi de yükselir. Özet olarak, termodinamik bir sistemin halleri iki yolla tanımlanabilir. Hal fonksiyonlarının P, V ve T olduğu makroskopik tanımlama ve sistemdeki her parçacığın (atom veya molekül) yeri ve hızının bilinmesini gerektiren mikroskopik tanımlama Boltzmann eşitliği bu ikisi arasındaki bağlantıyı sağlar.

Entropi değişimi ısı (q) ve sıcaklık (T) olmak üzere iki ölçülebilen büyüklüğe bağlıdır. Bu faktörlerin her ikisi de sistemin mikroskopik parçalarının enerji seviyelerinin sayısını etkiler. Bu faktörlere bağlı olarak entropi değişimi,

$$\Delta S = \frac{q_{ter}}{T} \quad (1.8)$$

Bu eşitlikte T, Kevlin sıcaklığıdır. Görüldüğü gibi ΔS doğrudan ısı miktarı ile orantılıdır, çünkü sisteme ısı olarak eklenen enerji, mikroskopik parçacıklar için kullanılabilir enerji seviyesi sayısını artırır. Sıcaklığı arttırmak, kullanılabilir enerji seviyelerinin sayısını arttırmakla birlikte belli miktardaki ısı için enerji seviyelerinin sayısındaki orantılı artış düşük sıcaklıklarda daha fazladır. Bu nedenle ΔS Kevlin sıcaklığı ile ters orantılıdır.

Bir maddenin entropisinin mutlak değerini bulmak için, o maddenin en düşük mümkün olan enerji seviyesini bulmak gerekir, buna sıfır noktası enerjisi adı verilir. Bu hale karşılık gelen entropi de sıfırdır. Sonrada sıcaklığın ve basıncın değiştiği başka bir koşula getirilen maddenin entropisindeki değişimler hesaplanabilir. Bu entropi değişimleri toplandığında, entropilerin sayısal değeri elde edilir (Petrucchi vd., 2012).

Entropi konusu ile ilgilenen ilk iktisatçı, 1974 yılında Nicholas Georgescu - Roegen olmuştur. Daha sonraları, 1994 yılında D. K. Foley ve J. Mimkes tarafından da kullanılmıştır.

Stokastik sistemlerde üretim fonksiyonu entropi denklemi ile tanımlanabilmektedir. Bu durumda, üretim fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$S(Nk) = \ln P(Nk) \quad (1.9)$$

Entropi, üretim ve ticarete çok büyük bir öneme sahiptir. Buna göre; entropi, üretim ve ticaret süresince malların ve paranın dağılımındaki değişimleri karakterize

etmektedir. Malların satışı (dağılımı) entropide bir artışa eşittir. Malların satışı sonucunda dengeye ulaşılmakta ve her birim aynı sayıda mala sahip olduğu durumda entropi maksimum olmaktadır. Üretimde ise entropi azalmaktadır. Buna göre; entropinin artışı,

$$(\Delta S = S_2 - S_1 > 0) \quad (1. 10)$$

mal ve para gibi dağıtım unsurlarına uymakta ve düzensizlik yaratmakta iken; entropi azalışı,

$$(\Delta S = S_2 - S_1 < 0) \quad (1. 11)$$

mal ve para unsurlarını toplamaya uymakta ve düzen yaratmaktadır.

Mimkes çalışmasında, Carnot sürecini tüm ekonomik süreçlerin temeli olarak tanımlamakta ve örnek olarak otomobil üretimini ve elma çiftliğindeki üretimi göstermektedir (Mimkes, 2006).

Üçüncü Yasa: Termodinamiğin son yasası ise mutlak sıfır sıcaklığındaki maddelerin entropisi ile ilgilidir. “*Mutlak sıfır sıcaklığındaki kusursuz bir kristalin mutlak entropisi sıfırdır.*” Sıcaklık arttıkça hareketin serbestlik derecesi ve bundan dolayı mikro hallerin sayısı da artır. Böylece, 0 K’nin üzerinde bir sıcaklıkta herhangi bir kristalin düzeni mükemmel değildir ve mikrohallerin sayısı birden daha büyüktür.

Maddelerin mutlak entropilerini tayin etme olanağı vermesi, bu yasanın önemli bir özelliğidir. Örneğin, saf bir kristal maddenin entropisinin mutlak sıfır olduğu bilgisinden hareketle, madde 0 K’den diyelim ki 298 K’e ısıtıldığında, entropisindeki artma ölçülebilir. Buna göre, entropi değişme (ΔS) değeri S_s ’ye eşittir (S_i sıfır olduğundan) (Chang, 2011).

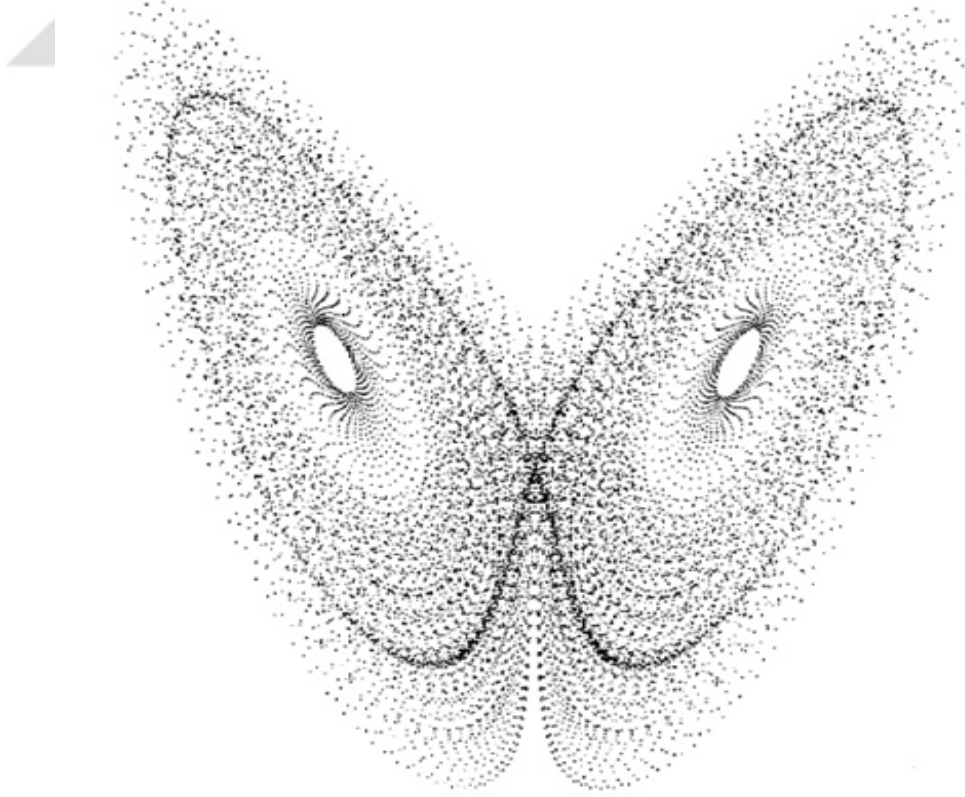
$$\begin{aligned} \Delta S &= S_s - S_i \\ &= S_s \end{aligned} \quad (1. 12)$$

1.3.3. Kaos Uygulamaları

Ekonofizik, yeni bir bilimsel paradigma olarak kabul edilen karmaşıklık ve kaos çalışmalarının bir uzantısıdır.

Kaos kavramı sözcük anlamı olarak karışıklık, düzensizlik, belirsizlik ve hatta anarşi gibi ifadelerle karşılık gelir. Bilimsel anlamda ise kaos; daha çok düzensizliğin içindeki düzeni ifade etmektedir. Buna göre kaos; önceden tahmin edilemeyen, içerisinde kurlsız, ama benzer şekillerin oluştuğu düzenli bir düzensizliği, yani amacı olan bir karışıklığı ifade etmektedir (Yeşilorman, 2006).

Fizik bilimindeki belirsizlik ilkesi, birçok alanda olduğu gibi sosyal bilimlerde de etkisini göstermiştir. Kaos kuramı, fizikteki bu belirsizlik ilkesinin, sosyal bilimlerdeki karşılığıdır. Kaos teorisinin literatüre kazandırdığı kavramların başında kelebek etkisi de denilen başlangıç koşullarına hassas bağımlılık prensibi gelmektedir (Ertürk,2012). *“Kelebek etkisi modelini Edward N. Lorenz bilgisayarıyla hava durumuyla ilgili hesaplar yaparken buldu. İlk hesaplamasında başlangıç verisi olarak 0,506127 sayısını, ikinci hesaplamada ise 0,506 sayısını kullandı. İki sayı arasında yaklaşık binde bir (1/1000), yani bir kelebeğin kanat çırpmasının yarattığı rüzgarla eşdeğerde fark olmasına rağmen, süreç içinde ikinci hesap birinci hesaba göre çok farklı sonuçlar verdi”* (Taşkan, 2011).



Şekil 1. 1. Kelebek Etkisi Modeli. (Lorenz, 1995).

Bu modellemeyi Lorenz, “Pekin’de kanatlarını çırpıp bir kelebeğin havada oluşturduğu dalgaların gelecek ay New York’ta fırtınaya neden olabileceği” şeklinde ifade etmektedir. Bu kuram, dikkatten kaçan veya küçümsenen herhangi bir olayın çok daha büyük olaylara neden olabileceğini açıklar. Kelebek etkisi faktörü sistemleri kararlı halden uzaklaştıran faktördür. Kelebeğin kanat çırpması gibi birçok küçük değişikliğin artarak devam etmesi sistemleri statik durumundan çıkarır ve sistemlerde olumsuz ya da olumlu yönde sürükleyici etki yapar.

Sosyal bilimlerde kaos kuramının ele alınması bu alana farklı bir bakış açısı kazandırmış olup sistemlerde değerlendiremediğimiz ve göremediğimiz birçok faktörün değerlendirmesine ve görülmesine yol açmıştır (Ertürk, 2012). Sosyal hayatta ciddi sonuçlara yol açabilecek küçük ya da büyük etkiye sahip sosyokültürel, siyasal ve ekonomik pek çok etkenden söz edilebilir. Dünyanın herhangi bir bölgesinde yaşanan ekonomik krizin etkileri, diğer ülkelerde de hissedilebilir ya da bir siyasal parti liderinin bir başka siyasetçi hakkındaki söylemleri, ciddi bir kriz yaratabilir. Ekonomi alanında da kelebek etkisi kavramının önemli bir yeri vardır. Dünyadaki makro ekonomik sistemlere bakıldığında çok küçük gibi görünen olayların çok büyük değişikliklere yol açabildiği gözlenmiştir (Yeşilorman, 2006).

Kaosun disiplinler arası bir konu olması, sistemde kaosun varlığını gösteren yöntemleri ön plana çıkarmaktadır. Kaos analizi yapabilmek için ilk adım, kullanılacak yöntemin karakteristikleri hakkındaki teorik bilgi toplanması ve bu teorik bilginin modellenerek, bilgisayar sistemleri aracılığıyla benzetimi (simülasyonu) ve analizi olmuştur. Sermaye piyasasında kaos teorisinin uygulamaları da bu şekilde olmaktadır (Lorenz, 1995).

Günümüzde kaotik hareket analizi; bilişim, ekonomi, mühendislik, çevrebilim, kimya, biyoloji, tıp ve meteoroloji alanlarında uygulama alanı bulmaktadır. Ekonomistler faiz oranları, borsada meydana gelen dalgalanmalarla ekonomik verilerin nasıl değişeceğini; biyologlar çevre şartlarından nesli tükenmekte olan bir türün popülasyonunun nasıl değişeceğini; çevre bilimciler meteorolojik gözlemler, iklim değişikliği, karbon emisyonu gibi verilerle küresel ısınmanın etkilerinin nasıl olacağını; yerbilimciler ise sismik dalgalarla depremin zamanını; tahmin ederek bu süreçleri kontrol altına almak isterler (Pamuk, 2013).

Kaos Kuramı ile ilişkili bir başka kavram fraktal geometridir. Matematikte pütürlü, kırıklı, rasyonel sayı boyutları olan geometrik şekil ve cisimlere fraktal denilmektedir. Fraktal kavramı, ilk olarak Polonya asıllı matematikçi Benoit B. Mandelbrot tarafından kullanılmış olup; yalnızca matematik üzerinde değil; fizyoloji, fiziksel kimya ve akışkanlar mekaniği gibi değişik alanlar üzerinde de önemli etkiler yaratarak yeni bir geometri sisteminin doğmasına yol açmıştır. Fraktalların başlıca özellikleri ana hatları ile şöyledir:

- Kırıklı, pürüzlü bir yapıya sahip oldukları için her yerde süreklidirler bu sebepten dolayı türevleri alınamaz.
- Boyutları rasyonel sayılardır
- En küçük ayrıntısı bile bütünün özelliklerini taşımaktadır. Ne kadar detaya inilirse inilsin bütünün özellikleri kaybolmaz.
- Çevre uzunlukları klasik geometri metotları ile ölçülememektedir.
- Fraktalar karmaşık sayı fonksiyonlarında belirlenen kuralın sürekli tekrarlanması sonucu oluşturulurlar (Doğan ve Genç, 2006).

Bir bağlantıyı formüle edip tanım kümesini belirledikten sonra o bağlantının grafiğini çizmek pek zor değildir. Fakat formülü oluşturulamayan dağların, bulutların, ağaçların ve bunlar gibi daha pek çok nesnenin resmini bilgisayarda gerçeğe çok yakın bir şekilde çizmek olanaklı mıdır? Mandelbrot bu konuda yaklaşık üç bin yıldır süregelen Oklid geometrisinin yetersiz kaldığını görür: "Bulutlar küre değildir, dağlar da koni değildir." diye itirazda bulunur. Yakından incelendiğinde, doğadaki nesnelerin oklid geometrisindeki şekillere benzemediği fark edilecektir. Doğadaki bu nesneleri matematiksel eğriler ile; daire, dörtgen, elips, küre, sinüs dalgaları gibi düzgün geometrik şekillerle göstermek pek gerçekçi değildir. Bu evren oklid geometrisinin tasvir ettiği türden tekdüze ve sıkıcı değildir; tersine gözlemcisine her ölçekte ayrı bir dünyanın kapılarını açar. Fraktal geometri, aklın gözüne göre sonsuzu görebilmenin bir yolu ve doğanın gerçek geometrisidir.

Mandelbrot'un yarattığı kendine benzer, fraktal boyuta sahip cisimlerden oluşan fraktal geometrisi oklid geometrisinden farklı olarak aşağıdaki özelliklere sahiptir:

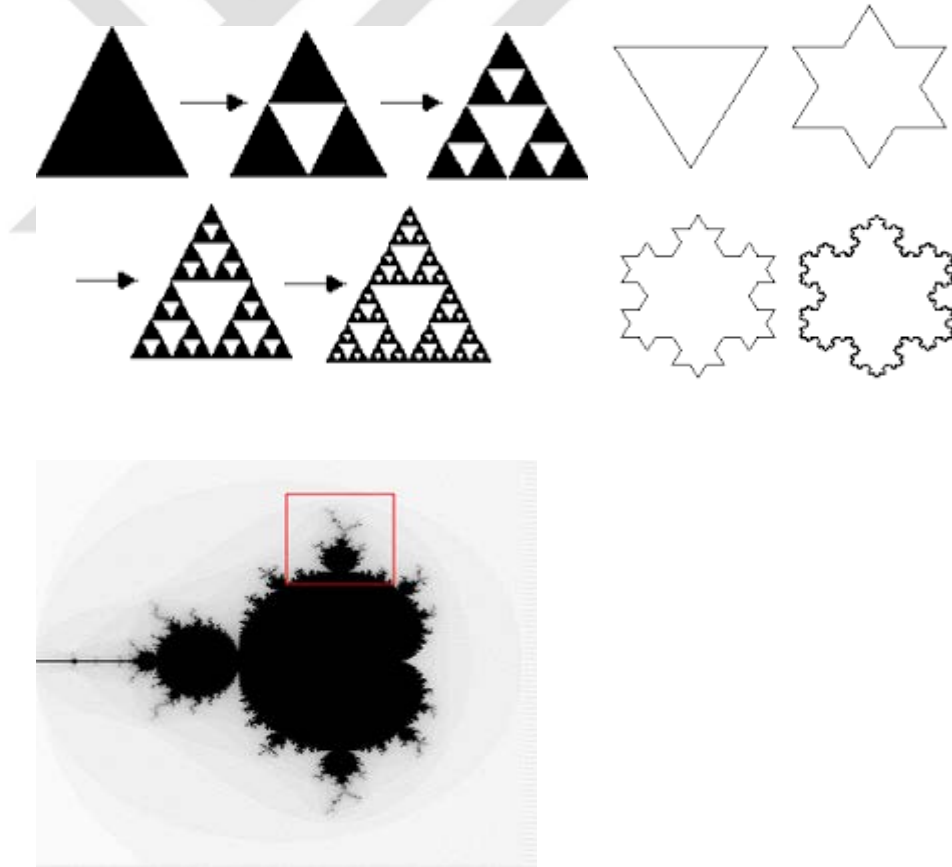
1. Geleneksel değil, modern bir geometridir.

2. Oklid geometrisindeki şekillerin belirli karakteristik büyüklükleri (dairenin yarıçapı, küpün ayrıtı gibi) vardır. Fraktalların ise karakteristik birçok büyüklüğü vardır.

3. Fraktal şekiller kendine benzer şekillerdir; ölçek ya da büyüklükten bağımsızdırlar. Bir fraktal şekle ne kadar yakından bakarsanız bakın yine bütüne benzer bir şekil görürsünüz. Oklid geometrisindeki şekillerde ise durum böyle değildir.

4. Oklid geometrisi, insanların yarattıkları nesnelerin tanımlanmasında kullanılır. Doğadaki nesnelerin ifade edilmesinde ise fraktallar kullanılır.

5. Oklid geometrisinin cebirsel formüllerle ifade edilmesine karşın fraktalar algoritmik bir yapı ile elde edilir (Ufuktepe ve Aslan 2002).



Şekil 1. 2. Fraktal Örnekleri. (Mandelbrot ve Hudson, 2005).

Fraktal geometrinin yaratıcılığı, görüntü ile formülasyonu birleştirebilmesinde yatmaktadır. Fraktal geometri, bir tür kendini tekrarlayan şablonları bulup, onları analiz

etmeye, niceliğini çıkarmaya ve işlem yapmaya dayanmaktadır. Bu nedenle hem analiz hem de sentez etmeye yaramaktadır. Refahın, toplumda eşit olmayan şekilde dağılması; endüstride, büyük şirketlerin egemenliği gibi benzeri durumlar fraktal yapıların sosyal bilimlerdeki örnekleridir. Fraktal geometride, ilk başlarda düşünüldüğünden daha fazla düzen içeren bu fraktal yapıların analizleri yapılabilmektedir. Çok sayıda fraktal çeşidi bulunmaktadır; ancak hepsinin bazı ortak özellikleri vardır. Hepsinde, artan veya azalan yönde belirli bir ölçek değişimi altında; parça, bütünü kesin ve ölçülebilir bir formül aracılığı ile taklit etmektedir. En basit fraktallar, her yönde aynı şekilde ölçeklendiğinden dolayı kendine - benzer olarak adlandırılmaktadır. Kendine benzer bir cisimde, cismi oluşturan bileşenler ya da parçalar cismin bütününe benzer. Düzensiz ayrıntılar ya da desenler giderek küçülen ölçeklerde yinelenir ve tümüyle soyut nesnelerde sonsuza değin sürebilir; öyle ki, her parçanın her bir parçası büyütüldüğünde, yine cismin bütününe benzer. Bu fraktal olgusu, kar tanesi ve ağaç kabuğunda kolayca gözlenebilir. Fraktal boyut ise fraktalların bir başka önemli özelliği olup matematiksel bir parametredir. Bir cismin bakış açısı ne kadar değiştirilirse değiştirilsin ya da ne kadar büyütülürse büyütülsün hep aynı kalması fraktalların bir özelliğidir. Fraktal boyut oklitçi boyutun tersine, genellikle kesirli sayı ile ifade edilir. Bir fraktal eğri yardımıyla fraktal boyut anlaşılabilir. Eğer fraktal farklı noktalarda farklı ölçeğe sahip ise, multifraktaldır (Mandelbrot ve Hudson, 2005).

Multifraktal model, getirilerin martingale¹ özellikleriyle karşılaştırılabilir sonuçlar üretmesi, volatilitedeki uzun dönem hafızayı modellemesi, ölçek tutarlı olması ve çoklu ölçekliliğe izin vermesi nedeniyle, finansal piyasaların zengin davranış kalıplarının modellenmesinde uygun bir teorik çerçeve sağlamaktadır. MMAR, ARCH tipi modellerden türetilen FIGARCH gibi modellerden, getiriler arasında korelasyon zorunluluğunun olmaması ve ölçek-tutarlı sonuçlar üretmesi açısından daha gerçekçi sonuçlar üretebilmektedir (Calvet ve Fisher, 2008).

¹ Martingale teorisi, şans oyunları ve olasılık teorisinin doğuşuna dayanmaktadır. Teori, oyun kuramında yer alan adil oyun mantığı ile açıklanabilmektedir. Martingale teorisi bir oyuncunun kazanma ve kaybetme konusunda herhangi bir eğilim belirleyemediği durumda en uygun oyun ile elde edebileceği varlık miktarını gösteren matematiksel modeldir. Örneğin, herhangi bir S zamanına kadar $X(S)$ servetine sahip olan bireyin, mevcut durumda, ilerideki bir T zamanında da bu servete sahip olmayı istemesi martingale özelliğidir. Martingale bir rasgele değişkenin gelecekteki değerine ilişkin yapılacak en iyi tahminin en son incelenen değer olduğu varsayımıyla bu özelliği sağlayan olasılık ölçümü martingale olasılığı olarak tanımlanmaktadır. Diğer bir ifadeyle, stokastik bir değişkene ait olasılık ölçümünden beklenen değişimler eğer sıfıra eşit ise martingale'dir denir.

Eğer fiyat hareketlerinde asimetrik dağılım, boyutsuzluk, kısa veya uzun dönemli bellek varsa, bu tip piyasalar fraktal piyasalardır (Corazza vd., 1997). Peters'e (1991) göre, fraktal piyasalar, çok sayıda ve hepsi farklı yatırım ufkuна sahip bireyler tarafından oluşturulmuştur. Piyasada yatırımcılar, anlık yatırım yapanlardan, uzun vadeli yatırım yapanlara kadar zaman boyutu açısından farklı niteliktedir. Piyasada farklı yatırım ufuklarına sahip bireylerin olması, piyasada heterojen bir yapının olması sonucunu getirmektedir. Piyasa heterojenliği, piyasanın fraktal yapısının en temel nedenidir. Farklı yatırım ufukları nedeniyle bilginin, yatırımcılar için farklı anlamları vardır. Piyasada kısa vadeli işlem yapanlar için satış Multifraktallık, farklı zaman ölçekleri altında yürüyen stokastik süreç momentlerinde ortaya çıkan doğrusal olmayan sınırlamalar olarak tanımlanabilir. Multifraktal bir model ölçek tutarlı yapıyı koruyarak, uzun hafızanın korunduğu, aynı zamanda getiriler arasında korelasyonun olmadığı sonuçlar türetebilir (Gençay ve Selçuk, 2006).

1.4. BAZI İSTATİSTİKSEL DAĞILIMLAR

Ekonofizikte istatistiksel fizik temel rol oynayan bir fizik alanıdır. Buradan hareketle, bazı istatistiksel dağılımların tanıtılmasında yarar vardır. Bu çerçevede, stokastik süreçlerin sürekli dağılımlarında kullanılan bazı temel dağılımlar hakkında bilgi verilmektedir.

1.4.1. Uniform (Düzgün) Dağılım

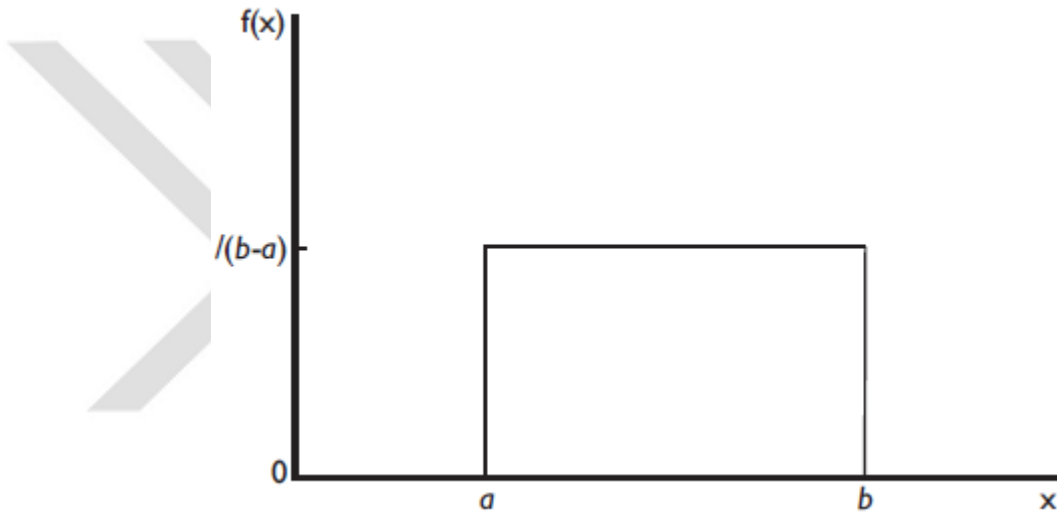
Sürekli rassal değişkenler için en basit dağılımlardan biri, uniform (düzgün) dağılımdır. Uniform dağılım, sürekli bir rassal değişkenin tanımlı olduğu aralıkta belirlenen eşit uzunluktaki aralıkların olasılıklarının eşit olduğu bir dağılımdır (Jorion, 2007). Özellikle piyasa risk analizi için simülasyon yönteminin kullanılması durumunda önemli uygulama alanlarına sahiptir. Standart uniform dağılım aynı olasılık ile 0 ve 1 arasında herhangi bir değer alabilen X rassal değişkeninin dağılımıdır (Demir, 2015). Sürekli X rassal değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad a \leq x \leq b \quad (1.13)$$

şeklinde ise X rassal değişkenine uniform dağılıma sahiptir denir ve kısaca $X \sim U(a, b)$ biçiminde gösterilir. Burada “ $\sim$ ” sembolü dağılmıştır olarak okunur. X rassal değişkeninin $a \leq x \leq b$ aralığında ortalamasının (μ) ve standart sapmasının (σ) bulunabilmesi için kullanılan formüller aşağıda verilmiştir.

$$\mu = \frac{a+b}{2} \quad \text{ve} \quad \sigma = \frac{b-a}{\sqrt{12}} \quad (1.14)$$

Şekil 1.3’de görüldüğü gibi, a değeri, rassal değişkenin alabileceği değerlerin en küçüğünü, b değeri ise en büyüğünü göstermektedir (Jorion, 2007).



Şekil 1. 3. Uniform (Düzgün) Dağılımın Yoğunluk Fonksiyonu.

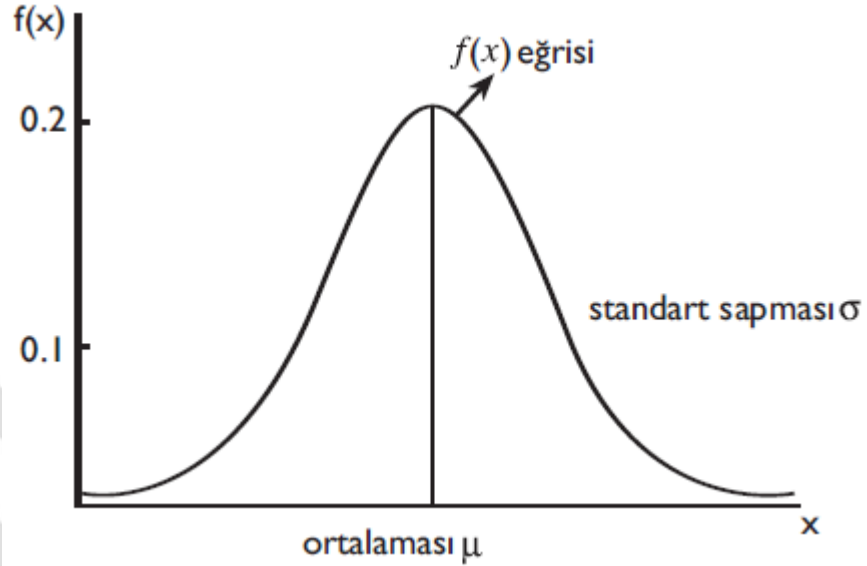
1.4.2. Normal (Gaussian) Dağılım

Sürekli rassal değişkenler için en önemli dağılımlardan biri ve modern finans teorisinin temel aldığı dağılımdır. Normal dağılım alt ve üst kuyruk için sınırsızdır. Sürekli X rassal değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}, \quad -\infty < x < \infty \quad (1.15)$$

şeklinde ise X rassal değişkenine normal dağılıma sahiptir denir ve kısaca $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ biçiminde gösterilir. Burada μ ve σ^2 parametreleri, sırasıyla normal dağılıma sahip rassal değişkenin ortalamasını ve varyansını göstermektedir. Dolayısıyla

σ normal dağılıma sahip rassal değişkenin standart sapmasıdır. Normal dağılımın $f(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği, Şekil 1.4'te gösterildiği gibi çan eğrisi şeklindedir (Topper, 2005).



Şekil 1. 4. Normal Dağılımın Yoğunluk Fonksiyonu.

Normal eğri altında kalan alanın yaklaşık %68'i $\mu \pm \sigma$ değerleri, %95'i $\mu \pm 2\sigma$ değerleri ve %99'u $\mu \pm 3\sigma$ değerleri arasında kalacaktır (Jorion, 2007). μ , σ^2 parametreleri bilindiği takdirde, X'in belli bir aralıkta olma olasılığı, normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılarak bulunabilir.

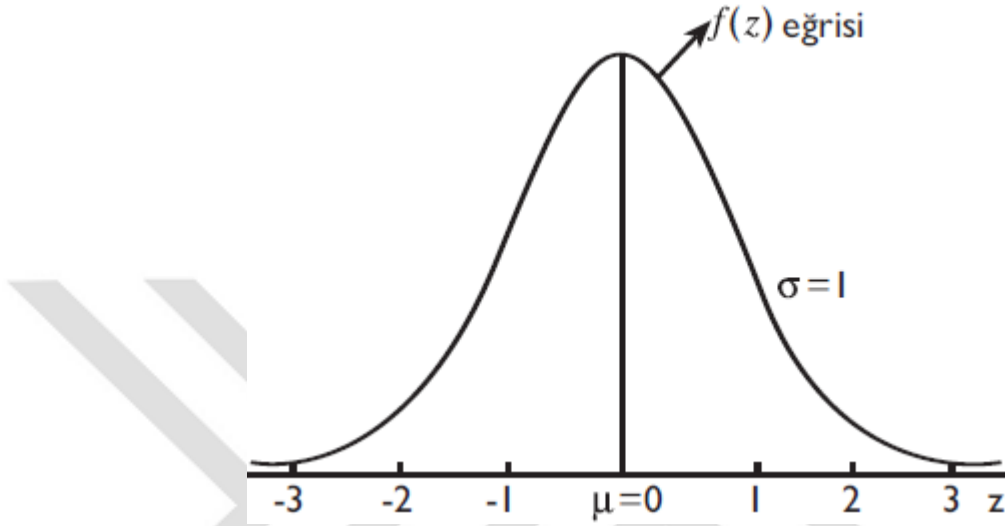
Normal dağılımın finans teorisi açısından en önemli özelliği, ortalamadan büyük sapmaların olasılık değerlerinin düşük olmasıdır (Demir, 2015).

1.4.3. Standart Normal Dağılım

Standart normal dağılım, normal dağılımın özel bir halidir. Bir başka ifadeyle, ortalaması $\mu = 0$ ve standart sapması $\sigma = 1$ olan normal dağılıma, standart normal dağılım denir. Standart normal dağılıma sahip sürekli bir rassal değişken Z ile gösterilmektedir. Kısaca $Z \sim N(0,1)$ olarak ifade edilir. Yukarıda verilen normal dağılımın $f(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonunda $\mu = 0$ ve $\sigma = 1$ yazıldığında, standart normal dağılıma sahip Z rassal değişkenin olasılık yoğunluk fonksiyonu:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}, -\infty < z < \infty \quad (1.16)$$

şeklinde elde edilir. (z) olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği Şekil 1.5'te verilmiştir (Demir, 2015).



Şekil 1. 5. Standart Normal Dağılımın Yoğunluk Fonksiyonu.

1.4.4. Lognormal Dağılım

Lognormal dağılım, çeşitli dağılımların frekans dağılımını tanımlamak için kullanılmaktadır. Matematiksel finasta kullanılan önemli dağılımlardan biridir. Eğer $X = \ln Y$ normal dağılıma sahipse, Y lognormal dağılıma sahiptir. Ya da X normal dağılıma sahipse, $\exp(X)$ lognormal dağılıma sahiptir (Glasserman, 2003). Lognormal dağılım finasta ilk kez Osborne (1959) tarafından kullanılmıştır (McCauley, 2004). Bu dağılım, finans teorisinde hisse senetleri getiri modellemesinde kullanılmaktadır. Bir hisse senedinin dağılım fonksiyonu lognormal dağılıma uygunsa, hisse senedi getirisi de normal dağılıma uymaktadır. Dağılımın yoğunluk fonksiyonu denklem (1.17) biçimindedir.

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln(x) - \mu)^2\right], \quad x > 0 \quad (1.17)$$

Lognormal dağılım, finans teorisinde normal dağılıma göre daha tercih edilebilir konumdadır. Bu durumun önemli bir nedeni, faiz oranı ve hisse senedi getirisi gibi

kavramların zaten logaritmik karakterde olmasıdır (Jorion, 2007).

1.4.5. Ters Normal Dağılım

Alt kuyruk için sınırlı, üst kuyruk için sınırsız olan ters normal dağılım, pozitiflik şartlarını sağlayan konum (a) ve ölçek (b) olmak üzere iki adet parametreye sahiptir. Dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu denklem (1.18)'de gösterildiği biçimdedir.

$$f(x) = \sqrt{\frac{b}{2\pi x^3}} e^{\frac{b}{2x} \left(\frac{x-a}{a}\right)^2} \quad x \geq 0 \quad (1.18)$$

Ters normal dağılım, Brown deviniminin geçerli olduğu zamansal adımlarda zamansal evrimi modellemek için kullanılır.

Dağılımın ortalaması a, varyansı $\frac{a^3}{b}$ ile ifade edilmektedir.

1.4.6. Gamma Dağılımı

Alt kuyruk için sınırlı, üst kuyruk için sınırsız olan gamma dağılımı konum (a), pozitiflik şartlarını sağlayan iki adet şekil (b ve c) olmak üzere toplam üç adet parametre ile tanımlanmaktadır. Dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu denklem (1.19)'daki biçimdedir;

$$f(x) = \frac{1}{b\Gamma(c)} \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} e^{-\frac{x-a}{b}} \quad x \geq a \quad (1.19)$$

Gamma dağılımı c=1 olduğu durumda, üstel dağılıma; a=0 ve b=2 olduğu durumda, 2c serbestlik dereceli ki kare dağılımına dönüşmektedir. Dağılım formundaki $\Gamma(.)$ terimi gamma fonksiyonunu ifade etmektedir. Dağılımın ortalaması $a + bc$, varyansı $b2c$ ile ifade edilmektedir.

1.4.7. Üstel (Exponential) Dağılım

Laplace dağılımı olarak da bilinen üstel dağılım, ömür testinde, güvenilirlikte ve diğer uygulama alanlarında merkezi bir rol oynamaktadır. Sürekli olasılık dağılım grubu içerisinde olan üstel dağılım Gamma Dağılımının özel bir durumudur ($\alpha=1$). Rasgele

değişkenler bağımsızdır ve dağılım $[0, \infty)$ aralığında tanımlanmaktadır. Buna göre olasılık yoğunluk fonksiyonu şu şekildedir:

$$y = f(x | \mu) = \frac{1}{\mu} e^{-\frac{x}{\mu}} \quad (1. 20)$$

Üstel dağılım, özellikle durağan olmayan finansal zaman serilerinin modellenmesi için kullanılabilir. Çünkü, dağılımın parametreleri zamana bağlı değişkenlik gösterebilir. Şişman kuyruk probleminin olduğu serilerde, üstel fonksiyon işlevsel özellikler kazanmaktadır. Şişman kuyruk problemi olan serilerde üstel dağılım, serinin istatistik özelliklerini çok iyi betimleyebilmektedir (McCauley, 2004).

1.4.8. Pareto (Güç Yasası) Dağılımı

Dağılımın alt kuyruğunda sınırlı, üst kuyruğunda sınırsız olan Pareto dağılımı ya da bir diğer ismi ile güç yasası (power law) dağılımı, büyük olayların nadir, küçük olayların ise yaygın olduğu olgusunu tanımlamak için kullanılmaktadır. Pareto dağılımı, servet dağılımı ve hisse senedi getirilerinin modellemesinde kullanılmaktadır ve ekonofizik araştırmalarında bahsi en çok geçen dağılımdır.

İlk kez Vilfredo Pareto tarafından bireylerin servet dağılımını göstermek için ileri sürülen güç yasası, bilimsel birçok durumda ortaya çıkmaktadır. Hem doğal hem de insan yapımı olgular üzerinde, kimi zaman sürpriz şekilde fiziksel sonuçlara yol açan matematiksel özellikleri nedeniyle ilgi çekmektedir. Güç yasası dağılımları ortalama değerde en yüksek değere sahip değildirler. Aksine, dağılım en yüksek değerde başlamakta ve daha sonra sıfıra yaklaşmaktadır. Pareto eğrisi, 19. yüzyılda sadece Avrupa'da yaşayan zenginler ya da oldukça yüksek gelirli bireyleri kapsayacak şekilde geliştirilmiştir. Pareto'ya uyan gerçek veriler, medyan değeri ile en zengin bireyin geliri arasındadır. α Pareto katsayısı olmak üzere; dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu şu şekilde ifade edilmektedir (Mantegna ve Stanley, 1999).

$$y = f(x | a, k) = \frac{ak^a}{x^{1+a}}, \quad k \leq x < \infty; \quad a, k > 0 \quad (1. 21)$$

1.4.9. Student t Dağılımı

Bu dağılım 1908'de Levy stabil dağılımında varyans ve daha yüksek momentler sonsuzken, normal dağılımında varyans sonludur. Bu iki uç dağılımın arasında Student t dağılımı vardır. Student t dağılım alt ve üst kuyruklar için sınırsızdır. Student t dağılımının dağılım formu denklem (1.22)'de gösterilmiştir.

$$P(z) = \frac{C_n}{(1 + z^2 / n)^{(n+1)/2}} \quad (1.22)$$

z stokastik süreci ise denklem (1.23) ile gösterilebilir.

$$z = \frac{\sqrt[n]{n}}{\sqrt{y_1^2 + \dots + y_n^2}} \quad (1.23)$$

Dağılımın stokastik süreci $y_1, y_2, \dots, y_n$ olarak tanımlanmış bağımsız stokastik değişkenlerden ve x 'den bulunabilir. Sıfır ortalama ve birim varyans altında C_n ,

$$C_n = \frac{\Gamma[(n+1)/2]}{\sqrt{\pi n} \Gamma(n/2)} \quad (1.24)$$

formülüyle ifade edilmektedir.

Student t dağılımı, örneklem sayısının düşük olduğu normal dağılımı temsil etmek için kullanılmaktadır. Finans teorisinde ise, hisse senedi getirilerini modellemek için kullanılır (Mantegna ve Stanley, 1999).

1.4.10. Ki Kare Dağılımı

Ki Kare dağılımı, alt kuyruk için sınırlı, üst kuyruk için sınırsız olan bir dağılımdır. Konum (a) ve serbestlik derecesi (v) ile tanımlanan iki parametreye sahiptir. Olasılık dağılım fonksiyonu denklem (1.25) ile ifade edilmiştir.

$$f(x) = \frac{e^{-(x+a)/2}}{2^{v/2}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^{i-1+v/2} a^i}{2^{2i} j! \Gamma(i + v/2)} \quad x > 0 \quad (1.25)$$

Dağılım fonksiyonu içindeki $\Gamma(\cdot)$ terimi gamma fonksiyonudur. Ki Kare dağılımı, normal dağılıma sahip v adet tesadüfi değişkenin kareleri toplamından oluşmaktadır. Tek serbestlik dereceli ki kare dağılımı, opsiyon değerlemesinde hedging hatasını

hesaplamak için kullanılmaktadır. Opsiyon teorisinden ziyade, opsiyon değerlendirme uygulamalarında oldukça sık kullanılan bir dağılımdır.

1.4.11. Lojistik Dağılım

Lojistik dağılım normal dağılım biçimi göstermesine karşılık; basıklığı normal dağılıma göre daha yüksek olan bir olasılık dağılımıdır. Alt ve üst kuyruk için sınırsız olan lojistik dağılım, konum (a) ve pozitiflik şartını sağlayan ölçek (b) parametreleri ile tanımlanmaktadır. Olasılık yoğunluk fonksiyonu denklem (1.26) biçimindedir.

$$f(x) = \frac{1}{b} \frac{e^{\frac{x-a}{b}}}{\left(1 + e^{\frac{x-a}{b}}\right)^2} \quad (1.26)$$

Lojistik dağılım örneklem büyüklüğünün çok sayıda olması durumunda, yüksek ve küçük değerlerin orta değerlerinin toplanmasıyla oluşturulmaktadır. Dağılımın ortalaması a parametresine eşittir. Varyansı ise, $\frac{1}{3}\pi^2 b^2$ denklemi ile ifade edilmektedir.

1.4.12. Loglojistik Dağılım

Loglojistik dağılım (Fisk dağılımı) negatif ve pozitif rassal değişkenler için tanımlanan sürekli bir olasılık dağılımıdır. Loglojistik dağılım lojistik dağılım ile benzerlik göstermektedir. Eğer bir rassal değişken lojistik dağılım özellikleri gösteriyor ise, o değişkenin logaritması alınarak elde edilen değişkenin değeri de genellikle loglojistik dağılım özelliği göstermektedir. Dağılım biçim olarak lojistik dağılıma benzemesine rağmen, dağılımın basıklığı lojistik dağılıma göre daha fazladır. Gerçek değerli bağımsız X rassal değişkenlerinde $XC(-\infty, \infty)$ olmak üzere, α ($\alpha > 0$) medyanı, β ($\beta > 0$) biçimi ve Beta fonksiyonunu belirtirken; $b = \frac{\pi}{\beta}$ dönüşümü ile loglojistik dağılım için beklenen değer;

$$E(x) = \frac{ab}{\sin b} \quad (\beta > 1 \text{ için}), \quad (1.27)$$

Varyans;

$$V(x) = \alpha^2 \left(\frac{2b}{\sin 2b} - \frac{b^2}{\sin^2 b} \right) \quad (\beta > 2 \text{ için}) \quad (1.28)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

1.4.13. Hiperbolik-Sekant Dağılım

Hiperbolik-Sekant dağılım sürekli bir olasılık dağılımı olup birçok özellik bakımından standart normal dağılıma benzemektedir. Buna göre, bu dağılım simetri özelliğine sahip olup; birim varyans, sıfır ortalama, mod ve medyan gibi özellikleri ile standart normal dağılıma benzerlik göstermektedir. Ancak, Hiperbolik-sekant dağılım standart normal dağılıma göre, aşırı basık (leptokurtic) bir dağılımdır. Dağılımın aşırı basık olması basıklık değerinin anlamlı bir biçimde üçten büyük olduğunu ve ortalama etrafındaki değişken değerlerinin daha sivri bir tepe biçimi gösterdiği anlamına gelmektedir. Bu biçim özellikle Türkiye gibi aşırı basık dağılım sorunu olan ülkeler açısından oldukça önem arz etmektedir. Bu dağılımın da lojistik dağılıma benzer özellikler taşıdığı söylenebilir.

Bu dağılımda belirtilmesi gereken bir diğer husus Trigonometrik-sekant (sec) fonksiyonu bir daire ile ilişkilendirilirken, Hiperbolik-sekant fonksiyonunun hiperbol ile ilişkilidir. Hiperbolik-sekant fonksiyonu gerçek değerli bağımsız X rassal değişkenlerinde $X \in (-\infty, \infty)$ olmak üzere,

$$\text{sech}(x) = \frac{1}{\cosh(x)} \quad (1.29)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

Buna göre, Hiperbolik-sekant dağılım tanımlanırken, aşağıdaki değerler bulunmaktadır:

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad (1.30)$$

ise,

$$\text{sech}(x) = \frac{2}{e^x + e^{-x}} \quad (1.31)$$

1.4.14. Diğer Dağılımlar

Yukarıda açıklanmış olan dağılımlar sürekli dağılımlardır. Bunun nedeni daha önce de belirtildiği üzere, stokastik süreçlerin sürekli dağılımları içeren bir biçimde tanımlanmış olmasıdır. Bu dağılımlar ile birlikte finans literatüründe kırka yakın dağılım söz konusudur. İstatistiki dağılımlar sürekli ve kesikli dağılım olma özelliklerine göre ayrılmaktadır. Buna göre, belli başlı dağılımlar şu şekilde sınıflandırılmaktadır:

Literatürdeki Sürekli Dağılımlar: Bell Eğrisi, Beta, Cauchy, Ki (Chi), Ki Kare (Chi-square), Earlang, Üstsel (Exponential), Uç Değer (Extreme-value), Gamma, Gauss (Normal), Hiperbolik-sekant (Hyperbolic-secant), Lojistik (Logistic), Loglojistik (Loglogistic), Pareto, Rayleigh, Student-t, Triangular, Uniform, Weibull dağılımlarıdır. Bunların dışında “Sürekli Karışık” dağılımlar olarak bilinen iç içe geçmiş birtakım sürekli dağılımlar da bulunmaktadır.

Literatürdeki Kesikli Dağılımlar: Binomial, Furry, Geometrik, Logaritmik, Negatif Binomial, Pascal, Poisson ve Polya dağılımlarıdır. Bunların dışında “Kesikli Karışık” dağılımlar olarak bilinen iç içe geçmiş kesikli dağılımlar da bulunmaktadır (McLaughlin, 1999).

1.5. EKONOFİZİK LİTERATÜRÜ

Türkiye’de BIST üzerinde geniş bir literatür olmasına karşın ekonofizik uygulaması kapsamına girebilecek yayın sayısı oldukça kısıtlıdır. BIST üzerine yapılmış ve anahtar kelimeleri içinde ekonofizik kavramını kullanan yayınların çoğu “Physica A” dergisinde yayınlanmıştır.

Yazar	Tarih	Açıklama
R. N. Mantegna ve H. E. Stanley	1996	15 milyon kayıt kullanarak bir dakika aralıklarla altı yılın üzerinde alış verişi işleminde, bir dakikalık zaman aralığındaki dağılımların 10 dakika, 100 dakika ve 1000 dakikalık aralıklarla yansıtıldığını belirlemişlerdir. Elde ettikleri bulguya göre, endeks getirilerinin dağılımı kuyruklarda azalan bir üstel Levy (Pareto’ya benzer)

		dağılımına uymaktadır. Bu ölçekleme özelliği, bir dakika aralığındaki borsa getirileri ile bin dakika aralığındaki getirilerin özelliklerini kavramayı sağlamaktadır.
Zhou ve Sornette	2003	İçlerinde İMKB'nin de yer aldığı 38 menkul kıymet borsası indeksinde, 2000 yılından itibaren spekülative balon ve anti-balonların varlığını araştırdıkları çalışmalarında, İMKB'de anti spekülative balonunun varlığını teşhis etmişlerdir. Türkiye, Brezilya, Arjantin, Çek Cumhuriyeti, Tayvan, Hong Kong, Peru ve Hindistan borsalarında log periyodik salınımlar diğer borsalara göre farklılık göstermektedir. Bahsi geçen borsalarda daha küçük çaplı salınımlar ortaya çıkmakta, ancak büyük çaplı gürültü yer almaktadır. Bu eğilim bölgesel etki gösteren krizler vs. gibi borsalara özgü niteliklerle açıklanabilir.
Selçuk	2004	Gelişmekte olan ülkelerin menkul kıymet borsalarında ölçeklenme davranışı (olası bir üs yasasının varlığı) ve bir borsa çöküşü sonrası Omori Yasası'nın² varlığını teşhis etme amacıyla yaptığı çalışmada her endeks için ortalama volatilitiyi farklı zaman aralıkları için mutlak getirinin bir üssü olarak hesaplamıştır. $\left\{ E \left[r^q \right] \right\}^{1/q} = c(q) \Delta t^{D(q)}$ $D(q)$ (drift çapa üssü) ve $c(q)$ determinist fonksiyonlardır ve drift üssünün sabit ve 0.5'e eşit olması tesadüfi yürüyüş hipotezinin geçerli olması, sabit ve 0.5'ten farklı değer alması unifraktal (sabit ölçeklenme) yapının geçerli olması, sabit olmama durumu ise multifraktal yapının geçerli olması anlamına gelmektedir. Selçuk'un yaptığı hesaplarda bütün ülkeler için üs 0.5'ten büyük çıkmıştır.

² Artçı şokların, ana şoktan sonraki zamanla üstel olarak azaldığını ilk olarak 1894'de Omori belirtmiştir. Onun adıyla anılan bu yasa; zamanın bir fonksiyonu olarak, artçı şokların sayısının bir güç yasası şeklinde azaldığını gösterir.

		Farklı volatilité tanımları altında değişen üs, olası bir multifraktal yapının varlığını göstermektedir. Omori Yasası'nın geçerliliği ile ilgili yapılan hesaplarda büyük çaplı fiyat düşüşü yaşandıktan sonra, volatilité sabit bir eşik değerinin üstünde bir üs yasası uyarınca dağılmaktadır. İMKB'de incelenen dönem içindeki en büyük şoklar 5.6 sigma ile 1990 Ocak, 4.5 sigma ile 1998 Kasım aylarında ortaya çıkmıştır. Hong Kong 1987'de 16.7 sigma ve 1989'da 10.9 sigma ile incelenen borsalar içinde en şiddetli çöküşlerin yaşandığı borsalar olmuştur.
Assaf	2006	Fas, Mısır, Kuveyt ve Türkiye menkul kıymet borsalarında getiriler ve varyans için uzun dönemli hafızayı incelediği çalışmada Mısır ve Fas borsalarında güçlü bir uzun dönemli hafızanın varlığını, Kuveyt ve Türkiye borsalarında ise şokların uzun hafızaya sahip olmadığını bulgulamıştır. Assaf, getiri serilerinin uzun dönemli hafızasını ölçmek için R/S analizini ³ , varyansın uzun dönemli hafızasını ölçmek için V/Sanalizini ⁴ kullanmıştır.
Gençay ve Selçuk	2006	Benzer bir çalışmayı New York Borsası Dow Jones Endeksi için 5 dakikalık veri seti için yeniden yapmışlardır. Evrensel bir zaman ölçeğinin finansal zaman serileri ile iyi uyum göstermediğini, veri setinin doğrusal olmayan yapılarının çoklu ölçekleme davranışı yarattığını bulgulayan yazarlar, iktisat literatüründe şaşırtıcı biçimde çoklu ölçekleme analizlerinin fazla bir yer tutmadığını belirtmişlerdir.
Ferraro vd.	2006	Finansal çöküşlerin ölçek değişmezliğini inceledikleri çalışmalarına 1997 sonrasında Hong Kong HSI, Brezilya

³ Ölçeklendirilmiş Getiri, rastsal yürüyüş varsayımında sapmayı ölçmek ve Hurst üssünü bulmak amacıyla yapılan bir istatistiksel işlemdir. Hurst üssü, zaman serisi verilerinde bulunan uzun dönemli belleği ölçerek rastsallıktan uzaklaşmanın ölçüsünü vermektedir.

⁴ Ölçeklendirilmiş Varyans (Varyans Analizi), iki ya da daha fazla gruba ait ortalamalar arasındaki farkın anlamlı olup olmadığı ile ilgili hipotezleri test etmek için kullanılmaktadır.

		BOVESPA, Meksika MMX Endeksi ve İMKB100 Endeksinde hesaplanan çöküşle ilgili parametrelerin neredeyse aynı olduğunu göstermişlerdir. Ferraro vd.'ne göre, farklı piyasalar ve iktisadi gerçeklikler altında uluslararası sermaye piyasalarında işlem yapan yatırımcılar arasında, sürü davranışı ve uzun dönemli korelasyon ortaya çıkmaktadır.
Narayan ve Smyth	2006	İMKB'nin de aralarında bulunduğu 15 Avrupa borsası endeksi üzerine birim kök testi uygulamışlar ve bu çalışmaları sonucunda söz konusu endekslerin rassal yürüyüş gösterdiklerini tespit etmişlerdir.
Mariani ve Liu	2007	1997 Asya krizinin etkilerini Ferrarodv.'nin ele aldığı borsa endekslerine ek olarak Arjantin'I (MERVAL) de dahil ettikleri veri setlerini, krizi bir faz geçişi olarak ele alıp, Ising ⁵ modelini kullanarak analiz etmişlerdir. HSI'ın faz geçişine girdiği (çöküş) 2 Ekim tarihinden sonra MMX (21 Ekim), İMKB (24 Ekim), BOVESPA (7 Kasım) ve MERVAL (22 Ekim) endekslerinde faz geçişi ortaya çıkmıştır. Mariani ve Liu, Asya krizinden Latin Amerika ve Türkiye borsalarının neredeyse özdeş bir biçimde etkilenmesini, bahsi geçen borsaların manüplasyona açık ve etkinlikten uzak yapılarına bağlamaktadır.
Araujo ve Louça	2008	Finansal piyasalardaki çöküşleri deprem modellemesi ile ele aldıkları çalışmalarında, S&P 500 endeksinde yer alan 230 hisse senedini kullanarak, "piyasa uzayı" adını verdikleri bileşik bir endeks oluşturmuşlardır. 1973-2006 yılları arasını kapsayan bu dinamik endekste, bir çöküş olarak kabul edilebilecek ve endeksi en çok etkileyen 13 olay saptanmıştır.

⁵ Ising modeli, istatistik fizikte faz geçişlerinin istatistiksel mekanik kapsamında açıklanması için geliştirilmiştir. Ising (1925) tarafından geliştirilen ve kendi ismiyle anılan model, bazı değişikliklerle başka faz geçişlerini açıklamak için de kullanılmaktadır. Iori (1999 ve 2002) tarafından menkul kıymet borsalarına uyarlanmıştır. Modelde, fiyat verilerinde ortaya çıkan ölçekleme davranışı, şişman kuyruk ve volatilité kümelenmelerinin içsel dinamiklerle ortaya çıkartılması amaçlanmıştır.

		1978 İran krizi, bileşik endeksi etkileyen en büyük çöküşü yaratan olaydır. ABD'deki 1987 çöküşü listede dördüncü sırada yer almaktayken, 2000/2001 Arjantin ve Türkiye krizleri listede onuncu sırada yer almaktadır. 11 Eylül saldırısı listede on ikinci sıradadır.
Ulusoy	2008	İMKB'deki yatırımcılarla, bir makroskopik fiziksel sistemi oluşturan parçacıklarla ilgili bir analojiyi kullanmıştır. Ulusoy'a göre İMKB'deki yatırımcı davranışı, istatistik fizikteki bozon taneciklerinin davranışına benzemektedir. Bu analojiye gerekçe olarak da, İMKB yatırımcılarının toplu karar vermesi ve birbirlerini etkilemesi gösterilmiştir. Bir hisse senedinin işlem zamanı (frekansı) ile takvimsel zamandaki volatilitésinin çarpımıyla elde edilen hisse senedi sıcaklığı yardımıyla da hisse senetleri için entropi hesaplanmıştır. Modele göre, İMKB 100 endeksi, entropi arttıkça hareketlenmekte, entropi sıfıra yakın değerler aldığıında ise durağan bir seyir izlemektedir. Düşük bir entropi düzeyinde endekste ortaya çıkan bir düşüş sonrasında entropide bir artış ortaya çıktığında, endeks daha da gerilemektedir.
Aygören	2008	İMKB'nin fraktal analizini yaptığı çalışmasında, finansal piyasaların fraktal yapıya sahip olmalarının, finansal piyasaların doğrusal olmayan (nonlinear) sistemler olduğunun bir göstergesi olabileceğini, bu durumda Etkin Piyasalar Hipotezi'nin sorgulanır bir hal alacağını belirtmiştir. Çalışma sonucunda, yatırımcıların İMKB'de yatırım yaparken, daha doğru karar verebilmeleri için risk değerlemelerinde fraktal analizi bir alternatif olarak düşünebileceklerini ileri sürmüştür.

Eryiğit vd.	2009	20 yıllık bir veri seti kullanarak, 59 ülkeli ve 202 farklı borsa endeksi üzerinde kuyruk dağılımının hangi dağılıma uygun olduğunu incelemişlerdir. Kuyruk dağılımı için evrensel bir üs olan 3'ün, borsaların gelişmişlik göstergesi olup olmadığı çalışmanın esas konusunu oluşturmaktadır.
Kırer	2011	Türkiye ve Almanya'daki kişisel gelir dağılımını ekonofizik çerçevede değerlendirmek amacı ile yaptığı çalışmada; hem Türkiye'de, hem de Almanya'da nüfusun %1 - %2'lik bir kısmının kişisel gelir dağılımı genelleştirilmiş Pareto dağılımı ile uyumlu iken; geri kalan kısmın tamamen farklı bir dağılım izlediğini ve bu doğrultuda düşük gelirlilerin dağılımının lognormal, gamma ve üstel dağılıma uygunluğu incelemiş ve bunun sonucunda dağılımın gamma dağılımını izlediği tespit etmiştir.
Rathnayaka vd.	2015	Colombo Borsasında ASPI ve SAP endeksleri üzerinde Ocak 2011 ve Aralık 2013 tarihleri arasında 36 aylık dönem verilerini kullanarak endeks değerlerinin tahmini için örneklem içi son bir aylık öngörülerinde MAPE [ARIMA(2,1,3)] > MAPE[GBM], MAPE[ARIMA(1,1,1)] > MAPE[GBM] sonuçlarını elde ederek GBM modelinin ARIMA modeline göre daha iyi tahmin ürettiği sonucuna varmışlardır.

İKİNCİ BÖLÜM

ENDEKS DEĞERLEMESİNDE GEOMETRİK BROWNIAN HARKETİ VE ARIMA MODELİ

Karar sonuçlarının önceden belirlenebilmesi veya belirlenememesine göre karar verme süreci, deterministik ve stokastik süreç olarak sınıflandırılmaktadır. Bu süreç bir belirsizlik içermiyorsa ve türetilmiş ve ölçülebilir değişkenler arasındaki ilişkiler üzerine kuruluysa, deterministik; belirsizlik veya olasılık kavramına yer veriyorsa, stokastik süreçtir (Günak, 2007).

Herhangi bir değişkenin değer değişimleri zamanla belirsiz bir şekilde değişiyorsa, bu değişkenin stokastik bir süreç takip ettiği söylenir. Stokastik süreçler sürekli zamanlı ya da kesikli zamanlı olarak sınıflandırılabilir. Sürekli zamanlı stokastik süreçte değişkenin değeri herhangi bir zamanda değişebilirken; kesikli zamanlı stokastik süreçte değişkenin değeri sadece zamanın belirli noktalarında değişmektedir. Stokastik süreçler ayrıca sürekli değişkenli ya da kesikli değişkenli olarak gruplandırılabilir. Kesikli değişkenli süreçte değişken, sadece belirli kesik değerler alabilirken; sürekli değişkenli süreçte incelemeye konu olan değişken belirli bir aralıkta herhangi bir değeri almaktadır.

Hisse senedi piyasalarında fiyatlar ise genellikle serbest bir şekilde değişmekte ve bu değişimde birçok faktör etkili olmaktadır. Bu nedenle de fiyatlar çok oynak bir yapıya sahiptir. Fiyatların zamana göre değişimini modellemek için kullanılabilecek en uygun matematiksel model ise stokastik süreçlerdir (Önalan, 2007).

Hisse senedi fiyatları kesikli zamanlı, kesikli değişkenli stokastik süreçler olmalarına rağmen, hisse senedi fiyat dinamiklerini modellemek için sürekli zamanlı sürekli değişkenli modeller uygundur (Hull, 2012).

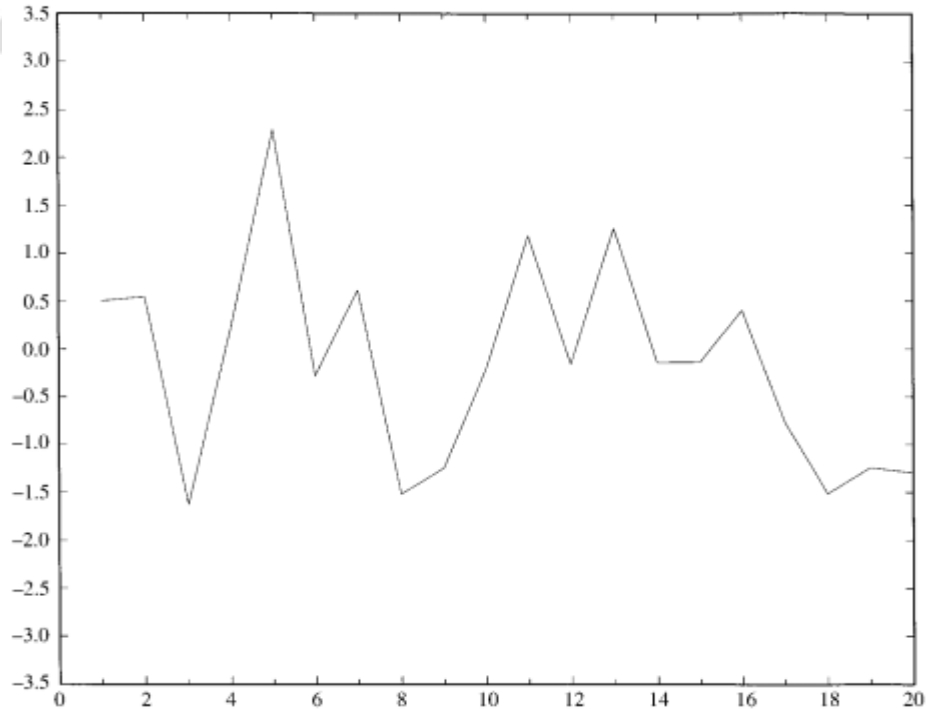
Bu nedenle çalışmanın bu kısmında sürekli zamanda tanımlanan stokastik süreçler ele alınmaktadır.

Stokastik kelimesi, yunanca kökenli olup tahmin etmek anlamına gelmektedir. Stokastik süreçler zaman zaman eş anlamlı olarak olasılıksal süreç, şans süreçleri ve rassal süreçler olarak ta adlandırılmaktadırlar.

Bir stokastik süreç, bir olasılık uzayı (Ω, F, P) üzerinde tanımlanmış rassal değişkenlerin bir topluluğudur. Burada, Ω örnek uzayı bir rassal deney veya fenomenin tüm mümkün sonuçlarının kümesini göstermektedir. Örneğin biri kırmızı, diğeri beyaz renkte olan iki zarı attığımızı düşünelim. Bu durumda örnek uzay $\Omega = \{(1,1), (1,2), \dots, (6,6)\}$, 36 elemanlı bir küme olur. Kümedeki her bir eleman zar atma deneyindeki mümkün bir sonucu gösterir. Örneğin (3,5) elemanı kırmızı zarın üzerinde 3 beyaz zarın üzerinde 5 nokta olan sonucu gösterir. F , olayların kümesi bir σ – cebri’dir. Yani Ω nın alt kümeleri sınıfıdır.

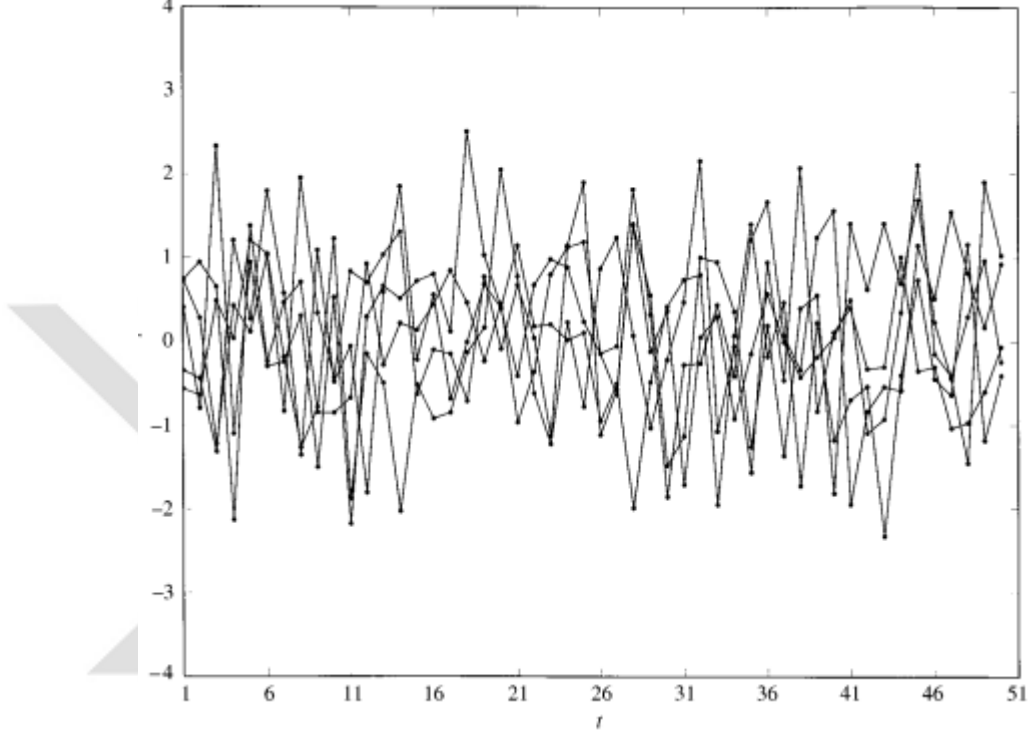
P ise (Ω, F) üzerinde tanımlanmış bir olasılık ölçümüdür. 0 ile 1 arasında değer alır ve bize gerçekleşecek olan sonuçların olasılığı gösterir. Yani, $P: F \rightarrow [0,1]$ dir (Önalın, 2010).

Aşağıdaki şekilde ise sürekli zamanda tanımlanmış bir stokastik süreç gösterilmektedir. Şekilde, x eksenini varlığın fiyatını ve y eksenini ise zamanı ifade etmektedir (Spanos, 2003).



Şekil 2. 1. Sürekli Zamanda Yol İzleyen Bir Stokastik Süreç Örneği.

Ancak belirtilmesi gereken önemli bir nokta, stokastik süreçler ile varlık fiyatlarının tahmini yapılırken, yukarıdaki yol örneği gibi 10, 100 veya 1000 yolun simülasyon ile ortaya konması gerektiğidir. Buna göre, aşağıdaki şekilde ise sürekli zamanda tanımlanan bir stokastik sürecin izlediği beş örnek yol gösterilmektedir.



Şekil 2. 2. Sürekli Zamanda Farklı Beş Yol İzleyen Stokastik Süreç Örneği.

2.1. MARKOV ÖZELLİĞİ

Zamana göre değişen bir sistemin belirli bir zaman diliminde bulunduğu durumların oluşturduğu zincire Markov Zinciri adı verilir. Sonlu veya sayılabilir bir olasılık uzayında değerler alabilen bir rastsal süreç, geleceği geçmişinden bağımsız ve gelecekle ilgili değerlere ilişkin herşey şu anki değerinde özetlenmiş ise Markov süreci adını alır. Bu özellik aşağıdaki şekilde gösterilebilir (Demir, 2015).

$$P(X_{t+1} = X_{t+1} | X_t = X_t, X_{t-1} = X_{t-1}, \dots, X_0 = X_0) = P(X_{t+1} = X_{t+1} | X_t = X_t) \quad (2.1)$$

Markov zincirleri ya da Markov süreci, bazı değişkenlerin şimdiki davranışının gelecekteki davranışlarını tahmin etmek amacıyla analiz edildiği bir yöntemdir.

Yöntem, Rus matematikçi Andrei A. Markov tarafından 1900'lü yılların başlarında geliştirilmiştir (Gupta ve Khanna, 2009).

Markov süreci geleceği tahmin etmede bir değişkenin sadece bugünkü değerinin yeterli olduğunu ifade eden özel bir stokastik süreçtir. Stokastik süreçteki Markov özelliği değişkenin bugünkü değerinin değişkenin geçmiş davranışlarından tamamen bağımsız olduğu anlamını taşır.

Genel olarak, hisse senedi piyasalarının bir markov süreci izlediği varsayılır. IBM hisse senedi fiyatının şimdi 100 \$ olduğunu varsayalım. Eğer hisse senedi fiyatı bir Markov süreci takip ederse; geleceğe yönelik tahminlerimiz bir yıl, bir ay veya bir hafta önceki fiyattan etkilenmemelidir. Bu sebeple gelecekle ilgili tahminlerde kullanılabilecek tek geçerli bilginin hisse senedi fiyatının bugünkü değeri olduğu; bir yıl, bir ay veya bir hafta önceki fiyatın etkisinin olmadığı anlamına gelmektedir. Yani sürecin hafıza kapasitesi bir birim olup o da bugünkü değeridir. Geleceği kesin olarak tahmin etmek zor olduğundan, tahminler olasılık dağılımlarıyla ifade edilmelidir. Hisse senetleri fiyat davranışlarının bir Markov özelliği taşıdığı kabulü bugünkü hisse senetleri fiyatlarının geçmişteki tüm bilgileri yansıttığını ifade eden zayıf etkin piyasa formu ile de tutarlıdır.

Bir Markov süreci, ortalaması μ ve standart sapması σ olan ve $\Phi(\mu, \sigma)$ biçiminde gösterilen normal dağılıma sahiptir. Markov stokastik süreci takip eden bir değişken düşünün. Şuanki değerinin 10 olduğunu ve bu değişkenin bir yıl boyunca değerinin $\Phi(0,1)$ olarak değiştiğini varsayalım. Aynı değişkenin iki yıl içindeki değer değişimleri her biri sıfır ortalamaya ve 1.0 varyansa sahip olan iki normal dağılımın toplamına eşit olur. Çünkü iki olasılık dağılımı bağımsız markov değişkendir. $\Phi(0,1)$ özelliğine sahip iki bağımsız normal dağılım toplandığında, sonuç varyansı varyanslar toplamı ve ortalaması ortalamalar toplamı olan yeni bir normal dağılımdır. Bu nedenle, değişkendeki iki yıl boyunca değişiminin varyansı 2.0 ve ortalaması sıfır olur. Böylece, iki yıl süresince değişkenin değer değişim dağılımı $\Phi(0, \sqrt{2})$ olarak ifade edilir. Genel olarak, değişkenin herhangi bir T uzunluğuna sahip dönem süresindeki değer değişimlerinin olasılık dağılımı $\Phi(0, \sqrt{T})$ olarak ifade edilir. Çok kısa bir süreyi ifade

eden Δt zaman aralığındaki değer değişiminin olasılık dağılımı da $\Phi(0, \sqrt{\Delta t})$ olarak gösterilebilir.

Markov süreçleri göz önüne alındığında ardışık zaman sürelerinde değişimlerin varyansları toplanır. Ancak, değişimin standart sapması eklenmez. Örneğimizdeki değişkende değişimin varyansı yılda 1.0'dır. Onun için 2 yılda değişimin varyansı 2.0 ve 3 yılda değişimin varyansı 3'tür. 2 ve 3 yılda değişimin standart sapması sırasıyla $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{3}$ 'tür (Hull, 2012).

Markov zincirleri özellikle birbirini takip eden durumların çözümlenmesinde kullanılmaktadır. Markov zincirleri bir olasılıklar hesabı problemidir ve analiz matris işlemleri yardımıyla yapılmaktadır. Bu matrislerin her bir satırı olasılıkları içeren stokastik vektörlerden oluşmaktadır (Günak, 2007).

2.2. MARTINGALE ÖZELLİĞİ

Uygun bir ihtimal ölçüsü (risk nötral ihtimal ölçüsü) altında, risksiz faiz oranı ile iskonto edilen finansal varlıklar bir Martingale oluştururlar (Beyazıt, 2011).

Martingale süreçleri modern stokastik süreçler teorisinde önemli bir rol oynar. Martingale teorisinin temeli kumar oyunlarına dayanmaktadır. Martingale ismi, atın koşum takımları, geminin direği, kör bastonu vb. anlamlarına gelmekle birlikte, 1815 larde Fransa'nın Martigues bölgesinde oynanan ve ilk kazanılan oyuna kadar her kaybedilen oyundan sonra bahis miktarının katlanarak konduğu bir tür kumar oyunundan gelmektedir. Martingale aslında adil kumar oyunları için matematiksel bir modeldir. Bir adil oyunda, her bir oyun geçmişten bağımsız olup ne zarar ne de kar sağlar. Martingale teori büyük ölçüde Paul Levy (1886- 1971) ve J. L. Doob (1911-2002) tarafından geliştirilmiştir. Doob, "Stochastic Processes" adlı eserinde martingale teorisinin kumar problemleri dışında da kullanılabileceğini göstermiştir. Günümüzde martingale teori kumar problemlerinde ileri bir teknik olmasının yanında olasılık teorisindeki temel araçlardan biri olup, stokastik modelleme alanında büyük bir etkiye sahiptir. Basitçe ifade etmek gerekirse, artımları sonlu olan rassal değişkenlerin

$$E(X_{t+1} | X_0, X_1, \dots, X_n) = X_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.2)$$

koşulunu sağlayan bir $X = \{X_n : n = 0, 1, 2, \dots\}$ dizisine martingale denir.

Martingaleler rassal durma zamanı altında da aynı kalan sabit bir beklenen değere sahiptirler. Hemen her yerde yakınsak olan stokastik integrallerde martingale özelliğine sahiptirler. Bu özellikler belirli koşullar altında sağlanır. Martingale birçok farklı alandaki stokastik modelleme uygulamalarında kullanılmaktadır. Martingale son yıllarda özellikle finansal türev menkul kıymetler için stokastik finansal modellerin geliştirilmesinde vazgeçilmez bir araç olmuştur (Önalın, 2010).

Yani bu gösterimiyle Martingale bir rassal değişkenin gelecekteki değerine ilişkin yapılacak en iyi tahminin en son incelenen değer olduğu varsayımından hareket etmekte ve bu özelliği sağlayan olasılık ölçümü Martingale olasılığı olarak adlandırılmaktadır. Daha basit bir anlatımla, stokastik bir değişkene ait olasılık ölçümünün beklenen değişimlerinin sıfıra eşit olması, bir Martingale olduğunu göstermektedir.

(Ω, F, P) olasılık uzayında, $x = \{x_n; n = 0, 1, 2, \dots\}$ rasgele değişkenler serisi tanımlanmış olsun. F , Ω 'nın alt setlerinin bir σ -cebiri. Artan bir seri olarak, $A = \{A_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$ şeklinde tanımlanan A rasgele serisinin F 'nin alt σ -cebiri olduğu ve x değişkeninin bu seriye uygun olduğunu (yani x_n 'in her n için A_n 'e göre ölçülebilir olduğunu) varsayalım. A_n σ -cebiri geçmişten n zamanına kadar incelenebilir olayları gösterir ve A_n 'deki olaylar n tarihinden öncedir. Söz konusu X serisi, her n için,

$$E[x_{n+1}^- | A_n] \leq x_n \quad x^- = \min\{x, 0\} \quad (2.3)$$

koşullarını sağlıyorsa *supermartingale*'dir. Rassal bir serinin supermartingale olma özelliği ikinci koşulda yer alan eşitsizliğin daima var olmasını gerektirmektedir.

Supermartingale'in tersi *submartingale*'dir. x rasgele değişkenler serisinin submartingale olmasını sağlayan, $E[x_{n+1}^- | A_n] \leq x_n$ beklenen değerinin azalan değerlere sahip olduğu düşünülürse, $E[x_{n+1}^- | A_n] \geq x_n$ koşulunu sağlayan x değişkeni submartingale olacaktır. Bu koşula göre, $-x = \{-x_n; n = 0, 1, 2, \dots\}$ n serisinin submartingale olacağı açıktır. Böylece x ve $-x$ 'in her ikisinin de supermartingale

olması durumunda, x bir martingaledir. Martingale teorisinin dayandığı oyun teorisine bağlı olarak bir rasgele değişkenler serisinin, supermartingale özelliği göstermesi durumunda oyunun adaletsiz (hileli) olduğu, buna karşılık submartingale özelliği göstermesi durumunda da oyunun adaletli ya da oyuncu lehine olduğu sonucu çıkar (Shreve, 2012).

2.3. BROWNIAN HAREKTİ - WIENER SÜRECİ

Wiener süreci, Genelleştirilmiş Wiener süreci ve Ito süreci birer Markov sürecidir (Jorion, 2007).

Botanikçi Robert Brown, 1827 yılında bitkilerin sınıflandırılması üzerinde çalışırken, sıvı içerisinde salınan bir polen parçacığının mikroskobik seviyedeki yer değiştirmelerinin çok hızlı, oldukça düzensiz ve zigzag benzeri bir hareket izlediğini gözlemlemiştir. Brown ayrıca sıvı moleküllerinin polen parçacığına göre çok daha küçük ve çok daha hızlı hareket ettiklerini tespit etmiştir. “Haziran, Temmuz ve Ağustos aylarında yapılmış olan mikroskobik gözlemlerin kısa bir açıklaması” adlı bu çalışması 1827’de yayınlanmıştır.

Daha sonraki zamanlarda parçacığın bu düzensiz hareketine çok küçük sıvı molekülleri ve polen parçacığı arasındaki çarpışmaların sebep olduğu kabul edilmiştir. Bu, birbirlerinden bağımsız olup; herhangi bir küçük zaman aralığında çok sayıda çarpışma olmaktadır. Belirli bir çarpmanın etkisi, toplam etki ile kıyaslandığında çok küçüktür. Sonraki zamanlarda bu tür hareketler Robert Brown’un adına izafeten Brownian Hareket olarak adlandırılmıştır. Brownian Hareket o tarihten günümüze kadar fizik, iktisat, finans, biyoloji vb. bilim dallarında ortaya çıkan düzensiz hareketleri (rassallığı) modellemek için yoğun olarak kullanılmıştır.

1905 de Albert Einstein ve 1906 da fizikçi Smoluchowski, bir parçacığın, içinde bulunduğu ortamdaki daha küçük moleküllerin sürekli bombardımanına maruz kalarak izlediği yörüngenin Brownian hareketle modellenebileceğini göstermiştir. Yani başlangıçta ortamın moleküllerine göre daha büyük olan bir parçacık hareketsiz olarak ortamda durmaktadır. Ortam içerisinde rassal bir şekilde hareket eden moleküller parçacığa çarparlar. Bu çarpmanın etkisiyle büyük parçacık harekete geçer. Bu hareketin yönü ve büyüklüğü diğer çarpmalardan bağımsız ve rassaldır. Einstein ayrıca,

parçacığın yer değiştirmesinin, geçen zamanın karekökü ile orantılı olduğunu ve bir Brownian parçacığın yörüngelerinin hafızasız ve hiçbir yerde diferensiyellenemez olduğu çıkarımında da bulunmuştur.

Louis Bachelier, 1900 yılında Paris Üniversitesi Fen Fakültesinde hazırlamış olduğu doktora tezinde, hisse senedi fiyatları için bir model olarak Brownian hareketi kullanmıştır. Hisse senedi fiyatlarının davranışını Brownian hareketle ilişkilendirmek için, yukarıda sözü edilen polen parçacığını hisse senedinin fiyatı, molekül parçacıklarını da hisse senedinin fiyatını hareket ettiren, yani piyasada alım satım yapan bireyler olarak ele almıştır. Piyasadaki alım satımlar, yani küçük hareketler, hisse senedinin fiyatını yukarı veya aşağıya doğru hareket ettirir. Şu halde hisse senedi fiyatları Brownian harekete benzer bir davranış gösterir.

Langevin (1908), Brownian hareket için Newton benzeri bir açıklama yaparak Langevin denklemini türetmiştir.

Norbert Wiener 1923'de Brownian hareketin matematiksel temellerini oluşturan bir dizi çalışma yapmıştır. Bu süreç günümüzde Brownian hareket veya Wiener süreci olarak adlandırılmaktadır. Ornstein ve Uhlenbeck (1930), Brownian hareket için Langevin denklemine dayanan bir teori geliştirmişlerdir. Kolmogorov (1931), Brownian hareket için ileriye doğru ve geriye doğru denklemleri türetmiştir. Ito (1944), stokastik diferansiyel denklemlerin gelişmesine yol açan Ito integralini geliştirmiştir. Daha sonra Paul Levy, Kyioshi Ito ve Paul A. Meyer teoriye büyük katkı sağlamışlardır (Önalın, 2010).

Wiener süreci ve Brownian hareketi özellikle finansal piyasalarda benzer varsayımları kullanması ve aynı sonuçlara ulaşılması nedeniyle birbirinin yerine kullanılmaktadır. Brownian hareketi ile Wiener süreci arasındaki fark ve benzerlikleri görmek için iki modelin özellikleri aşağıda verilmiştir.

Wiener süreci,

- Tahmin edilemeyen ve birbiriyle ilişkili olmayan artışlara sahiptir ve bu özelliği ile martingale'dir.

- Sıfırla başlayıp ve her artışın ortalaması sıfıra eşit olduğundan sıfır ortalamaya sahiptir.

- W_t , t varyansına sahiptir.
- W_t , sonsuz aralıklarda sürekli.
- Brownian hareketi: B_t , $t \in [0, T]$ rassal süreci,
- Sıfır ile başlar ve bağımsız sabit artışlara sahiptir.
- t zamanında sürekli.
- $B_t - B_s$ artışları $|t - s|$ varyansına ve sıfır ortalamaya sahiptir.
- $(B_t - B_s) \sim N(0, |t - s|)$ şeklinde normal dağılıma sahiptir.

Bu iki süreç çok benzer olmasına rağmen, Brownian hareketinin $t - s$ varyansı ile normal dağılıma sahip olması en önemli farklılıktır (Demir, 2015).

Wiener süreci ortalaması sıfır ve varyansı 1 olan özel bir Markov sürecidir. Bir z değişkeni aşağıdaki iki özelliğe sahip ise, bu değişken bir Wiener süreci izler.

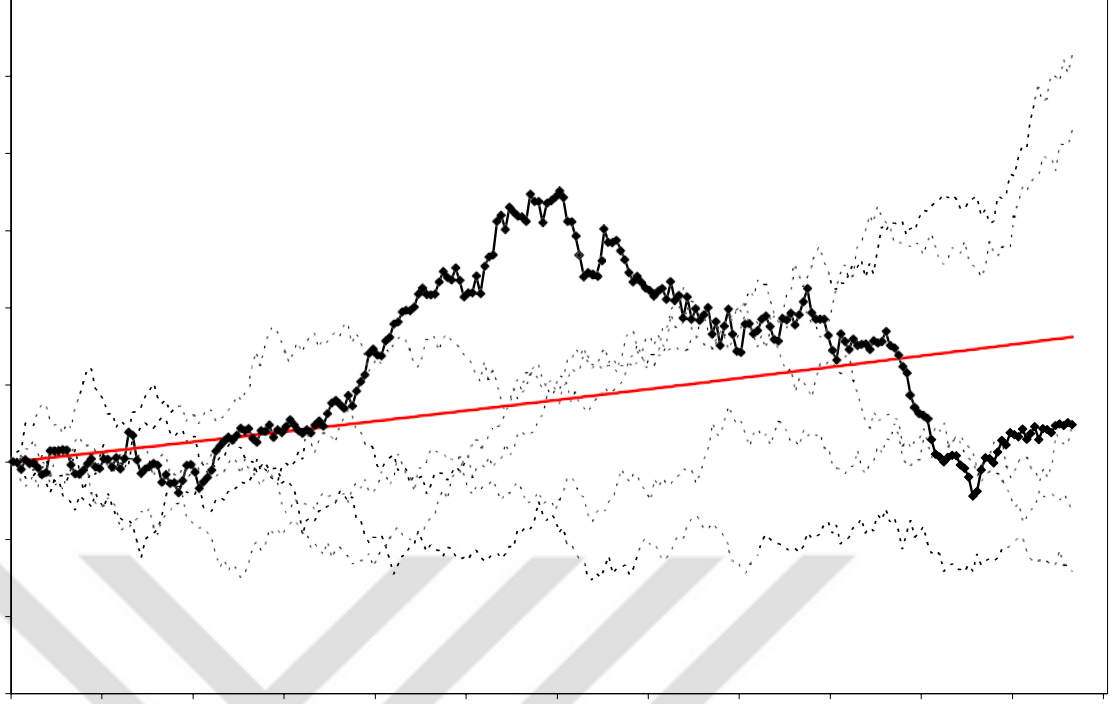
Özellik 1: Küçük bir Δt zaman dilimindeki değişim Δz ise,

$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t} \text{ 'dir} \quad (2.4)$$

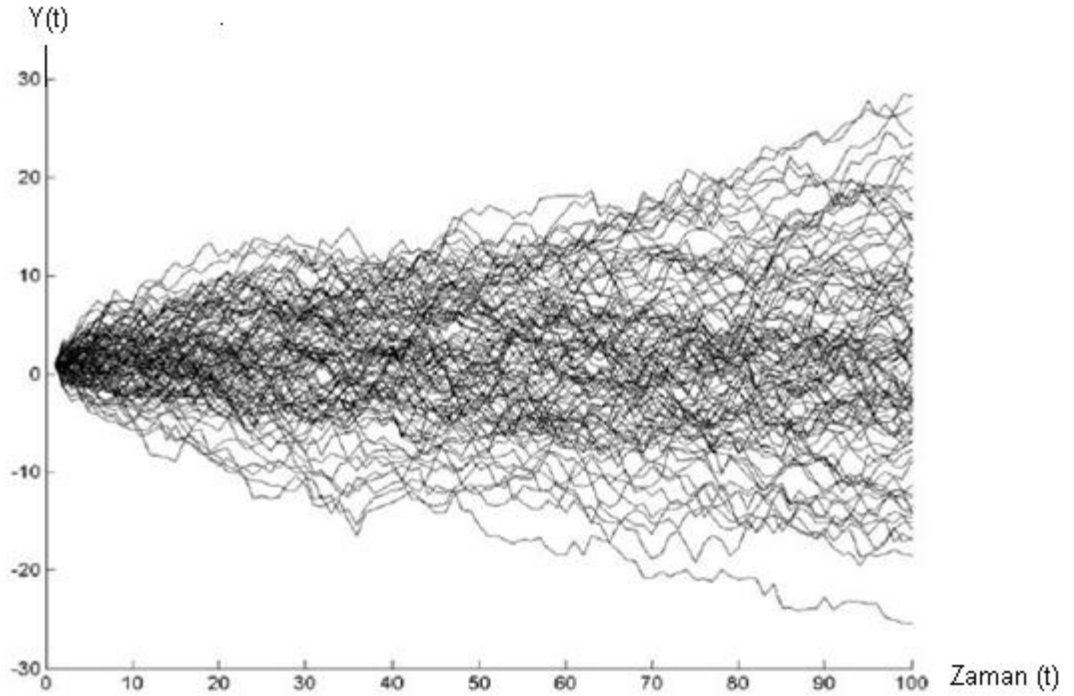
Burada, ε standart normal dağılımdan, $\Phi(0,1)$ tesadüfi seçimdir.

Özellik 2: Herhangi iki farklı kısa Δt zaman aralığındaki Δz değerleri birbirinden bağımsızdır.

Birinci özellik Δz 'nin ortalaması sıfır, standart sapması $\sqrt{\Delta t}$ ve varyansı Δt olan normal dağılıma sahip olduğunu; ikinci özellik ise, z değişkeninin bir Markov süreci izlediğini ifade eder (Hull, 2012).



Şekil 2. 3. Brownian Hareketinin Örneklem Eğrileri (Hull, 2012).



Şekil 2. 4. Aritmetik Rassal Yürüyüşten Türetilen Brownian Motion Örneği (100 Yol)
Focardi ve Fabozzi (2004).

2.4. GENELLEŞTİRİLMİŞ WIENER SÜRECİ

Wiener sürecinde, dz 'nin sürüklenme oranı (drift rate) sıfır ve varyansı 1'dir. Sıfır sürüklenme oranı gelecekte herhangi bir zamandaki z 'nin beklenen değerinin başlangıç değerine eşit olması anlamına gelmektedir. Varyansın 1 olması da T uzunluğundaki bir zaman aralığında z değerindeki değişimin varyansının T olduğunu ifade eder. Sürüklenme oranı sıfırdan farklı olan bir Wiener süreci Genelleştirilmiş Wiener süreci olarak adlandırılır (Hull, 2012). Genelleştirilmiş Wiener süreci birim zamanda meydana gelen sabit trend a ve volatilité b katsayısı ile gösterilmek üzere aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır (Jorion, 2007):

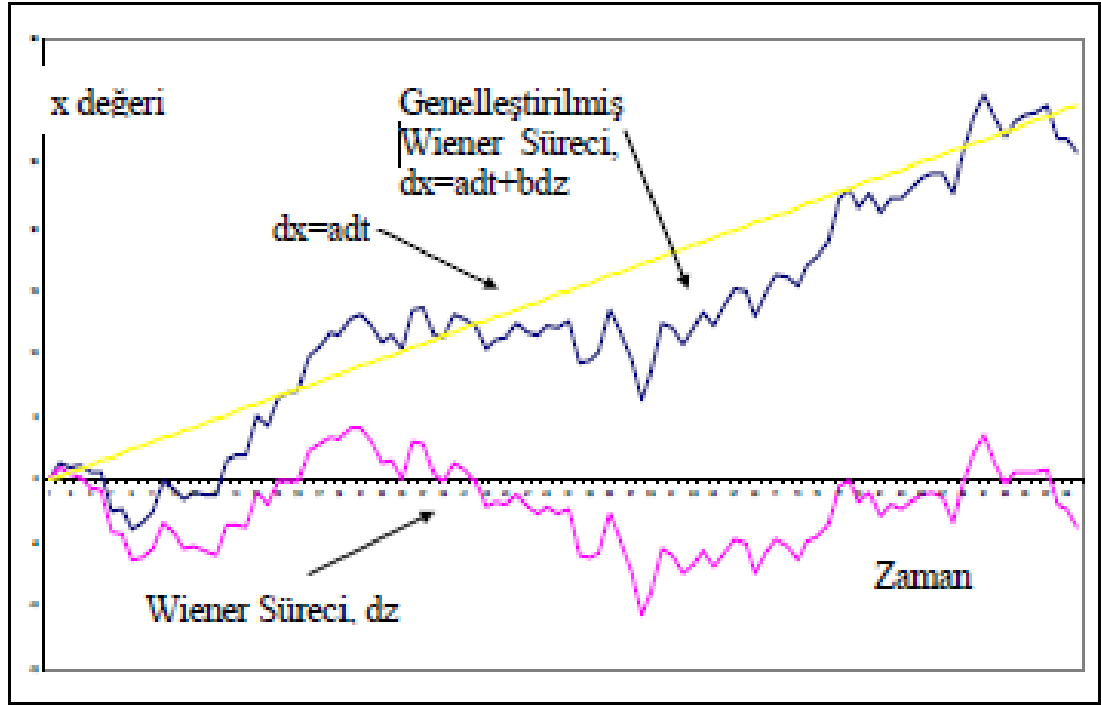
$$dx = adt + bdz \quad (2.5)$$

Bu noktada denklemler birleştirilirse, aşağıdaki denklem ortaya çıkacaktır (Hull, 2012).

$$\Delta x = a\Delta t + b\epsilon\sqrt{\Delta t} \quad (2.6)$$

Bu denklemde ise ϵ daha önce de belirtildiği üzere, standartlaştırılmış normal bir dağılımdan elde edilen rassal sayıları ifade etmektedir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, b katsayısının volatilitéye (yani varyansa değil, standart sapmaya) ait olduğudur. Bu noktada eğer $a=0$ ise, özel bir durum olarak Martingale meydana gelmektedir (Jorion, 2012).

Temel olarak bir (Basit) Wiener süreci ile bir Genelleştirilmiş Wiener süreci arasındaki fark aşağıdaki şekilde de görülebilmektedir:



Şekil 2. 5. Genelleştirilmiş Wiener Süreci ve Wiener Süreci ($a=0.3$; $b=1,5$) (Hull, 2012).

2.5. İTO ANALİZİ

Bu kısımdaki amaç 1951 yılında Japon matematikçi Kyoto Ito tarafından tarafından geliştirilen Ito Lemma'sına ulaşmaktır. Bunun nedeni Geometrik Brownian Hareketin çözümünde onun bu lemmasından yararlanılmasıdır.

Ito integral ve Ito's Lemma terimleriyle geliştirilen bu süreç özellikle Brownian hareketinin birçok alanda kullanımına ışık tutmuştur. Ito formülünün ortaya çıkışı, stokastik çevrelerde türev alma ihtiyacından doğmuştur. Kısmi türev ve toplam türev tanımlarında her iki çevre açısından (deterministik ve stokastik) bir fark olmamasına rağmen, bir değişkende herhangi bir faktörün yarattığı ilk değişimin zincirleme etkisiyle ortaya çıkan değişim oranı olarak adlandırılan zincir kuralı stokastik çevreler için farklı teoremleri gerektirmektedir.

Brownian hareketi ya da sürekli zamanlı karesel integrale edilebilir Martingale süreçlerinin stokastik ortamlarda tanımlanabilmesi, Ito integralinin varlığı ile mümkün olmaktadır. Zincir kuralının stokastik ortamlarda uygulanması ise Ito's Lemma'nın kullanımını anlamına gelmektedir. Ayrıca bu noktadan hareketle Brownin hareketini

temel alan sürekli zamanlı stokastik süreçler Ito süreçleri ya da Ito stokastik diferansiyel eşitlikleri olarak tanımlanmaktadır (Demir, 2015).

2.5.1. Ito Süreci

Genelleştirilmiş Wiener sürecinin sabiti ve volatilité parametreleri, zamana göre değişim göstermez (Tsay, 2010). Dağılım sadece rassal değişkenin bugünkü değerine ve zamana bağlı olarak oluştuğundan, bu stokastik süreç bir Markov sürecidir. Ayrıca bu stokastik süreç diğer süreçlerden farklı olarak normal dağılıma sahiptir (Jorion, 2007). μ ve σ parametreleri y_t stokastik sürecinin fonksiyonları olarak genişletilirse bu durumda Ito sürecine ulaşılır. y_t süreci aşağıdaki koşulu sağlarsa, Ito sürecidir (Wang, 2009).

$$d_y = \mu(y_t, t)dt + \sigma(y_t, t)dz_t \quad (2.7)$$

Burada z_t , Wiener sürecidir. Wiener süreci, matematiksel finasta önemli bir role sahiptir ve aşağıdaki gibi yazılabilir (Tsay, 2010).

$$y_t = y_0 + \int_0^t \mu(y_s, s)ds + \int_0^t \sigma(y_s, s)dz_s \quad (2.8)$$

Bu denklemde y_0 , 0 zamanındaki başlangıç değeridir ve denklemin sağındaki son bileşen stokastik integraldır (Tsay, 2010).

2.5.2. Ito Hipotezi (Ito's Lemma)

Ito'nun hipotezi türev ürünlerin fiyatlaması ve değerlendirilmesinde merkezi rol oynar. Stokastik bir değişkenin davranışını bir başka stokastik değişkenin fonksiyonu olarak tanımlar. Bu bağlamda özellikle finansal bir aracın ve onun türevinin fiyatları arasındaki önemli ilişkileri, Ito hipotezi ile kurulabilir (Wang, 2009).

Ito süreci, sürekli zaman formunda aşağıdaki gibi belirtilmiştir.

$$d_y = \mu(y_t, t)dt + \sigma(y_t, t)dz_t \quad (2.9)$$

x, y stokastik sürecinin bir fonksiyonu olsun. Burada Ito hipotezi, x 'in aynı zamanda bir Ito süreci olduğunu ifade eder.

$$dx = \left(\frac{\partial x}{\partial y} \mu + \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} \sigma^2 \right) dt + \frac{\partial x}{\partial y} \sigma dz \quad (2.10)$$

Zamana bağılı sabiti:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \mu + \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} \sigma^2 \right) \quad (2.11)$$

Varyans oranı ise:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)^2 \sigma^2 \quad (2.12)$$

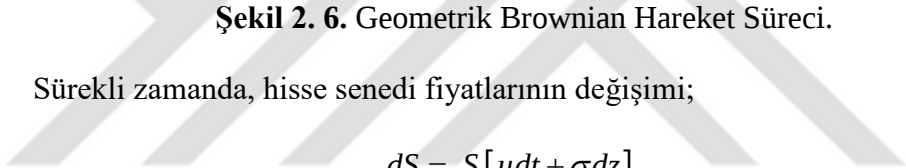
2.6. GEOMETRİK BROWNIAN HAREKET

Finansal piyasada yatırımcılar finansal varlıkları fiyatlarından ziyade getirileri ile karşılaştırırlar. Bu getirilerin davranışı ile ilgili en sık kullanılan temel varsayım normal dağılıma sahip olduklarıdır. Herhangi bir t zamanında hisse senedinin logaritmik getirisinin normal dağılıma sahip olduğu kabul edilir. Hisse senedi fiyatının negatif olmayacağı gerçeği, fiyat hareketinin modellenmesinde Geometrik Brownian hareketinin kullanılmasını gerektirmektedir. Ayrıca bağımsız değişmelere sahip lognormal dağılımlı sürekli zamanlı stokastik bir süreç ancak Geometrik Brownian hareketi ile açıklanabilir (Demir, 2015).

Geometrik Brownian Hareket, finans ve iktisat literatüründe hisse senetleri ve döviz kurları dinamiklerini modelleyebilmek için en sık kullanılan stokastik süreçlerden biridir. Finans literatüründe, Black-Scholes Opsiyon Fiyatlama modeli ve Paul A. Samuelson tarafından ortaya konan Varant Değeri Hesaplama modeli gibi önemli modellerin arka planında Geometrik Brownian Hareket süreci bulunmaktadır (Topper, 2005).

Geometrik Brownian Hareket bazı çalışmalarda Üstsel (Exponential) Brownian Hareket ve “Lognormal Diffusion” olarak da adlandırılabilir (Lyu, 2004).

Menkul kıymet fiyatlarının Weiner süreci yerine, Brownian Hareketin bir versiyonu olan Geometrik Brownian Hareket süreci kullanılarak modellenmesi daha uygun bir yaklaşımdır. Geometrik Brownian Hareket getirilerin lognormal dağılıma sahip olmasını gerektirdiği için getirilerin negatif olması önlenmiş olur (Önal, 2007).



Şekil 2. 6. Geometrik Brownian Hareket Süreci.

Sürekli zamanda, hisse senedi fiyatlarının değişimi;

$$dS = S[\mu dt + \sigma dz] \quad (2.13)$$

ile modellenenebilir.

μ ve σ sırası ile hisse senedinin yıllık beklenen getiri oranı ve getirisinin oynaklığıdır. Bu modelden de görülebileceği gibi, hisse senedi fiyatındaki değişim;

- Sonsuz küçük bir zaman aralığında, hisse senedinin yıllık beklenen getirisi (μdt) ve
- Sonsuz küçük bir zaman aralığında, hisse senedi getirisinin beklenen oynaklığı (σdz) bileşenlerinin toplamından oluşmaktadır (Önalın, 2007).

Brownian parçacığın sıvı içerisindeki düzensiz hareketine benzer şekilde, finansal mal fiyatları da, ekonomik, politik ve sosyal birçok faktörün etkisi ile rassal bir şekilde dalgalanır. Bilindiği gibi mal fiyatları hiç negatif olmaz ve uzun vadede üstel büyüme eğilimi gösterir. Fiyat hareketlerinin bu karakteristik özelliği, Geometrik Brownian Hareket adı verilen stokastik süreçlerle uygun bir şekilde modellenebilir.

$W = (W(t))_{t \geq 0}$ standart brownian hareket olmak üzere,
 $X = (X(t): t \geq 0)$, $X(t) = \mu t + \sigma W(t)$ şeklinde tanımlanan süreç, μ trend (yoğunluk) ve σ^2 varyans parametreleri ile trendli Brownian hareket olarak adlandırılır.

$S = (S(t); t \geq 0)$ süreci aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$S(t) = S_0 \exp[X(t)] = S_0 \exp[\mu t + \sigma W(t)] \quad (2.14)$$

S Geometrik Brownian Hareket olarak adlandırılır. $W(0) = 0$ olması $S(0) = S_0$ olmasını gerektirir. Eğer $S(t)$ hisse senedinin t zamanındaki fiyatını gösteriyorsa, $t_0 < t_1 < \dots < t_n$ için

$$\frac{S(t_i)}{S(t_{i-1})} = \exp[\mu(t_i - t_{i-1})] \exp\{\sigma[W(t_i) - W(t_{i-1})]\} \quad (2.15)$$

yazılabilir. Bu durumda,

$$\frac{S(t_1)}{S(t_0)}, \frac{S(t_2)}{S(t_1)}, \dots, \frac{S(t_n)}{S(t_{n-1})} \quad (2.16)$$

Birbirini kesmeyen zaman aralıkları üzerinde, hisse sendi fiyatının değişim oranlarını gösteren bağımsız rassal değişkenlerdir.

Menkul kıymet fiyat seviyesi $S(t)$ nin rassal davranışını tanımlayan Geometrik Brownian Hareket, aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$dS(t) = \mu S(t) dt + \sigma S(t) dW(t) \quad (2.17)$$

Burada W , standart Brownian hareketi göstermektedir. d , denklemden sürekli zamanı ifade etmektedir. Stokastik analiz kullanılarak yukarıdaki denklem aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$d \log S(t) = (\mu - \frac{\sigma^2}{2}) dt + \sigma dW(t) \quad (2.18)$$

Logaritmik süreç Aritmetik Brownian Hareket olarak adlandırılır. Mal fiyatlarının logaritmik artımları normal dağılmıştır. t ve u herhangi iki zaman anını göstermek üzere,

$$\log S(u) - \log S(t) = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(u-t) + \sigma(W(u) - W(t)) \quad (2.19)$$

$$\sim N\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(u-t), \sigma^2(u-t)\right) \quad (2.20)$$

şeklinde forma ulaşılır.

$u = T$ ve $t = 0$ alınarak Geometrik Brownian Hareket için aşağıdaki çözüm elde edilir (Önalın, 2010).

$$S(T) = S_0 \exp\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T + \sigma W(T)\right] \quad (2.21)$$

Eğer $\{X(t), t \geq 0\}$, $dX = \mu dt + \sigma dZ$ şeklinde ifade edilen bir Wiener süreci ise;

$$\{S(t), t \geq 0\} \quad S(t) = e^{x(t)} \quad (2.22)$$

Geometrik Brownian Hareket olarak ifade edilmektedir.

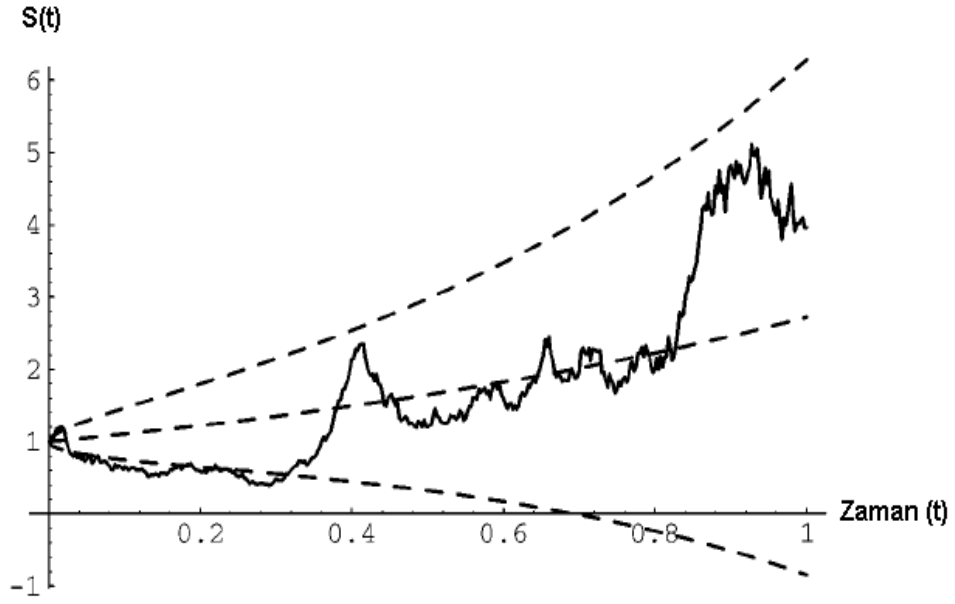
$F(X) = e^{x(t)}$ eşitliği ise Ito'nun formülü temel alınarak aşağıdaki şekilde çözülmektedir:

$$df = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial X} dX + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial X^2} dX^2 \quad (2.23)$$

Buna göre, μ Brownian Motion sürecindeki drift parametresini, σ^2 varyans parametresini göstermek üzere, gerekli çözümler yapıldığında sürekli zamanda tanımlanan Geometrik Brownian Hareket aşağıdaki şekilde ortaya çıkmaktadır (London, 2005):

$$dS = \left(1 + \mu S + \frac{1}{2} \sigma^2 S\right) dt + \sigma S dZ \quad (2.24)$$

Bu tanıma göre, Geometrik Brownian Hareket sürecine ait bir yolun bir standart sapma aralığı ve ortalama değeri temel alınarak ortaya çıkardığı örnek bir yol ise aşağıdaki şekilde gösterilebilir:



Şekil 2. 7. Geometrik Brownian Hareket Sürecinin Bir Yol Örneği (Lyu, 2004).

2.7. ZAMAN SERİLERİ ANALİZLERİ VE ARIMA

Çalışmanın bu kısmında literatürde yaygın bir biçimde kullanılan zaman serisi tekniklerinden olan Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama (ARIMA) modelleri ve bu modellere ait kavramlar açıklanacaktır.

2.7.1. Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) Modelleri

Zaman serisi tahminlerinde kullanılan popüler ve yaygın olarak bilinen istatistiksel yöntemlerin en kapsamlısı Box-Jenkis yöntemleridir. Otoregresif (Auto Regressive - AR), Hareketli Ortalama (Moving Average - MA), Otoregresif Hareketli Ortalama (Autoregressive Moving Average - ARMA), Otoregresif Entegre Hareketli Ortalama (Autoregressive Integrated Moving Average - ARIMA) Box-Jenkis tahmin modelleridir. ARIMA, bir değişkenin gelecek değerinin birkaç geçmiş değeri ile rastsal hatalarının doğrusal bir fonksiyonu olduğunu varsaymaktadır. $AR(p)$, $MA(q)$ ve bunların bileşimi olan $ARMA(p,q)$ modelleri durağan süreçlere uygulanırken, $ARIMA(p,d,q)$ modelleri durağan olmayan süreçlere uygulanmaktadır (Hamzaçebi ve Kutay, 2004).

İlk olarak Box ve Jenkins (1976) tarafından ortaya konan ARIMA modelleri, temel olarak serisel korelasyon (otokorelasyon) teorisine dayanmaktadır. Buna göre, zaman serilerindeki hata terimleri genellikle gecikme değerleri ile ilişki içindedir. Bu durum regresyon varsayımlarının yerine gelmemesine ve elde edilen tahmincilerin etkin olmamalarına, tutarsız ve sapmalı olmalarına neden olmaktadır. Otokorelasyon en basit şekilde Birinci Dereceden Otoregresif model olarak adlandırılan AR(1) süreci ile modellenmektedir. Bu noktada gerektiği takdirde, daha yüksek dereceden AR(p) modellerini de kullanmak mümkündür. Otokorelasyonun varlığı bazı ekonometrik yöntemler yardımı ile tespit edilebilmektedir. ARIMA modelleri basit AR(p) sürecinin bir takım başka süreçleri de içeren genelleştirilmiş bir halidir. Buna göre, model AR(p) süreci ile birlikte birinci dereceden farkı alınmış bütünleşik bir süreci ve hareketli ortalama MA(q) kısımlarını da içermektedir ve AR(p) ile MA(q) kısımlarının gecikme değerleri de modele dahil edilebilmektedir. AR(p) ve MA(q) süreçleri birleştirilerek oluşturulan ARIMA(p,d,q) modeli şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \dots + \rho_p u_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2.25)$$

Modelde ρ , AR(p) modelinden gelen otokorelasyon katsayısını; θ ise, MA(q) modelinin katsayısını ifade etmektedir. Bu modelin tahmini için öncelikle korrelogramlara bakılarak uygun otokorelasyon yapısının tespit edilmesi gerekmektedir. Bu yapı kurulurken AIC, SC vb. Bilgi Kriterlerini dikkate almak gerekmektedir. ARIMA (p,d,q) modellerinde bir kez daha vurgulanması gereken nokta, serilerin aynı derecede bütünleşik olması gerektiğidir (Hayashi, 2000).

Diğer taraftan Box-Jenkins yaklaşımının temel fikir *cimrilik* prensibine dayanmaktadır. Cimrilik (seyrek azlık) prensibi zaman serisi verilerinin özelliklerini ortaya koyan minimum sayıda serbestlik derecesi veya parametreyi göz önünde tutan bir model kurmayı öngörür. İlave edilen her katsayının uyumu arttırması yanında serbestlik derecesini düşürme maliyeti dikkate alınmalıdır. Box ve Jenkins aşırı parametrelili modellerden, tutumlu modellerin daha iyi kestirim değeri ürettiklerini öne sürerler. Gereksiz herhangi bir katsayının ilave edilmesinden, tutumlu bir modelin verilere uyumu daha iyidir. Amaç doğru veri üretme sürecine, tam süreci elde etmek olmasa da yaklaşımdır (Makridakis, 1998).

Box-Jenkins yöntemi dört temel aşamadan oluşmaktadır. Bunlar;

- ✓ Model kurma aşaması,
- ✓ Parametre tahmin aşaması,
- ✓ Artık analizi aşaması,
- ✓ Gelecekle ilgili tahmin yapma aşaması olarak isimlendirilir (Günay vd., 2007).

I. Model Kurma Aşaması

Uygun p ve q gecikme sayılarının belirlenmesi aşamasıdır. Örneklem ACF ve PACF'ler incelenerek teorik otokorelasyon fonksiyonlarına uygun olan model tespit edilir. Bu modellemeye göre söz konusu seri durağan değil ise, modellemeye geçmeden önce farkı alınarak seri önce durağan hale getirilir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2005).

II. Parametre Tahmin Aşaması

Modeldeki parametrelerin tahmin edilmesi aşamasıdır. p ve q mertebelerine uygun deneme niteliğindeki modeller belirlendikten sonra model parametrelerinin en iyi, yani tutarlı, sapmasız ve etkin tahminlerin hesaplanması gerekmektedir. İstatistikte başlıca tahmin ediciler olarak Bayes Tahmin Edicileri, En Çok Olabilirlik Tahmin Edicileri, En Küçük Kareler Tahmin Edicileri ve Momentler Tahmin Edicileri kullanılmaktadır (Akdi, 2003).

III. Artık Analizi Aşaması

Tahmin sonucunda elde edilen artıklarda hiç otokorelasyon kalmamalıdır. Diğer bir ifadeyle artıklarda saf rassallık durumu olmalıdır. Bunun için de artıkların ACF'si elde edilmelidir. Bütün bu adımları izledikten sonra, birden fazla uygun model söz konusu olursa, o takdirde model seçimi için Akaike, Schwarz, Hannan Quinn gibi model karşılaştırma (bilgi) kriterleri geliştirilmiştir. Model karşılaştırırken, model karşılaştırma kriteri değeri düşük olan model tercih edilmelidir (Günay vd., 2007).

IV. Gelecek Tahmini Yapma Aşaması

Yöntemin son aşaması ise gelecekle ilgili öngörü yapma aşamasıdır. Bu aşamada zaman serileri için öngörü değerleri elde edilir. Literatürde ARMA modellerinde öngörü

elde etmek için birçok yöntem bulunmaktadır. N gözlemlili bir zaman serisi verilsin. $X_{n,k}$ ile zaman serisinin k dönem sonraki tahmin değeri gösterilsin.

$$X_{n+1} = \phi X_n + \phi X_{n-1} + Z_{n+1} + \theta_1 Z_n + \theta_2 Z_{n-1} \dots \dots \quad (2. 26)$$

Burada X_n ve X_{n-1} gözlenmiştir. Z_n ve Z_{n-1} yerine de tahmin edilen artıklar temsil edilmektedir (Günay vd., 2007).

ARIMA modellerinin derecesini üç terim belirlemektedir. Bunlar parantez içerisinde yazılırlar ve aralarında virgüllerle ayrılırlar (p,d,q). AR derecesi p, MA derecesi ise q ile gösterilmektedir. ARIMA'nın ortasındaki "I"nın "d" harfi ile ifade ettiği, durağanlık için gereken fark alma derecesidir. Durağanlığı sağlamak için alınan farkın derecesi, serinin kaçınıcı dereceden bütünleşik olduğunu da ifade etmektedir. Durağan bir seride fark alınmıyorsa, farkın derecesi d=0 ya da durağan olmayan bir süreçte birinci fark durağanlığı sağlıyorsa, farkın derecesi d=1 şeklinde kullanılmaktadır.

Yani bir serinin d sayıda farkı alınmışsa ve p dereceden AR ve q dereceden MA modelleri seriye uygun ise bu model, (p,d,q) dereceden otoregresif entegre hareketli ortalama modelidir ve ARIMA (p,d,q) olarak ifade edilir (Box vd., 2008).

Serilerin durağan olmaması durumunda sahte regresyon sorunu ortaya çıkmakta, bu da sonuçların güvenilirliğini şüpheli hale getirmektedir. Bu nedenle, model tahminlemesine geçilmeden önce serilerin durağanlığı test edilir ve durağan olmadığı görülen serilerin farkı alınarak durağan hale getirilir. Durağanlığın tespit edilmesi için gerekli olan analizlerden otokorelasyon analizi ve birim kök testleri aşağıda açıklanmıştır.

2.7.2. Otokorelasyon Katsayıları ve Fonksiyonu (ACF)

Otokorelasyon katsayıları farklı zamanlardaki gözlemler arasındaki ilişkiyi gösteren katsayılar olup, zaman serilerine ilişkin özelliklerin önemli bir göstergesi olarak kabul edilirler. Otokorelasyon katsayıları, serinin geçmiş dönem değerleri arasındaki korelasyonun, yani aralarındaki bağımlılığın ne derece olduğunu ortaya koyarlar.

Otokorelasyon katsayısı, belirli gecikmeler arasındaki doğrusal ilişkinin derecesini ölçmektedir. Çeşitli gecikmeler için, otokorelasyon katsayısını bulan fonksiyona da, otokorelasyon fonksiyonu (ACF) denir. Bir ekseninde gecikme dönemi (k)'nın bir fonksiyonu olan $r(k)$, örneklem otokorelasyonlarının, diğer ekseninde de gecikmelerin bulunduğu grafik gösterim ise, korelogram olarak adlandırılır. Bir başka deyişle otokorelasyon fonksiyonu grafiğine korelogram adı verilmektedir.

Otokorelasyon katsayılarından serinin rassallığının araştırılmasında, durağanlığının tespit edilmesinde, durağan olmayan serilerin durağanlaştırılmasında ve mevsim etkisinin ortaya çıkarılmasında faydalanılmaktadır (Akgül, 2003).

2.7.3. Kısmi Otokorelasyon Katsayıları ve Fonksiyonu (PACF)

Zaman serilerinde Y_t ile Y_{t-k} arasındaki korelasyonun büyük bir kısmının, bu değişkenlerin arasındaki korelasyonun $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k+1}$ gecikmelerine sahip olması nedeni ile olduğu ifade edilmektedir. Bu korelasyonları düzeltmek amacı ile hesaplanan kısmi otokorelasyon katsayıları, durağan bir değişkenin t ve t-k gibi iki farklı dönemde birbirleri ile olan ilişkisini, aralarındaki ilişkiyi bu zaman dönemleri arasında kalan diğer tüm dönemlerdeki t-1, t-2,gibi gecikmeleri dışlayarak veya sabit tutarak ortaya koymaktadır. “k” gecikme için hesaplanan kısmi otokorelasyon katsayıları, kısmi otokorelasyon fonksiyonunu (PACF) oluşturmaktadır (Akgül, 2003). PACF, çoklu regresyon analizinde kullanılan, kısmi korelasyon katsayısına benzetilebilir. Eşitlik (3.3)'da Y_t ile Y_{t-k} arasındaki kısmi otokorelasyon katsayısı ϕ_{kk} olarak gösterilir ve bu k'ncı dereceden otoregresyondaki kısmi regresyon katsayısıdır (Mills, 1990).

$$Y_t = \phi_{k1}Y_{t-1} + \phi_{k2}Y_{t-2} + \dots + \phi_{kk}Y_{t-k} + \varepsilon_t \quad (2. 27)$$

2.7.4. Birim Kök Testleri

Birim kökün varlığı zaman serisinde durağan olmama halini ifade etmektedir. İncelenen zaman serileri arasında sahte regresyon problemini gidermek için birim kökün var olup olmadığının araştırılması gerekmektedir. Genelde serinin durağan olup olmadığına karar vermek amacıyla modelde yer alan her bir değişkene ait serinin durağan hale gelmesi için kaç kere farkı alınması gerektiğinin belirlenmesi gerekir.

Başka bir deyişle bütünleşme derecesinin belirlenmesine ihtiyaç duyulur. Bu durum ARIMA (p,d,q) modelindeki d fark alma derecesinin belirlenmesi demektir. p simgesi modelin otoregresif (AR) kısmının derecesini, q simgesi ise modelin hareketli ortalama (MA) kısmının derecesini ifade etmektedir (Harris, 1995).

Bir değişkenin durağanlık derecesini veya durağan olup olmadığını belirlemede kullanılan en geçerli yöntem *birim kök* testidir. Birim kök testlerindeki hipotez, denklemdaki otoregresif katsayılar toplamının bire eşit ve otoregresif (AR) sürecinin birim kök içerdiği olgudur. Bir zaman serisinin birim kök barındırması ve otoregresif katsayılar toplamının bire eşit olması, zaman serisinin durağan olmadığını ifade eder.

ARIMA yönteminin arka planında zaman serilerinin durağan olduğu düşüncesi bulunmaktadır. Bir zaman serisinin zayıf biçimde veya kovaryans olarak durağan olduğunu söyleyebilmek için serideki ortalamanın ve otokovaryansın zamana bağlı olarak değişmediğinin tespit edilmesi gerekmektedir. Bu durum gerçekleşmediği takdirde, serinin farkları alınarak seri durağan hale getirilir. Serinin kaç kere fark alınarak durağan hale geldiği, serinin entegrasyonu $I(d)$ ile ifade edilmektedir. Eğer seri birinci dereceden fark alınarak durağanlaşıyor ise, bu serinin birim kök barındırdığı ve $I(1)$ sürecini izlediği söylenebilir. Eğer bir zaman serisinin bir kere farkı alındığında, farkı alınan seri durağan oluyorsa, orijinal seriye “Birinci Dereceden Entegre Edilmiş Seri” denir ve $I(1)$ ile gösterilir. Genel olarak entegre edilmiş seriler $I(d)$ şeklinde sembolize edilip, buradaki d entegre (fark) derecesini gösterir. $d=0$ ise $I(0)$ süreci durağan bir zaman serisini temsil eder (Dikmen, 2012). Serilerin birim kök içerip içermediği regresyon temelli bazı testler yardımıyla tespit edilebilmektedir.

Eğer $AR(1)$ süreci $\phi_1 < 1$ koşulunu sağlayamazsa, durağan değildir ve $\phi_1 = 1$ olduğunda da bu birim kök süreci şeklinde de adlandırılmaktadır. Bunun sebebi sürecin karakteristik denkleminin kökünün “1” olmasıdır (Box vd., 2008).

Birim kök testlerine ilişkin literatürde birçok yöntem bulunmaktadır. Burada en sık kullanılan birim kök testlerine değinilecektir.

2.7.4.1. Dickey-Fuller Birim Kök Testi

Birim kök testi için hala yaygın olarak kullanılmakta olan Dickey-Fuller DF Testini David Dickey ve Wayne Fuller 1979 yılında geliştirmişlerdir. Dickey-Fuller

birim kök testi genelde otoregresif modellerde ve bunun yanısıra da ARIMA modellerde durağanlığı test etmede kullanılır.

Dickey-Fuller birim kök testi genelde otoregresif modellerde ve bunun yanı sıra da ARIMA modellerde durağanlığı test etmede kullanılır. Test aşağıdaki süreçle açıklanabilir:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2. 28)$$

ε_t = stokastik hata terimidir.

Eşitlik aşağıdaki gibi gösterebilir.

Y_{t-1} , denklemin her iki tarafından çıkarıldığında; $(\rho-1)=\gamma$ olmak üzere denklem şu şekilde olur.

$$\Delta Y_t = \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2. 29)$$

$H_0: \rho=1$; seri birim kök içerir.

$H_0: |\rho| < 1$; seri durağandır.

Burada ' $H_0: \rho=1$ ' reddedilirse, zaman serisi durağandır.

Dickey ve Fuller'ın (1979) Monte Carlo çalışmasında ortaya konulan “ τ ” (tau) istatistiği testte kullanılmaktadır. Bu nedenle Dickey-Fuller testi aynı zamanda τ -test olarak da bilinir ve ortaya koyduğu üç denklem türü bulunmaktadır. Bunlar sırasıyla aşağıda gösterilen, sabitsiz trendsiz, sabitli trendsiz ve sabitli trendli denklemlerdir.

$$\Delta Y_t = \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2. 30)$$

$$\Delta Y_t = \alpha + \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2. 31)$$

$$\Delta Y_t = \alpha + bt + \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2. 32)$$

Burada α , sabit bir değeri ve t 'de trendi ifade etmektedir. Üç regresyonun birbirinden farkı α ve b gibi deterministik elemanlar içermesidir. Bu denklemde yer alan γ parametresinin ' $\gamma = 0$ ' olması durumunda seri birim kök içermektedir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2005).

2.7.4.2. Artırılmış Dickey-Fuller Birim Kök Testi

Artırılmış Augmented Dickey-Fuller (ADF) testi de yüksek derece AR süreçte birim kökü test etmektedir. AR(1) süreçte eşitliğin iki yanından da Y_{t-1} çıkarılırsa, Y_{t-1} 'in önündeki parametre $(\varphi - 1)$ olur. Bu parametrenin sıfıra eşitliğinin testi, $\varphi = 1$ 'in, yani birim kökün varlığının testi demektir. φ 'in örneklem dağılımı, sabit terim ve trend de eklenmiş olmak üzere toplam “3” farklı model için Monte-Carlo simülasyonlarıyla hesaplanır (daha çok τ istatistiği olarak bilinir). ADF testinde eşitliğin sağ tarafında, ADF testinde bu şekilde hesaplanmış olan kritik değerler kullanılabilir. Hipotez reddedildiğinde, serinin durağan olduğu söylenebilir. $\nabla = 1 - \beta$ olarak tanımlandıktan sonra, trend ve sabit terim içeren ADF testi eşitliği (2.33)'deki modele uygulanır (Dickey ve Fuller, 1979).

$$\nabla Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + (\varphi - 1) Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \nabla Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.33)$$

Artırılmış Dickey-Fuller (ADF) testinin Dickey-Fuller (DF) testinden farkı, hata teriminin otokorelasyonlu olmasıdır. Hata terimindeki bu otokorelasyonun ortadan kaldırılması için otokorelasyonun derecesinin doğru belirlenmesi ve modele bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin dahil edilmesi gerekmektedir.

Çalışmalarda, Otoresif gecikme uzunluğu önceden bilinmediği için modelde yer alması gereken gecikme sayısı (p) farklı stratejiler yürütülerek belirlenmektedir. Çünkü modele yanlış gecikme dahil edilmesi, yapılacak testin gücünü azaltır. Aynı şekilde seçilecek gecikme sayısının olması gerekenden fazla seçilmesi durumunda da tahminler sapmalı olacaktır. Yapılan çalışmalarda modele dahil edilmesi gereken gecikme p ile örneklem hacmi T arasında deterministik bir ilişki olduğu ortaya konmuştur. Bu nedenle seçilecek gecikme sayısı doğrudan örneklem hacmi ile ilişkilidir. Sınırlı gecikme sayısının belirlenmesi için Akaike Bilgi Kriteri (AIC), Schwarz Bilgi Kriteri (SIC) ve genelden özele yaklaşımı en çok kullanılan stratejiler olarak bilinmektedir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2005).

2.7.4.3. KPSS Testi

KPSS testi Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (1992) tarafından geliştirilmiş olup yine amaç seriyi trendden arındırarak durağanlık testi yapmaktır. KPSS testi bir zaman serisini deterministik trende ve rassal yürüyüşe ayırmaktadır

KPSS testinde hipotezler diğer testlerin hipotezlerinin tersine, aşağıdaki şekilde kurulmaktadır:

H_0 : Seri durağandır.

H_1 : Seri durağan değildir.

KPSS testi ile elde edilen test istatistiğini Kwiatkowski vd.'nin özel olarak oluşturdukları asimtotik kritik değerler ile karşılaştırmışlardır. Araştırmada da aynı yöntem izlenecektir. KPSS testi ile hesaplanan test istatistiğinin mutlak değerinin asimtotik mutlak kritik değerlerden küçük olması halinde, serinin durağan olduğunu ifade eden H_0 hipotezi kabul edilecektir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler, 2006).

2.7.5. Modellerin Karşılaştırma Kriterleri

Uygulamada seriye uygun birden çok model olabilir. Bu durumda seriye en uygun modelin seçimi için bazı kriterler geliştirilmiştir.

2.7.5.1. Akaike Bilgi Kriteri (AIC)

Zaman serileri modelinin belirlenmesinde en yaygın kullanılan kriterlerden biridir. Modeldeki terimlerin sayısını dikkate alarak modelin uyum iyiliğini ölçmektedir. Akaike bilgi kriteri,

$$AIC = n \ln \hat{\sigma}_e^2 + 2M \quad (2.34)$$

formülü ile hesaplanır. Burada M modelin parametre sayısıdır, yani $M = p + q + 1$ 'dir ve n'de gözlem sayısıdır. Alternatif modeller arasından minimum AIC değerini sağlayan model, uygun model olarak seçilmektedir (Wei, 2006).

2.7.5.2. Schwartz Bayesci Bilgi Kriteri (SIC)

Schwartz Bayesian Kriteri (SIC) olarak adlandırılır ve Akaike bilgi kriterine benzer şekilde geliştirilmiş bir kriterdir. Aynı zamanda Bayes Bilgi Kriteri olarak da adlandırılmaktadır.

$$SIC = n \ln \hat{\sigma}_e^2 + M \ln n \quad (2.35)$$

formülüyle hesaplanır. Burada M modelin parametre sayısıdır, yani $M = p+q+1$ 'dir ve n 'de gözlem sayısıdır (Cooray, 2008).

AIC ve SIC değerleri sadece seçili örnek büyüklüğü içinde değil, aynı zamanda seçili örnek büyüklüğü dışındaki gelecek tahminlerinde de geçerlidir. Bu yüzden öngörü aşamasına geçilmeden önce aday modeller arasından en küçük AIC, SIC ve en büyük R^2 değerlerine sahip model en uygun model olarak belirlenir ve bu model kullanarak öngörü yapılır. Ancak, model belirleme kriterlerine bakıldığında da modeller arasında bir seçim yapılamıyorsa ve hala uygun birden fazla model bulunuyorsa, modellerin benzetim performansları karşılaştırılarak en uygun model bulunmaya çalışılır. Modelin veriye iyi uyum göstermesi ve modelin öngörü başarısının yüksek olması, çeşitli tahmin modelleri arasından birini seçme sürecinde yaygın olarak kabul gören kriterlerden birisidir. Modellerin öngörü başarısını karşılaştırılması amacıyla çeşitli kriterler kullanılmaktadır.

2.7.6. Tahmin Hata İstatistikleri

Literatürde gerçekleşen değer ile tahmin edilen değer arasında meydana gelen sapmaların işareti ve büyüklüğü dikkate alınmaksızın kullanılan birtakım tahmin hata istatistikleri yöntemleri bulunmaktadır. Literatürde en çok kullanılan tahmin hata istatistikleri; Ortalama Hata (ME-Mean Error), Ortalama Hata Karesi (MSE- Mean Square Error), Ortalama Hata Karesinin Kökü (RMSE- Root Mean Square Error), Ortalama Mutlak Hata (MAE- Mean Absolute Error), Ortalama Mutlak Hata Yüzdesi (MAPE- Mean Absolute Percent Error) ve Theil-U yöntemleridir.

Buna göre, bu yöntemler ε_t hata değerini, $\hat{\sigma}$ tahmin değerini, σ_t gerçekleşen değeri, N gözlem sayısını belirtmek üzere, aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır (Poon, 2005):

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon_t = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t - \sigma_t) \quad (2.36)$$

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t - \sigma_t)^2 \quad (2.37)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t - \sigma_t)^2} \quad (2.38)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |\varepsilon_t| = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |\hat{\sigma}_t - \sigma_t| \quad (2.39)$$

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|\varepsilon_t|}{\sigma_t} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|\hat{\sigma}_t - \sigma_t|}{\sigma_t} \quad (2.40)$$

$$Theil-U = \frac{\sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t - \sigma_t)^2}{\sum_{t=1}^N (\hat{\sigma}_t^{BM} - \sigma_t)^2} \quad (2.41)$$

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

GEOMETRİK BROWNIAN HAREKETİN VE ARIMA MODELİNİN BIST-30, BIST-100 VE S&P 500 ENDEKSLERİNE UYGULANMASI

3.1. ARAŞTIRMANIN KONUSU VE AMACI

Menkul kıymet borsalarının finansal sistem içinde gerek piyasa mekanizmasının işlerliği açısından, gerek iktisadi sistemin işlevselliği açısından özel bir yeri vardır.

Menkul kıymet borsalarının işlem hacmi, fiyat seviyesi, fiyat dalgalanmaları ve bu dalgalanmaların hacmi, ekonomik konjonktür hakkında temel bilgiler vermektedir. Finansal sektör ile reel sektör arasındaki oynak ve değişken ilişki menkul kıymet borsalarında ortaya çıkan fiyat dinamikleri vasıtasıyla analiz edilebilir. Bunun yanında temel makro değişkenlerin önemli bir belirleyicisi olan beklentilerin borsalardaki fiyat dinamiklerinden türetilmesi mümkündür. Bu bağlamda menkul kıymet borsalarındaki fiyat dinamiklerinin incelenmesi ve gelecekte ortaya çıkabilecek fiyat dalgalanmalarının tahminine yönelik çabalar, finansçıların temel uğraşları arasında yer almıştır.

Bu açıdan bakıldığında, çalışmanın amacı; endeks değerlerinin belirli bir süre içinde ne olacağı sorusuna yanıt aramaktır. Bu sorunun yanıtı için ise, günümüzde rastsal bir şekilde finansal piyasaları modellemek için en çok kullanılan model olan Geometrik Brownian Hareketi'nden ve geleneksel zaman serisi metotlarından Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalama (ARIMA) modelinden yararlanılmıştır.

3.2. ARAŞTIRMANIN KISITLARI, YÖNTEMİ VE UYGULAMADA KULLANILAN VERİ SETİ

Araştırmanın evrenini 03.01.2005 ile 30.11.2015 tarihleri arasındaki BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endekslerinin günlük kapanış değerleri oluşturmaktadır. Bu endekslere ait veriler Bloomberg veri tabanından elde edilmiştir.

Söz konusu tarihler arasında, her bir endekse ait 2746 adet günlük kapanış değeri bulunmaktadır. İlk aşamada bu endekslerin günlük logaritmik getirileri hesaplanmıştır. Bu getirilerin tamamlayıcı istatistikleri Eviews 8 paket programı kullanılarak

çıkarılmıştır. Bu istatistikler, modellemenin sabit parametreleri olan μ (getiri) ve σ (standart sapmayı) günlük olarak gösterecektir.

İkinci aşamada çalışmanın simülasyonu olan Geometrik Brownian Hareketin açık çözümü Excel’de oluşturulmuştur. Burada açık çözümün difüzyon kısmı olan $\sigma \cdot \varepsilon \sqrt{dt}$ (ε) epsilon’a normal dağılım tablosundan ortalaması 0, standart sapması 1 olan rastsal veri üretilmiş ve her bir adım için yeni bir endeks fiyatı modellenmiştir. Üretilen rastsal veriler Excel’de NORMTERS rastgele sayı üretimi fonksiyonu ile üretilmiştir.

Çalışma konusu yapılan üç endekse ilişkin özet bilgiler şu şekildedir:

BIST-30 Endeksi; Ulusal Pazar’da işlem gören şirketlerle, girişim sermayesi yatırım ortaklıkları ve Kurumsal Ürünler Pazarı’nda işlem gören gayrimenkul yatırım ortaklıkları arasından seçilen 30 şirketin yer aldığı borsa endeksidir.

BIST-100 Endeksi; Ulusal Pazar’da işlem gören şirketlerle, girişim sermayesi yatırım ortaklıkları ve Kurumsal Ürünler Pazarı’nda işlem gören gayrimenkul yatırım ortaklıkları arasından seçilen 100 şirketin yer aldığı borsa endeksi olup, BIST 30 ve BIST 50 endekslerine dahil payları da kapsamaktadır (<http://bankamufettisleri.blogspot.com.tr/2013/07/bist-ve-bist-endeksleri-nedir.html>).

S&P 500 Endeksi ise; Standard & Poor’s tarafından oluşturulan ve Amerikan hisse senedi piyasasının yaklaşık %75’ini kapsayan 500 büyük şirketin yer aldığı borsa endeksidir (https://tr.wikipedia.org/wiki/S%26P_500).

Öncelikle, her bir endeksin günlük getirisi hesaplanmıştır. Getirilerin hesaplamasında endeks fiyatlarının genel olarak üstel artış gösterdiği dikkate alınmış ve getiri hesaplama yönteminde logaritmik yöntem kullanılmıştır. Analiz için logaritmik getiriler aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanmıştır. Bu hesaplama sonucunda veri seti 1 adet azalarak 2745’e düşmüştür.

$$r_t = \ln \frac{(P_t)}{(P_{t-1})} \quad (3.1)$$

Burada;

r_t = Günlük getiri,

P_{t-1} = Endeksin bir önceki gün sonu kapanış rakamı,

P_t = Endeksin gün sonu kapanış rakamı olarak ifade edilmiştir.

Aşırı uç değerlerin olumsuz etkilerinden kaçınma isteği nedeniyle logaritmik getiriler tercih edildiğinden; önce fiyat endekslerinden alınan günlük kapanış verilerinin logaritmik getirileri hesaplanmıştır.

Çarpıklık (skewness) ve basıklık (kurtosis) ölçüleri zaman serisinin normal dağılım gösterip göstermediğinin sınanmasında kullanılır. Çarpıklık (skewness) ölçütü, dağılımın ortalama değere göre simetrikliğinin derecesini, basıklık (kurtosis) ölçütü ise rassal değişkenin basıklığını ya da dağılımının sivrililiğini gösterir.

Çarpıklık ve basıklık değerleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Gujarati, 2004):

$$\text{Çarpıklık (Skewness)} = S = \frac{[E(X - \mu)^3]^2}{[E(X - \mu)^2]^3} = \frac{3. \text{ momentin karesi}}{2. \text{ momentin küpü}} \quad (3.2)$$

$$\text{Basıklık (Kurtosis)} = K = \frac{E(X - \mu)^4}{[E(X - \mu)^2]^2} = \frac{4. \text{ moment}}{2. \text{ momentin karesi}} \quad (3.3)$$

X : zaman serisi değerleri

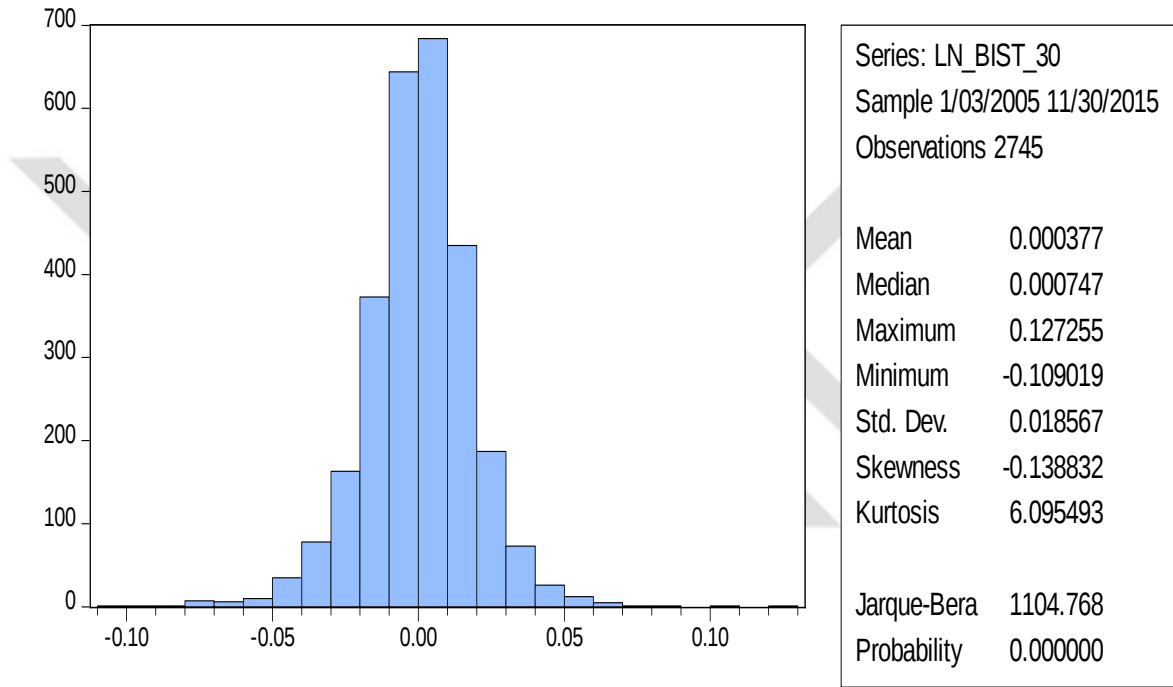
μ : zaman serisi ortalaması

Çarpıklık ölçütü beklenen değere göre üçüncü moment olarak adlandırılır ve μ_3 ile gösterilir. Bir zaman serisi normal dağılım gösteriyorsa, çarpıklık değeri 0'dır. Eğer $\mu_3 = 0$ ise, rassal değişkenin simetrik dağılım gösterdiğini; 0'dan büyük ($\mu_3 > 0$) bir çarpıklık değeri ise, o serinin sağa çarpık dağılım gösterdiğini; 0'dan küçük bir çarpıklık değeri ($\mu_3 < 0$) ise, o serinin sola çarpık dağılım gösterdiğini ifade eder.

Basıklık ölçütü ise μ_4 ile gösterilir ve beklenen değere göre 4. moment olarak adlandırılır. Momentler, herhangi bir olasılık fonksiyonunun başlangıç noktası etrafındaki dağılımı verilen rassal değişkenin kuvvetlerinin beklenen değerleridir. Bir zaman serisi normal dağılım gösteriyorsa, basıklık değeri 3'tür. 3'ten büyük bir basıklık değeri o serinin sivri (ince-uzun kuyruklu) bir dağılım gösterdiğini, 3'ten küçük bir basıklık değeri o serinin basık (kalın –kısa kuyruklu) bir dağılım gösterdiğini ifade eder (Durmuşkaya, 2011).

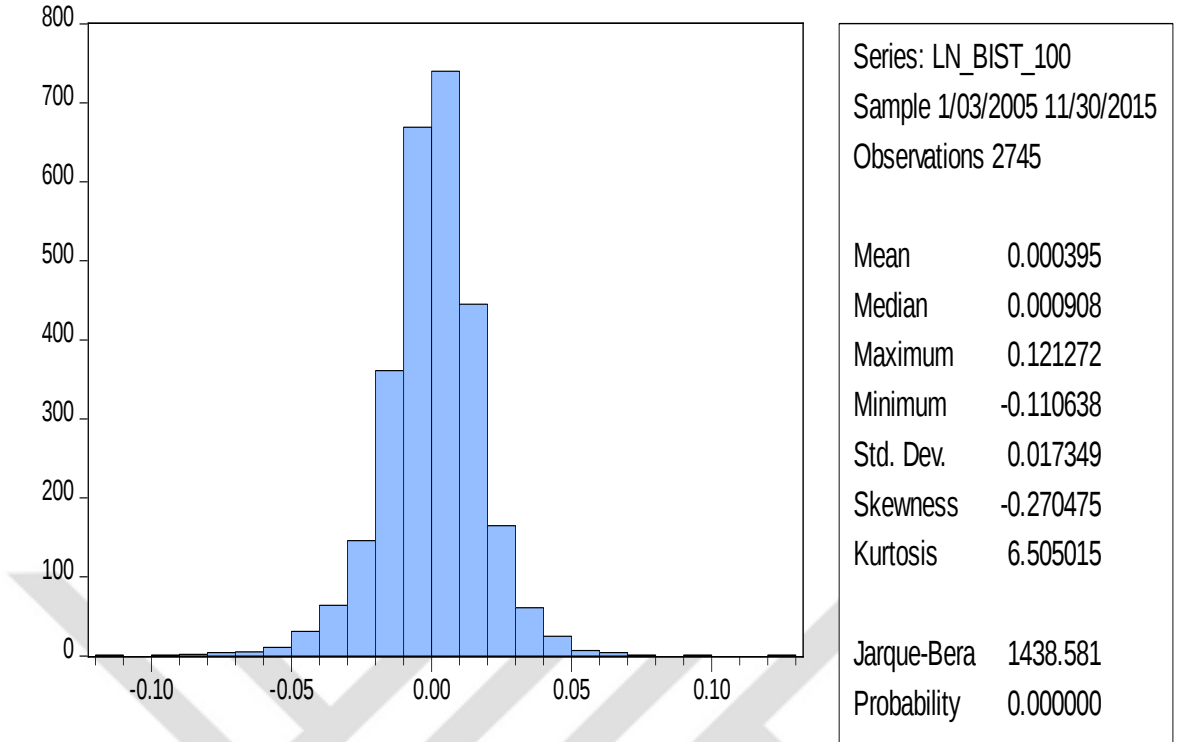
Endekslere ait getiriler hesaplandıktan sonra tanımlayıcı istatistikler Eviews 8 paket programı kullanılarak hesaplanmıştır. Tanımlayıcı istatistiklerden elde edilen ortalama getiri oranı ve standart sapma geometrik brownian hareketin simülasyonunda kullanılacak olan sabit parametreleri oluştururlar.

Endeks değerleri öncelikle logaritmik farkı alınarak getiri serisi halini almıştır. Elimizdeki getiri serilerinin histogramıyla birlikte tanımlayıcı istatistik değerleri aşağıda verilmiştir.



Şekil 3. 1. BIST-30 Endeks Getirilerinin Tanımsal İstatistikleri.

Yukarıda BIST-30'un getiri dağılımı incelendiğinde, günlük minimum getiri oranının -%10,9019 ve maksimum getiri oranının ise %12,7255 olduğu görülmektedir. BIST-30'un getiri ortalamasının 0,000377 olduğu, modunun ve medyanının 0,000747'e eşit olduğu tablodan anlaşılmaktadır. Getirilerin varyansının karekökü olan günlük standart sapma ise %1,8567'dir. BIST-30'un basıklık katsayısı 6,095493 çarpıklık katsayısı ise -0,138832'dir. BIST-30'un getirilerinin dağılımı normal dağılımdan daha sivri ve dağılım sola çarpık – yöne doğru eğilimlidir.



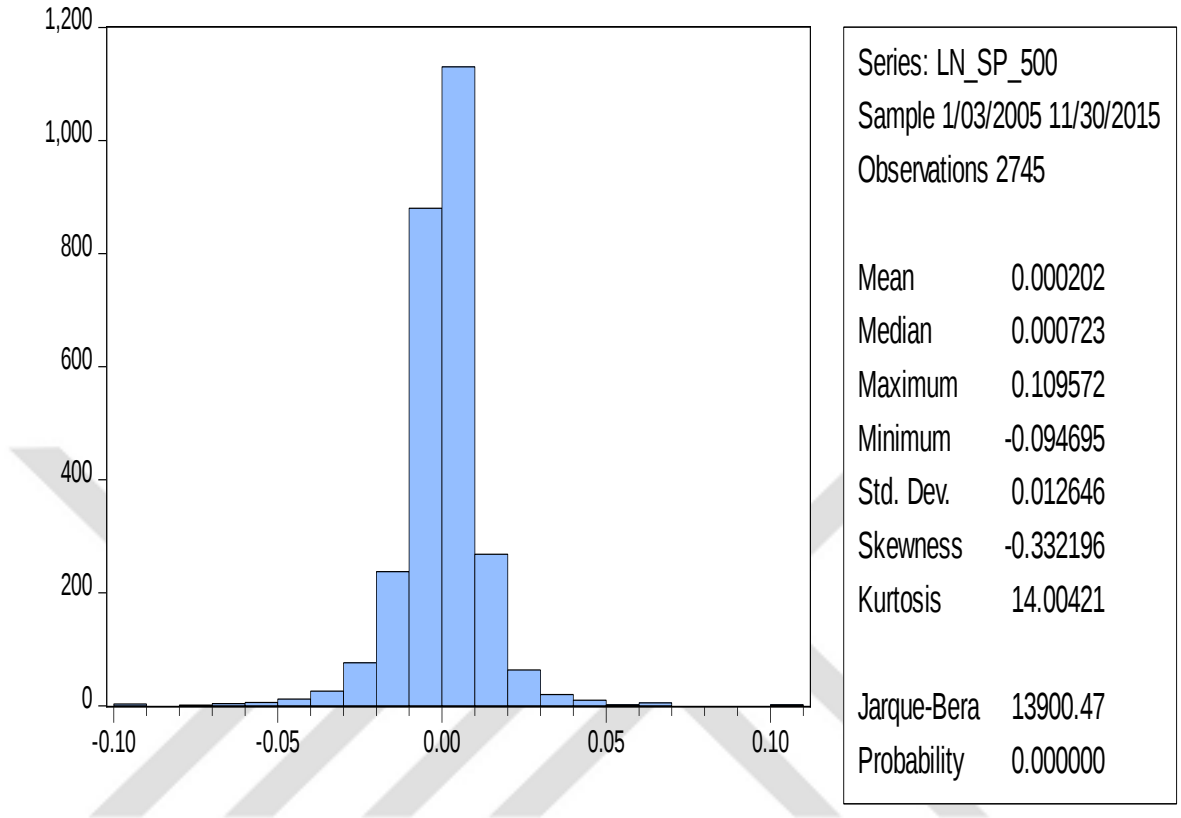
Şekil 3. 2. BIST-100 Endeks Getirilerinin Tanımsal İstatistikleri.

Yukarıda BIST-100'ün getiri dağılımını incelendiğinde, günlük maksimum getiri oranının %12,1272 ve minimum getiri oranının ise -%11,0638 olduğu görülmektedir. BIST-100'ün getiri ortalamasının 0,000395 olduğu ve medyanının 0,000908'e eşit olduğu tablodan anlaşılmaktadır. Getirilerin varyansının karekökü olan dağılımın ikinci momenti olarak da adlandırılan standart sapma ise %1,7349'dur.

Buradaki standart sapma günlük standart sapmadır. Ayrıca standart sapma ve ortalamaya ek olarak dağılım hakkında bilgi veren çarpıklık ve basıklık katsayıları vardır. Bunlar dağılımın 3. ve 4. momentleridir. Dağılım için çarpıklık katsayısı yorumlamaları; $\text{ÇK} = 0$ ise dağılım simetrik, $\text{ÇK} < 0$ ise dağılım sola doğru çarpık ya da (-) yöne eğilimlidir, $\text{ÇK} > 0$ ise dağılım sağa doğru çarpık ya da (+) yöne eğilimlidir yönünde olmalıdır.

Dağılımın şekli hakkında fikir edinmeye yarayan ölçütlerden bir diğeri ise basıklık katsayısıdır. $B = 3$ ise dağılımın yüksekliği normal dağılıma uygundur, $B < 3$ ise dağılım standart normalden basık, $B > 3$ ise dağılım standart normal dağılımdan sivridir şeklinde yorumlanmalıdır. BIST-100'ün basıklık katsayısı 6,505015;

çarpıklık katsayısı ise -0,270475'dir. Yani BIST-100'ün getiri dağılımı sola çarpık ve normal dağılımdan daha sivri bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir.



Şekil 3. 3. S&P 500 Endeks Getirilerinin Tanımsal İstatistikleri.

Şekil 3.3 incelendiğinde, S&P 500 endeksinin günlük kapanış rakamlarından elde edilerek oluşturulan logaritmik getiri serisinin standart sapmasının, yani riskinin %1,2646 olarak hesaplandığı görülmektedir. Serinin ortalamasının, yani günlük getirisinin ise %0,0202 olduğu, minimum -%9,4695 ile maksimum %10,9572 arasında değişim göstererek yatırımcısına kaybettirdiği ve kazandırdığı aralıklar grafikte yer almaktadır.

Serinin Skewness değeri, yani çarpıklık ölçüsü -0,332196 gibi negatif bir değer olarak, hafif sola yatık fakat simetriye uygun bir görüntüdedir. Kurtosis değeri, yani basıklığı ifade eden değeri ise 14,00421 gibi bir değer olarak referans değer olan 3'ün üzerinde yer almasından dolayı serinin dağılımının sivri bir görünümde olduğu gözlemlenmiştir.

3.3. GEOMETRİK BROWNIAN HAREKET SİMÜLASYONU İLE ENDEKS GETİRİLERİNİN TAHMİNİ

Geometrik Brownian Hareket; hisse senedi, emtia ve benzeri finansal varlıkların fiyatlarının gelecekte alması olası değerlerinin rastsal bir biçimde modellenmesi için kullanılan en uygun ve popüler yöntem olarak kabul edilir. Aşağıdaki Geometrik Brownian Hareketin formülü Excel çalışma sayfasında oluşturulup yeni fiyatlar modellenmiştir;

$$S(t) = S_0 \exp \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W(t) \right] \quad (3.4)$$

Aşağıda, formülü oluşturan parametrelerin açıklamaları verilmiştir.

$S(t)$ = Endeksin t zamandaki değerini,

S_0 = Endeksin başlangıç değerini,

$\exp$ = Üstel fonksiyon,

μ = Endeksin getiri oranı,

σ = Endeksin standart sapması,

Δt = zaman periyodu,

$W(t) = \varepsilon \cdot \sqrt{dt} = \text{Wiener Süreci,}$

ε = standart sapması 1, ortalaması 0 olan, standart normal dağılım tablosundan gelen rastsal rakam.

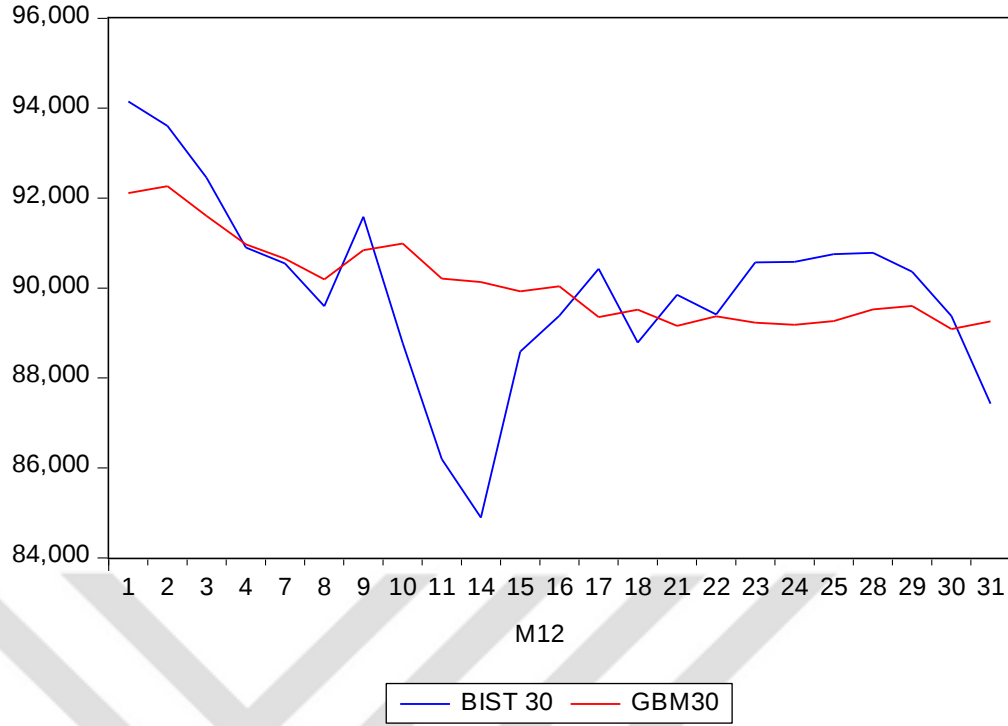
Günlük endeks değişimlerinin simülasyonunda $\Delta t = 0,0397$ (1/252) olarak hesaplanmış ve çalışmada baz alınmıştır. 252 olarak alınmasının sebebi bir yılın 252 iş gününden oluşmasıdır.

Formülde rastsal değer olan ε (epsilon), endeksler için ayrı ayrı oluşturulmuştur. Bu sayıların üretiminde Excel'de normal dağılıma sahip rastsal sayı üretim fonksiyonu olan NORMTERS fonksiyonu kullanılmıştır. Geometrik Brownian Hareket simülasyonunun endekslere uygulanmasına ilişkin simülasyon değerleri aşağıda verilmiştir.

Tablo 3. 1. BIST-30 Endeksi İçin GBM Simülasyonu.

Parametreler	
Son Fiyat (S_0)	92.191,64
Volatilite σ (sigma)	1,86%
Getiri μ (mu)	0,04%
Zaman Periyodu Δt (dt)	0,0397

Δt	μ	Belirsizlik	Değişim	S_0
0				92.191,64
0,0397	1,370311	-80,152351	-78,782	92.112,86
0,0794	1,36914	149,318991	150,6881	92.263,55
0,1191	1,371379	-661,6026	-660,231	91.603,31
0,1588	1,361566	-633,4923	-632,131	90.971,18
0,1985	1,35217	-322,21489	-320,863	90.650,32
0,2382	1,347401	-458,79396	-457,447	90.192,87
0,2779	1,340602	646,754426	648,095	90.840,97
0,3176	1,350235	148,328144	149,6784	90.990,65
0,3573	1,352459	-783,29114	-781,939	90.208,71
0,397	1,340837	-76,771483	-75,4306	90.133,28
0,4367	1,339716	-206,38573	-205,046	89.928,23
0,4764	1,336668	111,451534	112,7882	90.041,02
0,5161	1,338344	-690,42073	-689,082	89.351,94
0,5558	1,328102	162,623928	163,952	89.515,89
0,5955	1,330539	-361,59637	-360,266	89.155,62
0,6352	1,325184	213,980142	215,3053	89.370,93
0,6749	1,328384	-142,87043	-141,542	89.229,39
0,7146	1,326281	-49,455045	-48,1288	89.181,26
0,7543	1,325565	81,5802251	82,90579	89.264,17
0,794	1,326798	259,872187	261,199	89.525,36
0,8337	1,33068	77,5059257	78,83661	89.604,20
0,8734	1,331852	-520,04422	-518,712	89.085,49
0,9131	1,324142	170,846691	172,1708	89.257,66



Şekil 3. 4. BIST-30 Endeks Verileri ile GBM Tahmin Verilerinin Karşılaştırılması.

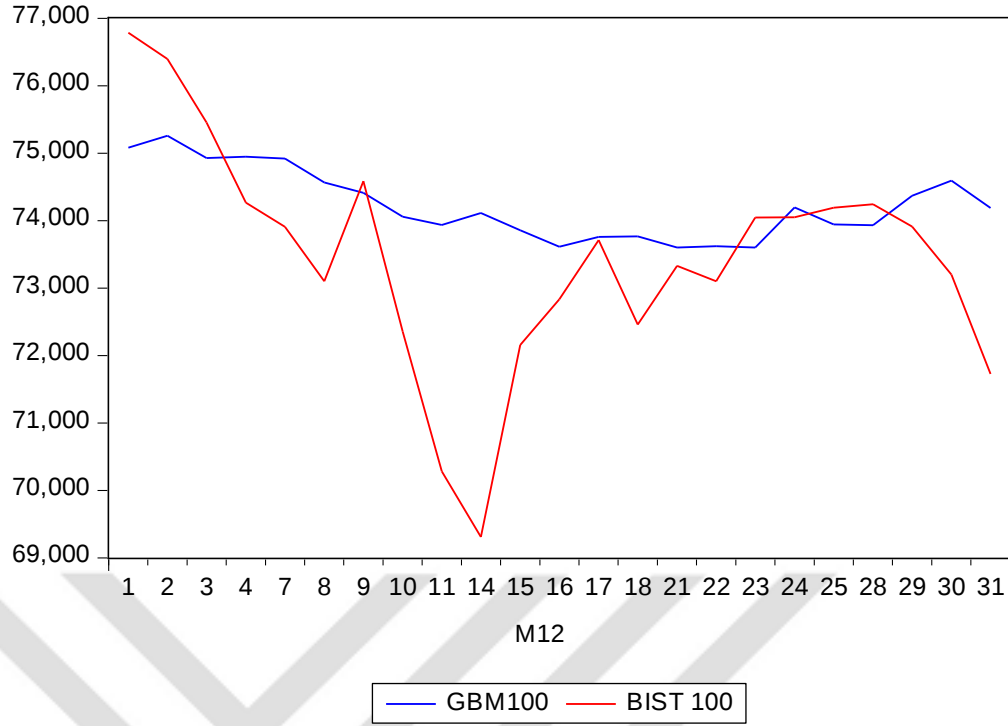
Tablo 3.1’de verilen BIST-30 endeksi için 01.12.2015 günü kapanış değeri olan 92.191,64 başlangıç değeri olarak alınarak yapılan simülasyonda, bir aylık için simülasyon sonucu, endeksin maksimum değerini 92.263,55 verirken, buna karşılık minimum değerini 89.085,49 olarak hesaplanmıştır.

Çeşitli ekonomik ve siyasi nedenlerden dolayı değerler ani yükselme ve düşmeler gösterse bile ortalama seviyesine dönme eğilimi mevcuttur. BIST-30 endeksi için elde edilen GBM modelinden türetilen örneklem eğrisinin, BIST-30 endeksinin gerçek verilerinin göstermiş olduğu eğriye çok yakın olduğu görülmektedir.

Tablo 3. 2. BIST-100 Endeksi İçin GBM Simülasyonu.

Parametreler	
Son Fiyat(S_0)	75.232,79
Volatilite σ (sigma)	1,73%
Getiri μ (mu)	0,04%
Zaman Periyodu Δt (dt)	0,0397

Δt	μ	Belirsizlik	Değişim	S_0
0				75.232,79
0,0397	1,118239	-152,91116	-151,793	75.081,00
0,0794	1,115983	175,781588	176,8976	75.257,89
0,1191	1,118612	-333,05615	-331,938	74.925,96
0,1588	1,113678	19,842646	20,95632	74.946,91
0,1985	1,11399	-27,981794	-26,8678	74.920,05
0,2382	1,113591	-354,79256	-353,679	74.566,37
0,2779	1,108334	-154,13228	-153,024	74.413,34
0,3176	1,106059	-356,08684	-354,981	74.058,36
0,3573	1,100783	-123,7476	-122,647	73.935,72
0,397	1,09896	174,001383	175,1003	74.110,82
0,4367	1,101562	-253,94998	-252,848	73.857,97
0,4764	1,097804	-246,44844	-245,351	73.612,62
0,5161	1,094157	144,264984	145,3591	73.757,98
0,5558	1,096318	8,59680319	9,693121	73.767,67
0,5955	1,096462	-170,33989	-169,243	73.598,43
0,6352	1,093946	19,777328	20,87127	73.619,30
0,6749	1,094257	-21,790208	-20,696	73.598,60
0,7146	1,093949	593,700215	594,7942	74.193,39
0,7543	1,10279	-252,83788	-251,735	73.941,66
0,794	1,099048	-12,926792	-11,8277	73.929,83
0,8337	1,098872	438,993278	440,0922	74.369,92
0,8734	1,105414	222,266007	223,3714	74.593,30
0,9131	1,108734	-408,29202	-407,183	74.186,11



Şekil 3. 5. BIST-100 Endeks Verileri ile GBM Tahmin Verilerinin Karşılaştırılması.

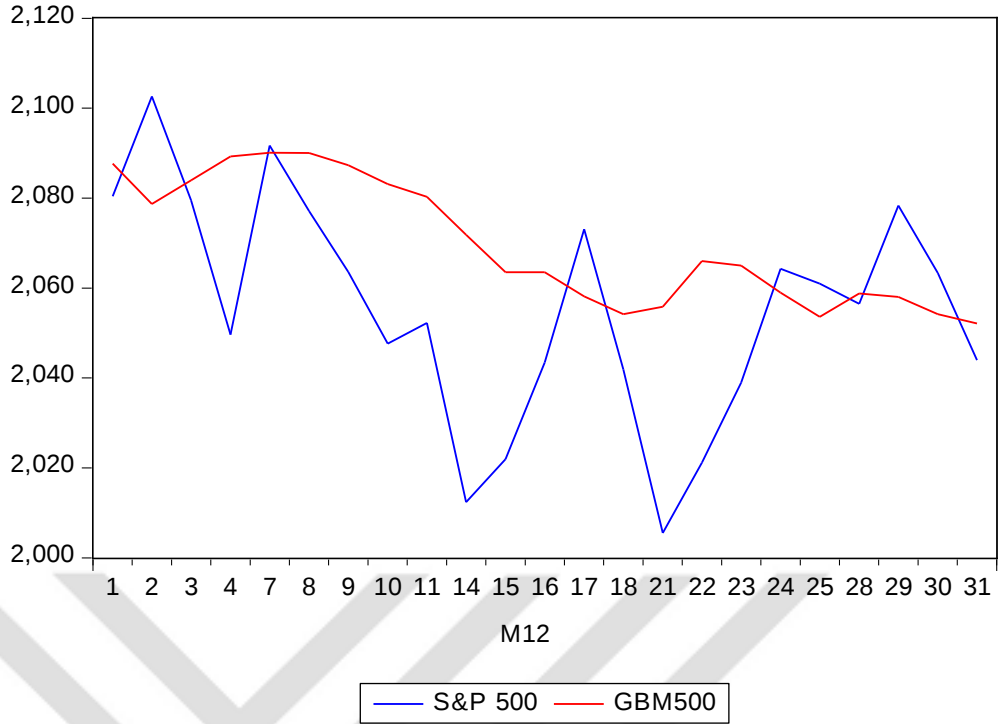
Tablo 3.2’de verilen BIST-100 endeksi için 01.12.2015 günü kapanış değeri olan 75.232,79 başlangıç değeri olarak alınarak yapılan simülasyonda, bir aylık için simülasyon sonucu endeksin maksimum değerini 75.257,89 verirken, buna karşılık minimum değeri 73.598,43 olarak hesaplanmıştır.

Çeşitli ekonomik ve siyasi nedenlerden dolayı değerler ani yükselme ve düşmeler gösterse bile ortalama seviyesine dönme eğilimi mevcuttur. BIST-100 endeksi için elde edilen GBM modelinden türetilen örneklem eğrisinin, BIST-100 endeksinin gerçek verilerinin göstermiş olduğu eğriye çok yakın olduğu görülmektedir.

Tablo 3. 3. S&P 500 Endeksi İçin GBM Simülasyonu.

Parametreler	
Son Fiyat (S_0)	2.090,11
Volatilite σ (sigma)	1,26%
Getiri μ (mu)	0,02%
Zaman Periyodu Δt (dt)	0,0397

Δt	μ	Belirsizlik	Değişim	S_0
0				2.090,11
0,0397	0,016595	-2,4827605	-2,46617	2.087,64
0,0794	0,016576	-8,9397068	-8,92313	2.078,72
0,1191	0,016505	5,22334049	5,239846	2.083,96
0,1588	0,016547	5,28106238	5,297609	2.089,26
0,1985	0,016589	0,78903016	0,805619	2.090,06
0,2382	0,016595	-0,0709753	-0,05438	2.090,01
0,2779	0,016595	-2,7242718	-2,70768	2.087,30
0,3176	0,016573	-4,1986404	-4,18207	2.083,12
0,3573	0,01654	-2,8665459	-2,85001	2.080,27
0,397	0,016517	-8,4332916	-8,41677	2.071,85
0,4367	0,016451	-8,3390109	-8,32256	2.063,53
0,4764	0,016384	-0,0374697	-0,02109	2.063,51
0,5161	0,016384	-5,3995008	-5,38312	2.058,13
0,5558	0,016342	-3,9498625	-3,93352	2.054,19
0,5955	0,01631	1,64540274	1,66713	2.055,85
0,6352	0,016323	10,1162124	10,13254	2.065,99
0,6749	0,016404	-0,9977014	-0,9813	2.065,01
0,7146	0,016396	-6,0561513	-6,03976	2.058,97
0,7543	0,016348	-5,3752183	-5,35887	2.053,61
0,794	0,016306	5,18707304	5,203379	2.058,81
0,8337	0,016347	-0,8000424	-0,7837	2.058,03
0,8734	0,016341	-3,8449505	-3,82861	2.054,20
0,9131	0,01631	-2,1195008	-2,10319	2.052,09



Şekil 3. 6. S&P 500 Endeks Verileri ile GBM Tahmin Verilerinin Karşılaştırılması.

Tablo 3.3’de verilen S&P 500 endeksi için 01.12.2015 günü kapanış değeri olan 2.090,11 başlangıç değeri olarak alınarak yapılan simülasyonda, bir aylık için simülasyon sonucu endeksin maksimum değeri 2.090,06 verirken, buna karşılık minimum değeri 2.052,09 olarak hesaplanmıştır.

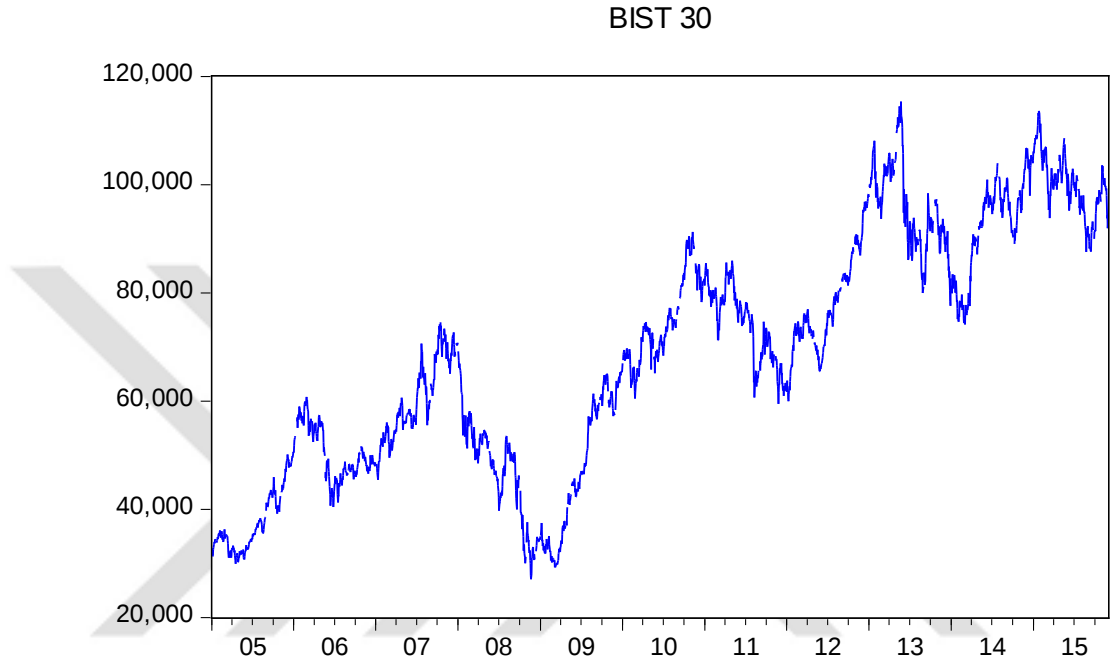
Çeşitli ekonomik ve siyasi nedenlerden dolayı değerler ani yükselme ve düşmeler gösterse bile ortalama seviyesine dönme eğilimi mevcuttur. S&P 500 endeksi için elde edilen GBM modelinden türetilen örneklem eğrisinin, S&P 500 endeksinin gerçek verilerinin göstermiş olduğu eğriye çok yakın olduğu görülmektedir.

3.4. ARIMA (BOX-JENKINS) YÖNTEMİ İLE ENDEKS GETİRİLERİNİN TAHMİNİ

Bu bölümde BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endekslerinin 03.01.2005 - 30.11.2015 tarihleri arasındaki günlük kapanış değeri verileri kullanılarak ARIMA modeli ile bir aylık dönem için örneklem dışı öngörü yapılacaktır. Bu uygulamada Eviews 8 paket programı kullanılmıştır. İlk olarak istatistiki olarak endeks verileri analiz edilmiştir.

Bloomberg terminalinden elde edilen veriler 03.01.2005-30.11.2015 tarihleri arasını kapsamaktadır.

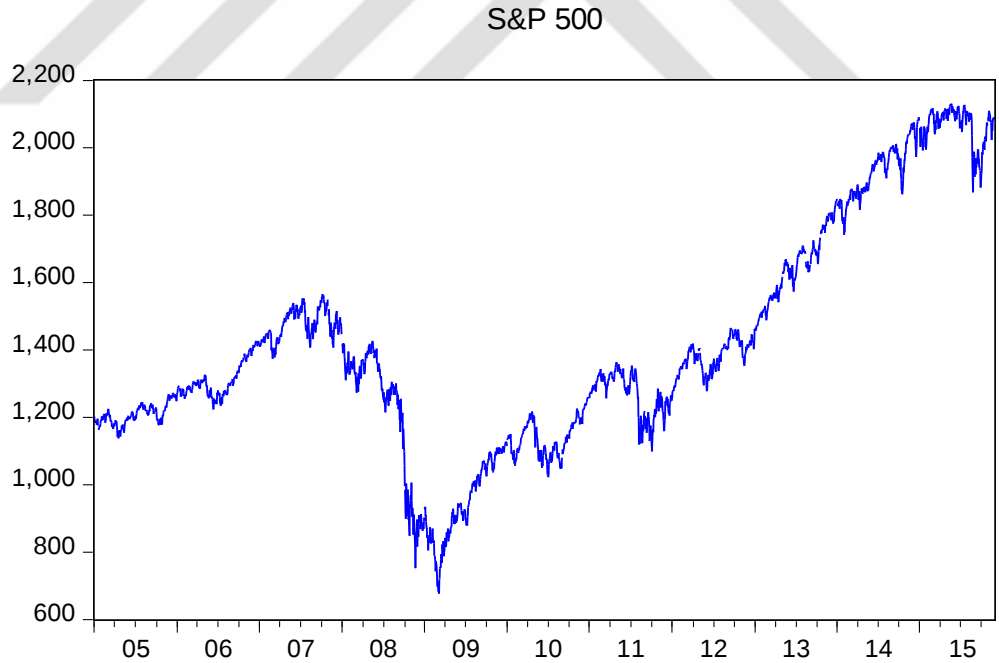
03.01.2005 - 30.11.2015 tarihleri arasındaki BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endekslerine ait günlük kapanış değeri verilerine ait zaman yolu grafikleri aşağıda gösterilmektedir.



Şekil 3. 7. BIST-30 Endeksi Verileri Zaman Yolu Grafiği.



Şekil 3. 8. BIST-100 Endeksi Verileri Zaman Yolu Grafiği.

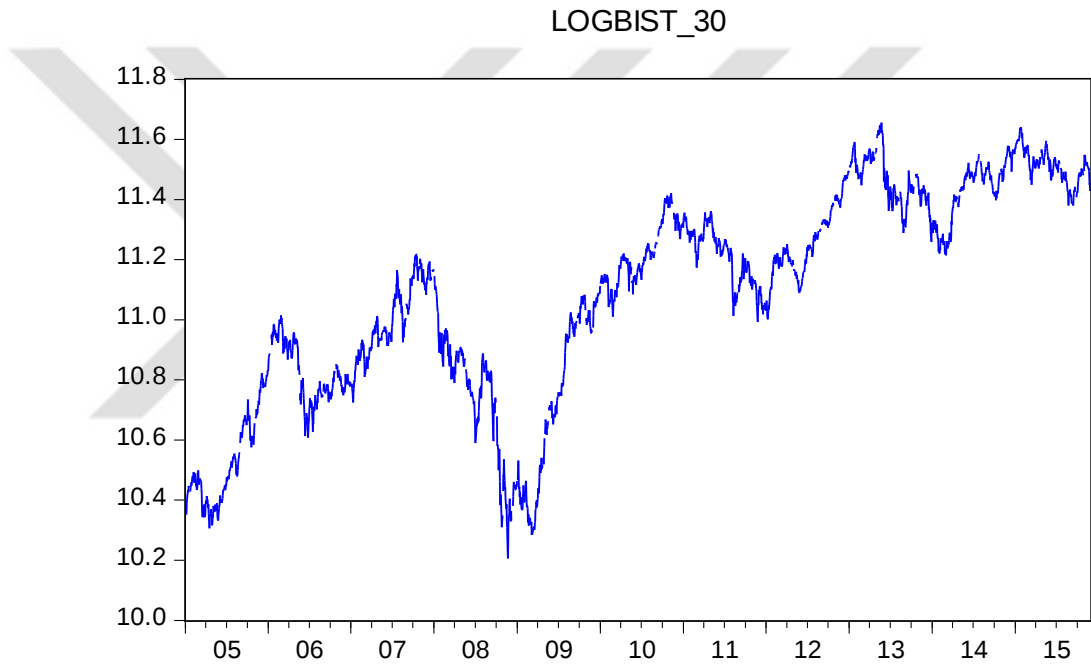


Şekil 3. 9. S&P-500 Endeksi Verileri Zaman Yolu Grafiği.

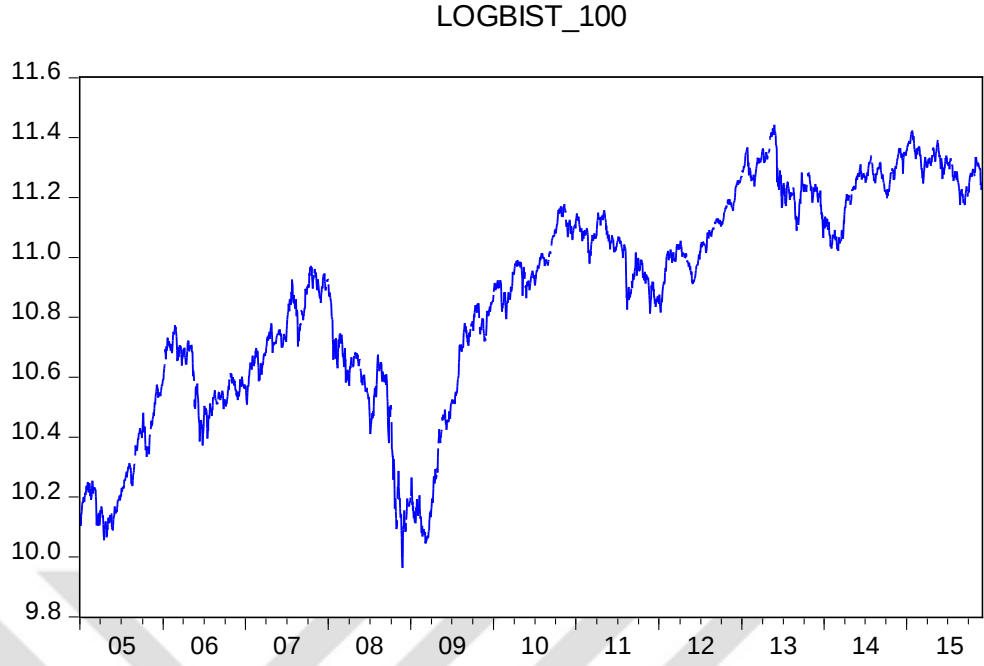
Model belirlenirken ilk koşul incelenen serinin durağan olup olmadığının tespit edilmesidir. Çünkü durağanlık model tanımlamasının yapılabilmesi için ilk koşuldur. Serinin durağan olmaması, serinin ortalaması ve varyansının zamana bağlı değiştiği

anlamına gelmektedir. Bu durum seriye ait kurulacak modelin yanlış tanımlanmasına neden olmaktadır. Müdahale öncesi verilerin durağanlık durumu grafiksel analiz incelenmesiyle tespit edilmektedir. Buna göre Şekil 3.7, 3.8 ve 3.9 incelendiğinde serinin artan bir eğilim gösterdiği, yani durağan olmadığı görülmektedir.

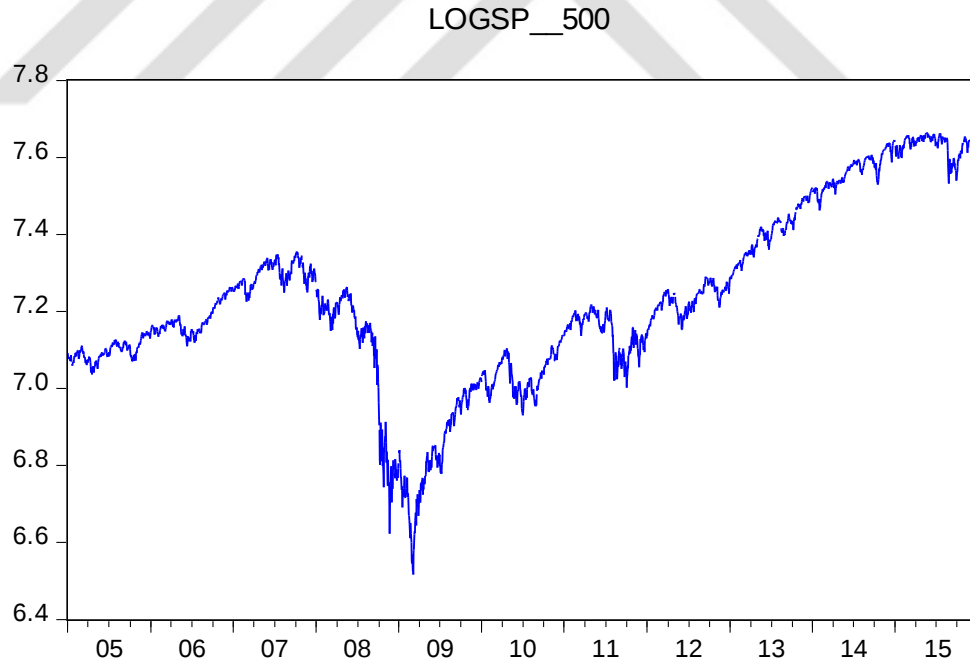
İncelenen serinin varyansını sabitleştirmek amacıyla öncelikle seriye, uygun bir dönüşüm uygulanması gerekmektedir. Logaritması alınan serinin değerleri ile zaman yolu grafiği sırayla Şekil 3.10, 3.11 ve 3.12’ de gösterilmiştir. Logaritmik dönüşüm uygulanan seri grafik üzerinde incelendiğinde, seride artan düzeyde bir eğilim olduğu, durağanlığın sağlanamadığı görülmektedir.



Şekil 3. 10. BIST-30 Endeksi Logaritmik Getiri Verileri Zaman Yolu Grafiği.



Şekil 3. 11. BIST-100 Endeksi Logaritmik Getiri Verileri Zaman Yolu Grafiği.



Şekil 3. 12. S&P 500 Endeksi Logaritmik Getiri Verileri Zaman Yolu Grafiği.

3.4.1. Birim Kök Testi Sonuçları

Bu bölümde BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 logaritmik getiri endeksi serilerine ait birim kök testlerinin sonuçları yer almaktadır

Çalışmada, model tahmini aşamasına geçmeden önce endekslerin getiri serisinin durağan olup olmadığının incelenmesi gerekmektedir. Bu amaçla, durağanlık testleri içerisinde yaygın olarak bilinen KPSS testi kullanılmıştır.

Zaman serilerinin analizi yapılırken yapılacak işlerin başında serilerin en önemli özelliği olan durağan ya da durağan olmama durumunun ortaya çıkarılması gelmektedir. İktisadi değişkenler arasında anlamlı ilişkiler kurabilmek için serilerin durağan olmaları, değilse de durağan hale getirilmeleri gerekmektedir.

Durağanlık bir zaman serisinin varyansının, ortalamasının ve ne zaman ölçülürse ölçülsün çeşitli gecikmelerdeki ortak varyansının hep aynı kalması durumudur. Burada, zaman içinde varyansı ile ortalaması değişmeyen ve iki dönem arasındaki ortak varyansı bu ortak varyansın hesaplandığı döneme değil de yalnızca iki dönem arasındaki uzaklığa bağlı olan olasılıklı bir süreç için durağanlıktan söz edilmektedir (Gujarati, 2009).

Önceleri zaman serileri ile ilgili olarak genel görüş, bu serilerin esas olarak uzun dönemde düzgün bir trend gösterdiği, bu trendin etrafındaki dalgalanmaların ise kısa dönemde, maruz kalınan ancak etkileri kısa süren dışsal bazı şoklardan kaynaklandığı yönünde olmuştur. Bu durum, makroekonomik serilerin bir trend etrafında durağan bir karaktere sahip olduğu, yani bu trendden geçici sapmalar olsa bile, zaman içinde serilerin trend değerine döneceği anlamına gelmektedir. Ancak, zaman serisi analizlerinin son yıllarda gelişimi sayesinde iktisadi değişkenlerin birçoğunun gösterdiği trendlerin kendilerinin de meydana gelen dalgalanmalardan kaçınmadığı ortaya konulmuştur. Bu sayede birkaç dönemde değişkenler üzerindeki etkileri yok olan geçici şokların yanı sıra, uzun süre etkileri devam eden kalıcı şokların varlığı da bilinmektedir. Serinin belirli bir değere doğru yaklaşmasını, bu kalıcı şokların oluşturduğu trend engellemektedir. Değişkenlerin belirli bir değere doğru yaklaşması olarak tanımlanan durağanlık açısından bu trend, durağan olmayan bir özellik taşımakta ve şokların tanımı gereği, önceden öngörülemeyen tesadüfi niteliğinden dolayı bu trend "Stokastik Trend" olarak adlandırılmaktadır (Tarı, 2002). Meydana gelen rassal şokların

serinin belirli bir değere doğru yaklaşmasını engellemesi, seriye ait değerlerin önceden tahminine engel olacağından, serilerin rassal yürüyüş sergilediği kabul edilmektedir.

Zaman serileri, aynı zamanda önceden tahminlerin yapılmasında yoğun olarak kullanılmaktadır. Diğer yandan Saadi ve Rahman (2007) ile Yılcı ve Özcan (2009) birim köke sahip serilerin rassal yürüyüş serileri olduğunu ifade edebilmek için kalıntılarında (residuals) rassal olmaları gerektiğini yaptıkları çalışmalarla ortaya koymuşlardır. Buradan hareketle serilerin rassallık sınamaları yapılırken, hata terimlerinin de rassallığının test edilmesi gerekmektedir.

Bir zaman serisi, rassal yürüyüşte olduğu gibi zaman içinde tümüyle stokastik ya da rassal şokların etkisiyle yavaşça artma veya azalma ve kayma eğilimi gösterebilir. Bu durumda uzun dönemde rassal süreç, ortalamasından uzaklaşma eğiliminde diye nitelendirilmektedir.

Buradan hareketle hipotezler;

H₀: Birim kök var (Seri durağandır.)

H₁: Birim kök yok (Seri durağan değildir)

şeklinde olacaktır.

İlk önce serilerin farkı alınmadan birim kök testi yapılacaktır. Durağanlık sağlanamazsa, fark alma işlemi yapılacaktır.

3.4.1.1. Fark Alınmadan Yapılan Birim Kök Testi Sonuçları

Durağan olup olmadığı incelenmek istenen bir zaman serisinin birim kök içerip içermediği test edilir. BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endeks serilerinin durağan olup olmadıklarını belirlemek için fark alınmadan yapılan birim kök testi sonuçları aşağıda yer almaktadır.

Tablo 3. 4. BIST-30 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.

Null Hypothesis: LOGBIST_30 is stationary

Exogenous: Constant

Bandwidth: 41 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	4.915995
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	0.121970
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	4.955444

KPSS Test Equation

Dependent Variable: LOGBIST_30

Method: Least Squares

Date: 08/14/16 Time: 12:26

Sample: 1/03/2005 11/30/2015

Included observations: 2746

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	11.07876	0.006666	1662.016	0.0000
R-squared	0.000000	Mean dependent var	11.07876	
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var	0.349306	
S.E. of regression	0.349306	Akaike info criterion	0.734628	
Sum squared resid	334.9305	Schwarz criterion	0.736783	
Log likelihood	-1007.644	Hannan-Quinn criter.	0.735407	
Durbin-Watson stat	0.002825			

KPSS testi, BIST-30 endeksi getiri serisine uygulanmış ve test istatistiği 4.915995 olarak hesaplanmıştır. KPSS testinde, BIST-30 endeksi getiri serisi için hesaplanan test istatistiği kritik değerleri %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde sırasıyla 0.739, 0.463 ve 0.347'dir. Kritik değerlerin mutlak değerleri ile elde edilen test istatistiğinin mutlak değeri karşılaştırıldığında, test istatistiğinin kritik değerlerden büyük olduğu görülmektedir. Bu durumda H_0 kabul edilmez. Yani getiri serisi durağan değildir.

Tablo 3. 5. BIST-100 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.

Null Hypothesis: LOGBIST_100 is stationary
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 41 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	5.009104
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	0.130923
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	5.334331

KPSS Test Equation
 Dependent Variable: LOGBIST_100
 Method: Least Squares
 Date: 08/14/16 Time: 12:57
 Sample: 1/03/2005 11/30/2015
 Included observations: 2746

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	10.85986	0.006906	1572.491	0.0000
R-squared	0.000000	Mean dependent var	10.85986	
Adjusted R-squared	-0.000000	S.D. dependent var	0.361898	
S.E. of regression	0.361898	Akaike info criterion	0.805456	
Sum squared resid	359.5134	Schwarz criterion	0.807611	
Log likelihood	-1104.891	Hannan-Quinn criter.	0.806235	
Durbin-Watson stat	0.002299			

KPSS testi, BIST-100 endeksi getiri serisine uygulanmış ve test istatistiği 5.009104 olarak hesaplanmıştır. KPSS testinde, BIST-100 endeksi getiri serisi için hesaplanan test istatistiği kritik değerleri %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde sırasıyla 0.739, 0.463 ve 0.347'dir. Kritik değerlerin mutlak değerleri ile elde edilen test istatistiğinin mutlak değeri karşılaştırıldığında, test istatistiğinin kritik değerlerden büyük olduğu görülmektedir. Bu durumda H_0 kabul edilmez. Yani getiri serisi durağan değildir.

Tablo 3. 6. S&P 500 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.

Null Hypothesis: LOGSP__500 is stationary

Exogenous: Constant

Bandwidth: 41 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	3.212912
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	0.053615
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	2.198679

KPSS Test Equation

Dependent Variable: LOGSP__500

Method: Least Squares

Date: 08/14/16 Time: 12:28

Sample: 1/03/2005 11/30/2015

Included observations: 2746

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7.225580	0.004419	1634.942	0.0000
R-squared	0.000000	Mean dependent var	7.225580	
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var	0.231590	
S.E. of regression	0.231590	Akaike info criterion	-0.087329	
Sum squared resid	147.2257	Schwarz criterion	-0.085174	
Log likelihood	120.9024	Hannan-Quinn criter.	-0.086550	
Durbin-Watson stat	0.002981			

KPSS testi, S&P 500 endeksi getiri serisine uygulanmış ve test istatistiği 3.212912 olarak hesaplanmıştır. KPSS testinde, S&P 500 endeksi getiri serisi için hesaplanan test istatistiği kritik değerleri %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde sırasıyla 0.739, 0.463 ve 0.347'dir. Kritik değerlerin mutlak değerleri ile elde edilen test istatistiğinin mutlak değeri karşılaştırıldığında, test istatistiğinin kritik değerlerden büyük olduğu görülmektedir. Bu durumda H_0 kabul edilmez. Yani getiri serisi durağan değildir.

3.4.1.2. Birinci Dereceden Fark Alınarak Yapılan Birim Kök Testi Sonuçları

Fark alınmadan yapılan test sonuçlarında durağanlık sağlanamadığı için ilk önce birinci dereceden fark alınarak birim kök testi yapılacaktır. Yine durağanlık sağlanamazsa, fark derecesi artırılarak serinin durağanlaştırılması işlemine devam edilecektir. Aşağıda çalışmada kullanılan üç seriye ilişkin olarak birinci dereceden farklar alınmış ve durağanlık araştırması yapılmıştır.

Tablo 3. 7. Birinci Dereceden Farkı Alınmış BIST-30 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.

Null Hypothesis: D(LOGBIST_30) is stationary

Exogenous: Constant

Bandwidth: 22 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.064232
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	0.000345
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000351

KPSS Test Equation

Dependent Variable: D(LOGBIST_30)

Method: Least Squares

Date: 08/14/16 Time: 12:29

Sample (adjusted): 1/04/2005 11/30/2015

Included observations: 2745 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000377	0.000354	1.062933	0.2879
R-squared	0.000000	Mean dependent var		0.000377
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.018567
S.E. of regression	0.018567	Akaike info criterion		-5.134519
Sum squared resid	0.945929	Schwarz criterion		-5.132363
Log likelihood	7048.127	Hannan-Quinn criter.		-5.133740
Durbin-Watson stat	1.955426			

KPSS testi, BIST-30 endeksi getiri serisine uygulanmış ve test istatistiği 0.064232 olarak hesaplanmıştır. KPSS testinde, BIST-30 endeksi getiri serisi için hesaplanan test istatistiği kritik değerleri %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde sırasıyla 0.739, 0.463 ve 0.347'dir. Kritik değerlerin mutlak değerleri ile elde edilen test istatistiğinin mutlak

değeri karşılaştırıldığında, test istatistiğinin kritik değerlerden küçük olduğu görülmektedir. Bu durumda H_0 kabul edilir. Yani getiri serisi durağandır.

Tablo 3. 8. Birinci Dereceden Farkı Alınmış BIST-100 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.

Null Hypothesis: D(LOGBIST 100) is stationary

Exogenous: Constant

Bandwidth: 19 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.074111
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	0.000301
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000323

KPSS Test Equation

Dependent Variable: D(LOGBIST_100)

Method: Least Squares

Date: 08/14/16 Time: 12:30

Sample (adjusted): 1/04/2005 11/30/2015

Included observations: 2745 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000395	0.000331	1.192621	0.2331
R-squared	0.000000	Mean dependent var		0.000395
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.017349
S.E. of regression	0.017349	Akaike info criterion		-5.270171
Sum squared resid	0.825934	Schwarz criterion		-5.268016
Log likelihood	7234.310	Hannan-Quinn criter.		-5.269392
Durbin-Watson stat	1.941705			

KPSS testi, BIST-100 endeksi getiri serisine uygulanmış ve test istatistiği 0.074111 olarak hesaplanmıştır. KPSS testinde, BIST-100 endeksi getiri serisi için hesaplanan test istatistiği kritik değerleri %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde sırasıyla 0.739, 0.463 ve 0.347'dir. Kritik değerlerin mutlak değerleri ile elde edilen test istatistiğinin mutlak değeri karşılaştırıldığında, test istatistiğinin kritik değerlerden küçük olduğu görülmektedir. Bu durumda H_0 kabul edilir. Yani getiri serisi durağandır.

Tablo 3. 9. Birinci Dereceden Farkı Alınmış S&P 500 Endeksi KPSS Birim Kök Testi.

Null Hypothesis: D(LOGSP__500) is stationary

Exogenous: Constant

Bandwidth: 16 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
<u>Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic</u>	<u>0.178747</u>
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

Residual variance (no correction)	0.000160
HAC corrected variance (Bartlett kernel)	0.000109

KPSS Test Equation

Dependent Variable: D(LOGSP__500)

Method: Least Squares

Date: 08/14/16 Time: 12:31

Sample (adjusted): 1/04/2005 11/30/2015

Included observations: 2745 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000202	0.000241	0.834906	0.4038
R-squared	0.000000	Mean dependent var		0.000202
Adjusted R-squared	0.000000	S.D. dependent var		0.012646
S.E. of regression	0.012646	Akaike info criterion		-5.902628
Sum squared resid	0.438806	Schwarz criterion		-5.900472
Log likelihood	8102.356	Hannan-Quinn criter.		-5.901849
Durbin-Watson stat	2.204841			

KPSS testi, S&P 500endeksi getiri serisine uygulanmış ve test istatistiği 0.178747 olarak hesaplanmıştır. KPSS testinde, S&P 500 endeksi getiri serisi için hesaplanan test istatistiği kritik değerleri %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeylerinde sırasıyla 0.739, 0.463 ve 0.347'dir. Kritik değerlerin mutlak değerleri ile elde edilen test istatistiğinin mutlak değeri karşılaştırıldığında, test istatistiğinin kritik değerlerden küçük olduğu görülmektedir. Bu durumda H_0 kabul edilir. Yani getiri serisi durağandır.

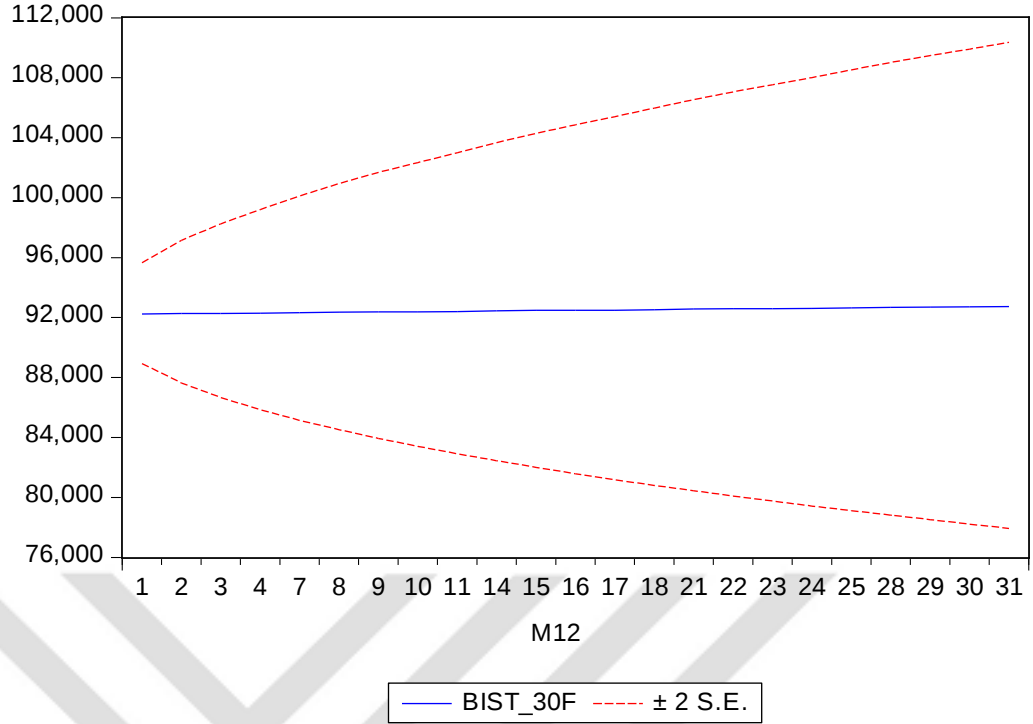
3.4.2. ARMA Süreci Sonuçları

Bu bölümde ise, BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 logaritmik endeks getiri serilerine ait logaritmik getiri serisinde tespit edilen bağımlılığın ARMA modeli ile açıklanıp açıklanamayacağı test edilecektir. Bunun için önce seriye en uygun ARMA modelini belirlemek gerekmektedir. ARMA süreçlerinin çeşitli alternatifleri tekli ve çoklu regresyonlar kullanılarak denenmiştir. Denenen ARMA modellerinin, seriyi en iyi açıklayan ARMA süreci olduğuna; en düşük Akaike (AIC) ve Schwarz Bilgi Kriteri (SBC-SIC) değerlerine sahip olması, modelin F-istatistiğinin anlamlı olması, Log olabilirliğinin (Log Olabilirlik) olabildiğince yüksek olması, kalıntıların hata kareleri toplamının (SSR) küçük olması ile en yüksek R^2 (belirlenim katsayısı) değerine sahip olmasına bakılarak karar verilmiştir.

Tablo 3. 10. BIST-30 Endeksi ARMA(2,2) Modeline Ait Sonuçlar.

Dependent Variable: DLOG(BIST_30)
 Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)
 Sample: 1/04/2005 11/30/2015
 Included observations: 2682
 Convergence achieved after 29 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000254	0.000350	0.724861	0.4686
AR(1)	0.378604	0.006481	58.41456	0.0000
AR(2)	-0.990099	0.006464	-153.1693	0.0000
MA(1)	-0.382699	0.009215	-41.52837	0.0000
MA(2)	0.978399	0.009656	101.3240	0.0000
SIGMASQ	0.000332	5.84E-06	56.85392	0.0000
R-squared	0.008920	Meandependent var		0.000261
Adjusted R-squared	0.007068	S.D. dependent var		0.018306
S.E. of regression	0.018241	Akaikeinfocriterion		-5.167634
Sumsquaredresid	0.890433	Schwarzcriterion		-5.154447
Loglikelihood	6935.797	Hannan-Quinn criter.		-5.162863
F-statistic	4.816874	Durbin-Watson stat		1.984422
Prob(F-statistic)	0.000218			
Inverted AR Roots	.19+.98i	19-.98i		
Inverted MA Roots	.19-.97i	19+.97i		



Şekil 3. 13. BIST-30 Endeksi Tahmin Verileri Grafiği.

Tablo 3. 11. BIST-100 Endeksi ARMA(2,2) Modeline Ait Sonuçlar.

DependentVariable: DLOG(BIST_100)

Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)

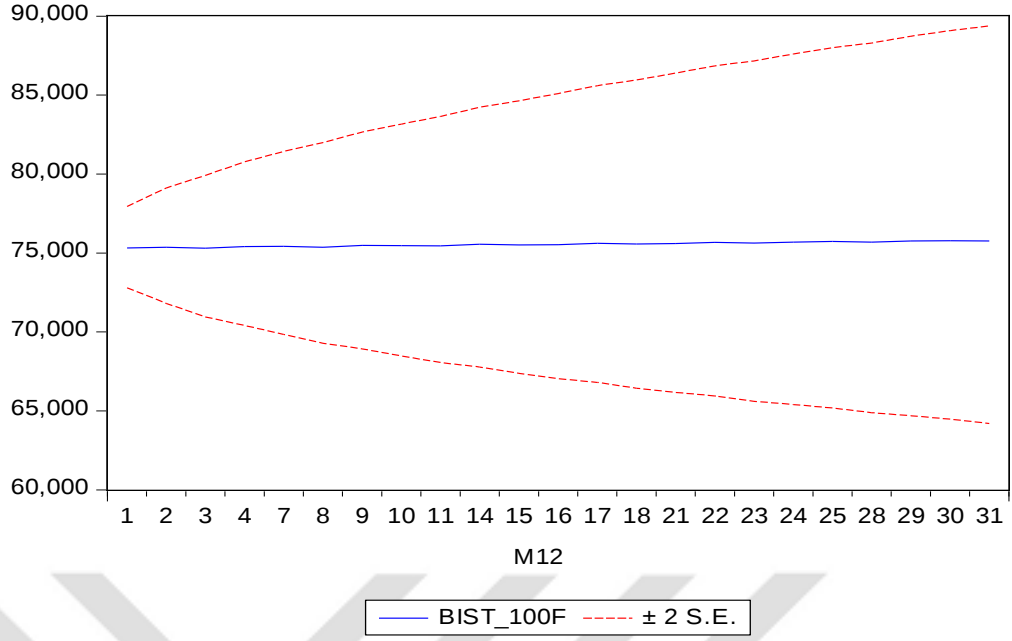
Sample: 1/04/2005 11/30/2015

Includedobservations: 2682

Convergenceachievedafter 60 iterations

Coefficientcovariancecomputedusingouterproduct of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000288	0.000336	0.857081	0.3915
AR(1)	-1.167795	0.031038	-37.62453	0.0000
AR(2)	-0.953095	0.029468	-32.34310	0.0000
MA(1)	1.166994	0.026963	43.28131	0.0000
MA(2)	0.965131	0.025614	37.67980	0.0000
SIGMASQ	0.000292	4.89E-06	59.67948	0.0000
R-squared	0.002661	Meandependent var		0.000292
Adjusted R-squared	0.000798	S.D. dependent var		0.017114
S.E. of regression	0.017107	Akaikeinfocriterion		-5.296232
Sumsquaredresid	0.783106	Schwarzcriterion		-5.283046
Loglikelihood	7108.247	Hannan-Quinnrcriter.		-5.291462
F-statistic	1.428078	Durbin-Watson stat		1.967798
Prob(F-statistic)	0.210801			
Inverted AR Roots	-.58+.78i	-.58-.78i		
Inverted MA Roots	-.58-.79i	-.58+.79i		

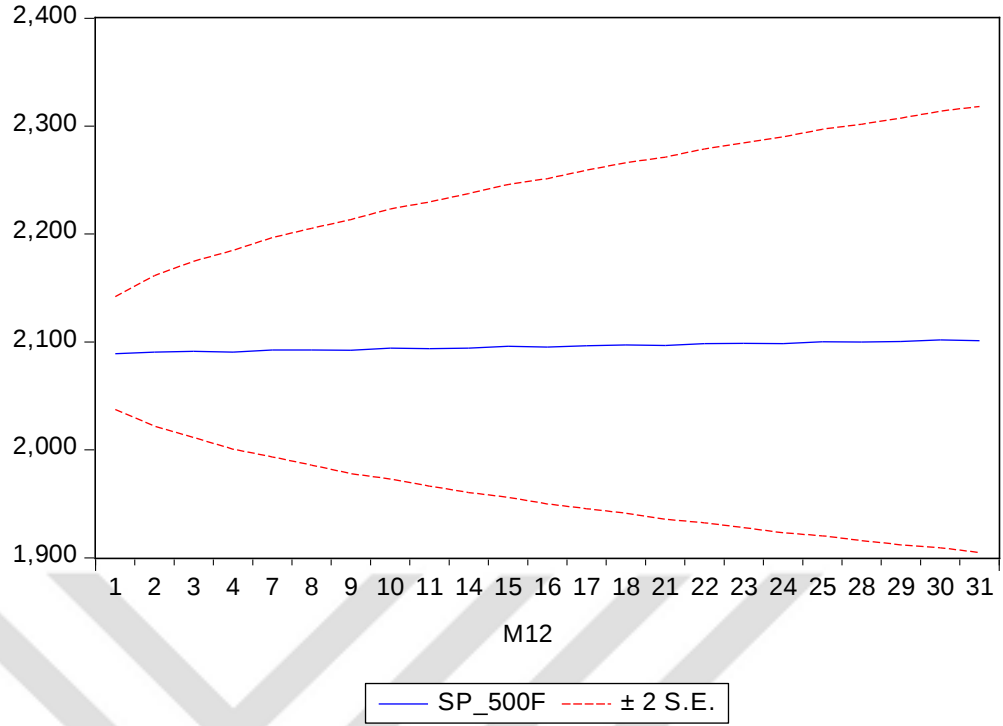


Şekil 3. 14. BIST-100 Endeksi Tahmin Verileri Zaman Yolu Grafiği.

Tablo 3. 12. S&P 500 Endeksi ARMA(3,3) Modeline Ait Sonuçlar.

DependentVariable: DLOG(SP_500)
Method: ARMA Maximum Likelihood (OPG - BHHH)
Sample: 1/04/2005 11/30/2015
Includedobservations: 2682
Convergenceachievedafter 113 iterations
Coefficientcovariancecomputedusingouterproduct of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000259	0.000218	1.191358	0.2336
AR(1)	-0.917505	0.074477	-12.31931	0.0000
AR(2)	-0.508036	0.094609	-5.369876	0.0000
AR(3)	0.350796	0.072885	4.813042	0.0000
MA(1)	0.804515	0.069672	11.54711	0.0000
MA(2)	0.325656	0.087653	3.715274	0.0002
MA(3)	-0.469747	0.065965	-7.121191	0.0000
SIGMASQ	0.000156	1.99E-06	78.01988	0.0000
R-squared	0.034284	Meandependent var		0.000252
Adjusted R-squared	0.031756	S.D. dependent var		0.012696
S.E. of regression	0.012492	Akaikeinfocriterion		-5.923021
Sumsquaredresid	0.417304	Schwarzcriterion		-5.905439
Loglikelihood	7950.771	Hannan-Quinncrier.		-5.916661
F-statistic	13.56151	Durbin-Watson stat		1.982686
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.36	-.64+.75i	-.64-.75i	
Inverted MA Roots	.49	-.65-.74i	-.65+.74i	



Şekil 3. 15. S&P 500 Endeksi Tahmin Verileri Zaman Yolu Grafiği.

BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 Endekslerinin günlük kapanış değerlerinden hareketle, öncelikle serinin durağanlığı, zaman yolu grafikleri incelenmiştir. Birinci farkı alındıktan sonra durağan hale gelen logaritmik getiri serisi için en iyi açıklama gücüne sahip BIST-30 endeksi için ARIMA(2,1,2), BIST 100 endeksi için ARIMA(2,1,2) ve S&P 500 endeksi için ARIMA(3,1,3) modelleri AIC ve SBC kriterleri ile R^2 kriteri vb. kriterlere bakılarak bulunmuştur.

BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endekslerinin günlük kapanış değerlerinden hareketle, yapılan bir aylık simülasyon sonucu, endeksler için elde edilen ARIMA modellerinden türetilen örneklem eğrilerinin, endekslerin gerçek verilerinin göstermiş olduğu eğriye yakın olduğu görülmektedir.

3.5. GEOMETRİK BROWNIAN HAREKETİ VE ARIMA MODELİ İLE YAPILAN TAHMİNLERİN KARŞILAŞTIRILMASI

Çalışmanın bu kısmında, Geometrik Brownian Hareketi ve geleneksel zaman serisi metotlarından Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalamalar (ARIMA) metodunun yaptığı endeks değeri tahminleri karşılaştırılarak, performansları değerlendirilmiştir.

Her iki modelin 01.12.2015-31.12.2015 tarihleri arasındaki, bir aylık dönem için yaptıkları örneklem dışı tahminler esas alınarak karşılaştırmalar yapılmıştır.

Bu modellerin öngörü performanslarının karşılaştırılması amacı ile 30 günlük periyotlardaki Ortalama Mutlak Yüzde Hata (MAPE) ve Ortalama Mutlak Sapma (MAD) istatistikleri hesaplanmıştır. Bu istatistiksel öngörü kriterleri, öngörülen getiri ile gerçekleşen getiri arasındaki farkın ölçülmesinde kullanılmaktadır. En başarılı öngörü modelinin seçimi için bu kriterlerin mümkün olduğunca küçük olması istenmektedir. ARIMA ve GBM modelleri için hesaplanan MAPE ve MAD istatistikleri aşağıda verilmiştir.

$$MAD = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon_t = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |\hat{\sigma}_t - \sigma_t| \quad (3.5)$$

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|\varepsilon_t|}{\sigma_t} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|\hat{\sigma}_t - \sigma_t|}{\sigma_t} \quad (3.6)$$

Öngörülen tahminlerin doğruluğunu ölçmek için kullanılabilecek birçok ölçüt bulunmaktadır. Bu ölçütlerden Ortalama Mutlak Sapma (Mean Absolute Deviation MAD) ve Ortalama Mutlak Yüzde Hata (Mean Absolute Percent Error-MAPE) tahmin sonuçlarının tutarlılığını ölçmede yaygın olarak kullanılan hata ölçütlerinden olup; bu ölçütlere ait hesaplamalar excel ortamında yapılmış ve sonuçları aşağıdaki tablolarda gösterilmiştir. Literatürde, diğer yöntemlere göre MAPE istatistiğinin tahmin hatalarını yüzde olarak ifade etmesinden dolayı tek başına da bir anlam taşıması, uygulamada daha çok kabul görmesine neden olmaktadır (Akgül, 2003).

Tablo 3. 13. Tahmin Hatasının Doğruluk Ölçütleri Karşılaştırması.

MAPE	Tahmin Doğruluğu İfadesi Yargısı
< % 10	Çok İyi
% 10 - % 20	İyi
% 20 - % 50	Kabul Edilebilir
>% 50	Yanlış ve Hatalı

Kaynak: Lewis (1982).

S.F. Witt ve C. Witt (1992), MAPE değerleri %10'un altında olan tahmin modellerini "yüksek doğruluk" derecesinde, %10 ile %20 arasında olan modelleri ise "doğru" tahmin modelleri olarak sınıflandırmışlardır.

Benzer şekilde Lewis (1982), MAPE değeri %10'un altında olan modelleri "çok iyi", % 10 ile % 20 arasında olan modelleri "iyi", % 20 ile % 50 arasında olan modelleri "kabul edilebilir" ve % 50'nin üzerinde olan modelleri ise "yanlış ve hatalı" olarak sınıflandırmıştır.

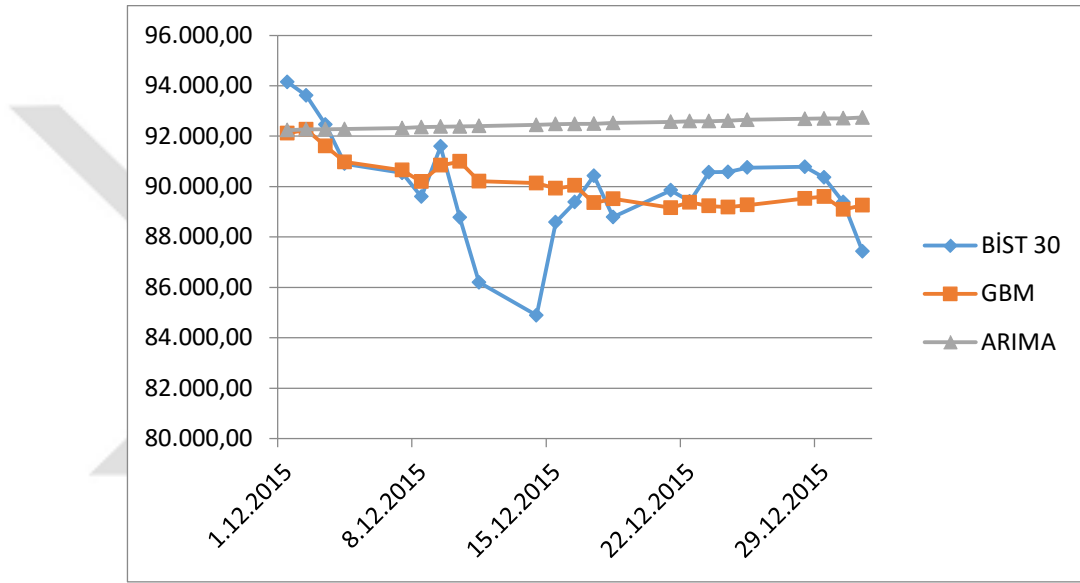
Yukarıda formülleri verilen hata hesaplamalarının Excel tablosu üzerinde yapılışı ve elde edilen sonuçlar aşağıdaki tablolarda gösterilmiştir.

Tablo 3. 14. BIST-30 Endeksi İçin Tahmin Edilen Sonuçlar.

BIST 30							
Tarih	Gerçek Değer	ARIMA (2,1,2)	Mutlak Hata	Mutlak Hata / Gerçek Değer	GBM	Mutlak Hata	Mutlak Hata / Gerçek Değer
1.12.2015	94.146,62	92.235,80	1.910,82	0,0203	92.112,86	2.033,76	0,0216
2.12.2015	93.606,89	92.266,82	1.340,07	0,0143	92.263,55	1.343,34	0,0144
3.12.2015	92.452,80	92.272,57	180,23	0,0019	91.603,31	849,49	0,0092
4.12.2015	90.901,61	92.281,79	1.380,18	0,0152	90.971,18	69,57	0,0008
7.12.2015	90.544,77	92.317,34	1.772,57	0,0196	90.650,32	105,55	0,0012
8.12.2015	89.595,14	92.359,47	2.764,33	0,0309	90.192,87	597,73	0,0067
9.12.2015	91.587,28	92.377,98	790,70	0,0086	90.840,97	746,31	0,0081
10.12.2015	88.771,97	92.381,07	3.609,10	0,0407	90.990,65	2.218,68	0,0250
11.12.2015	86.196,09	92.401,70	6.205,61	0,0720	90.208,71	4.012,62	0,0466
14.12.2015	84.893,12	92.444,28	7.551,16	0,0889	90.133,28	5.240,16	0,0617
15.12.2015	88.583,32	92.477,79	3.894,47	0,0440	89.928,23	1.344,91	0,0152
16.12.2015	89.380,06	92.486,14	3.106,08	0,0348	90.041,02	660,96	0,0074
17.12.2015	90.427,31	92.493,96	2.066,65	0,0229	89.351,94	1.075,37	0,0119
18.12.2015	88.788,10	92.526,50	3.738,40	0,0421	89.515,89	727,79	0,0082
21.12.2015	89.848,00	92.568,95	2.720,95	0,0303	89.155,62	692,38	0,0077
22.12.2015	89.411,76	92.590,67	3.178,91	0,0356	89.370,93	40,83	0,0005
23.12.2015	90.567,05	92.594,72	2.027,67	0,0224	89.229,39	1.337,66	0,0148
24.12.2015	90.582,96	92.612,65	2.029,69	0,0224	89.181,26	1.401,70	0,0155
25.12.2015	90.751,79	92.653,32	1.901,53	0,0210	89.264,17	1.487,62	0,0164
28.12.2015	90.785,31	92.688,88	1.903,57	0,0210	89.525,36	1.259,95	0,0139
29.12.2015	90.360,97	92.699,98	2.339,01	0,0259	89.604,20	756,77	0,0084
30.12.2015	89.378,89	92.706,89	3.328,00	0,0372	89.085,49	293,40	0,0033
31.12.2015	87.428,49	92.736,46	5.307,97	0,0607	89.257,66	1.829,17	0,0209
MAPE (%)		3,18			1,47		
MAD		2.828,16			1.309,81		

Yukarıdaki tabloda yer alan tahminler incelendiğinde, gerçekleşen verilerle birlikte sunulan tahminlerin, gerçek değerlere yakın olduğu gözlemlenmektedir. MAD ve MAPE kriterlerine göre tahminin doğruluğu hakkında bilgi sahibi olunabilmektedir. GBM modelinin MAPE hata değeri %1,47 ve ARIMA (2,1,2) modelinin MAPE değeri %3,18 olup Tablo 3.13.'e göre tahminleme için makul değerlerdir.

Ancak, yapılan hata testleri sonucunda $MAPE [ARIMA (2,1,2)] > MAPE [GBM]$ olduğu için GBM modeli ARIMA (2,1,2) modeline göre daha iyi bir tahminde bulunmuştur.



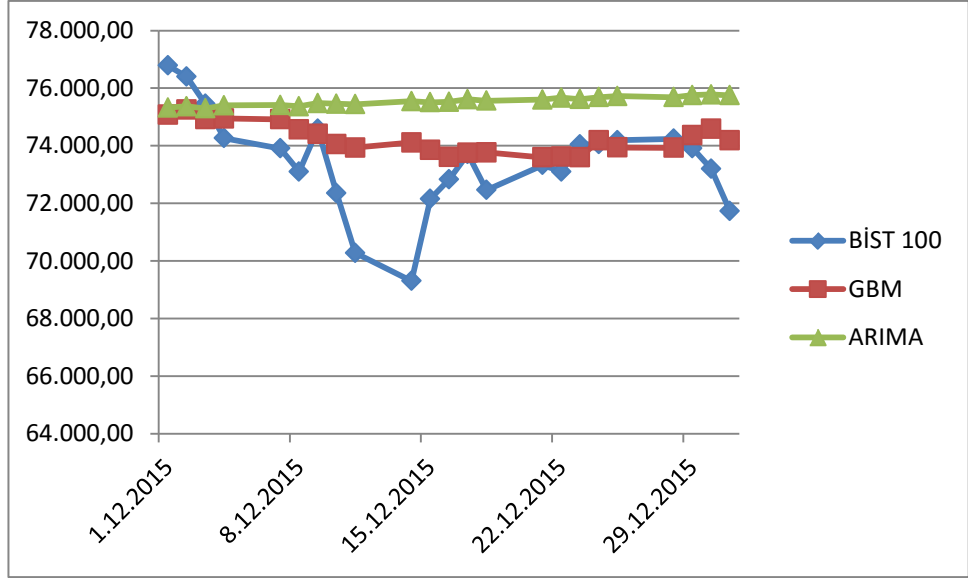
Şekil 3. 16. BIST-30 Endeksi GBM ve ARIMA Modeli Tahminlerinin Karşılaştırılması.

GBM modelinin, ARIMA modeline göre daha iyi tahmin ürettiği Tablo 3.13 ve Şekil 3.16'da görülmektedir. Tüm bu sonuçlara göre; GBM modelinin yapmış olduğu tahminlerin daha tutarlı ve gerçeğe yakın olduğu söylenebilir.

Tablo 3. 15. BIST-100 Endeksi İçin Tahmin Edilen Sonuçlar.

BIST 100							
Tarih	Gerçek Değer	ARIMA (2,1,2)	Mutlak Hata	Mutlak Hata / Gerçek Değer	GBM	Mutlak Hata	Mutlak Hata / Gerçek Değer
1.12.2015	76.785,45	75.322,13	1.463,32	0,0191	75.081,00	1.704,45	0,0222
2.12.2015	76.394,96	75.367,20	1.027,76	0,0135	75.257,89	1.137,07	0,0149
3.12.2015	75.452,84	75.297,00	155,84	0,0021	74.925,96	526,88	0,0070
4.12.2015	74.265,30	75.403,69	1.138,39	0,0153	74.946,91	681,61	0,0092
7.12.2015	73.908,89	75.413,69	1.504,80	0,0204	74.920,05	1.011,16	0,0137
8.12.2015	73.100,86	75.367,97	2.267,11	0,0310	74.566,37	1.465,51	0,0200
9.12.2015	74.583,74	75.479,57	895,83	0,0120	74.413,34	170,40	0,0023
10.12.2015	72.354,16	75.460,54	3.106,38	0,0429	74.058,36	1.704,20	0,0236
11.12.2015	70.280,34	75.444,09	5.163,75	0,0735	73.935,72	3.655,38	0,0520
14.12.2015	69.308,74	75.549,24	6.240,50	0,0900	74.110,82	4.802,08	0,0693
15.12.2015	72.156,79	75.509,90	3.353,11	0,0465	73.857,97	1.701,18	0,0236
16.12.2015	72.831,78	75.523,40	2.691,62	0,0370	73.612,62	780,84	0,0107
17.12.2015	73.711,88	75.612,99	1.901,11	0,0258	73.757,98	46,10	0,0006
18.12.2015	72.460,35	75.563,33	3.102,98	0,0428	73.767,67	1.307,32	0,0180
21.12.2015	73.328,16	75.603,77	2.275,61	0,0310	73.598,43	270,27	0,0037
22.12.2015	73.102,10	75.671,79	2.569,69	0,0352	73.619,30	517,20	0,0071
23.12.2015	74.044,89	75.621,69	1.576,80	0,0213	73.598,60	446,29	0,0060
24.12.2015	74.050,35	75.683,29	1.632,94	0,0221	74.193,39	143,04	0,0019
25.12.2015	74.189,53	75.727,06	1.537,53	0,0207	73.941,66	247,87	0,0033
28.12.2015	74.243,17	75.685,17	1.442,00	0,0194	73.929,83	313,34	0,0042
29.12.2015	73.912,61	75.760,36	1.847,75	0,0250	74.369,92	457,31	0,0062
30.12.2015	73.200,69	75.780,49	2.579,80	0,0352	74.593,30	1.392,61	0,0190
31.12.2015	71.726,99	75.753,30	4.026,31	0,0000	74.186,11	2.459,12	0,0343
MAPE (%)		2,96			1,62		
MAD		2.248,85			1.171,36		

GBM modelinin MAPE hata değeri %1,62 ve MAD değeri 1.171,36 ve ARIMA(2,1,2) modelinin MAPE değeri %2,96 ve MAD değeri 2.248,85 olup Tablo 3.13'e göre tahminleme için makul değerlerdir. $MAPE[ARIMA(2,1,2)] > MAPE[GBM]$ ve $MAD[GBM] < MAD[ARIMA(3,1,3)]$ olduğu için GBM modeli ARIMA(2,1,2) modeline göre daha iyi bir tahminde bulunmuştur.



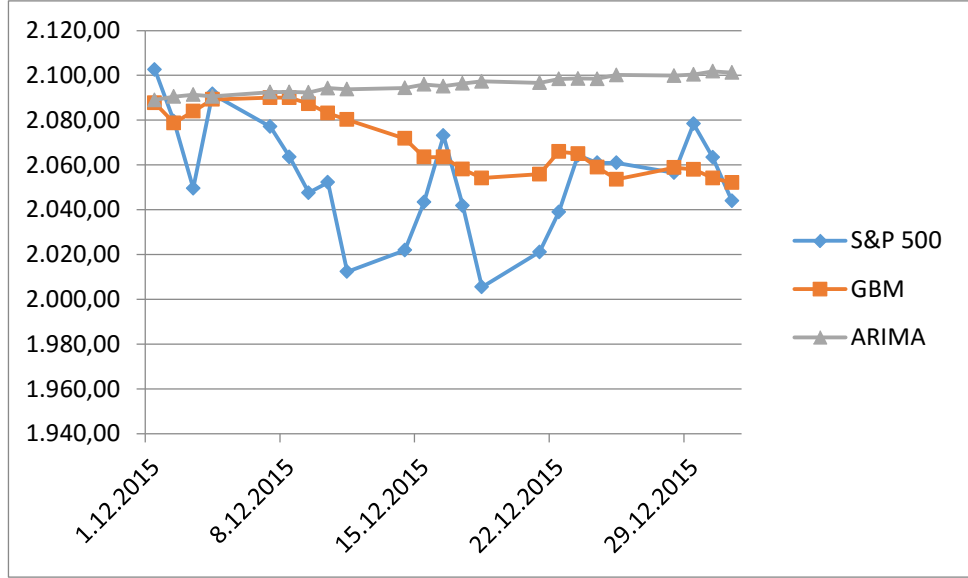
Şekil 3. 17. BIST-100 Endeksi GBM ve ARIMA Modeli Tahminlerinin Karşılaştırılması.

Şekil 3.17.'de, gerçekleşen endeks değerleri ile iki farklı modelin tahmin performanslarının karşılaştırıldığı şekil incelendiğinde; gerçekleşen talep değerleri ile ARIMA modelinin yaptığı tahminlerin, geometrik brownian hareketi modeline göre gerçekleşen talepten biraz daha uzakta olduğu; gerçekleşen talep değerleri ile geometrik brownian hareketi modeli tarafından yapılan tahmin değerlerinin ise birbirine daha yakın olduğu görülmektedir. Yapılan bu tespitler, Tablo 3.13'deki hesaplanan değerlerle de desteklenmektedir.

Tablo 3. 16. S&P 500 Endeksi İçin Tahmin Edilen Sonuçlar.

S&P 500							
Tarih	Gerçek Değer	ARIMA (3,1,3)	Mutlak Hata	Mutlak Hata / Gerçek Değer	GBM	Mutlak Hata	Mutlak Hata / Gerçek Değer
1.12.2015	2.102,63	2.089,066	13,56	0,006	2.087,64	14,99	0,0071
2.12.2015	2.079,51	2.090,526	11,02	0,005	2.078,72	0,79	0,0004
3.12.2015	2.049,62	2.091,386	41,77	0,020	2.083,96	34,34	0,0168
4.12.2015	2.091,69	2.090,613	1,08	0,001	2.089,26	2,43	0,0012
7.12.2015	2.077,07	2.092,523	15,45	0,007	2.090,06	12,99	0,0063
8.12.2015	2.063,59	2.092,590	29,00	0,014	2.090,01	26,42	0,0128
9.12.2015	2.047,62	2.092,412	44,79	0,022	2.087,30	39,68	0,0194
10.12.2015	2.052,23	2.094,338	42,11	0,021	2.083,12	30,89	0,0151
11.12.2015	2.012,37	2.093,811	81,44	0,040	2.080,27	67,90	0,0337
14.12.2015	2.021,94	2.094,379	72,44	0,036	2.071,85	49,91	0,0247
15.12.2015	2.043,41	2.095,928	52,52	0,026	2.063,53	20,12	0,0098
16.12.2015	2.073,07	2.095,160	22,09	0,011	2.063,51	9,56	0,0046
17.12.2015	2.041,89	2.096,404	54,51	0,027	2.058,13	16,24	0,0080
18.12.2015	2.005,55	2.097,324	91,77	0,046	2.054,19	48,64	0,0243
21.12.2015	2.021,15	2.096,705	75,55	0,037	2.055,85	34,70	0,0172
22.12.2015	2.038,97	2.098,371	59,40	0,029	2.065,99	27,02	0,0133
23.12.2015	2.064,29	2.098,608	34,32	0,017	2.065,01	0,72	0,0003
24.12.2015	2.060,99	2.098,455	37,47	0,018	2.058,97	2,02	0,0010
25.12.2015	2.060,99	2.100,188	39,20	0,019	2.053,61	7,38	0,0036
28.12.2015	2.056,50	2.099,888	43,39	0,021	2.058,81	2,31	0,0011
29.12.2015	2.078,36	2.100,359	22,00	0,011	2.058,03	20,33	0,0098
30.12.2015	2.063,36	2.101,818	38,46	0,019	2.054,20	9,16	0,0044
31.12.2015	2.043,94	2.101,264	57,32	0,028	2.052,09	8,15	0,0040
MAPE (%)		2,09			1,04		
MAD		42,64			21,16		

GBM modelinin MAPE hata değeri %1,04 MAD değeri ise 21,16 ve ARIMA(3,1,3) modelinin MAPE değeri %2,09 ve MAD değeri 42,64 olup Tablo 3.13'e göre tahminleme için makul değerlerdir. $MAPE[GBM] < MAPE[ARIMA(3,1,3)]$ ve $MAD[GBM] < MAD[ARIMA(3,1,3)]$ olduğu için GBM modeli ARIMA(3,1,3) modeline göre daha iyi bir tahminde bulunmuştur.



Şekil 3. 18. S&P 500 Endeksi GBM ve ARIMA Modeli Tahminlerinin Karşılaştırılması.

İki farklı modelin tahmin performansları ile gerçekleşen endeks değerlerinin karşılaştırıldığı Şekil 3.18 incelendiğinde; gerçekleşen endeks değerleri ile geometrik brownian hareketi modeli tarafından yapılan tahmin değerlerinin birbirine daha yakın olduğu görülmektedir. Bu görsel tespitler, Tablo 3.13'deki hesaplanan değerlerle desteklenmektedir.

Uygulama sonucunda elde edilen değerlere göre; GBM modelinin, tahmin performansının ARIMA modeline göre daha yüksek olduğu ve ARIMA modelinden daha az tahmin hatası yaptığı görülmektedir.

SONUÇ

Belirsizliği ölçmekten öteye giderek finansal piyasalarda tahmin yapmak istendiğinde doğadaki rastsalığa yakın süreçler ile karşılaşılır. Bu noktada bazen olasılık teorisinin mevcut teoremleri finansal tahminler için yeterli olmaz. Bir hisse senedinin fiyat hareketlerinin modellenmesi için sudaki ölü polenlerin hareketini açıklayan Brownian Hareketinin kullanılması büyük bir olasılıkla bu durumu açıklayan en çarpıcı örnektir.

1965 yılında Paul Samuelson, Bachelier'ın tezinden ilham alıp Geometrik Brownian Hareketin hisse senedi ve finansal ürünlerin hareketine daha uygun bir model olduğunu önermiştir. Paul Samuelson'un önerisi daha sonraları birçok çalışmaya ilham kaynağı olmuş ve temel oluşturmuştur.

Bu açıdan bakıldığında, çalışmanın amacı; BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endekslerinin geleceğe yönelik olarak tahmin edilmesidir. Endeks tahminlerinde günümüzde rassal bir şekilde finansal piyasaları modellemek için en çok kullanılan model olan Geometrik Brownian Hareketi'nden ve geleneksel zaman serisi metotlarından Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalamalar (ARIMA) modelinden yararlanılmıştır.

Bilindiği gibi finansal piyasada yatırımcılar finansal varlıkları fiyatlarından ziyade getirileri ile karşılaştırırlar. Bu getirilerin davranışı ile ilgili en sık kullanılan temel varsayım normal dağılıma sahip olduklarıdır. Herhangi bir t zamanında hisse senedinin logaritmik getirisinin normal dağılıma sahip olduğu kabul edilir. Hisse senedi fiyatının negatif olamayacağı gerçeği, fiyat hareketinin modellenmesinde Geometrik Brownian Hareketinin kullanılmasını gerektirmektedir. Ayrıca bağımsız değişmelere sahip lognormal dağılımlı sürekli zamanlı stokastik bir süreç ancak Geometrik Brownian hareketi ile açıklanabilir.

Geometrik Brownian Hareket ile gelecek birkaç sene için ve hatta birkaç dakika için finansal varlıkların fiyatını modellemek mümkündür. Sonuç olarak; belirsizlik ortamında yapılacak finansal ve ticari işlemlerde, bize bilimsel bir yaklaşımla fiyatların nasıl hareket edebileceği ve hangi sınırlar arasında kalacağını gösteren Geometrik Brownian Hareket, belirsizlik ortamındaki finansal piyasaların hareketinin kestirilebilmesi için en çok kullanılan yöntemlerden biridir.

Geometrik Brownian Hareketi Modelleme sürecinde en önemli kısım rastsallığın kaynağı olan Wiener Sürecinin ele alınmasıdır. Burada rastsal sayıların normal dağılım tablosundan rastsal bir biçimde üretilip alınması, modele dışardan müdahaleyi engeller ve bu bakımdan piyasa taklit edilmiş olur.

Zaman serisi tahminlerinde kullanılan popüler ve yaygın olarak bilinen istatistiksel yöntemlerin en kapsamlısı ise Box-Jenkis (ARIMA) yöntemleridir.

Çalışma kapsamında BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endekslerinin 03.01.2005 - 30.11. 2015 tarihleri arasındaki günlük kapanış verileri analize tabi tutulmuştur. Günlük verilerin getirisi logaritmik olarak hesaplanmıştır. Logaritmik getirilerin hesaplanması ve bu analizde tercih edilmesinin temel nedeni aşırı uç değerlerin olumsuz etkilerinden kaçınmak amacıyla. Aynı zamanda bu sayede enflasyonun getiri oranı üzerinde meydana getirdiği şişkinliğin giderilebileceği ve getiri oranı serisinin normal dağılıma yakınsatılabileceği düşünülmüştür. Çalışmada ilk adım olarak endeksin normalite testleri yapılmış ve endeksin normal dağılıma uymadığı, normal dağılıma göre sivri olduğu gösterilmiştir.

Modellenen fiyatların normal dağılımdan daha sivri olduğu, daha çok log normal dağılıma uyduğu göze çarpmaktadır. Bu durum, endeksin alacağı değerlerin, ortalamanın biraz üzerinde yer alması olası iken, dramatik değer veya çok yüksek değer alma olasılığı sıfıra yakın olması durumuyla açıklanabilir.

BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 endekslerinin 03.01.2005 - 30.11. 2015 tarihleri arasındaki günlük kapanış değeri verileri kullanılarak ARIMA modeli ile bir aylık dönem için örneklem dışı öngörü yapılmıştır. Bu uygulamada Eviews 8 paket programı kullanılmıştır. İlk olarak istatistiki olarak endeks verileri analiz edilmiştir.

Tezin uygulama bölümünde, BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 Endekslerinin günlük kapanış değerlerinden hareketle, öncelikle serinin durağanlığı, zaman yolu grafikleri incelenmiştir. Birinci farkı alındıktan sonra durağan hale gelen logaritmik getiri serisi için en iyi açıklama gücüne sahip BIST-30 endeksi için ARIMA(2,1,2) BIST 100 endeksi için ARIMA(2,1,2) ve S&P 500 endeksi için ARIMA(3,1,3) modelleri AIC ve SBC kriterleri ile R^2 kriteri vb. kriterlere bakılarak bulunmuştur.

Geometrik Brownian Hareketi ve geleneksel zaman serisi metotlarından Otoregresif Bütünleşik Hareketli Ortalamalar (ARIMA) metodunun yaptığı endeks

değeri tahminleri karşılaştırılarak, performansları değerlendirilmiştir. Her iki modelin 01.12.2015-31.12.2015 tarihleri arasındaki, bir aylık dönem için yaptıkları örneklem dışı tahminler esas alınarak karşılaştırmalar yapılmıştır.

Bu modellerin öngörü performanslarının karşılaştırılması amacı ile 30 günlük periyotlardaki Ortalama Mutlak Yüzde Hata (MAPE) ve Ortalama Mutlak Sapma (MAD) istatistikleri hesaplanmıştır. Bu istatistiksel öngörü kriterleri, öngörülen getiri ile gerçekleşen getiri arasındaki farkın ölçülmesinde kullanılmaktadır. En başarılı öngörü modelinin seçimi için bu kriterlerin mümkün olduğunca küçük olması istenmektedir.

Aynı zamanda Geometrik Brownian Hareketi ve ARIMA modellerinin BIST-30, BIST-100 ve S&P 500 için tahmin performansları değerlendirilmiştir. Uygulama sonucunda elde edilen değerlere göre; GBM modelinin, tahmin performansının ARIMA modeline göre daha yüksek olduğu ve ARIMA modelinden daha az tahmin hatası yaptığı görülmektedir.

Belirsizlik ortamında yapacağımız finansal ve ticari işlemlerde, bize bilimsel bir yaklaşımla fiyatların nasıl hareket edebileceği ve hangi sınırlar arasında kalacağını gösteren Geometrik Brownian Hareket, belirsizlik ortamındaki finansal piyasaların hareketinin kestirilebilmesi için en çok kullanılan yöntemlerden biridir. Ayrıca modeli kısa zaman kesitleri için kurmak ve yorumlamak faydalı olacaktır.

KAYNAKLAR

- Akdi, Y. (2003). *Zaman Serileri Analizi (Birim Kökler ve Kointegrasyon)*, Ankara: Bıçaklar Kitabevi.
- Akgül, I. (2003). *Zaman Serilerinin Analizi ve ARIMA Modelleri*, İstanbul: Der Yayınları.
- Araujo, T. ve Louça, F. (2008). “The Seismography of Crashes in Financial Markets”. *Physics Letters A*, 372.
- Assaf, A. (2006). “Dependence and Mean Reversion in Stock Price: The Case of The MENA Region”. *Research in International Business and Finance*, 20(3), 286–304.
- Aygören, H. (2008). “İstanbul Menkul Kıymetler Borsasının Fraktal Analizi”, *Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 23(1), 125-134.
- Ball, P., (2002). “The Physical Modeling of Society: A Historical Perspective”. [Elektronik Sürüm]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 314(1), 1-14.
- Beyazıt, M. F. (2011). *Stokastik Finans Analitik ve Nümerik Çözümler*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- BIST ve BIST Endeksleri Nedir?, (t.y.), <http://bankamufettisleri.blogspot.com.tr/2013/07/bist-ve-bist-endeksleri-nedir.html>.
- Box, G. E. P., Jenkins, G. M. ve Reinsel, G. C. (2008). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (Fourth Edition). New Jersey: John Wiley and Sons.
- Burda, Z., Jurkiewicz, J., Nowak, M.A. (2003). “Is Econophysics A Solid Science?”. [Elektronik Sürüm]. *Acta Physica Polonica B*, 34(1), 87-131.
- Calvet, L. E. ve Fisher, A. J. (2008). *Multifractal Volatility: Theory, Forecasting and Pricing*. Burlington, MA: Academic Press.
- Carbone, A., Kaniadakis, G. ve Scarfone, A.M. (2007). “Where Do We Stand On

- Econophysics?”. [Elektronik Sürüm]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 382(1), 11-14.
- Chakrabarti, B.K. 2005. “Econophys-Kolkata: A Short Story”. In Arnab Chatterjee, Sudhakar Yarlagadda, Bikas K Chakrabarti (Eds), *Econophysics of Wealth Distributions*. (pp. 225-228). Milan: Springer.
- Chang, R. (2011). *Genel Kimya Temel Kavramlar*, (Çev.: Tahsin Uyar, Serpil Aksoy, Recai İnam). Ankara: Palme Yayıncılık.
- Cockshott, W. P., Cottrell, A. F., Michaelson, G. J., Wright, I. P. ve Yakovenko, V. M., (2009). *Classical Econophysics*. London and New York: Routledge, Taylor & Francis Group.
- Cooray, T. M. J. A., (2008). *Applied Time Series. Analysis and Forecasting*, New Delhi: Narosa Publishing House Pvt. Ltd.
- Corazza, M. Malliaris, A.G. ve Nardelli C. (1997). Searching for Fractal Structure in Agricultural Futures Markets. *Journal of Futures Markets*. 17(4), 433-473.
- Çetinkaya, S. (2011). *Termodinamik*. Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Daniel G. ve Sornette, D. (2010). “Econophysics: Historical Perspectives”. <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0802/0802.1416.pdf>
- Demir, S. (2015). *Finansal Stokastik Süreçler*. İzmir: Kitapana Basım Yayın.
- Derman, E. (2002). “The Perception of Time, Risk and Return During Periods of Speculation”, *Quantitative Finance*, 2 (4), 282-296.
- Dickey, D. A. ve Fuller, W. A. (1979). “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root”. [Elektronik Sürüm]. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427-431.
- Dikmen, N. (2012). *Ekonometri Temel Kavramlar ve Uygulamaları*, Bursa: Dora Yayınları.
- Doğan R. ve Genç, M. (2006). “Yaşamımızı Çevreleyen İlginç Şekiller: Fraktalar”, *Journal of İstanbul Kültür University*, 3, 95-104.

- Durmuşkaya, S. (2011), *Türev Piyasaların Etkinliğinin Testi*, Sakarya Üniversitesi SBE, Sakarya.
- Erlichson, H., (1999). “Sadi Carnot, Founder of the Second Law of Thermodynamics”. [Elektronik Sürüm]. *European Journal of Physics*, 20, 183-192.
- Ertürk, A. (2012). “Kaos Kuramı: Yönetim ve Eğitimdeki Yansımaları”, *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 20(3), 849-868.
- Eryigit M., Çukur S. ve Eryigit R. (2009). “Tail Distribution of Index Fluctuations in World Markets”, *Physica A*, 388, 1879-1886.
- Fama, E. F., (1963). “Mandelbrot and the Stable Paretian Hypotesis”. [Elektronik Sürüm]. *The Journal of Business*, 36(4), 420-429.
- Farmer, J. D., Lux, T. (2008). “Introduction to special issue on ‘Applications of Statistical Physics in Economics and Finance’”. [Elektronik Sürüm]. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 32(1), 1-6.
- Ferraro M. N., Furman, Y., Liu, M. C. ve Mariani, D. R. (2006). “Analysis of Intermittence, Scale Invariance and Chracteristic Scales in The Behavior of Major Indices Near a Crash”, *Physica A*, 359, 576-588.
- Focardi, S. M., Fabozzi, F. J. (2004). *The Mathematics of Financial Modeling and Investment Management*, New Jersey: John Wiley and Sons.
- Gingras, Y. ve Schinckus, C. (2012). “The Institutionalization of Econophysics in the Shadow of Physics”. [Elektronik Sürüm]. *Journal of the History of Economic Thought*, 34(1), 109 – 130.
- Glasserman, P. (2003). *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, New York: Springer.
- Gleick, J. (1996). *Kaos: Yeni Bir Bilim Teorisi*, (Çev.: Fikret Üçcan). Ankara: Tübitak Yayınları.
- Gujarati, D. (2004). *Basic Econometrics* (Fourth Edition). ABD: The McGraw Hill Company.

- Gupta, M. P. ve Khanna, R. B. (2009). *Quantitative Techniques for Decision Making*. New Delhi: PHI Learning.
- Günak, M. (2007). *İleri Teknik Analiz Uygulamaları*. İstanbul: Literatür Yayıncılık.
- Günay S., Eğrioğlu, E. ve Aladağ, Ç. (2007). *Tek Değişkenli Zaman Serileri Analizine Giriş*, Ankara: Hacettepe Üniversitesi Yayınları.
- Hamzaçebi C. ve Kutay, F.(2004). “Yapay Sinir Ağları ile Türkiye Elektrik Enerjisi Tüketiminin 2010 Yılına Kadar Tahmini”, *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 19(3), 227-233.
- Hayashi, F. (2000). *Econometrics*, New Jersey: Princeton University Press.
- Hull J.C. (2012). *Options, Futures And Other Derivatives* (Eight Edition). New Jersey: PrenticeHall.
- Jorion, P. (2007). *Financial Risk Manager Handbook* (Fourth Edition). New Jersey: John Wiley and Sons.
- Kabakçioğlu, A. (2007). *İleri İstatistik Mekanik ve Karmaşıklık Çalıştayı Ders Notları*. Marmaris Kuramsal ve Uygulamalı Fizik Araştırma Enstitüsü (ITAP).
- Karaoğlu, B. (2009). *İstatistik Mekaniğe Giriş*. İstanbul: Seyir Yayıncılık.
- Karmeshu, J. ve Pal, N.R. (2003). *Entropy Measures, Maximum Entropy Principle and Emerging Applications*, New York: Springer.
- Kırer, H. (2011). Türkiye ve Almanya’nın Kişisel Gelir Dağılımına Ekonofizik Yaklaşım. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). İstanbul: Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Kim, Yersu, (1998). *Transdisciplinarity: Stimulating Synergies, Integrating Knowledge*. [Elektronik Sürüm]. UNESCO.
- Lewis, C.D. (1982). *Industrial and Business Forecasting Methods*. Londra: Butterworths Publishing.

- Liso N. D., Giovanni F., (2002). "Econophysics: The Emergence of a New Field?". [Elektronik Sürüm]. *EconomiaPolitica*, 2, 297-332.
- London, J. (2005). *Modeling Derivatives in C++*. New Jersey: John Wiley and Sons.
- Lorenz, E. (1995). *The Essence of Chaos*. Seattle: University of Washington Press.
- Lyu, Y. D. (2004). *Financial Engineering and Computation: Principles, Mathematics, Algorithms*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Makridakis, S., Wheelwright, S. C. ve Hyndman, R. J. (1998). *Forecasting Methods and Applications* (Third Edition). New York: John Wiley and Sons.
- Mandelbrot, B. ve Hudson, R. L. (2005). *Finans Piyasalarında Saklı Düzen Risk, Çöküş ve Kazanca Fraktal Yaklaşımlar*. (Çev.: Metin Hüner). İstanbul: Güncel Yayıncılık.
- Mantegna, R.N., Stanley, H.E. (1999). *An Introduction to Econophysics: Correlation and Complexity in Finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Mariani M. C. ve Liu Y. (2007). "Normalized Truncated Levy Walks Applied to The Study of Financial Indices". *Physica A*, 377, 590–598.
- McCauley, J. L. (2004). *Dynamics of Market: Econophysics and Finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- McLaughlin, M. P. (1999). *Regress+ Appendix A: A Compendium of Common Probability Distributions*. Virginia: Regress+.
- Mikhailov, F. ve San, S. E., (2008). *Termodinamik ve İstatistik Fizik*, İstanbul: Papatya Yayıncılık.
- Mills, T. C. (1990). *Time Series Techniques for Economists*, London: Cambridge University Press.
- Mimkes, J. (2006). "A Thermodynamic Formulation of Economics". In K. Chakrabarti, A. Chakrabarti ve A. Chatterjee (Eds.), *Econophysics and Sociophysics: Trends and Perspectives* (pp. 1-33). Almany: Wiley-VCH.

- Narayan, P. K., Smyth, R. (2006). "Random Walk Versus Multiple Trend Breaks in Stock Prices: Evidence from 15 European Markets", *Applied Financial Economics Letter*, 2, 1-7.
- Osborne, M. F. M. (1959). "Brownian Motion in Stock Markets". [Elektronik Sürüm]. *Operations Research*, 145-173.
- Osborne, M. F. M. (1977). *The Stock Market and Finance From A Physicist's Viewpoint*. Minneapolis: Crossgar Press.
- Önalın, Ö. (2007). "Finansal Zaman Serileri İçin Ortalamaya Dönme Sıçrama Difüzyon Modeli". *Marmara Üniversitesi İİBF Dergisi*, 12(1), 201-224.
- Önalın, Ö. (2010). *Stokastik Süreçler*. İstanbul: Avcıol Basım Yayın.
- Pamuk, N. (2013). "Dinamik Sistemlerde Kaotik Zaman Dizilerinin Tespiti", *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 15(1), 77-91.
- Peters, E. E. (1991). *Fractal Market Analysis*. New York: Wiley.
- Petrucchi, R. H., Herring, F. G., Madura, J.D. ve Bissonnette, C., (2012). *Genel Kimya İlkeler ve Modern Uygulamalar*, (Çev.: Tahsin Uyar, Serpil Aksoy, Recai İnam). Ankara: Palme Yayıncılık.
- Poon, H. (2005). *A Practical Guide for Forecasting Financial Market Volatility*, West Sussex: John Wiley and Sons.
- Rathnayaka, R.M. K.T., Jianguo, W. ve Seneviratna, D.M.K.N. (2015). "Geometric Brownian Motion With Ito's Lemma Approach to Evaluate Market Fluctuations: A Case Study on Colombo Stock Exchange". <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=7059517>.
- Reif, F. (1993). *İstatistik Fizik*. (Çev.:Tahsin Nuri Durlu, Yalçın Elerman). Ankara: Bilim Yayınları.
- Reimann, S. (2006). "Eco - No(?) - Physics: Comments and Reflexions". <http://arxiv.org/pdf/physics/0607033v1.pdf>

- Roehner, B. M. (2002). *Patterns of Speculation: A Study in Observational Econophysics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Roehner, B.M. (2010). "Fifteen Years of Econophysics: Worries, Hopes and Prospects". <http://arxiv.org/pdf/1004.3229v1.pdf>
- Ruelle, D. (2004). *Rastlantı ve Kaos*, (Çev.: Deniz Yurtören). Ankara: Tübitak Yayınları.
- S&P 500, (t.y.), (https://tr.wikipedia.org/wiki/S%26P_500).
- Saadi, S., Rahman A.H. (2007). "Is South Korea's Stock market Efficient? A Note". *Applied Economic Letters*, 14(1), 71-74.
- Savoiu, G., Simon, I.I. (2008). "Some Relevant Econophysics Moments Of History, Definitions, Methods, Models and New Trends". [Elektronik Sürüm]. *Romanian Economic and Business Review*, 3(3), 29-41.
- Schmidt, A. B. (2005). "Noise and Fluctuations in Econophysics and Finance". In D. Abbott, P. Bouchard, X. Gabaixi ve J.L. McCauley (Eds.), *What Physicists Should Know About Finance*. (pp. 331-339). USA: SPIE.
- Selçuk, F. (2004). "Financial Earthquakes, After Shocks and Scaling in Emerging Stock Markets". *Physica A*, 333, 306 – 316.
- Selçuk, F. ve Gençay, R. (2006). "Intraday Dynamics of Stock Market Returns and Volatility", *Physica A*. 367, 375–387.
- Sevüktekin, M. ve Nargeleçekenler M. (2005). *Ekonometrik Zaman Serileri Analizi*, Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.
- Sevüktekin, M. ve Nargeleçekenler, M. (2006). "İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Getiri Volatilitésinin Modellenmesi ve Önraporlanması", *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi*, 61(4), 243-265.
- Shreve, S. (2012). *Stochastic Calculus for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model*. New York: Springer.
- Shubik, M., Smith, E. (2008). "Building Theories of Economic Process". [Elektronik Sürüm]. *Complexity*, 14(3), 77-92.
- Spanos, A. (2003). *Probability Theory and Statistical Inference: Econometric*

Modeling with Observational Data (Second Edition). Cambridge: Cambridge University Press.

Stanley H. E., Gopikrishnan P., Plerou, V. (2004). "The Complex Dynamics of Economic Interaction". In M. Gallegati, A. P. Kirman ve M. Marsili, (Eds), *Statistical Physics and Economic Fluctuations*. (pp. 109-141). Almanya: Springer.

Stanley, H. E., Amaral, L.A.N., Gabaix, X., Gopikrishnan P. ve Plerou, V., (2001). "Introduntion to Econophysics: The What and Why of Financial Flows". [Elektronik Sürüm]. *Institute of Fluid Science*, 788-797.

Stanley, H.E., Amaral, L.A.N., Canning, D., Gopikrishnan, P., Lee, Y., Liu, Y. (1999). "Econophysics: Can PhysicistsContribute toThe Science of Economics?". [Elektronik Sürüm]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 269(1), 156-169.

Stanley, M.H.R., Amaral, L.A.N., Buldyrev, S.V., Havlin, S., Leschhorn, H., Maass, P., Salinger, M.A., ve Stanley, H.E., (1996). "Can Statistical Physics Contribute to The Science of Economics?". [Elektronik Sürüm]. *Fractals*, 4(3), 415-425.

Tarı, R. (2002). *Ekonometri*. İstanbul: Alfa Basım Yayım.

Taşkan, M. (2011). *Fizikte 10 Teori*. İstanbul: Cinius Yayınları.

Topper, J. (2005). *Financial Engineering with Finite Elements*. West Sussex: John Wiley and Sons.

Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series* (Third Edition).New Jersey: John Wileyand Sons.

Ufuktepe, Ü. ve Aslan, İ. (2002). "Fraktal Geometriden Bir Kesit", *Matematik Dünyası*, 1(1), 14-20.

Ulusoy, T. (2008). *Ekonofizik ve Finans*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Ankara: Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Wang, P. (2009). *Financial Econometrics Methods and Models* (Second Edition). New York: Routledge.

- Wei, W. S., (2006). *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods* (Second Edition). New York: Pearson Addison Wesley.
- Witt, S.F., Witt, C.A. (1992). *Modeling and Forecasting Demand in Tourism*. Londra: Academic Press.
- Yakovenko, V. M., (2008). "Econophysics, Statistical Mechanics Approach to". <https://arxiv.org/pdf/0709.3662v4.pdf>
- Yegorov, Y. (2007). "Econophysics: A Perspective of Matching Two Sciences". [Elektronik Sürüm]. *Evolutionary And Institutional Economics Review*, 4(1), 143-170.
- Yeşilorman, M. (2006). "Kelebek Kanadını Kimden Yana Çırıyor? Birleştirilmiş Bilimin Kıyısında Kaos ve Sosyal Bilimler". *Journal of İstanbul Kültür University*, 3, 77-86.
- Yılancı, V., Özcan B. (2009). "Türk Hisse Senedi Piyasasının Zayıf Formda Etkinliğinin Testi", *İktisat İşletme ve Finans*, 24, 100-115.
- Zhou, W. ve Sornette, D. (2003). "Evidence of a Worldwide Stock Market Log-Periodic Anti-Bubble Since mid-2000", *Physica A*, 330, 543-583.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Tuba ÖZKAN
Doğum Yeri ve Tarihi	
Eğitim Durumu	
Lisans Öğrenimi	Anadolu Üniversitesi / İşletme Fakültesi / İşletme Bölümü
Y. Lisans Öğrenimi	Atatürk Üniversitesi / Sosyal Bilimler Enstitüsü/ İşletmen Ana Bilim Dalı / Muhasebe ve Finansman Bilim Dalı
Bildiği Yabancı Diller	İngilizce
İş Deneyimi	
Çalıştığı Kurumlar	Erzincan Üniversitesi, 2007-2011 Atatürk Üniversitesi, 2011-
İletişim	
E-Posta Adresi	_____
Tarih	09.12.2016