DURAĞAN PORTFÖY ANALİZİ VE BORSA İSTANBUL VERİLERİNE UYGULANMASI

STABLE PORTFOLIO ANALYSIS AND APPLICATION ON İSTANBUL STOCK EXCHANGE DATA

ZEYNEP İLHAN

PROF. DR. HÜSEYİN TATLIDİL

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

İstatistik Anabilim Dalı için Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.

2016

ZEYNEP İLHAN’ ın hazırladığı “**Durağan Portföy Analizi ve Borsa İstanbul Verilerine Uygulanması**” adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**’ nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Ş. Kasırga YILDIRAK
Başkan ………………………………

Prof. Dr. Hüseyin TATLIDİL
Danışman …………………………….....

Yrd. Doç. Dr. Filiz KARDİYEN
Üye ………………………………..

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak onaylanmıştır.

Prof. Dr. Fatma SEVİN DÜZ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Şeyma Güvenir' e

ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

/01/2016

ZEYNEP İLHAN

ÖZET

DURAĞAN PORTFÖY ANALİZİ VE BORSA İSTANBUL VERİLERİNE UYGULANMASI

Zeynep İLHAN
Yüksek Lisans, İstatistik Bölümü
Tez Danışmanı: Prof. Dr. HÜSEYİN TATLIDİL
Ocak 2016, 89 sayfa

Durağan dağılım, Gaussian ve Cauchy dağılımlarını kapsayan, çarpıklık ve kalın kuyruklara olanak sağlayan dağılımların zengin bir sınıfıdır. Ticaret, ekonomi, fizik ve sosyal bilimler alanında birçok avantajlı matematiksel özelliklerinden dolayı artan ilgiyle kullanılmaktadır. Uç değerleri normal dağılıma göre daha yüksek olasılıkla barındırması ve doğrusal birleşimlerinin durağan dağılım altında incelenebilmesi gibi birçok avantajları bulunmaktadır. Finansal zaman serilerinin yüksek çarpıklık ve basıklık özellik göstermesi, portföylerin menkul kıymetlerin doğrusal birleşimi olması ve spekülatif getirileri daha yüksek olasılıkla ele alması durağan dağılımları önemli kılmaktadır. Bu çalışmada kapsamlı bir literatür taramasının ardından BİST30 endeksinde işlem gören 11 adet hisse senedi ile BİST100 endeksinde işlem gören 8 adet hisse senedi ele alınmıştır. Öncelikle hisse senetlerinin normal dağılıma uymadığı gösterilmiştir. Hisse senetlerine ait getirilerinin durağan dağılım parametreleri tahmin edilmiş ve bu parametrelerin durağan dağılıma uygunlukları test edilmiştir. Durağan dağılım kabülü altında oluşturulan Durağan Portföy analizi ile normal dağılım kabülü altındaki Ortalama-Varyans analizine göre portföyler oluşturulmuştur. Bu portföylerin riske maruz değer ve beklenen kayıp yöntemi ile günlük kayıpları hesaplanmıştır. Sonuç olarak durağan dağılım koşulu altındaki portföy analizinin belirlenen dönem içeresinde daha az riske maruz değerde olduğu görülmüş ve portföy yönetiminde Durağan Portföy analizinin, Ortalama-Varyans analizi modeline göre

daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Hesaplamaların doğruluğu geriye dönük yöntemlerle test edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Durağan Dağılım, Hisse Senedi Getiri Dağılımları, Ortalama-Varyans Analizi, Durağan Portföy Analizi, Riske Maruz Değer.

ABSTRACT

STABLE PORTFOLIO ANALYSIS AND APPLICATION ON İSTANBUL STOCK EXCHANGE DATA

Zeynep İLHAN

Master of Science, Department of Statistics

Supervisor: Prof. Dr. HÜSEYİN TATLIDİL

January 2016, 89 sayfa

Stable distribution is a substantial class of distributions which include Gaussian and Cauchy distributions and also conducive to skewness and heavy tails. It has been used with increasingly interest in the fields of commerce, economy, physics and social science due to its favorable mathematical features. It has several advantages such that it contains extreme values with high probability in contrast with normal distribution and its linear combinations can also be examined under stable distribution. Stable distributions are gaining in importance, since financial time series present high skewness and kurtosis features, portfolios are linear combination of stocks and handle speculative returns with a high degree of probability. In this study, after comprehensive literature review, 11 stocks, that selected from ISE30 Index and 8 stocks, that selected from ISE100 Index, are considered. Firstly, the inconveniency of stocks to normal distribution is shown. The stable distribution parameters of returns belonging to stocks are estimated and the compatibility of these parameters to normal distribution is tested. The portfolios are constituted according to the Stable Portfolio analysis created under assumption of stable distribution and the Mean-Variance Portfolio analysis under assumption of normal distribution. The daily loses of these portfolios are calculated by the value at risk method and expected shortfall. Consequently, we observed that the value at risk of the portfolio analysis under assumption of stable distribution is less within the specified period, and the Stable

Portfolio analysis gives better results than the Mean-Variance Portfolio model. The accuracy of the calculations have been tested by backtesting method.

Keywords: Stable Distribution, Distribution of Stock Returns, Mean-Variance Portfolio Analysis, Stable Portfolio Analysis, Value at Risk.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans programım sürecince sağladığı destek ve kolaylıklarıyla yol gösteren, içten ve sabırlı tutumuyla her zaman yanımda olan değerli danışmanım Prof. Dr. Hüseyin Tatlıdil' e, hayatımın her aşamasında yanımda olan ablam Hacer İlhan'a, beni her konuda destekleyen kıymetli ailem ve dostlarıma sonsuz teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÇİZELGELER

Sayfa

ŞEKİLLER

Sayfa

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

μ	Ortalama
σ^2	Varyans
α	Karakteristik Üs
β	Çarpıklık Parametresi
δ	Konum Parametresi
γ	Ölçek Parametresi

Kısaltmalar

VaR	Value at Risk (Riske Maruz Değer)
ES	Beklenen Kayıp
BİST30	Borsa İstanbul 30 Endeksi
BİST100	Borsa İstanbul 100 Endeksi
SVFM	Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli
AFK	Arbitraj Fiyatlama Kuramı
GSMH	Gayri Safi Milli Hasıla

1.GİRİŞ

Fon arz ve talebinin karşılaştığı finansal piyasaların gelişimi ülkelerin ekonomik gelişiminde önemli bir yere sahiptir. Yatırımcılar tasarruflarını para piyasası, sermaye piyasası ve döviz piyasası gibi finansal piyasalarda değerlendirerek minimum risk altında maksimum gelir elde etmeyi amaçlamaktadırlar. Bu amaç doğrultusunda yatırımcılar tahvil, döviz, altın ve hisse senedi gibi varlıklara yatırım yaparak portföy oluştururlar. Bu nedenle portföy oluşturmak ve yönetmek önemli bir durumdur.

Yatırımcıların getirilerini maksimize etmek ve risklerini minimum düzeye indirmek amacıyla belli ağırlıklarla hisse senetlerinden oluşan portföyler çeşitli analiz yöntemleri ile incelenmektedir. En önemli analiz yöntemleri temel analiz, teknik analiz, geleneksel ve modern portföy kuramıdır.

Modern portföy kuramı, Markowitz (Ortalama – Varyans), Indeks Modeller, Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli, Arbitraj Fiyatlama Kuramı olmak üzere bilimsel analiz yöntemlerini içermektedirler. Bu analiz yöntemleri menkul kıymet getirilerinin normal dağıldığı varsayımına dayanmaktadır. Ancak menkul kıymet getirilerinin deneysel dağılımları incelendiğinde, dağılımlarının normal dağılıma göre uç değerleri daha yüksek olasılıkla barındırdığı yani daha kalın kuyruklu oldukları görülmüştür. Böyle dağılımlar leptokurtik (leptokurtic) dağılım olarak adlandırılmaktadır. Menkul kıymet getirilerinin, normal dağılım sapmalarından dolayı durağan dağılım, lojistik dağılım, Student- t dağılımı, iki normal dağılım karışımı, üs kuvvet dağılımı gibi alternatif dağılımlar ele alınmıştır.

Durağan dağılımı diğer dağılımlardan ayıran en büyük özelliği kendi çekim bölgelerine (domains of attraction) sahip olmasıdır. Merkezi Limit Teoremine göre her bir durağan dağılımın çekim bölgesi belirlenir ve bu dağılımların doğrusal birleşimleri de yine durağan dağılım varsayımı altında incelenebilmektedir. Yani durağan dağılmış menkul kıymetlerin doğrusal bileşiminden oluşan portföyler de durağan dağılım göstermektedir.

Durağan dağılımlar süreklidir ve dört parametreye sahiptir; α parametresi karakteristik gösterge olarak adlandılır ve dağılımın kuyruklarının incelme oranını belirler. $\alpha=2$ olduğunda, dağılım normal dağılımdır. α parametresi sıfır değerine yaklaştıkça kuyruk kalınlığı yani dağılımın kuyruklarındakı beklenmedik durumların gerçekleşme olasılığı artmaktadır. Çarpıklık parametresi β, dağılımın asimetriğinin ölçüsüdür. Parametre δ ve γ, konum ve ölçek parametreleridir.

Menkul kıymet getirilerinin normal dağılım kabulü altındaki Ortalama-Varyans analizi ile durağan dağılım kabülü altında oluşturulan Durağan Portföy analizi ele alındığında Durağan Portföy analizinin spekülatif getirileri daha yüksek olasılıkla içinde bulundurması nedeniyle Durağan Portföy analizini diğer analiz yöntemlerine göre daha çok tercih edilir.

Bu çalışmanın Genel Bilgiler bölümünde ilk olarak portföy teorisi, portföy analiz yöntemleri ve Ortalama-Varyans analizine alternatif olarak geliştirilen durağan portföy analizi hakkında detaylı bilgi verilmesi hedeflenmiştir. Bu amaç doğrultusunda Normal ve Durağan Portföy analizine göre portföyler oluşturarak riske maruz değer ile daha az risk taşıyan portföyün belirlenmesi amaçlanmıştır.

Çalışmanın ikinci alt bölümünde, portföy teorisi ele alınarak portföy teorisi ile ilgili genel tanımlar, portföy tanımları ve portföy çeşitleri hakkında genel bilgiler verilmiştir.

Çalışmanın üçüncü alt bölümünde, portföy yönetimi, temel ve teknik analiz, geleneksel ve modern portföy analizleri, sermaye varlıklarını fiyatlama modeli, arbitraj fiyatlama kuramı, indeks modeller, rasgele yürüyüş teorisi ve optimal portföy açıklanmıştır.

Çalışmanın dördüncü alt bölümünde, menkul kıymet getirilerinin istatistiksel ve dağılımsal özellikleri, kalın kuyruklu dağılımlar ve özellikleri ile menkul kıymetler için alternatif dağılımlar hakkında bilgi verilmiştir.

Çalışmanın beşinci alt bölümünde ise , durağan dağılım tanımları, tek değişkenli ve çok değişkenli durağan dağılımlar ve özellikleri, durağan dağılım parametre tahminleri ve Durağan Portföy analizi hakkında bilgiler verilmiştir.

Çalışmanın uygulama kısmı olan Üçüncü Bölümde Durağan Portföy analizi Borsa İstanbul verilerine uygulanmıştır. BİST30 endeksinde işlem gören 11 adet hisse senedinin 03.01.2008-31.12.2014 tarihleri arasındaki günlük getirileri incelenmiştir. Hisse senetlerine ait getiri serilerinin durağan dağılım parametre tahminleri için Matlab programı kullanılmıştır. Matlab programında parametre tahminleri Koutrouvelis' in regresyon tipi parametre tahminine göre elde edilmiştir. Elde edilen parametre tahminlerinin simetrik durağan dağılıma uyup uymadıkları incelenmiştir. Daha sonra Markowitz Ortalama-Varyans analizi ve Durağan Portföy analizine göre eşit ağırlıklarla portföyler oluşturulmuş ve bunların Durağan Portföy ve Ortalama-Varyans analizleri kullanılarak getiri ve riskleri bulunmuştur. Ayrıca BİST100 endeksine ait Aygaz, Eczacıbaşı Yatırım Holding, Aksa Enerji, Sinpaş, Coca Cola, Galatasaray Sportif, Karsan Oto San. ve Tic. A.Ş. ve Anadolu Cam San. A.Ş. hisse senetleri ele alınarak analiz sonuçları BİST30 endeksi ile kıyaslanarak benzerlikler ve farklılıklar incelenmiştir. Her iki endekse göre elde edilen Normal ve Durağan Portföylerin belirli güven aralıkları için hesaplanan VaR(Value at Risk : Riske Maruz Değer) değerleri incelendiğinde Ortalama-Varyans modelindeki temel kayıpların Durağan Portföy analizine göre daha yüksek olduğu görülmüştür. VaR modeli 2015 yılında gerçekleşen değerler kullanılarak geriye dönük testlerle güvenilirliği test edilmiştir. VaR ölçümüne alternatif olarak, VaR dağılımını aşan durumlardaki koşullu kayıp beklentisini ölçen beklenen kayıp değerleri hesaplanmış ve beklenen risk ölçümleri için daha güvenilir sonuçlar elde edilmiştir.

Çalışmanın Dördüncü Bölümünde ise uygulama sonuçları değerlendirilmiş ve Durağan Portöy analizinin Ortalama Varyans modeline göre daha az riske sahip olduğu saptanmıştır. BİST30 ve BİST100 endeksi için VaR ve ES risk ölçüm değerleri elde edilerek geriye dönük testler ile güvenilirliği test edilmiştir.

2. GENEL BİLGİLER

Bu bölümde ilk olarak portföy teorisi, portföy analiz yöntemleri ve Ortalama-Varyans analizine alternatif olarak geliştirilen durağan portföy analizi hakkında detaylı bilgi verilecektir. İkinci olarak portföy teorisi ele alınarak portföy teorisi ile ilgili genel tanımlar ve üçüncü olarak portföy yönetimi, temel ve teknik analiz, geleneksel ve modern portföy analizleri, sermaye varlıklarını fiyatlama modeli, arbitraj fiyatlama kuramı, indeks modeller, rasgele yürüyüş teorisi ve optimal portföy konusunda ayrıntılı bilgi verilecektir.

Dördüncü alt bölümde, menkul kıymet getirilerinin istatistiksel ve dağılımsal özellikleri, kalın kuyruklu dağılımlar ve özellikleri ile menkul kıymetler için alternatif dağılımlar hakkında ve beşinci alt bölümde ise , durağan dağılım tanımları, tek değişkenli ve çok değişkenli durağan dağılımlar ve özellikleri, durağan dağılım parametre tahminleri ve Durağan Portföy analizi hakkında bilgiler verilecektir.

2.1. Portföy Teorisi

Portföy teorisi, Harry M. Markowitz, John Lintner ve William Sharpe' ın çalışmaları ve katkılarıyla geliştirilmiştir. Sermaye piyasasının temelini oluşturması portföy teorisini önemli kılmaktadır.

Yatırımcılar tasarruflarını değerlendirmek amacıyla çeşitli finansal varlıklardan oluşan portföyün optimal düzeyde olmasını beklemektedirler. Her biri belirli riske sahip olan finansal varlıklara yatırım yapılırken hangi kriterlerin göz önüne alınacağı portföy teorisi ile yapılmaktadır.

2.1.1. Portföy Teorisi ile İlgili Genel Tanımlar

Portföy yönetimine geçmeden önce çalışma içersinde sıkça kullanılacak kavram ve tanımlamalara yer verilecektir.

Borsa, daha önce ihraç edilmiş menkul kıymetlerin alım ve satımının yapıldığı, fiyatların tespit ve ilan işleriyle yetkili olarak tüzel kişiliğe sahip kurumlardır. Bir ülkede düzenli işleyen bir borsanın varlığı öncelikle özel teşebbüs yoluyla sanayileşmenin, şirketleşmenin ve halka açılmanın ölçüsüdür. Başka bir ifade ile sanayinin tabana yayılmasının bir göstergesidir [1; 2]. Borsa sosyal ve ekonomik gelişmelerin göstergesi olmakla birlikte birçok avantaj sağlamaktadır. Bunlar, menkul kıymetlerin pazarlanabilirliğinin likidite sağlaması, ekonomiye kaynak sağlanması, ekonominin göstergesi olma işlevi, menkul kıymetlerle bilgilere kolay ulaşılması, sanayide yapısal değişikliği kolaylaştırma işlevi kazandırması şeklinde ifade edilebilir.

Menkul Kıymet, ortaklık ya da alacaklık sağlayan, belli bir meblağı temsil eden, yatırım aracı olarak kullanılan, dönemsel getiri sağlayan, misli nitelikte seri halde çıkarılan ibreleri aynı ve şartları kurulca belirlenen kıymetli evraklardır [3].

Hisse senedi, bir anonim şirketin, birbirine eşit paylarından birini temsil eden, sahibine şirkete payı nispetinde ortaklık sağlayan kıymetli evraklardır. Hisse senedine yatırım yapan yatırımcılar, şirket karından pay alma, şirket faaliyetlerinden bilgilenme ve rüçhan hakkına (sermaye artırımında öncelikli pay alma hakkı) sahiptirler.

Getiri için finansal varlıklar iki farklı getiri türüne sahiptir. Birincisi, tahvil gibi sabit getirili menkul kıymetlerin sağladığı getiri olan faiz ya da hisse senedi gibi değişken getirili menkul kıymetlerin sağladığı kar payı şeklindeki ödemelerden kaynaklanan getiri; ikincisi ise, finansal varlığın fiyatındaki değişmelerden kaynaklanan sermaye kazancıdır.

Bir hisse senedine yapılan yatırımdan elde edilen kazanç, temettü (şirketin bir yatırım dönemi boyunca elde ettiği karın pay başına ödenen miktarı) ve hisse senedinde meydana gelen fiyat artışından oluşmaktadır. Yatırımın yapıldığı dönem içerisinde temettü ödemesi yapılmadığı varsayımı altında bir hisse senedinin bir gün, bir hafta, bir ay ya da bir yıl gibi işlem dönemi sonundaki getirisi,

$$\mathrm{R_t} = \frac{\mathrm{P_{t+1}} - \mathrm{P_t}}{\mathrm{P_t}} \tag{2.1}$$

olmaktadır. Eşitlik 2.1' deki R_t, t döneminde hisse senedinin getirisini ve $\mathrm{P_t}$ ile $\mathrm{P_{t+1}}$ sırasıyla t ve t+1 dönemindeki hisse senedinin fiyatını göstermektedir [3].

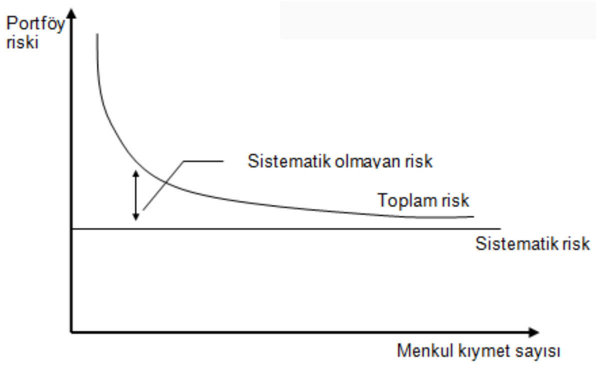
Risk, bir yatırımcının yaptığı yatırımdan hedeflediği verimi yükseltmesine sebep olarak, menkul kıymetlerin değerini düşüren etkendir [1]. Bir başka tanımlamada ise risk, istenmeyen bir takım olayların meydana gelme olasılığı olarak yer almaktadır [4].

Finansal açıdan risk, beklenen getirinin, gerçekleşen getiriden sapma olasılığıdır. Bu olasılık, yatırımcı açısından yapmış olduğu yatırımın riskini oluşturur [5].

Menkul kıymetlerin kârlılıkları arasındaki ilişki dışında, portföydeki menkul kıymet sayısı da toplam riskin azaltılmasında etkili olmaktadır. Portföydeki menkul kıymetlerin sayısının biraz arttırılmasıyla, riskte belli oranda düşme sağlanmasına rağmen, menkul kıymet sayısı arttıkça, artan menkul kıymet sayısının riskindeki azalma etkisi gittikçe zayıflayacaktır [6]. Yatırımcıların riski kontrol edebilme olanağının olup olmamasına göre toplam risk, sistematik ve sistematik olmayan risk olarak iki gruba ayrılır. Bundan dolayı yatırımcıların karşı karşıya kaldığı toplam risk bileşenleri, sistematik ve sistematik olmayan risklerdir.

Sistematik ve sistematik olmayan risk bileşimi ile oluşan toplam risk, menkul kıymet getirilerinin varyansı olarak ifade edilmektedir.

Toplam risk formüllü, $\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_e^2$ olmaktadır.
σ_i^2 = Yatırım yapılan menkul kıymetlerin toplam riski
β_i^2 = Menkul kıymetlerin riske karşı duyarlılığı
σ_m^2 = Sistematik risk
σ_e^2 = Menkul kıymetlerin sistematik olmayan riski
Portföyde yapılacak çeşitlendirme ile portföy riski arasında bir ilişki olduğu ve çeşitlendirmenin artırılması ile portföy riskinin azaltılması söz konusudur. Bu durumu aşağıdaki Şekil 2.1.'de görmek mümkündür [7].



Şekil 2.1. Risk bileşenleri

Şekil 2.1' de görüleceği gibi portföy ne kadar çeşitlendirilirse çeşitlendirilsin, sistematik risk aynı düzeyde kalacaktır. Ancak, bu sistematik riskin her zaman sabit kalacağı anlamına gelmez. Oluşturulacak bazı portföyler için risk düzeyi daha aşağıda ya da yukarıda olabilir. Burada önemli olan her portföy için mutlaka bir sistematik riskin var olduğudur. Bu arada sistematik riskin dışında sistematik olmayan riski ise iyi bir çeşitlendirme ile düşürmek olasıdır. Çok iyi çeşitlendirilmiş bir portföyün sistematik olmayan riski, sistematik risk düzeyine kadar indirilebilir [8].

Sistematik Risk: Menkul kıymet getirilerindeki dalgalanmaların, piyasadaki tüm menkul kıymetlerin fiyatlarını aynı anda etkileyen faktörlerden kaynaklanan bölümü olan sistematik risk, menkul kıymet piyasalarını etkileyen politik, ekonomik ve sosyal hayatın yapısından kaynaklanmaktadır. Bu açıdan sistematik risk, portföyün çeşitlendirilmesi ile giderilemeyen risk olarak tanımlanabilir. Bu nedenle sistematik risk, ekonomi tarafından belirlenmektedir ve çeşitlendirme ile de ortadan kaldırılamamaktadır.

Bir menkul kıymetin sistematik riskini belirleyebilmek için menkul kıymetlerin piyasaya karşı olan duyarlılıklarının bilinmesi gerekir. Bu duyarlılık beta katsayısıdır. Beta, sistematik risk endeksi olup, herhangi bir menkul kıymetin piyasa portföyü ile olan kovaryansının, piyasa portföyünün sistematik riskine bölünmesiyle hesaplanır [9].

Portföy yönetimi açısından sistematik risk, tek belirsizlik kaynağıdır ve yatırımlar açısından kontrol olanağı yoktur [10]. Sistematik riskin kaynakları;

Satın alma gücü riski: Enflasyon riski de denilen satın alma gücü riski, yatırıma tahsis edilmiş paranın enflasyon etkisi ile satın alma gücünün azalması olarak tanımlanır.

Faiz oranları riski: Bir piyasada faiz oranındaki değişmeler, menkul kıymetlerin fiyatlarını ters yönde etkiler. Faiz oranı yükselirken fiyatlar düşer, faiz oranı düşerken fiyatlar yükselir [1].

Piyasa riski: Yatırımcıların, piyasaya ya da genel ekonomik duruma ait beklentilerindeki değişmelerin sermaye piyasasında işlem gören menkul kıymet fiyatlarında dalgalanmalar meydana getirerek, zarar etme olasılığının artmasıyla oluşan risktir [3].

Politik risk: Olası siyasi, ekonomik krizler ve bunlara ilaveten savaş gibi durumların yaşanmasıyla oluşan risktir. Bu durumlarla birlikte döviz kurlarındaki dalgalanmalar, yabancı sermaye yatırımlarındaki azalmalar ve benzeri durumlar da bu riskin kapsamına dahil edilebilir.

Kur riski: Döviz riski olarak da adlandırılan kur riski, yabancı para ile yapılan yatırımlarda, paranın değerinin düşmesi sonucu ortaya çıkan bir risktir. Çünkü, mali piyasalar ulusal sınırları aşmaktadır [11]. Uluslararası alanda portföy oluşturan yatırımcılar için bu tür riskin önemi oldukça fazladır. Çünkü, kurlardaki değişiklikler, farklı ülkelerde uygulanan faiz oranlarıyla sıkı bir ilişki içindedir. Uluslararası portföye sahip yatırımcılar, döviz kurlarının değişmesi durumunda bazı ülkelerin parası karşısında değer kazanacak, bazıları karşısında da değer kaybedecektir. Bu durum, yatırımcıların ancak uluslararası portföylerinde, farklı ülkelere ait menkul kıymetlere yer vermeleri ile kur riskini azaltıcı bir rol oynayabilir. Kur riski, kurlar ile yatırımların getirisi arasındaki ilişkinin dengeden uzaklaşmasından kaynaklanmaktadır [12].

Yukarıda da değinildiği gibi sistematik olmayan risk, toplam riskin sistematik risk dışındaki bir diğer unsurudur. Doğrudan bir işletmeyi ya da endüstri kolunu ilgilendiren olayların meydana gelme sıklığı ve olasılığı, sistematik olmayan riskin derecesini belirlemektedir. İşçilerin yaptığı grevler, teknolojik gelişmeler, yeni buluşlar, yönetimdeki birtakım olumsuzluklar, reklam kampanyaları, yasal uygulamalar, tüketici tercihlerinin değişmesi gibi unsurlar sistematik olmayan risk unsurları olup, bu unsurlar işletmelerin getirilerinde dalgalanmalara sebep olurlar ki sistematik riskin aksine, sistematik olmayan risk, çok iyi çeşitlendirilmiş bir portföyle azaltılabilir ya da yok edilebilir [13].

Sistematik riskin kaynakları;

Finansal risk: Firmanın finansal şeklinden kaynaklanan bir risk türüdür ve işletmenin borç ödeme yeteneğinin azalmasını ifade eder. Borçların artması, satışlardaki azalmalar, hammadde fiyatlarındaki artış, yeni teknolojiye ayak uyduramamak, sektör içi rekabetin artması, grevler ve işletme sermayesinin yetersiz kalması finansal riski artıran faktörlerdir [3].

İş ve endüstri riski: Bir işletmenin kazancının ya da büyümesinin geçici veya sürekli olarak durması veya gerilemesi şeklinde tanımlanabilir [14]. Tüketici zevklerindeki değişmeler, şiddetli dış rekabet, iş kolundaki grevler, hammadde teminindeki zorluklar, teknolojik gelişmeler iş ve endüstri riskini oluşturan ya da artmasına sebep olan faktörlerdir [6]. Belli bir endüstri kolunda beklenen değişmeler ekonomik şartlardan, yasalardan ve işletmelerin tutumlarından kaynaklanan değişmeler olmakla birlikte bunlar işletmelerin kârını ve menkul kıymetlerinin değerini olumsuz yönde etkileyebilir. Bu olumsuz değişmeler işletmelerin verimliliğini düşürüp, riski arttırmaktadır. İş ve endüstri riski iyi bir çeşitlendirme ile kontrol edilebilmektedir.

Yönetim riski: İşletmelerin iyi veya kötü yönetilmeleri durumunda ortaya çıkan bir risk türüdür. Yönetim kademesinde yapılan hatalar hisse senetlerinin değerlerini etkileyen değişkenleri de etkilemektedir. Yönetim hataları ile işletmelerin satışları ve dolayısıyla kârları da azalmaktadır. Bu durum riski arttırmaktadır.

2.1.2. Portföy Tanımı

Portföy, kelime anlamı olarak cüzdan demektir. Portföy, yatırımcıların elinde bulunan ya da yatırımcı adına kullanılan menkul kıymetlerin tümünü ifade etmektedir. Menkul kıymet açısından ise portföy, menkul kıymetlerden oluşan bir menkul kıymet kümesidir [15].

Portföy, yatırımcıların sahip olduğu menkul kıymetlerden, özellikle hisse senedi, tahvil ve türevlerinden meydana gelen finansal varlıklar olarak adlandırılmaktadır [16].

Bu tanımlamalar doğrultusunda portföy, belirli amaçları gerçekleştirmek isteyen yatırımcıların sahip olduğu, aralarında ilişki bulunan menkul kıyemtlerden meydana gelen ve kendine özgü ölçülebilir nitelikli yeni bir varlıktır. Bu nedenle portföy, içerdiği menkul kıymetlerin basit toplamı değildir.

Portföy teorisine göre yatırımcılar sahip olduğu fonları minimum risk maksimum getiriye sahip olacak şekilde çeşitli menkul kıymetler arasında dağıtmaktadırlar.

2.1.3. Portföy Çeşitleri

Çeşitli menkul kıymetlerin birleşiminden oluşan portföyler genellikle hisse senedi ve tahvillerden oluşmak üzere dört farklı türle ifade edilmektedir. Portföy çeşitleri; tamamı tahvillerden oluşan portföyler, yalnız hisse senetlerinden oluşan portföyler, diğer yatırım araçlarından oluşan portföyler ve karma portföylerdir.

Tamamı Tahvillerden Oluşan Portföyler: Tahvil, anonim şirketlerin kaynak bulmak amacıyla ticaret ya da sermaye piyasası kanunlarına göre, itibari kıymetleri eşit ve ibareleri aynı olmak üzere çıkardıkları, vadesi bir yıldan uzun borç senetidir.

Riski sevmeyen yatırımcılar tarafından tercih edilen bu portföylerde risk düşük olduğu için getiri de düşüktür. Farklı işletmelerin çıkardığı tahviller, devlet tahvilleri ve hazine bonolarından oluşmaktadır ve bu tür portföylerin ekonomik durgunluk dönemlerinde oluşturulmasında yarar vardır.

Tamamı Hisse Senetlerinden Oluşan Portföyler: Her türlü risk düzeyine göre yatırım yapılan bu tür portföyler oluştururken pisayasının çok iyi bir şekilde izlenmesi gerekmektedir.

Portföyde yer alan hisse senetleri istenildiği zaman alım-satım özelliğine sahip olmalıdır ve bu tür portföyler ekonominin istikrarlı olduğu dönemlerde oluşturulduğu takdirde başarıya ulaşabilinir.

Portföye alınacak hisse senetleri, kısa vadede prim yapacak veya uzun vadede prim yapacak hisse senetleri olarak iki grupta değerlendirilebilir [17]. Kısa vadede prim yapacak hisse senetleri, şirketlere ait hisse senetlerinin piyasada durgunlaşan ya da gerileyenlerdir. Sektörün iyileşmesiyle birlikte hisse senetlerinin fiyatları artacaktır. Uzun vadede prim yapabilecek hisse senetlerinde ise uzun dönemde yüksek kazanç elde edilebilmektedir.

Hisse Senedi ve Tahvillerden Oluşan Portföyler: En çok kullanılan portföy türüdür. Ana paranın emniyeti sağlanarak ve kârlılık unsurları göz önüne alınarak oluşturulan bu tür portföyler hisse senedi, tahvil ve türev ürünlerden meydana gelmektedir. Ekonominin durgun olduğu dönemlerde tahvil piyasasındaki canlanma, ekonominin canlandığı dönemlerde ise hisse senedi piyasasındaki canlanma, yatırımcıların portföylerindeki (hisse senedi / tahvil) oranında değişiklik yaratabilir [17].

Diğer Yatırım Araçlarından Oluşan Portföyler: Hisse senedi ve tahvil dışında kalan yatırım araçları ile oluşturulan portföylerdir. Bu yatırım araçlarından bazıları; varlığa dayalı menkul kıymetler, finansman bonoları, hazine bonosu, gelir ortaklığı senetleri, banka bonoları ve banka garantili bonolar, mevduat ve mevduat sertifikaları, repo, döviz ve döviz tevdiat hesapları, kâr / zarar ortaklığı senetleri, menkul kıymet yatırım fonları, yatırım ortaklıkları ve gayrimenkul yatırım ortaklıklarıdır [17].

Yukarıda belirtilen yatırım araçlarıyla bir portföy oluştururken, yatırım araçları arasında kıyaslama yapılarak hangisinin daha verimli olacağı hesaplanır ve yatırımcının risk karşısındaki tutumu da dikkate alınarak yatırım araçları çeşitlendirme yapılarak portföye dahil edilir.

2.2. Portföy Yönetimi

Portföy yönetimi; politika, ekonomi, piyasa, endüstri kolu ve menkul kıymetler açısından ortaya konulan bilgilerden hareketle, yatırımcıların amaçlarının, tercihlerinin ve kısıtlarının belirlendiği ve bu bilgiler altında çözüldüğü, verilen kararların başarısının portföyün izlenmesi suretiyle değerlendirilmesinin devamlı olarak sürdürülmesi ve güncelleştirilmesi sistemidir [18].

Portföy yönetimi süreklilik, sistematiklik, esneklik ve dinamiklik gibi unsurları içerir. Portföy, yöneticinin tercihlerine göre gevşek ya da disiplinli, sayısal ya da yargısal, basit ya da karmaşık bir süreç oluşturmaktadır.

Portföy yönetimi bir diğer tanımla, yatırımcının gereksinimlerini karşılamak amacı ile rasyonel olarak menkul değer yatırımlarının planlanması, seçimi ve yönetimidir [19].

2.2.1. Portföy Yönetim Süreci

Dinamik bir süreç olan portföy yönetimi beş aşamadan meydana gelmektedir.

Portföy planlaması,

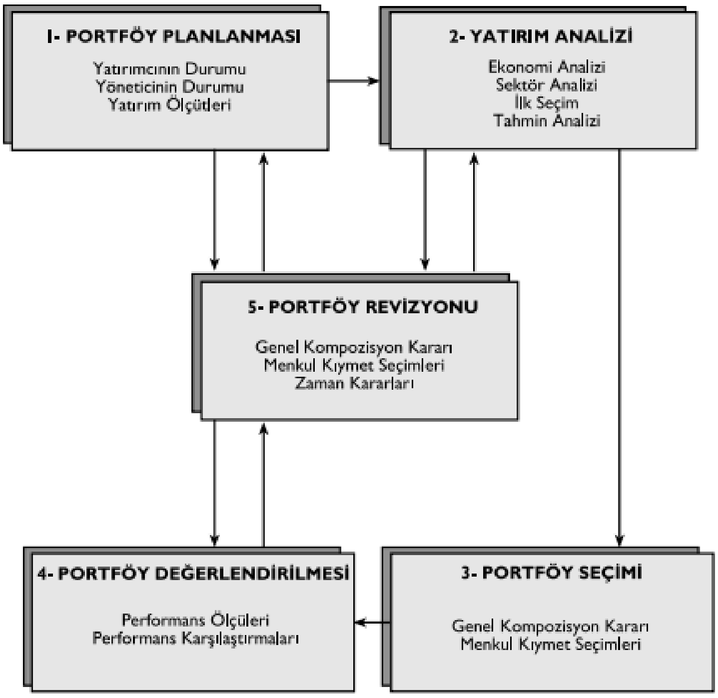
Yatırım analizi,

Portföy seçimi,

Portföy değerlemesi ve

Portföy revizyonudur.

Söz konusu aşamaları ve aşamalar arasındaki ilişkileri Şekil 2.2' de görülmektedir.



Şekil 2.2. Portföy yönetim süreci

Portföy planlaması, yatırımcının durumu incelenmesi, yatırım uzmanının ya da portföy yöneticisinin durumunun saptanması ve yatırımcı adına faaliyette bulunan portföy yöneticisine yol gösterecek yatırım ölçütlerinin saptanması aşamalarından meydana gelmektedir.

Yatırımcının durumu incelenirken; yatırım süresinin açıklanması, yatırımcının isteklerinin ve amaçlarının belirtilmesi, yatırım süresince meydana gelecek fon hareketlerinin tahmini gerekmektedir. Yatırımcının finansal amaçları; güvenlik, karlılık ve likidite olarak sayılabilir. Ayrıca yatırımcı ne kadarlık riski kabul edebileceği ve yatırımın vadesini de bu aşamada planlamış olmalıdır. Yatırımcıyla ilgili tüm bu bilgiler, sağlıklı bir portföy oluşturulmasına yardımcı olacaktır.

Portföy yöneticisinin durumu değerlendirilirken, yatırımcının kendisinin oluşturduğu portföyden sağlayabileceği sonuçlardan daha iyi sonuçlar alması ya da geçerliliği kanıtlanmış tesadüfî yatırım yöntemleri ile sağlanabilecek sonuçlardan daha iyi sonuçlar alması gibi faktörlerin incelenmesi gerekmektedir. Konuya özellikle yatırımcılar açısından bakılırsa, portföy yöneticisinin görevi ve sorumluluğu daha da açıklık kazanmaktadır. Buna göre portföy yöneticisinin temel hedefi, yönetimi altındaki portföylerin ya da yatırım fonlarının getirilerinin maksimize edilmesi olarak ifade edilebilir.

Yatırımcının gerçekleşmesini arzu ettiği amaca ve yatırımcı adına faaliyette bulunan portföy yöneticisinin ulaşmak istediği sonuca yönelik yatırım ölçütünün saptanması, portföy planlamasının son aşamasını oluşturmaktadır. Portföy yöneticisi, yatırım ölçütünü hem yatırımcının hedeflerine, hem de kendi beklentilerine cevap verecek şekilde belirlemelidir.

Yatırım analizi, portföye alınacak menkul kıymetlerin niteliklerinin incelenmesi, ölçülmesi, belirli bir süre içinde değişik menkul kıymetlerin performanslarının ne olabileceğinin nicel olarak tahmin edilmesidir. Bu analizde, önemli olan, sadece yatırım yapılabilecek finansal varlıkların geçmiş performanslarının incelenmesi ve değerlendirilmesi değildir. Buna ilave olarak, çeşitli bilgilerden yararlanılarak, ileriye dönük matematiksel tahminlerin yapılması da gerekir.

Ekonomik, sosyal ve politik durum incelenmesinin ardından hangi endüstrilerin gelecekte daha iyi getiri sağlayabilceğini analiz edebilmek için sektörün karlılık durumu, büyüme oranı, pazar büyüklüğü, rekabet koşulları ve yasal uygulamalarına bakarak sektörün konumu ve gelecekteki görünümü hakkında bilgi sahibi olunmaktadır. Elverişli görülen sektöre karar verildikten sonra o sektöre ait hangi işletmelerin menkul kıymetlerine yatırım yapılacağını karar vermek için ise teknik analiz ve temel analizden faydalanılmaktadır.

Portföy seçiminde, portföyün hangi varlıklardan oluşacağı saptanır.

Portföy yatırımı hisse senedi, tahvil, varant, hazine bonosu, finansman bonosu varlığa dayalı menkul kıymet, repo, altın, döviz gibi değişik finansal varlıklara bölünebilmektedir. Daha sonra, hangi menkul kıymete ne kadar yatırım yapılacağı belirlenmektedir.

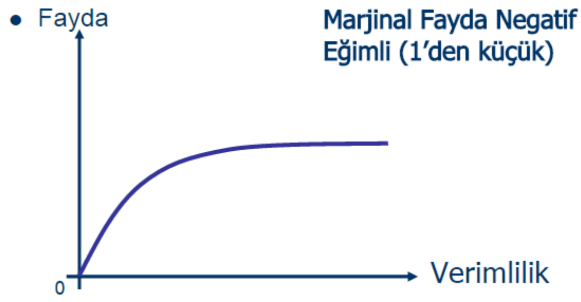
Portföy değerlemesinde, portföyün sahip olduğu dinamik yapısından dolayı belirli zaman aralıklarında başarı ölçümü yapılmaktadır. Portföy değerlemesi performans ölçütlerinin hesaplanması ve performans karşılaştırmalarının yapılması şeklinde iki aşamadan oluşmaktadır. Performans ölçütlerinin hesaplanmasında belli süre içersinde her bir menkul kıymetin getiri ve değerindeki değişmeler hesaplanarak portföyün mevcut verimi ve riski ile ilgili sonuçlar elde edilmiş olur. Portföyün performans karşılastırmasında ise öncelikle kaç tanesinin piyasaya göre üstün performans sergilediği incelenir, daha sonra ise portföylerin bibirleri karşısında gösterdiği performans değerleri incelenir, yani portföyler arası sıralama yapılır. Bu sıralamanın benzer içeriğe sahip portföyler arasında yapılmasına dikkat edilmelidir.

Portföy revizyonunda amaç, belirli bir risk seviyesinde portföyün getirisini maksimize etmektir. Sürekli analiz yapılmasını gerektiren bu aşamada ekonomik, sektör ve menkul kıymetlere ait analizler yer almaktadır[5]. Portföy revizyonu yapılırken, menkul kıymetlerin alım ve satımının gerekli olup olmadığı, hangi menkul kıymetlerde hangi oranda değişiklik yapılması gerektiği, yatırım için yapılacak işlem tutarının ne olması gerektiği ve yatırım işleminin ne zaman yapılacağı gibi sorulara cevap aranır [20].

2.2.2. Portföy Yönetiminde Yatırımcı Profilin Önemi

Gelirlerini artırmak, risklerini minimum yapmak doğrultusunda yatırımcıların gösterdikleri profil, riskten kaçan yatırımcı, riske karşı kayıtsız yatırımcı ve riski seven yatırımcı olmak üzere üç başlıkta incelenmektedir.

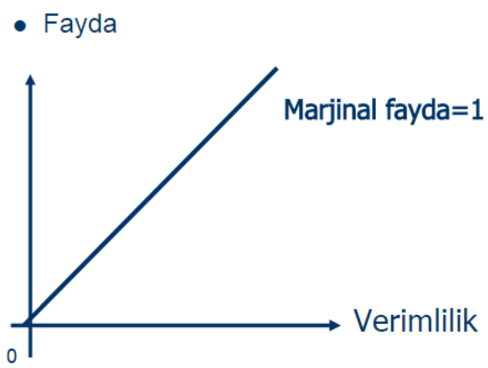
Riskten kaçan yatırımcı, yatırım kararını verirken aynı getiri altında en düşük risk düzeyine sahip yatırımları tercih etmektedirler. Riskten kaçan yatırımcının davranış grafiği Şekil 2.3’ de verilmiştir [21].



Şekil 2.3. Riskten kaçan yatırımcı

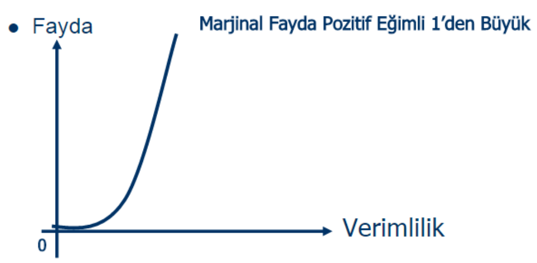
Riske karşı kayıtsız yatırımcı için riskin önemi yoktur. Bu tür yatırımcılar risk ve getiri arasında kayıtsız davrandıkları için hangi yatırımın seçileceği önemli değildir.

Paranın marjinal faydasının 1 olduğu bu yatırım tercihinde yatırımcının davranış grafiği Şekil 2.4' de verilmiştir [21].



Şekil 2.4. Riske kayıtsız yatırımcı

Riski Seven Yatırımcı, yüksek getirinin yüksek risk düzeyine sahip yatırımlarla mümkün olacağını varsaymaktadırlar. Her fazla birimden kazanılacak verimliliğin sağlayacağı fayda artan ve paranın marjinal faydası 1'den büyük olan yatırmcı davranış grafiği Şekil 2.5' deki gibidir [22].



Şekil 2.5. Riski seven yatırımcı

2.2.3. Portföy Yönetimi Yaklaşımları

- **Geleneksel Portföy Yönetimi**

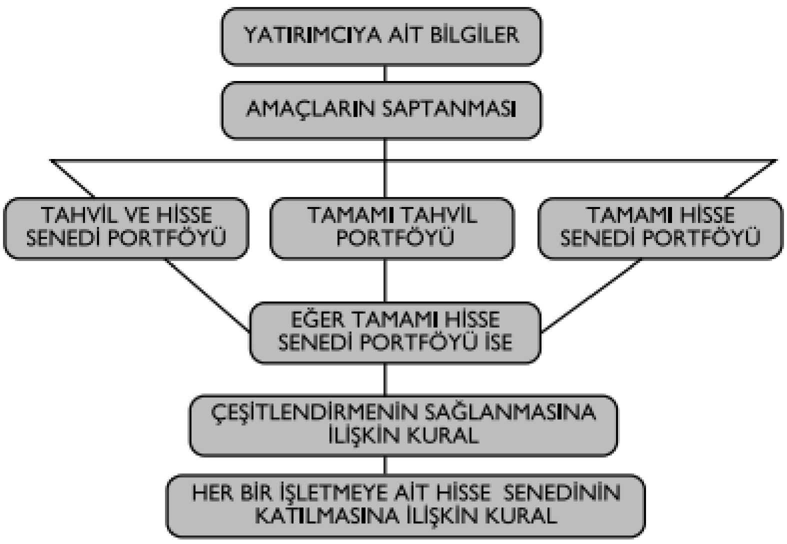
Geleneksel portföy yaklaşımı, 1950'li yıllara kadar bilimsel dayanağı olmasa da uygulama kolaylığından dolayı yaygın olarak kullanılmıştır.

Geleneksel portföy yaklaşımı, yatırımcılara maksimum faydayı sağlamak doğrultusunda kabul edilen risk düzeyinde bekledikleri getiriyi maksimum yapmayı amaçlamaktadır.

Geleneksel portföy yaklaşımı, portföy performansı ile menkul kıymet sayısı arasında doğrusal bir ilişki olduğunu savunan yalın çeşitlendirme ilkesine dayanmaktadır. Yalın çeşitlendirme yardımıyla farklı sektörlerden menkul kıymetler portföye dahil edilerek portföy riskinin azaltılması amaçlanmaktadır.

Menkul kıymet getirilerinin aynı yönde hareket etmeyeceği fikriyle portföyün riskinin de tek bir menkul kıymetin riskinden büyük olmaması beklenir. Bu ilkeden hareketle geleneksel portföy yaklaşımı, portföydeki menkul kıymetlerin çeşitlendirilmesine dayanır. Bu yaklaşım "Bütün yumurtaları aynı sepete koymamak" şeklinde tanımlanabilir [7].

Geleneksel portföy yaklaşımı süreçleri Şekil 2.6' da verilmiştir. Bu aşamalar atırımcıya ait bilgilerin toplanması, yatırımcının amacının belirlenmesi, yatırım politikaları ve portföye alınacak menkul kıymetlerin seçimi ve portföy çeşitlendirmesinden oluşmaktadır [22].



Şekil 2.6. Geleneksel portföy yaklaşımında aşamalar

Ancak, bu yöntemle yatırım araçlarının kendine has riskleri dağıtılarak bir koruma sağlanmış olur; fakat piyasanın genelini etkileyen risklerden bu yöntemle kurtulmak mümkün değildir. Bu aşamada unutulmaması gereken nokta, çeşitlendirmenin, yatırımların piyasadaki düşüşlerden etkilenmeyeceği anlamına gelmediği, dalgalanmalar karşısında riskin dengelenmesine yardımcı olacağıdır.

Geleneksel portföy analizinde karşılaşılan en büyük sorun, oluşturulan portöydeki aşırı çeşitlendirmedir. Aşırı çeşitlendirme sorununun yarattığı başlıca sakıncalar aşağıdaki gibidir [3]:

Portföyün çok sayıda menkul kıymetten oluşması nedeniyle portföy yönetiminin güçleşmesi ve araştırma maliyetlerinin artması,

Portföye dahil edilecek menkul kıymetler araştırılırken, menkul kıymetin taşıdığı riske bağlı olarak beklenen getiriyi sağlamayan menkul kıymetlerin de satın alınması,

Portföyde yer alan menkul kıymet sayısının artması ile birlikte komisyon giderlerinin artması.

Bu analizde çeşitlendirme yöntemiyle yatırım araçları risklerini dağıtarak koruma sağlanmak amaçlansa da yatırımların piyasadaki düşüşlerden etkilenmemesi mümkün değildir.

Bu olumsuz yönlerinden dolayı 1950' lerde geleneksel portföy analizi yerini, menkul kıymet getirileri arası ilişkileri inceleyen ve nicel verileri dikkate alan Modern portföy yönetimine bırakmıştır.

- **Modern Portföy Yönetimi**

Harry Markowitz'in modern portföy teorisi menkul kıymet getirileri arasındaki ilişikiyi göz ardı eden geleneksel portföy teorisinin eksikliğini gidermek amaçıyla 1952 yılında geliştirilmiştir.

Modern portföy yaklaşımı, riskin sadece portföy çeşitlendirmesi ile azaltılamayacağını, portföyü oluşturan menkul kıymetlerin aynı ya da ters yönde hareket ettiklerini ileri sürmüştür.

Markowitz (1952), geleneksel portföy yönetimine üç önemli noktada katkıda bulunmuştur. Bunlardan birincisi ve en önemlisi, portföy yönetiminde, kısımların ya da parçaların toplamının, bütüne eşit olmadığının ispatlanmasıdır. Markowitz, burada portföy riskinin portföyü oluşturan varlıkların riskinden daha az olabileceğini ve belirli koşullarda portföyün sistematik olmayan riskinin sıfır yapılabileceğini göstermiştir. İkincisi, yatırımcıların bazı portföyleri aynı getiriyi sağlamakla birlikte, daha riskli oldukları için, bazı portföyleri de aynı risk düzeyinde olmakla birlikte, daha az getiri sağladıkları için tercih etmeyeceklerini, dolayısıyla bazı portföylerin diğerlerine göre daha üstün olduklarını ve bu durumu üstünlük ilkesi olarak ileri sürmüştür. Markowitz'e göre, menkul kıymetlerin seçiminde etkin sınır söz konusudur. Üçüncü önemli nokta, etkin sınırın karesel programlama yolu ile elde edilebileceğidir. Markowitz'in geliştirdiği yöntem, karmaşık bir takım hesaplamaları gerektirir [22].

Markowitz ardından William Sharpe tekli indeks modelini geliştirmiştir. Bu model daha çok yatırım yapılan alternatif hisse senetlerinin getirilerini maksimizasyonu için kullanılmaktadır.

Daha sonraları ise, Sharpe, Lintner ve Mossin tarafından hisse senedi fiyatlarının ne yönde değiştiğini araştıran Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli (SVFM) geliştirilmiştir. Aynı yıllarda Steve Ross ise Arbitraj Fiyatlama Kuramı (AFK) modelini geliştirmiştir.

Portföy analizinde yatırımcıların beklentileri, aynı risk düzeyinde daha fazla getiriyi tercih etme ya da aynı getiri düzeyinde daha az riski tercih etme yönündedir.

Modern portföy kuramında yatırımcının amacı fayda fonksiyonunu maksimize etmektir. Yatırım kararlarını portföyün beklenen getirisi ve riskine göre alırlar. Getiri ölçütü, portföyü oluşturan varlıkların beklenen getirilerinin ortalaması, riskin ölçütü olarak bu portföy getirilerinin varyansı kullanılır [22].

Yatırımcıların maksimum faydaya ulaşma amacıyla modern portföy yönetimi Markowitz (ortalama – varyans) modeli, indeks modeller, sermaye varlıklarını fiyatlama modeli, arbitraj fiyatlama kuramı olmak üzere dört önemli model içermektedirler.

i. Markowitz (Ortalama – Varyans) Modeli

Ortalama-varyans modeli, yatırımcının hedeflediği getiri seyivesinde portföy riskini minimum yapan ağırlıkların elde edilmesine dayanmaktadır. Ortalama–varyans modeli, yüksek getiri için yüksek risk ya da düşük risk için düşük getiriye sahip portföylerden oluşmaktadır.

Ortalama-varyans modeli şu iki varsayıma dayanır:

1. Yatırımcılar riskten kaçan bireylerdir.

2. Yatırımların olasılık dağılımı yaklaşık olarak normal dağılımdır.

Beklenen getiri ve risk ölçütü ortalama-varyans modelinin kullanılması için önemli iki değişkendir.

Beklenen getiri ve risk ölçütlerini hesaplamak için geleceğin ekonomik, politik ve sosyal olaylarının finansal varlıklar üzerindeki etkileri incelenmektedir. Meydana gelebilecek her bir durumun olasılık dağılımları kullanılarak finsansal varlıklar üzerinde ne kadarlık bir getiri ve risk sağlayacağı belirlenmektedir. Finansal varlıkların olasılık dağılımlara bağlı olarak sağlayacağı getirileri belirlemek, uygulamada imkansız olmasından dolayı, geçmiş döneme ait verilerden yararlanılmaktadır.

Portföyü meydana getiren menkul kıymetlerin getirisi ekonomi ve endüstrinin değişimlerinden etkilenmekle birlikte devlet tahvili ve özel sektör tahvilleri gibi menkul kıymet türüne göre de beklenen getiri oranları değişiklik göstermektir. Devlet tahvili ve hazine bonosuna yapılan yatırımlarda beklenen getirisi risksiz faiz olarak kabul edilmektedir.

Olasılık dağılımları geçmiş verilere dayanarak göreli sıklık dağılımı şeklinde verilebilceği gibi, tamamen yatırımcının ya da portföy yöneticisinin geleceğe ait tahminleri şeklinde subjektif olarak da verilebilir [23].

Ekonomik durumların olasılık değerleri ve getiri oranlarına ilişkin Çizelge 2.1' de verilmiştir.

Çizelge 2.2. Ekonomik durumların gerçekleşme olsılıkları ve getiri oranları

Ekonomik Durumlar	**Ekonomik Durumların Gerçekleşme Olasılığı (P_i)**	**Getiri (R_i) Oranları**
a	P_1	R_1
b	P_2	R_2
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	P_n	R_n
	+	
	1	

i.menkul kıymete ait beklenen getiri E(R_i) şeklinde gösterilmek üzere, $E(R_i) = \sum_{i=1}^{n} P_i R_i$ formülüyle hesaplanmaktadır.

En çok kullanılan risk ölçümü olarak ise varyans ya da standart sapma olmaktadır.

Varyans, $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} [R_i - E(R_i)]^2 . P_i$

Standart sapma, $\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}[R_i - E(R_i)]^2 . P_i}$ şeklinde hesaplanmaktadır.

Etkin portföyleri oluşturmak için menkul kıymetlere ait beklenen getiri ve riskin bilinmesinin yanında menkul kıymetler arası kovaryansların da bilinmesi gerekmektedir.

İki menkul kıymete ait kovaryanslar geçmiş dönemlere ait veriler yardımıyla,

$$Kov_{R_i,R_k} = \frac{\sum_{j=1}^{N}[R_{ij} - E(R_i)].[R_{kj} - E(R_k)]}{N-1}$$

şeklinde elde edilebildiği gibi menkul kıymetlerin beklenen getirilerinin gerçekleşme olasılıkları yardımıyla,

$$Kov_{R_i,R_k} = \sum_{j=1}^{N} P_{ij}\left[\left(R_{ij} - E(R_i)\right)(R_{kj} - E(R_k))\right]$$

şeklinde hesaplanabilmektedir.

şeklinde hesaplanmaktadır.

Hesaplanan kovaryansın sadece işareti dikkate alınmaktadır. İşaretin pozitif olması iki menkul kıymetin aynı yönde hareket ettiğini, negatif ise ters yönde hareket ettiklerini göstermektir. Kovaryansın sıfır olması durumunda ise, menkul kıymet getirileri arasında doğrusal bir ilişki olmadığı sonucuna varılmaktadır.

Ortalama-varyans modelinde çeşitlendirme, riski sistematik düzeyine düşürebilen menkul kıymetlerin kolerasyonlarına dayanmaktadır. Markowitz çeşitlendirmesi olarak adlandırılan bu çeştilendirme, belli bir getiri düzeyinde portföy riskini minimum yapmak amacıyla aralarında negatif ilişki olan menkul kıymetlerin bir araya getirilmesidir.

Menkul kıymet getirilerinin kolerasyonun tam olması menkul kıymet fiyatlarının aynı yönde değiştiğini ve portföy riskini sıfırlamanın mümkün olmadığını belirtmektedir. Kolerasyonun sıfır olması ise menkul kıymet getirileri arasında ilişki bulunmadığını ve çeşitlendirme yardımıyla riskin azaltılabileceği anlamına gelmektedir. Kolerasyonun (-1) olması çeştilendirme yönteminde istenen bir durum olsa da pek rastlanan durum değildir. Kolerasyonun (-1) ya da yakın değerinde menkul kıymetler getirileri negatif yönde ilişkili olmasından dolayı Markowitz çeşitlendirmesi ile risk sistematik risk düzeyinde indirilebilmektedir.

x ve y şeklinde ifade edilen iki menkul kıymetin kolerasyon katsayısı, $\rho_{xy} = \frac{Kov_{R_x,R_y}}{\sigma_x.\sigma_y}$ şeklinde hesaplanır.

Portföyün beklenen getirisi, portföyü meydana getiren menkul kıymetlerin getirilerinin ağırlıklı ortalamasına eşittir.

$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} W_i E(R_i)$, N tane menkul kıymetten oluşan portföyün beklenen getirisidir.

$E(R_p)$ = Portföyün beklenen getirisi,

$E(R_i)$ = i. menkul kıymetin beklenen getirisi

W_i = i. menkul kıymetin portföy içersindeki ağırlığını ifade etmektedir.

Portföyün varyansı ya da standart sapması olarak ifade edilen risk, portföyde yer alan menkul kıymetlerin aralarındaki ilişkiye bağlı olmasından dolayı, her bir menkul kıymetin riskinin ortalamasından farklı olmaktadır. Portföye yeni bir menkul kıymet dahil edildiğinde menkul kıymetin kendi varyansından ziyade portföydeki menkul kıymetler ile yeni eklenen menkul kıymetin kovaryanslarının ortalaması önem taşımaktadır.

Portföyün riskini ifade eden standart sapma,

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} W_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{j=1}^{N} W_i W_j Kov_{ij}}$$

şekilde hesaplanmaktadır. Burada;

σ_p = Portföyün standart sapması,

W_i = i. menkul kıymetin portföy içersindeki ağırlığı,

σ_i^2 = i. menkul kıymetin getiri oranı varyansı,

Kov_{ij} = i. ve j. menkul kıymetler arasındaki kovaryansı göstermektedir.

ii. İndeks Modeller

Optimal portföyü elde etmek için her bir menkul kıymetin beklenen getiri, varyans ve menkul kıymetler arası kovaryansların hesaplanmasının zorluğundan dolayı, William Sharp tarafından indeks model geliştirilmiştir. Tekli ve çoklu indeks model olarak iki tür indeks model bulunmaktadır.

Tekli indeks model, menkul kıymet getirileri ile bir indeks arasında doğrusal bir ilişki olduğu öne sürmektedir. Bu indeksler, GSMH, BİST tüm ya da BİST100 şeklinde örnek verilebilir.

Modelin öne sürdüğü piyasa portföyü ile herhangi bir menkul kıymet getirisi arasındaki ilişki basit doğrusal regresyon modeliyle, $R_j = \alpha_j + \beta_j R_m + e_j$ eşitlik ile ifade edilmektedir. Rj, j. menkul kıymetin beklenen getirisini; α_j , piyasa portföyünden bağımsız getiriyi; β_j, j. menkul kıymetin piyasaya ne kadar duyarlı olduğunu; R_m, piyasa portföyünün getirisini; ej, hata terimini göstermektedir ve beklenen değeri sıfırdır [12].

Portföyün piyasaya olan duyarlılığı ise, $\beta_{p=} \sum_{j=1}^{N} w_j \beta_j$ eşitliği ile hesaplamaktadır. Burada W_j, j. menkul kıymetin portföy içersindeki ağırlığını, N portföy içersindeki menkul kıymet sayısını ifade etmektedir.

Portföy varyansı, $\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sum_{j=1}^{N} (W_j^2 \beta_j^2)$ eşitliğiyle hesaplanmaktadır. Burada σ_m^2 ve $\sigma_{e_j}^2$ sırasıyla, Rm ve ej'nin varyanslarını göstermektedir.

Çoklu indeks modeli, çok sayıda risk/getiri bileşimi sağladığı için optimal portföy oluşturmak için daha uygundur. Çoklu indeks modeller, kovaryans çoklu indeks modeller ve köşegen indeks modeller olarak ikiye ayrılmaktadır.

Kovaryans çoklu indeks modelinde, her menkul kıymetin, endüstri indeks seviyesi ile doğrudan ilişkili olduğu varsayılmaktadır. Köşeden indeks modelde ise, kovaryans modeline ek olarak her endüstri indeksinin tüm piyasa indeksi ile yakın ilişki içinde olduğu varsayılır.

$R_i = A_i + B_i J_j + C_i$, endüstri indesklerinin gelecek değerini ifade etmektedir.

J_j = j. Endüstri indeksinin gelecekteki değeri olup,

J = 1 ,......,M için $J_j = A_{N+j} + C_{N+j}$ dir.

Köşegen modelinde ise, kovaryan modeline ek olarak her endüstri indeksinin tüm piyasa indeksi ile yakın ilişkide olduğu varsayılmaktadır.

J = 1,......,M için $J_j = A_{N+j} + B_{N+j} I + C_{N+j}$ dir.

Çoklu indeks model, menkul kıymet getirisinin bağımlı, piyasa indeksinin getirilerinin bağımsız değişken olduğu çoklu regresyon modeldir. Bu model yardımıyla, menkul kıymet getirilerinin piyasa endeksinin dışında başka değişkenlere de bağlı olduğu ifade edilir.

iii. Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli (SVFM)

SVFM, optimal portföyün belirlenmesinde ve sermaye varlıklarının fiyatlanlandırılmasının yüksek ya da düşük olup olmadığının anlaşılmasının yanında şirketin değerini belirlemek, hisse senedini değerlendirmek ve sermaye maliyetini belirlenmek gibi işletme finansmanı yönünden de fayda sağlayan ve çok başvurulan bir modeldir [22].

Risk ile beklenen getiri arasındaki ilişkinin incelendiği bu modelde risk, menkul kıymetin sistematik riski (beta) ya da portföyün riski (standart sapma) olarak ele alınabilir.

SVFM, rekabetçi bir sermaye piyasası koşullarının varlığı varsayımı altında menkul kıymetlerin beklenen getirileri ile piyasanın ortalama getirisi arasındaki ilişkiye dayanarak elde edilen bir modeldir.

Model, menkul kıymet geitirisinin, sistematik risk ölçüsü olan beta katsayısı ile doğrusal bir ilişkiye sahip olduğunu göstermektedir. Beta katsayısı, hisse senedinin getirisinin piyasanın ortalama getirisine göre ne yönde ve ne oranda değiştiğini göstermektedir.

SVFM yardımıyla belli bir risk düzeyindeki menkul kıymetin getirisinin ne olacağı belirtilmektedir.

Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modelinin başlıca varsayımları aşağıda sıralanmıştır:

Yatırımcılar, Markowitz çeşitlendirmesiyle yatırım kararlarını vererek yalnızca risk ve getiri değerlendirmelerine dayanarak beklenen getiriler ve standart sapma ölçümleri ile etkin portföyü seçmek isterler.

Piyasa fiyatı bireysel davranışlardan etkilenmez ve piyasada tam rekabet koşulları geçerlidir.

Bütün yatırımcılar, yatırım kararlarını menkul kıymet getirilerin olasılık dağılımına göre alırlar. Bu olasılık dağılımının normal dağılıma yaklaştığı varsayılmaktadır [3].

Yatırımcılar menkul kıymete yatırımlarını bir ay, üç ay, alt ay gibi belirli bir dönem için planlarlar.

Menkul kıymetlerin alım-satım işlemlerinde maliyet sıfırdır ve kazanılan getiriler için vergi ödemez.

Her yatırımcı istediği kadar küçük miktarda yatırım yapabilmektedir, yani menkul kıymetler sonsuza bölünebilmektedir.

Piyasada risksiz menkul kıymetler yer almaktadır ve riksiz faiz oranı üzerinden istedikleri şekilde borç alıp verme imkanı bulmaktadırlar.

Sermaye piyasaları dengededir ve bu durum menkul kıymetlerin riskleri ile ilişkili bir şekilde fiyatlandırıldığı anlamına gelmektedir.

SVFM formülü, $E(r_i) = R_{rf} + \beta_i[E(r_m) - R_{rf}]$ şeklinde hesaplanmaktadır. Burada,

$E(r_i)$ = i.hisse senedinin beklenen getirisini,

R_{rf} = Risksiz faiz oranını,

$E(r_m)$ = Piyasa getirisi

β_i = i. hisse senedinin betasını göstermektedir.

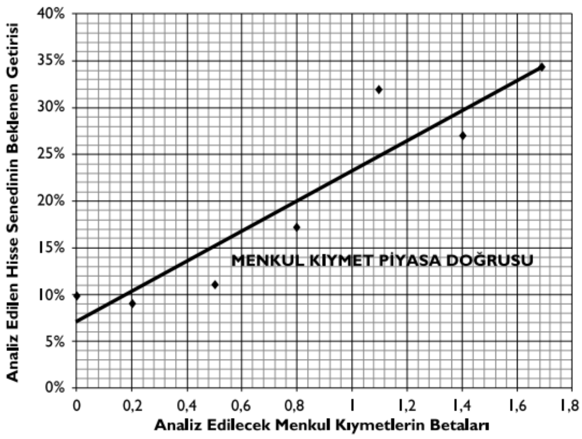
SVFM, bir menkul kıymet getirisinin risksiz faiz oranı getirisinden risk primi kadar büyük olduğunu ifade etmektedir.

Beta katsayısı, piyasa getirisi ile finansal varlığın getirisi arasındaki değişim ilişkisini ifade etmektedir. Beta katsayısı, $\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \frac{KOV(R_i, R_m)}{VAR(R_m)}$ eşitliği ile hesaplanmaktadır.

Riksiz menkul kıymetlerin piyasa portföyü ile olan kovaryansları sıfır olduğundan betaları da sıfır olmaktadır.

β_i, 1' e eşit olduğunda i.menkul kıymet getirisinin riski, piyasa portföyünün riskine eşit olmaktadır. β_i, 1'den daha büyük olduğunda bu menkul kıymetin getirisi piyasa portföyün getirisinden büyük olmaktadır. Yani menkul kıymetler yüksek riskli olmaktadır. β_i, -1'den daha düşük değerli olduğunda menkul kıymet getirisindeki değişim, piyasa portföyündeki değişim ile ters yönde hareket etmektedir. Bu durumda hisse senetleri düşük riskli olmaktadır. β_i, -1 ile +1 arasında olduğunda ise menkul kıymet getirisi piyasa portföy getirisinden düşük olacaktır.

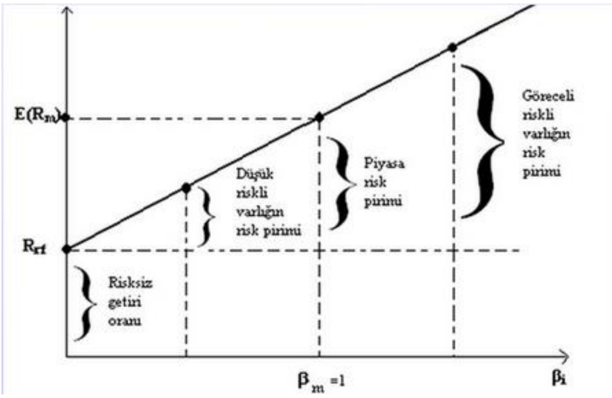
Menkul kıymet piyasa doğrusu Şekil 2.7' de verilmiştir.



Şekil 2.7. Menkul kıymet piyasa doğrusu

SVFM, tek hisse senedi analizlerinde kullanılmasının yanında çok hisse senedinden oluşan portföylerin analizlerinde de kullanılabilmektedir. Portföye ait beta değeri, portföydeki menkul kıymetlerin betalarının birbirini dengelenmesinden dolayı tek bir menkul kıymete ait betadan daha istikrarlı olmaktadır.

Risk ile getiri arasındaki ilişki Şekil 2.8'deki gibidir.



Şekil 2.8. Menkul kıymet piyasa doğrusu

Beta sıfır olduğunda beklenen getiri risksiz faiz oranına denk olmaktadır. Menkul kıymetin betası (riski) artıkça yatırımcının beklediği getiri oranı da artmaktadır.

iv. Arbitraj Fiyatlama Kuramı (AFK)

AFK, aynı emtia, menkul kıymet, döviz ya da diğer yatırım araçlarının aynı anda iki ayrı fiyattan satılamayacağı fikri üzerine kurulmuştur [3].

SVFM'nin varsayımlarından kaynaklanan zorluklarından ve beklenen getirileri de yeterince açıklayamamasından dolayı Ross tarafından geliştirilen modeldir ve SVFM'nin beta formuna çok benzemektedir. SVFM'e göre daha az varsayımlara sahiptir.

Finansal varlıkların yatırım tercihlerine karar verirken getiri ve risk ölçüm faktörlerden daha çok, esas faktörün fayda fonksiyonu olduğunu söylemektedir.

AFT, üç temel varsayıma dayanmaktadır. Bunlar,

Sermaye piyasası tam rekabet koşullarındadır.

Yatırımcılar herhangi belirsizlik durumu altında daima daha yüksek getiriyi, daha az getiriye tercih etmektedirler.

Finansal varlıkların getirilerini meydana getiren süreç faktör modeli ile ifade edilmektedir.

AFK, k faktörlü doğrusal bir model olarak belirtilmiştir ve risk faktörleri tüm menkul kıymetler için aynı değerlere sahiptir.

$$R_{it} = E(R_i) + b_{i1}\delta_{1t} + b_{i2}\delta_{2t} + b_{i3}\delta_{3t} + \cdots + b_{ik}\delta_{kt} + \varepsilon_{it};\ i = 1,2,\ldots,N \text{ ve } j=1,2,\ldots,k \quad (2.2)$$

Burada $E(R_i)$ i. menkul kıymetin beklenen getirisi, b_{ij} i. menkul kıymetin j. ortak faktöre olan duyarlılığı, δ_{it} i. menkul kıymetin getirisini etkileyen ortak faktörü, ε_{it} ise i. menkul kıymetin sistematik olmayan riskini göstermektedir. Eşitlik 2.2' ye ilişkin varsayımlar şöyledir:

$E(\delta_i) = 0$; $j = 1,2,\ldots,k$

$E(\varepsilon_i) = 0$; $i = 1,2,\ldots,N$

$E(\varepsilon_i, \varepsilon_h) = 0$; $i \neq h$

$E(\varepsilon_i^2) = \sigma_i^2 < \infty$

Portföy içersindeki menkul kıymet sayısı fazla olduğu durumda, burada λ_o, sistematik riske sahip menkul kıymetin beklenen getirisi; λ_j, denge durumunda j. faktörün risk primi olmak üzere AFK $E(R_i) = \lambda_o + \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2} + \cdots + \lambda_k b_{ik}$ şeklinde düzenlenmektedir.

2.2.4. Temel Analiz

Finansal varlığı ihraç etmiş olan firmanın performansını etkileyen ekonomik, sektörel ve ortaklıkla ilgili unsurları dikkate alan, finansal varlığın gerçek değerini bulmaya ve bulunan gerçek değeri piyasa fiyatı ile karşılaştırarak alım-satım kararını vermeye yarayan analiz yöntemi "temel analiz" olarak adlandırılır [12].

Temel analizin amacı, piyasa tarafından henüz bilinmeyen firma peformanlarını belirlemeye çalışarak, en iyi olan firmaları belirlemektir.

Temel analiz çalışmasında, ülkenin sırasıyla makro ekonomik analizi, endüstri ve firma analizleri yapılmaktadır.

Yatırım tercihlerinin doğru şekilde yapılabilmesi için küresel, ekonomik, politik ve sosyal şartların da incelenmesi gerekmektedir. Bu analizlerin ardından yerel ekonomi analizi gerçekleştirilmektedir.

Küresel şartların analizi için ekonomik büyüme oranları, enflasyon, faiz ve kur oranı tahminleri, işsizlik oranları, ticaret hacmindeki artışlar, yatırımcıların beklenti anketi sonuçları ve ülke derecelendirmeleri önemle incelenmesi gereken bilgilerdir.

- **Ekonomi analizi**

Ülke koşullarını incelemek amacıyla ele alınan ekonomik şartların analizinde kullanılan makro ekonomik göstergeler aşağıdaki gibidir [22].

- Gayri safi milli hâsıla (GSMH)
- Kişi başına harcanabilir gelir
- Para arzı
- Faiz oranı
- Enflasyon oranı
- Bütçe açığı
- Ödemeler dengesi açıkları
- Döviz kuru
- Döviz rezervleri
- İşsizlik oranları
- İşgören verimlilik endeksi
- Tüketici güven endeksi
- Mevduat tutarları
- Borçlanma ve kredi kullanma oranları
- Sabit yatırım harcamaları
- Öncü sektörlerdeki gelişmeler
- Kapasite kullanım oranları
- Endüstri malları sipariş endeksi
- Enerji tüketim endeksi
- Yurtiçine giren ve çıkan yabancı sermaye tutarları
- Para ve maliye politikaları
- Verilen teşvik belgesi sayısı ve tutarları
- Hazine borçlanma senetlerine verilen dereceler.

➢ **Sektör Analizi**

Temel analizde, ekonomi analizinin ardından ikinci aşama sektör analizidir. Ekonomi analizi sonucu edinilen bilgilerle yatırım yapılması uygun görülen sektör belirlenir. Çünkü, firmanın performansı ve kârlılığı firmanın faaliyet içindeki sektörden büyük ölçüde etkilenmektedir.

Gelişen sektörler belirlenirken dikkat edilmesi gereken ölçütler aşağıda verilmiştir.

- Kârlılık oranları,
- Kâr dağıtım oranları,
- Üretim ve satış oranları,
- Büyüme oranları,
- Ekonomik dalgalanmalardan etkilenme oranları,
- Sektör ile sendika ilişkileri,
- Sektörler arası rekabetin boyutu,
- Sektördeki teknolojik gelişme,
- Sektördeki kapasite kullanım oranı,
- Dışa bağımlılık derecesi,
- Sektörün çevre sorunlarıyla ilgisi.
- Sektörün hükümetlerin ekonomik plan ve programlarına uyumu

➢ **Firma Analizi**

Yatırım yapılacak sektörlerin belirlenmesinin ardından, sektördeki firmalardan yatırım yapılması avantajlı olanlar belirlenmektedir. Firma seçimini gerçekleştirirken firmanın yönetimi, firmanın pazar payı, ortaklık yapısı, hisse senetlerinin borsa performansları şeklinde verilen bilgileri elde etmek gerekmektedir.

➢ **Finansal Analiz**

Temel analizin bir sonraki aşamasında ise firmanın finansal performansını ölçmek amacıyla finansal analiz yapılmaktadır. Bu nedenle, firmanın bilanço ve gelir tablosu, fon kaynak ve kullanım tablosu, nakit akım tablosu, kâr dağıtım tablosu ve özkaynak değişim tabloları kullanılmaktadır.

Finansal tabloların analizinde kullanılan yöntemler: Karşılaştırmalı mali tablolar analizi, eğilim yüzdeleri (trend) analizi, dikey yüzde analizi ve oran analizidir.

2.2.5. Teknik Analiz

Finansal varlığa ait fiyat grafikleri yardımıyla gelecekteki fiyat değişimleri tahmin edilmeye çalışılmaktadır. Teknik analiz ile geçmiş fiyat hareketleri kullanılarak hisse senedi fiyatı tespit edilmektedir. Teknik analiz bilimsel bir yöntem değildir, temel analizde olduğu gibi hisse senedinin yer aldığı sektörün ya da şirketin mali yapısı teknik analizde de önemli olmaktadır. Teknik analizde finansal varlığın grafiği oluşturulurken, en düşük fiyatı, en yüksek fiyatı, kapanış fiyatı, işlem miktarı, karşılanmamış satım emirleri, sözleşme sayıları gibi veriler kullanılmaktadır.

Teknik analizde kullanılan grafik türleri çubuk grafikleri, çizgi grafikleri, mum grafikleri ve sıfır/çarpı (0/X) grafikleri olmaktadır.

Teknik analizi üç ana ilkeye dayanmaktadır: Piyasa her şeyi iskonto eder, fiyatlar trendler halinde hareket eder, tarih tekerrürden ibarettir [22].

Hisse senetlerinin değeri tam anlamıyla piyasanın arz ve talebine göre belirlenmektedir.

Geçmiş fiyat hareketlerinden yararlanılarak cari fiyatın ne olacağını tahmin ederken grafiklerin yanında gösterge değerleride karşılaştırılmaktadır. Bu göstergelere örnek olarak hareketli ortalamalar, medyan fiyat, standart sapma ve kolerasyon katsayısı verilebilir. Bu analiz sonucunda her ne kadar yatırım kararı verilmiş olsa da yapılan yatırımdan kârlı çıkmanın garantisi olmayacağı da belirtilmektedir [24].

2.2.6. Rasgele Yürüyüş Teorisi ve Etkin Piyasalar Kuramı

Rasgele yürüyüş hipotezi, hisse senedi fiyatı değişkenlerinin rasgele olduğunu ve geçmiş fiyat değişimlerinden bağımsız olduğunu öne sürmektedir. Bu yüzden geçmiş fiyat hareketlerine bakılarak gelecekteki fiyatlar tahmin edilememektedir. Piyasaya yeni bir bilgi geldiğinde fiyatlar değişmekte, fiyat değişimleri rasgele olarak gerçekleşeceği için gelen bilgilerin fiyat değişimleri üzerindeki etkisi tahmin edilememektedir. Piyasaya giren yeni bilgi sonucunda fiyatlar, yeni bilgiye hızlı ve doğru bir şekilde uyarlanıyorsa o piyasa etkindir. Etkin bir piyasada fiyatların tüm bilgileri içermesinden dolayı tüm menkul kıymetler yatırımcıların elde edeceği bilgiler ışığında doğru olarak fiyatlandırılır.

Etkin piyasalar kuramına ait varsayımlar aşağıdaki şekilde sıralanmıştır [3]:

Bilgi ve veriler üzerinde tekelleşme olmaması,

Piyasada çok sayıda alıcı ve satıcının olması, alıcı ve satıcıların hiçbirinin piyasayı etkileyecek paya sahip olmaması, Menkul kıymetlere ilgili bilgilerin en kısa zamanda ve düşük maliyetlerle açıklanması,

Alım ve satım giderlerinin düşük olması,

Tüm menkul kıymetlerin bölünebilir olması,

Piyasaların kurumsal yapısının oldukça gelişmiş olması, düzenleyici mevzuatla piyasaların istikrarlı şekilde çalıştırılabilmesinin sağlanmasıdır.

Piyasaya gelen yeni bilgilerin hisse senedi fiyatlarına yansımasına göre piyasa etkinlikleri, zayıf türde etkinlikler, yarı kuvvetli türde etkinlikler, kuvvetli türde etkinlikler olmak üzere üçe ayrılmaktadır.

Zayıf türde etkin piyasa, geçmiş fiyat hareketlerine ilişkin tüm bilgiler menkul kıymetlerin cari fiyatlarına yansımaktadır. Bu tür bir etkin piyasada, fiyat değişimleri raslantısal olarak gerçekleşir ve geçmiş fiyat bilgileri ile piyasada bir üstünlük sağlanamaz.

Yarı kuvvetli türde etkin piyasa, hisse senedi fiyatları halka açılmış tüm bilgileri yansıtmaktadır. Bu tür etkin bir piyasada menkul kıymet fiyat hareketleri, kar, pazar payı ve alım-satım tablosu şeklinde bilgiler yardımıyla normalin üzerinde getiri sağlayamayacakları varsayılmaktadır. Dolayısıyla temel analiz yönteminin kullanılması anlamlı olmamaktadır [25; 26].

Kuvvetli türde etkin piyasa, bu tür etkin piyasalarda halka açılmayanlar da dahil olmak üzere bütün bilgiler menkul kıymetin cari fiyatına yansımıştır. Ortaklıkla ilgili gizli bilgilere sahip olanların dahi bu bilgilerden yararlanarak kar sağlamaları mümkün olmamaktadır.

2.2.7. Portföylerde Çeşitlendirme

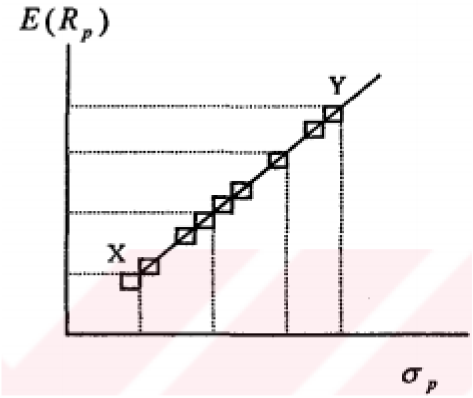
Markowitz çeşitlendirmesinde portföy riskini minimum düzeye indirgemek için kolerasyonu düşük menkul kıymetlerden meydana gelmelidir.

İki menkul kıymetten oluşan portföylerin Markowitz çeşitlendirmesinde, menkul kıymetleri X ve Y olarak ifade edersek, portföyün beklenen getirisi ve standart sapması

$$E(R_p) = W_x . E(X) + W_y . E(Y)$$

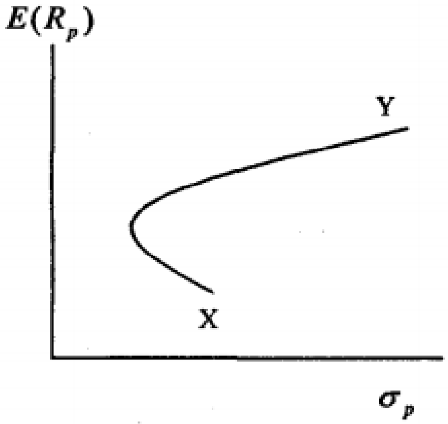
$$\sigma_p = \sqrt{W_x . \sigma_x^2 + W_y . \sigma_y^2 + 2W_x W_y \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y}$$ şeklinde hesaplanmaktadır.

Portföyü oluşturan menkul kıymetler arasında tam kolerasyon var ise portföy riskini sınırlandırmak mümkün olmamaktadır. Şekil 2.9’ da bu durum belirtilmektedir. Bu tür menkul kıymetten oluşturulacak tüm portföyler etkin portföy olacaktır [27].



Şekil 2.9. Kolerasyon katsayısı +1 olduğunda portföy riski

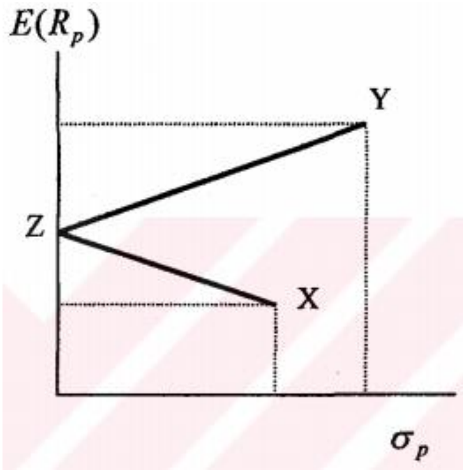
Korelasyon katsayının sıfır durumundaki portföy riski Şekil 2.10’ da verilmiştir. Portföye dahil edilen menkul kıymetler arasında bir ilişki olmadığı söylenebilir.



Şekil 2.10. Kolerasyon katsayısı sıfır olduğunda portföy riski

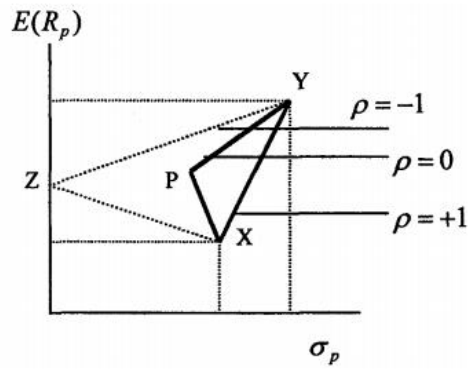
Portföyde yer alan menkul kıymet getirileri bağımsız olduğunda portföy riski azaltılabilmekte ve portföy standart sapması $\sigma_p = \sqrt{W_x.\sigma_x^2 + W_y.\sigma_y^2}$ şeklinde hesaplanmaktadır.

Portföyü oluşturan menkul kıymetlerin kolerasyon katsayısın (-1) olması, portföy riskinin sıfırlanabilmesinden dolayı istenen bir durum olmasına karşın pek rastlanan bir durum değildir. Kolerasyon katsayısı (-1) olduğunda portföy riski Şekil 2.11’ de verilmiştir.



Şekil 2.11. Kolerasyon katsayısı (-1) olduğunda portföy riski

Kolerasyon katsayısının +1, 0 ve -1 eşit olduğu durumunda portföy riski Şekil 2.12' de verilmiştir.



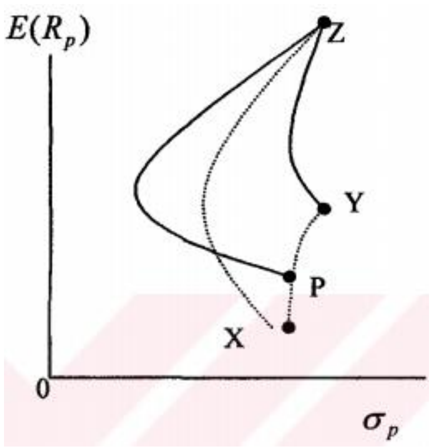
Şekil 2.12. Kolerasyon katsayısının +1, 0 ve -1 olduğunda portföy riski

Üç menkul içeren portföyün beklenen getirisi ve riski,

$E(R_p) = \sum_{i=1}^{3} W_i R_i$

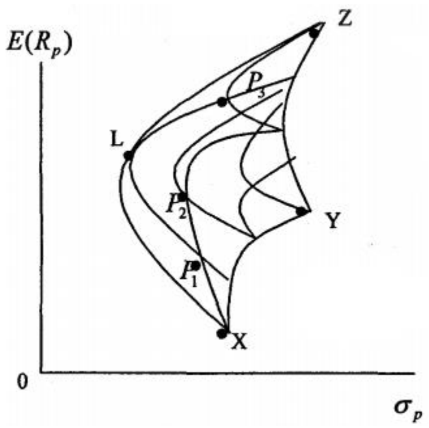
$\sigma_p^2 = W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + W_3^2\sigma_3^2 + 2W_1W_2\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2 + 2W_2W_3\rho_{2,3}\sigma_2\sigma_3 + 2W_1W_3\rho_{1,3}\sigma_1\sigma_3$

şeklinde hesaplanmaktadır. Üç menkul kıymetten içeren portföy Şekil 2.13' de verilmiştir.



Şekil 2.13. Üç menkul kıymetten oluşan portföy

Üç menkul kıymetten oluşan portföyün grafiğinde X, Y ve Z menkul kıyemtlerinin ikili XY, XZ ve YZ eğirileri, bu menkul kıymet çiftlerinin kolerasyon katsayılarının +1'den küçük olduğunu ifade etmektedir.

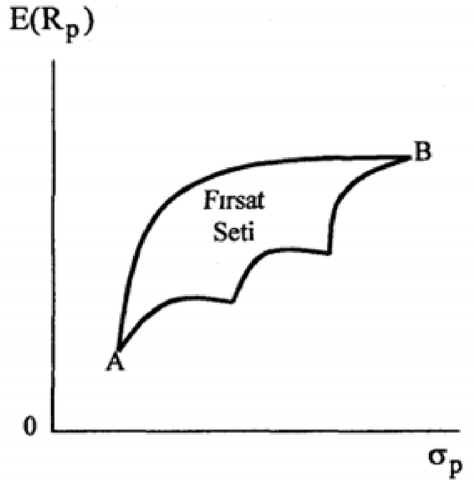


Şekil 2.14. Üç menkul kıymetten oluşan portföylerin bölgesi

Şekil 2.14’ de P_1 portföyünün solunda ve altında kalan P_2 portföyünü seçen yatırımcının P_1 portföyünü seçen yatırımcıya göre daha az riski tercih ettiği görülmektedir. P_1 ve P_2 portföyleri aynı risk seviyelerinde olmalarına rağmen P_1 portföyün getirisi P_2 portföyünün getirisine göre daha az olduğundan yatırımcı P_2 portföyünü tercih edecektir.

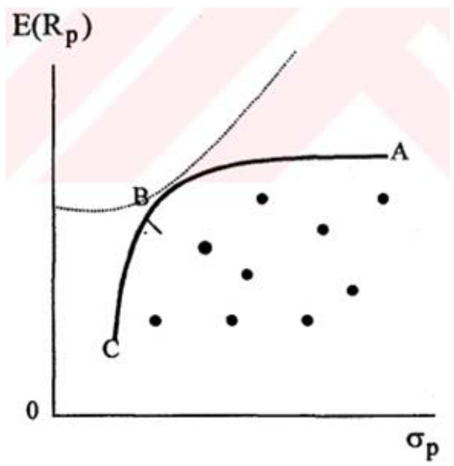
Grafikte LZ eğrisi üzerinde bulunan portföyler diğer portföylere göre daha baskındır. XL eğrisi üzerindeki portföyler ise azalan getiri ve artan riske sahip portföyler olup yatırımcılar tarafından tercih edilmemektedir.

Çok sayıda (N) menkul kıymetten oluşan portföy bileşenlerinden oluşan kümeye yatırım fırsatları denir ve bu Şekil 2.15’ de verilmiştir [28]:



Şekil 2.15. Yatırım fırsatları seti

Portföyde birçok riskli menkul kıymetten oluşan yatırım fırsatları Şekil 2.16’ da verilmiştir.



Şekil 2.16. Birçok riskli menkul kıymetten oluşan yatırım fırsatları seti

Portföyde risksiz bir menkul kıymet bulunmadığı sürece riskten kaçınan bir yatırımcı, etkin set ve en yüksek farksızlık eğrisi arasındaki teğet noktayı bularak beklenen faydasını maksimize edecektir.

Bu yüzden portföyü oluşturacak menkul kıymetlere ait ortalama, varyans ve kovaryanslar hesaplanmalıdır. N, menkul kıymet içeren portföyün beklenen getiri ve riski; **Ω**, Varyans-Kovaryans Matrisi olmak üzere,

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} W_i . W_j \sigma_{ij} = W' \Omega W$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} W_i . E(R_i) = R'W$$

şeklindedir.

Markowitz çeşitlendirmesinde, belirlenen gelir düzeyinde portföy riskini azaltmaya çalışmak amacıyla portföye yeni bir menkul kıymet eklendiğinde portföy varyansının ne olduğunu bilmek gerekmektedir.

Portföydeki menkul kıymetlerin sayısı artıkça portföy varyansı azalır ve ortalama kovaryansa yaklaşır.

Portföy riski,

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{N}.\frac{1}{N}\sigma_{ij} = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_{ij} \tag{2.3}$$

olur.

Eşitlik 2.3, varyans ve kovaryans terimlerine ayrılırsa,

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_{ii} + \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{N}\sigma_{ij} \tag{2.4}$$

şeklinde yazılabilir.

Portföy içersindeki en büyük varyansa sahip menkul kıymet L olarak ifade edilirse,

varyans terimi $\frac{1}{N^2} = \sum_{i=1}^{N} L = \frac{LN}{N^2} = \frac{L}{N}$ ifadesinden küçük ya da bu ifadeye eşit olacaktır.

Portföydeki menkul kıymet sayısı artıkça, bu terim sıfıra yaklaşmaktadır. Yani $\lim_{N\to\infty}\frac{L}{N} = 0$ olmaktadır.

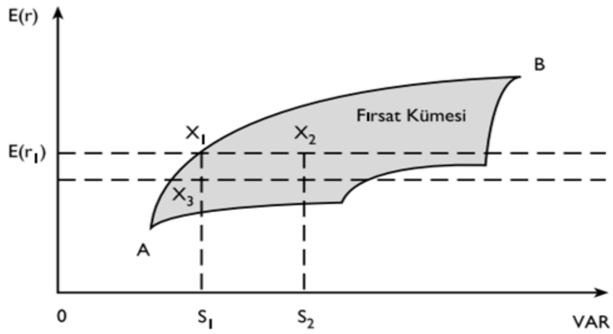
Bununla birlikte, kovaryans terimleri sıfıra yaklaşmamaktadır. $\overline{\sigma}_{ij}$ ortalama kovaryans değeri olsun. Eşitlik 2.4'ün sağ tarafında bulunan N^2-N tane kovaryans teriminin $\overline{\sigma}_{ij}$'ye eşit olmasıyla, $\frac{1}{N^2}(N^2 - N)\overline{\sigma}_{ij} = (1 - \frac{1}{N})\overline{\sigma}_{ij}$ şeklinde yazılabiilir. N sonsuza giderken limit değeri, $\lim_{N\to\infty}\left(1-\frac{1}{N}\right)\bar{\sigma}_{ij} = \bar{\sigma}_{ij}$ olur.

Çok sayıda menkul kıymetten oluşan portföylerde iyi bir çeşitlendirme yapmak için kovaryans terimleri önem kazanmaktadır.

Yatırımcı, beklennen getiriyi maksimize edip portföy varyansını göz ardı ederse yatırımını en fazla getiri sağlayacak menkul kıymetten yana yapacaktır. Beklenen getiriyi göz ardı edip portföy varyansını azaltmak istiyorsa portföy yardımıyla yatırımlarını çeşitlendirecektir [28].

2.2.8. Optimal Portföy Tanımı ve Optimal Portföy Seçimi

N sayıda menkul kıymetin varlığında sayısız portföy bileşimleri meydana gelmektedir. Oluşturulan portföy bileşimleri kümesinden yatırımcının istediği risk seviyesinde maksimum getiriyi ya da istenilen getiri seviyesinde minimum riske sahip etkin portföylere etkin sınır yardımıyla ulaşılmaktadır. Etkin sınırlar çok sayıda portföyün risk ve getiri uzayının oluşturulmasıyla elde edilen grafiğin üst sınırıdır [12].



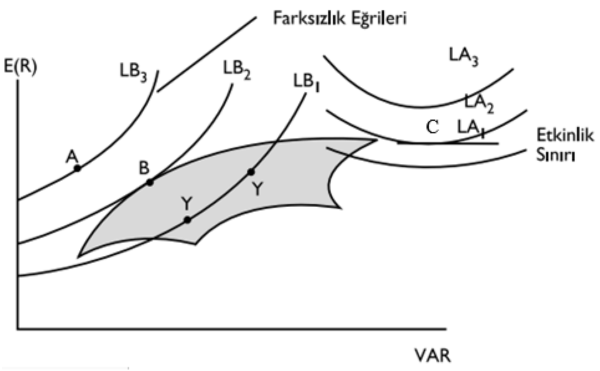
Şekil 2.17. Fırsat kümesi [22]

Şekil 2.17' de, çok sayıda menkul kıymetin varlığında oluşturulan portföy bileşemlerini ifade eden fırsat kümesi gösterilmiştir.

X1 ve X3 portföyleri incelendiğinde aynı riske sahip olmalarına rağmen X1 daha yüksek getiriye sahip olduğundan etkin portföy olarak adlandırılır. X1 ve X2 portföyleri ele alındığında, aynı getiriye sahip olmalarına karşın X2 portföyü daha yüksek riske sahip olduğundan X1 etkin bir portföy olmaktadır.

Ortlama varyans ölçütüne göre yatırımcı etkin sınır içersinden riske karşı tutumuna göre portföyünü belirlemektedir. Farksızlık eğrileri yatırımcının riske karşı tutumunu göstermektedir. Farksızlık eğrilerinin her biri yatırımcıya aynı faydayı sağlamaktadır ve kabul ettiği risk seviyesinde ne kadarlık getiri beklendiğine ulaşılabilmektedir. Farksızlık eğrileri birbirlerini kesmezler ve aynı farksızlık eğrisinin aynı faydayı sağlamasından dolayı farklı eğriler üzerinden seçim yapılmaktadır.

Yatırımcıya en çok faydayı sağlayan portföy, optimal portföy olarak adlandırılmaktadır. Optimal portföy, farksızlık eğrileri ile etkinlik sınırın teğet olduğu noktadır.



Şekil 2.18. Optimal portföy seçimi [22]

Şekil 2.18. incelendiğinde B yatırımcısı, farksızlık eğrileri (LB_1, LB_2, LB_3) grafiğin sol tarafında yer almasından dolayı riskten kaçan yatırımcı iken, A yatırımcısı (LA_1, LA_2, LA_3) ise tam tersi riski seven yatırımcıdır. Etkin sınır ile farksızlık eğrilerin teğet noktasına bakıldığında B yatırımcısı için optimal portföy B noktası iken, aynı durumlar altında A yatırımcısı için optimal portföy ise C noktasıdır.

Aynı getiri düzeyinde en düşük risk, aynı risk düzeyinde en yüksek getiri sağlayan etkin portföylerin oluşturduğu etkin sınırı elde etmek için karesel programlama yönteminden yararlanılmaktadır [22].

Markowitz etkin sınırını elde etmek için amaç fonksiyonu, belli kısıtlar altında portföy riskinin yani standart sapmasının minimum olmasını amaçlamaktadır. Buna göre amaç fonksiyonu,

$$\mathrm{Min\ SD}(R_p) = \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} W_i W_j \mathrm{Kov}(R_i R_j)\right]^{1/2}, i \neq j \text{ ve } i, j = 1,2, \ldots N \qquad (2.5)$$

şeklinde ifade edilir.

Eşitlik 2.5 için verilen kısıtlar ise aşağıdaki gibidir:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} W_i E(R_i) \qquad i = 1, \ldots, N$$

$$\sum_{i=1}^{N} W_i = 1 \qquad \sum_{j=1}^{N} W_j = 1 \qquad i = 1, \ldots, N \qquad \text{ve} \quad W_i>0 \text{ ve } W_j>0$$

İlk iki kısıt Langrange fonksiyonunda kullanılmak amacıyla ve E* = Belirli bir beklenen getiri düzeyi olmak üzere,

$$\sum_{i=1}^{N} W_i E(R_i) - E^* = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} W_i - 1 = 0$$

şeklinde düzenlenmiştir.Yapılan düzenlemelerde Langrange amaç fonksiyonu, i = 1,..,N için

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} W_i W_j \text{Kov}(R_i R_j)^{1/2} + \lambda(\sum_{i=1}^{N} W_i E(R_i) - E^*) + \lambda(\sum_{i=1}^{N} W_i - 1) \text{ olur.}$$

$0 \leq \lambda \leq \infty$ aralağındaki değerleri alan λ, sıfır değerinde ise hiç risk alınmadığını, sonsuz değerde ise riskin hiç önemsenmediğini belirten portföyleri ifade etmektedir. Bunlar köşe portföyler olarak adlandırılmaktadır.

Amaç fonksiyonunda, etkin portföyleri meydana getiren menkul kıymetlerin portföy içersindeki ağırlıklarını elde etmek amacıyla i=1,..,N için $dz / dw_j = 0$ ve $dz / d\lambda = 0$ olacak şekilde çözülmesi gerekmektedir.

Markowitz modelinde, çok sayıda girdinin (N adet menkul kıymetten oluşan portföy için n adet beklenen getiri, N adet standart sapma ve N(N-1)/2 adet de kovaryans) hesaplanması gerektiğinden uygulamada bu modelin kullanılması büyük bir dezavantaj oluşturmaktadır.

2.3. Menkul Kıymet Getiri Dağılımları ve İstatistiksel Özellikleri

Finans analistleri ve ekonomistler açısından menkul kıymet getiri dağılımlarının şeklinin belirlenmesi oldukça önemli bir konudur.

Genel olarak, dağılımın şekli menkul kıymetlerde yatırımcının riski belirlemesi açısından önem kazanmaktadır. Örneğin, aynı ortalama ya da beklenen fiyat değişimi ile iki farklı olasılık dağılımına sahip menkul kıymet getirilerinin aynı değerlerinin gerçekleşme olasılığı bir diğerine göre oldukça farklı olabilir.

Üretilen getiri süreci yapısıyla ilgili önemli tanımlamalar sağladığı için menkul kıymet getiri dağılım şekli akademik açıdan da oldukça önemlidir. Örneğin çok büyük fiyat değişiklikleri sık ortaya çıkarsa, getiri kaynağının zaman içersinde sık ve ani değişimlere meyilli bir ekonomik yapıda olduğu çıkarımı yapılabilir. Yani, yeni bilgi oluşma sürecindeki değişkenlikten dolayı menkul kıymet getiri dağılımları yüksek derecede yayılım ölçüsüne sahip olmaktadır. Risk ölçümünde menkul kıymet dağılımları kalın kuyruklu olduğu, ikinci ve daha yüksek mertebeden moment ölçütleri etkili olmaktadır.

Finansal modellerin oluşumunda da menkul kıymet getirilerin dağılımından faydalanılmaktadır. Oluşturulan modellerin uygulamadaki geçerliliğini test etmek için menkul kıymet getirilerinin zaman içerisinde değişmezliği ve sistematik riskin sabit olması gerekmektedir [29].

Finansal veriler normal dağılan değişkenlerden, çeşitli çarpıklık ve basıklık derecelerine sahip değişkenlere kadar farklı dağılımsal özellikler gösteren değişkenlerin oluşturduğu zengin bir veri kaynağı sunarlar [28].

Modern finansda, birçok teknik rasgele değişkenin normal dağılıma uyduğu varsayımına dayanmaktadır. Durağan dağılımlar cazip özellikleri nedeniyle, normal dağılıma bir alternatif olarak karşımıza çıkmaktadır [30].

Menkul kıymet getirilerinin normal dağıldığı varsayımı teorik finansta dolaylı ya da doğrudan yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu varsayımın popülerliği, normal dağılımın sahip olduğu Merkezi Limit Teoremi' dir. Merkezi Limit Teoremine göre bağımsız ve normal dağılmış rastlantı değişkenlerinin toplamı da yine normal dağılıma sahip olmaktadır [31].

Fakat, teorik açıdan bakıldığında, bilgilerin piyasaya doğrusal ulaşıp ulaşmaması ya da yatırımcıların piyasaya ulaşan bilgilere doğrusal bir biçimde tepki göstermemesi halinde hisse senedi getirilerin normal dağılımı şüpheli olmaktadır. Bu iki durumda da menkul kıymet getirilerinin dağılımı kalın kuyrukludur. Bilgi piyasaya doğrusal olarak değil de, düzensiz sıklıklarla ulaşıyor ise yatırımcıların piyasaya ulaşan bilgilere tepkileri benzer biçimde olacaktır. Yani, piyasaya ulaşan bilginin dağılımı kalın kuyruklu ise, hisse senedi getirilerinin dağılımı da kalın kuyruklu olmalıdır [32].

Menkul kıymet getirilerinin kalın kuyruklu olması ve ortalama etrafında daha fazla değerler alarak yüksek tepe yapması gibi özelliklerinin normal dağılıma uymadığı bilinmektedir. Menkul kıymet getirilerini modellemede normal dağılıma alternatif birçok dağılım ailesi kullanılmıştır.

Normalllik varsayımına karşı deneysel kanıtlar, Mandelbrot [33], Fama [29], ve Clark [34]'ın öncülüğündeki çalışmalara dayanmaktadır. Mandelbrot da fiyat değişimlerini 2'den daha az karakteristik üslü durağan dağılımı ile tanımlamış, kalın kuyruklar ve sonsuz varyanslar ortaya koymuştur. Fama, Dow Jones Industrial Average'in 30 menkul kıymet kullanarak Mandelbrot hipotezini doğrulamıştır. Böylece, durağan dağılım piyasası sıçramaları geliştirebilme eğiliminde olduğu için menkul kıymet normal dağılımın standart sapmasında gösterilenden daha riskli olduğu sonucuna varılmıştır.

Bluma, piyasa modelinden aylık artık dağılımı tahminini incelemiştir. Fama'nın çalışmasıyla tutarlı sonuçlar vermiştir [35].

Daha yakın zamanlara bakıldığında, Peters [36], 1928-89 dönemine ait haftalık verileri kullanarak, S&P500 menkul kıymet getiri dağılımının negatif çarpık, kalın kuyruk ve yüksek tepe noktasına sahip olduğunu bulmuştur. Menkul kıymet getirilerinin deneysel dağılımı altında üç-sigma olasılığı, normal dağılım altında beklenen olasıklardan yaklaşık olarak iki kat daha büyüktür.

Teichmoeller, günlük getirileri ve 10 günlük toplamlarının dağılımlarını incelemiştir. Dağılımların durağan dağılım sınıfına ait olduğu sonucuna varmıştır. Ancak, Fama ve Blume' un bulduklarından biraz daha kalın kuyruklu (daha küçük karakteristik üs) dur [35].

2.3.1. Menkul Kıymetler İçin Alternatif Dağılımlar

- **Lojistik Dağılım**

Bu dağılım normal dağılıma çok benzer, fakat kalın kuyrukludur. İlk olarak, Smith [37] tarafından hisse senedi getirilerinin modellemesi için uygun olduğu önerilmiş ve ardından Gray ve French [38] ve Peiró [39] tarafından test edilmiştir. Lojistik dağılımın yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{\exp\left(\frac{x-\mu}{\alpha}\right)}{\alpha\left[1+exp\left(\frac{x-\mu}{\alpha}\right)\right]^2}$$

şeklindedir. Burada $\mu(-\infty<\mu<\infty)$ konum parametresidir, $\alpha(\alpha>0)$ yayılım (ölçek) parametresidir. R_t, lojistik dağılıma uyuyorsa $E(R_t) = \mu$ ve $Var(R_t) = \sigma^2 = (\pi^2/3)\alpha^2$ olmaktadır.

- **Student-t Dağılımı**

Praetz [40], Blattberg ve Gonedes [41], Gray ve French [38], ve Peiró [39] çalışmalarında hisse senedi getirilerinin normal dağılım ve durağan dağılımdan daha iyi uyduğunu göstermişlerdir. Ölçek-t dağılımın yoğunluk fonksiyonu,

$$\mathrm{f(x)} = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma(v/2)\sqrt{\pi(v-2)\sigma^2}}\left[1+\frac{(x-\mu)^2}{(v-2)\sigma^2}\right]^{-\left(\frac{v+1}{2}\right)} \tag{2.6}$$

şeklinde yazılır.

Eşitlik 2.6' daki $\Gamma(\bullet)$ gamma fonksiyonunu temsil etmektedir. μ $(-\infty<\mu<\infty)$ ve σ^2 $(\sigma^2>0)$ sırasıyla konum parametresi ve ölçek parametresini temsil etmektedir. v (v>0) bağımsız parametre derecedir. R_t, ölçek-t dağılımlı ise $E(R_t) = \mu$ ve $Var(R_t) = \sigma^2$ olmaktadır.

- **Üs Kuvvet Dağılımı**

Hsu [42] ve Gray ve French [38], kalın kuyrukları üstel oranda daralan ve ortalama etrafında yüksek tepe yapan dağılımı,

$$f(x) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\left|\frac{x-\mu}{\alpha}\right|^{\left(\frac{2}{1+\beta}\right)}\right]}{2^{\left(\frac{3+\beta}{2}\right)}\alpha\,\Gamma\left(\frac{3+\beta}{2}\right)}$$

şeklinde ifade etmişlerdir. Dağılımda μ ($-\infty<\mu<\infty$), α ($\alpha>0$) ve β ($-1<\beta\leq1$) sırasıyla konum, ölçek ve şekil parametresidir. Son parametre özellikle dağılımın basıklığını ölçmektedir. Çok açık şekilde $\beta<0$ basıklık katsayısının sıfırdan küçük dağılımı ifade etmektedir. $\beta=0$ iken normal dağılım elde edilmektedir. $0<\beta\leq1$ iken kalın kuyruk ve yüksek tepe nokktası elde edilmektedir(artan B ile kuyruk kalınlığı).

Rt, üs kuvvet dağılımlı ise E(Rt) = μ ve Var (Rt) = σ2 = $2^{(1+\beta)}.\frac{\Gamma[3(1+\beta)/2]}{\Gamma[(1+\beta)/2]}\alpha^2$ olmaktadır.

- **İki Normal Dağılımın Karışımı**

Press [43], hisse senedi getirilerinin sürekli yayılım süreci (Brownian motion) ve süreksiz Poisson sürecinin etkileşiminden meydana gelebileceğini savunmuştur. Burada önceki hisse senedi fiyatlarında sürekli değişiklikler yakalar. İkincisi büyük bilgilendirme değişimlerini modeller. Ayrıca Kon [44] da çalışmasında bunu savunmuştur.

İki normal dağılımın karışımının yoğunluk foksiyonu,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}}.e^{-\left[\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right]}, \qquad \lambda \text{ olasılığı ile}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}}.e^{-\left[\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right]}, \qquad (1-\lambda) \text{ olasılığı ile} \qquad (2.7)$$

şeklinde ifade edilir.

Eşitlik 2.7'deki μi ($-\infty<$ μi $<\infty$) ve σi2 (σi2>0) sırasıyla konum ve ölçek parametresidir. Bu karışım, hisse senedi getirilerini λ olasılık ile σ1 standart sapma ve μ1 ortalama ile ve (1-λ) olasılık, σ^2 standart sapma ve μ^2 ortalama ile normal dağılımdan çizildiğini belirtmektedir. Rt dağılımların karışımını izlerse $E(R_t)= \mu =\lambda\mu_1 + (1-\lambda)\mu_2$ ve $Var(R_t)=\sigma^2= \lambda\{(\mu_1-\mu)^2 +\sigma_1^2\} + (1-\lambda)\{(\mu_2-\mu)^2+\sigma_2^2\}$ olmaktadır.

Bütün bu tanımlamar göz önünde alındığında verilerde çarpıklığa olanak sağlayan tek dağılım iki normal dağılımın karışımıdır [31].

2.3.2. Kalın Kuyruklar

- **Kalın Kuyruklu Dağılımlar ve Özellikleri**

Olasılık teorisinde kalın kuyruklu dağılımlar, kuyruk yapıları sınıflandırılmamış ve üstel dağılıma göre daha kalın kuyruk yapısına sahip olasılık dağılımları olarak açıklanmaktadır. İnce ve kalın kuyruk yapısına sahip dağılımlar arasındaki temek fark; ince kuyruk yapısına sahip dağılımların pozitif değerli moment çıkaran fonksiyonu sonlu bir değer alırken, kalın kuyruklu dağılımların moment çıkaran fonksiyonun sonsuz değer almasıdır [45].

X_i 'nin $i \in N$ ve x>0 değerleri için F(x)<1 olacak şekilde aynı F dağılım fonksiyonuna sahip bağımsız pozitif raslantı değişkenleri olduğu varsayılsın. Bu durumda ortak bir X raslantı değişkeninin dağılım fonksiyonu F(x)=P(X≤x), kuyruk dağılımı ise $\overline{\mathrm{F}}(\mathrm{x}) = 1 - \mathrm{F}(\mathrm{x}) = \mathrm{P}(\mathrm{X} > x)$ şeklinde gösterilmektedir.

Negatif olmayan bir raslantı değişkeninin kalın kuyruklu dağılım yapısına sahip olabilmesi için gerekli koşullar şu şekilde verilmektedir:

Koşul1: F dağılım fonksiyonu, pozitif ε değerleri için $E[e^{\varepsilon x}] = \infty$ olmalıdır.

Koşul2: Pozitif x değerleri için $\overline{\mathrm{F}}(\mathrm{x}) > 0$ olmalıdır.

Koşul3: s>0 olmak üzere; $\lim_{x\to\infty} e^{sx}\overline{\mathrm{F}}(\mathrm{x}) = \infty$ olmalıdır [46].

Kalın kuyruklu dağılımların sahip oldukları ortak özelliklere bağlı olarak çeşitli alt sınıflar oluşturulmuştur. Bunlar alt-üstel dağılımlar (sub-exponential), uzun kuyruklu dağılımlar (long-tailed), baskın değişen kalın kuyruklu dağılımlar (dominated-varying tailed) ve düzenli değişen kuyruklu dağılımlardır (regulary-varying tailed).

- **Uzun Kuyruklu Dağılımlar (Üstel Momenti Olmayan Dağılımlar)**

Her bir dereceden sonsuz üstel momentlere sahip (s≥ 0 $için\ E\left[e^{ix}\right] = \infty)\ ve\ x \to \infty$, $F(x)e^{\lambda x} \to \infty$ özelliğinin sağlanması kalın kuyrukları dağılımların daha geniş alt sınıflarından uzun kuyruklu dağılım (L) sınıfı içinde geçerli olmaktadır. F, (0,∞) aralığında tanımlı ve x>0 değerleri için F(x)<1 olan bir dağılım fonksiyonu olmak üzere y≥ 0 değerleri için F dağılımı,

$$\lim_{x\to\infty} P(X > x + y | X > x)) = \lim_{x\to\infty} \frac{\bar{F}(x+y)}{\bar{F}(x)} = 1 \qquad (2.8)$$

eşitliğinin sağlanması durumunda uzun kuyruklu dağılım sınıfında yer alacaktır. Bu eşitliğin pay ve paydasındaki dağılımlar a(x)~b(x) fonksiyonları şeklinde gösterildiğinde,

$x \rightarrow \infty$ iken $a(x)/b(x) \rightarrow 1$ ve F, $(0,\infty)$ olacaktır. Bu durum tüm $y \geq 0$ değerler için $\overline{F}(x+y) \sim \overline{F}(x)$ şeklinde kullanılmaktadır.

Eşitlik 2.8'deki özelliğine göre raslantı değişkeni X'in belirli bir değeri aştığı biliniyorsa, bu raslantı değişkeni herhangi bir daha büyük değeri de aşacaktır. Bazı araştırmacılar bu özelliği sağlayan dağılımı kalın kuyruklu olarak tanımlamaktadır ve bu sınıfta yer alan dağılımlar sonlu ya da sonsuz ortalama ve varyansa sahip olabilmektedir [28].

Uzun kuyruklu dağılım sınıfı, alt-üstel dağılımları, düzenli olarak değişen kuyruk dağılımları, Pareto kuyruklara sahip dağılımları ve durağan dağılımları kapsamaktadır.

i. Alt Üstel Dağılımlar

Bu dağılım sınıfına alt-üstel denilmesinin nedeni; bu sınıf içerisindeki dağılımların bir üstel dağılımdan daha yavaş azalan bir kuyruk yapısına sahip olmasıdır [47]. Kalın kuyruklu dağılımların bu sınıfı sigortacılık ve haberleşme alanında oldukça sık kullanılmaktadır [28].

Alt-üstel dağılımlar ilk kez 1964 yılında Chistyakov [48] tarafından, dallanma süreci (branchin process) üzerine yapılan uygulamalarda kullanılmıştır. S ile gösterilen alt-üstel dağılımlara örnek olarak; log-normal dağılım, Pareto dağılımı ve biçim parametresi bir değerinden küçük olan Weibull dağılımı verilebilmektedir [46].

Herhangi bir F dağılım fonksiyonu alt-üstel dağılım sınıfı olarak adlandırılabilmesi için bazı koşullar gerekmektedir [49]:

Koşul 1: $x \geq 0$ değerleri için $\overline{F}(x) > 0$ olmalıdır.

Koşul 2: Kuyruklar konvolüsyon işlemi altında kapalılık özelliğine sahiptir. $\overline{F^{n^*}}$; F dağılım fonksiyonunun n katlı konvülasyonunun kuyruk dağılımı göstermek üzere,

$$\overline{F^{n^*}} = 1 - F^{n^*}(x) = P(X_1 + X_2 + \cdots + X_n > x)$$

biçimde elde edilmektedir. Herhangi bir dağılımda $n \geq 2$ değeri için $\lim_{x \to \infty} \frac{\overline{F^{n^*}}(x)}{\overline{F}(x)} = n$ eşitliği sağlanmalıdır.

Koşul3: $X_1, X_2, \ldots$ bağımsız ve alt-üstel dağılım sınıfı içerisinde yer alan aynı F dağılımına sahip raslantı değişkenleri olmak üzere, tüm n=1, 2, 3,... değerleri için; $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$ olmak üzere; $P_r(S_n > x) = \overline{F^{n^*}}(x) \sim n\overline{F}(x)$ eşitliğini sağlamaktadır.

$\lim_{x \to \infty} \frac{P(X_1 + X_2 + \cdots + X_n > x)}{P(\max(X_1, X_2, \ldots X_n) > x)} \sim \frac{\overline{F^{n^*}}(x)}{n\bar{F}(x)} \to 1$ eşitliği sağlanıyor ise F dağılımı alt-üstel dağılım sınıfına girmektedir.

Koşul 2'nin ispatı Chistyakov [48] tarafından, koşul3'ün ispatı ise Embrechts ve Goldie [50] tarafında yapılmıştır.

Alt-üstel dağılım sınıfı uzun kuyruklu dağılım sınıfının önemli bir alt kümesidir. Her alt-üstel dağılım uzun kuyruklu dağılım sınıfına aittir, fakat uzun kuyruklu dağılım sınıfına ait olduğu halde alt-üstel dağılım sınıfında yer almayan dağılımlar bulunmaktadır.

ii. Düzenli Değişen Kuyruklu Dağılımlar (Kuvvet-Kuralı)

Bu dağılım ailesi de alt-üstel dağılımların önemli bir alt sınıfı olmaktadır.

Bu dağılımların kuyrukları yaklaşık olarak x^{α} oranında azalırlar. Burada α, kuyruk indeksi olarak tanımlanmaktadır.

Düzenli değişen kuyruklu dağılımlar $R_{-\alpha}$ ile gösterilmektedir. Bir dağılımın bu alt sınıfta yer alabilmesi için gerekli koşullar aşağıdaki gibi verilmektedir:

Koşul 1: F dağılımı $\alpha \geq 0$ ve $t > 0$ değerleri için $\lim_{x \to \infty} \frac{\bar{F}(tx)}{\bar{F}(x)} = t^{-\alpha}$ eşitliğini sağlamalıdır.

Koşul 2: Pozitif ölçülebilir fonksiyon f ile gösterilmek üzere $\alpha \in R$ olması durumunda, $f \in R_{(\alpha)}$ olması için; $\forall_t > 0$ için $\lim_{x \to \infty} \frac{f(tx)}{f(x)} = t^{\alpha}$ eşitliğinin sağlanması gerekmektedir.

Koşul 3: Düzenli değişen kuyruklu dağılımlar, uzun kuyruklu dağılımlara bağlı olarak da açıklanabilmektedir. l(x); yavaş değişen fonksiyon olmak üzere, x>0 ve $l \in R_{(0)}$ olmak üzere $\alpha \geq 0$ değerleri için $\bar{F} \in R_{(-\alpha)}$ olduğu takdirde; $\bar{F}(x) = x^{-\alpha} l(x)$ olacaktır. Bu eşitlikteki α = 0 endeksli düzenli değişen kuyruklu dağılımlar için $\frac{l(tx)}{l(x)} \to t$ durumu sağlanmalıdır.

Düzenli değişen kuyruk dağılımları, α=2 olması durumunda büyük sayılar kuramı ve standart merkezi limit teoreminin uygulanabilirliği arasındaki ayrımı sağladığından önemlidir.

Düzenli değişen kuyruklu dağılıma örnek olarak bünyesinde $l(x) = c \ln x$ veya $l(x) = c \ln(\ln(x))$ şeklindeki dönüşüm fonksiyonları ya da bir sabite yakınsayan $l(x)$ fonksiyonunun yer aldığı Pareto dağılımı örnek olarak verilebilir.

Literatürde düzenli değişen fonksiyonlarla ilgili Bingham, Goldie ve Teugels [51]'in çalışmaları bulunmaktadır [52].

iii. Pareto Dağılımı

α>0 olan pareto kuyruklara sahip bu dağılımlar özellikle ekonomide gelir dağılımının modellenmesinde kullanılmaktadır.

Bu dağılımın birikimli dağılım fonksiyonu $F(x) = 1 - u^{\alpha}x^{-\alpha}$, $x \geq u$ ve $u > 0$ şeklinde hesaplanmaktadır. $u^{\alpha}x^{-\alpha}$, bu dağılım sınıfının kuyruk olasılığını vermektedir. Kuyruk indeksi α, Pareto kuyruklara sahip bir dağılımın momentleri ile ilişkilidir.

$E[X^k] = \alpha u^{\alpha}\int_u^{\infty} x^{k-\alpha-1}dx$ ifadesinden yalnızca ilk k momentin $k<\alpha$ şeklinde sınırlı olduğu görülmektedir. Bu özellik durağan dağılımları anlamak açısından önemlidir.

- **Kalın Kuyruklu Dağılımlar Arasındaki İlişkiler**

Tüm dağılım sınıflarının incelenmesinden sonra kalın kuyruklu dağılım sınıfı ve alt sınıfları için aşağıdaki gibi bir sınıflandırılmanın yapılabilmesi sağlanmıştır.

K : Kalın kuyruklu dağılımları,

L : Uzun kuyruklu dağılımları,

S : Alt-üstel dağılımları,

R : Düzenli değişen dağılımları

D : Baskın değişen dağılımları göstermek üzere (0,∞) aralığında tanımlı F dağılımı,

$$K = \left\{\hat{f}(-\varepsilon) = \int_0^{\infty} e^{\varepsilon x}dF(x) = \infty \qquad \varepsilon > 0 \textit{ için}\right\}$$

$$L = \left\{\lim_{x\to\infty} \frac{\bar{F}(x-y)}{\bar{F}(x)} = 1 \qquad y > 0 \textit{ için}\right\}$$

$$R = \{\bar{F} \epsilon R_{-\alpha} \qquad \alpha \geq 0 \text{ için}\}$$

$$D = \left\{\lim_{x\to\infty} \sup \frac{\bar{F}(x/2)}{\bar{F}(x)} < \infty\right\}$$

özelliklerine sahiptir.

Bu sınıflar arasındaki özellikler ise aşağıdaki gibi verilmektedir;

1. $R \subset S \subset L \subset K$ ve $R \subset D$

2. $D \cap L \subset S$

3. $D \not\subset S$ ve $S \not\subset D$

2.3.3. Genelleştirilmiş Merkezi Limit Teoremi ve Çekim Bölgeleri

Klasik merkezi limit teoremine göre, sonlu varyansa sahip bağımsız ve özdeş dağılmış terimlerinin normalleştirilmiş toplamının normal dağılıma yakınsadığını ifade etmektedir. Daha açık olarak, $X_1, X_2, X_3, \ldots$, σ^2 varyans ve μ ortalama ile bağımsız ve özdeş dağılmış raslantı değişkenleridir.

Klasik merkezi limit teoremi örneklem ortalaması $\overline{X}n = (X_1 + \cdots + X_n)/n$, $n \to \infty$ için

$$\frac{\overline{X}n-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1) \tag{2.9}$$

olmaktadır.

Eşitlik 2.9, aşağıda verilen notasyonlarla baştan yazıldığında,

$n \to \infty$ için $a_n(X_1 + \cdots + X_n) - b_n \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1)$ olur. Burada $a_n = 1/(\sigma\sqrt{n})$ ve $b_n = \sqrt{n}\mu/\sigma$ olmaktadır.

Genelleştirilimiş merkezi limit teoremine göre, eğer sonlu bir varyans varsayımı sağlanmıyorsa toplamların olası sonuç limitleri durağandır [53].

Teorem: Genelleştirilmiş Merkezi Limit Teoremi

$X_1, X_2, X_3, \ldots$ bağımsız ve özdeş dağılmış raslantı değişkeni serisi ve sabit $a_n>0$, $b_n \epsilon R$ olmak üzere $a_n (X_1 + \ldots + X_n) - b_n \xrightarrow{d} Z$ ifadesi ancak ve ancak $0<\alpha\leq 2$ aralığı için α-durağandır.

Tanım: $X_1, X_2, X_3, \ldots$, X raslantı değişkenin bağımsız benzerleri olmak üzere, $a_n>0$ ve $b \in IR$ sabit değerleri için X raslantı değişkeni Z'nin çekim alanında olup ancak ve ancak $a_n (X_1 + \ldots + X_n) - b_n \xrightarrow{d} Z$ olmaktadır. DA(Z), Z'nin çekim alanında bulunan tüm raslantı değişkenlerin bir kümesidir. Genelleştirilmiş merkezi limit teoremi çekim bölgesine sahip olası dağılımların sadece durağan dağılımlar olduğunu ifade etmektedir [53].

2.4. Durağan Dağılımlar

Durağan dağılım, Gaussian ve Cauchy dağılımları kapsayan, çarpıklık ve kalın kuyruklara olanak sağlayan dağılımların zengin bir sınıfıdır. Bu dağılım sınıfı, 1924' te Paul Levy tarafından bağımsız ve özdeş dağılmış terimlerin normalleştirilmiş toplamları ilgili çalışmasında tanımlanmıştır [54].

Önceleri, kuyruklara uzak birtakım gözlemlerin aykırı değer olabileceği nedeniyle çıkarılmasından sonra birçok sürecin yaklaşık normal oldukları düşünülürdü. Ancak, bütün gözlemler elde tutulduğunda birçok süreçte kuyruklarda normal dağılımdan daha fazla olasılık kümelenir. Bu tür kalın kuyruk davranışı, durağan normal olmayan dağılımların ve diğer bazı dağılımların tipik özelliğidir.

Durağan yoğunlukların Gaussian(α=2), Cauchy (α=1, β=0), Levy(α=1/2, β=$\pm$1) olmak üzere üç kapalı formu bulunmaktadır. Yoğunluk fonksiyonlarının kapalı formları olmadığı için durağan dağılımlar karakteristik fonksiyonlar ile ifade edilmişlerdir [55]. Bununla birlikte, durağan dağılımın yoğunluklarını, dağılım fonksiyonlarını ve kantillerini hesaplayan bilgisayar programları bulunmaktadır. Bu programlar sayesinde uygulamadaki çeşitli problemlerde durağan modelleri kullanmak mümkündür [28].

Durağan dağılım, fiziksel ve ekonomik sistemlerin birçok türlerini modellemede kullanılmaktadır. Bu sistemleri tanımlarken durağan dağılımı kullanmak için bir çok sebep vardır. İlk olarak, Levy dağılımının sağladığı Brown hareket için vuruş zamanı, Holtsmark dağılımının sağladığı yıldızların çekim alanı gibi durağan modelin teorik sebeplerinin olmasıdır. Bunlar ve diğer örnekler Feller [56]'in çalışmasında görülmektedir [54].

İkinci olarak, durağan dağılımlar kendi çekim bölgelerine (domains of attraction) sahiptir, merkezi limit teoremi her bir durağan dağılımın çekim bölgesini belirler [57]. Genelleştirilmiş merkezi limit teoreminin belirttiği gibi bağımsız ve özdeş durağan terimlerin normalleştirilmiş toplamının yine durağan olmasıdır. Çok sayıda gözlenen niceliklerin bir çok küçük terimlerin toplamı olduğu ileri sürülmektedir. Örneğin, bir hisse senedinin fiyatı ve iletişim sistemindeki sesler vb. gibi.

Durağan dağılım ile modellemedeki üçüncü neden deneye dayalıdır. Çok büyük veri setleri kalın kuyruklu ve çarpık durum sergilemektedir. Özellikle iletişim sistemleri ile ekonomik veri setleri örnek verilebilir [54].

Son olarak davranış bilimleri ve sosyal bilimlerde değişkenler arasındaki bir çok ilişkinin yapısal(structural) türden olmasıdır.

$$\begin{aligned} Y_1 &= a_1 Y^* + e_1 \qquad a_1 \neq 0 \\ Y_2 &= a_2 Y^* + e_2 \qquad a_2 \neq 0 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Eşitlik 2.10'da Y_1 ve Y_2 gözlemlenebilir raslantı değişkenleri iken Y^* gözlemlenemeyen raslantı değişkenidir. a_1 ve a_2 bilinmeyen sabitler, e_1 ve e_2 ise hata terimi olup, Y^*, e_1 ve e_2 birbirlerinden bağımsızdırlar. Burada regresyon modelinin oluşturulabilmesi için gerek ve yeter koşul Y^* ve e_2'nin sonlu ortalama ile durağan özellikleri taşımasıdır. Bu sonuça göre, bir çok yapısal ilişki ve gözlemlenemeyen değişkenler için durağan dağılımlardan yararlanılabilir [58; 59].

2.4.1. Tek Değişkenli Durağan Dağılımlar

Tanımlar:

i. Tanım 1

F(x) dağılım fonksiyonun durağan olması için, $b_1>0$, $b_2>0$ ve gerçel c_1, c_2 sayılarına uygun pozitif b ve gerçel bir c sayısı var ise ve fonksiyon,

$$F\left(\frac{x-c_1}{b_1}\right) * F\left(\frac{x-c_2}{b_2}\right) = F\left(\frac{x-c}{b}\right) \tag{2.11}$$

şeklinde yazılabiliyorsa, F dağılımı durağandır.

Eşitlik 2.11'deki * işlemi konvolüsyon(kıvrılım) işlemidir. Genellikle F_1 ve F_2 ile birlikte sırasıyla olasılık yoğunluk fonksiyonları f_1, f_2 de sürekli iken konvolüsyonları,

$$F(x)= F_1(x) * F_2(x) \tag{2.12}$$

şekilde gösterilir.

Eşitlik 2.12 aynı zamanda,

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F_1(x-t)f_2(t)dt$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} F_2(x-t)f_1(t)dt$$

ifadesine eşittir.

Eşitlik 2.11'den x ve y, F dağılım fonksiyonuna sahip bağımsız raslantı değişkenleri olmak üzere, $b_1>0$, $b_2>0$, $b_3>0$ ve c gibi gerçek sayılar varolduğunda, $Z=(b_1X + b_2Y + c)/b_3$ F dağılımlıdır ve bu F dağılımı da durağandır. Buna göre, aynı dağılıma sahip bağımsız raslantı değişkenlerinin doğrusal bileşimleri de aynı dağılıma sahip ise bu dağılıma "durağan dağılım" denir [59].

Her iki tanıma göre de, bağımsız ve aynı dağılımlı raslantı değişkenlerin doğrusal fonksiyonlarının toplamı yine aynı dağılım ailesine ait ise, bu aile durağandır denir. Örneğin, normal dağılım bu özelliği sağlamaktadır, dolayısıyla durağan ailenin bir üyesidir [58].

ii. Tanım 2

$$aX_1 + bX_2 \overset{d}{\Leftrightarrow} cX + d \tag{2.13}$$

X değişkeninin X_1 ve X_2 bağımsız kopyaları ve herhangi bir a ve b pozitif sabitleri, pozitif bir c değeri ve d∈R için Eşitlik 2.13 sağlanıyor ise X raslantı değişkeni durağandır. a ve b'nin tüm seçimleri için Eşitlik 2.13, d=0 için de sağlanıyorsa X raslantı değişkeni kesinlikle durağandır denir. Eğer X raslantı değişkeni durağan ve 0 etrafında simetrik dağılmış ise raslantı değişkeni simterik durağandır. Örneğin, $X \overset{d}{\Leftrightarrow} -X$ [53].

iii. Tanım 3

Aynı dağılıma sahip $X_1, X_2, \cdots X_n$ raslantı değişkenlerinin dağılımı ancak ve ancak herhangi $n \geq 2$ için $X_1 + \cdots + X_n \overset{d}{\Leftrightarrow} c_n X_1 + d_n$ eşitliğini sağlayan pozitif b_n ve $a_n \in R$ varsa, durağan dağılıma aittir denir. Sonuç olarak, her $n \geq 2$ için $\frac{X_1 + \cdots + X_n}{b_n} - \frac{a_n}{b_n} \overset{d}{\Leftrightarrow} X_1$ bağıntısında $n \to \infty$ iken sol tarafın limit dağılımı vardır ve X_1' in dağılımına denk gelmektedir [60].

iv. Tanım 4

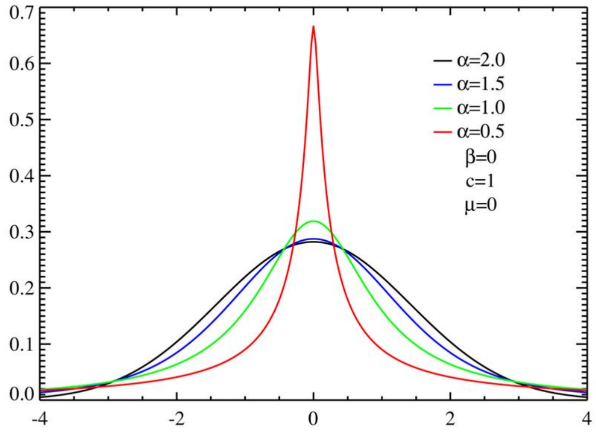
Eğer bağımsız, aynı dağılımlı rasgele değişkenlerin toplamı bir limit dağılımına sahipse, bu limit dağılımı durağan sınıfın bir üyesidir [61; 62].

α-durağan dağılımları tanımlamak için dört parametre kullanılmaktadır.

α parametresi; $0 < \alpha \leq 2$ durağanlılık indeksi ya da karakteristik üs, β parametresi; $-1 \leq \beta \leq 1$ çarpıklık indeksi veya parametresi, $\gamma > 0$ ölçek parametresidir ve $\delta \in R$ konum parametresi olarak adlandırılmaktadır [63].

Karakteristik üs α, dağılımın kuyruklarının incelme oranını belirler. α=2 olduğunda, dağılım normal dağılımdır. $0<\alpha\leq 1$ için durağan ailenin 1. ya da daha yüksek dereceden momentleri mevcut değildir. $1<\alpha\leq 2$ için durağan dağılımlar 1.momente ve $\delta<\alpha$ için δ. dereceden momentlere sahiptir.

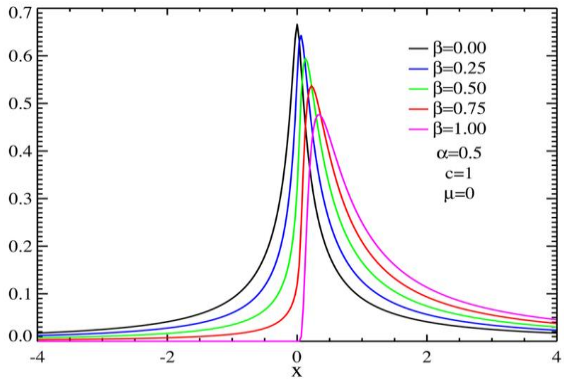
Şekil 2.19' da farklı α değerleri için durağan dağılımlar vardır.



Şekil 2.19. Farklı α değerleri için durağan dağılımlar

Çarpıklık parametresi β>0 iken dağılım sağa çarpıktır yani sağ kuyruk daha kalındır. β <0 iken ise dağılım sola çarpıktır. β=0 olduğunda dağılım δ etrafında simetriktir.

Şekil 2.20' de farklı β değerleri için durağan dağılımlar vardır.



Şekil 2.20. Farklı β değerleri için durağan dağılımlar

Son iki parametre δ ve γ, konum ve ölçek parametreleridir. γ genişliği belirlerken, δ dağılımın modunun (tepesinin) kaymasını belirler. γ = 1 ve δ = 0 olduğunda dağılıma standart durağan dağılım denir ve genellikle γ>0 olmaktadır. α ve β dağılımın şeklini belirlediğinden bu parametreler biçim parametreler olarak düşünülebilir.

Yoğunluk için kapalı formlarını ifade edebildiğimiz üç durum vardır ve bu dağılımlar Normal, Cauchy ve Levy dağılımlarıdır.

X raslantı değişkeni,

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \qquad -\infty < x < \infty$ yoğunluğa sahip ise $X \sim N(\mu, \sigma^2)$' dir.

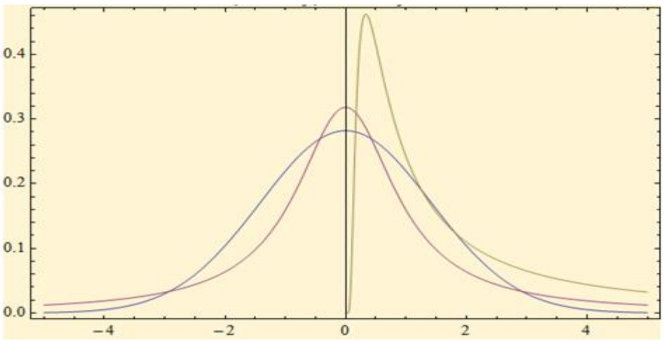
Kümülatif dağılım fonksiyonları $F(x) = P(X \leq x) = \Phi\big((x - \mu)/\sigma\big)$ şeklinde ifade edilir. Normal dağılım α=2, β=0 parametre ile durağandır.

X raslantı değişkeni,

$f(x) = \frac{1}{\pi}\frac{\gamma}{\gamma^2+(x-\delta)^2}$, $-\infty<x<\infty$ yoğunluğa sahip ise X ~ Cauchy (γ,δ)' dir. Bu dağılım ayrıca fizikte Lorentz dağılımı olarak da adlandırılıp kullanılmaktadır. Cauchy dağılımı α=1, β=0 parametre ile durağan dağılımdır.

X raslantı değişkeni,

$f(x) = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}}\frac{1}{(x-\delta)^{3/2}}\exp\left(-\frac{\gamma}{2(x-\delta)}\right)$, $\delta < x < \infty$ yoğunluğa sahip ise X~Lévy(γ,δ)' dir. Levy dağılımını α = 1/2, β = 1 parametre ile durağan gösteriyor.



Şekil 2.21. Normal (mavi), Cauchy (pembe), Levy (sarı) dağılımları

Şekil 2.21' de bu üç fonksiyonun grafiği görülmektedir. Normal dağılım ve Cauchy dağılımları simetriktir ve çan-şeklindeki eğrilerdir. Bu dağılımlar arasındaki temel fark Şekil 2.21.' de görüldüğü gibi Cauchy dağılımının daha kalın kuyruğa sahip olmasıdır. Burada normal dağılımlar için ±3'ün üzerinde(sınırları dışında) çok az olasılık vardır, fakat Cauchy için ±3 sınırları dışında önemli miktarda olasılık bulunmaktadır. Bu iki dağılımın örneklemlerinde normal dağılıma göre Cauchy dağılımında ±3 sınırları üzerinde kalan değerler 100 kez daha fazladır. Bu sebeple durağan dağılımlar kalın kuyruklu olarak adlandırılmaktadır. Cauchy ve normal dağılımlar tersine Levy dağılımı oldukça çarpıktır. Olasıkların hepsi X>0 üzerine yoğunlaşılmıştır ve bu Cauchy dağılımdan da kalındır [53].

Normal dağılım (α=2, β=0, $\gamma = \sigma/\sqrt{2}$, δ = μ), Cauchy dağılımı (α=1, β=0, γ, δ) ve Levy dağılımı (α=1/2, β=1, γ, δ) parametreleri ile durağandırlar. Bu dağılımlara ilişkin kuyruk olasılıkları Çizelge 2.2' de verilmiştir.

Çizelge 3.2. Normal, Cauchy, Levy dağılımlarının kuyruk olasılıkları

c	P(X>c)		
	Normal	**Cauchy**	**Lévy**
0	0.5000	0.5000	1.0000
1	0.1587	0.2500	0.6827
2	0.0228	0.1476	0.5205
3	0.001347	0.1024	0.4363
4	0.00003167	0.0780	0.3829
5	0.0000002866	0.0628	0.3453

Parametrelendirme:

Genel olarak durağan yoğunlukların çok sayıda parametrelendirmesi vardır ve literatürdeki bu farklı parametrelendirmeler karışıklıklara neden olmaktadır.

Parametrelemedeki çeşitlilik, tarihsel gelişimden ve çok sayıda problemin durağan dağılımların özel biçimleri kullanılarak analiz edilmesinden kaynaklanmaktadır.

Farklı parametrelendirmelerin her biri farklı problemler için kullanışlıdır. Sayısal çalışmalar ya da dağılımın veri uyumu için parametrelendirme çeşitinden biri tercih edililir. Dağılımın basit cebirsel özellikleri istenirse diğer bir parametrelendirme, durağan kuralların analatik özellikleri çalışılmak istenirse bir başkası kullanışlıdır [63; 53].

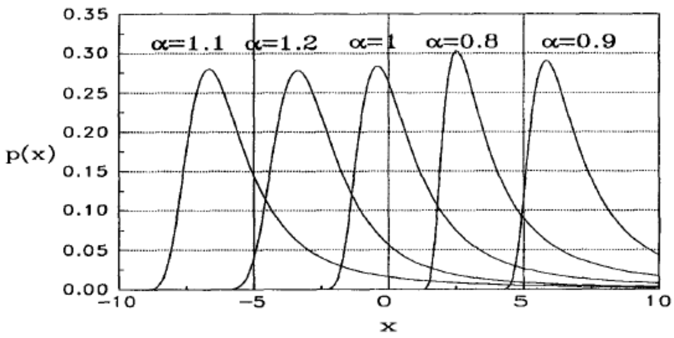
i. $S_\alpha(\beta, \gamma, \delta)$ Parametrelendirilmesi

X ~ $S_\alpha(\beta, \gamma, \delta)$' in karakteristik fonksiyonu için Samorodnitsky ve Taqqu [64] tarafından verilen en sık kullanılan parametrelendirme,

$$\ln \phi(t) = \begin{cases} \left(-\gamma^\alpha |t|^\alpha \left[1 - i\beta \left(\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right)\left(\operatorname{sign}(t)\right)\right] + i\delta t\right) & \alpha \neq 1 \\ \left(-\gamma|t| \left[1 + i\beta\frac{2}{\pi}\left(\operatorname{sign}(t)\right)\ln|t|\right] + i\delta t\right) & \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.14}$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Eşitlik 2.14 Zolotarev'in (A) parametrelemesinin ufak bir değişimidir. Her β>0 için; $\alpha \uparrow 1$ iken tepe noktası $+\infty$, $\alpha \downarrow 1$ iken $-\infty$ olmaktadır, yani α=1 herhangi komşuluğunda tepe noktasının konumu sınırsızdır. Ölçü parametresi $\gamma = 1$ ve konum parametresi $\delta = 0$ olduğunda, dağılım standartlaştırılmış olur ve $S_\alpha(\beta, 1, 0)$ notasyonunun kısaltılmış hali $S_\alpha(\beta)$ sembolü ile ifade edilir. Standartlaştırılmış durağan raslantı değişkenin durağan yoğunluk grafiği Şekil 2.22' de verilmiştir.



Şekil 2.22. Standartlaştırılmış durağan raslantı değişkenin (γ=1, δ=0) durağan yoğunluk grafiğidir.

Karakteristik fonksiyonun basit formu ve cazip cebirsel özellikleri ile ilgilenildiğinde $S_\alpha\,(\beta,\gamma,\delta)$ parametrelendirilmesi tercih edilir.

$S_\alpha(\beta,\gamma,\delta)$ parametrelendirilmesinde durağan rasgele değişkenlerin toplamların ilişkin özellikler:

1. Eğer $X \sim S_\alpha(\beta,\gamma,\delta)$ ise herhangi $a \neq 0$ ve b∈R için

$$aX+b=\begin{cases} S_\alpha(\mathrm{sign}(a)\beta, |a|\gamma, a\delta+b) & \alpha\neq 1 \\ S_1\left(\mathrm{sign}(a)\beta, |a|\gamma, a\delta+b-\frac{2}{\pi}\beta\gamma\, a\ln|a|\right) & \alpha=1 \end{cases}$$

olur.

2. Karakteristik fonksiyonlar, yoğunluk ve dağılım fonksiyonları α= 1 iken sürekli ancak α = 1 in herhangi bir komşuluğunda sürekli değildir.

3. $X_1 \sim S_\alpha(\beta_1\gamma_1\delta_1)$ ve $X_2 \sim S_\alpha(\beta_2,\gamma_2,\delta_2)$ bağımsız raslantı değişkenleri ise $X_1 + X_2 \sim S_\alpha(\beta,\gamma,\delta)$ olur ve bu dağılımın parametreleri

$$B=\frac{\beta_1\gamma_1^\alpha+\beta_2\gamma_2^\alpha}{\gamma_1^\alpha+\gamma_2^\alpha}, \qquad \gamma^\alpha=\gamma_1^\alpha+\gamma_2^\alpha, \quad \delta=\delta_1+\delta_2$$

şeklindedir.

4. $X_j \sim S_\alpha(\beta_j,\gamma_j,\delta_j)$ j= 1,2,...,n durağan bağımsız n tane raslantı değişken ve $w_1,\cdots,w_n$ keyfi seçilmiş sayılar için [66],

$$w_1X_1+w_2X_2+\cdots+w_nX_n \sim S_\alpha(\beta,\gamma,\delta)$$

$$\beta=\frac{\sum_{j=1}^{n}\beta_j(\mathrm{sign}w_j)|w_j\gamma_j|^\alpha}{\gamma^\alpha}, \qquad \gamma^\alpha=\sum_{j=1}^{n}|w_j\gamma_j|^\alpha$$

$$\delta=\begin{cases} \sum_j w_j\delta_j & \alpha\neq 1 \\ \sum_j w_j\delta_j-\frac{2}{\pi}\sum_j\beta_j w_j\gamma_j\ln|w_j\gamma_j| & \alpha=1 \end{cases}$$

olmaktadır.

ii. $S^0_\alpha(\beta,\gamma,\delta_0)$ Parametrelendirilmesi

$S^0_\alpha(\beta,\gamma,\delta_0)$ parametrelemesi Zolotarev'in M parametrelemesinin durağan dağılım niceliklerini temel alır.

Ölçü parametresi $\gamma = 1$ konum parametresi $\delta = 0$ olduğunda standartlaştırılmış dağılım notasyonu $S^0_\alpha(\beta,1,0)$ olmaktadır ve kısaltılmış olarak $S^0_\alpha(\beta)$ sembolu ile ifade edilmektedir.

Standartlaştırılmış durağan dağılım niceliklerindeki Z raslantı değişkeninin karakteristik fonksiyonu,

$$\mathrm{E}\exp(itZ) = \begin{cases} \exp\left\{-|t|^\alpha\left[1 + i\beta(\operatorname{sign} t)\left(\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right)(|t|^{1-\alpha} - 1)\right]\right\}, & \alpha \neq 1 \\ \exp\left\{-|t|\left[1 + i\beta(\operatorname{sign} t)\frac{2}{\pi}\ln|t|\right]\right\}, & \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.15}$$

Eşitlik 2.15'de karakteristik fonksiyon, yoğunluk ve dağılım fonksiyonu α ve β'de ortak süreklidir. Bu hesaplamanın sonucunda, $\lim_{\alpha\to 1}(\tan\pi\alpha/2)(|t|^{1-\alpha} - 1) = (2/\pi)\ln|t|$. Bu özelliklerinden dolayı, Z raslantı değişkeni yoğunluk ve dağılım fonksiyonu hesaplamak için sayısal olarak en iyi durumdur ve diğer hesaplamalar bunu temel almaktadır. Bu fonksiyonlar Nolan [65] tarafından önerilmiştir.

Z'nin basit ölçek ve konum değişikliğinin Zolotarev'in full (M) parametrelemesi değişimi,

$X^0 \overset{d}{\Leftrightarrow} \gamma Z + \delta_0$ ise $X^0 \sim S^0_\alpha(\beta,\gamma,\delta_0)$ olmaktadır.

X^0 'ın karakteristik fonksiyonu;

$$\ln\phi_0(t) = \begin{cases} \left(-\gamma^\alpha|t|^\alpha\left[1 + i\beta\left(\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right)(\operatorname{sign}(t))(\gamma|t|^{1-\alpha} - 1)\right] + i\delta_0 t\right) & \alpha \neq 1 \\ \left(-\gamma|t|\left[1 + i\beta\frac{2}{\pi}(\operatorname{sign}(t))\log(\gamma|t|)\right] + i\delta_0 t\right) & \alpha = 1 \end{cases}$$

olmaktadır.

α=2 olduğunda $S^0_2(0,\gamma,\delta_0)$ dağılımı, δ ortalama ve $2\gamma^2$ varyans ile normal dağılımdır. $(S^0_2(0,\gamma,\delta_0) = N(\delta, 2\gamma^2))$

$S^0_\alpha(\beta,\gamma,\delta_0)$ parametrelendirilmesi durağan dağılım ile ilgili sayısal çalışmalarda ve istatistiksel çıkarsamalarda önerilir.

Eşitlik 2.15'deki $X \sim S_\alpha(\beta,\gamma,\delta)$ raslantı değişkeni ise,

$$X \overset{d}{\Leftrightarrow} \begin{cases} \gamma\left(Z + \beta \tan\frac{\pi\alpha}{2}\right) + \delta \\ \gamma\left(Z + \frac{2}{\pi}\beta \ln\sigma\right) + \delta \end{cases} = \begin{cases} \gamma Z + \left(\sigma\beta \tan\frac{\pi\alpha}{2} + \delta\right), & \alpha \neq 1 \\ \gamma Z + \left(\frac{2}{\pi}\beta\sigma \ln\sigma + \delta\right), & \alpha = 1 \end{cases}$$

şeklinde ifade edilmektedir.

α, β, γ parametreleri S ve S^0 parametrelendirme için aynı anlamdadır. Bu iki parametrelendirmedeki konum parametresi arasında ise

$$\delta = \begin{cases} \delta_0 - \beta\gamma \tan\frac{\pi\alpha}{2}, & \alpha \neq 1 \\ \delta_0 - \beta\frac{2}{\pi}\gamma \ln\gamma, & \alpha = 1 \end{cases}$$

şeklinde bağlantı bulunmaktadır

$S_\alpha^0(\beta, \gamma, \delta_0)$ parametrelendirilmesinde durağan rasgele değişkenlerin toplamların ilişkin özellikler:

Eğer $X \sim S_\alpha^0(\beta, \gamma, \delta_0)$ ise herhangi $a \neq 0$ ve $b \epsilon R$ için $aX + b \sim S_\alpha^0(\mathrm{sign}(a)\beta, |a|\gamma, a\delta_0 + b)$ olur.

$X_1 \sim S_\alpha^0(\beta_1, \gamma_1, \delta_1)$ ve $X_2 \sim S_\alpha^0(\beta_2, \gamma_2, \delta_2)$ bağımsız raslantı değişkenleri ise $X_1 + X_2 \sim S_\alpha^0(\beta, \gamma, \delta_0)$ olur. Bu dağılımın parametreleri,

$$\beta = \frac{\beta_1\gamma_1^\alpha + \beta_2\gamma_2^\alpha}{\gamma_1^\alpha + \gamma_2^\alpha}, \quad \gamma^\alpha = \gamma_1^\alpha + \gamma_2^\alpha$$

olmak üzere δ_0,

$$\delta_0 = \begin{cases} \delta_1 + \delta_2 + \left(\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right)[\beta\gamma - \beta_1\gamma_1 - \beta_2\gamma_2] & \alpha \neq 1 \\ \delta_1 + \delta_2 + \frac{2}{\pi}[\beta\gamma \ln\gamma] - \beta_1\gamma_1 \ln\gamma_1 - \beta_2\gamma_2 \ln\gamma_2 & \alpha = 1 \end{cases}$$

şeklindedir.

$X_j \sim S_\alpha^0(\beta_j, \gamma_j, \delta_j)$ $j = 1,2,\dots,n$ durağan bağımsız n tane raslantı değişken ve $w_1, \dots, w_n$ keyfi sayılar için $w_1X_1 + w_2X_2 + \cdots + w_nX_n \sim S_\alpha^0(\beta, \gamma, \delta)$ olmak üzere,

$$\beta = \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j(\mathrm{sign}\, w_j)|w_j\gamma_j|^\alpha}{\gamma^\alpha}, \qquad \gamma^\alpha = \sum_{j=1}^n |w_j\gamma_j|^\alpha$$

$$\delta = \begin{cases} \sum_j w_j\delta_j + \tan\frac{\pi\alpha}{2}\left[\beta\gamma - \sum_j \beta_j w_j\gamma_j\right] & \alpha \neq 1 \\ \sum_j w_j\delta_j + \frac{2}{\pi}\left(\beta\gamma \ln\gamma - \sum_j \beta_j w_j\gamma_j \ln|w_j\gamma_j|\right) & \alpha = 1 \end{cases}$$

olmaktadır.

Bütün dört parametre α, β, γ, δ_0 için, karakteristik fonksiyonlar, yoğunluk ve dağılım fonksiyonları ortak olarak süreklidir.

Durağan Dağılımların Karakteristik Fonksiyon Gösterimi:

Cauchy, Normal, Levy dağılımı dışında yoğunlukların kapalı formları olmadığı için durağan dağılımlar karakteristik fonksiyonlar ya da olasılık yoğunluk fonksiyonların ters Fouier dönüşümü ile ifade edilmektedir [67].

F(x) dağılım fonksiyonu ve Q, karakteristik fonksiyon olmak üzere Q, F'in Fourier dönüşümüdür.

Dağılım fonksiyonu F(x) olan X raslantı değişkenin karakteristik fonksiyonu i^2 =-1 olmak üzere, $\phi(t) = E(\exp(itx)) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(itx) dF(x)$ şeklinde ifade edilir.

$\phi(u)$ karakteristik fonksiyonu X raslantı değişkeninin dağılımı olarak tanımlar ve birçok matematiksel özelliğe sahiptir. Karakteristik fonksiyonun bazı matematiksel özellikleri aşağıdaki gibidir:

u değişkeninin tüm değerleri için $|\phi(t)| \leq 1$ olmaktadır. Yani, karakteristik fonksiyon 1 ile sınırlıdır. Diğer bir deyişle, $|E(\exp(itx))| \leq E(|\exp(itx)|)=1$ olmaktadır.

Φ(0)=1'dir.

ϕ(t) karakteristik fonksiyonu IR gerçel sayılar kümesinde düzgün süreklidir. Yani, $f: A \to IR (A \subseteq IR)$ gerçel tanımlı fonksiyon için keyfi bir küçük pozitif ε sayısı verilsin. A kümesi üzerindeki herhangi iki nokta arasındaki fark δ gibi pozitif bir sayıdan daha az olacak şekilde bir δ sayısı varsa, bu iki noktanın fonksiyon değerleri arasındaki fark da ε dan küçük olmaktadır. Düzgün sürekli bir foksiyon aynı zamanda süreklidir. Matematiksel olarak $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0, \forall x, y \in A\ için\ |x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon$ şeklinde yazılır [28].

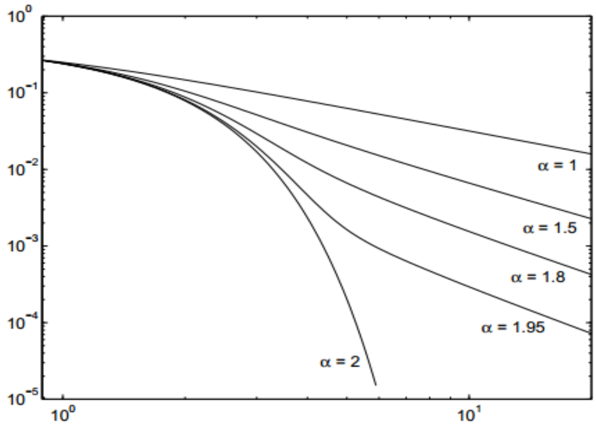
Kuyruk Davranışı:

α<2 olması durumunda α durağan dağılımların kuyrukları asimptotik olarak Pareto kanununa uyar. Yani, α<2 ve $X \sim S_\alpha(1,\beta,0)$ ise x→∞ yaklaşması durumunda,

$$P(X > x) = 1 - F(x) \to k_\alpha (1 + \beta) x^{-\alpha}$$

$$P(X < -x) = F(-x) \to k_\alpha (1 - \beta) x^{-\alpha}$$

$k_\alpha = \left(2 \int_0^{\infty} x^{-\alpha} \sin x dx\right)^{-1} = \frac{1}{\alpha} \Gamma(\alpha) \sin \frac{\pi\alpha}{2}$ olmaktadır.



Şekil 2.23. Farklı α değerleri için simetrik durağan kümülatif dağılım fonksiyonu sağ kuyruk çifte logaritmik şekli

α'nın farklı değerleri için kuyrukların kuvvet-kuralı yakınsaması değişim göstermektedir. Şekil 2.23' de görüldüğü gibi bu yakınsama α'nın değerleri artıkça yavaşlamaktadır [68].

2.4.2. Çok Değişkenli Durağan Dağılımlar

Tanım:

Tek değişkenli durağan dağılımların çok değişkenli durağan dağılımlara genellenmesi Levy tarafından yapılmıştır.

X, px1 vektör olmak üzere, tek değişkenli durağan dağılımlarla benzer şekilde, $b_1 > 0, b_2 > 0$ *ve* c_1, c_2 reel değerli vektör iken her x, $x \equiv (x_j), -\infty < x_j < \infty$ j = 1,...,p için b pozitif ölçeği ve **c** reel değerli vektör bulunuyor ise G(x) çok değişkenli durağan dağılım olmaktadır.

$$G\left(\frac{x-c_1}{b_1}\right) * G\left(\frac{x-c_2}{b_2}\right) = G\left(\frac{x-c}{b}\right)$$

G(x) çok değişkenli durağan dağılım fonksiyonun logaritmik karakteristik fonksiyonu,

$$\log_{\phi_x}(t) = \log_{\phi_{x_1,\cdots,x_p}}(t_1, \dots, t_p)$$

$$= \begin{cases} i\delta(t_1,\dots,t_p) - \gamma(t_1,\dots,t_p)\left[1 + i\beta(t_1,\dots,t_p)\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right], & \alpha \neq 1 \\ i\delta(t_1,\dots,t_p) - \gamma(t_1,\dots,t_p)\left[1 + i\beta(t_1,\dots,t_p)\frac{2}{\pi}\log|t|\right], & \alpha = 1 \end{cases}$$

olmaktadır.

Özellikler:

1. **Doğrusal Birleşim:** X, px1 boyutlu raslantı vektörü, ancak ve ancak X bileşenlerinin her bir doğrusal birleşimi α karakteristik üs ile tek değişkenli doğrusal dağılım olduğunda α karakteristik üs ile çok değişkenli durağan dağılım olmaktadır.
2. **Çekim Bölgesi:** $X_1,...,X_n$, bağımsız ve özdeş dağılmış p-vektörüdür. β_n : px1 konum vektörü serisi ve f_n skaler olduğunu düşünürsek, $V_n \equiv f_n^{-1}\left(\sum_1^n X_j - \beta_n\right)$ ise $\lim_{n\to\infty} \mathfrak{T}\{V_n\} = \mathfrak{T}\{V\}$ olmaktadır. Burada V çok değişkenli durağan rastlantı vektörüdür.
3. **Sonsuz bölünebilme:** X: px1, çok değişkenli durağan yasası gösteriyorsa, bu bağımsız aynı dağımlı çok değişkenli durağan vektörlerin toplamı şeklinde gösterilebilir
4. **Mutlak süreklilik:** Çok değişkenli durağan dağılımlar süreklidir ve sürekli yoğunluğa sahiptir.

Çok Değişkenli Simetrik Durağan Dağılımlar:

Çok değişkenli simetrik durağan dağılımlar portföy analizinin temelini oluşturmaktadır. Çok değişkenli durağan dağılımlar yalnız ve yalnız $\beta(t) = \beta\left(t_1, ..., t_p\right) = 0$ olduğunda çok değişkenli simetrik durağan dağılımlara dönüşürler.

$\beta(t) = 0$ olduğunda elde edilen çok değişkenli simetrik durağan dağılımların karakteristik fonksiyonu $\log_{\phi X}(t) = i\delta(t) - \gamma(t),\ \ \gamma > 0$ şeklindedir.

Her u skaleri için,

$$\gamma(ut) = |u|^{\alpha}\gamma(t)$$

$$\delta(ut) = u\delta(t) \tag{2.16}$$

olmaktadır.

$\delta = \left(\delta_1, \delta_2, \cdots, \delta_p\right)$ olmak üzere Eşitlik 2.16'daki ikinci eşitliğin sağlanması amacıyla $\delta(t) = \delta'(t)$ alınması gerekir. Buna göre düzenlenen logaritmik fonksiyon $\log_{\phi X}(t) = i\delta'(t) - \gamma(t)$, γ>0 şeklinde yazılır.

Çok değişkenli simetrik durğan dağılımların bazı özellikleri aşağıda belirtilmiştir:

Çok değişkenli simetrik durağan dağılımların karakteristik fonksiyonu $m \geq 1$ olmak üzere karesel biçimde ifade edilebilmektedir. Bu dağılımın karesel logaritmik karakteristik fonksiyonu $\log_{\phi X}(t) = i\delta(t) - \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\left(t'\Omega_j t\right)^{\alpha/2}$ şeklindedir.

Karakteristik fonksiyonda ölçek parametresi $\gamma(t)$ yerine Ω_j matrisi, her j =1,2,...,m ve $0 < \alpha \leq 2$ için sabit değerlerden oluşan pxp boyutlu pozitif yarı-tanımlı bir matristir.

$\sum_{j=1}^{m} \Omega_j > 0$ oluyorsa, $\phi_X(t)$ karakteristik fonksiyonu m. dereceden tekil olmayan çok değişkenli bir simetrik durağan dağılım olacaktır.

Birbirinden bağımsız çok değişkenli simetrik dağılmış rastlantı vektörlerin doğrusal bileşimleri de farklı parametrelere sahip çok değişkenli simetrik dağılmaktadır.

Tüm durağan dağılımlar süreklidir ve sürekli yoğunluklara sahiptirler. Başka bir deyişle bağımsız durağan vektörlerin doğrusal bileşimleri de yine çok değişkenli durağan dağılıma sahiptir [3].

Tahmin Ediciler:

i. Ençok Olabilirlik (Maksimum Likelihood:ML) Tahmini

X = (X_1,..., X_T) T bağımsız aynı dağılımlı durağan raslantı değişkenlerin vektörüdür. Yani, $X_i \sim S_\alpha(\beta, \gamma, \delta)$ ve x = (x_1,....,x_T) gözlem vektörlerine karşılık gelmektedir. $\theta = (\alpha, \beta, \gamma, \delta)'$ şeklinde tanımlanmıştır. θ' nın ML tahmini,

$$\ell(\theta, x) = \sum_{i=1}^{T} \log f(x_i; \theta) \tag{2.17}$$

eşitliği ile elde edilir.

DuMouchel, θ için ML tahmin edicilerin teorik özelliklerini araştırmıştır ve belirli koşullar altında onun asimptotik normalliğini göstermiştir. Yani,

$$\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta_0) \xrightarrow{d} N(0, I^{-1}(\theta_0)) \tag{2.18}$$

olmaktadır. Burada $"\xrightarrow{d}"$ dağılıma yakınsama anlamına gelmektedir. I Fisher bilgi matrisini belirtilmektedir.

$I(\theta_0) = -E\left(\frac{\partial^2 \ell(\theta; X)}{\partial\theta\, \partial\theta'}\right)$ matrisi maksimizasyondan doğan Hessian matrisi kullanarak ya da Nolan tarafından verilen sayısal integral ile çözülür. ML tahmin algoritması log-olabilirlik fonksiyonu Eşitlik 2.17'yi maksimize edilerek çözümlenir.

Sınırlandırılmış optimizasyon kullanmak yerine θ' nın dönüştürülmüş versiyonu $\tilde{\theta} = (\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}, \tilde{\delta})'$ olmak üzere $\theta = h(\tilde{\theta})$ tahmin edilir.

Dönüşüm aşağıdaki şekildedir:

$$\alpha = \frac{2}{1+\tilde{\alpha}^2}, \qquad \beta = \frac{2-\tilde{\beta}^2}{2+\tilde{\beta}^2}, \ \gamma = \tilde{\gamma}^2$$

Çoğu uygulamada, X_i' nin birinci momentinin olduğu farzedilir. $\alpha = 1 + 1/(1 + \tilde{\alpha}^2)$ dönüşümü $\alpha \in (1,2]$ ile sınırlandırılır. Parametre dönüşümleri ile $\nabla_{\tilde{\theta}} h = \frac{\partial h}{\partial \tilde{\theta}'}$ eğimi tanımlanır. Eşitlik 2.18 $\sqrt{T}(\tilde{\theta} - \theta_0) \xrightarrow{d} N(0, \nabla_{\tilde{\theta}} h I^{-1}(\tilde{\theta}_0) \nabla_{\tilde{\theta}} h')$ olur [69]. Bu methodun dezavantajı, doğrusal olmayan bir optimizason problemi olması, başlangıç ve yakınsaklık analizinin olmamasıdır [28].

ii. Koutrouvelis'in Parametre Tahmini

Koutrouvelis methodu bilinen en iyi karakteristik fonksiyon tabanlı yöntemdir.

Durağan dağılım gösteren X'in karakteristik fonksiyonu,

$$\varphi(t) = \begin{cases} exp\left(-\gamma^\alpha |t|^\alpha \left[1 - i\beta \left(tan\frac{\pi\alpha}{2}\right)(signt)\right] + i\delta t\right) & \alpha \neq 1 \\ exp\left(-\gamma |t| \left[1 + i\beta \frac{2}{\pi}(signt) ln|t|\right] + i\delta t\right) & \alpha = 1 \end{cases} \tag{2.19}$$

şeklinde ifade edilmektedir.

Eşitlik 2.19 kullanarak $ln(-ln|\varphi(t)|^2) = \ln(2\gamma^\alpha) + \alpha ln|t|$ elde edilir.

Eşitlik 2.19' da verilen karakteristik fonksiyonun gerçel ve sanal kısımları,

$$Re(\varphi(t)) = \exp(-\gamma^\alpha |t|^\alpha) cos\left[\delta t + \gamma^\alpha |t|^\alpha \beta sign(t) \beta \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right] \tag{2.20}$$

$$Im(\varphi(t)) = exp(-\gamma^\alpha |t|^\alpha) sin\left[\delta t + \gamma^\alpha |t|^\alpha \beta sign(t) \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right] \tag{2.21}$$

şeklinde ifade edilmektedir [70].

Yukarıdaki Eşitlik 2.20 ve Eşitlik 2.21' den,

$$arctan\left(Im(\varphi(t))/Re(\varphi(t))\right) = \delta t + \gamma^\alpha |t|^\alpha \beta sign(t) tan(\pi\alpha/2) \tag{2.22}$$

elde edilir.

Eşitlik 2.22 α ve γ parametresine bağlıdır. k=1, 2,...,K için $y_k = m + \alpha w_k + \varepsilon_k$ modelinde $w = log|t|$ üzerinde $y = log(-log|\phi_n(t)|^2)$ ifadesinin regresyonunun alınmasıyla α ve γ parametreleri tahmin edilmektedir. Modelde, (t_k) gerçel sayıların uygun bir seti, $m = log(2\gamma^\alpha)$ ve ε_k ise hata terimidir.

K, 9 ile 134 arasında olmak üzere, Koutrouvelis $t_k = \frac{\pi k}{25}$, k=1, 2,...,K olarak alınmasını önermiştir [28].

Eşitlik 2.22 kullanılarak β ve δ parametreleri tahmin edilir.

$g_n(u) = Arctan\left(Im\left(\phi_n(u)\right)\right)/(Re(\phi_n)))$ olmak üzere β ve δ parametreleri, $z_t = \delta u_t + \beta\gamma^\alpha tan\frac{\pi\alpha}{2} sign(u_t)|u_t|^\alpha + \eta$ modelinde $u\ ve\ sign(u)|u|^\alpha$ üzerinde $z = g_n(u) + \pi k_n(u)$ regresyonu alınarak elde edilir. u_t, gerçel sayıların uygun bir seti ve η hata terimini ifade etmektedir [28].

iii. En Kısa Uzaklık Yöntemi

İki dağılım birbirine eşit ise ancak ve ancak bu iki dağılımın karakteristik fonksiyonları bir doğru üzerinde çakışırlar. Bu gerçeğe dayanarak Press, karakteristik fonksiyon yardımıyla iki tahmin methodu ileri sürmüştür. En kısa uzaklık methodu,

$$g(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \sup_{\ell}\left|\phi(\ell) - \widehat{\phi}(\ell)\right| \tag{2.23}$$

olarak tanımlıdır. $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ parametrelerin en kısa uzak tahmin edicileri Eşitlik 2.23'ü en küçük yapan değerlerdir [59].

Eşitlik 2.23'ün daha basit ve düzeltilmiş şekli r. en kısa uzaklık methodudur. Eşitlik 2.23'e benzer şekilde, $W(\ell)$ integralin yakınsamasını sağlayan uygun bir yakınsama faktörü olmak üzere r. en kısa ortalama uzaklık,

$$h(\alpha, \beta, \gamma, \delta) = \int_{-\infty}^{\infty}\left|\phi(\ell) - \widehat{\phi}(\ell)\right|^{\Gamma} W(\ell) d(\ell) \tag{2.24}$$

olarak tanımlıdır. $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ parametrelerinin en kısa r. ortalama uzaklık tahmin edicileri, sabit bir r değeri için Eşitlik 2.24 integralini en küçük yapan değerlerdir.

iv. Fama ve Roll Tahmini

Fama ve Roll çalışmalarında simetrik (β=0, δ=0) durağan dağılımları ele alarak 1<α≤2 için parametre tahminlerini bulmuşlardır [59].

X_f, *f*nci kitle kesri ve $\hat{X}_f$ ise bu ifadeye karşılık örneklem kesrini ifade etmektedir. [62]. Yani, $S_\alpha(\beta, \gamma, \delta)(x_f) = f$ için $F_n(\hat{X}_f) = f$ olmaktadır.

γ parametrenin tahmin edicisi $\hat{\gamma} = \frac{\hat{X}_{0.72} - \hat{X}_{0.28}}{1.654}$ olmaktadır [71]. Eşitlikteki $\hat{X}_{0.72}$ ve $\hat{X}_{0.28}$ değerleri x dağılımının 0.28 ve 0.72 noktalarının tahmin edicileridir.

Karakteristik üs α tahmin edicisi olarak $S_\alpha(\frac{\hat{X}_f - \hat{X}_{1-f}}{2\hat{\gamma}})$=f eşitliğini sağlayan $\hat{\alpha}$ değerleri ele alınmıştır. f=0.95, 0.96, 0.97 değerleri α'nın en iyi tahminlerini vermektedir.

Fama ve Roll tahmin yönteminde x_j'ler durağan dağılım gösterdiğinde $\gamma_1=p^{1/\alpha}\gamma$ olmak üzere, her p için $\sum_{i=1}^{p} X_i \sim S_\alpha(\gamma_1, 0, 0)$ olduğu gösterilmiştir. Bu ifadenin çözülmesi ile karakterik üs tahmini için $\hat{\alpha} = \frac{log p}{log\hat{\gamma}_1 - \log\hat{\gamma}}$ elde edilmiştir [28].

$1<\alpha\leq 2$ için δ konum parametresinin tahmin edicisi olarak kesilmiş ortalama (truncated mean) kullanılmıştır. δ tahmini sıralanmış gözlemlerin yüzde p ortasının aritmetik ortalamasına eşit olan yüzde p kesilmiş örneklem ortalamasıdır [62].

v. McCulloch Yöntemi

Fama-Roll yöntemi basit fakat α ve β parametreleri üzerindeki kısıtlamalar ile $\hat{\alpha}$ ve $\hat{\gamma}$ tahmin edicilerindeki küçük hatalardan zarar görmektedir. J.Huston McCulloch bu yöntemi genelleştirmiş ve geliştirmiştir [28].

Bu yöntem kullanılarak durağan dağılım parametreleri McCulloch'un çalışmasındaki tablo yardımıyla tahmin edilmektedir [72].

α ve β Tahmini: X_p, kitlenin p.yüzdelik dilimidir ve $\hat{x}_p$, örneklem yüzdeliğe karşılık gelir. $\hat{x}_p$, X_p'nin tutarlı tahmini olmaktadır.

$$v_\alpha = \frac{x_{.95} - x_{.05}}{x_{.75} - x_{.25}} \tag{2.25}$$

Eşitlik 2.25'de indeks γ ve δ' dan bağımsızdır.

$\hat{v}_\alpha$, v_α'nin tutarlı kestiricisidir ve $\hat{v}_\alpha = \frac{\hat{x}_{.95} - \hat{x}_{.05}}{\hat{x}_{.75} - \hat{x}_{.25}}$ şeklinde ifade edilmektedir. v_α, tam anlamıyla α'nın azalan fonksiyonu olduğundan α'da güçlü uyum vermektedir.

$$v_\beta = \frac{x_{.95} + x_{.05} - 2x_{.5}}{x_{.95} - x_{.05}} \tag{2.26}$$

Eşitlik 2.26'da verilen v_β, γ ve δ' dan bağımsızdır. v_β, β için güçlü bir uyum; v_α' da α için güçlü uyum vermektedir:

$$v_\alpha = \phi_1(\alpha, \beta), \tag{2.27}$$

$$v_\beta = \phi_2(\alpha, \beta). \tag{2.28}$$

Eşitlik 2.27 ve Eşitlik 2.28'deki ilişki aşağıda verilen Eşitlik 2.29 ve Eşitlik 2.30 şekline dönüşmektedir.

$$\alpha = \psi_1(v_\alpha, v_\beta) \tag{2.29}$$

$$\beta = \psi_2(v_\alpha, v_\beta) \tag{2.30}$$

α ve β'nın tutarlı tahminleri aşağıda verilmiştir:

$$\hat{\alpha} = \psi_1(\hat{v}_\alpha, \hat{v}_\beta) \tag{2.31}$$

$$\hat{\beta} = \psi_2(\hat{v}_\alpha, \hat{v}_\beta) \tag{2.32}$$

Eşitlik 2.31 ve Eşitlik 2.32'deki tahmin ediciler McCulloch'un çalışmasındaki tablo yardımıyla elde edilir.

Ölçek parametre tahmini: $v_c = \frac{x_{.75} - x_{.25}}{c}$ olmak üzere $V_c = \phi_3(\alpha, \beta)$ fonksiyonudur ve McCulloch'un çalışmasındaki tablo yardımıyla elde edilir

C'nin tutarlı tahmini, $\hat{c} = \frac{\hat{x}_{.75} - \hat{x}_{.25}}{\phi_3(\hat{\alpha}, \hat{\beta})}$ olmaktadır.

Konum parametre tahmini: X rastlantı değişkeni dağılımı [72]:

$$X' = \begin{cases} x - \beta\gamma \tan\frac{\pi\alpha}{2}, & \alpha \neq 1 \\ x, & \alpha = 1 \end{cases}$$

olmaktadır.

$v_\zeta = \frac{\zeta - x_{.5}}{\gamma}$, $\phi_5(\alpha, \beta)$ fonksiyonu McCulloch'un çalışmasındaki tablo yardımıyla elde edilir. $\hat{\zeta} = \hat{x}_{.5} + \hat{\gamma}\,\phi_5(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ ile parametre tahmini $\hat{\delta} = \hat{\zeta} - \hat{\beta}\hat{\gamma}\tan\frac{\pi\hat{\alpha}}{2}$ eşitliği ile elde edilir

vi. Momentler Yöntemi

Bu yöntem, karakteristik fonksiyona dayalı Press tarafından öne sürülen basit bir tahmin yöntemidir. Karakteristik fonksiyon $\log\phi(t) = iat - \gamma\,|t|^\alpha \left[1 + \beta\frac{t}{|t|}\omega(t, \alpha)\right]$ kullanılarak

$$|\phi(t)|^2 = \exp(-2\,\gamma\,|t|^\alpha) \tag{2.33}$$

eşitliği elde edilir ve Eşitlik 2.33'den $\gamma\,|t|^\alpha = -\log|\phi(t)|$ eşitliğine ulaşılır. $t_1 \neq t_2$ olmak üzere t'nin sıfırdan farklı iki değeri t_1 ve t_2 olarak tanımlanmaktadır.

$\alpha \neq 1$ durumu için: $\gamma\,|t_1|^\alpha = -\log|\phi(t_1)|$ ve $\gamma|t_2|^\alpha = -\log|\phi(t_2)|$ olur ve bu eşitlikler çözülerek $\hat{\phi}(t)$ ile $\phi(t)$ karakteristik fonksiyonlarının yerine yazılarak α ve γ'nın tahmin edicileri bulunur:

$$\hat{\alpha} = \frac{\log\left[\frac{\log|\hat{\phi}(t_1)|}{\log|\hat{\phi}(t_2)|}\right]}{\log\left|\frac{t_1}{t_2}\right|}, \qquad \log\hat{\gamma} = \frac{\log|t_1|\,\log[-\log|\hat{\phi}(t_2)|] - \log|t_2|\,\log[-\log|\hat{\phi}(t_1)|]}{\log\left|\frac{t_1}{t_2}\right|}.$$

β ve δ tahminlerini elde etmek için $u(t) = \mathrm{Im}[\log\phi(t)]$ den yararlanılır (Im, bir karmaşık fonksiyonun sanal (imajiner) kısmını simgelemektedir).

Eşitlik 2.33’de belirtilen karakteristik fonksiyon yardımıyla $u(t) = a\,t - \gamma\,|t|^{\alpha-1}\beta\,t\,\omega(t,\alpha)$ elde edilir. t_3 ve t_4, $t_3 \neq t_4$ olması koşulu altında sıfırdan farklı iki değer olduğunda $\alpha \neq 1$ durumu için,

$$a - \left[\gamma|t_3|^{\alpha-1}\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right]\beta = \frac{u(t_3)}{t_3} \tag{2.34}$$

$$a - \left[\gamma\,|t_4|^{\alpha-1}\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right]\beta = \frac{u(t_4)}{t_4} \tag{2.35}$$

elde edilir. Buradan $\widehat{\phi}(t)$ kutupsal koordinatlara göre $\widehat{\phi}(t) = \left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\mathrm{Cos}\,t\,y_j\right) + \left(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\sin t\,y_j\right)$ şeklinde yazılır.

Ayrıca, $\tan\phi(t) = \left[\frac{\sum_{j=1}^{N}\sin t\,y_j}{\sum_{j=1}^{N}\cos t\,y_j}\right]$ eşitliğinden yararlanılarak, $\log\widehat{\phi}(t) = \rho(t) + i\,\theta(t)$ ve $u(t) = \mathrm{Im}\left[\log\widehat{\phi}(t)\right] = \theta(t)$ yazılabilir. $\hat{u}(t) = \tan^{-1}\left[\frac{\sum_{j=1}^{N}\sin t\,y_j}{\sum_{j=1}^{N}\cos t\,y_j}\right]$ bağıntı yerine Eşitlik 2.34 ve Eşitlik 2.35 konularak elde edilen iki doğrusal eşitlik yardımıyla $\hat{\delta}$ *ve* $\hat{\beta}$ elde edilir:

$$\hat{\beta} = \frac{\frac{\hat{u}(t_3)}{t_3} - \frac{\hat{u}(t_4)}{t_4}}{\left[|t_4|^{\hat{\alpha}-1} - |t_3|^{\hat{\alpha}-1}\right]\hat{\gamma}\tan\frac{\pi\hat{\alpha}}{2}} \qquad \hat{\delta} = \frac{|t_4|^{\hat{\alpha}-1}\frac{\hat{u}(t_3)}{t_3} - |t_3|^{\hat{\alpha}-1}\frac{\hat{u}(t_4)}{t_4}}{|t_4|^{\hat{\alpha}-1} - |t_3|^{\hat{\alpha}-1}}$$

α=1 durumu için $u(t) = a\,t - \frac{2\,\gamma\,\beta\,t}{\pi}\log|t|$ elde edilir.

$$a - \left[2\gamma\frac{|t_3|}{\pi}\right]\beta = \frac{u(t_3)}{t_3} \tag{2.36}$$

$$a - \left[2\gamma\frac{|t_4|}{\pi}\right]\beta = \frac{u(t_4)}{t_4} \tag{2.37}$$

eşitlikleri elde edilir.

(2.36) ve (2.37) eşitliklerini kullanılarak u(t) yerine $\hat{u}(t)$’ ler konulmasıyla δ ve β parametrelerinin moment tahmin edicileri elde edilir:

$$\hat{\beta} = \frac{\left[\frac{\hat{u}(t_3)}{t_3} - \frac{\hat{u}(t_4)}{t_4}\right]}{\frac{2\,\hat{\gamma}}{\pi}\log\left|\frac{t_4}{t_3}\right|}\,, \qquad \hat{\delta} = \frac{\frac{\log|t_4|}{t_3}\hat{u}(t_3) - \frac{\log|t_3|}{t_4}\hat{u}(t_4)}{\log|t_4| - \log|t_3|}$$

α=1 için γ’nın moment tahmin edicisi $\hat{\gamma} = -\frac{\log\left|\widehat{\phi}(t_1)\right|}{|t_1|}$ olmaktadır.

$\cos t\,Y$ ve $\sin t\,Y$’ nin örneklem momentlerine dayalı olarak yukarıda verilen tahmin ediciler tutarlıdır. $t_{1,\ldots,}t_4$’ ün seçimlerine bağlı olarak kitle değerine yakınsaklığı beklenenden daha yakın çıkabilir [59; 3].

2.4.3. Durağan Portföy Analizi

$P_i(t)$, t anında i. menkul kıymete ait fiyatı göstermektedir ve i. menkul kıymete ait getiri,

$$R_i = \frac{P_i(t) - P_i(t-1)}{P_i(t-1)}$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

$R = (R_1,...,R_n)$` vektörü, N tane menkul kıymetin getirilerinden oluşan portföyün Nx1 boyutlu vektörüdür. R vektörünün her bir bileşeni α-simetrik durağan dağılım ise, Nx1 boyutlu R vektörü de α-simetrik dağılım olmaktadır.

Durağan dağılımlar toplama altında kapalılık özelliğine sahiptir. Yani, α durağan indeksi ile bağımsız rastlantı değişkenlerin kombinasyonu aynı α indeksi ile durağan olmaktadır.

$X_1 \sim S_\alpha (\sigma_1, \beta_1, \mu_1)$ ve $X_2 \sim S_\alpha(\sigma_2, \beta_2, \mu_2)$

bağımsız durağan raslantı değişkenleri ise

$$X_1 + X_2 \sim S_\alpha(\sigma, \beta, \mu)$$

olmaktadır.

Burada,

$$\sigma = (\sigma_1^\alpha + \sigma_2^\alpha)^{1/\alpha}, \quad \beta = \frac{\beta_1 \sigma_1^\alpha + \beta_2 \sigma_2^\alpha}{\sigma_1^\alpha + \sigma_2^\alpha} \text{ ve } \mu = \mu_1 + \mu_2$$

olur.

Durağan rastlantı değişkenlerin sahip olduğu bu kapalılık özelliği portföy analizinde önemli bir avantaj sağlamaktadır. Çünkü portföylerde belli ağırlıklara sahip menkul kıymetlerin doğrusal bileşiminden meydana gelmektedir.

Yani, R1, R2,...., RN, α indeksi ile bağımsız durağan rastlantı değişkenli olmak üzere, $R_i \sim S_\alpha(\beta_i, \sigma_i, \mu_i)$ iken, portföy getirisi de $R_p = \sum_{i=1}^N w_i R_i \sim S_\alpha \left(\beta_p, \sigma_p, \mu_p \right)$ olmaktadır.

W = (Wi), i=1,...,N j.menkul kıymetin portföy içerisindeki ağırlığını göstermektedir. $\sum_{j=1}^N w_j = 1$ ve $w_j > 0$ olmaktadır.

$$\sigma_p = \begin{cases} ((|w_1|\sigma_1)^\alpha + \ldots + (|w_N|\sigma_N)^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} & \alpha \neq 1 \text{ ise,} \\ |w_1|\sigma_1 + \ldots + |w_N|\sigma_N & \alpha = 1 \text{ ise,} \end{cases}$$

$$\beta_p = \begin{cases} \dfrac{\text{sign}(w_1)\beta_1(|w_1|\sigma_1)^\alpha + \cdots + \text{sign}(w_N)\beta_N(|w_N|\sigma_N)^\alpha}{(|w_1|\sigma_1)^\alpha + \cdots + (|w_N|\sigma_N)^\alpha} & \alpha \neq 1 \text{ ise,} \\ \dfrac{\text{sign}(w_1)\beta_1|w_1|\sigma_1 + \cdots + \text{sign}(w_N)\beta_N|w_N|\sigma_N}{|w_1|\sigma_1 + \cdots + |w_N|\sigma_N} & \alpha = 1 \text{ ise} \end{cases}$$

N boyutlu durağan R vektörün karakteristik fonksiyon Φ_R,

$$= \begin{cases} \exp\left\{i\,\theta'\mu - \int S_N \ |\theta' s|^{\alpha}\left(1 - i\,\text{sign}\,(\theta' s)\ \tan\frac{\pi\alpha}{2}\right)\Gamma(ds)\right\} & \alpha \neq 1 \\ \text{xp}\left\{i\,\theta'\mu - \int S_N \ |\theta' s|\ \left(1 + i\,\frac{2}{\pi}\ \text{sign}\,(\theta' s)\ \ln(\theta' s)\right)\Gamma(ds)\right\} & \alpha = 1 \end{cases}$$

olmaktadır.

Γ, S_N birim kürede negatif olmayan spektral bir ölçümdür.

Durağan raslantı değişkenlerin varyansı α<2 için sonsuzdur. Bu yüzden varyans ya da kolerasyonla bağımlılık ve risk ifade edilememektedir. Bu yüzden risk ölçüsü olarak dağılımın ölçek parametresi kullanılmaktadır. α-durağan bir portföyün risk ölçümü olarak kullanılan ölçek parametresi, $\sigma^{\alpha}\,(w'R) = \int S_N \ |w's\,|^{\alpha}\,\Gamma(ds)$ olmaktadır. Burada, $w'R = w_1R_1 + \ldots + w_N\,R_N$ bileşenlerinin doğrusal kombinasyonları şeklinde portföy getirisini oluşturmaktadır.

Normal dağılım gösteren rastlantı vektörün (α=2) bağımlılık yapısı vektörün otokovaryans fonksiyon yardımıyla ifade edilebilirken α<2 olduğunda ise kovaryans ifadesi bulunamamaktadır. Çok değişkenli durağan dağılımların bağımlılık yapısına ait ölçüm için kovaryasyon kullanılmaktadır. α-simetrik durağan dağılıma sahip bir portföyün sahip olduğu riski portföyün kovaryasyonu ile yakından ilgilidir. $1 < \alpha < 2$ aralığı için iki durağan rastlantı değişkenleri arasındaki bağımlılık ölçümü olarak kullanılan kovaryasyon ifadesi,

$$[R_i;\ R_j]_{\alpha} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial\,\sigma^{\alpha}(w_1R_1 + w_2R_2)}{\partial w_i}\bigg|_{w_i=0;w_j=1} = \int s_i s_j^{<\alpha-1>}\Gamma(ds)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada, $x^{<k>} = |x|^{k}\text{sign}(x)$ eşit olmaktadır. Kovaryasyon matrisinin gösterimi $\left([R_i, R_j]_{\alpha}\right)_{i,j}$ i, j = 1,...,d 1,..., d, şeklinde olup portföyde yer alan menknul kuymetler arasındaki bağımlılık yapısını ifade etmektedir [73].

Portföy analizinde amaç yatırımcının beklentisine göre iki farklı şekilde belirlenmektedir. Eğer amaç, belirli getiri düzeyinde portföy riskini minimum yapmak ise bu durağan portföy problemine karşılık gelen ifade aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

Amaç fonksiyonu: $\min_{w_i} \gamma_p$

Kısıtlar: $E(R_p) = m^*$,

$$\textstyle\sum_{i=1}^{n} w_i = 1\,,\ w_i \geq 0\,. \qquad (2.38.)$$

Belirli bir risk düzeyinde portföyün beklenen getirisini maximum yapmak isteniyor ise portföy problemi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

Amaç fonksiyonu: $\max_{w_i} E(R_p)$

Kısıtlar: $\gamma_p = \gamma^*$

$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \quad w_i \geq 0$.

Portföy riskini minimize etmek amacıyla durağan portföy problemini çözmek için öncelikle portföy riski birinci merkezi moment yardımıyla ifade edilmiştir ve enküçükleme(minimize) probleminin çözümü için simpleks metod kullanılmıştır.

Birinci merkezi moment yardımıyla ölçülen portföy riski,

$E\left|\sum_{i=1}^{n} w_i\left(R_i - E(R_i)\right)\right|$,

$\hat{r}(w) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N}\left|\sum_{i=1}^{n} w_i X_{i,t}\right|$ eşitliği yardımıyla ifade edilmektedir.

Burada $R_{i,t} = (1, \ldots, N)$ değişkeni, i. menkul kıymet getirisinin bağımsız ve benzer dağılmış gözlemlerin N elemanlı bir seti ve $\bar{R}_i = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} R_{i,t}$ olmaktadır. $X_{i,t} = R_{i,t} - \bar{R}_i$ ifadesi, t= 1,2,...,N periyodunda i.menkul kıymetin gözlemlenen örneklem ortalamasından getirinin sapması olarak tanımlanmıştır.

Simpleks metod kullanılarak enküçükleme probleminin çözülebilmesi için öncelikle doğrusal programlama problemi şeklinde ifade edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla, $\bar{R}_n$ en küçük ortalama getiri ve $\bar{R}_1$ en büyük ortalama getiri olarak tanımlanmıştır.

Ağırlıkların toplam kısıtı $w_N = 1 - \sum_{i=1}^{N-1} w_i$ şeklinde düzenlenmiştir.

Eşitlik 2.38'de verilen problem aşağıdaki şekilde yeniden yazılmıştır.

Amaç fonksiyonu: $\min \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N}\left|\sum_{i=1}^{N-1} w_i\left(X_{i,t} - X_{N,t}\right) + X_{N,t}\right|$

Kısıtlar: $\sum_{i=1}^{N-1} w_i \leq 1$,

$\sum_{i=1}^{N-1} w_i(\bar{R}_i - \bar{R}_N) = R^* - \bar{R}_N$

$w_i \geq 0, i = 1, \ldots, N$

$i = 1, \ldots, N-1 \; için$

$Y_{i,t} = X_{i,t} - X_{N,t}$

$c_i = \frac{\bar{R}_i - \bar{R}_N}{\bar{R}_1 - \bar{R}_N}$ ve

$c_N = \frac{R^* - \bar{R}_N}{\bar{R}_1 - \bar{R}_N}$

Eşitlikleri tanımlanmasıyla enküçükleme problemi,

Amaç fonksiyonu: $\min \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} \left| \sum_{i=2}^{N-1} w_i \left(Y_{i,t} - c_i Y_{1,t} \right) + c_N Y_{1,t} + X_{N,t} \right|$

Kısıtlar : $\sum_{i=1}^{N-1} w_i \leq 1$

$$\sum_{i=1}^{N-1} w_i c_i = c_N$$

$$w_i \geq 0,\ i = 1, \dots, N \qquad (2.39)$$

olarak yeniden yazılabilir.

Eşitlik 2.39'de amaç fonksiyonunda belirtilen kısıtlar seti $w \epsilon K$ şeklinde ifade edersek, K seti boş olmayan küme olduğunda $\bar{R}_n \leq R^* \leq \bar{R}_1$ olur ve bu durum c_N ve $1 - c_N$ değerlerinin pozitif olmasını sağlamaktadır.

$a_{i,t} = Y_{i,t} - c_i Y_{1,t}$ ve $b_{N,t} = c_N Y_{1,t} + X_{N,t}$ eşitliklerinin tanımlanmasıyla,

$\epsilon_t^+ + \epsilon_t^- = \left| \sum_{i=2}^{N-1} a_{i,t} w_i + b_t \right|$ ve

$\epsilon_t^+ - \epsilon_t^- = \sum_i a_{i,t} w_i + b_t$

ifadelerini sağlayan yeni ϵ_t^+ ve ϵ_t^- tanımlandığında enküçükleme problemi aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

Amaç fonksiyonu : $\min \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N} (\epsilon_t^+ + \epsilon_t^-)$

Kısıtlar: $w \epsilon K,$

$$\epsilon_t^+ - \epsilon_t^- = \sum_i a_{i,t} w_i + b_t$$

$$\epsilon_t^+, \epsilon_t^- \geq 0. \qquad (2.40)$$

Eşitlik 2.40 problemi, eşitlik ve eşitsizliklerden oluşan bir doğrusal programlama problemi olmaktadır ve yalnızca eşitsizlikleri kapsayacak şekilde kısıtlar tekrardan yeniden formüle edilebilir [28].

3.DURAĞAN PORTFÖY ANALİZİNİN HİSSE SENETLERİNE UYGULANMASI

Hisse senedi getirilerinin dağılımları ve özellikleri portföy yönetimi açısından önem taşımaktadır. Modern portföy yönetiminin temelini oluşturan ortalama-varyans modelinde hisse senedi getirilerinin normal dağıldığı varsayımı bulunmaktadır. Ancak hisse senedi getirilerinin deneysel dağılımları incelendiğinde normal dağılıma göre basıklık değerinin daha büyük olduğu , kalın ve uzun kuyruklara sahip olduğu görülmüştür. Bu nedenle hisse senedi getirilerinin modellenmesinde uç değerleri daha yüksek oranda bünyesinde barındıran durağan dağılım kullanılmaktadır.

Bu çalışmada BİST30 endeksinde işlem gören 11 adet hisse senedinin 03.01.2008-31.12.2014 tarihleri arasındaki günlük getirileri incelenmiştir. Bu hisse senetleri Akbank, Doğan Holding, Garanti Bankası, Halk Bankası, Koç Holding, Petkim, Sabancı Holding, Turkcell, Türk Hava Yolları, Tüpraş ve Ülker' dir. Portföy getiri ve risk hesaplanması doğrultusunda yapılan uygulamalarda logaritmik fiyat değişikliği ağırlıklı olarak tercih edilmektedir. Bunun nedeni ise logaritmik getirilerin dağıtılan kar paylarından fazla etkilenmemesidir. Logaritmik getirilerin tercih edilmesinin diğer nedeni ise bu değişimlerin verilen fiyat seviyesindeki değişimleri yansıtmamasıdır [75]. Ancak çok iyi bilindiği gibi orjinal veri üzerindeki değişiklik bilgi kaybına neden olmaktadır. Bu nedenle uygulamada logaritmik verilerin kullanması tercih edilmemiştir. BİST30 endeksi için elde edilen bulgular ve yapılan analizler BİST100 endeksine ait 25.05.2010- 31.12.2014 yılları arasındaki Aygaz, Eczacıbaşı Yatırım Holding, Aksa Enerji, Sinpaş, Coca Cola, Galatasaray Sportif, Karsan Oto San. ve Tic. A.Ş. ve Anadolu Cam San. A.Ş. hisse senetlerine de uygulanıp durağan dağılıma göre nasıl bir eğilim göstereceği araştırılmak istenmiş ve BİST30 endeksi ile aralarındaki benzerlik ve farklılıklar incelenmiştir.

Hisse senetleri getirilerinin normal dağılıma uygunluğunu incelemede üçüncü merkezi moment çarpıklık değeri ile dördüncü merkezi moment basıklık değerinden faydalanmıştır. Çarpıklık değeri dağılımın asimetrikliğini göstermektedir. Pozitif çarpıklık değer, dağılımın sağ tarafında uzun kuyruğa sahip olduğunu ve dağılımın sağda yoğunlaştığını, negatif çarpıklık değer ise dağılımın sol tarafında uzun kuyruğa sahip olduğunu ve dağılımın solda yoğunlaştığını göstermektedir.

Normal dağılımın basıklık değeri 3' dür. Basıklık değerinin 3' den küçük olması dağılımın ince kısa kuyruklu, 3' den büyük ise kalın uzun kuyruklu olduğunu göstermektedir.

Bu çalışmada deneysel verilerin normal dağılıma uygunluğunun testinde Kolmogorov-Smirnov testi kullanılmıştır. Günlük getiri verilerinin deneysel olasılık dağılımının, dağılım parametreleri tam olarak bilinen bir teorik olasılık dağılımına uyum gösterip göstermediğinin testinde kullanılan Kolmogorov-Smirnov' a ilişkin hipotezler aşağıdaki biçimde kurulmuştur:

Ho: Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark yoktur.
Hs: Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark vardır.
F, test edilen belirlenmiş dağılımın teorik birikimli dağılımı olmak üzere, Kolmogorov-Smirnov test istatistiği aşağıdaki şekilde belirtilmiştir:

$D = max_{1 \leq i \leq N} \left| F(Y_i) - \frac{1}{N} \right|$

Test istatistiği D' nin tablo değerinden büyük olması durumunda sıfır hipotezi reddedilir. BİST30 endeksine ilişkin betimleyici istatistikler Çizelge 3.1' de verilmiştir.

Çizelge 4.1. BİST30 endeksi hisse senetlerine ait betimleyici istatistikler istatistikler

Hisse Senetleri	Ortalama	Standart Sapma	Varyans	Çarpıklık Değeri	Basıklık Değeri
Akbank	,0006185	,02684784	,001	,470	3,821
Dohol	,0001513	,02888524	,001	,139	6,375
Garanti	,0006765	,02711562	,001	,202	2,690
Halkbank	,0006302	,02796759	,001	,250	3,822
KoçHolding	,0009356	,02357795	,001	,157	4,765
Petkim	,0007229	,02199034	,000	,382	3,863
SabancıHolding	,0006185	,02503578	,001	,288	3,049
Thy	,0016385	,02575278	,001	,185	2,889
Turkcell	,0003525	,02091997	,000	,220	4,633
Tüpras	,0009172	,02330484	,001	,069	4,204
Ülker	,0011807	,02242956	,001	,375	5,595

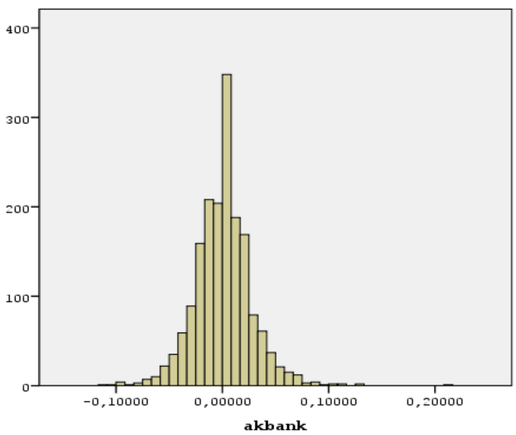
BİST30 endeksi hisse senetlerine ait basıklık ve çarpıklık değerleri incelenmiş ve serilerin normal dağılıma uymadıkları görülmüştür. Basıklık değerleri 3' den büyük olduğu için normal dağılıma göre daha kalın ve uzun kuyruklu dağılım sergilemektedirler. Çarpıklık değerlerinin pozitif olması dağılımların sağ tarafında uzun kuyruğa sahip olduğunu ve sağ tarafta yoğunlaştığını gösterir ki bu tür seri dağılımlara leptokurtik dağılım adı verilir. BİST100 endeksine ilişkin hisse senetlerinin betimleyici istatistikleri Çizelge 3.2' de verilmiştir.

Çizelge 3.2. BİST100 endeksi hisse senetlerine ait betimleyici istatistikler

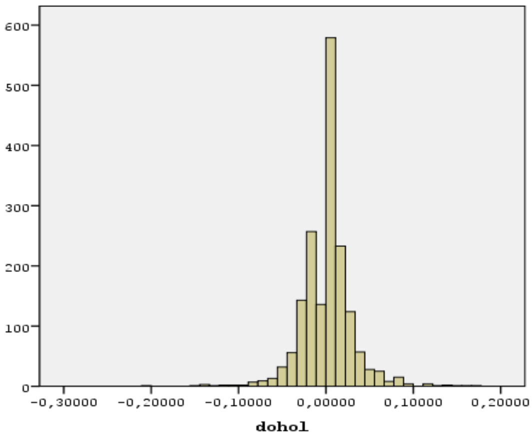
Hisse Senetleri	Ortalama	Standart Sapma	Varyans	Çapıklık Değeri	Basıklık Değeri
Aksa Enerji	-0,00009	0,02061	0,00042	-0,2941	5,2636
Anadolu Cam San.	0,00014	0,0195	0,0003	-0,5762	6,510
Aygaz	0,00071	0,0178	0,00032	-1,0840	9,616
Coca Cola	0,0014	0,0233	0,00054	0,499	2,143
Eczacıbaşı	0,00042	0,0183	0,00033	0,7411	12,256
Galatasaray	-0,0004	0,0287	0,0008	0,9833	7,209
Karsan	0,00038	0,0262	0,0006	0,4464	10,465
Sinpaş	-0,0002	0,0227	0,00051	-0,2044	3,988

BİST100 endeksi hisse senetlerinin de betimleyici istatistiklerini incelediğimizde normal dağılıma uymadıkları görülmüştür. BİST100 endeksine ait hisse senetlerinin BİST30 endeksine oranla daha yüksek basıklık değerlerine sahiptir ve normal dağılıma göre daha kalın ve uzun kuyruklu dağılım sergilemektedirler. BİST30 endeksinde görülen pozitif çarpıklığın yanı sıra negatif çarpıklık gösteren hisse senetleri de bulunmaktadır. Aksa Enerji, Aygaz, Sinpaş gibi hisse senetleri negatif çarpıklık ile dağılımın sol tarafında negatif değerlerde yoğunlaşır iken Eczacıbaşı, Karsan gibi hisse senetleri ise dağılımın sağ tarafında pozitif değerlerde yoğunlaşmaktadır. Hisse senetlerinin bu özellikleri getiri dağılımlarının leptokurtik dağılıma sahip olduğunu göstermektedir.

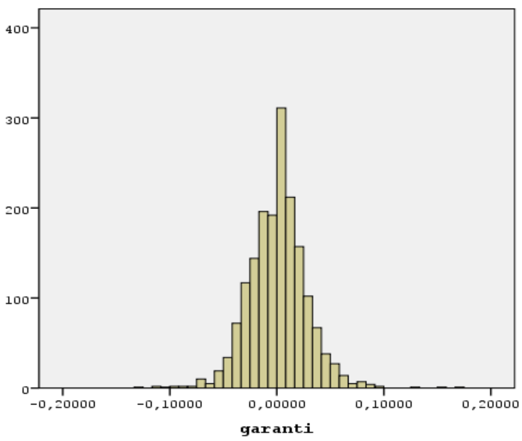
Hisse senetlerine ait histogram grafikleri ise aşağıda verilmiştir.



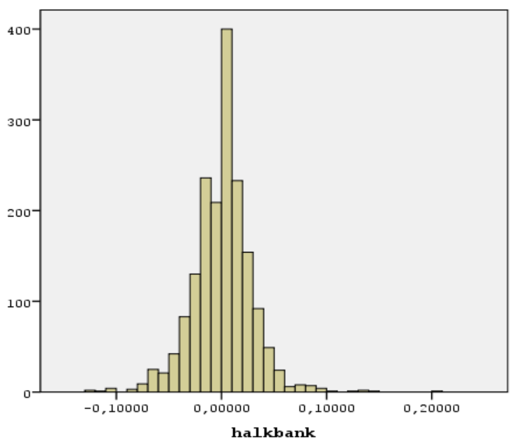
Şekil 3.1.
Akbank hisse senedine ait histogram grafiği



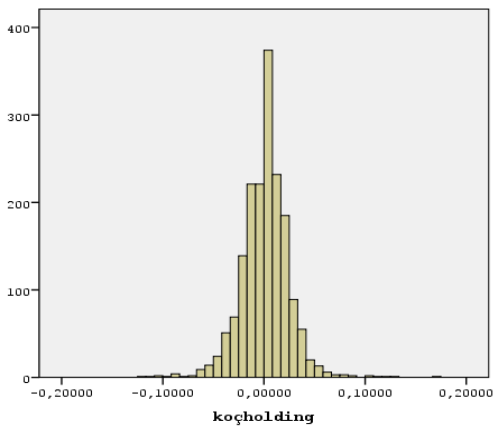
Şekil 3.2.
Doğan Holding hisse senedine ait histogram grafiği

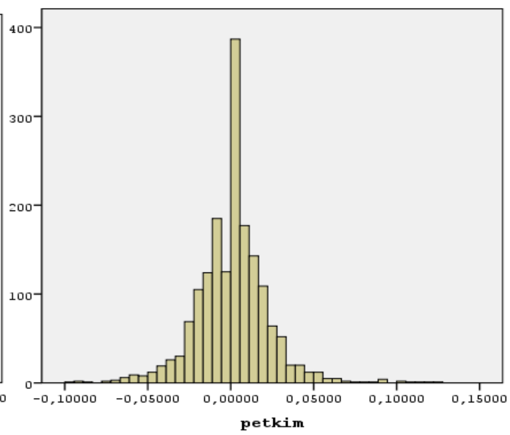


Şekil 3.3.
Garanti Bankası hisse senedine ait histogram grafiği



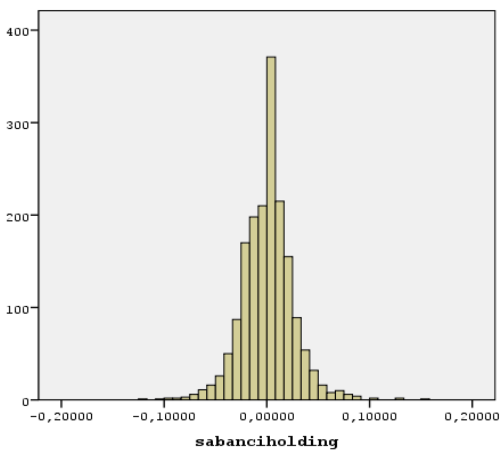
Şekil 3.4.
Halk Bank hisse senedine ait histogram grafiği

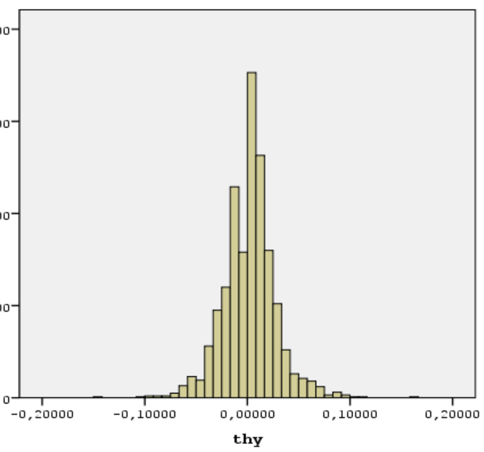




Şekil 3.5.
Koç Holding hisse senedine ait
histogram grafiği

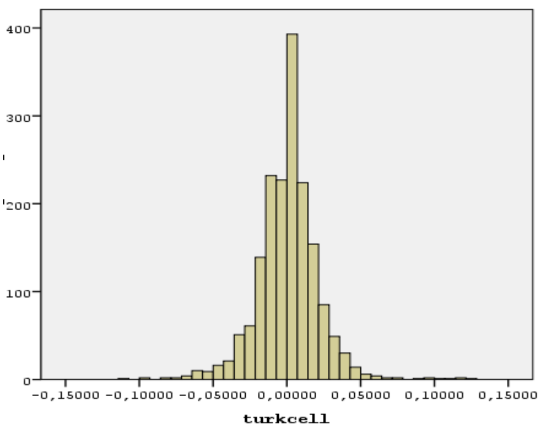
Şekil 3.6.
Petkim hisse senedine ait
histogram grafiği

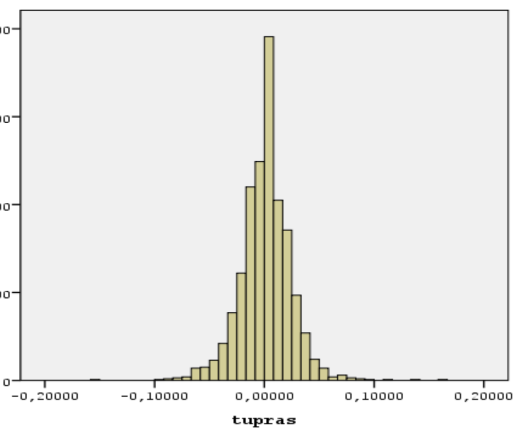




Şekil 3.7.
Sabancı Holding hisse senedine ait
histogram grafiği

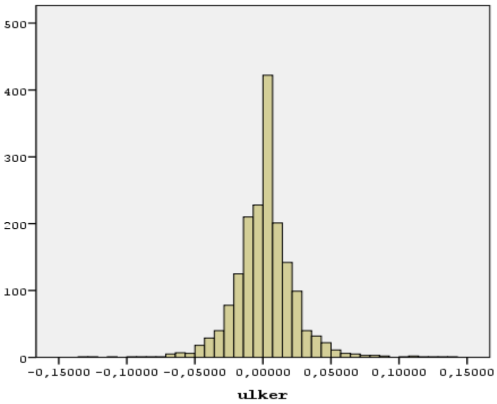
Şekil 3.8.
Türk Hava Yolları hisse senedine
ait histogram grafiği



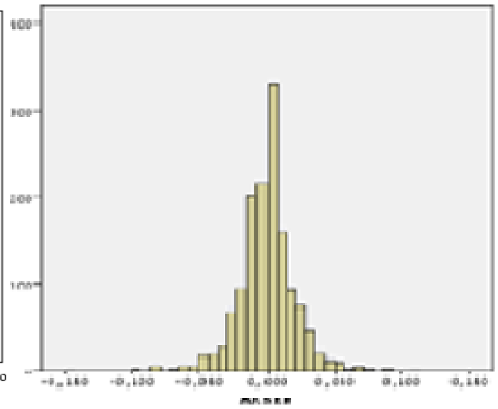


Şekil 3.9.
Turkcell hisse senedine ait
histogram grafiği

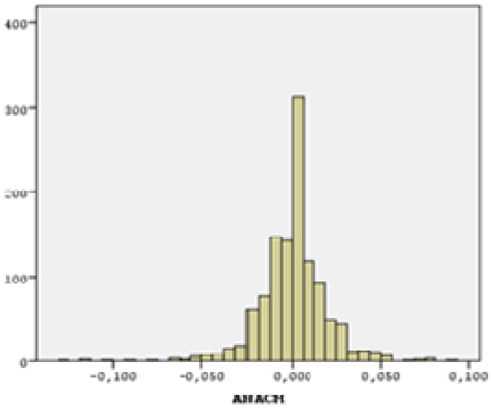
Şekil 3.10.
Tüpraş hisse senedine ait
histogram grafiği



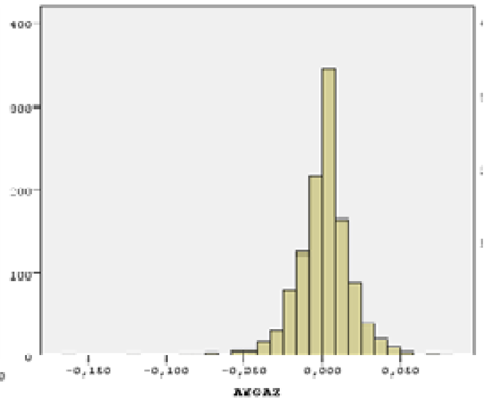
Şekil 3.11.
Ülker hisse senedine ait
histogram grafiği



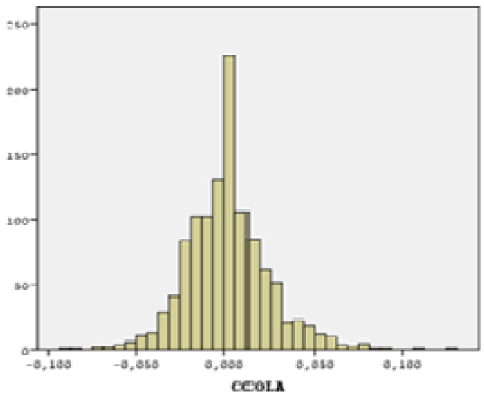
Şekil 3.12.
Aksa Enerji hisse senedine ait
histogram grafiği



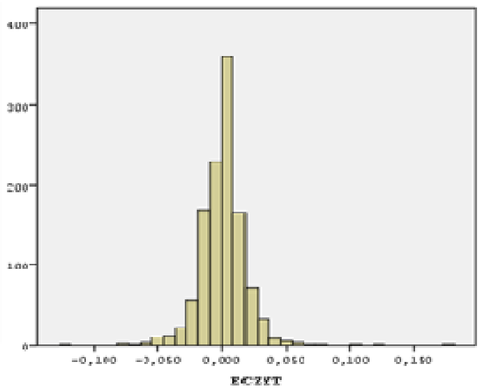
Şekil 3.13.
Anadolu Cam hisse senedine ait
histogram grafiği



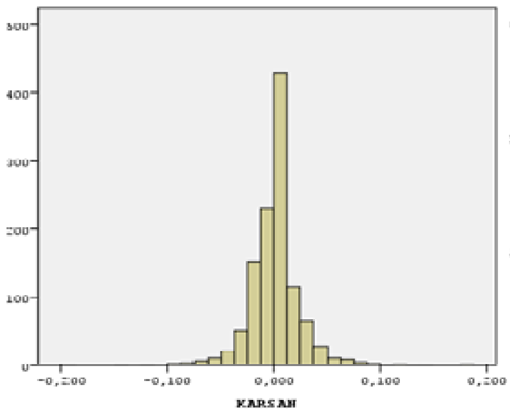
Şekil 3.14.
Aygaz hisse senedine ait
histogram grafiği



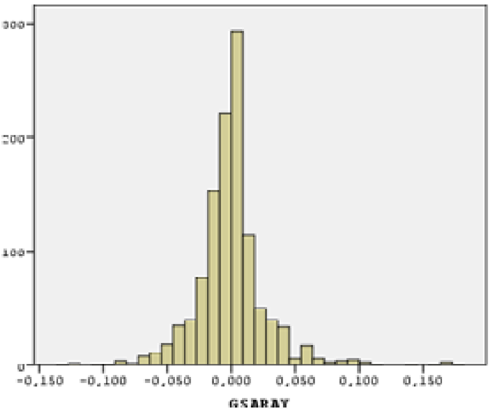
Şekil 3.15.
Coca Cola hisse senedine ait
histogram grafiği



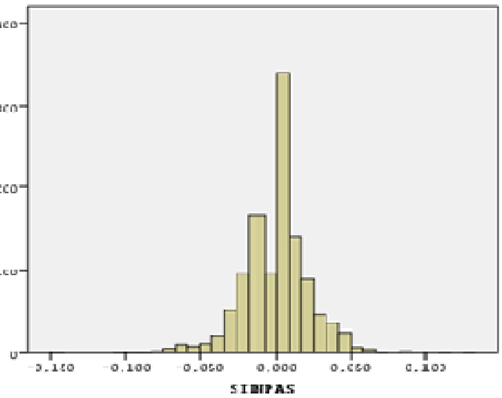
Şekil 3.16.
Eczacıbaşı hisse senedine ait
histogram grafiği



Şekil 3.17.
Karsan hisse senedine ait
histogram grafiği



Şekil 3.18.
Galatsaray hisse senedine ait
histogram grafiği



Şekil 3.19.
Sinpaş hisse senedine ait
histogram grafiği

BİST30 endeksine ilişkin Kolmogorov- Smirnov test istatistikleri Çizelge 3.3' de verilmiştir.

Çizelge 3.3. BİST30 endeksi için normal dağılım uyum iyiliği test sonuçları

Hisse Senedi	**Kolmogorov-Smirnov Sig.(p)**
Akbank	**0,000**
Doğan Holding	**0,000**
Garanti Bankası	**0,000**
Halk Bankası	**0,000**
Koç Holding	**0,000**
Petkim	**0,000**
Sabancı Holding	**0,000**
Türk Hava Yolları	**0,000**
Turkcell	**0,000**
Ülker	**0,000**
Tüpraş	**0,000**

Ho: Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark yoktur (p>0,05).
Hs: Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark vardır (p≤0,05).
Hisse senetlerine ait Kolmogorov-Smirnov test istatistiği sonuçları p=0,000 ≤0,05 olduğundan Ho hipotezi reddedilmekte, yani serilerin dağılımının normal dağılıma uymadığını %5 yanılma düzeyi ile söylenebilir.

BİST100 endeksine ilişkin Kolmogorov- Smirnov test istatistikleri Çizelge 3.4' de verilmiştir.

Çizelge 3.4. BİST100 endeksi için normal dağılım uyum iyiliği test sonuçları

Hisse Senedi	Kolmogorov-Smirnov Sig.(p)
Aksa Enerji	0,000
Anadolu Cam San.	0,000
Aygaz	0,000
Coca Cola	0,000
Eczacıbaşı	0,000
Galatasaray	0,000
Karsan	0,000
Sinpaş	0,000

Ho: Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark yoktur (p>0,05).
Hs: Verilerin dağılımı ile normal dağılım arasında fark vardır (p≤0,05).
Hisse senetlerine ait Kolmogorov-Smirnov test istatistiği sonuçları p=0,000 ≤0,05 olduğundan Ho hipotezi reddedilmiştir. BİST30 endeksinde olduğu gibi BİST100 endeksine ait hisse senetlerinin dağılımının da normal dağılıma uymadığını %5 yanılma düzeyi ile söyleyebiliriz.

3.1. Parametre Tahminleri

Hisse senetlerine ait getiri serilerinin durağan dağılım parametre tahminleri için Matlab programı kullanılmıştır. Matlab programında parametre tahminleri Koutrouvelis' in Regresyon tipi parametre tahminine göre elde edilmiştir [74].

BİST30 endeksine ilişkin hisse senetlerinin simetrik durağan dağılım parametre tahminleri, normal dağılım parametre tahminleri ile Çizelge 3.5' de verilmiştir.

Çizelge 3.5. BİST30 endeksi hisse senetlerine ait normal dağılım ve durağan dağılım parametre tahminleri

	Simetrik Durağan Dağılım Parametreleri			**Normal Dağılım Parametreleri**	
Hisse Senetleri	**α**	**γ**	**δ**	**μ**	**σ**
Akbank	1,7591	0,0161	0,0008	0,0006185	0,026847
Doğan Holding	1,5519	0,0142	0,0009	0,0001513	0,028885
Garanti Bankası	1,8366	0,0171	0,0007	0,0006764	0,027115
Halk Bankası	1,7893	0,0165	0,000	0,0006302	0,027967
Koç Holding	1,7576	0,0137	0,0007	0,0009355	0,023577
Petkim	1,6605	0,0122	0,0005	0,0007229	0,021990
Sabancı Holding	1,7809	0,0147	0,0007	0,0006741	0,025035
Türk Hava Yolları	1,7196	0,0152	0,0018	0,00163851	0,025752
Turkcell	1,6798	0,0116	0,0001	0,00035248	0,020919
Ülker	1,6153	0,0118	0,0013	0,00118068	0,022429
Tüpraş	1,7514	0,0138	0,0006	0,00091717	0,023304

Parametre tahminleri elde edilen hisse senetlerinin simetrik durağan dağılıma uyup uymadıkları yine Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi kullanarak gerçekleştirilmiştir. Uyum iyiliği testini uygulamak için veriler ilk olarak 12 sınıfa ayrılmış ve her hisse senedi için aşağıdaki hipotezler kurulmuştur:

Ho: $F_x(x) = S(x; \hat{\alpha}, 0, \hat{\gamma}, \hat{\delta})$

Hs: $F_x(x) \neq S(x; \hat{\alpha}, 0, \hat{\gamma}, \hat{\delta})$

BİST30 endeksi için elde edilen sınıflandırılmış veriler üzerinden test istatistiği bulunmuş ve elde edilen sonuçlar Çizelge 3.6’ de verilmiştir. Bu değerler tablo değeri ile kıyaslanarak 0,95 güven düzeyinde hipotezler çözümlenmiştir.

Çizelge 3.6. BİST30 endeksi için durağan dağılım uyum iyiliği test sonuçları

Hisse Senetleri	**Kolmogorov-Smirnov Sig.(p)**
Akbank	0,01205
Doğan Holding	0,00866
Garanti Bankası	0,01734
Halk Bankası	0,00780
Koç Holding	0,02115
Petkim	0,01060
Sabancı Holding	0,01695
Türk Hava Yolları	0,01556
Turkcell	0,01652
Ülker	0,03200
Tüpraş	0,00385

Yukarıda tabloda verilen test istatistikleri, tablo değeri 0,032529' den küçük olduğu için sıfır hipotezi kabul edilir ve hisse senedi getirilerinin %95 güven düzeyinde durağan dağılıma uydukları sonucuna ulaşılır.

BİST100 endeksine ilişkin hisse senetlerinin simetrik durağan dağılım parametre tahminleri, normal dağılım parametre tahminleri ile Çizelge 3.7' de verilmiştir.

Çizelge 3.7. BİST100 endeksi hisse senetlerine ait normal dağılım ve durağan dağılım parametre tahminleri

	Simetrik Durağan Dağılım Parametreleri			**Normal Dağılım Parametreleri**	
Hisse Senetleri	**α**	**γ**	**δ**	**μ**	**σ**
Aksa Enerji	1,6457	0,0108	0,0002	-0,00009	0,02061
Anadolu Cam San.	1,6200	0,0097	0,0009	0,00014	0,0195
Aygaz	1,6708	0,0097	0,0008	0,00071	0,0178
Coca Cola	1,6948	0,0137	0,0023	0,0014	0,0233
Eczacıbaşı	1,6949	0,0095	-0,0001	0,00042	0,0183
Galatasaray	1,2900	0,0111	-0,0023	-0,0004	0,0287
Karsan	1,4646	0,0115	0,0011	0,00038	0,0262
Sinpaş	1,7161	0,0131	-0,0002	-0,0002	0,0227

Parametre tahminleri aynı şekilde Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi kullanarak test edilmiştir. Uyum iyiliği testini uygulamak için veriler ilk olarak 11 sınıfa ayrılmış ve her hisse senedi için aşağıdaki hipotezler kurulmuştur:

Ho: $F_x(x) = S(x; \hat{\alpha}, 0, \hat{\gamma}, \hat{\delta})$

Hs:$F_x(x) \neq S(x; \hat{\alpha}, 0, \hat{\gamma}, \hat{\delta})$

BİST100 endeksi için elde edilen sınıflandırılmış veriler üzerinden test istatistiği bulunmuş ve sonuçlar Çizelge 3.8' de verilmiştir. Bu değerler tablo değeri ile kıyaslanarak 0,95 güven düzeyinde hipotezler çözümlenmiştir.

Çizelge 3.8. BİST100 endeksi için durağan dağılım uyum iyiliği test sonuçları

Hisse Senetleri	Kolmogorov-Smirnov Test İstatistiği
Aksa Enerji	-0,08079
Anadolu Cam San.	-0,01325
Aygaz	-0,01378
Coca Cola	-0,03633
Eczacıbaşı	-0,00456
Galatasaray	0,01566
Karsan	0,06095
Sinpaş	-0,03051

Yukarıda tabloda verilen test istatistikleri, tablo değeri 0,03627 ile kıyaslanarak hipotez testleri çözümlenmiştir. Aksa Enerji ve Karsan Oto San. dışındaki hisse senetlerinin tablo değeri 0,03627 değerinden küçük olduğu için sıfır hipotezi kabul edilir ve hisse senedi getirilerinin %95 güven düzeyinde durağan dağılıma uydukları sonucuna ulaşılır, Aksa Enerji ve Karsan Oto San. hisse senetleri ise durağan dağılıma uymamaktadır.

BİST100 endeksinde durağan dağılıma uygun olmayan hisse senetleri elde edilmiştir. Kalın ve uzun kuyruklu özelliği ile hisse senedi getirilerinin özelliklerini kapsayan durağan dağılımın, BİST30 endeksine oranla daha küçük hacimli BİST100 endeksine ait hisse senetlerinde uyumsuzluk görülmektedir. BİST30 endeksindeki yüksek hacimli hisse senetlerinin durağan dağılıma daha iyi uyum sağladıkları saptanmıştır.

3.2. Durağan Portföy Analizi

Durağan dağılıma uygunlukları test edilen karakteristik üssü 1,7 olan Akbank, Halk Bank, Koç Holding, Sabancı Holding, THY, Tüpraş hisse senetleri ile Markowitz Ortalama-Varyans analizi ve Durağan Portföy analizine göre portföyler oluşturulmuş ve bunların Durağan Portföy ve Ortalama-Varyans analizleri kullanılarak getiri ve riskleri bulunmuştur.

İki farklı analiz yöntemine göre elde edilen portföylerin ağırlık değerleri dönemsel getiri oranları kullanılarak elde edilmiştir. Eşit ağırlıkla elde edilen portföylere oranla dönemsel getiri oranlarının maksimum getiri ve minimum risk sağladığı görülmüştür.

Her iki endeks için dönemsel getiri oranlarına göre elde edilen ağırlıklar Çizelge 3.9 ve Çizelge 3.10' da verilmiştir.

Çizelge 3.9. BİST30 endeksi hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlıkları ağırlıkları

Hisse Senetleri	**Ağırlıklar**
Akbank	0,04
Halk Bank	0,03
Koç Holding	0,14
Sabancı Holding	0,06
THY	0,59
Tüpraş	0,14

Çizelge 3.10. BİST100 endeksi hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlıkları ağırlıkları

Hisse Senetleri	**Ağırlıklar**
Aygaz	0,23
Eczacıbaşı	0,09
Sinpaş	0,02
Coca Cola	0,66

Portföyler için elde edilen ağırlıklar kullanılarak durağan portföy analizi ve ortalama-varyans analizi yöntemine göre risk ve getiri değerleri bulunmuştur. BİST30 ve BİST100 endeksi için elde edilen sonuçlar Çizelge 3.11 ve Çizelge 3.12' de verilmiştir.

Çizelge 3.11. BİST30 endeksi durağan porföy analizi ve ortalama-varyans analizine göre getiri ve risk değerleri

Portföyler	**Getiri**	**Risk**
Durağan Portföy Analizi	0,0013	0,001
Markowitz Ortalama-Varyans Analizi	0,0013	0,01003

Akbank, Halk Bank, Koç Holding, Sabancı Holding, THY, Tüpraş hisse senetleri oluşturulan her iki portföy incelendiğinde aynı beklenen getiri düzeyinde her iki portföyün farklı risk değerlerine sahip oldukları görülmüştür. Durağan portföyün Ortalama-Varyans modeline göre ele alınan portföye göre daha az riske sahip olduğu görülmüştür. Bu nedenle Durağan Portföy analizine göre oluşturulan portföyün Ortalama-Varyans modeline göre oluşturulan portföye göre daha etkin olduğu söylenebilir.

Durağan dağılıma uygunlukları test edilen aynı karakteristik parametresine (1,7) sahip Aygaz, Eczacıbaşı, Sinpaş ve Coca Cola hisse senetleri ile Ortalama-Varyans analizi ve

Durağan Portföy analizine göre portföyler oluşturulmuş ve bunların Durağan Portföy ve Ortalama-Varyans analizleri kullanılarak getiri ve riskleri bulunmuştur.

Çizelge 3.12. BİST100 endeksi durağan porföy analizi ve ortalama-varyans analizine göre getiri ve risk değerleri

Portföyler	Getiri	Risk
Durağan Portföy Analizi	0,00112	0,00073
Markowitz Ortalama-Varyans Analizi	0,00112	0,0113

Aygaz, Eczacıbaşı, Sinpaş, Coca Cola hisse senetleri iki farklı analiz yöntemine göre oluşturulan portföylerin aynı beklenen getiri düzeyinde her iki portföyün farklı risk değerlerine sahip oldukları görülmüştür. Durağan portföyün Ortalama-Varyans modeline göre oluşturulan portföye göre daha az riske sahip olduğu görülmüştür. BİST30 endeksinde de görüldüğü gibi Durağan Portföy analizine göre oluşturulan portföyün Ortalama-Varyans modeline göre oluşturulan portföye göre daha etkin olduğu söylenebiliriz. BİST30 ile BİST100 endeksini kıyasladığımızda yaklaşık olarak aynı risk düzeyinde portföylern beklenen getirisinin yüksek hacimli BİST30 endeksinde daha yüksek olduğu saptanmıştır.

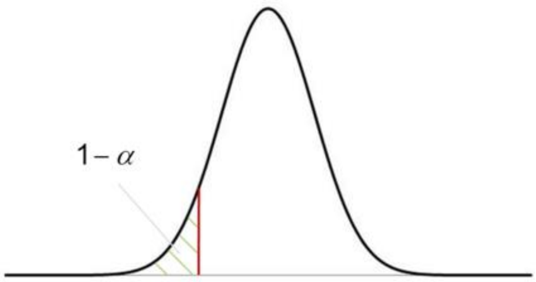
3.3. Portföy Performansının Riske Maruz Değer (Var) ile Karşılaştırılması

1990'ların ilk yarısından sonra piyasa riski açısından bir endüstri standardı haline gelen Riske Maruz Değer(RMD) (Value at Risk:VaR) en genel tanımı ile alım satım portföyünün maruz olduğu piyasa riskinin olasılığını açıklayan bir risk ölçüsüdür. Daha betimsel bir tanımla, istatistiksel olarak belli bir süre için elde tutulan kıymetlerin, belli bir olasılık dahilinde beklenen maksimum değer kaybı olarak ifade edilmektedir.

Kabul edilen α güven düzeyde kazanç ve kayıpların belirlenen zaman aralığındaki dağılımı altında VaR(riske maruz değer) bu dağılımın ucundaki 1- α' ya denk gelmektedir. Finansal varlık getirilerinin zaman serisi r(t) olmak üzere α düzeyindeki VaR aşağıdaki gibi gösterilir:

$Prob(r(t)<VaR(\alpha)\backslash F(t-1))=\alpha$

Riske maruz değere ilişkin grafik Şekil 3.20' de verilmiştir.



Şekil 3.20. Riske maruz değer (VaR)

VaR, t elde tutma süresi ve p güven aralığı içersinde t anında A portföyünün getirisi olmak üzere ;

Prob($R_t^A < -VaR_t) = p$ şeklinde tanımlıdır.

Eğer R_t^A, ortalaması μ_A ve ölçek parametresi γ_A olan tek değişkenli simetrik durağan dağılıma uyuyorsa, Q_{1-p} standart α durağan dağılımın (Sα(0,1)) (1-p) değerini göstermek üzere portföyün VaR değeri $VaR_t^A = \mu + \gamma_A\, Q_{1-p}$ olmaktadır.

Farklı güven aralıklarında BİST30 ve BİST100 endeksine ilişkin normal ve durağan dağılım gösteren portföylerin VaR değerleri Çizelge 3.13 ve Çizelge 3.14' de verilmiştir.

Çizelge 3.13. BİST30 endeksi normal dağılım ve durağan dağılım için farklı güven aralıklarında var değerleri ile normal ve durağan dağılım portföylerin var değerleri arasındaki fark

Güven Aralıkları	**Normal Dağılım VaR Değerleri**	**Durağan Dağılım VaR Değerleri**	**VaR(normal)-VaR(durağan)**
%1	0,0352	0,0065	0,0288
%5	0,0253	0,0039	0,0214
%10	0,0201	0,0032	0,0169
%20	0,0137	0,0025	0,0112
%30	0,0090	0,0020	0,0070
%40	0,0051	0,0004	0,0047

Farklı güven aralıklarındaki VaR değerleri incelendiğinde, normal dağılım altındaki Ortalama –Varyans analizi ile durağan dağılım altındaki Durağan Portföy analizine göre oluşturulan portföylerin VaR değerlerinin birbirinden faklı olduğu görülmüştür. Ortalama-Varyans modeline göre oluşturulan portföyün temel kayıplarının daha yüksek olduğu görülmektedir. Bu portföylerin riske maruz değerler arasındaki en büyük fark ise %1 güven aralığında görülmüştür.

Çizelge 3.14. BİST100 endeksi normal dağılım ve durağan dağılım için farklı güven aralıklarında var değerleri ile normal ve durağan dağılım portföylerin var değerleri arasındaki fark

Güven Aralıkları	Normal Dağılım VaR Değerleri	Durağan Dağılım VaR Değerleri	VaR(normal)-VaR(durağan)
%1	0,0384	0,0049	0,0335
%5	0,0275	0,0030	0,0244
%10	0,0217	0,0025	0,0192
%20	0,0147	0,0020	0,0127
%30	0,0096	0,0017	0,0079
%40	0,0053	0,0014	0,0039

BİST100 endeksinin de VaR değerleri incelendiğinde Durağan Portföy analizine göre Ortalama-Varyans modeline göre oluşturulan portföyün temel kayıplarının daha küçük olduğu görülmektedir. Bu portföylerin riske maruz değerler arasındaki en büyük fark ise %1 güven aralığında görülmüştür.

Durağan dağılıma göre oluşturulan VaR modellerinin öngörü performanlarını tespit etmek amacıyla geriye dönük testlerle analiz edilmiştir. Bu amaçla portföylerin Ocak(2015)-Aralık(2015) döneminde portföyünün gerçekleşen toplam değeri hesaplanan riske maruz değer ile karşılaştırılmıştır. Geriye dönük test için elde edilen sonuçlar Çizelge 3.15' de verilmiştir.

Çizelge 3.15. BİST30 ve BİST100 endeksi için geriye dönük test sonuçları

	BİST30	**BİST100**
Öngörülen Getiri	0,0013	0,0011
Gerçekleşen Getiri	-0,1495	-0,0505
Portföy Getiri Sapması	-0,1508	-0,0516
VaR (%99)	0,103	0,0777
VaR(%95)	0,062	0,0476
VaR(%90)	0,051	0,0396

BİST100 endeksinde 2015 yılı için portföyün gerçekleşen toplam değeri ile öngörülen değer değer arasındaki farkın %95 ve %99 güven düzeylerindeki VaR değerlerinden küçük olduğu görülmüştür. Bu aralıklarda hesaplanan VaR değerleri gerçekleşen maksimum kaybı karşılamış ve yöntem güvenilir sonuç vermiştir. Ancak BİST30 endeksinde aynı durum söz konusu değildir. Gerçekleşen kayıp VaR değerinden büyük çıkmıştır, yöntem beklenen kaybı karşılamada başarısız olmuştur. Ancak 2008 yılında başlayan küresel kriz ve 2014 yılı ile dünya genelinde ekonomik büyümenin yavaşlamasıyla Türkiye ekonomisini de etkilemiştir. Küresel krizin iç dinamiklerdeki olumsuz ve belirsizliklerle birleşmesi Borsa İstanbulu olumsuz yönde etkilemiştir. Bu nedenle ele aldığımız dönemin küresel ve bölgesel

krizler etkisinde olması etkisiyle öngörülen kayıp gerçekleşen kaybı karşılayamamıştır.

3.4. Beklenen Kayıp (Expected Shortfall)

VaR değerlerinin yanında diğer bir risk ölçümü olan Beklenen Kayıp (ES) yöntemi de incelenmiştir. ES, VaR yöntemindeki risk seviyesini aşan kayıplarla ilgilidir. VaR dağılımını aşan durumlarda portföydeki koşullu kayıp beklentisini ölçmek için kullanılır.

$X_{1,}X_2, \dots, X_n$ raslantı değişkenlerinden elde edilen $x_1, x_2, \dots x_n$ gözlem değerleri F dağılım fonksiyonuna sahip olsun.

Koşullu VaR' ın deneysel tahmini aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\widehat{ES}_p(F) = \frac{\sum_{k=1}^{[\![np]\!]+1} x_{k,n}}{[\![np]\!]+1}$$

Diğer bir deyişle, en büyük $[\![np]\!]+1$ tane gözlem değerinin ortalamasıdır. p güven seviyesi için koşullu VaR (ES) aşağıdaki gibi ifade edilir:

$ES_p(X) = E(X|X > VaR_p(\mathrm{X}))$.

BİST30 ve BİST100 endeksi için hesaplanan beklenen kayıp değerler Çizelge 3.16 ve Çizelge 3.17' de verilmiştir.

Çizelge 3.16. BİST30 ve BİST100 endeksi için beklenen kayıp değerleri (ES)

ES	**BİST30**	**BİST100**
%99	0,055	0,0406
%95	0,054	0,0396
%90	0,053	0,0394

Çizelge 3.17. BİST30 ve BİST100 endeksi için beklenen kayıp değerlerine göre sapma sayıları

	Sapma Sayıları (%99)
BİST30	1
BİST100	4

2015 yılında hisse senetlerinin gerçekleşen değerlerine göre hesaplanan günlük portföy değerlerini incelediğimizde %99 güven düzeyi için BİST30 ve BİST100 endekslerinin ES değerleri günlük maksimum risk düzeylerini karşılamış, güvenilir sonuçlar vermiştir. Hisse senetlerinin incelenen dönemde 1 günlük kayıplarının beklenen kayıp tutarlarını aşmadığı görülmektedir.

4.SONUÇ

Tüm portföy analizlerinin ortak beklentisi riskin minimum, kazancın maksimum olmasıdır. Menkul kıymet getirilerinin dağılımsal ve istatistiksel özellikleri incelendiğinde menkul kıymet getirilerinin yaklaşık olarak normal dağılmadığı ve tüm modern portföy kuramında yer alan yöntemlerde olduğu gibi Markowitz' in Ortalama-Varyans Modelinin temel varsayımı olan normallik varsayımının sağlanmadığı görülmüştür.

Menkul kıymet getirilerinin deneysel dağılımları incelendiğinde normal dağılıma göre basıklık değerinin daha büyük olduğu, kalın ve uzun kuyruklara sahip olduğu görülmüştür. Menkul kıymet getirilerini modellemek için normal dağılım varsayımı gösteren Ortalama-Varyans Modeline alternatif olarak menkul kıymet getirileri özelliklerini daha iyi kapsayan α-Durağan Portföy modeli geliştirilmiştir. Çünkü hisse senedi getirilerinin modellemede durağan dağılım uç değerleri daha yüksek oranda bünyesinde barındırmaktadır.

Durağan dağılım ailesi α, β, γ, δ şeklinde dört farklı parametreye sahiptir. α parametresi karakteristik üs olarak adlandırılır ve dağılımın kuyruk davranışını belirler. α parametresi küçüklükçe dağılımın kuyruğu kalınlaşmaktadır. $\alpha=2$ için dağılım normal dağılım olduğu ve $1\leq\alpha<2$ için varyansın tanımsız olmasından dolayı risk ölçümü olarak dağılımın ölçek parametresi γ kullanılmaktadır.

Bu çalışmada BİST30 endeksinde işlem gören 11 adet hisse senedinin 03.01.2008-31.12.2014 tarihleri arasındaki günlük getirileri incelenmiştir. Bu hisse senetleri Akbank, Doğan Holding, Garanti Bankası, Halk Bankası, Koç Holding, Petkim, Sabancı Holding, Turkcell, Türk Hava Yolları, Tüpraş ve Ülker' dir. Hisse senertlerinin basıklık ve çarpıklık değerleri incelenmiş ve normal dağılıma uymadıkları görülmüştür. Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi yardımıyla durağan dağılıma uygunlukları test edilmiş ve verilerin normal dağılıma göre durağan dağılıma daha iyi uydukları görülmüştür. Aynı analizler BİST100 endeksi için de hesaplanmıştır ve sonuçlar BİST30 endeksiyle kıyaslanmıştır. BİST100 endeksinde durağan dağılıma uymayan hisse senetleri görülmüştür. Dolayısıyla BİST30 endeksi gibi yüksek hacimli hisse senetlerinin durağan dağılıma daha iyi uydukları saptanmıştır.

1,7-durağan dağılım gösteren BİST30 endeksli Akbank, Halk Bank, Koç Holding, Sabancı Holding, THY, Tüpraş hisse senetleri ve BİST100 endeskli Aygaz, Eczacıbaşı, Sinpaş ve Coca Cola hisse senetleri ile portföyler oluşturulmuştur. Her iki endeks için elde edilen portföylerin aynı getiri düzeyinde Ortalama-Varyans modelinin Durağan Portföy analizine göre daha yüksek riske sahip olduğu görülmüştür. Bununla birlikte yaklaşık olarak aynı risk düzeyinde yüksek hacimli BİST30 endeksinin BİST100 endeksine oranla beklenen getirisinin daha yüksek olduğu saptanmıştır.

Oluşturulan bu portföylerin performansları riske maruz değer (VaR) yöntemiyle değerlendirilmiştir. Belirli güven aralıkları için hesaplanan VaR değerleri incelendiğinde Ortalama-Varyans modelindeki temel kayıpların Durağan Portföy analizine göre daha yüksek olduğu görülmüştür. Portföyler arasındaki temel kaybın %1 güven aralığında en yüksek olduğu görülmüştür. Durağan dağılım altındaki VaR ölçümlerinin güvenilirliğini ölçmek amacıyla geriye dönük testler kullanılmıştır. BİST100 endeksinde %95 ve %99 güven düzeylerindeki VaR değerleri gerçekleşen maksimum kaybı karşılamış ve yöntem güvenilir sonuçlar vermiştir. Ancak BİST30 endeksinde ise gerçekleşen kayıp VaR değerinden büyük çıkmıştır, yöntem beklenen kaybı karşılamada başarısız olmuştur. Ancak bildiği gibi ele alınan dönemin küresel ve bölgesel krizlerin etkisinde olması Borsa İstanbulu olumsuz yönde etkilemiştir ve bu yüzden öngörülen kayıp gerçekleşen kaybı karşılayamamıştır.

Sonuç olarak, BİST30 ve BİST100 endeksleri hisse portföylerde Ortalama-Varyans modeline alternatif olarak geliştirilen durağan dağılım varsayımı altındaki Durağan Portföy analizi belirlenen dönem içersinde daha az kayba maruz kalmış ve normal dağılım varsayımı altındaki Ortalama-Varyans Modeline göre daha iyi performans sergilediği görülmüştür. Elde edilen VaR değerlerinin geriye dönük testlerle güvenirliği test edilmiştir. BİST100 endeksinde VaR değerleri gerçekleşen maksimum kaybı karşılamış ve yöntem güvenilir sonuç vermiştir. Ancak BİST30 endeksinde ise gerçekleşen kayıp VaR değerinden büyük çıkmıştır, yöntem beklenen kaybı karşılamada başarısız olmuştur. Türkiye ekonomisinin ele alınan dönemlerde küresel ve bölgesel krizin etkisinde olmasıyla öngörülen kayıp gerçekleşen kaybı karşılayamamıştır.

KAYNAKLAR

[1] Bolak, M., *Sermaye Piyasası Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi*, Beta Yayınları, İstanbul, **1994.**

[2] İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, *Sermaye Piyasası ve Borsa Temel Bilgiler Kılavuzu*, Eğitim Yayınları, İstanbul, **1995.**

[3] Üstünel İ.E., *Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması*, Emir Ofset, Ankara, **2000.**

[4] Özdemir M., *Finansal Yönetim*, Türkmen Kitabevi, 2. Baskı, İstanbul, **1999**.

[5] Ceylan, A., Korkmaz, T., *Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi*, Ekin Kitapevi, Bursa, **1995.**

[6] Akgüç, Ö., *Finansal Yönetim*, Muhasebe Enstitüsü, Yayın No: 63, Gözden Geçirilmiş ve Genişletilmiş 6. Baskı, 843, İstanbul, **1994.**

[7] Francis J.C., *Investment: Analysis and Management*, Mc. Graw – Hill Book Company, New York, **1976.**

[8] Lumby S., *Investment Appraisal and Financial Decisions*, Chapman & Hall, 5. Edition, Great Britain, **1995.**

[9] Elton E.J., Gruber M.J., *Modern Portfolio Theory And Investment Analysis*, Second Edition, John Wiley & Sons, **1984.**

[10] Mandelker G.N., Rhee S.G., The impact of the degress of operating and financial leverage on systematic risk of common stock, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19, 45-57, **1984.**

[11] Ertuna İ.Ö., *Yatırım ve Portföy Analizi*, Boğaziçi Üniversitesi Yayınevi, 485, İstanbul, **1991.**

[12] Bekçi İ., *Optimal Portföy Oluşturulmasında Bulanık Doğrusal Programlama Modeli ve İmkb'de Bir Uygulama,* Doktora Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Isparta, **2001.**

[13] Ugan G., Gelişmekte olan hisse senedi piyasalarında sistematik risk yönetimi, *İMKB Dergisi*, Nisan-Haziran, 2, **1997.**

[14] Karaoğlu E., *Portföy Teorisi, Yatırım Fonları, Türk Yatırım Fonlarının Değerlendirilmesi*, Yayınlanmamış Uzmanlık Tezi, T.C. Başbakanlık Hazine Müsteşarlığı, Ankara, Şubat, **1995**.

[15] Gürol E., Kılıçoğlu A., *Business World Dictionary*, Cem Yayınevi, 2. Cilt, İstanbul, **1994.**

[16] Members E.E., *Dictionary of Economic and Business*, Littlefields, Adams and Company, New Jersey, **1976.**

[17] Küçüksille, E., *Optimal Portföy Oluşturmaya Davranışsal Bir Yaklaşım*, Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Isparta, **2004.**

[18] French D., W., *Security Analysis and Portfolio Analysis: Concepts And Management*, Merrill Publishing Company, s.488, **1989.**

[19] Seler İ.T., *Portföy Yönetimi ve Revizyon Yöntemleri*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara, Temmuz, **1993.**

[20] Berk, N., *Finansal Yönetim*, Türkmen Kitabevi, 2. Baskı, İstanbul, Mayıs, **1995.**

[21] Ceylan A., Korkmaz T., *Sermaye Piyasası ve Menkul Değer Analizi*, Ekin Kitabevi, Bursa, **2000.**

[22] Korkmaz T., Aydın N., Sayılgan G., *Portföy Yönetimi,* 1. Baskı, Anadolu Üniversitesi Yayını, 2852, Eskişehir, **2013.**

[23] Konuralp, G., *Sermaye Piyasaları: Analizler, Kuramlar ve Portföy Yönetimi*, Alfa Yayınları, İstanbul, **2001**.

[24] Erdinç, Y., *Borsada Teknik Analiz El Kitabı*, Siyasal Kitabevi, Ankara, **1996.**

[25] Kocaman, Ç.B., *Yatırım Teorisinde Modern Gelişmeler ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda Bazı Değerlendirme ve Gözlemler*, İMKB, Araştırma Yayınları, 5, **1995.**

[26] Kıyılar, M., *Etkin Pazar Kuramı ve Etkin Pazar Kuramının İMKB' de İrdelenmesi*, Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları, 86, Ankara, **1997.**

[27] Dobbins, R., Fielding J., Witt S., *Portfolio Theory and Investment Management*, Second Edition, Blackwell Publishers Ltd., **1994.**

[28] Esen, N., *Kararlı Dağılıma Göre Portföy Analizi'nin İncelenmesi ve İMKB'de Bir Uygulama,* Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, **2004.**

[29] Fama, E., F., The behavior of stock market prices, *Journal of Business,* 38, 34-105., **1965.**

[30] Kardiyen, F., Tek değişkenli kararlı dağılımlar, parametrelemeleri ve menkul kıymet fiyatları davranışı üzerine bir uygulama, *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 10, 2, 355-366, **2009.**

[31] Aparicio, F., Estrada, J., Empirical Distributions of Stock Returns: Scandinavian Securities Markets, 1990-95, http://web.iese.edu/jestrada/PDF/Research/Others/DSRSSM.pdf (Ekim, **2015**).

[32] Peters, E.E., *Chaos and Order in the Capital Markets: A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility*, 2nd Edition, New York, John Wiley and Sons., **1996.**

[33] Mandelbrot, B., The variation of certain speculative prices, *Journal of Business*, 36, 394-419, **1963.**

[34] Clark, P.K., A sub-ordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices, *Econometrica*, 41, 135-155, **1973.**

[35] Officer, R., R., The distribution of stock returns, *Journal of the American Statistical Association*, 67, 340, 807-812, **1972**.

[36] Peters, E., *Chaos and Order in the Capital Markets. A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility,* John Wiley and Sons, **1991.**

[37] Smith, J., *The Probability Distribution of Market Returns: A Logistic Hypothesis*, Ph.D. Dissertation, University of Utah, **1981.**

[38] Gray, B., French, W., Empirical comparisons of distributional models for stock index returns, *Journal of Business Finance & Accounting*, 17, 451-459, **1990**.

[39] Peiró, A., The distribution of stock returns: International evidence, *Applied Financial Economics*, 4, 431-439, **1994.**

[40] Praetz, P., The distribution of share price changes, *Journal of Business*, 45, 49-55, **1972.**

[41] Blattberg, R., Gonedes, N., A comparison of the stable and student distributions as statistical models for stock prices, *Journal of Business*, 47, 244-280, **1974.**

[42] Hsu, D., A bayesian robust detection of shift in the risk structure of stock market returns, *Journal of the American Statistical Association*, March 1982, 29-39, **1982.**

[43] Press, J., A compound events model for security prices, *Journal of Business*, 40, 317-335, **1967.**

[44] Kon, S., Models of stock returns - A Comparison, *Journal of Finance*, 39, 147-65, **1984.**

[45] Asmussen, S., *Ruin Probabilities*, World Scientific Publishing, Singapore, 2, 385, **2000**.

[46] Rolski T., Schmidli H., Schmidt V., Teugels J., *Stochastic Processes for Insurance and Finance*, John Wiley and Sons, England, 680, **1999**.

[47] Goldie, C. M., Kluppelberg C., Subexponential Distributions, *A Practical Guide to Heavy Tails: Statistical Techniques and Applications*, (ed: Adler, R.J., Feldman R.E., Taqqu, M.S.), Boston, Birkhauser, 435-460, **1998**.

[48] Chistyakov, V.P., A theorem on sums of independent positive random variables and its applications to branching random processes, *Theory of probability and Its Application*, 9, 640-649, **1964.**

[49] Bulut, B., Erdemir, C., Kalın kuyruklu risk modellerinde iflas olasılığı, *İstatistikçiler Dergisi*, 4, 39-56, **2011.**

[50] Embrechts, P., Goldie, C.M., On convolution tails, *Stochastic Processes and Their Applications*, 13, 263-278, **1982.**

[51] Bingham, N.H., Goldie, C.M., Teugels, J.L., *Regular Variation*, Cambridge University Press, Cambridge, **1987.**

[52] Sigman K., Appendix: A primer on heavy-tailed distributions, *Queueing Systems*, 33, 261-275, **1999**.

[53] Nolan, J.P., Stable Distribution: Models for Heavy Tailed Data, http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/chap1.pdf (Ekim, **2015**).

[54] Nolan, J.P., Fitting Data Assessing Goodness-of-fit with Stable Distribution, 1999, http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/DataAnalysis.pdf, (Ekim, **2015**).

[55] Nolan, J.P., An algorithm for evaluating stable densities in Zolotarev’s (m) parameterization, *Mathematical and Computer Modelling*, 29, 229-233, **1999**.

[56] Feller, W., *An Introduction to Probability Theory and It’s Application*, 2, Second Edition, John Wiley and Sons, NY, NY, **1975.**

[57] Rachev, S., Mittnik, S., *Stable Paretian Models in Finance*, John Wiley & Sons, New York, **2000**.

[58] Press, S.J., *Applied Multivariate Analysis*, Holt, Rinehart and Winston Inc., New York, **1972**.

[59] Press, S.J., Estimation in univariate and multivariate stable distribution, *Journal of the American Statistical Association*, 67, 340, 842-846, **1972.**

[60] Zolotarev, V.M., *One-Dimensional Stable Distributions*, American Mathematical Society, USA, **1986**.

[61] Fama, E.F., Roll, R., Parameter estimates for symmetric stable distributions, *Journal of The American Statistical Association*, 66, 331-338, **1971.**

[62] Fama, E. F., Roll R., Some properties of symmetric stable distributions, *Journal Of The American Statistical Association*, 63, 817-36**, 1968.**

[63] Nolan, J.P., Modeling Financial Data with Stable Distribution, http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/StableFinance23Mar2005.pdf, (Ekim, **2015**).

[64] Samorodnitsky, G., Taqqu, M.S., *Stable Non-Gaussian Random Processes*, Chapman & Hall, **1994.**

[65] Nolan, J.P. Numerical calculation of stable densities and distribution functions, *Communications in Statistics- Stochastic Models*, 13, 759-774, **1997.**

[66] Nolan, J.P., Parametrizations and modes of stable distributions, *Statistics and Probability Letters*, 38, 187-195, **1998**.

[67] Borak, S., Wolfgang, H., Weron, R.., *Stable Distributions*, SFB 649 Discussion Paper, **2005**.

[68] Weron, R., Levy-stable distributions revisited: tail index>2 does not exclude the Levy-stable regime, *International Journal of Modern Physics C*, 12, 209-223, **2001.**

[69] Mittnik, S., Rachev, S.T., Doganoglu, T., Chenyao, D., Maximum likelihood estimation of stable paretian models, *Mathematical and Computer Modelling*, 29, 275-293, **1999**.

[70] Kogon, S., Williams, D.B., On the characterization of impulsive noise with alpha-stable distributions using fourier techniques, *in Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers*, **1995**.

[71] Cramer, H., *Mathematical Methods of Statistics*, Princeton, N.J.: Princeton University Press, **1946**.

[72] McCulloch, J., H., Simple consistent estimators of stable distribution parameters, *Communication in Statistics-Computation and Simulation*, 15, s.1109-1136, **1986.**

[73] Mittnik S., Rachev S., Schwartz E., Value-at-risk and asset allocation with stable distribution, *Allgemeines Statistisches Archiv*, 86, 53-67, **2003**.

[74] Liang, Y., Chen, W., A survey on computing Le´vy stable distributions and a new MATLAB toolbox, *Signal Processing*, 93, 242–251, **2013.**

[75] Çelik, N., Uç değerler yöntemi ile riske maruz değer' in tahmini İstanbul Menkul Kıymetler Borsası üzerine bir uygulama, *Bankacılık ve Sigortacılık Araştırma Dergisi*, 19-32, **2010.**

ÖZGEÇMİŞ

Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı : Zeynep İlhan

Doğum Yeri : Kocaeli

Medeni Hali : Bekar

E-posta : zynplhn@gmail.com

Eğitim

Lise : Karamürsel Anadolu Lisesi, Fen-Matematik (2001-2005)

Lisans : Hacettepe Üniversitesi, İstatistik (2006-2011)

Yüksek Lisans: Hacettepe Üniversitesi, İstatistik (2011-2015)

Yabancı Dil ve Düzeyi

İngilizce-İyi

Deneyim Alanları

-

Tezden Üretilmiş Projeler ve Bütçesi

-

Tezden Üretilmiş Yayınlar

-

Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı Toplantılar

-