

**SİLİNDİRİK KOMPOZİT KABLARIN
BURKULMA ANALİZİ**

Tolga URAL

Doktora Tezi

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Prof. Dr. Hamit AKBULUT

2009

Her hakkı saklıdır

**ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

DOKTORA TEZİ

**SİLİNDİRİK KOMPOZİT KABLARIN
BURKULMA ANALİZİ**

Tolga URAL

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ERZURUM

2009

Her hakkı saklıdır

Prof. Dr. Hamit AKBULUT danışmanlığında, **Tolga URAL** tarafından hazırlanan bu çalışma 24/09/2009 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Makina Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **Doktora Tezi** olarak kabul edilmiştir.

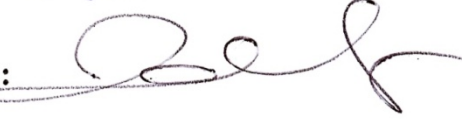
Başkan: Prof. Dr. Adnan ÖZEL

İmza : 

Üye: Prof. Dr. Hamit AKBULUT

İmza : 

Üye: Prof. Dr. Sadri ŞEN

İmza : 

Üye: Prof. Dr. Mehmet ZOR

İmza : 

Üye: Yrd. Doç. Dr. Habib UYSAL

İmza : 

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof. Dr. Ömer AKBULUT

Enstitü Müdürü

ÖZET

Doktora Tezi

SİLİNDİRİK KOMPOZİT KABLARIN BURKULMA ANALİZİ

Tolga URAL

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Hamit AKBULUT

Burkulma, plaklarda ve kabuklarda çoğu zaman karşılaşılabilecek problemlerden biridir. Özellikle uçak kanatları, tanklar, petrol boru hatları gibi elemanlar için burkulma önemli bir problem olarak karşımıza çıkabilir. Bu çalışmada, tabakalı kompozit malzemelerden imal edilmiş silindirik boruların burkulması incelenmiştir. Problemin çözümünde Sonlu Elemanlar Metodunu baz alan ANSYS paket programı kullanılmıştır. Problemin nümerik çözümü analitik çözümlerle teyit edilmiştir. Silindirik elemanın burkulma analizinde yükün (yanal dış basınç ve eksenel yük), çapraz tabakalandırmanın, takviye açılarının, tabaka sayısının, boru cidar kalınlığının, elastisite modülü oranlarının, çevresel bant yükü ve boru üzerinde açılan yivin kritik burkulma yükü üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Çalışmada, eksenel basıncın artmasının kritik burkulma yükünü düşürmesi, tabaka sayısının ve boru yüzeyindeki yivin kritik burkulma yükünü artırması bulunan önemli sonuçlardandır. Ayrıca cidar kalınlığının artmasıyla kritik burkulma yükünün de kalınlığın küpü ile doğru orantılı olarak artması çarpıcı bir sonuç olarak elde edilmiştir. Simetrik tabakalı borular için elde edilen kritik burkulma yük değerleri antisimetrik olanlara göre nispeten daha yüksektir. Elastisite modülü oranlarının değiştirilmesinin de kritik burkulma yükünü etkilediği görülmüştür. Silindirin yüzeyine etkiyen çevresel bant yükü genişliği azaldıkça kritik burkulma yükünün artış gösterdiği bulunan önemli sonuçlardandır. Bulunan sonuçlar ayrıntılı olarak grafikler ve tablolar ile gösterilmiştir.

2009, 140 sayfa

Anahtar Kelimeler: Burkulma, kompozit plak, tabakalı kompozit, Sonlu Elemanlar Metodu, ANSYS programı

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

BUCKLING ANALYSIS OF THE CYLINDRICAL COMPOSITE TUBES

Tolga URAL

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Hamit AKBULUT

Buckling is one of the problems for plates and shells one may encounter anytime. It may cause serious danger with the use of some components such as plane wings, tanks and pipe lines. In this study, buckling of the cylindrical pipes made by laminated composite materials is investigated. ANSYS which is based on the finite element method is used for the solution of the problem. This numerical solution is also verified by the analytical methods. For the buckling analysis of the cylindrical structure, effect of the parameters such as load (external pressure and axial load), cross-ply laminating, number of layers, pipe wall thickness, modulus ratio, lateral external band load and circular notches placed on the pipe on the critical buckling load has been investigated. In the study, decrease in the critical buckling load caused by an increase in the axial pressure and increase in the critical buckling load caused by the number of layers and circular notches placed on the pipe surface are the important results of the study. It is, also, striking that an increase in the pipe wall thickness causes an increase in the critical buckling load in a manner proportional to the cube of the wall thickness. Critical buckling load values obtained with symmetric laminated plates are comparatively higher than that of the antisymmetric ones. Also, it is seen that the changing the modulus ratios affects the critical buckling load. Increase behavior of the critical buckling load with the decrease of the width of lateral external band load is one of the important results of the study. Obtained results are detailed demonstrated in graphical and tabular forms.

2009, 140 pages

Keywords: Buckling, composite shell, laminated composite, Finite Element Method, ANSYS program

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın her safhasında değerli yardım ve ilgisini esirgemeyen, yönlendirici ve bilgilendirici desteklerinden dolayı danışman hocam Sayın Prof. Dr. Hamit AKBULUT'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca, her zaman yardımlarını gördüğüm, değerli fikir ve yönlendirmelerinden faydalandığım Sayın Prof. Dr. Adnan ÖZEL'e, Sayın Prof. Dr. Sadri ŞEN'e, Sayın Doç. Dr. İrfan KAYMAZ'a, Sayın Yrd. Doç. Dr. Habib UYSAL'a teşekkür ederim.

Her zaman ve her konuda yanımda olan, varlıklarıyla bana güç veren eşim Dilek DEVECİ URAL'a ve aileme teşekkürü borç bilirim.

Tolga URAL

Eylül, 2009

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Amaç	2
2. KAYNAK ÖZETLERİ	4
3. MATERYAL ve YÖNTEM	10
3.1. Kompozit Malzemeler.....	10
3.1.1. Kompozit malzemelerin avantajları.....	11
3.1.2. Kompozit malzemelerin dezavantajları.....	12
3.2. Elyaf Malzemeler	13
3.2.1. Cam elyafı.....	13
3.2.1.a. E-camı.....	13
3.2.1.b. S-camı.....	13
3.2.1.c. C-camı.....	13
3.2.1.d. Kuartz.....	14
3.2.2. Boron.....	14
3.2.3. Karbon/Grafit elyafı.....	14
3.2.4. Aramid elyafı.....	14
3.2.4.a. Aramid elyafın dezavantajları.....	15
3.2.5. UHMWPE (Yüksek Moleküler Ağırlıklı Polietilen) Fiberler.....	15
3.2.6. Seramik elyaf.....	16
3.2.7. Metalik elyaf.....	16
3.3. Matris Malzemeler.....	16
3.3.1. Termoset reçineler.....	17
3.3.1.a. Epoksi reçineler.....	17
3.3.1.b. Polyester reçineler.....	18
3.3.1.c. Fenolik reçineler.....	18

3.3.2.	Termoplastik reçineler.....	18
3.4.	Anizotropik Malzemeler için Gerilme-Gerinme Bağlantıları.....	19
3.5.	Kompozit Malzemelerde Hooke Sabitlerinin Bulunması.....	20
3.5.1.	E_1' in bulunması.....	21
3.5.2.	E_2' in bulunması.....	23
3.5.3.	ν_{12}' nin bulunması.....	24
3.5.4.	G_{12}' nin bulunması.....	26
3.5.5.	Halphin–Tsai denklemleri.....	27
3.5.6.	Ortotropik malzemelerde gerilme–gerinme ilişkileri.....	30
3.6.	Tabakalı Kompozitler.....	36
3.6.1.	Tabakalı kompozitlerin genel özellikleri.....	36
3.7.	Üniform Dış Basınç Etkisindeki Dairesel Halkanın Burkulması.....	38
3.8.	Kompozit Kabuklar.....	43
3.8.1.	Silindirik kompozit kabuğun burkulma analizi.....	43
3.8.2.	Silindirik kompozit borunun burkulması.....	55
3.8.3.	Yüzeysel dış basınç maruz kompozit malzemeli silindirin burkulması.....	58
3.9.	Sonlu Elemanlar Metodu.....	59
3.9.1.	Sonlu elemanlar metodunda takip edilen çözüm yöntemi.....	60
3.9.2.	ANSYS yazılım programı.....	63
3.10.	Sonlu Elemanlar Analiz Formülasyonu.....	65
4.	ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA.....	70
4.1.	Problemin Tanımı.....	70
4.1.1.	Borularda sınır şartları ve eleman sayısının belirlenmesi.....	71
4.1.2.	Borulara yüzeysel basınç ve eksenel yük uygulanması	73
4.2.	Çalışmanın Teyit Edilmesi.....	73
4.2.1.	İzotropik malzemeler için çalışmanın teyidi.....	73
4.2.2.	Kompozit malzemeler için çalışmanın teyidi.....	75
4.3.	Yanal Dış Basınç ve Eksenel Yük Altındaki Kompozit Borunun Burkulması.....	77
4.4.	Çapraz Tabakalanmış Kompozit Borularda Burkulma.....	79
4.5.	Tabaka Takviye Açılarının Burkulmaya Etkisi.....	84

4.6.	Tabaka Sayısının Burkulmaya Etkisi.....	89
4.7.	Kalınlığın Burkulmaya Etkisi.....	95
4.8.	Elastisite Modülü Oranlarının Burkulmaya Etkisi.....	98
4.9.	Çevresel Bant Yükünün Burkulmaya Etkisi.....	105
4.10.	Silindir Çevresi Boyunca Açılmış Yivin Burkulmaya Etkisi.....	116
5.	SONUÇ ve ÖNERİLER.....	127
	KAYNAKLAR.....	131
	EKLER.....	133
	EK-1	133
	ÖZGEÇMİŞ.....	141

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 3.1.	Kompozit malzemelerin takviye doğrultusunda çekilmesi.....	21
Şekil 3.2.	Kompozit malzemenin takviye doğrultusuna dik yönde çekilmesi.....	23
Şekil 3.3.	Kompozit malzemelerin takviye doğrultusunda çekilmesi.....	24
Şekil 3.4.	Kompozit malzemelerde kayma gerilmesi ve toplam kayma deformasyonu.....	26
Şekil 3.5.	Koordinat eksenleri ile asal eksenler arasındaki ilişki.....	31
Şekil 3.6.	Eksenlerin θ açısı kadar dönmesi halinde σ_1 gerilmesi.....	31
Şekil 3.7.	Eksenlerin θ açısı kadar dönmesi halinde σ_2 gerilmesi.....	32
Şekil 3.8.	Genel bir levhada eksen takımları.....	32
Şekil 3.9.	Tabaka takviye açıları.....	37
Şekil 3.10.	Dış basınç etkisindeki dairesel halka.....	38
Şekil 3.11.	Dairesel silindir.....	43
Şekil 3.12.	Kompozit tabakalı kabukta gerilme çiftleri ve gerilme bileşkelerinin pozitif yönleri.....	44
Şekil 3.13.	Burkulmaya zorlanan dairesel silindir.....	55
Şekil 4.1.	Yanal dış basınç ve eksenel basınca maruz kompozit boru.....	70
Şekil 4.2.	Silindirik borunun sonlu eleman modeli.....	72
Şekil 4.3.	Silindirik borunun sınır şartları.....	72
Şekil 4.4.	Yanal dış basınç ve eksenel yüke maruz boru.....	73
Şekil 4.5.	Boron/Epoksi için bulunan analitik ve numerik burkulma değerleri.....	76
Şekil 4.6.	$(90/-90)_2$ takviye açısı için yanal dış basınç ve eksenel basıncın kritik burkulma yüküne etkisi.....	78
Şekil 4.7.	$(0/0)_2$ takviye açısı için yanal dış basınç ve eksenel basıncın kritik burkulma yüküne etkisi.....	78
Şekil 4.8.	4 tabakalı Kevlar/Epoksi için çapraz tabakalandırmanın burkulmaya etkisi.....	83
Şekil 4.10	4 tabakalı E-glass/Epoksi için çapraz tabakalandırmanın burkulmaya etkisi.....	84

Şekil 4.11.	$(\theta/-\theta)_{2(s)}$ Boron/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi.....	85
Şekil 4.12.	$(\theta/-\theta)_{2(as)}$ Boron/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi.....	86
Şekil 4.13.	$(\theta/-\theta)_{2(s)}$ E-glass/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi.....	86
Şekil 4.14.	$(\theta/-\theta)_{2(as)}$ E-glass/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi.....	87
Şekil 4.15.	4 tabakalı Boron/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi.....	88
Şekil 4.16.	4 tabakalı E-glass/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi.....	88
Şekil 4.17.	$(45/-45)_n$ için tabaka sayısının burkulmaya etkisi.....	90
Şekil 4.18.	$(45/-45)_{n(as)}$ için tabaka sayısının burkulmaya etkisi.....	90
Şekil 4.19.	$(45/-45)_{n(s)}$ Boron için tabaka sayısının burkulmaya etkisi.....	92
Şekil 4.20.	$(45/-45)_{n(as)}$ Boron için tabaka sayısının burkulmaya etkisi.....	92
Şekil 4.21.	$(45/-45)_2$ Boron/Epoksi için simetrik ve antisimetrik tabakalamada tabaka sayısının burkulmaya etkisi.....	94
Şekil 4.22.	$(45/-45)_3$ Boron/Epoksi için simetrik ve antisimetrik tabakalamada tabaka sayısının burkulmaya etkisi.....	94
Şekil 4.23.	$(45/-45)_4$ Boron/Epoksi için simetrik ve antisimetrik tabakalamada tabaka sayısının burkulmaya etkisi.....	95
Şekil 4.24.	Tabaka kalınlığının kritik burkulma yüküne etkisi.....	96
Şekil 4.25.	$(45/-45)_{2(s)}$ E-glass/Epoksi için çift eksenli yüklemde tabaka kalınlığının burkulmaya etkisi.....	97
Şekil 4.26.	$(45/-45)_{2(s)}$ Boron/Epoksi için çift eksenli yüklemde tabaka kalınlığının burkulmaya etkisi.....	98
Şekil 4.28.	Elastisite modülü oranlarının farklı takviye açıları için kritik burkulmaya etkisi.....	100
Şekil 4.29.	E_1/E_2 oranının $(0/0)_2$ takviye açısı için burkulmaya etkisi.....	102
Şekil 4.30.	E_1/E_2 oranının $(0/0)_2$ takviye açısı için burkulmaya bağlı etkisi.....	102
Şekil 4.31.	E_1/E_2 oranının $(90/-90)_2$ takviye açısı için burkulmaya etkisi.....	103

Şekil 4.32.	E_1/E_2 oranının $(90/-90)_2$ takviye açısı için burkulmaya bağlı etkisi...	103
Şekil 4.33.	E_1/E_2 oranının $(45/-45)_{2(s)}$ takviye açısı için burkulmaya etkisi.....	104
Şekil 4.34.	E_1/E_2 oranının $(45/-45)_{2(s)}$ takviye açısı için burkulmaya bağlı etkisi.	104
Şekil 4.35.	Çevresel bant yüküne maruz kompozit boru.....	105
Şekil 4.36.	Çevresel bant yüküne maruz kompozit borunun sonlu elemanlar modeli, sınır şartları ve burkulma sonrası oluşan yeni şekli.....	106
Şekil 4.37.	Çevresel bant yükünün $(0/0)_2$ için burkulmaya etkisi.....	108
Şekil 4.38.	Çevresel bant yükünün $(90/-90)_2$ için burkulmaya etkisi.....	108
Şekil 4.39.	E-glass/Epoksi için çevresel bant yükünün değişik açılı gruplarında burkulmaya etkisi.....	109
Şekil 4.40.	Boron/Epoksi için çevresel bant yükünün değişik açılı gruplarında burkulmaya etkisi.....	110
Şekil 4.41.	Kevlar/Epoksi için çevresel bant yükünün değişik açılı gruplarında burkulmaya etkisi.....	110
Şekil 4.42.	Çift eksenli yüklemde çelik malzeme için L_r/L oranının kritik burkulma yüküne etkisi.....	112
Şekil 4.43.	Çift eksenli yüklemde Boron/Epoksi için L_r/L oranının kritik burkulma yüküne etkisi.....	113
Şekil 4.44.	Çift eksenli yüklemde E-glass/Epoksi için L_r/L oranının kritik burkulma yüküne etkisi.....	114
Şekil 4.45.	Çift eksenli yüklemde Kevlar/Epoksi için L_r/L oranının kritik burkulma yüküne etkisi.....	115
Şekil 4.46.	Çevresi boyunca yiv açılmış silindirik boru.....	116
Şekil 4.47.	Çevresi boyunca yiv açılmış silindirik borunun sınır şartları ve sonlu eleman modeli.....	117
Şekil 4.48.	Oluk bölgesine etki eden yüzeysel basınç	117
Şekil 4.49.	Yiv yarı çapının kritik burkulmaya olan etkisi.....	118
Şekil 4.50.	Yiv yarıçapının kritik burkulmaya olan etkisi.....	118
Şekil 4.51.	Çelik için silindir ve yiv yarıçapının kritik burkulmaya olan etkisi.....	119
Şekil 4.52.	E-glass/Epoksi için silindir yarıçapının ve yiv yarıçapının kritik burkulmaya olan etkisi.....	120

Şekil 4.53.	Boron/Epoksi için silindir yarıçapının ve yiv yarıçapının kritik burkulmaya olan etkisi.....	120
Şekil 4.54.	Çelik için yarı dairesel oluğun burkulmaya etkisi.....	121
Şekil 4.55.	(45/-45) _{2(s)} Boron/Epoksi için yarı dairesel oluğun burkulmaya etkisi.....	122
Şekil 4.56.	(45/-45) _{2(as)} Boron/Epoksi için yarı dairesel oluğun burkulmaya etkisi.....	122
Şekil 4.57.	(45/-45) _{2(s)} E-glass/Epoksi için yarı dairesel oluğun burkulmaya etkisi.....	123
Şekil 4.58.	(45/-45) _{2(as)} E-glass/Epoksi için yarı dairesel oluğun burkulmaya etkisi.....	123
Şekil 4.59.	P ₂ =0 MPa durumunda (θ/-θ) _{2(s)} Boron/Epoksi için yivin burkulmaya etkisi.....	125
Şekil 4.60.	P ₂ =50 MPa durumunda (θ/-θ) _{2(s)} Boron/Epoksi için yivin burkulmaya etkisi.....	125
Şekil 4.60.	P ₂ =100 MPa durumunda (θ/-θ) _{2(s)} Boron/Epoksi için yivin burkulmaya etkisi.....	126
Şekil 4.61.	P ₂ =250 MPa durumunda (θ/-θ) _{2(s)} Boron/Epoksi için yivin burkulmaya etkisi.....	126

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1.	(t/R) oranına bağlı olarak analitik ve numerik çözümlerin karşılaştırılması.....	74
Çizelge 4.2.	Boron/Epoksi için analitik ve numerik hesaplanan burkulma değerleri.....	76
Çizelge 4.3.	Kullanılan malzemelerin mekanik özellikleri.....	77
Çizelge 4.4.	$(90/0)_2$ ve $(0/90)_2$ takviye açısı ile bulunan burkulma yükü değeri	81
Çizelge 4.5.	$(90/0)_2$ ve $(0/90)_2$ takviye açısı için bulunan burkulma yükü oranları.....	82
Çizelge 4.6.	Farklı t/R değerleri için hesaplanan burkulma oranları.....	97
Çizelge 4.7.	Farklı E_1/E_2 değerleri için hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları.....	107
Çizelge 4.8.	$(0/0)_2$ durumunda farklı L_T/L değerleri için hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları.....	107
Çizelge 4.9.	$(90/-90)_2$ durumunda farklı L_T/L değerleri için hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları.....	107
Çizelge 4.10.	Çift eksenli yüklemde çelik malzeme için L_T/L oranına bağlı olarak hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları.....	112
Çizelge 4.11.	Çift eksenli yüklemde Boron/Epoksi için L_T/L oranına bağlı olarak hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları $[(45/-45)_{2(s)}]$	113
Çizelge 4.12.	Çift eksenli yüklemde E-glass/Epoksi için L_T/L oranına bağlı olarak hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları $[(45/-45)_{2(s)}]$	114
Çizelge 4.13.	Çift eksenli yüklemde Kevlar/Epoksi için L_T/L oranına bağlı olarak hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları $[(45/-45)_{2(s)}]$	115

1. GİRİŞ

Bir yapı veya makina elemanını tasarlanırken dikkat edilmesi gereken üç husus vardır. Bunlar mukavemet, rijitlik ve stablitedir.

Bu konuya örnek olması için, çapı D olan ve eksenel basınç kuvvetlerine maruz bir çubuk düşünelim. Kolon olarak çalışan bu çubuğun boyu eğer D kadar olursa, hiçbir stabilite problemi olmayacak, dolayısıyla kısa elemanlarla önemli miktarda yük taşıyabilecektir. Diğer yandan, aynı çubuğun yüksekliği çapının birkaç katı yapılabilir olursa ikinci durumda çubuğun taşıyabileceği yük çubuğun ilk yüküne oranla oldukça az olacaktır. Yani bu çubuk daha küçük bir yük altında yana doğru burkulur kırılacaktır. Aynı eleman için çekme kuvveti söz konusu olduğunda ise çubuğun boyunun değişmesinin sonuca herhangi bir etkisi olmayacaktır fakat basınca maruz elemanların davranışlarını incelerken malzemenin yalnız mukavemetini incelemek yeterli değildir.

Benzer olaylara basma kuvvetlerine maruz diğer birçok sistemlerde de rastlamak mümkündür. Çekme kuvvetine karşı oldukça dayanıklı olan ince levhalar, basınç nakledeken oldukça zayıftırlar. Yanal olarak takviye edilmemiş dar kirişler uygulanan eksenel basma kuvvetleri altında yana doğru bükülerek kırılırlar. Denizaltı gemileri gibi vakum tankları da uygun şekilde tasarlanmadıkları takdirde dış basınç altında burkulur ve kullanılmaz hale gelirler. İnce cidarlı bir tüp burkulmaya maruz bırakıldığında ince bir kağıt gibi buruşur. Füzelere ince kaplamaları da ateşlemenin bazı kademelerinde yüksek basınç kuvvetlerine maruz kaldıklarından burkulabilirler. Bu ve benzer problemler mühendislik dizaynlarında üzerinde titizlikle durulması gereken konulardır. Bundan başka yüklü elemanların burkulması veya buruşması aniden meydana gelen olaylardır. Bu bakımdan birçok yapı elemanı stabilite bozukluğu nedeniyle çökme gibi büyük bir tehlike ile karşı karşıyadır.

1.1. Amaç

Denizcilik, otomotiv, uzay ve havacılık sanayinde metalik ve metalik olmayan levha ve kabuk türü elemanlar yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Özellikle hafiflik istenilen uygulamalarda plastik esaslı kompozit malzemeler tercih edilmektedir. Kullanılan bu malzemeler genellikle levha veya kabuk şeklinde olup, bu levha veya kabuklarda kalınlık levha boyuna oranla çok çok küçüktür. Levha veya kabuğun yük taşıma kabiliyetleri çekme gerilmesi olması durumunda fazlaca bir önem arz etmemektedir. Bununla birlikte taşınan kuvvetler eğer bir basma gerilmesi oluşturuyorsa karşımıza stabilite problemi çıkmaktadır. Bundan dolayı basma gerilmelerine maruz levhalarda burkulma analizinin dikkatli bir şekilde yapılması ve konstrüksiyonlarda bu faktörün üzerinde önemle durulması gerekir.

Bundan başka çalışma şartlarında özellikle kompozit malzemelerden yapılmış elemanlarda çatlaklar, yarıklar gibi malzeme kusurları ortaya çıkmaktadır. Meydana gelen çatlak ve yarıklar gibi kusurlar zamanla ilerleyerek malzemenin tahrip olup kullanılamaz hale gelmesine sebep olmaktadır. Meydana gelen çatlak ve yarıkların zamanla ilerlemesini önlemek için çatlak ilerleme bölgesine delikler açılarak çatlağın ilerlemesi durdurulabilir. Böyle durumlarda malzemelere açılan deliklerin veya yivlerin malzeme mukavemetini nasıl etkilediğinin bilinmesi önemlidir. Ayrıca malzemenin genel konstrüksiyon içinde monte edileceği yere göre de şekillendirilmesi gerekebilir. Böyle bir durumda da levha veya kabuk geometrisindeki değişimin malzeme mukavemetine ve stabilitesine etkisi araştırılmalıdır.

Bu çalışmada, çelik ve kompozit boruların dış yüklerden dolayı meydana gelen kritik burkulma yükleri araştırılmıştır. Bu amaçla çift eksenli yüklemenin, tabaka takviye açılarının, çapraz tabakalandırmanın, tabaka sayısının, boru cidar kalınlığının, kabuk yükleme durumunun (tek veya çift eksenli yükleme), elastisite modülü oranlarının, çevresel bant yükünün ve silindir çevresi boyunca oluşturulan yarı dairesel yivin kritik burkulma yüküne etkisi incelenmiştir.

Analiz edilen bazı modeller için analitik çözümler bulunmayışından dolayı nümerik bir çözüm metodu olan sonlu elemanlar metodunu temel alan ve yaygın bir şekilde kullanılan ANSYS paket programından yararlanılmıştır.

2. KAYNAK ÖZETLERİ

Denizcilik, otomotiv, uzay ve havacılık sanayinde metalik ve metalik olmayan malzemeler yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Özellikle hafiflik istenilen uygulamalarda bu nedenle kompozit malzemeler tercih edilmektedir. Kompozit malzemelerin kullanımında karşılaşılan en önemli problemlerden birisi de burkulma problemi olup, bu konuda şimdiye kadar birçok çalışma yapılmıştır.

Madenci and Barut (1994), delikli geometriye sahip, silindirik kavisli kompozit tabakaların termal burkulma analizi yapmış, çözüm yöntemi olarak nonlinear sonlu elemanlar analiz metodunu kullanmışlardır. Sıcaklık ile burkulma yükü arasındaki ilişkiyi veren eşitliğin, malzemedeki delik geometrisi, sınır şartları ve silindirin eğrilik yarıçapına bağlı olarak değiştiğini tespit etmişlerdir.

Naganarayana and Atluri (1995), yaptıkları çalışma ile çok tabakalı bir kompozit levhanın global burkulma yükünü, alt tabakalardan herhangi birinin bir kenarına ait lokal burkulmasından hareketle nümerik olarak tespit etmişlerdir.

Şenocak and Waas (1996), silindirik tabakalı kabukların kesilme optimizasyonu üzerine çalışmışlar, kabuk formundaki yük taşıyan yapısal bir elemanın dizayn problemini incelemişlerdir. Dizayn edilen kabukların burkulma yüklerini sonlu elemanlar metodu ile tespit etmişlerdir.

Muc (1996), iki tarafı eğrisel kabukların dönme hareketini optimize eden bir sonlu elemanlar formülasyonu sunmuş, burkulma yükünü ve en üst tabakanın çökme basınç değerini maksimum değere çıkaracak modeli optimize etmiştir.

Kim (1996), eksenel yükleme altındaki tabakalı plak ve kabukların burkulma analizlerini sonlu elemanlar metodu kullanarak incelemiştir. Burkulma davranışlarını

tespit edebilmek için geliştirilmiş Lagrangian metodu kullanılarak geometrik nonlinear kompozit kabuk elemanın formülü elde edilmiştir. Her düğüm noktasında 6 serbestlik derecesine sahip olan bu eleman, sonlu rotasyonda küçük gerilmelere ve büyük yer değiştirmelere sahiptir. Enine kesme deformasyon kuvvetleri, ince levha ve kabukların modellenmesine olanak sağlayan Middlin-Reissner teorisi kullanılarak bulunmuştur.

Lee *et al.* (1997), üst tarafı sertleştirilmiş kompozit panellerin üretim teknikleri, yapısal analizleri ve dizayn şekilleri üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu amaçla üretilen çeşitli kompozit malzemelerin sonlu elemanlar metodu ile birincil ve ikincil burkulma yükleri hesaplanmış ve 3-D tabakalı kompozit kabuk eleman model olarak kullanılmıştır. Kabuk eleman, simetri durumu göz önüne alınarak $\frac{1}{4}$ oranında modellenmiş olup, şekil değiştirme ve yükleme verileri bilgisayar yardımıyla elde edilmiştir.

Tenek and Argyris (1997), gelişigüzel seçilmiş kompozit kabukların analizi için yeni bir sonlu elemanlar metodu geliştirmişlerdir. Bu amaçla (45/-45/0/90) takviye açılarına sahip 4 tabakalı ve 2398 serbestlik dereceli bir silindirik kompozit kabuk seçilmiş, ve uygulanan basma kuvvetleri ile sıcaklık artışı dikkate alınarak kritik burkulma yükü ve sıcaklığı numerik çözümlerle elde edilmiştir.

Kim and Voyiadjis (1999), yaptıkları bu çalışmada, genel uygunluk dizayn kriterlerine bağlı olarak bütün bir kompozit yapının güvenilirliğini tehdit eden burkulma olayı ile ilgili doğru tahmin ve hesaplamaların yapılamadığı ve bu nedenden ötürü sivil uygulama alanında kendilerine geniş bir kullanım alanı bulamayan karbon-elyaf takviyeli plastiklerin burkulma davranışını incelemişlerdir.

Zhu *et al.* (2000), referans-yüzey elemanı olarak adlandırılan yeni bir kabuk eleman kullanmak suretiyle, tabakalı kompozit levha ve kabukların burkulma davranışlarını sonlu elemanlar metodu yardımıyla incelemişlerdir. Midlin varsayımındaki uygunluk şartlarından hareketle, kompozit levha ve kabuk elemanların analizlerinin, levha ve kabuk eleman gibi yapılmasına olanak sağlayan referans-yüzey elemanını formülize

etmişlerdir. Sonuçların doğruluğunu gösterebilmek amacıyla, eksenel yüklenmiş kabukların lineer burkulmaları da bu yeni yöntemle çözülerek çalışmaya ilave edilmiştir.

Ferreira and Barbosa (2000), ortotropik davranışa sahip olduğu kabul edilen bir kompozit kabuğa, çok katlı Marguerre kabuk eleman formülasyonu uygulamak suretiyle, kompozit kabukların geometrik nonlinear analizini yapmışlardır. Sonlu elemanlar metodunun Lagrangian yer değiştirme formülasyonunu ve Newton-Raphson metodunu kullanarak sonuçlara ulaşmışlar ve kompozit kabuğun burkulma davranışını, kullanılan materyalin türünün ve tabaka sayısının birer fonksiyonu olarak bulmuşlardır.

Ram and Babu (2002), enine yüklere maruz tabakalı kompozit kabukların burkulmasını incelemişlerdir. Yüksek mertebeden kesme deformasyon teorisini temel alan sonlu elemanlar metodu kullanılarak geometrik nonlinear analiz yapılmış ve her düğüm noktasında 9 serbestlik derecesi olan 8 düğüm noktalı izoparametrik kabuk eleman kullanılarak çözüme ulaşılmıştır. Uniform normal basınç kuvvetine maruz simetrik ve antisimetrik tabakalanmış tabakalı küresel kabukların basit mesnetli halleri için, model geometrisine bağımlı olarak çökme basınçları ve nonlinear geometrik davranışları incelenmiştir.

Guo *et al.* (2002), sertleştirilmiş tabakalı levhaların burkulma analizi için, zigzag adı verilen yeni bir sonlu elemanlar metodu geliştirmişlerdir. Tabakalı levha kalınlık doğrultusu boyunca ince katlara ayrılmış ve her bir kat dejenere edilmiş bir kabuk eleman gibi, sertleştirilen kısım ise bir çubuk eleman gibi modellenmiştir. Bu modelin en büyük avantajı, hem ince hem de kalın tabakalı plaklara uygulanabilmesidir. Çalışma sonucunda, levhanın burkulması ile sertleştirici olarak kullanılan kirişin yanal burkulması arasındaki ilişki ortaya çıkarılmıştır. Burkulma yüküne karşılık gelen en küçük özdeğeri tespit etmek amacıyla ters iterasyon metodu uygulanmıştır. Numerik sonuçlar; farklı en boy oranları, levha kalınlıkları, ortotropik tabaka sayısı, tabaka oryantasyon açıları ve levha içerisindeki sertleştirici çubukların derinliklerine göre değişik varyasyonlar için hesaplatılmıştır.

Kweon (2002), nonlinear sonlu elemanlar metodunu kullanarak kompozit tabakalı kirişlerin kırılma analizini yapmıştır. Çözümler, birinci mertebe kesme deformasyon teorisine dayanan 9 düğüm noktalı tabakalı kabuk eleman elde edilmiştir.

Ganesan and Kadoli (2003), düzenli bir sıcaklık değişimine sahip piezoelektriksel silindirik kompozit kabukların yarı analitik sonlu elemanlar metodu kullanarak burkulma analizlerini yapmışlardır. Statik termal burkulma analizi, farklı fiber oryantasyon açılarına sahip tek tabakalı kompozit silindirik kabuk için hesaplanmış, böylelikle termal burkulma sıcaklığının etkileri incelenmiştir. Ayrıca değişken tabaka sayısına sahip simetrik ve antisimetrik kompozit levhaların termal burkulma sıcaklık değerleri de bu çalışmada incelenmiştir.

Kadoli and Ganesan (2003), içerisinde sıcak akışkan taşıyan silindirik kabuklu kompozitlerin serbest titreşim ve burkulma analizini yapmışlardır. Yarı analitik sonlu elemanlar metodu kullanılarak yapılan çalışmada, sıcak akışkan akışının uniform olduğu kabul edilmiş birinci mertebe kayma deformasyon teorisi modele uygulanmıştır. Kabuk boyunca sıcaklığın aksenal akış hızına etkisi araştırılmış ve gerek sıcak akış durumunda gerekse soğuk akış durumunda sıcaklık akış hızının kabuk stabilitesi üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

Kumar *et al.* (2003), sonlu elemanlar metodunu kullanarak iki tarafı kavisli, çok tabakalı eğrisel panellerin dinamik stabilite vibrasyonunu ve burkulma gerilmelerini araştırmışlardır. Seçilen modele birinci mertebe kayma deformasyon teorisi uygulanarak elde edilen sonuçlar literatürdeki yayınlarla karşılaştırılmıştır. Ayrıca tabaka sayısının, takviye açılarının, kalınlık oranlarının ve kabuk geometrisinin vibrasyon ve burkulma yükü üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Lee *et al.* (2003), kompozit yapıların aerotermoelastik üstünlüklerini incelemişlerdir. Sonlu elemanlar metodu kullanılarak silindirik tabakalı panellerin termal burkulma ve aerodinamik termal yükleme analizlerini yapmışlardır. Termomekanik yüklerin büyük

sapmalara neden olacağından hareketle, Von-Karman'ın nonlineer gerilme-gerinme bağıntısını uygulayarak yaptıkları çalışmalar neticesinde “SMACH” adı verilen ve ilk şekline geri dönebilen bir melez alaşımlı kompozit geliştirmişlerdir.

Sheng and Ye (2003), üç boyutlu elastisite teorisinden yola çıkarak çapraz tabakalı kompozit kabukların gerilmelerini hesap eden yeni bir sonlu elemanlar çözüm yöntemi geliştirmişlerdir. Bu yöntemde öncelikle kalınlık boyunca gerilme dağılımını veren bir formül geliştirmişler ve bu formül üzerine sonlu elemanlar metodunu uygulamışlardır. Üç boyutlu tabakalı bir kabuk eleman rastgele seçilmiş bir küresel koordinat sistemine yerleştirilmiş ve tabakalı silindirik kabukların gerilmeleri hesap edilerek kabuk eleman tanımlanmıştır. Bu yeni sonlu elemanlar yöntemi ile kalınlık boyunca yer değiştirmeler ve gerilmeler daha az hata hesap edilebilmektedir.

Ganapathi *et al.* (2003), ani değişken yüklemeler altında ankastre mesnetli izotropik veya ortotropik tabakalı kompozit kürelerin lineer olmayan dinamik davranışlarını incelemişlerdir. Birinci mertebe kesme deformasyon teorisini kullanarak üç düğümlü asimetric eğrisel bir küre modellenmek suretiyle çözümleme yapılmış ve maksimum yer değiştirme tepkilerinin olduğu bölgelerin haricindeki yüklemelerin, kabuk bünyesindeki tekrarlanan yüklemelerle önemli bir artış gösterdiği tespit edilmiştir. Bu yüklerin dinamik burkulma yükü olduğu sonucuna varılmıştır. Sayısal sonuçlar hem analitik olarak hem de üç boyutlu sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilmiştir.

Tafresri and Bailey (2006), kombine yükler altındaki kompozit silindirlerin stabilitesini incelemişlerdir. Silindirin kusursuz olmaması durumundaki burkulma değerlerini araştırmışlardır

Akbulut and Ural (2007), dört bir kenarına dairesel çentik açılmış olan kompozit levhaların burkulma davranışlarını incelemişlerdir. Çentikli bir levhada; çentik yarıçapının, yükleme durumunun, levha kalınlığının, takviye açılarının, tabaka sayısının ve elastisite modülü oranlarının burkulmayı nasıl etkilediğini sonlu elemanlar metodu

yardımıyla araştırmışlardır. Levhanın kenarlarına açılan çentiklerin levhanın burkulma dayanımını artırdığını, çift yönlü yükleme durumunda kritik burkulma değerinin düştüğünü tespit etmişlerdir.

Hur *et al.* (2008), dış hidrostatik basınç altında kompozit silindirlerin burkulmasını hem deneysel olarak hem de sonlu elemanlar metodunu kullanarak araştırmışlardır. Sayısal çözümleri elde etmek için ACOSwin programını kullanmışlar ve deneylerle %15 hata payı ile aynı sonuçları bulmuşlardır.

Tanov and Tabiei, statik ve dinamik yükler altında tabakalı kompozit kabukların burkulmasını araştırmışlardır. Farklı kabuk uzunluğu, kabuk kusurları, tabaka açıları için statik ve dinamik yükler altında burkulma davranışını sonlu elemanlar yöntemi yardımıyla LS-DYNA ticari programı kullanarak elde etmişlerdir.

Bugüne kadar yapılan çalışmalarda silindirik kompozit boruların eksenel ve yanal dış basınç altında burkulma davranışları geniş bir şekilde incelenmiştir. Bununla birlikte borular her zaman tüm çevreleri boyunca dış basınca maruz kalmayabilirler. Değişken çevresel bant yüküne maruz borular da burkulmaya zorlanırlar. Bunun yanı sıra birçok uygulama sahasında bu tür borulara yiv veya O-ring yuvaları açılması gerekmektedir. Silindirik bir kompozit boruda çevresi boyunca açılmış bir yivin burkulmaya olan etkisi bu açıdan önemlidir. Bu çalışmada değişken çevresel bant yüküne maruz ve çevresi boyunca yiv açılmış boruların burkulma davranışları da ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

Beş ana bölümden oluşan bu çalışmanın giriş bölümünden sonra kaynak özetlerinin verildiği ikinci bölüm gelmektedir. Üçüncü bölüm materyal ve yöntem bölümüdür. Bu bölümde kompozit malzemeler hakkında detaylı bilgi verilmiş, kompozit bir kabuğun burkulma formülleri elde edilmiştir. Ayrıca Sonlu Elemanlar Metodu da bu bölümde anlatılmıştır. Dördüncü bölüm ise, nümerik sonuçların elde edildiği ve grafik ve tablolar yardımıyla bu sonuçların sunulduğu araştırma bulguları ve tartışma bölümüdür. Çalışmadan çıkarılacak sonuç ve öneriler ise beşinci bölümde verilmiştir.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Kompozit Malzemeler

Genel olarak kompozit malzeme fiziksel ve kimyasal özellikleri farklı olan iki veya daha fazla malzemenin bir araya gelerek oluşturduğu daha iyi mekanik özelliklere sahip olan malzemelerdir. Kompozit malzemenin yapısını fiberler ve matris oluşturur. En çok kullanılan şekliyle, matris malzeme içerisine daha farklı bir malzemenin elyaf veya parçacık olarak konması ve kür işlemiyle tek bir yapı oluşturmastır. Bu bileşenler birbirleri içinde çözülmezler veya karışmazlar. Fiberler, kompozit yapının takviye elemanı olup mekanik mukavemeti sağlarlar. Matris, fiberleri bir arada tutan, fiberler arasında gerilim aktarımını sağlayarak mekanik yapının oluşumunu dolaylı olarak etkileyen ve fiberleri fiziksel ve kimyasal dış etkilere koruyarak kompozit yapının bir sistem olarak ortaya çıkmasını sağlayan ana yapıdır. Matris malzemesi olarak metal alaşımları kullanıldığı gibi, daha uygun olan reçineler de kullanılmaktadır. Matrislere (bağlayıcılar) örnek olarak polimer, seramik ve metalleri; güçlendiricilere örnek olarak ta fiberler, partiküller, whiskers (polimer seramik veya metalde olabilir) verilebilir. Kompozit malzemelerin tercih edilmesinin sebebi ağırlık olarak %25'lere ulaşan miktarda tasarruf sağlamalarıdır.

En çok kullanılan kompozit malzeme kombinasyonları; Cam elyafı+ epoksi, karbon elyafı+epoksi ve aramid elyafı+epoksi birleşimleridir. Kompozit malzemeler tabakalar veya ince tabakalar halinde uygulanabilmektedir. 1940'ların sonlarında geliştirilen CTP (Cam Takviyeli Polyester-CTP/ Glassfiber Reinforced Polyester/GRP, FIBERGLASS) günümüzde en çok kullanılan ve ilk modern polimer esaslı kompozit malzemedir. Bugün üretilen tüm kompozit malzemelerin yaklaşık olarak %85'i CTP'dir ve çoğunlukla tekne gövdeleri, spor araçları, paneller ve araba gövdelerinde kullanılmaktadır. CTP ve diğer kompozit kombinasyonları günümüzde tercih edilmesinin ve kullanımlarındaki artışın mutlak sebepleri sağlamlıkları ve hafiflikleridir. Çeşitli plastik malzemelerin seramik, metal bazen de sert polimerlerin elyafları ile

güçlendirilerek ileri derecede faydalar sağlayan malzemeler üretmek mümkündür. İçindeki plastik sayesinde kolaylıkla şekil verilebilen ve takviye elyaflar sayesinde son derece sağlam, sert ve hafif olan bu malzeme kombinasyonları, kompozitler her gün yepyeni uygulama alanlarında karşımıza çıkmaktadırlar. Ayrıca metallere kıyasla malzeme yorulması, malzeme üzerinde hasarların tolere edilmesi ve korozyona dayanıklılık özellikleri bakımından avantaj sağlamaktadır. Tüm bu faydalarına rağmen kompozitlerin tamamıyla metalin yerine geçmemesinin üç ana sebebi vardır;

1. Titanyum ve çelik gibi metallerin bazı uygulamalarda ihtiyaç duyulan kritik düzeyde ısı, mekanik özellikleri günümüz kompozitleri karşılayamamaktadır.
2. Bazı karmaşık biçimler düşük maliyetler çerçevesinde üretilememektedir.
3. Kompozitlerin birim üretim maliyet rakamları metallerden (alüminyum) daha yüksektir

3.1.1. Kompozit malzemelerin avantajları

1. Aynı ağırlıktaki mukavemetleri metallere oranla çok yüksektir,
2. Aynı yönlü aramid ve karbon elyaf takviyeli epoksi kompozit malzemeler, çelik ve alüminyumdan yaklaşık 4-6 kat daha yüksek spesifik çekme dayanımına sahiptir,
3. Aynı yönlü grafit takviyeli epoksi, çelik ve alüminyumdan yaklaşık 3,5-5 kat daha yüksek spesifik çekme dayanımına sahiptir,
4. Yorulma dayanma limitleri metallerden çok fazladır,
5. Yukarıdaki özelliklerden dolayı aramid, karbon ve hybrid elyaf takviyeli plastikler, aynı fonksiyonu yerine getirebilecek Al'dan %25-45 daha hafiftir,
6. Titreşim sönümleme özelliği metalik malzemelere göre çok yüksektir,
7. Elyaf takviyeli kompozitler çok yönlü kullanım kolaylıkları sağlar,
8. Korozyona dayanım mükemmeldir,
9. Kompozit parçaların daha az bağlantı elemanları gerektirmesi, bu elemanlardan kaynaklanan yapısal zayıflıkları en aza indirmektedir,
10. Darbeyi soğurma enerjileri metallerden önemli ölçüde fazladır,

11. Düşük ısı iletkenliğine sahiptirler,
12. Aşınmaya karşı dirençlidirler (bu özelliğinden dolayı özellikle frenlerde kullanılırlar)
13. İyi bir görünüme sahiptir ve yeni tasarım esneklikleri sunar,
14. Diğer malzemelerle uyumludur,
15. Farklı mekanik özellikler elde etmek için farklı katmanlardan ve farklı kombinasyonlarla kompozit malzeme inşa edilebilir,
16. Kolay imal edilebilir ve yüksek üretim miktarlarına ulaşabilir,
17. Çok iyi fiziksel özelliklerinin yanında, çok iyi kimyasal özelliklere de sahiptir,
18. Bu özelliklerden dolayı uzun ömre ve iyi bir performansa sahiptirler.

3.1.2. Kompozit malzemelerin dezavantajları

1. Kompoziti oluşturan her bir bileşenin olumlu olumsuz tüm özellikleri nihai parçaya yansır (anisotropik),
2. Ham malzemesi pahalıdır. Ancak bağlantı elemanları sayısında ve ağırlıkta azalma olması dikkate alındığında, toplam maliyette bir düşme söz konusu olur,
3. Kompozitler kırılgan (gevrek) malzeme olmalarından dolayı kolaylıkla zarar görürler ve onarılmaları yeni problemler oluşabilir,
4. Tasarım parametrelerinin yetersiz olması, imalat açısından yüksek verimliliğe ulaşmayı engellemektedir,
5. Yanma ve duman çıkarma özellikleri dezavantaj olarak değerlendirilmektedir,
6. Uzman personel gerektirmektedir,
7. Malzemenin kalitesi üretim yönteminin kalitesine bağlıdır,
8. Sınırlı raf ömürleri vardır. Özel şartlarda korunmaları gerekir.

3.2. Elyaf Malzemeler

3.2.1. Cam elyafı

Uçaklarda panellerde kullanıldığı gibi roket motorlarında da kullanılmaktadır. Avantajları; fiyatının göreceli olarak ucuz olması, kolay temin edilmesi, işlenme kolaylığı, yüksek mukavemeti, esnek olması ve düşük kalıp maliyetidir. Dezavantajı ise neme karşı çok duyarlı olmasıdır.

3.2.1.a. E-camı

Moleküler yapısı kalsiyum oksit/alumina-borasilikat esaslıdır. Genel amaçlıdır. Mukavemet ve yüksek elektrik iletkenliğinin gerekli olduğu alanlarda kullanılır. Diğer fiberlere nazaran daha ucuzdur. Fiberglasın en yaygın olarak kullanılan tipidir.

3.2.1.b. S-camı

Bir silika-alumina-magnesia kompozisyonudur. Mukavemeti E-camı na göre daha büyüktür. Yüksek sıcaklıklarda özelliklerini daha iyi korurlar. Bu tip dokumadan ziyade iplikçik halinde bulunur.

3.2.1.c. C-camı

Soda-kireç-borasilikat içerir. Kimyasal stabilitenin en önemli faktör olduğu alanlarda kullanılır. Asitlerle teması olan yerlerde kullanılabilir.

3.2.1.d. Kuartz

Düşük dielektrik özellikleri istenen anten, radar vb. gibi parçalarda kullanılır.

3.2.2. Boron

Elastisite modülü yüksek kompozit teşkili için kullanılır. Boron fiberleri normal olarak önceden reçine emdirilmiş teypler halinde sağlanabilir.

3.2.3. Karbon/Grafit elyafı

Çok yüksek mukavemete sahip bir malzemedir. Genellikle 1500⁰C’de yüksek dayanımlı olurlar. Yüksek elastik modül ve yüksek mukavemete sahip, yüksek sıcaklıkta bile diğer fiberlerle karşılaştırıldığında dayanıklılığı hissedilir derecede fazla olan süreksizlik göstermeyen sürekli fiberler halinde imal edilirler. Yüksek mekanik özelliklere sahip olması nedeniyle, uçak endüstrisinde yer alan ileri kompozitlerin başında gelir. Voyager uzay aracının %90’ı karbon fiberlerden yapılmıştır. Uçaklarda; kanatlar, dümenler, stabilizerler gibi kontrol yüzeyleri, helikopter panelleri, otomobil ve denizcilik sektöründe yapısal destek elemanları, bisiklet pedalları, raketler, olta, yarış otosu kaportaları, roketler, uzay araçları ve füzelerin yapısal elemanlarında kullanılır. Normal sıcaklıklarda yorulma direnci ile sabit bir yük altındaki deformasyonları düşüktür. Dezavantajları; kırılğan olmaları, düşük basma direnci, şok yüklenmelere karşı düşük ısısal genleşme katsayısına sahip olması ve fiyatının pahalı olmasıdır.

3.2.4. Aramid elyafı

Aramid fiberi aromatik poliamid yapıda bir organik polimerdir. Aramid mevcut organik ve inorganik fiberlerden en yüksek çekme mukavemetine sahip olanlardan birisidir. Ancak basma mukavemeti diğer fiberlerden daha düşük olduğu için, her iki

mukavemetin istendiği durumlarda karbon veya fiberglas ile birlikte kullanılır. Aramid fiberinin en büyük avantajı da düşük yoğunlukta olmasıdır. Bu özelliği nedeniyle havacılık ve denizcilik endüstrisinde kullanımı yaygındır. Özellikle pilot kaskı imalinde, hız teknesi inşasında, son yıllarda balistik koruyucu yelek, kompozit miğfer gibi ürünlerde kullanılmaktadır. En çok bilinen ve kullanılan aramid fiberi Dupont firmasının 1970 lerde piyasaya sürdüğü tescilli ismi olan Kevlar'dır. Yüksek tokluk için Kevlar 29, yüksek modül için Kevlar 49 ve ultra yüksek modül için ise Kevlar 149 kullanılır. Aramid fiberlerinin en önemli özellikleri;

- Genellikle rengi sarıdır
- Düşük yoğunlukludur.
- Yüksek dayanıklılık
- Yüksek darbe dayanımı
- Yüksek aşınma dayanımı
- Yüksek yorulma dayanımı
- Yüksek kimyasal dayanımıdır.

3.2.4.a. Aramid elyafının dezavantajları

1. Bazı tür aramid elyafları ultraviyole ışınlar maruz kaldığında bozulma göstermektedir. Sürekli karanlıkta saklanmaları gerekmektedir.
2. Elyaflar çok iyi birleşmeyebilirler. Bu durumda reçinede mikroskopik çatlaklar oluşabilir. Bu çatlaklar malzeme yorulduğunda su emişine yol açmaktadır.

3.2.5. UHMWPE (Yüksek Moleküler Ağırlıklı Polietilen) elyaflar

1990 yılında seri üretimine geçilen UHMWPE elyafları çok yüksek çekme mukavemetine sahip olması (çelikten on kat daha sağlam) nedeniyle dünyada bilinen en sağlam elyaftır. Özellikleri;

- Yüksek çekme mukavemeti
- Çok yüksek elastisite modülü
- Sudan hafif olması ($0,97 \text{ gr/cm}^3$)
- Çok yüksek enerji emebilme özelliği
- Tekrar kullanılabilmesi.

Bu özellikleriyle UHMWPE elyafı yapısal kompozit parçaların imalinde balistik koruyucu yelek ve diğer koruyucu elemanlarda, her tür koruyucu giysi, yüksek mukavemetli halat, paraşüt ipi, balık ağı yapımında, hafifliği nedeniyle denizcilik gibi alanlarda kullanılabilecek cazip bir malzeme olmaktadır.

3.2.6. Seramik elyaflar

Sürekli seramik elyaflar yüksek mukavemet ve elastik modül özelliklerini yüksek ısıya dayanıklılık ve çevresel şartlardan fazla etkilenmeme özellikleri ile birleştirmektedir. Örnek olarak silikon carbide (SiC) fiberler ve alüminyum oksit (Al_2O_3) elyaflar verilebilir.

3.2.7. Metalik elyaflar

Tel şeklindeki birçok metal yüksek mukavemet özellikleri göstermektedir. Berilyum teli, çelik ve tungsten en önemlileridir. Metalik tellerin en önemli avantajlarından bir tanesi herhangi bir seramik elyaftan daha kararlı mukavemet değerlerine sahip olmasıdır. Özellikle berilyum yüksek modül ve oldukça düşük yoğunluğa sahip olmasından dolayı yüksek fiyatına rağmen iyi bir fiberdir. Mukavemeti diğerlerine kıyasla düşüktür.

3.3. Matris Malzemeler

Bir kompozit yapıda matrisin görevi yapıştırıcı ve tutucu özelliğiyle elyafları bir arada tutmak, yükü elyaflara aktarmak ve kompozit yapıyı dış etkenlerden korumaktır. Reçineler kimyasal özelliklerine göre en genel anlamda “termoset” ve “termoplastik” ler olmak üzere ikiye ayrılır. Aralarındaki en büyük fark termoplastik reçinelerin tekrar kullanım özelliğine sahip olmalarıdır.

3.3.1. Termoset reçineler

Sertleştirilmeleri, intermoleküler yapılarının çapraz bağlarla oluşturulmaları ile sağlanır. Sıvı reçine halindedirler. Tekrar kullanılamazlar. Termoplastiklerden daha serttirler ve yüksek sıcaklıklara da dayanıklıdırlar.

3.3.1.a. Epoksi reçineler

Havacılık sanayisinde en yaygın olarak kullanılan epoksi reçineler klasik epoksi ve novalak epoksidir. Polyester reçinelere nazaran mekaniksel ve çevre şartlarına dayanıklılık açısından daha üstün özelliklere sahiptir. Çekme, basma ve darbe dayanımları oldukça yüksektir. Epoksi reçineler aşınmaya karşı çok dayanıklıdırlar. En önemli özelliği, hangi düzgünlük ve dokuda olursa olsun, herhangi bir yüzeyi yapıştırma kabiliyetidir. Viskozitesi çok düşüktür. Oda sıcaklığında katılaşabilirler. Epoksi reçineler bir dereceye kadar sıcaklığa dayanıklıdırlar. Özel formüllerle imal edilen türleri 315⁰C sıcaklığa dayanabilirler. Fakat servis sıcaklıkları 110-290⁰C arasındadır. Epoksi reçinenin bir türü olan bismaleimide reçinenin kullanım sıcaklığı 205-220⁰C olmasına rağmen düşük uzama mukavemeti ve kırılgan olması gibi dezavantajları vardır. Bal peteği malzemeleri imalinde, çini ve porselen tamirinde, uçak yapısal elemanlarının imalinde, taban ve yüzey kaplaması olarak kullanılırlar. Kalıp imalatı için çok uygundurlar.

3.3.1.b. Polyester reçineler

Belirli bir reçine sisteminin k r ve jelleşme süresi, katalizör ve hızlandırıcı gibi maddelerin konsantrasyonuna bağlıdır. Polyester k r nde reaksiyon bir defa ba ladıktan sonra herhangi bir ara kademede durdurulmaz. Polyester reçineler oda sıcaklığında k r edildiğinden otomobil, kamyon ve kayak gövdeleri gibi büyük parçaların imalinde kullanılırlar. Zayıf yapıştırma özelliği ve kompozit yapı içerisinde elyaf hareketini engellemesi nedeniyle balistik koruyucu kompozit levha halinde de kullanılırlar.

3.3.1.c. Fenolik reçineler

Fenolik reçineler genellikle fenol ve formaldehitten elde edilir. Sıvı katı veya kuma a emdirilmiş (prepreg) halde bulunabilirler. En sert reçineler arasında bulunurlar. Fenoliklerin diğer reçinelere göre çekme dayanımı vasat, basma dayanımı yüksek ve bükülebilme dayanımı düşüktür. Kırılmadan önce çok az uzarlar. Yüksek basma dayanımının istendiği basma kalıplarında kullanılırlar.

3.3.2. Termoplastik reçineler

Son yıllarda geliştirilmiş yüksek sıcaklık ve kimyasal dayanımı ile elektrik ve mekanik özellikleri geniş sıcaklık aralığında çok iyi olan film malzemelerdir. Katı halde bulunurlar. Isı ile eritilip form verilebilir. Soğutulduklarında tekrar katı hale gelirler. Polietersulfon (PES), Polietereterketon (PEEK) ve Polyamid (PA) en iyi bilinen termoplastiklerdir. Termoplastiklerin en büyük avantajı belirli bir kullanım ömrünün olmayışıdır.

3.4. Anizotropik Malzemeler için Gerilme-Gerinme Bağlılıları

Bütün doğrultularda özellikleri farklı olan malzemelere anizotropik malzemeler denir. Böyle malzemelerde genelleştirilmiş Hooke kanunu

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad i,j= 1,2,\dots,6 \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada σ_i gerilme bileşenleri, C_{ij} rijitlik matrisi ve ε_i gerinme bileşenlerini göstermektedir. Bu bağıntıdaki gerinme vektörünün elamanları deplasmanlar cinsinden aşağıdaki şekilde yazılırlar.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \varepsilon_3 &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \varepsilon_4 &= \gamma_{23} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \varepsilon_5 &= \gamma_{13} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \\ \varepsilon_6 &= \gamma_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Burada u , v ve w fonksiyonları sırasıyla x , y ve z doğrultularındaki yer değıştirmelerdir. (3.1) Bağıntısındaki C_{ij} matrisi için $C_{ij}=C_{ji}$ olduğı gerinme enerjisi ifadesi yardımıyla gösterilebilir. Bu takdirde 36 elemanı bulunan rijitlik matrisinin eleman sayısı 21'e düşmüş olur. Gerilme-gerinme bağıntıları bu şekilde ifade edilebilen malzemelere "Triklinik Malzemeler" denir.

Eğer malzeme özellikleri bakımından bir simetri düzlemi varsa o zaman rijitlik matrisi 13 bağımsız elemanla ifade edilebilir. Gerilme-gerinme bağıntıları denklem (3.3) deki gibi yazılan malzemelere "Monoklinik Malzemeler" adı verilir. Ortotropik

malzemelerin rijitlik matrisi ile arasındaki fark $C_{16}=C_{26}=C_{45}=C_{36}$ olmasıdır. Ortotropik malzeme, malzeme düzleminin peş peşe üç dik düzlemine sahiptir. Bu malzemeler için gerilme-gerinme bağıntıları denklem (3.4) de verilmiştir. Herhangi bir malzemede ortogonal anizotropi haline ilave olarak mekanik özelliklerin bütün doğrultularda aynı olduğu tek bir düzlem malzemenin her noktasında mevcut ise bu malzemeye “enine izotropik malzeme” denir. Herhangi bir malzemede her noktada ve her doğrultuda malzeme aynı ise bu malzemeye “İzotropik Malzeme” denir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

3.5. Kompozit Malzemelerde Hooke Sabitlerinin Bulunması

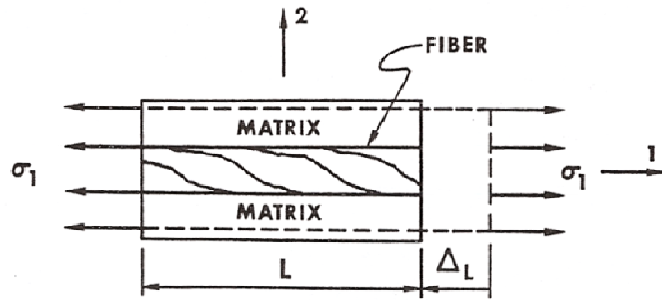
Herhangi bir malzemede; kayma modülü “G”, elastiklik (Young) modülü “E”, Poisson oranı “ ν ” malzemelerin mühendislik sabitleri olarak adlandırılırlar. Bu sabitler tek eksenli gerilme ve tam kayma testleri gibi testlerle bulunurlar. Böylece rijitlik matrisi elemanları matematiksel olarak ifade edildikleri değerden kurtulup, daha açık ve fiziksel anlam taşıyan mühendislik sabitleri ile ifade edilebilirler.

Ortotropik elastik malzemeye ait mühendislik sabitlerinin bulunabilmesi için, bilinen bir yük veya gerilme yardımıyla gerçekleştirilen basit çekme ve kayma testleri yapılır. Yapılan deneylerin sonuçları değerlendirildiğinde malzemenin elastisite modülleri “ E_1 ve E_2 ”, kayma modülü “ G_{12} ” ve poisson oranı “ ν_{12} ” tespit edilerek C_{ij} rijitlik matrisi elemanları bunlar yardımıyla belirlenmiş olur.

Herhangi bir kompozit malzemenin mukavemet değerleri ve mühendislik sabitleri, malzemeyi oluşturan matris ve elyaf fazların mühendislik sabitleri ve konsantrasyonları ile kompozit malzemenin takviye istikametinde ve bu istikamete dik doğrultuda mekanik özellikleri ve buna bağlı olarak rijitlik matrisi elemanları mikromekanik ile yaklaşık olarak hesap edilebilir.

3.5.1. E_1 'in bulunması

Eğer malzeme Şekil 3.1’de görüldüğü gibi takviye doğrultusunda bir σ_1 gerilmesinin etkisinde kalıyorsa hem lifler hem de matris malzeme aynı miktarda Δ_L kadar uzuyor kabul edilir. Bu durumda,



Şekil.3.1. Kompozit malzemelerin takviye doğrultusunda çekilmesi

$$\sigma_1 = E_1 \varepsilon_1, \quad \sigma_f = E_f \varepsilon_1, \quad \sigma_m = E_m \varepsilon_1 \quad (3.5)$$

yazılabilir. Malzeme kesit alanının “A” ve bu alan içindeki fiber alanının “A_f”, matris alanının ise “A_m” olduğu düşünülürse F çekme kuvveti aşağıdaki gibi bulunur.

$$\frac{E_1 \varepsilon_1}{A} = \frac{E_f \varepsilon_1}{A_f} = \frac{E_m \varepsilon_1}{A_m} \quad (3.6)$$

(3.6) denkleminde (3.5) kullanılarak

$$E_1 \varepsilon_1 A = E_f \varepsilon_1 A_f + E_m \varepsilon_1 A_m \quad (3.7)$$

$$E_1 = E_f \frac{A_f}{A} + E_m \frac{A_m}{A}$$

elde edilir. Hacimsel konsantrasyonlar,

$$V_f = \frac{A_f}{A}, \quad V_m = \frac{A_m}{A}, \quad (3.8)$$

$$V_f + V_m = 1$$

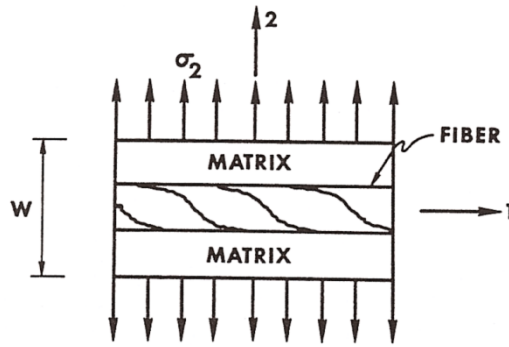
şeklinde tanımlanarak

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (3.9)$$

sonucu elde edilir.

3.5.2. E_2 'nin bulunması

Eğer malzeme Şekil 3.2'deki yüklenirse, fiber ve matriste σ_2 gerilmesi meydana gelir. Bu takdirde



Şekil.3.2. Kompozit malzemenin takviye doğrultusuna dik yönde yüklenmesi

$$\sigma_m = E_m \varepsilon_m, \quad \sigma_f = E_f \varepsilon_m \quad (3.10)$$

$$\sigma_2 = E_2 \varepsilon_2, \quad \sigma_2 = \sigma_f = \sigma_m$$

yazılabilir. Malzemenin kalınlığı w ise, $V_f w$ kadarını fiber, $V_m w$ kadarını da matris oluşturuyor demektir.

$$\varepsilon_2 w = V_f w \varepsilon_f + V_m w \varepsilon_m \quad (3.11)$$

(3.11) bağıntısı malzemenin gerinme miktarını verir. Buradan

$$\varepsilon_2 = V_f \varepsilon_f + V_m \varepsilon_m \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{V_f \sigma_f}{E_f} + \frac{V_m \sigma_m}{E_m} \quad (3.13)$$

ifadeleri elde edilir. Bu ifadelerden

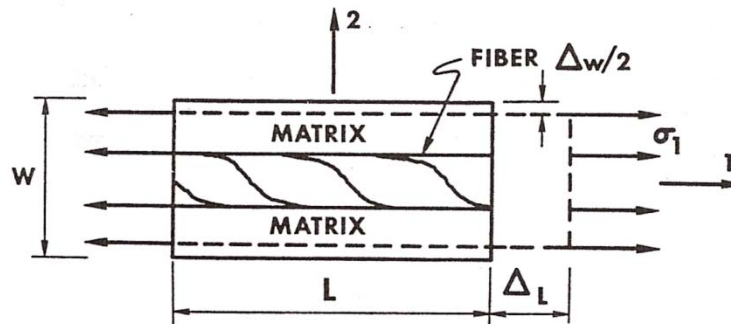
$$\sigma_2 = E_f \varepsilon_2 = E_2 \left(\frac{V_f \sigma_2}{E_f} + \frac{V_m \sigma_2}{E_m} \right) \quad (3.14)$$

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{V_m E_f + V_f E_m} \quad (3.15)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı aşağıdaki şekilde de ifade edilebilir.

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (3.16)$$

3.5.3. ν_{12} 'nin Bulunması



Şekil.3.3. Kompozit malzemelerin takviye doğrultusunda çekilmesi

Şekil 3.3'den

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (3.17)$$

$$\Delta w = -V_m \varepsilon_2 = w \nu_{12} \varepsilon_1 \quad (3.18)$$

$$\Delta w = \Delta w_m + \Delta w_f \quad (3.19)$$

yazılabilir. (3.19) bağıntısının sağ tarafındaki ifadeler

$$\Delta W_m = V_m w \nu_m \varepsilon_1 \quad (3.20)$$

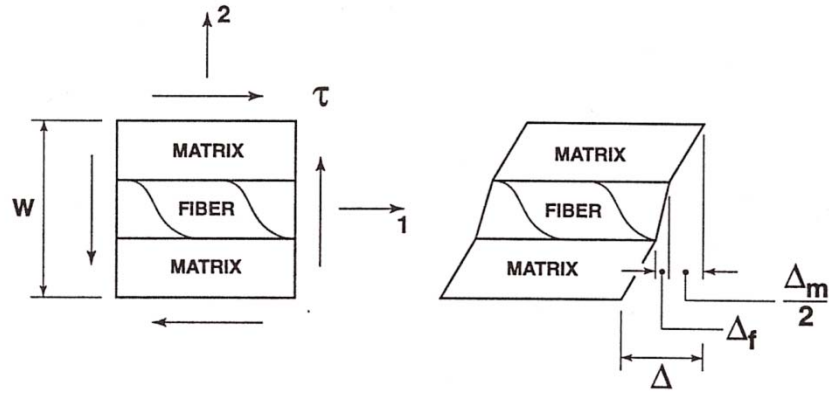
$$\Delta W_f = V_f w \nu_f \varepsilon_1 \quad (3.21)$$

eşitlikleriyle tespit edilirler. Buradan da

$$\nu_{12} = V_m \nu_m + V_f \nu_f \quad (3.22)$$

sonucu elde edilir. Eğer $\nu_m = \nu_f$ olursa, $\nu_{12} = \nu_m = \nu_f$ olur.

3.5.4. G_{12} 'nin bulunması



Şekil.3.4.Kompozit malzemelerde kayma gerilmesi ve toplam kayma deformasyonu

Malzeme Şekil 3.4'deki gibi yüklendiğinde,

$$\gamma_m = \frac{\tau}{G_m} \quad (3.23)$$

$$\gamma_f = \frac{\tau}{G_f} \quad (3.24)$$

bağıntısı yazılabilir (Sayman 1981). Malzemede oluşan deformasyonlar Şekil 3.4'de görülmektedir. Toplam kayma deformasyonu

$$\Delta = \gamma w \quad (3.25)$$

ile bulunur. Matris ve fiber için de

$$\Delta_m = V_m w \gamma_m \quad (3.26)$$

$$\Delta_f = V_f w \gamma_f \quad (3.27)$$

bağıntıları yazılabilir. $\Delta = \Delta_m + \Delta_f$ eşitliğinden yararlanarak

$$\gamma = \frac{\tau}{G_{12}} = \frac{V_m \tau}{G_m} + \frac{V_f \tau}{G_f} \quad (3.28)$$

$$G_{12} = \frac{G_m G_f}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (3.29)$$

bağıntısı elde edilir.

3.5.5. Halphin-Tsai denklemleri

Halphin ve Tsai kompozit malzemeler için daha karmaşık olan mikromekanik sonuçların yaklaşık bir çözümüne imkan sağlayan interpolasyon metodunu geliştirmişlerdir. Geliştirilen bu interpolasyon metodu iki kısımdan oluşmaktadır. İlk olarak, sonuçların dizayn aşamasında kolaylıkla kullanılabilecek formata indirgenmesi, ikinci olarak da genellikle sınırlı sayıda elimizde bulunan mikromekanik sonuçların mühendislik bakımından daha ideal seviyede genelleştirilmesinin sağlanmasıdır. Ayrıca bu metotta elyaf hacim oranı (V_f) dikkate alınmadığı zaman daha hassas sonuçlara ulaşacağı tespit edilmiştir.

Halpin-Tsai'nin bu çözüm yaklaşımı şu şekilde gösterilmektedir,

$$E_1 \cong E_f V_f + E_m V_m \quad (3.30)$$

$$v_{12} = v_f V_f + v_m V_m \quad (3.31)$$

ve

$$\frac{M}{M_m} = \frac{1 + \xi \eta V_f}{1 - \eta V_f} \quad (3.32)$$

şeklinde olur. Burada

$$\mu = \frac{\frac{M_f}{M_m} - 1}{\frac{M_f}{M_m} + \xi} \quad (3.33)$$

bu denklemlerde;

M : E_2, G_{12} ya da v_{23} kompozit malzemenin mekanik özellikleri

M_f : E_f, G_f ya da v_f elyafın mekanik özellikleri

M_m : E_m, G_m ya da v_m matrisin mekanik özellikleri

olarak tanımlanır. Burada ξ kompozit malzemenin elyaf geometrisine, bileşenlerin diziliş geometrisine ve yükleme şartlarına bağlı olan ve elyafların sağladığı mukavemet değerinin bir ölçüsüdür.

E_1 ve v_{12} mikromekanik metoduyla elde edilen sonuçlar çok yaklaşık değerlerdir. Halpin-Tsai denklemleri elyaf, şerit ve partikül kompozitleri için uygun sonuçlar sağladığından kompozit malzeme dizaynında rahatlıkla kullanılabilir.

Halpin-Tsai denklemlerinin kullanılmasında karşılaşılan tek zorluk ξ için optimum bir değerin bulunmasında karşılaşılmaktadır. ξ için hassas çözümler bulunabilir fakat bu çözüm bulunurken kullanımı zor ve orijinal olmayan denklem takımından kaçınılmalıdır. Kompozit malzemelerin imalatındaki varyasyonlar daima bileşen diziliş geometrisinde ve kompozit modülünde de varyasyonlara sebep olacaktır. Bu nedenle kompozit modülü ne kesin olarak tahmin edilebilir ne de kesin olarak tayin edilmesine ihtiyaç vardır. Halpin-Tsai denklemleri gibi çözüm yaklaşımları uygulamada gereksinim duyulan tüm hesaplamalar için tatmin edici birer denklem oldukları söylenebilir.

Halpin-Tsai denklemlerinin sağladığı bazı fiziksel anlamlar kullanılarak ξ ve η 'nin belirlenen değer aralıkları için deneysel olarak söz konusu kompozit malzemelerin davranışları analiz edilebilir. Burada öncelikle ξ değerlerinin 0 ile ∞ arasında değişmektedir. $\xi = 0$ olduğu zaman,

$$\frac{1}{M} = \frac{V_f}{M_f} + \frac{V_m}{M_m} \quad (3.34)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durum genellikle daha küçük kompozit malzeme mekanik özelliğine sahip sınırlı sayıdaki seri modeller için geçerlidir. $\xi = \infty$ olduğu zaman,

$$M = V_f M_f + V_m M_m \quad (3.35)$$

şeklinde olur. Bu durum ise genellikle daha büyük kompozit malzeme modülüne sahip paralel kompozit malzeme modelleri için geçerlidir. Bu yüzden ξ elyaflar yardımıyla kompozit malzemeye kazandırılan ilave mukavemet özelliğinin bir ölçüsü olmaktadır. Daha küçük ξ değerleri için elyaflar çok etkin değildir. ξ 'nin daha büyük değerleri için elyaflar kompozit malzemenin mukavemetinin artmasında son derece etkili olmaktadır. Aşağıda η 'nin limit değerleri görülmektedir.

Rijitlikler dikkate alınırsa,

$$\eta = 1 \quad (3.36)$$

Homojen malzemeler için,

$$\eta = 0 \quad (3.37)$$

boşluklu yapı dikkate alınırsa,

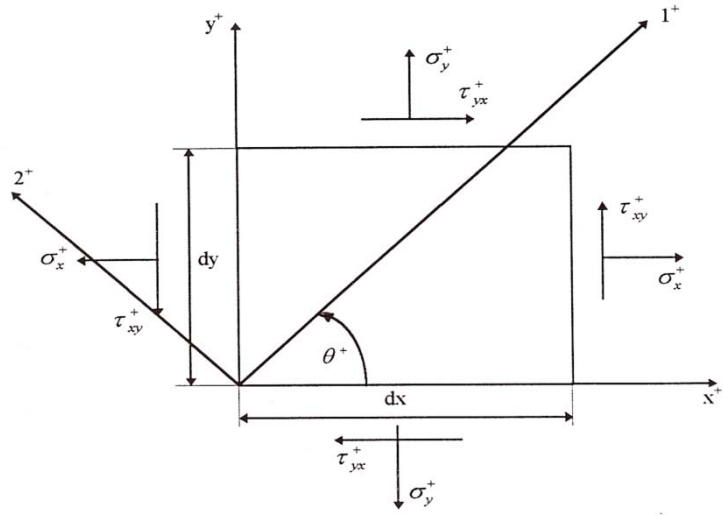
$$\eta = -\frac{1}{\xi} \quad (3.38)$$

yazılabilir.

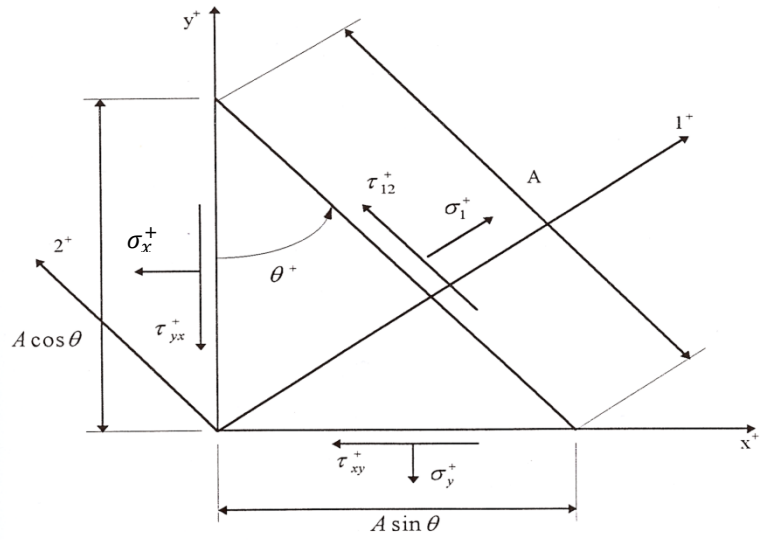
Denklem (3.32) deki ηV_f terimi azaltılmış fiber hacimsel oranı olarak açıklanabilir. Azaltılmış kelimesi $\eta \leq 1$ koşulları için kullanılmaktadır. Ayrıca denklem (3.33)' den de görüldüğü gibi η mukavemet artıran ve bir geometri faktörü olan ξ de olduğu gibi malzeme bileşen özelliklerinden de etkilenmektedir.

3.5.6. Ortotropik malzemelerde gerilme–gerinme ilişkileri

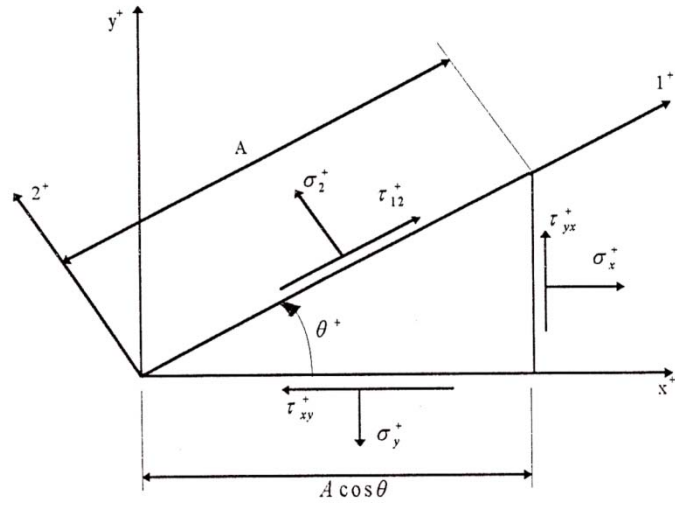
Asal malzeme doğrultuları 1 ve 2 eksenleriyle tanımlanan ortotropik bir kompozit malzemede meydana gelen gerilmeler θ açısı kadar dönmüş x ve y eksenleri doğrultularında, elemanter mekanikten yararlanarak dönüşmüş gerilme denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir. Şekil 3.6'dan faydalanarak 1^+ yönündeki gerilmeler



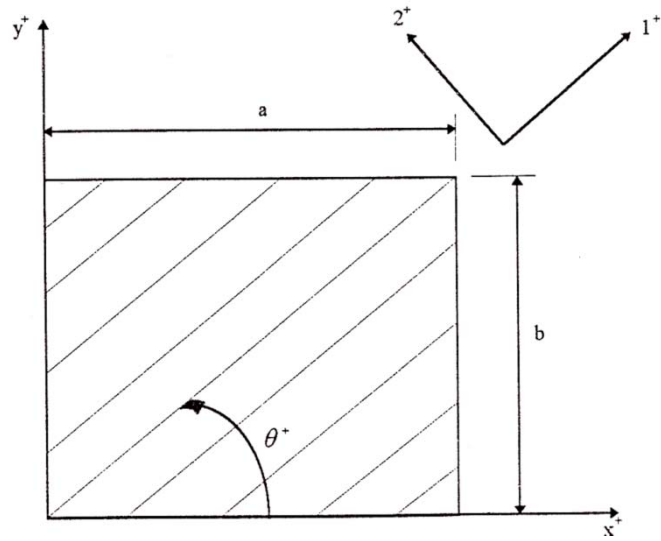
Şekil.3.5. Koordinat eksenleri ile asal eksenler arasındaki ilişki



Şekil.3.6. Eksenlerin θ açısı kadar dönmesi halinde σ_1 gerilmesi



Şekil.3.7. Eksenlerin θ açısı kadar dönmesi halinde σ_2 gerilmesi



Şekil.3.8. Genel bir levhada eksen takımları

$$\sigma_1 = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + \tau_{xy} (2 \sin \theta \cos \theta) \quad (3.39)$$

$$\tau_{12} = -\sigma_y (\sin \theta \cos \theta) + \sigma_x (\sin \theta \cos \theta) + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (3.40)$$

şeklinde bulunur. (3.39) denkleminde $\theta = \frac{\pi}{2} + \theta$ kullanılırsa σ_2 gerilmesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\sigma_2 = \sigma_y \cos^2 \theta + \sigma_x \sin^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (3.41)$$

(3.39), (3.40) ve (3.41) denklemleri matris formatında yazılabilir. Benzer işlemler gerilmeler için de yapılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{ve} \quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

Burada $[T]$ transformasyon (dönüşüm) matrisi olup,

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

şeklinde yazılır. Tek yönde elyaf takviyeli ortotropik kompozit levhalarda gerilme-gerinme arasındaki bağıntılar aşağıdaki gibi ifade edilir (Sayman vd 1981).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad \text{veya} \quad \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [Q] \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

Burada $[Q]$ rijitlik matrisi olup elemanları aşağıdaki gibi verilir:

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{12}E_{11}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{21} = \frac{\nu_{21}E_{22}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{22} = \frac{E_{22}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}$$

$$Q_{66} = G_{12} , \quad Q_{44} = G_{23} , \quad Q_{55} = G_{31}$$

Yukarıdaki denklemlerde

E_{11} : 1 yönündeki Elastisite modülü

E_{22} : 2 yönündeki Elastisite modülü

G_{12} : 1-2 düzlemindeki kayma modülü

ν_{12} : 1-2 düzlemindeki Poisson oranı

(3.42), (3.43) ve (3.44) denklemleri kullanılarak herhangi bir x-y düzlemindeki gerilme-gerinme bağıntısı aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} [Q] [T]^{-T} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

burada $[\bar{Q}]$ indirgenmiş rijitlik matrisi olup aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T]^{-T} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 2\bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 2\bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 2\bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$[\bar{Q}]$ indirgenmiş rijitlik matrisi elemanları

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$\bar{Q}_{23} = Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta$$

(3.47)

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \theta \sin^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

şeklinde açık olarak yazılabilir.

Kayma gerilmeleri ile kayma gerinimleri arasındaki bağıntı da aşağıdaki gibidir:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (3.48)$$

burada rijitlik elemanları

$$\overline{Q}_{44} = Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta$$

$$\overline{Q}_{55} = Q_{44} \sin^2 \theta + Q_{55} \cos^2 \theta \quad (3.49)$$

$$\overline{Q}_{45} = (Q_{55} - Q_{44}) \sin \theta \cos \theta$$

3.6. Tabakalı Kompozitler

3.6.1. Tabakalı kompozitlerin genel özellikleri

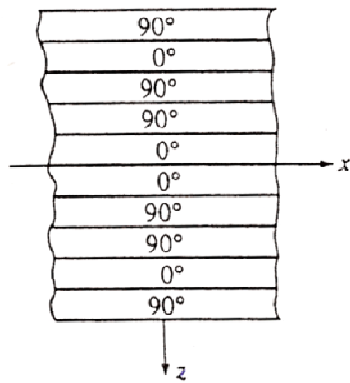
Tabakalı kompozit malzemeler, birbirlerine yapışmış olan en az iki tabakadan oluşur. Ancak mukavemet ve mekanik özelliklerin önem taşıdığı ve kompozitin tabakalarının düzlemindeki birbirine dik iki ayrı doğrultusunda birbirine yakın özelliklerin beklendiği hallerde, malzemenin hedeflenen bu özelliklere sahip olabilmesi için çok sayıda tabaka kullanılmalıdır. Bu tabakaları oluşturan malzemeler farklı olabileceği gibi, aynı tür malzemeden de yapılabilir. Tabakalaşma, daha kullanışlı bir malzemeye ulaşmak için bileşiği oluşturan katmanlar ve bağlanan malzemelerin en iyi durumlarını birleştirir. Söz konusu malzeme bir levha ise; levhanın birkaç tabakanın tam olarak birleşmesi ile meydana geldiği varsayılır. Ayrıca tabakalar arasındaki yapıştırıcının yeterince ince olması halinde bile tabakalar arasında kayma deformasyonunun olmadığı düşünülür. Levhalarda şekil değiştirme esnasında tabakalar birbirlerine göre kayma göstermezler. Bundan dolayı bir levha kendine has özellikler gösteren bir tabaka gibi davranır.

Tabakalı kompozit üretiminin büyük bir kısmı, boyutlarından biri diğer ikisine oranla çok daha küçük olan levha şeklindedir. Bu durumun sonucu olarak, tabakalı kompozit

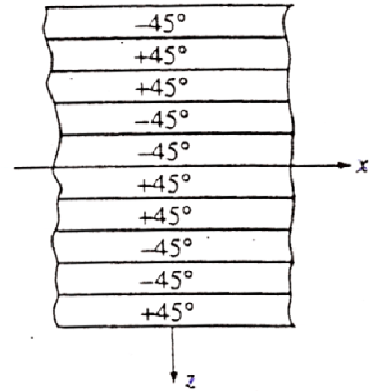
malzemeler, yapısal nitelikleri bakımından diğer kompozit malzeme türlerinden farklılık göstermektedirler.

Bu çalışmada “simetrik ve antisimetrik” tabakalı kompozit plaklar kullanılmıştır. Simetrik tabakalı kompozitler simetri eksenini olan orta yüzeylerine göre her iki yana doğru hem geometrik olarak hem de malzeme özellikleri açısından simetriklik gösterir. Yani orta yüzeye $+z$ kadar uzaklıktaki bir tabakanın kalınlığı, takviye açısı ve malzeme özellikleri ile $-z$ uzaklığındaki tabakanın kalınlığı, takviye açısı ve malzeme özellikleri aynıdır (Şekil 3.9-a).

Antisimetrik tabakalı kompozitlerde ise; simetri eksenini olan orta yüzeylerine göre $+z$ ve $-z$ yönlerinde aynı malzeme özelliklerine ve eşit kalınlıklara sahip tabakalar mevcut olmakla beraber, takviye açıları antisimetriktir. Antisimetrik olmalarının anlamı takviye açılarını birbirlerine göre zıt yönlü olmasıdır. Yani $+z$ uzaklığındaki tabakanın takviye açısı $+\theta$ ise, $-z$ uzaklığındaki tabakanın takviye açısı $-\theta$ olmalıdır (Şekil 3.9-b).



Simetrik (a)



Antisimetrik (b)

Şekil 3.9. Tabaka takviye açıları

$$M = M_0 + q\overline{AO} \cdot \overline{AF} - \frac{q}{2}\overline{AC}^2 \quad (a)$$

şeklinde yazılabilir. Şekil 3.10 daki ACO üçgeni için

$$\overline{OC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AO}^2 - 2\overline{AO} \cdot \overline{AF}$$

denklemini yazılabilir. Bu denklem aşağıdaki gibi de yazılabilir.

$$\frac{1}{2}\overline{AC}^2 - \overline{AO} \cdot \overline{AF} = \frac{1}{2}(\overline{OC}^2 - \overline{AO}^2)$$

Son iki denklem (a) da yerine konursa eğilme momenti aşağıdaki gibi elde edilir.

$$M = M_0 - \frac{1}{2}q(\overline{OC}^2 - \overline{AO}^2) \quad (b)$$

$\overline{AO} = R - w_0$ ve $\overline{OC} = R - w$ eşitlikleri dikkate alınıp w ve w_0 gibi küçük niceliklerin kareleri de ihmal edilirse eğilme momenti

$$M = M_0 - qR(w_0 - w) \quad (c)$$

şeklinde olur. Eğilme momenti için elde edilen bu son ifade ile beraber Şekil 3.10 da gösterilen deformasyon eğrisi için diferansiyel denklem

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = -\frac{R^2}{EI} [M_0 - qR(w_0 - w)] \quad (d)$$

şeklinde yazılabilir. Üniform basıncın kritik değeri ise (d) denkleminin entegrasyonu ile elde edilebilir. Bu denklem diferansiyel formda

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w \left(1 + \frac{qR^3}{EI} \right) = \frac{-M_0R^2 + qR^3w_0}{EI}$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$k = 1 + \frac{qR^3}{EI} \quad (e)$$

dönüşümü yapılarak denklemin genel çözümü aşağıdaki şekilde elde edilir;

$$w = A_1 \sin k\theta + A_2 \cos k\theta + \frac{-M_0R^2 + qR^3w_0}{EI + qR^3} \quad (f)$$

Burkulan halkanın A ve D çapraz kesit alanındaki şartları düşünüldüğünde simetrik yapıdan dolayı sınır şartları

$$\left(\frac{dw}{d\theta} \right)_{\theta=0} = 0 \quad \text{ve} \quad \left(\frac{dw}{d\theta} \right)_{\theta=\pi/2} = 0$$

olarak şekilde belirlenebilir. Bu simetri şartlarından dolayı yukarıdaki denklemde, ilk olarak $A_1 = 0$ elde edilir ve ikinci olarak

$$\sin \frac{k\pi}{2} = 0 \quad (g)$$

bulunur. Bu denklemin sıfırdan farklı en küçük kökü, $\frac{k\pi}{2} = \pi$ ve $k = 2$ bulunur. Bu değerler (e) de yerine konursa kritik basınç için şu değeri elde edilir,

$$q_{cr} = \frac{3EI}{R^3} \quad (3.50)$$

Burkulan halkadaki radyal geometrik sapma (f) formülünden aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$w = \frac{1}{4} \left(\frac{M_0 R^2}{EI} + w_0 \right) \cos 2\theta - \frac{M_0 R^2}{4EI} + \frac{3}{4} w_0 \quad (h)$$

Böylece malzemede boyca herhangi bir uzama olamadığı kabul edilerek

$$v = \frac{1}{8} \left(\frac{M_0 R^2}{EI} + w_0 \right) \sin 2\theta + \left(-\frac{M_0 R^2}{4EI} + \frac{3}{4} w_0 \right) \theta \quad (i)$$

denklemini elde edilir. Burada $\theta = 0$ ve $\theta = \frac{\pi}{2}$ simetri şartlarının gereği v yer değiştirmesi yok olmaktadır. Bu yüzden

$$-\frac{M_0 R^2}{4EI} + \frac{3}{4} w_0 = 0 \quad \text{ve} \quad M_0 = \frac{3w_0 EI}{R^2} = q_{cr} w_0 R \quad (j)$$

sonucu elde edilir. Bu sonuç (h) ve (i) de yerine konursa

$$w = w_0 \cos 2\theta \quad \text{ve} \quad v = \frac{1}{2} w_0 \sin 2\theta \quad (3.51)$$

denklemini bulunur.

(j) denkleminde görüldüğü gibi M_0 momenti şekildeki A ve B ye bir w_0 eksantrikliği ile S sıkıştırma kuvveti uygulanarak üretilebilir. Böyle bir durumda şekilde gösterilen kesikli çizgi, üniform bir basınç etkisinin geçerli olduğunu gösteren bir eğri olarak düşünebilir. Bu eğri ile burkulan halkanın merkez hattı arasında kalan alan, halka için eğilme momentini göstermektedir. Benzer sonuç (j) ifadesi (c) ye konarak da elde

edebilir. $\theta = \mp \frac{\pi}{4}$ ve $\theta = \mp \frac{3\pi}{4}$ için w radyal yer değiştirmesi sıfırdır ve burada eğilme momenti yok olmaktadır.

Yukarıdaki ifadelerde sadece (g) denkleminin en küçük köküne karşılık gelen (d) denkleminin çözümü üzerinde duruldu. Burada $k = 4, 6, \dots$ alınarak burkulan halka için daha geniş değerlere karşılık gelen çok sayıda muhtemel geometrik deformasyonlar tespit edilebilir.

Yukarıdaki çalışmada ileri sürülen başka bir sınırlamada burkulan halkanın yatay ve dikey eksenlerine karşılık gelen simetri şartıdır. Bunun sonucu olarak k için sadece belirli sayıda değerler elde edilmektedir. Burada sadece bir simetri eksenini düşünölürse, örneğin sadece yatay eksen AB simetri eksenini olarak alınırsa ve dikey eksenin ucunda eğilme momentinin sıfır olduğu dikkate alınırsa $k = 3, 5, \dots$ gibi tek sayılı çözümler elde edilebilir. $k = 1$ için elde edilen çözümde halka bir rijit cisim olarak kabul edilmiştir ve halkanın burkulması durumunda $k = 1$ şartının uygun olmadığı anlaşılmıştır. Bu yüzden $k = 2$ en küçük köktür ve buna karşılık gelen yük kritik yüküdür. Daha çok köke karşılık gelen farklı burkulma modları sadece belirli sayıda ilave zorlamalar dikkate alınarak elde edilebilir. Böyle zorlamaların olmadığı burkulma olayı daima Şekil 3.10 da gösterilen karakterde ortaya çıkacaktır.

Dairesel bir halka için elde edilen sonuçlar aynı zamanda üniform dış basınç etkisindeki uzun dairesel boruların burkulması olaylarına da uygulanabilir.

Emniyet gerilmesini aşmayan ve sıkıştırma gerilmesine karşılık gelen kritik basınç değeri P_{cr} aşağıdaki denklemle hesap edilebilir (Timoshenko and Gere 1961).

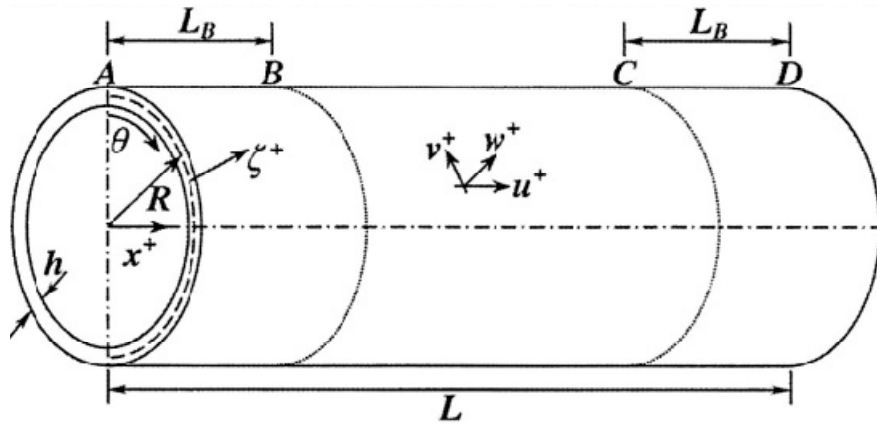
$$P_{cr} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{R} \right)^3 \quad (3.52)$$

3.8. Kompozit Kabuklar

Kabuklar plaklar gibi ince yapılı elemanlar olup, kabuğu plaktan farklı kılan nokta, kabuğun orta yüzeyinin en az bir doğrultu boyunca eğimli olmasıdır. Silindirik ya da konik kabukların orta yüzeyleri sadece tek doğrultuda eğriliğe sahipken, küresel ve yumurta şeklindeki bir kabuk iki yönlü eğriliğe sahiptir. Bu eğriliğin varlığı kabuk teorisini plak teorisinden daha karmaşık kılan en önemli husustur.

3.8.1. Silindirik kompozit kabuğun burkulma analizi

Dairesel silindirik geometriye sahip bir kabuk, bütün kabuk geometrileri içinde istisnasız en basit olanıdır. x, ζ, θ pozitif koordinat ekseninde u, v ve w yer değiştirmelerinin pozitif yönleri Şekil 3.11 deki gibi gösterilirse, bu şartlarda oluşacak tüm gerilme bileşenlerinin pozitif değerleri de Şekil 3.12 deki gibi olur.



Şekil.3.11. Dairesel Silindir (Vinson and Sierakowski 1990)

Plak teorisindeki bütün kabullerin klasik kabuk teorisinde de kullanılabileceği varsayımıyla;

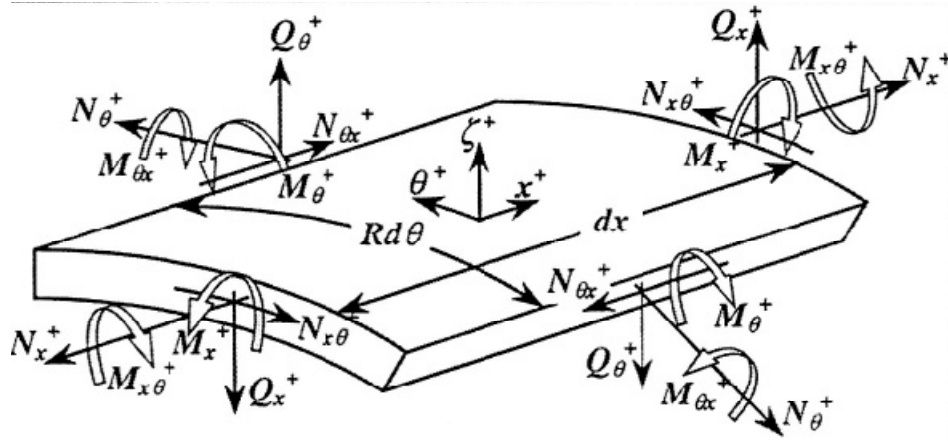
$$\sigma_{\zeta} = \varepsilon_{\zeta} = \sigma_{x\zeta} = \varepsilon_{x\zeta} = 0 \quad (3.53-a)$$

$$u(x, \theta, \zeta) = u_0(x, \theta) + \zeta \beta_x(x, \theta) \quad (3.53-b)$$

$$v(x, \theta, \zeta) = v_0(x, \theta) + \zeta \beta_{\theta}(x, \theta) \quad (3.53-c)$$

elde edilir. Buna ek olarak Love'nın birinci yaklaşımı olarak da bilinen enine kayma deformasyonunun ihmal edilmesi ile ilgili bir yaklaşım da mevcuttur (Vinson 1990).

$$h / R \ll 1 \quad (3.54)$$



Şekil.3.12. Kompozit tabakalı kabukta gerilme çiftleri ve gerilme bileşkelerinin pozitif yönleri (Vinson and Sierakowski 1990)

Kompozit kabukların analizinin enine kayma deformasyonunu da içerdiği bir gerçektir. Bundan dolayı elyaf yönündeki elastisite modülünün elyafa bağımlı değişim göstermesine karşın, enine kayma modülünün ise dolgu malzemesine bağımlı olarak değişmesidir. Yine de analizin ilk safhasında çıkacak sonuçların basitleştirilmesi için enine kayma deformasyonu ihmal edilmektedir.

Şekil 3.12. den türetilen denge denklemleri;

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{I}{R} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} + q_x = 0 \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{I}{R} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{Q_\theta}{R} + q_\theta = 0 \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{I}{R} \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} - \frac{I}{R} N_\theta + p(x, \theta) = 0 \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{I}{R} \frac{\partial M_{x\theta}}{\partial \theta} - (Q_x - m_x) = 0 \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x} + \frac{I}{R} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} - (Q_\theta - m_\theta) = 0 \quad (3.59)$$

şeklinde olup, burada

$$q_x = \sigma_{zx}(h/2) - \sigma_{zx}(-h/2) = \tau_{1x} - \tau_{2x}$$

$$q_\theta = \sigma_{z\theta}(h/2) - \sigma_{z\theta}(-h/2) = \tau_{1\theta} - \tau_{2\theta}$$

$$m_x = \frac{h}{2} [\sigma_{zx}(h/2) - \sigma_{zx}(-h/2)] = \frac{h}{2} [\tau_{1x} + \tau_{2x}]$$

$$m_\theta = \frac{h}{2} [\sigma_{z\theta}(h/2) - \sigma_{z\theta}(-h/2)] = \frac{h}{2} [\tau_{1\theta} + \tau_{2\theta}]$$

şeklindedir. Bu denge denklemleri malzeme özelliklerinden tamamen bağımsız olup, istenirse yay uzunluğu olan ds cinsinden de ($ds = R d\theta$) yazılabilir. Bu denklemlerdeki q_x, q_θ, m_x ve m_θ parametreleri yüzey kayma gerilmesinin fonksiyonudurlar.

Enine kayma deformasyonu ihmal edildiğinden, yer değiştirmeler ile β_x, β_θ dönmeleri arasındaki bağıntılar;

$$\beta_x + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (3.60)$$

$$\beta_\theta + \frac{I}{R} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{v_\theta}{R} = 0 \quad (3.61)$$

şeklinde yazılır. Basitleştirme amacıyla, kompozit tabakaların üst üste gelmesinden kaynaklanan eğilme uzama kuvvet çifti terimi ($[B] = 0$) ve diğer kuvvet çifti terimleri ($[B]_{16} = [B]_{26} = 0$) ihmal edilip, kabuğun tek bir tabakadan oluştuğu kabul edilirse bir genelleme yapılabilir. Bu durumda gerilme-gerinme bağıntıları;

$$\varepsilon_x = \frac{I}{E_x} [\sigma_x - \nu_{x\theta} \sigma_\theta] = \frac{\partial u_\theta}{\partial x} + \zeta \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \quad (3.62)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{I}{E_\theta} [\sigma_\theta - \nu_{\theta x} \sigma_x] = \frac{I}{R} \left[\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + w \right] \frac{\zeta}{R} \frac{\partial \beta_\theta}{\partial \theta} \quad (3.63)$$

$$\varepsilon_{x\theta} = \frac{I}{2G_{x\theta}} \sigma_{x\theta} \quad (3.64)$$

şeklinde olur. Düzlem rijitlik ve eğilme rijitlik ifadeleri ise;

$$K_x = \frac{E_x h}{(1 - \nu_{x\theta} \nu_{\theta x})} \quad (3.65-a)$$

$$K_\theta = \frac{E_\theta h}{(1 - \nu_{x\theta} \nu_{\theta x})} \quad (3.65-b)$$

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_{x\theta} \nu_{\theta x})} \quad (3.65-c)$$

$$D_\theta = \frac{E_\theta h^3}{12(1 - \nu_{x\theta} \nu_{\theta x})} \quad (3.65-d)$$

olup, bu eşitliklerin sonucunda ortotropik orantısı

$$\frac{\nu_{x\theta}}{E_x} = \frac{\nu_{\theta x}}{E_\theta} \quad (3.66)$$

elde edilir. Ayrıca kabuğa etki eden yüklerin aksenal olarak simetrik olduğu kabul edilmiştir.

(3.62) ve (3.63) denklemleri $-h/2$ den $h/2$ ye kadar dz ye göre integre edilerek yukarıdaki gerilme eşitlikleri bu iki denkleme uygulanırsa,

$$N_x - \nu_{x\theta} N_\theta = E_x h \frac{\partial u_0}{\partial x}$$

$$N_\theta - \nu_{\theta x} N_x = E_\theta h \frac{w}{R}$$

şeklinde olur. Bu denklemler yeniden düzenlenirse;

$$N_x = K_x \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} + \nu_{\theta x} \frac{w}{R} \right] \quad (3.67)$$

$$N_\theta = K_\theta \left[\nu_{x\theta} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{w}{R} \right] \quad (3.68)$$

elde edilmiş olur. Benzer şekilde (3.62) ve (3.63) denklemleri $-h/2$ den $h/2$ ye kadar $\zeta d\zeta$ ye göre integre edilirse,

$$M_x - \nu_{x\theta} M_\theta = -\frac{E_x h^3}{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$M_\theta - \nu_{\theta x} M_x = 0$$

şeklinde olur. Bu iki denklem yeniden düzenlenirse;

$$M_x = -D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3.69)$$

$$M_\theta = \nu_{\theta x} M_x \quad (3.70)$$

sonucu bulunur. Bütün bunlara ek olarak kabuk yüzeyinde yüzey kayma gerilmelerinin oluşmadığı kabul edilirse,

$$q_x = q_\theta = m_x = m_\theta = 0$$

şeklinde olur ve bu durumda yukarıdaki eşitlikler aşağıda görüldüğü gibi daha basit bir hale dönüşürler:

$$\frac{dN_x}{dx} = 0 \quad (3.71)$$

$$\frac{dQ_x}{dx} - \frac{N_\theta}{R} + p(x) = 0 \quad (3.72)$$

$$\frac{dM_x}{dx} - Q_x = 0 \quad (3.73)$$

$$\beta_x + \frac{dw}{dx} = 0 \quad (3.74)$$

$$\beta_\theta = 0 \quad (3.75)$$

$$N_x = K_x \left[\frac{du_0}{dx} + \frac{\nu_{\theta x}}{R} w \right] \quad (3.76)$$

$$N_\theta = K_\theta \left[\nu_{x\theta} \frac{du_0}{dx} + \frac{w}{R} \right] \quad (3.77)$$

$$M_x = -D_x \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.78)$$

$$M_\theta = \nu_{\theta x} M_x \quad (3.79)$$

$$Q_x = -D_x \frac{d^3 w}{dx^3} \quad (3.80)$$

Buradaki (3.71) ve (3.76) eşitliklerinden

$$\frac{d^2 u_0}{dx^2} + \frac{\nu_{\theta x}}{R} \frac{dw}{dx} = 0 \quad (3.81)$$

denklemini elde edilir. Aynı şekilde (3.72), (3.77) ve (3.80) eşitliklerinden

$$-D_x \frac{d^4 w}{dx^4} - \frac{K_\theta}{R} \left[\nu_{x\theta} \frac{du_0}{dx} + \frac{w}{R} \right] + p(x) = 0 \quad (3.82)$$

sonucu elde edilir. (3.81) ve (3.82) eşitlikleri yeniden düzenlenirse,

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{12(1 - \nu_{x\theta} \nu_{\theta x})}{h^2 R^2} \frac{D_\theta}{D_x} w = \frac{1}{D_x} \left[p(x) - \nu_{\theta x} \frac{N_x}{R} \right] \quad (3.83)$$

eşitliği bulunur. Bu eşitlikte

$$\epsilon^4 = \frac{3(1 - \nu_{x\theta} \nu_{\theta x})}{h^2 R^2} \frac{D_\theta}{D_x} \quad (3.84)$$

olarak tanımlanırsa, yanal yer değiştirme w ile plak doğrultusundaki yer değiştirme u_0 ifadeleri,

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4 \epsilon^4 w = \frac{1}{D_x} \left[p(x) - N_x \frac{\nu_{\theta x}}{R} \right] \quad (3.85)$$

$$\frac{d^2 u_0}{dx^2} + \frac{\nu_{\theta x}}{R} \frac{dw}{dx} = 0 \quad (3.86)$$

halini alırlar. (3.85) nolu denklemde N_x aslında sabit bir değerdir ve (3.71) denklemini ile bulunabilir. Yine (3.85) nolu denklemden düzlemsel bir kuvvet yanal yer değiştirme (w) bağlı olarak ifade edilebilmektedir.

(3.85) ve (3.86) numaralı denklemlerden w ve u_0 tespit edildikten sonra gerilme bileşkeleri ve gerilme çiftleri de (3.76) ve (3.80) numaralı denklemlerden elde edilebilir.

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h} + \frac{M_x \zeta}{h^3 / 12} \quad (3.87)$$

$$\sigma_\theta = \frac{M_\theta}{h} + \frac{M_\theta \zeta}{h^3 / 12} \quad (3.88)$$

$$\sigma_{x\theta} = \frac{3Q_x}{2h} + \left[1 + \left(\frac{\zeta}{h/2} \right)^2 \right] \quad (3.89)$$

Ayrıca (3.85) numaralı denklemin D_x ifadesi kirişin eğilme rijitliği olan EI ile $4 \epsilon^4 D_x$ ifadesi ile değiştirilirse elde edilen yeni denklem elastik bir kirişi formülüne eden denklem ile aynı forma dönüşür.

Dördüncü dereceden bir denklemin köklerini bulmak için mevcut çözüm yöntemleri kullanılarak (3.85) numaralı denklemin kökleri $\pm \in (1 \pm i)$ olarak bulunur. Bu durumda denklemin genel çözümü

$$w(x) = Ae^{-\in x} \cos \in x + Be^{-\in x} \sin \in x + Ce^{\in x} \cos \in x + Ee^{\in x} \sin \in x + w_p(x) \quad (3.90)$$

olup, burada A, B, C ve E sınır şartlarına bağlı integral sabitleridir.

Düzlemsel yer değiştirme $u_0(x)$ ifadesi (3.67) numaralı denklemin integrali alınarak bulunabilir.

$$u_0(x) = \frac{N_x x}{K_x} - \frac{V_{\theta x}}{R} \int w dx + F \quad (3.91)$$

Bu ifadede N_x sabit bir değer olup, F ise integral sabitidir.

Sonuç olarak, eksenel simetrik yükler altındaki dairesel silindirik kabukların 6 serbestlik derecesine sahiptir. Bu durumdaki doğal sınır şartları şu şekildedir.

Ya u_x tanımlı olacak ya da $N_x = 0$ olacak

Ya $\frac{dw}{dx}$ tanımlı olacak ya da $M_x = 0$ olacak

Ya w tanımlı olacak ya da $Q_x = 0$ olacak.

Bu sınır şartları hem basit hem de ankastre mesnetli bir kabuk için geçerlidir.

(3.85) nolu denklem, sınır tabaka çözümü ile çözülürse elde edilen çözüm,

$$\begin{aligned}
w(x) = & \frac{M_0}{2 \epsilon^2 D_x} e^{-\epsilon x} (\sin \epsilon x - \cos \epsilon x) - \frac{Q_0}{2 \epsilon^3 D_x} e^{-\epsilon x} \cos \epsilon x \\
& + \frac{M_L}{2 \epsilon^2 D_x} e^{-\epsilon(L-x)} [\sin \epsilon(L-x) - \cos \epsilon(L-x)] \\
& + \frac{Q_L}{2 \epsilon^3 D_x} e^{-\epsilon(L-x)} \cos \epsilon(L-x) + w_p(x)
\end{aligned} \tag{3.92}$$

şeklinde olur. Bu denklem (3.90) nolu denkleme göre daha kullanışlıdır. Çünkü (3.90) nolu denklemdeki A , B , C ve E integral sabitlerinin yerini (3.92) nolu denklemde M_0 , Q_0 , M_L ve Q_L integral sabitleri almıştır. (3.92) nolu denklemin en çarpıcı özelliği, denklemdeki ilk dört terimin de değeri ± 1 aralığında dalgalanan trigonometrik terimlerden oluşmasıdır. Bu terimler negatif değere sahip üssel bir fonksiyonla çarpıldığında ihmal edilebilecek kadar küçük değerlere ulaşabilirler. $e^{-\epsilon x} \leq 0.006$ veya $e^{-\epsilon(L-x)} \leq 0.006$ sınır değerlerinin ihmal edilebilecek kadar küçük olduğunu kabul edelim. Bu şart ancak $\epsilon x = \epsilon(L-x) > 5.15$ olmasıyla mümkündür. Eğer $\nu_{\theta} \nu_{x\theta}$ değeri 0.09 olduğu kabul edilirse;

$$\begin{aligned}
x & > 4\sqrt{Rh(D_x / D_\theta)^{1/2}} \\
L - x & > 4\sqrt{Rh(D_x / D_\theta)^{1/2}}
\end{aligned} \tag{3.93}$$

sonuçları elde edilir. Bu sonuç çok önemlidir. Çünkü kabuğun uzunluğu $4\sqrt{Rh(D_x / D_\theta)^{1/2}}$ değerinden daha büyük olursa (3.92) nolu denklemin bütün türdeş çözümü görünürde sıfıra gidecek ve ihmal edilecektir. Uygulanan $p(x)$ yükünün sürekli olması durumunda ise elde edilecek tek çözüm sadece membrandaki gerilmelere ve yer değiştirme parametrelerine bağlı olacaktır. Buradan hareketle $0 \leq x \leq 4\sqrt{Rh(D_x / D_\theta)^{1/2}}$ ve $0 \leq L - x \leq 4\sqrt{Rh(D_x / D_\theta)^{1/2}}$ değerlerine “Eğilme Sınır Tabakası (Bending

Boundary Layer)” adı verilir. Görüldüğü gibi Eğilme Sınır Tabakasının uzunluğu D_x ve D_θ eğilme rijitliklerinin birer fonksiyonudur.

Nümerik çözümlerin elde edilmesi açısından (3.92) nolu denklem büyük kolaylıklar sağlar. Boyu, Eğilme Sınır Tabakasından daha uzun olan kabuklar için (başka bir deyişle $L \geq 4\sqrt{Rh(D_x/D_\theta)^{1/2}}$ ve $0 \leq x \leq 4\sqrt{Rh(D_x/D_\theta)^{1/2}}$ durumunda) M_L ve Q_L terimlerini içeren ifadeler, ($0 \leq L-x \leq 4\sqrt{Rh(D_x/D_\theta)^{1/2}}$ durumunda ise) M_0 ve Q_0 terimlerini içeren ifadeler ihmal edilebilir. Son olarak $4\sqrt{Rh(D_x/D_\theta)^{1/2}} \leq x \leq L - 4\sqrt{(Rh/1)(D_x/D_\theta)^{1/2}}$ durumunda ise M_0 , Q_0 , M_L ve Q_L ifadelerini içeren bütün terimler ihmal edilebilir. Ayrıca hem kabuk boyunun Eğilme Sınır Tabakası olarak kabul edilen değerden büyük olması hem de $\frac{d^2 p(x)}{dx^2} = \frac{d^3 p(x)}{dx^3} = 0$ olması durumunda aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$M_0 = M_x(0), \quad M_L = M_x(L)$$

$$Q_0 = Q_x(0), \quad Q_L = Q_x(L)$$

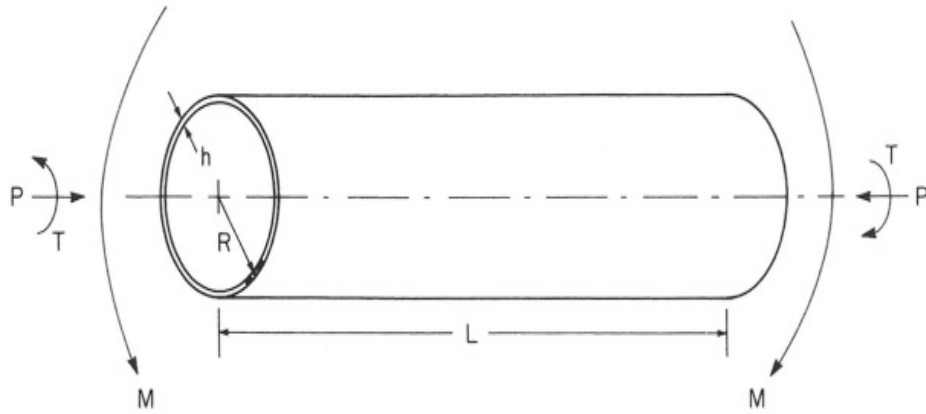
Yukarıda elde edilen denklemler her ne kadar tek tabakalı ortotropik bir malzemeye ait olsa da, bütün kuvvet çiftlerinin sıfır olması şartıyla tabakalı kompozit kabuk gibi kabul edilebilir ve genel çözüm elde edilebilir.

3.8.2. Silindirik kompozit borunun burkulması

Şekil.3.12 deki kompozit malzemeli dairesel silindirde R yarıçap, h et kalınlığı, L boy, P aksenal basınç kuvveti, M eğilme momenti, T döndürme momenti, p de yüzeysel dış basınç kuvveti olsun. Bu durumda silindirin çevresi boyunca maruz kaldığı aksenal yük;

$$N_{x(comp)} = \frac{P}{2\pi R} \quad (3.94)$$

formülüyle bulunabilir (Vinson and Sierakowski 1990). Aksenal basınç (3.94) sonucu oluşan bu yük, belirli bir kritik değeri aşarsa silindirin burkulması kaçınılmaz olur. Bu kritik yük sınırı,



Şekil.3.13. Burkulmaya zorlanan dairesel silindir (Vinson and Sierakowski 1990)

$$N_{x_{cr}} = \left(\frac{L}{m\pi} \right)^2 \frac{\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix}} \quad (3.95)$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada,

- $N_{x_{cr}}$: Kritik basınç yükü
 L : Silindirin boyu
 R : Silindirin yarıçapı
 m : Eksenel doğrultudaki burkulma modü
 n : Çevresel doğrultudaki burkulma modudur.

$$C_{11} = A_{11} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + A_{66} \left(\frac{n}{R} \right)^2 \quad (3.96)$$

$$C_{22} = A_{22} \left(\frac{n}{R} \right)^2 + A_{66} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \quad (3.97)$$

$$\begin{aligned}
 C_{33} = & D_{11} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 + (4D_{66} + 2D_{12}) \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right)^2 + D_{22} \left(\frac{n}{R} \right)^4 \\
 & + \frac{A_{22}}{R^2} + \frac{2B_{22}}{R} \left(\frac{n}{R} \right)^2 + \frac{2B_{12}}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2
 \end{aligned} \quad (3.98)$$

$$C_{12} = C_{21} = (A_{12} + A_{66}) \left(\frac{m\pi}{L} \right) \left(\frac{n}{R} \right) \quad (3.99)$$

$$C_{23} = C_{32} = (B_{12} + 2B_{66}) \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 \left(\frac{n}{R} \right) + \left(\frac{A_{22}}{R} \right) \left(\frac{n}{R} \right) + B_{22} \left(\frac{n}{R} \right)^3 \quad (3.100)$$

$$C_{13} = C_{31} = \frac{A_{12}}{R} \left(\frac{m\pi}{L} \right) + B_{11} \left(\frac{m\pi}{L} \right)^3 + (B_{12} + 2B_{66}) \left(\frac{m\pi}{L} \right) \left(\frac{n}{R} \right)^2 \quad (3.101)$$

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \left[\bar{Q}_{ij} \right]_k (h_k - h_{k-1}) \quad (3.102)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left[\bar{Q}_{ij} \right]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (3.103)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \left[\bar{Q}_{ij} \right]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (3.104)$$

Burada A_{ij} kompozit kabuğun uzama rijitlik matrisini, B_{ij} gerilme-uzama çifti matrisini, D_{ij} ise eğilme rijitlik matrisini ifade eder. Ölçüleri ve malzeme özellikleri bilinen silindirik bir kabuğun kritik burkulma yükünü bulmak için öncelikle m ve n tam sayıları tespit edilmeli ve buna göre kritik burkulma yükü yani $N_{x_{cr}}$ hesaplanmalıdır.

Tabakalardan meydana gelen kompozit bir silindirde genel olarak genel olarak kullanılan gerilme bileşikleri-gerinme bileşikleri eşitliği aşağıdaki gibidir.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \\ M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 2A_{16} & B_{11} & B_{12} & 2B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 2A_{26} & B_{11} & B_{22} & 2B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & 2A_{66} & B_{16} & B_{66} & 2B_{66} \\ \hline B_{11} & B_{12} & 2B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & 2B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{66} & 2B_{66} & D_{13} & D_{23} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_\theta^0 \\ \epsilon_{x\theta}^0 \\ \hline K_x \\ K_\theta \\ K_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (3.105)$$

Eksenel yüklerden ötürü oluşan burkulma durumunda $N_x = N_{x_{cr}}$ ve $N_\theta = N_{x\theta} = M_x = M_\theta = M_{x\theta} = 0$ olur. Bu durumda (3.105) numaralı eşitlikten $\begin{bmatrix} \epsilon^0 \end{bmatrix}$ ve

$[K]$ matrisleri hesaplanır ve bu matrisler her bir tabakanın gerilme bileşenleri olan σ_x , σ_θ , $\sigma_{x\theta}$ hesaplanmasında kullanırsa bu durumda gerilme bileşenleri;

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{x\theta} \end{bmatrix} = [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} 0 \\ \epsilon_x \\ 0 \\ \epsilon_\theta \\ 0 \\ \epsilon_{x\theta} \end{bmatrix} + z[\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} K_x \\ K_\theta \\ K_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

bağıntısıyla elde edilir.

3.8.3. Yüzeysel dış basınca maruz kompozit silindirin burkulması

Yüzeysel dış basınca maruz kompozit malzemeli bir silindirin kritik burkulma şu şekilde hesaplanır (Vinson and Sierakowski 1990).

$$P_{cr} = \frac{R}{n^2} \frac{\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix}} \quad (3.107)$$

Burada n tamsayısının minimum 2 olarak alınması burkulmanın vuku bulduğu anlamına gelir. Başka bir deyişle $n=2$ alınarak birinci burkulma modu durumundaki kritik burkulma yükü hesaplanabilir. Eğer silindir yeterince uzunsa bu durumda (3.107) numaralı denklem;

$$P_{cr} = \frac{3 \cdot \left(D_{22} - \frac{B_{22}^2}{A_{22}} \right)}{R^3} \quad (3.108)$$

halini alır ki, (3.107) ve (3.108) numaralı denklem kullanılarak kompozit malzemeli dairesel bir silindirin kritik burkulma yükü analitik olarak tespit edilebilir.

3.9. Sonlu Elemanlar Metodu

Mühendisler uğraştıkları kompleks problemlere doğrudan yaklaşamadıkları zaman yada doğrusal yaklaşımla çözümün daha zor olduğu durumlarda ana problemi daha kolay anlaşılabilen alt problemlere ayırıp, daha sonra bu alt problemlerin çözümünden orijinal problemin çözümünün elde edilmesi çoğu zaman kullanılan bir metottur.

Problemin çözümünde iyi tanımlanmış sonlu sayıda eleman kullanılarak yeterli bir model elde edilebilir. Böyle problemler “sonlu” olarak adlandırılır. Oysa gerçekte elastik sürekli ortamda bu sonlu sayıdaki elemanlar arası bağlantı noktası sayısı sonsuzdur.

Sonlu Elemanlar Metoduyla bu sonsuz sayıdaki bağlantı noktalarının sayısı sonlu bir sayıya indirgenir. Cisim sadece bu noktalardan birbirine bağlıymış gibi düşünülür. Sonlu sayıdaki bu bağlantı noktaları ne kadar çoğaltılırsa, bu metotla yapılan çözümlerdeki hata oranı da o kadar küçülür.

Sonlu elemanlar metodunun önemli bir özelliği, tüm problemi temsil etmek üzere elemanları bir araya koymadan önce, her bir elemanın ayrı ayrı formüle edilebilmesidir. Örneğin bir gerilme analizi probleminde her bir elemana etki eden dış kuvvetler ile elemanın düğüm noktalarının, yer değiştirme bağlantıları bulunarak tüm sistem çözülebilmektedir.

3.9.1. Sonlu elemanlar metodunda takip edilen çözüm yöntemi

Herhangi bir problemdeki değişken parametre sonsuz sayıda değerlere sahip olabilir. Dolayısıyla problemde sonsuz sayıda bilinmeyen vardır. Sonlu elemanlar metodunda çözümlenecek sistem, elemanlara bölündüğünden ve bilinmeyen ortam değişkeni her eleman içindeki enterpolasyon fonksiyonlarıyla ifade edildiğinden bilinmeyenler sonlu bir sayıya indirgenmektedir. Enterpolasyon fonksiyonları düğüm noktalarının koordinatları cinsinden ifade edilir. Elde edilen sonucun gerçeğe yaklaşıklığı, yalnız elemanların boyutları ve sayısına bağlı değil aynı zamanda seçilen enterpolasyon fonksiyonlarına da bağlıdır. Çözüm için kullanılacak fonksiyonlar probleme uygun fonksiyonlar olmak zorundadır. Ayrıca bu fonksiyon ve türevleri komşu elemanla olan sınır üzerinde sürekli ve tanımlı olmalıdır.

Bu metot ile her elemanın çözümü yapılmakta, her eleman için rijitlik matrisi ayrı ayrı bulunduktan sonra elemanlar birleştirilmek suretiyle bütün sistemin rijitlik matrisi elde edilmektedir. Sonlu elemanlar metodunun diğer bir avantajı da her elemanın özelliklerinin değişik yaklaşımlarla hesaplanabilmesidir.

Eleman özelliklerini elde etmeye yarayan ilk yaklaşım direkt yaklaşımdır. Direkt yaklaşımla elde edilebilen eleman özellikleri, daha iyi bir yaklaşım olan varyasyon yaklaşımıyla da elde edilebilir. Bu yaklaşımın ana mantığı, varyasyon hesap prensiplerine dayanıp kullanılan fonksiyonun ekstremum değerinin bulunmasıdır. Direkt yaklaşım basit eleman şekillerine uygulanabilirken, varyasyon yaklaşımı karmaşık eleman şekillerine de uygulanabilir.

Eleman özelliklerini bulmaya yarayan üçüncü bir yaklaşım ise, daha gelişmiş bir yaklaşım olan ve tamamen matematiğe dayanan ölçülmüş kalıcı yaklaşım olup, problemin temel denklemleri ile başlar ve bir fonksiyon veya varyasyon deyimine dayanmaz. Bu yaklaşım metoduyla sonlu elemanlar metodu, fonksiyonu olmayan

problemlere de uygulanabilir. Bazı problemler için bileşik bir fonksiyonun olmayışı yada bulunamayışı bu yaklaşımı avantajlı kılmaktadır.

Dördüncü yaklaşım ise enerji dengesi yaklaşımı olup, sistemin mevcut enerjisinin dengesine dayanmaktadır. Bu yaklaşımda varyasyon istenmemekte dolayısıyla sonlu elemanlar metodunun kullanım sahası genişlemektedir.

Kullanılan yaklaşım yöntemi ne olursa olsun, sonlu elemanlar metoduyla bir problemin çözümü için aşağıdaki sıra takip edilir.

1 – Yapının veya sürekli ortamın hayali çizgi veya yüzeylerle elemanlara bölünmesi. Bölünmüş elemanların geometrisi ortamın fiziki yapısına uygun seçilmelidir (mesh generation).

2 – Her bir elemanın özelliklerinin formüle edilmesi. Bu sayede analizlerde izin verilen tüm elemanın şekil değişimi ile ilgili olan düğüm noktası yükleri tespit edilir.

3 – Yapının sonlu elemanlar modelini elde etmek için sistemin birleştirilmesi.

4 – Bilinen yüklerin uygulanması. Örneğin bir gerilme analizi için düğüm noktası kuvvetleri ve momentler gibi.

5 – Sınır şartlarının belirlenmesi.

6 – Düğümdeki serbestlik derecelerinin belirlenmesi.

7 – Gerilme analizinde, düğüm noktalarındaki serbestlik dereceleri ile eleman yer değiştirme alan enterpolasyon fonksiyonlarından elemandaki gerilmelerin ve gerilmelerin hesaplanması.

Bu yedi adımdan 1, 4 ve 5 numaralı adımlar analist tarafından, 2, 3, 6 ve 7 numaralı adımlar ise otomatik bir şekilde bilgisayar tarafından yapılır.

Sonlu elemanlar formüllerinin elde edilmesi esnasında; yer değiştirme (displacement) esasına dayanan elemanların, eleman direngenlik matrisi (element stiffness matrix) olan $[K]$ 'nın ve eleman yük vektörünün $\{r_e\}$ türetilmesi amacıyla matematiksel işlemler kullanılır. Yer değiştirmeler bağımlı değişken olarak alınır ve çözüm için en uygun fonksiyon olan minimum potansiyel enerji metodu kullanılır.

Bir elemandaki yer değiştirmeler elemanın düğüm noktası serbestlik derecelerinden enterpolasyonla aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$\{u\} = [N]\{d\}$$

burada $[N]$ şekil fonksiyonu matrisidir. Bu matrisin özel fonksiyonunun belirlenmesine gerek yoktur. Ancak bir formu yazılmalıdır. Seçilen şekil fonksiyonu matrisinin formu yaklaşık çözümün doğruluğunu etkileyecektir.

Gerinmeler ise yer değiştirme ifadelerinin diferansiyelleri alınarak elde edilirler.

$$\{\varepsilon\} = [\partial]\{u\} \text{ olup, aynı zamanda } \{\varepsilon\} = [B]\{d\} \text{ ifadesine eşittir.}$$

Burada $[B] = [\partial][N]$ şeklindedir.

3.9.2 ANSYS yazılım programı

Sonlu elemanlar metodunun genel uygulanabilirliği, onu geniş bir sahada problemler için güçlü ve esnek bir kullanım aracı haline getirmiştir. Bu nedenle yapısal ve mekanik problemlerin çözümü için çok sayıda yapısal program geliştirilmiştir. ANSYS sonlu elemanlar analiz programı da 1970'li yıllarda Dr. John Swanson tarafından bilgisayarlar üzerinde geliştirilen bir sayısal analiz programıdır. Sürekli olarak geliştirilen ve yenilenen bu program, mühendisliğin hemen her dalında (yapı, otomotiv, endüstri, elektronik, uzay bilimleri vs.) kullanılabilen genel maksatlı bir paket program haline getirilmiştir.

Kullanım alanları arasında; statik ve dinamik yapı analizleri, statik ve dinamik diğer analizler, termal analizler, elektromagnetik alan analizleri, akışkan akışı analizleri, akustik, birleştirilmiş alan analizleri (yapı + ısı, ısı + elektrik, ısı + manyetizma, ısı + elektrik vb.), optimizasyon, yapı burkulma analizleri, nonlinear yapı analizleri sayılabilir.

ANSYS programında çözüm safhasına geçilmeden önce yapılması gereken bazı hususlar vardır. Bunlar probleme uygun eleman tipinin seçilerek modelin oluşturulması ve kullanılan malzemeye ait özellikler ile sınır şartlarının da girilmesidir.

ANSYS, burkulma analizini iki grup altında ele alır. Bunlar

- 1 – Özdeğer probleminin çözümü
- 2 – Lineer olmayan (geometrik olarak) analizdir.

Özdeğer probleminin çözümünü yapmadan önce statik analiz yapılmalıdır. Statik analiz, sistemin yükleme altında verdiği cevabı yani her bir düğüm noktasında meydana gelen deformasyon miktarını bulmak için yapılır. Çözüm sırasında seçilen eleman tipine

ve malzeme özelliklerine göre sistemin rijitlik matrisi oluşturulur. Sisteme dışarıdan uygulanan kuvvetleri barındıran gerilme matrisi de statik analiz esnasında hesaplanır. Gerilme matrisinin hesaplanması için ön gerilme etkilerinin (prestress effects) hesaba katılması gerekmektedir.

Özdeğer probleminin çözümünde, statik analiz sonucu elde edilen matrisler kullanılarak, (3.109)'da yer alan özdeğer problemine çözüm aranmaktadır. Çözüm sonucunda elde edilen özdeğer (λ_i), sisteme ait kritik burkulma gerilmesini verecektir.

$$[K_B]\{\phi_i\} = \lambda_i [K_G]\{\phi_i\} \quad (3.109)$$

Burada;

$[K_B]$: Plağın rijitlik matrisi

$[K_G]$: Gerilme matrisi

$\{\phi_i\}$: Özvektör

λ_i : Özdeğeri göstermektedir.

Bu özdeğer probleminin çözümünde kullanılan metot EK-1'de verilmiştir.

3.10. Sonlu Elemanlar Analiz Formülasyonu

Bu çalışmada 8 düğümlü Lagrangian sonlu eleman tekniği kullanılmıştır. N elemana bölünmüş bir levha için toplam potansiyel enerji ifadesi

$$\pi = \sum_{j=1}^n \pi_j = \sum_{j=1}^n (U_{bj} + U_{sj} + V_j) \quad (3.110)$$

şeklinde verilmektedir. [i]. elemanın düğüm noktalarını göstermek üzere [j]. elemanın yer değiştirmesi

$$\{\delta_{ni}\} = \{u_i^0, v_i^0, w_i, \psi_{xi}, \psi_{yi}\}^T \quad (i=1, \dots, 8) \quad (3.111)$$

olarak yazılabilir. j elemanın herhangi bir (x-y) noktasındaki yer değiştirme fonksiyonu da

$$\{u^0, v^0, w, \psi_x, \psi_y\}^T = P_i[k(x, y), l(x, y)] \{\delta_{ni}\} ; [(x, y) \in R_j \text{ ve } (i=1, \dots, 8)] \quad (3.112)$$

şeklinde yazılabilir. Burada P_i enterpolasyon fonksiyonudur. R de j . eleman bölgesini göstermektedir. İzoparametrik elemanlar da lokal koordinatlarla global koordinatlar arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\left\{ \frac{x}{y} \right\} = \sum_{i=1}^8 p_i \left\{ \frac{x_i}{y_i} \right\} \quad (3.113)$$

denklemleri kullanılarak

$$\begin{aligned}
U_{bj} &= 1/2 \iint_{R_j} \left(\left(\sum [B_{bi}] \{\delta_{ni}\} \right)^T \left([D_b] \left(\sum_{i=1}^8 [B_{bi}] \{\delta_{ni}\} \right) \right) \right) dx dy \\
U_{sj} &= 1/2 \iint_{R_j} \left(\left(\sum [B_{si}] \{\delta_{ni}\} \right)^T \left([D_s] \left(\sum_{i=1}^8 [B_{si}] \{\delta_{ni}\} \right) \right) \right) dx dy \\
V_j &= 1/2 \iint_{R_j} \left(\left(\sum [B_{gi}] \{\delta_{ni}\} \right)^T \left([D_b] \left(\sum_{i=1}^8 [B_{gi}] \{\delta_{ni}\} \right) \right) \right) dx dy
\end{aligned} \tag{3.114}$$

yazılır (Lin 1989). Burada

$$[B_{bi}] = \begin{bmatrix} S_{i,x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & S_{i,y} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ S_{i,y} & S_{i,y} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & S_{i,y} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{i,y} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & S_{i,y} & S_{i,x} & \dots \end{bmatrix}_{6 \times 48}$$

$$[B_{si}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_{i,y} & 0 & S_i & \dots \\ 0 & 0 & S_{i,x} & S_i & 0 & \dots \end{bmatrix}_{2 \times 48}$$

$$[B_{gi}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_{i,x} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & S_{i,y} & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}_{2 \times 48}$$

$$[D_b] = \begin{bmatrix} A_{i,j} & B_{i,j} \\ B_{i,j} & D_{i,j} \end{bmatrix}, [D_s] = \begin{bmatrix} k_1^2 A_{44} & 0 \\ 0 & k_2^2 A_{55} \end{bmatrix}, [D_g] = \begin{bmatrix} \bar{N}_1 & \bar{N}_{12} \\ \bar{N}_{12} & \bar{N}_2 \end{bmatrix}$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}(1, z, z^2) dz \dots \dots (i = 1, 2, 6)$$

$$(A_{44}, A_{55}) = \int_{-h/2}^{h/2} (\bar{Q}_{44}, \bar{Q}_{55}) dz$$

olarak verilmektedir.

Gerçekte bir elemanda 48 değişken mevcuttur. Buna göre eleman düğüm yer değiştirme vektörü $\{\delta_{ej}\}_{48 \times 1}$ olur. Buradan

$$U_{bj} = 1/2 \int \int_R \{\delta_{ej}\}^T [B_{bj}]^T [D_b] [B_{bj}] \{\delta_{ej}\} dx dy$$

$$U_{sj} = 1/2 \int \int_R \{\delta_{ej}\}^T [B_{sj}]^T [D_s] [B_{sj}] \{\delta_{ej}\} dx dy \quad (3.115)$$

$$V_j = 1/2 \int \int_R \{\delta_{ej}\}^T [B_{gj}]^T [D_g] [B_{gj}] \{\delta_{ej}\} dx dy$$

Burada $[B_{bj}]_{6 \times 48}$, $[B_{sj}]_{2 \times 48}$, ve $[B_{gj}]_{2 \times 48}$ boyutundadırlar. Buradan düğüm yer değiştirme vektörü $\{\delta_{ej}\}$, R_j eleman için sabit olduğundan denklem (3.115) aşağıdaki şekli alır.

$$U_{bj} = 1/2 \{\delta_{ej}\}^T [K_{bj}] \{\delta_{ej}\}$$

$$U_{sj} = 1/2 \{\delta_{ej}\}^T [K_{sj}] \{\delta_{ej}\} \quad (3.116)$$

$$V_j = 1/2 \{\delta_{ej}\}^T [K_{gj}] \{\delta_{ej}\}$$

Burada $[K_{bj}]$, $[K_{ej}]$ ve $[K_{gj}]$ sırasıyla eğilme rijitliği, kayma rijitliği ve geometrik rijitlik matrisleridir. Bunlar

$$\begin{aligned} [K_{bj}] &= \int_R \int [B_{bj}]^T [D_b] [B_{bj}] dx dy = \int_{-1}^{-1} \int_{-1}^{-1} [B_{bj}^*(\xi, \eta)]^T [D_b] [B_{bj}^*] J |d\xi d\eta \\ [K_{sj}] &= \int_R \int [B_{sj}]^T [D_s] [B_{sj}] dx dy = \int_{-1}^{-1} \int_{-1}^{-1} [B_{sj}^*(\xi, \eta)]^T [D_s] [B_{sj}^*] J |d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3.117)$$

$$[K_{gj}] = \int_R \int [B_{gj}]^T [D_g] [B_{gj}] dx dy = \int_{-1}^{-1} \int_{-1}^{-1} [B_{gj}^*(\xi, \eta)]^T [D_g] [B_{gj}^*] J |d\xi d\eta$$

şeklinde ifade edilir. Burada J Jacobian determinanı olup,

$$J(\xi, \eta) = \frac{\partial(x, y)}{\partial(\xi, \eta)} \quad (3.118)$$

şeklinde gösterilir ve koordinat dönüşümü yapmaya yarar. Eleman denklemlerinin birleştirilmesi tüm levha için toplam potansiyel enerji prensibinin uygulanmasına dayanır.

$$\delta \Pi = \sum \frac{\partial \Pi}{\partial \Delta p} \delta \Delta p = \text{veya} \frac{\partial \Pi}{\partial \Delta p} = 0, \quad p = 1, 2, \dots, nd \quad (3.119)$$

Burada Π şu ifadeyle verilir.

$$\Pi = \sum_{j=1}^{ne} \Pi_j = \frac{1}{2} \{\Delta\}^T ([K_b] + [K_s] + [K_g]) \{\Delta\} = \frac{1}{2} \{\Delta\}^T ([K^*] - \lambda_b [K_g^*]) \{\Delta\} \quad (3.120)$$

olup, burada

$$[K^*] = [K_b] + [K_s] - \lambda_b [K_g^*] = [K_g] \quad (3.121)$$

ifadesine eşittir. (3.121) denklemdeki λ_b ise

$$\lambda_b = -\frac{\bar{N}_1}{N_1^b} = -\frac{\bar{N}_2}{N_2^b} \quad (3.122)$$

ifadesine eşittir. Eleman düğüm deplasmanları $\{\delta_{ej}\} (j = 1, 2, \dots, ne)$ yerine, serbestlik derecesi sayısı (nd) olan global düğüm deplasmanları $\{\Delta\}$ kullanılmıştır. (3.120) denklemin elde edilmesinde sınır şartları ve denge şartları göz önünde bulundurulmalıdır. (3.120) denklemi yardımıyla, denklem (3.119) aşağıdaki lineer cebrik denklemler halini alır.

$$[K^*] - \lambda_b [K_g^*] \{\Delta\} = 0 \quad (3.123)$$

Kritik burkulma yükü N_{cr} , aşağıdaki karakteristik denklemle belirlenen en küçük özdeğer λ_{b_1} 'e tekabül eder.

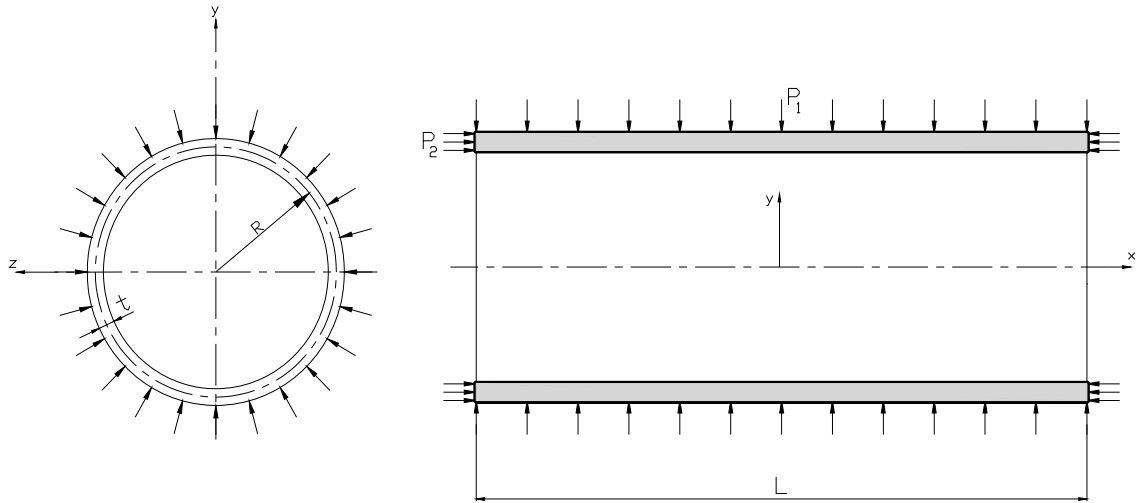
$$Det ([K^*] - \lambda_b [K_g^*] \{\Delta\}) = 0 \quad (3.124)$$

(3.124) denkleminin çözümü için çeşitli sayısal çözüm metotları kullanılabilir. ANSYS paket programının bu denklemi nasıl çözdüğü EK-1 de ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

4.1. Problemin Tanımı

Bu çalışmadaki amaç silindirik boru geometrisine sahip bir kompozit malzemeye, uygulanacak yanal dış basıncın ve eksenel dış basıncın neden olduğu burkulmayı araştırmak ve elde edilen kritik burkulma değerlerini birbirleriyle karşılaştırmak suretiyle kompozit boruların hangi durumlarda burkulmaya karşı daha mukavim olduklarını tespit etmektir. Problemin çözümü ANSYS paket programı yardımıyla yapılmıştır.



Şekil 4.1. Yanal dış basınç ve eksenel basınca maruz kompozit boru

Şekil 4.1. de görülen boruya ilk olarak sadece yanal dış basınç (P_1) uygulanarak borunun hangi yük değerinde burkulduğu tespit edilmiş ve bu değere kritik burkulma yükü (P_{kr}) denmiştir. Daha sonra aynı boruya hem dış basınç (P_1) hem de eksenel basınç (P_2) uygulanmak suretiyle yeni bir kritik burkulma yükü değeri bulunmuş ve bu değere de (P_{kr}^*) denmiştir. P_2 değeri sürekli değiştirilmek suretiyle her seferinde yeni bir P_{kr}^* kritik burkulma yükü değeri elde edilmiş ve bu değerleri birbirlerine oranlanarak

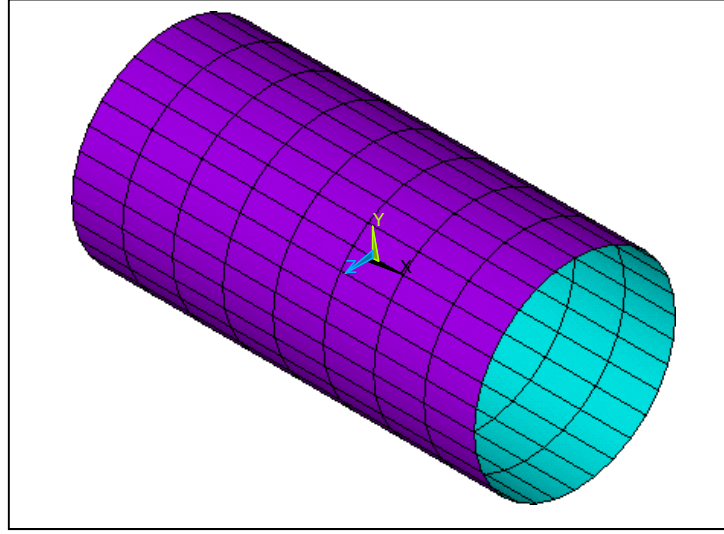
(P_{kr}^* / P_{kr}) birimsiz değerler elde edilmiştir. Bu sonuçlar da grafikler halinde sunularak boruların hangi yükleme durumlarda burkulmaya karşı daha mukavim oldukları tespit edilmiştir. Bu çalışmada;

- Çift eksenli yüklemenin
- Çapraz tabakalandırmanın
- takviye açılarının
- tabaka sayısının
- boru cidar kalınlığının
- E_1/E_2 oranının
- Çevresel bant yükünün
- boru üzerindeki yivin

burkulma yükü üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

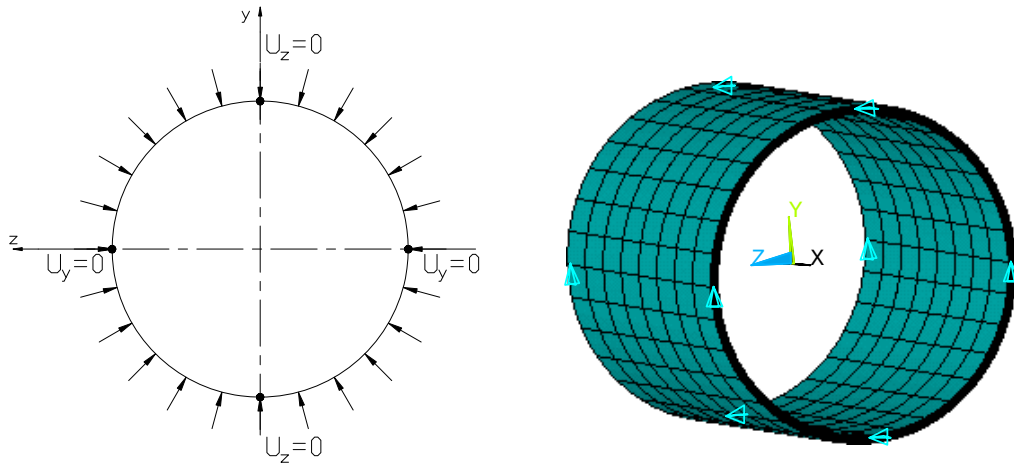
4.1.1. Borularda sınır şartları ve eleman sayısının belirlenmesi

Sonlu elemanlar metoduyla elde edilen sonuçların doğruluğu, modelde belirlenen eleman sayısıyla doğrudan ilişkilidir. şekil 4.2’de görüldüğü gibi silindirik modelin çevresi 32’ye, boyu 8’e bölünerek çözüm yapılmıştır. Yapılan denemelerle minimum sonlu eleman sayısının 256 olmasının yeterli olduğu tespit edilmiş ve sonlu eleman sayısını artırmanın sonucu fazla etkilemediği ancak çözüm süresini uzattığı grlmştir.



Şekil 4.2. Silindirik borunun sonlu eleman modeli

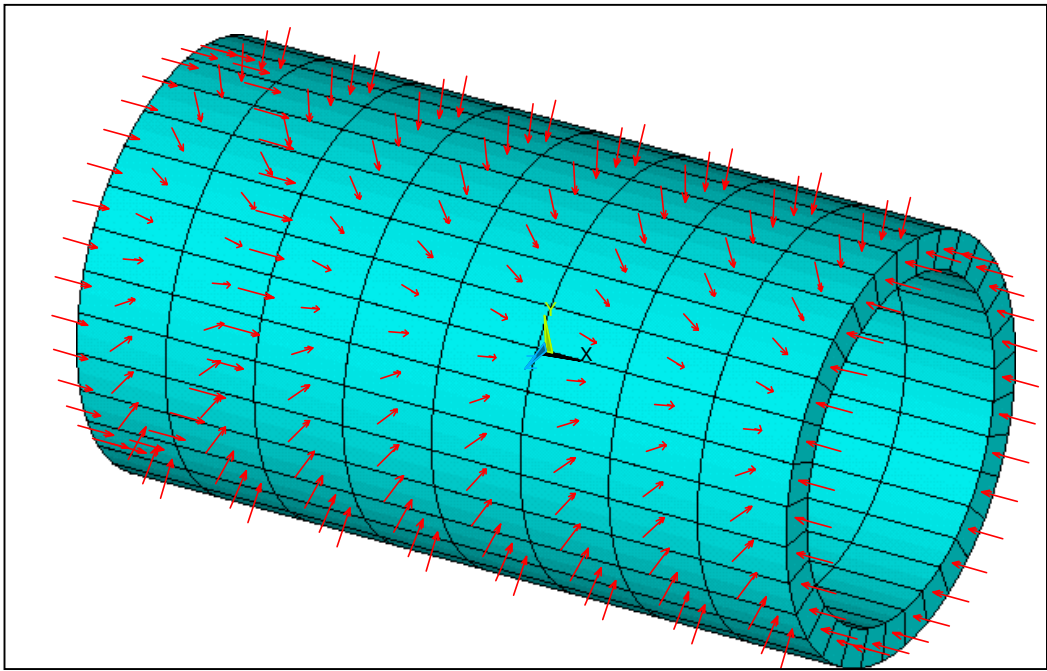
Borunun kenarlarından Şekil 4.3'deki gibi basit mesnetlendiği kabul edilmiş ve sınır şartları bu kabul doğrultusunda belirlenmiştir. Sınır şartları belirlenirken, borunun X eksenini yönünde hareketine izin verilmiş, Y eksenini boyunca Z yönünde, Z eksenini boyunca da Y yönünde hareketi engellenmiştir. Böylelikle borunun hem yanıl basınç ve aksene basınç altındaki burkulma davranışları incelenebilmiştir. Bu çalışmada yapılan tüm çözümlerde problem tam model olarak modellenmiştir.



Şekil 4.3. Silindirik borunun sınır şartları

4.1.2. Borulara yüzeysel basınç ve eksenel yük uygulanması

Sonlu eleman modeli ve sınır şartları belirlenmiş olan silindirik boru modeline hem yanal dış basınç hem de eksenel dış yük uygulanmış ve modelin bu belirlenen yükler altında burkulması sağlanmıştır. Şekil 4.4. de hem yanal dış basınç hem de eksenel dış yük uygulanmış üç boyutlu bir model görülmektedir.



Şekil 4.4. Yanal dış basınç ve eksenel yüke maruz boru

4.2. Çalışmanın Teyit Edilmesi

4.2.1. İzotropik malzemeler için çalışmanın teyidi

Çalışmanın teyit edilmesi amacıyla; ilk olarak çelik ve alüminyum malzemeden elde edilmiş boru üzerinde çalışılmıştır. Eğer kullanılan malzeme izotropik ise sadece yanal dış basınca maruz kalan boruların kritik burkulma yükleri aşağıdaki denklem yardımıyla elde edilebilir (Timoshenko 1961).

$$P_{cr} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{R} \right)^3 \quad (3.52)$$

Çelikten yapıldığı kabul edilen bir silindirik boru için,

$$E=200000 \text{ MPa}, \nu=0.3$$

Alüminyumdan yapıldığı kabul edilen bir silindirik boru için,

$$E=70000 \text{ MPa}, \nu=0.33$$

olarak alınırsa kritik burkulma yükü boru et kalınlığına bağlı olarak analitik ve nümerik olarak şu şekilde hesap edilmiştir.

Çizelge 4.1. $\left(\frac{t}{R} \right)$ oranına bağlı olarak analitik ve nümerik çözümlerin karşılaştırılması

$\left(\frac{t}{R} \right)$	Çelik			Alüminyum		
	Analitik Çözüm P_{teorik} (MPa)	Nümerik Çözüm P_{ansys} (MPa)	% Fark	Analitik Çözüm P_{teorik} (MPa)	Nümerik Çözüm P_{ansys} (MPa)	% Fark
$\frac{1}{10}$	54.945	54.124	0.015	19.639	19.403	0.012
$\frac{1}{20}$	6.868	6.813	0.008	2.455	2.438	0.007
$\frac{1}{30}$	2.035	2.019	0.008	0.727	0.722	0.007
$\frac{1}{40}$	0.858	0.851	0.008	0.306	0.304	0.007
$\frac{1}{50}$	0.439	0.435	0.009	0.157	0.156	0.007

Analitik sonuçlar ile ANSYS Paket Programıyla elde edilen nümerik sonuçlar farklı (t/R) oranları için yukarıdaki çizelgede verilmiştir. Boru et kalınlığı küçüldükçe aradaki % farkın da azaldığı görülmektedir.

4.2.1. Kompozit malzemeler için çalışmanın teyidi

Kompozit malzemeler için çalışmanın teyit edilmesi amacıyla; Kompozit bir malzemeden yapılmış silindirik bir boru sadece dış basınç yüküne maruz kalırsa kritik burkulma yükü analitik olarak aşağıdaki denklemden hesaplanabilir. (Vinson and Sierakowski 1990).

$$P_{cr} = \frac{R}{n^2} \frac{\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{vmatrix}} \quad (3.107)$$

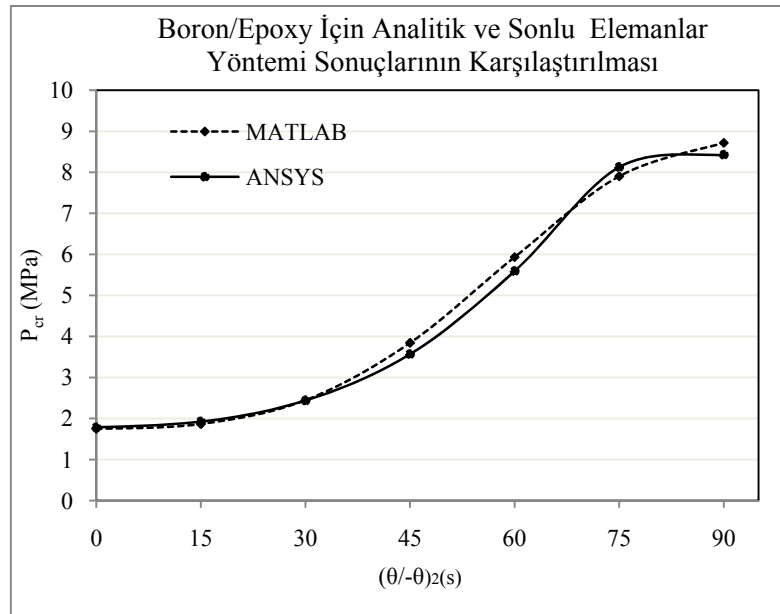
Boron/Epoksi için; L=200 mm, R=100 mm, t=5 mm alınarak $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ bulunan burkulma değerlerine ait teorik ve nümerik sonuçlar aşağıda gösterilmiştir. Analitik çözümler (3.107) denkleminin MATLAB programıyla çözümünden, nümerik sonuçlar ise ANSYS ile yapılan çözümlerden elde edilmiştir.

Çizelge 4.2. Boron/Epoksi için analitik ve nümerik hesaplanan burkulma değerleri

$(\theta/-\theta)_{2(s)}$	ANALİTİK	FEM	% Fark
	P_{kr} (MPa)	P_{kr} (MPa)	
$(0/0)_2$	1.747	1.784	0.021
$(15/-15)_2$	1.867	1.926	0.032
$(30/-30)_2$	2.448	2.439	-0.003
$(45/-45)_2$	3.843	3.569	-0.071
$(60/-60)_2$	5.933	5.592	-0.057
$(75/-75)_2$	7.904	8.129	0.028
$(90/-90)_2$	8.719	8.430	-0.033

Analitik değerler ile sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen burkulma değerleri karşılaştırıldığında en büyük sapmanın 45° ve 60° de olduğu tespit edilmiştir. Özellikle 30° için bulunan sonuçlar birbirine son derece yakındır.

Şekil 4.5 de analitik ve nümerik sonuçlar grafik olarak verilmiştir.

**Şekil 4.5.** Boron/Epoksi için bulunan analitik ve nümerik burkulma değerleri

4.3. Yanal Dış Basınç ve Eksenel Yük Altındaki Kompozit Borunun Burkulması

Silindirik bir borunun hem yanal hem de eksenel basınç yükü etkisi altında kritik burkulma yüklerini tespit etmek için, ilk olarak sadece yanal dış basıncın (P_1) sebep olduğu burkulma yükü bulunmuş ve bu yüke P_{kr} denmiştir. Daha sonra modele yanal dış basıncın yanı sıra eksenel basınç da (P_2) uygulanmış ve bulunan yeni kritik burkulma değerine de P_{kr}^* denmiştir. Uygulanan eksenel basınç yükü her seferinde değiştirilerek yeni P_{kr}^* değerleri bulunmuştur.

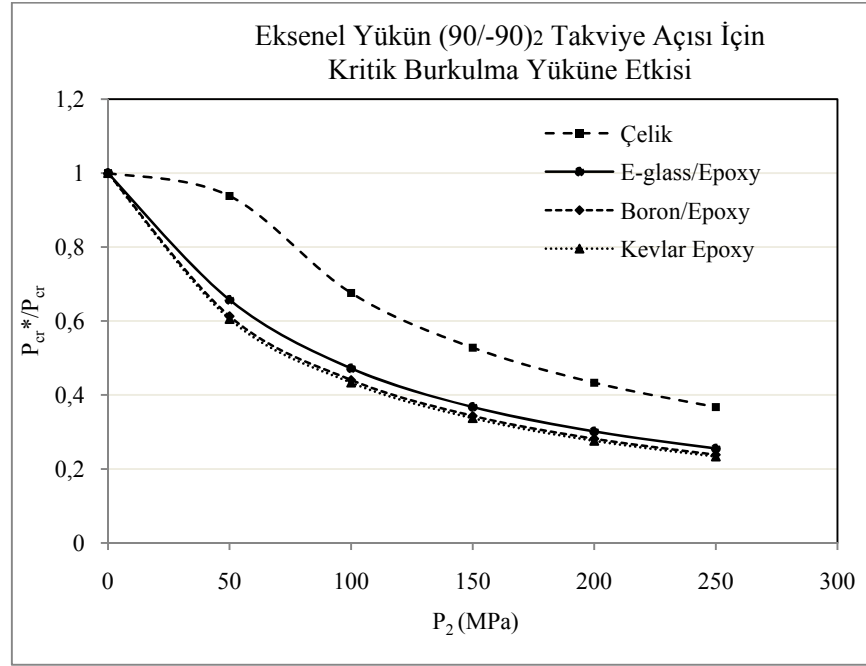
Çizelge 4.3. de mekanik özellikleri verilmiş olan dört farklı malzeme için yapılan çözümler grafiklerle gösterilmiştir. Malzeme özellikleri (Roylance 2000; Akbulut and Ural 2007) çalışmalarından alınmıştır.

Çizelge 4.3. Kullanılan malzemelerin mekanik özellikleri

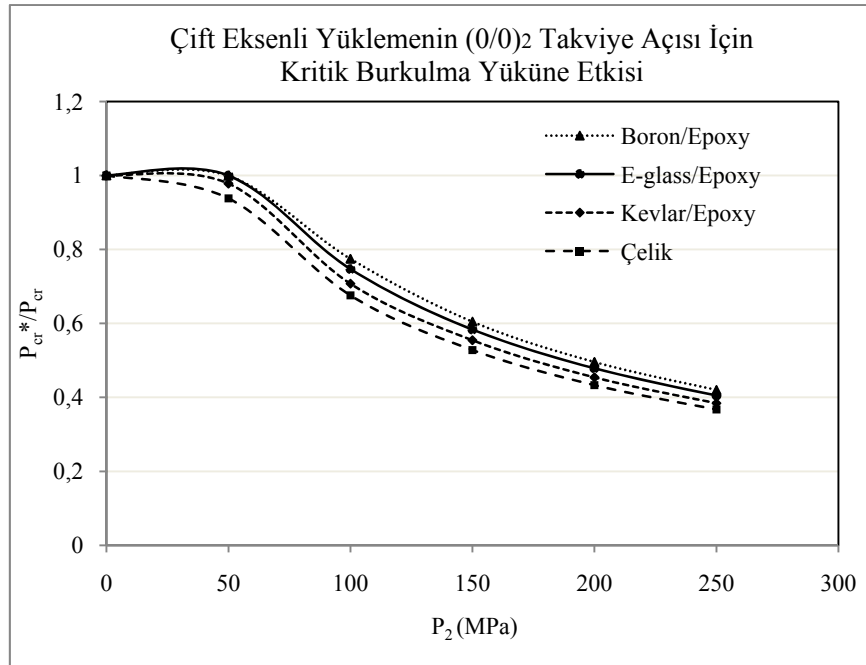
Malzeme	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	ν_{12}
M_1 : Çelik	200	200	76.92	0.3
M_2 : E-glass/Epoksi	49.58	18.16	9.12	0.2466
M_3 : Boron/Epoksi	276.09	55.32	32.89	0.2278
M_4 : Kevlar/Epoksi	80	5.5	2.1	0.31

Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=20$ olarak alınmış, silindirin 4 tabakadan oluştuğu ve simetrik tabakalandığı varsayılmıştır.

Şekil 4.6 ve 4.7 de iki eksenli yükleme durumunda farklı tabaka takviye açıları için malzemelerin kritik burkulma yükündeki değişimler incelenmiştir. Tabaka takviye açıları; Şekil 4.6 da $(90/-90)_2$ ve Şekil 4.7 de $(0/0)_2$ olarak alınmış ve elde edilen sonuçlar grafikler halinde gösterilmiştir. Bu grafiklerde yatay eksen, eksenel basıncı P_2 (MPa), dikey eksen de kritik burkulma yükleri oranını (P_{kr}^*/P_{kr}) göstermektedir.



Şekil 4.6. (90/-90)₂ takviye açısı için yanal dış basınç ve eksenel basıncın kritik burkulma yüküne etkisi



Şekil 4.7. (0/0)₂ takviye açısı için yanal dış basınç ve eksenel basıncın kritik burkulma yüküne etkisi

Şekil 4.6 ve 4.7 deki grafikler 4 farklı malzemenin, farklı takviye açıları için çift eksenli yükleme durumunda burkulma değerlerindeki değişimleri göstermektedir. Şekil 4.6 da takviye açısı $(90/-90)_2$ ve Şekil 4.7 de $(0/0)_2$ ve olarak alınmıştır. İlk olarak her bir malzeme için sadece yanal dış basınç altındaki burkulma yükü bulunmuş ($P_2=0$) ve bu değer P_{kr} olarak alınmıştır. Daha sonra hem yanal dış basınç hem de eksenel basınç altındaki burkulma değerleri tespit edilmiş ve bu yeni değerlere de P_{kr}^* denilmiştir. P_2 değeri sürekli artırılarak burkulma değerindeki değişim araştırılmıştır.

Silindire etkiyen eksenel basınç artırıldıkça burkulma yükü değeri azalma göstermektedir. Bu azalmada kompozit malzemelerde takviye açıları önemli rol oynamaktadır. $(90/-90)_2$ takviye açısı için $P_2=50$ MPa için burkulma değerleri yaklaşık %40 azalırken, $(0/0)_2$ takviye açısında bu düşüş yaklaşık %5 civarındadır. $(90/-90)_2$ takviye açısında $P_2=150$ MPa alınınca burkulma değeri yaklaşık %60 azalırken, $(0/0)_2$ takviye açısı için bu azalış %40 civarındadır. $P_2=250$ MPa değerine çıkarıldığında ise $(90/-90)_2$ için burkulma değerindeki azalış %75 iken, $(0/0)_2$ için olan azalış yaklaşık %40 mertebesindedir. $(90/-90)_2$ takviye açısı için kompozit malzemeler içinde E-glass/Epoksi'nin eksenel basınçtaki artıştan diğer iki kompozite oranla daha az etkilendiği söylenebilir. Bununla birlikte $(0/0)_2$ durumunda eksenel basınç artışı Boron/Epoksi'yi hem diğer iki kompozit malzemedan hem de çelikten daha az etkilenmektedir.

4.4. Çapraz Tabakalanmış Kompozit Borularda Burkulma

Şekil 4.8, 4.9 ve 4.10 da üç farklı kompozit malzeme için $(90/0)_2$ ve $(0/90)_2$ çapraz tabaka takviye açılarının simetrik veya antisimetrik tabakalandırma durumunda kritik burkulma yükündeki değişimler incelenmiştir. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=20$ olarak alınmış, silindir 4 tabaka olacak şekilde modellenmiştir. Grafiklerdeki yatay eksen, eksenel basıncı P_2 (MPa), dikey eksen de kritik burkulma yükü oranlarını (P_{kr}^*/P_{kr}) göstermektedir. P_{kr} ise $(90/0)_2$ takviye açısında ve $P_2=0$ durumundaki silindirik borunun kritik burkulma yüküdür.

Çizelge 4.4’de, Şekil 4.8, 4.9 ve 4.10’daki grafiklerin çiziminde kullanılan burkulma yükü değerleri verilmiştir. P_{kr} değeri; Şekil 4.8 için 2.319 MPa, Şekil 4.9 için 12.67 MPa ve Şekil 4.10 için 2.211 MPa’dır.

Çizelge 4.5’de ise Şekil 4.8, 4.9 ve 4.10’daki grafiklerin düşey eksenindeki (P_{kr}^*/P_{kr}) değerleri verilmiştir.

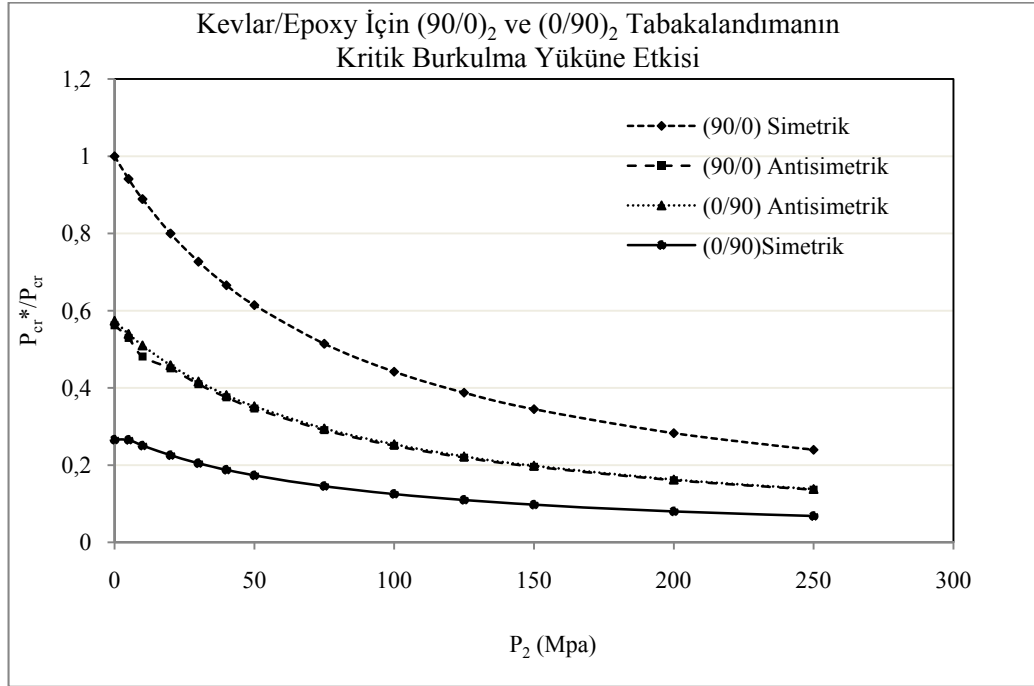
Çapraz $(90/0)_2$ ve $(0/90)_2$ simetrik tabakalandırma durumunda ilk tabakanın takviye açısı burkulma yükü açısından büyük önem taşımaktadır. Her üç kompozit malzeme için de $(90/0)_{2(s)}$ takviye açısı için bulunan burkulma yükü değeri $(0/90)_{2(s)}$ takviye açısına oranla çok daha büyüktür. $P_2 = 0$ için $(90/0)_{2(s)}$ takviye açısında hesaplanan burkulma değeri $(0/90)_{2(s)}$ takviye açısında bulunan burkulma değerine oranla Kevlar/Epoksi için 3.76 kat, Boron/Epoksi için 2.84 kat ve E-glass/Epoksi için de 2.07 kat daha fazladır. Silindirik boruya etki eden eksenel basınç arttıkça burkulma değerleri arasındaki bu fark giderek azalmaktadır. $P_2 = 250$ MPa olduğunda $(90/0)_{2(s)}$ takviye açısında hesaplanan burkulma değerleri $(0/90)_{2(s)}$ takviye açısında hesaplan değerlerin oranla Kevlar/Epoksi için 3.51, Boron/Epoksi için 2 ve E-glass/Epoksi için de 1.5 katıdır. Antisimetrik tabakalandırma durumunda ise $(90/0)_{2(as)}$ ile $(0/90)_{2(as)}$ takviye açıları için bulunan burkulma yükü değerleri arasındaki fark çok küçüktür. İlk tabakanın açısının 0° ya da 90° olması fazla önemli değildir. Kompozit silindirik boruların çapraz tabakalandırılması durumunda simetrik $(90/0)_2$ takviye açısı ile tabakalandırılmaları burkulma dayanımı açısından en iyi sonucu vermektedir.

Çizelge 4.4. $(90/0)_2$ ve $(0/90)_2$ takviye açısı için bulunan burkulma yükü değerleri

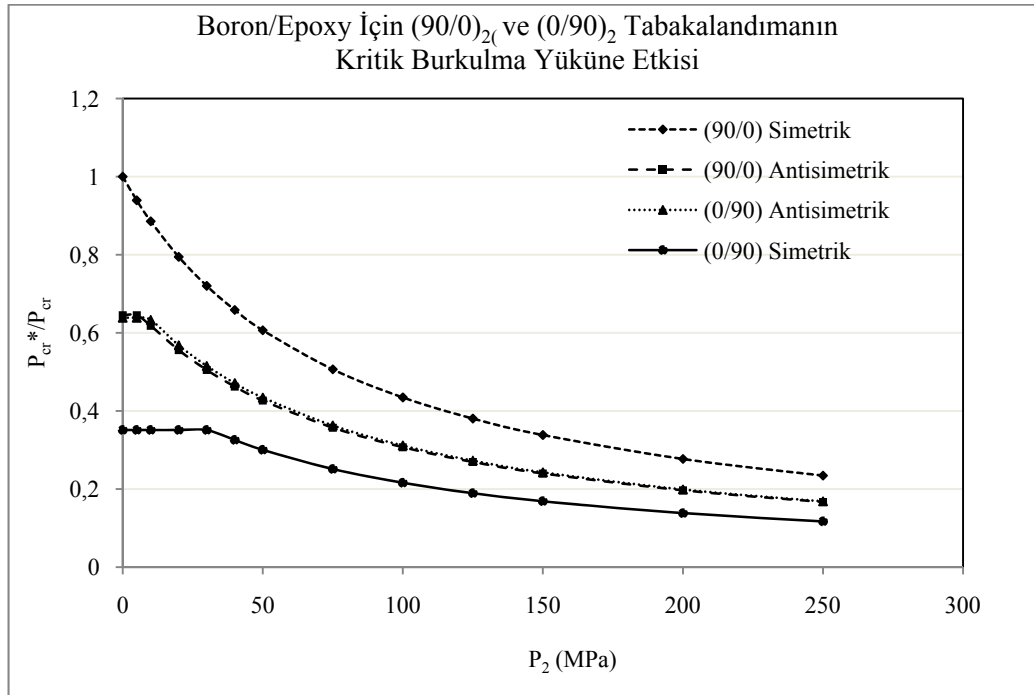
P_2 (MPa)	Burkulma Yükü Değerleri (MPa)											
	Kevlar/Epoksi				Boron/Epoksi				E-glass/Epoksi			
	Simetrik		Antisimetrik		Simetrik		Antisimetrik		Simetrik		Antisimetrik	
	$(90/0)_2$	$(0/90)_2$	$(90/0)_2$	$(0/90)_2$	$(90/0)_2$	$(0/90)_2$	$(90/0)_2$	$(0/90)_2$	$(90/0)_2$	$(0/90)_2$	$(90/0)_2$	$(0/90)_2$
0	2.319	0.616	1.331	1.304	12.67	4.449	8.09	8.172	2.211	1.067	1.563	1.574
5	2.183	0.615	1.252	1.228	11.90	4.449	8.089	8.171	2.211	1.067	1.563	1.574
10	2.062	0.581	1.183	1.116	11.22	4.449	8.021	7.831	2.177	1.067	1.562	1.573
20	1.855	0.523	1.064	1.045	10.06	4.449	7.198	7.041	1.955	1.067	1.562	1.573
30	1.686	0.475	0.966	0.95	9.126	4.448	6.527	6.396	1.774	1.067	1.45	1.431
40	1.544	0.435	0.885	0.871	8.345	4.126	5.97	5.858	1.623	1.067	1.327	1.311
50	1.425	0.402	0.817	0.804	7.686	3.805	5.5	5.403	1.496	0.991	1.223	1.209
75	1.193	0.337	0.684	0.674	6.418	3.184	4.595	4.525	1.251	0.83	1.022	1.013
100	1.025	0.29	0.589	0.58	5.507	2.738	3.945	3.892	1.075	0.714	0.878	0.871
125	0.899	0.255	0.516	0.509	4.822	2.401	3.456	3.414	0.942	0.626	0.77	0.764
150	0.8	0.226	0.46	0.454	4.289	2.138	3.075	3.04	0.838	0.557	0.685	0.68
200	0.656	0.186	0.377	0.373	3.511	1.753	2.519	2.494	0.687	0.457	0.562	0.558
250	0.556	0.158	0.32	0.316	2.972	1.486	2.133	2.114	0.582	0.388	0.476	0.473

Çizelge 4.5. (90/0)₂ ve (0/90)₂ takviye açısı için bulunan burkulma yükü oranları

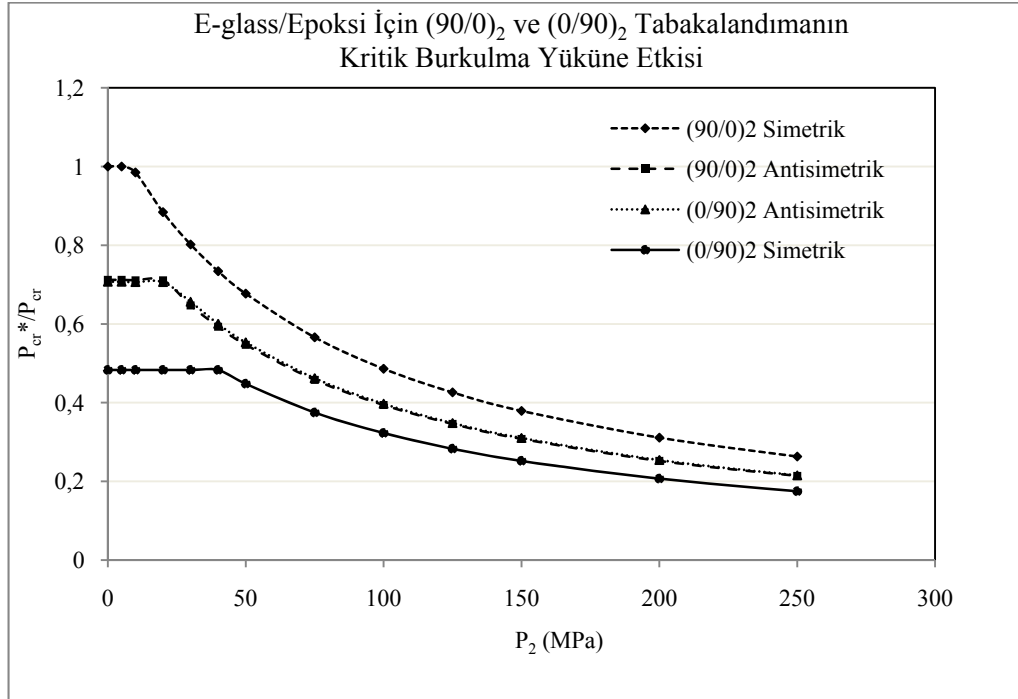
P ₂ (MPa)	Burkulma Yükü Oranları											
	Kevlar/Epoksi				Boron/Epoksi				E-glass/Epoksi			
	Simetrik		Antisimetrik		Simetrik		Antisimetrik		Simetrik		Antisimetrik	
	(90/0) ₂	(0/90) ₂	(90/0) ₂	(0/90) ₂	(90/0) ₂	(0/90) ₂	(90/0) ₂	(0/90) ₂	(90/0) ₂	(0/90) ₂	(90/0) ₂	(0/90) ₂
	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$
0	1.000	0.266	0.574	0.562	1.000	0.351	0.639	0.645	1.000	0.483	0.707	0.712
5	0.941	0.265	0.540	0.530	0.939	0.351	0.638	0.645	1.000	0.483	0.707	0.712
10	0.889	0.251	0.510	0.481	0.886	0.351	0.633	0.618	0.985	0.483	0.706	0.711
20	0.800	0.226	0.459	0.451	0.795	0.351	0.568	0.556	0.884	0.483	0.706	0.711
30	0.727	0.205	0.417	0.410	0.720	0.351	0.515	0.505	0.802	0.483	0.656	0.647
40	0.666	0.188	0.382	0.376	0.659	0.326	0.471	0.462	0.734	0.483	0.600	0.593
50	0.614	0.173	0.352	0.347	0.607	0.300	0.434	0.426	0.677	0.448	0.553	0.547
75	0.514	0.145	0.295	0.291	0.507	0.251	0.363	0.357	0.566	0.375	0.462	0.458
100	0.442	0.125	0.254	0.250	0.435	0.216	0.311	0.307	0.486	0.323	0.397	0.394
125	0.388	0.110	0.223	0.219	0.381	0.190	0.273	0.269	0.426	0.283	0.348	0.346
150	0.345	0.097	0.198	0.196	0.339	0.169	0.243	0.240	0.379	0.252	0.310	0.308
200	0.283	0.080	0.163	0.161	0.277	0.138	0.199	0.197	0.311	0.207	0.254	0.252
250	0.240	0.068	0.138	0.136	0.235	0.117	0.168	0.167	0.263	0.175	0.215	0.214



Şekil 4.8. 4 tabakalı Kevlar/Epoksi için çapraz tabakalandırmanın burkulmaya etkisi



Şekil 4.9. 4 tabakalı Boron/Epoksi için çapraz tabakalandırmanın burkulmaya etkisi



Şekil 4.10. 4 tabakalı E-glass/Epoksi için çapraz tabakalandırmanın burkulmaya etkisi

4.5. Tabaka Takviye Açılarının Burkulmaya Etkisi

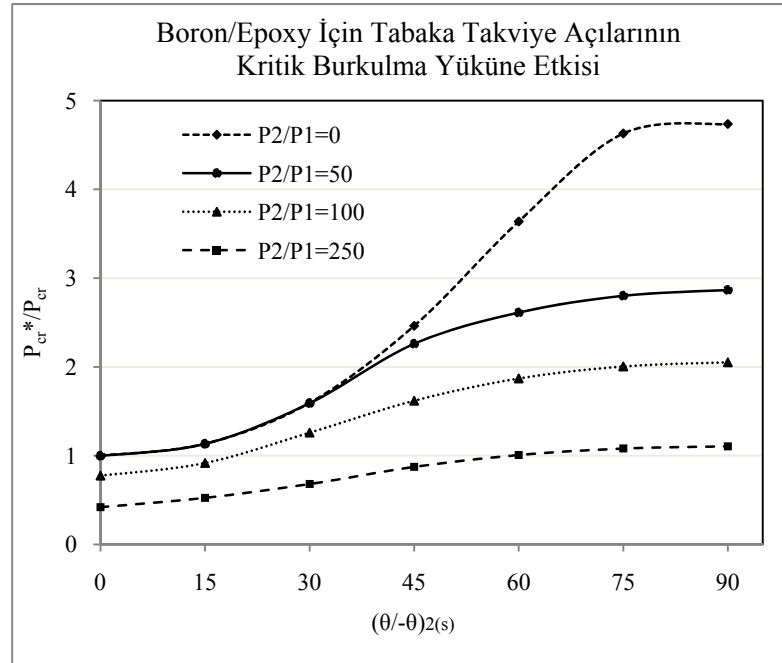
Şekil 4.11, 4.12, 4.13 ve 4.14 de iki farklı kompozit malzeme için tabaka takviye açılarının simetrik veya antisimetrik tabakalandırma durumunda kritik burkulma yükündeki değişimler incelenmiştir. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=20$ olarak alınmış, silindirin 4 tabakadan oluştuğu varsayılmıştır. Grafiklerdeki yatay eksen tabaka takviye açılarını $(\theta/-\theta)_2$, dikey eksen de kritik burkulma yükü oranlarını (P_{kr}^*/P_{kr}) göstermektedir. P_{kr} ise $(0/0)_2$ takviye açısında ve $P_2=0$ (tek eksenli yükleme) durumundaki silindirik borunun kritik burkulma yüküdür. Her iki malzeme için de simetrik ve antisimetrik tabakalandırmadan elde edilen sonuçlar farklı grafiklerle verilmiştir.

Kompozit malzeme olarak Boron/Epoksi ve E-glass/Epoksi alınmış ve çözümler yapılırken takviye açıları 0° den 90° ye kadar her seferinde 15° artırılmıştır. 4 farklı (P_2/P_1) için burkulma yükü değerleri hesap edilmiştir. Her iki malzeme için de takviye

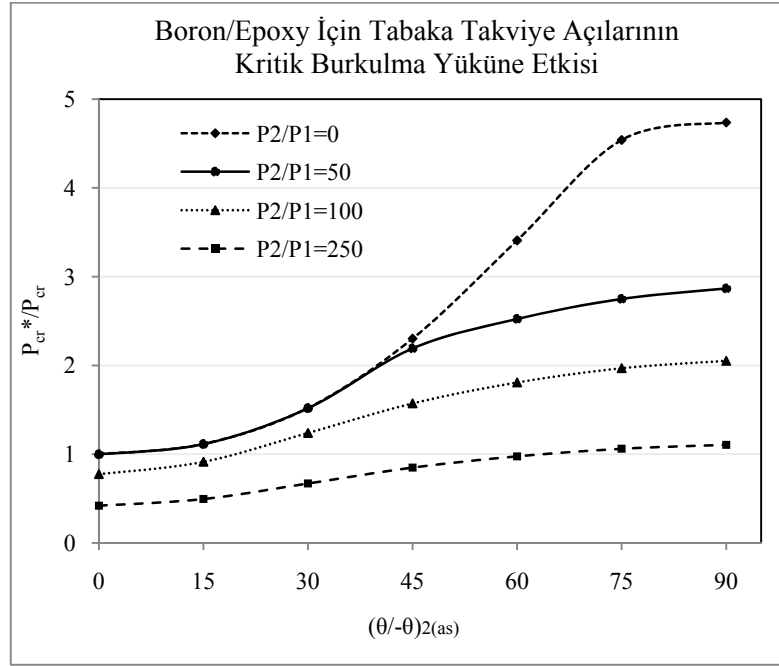
açısı 0° den 90° ye doğru gittikçe burkulma dayanımının arttığı gözlemlenmiştir.

P_2 eksenel basınç değeri büyüdükçe bu artış oranı bağıl olarak azalma göstermektedir. Şöyle ki; Boron/Epoksi için $P_2=0$ durumunda yani sadece yanal dış basınç etkisi altında $(90/-90)_2$ takviye açısı için elde edilen burkulma değeri, $(0/0)_2$ durumundaki burkulma değerinin 4.73 katı iken, bu değer $P_2=50$ MPa durumunda 2.86, $P_2=100$ MPa durumunda 2.66 ve $P_2=250$ MPa durumunda ise 2.61 katına düşmüştür (Şekil 4.11 ve 4.12).

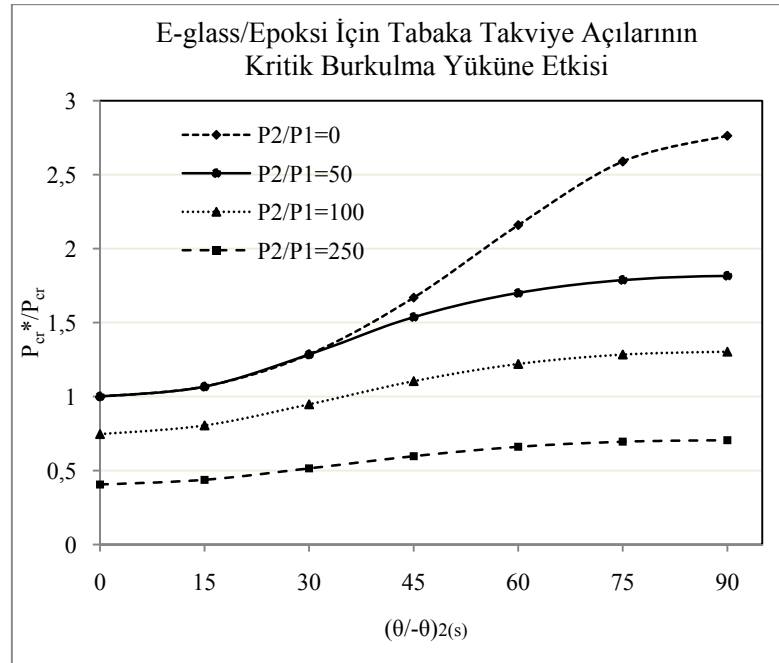
Aynı şekilde E-glass/Epoksi için; $(90/-90)_2$ takviye açısındaki burkulma değeri $(0/0)_2$ takviye açısındaki değerin $P_2=0$ için 2.76, $P_2=50$ MPa için 1.81, $P_2=100$ MPa için 1.76 ve $P_2=250$ MPa için ise 1.74 katı olarak bulunmuştur (Şekil 4.13 ve 4.14).



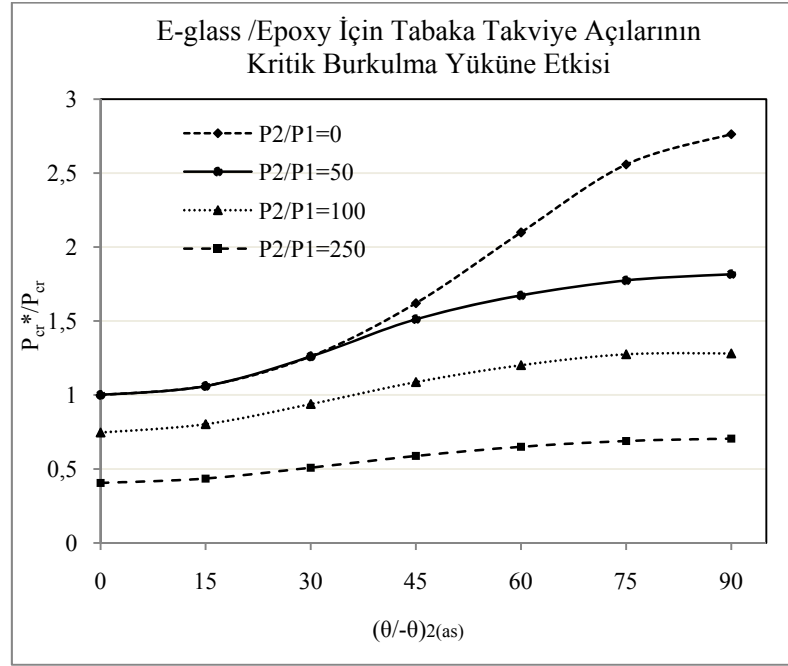
Şekil 4.11. $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ Boron/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi



Şekil 4.12. $(\theta/-\theta)_{2(as)}$ Boron/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi



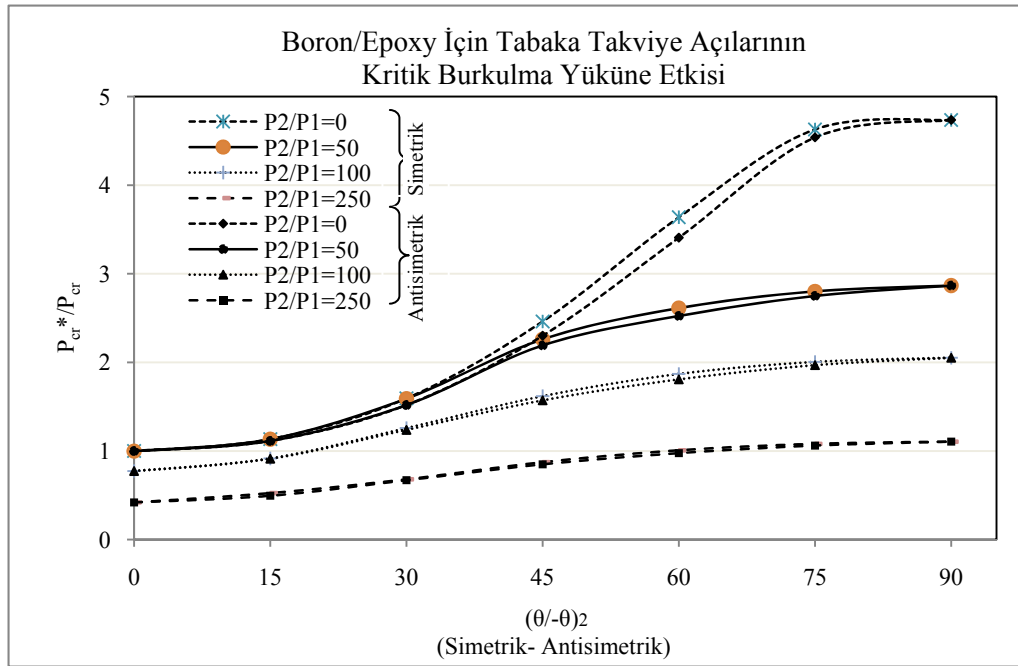
Şekil 4.13. $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ E-glass/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi



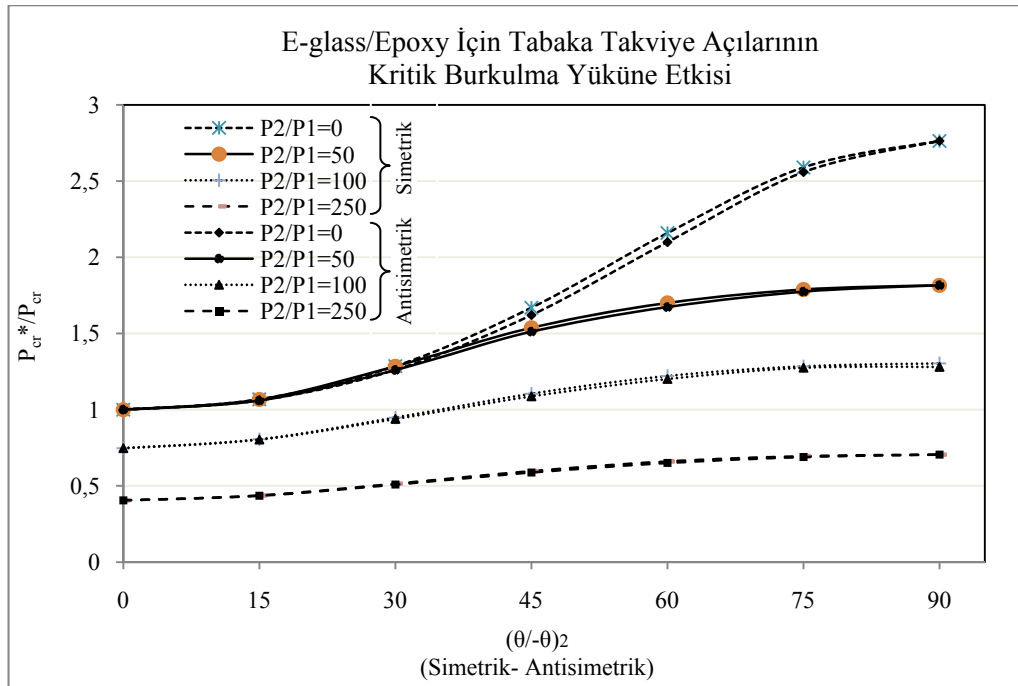
Şekil 4.14. $(\theta/-\theta)_{2(as)}$ E-glass/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi

Yani her iki kompozit malzeme için de takviye açısı 0° den 90° ye doğru değiştirildikçe burkulma yükü değeri artmış $(90/-90)_2$ için en yüksek burkulma yükü değerine ulaşılmıştır. Bunun yanısıra eksenel yöndeki basıncın artırılması ile takviye açısının burkulma yükü üzerindeki bu olumlu etkisinin bağıl olarak azaldığı tespit edilmiştir.

Şekil 4.15 ve 4.16 de ise tabaka takviye açılarının kritik burkulma yüküne etkisi simetrik ve antisimetrik tabakalandırılma durumları için aynı grafikte verilmiştir. Simetrik tabakalandırmanın antisimetrik tabakalandırmaya göre özellikle tek eksenli yükleme durumunda burkulma dayanımı açısından daha iyi sonuç verdiği tespit edilmiştir. Özellikle $(30/-30)_2$, $(45/-45)_2$ ve $(60/-60)_2$ açı grupları bu fark daha net anlaşılmaktadır. Eksenel yük arttıkça simetrik veya antisimetrik tabakalandırma neticesinde elde edilen burkulma yükü değerleri birbirlerine yaklaşmaktadır.



Şekil 4.15. 4 tabakalı Boron/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi

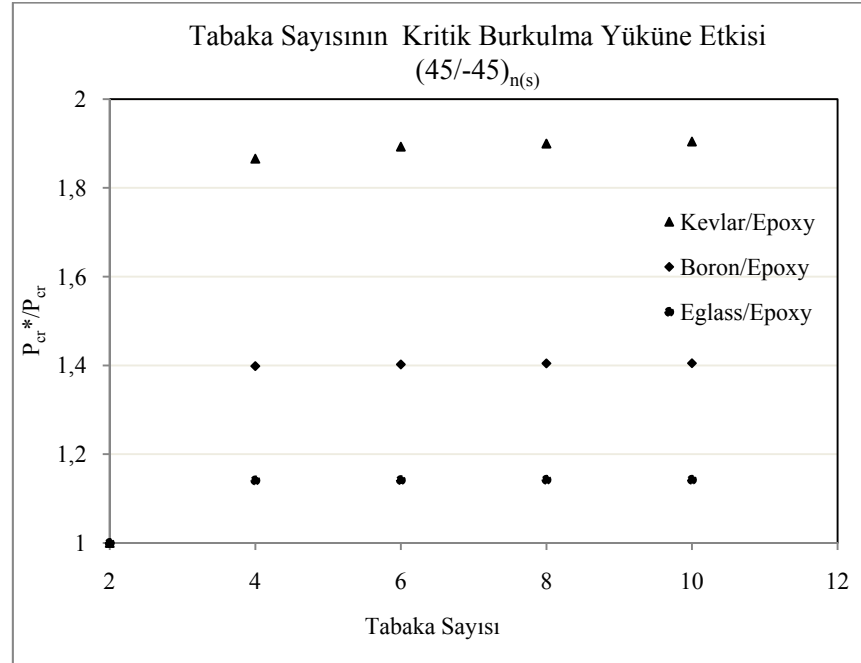


Şekil 4.16. 4 tabakalı E-glass/Epoksi için tabaka takviye açılarının burkulmaya etkisi

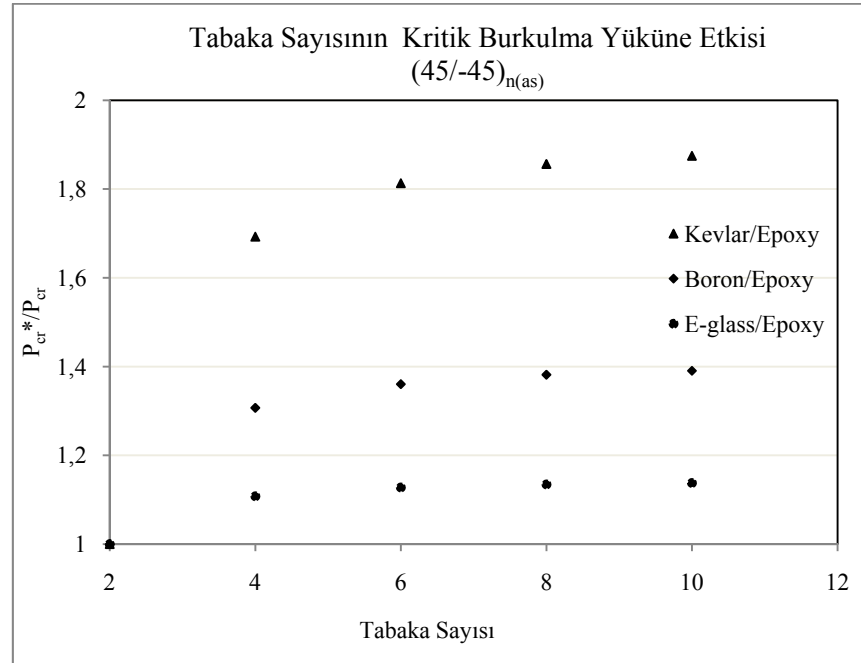
4.6. Tabaka Sayısının Burkulmaya Etkisi

Şekil 4.17 ve 4.18 de üç farklı kompozit malzeme için sadece yanal dış basınç etkisi altında tabaka sayısının kritik burkulma yüküne olan etkisi incelenmiştir. Tabaka kalınlığı sabit tutularak tabaka sayısı artırılmış ve simetrik veya antisimetrik tabakalandırma durumunda kritik burkulma yükündeki değişimler incelenmiştir. Silindirik geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=20$ olarak alınmıştır. Grafiklerdeki yatay eksen tabaka sayısını, dikey eksen de kritik burkulma yükü oranlarını (P_{kr}^*/P_{kr}) göstermektedir. P_{kr} ise her bir kompozit malzeme için (45/-45) tabaka açısında 2 tabakalı silindirik borunun $P_2=0$ durumundaki kritik burkulma yüküdür.

Kalınlık sabit tutularak tabaka sayısının artırılması burkulma yükü değerini artırmaktadır. Özellikle Kevlar/Epoksi için bu artış diğer iki kompozit malzemeye nazaran daha fazladır. 4 tabakadan sonra burkulma değerindeki artış miktarı azalmakla beraber 8 tabakaya kadar devam etmekte lakin 8 tabakadan sonra burkulma yükü değeri tabaka sayısı artışından etkilenmemektedir. Simetrik 4 tabaka için bulunan burkulma yükü değerleri 2 tabakaya oranla Kevlar/Epoksi için 1.86 kat, Boron/Epoksi için 1.4 kat ve E-glass/Epoksi için ise 1.14 kat daha fazladır. Antisimetrik tabakalandırma durumunda ise 4 tabakada bulunan değerler 2 tabakadaki değerlerin Kevlar/Epoksi için 1.69 katı, Boron/Epoksi için 1.31 katı ve E-glass/Epoksi için de 1.11 katıdır. 10 tabaka için bulunan burkulma yükü değerleri ise 2 tabakaya oranla; simetrik tabakalandırmada Kevlar/Epoksi'de 1.9 kat, Boron/Epoksi'de 1.4 kat ve E-glass/Epoksi'de 1.14 kat, antisimetrik tabakalandırmada ise Kevlar/Epoksi'de 1.87 kat, Boron/Epoksi'de 1.39 kat ve E-glass/Epoksi'de 1.13 kat fazladır (Şekil 4.17 ve 4.18).



Şekil 4.17. (45/-45)_{n(s)} için tabaka sayısının burkulmaya etkisi



Şekil 4.18. (45/-45)_{n(as)} için tabaka sayısının burkulmaya etkisi

Şekil 4.19 ve 4.20 de çift eksenli yükleme durumunda Boron/Epoksi için tabaka sayısının kritik burkulma yüküne olan etkisi incelenmiştir. Tabaka kalınlığı sabit tutularak tabaka sayısı artırılmış ve simetrik veya antisimetrik tabakalandırma durumunda kritik burkulma yükündeki değişimler incelenmiştir. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=20$ olarak alınmıştır. Grafiklerdeki yatay eksen, eksenel basıncı P_2 , dikey eksen de kritik burkulma yükü oranlarını (P_{kr}^*/P_{kr}) göstermektedir. P_{kr} ise (45/-45) tabaka açısında 2 tabakalı Boron/Epoksi borunun $P_2/P_1=0$ durumundaki kritik burkulma yüküdür.

$P_2=0$ durumunda simetrik tabakalandırmada 8 tabaka için bulunan burkulma değeri 2 tabaka için bulunan burkulma değerinin 1.4 katı iken, bu oran P_2 değeri arttıkça (eksenel basıncın etkisi) giderek artmakta ve $P_2=250$ MPa olduğunda 1.45 katına yükselmektedir. Aynı şekilde antisimetrik tabakalandırma durumunda $P_2=0$ için 8 tabakadaki burkulma değeri 2 tabakadakinin 1.31 katı iken, $P_2=250$ MPa için ise 1.44 katına çıkmaktadır. Yani tabaka sayısındaki artışın burkulma yükü üzerindeki olumlu etkisi eksenel basıncın artmasıyla daha belirgin bir hal almaktadır. Bu artış antisimetrik tabakalandırmada daha fazladır. Yukarıda verilmiş olan 8 tabaka ve 2 tabaka için bulunan burkulma değerleri oranlanacak olursa; simetrik tabakalandırma durumunda,

$$P_2=0 \text{ için } \frac{P_{cr}(8 \text{ tabaka})}{P_{cr}(2 \text{ tabaka})} = 1.4$$

$$P_2=250 \text{ MPa için } \frac{P_{cr}(8 \text{ tabaka})}{P_{cr}(2 \text{ tabaka})} = 1.45$$

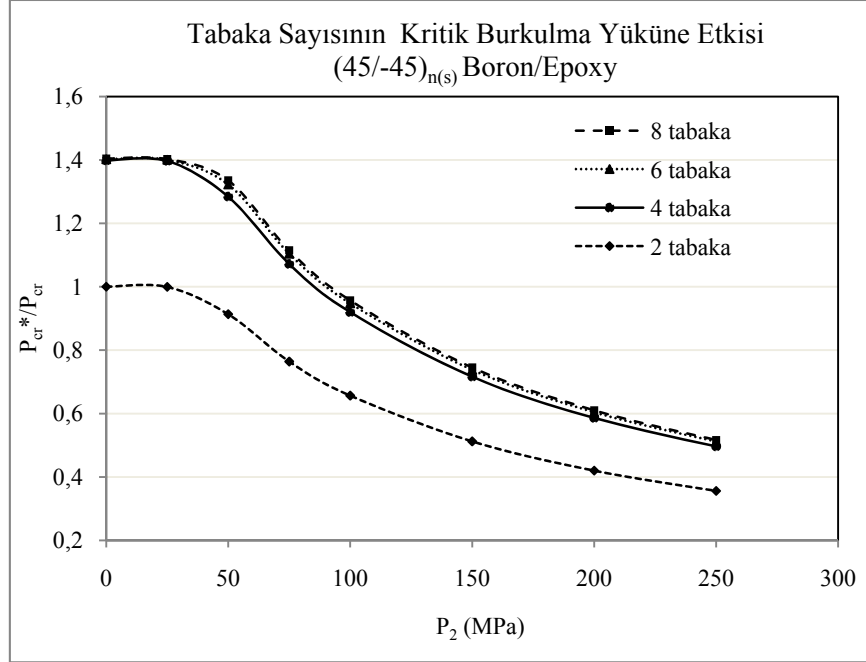
iken, antisimetrik tabakalandırma durumunda ise

$$P_2=0 \text{ için } \frac{P_{cr}(8 \text{ tabaka})}{P_{cr}(2 \text{ tabaka})} = 1.31$$

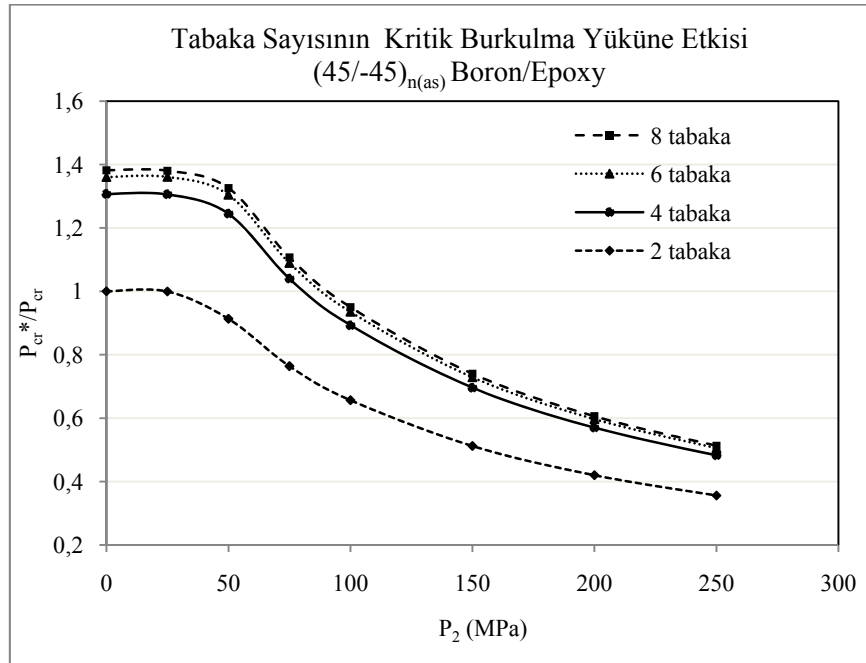
$$P_2=250 \text{ MPa için } \frac{P_{cr}(8 \text{ tabaka})}{P_{cr}(2 \text{ tabaka})} = 1.44$$

şeklindedir. $P_2=250$ MPa durumunda hesaplanan artış oranı $P_2=0$ durumuna göre; simetrik tabakalandırmada ($1.45/1.4=1.0357$) %3.6 iken, antisimetrik tabakalandırmada

(1.44/1.31=1,0992) %9.9 civarındadır (Şekil 4.19 ve 4.20).



Şekil 4.19. (45/-45)_{n(s)} Boron için tabaka sayısının burkulmaya etkisi

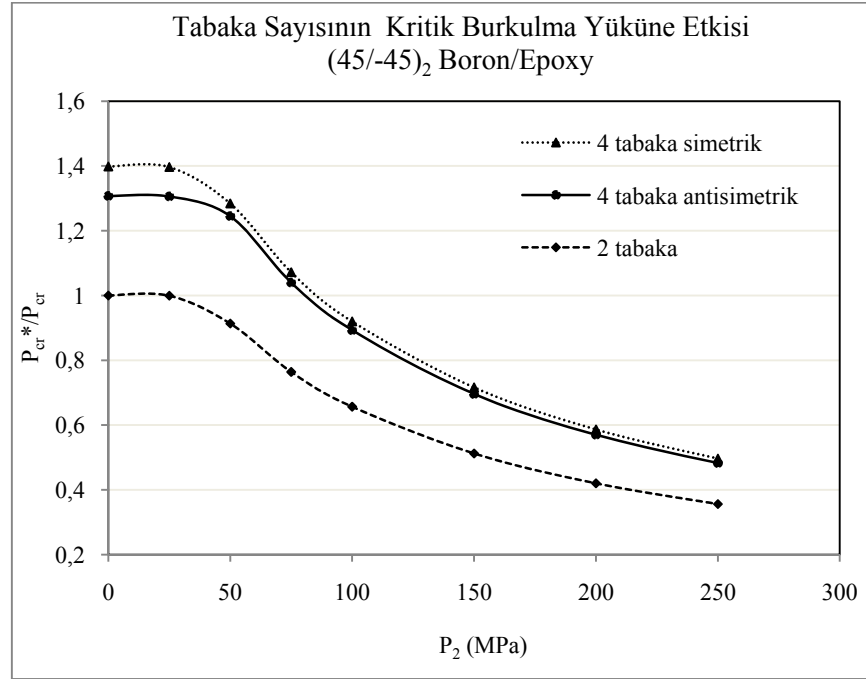


Şekil 4.20. (45/-45)_{n(as)} Boron için tabaka sayısının burkulmaya etkisi

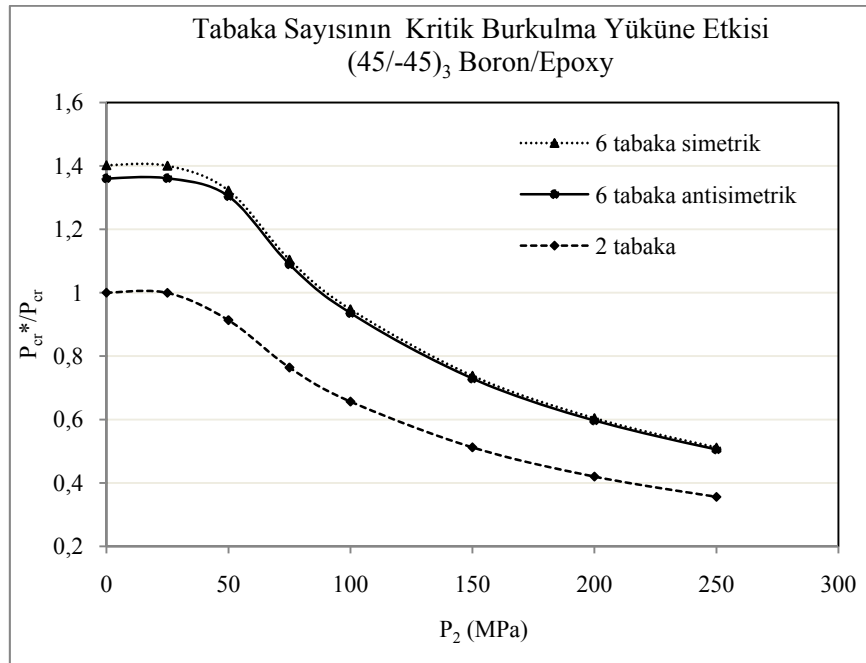
Şekil 4.21, 4.22 ve 4.23 de ise tabaka sayısının kritik burkulmaya etkisi tabaka takviye açılarının simetrik veya antisimetrik olması durumundaki sonuçları açısından incelenmiştir. 4 tabaka, 6 tabaka ve 8 tabaka için simetrik ve antisimetrik tabakalandırmanın kritik burkulma yüküne olan etkisi Şekil 4.21, 4.22 ve 4.23 de ayrı ayrı gösterilmektedir. Her üç grafik için de P_{kr} (45/-45) tabaka açısında 2 tabakalı Boron/Epoksi borunun $P_2=0$ durumundaki kritik burkulma yüküdür.

4 tabaka için $P_2=0$ için simetrik tabakalandırma antisimetrik tabakalandırmaya oranla burkulma açısından %6.9 daha iyi netice vermektedir. P_2 eksenel basıncı arttıkça simetrik ve antisimetrik tabakalama için bulunan burkulma sonuçlar birbirine yaklaşmakta ve $P_2=250$ MPa durumunda simetrik ile antisimetrik sonuçları arasındaki fark %2.9 a gerilemektedir (Şekil 4.21).

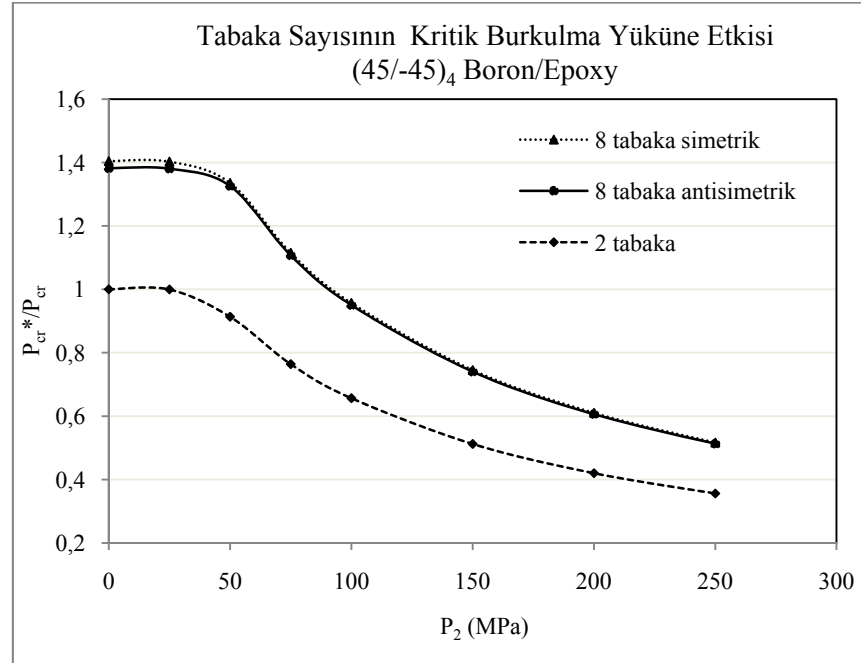
6 tabaka için simetrik tabakalandırma ile antisimetrik tabakalandırma arasında burkulma açısından $P_2=0$ için %3,1 fark varken bu değer $P_2=250$ MPa için %1'e gerilemektedir. Tabaka sayısı 8 olduğunda ise $P_2=0$ için %1.01 olan fark $P_2=250$ MPa için %0.07'ye kadar düşmektedir. Yani tabaka sayısı arttıkça simetrik ve antisimetrik tabakalandırma için yapılan çözümlerin sonuçları birbirlerine yakınlaşmakta ve 8 tabakadan sonrası için her iki çözüm sonucu yaklaşık aynı çıkmaktadır (Şekil 4.22 ve 4.23).



Şekil 4.21. (45/-45)₂ Boron/Epoksi için simetrik ve antisimetrik tabakalamada tabaka sayısının burkulmaya etkisi



Şekil 4.22. (45/-45)₃ Boron/Epoksi için simetrik ve antisimetrik tabakalamada tabaka sayısının burkulmaya etkisi

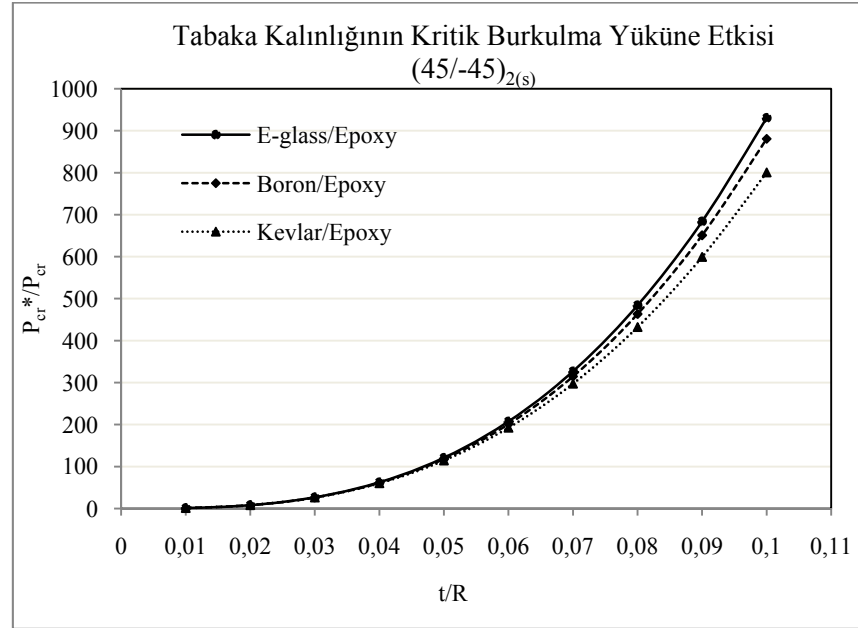


Şekil 4.23. (45/-45)₄ Boron/Epoksi için simetrik ve antisimetrik tabakalamada tabaka sayısının burkulmaya etkisi

4.7. Kalınlığın Burkulmaya Etkisi

Şekil 4.24 her bir kompozit için tabaka kalınlığının burkulma yüküne etkisini göstermektedir. Tabaka sayısı sabit tutularak tabaka kalınlığı değiştirilmiş ve simetrik tabakalandırma durumunda kritik burkulma yükündeki değişimler incelenmiştir. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$ alınmış, farklı t/R değerleri için çözümler yapılmıştır. Grafiklerdeki yatay eksen, boru cidar kalınlığının silindir yarıçapına oranını (t/R), dikey eksen ise kritik burkulma yükü oranını (P_{kr}^*/P_{kr}) göstermektedir. Grafiklerin çiziminde kullanılan P_{kr} ise $t/R=0.01$ için üç farklı kompozit malzemenin (45/-45)_{2(s)} tabaka açısında ve $P_2=0$ durumundaki kritik burkulma yüküdür.

Analitik olarak kritik burkulma değeri kalınlığın küpü ile doğru orantılı artmaktadır. Kalınlığın 10 kat artırılması durumunda burkulma yükündeki artışın 1000 kat olması gerekirken, bu artış Kevlar/Epoksi için 800 kat, Boron/Epoksi için 881 kat ve E-glass/Epoksi için ise 931 kat olarak bulunmuştur (Şekil 4.24).



Şekil 4.24. Tabaka kalınlığının kritik burkulma yüküne etkisi

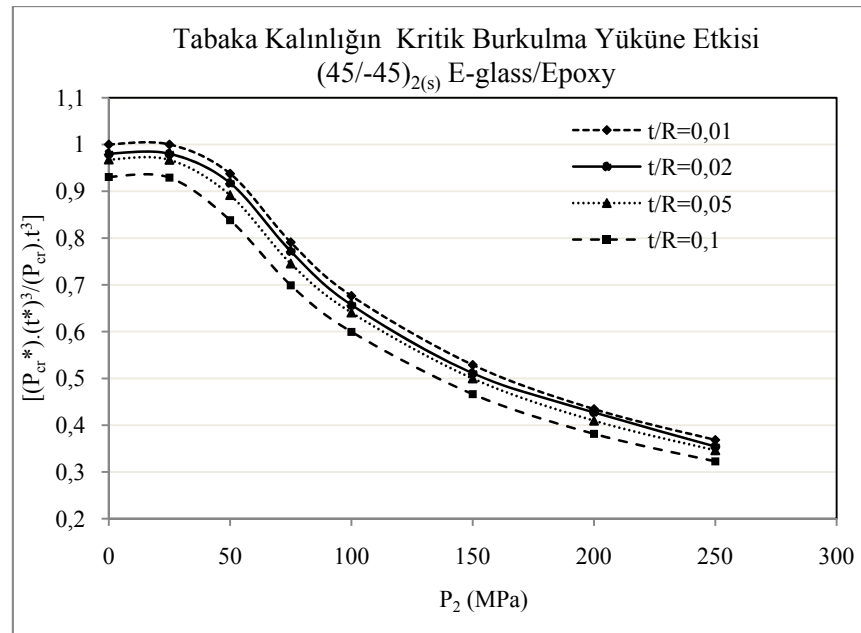
Şekil 4.25 ve 4.26 da çift eksenli yükleme durumunda E-glass/Epoksi ve Boron/Epoksi için kalınlığın kritik burkulma yüküne olan etkisi incelenmiştir. Tabaka sayısı sabit tutularak tabaka kalınlığı değiştirilmiş ve simetrik tabakalandırma durumunda kritik burkulma yükündeki değişimler incelenmiştir. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$ alınmış, farklı t/R değerleri için çözümler yapılmıştır. Grafiklerdeki yatay eksen, aksenal basıncın (P_2) göstermektedir. Düşey eksen ise kritik burkulma yükü oranının (P_{kr}^*/P_{kr}), kalınlıkların oranıyla $(t^*/t)^3$ çarpılmasıyla elde edilen $\left[\left(\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}} \right) \cdot \left(\frac{t^*}{t} \right)^3 \right]$ birimsiz büyüklüğü ifade etmektedir (Akbulut and Ural 2007). Buradaki t^* değeri ($t/R=0.01$) halidir. Yani düşey eksendeki değerler burkulma yükü (P_{kr}^*/P_{kr}) oranının tabaka kalınlığının küpüne bölünmesiyle normalize edilmiştir. P_{kr} ise $(45/-45)_2$ için 4 tabakalı kompozit borunun $P_2=0$ durumundaki kritik burkulma yüküdür.

Cidar kalınlığı arttıkça burkulma yükü artmakla beraber aslında bağıl olarak azalma göstermektedir. $t/R=0.01$ durumunda $P_{kr}^*/P_{kr}=1$ olan burkulma yükü oranı $t/R=0.1$ durumunda E-glass/Epoksi için 0.931'e, Boron/Epoksi için ise 0.881'e düşmektedir. Bu azalma miktarı bütün aksenal basınç (P_2) değerleri için hemen hemen aynı seviyededir.

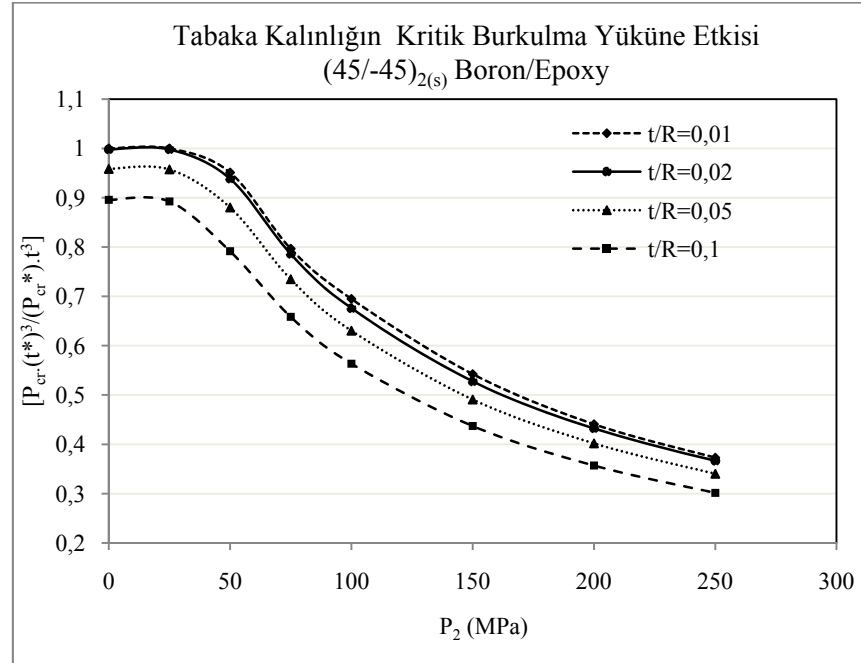
Şekil 4.24 deki grafiğin $\left(\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}\right)$ değerleri ile Şekil 4.25 ve 4.26'ya ait grafiklerin sadece tek eksenli yükleme ($P_2=0$) durumundaki $\left[\left(\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}\right) \cdot \left(\frac{t^*}{t}\right)^3\right]$ değerleri çizelge 4.6'da verilmiştir.

Çizelge 4.6. Farklı t/R değerleri için hesaplanan burkulma oranları

t/R	E-glass/Epoksi		Boron/Epoksi		Kevlar/Epoksi	
	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	$\left[\left(\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}\right) \cdot \left(\frac{t^*}{t}\right)^3\right]$	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	$\left[\left(\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}\right) \cdot \left(\frac{t^*}{t}\right)^3\right]$	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	$\left[\left(\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}\right) \cdot \left(\frac{t^*}{t}\right)^3\right]$
0.01	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.02	7.922	0.990	7.934	0.992	7.925	0.991
0.03	26.521	0.982	26.140	0.968	26.007	0.963
0.04	62.390	0.975	61.150	0.955	60.051	0.938
0.05	120.964	0.968	117.831	0.943	114.255	0.914
0.06	207.391	0.960	200.887	0.930	192.308	0.890
0.07	326.854	0.953	314.751	0.918	297.380	0.867
0.08	484.108	0.946	463.524	0.905	432.135	0.844
0.09	683.908	0.938	651.057	0.893	599.220	0.822
0.1	930.675	0.931	880.902	0.881	800.585	0.801



Şekil 4.25. (45/-45)_{2(s)} E-glass/Epoksi için çift eksenli yüklemede tabaka kalınlığının burkulmaya etkisi



Şekil 4.26. $(45/-45)_{2(s)}$ Boron/Epoksi için çift eksenli yüklemde tabaka kalınlığının burkulmaya etkisi

4.8. Elastisite Modülü Oranlarının Burkulmaya Etkisi

Elastisite modülü oranlarının kritik burkulma yükleri üzerindeki etkisini incelemek için tek eksenli yükleme durumunda 4 tabakalı silindirik borunun farklı takviye açıları ile çözümleri yapılmıştır. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=20$ olarak alınmıştır. Yapılan çözümlerde sadece E_1/E_2 oranları değiştirilmiş, bunun haricindeki malzeme özellikleri ise;

$$E_2=E_3$$

$$G_{12}=G_{23}=G_{31}=0,6E_2$$

$$\nu_{12}=0,25$$

olarak alınmıştır (Akbulut and Ural 2007).

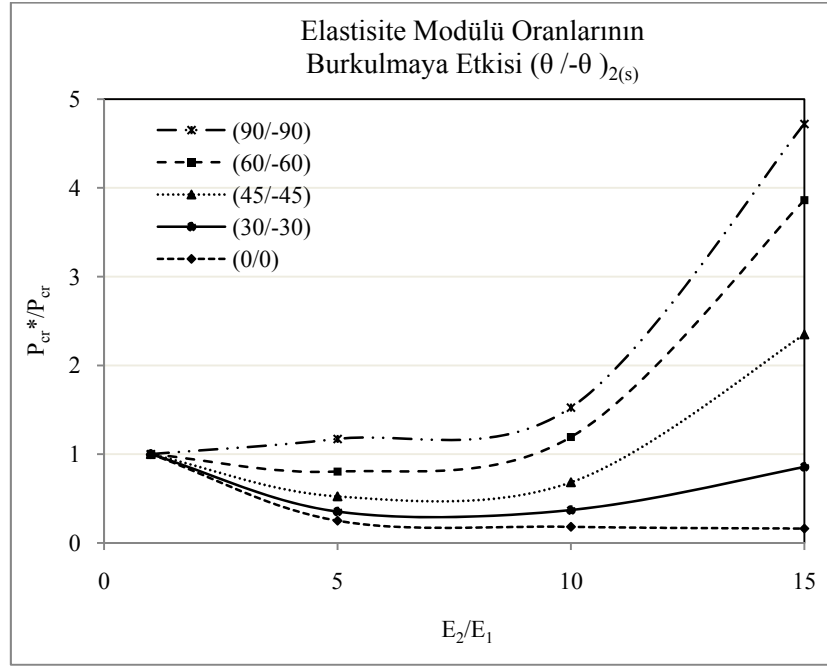
Çizelge 7’de farklı Elastisite Modülü oranları için hesaplanan P_{kr}^* ve (P_{kr}^*/P_{kr}) değerleri verilmiştir. $E_1/E_2=1$ için bulunan en büyük burkulma değeri (45/-45) takviye açısı içindir. E_1/E_2 oranı arttıkça burkulma değerleri (0/0) takviye açısında en küçük, (90/-90) da ise en büyük değerleri almaktadır. (0/0) takviye açısı için E_1/E_2 oranı arttıkça burkulma yükü değeri azalmakta (90/-90) takviye açısı için ise artmaktadır.

Çizelge 4.7. Farklı E_1/E_2 değerleri için hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları

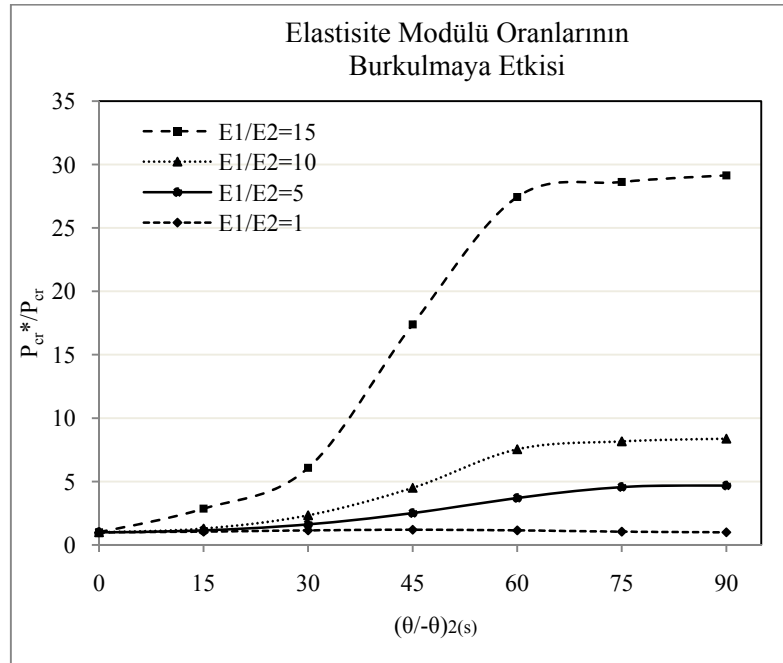
$(\theta/-\theta)_{2(s)}$	$E_1/E_2=1$		$E_1/E_2=5$		$E_1/E_2=10$		$E_1/E_2=15$	
	P_{cr}^* (MPa)	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	P_{cr}^* (MPa)	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	P_{cr}^* (MPa)	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$	P_{cr}^* (MPa)	$\frac{P_{cr}^*}{P_{cr}}$
(0/0) ₂	4.389	1.000	1.097	1.000	0.799	1.000	0.711	1.000
(15/-15) ₂	4.612	1.051	1.255	1.144	1.034	1.295	2.035	2.863
(30/-30) ₂	5.049	1.150	1.783	1.625	1.868	2.339	4.319	6.077
(45/-45) ₂	5.264	1.199	2.760	2.516	3.595	4.501	12.362	17.392
(60/-60) ₂	5.049	1.150	4.062	3.703	6.024	7.542	19.500	27.434
(75/-75) ₂	4.612	1.051	5.017	4.573	6.523	8.167	20.343	28.620
(90/-90) ₂	4.389	1.000	5.141	4.686	6.692	8.379	20.716	29.145

Şekil 4.27 ve 4.28’de sadece yanal dış basınç altında ($P_2=0$) farklı takviye açıları için Elastisite modülü oranlarının burkulma yükü üzerindeki etkisi gösterilmektedir. Her iki grafikte de P_{kr} (0/0)₂ takviye açısında kritik burkulma değerleridir.

E_1/E_2 oranının artması özellikle büyük takviye açılarında burkulma değerini önemli ölçüde artırmaktadır. $E_1/E_2=15$ için (90/-90)₂ takviye açısındaki burkulma değeri (0/0)₂ takviye açısındaki değerin 29.1 katıdır. E_1/E_2 oranı küçüldükçe burkulma değerindeki bu artış da azalmakta, $E_1/E_2=10$ için 8.3 kata, $E_1/E_2=5$ için de 5.1 kata düşmektedir. (0/0)₂ takviye açısı için $E_1/E_2=1$ en yüksek burkulma değerini verirken, (90/-90)₂ takviye açısı için ise $E_1/E_2=15$ en büyük değeri sağlamaktadır. $E_1/E_2>1$ için takviye açıları 0° den 90° ye doğru gittikçe burkulma değerleri de artmaya devam etmektedir. E_1/E_2 oranı ne kadar büyük olursa takviye açılara bağlı artış da o derece büyük olmaktadır (Şekil 4.26 ve 4.27).



Şekil 4.27. Tek eksenli yükleme durumunda elastisite modülü oranlarının kritik burkilmaya etkisi



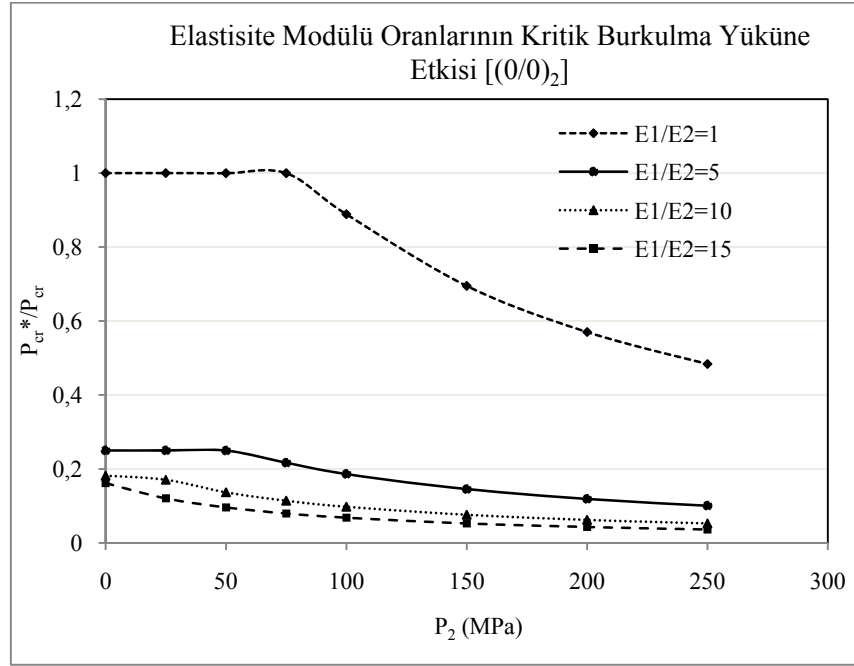
Şekil 4.28. Elastisite modülü oranlarının farklı takviye açıları için kritik burkilmaya etkisi

Şekil 4.29 ile 4.34 arasındaki 6 grafikte üç farklı takviye açısı için, çift eksenli yükleme durumunda Elastisite modülü oranlarının burkulma yükü üzerindeki etkisi incelenmiştir. Şekil 4.29, 4.31 ve 4.33 deki grafiklerde P_{kr} değeri $E_1/E_2=1$ için bulunan burkulma yükü değeridir yani tek P_{kr} değeri vardır. Grafiklerdeki bütün eğriler bu P_{kr} değeri baz alınarak çizilmiştir. Şekil 4.30, 4.32 ve 4.34 deki grafiklerde ise 4 farklı P_{kr} değeri olup, her bir E_1/E_2 oranı için bir P_{kr} değeri alınmış ve grafiklerdeki bütün eğrilerin aynı noktadan başlaması sağlanarak elde edilen sonuçlar bağli olarak incelenmiştir.

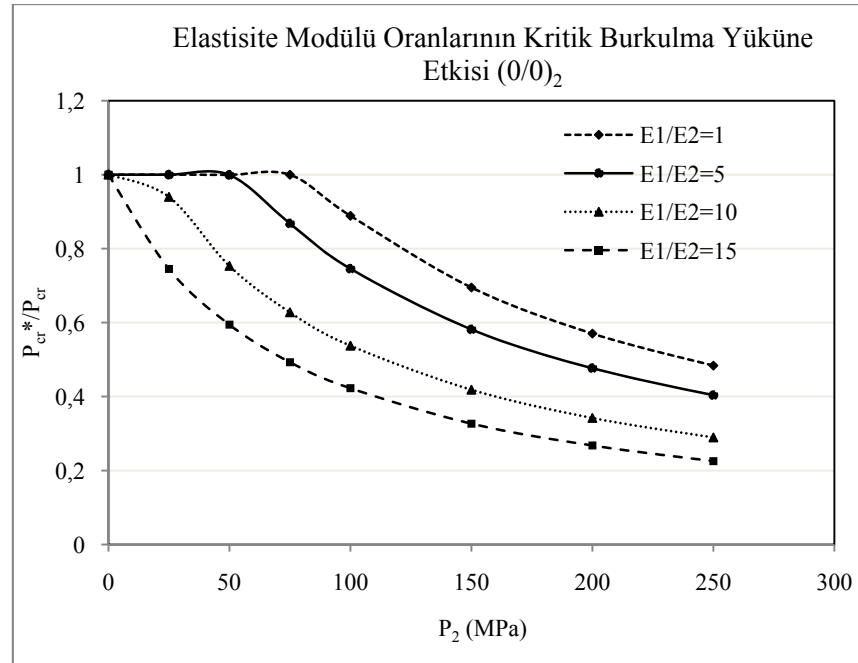
$(0/0)_2$ takviye açısında E_1/E_2 oranı arttıkça burkulma yükü azalmaktadır. Eksenel basınçtaki artış ile beraber burkulma yükündeki bu azalış daha belirgin bir hale gelmektedir. $E_1/E_2=1$ durumunda $P_2=75$ MPa'a kadar burkulma değerinde belirgin bir azalma yokken, $E_1/E_2=15$ olduğunda 75 MPa'lık eksenel basınç burkulma dayanımını %50 azaltmaktadır. Eksenel basınç 250 MPa olduğunda ise $E_1/E_2=1$ için burkulma değeri %50 azalırken, $E_1/E_2=15$ için bu azalma %78'i bulmaktadır (Şekil 4.29 ve 4.30).

$(90/-90)_2$ takviye açısında E_1/E_2 oranı arttıkça burkulma yükü de artmaktadır. $E_1/E_2=15$ için bulunan burkulma değeri $E_1/E_2=1$ için bulunan değer 4.85 katıdır. Eksenel basıncın artmasıyla beraber tüm E_1/E_2 oranları için burkulma değeri düşüş göstermektedir. E_1/E_2 oranı büyüdükçe bu düşüş daha fazla olmaktadır. Eksenel basınç 250 MPa olduğunda burkulma değerindeki azalış $E_1/E_2=1$ için %52 iken $E_1/E_2=15$ için bu değer %84 dür (Şekil 4.31 ve 4.32).

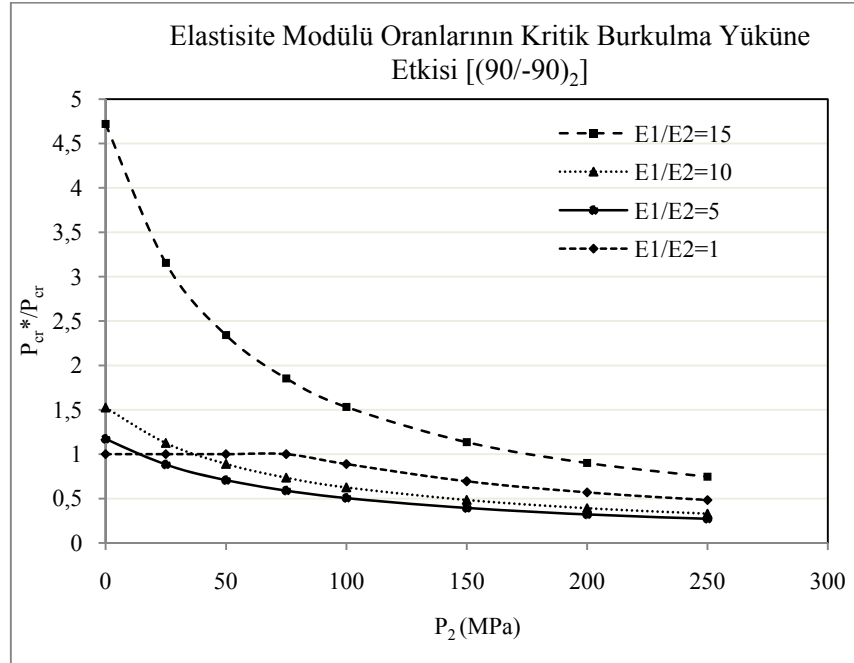
$(45/-45)_2$ takviye açısında burkulma değeri E_1/E_2 oranı artırıldıkça $E_1/E_2=1$ 'e nazaran önce düşüş sonrasında artış göstermektedir. $E_1/E_2=1$ ile kıyaslandığında; tek eksenli yükleme durumunda burkulma değeri $E_1/E_2=5$ için %47, $E_1/E_2=10$ için ise %31 azalırken $E_1/E_2=15$ için %134 artmıştır. Eksenel basıncın artması burkulma değerini azaltmış, bu azalma bütün E_1/E_2 oranları hemen hemen aynı oranda gerçekleşmiştir (Şekil 4.33 ve 4.34).



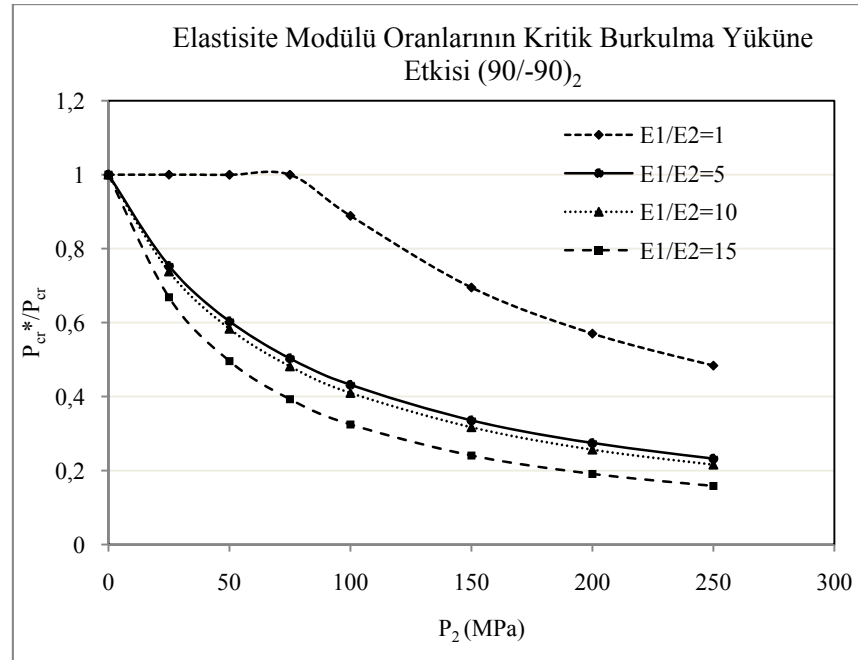
Şekil 4.29. E_1/E_2 oranının (0/0)₂ takviye açısı için burkulmaya etkisi



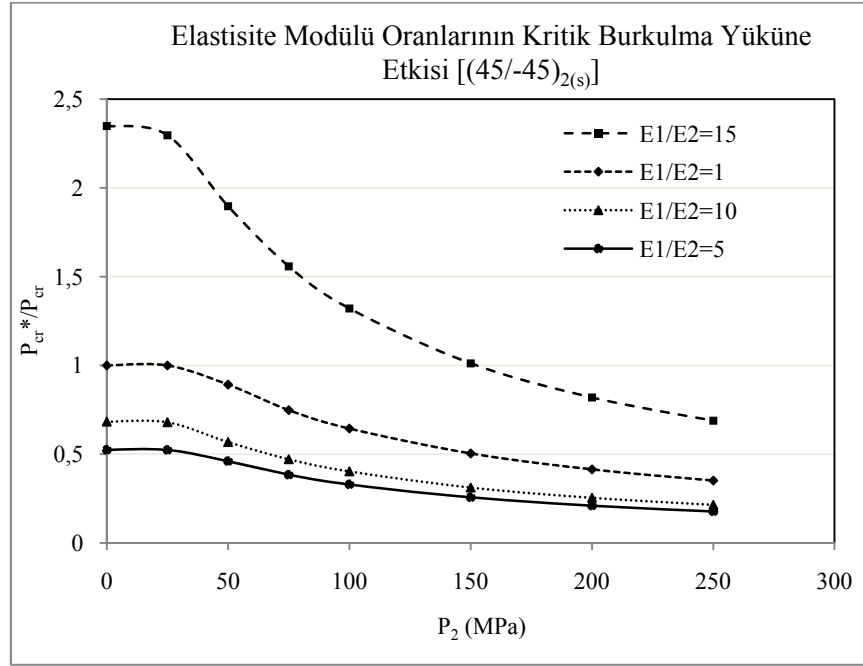
Şekil 4.30. E_1/E_2 oranının (0/0)₂ takviye açısı için burkulmaya bağlı etkisi



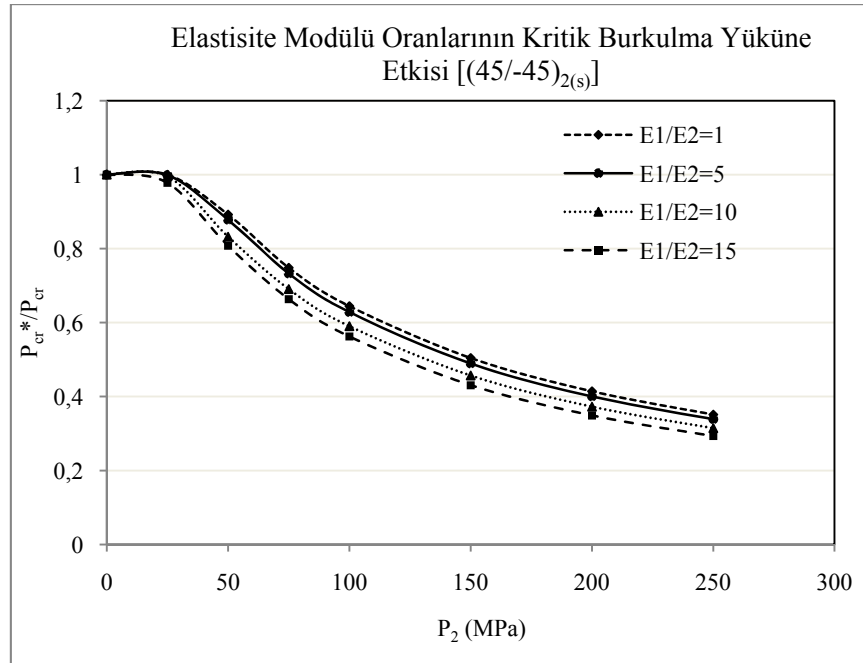
Şekil 4.31. E_1/E_2 oranının $(90/-90)_2$ takviye açısı için burkulmaya etkisi



Şekil 4.32. E_1/E_2 oranının $(90/-90)_2$ takviye açısı için burkulmaya bağlı etkisi



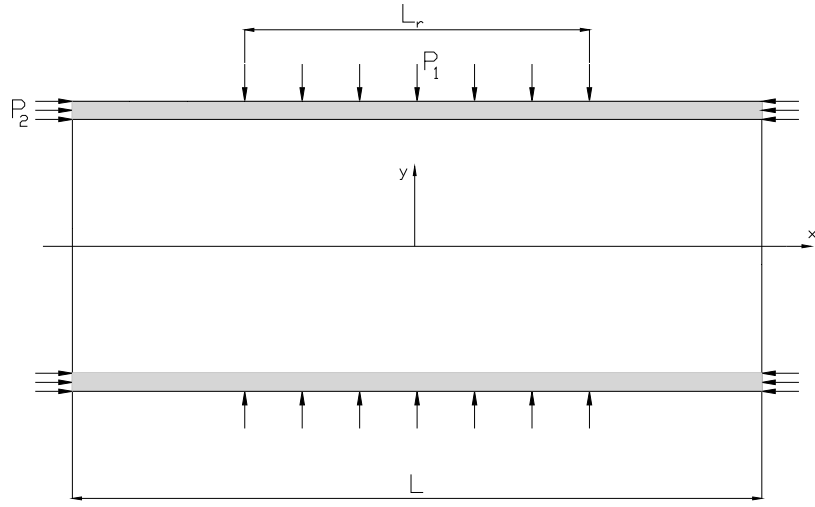
Şekil 4.33. E₁/E₂ oranının (45/-45)_{2(s)} takviye açısı için burkulmaya etkisi



Şekil 4.34. E₁/E₂ oranının (45/-45)_{2(s)} takviye açısı için burkulmaya bağlı etkisi

4.9. Çevresel Bant Yükünün Burkulmaya Etkisi

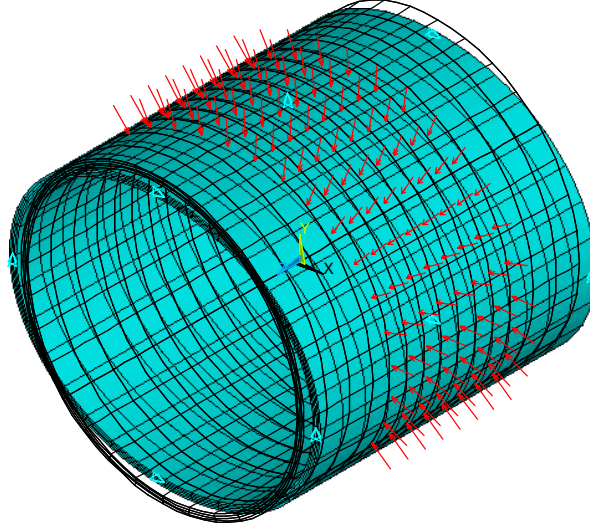
Bu bölümde silindire bant şeklinde etkiyen yanal dış basıncın burkulmaya olan etkisi incelenmiştir. Şekil 4.35 de görüldüğü gibi, P_1 dış basıncı L boylundaki silindire sadece L_r bant genişliği boyunca çevresel olarak etki etmektedir. Farklı L_r/L değerleri için bulunan burkulma değerleri ve oranları grafiklerle gösterilmiştir.



Şekil 4.35. Çevresel bant yüküne maruz kompozit boru

Sonlu elemanlar modeli oluşturulurken silindirin çevresi 32'ye, boyu ise çevresel bant yükünün etkidiği (L_r) boyunca 8'e, etkimeydiği ($L-L_r$) boyunca ise 6 ya bölünmüştür. Toplamda 448 sonlu eleman oluşturulmuştur. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=20$ olarak alınmış, silindirin 4 tabakadan oluştuğu ve simetrik tabakalandığı varsayılmıştır. Bu bölümdeki bütün çözümler bu kabuller doğrultusunda yapılmıştır.

Şekil 4.36 da L_r boyunda çevresel bant yüküne maruz kompozit bir borunun sonlu elemanlar modeli, sınır şartları, etkiyen çevresel bant yükü, burkulmadan önceki ve sonraki şekli üç boyutlu olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.36. Çevresel bant yüküne maruz kompozit borunun sonlu elemanlar modeli, sınır şartları ve burkulma sonrası oluşan yeni şekli.

Şekil 4.37’de $(0/0)_2$ takviye açısı için çevresel bant yükünün burkulmaya olan etkisi gösterilmiştir. Burada P_{kr} çelik malzeme için yanal dış basınç altında ($L_r=L$) bulunan kritik burkulma değeridir. Şekil 4.37 de görüldüğü gibi silindirin yüzeyine etkiyen çevresel bant yükü azaldıkça burkulma dayanımı artış göstermektedir. Her bir malzeme için ayrı ayrı incelendiğinde; L_r/L oranı 0.5 iken burkulma değeri 2 kat artmakta, 0.25 iken 4 kat artmakta, 0.125 olduğunda ise artış yaklaşık 8 katına çıkmaktadır. L_r/L ile kritik burkulma yükü değerinin aslında ters orantılı olduğu tespit edilmiştir. Çevresel bant yükü ile kritik burkulma yükü arasındaki değişim şu şekilde formüle edilebilir (Çizelge 4.8).

$$\left(\frac{L_r}{L}\right) \times \left(\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}\right) \approx 1$$

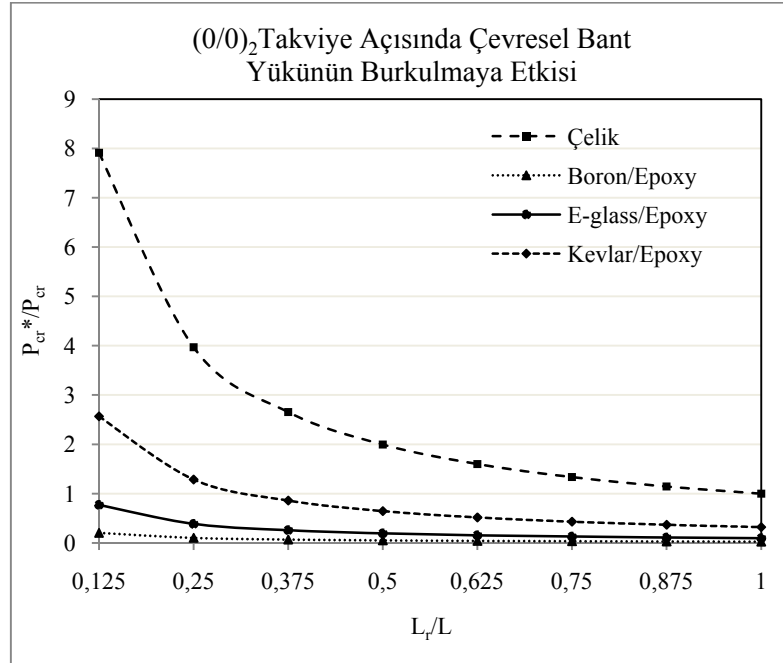
Şekil 4.38’de $(90/-90)_2$ takviye açısı için çevresel bant yükünün burkulmaya olan etkisi gösterilmiştir. Burada P_{kr} çelik malzeme için yanal dış basınç altında ($L_r=L$) bulunan kritik burkulma değeridir. L_r/L oranına bağlı olarak bulunan kritik burkulma yükü değerleri Çizelge 4.9 da verilmiştir. Her ne kadar L_r/L ile kritik burkulma yükü arasındaki ters orantı var olsa da bu orantı $(0/0)_2$ takviye açısındaki kadar belirgin değildir.

Çizelge 4.8. (0/0)₂ durumunda farklı L_r/L değerleri için hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları

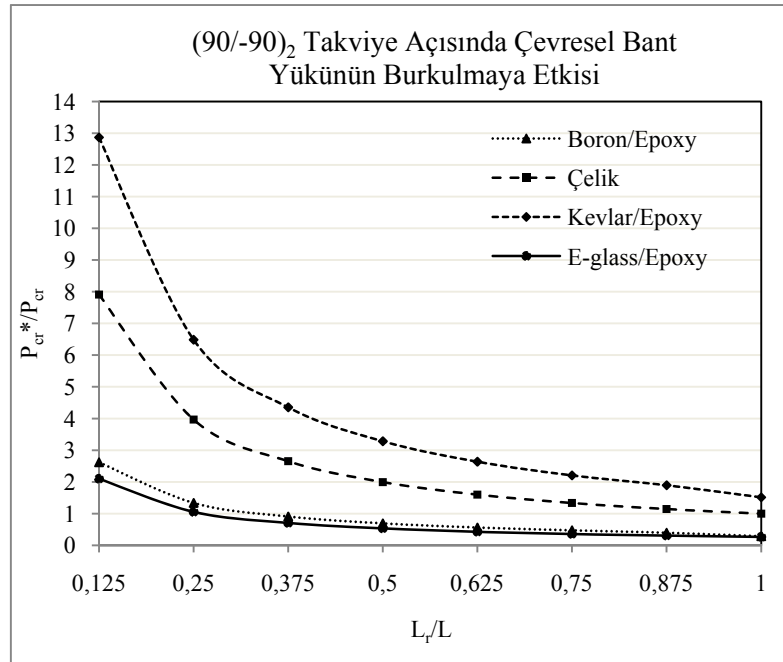
(L_r/L)	Çelik		Boron/Epoksi		E-glass/Epoksi		Kevlar/Epoksi	
	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$
$1/8$	71.087	7.912	23.062	8.033	6.923	7.963	1.821	7.964
$2/8$	35.648	3.968	11.547	4.022	3.469	3.990	0.911	3.985
$3/8$	23.843	2.654	7.711	2.686	2.319	2.667	0.608	2.659
$4/8$	17.934	1.996	5.792	2.017	1.743	2.005	0.456	1.996
$5/8$	14.381	1.601	4.635	1.614	1.397	1.607	0.365	1.598
$6/8$	12.002	1.336	3.859	1.344	1.165	1.340	0.305	1.333
$7/8$	10.289	1.145	3.298	1.149	0.997	1.147	0.261	1.143
1	8.985	1.000	2.871	1.000	0.869	1.000	0.229	1.000

Çizelge 4.9. (90/-90)₂ durumunda farklı L_r/L değerleri için hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları

(L_r/L)	Çelik		Boron/Epoksi		E-glass/Epoksi		Kevlar/Epoksi	
	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$
$1/8$	71.087	7.912	115.59	8.502	18.867	7.858	23.519	9.130
$2/8$	35.648	3.968	58.25	4.284	9.482	3.949	12.011	4.663
$3/8$	23.843	2.654	39.099	2.876	6.352	2.646	8.161	3.168
$4/8$	17.934	1.996	29.481	2.168	4.783	1.992	6.221	2.415
$5/8$	14.381	1.601	23.691	1.742	3.84	1.599	5.044	1.958
$6/8$	12.002	1.336	19.813	1.457	3.208	1.336	4.246	1.648
$7/8$	10.289	1.145	17.009	1.251	2.752	1.146	3.559	1.382
1	8.985	1.000	13.596	1.000	2.401	1.000	2.576	1.000

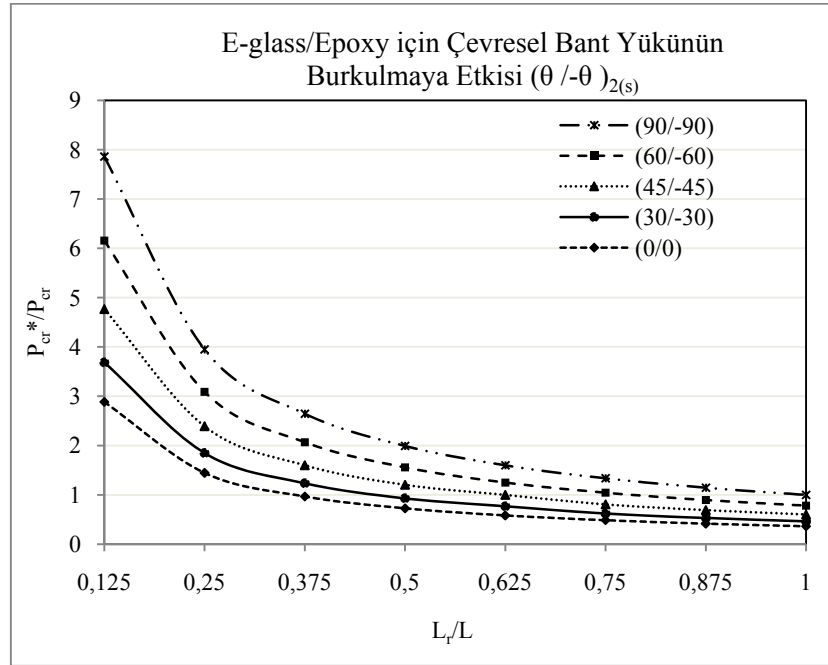


Şekil 4.37. Çevresel bant yükünün (0/0)₂ için burkulmaya etkisi

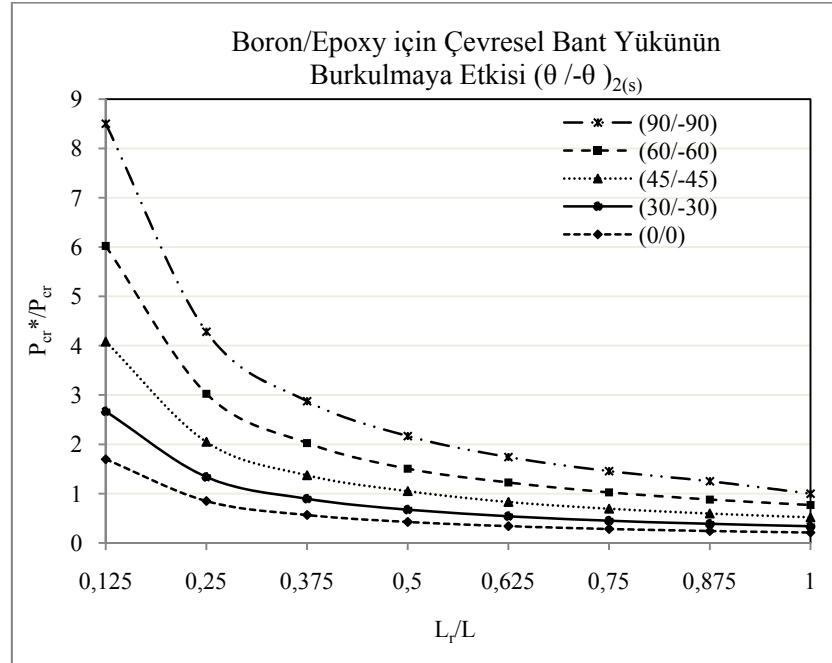


Şekil 4.38. Çevresel bant yükünün (90/-90)₂ için burkulmaya etkisi

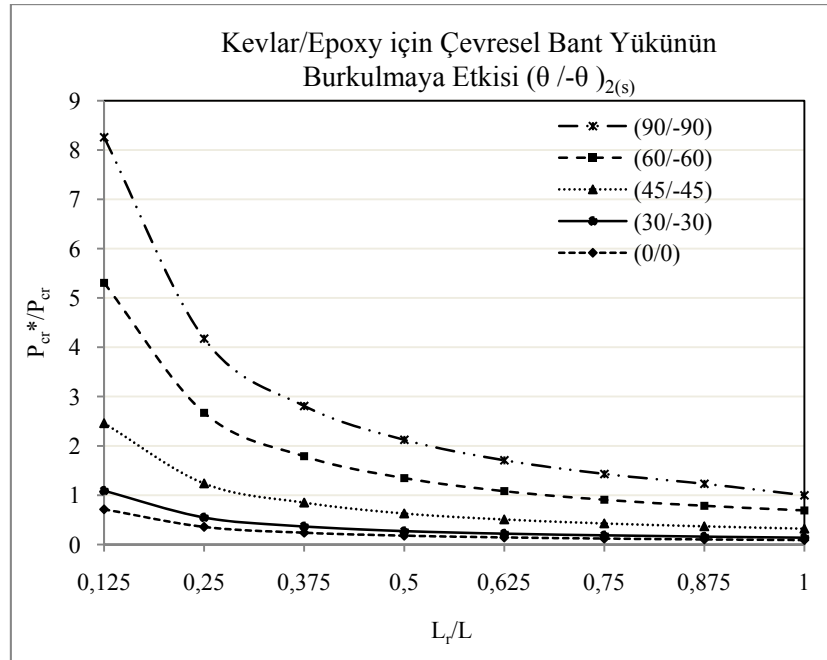
Şekil 4.39, 4.40 ve 4.41 de üç farklı kompozit malzemenin farklı takviye açıları altında çevresel bant yükünden nasıl etkilendikleri incelenmiştir. Levhalar $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ olacak şekilde tabakalanmış ve farklı L_r/L değerleri için bulunan sonuçlar grafiklerle gösterilmiştir. Her üç grafikte de P_{kr} değeri $(90/-90)_2$ takviye açısında ve yanal dış basınç altındaki ($L_r=L$) borunun kritik burkulma değeridir. Tüm kompozit malzemeler için tabaka takviye açısı ne olursa olsun L_r/L oranına bağlı değişim aynı karakteristiği göstermektedir. Kritik burkulma değeri ile çevresel bant yükü arasındaki ters orantı bütün açı grupları için geçerlidir. Lakin takviye açısı 0° den 90° ye doğru gittikçe burkulma değerlerinde artış olduğu görülmüştür. Şekil 4.39 E-glass/Epoksi, 4.40 Boron/Epoksi ve 4.41 ise Kevlar/Epoksi için bulunan sonuçları göstermektedir. $(90/-90)_2$ için bulunan burkulma değerleri $(0/0)_2$ için bulunan değerlerin, E-glass/Epoksi için 2.7, Boron/Epoksi için 5 ve Kevlar/Epoksi 7.6 katıdır. Bu oranlar tüm L_r/L değerleri için geçerlidir.



Şekil 4.39. E-glass/Epoksi için çevresel bant yükünün değişik açı gruplarında burkulmaya etkisi



Şekil 4.40. Boron/Epoksi için çevresel bant yükünün değişik açı gruplarında burkulmaya etkisi



Şekil 4.41. Kevlar/Epoksi için çevresel bant yükünün değişik açı gruplarında burkulmaya etkisi

Şekil 4.42 ile 4-45 deki grafiklerde çift eksenli yükleme durumunda L_r/L oranının kritik burkulmaya olan etkisi incelenmiştir. Dört grafikte de P_{kr} değeri $(45/-45)_{2(s)}$ takviye açısında ve sadece yanal dış basınç altındaki ($L_r=L$) borunun kritik burkulma değeridir. Eksenel yükteki artışa bağlı olarak kritik burkulma değerinde düşüş olmakla beraber eksenel yük artıkça bu düşüş izafi olarak azalmaktadır. Bu izafi azalışın ne kadar olduğu Çizelge 4.10, 11, 12 ve 4.13’de ayrıntılı bir şekilde gösterilmiştir.

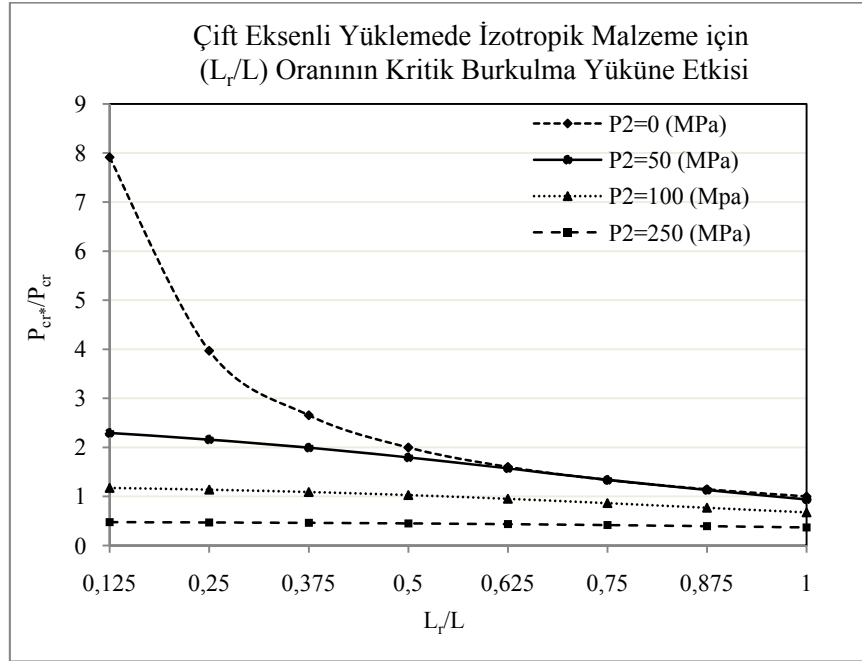
Çelikde; $P_2=0$ için $L_r/L=1$ de bulunan burkulma değeri $L_r/L=0.125$ için bulunan değer yaklaşık 7.9 katı iken $P_2=50$ MPa için 2.4 katına, $P_2=100$ MPa için 1.74 katına ve $P_2=250$ MPa için ise 1.3 katına düşmektedir (Çizelge 4.10).

Boron/Epoksi’de; $P_2=0$ için $L_r/L=1$ de bulunan burkulma değeri $L_r/L=0.125$ için bulunan değer yaklaşık 7.85 katı iken $P_2=50$ MPa için 2.37 katına, $P_2=100$ MPa için 1.69 katına ve $P_2=250$ MPa için ise 1.27 katına düşmektedir (Çizelge 4.11).

E-glass/Epoksi’de; $P_2=0$ için $L_r/L=1$ de bulunan burkulma değeri $L_r/L=0.125$ için bulunan değer yaklaşık 7.89 katı iken $P_2=50$ MPa için 2.41 katına, $P_2=100$ MPa için 1.72 katına ve $P_2=250$ MPa için ise 1.29 katına düşmektedir (Çizelge 4.12).

Kevlar/Epoksi’de ise; $P_2=0$ için $L_r/L=1$ de bulunan burkulma değeri $L_r/L=0.125$ için bulunan değer yaklaşık 7.66 katı iken $P_2=50$ MPa için 3.6 katına, $P_2=100$ MPa için 1.9 katına ve $P_2=250$ MPa için ise 1.23 katına düşmektedir (Çizelge 4.13).

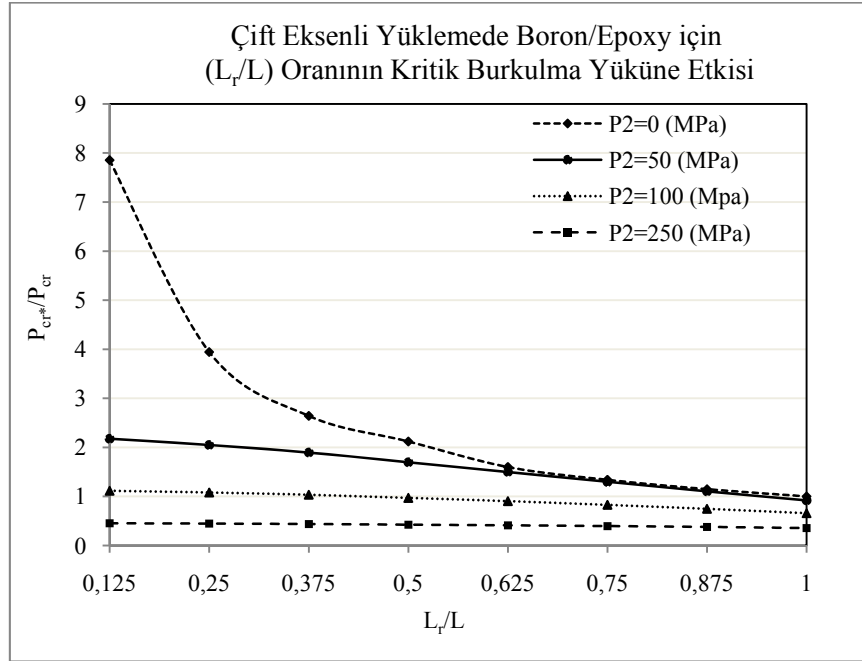
Yani eksenel yönde etki eden basıncın değeri artıkça $\left(\frac{L_r}{L}\right) \times \left(\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}\right)$ değeri giderek küçülerek 1’den 0’a yaklaşmaktadır.



Şekil 4.42. Çift eksenli yüklemde çelik malzeme için L_r/L oranının kritik burkulma yüküne etkisi

Çizelge 4.10. Çift eksenli yüklemde çelik malzeme için L_r/L oranına bağlı olarak hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları

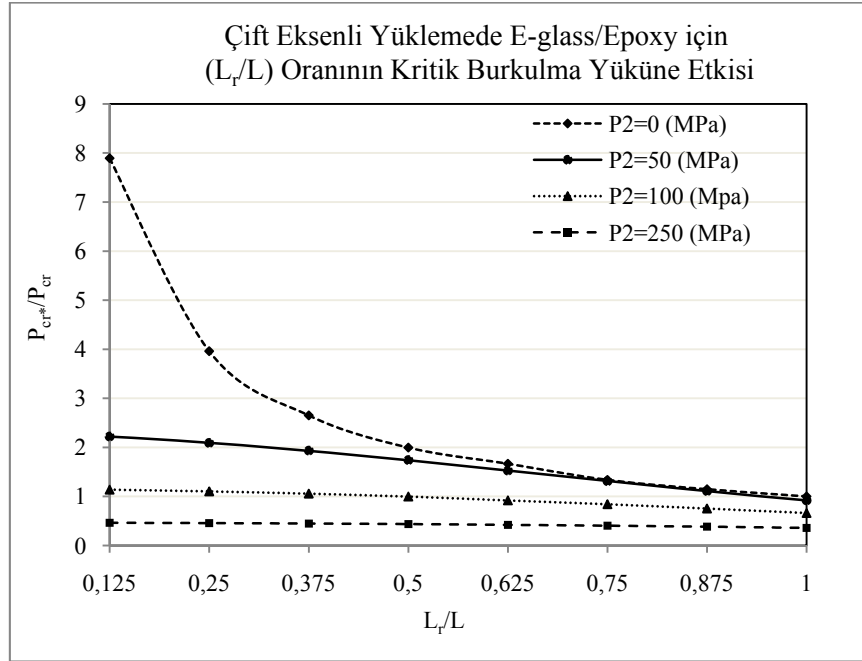
(L_r/L)	İzotropik Malzeme							
	$P_2=0$ MPa		$P_2=50$ MPa		$P_2=100$ MPa		$P_2=250$ MPa	
	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$
$1/8$	71.087	7.912	20.594	2.443	10.555	1.738	4.287	1.299
$2/8$	35.648	3.968	19.394	2.301	10.232	1.685	4.232	1.282
$3/8$	23.843	2.654	17.911	2.125	9.805	1.615	4.158	1.260
$4/8$	17.934	1.996	16.125	1.913	9.247	1.523	4.054	1.228
$5/8$	14.381	1.601	14.13	1.676	8.557	1.409	3.917	1.187
$6/8$	12.002	1.336	11.998	1.423	7.764	1.279	3.742	1.134
$7/8$	10.289	1.145	10.146	1.204	6.916	1.139	3.534	1.071
1	8.985	1.000	8.429	1.000	6.072	1.000	3.3	1.000



Şekil 4.43. Çift eksenli yüklemde Boron/Epoksi için L_r/L oranının kritik burkulma yüküne etkisi

Çizelge 4.11. Çift eksenli yüklemde Boron/Epoksi için L_r/L oranına bağlı olarak hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları [(45/-45)_{2(s)}]

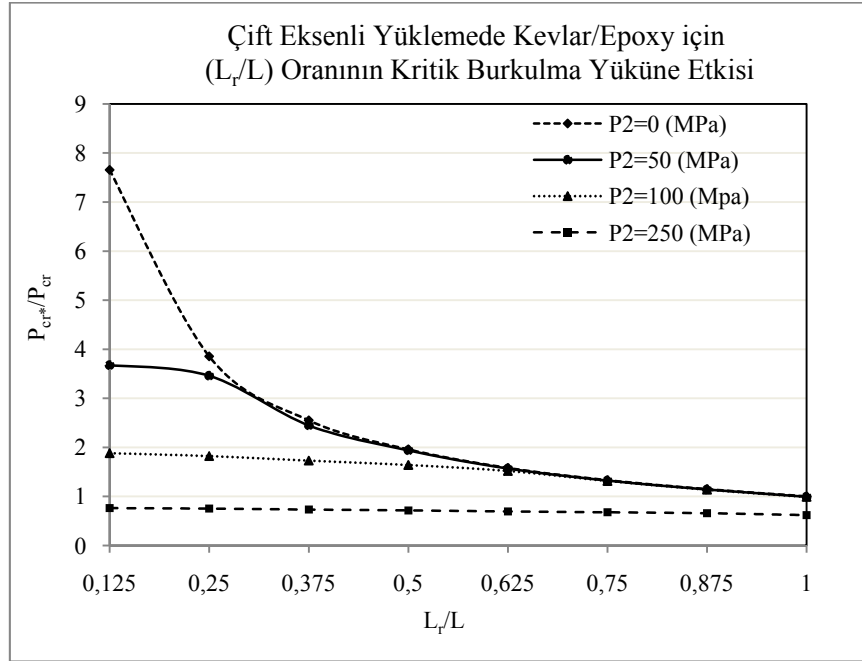
(L_r/L)	Boron/Epoksi							
	$P_2=0$ MPa		$P_2=50$ MPa		$P_2=100$ MPa		$P_2=250$ MPa	
	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$
$1/8$	55.509	7.854	15.374	2.369	7.874	1.694	3.196	1.274
$2/8$	27.870	3.943	14.486	2.232	7.630	1.641	3.153	1.257
$3/8$	18.665	2.641	13.385	2.062	7.306	1.572	3.092	1.232
$4/8$	14.977	2.119	11.987	1.847	6.849	1.473	2.997	1.194
$5/8$	11.298	1.598	10.601	1.633	6.386	1.374	2.909	1.159
$6/8$	9.450	1.337	9.151	1.410	5.845	1.257	2.800	1.116
$7/8$	8.111	1.148	7.792	1.200	5.278	1.135	2.679	1.068
1	7.068	1.000	6.491	1.000	4.649	1.000	2.509	1.000



Şekil 4.44. Çift eksenli yüklemde E-glass/Epoksi için L_r/L oranının kritik burkulma yüküne etkisi

Çizelge 4.12. Çift eksenli yüklemde E-glass/Epoksi için L_r/L oranına bağlı olarak hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları [(45/-45)_{2(s)}]

(L_r/L)	E-glass/Epoksi							
	$P_2=0$ MPa		$P_2=50$ MPa		$P_2=100$ MPa		$P_2=250$ MPa	
	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$
$1/8$	11.448	7.895	3.220	2.410	1.650	1.719	0.670	1.289
$2/8$	5.743	3.961	3.034	2.271	1.599	1.666	0.661	1.272
$3/8$	3.843	2.650	2.803	2.098	1.532	1.596	0.649	1.249
$4/8$	2.892	1.994	2.526	1.891	1.445	1.505	0.633	1.217
$5/8$	2.414	1.665	2.214	1.657	1.331	1.387	0.609	1.172
$6/8$	1.938	1.337	1.903	1.424	1.219	1.270	0.586	1.127
$7/8$	1.662	1.146	1.607	1.203	1.092	1.138	0.556	1.070
1	1.450	1.000	1.336	1.000	0.960	1.000	0.520	1.000



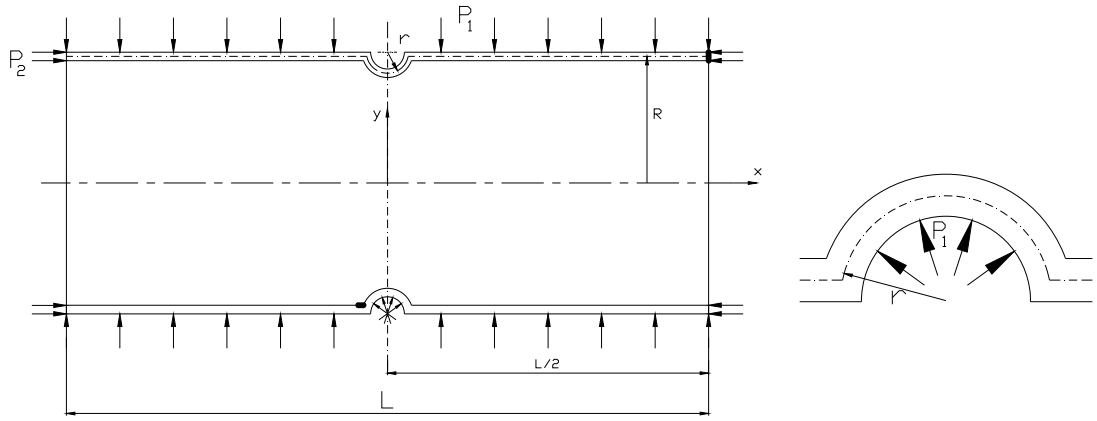
Şekil 4.45. Çift eksenli yüklemde Kevlar/Epoksi için L_r/L oranının kritik burkulma yüküne etkisi

Çizelge 4.13. Çift eksenli yüklemde Kevlar/Epoksi için L_r/L oranına bağlı olarak hesaplanan burkulma yükleri ve burkulma oranları [(45/-45)_{2(s)}]

(L_r/L)	Kevlar/Epoksi							
	$P_2=0$ MPa		$P_2=50$ MPa		$P_2=100$ MPa		$P_2=250$ MPa	
	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$	P_{kr} (MPa)	$\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}$
$1/8$	6.276	7.655	3.015	3.695	1.543	1.901	0.626	1.234
$2/8$	3.160	3.854	2.838	3.478	1.494	1.840	0.617	1.215
$3/8$	2.091	2.550	2.009	2.462	1.418	1.747	0.601	1.184
$4/8$	1.605	1.958	1.590	1.949	1.345	1.657	0.587	1.156
$5/8$	1.296	1.581	1.287	1.577	1.245	1.534	0.570	1.122
$6/8$	1.091	1.331	1.086	1.331	1.078	1.328	0.555	1.094
$7/8$	0.942	1.148	0.937	1.148	0.932	1.148	0.539	1.063
1	0.820	1.000	0.816	1.000	0.812	1.000	0.507	1.000

4.10. Silindir Çevresi Boyunca Açılmış Yivin Burkulmaya Etkisi

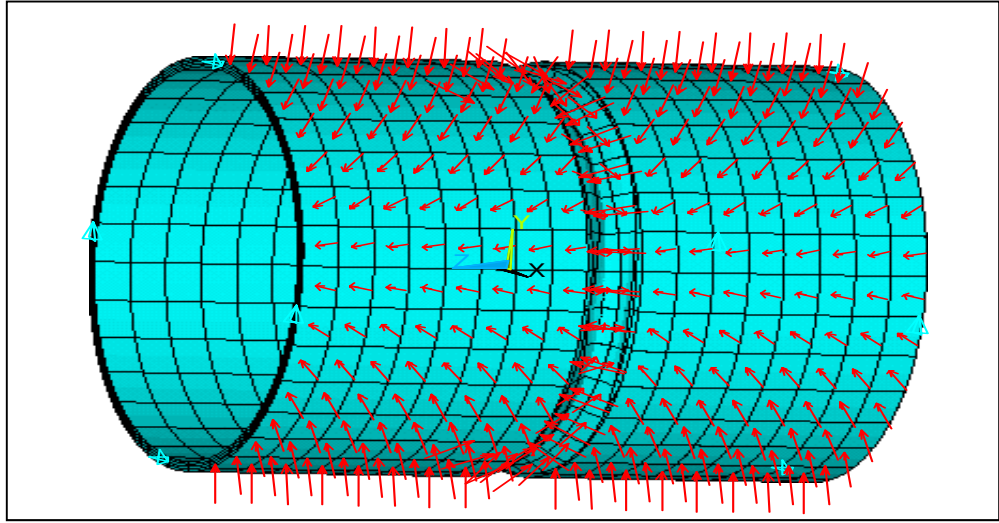
Çalışmanın bu bölümünde silindirik borunun ortasına çevresi boyunca yiv açılmış ve bu yivin kritik burkulma yüküne olan etkisi araştırılmıştır. Yivin silindirin tam ortasında olduğu ($L/2$) kabul edilmiş ve farklı yiv yarıçapları için bulunan burkulma yükü değerleri birbirlerine oranlanarak elde edilen değerler grafiklerle gösterilmiştir. Şekil 4.46 da çevresi boyunca yiv açılmış silindirik boru modeli görünmektedir.



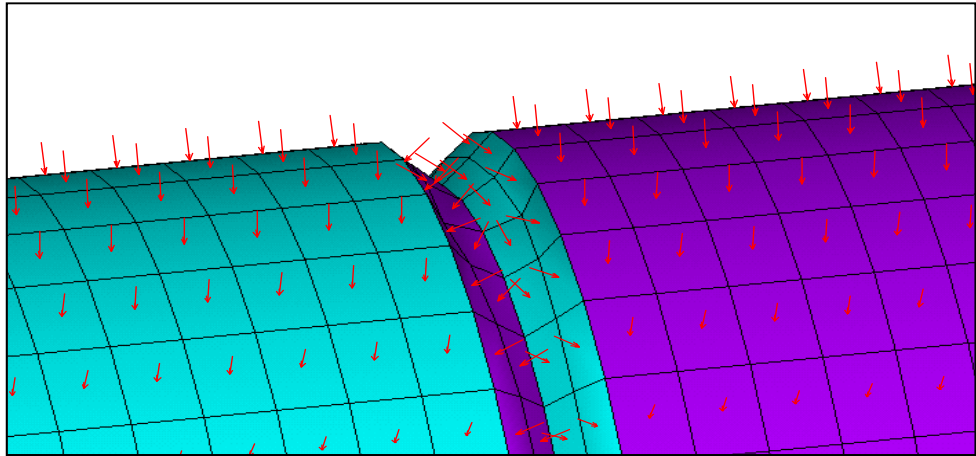
Şekil 4.46. Çevresi boyunca yiv açılmış silindirik boru

Silindirin yarıçapı R , açılan yivin yarıçapı r , silindirin boyu L , et kalınlığı ise t ile gösterilmiştir. P_1 silindire uygulanan yüzeysel dış basıncı P_2 ise eksenel yükü ifade etmektedir.

Sonlu elemanlar modeli oluşturulurken oluk bölgesi daha sık elemanlara bölünerek modelleme yapılmıştır. Şekil 4.47 de görüldüğü gibi model; kabuk çevresince 32, silindirik gövde boyunca 16 ve yiv bölgesinde ise 4 sonlu elemana bölünerek toplam 640 sonlu eleman oluşturulmuştur. 640 sonlu elemanın 128'i yivin olduğu bölümde yer almaktadır.



Şekil 4.47. Çevresi boyunca yiv açılmış silindirik borunun sınır şartları ve sonlu eleman modeli

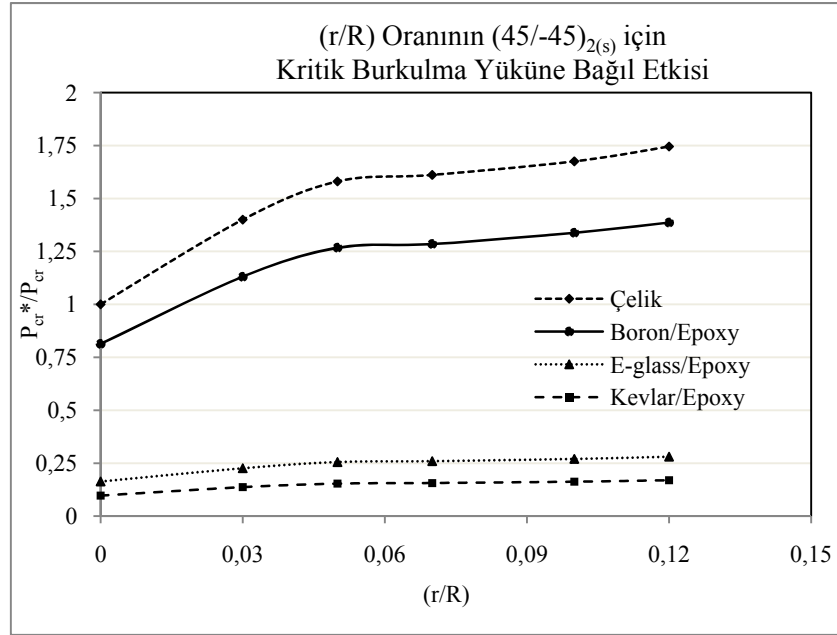


Şekil 4.48. Oluk bölgesine etki eden yüzeysel basınç

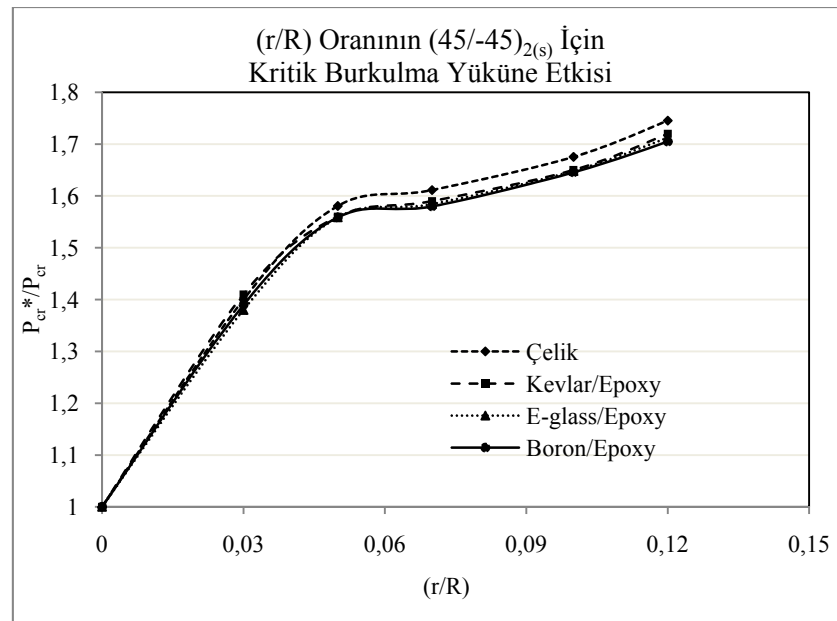
Şekil 4.48 de görüldüğü gibi oluk bölgesinin daha küçük sonlu elemanlara bölünmüştür.

Şekil 4.49 ve 4.50 silindirin ortasına açılmış olan yivin kritik burkulma yüküne olan etkisini göstermektedir. Şekil 4.49 daki P_{kr} değeri yivsiz düz çelik borunun kritik burkulma yüküdür. Şekil 4.50 de ise P_{kr} referans değeri her bir malzeme için yivsiz borunun kritik burkulma yüküdür. Her iki grafikte de boru $(45/-45)_{2(s)}$ olacak şekilde tabakalanmış, $L=200$ mm, $R=100$ mm ve $t=2$ mm alınarak sadece “r” değerleri değiştirilmiştir.

Şekil 4.49 ve 4.50 de görüldüğü gibi silindirin ortasına açılmış olan yiv burkulma dayanımını küçümsenmeyecek bir oranda iyileştirmiştir. Yivin çapı büyüdükçe burkulma değeri de artış göstermektedir. $r/R=0.12$ için burkulma değeri yaklaşık %75 artış göstermektedir.



Şekil 4.49. Yiv yarıçapının kritik burkulmaya olan bağlı etkisi

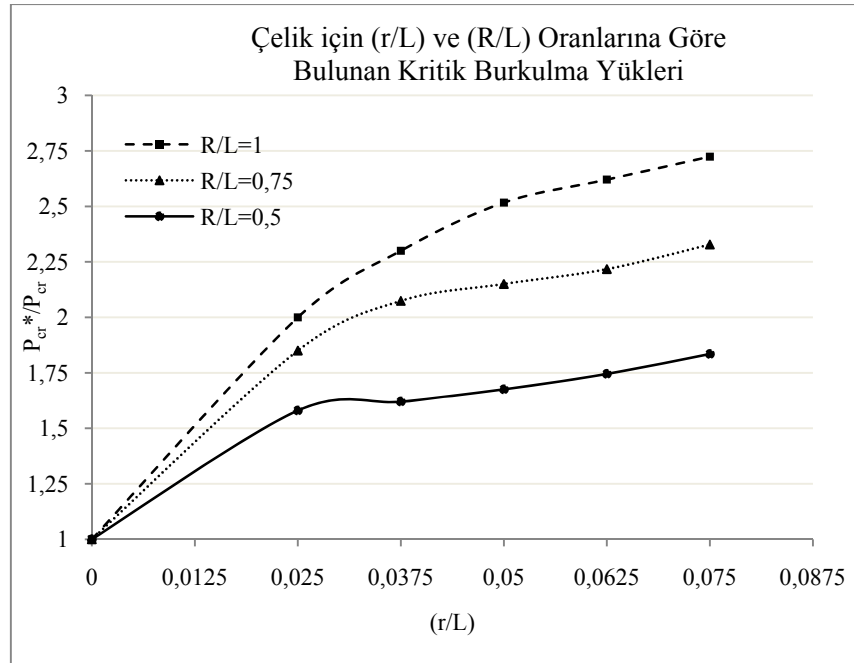


Şekil 4.50. Yiv yarıçapının kritik burkulmaya olan etkisi

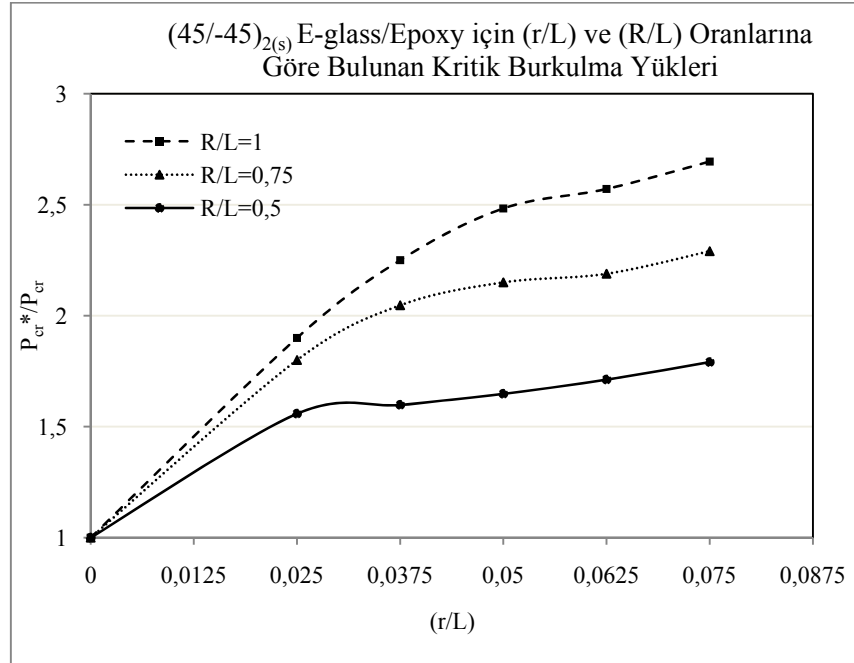
Bu artış oranı tüm r/R değerleri için hem çelik hem de diğer kompozit malzemelerde hemen hemen aynıdır (Şekil 4.49).

Şekil 4.51, 52 ve 53’de burkulma yükündeki değişim hem “ r ” hem de “ R ” değerleri değiştirilmek suretiyle incelenmiştir. Boru $(45/-45)_{2(s)}$ olacak şekilde tabakalanmış, $L=200$ mm ve $t=2$ mm alınmıştır. P_{kr} referans değeri her bir malzeme için yivsiz borunun kritik burkulma yüküdür.

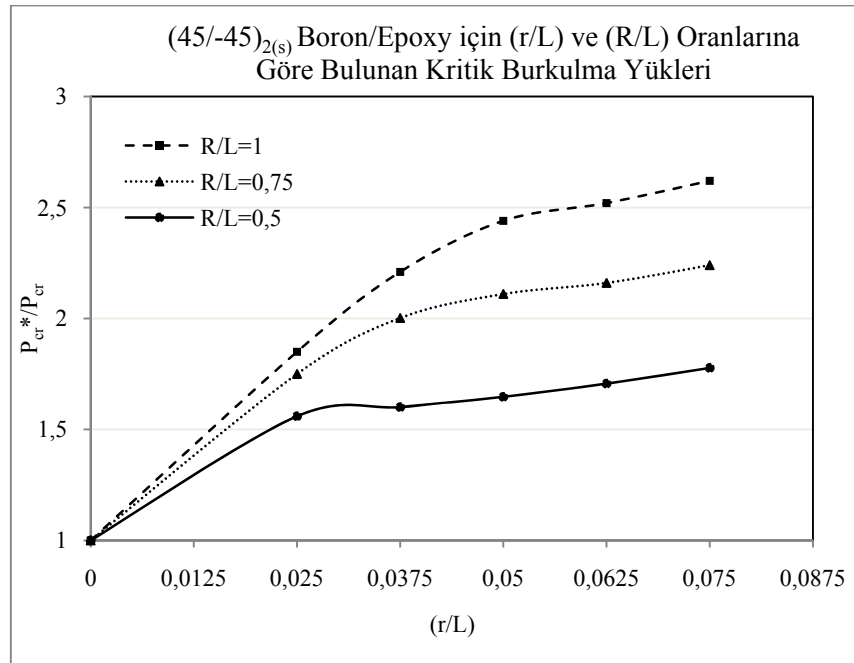
R/L değerindeki artışa paralel olarak burkulma değeri de artış göstermektedir. Bu artış hem çelik hem de kompozit malzemelerde aynı orandadır. $r/L=0.75$ iken ($r=15$ mm); burkulma değerindeki artış yaklaşık olarak $R/L=0,5$ için %85, $R/L=0,75$ için %130 ve $R/L=1$ için %170 civarındadır (Şekil 4.51, 52 ve 53).



Şekil 4.51. Çelik için silindir ve yiv yarıçapının kritik burkulmaya olan etkisi



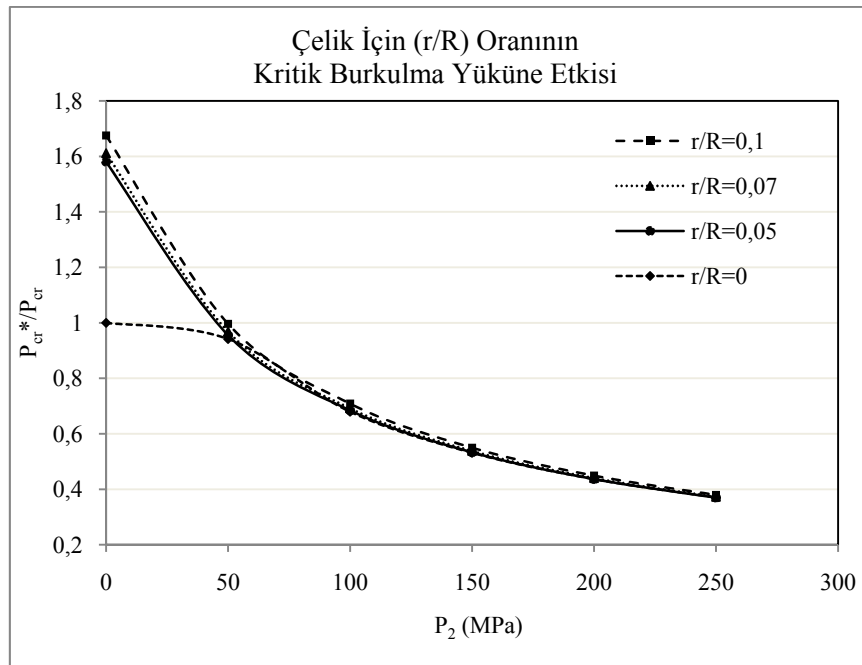
Şekil 4.52. E-glass/Epoksi için silindir yarıçapının ve yiv yarıçapının kritik burkulmaya olan etkisi



Şekil 4.53. Boron/Epoksi için silindir yarıçapının ve yiv yarıçapının kritik burkulmaya olan etkisi

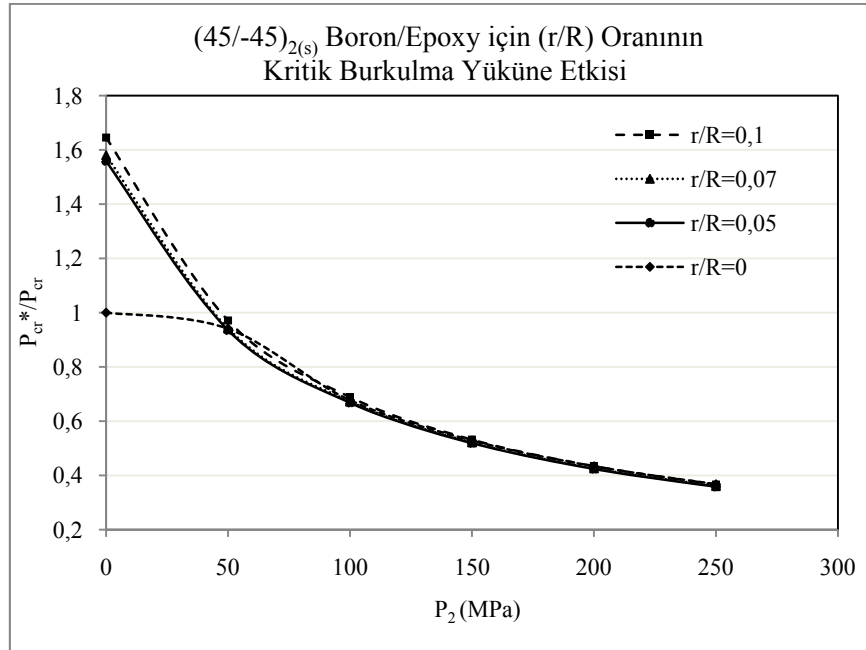
Şekil 4.54 - 4.58 deki grafikler farklı (r/R) oranları için çelik, E-glass/Epoksi ve Boron/Epoksinin yüzeysel ve eksenel basınç altında kritik burkulma yükündeki değişimleri göstermektedir. Bu grafiklerdeki düşey eksen kritik burkulma yükü oranlarını, yatay eksen ise eksenel basıncı ifade etmektedir. P_{kr} ise yiv açılmamış ($r/R=0$) düz silindirik borunun sadece yüzeysel basınç altındaki ($P_2=0$) kritik burkulma yüküdür. Hem r/R hem de P_2 değerleri değiştirilerek elde edilen yeni burkulma değerlerine P_{kr} denilmiş ve bulunan birimsiz (P_{kr}^*/P_{kr}) değerleri düşey ekseninde gösterilmiştir. $L=200$ mm, $R=100$ mm ve $t=2$ mm alınarak “ r ” ve “ P_2 ” değerleri değiştirilmiştir.

Şekil 4.54 çelik için yiv yarıçapındaki değişimin burkulmaya olan etkisini göstermektedir. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=50$ olarak alınmış ve farklı (r/R) oranları ve (P_2) değerleri için bulunan burkulma değerleri grafikte gösterilmiştir.

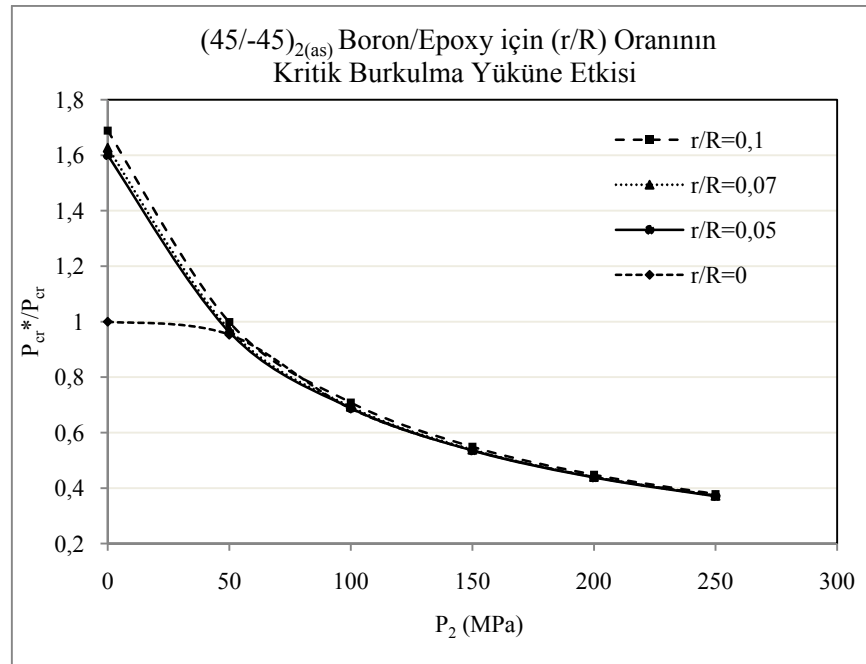


Şekil 4.54. Çelik için yarı dairesel oluğun burkulmaya etkisi

Şekil 4.55 ve 4.56; 4 tabakadan oluşan $(45/-45)_{2(s)}$ ve $(45/-45)_{2(as)}$ Boron/Epoksi için yiv yarıçapındaki değişimin burkulmaya olan etkisini göstermektedir. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=50$ olarak alınmıştır.

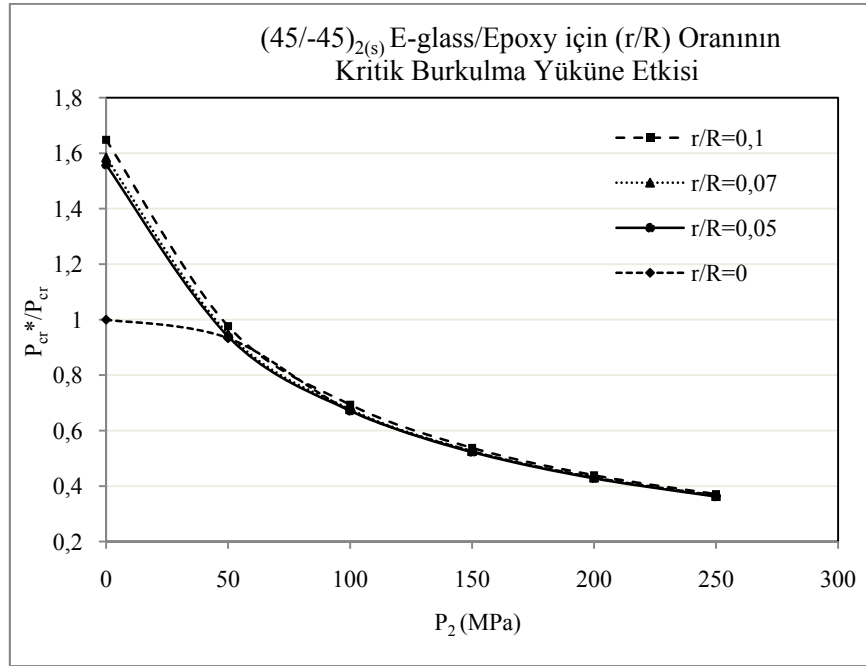


Şekil 4.55. $(45/-45)_{2(s)}$ Boron/Epoksi için yarı dairesel oluğun burkulmaya etkisi

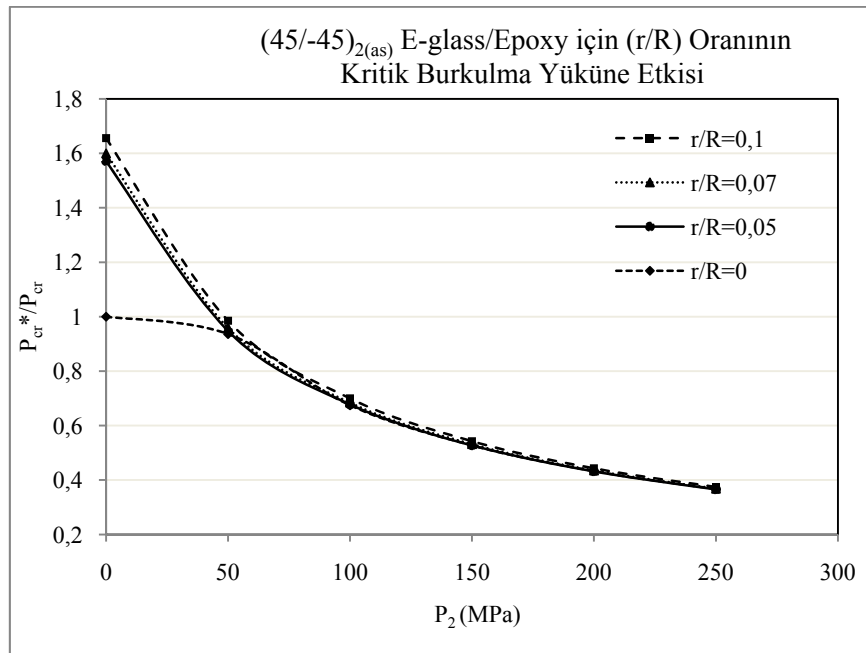


Şekil 4.56. $(45/-45)_{2(as)}$ Boron/Epoksi için yarı dairesel oluğun burkulmaya etkisi

Şekil 4.57 ve 4.58; 4 tabakadan oluşan $(45/-45)_{2(s)}$ ve $(45/-45)_{2(as)}$ E-glass/Epoksi için yiv yarıçapındaki değişimin burkulmaya olan etkisini göstermektedir. Silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=50$ olarak alınmıştır.



Şekil 4.57. $(45/-45)_{2(s)}$ E-glass/Epoksi için yarı dairesel oluğun burkulmaya etkisi



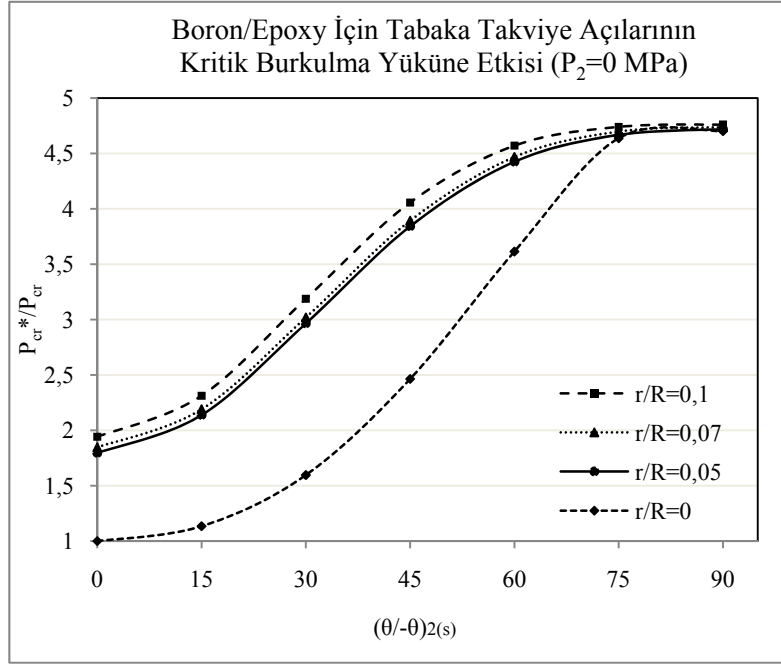
Şekil 4.58. $(45/-45)_{2(as)}$ E-glass/Epoksi için yarı dairesel oluğun burkulmaya etkisi

Levhalar hem simetrik hem de antisimetrik tabakalanmış ve eksenel basınç ile yivin burkulma üzerindeki etkisi birlikte incelenmiştir. Eksenel basıncın artması, model üzerine açılan yivin burkulma yüküne olan olumlu etkisini azaltmaktadır. Çelik, Boron/Epoksi ve E-glass/Epoksi için $P_2=50$ MPa'lık bir eksenel basınç yivin burkulma üzerindeki olumlu etkisini tamamen ortadan kaldırmaya yetmektedir. Eksenel basınç değerinin 50 MPa'dan daha büyük olması durumunda yivsiz boru ile yivli boru arasında burkulma yükü açısından hiçbir fark kalmamaktadır (Şekil 4.54- 4.58).

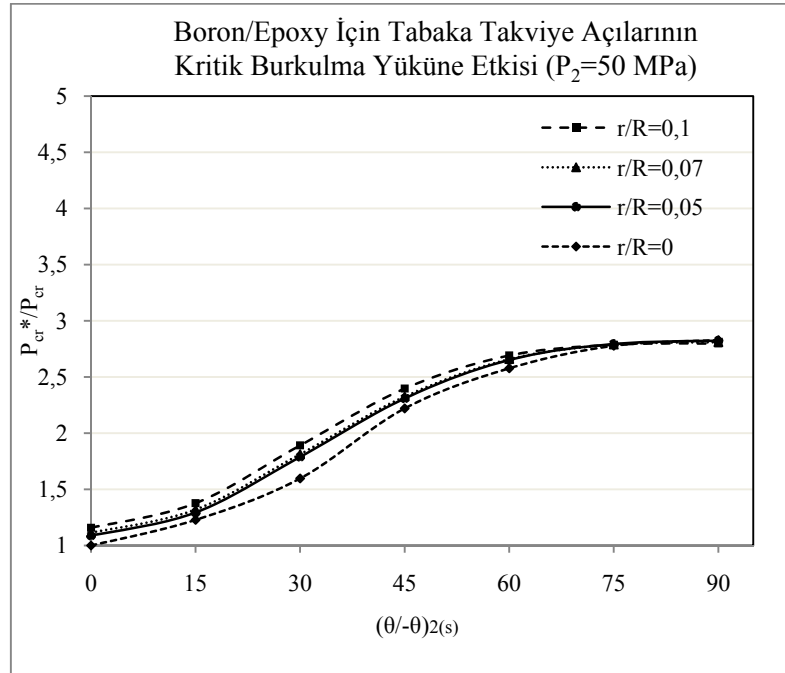
Şekil 4.59 ile 4.62 deki grafiklerde; Boron/Epoksi için yivin, takviye açılarının ve r/R oranının burkulma yükü üzerindeki etkisi incelenmiştir. Boru $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ olacak şekilde modellenmiş ve silindir geometrisi olarak; $L/R=2$, $R/t=50$ olarak alınmıştır. İlk olarak sadece yanal dış basınç altında $P_2=0$ takviye açılarının ve yivin etkisi tespit edilmiş daha sonra P_2 artırılarak elde edilen sonuçlar grafiklerle gösterilmiştir.

Şekil 4.59 da ($P_2=0$) olarak alınmış yani sadece yanal dış basınç altında $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ ve (r/R) oranındaki değişimlerin burkulmaya etkisi incelenmiştir. P_{kr} değeri $(0/0)_2$ ve $(r/R=0)$ için bulunan burkulma yüküdür.

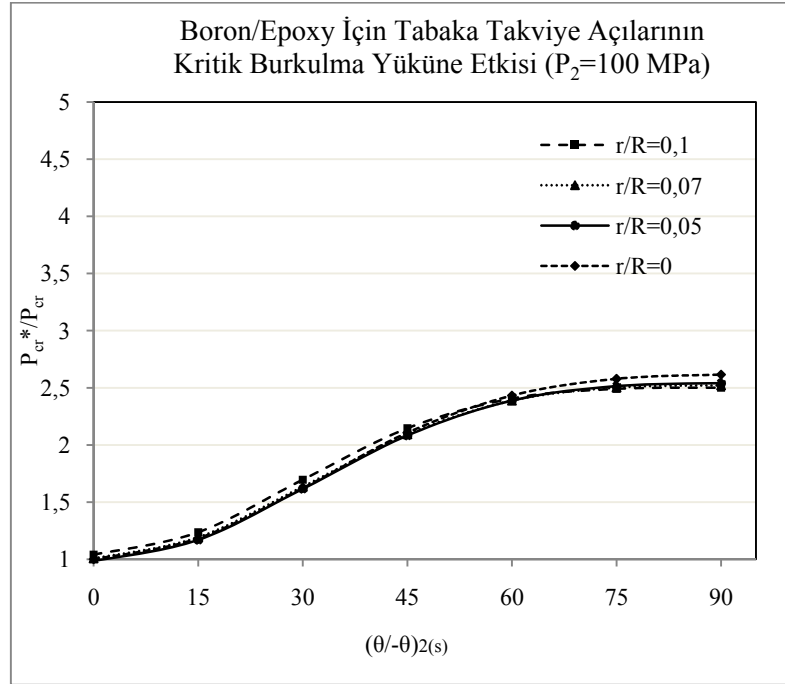
Şekil 4.60. 4.61 ve 4.62 deki grafikler ise farklı P_2 değerleri için, $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ ve (r/R) oranındaki değişimlerin burkulmaya etkisi incelenmiştir. Şekil 4.60 da $P_2=50$ MPa, şekil 4.61 de $P_2=100$ MPa ve Şekil 4.62 de ise $P_2=250$ MPa alınmıştır. P_{kr} değeri $(0/0)_2$ ve $(r/R=0)$ için bulunan burkulma yüküdür.



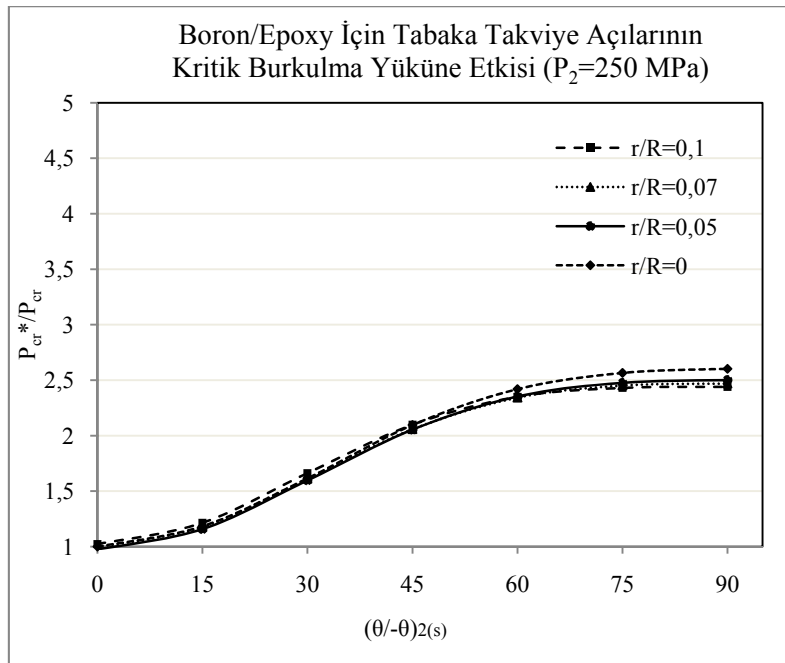
Şekil 4.59. $P_2=0$ MPa durumunda $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ Boron/Epoksi için yivin burkulmaya etkisi



Şekil 4.60. $P_2=50$ MPa durumunda $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ Boron/Epoksi için yivin burkulmaya etkisi



Şekil 4.61. $P_2=100$ MPa durumunda $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ Boron/Epoksi için yivin burkulmaya etkisi



Şekil 4.62. $P_2=250$ MPa durumunda $(\theta/-\theta)_{2(s)}$ Boron/Epoksi için yivin burkulmaya etkisi

5. SONUÇ ve ÖNERİLER

Yapılan analizler neticesinde elde edilen sonuçlar, araştırma bulguları bölümünde grafik ve tablolar ile verilmektedir. Bu grafiklerin çiziminde mümkün olduğunca birimsiz değerler kullanılmaya çalışılmış ve ANSYS programından elde edilen kritik burkulma yükleri değerleri oranlanarak sonuçların sade bir şekilde grafiklere aktarılması amaçlanmıştır. Çelik ve üç farklı kompozit malzemenin (Boron/Epoksi, E-glass/Epoksi ve Kevlar/Epoksi) çift eksenli yükleme, çapraz tabakalandırma, tabaka takviye açıları, tabaka sayısı, boru cidar kalınlığı, Elastisite modülü oranları, çevresel bant yükü ve boru üzerine açılan yiv etkisi altındaki burkulma davranışları incelenmiştir.

Öncelikle yapılan çalışmanın doğruluğunu kontrol etmek amacıyla; analitik olarak çözümü bilinen sadece çevresel dış basınca maruz silindirin kritik burkulma yükü analitik olarak ve ANSYS ile hesaplanmış ve sonuçların %98-99 oranında örtüştüğü görülmüştür. Kompozit malzeme için yapılan literatür doğrulaması için ise analitik çözüm MATLAB ile yapılmış ve bulunan sonuçlar ANSYS ile bulunan nümerik sonuçlarla en fazla %7 fark ile örtüştüğü tespit edilmiştir.

Yapılan analizlerden çıkarılacak bazı sonuçlar ve öneriler aşağıda özetlenmektedir:

1- Silindire etkiyen eksenel basınç artırıldıkça burkulma yükü değeri azalma göstermektedir. Bu azalmada kompozit malzemelerde takviye açıları önemli rol oynamaktadır. $(90/-90)_2$ takviye açısı için $P_2=50$ MPa için burkulma değerleri yaklaşık %40 azalırken, $(0/0)_2$ takviye açısında bu düşüş yaklaşık %5 civarındadır. $(90/-90)_2$ takviye açısında $P_2=150$ MPa alınınca burkulma değeri yaklaşık %60 azalırken, $(0/0)_2$ takviye açısı için bu azalış %40 civarındadır. $P_2=250$ MPa değerine çıkarıldığında ise $(90/-90)_2$ için burkulma değerindeki azalış %75 iken, $(0/0)_2$ için olan azalış yaklaşık %40 mertebesinde. Bununla birlikte $(0/0)_2$ durumunda eksenel basınç artışı Boron/Epoksiyi hem diğer iki kompozit malzemedenden hem de çelikten daha az

etkilenmektedir.

2- Çapraz $(90/0)_2$ ve $(0/90)_2$ simetrik tabakalandırma durumunda ilk tabakanın takviye açısı önemli olduğu tespit edilmiştir. Her üç kompozit malzeme için de $(90/0)_{2(s)}$ takviye açısı için bulunan burkulma yükü değeri $(0/90)_{2(s)}$ takviye açısına oranla çok daha büyüktür. Simetrik tabakalandırma durumunda üst tabakanın 90° olması burkulma açısından daha iyi sonuç vermektedir. Bu durumda bulunan burkulma değerleri ilk tabakanın 0° olması durumuna göre Kevlar/Epoksi için 3.76 kat, Boron/Epoksi için 2.84 kat ve E-glass/Epoksi için de 2.07 kat daha fazladır. Antisimetrik tabakalandırmada ise ilk tabakanın açısının fazla bir önemi yoktur.

3- Tabaka takviye açılarının kritik burkulma yükü üzerindeki etkisi incelendiğinde, takviye açısı 0° den 90° ye doğru değiştirildikçe burkulma yükü değeri artmış $(90/-90)_2$ için en yüksek burkulma yükü değerine ulaşılmıştır. Eksenel yöndeki basıncın artırılması ile takviye açısının burkulma yükü üzerindeki bu olumlu etkisinin bağıl olarak azaldığı tespit edilmiştir.

4- Simetrik tabakalandırmanın antisimetrik tabakalandırmaya göre sadece yanal dış basınç altında burkulma dayanımı açısından daha iyi sonuç verdiği tespit edilmiştir. Özellikle $(30/-30)_2$, $(45/-45)_2$ ve $(60/-60)_2$ açı gruplarında bu fark daha açıktır. Eksenel yük arttıkça simetrik veya antisimetrik tabakalandırma neticesinde elde edilen burkulma yükü değerleri birbirlerine yaklaştığı görülmüştür.

5- Kalınlık sabit tutularak tabaka sayısının artırılması burkulma yükü değerini artırmaktadır. Bu artış 8 tabakaya kadar devam etmekte, 8 tabakadan sonra burkulma yükü değeri tabaka sayısı artışından etkilenmediği gözlemlenmiştir.

6- Tabaka sayısı ne kadar az ise; simetrik tabakalandırmanın burkulma üzerindeki olumlu etkisi antisimetrik tabakalandırmaya oranla o kadar fazla olduğu görülmüştür.

7- Cidar kalınlığı arttıkça burkulma yükü artmakla beraber aslında bağıl olarak azalma göstermektedir. Analitik olarak kritik burkulma değeri kalınlığın küpü ile doğru orantılı artmaktadır. Kalınlığın 10 kat artırılması durumunda burkulma yükündeki artışın 1000 kat olması gerekirken, bu artış Kevlar/Epoksi için 800 kat, Boron/Epoksi için 881 kat ve E-glass/Epoksi için ise 931 kat olarak bulunmuştur.

8- E_1/E_2 oranının artması özellikle 90° ye yakın takviye açılarındaki burkulma değerini önemli ölçüde artırmaktadır. E_1/E_2 oranı küçüldükçe burkulma değerindeki bu artış da azalmakta, $(0/0)_2$ takviye açısı için $E_1/E_2=1$ en yüksek burkulma değerini verirken, $(90/-90)_2$ takviye açısı için ise $E_1/E_2=15$ en büyük değerine ulaşıldığı görülmüştür. $E_1/E_2>1$ için takviye açıları 0° den 90° ye doğru gittikçe burkulma değerleri de artmaya devam etmektedir. E_1/E_2 oranı ne kadar büyük olursa takviye açılara bağlı artış da o derece büyük olmaktadır.

9- Silindirin yüzeyine etkiyen L_r genişliğindeki çevresel bant yükü azaldıkça burkulma dayanımı artış göstermektedir. L_r/L ile kritik burkulma yükü değerinin aslında ters orantılı olduğu tespit edilmiştir. Yani çevresel bant yükü ile kritik burkulma yükü arasındaki değişim arasında $\left(\frac{L_r}{L}\right) \times \left(\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}\right) \approx 1$ eşitliği mevcuttur. Bu eşitlik sadece yanal dış basınç altındaki kompozitlerde geçerlidir.

10- Kritik burkulma değeri ile çevresel bant yükü arasındaki ters orantı bütün açı grupları için geçerlidir. Takviye açısı 0° den 90° ye doğru gittikçe burkulma değerlerinde artış olduğu tespit edilmiştir.

11- Eksenel yönde etki eden basıncın değeri artıkça $\left(\frac{L_r}{L}\right) \times \left(\frac{P_{kr}^*}{P_{kr}}\right)$ değerinin 1 den 0 a doğru azaldığı görülmüştür.

12- Silindirik borunun ortasına açılmış olan yiv burkulma dayanımını önemli ölçüde iyileştirmiştir. Yivin çapı büyüdükçe burkulma değeri de artış göstermektedir.

13- Silindirik borunun çap/boy değerindeki artışa paralel olarak burkulma değeri de artış göstermektedir.

14- Silindire etkiyen eksenel basıncın artması ile birlikte yivin sebep olduğu burkulma dayanımındaki artışı azaldığı gözlemlenmiştir.

15- Kompozit malzemelerin yapısından ötürü bu çalışmada çözümleri verilen değerler haricinde imalat yapılacak olursa, optimum sonuç için problem yeniden çözülmelidir.

KAYNAKLAR

- Akbulut, H. and Ural T., 2007. An investigation on buckling of composite laminated plates with corner circular notches. *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, Vol. 20, No. 4, 371-387
- Akbulut, H., 1996. Buckling of laminated plates with a rectangular hole, D. E. Ü. Müh. Fak.
- Akbulut, H., Sayman O., 2001. An investigation on buckling of laminated plates with central square hole. *Journal of reinforced plastics and composites*, vol 20 (13), 1112-1124.
- Bathe, K. J., (1996). *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, New Jersey, 754-765, 838-978
- Chen, A. T. and Yang, T. Y., 1987. Static, dynamic and buckling formulation of a symmetrically laminated plates finite element for a microcomputer. *J. of composite material*, vol 21, 441-453.
- Cohen, L. W., 1982. Effect of Transverse shear deformation on anisotropic plate buckling. *J. of composite material*, vol 16, 301-312.
- emelpape.googlepages.com/KOMPOZTMALZEME.doc
- Gu, H. Z., Chattopadhyay, A., 1999. An experimental investigation of delamination buckling and post buckling of composite laminates. *Composite science and technology*, vol 59(6), 903-910
- Gu, H. Z., Chattopadhyay, A., 2000. Three-dimensional elasticity solution for buckling of composite laminates. *Composite structures*, vol 50 (1), 29-35
- Help Files, ANSYS Inc., USA, (2005).
- Hur, S. H., Son H. J., Kweon J. H., Choi J. H., 2008. Postbuckling of composite cylinders under external hydrostatic pressure. *Composite Structures*
- Jaehong, L., Gürdal, Z. and Griffin O. H., 1995. Postbuckling of laminated composite with delaminations. *AIAA journal*, vol 33, 359-367.
- Jones, R. M., 1975. *Mechanics of composite materials*. McGraw-Hill Kogakusha Ltd., 414, Tokyo.
- Karakuzu, R., Ozel, A. and Sayman, O., 1995. Elastic-plastic finite element analysis of metal matrix plates with edge notches. *Computers and structures*, vol 63, 551-558.
- Kardomateas, G. A., 1993. Buckling of thick orthotropic cylindrical shells under external pressure. *J. of applied mechanics*, vol 60, 195-202.
- Kaya, S., 1997. Delikli kompozit levhalarda mekanik ve termal burkulma. Selçuk Üni. Fen Bilimleri Enst. doktora tezi
- Kouchakzadeh, M. A. and Sekine, H., 2000. Compressive buckling analysis of rectangular composite laminates containing multiple delaminations. *Composite structures*, vol 50, 249-255
- Lee, K. J., 1992. Buckling analysis of orthotropic plates using a finite element method of assumed displacement functions. *Computers and structures*, vol 42, 159-166.
- Li, S. and Reid, S. R., 1992. The plastic buckling of axially compressed square tubes. *J. of applied mechanics*, vol 59, 276-282.
- Libove, C., 1983. Buckling pattern of biaxially compressed simply supported

- orthotropic rectangular plates. J. of composite material, vol 17, 45-48.
- Lin, C.H. and Kuo, C.S., 1989. Buckling of laminated plates with holes. J. of composite material, vol 23, 536-553.
- Pegg, N.G., 1992. An investigation of dynamic pulse buckling of thick rings. J. of applied mechanics, vol 59, 615-621.
- Popov, E. P., 1976. Katı cisimlerin mekaniğine giriş. Çağlayan kitabevi, İstanbul.
- Ritchie, D. and Rodes, J., 1975. Buckling and post buckling behavior of plate with holes. Aeronaut Quarterly, vol 26, 167-172.
- Roylance, D., 2000. Laminated Composite Plates. MIT, Cambridge, MA 02139, February 10.
- Salim, S., Iyengar, N. G. R., Yadav, D., 1998. Buckling of laminated plates with random material characteristics. Applied composite materials, vol 5, 1-9.
- Sayman, O. ve Aksoy, S., 1981. Kompozit Malzemeler. Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.
- Shlack, A.L., 1964. Elastic stability of pierced plates. Proc. of the society of exp. stress analysis, vol 21, 167-172.
- Tafresi, A., and Bailey C. G., 2007. Instability of imperfect composite cylindrical shells under combined loading. Composite structures 80, 49-64.
- Tanov, R. and Tabiei A., Static and dynamic buckling of laminated composite shells. University of Cincinnati, Cincinnati, OH 45221-0070
- Thing, J., Wang, S., Biggers, S.B., and Dickson, J.N., 1983. Buckling of composite plates with a free edge in edgewise bending and compression. Journal of AIAA, vol 22, 394-398.
- Timoshenko, S. P., 1961. Theory of elastic stability. McGraw-Hill Book Company, New York.
- Tung, I. K., and Sunderas, J., 1987. Buckling of rectangular orthotropic plates under biaxial loading. J. of composite material, vol 21, 124-128.
- Ural, T., 2002. Köşeleri dairesel çentikli tabakalı kompozit plaklarda burkulma analizi. Atatürk Üni. Fen Bilimleri Enst. yüksek lisans tezi.
- VanDen Brink, D. J. and Kamat, M. P., 1985. Post-buckling response of isotropic and laminated composites square plates with circular holes. In. proc. mt. conf. composite material, San Diego, California, 1393-1409
- Vinson, J. R. and Chou, T.W., 1975. Composite materials and their use in structures. Applied science publisher ltd., London.
- Vinson, J. R. and Sierakowski R. L., 1990. The behavior of structures composed of composite materials. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Wang, J. S. and Chan W. S., 1996. Effects of buckling load of rod pack laminates due to defects. Annual forum proceedings, American helicopter society, vol 2, 919-926.
- Whitney, J. M., 1973. Shear correction factors for orthotropic laminates under static load. J. of applied mechanics, vol 69, 302-304.
- Whitney, J. M., and Pogano, N. J., 1970. Shear deformation in heterogeneous anisotropic plates. J. of applied mechanics, vol 59, 1031-1036.
- Yettram, A. and Brawn, C. J., 1986. The elastic stability of sequence perforated plates under biaxial loadings. Computer and structures, vol 22, 589-594.
- Yıldız, O. Y., Desteklenmiş kompozit plakların sonlu elemanlar yöntemi ile burkulma analizi. Gazi Üni. Fen Bilimleri Enst. yüksek lisans tezi

EKLER

EK.1. ANSYS programının özdeğer problemini çözüm yöntemi

Özdeğer probleminin çözümü

Aşağıdaki denklemde yer alan özdeğer problemine, statik analiz sonucu elde edilen matrisler kullanılarak çözüm aranmaktadır. Çözüm sonucunda elde edilen özdeğer (λ_i), sisteme ait kritik burkulma gerilmesini verecektir.

$$[K]\{\phi_i\} = \lambda_i[M]\{\phi_i\} \quad (1.1)$$

Burada; $[K]$, $[M]$, $\{\phi_i\}$ ve λ_i sırasıyla rijitlik matrisini, gerilme matrisini, öz vektörü ve özdeğeri göstermektedir. Bu özdeğer probleminin çözümü, alt bölge metodu kullanılarak yapılmaktadır. Bu metoda ilişkin akış seması Şekil 1.1’de verilmektedir. Bu akış semasında gösterilen metotlar sırasıyla anlatılarak konu hakkında bilgi verilecektir.

Başlangıç Vektörü

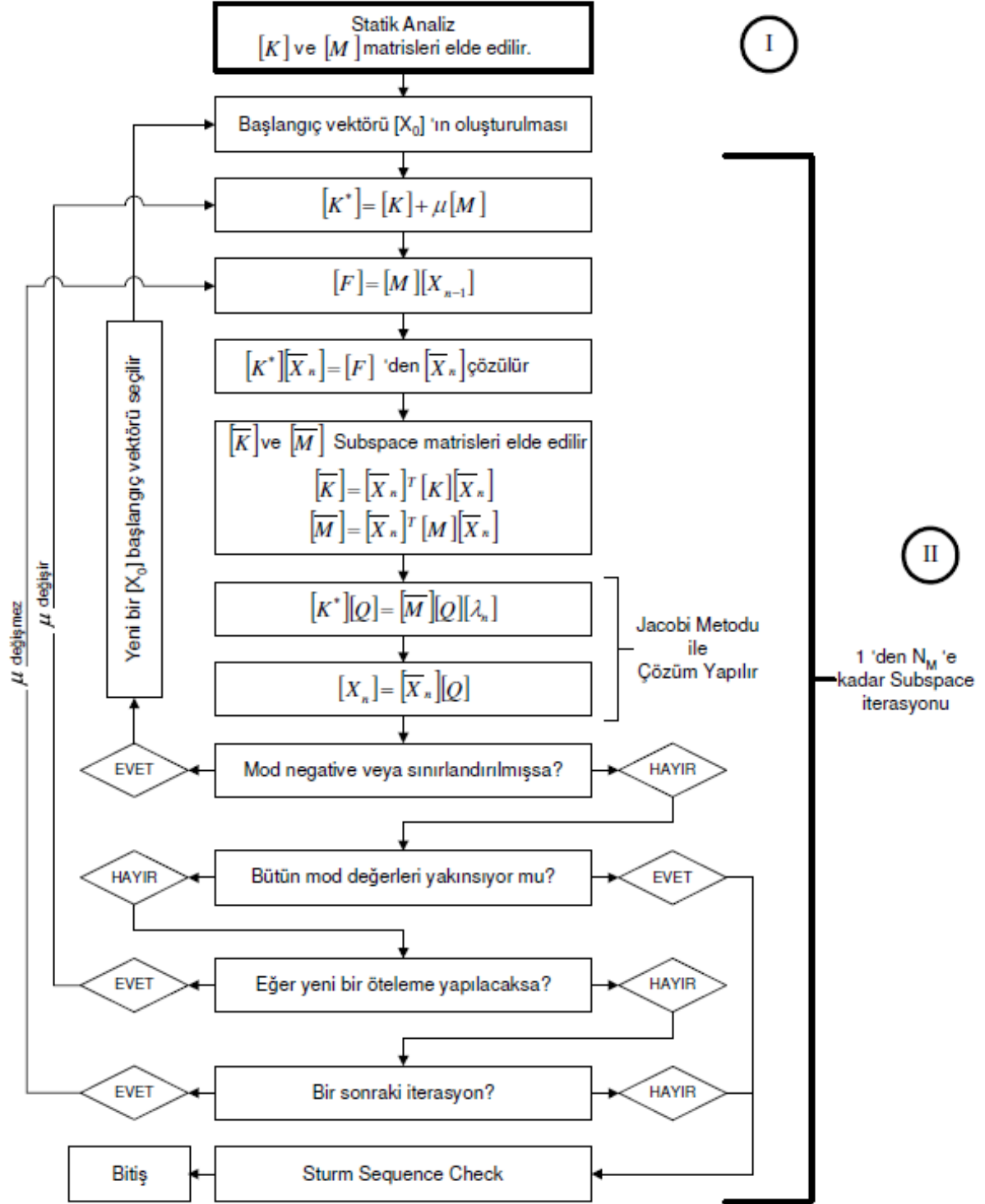
Özdeğer probleminin çözümüne başlamadan önce alt bölge metodunda kullanılacak olan başlangıç vektörünün oluşturulması gerekmektedir. Oluşturulması gereken vektör sayısını

$$q = \min\{2p, p + 8\} \quad (1.2)$$

olarak vermiştir (Bathe 1996). ANSYS sonlu elemanlar programında ise;

$$q = p + d$$

(1.3)



Şekil 1.1. Özdeğer probleminin çözümünün akış seması (Yıldız 2007)

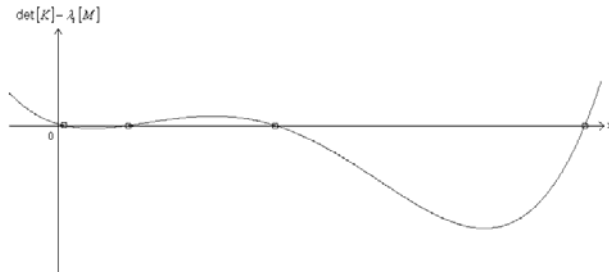
olarak hesaplanmakta ve bu sayıda başlangıç vektörünün oluşturulmaktadır. Burada; p ve d , sırasıyla istenen mod sayısını ve ekstra mod sayısını (varsayılan değeri 4) göstermektedir. Başlangıç vektör sayısının, istenen mod sayısından fazla olmasının nedeni; hesaplamada bazı vektörlerin yakınsamamasıdır. Başlangıç vektörlerinin oluşturulması sırasında statik analiz sonucu elde edilen sistem cevabından da yararlanılmaktadır.

Öteleme

Başlangıç vektörünün oluşturulmasından sonra sistemin özdeğerlerini bulmamızı sağlayacak öteleme işlemine geçilir. Bu işlem her alt bölge iterasyonu sonucunda yapılarak köke yani özdeğere yaklaşmayı sağlar. Öteleme işleminin detayına inmek için (1.1) deki ifade aşağıdaki gibi düzenlenmelidir.

$$([K] - \lambda_i[M])\{\phi_i\} = 0 \quad (1.4)$$

ve bu denklemin (λ_i) , köklerini bulmak için denklemin $[K] - \lambda_i[M]$ kısmının determinantını alınarak sıfıra eşitlenir. Sıfıra eşitlenen bu determinantın grafiğini herhangi bir $[K]$ ve $[M]$ matrisleri için çizilir. (Şekil 1.2)

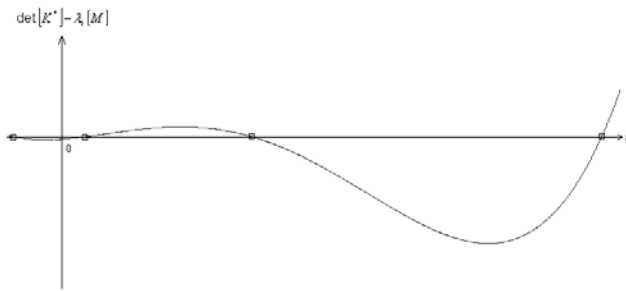


Şekil 1.2. $[K] - \lambda_i[M]$ determinantının grafiği (Yıldız 2007)

Y eksenini olan $\det[K] - \lambda_i[M]$ yi sağa doğru kaydırmak için (1.5) kullanılır.

$$[K^*] = [K] + \mu[M] \quad (1.5)$$

Burada, μ ekseninin sag tarafa ne kadar öteleneceğini belirten pozitif bir sayıdır. $[K^*]$ ise, ötelenmiş rijitlik matrisi diye adlandırılır. Ötelenmiş rijitlik matrisi, (1.4) deki rijitlik matrisi olan $[K]$ ' nın yerine konularak ifadenin determinantı tekrar alınarak grafiği tekrar çizilir (Şekil 1.3).



Şekil 1.3. $[K^*] - \lambda_i[M]$ determinantının grafiği (Yıldız 2007)

Burada, ötelemenin μ değerine eşit miktarda olduğu bilinmektedir. ANSYS sonlu elemanlar programı, ötelemenin bu özelliğinden yararlanarak kökün değerini bulur. Bu işlemi yaparken μ 'nün değerini adım adım artırır. Her artırma sonucuna karşılık gelen kök değerlerini alt bölge iterasyon yöntemiyle bulur. μ adım adım artırma sonucunda öyle bir değere ulaşır ki; alt bölge iterasyon sonucunda bulunan köklerden biri sıfıra eşit olur. Bu anda ANSYS programı μ ekseninin bir kökün üzerinde olduğunu anlar ve bu kökün değerini μ olarak kayıt eder. Bundan sonra μ değerini kaldığı yerden devam ettirerek bir sonraki köke ulaşmaya çalışır.

Alt Bölge İterasyonu

Her bir öteleme sonucunda özdeğer ve öz vektörlere ulaşmak için alt bölge iterasyonu yapılır. Bu iterasyon işlemi şu şekilde gerçekleşmektedir. $n = 0, 1, 2, \dots$ olmak üzere;

$$K\bar{X}_{n+1} = MX_n \quad (1.6)$$

Bu ifade Şekil 1.1’de iki kısma ayrılarak ve $[F]$ ’e eşitlenerek ele alınmıştır. Burada X_0 başlangıç vektörü (1.6) da X_n yerine konularak, $\bar{X}_{n+1}$ ifadesi elde edilir. Elde edilen $\bar{X}_{n+1}$ ifadesi aşağıdaki eşitliklerde yerine konulur.

$$K_{k+1} = \bar{X}_{k+1}^T K_k \bar{X}_{k+1} \quad (1.7)$$

$$M_{k+1} = \bar{X}_{k+1}^T M_k \bar{X}_{k+1} \quad (1.8)$$

Böylece alt bölge matrisleri olan K_{k+1} ve M_{k+1} matrisleri elde edilir. Daha sonra ana problem olan (1.9)’da ele alınır. Burada; Q_{k+1} ve Λ_{k+1} matrisleri için çözüm aranır. Bu çözüm Jacobi metodu ile gerçekleştirilir.

$$K_{k+1} Q_{k+1} = M_{k+1} Q_{k+1} \Lambda_{k+1} \quad (1.9)$$

Jacobi metodu ile çözümün sonucunda Q_{k+1} öz vektörleri bulmamızı sağlayacak matris ile Λ_{k+1} özdeğerleri barındıran köşegen matris elde edilir. Q_{k+1} matrisi (1.10)’da yerine konularak öz vektörleri barındıran X_{k+1} matrisi bulunur.

$$X_{k+1} = \bar{X}_{k+1} Q_{k+1} \quad (1.10)$$

Jacobi Metodu

Denklem 2.9’un çözümünde kullanılan jacobi metodunda (1.11) ve (1.13) de elde edilen alt bölge matrisleri kullanılır.

$$\bar{k}_{ii}^{(k+1)} = \bar{k}_{ii}^{(k+1)} \bar{m}_{ij}^{(k+1)} - \bar{m}_{ii}^{(k+1)} \bar{k}_{ij}^{(k+1)} \quad (1.11)$$

$$\bar{k}_{jj}^{(k+1)} = \bar{k}_{jj}^{(k+1)} \bar{m}_{ij}^{(k+1)} - \bar{m}_{jj}^{(k+1)} \bar{k}_{ij}^{(k+1)} \quad (1.12)$$

$$\bar{k}^{(k+1)} = \bar{k}_{ii}^{(k+1)} \bar{m}_{jj}^{(k+1)} - \bar{m}_{ii}^{(k+1)} \bar{k}_{jj}^{(k+1)} \quad (1.13)$$

Burada; $\bar{k}_{ij}^{(k+1)}$, K_{k+1} matrisinin i 'nci satırı ve j 'nci kolonunu ve $\bar{m}_{ij}^{(k+1)}$ ise; M_{k+1} matrisinin i 'nci satırı ve j 'nci kolonunu gösterir. Buna göre;

$$x = \frac{\bar{k}^{(k+1)}}{2} + \text{sign}(\bar{k}^{(k+1)}) \sqrt{\left(\frac{\bar{k}^{(k+1)}}{2}\right)^2} + \bar{k}_{ii}^{(k+1)} \bar{k}_{jj}^{(k+1)} \quad (1.14)$$

Burada $\text{sign}(x)$ fonksiyonu bir parçalı fonksiyon olup;

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

şeklindedir. (1.11), (1.12) ve (1.14)den yararlanarak;

$$\gamma = -\frac{\bar{k}_{ii}^{(k+1)}}{x} \quad (1.15)$$

$$\alpha = -\frac{\bar{k}_{jj}^{(k+1)}}{x} \quad (1.16)$$

ifadelerini elde edilir. P_i matrisini (1.15) ve (1.16) da elde edilen γ ve α ile oluşturulur.

$$P_i = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \gamma & 1 \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

P_i matrisini bulduktan sonra (1.18) ve (1.19) da yerine yazılır.

$$P_i^T K_{k+1} P_i = K_r \quad (1.18)$$

$$P_i^T M_{k+1} P_i = M_r \quad (1.19)$$

Bu ifadeler (1.20) ve (1.21) de yazılarak özdeğerlerin bulunduğu köşegen Λ matrisi ve (1.10) da özvektörlerin bulunmasında kullanılan köşegen Q matrisi elde edilir.

$$\Lambda = \text{diag} \left(\frac{K_r}{M_r} \right) \quad (1.20)$$

$$Q = P_1 P_2 \dots P_l \text{diag} \left(\frac{1}{\sqrt{M_r}} \right) \quad (1.21)$$

Yakınsamanın Ölçülmesi ve Sturm Sequence Kontrolü

Yapılan çözümlerin sonucunda bulunan öz değerin ne kadar yakınsadığı (1.22) ile ölçülür. Eğer yakınsamanın değeri bizim belirleyeceğimiz tolerans dışında ise iterasyon işlemi devam eder.

$$e_i = \frac{(\lambda_i)_n - (\lambda_i)_{n-1}}{B} < tol \quad (1.22)$$

Burada; $(\lambda_i)_n$, n ‘inci iterasyonda hesaplanan özdegeri, $(\lambda_i)_{n-1}$ ‘inci iterasyonda hesaplanan özdegeri gösterir. Ayrıca; $B = \left\{ \frac{1,0}{(\lambda_i)_n} \right\}$ hangisi büyük ise o seçilerek kullanılır ve $tol = 1,0 \text{ E-}5$ olarak verilir.

İstenen yakınsama elde edildikten sonra özdeğer ve öz vektörlerin kontrolü için sturm sequence yöntemi kullanılır. Bu yöntem için bulunan en büyük özdeğerin sağ tarafında

yer alan yani elde edilen en büyük özdeğerden daha büyük bir öteleme değeri seçilir.

Bu katsayı aşağıdaki eşitlikte yerine konulur.

$$\overline{K} = K - \mu M \quad (1.23)$$

Daha sonra $\overline{K}$ değeri (1.24) de yerine konularak D gauss faktörü elde edilir.

$$\overline{K} = LDL^T \quad (1.24)$$

Elde edilen $[D]$ matrisindeki negatif elemanların sayısı, seçilen öteleme katsayısından küçük olan özdeğerlerin sayısına eşit olmalıdır.

ÖZGEÇMİŞ

1972 yılında Erzurum’da doğdu. 1990 yılında Erzurum Anadolu Lisesinden, 1995 yılında Atatürk Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği bölümünden mezun oldu. 2002 yılında Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde yüksek lisans eğitimini tamamladı. 1998 yılından beri Atatürk Üniversitesi Pasinler Meslek Yüksekokulu Doğalgaz-Isıtma ve Tesisat Teknolojileri Bölümünde Okutman olarak çalışmaktadır.