

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ZOOTEKNİ ANABİLİM DALI

**BİYOLOJİK DEĞİŞKENLERDE RASTLANAN
DAĞILIŞLAR**

Ömer Cevdet Bilgin

Yönetici: Prof.Dr. Fatin Sezgin

Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

Bu çalışma, tek değişkenli teorik dağılış modellerinin biyolojik değişkenlere uygunluğunu araştırmak amacıyla yapılmıştır. Çeşitli yayınlar taranarak elde edilen biyolojik değişkenlere ait frekans dağılışlarından, çalışmanın kapsamında olan teorik dağılış modellerine uygun olanlar tesbit edilmiştir. Bu dağılışlar grafikler halinde sunulmuştur.

Çalışmanın sonucunda, incelenen biyolojik değişkenlerden birçoğunun normal dağılışa uyum gösterdiği tesbit edilmiştir. Bunun yanında Gamma, Lognormal, Poisson, Binom, Negatif binom ve Geometrik dağılış fonksiyonlarına sahip olan biyolojik değişkenler de pek çoktur. Bu bakımdan araştırmacılar normallik faraziyesi hususunda ihtiyatlı olmalı ve mümkün olduğu kadar dağılıştan bağımsız (sağlam) metodlar kullanmalıdırlar.

SUMMARY

This research is carried out to investigate the fit of univariate theoretical distribution models to biological random variables. By reviewing a wide range of literature, empirical distributions of biological variables are determined and corresponding suitable theoretical distribution models are identified. These distributions are presented by graphs.

The study revealed that most of the biological variables investigated may be represented by normal distribution. There are, however several biological variables fitting to the Gamma, Lognormal, Poisson, Binomial, Negative Binomial and Geometrical Distributions. The research workers, therefore, must be very cautious about the assumption of normality and use robust procedures wherever possible.



TEŞEKKÜR

Çalışmalarında bana yol gösteren ve yardımlarını esirgemeyen hocam Sayın Prof.Dr. Fatin Sezgin'e, gerekli çalışma ortamını sağlayan Bölüm Başkanımız Sayın Prof.Dr. Ayhan Aksoy'a ve hocam Sayın Prof.Dr. Hakkı Emsen'e şükranlarımı sunarım.



İÇİNDEKİLER

sayfa no

ÖZET.....	i
SUMMARY.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
1. GİRİŞ	1
2. DEĞİŞKEN VE DAĞILIŞ KAVRAMI	6
2.1. Tesadüfi Değişken.....	6
2.1.1. Kesikli Tesadüfi Değişken.....	6
2.1.2. Sürekli Tesadüfi Değişken.....	6
2.2. Bir Tesadüfi Değişkenin Dağılışı.....	7
2.3. İhtimal Fonksiyonu.....	7
2.4. Dağılış Fonksiyonu.....	8
2.5. Biyolojik Değişken.....	9
3. KESİKLİ DAĞILIŞ MODELLERİ.....	10
3.1. Bernoulli Dağılışı.....	10
3.2. Binom Dağılışı.....	11
3.3. Multinom Dağılışı.....	12
3.4. Hipergeometrik Dağılışı.....	13
3.5. Poisson Dağılışı.....	15
3.6. Geometrik Dağılışı.....	17
3.7. Negatif Binom Dağılışı.....	18
4. SÜREKLİ DAĞILIŞ MODELLERİ.....	21
4.1. Normal Dağılışı.....	21
4.1.1. Merkezi Limit Teoremi.....	22
4.1.2. Standart Normal Dağılışı.....	23
4.2. Lognormal Dağılışı.....	23
4.3. Gamma Dağılışı.....	25
4.4. Üslü Dağılışı.....	27
5. TEORİK DAĞILIŞ MODELLERİ ARASINDAKİ İLİŞKİLER.....	29
6. MATERYAL VE METOD.....	31

6.1. Materyal.....	31
6.2. Metod.....	31
6.2.1. Verilerin Analizi.....	31
6.2.2. Uyum Testleri.....	31
6.2.2.1. Çarpıklık ve Basıklık.....	31
6.2.2.2. Ki-kare Uyum İyiliği Testi.....	32
6.2.2.3. Kolmogorov-Simirnov Uyum İyiliği Testi.....	33
7. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME.....	35
7.1. Sonuçlar.....	35
7.1.1. Normal Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler....	35
7.1.2. Transformasyon Sonucu Normal Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler.....	39
7.1.3. Gamma Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler...	41
7.1.4. Lognormal Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler.....	43
7.1.5. Binom Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler.....	44
7.1.6. Poisson Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler...	45
7.1.7. Negatif Binom DAğılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler	46
7.1.8. Geometrik Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler.....	47
7.2. Değerlendirme.....	88
KAYNAKLAR.....	89

1. GİRİŞ

Tesadüfi unsurların tesiri altında cereyan eden herhangi bir olayın, aynı şartlar altında tekrarlanmasıyla elde edilen sonuçları arasında kurulan matematik ilgi o olayın dağılış kanunu olarak ifade edilir. Tesadüfi bir olaya ait dağılış kanununun bilinmesi ise bu olayla alakalı birçok soruya cevap verebilmeyi mümkün kılar. Bunun yanısıra çeşitli istatistiki analiz ve tahmin metodlarının mevcut gözlemlere uygulanabilmesi de bu gözlemlerin uyduğu dağılış kanununun bilinmesini gerektirir.

Olayların bilinmeyen yönleri hakkında fikir sahibi olmak veya ilerisi için tahminlerde bulunmak gayesiyle sonuçların toplu olarak ele alınıp, gözlenen genel temayüle göre bir takım yorumların yapılması veya tahminlerde bulunulması, tarihin eski devirlerinden beri insanlar tarafından başvuru bir usuldür. Ancak, tesadüfi değışkenlik gösteren olayların sahip oldukları dağılış şekillerinin ilmi yönden araştırılması, bu olaylara etki eden sebeplerin çokluğu ve karmaşıklığı yüzünden özel metodların varlığına ihtiyaç göstermiştir ve bu metodlar fazla uzak olmayan bir zaman dilimi içerisinde ihtimal teorisi bünyesinde geliştirilmiştir.

Matematiğin, olayları toplu olarak inceleme metodunu kabul eden bir kolu olan ihtimal teorisinin geliştirilmesine kaynak teşkil eden, tesadüfi olaylara ilişkin problemlerin sistematik biçimde incelenmesine 17. yüzyılda başlanmıştır. Bu yüzyılın başlarında ünlü fizik bilgini Galileo fiziki çoklukların ölçüm hatalarını incelemiş ve bunların tesadüfi olarak değıştiğini kabul ederek, hataların ihtimalleri üstünde çalışmıştır.

17. yüzyılda bir taraftan da hayat istatistikleri ilk defa yapılmaya başlanmıştır. Halley (1693), insan popülasyonlarında değışik yaşlardaki ölüm ihtimallerini hesaplamıştır (Chiang, 1960).

Yine bu dönemde çeşitli sebeplerle ihtimal hesapları yönünden matematikçilerin ilgi alanına giren ve sistematik olarak incelenmeye başlanan şans oyunları, tesadüfi olaylara gerçekten çok basit ve anlaşılması kolay modeller oluşturmıştır. 17. yüzyılın ortalarında Pascal, Fermat ve Leibnitz gibi matematikçilerin şans oyunları konusunda yaptıkları çalışmalar sonucu ihtimal teorisinin doğuşu gerçekleşmiştir. Bu çalışmalar

ile ihtimal hesabının temel kaideleri ve ortalama değer kavramı tarif edilmiştir (Larsen ve Marks , 1986).

Temel ihtimal kaidelerinin geliştirilmesi, bütün bilim dallarında tesadüfi olayların muhtemel sonuçlarına ilişkin ihtimallerin kolayca hesaplanabilmesini sağlamıştır. Böylece olayların toplu olarak ele alınması sonucu gözlenen genel temayül, matematik gerçekler olarak ifade edilebilmiştir.

Bernoulli (1713), iki sonuçlu (binomial) tesadüfi değişkenlerin ihtimal dağılışları üzerinde çalışmıştır. Bir olayın ihtimalini bu olayın frekansının limiti olarak tarif etmiştir. Dağılış teorisinin temel kaidelerinden birisi olan büyük sayılar kanunu ile örnekteki fert sayısı arttıķķa, örnek ortalamasının gerçek ortalamaya yaklaşacağını ispatlamıştır (Sheynin, 1968).

Dağılış teorisinde meydana gelen diğer önemli bir olay da De Moivre (1733) tarafından normal dağılış fonksiyonuna ait denklemin yayınlanması olmuştur (Daw ve Pearson,1972). Daha sonra Laplace (1812), aynı denklemi genelleştirerek tanınmasını sağlamıştır (Larsen ve Marks , 1986).

Normal dağılışın keşfinden sonra, dağılış teorisi alanında büyük çapta gelişmeler kaydedilmiştir. Birçok tesadüfi değişkenin normal veya normalle ilgili dağılış fonksiyonlarına sahip olduğu anlaşılmıştır. Özellikle toplamlı etkilerle ortaya çıkan olayların dağılışının genellikle normal olduğu gözlenmiştir.

Bayes, 1764 yılında beta dağılış fonksiyonuna ait ilk denklemleri yayınlamıştır (Sheynin, 1970).

Aynı şekilde üslü dağılışa ait ilk yaklaşımlar Laplace (1774) tarafından gerçekleştirilmiştir (Sheynin, 1968).

Gauss (1809) ve Laplace'ın (1810,1812), ölçüm hatalarının normal dağılış fonksiyonuna uyum gösterdiğini belirlemeleri ve herhangi bir dağılışa sahip bir şans değişkeninin örnek ortalamasının yaklaşık olarak normal dağılış göstereceğini ifade eden merkezi limit teoremine ilişkin çalışmaları normal dağılış modeline müstesna bir konum kazandırmıştır (Sarndal, 1971). Tesadüfi olaylar artık normal dağılışa uyum gösterenler ve göstermeyenler diye iki guruba ayrılmaya başlanmıştır. Normal dağılışa uyum göstermeyen

olayların da bu dağılışa uyumunu sağlayabilecek transformasyonlar üzerinde araştırmalara girilmiştir.

19. yüzyılda, büyük sayılar kanununun gelişimine katkıda bulunan Poisson (1837), binom dağılış fonksiyonunun limiti olarak poisson dağılış fonksiyonunu keşfetmiştir (Larsen ve Marx , 1986).

Quetelet (1846), istatistiki metodları pratik metodlarla birleştirmiş ve bunları biyolojide, tıpta ve sosyolojide kullanmıştır. İnsanlarda boy uzunluğunun ve diğer bazı biyolojik değişkenlerin dağılışını incelemiştir (Larsen ve Marks , 1986).

19. yüzyıldan başlayarak dağılış teorisinin ilmi araştırmalarda kullanılması yaygınlık kazanmıştır; bütün bilim dallarında problemlerin çözümünde önemli bir araç olmuştur.

Tchebychev ve Markov 'un çalışmaları 19. yüzyılın sonu ve 20. yüzyılın başında dağılış teorisinin gelişimine yeni bir ivme kazandırmıştır. Özellikle, Markov , tesadüfi süreçler teorisinin temelini atmıştır.

20. yüzyılda Rusya ekolü istatistikçilerinin çabalarının sonucunda Lypunov 1901'de merkezi limit teoremini pratik olarak kullanım alanına güçlü ispatlarla sunmuştur (Marx ve Larsen, 1986).

Bu yüzyılda K. Pearson , W. S. Gosset ve R. A. Fisher'in çalışmaları ile istatistik metodun bütünü ve dağılış teorisi modern bir aksiyomatik kuruluşa kavuşmuştur .

K. Pearson (1895, 1912), 12 ayrı dağılış fonksiyonunun elde edildiği

$$\frac{1}{f(x)} \frac{d f(x)}{d x} = \frac{x - a}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2}$$

denklemini teklif etmiştir (Sarndal, 1971; Johnson, Nixon ve Amos, 1963; Finney, 1964) .

Hemen hemen aynı dönemde benzer bir dağılış sistemi de Charlier (1905) tarafından geliştirilmiştir (Sarndal, 1971; Cramer, 1972).

Gosset , Pearson tarafından geliştirilen metodların yetersiz kaldığı küçük örneklerin dağılış fonksiyonlarını incelemiş ve bugün elimizdeki en güçlü istatistiki imkanlardan biri olan student t dağılış fonksiyonunu türetmiştir (Irwin , 1959).

Parametre tahmincileri üstünde çalışan ve en yüksek ihtimal metodunu istatistiğe kazandıran Fisher'in (1924), varyans analizinde vazgeçilmez bir kriter olan F dağılış modelinin geliştirilmesine büyük katkıları olmuştur (Finney, 1964).

İlk ihtimal kaidelerinin keşfedilmesinden günümüze kadar olan zaman sürecinde, buraya kadar bir özet mahiyetinde yer verilen bu en dikkate değer gelişmelerin yanısıra, dağılış teorisine kazandırılmış daha birçok metod ve teorik dağılış modelleri mevcuttur. Bugün kesikli ve sürekli tipte türetilmiş 250' den fazla teorik dağılış modeli vardır.

Bu çalışmada biyolojik değişkenlere en fazla uyum gösteren 7'si kesikli ve 4'ü sürekli olmak üzere toplam 11 teorik dağılış modeli ele alınmıştır. Bu dağılış modelleri biyolojik bilimlerde çalışan araştırmacılar tarafından denemeler sonucu gözlenen verilerin analizinde yoğun olarak kullanılmaktadır. Mevcut gözlemlerin dağılışının teorik dağılışlardan birine uyması durumunda hesaplamalar ve yorumlamalar çok kolaylaşmaktadır. Bu amaçla örneği teşkil eden gözlemlere ait frekans dağılışının, uyum testleri kullanılarak, belli sayıda parametreleri tarif edilmiş teorik dağılışlardan birine uyumlu olup olmadığı araştırılmakta ve gözlem sonuçları, uyum gösterdikleri tesbit edilen teorik dağılışa ait kanunun analitik ifadesinde bu dağılışa ait parametrelerle gösterilmektedir.

Çalışmanın amacı biyolojik değişkenleri konu edinen araştırmacılar tarafından, sık sık karşılaşılan klasik dağılış modellerini matematik detayına girmeden, pratik yönden incelemek; özellikle Zootekni araştırmacılarını ilgilendiren biyolojik tesadüfi değişkenlerin sahip oldukları dağılış şekillerine uygunluklarını tartışmaktır.

7 bölümden müteşekkil çalışmanın 2. Bölümünde değişken ve dağılış kavramları üzerinde durulmuştur. 3. ve 4. Bölümlerde tek değişkenli, kesikli dağılış modellerinden 7 tanesi ve sürekli dağılış modellerinden 4 tanesi ele

alınarak teorik yönden incelenmiş ve gerçek hayatta temsil ettikleri olayların genel özelliklerine değinilmiştir. 3. ve 4. Bölümlerde yer alan dağılış modelleri arasındaki ilişkiler 5. Bölümü oluşturmuştur. Materyal ve Metod adını taşıyan 6. Bölümde teorik dağılışlara uyumu araştırılan örneklerin kaynağı ve yapılan analizler hakkında bilgi verilmiştir. 7. Bölümde teorik dağılış modellerine uyumu belirlenen biyolojik değışkenlerle ilgili sonuçlar sunulmuştur ve bir genel değlendirmeye yer verilmiştir.



2. DEĞİŞKEN VE DAĞILIŞ KAVRAMI

2.1. Tesadüfi Değişken

Belirli bir aralıkta bulunan değerlerden hangisini alacağı önceden bilinmeyen ve bu değerlerin herbirini belli ihtimallerle alabilen değişkene tesadüfi değişken veya şans değişkeni denir (Hoel, 1958).

Tesadüfi değişkenler kesikli veya sürekli olmak üzere, değer kümelerinin farklı tabiatından kaynaklanan iki genel gruba ayrılırlar (Mood , 1963).

2.1.1. Kesikli Tesadüfi Değişken

Eğer X tesadüfi değişkeni sadece sonlu sayıda veya sayılabilir sonsuzlukta değerleri alabiliyor ise bir kesikli şans değişkenidir. Kesikli bir değişken sadece tam değerlere sahip olabilir, iki tam değer arasındaki kesirli değerleri alması mümkün değildir. Kesikli şans değişkenleri genellikle sayım yoluyla elde edilirler.

2.1.2. Sürekli Tesadüfi Değişken

Eğer X tesadüfi değişkeni sınırlı olduğu aralıkta sonsuz sayıda değer alabiliyor ise bu defa kesikli değil sürekli bir değişken olur.

Sürekli değişkenin değer aralığında sonsuz sayıda değer olması münasebetiyle, bunlardan herhangi birini alması ihtimali sıfırdır.

$$P(X=a) = \frac{1}{\infty} = 0$$

Bu yüzden X sürekli değişkeninin herhangi bir a değerine eşit olmasından değil, belirli bir aralıkta bulunması ihtimalinden bahsedilebilir.

Değeri ölçüm ve tartım yoluyla belirlenen değişkenler genellikle sürekli tesadüfi değişkenlerdir.

2.2. Bir Tesadüfi Değişkenin Dağılışı

Tesadüfi değişkenin her bir muhtemel değerinin ihtimali bu değişkenin dağılışını meydana getirir.

X bir şans değişkeni ve $x_1, x_2, x_3, \dots$ bu değişkenin muhtemel değerleri ise, X 'in herhangi bir x_i değerini alma ihtimali

$$P\{X=x_i\}$$

şeklinde gösterilir ve genel olarak x_i değerinin frekansının, örnek uzayının toplam frekansına oranı olarak belirlenir. Bu ihtimal X 'in dağılışı ya da ihtimal kanunu olarak adlandırılır.

2.3. İhtimal Fonksiyonu

Şans değişkeninin, mümkün değerleri ile bu değerleri alma ihtimalleri arasında kurulan bağıntıyı gösteren fonksiyon, ihtimal fonksiyonudur. İhtimal fonksiyonu kesikli değişkenler için

$$P: X \rightarrow [0,1]$$

ve sürekli değişkenler için

$$f: X \rightarrow [0,1]$$

şeklinde gösterilir. Bu fonksiyon kullanılarak X şans değişkeninin kesikli ise her bir sonucunun ihtimali, sürekli ise belirli bir aralıkta bulunması ihtimali hesaplanabilmektedir. Kesikli ve sürekli değişkenlere ait ihtimal fonksiyonlarının analizinde değişik metodlar kullanılmaktadır.

Bir fonksiyonun ihtimal fonksiyonu olabilmesi için aşağıdaki özelliklere sahip olması gerekir .

1. İhtimal fonksiyonu sıfır ile bir arasında değerler alır.

$$0 < P(x_i) < 1, \quad \forall x_i \in X$$

$$0 < f(x_i) < 1, \quad \forall x_i \in X$$

2. Kesikli ihtimal fonksiyonunun X 'in değişim aralığındaki toplamı,

$$\sum_{\text{tüm } x} P(x) = 1$$

sürekli ihtimal fonksiyonunun ise integrali,

$$\int_{\text{tüm } x} f(x) d(x) = 1$$

1'e eşittir.

3. Değişkenin belirli bir aralıktaki değerleri alma ihtimali, kesikli fonksiyonlar için o aralıktaki $P(x)$ değerlerinin toplamına

$$P(x_k < X < x_r) = P(x_k) + \dots + P(x_r) = \sum_{i=k}^r P(x_i)$$

sürekli fonksiyonlar içinse $f(x)$ 'in integraline

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) d(x)$$

eşittir.

İhtimal fonksiyonu, kesikli değişkenler için çubuklu grafikler ortaya koyar buna karşılık sürekli ihtimal fonksiyonunun grafiği bir eğridir. Sürekli ihtimal fonksiyonu aynı zamanda ihtimal yoğunluk fonksiyonu veya sadece yoğunluk fonksiyonu olarak da isimlendirilmektedir.

2.4. Dağılış Fonksiyonu

Kümülatif, birikimli ya da eklemeli ihtimal fonksiyonu da denilen dağılış fonksiyonu, bir tesadüfi değişkenin mümkün değerlerinden herhangi birine eşit ya da küçük olması ihtimalini ifade eden fonksiyondur.

Değişkenin ihtimal fonksiyonundan türetilen dağılış fonksiyonu her iki değişken tipi için $F(x)$ sembolü ile,

$$F(x) = P(X \leq x)$$

şeklinde gösterilir. Buna göre $F(x)$ fonksiyonu, tanım kümesi 0 ile 1 arasında olan,

$$0 \leq F(x) \leq 1,$$

x 'e bağlı bir fonksiyondur.

Dağılış fonksiyonu ile ihtimal fonksiyonu arasındaki ilişki, kesikli değişkenlerde,

$$F(x) = \sum_{t=-\infty}^x P(t)$$

ve sürekli değişkenlerde,

$$F(x) = \int_{t=-\infty}^x f(t)$$

şeklinde dir.

Ayrıca, sürekli dağılış fonksiyonunları için $F(x)$ 'in grafiği, $F(x)=1$ doğrusuna asimtottur ve $F(x)$ 'in x 'e göre türevi $f(x)$ 'e eşittir.

$$f(x) = \frac{d F(x)}{dx} = F'(x)$$

2.5. Biyolojik Değişken

Her biyolojik disiplin sahip olduğu materyalin sayılması veya çeşitli özellikler bakımından ölçülmesi veya tartılması yoluyla elde edilen kendine has değişken gurubuna sahiptir. Bunlar, ananevi morfolojik ölçümler, belirli alanlardaki canlıların dağılışı, vücut sıvılarındaki kimyevi madde veya belirli yapıların konsantrasyonları, biyolojik olayların hızları, genetikte veya radyasyon biyolojisinde olduğu gibi bazı olayların frekansları, biyolojik araştırmalarda kullanılan elektronik veya optik aletlerle yapılan fiziki ölçümler ve daha bir çok fizyolojik ve morfolojik özelliklerin ortaya koyduğu değişkenlerdir.

Biyolojik değişkenler genelde sürekli değişkenler olarak karşımıza çıkarlar. Çünkü fizyolojik karakterlerin bir çoğu sürekli bir varyasyona, dolayısıyla sürekli değer aralıklarına sahiptirler. Bu karakterlerin ölçüm ve tartımla ulaşılan sonuçları sürekli şans değişkenleridir.

Kısaca ifade etmek gerekirse, bir canlı gurubundaki fertler arasında herhangi bir özellik bakımından tamamen şansa bağlı ve bğımsız olarak ortaya çıkan bir farklılık gözleniyorsa, bu özellik bir biyolojik şans değişkenidir ve bir frekans dağılışına sahiptir.

3. KESİKLİ DAĞILIŞ MODELLERİ

3.1. Bernoulli Dağılışı

İki sonuçlu (binomial) olayların tek bir deney sonucunda aldığı değerlerin dağılışını yansıtan Bernoulli dağılışı modeli, diğer dağılış modellerinin türetilmesine temel teşkil etmiş olmasından dolayı dağılış teorisinde önemli bir yere sahiptir.

Kesikli bir şans değişkeniyle ilgili olarak yapılan bir deney sonucunda elde edilebilecek sadece iki farklı sonuç varsa bu değişkene Bernoulli değişkeni ve deneye de Bernoulli deneyi denir. Mesela bir canlı popülasyonundan tesadüfen bir ferdin seçilmesi deneyinde, seçilenin erkek veya dişi olmasına göre birbirinden farklı ancak iki sonuç var olacağı için cinsiyet bir Bernoulli değişkenidir.

Genellikle bernoulli dağılışına sahip olayların sahip olduğu iki farklı sonuçtan biri başarı, diğeri başarısızlık şeklinde nitelendirilir ve sırasıyla 1 ve 0 rakamlarıyla nümerik olarak ifade edilir. Bernoulli değişkeninin 1 değerini alma ihtimali p , 0 değerini alma ihtimali q ile gösterilir ve

$$q=1-p$$

veya

$$p+q=1$$

dir.

İhtimal Fonksiyonu: Başarılı sonucunun ihtimali p başarısız sonucunun ihtimali q olan bir bernoulli olayının bir defa denenmesiyle elde edilecek sonucunun 1 veya 0 olması ihtimalleri bernoulli ihtimal fonksiyonundan hesaplanır.

$$P(x; p) = p^x q^{(1-x)}$$

$$x=0, 1 \quad 0 < p < 1 \quad q=1-p$$

Ortalaması ve Varıansı:

$$E(X)=\mu=p$$

$$\text{Var}(X)=\sigma^2=pq$$

İkiden fazla muhtemel değere sahip olan bir olayın sonucu Bernoulli değişkeni olamaz ancak, sonuçların sadece biri ile ilgilenilip, diğerlerinin hepsi tek bir hal imiş gibi düşünülürse yine bir Bernoulli değişkeni elde edilir.

Tabiatla birçok Bernoulli olayına rastlamak mümkündür; mesela bir sürüden tesadüfi olarak seçilen bir ferdin hastalıklı olup olmaması, boynuzlu veya boynuzsuz olması, kısır olması veya olmaması, ikiz veya tekiz doğurmuş olması gibi iki muhtemel sonuçlu olayların yanısıra, yaş, yavru sayısı, ırk veya renk gibi ikiden fazla mümkün sonuca sahip olayların herhangi bir sonucu başarı diğerleri başarısızlık olarak kabul edilerek Bernoulli değişkeni elde edilebilmektedir.

3.2. Binom Dağılışı

Bernoulli dağılışı modelinin genelleştirilmiş hali olan binom dağılışı modeli, birden fazla tekrar edilen Bernoulli deneyleri sonunda elde edilen başarılı sonuç sayısının dağılışını yansıtır. Yani atılan paranın yazı veya tura gelmesi, çocuğun kız veya oğlan olması, atılan zarın tek yada çift sayı gelmesi gibi iki yoldan meydana gelen bir olayın n kere tekrarlanmasıyla ortaya çıkan dağılışa Binom dağılışı denir. Burada dikkat edilecek husus, binom olayını meydana getiren olayların birbirinden bağımsız olması yani herbir sonucun ihtimalinin herbir denemede sabit kalması gerektiğidir.

İhtimal Fonksiyonu: Başarı ihtimali p başarısızlık ihtimali q olan bir Bernoulli olayı n defa tekrarlandığı zaman x tane başarılı sonucun ihtimal fonksiyonu

$$P(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x q^{(n-x)}$$

$$n=1,2,\dots \quad x=0,1,2,\dots,n \quad 0 < p < 1 \quad q=1-p$$

Dağılış Fonksiyonu:

$$F(x;n,p) = \sum_{y=0}^x \binom{n}{y} p^y q^{(n-y)}$$

$$n=1,2,\dots \quad x=0,1,2,\dots,n \quad y=0,1,\dots,x \quad 0 < p < 1 \quad q=1-p$$

Bir popülasyondan çekilen n tane ferdin x tanesinin erkek olması ihtimali, binom ihtimal fonksiyonu kullanılarak hesaplanır. Ancak çekilen her bir ferdin bir sonraki çekim için bağımsızlık prensibini yerine getirebilmek maksadıyla tekrar popülasyona iade edilmesi gerekir. Eğer popülasyon çok büyük ya da sonsuz sayıda ise uygulamada bu iade işlemi ihmal edilebilmektedir.

Biyolojik değişkenlerden Bernoulli değişkeni olarak kabul edilen herbiri aynı zamanda bir Binom değişkenidir. Aradaki fark, olayın bir yerine birden çok tekrarlanmasıdır.

Ortalama ve varyans:

$$E(X) = \mu = np$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = npq$$

Çarpıklık ve Basıklık:

$$\alpha_3 = \frac{(q-p)}{\sqrt{(npq)}}$$

$$\alpha_4 = 3 + \frac{6}{n} + \frac{1}{npq}$$

Binom dağılışının şekli n ve p değerlerine bağlıdır. $p = 0.5$ veya $p = q$ olduğu zaman dağılışın şekli simetrik olur; diğer taraftan p 'nin değeri 0.5'ten uzaklaştıkça veya p , q değerleri arasındaki fark büyüdükçe dağılışın şekli simetriden uzaklaşır bu durumda n sonsuza yaklaştıkça Binom dağılışı da Normale yaklaşır; bu özelliğinden dolayı Binom dağılışı yerine bazen süreklilik düzeltmesi yapılarak Normal dağılışı kullanılabilmektedir.

3.3. Multinom Dağılışı

Binom dağılışının genişletilmiş hali olan Multinom dağılışı modeli, ikiden fazla muhtemel sonucu olan bir olay n defa tekrarlandığı zaman meydana çıkan her bir sonuç sayısının birlikte dağılışını yansıtır. Mesela n defa atılan bir zarın her bir atışta aldığı 1, 2, 3, 4, 5 veya 6 değerlerinin dağılışı bir Multinom dağılışıdır.

İhtimal Fonksiyonu: Bir kesikli tesadüfi değişkenin mümkün sonuçları $A_1, A_2, \dots, A_k$ ve ihtimalleri $p_1, p_2, \dots, p_k$ ile gösterilirse n sayıda bağımsız deney yapıldığında A_1 olayından x_1 , A_2 olayından $x_2, \dots, A_k$ olayından x_k tane meydana gelmesinin ihtimal fonksiyonu

$$P(x_1, x_2, \dots, x_k; n, p_1, p_2, \dots, p_k) = \frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k}$$

$$n = 1, 2, \dots \quad x_i = 1, 2, \dots, n \quad 0 < p_i < 1$$

$$p_1 + p_2 + \dots + p_k = 1 \quad i = 1, 2, \dots, k$$

Bir sığır sürüsünün A, B, C ve D gibi 4 ayrı ırktan oluştuğu varsayılırsa, iadeli olarak çekilecek n tane sığırın x_1 tanesinin A, x_2 tanesinin B, x_3 tanesinin C ve x_4 tanesinin de D ırkıdan olması ihtimali Multinom ihtimal fonksiyonu kullanılarak hesaplanır.

Ortalama ve Varians:

$$E(X) = \mu_i = np_i$$

$$\text{Var}(X) = \sigma_i^2 = np_i q_i$$

3.4. Hipergeometrik Dağılışı

Binom dağılışındaki farkı, sınırlı bir popülasyondan yapılan çekimlerin yerine koymadan yani iadesiz olarak yapılmasıdır. Böyle olunca n defa tekrarlanan deneylerden her biri bir sonraki deney için olayın ihtimalini etkilemekte ve deneyler arasında bağımsızlık sağlanamadığından Binom dağılışı modeli yerine Hipergeometrik dağılışı modeli kullanılmaktadır. Buna karşılık eğer popülasyondaki fert sayısı N , örnek çapı n 'e göre çok büyük ise hipergeometrik dağılışı Binom dağılışına yaklaşmaktadır. Uygulamada bu gibi hallerde Hipergeometrik dağılışı yerine Binom dağılışı kullanılabilir (Kendall ve Stuart, 1963).

İhtimal Fonksiyonu: N sayıda fertten müteşekkil sınırlı bir popülasyonda, mevcut başarılı sonuç sayısı k ve başarısız sonuç sayısı $(N-k)$ ise bu popülasyondan yapılacak n tane iadesiz çekiliş sonunda elde edilecek x sayıda başarılı sonucun ihtimal fonksiyonu

$$P(x:N,k,n) = \frac{\binom{k}{x} \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$$N=2,3,\dots, \quad k=1,2,\dots,N \quad n=1,2,\dots,N \quad x=0,1,\dots,n$$

Dağılım Fonksiyonu :

$$F(x:N,k,n) = \frac{1}{\binom{N}{n}} \sum_{y=0}^x \binom{k}{y} \binom{N-k}{n-y}$$

$$N=2,3,\dots, \quad k=1,2,\dots,N \quad n=1,2,\dots,N \quad x=0,1,\dots,n$$

Kağıt oyunlarındaki ihtimallerin hesabında çok kullanılan Hipergeometrik dağılım modeli biyolojik alanda, özellikle canlıların işaretlenip tekrar avlanması suretiyle tabii hayvan ve böcek popülasyonlarının genişliğini tahmin etmede oldukça faydalı olan bir dağılıştır.

Ortalama ve Varyans:

$$E(X)=\mu = \frac{nk}{N}$$

$$\text{Var}(X)=\sigma^2 = \frac{nk(N-k)(N-n)}{N^2(N-1)}$$

Basıklık ve Çarpıklık:

$$\alpha_3 = \frac{(N-2k)(N-2n)/(N-1)}{(N-2)/[kn(N-k)(N-n)]}$$

$$\alpha_4 = \frac{N^2(N-1)}{N(N-2)(N-3)(N-n)} \left[\frac{N(N+1)-6n(N-n)}{k(N-k)} + \frac{3n(N-n)(N+6)}{N^2} - 6 \right]$$

3.5. Poisson Dağılışı

İhtimal Fonksiyonu: Belirli bir mekan veya zaman biriminde λ ortalamaıyla meydana gelen bir olayın herhangi bir birimdeki sayısı x olmak üzere

$$P(x; \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

$$x=0,1,2,3,\dots \quad \lambda=np \quad e=2.718\dots$$

Dağılım Fonksiyonu :

$$F(x; \lambda) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}$$

$$x=0,1,2,3,\dots \quad y=0,1,2,3,\dots \quad \lambda=np \quad e=2.718\dots$$

Geniş bir uygulama alanına sahip olan Poisson dağılışı, temelde Binom dağılışına benzer ve ondan türetilir. Bir Binom dağılışında n sonsuza ve p sıfıra yaklaştığında, $\mu=np$ şeklinde sabit bir sayı verdiği takdirde Poisson dağılışı elde edilmiş olur (Kendall ve Stuart, 1963).

Genel olarak $np \leq 5$ olduğu hallerde Binom yerine Poisson dağılışı kullanılabilir, fakat n 'in 20'den küçük ve p 'nin 0.25'ten büyük olmaması gerekir.

Bazı hallerde n ve p ayrı ayrı bilinmemekte fakat np yani λ bilinmektedir. Mesela belirli bir süre içinde bir kavşaktan geçen ortalama araç sayısı veya belirli bir süre içinde bir sağlık merkezine intikal eden özel bir vakanın ortalama sayısı bilindiği hallerde n veya p değil λ söz konusudur. Olayların (aracın geçmesi veya vakanın intikali) tesadüfi olarak meydana geldiği ve birbirinden bağımsız olduğu bu gibi durumlara Poisson süreci denir. Söz konusu süre içinde belirli bir sayıda olayın vuku bulma ihtimali aynı kalmakta ve bu ihtimaller Poisson dağılışı yardımı ile hesaplanabilmektedir. Bir bölgede belirli bir süre içinde meydana gelen ortalama fırtına sayısı veya birim hacim kanda bulunan eritrosit sayısı da Poisson sürecine örnek olarak gösterilebilir. n ve p 'nin bilinmediği bu gibi durumlarda Poisson dağılışının Binom yerine kullanılması söz konusu değildir. Poisson dağılışının binom yerine kullanılabilmesi bu dağılışın tatbik sahalarından sadece biridir.

Poisson dağılışı, belirli bir uzay yada zaman kesitinde ender rastlanan olayların meydana gelme sayısının kesikli dağılış modelidir. Uzayda veya mekanda cereyan eden Poisson olaylarına tabiatta pek çok rastlanmaktadır. Mesela bir dağ yamacında belirli bir alanda bulunan yosun sayısı veya bir konakçı organizma üzerinde bulunan parazit sayısı; bir genetik hatta belirli bir zaman içinde ortaya çıkan mutasyon sayısı veya bir kasabada belirli bir zaman içinde meydana çıkan influenza vakası sayısı birer Poisson değişkenidir (Sokal ve Rohlf, 1963).

Piellou (1969), ortaya çıkışları ve yerleşimleri şansa bağlı ve bağımsız olan organizmaların belirli uzay ve zaman kesitlerindeki dağılışının Poisson dağılış modeline çok iyi uyduğunu bildirmiştir (Ross ve Preece, 1985). Bu özelliğinden dolayı poisson dağılışı tabiatta cereyan eden benzeri olayların bağımsızlığını test etmede iyi bir araç olmaktadır. Uzay ve zaman kesitinde sayılan olay tamamen şansa bağlı ve birbirinden bağımsız olarak meydana geliyorsa Poisson dağılışına uymaktadır; eğer olayın meydana gelişi bir sonraki tekrürünün şansını artırıyorsa clumped bir dağılış ortaya çıkmaktadır; eğer olayın meydana gelişi bir sonraki tekrürünün şansını azaltıyorsa bu sefer örnekleme ünitesindeki olay sayısının dağılışı repulsed olmaktadır.

Clumped dağılış durumunda örnekleme ünitelerindeki organizma sayılarının artması sonucu dağılışın şekli sağa doğru yayılmakta, repulsed durumda ise Poisson mekanizmasının ürettiğinden daha düzenli oluşumlar (yerleşim) söz konusu olmakta ve örnekleme ünitelerinde bulunan organizma sayıları azalmakta, dağılışın şekli sola doğru dikleşmektedir. Bu iki durumda sayımların dağılışı Poisson dağılış modelinden sapmalar göstermektedir.

Ortalama ve Varyans:

Önemli bir özelliği olarak ortalaması varyansına eşit olan Poisson dağılışının tek bir parametresi vardır. Bu dağılışa ait beklenen frekansların hesaplanabilmesi için sadece gerçek frekanslara ait ortalamanın (λ) bilinmesi yeterlidir.

$$E(X) = \lambda = np$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = np$$

$$n=1,2,\dots$$

$$0 < p < 1$$

Ortalama ve varyans arasındaki ilişkiden faydalanarak, basit bir dağılış katsayısı yardımıyla gözlenen frekansların Poisson dağılışına uyumu, beklenen frekansları hesaplamadan kontrol edilebilmektedir (Sokal ve Rohlf, 1973).

$$D.K = \frac{s^2}{\bar{X}}$$

Bu katsayı Poisson dağılışına sahip bir değişken için yaklaşık olarak 1 dir; eğer 1'den büyükse clumped, 1'den küçükse repulsed dağılışlar söz konusudur.

Çarpıklık ve Basıklık:

$$\alpha_3 = \frac{1}{\lambda}$$

$$\alpha_4 = 3 + \frac{1}{\lambda}$$

Dağılış $\lambda=0.1$ iken ters J şeklindedir, fakat λ büyüdükçe dağılışın şekli de simetriye yaklaşmaktadır.

3.6. Geometrik Dağılış

Uygulamada, iki sonuçlu bir olayın ilk başarılı sonucunu elde etmek için yapılması gereken deney sayısının dağılış modelidir. İki muhtemel sonucundan biri başarı diğeri başarısızlık olarak nitelendirilen bir deneyin ilk başarılı sonuca kadar tekrarlanma sayısı Geometrik şans değişkenidir.

İhtimal Fonksiyonu: Başarı ihtimali p ve başarısızlık ihtimali q olan bir bernoulli deneyinin, ilk başarılı sonuca ulaşana kadar x sayıda tekrar edilmesi durumunda, x 'in ihtimal fonksiyonu

$$P(x;p) = pq^{x-1}$$

$$x=1,2,\dots$$

$$0 < p < 1$$

$$q=1-p$$

Dağılış Fonksiyonu :

$$F(x) = 1 - q^x$$

$$x=1,2,\dots$$

$$0 < p < 1$$

$$q=1-p$$

Mesela erkek ve dişi bireylerden oluşan bir popülasyondan ilk erkek bireyi çekene kadar yapılması gereken deney sayısı bir Geometrik değişkendir; veya aynı popülasyonda belirli oranda hasta birey mevcutsa ilk hasta birey çıkana kadar yapılacak deney sayısı gene Geometrik dağılış modeline uygun bir değişkendir, ancak çekilişlerin yerine koyarak yapılması gerekir.

Geometrik dağılış biyolojik alanda popülasyonların artış hızlarını ve genişliklerini tahmin etmede kullanılır. Muntazaman artan böcek popülasyonlarında ve diğer bazı canlı popülasyonlarında meydana gelen artış bir geometrik diziye takip etmekte ve eşit zaman aralıklarında bir Geometrik dağılış göstermektedir (Williams, 1961.b).

Ortalama ve Varıans:

$$E(X)=\mu = \frac{1}{p}$$

$$Var(X)=\sigma^2 = \frac{q}{p^2}$$

Çarpıklık ve Basıklık :

$$\alpha_3 = \frac{2p}{\sqrt{q}}$$

$$\alpha_4 = 3 + \frac{p^2}{q}$$

3.7. Negatif Binom Dağılışı

Geometrik dağılışın genelleştirilmiş hali olan Negatif binom, Binomda olduğu gibi iki muhtemel sonuçlu olayların bir dağılış modelidir. Ard arda tekrarlanan bernoulli deneylerinde r'inci başarıya kadarki başarısızlıkların sayısı bir Negatif binom değişkenidir. Başarı sayısı sabit buna karşılık başarısızlık sayısı ve dolayısıyla toplam deney sayısı şans değişkenidir.

İhtimal Fonksiyonu: Başarı ihtimali p ve başarısızlık ihtimali q olan Bir bernoulli deneyi r 'inci başarılı sonuca kadar tekrar ediliyor olsun. x sayıda başarısız sonuçla birlikte r 'inci başarılı sonucun elde edilmesi ihtimalinin fonksiyonu

$$P(x;r,p) = \binom{r+x-1}{x} p^r q^x$$

$$x=0,1,2,\dots \quad r=1,2,\dots \quad 0 < p < 1 \quad q=1-p$$

Dağılım Fonksiyonu:

$$F(x;r,p) = \sum_{y=0}^x \binom{r+y-1}{y} p^r q^y$$

$$x=0,1,\dots \quad r=1,2,\dots \quad y=0,1,\dots,x \quad 0 < p < 1 \quad q=1-p$$

Negatif binom dağılımının biyolojik araştırmalar için önem arzeden yönü, Poisson dağılımının sınırlandığı bazı durumlarda çok uygun bir model oluşturmastır. Bir zaman veya mekan kesitinde ender cereyan eden fakat clumped olarak meydana gelen ve varyansı ortalamasından büyük olduğu için Poisson dağılım modeline uymayan gözlemler genelde negatif binom dağılımına uyabilmektedirler.

Ascombe, (1950); Bliss, (1953); Boswell ve Patil, (1970) ve Freman, (1980) tarafından, tabiatta birlikte bulunma ya da birbirine yakın yerleşme eğiliminde olan organizmaların belirli bir alanda, bir zaman kesitindeki sayısının Negatif binom değişkeni olduğu bildirilmiştir (Ross ve Prece, 1985). Bunun gibi bir popülasyonda görülen hastalık vakası sayısı veya bir akarsudaki balıklardan yakalanabilenlerin sayısı Negatif binom dağılımı gösterebilmektedir (Sezgin, 1980). Çünkü popülasyondaki her bireyin hasta olması ya da sudaki balıkların herbirinin yakalanabilmesi ihtimalleri eşit değildir.

Ortalama ve Varyans:

$$E(X) = \mu = \frac{rq}{p}$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = \frac{rq}{p^2}$$

Çarpıklık ve Basıklık:

$$\alpha_3 = \frac{q+1}{\sqrt{rq}}$$

$$\alpha_4 = 3 + \frac{6}{r} + \frac{p^2}{rq}$$

Bir veri grubuna negatif binom, binom veya poisson dağılışı modellerinden hangisinin uygulanacağına karar verirken, varyans ve ortalama arasındaki ilişkiden yararlanılabilir;

varyans > ortalama

ise negatif binom,

varyans < ortalama

ise binom,

varyans = ortalama

ise poisson dağılışı modeli uygun olabilmektedir (Kendall ve Stuart, 1963).

4. SÜREKLİ DAĞILIŞ MODELLERİ

4.1. Normal Dağılışı

Gauss veya Gauss-Laplace adları ile de anılan normal dağılışı, sürekli dağılışı modellerinin en önemlisidir. Dağılışın önemi, merkezi limit teoremi ve kendisinden türetilen t, ki-kare ve F dağılışlarından kaynaklanır. İstatistikte uygulanan bir çok analiz ve tahmin metodları değişkenin Normal dağılışı göstermesi durumunda geçerlidir.

İhtimal Fonksiyonu: Değer aralığı $-\infty$ ve $+\infty$ arasında, ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan bir X sürekli şans değişkeni normal dağılışa sahip ise ihtimal yoğunluk fonksiyonu

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\sigma}} e^{-((x-\mu)^2/(2\sigma^2))}$$

$-\infty < x < +\infty \quad 0 < \sigma < +\infty \quad -\infty < \mu < +\infty \quad \pi=3.14... \quad e=2.718...$

Dağılış Fonksiyonu:

$$F(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\sigma}} \int_{-\infty}^x e^{-((y-\mu)^2/(2\sigma^2))} dy$$

Normal dağılışa binom dağılışı yoluyla ulaşılabilir. Buna göre p ve q ihtimalleri arasındaki fark çok büyük olmadığı zaman, deney sayısı artırıldıkça Binom dağılışı normale yaklaşır. Bu gibi hallerde Binom dağılışı yerine Normal dağılışı modeli kullanılabilir.

Ortalama ve Varyans:

$$E(X) = \mu$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2$$

Çarpıklık ve Basıklık:

$$\alpha_3 = 0$$

$$\alpha_4 = 3$$

Bir normal tesadüfi değişken $-\infty$ ve $+\infty$ arasındaki her değeri alabilir. Normal dağılışı fonksiyonunun ortalama (μ) ve standart sapma (σ) olmak üzere iki parametresi mevcuttur. Dağılışın yeri ve şekli bu iki parametre tarafından belirlenir. Değişik μ ve σ değerlerine göre birbirinden farklı,

sonsuz sayıda Normal dağılışı ortaya çıkabilir. Ancak, hepsi çan eğrisi şeklindedir ve μ etrafında simetriktir. Fakat her çan eğrisi şeklinde olan dağılışı Normal değildir. Dağılışın ortalaması, modu ve medyanı eşittir.

Tek başına ihmal edilebilen çok sayıda faktörün etkilerinin toplamı olarak meydana gelen olayların dağılışı merkezi limit teoremine göre Normal dağılışı modeline uygundur. Buna göre Normal bir şans değişkeninin sahip olduğu özellikler şöyle sıralanabilir (Sokal ve Rohlf, 1973).

1. Normal değişkenin alacağı değer bir çok faktörün tesiri altındadır.
2. Herbir faktörün sonuca olan artı veya eksi yöndeki etkisi şansa bağlıdır.
3. Faktörler birbirinden bağımsızdır yani tesirler toplamıdır.
4. Her bir faktörün varyansa olan katkısı eşittir.

Tabiatla cereyan eden çoğu olay, bu şekilde çok sayıda tesirin toplamıyla meydana çıktığından dolayı Normal dağılışı modeline uygundur. Özellikle canlıların, sürekli varyasyona sahip fizyolojik karakterleri, et, süt, yapağı gibi verimleri, çeşitli vücut kısımlarının ölçüleri, biyokimyasal reaksiyonlarla ilgili ölçümler ve cinsiyet gibi p'si 0.5'e yakın olan bir takım kesikli olaylar Normal dağılışa sahiptirler.

4.1.1. Merkezi Limit Teoremi

Merkezi limit teoremine göre, herhangi bir dağılışa sahip n bağımsız gözlemin ortalamasının $(\bar{X})$ dağılışı, n sonsuza giderken Normal dağılışa yaklaşır. Buna göre ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan herhangi bir dağılıştan alınan n birimlik örneğin ortalaması $(\bar{X})$, yaklaşık olarak μ ve varyansı σ^2/n dir. Merkezi limit teoreminin geçerli olmadığı bir durum, değişkenin varyansının sonsuz olmasıdır. Ancak uygulamada buna pek rastlanmaz.

Bu teorem bazı değişkenlerin dağılışının neden Normal olduğunu ispat etmekte ve normal dağılışın bir açıklamasını yapmaktadır. Tesadüfi değişkenler her zaman Normal bir dağılışa sahip olmayabilir. Buna rağmen genel olarak bağımsız tesadüfi değişkenlerin toplamının dağılışı Normal olmaktadır. Mesela belirli yaştaki insanların boy uzunluğunun Normale uyduğu bilinmektedir. Tesadüfi bir değişken olan boy uzunluğu kalıtım ve çevre şartları olarak gruplanabilen sayısız bağımsız faktörün etkisi

altındadır. Merkezi limit teoremi, bu etkilerin toplanarak boy uzunluğunun Normal dağılmasını sağladığını söyler.

4.1.2. Standart Normal Dağılışı

Bir sürü karmaşık integral işlemleri gerektirmesi sebebiyle Normal dağılışı modeline ait ihtimal yoğunluk fonksiyonunun ihtimallerin hesaplanmasında kullanılması çok zordur. Aynı zamanda her farklı μ ve σ değeri için farklı dağılımlar söz konusu olduğundan her dağılıma ayrı bir teorik tablo geliştirmek imkansızdır. Bu sebeple bu farklı dağılımları standart bir dağılıma dönüştürerek, tek bir teorik tablo kullanmak daha kolay ve pratik bir yoldur. Ortalaması 0 ve varyansı 1 olan Normal dağılışı, Standart normal dağılışı olarak kabul edilmiştir. Herhangi bir Normal dağılışın Standart normal dağılışa dönüştürülmesi

$$z = \frac{(x - \mu)}{\sigma}$$

formülü kullanılarak yapılır. Buradan elde edilen yeni ölçüye z istatistiği denir. z değerlerine karşılık gelen birikimli ihtimaller tablo halinde mevcuttur.

4.2. Lognormal Dağılışı

Bir şans değişkeninin logaritması normal dağılışı gösteriyorsa, kendisi de lognormal dağılışı gösteriyor demektir. Yani $y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ise $x = e^y$ Lognormal bir değişkendir.

İhtimal Yoğunluk Fonksiyonu: X bir tesadüfi değişken ve $Y = \log X$ olsun. Eğer Y bir normal değişken ise, X Lognormal bir değişkendir ve ihtimal yoğunluk fonksiyonu

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi) \sigma x}} e^{-\{(\log x - \mu)^2 / (2\sigma^2)\}}$$

$x > 0 \quad -\infty < \mu < +\infty \quad \sigma > 0 \quad \pi = 3.14 \dots$

Dağılım Fonksiyonu:

$$F(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi) \sigma}} \int_{-\infty}^x \frac{1}{z} e^{-\{(\log z - \mu)^2 / (2\sigma^2)\}} dz$$

Bu dağılışın uygulama alanı oldukça geniştir. Özellikle biyolojik ve sosyo-ekonomik alanlarda çok rastlanır. Bir olayın ortaya çıkmasında tesirli olan faktörlerin, tesir payları toplamı değil de çarpımlı olduğu zaman gözlenen olayın dağılışı Lognormal dağılış kanununa yaklaşır.

Olayı meydana getiren çok sayıda küçük faktörlerin etkileri her zaman aynı sonucu doğurmayabilir. Değişik devrelerde değişik büyüklükte etkiler söz konusu olabilir. Bir faktörün değişikende meydana getireceği itme, etkinin büyüklüğüne ve olayın cereyan ettiği devreye göre değişebilir. Bu gibi durumlarda müşahedeler Lognormal dağılışa uyum gösterir. Mesela sakız kabaklarının ağırlıkları ve morkaraman koyunlarının yapağı inceliğinin dağılışının Lognormal olduğu belirlenmiştir (Sezgin,1980).

Genel olarak, n sayıda bağımsız pozitif değişkenin çarpımlarının dağılışının bir Lognormal dağılışa yaklaştığı, merkezi limit teoremiyle açıklanabilir. X_i herbirinin bir bütün içinde tek tek etkisi ihmal edilebilen ve bunların pozitif yöndeki etkileri çarpılarak oluşan ancak normal dağılıшта olduğu gibi toplanabilir olmayan, birbirinden bağımsız çok sayıda x_i açıklayıcı değişkenlerinin sonucu olduğu zaman, şu şekilde yazılabilir,

$$x = x_1 x_2 \dots x_n = \prod_{i=1}^n x_i$$

x 'in logaritması alınırsa,

$$\log x = \log(x_1 x_2 \dots x_n)$$

bulunur. Logaritma özelliğinden

$$\log x = \log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n$$

yazılır. Buradan,

$$\log x = \sum_{i=1}^n \log x_i$$

elde edilir. Bu ifade merkezi limit teoreminin geçerlilik şartlarına uyar ki, bu da n gitgide artırıldığı zaman $\log x$ 'in Normal bir dağılışa yaklaşacağını gösterir.

Ortalama ve Varıans:

$$E(X) = m = e^{\mu + (\sigma^2/2)}$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$$

Çarpıklık ve Basıklık:

$$\alpha_3 = e^{\frac{\sigma^2 + 2}{\sqrt{(e^{\sigma^2} - 1)}}}$$

$$\alpha_4 = e^{\frac{4\sigma^2}{3}} + 2e^{\frac{3\sigma^2}{2}} + 3e^{\frac{2\sigma^2}{3}} - 3$$

Sadece değişkenin pozitif değerleri için tanımlı olan Lognormal dağılışı sağa doğru çarpık ve simetrik olmayan bir dağılıştır. Dağılışın ortalaması ve varyansı arasında yakın bir ilişki mevcuttur,

$$\text{Var}(X) = [E(X)]^2 (e^{\sigma^2} - 1)$$

olduğundan ortalama büyüdükçe varyansı da büyür.

4.3. Gamma Dağılışı

İhtimal Yoğunluk Fonksiyonu: X sürekli tesadüfi değişkeni Gamma dağılışı gösteriyor olsun

$$f(x; \gamma, \beta) = \frac{1}{\beta^\gamma \Gamma(\gamma)} x^{\gamma-1} e^{-(x/\beta)} \quad \gamma > 0, \quad \beta > 0, \quad x > 0$$

Fonksiyonda yer alan γ ve β parametreleri sırasıyla dağılışın ölçek(scale) ve şekil(shape) parametreleridir. $\Gamma(\gamma)$, gamma fonksiyonudur ve

$$\Gamma(\gamma) = \int_0^{+\infty} (1/\beta^\gamma) x^{\gamma-1} e^{-(x/\beta)} dx$$

şeklinde ifade edilen bir integral alma işlemidir.

Gamma dağılışının fonksiyonu x 'in sadece pozitif değerleri için tanımlı olup şekli sağa doğru çarpıktır. Fonksiyonun maksimumu $0 < \gamma < 1$ aralığında $x=0$ 'da, $\gamma > 1$ durumunda ise $x=\beta(\gamma-1)$ 'dedir. Birinci aralıkta dağılış "J" şeklinde olup, $\gamma=1$ için üslü dağılış şekline dönüşür. Gamma dağılışıyla Ki-kare dağılışı arasında çok yakın bir ilişki mevcuttur. Ki-kare dağılışında $u=x^2/2$

transformasyonu uygulanırsa sonuçta parametreleri $\gamma=n/2$ ve $\beta=1$ olan Gamma dağılışı elde edilir (Kendall ve Stuart, 1963).

Dağılıs Fonksiyonu:

$$F(x; \gamma, \beta) = \frac{1}{\beta \Gamma(\gamma)} \int_{y=0}^x y^{\gamma-1} e^{-y/\beta} dy$$

$\gamma > 0 \quad \beta > 0 \quad x, y > 0$

Belirli bir aralıkta meydana gelen Poisson dağılışı bir olayın r kadar tekrar etmesine kadar geçen zamanın dağılışı Gamma'dır. Mesela bir araba satıcısı her seferinde r sayıda araba sattıktan sonra fabrikaya sipariş veriyor ise birim zamanda yapılan satışların sayısı Poisson dağılışına sahip ve rastgele olması şartıyla siparişler arasında geçen sürenin dağılışı Gamma dağılışı modeline uygundur. Olayın zaman birimindeki ortalama sayısı λ ile gösterilir ve $\beta=1/\lambda$ yazılırsa, r sayıda meydana çıkması için gereken süre Gamma yoğunluk fonksiyonunun değişik bir notasyonu ile daha kolay hesaplanabilir.

$$f(x; \gamma, \beta) = \frac{\lambda^r}{(r-1)!} x^{r-1} e^{-(\lambda x)}$$

$r \geq 0 \quad x > 0 \quad \lambda > 0$

Kullanım alanı bir hayli geniş olan Gamma dağılışı genellikle bekleme zamanları, çeşitli araçlarda belirli süreler içinde ortaya çıkan arızalar, işkazaları, kalite kontrol uygulamaları gibi olaylara iyi bir model oluşturur.

Thom (1947), belirli zaman periyotlarında meydana gelen yağışların dağılışının Gamma modeline uygun olduğunu belirlemiştir.

Ortalama ve Varyans:

$$E(X) = \mu = \gamma \beta$$

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = \gamma \beta^2$$

Çarpıklık ve Basıklık:

$$\alpha_3 = \frac{2}{\sqrt{\gamma}}$$

$$\alpha_4 = 3 + \frac{6}{\gamma}$$

Gamma ailesi dağılımlarının sağa doğru olan çarpıklığı 4.4.7'de görüldüğü üzere sadece γ parametresine bağlıdır. γ büyüdükçe dağılım normale yaklaşmaktadır.

Dağılımın parametre tahminleri momentler metodu yardımıyla kolayca yapılabilmektedir (Kendall ve Stuart, 1963).

$$\gamma = \frac{\overline{X^2}}{S^2}$$

$$\beta = \frac{S^2}{\overline{X}}$$

4.4 Üslü Dağılım

İhtimal Yoğunluk Fonksiyonu: Sürekli tipte bir X şans değişkeninin dağılımı üslü ise,

$$F(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$x > 0 \quad \lambda > 0 \quad e = 2.718...$$

Fonksiyonun λ ile gösterilen tek bir parametresi mevcuttur.

Dağılım Fonksiyonu:

$$F(x; \lambda) = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$x > 0 \quad \lambda > 0 \quad e = 2.718...$$

Uygulamada Üslü dağılım, sabit bir aralıkta cereyan eden Poisson dağılımlı olayların iki kez meydana çıkması arasında geçen zamanın dağılımıdır. Üslü dağılan değişkenlere bir çok alanda rastlamak mümkündür. Mesela, radyoaktif bir maddenin iki parçacık neşretmesi arasında geçen zaman, bir elektrik hattında meydana gelen iki arıza arasında geçen zaman, istirahat halindeki kas liflerinin uçlarında meydana gelen iki elektrik boşalması arasında geçen zaman, arılarda iki deri değiştirme arasında geçen zaman veya değişik olaylarda rastlanan bekleme zamanları Üslü dağılmış birer değişkendirler (Sezgin, 1980; Ross, 1959; Moeschberger ve David, 1971; Williams, 1961.a).

Biyolojik yönden Üslü dağılış, organizmaların hayat sürelerinin dağılışına bir model olması bakımından önem taşır. Bir organizmanın beklenen hayat süresi, o andaki yaşına bakılmaksızın, gelecekteki hayat süresi yaşamış olduğu zamandan bağımsız ise Üslü dağılışa uygundur (Reinhardt, 1968).

Buna göre, organizmanın hayatında meydana gelecek değışikliğin belirli bir zaman aralığında sabit olan ihtimali, aralığın uzunluğuyla değışir. Mesela bir popülasyonda ölüm oranı birim zaman için sabit ise iki bireyin ölümü arasında geçen sürenin dağılışı Üslüdür. Burda zaman birimi sabit oranda gerçekleşen ölüm olayıyla bozulmaktadır.

Ortalama ve Varyans:

$$E(X)=\mu = \frac{1}{\lambda}$$

$$\text{Var}(X)=\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

Çarpıklık ve Basıklık:

$$\alpha_3 = 2$$

$$\alpha_4 = 9$$

Üslü dağılışın çarpıklık ve basıklık ölçüsü parametresine bağı değildir.

5. TEORİK DAĞILIŞ MODELLERİ ARASINDAKİ İLİŞKİLER

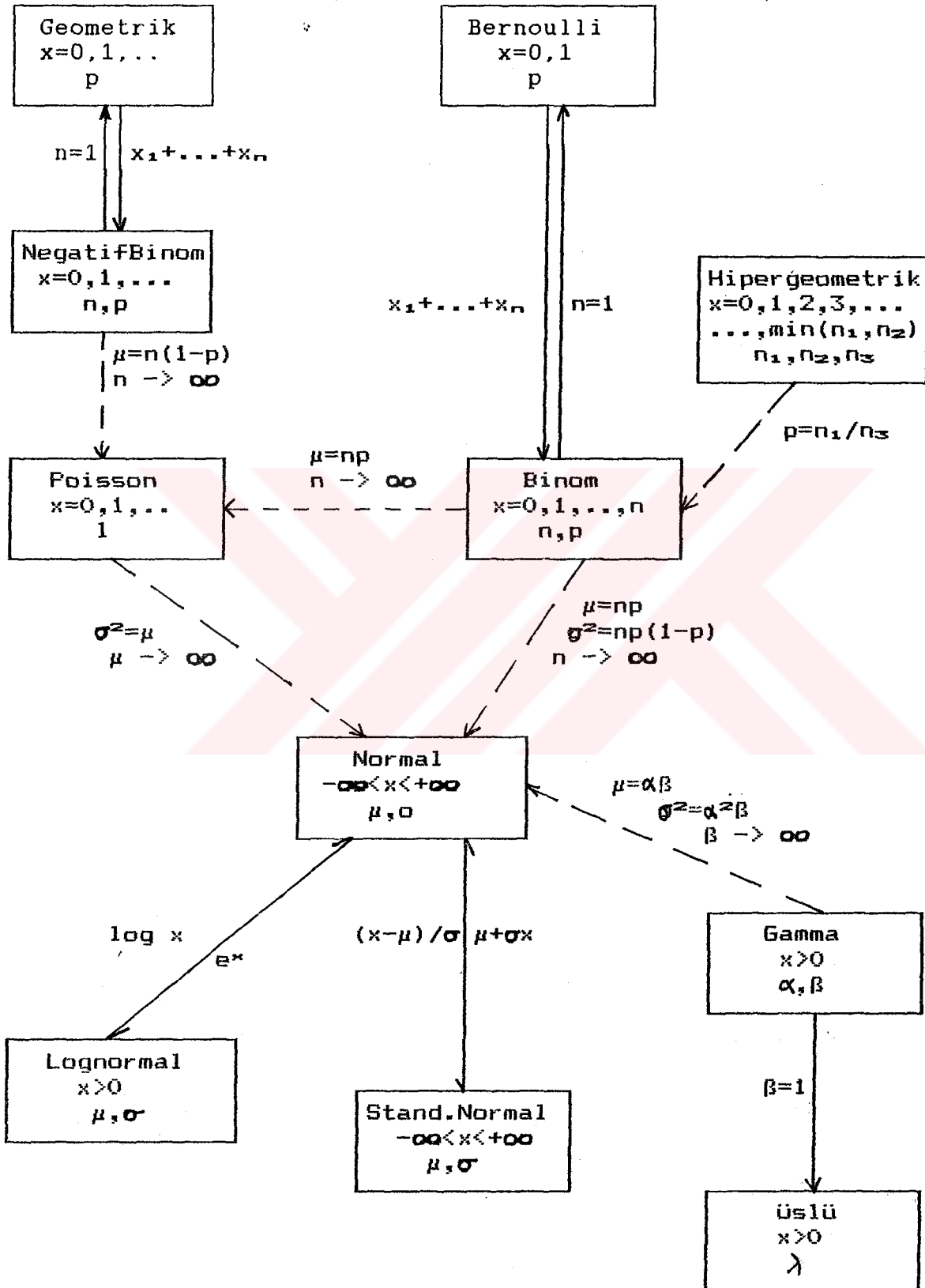
3. ve 4. bölümlerde ayrı başlıklar altında ele alınan teorik dağılış modelleri arasında gerçekte birtakım ilişkiler mevcuttur. Dağılışlar arasındaki münasebetlerin bilinmesi konunun bir bütün olarak kavranılması bakımından önem taşır. Bu bölümde, bu çalışmada değinilen tek değışkenli dağılış modelleri arasındaki ilişkiler Leemis'ten (1986) alınan bir diyagram yardımıyla gösterilmiştir.

Tek değışkenli dağılış modelleri arasındaki ilişkiler genel olarak 3 grupta toplanabilir.

1. Sınırlanmış dağılışlar
2. Transformasyonlar
3. Özel durumlar

Şekil 5.1'de verilen diyagramda tek değışkenli dağılış modelleri değır kümesi ve parametreleri ile beraber gösterilmiştir. Sınırlanmış dağılışlar kesikli oklarla, transformasyonlar ve özel durumlar ise sürekli oklarla belirtilmiştir. Karşılıklı geçerli olan transformasyonlar için çift yönlü ok kullanılmıştır.

Şekil 5.1'de görüldüğü üzere normal dağılış modeli, kesikli ve sürekli dağılış modelleri arasında bir köprü konumuna sahiptir. Bu büyük ölçüde merkezi limit teoremiyle açıklanan sebeplerden kaynaklanır.



Şekil 5.1. Dağılımlar Arasındaki İlişkiler

6. MATERİYAL VE METOD

6.1. Materyal

Bu çalışmada dağılış şekilleri bakımından analiz edilen veriler Atatürk Üniversitesi Kütüphanesinde bulunan Biyolojik periyodiklerin ve Biyoistatistik kitaplarının taraması yoluyla elde edilmiştir.

6.2. Metod

6.2.1. Verilerin Analizi

Elde edilen verilerin uyduğu teorik dağılış modelini tesbit edebilmek amacıyla yapılan analizler için gereken hesaplamalar, fortran diliyle yazılmış bir bilgisayar programı ve Statgraphics (1988) paket programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir; 7. bölümde yer alan grafikler de bu paket program kullanılarak hazırlanmıştır. Bulunabilen verilerin hepsi frekans tabloları şeklinde olduğu için hesaplamalar frekans tabloları üzerinden yapılmıştır. Bu şekilde bir miktar bilgi kaybı veya ham verilerin dağılışından çok az bir sapma meydana gelebileceği düşünülse bile ham verilerin elde edilmesinin zorluğu sebebiyle genellikle başvuru bir yoldur. Bilgisayar yardımıyla verilerin temel istatistikleri, çarpıklık ve basıklık ölçüleri ve uyumu araştırılan teorik dağılışa ait beklenen değerleri hesaplanarak Ki-kare ve Kolmogorov-Simirnov testleriyle uyum iyiliği test edilmiştir. Ayrıca veriler çeşitli transformasyonlara tabii tutularak uyum sağlanmaya çalışılmıştır.

6.2.2. Uyum İyiliği Testleri

6.2.2.1. Çarpıklık ve Basıklık

Normal dağılışın simetrik çan eğrisi şeklinden sapmaları ifade eden çarpıklık ve basıklık ölçüleri bir frekans dağılışının normale uyumunu kontrol etmede ilk olarak göz önüne alınan kriterlerdir. 6.1 ve 6.2 'de verilen formüller yardımıyla hesaplanan bu ölçülerin önem durumu hazır tablolar yardımıyla kolayca tesbit edilebilmektedir (Croxtan, 1959; Croxtan, Cowden ve Klein, 1968).

Çarpıklık (Skewness): Çarpıklık, normal dağılıшта simetrikliğin bozulması veya asimetriklik derecesi olarak ifade edilir. Frekans dağılışı sağa veya sola doğru uzun kuyruklu olduğu zaman sırasıyla pozitif veya negatif çarpıklık söz konusu olur. Çarpıklık ölçüsü istatistiğinin hesaplanmasında (Croxtan et al., 1968)'dan alınan formül kullanılmıştır.

$$\alpha_3 = \beta_1 = \frac{E(x-\mu)^3}{\sigma^3} \quad 6.1$$

$\alpha_3=0$ ise dağılışı simetrik
 $\alpha_3>0$ ise dağılışı sağa çarpık
 $\alpha_3<0$ ise dağılışı sola çarpık

Basıklık (Kurtosis): Normal dağılışı eğrisinin sivrilik ya da basıklık derecesi olarak tarif edilen basıklık ölçüsü, çarpıklık derecesi aynı iki normal dağılışı karşılaştırılmasında iyi bir ölçüdür. Frekans dağılışı sivrileştikçe basıklık ölçüsünün değeri büyür. Basıklık ölçüsü istatistiğinin hesaplanmasında (Croxtan et al., 1968)'dan alınan formül kullanılmıştır.

$$\alpha_4 = \beta_2 = \frac{E(x-\mu)^4}{\sigma^4} \quad 6.2$$

$\alpha_4=3$ ise dağılışı normal
 $\alpha_4>3$ ise dağılışı sivri
 $\alpha_4<3$ ise dağılışı basık

Çarpıklık ve basıklık ölçüleri konusunda daha geniş bilgi için Sokal ve Rohlf (1973); Croxtan (1959); Croxtan, Cowden ve Klein (1968); Larsen ve Marks (1986); Hoel (1958); Kendall ve Stuart(1963); D'agostino ve Tietjen (1973); Bowman (1973); Bowman ve Shenton (1973); Johnson, Nixon ve Amos (1963) incelenebilir.

6.2.2.2. Ki-kare Uyum İyiliği Testi

Ampirik dağılışıların teorik dağılışı modellerine uyumunu belirlemek amacıyla en çok kullanılan test, Ki-kare uyum iyiliği testidir. Bu çalışmada da frekans

dağılıklarının yakın görülen teorik dağılışa uyumunu araştırmak için kullanılan iki uyum iyiliği testinden biridir.

Ki-kare testi, örnek büyüklüğünün 30'dan çok olduğu, sınıf sayısının çok az ve her bir sınıfın beklenen frekansının 5'ten küçük olmadığı durumlarda oldukça güvenilir sonuçlar verir (Croxtan, Cowden ve Klein, 1968). Testin gücü hesaplanan serbestlik derecesine bağlıdır. 5'ten küçük beklenen frekansa sahip olan sınıflar birleştirildiği için, bu gibi sınıf sayısı arttıkça serbestlik derecesi azalacaktır. Bunun sonucunda Ki-kare değerinin ayırdetme kabiliyeti zayıflamaktadır. İncelenen frekans dağılıklarının bazısında rastlanan bu durum karşısında Ki-kare testi yerine Kolmogorov-Simirnov testi esas alınmıştır.

Ki-kare değerinin hesaplanmasında

$$\chi^2_{sd} = \sum \frac{(f_g - f_b)^2}{f_b}$$

formülü kullanılır. Buradaki

f_g = her bir sınıfın gözlenen frekansı

f_b = her bir sınıfın beklenen frekansı

sd = serbestlik derecesi

Ki-kare uyum iyiliği testiyle ilgili daha ayrıntılı bilgi Larsen ve Marx (1986), Croxtan, Cowden ve Klein (1968), Sezgin (1980), Sokal ve Rohlf (1973), Dahiya ve Gurland (1972), Slakter (1972) ve Dahiya (1971)'de bulunabilir.

6.2.2.3. Kolmogorov-Simirnov Uyum İyiliği Testi

Ki-kare testi kadar olmasa bile uyum iyiliğini belirlemek amacıyla oldukça sık başvurulan bir testtir. Bu testi yaparken her sınıf için gözlenen nisbi kümülatif frekanslar ve uyumu araştırılan teorik dağılışın dağılış fonksiyonundan beklenen nisbi kümülatif frekanslar hesaplanır. Her sınıf için, gözlenen ve beklenen nisbi kümülatif frekansların farkının mutlak değeri olarak D değerleri hesaplanır.

$$D = |f_g - f_b|$$

Bu şekilde hesaplanan D değerlerinden en büyüğü Kolmogorov-Simirnov test değeri olarak alınır ve bu amaçla hazırlanmış tablodan, gözlem sayısı ve ihtimal seviyesi göz önünde tutularak tablo değeri bulunur. Eğer en büyük

mutlak fark değeri ($\max D$) tablo değerinden küçük ise ampirik dağılışın teorik dağılışa uygun olduğu kabul edilir. Aksi halde uyum olmadığı söylenir.

Diğer yandan Ki-kare testi için istenmeyen bir durum olan sınıf frekanslarının 5'ten az olması Kolmogorov-Simirnov testi için bir sakınca teşkil etmez. Yani 5'ten küçük frekans aralıklarının birleştirilme zorunluluğu yoktur. Bu sebeple sınıf sayısının az olduğu uyum iyiliği testlerinde Kolmogorov-Simirnov testi daha güçlüdür. Bu testin, büyüklüğü 10'dan fazla olan örneklerde daha iyi sonuç verdiği bildirilmiştir.

Kolmogorov-Simirnov testi hakkında daha ayrıntılı bilgi için Maag ve Dicaire (1971) ve Mantel (1968) incelenebilir..



7. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

7.1. Sonuçlar

Bu çalışma kapsamında analiz edilen 60 dolayında biyolojik değişkene ait frekans dağılışımdan, 3. ve 4. Bölümlerde yer verilen teorik modellere uyum gösteren 40 tanesi bu bölümde, uyum gösterdiklerii teorik modellerin başlıkları altında sınıflandırılmıştır.

14 tane biyolojik değişken normal dağılış modeline doğrudan uyumlu bulunurken 3 tanesi de değişik transformasyonlar sonucunda normal dağılışa uyum göstermişlerdir. Bunlar ayrı bir başlık altında tasnif edilmiştir. Geriye kalan biyolojik değişkenlerden 6' sı Gama, 7' si Lognormal, 4' ü Poisson, 3' ü Binom, 2' si Negatif binom ve 1' i de Geometrik dağılışlara uyumlu bulunmuştur.

Frekans dağılışlarının teorik modele uyumuna karar verirken göz önüne alınan Kolmogorov-Simironov (K-S) ve Ki-kare testlerine ait değerler, Normal dağılış için çarpıklık, basıklık ölçülerinin değerleri ve diğer gerekli istatistikler bu bölümde sunulmuştur.

7.1.1. Normal Dağılış Modeline uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler

1.) Damızlıkta kullanılan 1853 Esmer İsviçre boğasının, dişi yavrularının ortalama % yağ verimlerine göre dağılışı (Şekil 7.1) (Mitteilungen, 1972).

$n=1853$

$\bar{x}=3.96$

$s=0.16$

$\alpha_3=0.0167$

$\alpha_4=3.024$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.0139 $p>0.2$

Ki-kare= 17.19 sd=16 $p>0.25$

2.) Damızlıkta kullanılan 242 Esmer İsviçre boğasının, dişi yavrularının ortalama meme indeksi puanlarına göre dağılışı (Şekil 7.2) (Mitteilungen, 1979).

$n=242$

$\bar{x}=45.0$

$s=2.0$

$\alpha_3=0.022$

$\alpha_4=3.64$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.035 $p>0.2$

Ki-kare=6.29 $sd=6$ $p>0.25$

3.) Damızlıkta kullanılan 242 Esmer İsviçre boğasının, kızlarına ait ortalama sağım debilerine göre dağılışı (Şekil 7.3)(Mitteilungen, 1972).

$n=242$

$\bar{x}=2.63$

$s=0.22$

$\alpha_3=0.114$

$\alpha_4=2.86$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.021 $p>0.2$

Ki-kare=7.33 $sd=7$ $p>0.25$

4.) Beagle köpeklerinde serum toplam protein seviyesinin dağılışı (Şekil 7.4)(Pickrell, 1974).

$n=632$

$\bar{x}=6.02$

$s=0.34$

$\alpha_3=0.0093$

$\alpha_4=4.19$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.025 $p>0.2$

Ki-kare=10.53 $sd=5$ $p>0.05$

5.) Guernsey ineklerinin sütünde bulunan, yağsız kurumadde(%) / yağ(%) oranının dağılışı (Şekil 7.5) (Haenlein et al., 1965).

$n=113$

$\bar{x}=17.7$

$s=1.37$

$\alpha_3=0.079$

$$\alpha_4=3.32$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.039 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=9.83 \quad sd=4 \quad p>0.025$$

6.) Beagle köpeklerinin gebelik süresinin dağılışı (Şekil 7.6) (Holst ve Phemister, 1974).

$$n=74$$

$$\bar{x}=63.61$$

$$s=2.21$$

$$\alpha_3=0.017$$

$$\alpha_4=2.31$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.034 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=1.99 \quad sd=5 \quad p>0.75$$

7.) Merada serbest aşıım uygulanan, 9 koç ve 324 koyundan müteşekkil bir sürüde, bir koyunun çiftleştigi farklı koç sayısının dağılışı (Şekil 7.7) (Knight ve Lindsay, 1973).

$$n=324$$

$$\bar{x}=4.23$$

$$s=1.14$$

$$\alpha_3=0.263$$

$$\alpha_4=3.23$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.033 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=5.49 \quad sd=3 \quad p>0.1$$

8.) Güney Amerika kıtasında And dağları platolarında ekonomik öneme sahip bir hayvan olan Lamaların doğum ağırlıklarının dağılışı (Şekil 7.8) (Güttler, 1987).

$$n=89$$

$$\bar{x}=9.39$$

$$s=1.59$$

$$\alpha_3=0.023$$

$$\alpha_4=2.64$$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.016 p>0.2
 Ki-kare=1.13 sd=3 p>0.75

9.) Sığırlarda buzağılama zorluğu indeksi puanlarının dağılışı (Şekil 7.9) (Monterio, 1969).

$$\begin{aligned} n &= 460 \\ \bar{x} &= 6268.7 \\ s &= 895.58 \\ \alpha_3 &= 0.35 \\ \alpha_4 &= 2.967 \end{aligned}$$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.038 p>0.2
Ki-kare=25.75 sd=17 p>0.05

10.) Finn-Dorset, Scottish Halfbred ve Greyface ırklarına mensup kuzulardan meydana gelen örnekte doğum ağırlığının dağılışı (Şekil 7.10) (Khalaf et al., 1979).

$$\begin{aligned} n &= 326 \\ \bar{x} &= 3.589 \\ s &= 1.37 \\ \alpha_3 &= 0.13 \\ \alpha_4 &= 2.51 \end{aligned}$$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.0178 p>0.2
Ki-kare=3.53 sd=3 p>0.25

11.) Normal 100 genç kadından alınan 1 cm³ 'lük kan örneklerinde bulunan kan hücrelerinin hacminin dağılışı (Şekil 7.11) (Croxtan, 1959).

$n=100$
 $\bar{x}=40.94$
 $s=2.407$
 $\alpha_3=0.17$
 $\alpha_4=2.76$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.0303 p>0.2
Ki-kare=3.184 sd=3 p>0.25

12.) 19-30 yaş arasındaki sağlıklı genç erkeklerden alınan kan örneklerinde kırmızı kan hücrelerinin sayısının dağılışı (Şekil 7.12) (Croxtton,1959).

$$n=137$$

$$s=0.445$$

$$\alpha_3=0.167$$

$$\alpha_4=2.758$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.0142 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=1.35 \quad sd=4 \quad p>0.75$$

13.) 3 yaşında Ayrshire ineklerinin sütlerindeki, bir laktasyonun ortalaması olarak, yağ yüzdelerinin dağılışı (Şekil 7.13) (Sokal ve Rohlf, 1973).

$$n=120$$

$$\bar{x}=4.168$$

$$s=0.299$$

$$\alpha_3=0.96$$

$$\alpha_4=2.997$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.043 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=9.98 \quad sd=8 \quad p>0.25$$

14.)Norveçte bir göl sisteminden alınan erişkin Göl alabalıklarının boy uzunluğuna göre dağılışı (Şekil 7.14) (Hindar et al., 1991)

$$n=200$$

$$\bar{x}=233.3$$

$$s=27.73$$

$$a_3=0.225$$

$$a_4=2.85$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.039 \quad p>0.15$$

$$Ki-kare=6.18 \quad sd=3 \quad p>0.1$$

7.1.2. Transformasyon Sonucu Normal Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler

1.) İspanya kıyılarında yapılan bir araştırma (Alvarez et al., 1989) sonucunda elde edilen verilere göre, *Ostrea edulis* türü istiridyelerin ağırlıklarının küpkök transformasyonu sonucunda normal dağılış modeline uyum gösterdiği belirlenmiştir. Şekil 7.15' te transformasyon uygulanmadan önce çizilen uyum grafiği görülmektedir.

$$n=430$$

$$\bar{x}=2.12$$

$$s=0.35$$

$$\alpha_3=0.197$$

$$\alpha_4=2.46$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.043 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=29.71 \quad sd=17 \quad p>0.01$$

2.) Jersey ve Holstein ırklarından 484 dişi siğira ait kan hemoglobin değerlerinin dağılışı (Byers et al., 1952) Karekök transformasyonu sonucunda Normale uyum göstermiştir. Şekil 7.16' da transformasyon uygulanmadan önce çizilen uyum grafiği görülmektedir.

$$n=484$$

$$\bar{x}=3.328$$

$$s=0.187$$

$$\alpha_3=0.0105$$

$$\alpha_4=2.928$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.016 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=19.85 \quad sd=9 \quad p>0.01$$

3.) 6 değişik ırktan ineklerin meydana getirdiği sürüde, sütlerin kazein sayılarının dağılışı (Cerbulis ve Farrel, 1975) dokuzuncu kuvvet transformasyonu yapıldıktan sonra Normal dağılış modeline iyi bir uyum göstermiştir. Dokuzuncu kuvvet alındığı zaman rakamlar çok fazla büyüyeceği için önce 100' e bölünmüş sonra kuvvet alınmıştır. Şekil 7.17' da transformasyondan önceki verilerin Normal' e uyumu çizilmiştir

$$n=152$$

$$\bar{x}=0.113$$

$$s=0.034$$

$$\alpha_3=0.269$$

$$\alpha_4=2.58$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.0489 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=13.081 \quad sd=10 \quad p>0.1$$

7.1.3. Gamma Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler

1.) 101 koyun karkasından alınan gözkası örneklerinin ortalama sertlik değerlerinin dağılışı (Şekil 7.18) (Barwick, 1980).

$$n=101$$

$$\bar{x}=2.56$$

$$s=0.83$$

Uyum testi sonuçları:

$$K-S=0.035 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=2.88 \quad sd=4 \quad p>0.5$$

2.) Beagle köpeklerinde serum alkalın fosfataz seviyesinin dağılışı (Pickrell, 1974). Gama dağılışına uyum sağlamak amacıyla verilerin başlangıç noktası sıfıra kaydırılmıştır (Şekil 7.19).

$$n=320$$

$$\bar{x}=7.81$$

$$s=2.01$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.028 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=9.43 \quad sd=7 \quad p>0.1$$

3.) Minklerde I. tip kas fiberleri çapının dağılışı (Şekil 7.20) (Hamilton et al., 1974).

$$n=1027$$

$$\bar{x}=42.67$$

$$s=10.31$$

Uyum testleri sonuçları:

$$K-S=0.024 \quad p>0.2$$

$$Ki-kare=18.21 \quad sd=8 \quad p>0.01$$

4.) 2 yaşı Jersey ineklerinin yıllık toplam süt verimlerinin dağılışı. Başlangıç noktası sıfıra getirilerek uyum sağlanmıştır (Şekil 7.21) (Sokal ve Rohlf, 1973).

$n=100$

$\bar{x}=6642$

$s=1112.02$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.046 $p>0.2$

Ki-kare=10.14 $sd=5$ $p>0.05$

5.) Yeni doğmuş Friesian buzağlarının doğumlarından ilk ayakta durdukları ana kadar geçen zamanın dağılışı (Şekil 7.22) (Edwards, 1982).

$n=174$

$\bar{x}=1.195$

$s=0.198$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.055 $p>0.2$

Ki-kare=7.98 $sd=4$ $p>0.05$

6.) British Friesian ırkından erkek buzağların, doğumlarından 5. haftanın sonuna kadar olan toplam su tüketimlerinin dağılışı (Şekil 7.23) (Thickett et al., 1981).

$n=103$

$\bar{x}=3.589$

$s=1.369$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.0325 $p>0.2$

Ki-kare=5.65 $sd=2$ $p>0.05$

7.1.4. Lognormal Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler

1.) Siğirilerin makinayla sağım sürelerinin dağılışı (Şekil 7.24) (Stoddart, 1969).

$n=412$

$\bar{x}=4.65$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.0251 $p>0.2$
 Ki-kare=5.32 $sd=9$ $p>0.75$

2.) Sığırlarda et kalitesiyle ilgili bir özellik olan mozaikleşme puanlarının frekans dağılışının K-S testine göre Lognormal dağılış modeline uyum gösterdiği ($p>0.2$) tesbit edildiği halde Ki-kare uyumun iyi olmadığını ($p<0.005$) ortaya koymuştur. Ancak Kikare testinde birleştirilen sınıf sayısının fazla olması sebebiyle bu testin gücünün azaldığı düşünülerek K-S testinin sonucuna göre mozaikleşme puanlarının Lognormale yakın bir dağılışa sahip olduğu söylenebilir (Şekil 7.25) (Brethour, 1990).

$n=619$

$\bar{x}=5.2$

$s=0.74$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.04 $p>0.2$
 Ki-kare=40.83 $p<0.005$

3.) Dicle nehrinden örneklenen Capoeta trutta balığının yaş dağılışı (Şekil 7.26) (Ünlü, 1991).

$n=412$

$\bar{x}=2.89$

$s=1.58$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.059 $p>0.1$
 Ki-kare=11.8 $sd=5$ $p>0.025$

4.) Thorocolumbar disk hastalığına yakalanan köpeklerin yaş dağılışı (Şekil 7.27) (Janssens ve DePrins, 1989).

$n=185$

$\bar{x}=6.23$

$s=2.65$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.055 $p>0.2$
 Ki-kare=18.99 $sd=7$ $p>0.005$

Ki-kare değeri fazla uyumluluk göstermediği halde bu frekans dağılışının Lognormala yakın bir dağılış olduğunu söyleyebiliriz.

5.) Hemorrhagic Gastroenteridis sendromuna sahip köpeklerin yaş dağılışı (Şekil 7.28) (Colin, 1977).

$n=124$

$\bar{x}=5.27$

$s=3.11$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.049 $p>0.2$

Ki-kare=7.99 $sd=6$ $p>0.1$

6.) Finnish Landrace koyunlarında oestrus siklüsü sürelerinin dağılışı (Şekil 7. 29) (Wheeler, 1977).

$n=127$

$\bar{x}=16.945$

$s=1.129$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.047 $p>0.2$

Ki-kare=5.46 $sd=2$ $p>0.05$

7.) 3 ayrı ırktan 164 buzağıdan elde edilen serum gamma-glutamyl transferaz enzimi seviyelerinin dağılışı (Şekil 7.30) (Braun et al., 1978). K-S testine göre Lognormal dağılışı modeline uygun olan ($p>0.2$) bu frekans dağılışı da Ki-kare testinde oldukça uyumsuz bulunmuştur. Birleştirilen sınıf sayısının fazla olması Ki-kare testinin gücünü azaltmışsa da Şekil 7.30' daki grafikte de belirli bir uyumsuzluk görülmektedir. Lognormal dağılışı modeline yakın bir frekans dağılışı olarak kabul edilebilir.

$n=164$

$\bar{x}=15.3$

$s=3.65$

Uyum testleri sonuçları:

K-S=0.065 $p>0.05$

Ki-kare=37.70 $sd=10$ $p<0.005$

7.1.5. Binom Dağılışı Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler

1.) Belirli bir hastalık taşıdığı bilinen bir böcek popülasyonundan alınan 5 birimlik 2423 örnekte infekte böcek sayılarının dağılışı (Şekil 7.31) (Sokal ve Rohlf, 1973).

$n=2423$

$k=5$

$\bar{x}=1.987$

$s=1.119$

Uyum testi sonucu:

Ki-kare=0.43

sd=5

$p>0.5$

2.) Bir bölgede yaşayan 4 çocuklu 103 ailenin erkek çocuk sayısına göre dağılışı (Şekil 7.32) (Croxtton, 1959).

$N=103$

$n=4$

$\bar{x}=2.067$

$s=1.022$

Uyum testi sonucu:

Ki-kare=5.27

sd=3

$p>0.1$

3.) 2 yıllık periyotta 3 defa yavrulayan Finnish Landrace X Dorset Horn kuzularının, doğdukları batındaki yavru sayısına göre dağılışı (Şekil 7.33) (Speedy ve Fitzsimons, 1977).

$n=160$

$\bar{x}=2.74$

$s=0.947$

Uyum testi sonucu:

Ki-kare=9.66

sd=3

$p>0.01$

7.1.6. Poisson Dağılışı Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler

1.) 1 cm³ kanda bulunan maya hücrelerinin sayısının dağılışı (Şekil 7.34) (Sokal ve Rohlf, 1973).

$n=400$

$\bar{x}=1.8$

Uyum testi sonucu:

Ki-kare=7.23 sd=4 p>0.1

2.) *Drosophila melanogaster*in 10 birimlik yumurta örneklerinde fertil yumurta sayısının dağılışı (Şekil 7.35) (Sokal ve Rohlf, 1973).

n=100

$\bar{x}$ =5.91

Uyum testi sonucu:

Ki-kare=11.36 sd=7 p>0.1

3.) Bir insanın kanından alınan örneklerde eritrosit sayısının dağılışı (Şekil 7.36)(Croxtan, 1959).

n=400

$\bar{x}$ =5.32

Uyum testi sonucu:

Ki-kare=9.3 sd=9 p>0.25

4.) Londrada yapılan 1096 günlük bir gözlem sonucuna göre 1 günde ölen 85 ve daha yukarı yaştaki insan sayısının dağılışı (Şekil 7.37) (Larsen ve Marx, 1986).

n=1096

$\bar{x}$ =0.823

Uyum testi sonucu:

Ki-kare=0.154 sd=3 p>0.25

7.1.7. Negatif Binom Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler

1.) 60 adet koyunun, üstünde bulunan kene sayısına göre dağılışı (Şekil 7.38) (Larsen ve Marx, 1986).

n=60

$\bar{x}$ =3.3

s=2.586

Uyum testi sonucu:

Ki-kare=2.96 sd=4 p>0.5

2.) İlk kız çocuğa kadar çocuk sahibi olmayı sürdüren 100 ailenin, erkek çocuklarının sayısına göre dağılışı (Şekil 7.39) (Larsen ve marx, 1986).

$n=100$

$\bar{x}=0.94$

$s=1.324$

Uyum testi sonucu:

Ki-kare=3.2

sd=2

$p>0.1$

7.1.8. Geometrik Dağılış Modeline Uyum Gösteren Biyolojik Değişkenler

1.) Bir sürüdeki British Friesian sığırlarının ikiz doğum sayısına göre dağılışı (Şekil 7.40) (Bowman, 1970).

$n=193$

$\bar{x}=1.171$

$s=0.475$

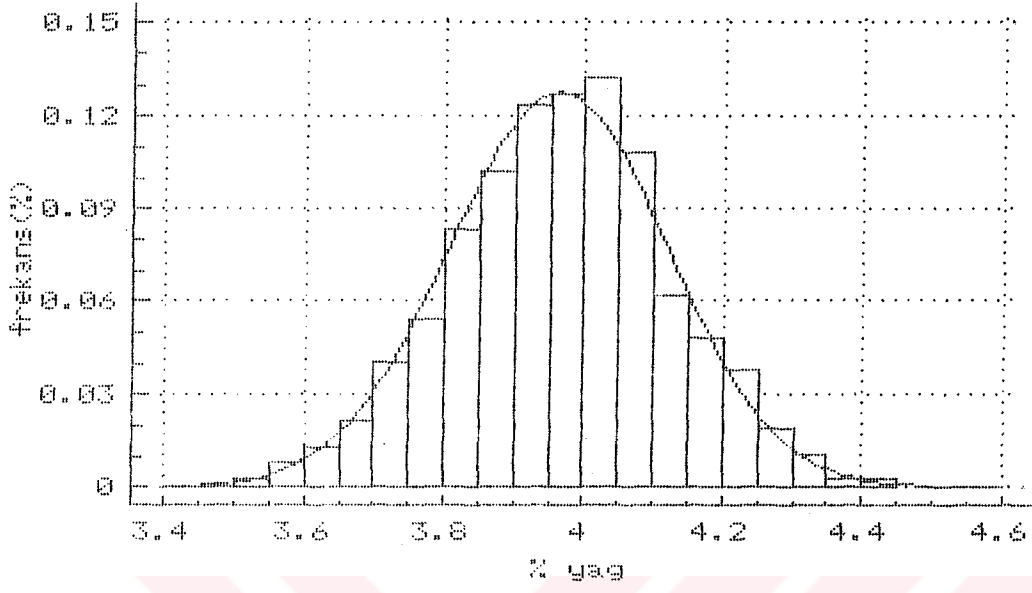
Uyum testi sonucu:

Ki-kare=1.68

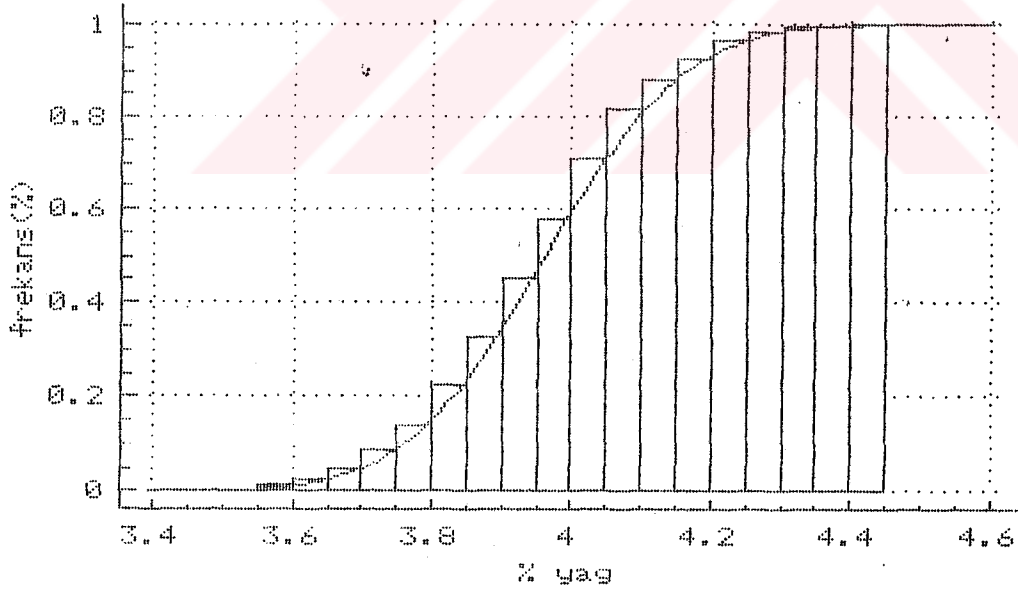
sd=1

$p>0.1$

(a)

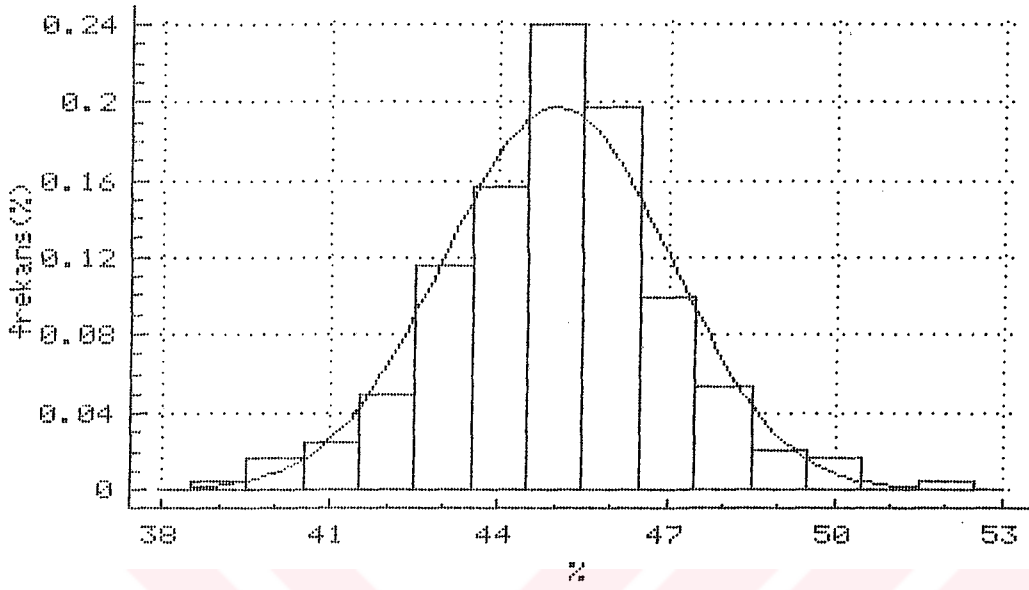


(b)

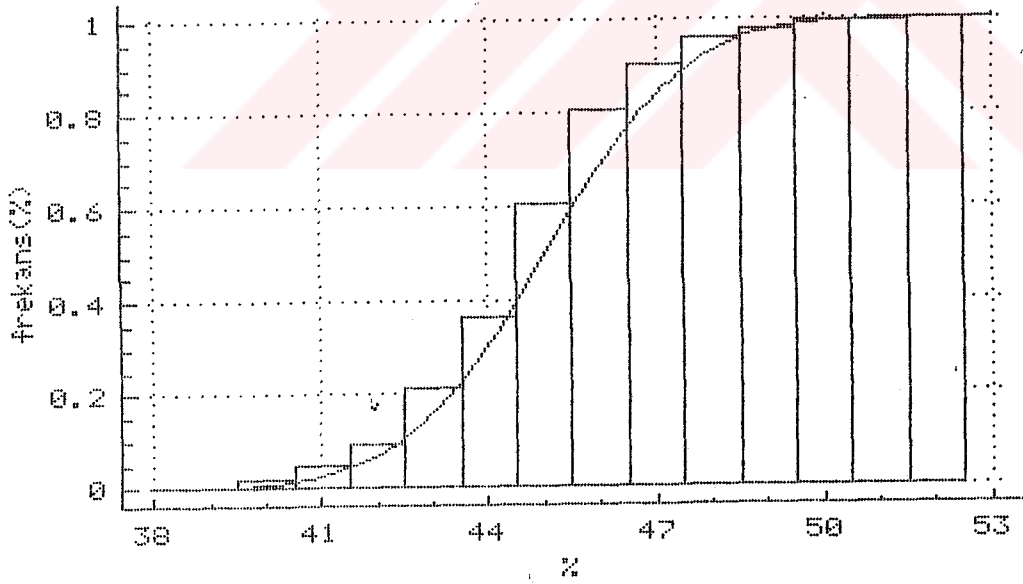


Sekil 7.1. Damızlıkta kullanılan 1853 Esmer İsviçre boğasının, dişi yavrularının ortalama % yağ verimine göre frekans dağılışının normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

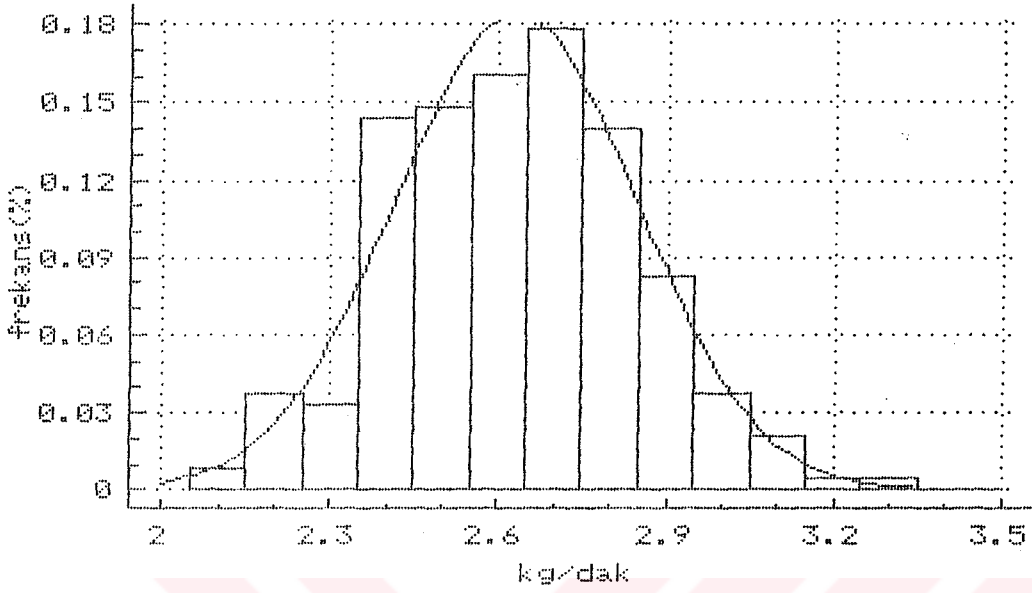


(b)

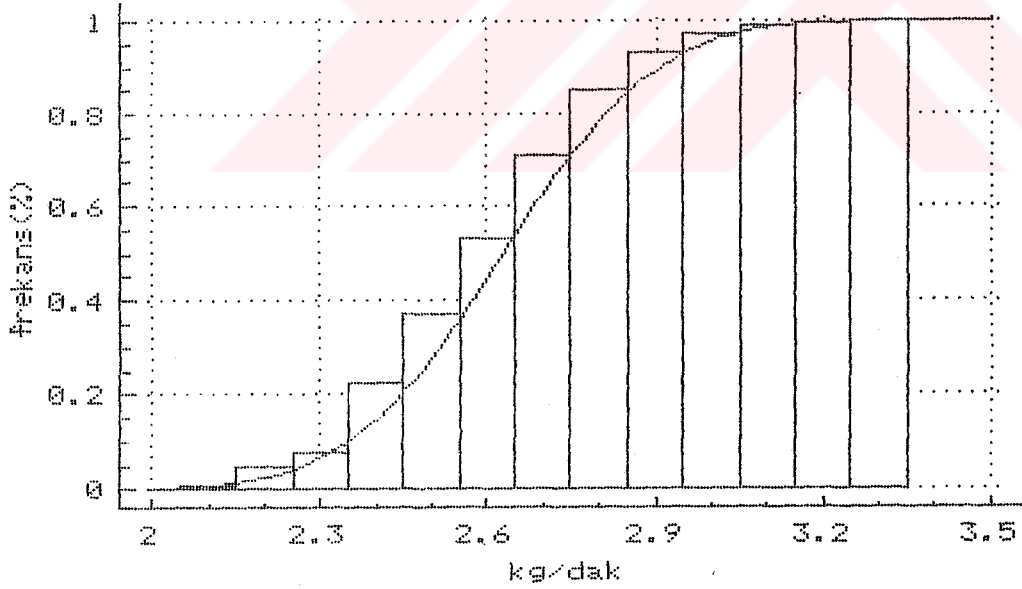


Şekil 7.2. Damızlıkta kullanılan 242 Esmer İsviçre boğasının, dişi yavrularının ortalama meme indeksine göre frekans dağılışı normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu

(a)

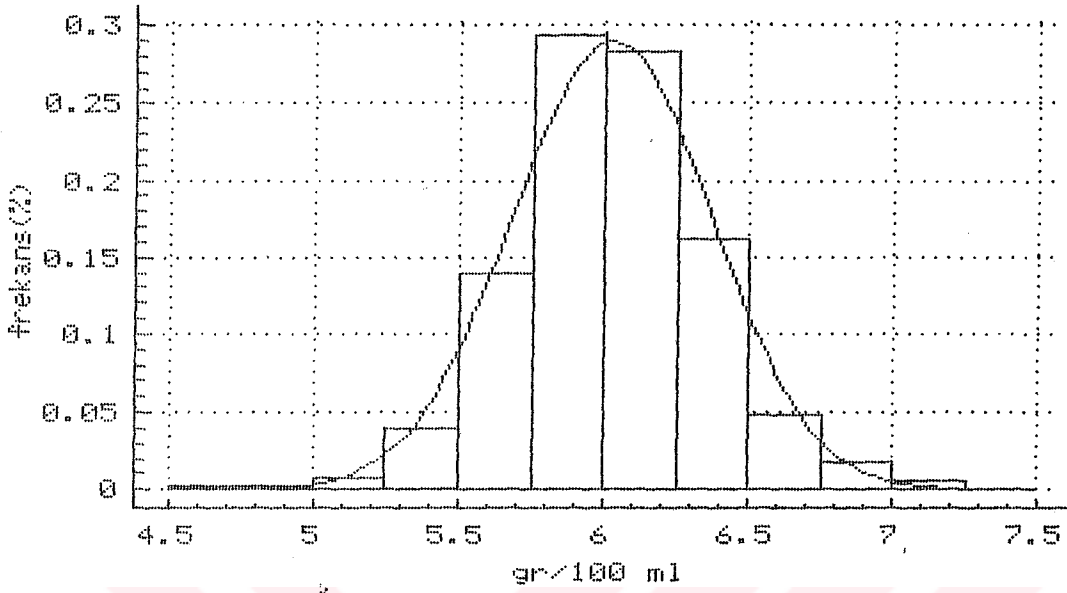


(b)

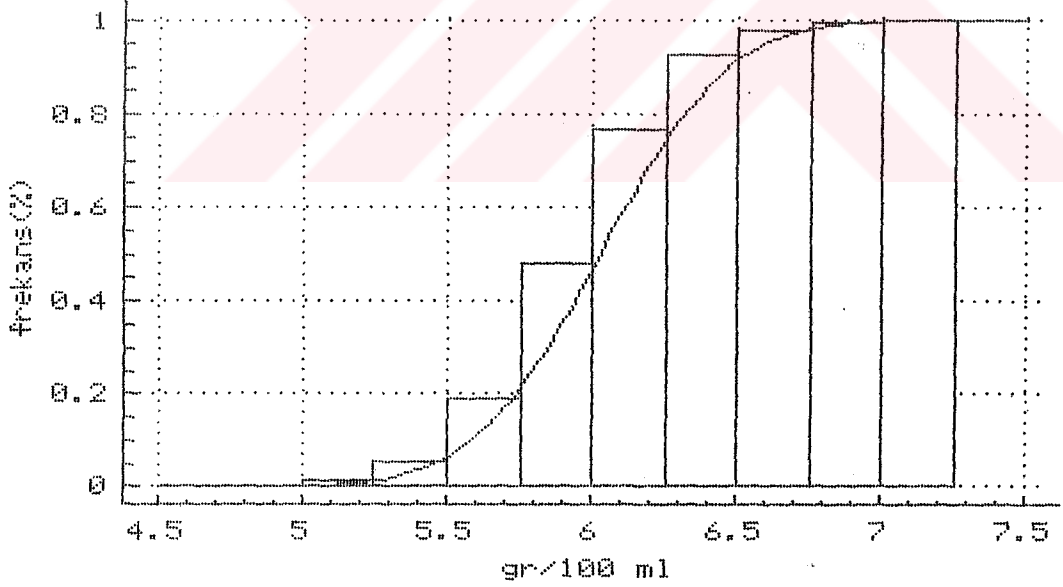


Şekil 7.3. Damızlıkta kullanılan **242** Esmer İsviçre boğasının, dişi yavrularının ortalama sağım debisi- ne göre frekans dağılışının normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

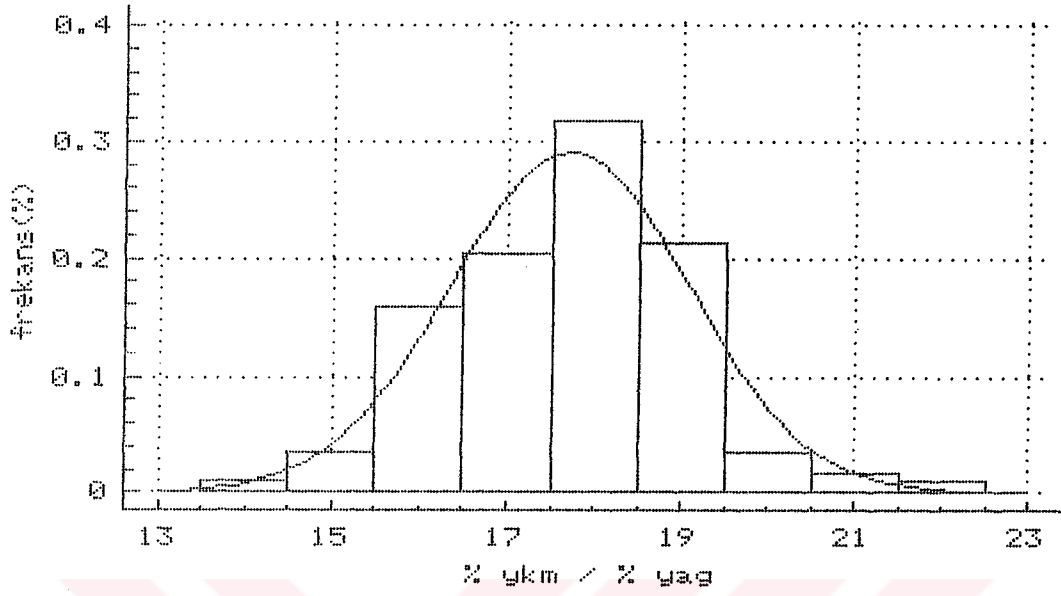


(b)

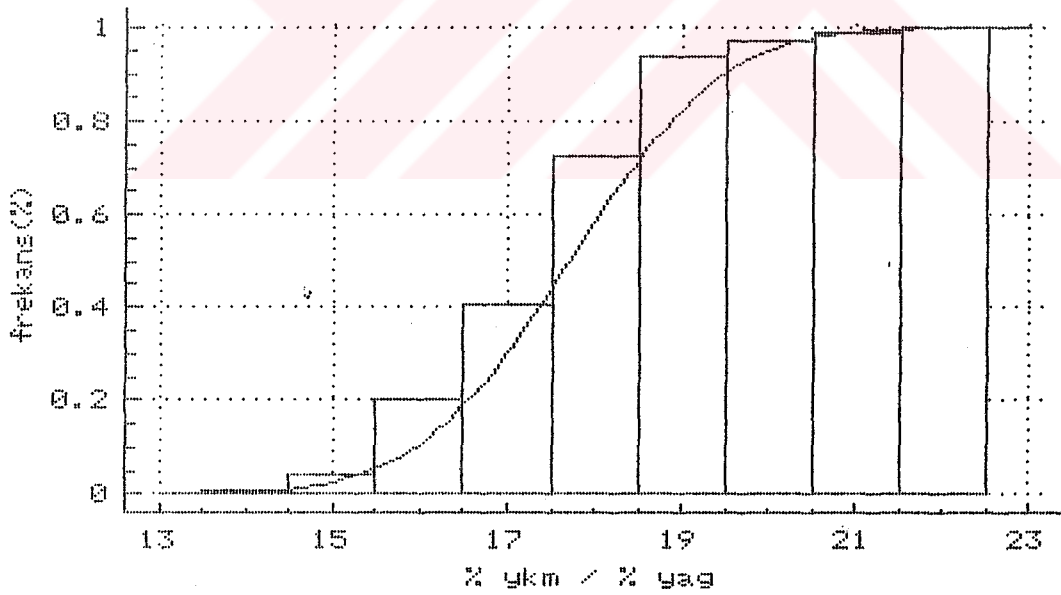


Şekil 7.4. Beagle köpeklerinde serum toplam protein seviyesine ait frekans dağılışı normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

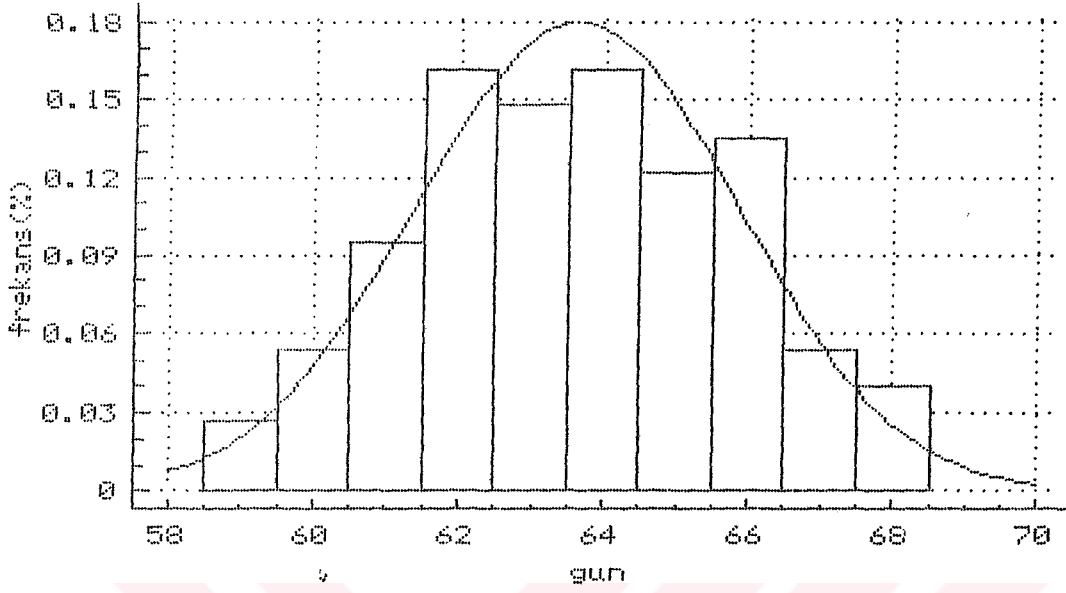


(b)

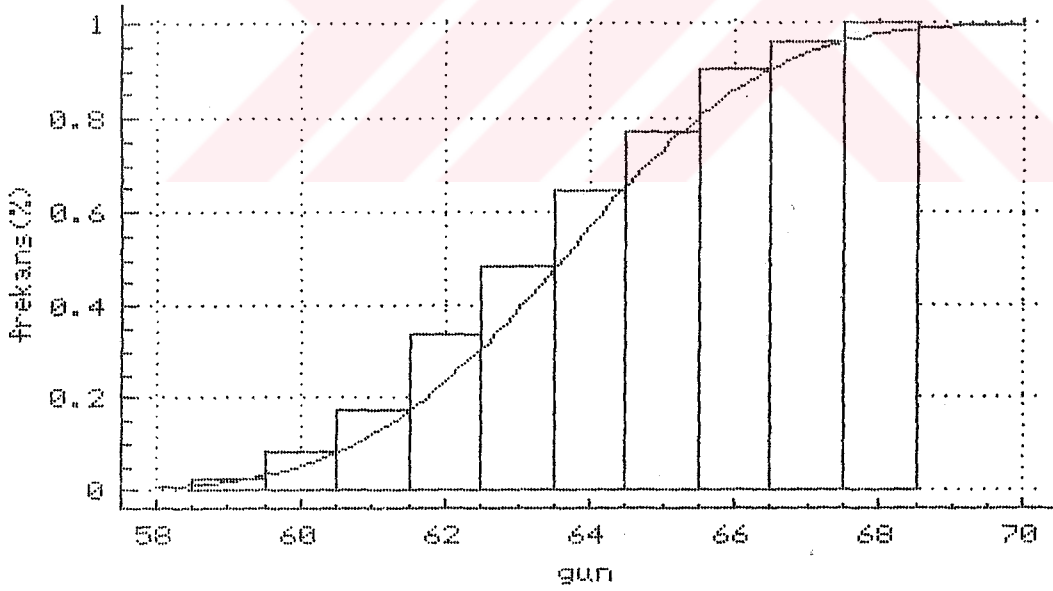


Sekil 7.5. 130 Guernsey sığırının sütünde bir laktasyonun ortalaması olarak belirlenen yağsız kuru madde (%) / yağ(%) oranına ait frekans dağılışı normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

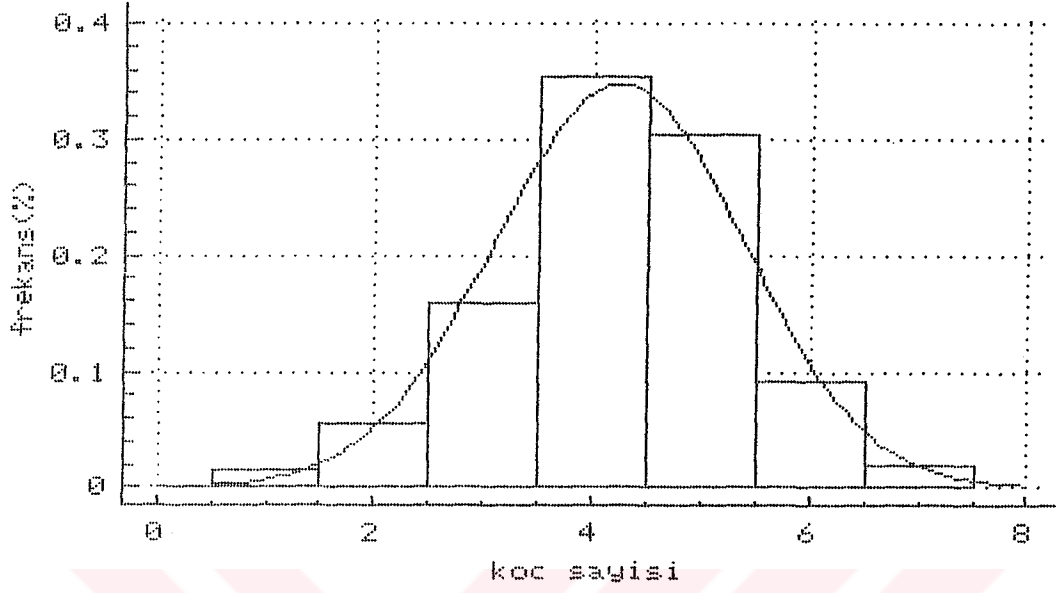


(b)

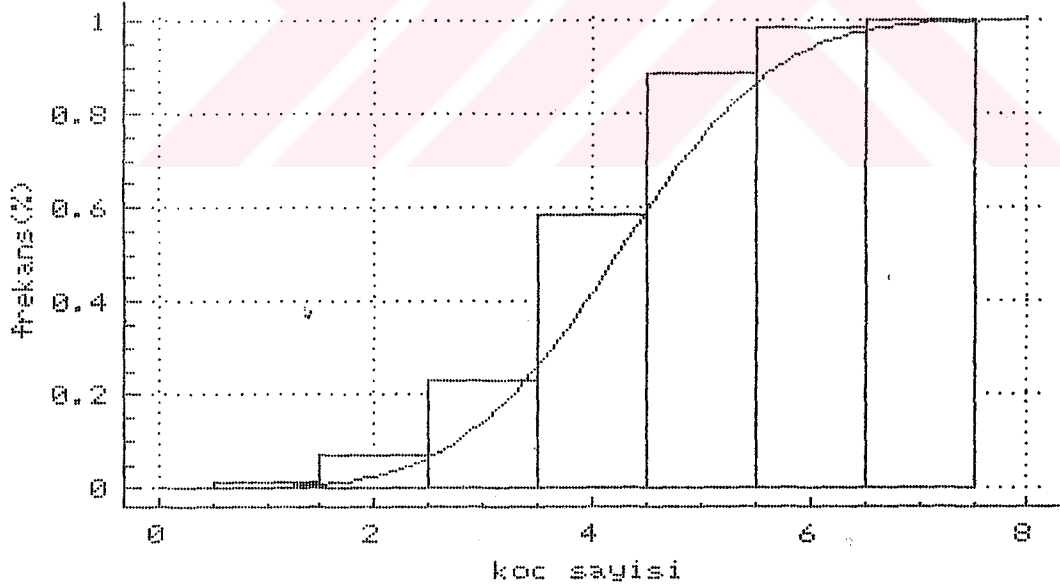


Şekil 7.6. 74 Beagle köpeğinin gebelik süresine göre frekans dağılışı normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

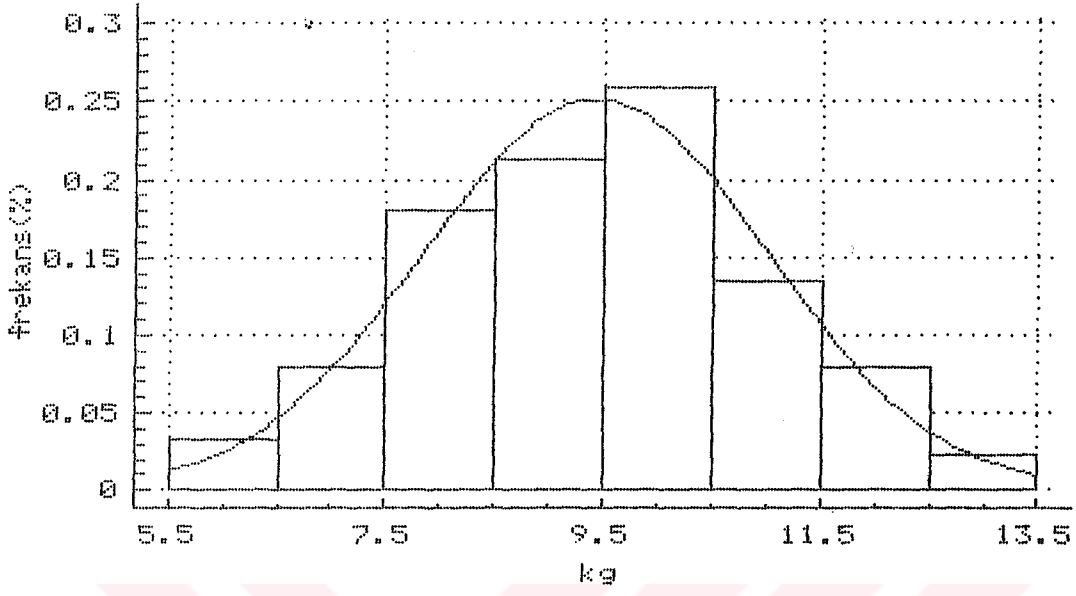


(b)

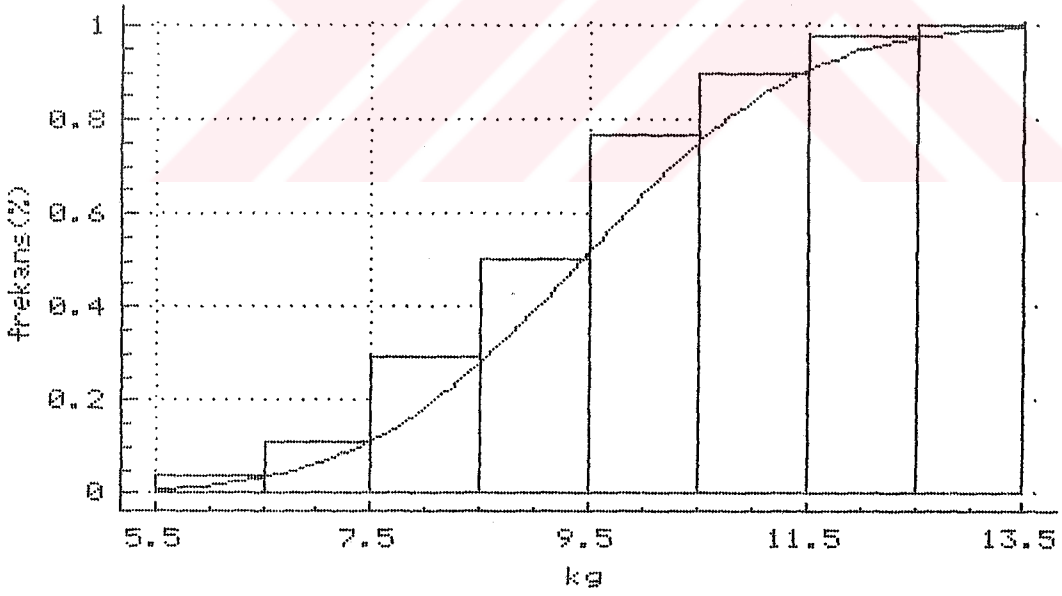


Sekil 7.7. 9 koc ve 324 koyunun bulunduğu serbest aşım uygulanan bir merada her bir koyunun çiftleştiği koc sayısına ait frekans dağılışının normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu. (Kaynak: Knight ve

(a)

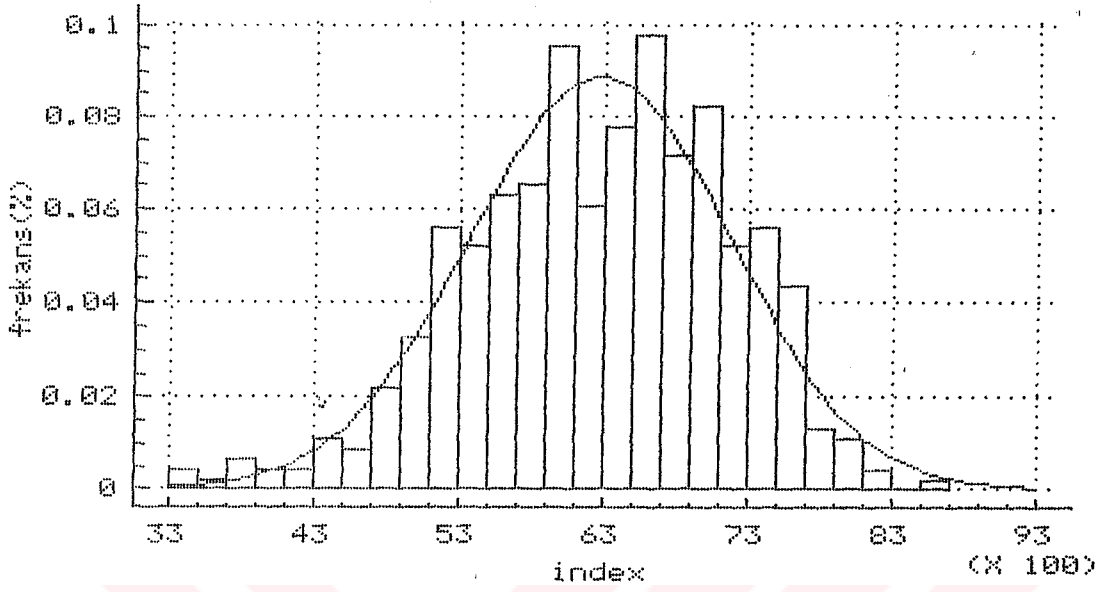


(b)

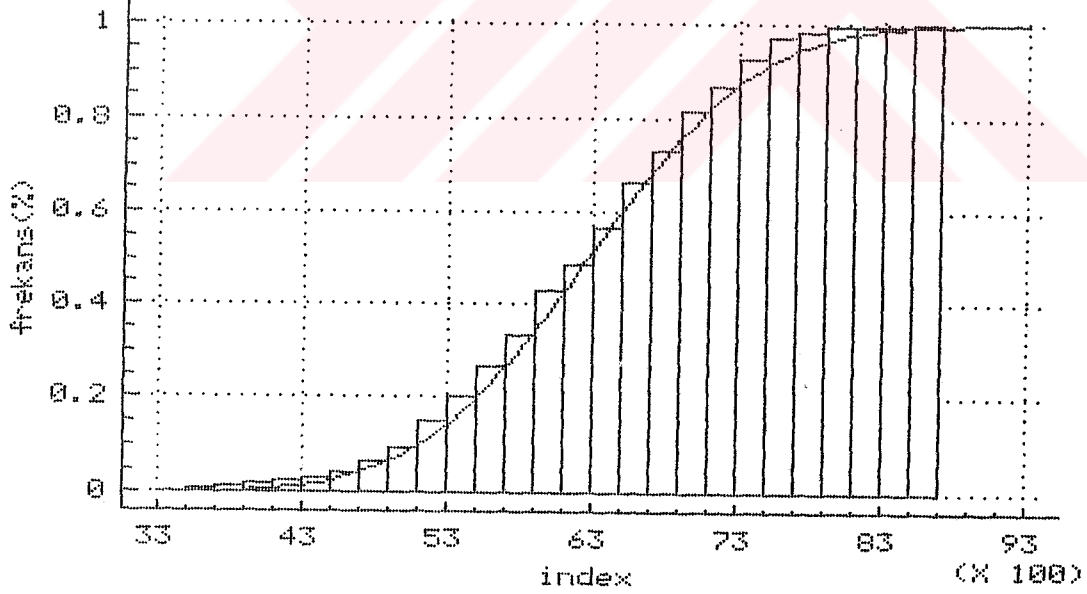


Şekil 7.8. 89 lamanın doğum ağırlığına ait frekans dağılısının normal dağılış modeline uyumu. a) İhtimal fonksiyonu. b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

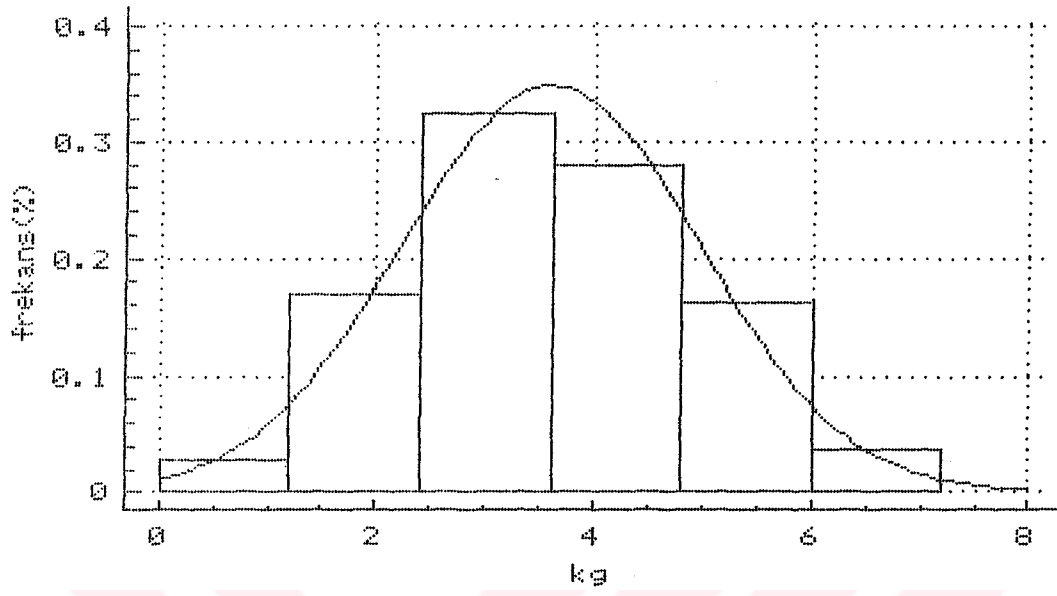


(b)

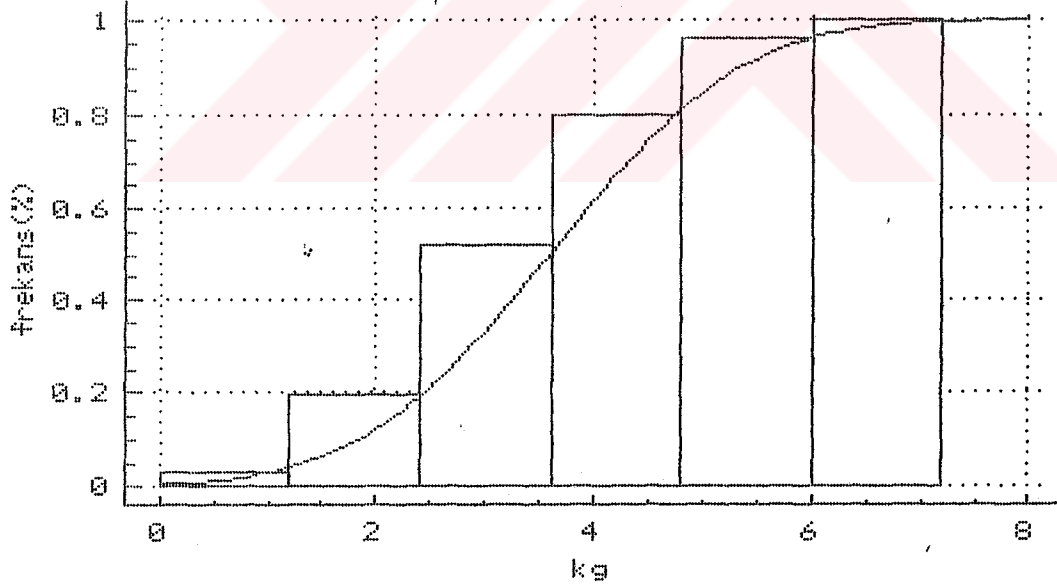


Şekil 7.9. Friesian, Ayrshire ve Jersey ırklarından 458 ineğe ait buzağılama zorluğu puanlarının frekans dağılışının normal dağılış modeline uyumu. a) İhtimal fonksiyonu. b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

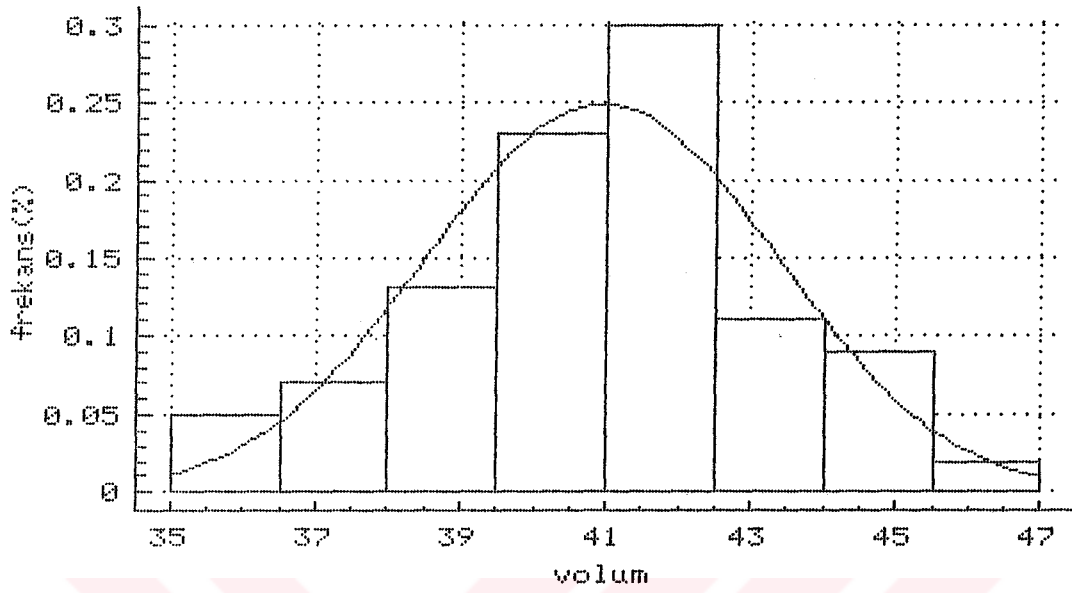


(b)

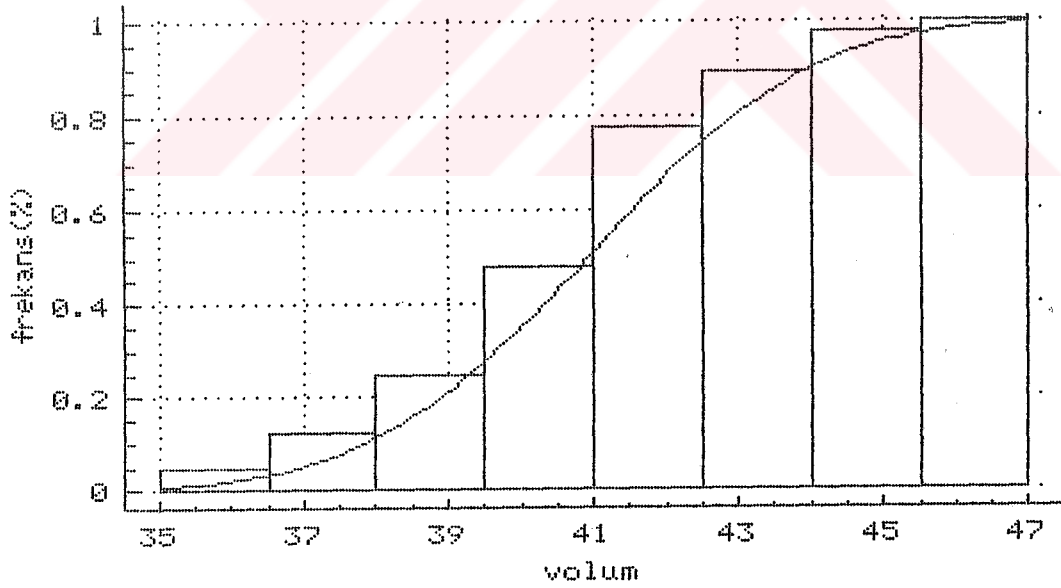


Şekil 7.10. Finn Dorset, Scottish Halfbred ve Greyface ırklarından 326 kuzunun doğum ağırlığına ait frekans dağılışınnın normal dağılıış modeline uyumu. a) İhtimal fonksiyonu. b) Dağılıış fonksiyonu.

(a)

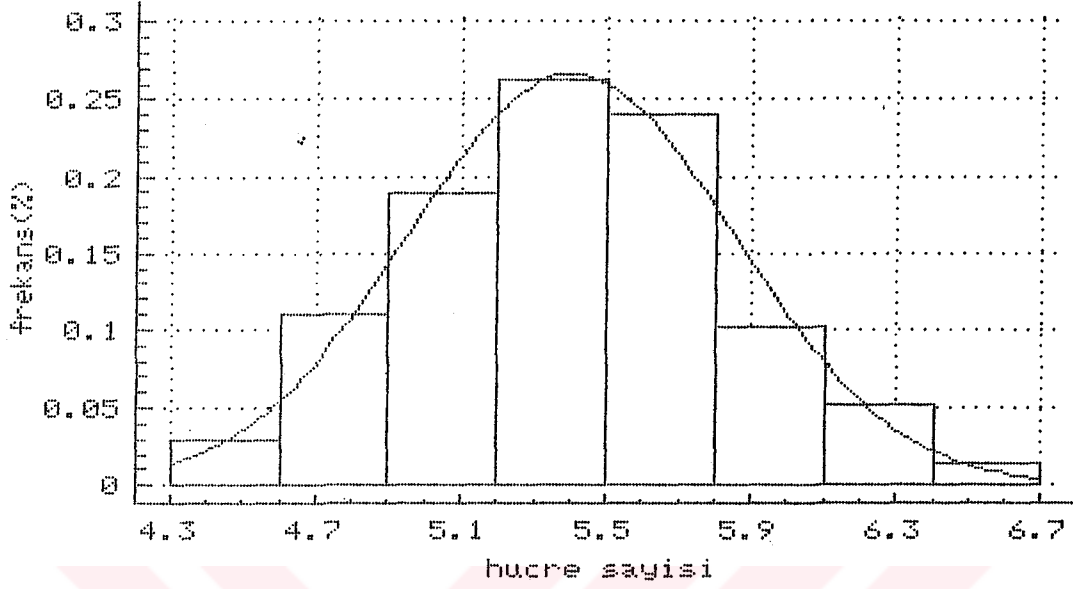


(b)

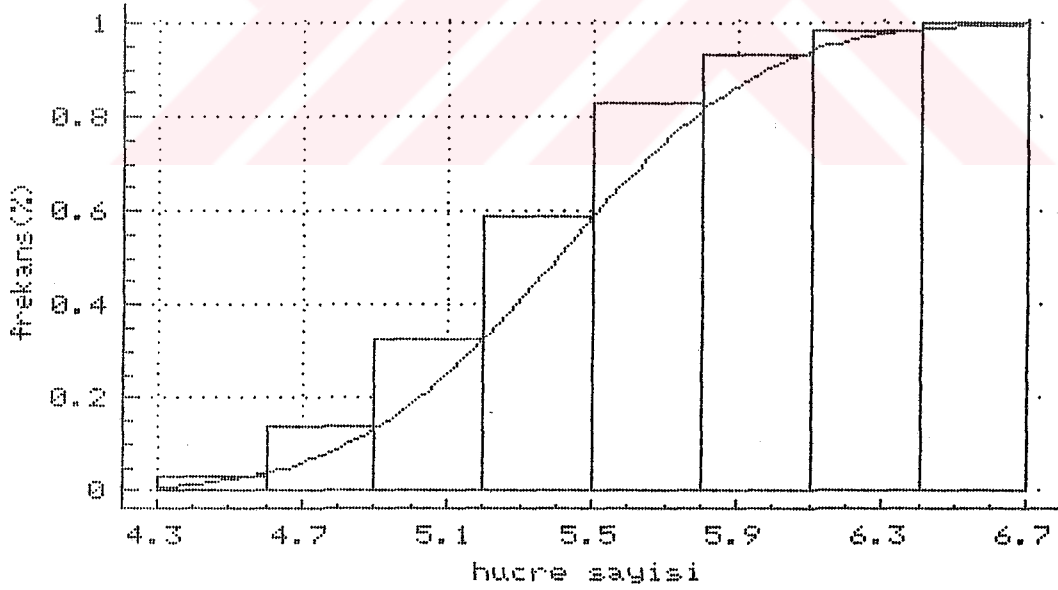


Sekil 7.11. 100 normal genç kadından alınan 1 cm³ lük kan örneklerinde bulunan kan hücrelerinin hacmine ait frekans dağılışı normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

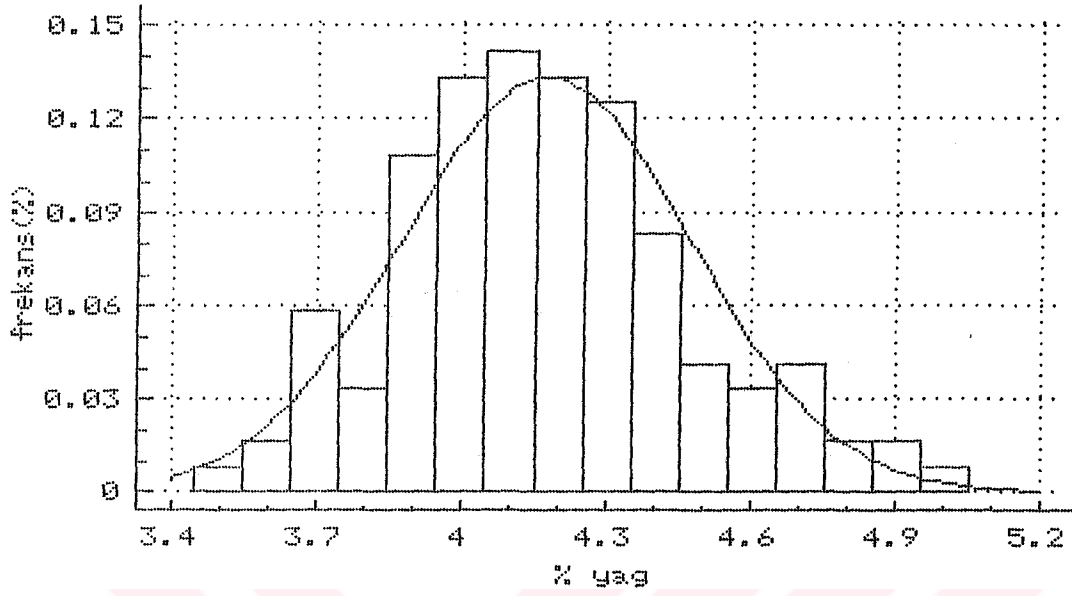


(b)

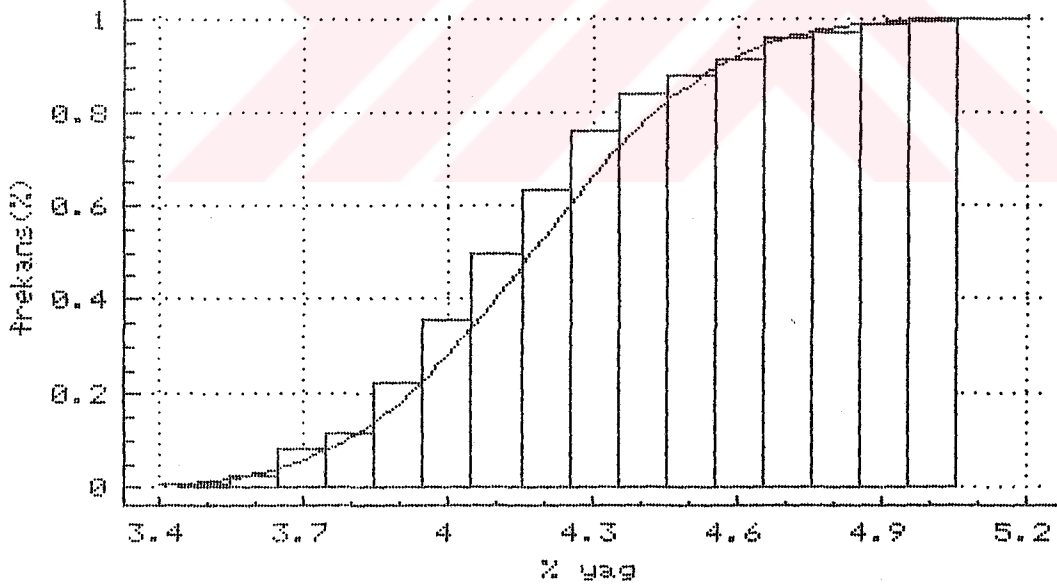


Sekil 7.12. 137 normal genç erkekten alınan kan örneklerinde bulunan kırmızı kan hücrelerinin sayımına ait frekans dağılışı normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

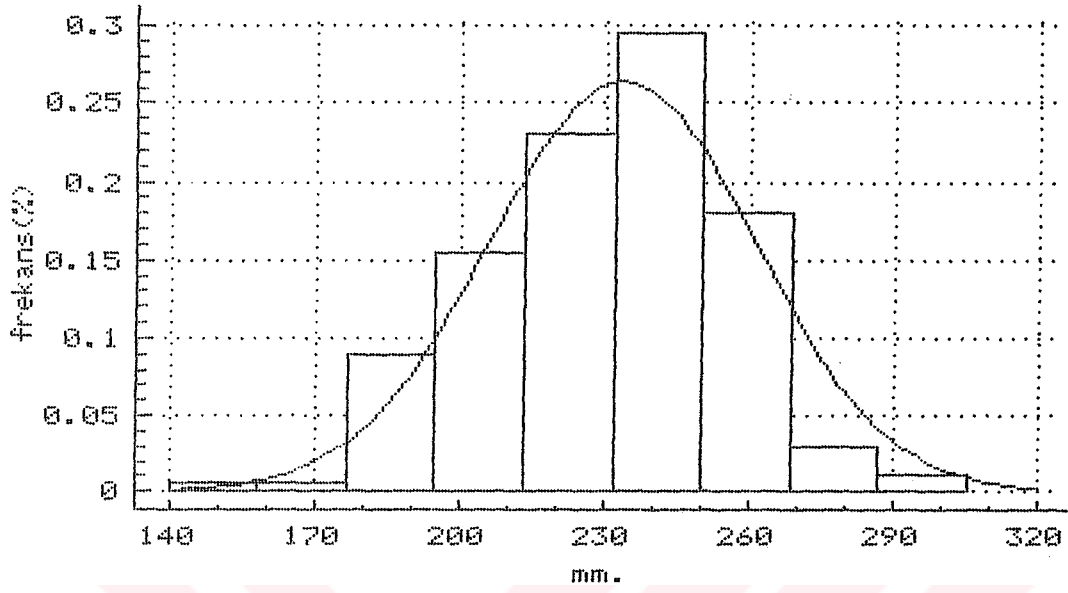


(b)

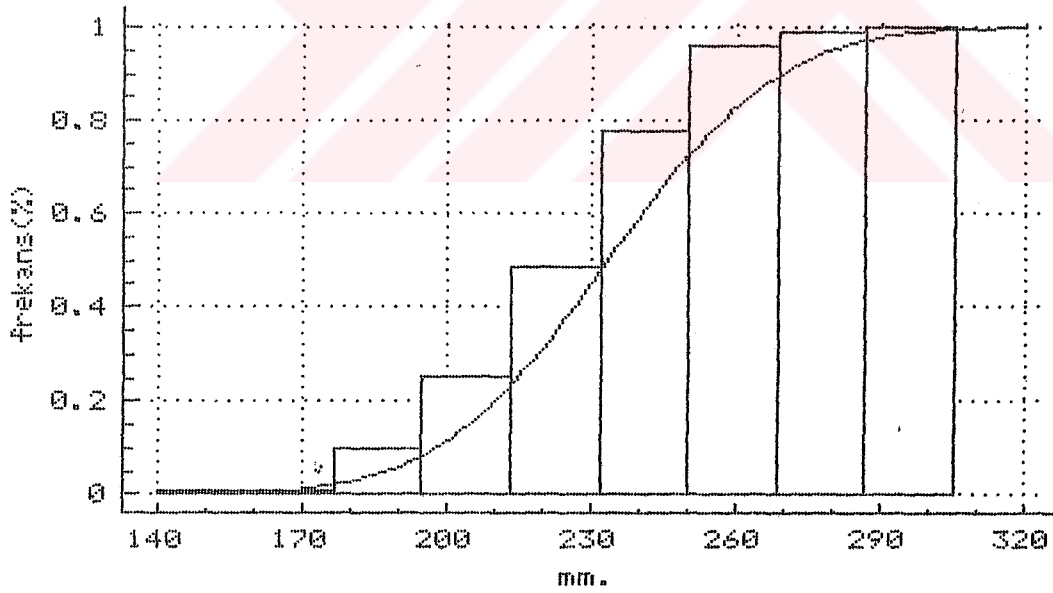


Şekil 7.13. Ayshire ırkından 3 yaşında 120 ineğin sütlerindeki yağ yüzdelere ait frekans dağılışının normal dağılış modeline uyumu. a) İhtimal fonksiyonu. b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

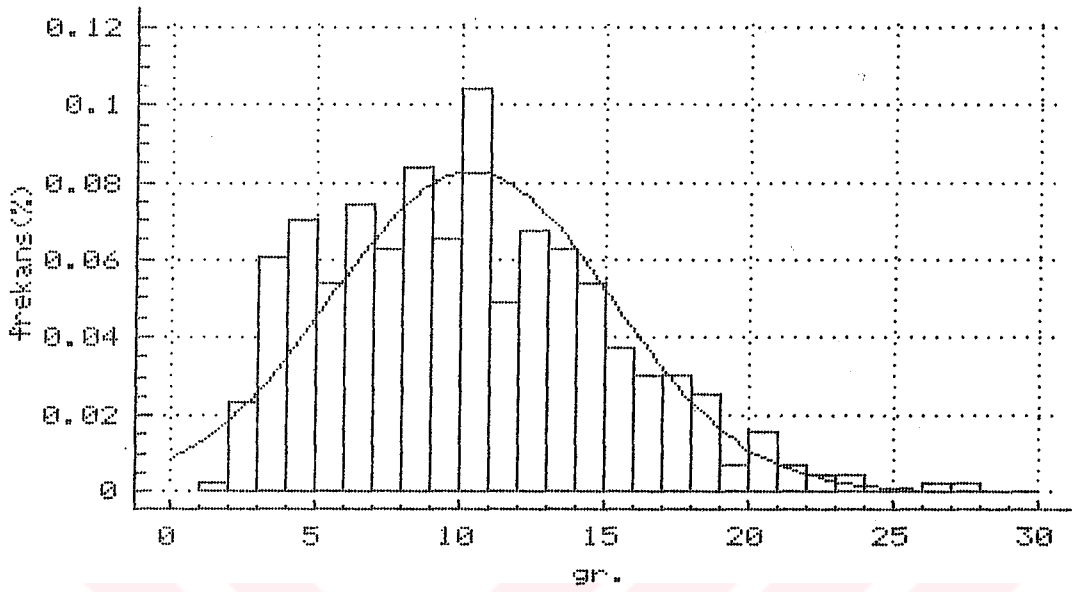


(b)

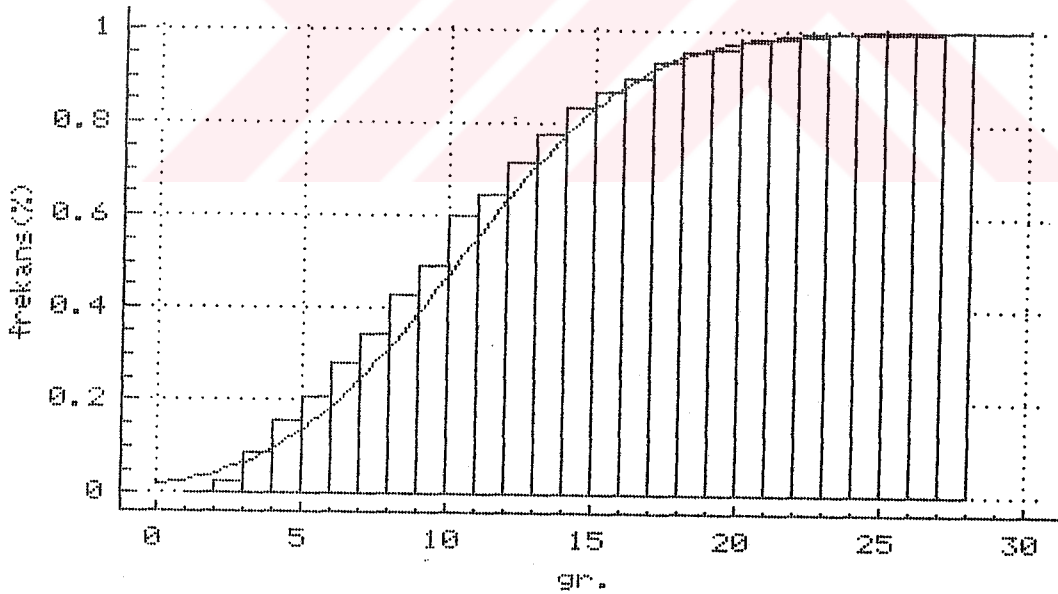


Şekil 7.14. Norveçte yaşayan Göl Alabalığı (Landlocked Brown Trout) erişkinlerinin boy uzunluğuna ait frekans dağılışının normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

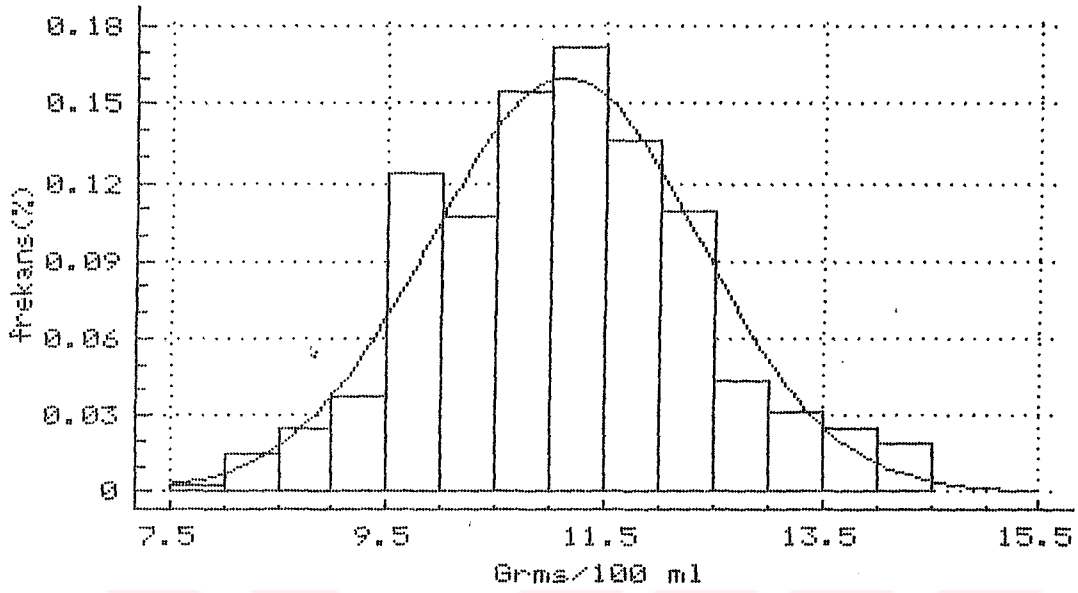


(b)

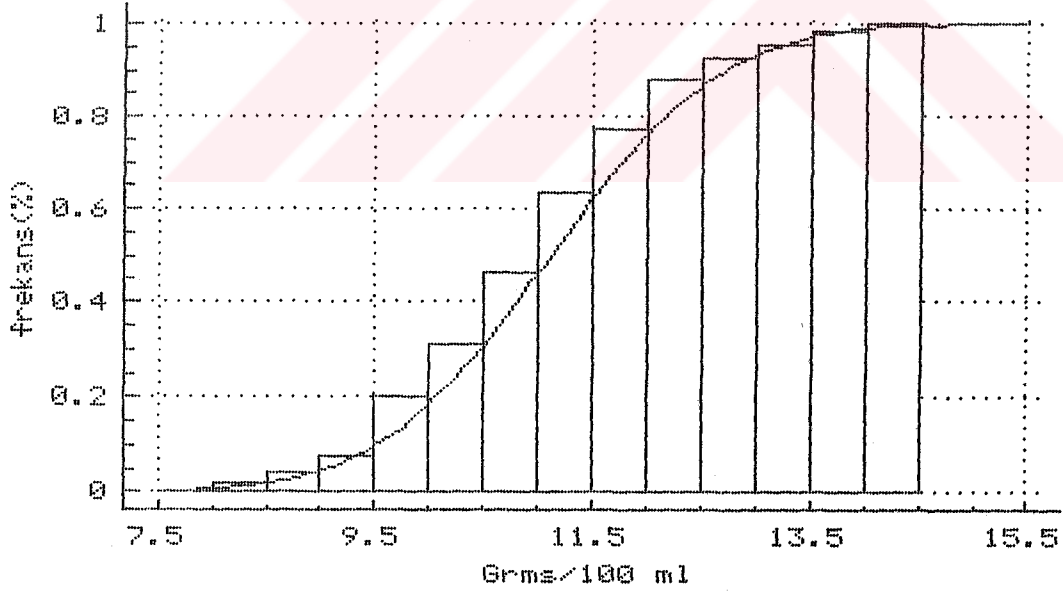


Sekil 7.15. İspanya'da yapılan bir çalışma sonucunda elde edilen, istiridyelerin (*Ostrea edulis* L.) ağırlığının ait frekans dağılışının normal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

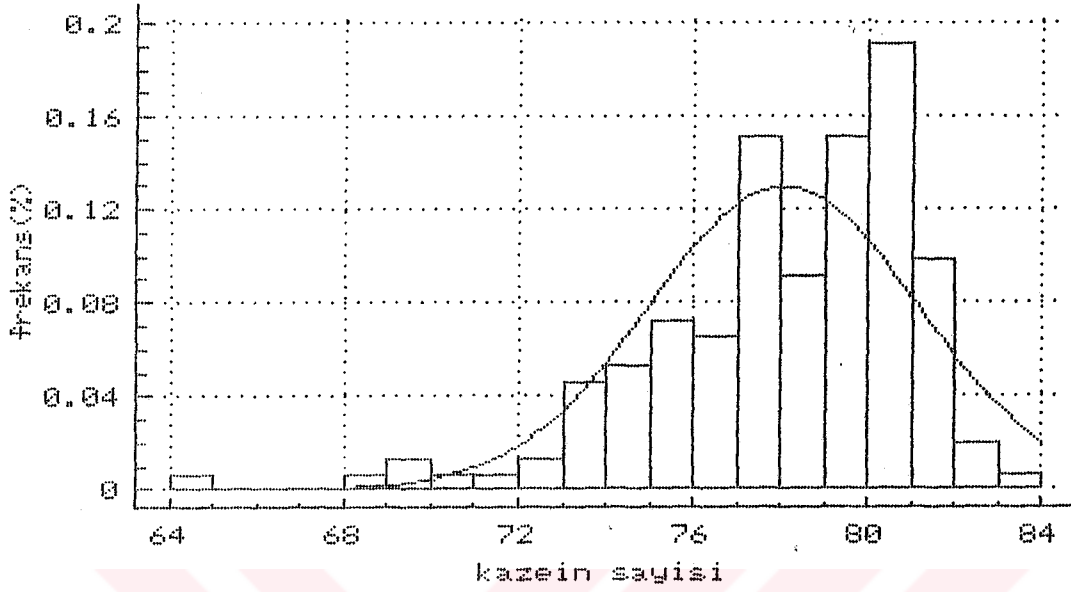


(b)

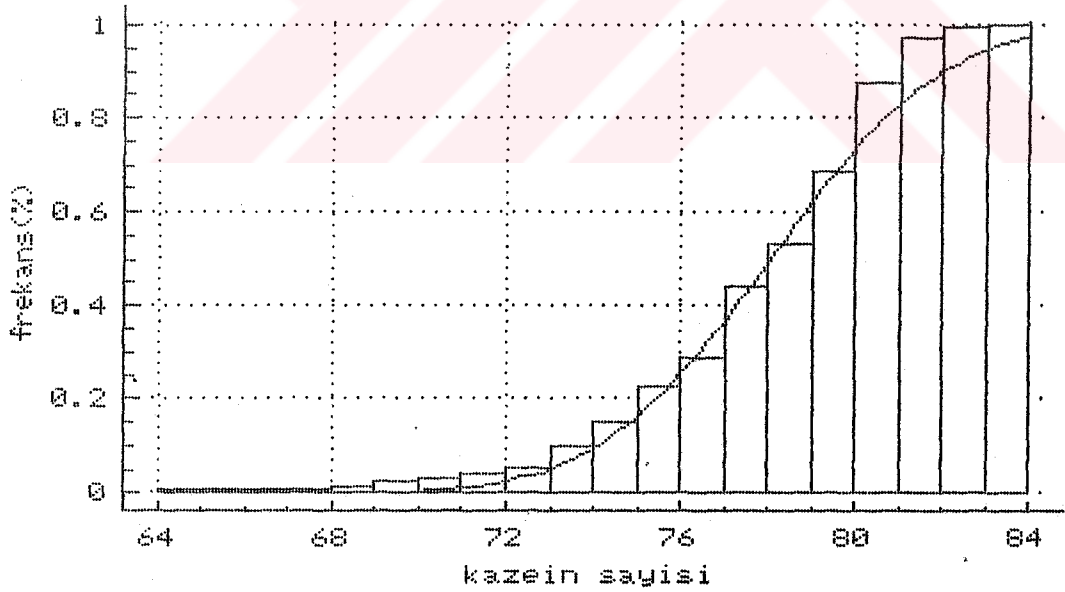


Sekil 7.16. Jersey ve Holstein ırklarına mensup dişi sığırlardan müteşekkil bir örnekte kan hemoglobin değerinin frekans dağılışı normal dağılış modeline uyumu. a) İhtimal fonksiyonu. b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

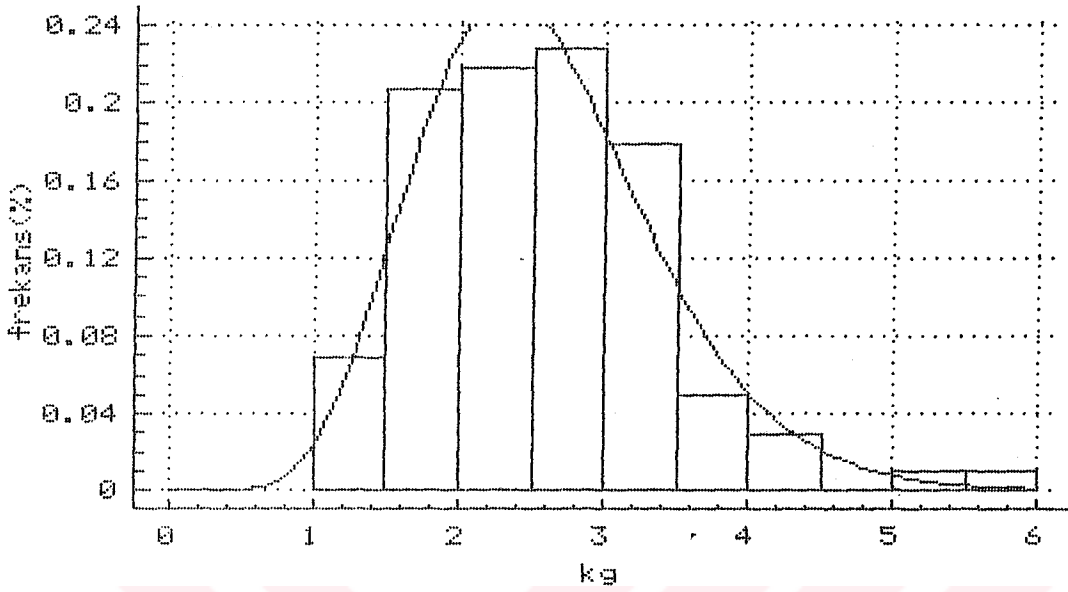


(b)

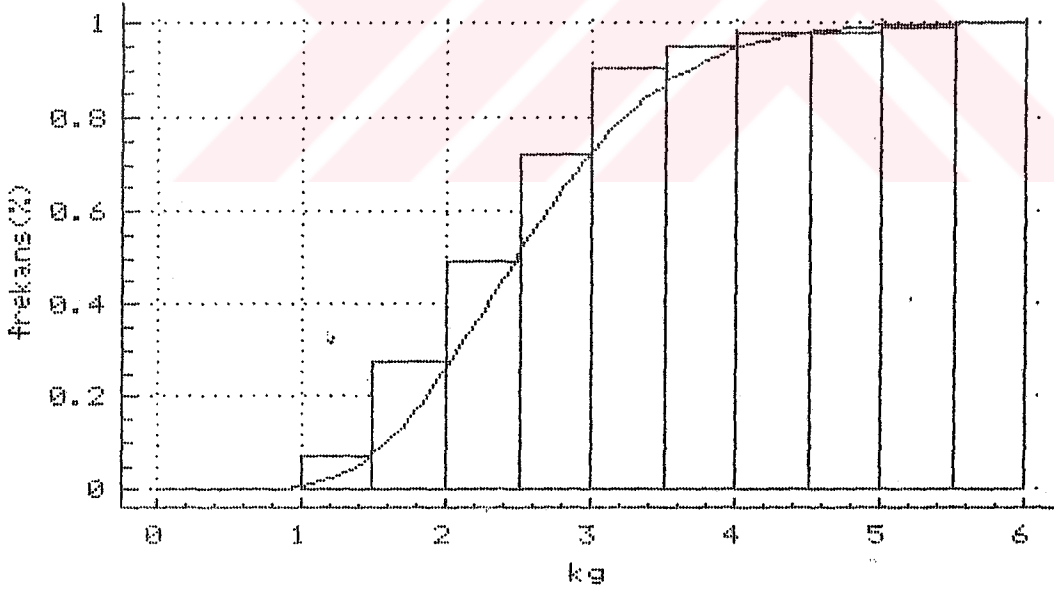


Şekil 7.17. 6 değişik ırktan 152 inek sütüne ait kazein sayısının frekans dağılışının normal dağılış modeline uyumu. a) İhtimal fonksiyonu. b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

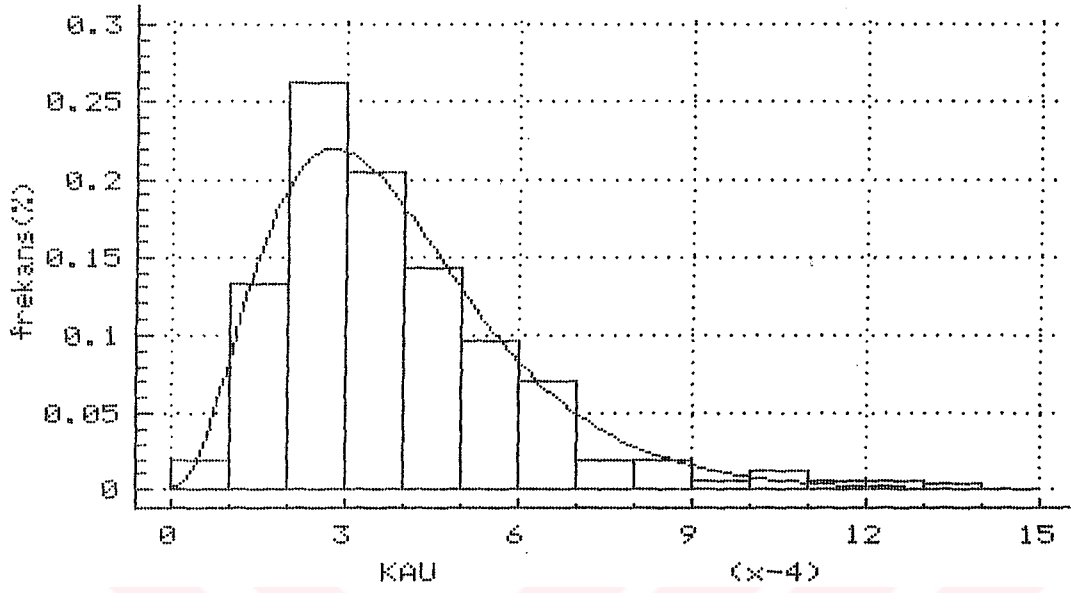


(b)

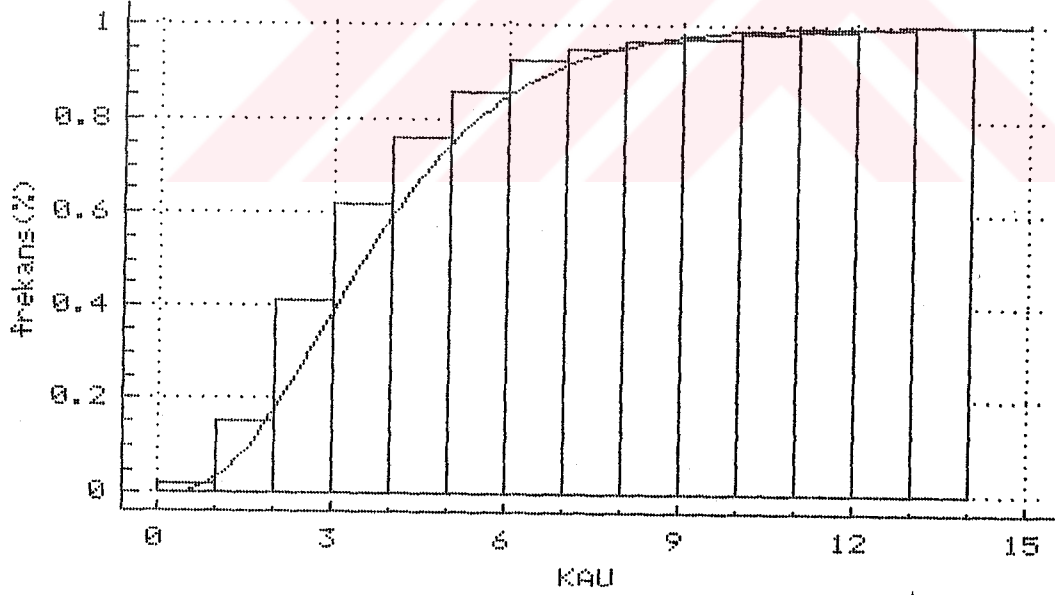


Şekil 7.18. 101 adet koyun karkasından alınan göz kası örneklerinin ortalama sertlik derecelerinin frekans dağılışı Gamma dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

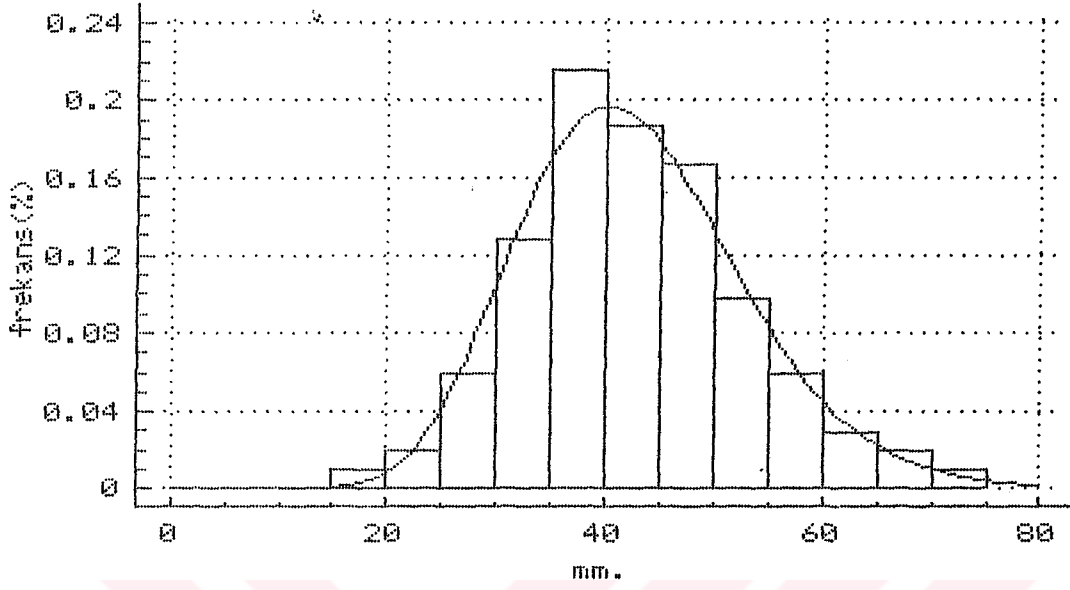


(b)

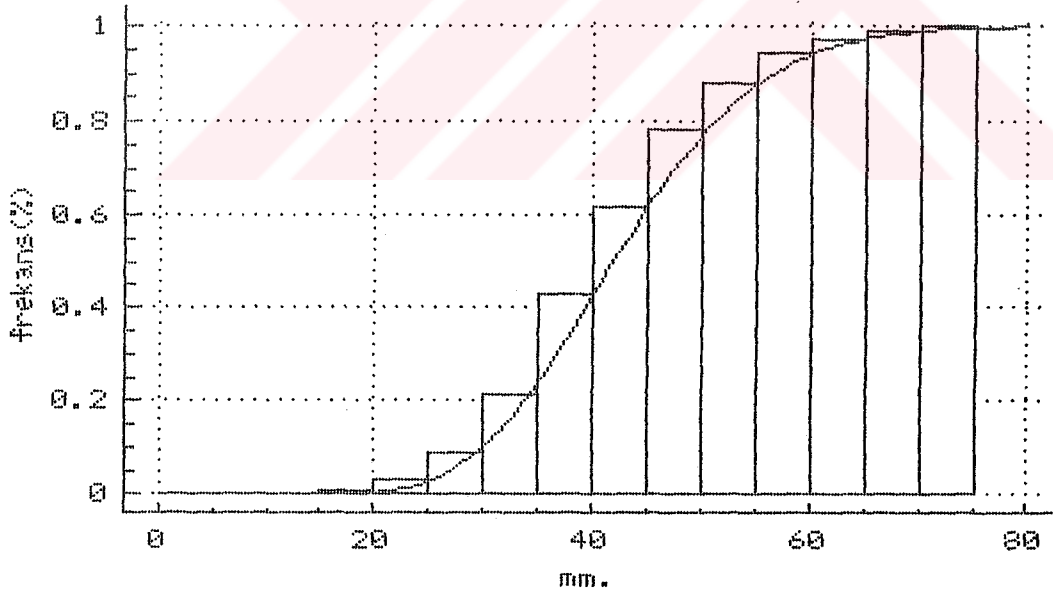


Şekil 7.19. Beagle köpeklerinin (n=320) serum alkalın fosfataz seviyelerine ait frekans dağılışı'nın Gamma dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

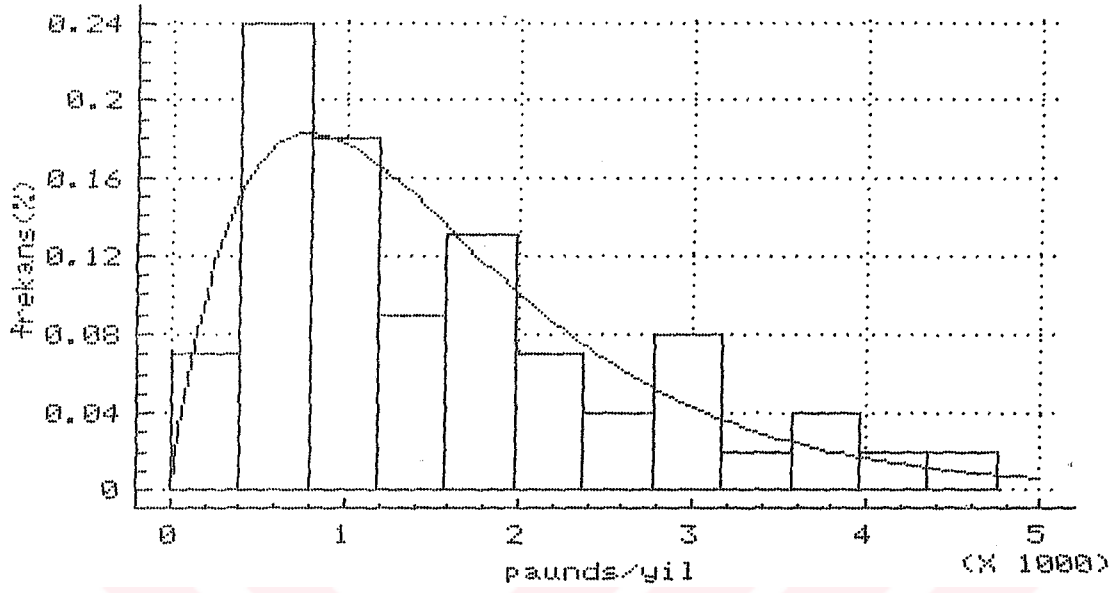


(b)

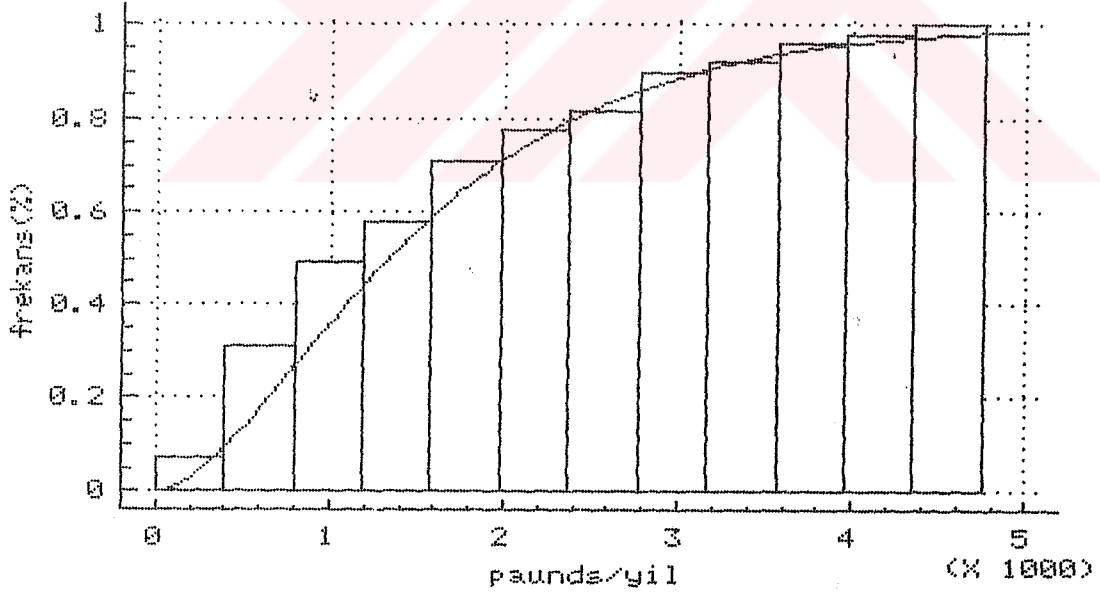


Sekil 7.20. Sağlıklı 1027 adet mink'in I. tip kaslarının çapının frekans dağılışı'nın Gamma dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

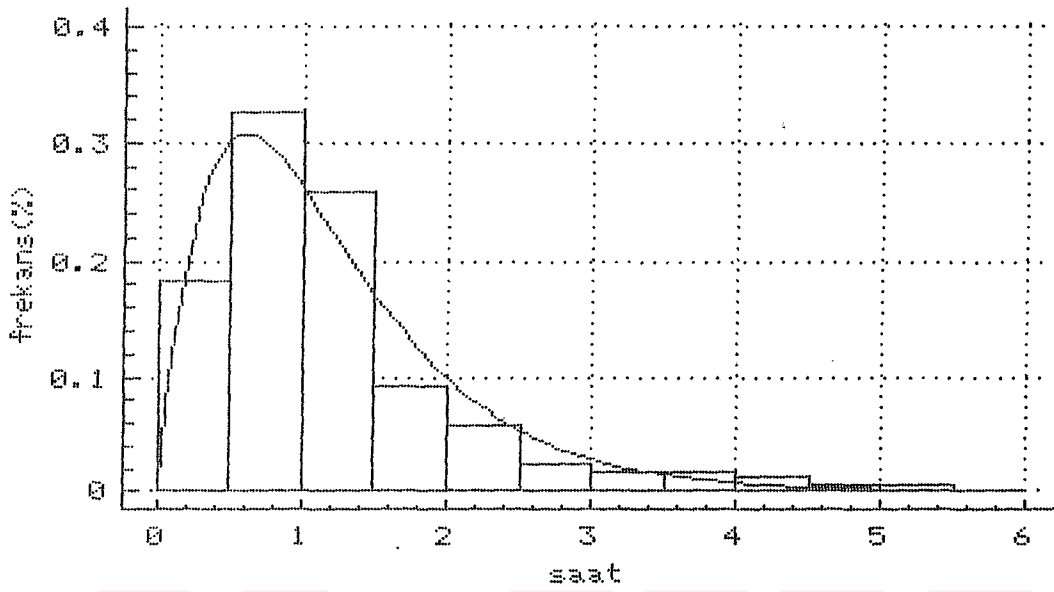


(b)

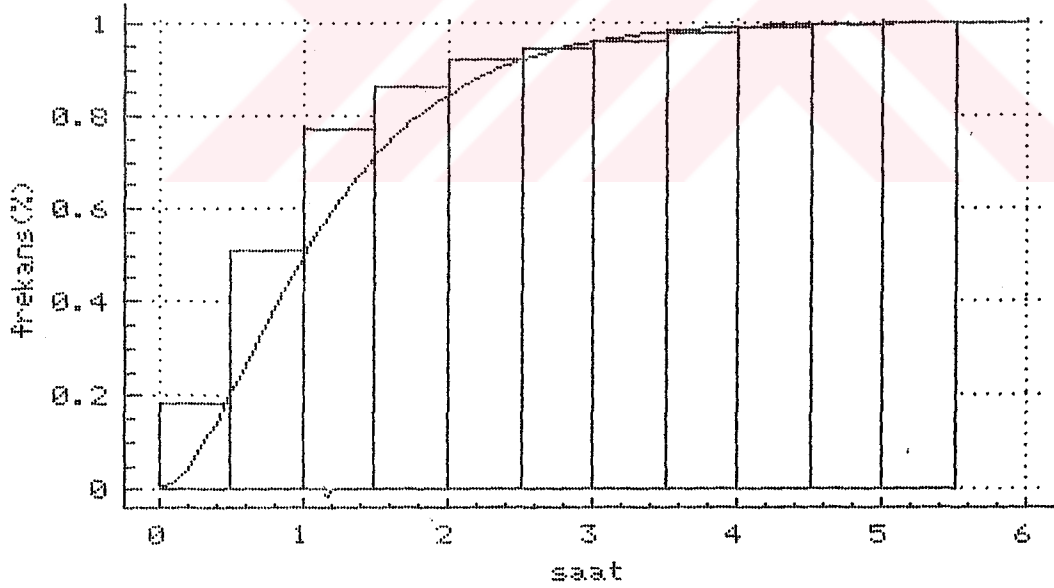


Sekil 7.21. 2 yaşındaki Jersey ineklerinin yıllık süt verimine ait frekans dağılısının Gamma dağılıs modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılıs fonksiyonu.

(a)

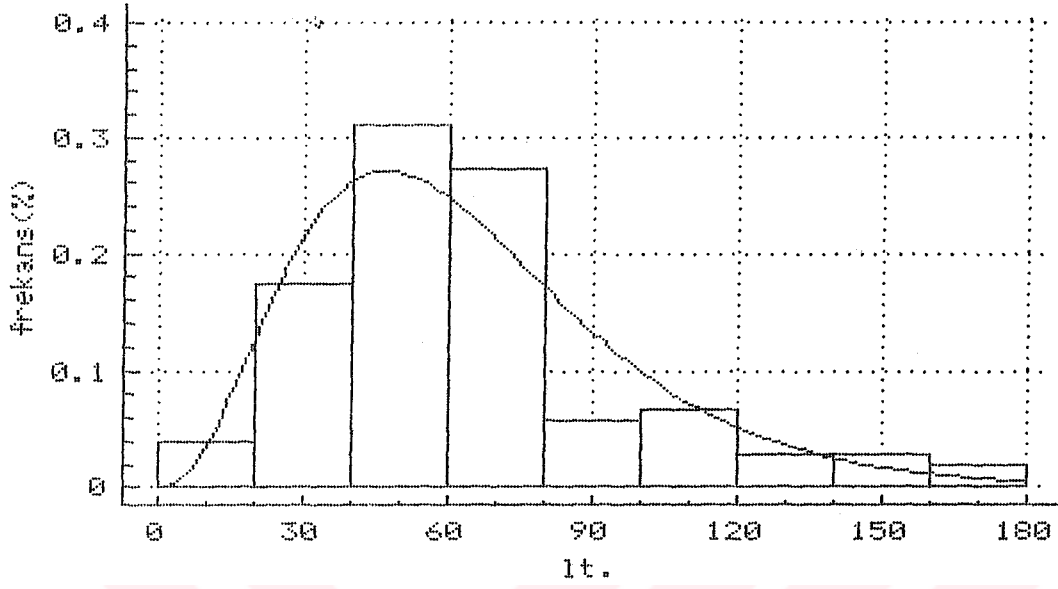


(b)

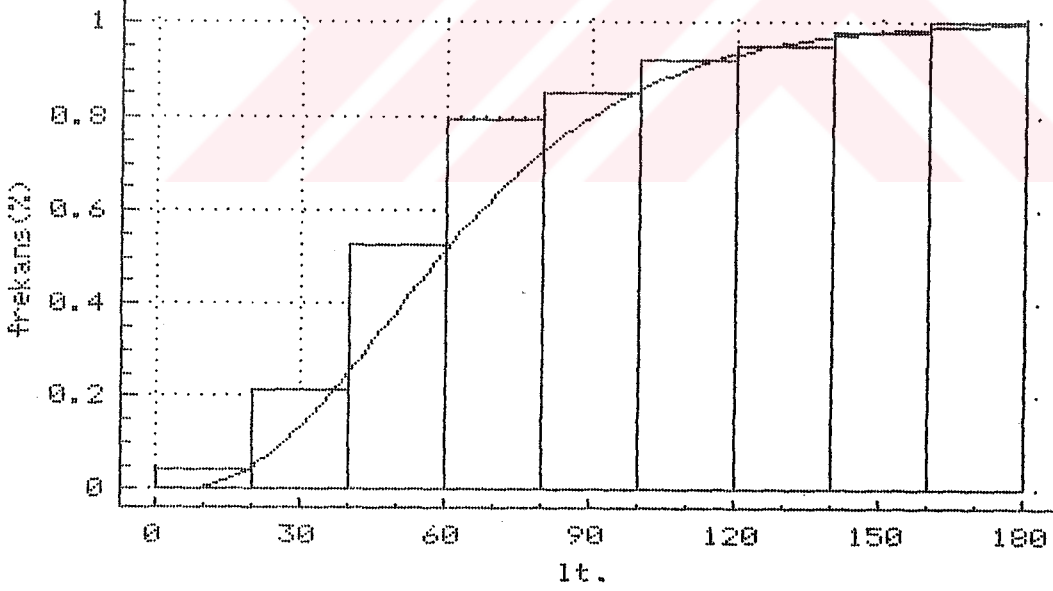


Şekil 7.22. Friesian ırkından yeni doğmuş 174 buzağının ilk ayakta durmaya başladıkları ana kadar geçen süreye ait frekans dağılışının Gamma dağılış modeline uyumu. (a) ihtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

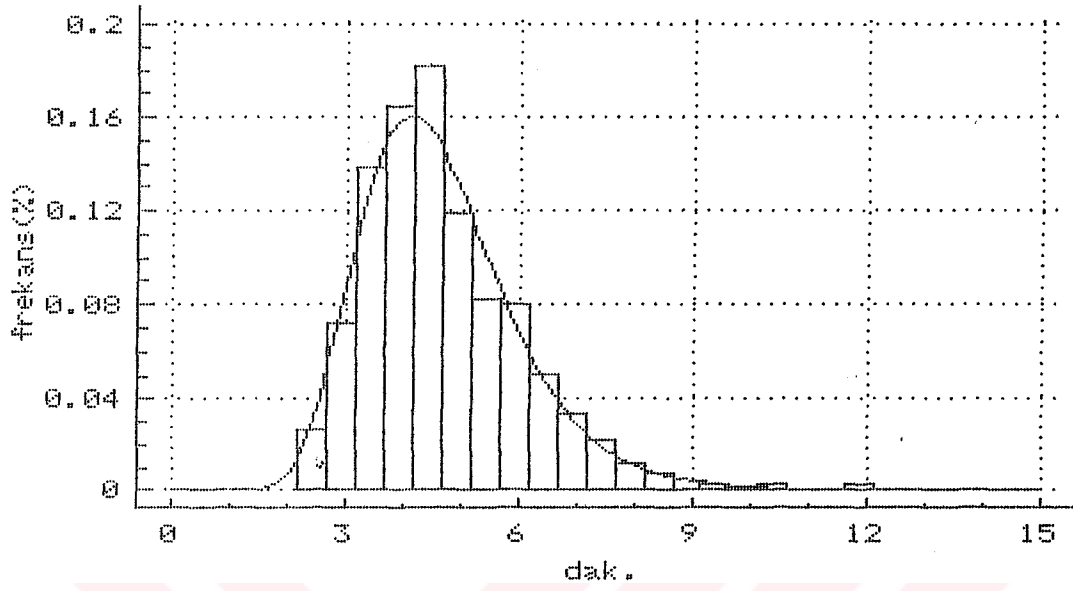


(b)

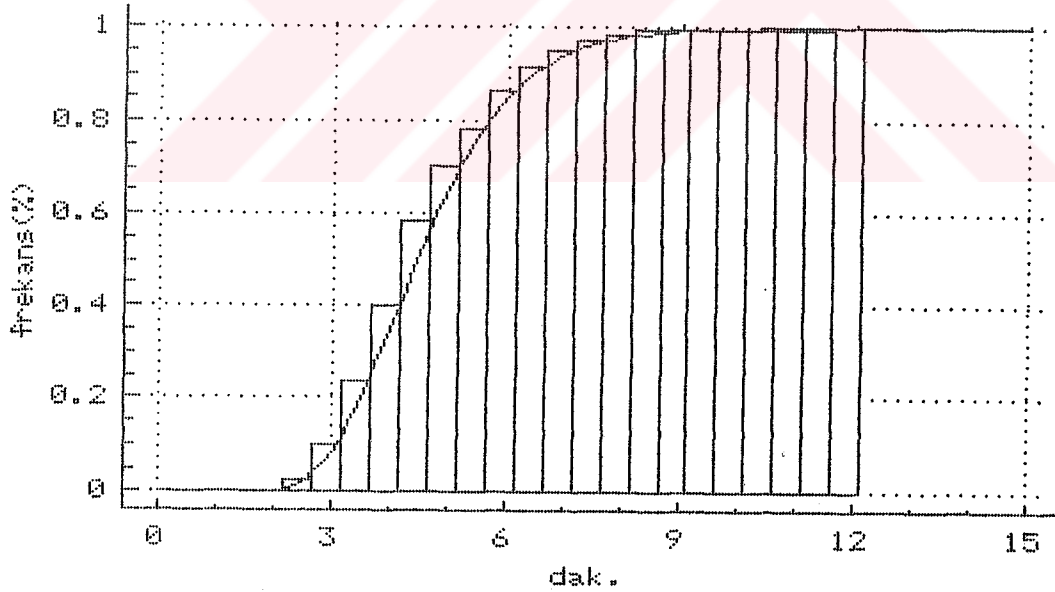


Şekil 7.23. Friesian ırkından 103 adet buzağının doğumdan 5. haftaya kadar olan toplam su tüketimlerinin frekans dağılışının Gamma dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal Fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

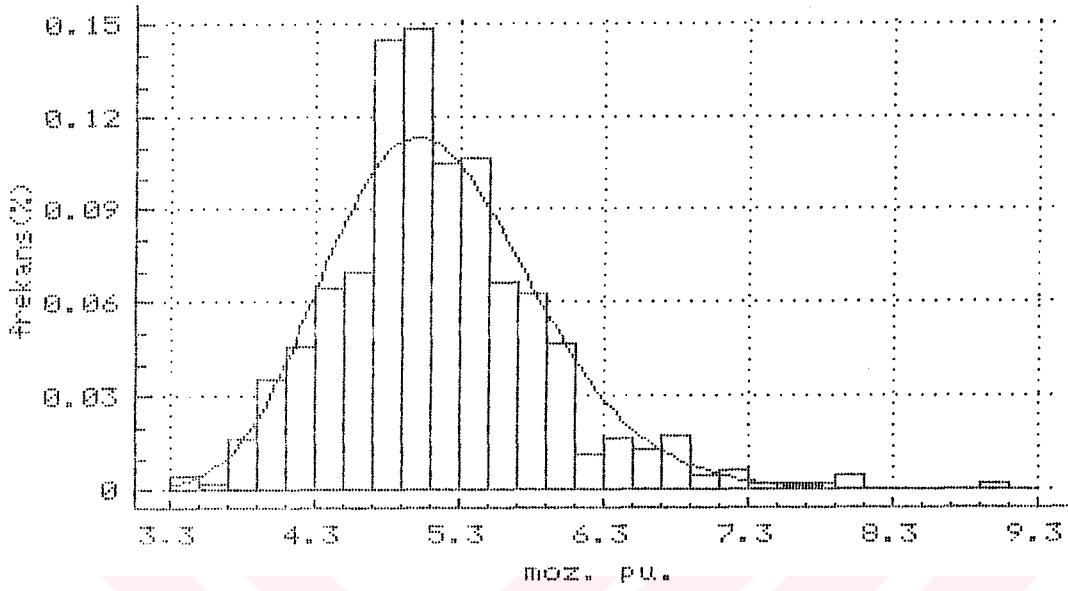


(b)

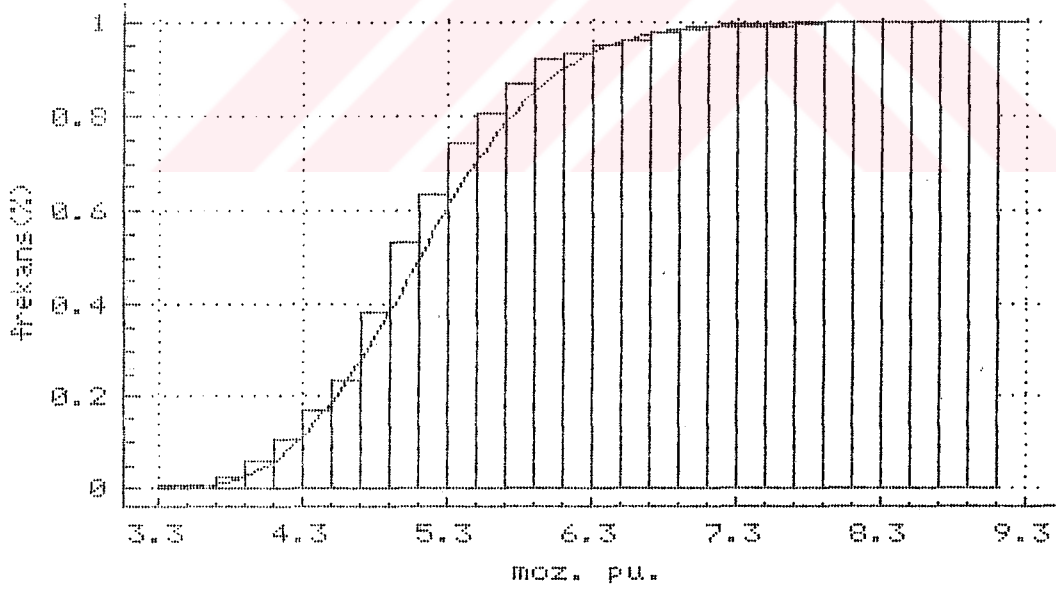


Şekil 7.24. İneklerin makinayla sağılması sırasında geçen zamana ait frekans dağılışının Lognormal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal Fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

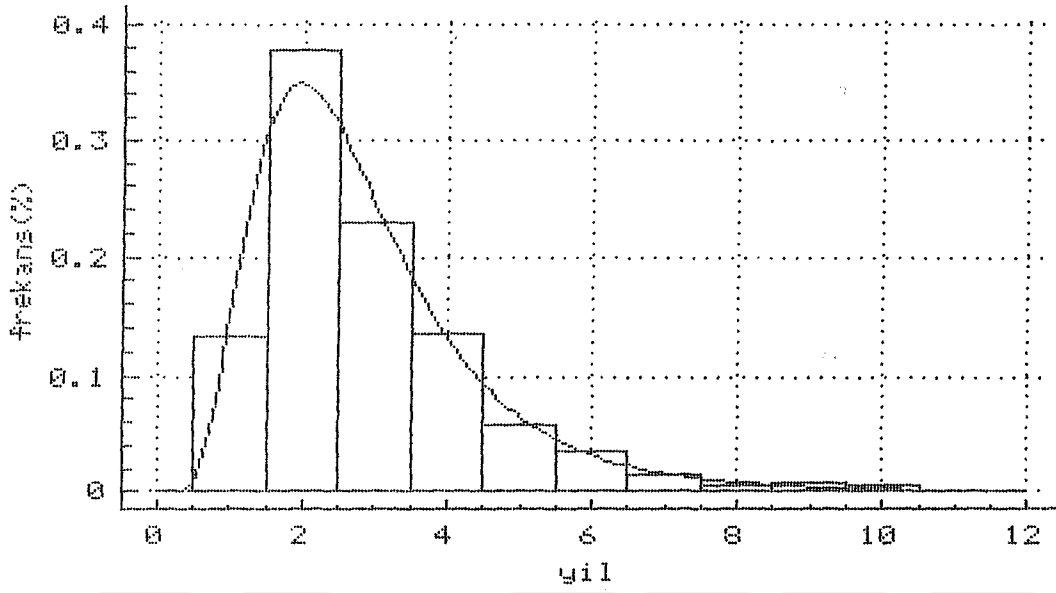


(b)

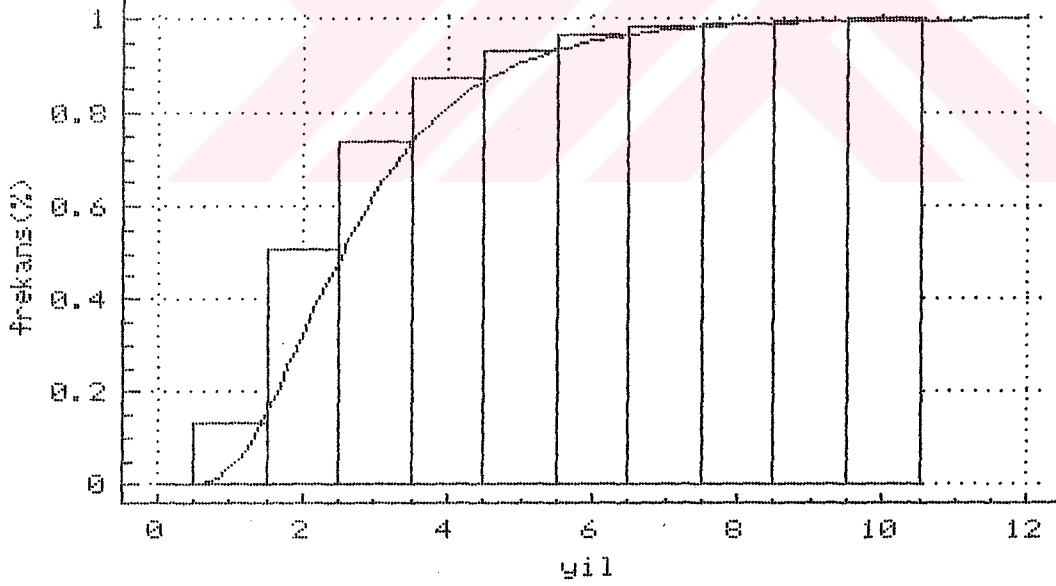


Sekil 7.25. Sığır karkaslarının,mozaikleşme puanlarına göre frekans dağılışınnın Lognormal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal Fonksiyonu (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

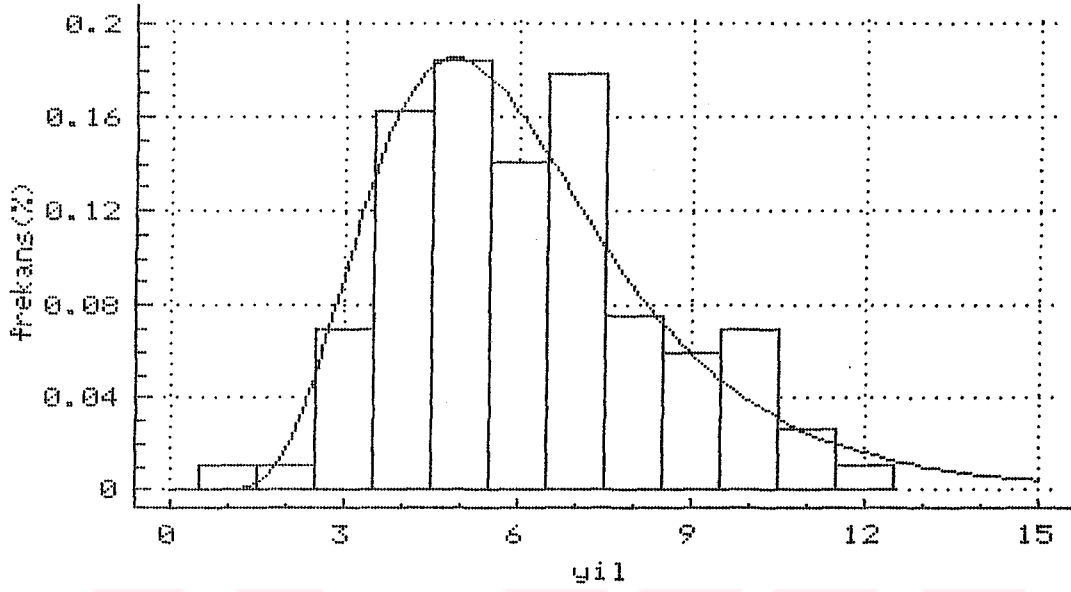


(b)

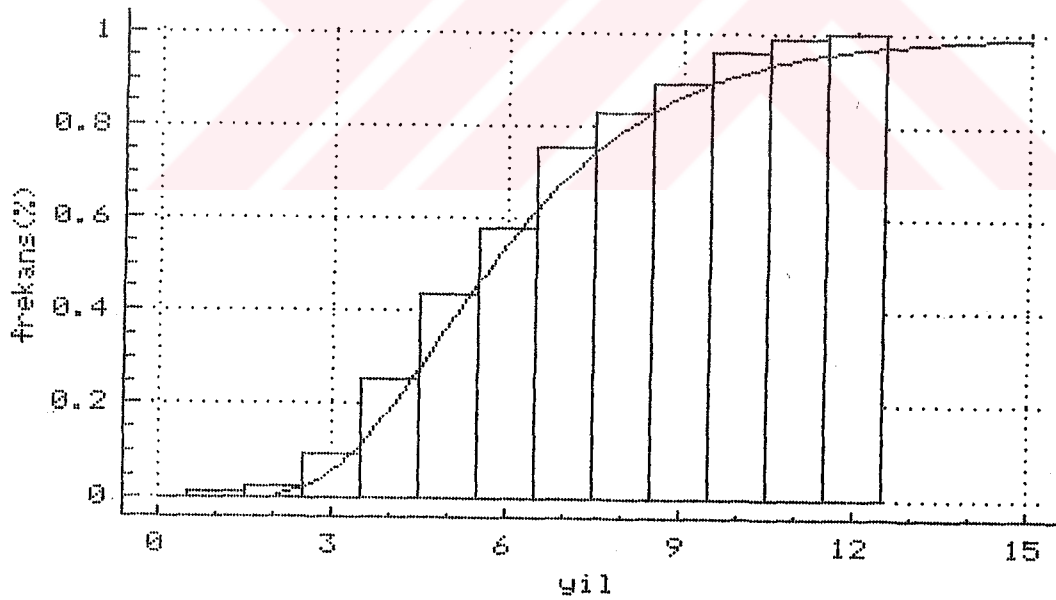


Şekil 7.26. Dicle nehrinde yaşayan *Capoeta trutta* balığının yaşına ait frekans dağılışının Lognormal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal Fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)



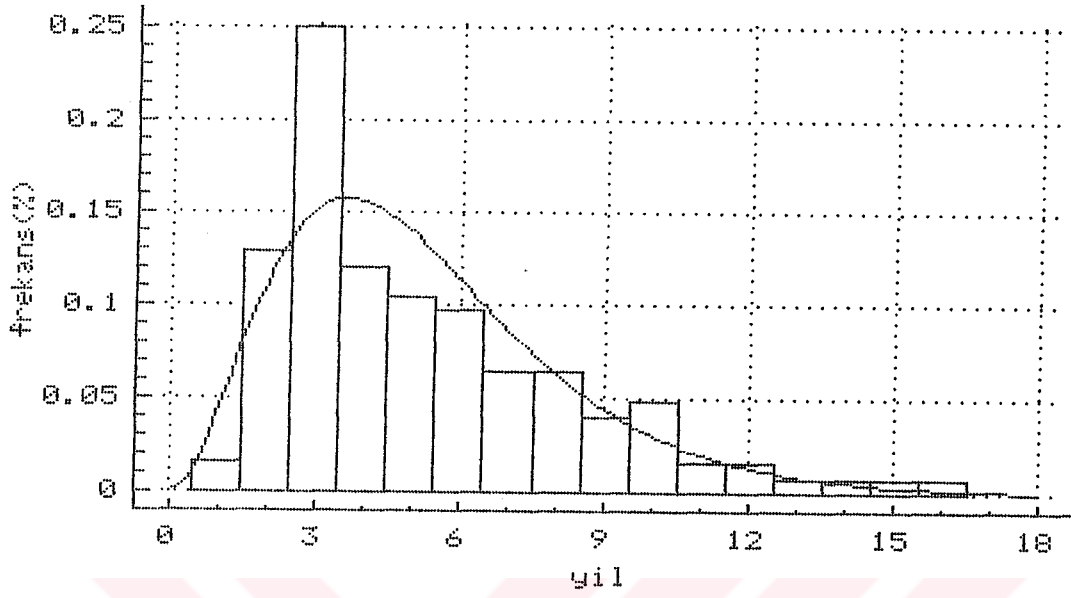
(b)



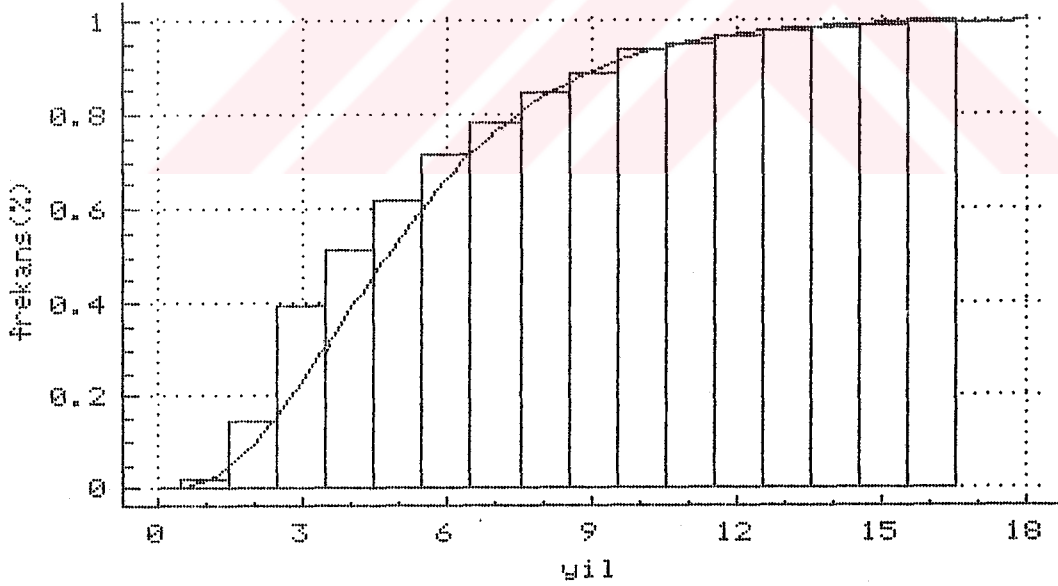
Sekil 7.27. Thorocolumbar disk hastalığına yakalanan köpeklerin yaşlarına göre frekans dağılışı'nın Log-normal dağılışı modeline uyumu. (a) İhtimal Fonksiyonu. (b) Dağılışı fonksiyonu.

1973)

(a)

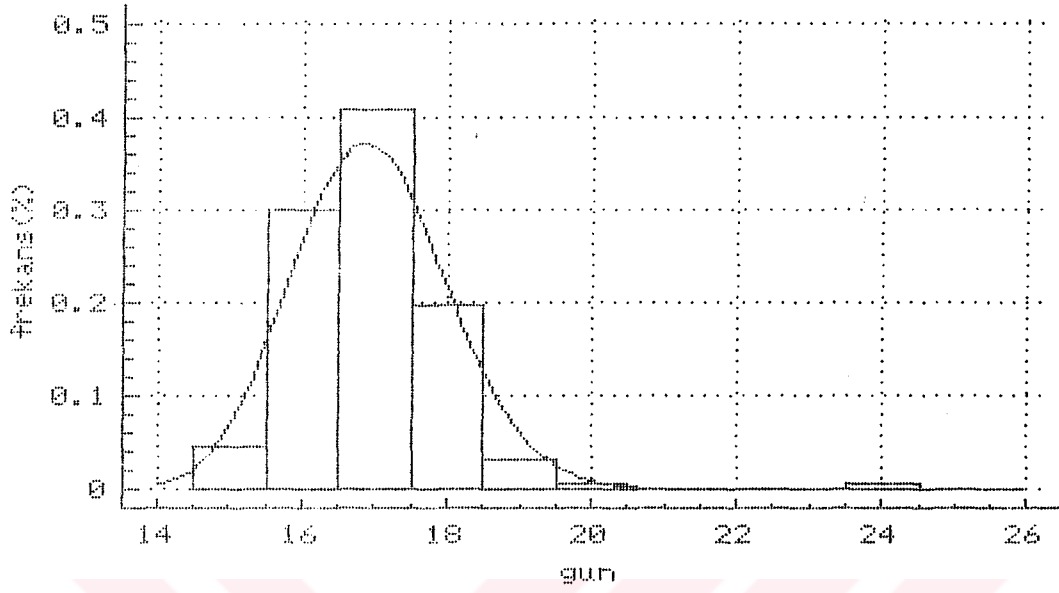


(b)

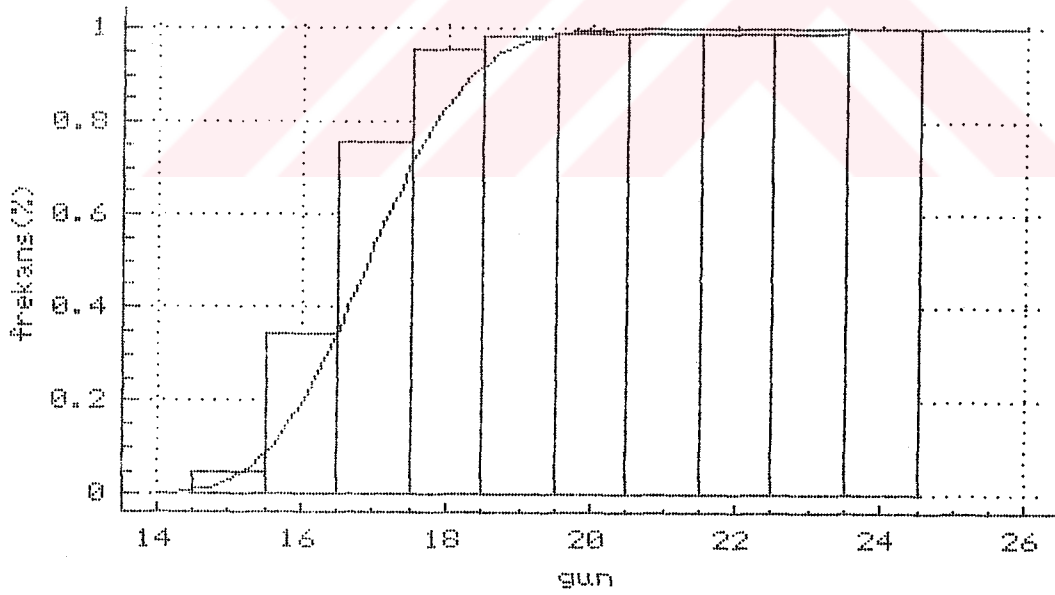


Şekil 7.28. Hemorrhagic Gastroenteridis sendromuna sahip 124 köpeğin yaşına ait frekans dağılışının Gamma dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

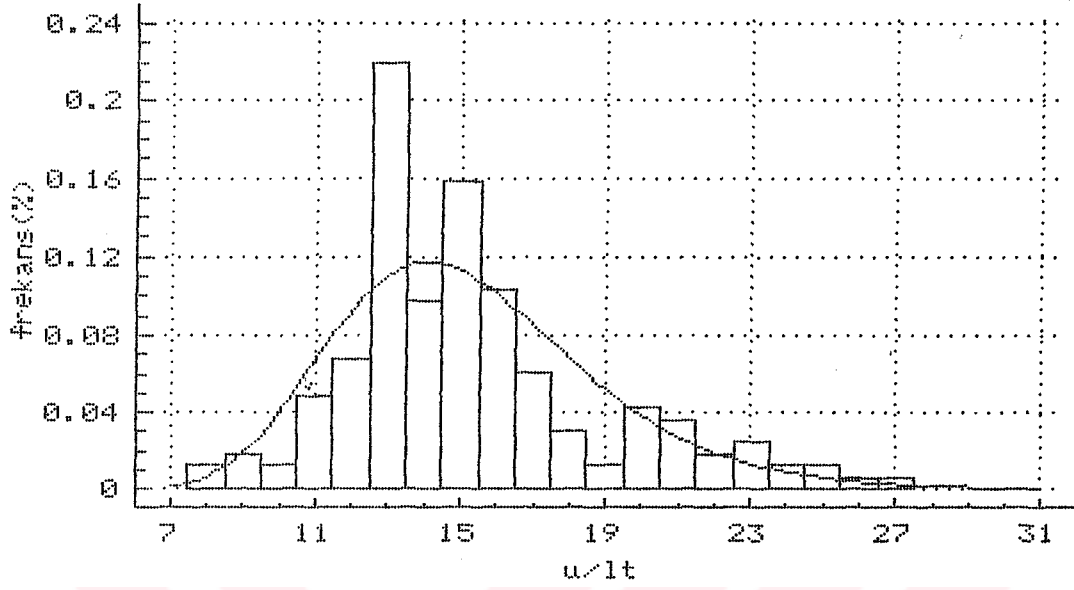


(b)

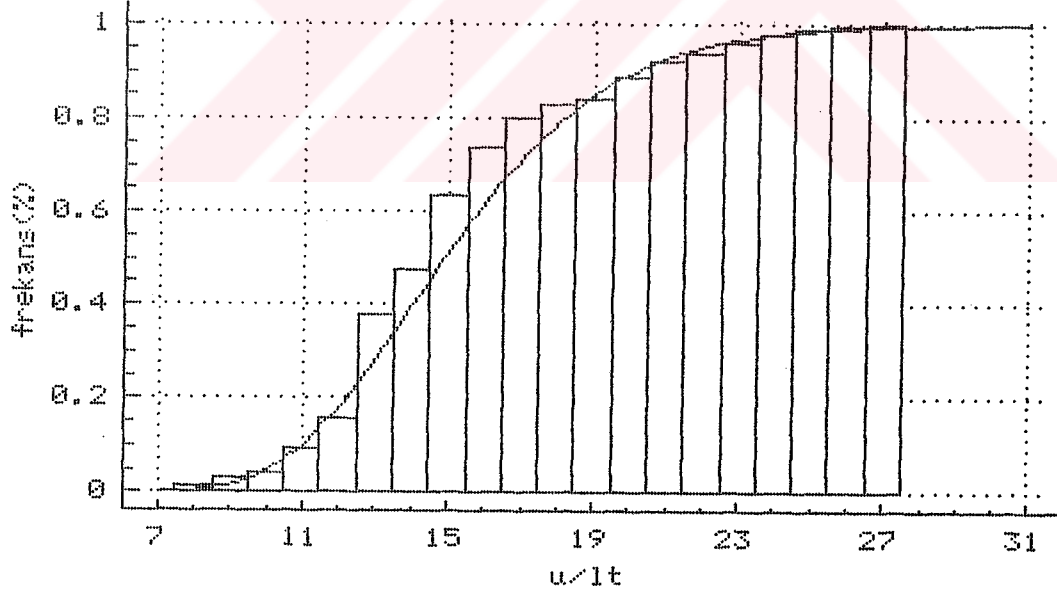


Sekil 7.29. Finnish Landrace koyunlarının, oestrus siklüslerinin süresine göre dağılışının Lognormal dağılış modeline uyumu. (a) ihtimal Fonksiyonu (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

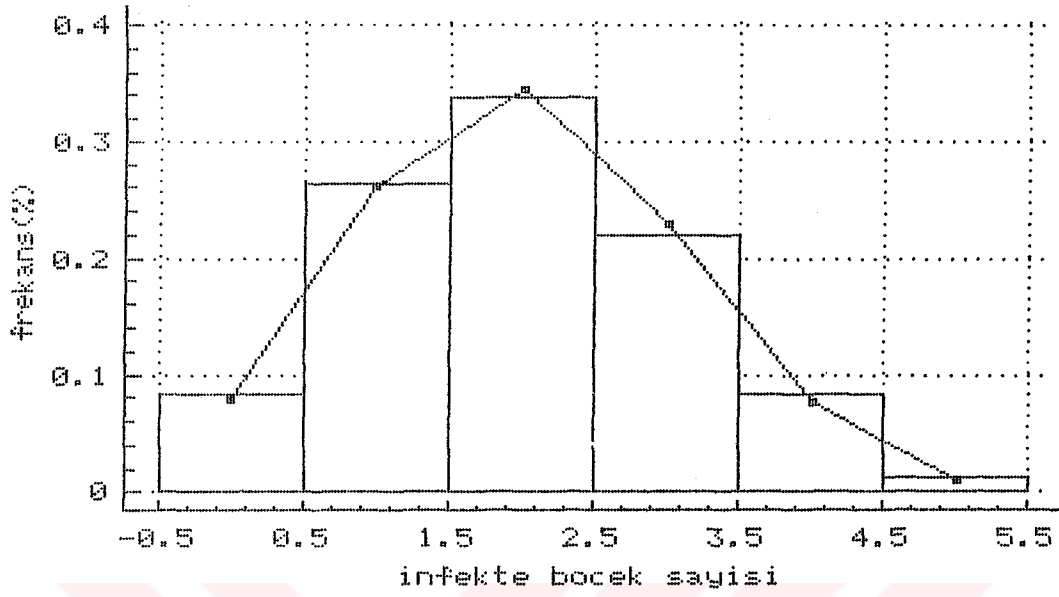


(b)

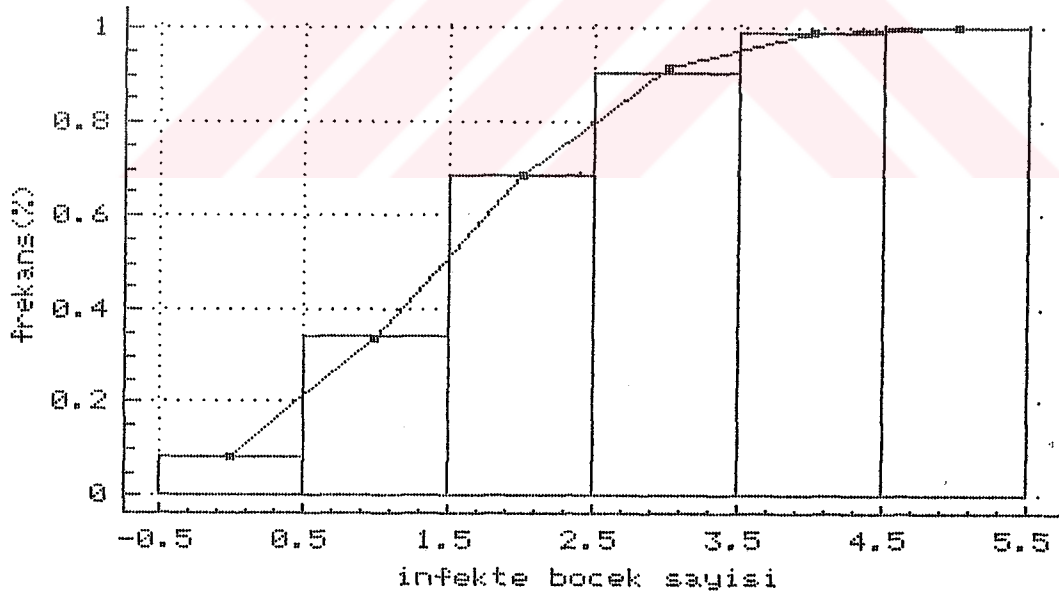


Şekil 7.30. 3 ayrı ırktan 164 buzağıya ait Gamma Glutamily Transferaz enzimi seviyesinin frekans dağılısının Lognormal dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal Fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

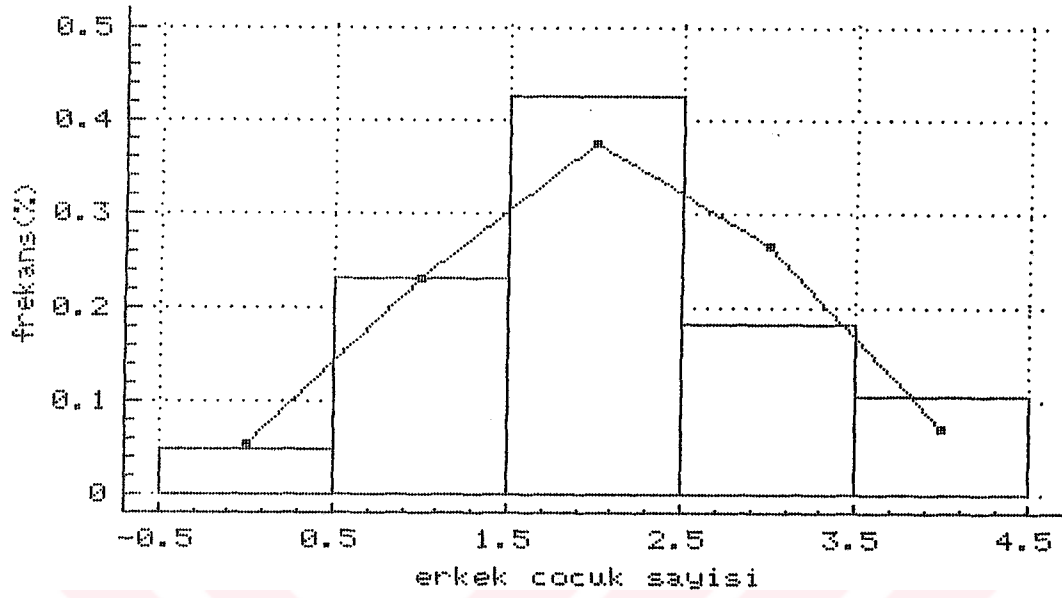


(b)

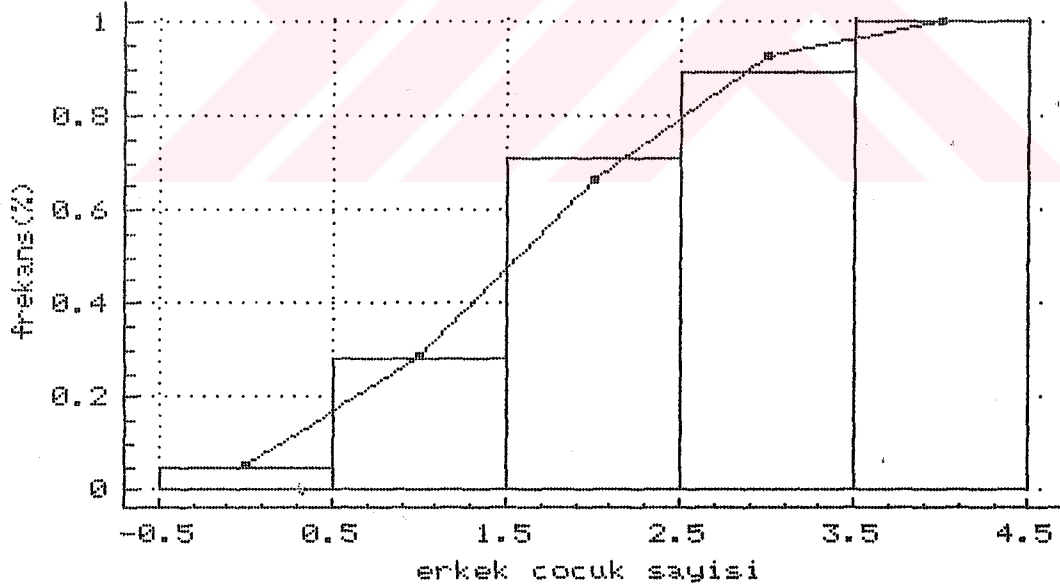


Şekil 7.31. Belirli bir hastalığa maruz kalmış bir böcek popülasyonundan alınan 5'er birimlik 2423 örnekte bulunan infekte böcek sayısının frekans dağılımının Binom dağılım modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılım fonksiyonu.

(a)

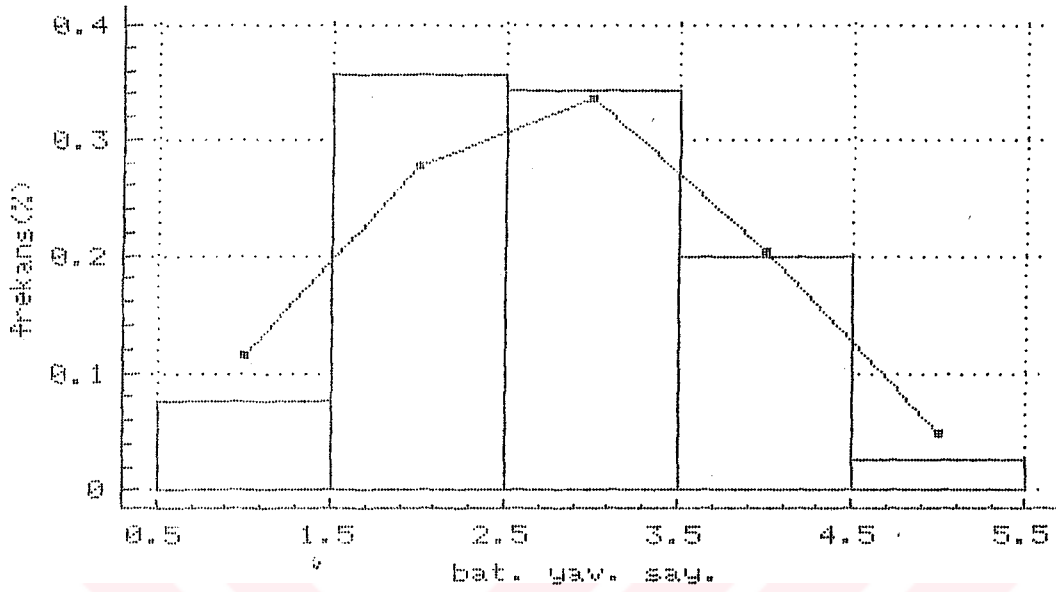


(b)

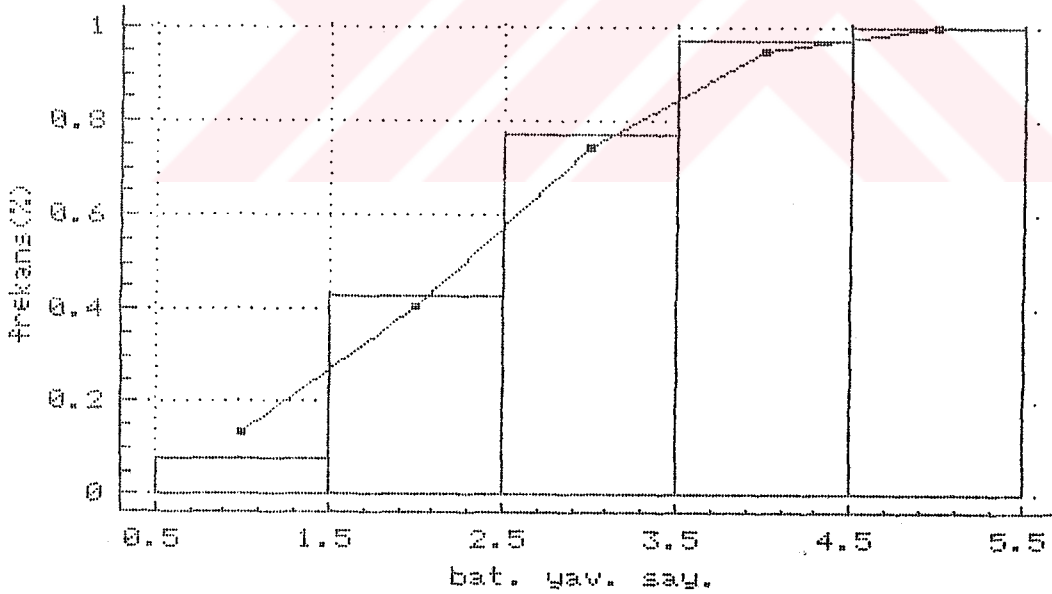


Şekil 7.32. Amerikanın bir bölgesinde 1941 yılında 4 canlı doğum yapmış 103 ailenin, canlı doğan erkek çocuk sayısına ait frekans dağılışı'nın Binom dağılışı modeline uyumu. (a) İhtimal fonksiyonu. (b) Dağılışı fonksiyonu.

(a)

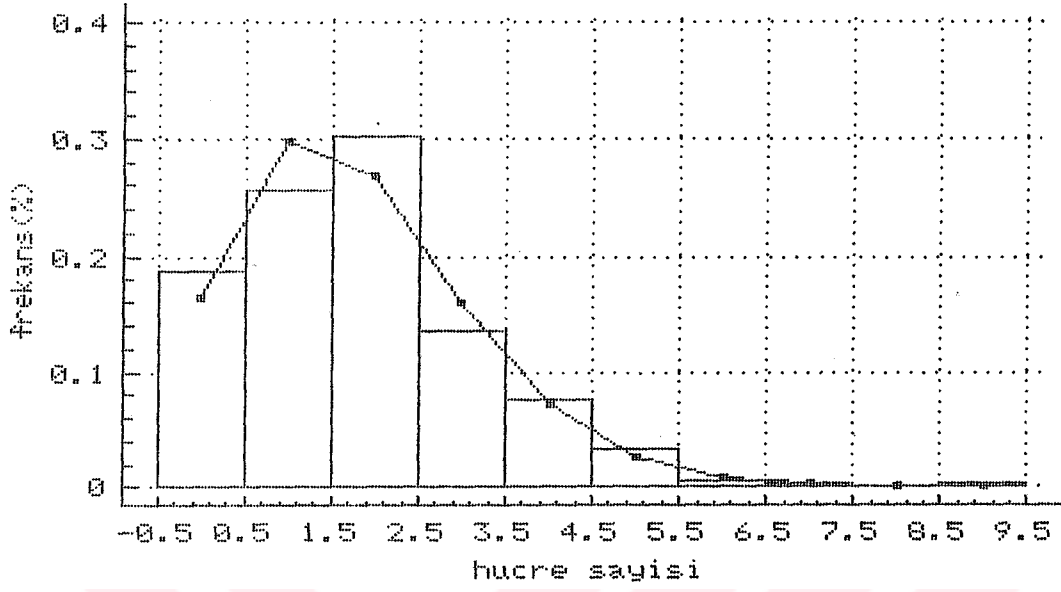


(b)

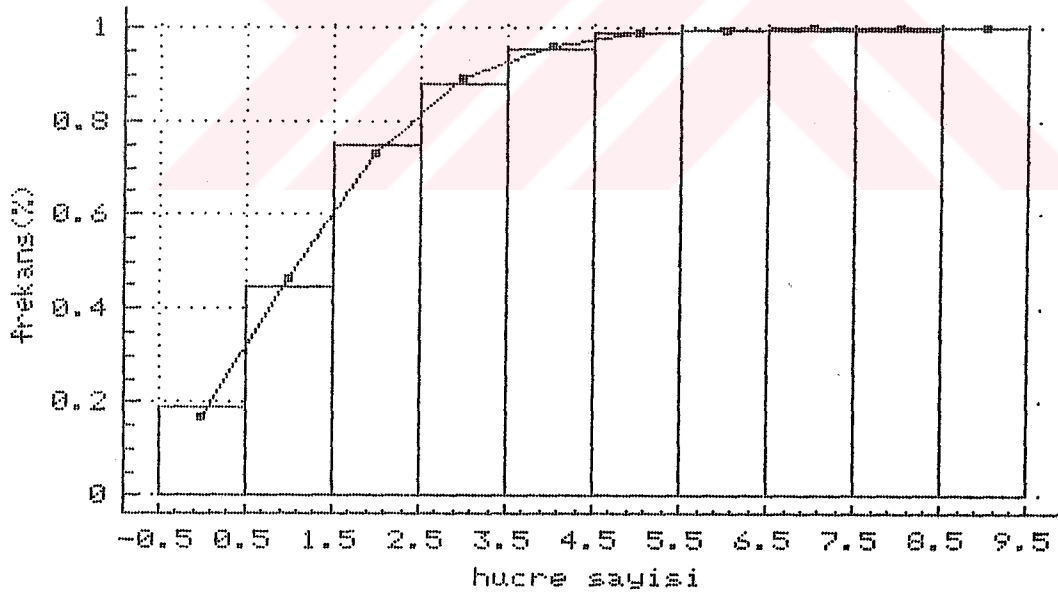


Şekil 7.33. 2 yıllık periyotta 3 defa yavru alınan Finnish Landrace X Dorset Horn kuzularının, batındaki yavru sayısına göre frekans dağılışının Binom dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal Fonksiyonu (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

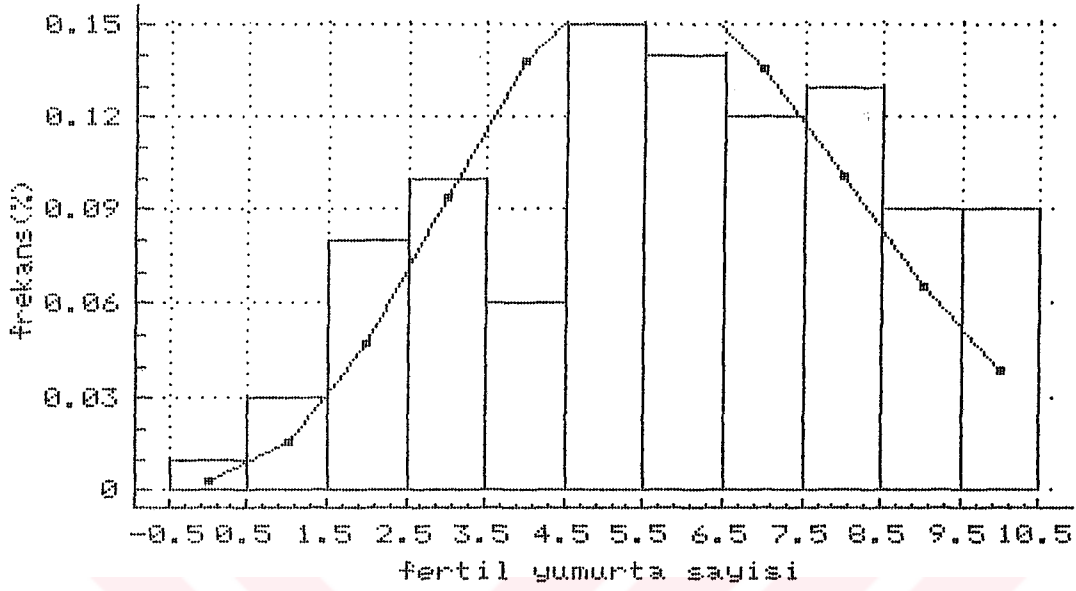


(b)

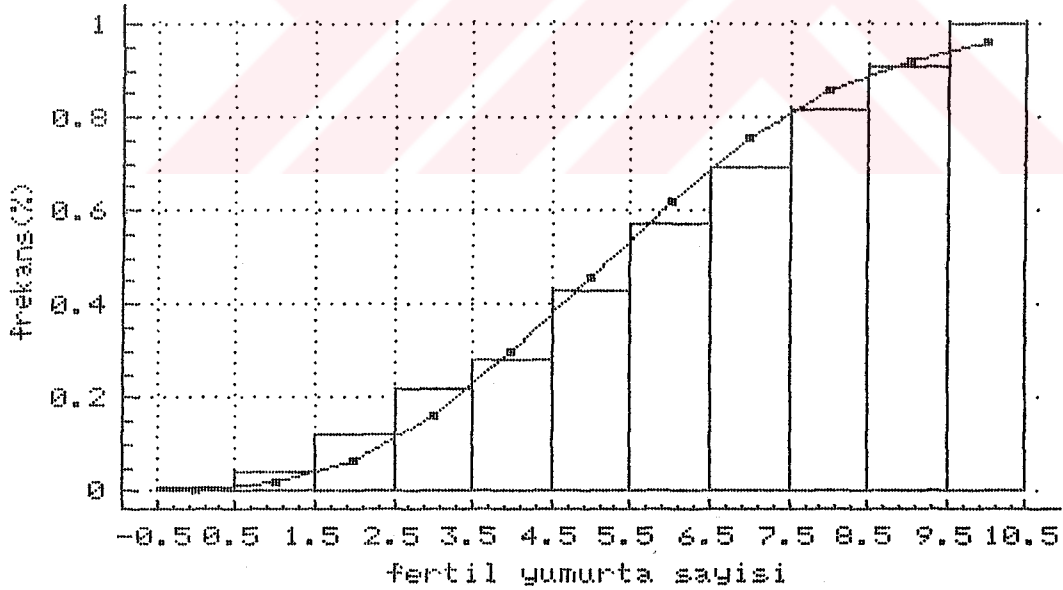


Sekil 7.34. 1 cm³ kanda bulunan maya hücrelerinin sayısının frekans dağılışının Poisson dağılış modeline uyumu. (a) ihtimal fonksiyonu (b) dağılış fonksiyonu

(a)

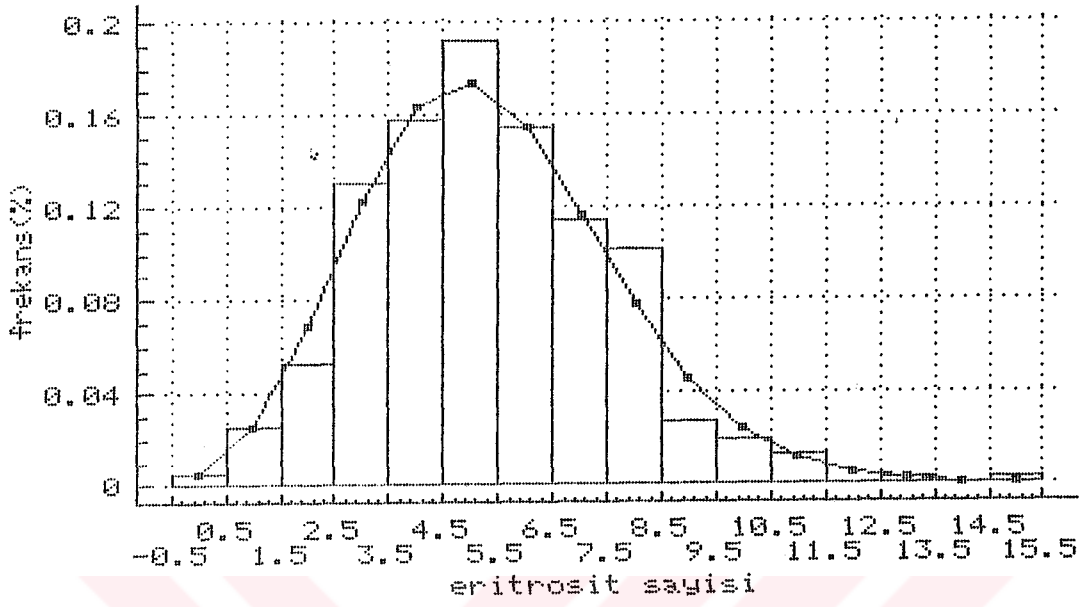


(b)

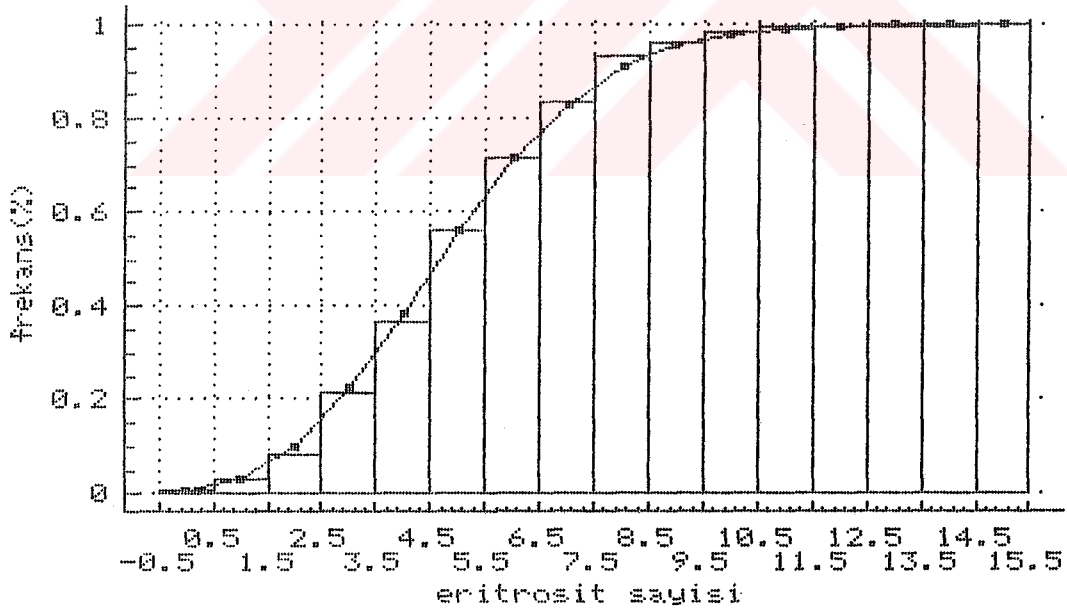


Sekil 7.35. *Drosophila melanogaster*'in 10 birimlik yumurta örneklerinde fertil yumurta sayısının dağılışı-
nın Poisson dağılışı modeline uyumu. (a) ihtimal
fonksiyonu (b) dağılışı fonksiyonu

(a)

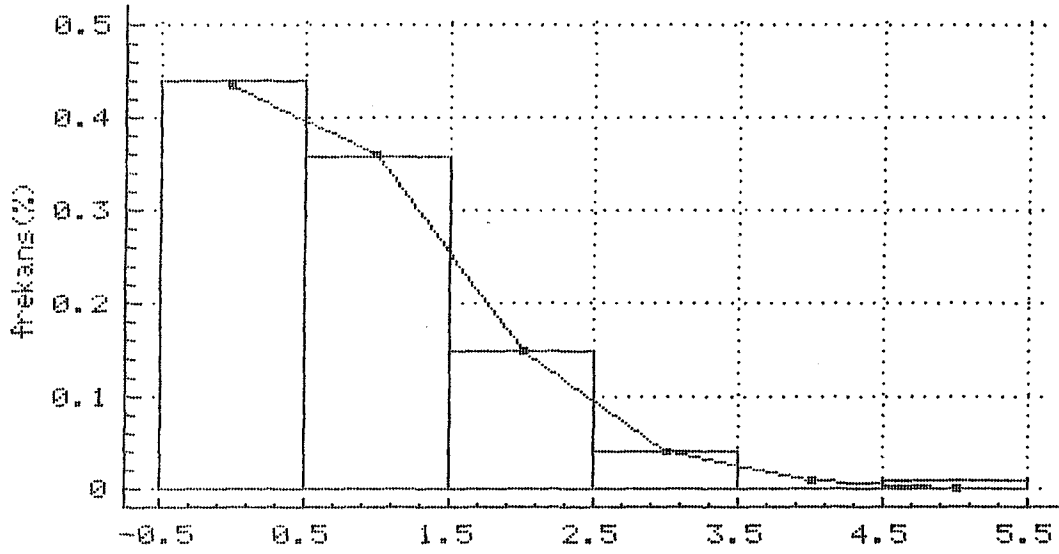


(b)

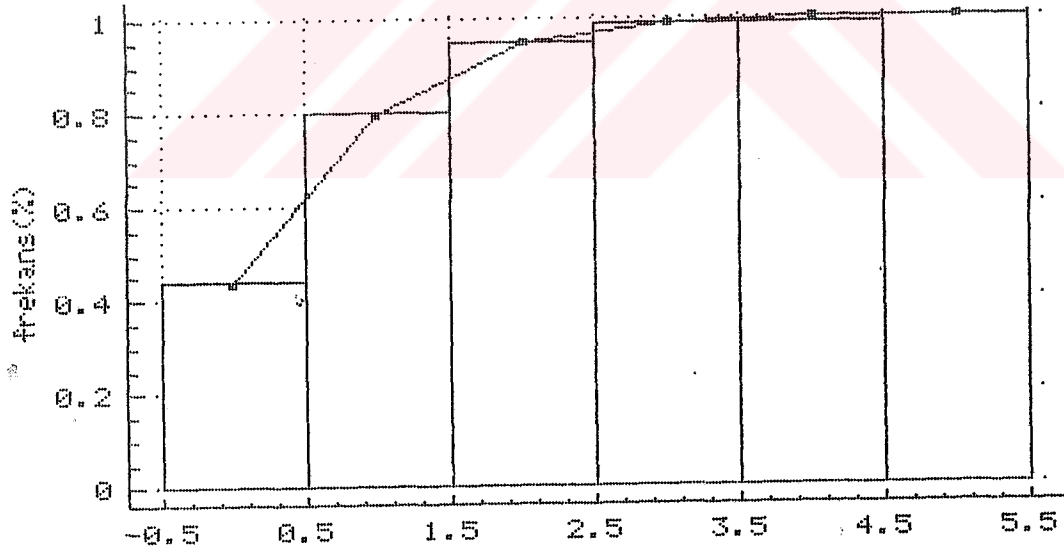


Sekil 7.36. Bir insana ait 400 ayrı kan örneğinde eritrosit sayısının frekans dağılışının Poisson dağılış modeline uyumu. (a) ihtimal fonksiyonu (b) dağılış fonksiyonu

(a)

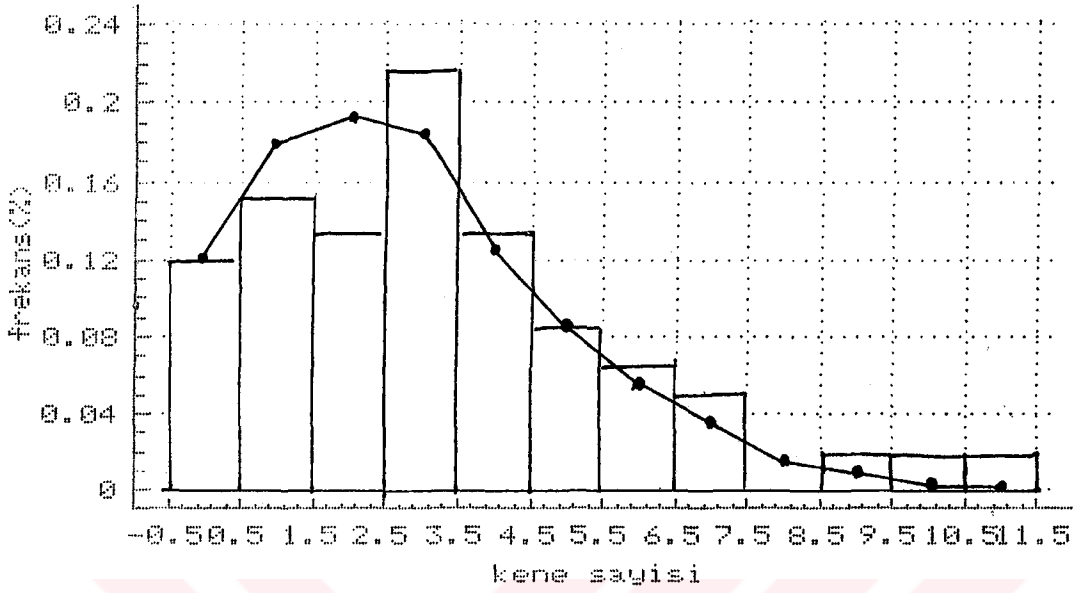


(b)

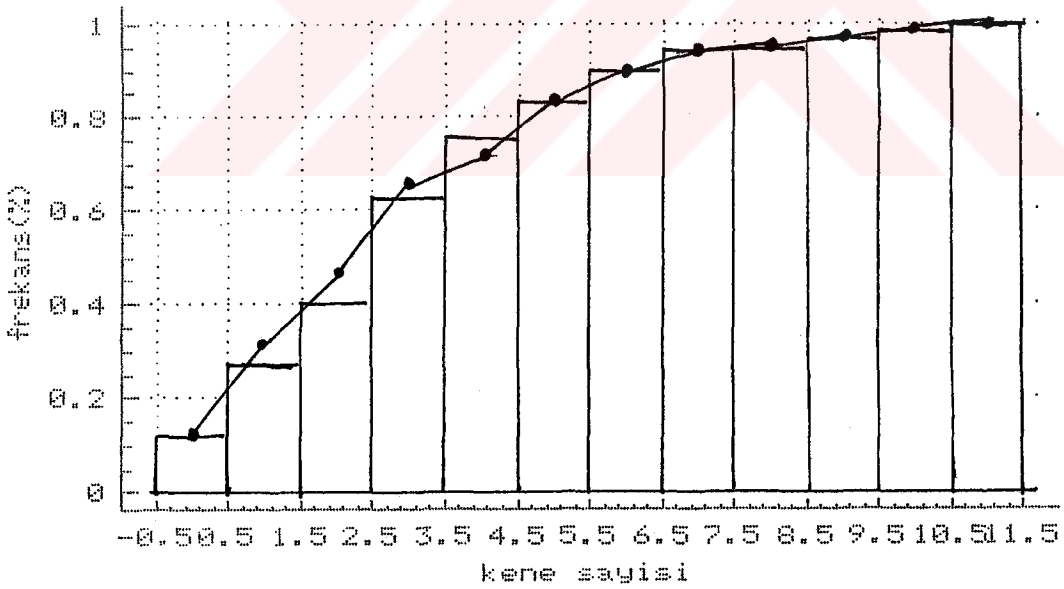


Şekil 7.37. Londra'da 1096 günlük gözlem sonucunda elde edilen, 85 ve daha yukarı yaştaki erkeklerin 1 gündeki ölüm sayısının dağılışının poisson dağılış modeline uyumu (a) ihtimal fonksiyonu (b) dağılış fonksiyonu.

(a)

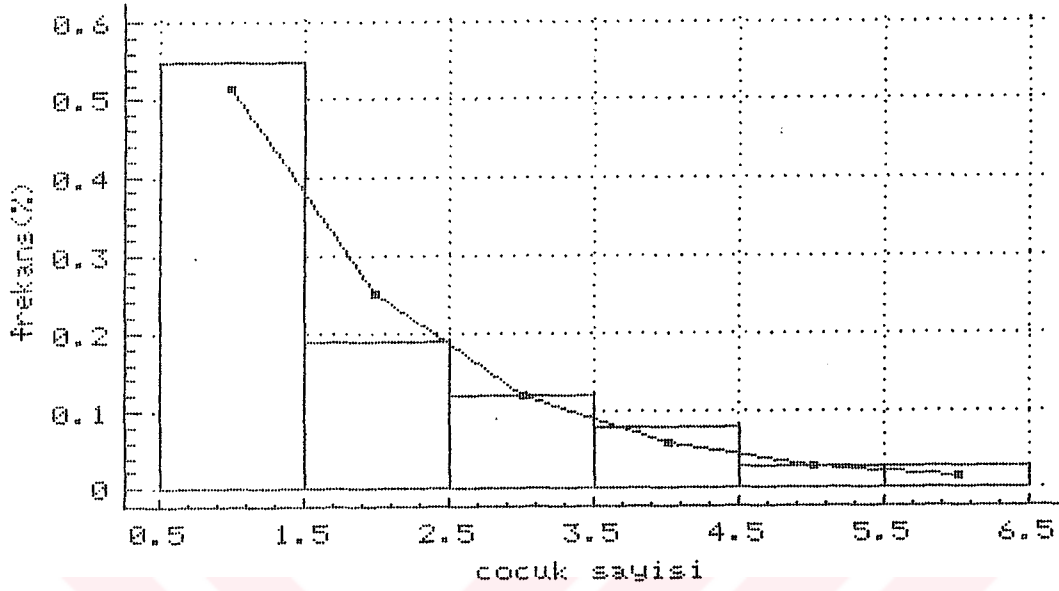


(b)

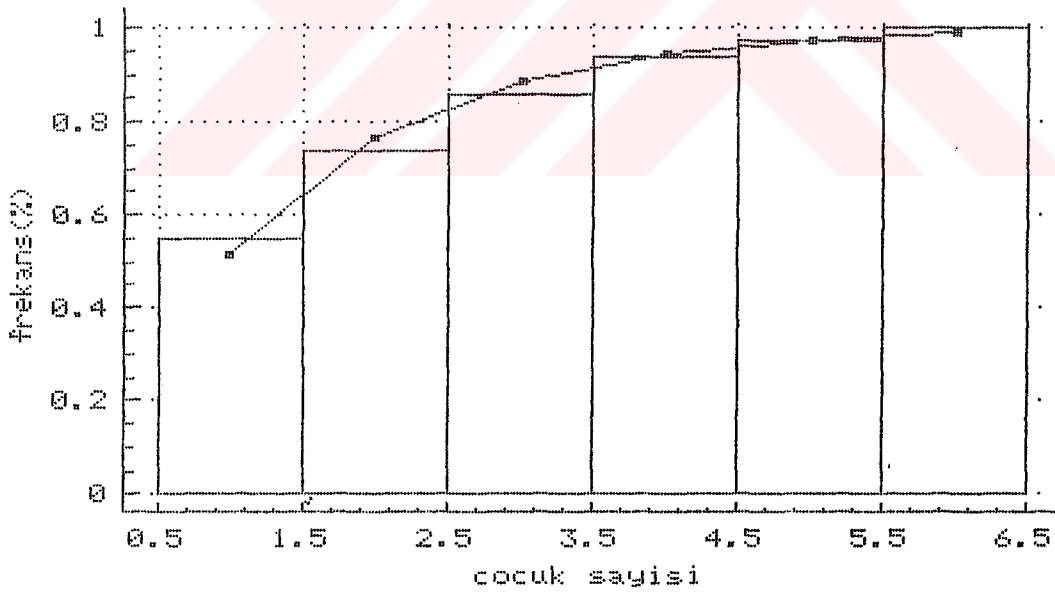


Şekil 7.38. Üstlerinde bulunan kene sayısına göre 60 koyunun dağılışının, Negatif binom dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal Fonksiyonu. (b) Dağılış fonksiyonu.

(a)

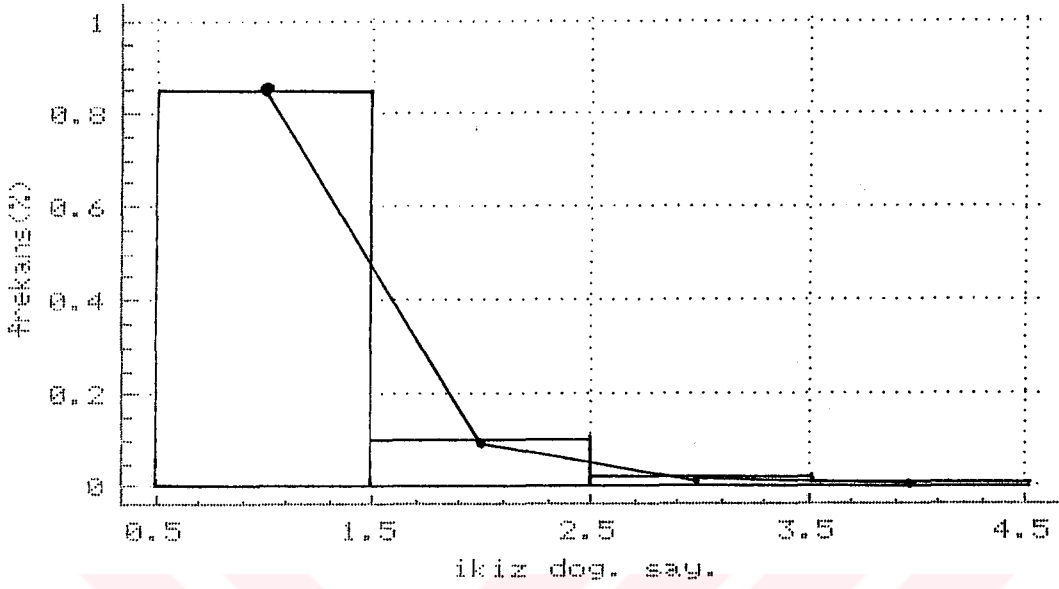


(b)

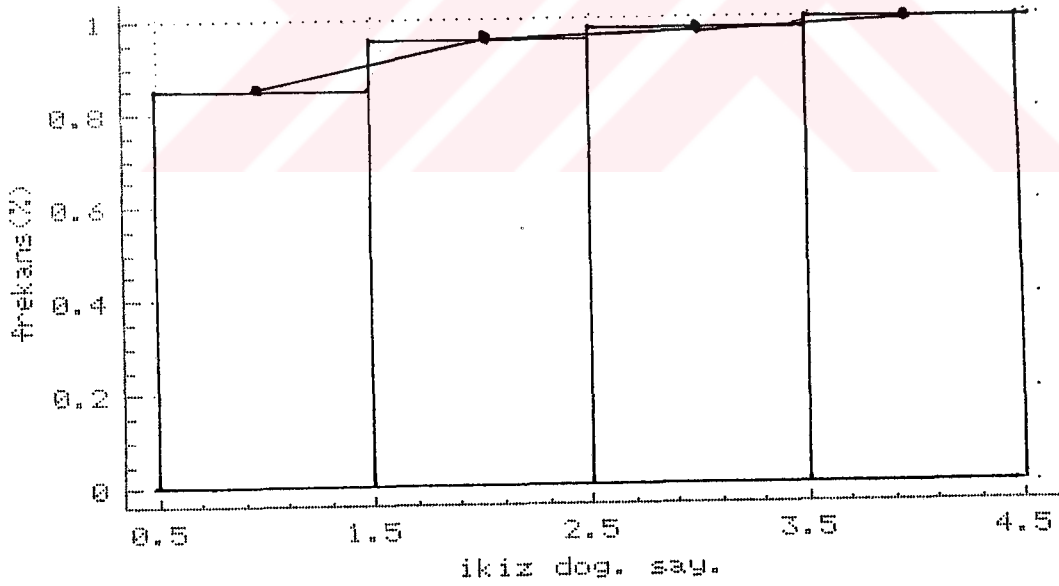


Şekil 7.39. İlk kız çocuğa kadar, çocuk sahibi olmayı sürdüren 100 ailenin erkek çocuk sayısına ait frekans dağılısının Negatif binom dağılısı modeline uyumu. (a) ihtimal fonksiyonu (b) dağılıs fonksiyonu

(a)



(b)



Sekil 7.40. 193 British Freisan ineginin ikiz doğum sayısına göre dağılışının Geometrik dağılış modeline uyumu. (a) İhtimal Fonksiyonu (b) Dağılış fonksiyonu.

7.2. Değerlendirme

Biyolojik değişkenlerde rastlanan dağılış şekillerini incelemek amacıyla yapılan bu çalışma sonucunda görülmüştür ki, birçok biyolojik değişkenin dağılışı Normal dağılış modeline uymaktadır. Ancak, diğer yandan dağılışı Normale uymayan birçok değişkenin var olduğu da görülmüştür. Tamamen önyargısız olarak toplanan 60 civarında biyolojik değişkene ait frekans dağılışından 3' ü transformasyon yoluyla olmak üzere 16 tanesinin dağılışı Normale uymuştur. 24 biyolojik değişken de çalışma kapsamındaki diğer dağılış modellerine uyum göstermiştir.

Araştırmacılar tarafından denemelerden elde edilen verilerin değerlendirilmesinde kullanılan istatistiki analiz ve tahmin metodlarının bir çoğu normallik faraziyesine dayanmaktadır. Yani bu metodlar sadece normal dağılışa sahip verilere uygulandığı zaman doğru sonuçlar verebilmektedir. Bu sebeple, tabiatta normal dağılışa sahip değişkenlerin yanısıra birçok, dağılışı normal olmayan değişkenin varlığı da gözönünde tutularak araştırma sonuçlarını analiz etmede mümkün olduğu kadar dağılıştan bağımsız (sağlam) istatistiki metodlar kullanılmalıdır. En azından normallik faraziyesine dayanan bir metodu verilere uygulamadan önce dağılışının normal olup olmadığının kontrol edilmesinde sonuçların sıhhati bakımından sonsuz fayda vardır.

KAYNAKLAR

- Alvarez, G., Zapata, C., Amaro, R. and Guerra, A., 1989, Multilocus heterozygosity at protein loci and fitness in the European oyster, *Ostrea edulis* L.. *Heredity* 63, 359-372.
- Barwick, S.A., 1980, Carcase measurements and their association with yield of cuts and tenderness in lamb. *Wool Technology And Sheep Breeding* Vol. XXVIII, No. 1.
- Bowman, J.C., Frood, I.J.M. and Wood, P., 1970, A note on the variation and heritability of twinning in British Friesian cattle. *Anim. Prod.* 12:531-533.
- Bowman, K.O., 1973, Power of the kurtosis statistic, b_2 , in tests of departures from normality. *Biometrika* 60, p 623.
- Bowman, K.O. and Shenton, L.R., 1973, Notes on the distribution of $\sqrt{b_1}$ in sampling from Pearson distributions. *Biometrika*, 60, p 155.
- Braun, J.P., Rico, A.G., Benard, P., Thouvent, J.P. and Bonnefis, M.J., 1978, Blood and tissue distribution of gamma glutamyl transferase in calves. *J. Dairy Sci.* 61: 596-599.
- Brethour, J.R., 1990, Relationship of ultrasound speckle to marbling score in cattle. *J. Anim. Sci.* 68:2603-2613.
- Byers, J.H., Jones, I.R. and Haag, J.R., 1953, Blood Hemoglobin Values of dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 36, 661-667.
- Cerbulis, J. and Farnell, H.M., 1975, Composition of milks of dairy cattle. I. Protein, lactose, and fat contents and distribution of protein fraction. *J. Dairy Sci.* Vol. 58, No. 6.
- Chiang, C.L., 1960, A stochastic study of the life table and its applications: I. Probability distributions of the biometric functions. *Biometrics* Vol.16, No.4, 618-635.
- Colin, F., 1977, Canine hemorrhagic gastroenteritis. *The Journal Of The American Animal Hospital Assosiation.* Vol.13, No.4.
- Cramer, H., 1972, Studies in the history of probability and statistics. XXVIII. On the history of certain expansions used in mathematical statistics. *Biometrika*, 59, p 205

- Croxton, F.E., 1959, Elementary Statistics With Application In Medicine And The Biological Sciences. Dover Publications, Inc., New York.
- Croxton, F.E., Cowden, D.J. and Klein, S., 1968, Applied General Statistics. London (Third Edition).
- D'agostino, R.B. and Tietjen, G.L., 1973, Approaches to null distribution of $\sqrt{b_1}$. Biometrika 60, p 169
- Dahiya, R.C., 1971, On the Pearson Chi-squared goodness of fit test statistic. Biometrika 58, p 685.
- Dahiya, R.C. and Gurland, J., 1972, Pearson Chi-squared tests of fit with random intervals. Biometrika 59, p 147.
- Daw, R.H. and Pearson, E.S., 1972, Abraham De Moivre's 1733 derivation of the normal curve: A bibliographical note. Biometrika 59, p 677.
- Edwards, S.A., 1982, Factors affecting the time to first suckling in dairy calves. Anim. Prod. 34: 339-346
- Finney, D.J., 1964, Professor Ronald Aylmer Fisher. Biometrics 20, 237-426
- Güttler, E., 1987, Investigations on the physiology and pathology of reproduction for the improvement Of llama breeding in the Andes Of Argentina. Animal Research And Development Vol.25, 109-126.
- Haenlein, W., Sammelwitz, P.H. and Hesseltine, W.R., 1965, Predictability of solids-not-fat content in milk. J.O. Dairy Sci., Vol.48, p 742.
- Hamilton, M.J., Hegberger, G.A. and Gorham, J.R., 1974, Distribution of type I muscle fiber diameters of affected and nonaffected mink from a muscular dystrophy pedigree. Am. J. Vet. Vol.35, No.10, p 1323.
- Hindar, K., Jonsson, N. and Stohl, G., 1991, Genetic relationships among landlocked, resident, and anadromous Brown Trout, salmo trutta L., Heredity 66, p 83-91.
- Hoel, P., 1958, Introduction To Mathematical statistics. John Willey & Sons, Inc., New York (2. edition).
- Holst, P.A., and Phemister, R.D., 1974, Onset of distrust in the beagle bitch: Definition and significance. Am. J. Vet. Res., Vol.35, No.3.

- Irvin, J.D., 1959, Biometric method, past, present and future. *Biometrics* Vol.15, No.3, p 363.
- Janssens, L.A. and DePrins, E.M., 1989, Treatment of thoracic lumbar disk disease in dogs by means of acupuncture: A comparison of two techniques. *J. Am. Anim. Hosp. Assoc.* 25, 169-174.
- Johnson, N.L., Nixon, E and Amos, D.E., 1963, Table of percentage points of Pearson curves, for given $\sqrt{\beta_1}$ and β_2 , expressed in standard measure. *Biometrika* 50, p 459.
- Kendall, M.G. and Stuart, A., 1963, *The Advanced Theory Of Statistics*. Butler & Tanner Ltd., Frome and London.
- Khalaf, A.M., Doxey, D.L. and Baxter, J.T., 1979, Late pregnancy ewe feeding and lamb performance in early life. *Anim. Prod.* 29:401-410.
- Knight, T.W. and Lindsay, D.R., 1973, Identify the mating performance of individual rams in field flocks. *Aust. J. Agric. Res.* 24, 579-585.
- Larsen, R.J. and Marx, L.M., 1986, *An Introduction To Mathematical Statistics And Its Applications*. Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Leemis, L.M., 1986, Relationship among common univariate distributions. *The American Statistician* 40, p143.
- Maag, U.R. and Dicaire, G., 1971, On Kolmogorov-Smirnov type one sample statistics. *Biometrika* 58, p 653.
- Mantel, N., 1968, Kolmogorov-Smirnov tests and Rényi's modification. *Biometrics* 24, 108.
- Mitteilungen, 4/1972, Verlag/Geschäftsstelle.
- Mitteilungen, 4/1979 Verlag/Geschäftsstelle.
- Moeschberger, M.L. and David, H.A., 1971, Life tests under competing causes of failure and the theory of competing risks. *Biometrics* 27, 909-933.
- Monterio, L.S., 1969, The relative size of calf and dam and the Frequency of calving difficulties. *Anim. Prod.* 11: 293-306.

- Mood, A. and Graybill., 1963, Introduction To The Theory Of Statistics. Mc Graw-Hill, Inc., New York.
- Pickrell, J.A., Schluter, S.J., Belasich, J.J., Stewart, E.V., Meyer, J., Hobbs, H. and Jones, R.K., 1974, Relationship of age of normal dogs to blood serum constituents and reliability of measured single values. Am. J. Vet. Res. 35:897.
- Reinhardt, 1968, Charecterizing the exponential distribution. Biometrics 24,437-439.
- Ross, G.J. and Preece, D.A., 1985, The Negative binomial distribution. Statistician 34, 323-336.
- Sarndall, C.E., 1971, The hypothesis of elementary errors and the Scandinavian school in statistical theory. Biometrika 58, p 375.
- Sezgin, F., 1980, İstatistiğe Giriş (Ders Notları). Erzurum (yayınlanmamış).
- Sheynin, O.B., 1968, On the early history of the law of large numbers. Biometrika 55, p459.
- Sheynin, O.B., 1970, On the history of some statistical laws of distribution. Biometrika 57, p 234.
- Slakter, M.J., 1972, Large values for the number of groups with the Pearson Chi-squared goodness of fit tests. Biometrika 59, p 240.
- Sokal R.R. and Rohlf, F.J., 1973, Introduction To Biostatistics. San Fransisco.
- Speedy, A.W. and FitzSimons, J., 1977, The reproductive performance of Finnish Landrace X Dorset Horn and Border Leichestre X Scottish Blackface ewes mated three times in 2 years. Anim. Prod.24:189-196.
- STATGRAPHICS, 1988, Statistical Graphics System. By Statistical Graphics Corporation. User's Guide- Reference STSC, Inc.
- Stoddard, G.E., 1969, Dairy cattle feeding. Group feeding of concentrates to dairy cows. J. Dairy Sci. 52, 844-847.

- Thickett, W.S., Cuthbert, N.H., Brigstocke, T.D.A., Lindeman, M.A. and Wilson, P.N., 1981, The management of calves on an early weaning system: The relationship of voluntary water intake to dry feed intake and live-weight gain to 5 weeks. *Anim. Prod.* 33:25-30.
- Thom, H.C.S., 1947, A Note On The Gamma Distribution. Statistical Lab. Iowa State Collage, Ames.
- Ünlü, E., 1991, Dicle nehrinde yaşayan *Capotea trutta* (Hackel, 1843)'nın biyolojik özellikleri üzerinde çalışmalar. *Doğa Tr. J. of Zoology*, 15, 22-28.
- Wheeler, A.G. and Land, R.B., 1977, Seasonal variation in oestrus and ovarian activity of Finissh Landrace, Tasmanian Merino and Scottish Blakface ewes. *Anim. Prod.* 24:363-376.
- Williams, E.J., 1961.a, The growth and age-distribution of apopulation of insects under uniform conditions. *Biometrics* 17, 349-358.
- Williams, E.J., 1961.b, Fitting a geometric progression to frequencies. *Biometrics* 17, p 584.