



**NORMAL DAĞILIMDA VARYANSLARIN HOMOJENLİĞİ İÇİN WALD
İSTATİSTİĞİNE DAYALI MONTE CARLO TESTİ**

Melda ADA

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

ŞUBAT 2022

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

İmza

Melda ADA

08/02/2022

NORMAL DAĞILIMDA VARYANSLARIN HOMOJENLİĞİ İÇİN WALD İSTATİSTİĞİNE DAYALI MONTE CARLO TESTİ (Yüksek Lisans Tezi)

Melda ADA

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Şubat 2022

ÖZET

Varyansların eşitliği olarak da adlandırılan varyansların homojenliği problemi, istatistiksel analiz yöntemlerinin birçoğu (regresyon analizi, varyans analizi, diskriminant analizi, zaman dizileri analizi vb.) ve çok sayıdaki bilimsel uygulama alanları için temel varsayımlardan biridir. Normal dağılıma sahip k tane yığından n_i ($i=1, 2, \dots, k$) çaplı örnekler alındığında, bu örneklerin yığın varyanslarının eşitliğinin test edilmesi için literatürde çok sayıda test istatistiği bulunmaktadır. Varyansların homojenliği için geliştirilen bu testlerden ilki ve en önemlilerinden birisi olan olabilirlik oran istatistiğine dayalı Bartlett (1937) testidir. Ancak Bartlett test istatistiğinin normal dağılım varsayımının sağlanmadığı ve/ veya örnek çapının küçük olduğu durumlarda I. tip hata oranının oldukça büyük çıktığı (Box, 1953) ve güç değerlerinin düştüğü (Zar, 1999) yapılan çalışmalar ile gösterilmiştir. Bu eksikliğin giderilmesi için zamanla Bartlett istatistiğine alternatif olarak çok sayıda test geliştirilmiştir. Bunlardan en önemlileri Levene (1960), Bhandary ve Dai (2008), genelleştirilmiş p -değeri testi (Tsui & Weerahandi, 1989) ve Hartley'in F -max (1950) testidir. Bu çalışmada, varyansların homojenliği testi için literatürde bulunan bu testler tanıtılmış ve bu testlere alternatif olarak Wald istatistiğine dayalı yeni bir Monte Carlo yöntemi verilmiştir. Elde edilen bu yöntem ve diğer yöntemler Monte Carlo simülasyon yöntemiyle farklı örnek çapları, farklı yığın varyansları ve farklı grup sayıları üzerinde çalışılarak, I. tip hata oranları ve testin gücü bakımından üstünlükleri karşılaştırılarak, hangi durumlarda iyi oldukları ortaya konularak elde edilen bulgular yorumlanmıştır. Simülasyon sonuçlarına göre grup sayısının her durumu için Monte Carlo yöntemine dayalı Wald istatistiği farklı örnek çaplarının olduğu durumlarda en iyi yöntemler arasında bulunurken, örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda daha düşük güç değerlerine sahip olduğu, eşit ve daha büyük örnek çapları için Bartlett testini kullanmanın daha uygun olacağı sonucuna ulaşılmıştır.

Bilim Kodu : 20513
Anahtar Kelimeler : Varyansların homojenliği, Wald istatistiği, I. tip hata, testin gücü
Sayfa Adedi : 57
Danışman : Prof. Dr. Fikri GÖKPINAR

MONTE CARLO TEST BASED ON WALD STATISTICS FOR THE HOMOGENEITY OF VARIANCES UNDER NORMAL DISTRIBUTION

(M. Sc. Thesis)

Melda ADA

GAZİ UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
February 2022

ABSTRACT

The problem of homogeneity of variances, also called the equality of variances, is one of the basic assumptions for many statistical analysis methods (regression analysis, analysis of variance, discriminant analysis, time series analysis, etc.) and many scientific applications. When samples with n_i ($i=1, 2, \dots, k$) size are taken from k populations with normal distribution, there are many test statistics in the literature to test the equality of the population variances of these samples. The first and one of the most important of these tests developed for the homogeneity of variances is Bartlett's (1937) statistic based on the likelihood ratio statistic. However, studies have shown that in cases where the Bartlett test statistic is not provided with the assumption of normal distribution and/ or the sample size is small, the type I error value is quite large (Box, 1953) and the power values decrease (Zar, 1999). In order to eliminate this deficiency, many tests have been developed as an alternative to the Bartlett statistic over time. The most important of these are Levene (1960), Bhandary and Dai (2008), generalized p- value test (Tsui & Weerahandi, 1989) and Hartley's F-max test (1950). In this study, these tests in the literature were introduced for the test of homogeneity of variances and a new Monte Carlo method based on Wald statistic was given as an alternative to these tests. This method and other methods were studied with the Monte Carlo simulation method on different sample sizes, different population variances and different group sizes, and their superiority in terms of type I error rates and the power of the test were compared, and the results obtained were interpreted by revealing in which situations they were good. According to the simulation results, the conclusion of that Wald statistics based on the Monte Carlo method for each case of the number of groups is among the best methods in cases where there are different sample sizes while it has lower power values in case equal sample sizes and it will be more appropriate to use the Bartlett test for equal and larger sample sizes has been reached.

Science Code : 20513
Key Words : Homogeneity of variances, Wald statistics, type I error, power of test
Page Number : 57
Supervisor : Prof. Dr. Fikri GÖKPINAR

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın yürütülmesi sırasında yoğun çalışma temposuna rağmen benden desteğini ve bilgi birikimini esirgemeyen danışmanım Prof. Dr. Fikri GÖKPINAR'a, her zaman büyük bir sabırla yanımda olup destekleri ile beni cesaretlendiren annem Filiz ve babam Ömer ADA'ya, çalışmalarım sırasında motivasyon vererek her zaman daha iyisini yapabileceğime inandırdığı için arkadaşım Pelin YIKILĞAN'a ve çalışmam sırasında küçük veya büyük yardımını esirgemeyen herkese teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. VARYANSLARIN EŞİTLİĞİNİN TEST EDİLMESİNDE KULLANILAN BAZI TEST İSTATİSTİKLERİ.....	5
2.1. Bartlett Testi	5
2.2. Levene Testi.....	7
2.3. Bhandary ve Dai Testi	8
2.4. Genelleştirilmiş p-değeri Testi	8
2.5. Hartley'in F-max Testi	10
3. ÖNERİLEN TEST İSTATİSTİĞİ.....	11
4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI.....	21
4.1. Testlerin Deneysel I. Tip Hata Oranları Bakımından Karşılaştırılması.....	21
4.2. Testlerin Güç Değerleri Bakımından Karşılaştırılması	33
5. SONUÇ	51
KAYNAKLAR.....	55
ÖZGEÇMİŞ	57

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 4.1. $k=3$ için Testlerin I. Tip Hataları	22
Çizelge 4.2. $k=4$ için Testlerin I. Tip Hataları	23
Çizelge 4.3. $k=5$ için Testlerin I. Tip Hataları	24
Çizelge 4.4. $k=6$ için Testlerin I. Tip Hataları	25
Çizelge 4.5. $k=7$ için Testlerin I. Tip Hataları	26
Çizelge 4.6. $k=8$ için Testlerin I. Tip Hataları	27
Çizelge 4.7. $k=9$ için Testlerin I. Tip Hataları	28
Çizelge 4.8. $k=10$ için Testlerin I. Tip Hataları	29
Çizelge 4.9. $k=13$ için Testlerin I. Tip Hataları	30
Çizelge 4.10. $k=15$ için Testlerin I. Tip Hataları	31
Çizelge 4.11. $k=20$ için Testlerin I. Tip Hataları	32
Çizelge 4.12. $k=3$ için Testlerin Güç Değerleri	34
Çizelge 4.13. $k=4$ için Testlerin Güç Değerleri	36
Çizelge 4.14. $k=5$ için Testlerin Güç Değerleri	37
Çizelge 4.15. $k=6$ için Testlerin Güç Değerleri	39
Çizelge 4.16. $k=7$ için Testlerin Güç Değerleri	40
Çizelge 4.17. $k=8$ için Testlerin Güç Değerleri	42
Çizelge 4.18. $k=9$ için Testlerin Güç Değerleri	43
Çizelge 4.19. $k=10$ için Testlerin Güç Değerleri	45
Çizelge 4.20. $k=13$ için Testlerin Güç Değerleri	46
Çizelge 4.21. $k=15$ için Testlerin Güç Değerleri	48
Çizelge 4.22. $k=20$ için Testlerin Güç Değerleri	49

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış semboller, anlamları ile birlikte verilmiştir.

Simgeler

σ

Sigma

φ

Fi

α

Alfa

μ

Mü

θ

Teta

γ

Gamma

Kısaltmalar

W

Wald Test İstatistiği

L

Levene Testi

B

Bartlett Testi

BD

Bhandary ve Dai Testi

GP

Genelleştirilmiş P-değeri Testi

H

Hartley'in F-max Testi

1. GİRİŞ

Varyansların eşitliği olarak da adlandırılan varyansların homojenliği problemi, istatistiksel analiz yöntemlerinin birçoğu (regresyon analizi, varyans analizi, diskriminant analizi, zaman dizileri analizi vb.) ve çok sayıdaki bilimsel uygulama alanları için temel varsayımlardan biridir.

Varyansların homojenliği testleri, birçok araştırma alanının konusudur. Kalite kontrolü, biyoloji, tarımsal üretim sistemleri, insan performans çalışmaları ve hatta eğitim yöntemleri alanlarında kullanımları giderek yaygınlaşmaktadır (Boos ve Browni, 2004). Örneğin kalite kontrol araştırmalarında, aynı deney grubu içindeki performans değerlerinin dağılımındaki artış veya azalış, değişen koşulların insan davranışını nasıl etkilediğine ışık tutabilir. Biyoloji alanında yapılan araştırmalar, örneğin genetik çeşitliliğin bir göstergesi olarak ve adaptasyon mekanizmalarının incelenmesi gibi birçok nedenden ötürü yığınların değişkenliğindeki farklılıklarla ilgilenir.

Varyansların eşitliği varsayımının sağlanmadığı durumlarda klasik yöntemleri uygulamak sağlıklı sonuçlar vermeyeceği için alternatif yöntemler kullanılabilir ya da belirli dönüşümlerle veriler homojen hale getirilebilir. Ancak bu tarz dönüşümlerin uygulanması normallik varsayımını bozabilir. Bu sebeple birkaç yığının varyanslarını karşılaştırmanın uygulamalı istatistikte çok yaygın bir sorun olduğu söylenebilir.

Normal dağılıma sahip k tane yığından n_i ($i=1, 2, \dots, k$) çaplı örnekler alındığında, bu örneklerin yığın varyanslarının eşitliğinin test edilmesi için literatürde çok sayıda test istatistiği bulunmaktadır. Bu test istatistiklerinden en çok bilinenlerden ve en önemlilerden birisi Bartlett test istatistiğidir (Bartlett, 1937a-1937b). Olabilirlik oran istatistiğine dayalı olan bu testin, normal dağılım varsayımının sağlanmadığı ve/veya örnek çapının küçük olduğu durumlarda, I. tip hata oranının oldukça büyük çıktığı (Box, 1953) ve güç değerlerinin düştüğü (Zar, 1999) yapılan çalışmalar ile gösterilmiştir. Levene (1960), Bartlett testinin bu eksikliğinden dolayı gözlemlerin ortalamadan mutlak sapmasını kullanarak, ANOVA'ya dayalı bir test istatistiği geliştirmiştir. Ancak yapılan araştırmalarda normallik varsayımının sağlandığı verilerde Bartlett testinin daha iyi bir performans sergilediği görülmüştür (Brown ve Forsythe, 1974).

Bhandary ve Dai (2008), Simes (1986)'nın önerdiği sıralı p-değerlerine dayalı Bonferroni tipi düzeltme yöntemini kullanarak yeni bir test istatistiği önermişlerdir (Gökpınar, 2017).

Tsui ve Weerahandi (1989) tarafından, yapay örnek üretme prensibine dayalı, geliştirilmiş test değişkeni ve geliştirilmiş p-değeri kavramları önerilmiştir. Bu yöntemde, bilgisayar hesaplaması yoluyla mevcut örnekten yapay örnekler elde edilerek hesaplamalar yapılır (Gökpınar, 2018).

Hartley (1950), normal dağılım varsayımı altında varyansların en büyüğü ile en küçüğünün oranını kullanarak Hartley'in F-max testi olarak adlandırılan bir test istatistiği önermiştir. Ancak Hartley'in F-max testi de Bartlett (1937a-1937b) tarafından önerilen Bartlett test istatistiği gibi normallik varsayımı bozulduğunda I. tip hata oranının yüksek çıktığı bilinmektedir.

Genelleştirilmiş p, hesaplamalı yaklaşım testi veya parametrik bootstrap gibi çeşitli yeniden örneklemeyle dayanan ve örnekten yapay veri üretmek vasıtasıyla test istatistiğinin dağılımını elde etmeye çalışan yöntemlerde tahmin edilen parametre yığın parametresiymiş gibi dikkate alınarak yeniden örnekleme işlemi yapılır. Böyle bir yeniden örneklemede tahmin ediciler ne kadar iyi olursa olsun belli bir hata payı vardır. Yeniden örnekleme yöntemleri içinde Monte Carlo yöntemi diğerlerinden bu açıdan farklılık arz etmektedir. Monte Carlo yöntemi test istatistiğinin dağılımını yokluk hipotezinin doğruluğu altında parametreden bağımsız olduğu durumda kullanabildiğinden parametre tahminine ihtiyacı yoktur. Bununla birlikte test istatistiğinin kendisi bilinmeyen parametreye bağlı ise bu yöntem kullanılamaz. Ancak test istatistiğinin dağılımının parametreden bağımsız olduğu ispatlanabilirse Monte Carlo yöntemi test istatistiğinin dağılımını diğer yöntemlere göre daha etkili tahmin edebilmektedir. Bu sebeple, bu çalışmada ilk önce Wald istatistiği ilgili problem için verilmiş ve daha sonra bu istatistiğin dağılımının bilinmeyen parametreye bağlı olmadığı ispatlanmıştır.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde, normal dağılım varsayımı altında k tane yığına ait n_i ($i=1, 2, \dots, k$) çaplı örneklerin varyanslarının homojenliğinin test edilmesi için geliştirilen Bartlett testi (1937a-1937b), Levene testi (1960), Bhandary ve Dai testi (2008),

genelleştirilmiş p-değeri testi (Tsui & Weerahandi, 1989) ve Hartley'in F-max (1950) test istatistikleri tanıtılmıştır.

Üçüncü bölümde, Wald istatistiğine dayalı yeni bir Monte Carlo yöntemi verilmiş ve küçük örnek çaplarında test istatistiğinin dağılımını tekrarlı tesadüfi örnekleme ve istatistiksel analize dayanan Monte Carlo simülasyon tekniği (Raychaudhuri, 2008) kullanarak bulabilmek için test istatistiğinin dağılımının yokluk hipotezinin doğruluğu altında bilinmeyen parametrelerden bağımsız olduğu gösterilmiştir.

Dördüncü bölümde, tanıtılan yöntemler Monte Carlo simülasyon tekniği ile eşit ve farklı örnek çapları ve farklı grup sayıları altında I. tip hata oranları ve testin gücü açısından karşılaştırılmış ve birbirlerine karşı hangi durumlarda üstün oldukları ortaya konularak elde edilen bulgular yorumlanmıştır.

Bu çalışmanın son bölümünde ise yapılan simülasyon çalışmasının sonuçlarına ve karşılaştırılmasına yer verilmiştir.

2. VARYANSLARIN EŞİTLİĞİNİN TEST EDİLMESİNDE KULLANILAN BAZI TEST İSTATİSTİKLERİ

Varyansların homojenliği olarak da adlandırılan varyansların eşitliğinin test edilmesinde k tane örnekten rassal olarak seçilen gözlem değerleri olan X_{ij} 'lerin bağımsız oldukları ve geldikleri yığının ortalaması μ ve varyansı σ^2 olan normal dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır. Varyansların homojenliği için oluşturulan hipotez testi Eşitlik (2.1)'de gösterilmiştir. Oluşturulan hipotezde yokluk hipotezi k tane örnek için varyansların eşitliğini, alternatif hipotez ise varyans çiftlerinden en az birinin farklı olduğunu belirtir.

$$\begin{aligned} H_0: \sigma_1^2 &= \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 \\ H_1: \exists \sigma_i^2 &\neq \sigma_j^2 \ (i \neq j) \quad ; \quad i, j = 1, 2, \dots, k \end{aligned} \quad (2.1)$$

Burada X_{ij} 'lerin i . grup için örneklem ortalamaları olan $\bar{X}_i$, Eşitlik (2.2)'de gösterilen formül ile elde edilirken, i . grup için örneklem varyansı olan s_i^2 değerleri, Eşitlik (2.3)'de gösterilen formül ile elde edilir.

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}}{n_i} \quad (2.2)$$

$$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n_i - 1} \quad (2.3)$$

Eşitlik (2.2) ve Eşitlik (2.3)'de kullanılan n_i , i . grup için örnek büyüklüğünü ve k ise grup sayısını gösterirken $\sum_{i=1}^k n_i = N$ olacak şekilde N değeri, toplam örneklem büyüklüğünü gösterir.

Literatürde varyansların eşitliğinin test edilmesinde geliştirilmiş çok sayıda test istatistiği bulunmaktadır. Bunlardan bazıları bu bölümün devamında açıklanmıştır.

2.1. Bartlett Testi

Bartlett (1937a-1937b) tarafından önerilen bu test k tane örneğin varyanslarının homojenliğinin test edilmesi amacıyla geliştirilmiştir. Varyansların eşitliğinin test edilmesi

amacıyla olabilirlik oran istatistiğine dayanan bu test istatistiği normallik varsayımı gerektirir.

Bartlett testi için oluşturulan hipotez testi Eşitlik (2.1)'de verilmiştir. Bartlett'in geliştirdiği test istatistiği ise

$$T = \frac{(N-k) \ln s_p^2 - \sum_{i=1}^k (n_i-1) \ln s_i^2}{1 + \frac{1}{3(k-1) \left(\sum_{i=1}^k \frac{1}{n_i-1} - \frac{1}{N-k} \right)}} \quad (2.4)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada s_p^2 ortak varyansı, grup varyanslarının ağırlıklı ortalamasını gösterir ve

$$s_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i-1) s_i^2}{N-k} \quad (2.5)$$

olarak formüle edilir. Eşitlik (2.4)'de gösterilen Bartlett test istatistiği incelendiğinde T istatistiğinin payının aslında olabilirlik oran istatistiği olduğu görülür. Bartlett, olabilirlik oran istatistiğini paydada bulunan düzeltme katsayısına böldüğünde yeni test istatistiğinin normal dağılım varsayımı altında $k-1$ serbestlik derecesine sahip χ^2 dağılıma daha hızlı yakınsadığını belirtmiştir. Bu sebeple belirtilen hipotezi test etmek için χ^2 dağılımından yararlanılır ve

$$T > \chi_{k-1, (1-\alpha)}^2 \quad (2.6)$$

olduğu durumda α önem düzeyinde varyansların eşit olması hipotezi reddedilir.

Yapılan birçok araştırmada, varyansların eşitliğinin test edilmesinde Bartlett testinin, normallik varsayımı altında varyansların homojenliğini test etmek için geliştirilen diğer testlerle karşılaştırıldığında daha yüksek güç değerine sahip olduğu görülmüştür. Ancak dağılım normallikten uzaklaştıkça Bartlett testinin gösterdiği güç değerinin de düştüğü görülmüştür (Zar, 1999).

2.2. Levene Testi

Levene testi, Bartlett testinde olduğu gibi varyansların homojenliği olarak tanımlanan varyansların eşitliğinin test edilmesi amacıyla önerilmiştir. Bartlett test istatistiği normal dağılımda oldukça yüksek bir performans sergilerken dağılım normallikten uzaklaştıkça daha düşük güç değerleri gösterir. Levene (1960), Bartlett testinin bu eksikliğinden dolayı Bartlett test istatistiğine alternatif olarak Levene test istatistiğini önermiştir.

Levene testi için hipotezler, Bartlett testi için belirlenen Eşitlik (2.1) ile aynıdır. Levene test istatistiğini ise

$$W = \frac{(N-k) \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Z}_{i.} - \bar{Z}_{..})^2}{(k-1) \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Z_{ij} - \bar{Z}_{i.})^2} \quad (2.7)$$

olarak tanımlanır. Burada belirtilen Z_{ij} değerleri

$$Z_{ij} = |X_{ij} - \bar{X}_{i.}| \quad (2.8)$$

$\bar{X}_{i.}$: i . alt grubun ortalama değeri

olacak şekilde elde edilir.

Eşitlik (2.7)'de belirtilen $\bar{Z}_{i.}$, değeri Z_{ij} değerlerinin grup ortalamaları ve $\bar{Z}_{..}$ değeri ise Z_{ij} değerlerinin genel ortalamasını ifade eder. Levene (1960)'nin önermiş olduğu bu test istatistiği $(k-1)$, $(N-k)$ serbestlik derecelerine sahip F dağılıma sahiptir. Dolayısı ile Levene test istatistiğinin karar kuralı, α önem düzeyinde

$$W > F_{k-1, N-k, (\alpha)} \quad (2.9)$$

ise varyansların eşit olduğu yokluk hipotezi reddedilir. Levene testi her ne kadar Bartlett testine alternatif olarak geliştirilmiş olsa da yapılan araştırmalarda normallik varsayımının sağlandığı verilerde Bartlett testinin daha iyi bir performans sergilediği görülmüştür (Brown ve Forsythe, 1974).

2.3. Bhandary ve Dai Testi

Eşitlik (2.1)'de belirtilen hipotezi test etmek için kullanılan diğer bir yöntem Bhandary ve Dai'nin (2008) geliştirmiş oldukları testtir. Bonferroni tipi düzeltme prosedürüne dayanan Bhandary ve Dai basitleştirilmiş algoritması şu şekildedir (Gökpınar, 2017):

1. i . grup hariç birleştirilmiş verinin ortak varyansı hesaplanır.

$$s_{p:i}^2 = \frac{((N-k)s_p^2 - (n_i-1)s_i^2)}{(N-n_i-(k-1))} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.10)$$

Burada belirtilen s_p^2 değeri Eşitlik (2.5)'de verildiği gibi elde edilir. F test istatistiğinin elde edilmesi ise Eşitlik (2.11)'de verilmiştir.

$$F_i = \frac{s_i^2}{s_p^2} \text{ ve } F'_i = \frac{s_{p:i}^2}{s_i^2} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (2.11)$$

2. $\mathbf{X} \sim F_{n_i-1, r_i}$, $\mathbf{X}' \sim F_{r_i, n_i-1}$ ve $r_i = \sum_{j \neq i}^k (n_j - 1)$ olacak şekilde $\mathbf{P}_i = P(\mathbf{X} > F_i)$ ve $\mathbf{P}'_i = P(\mathbf{X}' > F'_i)$ hesaplanır.
3. $\mathbf{P}_i$ ve $\mathbf{P}'_i$ değerleri $P_{(1)} < P_{(2)} < \dots < P_{(2k)}$ olacak şekilde sıralanır. Eşitlik (2.1) de tanımlanan hipotez testi için yokluk hipotezi

$$\mathbf{P}_{(i)} < \frac{i}{2k} \alpha \quad ; \quad i \in \{1, 2, \dots, 2k\} \quad (2.12)$$

değerleri için reddedilir.

2.4. Genelleştirilmiş p-değeri Testi

Genelleştirilmiş test istatistiği ilk olarak Tsui ve Weerahandi (1989) tarafından ortaya konulmuştur. Liu ve Xu (2010) genelleştirilmiş test istatistiğini k tane normal dağılımdan gelen yığınların varyanslarının eşitliğinin test etmek için adapte etmiştir.

Eşitlik (2.1)'de belirtilen hipotez testi için Genelleştirilmiş p-değeri testi için algoritma şu şekildedir:

1. X_{ij} ($i = 1, \dots, k$ ve $j = 1, \dots, n_i$) rasgele örneği bilinmeyen μ_i ve σ_i^2 parametrelili normal dağılımdan seçilsin.
2. Elde edilen X_{ij} değerleri için ortalama ve varyans aşağıdaki gibi bulunur.

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}}{n_i}$$

$$s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n_i}$$

olacak şekilde elde edilir.

$$3. A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -1 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix}_{(k-1) \times k};$$

$$\ln \sigma^2 = (\ln \sigma_1^2, \ln \sigma_2^2, \dots, \ln \sigma_k^2);$$

$$U_i = \frac{n_i s_i^2}{\sigma_i^2} \sim \chi_{n_i-1}^2 \quad (i=1, \dots, k) \text{ olmak üzere}$$

$$R_{\ln \sigma_i^2} = \ln(n_i s_i^2) - \ln(U_i) \text{ ve}$$

$$AR_{\ln \sigma_i^2} = R_{A \ln \sigma_i^2} = A \left(R_{\ln \sigma_1^2}, R_{\ln \sigma_2^2}, \dots, R_{\ln \sigma_k^2} \right)' \text{ olarak belirtildiğinde}$$

$$\mu_R = E(R_{A \ln \sigma^2} \setminus (\bar{x}, s^2)) \quad \text{ve} \quad \Sigma_R = Cov(R_{A \ln \sigma^2} \setminus (\bar{x}, s^2))$$

olacak şekilde $\|d\|^2 = \mu_R' \Sigma_R^{-1} \mu_R$ hesaplanır. Bu ifade aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\|d\|^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\ln(n_i s_i^2) - E(\ln U_i))^2}{Var(\ln U_i)} - \frac{1}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{Var(\ln U_j)}} \left(\sum_{i=1}^k \frac{\ln(n_i s_i^2) - E(\ln U_i)}{Var(\ln U_i)} \right)^2$$

4. $\|D\|^2 = (R_{A \ln \sigma^2} - \mu_R)' \Sigma_R^{-1} (R_{A \ln \sigma^2} - \mu_R)$ olarak belirtilir ve aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\|D\|^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\ln U_i - E(\ln U_i))^2}{Var(\ln U_i)} - \frac{1}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{Var(\ln U_j)}} \left(\sum_{i=1}^k \frac{\ln U_i - E(\ln U_i)}{Var(\ln U_i)} \right)^2$$

5. Eğer $\|D\|^2 \geq \|d\|^2$ ise $P_i = 1$ değilse $P_i = 0$ olarak alınır.
6. 3-5 arasındaki adımlar L kere tekrarlanır ve test için genelleştirilmiş p-değerlerinin simülasyon yöntemiyle hesaplanan tahmini $\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L P_i$ olarak elde edilir.

2.5. Hartley'in F-max Testi

Eşitlik (2.1)'de belirtilen varyansların eşitliğinin test edilmesinde Hartley (1950) F-max test istatistiğini önermiştir. Hartley'in F-max testi olarak da adlandırılan bu testte Hartley test istatistiğini normal dağılım varsayımı altında varyansların en büyüğü ile en küçüğünün oranı olarak aşağıdaki gibi tanımlamıştır.

$$F_{max} = \frac{\max_{1 \leq i \leq k} s_i^2}{\min_{1 \leq i \leq k} s_i^2} \quad (2.13)$$

Hartley'in F-max testinde eşit örnek çaplarında ($n_1 = n_2 = \dots = n_k = n$) $\gamma=n-1$ olarak, eşit olmayan örnek çaplarında ise $\gamma=\max\{n_1, n_2, \dots, n_k\}-1$ olarak alınır. Burada belirtilen s_i^2 , Eşitlik (2.3)'de belirtilen örnek varyansıdır. Hartley F-max testinin dağılımını bulmak zor olduğundan kritik değerleri tablolar halinde k , γ ve α değerlerine göre oluşturulmuştur (Bhandary ve Dai, 2008).

3. ÖNERİLEN TEST İSTATİSTİĞİ

İsmi Abraham Wald'dan alan Wald test istatistiği hipotez testinde kullanılan klasik yaklaşımlardan bir tanesidir. Wald test istatistiği tek bir parametre ile ilgili hipotezlerin test edilmesinde kullanılabildiği gibi yaygın olarak çoklu parametrelerin lineer kombinasyonlarının hipotezlerinin test edilmesinde de kullanılır. Wald test istatistiğinin sonlu örnek dağılımları genellikle bilinmemekle birlikte yokluk hipotezi altında asimptotik olarak χ^2 dağılıma sahiptir. Wald test istatistiğinin genel formu için hipotez testi aşağıda verilmiştir.

$$H_0 : R\theta = r$$

$$H_1 : R\theta \neq r$$

Belirtilen bu hipotez testi için Wald test istatistiğinin genel formu şu şekildedir (MacKinnon, 2010):

$$(R\hat{\theta}_n - r)' \left[R \left(\hat{V}_n / n \right) R' \right]^{-1} (R\hat{\theta}_n - r) \xrightarrow{D} \chi^2_Q \quad (3.1)$$

Burada Q, R matrisinin rankı ve $\hat{V}_n$ kovaryans matrisinin tahmin edicisidir. Eşitlik (3.1)' de verilen Wald istatistiğinin genel formu Eşitlik (2.1)'de belirtilen hipotez testinin test edilebilmesi için aşağıdaki şekilde adapte edinilebilir (Alkan, 2019).

Gözlem değerleri olan $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in_i}$ ($i = 1, 2, \dots, k$), μ_i ortalamalı ve σ_i^2 varyanslı normal dağılıma sahip bir örnek olsun. X'lerin örneklem ortalamaları Eşitlik (2.2)'de verilen $\bar{X}_i$ ile ve i. grup için örneklem varyansı Eşitlik (1.3)'de verilen s_i^2 ile gösterilsin. Test edilen hipotez olan Eşitlik (2.1) $\theta = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_k^2]'$, $R = [I_{k-1} : -\mathbf{1}_{k-1}]$ ve $-\mathbf{1}_{k-1}$, -1'lerden oluşan bir sütun vektör olacak şekilde yeniden düzenlendiğinde Eşitlik (3.2) olarak gösterilebilir.

$$H_0 : R\theta = 0$$

$$H_1 : R\theta \neq 0 \quad (3.2)$$

R matrisinin açık hali Eşitlik (3.3)'de verilmiştir.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -1 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Wald test istatistiği

$$W(\hat{\theta}) = (R\hat{\theta})' [R(\hat{V})R']^{-1} (R\hat{\theta}) \quad (3.4)$$

olarak belirlenir. Eşitlik (3.4)'de belirtilen $\hat{\theta}$, varyans vektörü olan θ 'nın tahmin edicisi ve $\hat{V}$, $\hat{\theta}$ 'in varyans matrisinin tahmin edicisidir (Alkan, 2019).

$$\hat{\theta} = S^2 = \begin{bmatrix} S_1^2 \\ \vdots \\ S_k^2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$\hat{\theta}$ 'in varyans matrisi aşağıda elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} V(S_i^2) &= V\left(\frac{(n_i-1)s_i^2}{\sigma_i^2}\right) = 2(n_i - 1) \quad ; \quad \frac{(n_i-1)s_i^2}{\sigma_i^2} \sim \chi^2_{n_i-1} \\ V(S_i^2) &= \frac{2(n_i-1)\sigma_i^4}{(n_i-1)^2} \\ V(S_i^2) &= \frac{2\sigma_i^4}{(n_i-1)} \\ V(\hat{\theta}) &= V(S^2) = \begin{bmatrix} \frac{2\sigma_1^4}{n_1-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{2\sigma_k^4}{n_k-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Eşitlik (3.6)'de elde edilen $\hat{\theta}$ 'in varyans matrisinin tahmin edicisi Eşitlik (3.7)'de verilmiştir.

$$\hat{V}(\hat{\theta}) = \hat{V}(S^2) = \hat{V} = \text{diag}\left(\frac{2s_1^4}{n_1-1}, \dots, \frac{2s_k^4}{n_k-1}\right) \quad (3.7)$$

Eşitlik (3.4)'de verilen Wald test istatistiği Eşitlik (3.8)'de yeniden düzenlenerek belirtilmiş olup (k-1) serbestlik derecesi ile asimptotik olarak χ^2 dağılıma sahiptir.

$$W(\mathbf{S}^2) = [R\mathbf{S}^2]'[R\hat{\mathbf{V}}(\mathbf{S}^2)R']^{-1}[R\mathbf{S}^2] \quad (3.8)$$

Burada yer alan $R\mathbf{S}^2$ ifadesi aşağıda gösterilmiştir.

$$R\mathbf{S}^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -1 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1^2 \\ \vdots \\ s_k^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1^2 - s_k^2 \\ \vdots \\ s_{k-1}^2 - s_k^2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Eşitlik (3.8)'de belirtilen $[R\hat{\mathbf{V}}(\mathbf{S}^2)R']^{-1}$ ifadesinin açılımı aşağıda elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} [R\hat{\mathbf{V}}(\mathbf{S}^2)R'] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -1 \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2s_1^4}{n_1-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{2s_k^4}{n_k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ -1 & -1 & \dots & -1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \left(\frac{2s_1^4}{n_1-1} + \frac{2s_k^4}{n_k-1}\right) & \left(\frac{2s_1^4}{n_1-1} + \frac{2s_k^4}{n_k-1}\right) & \dots & \frac{2s_k^4}{n_k-1} \\ \frac{2s_k^4}{n_k-1} & \left(\frac{2s_2^4}{n_2-1} + \frac{2s_k^4}{n_k-1}\right) & \dots & \frac{2s_k^4}{n_k-1} \\ & \vdots & & \\ \frac{2s_k^4}{n_k-1} & \frac{2s_k^4}{n_k-1} & \dots & \left(\frac{2s_{k-1}^4}{n_{k-1}-1} + \frac{2s_k^4}{n_k-1}\right) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Bu ifadenin yeniden düzenlenmesiyle Eşitlik (3.10) elde edilebilir.

$$[R\hat{\mathbf{V}}(\mathbf{S}^2)R'] = \frac{2s_k^4}{n_k-1} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2s_1^4}{n_1-1} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{2s_{k-1}^4}{n_{k-1}-1} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Eşitlik (3.10)'da belirtilen matris işlemi, $B + \mathbf{c}\mathbf{c}'$ olarak ifade edilebilir. Bu ifadenin tersini almak için Rencher ve Schaallje(2008)'nin önermiş olduğu Eşitlik (3.11)'da belirtilen yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemde $\mathbf{c}$ bir vektör, B ise tekil olmayan matrisi ifade etmektedir.

$$(B + \mathbf{c}\mathbf{c}')^{-1} = B^{-1} - \frac{B^{-1}\mathbf{c}\mathbf{c}'B^{-1}}{1 + \mathbf{c}'B^{-1}\mathbf{c}} \quad (3.11)$$

Eşitlik (3.10)'da belirtilen ifadeyi Eşitlik (3.11)'de belirtilen yöntemle uyarladığımızda $\mathbf{c} = \left[\frac{2s_k^4}{n_k-1} \quad \dots \quad \frac{2s_k^4}{n_k-1} \right]'$ ve $B = \text{diag} \left(\frac{2s_i^4}{n_i-1} \right), i = 1, 2, \dots, k-1$ olur. Burada belirtilen B ifadesinin tersi alındığında $B^{-1} = \text{diag} \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right), i = 1, 2, \dots, k-1$ olur. Eşitlik (3.11)'de yer alan $B^{-1}\mathbf{c}\mathbf{c}'B^{-1}$ ifadesi aşağıda elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} B^{-1}\mathbf{c}\mathbf{c}'B^{-1} &= \begin{bmatrix} \frac{n_1-1}{2s_1^4} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2s_k^4}{n_k-1}} \\ \vdots \\ \sqrt{\frac{2s_k^4}{n_k-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2s_k^4}{n_k-1}} & \dots & \sqrt{\frac{2s_k^4}{n_k-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{n_1-1}{2s_1^4} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4} \end{bmatrix} \\ &= \frac{2s_k^4}{n_k-1} \begin{bmatrix} \left(\frac{n_1-1}{2s_1^4} \right)^2 & \left(\frac{n_1-1}{2s_1^4} \right) \left(\frac{n_2-1}{2s_2^4} \right) & \dots & \left(\frac{n_1-1}{2s_1^4} \right) \left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4} \right) \\ \left(\frac{n_1-1}{2s_1^4} \right) \left(\frac{n_2-1}{2s_2^4} \right) & \left(\frac{n_1-1}{2s_1^4} \right)^2 & \dots & \left(\frac{n_2-1}{2s_2^4} \right) \left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4} \right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{n_1-1}{2s_1^4} \right) \left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4} \right) & \left(\frac{n_2-1}{2s_2^4} \right) \left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4} \right) & \dots & \left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (3.12) \end{aligned}$$

Eşitlik (3.11)'de belirtilen $1 + \mathbf{c}'B^{-1}\mathbf{c}$ ifadesi aşağıda bulunarak Eşitlik (3.13) elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} 1 + \mathbf{c}'B^{-1}\mathbf{c} &= 1 + \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2s_k^4}{n_k-1}} \\ \vdots \\ \sqrt{\frac{2s_k^4}{n_k-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{n_1-1}{2s_1^4} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2s_k^4}{n_k-1}} \\ \vdots \\ \sqrt{\frac{2s_k^4}{n_k-1}} \end{bmatrix} \\ &= 1 + \left(\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4} \right) \left(\frac{2s_k^4}{n_k-1} \right) + \dots + \left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4} \right) \left(\frac{2s_k^4}{n_k-1} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 + \frac{2s_k^4}{n_k - 1} \left(\frac{n_1 - 1}{2s_1^4} + \dots + \frac{n_{k-1} - 1}{2s_{k-1}^4} \right) \\
&= \frac{2s_k^4}{n_k - 1} \left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4} \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Eşitlik (3.12) ve Eşitlik (3.13)'de elde edilen ifadeleri kullanarak Eşitlik (3.8)'de belirtilen $W(S^2)$ test istatistiği aşağıda bulunmuştur.

$$W(S^2) = \begin{bmatrix} s_1^2 - s_k^2 \\ s_2^2 - s_k^2 \\ \vdots \\ s_{k-1}^2 - s_k^2 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \frac{n_1 - 1}{2s_1^4} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{n_{k-1} - 1}{2s_{k-1}^4} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\left(\frac{n_1 - 1}{2s_1^4}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4}\right)\right)} & \frac{\left(\frac{n_1 - 1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_2 - 1}{2s_2^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4}\right)\right)} & \dots & \frac{\left(\frac{n_1 - 1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_{k-1} - 1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4}\right)\right)} \\ \frac{\left(\frac{n_1 - 1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_2 - 1}{2s_2^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4}\right)\right)} & \frac{\left(\frac{n_2 - 1}{2s_2^4}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4}\right)\right)} & \dots & \frac{\left(\frac{n_2 - 1}{2s_2^4}\right)\left(\frac{n_{k-1} - 1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4}\right)\right)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\left(\frac{n_1 - 1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_{k-1} - 1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4}\right)\right)} & \frac{\left(\frac{n_2 - 1}{2s_2^4}\right)\left(\frac{n_{k-1} - 1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4}\right)\right)} & \dots & \frac{\left(\frac{n_{k-1} - 1}{2s_{k-1}^4}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4}\right)\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1^2 - s_k^2 \\ s_2^2 - s_k^2 \\ \vdots \\ s_{k-1}^2 - s_k^2 \end{bmatrix}$$

Bu eşitlik K, L ve M harfleri ile belirtildiğinde $K(M-L)K'$ olarak ifade edilir. Bu çarpım ise Eşitlik (3.14) ile bulunur. K, L ve M aşağıda tanımlanmıştır.

$$K = [(s_1^2 - s_k^2) \quad \dots \quad (s_{k-1}^2 - s_k^2)]$$

$$L = \begin{bmatrix} \frac{n_1 - 1}{2s_1^4} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{n_{k-1} - 1}{2s_{k-1}^4} \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_2-1}{2s_2^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \cdots & \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} \\ \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_2-1}{2s_2^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \cdots & \frac{\left(\frac{n_2-1}{2s_2^4}\right)\left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \frac{\left(\frac{n_2-1}{2s_2^4}\right)\left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \cdots & \frac{\left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} \end{bmatrix}$$

$$K(M - L)K' = KMK' - K L K' \quad (3.14)$$

Burada belirtilen KMK' ve $K L K'$ ifadeleri aşağıda bulunmuştur.

$$K L K' = [(s_1^2 - s_k^2) \quad \cdots \quad (s_{k-1}^2 - s_k^2)] \begin{bmatrix} \frac{n_1-1}{2s_1^4} & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1^2 - s_k^2 \\ s_2^2 - s_k^2 \\ \vdots \\ s_{k-1}^2 - s_k^2 \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{i=1}^{k-1} (s_1^2 - s_k^2)^2 \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)$$

$$KMK' =$$

$$\begin{bmatrix} s_1^2 - s_k^2 \\ s_2^2 - s_k^2 \\ \vdots \\ s_{k-1}^2 - s_k^2 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_2-1}{2s_2^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \cdots & \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} \\ \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_2-1}{2s_2^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \cdots & \frac{\left(\frac{n_2-1}{2s_2^4}\right)\left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\left(\frac{n_1-1}{2s_1^4}\right)\left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \frac{\left(\frac{n_2-1}{2s_2^4}\right)\left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4}\right)}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} & \cdots & \frac{\left(\frac{n_{k-1}-1}{2s_{k-1}^4}\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1^2 - s_k^2 \\ s_2^2 - s_k^2 \\ \vdots \\ s_{k-1}^2 - s_k^2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} \left[\sum_{i=1}^k (s_1^2 - s_k^2) \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right) \right]^2$$

Bu eşitliklerden yararlanarak Eşitlik (3.14)'de belirtilen $\mathbf{KMK}' - \mathbf{KLK}'$ fark şu şekilde bulunur.

$$\begin{aligned} \mathbf{KMK}' - \mathbf{KLK}' &= \left(\sum_{i=1}^k (s_1^2 - s_k^2) \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right) \right) - \left(\frac{1}{\left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)\right)} \left[\sum_{i=1}^k (s_1^2 - s_k^2) \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right) \right]^2 \right) \\ &= \left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right) \sum_{i=1}^k (s_1^2 - s_k^2) \frac{\left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)} \right) - \left(\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right) \left[\frac{\sum_{i=1}^k (s_1^2 - s_k^2) \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)} \right]^2 \right) \end{aligned}$$

Bu eşitliğin çözümünde w_i, u_i, G ve $\bar{u}$ ifadelerinden yararlanılmıştır. Bu ifadeler aşağıda belirtilmiştir.

$$w_i = \frac{\frac{n_i-1}{2s_i^4}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)}, \quad \sum_{i=1}^k w_i = 1$$

$$u_i = s_i^2 - s_k^2$$

$$G = \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4}\right)$$

$$\bar{u} = \sum_{i=1}^k u_i w_i$$

Bu ifadelerin kullanılması sonucu $\mathbf{KMK}' - \mathbf{KLK}'$ eşitliği aşağıda düzenlenmiştir.

$$\mathbf{KMK}' - \mathbf{KLK}' = \left(G \sum_{i=1}^k u_i^2 w_i \right) - \left(G \left[\sum_{i=1}^k u_i w_i \right]^2 \right)$$

$$\begin{aligned}
&= G \left(\sum_{i=1}^k u_i^2 w_i - \left[\sum_{i=1}^k u_i w_i \right]^2 \right) \\
&= G \left(\sum_{i=1}^k u_i^2 w_i - \bar{u}^2 \right) \\
&= G \left(\sum_{i=1}^k w_i (u_i - \bar{u})^2 \right)
\end{aligned}$$

Bu eşitlikte w_i, u_i, G ve $\bar{u}$ ifadeleri yerlerine yazıldığında

$$\begin{aligned}
KK' - KLK' &= \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right) \left[\sum_{i=1}^k \left(\frac{\frac{n_i-1}{2s_i^4}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right)} \left(s_i^2 - s_k^2 - \sum_{i=1}^k (s_i^2 - s_k^2) \frac{\frac{n_i-1}{2s_i^4}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right)} \right)^2 \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right) \left[\sum_{i=1}^k \left(\frac{\frac{n_i-1}{2s_i^4}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right)} \left(s_i^2 - s_k^2 - \sum_{i=1}^k \frac{\frac{n_i-1}{2s_i^4}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right)} s_i^2 + \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. \sum_{i=1}^k \frac{\frac{n_i-1}{2s_i^4}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right)} s_k^2 \right)^2 \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right) \left[\sum_{i=1}^k \left(\frac{\frac{n_i-1}{2s_i^4}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right)} \left(s_i^2 - s_k^2 - \sum_{i=1}^k \frac{\frac{n_i-1}{2s_i^4}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right)} s_i^2 + s_k^2 \right)^2 \right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right) \frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right) \left(s_i^2 - \sum_{i=1}^k \frac{\frac{n_i-1}{2s_i^4}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right)} s_i^2 \right)^2}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i-1}{2s_i^4} \right)}
\end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4} \right) \frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4} \right) \left(s_i^2 - \frac{\sum_{i=1}^k \frac{n_i - 1}{2s_i^2}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4} \right)} \right)^2}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4} \right)}$$

eşitliği elde edilir.

$$S^{2*} = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{n_i - 1}{2s_i^2}}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4} \right)}$$

olacak şekilde $KMK' - KLK'$ eşitliği

$$KMK' - KLK' = \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4} \right) \frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4} \right) (s_i^2 - S^{2*})^2}{\sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4} \right)}$$

olarak elde edilir ve Eşitlik (3.8)'de belirtilen Wald test istatistiği Eşitlik (3.15) olarak bulunur.

$$W = KMK' - KLK' = \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i - 1}{2s_i^4} \right) (s_i^2 - S^{2*})^2 \quad (3.15)$$

Burada belirtilen test istatistiği, örnek çapı yeterince büyük olduğu durumlarda χ^2 dağılıma sahiptir. Ancak örnek çapının küçük olduğu durumlar için teorik dağılımın bulunması imkansızdır. Bu sebeple küçük örnek çaplarında test istatistiğinin dağılımının simülasyon yöntemleri ile elde edilmesi gerekir. Bu çalışmada Wald test istatistiğinin dağılımını bulmak için Monte Carlo simülasyon yöntemini kullandık. Monte Carlo yönteminde test istatistiğinin değeri, belirlenen dağılımdan yeniden üretilen rassal örneklerden elde edilen test istatistiğinin değerlerinin karşılaştırılması ile elde edilir (Manly, 2006). Burada rassal örnekleri üretebilmek için test istatistiğinin dağılımının yokluk hipotezinin doğruluğu altında bilinmeyen parametreden bağımsız olması gerekir. Eşitlik (3.15)'de verilen test istatistiğinin küçük örnek çaplarındaki dağılımının bulunmasında Monte Carlo yöntemini kullanabilmek için bilinmeyen parametreler olan $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ ve σ^2 'den bağımsız olduğu aşağıda

gösterilmiştir. Bunu göstermek amacıyla ilk olarak $\frac{(n_i-1)s_i^2}{\sigma_i^2}$ ifadesinin $\chi_{n_i-1}^2$ dağıldığı bilgisinden yararlanılmıştır. Yokluk hipotezinin doğruluğu altında $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$ olduğu için bu ifade $\frac{(n_i-1)s_i^2}{\sigma^2}$ olarak yeniden düzenlenir ve χ_{n-1}^2 olarak dağılır. $U_i = \frac{(n_i-1)s_i^2}{\sigma^2}$ olmak üzere $s_i^2 = \frac{U_i \sigma^2}{(n_i-1)}$ olarak dağılır. Dolayısı ile W test istatistiği

$$W \sim \sum_{i=1}^k \left[\frac{(n_i-1)^3}{2\sigma^4 U_i^2} \left(\frac{\sigma^2 U_i}{n_i-1} - \frac{\sum_{i=1}^k \frac{(n_i-1)^2}{2\sigma^2 U_i}}{\sum_{i=1}^k \frac{(n_i-1)^3}{2\sigma^4 U_i^2}} \right)^2 \right] \quad (3.16)$$

şeklinde dağılır. Burada gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$W \sim \sum_{i=1}^k \left[\frac{(n_i-1)^3}{2\sigma^4 U_i^2} \left(\frac{\sigma^2 U_i}{n_i-1} - \sigma^2 \frac{\sum_{i=1}^k \frac{(n_i-1)^2}{U_i}}{\sum_{i=1}^k \frac{(n_i-1)^3}{U_i^2}} \right)^2 \right] \quad (3.17)$$

olur. Buradan W test istatistiğinin dağılımı

$$W \sim \sum_{i=1}^k \left[\frac{(n_i-1)^3}{2U_i^2} \left(\frac{U_i}{n_i-1} - \frac{\sum_{i=1}^k \frac{(n_i-1)^2}{U_i}}{\sum_{i=1}^k \frac{(n_i-1)^3}{U_i^2}} \right)^2 \right] \quad (3.18)$$

şeklinde olacağından, görüldüğü gibi W test istatistiğinin dağılımı χ^2 olan U_i değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak elde edilir. Dolayısı ile W test istatistiğinin bilinmeyen herhangi bir parametreye bağlı olmadığı görülmüş olur.

4. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, 2. Bölüm’de tanıtılan testlerin ve 3. Bölüm’de önerdiğimiz test istatistiğinin MATLAB R2019B programı kullanılarak deneysel I. tip hata oranları ve güç değerleri bakımından karşılaştırılması Monte Carlo simülasyon yöntemiyle yapılarak bulunan sonuçlar çizelgeler ile gösterilmiş ve yorumlarına yer verilmiştir.

4.1. Testlerin Deneysel I. Tip Hata Oranları Bakımından Karşılaştırılması

Tüm testler I. tip hata oranları bakımından karşılaştırılırken eşit ve farklı örnek çapları ve farklı grup sayıları ($k= 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 15$ ve 20) göz önünde bulundurulmuştur. Bu çalışma için belirlenen nominal α değeri olarak 0,05 alınmıştır. Wald istatistiğinin elde edilebilmesi için Monte Carlo simülasyonunun iterasyon sayısı 2000 olarak alınmıştır. Ayrıca tüm testlerin I. tip hata oranları ve güç değerleri karşılaştırılırken de simülasyon sayısı 2000 olarak belirlenmiştir.

Aynı varyanslı ve örnek ortalamaları $\mu_i = 0$ ($i = 1, 2, 3, \dots, k$) olacak şekilde normal dağılımlı yığınlardan aynı ve farklı örnek çaplarına sahip örnekler üretilmiştir. Bu örneklerin her biri için Eşitlik (2.1)’de belirtilen H_0 hipotezini test etmek amacıyla 2. Bölüm’de tanıtılan Bartlett (B), Levene (L), Bhandary ve Dai (BD), genelleştirilmiş p-değeri testi (GP) ve Hartley’in F-max(H) testleri ve önerilen test istatistiği olan Wald test istatistiği (W) için yazılan MATLAB fonksiyonları kullanılarak test istatistikleri hesaplanarak p-değerleri elde edilmiştir. Elde edilen p-değerleri nominal α değeri olarak belirlenen 0,05 değerinden küçük ise H_0 hipotezi reddedilmiştir. Bu testler iterasyon sayısı kadar tekrarlanarak her bir test için H_0 hipotezini reddetme sayıları hesaplanmış ve ortalamaları alınarak I. tip hata oranları elde edilmiştir.

Hartley’in F-max testinde, nominal α değeri olarak belirlenen 0,05 için literatürde var olan tabloda grup sayısı olarak belirtilen $k=12$ ’den büyük durumlar için kritik değerler bulunmadığından $k=13, 15$ ve 20 durumlarında Hartley’in F-max testi uygulanamamıştır.

Çizelgelerde I. tip hata oranlarının daha kolay gözlemlenerek yorumlanabilmesi için deneysel hata değeri 0,06’dan büyük olan değerler koyu renkle belirtilmiştir.

Çizelge 4.1. $k=3$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP	H
(2 4 6)	0,0510	0,1175	0,0770	0,0250	0,0470	0,3660
(2 4 8)	0,0520	0,0940	0,0750	0,0220	0,0405	0,4525
(5 7 11)	0,0580	0,0675	0,0630	0,0315	0,0520	0,2045
(5 7 13)	0,0480	0,0800	0,0590	0,0245	0,0510	0,2345
(5 10 21)	0,0485	0,0540	0,0770	0,0265	0,0485	0,4430
(5 10 31)	0,0565	0,0600	0,0630	0,0250	0,0495	0,3395
(10 10 31)	0,0525	0,0605	0,0580	0,0250	0,0530	0,2085
(10 21 31)	0,0545	0,0550	0,0580	0,0230	0,0525	0,2980
(5 5 5)	0,0425	0,0780	0,0480	0,0155	0,0460	0,0445
(7 7 7)	0,0450	0,0735	0,0475	0,0240	0,0470	0,0460
(9 9 9)	0,0525	0,0505	0,0390	0,0250	0,0455	0,0425
(10 10 10)	0,0540	0,0745	0,0580	0,0290	0,0585	0,0590
(13 13 13)	0,0580	0,0645	0,0535	0,0270	0,0550	0,0535
(16 16 16)	0,0440	0,0545	0,0460	0,0230	0,0465	0,0445
(21 21 21)	0,0475	0,0540	0,0470	0,0210	0,0470	0,0465
(31 31 31)	0,0410	0,0550	0,0450	0,0230	0,0445	0,0455

Çizelge 4.1’de grup sayısı $k=3$ için 2. Bölüm’de tanıtılan testlerin ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiğinin farklı ve eşit örnek çaplarında deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Wald istatistiği ve genelleştirilmiş p-değeri testinin deneysel I. tip hata oranlarının nominal α değeri olan 0,05 civarında olduğu görülmektedir. Levene testinin I. tip hata oranları ise örnek çaplarının farklı olduğu her durum için örnek çaplarının eşit olduğu çoğu durum için 0,05’den büyüktür. Bartlett testi için örnek sayılarının farklı olduğu neredeyse her durum için I. tip hata oranları 0,05’den büyükken, örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise I. tip hata oranları 0,05 civarındadır. Bhandary ve Dai testinin ise örnek çapları için belirtilen her durumda deneysel I. tip hata oranları 0,05’den oldukça düşüktür. Bartlett testine benzer şekilde Hartley’in F-max testinin de örnek çaplarının farklı olduğu her durum için nominal α değeri olan 0,05 göz önünde bulundurulduğunda oldukça kötü sonuçlar verdiği ancak örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda I. tip hata oranlarının 0,05’e yakın olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.2. $k=4$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP	H
(2 4 4 6)	0,0500	0,1330	0,0700	0,0230	0,0440	0,3665
(2 4 6 8)	0,0395	0,0980	0,0765	0,0245	0,0430	0,4595
(5 7 9 11)	0,0475	0,0650	0,0520	0,0230	0,0450	0,1965
(5 7 7 13)	0,0495	0,0730	0,0655	0,0275	0,0525	0,2825
(5 10 10 21)	0,0485	0,0635	0,0720	0,0280	0,0535	0,3985
(5 10 21 31)	0,0580	0,0585	0,0635	0,0270	0,0480	0,4735
(5 21 21 31)	0,0510	0,0600	0,0740	0,0285	0,0500	0,3960
(10 21 21 31)	0,0620	0,0610	0,0625	0,0350	0,0615	0,2445
(5 5 5 5)	0,0435	0,0930	0,0480	0,0190	0,0435	0,0455
(7 7 7 7)	0,0510	0,0765	0,0465	0,0250	0,0480	0,0490
(9 9 9 9)	0,0485	0,0695	0,0525	0,0275	0,0535	0,0550
(10 10 10 10)	0,0545	0,0615	0,0460	0,0280	0,0535	0,0510
(13 13 13 13)	0,0495	0,0655	0,0495	0,0215	0,0490	0,0525
(16 16 16 16)	0,0520	0,0625	0,0505	0,0255	0,0485	0,0495
(21 21 21 21)	0,0490	0,0620	0,0510	0,0265	0,0525	0,0525
(31 31 31 31)	0,0545	0,0585	0,0465	0,0280	0,0455	0,0515

Çizelge 4.2’de grup sayısı $k=4$ için tanıtılan önerilen test istatistiği ve diğer testler için eşit ve farklı örnek çaplarında nominal α değeri 0,05 alınarak elde edilen deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Önerilen test istatistiği olan Wald test istatistiği ve genelleştirilmiş p-değeri testinin her durum için deneysel I. tip hataları 0,05 civarındadır. Levene testinin ise örnek çaplarının her durumu için deneysel I. tip hata oranları 0,05’den büyüktür. Bartlett ve Hartley’in F-max testinin deneysel I. tip hata oranları örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda 0,05 değerinden büyükken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05’den küçüktür. Bhadary ve Dai testinin deneysel I. tip hata oranlarının ise her durum için nominal α değeri olan 0,05 değerinden oldukça küçük olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.3. $k=5$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP	H
(2 2 4 6 6)	0,0505	0,1550	0,0850	0,0305	0,0465	0,5120
(2 2 4 8 8)	0,0485	0,1195	0,1010	0,0235	0,0455	0,6310
(5 5 7 9 9)	0,0500	0,0820	0,0585	0,0245	0,0515	0,1795
(5 5 7 13 13)	0,0475	0,0735	0,0650	0,0210	0,0475	0,3060
(5 5 10 21 21)	0,0525	0,0650	0,0740	0,0245	0,0510	0,4885
(5 5 21 31 31)	0,0555	0,0550	0,0715	0,0290	0,0465	0,5865
(10 10 13 31 31)	0,0525	0,0605	0,0585	0,0280	0,0505	0,3590
(10 10 21 31 31)	0,0520	0,0555	0,0585	0,0315	0,0495	0,3205
(5 5 5 5 5)	0,0385	0,0945	0,0495	0,0195	0,0455	0,0490
(7 7 7 7 7)	0,0455	0,0770	0,0555	0,0250	0,0535	0,0520
(9 9 9 9 9)	0,0560	0,0730	0,0570	0,0290	0,0550	0,0610
(10 10 10 10 10)	0,0465	0,0765	0,0460	0,0175	0,0480	0,0520
(13 13 13 13 13)	0,0515	0,0665	0,0570	0,0290	0,0590	0,0575
(16 16 16 16 16)	0,0430	0,0640	0,0510	0,0215	0,0480	0,0450
(21 21 21 21 21)	0,0530	0,0620	0,0445	0,0250	0,0460	0,0435
(31 31 31 31 31)	0,0460	0,0455	0,0470	0,0225	0,0445	0,0435

Çizelge 4.3’de grup sayısı $k=5$ için 2. Bölüm’de tanıtilen testler ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiği için eşit ve farklı örnek çaplarında deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Önerilen Wald test istatistiğinin ve genelleştirilmiş p-değeri testinin I. tip hata oranları örnek çaplarının her durumu için 0,05 civarındadır. Levene testinin deneysel I. tip hata oranlarının ise neredeyse her durum için 0,05 değerinden büyük olduğu, küçük olan durumların ise nominal α değeri olan 0,05 değerine oldukça yakın olduğu görülmektedir. Bartlett testinin I. tip hata oranları ise örnek çaplarının farklı olduğu neredeyse her durum için 0,05’den büyük ya da oldukça yakındır. Bhandary ve Dai testinin deneysel I. tip hata oranlarının örnek çaplarının her durumu için 0,05 değerinden oldukça küçük olduğu görülmektedir. Bartlett testine benzer şekilde Hartley’in F-max testinin I. tip hata oranları örnek çaplarının farklı olduğu her durum için 0,05 değerinden oldukça büyükken, örnek çaplarının eşit olduğu durumlar için 0,05 değerine yakındır.

Çizelge 4.4. $k=6$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP	H
(2 2 4 4 6 6)	0,0520	0,1570	0,0715	0,0225	0,0420	0,5180
(2 2 4 4 8 8)	0,0540	0,1285	0,0955	0,0270	0,0485	0,6500
(2 2 5 5 11 11)	0,0570	0,1065	0,1145	0,0320	0,0475	0,7525
(5 5 7 7 9 9)	0,0460	0,0805	0,0620	0,0215	0,0540	0,1885
(5 5 7 7 13 13)	0,0475	0,0775	0,0630	0,0285	0,0525	0,3485
(5 5 10 10 21 21)	0,0565	0,0625	0,0615	0,0230	0,0470	0,5125
(5 5 10 10 31 31)	0,0450	0,0625	0,0800	0,0220	0,0465	0,6845
(10 10 21 21 31 31)	0,0490	0,0450	0,0535	0,0270	0,0475	0,3285
(5 5 5 5 5 5)	0,0565	0,1120	0,0530	0,0265	0,0550	0,0560
(7 7 7 7 7 7)	0,0470	0,0915	0,0495	0,0285	0,0530	0,0490
(9 9 9 9 9 9)	0,0560	0,0745	0,0565	0,0250	0,0515	0,0555
(10 10 10 10 10 10)	0,0500	0,0725	0,0530	0,0285	0,0575	0,0590
(13 13 13 13 13 13)	0,0440	0,0705	0,0540	0,0250	0,0555	0,0495
(16 16 16 16 16 16)	0,0495	0,0640	0,0500	0,0225	0,0490	0,0485
(21 21 21 21 21 21)	0,0475	0,0605	0,0520	0,0255	0,0510	0,0460
(31 31 31 31 31 31)	0,0545	0,0620	0,0590	0,0280	0,0570	0,0520

Çizelge 4.4’de grup sayısı $k=6$ için tanıtılan önerilen test istatistiği ve diğer testler için eşit ve farklı örnek çaplarında nominal α değeri 0,05 alınarak elde edilen deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Önerilen test istatistiği olan Wald istatistiğinin ve genelleştirilmiş p-değeri testinin örnek çaplarının her durumu için deneysel I. tip hata oranları yaklaşık olarak 0,05’dir. Levene testinin ise her durum için I. tip hata oranları nominal α değerinden yüksektir. Bartlett testinin örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda deneysel I. tip hata oranlarının 0,05’den oldukça yüksek olduğu, örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise yaklaşık olarak 0,05 civarında olduğu görülmektedir. Bhandary ve Dai testinin I. tip hata oranları örnek çaplarının farklı kombinasyonları için her durumda I. tip hata oranlarının 0,05’den daha küçüktür. Hartley’in F-max testinin I. tip hata oranları ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda nominal α değeri olan 0,05’den oldukça büyükken, örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 civarındadır.

Çizelge 4.5. $k=7$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP	H
(2 2 4 4 4 6 6)	0,0540	0,1580	0,0720	0,0215	0,0490	0,5405
(3 3 7 7 7 9 9)	0,0475	0,0995	0,0750	0,0275	0,0520	0,4135
(5 5 7 7 7 9 9)	0,0565	0,0915	0,0660	0,0330	0,0610	0,1840
(5 5 7 7 7 13 13)	0,0565	0,0735	0,0485	0,0235	0,0430	0,3650
(5 5 10 10 10 21 21)	0,0555	0,0680	0,0710	0,0280	0,0480	0,5440
(5 5 9 9 9 21 21)	0,0510	0,0750	0,0610	0,0275	0,0490	0,5830
(10 10 13 13 13 31 31)	0,0485	0,0605	0,0500	0,0260	0,0450	0,4545
(10 10 21 21 21 31 31)	0,0520	0,0635	0,0530	0,0255	0,0430	0,3360
(5 5 5 5 5 5 5)	0,0530	0,1165	0,0460	0,0245	0,0490	0,0535
(7 7 7 7 7 7 7)	0,0490	0,0860	0,0540	0,0270	0,0485	0,0500
(9 9 9 9 9 9 9)	0,0525	0,0765	0,0540	0,0340	0,0535	0,0525
(10 10 10 10 10 10 10)	0,0495	0,0700	0,0490	0,0265	0,0485	0,0510
(13 13 13 13 13 13 13)	0,0555	0,0775	0,0610	0,0335	0,0585	0,0585
(16 16 16 16 16 16 16)	0,0535	0,0680	0,0530	0,0260	0,0535	0,0465
(21 21 21 21 21 21 21)	0,0540	0,0675	0,0535	0,0305	0,0520	0,0515
(31 31 31 31 31 31 31)	0,0445	0,0485	0,0490	0,0260	0,0460	0,0455

Çizelge 4.5’de grup sayısı $k=7$ için 2. Bölüm’de tanıtılan testler ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiği için eşit ve farklı örnek çaplarında nominal α değeri 0,05 alınarak elde edilen deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Wald test istatistiği ve genelleştirilmiş p-değeri testinin I. tip hata oranları her durum için 0,05 civarındayken Levene testinin I. tip hata oranlarının örnek çaplarının her durumu için 0,05’den büyük olduğu görülmektedir. Bartlett testinin deneysel I. tip hata oranları ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlar için 0,05’den büyükken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 civarındadır. Bhandary ve Dai testinin I. tip hata oranları ise her durumda nominal α değerinden oldukça küçüktür. Bartlett testine benzer şekilde Hartley’in F-max testinin I. tip hata oranları ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda 0,05’den oldukça büyükken, örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda nominal α değeri olan 0,05 civarında olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.6. $k=8$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP	H
(2,2,2,4,4,6,6,6)	0,0535	0,1830	0,1010	0,0270	0,0450	0,6385
(2,2,2,8,8,10,10,10)	0,0515	0,1260	0,1555	0,0310	0,0445	0,8095
(5,5,5,7,7,13,13,13)	0,0480	0,0775	0,0575	0,0185	0,0385	0,4075
(5,5,5,9,9,11,11,11)	0,0540	0,0785	0,0520	0,0240	0,0440	0,2570
(5,5,5,10,10,21,21,21)	0,0520	0,0615	0,0700	0,0245	0,0485	0,5980
(5,5,5,10,10,31,31,31)	0,0500	0,0600	0,0815	0,0255	0,0410	0,7710
(5,5,5,21,21,31,31,31)	0,0515	0,0615	0,0785	0,0290	0,0495	0,7255
(10,10,10,21,21,31,31,31)	0,0470	0,0570	0,0525	0,0290	0,0430	0,3700
(5,5,5,5,5,5,5,5)	0,0560	0,1300	0,0530	0,0270	0,0500	0,0550
(7,7,7,7,7,7,7,7)	0,0490	0,0970	0,0530	0,0275	0,0505	0,0485
(9,9,9,9,9,9,9,9)	0,0460	0,0760	0,0495	0,0215	0,0475	0,0450
(10,10,10,10,10,10,10,10)	0,0480	0,0760	0,0455	0,0230	0,0440	0,0430
(13,13,13,13,13,13,13,13)	0,0450	0,0640	0,0465	0,0255	0,0505	0,0510
(16,16,16,16,16,16,16,16)	0,0480	0,0695	0,0530	0,0265	0,0530	0,0505
(21,21,21,21,21,21,21,21)	0,0460	0,0580	0,0450	0,0305	0,0455	0,0475
(31,31,31,31,31,31,31,31)	0,0455	0,0515	0,0415	0,0215	0,0415	0,0420

Çizelge 4.6’da grup sayısı $k=8$ için önerilen test istatistiği ve diğer testler için eşit ve farklı örnek çaplarında nominal α değeri 0,05 alınarak elde edilen deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Önerilen test istatistiği olan Wald ve genelleştirilmiş p-değeri testinin örnek çaplarının her durumu için deneysel I. tip hata oranları 0,05 civarındadır. Levene testinin I. tip hata oranları ise örnek çaplarının farklı kombinasyonlarının neredeyse her durumunda 0,05 değerinden oldukça büyüktür. Bartlett testinin deneysel I. tip hata oranları örnek çaplarının farklı olduğu hemen hemen her durum için 0,05 değerinden büyükken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 civarındadır. Bhandary ve Dai testinin deneysel I. tip hataları ise örnek çaplarının her durumu için 0,05’den oldukça küçüktür. Hartley’in F-max testinin deneysel I. tip hata oranları örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda 0,05 değerinden oldukça büyükken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 değerinden küçük olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.7. $k=9$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP	H
(2 2 2 4 4 4 6 6 6)	0,0445	0,1910	0,0905	0,0190	0,0405	0,6340
(2 2 2 8 8 8 10 10 10)	0,0550	0,1155	0,1475	0,0325	0,0420	0,8100
(5 5 5 7 7 7 13 13 13)	0,0555	0,0780	0,0670	0,0280	0,0530	0,4400
(5 5 5 9 9 9 11 11 11)	0,0490	0,0880	0,0635	0,0315	0,0545	0,2865
(5 5 5 10 10 10 21 21 21)	0,0450	0,0610	0,0710	0,0290	0,0480	0,6410
(5 5 5 21 21 21 31 31 31)	0,0450	0,0625	0,0750	0,0255	0,0440	0,7155
(10 10 10 13 13 13 31 31 31)	0,0535	0,0585	0,0590	0,0310	0,0530	0,4155
(10 10 10 21 21 21 31 31 31)	0,0490	0,0615	0,0580	0,0260	0,0520	0,3835
(5 5 5 5 5 5 5 5 5)	0,0425	0,1040	0,0415	0,0160	0,0365	0,0420
(7 7 7 7 7 7 7 7 7)	0,0455	0,0915	0,0520	0,0245	0,0440	0,0440
(9 9 9 9 9 9 9 9 9)	0,0465	0,0890	0,0505	0,0230	0,0485	0,0470
(10 10 10 10 10 10 10 10 10)	0,0465	0,0895	0,0545	0,0260	0,0495	0,0510
(13 13 13 13 13 13 13 13 13)	0,0515	0,0685	0,0425	0,0295	0,0455	0,0515
(16 16 16 16 16 16 16 16 16)	0,0595	0,0675	0,0530	0,0375	0,0575	0,0525
(21 21 21 21 21 21 21 21 21)	0,0475	0,0615	0,0415	0,0295	0,0465	0,0465
(31 31 31 31 31 31 31 31 31)	0,0470	0,0530	0,0425	0,0250	0,0415	0,0430

Çizelge 4.7’de grup sayısı $k=9$ için 2. Bölüm’de tanıtılan testler ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiği için eşit ve farklı örnek çaplarında nominal α değeri 0,05 alınarak elde edilen deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Wald test istatistiğinin ve genelleştirilmiş p-değeri testinin I. tip hata oranları örnek çaplarının her durumu için 0,05 civarındadır. Levene testinin deneysel I. tip hata oranları ise örnek çaplarının neredeyse her durumu için 0,05 değerinden yüksektir. Bartlett testinin I. tip hata oranları ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda 0,05’den büyükken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 civarındadır. Bhandary ve Dai testinin deneysel I. tip hata oranları ise örnek çaplarının her durumunda 0,05’den oldukça düşüktür. Hartley’in F-max testinin I. tip hata oranlarının ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda nominal α değeri olan 0,05’den oldukça yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 civarında olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.8. $k=10$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP	H
(2 2 2 4 4 4 4 6 6 6)	0,0555	0,1825	0,0800	0,0265	0,0530	0,6230
(2 2 2 6 6 6 6 9 9 9)	0,0575	0,1315	0,1230	0,0245	0,0475	0,7830
(5 5 5 9 9 9 9 11 11 11)	0,0455	0,0820	0,0525	0,0225	0,0440	0,2740
(5 5 5 7 7 7 7 13 13 13)	0,0485	0,0790	0,0560	0,0270	0,0390	0,4575
(5 5 5 10 10 10 10 21 21 21)	0,0545	0,0725	0,0680	0,0280	0,0510	0,6485
(5 5 5 10 10 10 10 31 31 31)	0,0465	0,0600	0,0735	0,0270	0,0390	0,8200
(5 5 5 21 21 21 21 31 31 31)	0,0580	0,0770	0,0865	0,0345	0,0505	0,7155
(10 10 10 10 21 21 31 31 31 31)	0,0515	0,0590	0,0535	0,0315	0,0460	0,4615
(5 5 5 5 5 5 5 5 5)	0,0510	0,1435	0,0510	0,0275	0,0495	0,0495
(7 7 7 7 7 7 7 7 7)	0,0480	0,0970	0,0555	0,0305	0,0535	0,0560
(9 9 9 9 9 9 9 9 9)	0,0475	0,0760	0,0450	0,0225	0,0450	0,0435
(10 10 10 10 10 10 10 10 10 10)	0,0450	0,0805	0,0505	0,0220	0,0490	0,0450
(13 13 13 13 13 13 13 13 13 13)	0,0440	0,0600	0,0465	0,0225	0,0450	0,0385
(16 16 16 16 16 16 16 16 16 16)	0,0440	0,0585	0,0490	0,0300	0,0455	0,0455
(21 21 21 21 21 21 21 21 21 21)	0,0500	0,0605	0,0465	0,0305	0,0475	0,0455
(31 31 31 31 31 31 31 31 31 31)	0,0515	0,0580	0,0480	0,0285	0,0490	0,0440

Çizelge 4.8’de grup sayısı $k=10$ için önerilen test istatistiği ve diğer testler için eşit ve farklı örnek çaplarında nominal α değeri 0,05 alınarak elde edilen deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Önerilen Wald test istatistiği ve genelleştirilmiş p-değeri testinin I. tip hata oranları örnek çaplarının farklı kombinasyonunun her durumu için 0,05 civarındadır. Levene testinin deneysel I. tip hata oranları örnek çaplarının hemen hemen her durumu için 0,05’den yüksektir. Bartlett testinin I. tip hata oranları ise örnek çaplarının farklı olduğu neredeyse her durum için nominal α değeri olan 0,05’den yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 civarındadır. Bhandary ve Dai testinin I. tip hata oranları örnek çaplarının her durumu için α değerinden oldukça düşüktür. Hartley’in F-max testinin I. tip hata oranlarının ise Bartlett testinde olduğu gibi örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda 0,05 değerinden oldukça yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 civarında olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.9. $k=13$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP
(2 2 2 2 4 4 4 4 4 6 6 6 6)	0,0400	0,2280	0,0870	0,0170	0,0380
(2 2 2 2 6 6 6 6 6 9 9 9 9)	0,0420	0,1715	0,1230	0,0300	0,0400
(5 5 5 5 9 9 9 9 9 11 11 11 11)	0,0510	0,1005	0,0575	0,0310	0,0510
(5 5 5 5 7 7 7 7 7 13 13 13 13)	0,0410	0,0925	0,0530	0,0275	0,0425
(5 5 5 5 10 10 10 10 10 21 21 21 21)	0,0470	0,0930	0,0875	0,0320	0,0565
(5 5 5 5 10 10 10 10 10 31 31 31 31)	0,0495	0,0665	0,0795	0,0250	0,0400
(5 5 5 5 21 21 21 21 21 31 31 31 31)	0,0525	0,0695	0,0895	0,0370	0,0565
(10 10 10 10 21 21 21 21 21 31 31 31 31)	0,0545	0,0710	0,0645	0,0390	0,0595
(5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5)	0,0495	0,1410	0,0495	0,0235	0,0495
(7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7)	0,0490	0,1005	0,0470	0,0285	0,0485
(9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9)	0,0570	0,0985	0,0530	0,0340	0,0545
(10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10)	0,0530	0,0860	0,0430	0,0315	0,0495
(13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13)	0,0420	0,0680	0,0545	0,0265	0,0495
(16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16)	0,0420	0,0625	0,0505	0,0250	0,0470
(21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21)	0,0510	0,0650	0,0555	0,0305	0,0560
(31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31)	0,0480	0,0630	0,0500	0,0270	0,0440

Çizelge 4.9’da grup sayısı $k=13$ için 2. Bölüm’de tanıtılan testler ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiği için eşit ve farklı örnek çaplarında nominal α değeri 0,05 alınarak elde edilen deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Hartley’in F-max testinde nominal α değeri olarak belirlenen 0,05 için literatürde var olan tabloda grup sayısı olarak belirtilen $k=12$ ’den büyük durumlar için kritik değerler bulunmadığından $k=13$ için bu test istatistiğinin I. tip hatası hesaplanamamıştır. Önerilen Wald test istatistiği ve genelleştirilmiş p-değeri testinin deneysel I. tip hata oranları örnek çaplarının her durumu için 0,05 civarındadır. Bu durumun aksine Levene test istatistiğinin I. tip hata oranları ise örnek çaplarının farklı kombinasyonunun her durumu için nominal α değeri olan 0,05’den büyüktür. Bartlett testinin deneysel I. tip hata oranları örnek çaplarının farklı olduğu neredeyse her durum için 0,05’den büyükken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 civarındadır. Bhandary ve Dai testinin I. tip hata oranlarının ise örnek çaplarının her durumu için 0,05’den oldukça küçük olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.10. $k=15$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP
(2 2 2 2 2 4 4 4 4 4 6 6 6 6 6)	0,0485	0,2675	0,1040	0,0330	0,0470
(2 2 2 2 2 6 6 6 6 6 9 9 9 9 9)	0,0550	0,1620	0,1335	0,0265	0,0500
(5 5 5 5 5 9 9 9 9 9 11 11 11 11 11)	0,0550	0,1035	0,0665	0,0275	0,0590
(5 5 5 5 5 7 7 7 7 7 13 13 13 13 13)	0,0485	0,0975	0,0625	0,0295	0,0485
(5 5 5 5 5 10 10 10 10 10 21 21 21 21 21)	0,0420	0,0760	0,0785	0,0330	0,0495
(5 5 5 5 5 10 10 10 10 10 31 31 31 31 31)	0,0425	0,0735	0,0825	0,0330	0,0445
(5 5 5 5 5 21 21 21 21 21 31 31 31 31 31)	0,0545	0,0735	0,0930	0,0370	0,0505
(10 10 10 10 10 21 21 21 21 21 31 31 31 31 31)	0,0515	0,0640	0,0575	0,0350	0,0490
(5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5)	0,0500	0,1680	0,0495	0,0225	0,0510
(7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7)	0,0525	0,1045	0,0485	0,0275	0,0520
(9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9)	0,0505	0,0835	0,0530	0,0290	0,0520
(10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10)	0,0475	0,0835	0,0480	0,0315	0,0475
(13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13)	0,0575	0,0830	0,0585	0,0395	0,0575
(16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16)	0,0590	0,0770	0,0505	0,0310	0,0570
(21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21)	0,0465	0,0705	0,0505	0,0280	0,0480
(31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31)	0,0440	0,0620	0,0485	0,0330	0,0465

Çizelge 4.10’da grup sayısı $k=15$ için önerilen test istatistiği ve diğer testler için eşit ve farklı örnek çaplarında nominal α değeri 0,05 alınarak elde edilen deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Wald test istatistiği ve genelleştirilmiş p-değeri testinin I. tip hata oranları örnek çaplarının farklı kombinasyonlarının her durumu için 0,05 düzeyindedir. Levene testinin deneysel I. tip hata oranları örnek çaplarının her durumu için 0,05’den büyüktür. Bartlett testinin I. tip hata oranları ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda nominal α değerinden yüksekken, örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 civarındadır. Bhandary ve Dai testinin örnek çaplarının her durumu için I. tip hata oranlarının nominal α değeri olan 0,05’den oldukça düşük olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.11. $k=20$ için Testlerin I. Tip Hataları

n	W	L	B	BD	GP
(2 2 2 2 2 2 2 4 4 4 4 4 4 4 6 6 6 6 6 6 6)	0,0595	0,3120	0,1090	0,0295	0,0480
(2 2 2 2 2 2 2 6 6 6 6 6 6 6 9 9 9 9 9 9 9)	0,0570	0,2170	0,1760	0,0325	0,0495
(5 5 5 5 5 5 5 9 9 9 9 9 9 11 11 11 11 11 11 11)	0,0455	0,1010	0,0620	0,0350	0,0520
(5 5 5 5 5 5 5 7 7 7 7 7 7 13 13 13 13 13 13 13)	0,0485	0,1065	0,0625	0,0325	0,0535
(5 5 5 5 5 5 5 10 10 10 10 10 10 21 21 21 21 21 21 21)	0,0400	0,0805	0,0810	0,0310	0,0415
(5 5 5 5 5 5 5 10 10 10 10 10 10 31 31 31 31 31 31 31)	0,0480	0,0740	0,0935	0,0390	0,0465
(5 5 5 5 5 5 5 21 21 21 21 21 21 31 31 31 31 31 31 31)	0,0470	0,0760	0,0970	0,0340	0,0445
(10 10 10 10 10 10 21 21 21 21 21 21 31 31 31 31 31 31 31)	0,0475	0,0705	0,0615	0,0310	0,0515
(5 5)	0,0420	0,1860	0,0500	0,0300	0,0475
(7 7)	0,0525	0,1195	0,0535	0,0370	0,0530
(9 9)	0,0510	0,1040	0,0435	0,0285	0,0430
(10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10)	0,0580	0,0840	0,0530	0,0360	0,0585
(13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13)	0,0510	0,0845	0,0535	0,0320	0,0495
(16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16)	0,0490	0,0775	0,0565	0,0360	0,0535
(21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21)	0,0530	0,0635	0,0385	0,0325	0,0435
(31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31)	0,0495	0,0555	0,0435	0,0355	0,0450

Çizelge 4.11’de grup sayısı $k=20$ için 2. Bölüm’de tanımlanan testler ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiği için eşit ve farklı örnek çaplarında nominal α değeri 0,05 alınarak elde edilen deneysel I. tip hata oranları gösterilmiştir. Önerilen test istatistiği olan Wald ve geliştirilmiş p-değeri testinin I. tip hataları örnek çaplarının her durumu için 0,05 civarındayken Levene testinin I. tip hataları örnek çaplarının her durumu için α ’nın değerinden yüksektir. Bartlett testinin deneysel I. tip hata oranları ise örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05’den yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda 0,05 civarındadır. Bhandary ve Dai testinin I. tip hata oranlarının örnek çaplarının farklı kombinasyonlarının her durumu için 0,05’den oldukça düşük olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.1- 4.11 bakıldığında genel olarak önerdiğimiz test istatistiği olan Wald istatistiği, geliştirilmiş p-değeri testi ve Bhandary ve Dai testinin I. tip hata oranlarının her durumda nominal α değeri olan 0,05 civarında olduğu görülmektedir. Bu durumda bu testler güvenilir test istatistikleri olarak düşünülebilir. Levene testinin ise her durum için I. tip hata oranlarının oldukça yüksek olduğu ve bu sebeple güvenilir bir test olmadığı yorumlanmaktadır. Bartlett testi ve Hartley’in F-max testinin ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda grup sayısı olan k değeri arttıkça I. tip hata oranları giderek artarken, örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda genel olarak nominal α değeri olan 0,05 civarında olduğu görülmektedir.

4.2. Testlerin Güç Değerleri Bakımından Karşılaştırılması

Tüm testler güç değerleri bakımından karşılaştırılırken eşit ve farklı örnek çapları ve farklı grup sayıları ($k= 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 15$ ve 20) göz önünde bulundurulmuş ve nominal α değeri olarak 0,05 alınmıştır.

Normal dağılım altında ortalamaları $\mu_i = 0$ ($i = 1, 2, 3, \dots, k$) olacak şekilde farklı varyans değerlerine sahip örnek çaplarının aynı ve farklı kombinasyonlarında örnekler üretilmiştir. Eşitlik (2.1)'de belirtilen hipotezi test etmek amacıyla üretilen örneklerin her biri için 2. Bölüm'de tanıtılan Bartlett, Levene, Bhandary ve Dai, genelleştirilmiş p-değeri testi ve Hartley'in F-max testlerinin yazılan MATLAB fonksiyonları kullanılarak test istatistikleri hesaplanarak p-değerleri elde edilmiştir. Elde edilen p-değerleri nominal α değeri olarak belirlenen 0,05 değerinden küçük ise H_0 hipotezi reddedilmiştir. Bu testler iterasyon sayısı kadar tekrarlanarak her bir test için H_0 hipotezini reddetme sayıları hesaplanmış ve ortalamaları alınarak güç değerleri elde edilmiştir.

Hartley'in F-max testinde, nominal α değeri olarak belirlenen 0,05 için literatürde var olan tabloda grup sayısı olarak belirtilen $k=12$ 'den büyük durumlar için kritik değerler bulunmadığından $k=13, 15$ ve 20 durumlarında Hartley'in F-max testi uygulanamamıştır.

Çizelgelerde I. tip hata oranları 0,06'dan büyük olan testlerin güç değerleri Çizelge 4.12-4.21'de "***" olarak belirtilmiş ve güç değerlerinin daha kolay gözlemlenerek yorumlanabilmesi için değeri büyük olanlar koyu renkle gösterilmiştir.

Çizelge 4.12. $k=3$ için Testlerin Güç Değerleri

n	σ^2	W	L	B	BD	GP	H
(2 4 6)	(1 1,2 1,4)	0,0785	***	***	0,0270	0,0535	***
	(1 2 3)	0,1920	***	***	0,0680	0,1250	***
(2 4 8)	(1 1,2 1,4)	0,0595	***	***	0,0255	0,0480	***
	(1 2 3)	0,0760	***	***	0,0315	0,0620	***
(5 7 11)	(1 1,2 1,4)	0,0725	***	***	0,0245	0,0560	***
	(1 2 3)	0,1945	***	***	0,0585	0,1280	***
(5 7 13)	(1 1,2 1,4)	0,0745	***	0,0405	0,0255	0,0435	***
	(1 2 3)	0,2130	***	0,1085	0,0750	0,1415	***
(5 10 21)	(1 1,2 1,4)	0,0720	***	***	0,0270	0,0555	***
	(1 2 3)	0,2405	***	***	0,0775	0,1660	***
(5 10 31)	(1 1,2 1,4)	0,0940	***	***	0,0285	0,0575	***
	(1 2 3)	0,2515	***	***	0,0815	0,1665	***
(10 10 31)	(1 1,2 1,4)	0,1035	0,0775	0,0605	0,0395	0,0705	***
	(1 2 3)	0,4090	0,2905	0,2680	0,2065	0,3265	***
(10 21 31)	(1 1,2 1,4)	0,1055	***	***	0,0310	0,0630	***
	(1 2 3)	0,4935	***	***	0,2070	0,3570	***
(5 5 5)	(1 1,2 1,4)	0,0515	***	0,0525	0,0230	0,0545	0,0515
	(1 2 3)	0,0780	***	0,1070	0,0450	0,0935	0,0955
(7 7 7)	(1 1,2 1,4)	0,0580	***	0,0605	0,0290	0,0605	0,0605
	(1 2 3)	0,1390	***	0,1745	0,0905	0,1690	0,1645
(9 9 9)	(1 1,2 1,4)	0,0495	0,0710	0,0555	0,0285	0,0515	0,0570
	(1 2 3)	0,1835	0,2075	0,2205	0,1215	0,2290	0,2235
(10 10 10)	(1 1,2 1,4)	0,0605	***	0,0665	0,0335	0,0645	0,0630
	(1 2 3)	0,2190	***	0,2585	0,1415	0,2565	0,2580
(13 13 13)	(1 1,2 1,4)	0,0625	***	0,0675	0,0325	0,0675	0,0630
	(1 2 3)	0,2855	***	0,3305	0,2140	0,3325	0,3345
(16 16 16)	(1 1,2 1,4)	0,0650	0,0775	0,0810	0,0320	0,0755	0,0715
	(1 2 3)	0,3830	0,3685	0,4260	0,2755	0,4360	0,4250
(21 21 21)	(1 1,2 1,4)	0,0855	0,1030	0,1000	0,0480	0,0965	0,0970
	(1 2 3)	0,5190	0,4725	0,5485	0,4030	0,5500	0,5475
(31 31 31)	(1 1,2 1,4)	0,1170	0,1245	0,1260	0,0680	0,1285	0,1215
	(1 2 3)	0,7530	0,6735	0,7555	0,6355	0,7640	0,7585

Çizelge 4.12’de grup sayısı $k=3$ için 2. Bölüm’de tanıtılan testlerin ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiğinin farklı ve eşit örnek çaplarında ve farklı grup varyanslarına sahip oldukları durumlar için güç değerleri gösterilmiştir. Wald istatistiğinin örnek çaplarının farklı olduğu her durum için güç değerleri diğer testlerden oldukça yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda yeterince iyi sonuçlar vermemiştir. Levene testinin örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda deneysel I. tip hata oranları yüksek olduğundan bu durumlar için güç değerleri gösterilmemiştir. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise Levene testi iyi sonuçlar vermemiştir. Bartlett testi de Levene testi gibi örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda deneysel I. tip hata oranları yüksek çıktığı için bu durumlarda güç değerleri elde edilememiştir. Ancak örnek çaplarının eşit olduğu her durumda güç değerleri diğer testlere göre oldukça yüksektir. Bhandary ve Dai testinin güç değerleri ise örnek çaplarının farklı kombinasyonunun her durumu için oldukça düşüktür. Genelleştirilmiş p-değeri testi örnek çaplarının farklı olduğu durumlar için düşük güç değerlerine sahipken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda güç değerleri yüksektir. Hartley’in F-max testinin I. tip hataları örnek çaplarının farklı olduğu durumlar için yüksek olduğundan bu durumlar için güç değerleri gösterilmemiştir. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise genelleştirilmiş p-değeri testinde olduğu gibi oldukça yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.13’de grup sayısı $k=4$ için önerilen test istatistiği ve diğer testler için farklı varyans değerlerine sahip örnek çaplarının aynı ve farklı kombinasyonlarında güç değerleri verilmiştir. Önerilen Wald istatistiğinin örnek çaplarının farklı olduğu her durum için güç değerleri oldukça yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda yeterince iyi değildir. Levene testi ise grup sayısı $k=4$ için I. tip hata oranları nominal α değeri olan 0,05’den yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir. Bartlett testi örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda I. tip hata oranları yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir, ancak örnek çaplarının eşit olduğu durumlar için güç değerleri diğer testlerden yüksektir. Bhandary ve Dai testi ise örnek çaplarının farklı kombinasyonlarının her durumu için güç değerleri diğer testlerden oldukça düşüktür. Genelleştirilmiş p-değeri testinin örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda güç değerleri yeterince iyi değilken örnek çaplarının eşit olduğu durumlar için güç değerleri oldukça yüksektir. Bartlett testinde olduğu gibi Hartley’in F-max testinin de örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda deneysel I. tip hata oranları yüksek olduğu için bu durumlarda güç değerleri gösterilmemişken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda testin oldukça iyi performans sergilediği görülmektedir.

Çizelge 4.13. $k=4$ için Testlerin Güç Değerleri

n	σ^2	W	L	B	BD	GP	H
(2 4 4 6)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0560	***	***	0,0245	0,0470	***
	(1 2 2 3)	0,0865	***	***	0,0275	0,0640	***
(2 4 6 8)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0610	***	***	0,0215	0,0395	***
	(1 2 2 3)	0,0855	***	***	0,0275	0,0540	***
(5 7 9 11)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0765	***	0,0465	0,0315	0,0535	***
	(1 2 2 3)	0,1830	***	0,1000	0,0575	0,1175	***
(5 7 7 13)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0620	***	***	0,0225	0,0485	***
	(1 2 2 3)	0,1640	***	***	0,0630	0,1220	***
(5 10 10 21)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0685	***	***	0,0240	0,0540	***
	(1 2 2 3)	0,2005	***	***	0,0620	0,1270	***
(5 10 21 31)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0750	0,0725	***	0,0320	0,0570	***
	(1 2 2 3)	0,2090	0,1730	***	0,0775	0,1595	***
(5 21 21 31)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0775	***	***	0,0290	0,0630	***
	(1 2 2 3)	0,2100	***	***	0,0790	0,1815	***
(10 21 21 31)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0980	***	***	0,0390	0,0690	***
	(1 2 2 3)	0,3980	***	***	0,1500	0,2980	***
(5 5 5 5)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0510	***	0,0505	0,0220	0,0515	0,0505
	(1 2 2 3)	0,0725	***	0,1100	0,0475	0,0960	0,0950
(7 7 7 7)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0500	***	0,0645	0,0275	0,0550	0,0615
	(1 2 2 3)	0,1025	***	0,1465	0,0680	0,1330	0,1400
(9 9 9 9)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0530	***	0,0615	0,0265	0,0620	0,0615
	(1 2 2 3)	0,1235	***	0,1900	0,0870	0,1795	0,1785
(10 10 10 10)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0625	***	0,0670	0,0310	0,0665	0,0660
	(1 2 2 3)	0,1755	***	0,2260	0,1250	0,2250	0,2200
(13 13 13 13)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0540	***	0,0600	0,0255	0,0560	0,0585
	(1 2 2 3)	0,2430	***	0,3020	0,1620	0,2940	0,2925
(16 16 16 16)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0575	***	0,0720	0,0325	0,0695	0,0665
	(1 2 2 3)	0,3175	***	0,3580	0,2275	0,3635	0,3580
(21 21 21 21)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0750	***	0,0755	0,0400	0,0800	0,0805
	(1 2 2 3)	0,4620	***	0,5005	0,3440	0,5055	0,5060
(31 31 31 31)	(1 1,2 1,2 1,4)	0,0860	***	0,1020	0,0520	0,0950	0,0950
	(1 2 2 3)	0,6800	***	0,7010	0,5635	0,7180	0,7165

Çizelge 4.14. $k=5$ için Testlerin Güç Değerleri

n	σ^2	W	L	B	BD	GP	H
(2 2 4 6 6)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0575	***	***	0,0215	0,0455	***
	(1 1 2 3 3)	0,0770	***	***	0,0355	0,0710	***
(2 2 4 8 8)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0635	***	***	0,0280	0,0545	***
	(1 1 2 3 3)	0,0790	***	***	0,0345	0,0650	***
(5 5 7 9 9)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0690	***	0,0495	0,0275	0,0555	***
	(1 1 2 3 3)	0,1805	***	0,1450	0,0680	0,1595	***
(5 5 7 13 13)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0810	***	***	0,0315	0,0595	***
	(1 1 2 3 3)	0,2220	***	***	0,0720	0,1715	***
(5 5 10 21 21)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0735	***	***	0,0295	0,0525	***
	(1 1 2 3 3)	0,2450	***	***	0,0735	0,1690	***
(5 5 21 31 31)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0815	0,0750	***	0,0310	0,0680	***
	(1 1 2 3 3)	0,2315	0,2415	***	0,0835	0,2080	***
(10 10 21 31 31)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,1175	0,0895	0,0710	0,0440	0,0865	***
	(1 1 2 3 3)	0,5995	0,4625	0,4255	0,2405	0,4915	***
(10 10 13 31 31)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,1190	***	0,0560	0,0385	0,0720	***
	(1 1 2 3 3)	0,5900	***	0,4235	0,2610	0,4925	***
(5 5 5 5 5)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0510	***	0,0545	0,0295	0,0530	0,0545
	(1 1 2 3 3)	0,0860	***	0,1615	0,0590	0,1325	0,1350
(7 7 7 7 7)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0570	***	0,0695	0,0345	0,0655	0,0665
	(1 1 2 3 3)	0,1130	***	0,2590	0,0890	0,2160	0,1965
(9 9 9 9 9)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0545	***	0,0580	0,0280	0,0600	***
	(1 1 2 3 3)	0,1690	***	0,3470	0,1285	0,3010	***
(10 10 10 10 10)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0590	***	0,0730	0,0320	0,0720	0,0700
	(1 1 2 3 3)	0,2090	***	0,3930	0,1750	0,3570	0,3265
(13 13 13 13 13)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0685	***	0,0865	0,0395	0,0785	0,0795
	(1 1 2 3 3)	0,3045	***	0,5025	0,2390	0,4710	0,4320
(16 16 16 16 16)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0835	***	0,0965	0,0425	0,0905	0,0935
	(1 1 2 3 3)	0,4475	***	0,6345	0,3390	0,6120	0,5560
(21 21 21 21 21)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,0855	***	0,1080	0,0430	0,1055	0,1015
	(1 1 2 3 3)	0,6480	***	0,7715	0,5090	0,7665	0,7005
(31 31 31 31 31)	(1 1 1,2 1,4 1,4)	0,1185	0,1475	0,1485	0,0700	0,1420	0,1390
	(1 1 2 3 3)	0,8930	0,8830	0,9435	0,7655	0,9400	0,8990

Çizelge 4.14’de grup sayısı $k=5$ için 2. Bölüm’de tanıtılan testlerin ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiğinin farklı ve eşit örnek çaplarında ve farklı grup varyanslarına sahip oldukları durumlar için güç değerleri gösterilmiştir. Wald istatistiğinin örnek çaplarının farklı olduğu her durum için güç değerleri diğer testlerin güç değerlerinden oldukça yüksektir. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise Wald istatistiğinin güç değerleri diğer testlerin güç değerlerinden daha düşüktür. Levene testi ise grup sayısı $k=5$ için deneysel I. tip hata oranları nominal α değerinden yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir. Bartlett testi örnek çaplarının farklı olduğu çoğu durumda I. tip hata oranları yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiş olup hesaplanan güç değerleri ise diğer testlere kıyasla daha düşüktür. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise Bartlett testinin performansı oldukça yüksektir. Bhandary ve Dai testinin güç değerleri örnek çaplarının farklı tüm kombinasyonları için diğer testlere kıyasla oldukça düşüktür. Genelleştirilmiş p-değeri testi örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda daha iyi sonuçlar vermesine rağmen genel olarak örnek çaplarının tüm değerleri için diğer testlere göre performansı daha düşüktür. Hartley’in F-max testinde örnek çaplarının farklı olduğu durumlar için deneysel I. tip hata oranları yüksek olduğundan güç değerleri gösterilmemişken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda oldukça iyi sonuçlar verdiği görülmektedir.

Çizelge 4.15’de grup sayısı $k=6$ için önerilen test istatistiği ve diğer testler için farklı varyans değerlerine sahip örnek çaplarının aynı ve farklı kombinasyonlarında güç değerleri verilmiştir. Önerilen test istatistiği olan Wald istatistiğinin örnek çaplarının farklı olduğu durumların tümünde güç değerleri diğer testlere göre oldukça yüksektir. Levene testinin ise $k=6$ durumu için örnek çaplarının her durumu için deneysel I. tip hata oranları nominal α değeri olan 0,05’den daha yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir. Bartlett testi örnek çaplarının farklı olduğu durumlar için I. tip hata oranları yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemişken örnek çaplarının eşit olduğu durumlar için testin güç değerleri diğer testlere göre oldukça yüksektir. Bhandary ve Dai testinin güç değerleri ise örnek çaplarının farklı kombinasyonları için her durumda oldukça düşüktür. Genelleştirilmiş p-değeri testinin güç değerleri Bhandary ve Dai testinde olduğu gibi diğer testlere göre oldukça düşüktür. Hartley’in F-max testinde ise örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda deneysel I. tip hata oranları 0,05’den yüksek olduğu için gösterilmemiştir. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise güç değerlerinin Bartlett testine göre daha düşük olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.15. $k=6$ için Testlerin Güç Değerleri

n	σ^2	W	L	B	BD	GP	H
(2 2 4 4 6 6)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0490	***	***	0,0240	0,0480	***
	(1 1 2 2 3 3)	0,0695	***	***	0,0280	0,0605	***
(2 2 4 4 8 8)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0585	***	***	0,0290	0,0530	***
	(1 1 2 2 3 3)	0,0690	***	***	0,0305	0,0485	***
(2 2 5 5 11 11)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0530	***	***	0,0305	0,0515	***
	(1 1 2 2 3 3)	0,0750	***	***	0,0250	0,0575	***
(5 5 7 7 9 9)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0635	***	***	0,0260	0,0555	***
	(1 1 2 2 3 3)	0,1590	***	***	0,0505	0,1210	***
(5 5 7 7 13 13)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0705	***	***	0,0245	0,0500	***
	(1 1 2 2 3 3)	0,1945	***	***	0,0585	0,1475	***
(5 5 10 10 21 21)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0910	***	***	0,0350	0,0605	***
	(1 1 2 2 3 3)	0,2225	***	***	0,0795	0,1740	***
(5 5 10 10 31 31)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0890	***	***	0,0320	0,0555	***
	(1 1 2 2 3 3)	0,2315	***	***	0,0845	0,1775	***
(10 10 21 21 31 31)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,1160	0,0850	0,0700	0,0355	0,0765	***
	(1 1 2 2 3 3)	0,5545	0,4405	0,4115	0,2040	0,4615	***
(5 5 5 5 5 5)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0350	***	0,0510	0,0210	0,0415	0,0415
	(1 1 2 2 3 3)	0,0640	***	0,1490	0,0420	0,1085	0,1080
(7 7 7 7 7 7)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0530	***	0,0585	0,0205	0,0550	0,0520
	(1 1 2 2 3 3)	0,1000	***	0,2200	0,0635	0,1820	0,1610
(9 9 9 9 9 9)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0605	***	0,0635	0,0290	0,0595	0,0605
	(1 1 2 2 3 3)	0,1570	***	0,2980	0,1115	0,2775	0,2465
(10 10 10 10 10 10)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0660	***	0,0790	0,0385	0,0765	0,0780
	(1 1 2 2 3 3)	0,1675	***	0,3420	0,1280	0,3005	0,2635
(13 13 13 13 13 13)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0625	***	0,0830	0,0375	0,0805	0,0795
	(1 1 2 2 3 3)	0,2910	***	0,4870	0,2205	0,4560	0,4165
(16 16 16 16 16 16)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0645	***	0,0900	0,0380	0,0810	0,0820
	(1 1 2 2 3 3)	0,4135	***	0,6030	0,3120	0,5805	0,4995
(21 21 21 21 21 21)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0775	***	0,1100	0,0450	0,1035	0,0940
	(1 1 2 2 3 3)	0,6060	***	0,7440	0,4620	0,7370	0,6550
(31 31 31 31 31 31)	(1 1 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,1100	***	0,1320	0,0570	0,1315	0,1215
	(1 1 2 2 3 3)	0,8770	***	0,9265	0,7405	0,9245	0,8820

Çizelge 4.16. $k=7$ için Testlerin Güç Değerleri

n	σ^2	W	L	B	BD	GP	H
(2 2 4 4 4 6 6)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0570	***	***	0,0225	0,0490	***
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,0665	***	***	0,0285	0,0655	***
(3 3 7 7 7 9 9)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0475	***	***	0,0260	0,0540	***
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,1055	***	***	0,0400	0,0810	***
(5 5 7 7 7 9 9)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0695	***	***	0,0285	0,0560	***
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,1510	***	***	0,0515	0,1375	***
(5 5 7 7 7 13 13)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0740	***	0,0415	0,0255	0,0480	***
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,1685	***	0,1300	0,0640	0,1550	***
(5 5 9 9 9 21 21)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0875	***	***	0,0340	0,0590	***
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,2050	***	***	0,0620	0,1610	***
(5 5 10 10 10 21 21)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0790	***	***	0,0300	0,0630	***
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,2250	***	***	0,0675	0,1710	***
(10 10 13 13 13 31 31)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,1005	***	0,0710	0,0360	0,0775	***
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,4735	***	0,3645	0,1795	0,4280	***
(10 10 21 21 21 31 31)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,1045	***	0,0600	0,0375	0,0640	***
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,5230	***	0,3980	0,1910	0,4410	***
(5 5 5 5 5 5 5)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0480	***	0,0490	0,0230	0,0470	0,0495
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,0695	***	0,1405	0,0490	0,1025	0,1095
(7 7 7 7 7 7 7)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0555	***	0,0585	0,0285	0,0555	0,0575
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,1025	***	0,2010	0,0765	0,1755	0,1575
(9 9 9 9 9 9 9)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0435	***	0,0555	0,0205	0,0475	0,0490
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,1345	***	0,2630	0,1030	0,2340	0,2110
(10 10 10 10 10 10 10)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0460	***	0,0585	0,0255	0,0575	0,0585
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,1735	***	0,3200	0,1285	0,2970	0,2550
(13 13 13 13 13 13 13)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0660	***	***	0,0410	0,0760	0,0805
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,2760	***	***	0,2105	0,4335	0,3915
(16 16 16 16 16 16 16)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0695	***	0,0800	0,0410	0,0790	0,0765
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,3875	***	0,5600	0,2945	0,5375	0,4755
(21 21 21 21 21 21 21)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0720	***	0,0810	0,0405	0,0770	0,0800
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,5785	***	0,7055	0,4440	0,6955	0,6260
(31 31 31 31 31 31 31)	(1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4)	0,0940	0,1260	0,1175	0,0600	0,1155	0,1075
	(1 1 2 2 2 3 3)	0,8630	0,8475	0,9120	0,7075	0,9120	0,8540

Çizelge 4.16’da grup sayısı $k=7$ için 2. Bölüm’de tanıtılan testlerin ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiğinin farklı ve eşit örnek çaplarında ve farklı grup varyanslarına sahip oldukları durumlar için güç değerleri gösterilmiştir. Wald istatistiğinin güç değerleri örnek çaplarının farklı olduğu her durumda diğer testlere kıyasla oldukça yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda düşük performansa sahiptir. Levene testinde ise $k=7$ durumunda örnek çaplarının farklı kombinasyonlarının her durumu için deneysel I. tip hata oranları nominal α değeri olan 0,05’den yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir. Bartlett testinin güç değerleri, testin örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda I. tip hata oranları yüksek olması sebebiyle gösterilmemiştir. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise diğer testlere kıyasla oldukça iyi performansa sahiptir. Bhandary ve Dai testinin güç değerleri ise örnek çaplarının her durumu için diğer testlere göre oldukça düşüktür. Genelleştirilmiş p-değeri testinin güç değerleri ise örnek çaplarının her durumu için genel olarak diğer testlerden oldukça düşüktür. Hartley’in F-max testinde örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda Bartlett testinde olduğu gibi I. tip hata oranları yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemişken, örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise Bartlett testinin aksine düşük performans sergilediği görülmektedir.

Çizelge 4.17’de grup sayısı $k=8$ için önerilen test istatistiği ve diğer testler için farklı varyans değerlerine sahip örnek çaplarının aynı ve farklı kombinasyonlarında güç değerleri verilmiştir. Önerilen test istatistiği olan Wald istatistiğinin örnek çaplarının farklı olduğu her durum için güç değerleri oldukça yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda güç değerleri diğer testlere kıyasla daha düşüktür. Levene testinin $k=8$ için örnek çaplarının farklı kombinasyonunun her durumu için deneysel I. tip hata oranları nominal α değerinden yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir. Bartlett testinde ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda I. tip hata oranları yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise Bartlett testinin güç değerleri diğer testlere göre oldukça yüksektir. Bhandary ve Dai testinin güç değerleri ise örnek çaplarının her durumu için diğer testlere göre oldukça düşüktür. Genelleştirilmiş p-değeri testinde ise örnek çaplarının her durumu için Levene testinde olduğu gibi güç değerleri diğer testlere göre oldukça düşüktür. Hartley’in F-max testinde örnek çaplarının farklı olduğu durumlar için deneysel I. tip hata oranları yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise testin performansının Bartlett testinden daha düşük olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.17. $k=8$ için Testlerin Güç Değerleri

n	σ^2	W	L	B	BD	GP	H
(2,2,2,4,4,6,6,6)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0620	***	***	0,0285	0,0530	***
(2,2,2,8,8,10,10,10)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0690	***	***	0,0390	0,0660	***
(5,5,5,7,7,13,13,13)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0530	***	***	0,0245	0,0465	***
(5,5,5,7,7,13,13,13)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0765	***	***	0,0400	0,0790	***
(5,5,5,9,9,11,11,11)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0840	***	0,0445	0,0290	0,0560	***
(5,5,5,9,9,11,11,11)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,1865	***	0,1445	0,0720	0,1760	***
(5,5,5,10,10,21,21,21)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0780	***	0,0525	0,0270	0,0540	***
(5,5,5,10,10,21,21,21)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,2045	***	0,1700	0,0620	0,1825	***
(5,5,5,21,21,31,31,31)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0800	***	***	0,0280	0,0565	***
(5,5,5,21,21,31,31,31)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,2435	***	***	0,0735	0,1980	***
(10,10,10,13,13,31,31,31)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0835	***	***	0,0320	0,0635	***
(10,10,10,13,13,31,31,31)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,2375	***	***	0,1045	0,2490	***
(10,10,10,21,21,31,31,31)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,1250	***	***	0,0350	0,0760	***
(10,10,10,21,21,31,31,31)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,6280	***	***	0,2450	0,5745	***
(5,5,5,5,5,5,5,5)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,1300	0,0940	0,0700	0,0485	0,0865	***
(7,7,7,7,7,7,7,7)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,6705	0,5775	0,5370	0,2645	0,6060	***
(9,9,9,9,9,9,9,9)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0570	***	0,0620	0,0340	0,0615	0,0640
(10,10,10,10,10,10,10,10)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0685	***	0,1825	0,0480	0,1285	0,1195
(13,13,13,13,13,13,13,13)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0605	***	0,0665	0,0300	0,0580	0,0640
(16,16,16,16,16,16,16,16)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0925	***	0,2735	0,0805	0,2175	0,1940
(21,21,21,21,21,21,21,21)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0515	***	0,0685	0,0200	0,0620	0,0620
(31,31,31,31,31,31,31,31)	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,1635	***	0,4000	0,1310	0,3455	0,2845
	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0600	***	0,0705	0,0345	0,0675	0,0655
	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,1800	***	0,4535	0,1505	0,4075	0,3195
	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0660	***	0,0945	0,0410	0,0870	0,0790
	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,3365	***	0,6200	0,2870	0,5895	0,4820
	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,0680	***	0,0990	0,0380	0,0870	0,0830
	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,4695	***	0,7335	0,3530	0,7080	0,5730
	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,1000	0,1385	0,1340	0,0605	0,1265	0,1120
	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,7435	0,8380	0,9005	0,5750	0,8880	0,7800
	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,1225	0,1680	0,1700	0,0715	0,1580	0,1400
	(1;1;1;1,2;1,2;1,4;1,4;1,4) (1,1,1,2,2,3,3,3)	0,9490	0,9535	0,9800	0,8375	0,9795	0,9370

Çizelge 4.18. $k=9$ için Testlerin Güç Değerleri

n	s^2	W	L	B	BD	GP	H
(2 2 2 4 4 4 6 6 6)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0630	***	***	0,0285	0,0540	***
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,0700	***	***	0,0340	0,0575	***
(2 2 2 8 8 10 10 10)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0605	***	***	0,0260	0,0575	***
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,0635	***	***	0,0305	0,0705	***
(5 5 5 7 7 13 13 13)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0715	***	***	0,0275	0,0595	***
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,1935	***	***	0,0650	0,1780	***
(5 5 5 9 9 11 11 11)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0715	***	***	0,0260	0,0515	***
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,1955	***	***	0,0665	0,1795	***
(5 5 5 10 10 21 21 21)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0865	***	***	0,0335	0,0595	***
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,2410	***	***	0,0715	0,1900	***
(5 5 5 21 21 31 31 31)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0695	***	0,0535	0,0295	0,0625	***
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,2470	***	0,2350	0,0955	0,2735	***
(10 10 10 13 13 31 31 31)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,1225	0,1105	0,0735	0,0440	0,0870	***
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,5905	0,5500	0,4930	0,2335	0,5565	***
(10 10 10 21 21 31 31 31)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,1215	***	0,0660	0,0350	0,0790	***
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,6270	***	0,5130	0,2305	0,5730	***
(5 5 5 5 5 5 5 5)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0455	***	0,0550	0,0285	0,0550	0,0520
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,0705	***	0,1840	0,0560	0,1360	0,1180
(7 7 7 7 7 7 7 7)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0535	***	0,0615	0,0305	0,0625	0,0610
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,1025	***	0,2760	0,0850	0,2215	0,1845
(9 9 9 9 9 9 9 9)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0475	***	0,0635	0,0265	0,0570	0,0570
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,1495	***	0,3865	0,1280	0,3445	0,2670
(10 10 10 10 10 10 10)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0565	***	0,0735	0,0320	0,0695	0,0700
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,1800	***	0,4250	0,1530	0,3795	0,2920
(13 13 13 13 13 13 13)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0705	***	0,0900	0,0395	0,0850	0,0880
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,3070	***	0,5840	0,2640	0,5575	0,4310
(16 16 16 16 16 16 16)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0680	***	0,1105	0,0390	0,0980	0,0870
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,4420	***	0,7170	0,3290	0,6880	0,5510
(21 21 21 21 21 21 21)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,0770	***	0,1015	0,0465	0,1005	0,0910
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,7145	***	0,8710	0,5390	0,8670	0,7620
(31 31 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4)	0,1215	0,1595	0,1575	0,0750	0,1480	0,1300
	(1 1 1 2 2 2 3 3)	0,9450	0,9510	0,9775	0,8350	0,9760	0,9310

Çizelge 4.18’de grup sayısı $k=9$ için 2. Bölüm’de tanıtılan testlerin ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiğinin farklı ve eşit örnek çaplarında ve farklı grup varyanslarına sahip oldukları durumlar için güç değerleri gösterilmiştir. Wald istatistiğinin güç değerleri örnek çaplarının farklı olduğu her durum için diğer testlerden oldukça yüksektir. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise Wald istatistiği diğer testlere göre yeterince iyi performans gösterememiştir. Levene testi örnek çaplarının her durumu için nominal α değerinden daha yüksek deneysel I. tip hata oranlarına sahip olduğu için $k=9$ durumunda güç değerleri gösterilmemiştir. Bartlett testinin örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda deneysel I. tip hata oranları yüksek olduğu için bu durumlarda güç değerleri gösterilmemişken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda testin güç değerleri diğer testlere kıyasla oldukça yüksektir. Bhandary ve Dai testinin güç değerleri ise örnek çaplarının farklı kombinasyonlarının her durumu için diğer testlere göre oldukça düşüktür. Genelleştirilmiş p-değeri testi ise Bhandary ve Dai testinde olduğu gibi örnek çaplarının her durumu için daha düşük güç değerlerine sahiptir. Hartley’in F-max testi ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda deneysel I. tip hata oranları nominal α değeri olan 0,05’den yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise testin güç değerlerinin Bartlett testinden daha düşük olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.19’da grup sayısı $k=10$ için önerilen test istatistiği ve diğer testler için farklı varyans değerlerine sahip örnek çaplarının aynı ve farklı kombinasyonlarında güç değerleri verilmiştir. Önerilen test istatistiği olan Wald istatistiğinin örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda güç değerleri diğer testlere göre yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlar için testin performansı diğer testlere göre oldukça düşüktür. Levene testinin örnek çaplarının her durumunda deneysel I. tip hata oranları nominal α değerinden yüksek olduğu için $k=10$ için güç değerleri gösterilmemiştir. Bartlett testinin örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda I. tip hata oranları yüksek olduğundan bu durumlarda güç değerleri gösterilmemişken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda testin performansı diğer testlere göre oldukça yüksektir. Bhandary ve Dai testi ve genelleştirilmiş p-değeri testi ise örnek çaplarının her durumu için diğer testlere göre oldukça düşük performansa sahiptirler. Hartley’in F-max testinin örnek çaplarının farklı olduğu durumlar için deneysel I. tip hata oranları nominal α değeri olan 0,05’den yüksek olduğu için bu durumlarda testin güç değerleri gösterilmemiştir. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise testin performansının zayıf olduğu görülmektedir.

Çizelge 4.19. $k=10$ için Testlerin Güç Değerleri

n	s^2	W	L	B	BD	GP	H
(2 2 2 4 4 4 4 6 6 6)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0530 0,0655	*** ***	*** ***	0,0285 0,0230	0,0525 0,0525	*** ***
(2 2 2 6 6 6 6 9 9 9)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0600 0,0725	*** ***	*** ***	0,0275 0,0350	0,0525 0,0640	*** ***
(5 5 5 9 9 9 9 11 11 11)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0680 0,1825	*** ***	0,0410 0,1595	0,0205 0,0725	0,0440 0,1680	*** ***
(5 5 5 7 7 7 7 13 13 13)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0775 0,1925	*** ***	0,0505 0,1385	0,0310 0,0655	0,0595 0,1765	*** ***
(5 5 5 10 10 10 21 21 21)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0735 0,2280	*** ***	*** ***	0,0345 0,0675	0,0675 0,1895	*** ***
(5 5 5 10 10 10 31 31 31)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0740 0,1835	*** ***	*** ***	0,0285 0,0625	0,0490 0,1575	*** ***
(5 5 5 21 21 21 31 31 31)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0785 0,2285	*** ***	*** ***	0,0360 0,1095	0,0760 0,2855	*** ***
(10 10 10 21 21 31 31 31 31)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0985 0,5455	0,0955 0,5365	0,0640 0,5045	0,0400 0,2265	0,0705 0,5425	*** ***
(5 5 5 5 5 5 5 5 5 5)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0445 0,0605	*** ***	0,0585 0,1605	0,0235 0,0440	0,0495 0,1185	0,0495 0,1035
(7 7 7 7 7 7 7 7 7 7)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0655 0,1035	*** ***	0,0645 0,2710	0,0305 0,0870	0,0615 0,2195	0,0630 0,1725
(9 9 9 9 9 9 9 9 9 9)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0630 0,1505	*** ***	0,0700 0,3800	0,0415 0,1385	0,0610 0,3120	0,0685 0,2465
(10 10 10 10 10 10 10 10)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0505 0,1700	*** ***	0,0725 0,4055	0,0320 0,1470	0,0675 0,3650	0,0580 0,2900
(13 13 13 13 13 13 13 13)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0730 0,2960	*** ***	0,0880 0,5745	0,0450 0,2380	0,0855 0,5345	0,0790 0,4235
(16 16 16 16 16 16 16 16 16)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0675 0,4205	0,1030 0,6165	0,0835 0,6875	0,0430 0,3320	0,0825 0,6630	0,0710 0,5240
(21 21 21 21 21 21 21 21 21)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,0680 0,6815	*** ***	0,1150 0,8400	0,0475 0,5135	0,1080 0,8335	0,0845 0,7030
(31 31 31 31 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4) (1 1 1 2 2 2 3 3 3)	0,1115 0,9410	0,1575 0,9280	0,1515 0,9760	0,0645 0,7985	0,1360 0,9750	0,1175 0,9115

Çizelge 4.20. $k=13$ için Testlerin Güç Değerleri

n	s ²	W	L	B	BD	GP
(2 2 2 4 4 4 4 6 6 6 6)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0450	***	***	0,0210	0,0395
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,0620	***	***	0,0355	0,0585
(2 2 2 6 6 6 6 9 9 9 9)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0505	***	***	0,0315	0,0520
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,0580	***	***	0,0250	0,0590
(5 5 5 5 9 9 9 11 11 11 11)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0745	***	0,0535	0,0300	0,0590
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,1940	***	0,1805	0,0640	0,1865
(5 5 5 5 7 7 7 13 13 13 13)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0745	***	0,0540	0,0365	0,0635
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,1760	***	0,1570	0,0535	0,1840
(5 5 5 5 10 10 10 10 21 21 21 21)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0825	***	***	0,0320	0,0505
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,2355	***	***	0,0790	0,2180
(5 5 5 5 10 10 10 10 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0825	***	***	0,0365	0,0600
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,2610	***	***	0,0740	0,2215
(5 5 5 5 21 21 21 21 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0700	***	***	0,0490	0,0765
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,2680	***	***	0,1095	0,3195
(10 10 10 10 21 21 21 21 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,1170	***	***	0,0425	0,0885
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,6615	***	***	0,2465	0,6375
(5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0555	***	0,0645	0,0320	0,0655
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,0570	***	0,1905	0,0515	0,1265
(7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0525	***	0,0760	0,0335	0,0610
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,0875	***	0,3135	0,1020	0,2360
(9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0510	***	0,0710	0,0310	0,0600
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,1450	***	0,4345	0,1440	0,3705
(10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0540	***	0,0770	0,0360	0,0730
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,1800	***	0,4960	0,1755	0,4465
(13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0585	***	0,0935	0,0375	0,0865
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,3275	***	0,6715	0,2780	0,6415
(16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0720	***	0,1095	0,0495	0,1015
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,5065	***	0,7955	0,3930	0,7745
(21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,0785	***	0,1215	0,0570	0,1120
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,7640	***	0,9250	0,5670	0,9215
(31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1,2 1,2 1,2 1,2 1,2 1,4 1,4 1,4 1,4)	0,1140	***	0,1645	0,0715	0,1555
	(1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3)	0,9760	***	0,9955	0,8535	0,9930

Çizelge 4.20’de grup sayısı $k=13$ için 2. Bölüm’de tanıtılan testlerin ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiğinin farklı ve eşit örnek çaplarında ve farklı grup varyanslarına sahip oldukları durumlar için güç değerleri gösterilmiştir. Wald istatistiğinin örnek çaplarının farklı olduğu her durumda güç değerleri diğer testlere göre oldukça yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda yeterince başarılı sonuçlar vermemiştir. Levene testinin $k=13$ için örnek çaplarının farklı tüm kombinasyonlarında deneysel I. tip hata oranları nominal α değeri olan 0,05’den yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir. Bartlett testinin ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda I. tip hata oranları yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmezken örnek çaplarının eşit olduğu durumlar için gösterdiği performans diğer testlere göre oldukça yüksektir. Bhandary ve Dai testinin güç değerleri ise örnek çaplarının her durumu için diğer testlerden oldukça düşüktür. Genelleştirilmiş p-değeri testinin güç değerleri ise örnek çaplarının her durumu için Bartlett testine göre daha düşük olduğu görülmektedir. Hartley’in F-max testinde nominal α değeri olarak belirlenen 0,05 için literatürde var olan tabloda grup sayısı olarak belirtilen $k=12$ ’den büyük durumlar için kritik değerler bulunmadığından $k=13$ için bu test istatistiğinin güç değeri hesaplanamamıştır.

Çizelge 4.21’de grup sayısı $k=15$ için önerilen test istatistiği ve diğer testler için farklı varyans değerlerine sahip örnek çaplarının aynı ve farklı kombinasyonlarında güç değerleri verilmiştir. Önerilen test istatistiği olan Wald istatistiğinin güç değerleri örnek çaplarının farklı olduğu her durum için diğer testlere kıyasla oldukça yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda diğer testlerden daha düşük güç değerlerine sahiptir. Levene testi $k=15$ için oldukça yüksek I. tip hata oranlarına sahip olduğu için güç bu durumda güç değerleri gösterilmemiştir. Bartlett testi ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda yüksek I. tip hataya sahip olduğu için güç değerleri gösterilmezken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda diğer testlere kıyasla oldukça yüksek güç değerlerine sahiptir. Bhandary ve Dai testi ise örnek çaplarının farklı kombinasyonlarının her durumu için diğer testlerden çok daha düşük güç değerlerine sahiptir. Genelleştirilmiş p-değeri testinin örnek çaplarının her durumunda performansı yeterince başarılı değildir.

Çizelge 4.21. $k=15$ için Testlerin Güç Değerleri

n	s^2	W	L	B	BD	GP
(2 2 2 2 2 4 4 4 4 6 6 6 6 6)	(1 1 1 1 1 1, 2, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0545	***	***	0,0280	0,0505
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,0700	***	***	0,0265	0,0665
(2 2 2 2 2 6 6 6 6 9 9 9 9 9)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0625	***	***	0,0270	0,0560
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,0750	***	***	0,0435	0,0790
(5 5 5 5 5 9 9 9 9 11 11 11 11 11)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0775	***	***	0,0290	0,0580
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,1920	***	***	0,0745	0,1980
(5 5 5 5 5 7 7 7 7 13 13 13 13)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0825	***	***	0,0310	0,0585
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,2005	***	***	0,0710	0,2045
(5 5 5 5 5 10 10 10 10 21 21 21 21 21)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0735	***	***	0,0330	0,0520
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,2315	***	***	0,0805	0,2360
(5 5 5 5 5 10 10 10 10 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0785	***	***	0,0290	0,0540
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,2495	***	***	0,0750	0,2540
(5 5 5 5 5 21 21 21 21 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0685	***	***	0,0325	0,0635
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,2550	***	***	0,1105	0,3315
(10 10 10 10 21 21 21 21 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,1220	***	0,0685	0,0405	0,0810
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,7580	***	0,6945	0,2915	0,7315
(5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0445	***	0,0650	0,0315	0,0615
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,0750	***	0,2190	0,0645	0,1615
(7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0485	***	0,0675	0,0330	0,0590
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,1050	***	0,3625	0,1160	0,2860
(9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0690	***	0,0800	0,0450	0,0755
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,1425	***	0,5160	0,1600	0,4450
(10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0660	***	0,0800	0,0465	0,0715
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,1885	***	0,5995	0,1975	0,5235
(13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0665	***	0,1000	0,0465	0,0925
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,3685	***	0,7730	0,3200	0,7385
(16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0625	***	0,1055	0,0495	0,0945
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,5600	***	0,8770	0,4475	0,8595
(21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,0890	***	0,1335	0,0595	0,1270
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,8350	***	0,9720	0,6385	0,9620
(31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1 2, 1, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4)	0,1360	***	0,1905	0,0870	0,1805
	(1 1 1 1 1 2 2 2 2 3 3 3 3 3)	0,9885	***	0,9975	0,8925	0,9975

Çizelge 4.22. $k=20$ için Testlerin Güç Değerleri

n	s ²	W	L	B	BD	GP
(2 2 2 2 2 2 4 4 4 4 4 4 6 6 6 6 6 6)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0380	***	***	0,0260	0,0445
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,0640	***	***	0,0315	0,0625
(2 2 2 2 2 2 6 6 6 6 6 6 9 9 9 9 9 9)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0530	***	***	0,0290	0,0505
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,0665	***	***	0,0355	0,0620
(5 5 5 5 5 5 9 9 9 9 9 11 11 11 11 11 11)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0775	***	***	0,0315	0,0580
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,2025	***	***	0,0915	0,2575
(5 5 5 5 5 5 7 7 7 7 7 13 13 13 13 13 13)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0740	***	***	0,0310	0,0580
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,1895	***	***	0,0825	0,2615
(5 5 5 5 5 5 10 10 10 10 10 21 21 21 21 21 21)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0875	***	***	0,0365	0,0690
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,2550	***	***	0,0845	0,2900
(5 5 5 5 5 5 10 10 10 10 10 31 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0870	***	***	0,0315	0,0585
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,3005	***	***	0,1035	0,3300
(5 5 5 5 5 5 21 21 21 21 21 31 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0835	***	***	0,0435	0,0730
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,2435	***	***	0,1295	0,3820
(10 10 10 10 10 21 21 21 21 21 31 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,1460	***	***	0,0420	0,1005
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,8135	***	***	0,3185	0,8400
(5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0490	***	0,0610	0,0285	0,0555
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,0650	***	0,2955	0,0805	0,1865
(7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0600	***	0,0725	0,0395	0,0660
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,0955	***	0,4680	0,1230	0,3615
(9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0545	***	0,0680	0,0400	0,0585
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,1680	***	0,6365	0,1990	0,5480
(10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0565	***	0,0815	0,0450	0,0770
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,2165	***	0,7125	0,2435	0,6315
(13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13 13)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0660	***	0,0975	0,0575	0,0875
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,3910	***	0,8755	0,3645	0,8430
(16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0800	***	0,1320	0,0500	0,1205
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,6610	***	0,9540	0,5180	0,9365
(21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,0975	***	0,1570	0,0680	0,1440
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,9135	***	0,9915	0,7085	0,9900
(31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31)	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4 1 4)	0,1555	0,2270	0,2290	0,1075	0,2125
	(1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3)	0,9980	0,9985	1,0000	0,9490	1,0000

Çizelge 4.21’de grup sayısı $k=20$ için 2. Bölüm’de tanıtılan testlerin ve 3. Bölüm’de önerilen test istatistiğinin farklı ve eşit örnek çaplarında ve farklı grup varyanslarına sahip oldukları durumlar için güç değerleri gösterilmiştir. Wald istatistiğinin güç değerleri örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda diğer testlere göre daha yüksekken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda yeterince başarılı değildir. Levene testinin ise $k=20$ durumu için örnek çaplarının her durumunda deneysel I. tip hataları nominal α değeri olan 0,05’den yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmemiştir. Bartlett testinin örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda I. tip hata oranları yüksek olduğu için güç değerleri gösterilmezken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda güç değerleri diğer testlerden oldukça yüksektir. Bhandary ve Dai testinin ise örnek çaplarının her durumu için güç değerleri diğer testlerden oldukça düşüktür. Genelleştirilmiş p-değeri testinin performansının ise örnek çaplarının her durumu için Bartlett testinden daha düşük olduğu görülmektedir. Hartley’in F-max testinde nominal α değeri olarak belirlenen 0,05 için literatürde var olan tabloda grup sayısı olarak belirtilen $k=12$ ’den büyük durumlar için kritik değerler bulunmadığından grup sayısı $k=20$ için bu test istatistiğinin güç değeri hesaplanamamıştır.

Çizelge 4.12-4.22 bakıldığında genel olarak önerdiğimiz test istatistiği olan Wald istatistiğinin örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda diğer testlere göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Levene testinin ise örnek çaplarının farklı kombinasyonlarının her durumu için I. tip hataları nominal α değeri olan 0,05’den yüksek çıktığından güç değerleri yorumlanmamıştır. Bartlett ve Hartley’in F-max testinin ise genel olarak örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda düşük performans gösterirken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda iyi sonuçlar verdiği görülmektedir. Bhandary ve Dai ve genelleştirilmiş p-değeri testlerinin güç değerlerinin ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda Wald istatistiğine göre daha düşük olduğu görülmektedir.

5. SONUÇ

Yapılan simülasyon çalışması ile önerilen test istatistiği olan Wald istatistiği Monte Carlo simülasyon yöntemi kullanılarak I. tip hata oranları ve testin gücü bakımından diğer testlerle karşılaştırılmış ve elde edilen sonuçlara göre önerilen test istatistiğinin diğer testlere göre üstün olup olmadığı değerlendirilmiş ve hangi durumlarda hangi testlerin daha iyi sonuç verdiği yorumlarına yer verilmiştir.

Genelleştirilmiş p-değeri ve Monte Carlo yöntemine dayalı Wald istatistiğinin yapılan simülasyon sonuçlarına göre deneysel I. tip hata oranları, nominal α değeri olan 0,05'e yakın olduğundan bu testler için I. tip hata bakımından iyi sonuç verdikleri söylenebilir. Levene testinin ise örnek çaplarının farklı kombinasyonlarının her durumu için I. tip hata oranları çok yüksek olduğundan kabul edilebilir bir test olmadığı görülmüştür. Bhandary ve Dai testinde ise hata değerlerinin çok düşük olmasına rağmen nominal α değerini yakalayamadığı için kullanıma uygun olmadığı söylenebilir. Bartlett ve Hartley'in F-max testinin ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda I. tip hata oranları nominal α değerinin üzerinde olduğu için farklı örnek çaplarında kullanışlı olmadığı görülürken, örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda nominal α değerine yakın olduğundan eşit örnek çaplarında kullanıma uygun olduğu söylenebilir.

Örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda Monte Carlo yöntemine dayalı Wald istatistiğinin güç değerlerinin tanıtılan Levene, Bartlett, Bhandary ve Dai, genelleştirilmiş p-değeri ve Hartley'in F-max testine göre daha yüksek sonuçlar verdiği ve örnek çaplarının nispeten daha büyük değerleri için güç değerlerinin arttığı görülmüştür. Bu sebeple farklı örnek çapları için önerilen Wald istatistiği yönteminin var olan diğer yöntemlere göre daha iyi bir alternatif olduğu söylenebilir.

Grup sayısı k 'nın her durumu için Monte Carlo yöntemine dayalı Wald istatistiği farklı örnek çaplarının olduğu durumlarda en iyi yöntemler arasında bulunurken örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda daha düşük güç değerlerine sahip olduğu görülmüştür.

Simülasyon sonuçları ile elde edilen çizelgeler incelendiğinde Levene testinin belirtilen durumlar için I. tip hata oranları yüksek çıktığından ve bu durumda elde edilen sonuçlar sağlıklı olmayacağından güç değerleri değerlendirmeye alınmamıştır.

Eşit örnek çapları için Bartlett testi tanıtılan diğer yöntemlere göre daha iyi güç değerlerine sahiptir. Örnek çaplarının daha büyük değerleri için Bartlett yönteminin güç değerleri artmaktadır. Bu nedenle eşit ve daha büyük örnek çapları için Bartlett testini kullanmak daha uygun olacaktır.

Bhandary ve Dai testi ise örnek çaplarının her durumunda I. tip hata oranları nominal α değerinden oldukça düşük çıkmış ve güç değerleri bakımından tanıtılan diğer yöntemlere göre oldukça zayıf kalmıştır.

Genelleştirilmiş p-değeri testi grup sayısı k 'nın küçük değerleri için örnek çapları eşitken güç değerleri bakımından başarılı sonuçlar verirken grup sayısı arttıkça testin performansı tanıtılan diğer yöntemlerin altında kalmıştır.

Hartley'in F-max testinde ise örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda deneysel I. tip hata oranları yüksek olduğundan bu durumlarda güç değerleri değerlendirmeye alınmamıştır. Örnek çaplarının eşit olduğu durumlarda ise test güç değerleri bakımından diğer testlerden daha düşük performansa sahiptir. Grup sayısı arttıkça testin performansı artsa da diğer yöntemlere göre oldukça zayıftır.

Tanıtılan testlerin güç değerleri tahmin edildiği gibi örnek çapları ve varyanslar arasındaki fark arttıkça yükselmektedir. Ancak gerçek hayatta tercih edilen yöntemin en iyi gücü, en az örnek çapı ile yakalaması beklenilmektedir. Çalışmaya ait çizelgeler incelendiğinde önerilen Wald istatistiğinin örnek çaplarının farklı olduğu durumlarda en az örnekle diğer yöntemlere göre daha yüksek güç değerlerine ve daha düşük I. tip hata oranları sahip olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu sebeple bu tip çalışmalarda tercih edilebilecek bir yöntem olarak düşünülebilir.

Sonuç olarak, yapılan simülasyon çalışmasından elde edilen sonuçlara göre, normal dağılım altında yığın varyanslarının homojenliğinin test edilmesinde kullanılan yöntemlerin karşılaştırılması sonucunda farklı örnek çapları için Monte Carlo yöntemine dayalı Wald

istatistiğinin kullanılması uygun olacaktır. Ayrıca Wald istatistiğinin daha düşük örnek çapları ile daha iyi sonuçlar verdiği söylenebilir.



KAYNAKLAR

1. Aksoy, S. (2011). *Normal Dağılım Varsayımı Altında Varyansların Homojenliğini Belirlemede Kullanılan Bazı Test İstatistikleri ve Karşılaştırılması*, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 9-10.
2. Alkan, G. (2019). *Kovaryans Matrislerin Eşitliği için Kullanılan Testler ve Bir Karşılaştırma*, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 13-25.
3. Bartlett, M.S. (1937a). Some Examples of Statistical Methods of Research in Agriculture and Applied Biology. *Journal of the Royal Statistical Society*, 4(2), 137-170.
4. Bartlett M.S. (1937b). Properties of Sufficiency and Statistical Tests, *the Royal Statistical Society*, 160(A), 268-282.
5. Bhandary, M., & Dai, H. (2008). An alternative test for the equality of variances for several populations when the underlying distributions are normal. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 38(1), 109-117.
6. Boos, D., Brownie, C. (2004). Comparing variances and other measures of dispersion. *Stat Sci* 19(4), 571-578.
7. Box, G. E. (1953). Non-normality and tests on variances. *Biometrika*, 40(3/4), 318-335.
8. Brown, M.B., & Forsythe, A.B. (1974). Robust tests for the equality variances. *Journal of the American Statistical Association*, 69(346), 364-367.
9. Gökpınar, E. (2017). Standardized Likelihood Ratio Test for Homogeneity of Variance Based on Likelihood Ratio Under Normality. *Gazi University Journal of Science*, 30(3), 223-235.
10. Gökpınar, E. (2018). Varyansların Homojenliği için Kullanılan Yeniden Örneklemeye Dayalı Testler ve Simülasyon Çalışması. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 22(2), 644-653.
11. Hannig, J., Iyer, H., & Patterson, P. (2006). Fiducial generalized confidence intervals. *Journal of the American Statistical Association*, 101(473), 254-269.
12. Harrel, F.E. (2001). *Regression Modeling Strategies* (Second Edition). New York: Springer Series in Statistics, 9.2-10.5.
13. Hartley, H.O. (1950). The maximum F-ratio as a short-cut test for heterogeneity of variance. *Biometrika*, 37(3/4), 308-312.
14. Levene, H. (1960). *Contributions to Probability and Statistics*, Essays in Honor of Harold Hotellings, *Stanford University, Olkin*, 278-292.
15. Liptak, T. (1958). On the combination of independent tests. *Magyar Tud Akad Mat Kutato Int Kozl*, 3, 171-197.
16. Liu, X., & Xu, X. (2010). A new generalized p-value approach for testing the homogeneity of variances. *Statistics & probability letters*, 80(19-20), 1486-1491.

17. MacKinnon, J.G. (2010). *Critical values for cointegration tests* (No. 1227). Queen's Economics Department Working Paper.
18. Manly, B.F. (2006). *Randomization, bootstrap and Monte Carlo methods in biology* (Vol. 70). CRC press.
19. Raychaudhuri, S. (2008, December). Introduction to monte carlo simulation. In *2008 Winter simulation conference* (pp. 91-100). IEEE.
20. Rencher, A.C., & Schaalie, G.B. (2008). *Linear Models in Statistics* (Second Edition). Utah: John Wiley & Sons, 24.
21. Simes, R. J. (1986). An improved Bonferroni procedure for multiple tests of significance. *Biometrika*, 73(3), 751-754.
22. Tsui, K.W., & Weerahandi, S. (1989). Generalized p-values in significance testing of hypothesis in the presence of nuisance parameters. *Journal of the American Statistical Association*. 84(406), 602-607.
23. Zar, J.H. (1999). *Biostatistical Analysis* (Fifth Edition). New Jersey: Prentice-Hall Inc. Simon and Schuster/ A Viacom Company, 216.



GAZİ GELECEKTİR..