KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

JEOFİZİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ VERİLERİNİN YÖN BAĞIMLI (ANİZOTROPİK) ORTAMLARDA MODELLENMESİ

TÜRKER YAS

KOCAELİ 2015

KOCAELİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

JEOFİZİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ VERİLERİNİN YÖN BAĞIMLI (ANİZOTROPİK) ORTAMLARDA MODELLENMESİ

TÜRKER YAS

Yrd.Doç.Dr. Ertan PEKŞEN
Danışman, Kocaeli Üniv.

Prof.Dr. Mithat Fırat ÖZER
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.

Prof.Dr. Ömer Feyzi GÜRER
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.

Doç.Dr. Bülent ORUÇ
Jüri Üyesi, Kocaeli Üniv.

Yrd.Doç.Dr. İrfan AKCA
Jüri Üyesi, Ankara Üniv.



Tezin Savunulduğu Tarih: 31.03.2015

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Çalışmamın ortaya çıkması sürecinden başlayarak her aşamasında gösterdiği destek ve ilgiyle çalışmanın ilerlemesine büyük destek sağlayan, akademik çalışmalar konusunda ufkumu genişleterek yönlendiren danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Ertan PEKŞEN'e sonsuz minnet ve teşekkürlerimi sunuyorum.

Doktora çalışmamın ilk aşamasında danışmanım olan, bilgi birikimi ve deneyimiyle beni yönlendiren değerli hocam Sayın Prof. Dr. Mithat F. ÖZER'e ve Tez izleme Komtiesinden hocam Sayın Prof. Dr. Ö. Feyzi GÜRER'e teşekkür ediyorum.

Doktora tezimin bir aşamasında bir yıl süreyle bulunduğum Kiel Üniversitesi (ALMANYA) mühendislik jeofiziği grubuna, programların yaratılmasında benden değerli fikirlerini esirgemeyen, arazi deneyimimin ve çok elektrotlu sistemlerin farklı uygulama alanları konusunda bilgi birikimimin gelişmesinde bana her türlü desteği sunan Sayın Yük. Müh. Ercan ERKUL'a teşekkürlerimi sunuyorum.

Çalışmalarımın her aşamasında tezime değerli görüşlerini yansıtan, sorduğum soruları içtenlikle cevaplayan, maddi ve manevi desteklerini gördüğüm, hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Metin AŞÇI'ya ve Uzman İ. Talih GÜVEN'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Arazi verilerinin kullanılmasında her türlü desteği ve yardımı esirgemeyen Tempoteknik Firması Sahipleri Elk. Yük. Müh. Mehmet Ömer TÜREDİ ve Hikmet Salih TÜREDİ ile Müh. Fatih SÖZER'e, ve Bathonea kazı başkanı Sayın Yrd. Doç. Dr. Şengül Aydıngün'e teşekkür ederim.

Tezimin son dönemlerinde iş yükümü hafifleterek bana daha çok çalışma fırsatı sunan Yrd. Doç. Dr. Berna TUNÇ'a, Arş. Gör. Dr. Deniz ÇAKA'ya, Arş. Gör. İsmail KAPLANVURAL'a, ayrıca tezimin yazım aşamasında bana yardımcı olan Arş. Gör. Hamdullah LİVAOĞLU'na, Arş. Gör. Evrim YAVUZ'a ve çalışma arkadaşım Jeofizik Müh. M. Burak AYDIN'a teşekkür ediyorum.

Yoğun tempoda çalıştığım dönemlerde kendilerini ihmal ettiğim fakat her an desteklerini gördüğüm aileme ve bu yoğun temponun tüm yoğunluğu ve sıkıntılarını aşmamda, maddi manevi her anımda yanımda olan Ceyda BOSTAN'a sonsuz teşekkür ediyorum.

Şubat - 2015 Türker YAS

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR i
İÇİNDEKİLER ii
ŞEKİLLER DİZİNİ iv
TABLOLAR DİZİNİ viii
SİMGELER DİZİNİ ve KISALTMALAR ix
ÖZET x
ABSTRACT xi
GİRİŞ 1
1. 2 BOYUTTA DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ (DAÖ) DÜZ ÇÖZÜMÜ 5
1.1. Temel Matematiksel Bağıntılar 6
1.2. Sınır Koşulları 7
1.3. Dönüşüm Problemi 8
1.4. Sonlu Farklar Yöntemi 9
1.4.1. Sonlu farklar model ağı ayrıklaştırılması 9
1.4.2. Denklem sisteminin kurulması 12
1.5. Sonlu Elemanlar Yöntemi 13
1.5.1. Model ağının elemanlara ayrıklaştırılması 14
1.6. Gerilim Denkleminin Çözümü 17
1.7. Dönüşük Potansiyellerin Uzaysal Ortama Aktarılması 18
1.8. Görünür Özdirençlerin Hesaplanması 19
1.8.1. Elektrot dizilimleri 21
1.8.2. Hesaplama hatalarının giderilmesi 22
1.9. Topoğrafya Etkisinin Modele Eklenmesi 23
1.10. Yapma Kesitin Oluşturulması 27
1.11. Düz Çözüm Örnekleri 31
1.11.1. Tekdüze yeraltı modeli 35
1.11.2. Yatay olarak tabakalanmış yeraltı modeli 41
1.11.3. Düşey kontak modeli 47
1.11.4. Topoğrafyalı model çalışması 53
2. ELEKTRİKSEL YÖN BAĞIMLILIK (ANİZOTROPİ) 56
2.1. Yön bağımlı Ortamlarda Potansiyel Dağılımı 59
2.1.1. Yön bağımlılık paradoksu 62
2.2. 2B Anizotropik Ortamlarda DAÖ Yöntemi 63
2.3. Düz Çözüm Örnekleri 64
3. TERS ÇÖZÜM 67
3.1. Doğrusal Olmayan Ters Çözüm Problemi 68
3.2. Doğrusal Olmayan Ters Çözüm Probleminde Ağırlıklandırma 69
3.3. Düzgünleştirilmiş Doğrusal Olmayan Ters Çözüm Problemi 70
3.4. Sönümlü Enküçük Kareler Ters Çözümü 71
3.5. Yuvarlatılmış Enküçük Kareler Ters Çözümü 72
3.6. Tekil Değer Ayrıştırımı (SVD) Yöntemi 73
3.7. SVD yönteminin Enküçük Kareler Yöntemine Uygulanması 74
3.8. β Düzgünleştirme Parametresinin Seçilmesi 77

3.8.1. Sırt geriletme yönteminde β parametresinin seçimi 77
3.9. Duyarlılık (Sensitivity) Matrisinin Hesaplanması 78
3.9.1. Yön bağımlı ortamlarda duyarlılık matrisinin hesaplanması.....80
3.9.2. Logaritmik uzayda duyarlılık matrisinin hesaplanması.....81
3.10. Duyarlılık Matrisinin Broyden Güncellemesi.....81
4. KURAMSAL MODEL ÇALIŞMALARI 83
4.1. Tek Blok Modeli 84
4.2. İletken Tek Blok ve Gömülü Fay Modeli.....90
4.3. Yön bağımlı (Anizotropik) Blok Modeli.....96
4.4. Yön Bağımlı Tabaka Altında Yön Bağımsız Blok Modeli 99
5. ARAZİ ÇALIŞMALARI 101
5.1. Maden Araştırması 101
5.2. Arkeolojik Araştırmalar.....107
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....112
KAYNAKLAR.....115
EKLER.....122
KİŞİSEL YAYINLAR VE ESERLER 1344
ÖZGEÇMİŞ.....137

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. SF yöntemi için oluşturulan model ağı 10
Şekil 1.2. SF model ağındaki dikdörtgen model elemanının şematik gösterimi 10
Şekil 1.3. 3x3 boyutunda ayrık model ağı için oluşturulan kapasitans matrisinin a) matris biçiminde b) şematik biçimde gösterimi 13
Şekil 1.4. SE üçgen model ağının şematik gösterimi 15
Şekil 1.5. Üçgen elemanın şematik gösterimi 16
Şekil 1.6. Akım ve potansiyel noktalarının konumları ve yerin içinde oluşan akım çizgileriyle eşpotansiyel yüzeylerin şematik gösterimi 21
Şekil 1.7. Elektrot dizilimlerinin şematik gösterimi ve geometrik faktörleri 22
Şekil 1.8. SE model ağına a) tüm noktalara eşit kaydırma miktarı b) s=1 sönümüyle hesaplanmış kaydırma miktarı c) s=2,5 sönümüyle kaydırma miktarı uygulanmış topoğrafyalı model ağlarının şematik gösterimi 26
Şekil 1.9. SF yöntemine topoğrafya etkisi eklenmiş model ağının şematik gösterimi 27
Şekil 1.10. Wenner-α dizilim tipi için yapma kesitin a) n=1 b) n=2 seviyesi için şematik gösterimi 29
Şekil 1.11. Dipol-dipol dizilim tipi için yapma kesitin şematik gösterimi 30
Şekil 1.12. Yapma kesit örneği a) Wenner-α dizilim tipi için görünür özdirenç yapma kesiti b) Dipol-dipol dizilim tipi için görünür özdirenç yapma kesiti c) gerçek yeraltı modeli 30
Şekil 1.13. SF yöntemi için elektrot aralıkları a) bir elemana bölünmüş, b) iki elemana bölünmüş c) dört elemana bölünmüş model ağının şematik gösterimi 33
Şekil 1.14. SE yöntemi için elektrot aralıkları a) bir elemana bölünmüş, b) iki elemana bölünmüş c) dört elemana bölünmüş düzgün model ağının şematik gösterimi 34
Şekil 1.15. SE gelişigüzel model ağı yöntemi için a) Normal model ağı b) İyileştirilmiş model ağı c) Daha iyileştirilmiş model ağı şematik gösterimi 35
Şekil 1.16. Tekdüze (homojen) yeraltı modeli. 36
Şekil 1.17. Homojen yeraltı modeli için a) Normal model ağı b) İyileştirilmiş model ağı c) Daha iyileştirilmiş model ağı kullanılarak Wenner-α dizilim tipi için kuramsal görünür özdirenç yapma kesitleri (Siyah noktalar ölçüm noktalarının yapma lokasyonlarını göstermektedir) 37
Şekil 1.18. Homojen yeraltı modeli üzerinde SE düzenli model ağı yöntemi için a) Normal model ağı b) İyileştirilmiş model ağı c) Daha iyileştirilmiş model ağı kullanılarak Wenner-α dizilim tipi için kuramsal görünür özdirenç yapma kesitleri (Siyah noktalar ölçüm noktalarının yapma lokasyonlarını göstermektedir) 38

Şekil 1.19. Homojen yeraltı modeli için SE gelişigüzel model ağı yöntemi için a) Normal model ağı b) İyileştirilmiş model ağı c) Daha iyileştirilmiş model ağı kullanılarak Wenner-α dizilim tipi için kuramsal görünür özdirenç yapma kesitleri (Siyah noktalar ölçüm noktalarının yapma lokasyonlarını göstermektedir) 39
Şekil 1.20. Yatay tabakalı yeraltı modelinin şematik gösterimi 41
Şekil 1.21. Yatay tabakalı yeraltı modeli için a) Wenner-α b) Schlumberger c) Dipol-dipol dizilim tipleri için SF çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 43
Şekil 1.22. Yatay tabakalı yeraltı modeli için a) Wenner-α b) Schlumberger c) Dipol-dipol dizilim tipleri için SE düzenli model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 44
Şekil 1.23. Yatay tabakalı yeraltı modeli için a) Wenner-α b) Schlumberger c) Dipol-dipol dizilim tipleri için SE düzenli model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 45
Şekil 1.24. Yatay tabakalı yeraltı modeli için a) Wenner-α b) Schlumberger c) Dipol-dipol dizilim tipleri için SF çözümüyle hazırlanan yapma kesitler 46
Şekil 1.25. Düşey kontak modelinin şematik gösterimi 47
Şekil 1.26. Düşey kontak modeli için Wenner-α diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SF çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 48
Şekil 1.27. Düşey kontak modeli için Schlumberger diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SF çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 48
Şekil 1.28. Düşey kontak modeli için dipol-dipol diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SF çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 49
Şekil 1.29. Düşey kontak modeli için Wenner-α diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SE düzenli model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 49
Şekil 1.30. Düşey kontak modeli için dipol-dipol diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri SE düzenli model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 50
Şekil 1.31. Düşey kontak modeli için dipol-dipol diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SE düzenli model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 50
Şekil 1.32. Düşey kontak modeli için Wenner-α diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SE düzensiz model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 51
Şekil 1.33. Düşey kontak modeli için Schlumberger diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SE düzensiz model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 51
Şekil 1.34. Düşey kontak modeli için dipol-dipol diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SE düzensiz model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması 52
Şekil 1.35. Düşey kontak modeli için a) Wenner-α b) Schlumberger c) dipol-dipol dizilim tipleri için SF çözümüyle hazırlanan yapma kesitler 52

Şekil 1.36. Topoğrafyalı model çalışması için a) topoğrafya eklenmiş b) SF yöntemiyle ayrıklaştırılmış c) SE yöntemiyle ayrıklaştırılmış tekdüze yeraltı modelinin şematik gösterimi 54
Şekil 1.37. SE yöntemiyle hesaplanan görünür özdirençlerle hazırlanmış yapma kesitlerin topoğrafyalı gösterimi 55
Şekil 2.1. Tabakalı formasyon örneği 56
Şekil 2.2. Katmanlı birim blok.....58
Şekil 2.3. Tekdüze bir yeraltı ortamı içi a) $\lambda = 1$, b) $\lambda = 1{,}25$, c) $\lambda = 2$, d) $\lambda = 2{,}5$ için potansiyel dağılımı.....61
Şekil 2.4. Yön bağımlı ortamlarda SF model ağındaki dikdörtgen model elemanının şematik gösterimi.....64
Şekil 2.5. Yatay tabakalanmış iki tabakalı anizotropik ortamlar için sayısal ve analitik hesaplama sonuçları 65
Şekil 2.6. Yatay tabakalı üç tabakalı anizotropik ortamlar için a) H tipi b) K tipi eğrilerde farklı λ değerleri için analitik hesaplama sonuçları.....66
Şekil 4.1. Tek blok modeli.....84
Şekil 4.2. Wenner-α dizilim tipi için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....85
Şekil 4.3. Wenner-α dizilim tipi için SE düzenli model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....85
Şekil 4.4. Wenner-α dizilim tipi için SE düzensiz model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....86
Şekil 4.5. Tek blok modeli Wenner-α dizilimi için a) SF b)SE düzenli c) SE düzensiz model ağları için ters çözüm adımlarındaki bağıl hatalar ve sönüm faktörleri.....87
Şekil 4.6. Schlumberger dizilim tipi için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....88
Şekil 4.7. Schlumberger dizilim tipi için SE düzenli model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....88
Şekil 4.8. Schlumberger dizilim tipi için SE düzensiz model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....89
Şekil 4.9. Tek blok modeli Schlumberger dizilimi için a) SF b)SE düzenli c) SE düzensiz model ağları için ters çözüm adımlarındaki bağıl hatalar ve sönüm faktörleri.....89
Şekil 4.10. Birleştirilmiş dizilimlere ait veri seti için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....90
Şekil 4.11. İletken tek blok ve gömülü fay modeli.....91
Şekil 4.12. Wenner-α dizilim tipi için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....91
Şekil 4.13. Wenner-α dizilim tipi için SE düzenli model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir.).....92
Şekil 4.14. Wenner-α dizilim tipi için SE düzensiz model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....92
Şekil 4.15. İletken tek blok ve gömülü fay modeli Wenner-α dizilimi için a) SF b) SE düzenli c) SE düzensiz model ağları için ters çözüm adımlarındaki bağıl hatalar ve sönüm faktörleri.....93
Şekil 4.16. Schlumberger dizilim tipi için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....94

Şekil 4.17. Schlumberger dizilim tipi için SE düzenli model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....94
Şekil 4.18. Schlumberger dizilim tipi için SE düzensiz model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....95
Şekil 4.19. İletken tek blok ve gömülü fay modeli Schlumberger dizilimi için a) SF b)SE düzenli c) SE düzensiz model ağları için ters çözüm adımlarındaki bağıl hatalar ve sönüm faktörleri.....95
Şekil 4.20. Birleştirilmiş dizilimlere ait veri seti için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir).....96
Şekil 4.21. Yön bağımlı (Anizotropik) blok modeli 97
Şekil 4.22. Yön bağımlı (Anizotropik) blok modeli için yön bağımsız ters çözüm algoritmasıyla çözüm sonucu(beyaz çizgiler doğru modeli göstermektedir).....98
Şekil 4.23. Yön bağımlı (Anizotropik) blok modeli için yön bağımlı ters çözüm algoritmasıyla çözüm sonucu(beyaz çizgiler doğru modeli göstermektedir).....98
Şekil 4.24. Yön bağımlı (Anizotropik) tabaka altına yerleştirilmiş yön bağımsız blok modeli.....99
Şekil 4.25. Yön bağımlı (Anizotropik) katman altındaki yön bağımsız blok modeli için a) yön bağımlı b)yön bağımsız ters çözüm algoritmasıyla çözüm sonucu (beyaz çizgiler doğru modeli göstermektedir).....100
Şekil 5.1. Kütahya ili, Simav İlçesi yer bulduru haritası.....102
Şekil 5.2. DAÖ ölçüm profillerinin arazideki konumu (Dikdörtgen içindeki sarı renkli profiller çözümü yapılan profilleri göstermektedir).....102
Şekil 5.3. G-G', H-H' I-I' özdirenç profillerinin ters çözüm sonuçları.....104
Şekil 5.4. J-J', K-K' L-L' özdirenç profillerinin ters çözüm sonuçları 105
Şekil 5.5. DAÖ Profilleri ters çözüm sonuçlarının 3 boyutlu gösterimi. 106
Şekil 5.6. SK-1, SK-2 ve SK-3 sondajlarından elde edilen kesitler.....106
Şekil 5.7. Küçükçekmece gölü yer bulduru haritası.....107
Şekil 5.8. Ölçüm profillerinin yer bulduru haritası.....108
Şekil 5.9. Çalışma bölgesinde alınan a) Profil-1 b) Profil-2 c) Profil-3 boyunca elde edilen görünür özdirenç yapma kesitleri 109
Şekil 5.10. Profillere ait ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgiler kazı sonuçlarını göstermektedir).....110
Şekil 5.11. Kazı sonucu çekilen fotoğraflar (Siyah çizgiler DAÖ profillerini göstermektedir).....110
Şekil 5.12. Profillere ait anizotropik ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgiler kazı sonuçlarını göstermektedir).....111

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 1.1. Dizilim tiplerine göre ortalama derinlik saptaması için derinlik faktörleri 31
Tablo 1.2. SF yöntemi için homojen yeraltı modeline ait çalışma sonuçları 36
Tablo 1.3. SE düzenli model ağı yöntemi için homojen yeraltı modeline ait çalışma sonuçları.....40
Tablo 1.4. SE düzensiz model ağı yöntemi için homojen yeraltı modeline ait çalışma sonuçları.....40
Tablo 1.5. Yatay tabakalı yeraltı modeli için hesaplama bilgileri.....46
Tablo 1.6. Düşey kontak modeli için hesaplama bilgileri.....53
Tablo 2.1. Bazı kayaçlar için anizotropi değerleri.....60
Tablo 2.2. Potansiyel dağılımı hesaplanan anizotropik model parametreleri 60
Tablo 2.3. H tipi eğri için anizotropik model parametreleri 65
Tablo 2.4. K tipi eğri için anizotropik model parametreleri 66
Tablo 4.1. Tek blok modeline ait ters çözüm sonuçları.....87
Tablo 4.2. İletken tek blok ve gömülü fay modeline ait ters çözüm sonuçları 96
Tablo 5.1. Maden araştırması için kurulan profillerin ters çözüm sonuçları 106
Tablo 5.2. Arkeoloji araştırması için kurulan profillerin ters çözüm sonuçları 109
Tablo 5.3. Arkeoloji araştırması için kurulan profillerin anizotropik ters çözüm sonuçları 111

SİMGELER DİZİNİ ve KISALTMALAR

β	: Sönüm faktörü
$\vec{j}$	: Akım yoğunluğu, (A/m^2)
σ	: İzotropik iletkenlik, (mho)
$\vec{E}$	: Elektrik alan, (V/m)
ρ	: Özdirenç, (ohm)
∇	: Nabla operatörü
Γ	: Model sınırı
Ω	: Model uzayı
$\tilde{\phi}$	: Dönüşük potansiyel
Δx	: x yönünde ayrıklaştırma, (m)
Δz	: z yönünde ayrıklaştırma, (m)
C_{ij}	: Kapasitans matrisi
k_y	: Dalga sayısı
$\Delta\varphi$	: Potansiyel farkı
ρ_a	: Görünür özdirenç, (ohm.m)
G	: Geometrik faktör
a	: Elektrot aralığı, (m)
J	: Jacobian matrisi
Δm	: Parametre güncelleme operatörü
F(m)	: Düz çözüm operatörü
W	: Ağırlıklandırma matrisi
C_D	: Veri kovaryans matrisi

Kısaltmalar

1B	: 1 Boyutlu
2B	: 2 Boyutlu
3B	: 3 Boyutlu
DAÖ	: Doğru Akım Özdirenç
GÖ	: Görünür Özdirenç
LU	: LU Ayrıştırımı
SE	: Sonlu Elemanlar
SF	: Sonlu Farklar
SVD	: Singular Value Decomposition (Tekil Değer Ayrıştırımı)

DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ VERİLERİNİN YÖN BAĞIMLI (ANİZOTROPİK) ORTAMLARDA MODELLENMESİ

ÖZET

Bu tez çalışmasında 2 Boyutlu (2B) Doğru Akım Özdirenç (DAÖ) verilerinin hem yön bağımlı hem de yön bağımsız ortamlarda ters çözüm yöntemi uygulanarak modellenmesi anlatılmıştır. 2B DAÖ düz çözümü için sonlu elemanlar (SE) ve sonlu farklar (SF) sayısal yöntemleri kullanılmıştır. Sınır problemlerinin üstesinden gelmek için karışık sınır koşulları uygulanmıştır. Geliştirilen düz çözüm algoritmalarının başarımı, kullanılan sayısal yöntemlerin yanıtlarının analitik çözümlerle karşılaştırılması ile gösterilmiştir.

Topoğrafya, DAÖ çalışmalarında elde edilen görünür özdirenç (GÖ) değerlerinde çok önemli rol oynamaktadır. Bu çalışmada geliştirilen algoritmalar, karmaşık topoğrafyaya sahip jeolojik formasyonlardan elde edilen DAÖ verilerine uygulanabilmektedir.

Tez çalışmasının ters çözüm kısmında türev tabanlı yöntemlerden sırt geriletme yöntemi sunulmuş ve uygulanmıştır. Yapılan ters çözüm işlemlerinde duyarlılık matrisi düz çözüm duyarlılığı yöntemiyle elde edilmiş ve her yinelemede Broyden güncellemesi kullanılmıştır. Sırt geriletme tekniğiyle yapılan ters çözüm işleminde özdeğerlere göre türetilmiş olan β sönüm parametresi kullanılmıştır.
2B yön bağımlı ortamların görünür özdirenç değerlerinin hesaplanması için SF yöntemi kullanılmıştır. SF yöntemi için yazılan formüller yön bağımlı ortamlar için yeniden türetilmiştir.

Tez kapsamında geliştirilen ters çözüm algoritmaları, sentetik veriler üzerinde test denendikten sonra, iki farklı arazi çalışmasına uygulanmıştır. İlk arazi çalışmasında, Kütahya İli Simav İlçesi'ndeki maden araştırmaları kapsamında yapılan DAÖ verilerinin topoğrafyalı ve yön bağımsız ters çözümü yapılmıştır. Diğer arazi çalışmasında ise İstanbul İli Küçükçekmece gölü kenarındaki Bathonea kazı alanında elde edilen verilere yön bağımlı ters çözüm uygulanmıştır.

Sonuçlar, 2B DAÖ verilerinin yorumlanması aşamasında, topoğrafik değişim, kullanılan yöntem, yön bağımlılık gibi hata doğurabilecek tüm koşulların göz önünde bulundurulmasının, yorumlamaların doğruluğu açısından büyük önem taşıdığını göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Doğru Akım Özdirenç, Sonlu Elemanlar, Sonlu Farklar, Yön Bağımlılık.

A MODELLING OF DIRECT CURRENT RESISTIVITY DATA IN ANISOTROPIC MEDIA

ABSTRACT

In this thesis, modelling of two dimensional (2D) Direct Resistivity current (DCR) data in isotropic and anisotropic media is described. A 2D DC resistivity forward response can be applied by using Finite difference (FD) and Finite element(FE) methods. To overcome boundary problems, mixed boundary conditions were applied. Numerical techniques were tested by comparing with analytically solution.

Topography plays an important role in the apparent resistivities obtained from DCR surveys. The algorithm in this study can be applied to DCR data set; even the data are acquired in a complex geological earth with topography.

In the inversion part of section, the ridge regression method is presented which is kind of derived-based algorithm. Then the presented algorithm was applied to the data. The sensitivity matrix was calculated by using the forward sensitivity method and updated by Broyden updating method. In this method, β damping factor was determinated by using the eigenvalues of jacobian matrix.

The FD method can be applied fort he forward response of a 2D anisotropic medium as well. The formulation of FD method in isotropic case was reformulated for an anisotropic medium.

The inversion algorithms were tested with synthetic data then applied two different real cases. In the first field case, inversion was applied to DCR apparent resistivites. The data were acquired in a part of mine exploration at Simav county of Kütahya including topographic effects. In the second field example, DCR data obtained in Bathonea archeological excavation area located at near the Küçükçekmece lake in İstanbul were modelled in anisotropic media.

The results suggest that the topographic effect and anisotropy must be considered while interpreting DCR data. Otherwise, a misleading interpretation is inevitable in most of the cases.

Keywords: Direct Current Resistivity, Finite Elemenths, Finite Difference, Anisotropy.

GİRİŞ

Jeofizik yöntemler, yeraltındaki jeolojik yapıların farklı fiziksel özelliklerini kullanarak, anomaliye neden olan yeraltı yapısını ortaya çıkarmaya çalışırlar. Fiziksel parametrelerin doğrudan el1de edilmesi neredeyse imkânsız olduğu için çoğu durumlarda jeofizik verilerin yorumlanması ters çözüm problemiyle sağlanır.

Jeofizik yöntemlerin içinde Doğru Akım Özdirenç yöntemi (DAÖ) yeraltının araştırılması için uzun yıllardır uygulanmaktadır. Temel olarak yeraltının özdirenç yapısının belirlenmesi için, yere uygulanan akımın ürettiği potansiyelden yararlanılır. DAÖ yöntemi zemin incelemeleri, yeraltındaki boşluk, gömülü cisim, karmaşık jeoloji, maden araştırmaları gibi uygulamalı jeofizik problemlere ve arkeolojik kalıntıların araştırılması problemlerine çok sık uygulanmaktadır (Queralt ve diğ., 1991; Simpson ve Clement, 2003; Papadopoulos ve diğ., 2010).

Çok uzun yıllardır DAÖ yöntemi 1 boyutlu (1B), 2 boyutlu (2B) ve 3 boyutlu (3B) olarak uygulanmaktadır. Her ne kadar veri toplama işlemi uzun zaman alsa da, 1990'ların başında çok elektrotlu sistemler geliştirilmiştir. Çoklu elektrot yöntemi klasik yöntemlere göre, önceden tasarlanmış elektrot dizilim için hızlı ve pratik olarak ölçüm yapılmasına olanak tanımaktadır. Günümüzde cihaz ve bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle, 2B ve 3B veriler çok hızlı biçimde toplanabilmektedir.

Yeraltı 3 boyutta da farklı karakteristik özellik göstermesine rağmen, genellikle yorumlamalar 2B olarak sınırlanmaktadır. DAÖ verilerinin 2B ters çözümüyle ilgili ilk yaklaşımlar 1980'lerin başlarında oluşturulmuştur. Tüm ters çözüm işlemlerinin en önemli kısmı, verilen parametre dağılımına göre, ölçümlerin kuramsal olarak hesaplanabilmesidir. Ele alınan bir modelin uygulanan jeofizik yönteme vereceği kuramsal tepkiye düz çözüm denmektedir. 2B DAÖ yöntemlerinde düz çözüm işlemi genellikle kısmi diferansiyel denklemlerin çözümüyle elde edilir. Kuramsal tepkinin sınır integral yöntemiyle hesaplanmasının yanı sıra sayısal yöntemler de geliştirilmiştir. Bu sayısal yöntemlerden en sık kullanılan iki yöntem Sonlu Farklar (SF) ve Sonlu Elemanlar (SE) sayısal yöntemleridir. Bu yöntemlerin her ikisi de,

heterojen ortamlarda elektriksel potansiyelin tanımladığı, temel kısmi diferansiyel denklem sistemi (Poisson ya da Helmholtz denklemi) çözümüne dayalıdır. SF yöntemi temel denklem sistemindeki gradyen ve diverjans operatörlerinin vektörel hesabına fark operatörü uygularken (Mufti, 1976; Dey ve Morisson, 1979; Tripp ve diğ., 1990), SE yöntemi bu kısmi diferansiyel denklemini, Galerkin ya da varyasyonel yöntemlerini kullanarak sayısal integrasyonun uygulanabildiği integral denklemine dönüştürmektedir (Coggon, 1971; Pridmore ve diğ., 1981; Queralt, 1990). Bu yöntemlerde yeraltı modeli, üçgen ya da dikdörtgen şekilli küçük hücrelere bölünerek model ağı oluşturulur. Bu yaklaşımdaki büyük problemlerden biri sınır koşullarıdır. Kaynak noktasındaki ve modelin sonsuza uzanan bölgelerindeki sınırlamalar sebebiyle ortaya çıkacak problemlerin üstesinden gelebilmek için Neumann ve Drichlet sınır koşullarının birleştirilerek kullanılır (Dey ve Morisson, 1979). Bu tez çalışmasında DAÖ verilerinin düz çözümü için yazılan programlarda SF ve SE yöntemlerinin her ikisi de kullanılmıştır. Sınır problemlerinin üstesinden gelmek için karışık sınır koşulları uygulanmıştır.

Topoğrafya, DAÖ çalışmalarında elde edilen görünür özdirenç (GÖ) değerlerinde çok önemli rol oynamaktadır. Çoğu zaman 2B DAÖ yöntemlerinin uygulamalarında, yükselimler ya da geniş yarıklar gibi karmaşık topoğrafyaya sahip jeolojik modellerle karşılaşılabilir. Vadiler, özdirençleri, normal değerlerinden daha düşük gösterirken, sırtlar ise düşük özdirençli bölgelerde daha yüksek özdirenç değerleri varmış gibi gösterebilirler (Fox ve diğ., 1980; Panagiotis ve diğ., 1999; Loke, 2000). Oluşan bu yapaylık yorumlamalarda hatalara sebep olabilmektedir. Bu nedenle topoğrafya düz çözüm ve ters çözüm işlemlerinde mutlaka göz önünde bulundurulmalıdır. Çoğu modelleme işleminde yeryüzü düz olarak kabul edilir. 2B modeller için topoğrafya Schwarz-Christoffel dönüştürme işlemiyle uygulanabilir (Tong ve Yang, 1990). Topoğrafik değişimler görülen bölgelerin, SF model ağı ile temsil edilmesi güç bir işlemdir. Bu nedenle çoğu araştırmacı karmaşık topoğrafyaya sahip bölgelerde SE tekniğini tercih etmiştir (Sasaki, 1994; Panagiotis ve diğ., 1999; Loke, 2000; Erdoğan ve diğ., 2008; Vachiratienchai ve diğ., 2010; Demirci ve diğ., 2012).

Elektriksel yön bağımlılık (anizotropi) uygulamalı jeofizikte en zor problemlerin başında gelmektedir. Aynı jeolojik yapı içerisinde özdirenç yada iletkenlik

değerlerinin doğrultulara göre farklılık göstermesi elektriksel yön bağımlılığı doğurmaktadır. Elektrik araştırmalarında yön bağımlılıkla ilgili ilk çalışma Maillet (1947) tarafından yapılmıştır ve literatürde hem sayısal hem de analitik metodlarla basit yön bağımlı modeller için çözümler üretilmiştir. Herwanger ve diğ. (2004) yön bağımlı ortamlarda özdirenç tomografisi çalışmaları yapmıştır. Zhou ve diğ., (2009) Gaussian integral (quadrature) tekniğini kullanarak, 2,5 boyutlu (2,5B) ve 3 boyutlu (3B) yön bağımlı ortamlarda özdirenç modellemeleri gerçekleştirmiştir. Pekşen ve diğ., (2014) Parçacık sürü optimizasyonuyla 1 boyutlu (1B) yön bağımlı özdirenç verilerini yorumlamışlardır.

Arazide elde edilen jeofizik ölçümlerden yola çıkarak, ölçümlerdeki değişimlere sebep olabilecek en uygun yeraltı modelinin saptanmasına Ters Çözüm denmektedir. Jeofizik verilerin ters çözüm işlemlerinde genellikle global arama teknikleri (tavlama benzeşimi, parçacık sürü optimizasyonu, genetik algoritma v.b.) ve türev tabanlı yöntemler (Gauss-Newton, Marquardt-Levenberg enküçük kareler v.b.) olmak üzere iki tip ters çözüm işlemi vardır. Global arama yöntemlerinde kuramsal model tepkisinin bir çok kez hesaplanması nedeniyle, bu yöntemler çok fazla zaman almaktadır ve 2B DAÖ verilerinin ters çözümünde tercih edilmemektedir. Günümüze kadar birçok araştırmacı 2B DAÖ verilerinin, türev tabanlı ters çözüm teknikleriyle modellenmesi üzerine çalışmalar yapmışlardır. Sasaki (1992) SE tekniğiyle 2B DAÖ ters çözümünü uygulamıştır. Loke ve Barker (1996) ticari yazılım olan RES2DINV ters çözüm programını geliştirmişlerdir. Candansayar ve Başokur (2001) arkeolojik alanlarda alınan üç elektrot dizilim tipi verilerine ters çözüm uygulamışlardır. Loke ve Dahlin (2002) Gauss-Newton ve quasi-Newton ters çözüm tekniklerini karşılaştırmıştır. Boonchaisuk ve diğ. (2008) yuvarlatılmış ters çözüm tekniğini uygulayarak veri uzayı için ters çözüm gerçekleştirmiştir. Candansayar (2008) farklı dizilim türüyle alınmış verilerin birleştirilmiş ters çözümünü yapmıştır.

Bu tez çalışmasında 2B DAÖ verilerinin hem yön bağımlı hem de yön bağımsız ortamlarda ters çözüm yöntemi uygulanarak modellenmesi anlatılmıştır. Tez, beş ana bölümden oluşmaktadır. 2B ortamlarda kuramsal model tepkisinin hesaplanması için kullanılan SE ve SF sayısal yöntemleri ve kullanılan bağıntılar ayrıntılarıyla tezin birinci bölümünde anlatılmıştır.

İkinci bölümde tezin özgün bölümlerinden birisi olan yön bağımlı ortamlarda DAÖ yöntemi anlatılmıştır. Yön bağımlı ortamlarda potansiyel dağılımının değişimi ve yön bağımlılık katsayısının hesaplamalara katılması ayrıntılı olarak gösterilmiştir.

Tez kapsamında kullanılan ters çözüm algoritması, kısmi türevlerin hesaplanması, sönüm parametrelerinin seçimi, en küçükleme problemlerinin oluşturulması gibi ayrıntılar tezin üçüncü bölümünde verilmiştir.

Tezin dördüncü bölümü, oluşturulan ters çözüm algoritmalarının kuramsal veriler üzerinde test edilmesini içermektedir. Kuramsal modeller farklı amaçlar için yapılan gerçek arazi araştırmalarında karşılaşılabilecek yeraltı yapılarını temsil edecek şekilde seçilmiştir. Hem yön bağımlı hem de yön bağımsız kuramsal modeller için farklı dizilim tipleri ile elde edilen veriler üzerinde algoritmaların doğruluğu araştırılmıştır.

Beşinci bölümde ise farklı türden iki problemin araştırılması için yapılan DAÖ arazi çalışmalarından elde edilmiş verilere, geliştirilen ters çözüm algoritmaları uygulanmıştır. Birinci arazi çalışmasında Kütahya ili Simav ilçesinde yapılan antimon maden araştırmaları kapsamında gerçekleştirilen çok kanallı DAÖ çalışmaları yorumlanmıştır. Diğer bir arazi çalışmasında İstanbul ili Küçükçekmece ilçesinde Bathonea arkeolojik kazı alanında yüzey araştırmaları kapsamında yapılan DAÖ çalışmalarından elde edilen verilere yön bağımlı ortamlar için geliştirilen ters çözüm algoritmaları uygulanmıştır.

1. 2 BOYUTTA DOĞRU AKIM ÖZDİRENÇ (DAÖ) DÜZ ÇÖZÜMÜ

Düz çözüm probleminde amaç, belirli bir özdirenç dağılımına sahip yeraltı modelleri üzerinde ölçülebilecek görünür özdirenç değerlerinin cevabını (response) hesaplamaktır. Düz çözüm, yineleme aşamalarında elde edilen modelin ölçülen veriye uygun olup olmadığını görme, ihtiyaç duyulan kuramsal görünür özdirenç değerlerini hesaplamada ve ters çözüm işleminin en önemli kısmı olan duyarlılık matrislerinin hesaplamasında kullanıldığından, ters çözüm işleminin en önemli parçalarındandır. Görünür özdirenç değerlerinin hesaplanması için temelde dört farklı yöntem bulunmaktadır. Bunlar analitik yöntem, sınır eleman yöntemi (Boundary element), Sonlu Farklar (SF) ve Sonlu Elemanlar(SE) sayısal yöntemleridir.

Belirli basit geometrilere sahip modeller için formülleri geliştirilen analitik yöntemler en doğru yöntemler olmalarına rağmen, karmaşık modeller için geliştirilemediklerinden dolayı çok sınırlıdırlar. İntegral denklem yöntemi, tekdüze ortamlarda Green's fonksiyonlarının doğrudan kullanılmasıyla, DAÖ problemlerinin integral denklemleriyle çözülmesine dayanmaktadır (Dieter ve diğ., 1969; Snyder, 1975; Okabe, 1981; Xu ve diğ., 1988; Mendes-Delgado ve diğ., 1999). Sınır eleman yöntemi olarak da adlandırılan yöntem, analitik yöntemlere nazaran daha esnek ve diğer yöntemlere göre daha az hesaplama süresine sahip olmakla birlikte modelin sınırlı sayıda farklı özdirençli bölgelerle temsil edilebilmesi nedeniyle yüksek özdirenç farklılıklarına sahip bölgelerde kullanışlı değildirler (Pirttijärvi ve diğ., 2002, Loke, 2000, Günther, 2004). İntegral denklemlerinin yerelektrik problemlere uygulanmasıyla ilgili kapsamlı bilgi Eskola (1992)'de verilmiştir. Gerçekte yeraltı çok karmaşık jeolojik yapılar içerdiğinden, özdirenç dağılımı da çok karmaşıktır. Bu nedenle düz çözüm problemi diferansiyel denklemlerle ifade edilebilir. Birçok mühendislik problemlerinde diferansiyel denklemlerinin çözümü için SE ve SF sayısal yöntemleri kullanılmaktadır. Bu yöntemlerde yeraltı farklı özdirenç değerlerine sahip yüzlerce hücreye bölünür. SF ve SE yöntemleri sayısal yöntemler

olduklarından içerdikleri hata miktarları da fazla olabilir. Bununla beraber analitik yöntemler, SF ve SE sayısal yöntemlerinden hesaplanan değerlerin doğruluğunu kontrol etmek için kullanılır. Bu çalışmada SF ve SE yöntemleri anlatılmıştır.

1.1. Temel Matematiksel Bağıntılar

Akım yoğunluğu ($\vec{j}$), izotropik iletkenlik (σ) ile elektrik alana ($\vec{E}$) bağlı olarak,

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \tag{1.1}$$

şeklinde tanımlanan Ohm kanunuyla verilir. İletkenlik (σ) skaler bir büyüklüktür ve tersi özdirenci ($\rho = 1/\sigma$) vermektedir. Durağan durumlar için Maxwell denklemlerinden elektrik alan, elektrik potansiyelin (ϕ) negatif gradyenti olarak yazılabilir.

$$\vec{E} = \nabla \phi \tag{1.2}$$

Bu durumda Denklem (1.1) ve Denklem (1.2)'den Denklem (1.3) elde edilir.

$$\vec{j} = \sigma \nabla \phi \tag{1.3}$$

Süreklilik denklemlerinde kaynak noktası olmayan tüm durumlarda akım yoğunluğunun diverjansının sıfır olduğu kabul edilir.

$$\nabla \vec{j} = 0 \tag{1.4}$$

$\vec{r_s} = (x_s, y_s, z_s)$ konumundaki I nokta akım kaynağı göz önüne alındığında genel denklem

$$\nabla \vec{j} = I\delta(x - x_S)\delta(y - y_S)\delta(z - z_S) \tag{1.5}$$

şeklinde yazılır (Dey ve Morisson, 1979). Denklem (1.3), Denklem (1.5) içine konulup 3B kartezyen koordinat sisteminde yazılırsa

$$\nabla.[\sigma(x,y,z)\nabla\phi(x,y,z)] = I\delta(x - x_S)\delta(y - y_S)\delta(z - z_S) \tag{1.6}$$

şeklinde Poisson tipi eliptik kısmi diferansiyel denklem elde edilir (Dey ve Morisson, 1979). 2B DAÖ Düz çözüm yöntemi için iletkenlik dağılımının $\mp y$ doğrultusunda değişmediği kabul edilirse Denklem (1.6),

$$\nabla.[\sigma(x,z)\nabla\phi(x,y,z)] = I\delta(x - x_S)\delta(y - y_S)\delta(z - z_S) \quad (1.7)$$

şeklinde yazılır. Burada φ potansiyeli, I kaynak terimi x, y, z koordinat değerlerinin fonksiyonu ve iletkenlik(σ) ise x ve z doğrultularının bir fonksiyonudur (Dey ve Morisson, 1979).

1.2. Sınır Koşulları

Denklem (1.7)'de $\phi(x,y,z)$ potansiyel değerinin elde edilebilmesi için ilk olarak sınır koşullarının tanımlanması gerekmektedir. Model uzayının hava-yeryüzü, $\mp x$ ve $+z$ doğrultularına ait normal bileşenlerine karşılık gelen komşu noktaları yoktur. Bu nedenle potansiyel alan davranışları sınır bölgelerinde (Γ) sınır koşullarıyla tanımlanır. Başlıca üç tip sınır koşulu vardır. Bunlar Neumann, Drichlet ve karmaşık sınır koşullarıdır.

Neumann sınır koşulları, sınırın normal bileşenine karşılık gelen potansiyelin türevini sıfır olarak alır.

$$\sigma(x,z)\frac{\partial\phi(x,y,z)}{\partial\eta} = 0 \quad (1.8)$$

Burada η, Γ sınırının normal bileşenidir. Yeryüzünde akım akışı yoktur. Neumann sınır koşulları, yeryüzünde iletkenliği olmayan hayali serbest bir tabaka eklenerek uygulanabilir. Drichlet sınır koşullarında ise sınırlarda potansiyel değerleri sabit bir değer olarak alınır. Model uzayının (Ω) sınır bölgelerinde potansiyeller bilinmediği için bu sabit değer sıfır kabul edilir.

Model uzayını (Ω) çevreleyen sınırlar, yeryüzü sınırı (Γ_e) ve $\mp x$ ile $+z$ doğrultularındaki sınırlar (Γ_∞) olmak üzere iki gruba ayrılır. Bu durumda 2B DAÖ düz çözümünde bu sınırların toplamı olarak ($\Gamma = \Gamma_y + \Gamma_\infty$) karışık sınır koşulları kullanılabilir. Genel olarak karışık sınır koşulu denklemi,

$$\sigma(x,z)\frac{\partial \phi(x,y,z)}{\partial \eta}+\alpha(x,y,z)\phi(x,y,z)=0 \tag{1.9}$$

şeklinde verilir (Dey ve Morisson, 1979). Burada α sınır koşulunun tipini belirlemektedir. $\alpha=0$, Drichlet sınır koşuluna, $\alpha=\infty$ ise Neumann sınır koşuluna karşılık gelmektedir. Diğer α değerleri için karışık sınır koşullarına karşılık gelir (Boonchaisuk, 2007).

1.3. Dönüşüm Problemi

Her ne kadar 2B DAÖ düz çözümünde iletkenlik dağılımı 2 boyutta ele alınsa da tek bir nokta akım kaynağından yerin içine uygulanan akımın oluşturduğu potansiyel alan hala 3 boyutludur. Kaynak ve potansiyel terimlerinin y doğrultusuna olan potansiyel değişimini ilave etmek için Denklem (1.7)'ye Fourier Kosinüs dönüşümü uygulanmalıdır. Dönüştürülmüş potansiyel $\tilde{\phi}(x,y,z)$,

$$\tilde{\phi}(x,y,z)=\int_0^{\infty}\phi(x,y,z)\cos(k_y y)dy \tag{1.10}$$

denklemiyle verilir. Burada k_y, y doğrultusunu temsil eden uzaysal dalga sayısıdır (Dey ve Morisson, 1979; Mundry, 1984). Dönüşüm işlemi için Denklem (1.10), Denklem (1.7)'ye uygulanırsa,

$$\int_0^{\infty}\nabla.(\sigma(x,z)\nabla\phi(x,y,z))\cos(k_y y)dy=\int_0^{\infty}I\delta(x-x_s)\delta(y)\delta(z-z_s)\cos(k_y y)dy \tag{1.11}$$

elde edilir. Gerekli işlemler ve düzenlemeler yapıldığında Denklem (1.7) diferansiyel denklemi,

$$\nabla.\left[\sigma(x,z)\nabla\tilde{\phi}(x,y,z)\right]+k_y^2\sigma(x,z)\tilde{\phi}(x,k_y,z)=\frac{I}{2}\delta(x-x_S)\delta(z-z_S) \tag{1.12}$$

şeklinde dalga sayısı ortamında Helmholtz denklemlerine dönüştürülür. Denklemin sağ tarafındaki 1/2 çarpanı, Denklem (1.10)'daki integral dönüşümünün sıfırdan sonsuza sınırlandırılması ve problemin y doğrultusunda simetrik davranış

göstermesinden dolayı gelmektedir. Benzer şekilde Denklem (1.9)'da verilen sınır koşuluna Denklem (1.10)'da verilen dönüşüm fonksiyonu uygulanırsa,

$$\sigma(x,z)\frac{\partial\tilde{\phi}(x,y,z)}{\partial\eta}+\beta(x,k_y,z)\tilde{\phi}(x,k_y,z)=0 \tag{1.13}$$

elde edilir. Burada β, Fourier uzayında sınır koşulunun tipini belirleyen fonksiyondur. Denklem (1.12) ve (1.13) birkaç farklı k_y dalga sayısı içeren seri için çözülür. Daha sonra $\tilde{\phi}(x,y,z)$ dönüşük potansiyel değerleri,

$$\phi(x,y,z)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\tilde{\phi}(x,y,z)\cos(k_y y)dk_y \tag{1.14}$$

şeklinde ters Fourier kosinüs dönüşümüyle sayısal olarak hesaplanmasıyla, uzaysal ortamda potansiyel değerleri elde edilebilir. Böylece kaynağın üçüncü boyutta etkisi 2B probleme eklenmiş olur.

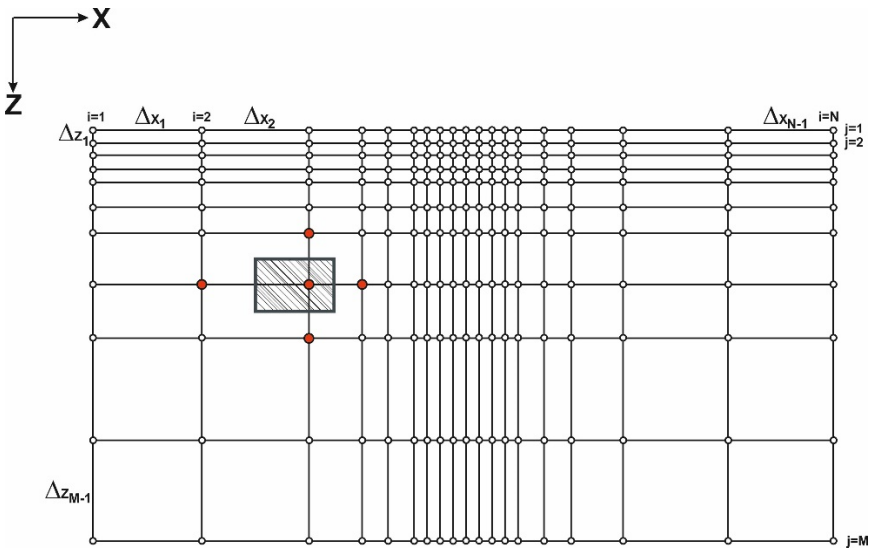
1.4. Sonlu Farklar Yöntemi

Denklem (1.12)'de verilen 2B DAÖ düz çözüm probleminin sayısal olarak çözümü için kullanılan en genel yöntemlerden biri SF yöntemidir. Birçok araştırmacı bu yöntemi kullanarak ve farklı formlarda geliştirerek problemin çözümüne uygulamışlardır (Mufti, 1976; Dey ve Morisson, 1979; Mundry,1984; Mcgillivray, 1992; Zhao ve Yedlin, 1996; Simpson ve Clement, 2003; Boonchaisuk, 2007; Pidlisecky ve Knight, 2008; Erdoğan ve diğ., 2008). SF yönteminin temeli, köşeleri düğüm noktalarıyla belirlenen dikdörtgen biçimindeki hücrelerle ayrıklaştırılmış model ağının oluşturulması esasına dayanmaktadır. SF modelleme tekniği ve ayrıklaştırılmasıyla ilgili genel detaylar Dey ve Morisson (1979) ve Spitzer (1998) tarafından ayrıntılı olarak verilmiştir. Bu çalışmada Dey ve Morisson (1979) tarafından tanımlanan alan ayrıklaştırması yöntemi kullanılmıştır.

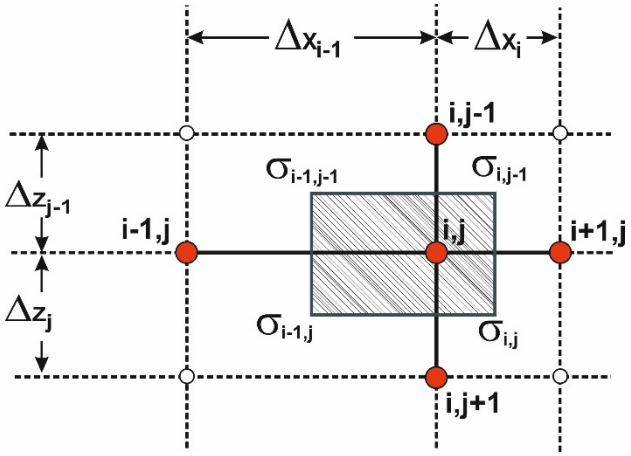
1.4.1. Sonlu farklar model ağı ayrıklaştırılması

Sayısal problemlerin formüle edilebilmesi için ilk aşama Denklem (1.12)'ye ayrık kestirim geliştirmektir. Ele alınan 2B yeraltı modeli üzerinde ilk olarak x ile z

doğrultuları boyunca dikdörtgen hücreler biçiminde bölünür ve her bir hücreye iletkenlik değeri atanır (Şekil 1.1).



Şekil 1.1. SF yöntemi için oluşturulan model ağı



Şekil 1.2. SF model ağındaki dikdörtgen model elemanının şematik gösterimi

Görüldüğü gibi bölünen yeraltı modelinin düğüm noktaları, x doğrultusu boyunca i=1,2,3,…,N, ve z doğrultusu boyunca j=1,2,3,…,M şeklinde indislerle tanımlanmıştır. Şekil 1.2 'de model ağı içinde kalan herhangi bir (i,j) lokasyonundaki düğüm noktası ve bağlantılı komşu noktaların şematik gösterimi verilmiştir. Burada Δx_i ve Δz_j sırasıyla düğüm noktaları arasındaki yatay ve düşey uzaklığı göstermektedir. Model ağının sınır etkisini azaltmak için, sınırlara doğru gidildikçe Δx_i ve Δz_j mesafeleri arttırılmıştır. (i,j) düğüm noktası için Denklem (1.12),

$$\oint_{\partial D_{ij}} \sigma(x,z)\frac{\partial\tilde{\phi}(x,y,z)}{\partial\eta}dl + k_y^2\int_{D_{ij}} \sigma(x,z)\tilde{\phi}dA = \frac{I}{2}\int_{D_{ij}} \delta(x-x_s)\delta(z-z_s)dA \qquad (1.15)$$

şeklinde yazılabilir (Mcgillivray, 1992). Burada denklemin sol tarafındaki terimler açık biçimde yazılırsa

$$-\oint_{\partial D_{ij}} \sigma(x,z)\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial\hat{n}}dl = -\int_{z_j}^{z_j+\Delta z_j/2} \sigma_{ij}\frac{\partial}{\partial x}\tilde{\phi}(x_i+\Delta x_i/2,z)dz$$
$$+\int_{x_i+\frac{\Delta x_i}{2}}^{x_i} \sigma_{ij}\frac{\partial}{\partial z}\tilde{\phi}\left(x,z_j+\frac{\Delta z_j}{2}\right)dx + \int_{x_i}^{x_i-\frac{\Delta x_{i-1}}{2}} \sigma_{i-1j}\frac{\partial}{\partial z}\tilde{\phi}\left(x,z_j+\frac{\Delta z_j}{2}\right)dx$$
$$-\int_{z_j+\frac{\Delta z_j}{2}}^{z_j} \sigma_{i-1j}\frac{\partial}{\partial x}\tilde{\phi}\left(x_i-\frac{\Delta x_{i-1}}{2},z\right)dz - \ldots \qquad (1.16)$$
$$-\int_{z_j-\Delta z_{j-1}/2}^{z_j} \sigma_{ij-1}\frac{\partial}{\partial x}\tilde{\phi}(x_i+\Delta x_i/2,z)dz$$

ve

$$k_y^2\int_{D_{ji}}^{x_i} \sigma(x,z)\tilde{\phi}dA = k_y^2\int_{x_i}^{x_i+\Delta x_i/2}\int_{z_j}^{z_j+\Delta z_j/2} \sigma_{ij}\tilde{\phi}(x,z)dxdz$$
$$+k_y^2\int_{x_i-\Delta x_{i-1}/2}^{x_i}\int_{z_j}^{z_j+\Delta z_j} \sigma_{i-1j}\tilde{\phi}(x,z)dxdz + \ldots \qquad (1.17)$$
$$+k_y^2\int_{x_i}^{x_i+\Delta x_i/2}\int_{z_j-\Delta z_{j-1}/2}^{z_j} \sigma_{ij-1}\tilde{\phi}(x,z)dxdz$$

ifadesi elde edilir. Denklem (1.16) ve (1.17)'ye integral işlemi uygulandığında beş nokta için SF operatörü,

$$C_L^{ij}\tilde{\phi}_{i-1,j} + C_R^{ij}\tilde{\phi}_{i+1,j} + C_T^{ij}\tilde{\phi}_{i,j-1} + C_B^{ij}\tilde{\phi}_{i,j+1} + C_P^{ij}\tilde{\phi}_{i,j} = \frac{I}{2}\delta(x_S)\delta(z_S) \qquad (1.18)$$

bağıntısıyla verilir (Dey ve Morisson, 1979). Burada C_L^{ij}, C_R^{ij}, C_T^{ij} ve C_B^{ij}, (i,j) noktasının sırasıyla sol (i-1,j), sağ (i+1,j), üst (i,j-1) ve alt (i,j+1) noktaları arasındaki bağlantı katsayılarıdır ve;

$$C_L^{ij} = \frac{\Delta z_{j-1}.\sigma_{i-1,j-1} + \Delta z_j.\sigma_{i-1,j}}{2\Delta x_{i-1}} \qquad (1.19a)$$

$$C_R^{ij} = \frac{\Delta z_{j-1}.\sigma_{i,j-1} + \Delta z_j.\sigma_{i,j}}{2\Delta x_i} \tag{1.19b}$$

$$C_T^{ij} = \frac{\Delta x_{i-1}.\sigma_{i-1,j-1} + \Delta x_i.\sigma_{i,j-1}}{2\Delta z_{j-1}} \tag{1.19c}$$

$$C_B^{ij} = \frac{\Delta x_{i-1}.\sigma_{i-1,j} + \Delta x_i.\sigma_{i,j}}{2\Delta z_j} \tag{1.19d}$$

bağıntılarıyla tanımlanır. (i, j) noktasının C_P^{ij} bağlantı katsayısı ise,

$$C_P^{ij} = \left[C_L^{ij} + C_R^{ij} + C_T^{ij} + C_B^{ij} \quad A(\sigma_{i,j}, A_{i,j})\right] \tag{1.19e}$$

bağıntısıyla verilir. Denklem (1.19e)'daki $A(\sigma_{i,j}, A_{i,j})$ ifadesi,

$$A(\sigma_{i,j}, A_{i,j}) = k_y^2 \quad \frac{\sigma_{i-1,j-1}.\Delta x_{i-1}.\Delta z_{j-1}}{4} + \frac{\sigma_{i,j-1}.\Delta x_i.\Delta z_{j-1}}{4}$$
$$+ \frac{\sigma_{i,j}.\Delta x_i.\Delta z_j}{4} + \frac{\sigma_{i-1,j}.\Delta x_{i-1}.\Delta z_j}{4} \tag{1.19f}$$

şeklinde yazılır. Bağlantı katsayıları ayrık model ağının geometrisine ve fiziksel özelliklerinin bir fonksiyonu olarak bilinir. Benzer şekilde sınır bölgelerdeki düğüm noktaları için bağlantı katsayıları Denklem (1.19)'un sınırlar için değiştirilmiş formlarından türetilir. Sınır noktaları için düzenlenmiş bağlantı katsayılarının denklemleri EK-A'da verilmiştir.

1.4.2. Denklem sisteminin kurulması

Genel denklemin, alan ayrıklaştırması sonucu model ağındaki her bir iç düğüm noktaları ve sınır noktalarında k_y dalga sayısı serisi için elde edilmesiyle, dönüştürülmüş düz çözüm problemi lineer denklem sistemi biçiminde

$$C\tilde{\phi} = S \tag{1.20}$$

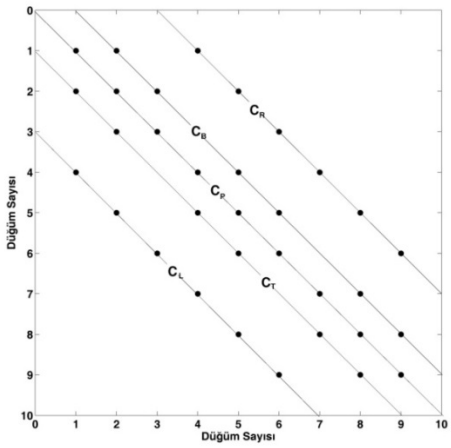
ifadesiyle gösterilir. Burada C kapasitans matrisi olarak adlandırılır ve MN×MN boyutlarında simetrik pozitif tanımlı band matristir. $\tilde{\phi}$ bilinmeyen potansiyel yöneyi,

ve S ise kaynak yöneyi olarak tanımlanır. C matrisi C_L^{ij}, C_R^{ij}, C_T^{ij}, C_B^{ij} ve C_P^{ij} bağlantı katsayılarının gruplanması ve band biçiminde sıralanmasıyla oluşturulur. Eğer bütün sınırlarda Neumann sınır koşulları uygulanırsa, kapasitans matrisi tekil olacaktır. Bu nedenle sınırlarda en az bir noktada Drichlet ya da karışık sınır koşulları uygulanmalıdır. Şekil 2.3'te 3×3 boyutunda ayrık model ağı için oluşturulan C kapasitans matrisinin şematik gösterimi verilmiştir.

(a)

$C_P(1)$	$C_B(1)$	0	$C_R(1)$	0	0	0	0	0
$C_T(2)$	$C_P(2)$	$C_B(2)$	0	$C_R(2)$	0	0	0	0
0	$C_T(3)$	$C_P(3)$	0	0	$C_R(3)$	0	0	0
$C_L(4)$	0	0	$C_P(4)$	$C_B(4)$	0	$C_R(4)$	0	0
0	$C_L(5)$	0	$C_T(5)$	$C_P(6)$	$C_B(5)$	0	$C_R(5)$	0
0	0	$C_L(6)$	0	$C_T(6)$	$C_P(6)$	0	0	$C_R(6)$
0	0	0	$C_L(7)$	0	0	$C_P(7)$	$C_B(7)$	0
0	0	0	0	$C_L(8)$	0	$C_T(8)$	$C_P(8)$	$C_B(8)$
0	0	0	0	0	$C_L(9)$	0	$C_T(9)$	$C_P(9)$

(b)



Şekil 1.3. 3x3 boyutunda ayrık model ağı için oluşturulan kapasitans matrisinin a) matris biçiminde b) şematik biçimde gösterimi

1.5. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Denklem (1.12)' de 2B Poisson denklemiyle tanımlanan nokta akım kaynağı için 2B DAÖ probleminin sayısal olarak çözülebilmesi için kullanılan diğer bir yöntem ise SE yöntemidir. SE yönteminin en büyük avantajı topoğrafyalı modellere kolaylıkla uygulanabilmesi olmakla birlikte, SF yöntemine göre daha fazla hesaplama süresine sahip olması ise dezavantajı olarak görülebilir. SE yöntemi, nokta akım kaynağı için 2B yerelektrik çalışmalarında ilk olarak Coggon(1971) tarafından uygulanmıştır. Günümüze kadar özellikle topoğrafya değişiminin olduğu modeller için bir çok

araştırmacı 2B ve 3B ortamlar için SE yöntemini kullanarak modelleme işlemlerini gerçekleştirmişlerdir (Pridmore ve diğ., 1981; Tong ve Yang, 1990; Sasaki, 1994; Candansayar, 1997; Loke, 2000; Zhou ve Greenhalgh, 2001; Li ve Spitzer, 2002, Pain ve diğ., 2002; Pain ve diğ., 2003; Boonshaisuk ve diğ., 2008; Vachiratienchai ve diğ., 2010). Diferansiyel denklemlerin analitik olarak çözümü oldukça zor, hatta neredeyse imkansızdır. Bu nedenle SE yönteminde diferansiyel denklem çözümü, tanımlanan model uzayı (Ω) içinde en küçüklenmeye çalışılan bir fonksiyona karşılık gelen;

$$\iint_{\Omega} wRd\Omega = 0 \tag{1.21}$$

şeklinde integral denklemine dönüştürülür. Denklem (1.21) Galerkin varyasyonel yöntemi (Sasaki, 1994) ya da ağırlıklı rezidüel yöntemi (Zhou ve Greenhalgh, 2001) kullanılarak çözülür. Burada w ağırlıklı rezidüel yönteminde kullanılan ağırlık katsayıları, R ise rezidüel fonksiyonudur. Bu çalışmada varyasyonel integral yöntem kullanılmıştır. Denklem (1.12) için rezidüel fonksiyonu,

$$R = \nabla.\left[\sigma(x,z)\nabla\tilde{\phi}(x,y,z)\right] + k_y^2\sigma(x,z)\tilde{\phi}(x,k_y,z) + \frac{I}{2}\delta(x - x_S)\delta(z - z_S) \tag{1.22}$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (1.22), Denklem (1.21)'de yerine konursa

$$\iint_{\Omega} \nabla.\left[\sigma(x,z)\nabla\tilde{\phi}(x,y,z)\right] + k_y^2\sigma(x,z)\tilde{\phi}(x,k_y,z)$$

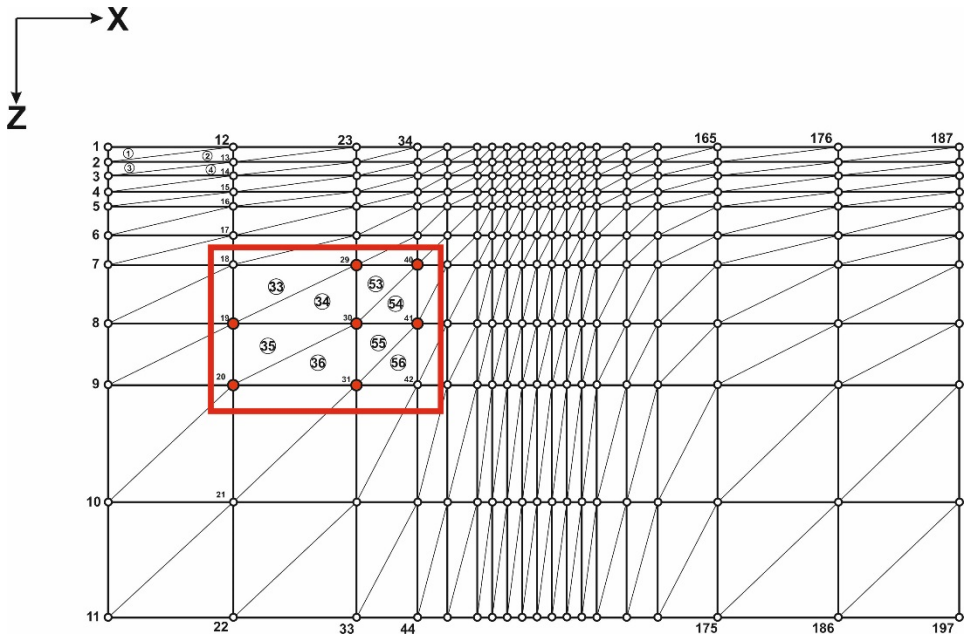
$$+\frac{I}{2}\delta(x - x_S)\delta(z - z_S)dxdz = 0 \tag{1.23}$$

integral denklemi elde edilir. Denklem (1.23)'ün çözümü ile SE model ağını oluşturan her bir düğüm noktası için potansiyel değerleri hesaplanır.

1.5.1. Model ağının elemanlara ayrıklaştırılması

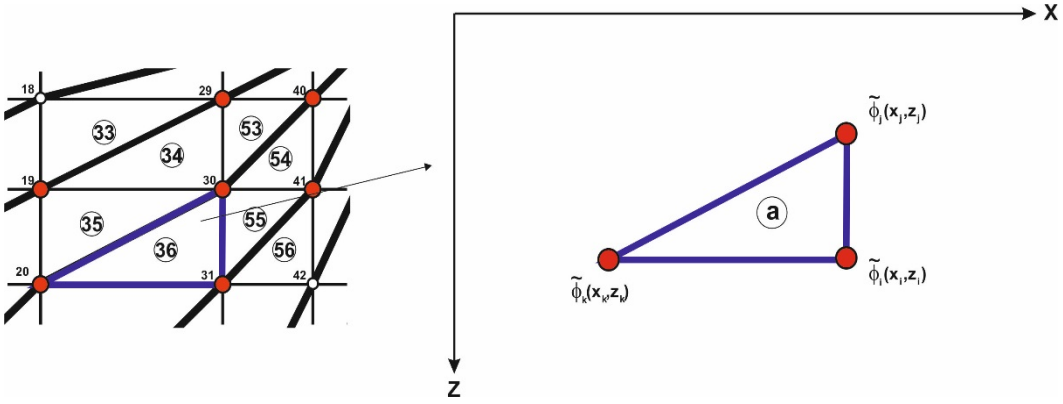
Denklem (1.23)'ün SE yöntemiyle çözülebilmesi için, ilk aşamada fonksiyonun tanımlı olduğu model uzayı (Ω), sonlu eleman adı verilen ve sonlu elemanlar analiziyle bilinmeyen parametreleri belirlenen, köşeleri sonlu sayıda düğüm

noktasıyla bağlanan elemanlara bölünür. 2B DAÖ probleminde en sık kullanılan eleman biçimleri dört noktadan bağlı dikdörtgen eleman ya da üç noktadan bağlanan üçgen elemanlardır. Dikdörtgen model ağında model uzayı (Ω) SF yönteminde olduğu gibi x ve z doğrultuları boyunca belirli boyutlarda dikdörtgenlere bölünür. Üçgen eleman kullanılarak oluşturulan SE model ağında ise benzer şekilde oluşturulan dikdörtgen elemanlar ikiye bölünerek üçgen elemanlar elde edilir. Model ağının her bir düğüm noktasına ve elemanlara sayı verilerek ayrı ayrı numaralandırılır. Bu çalışmada model uzayı (Ω) üçgen elemanlara bölünmüştür. Şekil 1.4'te üçgen model ağı ve numaralandırılmış örnek düğüm noktaları ile elemanlar gösterilmiştir.



Şekil 1.4. SE üçgen model ağının şematik gösterimi

Bilinmeyen $\tilde{\phi}_i(x,k_y,z)$ dönüşük potansiyel değerleri model ağındaki her bir düğüm noktasında hesaplanır. Burada i düğüm noktası numarasıdır. SE yaklaşımı, elemana ait $\tilde{\phi}$ potansiyel değerinin her bir noktada hesaplanan $\tilde{\phi}_i(x,k_y,z)$ potansiyel değerlerinin doğrusal kombinasyonu ile tanımlanmasıyla başlar. Şekil 1.5'te köşe numaraları saat yönünün tersinde sırasıyla 31, 30, 20 ve koordinatları (x_i,z_i), (x_j,z_j), (x_k,z_k) ve eleman numarası 36 olan üçgen elemanın şematik gösterimi verilmiştir.



Şekil 1.5. Üçgen elemanın şematik gösterimi

Şekil 1.5'te gösterilen 30 numaralı düğüm noktasını ele alalım. Söz konusu düğüm noktasına doğrudan bağlı olan diğer düğüm noktaları 19, 29, 40, 41, 31, 20 ve bağlı olan elemanlar ise 34, 35, 36, 55, 54 ve 53 tür. Bu durumda 30 numaralı düğüm noktası için SE operatörü,

$$K_{19}\tilde{\phi}_{19}(x_{19},z_{19})+K_{29}\tilde{\phi}_{29}(x_{29},z_{29})+K_{40}\tilde{\phi}_{40}(x_{40},z_{40})+K_{41}\tilde{\phi}_{41}(x_{41},z_{41})$$
$$+K_{31}\tilde{\phi}_{31}(x_{31},z_{31})+K_{20}\tilde{\phi}_{20}(x_{20},z_{20})+K_{30}\tilde{\phi}_{30}(x_{30},z_{30})=\frac{I}{2}\delta(x_S)\delta(z_S) \qquad (1.24)$$

bağıntısıyla verilir (Vachiratienchai ve diğ., 2010). Burada K_{19}, K_{29}, K_{40}, K_{41}, K_{31}, K_{20} 30 numaralı düğüm noktasının sırasıyla 19, 29, 40, 41, 31 ve 20 numaralı düğüm noktalarıyla aralarındaki bağlantı katsayılarıdır. K_{30} ise 30 numaralı düğüm noktasına ait bağlantı katsayısıdır. Görüldüğü gibi SE yönteminde kapasitans matrisin, herhangi bir düğüm noktasıyla ilgili kısımları hesaplanırken, ele alınan düğüm noktasına doğrudan bağlı olan tüm düğüm noktalarına ait etkilerin toplamı alınmaktadır. SF yönteminde olduğu gibi bağlantı katsayıları, düğüm noktasının bağlı olduğu eleman boyutlarının ve eleman iletkenlik değerlerinin birer fonksiyonudur. Kapasitans matrisinin oluşturulmasıyla ilgili detaylı bilgi Candansayar (1997)'den elde edilebilir.

Karışık sınır koşullarının eklenmesiyle birlikte, katsayılar matrisinin ve kaynak yöneyinin oluşturulmasından sonra k_y dalga sayısı serisinin her bir elemanı için denklem sistemi,

$$K\tilde{\phi}=S \qquad (1.25)$$

ile verilir. Burada K, SE bağlantı katsayılarıyla oluşturulan bant genişliği 7 olan simetrik matris, $\tilde{\phi}$ her bir düğüm noktasına ait bilinmeyen potansiyel değerlerini içeren yöney, S ise kaynak yöneyidir. S yöneyi akım elektrotunun yer aldığı düğüm noktası hariç bütün elemanları sıfır olan ayrık dirac fonksiyonudur.

1.6. Gerilim Denkleminin Çözümü

2B DAÖ düz çözüm yönteminde Denklem (1.20) ve (1.25)'te verildiği gibi pozitif tanımlı A band matris ve tüm elektrot pozisyonları için kaynak değerlerini içeren b kaynak yöneyinin,

$$A\vec{u} = \vec{b} \tag{1.26}$$

şeklinde doğrusal denklem sistemiyle tanımlanır. Buradaki amaç her bir düğüm noktasındaki potansiyel değerlerini ifade eden $\vec{u}$ değerlerinin elde edilmesidir. Denklem sisteminin çözümü için araştırmacılar farklı yöntemler kullanmıştır. Günther (2004), farklı önkoşullandırıcılar kullanarak yöntemlerin birbirlerine göre üstünlüklerini karşılaştırmıştır. Spitzer ve Wurmstich (1999), problemi doğruluk ve hız açısından geniş çaplı irdelemiştir. Bağlantı katsayılarını A matrisi simetrik $(A = A^T)$ ve pozitif tanımlı matris olduğundan, bu çalışmada denklem sisteminin çözümü için Cholesky ayrışım yöntemi kullanılmıştır (Golub ve Van Loan, 1983). Bu yöntemde A matrisi üst üçgen ve alt üçgen olmak üzere,

$$A = LU \tag{1.27}$$

şeklinde iki matrisin çarpımı biçiminde verilir. Bu durumda Denklem (1.26),

$$LU\vec{u} = \vec{b} \tag{1.28}$$

biçiminde yazılabilir. Bu durumda Denklem (1.26) sırasıyla,

$$L\vec{y} = \vec{b} \tag{1.29}$$

ve

$$U\vec{u} = \vec{y} \tag{1.30}$$

denklemlerinin çözülmesiyle $\vec{u}$ bilinmeyen dönüşük potansiyel değerleri elde edilebilir. (1.29) denkleminin çözümüyle hesaplanan $\tilde{\phi}$ dönüşük potansiyel değerleri ters Fourier kosinüs dönüşümü uygulanarak uzaysal ortamda her bir düğüm noktası için ϕ potansiyel değerleri elde edilir.

1.7. Dönüşük Potansiyellerin Uzaysal Ortama Aktarılması

Denklem (1.20) ve (1.25)'in çözümüyle (x,k_y,z) uzayında elde edilen $\tilde{\phi}_i(x,k_y,z)$ dönüşük potansiyel değerlerinin (x,y,z) ortamına aktarılması gerekmektedir. Çözüm sistemi fazla hesaplama süresi gerektirdiğinden $\tilde{\phi}_i(x,k_y,z)$ dönüşük potansiyel değerlerinin hesaplanması için optimum elemanlı k_y dalga sayısı serisi seçilmelidir. k_y serisinin seçimi genelde deneme yanılma yöntemiyle yapılmakla birlikte dalga sayıların adedi ve aralıkları kaynak ve alıcı elektrotlarının arasındaki mesafeye göre belirlenebilir. Xu ve diğ. (2000), k_y serisinin seçimi için optimizasyon metodu sunmuşlardır. Bu çalışmada uygulama alanının ve yöntemlerin cinsine göre Xu ve diğ. (2000) tarafından geliştirilen yöntem ile k_y dalga sayısı serileri belirlenmiştir. Boonshaisuk (2007), analitik hesaplamaları kullanarak, k_y nin sıfıra yakın değerleri için dönüşük potansiyellerde büyük değişimler olurken k_y değerlerinin büyüdükçe değişimlerin sıfıra doğru hızlı biçimde azaldığını göstermiştir. 2B DAÖ problemlerinde (x,k_y,z) uzayında hesaplanan dönüşük potansiyel değerleri,

$$\phi(x,y,z)=\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\tilde{f}(x)\cos(xy)dx \tag{1.31a}$$

$$\approx\frac{2}{\pi}\sum_j\int_{k_{y_j}}^{k_{y_{j+1}}}b_j e^{a_j k_y}\cos(yk_y)dk_y \tag{1.31b}$$

$$\approx\frac{2}{\pi}\sum_j\int_{k_{y_j}}^{k_{y_{j+1}}}\tilde{f}(k_y)\frac{a_j\sin(yk_y)-y\cos(yk_y)}{a_j^2+y^2}\Bigg|_{k_{y_j}}^{k_{y_{j+1}}} \tag{1.31c}$$

$$a_j=\frac{\ln\tilde{f}(k_{y_{j+1}})\quad\ln\tilde{f}(k_{y_j})}{k_{y_{j+1}}\quad k_{y_j}} \tag{1.31d}$$

$$b_j = \exp \frac{k_{y_{j+1}} \ln \tilde{f}(k_{y_j}) \quad k_{y_j} \ln \tilde{f}(k_{y_{j+1}})}{k_{y_{j+1}} \quad k_{y_j}} \tag{1.31e}$$

bağıntılarıyla verilen ters Fourier kosinüs dönüşümü ile (x,y,z) uzayına dönüştürülür. $\tilde{\phi}_i(x, k_y, z)$ dönüşük potansiyelleri $\phi_i(x, y, z)$ potansiyellerine dönüştürülerek görünür özdirenç değerleri hesaplanabilir. Görünür özdirenç değerleri hesaplanırken alıcı elektrotların bulunduğu düğüm noktalarındaki nokta akım kaynaklarına göre hesaplanan potansiyel değerleri kullanılır.

1.8. Görünür Özdirençlerin Hesaplanması

Görünür özdirenç kavramı, belirli bir düzende yerleştirilen elektrotlarla ölçülen potansiyel farkları ve yere uygulanan akımın arasındaki ilişkiye karşılık gelen tekdüze ve izotrop bir yeraltı modelinin özdirenci olarak tanımlanabilir. Fakat gerçek yeraltı farklı özdirenç değerlerine sahip yapılardan oluştuğundan, potansiyel dağılımı da tüm özdirençlerin etkisini içerecektir. Bu nedenle jeofizik çalışmalarda ölçülen değerler görünür özdirençlerdir ve ρ gerçek özdirençten farklı olarak ρ_a ile gösterilir. ρ özdirencine sahip tekdüze bir ortam üzerinde, tek bir nokta akım kaynağı(I) için, kaynağın kendisinden r kadar uzakta oluşturacağı potansiyel,

$$\phi(r) = \frac{\rho I}{2\pi r} \tag{1.32}$$

bağıntısıyla verilir. Bağıntıdan da anlaşılacağı üzere akım, kaynaktan uzağa doğru radyal olarak dağılmaktadır. Akımın oluşturduğu eşpotansiyel yüzeylerle akım çizgileri birbirlerine dik doğrultudadır. Yerelektrik çalışmalarında, pratikte biri pozitif (+I) diğeri negatif (-I) olmak üzere iki noktadan akım uygulanır ve bu akımların yeraltındaki herhangi bir hedef noktada oluşturacağı potansiyellerin farkları,

$$\Delta\phi = \frac{\rho I}{2\pi r_+} \quad \frac{\rho I}{2\pi r} \tag{1.33}$$

ifadesiyle hesaplanır. Burada r_+ ve r- sırasıyla pozitif ve negatif akım noktalarının, hedef noktaya (potansiyel elektrotlar) olan uzaklıklardır. DAÖ çalışmalarında iki

noktadan uygulanan akımın, diğer başka iki noktada oluşturacağı potansiyel farkları ölçülerek işlemler yapılır. Şekil 1.6'da ölçümde kullanılan akım ve potansiyel noktalarının konumları ve yerin içinde oluşan akım çizgileriyle eşpotansiyel yüzeylerin şematik gösterimi verilmiştir.

Burada A ve B akım elektrotlarının M ve N noktalarında oluşturdukları potansiyel farkları,

$$\Delta\phi = \phi_M \quad \phi_N = \frac{I\rho}{2\pi} \quad \frac{1}{r_{AM}} \quad \frac{1}{r_{BM}} \quad \frac{1}{r_{AN}} + \frac{1}{r_{BN}} \tag{1.34}$$

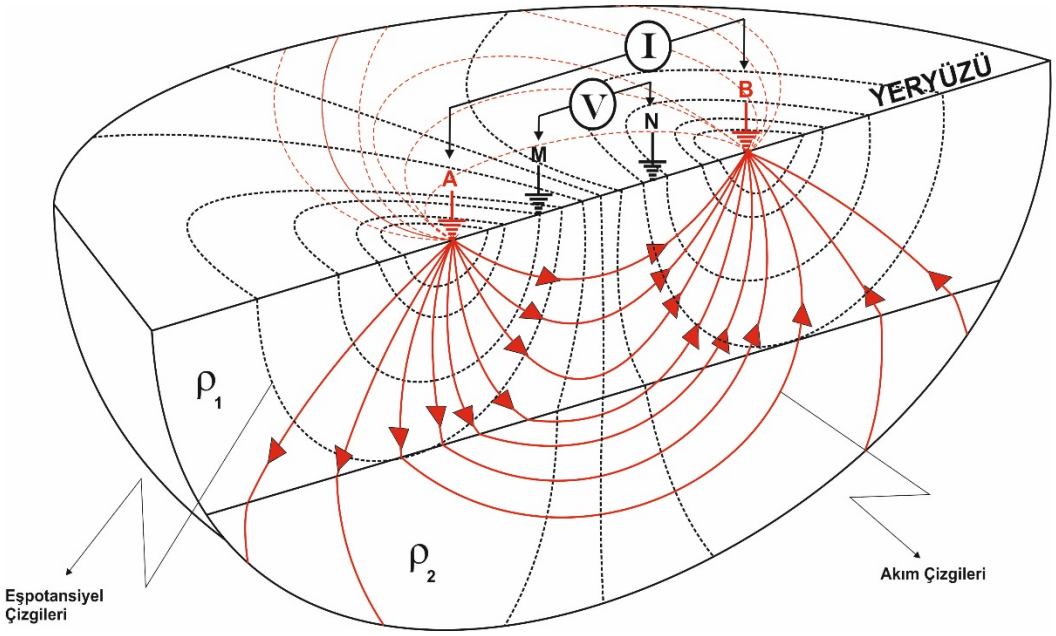
bağıntısıyla verilir. Denklem(1.34)'ten ise görünür özdirenç değerleri,

$$\rho_a = G\frac{\Delta\phi}{I} \tag{1.35}$$

bağıntısından elde edilir. Burada G elektrotların birbirlerine göre konumlarına bağlı olan ve "geometrik faktör" olarak adlandırılan büyüklüktür. Her bir elektrot dizilimine göre farklılık gösteren geometrik faktör,

$$G = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_{AM}} - \frac{1}{r_{BM}} - \frac{1}{r_{AN}} + \frac{1}{r_{BN}}} \tag{1.36}$$

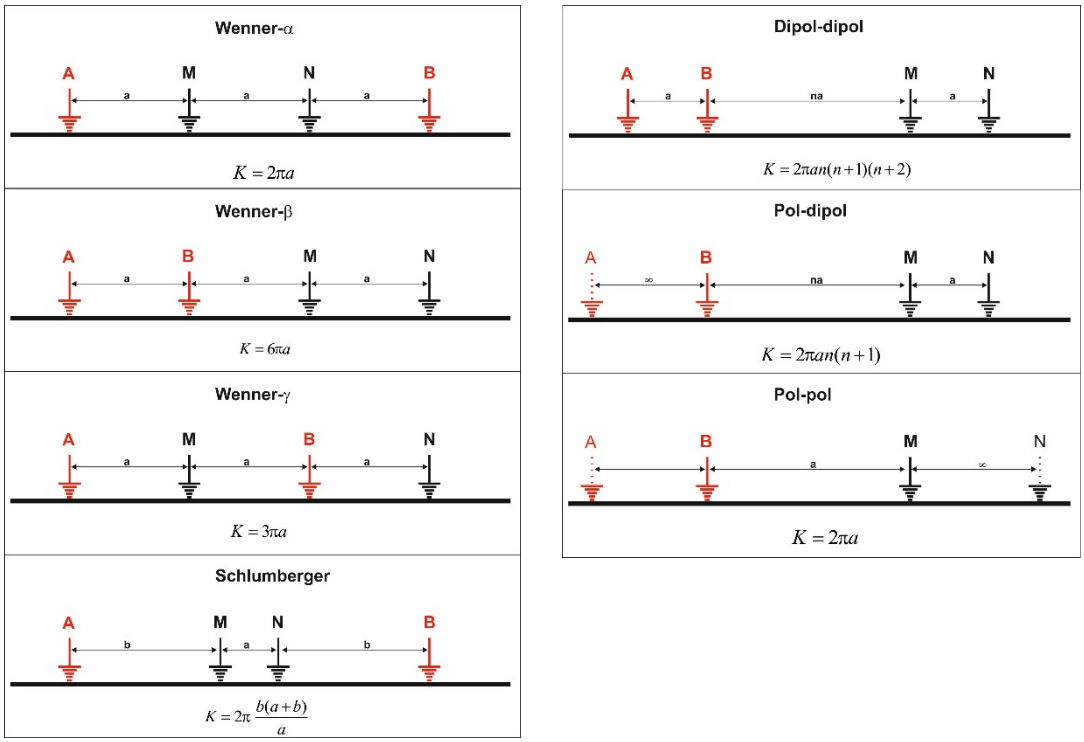
bağıntısıyla hesaplanır.



Şekil 1.6. Akım ve potansiyel noktalarının konumları ve yerin içinde oluşan akım çizgileriyle eşpotansiyel yüzeylerin şematik gösterimi

1.8.1. Elektrot dizilimleri

DAÖ ölçümlerinde ikisi akım elektrotu diğer ikisi de potansiyel elektrotu olmak üzere genellikle dört elektrot kullanılır. Elektrot dizilimi, ölçümler sırasında kullanılan elektrotların pozisyonlarını belli bir sistematiğe göre belirleme biçimidir. Genel olarak arazi ölçümlerinde başlıca 7 adet dizilim tipi kullanılır. Bunlar Wenner-α, Wenner-β, Wenner-γ, Schlumberger, dipol-dipol, pol-dipol, pol-pol dizilim tipleridir. Dizilim tiplerinin elektrot konumları ve karşılık gelen geometrik faktörleri Şekil 1.7'de verilmiştir. Dizilim tipi genellikle çalışmanın amacına uygun olarak seçilmelidir. Farklı elektrot dizilimleriyle aynı yeraltı modeli üzerinde alınan görünür özdirenç değerleri farklılık gösterir. Bunun sebebi her elektrot diziliminin farklı doğrultudaki değişimlere duyarlı olmasıdır. Örneğin sabit elektrot aralıklarının kullanıldığı Wenner-α dizilimi yatay yöndeki değişimlere duyarlı olup sığ ve sabit derinlikteki kısmı incelemede kullanılırken, akım elektrotlarının aralarındaki mesafenin arttırılarak ölçümlerin yapıldığı Schlumberger diziliminde daha derin mesafeler incelenebilmektedir. Candansayar (1997), dizilim tiplerine ait sinyal katkı kesitlerini inceleyerek ayrımlılıklarını karşılaştırmıştır. Elektrot dizilimlerinin avantajları ve kullanımlarıyla ilgili daha detaylı bilgiler Candansayar (1997) ve Loke (2010) 'dan elde edilebilir.



Şekil 1.7. Elektrot dizilimlerinin şematik gösterimi ve geometrik faktörleri

1.8.2. Hesaplama hatalarının giderilmesi

DAÖ çalışmalarında, ele alınan yeraltı modeline ait teorik görünür özdirenç değerleri hesaplanması için kurulan sistemlerde hesaplama doğruluğu büyük önem taşımaktadır. DAÖ düz çözümünde kullanılan SF ve SE yöntemleri sayısal yöntemler olduğu için hesaplamalarda hata olması kaçınılmazdır. Bu nedenle bu hataların kabul edilebilir sınırlarda tutulması gerekmektedir. DAÖ düz çözüm hesaplama yöntemlerinde hatalar temelde iki sebepten olmaktadır. Bunlar model ağı ayrıklaştırma hatası ve büyük iletkenlik değişimidir.

Tekdüze bir yer ortamının ayrıklaştırılmasında bütün hücreler aynı iletkenlik değerlerine sahip olsalar dahi, model ağının düşey ve yatay yönde yeteri kadar hücreye bölünmediği durumlarda hesaplanan özdirenç değerleri gerçek özdirenç değerine eşit olmayacaktır. Oluşan potansiyeller kaynak noktadan itibaren uzaklaştıkça radyal olarak dağılıp doğrusal biçimde azalım gösterdiklerinden, özellikle kaynak elektrotları civarında ölçülen potansiyellerde ciddi hatalar oluşmaktadır. Bunun yanında hayali sonsuz sınır etkisi yaratması için sağ, sol ve

düşey yöndeki sınırlara doğru gidildikçe boyutları artan blokların, yeteri kadar büyük seçilememesi de sınır etkisi yaratabilir.

Hesaplama sırasında karşılaşılan hataların sebeplerinden birisi de ele alınan inceleme alanında birbirine komşu iki yapının ya da model hücrelerinin arasındaki iletkenlik kontrastının çok büyük olmasıdır. Özellikle yüzeye yakın bölgelerde ve dikey doğrultuda iletkenlik kontrastı oranı arttıkça hesaplanan değerdeki hata miktarı da artmaktadır. Hesaplamalardaki hataları en aza indirebilmek için (Marescot ve diğ., 2006) geometrik faktörün tekrar hesaplandığı etkili bir yöntem önermişlerdir. Kuramsal özdirenç değerlerine düzeltme işlemi

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{\Delta V_H}\rho_H \tag{1.37}$$

bağıntısıyla yapılabilir (Marescot ve diğ., 2006). Burada ΔV ele alınan bir yeraltı modeli için kurulan model ağı ve elektrot dizilimine göre hesaplanan potansiyel farkı değerleri, ΔV_H aynı şartlarda homojen bir ortam için hesaplanan potansiyel farkları ve ρ_H ise homojen ortama ait özdirenç değeridir. Homojen ortam için genellikle 1Ω.m seçilmektedir. Bu işlem uygulandığında, homojen bir ortam için özdirenç değerleri gerçek özdirence eşit olması gerektiğinden, 1Ω.m özdirence sahip ortam için yapılan hesaplamalarla elde edilen görünür özdirenç değerleri birer hata katsayısı gibi davranacaktır. Böylece bu katsayılar düzeltme katsayısı olarak kullanılabilmektedir. Bu çalışma kapsamında, 2B DAÖ düz çözüm işlemi için geliştirilen kodlarda yukarıda anlatılan düzeltme işlemi uygulanarak hatalar düşürülmüştür.

1.9. Topoğrafya Etkisinin Modele Eklenmesi

Yeryüzü topoğrafyasının etkili biçimde değişim gösterdiği alanlarda yapılan DAÖ çalışmalarından elde edilen verilere ters ve düz çözüm işlemi uygulanırken, topoğrafya etkisinin hesaplamalara katılması son derece önemlidir. Tekdüze bir yeraltı ortamında topoğrafya etkisi, düşük ya da yüksek özdirenç değerlerine sahip yapay anomaliler olarak kendisini göstermektedir. 2B DAÖ yöntemlerinde topoğrafya etkisinin giderilmesi iki yöntemle mümkün olmaktadır. Bunlardan ilkinde özellikle 80 li ve 90 lı yıllarda sıkça kullanılmış olan düzeltme faktörü işlemidir. Fox

ve diğ., (1980) özdirenç verilerindeki topoğrafya etkisini arazi düzeltmesi (terrain correction) işlemiyle gidermeye çalışmıştır. Spiegel ve diğ., (1980) düzensiz yüzeylerin bölgesel etkisini yok sayacak analitik bir yol önermişlerdir. Tong ve Yang (1990) SE yöntemiyle geliştirdikleri algoritmaya topoğrafya düzeltme faktörü işlemini uygulamışlar ve yöntemin karmaşık modellerde ve çok değişken topoğrafyalı bölgelerde etkili sonuçlar veremediğini göstermişlerdir.

Zamanla algoritmaların gelişmesi sonucu, DAÖ modelleme çalışmalarında topoğrafya etkisinin düzeltme faktörüyle giderilmesi yerine, doğrudan topoğrafyanın düz çözüm işlemlerine uygulanması daha çok tercih edilen yöntem olmuştur (Panagiotis ve diğ., 1999; Loke, 2000; Erdoğan ve diğ., 2008; Demirci ve diğ., 2012).

Loke (2000), SE yöntemiyle 2B DAÖ düz çözümünde topoğrafya etkisinin hesaplamalara eklenmesi için üç farklı yöntem sunmuştur. Bu üç yöntem, SE için oluşturulan model ağının topoğrafyanın şekline göre esnetilmiş halini kullanmaktadır. Bütün yöntemlerde üçgen model ağındaki düğüm noktaları, gerçek topoğrafya değişimine göre aşağı ya da yukarıya kaydırılarak topoğrafya etkisi hesaplamalara eklenmiştir. Yöntemler arasındaki fark düğüm noktalarının kayma oranlarının değişimidir. İlk yöntemde en basit haliyle, model ağındaki tüm düğüm noktaları yeryüzündeki gerçek topoğrafya değişimine uygun olarak aynı oranda kaydırılır. Bu yöntem en küçük topoğrafya değişiminde dahi kullanışlıdır (Şekil 1.8a). Diğer bir yöntemde, düğüm noktalarındaki kayma miktarları derinlere doğru gidildikçe üstel olarak sönümlenerek model ağına uygulanır. Kayma miktarı

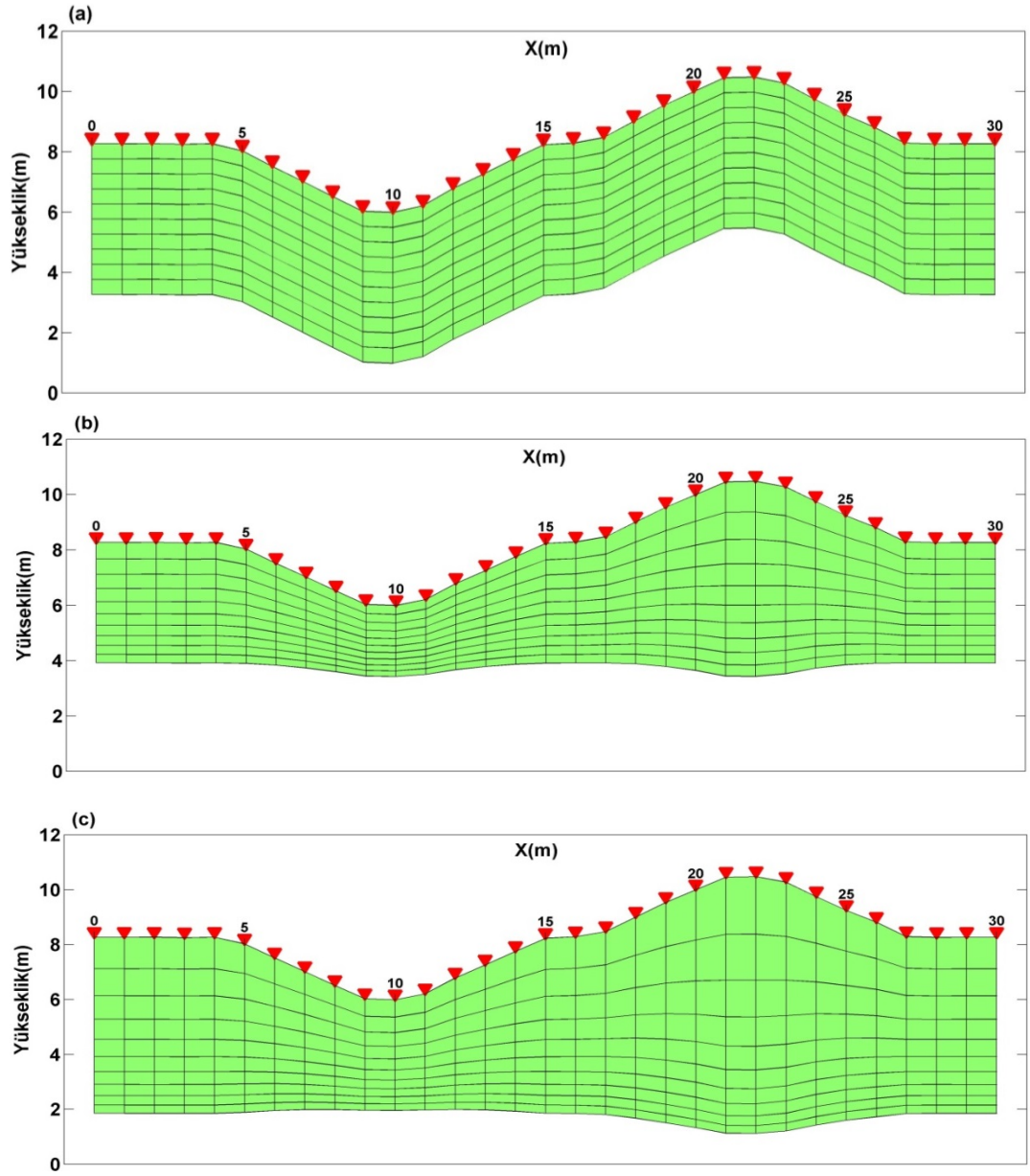
$$\Delta z_j = T_i e^{\left(\frac{sz_j}{(T_m + H_m \quad T_i)}\right)} \tag{1.38}$$

bağıntısıyla verilir (Loke, 2000). Burada Δz_j, düzgün model ağında z_j pozisyonundaki düğüm noktasının kayma miktarı, T_i yüzey topoğrafyası, T_m, en yüksek ve en düşük topoğrafya seviyesi arasındaki fark, H_m en yüksek topoğrafya noktası ve s ise sönüm derecesini düzenleyen sabittir. Şekil 1.8'de farklı s değerleri için model ağı örnekleri verilmiştir.

Bu işlemde derinlerdeki tabakalar topoğrafyanın şeklinden daha az etkilenmektedir. Son yöntemde ise, düğüm noktalarının kayma miktarları Spiegel ve diğ., (1980) tarafından verilmiş olan Schwartz-Christoffel dönüşüm yöntemiyle hesaplanmaktadır (Loke, 2010). Bu çalışma kapsamında SE yöntemi için yazılan kodlarda, model ağındaki tüm düğüm noktalarının topoğrafya değişimine göre aynı miktarda kaydırıldığı tekniği esas alan birinci yöntem kullanılmıştır.

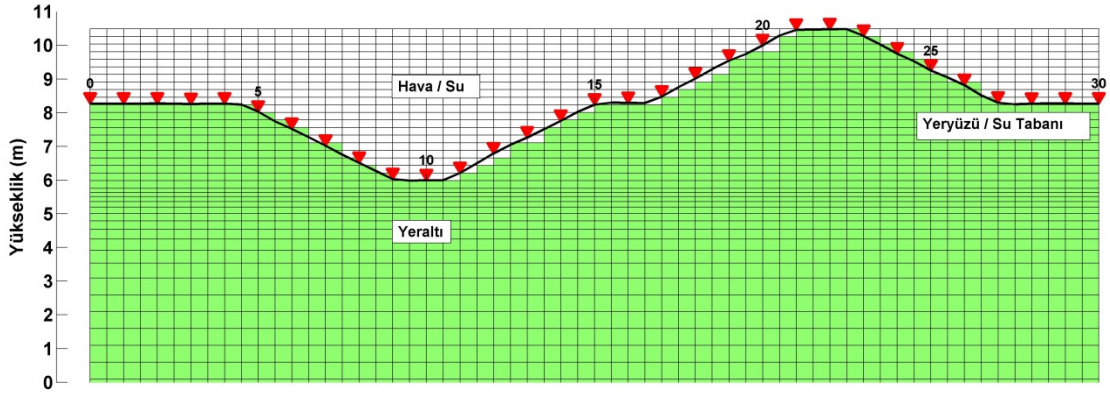
SF yönteminde düzgün dikdörtgenlere ayrıklaştırılmış model ağı kullanıldığından, topoğrafya etkisinin düz çözüm hesaplamalarına eklenebilmesi için düğüm noktalarına kaydırma işlemi uygulanamamaktadır. SF yönteminde topoğrafya etkisi için en temel yöntem, topoğrafya değişiminin bulunduğu yeryüzü-serbest hava düzlemini de kapsayan ayrıklaştırılmış model ağı kullanımıdır (Tsorlous ve diğ., 1999). Bu yöntemde, yeryüzündeki topoğrafya değişiminin en üst noktasından başlayarak, kullanılan dizilim tipi ve elektrot aralığına göre yeraltında belli bir derinliğe kadar uzanan ayrıklaştırılmış model ağı kullanılır. Model ağındaki yeryüzünü temsil eden çizginin üstünde kalan bölgedeki model elemanlarına, havayı temsil edecek şekilde çok yüksek (örneğin 100000 Ω.m) özdirenç değeri atanır. Ölçümde kullanılan elektrotların lokasyonları ise yeryüzü çizgisi üzerine denk gelen düğüm noktalarına yerleştirilerek modele ait potansiyel dağılımı hesaplanır (Şekil 1.9).

Erdoğan ve diğ., (2008), aynı işlemde SF model ağına topoğrafya etkisini eklerken dikdörtgen bloklar kullanmak yerine, düzgün şekilli üçgen elemanlar kullanmışlardır. Yöntem aynı zamanda deniz veya göl tabanı için yapılan çalışmalarda da uygulanabilmektedir. Deniz ya da göl tabanındaki batimetrik değişimler yüzey sınır çizgisi olarak ele alınır. Topoğrafya çalışmalarında havayı temsil eden yüksek özdirenç değerleri atandığı gibi, su tabanını temsil eden sınır çizgisinin üzerinde kalan model elemanlarına tuzlu suyu (örneğin 2 Ω.m) ve tatlı suyu (örneğin 25 Ω.m) temsil eden özdirenç değerleri atanır.



Şekil 1.8. SE model ağına a) tüm noktalara eşit kaydırma miktarı b) s=1 sönümüyle hesaplanmış kaydırma miktarı c) s=2,5 sönümüyle kaydırma miktarı uygulanmış topoğrafyalı model ağlarının şematik gösterimi

Elektrot pozisyonları yapılan çalışmada uygulama şekline göre su yüzeyine ya da tabanı temsil eden sınır çizgisi üzerine karşılık gelen düğüm noktaları üzerine yerleştirilir. Çalışmanın SF yöntemi bölümü için yazılmış kodlarda, topoğrafya etkisinin giderilmesi ve su tabanı çalışmalarında bu yöntem kullanılmıştır

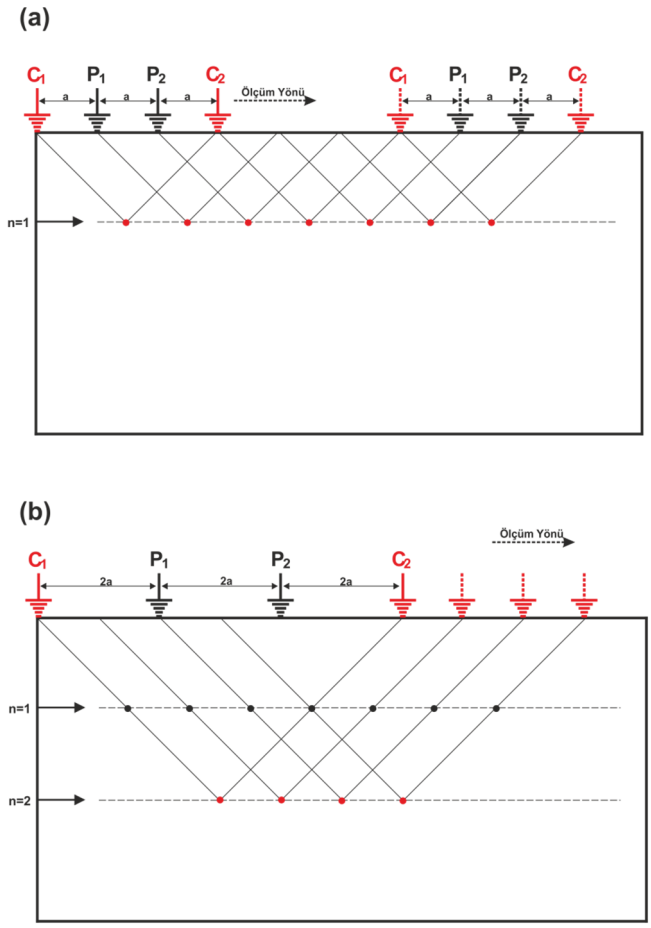


Şekil 1.9. SF yöntemine topoğrafya etkisi eklenmiş model ağının şematik gösterimi

1.10. Yapma Kesitin Oluşturulması

2B DAÖ verilerinin sunumunda, her bir ölçü noktasında alınan değerlerin, yatay ve düşey pozisyonları, dizilim tipi ve elektrot aralıklarının bir fonksiyonu olarak çizildiği yapma kesit olarak adlandırılan yöntem kullanılır. Yapma kesitte, veri noktasının yatay pozisyonu ölçüm noktasında kullanılan elektrot setinin orta noktasına yer alır. Düşey pozisyonu ise elektrotlar arasındaki mesafeyle orantılı olarak alınır. Düşey pozisyon elde edilirken kullanılan ortak yöntem, ölçü noktasında kullanılan elektrot setinde en dıştaki elektrotlardan yatayla 45 derece açı yapacak şekilde çizilen iki çizginin birleştiği kesim noktasını, ölçü noktasının düşey pozisyonu olarak kabul etmektir. Şekil 1.10 'da Wenner-α dizilim tipi için ölçüm düzeni görülmektedir. İlk olarak akım elektrotların dış kısımlarda, potansiyel elektrotların ise içeride olduğu ve elektrot aralıkları a olan elektrot seti kurulmuştur. Ölçü noktasının yatay pozisyonu, elektrot setinin tam orta noktasına yani C_1 elektrotunun yatay pozisyonundan itibaren $3a/2$ kadar mesafede yer almaktadır. Düşey pozisyonu ise elektrot setinin dış kısmındaki C_1 ve C_2 akım elektrotlarından yatayla 45 derecelik açı yapacak şekilde çizilen iki çizginin kesim noktası olan ve yüzeyden itibaren $a/2$ derinliğine yerleştirilir (Şekil 1.10a). Aynı elektrot aralığı için elektrotların yatay pozisyonları değiştikçe, alınan ölçü noktaları aynı derinlik seviyesinde fakat farklı yatay pozisyonlarda yerleştirilir. Şekil 1.10b'de görüldüğü gibi elektrot aralığı $2a$ şeklinde arttırıldıkça, ölçü noktalarının da yerleştirileceği derinlik seviyeleri değişecektir. Bu işlem seçilen ölçüm seviyeleri tamamlanıncaya kadar devam etmektedir. Dipol-dipol diziliminde ise ölçüm noktasının yatay pozisyonu akım ve potansiyel dipollerinin orta noktasına yerleştirilir. Görünür

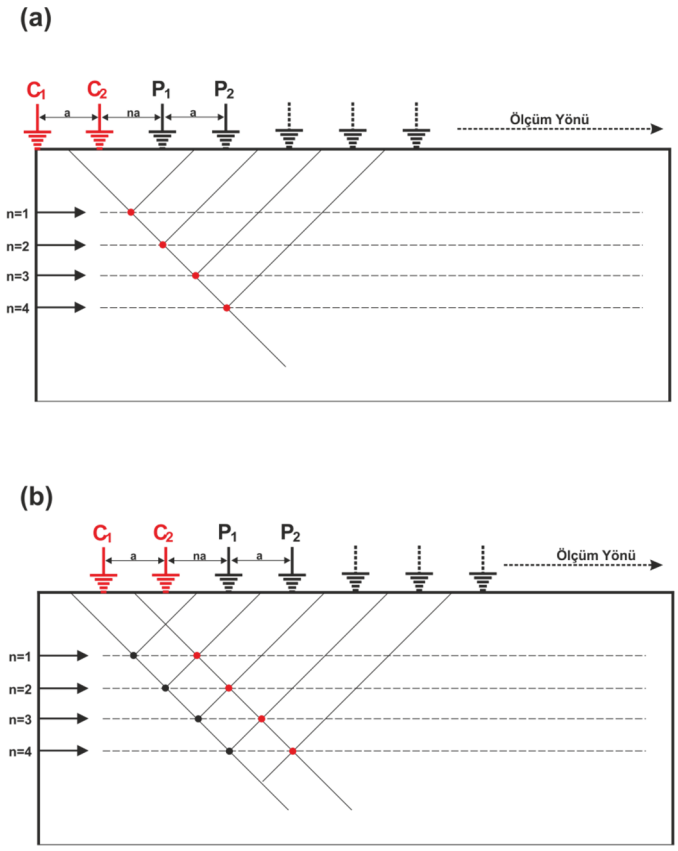
özdirenç ölçü noktasının düşey pozisyonu olarak, akım ve potansiyel dipollerinin aralarından yatayla 45 derecelik açı yapacak şekilde çizilen iki çizginin kesim noktası alınır. Dipoller arasındaki mesafe arttıkça inceleme derinliği de artacaktır. Dipol-dipol dizilim tipi için ölçüm şeması Şekil 1.11'de verilmiştir. Her ne kadar verilerin sunumu için tatmin edici olsa da, önemle belirtilmesi gereken en önemli husus bu yöntemin sadece basit bir gösterim şekli olduğu ve yatayla 45 derecelik açı yapan iki çizginin kesim noktasıyla elde edilen düşey pozisyonların kesinlikle gerçek inceleme derinliği anlamına gelmemesidir (Loke, 2010). Kullanılan elektrot dizilimine göre ölçüm noktasının düşey pozisyonu için diğer bir yöntem ise Edwards (1977) tarafından sunulan görünür derinlik ya da ortalama inceleme derinliği yöntemidir. Edwards (1977) farklı dizilim tipleri için elektrot aralıklarına ve profil uzunluklarına göre derinlik faktörleri geliştirerek ortalama inceleme derinliğini hesaplamıştır. Tablo 1.1'de bazı dizilim tipleri ve farklı seviyeler için elde edilmiş derinlik faktörleri verilmiştir Edwards (1977). Bu derinlik faktörleri aracılığıyla yapılan araştırmanın maksimum inceleme derinliği belirlenebilmektedir. Bunun için ölçümde kullanılan maksimum elektrot aralığı(a) ya da ölçü profilinin uzunluğu (L), Tablo 1.1'de gösterilmiş olan uygun derinlik faktörüyle çarpılarak maksimum inceleme derinliği bulunabilir. Örneğin Wenner-α dizilim tipi için profil uzunluğu 30 m (ya da maksimum elektrot aralığı 10 m) alınırsa, böyle bir ölçüm profili için maksimum inceleme derinliği $0{,}519 \times 10 = 5{,}2\text{m}$ olarak bulunur. Dipol-dipol ve Schlumberger dizilim tipleri için ise n seviyesi göz önünde bulundurularak işlemler yapılır. Bu görünür derinlik değeri, homojen yarı uzayı için duyarlılık değerlerine ya da Frĕchet türevlerinden elde edilen değerlere dayalıdır (Loke, 2010). Yatay ve düşey pozisyonlara göre yerleştirilmiş görünür özdirenç değerlerinin konturlanması ya da yapma renklerle (pseudocolor) renklendirilmesi, verilerin görselleştirilmesi için en elverişli yöntemlerdir.



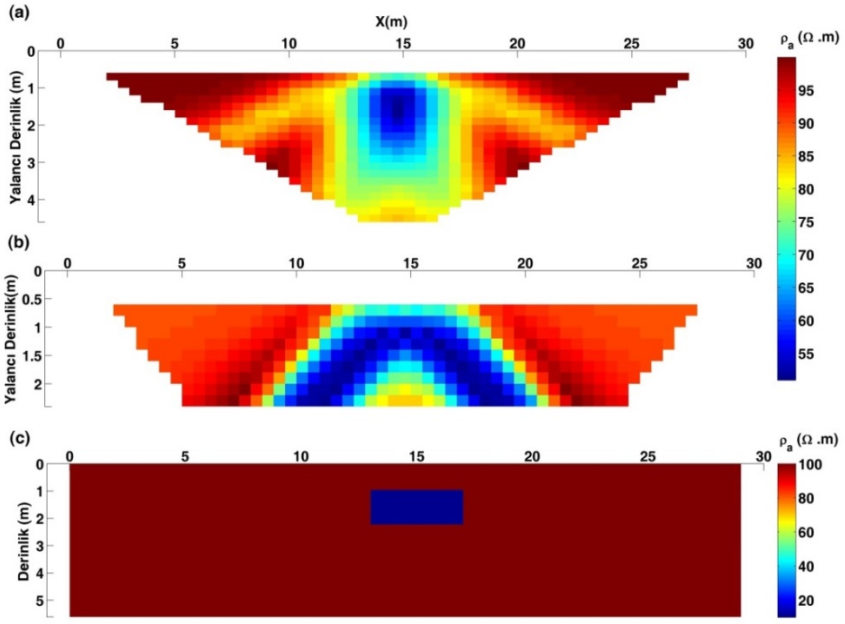
Şekil 1.10.Wenner-α dizilim tipi için yapma kesitin a) n=1 b) n=2 seviyesi için şematik gösterimi

Özellikle 2B ya da 3B yöntemlerle elde edilmiş olan verilerden elde edilen görünür özdirenç yapma kesitini, gerçek yeraltı özdirenç dağılım kesiti olarak ele almak, en sık yapılan hataların başında gelmektedir.

Görünür özdirenç değerlerinden elde edilen yapma kesitler nicel yorumlamaya sadece yol gösterici olabilir. Yapma kesit, yeraltının tahmini olarak özdirenç dağılımının görselleştirilmiş şeklidir. Yapma kesitlerin oluşturulması sırasında seçilen kontur çizimi ve ara kestirim yöntemlerindeki farklılıklardan ötürü yapma kesitin şekli değişebilmektedir. Bunun yanında kontur şekilleri, kullanılan elektrot dizilimlerine bağlı olduğundan yapma kesit, yeraltının şekil değiştirmiş halidir.



Şekil 1.11. Dipol-dipol dizilim tipi için yapma kesitin şematik gösterimi



Şekil 1.12. Yapma kesit örneği a) Wenner-α dizilim tipi için görünür özdirenç yapma kesiti b) Dipol-dipol dizilim tipi için görünür özdirenç yapma kesiti c) gerçek yeraltı modeli

Şekil 1.12.'de aynı model üzerinde farklı elektrot dizilimleri kullanılarak alınan verilerden elde edilen yapma kesitlerin farklılık gösterdiği görülmektedir. Bu konu hakkında detaylı tartışma Loke (2010) ve Boonchaisuk (2007) tarafından ayrıntılı olarak verilmiştir. Bu çalışmada görünür özdirençlere ait yapma kesitler hazırlanırken, inceleme derinlikleri Tablo 1.1' de verilen derinlik faktörlerinin kullanıldığı görünür derinlik yöntemine göre elde edilmiştir.

Tablo 1.1. Dizilim tiplerine göre ortalama derinlik saptaması için derinlik faktörleri

Dizilim Tipi	z_e/a	z_e/L
Dipol-dipol		
n=1	0,416	0,139
n=2	0,697	0,174
n=3	0,962	0,192
n=4	1,220	0,203
n=5	1,476	0,211
n=6	1,730	0,216
n=7	1,983	0,220
n=8	2,236	0,224
n=20	5,250	0,239
Wenner-α	0,519	0,173
Wenner-β	0,519	0,173
Wenner-γ	0,519	0,173
Schlumberger		
a ⟶ 0	-	0,192
L=40a	7,660	0,192
L=20a	3,820	0,191
L=10a	1,900	0,190
Pol-dipol		
n=1	0,517	-
n=2	0,915	-
n=3	1,293	-
n=4	1,658	-
n=5	2,013	-
n=6	2,359	-

1.11. Düz Çözüm Örnekleri

Bu bölümde, önceki bölümlerde sunulan, SF ve SE tekniğiyle 2B DAÖ düz çözümü için geliştirilmiş algoritmanın ve bu algoritma için yazılan bilgisayar programlarının çalışabilirliği, doğruluğu ve hızı açısından performansı incelenmiştir. Programlar MATLAB dilinde yazılmış ve EK-B ve EK-C'de verilen analitik yöntemlerle doğruluğu sınanmıştır.

Geliştirilen programlar ilk olarak homojen bir yeraltı modeli üzerine uygulanmıştır. Analitik yöntemlerle karşılaştırma yapılabilmesi için, analitik olarak formüle edilebilen iki farklı türde sentetik modeller kullanılmıştır. Bu modeller sırasıyla 2 yatay tabakalı yeraltı modeli ve düşey kontak modelidir. Her iki model üzerinde de, en sık kullanılan dizilim tipleri olan Wenner-α kaydırma dizilimi Wenner-Schlumberger ve Dipol-dipol dizilim tipleri kullanılarak farklı sayılarda sentetik veriler elde edilmiştir.

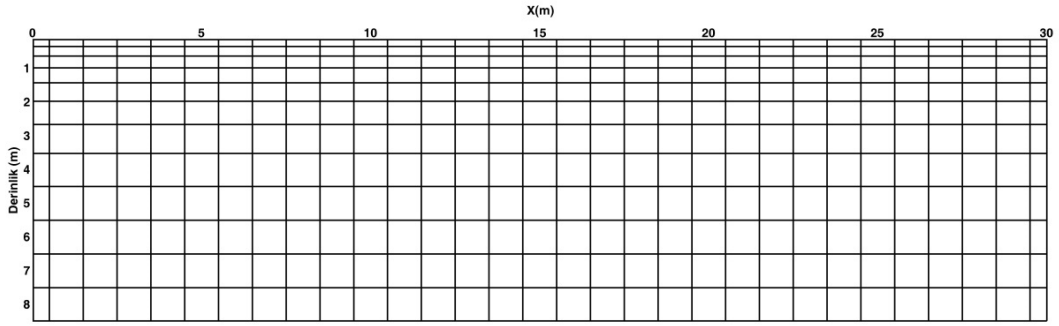
SF yönteminde yeraltı düzgün şekilde dikdörtgen elemanlara bölünerek model ağı oluşturulmuştur. Model ağındaki elemanlar yatay yöndeki Δx ayrıklaştırma miktarları eşit olarak alınırken, düşey yöndeki Δz ayrıklaştırma miktarı derinlere doğru inildikçe büyütülmüştür. Model ağının çözünürlüğünü gösterebilmek amacıyla üç farklı model ağı üretilmiştir. İlk olarak elektrot aralıklarının her biri bir elemana bölünerek elde edilen kaba model ağı kullanılmıştır. Diğer model ağlarında ise elektrot aralıkları sırasıyla iki ve dört elemana bölünerek, çözünürlüğü daha iyi olan model ağları ele alınmıştır. SF yöntemi için oluşturulan farklı çözünürlükteki model ağlarının şematik gösterimi Şekil 1.13'te verilmiştir. SF yöntemiyle yapılan hesaplamalarda model ağlarının oluşturulmasında alan ayrıklaştırması yöntemi uygulanmıştır (Dey ve Morisson, 1979).

Yeraltının üçgen elemanlara bölündüğü SE yönteminin uygulandığı hesaplamalarda, model ağı iki farklı şekilde oluşturulmuştur. Yöntemlerin ilkinde, birçok araştırmacının geliştirmiş olduğu kodlarda kullandığı, düzenli hesaplama ağının ve model ağının ayrı ayrı oluşturulduğu yöntem uygulanmıştır (Loke ve Barker, 1995; Loke, 2010; Boonshaisuk ve diğ., 2008; Uchida, 1991; Candansayar, 1997). Bu yöntemde, SF yönteminde olduğu gibi yeraltı, yatay yöndeki Δx ayrıklaştırma miktarları eşit, düşey yöndeki Δz ayrıklaştırma miktarı derinlere doğru inildikçe artan bloklara ayrıklaştırılarak model ağı oluşturulur. Ardından her bir blok ikiye bölünerek düzenli bir üçgen model ağı oluşturulur. Model ağındaki blok sayısı arttırılarak yüksek çözünürlüklü ağlar elde edilebilir (Şekil 1.14).

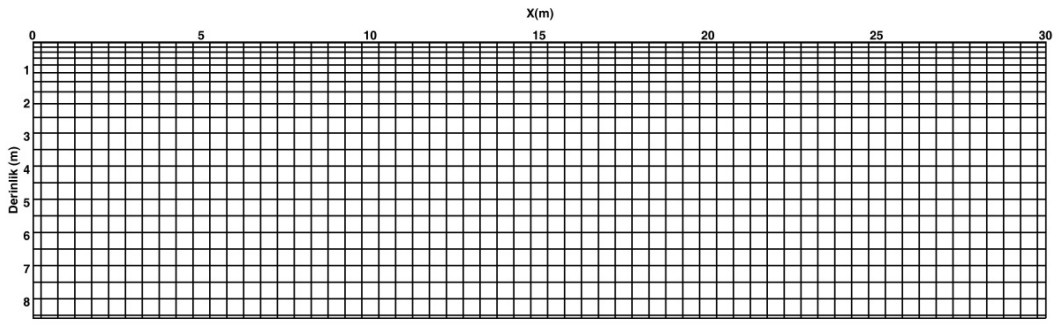
Model ağının oluşturulması için kullanılan ikinci yöntemde ise yeraltı, farklı boyutlarda ve lokasyonlarda gelişigüzel üçgenler kullanılmıştır. Bu işlem için

MATLAB programlama dilinin pdetool kütüphanelerinde bulunan initmesh, ve refinemesh altprogramları kullanılmıştır. Bu yöntemde, başlangıçta, üçgen elemanları oluşturacak düğüm noktaları gelişigüzel olarak yeraltı uzayına yerleştirilir ve bu düğüm noktalarının birleştirilmesiyle elde edilen üçgen elemanlarla model ağı oluşturulur. Düğüm noktası sayısı fazlalaştırılmasıyla, model ağı daha küçük üçgenlere bölünerek çözünürlük arttırılmaktadır (Şekil 1.15).

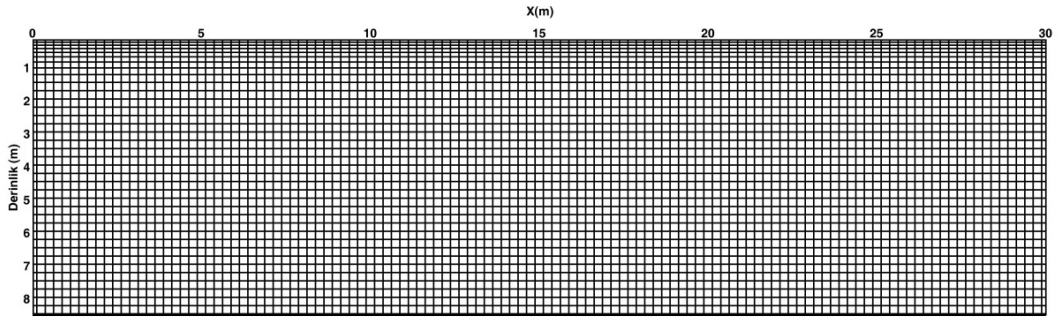
(a)



(b)

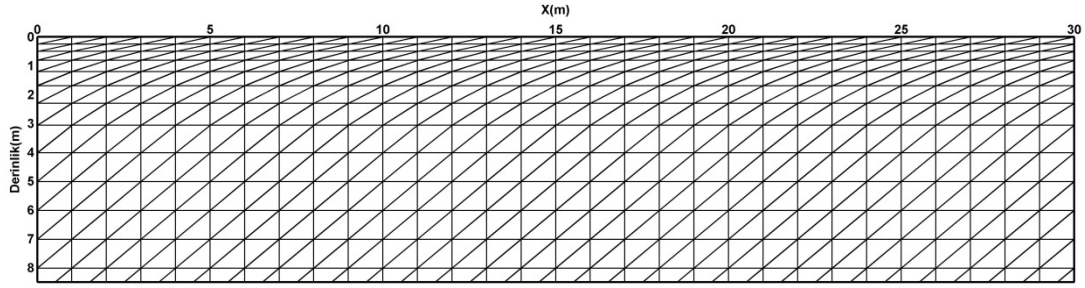


(c)

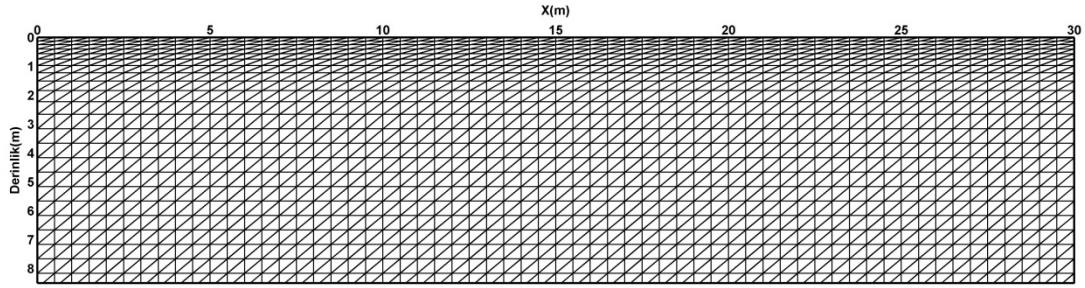


Şekil 1.13. SF yöntemi için elektrot aralıkları a) bir elemana bölünmüş, b) iki elemana bölünmüş c) dört elemana bölünmüş model ağının şematik gösterimi

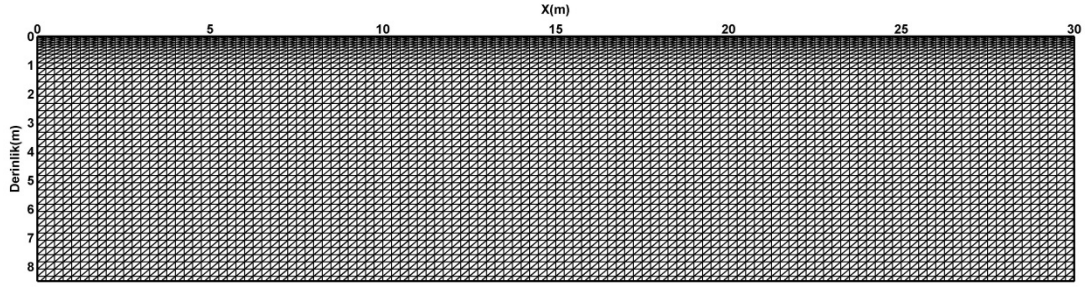
(a)



(b)



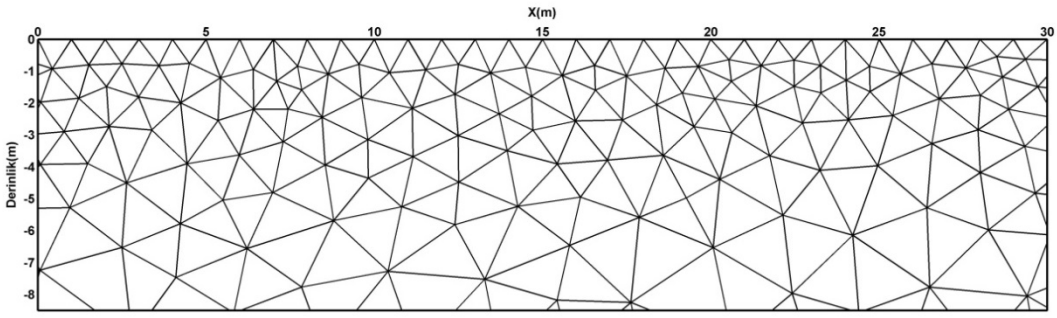
(c)



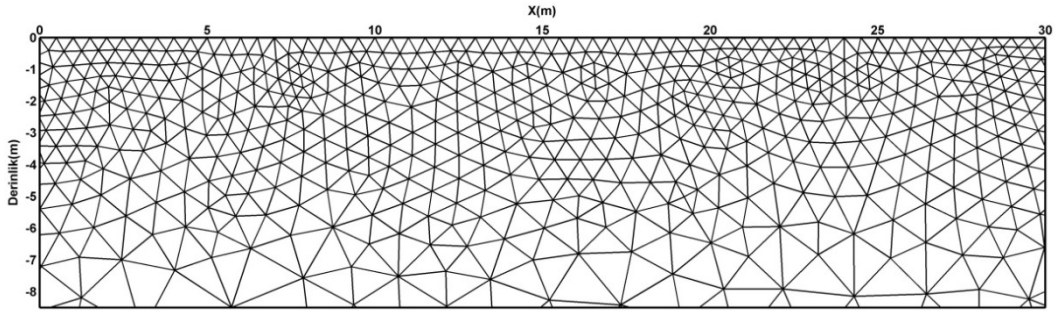
Şekil 1.14. SE yöntemi için elektrot aralıkları a) bir elemana bölünmüş, b) iki elemana bölünmüş c) dört elemana bölünmüş düzgün model ağının şematik gösterimi

Hesaplamalarda sınır etkisinin giderilmesi için karışık (mixed) sınır koşulları uygulanmıştır. Model ağlarına sınır koşullarının uygulanabilmesi için, oluşturulan model ağının sağına, soluna ve alt kısmına doğru aralıkları kademeli olarak ve çok hızlı biçimde artan düğüm noktaları eklenerek sonsuz uzunlukta sayılan sınır elemanları eklenmiştir. Hesaplamalarda önceki bölümlerde detayları verilen 8 adet optimum k_y katsayılar seti kullanılmıştır. Burada sunulan işlemler yüzey ölçümleriyle sınırlandırılmıştır. Bunun yanı sıra geliştirilen algoritma kuyu ölçümleri gibi yeraltı kaynak noktaları için çözüme izin vermektedir.

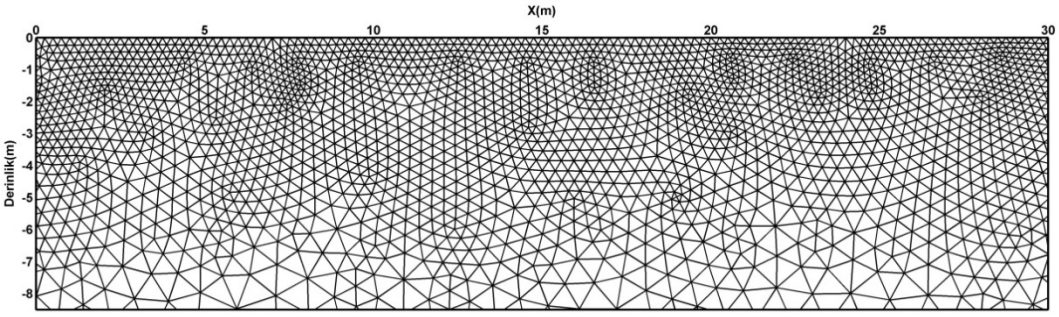
(a)



(b)



(c)

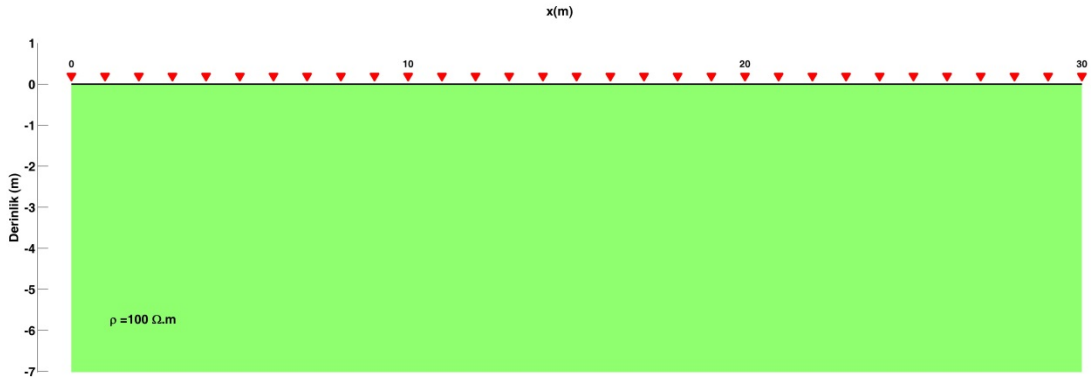


Şekil 1.15. SE gelişigüzel model ağı yöntemi için a) Normal model ağı b) İyileştirilmiş model ağı c) Daha iyileştirilmiş model ağı şematik gösterimi

1.11.1. Tekdüze yeraltı modeli

Geliştirilen algoritmalarda yapılan hesaplamaların başarısının anlaşılmasında kullanılan yöntemlerinden birisi, algoritmanın homojen bir yeraltı modeline uygulanmasıdır. Düşey ve yatay yönlerde özdirenç dağılımının değişmediği kabul edilen tekdüze (homojen) bir yeraltı modeli için hangi dizilim olursa olsun elde edilen görünür özdirenç değerlerinin ortamın özdirenç değerine eşit olması beklenir. Bu durumda böyle bir model üzerinde hesaplanan sentetik görünür özdirenç değerleri de ele alınan tekdüze modelin görünür özdirencine eşit olacaktır. Bu durumu

sağlamak için Şekil 1.16 de gösterilen 100 Ω.m özdirencine sahip homojen ortam üzerinde 1 m aralıklı 31 elektrotun kullanıldığı 30 metre uzunluğunda bir profil boyunca Wenner-α açılım sistemi için 196 ölçüm noktasında hesaplamalar yapılmıştır. Ölçüm seviyeleri n=1,2,3,…9 olarak ele alınmıştır.

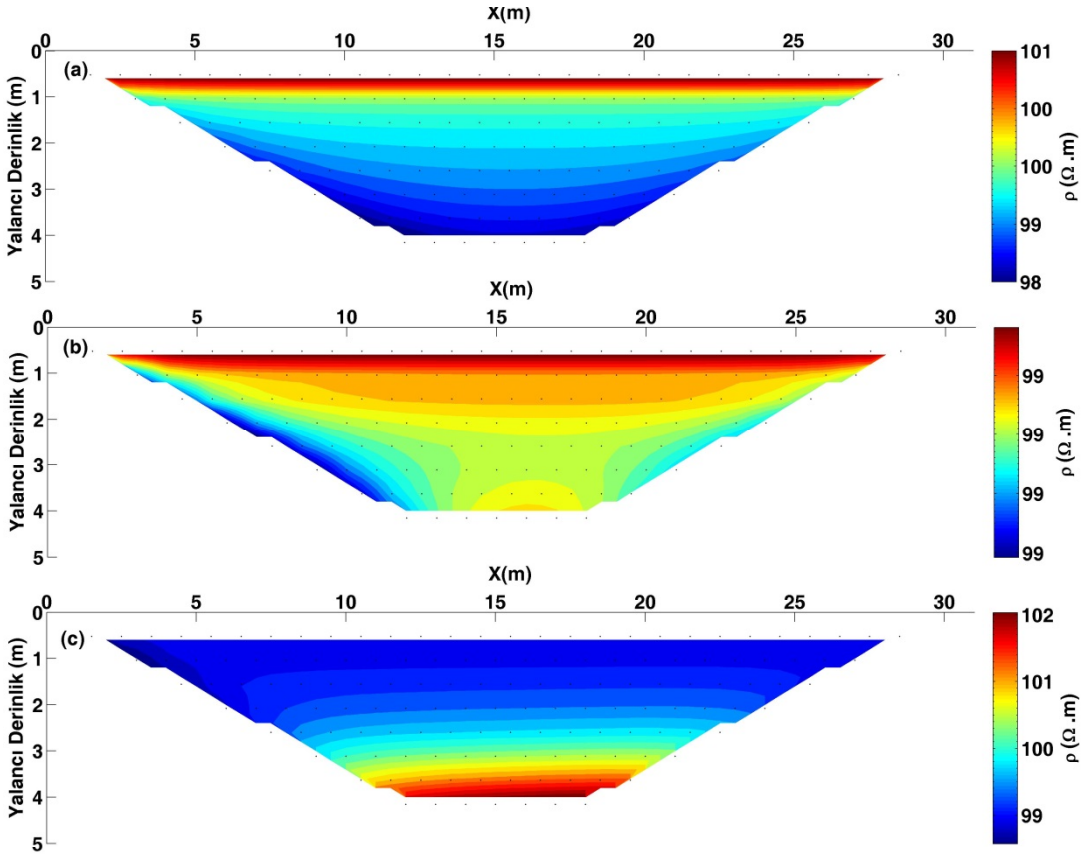


Şekil 1.16. Tekdüze (homojen) yeraltı modeli

Yukarıda anlatılan SE ve SF yöntemlerine ait tüm model ağları için ayrı ayrı hesaplama işlemleri gerçekleştirilmiştir. Dikdörtgen model elemanlarının kullanıldığı SF yöntemi için yeraltı modeli x ve y yönünde, normal model ağı için 31 x 9, iyileştirilmiş model ağı için 62 x 17 ve daha iyileştirilmiş model ağı için 124 x 33 boyutlarında ayrıklaştırılmıştır. Sınır koşullarını sağlamak amacıyla, ayrıklaştırılmış model ağının sağına, soluna ve alt kısmına sonsuza uzanması için 8 er adet sınır kenarlarına gidildikçe boyutları artan sınır blokları yerleştirilmiştir. Sınır bloklarının boyutları elektrot aralığının 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 ve 256 katı olarak alınmıştır. Kuramsal özdirenç değerleriyle çizilen yapma kesitler Şekil 1.17'de verilmiştir. SF hesaplamalarında kullanılan model ağının özellikleri, hesaplama süreleri ve bağıl hata değerleri Tablo 1.2 de özetlenmiştir

Tablo 1.2. SF yöntemi için homojen yeraltı modeline ait çalışma sonuçları

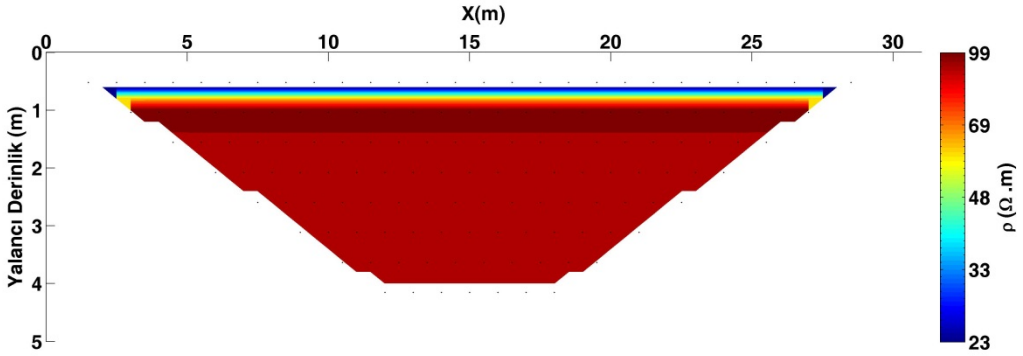
	Normal Model Ağı (Δx/1)	İyileştirilmiş Model Ağı (Δx/2)	Daha iyileştirilmiş Model ağı (Δx/4)
Model ağı eleman sayısı	799	1950	5740
Hesaplama Süresi(s)	0,1875	0,3783	0,9961
Bağıl Hata (%)	0,7220	0,2152	0,7354



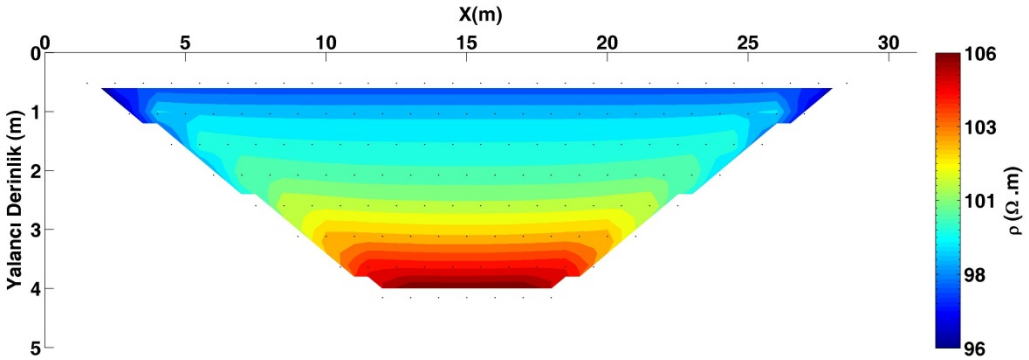
Şekil 1.17. Homojen yeraltı modeli için a) Normal model ağı b) İyileştirilmiş model ağı c) Daha iyileştirilmiş model ağı kullanılarak Wenner-α dizilim tipi için kuramsal görünür özdirenç yapma kesitleri (Siyah noktalar ölçüm noktalarının yapma lokasyonlarını göstermektedir)

Aynı tekdüze yeraltı modeli üzerinde aynı dizilim tipi ve ölçüm noktaları için SE tekniğiyle de hesaplamalar yapılmıştır. Hesaplamalarda hem düzenli, hem de karmaşık yapılı SE üçgen model ağları kullanılarak hatalar ve hesaplama süreleri karşılaştırılmıştır. Düzenli üçgen model ağı için ve karmaşık üçgen model ağı için, elektrot aralıklarının bir bloğa bölündüğü normal model ağı, ikiye bölündüğü ve dörde bölündüğü iyileştirilmiş üç tip model ağları için elde edilen kuramsal özdirenç değerleri kullanılarak çizilen yapma kesitler sırasıyla Şekil 1.18 ve Şekil 1.19'da, hesap sürelerinin ve bağıl hataların özeti sırasıyla Tablo 1.3 ve Tablo 1.4'te verilmiştir.

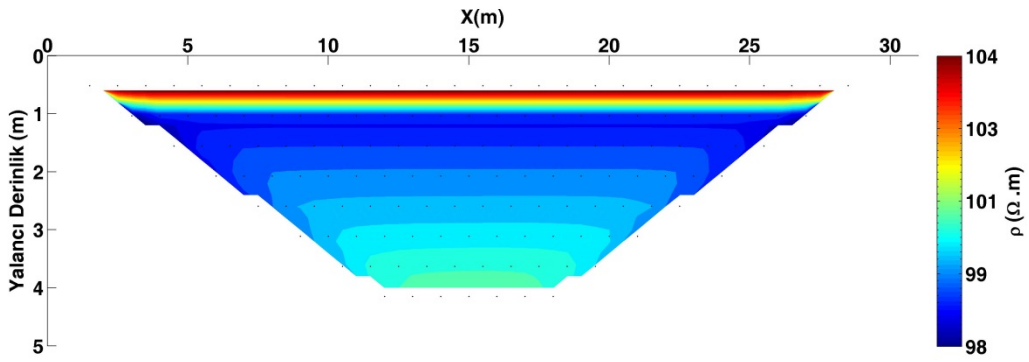
(a)



(b)

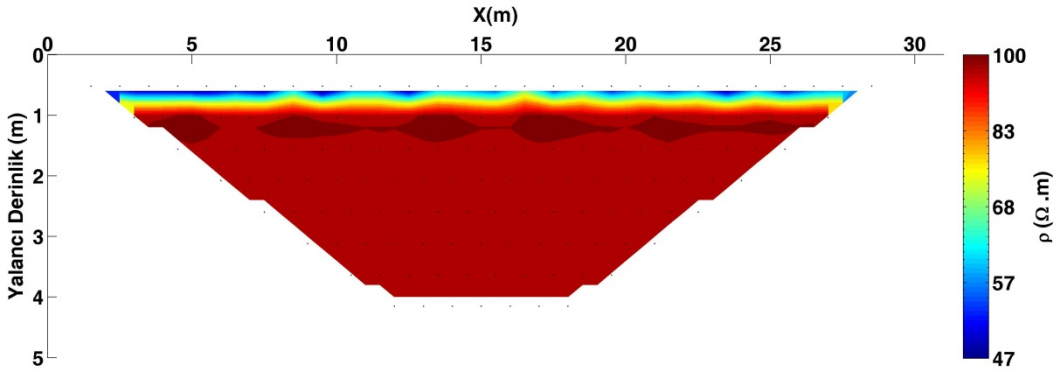


(c)

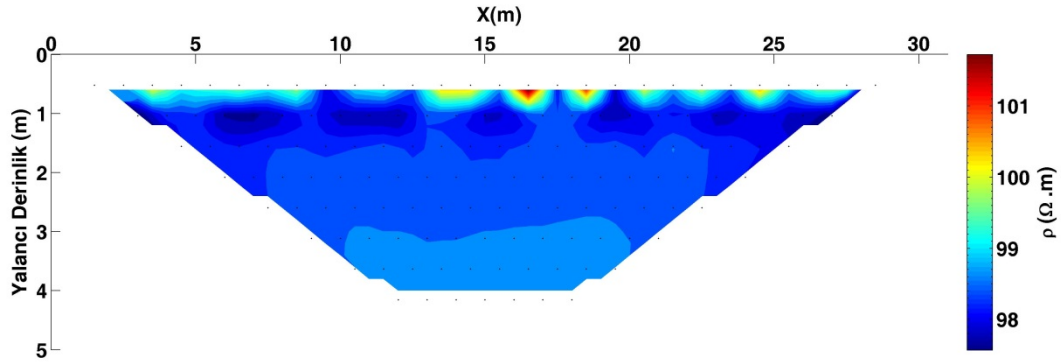


Şekil 1.18. Homojen yeraltı modeli üzerinde SE düzenli model ağı yöntemi için a) Normal model ağı b) İyileştirilmiş model ağı c) Daha iyileştirilmiş model ağı kullanılarak Wenner-α dizilim tipi için kuramsal görünür özdirenç yapma kesitleri (Siyah noktalar ölçüm noktalarının yapma lokasyonlarını göstermektedir)

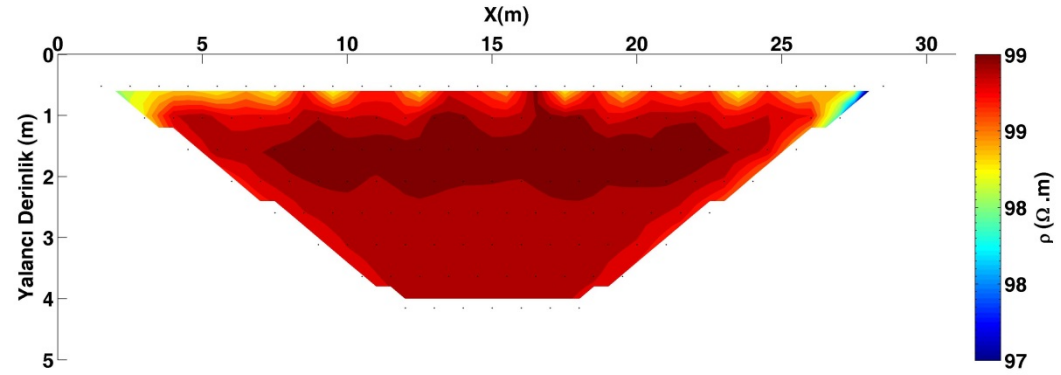
(a)



(b)



(c)



Şekil 1.19. Homojen yeraltı modeli için SE gelişigüzel model ağı yöntemi için a) Normal model ağı b) İyileştirilmiş model ağı c) Daha iyileştirilmiş model ağı kullanılarak Wenner-α dizilim tipi için kuramsal görünür özdirenç yapma kesitleri (Siyah noktalar ölçüm noktalarının yapma lokasyonlarını göstermektedir)

Tablo 1.3. SE düzenli model ağı yöntemi için homojen yeraltı modeline ait çalışma sonuçları

	Normal Model Ağı	İyileştirilmiş Model Ağı	Daha iyileştirilmiş Model ağı
Toplam ağ eleman sayısı	1408	3028	9508
Hesaplama Süresi(s)	0,2346	0,6798	3,9659
Bağıl Hata (%)	22,6735	1,7345	1,8010

Tablo 1.4. SE düzensiz model ağı yöntemi için homojen yeraltı modeline ait çalışma sonuçları

	Normal Model Ağı	İyileştirilmiş Model Ağı	Daha iyileştirilmiş Model ağı
Toplam ağ eleman sayısı	916	1555	4313
Hesaplama Süresi(s)	0,1508	0,3080	1,3572
Bağıl Hata (%)	11,3639	0,8076	0,4679

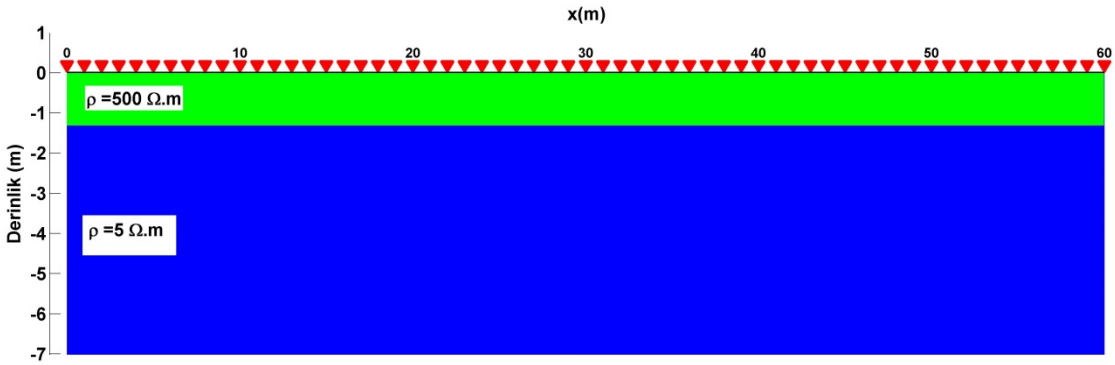
Homojen yeraltı modeli üzerinde yapılan kuramsal çalışmalar, kurulan model ağının hatalı bölgelerini belirlemek açısından önemlidir. Yukarıda kurulan model ağlarına bakıldığında, hataların önemli bir miktarının, modelin üst yüzeyinde ve derinlere doğru gidildikçe arttığı görülmektedir. Özellikle elektrot aralıklarının bir elemana bölündüğü normal model ağlarında yüzeye en yakın ölçüm noktalarının aşırı derecede etkilendiği ve kabul edilemez hata miktarları içermektedir. Aynı zamanda elektrot aralıklarının dörde bölündüğü model ağlarında ise yüzeye yakın bölgelerdeki hataların düştüğü gözlenirken, derinlere doğru hataların arttığı görülmektedir. SE yönteminde gelişigüzel oluşturulmuş üçgen model ağının hesaplama süresi açısından da hata miktarı açısından da düzenli üçgen eleman model ağından daha etkili olduğu görülmektedir. Hata miktarları açısından en iyi sonuçlar hem SE hem de SF yöntemlerinde, elektrot aralıklarının ikiye bölündüğü iyileştirilmiş model ağlarında elde edilmiştir. Tekdüze yeraltı modeli için tüm algoritmalara Bölüm 1.8.2'de anlatılan düzeltme işlemi uygulandığında ise hesaplama hataları tümüyle giderilmekte ve hesaplama hataları % 0,0 olmaktadır. Bu durumda algoritmalara düzeltme işlemi uygulanarak yapılan hesaplama işlemlerinin çok daha doğru olacağı açıktır. 2B DAÖ düz çözüm çalışmalarında hesaplamaların içerdiği hata miktarlarının yanı sıra hesaplama süresi de önem taşımaktadır. Özellikle ters çözüm

işlemi aşamalarında her yineleme adımında kuramsal görünür özdirençlerin hesaplanmasında ve her bir model elemanı için duyarlılık matrisinin elde edilmesinde düz çözüm rutini birden fazla kez çalıştırılmaktadır. Bu da ciddi hesaplama süreleri gerektirmektedir. Hesaplamalar Intel i7 işlemcili 4 GB belleğe sahip masaüstü bilgisayarda gerçekleştirilmiştir. Yapılan çalışmaya göre özellikle hata miktarlarının da düşük seviyelerde olduğu iyileştirilmiş model ağları için hesaplama sürelerinin makul seviyelerde (ortalama 0,3 saniye) olduğu söylenebilir.

Bundan sonraki model çalışmalarında ve ters çözüm işlemlerinde SF yöntemi için elektrot aralıklarının ikiye bölündüğü ($\Delta x/2$) iyileştirilmiş model ağı, SE yöntemi için ise düzenli ve gelişigüzel oluşturulan iyileştirilmiş üçgen model ağları kullanılmıştır. Hesaplamaların içerdiği hataların tamamının giderilmesi için algoritmaya Bölüm 1.8.2'de anlatılan düzeltme işlemi eklenmiştir.

1.11.2. Yatay olarak tabakalanmış yeraltı modeli

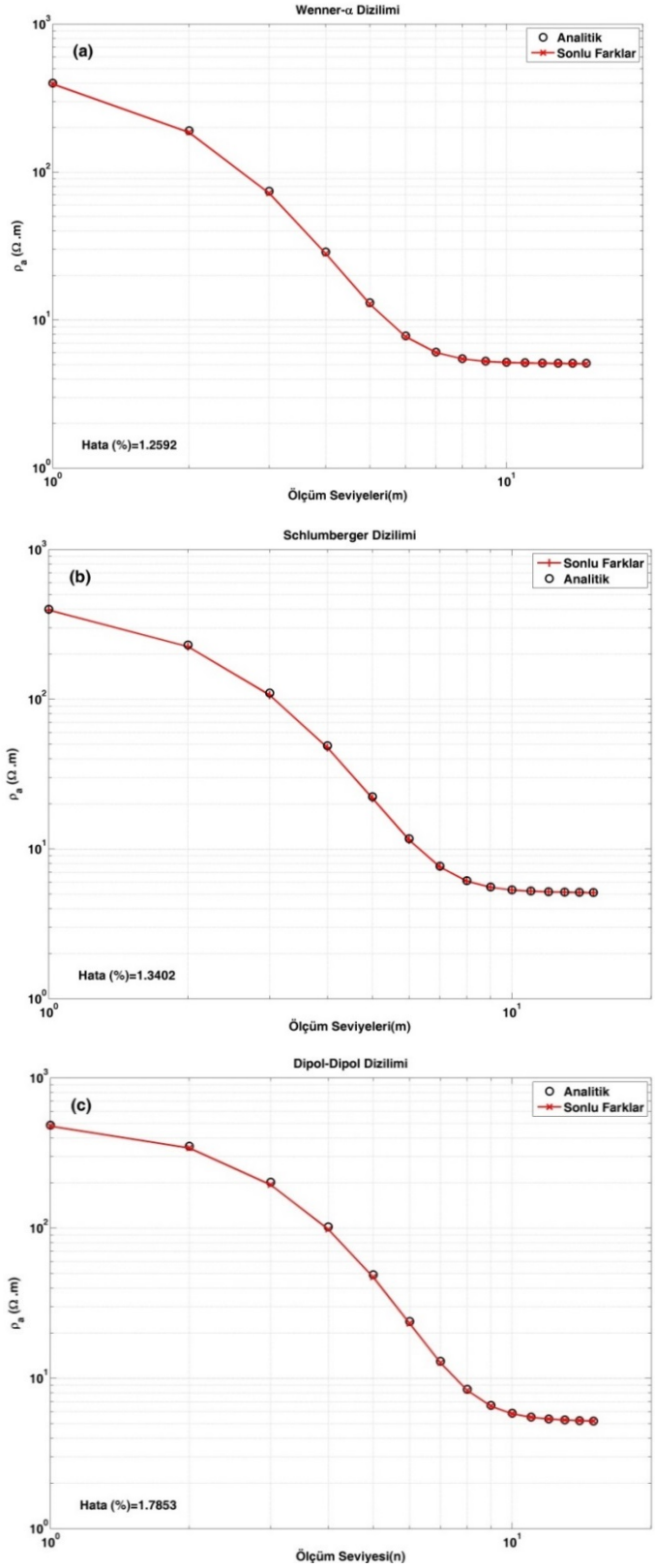
2B DAÖ düz çözümü için geliştirilen algoritmaları doğruluk açısından sınanması için en sık kullanılan yöntem, tepkisi analitik olarak hesaplanabilen bazı yeraltı modelleri kullanarak karşılaştırma yapmaktır. Sunulan algoritmaların test edilmesi için ilk olarak yatay olarak tabakalanmış, üst tabakanın kalınlığı 1,25 m ve özdirenci 500 Ω.m, alt tabakanın özdirenci 5 Ω.m olan 2 tabakalı yeraltı modeli ele alınmıştır. Model üzerinde 61 elektrotun 1m aralıklarla dizildiği 60 m lik bir ölçü profili tasarlanmıştır (Şekil 1.20). Ölçüm seviyeleri n=1,2,3,…15 olarak seçilen Wenner-α, Wenner-Schlumberger ve dipol-dipol dizilim tiplerinin her biri için düşey doğrultuda 15 ölçü noktasında hesaplamalar yapılmıştır.



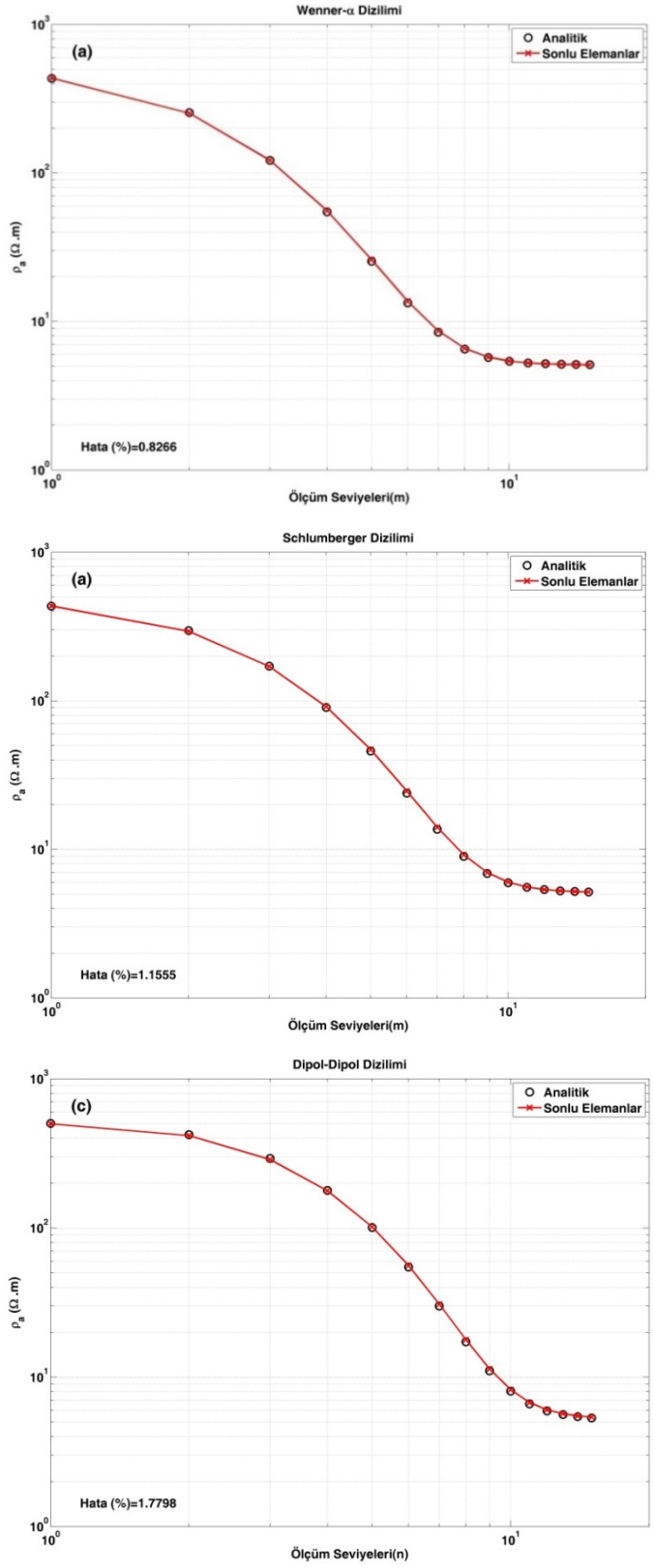
Şekil 1.20. Yatay tabakalı yeraltı modelinin şematik gösterimi

Yeraltı modeli, SF yöntemi için 39 x 138 boyutlarında toplamda 5382 düğüm noktasıyla ayrıklaştırılarak model ağı üretilmiştir. SE elemanlar yönteminde ise model, düzenli model ağı için 9164 üçgen elemana, gelişigüzel model ağı için 2988 elemana bölünmüştür. Elektrotların her biri ayrı ayrı akım kaynağı kabul edilerek, tüm kaynak noktaları için modeldeki düğüm noktalarında potansiyel dağılımı hesaplanmıştır. Bu şekilde yapılan hesaplamalardan elde edilen potansiyel dağılımı, tüm elektrot dizilimleri için kullanılabileceğinden, bir kez hesaplamak yeterli olmaktadır. Hesaplama süreleri sırasıyla 1,22s, 4,24 s ve 0,86 s olarak ölçülmüştür. Hesaplanan potansiyel dağılımıyla, her bir elektrot dizilimindeki konfigürasyonlara göre görünür özdirenç değerleri elde edilmiştir. Görünür özdirençleri analitik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. 2 yatay tabakalı yeraltı modeli için analitik hesaplamalarda Telford ve diğ., (1996) tarafından verilen ve EK-B de gösterilen formüller kullanılmıştır.

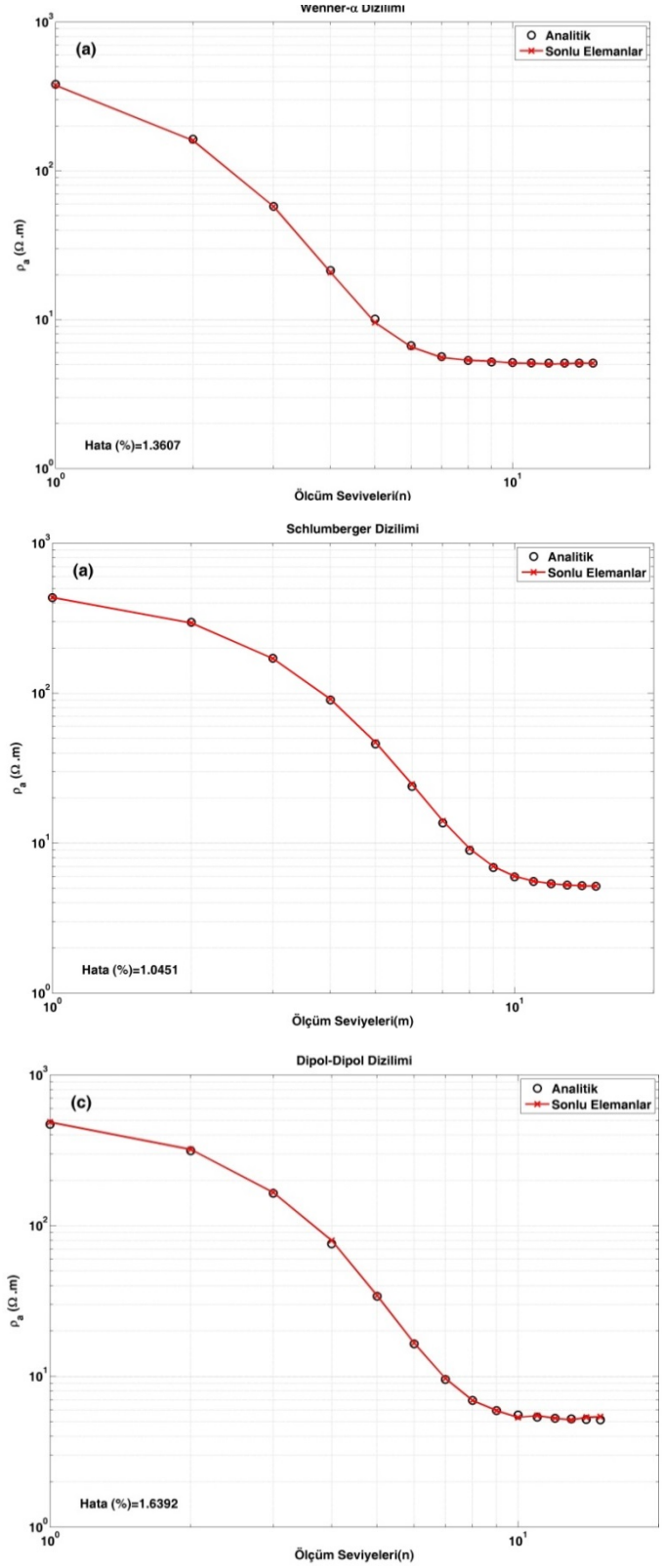
SF yöntemi, SE düzgün model ağı ve gelişigüzel model ağı için elde edilen karşılaştırma sonuçları sırasıyla Şekil 1.21, Şekil 1.22 ve Şekil 1.23'de gösterilmiştir. Ayrıca hesaplanan görünür özdirençler kullanılarak, verilerin 2B gösterimi için yapma kesitler oluşturulmuştur. Tüm yöntemlerde hesaplanan kuramsal görünür özdirençleri birbirlerine çok yakın olduğundan, sadece SF yönteminden elde edilen görünür özdirenç değerleriyle hazırlanan yapma kesitler gösterilmiştir (Şekil 1.24). Yapma kesitler Wenner-α dizilim tipi için 196, Schlumberger dizilimi için 196 ve dipol-dipol dizilimi için 196 noktada hesaplanan görünür özdirenç değerleriyle oluşturulmuştur. Tablo 1.5'te model çalışmasının hesaplama süreleri, kurulan model ağlarının eleman sayıları ve hata miktarları özet olarak verilmiştir.



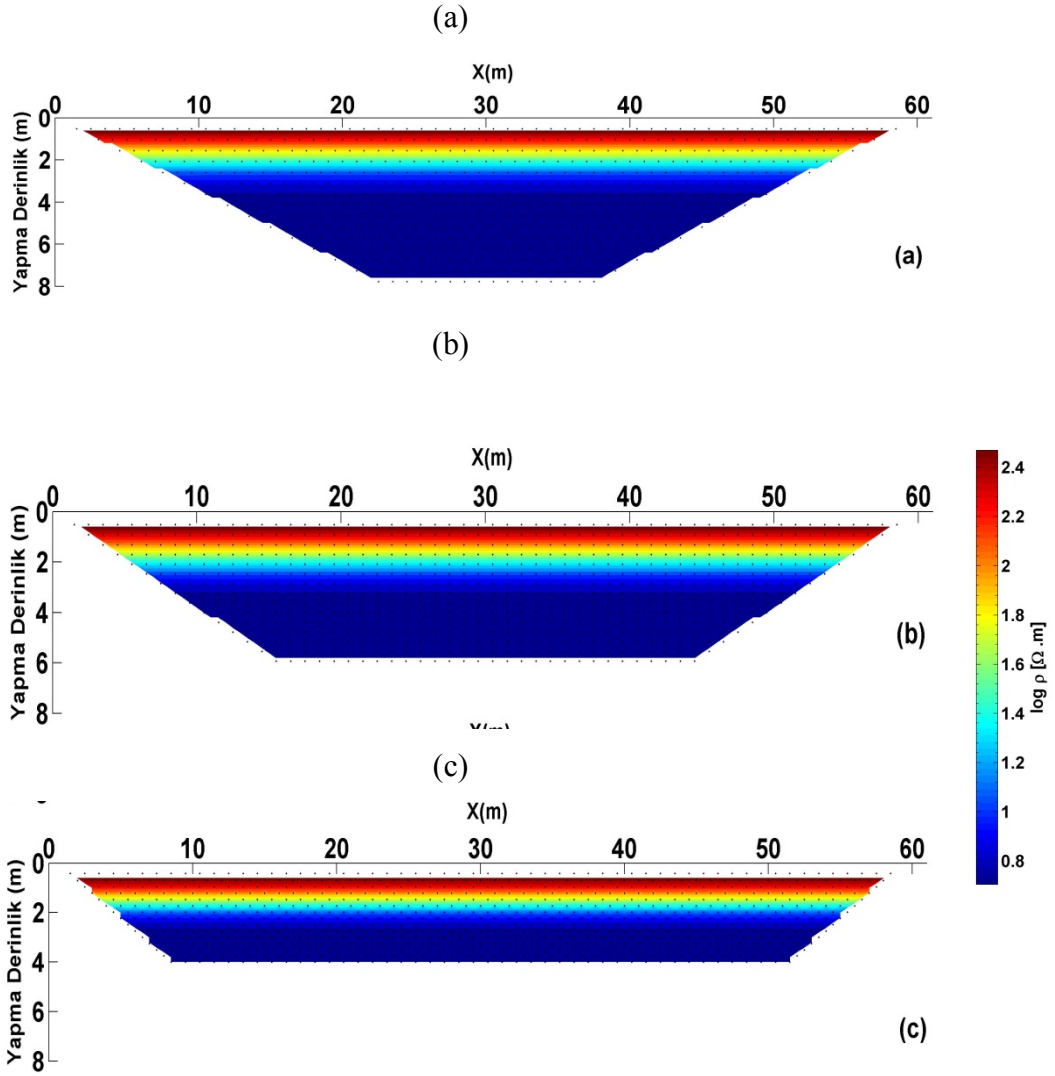
Şekil 1.21. Yatay tabakalı yeraltı modeli için a) Wenner-α b) Schlumberger c) Dipol-dipol dizilim tipleri için SF çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması



Şekil 1.22. Yatay tabakalı yeraltı modeli için a) Wenner-α b) Schlumberger c) Dipol-dipol dizilim tipleri için SE düzenli model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması



Şekil 1.23. Yatay tabakalı yeraltı modeli için a) Wenner-α b) Schlumberger c) Dipol-dipol dizilim tipleri için SE düzenli model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması



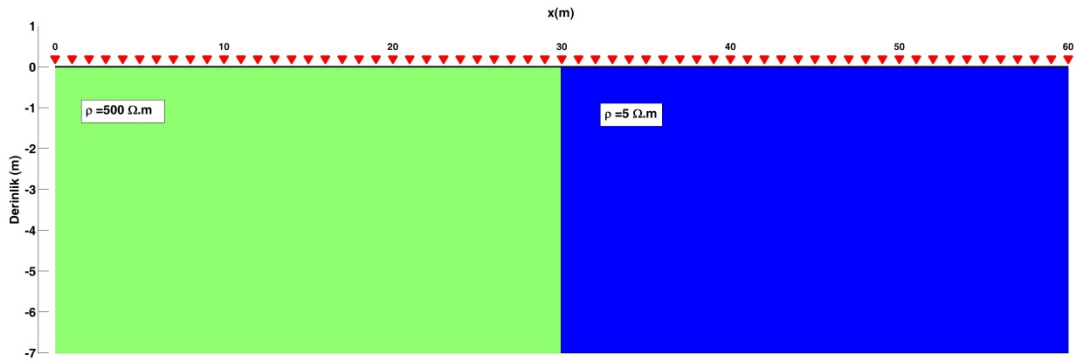
Şekil 1.24. Yatay tabakalı yeraltı modeli için a) Wenner-α b) Schlumberger c) Dipol-dipol dizilim tipleri için SF çözümüyle hazırlanan yapma kesitler

Tablo 1.5. Yatay tabakalı yeraltı modeli için hesaplama bilgileri

	SF Yöntemi	SE Yöntemi düzenli model ağı	SE Yöntemi gelişigüzel model ağı
Eleman sayısı	5382	9164	2988
Hesaplama Süresi	1,22	4,24	0,86
Bağıl Hata (%) (Wenner-α)	1,2582	0,8225	1,3685
Bağıl Hata (%) (Schlumberger)	1,3402	1,1546	1,0425
Bağıl Hata (%) (Dipol-dipol)	1,7853	1,7798	1,6392

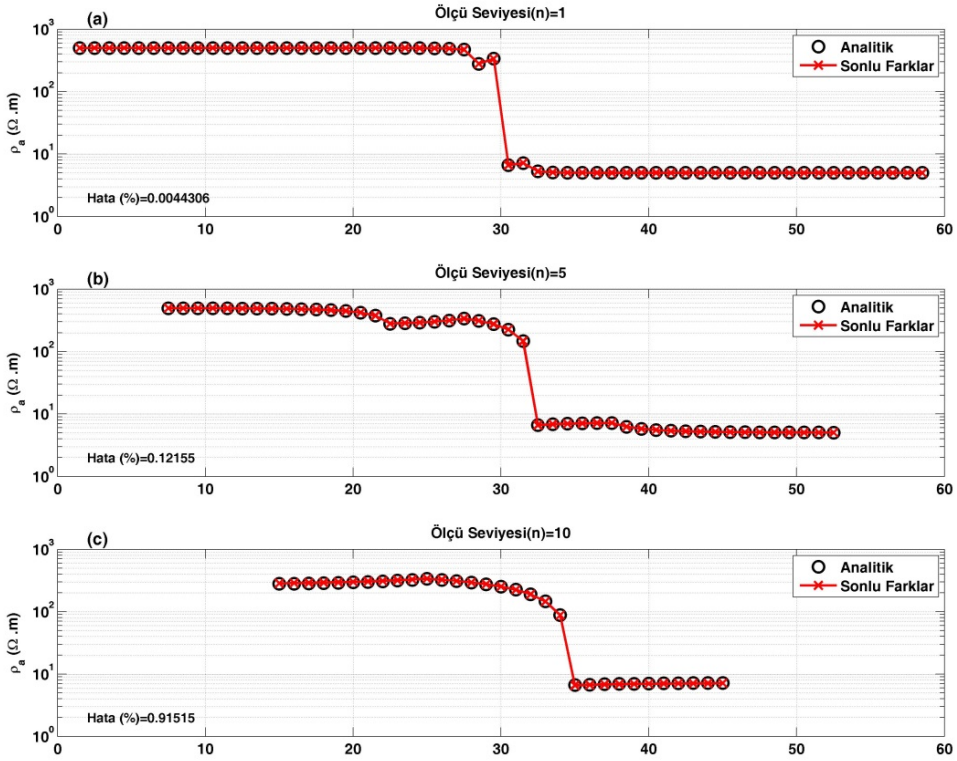
1.11.3. Düşey kontak modeli

Geliştirilen algoritmaların analitik yöntemlerle karşılaştırılması için ikinci bir model olarak sol tarafı 500 Ω.m, sağ tarafı ise 5 Ω.m olan ve profilin başlangıcından 30 m ilerisinde ölçüm profilinin tam ortasında bulunan düşey kontak modeli ele alınmıştır (Şekil 1.25).

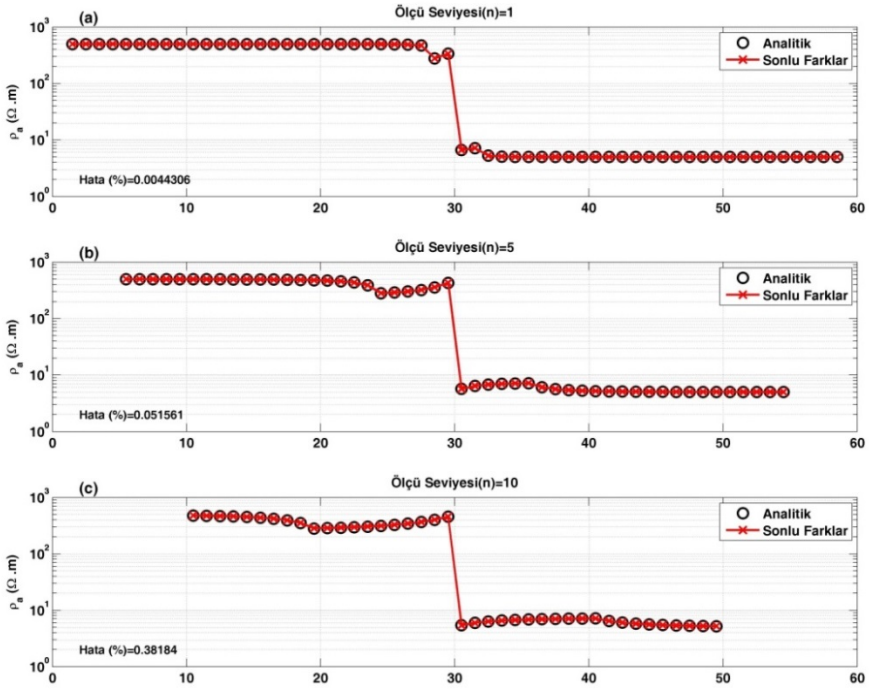


Şekil 1.25. Düşey kontak modelinin şematik gösterimi

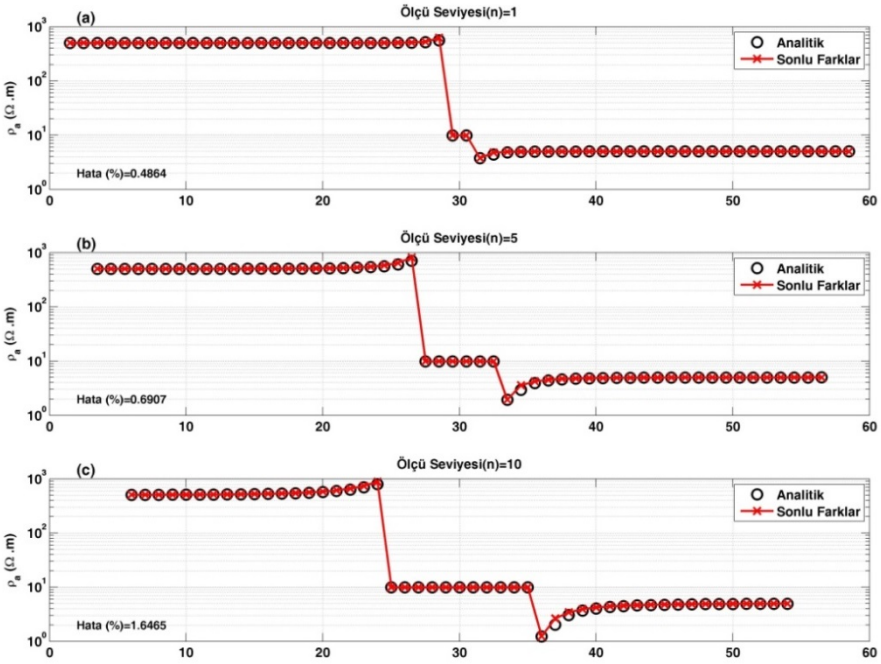
61 elektrotun 1m eşit aralıklarla aynı doğrultuda dizildiği 60 m boyunda ölçüm profili üzerinde Wenner-α, Schlumberger ve dipol-dipol dizilim tipleri ve n=1,2,3,…,15 derinlik seviyeleri için ölçüm noktaları belirlenmiştir. Dizilim tiplerinde sırasıyla 55, 660 ve 765 ölçüm noktasında hesaplamalar yapılmıştır. Bu model çalışmasında, yatay tabakalı yeraltı model çalışmasında kurulan SF dikdörtgen blok ve SE üçgen eleman model ağları kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar EK-C'de verilen düşey kontak modeli için analitik formüllerden hesaplanan kuramsal görünür özdirenç değerleriyle karşılaştırılmıştır. Kurulan tüm model ağları için her bir dizilim türünde derinlik seviyeleri 1, 5 ve 10 olan yatay profiller ayrı ayrı karşılaştırılmış ve sonuçlar Şekil 1.26-Şekil 1.34 arasında verilmiştir. Düşey kontak modeli için SF yöntemi için hesaplanan görünür özdirençlere ait yapma kesitler Şekil 1.35' te gösterilmiştir. Model ağının boyutları değişmediğinden, hesaplamalar bir önceki model çalışmasıyla aynı süre almıştır. Derinlere doğru gidildikçe hata miktarları artış göstermekle birlikte kabul edilebilir sınırlardadır. Tablo 1.6'da çalışmanın özeti verilmiştir.



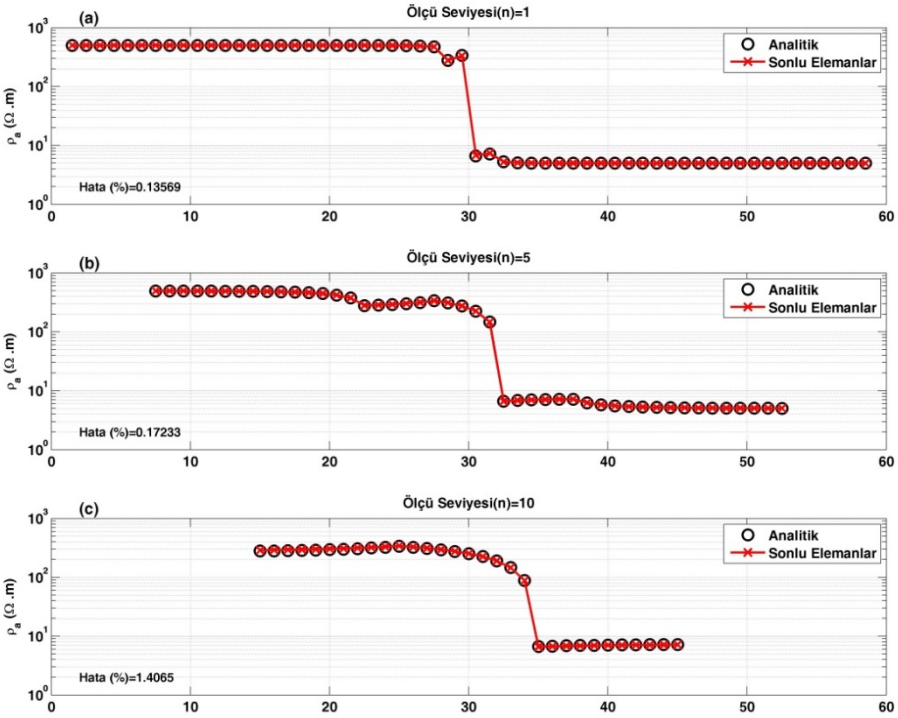
Şekil 1.26. Düşey kontak modeli için Wenner-α diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SF çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması



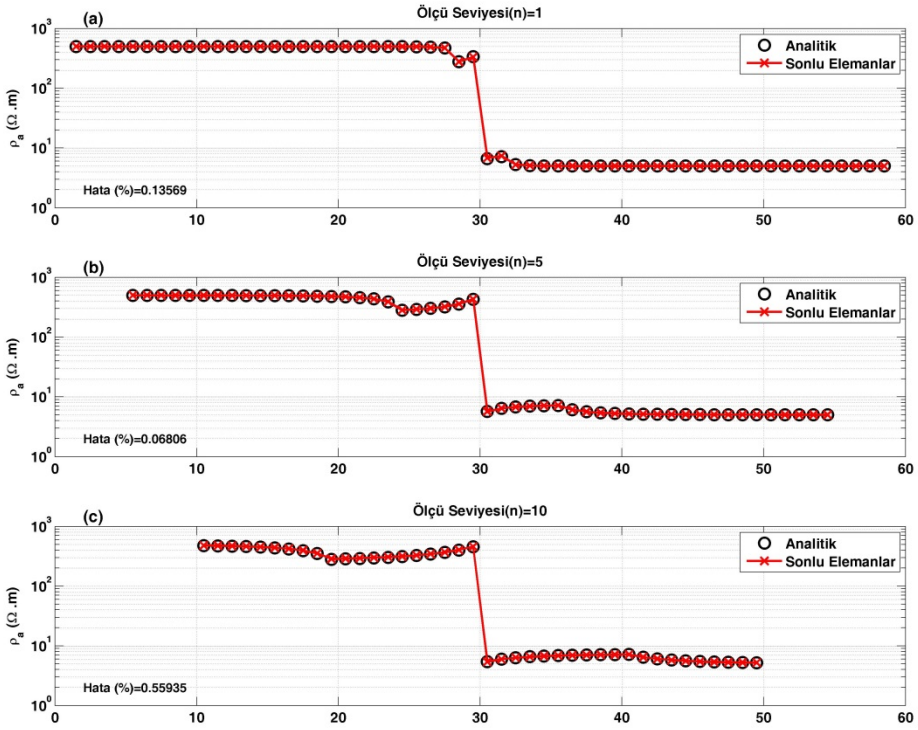
Şekil 1.27. Düşey kontak modeli için Schlumberger diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SF çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması



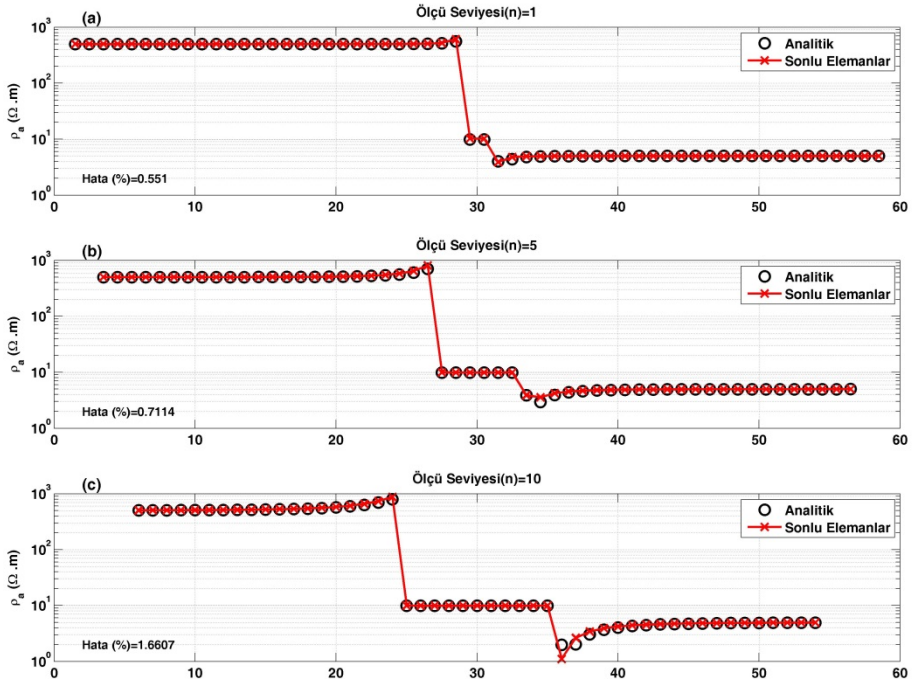
Şekil 1.28. Düşey kontak modeli için dipol-dipol diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SF çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması



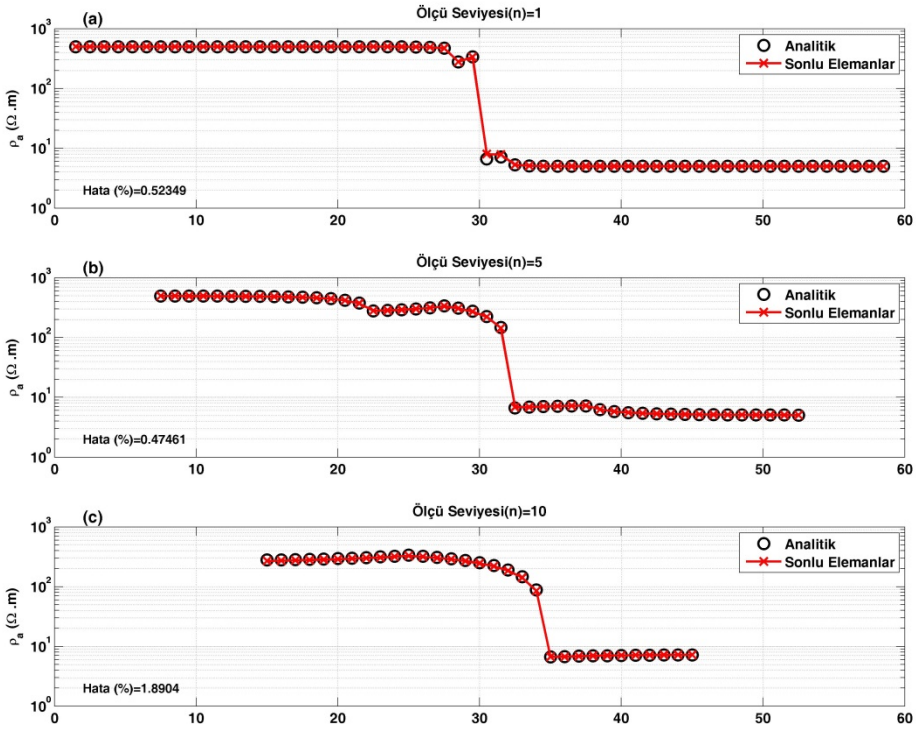
Şekil 1.29. Düşey kontak modeli için Wenner-α diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SE düzenli model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması



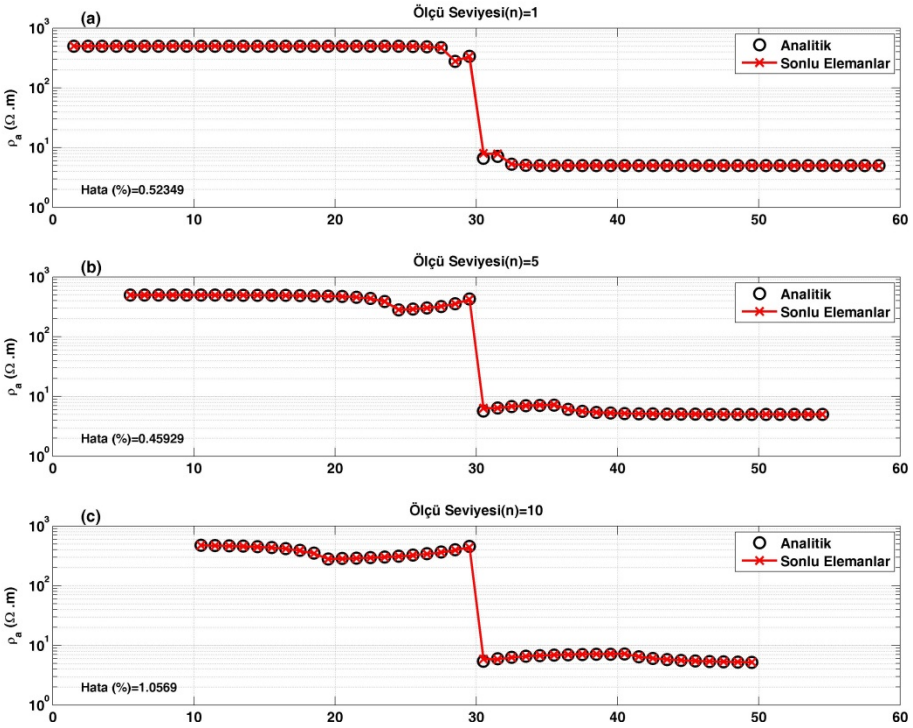
Şekil 1.30. Düşey kontak modeli için dipol-dipol diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri SE düzenli model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması



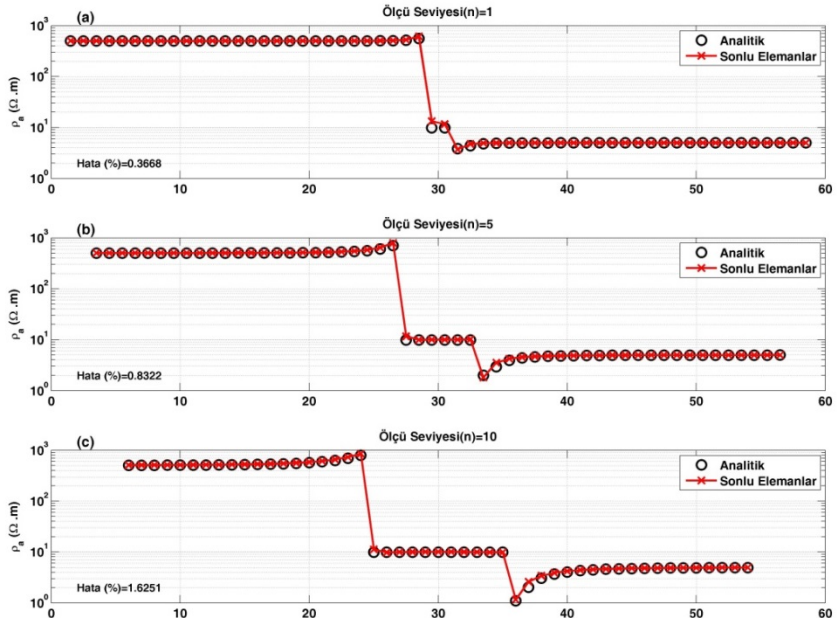
Şekil 1.31. Düşey kontak modeli için dipol-dipol diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SE düzenli model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması



Şekil 1.32. Düşey kontak modeli için Wenner-α diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SE düzensiz model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması

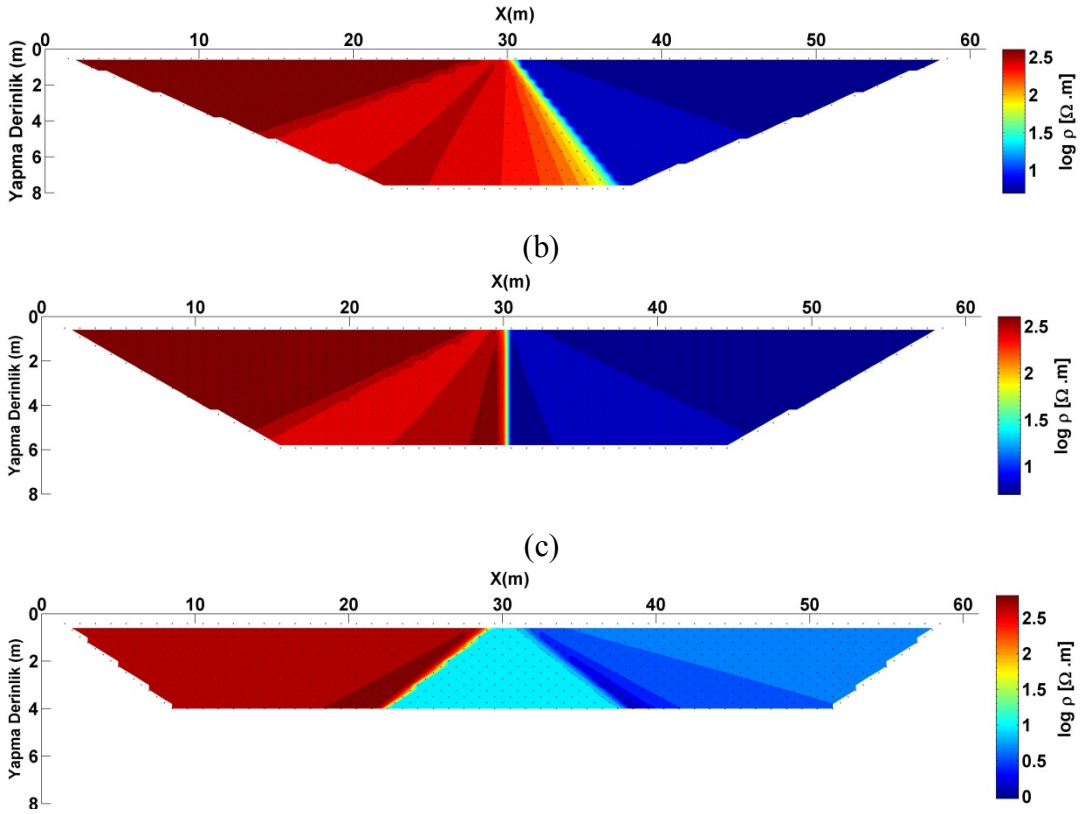


Şekil 1.33. Düşey kontak modeli için Schlumberger diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SE düzensiz model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması



Şekil 1.34. Düşey kontak modeli için dipol-dipol diziliminde a) n=1 b) n=5 c) n=10 derinlik seviyeleri boyunca SE düzensiz model ağı çözümüyle analitik sonuçların karşılaştırılması

(a)



Şekil 1.35. Düşey kontak modeli için a) Wenner-α b) Schlumberger c) dipol-dipol dizilim tipleri için SF çözümüyle hazırlanan yapma kesitler

Tablo 1.6. Düşey kontak modeli için hesaplama bilgileri

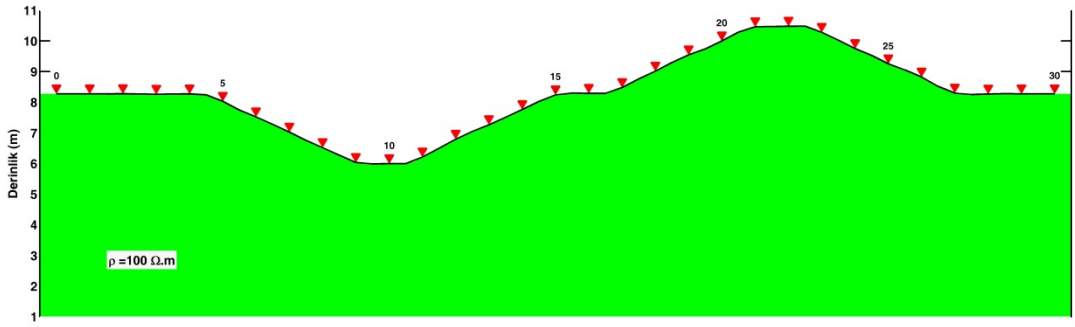
	SF Yöntemi	SE Yöntemi düzenli model ağı	SE Yöntemi gelişigüzel model ağı
Eleman sayısı	5382	9164	2988
Hesaplama Süresi	1,22	4,24	0,86
Bağıl Hata (%) (Wenner-α)			
n=1	0,0044	0,1356	0,5235
n=5	0,1215	0,1723	0,4746
n=10	0,9151	1,4065	1,8904
Bağıl Hata (%) (Schlumberger)			
n=1	0,1356	0,1356	0,5515
n=5	0,1723	0,0680	0,7114
n=10	1,4065	0,5593	1,6607
Bağıl Hata (%) (Dipol-dipol)			
n=1	0,5235	0,5235	0,3668
n=5	0,4746	0,4592	0,8322
n=10	1,8904	1,0556	1,6251

1.11.4. Topoğrafyalı model çalışması

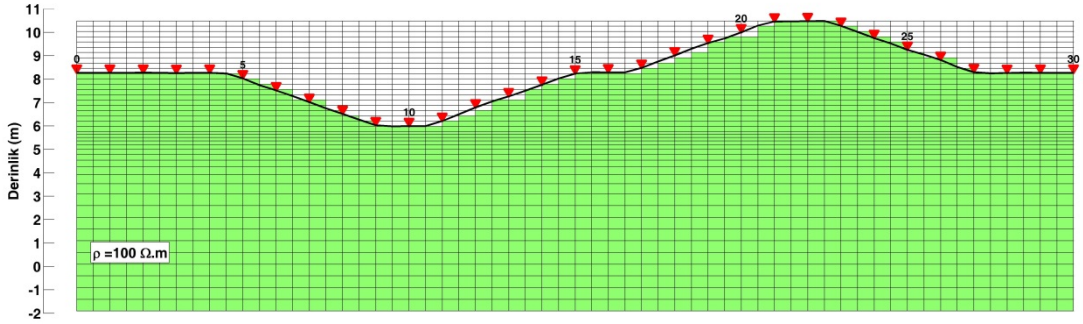
Yeryüzü topoğrafyasının büyük değişimler gösterdiği bölgelerde yapılan araştırmalarda, topoğrafyanın ölçümlere ve hesaplamalara ne denli etki ettiğini göstermek amacıyla, yükselim ve alçalımdan oluşan yüzey için 100 Ω.m özdirencine sahip yeraltı modeli ele alınmıştır (Şekil 1.36). 1 metre eşit aralıklarla aynı doğrultu üzerine yerleştirilmiş 31 elektrottan oluşan 30 metrelik bir profil ölçümü varsayılmıştır. SF yönteminde topoğrafya etkisi, oluşturulan dikdörtgen blok model ağında yeryüzünü temsil eden sınır çizgisinin üst kısmında kalan model bloklarına serbest hava ortamını temsil edecek şekilde 10000 Ω.m özdirenç değeri atanarak uygulanmıştır. Yüzey çizgisinin maksimum ve minimum noktaları arasında kalan bölge düşey yönde 20 eşit bloğa bölünmüştür. Bu yöntem aynı zamanda deniz veya göl tabanı için yapılan çalışmalarda da kullanılabilir. Bu tür çalışmalarda benzer şekilde su tablasıyla, tabanın maksimum derinlikte olduğu bölge ayrıklaştırılır ve taban sınırının üstünde kalan bölgedeki model bloklara tatlı ya da tuzlu suyu temsil edecek özdirenç değerleri atanır.

SE elemanlar yönteminde ise model ağını oluşturan düğüm noktaları, topoğrafya değişimine uygun olarak kaydırılmıştır. Oluşturulan model ağlarının şematik gösterimi Şekil 1.36'da verilmiştir.

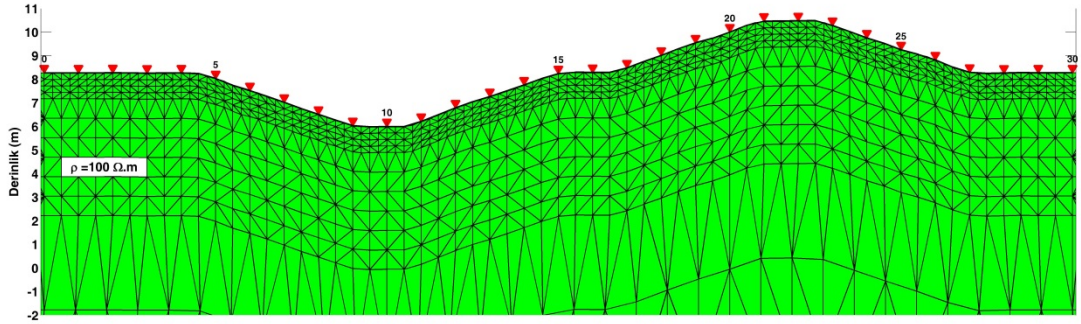
(a)



(b)



(c)

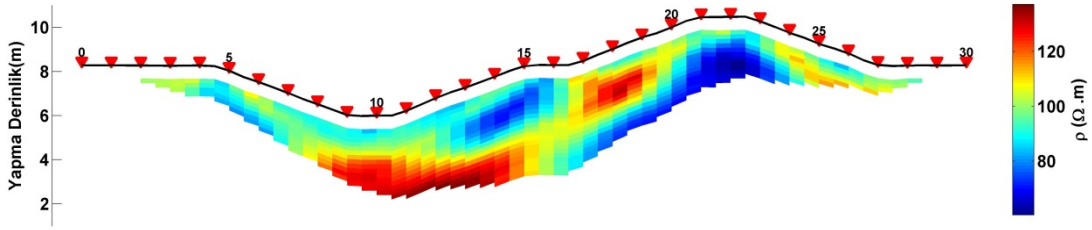


Şekil 1.36. Topoğrafyalı model çalışması için a) topoğrafya eklenmiş b) SF yöntemiyle ayrıklaştırılmış c) SE yöntemiyle ayrıklaştırılmış tekdüze yeraltı modelinin şematik gösterimi

SF ve SE yöntemleriyle hesaplanan görünür özdirenç değerleri birbirlerine çok yakındır. Şekil 1.37, SE tekniğiyle topoğrafyalı model için hesaplanan kuramsal görünür özdirençlerle hazırlanmış yapma görünür özdirenç kesitini göstermektedir. Kesitler topoğrafyalı ve topoğrafyasız olarak çizilmiştir. Profilin sağ kısmında topoğrafyanın antiklinal şeklinde değişim gösterdiği bölgeye karşılık gelen ölçüm noktalarında yapılan hesaplamalarda, olması gereken değerden çok daha yüksek değerlerin olduğu görülmektedir. Benzer şekilde senklinal değişimin görüldüğü

profilin sağ bölgesindeki ölçüm noktalarında yapılan hesaplamalarda ise hesaplanan özdirenç değerlerinin olması gereken 100 Ω.m özdirencinden daha düşük olduğu görülmektedir. Bu durumda topoğrafya etkisinin sisteme eklenmediği durumlarda yapılacak yorumlamalar ciddi hatalar içerecektir. Topoğrafya etkisi Bölüm 1.8.2'de anlatılan düzeltme işlemiyle de giderilebilmektedir (Marescot ve diğ., 2006).

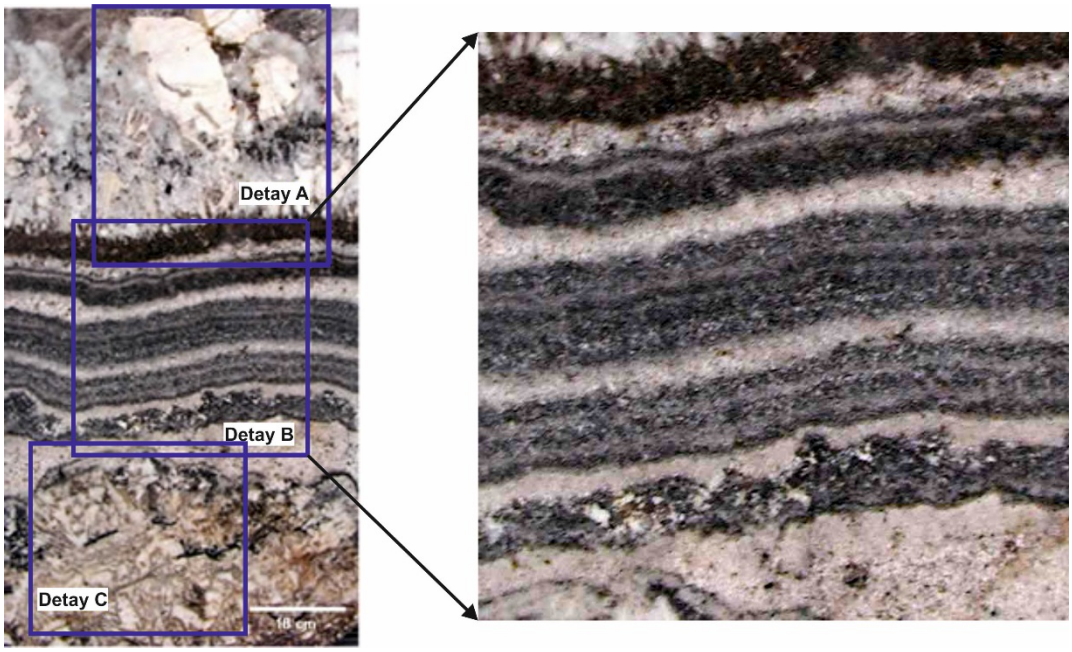
Bu çalışma kapsamında yapılan ters çözüm çalışmalarında ise, topoğrafyanın değişim gösterdiği bölgelerde yapılan ölçümler için SE düz çözüm yöntemi kullanılmıştır.



Şekil 1.37. SE yöntemiyle hesaplanan görünür özdirençlerle hazırlanmış yapma kesitlerin topoğrafyalı gösterimi

2. ELEKTRİKSEL YÖN BAĞIMLILIK (ANİZOTROPİ)

Elektriksel anizotropi, aynı formasyon içerisinde özdirenç ya da iletkenlik parametresinin farklı doğrultularda değişim göstermesidir. Anizotropi doğada özellikle ayrık, çatlaklı ya da tabakalı yapılarda çok sık görülmektedir (Şekil 2.1). Anizotropi konusunda en temel çalışma Maillet (1947) tarafından yapılmıştır. Ayrık, çatlaklı, gözenekli ya da yatay tabakalı formasyonlarda kaçınılmaz olmasına ve yok sayıldığında yorumlamalarda büyük yanlışlıklara yol açabilmesine rağmen, anziotropi çoğu araştırmacı tarafından ters çözüm algoritmalarına eklenmemiştir. Ritzi ve Andolsek (1992) yeraltı suyu akışı saptamalarında elektriksel anizotropiyi gözlemiştir. Sonrasında verilen bir yeraltı modeline ait anizotropi parametrelerini saptayabilmek için çatlaklı poroziteli ve tabakalı modeller geliştirilmiştir (Bahr, 1997; Schön ve diğ, 1999). Günümüze kadar birçok araştırmacı basit anizotropik modeller için hem analitik Greenhalgh ve diğ. (2009), hem de sayısal çözümler üretmişlerdir (Yin ve Wiedelt, 1999; Herwanger ve diğ., 2004; Pain ve diğ., 2003; Li ve Spitzer, 2005; Pervago ve diğ., 2006; Kim ve diğ., 2006; Zhou ve diğ., 2009).



Şekil 2.1. Tabakalı formasyon örneği (URL-1)

Yeryüzünde elde edilen elektriksel verilerden oluşturulan yeraltı modelinde anizotropi etkisinin tabaka kalınlığı değişimiyle oluşan etkiden ayırmak oldukça güçtür. Arazi çalışmalarında uygulanan DAÖ yöntemlerinde araştırma çözünürlüğü metreler düzeyindedir. Bu nedenle çalışmalarda yeraltındaki modeli oluşturan jeolojik formasyonlar tekdüze ve izotrop olarak ele alınır. Gerçekte ise bu formasyonlar mikrotabakalardan oluşmaktadır. Farklı özdirence sahip yatay tabakaların bileşiminden oluşan bu formasyonlarda, tabaka sınırlarındaki akım akışı ile sınırlara paralel akım akışı farklılık göstermektedir. Düşey yöndeki ve yatay yönlerdeki akım akışları arasındaki bu farklılık anizotropiyi oluşturmaktadır. Elektrik yöntemlerinin uygulandığı yön bağımlı ortamlarda, yön bağımlılık katsayısı genellikle iki parametre ile nitelendirilir. Bu parametreler akımın tabakalar arasındaki yüzeye paralel akan akıma karşılık gelen enine toplam özdirenç (ρ_{h}) ve katmanlaşma yüzeyine dik akıma karşılık gelen boyuna toplam özdirenç (ρ_{v}) değerleridir.

Elektriksel anizotropiyi açıklamak için her bir katmanın farklı özdirenci (ρ_{i}) ve kalınlığı ($\mathrm{h_i}$) olan 1×1 m lik ve Hm yüksekliğinde katmanlı blok yapısı ele alalım (Şekil 2.2).

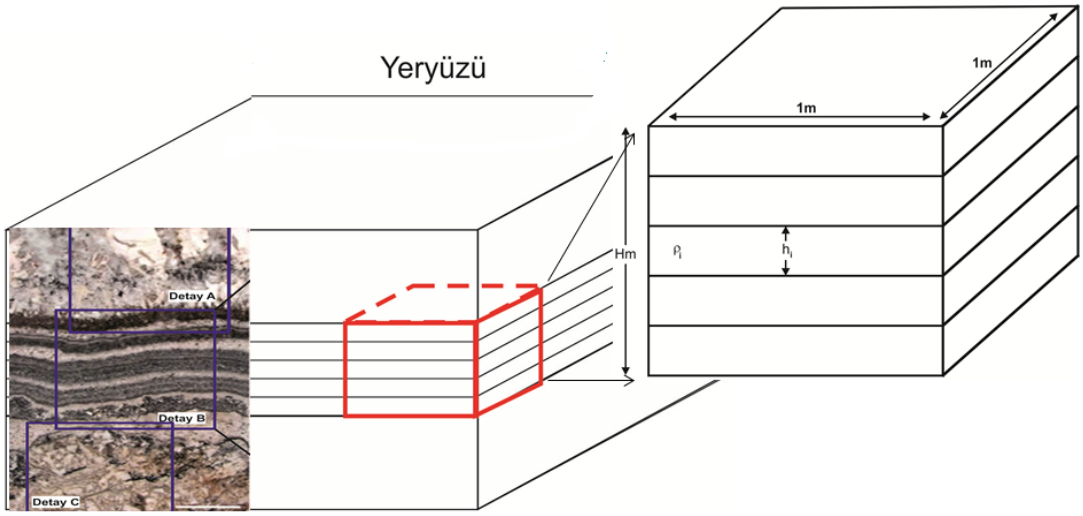
Genel anlamda A kesit alanına sahip, L uzunluğunda ve R dirençli bir örnek materyale uygulanan akımın oluşturduğu potansiyele göre elde edilen özdirenç,

$$R = \rho\left(\frac{A}{L}\right) \tag{2.1}$$

bağıntısıyla verilir. Düşey akım akışı için Denklem (2.1), Şekil 2.2'de verilen her bir katman için yazılırsa,

$$R_i = \rho_i\left(\frac{L}{A}\right) = \frac{\rho_i h_i}{1} = \rho_i h_i \tag{2.2}$$

şeklinde ifade elde edilir.



Şekil 2.2. Katmanlı birim blok

Bu durumda tüm bloğun özdirenci bütün katmanları toplamı olarak,

$$\rho_h = R_h\left(\frac{A}{L}\right) = R_T\frac{1}{Hm} = \frac{\sum \rho_i h_i}{\sum h_i} \tag{2.3}$$

şeklinde yazılabilir. Burada ρ_h enine (transverse) özdirenç olarak tanımlanır. Benzer şekilde yatay yöndeki akım akışı için bir tek katmanın özdirenci,

$$\frac{1}{\rho_v} = \sum \frac{1}{\rho_i \frac{L}{A}} = \sum \frac{1}{\frac{\rho_i}{h_i}} = \sum \frac{h_i}{\rho_i} \tag{2.4}$$

ve tüm bloğun özdirenci,

$$\rho_v = R_v\frac{A}{L} = R_v Hm = \frac{\sum h_i}{\sum \frac{h_i}{\rho_i}} \tag{2.5}$$

bağıntılarıyla elde edilir. Burada ρ_v ise boyuna (longitudal) özdirenç olarak adlandırılır. Enine ρ_h özdirenç ile boyuna ρ_v özdirencin birbirlerine oranının karekökü ise anizotropi katsayısı olarak tanımlanır ve,

$$\lambda = \sqrt{\frac{\rho_v}{\rho_h}} \tag{2.6}$$

bağıntısıyla gösterilir. Anizotropi katsayısı 1-B ve 2B hesaplamalarda oldukça etkilidir. Enine toplam özdirenç (ρ_h) ve boyuna toplam özdirenç (ρ_v) aynı zamanda Dar-Zorruk parametreleri olarak da bilinir. Başokur (2010) Dar-Zorruk parametrelerinin elde edilmesiyle ilgili ayrıntılı bilgi sunmuştur.

2.1. Yön bağımlı Ortamlarda Potansiyel Dağılımı

Tekdüze bir yer ortamı için Denklem (2.31)'de verilen tek nokta akım kaynağı için potansiyel bağıntısı anizotropik ortamlar için

$$\phi(x,z) = \frac{\rho_n I}{2\pi\sqrt{x^2 + \lambda^2 z^2}} \tag{2.7}$$

şeklinde yazılır (Maillet, 1947). Burada ρ_n, enine ρ_h özdirenç ve boyuna ρ_v özdirencin geometrik ortalamasıdır ve

$$\rho_n = \sqrt{\rho_v \rho_h} \tag{2.8}$$

şeklinde ifade edilir. Ele alınan yeraltı modelinde elektriksel özdirençler yönlere göre farklılık gösterdiğinden anizotropik modelde en az iki farklı yönde değişik özdirenç olmalıdır. 2B model içinde $x-$yatay ve $y-$yatay doğrultulardaki enine özdirençler birbirlerine eşit alınırken düşey yöndeki boyuna özdirence farklı bir değer tanımlanır ve $\rho_v \geq \rho_h$ koşulunu sağlar (Grant ve West, 1965). Tekdüze ve izotrop ortamlarda ise ρ_h ve ρ_v birbirlerine eşit kabul edilmektedir. Elektriksel anizotropinin olduğu formasyonlarda anizotropi katsayısı (λ) 1 ile 3 arasında değişiklik gösterebilir (Keller ve Frisehknect, 1966). Bazı jeolojik formasyonlarda gözlenen yön bağımlılık katsayısı Tablo 2.1'de verilmiştir (Kauffman ve Keller, 1983). 100 Ω.m özdirence sahip tekdüze ve izotrop bir yeraltı modeli üzerinde tek bir nokta akım kaynağı için potansiyel kaynak noktasından itibaren radyal olarak düzenli dağılmaktadır (Şekil 2.3). Kaynak noktasından itibaren x doğrultusunda her iki yöne doğru 5m ve düşey yönde 3m uzanan bir modelde, her iki yönde de 25 cm aralıklarla ayrıklaştırılmış noktalar üzerinde potansiyel değerleri hesaplanarak konturlanmıştır.

Tablo 2.1. Bazı kayaçlar için anizotropi değerleri (Kauffman ve Keller, 1983)

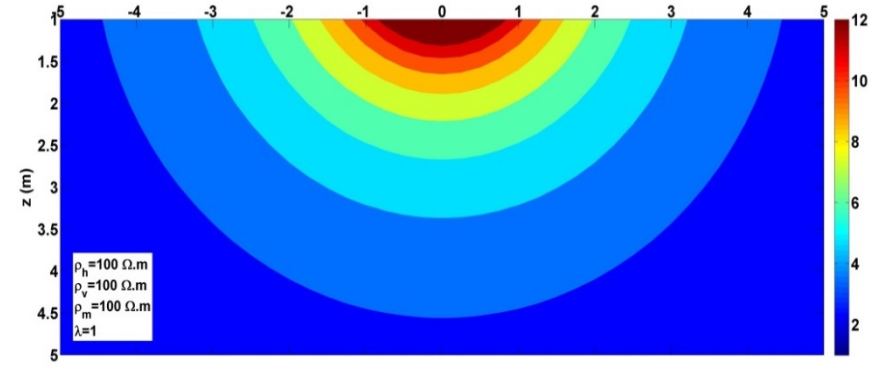
Kayaç tipi	Yön bağımlılık katsayısı ($\lambda = \sqrt{\frac{\rho_v}{\rho_h}}$)	Enine ve boyuna özdirenç oranı ($\frac{\rho_v}{\rho_h}$)
Kötü yataklanmış çamurtaşı	1,02-1,05	1,04-1,10
Şist ve arakatmanlı kumtaşı	1,05-1,15	1,10-1,32
Yataklanmış kumtaşı	1,10-1,59	1,20-1,65
Tuzlu şist	1,41-2,25	1,20-2,50
Şistli kayrak taşı (slate)	1,73-2,55	2,00-5,00
Kömür yatağı	2,00-2,75	3,00-6,50
Taş kömürü	2,00-2,35	4,00-6,50
Karbonlu kayaçlar	2,00-2,75	4,00-7,500

Aynı koşullar altında farklı anizotropi katsayılarına sahip anizotropik ortam için yapılan hesaplamalarla elde edilen potansiyel dağılımları da Şekil 2.3'te verilmiştir. Ele alınan anzitropik modellerin ρ_h, ρ_v, ρ_n ve λ değerleri Tablo 2.2'de gösterilmiştir. Görüldüğü gibi tüm modeller için ρ_n değerleri tekdüze ortamınkine eşit ve 100 Ω.m olmasına rağmen anizotropi katsayısı arttıkça potansiyel değerleri tekdüze ortama göre gittikçe azalım göstermektedir.

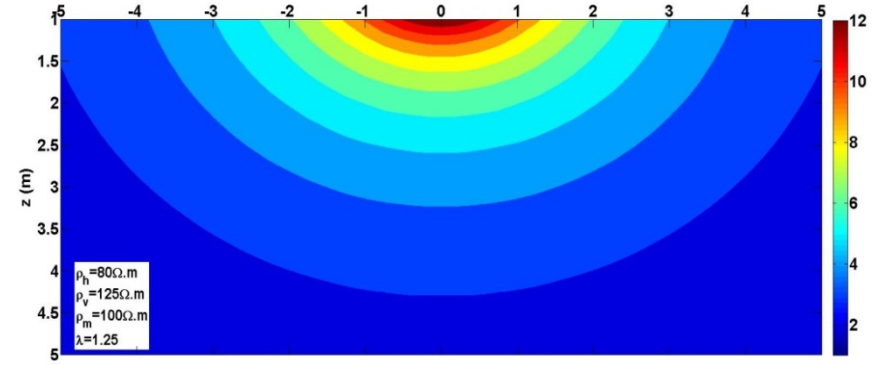
Tablo 2. 2. Potansiyel dağılımı hesaplanan anizotropik model parametreleri

Parametre	Model-1	Model-2	Model-3	Model-4
ρ_v (Ω.m)	100	125	200	250
ρ_h (Ω.m)	100	80	50	40
ρ_n (Ω.m)	100	100	100	100
λ	1,0	1,25	2,0	2,5
h(m)	5	5	5	5

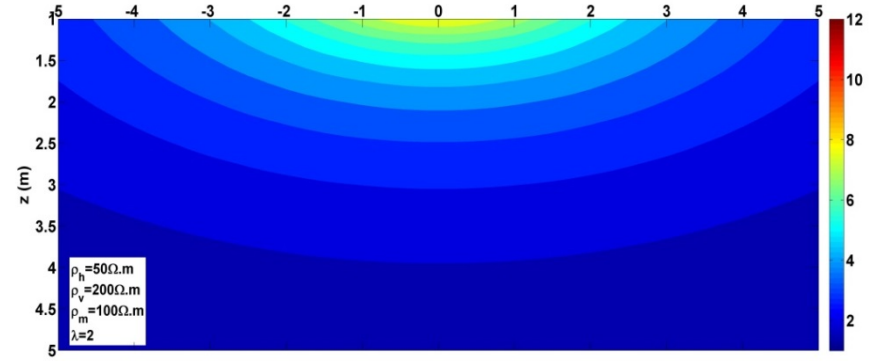
(a)



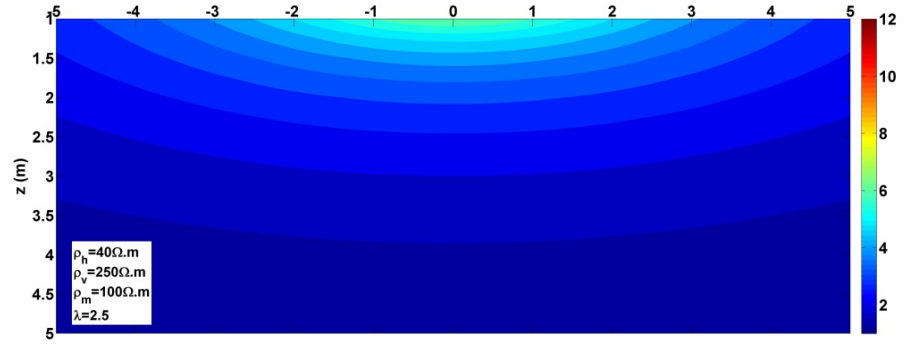
(b)



(c)



(d)



Şekil 2.3. Tekdüze bir yeraltı ortamı içi a) $\lambda = 1$, b) $\lambda = 1{,}25$, c) $\lambda = 2$, d) $\lambda = 2{,}5$ için potansiyel dağılımı

2.1.1. Yön bağımlılık paradoksu

Azimutal anizotropi, elektriksel anizotropinin eğimi, azimutu ve magnitüdünün saptanabildiği bir yöntemdir. Herhangi bir eğime sahip anizotropik model içindeki bir noktada oluşan potansiyel değeri,

$$\phi(\mathrm{R},\phi,\alpha)=\frac{\rho_{\mathrm{n}}\mathrm{I}}{2\pi\mathrm{R}\sqrt{1+(\lambda^2-1)\sin^2\phi\sin^2\alpha}} \tag{2.9}$$

bağıntısıyla verilir. Burada α eğim açısı, ϕ azimut açısıdır. R ise ϕ azimut açısına sahip noktanın kaynak noktasına olan uzaklığıdır (Watson ve Berker, 1999). Denklem (2.9)'da $\alpha=0°$ ve $\phi=0°$ dereceleri için düzenlenirse,

$$\phi(\mathrm{R})=\frac{\rho_{\mathrm{n}}\mathrm{I}}{2\pi\mathrm{R}} \tag{2.10}$$

bağıntısı oluşur. Bu durumda görünür özdirenç değeri ρ_{n} değerine ve ρ_{h} özdirencinin λ katsayısıyla çarpımına eşit olur.

$$\rho_a=\rho_n=\rho_v=\lambda\rho_h \tag{2.11}$$

Benzer şekilde Denklem (2.9), $\alpha=90°$ ve $\varphi=90°$ dereceleri için düzenlenirse,

$$\phi(\mathrm{R})=\frac{\rho_{\mathrm{n}}\mathrm{I}}{2\pi\lambda\mathrm{R}} \tag{2.12}$$

elde edilir. Buradan da anlaşılacağı üzere görünür özdirenç değeri ρ_{n} değerinin λ katsayısıyla oranına ve ρ_{h} özdirencine eşit olacaktır.

$$\rho_{\mathrm{a}}=\frac{\rho_{\mathrm{n}}}{\lambda}=\rho_{\mathrm{h}} \tag{2.13}$$

Sonuç olarak Denklem (2.11) ve Denklem (2.13)'te görüldüğü gibi aynı anizotropik ortamda azimut ve eğim açılarına bağlı olarak iki farklı görünür özdirenç hesaplanmaktadır. Bu sonuç, anizotropinin paradoksu olarak adlandırılır (Bhattacharya ve Patra, 1968).

2.2. 2B Anizotropik Ortamlarda DAÖ Yöntemi

Bu çalışmada 2B anizotropik ortamların görünür özdirenç değerlerinin hesaplanması için SF yöntemi kullanılmıştır. SF yöntemi için yazılan formüller anizotropik ortamlar için yeniden düzenlenmiştir. SF yöntemiyle 2B DAÖ düz çözümü için Denklem (2.7)'de verilen Poisson denkleminde iletkenlik yerine özdirenç ifadesi konursa,

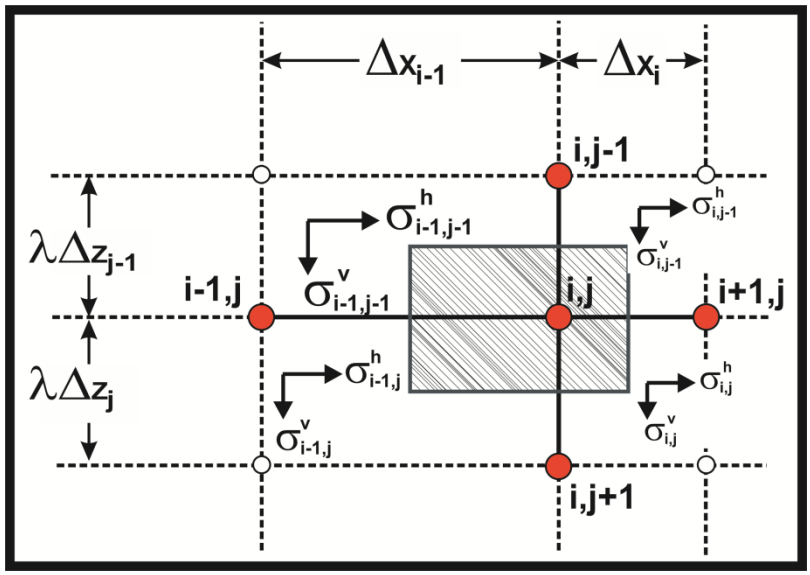
$$\nabla.\left[\frac{1}{\rho(\mathrm{x},\mathrm{z})}\nabla\phi(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z})\right]=-\mathrm{I}\delta(\mathrm{x}-\mathrm{x_S})\delta(\mathrm{y}-\mathrm{y_S})\delta(\mathrm{z}-\mathrm{z_S}) \tag{2.14}$$

bağıntısı elde edilir. Denklem (2.14) anizotropik ortamlar için düzenlenirken, model ağındaki her bir bloğun özdirenci yerine ρ_{n} değerleri konursa,

$$\nabla.\left[\frac{1}{\rho_{\mathrm{n}}(\mathrm{x},\mathrm{z})}\nabla\phi(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z})\right]=-\mathrm{I}\delta(\mathrm{x}-\mathrm{x_S})\delta(\mathrm{y}-\mathrm{y_S})\delta(\mathrm{z}-\mathrm{z_S}) \tag{2.15}$$

bağıntısı elde edilir. Denklem (2.7)'de görüldüğü gibi anizotropik ortamlarda kaynaktan r kadar uzaklıktaki bir noktada potansiyel hesaplanırken, söz konusu noktanın z koordinat değeri λ katsayısıyla çarpılarak işlemler gerçekleştirilmektedir. Benzer şekilde 2B DAÖ düz çözümü için kurulan SF model ağındaki blokların Δz düşey ayrıklaştırma değeri, ilgili bloğun λ anizotropi katsayısıyla çarpılarak $\lambda\Delta z$ şeklinde kullanılır.

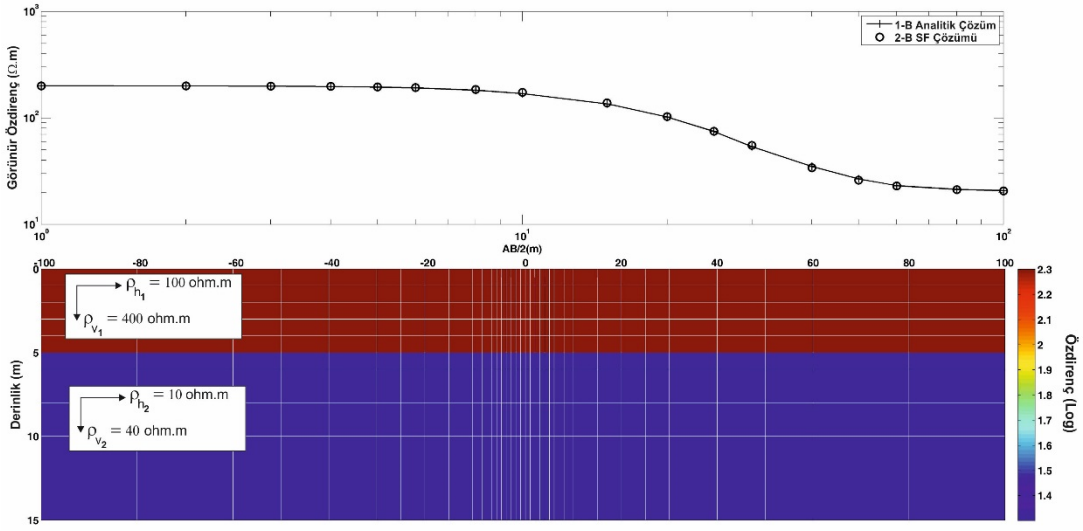
Bu çalışma kapsamında SF yöntemi kullanılarak 2B DAÖ düz çözümü için yazılan programlar, anizotropik ortamlara uygun olarak geliştirilmiştir. Program, bu tür ortamlar için kullanılırken her bir model bloğuna ρ_h ve ρ_v değeri atanır (Şekil 2.4). Ters çözüm işleminde de bilinmeyen parametreler olarak her bir bloğun ρ_h ve ρ_v değerleri ele alınmıştır.



Şekil 2.4. Yön bağımlı ortamlarda SF model ağındaki dikdörtgen model elemanının şematik gösterimi

2.3. Düz Çözüm Örnekleri

Bu bölümde, Bölüm 2.11'de anlatılan 2B DAÖ düz çözüm çalışmalarına ek olarak, anizotropik ortamlar için kurulan algoritmaların ve yazılan programların doğruluğunu test etmek amacıyla analitik olarak ta hesaplanabilen yatay olarak tabakalanmış iki tabakalı yeraltı modeli ele alınmıştır. Birinci katmanın enine özdirenci (ρ_h) ve boyuna özdirenci (ρ_v) sırasıyla 100 Ω.m ve 400 Ω.m ve tabaka kalınlığı 5 m, ikinci tabakanın ρ_h ve ρ_v değerleri de sırasıyla 10 Ω.m ve 40 Ω.m olarak seçilmiştir. Her iki tabakanın λ değerleri 2 olarak hesaplanır. Elektrot aralıklarının iki bloğa bölünerek oluşturulan model ağı yatayda 67, düşeyde 21 elemana ayrıklaştırılmıştır. Yatay yönde ayrıklaştırma işlemi yapılırken, 1B düşey elektrik sondaj verilerinin hesaplanmasında kullanılan AB/2 değerleri dikkate alınmıştır. 2B görünür özdirençlerin sayısal olarak hesaplanması için SF tekniği kullanılmıştır. Yatay tabakalı anizotropik yeraltı ortamı için analitik hesaplamalar Pekşen ve diğ., (2014)'te verilen ve EK-D' de verilmiş olan bağıntılar kullanılarak AB/2=1,2,3,4,5,6,8,10,12,15,20,25,30,35,40,50,60,80,100 elektrot aralıkları için hesaplanmıştır. Analitik ve sayısal olarak hesaplanmış olan görünür özdirenç değerlerinin karşılaştırılması Şekil 2.5'te gösterilmiştir. Yöntemler arasındaki hata miktarları %0,4 'ten daha düşük seviyededir.



Şekil 2.5. Yatay tabakalanmış iki tabakalı anizotropik ortamlar için sayısal ve analitik hesaplama sonuçları

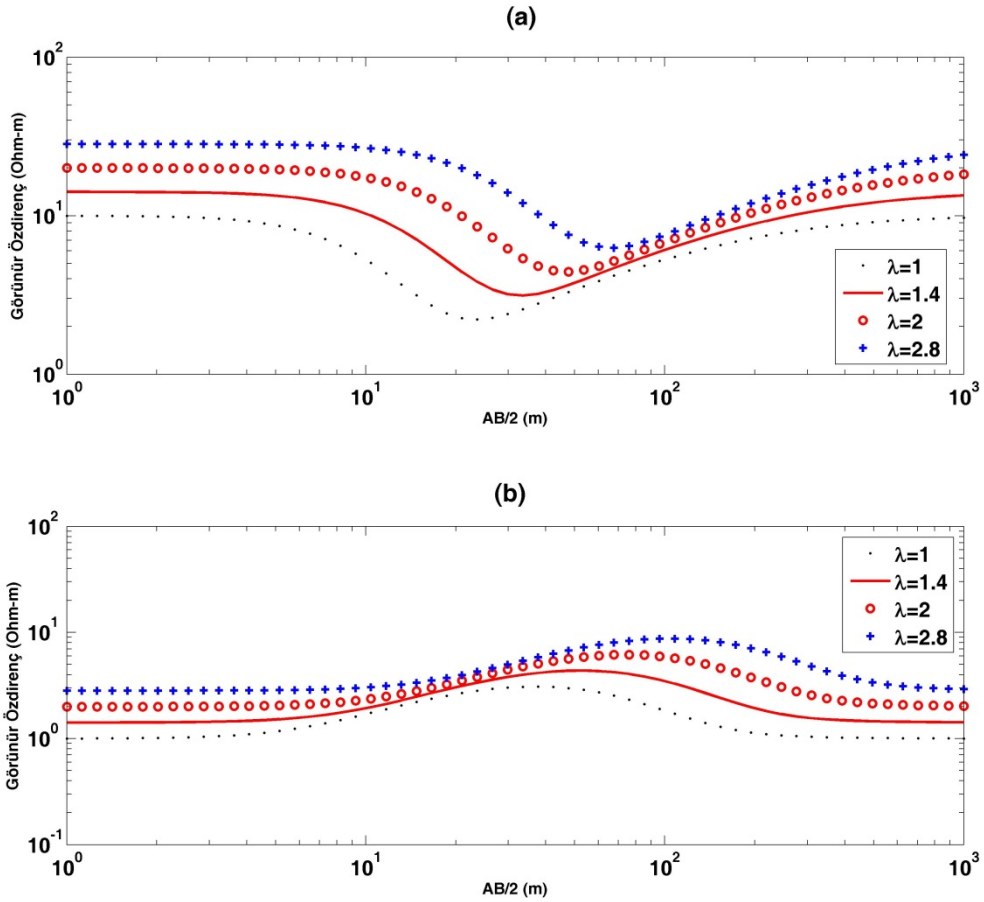
DAÖ yönteminde anizotropik ortamlarda anizotropi katsayısı (λ) büyük önem taşımaktadır. λ nın eğrileri ne kadar değiştirdiğini göstermek için aynı yeraltı modeli üzerinde farklı λ değerleri kullanılarak analitik hesaplamalar yapılmıştır (Şekil 2.6). hesaplamalarda kullanılan tabaka kalınlıkları ve özdirenç değerleri Tablo 2.3 ve Tablo 2.4'te verilmiştir. Yatay olarak tabakalanmış üç tabakalı K ve H tipi eğriler için yapılan hesaplamalarda λ arttıkça görünür özdirenç eğrilerinin sağa ve yukarı doğru kaydığı görülmektedir. Bu kayma anizotropi dikkate alınmadığında, tabakaların daha derinde ve daha yüksek özdirence sahip olarak yorumlanmasına sebep olacaktır. Aynı durum 2B hesaplamalarda da ortaya çıkacağından, özellikle yüksek anizotropi gösteren bölgelerde anizotropi etkisinin hesaplamalara katılması yorumlamaların daha doğru yapılmasında faydalı olabilir.

Tablo 2.3. H tipi eğri için anizotropik model parametreleri

Parametre	Model-1	Model-2	Model-3	Model-4
ρ_{1v} (Ω.m)	10	20	40	80
ρ_{1h} (Ω.m)	10	10	10	10
ρ_{2v} (Ω.m)	1	2	4	8
ρ_{2h} (Ω.m)	1	1	1	1
ρ_{3v} (Ω.m)	10	20	40	80
ρ_{3h} (Ω.m)	10	10	10	10
h_1 (m)	5	5	5	5
h_2 (m)	10	10	10	10

Tablo 2.4. K tipi eğri için anizotropik model parametreleri

Parametre	Model-1	Model-2	Model-3	Model-4
ρ_{1v} (Ω.m)	1	2	4	8
ρ_{1h} (Ω.m)	1	1	1	1
ρ_{2v} (Ω.m)	10	20	40	80
ρ_{2h} (Ω.m)	10	10	10	10
ρ_{3v} (Ω.m)	1	2	4	8
ρ_{3h} (Ω.m)	1	1	1	1
h_1 (m)	5	5	5	5
h_2 (m)	10	10	10	10



Şekil 2.6. Yatay tabakalı üç tabakalı anizotropik ortamlar için a) H tipi b) K tipi eğrilerde farklı λ değerleri için analitik hesaplama sonuçları

3. TERS ÇÖZÜM

Ters çözüm, gözlemsel verilere dayanarak olası yeraltı modelini elde etmenin bir yoludur. Ters çözüm işleminde ölçülen gözlemsel verilere en uygun kuramsal tepkiyi sağlayan yeraltı modeli elde edilir. Genel anlamda jeofizik yöntemlerde türev tabanlı (Marquardt-Levenberg, Gauss-Newton, enküçük kareler v.b.) ve global arama teknikleri (tavlama benzeşimi, parçacık sürü optimizasyonu, genetik algoritma v.b.) olmak üzere iki tip ters çözüm işlemi vardır.

Global arama yöntemlerinde, çözüm belli bir model uzayı içinde gelişigüzel ve bazı istatistiksel yaklaşımlarla aranmaktadır. Çözüm sırasında seçilen birey, nesil yada yineleme adımı sayısına bağlı olarak yüzlerce hatta binlerce kez kuramsal model tepkisinin hesaplanması nedeniyle global arama yöntemleri çok fazla zaman almaktadır. Ayrıca çözülecek parametre sayısının çok fazla olması durumunda, elde edilen çözümlerde zayıflık, tutarsızlık oluşmaktadır. Bu nedenle global arama yöntemleri genellikle 1B jeofizik çalışmalarda uygulanmıştır (Pekşen ve diğ., 2011; Pekşen ve diğ., 2014; Shaw ve Srivastava, 2007 Balkaya, 2013). Çok boyutlu modellemelere örnek olarak Akça ve Başokur (2011), genetik algoritma tekniğini nesne tabanlı 2B jeoelektrik modellemeye uygulamıştır. 2B ve 3B jeoelektrik yöntemlerde, model tepkisinin fazla hesaplama süresi alması ve parametre sayısının çok fazla olmasından ötürü DAÖ verilerinin 2B ve 3B modelleme işlemlerinde türev tabanlı yöntemler tercih edilmektedir. Bu tez kapsamında geliştirilen kodlarda türev tabanlı yöntemler kullanılmıştır.

Bazı jeofizik problemlerde ters çözümde kullanılan model fonksiyonu parametreleri ile modelin kuramsal tepkisi arasında doğrusal bir ilişki vardır. Böyle durumlarda modelin kuramsal tepkisi, tasarlanan model parametrelerinin model fonksiyonunda yerine konmasıyla elde edilir.

Yeraltının herhangi bir fiziksel özelliğine bağlı olarak N adet veri içeren yöney ele alalım.

$$d = [d_1, d_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, d_N]^T \quad (3.1)$$

Burada *T* üst indisi d yöneyinin dönüğünü, d_i değerleri ise her bir veri noktasını göstermektedir. Benzer şekilde model parametreleri de M uzunluğunda yöneyle gösterilebilir.

$$m = [m_1, m_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, m_M]^T \quad (3.2)$$

Doğrusal problemlerde model parametreleriyle veriler arasında,

$$d = F(m_1 m_2, \ldots m_M) = F(m) \quad (3.3)$$

biçiminde doğrusal bir ilişki vardır (Meju, 1994). Burada F(m) kuramsal model tepkisini göstermektedir.

3.1. Doğrusal Olmayan Ters Çözüm Problemi

Jeofizikte ters çözüm problemlerinin çoğunda ise model parametreleriyle gözlemsel veri arasında doğrusal olmayan bir ilişki vardır. Çok boyutlu ters çözüm problemlerinde genellikle model parametrelerinin sayısı gözlenen veri sayısından daha fazladır. Çoğu durumlarda model ağı, hem iyi çözülmüş hem de kötü çözülmüş model parametreleri içerir. Bu nedenle ters çözüm problemleri durağan (stable) değildir. Bunun yanında gözlenen veriyle uyumu çok iyi olan kuramsal tepkiyi sağlayabilecek çok sayıda model oluşturulabilir. Bu durum ters çözümün tekil (unique) olmadığını göstermektedir. Doğrusal olmayan problemler, doğrusal ters çözüm yaklaşımıyla başarılı şekilde çözülebilmektedir. Bu yöntemde Denklem (3.3)'teki F(m) kuramsal tepki fonksiyonu, m^0 başlangıç model parametreleri civarında Taylor serisine açılarak doğrusallaştırılması esasına dayanır (Meju, 1994). Yöntemde m^0 başlangıç modelinden başlayarak gözlemsel veriye en uygun kuramsal tepkiyi veren model elde edilinceye kadar işlem yinelemeli olarak sürdürülür. Her bir k yineleme adımında Δm^k parametre güncelleme operatörüyle güncellenen yeni model parametreleri elde edilir. Yineleme işlemi gözlemsel veriyle kuramsal model tepkisi arasındaki uyum, belirlenen bir eşik değerine ulaşana kadar devam eder. Diğer bir deyişle yineleme işlemi aşamasında elde edilen model parametrelerinde önemli bir değişim olmuyorsa işlem sona erdirilir. F(m) kuramsal tepki fonksiyonu

Taylor serisine açılır, ikinci ve daha yüksek mertebeli terimler ihmal edilirse Denklem (3.4) elde edilir.

$$F(m^k + \Delta m^k) = F(m^k) + \frac{\partial F(m^k)}{\partial m}\Delta m^k + ... \cong F(m^k) + J\Delta m^k \tag{3.4}$$

Burada J kuramsal tepki fonksiyonunun, model parametrelerine göre kısmi türevlerinden oluşan duyarlılık (sensitivity) yada Jacobian matrisi olarak adlandırılır. $F(m^k + \Delta m^k)$ model tepkisinin d gözlemsel verilerine eşit olması beklenir. Bu durumda Denklem (3.4)'ten yararlanarak,

$$J\Delta m^k = d - F(m^k) \tag{3.5}$$

şeklinde $d - F(m^k)$ rezidüel yöneyinin minimum düzeyde elde edilmesi amaçlanan ve kuadratik olmayan denklem sistemi elde edilir.

3.2. Doğrusal Olmayan Ters Çözüm Probleminde Ağırlıklandırma

Genellikle her bir gözlem noktası e_i şeklinde ağırlıklı rezidüel olarak kullanılabilen hata miktarları içermektedir. Bu durumda amaç fonksiyonu Φ_d,

$$\Phi_d = \sum_{i=1}^{N} \left| \frac{(d - F(m))}{e_i} \right|^2 = \left\| W(d - F(m)) \right\|_2^2 \tag{3.6}$$

şeklinde ağırlıklı rezidüelin L_2 normunda enküçüklenir (Günther, 2004). Burada W,

$$W = \mathrm{diag}\left(\frac{1}{e_i}\right) \tag{3.7}$$

şeklinde ifade edilir. Bir yöneyin karesel uzunluğunun, dönüğüyle kendisinin çarpımına eşit olduğu ele alındığında, amaç fonksiyonu Φ_d,

$$\begin{aligned} \Phi_d &= \left\| W(d - F(m)) \right\|_2^2 \\ &= \left[W(d - F(m)) \right]^T \left[W(d - F(m)) \right] \\ &= (d - F(m))^T W^T W (d - F(m)) \end{aligned} \tag{3.8}$$

matris biçiminde yazılabilir. Burada $W^T W$ veri kovaryans matrisinin tersidir ve,

$$C_d^{-1} = W^T W \tag{3.9}$$

şeklinde gösterilirse Denklem (3.8), Denklem (3.10) biçiminde ifade edilir.

$$\Phi_d = (d - F(m))^T C_d^{-1} (d - F(m)) \tag{3.10}$$

Kovaryans matrisi aynı zamanda veri ağırlıklandırması işlemini gerçekler. Denklem (3.8)'in minimum olabilmesi için amaç fonksiyonunun Δm^k'ya göre kısmi türevlerinin sıfıra eşitlenmesi gerekmektedir.

$$\frac{\partial \Phi_d}{\partial \Delta m^k} = 0 \tag{3.11}$$

Bu durumda Denklem (3.5)'ten yararlanarak Denklem (3.10), Denklem (3.11)'de yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$(WJ)^T (WJ) \Delta m^k = (WJ)^T (d - F(m))^T W (d - F(m)) \tag{3.12}$$

bağıntısı elde edilir. Bu ifade Gauss-Newton çözümü olarak da adlandırılır. Denklem (3.12) daha da sadeleştirilirse,

$$\Delta m^k = \left(J^T C_d^{-1} J\right)^{-1} J^T C_d^{-1} \Delta d \tag{3.13}$$

ifadesi elde edilir. Burada $\Delta d = d - F(m)$ gözlemsel veriyle kuramsal veri arasındaki fark yöneyidir. Her bir yineleme adımında $m^{k+1} = m^k + \Delta m^k$ işlemiyle yeni model parametreleri elde edilir

3.3. Düzgünleştirilmiş Doğrusal Olmayan Ters Çözüm Problemi

Çok boyutlu ters çözüm problemlerinin bir çoğu tekil olmayan ve sayısal olarak duraysız (instable) olmasından dolayı kötü koşullanmış (ill-posed) olarak tanımlanır. Doğrusal ters çözüm problemlerinde olduğu gibi kötü koşullanmış doğrusal olmayan ters çözüm problemlerinin çözümü de oldukça güçtür (Aster ve diğ., 2005). Özellikle Gauss-Newton çözümünde sistemin bir ya da daha fazla tekil değer içermesinden dolayı çözüm çok duraysız olabilmektedir. Bu sorunun üstesinden gelmek için en sık

kullanılan yöntemlerden biri olan düzgünleştirilmiş doğrusal olmayan ters çözüm işlemi diğer bir adıyla Tikhonov yöntemi uygulanabilir. Tikhonov düzgünleştirme işleminde toplam amaç fonksiyoneli en küçüklenir (Levenberg, 1944).

$$\Phi = \Phi_d + \beta\Phi_m \rightarrow \min \tag{3.14}$$

Denklem (3.13)'te verilen Gauss-Newton çözümü Denklem (3.14)'te yerine konur ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$(\mathrm{J}^{\mathrm{T}}\mathrm{J} + \beta\mathrm{C}^{\mathrm{T}}\mathrm{C})\Delta\mathrm{m}^{\mathrm{k}} = \mathrm{J}^{\mathrm{T}}\Delta\mathrm{d} \tag{3.15}$$

elde edilir (Tikhonov ve Arsenin, 1977). Burada C kısıtlama ya da yuvarlatma matrisidir. Tikhonov yöntemiyle ilgili daha detaylı bilgi Aster ve diğ. (2005)'ten elde edilebilir.

3.4. Sönümlü Enküçük Kareler Ters Çözümü

Ters çözümde düzgünleştirme ve durağanlaştırma işlemleri Denklem (3.15)'deki D kısıtlama matrisinin seçimine göre çeşitlilik gösterir. Uygulanabilecek en basit yöntem Levenberg (1944) tarafından geliştirilen, daha sonra Marquardt (1963) tarafından ayrıntılı açıklanan ve C kısıtlama matrisinin yerel durağanlaştırıcı olarak birim matris biçiminde alındığı sönümlü en küçük kareler yöntemidir. Bu yöntem jeofizikte özellikle 1B problemlerin çözümünde en sık kulanılan yöntemdir. Lines ve Trietel (1984) algoritmanın jeofizik problemlere nasıl uygulanabileceğini ayrıntılı olarak açıklamıştır. Sönümlü en küçük kareler yönteminde Denklem (3.15),

$$(\mathrm{J}^{\mathrm{T}}\mathrm{J} + \beta\mathrm{I})\Delta\mathrm{m}^{\mathrm{k}} = \mathrm{J}^{\mathrm{T}}\Delta\mathrm{d} \tag{3.16}$$

şeklinde ifade edilir. Burada I birim matristir. Yöntem m^0 başlangıç modelinin diğer inceleme veya jeolojik araştırmalardan iyi bir ön kestirimle seçildiği durumlarda oldukça başarılı olabilmektedir. C kısıtlama matrisinin birim matris olarak seçilmesinin zayıflıklarından bir tanesi $\Delta\mathrm{m}^{\mathrm{k}}$ parametre güncelleme operatörünün normal dağılım göstermeyip bazı elemanlarının büyük sapmalar içermesidir. Bu tip durumlar, modelde beklenmedik mantıksız yapay şekillere sebep olabilir.

3.5. Yuvarlatılmış Enküçük Kareler Ters Çözümü

Yuvarlatılmış en küçük kareler ters çözümü ilk olarak Constable ve diğ. (1987) tarafından 1B manyetotellürik verilerine uygulanmış ve en yaygın olarak kullanılan ters çözüm algoritmasıdır. Özellikle 2B ve 3B DAÖ verilerinin ters çözümünde en sık kullanılan yöntemdir (Loke ve Barker, 1996; Uchida, 1991; Pain ve diğ., 2002; Günther, 2004; Boonchaisuk ve diğ., 2008; Papadopulos ve diğ., 2010).

Yöntem 14. yüzyılda basit yorumların karmaşık olanlardan her zaman daha çok tercih edildiğini ileri süren filozof Willam Ockham'ın ismini almıştır. Bu nedenle yöntem Occam's ters çözümü olarak bilinir. Occam's algoritmasında genel kavram gözlemsel veriye en uygun çakışmayı sağlayacak kuramsal tepkiyi veren yuvarlatılmış modeli elde etmektir. Denklem (3.15)'teki C kısıtlama matrisi bir ve daha yüksek dereceli sonlu farklar ayrık türev operatörü olarak alınır. 1B durumlar için sonlu farklar ayrık türev operatörü

$$\Delta = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

matrisi biçiminde yazılır (Aster ve diğ., 2005). 2B durumlar için Denklem (3.15) gradyent matrisi x ve z doğrultuları için ayrı ayrı yazılırsa bu durumda C matrisi tüm yönlerdeki yuvarlatma matrislerinin toplamı biçiminde yazılır (deGroot-Hedlin ve Constable, 1990).

$$C^T C = \beta_x C_x^T C_x + \beta_z C_z^T C_z \tag{3.18}$$

Görüldüğü gibi β sönüm faktörü yatay ya da düşey model değişimleri için ayrı ayrı uygulanabilmektedir.

İkinci derece ayrık türev operatörü,

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\Big|_2 = \frac{F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1}}{(\Delta x)^2} \tag{3.19}$$

biçimindedir. Bu operatör tüm doğrultular boyunca birbirine komşu model hücreleri için yazılabilir. Bu durumda tüm katsayılar C matrisi içinde olacaktır. İkinci türev operatörü uygulanırken model ağının sınırlarına geldiği durumlarda dış komşular için işlem gerekecektir. Bu, kısmi diferansiyel denklemlerin ayrıklaştırılması işleminde sınır koşullarına karşılık gelmektedir. Neumann sınır koşullarında olduğu gibi model sınırlarının dışa doğru devam ettiği durumlarda ikinci türev yöntemi çalışabilir. Fakat bu durumda sınıra yakın yerlerde yapay belirtiler türeyebilir. Ayrıca tüm sınırlarda Neumann sınır koşulunun kullanılması kapasitans matrisinde tekillik sorunu yaratacaktır bu durumda sınırlarda ikinci türev operatörü sadece model ağının içine doğru olan doğrultularda formülüze edilerek bu problemden kaçınılabilir. 2B durumlar için x ve z doğrultularındaki model aralıkları eşit olduğunda ikinci derecede yuvarlatma matrisi birinci dereceden yuvarlatma matrisinin kuadratik formuna eşittir ve,

$$C_2 = C_1^T C_1 \tag{3.20}$$

biçiminde ifade edilebilir. Böylece C_2 matrisi, ana köşegeninde -4 ve diğer dört komşuya karşılık gelen elemanları da ± 1 değerlerini içermektedir (Günther, 2004).

3.6. Tekil Değer Ayrıştırımı (SVD) Yöntemi

Tekil değer ayrıştırımı (SVD) yöntemi doğrusallaştırılmış en küçük kareler ters çözüm işlemlerinden en sık kullanılan ve matris tekilliğinin üstesinden gelebilmek için oldukça etkili bir yöntemdir (Golub ve Reinsch, 1971). Bu algoritmaya göre herhangi bir A matrisi, ikisi ortonormal, biri köşegen olmak üzere üç matrisin çarpımı biçiminde verilir (Golub ve Reinsch, 1971).

$$\mathrm{A} = \mathrm{USV}^{\mathrm{T}} \tag{3.22}$$

Burada λ_i özdeğerleri, u_i, n boyutlu veri uzayını (data space), v_i, m boyutlu model uzayını (model space) göstermek üzere A matrisi,

$$\begin{pmatrix} 0 & A \\ A^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \lambda_i \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \tag{3.23}$$

olarak yazılabilir (Aki ve Richards, 1980). λ_i özdeğerleri sıfırdan farklı olduğu durumlarda,

$$\begin{aligned} Av_i &= u_i\lambda_i \\ A^T u_i &= v_i\lambda_i \end{aligned} \tag{3.24}$$

λ_i özdeğerler sıfıra eşit olduğu durumlarda ise,

$$\begin{aligned} Av_i &= 0 \qquad (i = k+1,\ldots\ldots,n) \\ A^T u_j &= 0 \qquad (j = k+1,\ldots\ldots,m) \end{aligned} \tag{3.25}$$

ifadeleri elde edilir. Sıfırdan farklı özdeğerler için veri model uzayları birleştirilirse,

$$AA^T u_i = \lambda_i^2 u_i \qquad (i = 1,2,\ldots\ldots,k,k+1,m) \tag{3.26}$$

$$A^T A v_i = \lambda_i^2 v_i \qquad (i = 1,2,\ldots\ldots,n) \tag{3.27}$$

bulunur. U ve V matrisleri ile S matrisini açık olarak yazacak olursak,

$$U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \ldots & \ldots & u_{1m} \\ u_{21} & u_{22} & \ldots & \ldots & u_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & u_i & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ u_{m1} & u_{m2} & \ldots & \ldots & u_{mm} \end{pmatrix}, V = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & \ldots & \ldots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \ldots & \ldots & v_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & v_i & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ v_{n1} & v_{n2} & \ldots & \ldots & v_{nn} \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \lambda_2 & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \lambda_3 & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \lambda_n \end{pmatrix} \tag{3.28}$$

şeklinde olup burada,

$$\begin{aligned} U^T U &= UU^T = I_m \\ V^T V &= VV^T = I_n \end{aligned} \tag{3.29}$$

ifadeleri yazılabilir.

3.7. SVD yönteminin Enküçük Kareler Yöntemine Uygulanması

Daha önceki bölümlerde değinildiği gibi en küçük kareler yönteminde veri sayısının model parametre sayısından fazla olması durumunda, bir matrisin tersi iyi bir duyarlılıkla hesaplanamaz. Meju (1992) SVD yöntemini Gauss-Newton ters çözüm

işleminin içine eklemiş ve manyetotellürik verilerin ters çözümüne uygulayarak bu sorunun üstesinden gelebilecek bir yaklaşım sunmuştur. Tekil değer ayrımını uygulamak için, Denklem (3.22)'nin, Denklem (3.13)'te yerine konulmasıyla,

$$\Delta \mathrm{m}^{\mathrm{k}} = \left(\mathrm{J}^{\mathrm{T}}\mathrm{J}\right)^{-1}\mathrm{J}^{\mathrm{T}}\Delta \mathrm{d} \tag{3.30}$$

$$= (\mathrm{VSU}^{\mathrm{T}}\mathrm{USV}^{\mathrm{T}})^{-1}\mathrm{VSU}^{\mathrm{T}}\Delta \mathrm{d} \tag{3.30a}$$

$$= (\mathrm{VS}^{2}\mathrm{V}^{\mathrm{T}})^{-1}\mathrm{VSU}^{\mathrm{T}}\Delta \mathrm{d} \tag{3.30b}$$

$$= \mathrm{VS}^{-2}\mathrm{V}^{\mathrm{T}}\mathrm{VSU}^{\mathrm{T}}\Delta \mathrm{d} \tag{3.30c}$$

$$\Delta \mathrm{m}^{\mathrm{k}} = \mathrm{VS}^{-1}\mathrm{U}^{\mathrm{T}}\Delta \mathrm{d} \tag{3.30d}$$

biçiminde, model parametre düzeltme yöneyi hesaplanabilir (Lines ve Treitel, 1984). Bu bağıntının matris gösterimi,

$$\begin{pmatrix} \Delta m_1 \\ \Delta m_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta m_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1k} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{n1} & v_{n2} & \dots & v_{nk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\lambda_1 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & 1/\lambda_2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1/\lambda_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1m} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_{k1} & u_{k2} & \dots & v_{km} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta d_1 \\ \Delta d_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta d_m \end{pmatrix} \tag{3.30e}$$

şeklindedir. Böylece genelleştirilmiş ters çözüm, V_0 uzayının olmadığı, fakat U_0 uzayının bulunduğu durumlardaki en küçük kareler çözümünden başka bir şey değildir. Yukarıdaki bağıntı, yöneylerin toplamı olarak aşağıdaki şekilde,

$$\Delta \mathrm{m}^{\mathrm{k}} = \frac{1}{\lambda_1}\mathrm{v}_1\mathrm{u}_1^{\mathrm{T}}\Delta \mathrm{d}_1 + \frac{1}{\lambda_2}\mathrm{v}_2\mathrm{u}_2^{\mathrm{T}}\Delta \mathrm{d}_2 + ,\dots\dots, + \frac{1}{\lambda_{\mathrm{n}}}\mathrm{v}_{\mathrm{n}}\mathrm{u}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{T}}\Delta \mathrm{d}_{\mathrm{n}} \tag{3.31}$$

ifade edilebilir. Bu ifadede, $\mathrm{u}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\Delta \mathrm{d}_{\mathrm{j}}$ nin yerine α_1 denilirse, Denklem (3.31),

$$\Delta \mathrm{m}^{\mathrm{k}} = \frac{\alpha_1}{\lambda_1}\mathrm{v}_1 + \frac{\alpha_2}{\lambda_2}\mathrm{v}_2 + ,\dots\dots, + \frac{\alpha_{\mathrm{n}}}{\lambda_{\mathrm{n}}}\mathrm{v}_{\mathrm{n}} \tag{3.32}$$

şekline dönüşür. Sistemdeki tekil değerlerin değerlerin çok küçük olması durumunda α_1 / λ_1 teriminin büyük değerler alacağı kaçınılmazdır. Böyle durumlarda $(\alpha_1 / \lambda_1)\mathrm{v}_1$

kısmının Δm in çözümünde olumsuz yönde etkisi olacaktır. Denklem (3.30d)'e görüldüğü gibi çözümde sadece köşegeninde her zaman sıfırdan büyük özdeğerleri içeren S matrisinin tersinin alınması gerekmektedir. Fakat çoğu parametre sayısının çok fazla olduğu ve kötü koşullanmış problemlerde tekil değerlerin sıfıra çok yakın olması durumunda S matrisinin tersi alınırken büyük hatalar doğacaktır. Böyle bir problemle karşılaşmamak ve çözümün daha durağan olmasını sağlamak amacıyla Meju (1994), SVD yönteminde tersi alınacak olan S matrisinin köşegenine β kısıtlama faktörü uygulamıştır. Bu durumda Bu yöntem sırt geriletme (ridge regression) olarak bilinmektedir. S matrisinin köşegenlerine özdeğerlerin yerine

$$\lambda_i^{-1} = \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \beta} \right) \tag{3.33}$$

konularak dönüşüm işlemi yapılır. Bu durumda Denklem (3.30d),

$$\Delta m^k = V \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_i^2 + \beta} \right) V^T \tag{3.34}$$

şeklinde yazılabilir. λ_i değeri β sönüm faktöründen büyük olduğu durumlarda ($\lambda_i^2+\beta$) büyüklüğü ile λ_i değeri arasında çok az fark olacaktır. λ_i değerinin sıfıra çok yakın olduğu durumlarda ise pozitif tanımlı β sönüm faktörü sistemi daima tekillikten uzak tutacaktır. Bu yönden dönüşük değerlerin kullanılmasının sırt geriletme yönteminin en büyük avantajlarından birisidir (Meju, 1994).

Klasik yinelemeli ters çözüm işleminde genellikle sönüm faktörü β büyük bir değer seçilerek işleme başlanır. Böylece en dik iniş yönteminin başlangıçta çok iyi yakınsama özelliği oluşmaktadır. Daha sonra sönüm faktörü β kendisini daha da küçültecek bir sayıyla çarpılarak, en iyi yaklaşım sağlanır. Bu işlemin farklı bir çeşidi olarak Johansen (1977), yineleme adımındaki J (yada J^TJ) matrisinin en küçük özdeğerini sönüm faktörü olarak ele almış, ıraksamanın oluştuğu durumlarda bir sonraki büyük özdeğeri alarak çözüm sağlamaya çalışmıştır. Sırt geriletme yöntemi en dik iniş ve Gauss-Newton yöntemlerinin karmasından oluşmaktadır ve klasik yinelemeli ters çözüm işlemlerinden farklı olarak iki aşamada gerçekleştirilir.

Sönüm faktörleri yineleme adımındaki J duyarlılık matrisinin en büyük ve en küçük özdeğerleri arasında ampirik olarak hesaplanır. Yineleme adımında ilk olarak en büyük özdeğerle çözüme başlanır ve her yineleme adımında içsel döngüyle sönüm faktörleri kullanılarak en iyi çözüm elde edilmeye çalışılır.

3.8. β Düzgünleştirme Parametresinin Seçilmesi

Denklem (3.14)'te amaç fonksiyonunun çözümünde kullanılan β parametresinin seçimi, çözümün başarısı açısından büyük önem taşımaktadır. Bu parametre, veri uyumsuzluğuna karşılık gelen modelin yuvarlatılması işlemini dengeler. β büyük bir sayı seçilmesi durumunda yöntem en dik iniş yöntemini sağlar ve çözüm başlangıç modeli civarında kalır. β değeri çok küçük seçildiğinde ise çözüm çok hızlı olmasına rağmen parametre güncelleme operatörü çok büyük değerler içerebileceğinden mantıksız sonuçlar ortaya çıkabilir. β parametresinin seçimi için bazı araştırmacılar farklı yöntemler sunmuşlardır. Bu yöntemlere L-eğrisi (L-curve) yöntemi (Hansen ve O'Leary, 1993) ve genelleştirilmiş çapraz geçerleme (generalized cross validation) yöntemi (Hansen 1992; Vogel, 2002) örnek olarak verilebilir.

Doğrusal olmayan problemlerde, ters çözüm işlemi sırasında β parametresinin her yineleme adımında değiştirilmesi en sık kullanılan yöntemdir. Bu yöntemde başlangıçta β büyük bir değer seçilir ve her yineleme adımında küçültülerek kullanılabilir (Loke ve Barker, 1996; Farquharson ve Oldenburg, 2004). Bu tez çalışmasında yuvarlatılmış en küçük kareler ters çözüm işleminde büyük değerle başlanan β parametresi her yineleme adımında ikiye bölünerek kullanılmaktadır.

3.8.1. Sırt geriletme yönteminde β parametresinin seçimi

Sırt geriletme yönteminde her bir yineleme adımında yapılan içsel döngülerde kullanılacak β parametrelerinin belirlenmesi için Meju (1992) tarafından yineleme adımındaki J matrisinin en büyük ve en küçük özdeğerlerini kullanarak ampirik olarak hesaplanan bir yöntem sunmuştur. Bu yöntemde en büyük ve en küçük özdeğerler sırasıyla 10 ve 0,1 ile çarpılır. Bu sayılar λ_L ve λ_S olarak gösterilirse,

$$\beta_K = \left([100\,\lambda_S - \lambda_L] + [\lambda_L - \lambda_S]k^2 \right) / 99 \qquad (3.35)$$

Bağıntısı elde edilir (Meju, 1992). Burada k hesaplanacak sönüm faktörü numarasını göstermektedir ve k=1,2,3,…10 olarak alınır. Böylece yineleme adımında en büyük sönüm faktörü β_{10} ile işleme başlanarak en dik iniş yönteminin karakteristiği sağlanır ve her bir içsel döngüde β_K değerleri büyükten küçüğe doğru kullanılarak en küçükleme işlemi gerçeklenir.

3.9 Duyarlılık (Sensitivity) Matrisinin Hesaplanması

Duyarlılık ya da Jacobian matrisi tüm doğrusal olmayan ters çözüm problemlerinde kaçınılmaz olarak yer almaktır. Tek bir duyarlılık değeri, m_j model parametresindeki değişim ile, $F_i(m)$ kuramsal tepkideki değişimin duyarlılığını ifade etmektedir.

$$J_{ij}(m) = \frac{\partial F_i(m)}{\partial m_j} \tag{3.36}$$

Jacobian matrisi açık biçimde

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(m)}{\partial m_1} & \cdots & \frac{\partial F_1(m)}{\partial m_M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_N(m)}{\partial m_1} & \cdots & \frac{\partial F_N(m)}{\partial m_M} \end{bmatrix} \tag{3.37}$$

yazılabilir. Burada M parametre sayısını, N veri sayısını göstermektedir. Her bir sütunu, her bir model parametresine göre her bir veri noktası için kısmi türev değerlerini içeren $N \times M$ boyutunda duyarlılık matrisi, parametre güncelleme operatörünün hesaplandığı doğrusal olmayan ters çözüm işleminde kullanılır. Duyarlılık matrisi ayrıca model ağındaki hangi bölgelerin hangi ölçüm noktalarına duyarlı olduğunun belirlenmesi açısından da büyük önem taşımaktadır.

2B ve 3B DAÖ yöntemlerinde duyarlılık matrisinin hesaplanması için bazı araştırmacılar farklı yöntemler sunmuşlardır. Loke ve Barker (1996) ve Møller ve diğ. (2001) tekdüze yeraltı modeli için Frèchet türevlerini kullanarak dört noktalı ölçüm sistemine göre duyarlılık matrisini hesaplamışlardır. Bu yöntemde duyarlılık, ortamın bilinmeyen parametre olarak ele alınan iletkenlik (σ) değerinden bağımsızdır. Yöntem hız açısından diğer yöntemlerden daha üstündür. Bu yöntemden

başka Spitzer (1998) tekdüze olmayan ortamlarda da duyarlılık matrisinin hesaplanması için üç farklı yöntem göstermiştir. Bu yöntemlerden ilki klasik sonlu farklar türev operatörünün kullanıldığı perturbasyon yöntemidir. Bu yöntemde model parametresinin herhangi bir değeri için kuramsal model tepkisi hesaplandıktan sonra, model parametresine küçük bir değer (δ) tekrar kuramsal tepki hesaplanır. Hesaplanan iki değer arasındaki farkın, model parametresine eklenen δ değerine oranı, model tepki fonksiyonunun seçilen parametreye göre türevini verir. Pertürbasyon yöntemi, kuramsal tepki fonksiyonunun çok fazla hesaplanmasından dolayı fazla süre alacağından tercih edilmemektedir. Duyarlılık matrisinin hesaplanması için bir diğer yöntem potansiyel yaklaşım yöntemidir. Model ağı içindeki her düğüm noktalarına ait potansiyel değerlerinin sonlu farklar operatörüyle türevinin alınması esasına dayanmaktadır.

Duyarlılığın hesaplanması için en sık kullanılan yöntem düz çözüm duyarlılığıdır. Bölüm 2'de anlatıldığı gibi düz çözüm problemi genellikle SF ve SE ayrıklaştırma işlemleriyle çözülür. Duyarlılık değerleri, Denklem (2.20) ve Denklem (2.25)'te verilen,

$$\mathrm{C}\,\tilde{\phi} = \mathrm{S} \tag{3.38}$$

normal denklem sisteminin bilinmeyenlere göre türevi alınarak elde edilebilir (Uchida, 1991). DAÖ verilerinde bilinmeyen model parametreleri, kurulan model ağındaki her bir hücreye ait özdirenç (ρ) yada iletkenlik (σ) değerleridir. Bu durumda Denklem (3.38)'in σ parametresine göre türevi,

$$\frac{\partial \mathrm{C}\tilde{\phi}}{\partial \sigma} = \frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \sigma} \tag{3.39}$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.38)'de verilen C ve $\tilde{\phi}$ değişkenleri σ parametresine bağlıyken eşitliğin sol tarafındaki S kaynak yöneyi σ parametresinden bağımsızdır. Bu durumda Denklem (3.39)'un sağ tarafı sıfıra eşit olacaktır.

$$\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \sigma} = 0 \tag{3.40}$$

İki değişkeninin çarpımının türevi özelliğinden yararlanılarak Denklem (3.39)'daki türev değerleri açılır ve Denklem (3.38), Denklem(3.39)'da yerine konur, gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\mathrm{C}\frac{\partial\tilde{\phi}}{\partial\sigma} = -\frac{\partial \mathrm{C}}{\partial\sigma}\tilde{\phi} \tag{3.41}$$

şeklinde doğrusal denklem sistemi elde edilir (Uchida, 1991). C kapasitans matrisinin herhangi bir model hücresine ait σ parametresine göre türevi alınırken, ilgili model hücresinin σ değeri 1 diğer bütün model hücrelerinin σ değerleri 0 alınarak hesaplama yapılır. Denklem (3.41)'in çözülmesiyle elde edilen $\partial\tilde{\phi}/\partial\sigma$ değerleri, Denklem (2.33)'te verilen görünür özdirenç denkleminde potansiyel değerleri yerine konarak, her bir ölçü noktası için duyarlılık matrisinin elemanları hesaplanır. Bu tez çalışmasında yapılan ters çözüm işlemlerinde duyarlılık matrisi düz çözüm duyarlılığı yöntemiyle elde edilmiştir.

3.9.1. Yön bağımlı ortamlarda duyarlılık matrisinin hesaplanması

Bölüm 2'de değinildiği üzere, yön bağımlı ortamlarda kurulan model ağında her bir model bloğu ρ_{h} ve ρ_{v} değerlerine sahiptir ve model hücrelerinin özdirenç değerleri ise $\rho_{\mathrm{n}} = \sqrt{\rho_{\mathrm{v}}\rho_{\mathrm{h}}}$ şeklinde bu iki özdirenci geometrik ortalaması biçiminde ele alınır. Bu durumda yön bağımlı ortamlar için yapılan ters çözüm işlemlerinde bilinmeyen parametreler olarak her bir bloğun ρ_{h} ve ρ_{v} değerleri ele alınmalıdır. Yön bağımlı ortamlar için duyarlılık matrisi iki aşamada oluşturulur. İlk aşamada yukarıda anlatıldığı gibi ρ_{h} ve ρ_{v} parametreleri için ayrı ayrı düz çözüm duyarlılığı yöntemiyle duyarlılık matrisi hesaplanır. Daha sonra bu iki matris birleştirilerek tek bir duyarlılık matrisi elde edilir. Yön bağımlı ortamlarda DAÖ yöntemi için duyarlılık matrisi $\mathrm{N}\times 2\mathrm{M}$ boyutunda matris olacaktır.

$$\mathrm{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathrm{F}_1(\rho_{\mathrm{h}},\rho_{\mathrm{v}})}{\partial\rho_{\mathrm{h}}^1} & \cdots & \frac{\partial \mathrm{F}_1(\rho_{\mathrm{h}},\rho_{\mathrm{v}})}{\partial\rho_{\mathrm{h}}^{\mathrm{M}}} & \frac{\partial \mathrm{F}_1(\rho_{\mathrm{h}},\rho_{\mathrm{v}})}{\partial\rho_{\mathrm{v}}^1} & \cdots & \frac{\partial \mathrm{F}_1(\rho_{\mathrm{h}},\rho_{\mathrm{v}})}{\partial\rho_{\mathrm{v}}^{\mathrm{M}}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \mathrm{F}_{\mathrm{N}}(\rho_{\mathrm{h}},\rho_{\mathrm{v}})}{\partial\rho_{\mathrm{h}}^1} & \cdots & \frac{\partial \mathrm{F}_{\mathrm{N}}(\rho_{\mathrm{h}},\rho_{\mathrm{v}})}{\partial\rho_{\mathrm{h}}^{\mathrm{M}}} & \frac{\partial \mathrm{F}_{\mathrm{N}}(\rho_{\mathrm{h}},\rho_{\mathrm{v}})}{\partial\rho_{\mathrm{v}}^1} & \cdots & \frac{\partial \mathrm{F}_{\mathrm{N}}(\rho_{\mathrm{h}},\rho_{\mathrm{v}})}{\partial\rho_{\mathrm{v}}^{\mathrm{M}}} \end{bmatrix} \tag{3.42}$$

3.9.2. Logaritmik uzayda duyarlılık matrisinin hesaplanması

Model ağındaki hücrelere ait özdirenç (ρ) yada iletkenlik (σ) değerleri logaritmik uzayda kullanılmak istendiğinde duyarlılık ifadesi de tekrar düzenlenmelidir. İşlemler logaritmik uzaya geçirilirken model parametreleri,

$$\rho_j = \log(\rho_j) \tag{3.43}$$

ve düz çözüm kuramsal tepki değerleri,

$$F_i(m) = \log(\rho_i^a) \tag{3.44}$$

şeklinde değiştirilir. Duyarlılık değerlerine zincirleme kuralı uygulanarak,

$$J_{ij}^{Log} = \frac{\partial \log(\rho_i^a)}{\partial \rho_j} = \frac{\partial \rho_i^a}{\partial \rho_j} \frac{\partial \log(\rho_i^a)}{\partial \rho_i^a} \left(\frac{\partial \log(\rho_j)}{\partial \rho_j} \right)^{-1} = \frac{\rho_j}{\rho_i^a} \frac{\partial \rho_i^a}{\partial \rho_j} = \frac{\rho_j}{\rho_i^a} J_{ij}^{lin} \tag{3.45}$$

bağıntısı elde edilir (Başokur, 2010). Burada J_{ij}^{lin} doğrusal uzayda hesaplanan duyarlılık değerleridir.

3.10. Duyarlılık Matrisinin Broyden Güncellemesi

Yinelemeli ters çözüm algoritmalarında en kritik noktalardan biri duyarlılık matrisinin her bir yineleme adımında tekrar tekrar hesaplanmasıdır. Çünkü 2B DAÖ yönteminde kısmi türevlerden oluşan duyarlılık matrisinin hesaplanması çok fazla zaman almaktadır. Bazı problemlerde, duyarlılık matrisi kuramsal model tepkisinin hesaplandığı düz çözümü rutininde hesaplanabilmektedir. Duyarlılık matrisinin her yineleme adımında doğrudan hesaplanmasından kaçınmak için en uygun yöntem Broyden (1965) tarafından verilen ve duyarlılık matrisinin quasi-newton güncelleme yöntemiyle güncellenerek hesaplanması işlemidir. (Loke ve Barker, 1996).

Bu yöntemde, başlangıç modeliyle ilk yinelemede hesaplanan J duyarlılık matrisi, birbirini izleyen yineleme adımlarında güncelleme operatörüyle güncellenir. J ilk yineleme adımında genellikle tekdüze yer modeli için elde edilmektedir. Güncelleme operatörü, birbirini izleyen yineleme adımlarında elde edilen parametre güncelleme yöneylerinin ve hesaplanan kuramsal model tepkilerinin bir fonksiyonudur ve

yineleme adımında değişmektedir. Birbirini izleyen k ve k+1 yineleme adımları ele alınırsa, k+1 yineleme adımında J_k duyarlılık matrisi,

$$J_{k+1} = J_k + \frac{\left[F_i(m^{k+1}) - F_i(m^k) - J_k \Delta m^k\right]\left(\Delta m^k\right)^T}{\left(\Delta m^k\right)^T \Delta m^k} \tag{3.46}$$

bağıntısıyla elde edilir (Loke ve Barker, 1996; Günther, 2004). Burada $F_i(m^k)$ ve $F_i(m^{k+1})$ sırasıyla k ve k+1 yineleme adımlarında elde edilen kuramsal model tepkileri, Δm^k ve Δm^{k+1} ise sırasıyla k ve k+1. yineleme adımlarında elde edilen parametre düzeltme yöneyleridir. Denklem (3.46) Broyden güncellemesi olarak bilinir. Güncelleme operatörü rankı 1 olan matristir. Görüldüğü gibi Broyden güncellemesi, duyarlılık matrisinin her yineleme adımında doğrudan hesaplanmasından daha hızlıdır. Bu tez kapsamında ters çözüm işlemi için yazılan kodlarda üç farklı seçenek kullanılabilir. Bu seçeneklerin ilkinde, duyarlılık matrisi sadece bir kez hesaplanır ve her yineleme adımında aynı matris kullanılır. İkinci seçenekte duyarlılık matrisi her yineleme adımında yeniden hesaplanarak işlemler yapılır. Son seçenekte ise duyarlılık matrisi başlangıç adımında tekdüze yeraltı modeli için hesaplanır ve bu bölümde anlatıldığı gibi her yineleme adımında Broyden güncellemesiyle güncellenir.

4. KURAMSAL MODEL ÇALIŞMALARI

Tezin bu aşamasında önceki bölümlerde detaylandırılan 2B DAÖ verilerinin ters çözüm için geliştirilen algoritmaların kuramsal modeller üzerinde test edilmesi anlatılmıştır. Kuramsal modeller farklı amaçlar için yapılan gerçek arazi araştırmalarında karşılaşılabilecek yeraltı yapılarını temsil edecek şekilde seçilmiştir. Tasarlanan modeller üzerinde Bölüm 1'de anlatılan 2B DAÖ düz çözüm algoritmaları ile farklı tipte elektrot dizilimleri için görünür özdirenç değerleri hesaplanmıştır. Daha sonra yine Bölüm 1'de ayrıntılı olarak açıklanmış olan SF ve SE DAÖ düz çözüm yöntemleriyle elde edilen görünür özdirenç değerleri birbirlerine çok yakın olduğundan kuramsal model tepkilerinin hesaplamalarında sadece SF yöntemi kullanılmıştır. Hesaplamalar için hazırlanan SF model ağı, elektrot aralıkları iki hücreye bölünerek x doğrultusu boyunca 76, z doğrultusu boyunca 26 elemana ayrıklaştırılmıştır. Model çalışmalarında aynı doğrultu üzerinde dizilmiş eşit aralıklı 31 ve 51 elektrotla oluşturulan profiller boyunca Wenner-α ve Schlumberger dizilim tipleri kullanılarak farklı seviyeler için veriler hesaplanmıştır. Elektrot aralıkları ve elektrot sayıları modellere gere farklılık göstermektedir. Yön bağımlı ortamlar için kuramsal veri çalışmalarında sadece Wenner-α dizilim tipi için çözümler yapılmıştır.

Daha sonra kullanılan elektrot pozisyonları bu elektrot pozisyonlarına göre elde edilen görünür özdirenç değerleri veri olarak Bölüm 3'te anlatılan ters çözüm algoritmalarına sokularak, tasarlanan kuramsal modeller elde edilmeye çalışılmıştır. Farklı dizilim tipleri için hazırlanan verilerin ayrı ayrı ters çözümleri yapılmıştır. Ters çözüm işlemlerinde hem SF hem de SE teknikleri kullanılmıştır. Ardından aynı model üzerinde alınmış veriler birleştirilerek eş zamanlı ters çözüme sokulmuştur. Birleştirilmiş verilerin ters çözümünde sadece SF model ağı kullanılmıştır. Ters çözüm algoritması olarak sırt geriletme yöntemi seçilmiştir.

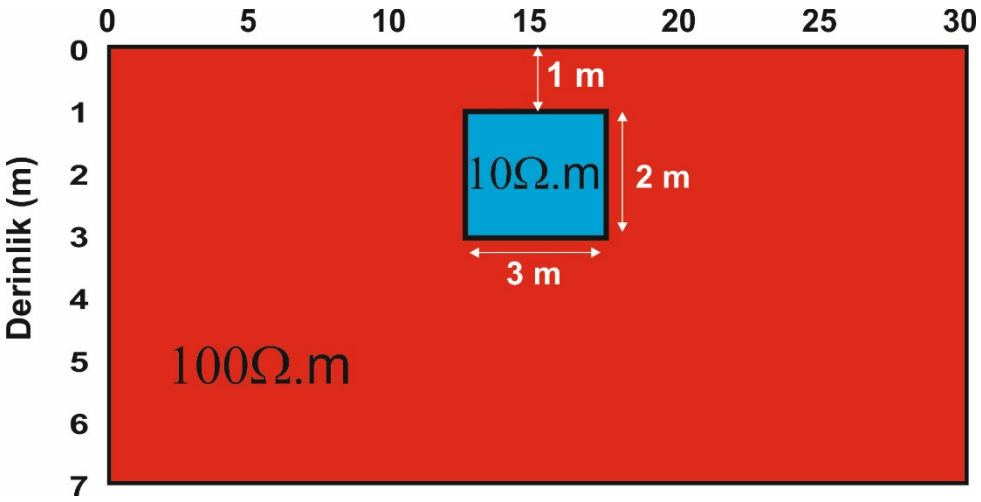
Ters çözüm işlemlerinde başlangıç modeli olarak özdirenci, gözlenen verilerin geometrik otalamaları olan tekdüze bir yer ortamı seçilmiştir.

$$\rho_a^{ORT} = \sqrt[N]{\rho_a^1 + \rho_a^2 + \rho_a^3 + ...\rho_a^N} \quad (5.1)$$

Duyarlılık matrisi başlangıçta tekdüze ortam için hesaplandıktan sonra her yineleme adımında güncellenerek işlemler yapılmıştır.

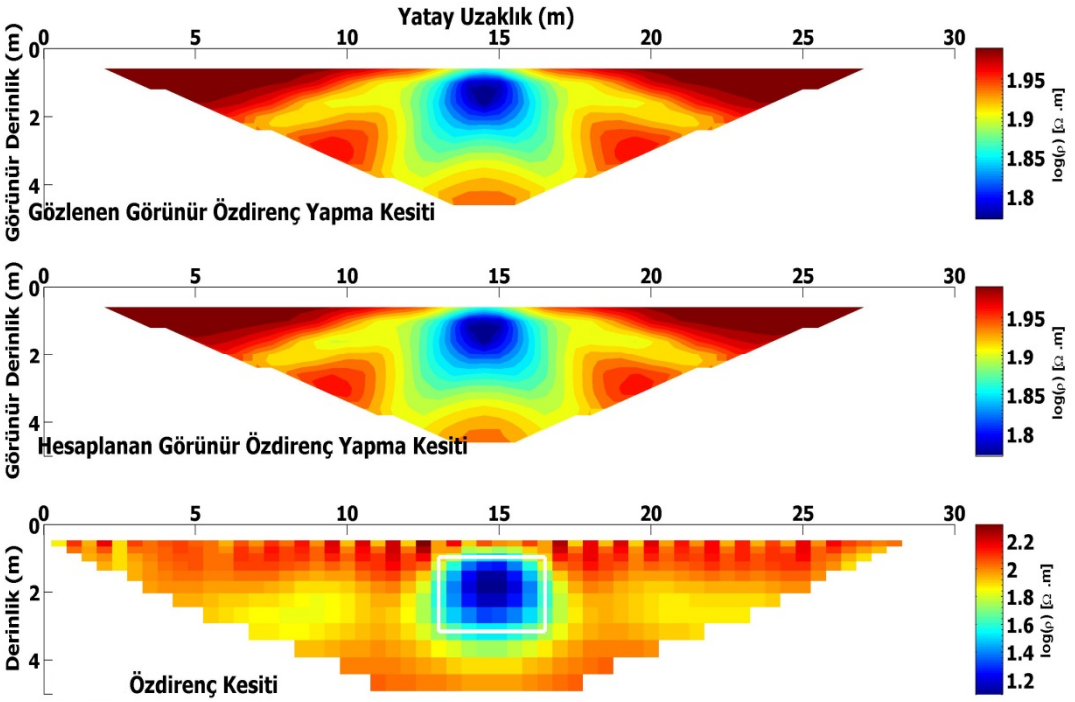
4.1. Tek Blok Modeli

İlk model çalışmasında, gömülü iletken bir yapıyı temsil eden, 100 Ω.m özdirence sahip tekdüze bir ortam içinde 1 m derinlikte gömülü 3x2 m boyutlarında ve 10 Ω.m özdirençli tek blok modeli ele alınmıştır (Şekil 4.1).

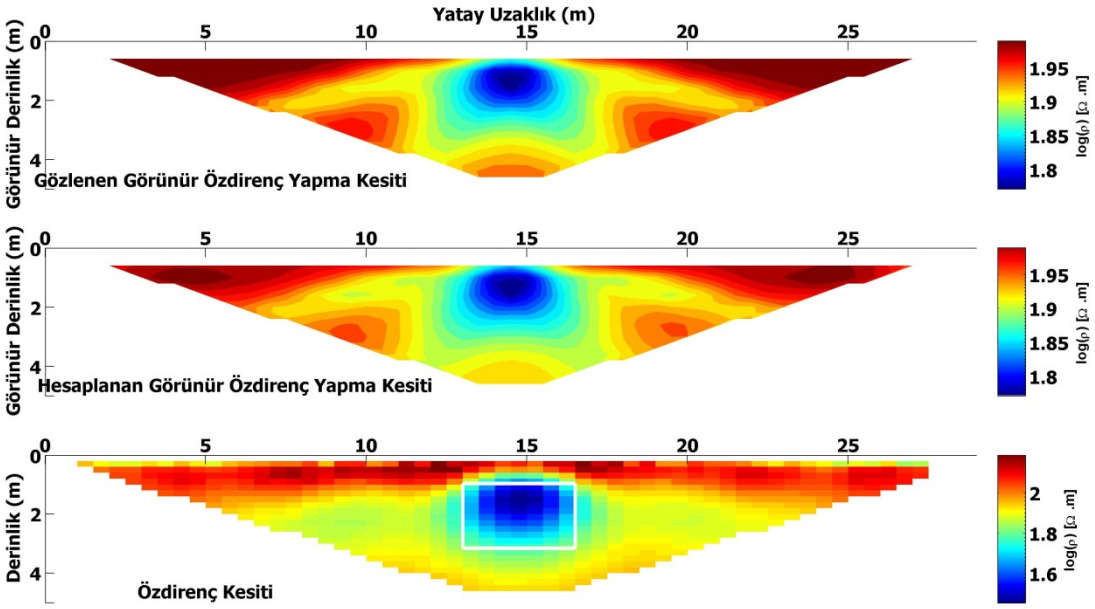


Şekil 4.1. Tek blok modeli

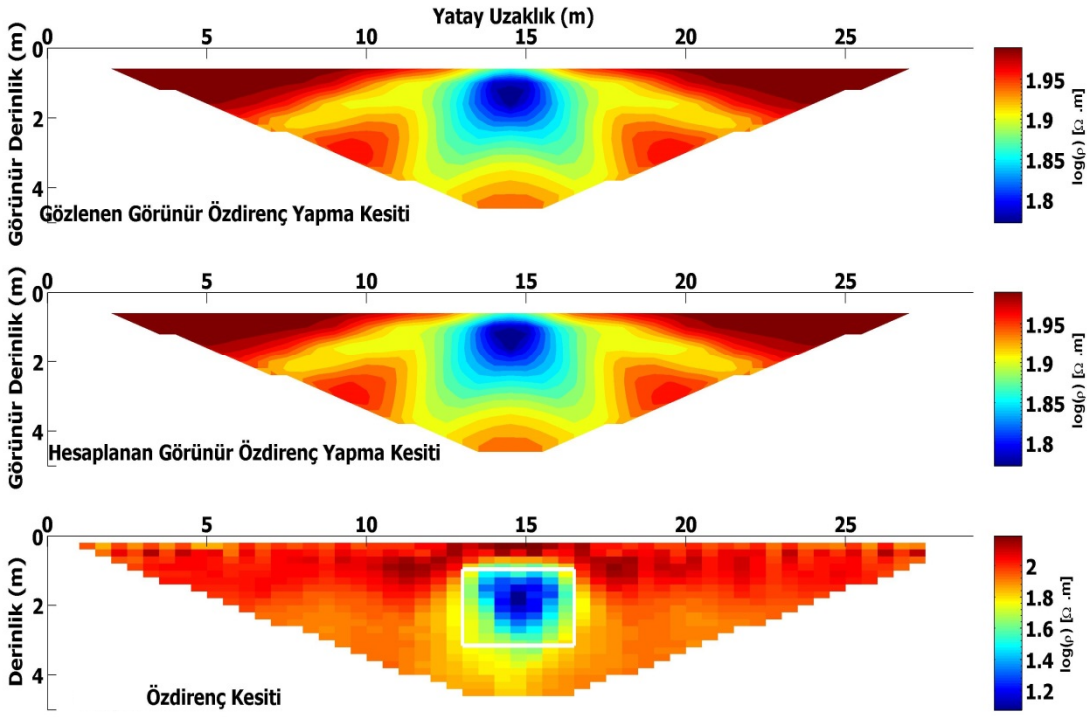
Model üzerinde, aynı doğrultu boyunca dizilmiş 1 m aralıklı 31 elektrottan oluşan 30 m uzunluğunda profil boyunca Wenner-α ve Schlumberger dizilim tipleri için veri oluşturulmuştur. Her iki dizilim tipi için n=9 seviyede sırasıyla 135 ve 171 adet ölçüm noktasında görünür özdirenç değerleri hesaplanmıştır. Algoritmalar, hesaplama hataları içerdikleri için verilere herhangi bir gürültü eklenmemiştir. Oluşturulan veri ayrı ayrı ve birleştirilerek ters çözüme sokulmuştur. Ters çözüm algoritmalarında SF model ağı, SE düzenli model ağı ve SF düzensiz model ağları kullanılmıştır. Ters çözüm işlemlerinde başlangıç modeli olarak özdirenci Wenner-α dizilim tipi için 86,71 Ω.m, Schlumberger dizilim tipi için 86,17 Ω.m ve birleşik veri kümesi için ise 86,41 Ω.m olan tekdüze ortamlar seçilmiştir.



Şekil 4.2. Wenner-α dizilim tipi için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



Şekil 4.3. Wenner-α dizilim tipi için SE düzenli model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



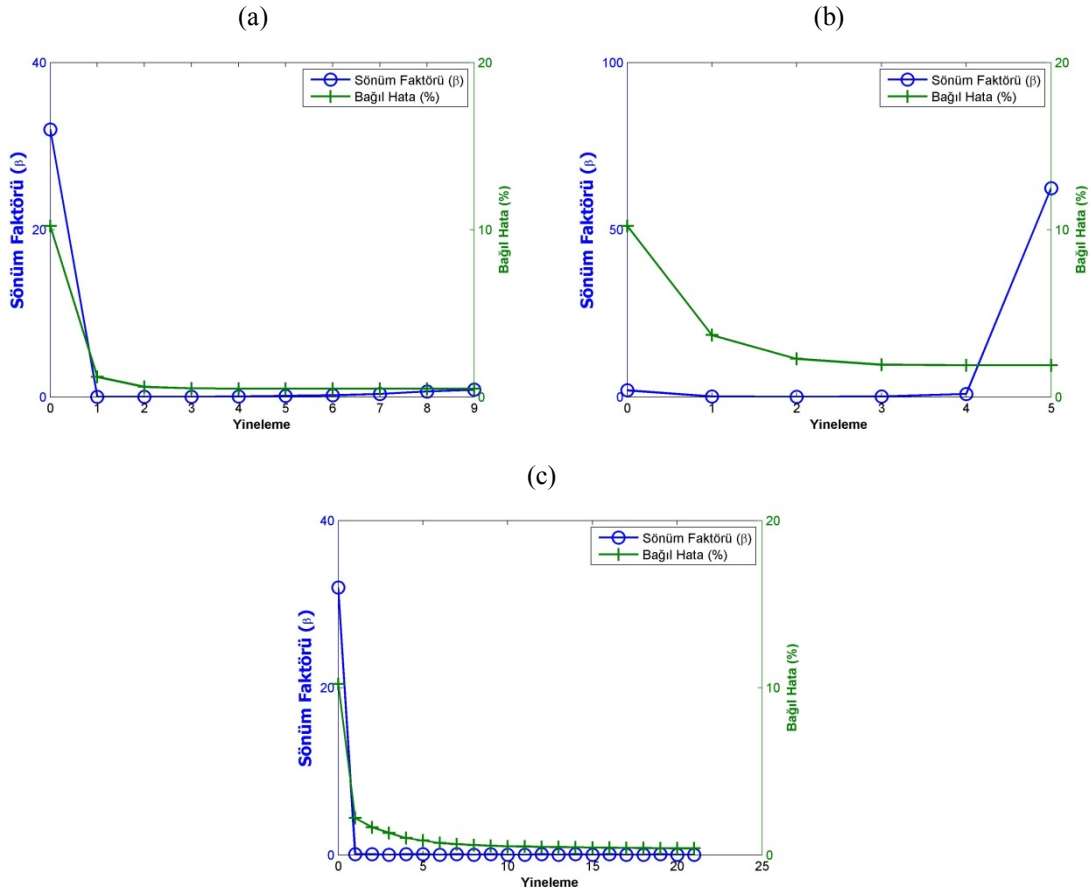
Şekil 4.4. Wenner-α dizilim tipi için SE düzensiz model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)

Farklı model ağları için Wenner-α dizilim tipine ait veri seti kullanılarak yapılan ters çözüm sonuçları Şekil 4.2, Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te, her yineleme adımında elde edilen bağıl hatalar ve kullanılan sönüm parametreleri Şekil 4.5'te verilmiştir.

Benzer şekilde Schlumberger dizilim tipinden elde edilen veri seti de aynı koşullarda ters çözüm işlemine sokulmuş ve elde edilen sonuçlar Şekil 4.6, Şekil 4.7 ve Şekil 4.8'de gösterilmiştir. Şekil 4.9'da ise yineleme adımlarındaki bağıl hatalar ve sönüm faktörleri grafiklenmiştir. Veri setleri ayrı ayrı çözüldükten sonra birleştirilerek yeniden ters çözüm işlemine sokulmuş ve iki veri setini sağlayan tek bir model elde edilmiştir (Şekil 4.10). Tüm dizilim tipleri ve birleştirilmiş veri için yapılan çözüm işlemi aşamalarında elde edilen yineleme sayıları ve bağıl hata değerleri Tablo 4.1'de özetlenmiştir.

Tüm dizilim tiplerine göre yapılan ters çözüm sonuçlarından elde edilen özdirenç kesitlerinin, hedeflenen özdirenç kesitiyle uyumlu olduğu görülmektedir. Çözüm sonuçlarında elde edilen uyum miktarları kabul edilebilir seviyelerdedir. Elde edilen

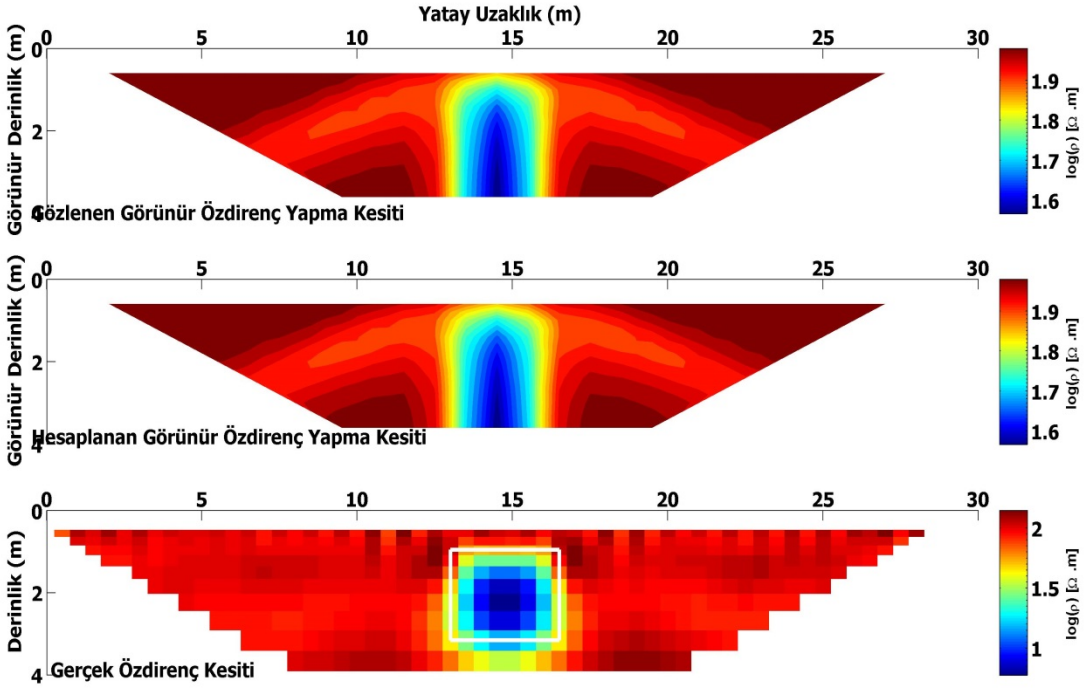
gerçek model kesitlerine bakıldığında, SF yönteminin bu tür sığ yapıların araştırılmasında tasarlanan modeli temsil ettiği söylenebilir.



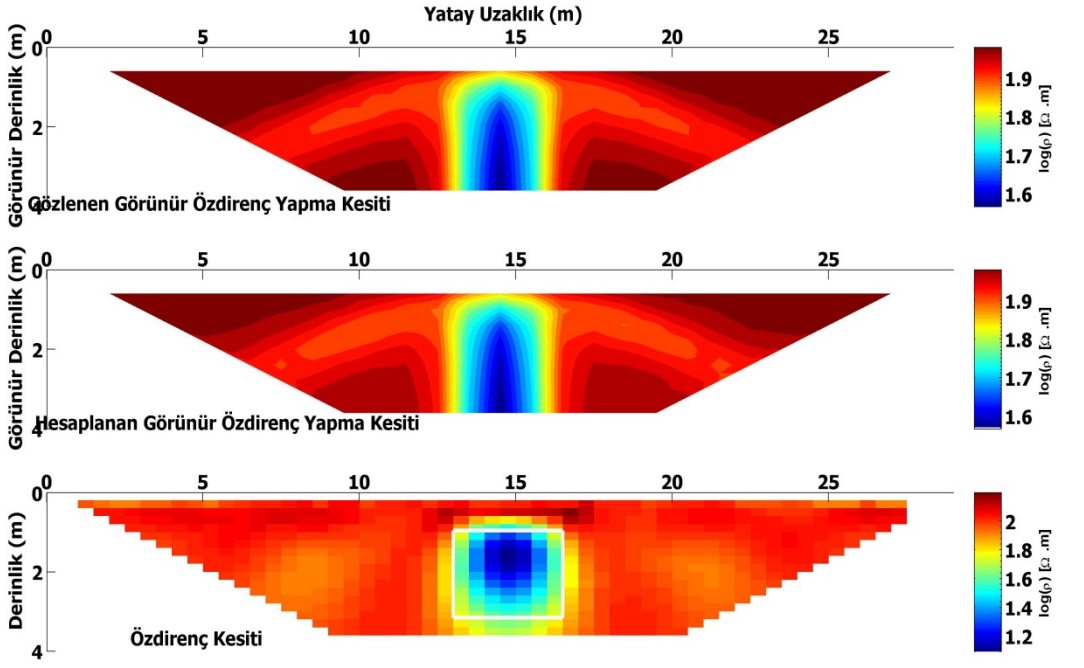
Şekil 4.5. Tek blok modeli Wenner-α dizilimi için a) SF b)SE düzenli c) SE düzensiz model ağları için ters çözüm adımlarındaki bağıl hatalar ve sönüm faktörleri

Tablo 4.1. Tek blok modeline ait ters çözüm sonuçları

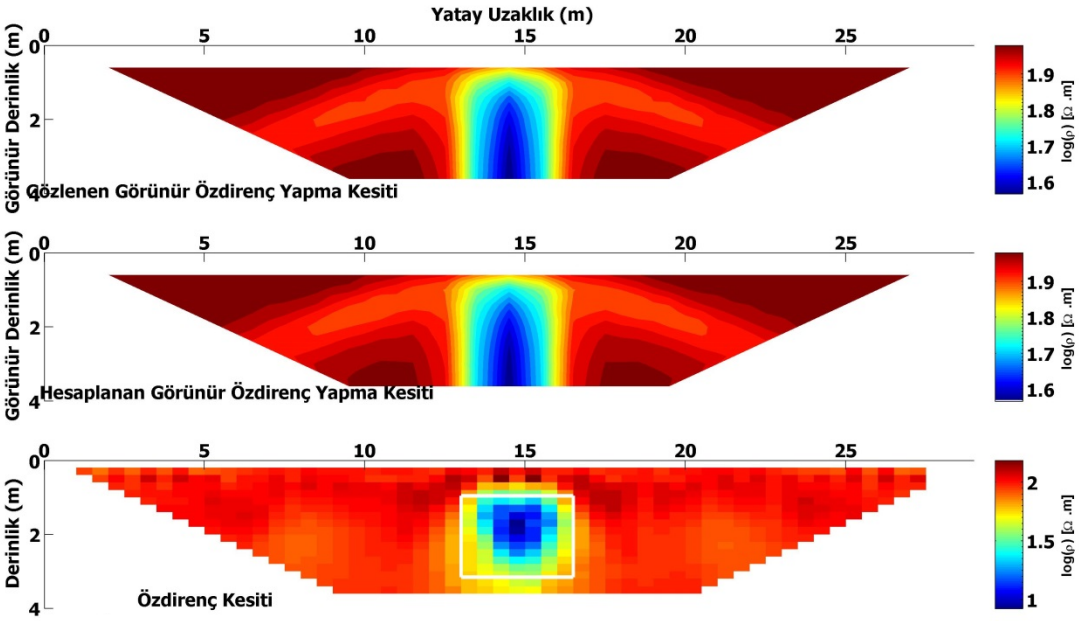
	SF Model Ağı		SE düzenli model ağı		SE düzensiz model ağı	
	Yineleme	Bağıl Hata (%)	Yineleme	Bağıl Hata (%)	Yineleme	Bağıl Hata (%)
Wenner-α	9	0,4991	5	1,9027	20	0,3931
Schlumberger	20	0,1684	20	0,6333	20	1,1261
Birleştirilmiş	13	0,4312	-	-	-	-



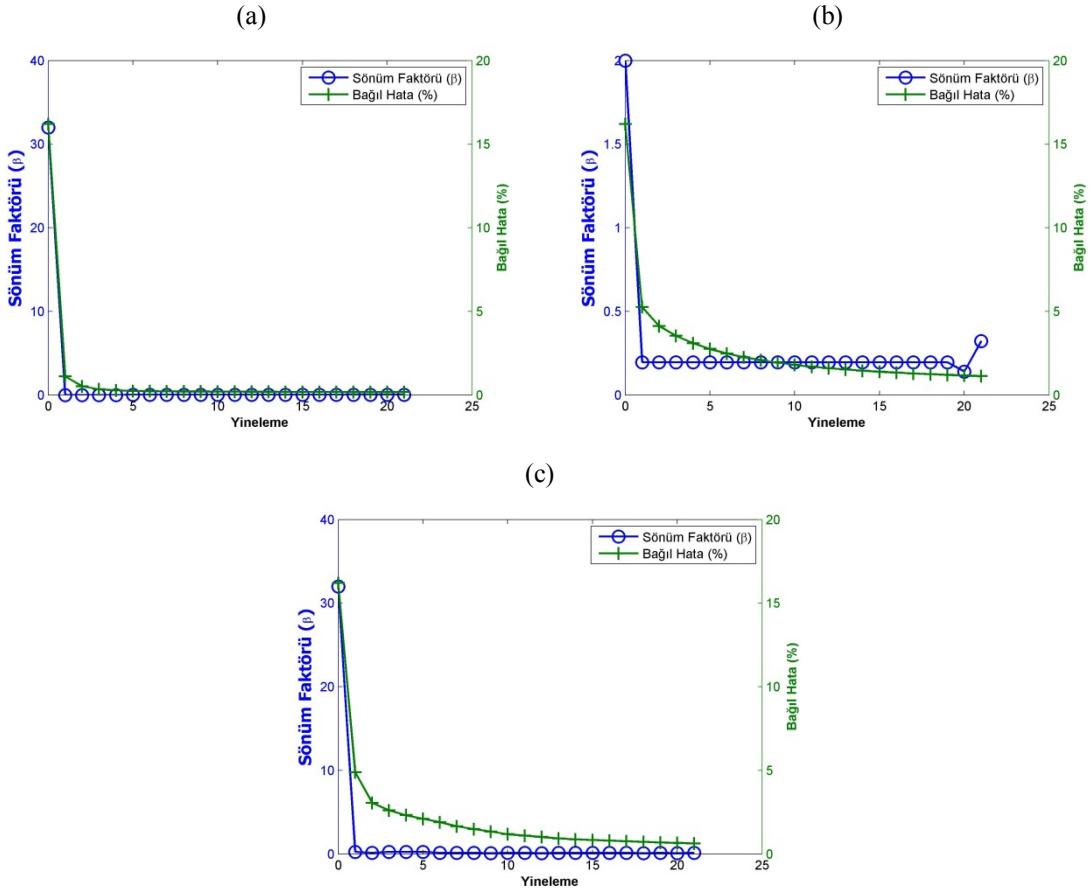
Şekil 4.6. Schlumberger dizilim tipi için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



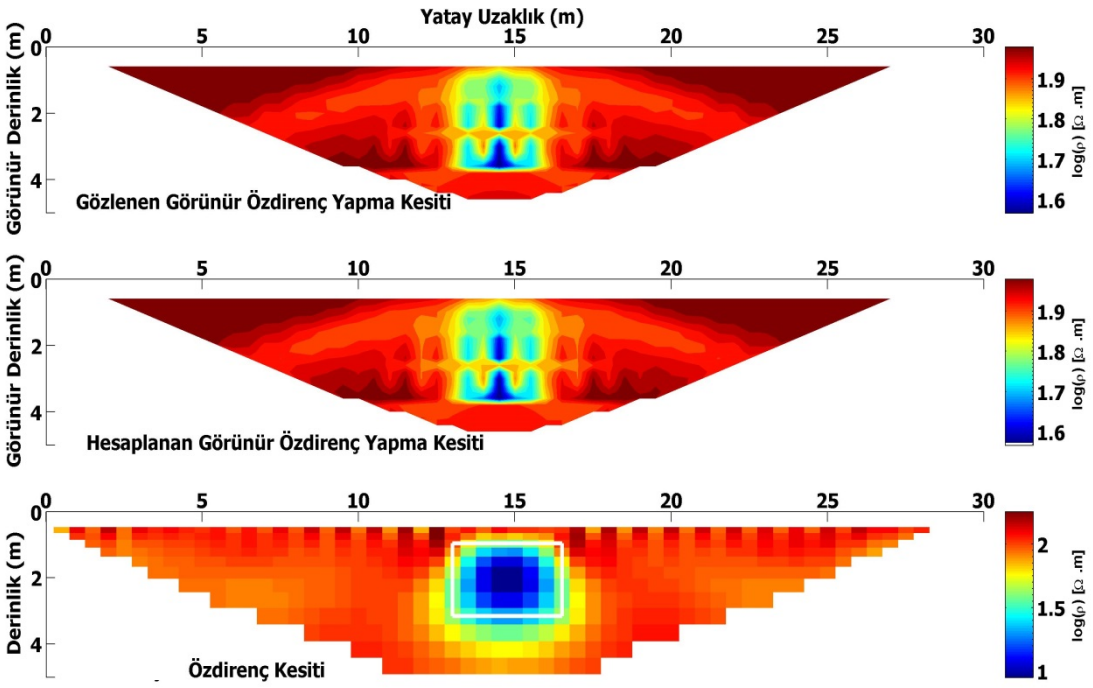
Şekil 4.7. Schlumberger dizilim tipi için SE düzenli model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



Şekil 4.8. Schlumberger dizilim tipi için SE düzensiz model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



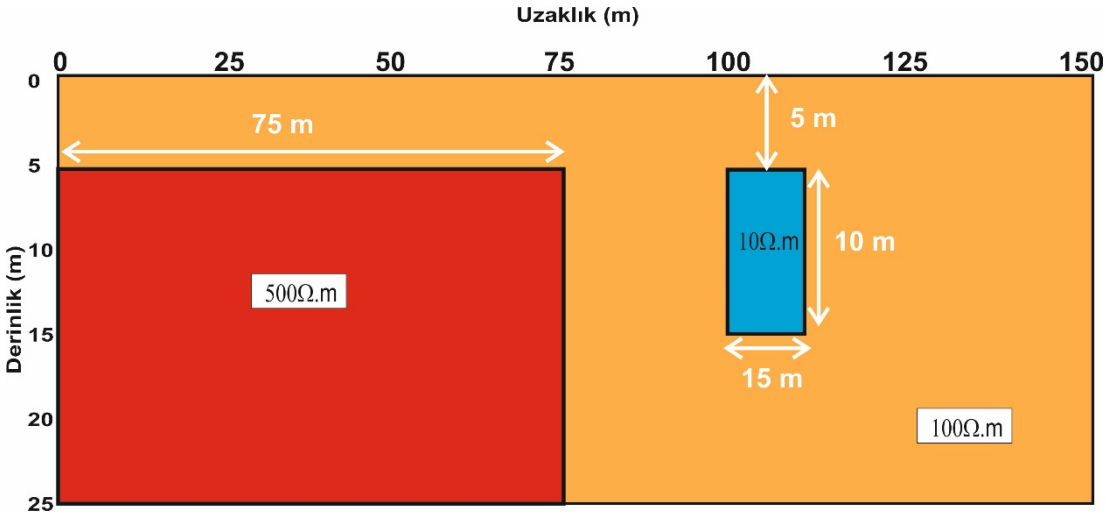
Şekil 4.9. Tek blok modeli Schlumberger dizilimi için a) SF b)SE düzenli c) SE düzensiz model ağları için ters çözüm adımlarındaki bağıl hatalar ve sönüm faktörleri



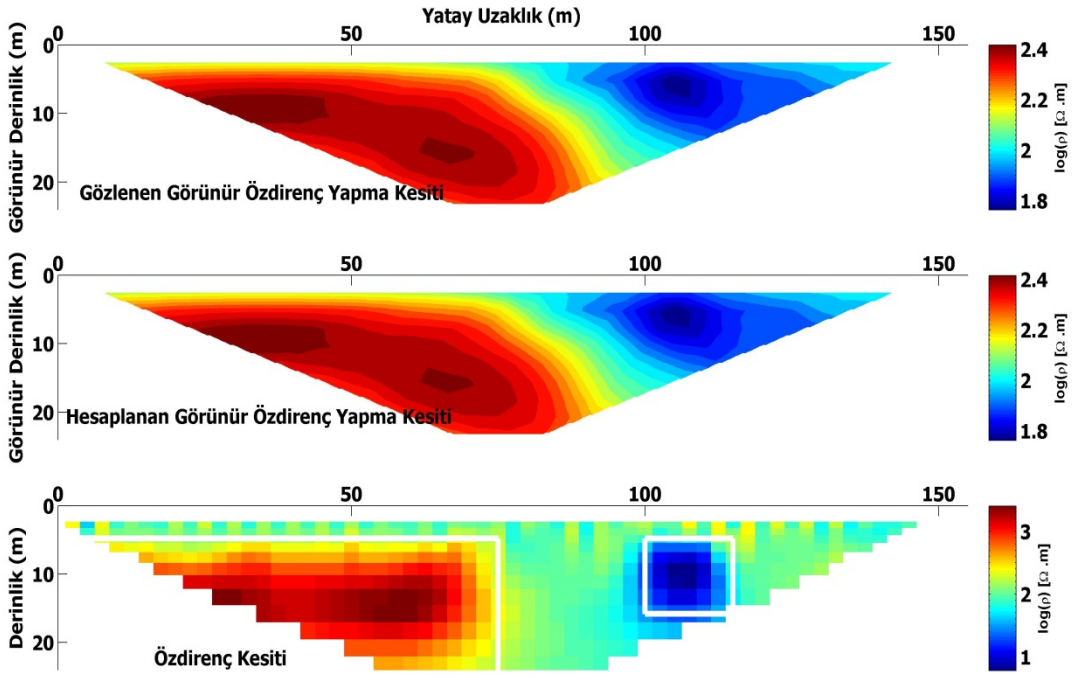
Şekil 4.10. Birleştirilmiş dizilimlere ait veri seti için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)

4.2. İletken Tek Blok ve Gömülü Fay Modeli

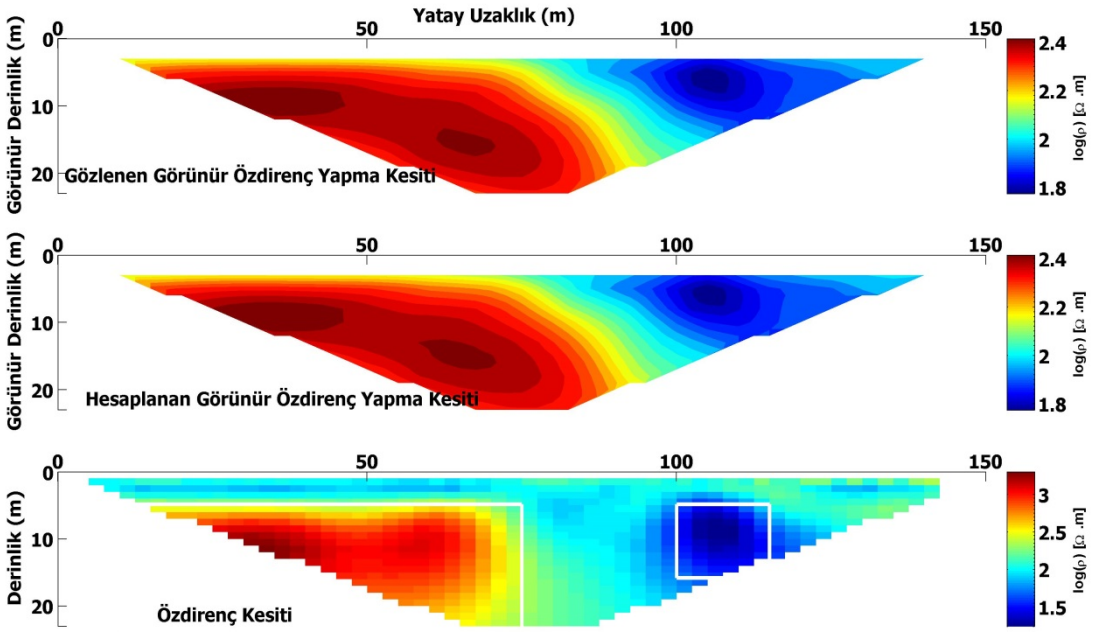
Bu aşamada yeraltı modeli olarak, jeolojik araştırmalara örnek olacak şekilde gömülü bir fay ve modeli biraz karmaşık hale getirmek amacıyla iletken bir blok bulunan model tasarlanmıştır. Fayı temsil etmek için profilin $-x$ doğrultusunda ve z yönünde sonsuza uzanan ve ölçü profilinin 75. metresine gelecek şekilde 5 m derinde 100 Ω.m özdirencine sahip basamak şekilli bir yapı oluşturulmuştur. Aynı zamanda ilk modelde olduğu gibi gömülü faya yakın ve üst derinliği fayın üst derinliğiyle aynı derinlikte olan 10x15 metre boyunda bir blok yerleştirilmiştir (Şekil 4.11). Elektrot aralıkları 5 m olan 31 elektrotlu ölçü profili üzerinde Wenner-α ve Schlumberger dizilim tipleri için modelin kuramsal tepkileri hesaplanmış ve ters çözüm algoritmalarına sokulmuştur. Wenner-α dizilim tipinde elde edilen veriler için SF, SE düzenli model ağı ve SE düzensiz model ağı kullanılarak yapılan ters çözüm sonuçları sırasıyla Şekil 4.12, Şekil 4.13 ve Şekil 4.14'te, her yineleme adımında elde edilen bağıl hatalar ve kullanılan sönüm parametreleri Şekil 4.15'te gösterilmiştir.



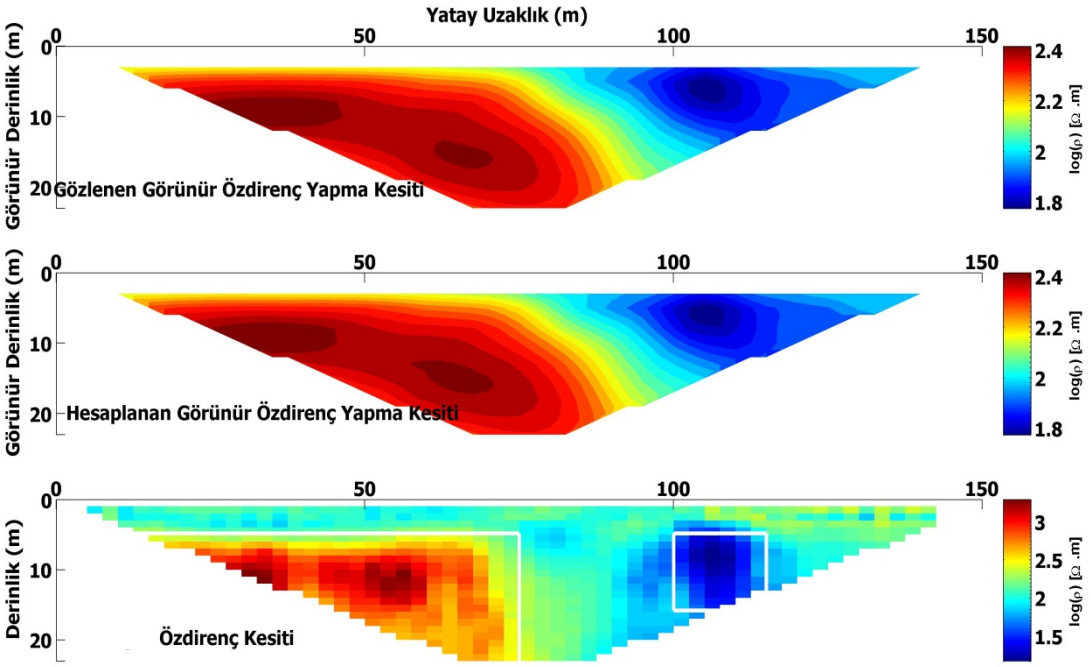
Şekil 4.11. İletken tek blok ve gömülü fay modeli



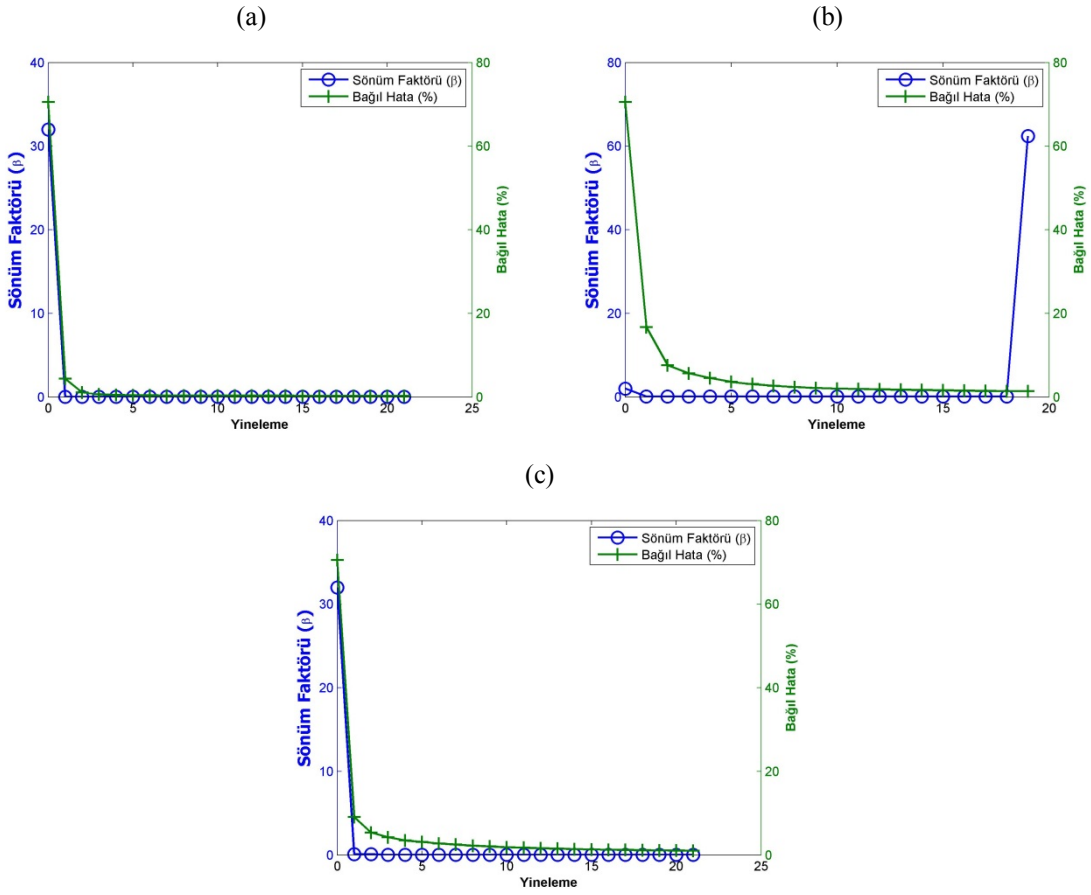
Şekil 4.12. Wenner-α dizilim tipi için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



Şekil 4.13. Wenner-α dizilim tipi için SE düzenli model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



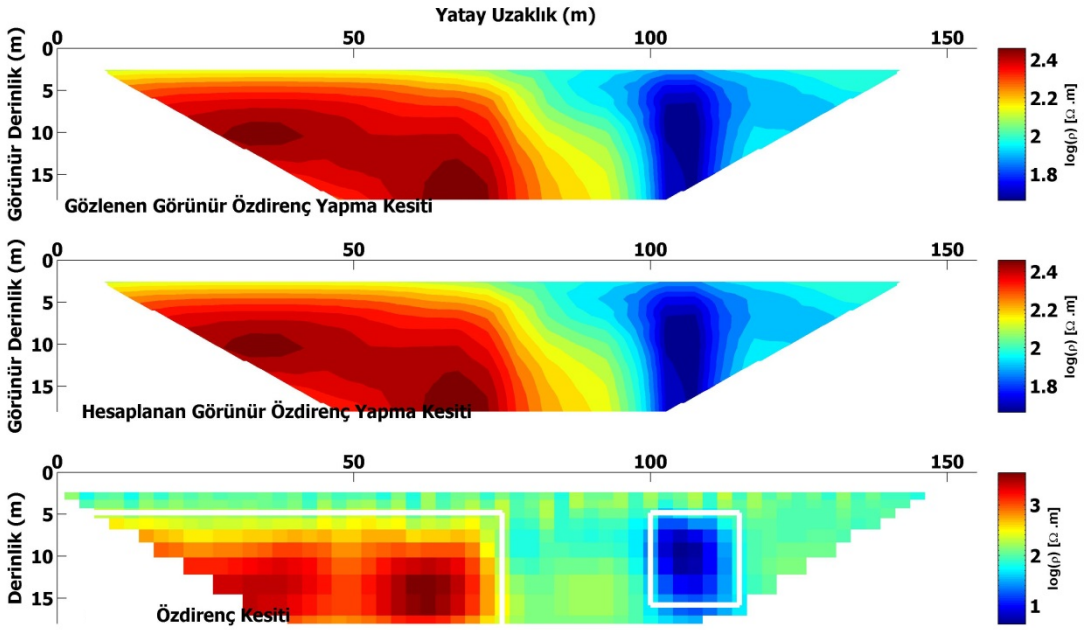
Şekil 4.14. Wenner-α dizilim tipi için SE düzensiz model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



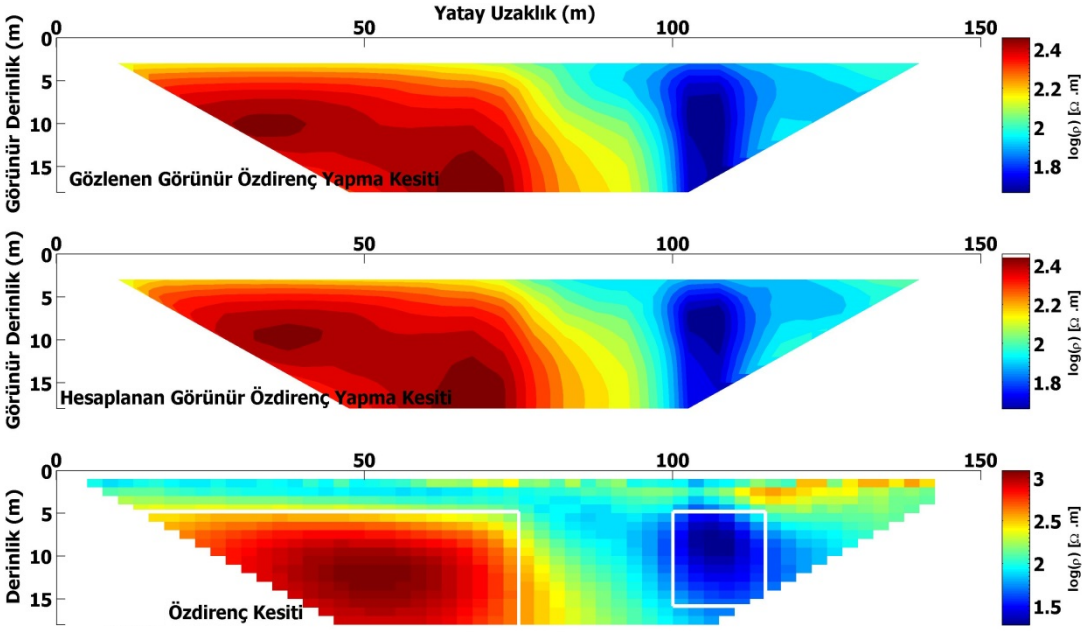
Şekil 4.15. İletken tek blok ve gömülü fay modeli Wenner-α dizilimi için a) SF b)SE düzenli c) SE düzensiz model ağları için ters çözüm adımlarındaki bağıl hatalar ve sönüm faktörleri

Schlumberger verisi için yapılan ters çözüm sonuçları ise Şekil 4.16, Şekil 4.17, ve Şekil 4.18'de sunulmuştur.

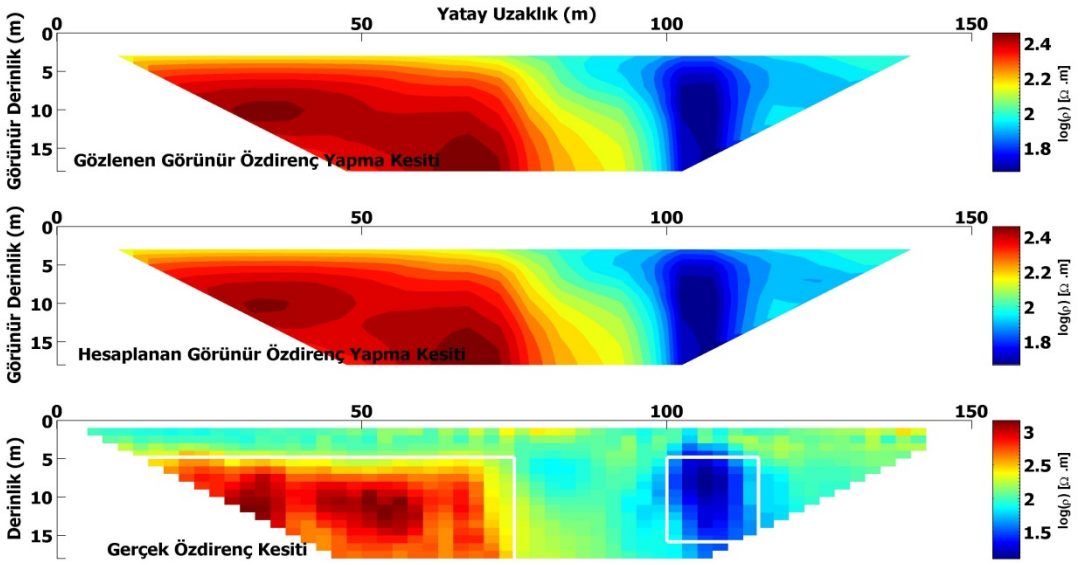
Veriler ayrı ayrı çözüldükten sonra birleştirilerek yeniden ters çözüm işlemine sokulmuş ve iki veri setini sağlayan tek bir model elde edilmiştir (Şekil 4.19). Tüm dizilim tipleri ve birleştirilmiş veri için yapılan çözüm işlemi aşamalarında elde edilen yineleme sayıları ve bağıl hata değerleri Tablo 4.2'de özetlenmiştir.



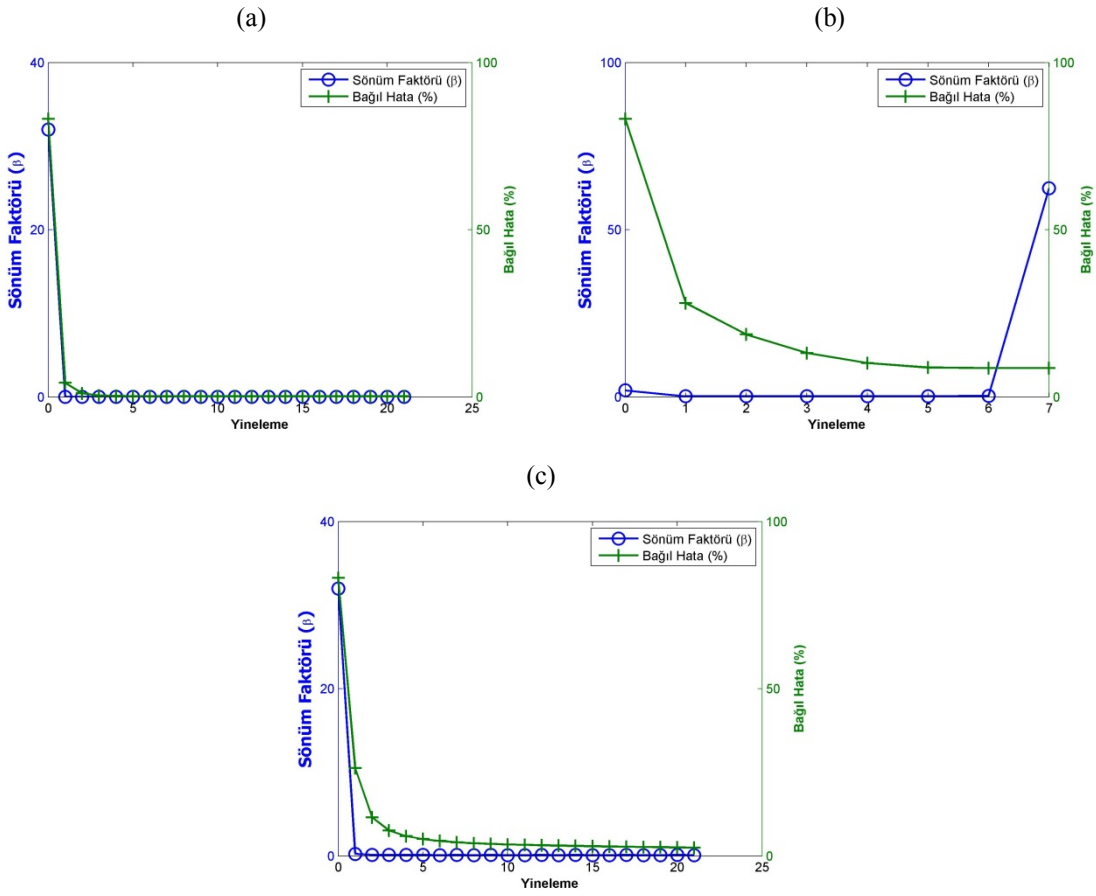
Şekil 4.16. Schlumberger dizilim tipi için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



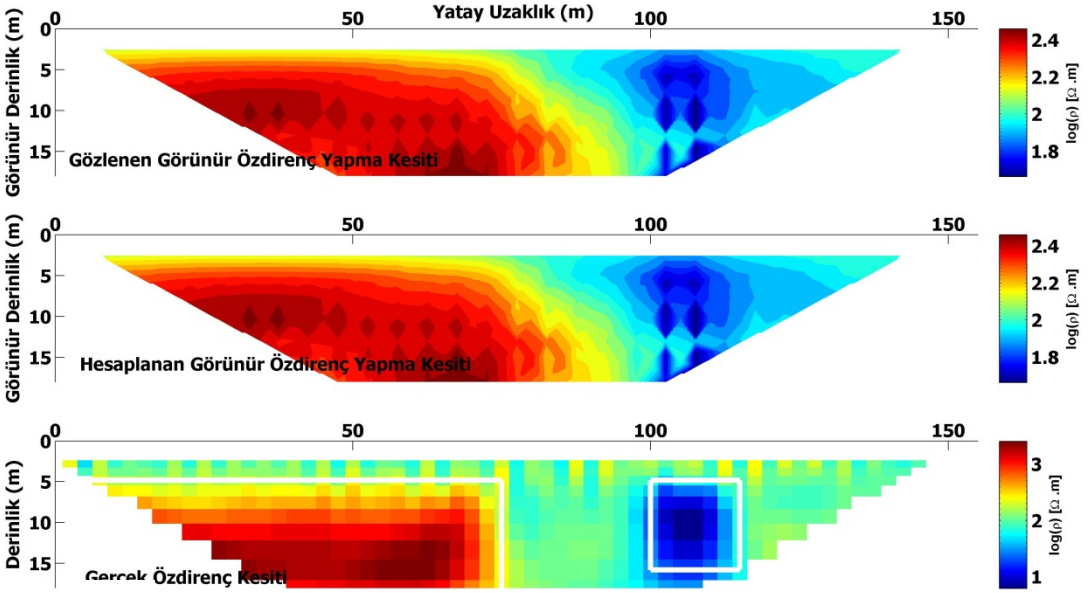
Şekil 4.17. Schlumberger dizilim tipi için SE düzenli model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



Şekil 4.18. Schlumberger dizilim tipi için SE düzensiz model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)



Şekil 4.19. İletken tek blok ve gömülü fay modeli Schlumberger dizilimi için a) SF b)SE düzenli c) SE düzensiz model ağları için ters çözüm adımlarındaki bağıl hatalar ve sönüm faktörleri



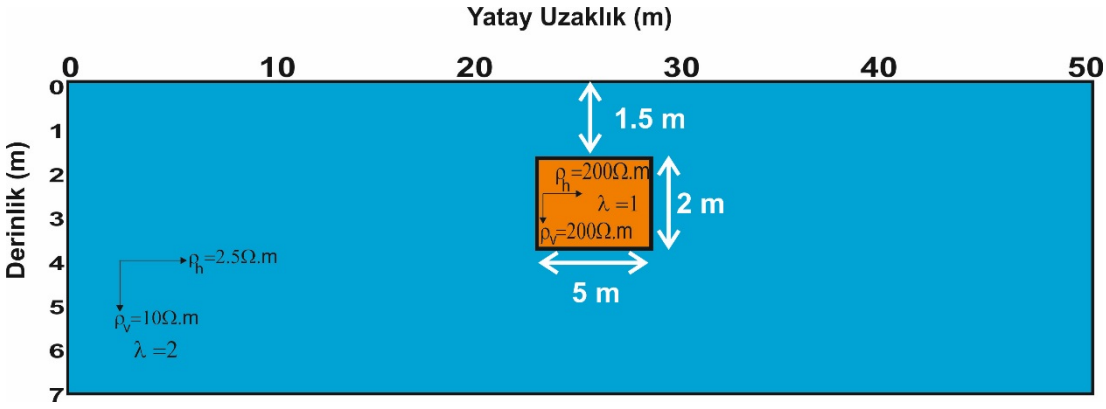
Şekil 4.20. Birleştirilmiş dizilimlere ait veri seti için SF model ağı ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgi doğru modeli göstermektedir)

Tablo 4.2. İletken tek blok ve gömülü fay modeline ait ters çözüm sonuçları

	SF Model Ağı		SE düzenli model ağı		SE düzensiz model ağı	
	Yineleme	Bağıl Hata (%)	Yineleme	Bağıl Hata (%)	Yineleme	Bağıl Hata (%)
Wenner-α	20	0,2649	20	1,3944	20	1,0371
Schlumberger	20	0,2043	8	8,6776	20	2,4796
Birleştirilmiş	20	0,2567	-	-	-	-

4.3. Yön bağımlı (Anizotropik) Blok Modeli

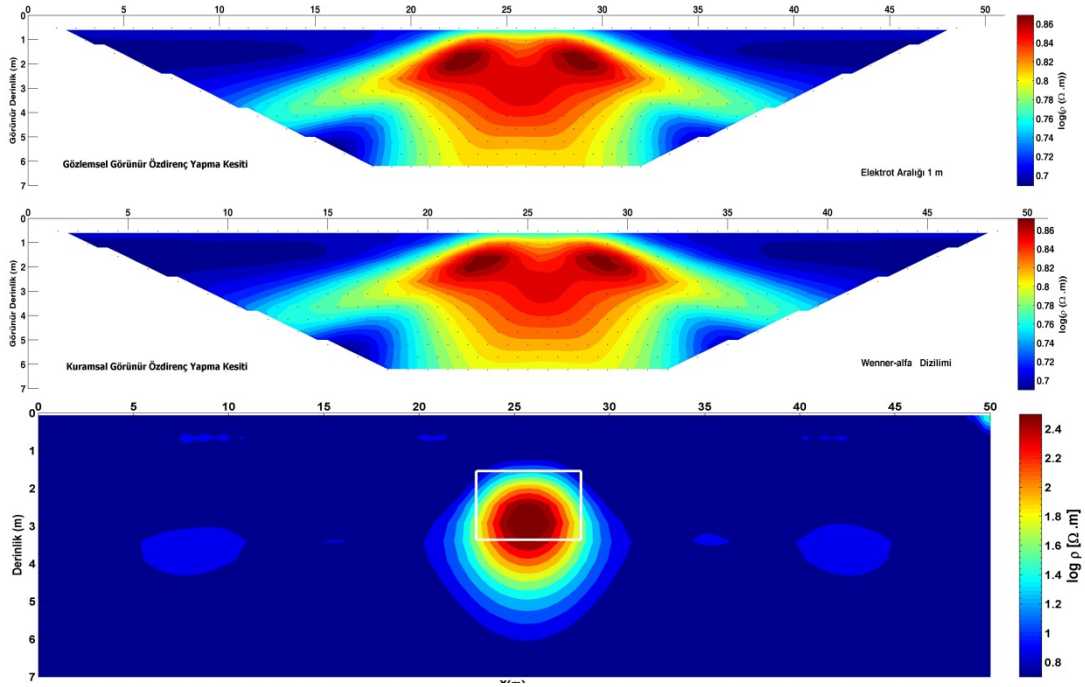
Yön bağımlı ortamlar için geliştirilen programların çalışabilirliğini test etmek amacıyla, yön bağımlılık katsayısı 2 olacak şekilde enine özdirenci (ρ_h) 2,5 Ω.m ve boyuna özdirenci (ρ_v) 10 Ω.m olan tekdüze ve yön bağımlı (anizotropik) bir ortam içine yerleştirilmiş 1,5 m derinliğinde 2x5 m boyutlarında yön bağımsız (izotropik) blok model tasarlanmıştır (Şekil 4.21). Bloğun enine ve boyuna özdirençleri eşit ve 200 Ω.m olarak alınmıştır. 51 elektrotlu ve her bir elektrotun aralığı 1m olan 50 m lik ölçüm doğrultusu boyunca Wenner-α dizilim tipi için n=9 seviyesinde 196 ölçüm noktasında kuramsal değerler hesaplanmıştır. SF düz çözümü için model ağı x doğrultusunda 232, z doğrultusunda 28 elemana ayrıklaştırılmıştır.



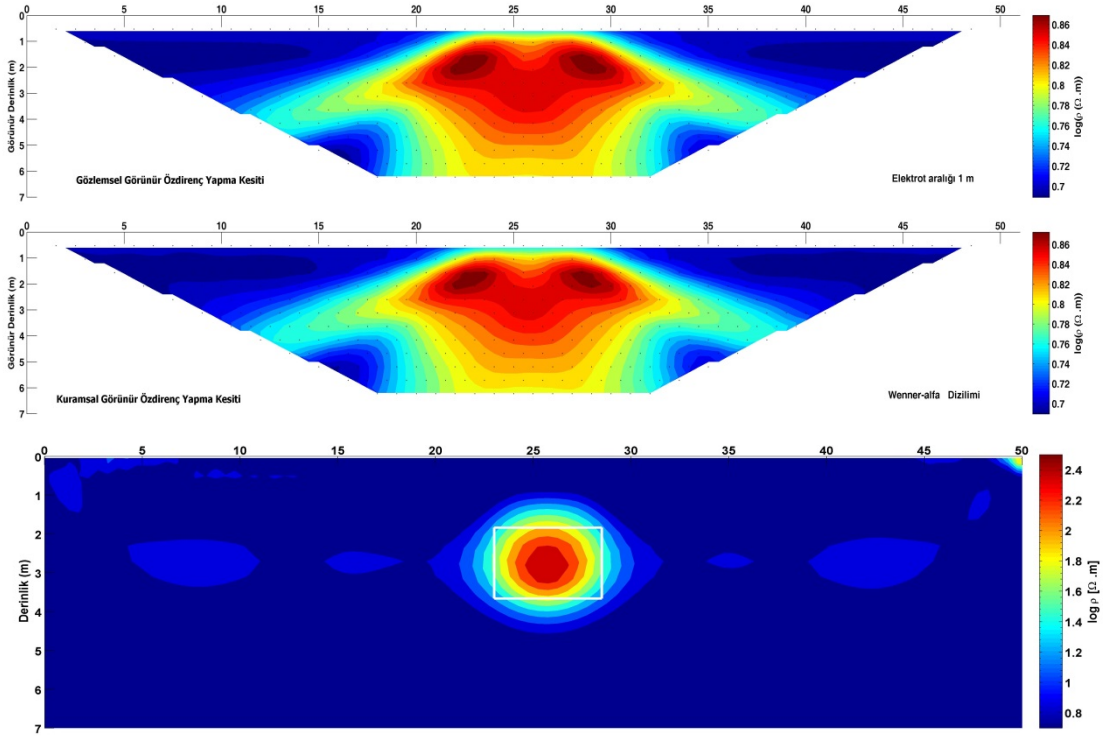
Şekil 4.21. Yön bağımlı (Anizotropik) blok modeli

Yön bağımlı ortam için tasarlanan model üzerinde hesaplanan kuramsal veriler önce yön bağımsız ters çözüm algoritmasına, daha sonra da yön bağımlı ortamlar için geliştirilen ters çözüm algoritmasına sokularak ters çözüm işlemleri yapılmıştır. Başlangıç modeli olarak ρ_h enine özdirenci giriş verisinin geometrik ortalaması olarak 6,20 Ω.m seçilmiştir. Yön bağımlılık katsayısı tüm ortam için eşit ve 1,1 alınmıştır. Bu durumda tüm model ağı için ρ_v boyuna özdirenci 6,80 Ω.m alınarak yineleme adımları başlatılmıştır. Yön bağımsız ve yön bağımlı algoritmalarla yapılan ters çözüm sonuçları sırasıyla Şekil 4.22 ve Şekil 4.23'te gösterilmiştir.

Yön bağımlı bir ortam üzerinde alınan verileri yön bağımsız ortamlar için geliştirilen algoritmayla ters çözüm işlemi uygulandığında sonucun doğru modelden saptığı ve yön bağımlılık katsayısına göre daha derindeymiş gibi modellendiği görülmektedir. Yön bağımlı algoritmayla yapılan ters çözüm sonuçları ise doğru modeli daha iyi temsil etmektedir.



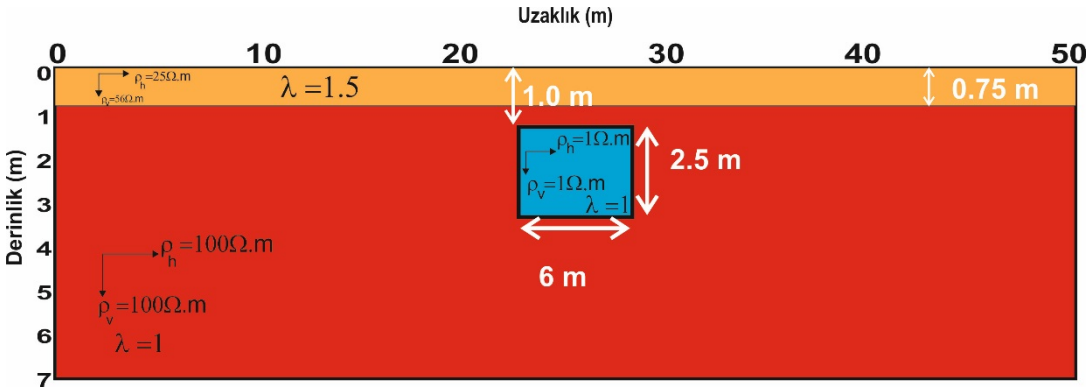
Şekil 4.22. Yön bağımlı (Anizotropik) blok modeli için yön bağımsız ters çözüm algoritmasıyla çözüm sonucu(beyaz çizgiler doğru modeli göstermektedir)



Şekil 4.23. Yön bağımlı (Anizotropik) blok modeli için yön bağımlı ters çözüm algoritmasıyla çözüm sonucu(beyaz çizgiler doğru modeli göstermektedir)

4.4. Yön Bağımlı Tabaka Altında Yön Bağımsız Blok Modeli

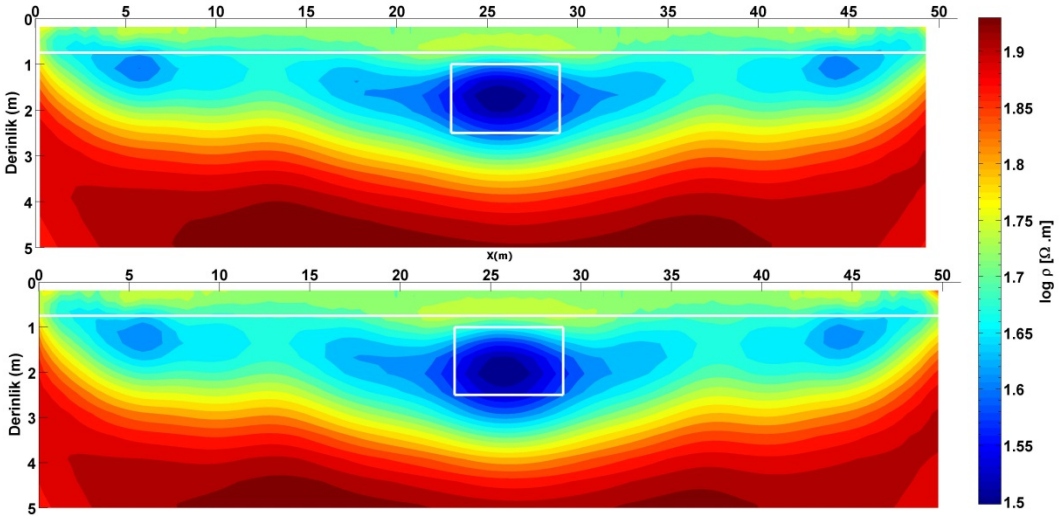
Bu modelde, yön bağımlılık katsayısı 1,5 olacak şekilde enine özdirenci (ρ_h) 25 Ω.m ve boyuna özdirenci (ρ_v) 56 Ω.m olan tekdüze ve yön bağımlı (anizotropik) 0,75 m kalınlığında bir tabakanın altında, yön bağımsız bir ortam içine yerleştirilmiş 1,0 metre derinlikli ve 2,5x6 m boyutlarında yön bağımsız bir blok tasarlanmıştır. Ortamın özdirenci 100 Ω.m ve bloğun özdirenci 1 Ω.m olarak ele alınmıştır (Şekil 4.24).



Şekil 4.24. Yön bağımlı (Anizotropik) tabaka altına yerleştirilmiş yön bağımsız blok modeli

Önceki model çalışmasında olduğu gibi 51 elektrotlu ve her bir elektrotun aralığı 1m olan 50 m lik ölçüm doğrultusu boyunca Wenner-α dizilim tipi için n=9 seviyesinde 196 ölçüm noktasında kuramsal değerler hesaplanmıştır. SF düz çözümü için model ağı x doğrultusunda 232, z doğrultusunda 28 elemana ayrıklaştırılmıştır.

Hesaplanan kuramsal verilere, sırasıyla yön bağımsız ve yön bağımlı algoritmalarla ters çözüm işlemleri uygulanmış ve elde edilen özdirenç kesitleri Şekil 4.25'te verilmiştir. Ters çözüm sonuçlarına bakıldığında, beklendiği gibi yön bağımlı algoritmanın çözüme etkisi açıkça görülmektedir. Klasik ters çözüm sonucuna göre bloğun üstünü örten katmanın Elektriksel yön bağımlılığı, yön bağımlılık katsayısına bağlı olarak bloğu daha aşağıdaymış gibi göstermektedir. Bu etki yön bağımlı algoritmayla yapılan ters çözüm işleminde giderilmektedir.



Şekil 4.25. Yön bağımlı (Anizotropik) katman altındaki yön bağımsız blok modeli için a) yön bağımlı b)yön bağımsız ters çözüm algoritmasıyla çözüm sonucu (beyaz çizgiler doğru modeli göstermektedir)

5. ARAZİ ÇALIŞMALARI

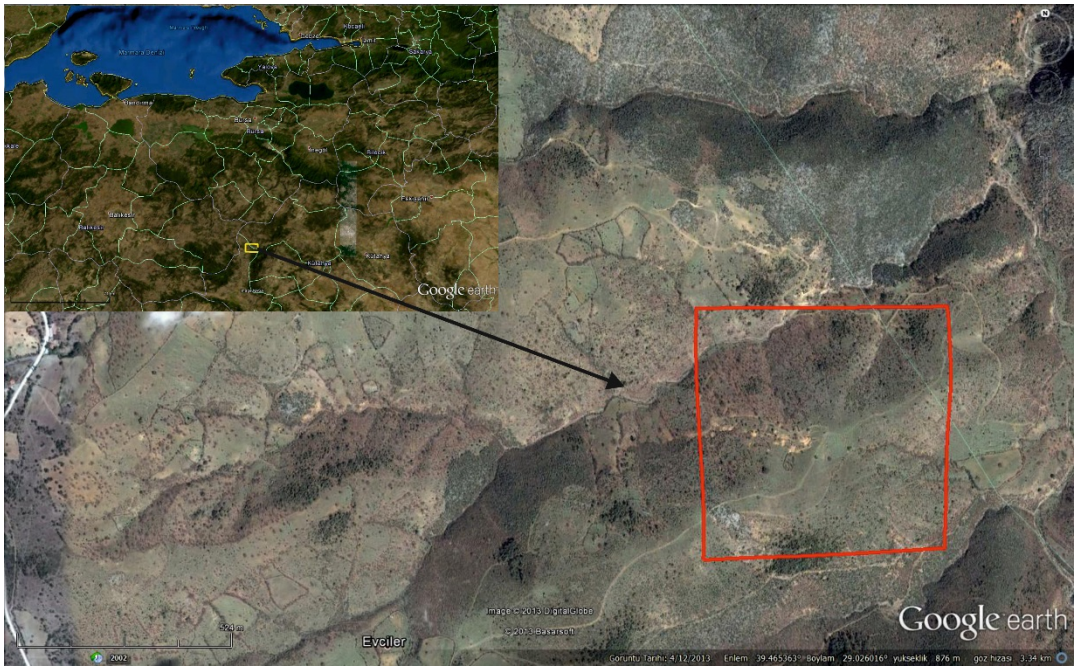
Tez kapsamında geliştirilen ve önceki bölümde kuramsal veriler üzerinde çalışabilirliği kontrol edilen programlar gerçek arazi verilerine uygulanarak yorumlamaları yapılmıştır. Programların, farklı şekillerde çalışma koşullarına uygulanabilirliğini göstermek için iki farklı arazi verisi kullanılmıştır. İlk arazi çalışmasında maden araştırmaları kapsamında yapılan DAÖ çalışmalarından elde edilen veriler kullanılmıştır. Arazide topoğrafyanın etkili şekilde değişim göstermesi nedeniyle SE topoğrafyalı düz çözüm yöntemi kullanılmıştır. İkinci arazi çalışmasında ise anizotropik ortam davranışı sergilediği kabul edilen arkeolojik çalışmalar kapsamında yapılmış olan sığ DAÖ verileri ele alınmıştır. Bu arazi çalışmasında, 2. bölümde anlatılmış olan ve anizotropik ortamlar için geliştirilen SF tekniği kullanılmıştır. Her iki çalışmada da 30 elektrottan oluşan WDJD-3 çok elektrotlu sistemle ölçüm profilleri oluşturulmuştur. Wenner-α dizilim tipine göre elde edilen veriler ters çözüm işlemine sokulmuştur. Ters çözüm ile yapılan yorumlama işlemlerinde 3. bölümde detayları verilen sırt geriletme yöntemi kullanılmıştır.

5.1. Maden Araştırması

İlk arazi çalışmasında, Kütahya ili, Simav İlçesi, Evciler Köyü civarında Tempoteknik Mühendislik Makine San. Tic. Ltd. Şti. ne ait maden sahasında antimon cevherinin yerinin saptanmasına yönelik yapılan jeofizik araştırmalar kapsamında elde edilen veriler ele alınmıştır (Şekil 5.1). Çalışmalar kapsamında iki farklı zaman diliminde toplamda 12 adet DAÖ profili belirlenmiştir. Çalışmalar Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Jeofizik Mühendisliği Bölümü tarafından yürütülmüştür.

Bölgede antimon cevheri kireçtaşları civarında ve boşluklarında gelişmiştir (Gökçe ve Efe, 1995). Bu nedenle kireçtaşlarının sınırlarının belirlenmesine yönelik olarak çalışmalar yapılmıştır. Bu aynı zamanda bölgede cevherli kısımlarında belirlenmesi

anlamındadır. Çünkü bölgede düşük özdirençli yerler, ya killi (veya silis) formasyonlara ya da cevherli bölgelere karşılık gelmektedir. Burada birbirine paralel olan ve 30 m aralıklı toplam 6 adet profil ölçü değerleri ele alınmıştır (Şekil 5.2).



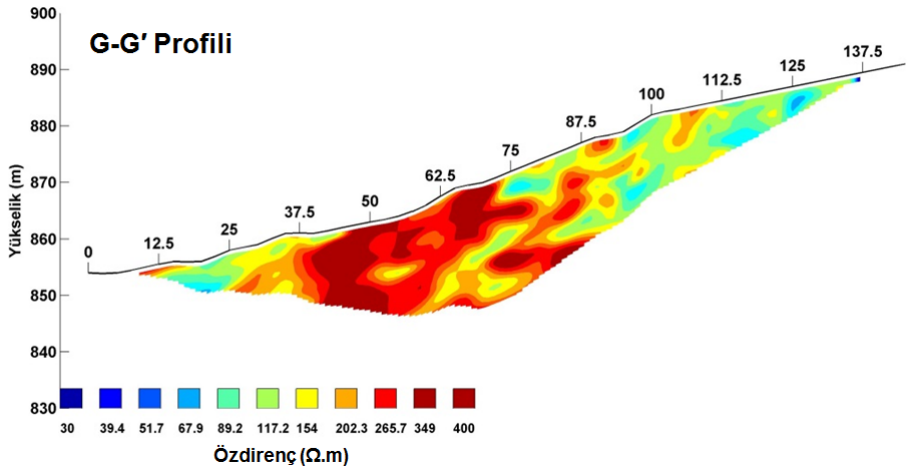
Şekil 5.1. Kütahya ili, Simav İlçesi yer bulduru haritası



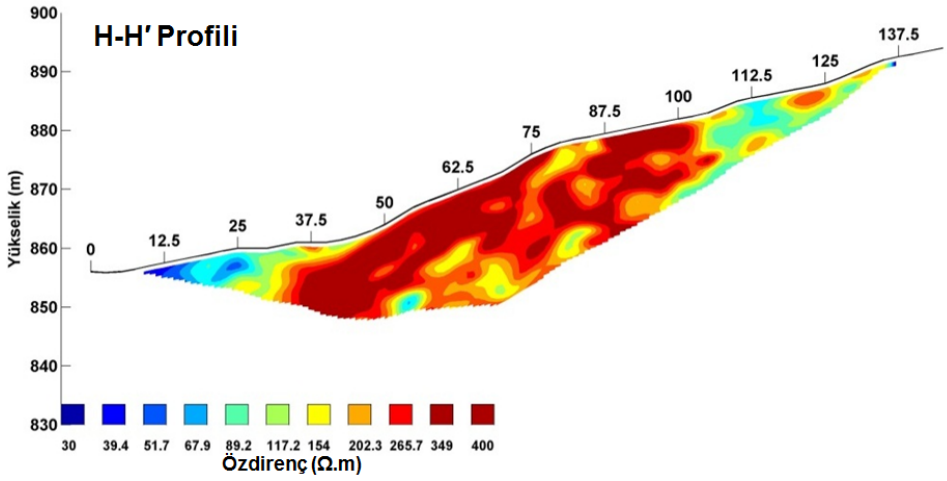
Şekil 5.2. DAÖ ölçüm profillerinin arazideki konumu (Dikdörtgen içindeki sarı renkli profiller çözümü yapılan profilleri göstermektedir)

Ayrıca profiller üzerinde her 5 metre aralıklarla ayrıntılı jeokimya çalışmaları yapılmış ve numunelerin içerdiği Sb (antimon) miktarları ppm cinsinden elde edilmiştir. (Karabel, 2013). Elektrot aralıkları 5 m olarak seçilmiştir. Sunulan profillerin boyu 145 m dir. Profillerin doğrultuları bölge topoğrafyasının izin verdiği yamaç yönünde belirlenmiştir. Çalışmada her bir profile ait Wenner-α dizilim tipine göre n=9 seviyede 135 noktada alınan veriler SE yöntemiyle topoğrafyalı ters çözüm algoritmasına ayrı ayrı veri olarak sokulmuş ve yorumlamaları yapılmıştır. Düzensiz ve iyileştirilmiş 1536 elemanlı üçgen model ağı kurulmuştur. Elde edilen görünür özdirenç değerleri 15 ve 850 Ω.m arasında değişmektedir. Her bir profilin ters çözüm işleminin başlangıcında, başlangıç modeli olarak görünür özdirençleri geometrik ortalaması alınarak işlemlere başlanmıştır. Duyarlılık matrisi başlangıçta tekdüze yeraltı modeli için bir kez hesaplanmış ve her bir yineleme adımında Broyden güncellemesi ile güncellenmiştir. Her bir profilin ters çözüm sonuçlarından elde edilen gerçek özdirenç kesitleri Şekil 5.3 ve Şekil 5.4'te verilmiştir. Gerçek özdirenç kesitleri kireçtaşı kontaklarının ve düşük özdirençli bölgelerin netleştirilmesi açısından 30-400 Ω.m aralığında renklendirilmiştir. Ters çözüm sonuçlarından elde edilen karesel hata değerleri %1,81 ile % 5,74 arasında değişmektedir. Bu değerler kabul edilebilir sınırlardadır. Ayrıca çözümlerden elde edilen karesel hata değerleri, yineleme adımları, veri ve model parametre sayıları Tablo 5.1'de özetlenmiştir. Yukarıda verilen bilgilerin ışığında ve jeokimya çalışmalarında ppm mertebesinde yüksek Sb (antimon) değerleri (208-1780 ppm) gösteren noktalar dikkate alınarak ters çözüm sonuçlarına göre elde edilen gerçek özdirenç kesitlerinde yüksek özdirenç değerleri içeren bölgeler kireçtaşı, düşük özdirençli bölgeler olası cevherleşme bölgeleri olarak yorumlanmıştır. Yorumlama sonuçlarına ve arazi koşullarına göre 1. profilin yaklaşık 125-130 metreleri arası, 4. profilin 30-40 metreleri arası ve 5. profilin 15-25 metreleri arasında sondaj yerleri önerilmiştir. Sondaj yerleri ve gerçek özdirenç kesitlerinin 3 boyutlu görünümü Şekil 5.5'de gösterilmiştir. Önerilen sondaj noktalarında söz konusu firma tarafından yapılan SK-1 ve SK-3 sondaj yerlerinde cevhere ulaşılırken, SK-2 noktasında yapılan sondaj çalışması başarısız olmuştur. Şekil 5.5 te sondajlarla ilgili bilgiler verilmiştir. Elde edilen sondaj kesitleri Şekil 5.6'da verilmiştir.

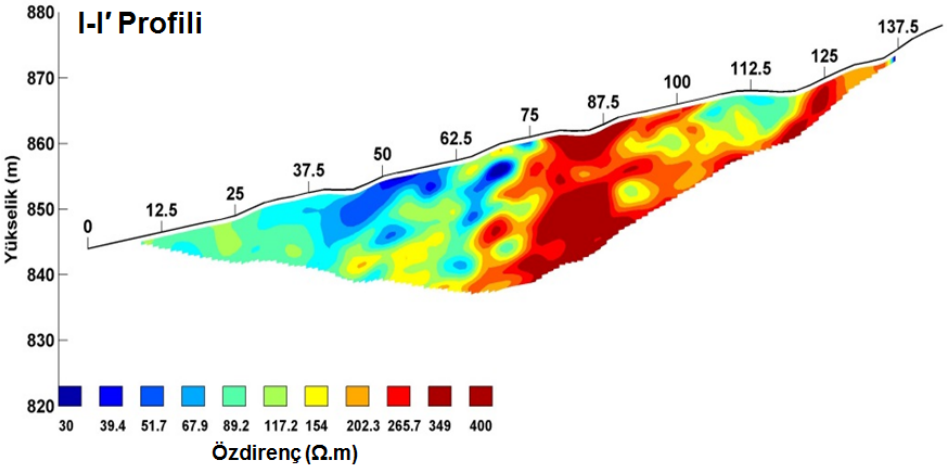
(a)



(b)

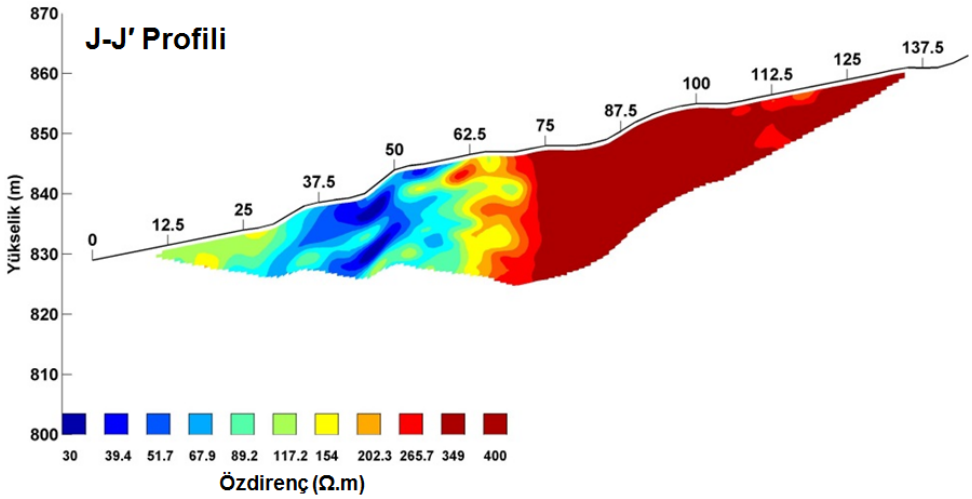


(c)

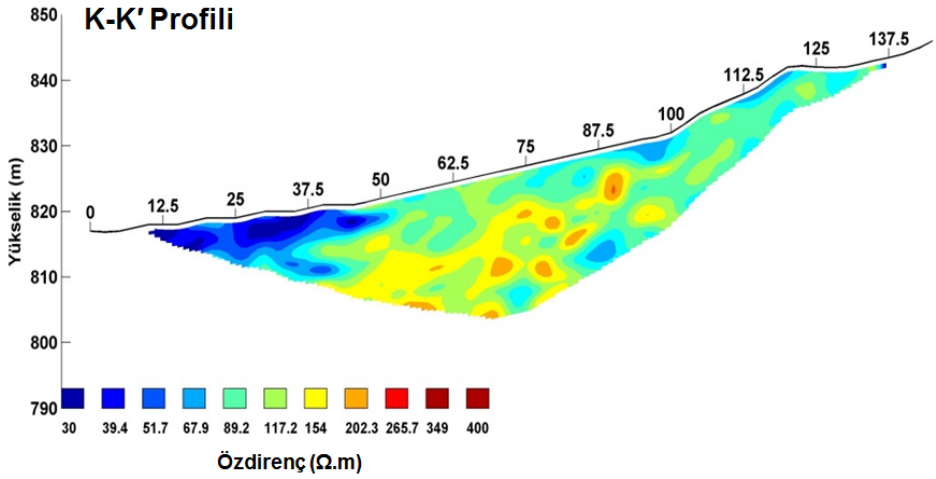


Şekil 5.3. G-G', H-H' I-I' özdirenç profillerinin ters çözüm sonuçları

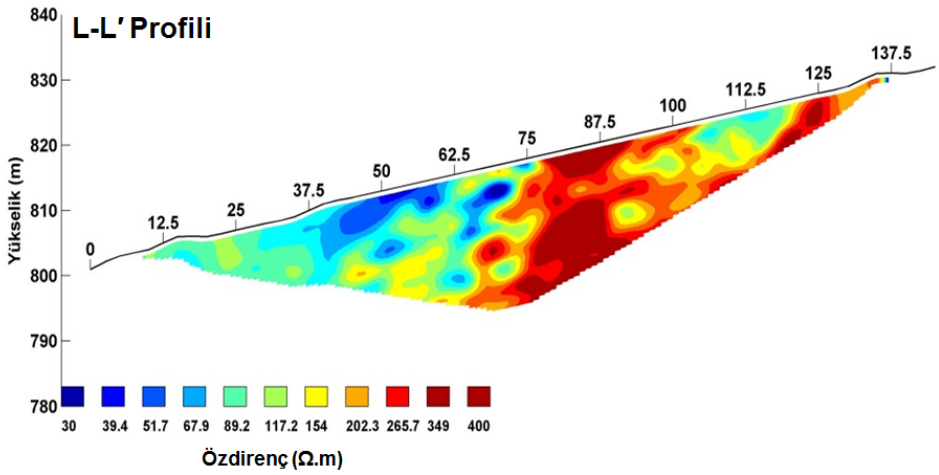
(d)



(e)



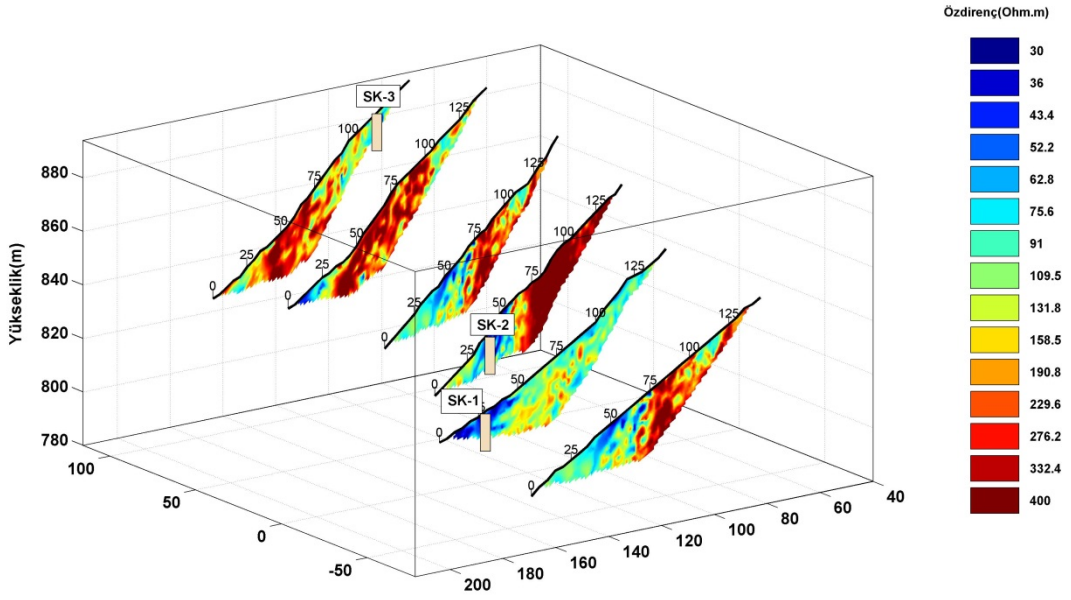
(f)



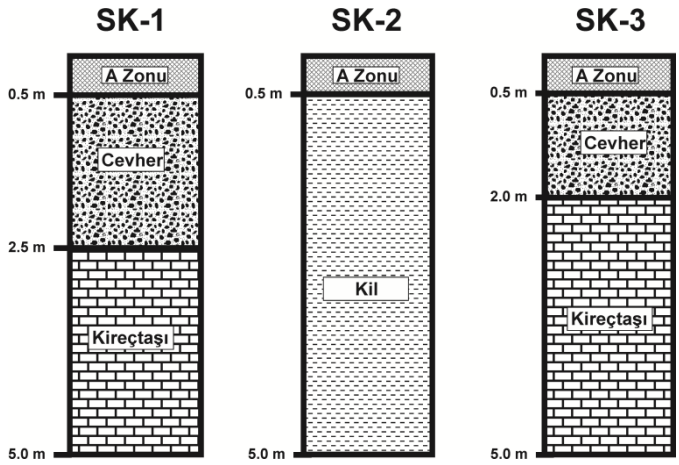
Şekil 5.4. J-J', K-K' L-L' özdirenç profillerinin ters çözüm sonuçları

Tablo 5.1. Maden araştırması için kurulan profillerin ters çözüm sonuçları

Profil	Dizilim	Veri sayısı	Yineleme	Karesel hata (%)
Profil-1	Wenner-α	135	9	2.76
Profil-2	Wenner-α	135	12	1.81
Profil-3	Wenner-α	135	15	4.32
Profil-4	Wenner-α	135	8	5.74
Profil-5	Wenner-α	135	9	3.46
Profil-6	Wenner-α	135	11	1.94



Şekil 5.5. DAÖ Profilleri ters çözüm sonuçlarının 3 boyutlu gösterimi



Şekil 5.6. SK-1, SK-2 ve SK-3 sondajlarından elde edilen kesitler

5.2. Arkeolojik Araştırmalar

Jeofizik yöntemler son zamanlarda arkeolojik alanların yüzey araştırması bölümünde başarılı olarak uygulanmaktadır. Jeofizik yöntemler bölgede herhangi bir kazı yada ya da tahribat yapmaksızın arkeolojik kalıntıların resmedilmesinde yardımcı olmaktadır. Arkeolojik kalıntıların saptanabilmesi için, kalıntıların içinde bulunduğu bölgeye göre özdirenç farkı oluşturmalıdır. Bu genellikle duvar, mezar gibi yüksek özdirenç içeren yapılarda sağlanabilmektedir. Bu neden ikinci arazi çalışması olarak arkeolojik kalıntıların saptanmasına yönelik yapılan jeofizik çalışmalar örnek olarak alınmıştır.

Bu bölümde Avcılar ve Küçükçekmece sınırları içinde kalan Bathonea antik kentinde uygulanan jeofizik araştırmalardan elde edilen DAÖ verileri ele alınmıştır. Bu tarihi kentte çalışmalar 2007 yılından beri devam etmektedir. Bölgede 2013 yılında, Küçükçekmece gölünün kuzey kısmında doğru akım özdirenç ve yer radarı yöntemleri uygulanmıştır. Bathonea, İstanbul il sınırları içinde Küçükçekmece gölünün Avcılar - Firüzköy Mevkiinde bulunan antik bir yerleşimdir (Şekil 5.7).

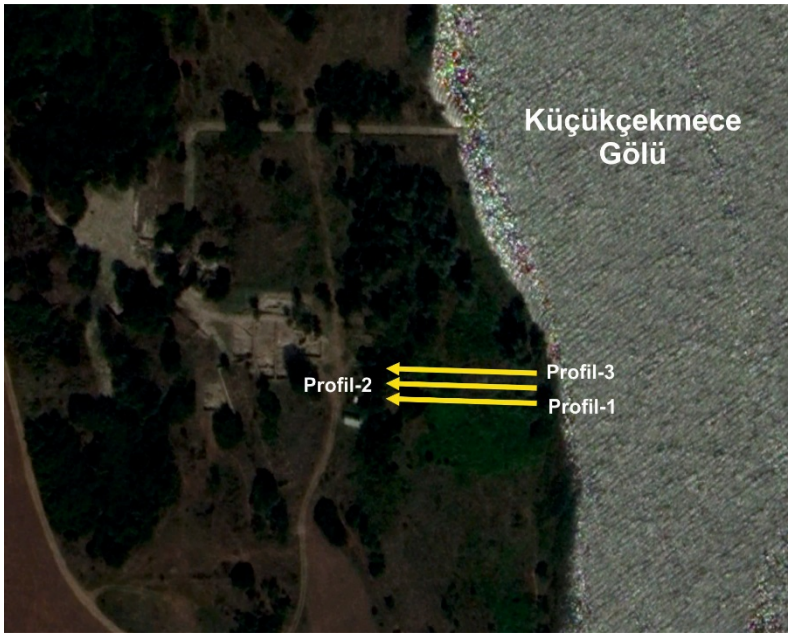


Şekil 5.7. Küçükçekmece gölü yer bulduru haritası

Bathonea ile ilgili daha fazla bilgiye çalışmanın resmi internet sitesinden adresinden ulaşılabilir (URL-2). İstanbul'da bulunan Yarımburgaz Mağarasına sadece 1,5 km uzaklıkta, Küçükçekmece göl kıyısında fener yapısına ait kalıntılar, kale-liman

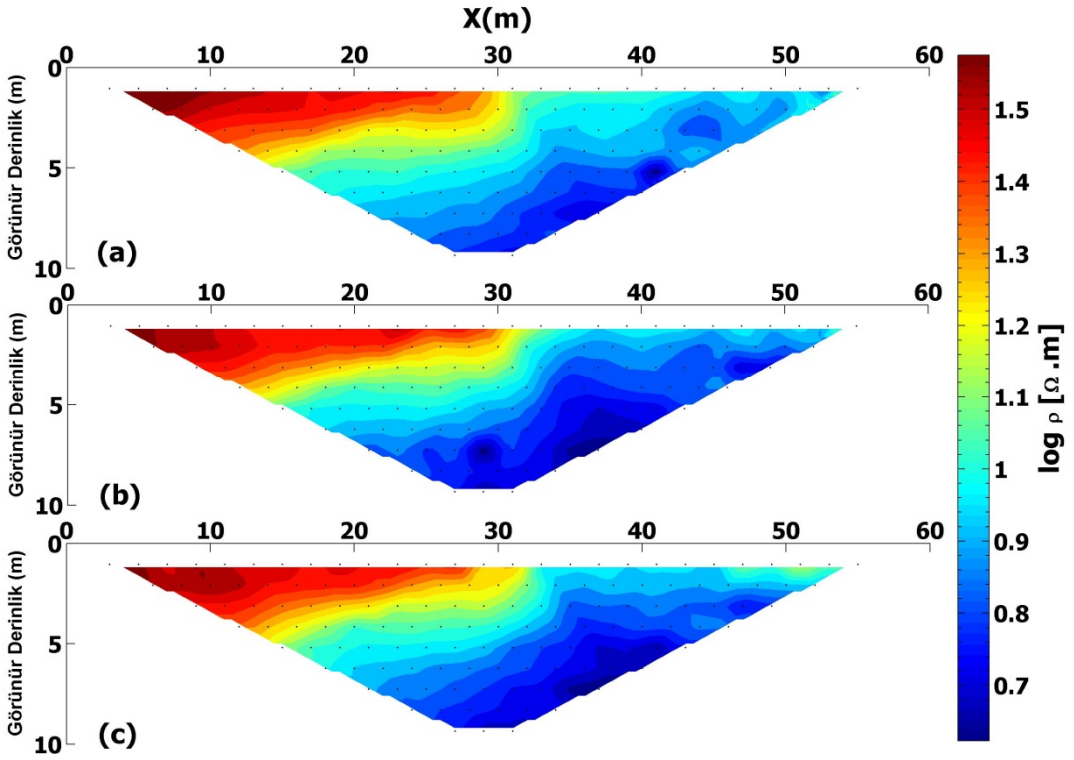
yapısı, yol, çeşitli yerleşim yerleri gölün muhtelif yerlerinde Helenistik-Roma-Bizans dönemlerine ait çok sayıda yapılar tespit edilmiştir. Antik kentte kazılar ve araştırmalar 2007 yılından beri Kocaeli Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Arkeoloji Bölümü, Prehistorya ABD tarafından yürütülmektedir (Aydıngün ve Öniz, 2008, Aydıngün, 2009).

Çalışma alanında gölün güney kesiminde göle dik doğrultuda üç adet DAÖ profilleri boyunca 30 elektrota sahip çok elektrotlu sistemle ölçümler alınmıştır. Ölçü profillerinin aralıkları 2 m ve elektrot aralıkları da 2 m olmak üzere 60 metrelik profiller boyunca Wenner-α dizilim tipine göre n=1, 2, 3, …, 9 seviyede toplam 135 noktada elde edilen DAÖ verileri ters çözüm algoritmasına veri olarak girilmiştir (Şekil 5.9).



Şekil 5.8. Ölçüm profillerinin yer bulduru haritası

Ölçümlerden elde edilen görünür özdirenç değerleri 3-40 Ω.m arasında değişim göstermektedir. Görünür özdirenç yapma kesitleri Şekil5.9' da verilmiştir. Her bir profilin ters çözüm işleminin başlangıcında, başlangıç modeli olarak görünür özdirençleri geometrik ortalaması alınarak işlemlere başlanmıştır. Duyarlılık matrisi başlangıçta tekdüze yeraltı modeli için bir kez hesaplanmış ve her bir yineleme adımında Broyden güncellemesi ile güncellenmiştir.

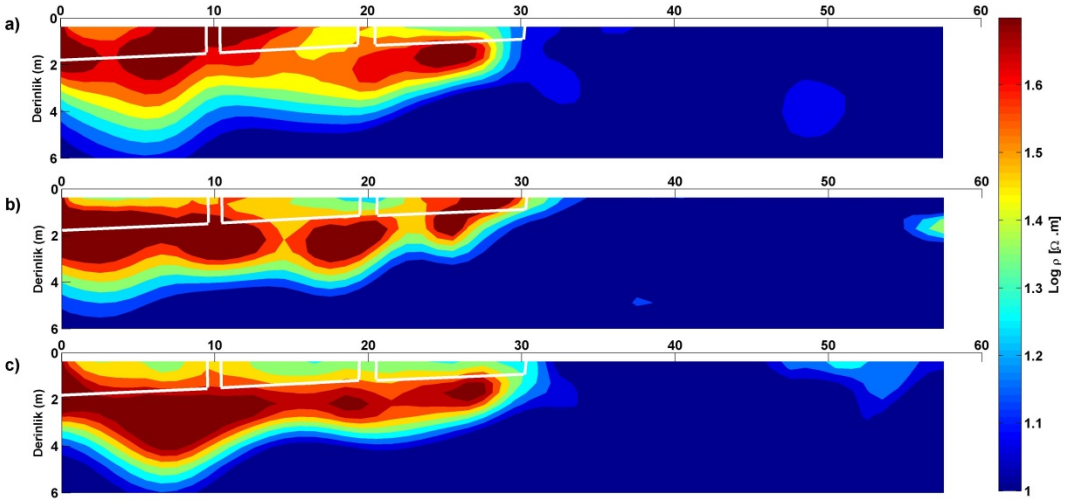


Şekil 5.9. Çalışma bölgesinde alınan a) Profil-1 b) Profil-2 c) Profil-3 boyunca elde edilen görünür özdirenç yapma kesitleri

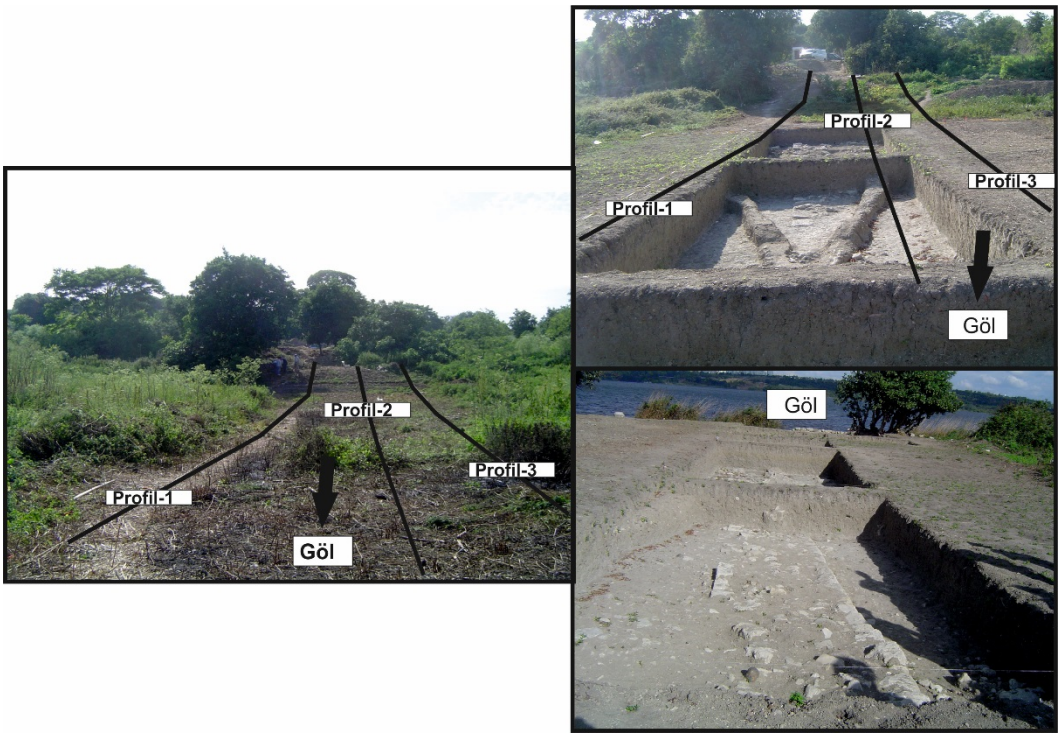
Ters çözüm işleminde SF yöntemi kullanılmıştır. Hesaplamalar için hazırlanan SF model ağı, elektrot aralıkları iki hücreye bölünerek x doğrultusu boyunca 76, z doğrultusu boyunca 26 elemana ayrıklaştırılmıştır. Her bir profil için Wenner-α dizilim tipine göre sırt geriletme yöntemi kullanılarak yapılan ters çözüm sonuçları Şekil 5.10'da verilmiştir. Ters çözüm sonuçlarından elde edilen gerçek özdirenç kesitlerine bakıldığında profillerin başından yaklaşık 25 metre uzunluğunda ve 2,5-3,0 metreye kadar derinliğe sahip yüksek özdirençli (>500 Ω.m) yapı görülmektedir. Yapılan yorumlar sonucunda kazı yerleri önerilmiştir. Bu yorumların ışığında arkeoloji grubu tarafından kazılar yapılmış ve anomali veren bölgelerde eski bir su yolu şeklinde yapıya rastlanılmıştır (Şekil 5.11). Ayrıca çözümlerden elde edilen karesel hata değerleri, yineleme adımları, veri ve model parametre sayıları Tablo 5.2'de özetlenmiştir

Tablo 5.2. Arkeoloji araştırması için kurulan profillerin ters çözüm sonuçları

Profil	Dizilim	Veri sayısı	Yineleme	Karesel hata (%)
Profil-1	Wenner-α	135	5	1,08
Profil-2	Wenner-α	135	8	1,54
Profil-3	Wenner-α	135	4	1,16



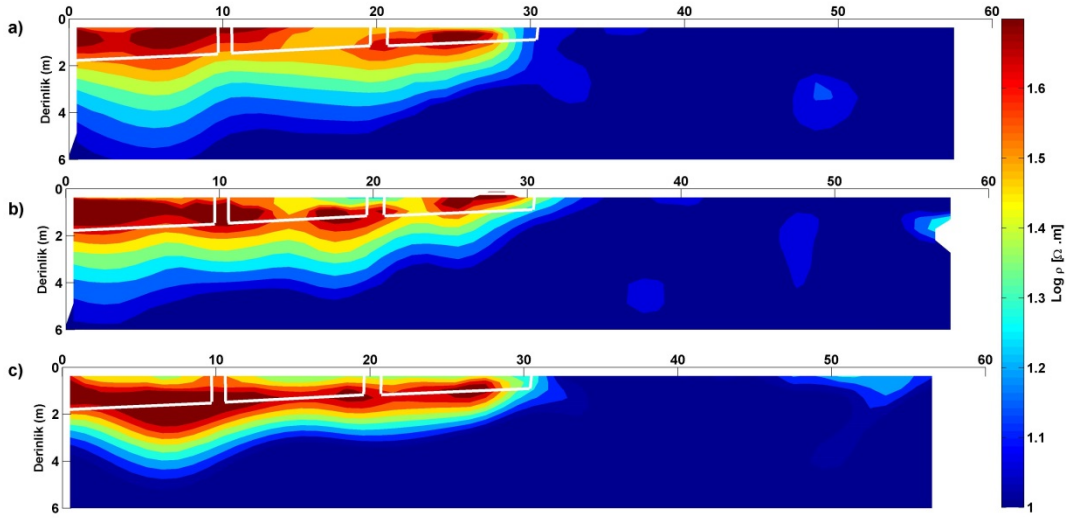
Şekil 5.10. Profillere ait ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgiler kazı sonuçlarını göstermektedir)



Şekil 5.11. Kazı sonucu çekilen fotoğraflar (Siyah çizgiler DAÖ profillerini göstermektedir)

Her ne kadar DAÖ çalışması başarılı sonuçlar vermesine rağmen, ters çözüm sonuçlarından elde edilen gerçek kesitlerde görülen ve arkeolojik yapı olarak yorumlanan bölgeler 3 metreye kadar uzanırken, kazılar sonucunda rastlanılan yapıların derinliği 0,75-1,25 m aralığında elde edilmiştir. Bu farklılığın anizotropik etkiden kaynaklandığı düşünülerek, veriler aynı koşullarda anizotropik ortamlar için

geliştirilen algoritmaya sokularak ters çözümleri yapılmıştır. Bilinmeyen parametreler olarak her bir model bloğunun enine ve boyuna özdirençleri ele alınmıştır. Başlangıçta tekdüze bir yeraltı modeli seçilmiş ve tüm model ağı için anizotropi katsayıları 1,1 alınmıştır. Başlangıç modeli, tüm blokların enine özdirençleri görünür özdirençlerin geometrik ortalamaları, boyuna özdirençleri ise enine özdirençlerin anizotropi katsayısı olan 1,1 katı olacak şekilde tasarlanmıştır. Anizotropik ortamlar için yapılan ters çözüm sonuçları, 1., 2. ve 3. profiller için sırasıyla Şekil 5.12'de verilmiştir. Karesel hata değerleri, yineleme adımları, veri ve model parametre sayıları Tablo 5.3'te özetlenmiştir



Şekil 5.12. Profillere ait anizotropik ters çözüm sonuçları (Beyaz çizgiler kazı sonuçlarını göstermektedir)

Tablo 5.3. Arkeoloji araştırması için kurulan profillerin anizotropik ters çözüm sonuçları

Profil	Dizilim	Veri sayısı	Yineleme	Karesel hata (%)
Profil-1	Wenner-α	135	7	1,24
Profil-2	Wenner-α	135	7	1,58
Profil-3	Wenner-α	135	11	1,36

Yapılan çalışmalardan elde edilen sonuçlara göre, anizotropik ters çözüm sonuçlarının, arkeolojik kazı sonuçlarına daha uyumlu olduğu görülmektedir. Bu durum anizotropinin asla göz ardı edilmemesi gerektiğini göstermektedir.

6. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Bu çalışmada 2B DAÖ verilerinin ters çözüm tekniğiyle hem yön bağımlı hem de yön bağımsız ortamlarda modellenebilmesi için algoritmalar geliştirilmiştir. MATLAB programlama dilinde geliştirilen algoritmaların düz çözümünde diferansiyel denklemlerinin çözümü için SE ve SF sayısal yöntemleri kullanılmıştır. Yöntemlerde model ağının ayrıklaştırılması büyük önem taşımaktadır. SF yönteminde, yatay yönde her elektrot aralığı iki hücreye bölünecek şekilde, düşeyde ise ölçüm seviyelerinin sayısına göre derine doğru gidildikçe büyüyecek şekilde kurulan iyileştirilmiş model ağı en uygun seçim olarak görülmektedir. SE yönteminde düzensiz dağılmış üçgen elemanlara bölünerek oluşturulan düzensiz model ağı hem hesaplama hızı hem de doğruluğu açısından iyi bir seçimdir.

Yeraltının farklı şekillerde küçük hücrelere bölünerek, her bir hücrenin etkisinin hesaba katıldığı bu sayısal yöntemler, en karmaşık jeolojik modellerin dahi kuramsal tepkisini hesaplamada başarılı olduğu için, analitik yöntemlere göre daha çok tercih edilmektedir. SF ve SE yöntemleri sayısal yöntemler olduklarından içerdikleri hata miktarları da fazla olabilir. Bu hatalar genellikle model ağının yeteri kadar iyi ayrıklaştırılamamasından veya yeraltının ciddi özdirenç değişimleri gösteren yapılardan oluşmasından kaynaklanmaktadır. Bu hata miktarını giderilebilmesi veya minimum düzeyde tutulabilmesi için, kuramsal hesaplama sırasında elde edilen potansiyel dağılımına göre düzeltme katsayıları üretilen yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemle kuramsal hesaplama aşamasında doğan hatalar %1'in altına kadar düşürülmüştür. Bununla beraber SF ve SE sayısal yöntemlerinden hesaplanan değerlerin doğruluğu analitik yöntemlerle test edilmiştir.

2B düz çözüm yöntemlerinde topoğrafyanın etkisini görmezden gelmek imkansızdır. Topoğrafya etkisinin hesaplama işlemlerine eklenmediği durumlarda yapılacak yorumlamalar ciddi hatalar içerecektir. Yapılan kuramsal düz çözüm hesaplamalarında vadi gibi içbükey yapıların, özdirençleri normal değerlerinden daha düşük gösterdiği, tepe gibi dışbükey yapıların ise düşük özdirençli bölgelerde daha

yüksek özdirenç değerleri varmış gibi davrandığı görülmektedir. Bu çalışma kapsamında yapılan ters çözüm çalışmalarında, topoğrafyanın değişim gösterdiği bölgelerde yapılan ölçümler için, topoğrafyayı daha iyi temsil edebilmesi açısından SE düz çözüm yöntemi kullanılmıştır.

2B DAÖ verileri görünür özdirençlerden yola çıkarak yorumlamaya çalışmak çok büyük yanlışlara yol açabilir. Çünkü yeraltındaki aynı model her dizilim tipine farklı cevap vermektedir. Verilerin yorumlanması için kullanılan en genel yöntem ise ters çözüm tekniğidir. Ters çözüm tekniği kullanılarak yapılan modellemelerde sonsuz adet çözümlerden ancak bir tanesine ulaşılmaktadır. Ulaşılan çözümün gerçeğe en yakın çözüm olabilmesi için ya başlangıç parametreleri çok iyi belirlenmeli ya da eğer mümkün olabiliyorsa parametrelerden bir veya birkaçı deneysel metotlarla belirlenerek işlem yapılmalıdır.

Tez çalışmasının ters çözümü kısmında türev tabanlı yöntemler uygulanmıştır. 2B DAÖ yöntemi için yapılan çalışmaların çoğunda yuvarlatıcılı en küçük kareler tekniği kullanılmaktadır. Bu yöntem genellikle yuvarlatılmış sonuçlar vermektedir. Bu tez çalışmasında yapılan ters çözüm işlemlerinde sırt geriletme tekniği kullanılmıştır. Duyarlılık matrisi başlangıç modeli olarak seçilen tekdüze yeraltı modeli için düz çözüm duyarlılığı yöntemiyle bir kez hesaplanmış ve her yinelemede Broyden güncellemesi ile güncellenmiştir. Yineleme adımlarında β sönüm parametresi Meju (1992) tarafından geliştirilen ve özdeğerlere göre türetilmiştir.

Elektriksel yön bağımlılık, bu tezin en önemli kısımlarından birini oluşturmaktadır. Birçok araştırmacı tarafından yön bağımlılık modelleme işlemlerinde kullanılmamaktadır. 2B yön bağımlı ortamların görünür özdirenç değerlerinin hesaplanması için SF yöntemi kullanılmıştır. SF yöntemi için yazılan formüller yön bağımlı ortamlar için yeniden düzenlenmiştir. Yön bağımlılığın yorumlamaları ve işlemleri nasıl etkilediğini göstermek amacıyla, geliştirilen algoritmalar öncelikle kuramsal olarak tasarlanan yön bağımlı tek blok modeli üzerinde sınanmıştır. Yön bağımlı blok modelden elde edilen kuramsal tepkinin normal ters çözümle yapılan modelleme sonucunda, bloğun olması gerekenden daha derinde olduğu görülürken, yön bağımlı ortam için geliştirilen algoritmayla yapılan ters çözüm işleminde bloğun

gerçek derinliğinde saptanabildiği görülmüştür. Aynı durum Bathonea arkeolojik kazı alanında gerçekleştirilen gerçek arazi verisinin modellenmesinde de karşımıza çıkmaktadır. Arazide elde edilen verilerin yön bağımsız ortam için yapılan ters çözüm sonuçlarına göre yapılan kazı çalışmalarında, söylenen yerlerde yapılara rastlanılmasına rağmen, yapılar modelleme sonuçlarına göre daha sığda ortaya çıkmıştır. Bu sonuç üzerine aynı veriler yön bağımlı ortamlar için geliştirilen algoritmayla modellendiğinde ise aynı anomali daha sığda yani gerçek derinliğine yakın bir derinlikte karşımıza çıkmıştır. Gerek kuramsal düz çözüm çalışmaları, gerekse kuramsal ve gerçek arazi verilerine uygulanan ters çözüm işlemleri, ortamdaki yön bağımlılık katsayısının özellikle yeraltındaki yapıların derinliklerini etkilediği, var olan yapıların, gerçekte olduğundan daha derinde görülebildiğini ve bunun da yorumlamalarda ciddi hatalar doğurabileceğini göstermiştir.

Sonuç olarak, 2B DAÖ verilerinin yorumlanması aşamasında, topoğrafik değişim, kullanılan yöntem, yön bağımlılık gibi hata doğurabilecek tüm koşulların göz önünde bulundurulması, yorumlamaların doğruluğu açısından büyük önem taşımaktadır.

KAYNAKLAR

Akça I., Basokur A. T., Extraction of structure-based geoelectrical models by hybrid genetic algorithms. *Geophysics*, 2011, **75**,1, F15-F22.

Aki K., Richards P. G., *Quantitative Seismology: Theory and Methods*, 3rd ed., W. H. Freeman&Company, San Francisco, 1980.

Aster R. C., Borchers B., Thurber C. H., *Parameter estimation and inverse problems*, Elsevier Academic Press, New York, USA, 2005.

Aydıngün Ş. G., Öniz M., İstanbul-Küçükçekmece Kıyıları Arkeolojik Yüzey Araştırması, *12. Sualtı Bilim ve Teknolojileri Toplantısı*, Ege Üniversitesi, İzmir, 10 Nisan 2008.

Aydıngün Ş. G., Dünden Bugüne Küçükçekmece: Küçükçekmece Gölü'nde Arkeolojik Çalışmalar, *Kocaeli Üniversitesi*, 288-303, 2009.

Bahr K., Electrical anisotropy and conductivity distribution functions of fractal random networks and of the crust: the scale effect of connectivity, *Geophys. J. Int*., 1997, **130**, 649–60.

Balkaya Ç., An implementation of differential evolution algorithm for inversion of geoelectrical data, *Journal of Applied Geophysics*, 2013, **98**, 160-175.

Başokur A. T., *Düşey elektrik sondajı verilerinin yorumu*, TMMOB Jeofizik Mühendisleri Odası, Ankara, 2010.

Bhattacharya P. K., Patra H. P., *Direct current geoelectric sounding: Principles and applications*, Elsevier, Amsterdam, 1968.

Boonchaisuk S., Two-dimensional direct current resistivity inversion: finite difference method. M.Sc. Thesis, Faculty of Graduate Studies, Mahidol University, 2007.

Boonchaisuk S., Vachiratienchai C., Siripunvaraporn W., Two-dimensional direct current (DC) resistivity inversion: data space Occam's approach, *Phys. Earth. Planet.*, 2008, **168**, 204–211.

Broyden C. G., A class of methods for solving nonlinear simultaneous equations, *Mathematics of Computation*, 1965, **19**, 577–593.

Candansayar M. E., Doğru akım özdirenç yönteminde modelleme ve iki boyutlu sığ yapıların araştırılmasında elektrod dizilimlerinin ayrımlılıklarının karşılaştırılması,

Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 1997, 58319.

Candansayar M. E., Başokur A. T., Detecting small-scale targets by the 2D inversion of two-sided three-electrode data: application to an archaeological survey, *Geophysical Prospecting*, 2001, **49**, 13 -25.

Candansayar M. E., Two-dimensional individual and joint inversion of three- and four-electrode array dc resistivity data, *J. Geophys. Eng*., 2008, **5**, 290–300.

Coggon J. H., Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method, *Geophysics*, 1971, **36**, 132 -155.

Constable S., Parker R., Constable C., Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data, *Geophysics*, 1987, **52**, 4919–4930.

DeGroot-Hedlin C., Constable S. C., Occam's inversion to generate smooth, two dimensional models from magnetotelluric data, *Geophysics,*1990, **55**, 1613–1624.

Demirci İ., Erdoğan E., Candansayar M. E., Two-dimensional inversion of direct current resistivity data incorporating topography by using finite difference techniques with triangle cells: Investigation of Kera fault zone in western, Crete, *Geophysics*, 2012, **77**, 1, E67-E75.

Dey A., Morrison H. F., Resistivity modeling for arbitrarily shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting*, 1979, **27**, 106 -136.

Dieter K., Paterson N. R., Grant F. S., IP and resistivity type curves for three-dimensional bodies, *Geophysics*, 1969, **34**, 615-632.

Edwards L. S., A modified pseudosection for resistivity and induced-polarization, *Geophysics*, 1977, **42**, 1020-1036.

Erdoğan E., Demirci I., Candansayar M. E., Incorporating topography into two dimensional resistivity modeling using finite-element and finite-difference approaches, *Geophysics*, 2008, **73**, 3, F135–F142.

Eskola L., *Geophysical interpretation using integral equations*, Elsevier, New York, 1992.

Farquharson C. G., Oldenburg D. W., A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in non-linear inverse problems, *Geophys. J. Int.*, 2004, **156**, 411–425.

Fox R. C., Hohmann G. W., Killpack T. J., Rijo L., Topographic effects in resistivity and induced polarization surveys, *Geophysics*, 1980, **45**, 75-93.

Golub G. H., Reinsch C., Singular value decomposition and least squares solutions, *Numerical Mathematics*, 1971, **13**, 403-420.

Golub G. H., Van Loan C. F., *Matrix Computations*, John Hopkins University Press, 1983.

Gökçe A., Efe A., Dağardı (Simav-Kütahya) ve İvrindi (Balıkesir) bölgesi antimon yataklarının jeolojisi, *Cumhuriyet Üniversitesi Araştırma Fonu*, Proje No: M-15, 1995.

Grant F. S., West G. F., *Interpretation theory in applied geophysics*, McGraw-Hill, New York, 1965.

Günther T., Inversion methods and resolution analysis for the 2D/3D reconstruction of resistivity structure from DC measurement, Ph. D. Thesis, der Technischen Universität Bergalademie Freiberg, Germany, 2004.

Greenhalgh S. A., Marescot L., Zhou B., Greenhalgh M., Wiese T., Electric potential and Frechet derivatives for a uniform anisotropic medium with a tilted axis of symmetry, *Pure and Applied Geophysics*, 2009, **166**, 673-699.

Hansen P. C., *Regularization Tools - A Matlab Packager for Analysis and Solution of discrete ill-posed problems*, Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, Lyngby, 1992.

Hansen P. C., O'Leary D. P., The use of the l-curve in the regularization of discrete ill-posed problems, *SIAM J. Sci. Comput.*, 1993, **14**, 1487-1503.

Herwanger J. V., Pain C. C., Binley A., De Olivereira C. R. E., Wortington M. H., Anisotropic resistivity tomography, *Geophysical Journal International*, 2004, **158**, 409-425.

Johansen H. K., A man/computer interpretation system for resistivity soundings over horizontally stratified earth, *Geophysical Prospecting*, 1977, **25**, 667–691.

Karabel S. B., Dağardı (Kütahya) Bölgesi Gömülü Antimon Birikimlerinin Toprak Jeokimyasi Prospeksiyonu ile Saptanmasi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 2013, 250424.

Kauffman A. A., Keller G. V., *Frequency and Transient Soundings*, Elsevier, Amsterdam, 1983.

Keller G. V., Frischknecht F. C., *Electrical methods in geophysical prospecting*, Permagon, NewYork, 1966.

Kim J., Yi M., Cho S., Son J., Song W., Anisotropic cross-hole resistivity tomography for ground safety analysis of a high-storied building over an abandoned mine, *Journal of Environmental Engineering Geophysics*, 2006, **11**, 225-235.

Levenberg K., A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares, *Quart. Appl. Math.*, 1944, **2**, 2, 164-168.

Li Y., Spitzer K., Three-dimensional DC resistivity forward modeling using finite elements in comparison with finite-difference solutions, *Geophys. J. Int.*, 2002, **151**, 924–934.

Li Y., Spitzer K., Finite element resistivity modelling for three-dimensional structures with arbitrary anisotropy, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2005, **150**, 15–27.

Lines L.R., Treitel S., A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems, *Geophysical Prospecting*, 1984, **32**, 159-186.

Loke M. H., *Tutorial:2-D and 3-D electrical imaging surveys*, Geotomo Software, Malaysia, 2010.

Loke M.H., Topographic Modelling in Electrical Imaging Inversion, *EAGE 62nd Conference and Technical Exhibition*, Glasgow, Scotland, 29 May-2 June 2000.

Loke M. H., Barker R. D., Least-squares deconvolution of apperent resistivity pseudosection, *Geophysics*, 1995 , **6**, 1682-1690.

Loke M. H., Dahlin T., A comparison of the Gauss-Newton and Quasi-Newton methods in resistivity imaging inversion, *Journal of Applied Geophysics*, 2002, **49**, 149-162.

Loke M. H., Barker R. D., Rapid least-squares inversion of apperent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method, *Geophysical Prospecting*, 1996, **44**, 131-152.

Maillet R., The fundamental equations of electrical prospecting, *Geophysics*, 1947, **12**, 529–556.

Marescot L., Rigobert S., Lopes S. P., Lagabrielle R., Chapellier D., A general approach for DC apperent resistivity evaluation on arbitrarily shaped 3D structures, *Jour. of Appl. Geop.,* 2006, **60**, 55-67.

Marquardt D. W., An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters, *Jour. Soc. Indust. Apph Math.*, 1963, **11**, 431-44l.

McGillivray P. R., Forward modeling and inversion of DC resistivity and MMR data, Ph. D. thesis, Univ. of British Columbia, 1992.

Meju M. A., An effective ridge regression procedure for resistivity data inversion, *Computer and Geosciences*, 1992, **18**, 99–118.

Meju M. A., *Geophysical data analysis: understanding inverse problem theory and practice*, SEG, USA, 1994.

Mendez-Delgado S., Gomez-Trevino E., Perez-Flores M. A., Forward modelling of direct current and low-frequency electromagnetic fields using integral equations, *Geophys. J. Int.*, 1999, **137**, 336–352.

Møller I., Jacobsen B. H., Christensen N.B., Rapid inversion of 2-D geoelectrical data by multi-channel deconvolution, *Geophysics*, 2001, **66**, 800– 808.

Mufti I.R., Finite difference resistivity modelling for arbitrarily shaped two dimensional structures, *Geophysics*, 1976, **41**, 62 -78.

Mundry E., Geoelectrical model calculations for two-dimensional resistivity distribution, *Geophys. Prosp.*, 1984, **32**, 124–131.

Okabe M., Boundary element method fort he arbitrary inhomogeneity problem in electrical prospecting, *Geophysical Prospecting*, 1981, **29**, 39-59.

Pain C. C., Herwanger J. V., Worthington M. H., de Oliveira C. R. E., Effective multidimensional resistivity inversion using finite-element techniques, *Geophys. J. Int.*, 2002, **151**, 710–728.

Pain C., Herwanger J., Saunders J., Wortington M., Oliveira C., Anisotropic resistivity inversion, *Inverse Problems*, 2003, **19**, 1081–1111.

Panagiotis I.T., Symanski J.E., Tsokas G.N., The effect of terrain topography on commonly used resistivity arrays, *Geophysics*, 1999, **64**, 5, 1357-1363.

Papadopoulos N. G., Yi M. J., Kim J. H., Tsourlos P., Tsokas G. N., Geophysical investigation of tumuli by means of surface 3D electrical resistivity tomography, *Journal of Applied Geophysics*, 2010, **70**, 3, 192–205.

Pekşen E., Yas T., Kayman A. Y., Özkan C., Application of particle swarm optimization on self-potential data, *Journal of Applied Geophysics*, 2011, **75**, 305–318.

Pekşen E., Yas T., Kıyak A., 1-D DC Resistivity Modeling and Interpretation in Anisotropic Media Using Particle Swarm Optimization, *Pure and Applied Geophysics*, DOI 10.1007/s00024-014-0802-2.

Pervago E., Mousatov A., Shevnin V., Analytical solution for the electric potential in arbitrary anisotropic layered media applying the set of Hankel transforms of integer order*, Geophysical Prospecting*, 2006, **54**, 651–661.

Pidlisecky A., Knight R., FW2_5D:A MATLAB 2.5-D electrical resistivity modeeling code, *Computers & Geosciences*, 2008, **34**,1645-1654.

Pirttijarvi M., Pietila R., Hattula A., Hjelt S. E., Modelling and inversion of electromagnetic data using an approximate plate model, *Geophysical Prosp.*, 2002, **50**, 425-440.

Pridmore D. F., Hohmann G. W., Ward S. H., Sill W. R., An investigation of finite element modeling for electrical and electromagnetic data in three dimensions, *Geophysics*, 1981, **46**, 1009 -1024.

Queralt P., Pous J., Marcuello A., 2-D resistivity modeling, An approach to arrays parallel to the strike direction, *Geophysics*, 1991, **56**, 941-950.

Ritzi R. W., Andolsek R. H., Relation between anisotropic transmissivity and azimuthal resistivity surveys in shallow, fractured, carbonate flow systems, *Ground Water*, 1992, **30**, 774–80.

Sasaki Y., 3-D resistivity inversion using the finite-element method, *Geophysics*, 1994, **59**, 1839-1848.

Sasaki Y., Resolution of resistivity tomography inferred from numerical simulation, *Geophysical Prospecting*,1992, **40**, 453-464.

Schön J., Mollison R. A., Georgi D. T., Macroscopic electrical anisotropy of laminated reservoirs a tensor saturation model, *SPE Annu. Tech. Conf. Exhibition*, Houston, 3-6 October 1999.

Shaw R., Srivastava S., Particle swarm optimization: A new tool to invert geophysical data, *Geophysics*, 2007, **72**, 75–83.

Simpson M. J., Clement T. P., Comparison of finite difference and finite element solutions to the variably saturated flow equation, *J. Hydrol.*, 2003, **270**, 49–64.

Snyder D. D., A method for modelling the resistivity and IP response of two-dimensional Bodies, *Geophysics*, 1975, **41**, 997-1015.

Spiegel R. J., Sturdivant V. R., Owen T. E., Modeling resistivity anomalies from localized voids under irregular terrain, *Geophysics*, 1980, **45**, 1164-1183.

Spitzer K., The three-dimensional dc sensitivity for surface and subsurface sources, *Geophys. J. Int.*, 1998, **134**, 736-746.

Spitzer K., Wurmstich B., Speed and accuracy in 3D resistivity modeling, In: Three-dimensional Electromagnetics, *Geophysical Developments*, 1999, **7**, 161-176.

Telford W. M., Geldart L. P., Sheriff R. E., *Applied Geophysics*, 2nd ed., Cambridge University Press., 1990.

Tikhonov A. N., Arsenin V. Y., *Solutions of ill-posed problems*, John Wiley and Sons Inc., USA, 1977.

Tong L., Yang C., Incorporation of topography into two-dimensional resistivity inversion, *Geophysics*, 1990, **55**, 354-361.

Tripp A. C., Hohmann G.W., Swift C. M., Two-dimensional resistivity inversion, *Geophysics*, 1984, **49**, 1708–1717.

Tsourlos P. I., Symanski J. E., Toskas G. N., the effect of terrain topography on commonly used resistivity arrays, *Geophysics*, 1999, **64**, 1357–1363.

Uchida T., Two-dimensional resistivity inversion for Schlumberger sounding, *Geophys. Explor.*, 1991, **44**, 1-17.

URL - 1: http://pegmatopia.ou.edu, (Ziyaret tarihi: 21 Mayıs 2014)

URL - 2: www.bathonea.org, (Ziyaret tarihi: 13 Kasım 2013)

Vachiratienchai C., Boonchaisuk S., Siripunvaraporn W., A hybrid finite difference–finite element method to incorporate topography for 2D direct current (DC) resistivity modeling, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2010, **183**, 3-4, 426-434.

Vogel C. R., *Computational methods for inverse problems frontiers in applied mathematics*, Society for Industrial and Applied Mathematics, USA, 2002.

Watson K. A., Barker R. D., Tank modeling of azimuthal resistivity surveys over anisotropic bedrock with dipping overburden*, Near Surface Geophysics*, 2010, **8**, 297–309.

Xu S. Z., Gao Z. C., Zhao S. K., An integral formulation for three-dimens,onal terrain modelling for resistivity surveys, *Geophysics*, 1988, **53**, 546-552.

Xu S., Duan B., Zhang D., Selection of the wave numbers k using an optimization method for the inverse Fourier transform in 2.5D electrical modeling, *Geophys. Prospect*., 2000, **48**, 789–796.

Yin C., Wiedelt P., Geoelectrical fields in layered earth with arbitrary anisotropy, *Geophysics*, 1999, **64**, 426-434.

Zhao S., Yedlin M. J., Some refinements of the finite-difference method for 3-D dc resistivity modeling, 1996, *Geophysics*, **61**, 5, 1301-1307.

Zhou B., Greenhalgh S. A., Cross-hole resistivity tomography using different electrode configuration, *Geophy. Prosp.*, 2000, **48**, 887-912.

Zhou B., Greenhalgh M., Greenhalgh S. A., 2.5/3-D resistivity modelling in anisotropic media using Gaussian quadrature grids, *Geophysical Journal International*, 2009, **176**, 63–80.

EKLER

EK-A. Sınır Elemanları için Kapasitans Matrisinin hesaplanması

Yüzeydeki (z=0) $i=1$, ve $j=2,3,...,N\quad 1$ noktaları için sonlu farklar denklemi

$$C_L^{ij}\tilde{\phi}_{i\ 1,j}+C_R^{ij}\tilde{\phi}_{i+1,j}+C_B^{ij}\tilde{\phi}_{i,j+1}+C_P^{ij}\tilde{\phi}_{i,j}=\frac{I}{2}\delta(x_S)\delta(z_S) \tag{E1.1}$$

ile verilir (Dey and Morisson, 1979). Burada,

$$C_L^{ij}=\frac{-\Delta z_j.\sigma_{i-1,j}}{2\Delta x_{i-1}} \tag{E1.2}$$

$$C_R^{ij}=\frac{-\Delta z_j.\sigma_{i,j}}{2\Delta x_i} \tag{E1.3}$$

$$C_B^{ij}=-\left[\frac{\Delta x_{i-1}.\sigma_{i-1,j}+\Delta x_i.\sigma_{i,j}}{2\Delta z_j}\right] \tag{E1.4}$$

$$A\left(\sigma_{i,j},A_{i,j}\right)=K_y^2\left[\frac{\sigma_{i-1,j}.\Delta x_{i-1}.\Delta z_j}{4}+\frac{\sigma_{i,j}.\Delta x_i.\Delta z_j}{4}\right] \tag{E1.5}$$

$$C_P^{ij}=-\left[C_L^{ij}+C_R^{ij}+C_B^{ij}-A\left(\sigma_{i,j},A_{i,j}\right)\right] \tag{E1.6}$$

bağıntılarıyla verilir.

Sol üst köşe (1,1) noktası için sonlu farklar denklemi,

$$C_R^{ij}\tilde{\phi}_{i+1,j}+C_B^{ij}\tilde{\phi}_{i,j+1}+C_P^{ij}\tilde{\phi}_{i,j}=\frac{I}{2}\delta(x_S)\delta(z_S) \tag{E1.7}$$

bağıntısıyla ve,

$$C_B^{ij}=\frac{-\Delta x_i.\sigma_{i,j}}{2\Delta z_j} \tag{E1.8}$$

$$C_R^{ij}=\frac{-\Delta z_j.\sigma_{i,j}}{2\Delta x_i} \tag{E1.9}$$

$$A\left(\sigma_{i,j}, A_{i,j}\right) = K_y^2\left[\frac{\sigma_{i,j}.\Delta x_i.\Delta z_j}{4}\right] \tag{E1.10}$$

$$C_P^{ij} = -\left[C_B^{ij} + C_R^{ij} - A\left(\sigma_{i,j}, A_{i,j}\right)\right] + \frac{\Delta z_j.\sigma_{i,j}.\alpha\cos\theta}{2} \tag{E1.11}$$

ifadeleriyle verilir (Dey ve Morisson, 1979). Burada θ kaynak ile nokta arasındaki radyal bileşenin dış normalle yaptığı açı ve,

$$\alpha = \frac{K_y K_1\left(K_y r\right)}{K_0\left(K_y r\right)} \tag{E1.12}$$

ifadesine eşittir. K_0 ve K_1 sırasıyla birinci ve ikinci derece Bessel fonksiyonlarıdır.

Sağ üst köşe $(N,1)$ noktası için bağıntılar ise

$$C_L^{ij}\tilde{\phi}_{i-1,j} + C_B^{ij}\tilde{\phi}_{i,j+1} + C_P^{ij}\tilde{\phi}_{i,j} = \frac{I}{2}\delta(x_S)\delta(z_S) \tag{E1.13}$$

$$C_L^{ij} = \frac{-\Delta z_j.\sigma_{i-1,j}}{2\Delta x_{i-1}} \tag{E1.14}$$

$$C_B^{ij} = \frac{-\Delta x_{i-1}.\sigma_{i-1,j}}{2\Delta z_j} \tag{E1.15}$$

$$A\left(\sigma_{i,j}, A_{i,j}\right) = K_y^2\left[\frac{\sigma_{i-1,j}.\Delta x_{i-1}.\Delta z_j}{4}\right] \tag{E1.16}$$

$$C_P^{ij} = -\left[C_L^{ij} + C_B^{ij} - A\left(\sigma_{i,j}, A_{i,j}\right)\right] + \frac{\Delta z_j.\sigma_{i-1,j}.\alpha\cos\theta}{2} \tag{E1.17}$$

şeklindedir (Dey ve Morisson, 1979).

Alt kenar (z=∞) $i = M$, ve $j = 2,3,...,N-1$ noktaları için sonlu farklar denklemi,

$$C_L^{ij}\tilde{\phi}_{i-1,j} + C_R^{ij}\tilde{\phi}_{i+1,j} + C_T^{ij}\tilde{\phi}_{i,j-1} + C_P^{ij}\tilde{\phi}_{i,j} = \frac{I}{2}\delta(x_S)\delta(z_S) \tag{E1.18}$$

ve bağıntıdaki ifadeler,

$$C_L^{ij} = \frac{-\Delta z_{j-1}.\sigma_{i-1,j-1}}{2\Delta x_{i-1}} \tag{E1.19}$$

$$C_R^{ij} = \frac{-\Delta z_{j-1}.\sigma_{i,j-1}}{2\Delta x_i} \tag{E1.20}$$

$$C_T^{ij} = -\left[\frac{\Delta x_{i-1}.\sigma_{i-1,j-1} + \Delta x_i.\sigma_{i,j-1}}{2\Delta z_{j-1}}\right] \tag{E1.21}$$

$$A\left(\sigma_{i,j}, A_{i,j}\right) = K_y^2\left[\frac{\sigma_{i-1,j-1}.\Delta x_{i-1}.\Delta z_{j-1}}{4} + \frac{\sigma_{i,j-1}.\Delta x_i.\Delta z_{j-1}}{4}\right] \tag{E1.22}$$

$$C_P^{ij} = -\left[C_L^{ij} + C_R^{ij} + C_T^{ij} - A\left(\sigma_{i,j}, A_{i,j}\right)\right] + \left(\frac{\Delta x_{i-1}.\sigma_{i-1,j-1} + \Delta x_i.\sigma_{i,j-1}}{2}\right)\alpha\cos\theta \tag{E1.23}$$

şeklindedir (Dey ve Morisson, 1979).

Sol alt köşe $(1, M)$ noktası için sonlu farklar denklemi,

$$C_R^{ij}\tilde{\phi}_{i+1,j} + C_T^{ij}\tilde{\phi}_{i,j-1} + C_P^{ij}\tilde{\phi}_{i,j} = \frac{I}{2}\delta(x_S)\delta(z_S) \tag{E1.24}$$

ve

$$C_R^{ij} = \frac{-\Delta z_{j-1}.\sigma_{i,j-1}}{2\Delta x_i} \tag{E1.25}$$

$$C_T^{ij} = \frac{-\Delta x_i.\sigma_{i,j-1}}{2\Delta z_{j-1}} \tag{E1.26}$$

$$A\left(\sigma_{i,j}, A_{i,j}\right) = K_y^2\left[\frac{\sigma_{i,j-1}.\Delta x_i.\Delta z_{j-1}}{4}\right] \tag{E1.27}$$

$$C_P^{ij} = -\left[C_R^{ij} + C_T^{ij} - A\left(\sigma_{i,j}, A_{i,j}\right)\right] + \left(\frac{\Delta x_i.\sigma_{i,j-1}}{2}.\alpha\cos\theta_1 + \frac{\Delta z_{j-1}.\sigma_{i,j-1}}{2}.\alpha\cos\theta_2\right) \tag{E1.28}$$

sağ alt köşe (N,M) noktası için sonlu farklar denklemi,

$$C_L^{ij}\widetilde{\phi}_{i-1,j} + C_T^{ij}\widetilde{\phi}_{i,j-1} + C_P^{ij}\widetilde{\phi}_{i,j} = \frac{I}{2}\delta(x_S)\delta(z_S) \tag{E1.29}$$

ve

$$C_L^{ij} = \frac{-\Delta z_{i-1}.\sigma_{i-1,j-1}}{2\Delta x_{i-1}} \tag{E1.30}$$

$$C_T^{ij} = \frac{-\Delta x_{i-1}.\sigma_{i-1,j-1}}{2\Delta z_{j-1}} \tag{E1.31}$$

$$A\left(\sigma_{i,j}, A_{i,j}\right) = K_y^2 \frac{\sigma_{i-1,j-1}.\Delta x_{i-1}.\Delta z_{j-1}}{4} \tag{E1.32}$$

$$C_P^{ij} = -\left[C_L^{ij} + C_T^{ij} - A\left(\sigma_{i,j}, A_{i,j}\right)\right] + \left(\frac{\Delta x_{i-1}.\sigma_{i-1,j-1}}{2}.\alpha\cos\theta_1 + \frac{\Delta z_{j-1}.\sigma_{i-1,j-1}}{2}.\alpha\cos\theta_2\right) \tag{E1.33}$$

bağıntılarıyla verilir (Dey ve Morisson, 1979).

Sol kenar $j=1$, ve $i=2,3,...,M-1$ noktaları için sonlu farklar denklemi

$$C_R^{ij}\widetilde{\phi}_{i+1,j} + C_T^{ij}\widetilde{\phi}_{i,j-1} + C_B^{ij}\widetilde{\phi}_{i,j+1} + C_P^{ij}\widetilde{\phi}_{i,j} = \frac{I}{2}\delta(x_S)\delta(z_S) \tag{E1.34}$$

ve

$$C_R^{ij} = -\left[\frac{\Delta z_j.\sigma_{i,j} + \Delta z_{j-1}.\sigma_{i,j-1}}{2\Delta x_i}\right] \tag{E1.35}$$

$$C_T^{ij} = -\frac{\Delta x_i.\sigma_{i,j-1}}{2\Delta z_{j-1}} \tag{E1.36}$$

$$C_B^{ij} = -\frac{\Delta x_i.\sigma_{i,j}}{2\Delta z_j} \tag{E1.37}$$

$$A\left(\sigma_{i,j},A_{i,j}\right)=K_y^2\left[\frac{\sigma_{i,j-1}.\Delta x_i.\Delta z_{j-1}}{4}+\frac{\sigma_{i,j}.\Delta x_i.\Delta z_j}{4}\right] \tag{E1.38}$$

$$C_P^{ij}=-\left[C_R^{ij}+C_T^{ij}+C_B^{ij}-A\left(\sigma_{i,j},A_{i,j}\right)\right]+\left(\frac{\Delta z_j.\sigma_{i,j}+\Delta z_{j-1}.\sigma_{i,j-1}}{2}\right)\alpha\cos\theta \tag{E1.39}$$

bağıntılarıyla verilir (Dey ve Morisson, 1979).

Sağ kenar $j=N$, ve $i=2,3,...,M-1$ noktaları için sonlu farklar denklemi,

$$C_L^{ij}\widetilde{\phi}_{i-1,j}+C_T^{ij}\widetilde{\phi}_{i,j-1}+C_B^{ij}\widetilde{\phi}_{i,j+1}+C_P^{ij}\widetilde{\phi}_{i,j}=\frac{I}{2}\delta(x_S)\delta(z_S) \tag{E1.40}$$

ve

$$C_L^{ij}=-\left[\frac{\Delta z_j.\sigma_{i-1,j}+\Delta z_{j-1}.\sigma_{i-1,j-1}}{2\Delta x_{i-1}}\right] \tag{E1.41}$$

$$C_T^{ij}=-\frac{\Delta x_{i-1}.\sigma_{i-1,j-1}}{2\Delta z_{j-1}} \tag{E1.42}$$

$$C_B^{ij}=-\frac{\Delta x_{i-1}.\sigma_{i-1,j}}{2\Delta z_j} \tag{E1.43}$$

$$A\left(\sigma_{i,j},A_{i,j}\right)=K_y^2\left[\frac{\sigma_{i-1,j-1}.\Delta x_{i-1}.\Delta z_{j-1}}{4}+\frac{\sigma_{i-1,j}.\Delta x_{i-1}.\Delta z_j}{4}\right] \tag{E1.44}$$

$$C_P^{ij}=-\left[C_L^{ij}+C_T^{ij}+C_B^{ij}-A\left(\sigma_{i,j},A_{i,j}\right)\right]+\left(\frac{\Delta z_j.\sigma_{i-1,j}+\Delta z_{j-1}.\sigma_{i-1,j-1}}{2}\right)\alpha\cos\theta \tag{E1.45}$$

bağıntılarıyla verilir (Dey ve Morisson, 1979).

EK-B. Yatay İki Tabaka Modeli için Analitik Çözümler

Şekil 2.20' de gösterilen yatay olarak tabakalanmış iki tabaka modeline ait analitik çözüm,

$$\rho_{a=}\rho_1\left[1+2\rho\sum_{m=1}^{\infty}k^m\left\{\frac{1}{\left(r_1^2+4m^2z^2\right)^{\frac{1}{2}}}-\frac{1}{\left(r_2^2+4m^2z^2\right)^{\frac{1}{2}}}-\frac{1}{\left(r_3^2+4m^2z^2\right)^{\frac{1}{2}}}-\frac{1}{\left(r_4^2+4m^2z^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right\}\right] \quad \text{(E2.1)}$$

bağıntısıyla verilir (Telford ve diğ., 1996). Bu bağıntı Wenner-α, Schlumberger ve Dipol-dipol açılım sistemleri için ortak bağıntıdır. Burada,

$$k=\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2+\rho_1} \quad \text{(E2.2)}$$

ve

$$p=\left\{\left[\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right]-\left[\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_4}\right]\right\}^{-1} \quad \text{(E2.3)}$$

şeklindedir.

EK-C. Düşey Kontak Modeli

Genel durumlarda düşey kontak modeli için analitik bağıntı, r_1, r_2 , r_3 ve r_4, aralıklı elektrot pozisyonlarının düşey kontağa göre konumlarına bağlı beş farklı durum için belirlenmektedir (Şekil E2.1). Wenner-α ve Schlumberger dizilim tipleri için düşey kontak modeli için genel bağıntılar

a) Tüm elektrotların kontağın sol tarafında olması durumunda,

$$\rho_a = \rho_1 p\left[\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)-\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_4}\right)+k\left\{\left(\frac{1}{2s-r_1}-\frac{1}{2s-2r_1-r_2}\right)-\left(\frac{1}{2s-r_3}-\frac{1}{2s-2r_3-r_4}\right)\right\}\right] \quad \text{(E3.1)}$$

b) C_2 elektrotunun sağ tarafta olduğu durumlarda,

$$\rho_a = \rho_1 p\left[\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)-\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_4}\right)+k\left\{\left(\frac{1}{2s-r_1}-\frac{1}{r_2}\right)-\left(\frac{1}{2s-r_3}-\frac{1}{r_4}\right)\right\}\right] \quad \text{(E3.2)}$$

c) C_2 ve P_2 elektrotlarının sağ tarafta olduğu durumlarda,

$$\rho_a = \rho_1 p\left[\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)-k^*\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_4}\right)+k\left\{\left(\frac{1}{2s-r_1}-\frac{1}{r_2}\right)+k^*\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{2r_3+r_4-2s}\right)\right\}\right] \quad \text{(E3.3)}$$

d) C_2, P_2 ve P_1 elektrotlarının sağ tarafta olduğu durumlarda,

$$\rho_a = \rho_1 p\left[k^*\left\langle\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)-\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_4}\right)-k\left\{\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{2r_1+r_2-2s}\right)-\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{2r_3+r_4-2s}\right)\right\}\right\rangle\right] \quad \text{(E3.4)}$$

e) Tüm elektrotlarının sağ tarafta olduğu durumlarda,

$$\rho_a = \rho_1 p\left[k^*\left\langle\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)-\left(\frac{1}{r_3}-\frac{1}{r_4}\right)-k\left\{\left(\frac{1}{2s+r_1}-\frac{1}{2s+2r_1+r_2}\right)-\left(\frac{1}{2s+r_3}-\frac{1}{2s+2r_3+r_4}\right)\right\}\right\rangle\right] \quad \text{(E3.5)}$$

bağıntılarıyla verilir (Telford ve diğ., 1996). Burada s C_1 elektrotu ile kontak arasındaki mesafe k ise,

$$k^* = \frac{(1+k)}{(1-k)} \tag{E3.6}$$

ifadesine eşittir.

Dipol-dipol dizilim tipi için ise analitik bağıntılar üç farklı koşulla

a) Tüm elektrotların sol tarafta olması durumunda,

$$\rho_a \approx \rho_1 \left\{ 1 - \frac{kr^3}{(2s+r)^3} \right\} \tag{E3.7}$$

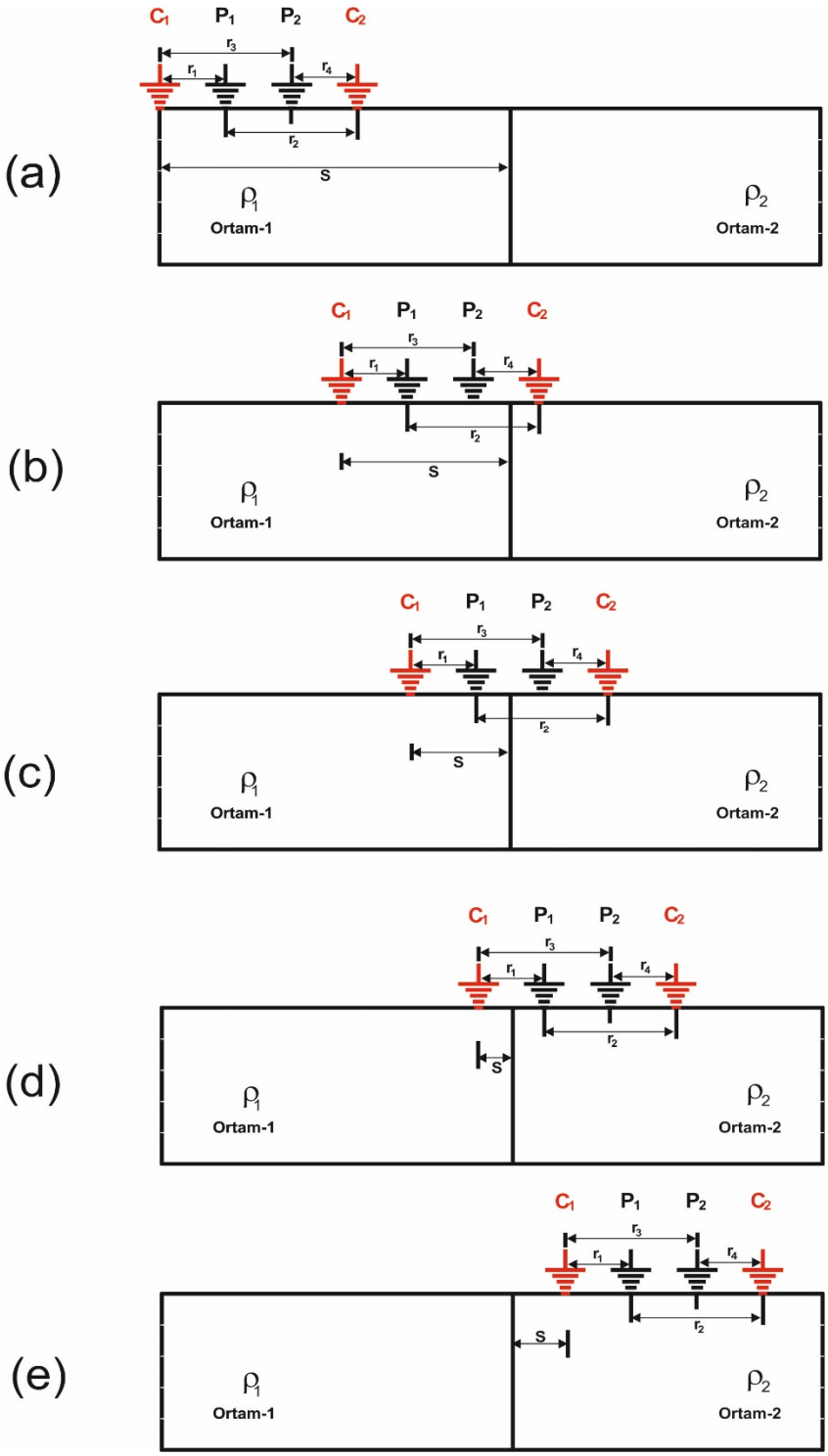
b) Kontağın elektrot çiftlerinin ortasında olması durumunda,

$$\rho_a \approx \rho_1 (1+k) \tag{E3.8}$$

c) Tüm elektrotların sağ tarafta olması durumunda,

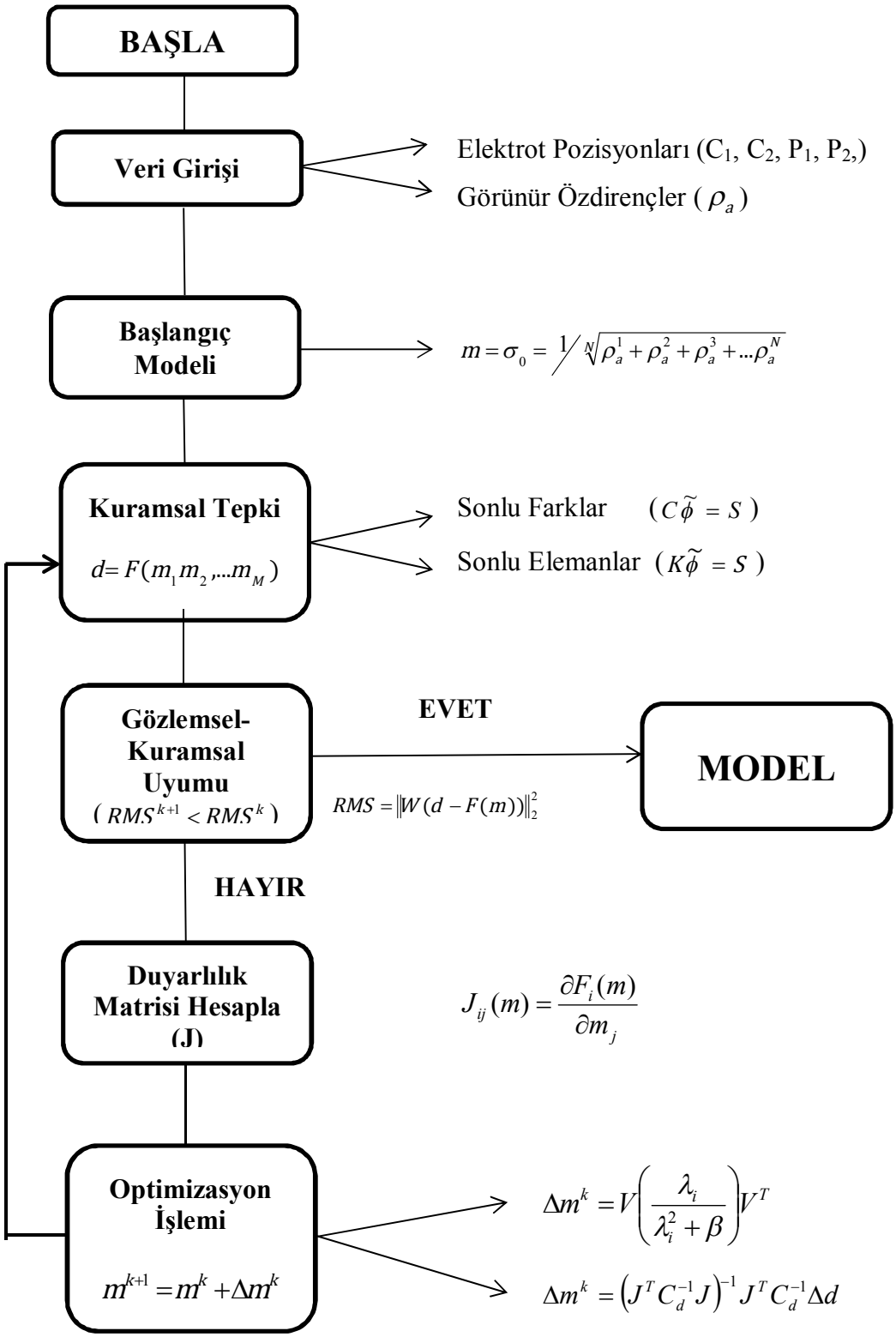
$$\rho_a \approx \rho_1 k^* \left\{ 1 - \frac{kr^3}{(2s+r)^3} \right\} \tag{E3.9}$$

bağıntılarıyla verilir (Telford ve diğ., 1996).

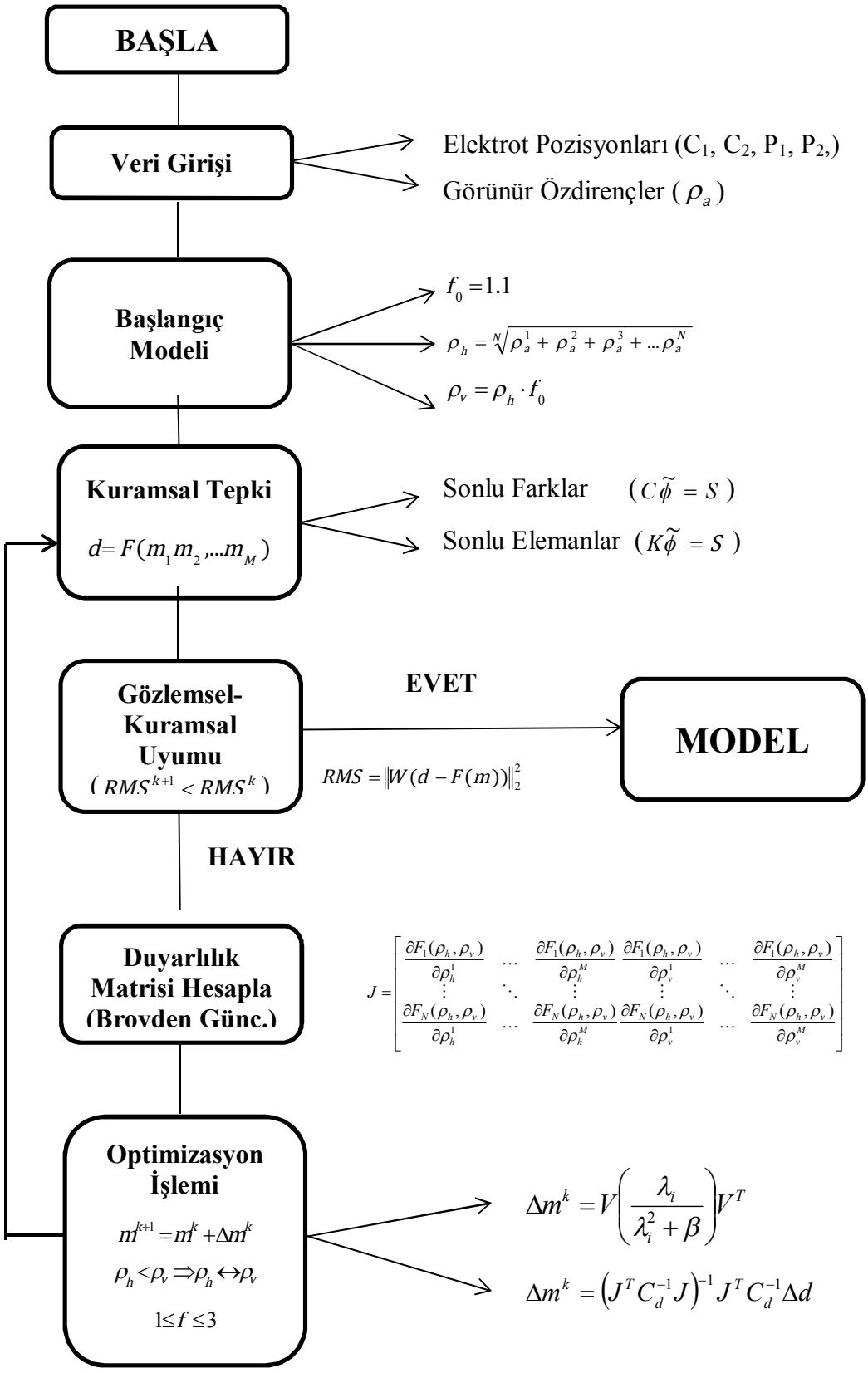


Şekil E2.1. Düşey kontak üzerinde farklı elektrot durumları

EK-D. Yön Bağımsız Ortamlar için Ters Çözüm Akış Diyagramı



EK-E. Yön Bağımlı Ortamlar için Ters Çözüm Akış Diyagramı



KİŞİSEL YAYINLAR VE ESERLER

SCI, SSCI, AHCI indekslerine giren dergilerde yayınlanan makaleler

Pekşen E., **Yas T**., Kayman A. Y., and Özkan C., Application of particle swarm optimization on self-potential data, *Journal of Applied Geophysics*, 2011, **75**, 305–318.

Pekşen E., **Yas T**., and Kıyak A., 1-D DC resistivity modeling and interpretation in anisotropic media using particle swarm optimization, *Pure and Applied Geophysics*, DOI 10.1007/s00024-014-0802-2

Yüksek Lisans Tezi

Yas T., Doğal kaynaklı potansiyel alan verilerinin birleşik ters çözümü, Kocaeli Üniversitesi Fen bilimleri Enstitüsü, Kocaeli, 2006, 165874.

Hakemli konferans/sempozyumların bildiri kitaplarında yer alan yayınlar

Pekşen E., **Yas T**., Farklı türde verilerin 2 ve 3 boyutlu görselleştirilmesi ve karşılaştırılması için bir program, *Türkiye 20. Uluslararası Jeofizik Kongre ve Sergisi*, Antalya, Türkiye, 25-27 Kasım 2013.

Pekşen E., **Yas T.**, Kaplanvural İ., Livaoğlu H., Barış Ş., Aydıngün Ş., İstanbul Küçükçekmece göl havzası antik Bathonea kenti arkeojeofizik çalışmalarından ilk sonuçlar, *Türkiye 20. Uluslararası Jeofizik Kongre ve Sergisi*, Antalya, Türkiye, 25-27 Kasım 2013.

Pekşen E., **Yas T.**, Elektrik yöntemlerle antimon araştırması, *Türkiye 20. Uluslararası Jeofizik Kongre ve Sergisi*, Antalya, Türkiye, 25-27 Kasım 2013.

Yas T., Pekşen E., Slingram em anomalilerine parçacık sürü optimizasyonu, *4. Yerelektrik Çalıştayı*, İzmir, Türkiye, 21-23 Mayıs 2012.

Pekşen E., **Yas T.**, Kayman A. Y., Interpretation of Vertical Electrical Sounding Data with Particle Swarm Optimization, *The 19th International Geophysical Congress and Exhibition of Turkey*, Ankara, Turkey, 13-26 Kasım 2010.

Yas T., Peşken E., RESMODv2_1: Düşey elektrik sondaj verilerinin yorumlanması için matlab tabanlı grafiksel kullanıcı arayüzlü program, *3. Yer Elektrik Çalıştayı,* Ankara Üniv. Ilgaz ÖRSEM Tesisleri, Kastamonu, Türkiye, 24-26 Mayıs 2010.

Peşken E., Kaplanvural I., **Yas T.**, Yön bağımlı ortamlarda doğru akım özdirenç yöntemi, *3. Yer Elektrik Çalıştayı,* Ankara Üniv. Ilgaz ÖRSEM Tesisleri, Kastamonu, Türkiye, 24-26 Mayıs 2010.

Yas T. Peşken E. Sonlu Farklar Yöntemiyle İki Boyutlu Yapıların Özdirenç Düz Çözümü İçin MATLAB Programı, *3. Yer Elektrik Çalıştayı,* Ankara Üniv. Ilgaz ÖRSEM Tesisleri, Kastamonu, Türkiye, 24-26 Mayıs 2010.

Aşçı M., Özer M. F., Stümpel H., Kurtuluş C., Barış Ş., **Yas T**., Erkul E., A Study for Determining the Archaeological Objects with Geophysics Techniques: Kocaeli Uctepeler Tumuluses, *International Earthquake Symposium Kocaeli 2007*, Kocaeli, Türkiye, 22-24 Ekim 2007.

Aşçı M., **Yas T.**, Çaka D., Erdoğan B., Özçep F., Kocaeli-Gölcük Çökme Bölgesi Zemininin Sıvılaşma Potansiyeli, *International Earthquake Symposium Kocaeli 2007*, Kocaeli, Türkiye, 22-24 Ekim 2007.

Aşçı M., **Yas T.**, Mataracıoğlu M.O., An Approach for the Gravity and Magnetic Data with Various Models, *International Earthquake Symposium Kocaeli 2007*, Kocaeli, Türkiye, 22-24 Ekim 2007.

Barış Ş., Irmak T. S., Grosser H., Woith H., Özer M. F., Tunç S., Çaka D., **Yas T.**, Aslan Ö., Tunç B., Çetinol T., Tunçer M. K., Ulutaş E., 2007, Ulusal Sismik Gözlem Ağı, *International Earthquake Symposium Kocaeli 2007*, Kocaeli, Türkiye, 22-24 Ekim 2007.

Aşçı M., **Yas T.**, Aydın- Çavdar Demir Cevherine ait Gravite ve Manyetik Anomalilerin Birleşik Ters Çözümü, *Türkiye 17. Uluslar arası Jeofizik Kongre ve Sergisi*, Ankara, Türkiye, 14-17 Kasım 2006.

Ulutaş E., Aşçı M., **Yas T.**, Güven İ.T., Barış Ş., Özer M. F., 2006. Coğrafi Bilgi Sistemleri Kullanılarak İzmit Yerleşim Alanının Sıvılaşma Tehlikesinin Belirlenmesi, *Türkiye 17. Uluslararası Jeofizik Kongre ve Sergisi*, Ankara, Türkiye, 14-17 Kasım 2006.

Asçı M., Özçep F., Alpaslan N., Karabulut S., **Yas T.**, Evaluation of Liquefaction Potantial by different approaches in some points of Northern part of Golcuk, Turkey, *The 3rd International Conference on Earth Sciences and Electronics, Proceedings*, *ed. by O.N.Uçan and A. M. Albora*, Istanbul, Turkey, 23-24 October 2003.

Aşçı M., Özçep F., Tezel O., **Yas T.**, Alpaslan N., Zeminlerin Elektriksel Özelliklerinin Su İçeriğine Bağlı Değişimi: İstanbul, İzmit Ve Gölcük Örnekleri, *Zemin Mekaniği ve Temel Mühendisliği Onuncu Ulusal Kongresi* , İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 16-17 Eylül 2004.

Aşçı M., Özçep F., Tezel O., **Yas T.**, Alpaslan N., Zeminlerin Su İçeriğinin Bir Göstergesi Olarak Ortak Jeofizik-Geoteknik Parametre, *Türkiye 16. Uluslararası Jeofizik Kongre Sergisi*, Ankara,Türkiye, 7-10 Aralık 2004.

Aşcı M., Özçep F., Erhan A., **Yas T.**, Alpaslan N., İzmit-Saraybahçe Zeminlerin Sıvılaşma Potansiyeli, , *Türkiye 16. Uluslararası Jeofizik Kongre Sergisi*, Ankara,Türkiye, 7-10 Aralık 2004.

Özçep F., Aşçı M., Tezel O., **Yas T.**, Alpaslan N., Gündoğdu D., Statik Ve Dinamik (Deprem) Etkiler Altında Zemin Davranışı, *Kocaeli 2005 Deprem Sempozyumu*, Kocaeli, Türkiye, 23-25 Mart 2005.

Diğer dergilerde yayınlanan makaleler

Aşçı M., **Yas T.**, Mataracıoğlu M. O., İşcan Y., Manyetik Yöntemle Doğrultu Atımlı Fay Geometrisinin Ortaya Çıkarılması, *Kocaeli Üniversitesi Uygulamalı Yer Bilimleri Dergisi*, 2008,**7**, 38-46.

Aşçı M., Özçep F., **Yas T.**, Alpaslan N., Görünür Özdirenç(Schlumberger) Verilerinin Sönümlü En Küçük Kareler(Marquardt) Tekniğiyle Modellenmesi, *İstanbul Üniversitesi Yer Bilimleri Dergisi*, 2005, **18**, 25-33.

ÖZGEÇMİŞ

1980 yılında İstanbul'da doğdu. İlk ve ortaöğrenimini Pendik Atatürk İlköğretim Okulu'nda, lise öğrenimini Pendik Lisesi'nde tamamladı. 1998 yılında girdiği Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Jeofizik Mühendisliği Bölümü'nden 2003 yılında lisans derecesini aldı. 2003-2006 yılları arasında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeofizik Mühendisliği Ana Bilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimi tamamladı. 2006 yılında Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeofizik Mühendisliği Ana Bilim Dalı'nda Doktora öğrenimine başladı. 2007 yılında ERASMUS programı kapsamında 1 yıl süreyle Kiel Üniversitesi (ALMANYA) 'nde arkeolojik alanlarda jeofizik araştırmalar üzerine çalıştı.

2006 yılından beri Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Jeofizik Mühendisliği Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.