

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**2x400 TON PORTAL KRENİN
MATEMATİKSEL VE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE
DÜZLEM TİTREŞİM ANALİZİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tolga ŞAHİN

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Katı Cisimlerin Mekaniği Programı

MAYIS 2015

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**2x400 TON PORTAL KRENİN
MATEMATİKSEL VE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE
DÜZLEM TİTREŞİM ANALİZİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Tolga ŞAHİN
(503111512)**

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Katı Cisimlerin Mekaniği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Cevat Erdem İMRAK

MAYIS 2015

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 503111512 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi **Tolga ŞAHİN**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**2x400 TON PORTAL KRENİN MATEMATİKSEL VE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE DÜZLEM TİTREŞİM ANALİZİ**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Cevat Erdem İMRAK**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Remzi ASLAN**
İstanbul Arel Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. İsmail GERDEMELİ
İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **19 Mart 2015**
Savunma Tarihi : **28 Mayıs 2015**

ÖNSÖZ

Bu çalışmam süresince bilgisi ve tecrübesiyle bana ışık tutan değerli danışmanım Prof. Dr. Cevat Erdem İMRAK'a, yardımlarından dolayı Gökçe AKGÜN'e, bugünlere gelmemde büyük emeği olan sevgili babam İbrahim ŞAHİN ve annem Reyhan ŞAHİN'e, manevi desteklerini her zaman hissettiğim ablam Dilek KESKİN ve kardeşim Dilay ARGUN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Mart 2015

Tolga ŞAHİN

Makina Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR.....	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
SEMBOL LİSTESİ	xv
ÖZET.....	xvii
SUMMARY	xix
1. GİRİŞ	1
2. KREN ÇEŞİTLERİ	3
2.1 Portal Krenler	3
2.2 Oklu Krenler-Döner Krenler	5
2.3 Kablolü Krenler.....	7
2.4 Kule Krenler.....	7
2.5 Köprülü Krenler	8
2.6 Yüzer Krenler.....	9
3. MATEMATİKSEL MODELİN OLUŞTURULMASI	11
3.1 Portal Kren Sisteminin Modellenmesi	11
3.2 Kirişin Enine Titreşiminin Diferansiyel Denkleminin Oluşturulması	13
3.2.1 Fourier metodu	15
3.2.2 Krylov-Duncan metodu.....	17
3.3 Başlangıç ve sınır koşullarının oluşturulması ile problemin çözüm yöntemi ..	19
4. SONLU ELEMANLAR METODU	23
4.1 Sonlu Elemanlar Metodunun Tarihsel Gelişimi.....	25
4.2 Sonlu Elemanlar Metodunun Uygulama Alanları.....	26
4.3 Sonlu Elemanlarla Modelleme Yöntemi	27
4.3.1 Genel olarak modelleme	27
4.3.2 Eleman seçimi	30
4.3.2.1 3D Kiriş elemanı	31
4.3.2.2 Sabit gerilmeli üçgen eleman(SGU)	31
4.3.2.3 Lineer gerilmeli üçgen eleman(LGU).....	32
4.3.2.4 Çifte lineer dörtgen eleman	32
4.3.2.5 Kabul elemanlar	33
4.3.3 Yükler.....	35
4.3.4 Sınır koşulları	35
4.4 Portal Krenin Sonlu Elemanlar Modelinin Oluşturulması	37
4.4.1 Geometrinin ANSYS yazılımına aktarımı	37
4.4.2 Kontakların tanımlanması	41
4.4.3 Ağ yapısının oluşturulması	43
4.4.4 Model kurulumunun tamamlanması	45
5. 2x400 TON PORTAL KREN ANALİZLERİ	47

5.1 2x400 Ton Portal Krenin Matematiksel Analizi	52
5.2 2x400 Ton Portal Krenin Sonlu Elemanlar Analizi	61
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	75
KAYNAKLAR.....	77
EKLER.....	79
ÖZGEÇMİŞ.....	85

KISALTMALAR

SGU	: Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman
LGU	: Lineer Gerilmeli Üçgen Eleman
SEM	: Sonlu Elemanlar Metodu
SEA	: Sonlu Elemanlar Analizi

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1: Krylov-Duncan fonksiyonları ve $(x=0)$ 'daki türevleri.....	18
Çizelge 3.2: Krylov-Duncan fonksiyonları ve türevleri.	18
Çizelge 5.1: Kullanılan parametre ve değerleri.	60
Çizelge 5.2: Kökler ve doğal frekanslar.	61
Çizelge 5.3: Kullanılan malzeme özellikleri.	62
Çizelge 5.4: Ağ örgüsünde kullanılan eleman boyutları.	64
Çizelge 5.5: Sehim ve doğal frekans değerleri.	73
Çizelge 6.1: Doğal frekanslar	75

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1: Portal krenler.	4
Şekil 2.2: Portal kren şeması.	4
Şekil 2.3: Portal kren çeşitleri.....	5
Şekil 2.4: Oklu kren şeması.	6
Şekil 2.5: Oklu-döner kren uygulamaları.	6
Şekil 2.6: Kablolu kren şeması.	7
Şekil 2.7: Kule kren.	8
Şekil 2.8: Çift kutu kirişli köprülü kren.	9
Şekil 2.9: Köprülü kren çeşitleri.	9
Şekil 2.10: Yüzer kren.	10
Şekil 3.1: Simetrik yapının (a) 1. modu ve (b) 2. modu	11
Şekil 3.2: Portal kren.	12
Şekil 3.3: Portal krenin çalışma esnasındaki titreşim modeli.	13
Şekil 3.4: Klasik sınır koşulları.	15
Şekil 3.5: Krylov-Duncan fonksiyonları dairesel permutasyonu.	18
Şekil 3.6: Matris formundaki denklem sistemi.....	22
Şekil 4.1: Freze tezgahının sonlu elemanlar metodu ile modellenmesi.....	24
Şekil 4.2: Bir sonlu elemanlar modelinde nodlar ve elemanlar.....	25
Şekil 4.3: Eleman geometrisinde müsaade edilebilir deformasyonlar.(a) Uzunluk oranı a/b için 10:1 oranına kadar müsaade edilebilir, (b) açısı < 20-30 derece, (c) iki açı da < 20-30 derece, (d) genelde h/a oranı %5'ten küçük olmalıdır. ..	28
Şekil 4.4: Bir silindirik yüzey üzerindeki tipik eleman dağılımı($\beta < 15$ 4 nodlu 4 kenarlı elemanlar için , $\beta < 30$ 8 nodlu dörtgen elemanlar).....	29
Şekil 4.5: Bir delikli geometride delik etrafındaki tipik eleman dağılımı	29
Şekil 4.6: Sonlu elemanlar analiz prosedürü.	30
Şekil 4.7: Sabit gerilmeli üçgen eleman.	32
Şekil 4.8: Dört nodlu çift lineer dörtgen eleman.....	33
Şekil 4.9: Dört nodlu ve dört kenarlı elastik eleman.	34
Şekil 4.10: İki ucu basit mesnetli kiriş.....	36
Şekil 4.11: ANSYS Workbench 14.5 ana penceresi.	38
Şekil 4.12: ANSYS Workbench 14.5 modal modu.	39
Şekil 4.13: Modelin ANSYS Workbench 14.5'e aktarılması.....	40
Şekil 4.14: Engineering Data sekmesi.	41
Şekil 4.15: Kontak ayarının yapılması.....	42
Şekil 4.16: Kontak tiplerinin belirlenmesi.....	43
Şekil 4.17: Boyutsal ağ (Sizing Mesh) oluşturulması.	44
Şekil 4.18: Ağ yapısı oluşturulacak geometrinin seçilmesi.	44
Şekil 4.19: Oluşturulan ağ yapısı.	45
Şekil 4.20: Modelin başlangıç ve sınır koşullarının oluşturulması.....	46
Şekil 5.1: Portal krenin üç boyutlu modeli.	47
Şekil 5.2: Ana kirişe ait üç boyutlu model.	48

Şekil 5.3: Ana kirişin iç yapısı.	48
Şekil 5.4: Ana kirişe ait teknik resim ve genel ölçüler.	48
Şekil 5.5: Ana kirişin kesit görünümü ve genel ölçüleri.....	49
Şekil 5.6: Mafsal bacağa ait üç boyutlu model.	50
Şekil 5.7: Mafsal bacağın iç yapısı.	50
Şekil 5.8: Rijit bacağa ait üç boyutlu model.	51
Şekil 5.9: Rijit bacağın iç yapısı.	51
Şekil 5.10: Rijit bacağa ait pantolonların iç yapısı.	52
Şekil 5.11: Oluşturulan matrisin ilk 6 sütunu.	57
Şekil 5.12: Oluşturulan matrisin son 6 sütunu.	57
Şekil 5.13: Boyutsuz parametreleri içeren 9x9 matrisin ilk 5 sütunu.	59
Şekil 5.14: Boyutsuz parametreleri içeren 9x9 matrisin son 4 sütunu.	59
Şekil 5.15: Krylov-Duncan fonksiyonlarını da içeren 9x9 matris.	60
Şekil 5.16: λ_1 köklerini gösteren grafik.....	61
Şekil 5.17: Tolerans değerinin girilişi.....	63
Şekil 5.18: Kontak tiplerinin belirlenmesi.	63
Şekil 5.19: Ana kiriş ağ örgüsü.	65
Şekil 5.20: Yürüyüş takımlarının ağ örgüsü.	65
Şekil 5.21: Rijit bacağın ağ örgüsü.	66
Şekil 5.22: Mafsal bacağın ağ örgüsü.	66
Şekil 5.23: Başlangıç ve sınır koşullarının uygulanması.	67
Şekil 5.24: Mod şekli sayısının belirlenmesi.	68
Şekil 5.25: Uygulanan çözüm yöntemi ve frekans değerleri.	69
Şekil 5.26: Mod-1 ve maksimum sehimin olduğu nokta ön görünüş.....	69
Şekil 5.27: Mod-1 ve maksimum sehimin olduğu nokta üst görünüş.	70
Şekil 5.28: Mod-2 ve maksimum sehimin olduğu nokta ön görünüş.....	70
Şekil 5.29: Mod-2 ve maksimum sehimin olduğu nokta üst görünüş.	71
Şekil 5.30: Mod-3 ve maksimum sehimin olduğu nokta ön görünüş.....	71
Şekil 5.31: Mod-3 ve maksimum sehimin olduğu nokta üst görünüş.	72
Şekil 5.32: Mod-4 ve maksimum sehimin olduğu nokta ön görünüş.....	72
Şekil 5.33: Mod-4 ve maksimum sehimin olduğu nokta üst görünüş.	73

SEMBOL LİSTESİ

E	: Elastisite modülü [Pa]
I	: Kesit alanının atalet momenti [m^4]
q	: Birim uzunluğa etkiyen enine yük(yayılı yük) [N/m]
ρ	: Yoğunluk [kg/m^3]
A	: Kesit alanı [m^4]
t	: Zaman
M	: Eğilme momenti
Q	: Kesme kuvveti
m	: Kirişin birim uzunluğunun ağırlığı [kg/m]
L	: Ana kirişin uzunluğu[m]
H	: Rijit bacağın uzunluğu[m]
h	: Mafsal bacağın uzunluğu[m]
Y	: Sehim[m]
ω	: Dairesel frekans
f	: Titreşim frekansı(doğal frekans)
$Z(z)$	: Mod şekli
$T(t)$	: Zaman fonksiyonu
S, T, U, V	: Krylov-Duncan fonksiyonları
λ	: Frekans parametresi
$\xi, \eta, \beta, \alpha, p, s$	: Boyutsuz parametreler

2x400 TON PORTAL KRENİN MATEMATİKSEL VE SONLU ELEMENLAR YÖNTEMİYLE DÜZLEM TİTREŞİM ANALİZİ

ÖZET

Doğadaki her cisim, "Doğal Titreşim Frekansı" olarak adlandırılan, sonsuz sayıda titreşim frekansı ve genliğine sahiptir. Bu frekansların hesaplanması ve genliğinin bilinmesi, titreşim kaynaklı mühendislik problemlerinin çözülmesinde temel önem taşımaktadır. Basit cisimlerin doğal frekans ve şekillerini analitik olarak hesaplamak mümkündür. Ancak karmaşık şekillerin hesabı nümerik yöntemlerle mümkündür. Sonlu elemanlar yöntemi ve bilgisayar hesap kapasitelerindeki gelişmeler, karmaşık yapıların, ancak idealleştirme yapılarak hesaplanabilen doğal frekans ve şekillerinin daha doğru ve anlaşılır hesaplanmasına imkan tanımışlardır.

Konstrüksiyonlarda da kimi zaman çevresel etkilerden kimi zaman da nereden kaynaklandığı bilinmeyen titreşimlere rastlanır. Bu titreşimler bazen bir konstrüksiyonun çökmesine kadar giden ciddi sonuçlara sebep olabilir. Bahsedilen bu titreşimlerin belirlenmesinde öncelikli olarak irdelenmesi gereken ‘Doğal Frekans’ ve ‘Rezonans’ kavramlarıdır.

Doğal frekans, bir cismin sadece kütlesine ve esnekliğine bağlı olan ve cismin o frekansta uyarılırsa yüksek genlikle ve sürekli titreşeceği frekansa denirken; rezonans, bir cismin doğal frekansı ile çakışan bir frekansta uyarılmasıyla ortaya çıkan fiziksel olaya denir ve rezonansa girmiş cisim aşırı şekilde titreşmeye devam eder.

Konstrüksiyonların dizaynı sırasında dikkate alınması gereken en önemli sorunlardan birisi olan rezonans sorununun önlenmesi için farklı yöntemler kullanılabilir. Karmaşık olmayan sistemler için analitik yaklaşımlar kolaylık sağladığı gibi sayısal yöntemlerle doğrulanması da hesaplamalarda hataların belirlenmesi ve sonradan karşılaşılabilecek sorunların önüne geçilmesi için faydalı olur.

Bu çalışmada öncelikli olarak krenlerle ilgili tarihsel gelişim ve kren çeşitleri tanıtılmıştır. Sonrasında, Euler-Bernoulli kirişi enine titreşimi yaklaşımına uygun olarak, portal krenin düzlem titreşiminin matematiksel modelin oluşturulması için uygulanacak metod tanıtılmıştır. Bir sonraki bölümde ise sonlu elemanlar metodu ve ANSYS Workbench 14.5’te modal analizin yapılışı anlatılmıştır.

Sonraki bölümde, 2x400 ton portal krenin düzlem titreşim analizi için matematiksel modeli oluşturulmuş, özfonksiyonlar ve özdeğerler yardımıyla bu krene ait düzlem titreşim durumundaki doğal frekanslar elde edilmiştir. Aynı bölümde sonlu elemanlar metodu kullanılarak 2x400 ton portal krenin modal analizleri yapılmış ve doğal frekanslar elde edilmiştir. Son bölümde ise bir önceki bölümde elde edilen doğal frekans değerleri karşılaştırılmış ve karşılaştırma sonucundaki değerlendirmeler sunulmuştur.

IN-PLANE VIBRATION ANALYSIS OF 2x400 TONE GANTRY CRANE BY MATHEMATICAL AND FINITE ELEMENT METHODS

SUMMARY

Every object in the nature has infinite number of vibration frequency and amplitude as called 'Natural Vibration Frequency'. The calculation of these frequencies and to know the amplitudes of them are essential in solving of the vibration-induced engineering problems. It is possible to calculate the natural frequencies and shapes of simple analytically. However, the calculation of complex shapes is possible with numerical methods. Development at Finite Element Method and computerise capacities allow to be calculated merely idealized calculation of natural frequencies and shapes of complex structures more accurate and understandable.

Also at constructions, sometimes cause of environmental impact and sometimes cause of unknown reasons, vibrations are encountered. These vibrations can lead to serious consequences, sometimes leading up to the collapse of a construction. Determination of mentioned vibrations, concepts of 'Natural Frequency' and 'Rezonance' should be examined firstly.

Natural frequency is a frequency which is only up to mass and flexibility of an object and if it is induced at that frequency, it will vibrate continuously and at high amplitude. If an object is excited by a frequency coincides with the natural frequency of that object, a physical event occurs and that is called rezonance and resonate body continue to vibrate excessively.

Different methods can be used to avoid the resonance problem which is one of the most important issues to be considered during the design of structures. Analytical approaches for non-complex system makes it easy such as verifying by numerical methods for detecting errors in the calculations and preventing the problems that may be encountered later.

In this study a dual-trolley (2x400 tons) heavy duty overhead gantry crane that can carry loads up to 800 tons was analyzed by mathematical and finite element methods.

The more precise dynamical analysis of engineering structure is based on the assumption that a structure has distributed masses. In this case, the structure has infinite number degrees of freedom and mathematical model presents a partial differential equation. Additional assumptions allow construction of the different mathematical models of transversal vibration of the beam. The simplest mathematical models consider a plane vibration of uniform beam with, taking into account only, bending moments; shear and inertia of rotation of the cross sections are neglected. The beam upon these assumptions is called as Bernoulli-Euler beam.

In this study the mathematical method is based on Euler-Bernoulli transverse vibration approach. It was recognized by the early researchers that the bending effect is the single most important factor in a transversely vibrating beam. The Euler-Bernoulli model includes the strain energy due to the bending and the kinetic energy

due to the lateral displacement. The Euler-Bernoulli model dates back to the 18th century. Jacob Bernoulli (1654-1705) first discovered that the curvature of an elastic beam at any point is proportional to the bending moment at that point. Daniel Bernoulli (1700-1782), nephew of Jacob, was the first one who formulated the differential equation of motion of a vibrating beam. Later, Jacob Bernoulli's theory was accepted by Leonhard Euler (1707-1783) in his investigation of the shape of elastic beams under various loading conditions. Many advances on the elastic curves were made by Euler. The Euler-Bernoulli beam theory, sometimes called the classical beam theory, Euler beam theory, Bernoulli beam theory, or Bernoulli-Euler beam theory, is the most commonly used because it is simple and provides reasonable engineering approximations for many problems. However, the Euler-Bernoulli model tends to slightly overestimate the natural frequencies.

The procedure of determining eigenfrequencies at complex systems (systems with large number of the freedom degrees) is the most expensive phase of dynamic analysis. Previous studies of determining its eigenfrequencies of complex supporting structures were based on the use of approximate expressions and methods. Accurate determination of eigenfrequencies was limited to the simple supporting structure (simple beam and console). Finding out solutions of frequent equation for complex elastic bodies is very difficult, because it contained the trigonometric and hyperbolic functions.

Nowadays, mathematical software enables routine solving of frequency equations for complex elastic bodies oscillation. Methodology of solving frequent equation is illustrated by example of portal crane supporting construction using Mathematica software. Accurate determination of eigenfrequencies is important from the aspect of optimizing supporting structures. But, in the case of too complex supporting structures, using of method of distributed masses is limited. In this case, to determine eigenfrequencies of supporting structure, we opt for the method of consistent masses or method of direct concentrated masses. Methodology of solving frequent equation for both methods is illustrated by identical example.

On the other hand, finite element method is one of the most common numerical methods that can solve many engineering problems in range from solid mechanics to acoustic. By this method, strength analyzes can be made rapidly, reliably and non-destructively. From the first invention in 1941, finite element method developed rapidly and with the help of improving computer technology became very popular. Its popularity comes from his realistic results which were taken from the comparisons between finite element method and analytical approaches.

A variety of specializations under the umbrella of the mechanical engineering discipline (such as aeronautical, biomechanical, and automotive industries) commonly use integrated finite element method in design and development of their products. Several modern finite element method packages include specific components such as thermal, electromagnetic, fluid, and structural working environments. In a structural simulation, finite element method helps tremendously in producing stiffness and strength visualizations and also in minimizing weight, materials, and costs.

Finite element method allows detailed visualization of where structures bend or twist, and indicates the distribution of stresses and displacements. Finite element method software provides a wide range of simulation options for controlling the complexity of both modeling and analysis of a system.

Similarly, the desired level of accuracy required and associated computational time requirements can be managed simultaneously to address most engineering applications. Finite element method allows entire designs to be constructed, refined, and optimized before the design is manufactured.

In the first chapter, historical development of cranes and crane types are introduced primarily.

Then, according to Euler-Bernoulli transverse vibration approach, the applied method for the creation of the mathematical model of the in-plane vibration of a gantry crane is introduced.

For the mathematical model, the differential equations are prepared by using Fourier and Krylov-Duncan Methods. By the methods Fourier and Krylov-Duncan, the differential equation of the transverse vibration of the uniform Bernoulli-Euler beam changed to uncoupled ordinary differential equations with respect to unknown functions which are depend on coordinate and time.

In the next section, the finite element method and the modal analysis at ANSYS Workbench 14.5 has described.

In order to apply this method to the problem, firstly, all parts creating the crane were 3-D modeled by using the SOLIDWORKS drawing program. 3-D modeled parts were assembled by using the same drawing program. All 3-D models were created with the help of the draft drawings which were formed by mechanical calculations and the selection of the structural elements. The generated solid model was analyzed by the finite element method with the help of ANSYS Workbench 14.5 which is a commonly used analysis program.

Modal mode was used to analyze in ANSYS Workbench 14.5. By modal analysis which is commonly used in engineering applications, the natural frequencies can be obtained.

In the next section, mathematical model is created for in-plane vibration analysis of 2x400 tone gantry crane and by the help of eigenfunctions and eigenvalues, the natural frequencies of this crane have been obtained.

In the same section, the modal analysis of 2x400 tone gantry crane made by using finite element method and natural frequencies are obtained. Before running the program, the general settings of modal analysis were prepared. Most important parts of the settings are, entering the engineering data, sizing and the tolerance value. After the settings, meshing was generated.

Mesh quality is the most important factor that affects the finite element results. Increasing mesh quality increases the accuracy of the finite element method. Although minimizing size of the meshes can be an effective method to increase mesh quality, the solving capacity of the computers limit us.

Then, the boundary conditions were applied. It was applied by fix support and displacement commands.

In the last section, the obtained values of natural frequencies at previous section are compared and the results of comparison are presented.

1. GİRİŞ

Tarih boyunca insanlar ihtiyaçlarını karşılamak için çeşitli arayışlar içinde olmuştur. En gerekli ihtiyaçlardan biri olan ağır yüklerin yer değiştirilmesi ya da depolanması için de birçok düzenek kullanılmıştır. Vinçler ilk defa M.Ö.5. yüzyılda kullanılmıştır. Bununla birlikte ilk vinç resmi Romalı mimar Vitruvius'un M.Ö. 10 yıllarında yazdığı bir kitapta görülmektedir. Bu vinç, tepesinde makara bulunan ve halatlarla sabitlenen bir direktan oluşmaktadır. Yükler makaradan geçen başka bir halata bağlanarak kölelerin çevirdiği ayak değirmeniyle kaldırılmıştır. Daha sonra 15. yüzyılda İtalya'da palangalı vinç adı verilen daha kullanışlı bir vinç tasarlanmıştır. Buhar gücüyle çalışan ilk vinc ise 19. yüzyılda İskoçyalı John Rennie (1761-1821) tarafından yapılmıştır.[1]

Günümüzde de özellikle endüstriyel alanda artarak devam eden bu ihtiyaçlar için çeşitli araçların üretimine, geliştirilmesine ve kullanılmasına devam edilmektedir. Endüstriyel tesislerde hammadde, yarı mamul ve mamullerin kaldırılması, bir yerden bir yere taşınması ve depolanması işlemlerinde kaldırma ve taşıma makinaları kullanılmaktadır. Kren ve vinç benzeri kaldırma makinaları, malı istenen yere taşımak için bir periyotta durma, hızlanma ve yavaşlama süreçlerini gerçekleştiren kesikli çalışma yaparlar.[2]

Kaldırma ve taşıma makinaları arasındaki en belirgin özellik; kaldırma makinalarının “kesikli”, taşıma makinalarının (konveyörlerin) “sürekli” çalışmasıdır. Kaldırma makinalarının büyük bir bölümünü vinçler ve krenler oluşturur. Bazen vinç ve kren kelimeleri birbirine karıştırılmaktadır. Teknik anlamlarına baktığımızda; vinçler yükleri sadece kaldıran veya tek bir yöne çeken (tek serbestlik dereceli) basit kaldırma makinalarıdır. Krenler ise üzerlerinde vinç donanımı da bulunan ve ayrıca “öteleme” ve “dönme” hareketlerini de yapacak düzeneklere sahip, yükleri istenilen her yöne taşıyabilen (2 veya 3 serbestlik dereceli) kaldırma ve taşıma makinalarıdır.[3] DIN 15001'e göre krenler, bir taşıma elemanına asılı olan (genellikle halata) yükü kaldıran ve çeşitli yönlerde hareket ettiren kaldırma ve taşıma makinalarıdır.

Bu çalışmada; kren eşitleri anlatıldıktan sonra 2x400 ton kapasiteli portal kren sisteminin matematiksel modelinin oluşturulması ve düzlem titreşim analizi için kullanılan matematiksel metod, sonlu elemanlar metodu, matematiksel metodla analiz ve sonlu elemanlar analizi anlatılacaktır.

2. KREN ÇEŞİTLERİ

Krenler, günümüzde inşaat sektöründen denizcilik sektörüne kadar ağır yüklerin taşınmasında oldukça yaygın bir kullanım alanına sahiptir. Bu doğrultuda, farklı kullanım alanları için birçok değişik tipte ve kapasitede tasarlanıp imal edilmektedir. Ağır malzemelerin, yüklerin her an yer değiştirdiği böyle bir endüstri alanında kaldırma makinelerinin kullanımından kaçınmak ve bunlar olmadan iş görmek mümkün değildir. Kren çeşitleri arasında portal krenler, jib krenler, kablolu krenler, kule krenler, köprülü krenler, araç krenler ve yüzer krenler sayılabilir.

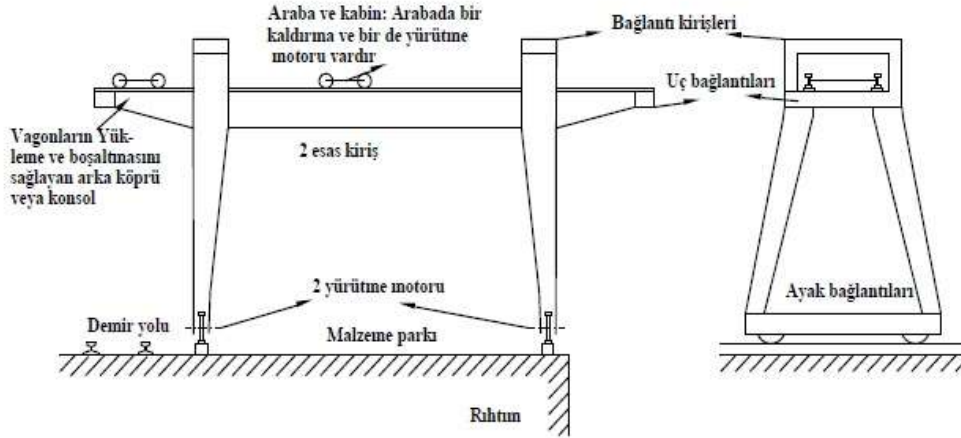
2.1 Portal Krenler

Portal krenler çoğu kez "liman krenleri" veya "sehpalı krenler" olarak da anılır. Limanlarda, tersanelerde ve depolarda geniş çapta kullanım alanları bulunur. Kafes kiriş sistemi veya levhalı kiriş sistemi kullanılması mümkündür. Genellikle raylar üzerinde hareket ettirilmelerine rağmen, küçük ve orta ağırlıkta yükler için lastik yürüme elemanları da kullanılabilir. Bu tip krenlerin son zamanlarda imali ve kullanma alanları büyük gelişmeler göstermiştir. Taşıma kuvveti 800 tona kadar, açıklık ise 120 m'ye kadar yükselebilir.[4]

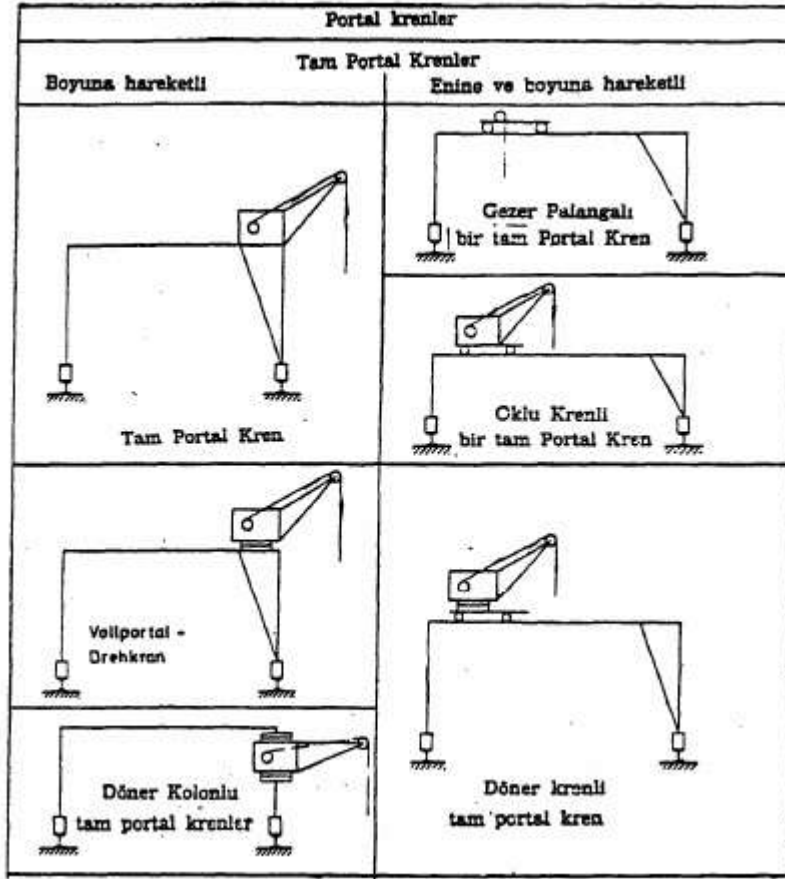
Şekil 2.1'de portal krenler, Şekil 2.2'de portal kren şeması ve Şekil 2.3'de portal kren çeşitleri gösterilmiştir.



Şekil 2.1: Portal krenler.



Şekil 2.2: Portal kren şeması.



Şekil 2.3: Portal kren çeşitleri.

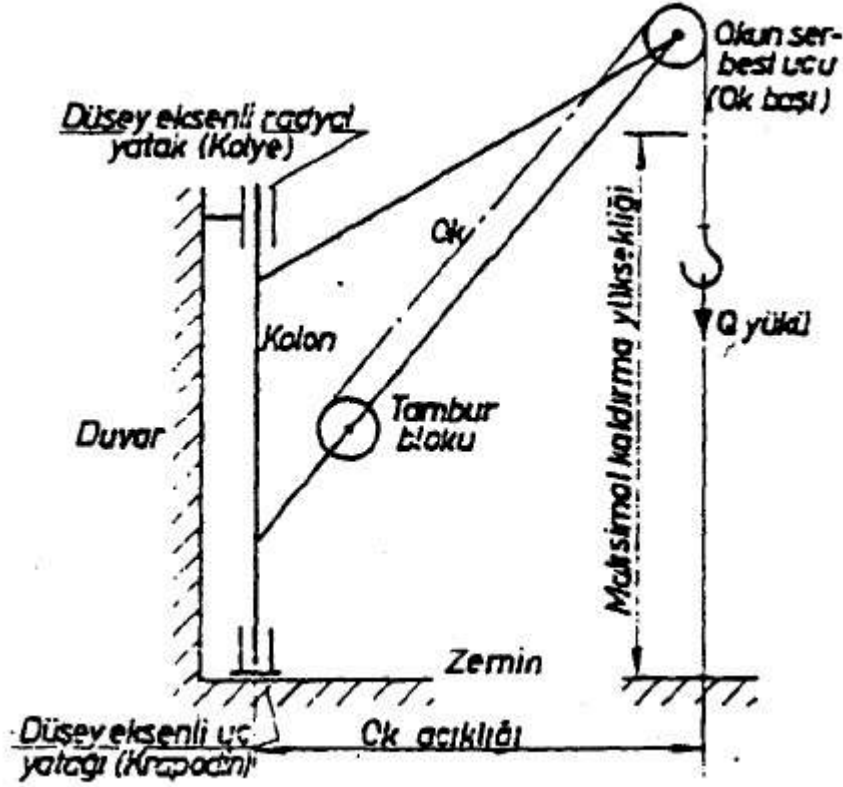
2.2 Oklu Krenler-Döner Krenler

Oklu krenler, liman ve şantiyelerde önemli görev üstlenen ve çok kullanılan kaldırma makinaları arasındadır. Genellikle ok adı verilen kiriş, uçlarından birisi aracılığı ile düşey bir eksen etrafından dönme hareketi yapar. Kanca bloğu, okun serbest olan öteki ucu tarafından taşınır. Şekil 2.4'te oklu kren şeması, Şekil 2.5'te oklu-döner kren uygulamaları gösterilmiştir.

Oklu krenler sınıflandırılırken kancanın hizmet edebildiği, erişebildiği alan dikkate alınarak üç sınıfa ayrılır:

- 1) **Sabit aplık krenleri** : Bu krenler, atölye içinde, bir duvara veya bir kolona tespit edilir. Okun serbest ucu, yarıçapı ok açıklığına eşit olan bir yarım daire çizebilir.
- 2) **Müstakil sabit krenler** : Bu krenler, bir duvar veya bir kolona tespit edilmeden kullanılır. Okun serbest ucu tam bir daire yayı çizebilir.

3) **Hareketli veya mobil krenler :** Bu tip krenler raylar veya yollar üzerinde ya da herhangi bir arazide hareket edebilen kaldırma araçlarıdır.



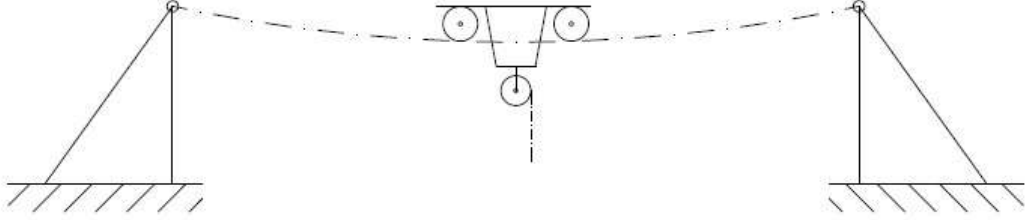
Şekil 2.4: Oklu kren şeması.

Oklu Krenler ve Döner Krenler				
	Oklu Krenler	Döner Krenler	Döner Kuleli Krenler	Dayaklı Krenler
Sabit	Oklu sabit kren 	oklu ve döner krenler döner kren 	Sabit, döner kuleli kren 	Sabit dayaklı kren
(ray üzerinde)	Raylı oklu kren 	Raylı döner kren 	Raylı döner kuleli kren 	Raylı dayaklı kren

Şekil 2.5: Oklu-döner kren uygulamaları.

2.3 Kablolu Krenler

Kablolu krenler, üzerinde arabanın hareket ettiği bir veya daha fazla tel halatlı (taşıma halatlı) krenlerdir. Şantiyelerde ve büyük depolarda sıklıkla kullanılır. Açıklık 1000 m'ye kadar yükselebilir. Halatlar iki devrilebilir (sabit, hareketli veya dönebilir) kule arasına girmiştir. Şekil 2.6'da kablolu kren şeması gösterilmiştir.



Şekil 2.6: Kablolu kren şeması.

Taşıma halatları olarak yan veya tam kapalı spiral halatlar kullanılır. Arabanın hareketi çekme halatı üzerinde olurken, yük de kaldırma halatına asılır. Araba çoğu kez, içinde tekerleklerin ve halat makaralarının (kaldırma halatı makaraları) yataklandığı bir kafes kiriş sisteminden ibarettir. Tekerlek adedi, tekerlek yükünün halat çekme kuvvetine oranının 1/50 değerini aşmayacak şekilde seçilmelidir.[5]

2.4 Kule Krenler

Kule krenler, kaldırma kapasitesi ve kaldırma yüksekliğinin en iyi kombinasyonuna sahip olup, yüksek binaların yakınında kullanılırlar. Dengeyi sağlayabilmek ve alandan tasarruf edebilmek için, krenin dikey parçası genellikle yapının orta kısmındaki bloğa sabitlenir. Kulenin üzerinde bulunan yatay bom asimetriktrir. Bomun bir tarafında yük taşınırken, diğer kısmında dengeyi sağlayabilmek için beton bloklar (karşı ağırlık) bulunmaktadır. Montajları genellikle teleskobik krenler yardımıyla yapılmaktadır. Kule krenler, kulesi sabit ve kulesi dönebilen krenler olarak iki gruba ayrılır. Şekil 2.7'de kule kren resmi görülmektedir.

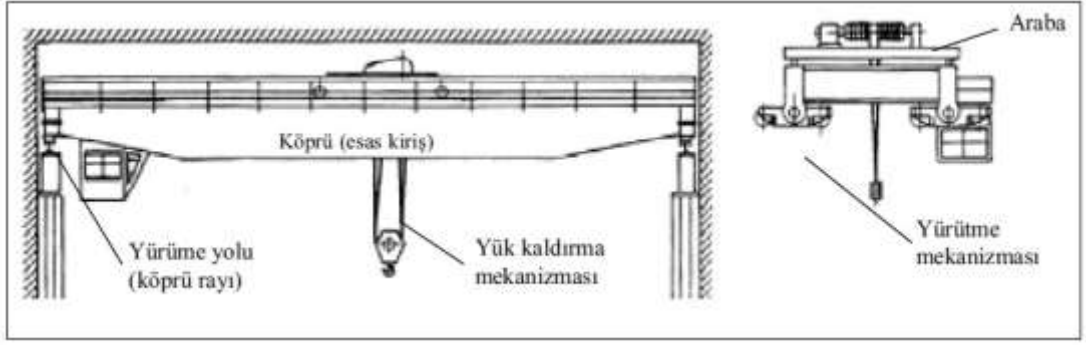


Şekil 2.7: Kule kren.

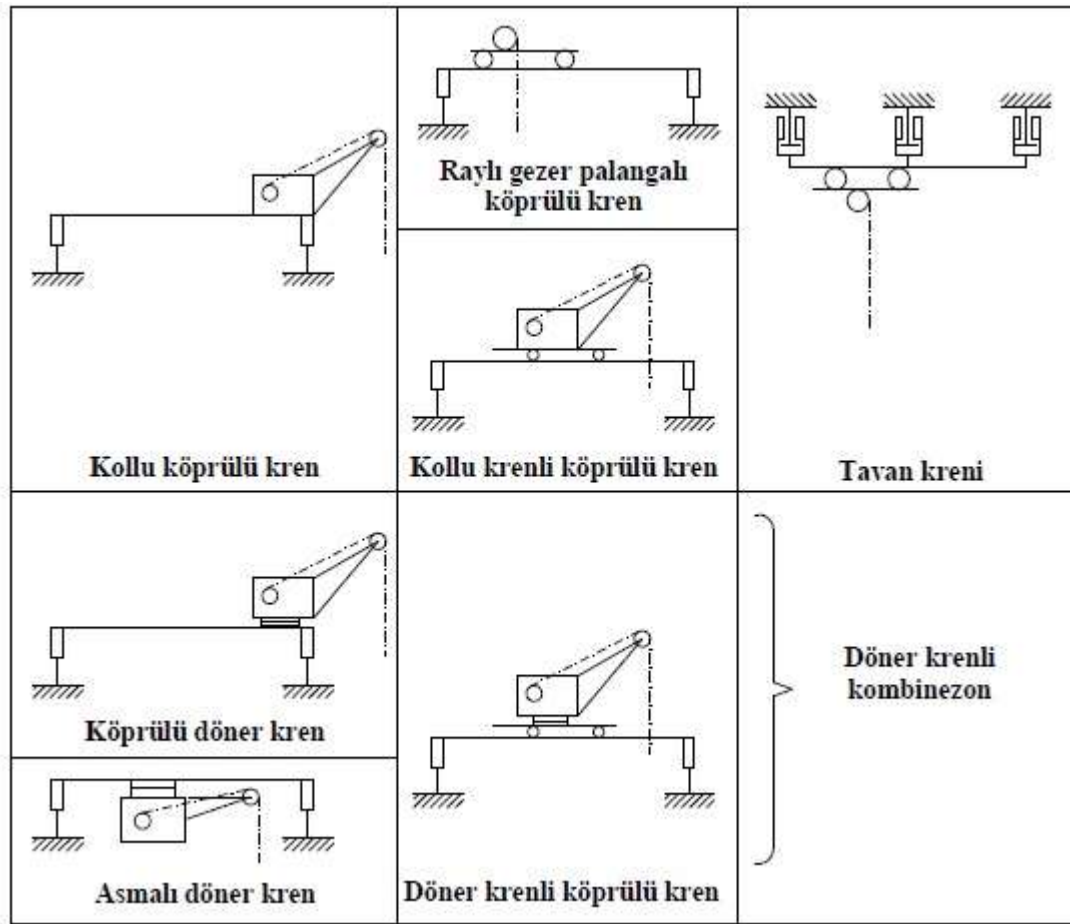
2.5 Köprülü Krenler

Köprülü krenler, yükseğe yerleştirilmiş iki kren yolu arasında bir köprü kontrüksiyondan ibarettir. Yarı ağır ve ağır endüstriyle ilgili bütün fabrika, mağaza ve makina park salonlarında kullanılırlar. Kumanda, basit bir operatör kabininden olabileceği gibi, seyyar operator kabininden, yerden veya uzaktan da olabilir. Bu duruma göre, bir köprülü krende tamburlu kaldırma mekanizması, araba öteleme mekanizması ve köprü yürütme mekanizması olması öngörülür. [2]

Çift kutu kirişli köprülü krene ait prensip şeması Şekil 2.8’de, Şekil 2.9’da ise köprülü kren çeşitleri gösterilmiştir.



Şekil 2.8: Çift kutu kirişli köprülü kren.



Şekil 2.9: Köprülü kren çeşitleri.

2.6 Yüzer Krenler

Yüzer krenler limanlarda malların aktarılmasında, tersanelerde gemilerin donatılmasında ve tamir işlerinde kullanılırlar. Yüzer krenlerde hareket sistemi yerine kren bir duba üzerine oturmaktadır. En basit şekilde böyle bir krende bum

sabit veya hareketli olarak duba üzerinde kaldırma sisteminden oluşmaktadır. Şekil 2.10’da yüzer kren gösterilmiştir.



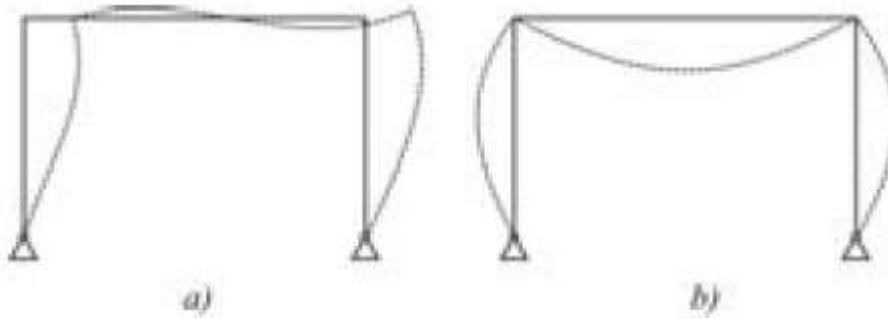
Şekil 2.10: Yüzer kren.

3. MATEMATİKSEL MODELİN OLUŞTURULMASI

Teknik yapıların daha hassas dinamik analizleri, yayılı kütle varsayımı baz alınarak yapılır. Bu durumda, yapının sonsuz sayıda serbestlik derecesi olur ve matematiksel model yaklaşımı problemin çözümü için kısmi diferansiyel denklem oluşturulmasını öne sürer. İlave varsayımlar, kirişin enine titreşiminde farklı matematiksel modellerin oluşturulmasını sağlar. En basit matematiksel modeller düzgün kirişin düzlem titreşiminde eğilme momentini dikkate alır, kesme ve kesit alanının dönüş ataletini ihmal eder. Bahsedilen varsayımları içeren bu teori, Bernoulli-Euler kirişi olarak adlandırılır.[6] Matematiksel modelin oluşturulmasında Bernoulli-Euler kiriş teorisi baz alınmıştır.

3.1 Portal Kren Sisteminin Modellenmesi

Destek yapısı olan portal krenin ana elemanları; bir ana kiriş, bir rijit bacak ve bir mafsal bacadır. Simetrik olarak titreşen yapıların doğal frekanslarıyla ilgili yapılan bazı literatür çalışmaları rijit bacak ve mafsal bacağın özdeş olduğu varsayımını kabul etmektedir. Bu durum için Şekil 3.1’de 1. Mod ve 2. Mod gösterilmiştir. Bu kabul çok az portal kren örneği için uygulanabilmektedir.[7]



Şekil 3.1: Simetrik yapının (a) 1. modu ve (b) 2. modu

Bu çalışmada Şekil 3.2’deki gibi bir portal kren modelinin düzlem titreşim hesapları yapılacaktır. Bu modelde portal krenin ana elemanlarından olan rijit bacak ve mafsal

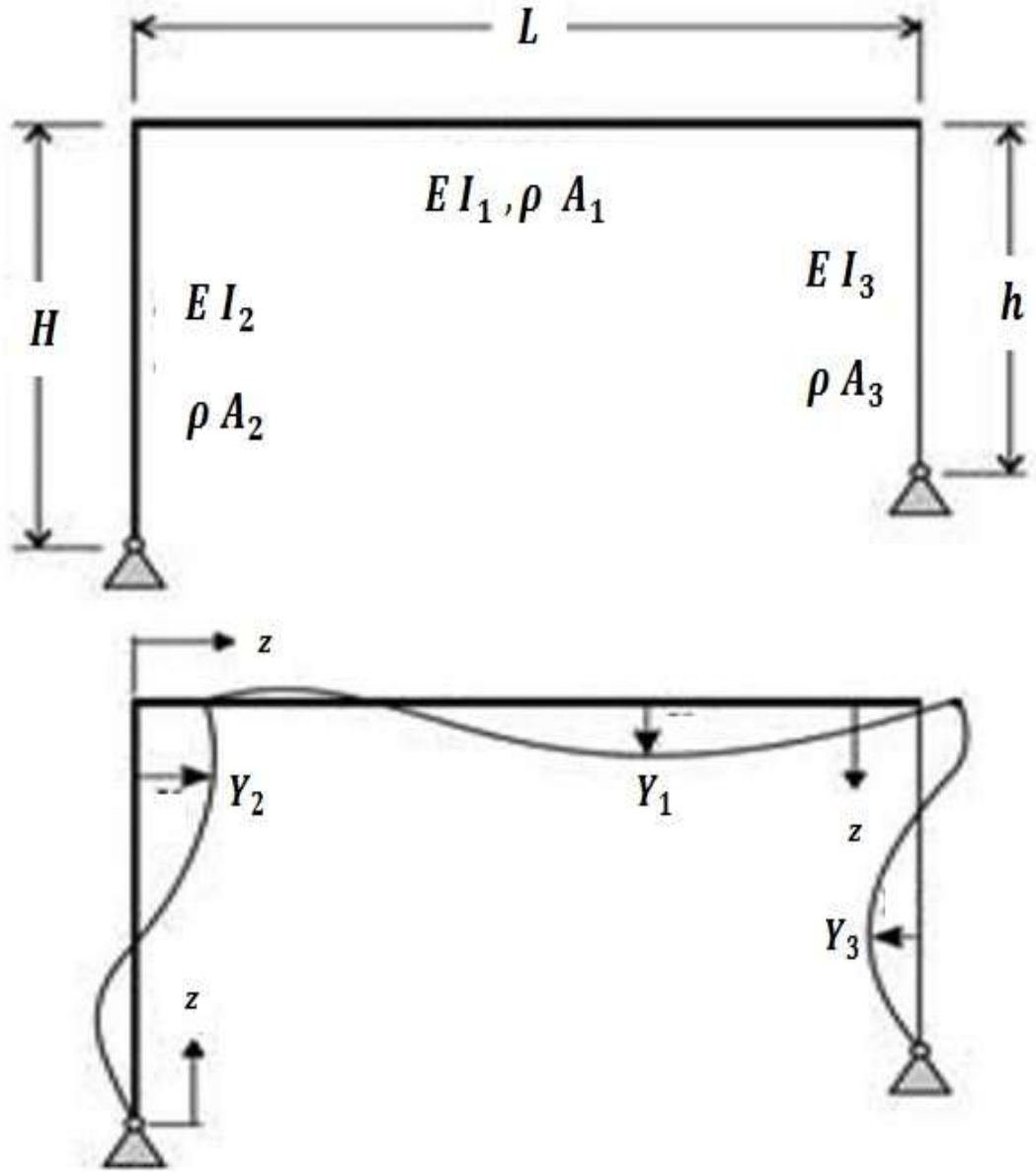
bacak özdeş değildir. İncelenecek yapıda, ana yapı parçalarının düzgün kiriş olduğu kabul edilmektedir.



Şekil 3.2: Portal kren.

Yapının her bir elemanı Bernoulli-Euler kirişi enine titreşim teorisine göre incelenecektir. Portal krenin bilinen yapısal davranışı nedeniyle, bu teori uygulanacak ve teorinin esas aldığı eksenel deformasyon, kesme deformasyonu ve dönme ataleti etkileri ihmal edilecektir.

Şekil 3.3'te mafsallı ve rijit bacakları özdeş olmayan portal krenin çalışma esnasındaki titreşim modeli gösterilmiştir.



Şekil 3.3: Portal krenin çalışma esnasındaki titreşim modeli.

3.2 Kirişin Enine Titreşiminin Diferansiyel Denkleminin Oluşturulması

Elastisite modülü E, atalet momenti I, kirişin birim uzunluğuna etkiyen enine yük q olmak üzere düzgün kirişin diferansiyel denklemi

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q, \quad (3.1)$$

olur.[6]

Yoğunluk ρ ve kesit alanı A olmak üzere, serbest titreşim durumunda birim uzunluğa etkiyen yük

$$q = -\rho A \frac{d^2 y}{dt^2}, \quad (3.2)$$

olarak yazılır.

Denklem (3.2)'deki birim uzunluğa etkiyen yük ifadesi denklem (3.1)'de yerine yazılırsa

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (3.3)$$

düzgün Bernoulli-Euler kirişi enine titreşiminin diferansiyel denklemi elde edilmiş olur.

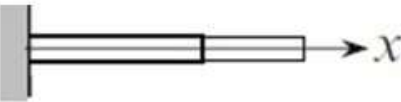
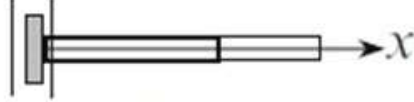
Eğer kiriş $f(x, t)$ gibi kuvvet etkisi altındaysa, ozaman matematiksel model

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = f(x, t), \quad (3.4)$$

şeklini alır.

Burada, kirişin enine yer değiştirmesinin, $y(x, t)$ gibi, x eksenel koordinatı ve t zamanına bağlı olduğu açıktır.

Sınır ve başlangıç koşulları: Klasik sınır koşullarında, kirişin sadece sınırlardaki sehim eğrisinin şekli dikkate alınır. Klasik olmayan sınır koşullarında ise sınırlardaki ilave yük, damper, yer değiştirme ve dönmeye neden olan yaylar da dikkate alınır. Şekil 3.4'te kirişin enine titreşimi için klasik sınır koşulları sunulmuştur.

Ankastre uç $(y = 0, \theta = 0)$  $y = 0; \quad \frac{\partial y}{\partial x} = 0$	Serbest uç $(Q = 0, M = 0)$  $\frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = 0; \quad EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$
Pimli uç $(y = 0, M = 0)$  $y = 0; \quad EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$	Kayan uç $(Q = 0, \theta = 0)$  $\frac{\partial}{\partial x} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = 0; \quad \frac{\partial y}{\partial x} = 0$

Şekil 3.4: Klasik sınır koşulları.

Şekil 3.4'te enine sehim y , dönme θ , eğilme momenti M ve kesme kuvveti Q olarak gösterilmiştir.

Başlangıç koşulları; kirişin her noktasında $t=0$ anında, yer değiştirmenin başlangıç dağılımıyla hızın başlangıç dağılımını sunar.

$$y(x, 0) = u(x); \quad \frac{dy}{dt}(x, 0) = \dot{y}(x, 0) = v(x), \quad (3.5)$$

Denklem (3.5)'te kirişin $t=0$ anındaki; enine yer değiştirmesi $u(x)$ ve enine yer değiştirmenin zamana göre birinci türevi $v(x)$ olarak ifade edilmiştir.

3.2.1 Fourier metodu

Denklem (3.3)'ün çözümü

$$y(x, t) = X(x)T(t), \quad (3.6)$$

olarak önerilebilir.

Uzay bağımlı fonksiyon (şekil fonksiyonu, mod şekil fonksiyonu, karakteristik denklem) olarak $X(x)$, zaman bağımlı fonksiyon olarak da $T(t)$ ifade edilmiştir.

Şekil fonksiyonu olan $X(x)$ ve zamana bağımlı fonksiyon olan $T(t)$ 'nin her biri ayrı ayrı sınır koşulları ve başlangıç koşullarına bağlıdır.

Denklem (3.6), denklem (3.3)'e yerleştirildiğinde

$$\frac{EIX^4}{\rho AX} + \frac{\ddot{T}}{T} = 0, \quad (3.7)$$

elde edilir. Denklem (3.7)'deki ifade, her iki terimin de eşit ancak farklı işaretli olduğunu gösterir.

$\ddot{T}/T = -\omega^2$ olarak kabul edilirse; $k = \sqrt[4]{\frac{m\omega^2}{EI}}$ ve kirişin birim uzunluğunun ağırlığı $m = \rho A$ olmak üzere, $T(t)$ ve $X(x)$ fonksiyonları

$$\ddot{T} + \omega^2 T = 0, \quad (3.8)$$

$$X^4(x) - k^4 X(x) = 0, \quad (3.9)$$

olarak yazılır.

Böylece, iki bağımsız parametreyi (zaman t ve koordinat x) içeren denklem (3.3) 'ün yerine, bilinmeyen $T(t)$ ve $X(x)$ fonksiyonlarına bağlı iki ayrı adi diferansiyel denklem elde edilmiş olur. Bu yöntem, değişkenlerin ayrılması metodu olarak adlandırılır.

Titreşimin frekansı ω olmak üzere denklem (3.8)'in çözümü

$$T(t) = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t, \quad (3.10)$$

olarak önerilir. Bu denklem, titreşen kirişin harmonik hareket kuralına uyduğunu göstermektedir. A_1 ve B_1 katsayıları başlangıç koşulları yardımıyla bulunmalıdır.

Denklem (3.9)'un genel çözümü

$$X(x) = A \cosh kx + B \sinh kx + C \cos kx + D \sin kx, \quad (3.11)$$

olarak önerilir. A, B, C ve D katsayıları sınır koşulları yardımıyla hesaplanabilir.

Denklem (3.11)'in çözümünden, dairesel frekans ω

$$\omega = k^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} = \frac{\lambda^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \lambda = kl \quad (3.12)$$

olarak belirlenir.

Denklem (3.11)'deki genel çözümü kullanarak frekans denklemini elde etmek için aşağıdaki çözüm yöntemi önerilir:

Basamak 1: Dört bilinmeyen sabiti içerecek şekilde denklem (3.11)'deki gibi genel formda mod şeklini göster.

Basamak 2: ($x = 0$) ve ($x = l$) sınır koşullarını kullanarak bilinmeyen sabitleri belirle. Böylece dört homojen cebirsel denklem sistemi elde edilir.

Basamak 3: Bu sistemin aşıkır olmayan çözümü frekans denklemini sunar.

3.2.2 Krylov-Duncan metodu

Denklem (3.9)'un genel çözümü

$$X(kx) = C_1 S(kx) + C_2 T(kx) + C_3 U(kx) + C_4 V(kx), \quad (3.13)$$

olarak da önerilebilir.

Burada, mod şeklinin genel ifadesi $X(kx)$; $S(kx), T(kx), U(kx), V(kx)$ ise Krylov-Duncan fonksiyonlarıdır. (Krylov, 1936; Duncan 1943)

Bu fonksiyonlar, trigonometrik ve hiperbolik fonksiyonların kombinasyonunu sunar.

$$S(kx) = \frac{1}{2} (\cosh kx + \cos kx), \quad (3.14)$$

$$T(kx) = \frac{1}{2} (\sinh kx + \sin kx), \quad (3.15)$$

$$U(kx) = \frac{1}{2} (\cosh kx - \cos kx), \quad (3.16)$$

$$V(kx) = \frac{1}{2} (\sinh kx - \sin kx), \quad (3.17)$$

C_i sabitleri, başlangıç parametreleri cinsinden de ifade edilebilir.

$$C_1 = X(0), \quad C_2 = \frac{1}{k} X'(0), \quad C_3 = \frac{1}{k^2} X''(0), \quad C_4 = \frac{1}{k^3} X'''(0), \quad (3.18)$$

Denklem (3.14), (3.15), (3.16) ve (3.17)'nin tamamı düzgün Bernoulli-Euler kirişi titreşim denklemlerini sağlar. Denklem (3.14), (3.15), (3.16) ve (3.17)'nin aşağıdaki gibi özellikleri mevcuttur:

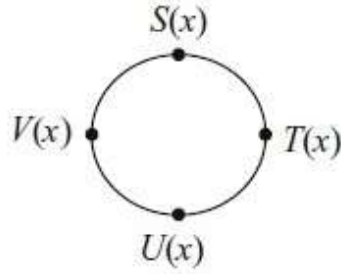
1. Krylov-Duncan fonksiyonları ve bunların türevlerinin ($x=0$)'daki birim matris sonuçları Çizelge 3.1'de gösterilmiştir.

Çizelge 3.1: Krylov-Duncan fonksiyonları ve ($x=0$)'daki türevleri.

$S(0)=1$	$S'(0)=0$	$S''(0)=0$	$S'''(0)=0$
$T(0)=0$	$T'(0)=1$	$T''(0)=0$	$T'''(0)=0$
$U(0)=0$	$U'(0)=0$	$U''(0)=1$	$U'''(0)=0$
$V(0)=0$	$V'(0)=0$	$V''(0)=0$	$V'''(0)=1$

2. Krylov-Duncan fonksiyonları ve türevleri dairesel permutasyonu sağlar.

Şekil 3.5'te Krylov-Duncan fonksiyonlarının dairesel permutasyonu, Çizelge 3.2'de ise Krylov-Duncan fonksiyonları ve türevleri gösterilmiştir.



Şekil 3.5: Krylov-Duncan fonksiyonları dairesel permutasyonu.

Çizelge 3.2: Krylov-Duncan fonksiyonları ve türevleri.

Fonksiyon	1. Türev	2. Türev	3. Türev	4. Türev
$S(x)$	$kV(x)$	$k^2U(x)$	$k^3T(x)$	$k^4S(x)$
$T(x)$	$kS(x)$	$k^2V(x)$	$k^3U(x)$	$k^4T(x)$
$U(x)$	$kT(x)$	$k^2S(x)$	$k^3V(x)$	$k^4U(x)$
$V(x)$	$kU(x)$	$k^2T(x)$	$k^3S(x)$	$k^4V(x)$

Krylov-Duncan fonksiyonları kullanılarak frekans denklemi elde etmek için aşağıdaki çözüm yöntemi önerilir:

Basamak 1: ($x=0$) sınır koşulunu sağlayacak şekilde mod şeklini göster. Bu ifade sırasıyla sadece iki Krylov-Duncan fonksiyonunu ve iki sabitin sonucunu verecektir. Hangi Krylov-Duncan fonksiyonunun kullanılacağı, Çizelge 3.1 ve ($x=0$) sınır koşuluna bağlıdır.

Basamak 2: Çizelge 3.2 ve ($x=L$) sınır koşulunu kullanarak sabitleri belirle. Böylece, iki homojen cebirsel denklem sistemi elde edilir.

Basamak 3: Bu sistemin aşıkâr olmayan çözümü frekans denklemini sunar.

3.3 Başlangıç ve sınır koşullarının oluşturulması ile problemin çözüm yöntemi

Şekil 3.3'te gösterilen portal krenin çalışma esnasındaki titreşim modeli baz alınarak her eleman için enine titreşimin kısmi diferansiyel denklemi

$$\left(\frac{EI_i}{\rho A_i}\right) \frac{\partial^4 Y_i}{\partial z^4} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial t^2} = 0, \quad i = 1,2,3 \quad (3.19)$$

olarak önerilir.[7]

Denklem 3.6'dan, Şekil 3.3'teki yapının her bir elemanının enine yer değiştirmesi

$$Y_1 = Y_1(z, t) = Z_1(z)T(t), \quad 0 \leq z \leq L \quad (3.20)$$

$$Y_2 = Y_2(z, t) = Z_2(z)T(t), \quad 0 \leq z \leq H \quad (3.21)$$

$$Y_3 = Y_3(z, t) = Z_3(z)T(t), \quad 0 \leq z \leq h \quad (3.22)$$

Denklem 3.13'deki Krylov-Duncan fonksiyonunun genel çözümünden

$$Z_i(z) = G_i S(k_i z) + B_i T(k_i z) + C_i U(k_i z) + D_i V(k_i z), \quad (3.23)$$

mod şekilleri elde edilir.

Denklem 3.10'dan, zaman fonksiyonu

$$T(t) = J \cos \omega t + F \sin \omega t \quad (3.24)$$

olarak sunulur.

Denklem 3.12'den dairesel frekans ise

$$\omega = k_i^2 \sqrt{\frac{EI_i}{\rho A_i}}, \quad (3.25)$$

olarak sunulur.

Titreşim frekansı

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\lambda_1}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI_1}{\rho A_1}}, \quad (3.26)$$

olarak hesaplanır.

Şekil 3.3'te gösterilen portal krenin çalışma esnasındaki titreşim modeline ait problemin çözümü için ihtiyaç duyulan denklemler oluşturulduktan sonra, sınır ve başlangıç koşulları formülize edilir.

Mafsallarda sehim sıfırdır:

$$Z_2(0) = 0, \quad (3.27)$$

$$Z_3(h) = 0, \quad (3.28)$$

Mafsallarda eğilme momenti de sıfırdır:

$$-EI_2 Z_2''(0) = 0, \quad (3.29)$$

$$-EI_3 Z_3''(h) = 0, \quad (3.30)$$

Bağlantı noktalarında kirişin dönmesi

$$Z_2'(H) = Z_1'(0), \quad (3.31)$$

$$Z_1'(L) = Z_3'(0), \quad (3.32)$$

olur.

Bağlantı noktalarında eğilme momenti

$$-EI_2 Z_2''(H) = -EI_1 Z_1''(0), \quad (3.33)$$

$$-EI_1 Z_1''(L) = -EI_3 Z_3''(0), \quad (3.34)$$

olarak sunulur.

Bacaklardaki eksenel deformasyonlar ihmal edilerek

$$Z_1(0) = 0, \quad (3.35)$$

$$Z_1(L) = 0, \quad (3.36)$$

sunulur.

Ana kirişteki eksenel deformasyonlar ihmal edilerek

$$Z_2(H) = Z_3(0), \quad (3.37)$$

sunulur.

Bacaklardaki enine kuvvetleri dikkate alarak ana kirişe etkiyen yatay kuvvetlerin eşitliği

$$\rho A_1 L \ddot{Y}_3(0, t) = EI_2 Y_2'''(H, t) + EI_3 Y_3'''(0, t) \quad (3.38)$$

olarak sunulur.

Denklem (3.20),(3.21) ve (3.22)'ye denklem (3.27)-(3.38)'deki başlangıç ve sınır koşulları uygulandığında, $i=1,2,3$ için bilinmeyen G_i, B_i, C_i, D_i katsayılarının olduğu 12 homojen denklem sistemi elde edilir.

Denklem (3.27),(3.29) ve (3.35)'ten $G_1 = G_2 = C_2 = 0$ olduğu belirlenir ve böylece 9 homojen denklem sistemi kalır.

Sistem homojen olduğundan dolayı , katsayıların determinantının aşıkâr olmayan çözümü sıfıra eşit olmak zorundadır. Bu prosedür, frekans denklemini

$$\det(F) = 0, \quad (3.39)$$

olarak sunar.

F, matris formunda şekil (3.6)'da sunulmuştur.

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S[\lambda_1 + \eta + p] & T[\lambda_1 + \eta + p] & U[\lambda_1 + \eta + p] & V[\lambda_1 + \eta + p] \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & U[\lambda_1 + \eta + p] & V[\lambda_1 + \eta + p] & S[\lambda_1 + \eta + p] & T[\lambda_1 + \eta + p] \\ T[\lambda_1] & U[\lambda_1] & V[\lambda_1] & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T[\lambda_1 + \xi + s] & V[\lambda_1 + \xi + s] & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & \xi S[\lambda_1 + \xi + s] & \xi U[\lambda_1 + \xi + s] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ S[\lambda_1] & T[\lambda_1] & U[\lambda_1] & 0 & 0 & 0 & -\eta & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \frac{1}{\alpha} \xi^2 V[\lambda_1 + \xi + s] & \frac{1}{\alpha} \xi^2 T[\lambda_1 + \xi + s] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ V[\lambda_1] & S[\lambda_1] & T[\lambda_1] & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\beta} \eta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\alpha} \xi^3 U[\lambda_1 + \xi + s] & \frac{1}{\alpha} \xi^3 S[\lambda_1 + \xi + s] & \lambda_1 & 0 & 0 & \frac{1}{\beta} \eta^3 \end{pmatrix}$$

Şekil 3.6: Matris formundaki denklem sistemi.

Şekil 3.6’da gösterilen matris formundaki denklem sistemi için oluşturulan boyutsuz parametreler

$$s = \frac{H}{L}, p = \frac{h}{L}, \alpha = \frac{I_1}{I_2}, \beta = \frac{I_1}{I_3},$$

olarak sunulur ve her elemanın frekans parametreleriyle olan bağlantısı sonucunda

$$\xi = \sqrt[4]{\alpha \frac{A_2}{A_1}}, \eta = \sqrt[4]{\beta \frac{A_3}{A_1}},$$

olarak belirlenir.

Frekans parametrelerini içerecek şekilde ana kirişin frekans denklemi $\lambda_1 = k_1 L$, ve

$$\det(F) = f(\lambda_1, \alpha, \beta, \xi, \eta, s, p) = 0, \quad (3.40)$$

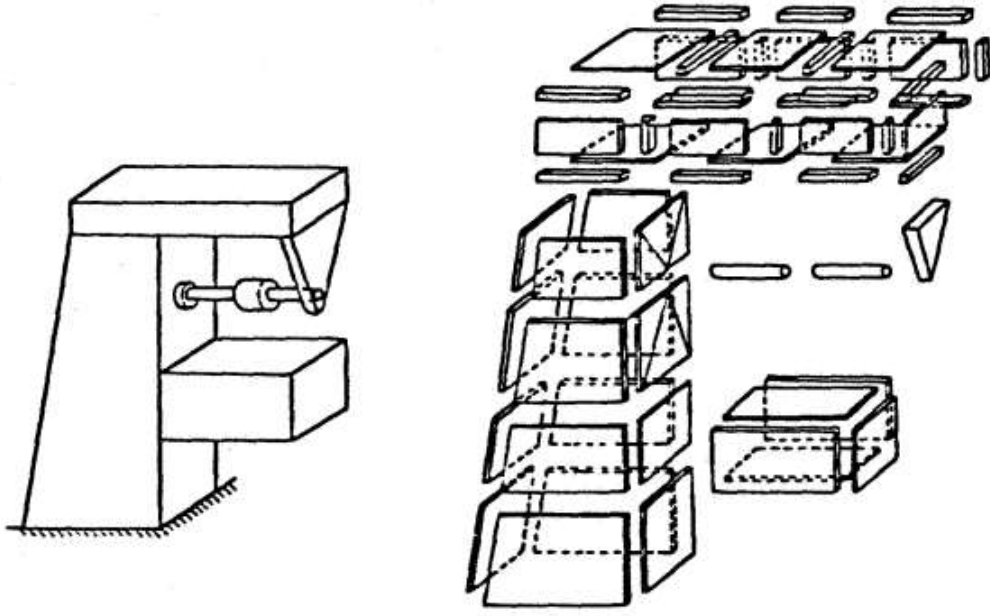
olarak sunulur.

Görüldüğü üzere, sunulan frekans denklemi boyutsuz parametreler içermektedir ve portal kren yapısını oluşturan elemanların çeşitli özellik oranlarına göre kullanılabilir. Frekans denkleminin çözümü altı parametreye bağlıdır. $(\lambda_1, \alpha, \beta, \xi, \eta, s, p)$ İşte bu yüzden, portal krene uygulanacak olası kuvvet yüklemeleri durumundaki dinamik analizlerde bu yöntem oldukça kullanışlıdır. Diğer taraftan, üretim yerindeki teknolojik süreç de dikkate alınarak portal kren dizaynı her zaman istenilen kapasite ve (L, H) gibi temel parametrelere bağlıdır. Bu parametreler frekans denkleminin çözümünde büyük etkiye sahiptir ama dizaynın başlangıç safhalarında belirlenen parametreler, ileri dinamik analizlerde pratikte büyük önem içermemektedir. Matematiksel destek ile frekans denkleminin farklı parametre değerleri için hesaplanması mümkündür.[7]

4. SONLU ELEMANLAR METODU

Sonlu elemanlar yöntemi, günümüzde karmaşık mühendislik problemlerinin hassas olarak çözülmesinde etkin olarak kullanılan bir sayısal yöntemdir. Yöntemin değişik mühendislik alanları için bu kadar popüler olmasının ana nedenlerinden birisi genel bir bilgisayar programının yalnız giriş verilerini değiştirerek herhangi bir özel problemin çözümü için kullanılabilesidir. Sonlu elemanlar yöntemindeki temel düşünce, karmaşık bir probleme, problemi basite indirgeyerek bir çözüm bulmaktır. Esas problemin daha basit bir probleme indirgenmiş olması nedeni ile kesin sonuç yerine yaklaşık bir sonuç elde edilmekte, ancak bu sonucun çözüm için daha fazla çaba harcayarak iyileştirilmesi ve kesin sonuca çok yaklaşılmaması, hatta kesin sonuca ulaşılması mümkün olmaktadır. Elde bulunan konvansiyonel matematiksel araçların kesin sonucu, hatta yaklaşık bir sonucu dahi bulmakta yetersiz kalması durumunda ise sonlu elemanlar yöntemi kullanılabilecek tek yöntem olmaktadır.[8]

Sonlu elemanlar yönteminde, çözüm bölgesi, çok sayıda, basit, küçük, birbirine bağlı, sonlu eleman adı verilen alt bölgelere ayrılmaktadır. Bu yöntemin, freze tezgahı gibi karmaşık bir geometrik şekli modellemek için nasıl kullanılabileceği Şekil 4.1'de verilmiştir. Böyle bir tezgahın çalışması esnasında oluşacak olan deplasmanları, gerilmeleri, vb. kesin olarak bulmak hemen hemen imkansız olduğundan, tezgah şeklinde görülen parçalara ayrılarak modellenmiştir.[9]



Şekil 4.1: Freze tezgahının sonlu elemanlar metodu ile modellenmesi.

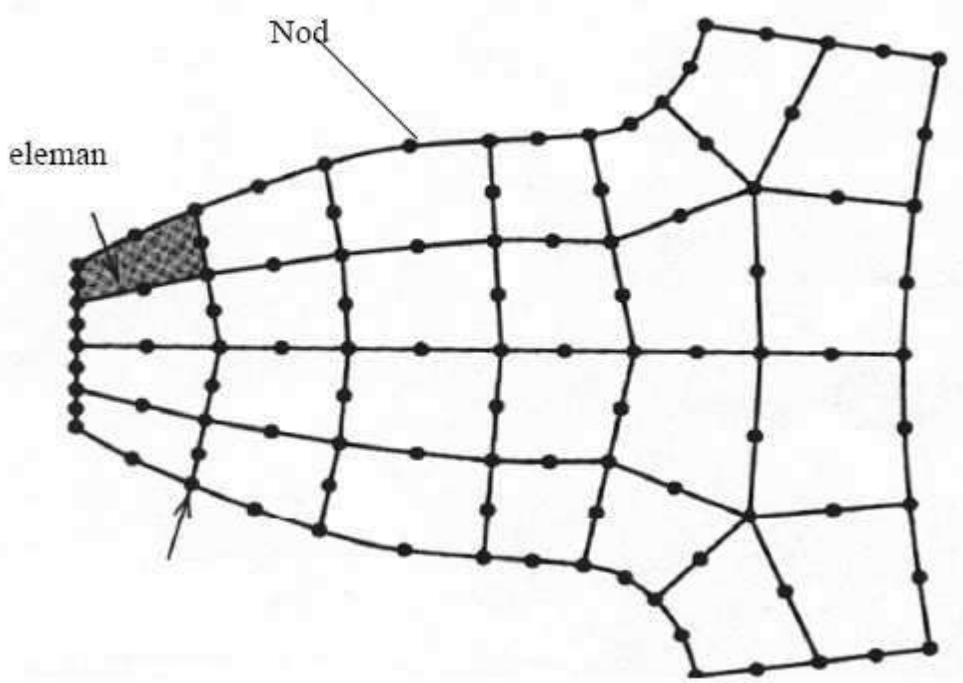
Sonlu elemanlar yönteminde yapı, davranışı daha önce belirlenmiş olan birçok elemana bölünür. Elemanlar "nod" adı verilen noktalarda tekrar birleştirilirler. Bu şekilde cebrik bir denklem takımı elde edilir. Gerilme analizinde bu denklemler nodlardaki denge denklemleridir. İncelenen probleme bağlı olarak bu şekilde yüzlerce hatta binlerce denklem elde edilir. Bu denklem takımının çözümü ise bilgisayar kullanımını zorunlu kılmaktadır.

Sonlu elemanlar yönteminde temel fikir sürekli fonksiyonları bölgesel sürekli fonksiyonlar (genellikle polinomlar) ile temsil etmektir. Bunun anlamı bir eleman içerisinde hesaplanması istenen büyüklüğün (örneğin deplasmanın) değeri, o elemanın nodlarındaki değerleri kullanılarak interpolasyon ile bulunur. Bu nedenle, sonlu elemanlar metodunda bilinmeyen ve hesaplanması istenen değerler, nodlardaki değerlerdir. Bir varyasyonel prensip (örneğin; enerjinin minimum olması prensibi) kullanılarak büyüklük alanının nodlardaki değerleri için bir denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının matris formundaki gösterimi denklem 4.1'deki gibidir.

$$[K] \cdot [D] = [R], \quad (4.1)$$

Burada $[D]$ büyüklük alanının nodlardaki bilinmeyen değerlerini temsil eden vektör, $[R]$ bilinen yük vektörü ve $[K]$ ise bilinen sabitler matrisidir. Gerilme analizinde $[K]$ rijitlik matrisi olarak bilinmektedir.[10]

Sonlu elemanlar metodunda, örnek bir modeldeki nodların ve elemanların gösterimi Şekil 4.2’de sunulmuştur.



Şekil 4.2: Bir sonlu elemanlar modelinde nodlar ve elemanlar.

4.1 Sonlu Elemanlar Metodunun Tarihsel Gelişimi

Sonlu elemanlar yöntemi ilk olarak yapı analizinde kullanılmaya başlandı. İlk çalışmalar Hrennikoff (1941) ve Mc Henry (1943) tarafından geliştirilen yarı analitik analiz metodlarıdır. Argyis ve Kelsey (1960) virtuel iş prensibini kullanarak bir direkt yaklaşım metodu geliştirmiştir. Turner ve diğerleri (1956) bir üçgen eleman için rijitlik matrisini oluşturmuştur. "Sonlu Elemanlar" terimi ilk defa Clough (1960) tarafından çalışmasında telaffuz edilmiştir. Metodun üç-boyutlu problemlere uygulanması iki-boyutlu teoriden sonra kolayca gerçekleşmiştir (örneğin, Argyis (1964)).

İlk gerçek kabuk elemanlar, eksenel simetrik elemanlar olup (Grafton ve Strome (1963)), bunları silindirik ve diğer kabuk elemanları izlemiştir. (Gallagher (1969)).

Araştırmacılar, 1960'lı yılların başlarında non-linear problemlerle ilgilenmeye başladılar. Turner ve diğerleri (1960) geometrik olarak non-linear problemler için bir çözüm tekniği geliştirdi. Sonlu elemanlar metoduyla stabilite analizi ise ilk Martin (1965) tarafından tartışılmıştır. Statik problemlerin yanı sıra dinamik problemler de sonlu elemanlar metoduyla incelenmeye başlandı (Zienkiewicz ve diğerleri (1966) ve Koenig ve Davids (1969)). 1943 yılında Courant, bölgesel sürekli lineer yaklaşım kullanarak bir burulma problemi için çözüm üretmiştir.

Yapı alanı dışındaki problemlerin sonlu elemanlar yöntemiyle çözümü 1960'lı yıllarda başlamıştır. Örneğin, Zienkiewicz ve Cheung (1965) sonlu elemanlar yöntemi ile Poisson denklemini çözmüştür. Doctors (1970) ise yöntemi potansiyel akışa uygulamıştır. Sonlu elemanlar yöntemi geliştirilerek; ısı transferi, yeraltı sularının akışı, manyetik alan ve diğer birçok alana uygulanmaktadır.

Genel amaçlı sonlu elemanlar paket programları 1970'li yıllardan itibaren ortaya çıkmaya başlamıştır. 1980'li yılların sonlarına doğru ise artık paket programlar mikro bilgisayarlarda kullanılmaya başlandı. 1990 yıllarının ortaları itibariyle sonlu elemanlar yöntemi ve uygulamalarıyla ilgili yaklaşık olarak 40.000 makale ve kitap yayınlanmıştır.[10]

4.2 Sonlu Elemanlar Metodunun Uygulama Alanları

Sonlu elemanlar metodunun uygulama alanları özdeğer (eigenvalue), denge ve yayılma problemleridir. Kısaca yukarıda bahsi geçen alanların kısaca tarifleri aşağıda açıklanmıştır.

Denge problemlerinin bir uzantısı olan özdeğer (eigenvalue) grubuna giren problemler arasında yapıların stabilitesi ve titreşimleri, lineer viskoelastik sönümleme, burkulma, katı ve esnek kaplarda akışkanların çalkalanması vs. gibi problemler en çok bilinenleridir.

Kararlı hal problemleri olarak bilinen denge problemlerine makina ve inşaat yapılarının gerilme analizleri, katılarda ve sıvılarda kararlı sıcaklık dağılımları, sürekli akış problemleri gibi problemler örnek verilebilir.

Yayılma problemleri ise zamana bağlı olan problem grubuna giren problemler arasında, yapılarda gerilme dalgaları, yapıların darbelere karşı davranışı, viskoelastik

problemler, zeminlerden suyun geçişi, katılarda ve sıvılarda ısı geçişi, kararlı olmayan akış problemleri örnek verilebilir.

Mühendislik açısından sonlu elemanlar metodunun en geniş uygulama alanı gerilme analizi problemidir. Gerilme analizi problemlerinde yer değişim, kuvvet ve karma yöntem gibi üç yaklaşım dikkate alınmaktadır.

Yer değişim yönteminde yer değişimler, dönmeler ve deformasyonlar; kuvvet yöntemi yaklaşımında kuvvetler ve gerilmeler; karma yönteminde ise bilinmeyen veya serbest değişkenler işlenmektedir.[11]

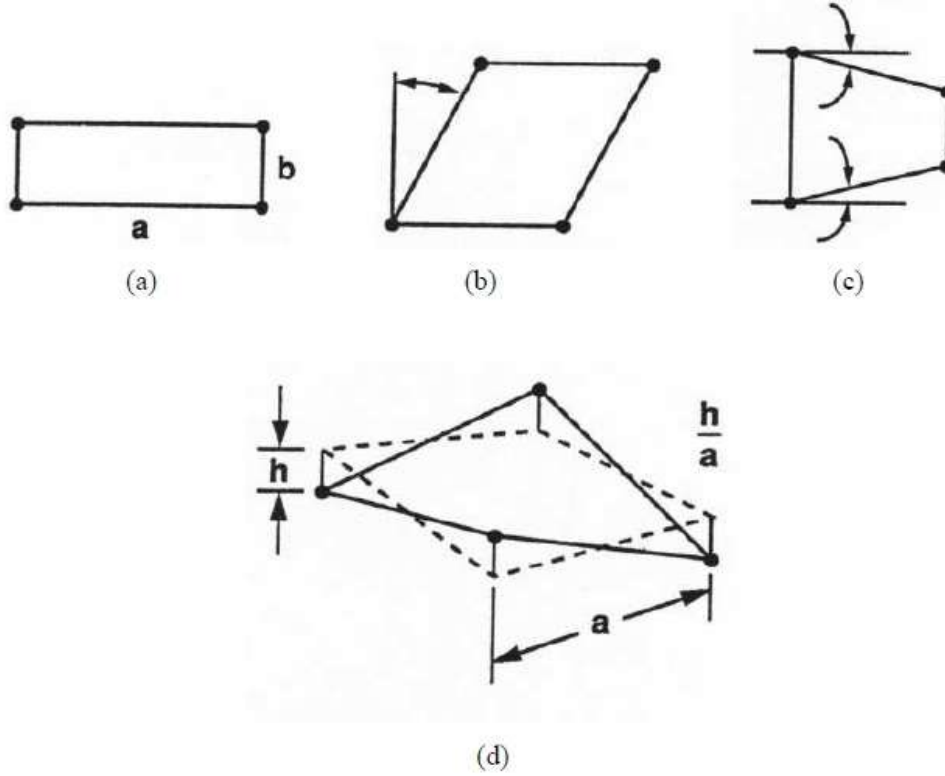
4.3 Sonlu Elemanlarla Modelleme Yöntemi

4.3.1 Genel olarak modelleme

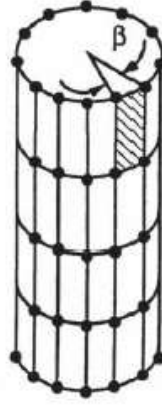
Modelleme, bir fiziksel yapı veya sürecin analitik veya sayısal olarak yeniden inşa edilmesidir. Sonlu elemanlar metodunda modelleme, basitçe nod ve elemanlardan oluşan bir ağ yapısı hazırlamak değildir. Problemi gerekli şekilde modelleyebilmek için gerekli sayı ve tipteki elemana karar vermek ancak problemin fiziğinin iyi şekilde anlaşılmasıyla mümkündür. Kötü şekil verilmiş elemanlar ile hesaplanması istenilen büyüklüğün hesaplama alanı içindeki değişimini yansıtamayacak kadar büyük boyutlu elemanlar modellemede istenmez. Şekil 4.3’ de elemanlarda genelde müsaade edilebilecek geometrik biçim bozukluklarının seviyesi gösterilmektedir. Diğer yandan zaman ve bilgisayar olanaklarını boş yere harcamamıza neden olacak, gereksiz fazla sayıda elemanlardan oluşan bir modelleme de istenmemektedir. Hesaplanması istenilen büyüklüğü ve hesaplama alanı içindeki değişimini yeterli doğrulukta verecek kadar sıklıkta bir eleman dağılımına ihtiyaç vardır. Örneğin, Şekil 4.4’de silindirik yüzeylerin modellenmesi için 4 nodlu veya 8 nodlu dört kenarlı elemanlar kullanılması durumunda tipik bir eleman dağılımı gösterilmiştir.[12] Diğer yandan Şekil 4.5’de bir delik etrafında olması gereken tipik eleman dağılımı görölmektedir.

Hesaplanan değerlerin kabuledilebilir olup olmadıklarının kontrol edilmesi ayrı bir öneme sahiptir. Dikkat edilmesi gereken hususlar aşağıda kısaca belirtilecektir. Sınır koşullarının doğru olarak anlaşılıp, modellenmesi son derece önemlidir. Sınır koşullarının yorumlanması sıkça hata yapılan noktalardan birisini oluşturmaktadır. Özellikle simetrik yapılarda modelin sadece bir kısmının hesaplamalarda

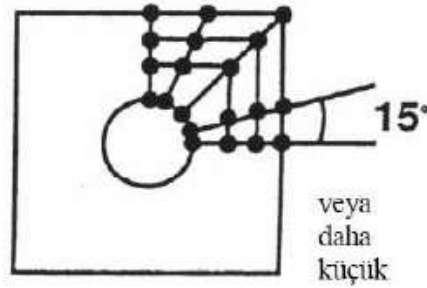
kullanılması yeterli olabilmektedir(örneğin yarısı veya dörtte biri gibi). Böyle durumlarda yüklemenin simetrik olup olmamasına göre hesap alanının sınırındaki nodlarda sınır koşullarının doğru yorumlanması son derece önemlidir.



Şekil 4.3: Eleman geometrisinde müsaade edilebilir deformasyonlar.(a) Uzunluk oranı a/b için 10:1 oranına kadar müsaade edilebilir, (b) açı $< 20-30$ derece, (c) iki açı da $< 20-30$ derece, (d) genelde h/a oranı %5'ten küçük olmalıdır.



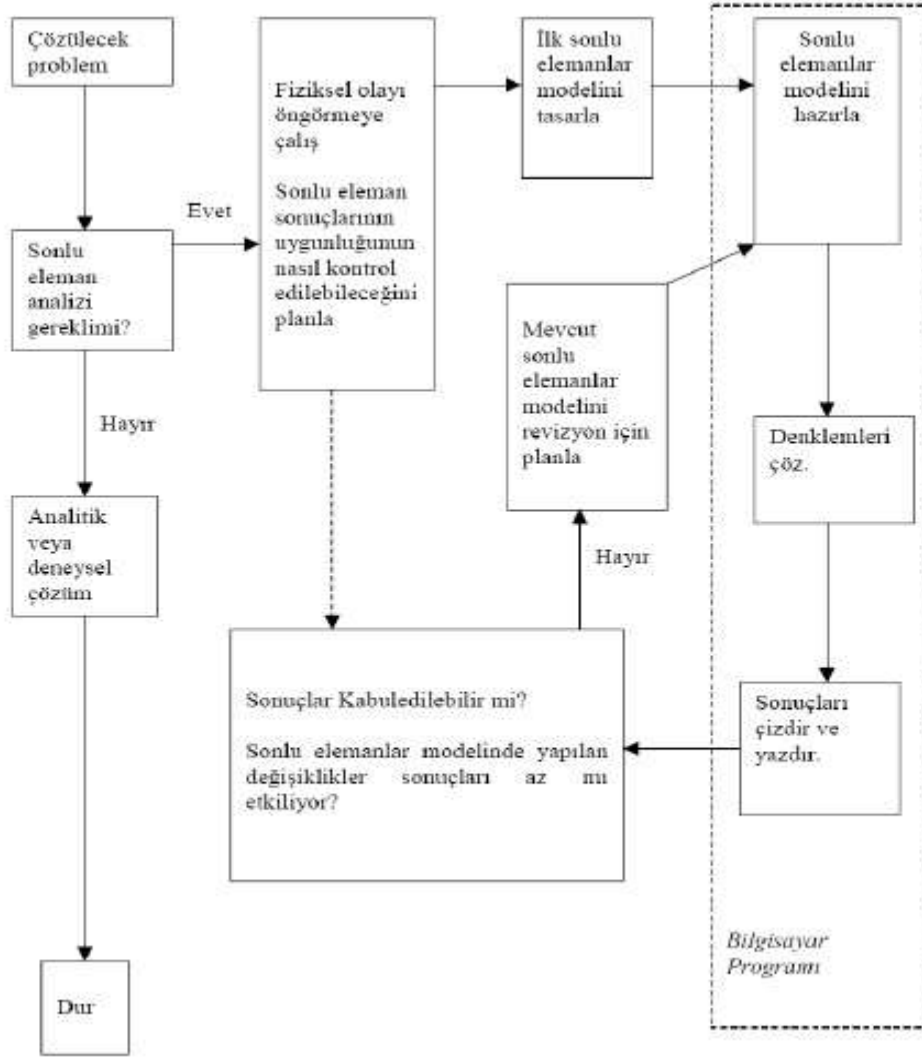
Şekil 4.4: Bir silindirik yüzey üzerindeki tipik eleman dağılımı($\beta < 15^\circ$ 4 nodlu 4 kenarlı elemanlar için , $\beta < 30^\circ$ 8 nodlu dörtgen elemanlar)



Şekil 4.5: Bir delikli geometride delik etrafındaki tipik eleman dağılımı

Sonlu eleman programlarında genellikle gerilme değerleri ya kontur çizgileri ile ya da değişik renk bantlarıyla sunulmaktadır. Bir gerilme konturu aynı gerilme değerine sahip noktaları birleştiren eğridir. Programlarda ortalama gerilme değerinin çizdirilmesi de istenebilmektedir. Bu modellemenin uygunluğu inceleme aşamasında tavsiye edilmemektedir. Çünkü gerilme değerleri elemanlar arasındaki sınırlarda süreksizliğe sahiptir. Büyük süreksizliklerin olduğu bölgeler bize o bölgelerde daha sık eleman ağı oluşturmamız gerektiğini söylemektedir. Eğer ortalama gerilme değerinin çizdirilmesini istersek, modelleme açısından önemli olan bu bilgiye ulaşmamız mümkün olmayacaktır. Diğer yandan değişik gerilme değerlerinin (σ_x , σ_y , v.s.) çizdirilerek beklenen değerlerle karşılaştırılması yapılabilir. Teoriden, yapının bazı bölgelerinde gerilme değerlerinin küçük, bazı bölgelerde ise büyük olabileceğini; bazı gerilme değerlerinin basınca, bazılarının ise çekmeye çalışacağını tahmin etmemiz mümkün olabilir. Bu öngörüler ile hesaplamalar arasında olabilecek

uyumsuzluklar, bize yine modellemede problem olduğunu gösterecektir. Şekil 4.6’da sonlu eleman analiz prosedürü gösterilmiştir.[13]



Şekil 4.6: Sonlu elemanlar analiz prosedürü.

4.3.2 Eleman seçimi

Sonlu elemanlar ile modelleme aşamasında, "eleman tipi (çubuk, kabuk, v.s), eleman şekli (dörtgen, üçgen) ve eleman sayısı ne olmalı?", "ara nodlu elemanlara ihtiyaç var mı?" gibi bir takım soruların cevaplanması gerekmektedir. Bu soruların cevabı ancak analiz edilen yapının ve seçilen eleman tiplerinin davranışı hakkında bilgi sahibi olunduktan sonra cevaplanabilir. Örneğin, gerilme analizinde yapının bir bölgesindeki gerilme durumunu en iyi yansıtan eleman tipi o bölge için seçilmelidir.

4.3.2.1 3D Kiriş elemanı

3D Kiriş elemanı genel amaçlı bir sonlu eleman tipi olup, 3 boyutlu işlem yapabilme kapasitesine sahiptir. Bu eleman tipi aynı zamanda uzay kiriş elemanı olarak da adlandırılmaktadır. Eleman uzayda iki adet nod ile tarif edilmektedir. Üçüncü bir nod ise serbestlik derecesine haiz olmayan ve eleman koordinat sistemini tarif etmek amacıyla kullanılmaktadır. Elemanın iki ucunu tespiteden iki adet nod için 12 adet serbestlik derecesi mevcuttur. Her bir nod 3 adet öteleme ve 3 adet dönme serbestliğine sahiptir. Eleman herhangi doğrultuda gelen kuvvet ve herhangi bir eksen etrafında dönme zorlamasına direnç gösterecek kapasiteye sahiptir. Elemanı tarif etmek için; nodların koordinatına, elastisite modülüne (E), kayma modülüne (G), kesit alanına, kesit atalet momenti değerlerine, burulma sabitine (J) ve kiriş eksenine dik doğrultudaki deformasyon faktörlerine ihtiyaç vardır.[14]

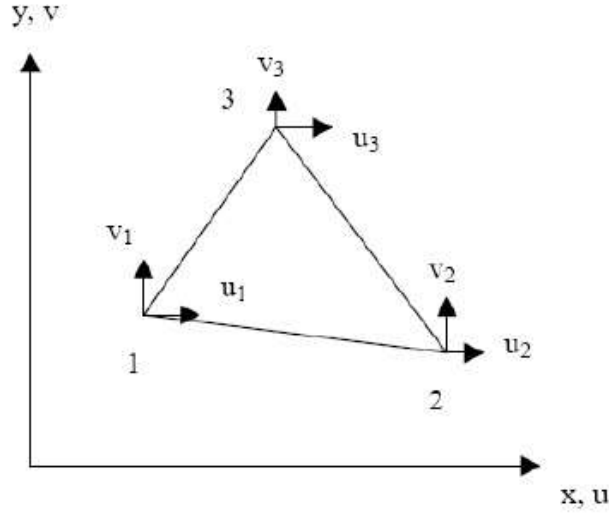
4.3.2.2 Sabit gerilmeli üçgen eleman(SGU)

SGU elemanı sabit kalınlığı olan, üç nod noktasını birleştiren ve toplam altı serbestlik derecesi ile tarif edilen bir elemandır. Eleman deplasman alanı aşağıdaki gibi tarif edilmektedir.

$$u = a_1 + a_2 + a_3y , \quad (4.2a)$$

$$v = a_4 + a_5 + a_6y , \quad (4.2b)$$

Yukarıdaki deplasman bağıntılarından görüldüğü gibi deplasman alanı eleman içinde ve kenarlar boyunca lineerdir. Eleman, sınırları içinde ise gerilme değerleri sabittir. Birbirine bağlı elemanlar arasında deplasman uyumluluğu (compatibility), bağlı iki nod noktası arasındaki lineer kenar deformasyon karakteristiği dolayısıyla sağlanmaktadır. Yapının bütün olarak kuvvet dengesi ise nod noktalarında sağlanır. SGU elemanı, sonlu eleman modellerinde küçük gerilme gradyeni karakteristiğine sahip bölgelerde iyi sonuç verecektir. Diğer durumlarda ise SGU elemanının kullanılması iyi sonuç vermeyecektir. Örneğin, sadece eğilmeye maruz bir yapıyı SGU elemanlarıyla modellemek gerçek problem ile uyumsuz sonuçlar verecektir. SGU elemanlarının bu olumsuzlukları, daha sık bir eleman ağ yapısıyla kısmen giderilebilir. Şekil 4.7’de sabit gerilmeli üçgen eleman gösterilmiştir.



Şekil 4.7: Sabit gerilmeli üçgen eleman.

4.3.2.3 Lineer gerilmeli üçgen eleman(LGU)

LGU elemanları SGU tip elemanların aksine, köşe noktalarına ilaveten kenar orta noktalarında birer adet daha nod noktasına sahiptir. Böylece her bir LGU elemanı 6 adet nod noktasına ve toplam olarak 12 nod serbestlik derecesine sahiptir. Eleman deplasman alanı ise aşağıdaki gibi tarif edilmektedir.

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 , \quad (4.3a)$$

$$v = a_7 + a_8x + a_9y + a_{10}x^2 + a_{11}xy + a_{12}y^2 , \quad (4.3b)$$

SGU elemanının aksine gerilme büyüklüğü LGU elemanı içerisinde x ve y koordinatları ile lineer olarak değişmektedir. Sadece eğilmeye maruz yapılar için LGU elemanlarıyla yapılan modellemelerde, deplasman ve gerilme alanları için çok iyi yaklaşımlar elde edilecektir.

4.3.2.4 Çifte lineer dörtgen eleman

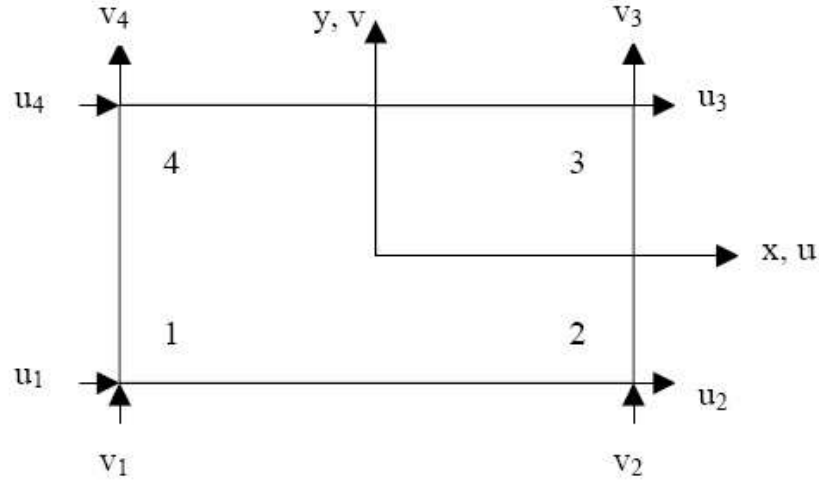
İki boyutlu problemler için diğer bir tip eleman, çifte lineer dörtgen elemanlardır. Eleman köşelerinde dört adet nod yer almaktadır ve eleman sekiz nodal serbestlik derecesine sahiptir. Diğer yandan 8 nodlu eleman tipi için ise kenarların orta noktalarında dört adet nod vardır. Dört nodlu eleman için deplasman alanı aşağıdaki bağıntılarda verilmiştir.

$$u = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy , \quad (4.4a)$$

$$v = a_5 + a_6x + a_7y + a_8xy , \quad (4.4b)$$

Burada elemanın çifte lineer diye isimlendirilmesi u ve v deplasman bağıntılarının iki lineer polinomun çarpımından oluşmasından dolayıdır.

Elemanın en önemli özelliği σ_x değeri x-koordinatından bağımsızdır. Bu eleman tipi, örneğin ucundan yüklü konsol kirişlerin modellenmesinde uygun sonuç vermeyecektir. Şekil 4.8’de dört nodlu çifte lineer dörtgen eleman gösterilmiştir.



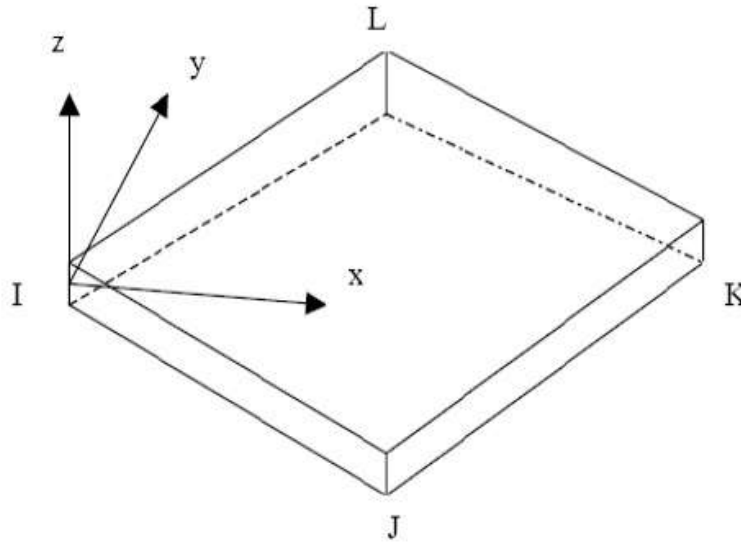
Şekil 4.8: Dört nodlu çifte lineer dörtgen eleman.

4.3.2.5 Kabul elemanlar

Bir genel kabuk eleman membran ve eğilme etkisini aynı anda temsil edebilmelidir. Örneğin dört nodlu basit bir dörtgen eleman tarif edilebilir. Elemanı tarif eden tüm nodlar aynı düzlem üzerinde olmayabilir. Bu da elemanda çarpılmaya neden olur. Elemanın çarpılması performansını olumsuz yönde etkiler. Ticari paket programlarda küçük miktarlarda çarpılmaya müsaade edilmektedir. Bu dört nodlu elemanın en büyük avantajı formülasyonunun basit olmasıdır. Genellikle az sayıda, daha karışık bir eleman tipi kullanılması yerine, daha fazla sayıda basit bir eleman tipi kullanılması tavsiye edilmektedir. Dört kabuk elemanın en büyük dezavantajı düzgün eğrisel yüzeylerin düzlem elemanlarla veya az miktarda çarpılmış şekle sahip olan elemanla temsil edilmesidir. Kabuk teorisine dayanarak elde edilen eğrisel yüzeyli elemanlar düzlemsel elemanların yaratmış olduğu problemleri ortadan kaldırmaktadır. Fakat diğer yandan beraberinde başka zorlukları getirmektedir. Eğrisel elemanı tarif etmek için çok daha fazla geometrik bilgiye ihtiyacımız

olmaktadır. Elemanın formülasyonu ise düzlemsel elemanlara nazaran çok daha zordur.[14]

Kabuk elemanlar içerisinde dört nodlu ve dört kenarlı elastik kabuk eleman dikkat çekmektedir. Çoğu ticari programda yer alan bu eleman tipi eğilme ve membrane yüklerini taşıyabilme özelliğine sahiptir. Eleman düzlemi içinde ve düzlemine dik doğrultudaki yüklemelere müsaade eder. Her nod, üç tanesi x , y , z - doğrultusunda öteleme ve üç tanesi de bu eksenler etrafında dönme serbestliği olmak üzere altı adet serbestlik derecesine sahiptir. Şekil 4.9'da dört nodlu ve dört kenarlı elastik eleman gösterilmiştir. Eleman dört nod ile tarif edilmekte ve değişken kalınlığa müsaade edilebilmektedir. Değişken kalınlıklı elemanlar için kalınlık eleman içerisinde düzgün olarak değişmelidir. Bu eleman tipi plakların olduğu kadar düzgün eğrisel yüzeylerin modellenmesinde de kullanılmaktadır. Eğrisel yüzeylerde iyi bir yaklaşım elde edebilmek için fazla sayıda bu elemandan kullanılmalıdır. Formülasyonunun basit olması nedeniyle diğer tip elemanlara göre daha avantajlıdır.



Şekil 4.9: Dört nodlu ve dört kenarlı elastik eleman.

4.3.3 Yükler

Tekil yükler mutlaka nod noktalarına uygulanmalıdır. Bu nedenle ağ yapısı tekil yüklerin nodal noktalara uygulanmasını sağlayacak Şekilde yapılandırılmalıdır. Klasik lineer teoriye göre bir noktaya tekil yük uygulandığı zaman, o noktada;

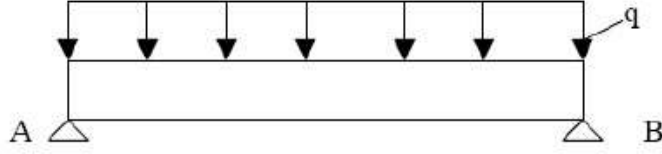
- a) Kiriş için sonlu bir deplasman ve gerilme değerı oluŐur,
- b) Levha için sonlu deplasman, sonsuz gerilme değerı oluŐur,
- c) İki- veya üç boyutlu geometrik cisim için ise sonsuz deplasman ve gerilme değerı oluŐur.

Diğer yandan bir tekil yük, malzemede o bölgede akmaya neden olacaktır. Lineer teori ise akmayı modellemez. Sonuç olarak tekil yükler küçük alanlar üzerine dađıtılmıŐ yüksek yoğunluklu yayıl yükler olarak modellenenebilir. Eğer tekil yük bir nod noktasına uygulanırsa sonsuz deplasman ve gerilme değerleri hesaplanmaz. Bir tekil moment sadece öteleme serbestlik derecesine sahip bir noda uygulanamaz. Bu durumda tekil momentler eŐlenik kuvvetler olarak temsil edilirler. Diğer yandan yayılı yükler nod noktalarına tekil yükler olarak uygulanırlar.

4.3.4 Sınır koşulları

Sınır koşulları yapıların mekaniğinde mesnet Şartları olarak da isimlendirilmektedir. Sonlu eleman modellemelerinde sınır koşulları (mesnet Şartları) sık sık yanlış veya eksik olarak tanımlanmaktadır. Modellemede sınır koşullarına gerekli zen daima gösterilmelidir.

Her ne kadar yapılan hata küçük gibi görülse de, sonuçlar üzerindeki etkisi oldukça büyük olacaktır. Örneğin Şekil 4.10' da görülen ve iki ucu basit mesnetlenmiş kirişin sonlu elemanlar modelinde, elemanlar tarafsız ekseninden geçen çizgi üzerinde yeralırlar. Kiriş parçasının uçlarının yatay doğrultudaki hareketi sınırlandığı için, kiriş bu doğrultuda zorlanmaya maruz kalacaktır. Bu nedenle kirişin sonlu eleman modelinin uçları düşey bağlantılarla A ve B noktalarına bağlanır.



Şekil 4.10: İki ucu basit mesnetli kiriş.

Sonlu elemanlar modelinde aktif olmayan serbestlik dereceleri çözüm işleminden önce sınırlandırılmalıdır. Bu sınırlandırılması gereken serbestlik derecesi modelin sınırda veya başka bir bölgesinde olabilir. Örneğin düzlem elemanlar nodlarda düzlem içinde iki doğrultudaki ötelemeye karşı direnç gösterirler. Fakat genel amaçlı bir sonlu elemanlar programı her bir noda üçü öteleme ve diğer üçü de dönme olmak üzere altı serbestlik derecesi atayacaktır. Rijitlik matrisinde tekillikleri önlemek amacıyla düzlem elemanlar için her noddaki üç dönme serbestliği ve eleman düzlemine dik doğrultudaki öteleme serbestliği kısıtlanmalıdır. Çünkü seçilen eleman tipi bu serbestlik dereceleri için direnç gösteremeyeceğinden, rijitlik matrisinde tekillikler oluşacak, bu da denklemlerin çözümünü zorlaştıracak veya imkansız hale getirecektir. Doğru bir modelleme için düzlem elemanların her bir nodu için üç serbestlik derecesi atanır. Sınır koşulları için ise yine sınırda yer alan nodlar için bu serbestlik derecelerinden bazılarının kısıtlanması gerekebilir.

Bazı durumlarda gerçek problem için sınır koşulları net olarak anlaşılır olmayabilir. Böyle durumlar için çözümün üst ve alt sınırlarını iki ayrı analizle saptamak fiziksel olarak daha anlamlı olabilir. Örneğin iki ucundan mesnetlenmiş üniform yüklü bir kirişin uçları dönmeye belli olmayan bir dereceye kadar kısıtlanmış olabilir. Böyle bir durum için kirişin uçları bir çözüm için basit mesnetli olarak kabul edilir, diğer bir analiz içinse tamamıyla tespit edilmiş olarak kabul edilerek problem çözülür. İki analizden elde edilen değerler aslında gerçek problem için alt ve üst sınırları göstermektedir.

4.4 Portal Krenin Sonlu Elemanlar Modelinin Oluşturulması

Günümüzde sonlu elemanlar metodunun uygulama alanları oldukça genişlemiştir ve çok karmaşık yapıların analizinde sıkça kullanılmaktadır. Bu karmaşık yapılar sonlu sayıda birçok elemana bölünerek analiz edilir. Analizi yapılan modelin karmaşıklığı daha güçlü bilgisayarların kullanılmasını gerektirmektedir. Fakat sadece bilgisayarın varlığı analizleri yapmaya imkan kılmaş. Bu iş için yazılmış yazılımlara ihtiyaç duyulmaktadır.[8]

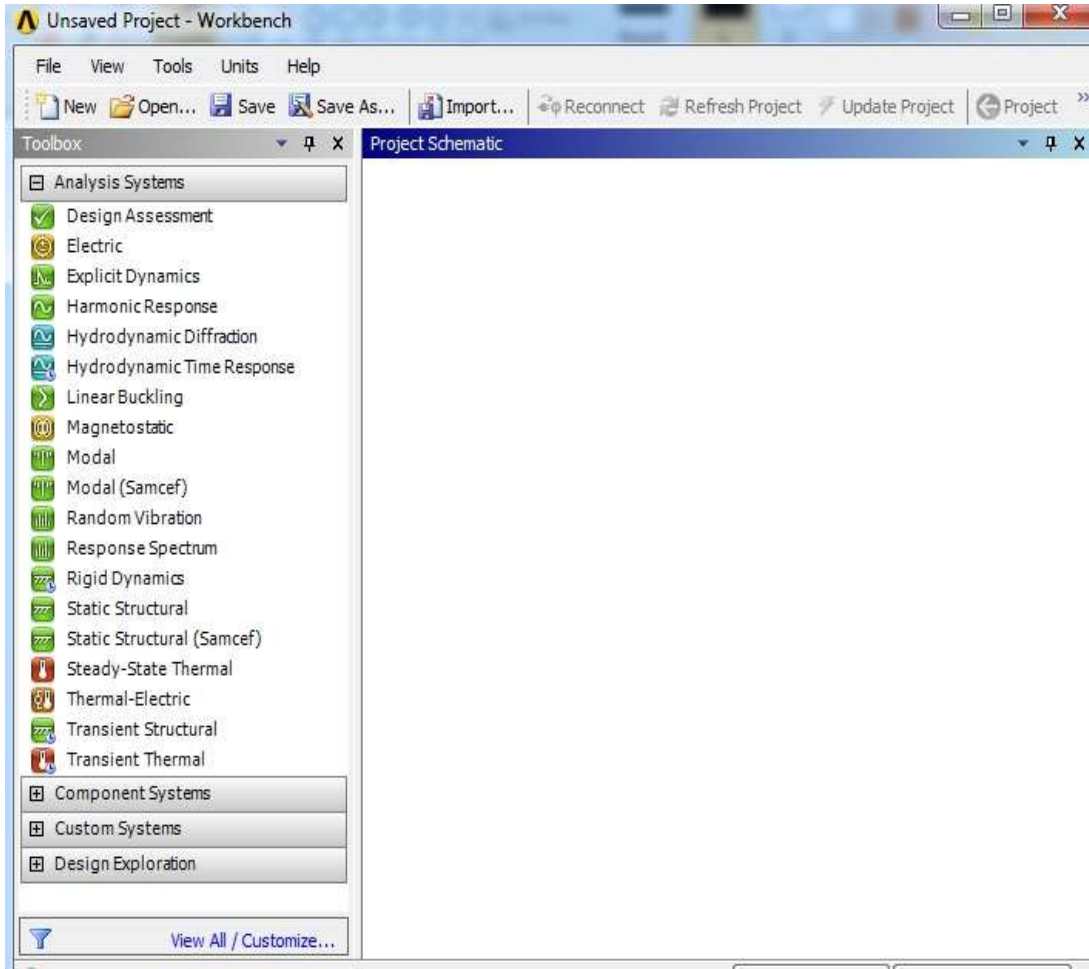
Bu yazılımlardan en popüler olanları Abaqus, Nastran-Patran ve Ansys''tir. Bazı sonlu elemanlar yazılımlarının kendi bünyesinde üç boyutlu modelleme paketleri bulunmaktadır fakat kullanıcı dostu olmayabilmektedirler. Üç boyutlu modelleme için ayrıca kullanıcı dostu yazılımlar geliştirilmiştir. Bunlar arasında Catia, Pro-Engineer, Solidworks ve AutoCAD en çok bilinenleridir.

4.4.1 Geometrinin ANSYS yazılımına aktarımı

Solidworks yazılımı kullanılarak oluşturulan üç boyutlu kren modeli Ansys 14.5 Workbench sonlu elemanlar yazılımına aktarılır. Program bilgisayar ortamına kurulduktan sonra açmak için aşağıdaki yol takip edilir:

Başlat > Programlar > Ansys 14.5 > Workbench 14.5

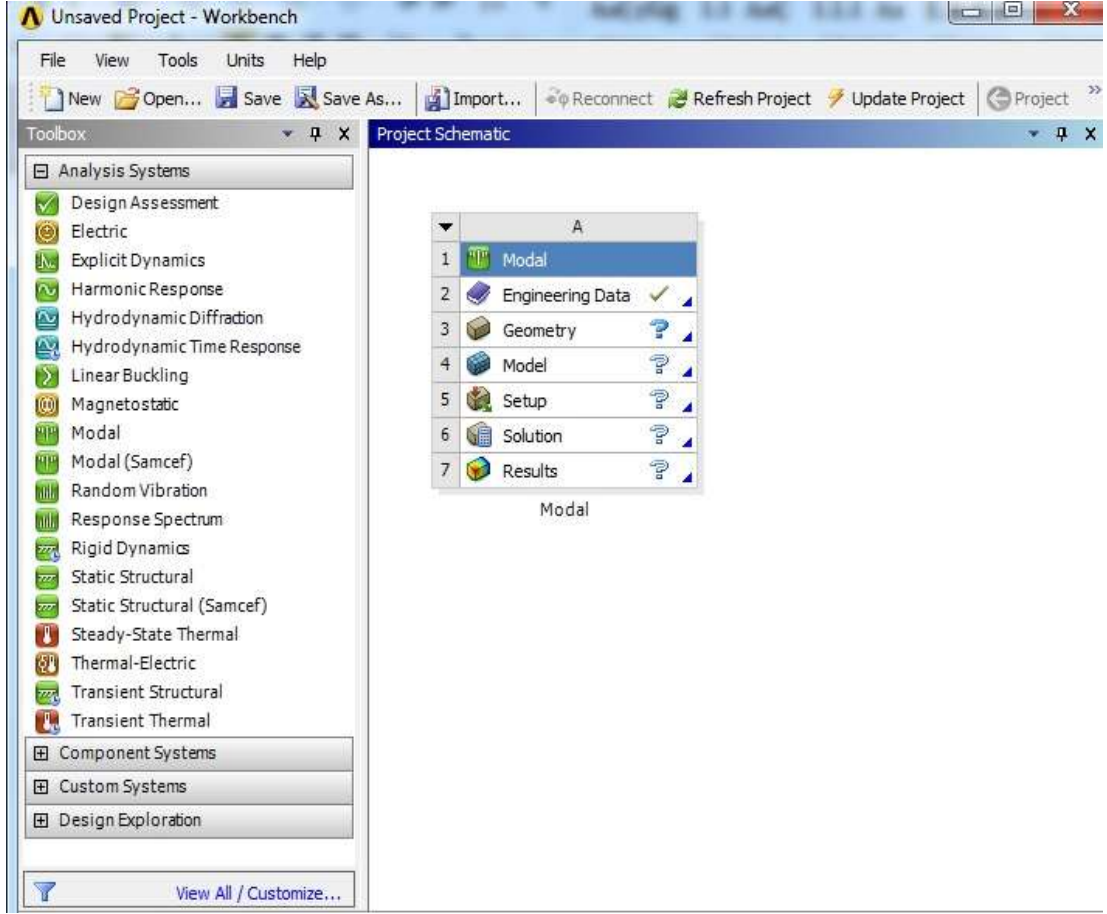
Program açıldığında şekil 4.11'deki pencere ekrana gelir.



Şekil 4.11: ANSYS Workbench 14.5 ana penceresi.

Ana pencerenin sol tarafında “Analysis Systems” sekmesinde yazılımla yapılabilecek analizler yer almaktadır. Statik analiz, dinamik analiz, elektrik, modal analiz, termal analiz vs. gibi analizler yapılabilmektedir. Bu çalışmada analizler “Modal” modunda yapılmıştır. Bu modda titreşim analizi yapılmaktadır ve krenin doğal frekansının belirlenmesi hedef alınmıştır.

“Modal” modunda çalışmaya başlamak için sekmede yer alan “Modal” bağlantısı sağa sürüklenip bırakılır (Şekil 4.12).



Şekil 4.12: ANSYS Workbench 14.5 modal modu.

Açılan pencerede sırasıyla şu sekmeler ekrana gelmiştir:

Engineering Data: Bu sekmeye çift tıklanarak girildiği zaman analizde kullanılacak malzeme seçimi yapılmaktadır.

Geometry: Bu sekmeye girildiği zaman programa aktarılan geometri ekrana gelir ve program geometride değişiklikler yapmaya olanak sağlar.

Model: Bu sekmeye girildiği zaman model üzerine uygulanacak yükler, kontak oluşturma, ağ yapısının oluşturulması, desteklerin belirlenmesi gibi işlemler yapılır.

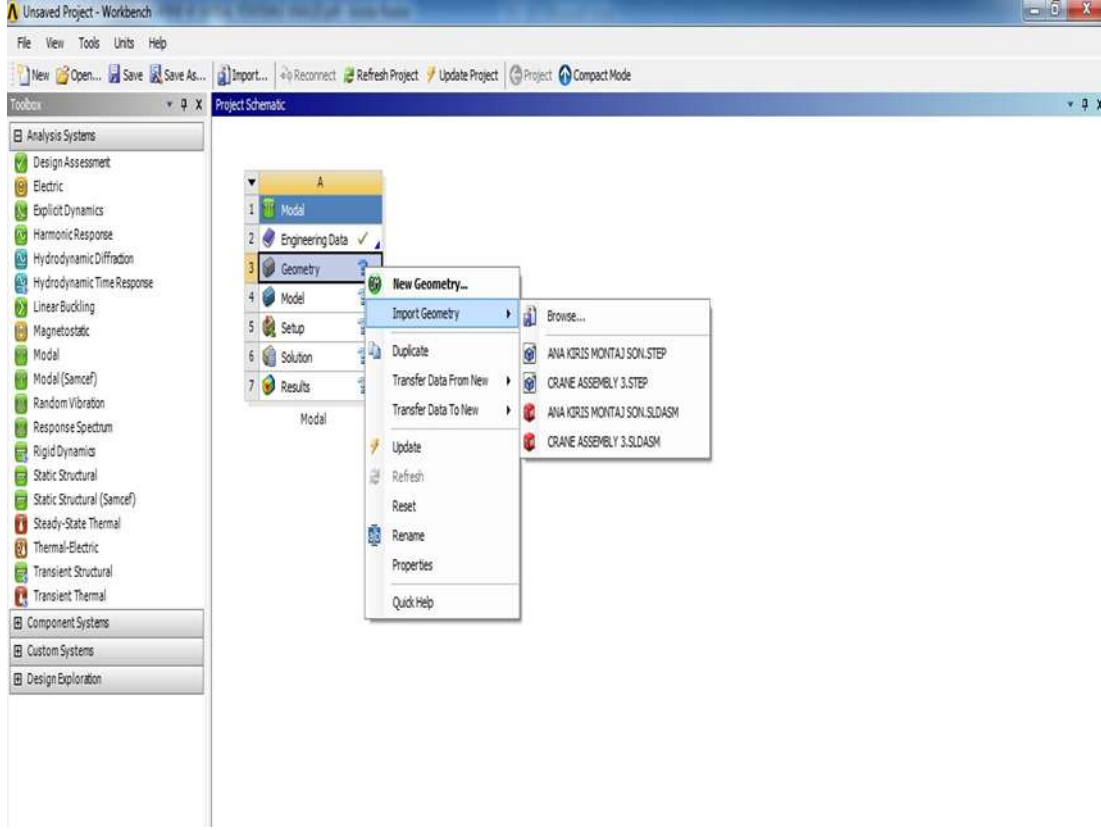
Setup: Bu bölümde modele uygulanacak başlangıç ve sınır koşulları belirlenir.

Solution: Analiz koşturma sonucunda hesaplanacak olan frekans değerlerinin belirlendiği kısımdır.

Results: Bu kısımda analiz sonuçları görüntülenir.

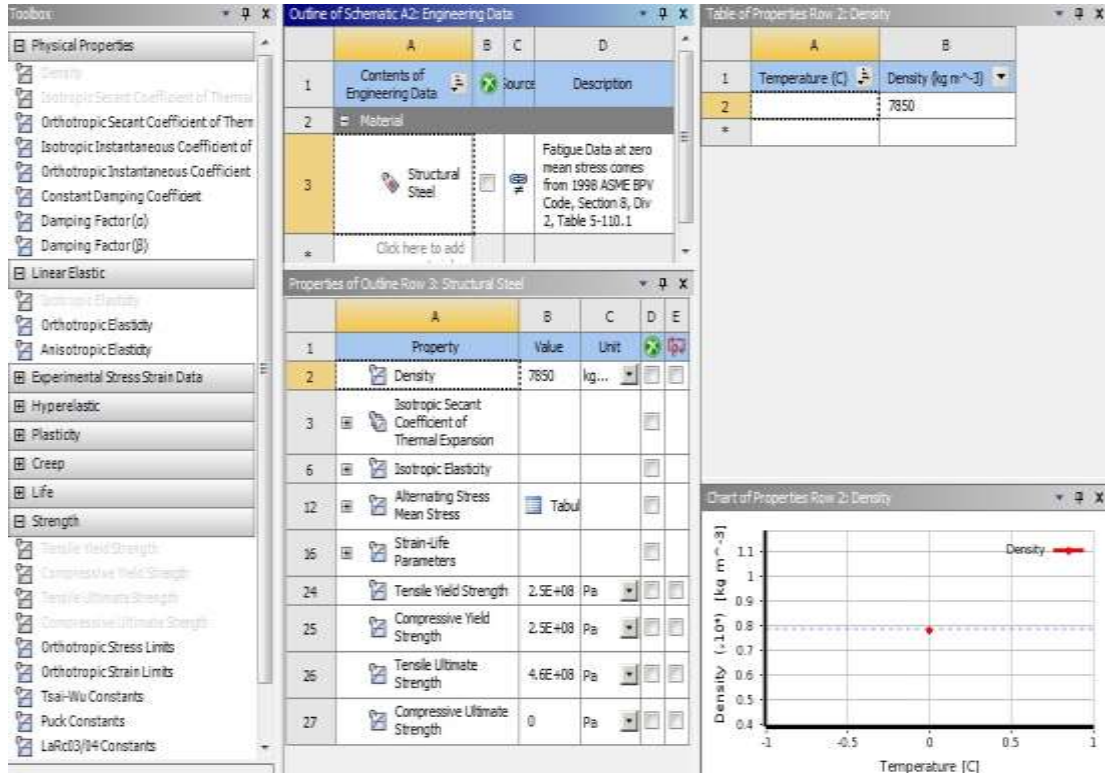
Programa modelin aktarılması için “Geometry” sekmesine sağ tıklanır ve “Import Geometry” kısmından bilgisayara kaydedilmiş olan üç boyutlu model seçilir.

Şekil 4.13’de , Solidworks’de oluşturulan portal kren modelinin ANSYS Workbench 14.5’e aktarılması gösterilmiştir.



Şekil 4.13: Modelin ANSYS Workbench 14.5’e aktarılması

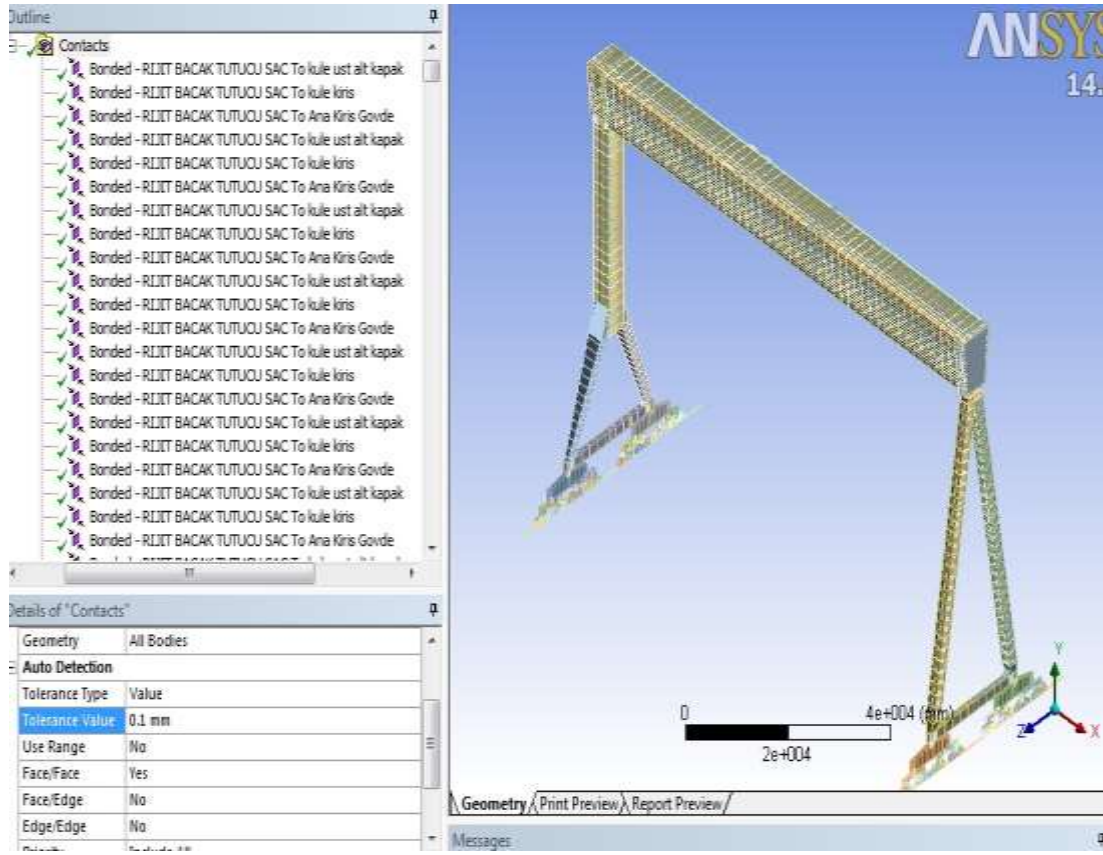
Modelin programa aktarımı tamamlandıktan sonra “Engineering Data” sekmesinden kullanılacak malzeme seçimi yapılır. Şekil 4.14’te “Engineering Data” sekmesi gösterilmiştir.



Şekil 4.14: Engineering Data sekmesi.

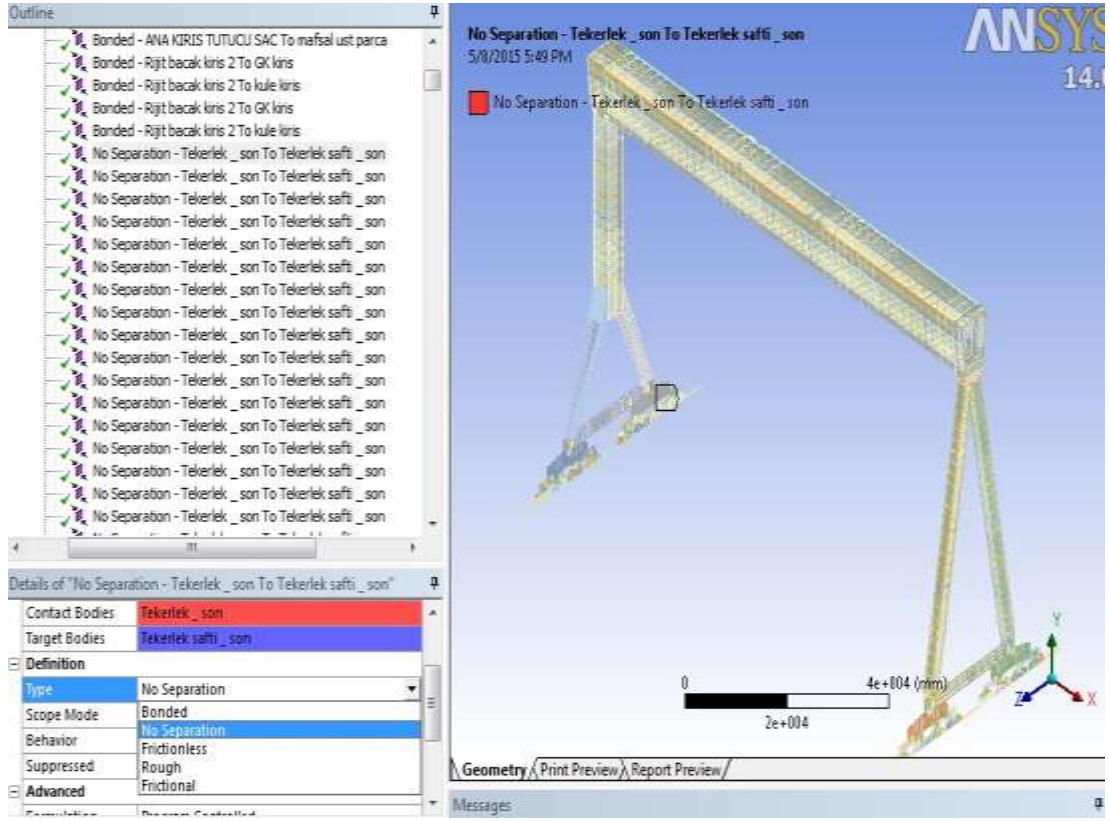
4.4.2 Kontakların tanımlanması

Ansys Workbench 14.5, içerisine aktarılan katı modelde otomatik olarak kontakları tanımlamaktadır. Fakat çok büyük boyutlu modellerde otomatik kontak kurma esnasında yüksek tolerans değerleri alır. Bu durum istenmeyen yüzeyler arasında kontaklar oluşturulmasına neden olabilir. Bu durumun önlenmesi için programın oluşturmuş olduğu otomatik kontaklar silinir, ardından belirlenen tolerans değeri girilir. Bunun için model ağacında “Contacts” sekmesindeki “Tolerance Type”, “Value” olarak ayarlanır ve “Tolerance Value” değeri girilir. Bu işlem birbirine en az belirlenen uzaklıkta bulunan yüzeyler arasında kontak kurulmasını sağlar. Şekil 4.15’te kontak ayarının yapılması gösterilmiştir.



Şekil 4.15: Kontak ayarının yapılması.

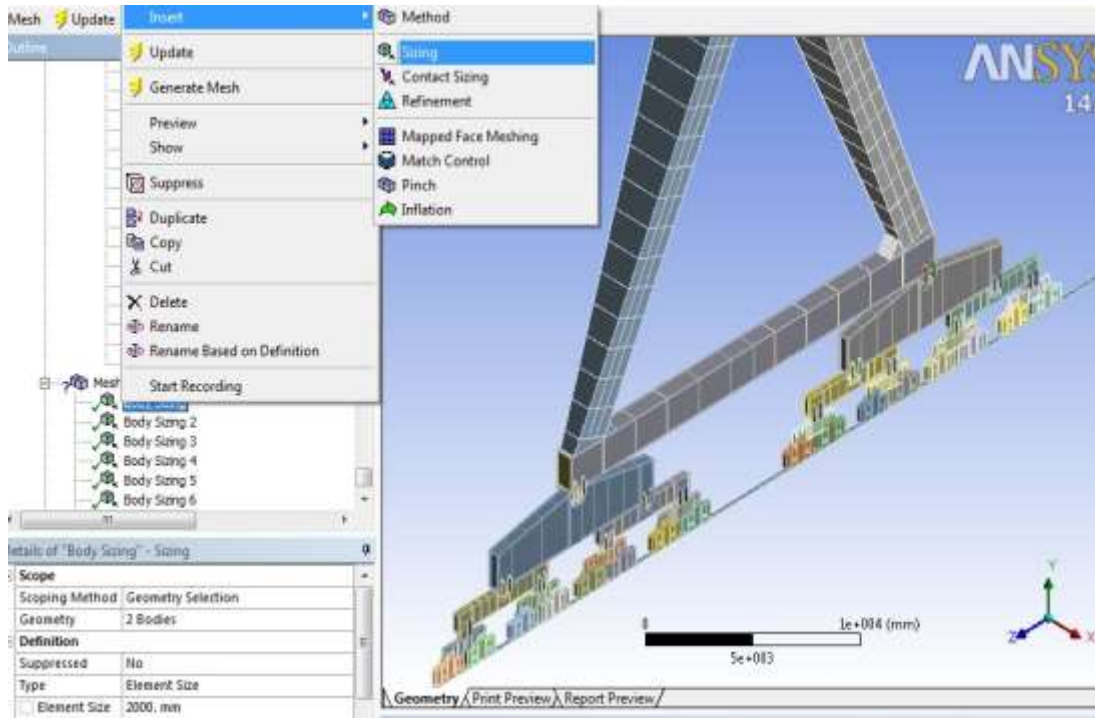
Kontak ayarı yapıldıktan sonra, kontak tiplerinin belirlenmesi gerekir. Program otomatik olarak tüm kontakları “Bonded” tipi olarak belirler. Şaft bağlantılarındaki kontak tipleri “No Seperation” olarak değiştirilmelidir. Şekil 4.16’da kontak tiplerinin belirlenmesi gösterilmiştir.



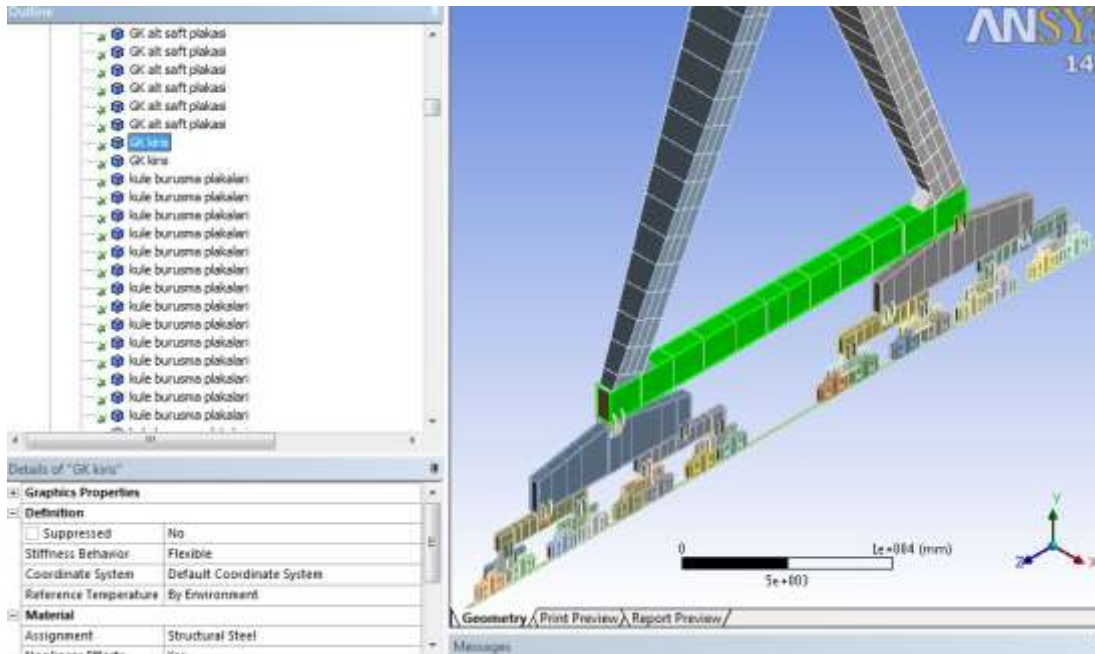
Şekil 4.16: Kontak tiplerinin belirlenmesi.

4.4.3 Ağ yapısının oluşturulması

Kontakların belirlenmesinden sonra sıradaki adım ağ yapısının oluşturulmasıdır. Model ağacındaki “Mesh” sekmesi üzerine sağ tıklanarak “Insert > Sizing” menüsünden ağ yapısı seçeneği oluşturulur. Model ağacının altında açılan pencerede “Geometry” kısmında “Body Selection” seçilir ve istenilen parçalar seçilir. Şekil 4.17’de Boyutsal ağ (Sizing Mesh) oluşturulması, Şekil 4.18’de ağ yapısı oluşturulacak geometrinin seçilmesi gösterilmiştir.



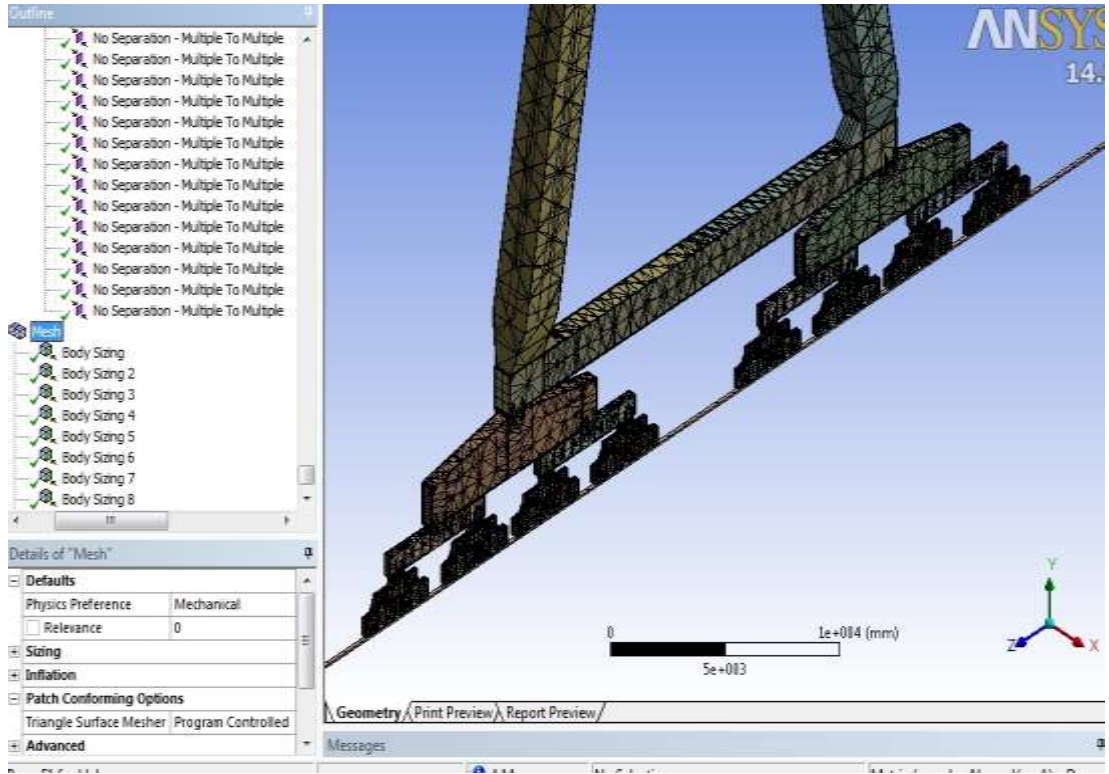
Şekil 4.17: Boyutsal ağ (Sizing Mesh) oluşturulması.



Şekil 4.18: Ağ yapısı oluşturulacak geometrinin seçilmesi.

Bu işlemlerin ardından element boyutu belirlenir. Bunun için “Element Size” kısmında istenilen değer yazılır. Son olarak “Mesh” sekmesine sağ tıklayıp “Generate Mesh” e tıklanır ve modelin ağ yapısı oluşturulur.

Oluşturulan ağ yapısı Şekil 4.19’da gösterilmiştir.

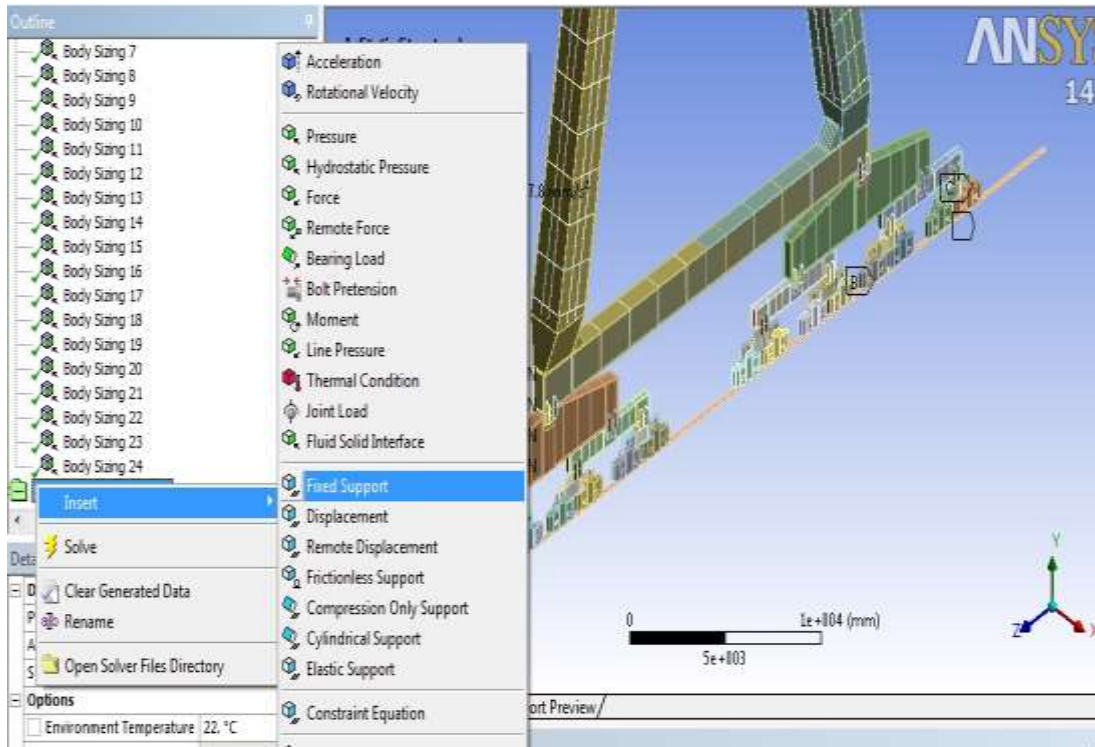


Şekil 4.19: Oluşturulan ağ yapısı.

Oluşturulan ağ yapısındaki “node” sayısını görüntülemek için alt kısımda açılan penceredeki “Statistics” kısmına girilmelidir.

4.4.4 Model kurulumunun tamamlanması

Modelin ağ yapısı oluşturulduktan sonra modelin başlangıç ve sınır koşullarının belirlenmesi gerekir. Bunun için model ağacındaki “Modal” sekmesine sağ tıklanır ve istenen kombinasyonlar eklenir. Şekil 4.20’de modelin başlangıç ve sınır koşullarının oluşturulması gösterilmiştir.



Şekil 4.20: Modelin başlangıç ve sınır koşullarının oluşturulması.

Bu işlemin ardından “Modal” sekmesine sağ tıklanıp “Solve” seçilir ve analiz koşturulmaya başlanır. Analiz koşturulduktan sonra elde edilen sonuçlar “Solution” sekmesinden görüntülenir.

5. 2X400 TON PORTAL KREN ANALİZLERİ

Bu bölümde, 2x400 ton portal krenin doğal frekansının bulunabilmesi için matematiksel ve sonlu elemanlar metodu kullanılarak analizler yapılmıştır.

Matematiksel analizler için Şekil 3.3'te gösterilen portal krenin çalışma esnasındaki titreşim modeli baz alınmıştır.

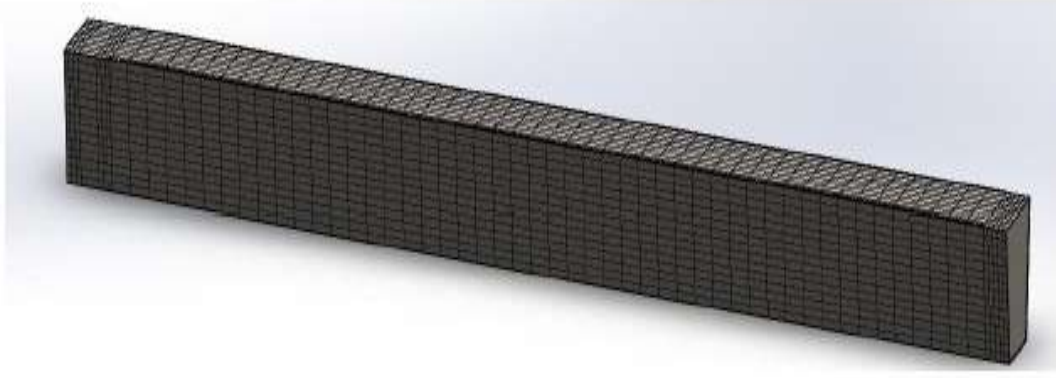
Sonlu elemanlar analizi için ise, 2x400 ton kapasiteli portal kren modeli Solidworks'te oluşturulmuş ve ANSYS Workbench 14.5'e aktarılarak modal analizler yapılmıştır.

Sonlu elemanlar analizi için oluşturulan portal krenin üç boyutlu modeli Şekil 5.1'de gösterilmiştir.

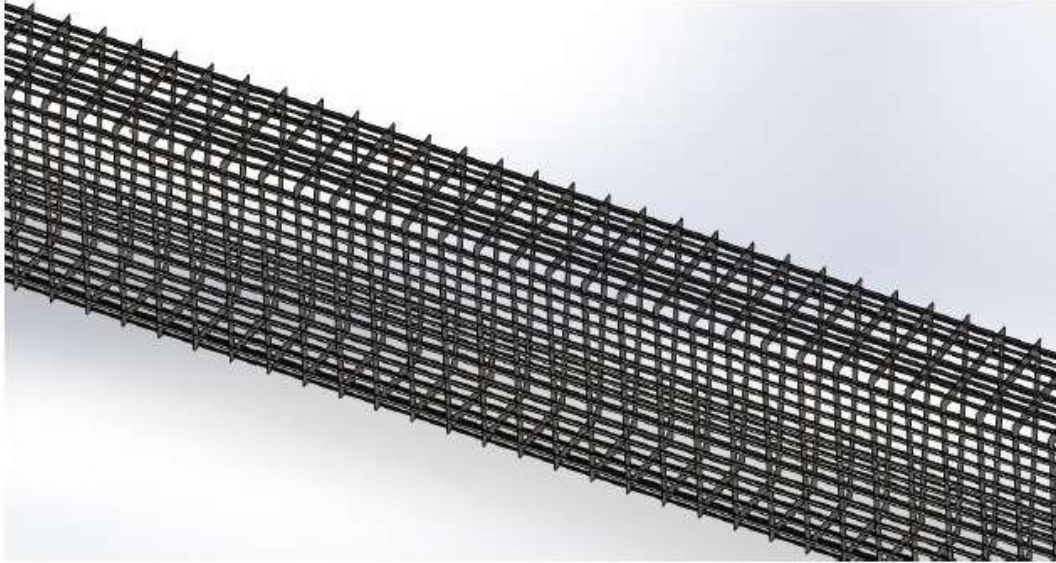


Şekil 5.1: Portal krenin üç boyutlu modeli.

Oluşturulan portal krenin ana kirişine ait üç boyutlu model Şekil 5.2'de, ana kirişin iç yapısı ise Şekil 5.3'te gösterilmiştir.

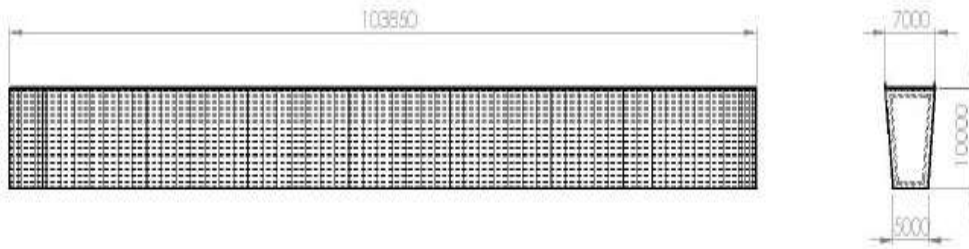


Şekil 5.2: Ana kirişe ait üç boyutlu model.



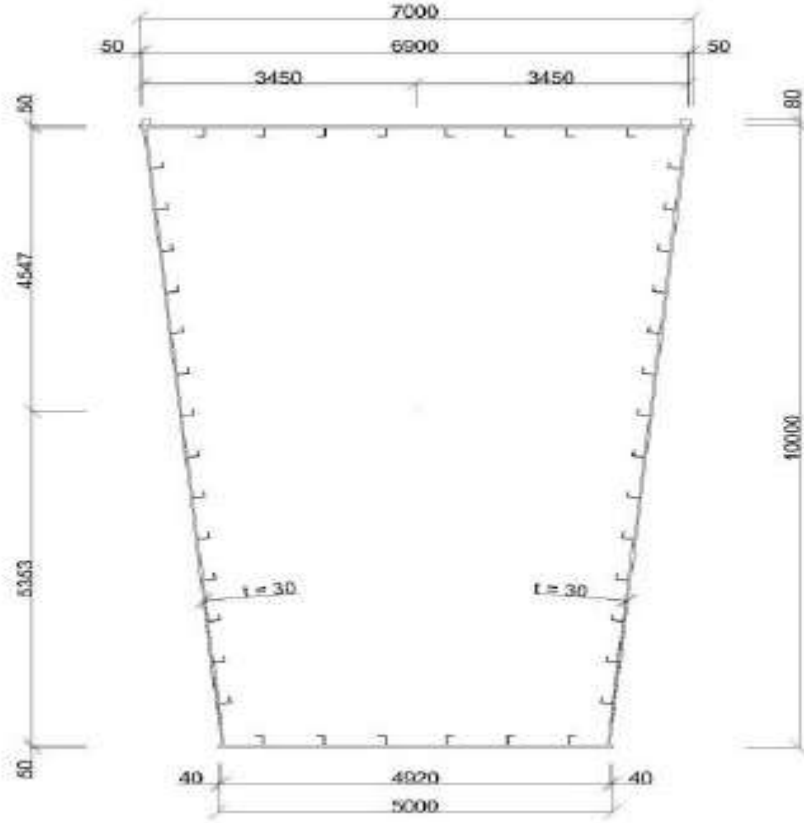
Şekil 5.3: Ana kirişin iç yapısı.

Ana kirişe ait teknik resim ve genel ölçüler Şekil 5.4’te gösterilmiştir.



Şekil 5.4: Ana kirişe ait teknik resim ve genel ölçüler.

Ana kirişin kesit görünümü ve genel ölçüleri Şekil 5.5'te gösterilmiştir.

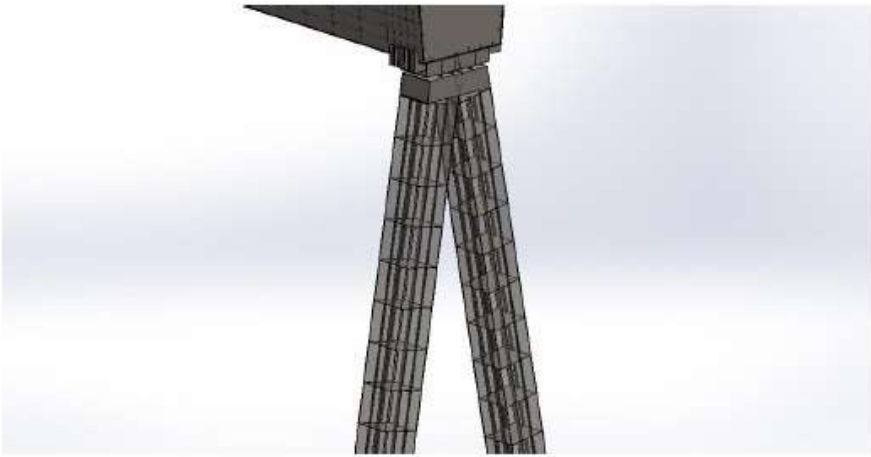


Şekil 5.5: Ana kirişin kesit görünümü ve genel ölçüleri.

Portal krenin mafsal bacağına ait üç boyutlu model Şekil 5.6'da, mafsal bacağın iç yapısı Şekil 5.7'de gösterilmiştir.

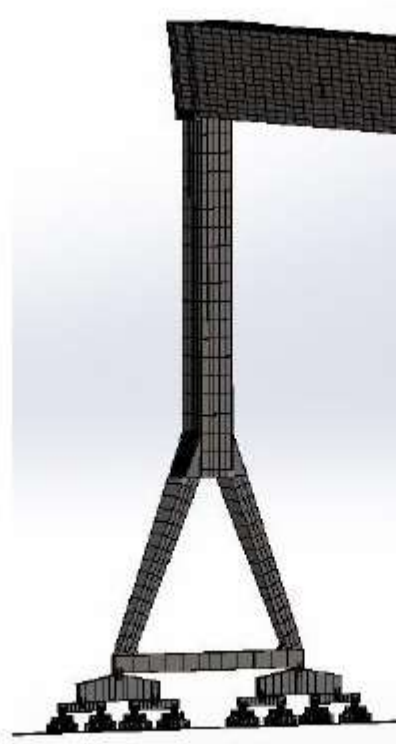


Şekil 5.6: Mafsal bacağa ait üç boyutlu model.

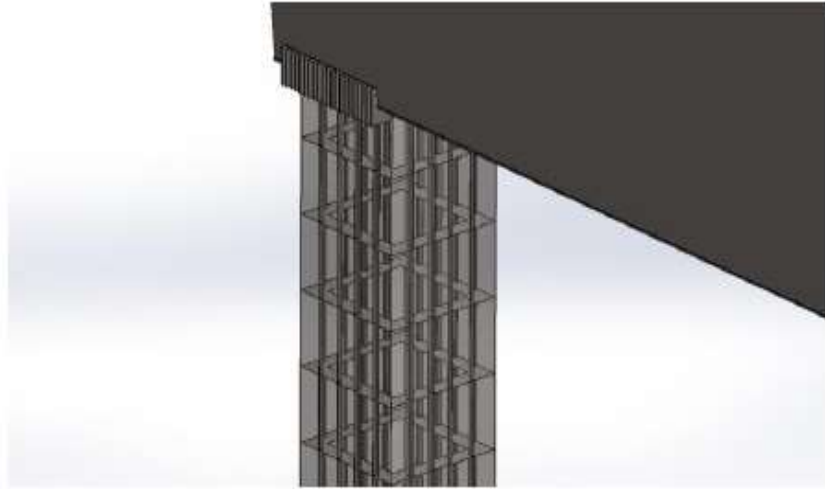


Şekil 5.7: Mafsal bacağın iç yapısı.

2x400 ton portal krene ait rijit bacağıın üç boyutlu modeli Şekil 5.8’de, rijit bacağıın iç yapısı Şekil 5.9’da ve rijit bacağıa ait pantolonların iç yapısı Şekil 5.10’da gösterilmiştir.



Şekil 5.8: Rijit bacağıa ait üç boyutlu model.



Şekil 5.9: Rijit bacağıın iç yapısı.



Şekil 5.10: Rijit bacağa ait pantolonların iç yapısı.

5.1 2x400 Ton Portal Krenin Matematiksel Analizi

2x400 ton portal krenin matematiksel analizi olarak yapılacak düzlem titreşim analizi için esas alınan ve Şekil 3.3'te gösterilen titreşim modelinin kısmi diferansiyel denklemi, denklem (3.19)'da gösterilmiştir.

Portal krene ait her bir elemanın yer değiştirmeleri ise denklem (3.20), (3.21) ve (3.22)'de sunulmuştur.

Krylov-Duncan fonksiyonları kullanılarak denklem (3.23)'ten, Mathematica yardımıyla mod şekilleri

$$\begin{aligned}
 Z1[z1_] = & c_1(1/2)(\text{Cosh}[k1\ z1] + \text{Cos}[k1\ z1]) \\
 & + c_2(1/2)(\text{Sinh}[k1\ z1] + \text{Sin}[k1\ z1]) \\
 & + c_3(1/2)(\text{Cosh}[k1\ z1] - \text{Cos}[k1\ z1]) + c_4(1/2)(\text{Sinh}[k1\ z1] - \text{Sin}[k1\ z1]),
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\begin{aligned}
 Z2[z2_] = & c_5(1/2)(\text{Cosh}[k2\ z2] + \text{Cos}[k2\ z2]) \\
 & + c_6(1/2)(\text{Sinh}[k2\ z2] + \text{Sin}[k2\ z2]) \\
 & + c_7(1/2)(\text{Cosh}[k2\ z2] - \text{Cos}[k2\ z2]) + c_8(1/2)(\text{Sinh}[k2\ z2] - \text{Sin}[k2\ z2]),
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

$$Z_3[z_3] = c_9(1/2)(\cosh[k_3 z_3] + \cos[k_3 z_3]) + c_{10}(1/2)(\sinh[k_3 z_3] + \sin[k_3 z_3]) \quad (5.3)$$

$$+ c_{11}(1/2)(\cosh[k_3 z_3] - \cos[k_3 z_3]) + c_{12}(1/2)(\sinh[k_3 z_3] - \sin[k_3 z_3]),$$

olarak oluşturulur.

Başlangıç ve sınır koşulları oluşturulurken denklem (3.27) ve (3.28)'den mafsallarda sehimin sıfır olması durumu

$$Z_2[0] = 0$$

için

$$c_5 = 0, \quad (5.4)$$

ve

$$Z_3[h] = 0$$

için

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(\cos[hk_3] + \cosh[hk_3])c_9 + \frac{1}{2}(\sin[hk_3] + \sinh[hk_3])c_{10} \\ & + \frac{1}{2}(-\cos[hk_3] + \cosh[hk_3])c_{11} \\ & + \frac{1}{2}(-\sin[hk_3] + \sinh[hk_3])c_{12} = 0, \end{aligned} \quad (5.5)$$

elde edilir.

Denklem (3.29) ve (3.30)'dan mafsallarda eğilme momentinin sıfır olması durumu

$$-E I_2 Z_2''[0] = 0$$

için

$$-I_2 (k_2)^2 E c_7 = 0 \quad (5.6)$$

ve

$$-E I_3 Z_3''[h] = 0$$

için

$$\begin{aligned}
& -13 E \left(\frac{1}{2} (-k^3 \cos[hk3] + k^3 \cosh[hk3]) c_9 + \frac{1}{2} (-k^3 \sin[hk3] \right. \\
& \left. + k^3 \sinh[hk3]) c_{10} + \frac{1}{2} (k^3 \cos[hk3] + k^3 \cosh[hk3]) c_{11} \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} (k^3 \sin[hk3] + k^3 \sinh[hk3]) c_{12} \right) = 0 ,
\end{aligned} \tag{5.7}$$

elde edilir.

Denklem (3.31) ve (3.32)'den bağlantı noktalarında kirişin dönmesi

$$Z2'[H] - Z1'[0] = 0$$

için

$$\begin{aligned}
& -k_1 c_2 + \frac{1}{2} (-k_2 \sin[Hk2] + k_2 \sinh[Hk2]) c_5 \\
& + \frac{1}{2} (k_2 \cos[Hk2] + k_2 \cosh[Hk2]) c_6 \\
& + \frac{1}{2} (k_2 \sin[Hk2] + k_2 \sinh[Hk2]) c_7 + \frac{1}{2} (-k_2 \cos[Hk2] + k_2 \cosh[Hk2]) c_8 = 0 ,
\end{aligned} \tag{5.8}$$

ve

$$Z1'[L] - Z3'[0] = 0$$

için

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} (-k_1 \sin[k1L] + k_1 \sinh[k1L]) c_1 + \frac{1}{2} (k_1 \cos[k1L] + k_1 \cosh[k1L]) c_2 \\
& + \frac{1}{2} (k_1 \sin[k1L] + k_1 \sinh[k1L]) c_3 \\
& + \frac{1}{2} (-k_1 \cos[k1L] + k_1 \cosh[k1L]) c_4 - k_3 c_{10} = 0 ,
\end{aligned} \tag{5.9}$$

elde edilir.

Denklem (3.33) ve (3.34)'ten bağlantı noktalarında eğilme momenti

$$-E I_2 Z2''[H] + E I_1 Z1''[0] = 0$$

için

$$\begin{aligned}
& I_1 k_1^2 E c_3 - I_2 E \left(\frac{1}{2} (-k_2^2 \cos[Hk_2] + k_2^2 \cosh[Hk_2]) c_5 + \frac{1}{2} (-k_2^2 \sin[Hk_2] \right. \\
& \quad \left. + k_2^2 \sinh[Hk_2]) c_6 + \frac{1}{2} (k_2^2 \cos[Hk_2] + k_2^2 \cosh[Hk_2]) c_7 \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} (k_2^2 \sin[Hk_2] + k_2^2 \sinh[Hk_2]) c_8 \right) = 0 ,
\end{aligned} \tag{5.10}$$

ve

$$-E I_1 Z_1''[L] + E I_3 Z_3''[0] = 0$$

için

$$\begin{aligned}
& -I_1 E \left(\frac{1}{2} (-k_1^2 \cos[k_1 L] + k_1^2 \cosh[k_1 L]) c_1 + \frac{1}{2} (-k_1^2 \sin[k_1 L] \right. \\
& \quad \left. + k_1^2 \sinh[k_1 L]) c_2 + \frac{1}{2} (k_1^2 \cos[k_1 L] + k_1^2 \cosh[k_1 L]) c_3 \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} (k_1^2 \sin[k_1 L] + k_1^2 \sinh[k_1 L]) c_4 \right) + I_3 k_3^2 E c_{11} = 0 ,
\end{aligned} \tag{5.11}$$

elde edilir.

Denklem (3.35) ve (3.36)'dan bacaklardaki eksenel deformasyon ihmal edilerek

$$Z_1[0] = 0$$

için

$$c_1 = 0 , \tag{5.12}$$

ve

$$Z_1[L] = 0$$

için

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} (\cos[k_1 L] + \cosh[k_1 L]) c_1 + \frac{1}{2} (\sin[k_1 L] + \sinh[k_1 L]) c_2 \\
& \quad + \frac{1}{2} (-\cos[k_1 L] + \cosh[k_1 L]) c_3 \\
& \quad + \frac{1}{2} (-\sin[k_1 L] + \sinh[k_1 L]) c_4 = 0 ,
\end{aligned} \tag{5.13}$$

elde edilir.

Denklem (3.37)'den ana kirişteki eksenel deformasyonlar ihmal edilerek

$$Z_2[H] - Z_3[0] = 0$$

için

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(\cos[Hk^2] + \cosh[Hk^2])c_5 + \frac{1}{2}(\sin[Hk^2] + \sinh[Hk^2])c_6 \\ & + \frac{1}{2}(-\cos[Hk^2] + \cosh[Hk^2])c_7 \\ & + \frac{1}{2}(-\sin[Hk^2] + \sinh[Hk^2])c_8 - c_9 = 0, \end{aligned} \quad (5.14)$$

elde edilir.

Denklem (3.38)'den, bacaklardaki enine kuvvetleri dikkate alarak ana kirişe etkiyen yatay kuvvetlerin eşitliği

$$E I_2 Z_2'''[H] + E I_3 Z_3'''[0] + \rho A_1 L \omega^2 (Z_3[0]) = 0$$

için

$$\begin{aligned} & I_2 E \left(\frac{1}{2}(k^2 \sin[Hk^2] + k^2 \sinh[Hk^2])c_5 + \frac{1}{2}(-k^2 \cos[Hk^2] \right. \\ & \left. + k^2 \cosh[Hk^2])c_6 + \frac{1}{2}(-k^2 \sin[Hk^2] + k^2 \sinh[Hk^2])c_7 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2}(k^2 \cos[Hk^2] + k^2 \cosh[Hk^2])c_8 \right) + A_1 L q \omega^2 c_9 + I_3 k^3 E c_{12} = 0, \end{aligned} \quad (5.15)$$

elde edilir.

Sınır ve başlangıç koşullarının uygulanması sonucunda, 12 denklem elde edilmiş olur.(Denklem (5.4-5.15))

Yukarıda belirtilen 12 denklemi, Mathematica yardımıyla, matris formatından yazdırmak için

$$F = \text{ConstantArray}[0, \{12, 12\}];$$

$$\text{Do}[F[[i, j]] = \text{Coefficient}[\text{Sart}_i, c_j], \{i, 12\}, \{j, 12\}];$$

$$\text{MatrixForm}[F]$$

komutu yazılır.

Oluşturulan 12x12 matrisin ilk 6 sütünü Şekil 5.11'de, son 6 sütünü ise Şekil 5.12'de gösterilmiştir.

0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	-k1	0	0	$\frac{1}{2} (-k2 \sin[Hk2] + k2 \sinh[Hk2])$	$\frac{1}{2} (k2 \cos[Hk2] + k2 \cosh[Hk2])$
$\frac{1}{2} (-k1 \sin[k1L] + k1 \sinh[k1L])$	$\frac{1}{2} (k1 \cos[k1L] + k1 \cosh[k1L])$	$\frac{1}{2} (k1 \sin[k1L] + k1 \sinh[k1L])$	$\frac{1}{2} (-k1 \cos[k1L] + k1 \cosh[k1L])$	0	0
0	0	$11k1^2 E$	0	$\frac{1}{2} 12k2^2 E \cos[Hk2] - \frac{1}{2} 12k2^2 E \cosh[Hk2]$	$\frac{1}{2} 12k2^2 E \sin[Hk2] - \frac{1}{2} 12k2^2 E \sinh[Hk2]$
$\frac{1}{2} 11k1^2 E \cos[k1L] - \frac{1}{2} 11k1^2 E \cosh[k1L]$	$\frac{1}{2} 11k1^2 E \sin[k1L] - \frac{1}{2} 11k1^2 E \sinh[k1L]$	$\frac{1}{2} 11k1^2 E \cos[k1L] - \frac{1}{2} 11k1^2 E \cosh[k1L]$	$\frac{1}{2} 11k1^2 E \sin[k1L] - \frac{1}{2} 11k1^2 E \sinh[k1L]$	0	0
1	0	0	0	0	0
$\frac{1}{2} (\cos[k1L] + \cosh[k1L])$	$\frac{1}{2} (\sin[k1L] + \sinh[k1L])$	$\frac{1}{2} (-\cos[k1L] + \cosh[k1L])$	$\frac{1}{2} (-\sin[k1L] + \sinh[k1L])$	0	0
0	0	0	0	$\frac{1}{2} (\cos[Hk2] + \cosh[Hk2])$	$\frac{1}{2} (\sin[Hk2] + \sinh[Hk2])$
0	0	0	0	$\frac{1}{2} 12k2^2 E \sin[Hk2] + \frac{1}{2} 12k2^2 E \sinh[Hk2]$	$-\frac{1}{2} 12k2^2 E \cos[Hk2] + \frac{1}{2} 12k2^2 E \cosh[Hk2]$

Şekil 5.11: Oluşturulan matrisin ilk 6 sütunu.

0	0	0	0	0	0
0	0	$\frac{1}{2} (\cos[hk3] + \cosh[hk3])$	$\frac{1}{2} (\sin[hk3] + \sinh[hk3])$	$\frac{1}{2} (-\cos[hk3] + \cosh[hk3])$	$\frac{1}{2} (-\sin[hk3] + \sinh[hk3])$
$-12k2^2 E$	0	0	0	0	0
0	0	$-\frac{1}{2} 13E (-k3^2 \cos[hk3] + k3^2 \cosh[hk3])$	$-\frac{1}{2} 13E (-k3^2 \sin[hk3] + k3^2 \sinh[hk3])$	$-\frac{1}{2} 13E (k3^2 \cos[hk3] + k3^2 \cosh[hk3])$	$-\frac{1}{2} 13E (k3^2 \sin[hk3] + k3^2 \sinh[hk3])$
$\frac{1}{2} (k2 \sin[Hk2] + k2 \sinh[Hk2])$	$\frac{1}{2} (-k2 \cos[Hk2] + k2 \cosh[Hk2])$	0	0	0	0
0	0	0	-k3	0	0
$-\frac{1}{2} 12k2^2 E \cos[Hk2] - \frac{1}{2} 12k2^2 E \cosh[Hk2]$	$-\frac{1}{2} 12k2^2 E \sin[Hk2] - \frac{1}{2} 12k2^2 E \sinh[Hk2]$	0	0	0	0
0	0	0	0	$13k3^2 E$	0
0	0	0	0	0	0
$\frac{1}{2} (-\cos[Hk2] + \cosh[Hk2])$	$\frac{1}{2} (-\sin[Hk2] + \sinh[Hk2])$	-1	0	0	0
$-\frac{1}{2} 12k2^2 E \sin[Hk2] + \frac{1}{2} 12k2^2 E \sinh[Hk2]$	$\frac{1}{2} 12k2^2 E \cos[Hk2] + \frac{1}{2} 12k2^2 E \cosh[Hk2]$	$A1Lq w^T$	0	0	$13k3^2 E$

Şekil 5.12: Oluşturulan matrisin son 6 sütunu.

Denklem (5.4)'ten $c_5 = 0$, denklem (5.6)'dan $c_7 = 0$ ve denklem(5.12)'den $c_1 = 0$, olduğu görülmektedir. 12x12 matrisin birinci, üçüncü ve dokuzuncu satırları ile birinci, beşinci ve yedinci sütunları silinir. Böylece sistem, 9 homojen denklemden oluşan 9x9 matrise dönüştürülür. 9x9 matristen oluşan denklem sistemi

$$s = \frac{H}{L}, p = \frac{h}{L}, \alpha = \frac{I_1}{I_2}, \beta = \frac{I_1}{I_3}, \quad (5.16)$$

ve

$$\xi = \sqrt[4]{\alpha \frac{A_2}{A_1}}, \eta = \sqrt[4]{\beta \frac{A_3}{A_1}}, \quad (5.17)$$

kullanılarak boyutsuzlaştırılır. Boyutsuzlaştırma işlemi yapılırken, aynı zamanda değişkenler arasındaki bağıntılar da kullanılarak denklem sistemi λ_1 cinsinden yazılır. Denklem (3.25)'den

$$\omega = k_1^2 \sqrt{\frac{EI_1}{\rho A_1}} = k_2^2 \sqrt{\frac{EI_2}{\rho A_2}} = k_3^2 \sqrt{\frac{EI_3}{\rho A_3}},$$

kullanılarak

$$\frac{k_2}{k_1} = \sqrt[4]{\frac{A_2 I_1}{A_1 I_2}}, \quad \frac{k_3}{k_1} = \sqrt[4]{\frac{A_3 I_1}{A_1 I_3}} \quad (5.18)$$

elde edilir. Denklem (5.17) , (5.18) ve

$$k_1 = \frac{\lambda_1}{L}, k_2 = \frac{\lambda_2}{L}, k_3 = \frac{\lambda_3}{L},$$

kullanılarak

$$\lambda_2 = \lambda_1 \xi, \quad \lambda_3 = \lambda_1 \eta, \quad (5.19)$$

oluşturulur. Denklem (5.16),(5.17),(5.18) ve (5.19) yardımıyla 9x9 matrisi oluşturan denklem sisteminin boyutsuzlaştırma işlemi tamamlanır.

Denklem (3.40) kullanılarak denklem sistemi çözdürülür. Boyutsuz parametreleri içerecek şekilde elde edilen 9x9 matrisin ilk beş sütünü Şekil 5.13'te, son 4 sütünü Şekil 5.14'te sunulmuştur.

Şekil 5.13 ve Şekil 5.14'te gösterilen 9x9 matris, Krylov-Duncan fonksiyonlarını da içerek şekilde düzenlenerek Şekil 5.15'te sunulmuştur.

$$\begin{array}{ccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & \xi \times \frac{1}{2} (\cos[\lambda l \times \xi \times s] + \cosh[\lambda l \times \xi \times s]) & \xi \times \frac{1}{2} (-\cos[\lambda l \times \xi \times s] + \cosh[\lambda l \times \xi \times s]) \\
\frac{1}{2} (\cos[\lambda l] + \cosh[\lambda l]) & \frac{1}{2} (\sin[\lambda l] + \sinh[\lambda l]) & \frac{1}{2} (-\cos[\lambda l] + \cosh[\lambda l]) & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & (1/\alpha) \times \xi^2 \times \frac{1}{2} (-\sin[\lambda l \times \xi \times s] + \sinh[\lambda l \times \xi \times s]) & (1/\alpha) \times \xi^2 \times \frac{1}{2} (\sin[\lambda l \times \xi \times s] + \sinh[\lambda l \times \xi \times s]) \\
\frac{1}{2} (-\sin[\lambda l] + \sinh[\lambda l]) & \frac{1}{2} (\cos[\lambda l] + \cosh[\lambda l]) & \frac{1}{2} (\sin[\lambda l] + \sinh[\lambda l]) & 0 & 0 \\
\frac{1}{2} (\sin[\lambda l] + \sinh[\lambda l]) & \frac{1}{2} (-\cos[\lambda l] + \cosh[\lambda l]) & \frac{1}{2} (-\sin[\lambda l] + \sinh[\lambda l]) & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} (\sin[\lambda l \times \xi \times s] + \sinh[\lambda l \times \xi \times s]) & \frac{1}{2} (-\sin[\lambda l \times \xi \times s] + \sinh[\lambda l \times \xi \times s]) \\
0 & 0 & 0 & (1/\alpha) \times \xi^3 \times \left(-\frac{1}{2} \cos[\lambda l \times \xi \times s] + \frac{1}{2} \cosh[\lambda l \times \xi \times s] \right) & (1/\alpha) \times \xi^3 \times \left(\frac{1}{2} \cos[\lambda l \times \xi \times s] + \frac{1}{2} \cosh[\lambda l \times \xi \times s] \right)
\end{array}$$

Şekil 5.13: Boyutsuz parametreleri içeren 9x9 matrisin ilk 5 sütunu.

$$\begin{array}{ccccc}
\frac{1}{2} (\cos[\lambda l \times \eta \times p] + \cosh[\lambda l \times \eta \times p]) & \frac{1}{2} (\sin[\lambda l \times \eta \times p] + \sinh[\lambda l \times \eta \times p]) & \frac{1}{2} (-\cos[\lambda l \times \eta \times p] + \cosh[\lambda l \times \eta \times p]) & \frac{1}{2} (-\sin[\lambda l \times \eta \times p] + \sinh[\lambda l \times \eta \times p]) & \\
\frac{1}{2} (-\cos[\lambda l \times \eta \times p] + \cosh[\lambda l \times \eta \times p]) & \frac{1}{2} (-\sin[\lambda l \times \eta \times p] + \sinh[\lambda l \times \eta \times p]) & \frac{1}{2} (\cos[\lambda l \times \eta \times p] + \cosh[\lambda l \times \eta \times p]) & \frac{1}{2} (\sin[\lambda l \times \eta \times p] + \sinh[\lambda l \times \eta \times p]) & \\
0 & 0 & 0 & 0 & \\
0 & -\eta & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & - (1/\beta) \times \eta^2 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & \\
-1 & 0 & 0 & 0 & \\
\lambda l & 0 & 0 & 0 & (1/\beta) \times \eta^3
\end{array}$$

Şekil 5.14: Boyutsuz parametreleri içeren 9x9 matrisin son 4 sütunu.

$$\begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S(\lambda l \times \eta \times p) & T(\lambda l \times \eta \times p) & U(\lambda l \times \eta \times p) & V(\lambda l \times \eta \times p) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & U(\lambda l \times \eta \times p) & V(\lambda l \times \eta \times p) & S(\lambda l \times \eta \times p) & T(\lambda l \times \eta \times p) \\
-1 & 0 & 0 & \xi \times S(\lambda l \times \xi \times s) & \xi \times U(\lambda l \times \xi \times s) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
S(\lambda l) & T(\lambda l) & U(\lambda l) & 0 & 0 & 0 & -\eta & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & (1/\alpha) \times \xi^2 \times V(\lambda l \times \xi \times s) & (1/\alpha) \times \xi^2 \times T(\lambda l \times \xi \times s) & 0 & 0 & 0 & 0 \\
V(\lambda l) & S(\lambda l) & T(\lambda l) & 0 & 0 & 0 & 0 & -(1/\beta) \times \eta^2 & 0 \\
T(\lambda l) & U(\lambda l) & V(\lambda l) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & T(\lambda l \times \xi \times s) & V(\lambda l \times \xi \times s) & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & (1/\alpha) \times \xi^3 \times U(\lambda l \times \xi \times s) & (1/\alpha) \times \xi^3 \times S(\lambda l \times \xi \times s) & \lambda l & 0 & 0 & (1/\beta) \times \eta^3
\end{pmatrix}$$

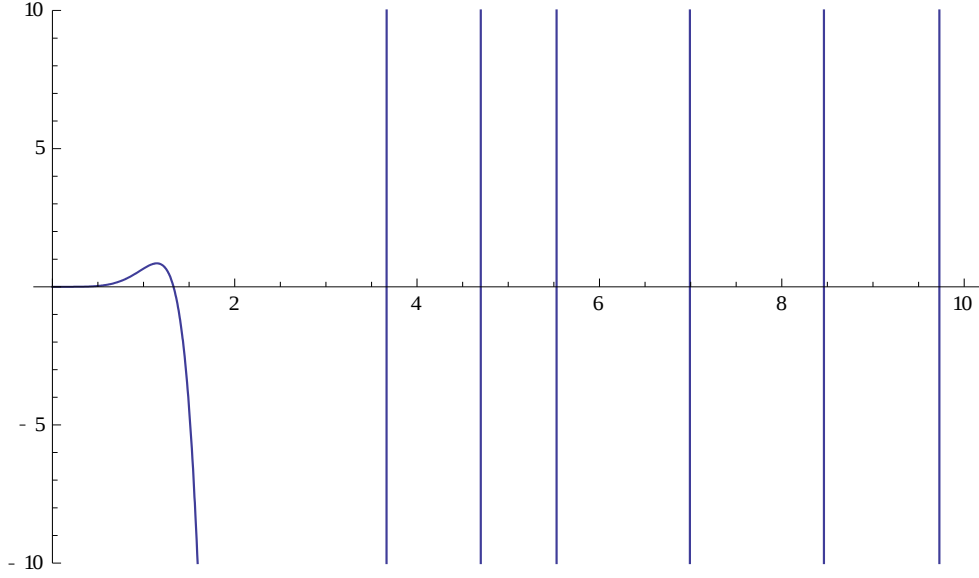
Şekil 5.15: Krylov-Duncan fonksiyonlarını da içeren 9x9 matris.

Şekil 5.15'te gösterilen matrisin determinantını sıfıra eşitleyerek grafiği çizdirilir ve λl kökleri bulunur. Bu işlem yapılırken kullanılan parametreler ve değerleri Çizelge 5.1'de sunulmuştur.

Çizelge 5.1: Kullanılan parametre ve değerleri.

Sıra	Parametre	Değer
1.	ρ	7850 kg/m ³
2.	E	2.1x10 ¹¹ Pa
3.	L	103.85 m
4.	H	74.272 m
5.	h	74.272 m
6.	I1	2,0782487 m ⁴
7.	A1	1,036895612 m ²
8.	α	0,332
9.	β	75,643
10.	ξ	0,8846
11.	η	1,1663

9x9 matrisin determinant sıfıra eşitlenerek elde edilen grafik Şekil 5.16'da sunulmuştur.



Şekil 5.16: λ_1 köklerini gösteren grafik.

Mathematica’da, ‘FindRoot’ komutu kullanılarak elde edilen kökler ve doğal frekans bilgileri Çizelge 5.2’de sunulmuştur. İlk dört moddan sonrası genellikle ihmal edilir.[15]

Çizelge 5.2: Kökler ve doğal frekanslar.

Mod	Parametre(λ_1)	Dairesel Frekans(ω)	Frekans(Hz)
1	1.32887	1.19897	0.190822
2	3.66639	9.12684	1.45258
3	4.6991	14.992444	2.38612
4	5.53021	20.76473	3.30481

5.2 2x400 Ton Portal Krenin Sonlu Elemanlar Analizi

2x400 ton portal krenin analizinde kullanılan geometrinin üç boyutlu modeli Şekil 5.1’de gösterilmiştir. Sonlu elemanlar analizine başlarken öncelikli olarak ANSYS Workbench 14.5 açılmış ve Şekil 4.11’de gösterilen ekran görünmüştür. Ardından, yapılacak analiz olan ‘Modal’ sol ekrandan sürüklenerek ana ekrana

bırakılmıştır. Bu işlem sonrası oluşan ekran görüntüsü Şekil 4.12’de sunulmuştur. Şekil 4.13’te gösterilen, Solidworks’te oluşturulmuş geometrinin ANSYS Workbench 14.5’e aktarılması ve Şekil 4.14’te belirtildiği şekliyle malzeme özelliği olarak ‘Structural Steel’ seçildikten sonra kontakların tanımlanmasına geçilmiştir. Analizde kullanılan malzeme özellikleri Çizelge 5.3’te gösterilmiştir.

Çizelge 5.3: Kullanılan malzeme özellikleri.

Malzeme	Öz kütle	Akma gerilmesi (çekme)	Akma gerilmesi (basma)	Kopma gerilmesi	Elastisite modülü	Poisson oranı
Structural Steel	7850 kg/m ³	250 MPa	250 MPa	460 MPa	210 GPa	0.3

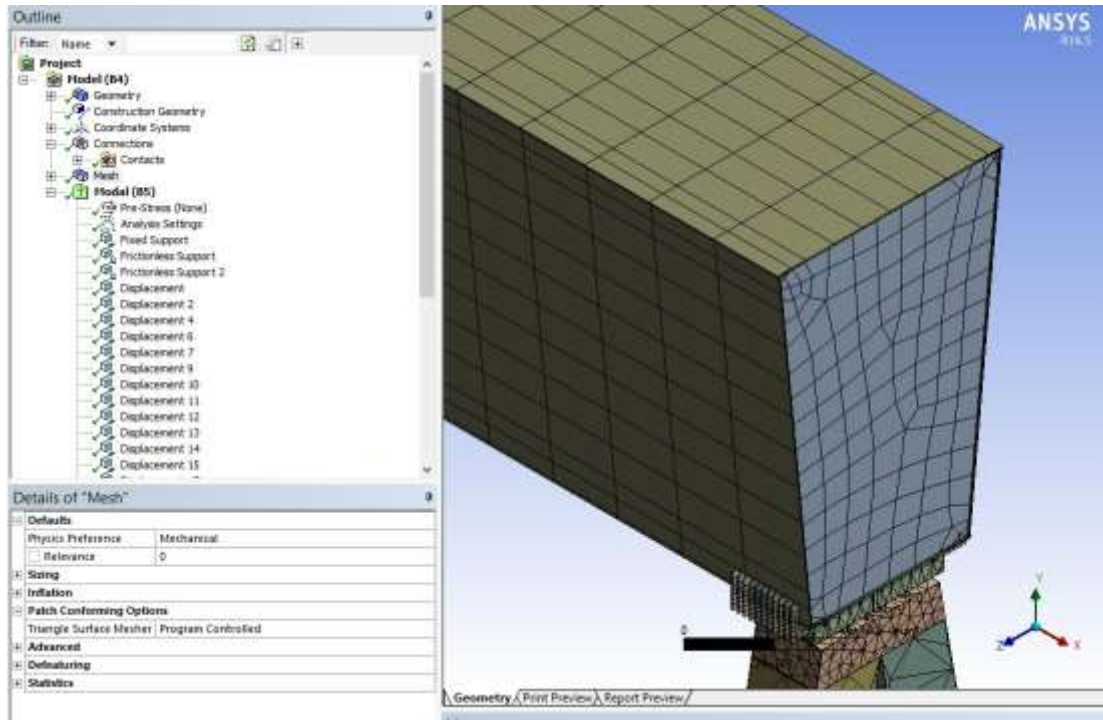
Kontakların tanımlanması sırasında tolerans değeri(Tolerance Value) 0.1 mm olarak belirlenmiştir. Kontak ayarları sonrasında kontak tipleri belirlenmiş ve sabit parçalar ‘‘Bonded’’ , hareketli parçalar ‘‘No Seperation’’ olarak seçilmiştir. Şekil 5.17’de tolerans değerinin girilişi, Şekil 5.18’de kontak tiplerinin belirlenmesi gösterilmiştir.

Kontak ayarları tamamlandıktan sonra ağ yapısının oluşturulması aşamasına geçilir. Analiz sonuçlarının doğruluğu açısından en dikkat edilmesi gereken kısım olan ağ yapısının oluşturulmasında öncelikle boyutlandırmanın yapılması gerekmektedir. Farklı boyut ve şekillerdeki parçalardan oluşan portal kren modeli parçalarının ayrı ayrı boyutlandırma işlemi yapılır. Bu işlem “Sizing” komutuyla yapılmıştır. Böylece örgü kalitesi arttırılmış ve daha hassas sonuçlar elde edilmiştir. Bu işlemin en büyük dezavantajı, toplam mesh sayısının arttırılmasının ortaya çıkardığı işlem fazlalığı ve çözüm yaptırılacak bilgisayarın buna uygun kapasitede seçilmesinin gerekliliğidir. Çizelge 5.4’te “Sizing” işleminde kullanılan eleman boyutları sunulmuştur.

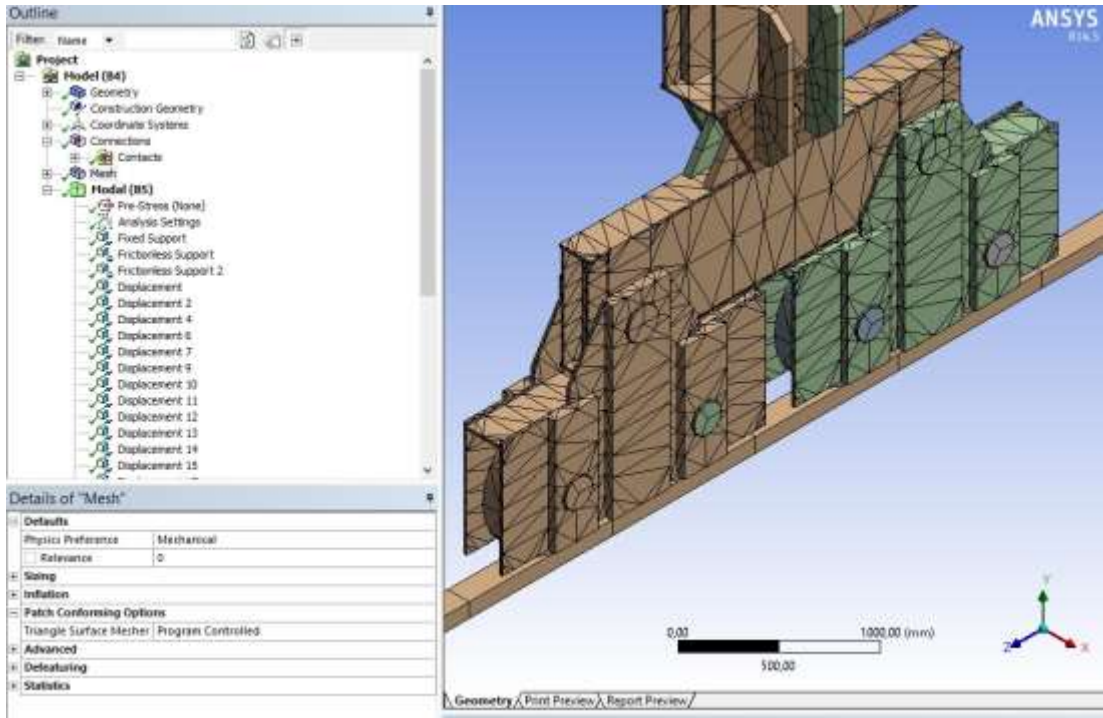
Çizelge 5.4: Ağ örgüsünde kullanılan eleman boyutları.

Parça	Eleman boyu (mm)	Parça	Eleman boyu (mm)
Ana giriş	1000	Buruşma plakaları	300
Baş plakalar	750	Hollanda profilleri	1000
Raylar	1000	Diğer elemanlar	100
İç baş plakalar	450		

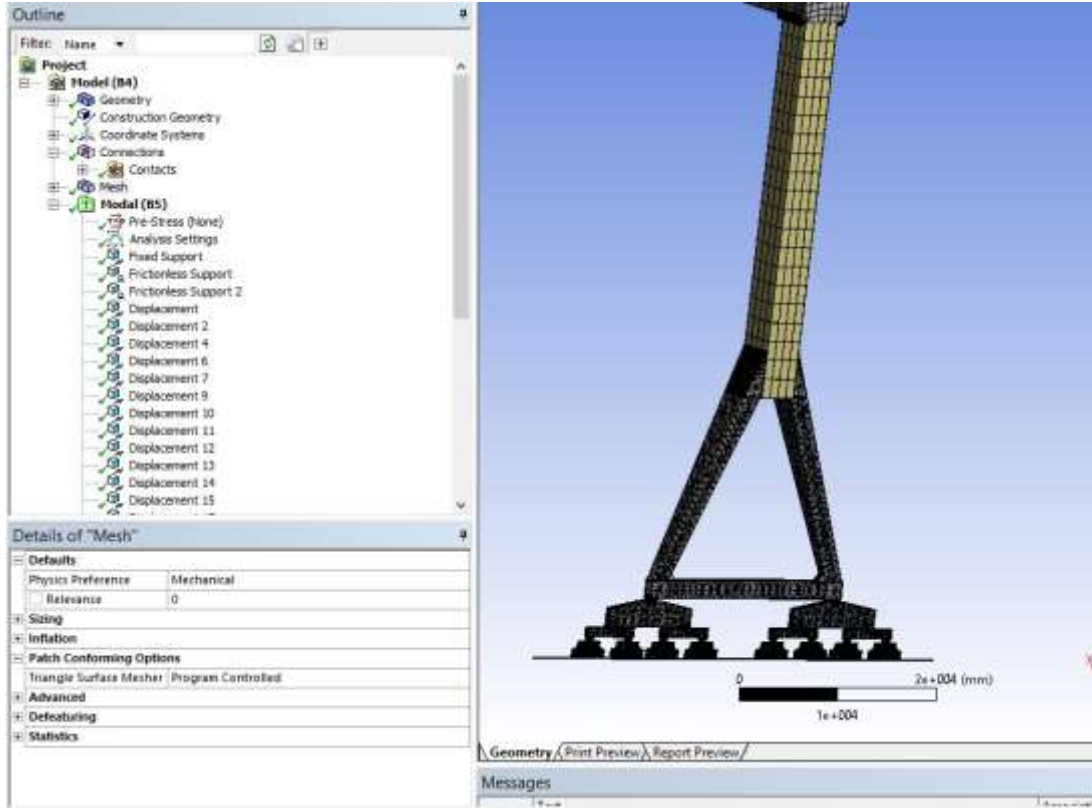
Ana girişe uygulanan ağ örgüsü Şekil 5.19’da, yürüyüş takımlarındaki ağ örgüsü Şekil 5.20’de, rijit bacaktaki ağ örgüsü Şekil 5.21’de ve mafsallı bacaktaki ağ örgüsü Şekil 5.22’de gösterilmiştir. Bu analizde, toplam 260991 eleman için 666104 nod oluşturulmuştur.



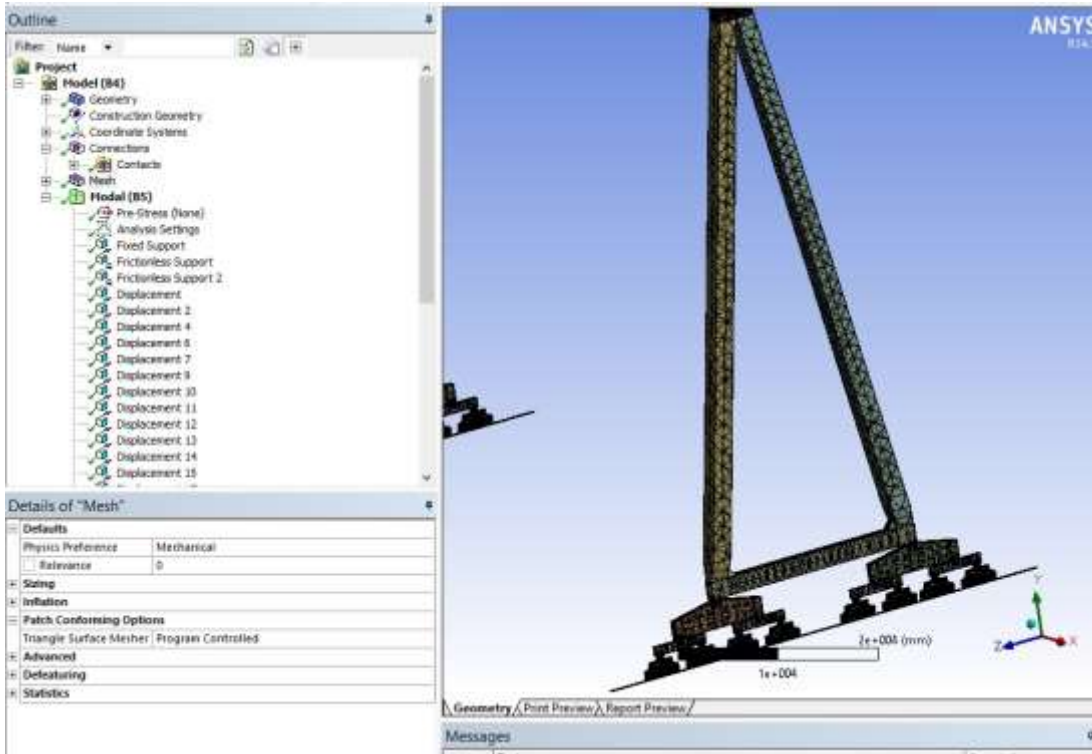
Şekil 5.19: Ana kiriş ağ örgüsü.



Şekil 5.20: Yürüyüş takımlarının ağ örgüsü.

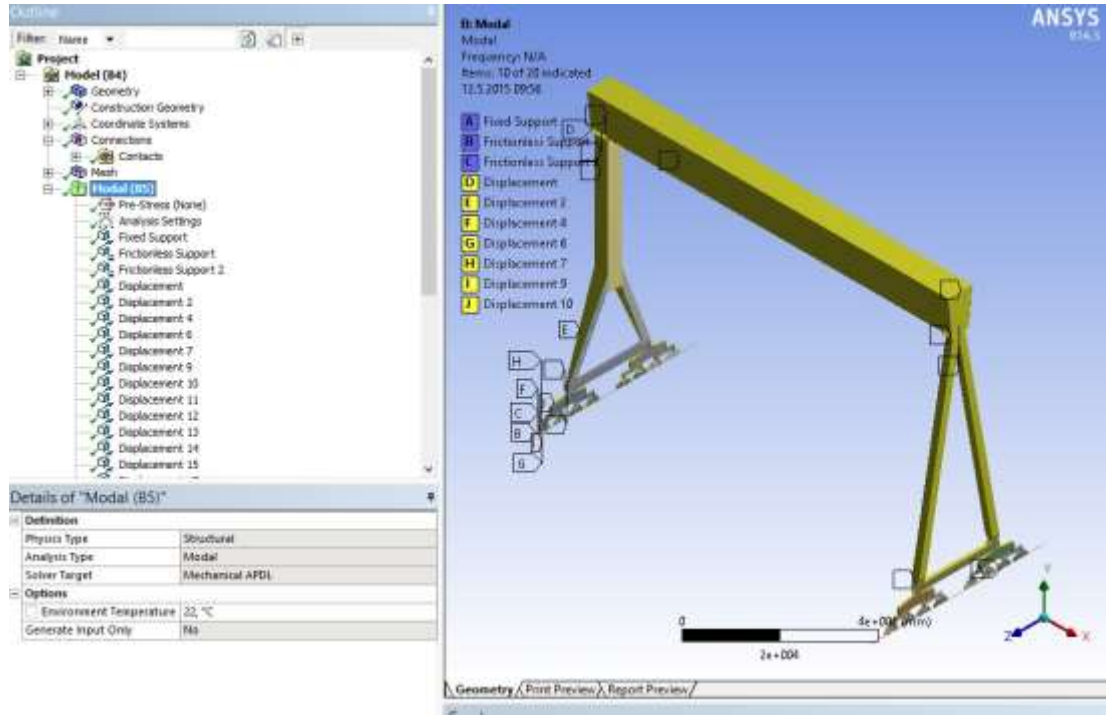


Şekil 5.21: Rijit bacağın ağ örgüsü.



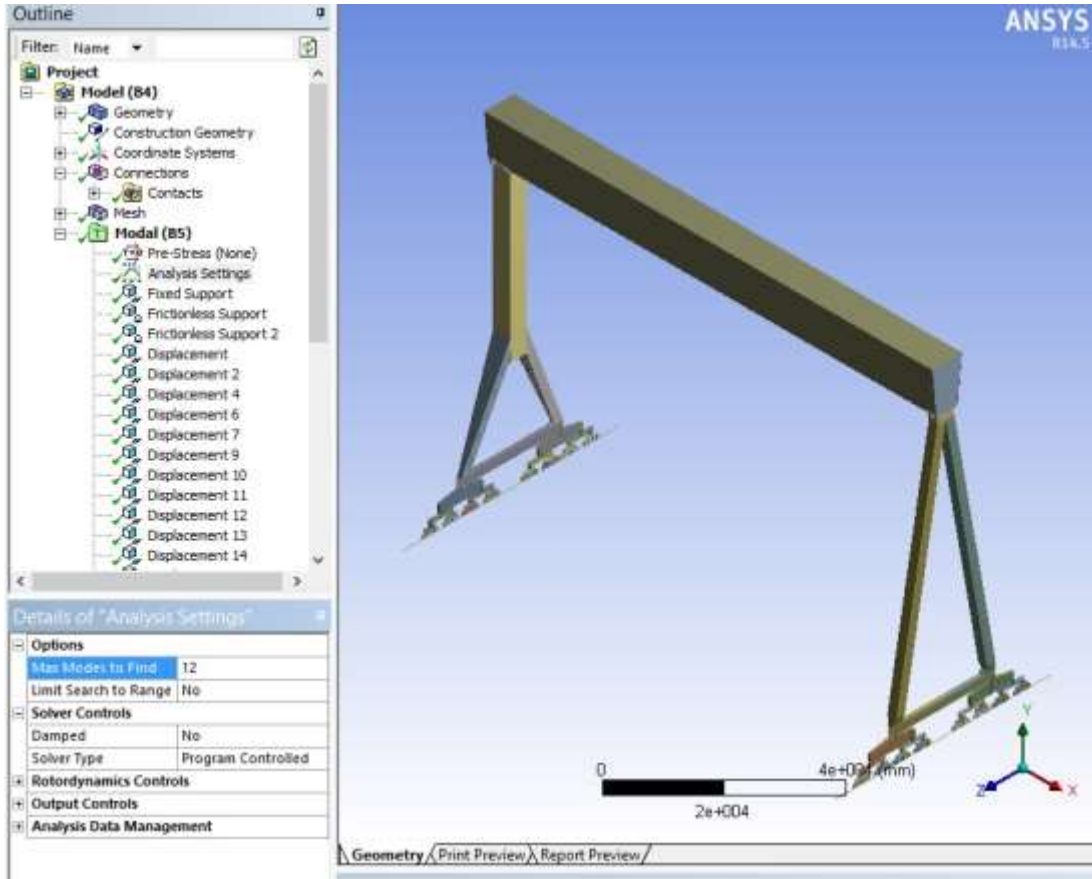
Şekil 5.22: Mafsal bacağın ağ örgüsü.

Ağ örgüsü oluşturma işlemi tamamlandıktan sonra başlangıç ve sınır koşullarının uygulanmasına geçilir. Bu aşamada , düzlem titreşim analizi yapılması dolayısıyla portal kreni oluşturan tüm parçaların sadece iki düzlemde hareket etmesi gerekmektedir. Öncelikle rayın alt yüzeyine ‘‘Fix Support’’ uygulanmıştır. Sonrasında hareketli parçalar olan portal krene ait tekerlekler ve tekerlek şaftlarına ‘‘Frictionless Support’’ uygulanmıştır. Portal krenin tüm parçaları ise ayrı ayrı seçilerek z eksenindeki hareketleri sıfırlanmıştır. Bu eksenindeki hareketlerin sıfırlanması işlemi ise ‘‘Displacement’’ komutu yardımıyla yapılmıştır. Bahsedilen başlangıç ve sınır koşullarının uygulanması işlemi Şekil 5.23’te gösterilmiştir.



Şekil 5.23: Başlangıç ve sınır koşullarının uygulanması.

Başlangıç ve sınır koşulları da uygulandıktan sonra, analiz sonucunda istenen mod şekli sayısı girilir. Bunun için ‘‘Modal’’ sekmesinin altındaki ‘‘ Analysis Settings’’ sekmesine girilir. Bu sekmenin detaylarında, ‘‘Max Modes to Find’’ kutusuna çözümü istenen mod sayısı girilir. Bu analizde 12 mod şeklinin çözdürülmesi istenmiştir. Mod şekli sayısının belirlenmesi Şekil 5.24’te gösterilmiştir.



Şekil 5.24: Mod şekli sayısının belirlenmesi.

Mod şekli sayısının belirlenmesinin ardından portal kren modeli, analizin başlatılması için hazır hale gelmiş olur. “Modal” sekmesi sağ tıklanıp ‘Solve’ komutu seçilerek analiz başlatılır. Modal analiz için, hangi çözüm yönteminin uygulanacağı program tarafından otomatik olarak belirlenir. Program tarafından, çok büyük simetrik özdeğer problemlerinde(500000 noddan fazla nod olması durumu) “PCG Lanczos” yöntemi kullanılır.[16] Bu analizde de 666104 nod olması dolayısıyla “PCG Lanczos” yöntemi kullanılmıştır. SEA için kullanılan bilgisayarın özellikleri; Windows sürümü: Windows 8.1 Pro, işlemci: Intel(R) Xeon(R) CPU E5645 @ 2.40 GHz 2.40 GHz (2 işlemci), yüklü bellek(RAM): 40.0 GB, sistem türü: 64 bit İşletim Sistemi x64 tabanlı işlemcidir.

Analiz sonucunda 12 mod şekli elde edilmiş ancak dördüncü mod şeklinden sonrası ihmal edilmiştir. Uygulanan yöntem ve elde edilen 12 mod şekli değerleri (doğal frekans değerleri) Şekil 5.25’te sunulmuştur.

```
***** ANSYS - ENGINEERING ANALYSIS SYSTEM  RELEASE 14.5  *****
ANSYS Multiphysics
00692030          VERSION=WINDOWS x64   08:07:19  SEP 26, 2014 CP=  49008.750

kren7--Modal (B5)
```

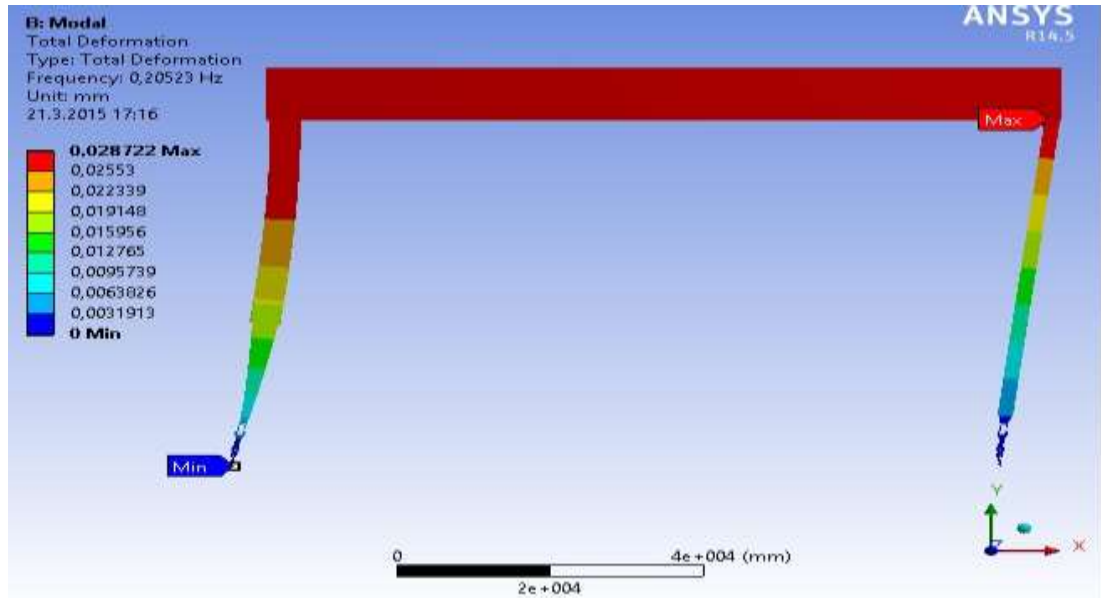
```
***** FREQUENCIES FROM PCG LANCZOS ITERATION *****
```

```
MODE      FREQUENCY (HERTZ)
```

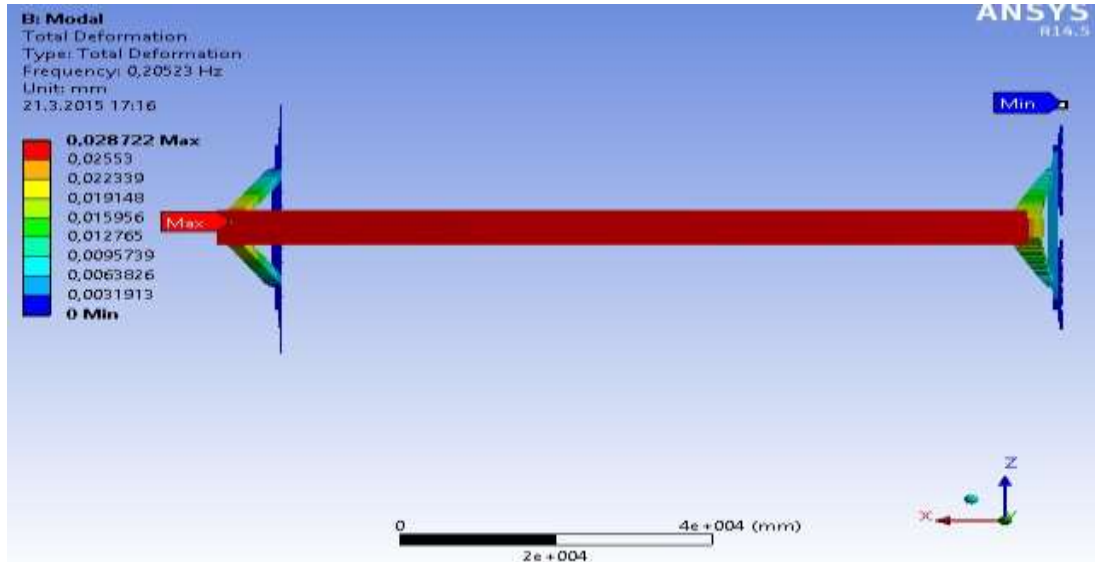
1	0.2052296515129
2	1.575772589024
3	2.443170605088
4	3.324929372939
5	3.812261895536
6	5.001900564174
7	6.308303459310
8	7.296459799179
9	9.033599498995
10	9.487432425364
11	9.527257277821
12	10.00432611600

Şekil 5.25: Uygulanan çözüm yöntemi ve frekans değerleri.

Mod-1 için doğal frekans 0.20523 Hz ve maksimum sehim 0.028722 mm olarak belirlenmiştir. Mod-1 ve maksimum sehimin gerçekleştiği nokta ön görünüş olarak Şekil 5.26’da, üst görünüş olarak Şekil 5.27’de gösterilmiştir.

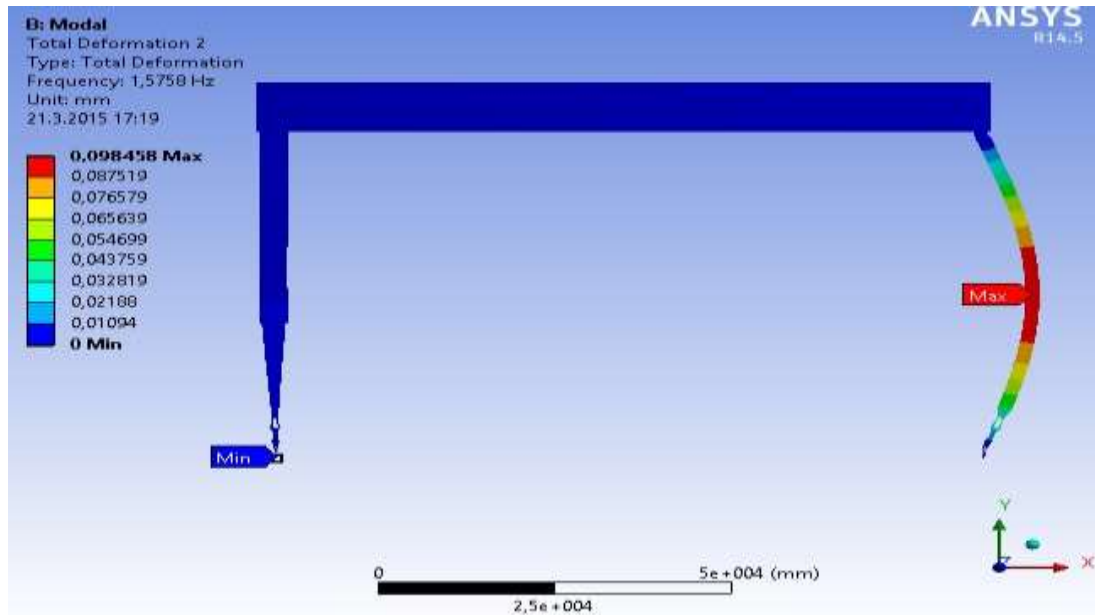


Şekil 5.26: Mod-1 ve maksimum sehimin oluştuğu nokta ön görünüş.

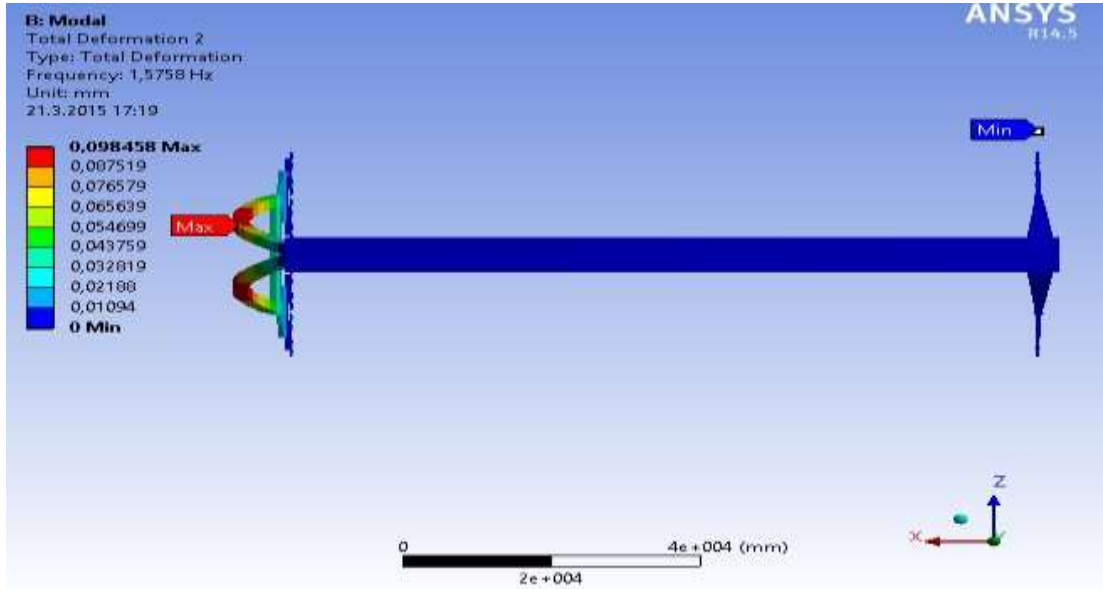


Şekil 5.27: Mod-1 ve maksimum sehimin oluştuğu nokta üst görünüş.

Mod-2 için doğal frekans 1.5758 Hz ve maksimum sehim 0.098458 mm olarak belirlenmiştir. Mod-2 ve maksimum sehimin gerçekleştiği nokta ön görünüş olarak Şekil 5.28’de, üst görünüş olarak Şekil 5.29’da gösterilmiştir.

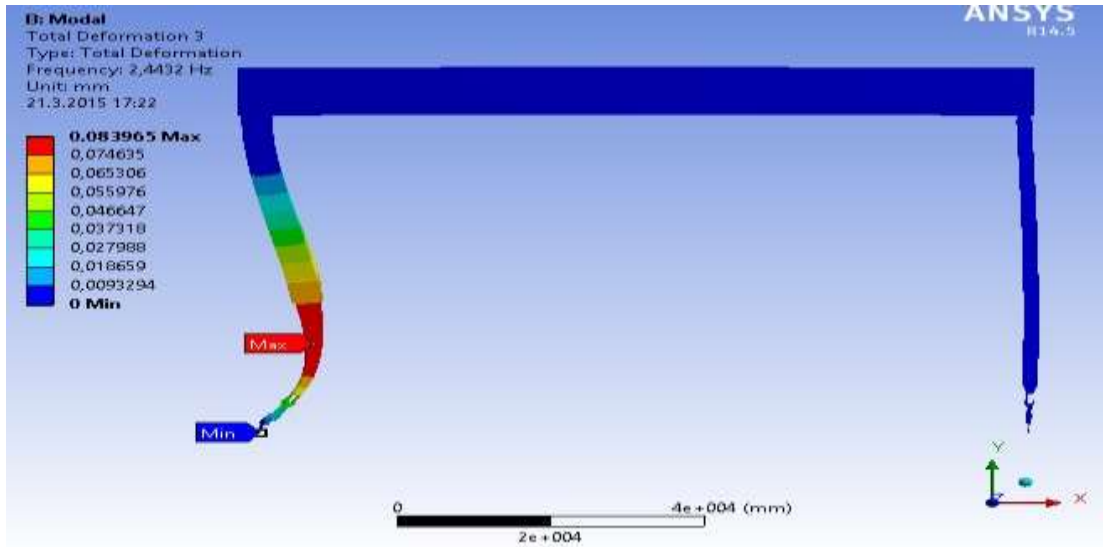


Şekil 5.28: Mod-2 ve maksimum sehimin oluştuğu nokta ön görünüş.

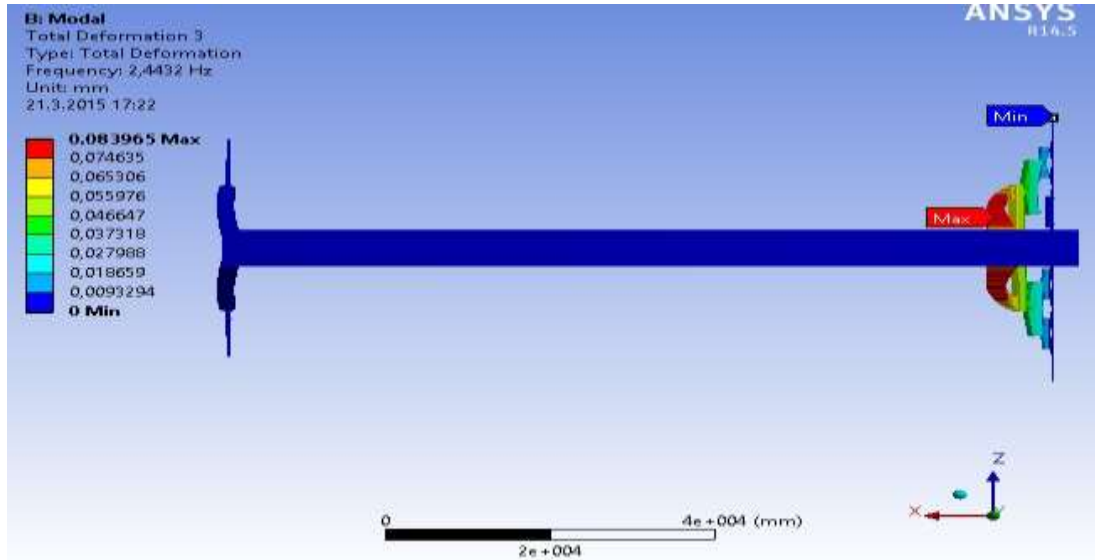


Şekil 5.29: Mod-2 ve maksimum sehimin olduğu nokta üst görünüş.

Mod-3 için doğal frekans 2.4432 Hz ve maksimum sehim 0.083965 mm olarak belirlenmiştir. Mod-3 ve maksimum sehimin gerçekleştiği nokta ön görünüş olarak Şekil 5.30'da, üst görünüş olarak Şekil 5.31'de gösterilmiştir.

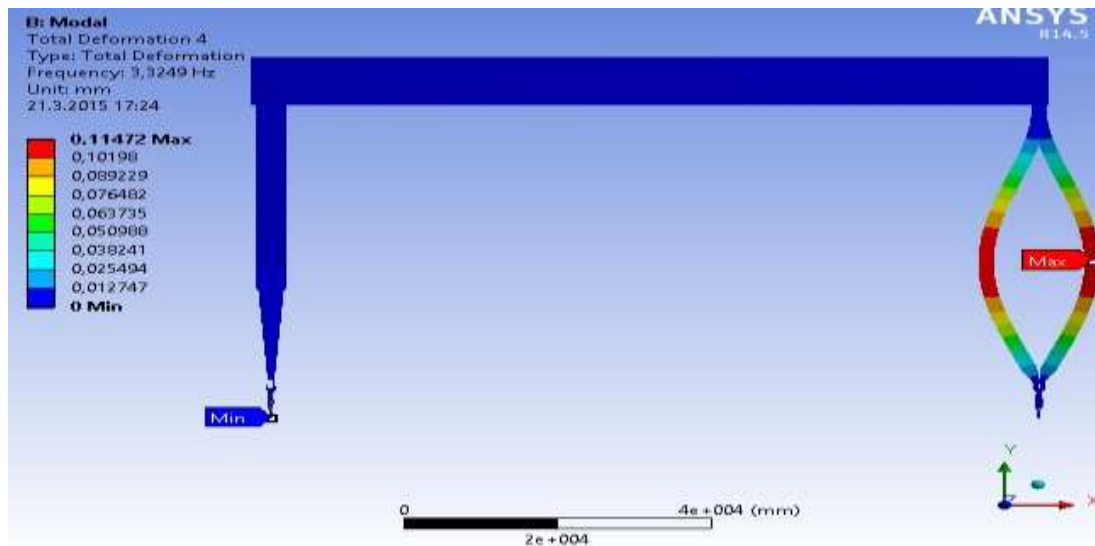


Şekil 5.30: Mod-3 ve maksimum sehimin olduğu nokta ön görünüş.

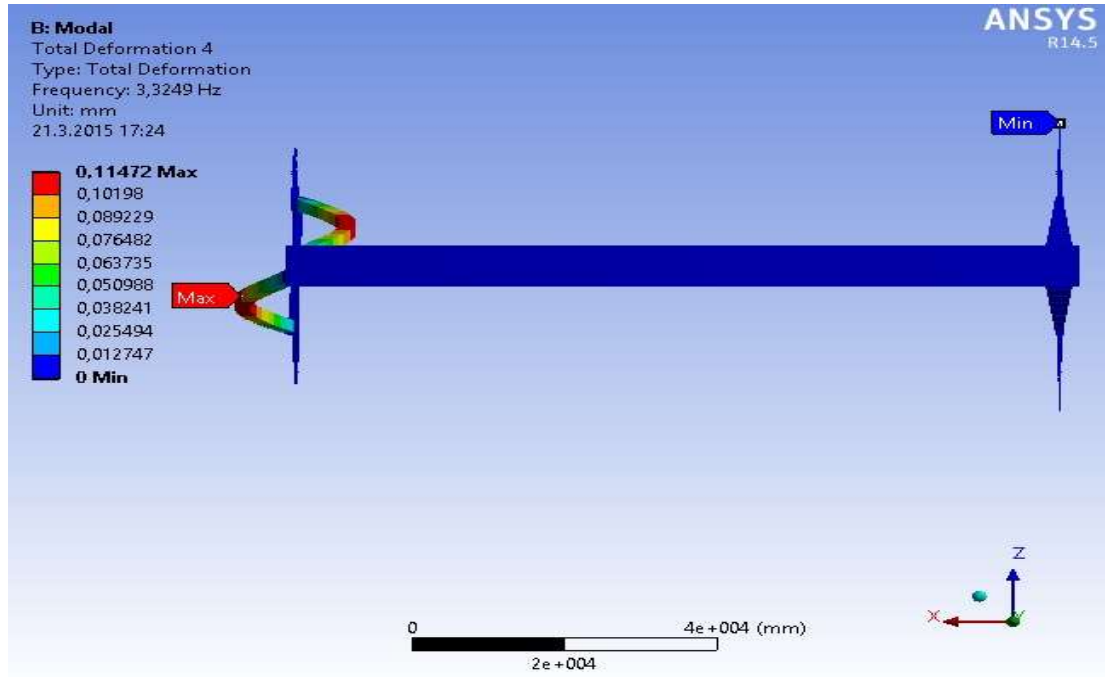


Şekil 5.31: Mod-3 ve maksimum sehimin olduğu nokta üst görünüş.

Mod-4 için doğal frekans 3.3249 Hz ve maksimum sehim 0.11472 mm olarak belirlenmiştir. Mod-4 ve maksimum sehimin gerçekleştiği nokta ön görünüş olarak Şekil 5.32’de, üst görünüş olarak Şekil 5.33’de gösterilmiştir.



Şekil 5.32: Mod-4 ve maksimum sehimin olduğu nokta ön görünüş.



Şekil 5.33: Mod-4 ve maksimum sehimin oluştuğu nokta üst görünüş.

Çizelge 5.5’te ilk dört mod için sehim ve doğal frekans değerleri gösterilmiştir.

Çizelge 5.5: Sehim ve doğal frekans değerleri.

Mod	Maksimum Sehim (mm)	Doğal Frekans(Hz)
1	0.028722	0.20523
2	0.098458	1.5758
3	0.083965	2.4432
4	0.11472	3.3249

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Günümüzde dizayn edilen portal krenlerde en çok dikkat edilen hususların başında güvenlik sistemleri gelmektedir. Bu emniyet sorunu elektriki kilitler ve/veya farklı kontrol mekanizmaları yardımıyla ortadan kaldırılmaya çalışılmaktadır. Ancak, bacak aralığı fazla olan, hızlı kaldırma kapasitesine ve köprü arabalarının süratli hareketine ihtiyaç duyulan durumlar için krenlerde dönme sorunları oluşmakta ve düzlem titreşim problemleri oluşabilmektedir.

Bu çalışmada 2x400 ton kapasiteli portal krenin matematiksel yaklaşım ve sonlu elemanlar yaklaşımıyla düzlem titreşim analizi yapılmış ve yapının doğal frekansları elde edilmiştir. Matematiksel analizde doğal frekanslar, Euler-Bernoulli kirişinin enine titreşim esaslarına göre hesaplanmıştır. SEM analizlerinde ise “PCG Lanczos” yöntemiyle hesaplamalar yapılmıştır.

Analizler sonucunda elde edilen doğal frekans değerleri ilk dört mod şekli için Çizelge 6.1’de sunulmuştur.

Çizelge 6.1: Doğal frekanslar.

Mod	Doğal Frekans Matematiksel Yaklaşım(Hz)	Doğal Frekans Sonlu Elemanlar Yaklaşımı(Hz)	% Hata Oranı (Bağıl Hata)
1	0.190822	0.20523	7.02
2	1.45258	1.5758	7.81
3	2.38612	2.4432	2.33
4	3.30481	3.3249	0.6

Çizelge 6.1’de de görüldüğü gibi her iki yaklaşım sonucunda elde edilen doğal frekanslarda oluşan bağıl hata %8’in altındadır.

Düzlem titreşim analizi için sunulan matematiksel yaklaşımın sonlu elemanlar yaklaşımına oldukça yakın değerler verdiği görülmüştür. Sunulan düzlem titreşim frekans denklemleri, evrensel karakterler ve boyutsuz parametreler içermesi dolayısıyla özellikle kren dizaynının başlangıç safhalarında kullanılabilir ve konstrüksiyonun dizaynı sırasında yapıda zorlanmış frekans beklenmesi durumunda yapı özellikleri değiştirilerek rezonanstan sakınılabılır.

Ayrıca, portal krenin her bir parçasının özfonksiyonları verildiği için ana kirişin sürekli olmayan sehimlerinin de hesaplanması mümkündür. Bu hesaplar, kaldırma sistemi hızının sürekli bir artış içinde olduğu gerçeğini göz önünde bulundurarak, portal krene etkiyen hareketli yük problemleri ve bu etkiye yapı elemanlarının dinamik cevabının belirlenmesi için oldukça önemlidir.[7]

SEA sonucunda elde edilen özfrekans(doğal frekans) değerleri, boyutsuz karakterler içermemesi dolayısıyla yaklaşık sonuçlar vermektedir. Karmaşık portal kren modellerinde SEM doğrulamasının mutlaka yapılmasının hata payını minimuma indireceği ve doğruluk oranını arttıracakları değerlendirilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] **Url-1** <<http://tevid.org/altsayfa.php?sayfa=vinctarihce>>, alındığı tarih:15.01.2015.
- [2] **İmrak C.E. ve Fetvacı M.C.** (2004) Krenlerin (Vinçlerin) Periyodik Koruyucu Bakım Esasları, Mühendis ve Makina, Aralık 2004, Cilt 45, Sayı 538, s. 34-40.
- [3] **Öztepe H.**, (1999). Transport Tekniği-Kaldırma ve Taşıma Makinaları, İ.T.Ü. Makine Fakültesi, İstanbul.
- [4] **Url-2** <<http://transport.itu.edu.tr/PDF/mak419/MAK419-9.pdf>>, tarih: 15.01.2015
- [5] **İmrak C.E.** (1998). Krenlerin ve Vinçlerin Seçimi, Montajı ve Bakımı, TMMOB Makina Mühendisleri Odası İstanbul Subesi Seminer Notları, İstanbul
- [6] **Karnovsky İ.A. ve Lebed O.** (2009) Advance Method Of Structural Analysis, Springer, New York, USA.
- [7] **Gasic V., Obradovic A. ve Petkovic Z** (2009) Mathematical Modelling Of The In-Plane Vibrations Of Portal Cranes With Fem Verification., Machine Design, Mayıs 2009, ISSN 1821-1259, s: 121-126.
- [8] **Akgün G.** (2013) 2x400 Ton Portal Kren Tasarımı ve Sayısal Yöntemle Analizi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- [9] **Arıkan, M., A., S.** Sonlu Elemanlar Metodunun Mühendislikte Uygulamaları, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- [10] **Url-3** < <http://www.biymed.com/femmuhanaliz/fem/seynedir.htm> >, alındığı tarih:20.01.2015.
- [11] **Deliktaş O.** (2010) Kuleli İnşaat Kreninin Tasarımı ve Sonlu Elemanlar Analizi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- [12] **Moaveni S.**, (1999) Finite Element Analysis, Minnesota State University, Mankato
- [13] **Sürmen H., K.**, (2008) 2x250 Portal Kren Konstrüksiyonunun Modellenmesi ve Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Analizi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul
- [14] **Rao S.S.**, (1988). The Finite Element Method in Engineering Second Edition, Pergamon Pres, Oxford
- [15] **Paz M. ve Leigh W.**, (2004). Structural Dynamics:Theory and Computation, Fifth Edition, Kluwer
- [16] **Url-4** <<http://www.ansys.com/staticassets/ANSYS/staticassets/resourcelibrary/brochure/dynamics-11.pdf>>, alındığı tarih:30.01.2015.

EKLER

EK A: Şekil 5.11 ve Şekil 5.12’de Sunulan 12x12 Matrisin Mathematica Komut Dizini

EK B: Boyutsuz Parametrelerle Özdeğerlerin Bulunmasında Kullanılan Mathematica Komut Dizini

EK A

$$\begin{aligned} Z1[z1_] &= c_1 (1/2) (\cosh[k1 z1] + \cos[k1 z1]) + c_2 (1/2) (\sinh[k1 z1] + \sin[k1 z1]) + \\ &\quad c_3 (1/2) (\cosh[k1 z1] - \cos[k1 z1]) + c_4 (1/2) (\sinh[k1 z1] - \sin[k1 z1]); \\ Z2[z2_] &= c_5 (1/2) (\cosh[k2 z2] + \cos[k2 z2]) + c_6 (1/2) (\sinh[k2 z2] + \sin[k2 z2]) + \\ &\quad c_7 (1/2) (\cosh[k2 z2] - \cos[k2 z2]) + c_8 (1/2) (\sinh[k2 z2] - \sin[k2 z2]); \\ Z3[z3_] &= c_9 (1/2) (\cosh[k3 z3] + \cos[k3 z3]) + c_{10} (1/2) (\sinh[k3 z3] + \sin[k3 z3]) + \\ &\quad c_{11} (1/2) (\cosh[k3 z3] - \cos[k3 z3]) + c_{12} (1/2) (\sinh[k3 z3] - \sin[k3 z3]); \end{aligned}$$

$$Sart_1 = Z2[0]$$

$$c_5$$

$$Sart_3 = -EI2 \times Z2''[0]$$

$$-EI2 k2^2 c_7$$

$$Sart_4 = -EI3 Z3''[h]$$

$$\begin{aligned} -EI3 \left(\frac{1}{2} (-k3^2 \cos[h k3] + k3^2 \cosh[h k3]) c_9 + \frac{1}{2} (-k3^2 \sin[h k3] + k3^2 \sinh[h k3]) c_{10} + \right. \\ \left. \frac{1}{2} (k3^2 \cos[h k3] + k3^2 \cosh[h k3]) c_{11} + \frac{1}{2} (k3^2 \sin[h k3] + k3^2 \sinh[h k3]) c_{12} \right) \end{aligned}$$

$$Sart_5 = Z2'[H] - Z1'[0]$$

$$\begin{aligned} -k1 c_2 + \frac{1}{2} (-k2 \sin[H k2] + k2 \sinh[H k2]) c_5 + \frac{1}{2} (k2 \cos[H k2] + k2 \cosh[H k2]) c_6 + \\ \frac{1}{2} (k2 \sin[H k2] + k2 \sinh[H k2]) c_7 + \frac{1}{2} (-k2 \cos[H k2] + k2 \cosh[H k2]) c_8 \end{aligned}$$

$$Sart_6 = Z1'[L] - Z3'[0]$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (-k1 \sin[k1 L] + k1 \sinh[k1 L]) c_1 + \frac{1}{2} (k1 \cos[k1 L] + k1 \cosh[k1 L]) c_2 + \\ \frac{1}{2} (k1 \sin[k1 L] + k1 \sinh[k1 L]) c_3 + \frac{1}{2} (-k1 \cos[k1 L] + k1 \cosh[k1 L]) c_4 - k3 c_{10} \end{aligned}$$

$$Sart_7 = -EI2 Z2''[H] + EI1 Z1''[0]$$

$$EI1 k1^2 c_3 -$$

$$\begin{aligned} EI2 \left(\frac{1}{2} (-k2^2 \cos[H k2] + k2^2 \cosh[H k2]) c_5 + \frac{1}{2} (-k2^2 \sin[H k2] + k2^2 \sinh[H k2]) c_6 + \right. \\ \left. \frac{1}{2} (k2^2 \cos[H k2] + k2^2 \cosh[H k2]) c_7 + \frac{1}{2} (k2^2 \sin[H k2] + k2^2 \sinh[H k2]) c_8 \right) \end{aligned}$$

$$Sart_8 = -EI1 Z1''[L] + EI3 Z3''[0]$$

$$\begin{aligned} -EI1 \left(\frac{1}{2} (-k1^2 \cos[k1 L] + k1^2 \cosh[k1 L]) c_1 + \frac{1}{2} (-k1^2 \sin[k1 L] + k1^2 \sinh[k1 L]) c_2 + \right. \\ \left. \frac{1}{2} (k1^2 \cos[k1 L] + k1^2 \cosh[k1 L]) c_3 + \frac{1}{2} (k1^2 \sin[k1 L] + k1^2 \sinh[k1 L]) c_4 \right) + EI3 k3^2 c_{11} \end{aligned}$$

$$Sart_9 = Z1[0]$$

$$c_1$$

$$Sart_{10} = Z1[L]$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\cos[k1 L] + \cosh[k1 L]) c_1 + \frac{1}{2} (\sin[k1 L] + \sinh[k1 L]) c_2 + \\ \frac{1}{2} (-\cos[k1 L] + \cosh[k1 L]) c_3 + \frac{1}{2} (-\sin[k1 L] + \sinh[k1 L]) c_4 \end{aligned}$$

```

Sart11 = Z2[H] - Z3[0]

1
- (Cos[H k2] + Cosh[H k2]) c5 + 2 (Sin[H k2] + Sinh[H k2]) c6 +
1
- (-Cos[H k2] + Cosh[H k2]) c7 + 2 (-Sin[H k2] + Sinh[H k2]) c8 - c9

Sart12 = EI2 Z2'''[H] + EI3 Z3'''[0] + q A1 L w2 (Z3[0])

EI2 ( 1
2 (k23 Sin[H k2] + k23 Sinh[H k2]) c5 +
1
2 (-k23 Cos[H k2] + k23 Cosh[H k2]) c6 + 1
2 (-k23 Sin[H k2] + k23 Sinh[H k2]) c7 +
1
2 (k23 Cos[H k2] + k23 Cosh[H k2]) c8 ) + A1 L q w2 c9 + EI3 k33 c12

F = ConstantArray[0, {12, 12}];
Do[F[[1, j]] = Coefficient[Sarti, cj], {1, 12}, {j, 12}]; MatrixForm[F];

```

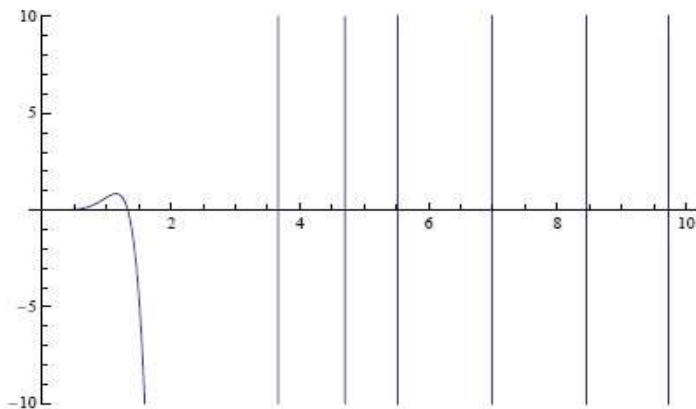
EK B

$L = 103.85$; $H = 74.272$; $h = 74.272$; $\alpha = 0.332$; $\beta = 75.643$;
 $\xi = 0.8846$; $\eta = 1.1663$; $k = \lambda / L$; $p = h / L$; $s = H / L$;

FullSimplify[Det[F]]

```
Cosh[0.632653 λ1]
(Sinh[0.834121 λ1] (-0.0520722 Sin[0.632653 λ1] Sin[0.834121 λ1] + Cosh[λ1]
(0.0520722 Cos[λ1] Sin[0.632653 λ1] Sin[0.834121 λ1] +
Sin[λ1] (-0.00468667 λ1 Cos[0.201468 λ1] + 0.00468667 λ1 Cos[1.46677 λ1] -
0.824723 Sin[0.201468 λ1] + 0.863809 Sin[1.46677 λ1])) +
(Cos[λ1] (-0.0390865 Cos[0.632653 λ1] + 0.00937334 λ1 Sin[0.632653 λ1])
Sin[0.834121 λ1] + Cos[0.834121 λ1] (-2.53505 Cos[0.632653 λ1] Sin[λ1] +
Sin[0.632653 λ1] (-1.68853 Cos[λ1] + 0.607929 λ1 Sin[λ1]))) Sinh[λ1]) +
Cosh[0.834121 λ1] (-1.68853 Cosh[λ1] Sin[0.632653 λ1] Sin[0.834121 λ1] Sin[λ1] +
(1.68853 Cos[λ1] Sin[0.632653 λ1] Sin[0.834121 λ1] +
Sin[λ1] (-0.303965 λ1 Cos[0.201468 λ1] + 0.303965 λ1 Cos[1.46677 λ1] +
1.28027 Sin[0.201468 λ1] + 1.25477 Sin[1.46677 λ1])) Sinh[λ1])) +
Sinh[0.632653 λ1] (Sinh[0.834121 λ1] (-0.0249749 λ1 Cos[0.201468 λ1] +
0.0249749 λ1 Cos[1.46677 λ1] + 0.026298 Sin[0.201468 λ1] +
Cosh[λ1] (Sin[0.834121 λ1] (0.0499498 λ1 Cos[λ1] Sin[0.632653 λ1] +
Cos[0.632653 λ1] (-0.0520722 Cos[λ1] + 0.00937334 λ1 Sin[λ1])) +
Cos[0.834121 λ1] (-1.68853 Cos[0.632653 λ1] Sin[λ1] +
Sin[0.632653 λ1] (0.0005238 Cos[λ1] + 1.6198 λ1 Sin[λ1]))) + 0.0257742
Sin[1.46677 λ1] + (-1.6198 λ1 Cos[0.834121 λ1] Cos[λ1] Sin[0.632653 λ1] +
Cos[0.632653 λ1] (-0.00937334 λ1 Cos[λ1] Sin[0.834121 λ1] +
Cos[0.834121 λ1] (1.68853 Cos[λ1] - 0.607929 λ1 Sin[λ1]))) Sinh[λ1]) +
Cosh[0.834121 λ1] (0.0005238 Sin[0.632653 λ1] Sin[0.834121 λ1] +
Cosh[λ1] (-0.0005238 Cos[λ1] Sin[0.632653 λ1] Sin[0.834121 λ1] +
Sin[λ1] (-0.809901 λ1 Cos[0.201468 λ1] + 0.809901 λ1 Cos[1.46677 λ1] +
0.878238 Sin[0.201468 λ1] + 0.810294 Sin[1.46677 λ1])) +
(Sin[0.834121 λ1] (1.6198 λ1 Cos[λ1] Sin[0.632653 λ1] + Cos[0.632653 λ1]
(-1.68853 Cos[λ1] + 0.607929 λ1 Sin[λ1])) + Cos[0.834121 λ1]
(-0.0212221 Sin[0.367347 λ1] + 0.0467224 Sin[1.63265 λ1])) Sinh[λ1]))
```

Plot[Det[F] == 0, {λ1, 0, 10}, PlotRange -> {-10, 10}]



FindRoot[Det[F] == 0, {λ1, 2}]

{λ1 -> 1.32887}

FindRoot[Det[F] == 0, {λ1, 3.5}]

{λ1 -> 3.66639}

FindRoot[Det[F] == 0, {λ1, 4.5}]

{λ1 -> 4.6991}

```
FindRoot[Det[F] == 0, {λ1, 5.5}]  
{λ1 → 5.53021}
```


ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Tolga ŞAHİN

Doğum Tarihi ve Yeri: Tokat / 25.11.1981

Adres : Beyoğlu/İSTANBUL

E-posta : sahin_tolgaorion@yahoo.com.tr

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2004, Deniz Harp Okulu, Makine Mühendisliği Bölümü