



**DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMLARIYLA
DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ ÖĞRETİMİNE
SEMİYOTİK ARABULUCULUK
PERSPEKTİFİNDEN BİR BAKIŞ**

Yüksek Lisans Tezi

Seda BALCI

Eskişehir 2022

**DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMLARIYLA DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ
ÖĞRETİMİNE SEMİYOTİK ARABULUCULUK PERSPEKTİFİNDEN BİR
BAKİŞ**

Seda BALCI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Tuba ADA

**Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Eğitim Bilimleri Enstitüsü**

Mart 2022

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI



ÖZET

DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMLARIYLA DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ ÖĞRETİMİNE SEMİYOTİK ARABULUCULUK PERSPEKTİFİNDEN BİR BAKIŞ

Seda BALCI

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mart 2022

Danışman: Prof. Dr. Tuba ADA

Geometri öğretimin amaçlarından biri öğrencilerin geometrik şekiller arasındaki dönüşümleri keşfetmeleri, fiziksel dünyasını açıklamada ve anlamlandırmada geometriyi kullanabilmeleridir. Matematik öğretiminde son yıllarda uygulamaya koyulan ve Vygotsky'nin semiyotik arabuluculuk anlayışına dayanan Bartolini Bussi ve Mariotti tarafından düzenlenen Semiyotik arabuluculuk teorisi matematik eğitiminde yeni bir teoridir. Semiyotik arabuluculuk teorisini temel alan öğretim etkinlikleri, öğrencilerin geometrik dönüşümleri anlamlandırma süreçlerini izleme imkânı sunar. Araştırmanın amacı 12. sınıflarda dönüşüm geometrisi öğretiminde dinamik geometri yazılımlarından Geogebra'nın semiyotik potansiyelin ortaya konulması, Geogebra'nın semiyotik potansiyeli kullanılarak yapılan bir görevde 12. sınıf öğrencilerinin oluşturduğu işaretler ve matematiksel anlamların araştırılmasıdır. Araştırma Bursa il merkezinde yer alan MEB'e bağlı özel bir lisede öğrenim görmekte olan 12. sınıf öğrencileri ile bilgisayar sınıfında gerçekleşmiştir. Odak gruptaki 6 öğrenciden klinik görüşmeler ve 3 hafta süren öğretim deneyi sonucu elde edilen veriler Semiyotik Arabuluculuk Teorisi çerçevesinde analiz edilmiştir. 12. sınıf öğrencilerine öteleme, yansıma ve dönme dönüşümleri içeren görevler verilmiş artifakt olarak seçilen Geogebra'nın matematiksel anlamların evrimi için semiyotik arabuluculuk aracı olarak kullanılabileceği görülmüş ve evrim sürecinde öğrencilerin oluşturduğu matematiksel anlamlara geçişin göstergeleri olan farklı işaretlerin varlığı ortaya koyulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Semiyotik arabuluculuk teorisi, Dönüşüm geometrisi, Didaktik döngü, Dinamik geometri yazılımları, 12. sınıf

ABSTRACT

TEACHING TRANSFORMATION GEOMETRY WITH DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE A VIEW FROM SEMIOTIC MEDIATION PERSPECTIVE

Seda BALCI

Department of Mathematics Education

Anadolu University, Graduate School of Education, March 2022

Supervisor: Prof. Dr. Tuba ADA

One of the aims of teaching geometry is for students to discover the transformations between geometric shapes and to use geometry to explain and make sense of the physical world. Theory of semiotic mediation, which has been put into practice in mathematics teaching in recent years and is based on Vygotsky's semiotic mediation approach, is a new theory in mathematics education, organized by Bartolini Bussi and Mariotti. Teaching activities based on the theory of semiotic mediation offer students the opportunity to follow the process of making sense of geometric transformations. The aim of the research is to reveal the semiotic potential of Geogebra, one of the dynamic geometry software in the teaching of transformation geometry in 12th grades, and to investigate the signs and mathematical meanings created by 12th grade students in a task using Geogebra's semiotic potential. The research was carried out in a computer class with 12th grade students studying in a private high school affiliated to the Ministry of National Education in Bursa city center. The data obtained from 6 students in the focus group as a result of clinical interviews and a 3-week teaching experiment were analyzed within the framework theory of semiotic mediation. 12th grade students were given tasks involving translation, reflection and rotational transformations, and it was seen that Geogebra, which was chosen as an artifact, could be used as a semiotic mediation tool for the evolution of mathematical meanings, and the existence of different signs, which are the indicators of the transition to mathematical meanings created by students in the evolution process, was revealed.

Keywords: Theory of semiotic mediation, Transformation geometry, Didactic cycle,
Dynamic geometry environment, 12th grade

TEŞEKKÜR

“Matematiksel imgelem ve onun yarattığı imgeler, birbirine sıkıca bağlı olarak, bizi yüzeyin altındaki gizli ama büyüleyici yapıyı görmemize olanak veren görme yetisini sağlarlar.”

Robert Osserman, Evrenin Şiiri

Bu tezin ortaya çıkmasında bana inanan, beni cesaretlendirip destekleyen benden yardımlarını esirgemeyen değerli hocam, tez danışmanım Prof. Dr. Tuba ADA’ya gönülden teşekkür ederim. Tez jürisine katılarak yapıcı yorumlarıyla çalışmamı destekleyen değerli hocalarım Prof. Dr. Hüseyin Bahadır YANIK ve Doç. Dr. Hatice Kübra GÜLER SELEK’e çok teşekkür ederim.

Yaşamımda ve yüksek lisans eğitim sürecinde bana katkıda bulunan maddi manevi beni destekleyen arkadaşım Sümeyye ÜNVER’e, Osman ELMAS’a, bana inanıp araştırma imkânı sunan Gökhan GÜNGÖR ve Neslihan KIZANLIK hocalarıma, idarecilerime, öğrencilerime ve meslektaşlarıma çok teşekkür ederim.

Son olarak her koşulda bana inanan, tercihlerime saygı duyan ve her zaman beni destekleyerek hayatımı kolaylaştıran canım aileme çok teşekkür ederim.

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalardan bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim.

Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

Seda BALCI

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
TEŞEKKÜR	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
TABLolar DİZİNİ	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
KISALTMALAR DİZİNİ	xviii
1. GİRİŞ	1
1.1. Geometrik Dönüşümlerin Özellikleri ve Dönüşüm Geometrisi Öğretimi	3
1.1.1. Matematik Öğretimi Programında Geometrik Dönüşümlerin Yeri	21
1.2. Geometri Öğretiminde Teknoloji Kullanımı	23
1.3. Teorik Çerçeve: Semiyotik Arabuluculuk Teorisi	25
1.3.1. Artifakt: Dinamik Geometri Yazılımı Geogebra	34
1.4. İlgili Araştırmalar	36
1.5. Problem Durumu	41
1.6. Araştırmanın Amacı ve Önemi	42
1.7. Araştırmanın Sınırlılıkları	43
1.8. Araştırmanın Sayıtları.....	43
2. YÖNTEM	44
2.1. Araştırmanın Deseni	44
2.1.1. Öğretim deneyi.....	45

2.1.2. Araştırmada benimsenen öğretim deneyinin bağlamı	46
2.1.3. Araştırmacının rolü	47
2.2. Araştırmanın Katılımcıları	47
2.3. Araştırma Süreci	50
2.4. Veri Toplama Araçları	51
2.4.1. Video ve ses kayıtları	51
2.4.2. Klinik görüşmeler	52
2.4.3. Araştırmacı günlükleri	53
2.4.4. Öğrenci çalışma kağıtları	54
2.4.5. Öğretim görevleri	54
2.5. Araştırma Verilerinin Analizi	57
2.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği	58
3. BULGULAR VE YORUMLAR	60
3.1. Ön Klinik Görüşmelere Ait Bulgular	60
3.1.1. Ön klinik görüşmelerde öteleme dönüşümüne ait bulgular	60
3.1.1.1. Düzlemde bir noktanın bir vektör yardımıyla ötelenmesi görevine ait işaretler	61
3.1.1.2. Düzlemde bir doğru parçasının sürüklenmesi görevine ait işaretler	65
3.1.1.3. Düzlemde bir doğru parçası ve öteleme sonucu oluşan görüntüsü verildiğinde öteleme vektörünü bulma görevine ait işaretler	68
3.1.1.4. Düzlemde bir geometrik şeklin bir vektör yardımıyla öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü bulma görevine ait işaretler	69
3.1.2. Ön klinik görüşmelerde yansıma dönüşümüne ait bulgular	71
3.1.2.1. Düzlemde bir çokgen ve eksenlere göre yansıması altında görüntüleri “eş şekiller” görevine ait işaretler	71

3.1.2.2. Düzlemde bir noktanın x eksenine, y eksenine ve orijine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri görevine ait işaretler	73
3.1.2.3. Düzlemde bir AB doğru parçasının y eksenine göre yansıması görevine ilişkin işaretler	80
3.1.2.4. Düzlemde bir EF doğru parçasının y eksenine göre yansıması görevine ilişkin işaretler	83
3.1.2.5. Düzlemde verilen ACDEF çokgeninin yansıma eksenini bulma görevine ilişkin işaretler	86
3.1.2.6. Düzlemde bir çemberin x eksenine, y eksenine ve orijine göre yansıması görevine ilişkin işaretler	91
3.1.3. Ön klinik görüşmelerde dönme dönüşümüne ait bulgular.....	94
3.1.3.1. Düzlemde A(1,1) noktasının orijin etrafında α açısı kadar döndürülmesi sonucu oluşan görüntülerini bulma görevine ilişkin işaretler	94
3.2. Öğretim Deneyine İlişkin Bulgular.....	97
3.2.1. Öteleme görevine ilişkin işaretler.....	97
3.2.2. Bir A(x,y) noktasının $x=a$, $y=b$, $y=mx$ ve $y=mx+n$ doğrularına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin koordinatlarını cebirsel olarak ifade etme görevine ait işaretler	100
3.2.3. Bileşke dönüşümler ötelemeli yansıma görevine ait işaretler.....	106
3.2.4. Öğrencilerin geometrik şekillerin simetri eksenlerinin inşası görevine ait işaretler	108
3.2.5. Dönel simetri görevine ait işaretler	110
3.3. Son Klinik Görüşmelere Ait Bulgular	112
3.3.1. Düzlemde bir A(x, y) noktasının orijin etrafında pozitif yönde α derece döndürülmesi ile elde edilen G'(x', y') noktasının koordinatlarını cebirsel olarak ifade etme görevine ait işaretler	112
4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	115

	<u>Sayfa</u>
4.1. Sonuçlar	115
4.2. Tartışma	118
4.3. Öneriler	122
4.3.1. Araştırma sonuçlarına yönelik öneriler	122
4.3.2. Gelecekte yapılacak çalışmalara yönelik öneriler	123
KAYNAKÇA.....	124
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2. 1. VHGDBT sorularının ölçmek istediği geometrik düşünme düzeyleri	49
Tablo 2. 2. Van Hiele Geometrik Düşünme Testi Sonuçları	49
Tablo 2. 3. Öğretim deneyinde kullanılan görevlerin hedefleri ve zaman çizelgesi.....	55



ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1. 1. Düzlemde A noktasının u vektörünü parametre kabul eden öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü	4
Şekil 1. 2. Düzlemde B noktasının B' noktasına öteleme dönüşümüne karşılık gelen v vektörü	5
Şekil 1. 3. AB doğru parçasının u vektörünü parametre kabul eden öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü.....	6
Şekil 1. 4. F merkezli dairenin u vektörünün parametre kabul eden öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü.....	7
Şekil 1. 5. Doğrusal ve dönel simetriye sahip şekil.....	8
Şekil 1. 6. Düzlemde bir A noktasının Y noktasına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü.....	9
Şekil 1. 7. Düzlemde ABC noktalarından geçen daire dilimin f doğrusunu parametre kabul eden yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü	10
Şekil 1. 8. Düzlemde ABCD dörtgeninin d doğrusunu parametre kabul eden yansıma dönüşü altındaki görüntüsü	11
Şekil 1. 9. Düzlemde A noktasının $y=x$ doğrusu ve eksenlere göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri.....	12
Şekil 1. 10. Düzlemde bir çokgenin M noktası etrafında saat yönünün tersinde 45 derecelik dönme dönüşümü altındaki görüntüsü	13
Şekil 1. 11. Düzlemde ACBDE çokgeninin M noktası ve 45 açılı dönme dönüşümü altındaki görüntüsü.....	14
Şekil 1. 12. Düzlemde bir elipsin saat yönünün tersinde 45 derecelik dönme dönüşümü altındaki görüntüsü.....	15

Şekil 1. 13. Düzlemde bir yay ile dönme dönüşümü altındaki görüntüsü verildiğinde dönme merkezinin belirlenmesi	16
Şekil 1. 14. Düzlemde bir A noktasının $M = (0,0)$ dönme noktası ve saat yönünün tersinde β açılı dönme dönüşümü altındaki görüntüsü	17
Şekil 1. 15. Düzlemde bir AB doğru parçasının n doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü ve A'B' doğru parçasının n doğrusuna paralel m doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü.....	19
Şekil 1. 16. Düzlemde AB doğru parçasının D noktasında kesişen f ve g doğrularına göre sırasıyla yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri	20
Şekil 1. 17. Bileşke yansıma dönüşümüne karşılık gelen dönme dönüşümünün dönme açısının belirlenmesi	21
Şekil 1. 18. Öteleme Etkinliği, (MEB, 2021, s.193).....	23
Şekil 1. 19. Semiyosis (Ogden ve Richards, 1923)	25
Şekil 1. 20. Artifaktın Çok Anlamlılığı (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008, s.753).....	27
Şekil 1. 21. Artifakt ve İşaretler (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008: 757).....	28
Şekil 1. 22. Didaktik Döngü (Bartolini, Bertolini, Ramploud ve Sun, 2017, s.382).....	29
Şekil 1. 23. Semiyotik zincir (Turgut, 2018, s.256).	31
Şekil 1. 24. Ortak bir durum (Bartolini Bussi, 2009, s.152).....	31
Şekil 1. 25. Değiştirilen bir durum (Bartolini Bussi, 2009, s.153).....	32
Şekil 1. 26. Artifakt kullanımıyla öğrencilerin göreve ilişkin ifadeleri (Turgut, 2019, s.1207).....	33
Şekil 1. 27. Müdahale sonrası öğrencilerin fonksiyonla ilgili ifadeleri, (Turgut, 2019, s.1208).....	33

Şekil 2. 1. Araştırmada benimsenen öğretim deneyinin bağlamı	46
Şekil 2. 2. Araştırma süreci	50
Şekil 2. 3. Öğrencilerin çalışma ortamı ve öğretmen bilgisayarının yansıtıldığı akıllı tahta.....	53
Şekil 3. 1. Öğrencilerin https://www.geogebra.org/m/zqmchfkj adresinden eriştikleri görevin ekran görüntüsü	62
Şekil 3. 2. Öğrencilerin çalışma kağıtları	63
Şekil 3. 3. Öğrencilerin https://www.geogebra.org/classic/bgvuxnyz adresinden eriştikleri AB doğru parçasının sürüklenmesi.....	66
Şekil 3. 4. Berkay'ın tüm noktaların ötelendiğine dair ilk denemesi	67
Şekil 3. 5. Berkay'ın doğru parçası ve görüntüsünü üst üste çakıştırması.....	67
Şekil 3. 6. Öğrencilerin https://www.geogebra.org/m/bgvuxnyz adresinden eriştikleri öteleme vektörünü bulma görevi	68
Şekil 3. 7. Öğrencilerin https://www.geogebra.org/m/qkbbyz6k adresinden eriştikleri görevin ekran görüntüsü	70
Şekil 3. 8. Öğrencilerin https://www.geogebra.org/m/reayewpk adresinden eriştikleri görevin ekran görüntüsü	72
Şekil 3. 9. Dalya'nın noktaya göre yansıma aracını kullanması	74
Şekil 3. 10. Berkay'ın A noktasının yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin koordinatlarını not aldığı çalışma kâğıdı	75
Şekil 3. 11. Öğrencilerin simetri eksenini bulmak için orta dikme aracını kullanması..	76
Şekil 3. 12. Öğrencilerin A noktasının düzlemde D(-6,3) noktasına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü oluşturmaları.....	77

Şekil 3. 13. Öğretmenin akıllı tahtaya yansıyan ekran görüntüsü	78
Şekil 3. 14. Öğrencilerin orta dikme aracıyla simetri eksenini oluşturmalarına dair ekran görüntüsü.....	78
Şekil 3. 15. Cemre'in A noktasının yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini cebirsel olarak ifade ettiği kâğıt	79
Şekil 3. 16. Berkay'ın A(x,y) noktasının U(a,b) noktasına göre yansımasına ait çalışma kağıdı.....	80
Şekil 3. 17. Öğrencilerin https://www.geogebra.org/m/ddhzjz3s adresinden eriştikleri yansıma görevinin ekran görüntüsü	81
Şekil 3. 18. Berkay'ın çizimlerini düzenlemek için cebir ekranını kullanması	82
Şekil 3. 19. Berkay'ın artifaktı kullanarak EF doğru parçasının yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini oluşturmaları	83
Şekil 3. 20. Ediz'in EF doğru parçasının sadece referans noktalarını yansımasına dair görüntü	84
Şekil 3. 21. Ediz'in geogebra ekranında doğruyu inşa etmesi	85
Şekil 3. 22. Öğrencilerin artifakt etkin şekilde kullanmalarına dair ekran görüntüsü....	86
Şekil 3. 23. Öğrencilerin Geogebra ekranında EF doğru parçasının yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini inşasına dair ekran görüntüsü.....	86
Şekil 3. 24. Öğrencilerin https://www.geogebra.org/m/zjuz8yyt adresinden eriştikleri yansıma eksenini bulma görevine ilişkin ekran görüntüsü	87
Şekil 3. 25. Berkay'ın simetri eksenini orta noktalar yardımıyla inşasına dair ekran görüntüsü.....	88
Şekil 3. 26. Dalyan'ın arkadaşlarının ekran görüntülerini incelemesi	88

Şekil 3. 27. Dalyan'nın inşa ettiği simetri eksenini ve kameraya fikrini ifade etmesi.....	89
Şekil 3. 28. Dalyan ve Ediz'in simetri yerini jestlerle ifade etmeleri	89
Şekil 3. 29. Öğretmenin Geogebra ekranına müdahalesi	90
Şekil 3. 30. Öğretmenin müdahalesi sonrası Ediz'in jestleri	91
Şekil 3. 31. Alya'nın çalışma kağıdı	93
Şekil 3. 32. Cemre'nin çalıştığı ekran görüntüsü	93
Şekil 3. 33. A(1, 1) orijin etrafında saat yönünde ve saat yönünün tersinde dönme dönüşümü altındaki görüntüleri	95
Şekil 3. 34. Alya'nın A noktasının orijin etrafında dönme dönüşümüne ait görüntülerini eşleştirdiği çalışma kâğıdı.....	96
Şekil 3. 35. Berkay'ın öteleme görevine ait ekran görüntüsü	98
Şekil 3. 36. Alya'nın öteleme görevine ait ekran görüntüsü	98
Şekil 3. 37. Cemre'nin öteleme görevine ait ekran görüntüsü	99
Şekil 3. 38. Feza'nın öteleme görevine ait ekran görüntüsü	100
Şekil 3. 39. A(12, 2) noktasının $x=1$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü.....	101
Şekil 3. 40. A(x, y) noktasının $x=a$ doğrusuna göre yansıtma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını cebirsel ifade etmeye ait semiyotik zincir ..	102
Şekil 3. 41. A(12, 2) noktasının $y=3$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü.....	103
Şekil 3. 42. A(x,y) noktasının $y=b$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmeye ilişkin semiyotik zincir	103

Şekil 3. 43. A(x, y) noktasının $y=x$ eksenine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü.....	104
Şekil 3. 44. A(x,y) noktasının $y=x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulma görevine ait çalışma kağıdı.....	104
Şekil 3. 45. A(x,y) noktasının $y=x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulma görevine ait semiyotik zincir	105
Şekil 3. 46. A(8,4) noktasının $y= -x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü.....	105
Şekil 3. 47. A(x,y) noktasının $y= -x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulma görevine ait semiyotik zincir	106
Şekil 3. 48. Öğrencilerin https://www.geogebra.org/m/yqfehqr adresinden eriştikleri ötelemeli yansıma görevine ait ekran görüntüsü	106
Şekil 3. 49. Bileşke dönüşümler görevine ilişkin Berkay'ın çalışma kâğıdı.....	107
Şekil 3. 50. Alya'nın bileşke yansıma dönüşümüne ait ekran görüntüsü	108
Şekil 3. 51. Öğrencilerin https://www.geogebra.org/m/u3nezmpy adresinden eriştikleri ekran görüntüsü.....	108
Şekil 3. 52. Cemrenin simetri eksenlerini oluşturduğu ekran görüntüsü.....	110
Şekil 3. 53. Öğrencilerin https://www.geogebra.org/m/uzsmjjq7 adresinden eriştikleri dönel simetri görevine ait ekran görüntüsü.....	110
Şekil 3. 54. Dönel simetrik şeklin 45 derece dönme dönüşümü altındaki görüntüsü...	111
Şekil 3. 55. Alya'nın çalışma kağıdı	113
Şekil 3. 56. Berkay'ın son klinik görüşmede dönme dönüşümü formülüne ait çalışma kağıdı.....	114

KISALTMALAR DİZİNİ

DGY	: Dinamik geometri yazılımı
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teacher of Maths (Uluslararası Matematik Öğretmenleri Konseyi)
SAT	: Semiyotik Arabuluculuk Teorisi
TSM	: Theory of Semiotic Mediation

1. GİRİŞ

Mısırlıların ve Babillilerin “yeryüzü ölçümü” olarak adlandırdığı geometrinin gelişimiyle içinde bulunduğumuz dünya maddesellikten, mantıksal önermelere matematik icat edilen aksiyomatik bir dünyaya dönüşmüştür. Öklid’in Elementler kitabıyla temelleri atılan geometri birçok bilim dalına hem metodolojik hem de teorik olarak yön vermiş birçok keşfe olanak sağlamıştır. İki bin yıl boyunca kullandığımız hayatımıza yön veren Öklid geometrisi Descartes’in cebir ile geometriyi bir araya getirmesiyle farklı ifade şekilleri kazanmıştır. Öklid postulatlarından beşincisinin yeniden sorgulanmasıyla Felix Klein 1872’de Erlangen adlı programda, geometriyi uzay adı verilen noktaların bir kümesi ve bu uzayda temel özelliklerini değiştirilmeden şekillerin hareket ettirilebildiği bir dönüşüm grubu olarak tanımlamıştır. Farklı uzaylarda dönüşüm gruplarında değişmezlerin incelenmesiyle öklidyen olmayan geometriler ele alınmış, Öklid geometrisi farklı bir bakış açılarıyla incelenmeye başlanmıştır. Kendi uzaylarının özelliklerini temsil eden farklı dönüşüm grupları oluşmuştur.

Öklid geometrisinde izometri olarak ifade edilen dönüşüm grupları ötelemeler, dönmeler, yansımalar ve bunların bileşkelerinden oluşmaktadır (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019, s. 215). Ayrıca benzerlik olarak da isimlendirilen homoteti dönüşümü vardır (Yavuz, Kepceoğlu ve Kaya, 2020, s.325). Bileşke dönüşümler öteleme-öteleme, öteleme-yansıma, yansıma-yansıma, yansıma-öteleme olmak üzere farklı şekillerde gösterilebilirler (Kılıçoğlu ve Şimşek, 2020).

Dönüşüm geometrisi geometrik şekillerin ve nesnelerin belirli dönüşümler altında değişmez özelliklerini inceler (Yaglom, 1968). Matematiksel olarak geometrik dönüşümler aslında bir düzlemdeki bir noktayı yine aynı düzlemdeki bir noktaya eşleyen birebir ve örten bir fonksiyondur. Verilen bir f dönüşümünde, her P noktası için $f(P) = P'$ olacak şekilde sadece bir P' noktası vardır (Martin, 2012). Dönüşümlerin birebir ve örten olması nedeniyle tersleri de bir dönüşümdür (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019, s.221).

Öteleme dönüşümü uzaklık koruyan bire-bir ve örten fonksiyondur (Zembat, 2015a, s.629). Düzlemde uzaklık koruyan dönüşümler izometridir, bir f dönüşümün izometri olması için $f(P) = P'$ ve $f(Q) = Q'$ olacak şekilde her P ve Q noktası için $|PQ| = |P'Q'|$ olması gerekir (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019, s. 224).

Martin (1982) ötelemeyi bir vektör yardımıyla düzlemdeki tüm noktaları (ön görüntü) yine düzlemdeki tüm noktalara (görüntü) eşleştiren bir fonksiyon olarak tanımlamaktadır. Öteleme dönüşümü bir fonksiyon olduğu için tanım ve değer kümelerine sahiptir. Tanım kümesi düzlemdeki tüm noktalar ve değer kümesi de yine aynı düzlemdeki tüm noktalardır (Zembat, 2015a, s.630). Öteleme dönüşümü ortogonal bir dönüşümdür. Yani; uzaklığı, doğrusallığı, birebirliği, açıları, oranları ve paralellliği korur (Argün, Arıkan, Bulut, ve Halıcıoğlu, 2014).

Zembat (2015a, s.631) öteleme dönüşümünü $\vec{v} = (a, b)$ vektörüne bağlı T fonksiyonunu;

$$T_v: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$$

şeklinde ifade etmektedir. Düzlemde her öteleme dönüşümüne bir vektör, her vektöre bir öteleme dönüşümü karşılık gelmektedir (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019).

Yansıma dönüşümü düzlemdeki noktaları (ön görüntü), düzlemdeki noktalara (görüntü) dönüştüren ve noktalar arasındaki uzaklığı koruyan birebir ve örten bir fonksiyondur (Zembat, 2007, s.202). Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş (2019, s.262) yansıma dönüşümü şu şekilde ifade etmektedirler:

Düzlemde bir Y dönüşümü için A düzlemde herhangi bir nokta olmak üzere $Y(A) = A'$ ve $\mathbb{R}^2$ deki her bir A noktası için $[A A']$ doğru parçalarının her birinin orta noktası olacak şekilde tek bir $K \in \mathbb{R}^2$ noktası varsa Y dönüşümüne K noktasına göre yansıma dönüşümü denir.

Martin (1982, s.24) düzlemde bir m doğrusuna göre bir P noktasının yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü Q ve $Y_m(P) = Q$ ise yansıma dönüşümü:

$$Y_m(P) = \begin{cases} P, & P \text{ noktası } m \text{ doğrusu üzerindeyse,} \\ Q, & Q \text{ noktası } m \text{ doğrusu dışında ve } m \text{ doğrusu } \overline{PQ} \text{ doğru parçasının orta dikmesi ise.} \end{cases}$$

şeklinde ifade etmiştir.

Dönme dönüşümünü Martin (1982) bir merkez nokta ve açı yardımıyla düzlemdeki tüm noktaları (ön görüntü), düzlemdeki noktalara (görüntü) eşleştiren, merkez noktası ve dönme açısına bağlı birebir ve örten fonksiyon olarak tanımlamaktadır. Dönme dönüşümü düzlemde bir M merkez noktasına ve α açısına bağlı D fonksiyonu:

$$D_{M,\alpha} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$(x, y) \rightarrow (x', y')$$

şeklinde ifade edilir (Zembat, 2015b, s.646).

Matematiksel olarak geometrik dönüşümler düzlemdeki noktaları düzlemdeki noktalara eşler, düzlem noktalar kümesi ve geometrik şekiller düzlemin alt kümesidir düzlemden ayrı değildir, ancak öğrenciler düzlemi boş görünmez bir arka plan, geometrik şekilleri düzlemin üzerinde düzlemden ayrı düşünürler ve dönüşümleri bir hareket olarak tanımlarlar (Edwards, 2003, s.8). Geometrik dönüşümlerden öteleme dönüşümü, yansıma dönüşümü ve dönme dönüşümünün özelliklerine ve geometrik dönüşümlerin öğretimine göz atalım.

1.1. Geometrik Dönüşümlerin Özellikleri ve Dönüşüm Geometrisi Öğretimi

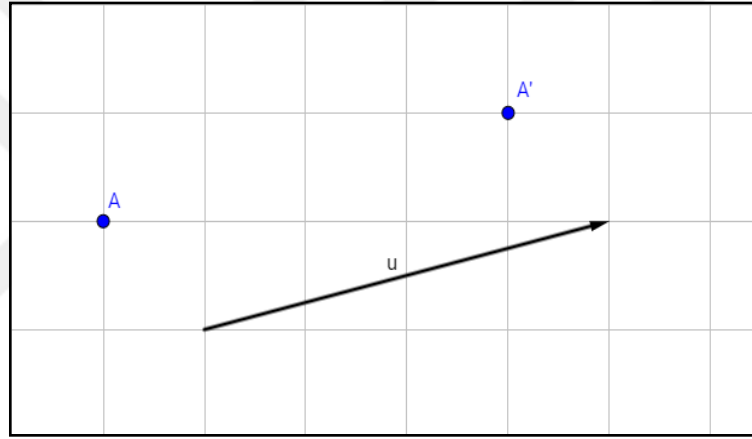
Geometri öğretimin amaçlarından biri öğrencilerin bulundukları fiziksel dünyayı açıklamada ve anlamlandırmada geometriyi kullanabilmeleridir; yani öğrenciler, geometrik şekilleri tanımalı, açıklamalı, karşılaştırmalı ve sınıflandırmalıdır, mekân ve uzay kavramı geliştirmelidir, geometrik şekiller arasındaki dönüşümleri keşfetmelidir (Baki, 2001). Dönüşüm geometrisi öğretimi öğrencilerin nesneler ve şekillere ilişkin uzamsal yönelimi; uzaklık, yön ve konum kavramlarını daha iyi anlamalarına yardımcı olur (Clements ve Battista, 1992). Geometri öğretimin diğer bir amacı öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmektir bunun için öğrenciler, geometrik yeri teoremleri kullanarak açıklayıp kanıtlamalı, koordinat düzleminde dönüşümleri ve vektörleri kullanarak problem çözmelidir (Baki, 2001). Öğrenciler geometrik dönüşümleri inceleyerek örüntüleri keşfedebilir, genellemeler oluşturabilirler ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirebilirler (Jones, 2002'den aktaran Yanık, 2014).

Geometrik dönüşümler öğrencilerin fonksiyon, eşlik ve benzerlik, simetri, matris gibi matematiksel kavramları ilişkilendirmelerini sağlayan geometri ve cebirin bir araya geldiği bir çalışma alanıdır (Yılmaz, 2020, s.335). Ayrıca mutlak değer, determinant, izomorfik cebirsel yapılar ve topolojik yapılarla da ilişkilidir (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019, s.221). 12. sınıflarda analitik düzlemde temel dönüşümler ve özellikleri öğretilirken geometrik yerlerin çizimlerle inşa edilmesi ve açıklamaların görseller üzerinden yapılması kavramsallaştırmayı kolaylaştırır (Baki, 2020, s.244).

Geometrik dönüşümlerin lise düzeyinde matematik dersine dahil edilmesi oldukça önemlidir çünkü geometrik dönüşümler öğrencilerin (Hollebrands, 2003);

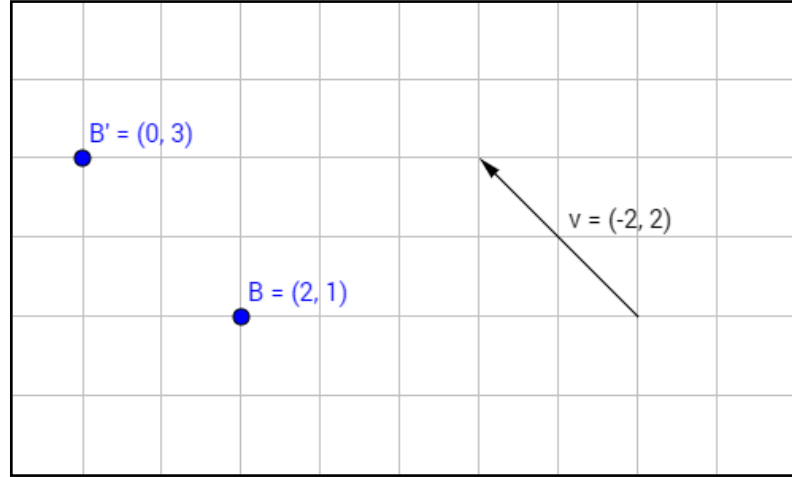
- (1) önemli matematiksel kavramlar hakkında düşünceleri için fırsatlar sağlar,
- (2) matematiği birbirine bağlı bir disiplin olarak görebilecekleri bir bağlam sağlar,
- (3) ve çeşitli temsilleri kullanarak daha üst düzey akıl yürütme etkinliklerine katılmaları için fırsatlar sağlar.

Öteleme dönüşümü için doğrultu, yön ve uzaklığın oluşturduğu denklik sınıfı yer değiştirme vektörü ile belirlenir (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019, s.225). Düzlemde bir A noktası ve $\vec{u}$ vektörünü parametre kabul eden öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü A' noktası (Bkz. Şekil 1.1.) incelendiğinde $\vec{u}$ vektörünün başlangıç noktası A noktası üzerine geldiğini düşünürsek $\vec{u}$ vektörünün uç noktası A' noktası ile eşleşir (Zembat, 2015a).



Şekil 1. 1. Düzlemde A noktasının u vektörünü parametre kabul eden öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü

Düzlemde her vektöre bir öteleme dönüşümü ve her öteleme dönüşüme bir vektör karşılık gelmektedir (Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu, 2014, s.432). Düzlemde bir B noktası için $T(B) = B'$ olmak üzere $\overrightarrow{BB'} = \vec{v}$ ise, B' noktası B noktasının $\vec{v}$ vektörü ile ötelenmiş görüntüsüdür. Şekil 1. 2. de $T_v : (2, 1) \rightarrow (0, 3)$ ve $\overrightarrow{BB'} = (-2, 2)$ dolayısıyla $\overrightarrow{BB'} = \vec{v}$ olduğu görülmektedir. Öteleme dönüşümün parametresinin öteleme vektörü olduğunun öğretmenler ve öğrenciler tarafından bilinmesi ve anlamlandırılması önemlidir (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019, s.225).

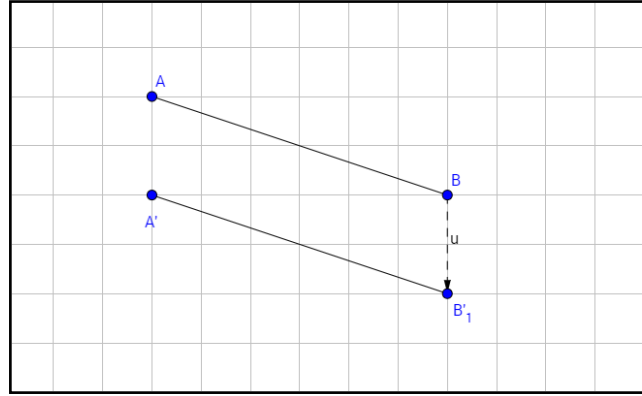


Şekil 1. 2. Düzlemde B noktasının B' noktasına öteleme dönüşümüne karşılık gelen v vektörü

Bir öteleme dönüşümünde dönüşümün parametresi olan vektörün büyüklüğü, yönü veya konumunun değiştirilmesinin öteleme dönüşümü sonucu oluşan görüntüyü nasıl etkileyeceğini öğrenciler tarafından anlaşılmalıdır (Yanık ve Flores, 2009). Yani öğrenciler öteleme dönüşümünün parametresi olan öteleme vektörün büyüklüğü değiştiğinde öteleme dönüşümüne tabi tutulan B noktasının görüntüsü olan B' noktasına olan uzaklığının değişirken, $\vec{v}$ vektörünün düzlemde konumunun değişmesi B noktasının görüntüsü olan B' noktasına olan uzaklığını değiştirmeyeceğinin farkına varmalıdır (Bknz. Şekil 1.2.).

Bir geometrik nesne ya da düzlem parçası ile öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü birbirine eşit yani çevresi, alanı, yönü gibi iç dinamiklerini korur (Zembat, 2015a). Öteleme dönüşümü doğruları doğrulara, üçgenleri üçgenlere ve çemberleri çemberlere dönüştürür (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019, s.226).

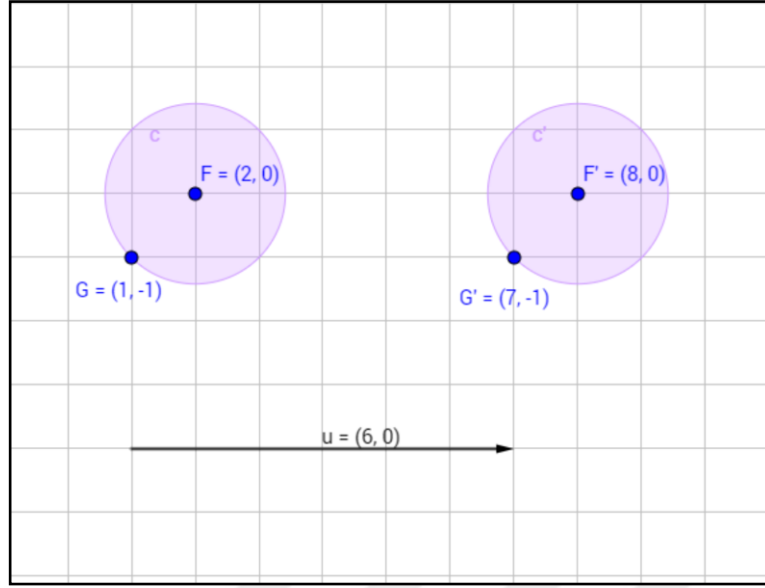
Öğrenciler öteleme dönüşümü uygulanan şeklin görüntüsü ve ön görüntüsünün paralel olduğunu (Bkz. Şekil 1. 3.), öteleme dönüşümün uygulanacağı şekil üzerinde referans kabul edilen noktaların ön görüntüleri ve görüntüleri arasındaki uzaklıkların eşit olduğunu ve bunun öteleme vektörünün uzunluğuna eşit olduğunu bilmeleri gereklidir (Hollebrands, 2003).



Şekil 1. 3. *AB doğru parçasının u vektörünü parametre kabul eden öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü*

Öteleme dönüşümü düzlemin alt kümesindeki tüm noktalara uygulanır Şekil 1. 4. deki F merkezli dairede $\vec{u}$ vektörünü parametre kabul eden öteleme dönüşümü sadece referans kabul edilen dairenin merkezi olan F noktası ve üzerindeki G noktasına değil daire üzerindeki tüm noktaları (ön görüntü) F' merkezli dairedeki (görüntü) noktalara dönüştürür. Hollebrands (2003)'e göre öğrencilerin dönüşümleri fonksiyon olarak görmeleri için tanım kümesinin yalnızca dönüşüm uygulanan nesnenin değil düzlemdeki tüm noktalar olduğunu anlamaları önemlidir.

Öğrenciler matematik derslerindeki geçmiş deneyimlerinden dolayı düzlemi üzerinde geometrik şekillerin olduğu bir arka plan olarak düşünebilir, geometrik şekillerin düzlemin bir alt kümesi olduğunun farkında olmayabilirler bu da öğrencilerin öteleme dönüşümünü bir hareket olarak algılamalarına ve fonksiyon olarak algılamakta zorlanmalarına neden olur (Yanık ve Flores, 2009). Öğrencilerin öteleme dönüşümü sonrasında nelerin değiştiğini açıklamaları istendiğinde, bu değişimi hareket olarak değil, düzlemin alt kümesi olan tüm noktaların koordinatlarının değiştiği şeklinde açıklamaları öteleme dönüşümünün bir fonksiyon olarak algılandığının göstergesi olarak kabul edilebilir (Yanık, 2011).



Şekil 1. 4. F merkezli dairenin u vektörünün parametre kabul eden öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü

Şekil 1. 4. verilen dairenin referans noktaları olan merkezi $F = (2, 0)$ ve üzerindeki bir $G = (1, -1)$ noktasının $\vec{u} = (6, 0)$ vektörünü parametre kabul eden ötelemeyi matrisler yardımıyla şu şekilde ifade edebiliriz:

$$(F, G) + (\vec{u}, \vec{u}) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Flores ve Yanık (2016) öğrenciler öteleme yapmak için kenarlara ve köşelere odaklandığı için dairesel şekilleri ötelemekte zorlanırlar bu nedenle dairesel şekillerde şekil üzerinde referans noktaları belirlemek önemlidir.

Fife, James ve Bauer (2019) tarafından geliştirilen bir öğretim dizisinde, geometrik dönüşümler konusunda iyi bir donanıma sahip ve geometrik dönüşümlerin düzlemde bir fonksiyon olduğu kavrayan lise öğrencilerinin, geometrik dönüşümleri matrisler yardımıyla gösterebileceği ifade edilmiştir.

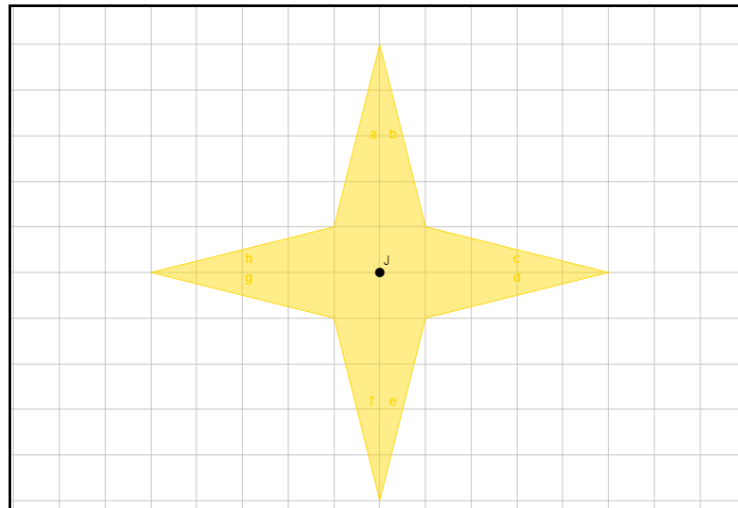
Flores ve Yanık (2016) öteleme dönüşümünde hareket anlayışından fonksiyon anlayışına geçişi sağlamak için öğrencilere dinamik geometri ortamlarında öteleme dönüşümü örnekleri ve örnek olmayanların verilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Sıfır vektörünü kendine parametre kabul eden öteleme dönüşümü birim fonksiyondur (Zemba, 2015a, s.636). Hollebrands'ın (2003) çalışmasında öğrenciler sıfır vektörü ile öteleme yaparken tüm noktalar yine kendilerine eşlendiği için bunu öteleme olarak kabul etmede zorlandıklarını belirtmiştir.

Yansıma dönüşümün matematiksel ve geometrik özelliklerini incelemeden önce simetri kavramını ele alalım. Simetri kelimesi Eski Yunancada symmetros kelimesinden gelmektedir, “birlikte” anlamına gelen “syn” ve “ölçmek” anlamına gelen “metron” kelimelerinden oluşup ortak ölçüye sahip olmak, orantılı, uyum gibi anlamlarını taşır (Karagözlü, 2015; Seah ve Horne, 2019). Simetri uygulandığında şeklin özelliklerini değiştirmeyen bir dönüşümdür (Leikin, Berman ve Zaslavsky, 1997’den aktaran Köse, 2012). Altun (1998, s.173) simetrinin doğruya göre simetri ve dönel simetri olmak üzere iki türü olduğunu belirtmiştir. Bir şekil, bir doğru boyunca iki yarımı birbiri ile eşleşecek şekilde katlanabilirse doğru simetrisine sahiptir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2018). Kare, ikizkenar yamuk, deltoid gibi çokgenler simetrik şekillere örnek verilebilir. Dönel simetri, şeklin bir nokta etrafında dönmesi sonucunda kendisi ve görüntüsünün çakışmasıdır (Altun, 1998, s.173).

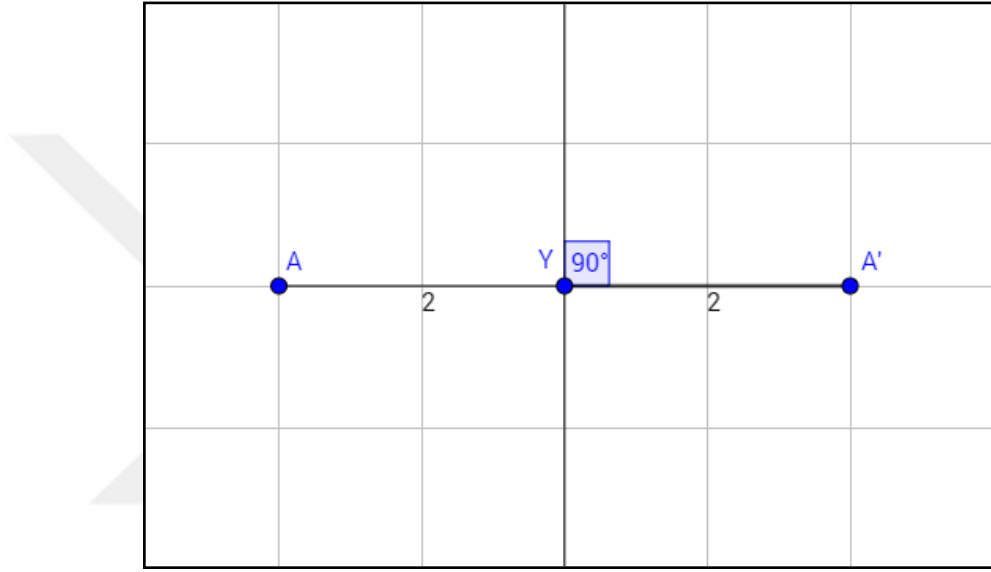
Bazı şekiller hem eksene göre simetrik hem de dönel simetrikler (Altun, 1998, s.173). Şekil 1. 5. incelendiğinde hem yatay, düşey, eğik gibi simetri eksenlerine sahip olduğu hem de 90° lik dönel simetriye sahip olduğu görülmektedir. Bir çember merkezi etrafındaki her dönüşte kendisini ile çakıştığından çemberin sonsuz simetri eksen ve sonsuz dönel simetri açısı vardır (Altun, 1998, s.173).

Güler Selek (2020) simetri ekseninin inşası ve bir simetri eksenine olan dörtgenlerin oluşturulmasına yönelik yaptığı çalışmada 10. sınıf öğrencilerinin kare, dikdörtgen, deltoid, paralelkenar, yamuk gibi dörtgenlerin çizimlerini bilmelerine karşın kaç simetri eksenine sahip olduğu gibi şeklin bazı özellikleri üzerinde daha önce derin düşünmediklerini ifade etmiştir. Seah ve Horne (2019) lise öğrencilerinin yansıma ve dönme simetrisi ile ilgili görevlerde zorlandıklarını ifade etmiştir.



Şekil 1. 5. Doğrusal ve dönel simetriye sahip şekil

Yansıma dönüşümü uzaklık koruyan birebir ve örten bir fonksiyondur Şekil 1. 6. da düzlemde bir A noktasının Y noktasını parametre kabul eden yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü incelendiğinde A noktası A' noktasının simetriğidir. A noktası ve görüntüsü A' noktası Y noktasına diktir ve eşit uzaklıktadır (Bkz. Şekil 1.1.6.). Y noktası; $|A A'|$ doğru parçasının orta dikmesi ile $|A A'|$ doğru parçasının kesişim noktasıdır.

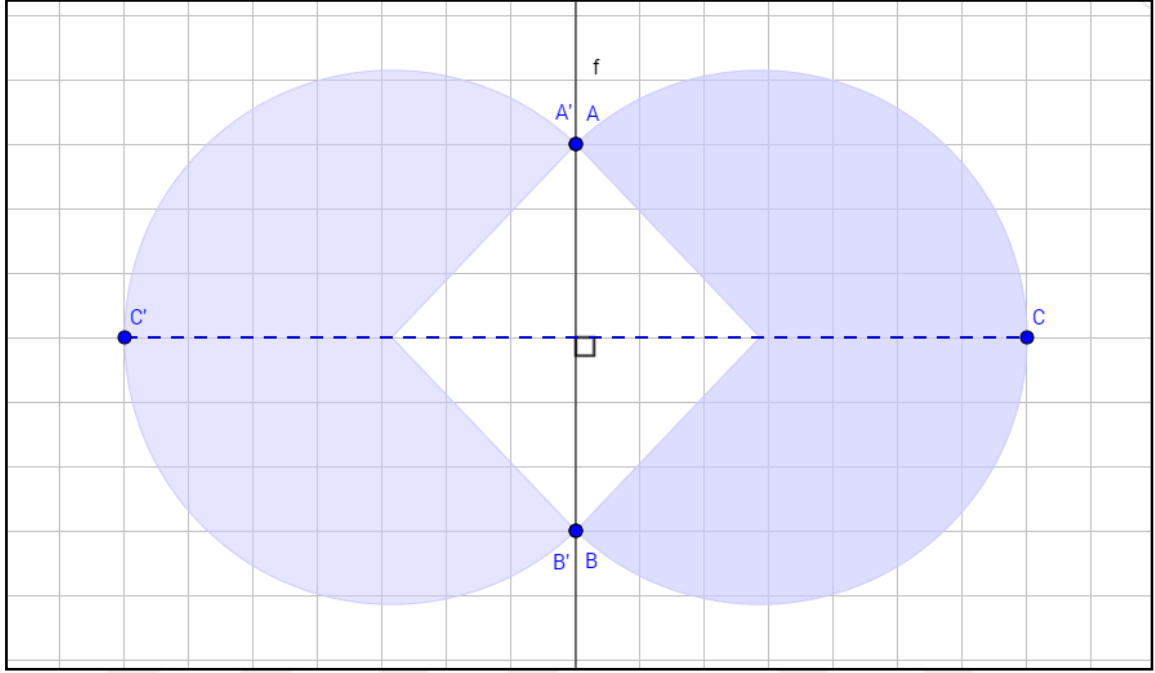


Şekil 1. 6. Düzlemde bir A noktasının Y noktasına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü

Görüldüğü üzere yansıma dönüşümü ele alındığında simetri, eşlik, diklik, orta dikme, simetri eksenine eş uzaklık, yön gibi bazı özellikler karşımıza çıkmaktadır (Köse, 2015, s.617) şimdi bu özelliklerden hangilerinin değişip hangilerinin değişmediğini tartışalım. Şekil 1. 7. de üç noktadan geçen bir daire dilimi ve f doğrusunu parametre kabul eden yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü A'B'C' noktalarından geçen daire dilimi verilmiştir. Yansıma dönüşümü birebir ve örten bir fonksiyon olduğundan tersi de birebir ve örten bir fonksiyondur dolayısıyla şekilde A'B'C' noktalarından geçen daire dilimin f doğrusunu parametre kabul eden yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü de ABC noktalarından geçen daire dilimidir. Yansıma dönüşümü izometri olduğu için verilen bu iki daire dilimi simetrik ve birbirine eştir.

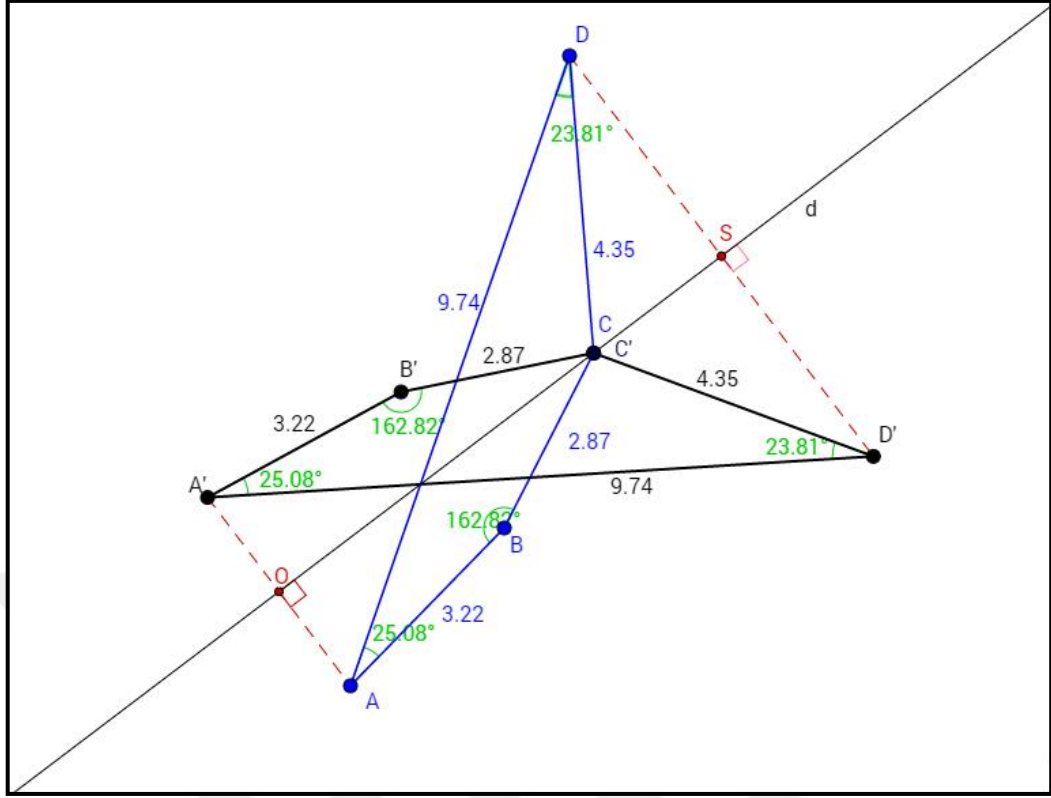
ABC daire diliminin f doğrusunda göre yansımasını belirlerken daire dilimin üzerindeki her bir noktanın simetriği alınır dolayısıyla referans noktalarından C noktası ve görüntüsü C' noktasının oluşturduğu CC' doğru parçasının orta dikmesi f

doğrusudur. Referans noktalarından A noktası f doğrusu üzerinde olduğu için A noktası ve yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü A' noktası çakışıktır, A noktası yansıma eksenini üzerinde olduğu için yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü kendisidir de diyebiliriz.



Şekil 1. 7. Düzlemde ABC noktalarından geçen daire dilimin f doğrusunu parametre kabul eden yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü

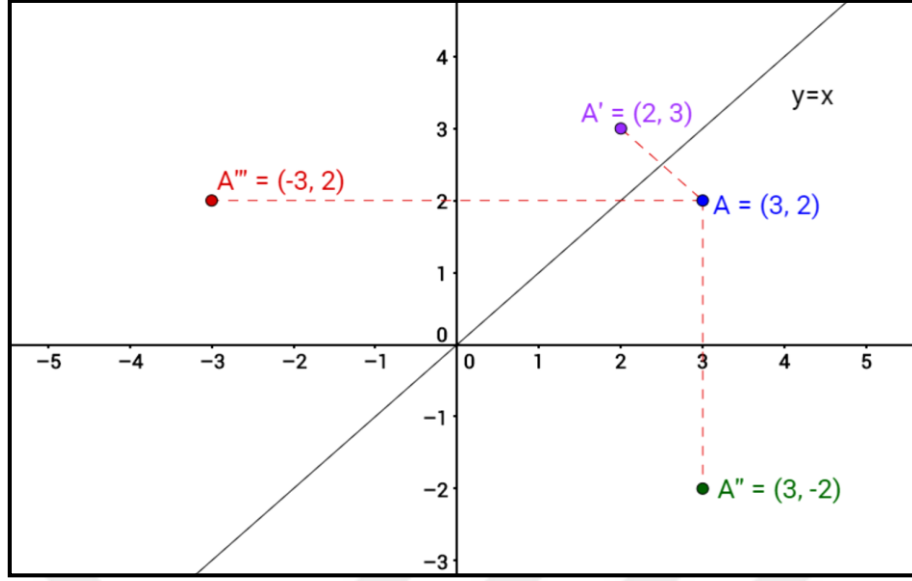
Yansıma dönüşümü geometrik şekillerin kenar uzunluklarını, açıları, açı ölçülerini, simetri eksenine olan uzaklıklarını, çevre alan ölçülerini korur (Köse, 2015, s.618). Şekil 1. 8. de ABCD dörtgeninin d doğrusunu parametre kabul eden dönme dönüşümü altındaki görüntüsü $A'B'C'D'$ dörtgeni verilmiştir şekil incelendiğinde kenar uzunluklarının değişmediği $|AB| = |A'B'|$, $|BC| = |B'C'|$, $|CD| = |C'D'|$ ve $|DA| = |D'A'|$ olduğu dolayısıyla çevre uzunluğunun değişmediği görülür. Aynı zamanda açı ölçülerinin korunduğu $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{A'B'C'}$ gibi açıların ölçülerinin eş olduğu görülmektedir. Ancak görüldüğü gibi yansıma dönüşümünde açıların yönü/oryantasyonu korunmamaktadır (Köse,2015, s.619). ABCD dörtgeni ve yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü $A'B'C'D'$ dörtgeninin köşe noktalarından A ve A' noktalarının simetri eksenini olan d doğrusuna dik uzaklıklarının $|AO| = |OA'|$ eş olduğu görülmektedir.



Şekil 1. 8. Düzlemde ABCD dörtgeninin d doğrusunu parametre kabul eden yansıma dönüşü altındaki görüntüsü

Düzlemde bir A noktasının $y=x$ doğrusuna göre yansıma dönüşü altındaki görüntüsü A' , x eksenine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü A'' ve y eksenine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü A''' şekil 1. 9. de verilmiştir. Verilen A noktası ve görüntülerinin koordinatlarını incelediğimizde;

- Düzlemde $A(3, 2)$ noktasının $y=x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü $A'(2, 3)$ olduğunu görülmektedir. Dolayısıyla düzlemde alınan herhangi bir $P(x, y)$ noktasının $y=x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü $P'(y, x)$ olur.
- Düzlemde $A(3, 2)$ noktasının x eksenine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü $A''(3, -2)$ olduğunu görülmektedir. Dolayısıyla düzlemde alınan herhangi bir $P(x, y)$ noktasının x eksenine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü $P''(x, -y)$ olur.
- Düzlemde $A(3, 2)$ noktasının y eksenine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü $A'''(-3, 2)$ olduğunu görülmektedir. Dolayısıyla düzlemde alınan herhangi bir $P(x, y)$ noktasının x eksenine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü $P'''(-x, y)$ olur.



Şekil 1. 9. Düzlemde A noktasının $y=x$ doğrusu ve eksenlere göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri

Düzlemde herhangi bir P noktasının x eksenini parametre kabul eden yansıma dönüşümünü altındaki görüntüsünü matrisler yardımıyla ifade edersek (Usiskin vd., 2003'den aktaran Köse, 2015, s.620);

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

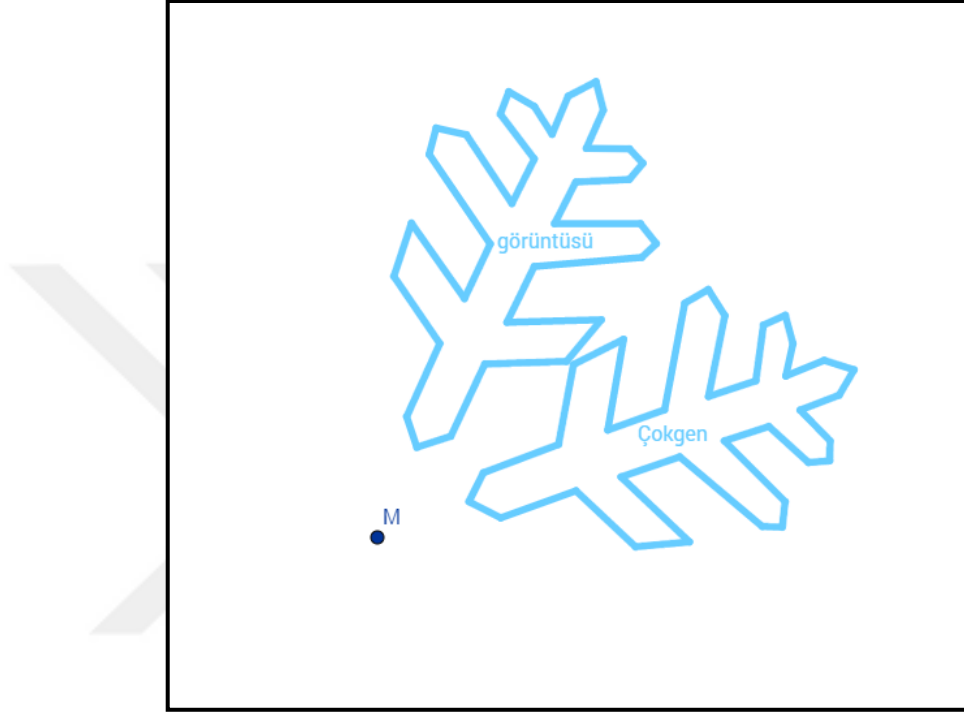
eşitliği elde edilir. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ matrisi x eksenine göre yansıma dönüşümünü temsil etmektedir (Köse, 2015). Benzer şekilde düzlemde herhangi bir P noktasının y eksenini parametre kabul eden yansıma dönüşümünü altındaki görüntüsünü matrisler yardımıyla ifade edersek, Y eksenine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü $\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$ dersek:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$$

y eksenine göre yansıma dönüşümü matrisinin $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ olduğu görülür (Köse,2015).

Dönme dönüşümü; sabit bir nokta ki buna “merkez nokta” veya “dönme merkezi” denir ve dönme açısı ile tanımlıdır (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019, s.242; Zembat, 2015b, s.646). M noktası ve $\theta=45^\circ$ parametrelerine bağlı dönme dönüşümü tanımlı olsun şekil 1. 10. da düzlemde bir çokgen ve M dönme merkezi etrafında saat yönünün tersinde 45° dönme dönüşümü altındaki görüntüsü verilmiştir.

Dönme açısında yön belirtmek için, saat yönünün tersi dönme açısı “+” pozitif, eğer saat yönünde ise dönme açısı “-” negatif ile gösterilir (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019, s.242; Zembat, 2015b, s.646). O halde Şekil 1. 1. 10. da verilen görüntünün M dönme merkezi etrafında ve $\theta = -45^\circ$ açıyla dönmesi sonucu oluşan görüntüsü ise baştaki çokgendir.



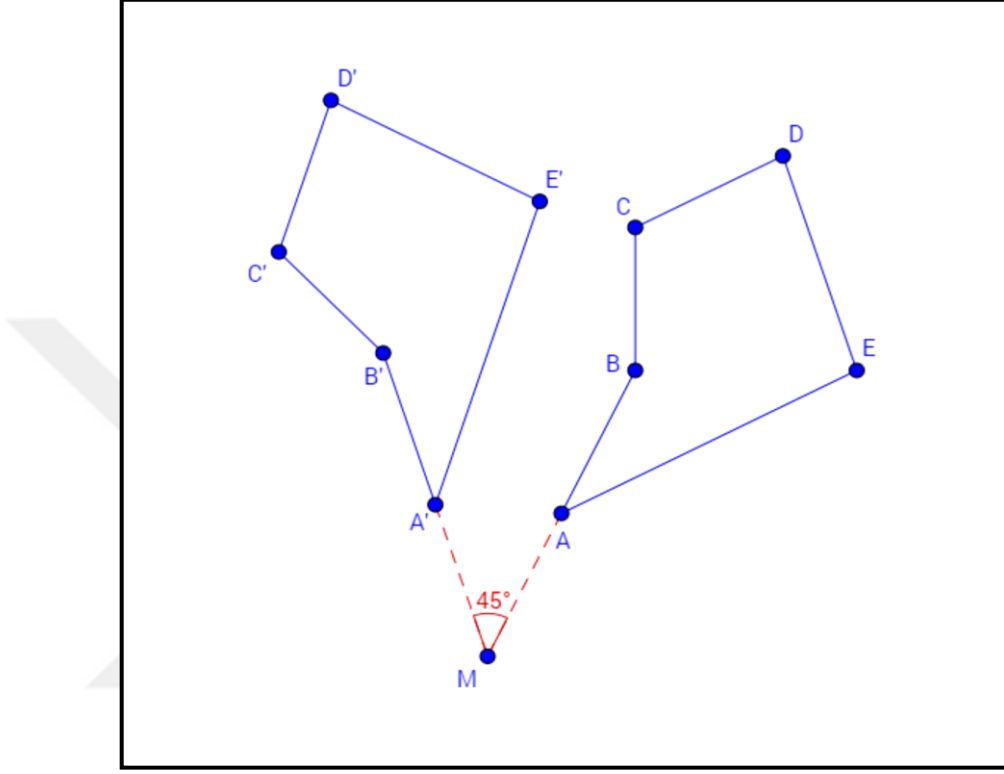
Şekil 1. 10. Düzlemde bir çokgenin M noktası etrafında saat yönünün tersinde 45 derecelik dönme dönüşümü altındaki görüntüsü

Düzlemde bir ABCDE çokgeninin M merkez noktası etrafında saat yönünün tersinde 45° dönme sonucu oluşan görüntüsü A'B'C'D'E' çokgeni verilmiştir (Bknz. Şekil 1. 11.). Çokgenin ekranda belirtilen referans noktaları ABCDE ve çokgenin üzerindeki tüm noktalar aynı zamanda M noktası da M dönme merkezi ve $\theta = 45^\circ$ açılık dönme dönüşümüne tabi tutulmuştur.

Referans noktalar incelendiğinde A noktasının M dönme merkezi ve $\theta = 45^\circ$ açılık dönme dönüşümü altındaki görüntüsü A' noktasıdır. Burada A noktasının fiziksel olarak dönmesi anlaşılmamalıdır A noktası M dönme merkezi ve $\theta = 45^\circ$ 'lik açıyı parametre kabul eden dönme dönüşümü altında düzlemde var olan A' gibi bir nokta ile eşleşir (Zembat, 2015b, s.647).

M merkez noktası kendi etrafında 45° döndürüldüğünde yine kendisi ile çakışır. M noktası kendisiyle eşleştiği için hem görüntü kümesinin hem tanım kümesinin bir

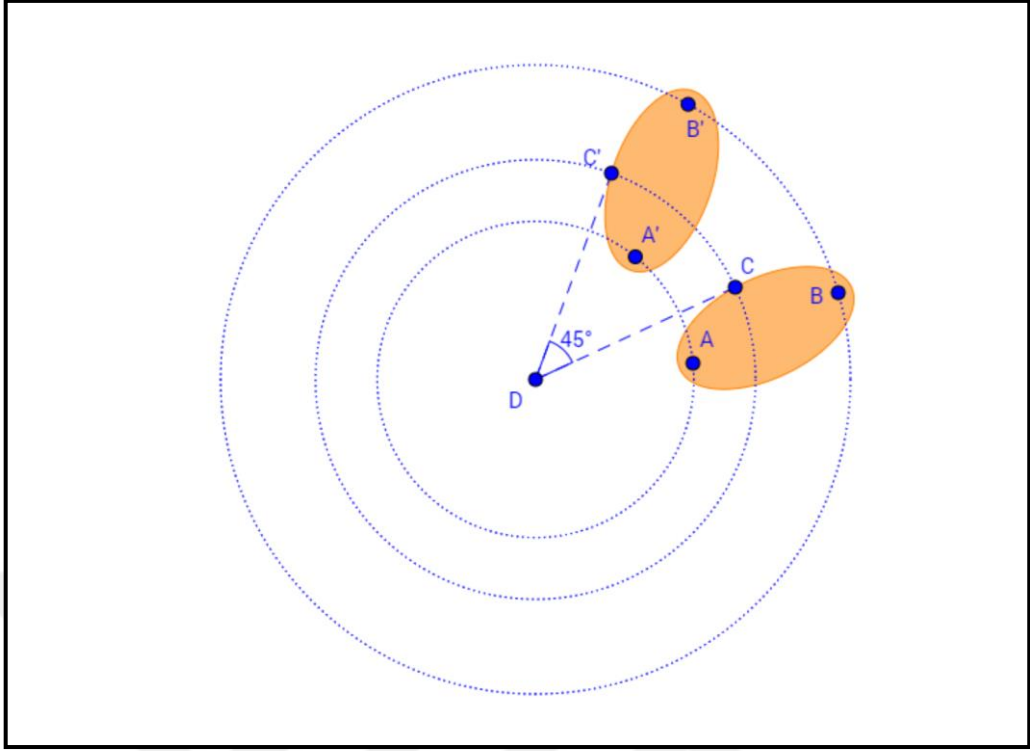
elemanıdır yani birim fonksiyondur (Zembat, 2015b, s.648). Dönme dönüşümü, tüm izometrilere olduğu gibi, düzlemin dinamiğini yani düzlemde açı ve uzaklıkları korur, açının yönünü pozisyonunu korumaz (Zembat, 2015b, s.649). Örneğin CDE açısı $C'D'E'$ açısına eşitir benzer şekilde DC doğru parçası $D'C'$ doğru parçasına eşitir.



Şekil 1. 11. Düzlemde ACBDE çokgeninin M noktası ve 45° açılı dönme dönüşümü altındaki görüntüsü

Şekil 1. 12. de düzlemde bir D dönme merkezi ve $\theta=45^\circ$ açılı dönme dönüşümü altında A ve B odak noktalarından geçen ve üzerinde bir C noktası verilen elipsin görüntüsü verilmiştir.

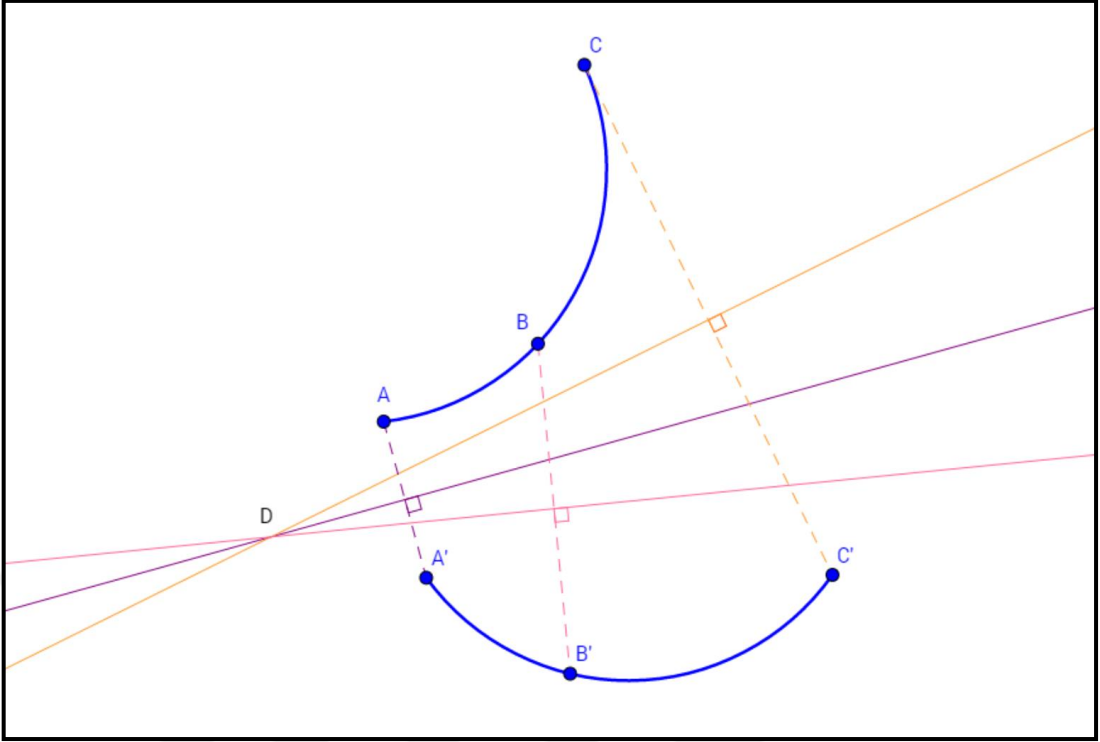
Elips üzerindeki referans noktalarının görüntülerinin yerlerini belirlemek için D merkez ve DA yarıçaplı bir çember, D merkez ve DB yarıçaplı bir çember ve D merkez ve DC yarıçaplı bir çember çizilebilir. Düzlemde A' noktasının yerini tespit edebilmek için A noktası D merkez ve DA yarıçaplı çember üzerinde 45° döndürülür (Zembat, 2015b, s.647). Bu nedenle C noktası, dönme merkezi ve C' görüntüsünün oluşturduğu CDC' açısı dönme açısına yani 45° 'ye eşittir.



Şekil 1. 12. *Düzlemde bir elipsin saat yönünün tersinde 45 derecelik dönme dönüşümü altındaki görüntüsü*

Eğer bize düzlemde verilen bir geometrik şekil ve görüntüsünün dönme merkezi verilmediyse şekil üzerindeki noktalar ve görüntüleri birleştiren doğru parçasının orta dikmesi dönme merkezinden geçer (Zembat, 2015b, s.650).

Şekil 1. 13. de düzlemde bir çember yayının bir dönme merkezi ve $\theta = -60^\circ$ dönme açısını parametre kabul eden dönme dönüşümü altındaki görüntüsü verilmiştir. Dönme merkezini bulmak için yay üzerinde verilen A noktası ve görüntüsü A' noktasını birleştiren doğru parçasının orta dikmesini, B noktası ve görüntüsü B' noktasını birleştiren doğru parçasının orta dikmesini ve benzer şekilde C noktası ve görüntüsü C' noktasını birleştiren doğru parçasının orta dikme doğrusunu çizdiğimizde kesiştiklerini görürüz. Yay üzerindeki tüm noktalar (tanım kümesi) ve görüntüleri (değer kümesi) için bu işlem yapıldığında orta dikmelerin kesiştikleri nokta bize dönme merkezini verir.



Şekil 1. 13. Düzlemde bir yay ile dönme dönüşümü altındaki görüntüsü verildiğinde dönme merkezinin belirlenmesi

Düzlemde bir A noktasının $M = (0,0)$ dönme noktası ve saat yönünün tersinde β açılı dönme dönüşümü altındaki görüntüsü A' noktası verilsin (Bknz. Şekil 1.14.). A noktasının x eksenine yaptığı açı α ise A noktasının koordinatları:

$$(x, y) = (|OA| \cdot \cos \alpha, |OA| \cdot \sin \alpha)$$

$$x = |OA| \cdot \cos \alpha$$

$$y = |OA| \cdot \sin \alpha$$

Dönme dönüşümünde dönme merkezine olan uzaklık korunduğu için $|OA| = |O'A'|$ dir. A' noktasının koordinatlarını yazarsak:

$$(x', y') = (|O'A'| \cdot \cos(\alpha + \beta), |O'A'| \cdot \sin(\alpha + \beta))$$

elde ederiz düzenlersek;

$$(x', y') = (|OA| \cdot \cos(\alpha + \beta), |OA| \cdot \sin(\alpha + \beta))$$

olur. Trigonometride bilinen cosinüs ve sinüs toplam formüllerini yazıp düzenlersek A' noktasının koordinatları:

$$x' = (|OA| \cdot [\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta]) = (|OA| \cdot \cos \alpha \cos \beta - |OA| \cdot \sin \alpha \sin \beta)$$

$$y' = (|OA| \cdot [\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta]) = (|OA| \cdot \sin \alpha \cos \beta + |OA| \cdot \cos \alpha \sin \beta)$$

olur.

A' noktasının koordinatlarında $|OA| \cdot \cos \alpha$ yerine x; $|OA| \cdot \sin \alpha$ yerine y yazarsak:

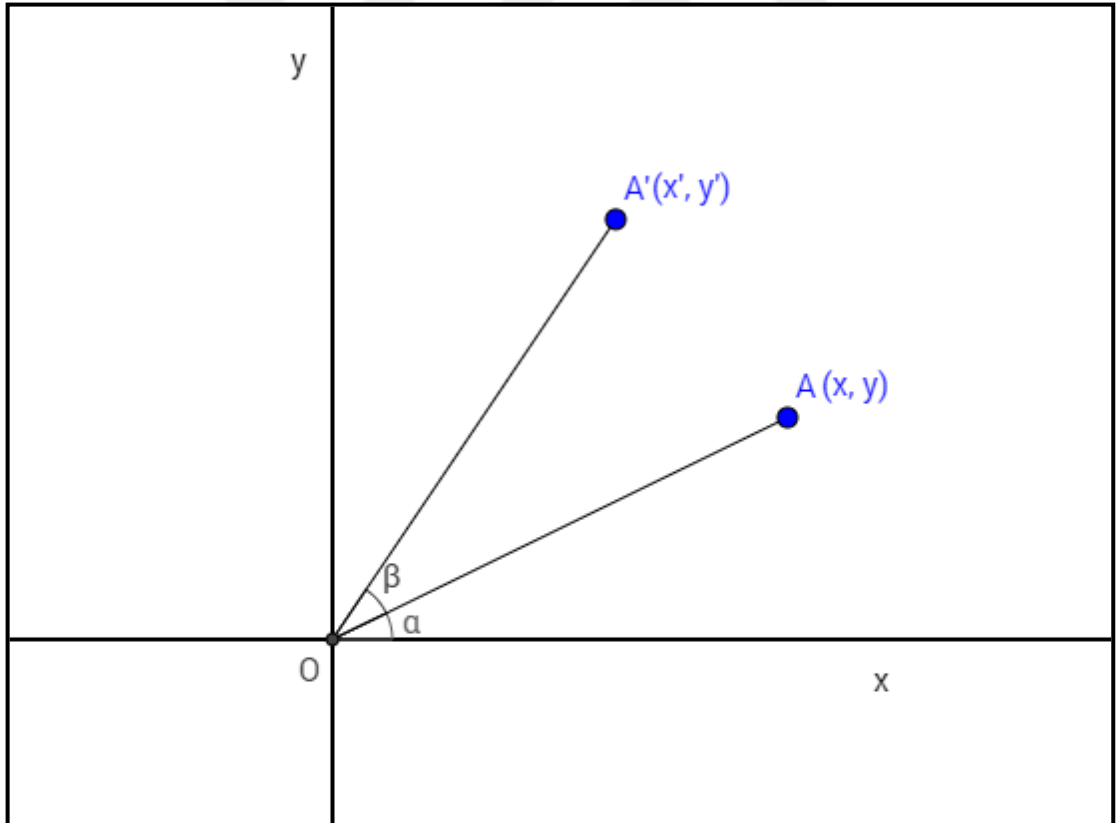
$$|OA| \cdot \cos \alpha = x \text{ ve } |OA| \cdot \sin \alpha = y$$

$$x' = (x \cos \beta - y \sin \beta)$$

$$y' = (x \sin \beta + y \cos \beta)$$

$$(x', y') = (x \cos \beta - y \sin \beta , x \sin \beta + y \cos \beta)$$

eşitliği elde edilir.



Şekil 1. 14. Düzlemde bir A noktasının $M = (0,0)$ dönme noktası ve saat yönünün tersinde β açılı dönme dönüşümü altındaki görüntüsü

Dönme dönüşümü matrisler yardımıyla göstermek mümkündür (Zembat, 2015b, s.654):

$$D_{D,\beta}(A) = D_{D,\beta}\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \cos \beta - y \sin \beta \\ x \sin \beta + y \cos \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = A'$$

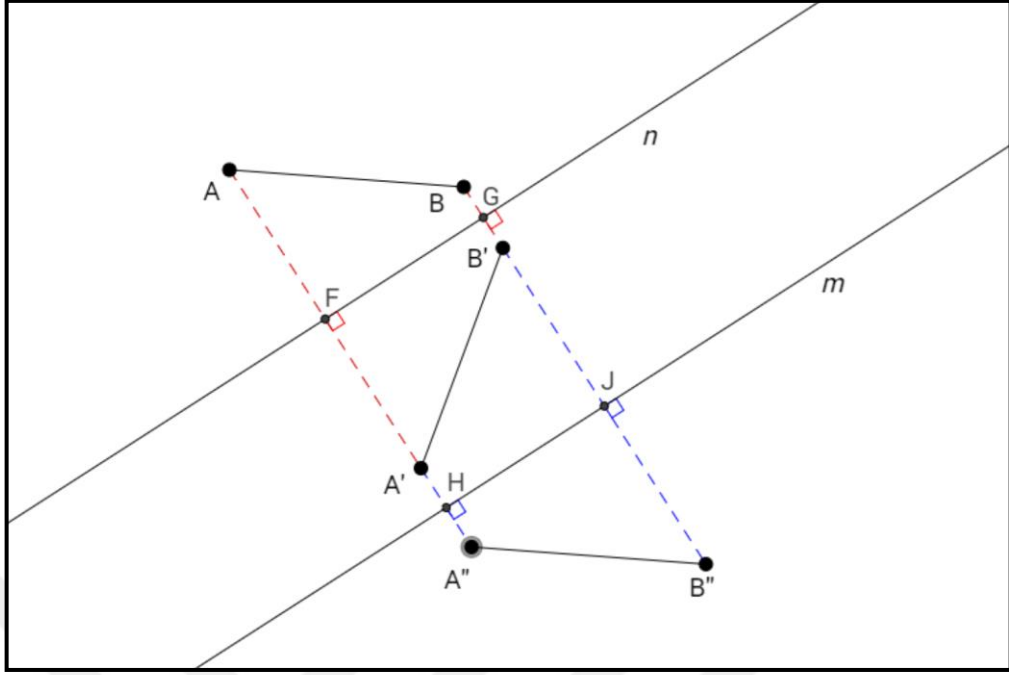
Düzlemde AB doğru parçasının n doğrusuna göre yansıması altındaki görüntüsü A'B' doğru parçası ve A'B' doğru parçasının n doğrusuna paralel olan m doğrusuna göre yansıması A''B'' verilsin (Bknz. Şekil 1. 15.). Burada iki paralel doğruya göre iki ayrı yansıma dönüşümü yani bileşke dönüşüm vardır. A noktasının n doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü A' olduğundan $|AF| = |FA'|$ eşitliğini elde ederiz.

Benzer şekilde A' noktasının m doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü A'' olduğundan $|A'H| = |HA''|$ deriz. A ve A'' noktaları arasındaki mesafesi incelediğimizde n ve m doğruları arasındaki mesafenin iki katı olduğu görülür.

$$|FH| = |FA'| + |A'H|$$

$$|AA'| = 2 \cdot |FH|$$

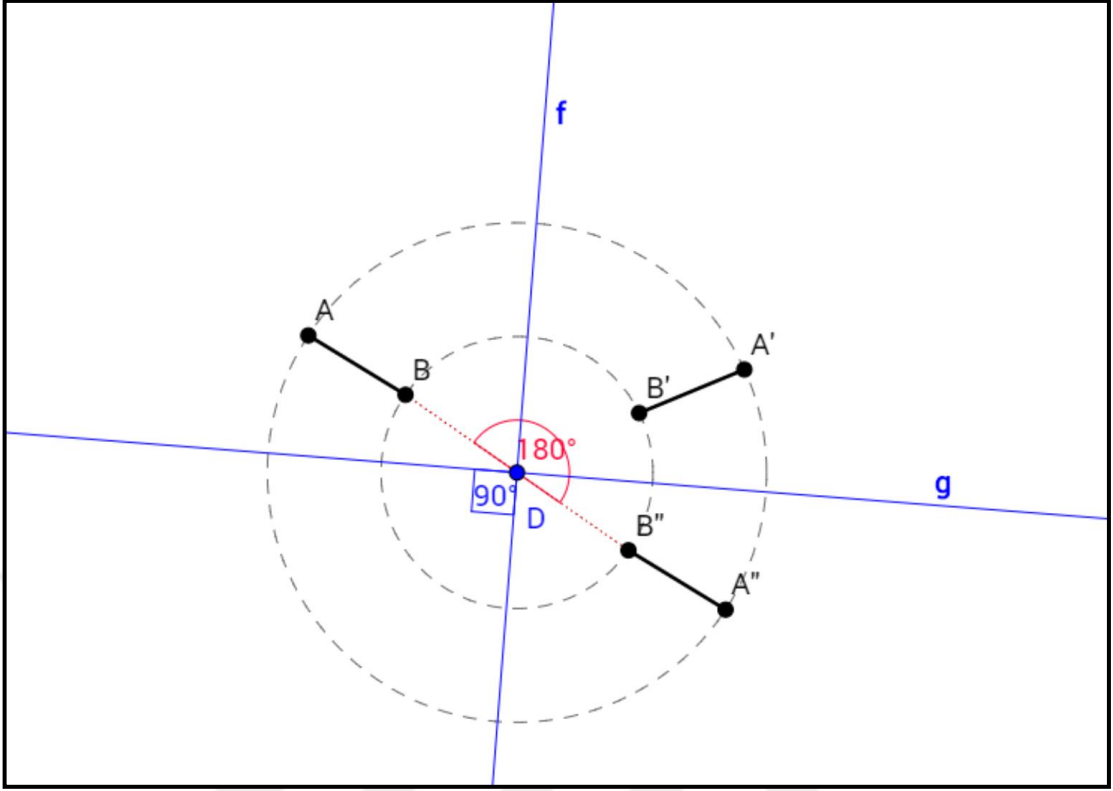
Eğer başlangıç noktası A noktası ve uç noktası A'' noktası olan yani büyüklüğü bu iki paralel doğru arasındaki mesafenin iki katı olan bir vektör yardımıyla AB doğru parçası ötelenirse A''B'' doğru parçası elde edilir. Dolayısıyla iki yansıma dönüşümüne bir öteleme dönüşümü denk gelebilmektedir (Zembat, 2015b, s.642).



Şekil 1. 15. Düzlemde bir AB doğru parçasının n doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü ve $A'B'$ doğru parçasının n doğrusuna paralel m doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü

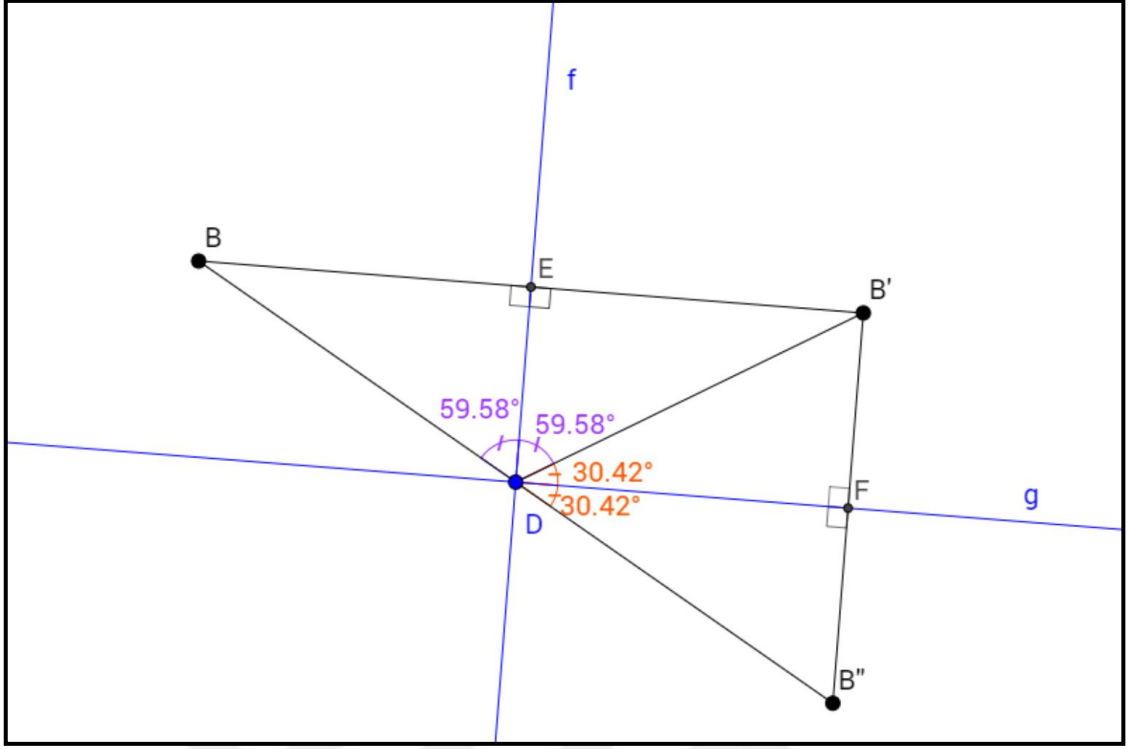
Şimdi de AB doğru parçasının düzlemde D noktasında kesişen f ve g doğrularını referans kabul eden bileşke yansıma dönüşümünü inceleyelim. AB doğru parçasının f doğrusuna göre yansıma dönüşümünün altındaki görüntüsü $A'B'$ doğru parçası, $A'B'$ doğru parçasının g doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü $A''B''$ doğru parçası Şekil 1. 16.'deki gibi verilmiştir. AB doğru parçasının referans noktalarından geçen D merkezli çemberi inceleyelim. A' ve A'' noktaları D merkezli ve DA yarıçaplı çemberin üzerinde olduğu için D dönme merkezli bir dönme dönüşümünün varlığından söz edebiliriz. Dönme merkezini belirlemek için AA'' doğru parçasının orta dikmesi ve BB'' doğru parçasının orta dikmesini de kullanabiliriz. Orta dikmelerin kesiştikleri yegâne yer D noktasıdır (Zembat, 2015b, s.657). Dönme dönüşümünün ilk parametresi olan dönme merkezini belirledik peki dönme açısı ne olur?

Şekil 1. 16.'de düzlemde verilen f ve g doğrularının 90° 'lik açı ile kesiştikleri ve dönme açısının 180° olduğu görülmektedir yani dönme açısı doğrular arasında kalan açının iki katıdır.



Şekil 1. 16. Düzlemde AB doğru parçasının D noktasında kesişen f ve g doğrularına göre sırasıyla yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri

Dönme açısının neden kesişen doğrular arasındaki açının iki katı olduğunu inceleyelim. Dönme açısını belirlemek için doğru parçasının referans noktalarında B noktasına odaklanalım. B noktasının f doğrusuna göre yansıma sonucu oluşan görüntüsü B' noktası ve g doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü B'' noktası Şekil 1. 17. de verilmiştir. BB' doğru parçasının orta dikmesi ve aynı zamanda $\widehat{BDB'}$ açısının açıortay doğrusu f doğrusudur. Aynı zamanda $|BD| = |DB'|$ olduğundan BDB' ikizkenar üçgeninde tepe noktasından indirilen dikme kenarortay ve açıortaydır. Benzer şekilde $B'B''$ doğru parçasının orta dikmesi ve aynı zamanda $\widehat{B'DB''}$ açısının açıortay doğrusu g doğrusudur. Doğru parçalarının oluşturduğu üçgenleri ele alırsak $|B'D| = |DB''|$ olduğundan $B'DB''$ ikizkenar üçgeninde tepe noktasından indirilen dikme kenarortay ve açıortaydır dolayısıyla $\widehat{BDB''}$ açısı $\widehat{EDF}$ açısının iki katı olur.



Şekil 1. 17. Bileşke yansıma dönüşümüne karşılık gelen dönme dönüşümünün dönme açısının belirlenmesi

1.1.1. Matematik Öğretimi Programında Geometrik Dönüşümlerin Yeri

Geometri matematiğin temel yapı taşlarından biri olup, içinde bulunduğumuz dünyayı yorumlama olanağı sunarken öğrencilerin akıl yürütme ve uzamsal becerilerini de geliştirir (NCTM, 2000). Geometriyi matematiğin temel yapı taşlarından biri yapan becerileri arasında matematiksel ilişkileri muhakeme, keşif ve analiz etme vardır (NCTM, 2000). Dönüşüm geometrisi ülkemizde 2005 yılında Matematik Dersi Öğretim Programında yapılandırmacılık yaklaşımını temel alan matematik dersi öğretim programı ile okul matematiğine girmiştir (MEB, 2005).

İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında (2005) öteleme, dönme ve yansıma dönüşümlerine yer verilirken en son güncellenen Matematik Dersi Öğretim Programı (2018) incelendiğinde dönüşüm geometrisi öğretimine birinci sınıfta uzamsal ilişkiler alt öğrenme alanı kapsamında ‘Uzamsal (durum, yer, yön) ilişkileri ifade eder’ ve ‘Eş nesnelere örnek verir.’ kazanımıyla başladığı görülmektedir. İkinci sınıfta ‘Geometrik cisim ve şekillerin yön, konum veya büyüklüğü değiştiğinde biçimsel özelliklerinin değişmediğini fark eder.’ kazanımıyla değişmezlerin incelenmesinin fark ettirilmesiyle devam etmektedir. İkinci sınıf uzamsal ilişkiler alt öğrenme alanı kapsamında ‘Yer, yön ve hareket belirtmek için matematiksel dil kullanır.’ ve

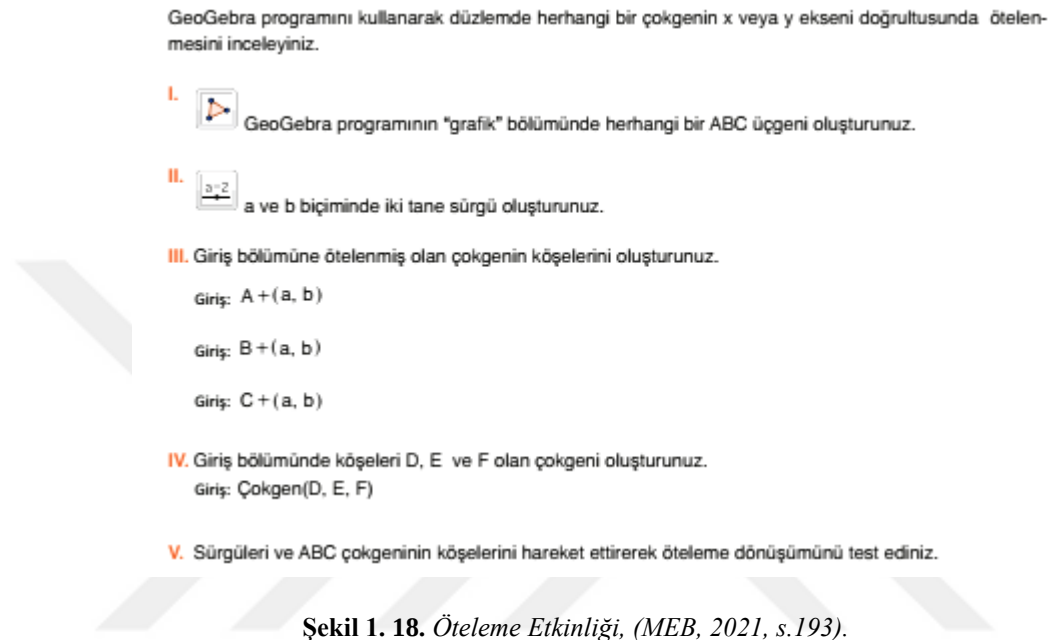
‘Çevresindeki simetrik şekilleri fark eder.’ kazanımlarıyla dönüşüm geometrisine başlangıç yapıldığı görülmektedir. Üçüncü sınıfa gelindiğinde ise yine uzamsal ilişkiler alt öğrenme alanında bulunan ‘Şekillerin birden fazla simetri doğrusu olduğunu şekli katlayarak belirler.’ ve ‘Bir parçası verilen simetrik şekli dikey ya da yatay simetri doğrusuna göre tamamlar.’ kazanımlarıyla, simetri kavrama giriş yapılmıştır. Dördüncü sınıfta ‘Ayna simetrisin, geometrik şekiller ve modeller üzerinde açıklayarak simetri doğrularını çizer.’ ve ‘Verilen şeklin doğruya göre simetriğini çizer.’ kazanımlarıyla yansıma dönüşümüne giriş yapıldığı görülmektedir.

Ortaokul matematik dersi programı değişikliğiyle daha önce yedinci sınıfta görülen kazanımların bir kısmı dönüşüm geometrisi başlığı altında ‘Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin öteleme sonucundaki görüntülerini çizer.’ kazanımıyla öteleme dönüşümü; ‘Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntülerini oluşturur.’ kazanımıyla yansıma dönüşümü programda yerini almıştır. Dönme dönüşümüne 2018 yılında değişen öğretim programında, sekizinci sınıfa kadar yer verilmediği görülmektedir. Alan yazın tarandığında dönüşüm geometrisi ile ilgili çalışmaların ortaokul yedinci ve sekizinci sınıflardaki öğretim deneyleri, kavram yanılgıları, teknoloji kullanımı üzerinde yoğunlaştığı görülmektedir. Ülkemizde dönüşüm geometrisi üzerine yapılan akademik çalışmaların ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf düzeyinde ağırlıkta olduğu söylenebilir.

MEB Ortaöğretim Matematik Dersi Programı (2018) incelendiğinde dönüşüm geometrisine Analitik Düzlemde Temel Dönüşümler konu başlığı altında yalnızca on ikinci sınıfta yer verildiği görülmektedir. Bilgi ve iletişim teknolojileri yardımıyla öteleme, simetri ve dönme ele alınarak ‘Analitik düzlemde koordinatları verilen bir noktanın öteleme, dönme ve simetri dönüşümleri altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulur.’ kazanımı hedeflenmektedir. Modelleme çalışmalarına yer verilerek, doğadan ve mimari eserlerden örneklendirme yapılarak ‘Temel dönüşümler ve bileşkeleriyle ilgili problem çözer.’ geometrik dönüşümlerde ve bileşke dönüşümlerde problem çözme hedeflendiği görülmektedir. Ülkemizde dönüşüm geometrisi üzerine yapılan akademik çalışmaların genellikle onuncu sınıf düzeyinde yapıldığı görülmektedir, programın 2018 yılında değişmesiyle 12. sınıf matematik programına dâhil edilen geometrik dönüşümlerin öğretimi alanında yapılan çalışmalara rastlanmamıştır. Bunun nedeni dönüşümler konusunun 12. sınıf programına nispeten yeni alınmış olması ve öğrencilerinin ülkemizde üniversiteye giriş sınavlarına hazırlanması olabilir. Ancak

dönüşüm geometrisinin öğrencilerin geometrik ve cebirsel muhakeme yeteneklerini geliştirdiği göz ardı edilmemelidir.

Ortaöğretim fen lisesi matematik ders kitabında Şekil 1. 18. gibi teknoloji kullanılarak geometrik dönüşüm etkinliklerine yer verildiği görülmektedir. Bir sonraki bölümde dönüşüm geometrisi öğretiminde teknoloji kullanımına değineceğiz.



1.2. Geometri Öğretiminde Teknoloji Kullanımı

Teknolojik araçlar matematiksel kavram ve ilişkileri görselleştirip somutlaştırarak öğretme ve öğrenmeyi olumlu yönde etkiler (Baki, 2000). NCTM (2000), öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerileri kazanmasında teknolojinin önemini ve gerekliliğini vurgulamaktadır. Teknoloji matematiksel kavramlar ve ilişkilerle etkileşim, matematiksel kavramların farklı temsil yolları, yeni temsillerin öğrenciler tarafından problem çözme, matematiksel anlamları keşfetme, çözüm stratejilerini temsil etmede kullanılması ve öğrenme değerlendirmesi için araçlar sunmaktadır, bu nedenle teknolojik araçları içeren etkinliklerle matematiksel anlamların nasıl oluşturulabileceği, matematik eğitimi için teknoloji içeren bir öğretim tasarımı önem kazanmıştır (Bottino ve Kynigos, 2009, s.208).

Matematiksel kavramlar ve bu kavramlar arasındaki bağıntıları modellemek açıklamak ve keşfetmek için öğretim etkinliklerinde teknolojiye yararlanılabilir (Karadağ ve McDougall, 2011, s.170). Birçok öğretmen geometrik ilişkileri keşfetmede ve genellemeler yapabilmede çok zaman aldığı için kâğıt kalem gibi geleneksel

yöntemlerden kaçınır (Güven ve Karataş, 2005). Dinamik geometri sistemlerinin ortaya çıkışı okuldaki geometri öğrenme ortamlarını ve senaryolarını değiştirmiştir, kalem ve kâğıda dayalı geleneksel yöntemlerden grafik araçlarla oluşturulan ekrandaki şekilleri fare ile hareket ettirilebilen sanal dinamik öğrenme ortamlarına geçilmiştir (Mariotti, 2014, s.155). Matematik eğitimcileri öğretme ve öğrenmeyi geliştirmek için dinamik geometri yazılımlarından yararlanmaya başlamasıyla DGY'ları geometrik nesneleri kolaylıkla oluşturmalarına olanak sağlamıştır (Trocki ve Hollebrands, 2018). Ancak DGY'larının faydaları geometrik nesneleri kolaylıkla oluşturmanın önüne geçmiş, teknoloji ile gerçekleşen eylemler kişinin geometrik nesnelerle etkileşim şeklini değiştirmiştir.

Heid (1997, s.8-9) tarafından teknoloji kullanılan öğrenme ortamlarında şu dört prensip benimsenmesi gerektiği belirtmiştir:

- 1) Teknoloji kullanarak güçlü öğrenci merkezli öğrenme ortamları oluşturma,
- 2) Öğrenciye teknolojik araçlarla etkileşimi arttırarak, matematikçi gibi çalışma düşünme fırsatı sağlama,
- 3) Teknolojinin geri bildirim yoluyla öğrencilerin matematiksel bilgisini düşünmesini sağlayarak matematiksel bilgisini geliştirme,
- 4) Teknoloji ile epistemolojik otoritenin yeniden tanımlanması, yani öğrencilerin teknolojik araçlara sürekli erişimiyle daha fazla sorumluluk üstlenerek kendi öğrenmesinden sorumlu olmasına doğru geliştirme.

Dinamik geometri yazılımlarının kullanımı, geometri konularının öğretiminde oldukça etkilidir (Mariotti, 2013). Matematik öğretmeni adayları dinamik geometri yazılımlarının görselleştirmede, somutlaştırmada ve daha etkili bir matematik öğretimi gerçekleştirmede etkili bir araç olduğunu ve öğretimde kalıcılığı artırdığını ifade etmişlerdir (Tatar, 2013).

Hollebrands (2003), teknolojik bir araçla etkileşim kurmanın öğrencilerin geometrik dönüşümleri daha iyi anlamalarını sağlayabileceği ifade etmiştir. Dinamik geometri yazılımları öğrencilerin verilen şekillerin ve şekillerin dönüşüm altındaki görüntülerini ilişkilendirmelerini sağlamalıdır (Yakıcı Topbaş, Argün ve Aktaş, 2019, s.219).

Bazı araştırmalar ise DGY'nin geometri öğretiminde bazı olumsuz durumlara neden olabileceğini ortaya koymaktadır. Öğrenciler dinamik geometri yazılımlarının sadece belirli araçlarına odaklanıp teorik bilgiye dayalı akıl yürütmeden uzaklaşabilirler

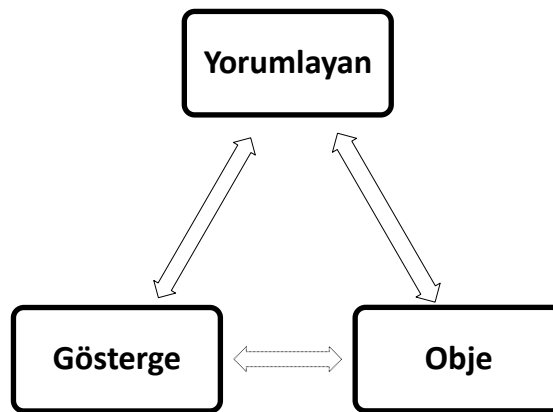
(Olivero ve Robutti, 2007). Öğretmenler derslerine DGY'leri entegre ederken yeni öğretimsel teknikler geliştirmek yerine yazılımları sadece gelişmiş yazı tahtaları gibi kullanabilir, DGY'leri öğrenme süreçlerine dahil ederken uygun pedagojik stratejiler düzenlemeyebilirler (De Villiers, 2006).

1.3. Teorik Çerçeve: Semiyotik Arabuluculuk Teorisi

Göstergebilim kuramı (semiotics) Charles Sanders Peirce tarafından felsefe, mantık ve matematik temelleri üzerinde inşa edilen, tüm olay ve olguların göstergeler ile ortaya çıktığı, göstergelerin anlamını göstergeler arasındaki bağlantıları göstergelerin oluşturduğu bütünü inceleyen bilim dalıdır (Sayın, 2014, s.54; Rifat, 2009; Özkamas, 2009).

Göstergebilimin konusu kavramlar ve onların ifade biçimleri arasındaki bağıntılardır (Sayın, 2014). Gösterge sözcük, kelime, işaret, beden duruşu, davranış biçimi, bakışlar, jestler, mimikler gibi işaretlerdir, göstergeler olmazsa insanlar arasında etkileşim ve iletişim sağlanamaz (Sayın, 2014).

Peirce'ün "göstergelerin biçimsel öğretisi" olarak da ifade ettiği göstergebilim, gösterge (representamen), yorumlayan ve obje kavramları arasındaki (Bknz. Şekil 1. 19.) döngü semiyosis ile açıklanmaktadır (Rifat, 2009). Gösterge olarak bir çokgen ve yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü, öğrenci (yorumlayan) için ne ifade ettiği konusu göstergebilimin konusudur.



Şekil 1. 19. Semiyosis (Ogden ve Richards, 1923)

Soyut yapısından dolayı matematikle doğrudan ilişki kurmak imkânsızdır, sayılar şekiller gibi soyut kavramlar temsiller (göstergeler) yardımıyla somut olarak

algılanabilir düşünülebilir ve paylaşılabılır dolayısıyla matematikle herhangi bir ilişki kurulması için arabulucuya ihtiyaç vardır (Drijvers vd.,2009). Eğitim literatüründe çok yaygın olan arabuluculuk öğrenciler ve matematiksel bilgi arasındaki ilişkiyi geliştirme potansiyelini ifade etmede kullanılır (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008, s.752).

Semiyotik (göstergebilimsel) arabuluculuk teorisi Bartolini Bussi ve Mariotti (2008) tarafından Vygotsky'in bir bakış açısını detaylandıran, sosyal ve kültürel etkileşimli bir ortamda, öğretmenin belirlediği iyi tasarlanmış bir görevin yerine getirilmesinde artifaktların arabuluculuk rolüne odaklanarak, artifaktların kullanımından doğan işaretlerin matematiksel işaretlere evrimi (evolution) fikrine dayanır.

Uluslararası literatürde Theory of Semiotic Mediation (TSM) olarak yerini alan teori ilk kez Güler Selek'in (2020) kâğıt katlamanın semiyotik arabuluculuk teorisi açısından incelenmesi adlı çalışmada "Semiyotik Arabuluculuk Teorisi (SAT)" olarak Türkçeye tercüme edilmiştir.

Semiyotik arabuluculuk teorisi için genel temel hipotez, anlamların temellerinin fenomenolojik deneyimden kaynaklandığı, ancak bunların evriminin öğretmenin rehberliğinde sınıfta sosyal yapılandırmacılık yoluyla sağlandığıdır (Mariotti ve Cerulli, 2001).

Artifakt (US İngilizcesi) kelimesinin Türkçe bir karşılığı bulunmamaktadır (Orijinal olarak artefakt). Artifakt, matematiksel fikir ve anlamların oluşumunda kullanılan kültürel, tarihsel ya da teknolojik araçlardır (Arzarello, 2013). Artifakt araç kelimesinden farklıdır, örneğin bir geometrik şekli anlatmak için jestlerimizi kullanmak öğrencinin zihninde matematiksel bir fikir oluşturacağı için bir artifaktır. Öğretmen tarafından bilinçli olarak matematiksel bir kavramın öğretiminde kullanıldığında artifakt, semiyotik arabuluculuğun bir aracı olarak ifade edilir (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008, s.754). Artifakt, özel bir görevde kullanılan somut bir materyal veya sembolik bir artifaktı temsil eder yani bir öğretim etkinliğinde kullanılan materyalin bireyden en bağımsız halidir, kullanılan materyal hangi amaçla kullanıldığının birey tarafından anlaşıldığında ise artifakt olmaktan çıkıp araç olur (Güler Selek, 2020).

Bartolini Bussi ve Mariotti (2008, s.746) artifaktı; pragmatik ve deneyimsel özelliği (yani ortamın değişmesine izin veren dışa yönlendirme) ve dönüşlülük özelliği (kullanıcıların kabiliyetlerini çıkaran içe yönlendirme) şeklindeki çift yönlülüğünü ele alarak, semiyotik arabuluculuk teorisinde artifaktın görev ve matematiksel bilgi

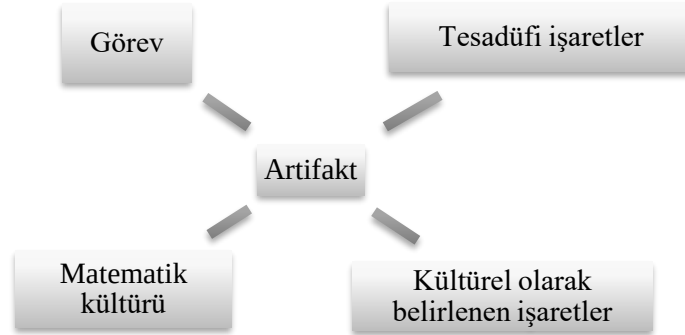
arasındaki çift yönlü ilişki olduğu fikrini öne sürmüştür. Bir artifaktın, artifakt ile artifaktın kullanımından ortaya çıkan:

(1) bir artifakt ile görevin gerçekleştirilmesinde ortaya çıkan anlamlar arasındaki ve

(2) artifakt ile bu kullanım tarafından uyandırılan ve bir uzman tarafından tanınabilen belirli matematiksel içerikle ilgili anlamlar arasındaki; ilişkisi artifaktın semiyotik potansiyelini oluşturur (Mariotti 2014, s. 157).

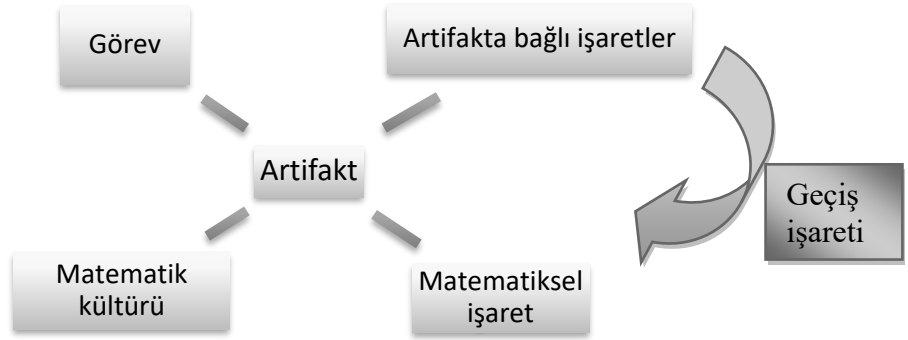
Artifakt ve bilgi arasındaki ilişki karmaşıktır, dikkatli bir analiz gerektirir çünkü artifaktın kullanımı ile oluşan matematiksel anlamlar gözlemcinin gözünde yani öğrenciye yabancı kalabilirler (Drijvers vd., 2009; Mariotti, 2009).

Şekil 1. 20. de gösterildiği gibi, bu ilişkinin inşası, artifakt ile görevler arasındaki ilişkiyi ifade eden işaretlerin, artifakt ve bilgi arasındaki ilişkiyi ifade eden işaretlere dönüşmesini sağlayacak çok önemli bir eğitimsel amaç haline gelir (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008, s. 753). Eğitim hedeflerine giden yol belirli bir artifaktın kullanımına odaklanan semiyotik bir sürecin zaman içerisinde gelişimi olarak kabul edilebilir (Mariotti, 2009).



Şekil 1. 20. *Artifaktın Çok Anlamlılığı (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008, s.753).*

Farklı kategorilere ait işaretlerin varlığı ve durumu, evrim sürecinde değiştiğinden, kişisel anlamlardan matematiksel anlama geçişin bir göstergesi olarak kullanılabilirler. Şekil 1. 21. de gösterildiği gibi temel olarak üç ana kategori vardır: artifakt işaretleri, matematiksel işaretler ve geçiş (pivot) işaretleridir (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008, s.757).



Şekil 1. 21. *Artifakt ve İşaretler* (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008: 757).

Artifakta bağlı işaretler artifakt ile etkileşim sonucu oluşan anlamları kişisel ve örtük deneyimlere bağlı olan işaretlerdir (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008, s.756). Artifakta bağlı işaretler jestler veya çizimler veya bunların kombinasyonu gibi sözel olmayan birçok işaretleri içerir (Arzarello, 2006). Artifakta bağlı işaretler kendiliğinden üretilse de; öğrencilerin bir görevi gerçekleştirirken küçük gruplar ya da ikili olarak çalışmaları istenebilir böylece iletişim kurma ihtiyacı doğacağından işaretlerin üretimi desteklenir ayrıca bir problemin çözümü sırasında üzerinde çalışılması gereken yazılı bir rapor istenebilir ya da yapılanlar hakkında çalışma sonrası bir yazılı rapor hazırlamaları istenerek artifakta bağlı işaretlerin üretilmesi sağlanabilir (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008, s.756).

Matematiksel işaretler matematik bağlamına atıfta bulunur, bir tanım, kanıtlanmış cümle, matematiksel bir kanıt gibi matematik kültürünün bir parçasıdır ve öğretmen tarafından düzenlenen semiyotik arabuluculuk sürecinin amacını oluşturmaktadır (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008, s.757).

Geçiş işaretleri artifakta bağlı işaretler ve matematiksel işaretler arasında köprü görevi görmektedir (Bartolini Bussi ve Baccaglini-Frank, 2015, s.393). Öğrenci matematiksel olmayan ‘şey’, ‘bu mu’ gibi doğal dil kullanarak aslında matematiksel anlama atıf yapmaktadır. Örneğin; simetri eksenini için kağıt üzerinde çizilmiş bir A harfini kağıdı katlayarak kollarını çakıştırmaları istendiğinde öğrenciler kağıt katlayarak artifakta bağlı işaretler oluşmuş, “Çakışık dediğimiz, aynı şeyden geçen doğrular mı?”, “...böyle katladığımızda...” ifadeleri gibi geçiş işaretlerini ardından kolektif tartışmalarla “simetri eksenini” gibi matematiksel işaretleri üretmişlerdir (Güler Selek,

2020). Geçiş işaretleri öğretmen tarafından sınıf içerisindeki grup tartışmalarında kasıtlı olarak kullanılırsa matematiksel işaretlere dönüşür (Bartolini Bussi ve Baccaglini-Frank, 2015, s.394).

Artifakt ile faaliyetlerden doğan işaretler sosyal olarak detaylandırılır: özellikle, öğretmen tarafından semiyotik süreçlerden yararlanmak ve sınıf içindeki anlamların evrimini yönlendirmeyi amaçlamak için kasıtlı olarak kullanılabilir. Bu nedenle herhangi bir yapı, tasarlanmış bir didaktik müdahale yoluyla matematiksel bir içeriğe aracılık etmek için öğretmen tarafından kasıtlı olarak kullanıldığı (veya tasarlandığı) sürece göstergebilimsel arabuluculuk aracı olarak adlandırılacaktır (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008, s. 758). Bu sürecin kültürel önemi nedeniyle, öğretmen kültürel bir arabulucu olarak adlandırılmaktadır (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008, s. 754).

Didaktik döngü (Bknz. Şekil 1. 22.), artifakt ile ilgili faaliyetlerden, matematiksel anlamlarıyla ilgili olan, matematiksel işaretlere ulaşmadaki yol olarak ifade edilebilir. Didaktik döngü, öğretimin üç farklı faaliyet adımında düzenlenmesini ifade eder: Artifakt ile gerçekleştirilen faaliyetler, bireysel/küçük işaret üretim faaliyetleri ve son olarak matematiksel tartışma ile kolektif işaret üretimidir (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008, s.755-756). Bir didaktik döngü, öğrencilerden artifakt kullanarak bir görevi gerçekleştirmeleri isteyen etkinliklerle başlar; öğrencilerden bireysel işaretler üretmelerini isteyen etkinliklerle devam eder ve döngü öğretmenin öğrencilerin kişisel anlamların evrimini düzenlediği kolektif etkinliklerle sona erer (Mariotti, 2009, s.431).



Şekil 1. 22. Didaktik Döngü (Bartolini, Bertolini, Ramploud ve Sun, 2017, s.382).

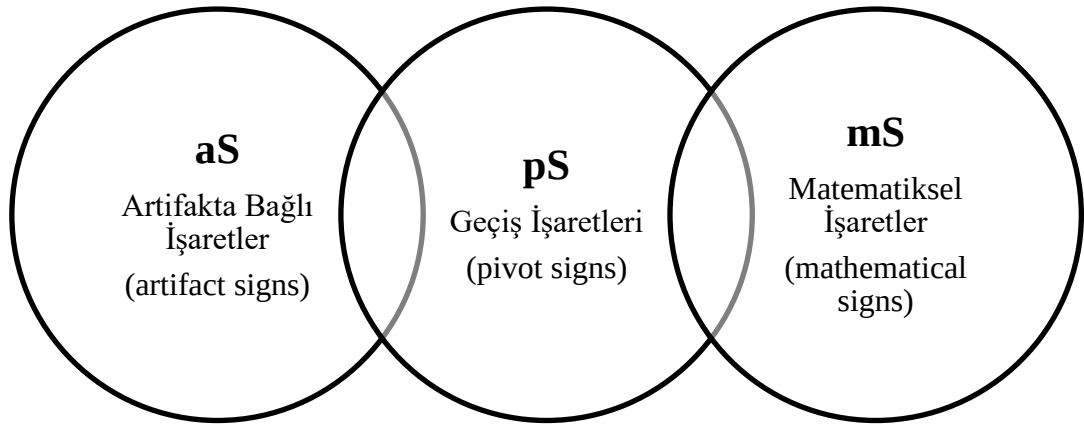
Artifakt ile gerçekleştirilen faaliyetlerde öğrenciler, genelde döngüyü başlatmak için kullanılan ve artifakt ile gerçekleştirilecek görevlerle karşı karşıyadır ve küçük gruplar halinde çalışırlar (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008).

Bireysel işaret üretim faaliyetlerinde, öğrencilerin artifaktı kullandıktan sonra önceki faaliyetlere ilişkin işaretlerin üretilmesine ve detaylandırılmasına odaklanmıştır, öğrencilerden deneyimleri hakkında bireysel olarak çizim yazı gibi raporlar üretmeleri istenir (Mariotti, 2009, s.431).

Matematiksel tartışma ile kolektif işaret üretiminde kolektif tartışmalar, semiyotik sürecin özünün yer alacağı öğretme ve öğrenme sürecinde önemli bir rol oynar (Bartolini Bussi, 1998'den aktaran Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008, s.755). Matematiksel bir tartışmada, tüm sınıf kolektif olarak, genellikle öğretmen tarafından başlatılan ve tartışmanın temasını açıkça formüle eden bir matematiksel söylemle meşgul olur (Bartolini Bussi ve Mariotti, 2008, s.755). Matematik kültürünün uzman bir temsilcisi olarak öğretmen, ilerlemesine yardımcı olmak için kolektif tartışmalara katılır (Mariotti, 2009). Öğretmenin rolü çok önemlidir, bir öğretmenin matematiksel bir tartışmadaki ana amacı, bireysel katkıları göz önünde bulundurarak ve artifaktın semiyotik potansiyelleri kullanarak bireysel işaretlerin matematiksel işaretlere doğru evrimini sağlamaktır (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008, s.755). Artifakt ile yapılan etkinliklere dayanan bu evrim kendiliğinden ya da basit bir şekilde gerçekleşmez bu nedenle artifakt kullanımından doğan semiyotik potansiyellerden yararlanmak için öğretmenin amaçlı müdahalesi gerekmektedir (Mariotti, 2009).

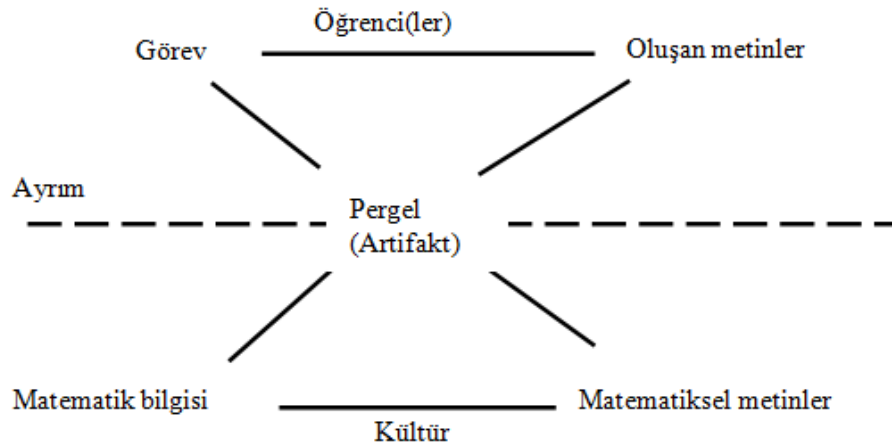
Didaktik döngü aracılığıyla öğretmen öğrencilerin ulaşabileceği bir biçimde ifade edilen, artifakta bağlı işaretlerle matematik işaretlerini ilişkilendiren bir semiyotik zincir oluşturur (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008). Bu uzun ve karmaşık süreçte, geçiş (pivot) işaretleri önemli bir rol oynar (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008).

Turgut (2018) çalışmasında öğrencilerin matematiksel anlamlara evrimini sağlayan semiyotik zinciri Şekil 1. 23. deki gibi şemalaştırmıştır.



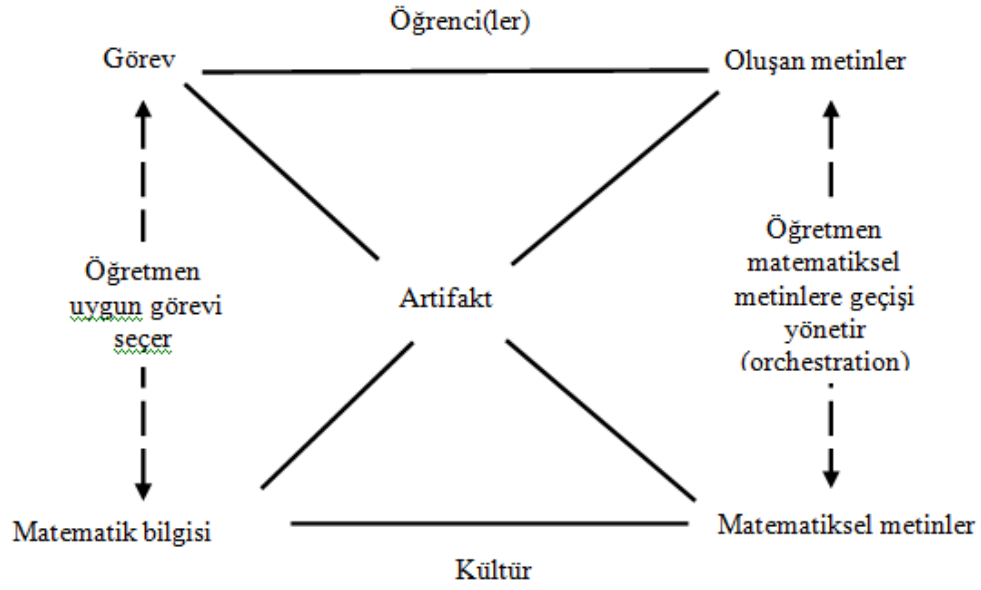
Şekil 1. 23. Semiyotik zincir (Turgut, 2018, s.256).

Bartolini Bussi (2009, s.152) bir öğrenci bir pergeli kullanarak daire çizdiğinde, pergeli ile daire tanımı arasındaki bağlantının farkında olmayabileceğini, öğrencinin gerçekleştirdiği görev düzlemiyle matematiksel kültür düzleminin birbirinden ayrı kalabileceğini Şekil 1. 24. deki gibi ifade etmiştir.



Şekil 1. 24. Ortak bir durum (Bartolini Bussi, 2009, s.152).

Öğretmen bu iki düzlem arasında bağlantılar kurmaktan sorumludur; ilk olarak matematiksel bilgi için uygun bir görev seçer ve ikinci olarak öğrencilerin problem çözme sürecinde oluşturdukları metinlerden matematiksel metinlere geçişlerini yönetir (Bkz. Şekil 1. 25.) yani artifaktı bir semiyotik arabuluculu olarak kullanır (Bartolini Bussi, 2009, s.152).



Şekil 1. 25. Değiştirilen bir durum (Bartolini Bussi, 2009, s.153).

Bartolini Bussi ve Mariotti (2008, s.775) yaptıkları öğretim deneylerine dayanarak öğretmenlerin işlemlerini aşağıdaki gibi kategorilere ayırmışlardır:

- Göreve geri dönüş için soru sorma
- Artifakt kullanmada belli unsurlara odaklanma
- Öğrencilerden sentez yapmasını isteme
- Sentez

Öğretmenin ‘göreve geri dönüş için soru sormada’ amacı artifaktın bağlamını yeniden yapılandırmak ve bu deneyime göre işaretler ortaya çıkarmaktır, öğretmenin görevle ilgili soruyu hatırlatmak için yaptığı müdahaleleri ile öğrencilerden artifakt ile ilgili deneyimlerini yeniden yapılandırmaları istenir (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008, 775).

‘Artifakt kullanımındaki belli unsurlara odaklanma’ göreve geri dönüş için soru sormayı tamamlar niteliktedir ve öğrencilerin dikkatini deneyimlerinin belirli bir yönüne odaklayan tüm öğretmen müdahalelerini kapsar (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008, 775).

‘Öğrenciden sentez yapmasını isteme’ amaç öğrencilerin kendi kişisel anlamlarını oluşturmasıdır öğretmen öğrencilerinden anladıklarını açıkça ortaya koymalarını ister öğrencilerin geçiş işaretleri ve matematiksel işaretleri oluşturulmaları beklenir (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008, 776).

‘Sentez’ matematiksel bilginin inşasına doğru semiyotik zincir yapısının inşasında temel adımları oluşturur, amacı kullanımı ve durumu matematiksel bağlamla ilgili olan bir işaretin kabulünü açıkça onaylamaktır (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008, 777).

Turgut (2019)’un Geogebra’yi artifakt olarak kullandığı çalışmada, lisans öğrencilerine geometrik dönüşümü fonksiyon olarak ifade edebilecekleri bir sürüklemeye görev verilmiştir. Öğrenciler görevi gerçekleştirirken artifakta kullanımıyla verilen dönüşümün bir fonksiyon olduğunu Şekil 1. 26. daki gibi ifade etmişlerdir.

The image shows two handwritten mathematical expressions in blue ink. Expression (a) is $f(A,B) \rightarrow (C,D)$. Expression (b) is $f: ([AB]) \rightarrow ([CD])$. Both expressions are written on a white background with a faint watermark.

Şekil 1. 26. Artifakt kullanımıyla öğrencilerin göreve ilişkin ifadeleri (Turgut, 2019, s.1207).

Öğretmenin “Doğru parçalarının koordinatlarına odaklanın.”, gibi müdahalesi üzerine artifaktın kullanımı ve öğrencilerin kişisel anlamlarını detaylandırmasıyla noktaların koordinatları arasındaki ilişkiyi Şekil 1. 27. deki gibi cebirsel olarak ifade ettikleri belirtilmiştir. Bu öğretmenin öğretmen süreci çok iyi yönetmesiyle; artifakt kullanımıyla görev sırasında oluşan metinlerin, matematiksel metinlere evrimine bir örnektir.

The image shows two handwritten mathematical expressions in blue ink. Expression (a) is $f: (x,y) \rightarrow (x, 2y)$ and $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Expression (b) is $f(x,y) \rightarrow (x, 2y)$ and $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Both expressions are written on a white background with a faint watermark.

Şekil 1. 27. Müdahale sonrası öğrencilerin fonksiyonla ilgili ifadeleri, (Turgut, 2019, s.1208).

Bir artifaktın semiyotik arabuluculuk aracı olarak kullanmak için, öğretmenin hem öğrenciler belirli görevlere dahil edildiğinde ortaya çıkması beklenen kişisel anlamların hem de artifaktın semiyotik potansiyelinin farkında olması gerekir (Mariotti, 2014). Öğrencilerin görevi gerçekleştirme sırasında üreteceği işaretlerin tahmin edilmesi yani artifaktın ön analizine artifaktın semiyotik potansiyeli denir (Mariotti, 2009’dan akt.

Güler Selek, 2020). Bir artifaktın semiyotik potansiyelinin analizi, artifakt ilgili hem kişisel hem de matematiksel anlamların ve onunla gerçekleştirilebilecek olası görevlerin analizini kapsar (Mariotti, 2010). DGY'ler bir yanda onlar aracılığıyla gerçekleştirilebilen ve ekranda bir figürle sonuçlanan inşa görevi ve inşa problemlerini doğrulamak için kullanılabilecek aksiyom ve teoremler ile ikili bir ilişki içinde olduğundan semiyotik potansiyele sahiptir (Mariotti, 2010).

Şimdi de çalışmamızda kullanacağımız artifaktı ve semiyotik potansiyelini inceleyelim.

1.3.1. Artifakt: Dinamik Geometri Yazılımı Geogebra

Dinamik geometri yazılımları (DGY) geometrik şekillerin rahatlıkla oluşturulabildiği, oluşturulan şekillerin özelliklerini belirlemek için ölçümler yapılabilen en önemlisi şekilleri ekran üzerinde sürükleyebilme, genişletme, daraltma ve döndürebilme imkânı sunan, oluşturulan şekiller hareket ettirildiğinde dinamik göstergeler sunan yazılımlardır (Baki vd., 2000, akt. Güven ve Karataş, 2003, s.68). Güçler vd. (2012)'ye göre dinamik geometri yazılımları geometrik yapıların bir bilgisayar faresiyle değiştirilebildiği, ekranda matematiksel kavramları görselleştiren dinamik çizimler yapılabilen ve çizimler arasında değişmezlerin keşfedilmesini mümkün kılan yazılımlardır. Değişmezler, korunan özelliklerdir; farklı nesneleri aynı kategoriye almamızı sağlar (Mariotti, 2014, s.159). Yani bir karenin konumunu, büyüklüğünü ve yönünü değiştirmemiz onun kare olduğunu değiştirmez bu işlemleri dinamik geometri yazılımlarıyla kolayca yapabilir değişmezleri inceleyebiliriz.

Dinamik geometri yazılımları ekran üzerindeki matematiksel nesneleri manipüle ederek matematiksel düşünceleri güçlendirirken, matematiksel birçok ilişki, özellik ve genellemeye rahat ulaşma imkânı sunar (Baki, 2001). Dinamik bir geometri ortamı, kalem kâğıt kullanmadan, dönme açısı, simetri çizgisi gibi bir bilgisayar ekranında bir dönüşüm gerçekleştirmek için gerekli öğelerin tasarlanmasına olanak sağladığı için öğrencilerin dönüşüm geometrisini dinamik olarak ele almalarını, dönüşümün doğasını anlamalarını ve içselleştirmelerini sağlar ve öğrencilerin akademik başarılarını olumlu yönde etkiler (Güven, 2012). Dinamik geometri yazılımları öğrencilerin geometrik özellikleri genellemelerini sağlar (Yao ve Manouchehri, 2019).

Günhan ve Açıkan (2016) geometri öğretiminde dinamik geometri yazılımı kullanılan 41 araştırma üzerinde meta-analiz yapmış ve dinamik geometri yazılımlarının kullanımı geometri başarısında etkili bir yöntem olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Öğrencilerin DGY'nın kullanıldığı öğrenme ortamlarında kendilerini aktif hissettiklerini, DGY'nın öğrenmeyi daha kolay ve zevkli hale getirdiği, araştırarak deneyerek bulma imkânı sağladığı için motivasyonun arttığı ve geometriye karşı olumlu tutum geliştirdikleri görülmüştür (Güven ve Karataş, 2003). Borazan (2019) dinamik geometri yazılımlarının 11. sınıf dönüşümler konusu öğretiminde kullanılmasının öğrencilerin akademik başarılarını ve motivasyonlarını artırdığı sonucuna ulaşmıştır.

GeoGebra, Markus Hohenwarter'ın matematik eğitimi ve bilgisayar bilimleri alanındaki yüksek lisans tezinin bir parçası olarak geliştirilmiştir (Hohenwarter ve Preiner, 2007). Geogebra tüm eğitim seviyeleri için, geometri, cebir, hesap tabloları, grafik, istatistik ve kalkülüsü birleştiren dinamik bir matematik yazılımıdır (http-1). Geogebra yazılımının matematiksel nesnelerin cebir ve grafik pencerelerinde temsillerini oluşturmaya yarayan, iki yönlü bir temsil bağlantısı vardır (Hohenwarter ve Preiner, 2007). Geogebra yazılımı ile cebirsel temsil için grafik çizilebilir, cebirsel ifadelerden grafiksel temsillere ulaşabiliriz (Hohenwarter ve Preiner, 2007).

Geogebra, 190'dan fazla ülkede 100 milyondan fazla kullanıcıya erişen ve bu kullanıcılar için her dilde mevcut, açık kaynak kodlu dinamik geometri yazılımıdır (http-2). Geogebra geometri, cebir ve hesap tabloları ilişkilendirilmiş tamamen dinamik, kolay kullanıma sahip, web sayfası olarak etkileşimli kaynaklar oluşturulabilen, fen bilimleri, teknoloji, mühendislik ve matematik eğitimi ve öğretimde inovasyonu destekleyen bir yazılımdır (http-1). Geogebra yazılımının en önemli özelliklerinden biri hazırlanan dinamik çalışma sayfalarının etkileşimli web sayfaları olarak dışarı aktarılabilmesidir (Hohenwarter ve Preiner, 2007). Böylece öğrenciler bilgisayarlarında yazılım kurulu olmasa bile çalışma sayfalarına kendi bilgisayarlarından erişebilir etkileşime geçebilirler ayrıca öğrenciler ve öğretmenler <https://www.geogebra.org/materials> adresinden birçok dinamik çalışma sayfasına ücretsiz ulaşılabilir (Hohenwarter ve Preiner, 2007).

Öğrenciler günümüzde cep telefonları, bilgisayarlar ve internet gibi teknolojilerle etkileşim içinde olduklarından görsel öğrenmeye daha yatkındırlar bu nedenle öğretmenler matematiksel kavramları görselleştirmede Geogebra'yı kullanabilirler böylece öğrenciler cebirsel temsillerini daha iyi anlayabilirler (Karadağ ve McDougall, 2011, s.179-180).Geogebra'nın öğrencilerin matematikteki başarıları etkisi üzerine yapılan bir meta-analiz çalışmasında 36 çalışma analiz edilmiş, bunun sonucunda GeoGebra yazılımı kullanımının öğrencilerin matematik dersindeki akademik

başarılarına etkisinin olumlu yönde olduğu tespit edilmiştir (Kaya ve Öçal, 2018). Ayrıca geometri öğretiminde Geogebra kullanımının matematik öğretmen adaylarının da yansıma simetrisi konusundaki başarılarına olumlu etkisi olduğunu çalışmalarda ortaya konulmuştur (Tatar, Akkaya ve Kağızmanlı, 2014).

Hollebrands vd (2018)'nin ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematik derslerine teknoloji entegrasyonunu etkileyen faktörler adlı çalışmada Geogebra yazılımının ücretsiz, açık tabanlı ve geometri ve cebir penceresi gibi pek çok araç bulundurduğu için öğretmenler tarafından daha çok tercih edildiği belirtilmektedir.

Turgut (2019) çalışmasında dinamik geometri yazılımı GeoGebra'yı bir artefakt olarak kullanmış Geogebra'nın geometrik dönüşümlerin matris gösterimi için semiyotik arabuluculuk teorisine uygun ve etkili bir araç olduğunu belirlemiştir. Tüm bunlar göz önüne alınarak çalışmada dinamik geometri yazılımlarının semiyotik arabuluculuğu ve erişim kullanım kolaylığı ülkemizde de kullanımın artması gibi durumlar göz önüne alınarak çalışmada semiyotik arabuluculuğu üstelenecek artefakt olarak Geogebra dinamik geometri yazılımı kullanılacaktır.

1.4. İlgili Araştırmalar

Kaya (2013)'nın yüksek lisans tezinde, akıllı tahtada bir dinamik geometri programı kullanımının öğrencilerin dönüşüm geometrisindeki akademik başarılarına etkisini ve incelediği 10. Sınıf öğrencileriyle yapılan çalışma sonucunda akıllı tahtada Geogebra programı kullanımının öğrencilerin akademik başarılarında anlamlı bir fark sağladığı ve öğrencilerin derste olumlu tutum geliştirdikleri tespit edilmiştir.

Güler ve Arslan (2018)'in matematik öğretmeni adaylarının düzlemde dönme dönüşümünün formüllerini oluşturma süreçlerinin incelenmesi adlı çalışmasında, 57 ortaokul matematik öğretmeni adayına dönme dönüşümü formüllerini oluşturma süreçleri incelenmek amacıyla RBC soyutlama teorisi ile analiz edilebilecek 3 soru yöneltilmiştir. Dönmeyi yapısal olarak tanıdıklarını ölçmek amacıyla yöneltilen birinci soruya tüm öğretmen adayları doğru cevap vermiştir. Sahip oldukları teorik bilgiyi kullanmalarını ölçmek amacıyla yöneltilen ikinci soruya 45 öğretmen adayı doğru cevap vermiştir. Dönme formüllerini oluşturmaları amacıyla yöneltilen üçüncü soruya 23 öğretmen adayı doğru cevap vermiş fakat soruya doğru yanıt veren öğretmen adaylarının 17'sinin formülü oluştururken, 6'sının formülü oluşturmak yerine

ezberlediği görülmüştür. Araştırmada dönme formülünü oluşturan bu 17 adayın dönme kavramını tanıdıkları ve kullanabildikleri ifade edilmiştir.

Malatjie ve Machaba (2019) öğrencilerin analitik geometri ve dönüşüm geometrisi konularındaki kavramsal anlayışlarını ve kavram haritalarının öğrencilerin analitik geometri ve dönüşüm geometrisi anlayışlarını nasıl geliştirdiğini araştırdıkları nitel çalışmada 12.sınıf 34 öğrenci ile çalışılmışlardır. Araştırmacılardan birinin katılımcı gözlemci olarak veri topladığı çalışmada, birinci oturumda kavram haritalarının nasıl oluşturulacağına dair bilgi verilmiş, ikinci oturumda öğrencilerden kendi terimlerini kullanarak ve bu terimlerin ilişkisini göstermeleri için kavram haritaları oluşturmaları istenmiş, üçüncü oturumdaki veriler ön bilgiler içerdiği için veriye dâhil edilmemiş, dördüncü oturumda, öğrencilere kavram haritasını temsil edecek 29 kavramın bir listesi ve cevaplamaları için koordinatlara ve dönüşüm geometrisi görevine dayalı bir araştırma görevi verilmiştir. Bazı öğrenciler ikili kavram haritaları kullandıkları, bazılarının bağlantı sözcükleri yazmadıkları, bazıları ilgili olmayan bağlantı sözcükleri kullandıkları ve bazılarının verilen bazı kavramları atladıkları, çoğu öğrencinin verilen tüm kavramları bağlayamadığını görülmüş, bunun nedeninin öğrencilerin atlanan kavramları anlamamaları olduğu belirtilmiştir. Çoğu öğrenciden alınan veriler desteklemek için yeterli olmasa kavram haritalarının analitik geometri ve dönüşüm geometrisi öğrenme ve öğretmede alternatif bir öğretim stratejisi olduğu ve öğrencilerin anlayışlarını nasıl geliştirdiklerine dair süreçleri ortaya koymada etkili bir araç sonucuna ulaşmışlardır.

Akdoğan, Güçler ve Argün'ün (2019), lise öğrencilerinin yansıma dönüşümü hakkındaki matematiksel söylemlerinin öğretim bağlamında gelişim adlı çalışmada, çalışmaya katılan bir matematik öğretmeni ve iki onuncu sınıf öğrencisinin yansıma dönüşümüyle ilgili söylemleri incelenmiştir. Öğretmenin yansıma dönüşümünü bir fonksiyon olarak cebirsel ve geometrik olarak ele alırken, öğrencilerden birinin ders öncesi deneyimlerinden dolayı yansımayı dinamik olarak ele aldığı geometrik söylemlerle ifade ettiği görülürken, ders sonrası da geometrik olarak ele aldığı görülmüştür, aynı öğrencinin yansıma eksenini eğik verildiğinde yansıma dönüşümü uygulamada zorlandığı görülmüştür. Araştırmaya katılan diğer öğrenci ders öncesinde yansıma dönüşümünü geometrik olarak ifade ederken ders sonrasında öğretimin etkisiyle yansıma dönüşümünü cebirsel olarak da ifade etmiştir. Ayrıca yansıma eksenini eğik verildiğinde öğretim sonrası cebirsel ifadeler yardımıyla dönüşümü doğru yaptığı

gözlemlenmiştir. Öğretmenin yansıma dönüşümünü bir fonksiyon olarak öğretmesine rağmen, öğrencilerin önceki deneyimlerinden dönüşümü bir hareket olarak algılamalarından dolayı öğretim sonrası söylemlerine fonksiyonu dâhil etmedikleri görülmüştür. Sınıfta iletişimin önemli olduğu, öğrencilerin derste öğretmenin açık ve anlaşılır söylemlerini kendi söylemlerine kattıkları görülmüştür.

Ünsal ve Akay'ın (2020) lise öğrencilerinin matematik başarısı, kaygısı ve öğretim teknolojilerine yönelik tutumları üzerine yaptıkları çalışmada lise 10. sınıf öğrencilerine ikinci dereceden fonksiyonlar konusunu öğretiminde, derste Geogebra yazılımının kullanımının olumlu yönde anlamlı farklılık gösterdiği ve öğrencilerin derse tutumlarını iyi yönde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Demir ve Kurtuluş (2019), 5E modeline uygun hazırlanan ders planları ile 7. sınıf öğrencilerine dönüşüm geometrisi işlenmiş; uygulamada öteleme, yansıma, dönme ve ötelemeli yansıma gibi konuları içeren çalışma yaprakları uygulanmıştır. Çalışma sonucunda öğrencilerin Van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerinin arttığı gözlemlenmiştir.

Faggiano ve Mennuni (2020)'nin dijital araçlarla matematiksel anlamların oluşturulması: uzaktan eğitim bağlamında bir öğretim etkinliğinin tasarımı, uygulanması ve analizi adlı çalışmalarında bir öğretim deneyini analiz edilmiştir. Çalışma Mayıs 2020'deki pandemi sırasında uzaktan eğitim bağlamında beş 12. sınıf öğrencisi ile gerçekleştirilmiştir. Semiyotik arabuluculuk teorisi tarafından çerçevelenen dijital bir artifakt olan Geogebra kullanımı ile uzaktan eğitim bağlamında tasarlanmış öğretim etkinliğinde dersler Zoom platformu üzerinden işlenmiştir. Öğrencilerin, dönme dönüşümünün özellikleri üzerine derinlemesine düşünmek ve bunları uygulamak için, verilen görevlerin yerine getirilmesi sırasında öğrencilerin dijital artifaktla etkileşimleri, öğretmen tarafından yönlendirilen kolektif tartışmalarında etkisiyle kapsamlı bir içerik bilgisine ulaştıkları görülmüştür. Teknoloji açısından zengin bir ortamda Semiyotik Arabuluculuk Teorisi ile çerçevelenen etkinlik, öğretmenin yönlendirmesi ve Zoom platformunun paylaşma işlevi gibi özellikleriyle uzaktan eğitim bağlamında geliştirilmiş olsa bile dönme dönüşümünün matematiksel anlamının inşasına katkıda bulunmuştur.

Güler Selek (2020)'in 10. Sınıf öğrencileriyle kâğıt katlamanın semiyotik arabuluculuk teorisi açısından incelenmesi adlı durum çalışmasında artifakt olarak kâğıdın semiyotik potansiyeli araştırılmış öğrencilerin sadece bir simetri eksenine sahip dikdörtgenlerin inşasında ve kavramsal olarak oluşturulmasında ortaya çıkan işaretlerin

analizi sonucu kağıdın Semiyotik arabuluculuk teorisinin bir artifakt olarak kullanılabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Turgut (2019)'un R^2 'deki geometrik dönüşümlerin matris gösterimi ile ilgili anlam oluşturma dinamik bir geometri ortamında semiyotik arabuluculuk perspektifi adlı çalışmasında lineer cebir dersi gören ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü iki lisans öğrencisiyle dinamik geometri yazılımlarından Geogebra'yı kullanarak öğrencilere geometrik dönüşümleri ve bunların fonksiyonlarla ilişkilerini tanıtmak amacıyla bir öğretim planlanmış, geometrik dönüşümlerden matris gösterimine geçiş konusundaki akıl yürütmeleri beklenmiştir. Araştırmada artifakt olarak kullanılan Geogebra'daki ApplyMatrix oluşturma komutu fonksiyon, dönüşüm ve matris dönüşümü kavramları arasında ilişki kurmada, öğretmenin de müdahalesiyle, semiyotik arabuluculuk rolü üstlendiği ortaya konulmuştur.

Hollebrands, McCulloch, ve Okumus (2021)'un lise öğrencilerinin geometrik dönüşümler bağlamında fonksiyonları anlamak için teknolojiden yararlanması adlı çalışmada fonksiyonlar konusuyla ilgili deneyimleri olan ama dinamik geometri yazılımları konusunda fazla deneyime sahip olmayan, cebir dersini yeni tamamlamış 13-14 yaşlarında iki öğrenciden oluşan bir grup, 14-15 yaşlarında cebir ve geometri derslerini almış iki öğrenciden oluşan bir grup ve ön kalkülüs derslerini yeni almış 15-16 yaşlarında üç öğrencilerden oluşan diğer bir grupla çalışılmıştır. Çalışmada kullanılan fonksiyonları tanıma öğretim etkinliği (<https://geometricfunctions.org/fc/unit1/identify-functions/>) ile öğrencilerin fonksiyon kavramlarını anlamlandırmak için sürüklemeye ve izleme kullanımından yararlanmak için oluşturulmuştur. Çalışmada 13-14 yaşlarındaki grup değişmezleri inceleyerek(bağımlı-bağımsız) fonksiyonları tanımlamış harekete odaklanmışlardır, fakat bunu matematiksel olarak ifade etmekte zorlandıkları görülmüş, 14-15 yaşında fonksiyonlar konusunu yeni işlemiş öğrencilerden oluşan grup sürüklemeye aracını kullanarak fonksiyonları açıklamak için matematiksel işaretler ürettikleri ancak bunu değişmezleri inceleyerek elde etmişlerdir, kalkülüs derslerini almış diğer grubun bir ilişkinin fonksiyon olup olmadığını belirlemek için, kullanılacak dönüşüme odaklandıkları, sürüklemeye dönüşümlerle fonksiyon kavramını somutlaştırdıkları görülmüştür. Artifakt olarak alınan sürüklemeye aracının farklı deneyimlere sahip olan öğrencilerde fonksiyonlar konusunda matematiksel anlamlara ulaşma yollarını farklı geliştirdikleri sonucu ortaya konulmuştur.

Ng ve Sinclair (2015) dinamik bir geometri ortamında ilkokul öğrencilerinin simetri hakkında matematiksel görüşlerinin nasıl değiştiğini görmek amacıyla yaptıkları çalışmada, öğrencilere Geometry-Sketchpad kullanılarak tasarlanmış simetri makinesi olarak isimlendirilen, dikey bir simetri eksenini etrafında 18 renkli kareden oluşan; bir kareyi sürükleyerek, simetri eksenini sürükleyerek ya da simetri eksenini döndürerek değişmezleri inceleyecekleri bir görev verilmişlerdir. Araştırmada sürükleme aracının semiyotik potansiyeli, öğretmenin dili ve müdahalesi ile öğrencilerin; simetrik bir tasarımın bir tarafı ile diğer tarafının aynı olduğu, simetrik şekillerin simetri eksenine eşit uzaklıkta olması, şeklin kendisi ve görüntüsünün eş olması gibi simetrinin özellikleriyle ilgili geçiş işaretleri oluşturdukları ifade edilmiştir. Dinamik geometri yazılımları ve kâğıt-kalem kullanılan görevlerde öğrencilerin simetriyi kelimeler, jestler ve diyagramlar aracılığıyla ifade ettikleri belirtilmiştir.

Seah ve Horne (2019) öğrencilerinin simetri ile ilgili akıl yürütme becerilerini araştırdıkları çalışmada öğrencilerin simetri ile ilgili kavramsal bilgilerini belirlemek için söylemlerini ve artifakt kullanımı sonucu oluşan işaretleri incelemişlerdir. 4. sınıftan 10. sınıfa kadar farklı sınıf seviyelerinden veri topladıkları araştırmada, öğrencilere verdikleri geometrik şekillerin simetri eksenlerini çizmelerini, verdikleri şekillerin hangilerinin yansıma simetrisi ve dönme simetrisine sahip olup olmadıklarını belirlemelerini istemişlerdir. Öğrencilerin yansıma simetrisi ve dönme simetrisine (dönel simetri) ilişkin akıl yürütmelerinde gelişimsel bir ilerleme olduğunu ifade edilmiştir. 4. hem de 5. sınıf öğrencileri, yansıma simetrisini dönme simetrisinden daha iyi tanımladıkları belirtilmiştir. 7., 8., 9. ve 10. sınıflar incelendiğinde sekizinci sınıfları yansıma simetrisi ilişkin tüm görevleri gerçekleştirdiği ve dönme simetrisine ilişkin görevlerde zorlandıkları ama diğer sınıf seviyelerine göre daha iyi gelişme gösterdikleri belirtilmiştir bunun nedeninin öğretmen kaynaklı olabileceği ifade edilmiştir. Artifakta bağlı işaretler olan simetri doğruları incelendiğinde öğrencilerin düşey simetri eksenlerini yatay ve eğik simetri eksenlerine göre daha iyi anlamlandırdıkları ve şekli iki eş parçaya ayıran çizgi ve köşegenler ile simetri eksenini karıştırdıkları ifade edilmiştir. Çalışma sonucunda genel olarak öğrencilerin yansıma ve dönme simetrisi ile ilgili akıl yürütme becerilerin zayıf olduğu ifade edilmiştir.

Bartolini Bussi ve Baccaglini Frank (2015) çalışmalarında birinci sınıf öğrencilerinin erken dönemde kare ve dikdörtgen tanımlarını oluşturmalarına zemin hazırlamak için Bee-bot'un semiyotik potansiyelini ve geçiş işaretlerini araştırmışlardır.

Araştırmada artifakt olarak bee-bot (robot arı) yerde hareket eden, programlamak için bir bilgisayara ihtiyaç duyulmayan üzerindeki butonlarla programlanabilen, aynı zamanda bu butonlar yardımıyla yönlendirilebilen çocuklar için tasarlanmış küçük bir robottur. Bee-bot ile hareketleri önceden programlamış, çocukların bee-bot hareket ederken oluşturduğu geometrik şekilleri (yerde herhangi bir iz bırakmasa da) gözlemledikleri, çizimler yaptıkları etkinlikler düzenlenmişlerdir. Araştırmada çocuklar robotu tanımışlar kendi adımları ve hareketleriyle karşılaştırmışlar bu sırada çocukların sözlü ve kendi hareketleriyle oluşturdukları işaretler analiz edilmiştir. Gerçekleştirilen etkinliklerle çocukların deyimiyle “kareleştirilmiş O” ve “kareleştirilmiş harfler” gibi 4 dik açının varlığını gösteren geçiş işaretleri oluşturdukları ifade edilmiştir. Çocuklar bee-bot gibi davranma deneyimleri sırasında, döndüklerinde hareket ettiklerini ancak yürümediklerini fark edip dönüş sembolü çizdikleri ifade edilmiştir. Didaktik döngünün analizi yapıldığında öğrencilerin eğrileri, doğru parçalarını ve açıları birbirinden ayırt edebildikleri; ileri düzeyde dik, geniş ve dar açıları sınıflandırabildikleri belirtilmiştir. Bu öğretim deneyinin kare ve dikdörtgenlerin kapsayıcı bir tanımı için zemin hazırlayabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

1.5. Problem Durumu

Şimşek ve Yaşar (2019) çalışmalarında ülkemizde 2018 yılına kadar yayımlanan erişime açık Geogebra ile ilgili lisansüstü tezleri tematik ve yönetsel eğilimlerini araştırmışlar; tezlerin büyük bir çoğunluğunda örneklem grubunu ortaokul düzeyindeki öğrencilerin oluşturduğunu belirlemişlerdir.

Lise düzeyinde geometrik dönüşümler fonksiyonlar ve simetri gibi önemli matematiksel kavramların anlaşılması, çeşitli temsillerin kullanımı öğrencilere ileri derecede muhakeme yeteneği gerektiren etkinliklere katılma fırsatları sunar (Hollebrans, 2003). Ayrıca lise öğrencilerinden öteleme, dönme ve yansıma dönüşümlerini anlamaları ve onların bileşke dönüşümlerini anlamalarına yardımcı olması için farklı temsilleri kullanmalarını beklemektedir (NCTM, 2000). Bu nedenlerle lise düzeyinde geometrik dönüşümlerle ilgili daha çok araştırma yapılmalıdır.

Alanyazın incelendiğinde tüm kademelerde dönüşüm geometrisi öğreniminde öğrencilerin zorlandıkları görülmüştür. Gülkınık, Uğurlu ve Yürük’ün (2015) öğrencilerin düzlem dönüşümlerine ait kavramsal anlamalarının geliştirdikleri iç temsiller kapsamında incelenmesi adlı çalışmada 10. Sınıf öğrencilerin geometrik

dönüşümlerin matematiksel anlamlarını yapılandırmakta zorlandıklarını, hareket olarak algılamada sorun yaşamazken fonksiyon olarak algılamada zorlandıkları görülmüştür. $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ifadesinin dönüşüm fonksiyonunun tanım ve değer kümesini ifade ettiğini anlamakta zorlanmışlardır. Yine öğrencilerin vektörleri ötelemede zorluk yaşadığı, dönme sonucu elde edilen görüntüyü cebirsel olarak ifade etmede zorlandıkları ortaya koyulmuştur.

Aynı zamanda öğretmen adaylarının da dönüşümlerin anlamlarını ifade etmekte zorlandıkları görülmüştür. Ada ve Kurtuluş'un (2010) yılında matematik öğretmeni adayları ile yaptıkları çalışmada öteleme ve dönme dönüşümlerinin geometrik anlamlarını ifade etmede zorlandıkları belirtilmiştir.

Tuluk'un (2015) yaptığı çalışmada geometrideki açı gibi bir temel kavramı, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının kavram haritasını oluştururken yansıma, öteleme ve dönme gibi dönüşümlerle ilişkilendiremedikleri ortaya koymuştur.

1.6. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Fonksiyonlar, trigonometrik kavramlar, matrisler, simetri, öteleme, yansıma ve dönme gibi önemli matematiksel kavramların anlaşılması öğrencilere muhakeme yeteneği kazandırması açısından geometrik dönüşümlerin öğretimi önemlidir. Ayrıca öğretmenin derste kullandığı artifaktın semiyotik potansiyelinin belirlenmesi öğrencilerin matematiksel anlamlara ulaşmasını sağlar. Buradan yola çıkarak bu araştırmanın amacı 12. sınıflarda dönüşüm geometrisi öğretiminde dinamik geometri yazılımlarından Geogebra'nın semiyotik potansiyelin ortaya konulması ve işaretlerin belirlenmesidir. Bu genel amaç doğrultusunda şu sorulara yanıt aranmıştır:

- Öğrencilerin geometrik dönüşümleri anlamlandırmaları dinamik geometri ortamların semiyotik potansiyeli altında nasıl gerçekleşir?
- ◆ Dinamik geometri yazılımlarının semiyotik potansiyeli kullanılarak yapılan bir görevde 12. sınıf öğrencileri ne gibi matematiksel anlamlar oluşturur?
 - Dinamik geometri yazılımları kullanılarak gerçekleştirilen dönüşüm geometrisi öğretiminde 12. sınıf öğrencilerinin oluşturduğu işaretler nelerdir?

Vygotsky'nin bilişsel gelişimin kültürden etkilendiği görüşü semiyotik arabuluculuk teorisi açısından ele alındığında her kültürde artifakt ve artifakta yüklenen anlamın farklılaştığı söylenebilir (Güler Selek, 2020). Vygotsky'ye göre öğrenme

sürecinde bireyin kullanacağı zihinsel araçlar ve yüklenen anlamlar kültürden kültüre farklılık göstereceği için yapılan çalışma 12. sınıf öğrencilerinin bilgilerini içselleştirmeye ışık tutulması açısından önemlidir.

1.7. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma, 2020-2021 öğretim yılında Bursa ilinin Nilüfer ilçesinde bulunan bir özel lisede okuyan 6 öğrenci ile sınırlıdır. Bu araştırma öğretim görevleri, klinik görüşmeler ve gözlemlerden elde edilen veriler ile sınırlıdır.

1.8. Araştırmanın Sayıltıları

Öğrencilerin yapılan klinik görüşmeler ve öğretim deneyi sırasında samimi cevaplar verdikleri varsayılmıştır. Veri toplama yöntemlerinin ve veri toplama araçlarındaki soruların öğrencilerin oluşturdukları matematiksel anlamları ortaya çıkarak düzeyde olduğu kabul edilmiştir.

2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın desenine, araştırmanın hangi ortamda ve hangi katılımcılarla yapıldığına, araştırmanın katılımcılarının nasıl belirlendiğine, veri toplama araçlarına verilerin nasıl toplandığına ve nasıl analiz edildiğine değinilecektir.

2.1. Araştırmanın Deseni

Semiyotik Arabuluculuk Teorisi çerçevesinde bu çalışmada 12. sınıflarda dönüşüm geometrisi öğretiminde dinamik geometri yazılımlarından Geogebra'nın semiyotik potansiyelin ortaya konulması, öğrencilerin didaktik döngülerinin analizinin amaçlandığı bu çalışmada, teorik çerçevenin gerektirdiği nitel araştırma ve veri toplama yöntemlerinden yararlanılmıştır.

Nitel araştırmalar araştırmacının araştırma sürecine çözülmesi gereken bir problemle başladığı, problemin çözümüne yardım edecek araştırma sorusu oluşturduğu ve topladığı verilerle oluşturduğu analizlerle probleme cevap aradığı çalışmalardır (Creswell, 2019, s.3). Nitel araştırmaların temelinde keşfedilmek istenen olgu vardır. Bu olgu katılımcıların düşüncelerini sunmak, veri toplamak için gerçek ortama gitmek, sürecin nasıl geliştiğine bakmak, az sayıda insana veya küçük kümelerle odaklanmak, gelişmeye ve değişmeye açık şekilde keşif yapmak, karma bir anlayış geliştirmek, ötekileşmiş grupların sesini yükseltmek, olguyla ilgili farklı bakış açıları ya da görüşler oluşturmak olguyla ilgili farklı görüşleri karşılaştırmak, hassas konuları çalışmak, ön yargılarımız ve deneyimlerimiz üzerine düşünmek gibi özelliklere sahip olmalıdır (Creswell, 2019, s.6).

Yıldırım ve Şimşek (2008), nitel araştırmaları yapılandırılmamış gözlem, yapılandırılmamış görüşme ve doküman inceleme gibi nitel veri toplama tekniklerinin kullanıldığı, olgu ve olayların kendi doğal ortamları içinde gerçekçi ve bütüncül bir şekilde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği, gözlemci ve gözlenenin birbirinden soyutlanmadığı araştırmalar şeklinde ifade etmektedir.

Bu araştırmanın deseni belirlenirken çalışmada benimsenen teorik çerçeve dikkate alınmıştır. Semiyotik arabuluculuk teorisi Maria Giuseppina Bartolini Bussi ve Maria Alessandra Mariotti'nin 20 yıllık öğretim deneyleri sonucunda ortaya koydukları bir teoridir. Bu kapsamda 12. sınıflarda dinamik geometri yazılımlarının semiyotik potansiyeli ve didaktik döngülerin araştırıldığı bu çalışmada, nitel araştırma

yaklaşımları çerçevesinde yer alan yöntemlerinden biri olan öğretim deneyi (Teaching Experiment Methodology) benimsenmiştir.

2.1.1. Öğretim deneyi

Öğretim deneyi matematik öğretmenlerinin ve araştırmacıların tasarlanan öğrenme ortamlarında öğrencilerin matematiksel düşünme biçimlerinin nasıl geliştiği ve değiştiğini gözlemleyebilmeyi sağlayan bir tekniktir (Czarnocha ve Maj, 2008). Matematik eğitiminde öğretim deneyi yöntemini kullanımında öncelikli amaç öğrencilerin ilk elden ve dolaysız bir şekilde öğrenmelerini ve akıl yürütmelerini incelemektir. Öğretim deneyi, öğrencilerin matematiksel etkinliklerini keşfetmek ve anlamak için tasarlanmış dinamik bir yöntemdir (Steffe ve Thompson, 2000, s.267). Öğretim deneyi ile öğrencilerin matematiksel kavramlar, ilişkiler ve işlemler üzerinde düşünme biçimlerini anlayabilmek amaçlanmaktadır. Öğrencilerin oluşturduğu matematiksel yapıları anlamak; öğrencilerin matematiksel yapıları oluşturmada kullandıkları dil ve eylemler ile araştırmacının kaldırmayı hedeflediği ancak öğrencilerin yaptığı hatalarla sınırlıdır (Steffe ve Thompson, 2000, s.267).

Öğretim deneyinde araştırmacı varsayımlarına dayalı öğretim sürecini tasarlar, öğretim bölümleri olarak adlandırılan sınıf içi uygulamalar yapar, geçmişe yönelik analizlerle bilişsel yapıların modeller. Öğretim deneyinde araştırmacı öğretmen rolündedir (Cobb ve Steffe, 1983'ten akt. Akın ve Kabaal, 2016). Öğretim deneyinde araştırmacı aslında öğrencilerinde nasıl bir değişim yaratabileceğini ve bu değişimi nasıl açıklayabileceğini öğrenmeye çalışan kişidir (Steffe ve Thompson, 2000, s.295).

Öğretim deneyinde nitel veriler klinik görüşme, gözlem, alan notları ve öğretim bölümlerine ilişkin öğrenme ortamında çekilen video kayıtları ile toplanmaktadır (Knuth ve Elliot, 1997'den akt. Akın ve Kabaal, 2016).

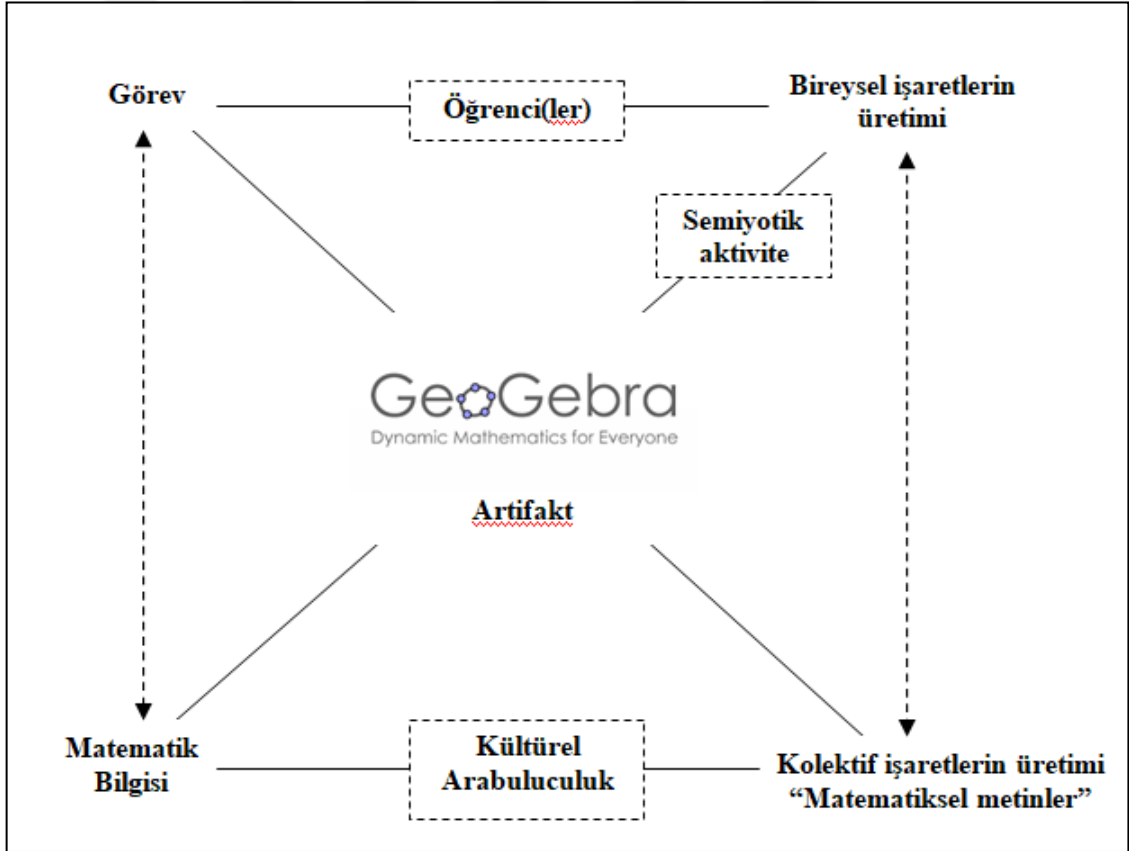
Bu araştırmada öğretim deneyi kapsamında varsayımlar oluşturulmuş, uygun öğrenme ortamı tasarlanmış ve öğretim gerçekleştirilmiştir. Araştırmada incelemeler klinik görüşmeler ve öğretim deneyinden elde edilen ses ve görüntü verileri üzerinden yürütülmüştür. Araştırma kapsamındaki çalışmalarla ilgili olarak saptanan başlıklarda nitel çözümlemeler yapılmıştır.

2.1.2. Araştırmada benimsenen öğretim deneyinin bağlamı

Semiyotik arabuluculuk etkinlikleri didaktik döngü adı verilen aşağıdaki öğrenme adımlarını içerir (Mariotti, 2008):

- 1) Artifakt ile yapılan etkinlikleri sınıf içi tartışmalarla destekleyip artifakta farklı açılardan bakılmasını sağlamak,
- 2) Bireysel işaretlerin üretimi,
- 3) Kolektif işaretlerin üretimi.

Bu araştırmadaki öğretim deneyi bağlamındaki didaktik döngü, öğrencilerden artifakt olarak seçilen Geogebra'yı kullanarak bir görevi gerçekleştirmeleri istenen etkinliklerle başlamıştır. Öğrencilerin bireysel işaretler ürettikleri etkinliklerle devam etmiş ve döngü öğretmen öğrencilerin kişisel anlamların evrimini düzenlediği kolektif etkinliklerle sona ermiştir (Bknz. Şekil 2.1.).



Şekil 2. 1. Araştırmada benimsenen öğretim deneyinin bağlamı

Semiyotik arabuluculuk perspektifine dayanarak öğrencilere artifakt olarak Geogebra ile hazırlanan bu görevler şu genel amaçlara göre belirlenmiştir:

1. Öteleme, simetri ve dönme kavramlarını açıklamak için artifaktın dinamik özelliklerinden yararlanma,

2. Noktanın; noktaya, eksenlere, $y=x$, $y=-x$, $x=a$, $y=b$ doğrularına ve bir doğruya göre simetrilerini bulmaları için Geogebra'dan yararlanma,
3. Analitik düzlemde koordinatları verilen bir noktanın öteleme, dönme ve simetri dönüşümleri altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulma,
4. Bileşke dönüşümleri anlamlandırma.
5. Geometrik dönüşümlerin birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu anlama.

2.1.3. Araştırmacının rolü

Bartolini Bussi (2013) 'e göre semiyotik arabuluculuk perspektifinden araştırmacı-öğretmen iki ana süreçten sorumludur;

- 1) Etkinliklerin tasarımı,
- 2) Etkinliklerin işleyişi.

Bu nedenle bu çalışmada araştırmacının rolü araştırmacı-öğretmendir, araştırmanın hem katılımcısı hem de bir veri toplama aracı olarak araştırma sürecinde etkin bir rol oynamıştır. Öğretim deneyi ve klinik görüşmeler araştırmacı-öğretmen tarafından yürütülmüştür. Araştırma çalışmaya gönüllü katılan öğrenciler ile matematik derslerinde okulun bilgisayar sınıfında gerçekleştirilmiştir.

Araştırmacı-öğretmenin sorumlu olduğu ilk süreçte kullanılacak artifaktları, öğretim adımlarını ve kazanımları belirler; ikinci süreçte öğrencilerin gözlemlenebilir süreçlerini (semiyotik izleri) izler ve yönetir (Bartolini Bussi, 2013).

2.2. Araştırmanın Katılımcıları

Bu araştırmanın katılımcıları, Bursa il merkezinde yer alan MEB'e bağlı özel bir lisede öğrenim görmekte olan 12. sınıf öğrencileridir. Araştırmanın gerçekleştirildiği okul olasılık dışı örnekleme tekniği olan uygun örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Araştırmaya başlamadan önce üniversitenin etik kurulundan ve Özel Öğretim Kurumları Genel Müdürlüğü'nden gerekli yasal izinler alınmıştır. Enstitünün etik kurul izin belgesi Ek-1'de ve Özel Öğretim Kurumları Genel Müdürlüğü'nden alınan izin belgesi Ek-2'de sunulmuştur.

Araştırmada katılımcıların belirlenmesinde ise amaçlı örnekleme kullanılmıştır. Yargısal örnekleme de olarak adlandırılan amaçlı örnekleme araştırmacı katılımcıları seçerken kendi yargısını, önceki bilgi ve deneyimlerini kullanır (Balcı, 2018, s.105). Araştırmacılar belirledikleri ya da aradıkları özelliklere sahip örnekleri seçerler bu nitel

araştırmalarda karşılaşılan bir özelliktir (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.218). Amaçlı örnekleme belirli amaçlar için seçildiğinden araştırmacının ihtiyaçlarını karşılarken evreni temsil etmez (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.218). Amaçlı örneklemede asıl ilgilenilen genellenebilirlik değil incelenen konu hakkında derinlemesine bilgi edinmektir (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.219). Bu çalışmada amaçlı örnekleme türlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Ölçüt örneklemede çalışmada var olan belirli ölçütlere göre uygun olan örnekler seçilir (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.218).

Çalışmaya katılan öğrenciler amaca yönelik seçilmiş 4 erkek 6 kız olmak üzere toplamda 10 öğrenciden oluşmaktadır. Semiyotik arabuluculuk teorisi İtalya’da ortaya atılmıştır İtalyan öğrenciler kendilerini ifade etmekten çekinmez jest ve mimiklerini çokça kullandıklarından araştırmaya katılan öğrenciler matematiksel düşüncelerini açıkça ifade edebilme yetenekleri göz önünde bulundurularak araştırmanın yapıldığı okulun matematik öğretmeni yardımıyla gönüllülük esası ve öğrencilerin matematik dersi başarıları ölçüt alınarak belirlenmiştir. Öğrenciler çalışmaya gönüllülük esası ile katılmış öğrenciler ve velilerinden gerekli izinler alınmıştır (Bkz. Ek-3 ve Ek-4). Öğrenciler ve velileri yapılacak olan araştırmayla ilgili ayrıntılı olarak bilgilendirilmiştir.

Araştırmacı-öğretmen öğrencilerin dersinde ilk defa gireceğinden öğretim deneyine hazırlık sürecinde, katılımcı öğrencilerin doğal ortamdaki gibi davranış gösterebilmesi için katılımcı öğrencilerin matematik performanslarının yanı sıra kişilik özelliklerine ilişkin bilgi alması önemli olduğundan (Akın ve Kabael, 2016), öğrencilerin kişilik özellikleri hakkında matematik ve diğer branş öğretmenlerinden bilgi alınmıştır.

Araştırmada odak grubun belirlenmesinde Usiskin tarafından 1982 yılında geliştirilen Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Testi (VHGDBT) kullanılmıştır. Testteki sorular ve ölçmek istediği geometrik düşünme düzeyleri ile özellikleri Tablo 2.1.’deki gibi eşleştirilmiştir. Testi cevaplamaları için öğrencilere bir ders saati süre verilmiştir. Bu araştırmada öğrencilerin bir düzeyi geçebilmesi için, o düzeyde bulunan beş sorudan en az üçünü doğru cevaplamaları gereklidir. Düzeyler hiyerarşik olarak ilerler, bir öğrenci herhangi bir düzeye ulaşmadan bir üst düzeye geçemez (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2016, s.401).

Tablo 2. 1. *VHGDBT sorularının ölçmek istediği geometrik düşünme düzeyleri*

Soru	Düzy	Özellikler
1-5	Düzy 0: Görselleştirme	Şekillerin sınıflandırılması
6-10	Düzy 1: Analiz	Şekillerin özelliklerini fark etme
11-15	Düzy 2: İnfomal Çıkarım	Özellikler arasındaki ilişkiler
16-20	Düzy 3: Çıkarım	Özelliklerden çıkarımsal sistemlere ulaşma
21-25	Düzy 4: Sistematik Düşünme	Çıkarımsal sistemlerin analizi

Odak grup belirlenirken öğrencilerin akademik başarıları, kendilerini ifade etmeleri, yorumda bulunmaları gibi özellikler dikkate alınmış ve VHGDBT testi sonucu düzeylerin eş temsili olacak şekilde VHGDBT testi sonuçları infomal çıkarım düzeyinde 2 öğrenci, analiz düzeyinde 2 öğrenci ve görselleştirme düzeyinde 2 öğrenci olacak şekilde belirlenmiştir. Öğrencilere Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Testi'nin ilk 20 sorusu uygulanmış, geometrik düşünme testinin sonucuna göre seçilen 6 öğrenci nitel analize tabi tutulmuştur.

Odak grubun VHGDBT sonuçları Tablo 2.2.'deki tabloda verilmiştir. Bu çalışmada kullanılan tüm isimler öğrenci kimliklerini korumak için gerçeğinden farklı olarak Alya, Berkay, Cemre, Dalyan, Ediz ve Feza olarak belirlenmiştir.

Tablo 2. 2. *Van Hiele Geometrik Düşünme Testi Sonuçları*

Öğrencilerin Kod İsimleri	Geometrik Düşünme düzeyi
Alya	Düzy 2
Berkay	Düzy 2
Cemre	Düzy 1
Dalyan	Düzy 1
Ediz	Düzy 0
Feza	Düzy 0

Araştırmanın 12. sınıf düzeyinde uygulanmak istenmesinin sebepleri Milli eğitim Bakanlığının yeni matematik programında geometrik dönüşümlerin bu sınıf düzeyinde işlenmesi, literatür incelendiğinde 12. sınıflarla yapılan bir çalışmanın bulunmaması şeklinde sıralanabilir.

2.3.Araştırma Süreci

Genel olarak bu araştırma süresince Şekil 2.3. verilen adımlar izlenmiştir:



Şekil 2. 2. Araştırma süreci

2.4. Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmalarda sıklıkla gözlem ve görüşme ile veri toplanır (Balcı, 2018, s.39). Bu araştırmada araştırma sorularına yanıt bulmak üzere veriler, klinik görüşmeler, görüşmeler ve öğretim adımlarının video ve ses kayıtları, öğretim adımlarında kullanılan öğrenci çalışma kâğıtları ve araştırmacının araştırmacı günlüklerinden elde edilmiştir. Veri toplama araçları aşağıda detaylı olarak sunulmuştur.

2.4.1. Video ve ses kayıtları

12. Sınıflarda dönüşüm geometrisi öğretiminde dinamik geometri yazılımlarından Geogebra'nın semiyotik potansiyelin ortaya konulmasını ve işaretlerin incelenmesinin amaçlandığı bu araştırmada, öğrencilerin öğretim deneyi sırasındaki çalışmaları ve yapılan klinik görüşmeler video ve ses kaydı altına alınmıştır.

Video ve ses kayıtları araştırmacılara, elde ettikleri verileri yeniden inceleme, ders ve görüşmeler esnasında gözlem yaparken dikkatlerinden kaçan herhangi bir durum olursa onu fark etme ve verilerin yorumlanmadan kaydedilmesini sağlamaktadır (Karasar, 2020, s.208-210). Öğretim deneyi sırasında kaydedilen video kayıtları araştırmacıya geriye yönelik analizler yapma imkânı verir. Araştırmacı kayıtları izlerken öğrencilerle etkileşim halindeyken farkında olmadığı şeyleri görebilir ve öğretim deneyi sırasında öğrencinin matematiğindeki gelişimine çok farklı bir yorum getirebilir, öğrencilerin beklendiği gibi değişip değişmediğine veya geçmişe bakıldığında bilinen şekilde mi değişip değişmediğine bakılmaksızın, araştırmacı değişimin farkına varır (Steffe ve Thompson, 2000).

Öğretim deneyi sırasında öğrenciler bilgisayar sınıfında çalışırken araştırmacı iki video kamera yardımıyla tüm dersleri kayıt altına almıştır. Kameralardan biri geniş açıdan kaydedecek şekilde konumlandırılmıştır. Sınıfın tavan seviyesinde bir köşesine yerleştirilmiş kamera bütün davranışları toplayabilir ancak göz hareketi, yüz ifadesi, küçük bir el hareketi gibi önemli ayrıntıları kaçırabilir (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.634). Bu nedenle ikinci kamera veri kayıpları yaşanmaması için odak grubu kayıt altına alacak şekilde konumlandırılmıştır.

Kameranın varlığı öğrencilerin sosyal olarak daha fazla kabul görecektir, yani davranışlarını iyi yönde düzenlemelerine neden olabilir öğrenciler doğal davranmayabilirler (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.556). Ancak bu araştırmada öğrencilerin kamera karşısında çok rahat oldukları gözlemlenmiştir. Araştırmacının

müdahalesi olmaksızın öğrenciler zaman zaman ikinci kamerayı alıp önemli gördükleri noktaları da çekmişlerdir. Öğrenciler ders sonlarında video kaydı çekip görüşlerini bildirmişlerdir. Bunun nedeni öğrencilerin öğretim deneyleri öncesinde Covid-19 pandemisinden dolayı eğitime online katılmaları, sosyal medya ve teknolojiyi çok kullanmalarının tepkiselliği azaltması olabilir.

Bu araştırmada öğrencilerin kamera karşısında kendilerini ifade etmekte zorlanmadıkları, kameraların varlığının öğrencilerde tepkiselliğe neden olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin bakış alanından veri toplamak, öğrencilerin ne gördüklerine ve öğretim deneyimlerine ilişkin bakış açılarına ilişkin görüş kazanmak, sabit ve hareketli kameralarının sınırlılıklarını aşmak için giyinebilir kameralar gibi yeni teknolojiler kullanılabilir (Maltese vd., 2016).

2.4.2. Klinik görüşmeler

Nitel araştırmalar gelişmeye ve değişmeye açık bir şekilde keşfedici çalışmalardır (Creswell, 2019, s.7). Klinik görüşmeler gelişmeye ve değişmeye açıktır araştırmada bu nedenle tercih edilmiştir.

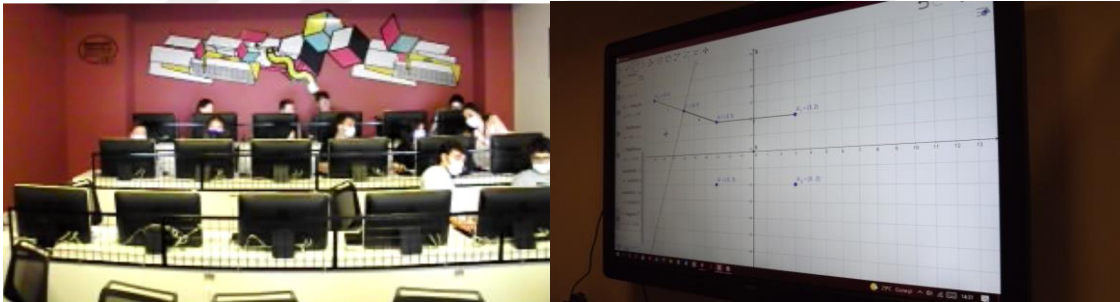
Klinik görüşmeler matematik eğitimi uygulamalarında öğrencilerin bilgi yapılarını tanımlama, öğrencilerin bir problemin çözüm sürecindeki davranışlarını gözlemleme, bilişsel ve duyuşsal yapılarındaki değişimleri incelemek için daha önce planlanmış bir şekilde sorular, problemler ya da görevler aracılığıyla araştırmacı ile öğrencinin karşılıklı etkileşime girdiği bir tekniktir (Goldin, 2000). Klinik görüşmelerde veri kaynağı olan öğrenci ile veri analizi yapan ve açıklayan öğretmen doğrudan etkileşim içerisinde böylece öğretmen kendi öğretim yöntemini ölçebilir, öğrencilerin bilişsel süreçlerini ortaya koyabilir ve öğrenmenin meydana geldiği sosyal yapıyı açıklayabilir (Karataş ve Güven, 2003).

Klinik görüşmelerde amaç öğrencinin bilgi yapılarını ve muhakeme süreçlerini ortaya çıkarmaktır (Clement, 2000). Vygotsky'nin öğretim deneyine dayanan bir veri toplama tekniği olan klinik görüşmede, ana amaç, araştırmacının sorular sorup problemler ortaya koyarken ve öğrencilerin matematiksel eylemleri hakkında konuşup bunları açıklarken dilin rolünün tanınması, anlamın netleştirilmesidir (Hunting,1997).

Araştırmadaki klinik görüşmelerde lise 12. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi ile ilgili bilgi ve anlamalarının incelenmesine yönelik katılımcılara yöneltilecek görüşme soruları Ek-7 veri toplama araçlarında sunulmuştur. Klinik

görüşme soruları bir öğretim üyesi ve iki matematik öğretmeni olmak üzere alanında uzman kişilerin görüşleri alınarak düzenlenmiştir. Klinik görüşme sorularına artifakt olarak seçilen Geogebra ile hazırlanan görevler eklenmiştir.

Araştırmada belirlenen öğrencileri ile klinik görüşmeler yapılarak öğrencilerin sözel olan ve olmayan davranışları incelenerek öğrenme süreçleri derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır. Klinik görüşmeler ön klinik görüşmeler ve son klinik görüşmeler şeklinde, okulun akıllı tahta bulunan bir sınıfında ve bilgisayar sınıfında gerçekleştirilmiştir (Bknz. Şekil 2. 2.). Ön klinik görüşmelerde öğrenciler dinamik geometri yazılımını ilk defa kullanacakları için artifaktın cebir, çizim araçlarını öğrenebilecekleri basit düzeyde görevlere yer verilmiştir. Ön klinik görüşmelerde öğrencilerin dönüşümler ile ilgili ön bilgileri öğrenmek, öteleme dönüşümü, yansıma dönüşümü ve dönme dönüşümü öğretimi ve dinamik geometri yazılımını kullanımlarına yönelik görevler, son klinik görüşmelerde dönme dönüşümüne ait dönme formülünün elde edilmesi ve toplam ve fark formüllerinin oluşturulmasına yönelik görevler verilmiştir.



Şekil 2. 3. Öğrencilerin çalışma ortamı ve öğretmen bilgisayarının yansıtıldığı akıllı tahta

Öğrencilerin öteleme dönüşümünde uzaklığın korunduğunun farkında olmaları için önce noktaların ötelenmesi, sonra şekillerin ve nesnelerin ötelenmesi sırasında bu öteleme dönüşümlerinin hepsinde esas şekildeki tüm noktalara öteleme dönüşümü uygulanacağı hissettirilmelidir (Argün, Aktaş ve Topbaş, 2019, s.229). Bu çerçevede öğrencilere dinamik geometri ortamında önce noktaları sonra doğru parçalarını sonra da geometrik şekilleri dönüşümlere tabi tuttıkları görevler verilmiştir. Görevler, amaçlar ve öğrencilerden beklenenler bulgular kısmında detaylı olarak sunulmuştur.

2.4.3. Araştırmacı günlükleri

Bir araştırmacı (insan-gözlemci) sınıfın farklı bir yerinde olan olaya dikkatini kolayca yönlendirebilir, sınıfta veri toplamak için kurulan kameralar bunu yapamaz, bir

insan kameranın gördüklerinden daha fazlasını yapabilir (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.557). Bu nedenle araştırmacı video kayıtlarını desteklemek, veri kayıplarını en aza indirmek, verileri zenginleştirmek için araştırmacı günlükleri tutmuştur. Araştırmacı-öğretmen her öğretim görevi sonrasında günlük tutmuştur.

2.4.4.Öğrenci çalışma kağıtları

Semiyotik arabuluculuk teorisinde çerçevesinde öğrencilerin artifakt ile etkileşiminden sonra bireysel işaretlerin üretimini desteklemek, öğrencilere her görev için bireysel fikirlerini ifade edebilecekleri, yazı çizim gibi işaretler üretebilecekleri çalışma kağıtları dağıtılmıştır. Dağıtılan çalışma kâğıtlarında, her öğretim görevinde öğrencilerin bilgisayarlarındaki Geogebra ekranında tanımlı geometrik dönüşümleri yapmaları ve etkilerini gözlemleyip (değişenleri incelemeleri ya da cebirsel olarak ifade etmeleri), gözlem sonuçlarını çalışma kâğıtlarındaki ilgili boşluklara yazmaları istenmiştir (Bknz. Ek-8).

Ng ve Sinclair (2015) çalışmalarında dinamik geometri ortamlarında kolektif çalışma ve öğrencilerin bireysel kalem-kâğıt kullanmaları arasında önemli bir etkileşim olduğunu bu etkileşimle yeni işaretler üretebileceklerini belirtmişlerdir.

2.4.5. Öğretim görevleri

Öğretim sırasında öğretim adımları uygulanırken araştırmacı kendi dizüstü bilgisayarını akıllı tahtaya yansıtmıştır. Öğrenciler öğretim görevlerini Geogebra programının <https://www.geogebra.org/?lang=tr> web uzantısı yardımıyla ulaşmıştır. Araştırmacı dersten önce görevleri herkese açık hale getirmiş, öğrencilere görevlerin adı söylenerek öğrencilerin etkinliklere ulaşması sağlanmıştır. Ayrıca öğrencilere öğretim adımlarını gerçekleştirirken kullanacakları çalışma kâğıtları da dağıtılmıştır.

Öğrenciler 12. Sınıf fonksiyonlar ve trigonometri gibi konuları işlemişlerdir. Öğretim görevleri 3 hafta boyunca 21 ders saatinde gerçekleştirilmiş ve semiyotik arabuluculuk teorisi çerçevesinde analiz edilmiştir. Öğretim deneyinde kullanılan öğretim görevlerinin hedefleri ve zaman çizelgesi Tablo 2. 4.'te sunulmuştur.

Tablo 2. 3. Öğretim deneyinde kullanılan görevlerin hedefleri ve zaman çizelgesi

Öğretim Deneyi Aşamaları	Görev Adı	Görev Hedefi	Zaman çizelgesi
Ön Klinik Görüşmeler	▪ Düzlemde bir noktanın bir vektör yardımıyla ötelenmesi görevi	✓ Öteleme dönüşümünü ve parametresini tanımlama	1. Hafta
	▪ Düzlemde bir doğru parçasının sürüklenmesi görevi	✓ Düzlemde bir geometrik nesne ya da düzlem parçasınının öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünün eş olduğunu fark etme	
	▪ Düzlemde bir doğru parçası ve öteleme sonucu oluşan görüntüsü verildiğinde öteleme vektörünü bulma görevi	✓ Öteleme dönüşümünün uygulanacağı şekil üzerinde referans kabul edilen noktaların ön görüntü ve görüntüleri arasındaki uzaklıkların eşit olduğunu ve bunun öteleme vektörünün uzunluğuna eşit olduğunu fark etme	
	▪ Düzlemde bir geometrik şeklin bir vektör yardımıyla öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü bulma görevi	✓ Bir şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü oluşturma, ✓ Sıfır vektörünü kendine parametre kabul eden öteleme dönüşümünde esas şekil ile görüntünün çakışacağını fark etme	
	▪ Düzlemde bir çokgen ve eksenlere göre yansıması altında görüntüleri “eş şekiller” görevi	✓ Yansıma dönüşümünü tanımlama	
	▪ Düzlemde bir noktanın x eksenine, y eksenine ve orijine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri görevi	✓ Yansıma dönüşümünün parametresinin simetri eksenini olduğunu fark etme	
	▪ Düzlemde bir AB doğru parçasının y eksenine göre yansıması görevi ▪ Düzlemde bir EF doğru parçasının y eksenine göre yansıması görevi	✓ Bir nokta ya da geometrik şeklin yansıma dönüşümüne ait görüntüsünü oluşturma	

Tablo 2. 3. (Devam) Öğretim deneyinde kullanılan görevlerin hedefleri ve zaman çizelgesi

Ön Klinik Görüşmeler	▪ Düzlemde bir çemberin x eksenine, y eksenine ve orijine göre yansıması görevi	✓ Yansıma dönüşümü geometrik şekillerin koruduğu ve korumadığı özelliklerini tanımlama	1. Hafta
	▪ Düzlemde verilen ACDEF çokgeninin yansıma eksenini bulma görevi	✓ Orta dikmeden yararlanarak bir şekil ve yansıma dönüşümü sonucu oluşan görüntüsünün yansıma eksenini bulma	
	▪ Düzlemde A(1,1) noktasının orijin etrafında α açısı kadar döndürülmesi sonucu oluşan görüntülerini bulma görevi	✓ Dönme dönüşümünü tanımlama birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu fark etme	
Öğretim Deneyi	▪ Öteleme görevi	✓ Öteleme dönüşümünün birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu fark etme	2. ve 3. Hafta
	▪ Bir A(x,y) noktasının $x=a$, $y=b$, $y=mx$ ve $y=mx+n$ doğrularına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin koordinatlarını cebirsel olarak ifade etme görevi	✓ Bir noktanın; noktaya, eksenlere, $y=x$, $y=-x$, $x=a$, $y=b$ doğrularına ve bir doğruya göre simetrilerini bulma, cebirsel olarak ifade etme	
	▪ Bir noktanın bir noktaya göre yansıma dönüşümüne ait sürükleme görevi	✓ Yansıma dönüşümünün birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu fark etme	
	▪ Bileşke dönüşümler ötelemeli yansıma görevi	✓ Bileşke dönüşümleri anlamlandırma	
	▪ Öğrencilerin geometrik şekillerin simetri eksenlerinin inşası görevi	✓ Geometrik şekillerin simetri eksenlerini oluşturma	
	▪ Dönel simetri görevi	✓ Dönel simetriyi tanımlama, dönel simetrik şekilleri fark etme	
	▪ Dönme dönüşümü görevi ▪ Dönme açısını bulma görevi	✓ Düzlemde bir çokgenin bir dönme merkezi ve bir dönme açısını parametre kabul eden dönme dönüşümüne ait görüntüsünü oluşturma ve dönme açısını bulma	

Tablo 2. 3. (Devam) Öğretim deneyinde kullanılan görevlerin hedefleri ve zaman çizelgesi

Son Klinik Görüşmeler	▪ Düzlemde bir $A(x, y)$ noktasının orijin etrafında pozitif yönde α derece döndürülmesi ile elde edilen $G'(x', y')$ noktasının koordinatlarını cebirsel olarak ifade etme görevi	✓ Düzlemde bir $A(x, y)$ noktasının başlangıç noktası (orijin) etrafında pozitif yönde α derece döndürülmesi ile elde edilen $G'(x', y')$ noktasının koordinatlarını cebirsel olarak ifade etme	3. Hafta
-----------------------------	---	--	----------

2.5. Araştırma Verilerinin Analizi

Nitel araştırmalarda tümevarımsal analiz kullanılır kesin ve katı kuralları olmasa da nitel araştırmalarda analiz yapılırken verilerin hazırlanması ve düzenlenmesi, verilerin gözden geçirilmesi ve araştırılması, verilerin kategorilere göre gruplanması, kişilerin yerlerin ve faaliyetlerin tanımlarının oluşturulması, temalar oluşturmak ve hipotezleri test etmek gibi izlenmesi gereken belirli adımlar vardır (Batdı, 2021, s.217-218). Nitel veri analizinde adımlar iç içe geçmiştir analiz ve yorumlama süreçleri doğrusal değildir (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.644).

Miles ve Huberman'a (2016'dan akt. Uysal, 2020, s.163-164) göre ise nitel veri analizi veri toplama sürecinden bağımsız olmayan bir döngüdür ve verilerin seçim yapma, özetleme, ayıklama ve kodlar yardımıyla azaltılması, verilerin görselleştirilerek, metinler, çizelgeler, grafikler gibi yollarla gösterimi, verilerin sonuçlarının ortaya konması ve doğrulama şeklinde gerçekleştirilmelidir.

Nitel verilerin analizi doğrusal olmadığı için veri analizi sarmalı ile ifade edilebilir (Creswell, 2021, s.184). Veri sarmalı araştırmacının sürekli olarak sarmalın etrafında dolaştığı, veri yönetimi ile başladığı, tüm veri tabanının anlamlandırarak devam ettiği, sonrasında verileri tanımladığı sınıfladığı ve yorumladığı, son olarak verileri sunduğu ve görselleştirdiği bir yörüngedir (Creswell, 2021).

Creswell'e (2021) göre nitel araştırmalarda veri analizi için şu basamaklar izlenebilir;

- 1) Kodlamaya hazır olması için verilerin analiz için organizasyonu,
- 2) Okuma yaparak ve derinlemesine düşünerek verilerin tamamının incelenmesi, ön kodlar oluşturma,
- 3) Kod ve temaların belirlenmesi ve betimleme, sınıflama,

- 4) Belirlenen kod ve temaların sunumun tasarlanma, görselleştirme, yorumlama raporlaştırma.

Araştırma sorularına cevap bulmak amacıyla video ve ses kayıtları ve klinik görüşme ile toplanan verilerin analizinde tematik analiz (kategori analizi) yöntemi kullanılmıştır. Tematik analiz veri içindeki temaları, kategorileri ve anlam örüntülerini orta çıkarma, tanımlama, analiz etme ve yorumlama olarak tanımlanabilir (Braun and Clark, 2006; Guest ve diğerleri, 2012 akt. Aschenberger, 2021). Nitel tematik analiz katılımcıların ya da odak grubun hayatları hakkında bilgi edinmeye çalışır ve araştırılan durumla ilgili özelliklerin katılımcıların gözünden yorumlamayı amaçlar (Silverman, 2018, s.294).

Temalar belirlenirken teorik çerçeve dikkate alınmış ve semiyotik arabuluculuk teorisinde, artifakt kullanımı, bireysel işaretlerin üretimi ve kolektif tartışmalar içeren görevlerle kişisel anlamlardan matematiksel anlama geçişin bir göstergesi üç ana kategori tema olarak belirlenmiştir:

- 1) Artifakta bağlı işaretler,
- 2) Geçiş (pivot) işaretleri,
- 3) Matematiksel işaretler.

Artifakta bağlı işaretler, geçiş (pivot) işaretleri, matematiksel işaretler ile semiyotik zincirler sunulmaya çalışılmıştır. Araştırmada yarı yapılandırılmış klinik görüşmelerden ve öğretim görevlerinden kaydedilen video kayıtlarından elde edilen verilerden doküman analizi yapılmıştır, diyaloglar olduğu gibi hiçbir düzeltme yapılmadan yazılmıştır.

2.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Geçerlik belirli bir enstrüman ya da ölçme aracının ölçmeyi şeyi ölçüp ölçmediğinin ortaya konulmasıdır (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.245). Winter'e göre (2000) geçerlilik evrensel bir yapıdan ziyade araştırma süreçlerine ve amaçlarını dayanan tek bir tanımı olmayan bir yapıdır, nitel ve nicel araştırmalarda geçerliliğin sağlanması için farklı metodolojiler vardır. Geçerlilik araştırma metodolojilerin, süreçleri en iyi temsil etme, ölçmeyi umduğu gerçeği ölçmesidir (Winter, 2000).

Nitel araştırmalarda geçerliliğin temelleri, doğrallık, gerekli ve önemli hususların ayrıntılı yoğun tanımlanması, emsalsizlik, bağlamla sınırlı olma, amaçlı örneklem, teyit edilebilirlik, içeriden araştırma, inanırlık, betimlemeler çıkarım ve açıklamalar,

aktarılabirlik ve güvenilebilirlik şeklinde sıralanabilir (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.249).

Lincoln ve Guba (1985) nitel araştırmaların geçerliliği için “inanilirlik”, “aktarılabirlik”, “tutarlılık” ve “teyit edilebilirlik” kavramlarını ölçüt kabul etmişlerdir (Akt. Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.248). Bir araştırmada ge erlili in %100 olması mümkün değildir, geçerliliği en üst düzeye çıkarmaya  alı tı ımız söylenebilir (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.246).

Araştırmada geçerliliği artırmak için tasarım aşamasında bir çalışma takvimi hazırlanmalı, araştırma sorularını yanıtlamak için uygun bir kuramsal  er eve seçilmeli, veri toplamak için uygun araçlar seçilmeye  alı ılmalı, uygun örneklem seçilmeli, araştırma sorularını yanıtlamak için uygun temalar seçilmelidir (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.267). Bu araştırmada tasarım aşamasında güvenirliği artırmak için bu özellikleri kapsayan araştırma  nerisi sunulmuştur.

Katılımcıların motivasyonları yüksek tutmaya çalışmak,  l me ve veri toplama araçları katılımcıları olumsuz etkilemeyecek şekilde düzenlenmek veri toplama aşamasında geçerliliği artırır (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.267). Araştırmada katılımcıların yapılan klinik görüşmeler ve   retim aşamalarında tepkiselli i en aza indirgenmeye ve doğal bir ortam oluşturulmaya çalışılmıştır.

Veri analizi aşamasında verilerin eksik kodlanmasından kaçınmaya çalışmak, raporlama aşamasında verileri seçici ve temsili olmayan şekilde kullanmaktan kaçınmak güvenirliği artırır (Cohen, Manion ve Morrison, 2021, s.267). Klinik görüşmeler ve   retim deneyi aşamalarından elde edilen video kayıtları her iki kameradan kontrol edilerek olduğu gibi transkript edilmiştir. Araştırmacı, günlükleri   retim adımlardan hemen sonra temize geçmiştir.

3. BULGULAR VE YORUMLAR

Araştırmanın bu bölümünde çalışma boyunca elde edilmiş verilerin analizi sonucu ulaşılan bulgular sunulmuştur. Bulgular odak grup öğrencileri ile gerçekleştirilen klinik görüşmeler ve öğretim deneyi süresince öğrencilerin artifakt ile etkileşimleri sonucu oluşturdukları işaretler, bireysel olarak oluşturdukları işaretler ve sınıf içerisinde kolektif tartışmalar sonucu oluşan işaretler, öğrencilerin sosyal ortamdaki eylemleri doğrudan alıntılar ile desteklenerek sunulmuştur.

3.1. Ön Klinik Görüşmelere Ait Bulgular

Öteleme dönüşümü, yansıma dönüşümü ve dönme dönüşümü öğretimine ilişkin Geogebra görevleri içeren; öğretim görevlerinin düzenlenmesi için öğrencilerin ön bilgileri hakkında bilgi edinmek, kendilerini ifade edebilme yetenekleri gözlemlemek, dinamik geometri yazılımı ile etkileşimi hakkında bilgi edinmek için klinik görüşmeler yapılmıştır.

Araştırmada belirlenen odak grup öğrencileri Alya, Berkay, Cemre, Dalyan, Ediz ve Feza ile yapılan ön klinik görüşmelere ait bulgular teorik çerçeve dikkate alınarak artifakta bağlı işaretler, geçiş işaretleri, matematiksel işaretler temaları altında sunulmuştur.

3.1.1. Ön klinik görüşmelerde öteleme dönüşümüne ait bulgular

Araştırmaya katılan on ikinci sınıf öğrencileri program değişikliği öncesinde ortaokul sekizinci sınıfta dönüşüm geometrisi konu başlığı altında öteleme dönüşümü, yansıma dönüşümü ve bileşke dönüşümlerini öğrenmişlerdir bu nedenle öğrencilerin ön bilgilerini ölçmek amacıyla ‘Öteleme dönüşümü denildiğinde aklınıza neler gelmektedir?’, ‘Öteleme dönüşümüne günlük hayattan örnekler verebilir misiniz? Buna nasıl karar verdiniz?’ gibi sorular yöneltilmiştir.

Doğrudan aktarmalarda araştırmacı öğretmen “T” ile kodlanmıştır.

[1] T: Öteleme dönüşümü deyince aklınıza neler geliyor?

[2] Ediz: dönme

Görüşmeler...

[3] T: Açıkça görüşlerinizi paylaşabilirsiniz, rahat olun sizi değerlendirmiyorum.

[4] Cemre: Bir şeyi bir yerden başka bir yere taşımak mı? Hareket...

[5] T: Çok güzel, başka fikri olan?

[6] Alya: Konumu değiştirme?

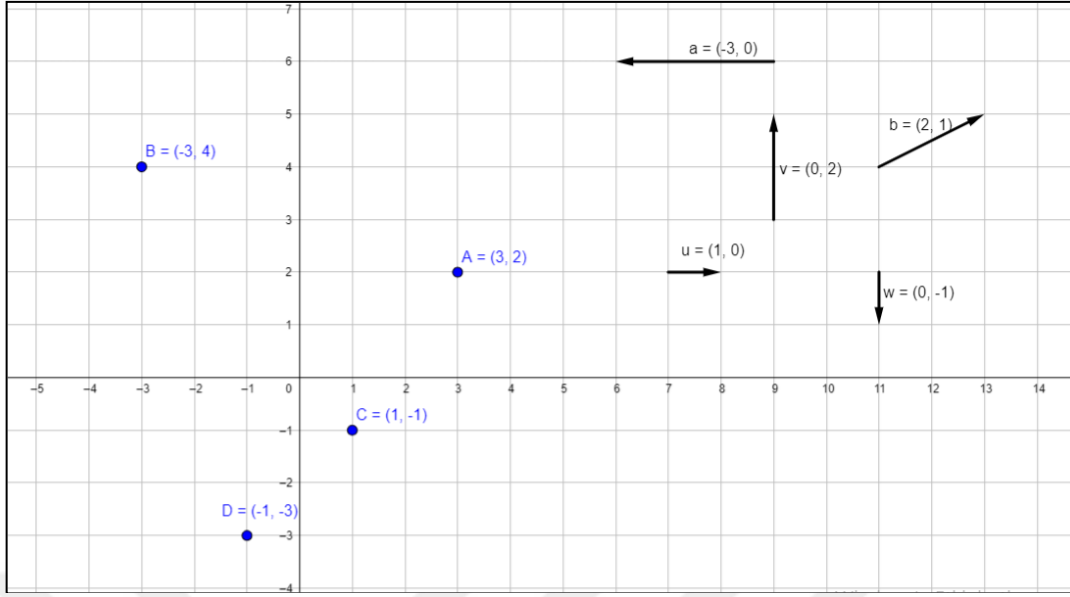
[7] Cemre: Aslında ne söylesek aynı şeye çıkmayacak mı? Aslında hareketle aynı şeyler.

[8] Ediz: Ayna yansıması mı?

Öğrencilerin geometrik dönüşümlerle ilgili 2. ve 8. satırlarda görüldüğü gibi bir matematiksel kültüre sahip oldukları görülmektedir. Öteleme dönüşümünü 4. satırda bir hareket olarak algıladıkları görülmektedir. Alya 6. satırda ötelemeyi konum değiştirme olarak ifade etmiştir öteleme dönüşümü ile bir geometrik şeklin konumun değiştiğin farkındadır. Alya'nın öteleme dönüşümünü hareketten farklı algıladığı söylenebilir.

3.1.1.1. Düzlemde bir noktanın bir vektör yardımıyla ötelenmesi görevine ait işaretler

Öğrencilere Geogebra ekranında düzlemde A, B, C ve D noktaları ile farklı büyüklüklere ve yöne sahip $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$ ve b vektörleri verilmiştir (Bknz. Şekil 3.1.). Öğrencilerden dinamik geometri yazılımının araçlar kısmında dönüşümler başlığı altındaki “nesneyi vektör ile ötele” aracını kullanılarak noktaları sırasıyla vektörler yardımıyla öteleyip, noktaların görüntülerini ekranda oluşturmaları ve noktalarının görüntülerinin koordinatlarını çalışma kâğıtlarına not etmeleri istenmiştir. Öğrencilerin öteleme dönüşümünün parametresinin vektör olduğunu ve noktaları noktalara eşleyen bir dönüşüm olduğunu farketmeleri beklenmektedir. Öğrencilerden öteleme dönüşümünün koordinatlarını tahmin etmeleri ve değişenleri incelmeleri aynı zamanda düzlemde herhangi bir noktanın öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü cebirsel olarak ifade etmeleri beklenmektedir.



Şekil 3. 1. Öğrencilerin <https://www.geogebra.org/m/zqmchfkj> adresinden eriştikleri görevin ekran görüntüsü

- [9] T: Koordinat düzleminde bir noktayı nasıl ötersiniz?
 [10] Alya: Koordinatlarını değiştirerek.
 [11] T: Koordinat düzleminde hareketiniz nasıl olur?
 [12] Alya: Sağ sol gibi mi?
 [13] Berkay: Yukarı aşağı.
 [14] T: Bu yönleri koordinat düzleminde ne ile ifade ederiz bilen var mı?
 Sessizlik...

Bu alıntıda öğrencilerin öteleme dönüşümü ile ilgili ‘noktanın koordinatları’ gibi terimlere ilişkin bilgiye sahip oldukları ve ötelemeyi yön kavramı ile ilişkilendirdikleri ancak vektör kavramını kullanmadıkları görülmektedir. Öğrenciler Geogebra ekranında gördükleri vektör kavramını fizik dersindeki ön bilgilerinden hatırladıklarını ifade etmişlerdir.

Öğrencilerin kültürel olarak oluşturdukları ‘sağ, sol’, ‘yukarı, aşağı’ gibi metinleri/ifadeleri matematiksel metinlere/ifadelere/kavramlara dönüştürmek için öğretmen 14. satırdaki soruyu yöneltmiş ve sonrasında süreci şöyle yönetmiştir:

- [15] T: Yönlü doğru parçaları yani diğer adıyla vektörler yardımıyla ifade edebiliriz
 [16] Berkay: A noktasını u ile sağa ötelemiş oluruz.
 [17] Alya: U vektörüne göre ötelersak (4,2) olur.
 [18] Cemre: İşte burada öğreniyoruz bu da güzel bir şey.
 [19] Berkay: Ben öteleyeyim sen sonuçları. Yaz kızım!
 Gülüşmeler.
 [20] Cemre: B noktasının (2,-1) değil mi?
 [21] Berkay: Evet!

Bireysel işaretlerden matematiksel işaretlere geçişte 15. satırda öğretmenin müdahalesi ve öğrencilerin artifakt ile olan etkileşimi Geogebra ekranında bir noktayı ötelemek için dönüşüm araçlarından ‘noktayı vektörle ötele’ sekmesini kullanmışlar, vektörü öteleme dönüşümünün bir parametresi olduğunun farkına varmışlardır. 17. satırda Alya’nın vektör kavramını kullanmaya başladığı görülmektedir. Artifaktın öğrencilerin matematiksel dili kullanmalarına aracılık ettiği söylenebilir.

[22] Cemre: Ben bir matematik dâhisiyim.

[23] Berkay: Böyle bir dahi varsa!

Öğrenciler A, B, C ve D noktalarının $\vec{u}$ vektörüne göre ötelerler.

[24] Berkay: bu kız bir dahi!

[25] Feza: Ben göremiyorum

[26] Berkay: Kâğıda bak.

[27] Feza: Kâğıtta var mı?

[28] Berkay: Kâğıtta var. Bak!

Öğrencilerin öteleme dönüşümüne noktaların ötelenmesi ile başlamaları ve artifaktın kullanımı ile 22. satırda görüldüğü gibi Geogebra yazılımına karşı olumlu tutum geliştirmiştir. Öğrenciler Geogebra ekranındaki her bir göreve ilişkin dağıtılan Şekil 3. 2. deki gibi kâğıtlarda her bir noktanın vektör ile ötelenmesi sonucu oluşan örüntülerini not almışlardır ve 28. satırdaki gibi kâğıt ve artifakt yardımıyla bir noktanın düzlemde bir vektöre göre öteleme sonucu oluşan görüntüsü ile esas noktanın koordinatlarını karşılaştırmışlardır. Öğrencilerin artifakt ile oluşturdukları bireysel işaretlerin yanı sıra 28. satırda olduğu gibi kâğıt kalem kullanarak ve sosyal bir ortamda oluşturdukları işaretlerin de önemi anlaşılmaktadır.

Noktanın Koordinatları	Noktanın $\vec{u} = (1, 0)$ Vektörü Yardımıyla Ötelenmesi Sonucu Oluşan Görüntüsünün Koordinatları
A(3,2)	(4, 2)
B(-3,4)	(-2, 4)
C(1,1)	(2, 1)
D(-1,-3)	(0, -3)

Şekil 3. 2. Öğrencilerin çalışma kâğıtları

[29] T: $\vec{v}$ vektörüne göre öteleme yaptığımızda neler değişti?

[30] Cemre: Y eksenini değiştir.

[31] T: $\vec{u}$ vektörüne göre öteleme dönüşümü gerçekleştiğinde neler değişmişti?

[32] Cemre: X ekseni.

[33] Berkay: (3,6).

[34] Alya: Y ekseni ve x ekseni değeri arttı.

[35] Feza: Yukarı öteledik.

[36] Cemre: Y ekseni değişir işte.

...

[37] T: Yukarı yönlü vektörümüz hangisi? Nasıl anladınız?

[38] Cemre: Yazıyor. (Vektörün yukarı yönü işaret ettiğini belirtiyor)

[39] T: Yazıyor derken neyi kastettin?

[40] Cemre: Immm...

[41] Alya: İşareti mi?

[42] T: Öteleme vektörünün yönünü, yani yukarı mı aşağı mı olduğunu, noktanın hangi yöne ötelendiğini koordinatlarına bakarak nasıl anlarız?

[43] Berkay: Eksi olduğunda.

...

[44] T: Hangi değer?

[45] Cemre: Y ekseni

Artifakt ile üretilen işaretlerden sonra 30., 32. ve 34. satırlarda öğrenciler “y ekseni” ve “x ekseni” kelimeleriyle noktanın koordinatlarının y değeri ve de x değerini ifade etmektedirler. Öğrencilerin 41., 43. ve 45. satırlarda vektörün yönüne göre noktanın koordinatlarında hangi değer değiştiğine ilişkin “İşareti mi?”, “Eksi olduğunda.” ve “Y ekseni” gibi geçiş işaretleri oluşturdukları görülmektedir.

[46] Berkay: Öteleme seç, nesneyi vektöre göre öteleme, oldu!

...

Bir öğrenci hata yapıyor. Arkadaşları yardımcı olmak için:

[47] Cemre: Geriye basabilirsin oradan.

[48] Feza: Vay öğrenmişsin.

[49] Cemre: C’yi $\vec{a}$ vektörüne göre ötelemek için ‘ok’a tıklayacaksın

[50] Berkay: $\vec{a}$ vektörüne göre ötele... Bir daha git.. Siyah ‘ok’un üstüne tıkla.

Diyaloglarda öğrencilerin didaktik döngüde bulunan bireysel/küçük gruplarla işaretlerin üretimi aşamasında öğrencilerin artifakt ile görevi gerçekleştirirken ‘vektör’ kavramını kullandıkları ancak hata yapan arkadaşlarına yardımcı olurken 49. ve 50. satırdaki gibi öteleme vektörünü ifade etmek için ‘ok’ kelimesi gibi artifakta bağlı işaretler kullandıkları görülmüştür.

[51] T: Düzlemde bir A(x,y) noktasının bir vektöre göre ötelediğimizde koordinatları ne olur?

[52] Feza: Of çok zor!

[53] T: Ama söylediniz biraz önce şimdi cebirsel olarak yazacağız.

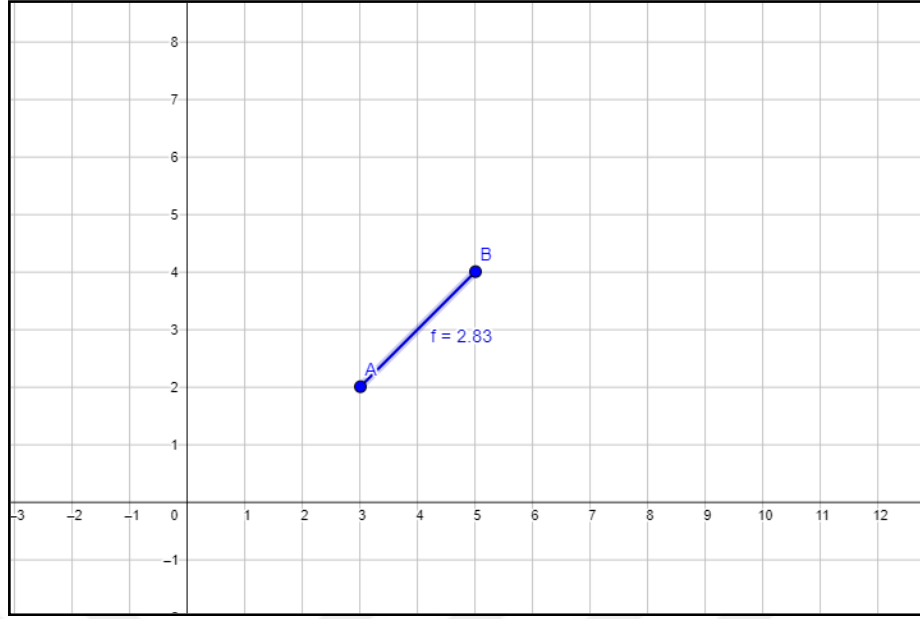
- [54] Berkay: $(a+x, b+y)$ olmaz mı?
- [55] T: Güzel.
- [56] Cemre: Bi de tam tersi olur.
- [57] T: Peki neye göre toplayıp çıkarttınız?
- [58] Berkay: Yöne göre.
- [59] T: O zaman tekrar ifade etmek isteyen var mı?
- [60] Alya: x artı ya da y da eksi a mı ?
- [61] T: Çok güzel!

Öğrencilerin artifakt yardımıyla Geogebra ekranındaki noktaları verilen vektörlere göre ötelemeleri, noktaların öteleme dönüşümü sonucu görüntülerinin koordinatlarını kalem kâğıt kullanarak not almaları ve sınıf içerisindeki didaktik döngüdeki işaretlerin kolektif üretimi ile düzlemde herhangi bir noktanın öteleme dönüşümü sonucu oluşan görüntüsünü cebirsel olarak ifade etmişlerdir.

Görev sonucu didaktik döngünün gerçekleştiği 54. ve 60. satırlarda matematiksel işaretlerin ortaya çıktığı görülmektedir. Öğrencilerin öteleme dönüşümünün parametresinin vektör olduğu ve bir noktanın öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmekte zorlanmadıkları görülmüştür.

3.1.1.2. Düzlemde bir doğru parçasının sürüklenmesi görevine ait işaretler

Öğrencilerden Geogebra ekranında doğru parçasının uzunluğunu ve izi bırak seçeneği açık hale getirilmiş verilen AB doğru parçasının sürüklemeleri (Bknz. Şekil 3. 3.) ve değişimleri incelemeleri istenmiştir. Öğrencilerden R^2 düzleminde bir doğru parçası ötelendiğinde öteleme dönüşümü doğru parçasının tüm noktaları için gerçekleştiği doğru parçasının düzlemin bir alt kümesi olduğunu anlamaları beklenmektedir. Öteleme dönüşümünün birebir ve örten bir fonksiyon olduğu AB doğru parçası ve görüntülerinin eş olduğunu, uzunluklarının değişmediğini, öteleme dönüşümünün doğru parçasının sadece konumun değiştiğini fark etmeleri amaçlanmaktadır.



Şekil 3. 3. Öğrencilerin <https://www.geogebra.org/classic/bgvuxnyz> adresinden eriştikleri AB doğru parçasının sürüklenmesi

Öğrenciler göreve eriştikten sonra doğru parçasını ekranda sürüklemişlerdir. Öğretmen kolektif tartışmayı başlatmak için öğrencilere şu soruyu yöneltmiştir:

[62] T: Peki ötelediğimiz bir nokta değil de bir doğru parçası olsaydı. O doğru parçasını ötelerken tüm noktaları mı öteleriz?

[64] Berkay: İki noktayı öteleriz.

[65] T:Neden sadece iki noktayı öteleriz?

[66] Berkay: Çünkü iki noktadan bir doğru geçiyor.

[67] Dalyan: Çünkü doğrunun tanımı iki nokta arası.

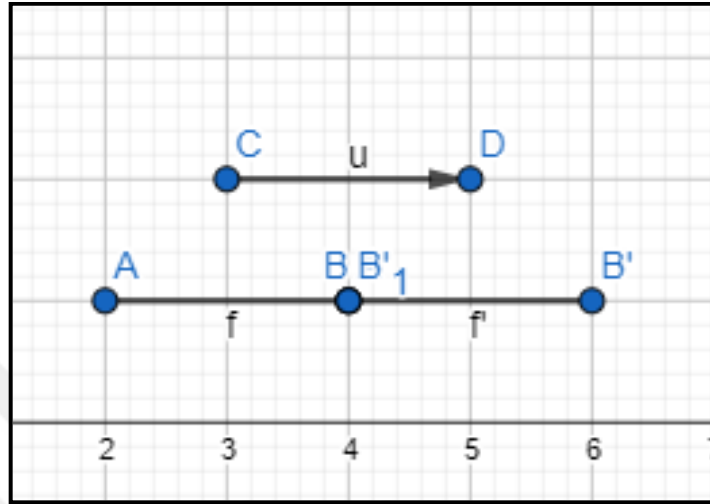
64. satırda Berkay ön bilgilerine dayanarak iki noktanın ötelenmesinin yeterli olduğunu 66. satırda bu iki nokta referans alınarak ötelemenin gerçekleşeceği dair geçiş işaretleri oluşturmuş ancak doğru parçasının üzerindeki tüm noktaların öteleme dönüşümüne tabi olacağını ifade edememiştir.

Öğrenciler ekranda AB doğru parçasını sürüklemişler ve tüm noktaların ötelendiğini belirtmişlerdir yani matematiksel işaretler oluşmuştur ancak öğrenciler fonksiyon kavramını kullanmamışlardır. Berkay sürükleme görevi ile tüm noktaların ötelenme dönüşümüne tabi olduğunu görmüş fakat tekrar sorgulayarak görevden farklı olarak artifakt kullanarak bireysel işaretler üretmeye şöyle devam etmiştir:

[68] Berkay: Hocam şöyle diyim ben size götürdüğümüz yöne ve ne kadar götürdüğümüze göre değişir.

[69] Berkay: Şöyle yapsak mesela... Mesela şu sabit kalsa...

Geogebra ekranına bir doğru parçası ve bir vektör çizip, doğru parçasını vektöre göre öteliyor. Şekil 3. 4. deki gibi öteleme dönüşümünü uyguluyor. Berkay'ın 69. satırda geçiş işaretleri ürettiği görülmektedir.

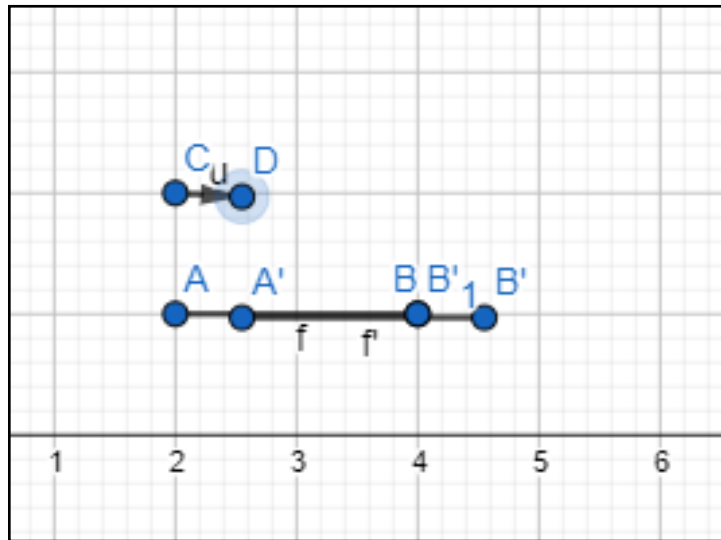


Şekil 3. 4. Berkay'ın tüm noktaların ötelendiğine dair ilk denemesi

İstediği olmadığı için tekrar deniyor çizdiği doğru parçası ve öteleme dönüşümü oluşan görüntüsünü üst üste getirmek için birkaç deneme yapıyor. Şekil 3. 5. deki gibi esas doğru parçası ve görüntüsü üst üste geldiğinde çakışan noktaların ötelenmeyeceğini düşünüyor.

Esas doğru parçası ve görüntüsü bir miktar çakıştığında:

[70] Berkay: O zaman tüm noktaları ötelememe gerek kalmaz.

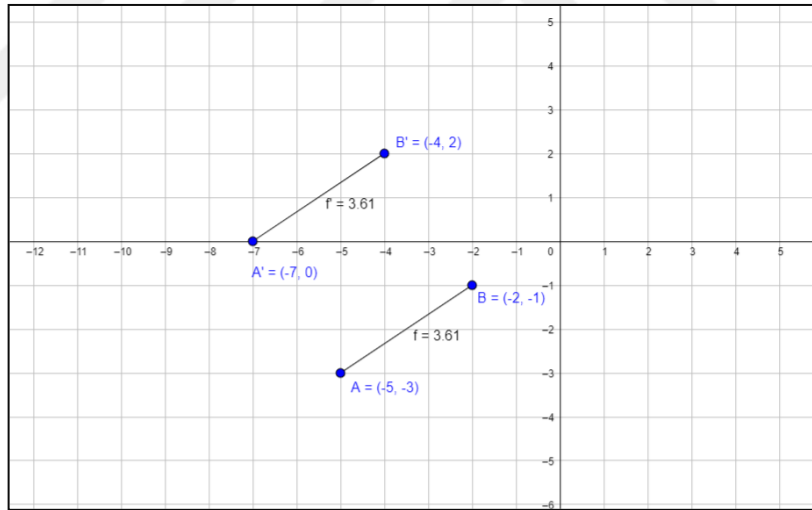


Şekil 3. 5. Berkay'ın doğru parçası ve görüntüsünü üst üste çakıştırması

Berkay öğretmenin başka bir görev için başlattığı kolektif tartışma sırasında doğru parçasının tüm noktalarının ötelenmediğine dair zihninde oluşturduğu hatalı göstergeleri (işaretleri) artifaktın semiyotik arabuluculuğundan yararlanarak düzeltmişliği görülmektedir. Artifakt olarak seçilen dinamik yazılımı Geogebra sayesinde Berkay fikrini Geogebra ekranında görselleştirmiş, doğru parçası ve görüntüsünün çakıştığını kolaylıkla fark etmiştir. Sınıfta Berkay'ın Şekil 3. 5. deki çizimi tartışılmış, öğrenciler doğru parçası ve görüntüsünün çakıştığını ifade etmişler ve tüm noktalarının ötelendiğine dair matematiksel anlamlara geçiş yapmışlardır.

3. 1.1.3. Düzlemde bir doğru parçası ve öteleme sonucu oluşan görüntüsü verildiğinde öteleme vektörünü bulma görevine ait işaretler

Geogebra ekranında öğrencilere şekil 3. 6. gösterildiği gibi bir doğru parçası ve öteleme sonucu oluşan görüntüsü verilmiş esas doğru parçası ve öteleme dönüşümü sonucu oluşan görüntüsünün uzunluğu görünür hale getirilmiştir, öteleme vektörünü bulmaları koordinatlarını çalışma kâğıtlarına yazmaları istenmiştir.



Şekil 3. 6. Öğrencilerin <https://www.geogebra.org/m/bgvuxnyz> adresinden eriştikleri öteleme vektörünü bulma görevi

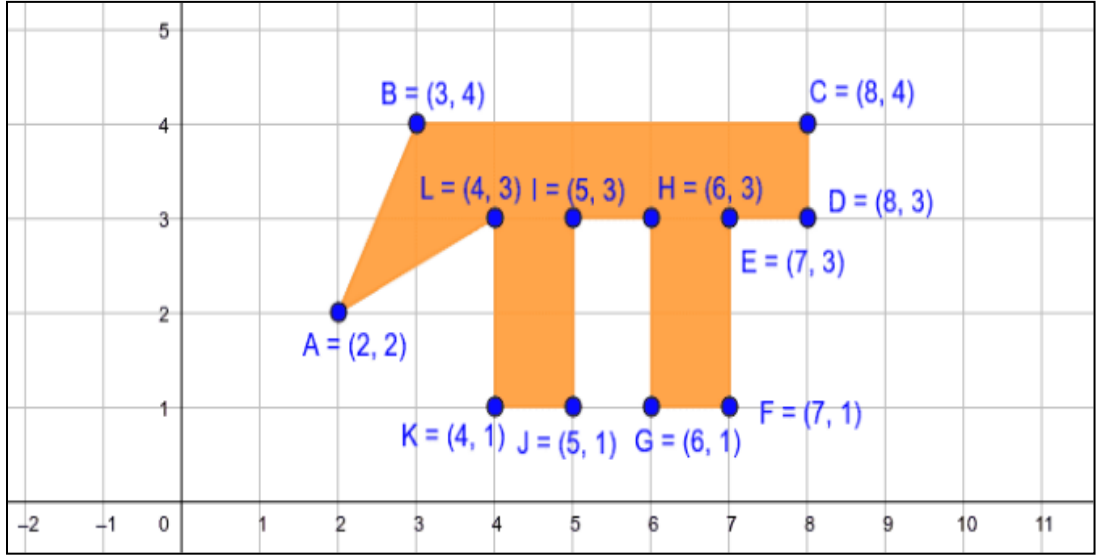
Bu görevde öğrencilerden artifaktı kullanarak öteleme vektörünü çizmeleri, öteleme vektörünün düzlemde konumunun değişmesinin ötelemenin sonucunu değiştirmeyeceğini farketmeleri, öteleme vektörünün koordinatlarını matematiksel olarak ifade etmeleri ve değişmeyenleri yorumlamaları beklenmektedir. Öğrencilerin A ve B noktalarını sürükleyip, AB doğru parçasının uzunluğunu değiştirdiklerinde öteleme sonucu oluşan görüntüsü A'B' doğru parçasında uzunluğunun da aynı miktarda değiştiğini farketmeleri beklenmektedir.

- [71] T: doğru parçası ve görüntüsü verilmiştir öteleme vektörünü bulabilir misiniz?
- [72] Dalyan: Şu an biz burada neyi bulacağız
- [73] Cemre: Öteleme vektörünü
- [74] Alya: -2 ye 3.
- [75] Dalyan: 2 birim sağ 3 birim aşağı gibi mi?
- Ayla arkadaşının hatasını düzeltiyor:
- [76] Alya: 2 birim sola 3 birim yukarı.
- [77] Dalyan: Ötelenen aşağıdaki imiş!

Bireysel/küçük gruplarla işaretlerin üretiminin görüldüğü diyaloglarda 73. ve 74. satırda öğrencilerin doğrudan matematiksel işaretler kullandıkları görülmektedir. Tesadüfi olarak 77. satırda Dalyan esas doğru parçası ve öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü karıştırdığı için aslında öteleme dönüşümü birebir ve örten bir fonksiyon olduğundan tersinin de bir fonksiyon olduğunu keşfetmiştir. Farkında olmadan yaptığı bu hatanın matematiksel anlamlara dönüşmesi için öğretmen müdahale etmiş ve öğrenciler vektörün ters yönlü olduğunda A'B' doğru parçasının görüntüsünün AB doğru parçasını olacağını ifade etmişlerdir. Öğrenciler fonksiyon kavramını bilmelerine rağmen “birebir ve örten bir fonksiyon” ve “ters fonksiyon” gibi matematiksel kavramları kullanmamışlardır.

3.1.1.4. Düzlemde bir geometrik şeklin bir vektör yardımıyla öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü bulma görevine ait işaretler

Öğrenciler düzlemde köşe noktaları ve köşe noktalarının koordinatları görünür hale getirilmiş bir geometrik şekil verilmiş öğrencilerden artifaktı kullanarak kendi çizdikleri bir vektör yardımıyla şekli ötelemeleri istenmiştir. Öğrencilerden öteleme vektörü sıfır vektörü olursa şeklin görüntüsünü (görüntü kümesi) yorumlamaları istenmiştir (Bknz. Şekil 3.7.).



Şekil 3. 7. Öğrencilerin <https://www.geogebra.org/m/qkbbyz6k> adresinden eriştikleri görevin ekran görüntüsü

Öğrencilerden beklenen geometrik şeklin sıfır vektörüne göre öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü ile esas şeklin çakıştığını belirtmeleridir. Bir önceki doğru parçasının ötelenmesi görevinde Berkay'ın esas doğru parçası ve görüntüsünün çakıştırmamasından doğan matematiksel işaretler sonrasında öğrenciler; artifaktı kullanmadan sıfır vektörüne göre geometrik şekil ötelendiğinde görüntüsü ile çakışacağını belirtmişlerdir.

Öğrenciler Geogebra ekranına istedikleri bir vektör çizip Geometrik şekli ötelemeden önce aralarında şu diyalog gerçekleşmiştir:

Geogebra ekranında verilen geometrik şekli inceliyorlar:

[78] Berkay: Neredeyse π sayısı.

[79] Dalyan: Çok uzun olmaz mı?

[80] Cemre: Hepsinden aynı eşitlikte mi? Her zaman mı?

[81] T: Evet. Peki, tüm noktalar için öteleme dönüşümünü gerçekleştirmemiz gerekiyor mu?

[82] Berkay: Evet maalesef.

[83] Alya: Aynı şekil olmaz mı?

[84] T: Peki tüm noktaları öteleyecek vaktimiz yoksa?

[85] Berkay: Hocam bir tanesini ötelerim çizerim.

Öğrenciler Geogebra'nın dönüşümler araçlarındaki nesneyi vektörle ötele aracını kullanmadan önce belirgin hale getirilen referans noktalarını tek tek ötelemeyi düşünüp 82. satırdaki gibi "Hepsinden aynı eşitlikte mi?" ile öteleme vektörünü dair bireysel metinleri kullandıkları görülmektedir.

Öğretmen 81. satırda geometrik şekil üzerinde belirgin hale getirilen ve getirilmeyen tüm noktaları kastederken öğrenciler referans noktalarına odaklanmışlardır. Yan yana oturan Alya ve Ediz artifaktın “şekli vektörle ötele” aracı ile öteleme dönüşümü gerçekleştirmiş, Berkay, Cemre, Dalyan ve Feza referans noktalarının görüntülerini işaretleyip şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü oluşturmuşlardır.

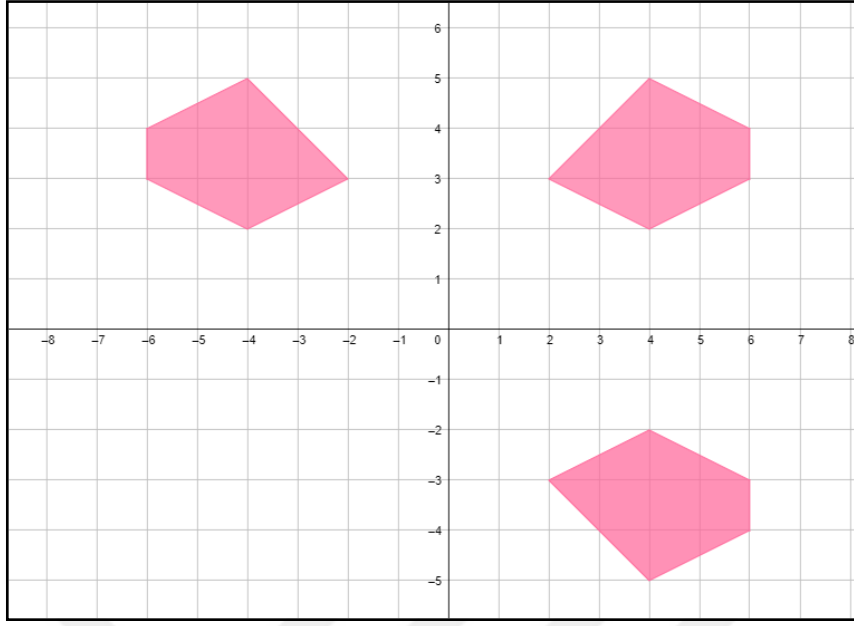
Öğrencilerden öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünü oluştururken referans noktalarının koordinatlarını ve görüntülerinin koordinatlarını kâğıtlara not etmeleri istenmiştir. Alya görüntüsünün koordinatlarını öteleme vektörü ile hesaplayarak hesaplayıp yazarken, diğer öğrencilerin ise Geogebra ekranında oluşturdukları görüntüden yararlanarak not almışları görüşmüştür.

3.1.2. Ön klinik görüşmelerde yansıma dönüşümüne ait bulgular

3.1.2.1. Düzlemde bir çokgen ve eksenlere göre yansıması altında görüntüleri “eş şekiller” görevine ait işaretler

Öğrencilere Geogebra ekranında Şekil 3. 8. deki gibi bir geometrik şekil ve eksenlere göre yansıması sonucu oluşan görüntüleri verilmiş şekillerin eş şekiller olup olmadıkları ve hangi dönüşüme tabi tutuldukları sorulmuştur.

Öğrenciler koordinat düzleminin birinci bölgesinde bulunan şekli geogebra ekranında sürüklediklerinde x eksenine ve y eksenine göre yansıma dönüşümü sonucu oluşan görüntülerinin de değiştiğini, esas şeklin koordinat sisteminin ikinci ve dördüncü bölgelerinde bulunan görüntülerini sürüklenmediğini görecektir. Öğrencilerden beklenen şekillerin eş olduğu, sadece yönlerinin farklı olduğu ve esas şeklin eksenlere göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri olabileceğini ifade etmeleridir.



Şekil 3. 8. Öğrencilerin <https://www.geogebra.org/m/reayewpk> adresinden eriştikleri görevin ekran görüntüsü

Öğrenciler Geogebra'nın *url* uzantısından göreve ulaşmışlar ve şu diyaloglar gerçekleşmiştir:

[86] Dalyan: Peki gerçekten eş şekiller mi hocam?

[87] Ediz: Çevireceğiz galiba.

[88] T: Sizce bu üç şekil birbirine eş midir?

Öğrenciler evet diye onaylıyor.

[89] Dalyan: Kesin değil!

[90] Cemre: Bence eşi.

[91] Dalyan: Bence eşi değil

[92] T: Eş diyenler neden öyle diyor?

[93] Cemre: Çünkü öyle gözüktüyor.

[94] Berkay: Hocam sanki yansıtılmış hali.

[95] T: Yansıtılmış hali mi, nereye göre yansıtılmış hali peki?

[96] Alya: Aşağı yukarıya döndürülmüş halleri var (simetriyi kastediyor)

[97] T: Peki bunu nasıl anlarız? Yansıma ne demektir peki?

[98] Cemre: Aynısının tersi, diğer tarafta oluyor.

Öğrencilerin 87. ve 93. satırlarda artifakta bağlı işaretler ürettikleri görülmektedir. Ön bilgilere sahip oldukları için 94. satırda olduğu gibi yansıma dönüşümü olduğunu belirtmişler, eksenlere göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini ifade ederken 96. ve 98. satırlarda görüldüğü gibi artifakta bağlı işaretler oluşturmuşlardır. Cemre “Aynısının tersi, diğer tarafta oluyor.” cümlesiyle yansıma dönüşümünün şekli korunurken yönelimini değiştirdiğine dair işaretler üretmiştir.

Öğrenciler eş şekiller etkinliğinde şekilleri sürükleyip inceliyorlar.

[99] Cemre: A evet hareket ettirdim

[100] Alya: Y eksenini.

[101] Dalyan: X'e, y'ye göre alttaki x eksenini.

[102] T: Peki değişmeyen korunan özellikler nelerdir?

[103] Berkay: Şeklin kendisi.

[104] Dalyan: Alanı.

[105] Berkay: Çevresi.

[106] T: Çok güzel. Şekil değişmiş mi burada?

[107] Dalyan: Hayır yönü değişmiş

[108] Berkay: Konumu, yönü.

Öğrenciler esas şekli koordinat düzleminin birinci bölgesine çizilen şekil olduğunu ifade etmişler ve eksenlere göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini 100. ve 101. satırlarda görüldüğü gibi yansıma dönüşümüne ait matematiksel işaretleri oluşturmuşlardır. Öğrenciler yansıma dönüşümünün geometrik özelliklerini artifakt yardımıyla incelemişler ve esas görüntüsü ve yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü incelediklerinde şeklin alanının, çevresinin değişmediğini konumu ve yönünün değiştiğini ifade etmekte zorlanmamışlardır.

3.1.2.2. Düzlemde bir noktanın x eksenine, y eksenine ve orijine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri görevine ait işaretler

Öğrencilerden düzlemde verilen bir A noktasını x eksenine, y eksenine, orijine ve kendi belirledikleri bir noktaya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüleri Geogebra ekranında oluşturmaları ve görüntülerinin koordinatlarını kâğıtlara not etmeleri istenmiştir.

Öğrencilerden <https://www.geogebra.org/m/zbppddaq> adresinden göreve ulaşmışlardır. Bu görevde öğrencilerden değişmezleri incelemeleri ve yorumlamaları ayrıca R^2 düzleminde verilen bir $A(x,y)$ noktasının koordinatlarını; sırasıyla x eksenine göre, y eksenine göre, orijine göre, bir $U(a,b)$ noktasına göre ve $y=mx+n$ doğrusuna yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmeleri beklenmektedir.

[109] Berkay: Dönüşümler; Doğruda yansı; Noktaya ve x eksenine tıkladım.

Artifaktın araçlarını kullanarak yaptığı dönüşümü sesli olarak ifade ediyor.

[110] T: Önce noktamızı x eksenine göre yansıtalım, görüntüsünün koordinatlarını kâğıtlara not edelim.

[111] Berkay: X eksenine göre yansıttığımızda oluşan görüntünün koordinatları (-3,-2).

[112] Feza: Orijine göre de nereye basacağız?

[113] Cemre: Sıfıra tıklamıyor muyuz?

[114] T: Evet (0,0) noktasını işaretleyelim

Orijine göre yansıtmak için dönüşüm araçlarından:

[115] Dalyan: Noktaya göre yansıt. (Şekil 3. 9. artifaktı kullanımı)

[116] T: Peki neler değişti?

[117] Dalyan: Hocam değişen bir şey yok eksi vardı artı oldu.

[118] T: Yani değişen var değil mi?

[119] Dalyan: x artı oldu.

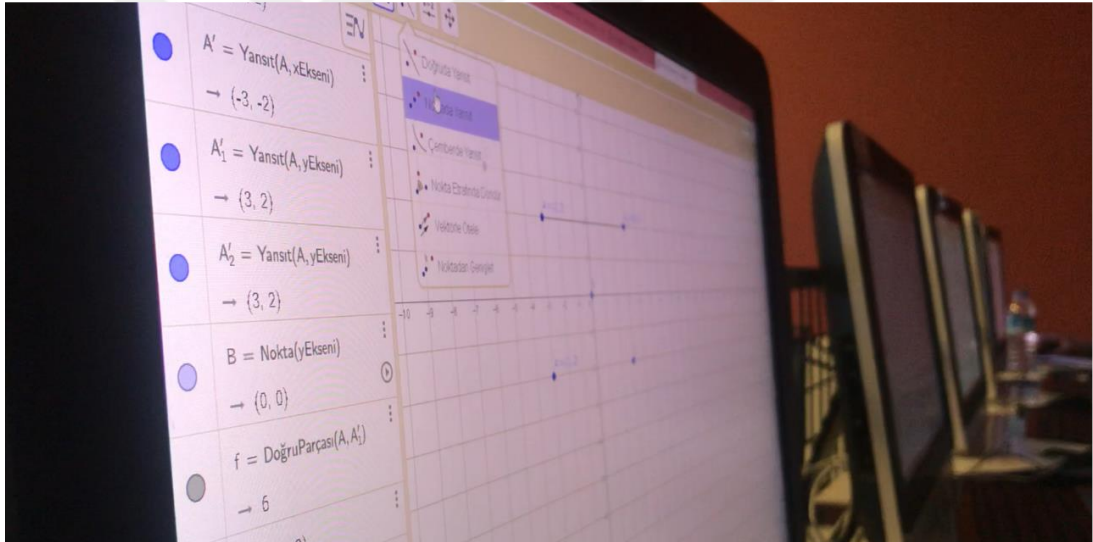
[120] T: x eksenine göre yansıttığımızda noktanın sadece hangi değeri değişiyor?

[121] Feza: Hocam negatifti pozitif oluyor.

[122] T: Hangi değeri ama?

[123] Feza: Baştaki

[124] Berkay: Hayır y.



Şekil 3. 9. Dalya'nın noktaya göre yansıma aracını kullanması

[125] T: y eksenine göre yansıttığımızda hangi değeri değişir?

[126] Berkay: (3,2) (Şekil 3.10. de görüldüğü gibi not alıyor.)

[127] Cemre: x değişiyor.

[128] T: Peki orijine göre yansıttığımızda?

[129] Dalyan: O zaman bütün işaretleri değişiyor.

Nokta	x eksenine göre yansıması	y eksenine göre yansıması	orijine göre yansıması	B(,) noktasına göre yansıması
A(-3,2)	$(-3,-2)$	$(3,2)$	$(3,2)$	$(-6,3)$

Şekil 3. 10. Berkay'ın A noktasının yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin koordinatlarını not aldığı çalışma kâğıdı

Öğrenciler artifakt ile gerçekleştirdikleri yansıma dönüşümleri sonucu artifakta bağlı işaretler oluşturmuşlardır. 109. ve 110. satırlarda Berkay'ın artifakt kullanımı ve görev kâğıtları yardımıyla matematiksel metinler kullandığı görülmektedir. 119. ve 129. satırda Dalyan değişen koordinatları inceleyerek artifakta bağlı işaretler ürettiği görülmektedir.

A noktasının bir noktaya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü hesaplamak için öğrenciler Geogebra ekranında bir nokta işaretlemişlerdir, öğretmen A noktası ve görüntüsü A' noktasının yansıma eksenine uzaklığının değişmediğini; yansıma ekseninin ya da noktasının esas nokta ve görüntüsünün tam orta noktasında olduğunu öğrencilerin keşfetmeleri ve ifade etmeleri için kolektif tartışmayı şu şekilde başlatmıştır:

[130] T: Yansımada neler korunuyor?

[131] Dalyan: Uzunluk, alan..

Geogebra ekranında A noktası ve görüntülerini inceliyorlar.

[132] Berkay: Simetri eksenini tam ortasında.

[133] T: Tam orta noktasında mı bakalım mı? A noktası ve görüntüsü A' noktasını birleştirelim. Bir doğru parçası oluşturalım. Ve araçlardan orta dikme yardımıyla orta noktasını bulalım.

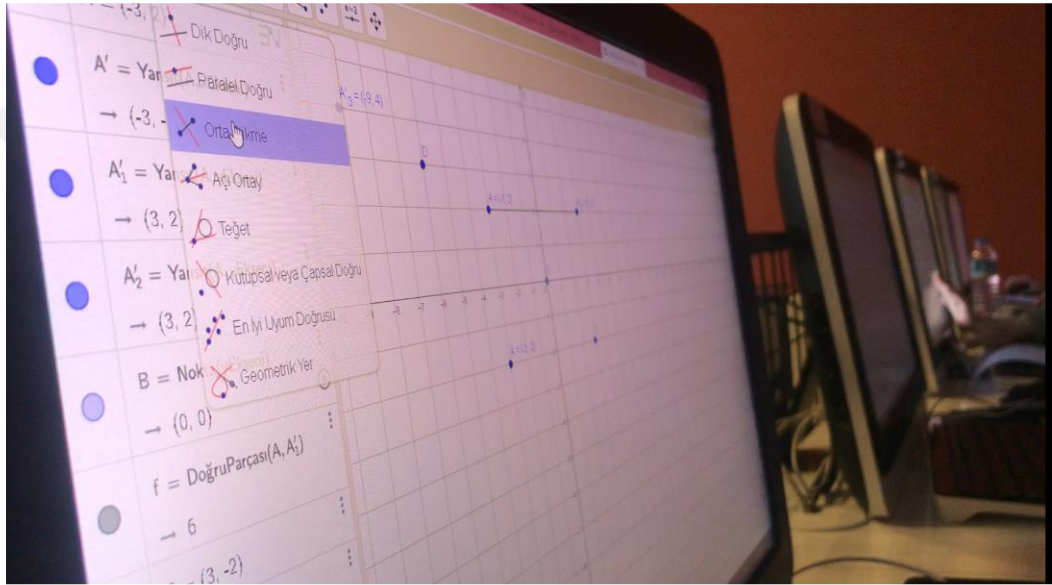
Öğrenciler simetri ekseninin esas nokta ve görüntüsünün tam ortasında yer aldığını Geogebra ekranında kareli zemin açık olduğunda kolayca görebilmiş 132. satırda olduğu gibi bireysel metinlerle ifade etmiş ancak “orta dikme” kavramını kullanmamışlardır. Öğrencilerinin sınıf seviyesi gereği orta dikme kavramına aşina oldukları için kavramı ilk defa öğretmen kullanmıştır.

Öğrenciler artifakt yardımıyla A noktası ve y eksenine göre görüntüsünün orta dikmesini oluşturup (Bknz. Şekil 3. 11.), yansıma ekseninin y eksenini olduğunu görüyor:

[134] Cemre: Aa bu çok iyi!

[135] T: Eksenlere göre yansıttığımızda sıkıntı yok, A noktamızı bir noktaya göre yansıtmak istesek? Herkes bir nokta seçsin.

Öğrencilerin hepsi farklı noktalar seçip ve yansıma dönüşümünü gerçekleştirmişlerdir. Öğretmenin yansıma noktası ile esas nokta ve yansıma noktası ile görüntüsünün eşit olduğunu tekrar gözlemlmeleri için artifakt yardımıyla uzaklıklarını ölçmelerini istemiştir. Öğrenciler esas nokta ve görüntüsünün yansıma noktasına eş uzaklıkta olduğunu Geogebra ölçüm aracını kullanarak tekrar ifade etmişlerdir.



Şekil 3. 11. Öğrencilerin simetri eksenini bulmak için orta dikme aracını kullanması

Koordinatları incelenmek istendiğinde herkes farklı nokta seçtiği için koordinatları incelemek zorlaştığı için öğretmen:

[136] T: Herkes düzlemde (-6,3) noktasını işaretlesin.

Kâğıtlara herkes (-6,3) yazıyor, seçtikleri noktaya göre A noktasını yansıtıp (bknz. Şekil 3. 12.) koordinatlarını kâğıda not düştüler.

[137] Cemre: (-9,4) yaptım ben.

[138] T: Yansıma noktasının koordinatlarını nasıl elde ederiz?

Öğrenciler farklı şeylerle ilgilenmeye başlayınca –Şekil 3.14. te görüldüğü gibi orta dikme çiziyorlar- öğretmen soru şu şekilde tekrar düzenlemiştir:

[139] T:Yansıma ekseninin koordinatlarından x'in değerini nasıl bulursunuz? Yani -9 ile -3'ün tam orta noktasını nasıl bulurum?

[140] Berkay: 6 (işaretini belirtmemiş)

Öğretmen diğer öğrencilerinde tartışmaya katılmalarını sağlamak için:

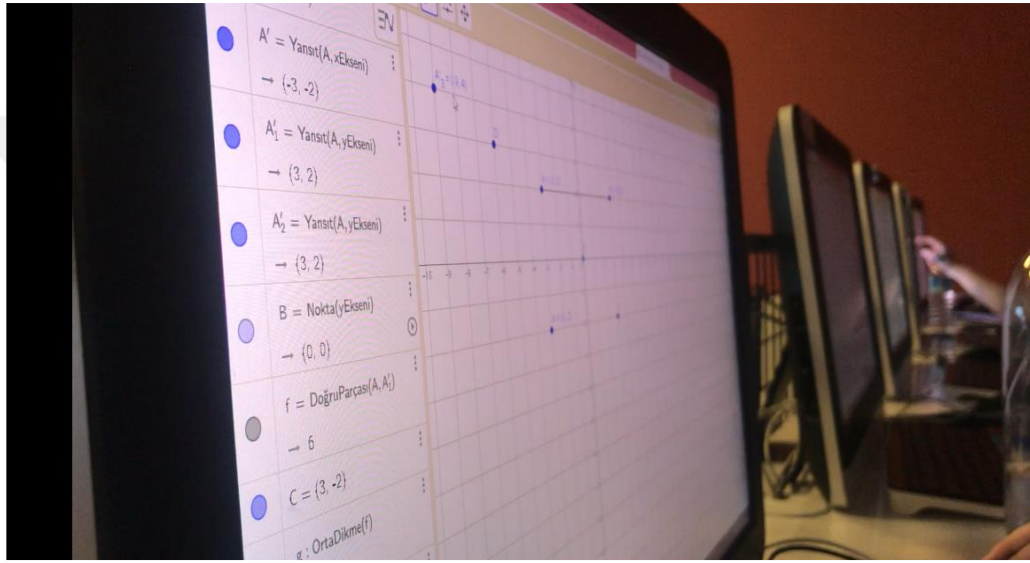
[141] T: Nasıl yaptın?

[142] Berkay: Çıkardım. Çıkarsam aslında -12 olması gerekiyor yok yok. (hata yaptığı için heyecanlanıyor.)

[143] Dalyan: 3 eksi -9 (ekranda gördüğü -6 sayısını oluşturmak için denemeler yapıyor.)

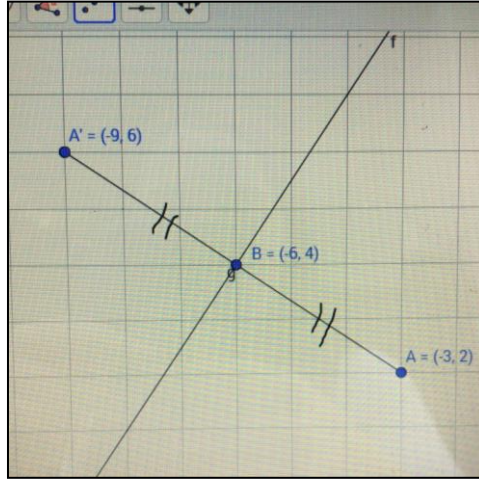
[144] Berkay: Aaa hocam ben şu an mantıklı buldum -9 ile -3'ü topladık -12 ikiye böl -6!

136. satırda öğretmen herkesin aynı noktayı seçmesini isteyerek artifaktın belirli unsurlara odaklanma, sonrasında öğrencilerin artifakt ile deneyimlerini yeniden yapılandırmaları için göreve geri dönüş için soru sorma ve 141. satırda öğrencilerden sentez yapmasını isteme işlemlerini gerçekleştirmiştir.



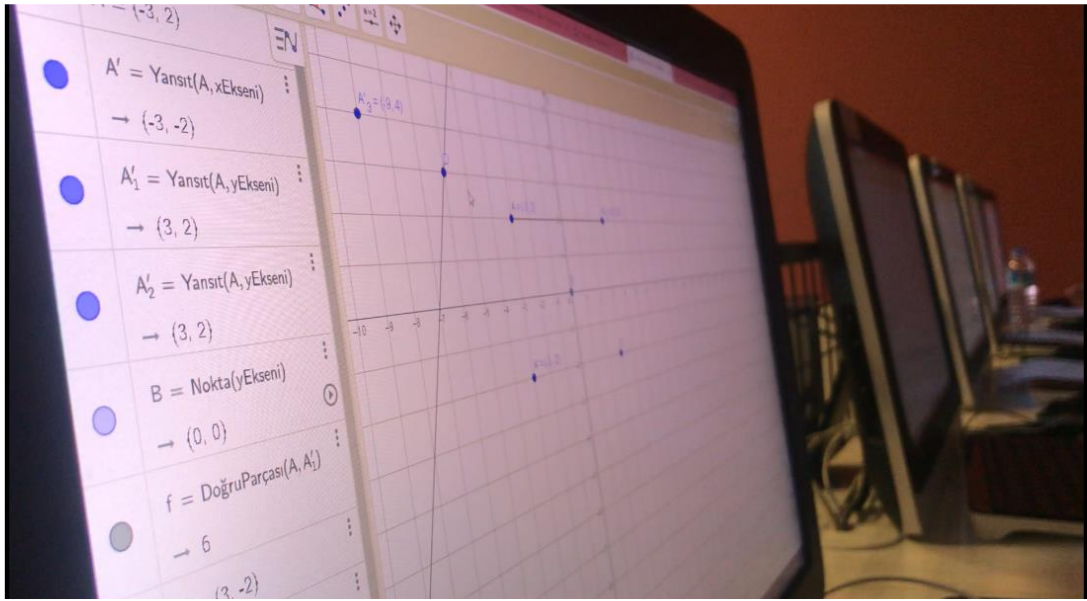
Şekil 3. 12. Öğrencilerin A noktasının düzlemde D(-6,3) noktasına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü oluşturmaları

Cemre 137. satırda A(-6,3) noktasının düzlemde D(-6,3) noktasına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını artifakt yardımıyla kolayca ifade ederken öğrencilerden bazılarını yansıma noktasının koordinatlarını görünür hale getiremedikleri için öğretmen özellikler kısmında “adı ve değeri göster” aracıyla koordinatlarını görünür hale getirmelerini istemiştir. Öğretmen de akıllı tahtaya yansıttığı kendi bilgisayarının ekranında da yansıma dönüşümünü uygulamış ve simetri eksenine uzaklığın eş olduğunu Şekil 3. 13. deki gibi belirtmiştir.



Şekil 3. 13. Öğretmenin akıllı tahtaya yansıyan ekran görüntüsü

Öğretmen 138. satırda kolektif tartışmayı başlatmak için bir soru yöneltilmiş didaktik döngüdeki göreve geri dönüş için soru sorma rolü gereği öğrencilerin odağını tekrar çekmek için sorusunu “Yansıma ekseninin koordinatlarından x’in değerini nasıl bulursunuz? Yani -9 ile -3’ün tam orta noktasını nasıl bulurum?” şeklinde düzenleyerek tekrar yönlendirmiştir. Öğretmen istediği yanıt alamayınca öğrencileri tartışmaya çekmek için 141. satırda Berkay’dan nasıl yaptığını anlatmasını istemiştir. Berkay sesli düşünerek ifade ederken işaretlerini yeniden düzenlemiş ve 144. satırda artifakta bağlı işaretler oluşturmuştur.



Şekil 3. 14. Öğrencilerin orta dikme aracıyla simetri eksenini oluşturmalarına dair ekran görüntüsü

Öğretmen düzleminde verilen bir $A(x,y)$ noktasının koordinatlarının yansıma dönüşümü sonrasında oluşan görüntülerinin koordinatlarını öğrencilerin cebirsel olarak ifade etmeleri için aşağıdaki soruları yöneltip kâğıtlara not almalarını istemiştir.

[145] T: x eksenine göre yansıttığımda bir $A(x,y)$ noktasının koordinatları ne olur?

[146] Cemre: $(x,-y)$

[147] Feza: Doktor gibi oldum ekrandan kontrol edip kâğıda yazıyorum.

[148] T: y eksenine göre yansıma dönüşümü altında A noktasının koordinatları ne olur?

[149] Cemre: $(-x,y)$ (Şekil 3. 15. deki gibi kâğıda not almıştır.)

[150] Berkay: Çözdüm bu işi. (Cebirsel ifadeleri kendileri oluşturdukları için gülerek ifade ediyor)

[151] T: Orijine göre yansıma dönüşümünü aldığımızda A noktasının koordinatları ne olur?

Sınıf $(-x, -y)$ olduğunu ifade etmiştir.

Öğrencilerin noktanın yansıma dönüşümü sonucu değişmezleri incelemesi görevi sonrasında bir $A(x,y)$ noktasının koordinatlarının yansıma dönüşümü sonrasında oluşan görüntülerinin koordinatlarını 146. ve 149. satırlarda cebirsel olarak ifade ettikleri yani matematiksel işaretlere dönüştürdükleri görülmektedir.

Berkay'ın 150. satırda formül olarak sunulan cebirsel ifadeleri kendisi oluşturduğu için mutlu olduğu anlaşılmaktadır. Öğrenciler $A(x,y)$ noktasının x eksenine göre, y eksenine göre ve orijine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü cebirsel/matematiksel olarak ifade etmekte zorlanmamışlardır.

$A(x,y)$ noktasının x eksenine göre yansıması	$A' (x, -y)$
$A(x,y)$ noktasının y eksenine göre yansıması	$A' (-x, y)$
$A(x,y)$ noktasının orijine göre yansıması	$A' (-x, -y)$

Şekil 3. 15. Cemre'in A noktasının yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini cebirsel olarak ifade ettiği kâğıt

$A(x,y)$ noktasının bir $U(a,b)$ noktasına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmek için; artifakt yardımıyla

yansıma noktasının esas nokta ile görüntüsünün tam orta noktası olduğunu fark etmişler ve kağıt ve kalem kullanarak;

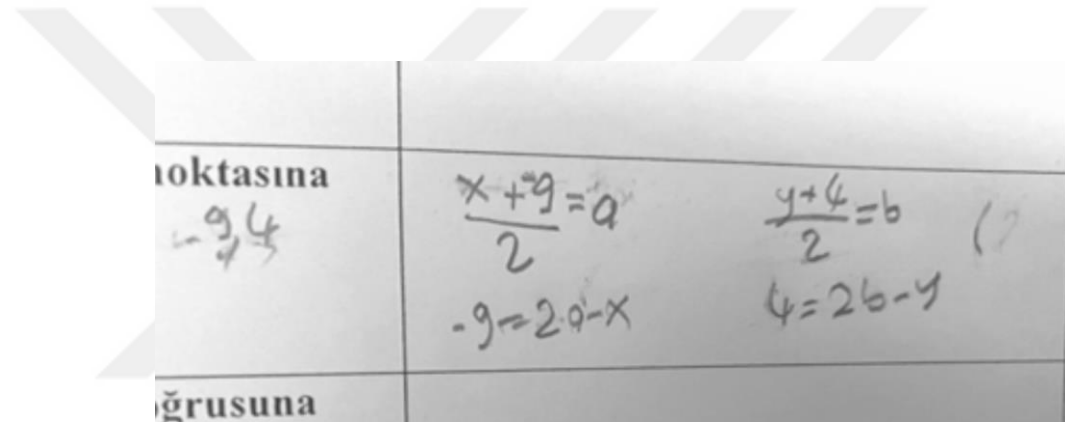
$A(x,y)$ noktasının bir $U(a,b)$ noktasına göre yansıma dönüşümü görüntüsünün koordinatlarını $A'(x',y')$ olsun. U noktası A ile A' ün tam orta noktası olduğundan;

$$a = \frac{x+x'}{2} \text{ ve } b = \frac{y+y'}{2} \text{ olduğundan}$$

$$x' = 2a - x \text{ ve } y' = 2b - y \text{ elde edilir.}$$

Dolayısıyla A' noktasının koordinatları $A'(2a-x, 2b-y)$ olur.

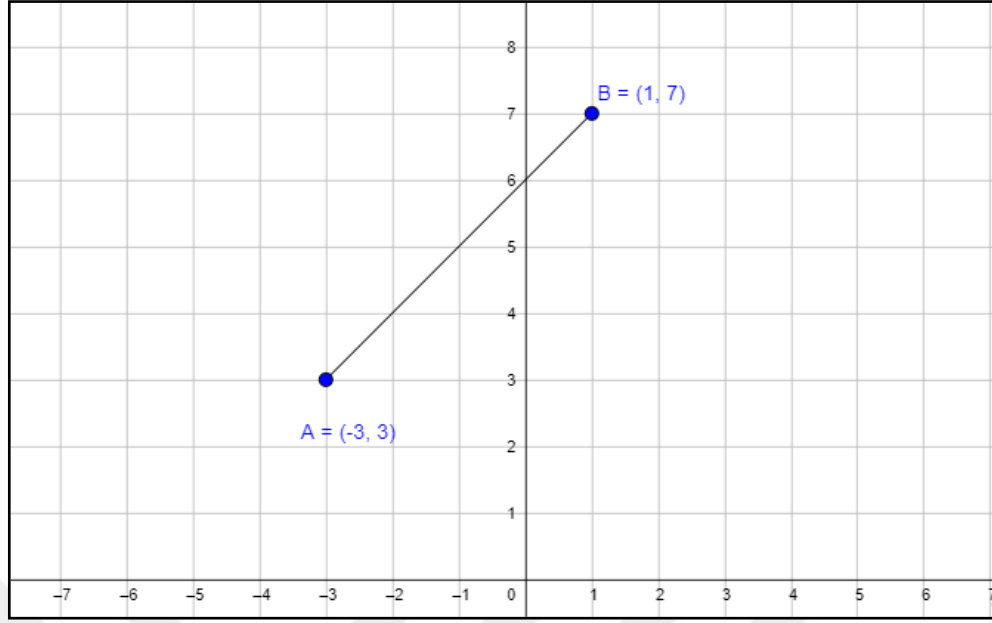
Şeklinde matematiksel işaretler oluşturmuşlardır. Öğrencilerin çalışma kâğıtları incelendiğinde sadece Berkay'ın Şekil 3. 16. deki gibi cebirsel olarak ifade ettiği görülmektedir.



Şekil 3. 16. Berkay'ın $A(x,y)$ noktasının $U(a,b)$ noktasına göre yansımasına ait çalışma kağıdı

3.1.2.3. Düzlemde bir AB doğru parçasının y eksenine göre yansıması görevine ilişkin işaretler

Öğrencilere Geogebra ekranında y eksenini bir noktada kesen AB doğru parçası verilmiş ve öğrencilerden y eksenine göre yansımasını oluşturup yorumlamaları istenmiştir (Bknz. Şekil 3.17.). Alan yazın incelendiğinde öğrencilerin kalem kağıt kullanarak yansıma dönüşümü gerçekleştirdiklerinde genellikle hata yaptıkları bir yansıma olduğu içinde seçilmiştir.



Şekil 3. 17. Öğrencilerin <https://www.geogebra.org/m/ddhzjz3s> adresinden eriştikleri yansıma görevinin ekran görüntüsü

Öğrencilerden beklenen yansıma dönüşümün koruduğu özellikleri fark etmeleri ve (0,6) noktasında AB doğru parçasının ve görüntüsünün çakıştığının farkında olmaları ve doğru parçası ile görüntüsünün y eksenine eş uzaklıkta olduğunu ifade etmeleridir. Öğretmen yansıma dönüşümünün koruduğu özellikleri öğrencilerin ifade etmeleri için kolektif tartışmayı şöyle başlatmıştır.

[152] T:Seda Balcı'de AB'nin y eksenine göre yansıması görevini açalım.

Öğrenciler Geogebra ile AB doğru parçasını y eksenine göre yansıtıyorlar.

[153] T: Peki yansıma dönüşümü uyguladığımızda sadece bir nokta mı yansıdı?

[154] Cemre: İki nokta, bir A bir de B.

[155] T: Sadece A ve B noktalarını yansıdı sizce?

[156] Cemre: Başka ne yansıdı?

[157] Alya: Doğru üzerindeki tüm noktalarda yansır.

[158] T: Evet doğru üzerindeki tüm noktalarda yansır. Biz kolaylık olsun diye neyi referans alıyoruz?

[159] Alya: A, B noktasını.

[160] T: A ve B noktalarını, iki nokta referans alıyorduk peki y eksenini bu yansıttığımız AB doğrusuyla görüntüsün tam neresinde?

[161] Berkay: Nasıl yani?

[162] Cemre: Tam tersinde mi ayna yansıması. Ayna yansıması değil mi aslında?

[163] T: Evet ayna yansıması aslında tam orta noktası değil mi?

[164] Cemre: Evet orta dikme

[165] T: Değişenler neler?

[166] Cemre. Doğru parçaları yeni yönleri değişti.

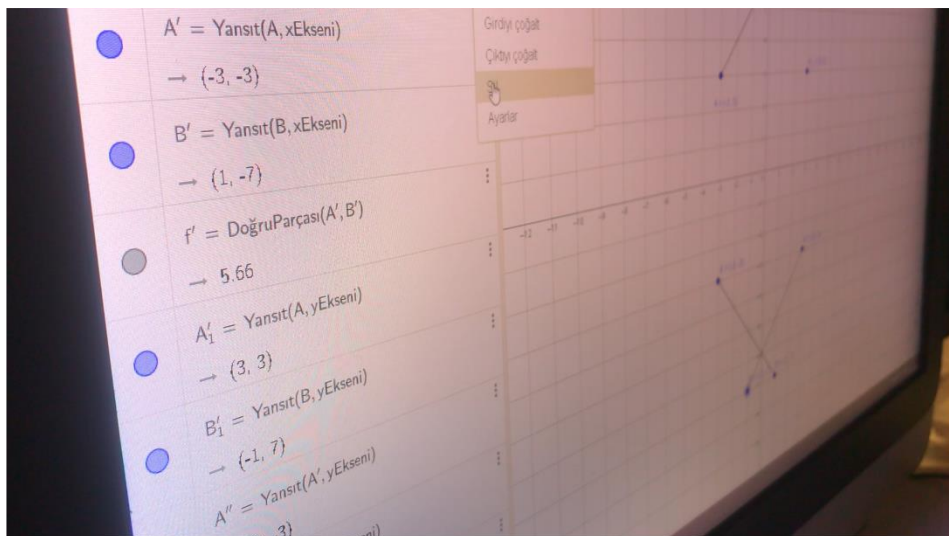
[167] Dalyan: İşaretleri.

[168] T: Sadece hangisinin işaretleri değişti? (Öğretmen noktanın koordinatlarını kastediyor.)

[169] Dalyan: x in hocam.

Diyaloglarda görüldüğü gibi 154. satırda Cemre önce A ve B noktalarının y eksenine göre yansımaları alıp doğru parçasını oluşturduğu için yansıma dönüşümünün sadece iki nokta için gerçekleştiğini ifade etmiş öğretmen soruyu tekrar yönlendirince Alya “Doğru üzerindeki tüm noktalarda yansır.” diyerek arkadaşının hatasını düzeltmiştir. Öğretmen korunan geometrik özellikleri öğrencilerin ifade etmeleri için 158. satırda belirli unsurlara odaklanmaları için tekrar bir soru yöneltmiş öğrenciler “Doğru parçaları yeni yönleri değişti.” şeklinde artifakta bağlı oluşturdukları işaretlerle ve 169. satırda referans noktalarının koordinatların değiştiğini ifade etmekle yetinmişlerdir. Öğrencilerin bireysel metinler yerine artık “ayna yansıması” ve “orta dikme” gibi matematiksel ifadeler kullandıkları görülmektedir.

Video kayıtları incelendiğinde artifakt olarak seçilen Geogebra’yı öğrencilerin ilk defa deneyimlemelerine rağmen, teknolojiyi etkin bir şekilde kullandıkları, birçok aracı öğretmenin yardımı olmadan, kendileri keşfederek kullandıkları görülmüştür. Mesela öğrenciler Geogebra’nın sadece çizim ekranını değil cebir ekranını da kullanmışlar ve çizimlerini cebir ekranından da düzenledikleri Şekil 3. 18. deki gibi görülmektedir. Berkay doğru parçasını sadece y eksenine göre değil x eksenine ve tekrar y eksenine göre yansıtmış cebir ekranından çizimlerini düzenlemiştir. 12. sınıf matematik derslerinde artifakt olarak dinamik geometri yazılımları uygun olduğu söylenebilir.



Şekil 3. 18. Berkay’ın çizimlerini düzenlemek için cebir ekranını kullanması

3.1.2.4. Düzlemde bir EF doğru parçasının y eksenine göre yansıması görevine ilişkin işaretler

Öğrencilere <https://www.geogebra.org/m/gptednae> adresinden eriştikleri Geogebra ekranındaki EF doğru parçası verilmiş eksenlere göre yansımasını oluşturup yansıma dönüşümünün koruduğu özellikleri yorumlamaları istenmiştir.

[170] Cemre: Ben bu dersi sevdim.

[171] T: Eksenlere göre yansıtalım EF yi.

[172] Berkay. Orijine göre de mi yansıtacağız? (Bknz. Şekil 3. 19.)

[173] T: İstersen yansıtabilirsin. Orijin bir nokta olduğu için nokta da yansıt butonunun kullanacağız.

[174] Dalyan: Bitti hocam bu kadar.

Öğretmen öğrencilerin arasında dolaşıyor.

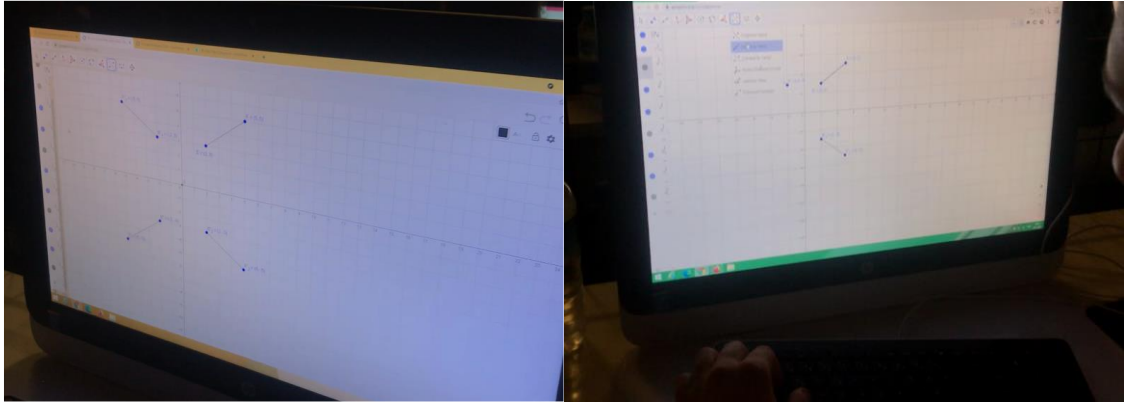
[175] T: Güzel herkes yansıtmış.

[176] T: Önce doğru parçasına sonra eksenlerden birine tıklıyoruz.

Berkay Ediz'e anlatıyor.

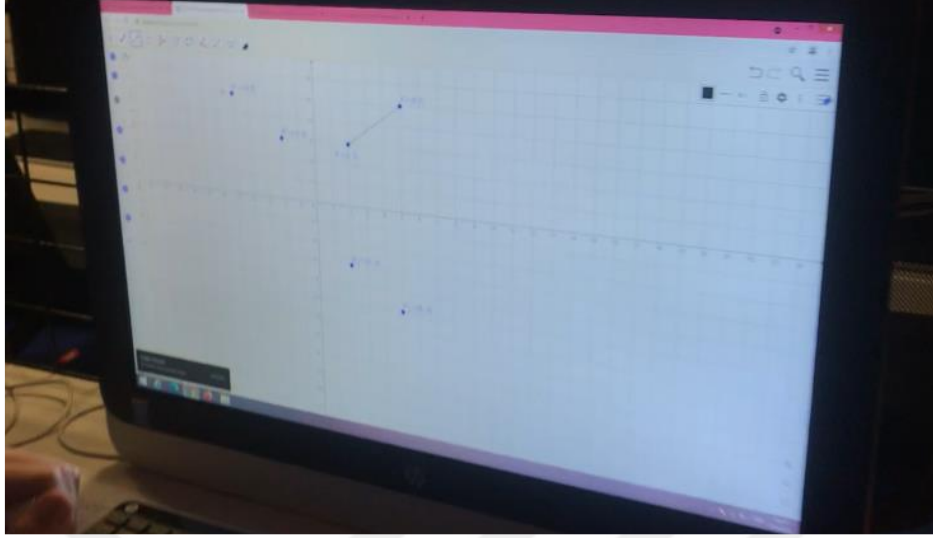
[177] Berkay: Doğruda yansıt bas, şuna bas siyaha, buna bas.

Öğrenciler artifaktı kullanarak EF doğru parçasının eksenlere göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini oluşturmuş artifaktı severek ve etkin şekilde kullanmışları görülmüştür.



Şekil 3. 19. Berkay'ın artifaktı kullanarak EF doğru parçasının yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini oluşturması

Burada dikkat çeken video kayıtları incelendiğinde öğretmen öğrencilerin arasında dolaşırken Ediz'in Şekil 3. 20. deki gibi sadece noktaları yansıttığını fark etmemiş Berkay'ın 177. satırda görüldüğü gibi arkadaşına bireysel metinleriyle yardımcı olduğu görülmektedir. Bu artifaktın küçük gruplarla işaret üretimi ve sosyal ortamda artifakt ile etkileşimin gerçekleştirilmesinin önemini göstermektedir.



Şekil 3. 20. Ediz'in EF doğru parçasının sadece referans noktalarını yansıtmasına dair görüntü

Öğretmen süreci şu şekilde düzenliyor:

[178] T:.... Herkesin $y=mx$ doğrusu çizmesini istiyorum. Doğru denklemlerini hatırlayan var mı geçen sene analitik geometriden?

Öğrenciler hatırlamadıklarını ifade edince öğretmen öğrencilerden araçlar kısmından bir doğru çizmelerini istiyor.

...

[179] Dalyan: Kaça kaç yapalım

[180] T: İstedığınız bir doğru olabilir.

[181] Ediz: Bir nokta koyup öyle doğru çizmeyecek miyiz? Bir dakika öyle olmaz tabi! (Geogebra ekranında doğru inşa etme aracından denediği sırada.)

[182] T: çizdiğiniz doğruya göre EF doğru parçasının yansıtmanızı istiyorum.

Öğretmen öğrencilerin arasında dolaşıyor.

[183] T: Doğru parçası çizmişsin istersen doğru çiz.

[184] Feza: Ama bu kocaman oluyor!

[185] Dalyan: Hocam çok garip bir şey çıktı ortaya.

[186] Cemre: Hocam doğru çizip ne yapacağız şimdi?

[187] T: Herkes çizdiği doğruya göre EF'yi yansıtın.

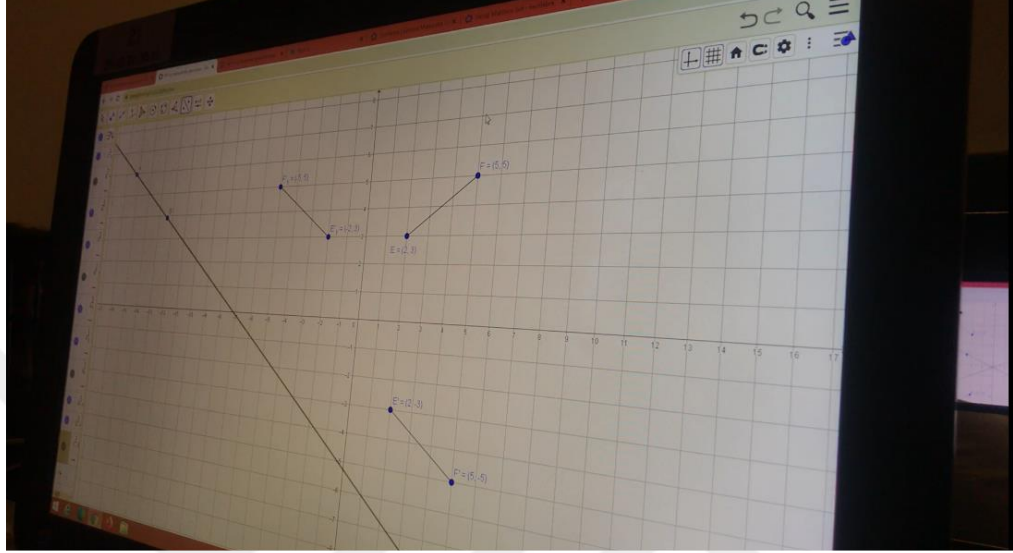
...

[188] T: Nokta ile görüntüsünün tam orta noktasına ne diyorduk?

[189] Cemre: Orta dikme.

Bu diyalog öğrenciler artifakt olarak Geogebra'yı kullanarak dönüşümlerle ilgili görevleri gerçekleştirirken aynı zamanda geometrik kavramların; bireysel anlamlarından matematiksel anlamlara evrimine yardımcı olduğunu göstermek için seçilmiştir. Öğrenciler öteleme dönüşümü gerçekleştirilirken iki noktadan bir doğru geçtiğini ifade

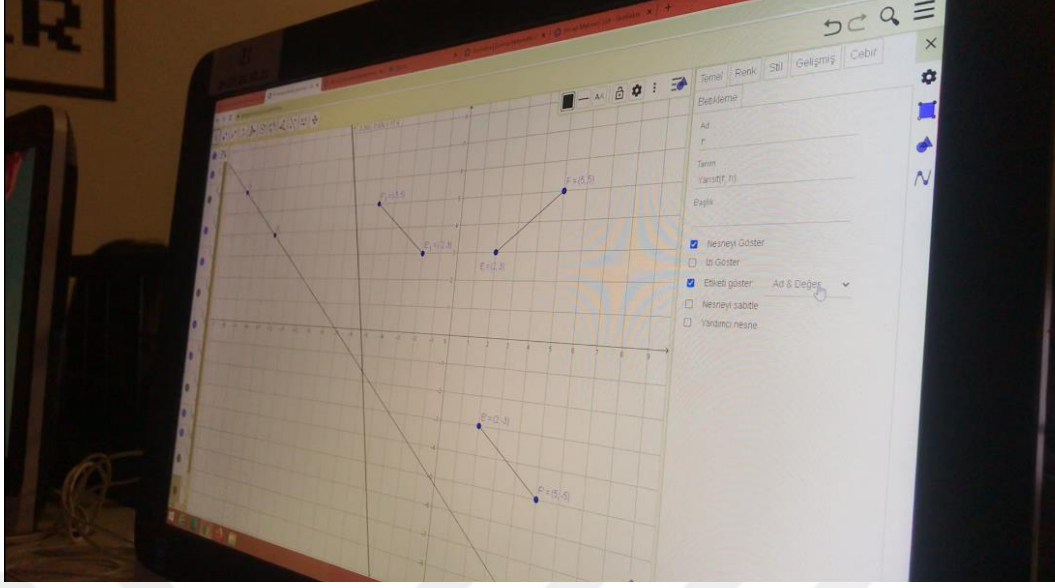
etmelerine rağmen Ediz artifaktı kullanırken 181. satırda yanlış bir ifade kullanmış, doğru çizebilmesi için Geogebra ekranında iki nokta işaretlemesi gerektiğinden ifadesinin yanlış olduğunu fark edip hemen düzeltmiştir (Bknz. Şekil 3. 21.).



Şekil 3. 21. Ediz'in geogebra ekranında doğruyu inşa etmesi

Öğrencilerin kâğıt kalem kullandıkları geleneksel öğrenme ortamlarında doğru sınırlı çizildiğinden Feza ekrana bir doğru parçası çizmiş öğretmen doğru parçası değil, doğru inşa etmesini isteyince 184. satırda Feza “Ama bu kocaman oluyor!” cümlesiyle geçiş işareti oluşturmuştur. Feza aslında doğrunun her iki ucunun sonsuza gittiğini bilse de dinamik geometri yazılımı ekranında alışkın olduğunun dışında görmesi doğru kavramını tekrar yapılandırmasını sağlamıştır.

Video kayıtları incelenirken öğrencilerin artifaktı kullanırken bir hata yaptıklarında hatalarının ne olduğunu anlamaları için geometrik nesnelerin özellikler sekmesinden “adı ve değeri göster” gibi araçları kullanarak değerleri görünür hale getirip (Bknz. Şekil 3. 22.) hatalarını araştırdıkları görülmüştür bu da çalışmada bu sınıf seviyesinde artifakt olarak Geogebra’nın seçilmesinin öğrencilerin matematiksel anlamların evrimine katkı sağlayacağını göstermektedir.



Şekil 3. 22. Öğrencilerin artifakt etkin şekilde kullanmalarına dair ekran görüntüsü

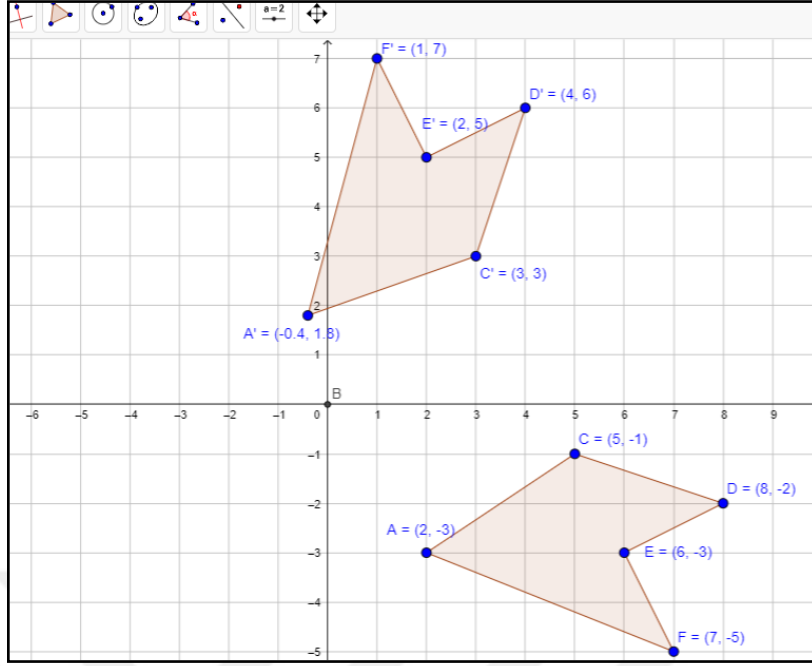
Öğrenciler görev kâğıtlarında olmasa da EF doğru parçasının orijine göre yansımasını da Şekil 3. 23. deki gibi inşa etmişlerdir.



Şekil 3. 23. Öğrencilerin Geogebra ekranında EF doğru parçasının yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini inşasına dair ekran görüntüsü

3.1.2.5. Düzlemde verilen ACDEF çokgeninin yansıma eksenini bulma görevine ilişkin işaretler

Öğrencilere Geogebra ekranında köşe noktalarının koordinatları ve kareli zemin belirgin hale getirilmiş bir ACDEF çokgeni ve yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü verilmiş ve öğrencilerden eksenini bulmaları istenmiştir (Bknz. Şekil 3. 24.).



Şekil 3. 24. Öğrencilerin <https://www.geogebra.org/m/zjuz8yyt> adresinden eriştikleri yansıma eksenini bulma görevine ilişkin ekran görüntüsü

Öğrencilerden beklenen artifaktın orta dikme aracını kullanarak ya da çokgenin belirgin hale getirilen köşe noktalarının koordinatları ile görüntülerinin koordinatlarının orta noktasını hesaplayıp o noktalardan geçen bir doğru inşa etmeleridir.

[190] Cemre: Aaa! Bunlarda hiçbir şey değişmiyor hatırlıyorum! (Eş şekiller mi? Görevinden bahsediyor.)

[191] T: Geometrik bir şekil var, bir çokgen var, yansıma eksenini çizmenizi istiyorum.

[192] Berkay: Aaaa! Çok kolay anladım ne istediğini!

[193] Dalyan: Yine mi yansıtacağız?

[194] T: Yok bu sefer yansıma eksenini bulacağız dörtgen ve görüntüsü verilmiş ekranda bize.

[195] Berkay: Yani biz orta noktasını bulacağız? (Öğretmen Berkay'ı duymuyor tekrar soruyor.)

[196] T: Yani tam neyi bulmanız gerekiyor?

[197] Feza: Doğruyu hocam.

[198] Cemre: Orta dikmeyi.

Biri “Aynayı” diyor.

[199] T: Yani aynanın nerede olduğunu bulun ayna nere konmuştur sizce?

Araçlardan yansıma eksenini araştırıyor.

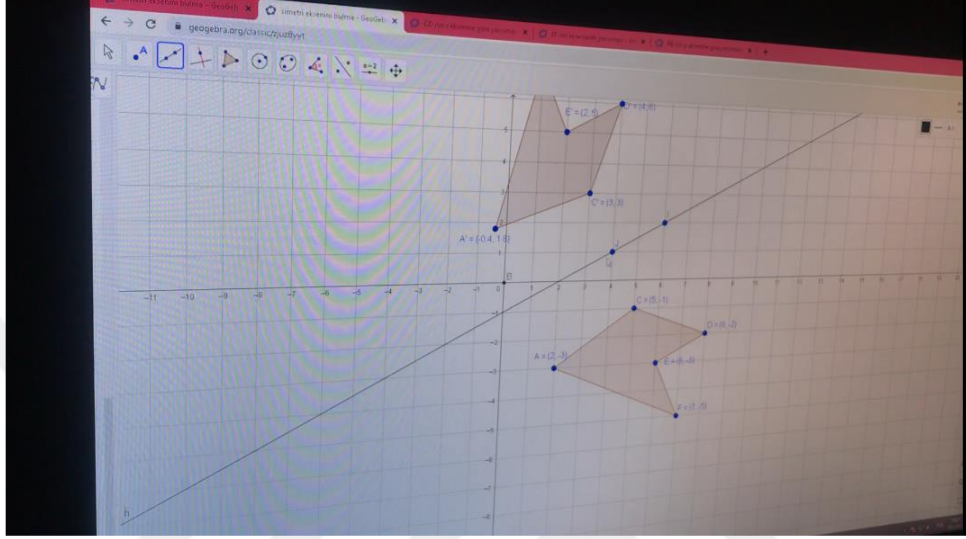
[200] Dalyan: ...yansıma ekseni nerede, yansıma ekseni yok

[201] Berkay: Hocam ben buldum vallahi buldum!

[202] Cemre. Hocam ben yaptım bir şey ama.

[203] Berkay: Hocam önce şu iki nokta arasında bir tam orta nokta buldum (C ve C' işaret ediyor.). Sonra şu iki nokta arasında bir orta nokta buldum (D ve D' noktalarını gösteriyor). Sonra bunların arasından tam bir doğru çektiğim zaman (IJ doğrusunu gösteriyor) zaten bulmuş oldum yani (Bknz. Şekil 3. 25.).

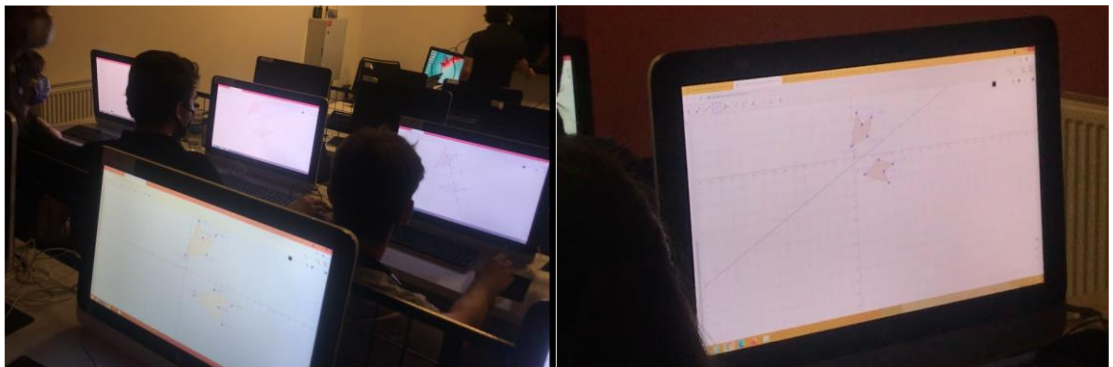
[204] T: Tamam süpersin.



Şekil 3. 25. Berkay'ın simetri eksenini orta noktalar yardımıyla inşasına dair ekran görüntüsü

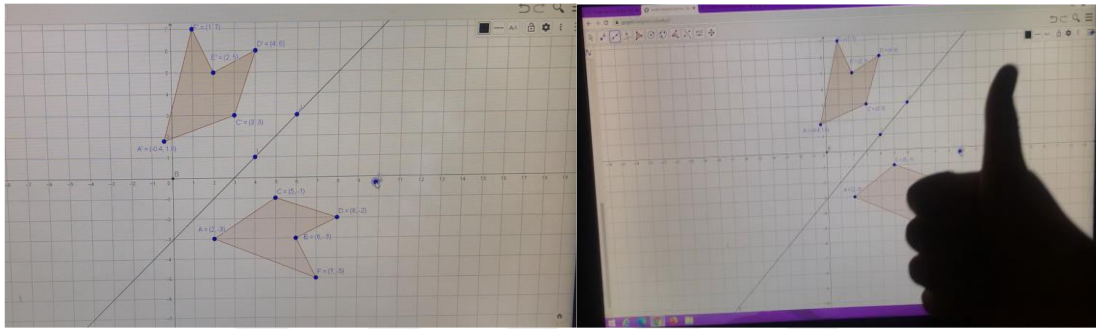
Berkay'ın 192. satırda “Çok kolay anladım ne istediğini!” zihninde bir gösterge belirlediği yani artifakta bağlı işaretler ürettiği söylenebilir 195. satırda “orta nokta” ile geçiş işaretleri ürettiği ve 203. satırda geometrik şekil ve görüntüsünün referans noktalarının orta noktasından geçen doğruyu inşa ederek matematiksel işaretleri ürettiği dolayısıyla bir semiyotik zincir oluşturduğu görülmektedir.

Video kayıtları incelendiğinde Dalyan kamerayı tüm arkadaşlarının ekranına tutup ne yaptıklarını inceliyor (Bknz. Şekil 3. 26.). Hepsini tek tek çekiyor bu sırada:



Şekil 3. 26. Dalyan'ın arkadaşlarının ekran görüntülerini incelemesi

Dalyan C noktası ile C' noktasının orta noktasını doğru işaretlerken, D noktası ile D' noktasının orta noktasını yanlış işaretlemiş olduğundan simetri eksenini yanlış inşa ettiği, arkadaşlarının ekran görüntülerini incelediğinde kendi yaptığı çizimin doğru olduğunu düşünüp, kamera kaydına jestlerini kullanarak bunu yansıttığı görülmektedir (Bknz. Şekil 3. 27.). Görüşmelerde ve öğretim deneylerinde kamera kayıt cihazları tepkiselliğe neden olurken bu araştırma da bu sınıf seviyesindeki öğrencilerde tepkiselliğe neden olmadığı aksine öğrencilerin bu durumdan hoşnut olduğu görülmüştür.



Şekil 3. 27. *Dalyan'nın inşa ettiği simetri eksenini ve kameraya fikrini ifade etmesi*

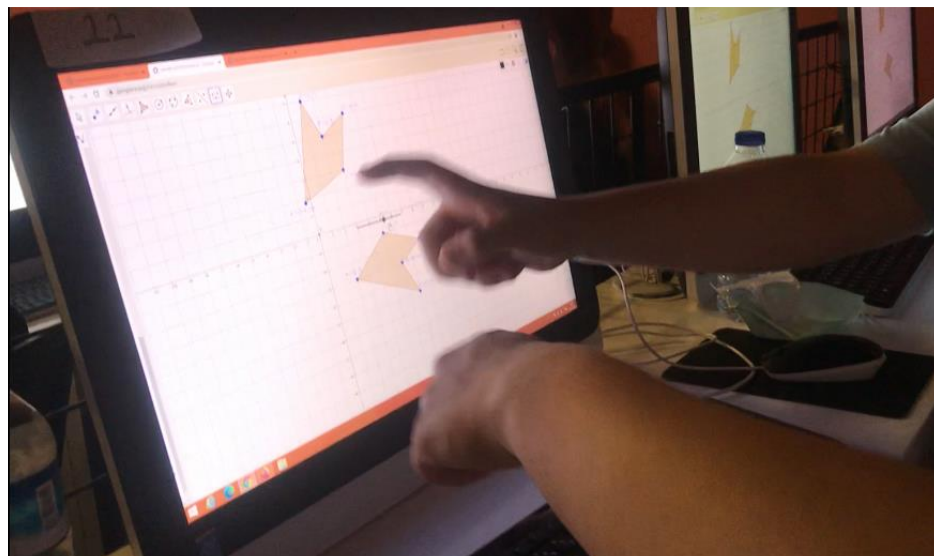
[205] T: Bu cismin kendisi bu da görüntüsü ayna tam nerede olur?

[206] Dalyan: Şurada bir yerde hocam. (Eliyle gösteriyor Bknz Şekil 3. 28.)

[207] T: Tam olarak nerede yani?

[208] Ediz: Bir dk hocam hemen çekiyorum (Kamerayı kastediyor.)

[209] Ediz: Hocam şu şekilde filan olması lazım.



Şekil 3. 28. *Dalyan ve Ediz'in simetri yerini jestlerle ifade etmeleri*

[210] T: Tam yerini nasıl tespit ederiz?

[211] Dalyan: Sayarız

[212] T: Nasıl sayarız?

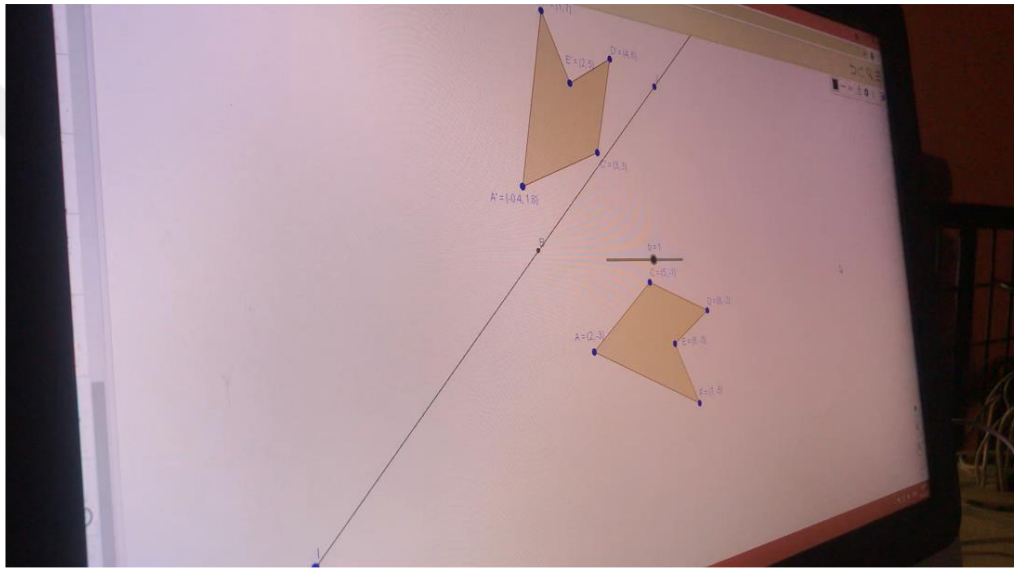
[213] Ediz: Şöyle. (kareleri sayıyor)

[214] T: Bir dakika nasıl sayarsın?

Öğretmen Geogebra ekranından Şekil 3. 29. daki gibi ızgara ve eksenleri kaldırıyor.

[215] Ediz: hocam şuan çok farklı şeyler yapıyorsunuz. Hocam kurallara aykırı bu! (Gülüşmeler.)

Dalyan yanlış simetri eksenini siliyor.



Şekil 3. 29. Öğretmenin Geogebra ekranına müdahalesi

Dalyan ve Ediz 206. ve 209. satırda jestlerle artifakta bağlı işaretler oluşturmuşlardır. Öğretmen 195. satırda görüldüğü gibi “Tam yerini nasıl tespit ederiz?” sorusuyla öğrencilerin yeniden sentez yapmalarını istemiş öğrenciler 211. ve 213. satırlarda görüldüğü gibi “Sayarız.” diyerek ve kareleri sayarak geçiş işareti oluşturmuşlardır. Öğretmen öğrencilerin matematiksel anlamlara evrimini sağlamak için Geogebra ekranına müdahale etmiş ve kareli zeminin görünürlüğüne kaldırmıştır.

[216] T:.....ne demiştik görüntüsü ile kendisi arasında tam neredeydi?

[217] Ediz: Orta noktasındaydı şöyle şurada. (Şekil 3. 30. daki gibi eliyle gösteriyor)

[218] Berkay: Orta dikmeyle yapıyorduk....(Arkadaşını düzeltiyor)

....

[219] Berkay: Orta dikme -1 ile 2 den geçiyor (Simetri ekseninin; sırasıyla y eksen ve x eksenini kestiği noktaları kastediyor.)

[220] T: Çokgenin tüm köşeleri için orta dikme aynı yerde midir? Herkes dene.

Öğrenciler çokgenin tüm köşe noktaları için orta dikmelerin simetri ekseni ile çakıştığını görüyorlar.

[221] Ediz: Bir uygulama düşünün her şeyi ile oynayabiliyorsunuz! Geogebra!

[222] Cemre: Geogebra reklamı mı çekiyorsun? (Gülüşmeler).



Şekil 3. 30. Öğretmenin müdahalesi sonrası Ediz'in jestleri

Ediz 217. satırda “..şöyle şurada.” gibi kelimeler ve jestlerini kullanarak yine artifakta bağlı işaret kullanarak orta nokta olduğunu ifade etmeye çalışmıştır. Öğretmenin müdahalesinden sonra öğrenciler orta nokta olduğunu belirtmişlerdir ancak Berkay’ın “orta dikme” diye arkadaşını uyardıktan sonra simetri ekseni oluşturmuşlardır.

Öğretmen tüm esas nokta ve görüntülerinin orta noktalarının simetri ekseni olduğunu yani üst üste çakıştığını olup olmadığını kontrol etmeleri istemiş çokgenin tüm referans noktalarının ve görüntülerinin orta dikme doğrusunun simetri ekseni olduğunu artifakt ile kolayca oluşturmuşlardır.

3.1.2.6. *Düzlemde bir çemberin x eksenine, y eksenine ve orijine göre yansıması görevine ilişkin işaretler*

Öğrencilere Geogebra ekranında merkezinin koordinatları görünür hale getirilmiş bir çember verilmiş, <https://www.geogebra.org/m/zp5wphz9> eriştikleri etkinlikte öğrencilerden çemberin x eksenine, y eksenine ve orijine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini inşa etmeleri istenmiştir.

Bu görevde çember kullanılarak alışlagelmiş geometrik nesnelerin dışına çıkmak istenilmiştir. Öğrencilerden beklenen çemberin merkez noktasını ya da çember üzerinde aldıkları bir referans yardımıyla yansıma dönüşümünü gerçekleştirmeleri, korunan özelliklerin farkına varmaları ve çember ile görüntüsüne karşılık bir öteleme dönüşümü olabileceğini ifade etmeleri beklenmektedir.

Video kayıtları incelendiğinde:

Alya görevi açıyor. Artifaktı kullanarak çemberin merkezini sürükleyip çemberi büyültüp küçültüyor. Arkadaşı ile arasında şu konuşma geçiyor:

[223] Alya:...(şaşıрма sesi) evrende ne kadar küçük olduğumuzu gösteren videolara benziyor.

.... Kendileri oluşturuyorlar videoları ve bazen gerçekten düşünüyorum ve diyorum ki yokuz evrende küçücük bir şeyiz.

[224] Dalyan: Hocam siz hangi eksene göre yansıtacağımızı söyleyin yansıtalım hemen

[225] T: Elimizdeki kağıtlarda var hangi eksene göre yansıtacağımız, koordinatlarını yazmanızı istiyorum eksenlere göre yansıtıp sırayla. Önce x eksenine göre yansıtalım.

[226] Ediz: Noktaya göre mi yansıt diyeceğiz

[227] T: Eksene göre yansıtması aldığımız için; eksen bir nedir?

[228] Ediz: Doğrudur.

[229] Alya: Çemberi yansıtmak için orta noktasını yansıtırız.

[230] Feza: Hocam ben yansıtım ama yuvarlak çıkmadı.

[231] Berkay: Ben yansıtım bak oldu.

...

[232] T: Çemberin merkez koordinatlarını yazın (Çemberin yansıma dönüşümü sonucu oluşan görüntülerini kastediyor. Bknz.Şekil 3. 31.)

Cemre çemberi eksenlere ve orijine göre yansıtıyor ama merkez nokta yansımıyor. Öğretmen görüntülerinin merkez noktalarını not almalarını isteyince görüntülerin koordinatlarını hesaplayıp noktaları işaretliyor.

[233] T: Peki çemberi yansıtığımızda neler değişti?

[234] Alya: Nokta gibi hiçbir şey sanki ama merkezlerinin işaretleri değişti. (Alya nokta gibi derken şekli kastediyor olabilir, öğretmen ders esnasında nokta gibi ifadesini duymuyor.)

[235] T: Peki y eksine göre görüntüsünü yansıma dönüşümü dışında bir dönüşüm kullanarak elde edebilir misiniz?

[236] Alya: Çemberi döndürmek gibi mi?

Alya'nın 223. satırda ifadesi artifakt olarak seçilen Geogebra'nın sürüklemeye özeliğinin öğrencilerin zihninde sadece matematiksel göstergeler canlandırmadığını ortaya koymaktadır. Diyaloglarda öğrencilerin geometrik kavramları ifade ederken çemberin merkezi yerine “çemberin ortası” gibi kelimeler kullandıkları görülmüştür.

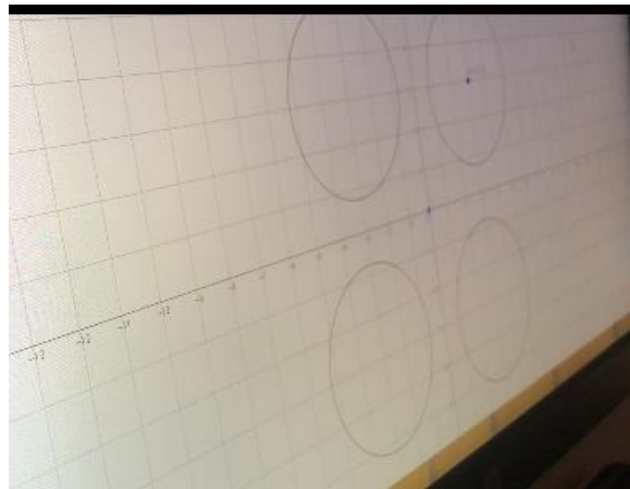
Artifakt ile etkileşimlerinden sonra bu kelimeler yerine 234. satırda görüldüğü gibi matematiksel ifadeler kullanmışlardır.

A(3,3) merkezli çemberin x eksenine göre yansıması	$A' = (3, -3)$
A(3,3) merkezli çemberin y eksenine göre yansıması	$A'_1 = (-3, 3)$
A(3,3) merkezli çemberin orijine göre yansıması	$A'_3 = (-3, -3)$

Şekil 3. 31. Alya'nın çalışma kağıdı

Video kayıtları analiz edildiğinde Cemre'nin öğretmenin 232. satırdaki sorusundan sonra Şekil 3. 32. deki gibi yansıtmadığı merkez noktalarını Geogebra ekranında yansıtmaya ihtiyaç duymadan hesaplayarak kâğıda not ettiği görülmüştür. Farklı araştırmalarda çemberin yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün oluşturulması istenirken Geogebra ekranının ızgara görünümü kapatılabilir.

Öğretmen çember ile herhangi bir eksene göre yansıma sonucu görüntüsüne karşılık bir öteleme dönüşümü ifade edip edemeyeceklerini görmek için 235. satırdaki soruyu yöneltilmiş bu soru Alya da “dönme dönüşümü” canlandırmıştır. Öğrenciler yansıma dönüşümünde çemberin şekli ve yönü korunduğu için bir öteleme dönüşümü olabileceğini belirtmişler ancak öteleme vektörünün büyüklüğü ifade eden olmamıştır.



Şekil 3. 32. Cemre'nin çalıştığı ekran görüntüsü

3.1.3. Ön klinik görüşmelerde dönme dönüşümüne ait bulgular

3.1.3.1. *Düzlemde A(1,1) noktasının orijin etrafında α açısı kadar döndürülmesi sonucu oluşan görüntülerini bulma görevine ilişkin işaretler*

Öğrencilerden <https://www.geogebra.org/m/ttprsrq2> adresinden eriştikleri Geogebra ekranında A(1,1) noktasını orijin etrafında istenilen açı miktarı kadar saat yönünde ve saat yönünün tersinde döndürme dönüşümü sonucu oluşan görüntülerini oluşturmaları ve koordinatlarını çalışma kâğıtlarına yazmaları ve değişenleri değişmeyenleri incelemeleri istenmiştir.

Öğrencilerden beklenen dönme dönüşümünün parametrelerinin merkez noktası ve dönme açısı olduğunu, noktaları yine noktalara eşleyen birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu anlamlandırmalarıdır.

[237] T: Hesap makinesini başlatın çocuklar yeniden. Düzlemde A(1,1) noktasını işaretlemenizi istiyorum. Şöyle rahat çalışabilmemiz için biraz büyütebilirsiniz. Araçlardan A (1,1) noktasını işaretleyim çocuklar ve ayarlar kısmından adı ve değeri gösterelim. Saat yönünde 45 derece döndürülmesi diyor saat yönünü biz...

[238] Berkay: Böyle gösteriyorduk (Öğretmenin cümlesini tamamlıyor, eliyle yönü gösteriyor.)

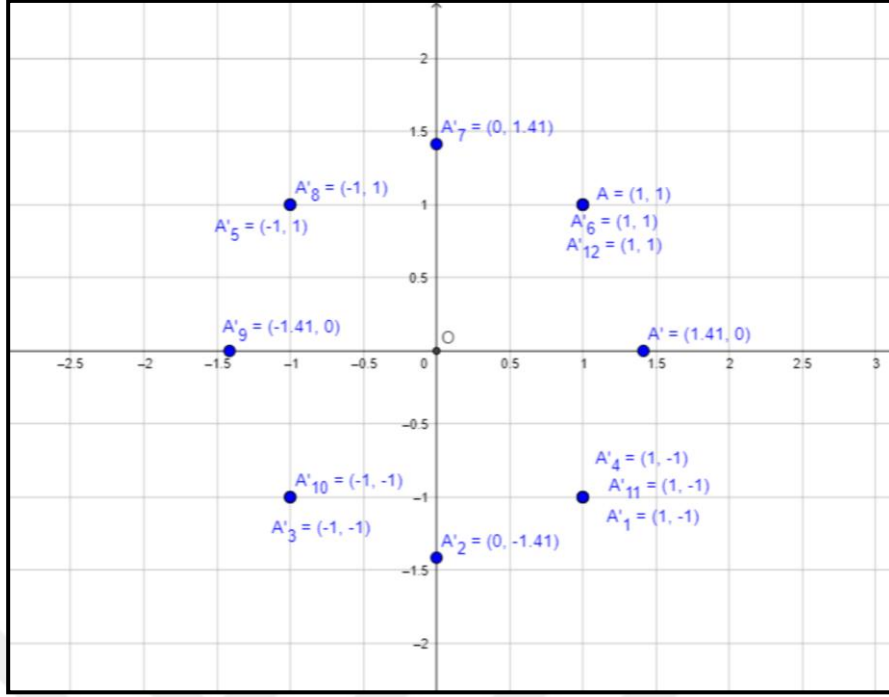
[239] T: Nesneyi nokta etrafında döndür, önce A noktamıza sonra orijine tıklayalım, saat yönünde 45 derece döndür. Sırasıyla elinizdeki yazan kâğıtta (Bknz.Ek-8) her dönme hareketini yapıp koordinatlarını yazın.

Öğrenciler noktaların orijin etrafında istenilen açı ve yönde dönme dönüşümü altındaki görüntülerini oluşturuyorlar.

[240] T: 180° döndürdük hangi dönüşüme benzedi bu? (Öğretmen orijine göre yansıtmayı kastediyor).

[241] Berkay: Daire hocam çember (Bknz. Şekil 3. 33.). (A noktasının görüntülerini Geogebra ekranında inşa ettikçe bir çembere benzemesi.)

Berkay'ın 238. satırda işaretleri artifakta bağlı kalmıştır. 240. öğretmenin satırda artifaktın kullanımındaki belli unsurlara odaklanma rolünden sonra Berkay matematiksel işaretler üretmiştir.



Şekil 3. 33. $A(1, 1)$ orijin etrafında saat yönünde ve saat yönünün tersinde dönme dönüşümü altındaki görüntüleri

[242] T: A ile A_3 görseniz sadece ne dersiniz?

[243] Berkay: Orijine göre yansıma.

[244] T: 360° gönderdiğimde hangi noktaya gelir?

[245] Berkay: Kendi üzerine geri gelir hocam.

Öğrenciler ve öğretmen yönergedeki tüm dönme dönüşümlerini uyguluyorlar.

[246] T: Saat yönünün tersi 90° dereceyle hangi koordinat çakıştı?

[247] Berkay: $(-1, 1)$ hocam.

[248] T: Saat yönünün 270° derece döndürülmesi ile hangi değerimiz aynı?

[249] Ediz: 180° .

[250] Cemre: 180° $(-1, -1)$ olmuyor mu ama 90° .

[251] T: Evet. Saat yönünde 270° derece ile saat yönünün tersinde 90° aynı şey.

[252] Berkay: Evet 360° 'tan çıkarıyoruz.

[253] T: Mesela neler aynı?

[254] Berkay: Hocam şimdi bakıyorum birbirini 360° 'a tamamlayanlar aynı.

Öğretmen göreve geri dönüş için öğrencilere 246. satırdaki soruyu yöneltmiş. Cemre 250. satırda artifakta bağlı işaretler üretmiş ve Berkay 252. satırda bir noktanın saat yönünde α kadarlık bir dönme dönüşümü altındaki görüntüsünün saat yönünün tersinde $(360-\alpha)$ lık dönme dönüşümü altındaki görüntüsü ile çakışacağına dair matematiksel işaretler üretmiştir. Çalışma kâğıtları incelendiğinde Alya'nın Şekil 3. 34. deki gibi A noktasının çakışan görüntülerini numaralandırarak eşleştirdiği görülmektedir.

1	A(1,1) noktasının saat yönünde 45° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^1 = (1,1,0)$
2	A(1,1) noktasının saat yönünde 90° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^2 = (1,-1)$
	A(1,1) noktasının saat yönünde 135° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^3 = (0,-1,1)$
1	A(1,1) noktasının saat yönünde 180° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^4 = (-1,-1)$
2	A(1,1) noktasının saat yönünde 270° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^5 = (-1,1)$
	A(1,1) noktasının saat yönünde 360° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^6 = (1,1)$

	A(1,1) noktasının saat yönünün tersinde 45° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^7 = (0,1,1)$
2	A(1,1) noktasının saat yönünün tersinde 90° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^8 = (-1,1)$
	A(1,1) noktasının saat yönünün tersinde 135° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^9 = (-1,0)$
1	A(1,1) noktasının saat yönünün tersinde 180° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^{10} = (1,-1)$
2	A(1,1) noktasının yönünün tersinde 270° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^{11} = (1,1)$
1	A(1,1) noktasının yönünün tersinde 360° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsü	$A^{12} = (1,1)$

Şekil 3. 34. Alya'nın A noktasının orijin etrafında dönme dönüşümüne ait görüntülerini eşleştirdiği çalışma kâğıdı

Öğretmen öğrencilerin sentez yapmalarını için şu soruyu yöneltmiştir:

[255] T: Peki A noktasının dönme dönüşümü sonrası orijine olan uzaklığı değişti mi?

[256] Cemre: 1,41 var hocam.

[257] Berkay: Değişmez r mi?

[258] T: Peki A noktasının orijine olan uzaklığı nedir?

[259] Cemre: 1 hocam.

[260] Ediz: (1,1)

[261] T: A' nın orijine olan uzaklığı dikkat edelim.

[262] Alya: $\sqrt{2}$ değil mi?

[263] T: Çok güzel? Peki A₂'nin orijine uzaklığı?

[264] Alya: $\sqrt{2}$

[265] T: Peki A' nın ve görüntüsünün orijine olan uzaklığı değişiyor muydu?

[266] Dalyan: Yok hocam.

[267] T: Peki A ile A₂ nin orijine uzaklığını tekrar bakalım.

[268] Dalyan: Farklı.

[269] Alya: Şey mi?

[270] Berkay: Ama farklı yok hocam şey

[271] Alya: Yaklaştığı mı?

[272] T: Hesap makinesinden kontrol edebilirsiniz.

Öğretmen 258. ve 261. satırda artifaktın kullanımındaki belli unsurlara odaklanmaları için “Peki “A noktasının orijine olan uzaklığı nedir?”, “A' nın orijine olan uzaklığı dikkat edelim.” gibi ifadeler kullanmıştır. Öğrenciler 256. ve 264. satırda artifakta bağlı işaretler üretmiş ve $\sqrt{2}$ nin yaklaşık değerinin 1,41 olduğunu görmüşlerdir. Bu da artifaktın sadece geometrik dönüşümlerin matematiksel anlamlara evrime değil farklı matematiksel anlamlarında evrime yardımcı olduğunu göstermektedir.

3.2. Öğretim Deneyine İlişkin Bulgular

3.2.1. Öteleme görevine ilişkin işaretler

Öğrencilerden Geogebra ekranında doğru parçaları yardımıyla bir “M” harfi oluşturmaları ve istenilen yönde ötelemeleri istenmiştir. Bu görevde amaç öğrencilerin bir vektör yardımıyla öteleme dönüşümünü gerçekleştirmeleri, M harfindeki tüm noktaların öteleme dönüşümüne tabi olduğu ve öteleme dönüşümünün birebir ve örten bir fonksiyon olduğunun farkına varmalarıdır. Öğrencilerin öteleme dönüşümü gerçekleştirme adımları analiz edilecektir.

[273] T: Hesap makinesini başlat, Geogebra’da boş bir sayfa açalım, ekrana sağ tıklayıp eksenleri göster sekmesini kapatalım. Araç takımından doğru parçasını seçip ekrana bir M harfi çizebilir misiniz? Doğru parçaları ile matematiğin “M” sini.

[274] Dalyan: Kaça kaç verelim, hı..

[275] T: İstedığınız bir M harfi.

[276] Cemre: Yaptım.

[277] Berkay: Hocam boyut önemli mi?

[278] T: Herkesin kendine özel olsun.

[279] Dalyan: Ben böyle oluşturdum (M harfini gösteriyor.)

[280] T: Oluşturduğunuz M harfini 2 birim yukarı 3 birim sola öteleyebilir misiniz?

[281] Feza: Nasıl olacak?

[282] Ediz: Nasıl taşıyacağız öğretmenim

[283] Cemre: Vektörden mi? Ama ben bir şey, eksenleri göstermem gerekiyor o zaman!

[284] Alya: Aynısını iki birim yukarı 3 birim sola yapsak?

[285] Ediz: İki birim yukarı burası, 3 birim sağ mıydı sol muydu?

[286] Dalyan: Bu arada ben taşıdım ama aynı çubukla taşıdım.

[287] Ediz: Ben yapamadım.

[288] Cemre: Ama burada 17 yok?

[289] Alya: Cemre, birimleri şey yapmana gerek yok ki. Sadece şey yap say.

[290] Berkay: Hocam ben bir şey yaptım ama tam emin değilim ne yaptığımdan.

[291] T: Güzel sen öteleme aracından yaptın değil mi?

[292] Berkay: Evet.

[293] Cemre: Alya yapıyorum galiba.

[294] Alya: Taşı demeyeceksin Aynısından yeniden çizeceksin.

[295] Cemre: Yapıyorum işte.

[296] Dalyan: Neden öyle çiziyorsun!

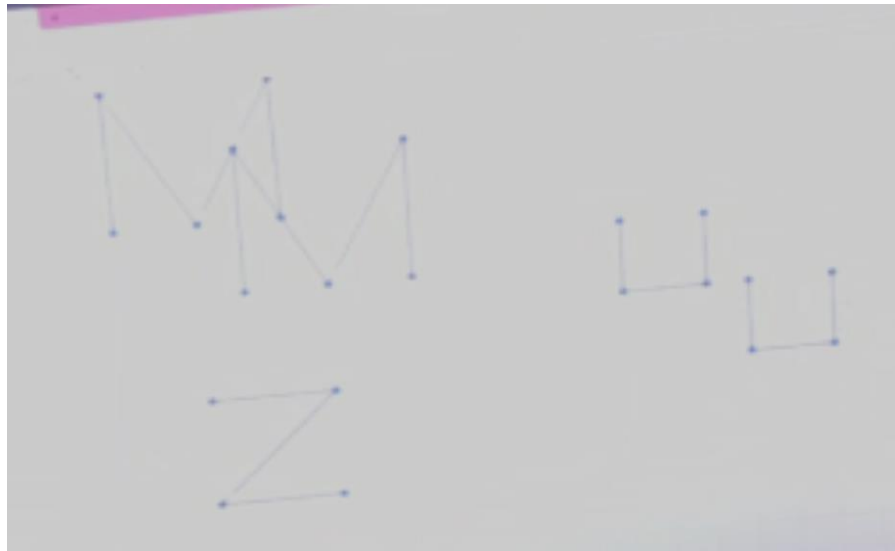
Bu öteleme görevinde didaktik döngüde bulunan bireysel ve küçük gruplarla işaretlerin üretimi safhası öne çıkmaktadır. Öğrenciler görevi gerçekleştirirken Berkay

ekranda doğru parçaları yardımıyla oluşturduğu M harfinin görüntüsünü istenilen yönde bir vektör çizerek ve Geogebra'nın "vektöre göre ötele" aracını kullanarak oluşturmuştur (Bknz. 3. 35.).



Şekil 3. 35. Berkay'ın öteleme görevine ait ekran görüntüsü

Alya Geogebra ekranında doğru parçaları kullanarak oluşturduğu M harfi ve çeşitli çizimlerin görüntülerini istenilen yönde artifaktın kareli zemininden yararlanarak, araçlar kısmından doğru parçalarını seçip çizim yaparak oluşturmuştur (Bknz. 3. 36.).



Şekil 3. 36. Alya'nın öteleme görevine ait ekran görüntüsü

Cemre oluşturduğu M harfini koordinatlarını hesaplayıp kareli zeminde işaretlemek istemiş görüntüsünü oluşturamamıştır (Bknz. Şekil 3. 37.). Alya 289. satırda

olduğu gibi arkadaşını ikna etmeye çalıştığı görülmektedir. “Aynısından yeniden çizeceksin.” diyerek öteleme dönüşümün birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu gösteren artifakta bağlı işaretler üretmiştir. Öğrenciler fonksiyon kavramını kullanmamışlar bu öğretmenin vektörü $\vec{v} = (2, -3)$ değil de sözel olarak ifade etmesinden ve sentezi başlatacak soruları yöneltilmemesinden kaynaklanıyor olabilir.



Şekil 3. 37. Cemre'nin öteleme görevine ait ekran görüntüsü

Öğretmen öğrencilerden “vektör yardımıyla ötele” aracını kullanarak öteleme dönüşümünün doğru olup olmadığını kontrol etmelerini istemiş diyalog şöyle devam etmiştir.

[297] T: Herkes vektörünü çizdi mi? Şimdi dönüşümler başlığı altında vektörle öteleme var. Önce cismimize sonra vektöre tıklayıp öteleme dönüşümümüzü gerçekleştirip yaptığımız çizimin doğru olup olmadığını kontrol edeceğiz.

[298] Feza: Vektörü bulamadım.

[299] Berkay: Hocam istediğimiz bir yere değil mi?

[300] T: Evet istediğimiz bir yere çizebiliriz fark etmiyor. Neden fark etmiyor? Berkay çok güzel bir şey sordu.

Öğrenciler öğretmenin yönelttiği soruyu duymuyorlar devam ediyorlar:

[301] Dalyan: Ben yanlış bir şey yaptım aaa! Bir dk çok fazla hocam! Of başardım. Başardım.

[302] Berkay: Sen çok büyük yaptın (arkadaşının vektörünün büyük olduğunu söylüyor) 2 br yukarı 3 br sola yapacaksın. Vektörü çizeceksin ya vektörü buna göre yapacaksın.

[303] Dalyan: Gitmek istediğim noktayı buna göre çiziyorum değil mi?

[304] Feza: Hocam ben yapamadım.

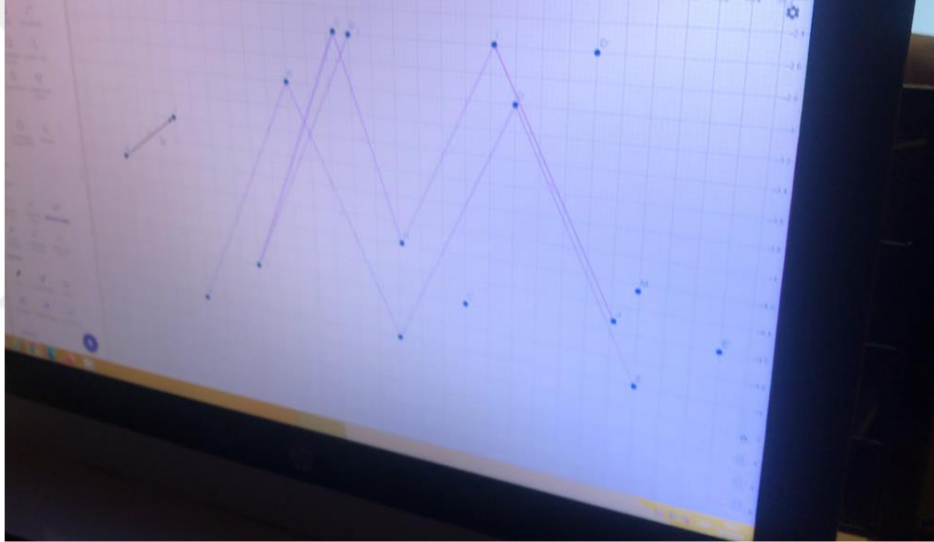
[305] T: Sen vektör çizmemişsin şuan doğru parçası çizmişsin.

[306] Feza: Bu vektör değil miydi?

[307] T: Hayır.

[308] Feza: Aaaaa!

Öğretmen 299. satırda öğrencilere bir soru yöneltmiş ancak cevabını almadan diyalog devam etmiştir bu da artifaktın semiyotik potansiyelini ortaya çıkarmada öğretmenin rolünü ortaya koymaktadır. 302. satırda Berkay'ın matematiksel metinler kullanıp Dalyan ile matematiksel işaretler üretirken, Feza'nın vektörü hala tanımlayamadığı görülmektedir. Feza oluşturduğu M harfinin öteleme dönüşümü altında görüntüsünü kontrol ederken Şekil 3. 38. deki gibi zorlandığı, M harfinin tüm noktaları yerine vektör yardımıyla sadece köşe noktalarını ötelediği sonra arkadaşlarının uyarısıyla bu referans noktalarında geçen doğru parçaları çizdiği görülmüştür.



Şekil 3. 38. Feza'nın öteleme görevine ait ekran görüntüsü

3.2.2. Bir $A(x,y)$ noktasının $x=a$, $y=b$, $y=mx$ ve $y=mx+n$ doğrularına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin koordinatlarını cebirsel olarak ifade etme görevine ait işaretler

Öğrencilerin $A(x,y)$ noktasının $x=a$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmeleri için öğretmen didaktik döngüyü şu şekilde başlatmıştır:

[309] T: Boş bir Geogebra sayfası açalım ve düzlemde bir nokta işaretleyip “ad ve değeri göster seçeneğini aktif hale getirelim. Izgara zemini sağ tıklayıp kapatalım. $x=a$ doğrusunu hatırlayan var mı?

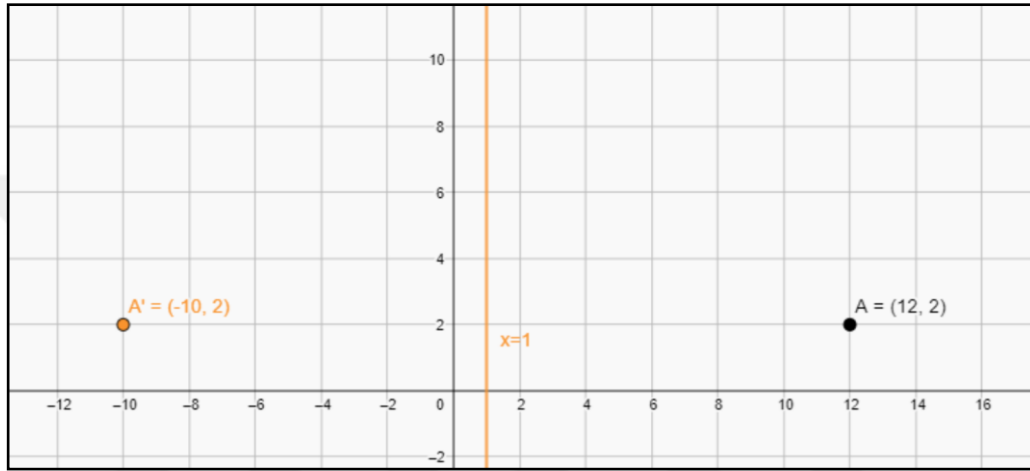
[310] Berkay: $x=a$ doğrusu y çizgisinin üstünde olmuyor muydu, yok x eksenin üstünde mi? Hayır hayır y 'nin üstünde (Paralelliği kastediyor olabilir).

[311] T: Cebir ekranını getirelim. Buraya x eşittir ne diyelim a 'ya bir değer verelim.

Sınıftan sayılar söyleniyor.

[312] T: Ne verelim $x=3$ doğrusu olsun mu? $x=1$ olsun hadi.

Öğrencilerde $x=1$ doğrusunu oluşturuyorlar. Ve doğrudaki yansıt butonuyla $x=1$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü oluşturuyorlar (Bknz.Şekil 3. 39.).



Şekil 3. 39. $A(12, 2)$ noktasının $x=1$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü

[313] T: Herhangi bir $x=a$ doğrusuna göre yansıttığımızda neler değişti?

[314] Dalyan: x

[315] Berkay: y değişmez

[316] T: Koordinatlarını nasıl ifade edersiniz?

Cevap yok.

[317] T: y değeri değişmedi dediniz yani bir koordinatını yazabiliriz. (A' noktasından bahsediyor.) Peki, x 'in değeri nasıl değişir? Dün noktanın bir yansımasını yapmıştık hatırlayın.

[318] Berkay: Hoca bence ne yaparız biliyor musunuz? (Bu esnada öğretmen konuşmaya devam ediyor)

[319] T: Yansıma eksenini A noktası ve görüntüsünün tam neresindeydi?

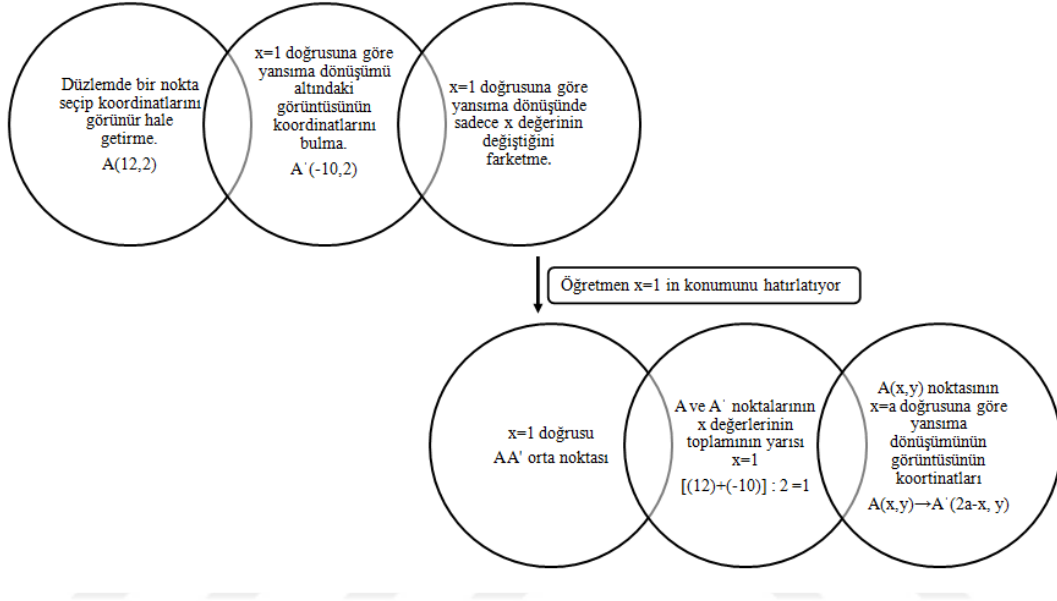
[320] Berkay: Ortasında. 12 ile toplamının yarısıydı.

[321] Cemre: ben nasıl toplayacağım bunları? (gülme) (Geogebra ekranında seçtiği noktanın koordinatlarının virgülden sonra çok basamağı var).

[322] T: O zaman herkes aynı noktayı işaretlesin düzlemde $A(12,2)$.

Dalyan ve Berkay değişmezleri inceleyerek 314. ve 315. Satırlarda artifakta bağlı işaretler üretmişler öğretmenin 317. satırda göreve geri dönüş için soruyu sadece değişen eksenle sınırlandırınca 320. satırda olduğu gibi geçiş işaretleri ürettikleri

görülmektedir. Öğretmenin 319. satırda öğrencilerin artifaktın kullanımındaki belli unsurlara odaklanmalarını isteyince öğrenciler formülü oluşturup çalışma kâğıtlarına matematiksel işaretler üretmişlerdir. Öğrencilerin $A(x,y)$ noktasının $x=a$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını $A'(2a-x, y)$ olarak ifade etmelerine ait semiyotik zincir Şekil 3. 40. deki gibidir.

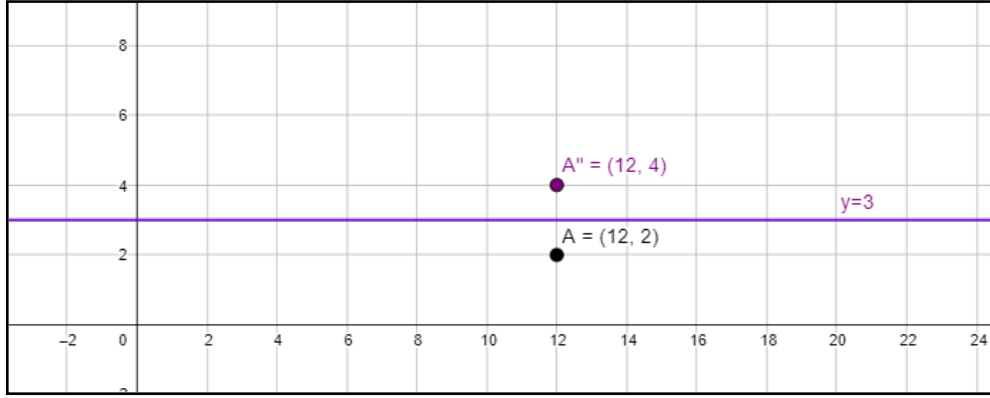


Şekil 3. 40. $A(x, y)$ noktasının $x=a$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını cebirsel ifade etmeye ait semiyotik zincir

$A(x,y)$ noktasının $y=b$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulmak için cebir ekranından $y=3$ doğrusunu inşa edip doğruya göre yansıtıyorlar (Bknz. Şekil 3. 41.):

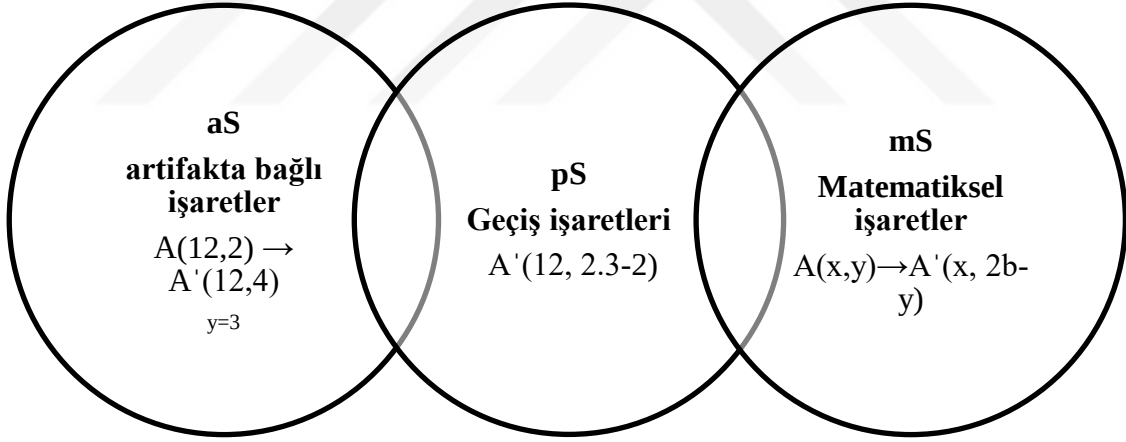
[323] T: Peki $y=b$ ye göre yansıtsam formül ne olur fikri olan var mı?

[324] Berkay: Hocam tam x (sabit gibi tonlama), y (düşünüyor) olacak yani x sabit y bölü 2.



Şekil 3. 41. $A(12, 2)$ noktasının $y=3$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü

$A(12,2)$ noktasının $y=3$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü $A'(12,4)$ olduğundan öğrenciler $A'(12, 2.3-2)$ şeklinde geçiş işaretleri üretmişler ve sonrasında $A(x,y)$ noktasının $y=b$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını $A(x,y) \rightarrow A'(x, 2b-y)$ şeklinde ifade etmişlerdir. Bu göreve ait semiyotik zincir Şekil 3.42. deki gibidir.



Şekil 3. 42. $A(x,y)$ noktasının $y=b$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmeye ilişkin semiyotik zincir

$A(8,4)$ noktasının $y=x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulmak için cebir ekranından $y=x$ doğrusunu inşa edip doğruya göre yansıtıyorlar (Bknz. Şekil 3. 43.):

[325] T: $A(8,4)$ noktasını işaretleyelim $y=mx$ $m=1$ yani $y=x$ doğrusunu çizelim. (cebir ekranından $y=x$ yazdılar).

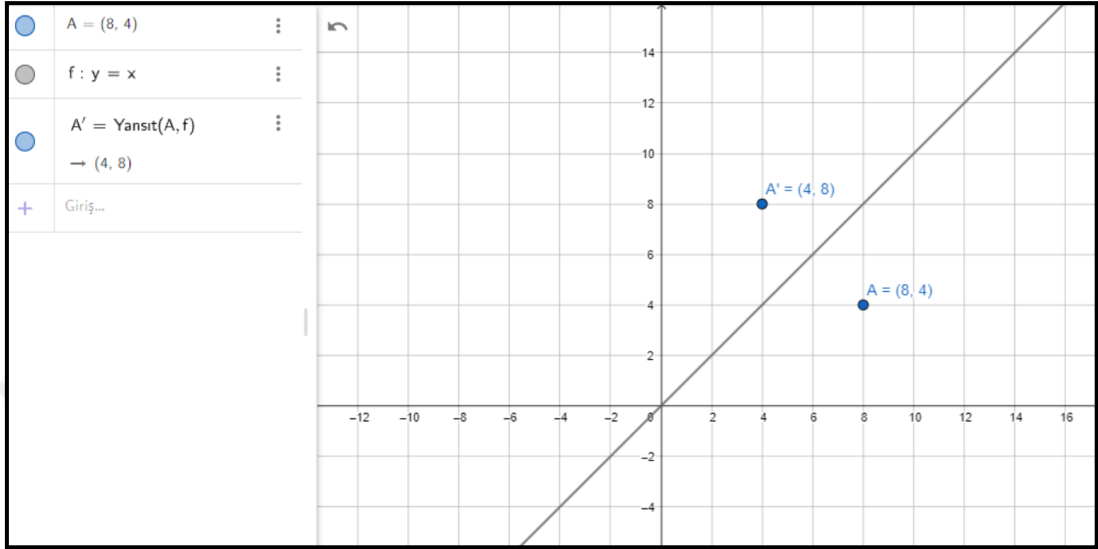
[326] Dalıan: Hocam bu ne!

[327] Cemre: Orijinden geçti waow!

[328] Ayla: Zaten öyle oluyor (gülüyor)

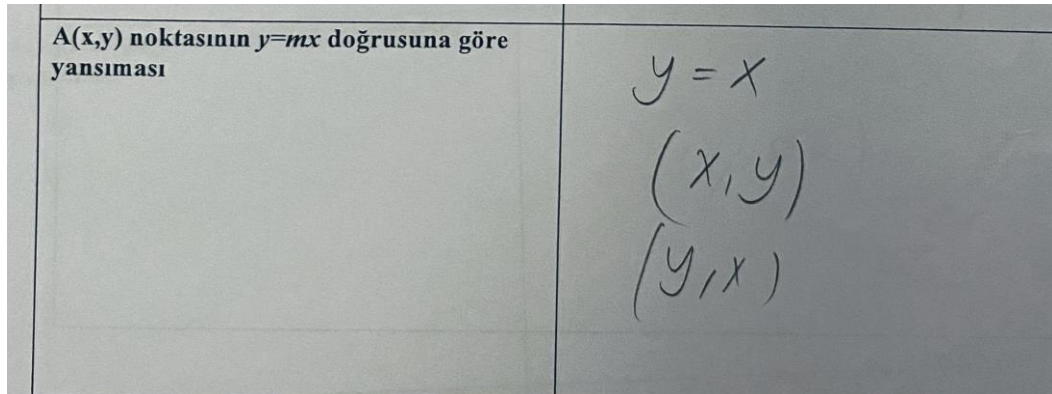
[329] T: Şimdi yine doğruya göre yansıt diyelim. $y=x$ e göre yansıtınca ne oldu koordinatlara bakar mısınız?

[330] Berkay: ..., hocam ters döndü hocam!

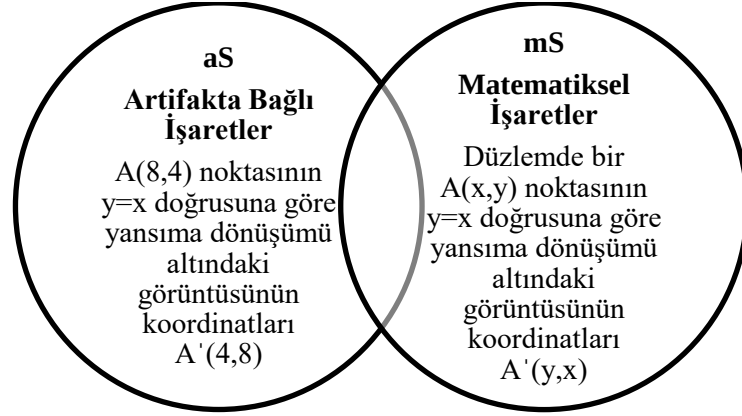


Şekil 3. 43. $A(x, y)$ noktasının $y=x$ eksenine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü

Öğrenciler artifaktı kullanarak $A(8,4)$ noktasının $y=x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatları $A'(4,8)$ şeklinde artifakta bağlı işaretler üretmişlerdir geçiş işaretleri üretmeden $A(x,y)$ noktasının $y=x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını $A'(y,x)$ olduğuna dair matematiksel ifadeler üretmişlerdir (Bknz. Şekil 3. 44.). Öğrencilerin bu göreve ait oluşturdukları semiyotik zincir Şekil 3. 45. deki gibidir.



Şekil 3. 44. $A(x,y)$ noktasının $y=x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulma görevine ait çalışma kağıdı



Şekil 3. 45. $A(x,y)$ noktasının $y=x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulma görevine ait semiyotik zincir

[331] T: Cebir ekranına $y = -x$ yazalım.

[332] Berkay: Bu tam tersi böyle olacağını biliyordum ben!

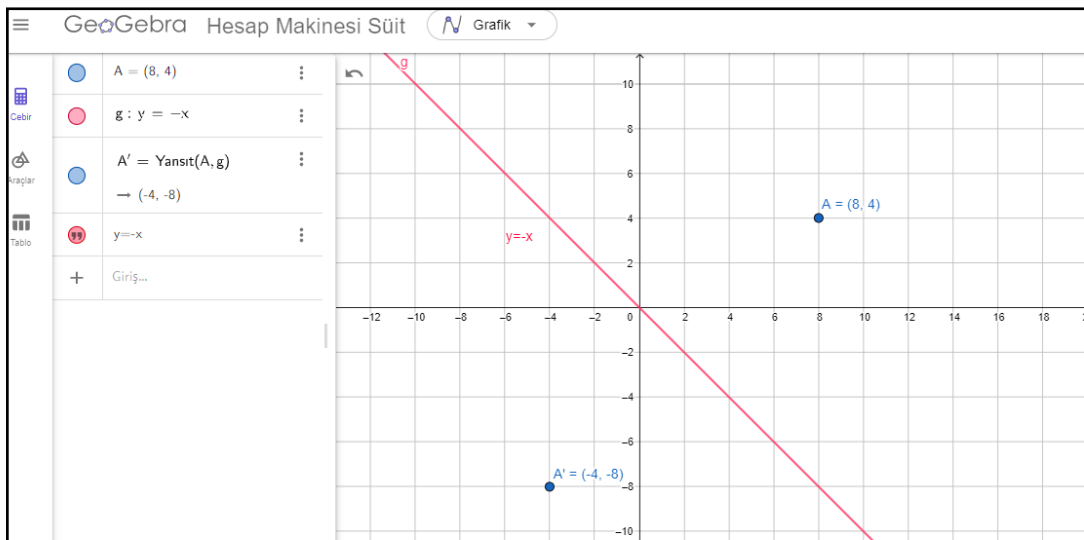
[333] T: Bu sefer koordinatları ne oldu?

[334] Dalyan: Negatif oldu.

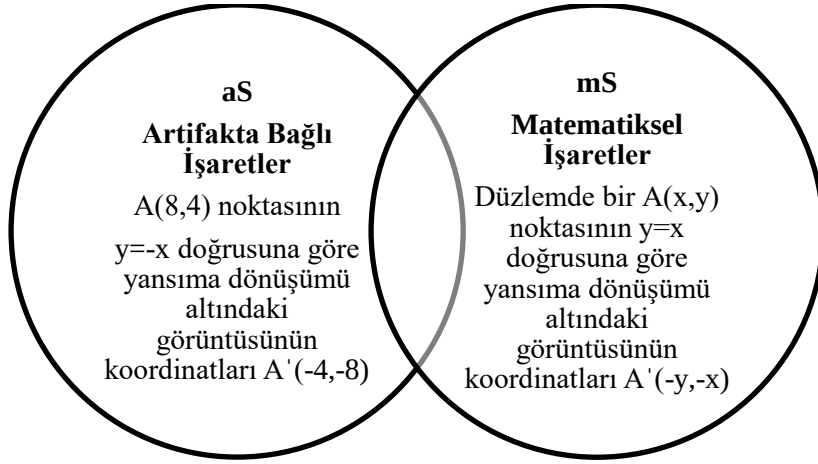
[335] T: Formülümüz ne olur gençler?

[336] Berkay: Hocam aynı $A(x,y)$ oda A üssü çubuk $(-y,-x)$ olur (çubuk ile A' kastediyor)

Öğrenciler artifaktı kullanarak $A(8,4)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatları $A'(-4, -8)$ şeklinde artifakta bağlı işaretler üretmişlerdir (Bknz. Şekil 3. 46.). Benzer şekilde geçiş işaretleri üretmeden $A(x,y)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını $A'(-y, -x)$ olduğuna dair matematiksel ifadeleri kolaylıkla üretmişlerdir. Öğrencilerin bu göreve ait oluşturdukları semiyotik zincir Şekil 3. 47. deki gibidir.



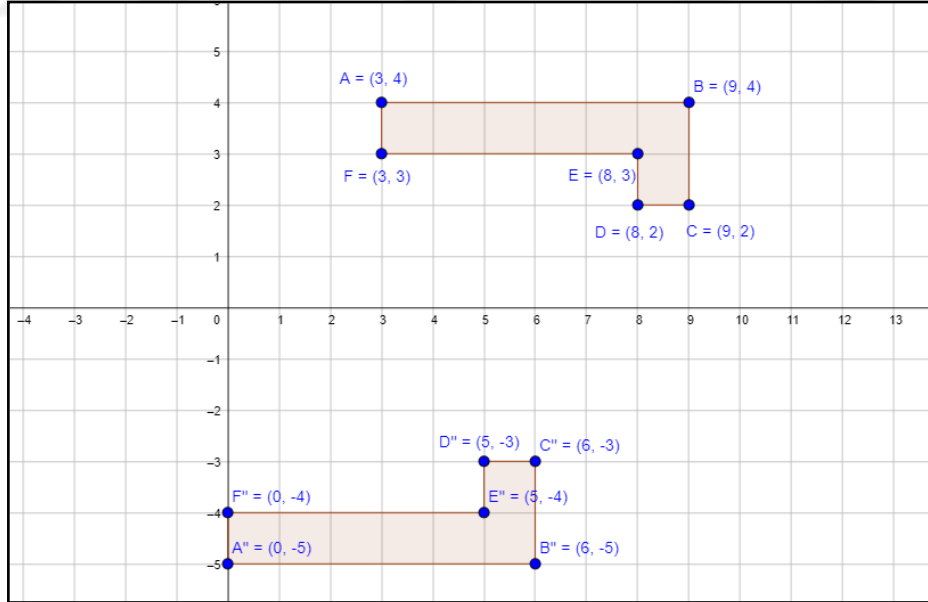
Şekil 3. 46. $A(8,4)$ noktasının $y = -x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü



Şekil 3. 47. $A(x,y)$ noktasının $y=-x$ doğrusuna göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını bulma görevine ait semiyotik zincir

3.2.3. Bileşke dönüşümler ötelemeli yansıma görevine ait işaretler

Öğrencilere Geogebra ekranında verilen ABCDEF çokgeni ve bileşke dönüşümler sonucunda oluşan görüntüsü verilmiş, bu dönüşümler neler olabileceğini yorumlamaları istenmiştir (Bknz.Şekil 3. 48.).



Şekil 3. 48. Öğrencilerin <https://www.geogebra.org/m/yqfheqtr> adresinden eriştikleri ötelemeli yansıma görevine ait ekran görüntüsü

[337] T: Şimdi ötelemeli yansımayı açalım...

...

[338] Ediz: Size bir şey söyleyeyim mi x eksene göre

[339] T: Şimdi bunu yorumlayalım neler olmuş bu arada elinizdeki kâğıtlara da yazmanızı istiyorum. Bazı dönüşümler uygulanmış dedik.

[340] Ediz: Hocam bence kural olarak yazayım mı önce yansıtılmış.

[341] T: hangi dönüşümlere tabi tutulmuş olabilir?

Öğrenciler arkadaşlarıyla tartışıyor.

[342] T: Deneyebilirsiniz söylemlerinizi ekrandan

[343] Ediz: Cebir penceresine ne yazacağız tam olarak?

[344] T: Neye göre yansıtıldığını düşünüyorsun bir noktaya göre mi?

[345] Ediz: Çizgiye göre düşünüyorum, önce bir doğru çizelim bence.

Alya doğrudan yansıtıyor, birkaç deneme yapıyor (Bknz. Şekil 3.50.).

[346] Alya: Üst üste gelmedi. (Denemeye devam ediyor.)

[347] T: Oraya gelmesi için ne yaparsınız?

[348] Ediz: -05 te yansıtırsın (Eğik bir doğruya göre yansıtıldığını kastediyor.)

[349] T: Oraya gelmesi için sadece yansıma dönüşümünü düşünmeyin bileşke dönüşüm yani birden fazla dönüşüm kullanılmış olabilir.

[350] Ediz: Hocam benim söylemim doğru bu arada.

[351] T: Tam üst üste geldi mi?

[352] Ediz: Hayır gelmedi, yamultuyorum bir saniye. (Doğrunun pozisyonunu değiştiriyor ama olmadı)

[353] T: O zaman sadece yansıma değil başka hangi dönüşüm?

Öğretmen dolaşıyor.

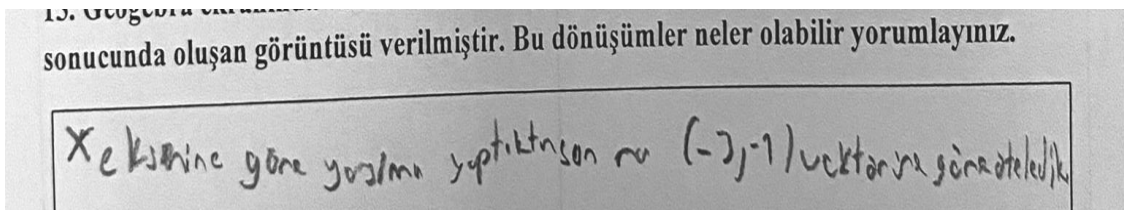
[354] T: Süpersin 3 br ötelenmiş sonra hangi eksene göre yansımsı?

[355] Berkay: Hocam zaten ötelemeli yansımaymış, o x de (yansımayı kastediyor), vektörü çapraz şöyle.

[356] T: Koordinatları ney peki? (Vektörün büyüklüğünü soruyor.)

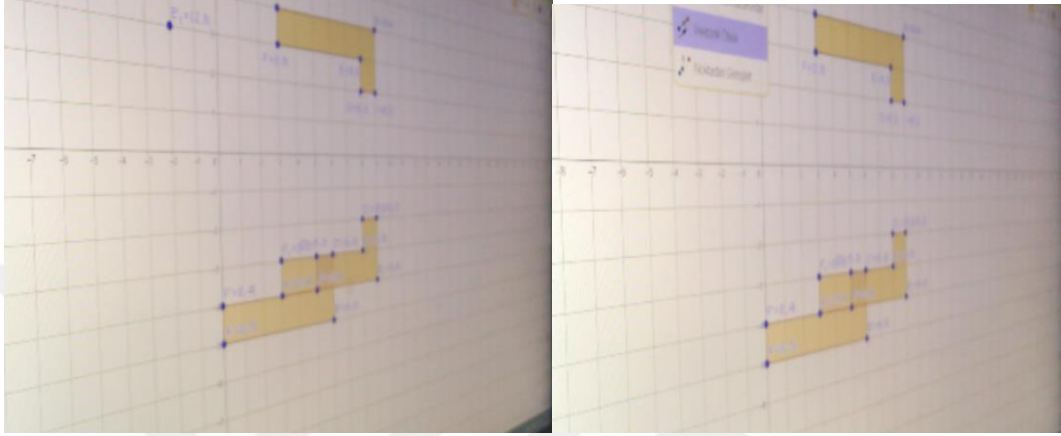
[357] Berkay: 3'e 1 ama bir dk hocam şey azaltmış koordinatı eski 3'e eksi 1.

Öğrencilerin artifakt kullanmadan tahminde bulundukları sonrasında artifakt yardımıyla, deneme yanılma yöntemiyle, söylemlerini test ettikleri çeşitli dönüşümler uyguladıkları ve 357. satırdaki gibi matematiksel işaretler oluşturdukları görülmektedir. 346. satırda Alya Artifaktın işaretlerin matematiksel evrimine yardımcı olduğu Berkay'ın çalışma kâğıdına matematiksel metinler kullanarak Şekil 3. 49. deki gibi not aldığı görülmektedir.



Şekil 3. 49. Bileşke dönüşümler görevine ilişkin Berkay'ın çalışma kâğıdı

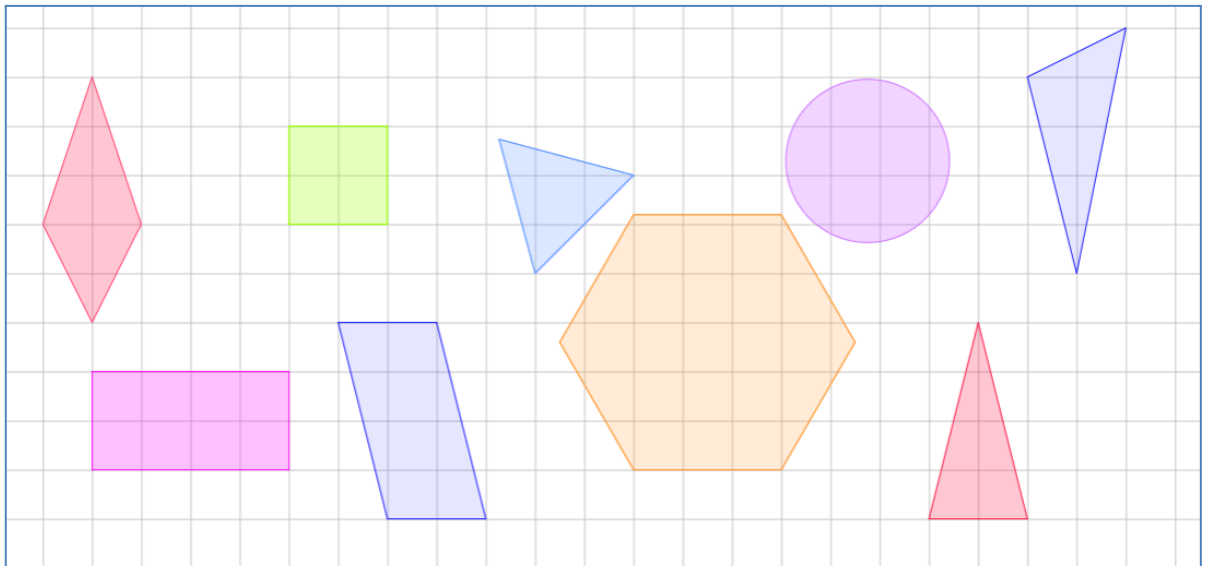
Araştırmacı günlükleri incelendiğinde Alya'nın "Hocam ekrandaki şeklin aynısı başka bir yere çizsek dönüşüm olur mu?" şeklinde bir soru yönelttiği görülmektedir. Bu da Alya'nın aslında eşlemeyi anladığı dönüşümlerin tanım ve görüntü kümelerini olan birebir ve örten bir fonksiyon olduğuna dair artifakta bağlı işaretler ürettiğini göstermektedir.



Şekil 3. 50. Alya'nın bileşke yansıma dönüşümüne ait ekran görüntüsü

3.2.4. Öğrencilerin geometrik şekillerin simetri eksenlerinin inşası görevine ait işaretler

Öğrencilere Geogebra ekranında bazı simetrik ve simetrik olmayan geometrik şekiller verilmiş (Bknz. Şekil 3. 51.) ve öğrencilerden simetri eksenlerini artifaktın farklı araçlarını kullanarak inşa etmeleri beklenmektedir.



Şekil 3. 51. Öğrencilerin <https://www.geogebra.org/m/u3nezmpy> adresinden eriştikleri ekran görüntüsü

[358] Cemre: Çok tatlı rengârenk.

[359] T: Simetri eksenlerini çizmesini istiyor doğru parçası sekmesiyle.

(Cemre önce düşey simetri eksenlerini çiziyor, paralelkenarın simetri eksenini yanlış çiziyor.)

[360] T: Deltoidin kaç simetri eksenini var?

[361] Berkay: Deltoidin 1 simetri eksenini vardır.

Cemre iki tane çizmiş düzeltiyor (Bknz. Şekil 3.52.) Kareye iki simetri eksenini çizdi.

[362] Alya: Açortay çiziyorum.

[363] T: Eşkenar olduğunu düşünüp simetri eksenlerini çizmişsiniz ama üçgenimiz eşkenar mı bakalım? Açık sekmesine ve üçgenin üstüne tıklayalım.

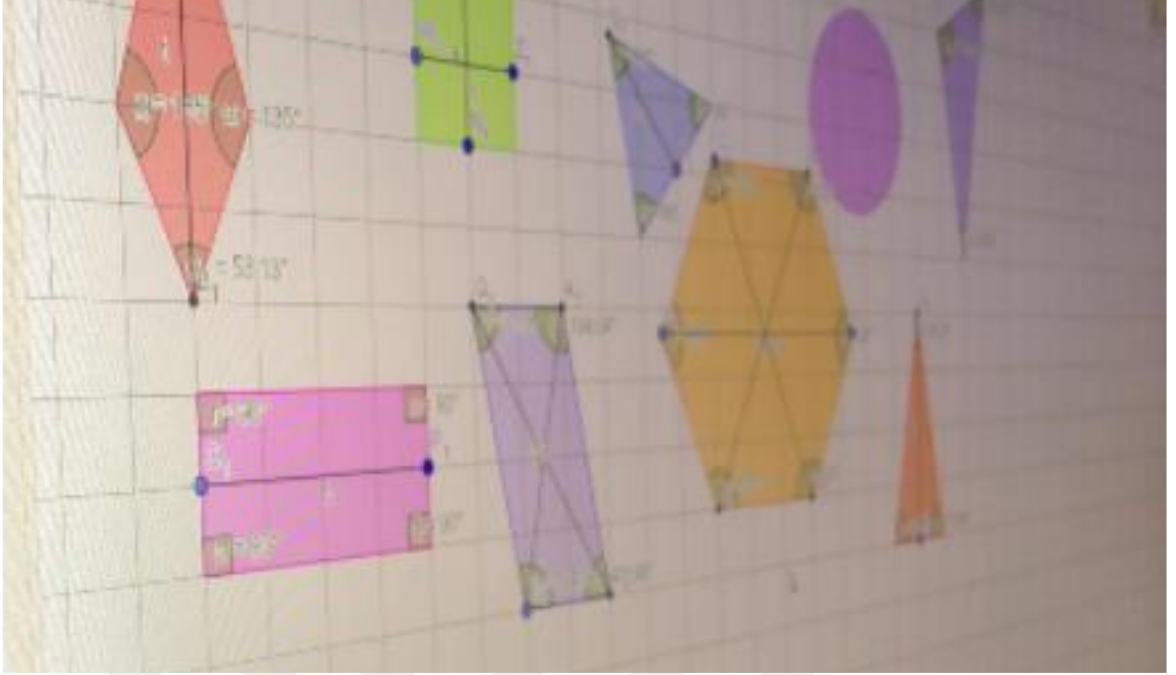
[364] Berkay: 60 derece eşkenar.

[365] T: O zaman gönül rahatlığıyla çizebilirsiniz.

Dairenin sonsuz tane olduğunu ifade ediyorlar.

[366] Berkay: Altıgende çok hocam.

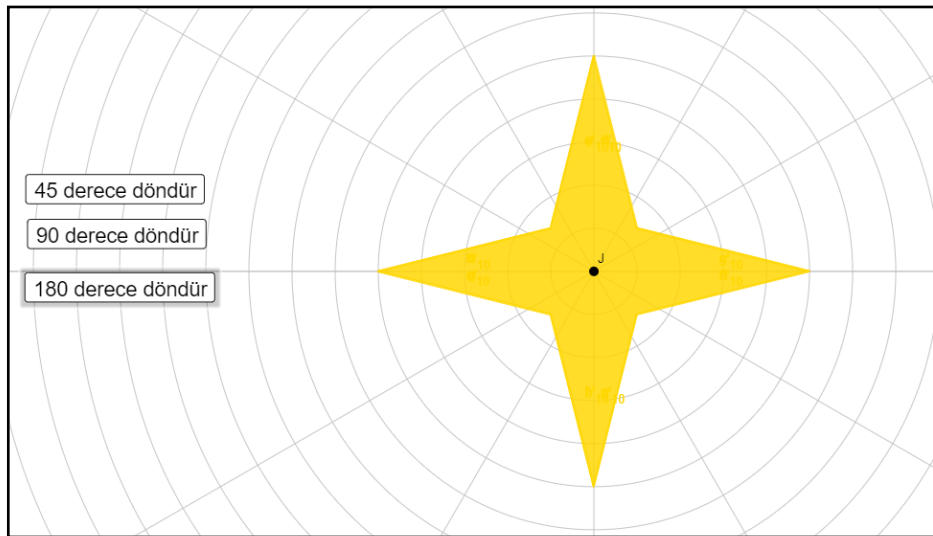
Öğrencilerin genel olarak kareli zeminden yararlanarak artifaktın doğru parçası aracılığıyla simetri eksenlerini inşa ettikleri görülmektedir. Alya 362. satırda ikizkenar üçgenin simetri eksenini inşa etmek için açortayı kullandığı görülmektedir. Öğrenciler artifaktın kareli zeminini yardımıyla bulamadıkları simetri eksenlerini orta dikme ve açortay araçlarını kullanarak oluşturmuşlardır. Öğretmen öğrencilerin artifaktın kullanımındaki belli unsurlara odaklanmaları için 363. satırda açı ölçme aracına kullanmalarına dair müdahalesinden sonra öğrenciler simetri eksenlerini inşa edip matematiksel işaretler oluşturmuşlardır. Öğrencilerin önce düşey simetri eksenlerini sonra yatay ve çapraz simetri eksenlerini inşa ettikleri ve dairenin sonsuz simetri ekseninin olduğunu farkında oldukları görülmektedir. Öğrenciler sosyal bir sınıf ortamında bu görevi gerçekleştirdikleri için yanlış yaptıkları simetri eksenlerini arkadaşlarının müdahalesiyle düzenledikleri ve simetri eksenlerini artifakt yardımıyla inşa etmekte zorlanmadıkları görülmüştür.



Şekil 3. 52. Cemrenin simetri eksenlerini oluşturduğu ekran görüntüsü

3.2.5. Dönel simetri görevine ait işaretler

Bu görevde öğrencilere Geogebra ekranında 90° lik dönme açısına sahip dönel simetrik bir şekil verilmiş (Bknz. 3.53.), öğrencilerden merkezi etrafında şekli 45° , 90° ve 180° lik açılarla döndüren ve görüntülerini oluşturan butonlar yardımıyla şeklin görüntülerini oluşturup yorumlamaları istenmiştir.



Şekil 3. 53. Öğrencilerin <https://www.geogebra.org/m/uzsmjjq7> adresinden eriştikleri dönel simetri görevine ait ekran görüntüsü

[367] Dalyan: 45 derece kutup yıldızı oluştu hocam (Bknz. 3.54.).

[368] Berkay: 90 da 180 de bir şey olmadı.

[369] Alya: Rengi koyulaşıyor.

[370] T: Cebir ekranının yana çekin.

[371] Berkay: Döndür yazıyor hocam bir sürü.

[372] Alya: Dönme dönüşümü mü?

[373] T: Evet, neden rengi koyulaşıyor?

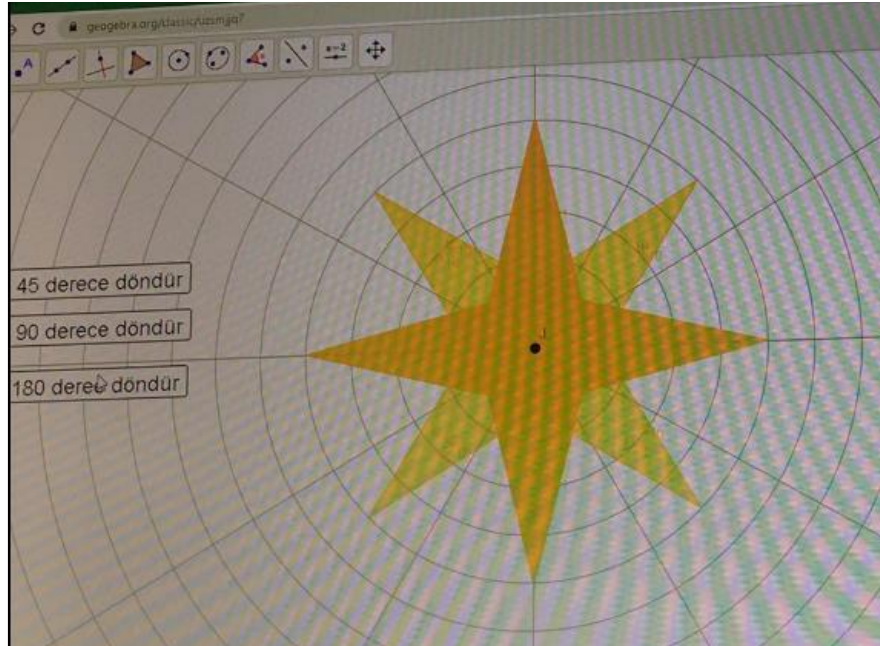
[374] Alya: Çakışıyor.

[375] Berkay: Döndersek de değişmiyor hocam ikisinde kendisi oluyor yıldız.

[376] T: Peki hangi açı değerlerinde?

[377] Alya: 90, 180.

Diyalogda Alya 369. satırda “Rengi koyulaşıyor.” diyerek artifakta bağlı işaretler üretmiştir. Öğretmenin 370. satırda öğrencilerin artifaktın kullanımındaki belli unsurlara odaklanmaları için “Cebir ekranının yana çekin.” diyerek geometrik şeklin neden koyulaştığına dikkat çekmiştir. 372. Satırda Alya geçiş işareti ürettiği ve 374. satırda “Çakışıyor.” gibi matematiksel işaret oluşturduğu görülmüştür. Dönel simetri öğrencilerin daha önce duymadığı bir kavram olduğu için, öğretmen bir şeklin nokta etrafında dönmesi sonucunda kendisi ve görüntüsünün çakışıyorsa o şeklin dönel simetrik olduğunu ifade etmiştir.



Şekil 3. 54. Dönel simetrik şeklin 45 derece dönme dönüşümü altındaki görüntüsü

3.3. Son Klinik Görüşmelere Ait Bulgular

Son klinik görüşme soruları öğretim deneyi sırasında yapılandırılmış ve okulun akıllı tahta bulunan bir sınıfında gerçekleştirilmiştir.

3.3.1. Düzlemde bir $A(x, y)$ noktasının orijin etrafında pozitif yönde α derece döndürülmesi ile elde edilen $G'(x', y')$ noktasının koordinatlarını cebirsel olarak ifade etme görevine ait işaretler

Öğrencilerden Geogebra ekranında aldıkları bir $A(x,y)$ noktasını başlangıç noktası (orijin) etrafında pozitif yönde α derece döndürülmesi ile elde edilen $G'(x',y')$ noktasının koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Öğrencilerden beklenen;

$$(x', y') = (x \cos \alpha - y \sin \alpha, x \sin \alpha + y \cos \alpha)$$

eşitliğini elde etmeleridir. Öğrenciler öğretim deneyi sırasında bir noktanın dönme dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmekte zorlandıkları için son klinik görüşmelerde bu göreve tekrar yer verilmiştir. Öğretmen Geogebra'nın ekran görüntüsünü çalışma kâğıtlarına bastırarak, akıllı tahtada görev açıkken öğretmen süreci yönetmiştir.

Öğretmen eşliğinde tartışma başlamış öğrencilerden A ve A' noktalarından x eksenine dikme indiğinde trigonometrik oranlardan yararlanarak A noktasının koordinatlarını yazmalarını istemiş öğrenciler artifaktan bağımsız olarak Şekil 3.55. ve Şekil 3.56. de ki eşitlikleri elde etmişlerdir.

Öğretmen A noktasının x eksenine ile yaptığı açı β ise A noktasının koordinatlarını yazmalarını istemiş öğrenciler:

$$\sin \beta = \frac{y}{|OA|}$$

$$\cos \beta = \frac{x}{|OA|}$$

eşitliklerini kolayca ifade etmişlerdir. Öğretmen $A'(a, b)$ noktasının koordinatlarını içinde aynı şeyi yapmalarını istemiş, dönme dönüşümünde dönme merkezine olan uzaklık korunduğu için $|OA| = |O'A'|$ olduğunu ifade etmiş ve

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{b}{|OA|}$$

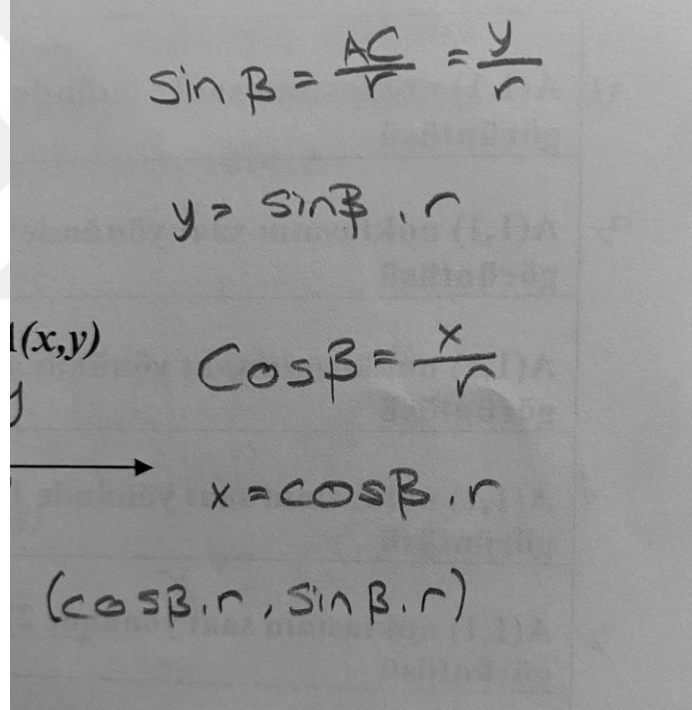
$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{a}{|OA|}$$

Öğretmen A' noktasının koordinatlarında yerine yazmalarını isteyince

$$A'(a, b) = (|OA| \cdot \cos(\alpha + \beta), |OA| \cdot \sin(\alpha + \beta))$$

eşitliğini elde etmişlerdir. Öğretmenin yardımı olmadan istenilen cebirsel ifadeyi oluşturamamışlardır.

Öğretmenin bu görevde matematiksel bilgi için uygun bir görev seçme ve problem çözme sürecinde öğrencilerin oluşturdukları metinlerden matematiksel metinlere geçişlerde artifaktı bir semiyotik arabuluculu olarak kullanmakta zorlandığı ifade edilebilir.



$$\sin \beta = \frac{AC}{r} = \frac{y}{r}$$

$$y = \sin \beta \cdot r$$

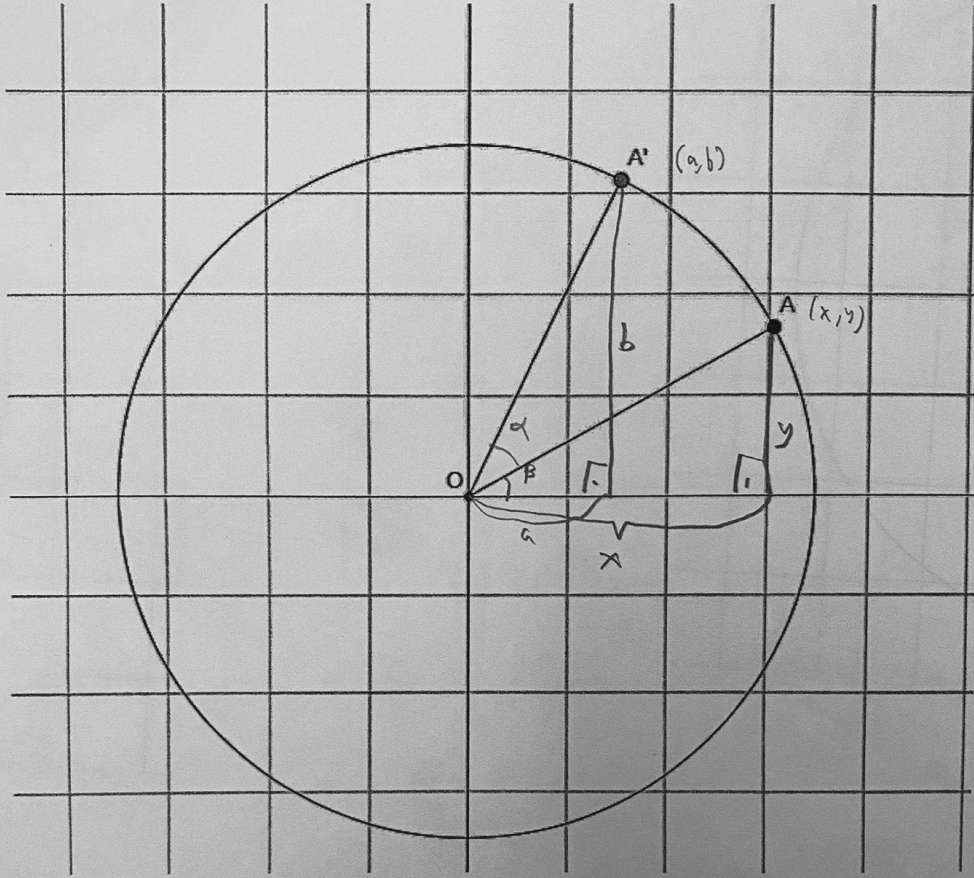
$$\cos \beta = \frac{x}{r}$$

$$x = \cos \beta \cdot r$$

$$(\cos \beta \cdot r, \sin \beta \cdot r)$$

Şekil 3. 55. Alya'nın çalışma kağıdı

DÖNME DÖNÜŞÜMÜ



$$OA = OA'$$

$$\sin \beta = \frac{y}{OA}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{b}{OA}$$

$$b = OA \cdot \sin(\alpha + \beta)$$

$$\cos \beta = \frac{x}{OA}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{a}{OA}$$

$$a = OA \cdot \cos(\alpha + \beta)$$

$$A'(OA \cdot \cos(\alpha + \beta), OA \cdot \sin(\alpha + \beta))$$

Şekil 3. 56. Berkay'ın son klinik görüşmede dönme dönüşümü formülüne ait çalışma kağıdı

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmanın bulgularına dayalı olarak ulaşılan sonuçlara, bu sonuçların alan yazınında yer alan ilgili çalışmalar ile tartışılmasına ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

4.1. Sonuçlar

Bu çalışma, öğrencilerin geometrik dönüşümleri anlamlandırmalarında dinamik geometri ortamlarından Geogebra'nın semiyotik potansiyeli altında nasıl gerçekleştiğini araştırılmıştır.

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar aşağıda paylaşılmaktadır:

- 12. sınıf öğrencilerinin artifakt ile görevleri gerçekleştirmeden önce öteleme dönüşümünü hareket olarak ifade ettikleri görülmüştür.
- 12. sınıf öğrencilerinin düzlemde bir noktayı bir vektör yardımıyla ötelerken noktanın koordinatlarının değiştiğini bildiklerini ancak öteleme dönüşümünün parametresi olan öteleme vektörünü kavramını artifakt ile gerçekleştirilen görevlerden sonra kullandıkları görülmüştür.
- Öğrenciler çalışmada artifakt olarak kullanılan dinamik geometri yazılımlarından olan Geogebra'ya karşı olumlu tutum geliştirmişlerdir.
- Öteleme görevlerinde öğrencilerin önce artifakta bağlı işaretler oluşturdukları sonra bireysel/küçük gruplarla geçiş işaretleri ve sınıf içerisindeki kolektif tartışmalarla matematiksel işaretler oluşturdukları görülmüştür.
- 12. sınıf öğrencilerinin artifakt ve kalem kâğıt kullanarak düzlemdeki bir noktanın bir vektör yardımıyla öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını cebirsel olarak ifade edebildikleri görülmüştür.
- Öğrenciler artifakt yardımıyla düzlemde bir doğru parçası ötelendiğinde doğru parçasının üzerindeki tüm noktalarının öteleme dönüşümüne tabi olduğuna dair matematiksel işaretleri artifakt yardımıyla oluşturdukları ancak öteleme dönüşümünün birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu ifade etmedikleri görülmüştür.
- Öğrenciler artifakt olarak seçilen Geogebra yardımıyla kendi başlattıkları tartışma ile düzlemde bir doğru parçası ve bir öteleme dönüşümü altındaki görüntüsü çakıştığında da öteleme dönüşümünün doğru parçasının

üzerindeki tüm noktaları yine düzlemdeki tüm noktalara eşleştirdiğine dair matematiksel işaretler üretmişlerdir.

- Artifakt yardımıyla öğrencilerin öteleme dönüşümünün tersinin de birebir ve örten fonksiyon olduğuna dair işaretler ürettikleri ancak yine öteleme dönüşümünün birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu sözel olarak ifade etmedikleri görülmüştür.
- 12. sınıf öğrencileri artifakt yardımıyla bir geometrik şeklin sıfır vektörü kadar ötelenmesi altındaki görüntüsünün ile esas şeklin çakışacağına dair matematiksel işaretler oluşturmuşlardır.
- Öğrencilerin öteleme dönüşümünün koruduğu ve korumadığı özellikleri artifakt yardımıyla kolaylıkla ifade ettikleri görülmüştür.
- 12. sınıf öğrencileri yansıma dönüşümünün geometrik özelliklerini artifakt yardımıyla incelediklerinde bir şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünün değişen ve korunan özelliklerini ifade etmekte zorlanmadıkları görülmüştür.
- Öğrencilerden düzlemde bir noktanın x eksenine, y eksenine, orijine ve bir noktaya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmeleri istendiğinde öğretmenin başlattığı kolektif tartışmalar, göreve geri dönüş için sorular yöneltmesi, belirli unsurlara odaklanmaları istemesi, öğrencilerden sentez yapmaları istemesi gibi müdahaleleri ile öğrencilerin semiyotik zincir oluşturdukları görülmüştür.
- Öğrenciler artifakt ile gerçekleştirilen görevlerde doğru parçası üzerindeki tüm noktaların yansıma dönüşümüne tabi olduğuna dair matematiksel işaretleri küçük gruplar yardımıyla ürettikleri görülmüştür bu da öğretim görevlerinin sınıfın sosyal ortamında gerçekleşmesinin önemini göstermektedir.
- 12. sınıf öğrencilerinin artifakt olarak seçilen Geogebra'yı etkin bir şekilde zorlanmadan ve tüm araç takımlarından yararlanarak ve severek kullandıkları görülmüştür bu da Geogebra'nın dönüşüm geometrisi öğretiminde bu sınıf seviyesinde artifakt olarak seçilebileceğini göstermektedir.
- Artifakt olarak seçilen Geogebra'nın öğrencilerin sadece dönüşüm geometrisi görevlerine ait matematiksel anlamlara değil aynı zamanda

doğru, vektör gibi geometrik kavramların bireysel anlamlarının matematiksel evrimine de yardımcı olduğu görülmüştür.

- Öğrencilerden bir geometrik şekil ve yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü verilip yansıma (simetri) eksenini bulmaları istendiğinde bir semiyotik zincir oluşturdıkları görülmüştür. Öğrencilerin “şöyle şurada” gibi artifakta bağlı işaretler, “sayarız gibi” orta nokta olduğuna dair geçiş işaretlerinden sonra orta dikme gibi matematiksel anlamları içeren semiyotik zinciri öğretmenin müdahaleleri ve küçük gruplarla tartışmalarla ürettikleri görülmüştür.
- Öğretmenin öğrencileri kendi düzlemlerinden matematiksel düzleme taşıyabilmeleri matematiksel anlamların evrimi için müdahalelerinin ne kadar önemli olduğu görülmüştür.
- Öğrencilere bir çemberin eksenlere göre yansıması sonucu oluşan görüntüsüne karşılık gelen bir öteleme dönüşümü olup olmadığı sorusu yönelttiğinde öğrenciler yansıma dönüşümü çemberin şekli ve yönünü koruduğundan artifakt yardımıyla bir öteleme dönüşümü olabileceğini belirttikleri ancak öteleme vektörünün büyüklüğünü ifade etmedikleri görülmüştür.
- Öğrenciler düzlemde bir noktanın bir dönme merkezi ve bir açıyı parametre kabul eden dönme dönüşümü altındaki görüntülerini artifakt yardımıyla oluştururken noktanın saat yönünde α kadar dönme sonucu oluşan görüntüsü ile saat yönünün tersinde $(360-\alpha)$ kadar dönme dönüşümü sonucu oluşan görüntülerinin koordinatlarının aynı olduklarını; öğretmenin belirli unsurlara odaklanma, göreve geri dönüş için soru sorma gibi rolünden sonra ifade ettikleri görülmüştür.
- Öğrenciler dönme dönüşümünde dönme merkezine olan uzaklığın korunduğunu öğretmenin belirli unsurlara odaklanmalarını istemesi rolünden sonra $A(1,1)$ noktasının orijine olan uzaklığı $\sqrt{2}$ ile noktanın orijin etrafında 135° dönme dönüşümü sonucu oluşan koordinatının orijine olan uzaklığı $1,41'$ in eşit olduğunu farketmişlerdir. Artifaktın sadece geometrik dönüşümlerin matematiksel anlamlara evrime değil farklı matematiksel anlamlarında evrime yardımcı olduğunu görülmüştür.

- 12. sınıf öğrencilerinin düzlemde bir noktanın $x=a$, $y=b$ ve $y=mx$ doğrularına göre yansıma dönüşümü altındaki koordinatlarını cebirsel olarak ifade ederken semiyotik zincir oluşturdıkları görülmüştür. Öğrenciler $y=b$ ve $y=mx$ doğrularına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerine ait semiyotik zincirde geçiş işaretleri oluşturmada matematiksel işaretler oluşturmuşlardır.
- Bileşke dönüşümlere ötelemeli yansıma görevinde öğrencilerin artifakt yardımıyla deneme yanılma yoluyla matematiksel işaretler oluşturdıkları görülmüştür.
- Öğrenciler fonksiyon kavramını kullanmasalarda düzlemde bir şeklin aynısını düzlemde farklı bir yere çizdiklerinde buna karşılık gelen bir dönüşüm olup olmadığını sorgulayıp geçiş işaretleri oluşturdıkları görülmüştür. Öğretmen dönüşümlerin birebir ve örten bir fonksiyon olduğunu ifade etmiştir.
- 12. sınıf öğrencilerin geometrik şekillerin simetri eksenlerini oluştururken zorlanmadıkları; öğretmenin rolü, kolektif tartışmalar ve artifaktın dinamik özelliklerinden yararlanarak simetri eksenlerini doğru inşa ettikleri görülmüştür.
- Öğrenciler dönel simetrik şekillerin dönme açısı kadar dönme dönüşümü sonucu oluşan görüntüsü ile karşılaştığını fark etmiş geçiş işaretleri oluşturmuşlar, daha önce duymadıkları bir kavram olduğundan dönel simetri kavramı ilk defa öğretmen tarafından kullanılmıştır.
- Düzlemde bir noktanın orijin etrafında pozitif yönde α derece döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmekte öğrencilerin zorlandıkları görülmüştür.

4.2.Tartışma

Araştırmada 12. sınıf öğrencilerine öteleme, yansıma ve dönme dönüşümleri içeren görevler verilmiş artifakt olarak seçilen Geogebra'nın matematiksel anlamların evrimi için semiyotik arabuluculuk aracı olarak kullanılabileceği görülmüştür. Turgut (2019) çalışmasında da dinamik geometri yazılımı GeoGebra'yı bir artifakt olarak kullanmış Geogebra'nın geometrik dönüşümlerin matris gösterimi için semiyotik arabuluculuk teorisine uygun ve etkili bir araç olduğunu belirlemiştir.

Öğrenciler başta öteleme dönüşümünü bir hareket olarak algıladıkları, vektör kavramını kullanmadıkları görülürken, artifakt ile öteleme dönüşümü içeren görevler gerçekleştirmeleriyle vektör kavramını kullanmaya başladıkları ve hareket olarak algılamadıkları, tanım ve görüntü kümelerinin farkına vardıkları görülmüştür. Benzer şekilde Avcu ve Çetinkaya (2019) öğretmen adaylarının geometrik dönüşümleri fonksiyon olarak kavramsallaştırmalarını araştırmak için, literatürde dönüşüm geometrisi öğretiminde yaşanan zorluklar ve öğrencilerin geometrik dönüşümleri fonksiyon olarak algılamalarında yaşanan zorlukları dikkate alarak Geogebra etkinlikleri de içeren bir öğretim deneyi tasarlamışlar ve yapılan öğretim deneyinde öteleme dönüşümünü başlangıçta “hareket”, “kayma”, “taşıma” vb. gibi ifadeleri kullanan öğretmen adaylarının da; görev sonunda öteleme vektörü ile öteleme dönüşümünü tanımladıkları ifade edilmiştir.

12. sınıf öğrencilerinin öteleme dönüşümüyle ilgili görevleri gerçekleştirirken didaktik döngü aracılığıyla artifakta bağlı işaretler, geçiş işaretleri ve matematiksel işaretler içeren semiyotik zinciri oluşturdıkları görülmüştür. Farklı kategorilere ait işaretlerin varlığı ve durumu, evrim sürecinde değiştiğinden, kişisel anlamlardan matematiksel anlama geçişin bir göstergesi olarak kullanılabilirler (Bartolini Bussi ve Mariotti; 2008). Öğrenciler öteleme görevlerinde çalışma kâğıtlarını kullanmaları ve sınıf içerisindeki didaktik döngüdeki işaretlerin kolektif üretimi ile düzlemde herhangi bir noktanın öteleme dönüşümü sonucu oluşan görüntüsünü cebirsel olarak ifade edebildikleri ortaya koyulmuştur.

Avcu ve Çetinkaya’nın (2019) öğretmen adaylarıyla yaptıkları çalışmada öğrenciler geometrik dönüşümleri özellikleriyle tanımlayabilmelerine rağmen düzlemdeki tüm noktalara dönüşümleri uyguladığı düşündüklerini gösteren kanıtları sürüklemeye etkinliğinin sonucunda elde ettikleri ifade edilmiştir. Benzer şekilde sürüklemeye etkinliği görevi ve artifakt ile etkileşimleri sonrası 12 sınıf öğrencilerinin öteleme dönüşümünü vektör yardımıyla noktaları yine düzlemdeki noktalara eşleyen birebir ve örten bir fonksiyon olduğunun farkına varmışlar ancak fonksiyon kavramını kullanmamışlardır.

12. sınıf öğrencileri yansıma dönüşümün geometrik özelliklerini artifakt yardımıyla incelediklerinde şeklin alanının, çevresinin gibi korunan özelliklerini ve konum, yön gibi değişen özelliklerini ifade etmekte zorlanmadıkları görülmüştür. Köse ve Özdaş (2009) ortaokul 5. sınıf öğrencilerinden simetriyi sözel olarak ifade etmeleri

istediğinde “uyum”, “aynılık”, “yansıma”, “birbirine benzeme”, “ters dönmüş halleri” gibi ifadelerle açıklamışlarını görmüşlerdir. Çalışmada 12. sınıf öğrencilerinin başlangıçta benzer terimleri kullansa da artifaktın semiyotik potansiyeli sayesinde bireysel metinler yerine artık “ayna yansıması” gibi matematiksel ifadeler kullandıkları görülmüştür. Öğrenciler simetri ekseninin esas nokta ve görüntüsünün tam ortasında yer aldığını başta bireysel metinler kullanarak sonrasında “orta dikme” kavramını kullanarak ifade edildiği görülmüştür.

Ng ve Sinclair (2015) dinamik geometri yazılılarının; öğrencilerin DGY ile etkileşimleri ve sürecin önemli bir bileşeni olan öğretmenin dili ve jestleri aracılığıyla simetri özellikleri hakkında genellemeye yol açan yeni bir söylem başlattıklarını sonucuna ulaşmışlardır. Benzer şekilde yansıma dönüşümü görevlerinde öğretmenin artifaktın belirli unsurlara odaklanma, öğrencilerin artifakt ile deneyimlerini yeniden yapılandırmaları için göreve geri dönüş için soru sorma, öğrencilerden sentez yapmasını isteme gibi rollerini kullanması öğrencilerin matematiksel işaretlere evrimini sağlamıştır. Yansıma görevleri sonrası 12. sınıf öğrencilerinin $A(x,y)$ noktasının yansıma dönüşümü sonrasında oluşan görüntülerinin koordinatlarını cebirsel olarak ifade ettikleri yani matematiksel işaretlere dönüştürdükleri görülmüştür. Öğrenciler $A(x,y)$ noktasının x eksenine göre, y eksenine göre ve orijine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü cebirsel/matematiksel olarak ifade etmekte zorlanmadıkları görülmüştür.

Semiyotik arabuluculuk teorisine göre anlamların temellerinin fenomenolojik deneyimden kaynaklanır ancak bunların evriminin öğretmenin rehberliğinde sınıfta sosyal yapılandırmacılık yoluyla gerçekleşir (Mariotti ve Cerulli, 2001). Çalışmada çokgenin tüm referans noktalarının ve görüntülerinin orta dikme doğrusunun simetri eksenini olduğunu artifakt ile oluştururken artifaktın küçük gruplarla işaret üretimi ve sosyal ortamda artifakt ile etkileşimin gerçekleştirilmesinin önemini ortaya çıkarmıştır. Bu da çalışmada bu sınıf seviyesinde artifakt olarak Geogebra’nın seçilmesinin öğrencilerin matematiksel anlamların evrimine katkı sağlayacağını göstermektedir.

12. sınıf öğrencilerinin teknolojiyi etkin bir şekilde kullandıkları, birçok aracı öğretmenin yardımı olmadan, kendileri keşfederek kullandıkları görülmüştür dolayısıyla 12. sınıf matematik derslerinde artifakt olarak dinamik geometri yazılımları seçilebileceği söylenebilir.

Dinamik geometri yazılımlarını belirli görevler için kullanma, ortaya çıkması beklenen yerleşik anlamlar ve bunların ispatla ilgili matematiksel anlamlarla bağlantısı arasındaki ilişkiyi tanımlamak için semiyotik potansiyel potansiyelden yararlanmak, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlamla evrimine rehberlik etmesine olanak sağlar (Mariotti, 2019). 12. sınıf öğrencilerinin $A(x,y)$ noktasının $x=a$, $y=b$, $y=x$ ve $y=-x$ doğrularına göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün koordinatlarını artifakt yardımıyla cebirsel olarak ifade edebildikleri ve semiyotik zincir oluşturdıkları ortaya koyulmuştur.

Bileşke dönüşümlerde 12. Sınıf öğrencilerinin artifakt kullanmadan tahminde bulundukları sonrasında artifakt yardımıyla, deneme yanılma yöntemiyle, söylemlerini test ettikleri ve matematiksel işaretler oluşturdıkları görülmektedir. Artifaktın işaretlerin matematiksel evrimine yardımcı olduğu ortaya koyulmuştur.

Öğretmen öğrencilerin artifaktın kullanımındaki belli unsurlara odaklanmalarını isteyince öğrenciler simetri eksenlerini inşa edip matematiksel işaretler oluşturmuş bu da artifaktın semiyotik potansiyelini ortaya çıkarmada öğretmenin rolünü önemini ortaya koymuştur.

Öğretmen sınıf içinde toplu tartışmada hassas bir role sahiptir öğrencilerin yaptığı belirsiz bir tanımlamayı “tanım” a dönüştürmeye arabuluculuk eder (Mariotti ve Fischbein, 1997, s.246). Bu çalışma da öğrenciler bir şeklin nokta etrafında dönmesi sonucunda kendisi ve görüntüsünün çakıştıklarını artifakt yardımıyla fark etmiş şeklin dönel simetrik olduğu öğretmenin arabuluculuğuyla tanımlanmıştır.

Gürkan (2021) teknoloji desteği ile dönüşüm geometrisi öğretiminin matematik öğretmeni adaylarının eleştirel düşünme eğilimine katkısı adlı çalışmada öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada, öğretmen adaylarına ortaöğretim matematik program dönüşüm geometrisi konularından “fonksiyonların dönüşümleri” ve “analitik düzlemde temel dönüşümler” alt başlıklarına yönelik bir öğretim denemesi yapılmıştır. Çalışmada öğretmen adaylarına verilen eğitimin öğretmen adaylarının eleştirel düşünme eğilimlerine ve tüm alt boyutlarına katkı sağladığı görülmüştür. Ancak araştırmada öğretmen adaylarına P noktasının, O(orijin) etrafında pozitif yönde α açısı kadar döndürülmesiyle oluşan P' noktasının koordinatlarını veren formülünü bulup ispatlamaları istendiğinde öğretmen ispat yapabilme başarılarının düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde bu çalışmada öğrencilerden Geogebra ekranında aldıkları bir $A(x,y)$ noktasını başlangıç noktası (orijin) etrafında pozitif yönde α derece

döndürülmesi ile elde edilen $G'(x',y')$ noktasının koordinatlarını cebirsel olarak ifade etmeleri istendiğinde zorlandıkları görülmüştür. Bunun nedeninin öğrencilerin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin informal çıkarım, analiz ve görselleştirme düzeyinde olmaları, araştırmaya da özelliklerden çıkarım ve ispat yapmak için Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde çıkarım düzeyinde öğrencinin olmaması, matematik derslerindeki geçmiş deneyimlerini ve öğretim görevinin potansiyeli olabilir.

Yılmaz, Ertem ve Güven (2010)'in yaptıkları dinamik geometri yazılımı cabri'nin 11.sınıf öğrencilerinin trigonometri konusundaki öğrenmelerine etkisi adlı çalışmalarında sadece dönüşüm geometrisi öğretiminde değil diğer matematik konularının öğretiminde de teknolojik olarak görselleştirilen matematiksel nesnelerin öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarında oldukça etkili olduğu görülmüştür. Benzer şekilde öğrenciler artifakt olarak Geogebra'yı kullanarak dönüşümlerle ilgili görevleri gerçekleştirirken geometrik kavramlar ve matematiksel kavramlarının bireysel anlamlarından matematiksel anlamlara evrimine yardımcı olduğu görülmüştür.

4.3. Öneriler

4.3.1. Araştırma sonuçlarına yönelik öneriler

Dönme dönüşümü ile ilgili görevler yeniden tasarlanıp dinamik geometri yazılımı ve geleneksel bir artifakt daha seçilerek ikili artifaktın etkileşimi sonucunda ortaya çıkan matematiksel anlamlar ve işaretler araştırılabilir.

12. sınıflarda dönüşüm geometrisi ve trigonometri öğretimi konusunda dinamik öğrenme ortamlarında yeni görevler tasarlanıp semiyotik arabuluculuk perspektifinden ele alınabilir.

Bu araştırmada öğrencilerin kamera karşında çok rahat oldukları gözlemlenmiştir. Bunun nedeni teknolojinin öğrencilerin hayatının ayrılmaz bir parçası olması ve pandemi boyunca uzaktan eğitimde kameralar aracılığıyla derslere katılmaları bu süreçte her zaman olduğundan daha fazla görüntülü konuşma gerçekleştirmeleri olabilir. Araştırmacının müdahalesi olmaksızın öğrenciler zaman zaman ikinci kamerayı alıp önemli gördükleri noktaları da çekmişlerdir. Öğrenciler ders sonlarında video kaydı çekip görüşlerini bildirmişlerdir. Bu nedenle veri toplamak için kameralarda giyilebilir teknolojiler kullanılabilir. Öğrencilerin çalıştığı her bilgisayar ekranına ekran kaydedici

program yüklemek zaman açısından zor olacağından her öğrenciden geogebra ile yaptığı çalışmayı kaydetmesi istenebilir.

4.3.2. Gelecekte yapılacak çalışmalara yönelik öneriler

Geogebra öğrencilerin matematiksel anlamları oluşturmalarında etkili bir artifaktır yeni çalışmalar yapılması hem semiyotik arabuluculuk teorisinin gelişimine hem de matematik öğretiminin kalitesini artırmaya katkıda bulunulabilir.

12. sınıf öğrencileri hazırbulunuşluk ve dinamik geometri yazılımlarını kullanımları göz önüne alındığında bu sınıf seviyesinde daha fazla araştırma yapılabilir.

Alanyazın incelendiğinde lise düzeyinde dönüşüm geometrisi ile ilgili yapılan çalışmaların az olduğu bu kapsamda yeni öğretim modelleri sunması için daha fazla çalışma yapılması söylenebilir.

Dönel simetri ile ilgili literatür incelendiğinde çok az çalışma olduğu görülmüştür dönel simetri ile ilgili araştırmalar yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Ada, T. ve Kurtuluş, A. (2010). Students' misconceptions and errors in transformation geometry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(7), 901-909.
- Altun, M. (1998). Geometri Öğretimi. ÖZDAŞ, A. (Editör), *Matematik Öğretimi* içinde s.161-184. Anadolu Üniversitesi Yayınları.
- Akdoğan, E. E., Güçler, B. ve Argün, Z. (2019). Lise öğrencilerinin yansıma dönüşümü hakkındaki matematiksel söylemlerinin öğretim bağlamında gelişimi. *Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32(2), 467-495.
- Akın, A. ve Kabael, T. (2016). Bir matematik eğitimi araştırmasına dayalı öğretim deneyi deneyimi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 4(3), 7- 27.
- Argün, Z. Arıkan, A. Bulut, S. ve Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramların künyesi*. Ankara: Gazi Kitapevi.
- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME*, 9(Extraordinario 1), 267-299.
- Arzarello, F. (2013). In search of the cognitive and cultural roots of mathematical concepts. *Paper presented at the VI. Colloquium on History and Technology in the Teaching of Mathematics (HTEM)*, The Federal University of São Carlos (UFSCar), Brasil, 15–19 July 2013.
- Aschenberger, F. K. (2021). Nitel politika analizi. F. N. Seggie ve Y. Bayyurt (Editörler), *Nitel araştırma yöntem, teknik, analiz ve yaklaşımları* içinde (s.333-352). Ankara: Anı, Yayıncılık.
- Avcu, S. ve Çetinkaya, B. (2019). An instructional unit for prospective teachers' conceptualization of geometric transformations as functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(5), 669-698.
- Baki, A. (2000). Bilgisayar donanımlı ortamda matematik öğrenme, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(19), 186-193.
- Baki, A. (2001). Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 149, 26-31.
- Baki, A. (2020). *Matematiği öğretme bilgisi*. Ankara: Pegem Akademi

- Baki, A. Güven, B. ve Karataş, İ. (2001). Dinamik geometri programı Cabri ile yapısalıcı öğrenme ortamlarının tasarımı. *I. Uluslararası Eğitim Teknolojileri Sempozyumu ve Fuarı*, 28-30 Kasım, Sakarya Üniversitesi, Sakarya.
- Balcı, A. (2018). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntem, teknik ve ilkeler*. Ankara: Pegem Akademi
- Bartolini Bussi, M. G. (1998). Verbal interaction in mathematics classroom: A Vygotskian analysis. H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi, ve A. Sierpiska (Editörler), *Language and communication in mathematics classroom* içinde (s. 65–84). Reston, VA: NCTM.
- Bartolini Bussi, M. G. ve Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. L. English ve diğerleri (Editörler), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, 2. Baskı içinde (s. 746-783). New York and London: Routledge.
- Bartolini Bussi, M. G. (2013). Bambini che contano: A long term program for preschool teacher development. B. Ubuz, Ç. Haser, & M. A. Mariotti (Editörler), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* içinde (s. 2088–2097). Ankara: Middle East Technical University.
- Bartolini Bussi, M.G. ve Baccaglini-Frank, A. (2015). Geometry in early years: sowing seeds for a mathematical definition of squares and rectangles. *ZDM Mathematics Education*, 47(3), 391-405. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0636-5>
- Bartolini Bussi, M. G., Bertolini, C. Ramploud, A. ve Sun, X. (2017). Cultural transposition of Chinese lesson study to Italy: An exploratory study on fractions in a fourthgrade classroom. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 6 (4), 380-395.
- Batdı, V. (2021). Nitel verilerin toplanması ve analizi. B. Çetin, M. İlhan ve M. G. Şahin (Editörler), *Eğitimde araştırma yöntemleri temel kavramlar, ilkeler ve süreçler* içinde (s.201-228). Ankara: Pegem Akademi.
- Borazan, A. (2019). *11. sınıf dönüşümler konusunun öğretiminde dinamik geometri yazılımlarının öğretmen ve öğrenci merkezli kullanımının öğrencilerin akademik başarılarına ve motivasyonlarına etkisi*. Yayımlanmamış doktora tezi: İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Malatya.

- Bottino, R. M., ve Kynigos, C. (2009). Mathematics Education & Digital Technologies: Facing the Challenge of Networking European Research Teams. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14(3), 203–215. doi:10.1007/s10758-009-9153-y
- Clements, D. H., ve Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (s. 420-464). New York: Macmillan.
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. A. E. Kelly ve R. A. Lesh (Editörler), *Handbook of research design in mathematics and science education* içinde (s. 547-589). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Creswell, J.W. (2019). *Nitel araştırmacılar için 30 temel beceri* (Çev: H. Özcan). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Creswell, J.W. (2021). *Nitel araştırma yöntemleri* (Çev. Ed: S. B. Demir ve M. Bütün). Ankara: Siyasal Yayın Evi. (Orijinal basım:2013).
- Cohen, L., Manion, L. ve Morrison, K. (2021). *Eğitimde araştırma yöntemleri* (Çev: E, Dinç ve K, Kıroğlu). Ankara: Pegem Akademi.
- Czarnocha, B., ve Maj, B. (2008). A teaching experiment. B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching research -a tool for teachers- researchers* içinde (s. 47–58). Poland: University of Reszów.
- Demir, Ö. ve Kurtuluş, A. (2019). Dönüşüm Geometrisi Öğretiminde 5E Öğrenme Modelinin 7. Sınıf Öğrencilerinin Van Hiele Dönüşüm Geometrisi Düşünme Düzeylerine Etkisi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 20 (Özel Sayı).
- De Villiers, M. (2006). Some pitfalls of dynamic geometry software. *Learning and Teaching Mathematics*, 4, 46–52.
- Drijvers P. vd. (2009). Integrating technology into mathematics education: theoretical perspectives. Hoyles C., Lagrange JB. (Editörler) *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain*. New ICMI Study Series, vol 13. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_7
- Edwards, L. D. (2003). The nature of mathematics as viewed from cognitive science. *Third Conference of European Research in Mathematics Education*, Bellaria, Italy.

- Faggiano, E. ve Mennuni, F. (2020). Constructing mathematical meanings with digital tools: design, implementation and analysis of a teaching activity in a distance education context. *Interaction Design and Architecture(s) Journal*, N.46, 156 – 174.
- Flores, A. ve Yanık, H. B. (2016). Geometric translations: An interactive approach based on students' concept images. *North American GeoGebra Journal*, 5(1), 1–19.
- Fife, J. H., James, K., ve Bauer, M. (2019). *A learning progression for geometric transformations* (Research Report No. RR-19-01). Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Goldin, G.A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. A.E., Kelly and R.A., Lesh (Editörler), *Handbook of research design in mathematics and science education* içinde (s. 517- 545). London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Güçler, B., Hegedus, S., Robidoux, R., ve Jackiw, N. (2012). Investigating the mathematical discourse of young learners involved in multi-modal mathematical investigations: the case of haptic technologies. D. Martinovic, V. Freiman, ve Z. Karadag (Editörler), *Visual mathematics and cyberlearning* içinde (s. 97–118). Berlin: Springer.
- Güler, H.K. ve Arslan, Ç. (2018). Matematik Öğretmeni Adaylarının Düzlemde Dönme Dönüşümü Formüllerini Oluşturma Sürecinin İncelenmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38(2), 615-636.
- Güler Selek, H. K. (2020). Kâğıt katlamanın semiyotik arabuluculuk teorisi açısından incelenmesi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*. 19 (73) , 122-144.
- Güven, B., ve Karataş, İ. (2005). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile oluşturmacı öğrenme ortamı tasarımı: Bir model. *İlköğretim-Online*, 4(1), 62-72.
- Güven, B. (2012). Using dynamic geometry software to improve eight grade students' understanding of transformation geometry. *Australasian Journal of Educational Technology*, 28(2). <https://doi.org/10.14742/ajet.878>
- Günhan, B.C. ve Açıkan, H. (2016). Dinamik Geometri Yazılımı Kullanımının Geometri Başarısına Etkisi: Bir Meta-Analiz Çalışması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(1), 1-23.

- Gürsan, S. (2021). *Teknoloji desteği ile dönüşüm geometrisi öğretiminin matematik öğretmen adaylarının eleştirel düşünme eğilimine katkısı*. Yayımlanmamış doktora tezi. Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bursa.
- Gülkalık, H., Uğurlu, H. H. ve Yürük, N. (2015). Öğrencilerin düzlem dönüşümlerine ait kavramsal anlamalarının geliştirdikleri iç temsiller kapsamında incelenmesi, *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(3), 395-422.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2003). Dinamik geometri yazılımı Cabri ile geometri öğrenme: öğrenci görüşleri. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(2), 67-78.
- Heid, M. K. (1997). The Technological Revolution and the Reform of School Mathematics. *American Journal of Education*, 106(1), 5–61. doi:10.1086/444175
- Hohenwarter, M., ve Preiner, J. (2007). Dynamic mathematics with GeoGebra. *Journal of online Mathematics and its applications*. 7, 1448. https://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html
- Hollebrands, K. F. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *Journal of Mathematical Behavior*, 22, 55-72.
- Hollebrands, K., McCulloch, A.W. ve Okumus, S. (2021). High school students' use of technology to make sense of functions within the context of geometric transformations. *Digit Exp Math Educ*.
- Hunting, R. P. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 16 (2), 145-165.
- Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. L. Haggarty (Editör), *Aspects of teaching secondary mathematics: Perspectives on practice* içinde (s. 121–139). Routledge Falmer, London.
- Karadağ, Z., ve McDougall, D. (2011). GeoGebra as a cognitive tool: Where cognitive theories and technology meet. L. Bu & R. Schoen (Editörler), *Model-centered learning: Pathways to mathematical understanding using GeoGebra* içinde (s. 169–181). Rotterdam, The Netherlands: Sense.
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim-Online*, 2 (2), 2-9.
- Karasar, N. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemi*. Ankara: Nobel Yayıncılık

- Karagözlü, V. (2015). Simetri ve Edebiyat: Klasik Türk Edebiyatında Simetrinin Görünümleri. *Turkish Studies International Periodical For The Languages, Literature and History of Turkish or Turkic*, 10/8 Spring: 1479-1502.
- Kaya, A. ve Öçal, M.F. (2018). Geogebra'nın öğrencilerin matematikteki akademik başarılarına etkisi üzerine bir meta-analiz. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(2), 31-59.
- Kaya, G. (2013). *Matematik derslerinde akıllı tahta kullanımının öğrencilerin dönüşüm geometrisi üzerindeki başarılarına etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Kılıçoğlu, E. ve Şimşek, Z. Z. (2020). Geometrik dönüşümler. T. Ağırman Aydın ve B. Küçük Demir, (Editörler), *Geometri ve öğretimi içinde* (s.236-270). Ankara: Pegem Akademi.
- Köse, N. Y. (2012). İlköğretim öğrencilerinin doğruya göre simetri bilgileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 42(42).
- Köse, N. (2015). Geometrik dönüşümlerden biri: yansıma dönüşümünü anlamak. İ.Ö.Zembat, M.F.Özmantar, E.Bingölbali, H. Şandır ve A.Delice (Editörler), *Tanımlarıyla ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (s.613-628). Ankara: Pegem Akademi.
- Köse, N. Y.ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim 5. sınıf öğrencileri geometrik şekillerdeki simetri doğrularını Cabri geometri yazılımı yardımıyla nasıl belirliyorlar? *İlköğretim Online*, 8 (1), 159-175.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park, CA: Sage.
- Maltese, A.V., Danish, J.A., Bouldin, R. M., Harsh, J. A. ve Bryan, B. (2016). What are students doing during lecture?. *Evidence from new technologies to capture student activity, International Journal of Research & Method in Education*, 39:2, 208-226, DOI: 10.1080/1743727X.2015.1041492
- Malatjie, F., ve Machaba, F. (2019). Exploring mathematics learners' conceptual understanding of coordinates and transformation geometry through concept mapping. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(12), em1818.
- Mariotti, M. A., ve Fischbein, E. (1997). Defining in Classroom Activities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 219–248. <http://www.jstor.org/stable/3482837>

- Mariotti, M. A. ve Cerulli, M. (2001). Semiotic mediation for algebra teaching and learning. *25th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2001, 225-232.
- Mariotti, M.A. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: the role of the teacher. *ZDM Mathematics Education* 41, 427–440. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0199-z>
- Mariotti M.A. (2010) Proofs, Semiotics and Artefacts of Information Technologies. Hanna G., Jahnke H., Pulte H. (Editörler) *Explanation and Proof in Mathematics*. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0576-5_12
- Mariotti, M. A. (2013). Introducing students to geometric theorems: how the teacher can exploit the semiotic potential of a DGS. *ZDM Mathematics Education*, 45(3), 441-452.
- Mariotti M. (2014). Transforming Images in a DGS: The Semiotic Potential of the Dragging Tool for Introducing the Notion of Conditional Statement. Rezat S., Hattermann M., Peter-Koop A. (Editörler) *Transformation- A Fundamental Idea of Mathematics Education* içinde (s.155-172). Springer, New York, NY. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3489-4_8
- Mariotti M.A. (2019) The Contribution of Information and Communication Technology to the Teaching of Proof. Hanna G., Reid D., de Villiers M. (Editörler) *Proof Technology in Mathematics Research and Teaching*. Mathematics Education in the Digital Era, vol 14. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-28483-1_8
- Martin, G. E. (1982). *Transformation geometry: An introduction to symmetry*. Springer Science & Business Media.
- McCulloch, W. A., Hollebrands, K., Lee, H., Harrison, T. ve Mutlu, A. (2018). Factors that influence secondary mathematics teachers' integration of technology in mathematics lessons. *Computers & Education*, Volume 123, 26-40.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. sınıflar için)*. Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2021). *Ortaöğretim fen Lisesi 12. sınıf matematik ders kitabı*. Ankara: MEB

- NCTM. (2000). *Principals And Standards For School Mathematics*.
- Ng, O. L., ve Sinclair, N. (2015). Young children reasoning about symmetry in a dynamic geometry environment. *ZDM Mathematics Education*, 47, 421–434. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0660-5>
- Norman, D. A. (1993). *Things that make us smart*. London: Addison-Wesley.
- Ogden, C. K., ve Richards, I. A. (1923). *The Meaning of Meaning*. New York: A Harvest Book.
- Olivero, F. ve Robutti, O. (2007). Measuring in dynamic geometry environments as a tool for conjecturing and proving. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12 (7), 135–156.
- Özkamas, U. (2009). Charles Sanders Peirce'in gösterge kavramı. *Uşak Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 2(1), 32-45.
- Rifat, M. (2009). *Göstergebilimin ABC'si*. İstanbul: Say Yayıncılık.
- Sayın, Ö. (2014). *Göstergebilim ve sosyoloji*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Seah, R. ve Horne, M. (2019). An exploratory study on students' reasoning about symmetry. G. Hine, S. Blackley, ve A. Cooke (Editörler). *Mathematics Education Research: Impacting Practice (Proceedings of the 42nd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* içinde s. 628-635. Perth: MERGA
- Silverman, D. (2018). *Nitel verileri yorumlama*. Ankara: Pegem Akademi.
- Şimşek, N. ve Yaşar, A. (2019). GeoGebra ile ilgili lisansüstü tezlerin tematik ve yöntemsel eğilimleri: bir içerik analizi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 10(2), 290-313.
- Tatar, E. (2013). The Effect of Dynamic Software on Prospective Mathematics Teachers' Perceptions Regarding Information and Communication Technology. *Australian Journal of Teacher Education*, 38(12). <http://dx.doi.org/10.14221/ajte.2013v38n12.6>
- Tatar, E., Akkaya, A. ve Kağızmanlı, T. B. (2014). Using dynamic software in mathematics: the case of reflection symmetry. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45 (7), 980-995.
- Trocki, A. ve Hollebrands, K. (2018). The development of a framework for assessing dynamic geometry task quality. *Digit Exp Math Educ* 4, 110–138 <https://doi.org/10.1007/s40751-018-0041-8>

- Tuluk, G. (2015). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının aç kavramına ilişkin oluşturdıkları kavram haritalarının değerlendirilmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(2), 323-337.
- Steffe, L.P. ve Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. R. Lesh ve A. E. Kelly (Editörler), *Research design in mathematics and science education* içinde (s. 267-306). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Turgut M. (2018). How Does a Dynamic Geometry System Mediate Students' Reasoning on 3D Linear Transformations?. Stewart S., Andrews-Larson C., Berman A., Zandieh M. (editörler) *Challenges and Strategies in Teaching Linear Algebra* içinde. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66811-6_11
- Turgut, M. (2019). Sense-making regarding matrix representation of geometric transformations in R^2 : a semiotic mediation perspective in a dynamic geometry environment. *ZDM Mathematics Education* 51, 1199–1214.
- Usiskin, Z. (1974). Transformations in high school geometry before 1970. *The Mathematics Teacher*, 67(4), 353-360. <http://www.jstor.org/stable/27959706>
- Uysal, F. (2020). Veri toplama süreçleri ve analiz yöntemleri. N. Cemaloğlu. (Editör). *Bilimsel araştırma teknikleri ve etik* içinde (s.135-174). Ankara: Pegem Akademi.
- Ünsal, T. G. ve Akay, C. (2020). Lise öğrencilerinin matematik başarısı, kaygısı ve öğretim teknolojilerine yönelik tutumları üzerine: geogebra dinamik yazılımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 28(1), 234-252.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2016). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev: S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayın
- Yao, X. ve Manouchehri, A. (2019). Middle school students' generalizations about properties of geometric transformations in a dynamic geometry environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, 55, 1-19.
- Yakıcı Topbaş, E. S., Aktaş, F. N. ve Argün, Z. (2019). Dönüşüm Geometrisi. G. Hacıömeroğlu ve K. Tarım (Editörler), *Matematik Öğretiminin Temelleri* içinde (s. 215-300). Ankara: Anı Yayıncılık.
- Yanık, H. B. ve Flores, A. (2009). Understanding rigid geometric transformations: Jeff's learning path for translation. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(1), 41-57.

- Yanık, H. B. (2011). Prospective middle school mathematics teachers' preconceptions of geometric translations. *Educational Studies in Mathematics*, 78, 231-260. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9324-3>
- Yanık, H. B. (2014). *Middle-school students' concept images of geometric translations*. The Journal of Mathematical Behavior, 36, 33-50.
- Yavuz, İ., Kepceoğlu, İ. ve Kaya, Z. B. (2020). Dönüşüm geometrisi ve öğretim. E. Ertekin ve M. Ünlü (Editörler), *Geometri ve ölçme öğretimi içinde* (s.325-343). Ankara: Pegem akademi.
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6.Baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, G.K., Ertem, E. ve Güven, B: (2010). Dinamik geometri yazılımı cabri'nin 11.sınıf öğrencilerinin trigonometri konusundaki öğrenmelerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 1(2), 200-216.
- Yılmaz, R. (2020). Dönüşüm geometrisi. A. Kaçar, (Editör), *Matematiğin temelleri içinde* (s.335-364). Ankara: Pegem Akademi.
- Zembat, İ. Ö. (2007). Yansıma dönüşümü, doğrudan öğretim ve yapılandırmacılığın temel bileşenleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 195-213.
- Zembat, İ. Ö. (2015a). Geometrik dönüşümlerden öteleme ve farklı anlamları. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır ve A. Delice (Editörler), *Tanımlarıyla ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (s.629-644). Ankara: Pegem Akademi.
- Zembat, İ. Ö. (2015b). Geometrik dönüşümlerden dönme özellikleri. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır ve A. Delice (Editörler), *Tanımlarıyla ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (s.645-658). Ankara: Pegem Akademi.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2018). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev: S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayın.
- Winter, G. (2000). A comparative discussion of the notion of 'validity' in qualitative and quantitative research. *The Qualitative Report [On-line serial]*, 4(3/4). Available: <http://www.nova.edu/ssss/QR/QR4-3/winter.html>
- http-1:** <https://www.geogebra.org/about> (Erişim tarihi: 22.09.2021)

http-2: <https://www.geogebra.org/m/pR5DME5S#material/uy93nfzr> (Erişim tarihi:
22.09.2021)



EKLER

EK-1. Anadolu Üniversitesi Etik Kurul Onayı

Etik Kurul Kararı Tarihi: 11.04.2021 Protokol No: 59418

Tarih: 27.04.2021



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Dinamik Geometri Yazılımlarıyla Dönüşüm Geometrisi Öğretimine Sembolik Arabuluculuk Perspektifinden Bir Bakış
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Tuba ADA
TEZ YAZARI:	Seda BALCI
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu

EK-2. Özel Öğretim Kurumları Genel Müdürlüğü'nden Alınan İzin Belgesi

Gelen Evrak Tarih ve Sayısı: 09.06.2021-78666



T.C.
MİLLÎ EĞİTİM BAKANLIĞI
Özel Öğretim Kurumları Genel Müdürlüğü

Sayı : E-36077160-405.01-26158664
Konu : Araştırma Uygulama İzin Talebi
Seda BALCI

08.06.2021

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : a) Strateji Başkanlığının 28.05.2021 tarihli ve 25713999 sayılı yazısı.
b) Millî Eğitim Bakanlığı'nın 21/01/2020 tarihli ve 2020/2 Nolu Araştırma Uygulama İzinleri Genelgesi.

Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencisi Seda BALCI'nın "Dinamik Geometri Yazılımlarıyla Dönüşüm Geometrisi Öğretimine Semiyotik Arabuluculuk Perspektifinden Bir Bakış" konulu araştırmasına veri sağlamak amacıyla anket çalışması yapma izin talebine ilişkin ilgi (a) yazı ve ekleri Genel Müdürlüğümüz tarafından incelenmiştir.

Araştırmanın; Genel Müdürlüğümüze bağlı öğrenci katılımı ile yapılması planlandığı ancak virüsün etkilerinden korunmak amacı ile il/ilçe, ulusal ve uluslararası düzeydeki sosyal etkinliklerin (toplantı, çalıştay, sempozyum, konferans, forum, ödül töreni, spor müsabakası, yarışma vb.) tedbiren iptal edilmesi ve yüz yüze eğitim öğretime ara verilmesi göz önüne alınarak örgün eğitimin tam olarak başlamasıyla birlikte denetimi il/ilçe millî eğitim müdürlükleri ve okul/kurum idaresinde olmak üzere, kurum faaliyetlerini aksatmadan, gönüllülük esasına göre; onaylı bir örneği Bakanlığımızda muhafaza edilen ve uygulama sırasında da mühürlü ve imzalı örnekten çoğaltılan veri toplama araçlarının ilgi (b) Genelge doğrultusunda uygulanmasına izin verilmiş olup sonucundan da Bakanlığımıza bilgi verilmesi hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Muammer YILDIZ
Bakan a.
Genel Müdür

Ek: Onaylı Veri Toplama Araçları

Dağıtım:
Gereği:
Anadolu Üniversitesi Rektörlüğüne

Bilgi:
/ a ve 1 / Valiliği
(11 Millî Eğitim Müdürlüğüne)

Adres :

Telefon No :
E-Posta : ook
Kep Adresi :

Bu evr

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Adresi : <https://w>

Bilgi için : info@...

Unvan : \

İnternet Adresi :

Faks:31

EK-3. Öğrenci Velisini Bilgilendirme ve İzin Formu

ÖĞRENCİ VELİSİ BİLGİLENDİRME VE İZİN FORMU

Sayın Veli;

Bu çalışma, “Dinamik Geometri Yazılımlarıyla Dönüşüm Geometrisi Öğretimine Semiyotik Arabuluculuk Perspektifinden Bir Bakış” başlıklı bir araştırma çalışması olup dönüşüm geometrisi öğretiminde dinamik geometri yazılımlarından Geogebra’ın semiyotik potansiyelin ortaya konulması ve işaretlerin belirlenmesi amacını taşımaktadır. Çalışma, Seda Balcı tarafından yürütülmekte ve sonuçları yüksek lisans tez çalışması ile ortaya konacaktır, matematik eğitiminin gelişimine ışık tutulacaktır.

- Bu çalışmaya öğrencimizin katılımı gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, nitel bir araştırma yapılacak olup yarı yapılandırılmış klinik görüşme, kamera ve ses kayıtları ile verileriniz toplanacaktır.
- İsminizi yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler araştırmacı tarafından korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek hiçbir kişi, kurum ya da kuruluş ile paylaşılmayacaktır.
- Veri toplama sürecinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım veli bilgilendirme formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi matematik eğitimi bölümünden yüksek lisans öğrencisi Seda Balcı’ya yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı Adı : (

Adres:

Cep Tel :

Araştırmacı tarafından amacı ve uygulama programı anlatılan bu çalışmada çocuğumun yer almasına razıyım ve izin veriyorum. Bu çalışma kapsamında sağlanacak olan tüm bilgilerin gizli tutulacağını ve sadece araştırma amaçları çerçevesinde kullanılacağını anladım. Ayrıca öğrencinin katılacağı derslerin ses kayıt cihazı ve kamera ile kayıt altına alınmasında sakınca yoktur. Araştırmada çocuğumun adı ve diğer bilgilerinin benim iznim olmadan kullanılmayacağı bildirilmiştir. Yukarıda yazılı olan bilgileri okudum ve bu çalışmaya çocuğumun katılmasına onay veriyorum. (Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Velinin Adı Soyadı:

Velinin İmzası:

EK-4. Öğrenci Bilgilendirme ve İzin Formu

ÖĞRENCİ BİLGİLENDİRME VE İZİN FORMU

Bu çalışma, “Dinamik Geometri Yazılımlarıyla Dönüşüm Geometrisi Öğretimine Sembolik Arabuluculuk Perspektifinden Bir Bakış” başlıklı bir araştırma çalışması olup dönüşüm geometrisi öğretiminde dinamik geometri yazılımlarından Geogebra’nın sembolik potansiyelin ortaya konulması ve işaretlerin belirlenmesi amacını taşımaktadır. Çalışma, Seda Balcı tarafından yürütülmekte ve sonuçları yüksek lisans tez çalışması ile ortaya konacaktır, matematik eğitiminin gelişimine ışık tutulacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, nitel bir araştırma yapılacak olup yarı yapılandırılmış klinik görüşmeler, kamera ve ses kayıtları ile verileriniz toplanacaktır.
- İsmınızı yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz/araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler araştırmacı tarafından korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek hiçbir kişi, kurum ya da kuruluş ile paylaşılmayacaktır.
- Veri toplama sürecinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi matematik eğitimi bölümünden yüksek lisans öğrencisi Seda Balcı’ya yöneltebilirsiniz.

Araştırmacı Adı

Adres:

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin ses kayıt cihazı ve kameralar ile kayıt altına alınmasına ve bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.

(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Katılımcı Ad ve Soyadı:

İmza:

Tarih:

EK-5. Veli Ses Ve Video Kaydı Yazılı İzin Formu

VELİ SES VE VIDEO KAYDI YAZILI İZİN FORMU

Sevgili Veli,

Bu mektubun amacı sizi araştırmamızla ilgili haberdar etmek ve buna bağlı olarak velisi

olduğunuz öğrencinin araştırmaya katılmasıyla ilgili sizden izin almaktır.

Bu araştırma kapsamında çalışma süresince bilgisayarlar kullanılarak yıllık planda belirtilen matematik öğretim programında yer alan konulara yönelik etkinlikler uygulanacak olup, bu etkinlikler süresince derslerin kamera ile video kaydı ve ses kayıt cihazıyla ses kaydı alınacaktır.

Toplanan tüm veriler araştırma ve eğitim dışında başka amaçla kullanılmayacaktır. Ayrıca, araştırmanın raporlaştırılması sürecinde elde edilen bilgiler yazılırken, her öğrenci için farklı bir kod atanacak ve öğrenci kimliği ile ilgili özel bilgilerine kesinlikle yer verilmeyecektir.

Bu mektubu dikkatlice okuyunuz. Araştırmada sizden talep edilecek şeyler yukarıda belirtilmiştir. Ayrıca araştırmaya katılımcı olarak iştirak etmeyi kabul etmeniz dahi araştırmanın herhangi bir safhasında ayrılma hakkına sahipsiniz.

Sonuç olarak bu mektubu okuduğunuz ve velisi olduğunuz öğrencinin araştırmaya

katılıp katılmama konusunu düşünmek için zaman ayrıldığınız için teşekkür ederiz.

Aşağıda imzası olan ben, yukarıdaki açıklamaları anlamış ve velisi olduğum’ın araştırmaya katılmasına izin vermiş bulunmaktayım.

İsim:

Tarih:

İmza:

Araştırmacı:

Tarih:

Adres:

Cep Tel:

E posta:

Katılımcının araştırmanın herhangi bir aşamasında araştırmadan ayrılma hakkına sahip olduğunu kabul ediyorum.

İmza Araştırmacı

EK-6. Öğrenci Ses Ve Video Kaydı Yazılı İzin Formu

ÖĞRENCİ SES VE VIDEO KAYDI YAZILI İZİN FORMU

Sevgili Öğrencimiz,

Bu mektubun amacı sizi araştırmamızla ilgili haberdar etmek ve araştırmaya katılımcı olarak iştirakiniz noktasında sizden izin almaktır.

Bu araştırma kapsamında çalışma süresince bilgisayarlar kullanılarak yıllık planda belirtilen matematik öğretim programında yer alan konulara yönelik etkinlikler uygulanacak olup, bu etkinlikler süresince derslerin kamera ile video kaydı ve ses kayıt cihazıyla ses kaydı alınacaktır.

Toplanan tüm veriler araştırma ve eğitim dışında başka amaçla kullanılmayacaktır. Ayrıca, araştırmanın raporlaştırılması sürecinde elde edilen bilgiler yazılırken, her öğrenci için farklı bir kod atanacak ve öğrenci kimliği ile ilgili özel bilgilerine kesinlikle yer verilmeyecektir.

Bu mektubu dikkatlice okuyunuz. Araştırmada sizden talep edilecek şeyler yukarıda belirtilmiştir. Ayrıca araştırmaya katılımcı olarak iştirak etmeyi kabul etmeniz dahi araştırmanın herhangi bir safhasında ayrılma hakkına sahipsiniz.

Katılımcı olarak araştırmaya katılıp katılmama konusunu düşünmek için zaman ayrıldığınız için teşekkür ederiz.

Aşağıda imzası olan ben, yukarıdaki açıklamaları anlamış araştırmaya gönüllü olarak katılmış olduğumu bildirmiş bulunmaktayım.

İsim:

Tarih:

İmza:

Araştırmacı:

Tarih:

Adres:

Katılımcının araştırmanın herhangi bir aşamasında araştırmadan ayrılma hakkına sahip olduğunu kabul ediyorum.

İmza Araştırmacı

EK-7. Araştırma Veri Toplama Araçları

YARI YAPILANDIRILMIş KLİNİK GÖRÜşME SORULARI

- 1) Öteleme dönüşümü denildiğinde aklınıza neler gelmektedir? Açıklayınız.
- 2) Öteleme dönüşümüne günlük hayattan örnekler verebilir misiniz? Buna nasıl karar verdiniz? Açıklayınız.
- 3) Öteleme dönüşümünün tanımını nasıl yaparsınız? Açıklayınız.
- 4) Yansıma dönüşümü denildiğinde aklınıza neler gelmektedir? Açıklayınız.
- 5) Yansıma dönüşümüne günlük hayattan örnekler verebilir misiniz? Buna nasıl karar verdiniz? Açıklayınız.
- 6) Yansıma dönüşümünün tanımını nasıl yaparsınız? Açıklayınız.
- 7) Dönme dönüşümü denildiğinde aklınıza neler gelmektedir? Açıklayınız.
- 8) Dönme dönüşümüne günlük hayattan örnekler verebilir misiniz? Buna nasıl karar verdiniz? Açıklayınız.
- 9) Dönme dönüşümünün tanımını nasıl yaparsınız? Açıklayınız.
- 10) Matematik derslerinizde dinamik geometri yazılımlarından Geogebra'yı daha önce kullandınız mı? Deneyimleriniz paylaşabilir misiniz?
- 11) Geometrik dönüşümleri matematik de hangi konularla ilişkilendiriyorsunuz? Açıklayınız.

EK-8. Öğretim Adımları ve Öğretim Adımlarında Öğrencilere Dağıtılan Çalışma Kağıtları

GEOMETRİK DÖNÜŞÜMLER

Öteleme Dönüşümü

1. Noktanın bir vektör yardımıyla ötelenmesi

Geogebra ekranında verilen A, B, C ve D noktalarının $\vec{u}$ vektörü yardımıyla koordinat düzleminde ötelenmesi sonucu oluşan görüntülerinin koordinatlarını yazınız.

Noktanın Koordinatları	Noktanın $\vec{u}=(1,0)$ Vektörü Yardımıyla Ötelenmesi Sonucu Oluşan Görüntüsünün Koordinatları
A(3,2)	
B(-3,4)	
C(1,-1)	
D(-1,-3)	

Geogebra ekranında verilen A, B, C ve D noktalarının $\vec{v}$ vektörü yardımıyla koordinat düzleminde ötelenmesi sonucu oluşan görüntülerinin koordinatlarını yazınız.

Noktanın Koordinatları	Noktanın $\vec{v}=(0,2)$ Vektörü Yardımıyla Ötelenmesi Sonucu Oluşan Görüntüsünün Koordinatları
A(3,2)	
B(-3,4)	
C(1,-1)	
D(-1,-3)	

Geogebra ekranında verilen A, B, C ve D noktalarının $\vec{a}$ vektörü yardımıyla koordinat düzleminde ötelenmesi sonucu oluşan görüntülerinin koordinatlarını yazınız.

Noktanın Koordinatları	Noktanın $\vec{a}=(-3,0)$ Vektörü Yardımıyla Ötelenmesi Sonucu Oluşan Görüntüsünün Koordinatları
A(3,2)	
B(-3,4)	
C(1,-1)	
D(-1,-3)	

Geogebra ekranında verilen A, B, C ve D noktalarının $\vec{w}$ vektörü yardımıyla koordinat düzleminde ötelenmesi sonucu oluşan görüntülerinin koordinatlarını yazınız.

Noktanın Koordinatları	Noktanın $\vec{w}=(0,-1)$ Vektörü Yardımıyla Ötelenmesi Sonucu Oluşan Görüntüsünün Koordinatları
A(3,2)	
B(-3,4)	
C(1,-1)	
D(-1,-3)	

Geogebra ekranında verilen A, B, C ve D noktalarının $\vec{b}$ vektörü yardımıyla koordinat düzleminde ötelenmesi sonucu oluşan görüntülerinin koordinatlarını yazınız.

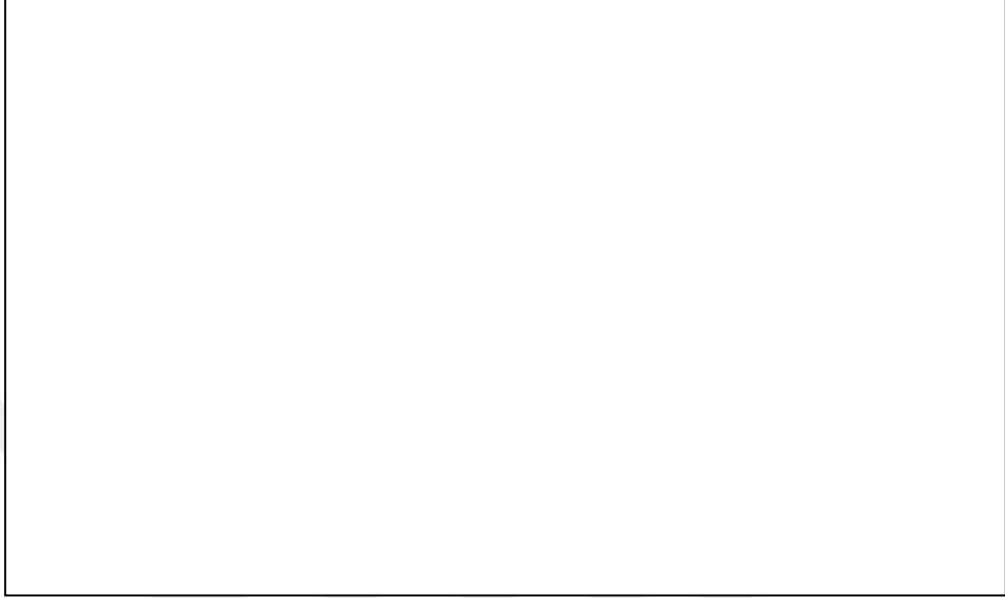
Noktanın Koordinatları	Noktanın $\vec{b}=(2,1)$ Vektörü Yardımıyla Ötelenmesi Sonucu Oluşan Görüntüsünün Koordinatları
A(3,2)	
B(-3,4)	
C(1,-1)	
D(-1,-3)	

2.Düzlemde bir $A(x,y)$ noktasının $\vec{v}=(a,b)$ vektörü yardımıyla ötelenmesi sonucu oluşan görüntüsü hakkında ne söylersiniz?

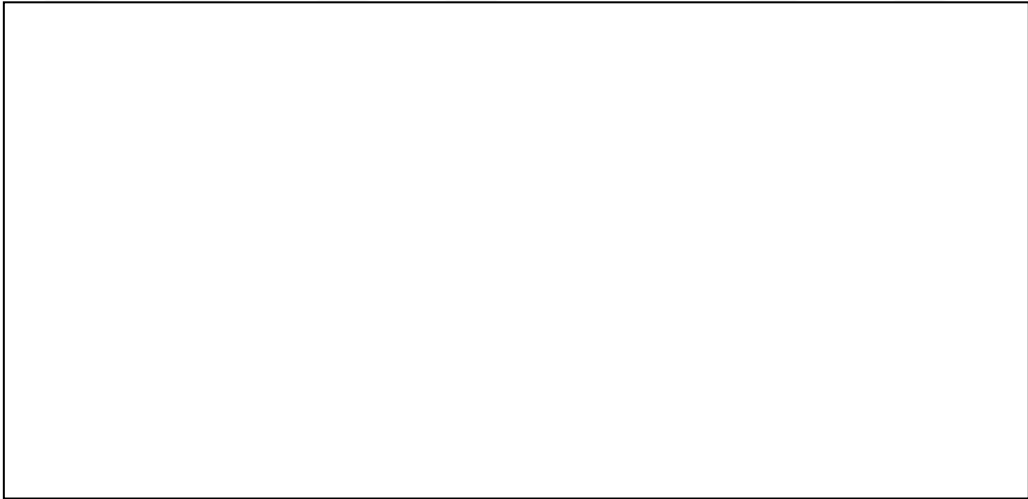
3. Geogebra ekranında gördüğünüz doğru parçasını sürükleyiniz. R^2 düzleminde bir doğru parçası ötelendiğinde, öteleme dönüşümü doğru parçasının tüm noktaları için gerçekleşir mi? Yorumlayınız.

4. Geogebra ekranında verilen $\overline{AB}$ doğru parçası bir vektör yardımıyla ötelenmiştir. Bu vektörün koordinatları nedir?

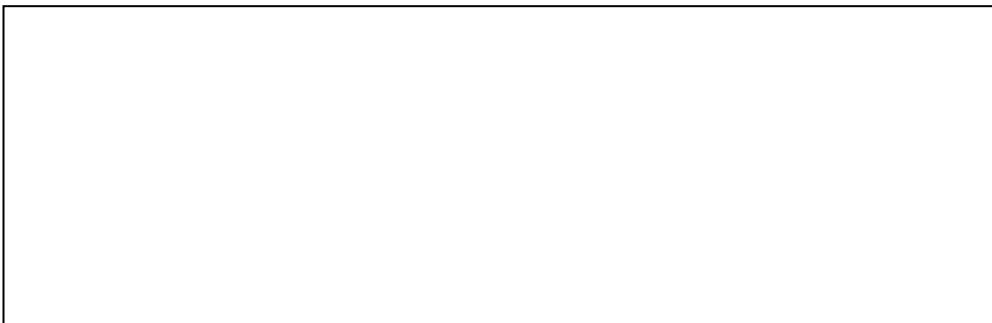
5. Geogebra ekranında verilen ABCD dörtgeninin verilen vektörlerle ötelenmesi sonucu oluşan görüntülerinde değişenleri ve değişmeyenleri yorumlayınız.



6. Geogebra ekranında verilen şekli bir vektör yardımıyla öteleyiniz. Ötelediğiniz vektör sıfır vektörü olursa, şeklin görüntüsünü yorumlayınız.



7. Geogebra ekranında verilen geometrik şekil düzlemde hangi dönüşüme tabi tutulmuş olabilir? Yorumlayınız.



8. Geogebra ekranında verilen $A(-3,2)$ noktasının x eksenine, y eksenine orijine ve kendi belirlediğiniz bir noktaya göre yansımaları (simetrisini) alınız.

Nokta	x eksenine göre yansıması	y eksenine göre yansıması	orijine göre yansıması	$B(,)$ noktasına göre yansıması
$A(-3,2)$				

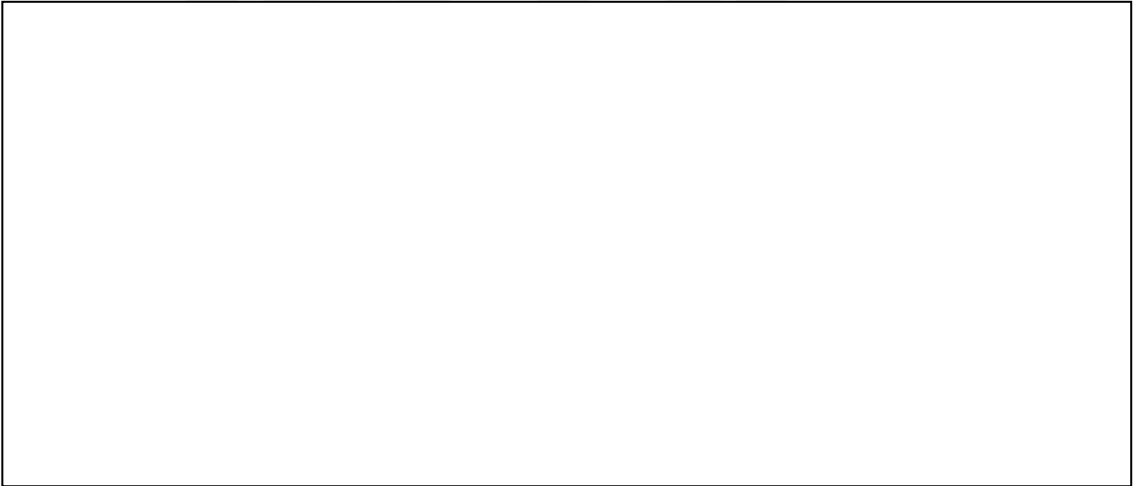
9. R^2 düzleminde bir $A(x,y)$ noktasının yansıma dönüşümüne uğradığında değişenleri yorumlayınız.

$A(x,y)$ noktasının x eksenine göre yansıması	
$A(x,y)$ noktasının y eksenine göre yansıması	
$A(x,y)$ noktasının orijine göre yansıması	
$A(x,y)$ noktasının bir $U(a,b)$ noktasına göre yansıması	
$A(x,y)$ noktasının $y=mx+n$ doğrusuna göre yansıması	

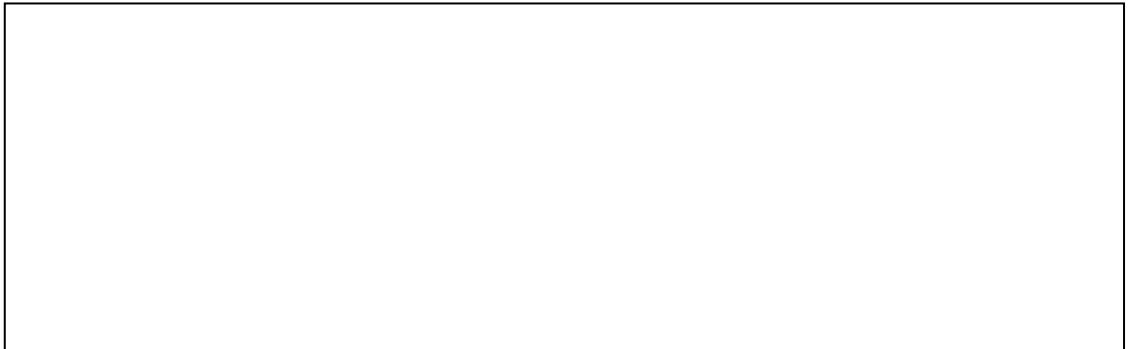
10. Geogebra ekranındaki AB doğru parçasının y eksenine göre yansımısını oluşturup yorumlayınız.



11. Geogebra ekranındaki EF doğru parçasının eksenlere göre yansımısını oluşturup değişmeyen özellikleri yorumlayınız.



12. Geogebra ekranındaki CD doğru parçasının x eksenine göre yansımısını oluşturup yorumlayınız



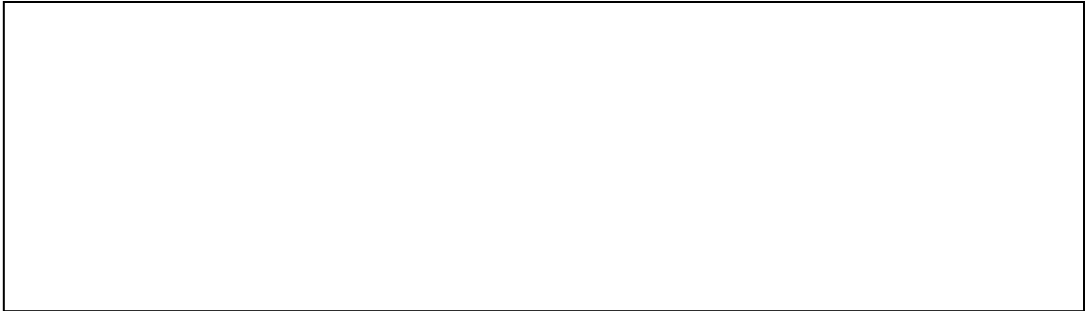
13. Geogebra ekranında verilen ACDEF çokgeninin simetri eksenini bulunuz.



14. Geogebra ekranında verilen A(3,3) merkezli çemberin x eksenine, y eksenine ve orijine göre yansımaları alın. Bunu yaparken hangi noktayı referans alırsınız?

A(3,3) merkezli çemberin x eksenine göre yansıması	
A(3,3) merkezli çemberin y eksenine göre yansıması	
A(3,3) merkezli çemberin orijine göre yansıması	

15. Geogebra ekranında verilen ABCDEF çokgeni ve bazı dönüşüm ya da dönüşümler sonucunda oluşan görüntüsü verilmiştir. Bu dönüşümler neler olabilir yorumlayınız.



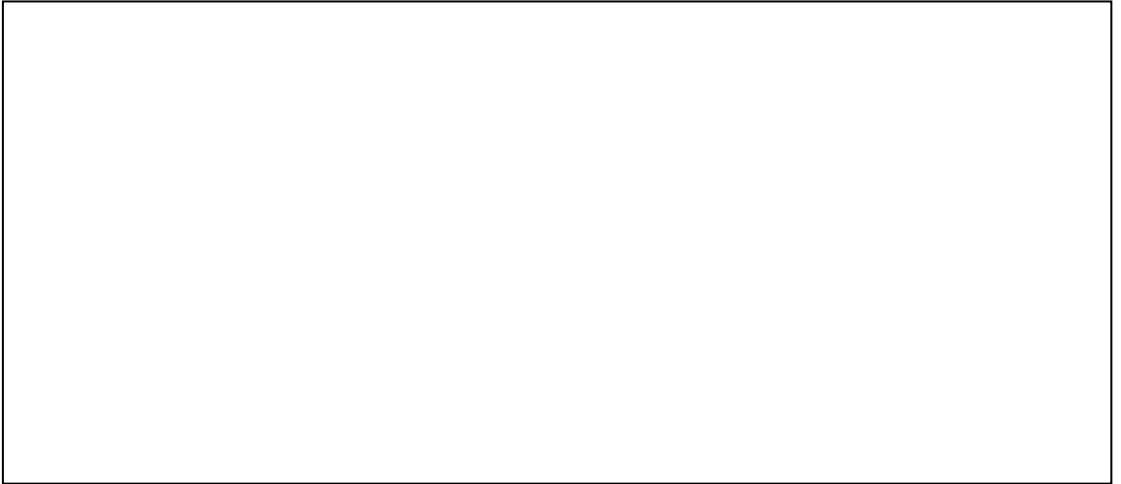
16.

A(x,y) noktasının $x=a$ doğrusuna göre yansıması	
A(x,y) noktasının $y=b$ doğrusuna göre yansıması	
A(x,y) noktasının $y=mx$ doğrusuna göre yansıması	
A(x,y) noktasının $y=mx+n$ doğrusuna göre yansıması	

17. Geogebra ekranında verilen A(3,3) merkezli çemberin x eksenine, y eksenine ve orijine göre yansımaları alın. Bunu yaparken hangi noktayı referans alırsınız?

A(3,3) merkezli çemberin x eksenine göre yansıması	
A(3,3) merkezli çemberin y eksenine göre yansıması	
A(3,3) merkezli çemberin orijine göre yansıması	

18. Geogebra ekranında verilen ABCDEF çokgeni ve bazı dönüşüm ya da dönüşümler sonucunda oluşan görüntüsü verilmiştir. Bu dönüşümler neler olabilir yorumlayınız.

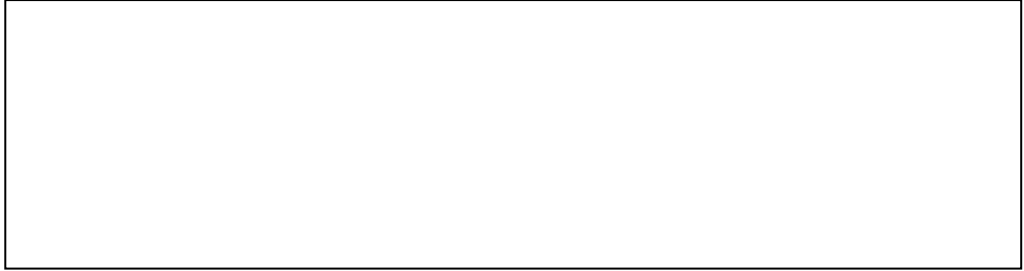


19. Simetri eksenini nedir? Geogebra ekranında verilen geometrik şekillerin simetri eksenlerini çizebilir misiniz?

20. Geogebra ekranındaki yıldızı 45° , 90° ve 180° döndürdüğümüzde neler değişir yorumlayınız?



21. Geogebra ekranında verilen geometrik şekiller dönel simetriye sahip midir?



22. Geogebra ekranında f doğrusu üzerinde bir A noktası; C noktasına göre yansıması sonucu oluşan A' noktası ve D noktasına göre yansıma sonucu oluşan A'' noktası verilmiştir. C ve D noktalarını sürüklediğinizde değişenleri yorumlayınız. C ve D noktalarının A noktası ve A'' noktası arasında olduğu bilseydi koordinatlarını hakkında nasıl bir yorumda bulunabilirdik? Matematiksel olarak ifade etmeye çalışın.



Dönme dönüşümü

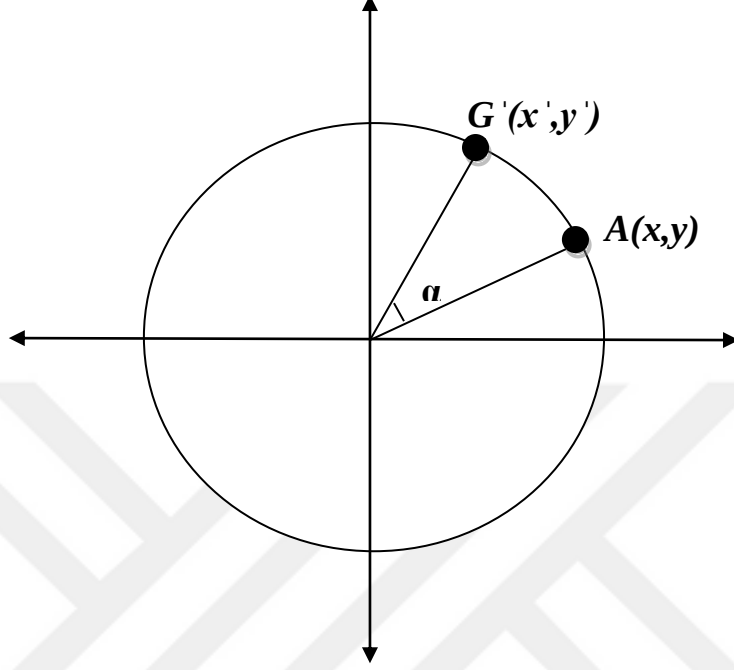
23. Geogebra ekranında verilen $A(1,1)$ noktasını orijin etrafında istenen verilen açı değerleri ile saat yönünde ve saat yönünün tersinde döndürme dönüşümü sonucu oluşan görüntüsünün koordinatlarını yazınız.

$A(1,1)$ noktasının saat yönünde 45° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	
$A(1,1)$ noktasının saat yönünde 90° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	
$A(1,1)$ noktasının saat yönünde 135° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	
$A(1,1)$ noktasının saat yönünde 180° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	
$A(1,1)$ noktasının saat yönünde 270° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	
$A(1,1)$ noktasının saat yönünde 360° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	

A(1,1) noktasının saat yönünün tersinde 45° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	
A(1,1) noktasının saat yönünün tersinde 90° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	
A(1,1) noktasının saat yönünün tersinde 135° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	
A(1,1) noktasının saat yönünün tersinde 180° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	
A(1,1) noktasının yönünün tersinde 270° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	
A(1,1) noktasının yönünün tersinde 360° döndürülmesi sonucu oluşan görüntüsünün koordinatları	

24. Geogebra ekranına istediğiniz bir çokgen çizip dönme dönüşümü uygulayınız.

25. Geogebra ekranında aldığınız bir $A(x,y)$ noktasını başlangıç noktası (orijin) etrafında pozitif yönde α derece döndürülmesi ile elde edilen $G'(x',y')$ ise A noktasının koordinatlarını cebirsel olarak ifade ediniz.



“-“ saat yönünü

“+” saat yönünün tersini gösterir

ÖZGEÇMİŞ

Adı soyadı: Seda BALCI

Yabancı Dil: İngilizce

E-Posta:

Eğitim ve Görev

- Lisans:** Ondokuz Mayıs Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği
- Görev:** Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Öğretmeni

