



**FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ ANALİZİNDE
FARKLI İSTATİSTİKSEL MODELLERİN
KARŞILAŞTIRILMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Keziban YILMAZ

Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Ayça Hatice ATLI

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Temmuz 2021

AFYON KOCATEPE ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ ANALİZİNDE
FARKLI İSTATİSTİKSEL MODELLERİN KARŞILAŞTIRILMASI**

Keziban YILMAZ

Danışman

Dr. Öğr. Üyesi Ayça Hatice ATLI

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Temmuz 2021

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

FİNANSAL ZAMAN SERİLERİ ANALİZİNDE FARKLI İSTATİSTİKSEL MODELLERİN KARŞILAŞTIRILMASI

Keziban YILMAZ

Afyon Kocatepe Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Ayça Hatice ATLI

Bu çalışmanın temel amacı; BIST 100, FTSE 100, NIKKEI 225 ve S&P 500 endekslerinin getirilerinin incelenmesinde Box-Jenkins modelleri ile ARCH/GARCH ailesi modellerinden ARCH (koşullu değişen varyans), GARCH (genelleştirilmiş koşullu değişen varyans), EGARCH (üstel genelleştirilmiş koşullu değişen varyans) ve GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan ve Runkle GARCH) modellerinin kullanımını araştırmaktır. Uygun ARMA modellerinin belirlenmesinin ardından inşa edilen koşullu değişen varyans modellerinin tahminleri; normal dağılım, t dağılımı ve genelleştirilmiş hata dağılımı ile bunların çarpık uzantıları altında elde edilmiştir. Modeller için gerçekleştirilen bir dizi grafiksel ve istatistiksel değerlendirmenin sonucunda, EGARCH ve GJR-GARCH modellerinin ARCH ve GARCH modellerinden daha iyi performans sergilediği görülmüştür. Ayrıca normal ve çarpık normal dağılımların diğer dağılımlara göre daha kötü performans sergilediği belirlenmiştir. Bunlara ek olarak, endekslerin negatif şoklardan pozitif şoklara göre daha fazla etkilendikleri belirlenmiştir. Bununla birlikte, kötü haberlerin BIST 100 endeksini diğer endekslere göre daha az etkilediği, şokların volatilitiyi BIST 100 endeksinde diğer endekslere göre daha uzun süre etkilediği sonucuna varılmıştır.

2021, xi + 99 sayfa

Anahtar Kelimeler: Borsa endeksi, ARCH, GARCH, EGARCH, GJR-GARCH.

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

COMPARISON OF DIFFERENT STATISTICAL MODELS IN FINANCIAL TIME SERIES ANALYSIS

Keziban YILMAZ

Afyon Kocatepe University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Statistics

Supervisor: Asst. Prof. Ayça Hatice ATLI

The main purpose of this study is to investigate the use of Box-Jenkins models and ARCH (autoregressive conditional heteroskedasticity), GARCH (generalized autoregressive conditional heteroskedasticity), EGARCH (exponential GARCH) and GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan and Runkle GARCH) from ARCH/GARCH family models for examining the returns of BIST 100, FTSE 100, NIKKEI 225 and S&P 500 indices. Predictions of conditional heteroskedasticity models constructed after the determination of suitable ARMA models are obtained under the normal distribution, the t distribution, and the generalized error distribution and their skew variants. As a result of a series of graphical and statistical evaluations performed for the models, it was seen that EGARCH and GJR-GARCH models outperformed ARCH and GARCH models. Furthermore, it was determined that the normal and skewed normal distributions performed worse than the other distributions. It has also been determined that indices were more affected by negative shocks than positive shocks. On the other hand, it was concluded that bad news affected BIST 100 index less than other indices, and shocks affected volatility in BIST 100 index longer than other indices.

2021, xi + 99 pages

Keywords: Stock market index, ARCH, GARCH, EGARCH, GJR-GARCH.

TEŞEKKÜR

Bu araştırmanın konusu, deneysel çalışmaların yönlendirilmesi, sonuçların değerlendirilmesi ve yazımı aşamasında yapmış olduğu büyük katkılarından, şahsıma karşı duyduğu inançtan, öğrenim süresince göstermiş olduğu her türlü samimi ve manevi desteğinden dolayı tez danışmanım Sayın Dr. Öğr. Üyesi Ayça Hatice ATLI, araştırma ve yazım süresince yardımlarını esirgemeyen Afyon Kocatepe Üniversitesi İstatistik Bölümü hocalarım Sayın Doç. Dr. Sinan SARAÇLI, Sayın Doç. Dr. Engin TAŞ ve Sayın Arş. Gör. Dr. Şenay ÖZDEMİR ile yıllar önce mezun olduğum ve öğrettikleri bilgileri bugün bile kullandığım Fırat Üniversitesi Matematik Bölümü hocalarıma tek tek şükranlarımı sunuyorum.

Bu araştırma boyunca maddi ve manevi desteklerinden dolayı annem Nermin, babam Adem, dedem Ahmet ve diğer tüm aile fertlerime; samimi bir şekilde desteklerini esirgemeyen tüm arkadaşlarıma ve eğitim hayatım boyunca her türlü kolaylık ve desteği gösteren yöneticilerime, iş arkadaşlarıma da teşekkürlerimi sunuyorum.

Sağlık, bilim, inanç ve azimle kalmak dileği ile...

Keziban YILMAZ
Afyonkarahisar 2021

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	iv
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR BİLGİLERİ	3
3. MATERYAL ve METOT	8
3.1 Araştırma Verisi.....	8
3.2 Zaman Serileri.....	8
3.2.1 Durağanlık.....	9
3.2.2 Durağanlık Testleri	9
3.2.2.1 Trend Testleri	9
3.2.2.2 Mevsimsellik Testleri	10
3.2.2.3 Birim Kök Testleri.....	11
3.2.3 Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonları.....	14
3.2.4 Beyaz Gürültü Süreci	15
3.3 Zaman Serisi Modelleri	15
3.3.1 Box-Jenkins Modelleri.....	16
3.3.1.1 Otoregresif (AR) Modeli	16
3.3.1.2 Hareketli Ortalama (MA) Modeli.....	16
3.3.1.3 Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) Modeli.....	17
3.3.1.4 Bütünleşik Otoregresif Hareketli Ortalama (ARIMA) Modeli	18
3.3.1.5 Box-Jenkins Modeli Seçimi ve Model Yeterliliği.....	19
3.3.2 Koşullu Değişen Varyans (ARCH/GARCH) Modelleri	20
3.3.2.1 Zaman Serilerinde Doğrusallık ve ARCH Etkisi	21
3.3.2.2 Koşullu Değişen Varyans (ARCH) Modeli.....	22
3.3.2.3 Genelleştirilmiş Koşullu Değişen Varyans (GARCH) Modeli	23
3.3.2.4 Üstel Genelleştirilmiş Koşullu Değişen Varyans (EGARCH) Modeli	24
3.3.2.5 Glosten, Jagannathan ve Runkle GARCH (GJR-GARCH) Modeli.....	24

3.3.2.6 ARCH/GARCH Modeli Seçimi ve Model Yeterliliği	25
3.4 ARCH/GARCH Modelleri için Öngörü	26
3.5 Performans Değerlendirme Ölçütleri.....	28
4. BULGULAR	29
4.1 Betimsel İstatistikler	29
4.2 Durağanlık Testleri Sonuçları.....	31
4.3 Box-Jenkins Modelleri.....	33
4.4 Volatilité ve ARCH/GARCH Modelleri.....	33
4.5 Öngörü Değerleri ve Performans Değerlendirme Ölçütleri.....	61
5. TARTIŞMA ve SONUÇ	64
6. KAYNAKLAR.....	66
ÖZGEÇMİŞ.....	75
EKLER	76

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler

y_t	Zaman serisi
$Y(\omega, t)$	Stokastik süreç
$y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tN}$	Rasgele değişkenler
E	Beklenen değer
μ	Ortalama
var, σ^2	Varyans
σ	Standart sapma
N	Örneklem boyutu
H_0	Sıfır hipotezi
H_1	Alternatif hipotez
ϵ_i	Bağımsız standartlaştırılmış normal hatalar
S	+ veya -'lerin maksimum sayısı
r_{ij}	j . yılın i . dönemindeki gözlem sırası
$\bar{r}_i$	r_{ij} 'lerin ortalaması
μ_i	r_{ij} 'lerin beklenen değeri
n_i	i grubundaki gözlemlerin sayısı
R_i	i grubundaki gözlemlerin sıralarının toplamı
D_t	t anındaki sabit ve trend gibi terimlerin deterministik fonksiyonu
β'	D_t fonksiyonun katsayısı
$\hat{\emptyset}$	$\emptyset$ katsayısının en küçük kareler tahmini
u_t	Heteroskedastik olabilen durağan bir süreç
$\hat{\lambda}^2$	u_t 'nin uzun dönem varyansının tutarlı bir tahmini
SE	Standart hata
CS	Cox-Stuart test istatistiği
MK	Mann-Kendall test istatistiği
FR	Friedman Rank test istatistiği
KW	Kruskal-Wallis test istatistiği
ρ_k	k . gecikmedeki otokorelasyon katsayısı
cov	Kovaryans
Q	Ljung-Box testinin istatistiği
ρ_{kk}	k . gecikmedeki kısmi otokorelasyon katsayısı
ρ_{kj}	j . gecikmedeki serinin etkisi yok sayıldığında elde edilen kısmi otokorelasyon katsayısı
$\emptyset_1, \emptyset_2, \dots, \emptyset_p$	AR(p) sürecinin parametreleri
B	Gecikme operatörü
$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$	MA(q) sürecinin parametreleri
ω_t	d . dereceden farkı alınmış seri
$\rho_{\epsilon\epsilon}$	McLeod-Li testi için artıkların otokorelasyon katsayısı
$Q_{\epsilon\epsilon}$	McLeod-Li test istatistiği
$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$	ARCH(q) sürecinin parametreleri
e_t	ARCH/GARCH modelleri için 0 ortalamalı beyaz gürültü süreci

$\hat{p}$	Kalıcılık parametresi
$h2l$	Oynaklık yarılanma süresi
$\beta_i, i = 1, 2, \dots, p$	GARCH parametresi
κ	Sıfırın altındaki standartlaştırılmış artıkların beklenen değeri
ε_{TN}	N gözlemlili bir dizi
ε_{TN}^*	Bootstrap serisi
$\hat{\sigma}_1^2$	Marjinal varyansın tahmini
$\hat{\sigma}_t^2$	Koşullu varyansın tahmini
$\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \hat{\beta}_1$	GARCH(1,1) sürecinin parametre tahminleri
$\hat{F}_N$	Merkezli artıkların ampirik dağılım fonksiyonu
$\hat{\alpha}_0^*, \hat{\alpha}_1^*, \hat{\beta}_1^*$	Önyüklem serisinin parametre tahminleri
$\hat{\sigma}_{N+k}^2$	Bootstrap öngörüsü
A_t	Test kümesinin elemanları
F_t	Öngörü değerleri
$\log$	Logaritma fonksiyonu
$\ln$	Doğal logaritma fonksiyonu
sgn	İşaret fonksiyonu
I	Gösterge fonksiyonu

Kısaltmalar

ARMA	Otoregresif hareketli ortalama modeli
ACF	Otokorelasyon fonksiyonu
ADF	Augmented Dickey Fuller testi
AIC	Akaike bilgi kriteri
APARCH	Asimetrik üssel ARCH
AR	Otoregresif model
ARCH	Otoregresif koşullu değişen varyans modeli
ARCH/GARCH	Koşullu değişen varyans modelleri
ARCH-LM	ARCH Lagrange çarpanı
ARCH-M	Ortalamada ARCH
ARIMA	Bütünleşik otoregresif hareketli ortalama modeli
BIC	Schwarz Bayesian bilgi kriteri
BP	Breusch-Pagan testi
EGARCH	Üstel GARCH
EGARCH-M	Ortalamadaki Üstel GARCH
GARCH	Genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans modeli
GJR-GARCH	Glosten, Jagannathan ve Runkle GARCH
HKO	Hata kareler ortalaması
HKOK	Hata kareler ortalamasının karekökü
IGARCH	Bütünleşik GARCH
KPSS	Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin testi
LM	Lagrange çarpanı
MA	Hareketli ortalama modeli
MHO	Mutlak hata ortalaması
PACF	Kısmi otokorelasyon fonksiyonu
PARCH	Üslü ARCH
PP	Philips Perron testi

QGARCH	Kuadratik GARCH
SMM	Saklı Markov modeli
SV	Stokastik volatilité
TARCH	Eşik değerli ARCH
TGARCH	Eşik değerli GARCH
YSA	Yapay sinir ağları
<i>WN</i>	Beyaz gürültü



ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 4.1 Borsa endeksleri getiri serilerinin grafiği.....	30
Şekil 4.2 Getiri serileri ACF ve PACF grafikleri.....	32
Şekil 4.3 BIST 100 endeksi için std-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.	49
Şekil 4.4 FTSE 100 endeksi için std-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.	49
Şekil 4.5 NIKKEI 225 endeksi için std-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.	50
Şekil 4.6 S&P 500 endeksi için std-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.	50
Şekil 4.7 BIST 100 endeksi için ged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.	51
Şekil 4.8 FTSE 100 endeksi için ged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.	51
Şekil 4.9 NIKKEI 225 endeksi için ged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.	52
Şekil 4.10 S&P 500 endeksi için ged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.....	52
Şekil 4.11 BIST 100 endeksi için sstd-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.....	53
Şekil 4.12 FTSE 100 endeksi için sstd-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.....	53
Şekil 4.13 NIKKEI 225 endeksi için sstd-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.....	54
Şekil 4.14 S&P 500 endeksi için sstd-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.....	54
Şekil 4.15 BIST 100 endeksi için sged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.....	55
Şekil 4.16 FTSE 100 endeksi için sged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.....	55
Şekil 4.17 NIKKEI 225 endeksi için sged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.....	56
Şekil 4.18 S&P 500 endeksi için sged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.....	56

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa
Çizelge 3.1 Durağan süreçler için teorik ACF ve PACF davranışı.....	18
Çizelge 4.1 Borsa endeksleri getiri serilerinin betimsel istatistikleri.....	30
Çizelge 4.1 (Devam) Borsa endeksleri getiri serilerinin betimsel istatistikleri.	31
Çizelge 4.2 Borsa endeksleri getiri serileri için trend ve mevsimsellik test sonuçları... 31	
Çizelge 4.3 Borsa endeksleri getiri serileri için birim kök testi sonuçları.	32
Çizelge 4.4 Borsa endeksleri getiri serilerine ait en iyi ARMA modellerine ilişkin AIC, BIC değerleri, artıklara ilişkin Ljung-Box ve BP testleri sonuçları.	33
Çizelge 4.5 McLeod-Li doğrusallık testi ile ARCH-LM testi sonuçları.....	34
Çizelge 4.6 Endeksler için norm-ARCH modeli sonuçları.	35
Çizelge 4.7 Endeksler için std-ARCH modeli sonuçları.....	36
Çizelge 4.8 Endeksler için ged-ARCH modeli sonuçları.....	36
Çizelge 4.9 Endeksler için snorm-ARCH modeli sonuçları.	37
Çizelge 4.10 Endeksler için sstd-ARCH modeli sonuçları.	37
Çizelge 4.11 Endeksler için sged-ARCH modeli sonuçları.	38
Çizelge 4.12 Endeksler için norm-GARCH modeli sonuçları.	39
Çizelge 4.13 Endeksler için std-GARCH modeli sonuçları.....	39
Çizelge 4.14 Endeksler için ged-GARCH modeli sonuçları.....	39
Çizelge 4.15 Endeksler için snorm-GARCH modeli sonuçları.....	40
Çizelge 4.16 Endeksler için sstd-GARCH modeli sonuçları.	40
Çizelge 4.17 Endeksler için sged-GARCH modeli sonuçları.	41
Çizelge 4.18 Endeksler için norm-EGARCH modeli sonuçları.....	42
Çizelge 4.19 Endeksler için std-EGARCH modeli sonuçları.....	42
Çizelge 4.20 Endeksler için ged-EGARCH modeli sonuçları.	43
Çizelge 4.21 Endeksler için snorm-EGARCH modeli sonuçları.	43
Çizelge 4.22 Endeksler için sstd-EGARCH modeli sonuçları.	44
Çizelge 4.23 Endeksler için sged-EGARCH modeli sonuçları.....	44
Çizelge 4.24 Endeksler için norm-GJR-GARCH modeli sonuçları.....	45
Çizelge 4.25 Endeksler için std-GJR-GARCH modeli sonuçları.	45
Çizelge 4.26 Endeksler için ged-GJR-GARCH modeli sonuçları.	46
Çizelge 4.27 Endeksler için snorm-GJR-GARCH modeli sonuçları.	46
Çizelge 4.28 Endeksler için sstd- GJR-GARCH modeli sonuçları.....	47
Çizelge 4.29 Endeksler için sged-GJR-GARCH modeli sonuçları.....	47

Çizelge 4.30 ARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları.....	57
Çizelge 4.31 GARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları.....	58
Çizelge 4.32 EGARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları.....	58
Çizelge 4.32 (Devam) EGARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları.	59
Çizelge 4.33 GJR-GARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları.	60
Çizelge 4.34 Farklı dağılımlar altında ARCH modeli için performans ölçütleri.	61
Çizelge 4.35 Farklı dağılımlar altında GARCH modeli için performans ölçütleri.	62
Çizelge 4.36 Farklı dağılımlar altında EGARCH modeli için performans ölçütleri.....	62
Çizelge 4.37 Farklı dağılımlar altında GJR-GARCH modeli için performans ölçütleri.....	63

1. GİRİŞ

Bir zaman serisi, yaygın biçimde, belirli bir değişken üzerindeki kronolojik gözlem dizisi ya da her biri belirli bir zamanda kaydedilen bir gözlemler kümesi olarak tanımlanır. Bu tezde de ele alınan kesikli zaman serisi belirli zaman aralıklarıyla yapılan gözlemlerle elde edilirken, sürekli zaman serileri; gözlemlerin belirli bir zaman aralığında sürekli olarak kaydedilmesiyle elde edilir (Brockwell ve Davis 2016). Başta ekonomi, finans, meteoroloji, mühendislik, kalite kontrol olmak üzere pek çok alanda verilerin çoğunlukla zaman sırasına göre listelenmesi ya da diğer bir deyişle zaman içinde sırayla yapılan gözlemlerden elde edilmesi; zaman serilerini anlamayı, zaman serileri hakkında çıkarımlar yapmayı, gelecekteki hareketlerini tahmin etmeyi amaçlayan zaman serisi analizini zorunlu kılmaktadır. Zaman serisi analizi, kabaca iki aşamayla açıklanabilir. Bunlardan birincisi gözlemlenen seriye yol açan mekanizmayı anlayarak seriyi temsil eden, verideki zaman bağımlılığını tanımlayacak bir model oluşturmaktır. İkincisi, serinin gelecekteki değerlerini belirlenen model yardımıyla tahmin etmektir.

Zaman serileri tahmin teknikleri iki temel kategoride incelenebilir. Bunlar; kalitatif ve kantitatif tekniklerdir (Ouahilal vd. 2017). Kalitatif teknikler konu ile ilgili uzmanların geçmiş bilgi ve deneyimleri sayesinde öznel tahminlerine dayanan yaklaşımları ifade eder. Bu teknikler veriler mevcut olmadığında veya uzmanların görüşleri aracılığıyla genel bilgiler edinmek istediğimizde faydalıdır. Kantitatif teknikler ise, matematiksel ve istatistiksel ilke ve kavramları kullanarak geçmiş verilerin analizine dayalı öngörünün yapıldığı yaklaşımları ifade eder.

Finansal zaman serisi tahmini, birçok faktörden etkilenen finansal verilerin gürültülü, karmaşık ve durağan olmayan doğası nedeniyle modern zaman serisi tahminlerinin en zorlu uygulamalarından biri olup; ekonomi, finans, istatistik ve yöneylem araştırması gibi farklı disiplinlerden araştırmacıların ilgi alanına dahil olmaktadır. Hisse senedi piyasaları; ekonomik olan olmayan yerel ya da küresel çok çeşitli faktörlerden etkilendikleri için ilgili faktörlerin belirlenmesi zor ve karmaşık bir görevdir. Serinin geçmişini anlayarak yapısını tanımlayan uygun modeli geliştirerek, geleceğini tahmin etme amacıyla, olabildiğince az veri kullanarak daha az karmaşık tekniklerle iyi sonuçlar elde edebilmek

önemlidir. Alan yazında, finansal zaman serileri için kullanılan bir grup istatistiksel yaklaşım, otoregresif hareketli ortalama (ARMA), bütünleşik otoregresif hareketli ortalama (ARIMA), genelleştirilmiş otoregresif koşullu değişen varyans (GARCH) modeline ve çeşitli uzantılarına dayanmaktadır. (Zhong ve Enke 2017).

Bu çalışma kapsamında, 10 Mart 2015 ile 10 Mart 2020 tarihleri arasında BIST 100, FTSE 100, NIKKEI 225 ve S&P 500 endekslerine ilişkin getiri serilerinin davranışlarını incelemek amacıyla Box-Jenkins ve ARCH/GARCH ailesi modellerinden ARCH (koşullu değişen varyans/autoregressive conditionally heteroscedastic), GARCH, EGARCH (üstel GARCH/exponential GARCH) ve GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan ve Runkle GARCH) odaklanılmıştır. Finansal enstrümanlardan borsa endeksleri; içerdiği bileşenlerine yani borsada işlem görmekte olan belirli şirketlere bağlı olarak hesaplanan, ülke ekonomisi, hisse senedi piyasasının hareketi ve genel durumu ile ilgili önemli göstergeler olarak değerlendirilmektedir. Bu motivasyonla, tüm endeksler modellenmiş, oluşturulan modellerin karşılaştırmalı performansları değerlendirilerek, uluslararası emsalleriyle BIST 100 endeksinin bir karşılaştırılması sunulmuştur. Bu kapsamda, sonraki bölümde ilgili endekslerin modellenmesini ele alan çalışmalar özetlenmektedir. Üçüncü bölümde; araştırma verisi, veri toplama, veri ön işleme süreci, zaman serilerine ilişkin temel kavramlar, modellerle birlikte modellerin inşasıyla ilgili açıklamalar ve karşılaştırmalar için kullanılan istatistiksel ölçütler sunulmaktadır. Dördüncü bölümde ise endeks getiri serilerinin tanımlayıcı istatistiklerine, oluşturulan modellere ait bulgulara yer verilmiş, beşinci bölümle çalışma sonuçlandırılmıştır.

2. LİTERATÜR BİLGİLERİ

Finansal enstrümanlardan borsa endeksleri çok sayıda bireysel hisse senedi içerdiklerinden ve herhangi bir hisse senedinin hareketinden ziyade daha geniş piyasa hareketlerini yansıttıklarından, modellenmeleri alan yazında geniş yer tutmaktadır. Wang vd. (2009), S&P 500 endeksi için uygun model araştırması, parametre tahmini ve tanınal kontrol prosedürleri sağladıkları çalışmalarında ARMA-GARCH modelinin temsil kabiliyetinin daha iyi olduğunu göstermişlerdir. Jiang (2012), NASDAQ, S&P 500, FTSE 100, NIKKEI ve HANG SENG endeksleri ile yaptığı çalışmada önce durağan Box-Jenkins modelleri oluşturmuş daha sonra bu modellerden geliştirilen normal ve t dağılımlı GARCH, EGARCH ve GJR-GARCH modellerini kullanarak, S&P 500, FTSE 100 ve NIKKEI 225 endeksleri için normal dağılıma sahip GJR-GARCH modelinin gelecekteki oynaklığı tahmin etmede daha iyi olduğunu göstermiştir. Eryılmaz (2015), BIST 100 endeksini temsil eden ARMA modelinin ARCH etkisi taşıdığını göstermiş, bunun üzerine çalışmasında ARCH, GARCH, EGARCH ve TARCH (eşik değerli ARCH/threshold ARCH) modellerini kullanarak endeks için en uygun modelin EGARCH olduğunu belirlemiştir. Değirmenci ve Akay (2017), BIST 100 endeksi için Box-Jenkins ve ARCH/GARCH modelleri uygulamış, en iyi performans gösteren modelin t dağılımlı ARMA-EGARCH modeli olduğunu belirlemişlerdir. Durnabaş (2017), farklı ARCH/GARCH modelleriyle gerçekleştirdiği çalışmasında, BIST 100 endeksi için en uygun modelin ARMA-TARCH olduğunu bulmuştur. Rostan vd. (2020) S&P 500 endeksi için, ARIMA ve GARCH modellerini karşılaştırmış ve tahmin için ARIMA modelinin daha üstün olduğunu ancak oynaklığın fazla olduğu dönemlerde GARCH modelinin daha üstün olduğunu tespit etmişlerdir.

Peters (2001), FTSE 100 ve DAX 30 endekslerini kullanarak yaptığı çalışmada normal, t ve çarpık t dağılımı altında GARCH, EGARCH, GJR-GARCH ve APARCH (asimetrik üssel ARCH/asymmetric power ARCH) modellerini kullanmış; GJR-GARCH ve APARCH modellerinin GARCH ve EGARCH modellerine göre, ayrıca normal olmayan dağılımlara sahip modellerin normal dağılıma sahip modellere göre daha iyi performans gösterdiğini belirlemiştir. Kale (2006) çalışmasında, IMKB 100 endeksi için farklı dağılımlara sahip ve on bir farklı ARCH/GARCH ve ARMA-ARCH/GARCH modeli

kullanmıştır. Yılmaz (2006) çalışmasında IMKB 100, Mali endeksi ve Hizmetler endeksi için TARCH modelinin oynaklığı daha iyi temsil ettiğini belirlemiştir. Adlığ (2009), çeşitli derecelerdeki ARCH, GARCH, GARCH-M, EGARCH ve TGARCH (eşik değerli GARCH/threshold GARCH) modellerini kullandığı çalışmasında IMKB 100 endeksi için en uygun modelin GARCH (1,1) modeli olduğunu tespit etmiştir. Srinivasan (2011), S&P 500 endeksi için ARCH, GARCH ve TGARCH modellerini incelemiş, GARCH modelinin daha iyi performans sergilediğini göstermiştir. Kutlar ve Torun (2013), IMKB 100 endeksinin günlük logaritmik getiri değerleri için ARCH-M (ortalamada ARCH/ARCH in mean), GARCH, EGARCH, GJR-GARCH ve TGARCH modellerini kullanmış, veriye en uygun modelin TGARCH olduğunu belirlemişlerdir. Małacka (2014) gelişmiş pazarlardan ve geçiş ekonomisine sahip ülkelerden seçtiği endekslerde, ekonomik kriz bağlamında piyasa oynaklığını açıklamak ve tahmin etmek için GARCH sınıfı modellerinden faydalanmıştır. Yeşil (2014) çalışmasında, BIST 100 endeksi verilerine, ARCH, GARCH, TARCH, EGARCH, IGARCH (bütünleşik GARCH/integrated GARCH) modellerini uygulamıştır ve en iyi öngörü performansını EGARCH modelinin gösterdiğini belirtmiştir. Mutunga vd. (2015), EGARCH ve GJR-GARCH modellerinden EGARCH modelinin S&P 500 ve NIKKEI 225 endeksleri için daha iyi performans gösterdiğini tespit etmişlerdir. Çalışma verisi olarak, BIST 100 endeksinin günlük kapanış verilerini kullanan Taşpunar ve Çolak (2015), BIST 100 endeksinin davranışlarını, kriz dönemleri ve stabil dönem olarak üç farklı dönemde incelemiştir. Bu çalışmada normal, t ve ged dağılımlı ARCH, ARCH-M, GARCH ve TGARCH modellerini kullanmışlar ve hata ölçütlerine göre modellerin performanslarını karşılaştırmışlardır. Çalışma için seçilen dağılımın, uyumu değiştirdiğini ve en iyi uyumun t dağılımında sağlandığını belirtmişlerdir. Ayrıca model yapısı karmaşıklıkça, modelin veriye daha iyi uyum gösterdiğini söylemişlerdir. Özgür (2016), BIST 100 endeksinin günlük kapanış getiri serisini kullanarak gerçekleştirdiği çalışmasında ARMA, ARCH/GARCH, Saklı Markov (SMM) ve YSA (yapay sinir ağları) modellerini öngörü amaçlı uygulamıştır. Ortalama mutlak hata ölçütünü kullanılarak öngörü performansı değerlendirmesi yapmış ve en iyi öngörü GARCH modelinin yaptığını belirtmiştir. G-7 ülkelerinden seçilmiş endeksleri kullanarak yaptıkları nedensellik çalışmasında Kayral ve Karacaer (2017), S&P 500 ve FTSE 100 endeksleri için GARCH modelini kullanmışlardır. Gulay ve Emec (2018) BIST 100 ve S&P 500 endekslerinde

GARCH(1,1) tipi modeller ile normalleştirme ve varyans dengeleme yöntemini karşılaştırmışlardır. Inglada-Perez (2020) DJIA, IBEX 35, NASDAQ 100 ve NIKKEI 225 endekslerini kullanarak gerçekleştirdiği çalışmasında ARMA, GARCH ve EGARCH modellerini kullanmıştır. Yazar çalışmasında endekslerin oynaklığını açıklamak için EGARCH modelini seçmiştir.

AR(p)-GARCH(1,1), AR(p)-GJR-GARCH(1,1), AR(p)-QGARCH(1,1) (kuadratik GARCH/quadratic GARCH) modellerini kullanarak Egert ve Koubaa (2004), G-7 ülkeleri ile Orta ve Doğu Avrupa (CEE) geçiş ekonomileri ülkelerinden seçilmiş altı ülkenin endeksleri için performans karşılaştırması yapmıştır. FTSE 100 ve NIKKEI 225 endeksleri için, AR(p)-GARCH(1,1) modelinin, daha iyi performans gösterdiğini belirtmişlerdir. Ayrıca çalışmada, piyasalar aşırı oynaklık gösterdiğinde, asimetric modellerin önemi vurgulanmıştır. Akar (2006), IMKB100 endeksi üzerinde şokların asimetric etkisini ve risk getiri ilişkisini incelemek için sırasıyla ARMA-EGARCH ve ARMA-EGARCH-M (ortalamadaki üstel GARCH/EGARCH in mean) modellerini kullanmıştır. Xu ve Hamori (2010), 2008 krizi öncesinde ve sonrasında iki farklı dönemde gerçekleştirdikleri çalışmasında NIKKEI 225 ve FTSE 100 endekslerinin de mevcut olduğu G-7 ülkelerinden seçtikleri endeksleri kullanmışlardır. Kriz öncesi ve sonrası dönemlerinde NIKKEI 225 ve FTSE 100 endeksleri için kullandıkları AR-EGARCH modelinin negatif asimetric parametresine sahip olduğunu göstermişlerdir. Peiris ve Dayaratne (2011), yedi farklı ülkenin endeksleri ile yaptıkları çalışmalarında FTSE 100, NIKKEI 225 ve S&P 500 endeksleri için GARCH, EGARCH ve TGARCH modellerini kullanarak endekslerin davranışlarını incelemişlerdir. Çalışmada NIKKEI 225 ve FTSE 100 endeksleri için EGARCH modeli, S&P 500 endeksi için TGARCH modeli en uygun model olarak bulunmuştur. Yazarlar, NIKKEI 225, FTSE 100 ve S&P 500 endeksleri için volatilité kalıcılığının yüksek olduğunu ve bu endekslerde kaldıraç etkisinin bulunduğunu belirtmişlerdir. Hasan vd. (2019), KSE 100 ve S&P 500 endeksini kullanarak gerçekleştirdikleri çalışmalarında GARCH ve EGARCH modellerini kullanmışlardır. Parametre kısıtlamaları gerektirmediği için EGARCH modeline göre endekslerin davranışlarını incelemişlerdir. Endekslerin oynaklığını, şokların asimetric olarak etkilediğini ve oynaklık üzerinde şokların kalıcı bir etkiye sahip olduğunu göstermişlerdir. Mallikarjuna ve Rao (2019), Morgan Stanley Capital International

(MSCI)'a göre sınıflandırılan gelişmiş, gelişmekte olan ve sınır pazarları ülkelerinden seçilen, içerisinde BIST 100, FTSE 100, S&P 500 endekslerinin de bulunduğu, 24 ülkenin endeksleriyle gerçekleştirdikleri çalışmalarında GARCH, EGARCH, TGARCH modellerini kullanmışlardır. Yaptıkları bu çalışmada, GARCH modelini volatilité kalıcılığı açıklamak için, EGARCH modelini asimetrik etkilerini öğrenmek için ve TGARCH modelini de kaldıraç etkisini öğrenmek kullanmışlardır. Nancy ve Rowe (2021), NIKKEI 225 endeksi için en uygun model kaldıraç etkisine sahip EGARCH modeli olarak tespit etmiştir.

Gower (2001), FTSE 100, S&P 500, NIKKEI 225 endekslerinin yanında farklı endeksler ve FTSE 100 endeksinin bileşeni olan bazı hisse senetlerini kullanarak yaptığı çalışmasında, ARCH/GARCH modelleri ile stokastik volatilité (stochastic volatility, SV) modelini kullanmıştır ve bu modeller için ayrı ayrı tahmin yeteneği karşılaştırması yapmıştır. Ayrıca, ARCH/GARCH modellerini kullanarak endekslerin ve hisse senetlerinin volatilité kalıcılığını ve yarılanma sürelerini incelemiştir. BIST 100, BIST 50, BIST 30 ve BIST Kurumsal Yönetim endeksleri için ARCH, GARCH, EGARCH ve TGARCH modellerini kullanan Şahin (2014), BIST 100 için en uygun model olarak GARCH modelini bulmuştur, ayrıca çalışmada endeksler için volatilité kalıcılığı ve yarılanma süreleri incelenmiştir. Şahin vd. (2015) BIST 100 ve BIST Kurumsal Yönetim endeksleri için yaptıkları çalışmalarında ARCH, GARCH, EGARCH ve TGARCH modellerini kullanmışlardır. BIST 100 endeksi için en uygun modelin GARCH olduğu sonucuna ulaşmışlardır ve endeksler için volatilité kalıcılığını ve yarılanma sürelerini incelemişlerdir. Demircan (2016), ARCH/GARCH ve parametrik olmayan ARCH/GARCH modelleriyle BIST 100, NIKKEI 225 ve S&P 500 endekslerinin de aralarında bulunduğu endeksler ile yaptığı çalışmasında her iki model türleri için tüm endekslerde volatilité kalıcılığını ve yarılanma sürelerini incelemiştir. Horpestad vd. (2019), FTSE 100, NIKKEI 225 ve S&P 500 endekslerinin de dahil olduğu Kuzey ve Latin Amerika, Avrupa, Asya ve Avustralya'dan on dokuz borsa endeksinin verilerini kullanmışlardır. GARCH, GJR-GARCH, log-GARCH ve E-GARCH modellerini kullanarak oynaklık üzerindeki asimetrik etkiyi incelemişlerdir. Asimetrik etkiye sahip modellerin verilere daha iyi uyduğunu, ayrıca simetrik modellerde volatilité kalıcılığının daha yüksek olduğunu belirtmişlerdir. BIST 100 endeksi ile yaptığı çalışmasında Seyrik

(2019), ARCH, GARCH, EGARCH, GJR-GARCH, ARCH-M, GARCH-M, EGARCH-M, GJR-GARCH-M modelleri üzerinde çalışmış ve endekse en uygun modelin GARCH olduğu sonucuna ulaşmıştır. Yazar çalışmasında şokların geçici olduğunu kalıcılık parametresi ile tespit etmiştir, ayrıca BIST 100 endeksi için yarılanma süresini belirlemiştir. Sabbaghi (2020), S&P 500 endeksi için Ocak 1950'den Aralık 2019'a kadar olan zaman dilimini yedi alt döneme bölmüş ve bu dönemler için GARCH(1,1) modelini kullanmıştır. Ayrıca yazar, her dönem için volatilité kalıcılığını ve yarılanma süresini incelemiştir.

Kökçen (2010), IMKB100 endeks, Mali endeks ve Hizmet endekslerinin davranışını incelemek için ARCH, GARCH, IGARCH, EGARCH, ARCH-M, GARCH-M, EGARCH-M, TARCH, TGARCH ve PARCH (üslü ARCH/ power ARCH) modellerini kullanmıştır. Çeşitli derecelerdeki modeller kullanılarak yapılan çalışmada, IMKB 100 endeksi için ARCH etkisi giderilememiştir. Ayrıca serilerde asimetric etkinin varlığı gözlemlenmiştir.

3. MATERYAL ve METOT

3.1 Araştırma Verisi

Bu çalışmada, 10 Mart 2015 ile 10 Mart 2020 tarihleri arasında BIST 100, FTSE 100, NIKKEI 225 ve S&P 500 endekslerine ait günlük kapanış verilerinden, $\log(y_t/y_{t-1})$ logaritmik fark formülü kullanılarak elde edilen günlük getiri serileri kullanılmıştır. BIST 100 verileri Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası web sitesinden, diğer endeks verileri ise Yahoo Finance web sitesinden temin edilmiştir. Endekslere ilişkin veri setleri, %80 ve %20 oranlarında ardışık eğitim ve test setlerine ayrılmıştır. Bu endekslerden, 5 Nisan 2013 tarihine kadar IMKB 100 (İstanbul Menkul Kıymetler Borsası 100) olarak bilinen BIST 100 endeksi, Borsa İstanbul'da işlem gören, piyasa değeri ve işlem hacmi bakımından en yüksek 100 hisse senedinden oluşur. BIST Pay Piyasasının temel göstergesi olan bu endeks 1986 yılından bu yana hesaplanmaktadır. FTSE 100 endeksi, Avrupa'nın en büyük borsası olan Londra Borsasında işlem gören ve İngiltere ekonomisinin yaklaşık olarak %80'ini temsil eden, piyasa değeri en yüksek 100 hisse senedinden oluşur. NIKKEI 225 endeksi, Asya'nın en büyük ve dünyanın üçüncü büyük borsası olan Tokyo borsası için en yaygın kullanılan piyasa endeksidir. Bu endeks 225 eşit ağırlıklı hisse senedini içerir ve 1950'den bu yana günlük olarak hesaplanmaktadır. Standard & Poor's tarafından hesaplanan S&P 500 endeksi ise dünyanın en büyük borsası olan New York borsasında işlem gören, yaklaşık olarak Amerikan piyasasının %75'ini temsil eden ve piyasa değeri en yüksek 500 hisse senedinden oluşmaktadır.

3.2 Zaman Serileri

Zaman serisi genel olarak, bir değişken üzerinde belirli zaman aralıklarıyla alınan ardışık gözlemlerin kümesi ya da ilgilenilen değişkene ait kronolojik gözlem dizisi olarak ifade edilir (Kadılar 2005, Montgomery vd. 2015, Akdeniz 2018). Olasılık teorisinde ise, N örneklem boyutu olmak üzere, $\{Y(\omega, t): t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ stokastik sürecinden üretilen $\{y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tN}\}$ sonlu rasgele değişkenler kümesi olarak tanımlanır (Kadılar 2005). Günlük hisse senedi kapanış fiyatları, işsizlik oranları, günlük ortalama sıcaklık değerleri, yıllık doğum oranları zaman serilerine örnek olarak verilebilir (Sevüktekin ve

Nargeleçekenler 2010).

3.2.1 Durağanlık

Zaman serisinin ortalamasında ve varyansında sistematik bir değişme yoksa ve zaman serisi düzenli periyodik davranışlar göstermiyorsa seri durağandır, denir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler 2010). Zaman serisi durağan olması için serinin birinci momenti olan beklenen değerinin, $\forall t$ için $E(y_t) = \mu$, ve ikinci momenti olan varyansının, $\forall t$ için $var(y_t) = \sigma^2 = E[(y_t - \mu)^2]$ sabit olması gerekmektedir (Zivot ve Wang 2006, Box vd. 2015). Zaman serilerinin analizinde durağanlık önemli bir yere sahiptir. Modelleme işlemi yapılırken zaman serisinin durağan olması istenir.

3.2.2 Durağanlık Testleri

Zaman serilerinde trend, mevsimsellik ve birim kök durağanlığı bozan unsurlardır. Zaman serilerinin durağanlık yapılarını bozan bu yapıların tespiti için testler geliştirilmiştir. Eğer serilerde trend ve mevsimsellik varsa trendden ve mevsimsellikten arındırılmaları gerekmektedir. Arındırma işlemi için fark alma işlemi yapılır. Şayet seride hem trend hem mevsimsellik birlikte varsa önce mevsimsellik için, sonra trend için fark alınır (Sevüktekin ve Nargeleçekenler 2010, Montgomery vd. 2015).

3.2.2.1 Trend Testleri

Zaman serilerinde uzun süreli artışlara ya da azalışlara trend denir. Trende sahip seri, değişen bir ortalamaya sahip olduğu için durağan değildir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler 2010). Bu çalışmada trendin varlığını araştırmak için Mann-Kendall testi ile Cox-Stuart testi kullanılmıştır.

Mann-Kendall testi, bir zaman serisinde trend olup olmadığının belirlenmesinde yaygın olarak kullanılan parametrik olmayan testlerden biridir. Zaman içinde ölçülen N gözlemlili $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$ serisi için Mann-Kendall test istatistiği,

$$MK = \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{j=k+1}^N \text{sgn}(y_j - y_k) \quad (3.1)$$

şeklindedir. Burada sgn işaret fonksiyonudur (Hipel ve Mcleod 1994, İnt.Kyn.1).

Trend tespit etmede daha az güçlü ancak hesaplanması daha kolay kabul edilen Cox-Stuart testi, serinin ilk üçte birine ait verilerin, serinin son üçte birine ait verilerden daha büyük veya küçük olup olmadığı karşılaştırmasına dayanmaktadır. N adet bağımsız gözlemi olan bir dizi ele alınsın. Bu dizi, (3.2)'de verilen, yükseliş eğilimi olan standartlaştırılmış normal regresyon modelinden elde edilsin:

$$H_1: y_i = \alpha + \Delta i + \epsilon_i, \quad (i = 1, 2 \dots N). \quad (3.2)$$

Burada α sabit değer, $\Delta \geq 0$ ve ϵ_i bağımsız standartlaştırılmış normal değişkenlerdir. ϵ_i terimlerinin sürekli dağılımı ne olursa olsun, geçerliliği devam edecek olan testin sıfır hipotezi $H_0: \Delta = 0$ şeklindedir (Cox ve Stuart 1955). Bir başka deyişle, Cox-Stuart testinin sıfır hipotezi seride trendin mevcut olmadığı, alternatif hipotezi ise seride trendin mevcut olduğu anlamı taşır. $N > 30$ için Cox-Stuart test istatistiği,

$$CS = \frac{|S - \frac{N}{6}|}{\sqrt{\frac{N}{12}}} \quad (3.3)$$

şeklindedir. Burada, S maksimum işaret (sırasıyla + veya -'lerin) sayısını gösterir (İnt.Kyn.1).

3.2.2.2 Mevsimsellik Testleri

Seri belirli bir döngüsellik ya da dönemsel davranışlar gösteriyorsa mevsimsellik içerir ve mevsimselliğin varlığı serilerde durağanlığı bozan bir unsurdur (Özmen 1986, Tsay 2010, Montgomery vd 2015). Mevcut çalışmada mevsimselliğin varlığını araştırmak için Friedman Rank testi ile Kruskal-Wallis testi kullanılmıştır. Friedman Rank ve Kruskal-Wallis testlerinin sıfır hipotezi, serinin mevsimsellik içermediği şeklindedir (Friedman 1937, Kruskal ve Wallis 1952, Hipel ve Mcleod 1994, Ollech ve Webel 2020). Her bir

$i \in \{1, 2, \dots, \tau\}$ periyodu, n gözlemlili olsun. r_{ij} , j . yılın i . dönemindeki gözlem sırasını gösterebilir. $\bar{r}_i = n^{-1} \sum_{j=1}^n r_{ij}$ ve $\mu_i = E(r_{ij})$ olsun. Friedman (1937) tarafından geliştirilen Friedman Rank testinin sıfır hipotezi $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_\tau$ olup, test istatistiği:

$$FR = \frac{\tau-1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} \frac{n[\bar{r}_i - (\tau+1)/2]^2}{(\tau^2-1)/12} \quad (3.4)$$

şeklindedir (Ollech ve Weibel 2020).

n_i ; $i \in \{1, 2, \dots, k\}$ olmak üzere i grubundaki gözlemlerin sayısı, R_i ; i grubundaki gözlemlerin sıralarının toplamı ve $N = \sum_{i=1}^k n_i$ olsun. Kruskal ve Wallis (1952) tarafından geliştirilen ve sıfır hipotezi, seride mevsimselliğin olmadığını ifade eden Kruskal-Wallis testinin test istatistiği,

$$KW = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1) \quad (3.5)$$

şeklindedir (Zar 2014).

3.2.2.3 Birim Kök Testleri

Zaman serisi, zamanla değişen bir ortalamaya veya varyansa veya her ikisine sahipse, durağan değildir ve bir birim köke sahip olduğu söylenir. Birim kökün varlığı, serilerde durağanlığı bozan bir unsurdur ve varlığı tespit edilmek istenir. Eğer seride birim kök mevcut ise fark alma işlemi yapılarak seri birim kökten arındırılır. Birim kökün varlığının tespit edilmesi için bu çalışma kapsamında Augmented Dickey Fuller (ADF), Philips Perron (PP) ve Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) testlerinden faydalanılmaktadır.

ADF testi, (3.6)'da verilen test regresyonunun tahmin edilmesine dayanır:

$$y_t = D_t + \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \phi_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t. \quad (3.6)$$

Burada D_t , t anındaki sabit ve trend gibi terimlerin deterministik fonksiyonudur. $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$, y_t 'nin fark serileridir. ε_t hata terimleri korelasyonsuzdur ve homoskedastiktir. p değeri ise, ε_t serisinin korelasyonsuz olacağı şekilde ayarlanan gecikme değeridir (Zivot ve Wang 2006, Tsay 2010). ADF testinin hipotezleri aşağıdaki gibidir.

$$H_0: \text{Seri, birim kök içerir (Seri, durağan değildir.)} \quad (3.7)$$

$$H_1: \text{Seri, birim kök içermez (Seri, durağandır.)} \quad (3.8)$$

$\hat{\phi}$, (3.6) denklemindeki ϕ katsayısının en küçük kareler yöntemiyle bulunan tahmini olsun ve SE 'de standart hatayı gösterebilir. ADF testinin test istatistiği,

$$ADF = \frac{\hat{\phi}}{SE(\hat{\phi})} \quad (3.9)$$

şeklindedir (Zivot ve Wang 2006, İnt.Kyn.2).

ADF testi ile aynı hipotezlere sahip PP birim kök testi için test regresyonu:

$$\Delta y_t = D_t + \phi y_{t-1} + u_t \quad (3.10)$$

şeklindedir. Burada D_t , t anındaki sabit ve trend gibi terimlerin deterministik fonksiyonudur. $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$, y_t 'nin fark serileridir. u_t ise durağan bir süreçtir ve heteroskedastik olabilir. PP testinin test istatistiği ise,

$$Z = N\hat{\phi} - \frac{1}{2}(\hat{\lambda}^2 - \hat{\sigma}^2) \left(\frac{N^2 SE(\hat{\phi})}{\hat{\sigma}^2} \right) \quad (3.11)$$

şeklindedir. Burada, N , örneklem boyutudur. Ayrıca $\hat{\sigma}^2$, (3.12) denklemi ile, $\hat{\lambda}^2$ ise (3.13) denklemi ile hesaplanan parametre tahminleridir:

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} N^{-1} \sum_{t=1}^N E[u_t^2] \quad (3.12)$$

$$\lambda^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^N E[N^{-1} S_N^2]. \quad (3.13)$$

Burada $S_N = \sum_{t=1}^N u_t$ 'dir (Zivot ve Wang 2006, Neusser 2016, İnt.Kyn.2).

ADF ve PP testlerinin aksine, sıfır hipotezi serinin birim kök içermediğini, alternatif hipotezi ise serinin birim kök içerdiğini ifade eden KPSS testi başlangıç modeli, ε_t beyaz gürültü süreci olmak üzere:

$$y_t = \beta' D_t + \mu_t + u_t \quad (3.14)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.15)$$

şeklindedir. Burada D_t , t anındaki sabit veya sabitle trend gibi deterministik bileşen içeren fonksiyondur ve β' ise D_t fonksiyonun katsayısıdır. Ayrıca u_t durağandır ve heteroskedastik olabilir. μ_t ise σ_ε^2 varyansına sahip temiz dizi sürecidir (Zivot ve Wang 2006, Zuo 2019). N , örneklem boyutu olmak üzere KPSS testinin istatistiği

$$KPSS = \frac{N^{-2} \sum_{t=1}^N \hat{S}_t^2}{\hat{\lambda}^2} \quad (3.16)$$

şeklindedir. Burada $\hat{u}_t$, D_t üzerinde y_t regresyonunun hatası olmak üzere, $\hat{S}_t = \sum_{j=1}^t \hat{u}_j$ 'dir. $\hat{\lambda}^2$, $\hat{u}_t$ hataları kullanılarak hesaplanabilen, u_t 'nin uzun dönem varyansının tutarlı bir tahminidir (Zivot ve Wang 2006, Sevüktekin ve Nargeleçekenler 2010).

ADF, PP ve KPSS birim kök testlerinde bahsedilen D_t deterministik fonksiyonu, sabit, trend ya da sabit ve trendi birlikte içeren bir fonksiyondur. Mevcut çalışmada birim kök testi, sabitsiz ve trendsiz, sabitli ve trendsiz, sabitli ve trendli olacak şekilde üç türde incelenmektedir.

3.2.3 Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Fonksiyonları

$\{y_t\}$ zaman serisi ile serinin $\{y_{t-k}\}$ gecikmeli serileri arasındaki ilişkiyi veren k . gecikmedeki otokorelasyon katsayısı, ρ_k , aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\rho_k = \frac{cov(y_t, y_{t-k})}{\sqrt{var(y_t)var(y_{t-k})}}. \quad (3.17)$$

Burada zaman serisinin beklenen değeri $\forall t$ için $E(y_t) = \mu$, varyansı $var(y_t) = \sigma^2 = E[(y_t - \mu)^2]$ ve kovaryansı $\forall t, k$ için $cov(y_t, y_{t-k}) = E[(y_t - \mu)(y_{t-k} - \mu)]$ şeklindedir (Kadılar 2005, Zivot ve Wang 2006). Otokorelasyon katsayıları $(-1,1)$ arasında değer almaktadır. Zaman serisinin bütün gecikmelerindeki otokorelasyon katsayılarının oluşturduğu fonksiyona otokorelasyon fonksiyonu (ACF) denir (Kadılar 2005). N gözlemlili bir zaman serisinde otokorelasyon katsayılarının %95 güven aralığında sıfırdan farklı olması için katsayıların $\pm 1,96/\sqrt{N}$ değerleri ile oluşturulan aralığın dışında olması gerekmektedir (Zivot ve Wang 2006).

N gözlemlili bir zaman serisinde, bir grup otokorelasyon katsayısının önemsiz (sıfır) olduğunu göstermek için Ljung ve Box (1978) tarafından geliştirilen Ljung-Box testinin Q istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$Q(k) = N(N+2) \sum_{j=1}^k \frac{\rho_j^2}{N-j}. \quad (3.18)$$

Burada k , gecikme değeridir ve ρ_j j . gecikmedeki otokorelasyon katsayısıdır. Bu testin sıfır hipotezi k gecikmeye kadar olan ACF değerlerinin 0 olduğunu yani belirli bir gecikme sayısına kadar, veri değerlerinin rasgele ve bağımsız olduğunu ifade eder. Başka bir deyişle $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$ şeklindedir (Sevüktekin ve Nargeleçekenler 2010). Ljung-Box testinin Q istatistiği, belirtilen bir kritik değerden daha büyükse, bir veya daha fazla gecikme için otokorelasyon değerleri sıfırdan önemli ölçüde farklıdır. Bu ise bize serinin rasgele olmadığını ve zaman içinde bağımsız olmadığını gösterir. Otokorelasyon deseni, Ljung-Box testinin önemli bir Q istatistiği ile belirgin olur.

Zaman serilerinin, diğer gecikmelerinin etkileri yok edildiğinde, $\{y_t\}$ ile $\{y_{t-k}\}$ arasındaki ilişkiyi ölçen ve $(-1,1)$ arasında değer alan, k . gecikmedeki kısmi otokorelasyon katsayısı, ρ_{kk} :

$$\rho_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} (\rho_{k-1,j})(\rho_{k-j})}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} (\rho_{k-1,j})(\rho_j)} \quad (3.19)$$

formülüyle hesaplanır. Burada ρ_k , k . gecikmede otokorelasyon katsayısını ve $\rho_{kj} = (\rho_{k-1,j}) - (\rho_{kk})(\rho_{k-1,k-j})$ j . gecikmedeki serinin etkisi yok sayıldığında elde edilen kısmi otokorelasyon katsayısını göstermektedir. (Kadılar 2005, Sevüktekin ve Nargeleçekenler 2010). Kısmi otokorelasyon katsayılarının oluşturduğu fonksiyona kısmi otokorelasyon fonksiyonu (PACF) denir.

3.2.4 Beyaz Gürültü Süreci

$\{y_t\}$ zaman serisi, sabit μ ortalamaya ve sabit σ^2 varyansına sahip, bağımsız ve özdeş dağılan rasgele değişkenlerden oluşan bir dizi ise $\{y_t\}$, bir beyaz gürültü (white noise) sürecidir ve literatürde genel olarak WN şeklinde gösterilir. Beyaz gürültü sürecinde ACF değerleri sıfırdır. Eğer uygulamada örnek ACF değerleri sıfıra yakınsa seri bir beyaz gürültü süreci olarak kabul edilebilir (Kadılar 2005, Sevüktekin ve Nargeleçekenler 2010, Tsay 2010).

3.3 Zaman Serisi Modelleri

Araştırmacılar zaman serilerinin davranışlarını bilmek ve gelecek değerlerini öngörmek isterler. Zaman serilerinin hareketini açıklamak için farklı modelleme yöntemleri kullanılır. Bunlardan bazıları bu çalışmada kullanılan, durağanlığı temel alan doğrusal Box-Jenkins modelleri ile zamanla değişen varyansı göz önünde bulunduran doğrusal olmayan değişen koşullu varyans modelleridir.

3.3.1 Box-Jenkins Modelleri

3.3.1.1 Otoregresif (AR) Modeli

Box-Jenkins modellerinden durağan, doğrusal, kendi gecikme değerleriyle açıklanabilen ve tüm gecikmelerde sabit ve sonlu ölçülebilir μ ortalamasına sahip, p . dereceden genel AR(p) modeli, ε_t 0 ortalamalı ve σ^2 sabit varyanslı korelasyonsuz rasgele değişkenler olmak üzere,

$$y_t = \mu + \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \phi_2(y_{t-2} - \mu) + \dots + \phi_p(y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t \quad (3.20)$$

şeklinde ya da B gecikme operatörü kullanılarak,

$$\phi(B)(y_t - \mu) = \varepsilon_t \quad (3.21)$$

şeklinde gösterilir. Burada $By_t = y_{t-1}$ ve $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ 'dir. AR(p) sürecinin durağan olması için,

$$\phi(z) = 1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \dots - \phi_p z^p = 0 \quad (3.22)$$

şeklinde verilen AR(p) karakteristik denklemi köklerinin birim çember dışında yer alması gerekmektedir (Zivot ve Wang 2006, Sevüktekin ve Nargeleçekenler 2010). AR(p) karakteristik denkleminin köklerinin birim çember dışında olması için $\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p < 1$ ve $|\phi_p| < 1$ eşitsizliklerinin sağlanması gerekmektedir (Cryer ve Chan 2008).

3.3.1.2 Hareketli Ortalama (MA) Modeli

Zaman serileri bazı durumlarda ε_t cari ve ε_{t-1} , ε_{t-2} gibi geçmiş artıklarıyla açıklanabilir. Artıkların kendileri ve gecikmeleriyle açıklanabilen, q . dereceden genel MA(q) süreci, $E(y_t) = \mu$ olmak üzere:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.23)$$

şeklinde ya da B gecikme operatörü ile

$$y_t = \mu + \theta(B)\varepsilon_t \quad (3.24)$$

şeklinde gösterilir. Burada ε_t artıkları, 0 ortalamalı ve σ^2 sabit varyanslı, korelasyonsuz rasgele değişkenlerdir. Bu süreç durağandır ve $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ katsayıları sonludur. $MA(q)$ sürecinin tersine çevrilebilir olması için,

$$\theta(z) = 1 + \theta_1 z + \theta_2 z^2 + \dots + \theta_q z^q = 0 \quad (3.25)$$

karakteristik polinom kökleri birim çemberin dışında kalmalıdır (Zivot ve Wang 2006, Sevüktekin ve Nargeleçekenler 2010).

3.3.1.3 Otoregresif Hareketli Ortalama (ARMA) Modeli

Durağan ve doğrusal zaman serileri hem kendi gecikme değerleri hem de artık ve artık gecikmeleriyle ifade edilebilir. Serinin AR ve MA süreci özellikleri taşıması durumunda, $E(y_t) = \mu$ olmak üzere, $ARMA(p, q)$ süreci:

$$y_t = \mu + \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p(y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.26)$$

şeklinde ya da B gecikme operatörü ile

$$\phi(B)y_t = \mu + \theta(B)\varepsilon_t \quad (3.27)$$

ile ifade edilir. Burada ε_t hataları, 0 ortalamalı ve σ^2 sabit varyanslı korelasyonsuz rasgele değişkenlerdir. Eğer $\phi(z) = 0$ karakteristik denkleminin kökleri birim çemberin dışında ise ARMA süreci durağandır ve $\theta(z) = 0$ karakteristik denkleminin kökleri birim çemberin dışında kalıyorsa ARMA süreci tersine çevrilebilirdir (Zivot ve Wang 2006).

Özel olarak $p = 0$ ise $ARMA(p, q)$ modeli $MA(q)$ modeline dönüşürken $q = 0$ ise $ARMA(p, q)$ modeli $AR(p)$ modeline dönüşür. Diğer bir deyişle AR ve MA modelleri $ARMA$ modelinin özel halleridir. Durağan zaman serilerinde ACF ve PACF değerleri kullanılarak, durağan Box-Jenkins modellerinin dereceleri belirlenebilir (Montgomery vd. 2015). $ARMA$ modelinin p ve q derecelerini bulmak için izlenebilecek yol Çizelge 3.1’de sunulmuştur.

Çizelge 3.1 Durağan süreçler için teorik ACF ve PACF davranışı.

Model	ACF	PACF
$MA(q)$	q gecikme sonra kesilir.	Üstel ya da sinüs dalgası şeklinde azalır.
$AR(p)$	Üstel ya da sinüs dalgası şeklinde azalır.	p gecikme sonra kesilir.
$ARMA(p, q)$	Üstel ya da sinüs dalgası şeklinde azalır.	Üstel ya da sinüs dalgası şeklinde azalır.

3.3.1.4 Bütünleşik Otoregresif Hareketli Ortalama (ARIMA) Modeli

Zaman serileri durağan olduğunda AR, MA ve $ARMA$ modelleri kullanılabilirken serilerin durağan olmadığı durumlarda $ARIMA$ modeli kullanılır. $ARIMA$ modeli kullanılırken uygun sayıda fark alma işlemiyle seri durağan hale getirilir. d . dereceden fark alma işlemi ile durağan hale dönüşen bütünleşik otoregresif hareketli ortalama ($ARIMA$) süreci, $ARIMA(p, d, q)$ şeklinde gösterilir. $ARIMA(p, d, q)$ süreci, $\omega_t = (1 - B)^d y_t$; d . dereceden farkı alınmış seri olmak üzere,

$$\omega_t = \phi_1 \omega_{t-1} + \dots + \phi_p \omega_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.28)$$

ya da B gecikme operatörü ile

$$\phi(B)(1 - B)^d y_t = \theta(B) \varepsilon_t \quad (3.29)$$

şeklinde ifade edilir. Eğer $d = 0$ ise (3.28) denkleminde $\omega_t = y_t - \mu$ yazılabilir. Ayrıca (3.29) denklemi, $\phi(B)\omega_t = \theta(B)\varepsilon_t$ şeklinde de ifade edilebilir (Box vd. 2015).

Özel olarak $d = 0$ ise $ARIMA(p, d, q)$ süreci durağan $ARMA(p, q)$ sürecine dönüşür. Ayrıca $d = 0$ iken $p = 0$ ise $ARIMA(p, d, q)$ modeli $MA(q)$ modeline dönüşürken $q = 0$ ise $ARIMA(p, d, q)$ modeli $AR(p)$ modeline dönüşür. Genel olarak AR, MA ve ARMA modellerinin, ARIMA modelinin özel halleri olduğu söylenebilir.

3.3.1.5 Box-Jenkins Modeli Seçimi ve Model Yeterliliği

Box-Jenkins modelleri ile modellemeye geçmeden önce ilk aşama bazı tanımlayıcı istatistiklerin belirlenmesi ve serinin normallik için test edilmesidir. Normalliği test etmek için Jarque-Bera testi kullanılmaktadır. Daha sonra, önemli bir unsur olan seri durağanlığı araştırılır. Box-Jenkins modelleri kullanılırken serilerin durağan olması, trend ve mevsimsellik unsurlarını içermemesi istenir. Bu unsurların varlığını incelemek için serinin grafiği, ACF ve PACF grafikleri kullanılabildiği gibi bazı testler de geliştirilmiştir. Bu çalışma kapsamında, serilerde trendin varlığını araştırmak için Mann-Kendall ile Cox-Stuart testleri, mevsimselliğin varlığını araştırmak için Friedman Rank testi ile Kruskal-Wallis testi kullanılmaktadır. Ayrıca durağanlığı bozan birim kökün varlığı ADF, PP ve KPSS testleri kullanılarak araştırılmaktadır.

$ARMA(p, q)$ modelinin $AR(p)$ ve $MA(q)$ bileşenlerinde uygun p , q gecikmelerini belirlemek için ACF ve PACF hesaplanmasına ve grafiklerinin çizilmesine başvurulmaktadır. Zaman serisi modellerini belirlerken ACF ve PACF işlevlerine güvenmek yaygın bir uygulama olsa da, bu işlevler herhangi bir belirli AR veya MA bileşeninin önemini küçümseyebilir veya abartabilir. Bu tür kafa karıştırıcı durumlardan kaçınmak için ARMA modelleri, değişen AR ve MA derecelerinde incelenmektedir. Zaman serisinin birden fazla model ile temsil edilebilmesi durumunda, en iyi modelin seçimi yaygın olarak Akaike (1974) tarafından geliştirilen Akaike bilgi kriteri (Akaike Information Criterion/AIC) ve Schwarz (1978) tarafından geliştirilen Schwarz Bayesian bilgi kriteri (Schwarz Bayesian Information Criterion/BIC) yardımıyla yapılmaktadır. AIC ve BIC değerleri sırasıyla

$$AIC = -2 \log(\text{maksimum olabilirlik}) + 2(k) \quad (3.30)$$

$$BIC = -2 \log(\text{maksimum olabilirlik}) + (k) \log(N). \quad (3.31)$$

şeklinde hesaplanırlar. Burada k parametre sayısı, N örneklem boyutudur. Zaman serisine uygun model seçilirken en küçük AIC ve BIC değerleri esas alınır. BIC değeri daha az parametrelili modelleri seçmesinden dolayı öncelikli olarak tercih edilebilir (Kadılar 2005).

Geçici olarak belirlenen ARMA modelinin bilinmeyen parametreleri tahmin edildikten sonra, model artıklarının analiziyle modelin yeterliliği belirlenmekte ya da gerekiyorsa potansiyel iyileştirmeler önerilmektedir. Artıkların incelenmesi aşamasında, modellerin bir otokorelasyon probleminden, heteroskedastisite (değişen varyans) probleminden veya her ikisinden muzdarip olup olmadığı araştırılır. Box-Jenkins modellerinin geçerliliği incelenirken artıkların beyaz gürültü olması istenir. Diğer bir değişle artıkların otokorelasyonsuz, sabit varyansa sahip olmaları ve yaklaşık olarak normal dağılım göstermeleri istenir. Model artıkları arasında otokorelasyon olup olmadığını araştırmak için Ljung-Box testinden ya da ACF ve PACF grafiklerinden, heteroskedastisite araştırması için ise Breusch ve Pagan (1979) tarafından geliştirilen ve sıfır hipotezi artıkların sabit varyansa sahip olduğunu, alternatif hipotezi ise artıkların değişen varyansa sahip olduğunu söyleyen Breusch-Pagan (BP) değişkenlik testinden yaygın olarak faydalanılır. Artıkların normal QQ grafiği, histogramı ve gözlem değerlerine karşı artıkları gösteren grafik yardımıyla, artıkların normal bir dağılıma sahip olup olmadığı incelenebilir. Tüm bu değerlendirmelerin nihayetinde, ARMA modelinin artıkları beyaz gürültü özelliği taşıyorsa, oluşturulan $ARMA(p, q)$ modelinin veriyi temsil ettiği söylenebilir.

3.3.2 Koşullu Değişen Varyans (ARCH/GARCH) Modelleri

Box-Jenkins modellerinin modelleme yapamadığı bir durum, zaman içinde varyanstaki değişim durumudur. Varyansında mütevazı değişikliklerin olduğu bir zaman serisi bir takım dönüşümlerle düzenlenebilir. Ancak artan bir trendde, sistematik bir şekilde varyansın arttığı zaman serilerinde olduğu gibi, varyanstaki değişiklik zamanla ilişkili olduğunda, zaman serisinin ortalamasından sapmasının ölçüsü olan oynaklık, Engle

(1982) tarafından geliştirilen otoregresif koşullu heteroskedastisite (autoregressive conditional heteroskedasticity/ARCH) ya da diğer bir ifadeyle koşullu değişen varyans modelleri kullanılarak modellenenbilir. Koşullu varyans modellerine geçmeden önce, zaman serilerine doğrusallık ve ARCH etkisinin varlığı için bazı testler yapılır.

3.3.2.1 Zaman Serilerinde Doğrusallık ve ARCH Etkisi

Ljung-Box testine benzer yapıda olan McLeod-Li testi, zaman serilerinin doğrusallığını test etmek için kullanılır. Seriyi temsil eden en iyi ARMA modelinin artığı ε_t olsun. McLeod-Li testi, ε_t terimlerinin karelerinin otokorelasyonuna dayanır. Bu testin sıfır hipotezi, ε_t^2 'lerin sonlu gecikmeli ACF değerlerinin sıfır olduğunu söyler (McLeod ve Li 1983, Brooks 1996, Tsay 2010). N örneklem boyutu ve $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum \varepsilon_t^2$ olmak üzere k . gecikmede otokorelasyon fonksiyonu,

$$\rho_{\varepsilon\varepsilon}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^N (\varepsilon_t^2 - \sigma^2)(\varepsilon_{t-k}^2 - \sigma^2)}{\sum_{t=1}^N (\varepsilon_t^2 - \sigma^2)^2} \quad (3.32)$$

şeklindedir. p uygun şekilde seçilmiş bir otokorelasyon sayısı olmak üzere McLeod-Li test istatistiği $Q_{\varepsilon\varepsilon} = N(N+2) \sum_{i=1}^p \frac{\rho_{\varepsilon\varepsilon}^2(i)}{(N-i)}$, kare artıkların türünden yazılmış bir Ljung-Box Q istatistiğidir (Brooks 1996, Tsay 2010).

Koşullu değişen varyansın varlığı, ARCH etkileri olarak adlandırılmaktadır. ARCH etkisinin varlığını belirlemek için, Lagrange çarpanı (Lagrange Multiplier/LM) testi kullanılmaktadır. Seriyi temsil eden en iyi ARMA modelinin artığı ε_t olsun. ARCH-LM testi için sıfır hipotezi $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0$ (ARCH etkisi yoktur) şeklindedir. ARCH-LM testi için kullanılan denklem, e_t 0 ortalamalı beyaz gürültü süreci olmak üzere:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + e_t, \quad t = q+1, \dots, N \quad (3.33)$$

şeklindedir. Burada N örneklem boyutudur ve $q > 0$ sayısı önceden belirlenmiş bir tam

sayıdır (Zivot ve Wang 2006, Tsay 2010). $\omega = (1/N) \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2$, $SSR_0 = \sum_{t=q+1}^N (\varepsilon_t^2 - \omega)^2$ ve $\hat{e}_t$, (3.33) denkleminin en küçük kareler artığı olmak üzere $SSR_1 = \sum_{t=q+1}^N \hat{e}_t^2$ olsun. ARCH-LM testinin istatistiği:

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/q}{SSR_1/(N-2q-1)} \quad (3.34)$$

şeklindedir (Tsay 2010). Zaman serilerinde doğrusallık sağlanmıyor ve ARCH etkisi görülüyorsa ARCH/GARCH metodolojisine geçilebilir.

3.3.2.2 Koşullu Değişen Varyans (ARCH) Modeli

Doğrusal zaman serilerinde hata terimlerinin varyansının zamana göre değişmediği varsayılır. Ancak zaman serilerinin varyansları zamanla ilişkilendirilebiliyorsa koşullu değişen varyans modelleri kullanılarak serinin oynaklığı modellenenebilir. Zaman serisi için oluşturulan doğrusal durağan ARMA(p, q) modelinin artığı ε_t olmak üzere Engle (1982) tarafından geliştirilen ARCH(q) modeli aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + e_t. \quad (3.35)$$

Burada e_t , sıfır ortalamalı ve sabit varyanslı beyaz gürültü sürecidir ve $\varepsilon_t = e_t \sqrt{\sigma_t^2}$ dir. q , sonlu bir değer olmak üzere $\alpha_0 > 0$ ve $\alpha_i \geq 0$ dır (Enders 1995, Tsay 2010). $\sum \alpha_i$ kümülatif yani toplam geçmiş şok etkisini göstermektedir (Hammoudeh ve Yuan 2008).

ARCH modeli için oynaklık şoklarının kalıcılığını (sürekliliğini) gösteren $\hat{P}$ parametresinin değeri, (3.36) eşitliği ile hesaplanır. $\hat{P}$ kalıcılık parametresinin değeri 1'e yakınsa mevcut oynaklığa gelen şoklar uzun süre gelecekte de devam eder ve şoklar oldukça yavaş yok olur. Ayrıca (3.37) eşitliğinde verilen $h2l$, oynaklığın yeniden eski seviyesine gelmesi için gereken gün sayısını yani oynaklık yarılanma süresini (half-life volatility) verir (Gil-Alana ve Tripathy 2014, Sekmen ve Hatipoğlu 2015, Güçlü 2020, İnt.Kyn.3).

$$\hat{P} = \sum_{i=1}^q \alpha_i \quad (3.36)$$

$$h2l = \frac{-\log_e 2}{\log_e \hat{P}} \quad (3.37)$$

3.3.2.3 Genelleştirilmiş Koşullu Değişen Varyans (GARCH) Modeli

Geçmiş artık değerlerinin karesine bağlı olan ARCH modeli, oynaklığı yakalamak için çok sayıda gecikmeye ihtiyaç duymaktadır. Bu nedenle Bollerslev (1986) oynaklığı açıklamak için geçmiş artık değerlerin karelerinin yanında geçmiş koşullu varyans değerlerini kullanarak genelleştirilmiş koşullu değişen varyans modelini oluşturmuştur. $\varepsilon_t = e_t \sqrt{\sigma_t^2}$, $\sigma_e^2 = 1$ olacak şekilde bir hata süreci olsun. GARCH(q, p) modeli:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 \quad (3.38)$$

olarak gösterilir. Burada $\{e_t\}$, ε_{t-i} geçmiş değerlerinden bağımsız bir beyaz gürültü sürecidir ve ε_t 'nin koşullu ve koşulsuz ortalaması sıfırdır (Enders 1995). Ayrıca $p \geq 0$, $q > 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, q$), $\beta_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, p$) eşitsizliklerinin sağlanması gerekmektedir. GARCH(q, p) için $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i < 1$ ve ε_t 'nin koşulsuz varyansı $var(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - (\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i)}$ olmalıdır (Zivot ve Wang 2006).

GARCH modeli için (3.39) denkleminde verilen $\hat{P}$ kalıcılık parametresi değeri, 1'e yakınsa mevcut oynaklığa gelen şoklar, uzun süre gelecekte de devam eder. GARCH süreci için oynaklık yarılanma süresi, (3.37) eşitliğinde belirtilen $h2l$ formülü ile hesaplanır (Sekmen ve Hatipoğlu 2015, İnt.Kyn.3).

$$\hat{P} = \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \beta_i \quad (3.39)$$

GARCH(q, p) modeli, $p = 0$ olduğunda ARCH(q), $p = q = 0$ olduğunda ise ε_t beyaz gürültü sürecine dönüşür.

3.3.2.4 Üstel Genelleştirilmiş Koşullu Değişen Varyans (EGARCH) Modeli

ARCH ve GARCH, simetrik koşullu değişen varyans modelleri olduğundan pozitif ve negatif şoklara/haberlere simetrik tepki verdikleri varsayılmaktadır. ARCH ve GARCH modelleri asimetrik tepkileri açıklamada yetersiz kaldığı için Nelson (1991) tarafından üstel GARCH (Exponential GARCH/EGARCH) modeli geliştirilmiştir. $e_t = \varepsilon_t \sigma_t^{-1}$ olmak üzere, EGARCH (q, p) modeli

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q (\alpha_j \varepsilon_{t-j} + \gamma_j (|\varepsilon_{t-j}| - E|\varepsilon_{t-j}|)) + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 \quad (3.40)$$

şeklinde gösterilir. Burada α_j işaret etkisini, γ_j boyut etkisini göstermektedir (Bollerslev 2008, Tsay 2010, İnt.Kyn.3). Bu modelde varyansın pozitif olmasını sağlamak için parametre kısıtlamasına gerek yoktur (Mills ve Markellos 2008). $\alpha_j = 0$ iken model simetrik olur, yani oynaklık üzerinde pozitif ve negatif şoklar aynı etkiye sahiptir. $\alpha_j < 0$ iken negatif şoklar pozitif şoklara göre, $\alpha_j > 0$ iken pozitif şoklar negatif şoklara göre daha güçlü etkiye sahiptir (Aliyu 2011, Chen vd. 2019). $\alpha_j \neq 0$ ve anlamlı ise asimetrik etkiyi gösterir, ayrıca anlamlı α_j parametreleri için $\sum \alpha_j < 0$ ise kaldıraç etkiyi göstermektedir (Hammoudeh ve Yuan 2008).

EGARCH modeli için $\hat{P}$ kalıcılık parametresi değeri,

$$\hat{P} = \sum_{j=1}^p \beta_j \quad (3.41)$$

formülüyle hesaplanır. Ayrıca oynaklık yarılanma süresi ise (3.37) eşitliğinde belirtilen $h2l$ formülü yardımıyla hesaplanır (İnt.Kyn.3). Eğer kalıcılık parametresinin değeri 1'in üzerinde ise oynaklık kalıcılığı belirsiz süre devam eder (Akhtar ve Khan 2016).

3.3.2.5 Glosten, Jagannathan ve Runkle GARCH (GJR-GARCH) Modeli

Glosten vd. (1993) tarafından geliştirilen ve I gösterge fonksiyonunu kullanarak koşullu varyans üzerindeki pozitif ve negatif şokları asimetrik olarak modelleyen GJR-GARCH

modeli,

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q (\alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \gamma_j I_{t-j} \varepsilon_{t-j}^2) + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (3.42)$$

şeklindedir. Burada γ_j kaldıraç etkisini gösterir. α_j , γ_j ve β_j parametreleri negatif olmayan değerlerdir. Ayrıca I gösterge fonksiyonu, $\varepsilon_{t-j} \leq 0$ iken 1 değerini alır aksi durumlarda 0 değerini alır (Tsay 2010, İnt.Kyn.3). GJR-GARCH modeli negatif şokların oynaklık üzerindeki etkisini inceler.

GJR-GARCH modeli için kalıcılık parametresi,

$$\hat{P} = \sum_{j=1}^q \alpha_j + \sum_{j=1}^p \beta_j + \sum_{j=1}^q \gamma_j \kappa \quad (3.43)$$

şeklinde hesaplanır. Burada κ , sıfırın altındaki standartlaştırılmış artıkların beklenen değeridir. Ayrıca yarılanma süresi ise (3.37) eşitliğinde belirtilen h_{2l} formülü yardımıyla hesaplanır (İnt.Kyn.3).

3.3.2.6 ARCH/GARCH Modeli Seçimi ve Model Yeterliliği

Zaman serileri Box-Jenkins modelleri ile modellendikten sonra, serilerin doğrusal olmayan unsurlar taşıyıp taşımadığını araştırmak için McLeod-Li testi, ARCH etkisi taşıyıp taşımadıklarını araştırmak için ise ARCH-LM testi kullanılır. Eğer zaman serisi doğrusal olmayan unsurlar barındırıyorsa ve ARCH etkisi altındaysa ARCH/GARCH metodolojisine geçilebilir.

Box-Jenkins modellerinde olduğu gibi veriyi birden fazla ARCH/GARCH modeli temsil edebilir. ARCH/GARCH ailesi modellerinin seçimi AIC, BIC değerlerine, model parametrelerinin önemine, model parametrelerinin ilgili koşulları sağlayıp sağlamadığına ve ARCH etkisinin varlığına dayanmaktadır. Parametre koşullarını sağlayan, en küçük AIC ve BIC değerlerine sahip, ARCH etkisi barındırmayan model uygun model olarak belirlenir. Model belirleme işlemi bittikten sonra model yeterliliği incelenir.

Geçici olarak belirlenen ARCH/GARCH modelinin yeterliliği için bir dizi grafiksel ve istatistiksel değerlendirme yapılır. Model yeterlilik kontrolleri daha özel olarak standartlaştırılmış artıklar üzerinde gerçekleştirilmektedir. Tahmin edilen standartlaştırılmış artıklar, seri korelasyon, koşullu heteroskedastisite veya herhangi bir türde doğrusal olmayan bağımlılık göstermemelidirler. Ayrıca, standartlaştırılmış artıkların dağılımı, tahminlerde kullanılan hata dağılımıyla uyumlu olmalıdır. ARCH/GARCH modelinin standartlaştırılmış artıklarındaki otokorelasyonun incelenmesi için ağırlıklandırılmış Ljung-Box testi, ARCH etkisinin yokluğunu test etmek için Lagrange çarpanı kullanılmaktadır. Standartlaştırılmış artıkların normal dağıldığı varsayılırsa, artıklara ilişkin histogram grafiği, Q-Q grafiği ve artıkların zamana bağlı grafiği değerlendirmeler için kullanılmaktadır. Standartlaştırılmış artıkların histogramı yaklaşık olarak simetrik olmalı, Q-Q grafiği kabaca doğrusal görünmeli ve zamana bağlı grafikte değerlerin yaklaşık yüzde doksan beşi ± 2 arasında olmalıdır. Bu değerlendirmelerden sonra, veriler için uygun olduğu tespit edilen modeller kullanılarak öngörü yapılabilir (Zivot 2009).

3.4 ARCH/GARCH Modelleri için Öngörü

Zaman serilerinin analizinde önemli bir uygulama olan öngörü, geçmiş veriler kullanılarak seriye uydurulan modele göre, model parametrelerinin bulunması ile zaman serisinin gelecekte alacağı değerler için önceden kestirimde bulunmaktır. Yapılan bu çalışmada öngörü, seri için bulunan en uygun modelin ampirik dağılımından, standartlaştırılmış artıkları yeniden örneklemeye dayanan, bootstrap (önyükleme) tekniği kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Parametre belirsizliğinin dahil edilmesine izin vermesi ve dağılım varsayımlarına dayanmaması avantajlarına sahip, Pascual vd. (2006) tarafından ARCH/GARCH süreçlerinin oynaklıklarının tahmin yoğunluklarını elde etmek için yeni bir önyükleme prosedürü önerilmiştir. GARCH(q, p) süreçleri için de genelleştirilebilen ve GARCH(1,1) modelini kullandıkları çalışmalarında, Pascual vd. (2006) tarafından geliştirilen bootstrap öngörü tekniği şu şekilde açıklanır.

N gözlemlili bir dizi olan $\varepsilon_{TN} = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N\}$, GARCH(1,1) süreci, $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$, $t = 1, \dots, N$ ve $\varepsilon_t = e_t \sigma_t$ tarafından üretilsin. Amaç ε_{N+k} ve σ_{N+k} değerlerinin koşullu dağılımını, mevcut veriler üzerinden doğrudan tahmin etmektir. $\hat{\alpha}_0$, $\hat{\alpha}_1$ ve $\hat{\beta}_1$, GARCH(1,1) sürecinin parametre tahminleri olsun. Koşullu varyansın tahmini, $\hat{e}_t = \varepsilon_t / \hat{\sigma}_t$, $t = 1, \dots, N$ olmak üzere, $\hat{\sigma}_t^2 = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \hat{\beta}_1 \hat{\sigma}_{t-1}^2$, $t = 2, \dots, N$ şeklindedir. Marjinal varyansın tahmini ise $\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\alpha}_0 / (1 - \hat{\alpha}_1 - \hat{\beta}_1)$ 'dir.

Önyükleme tekniğini uygulamak için, orijinal dizinin yapısını taklit eden ve (3.44) ile (3.45) denklemlerinden elde edilen $\varepsilon_{TN}^* = \{\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*, \dots, \varepsilon_N^*\}$ bootstrap serileri kullanılır:

$$\hat{\sigma}_t^{*2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \varepsilon_{t-1}^{*2} + \hat{\beta}_1 \hat{\sigma}_{t-1}^{*2} \quad (3.44)$$

$$\hat{\varepsilon}_t^* = e_t^* \hat{\sigma}_t^*, \quad t = 1, \dots, N. \quad (3.45)$$

Burada e_t^* , $\hat{F}_N$ merkezli artıkların (centered residual) ampirik dağılım fonksiyonu yerine kullanılan rasgele çekilişlerdir. Merkezli artıklar, artıklardan, artık ortalamalarının çıkarılmasıyla elde edilir (Candelon ve Lütkepohl 2001). Ayrıca $\hat{\sigma}_1^{*2} = \hat{\sigma}_1^2$ 'dir.

Önyükleme serisinin $\hat{\alpha}_0^*$, $\hat{\alpha}_1^*$, $\hat{\beta}_1^*$ şeklindeki parametre tahminleri yapıldıktan sonra bootstrap öngörüsü,

$$\hat{\sigma}_{N+k}^{*2} = \hat{\alpha}_0^* + \hat{\alpha}_1^* \varepsilon_{N+k-1}^{*2} + \hat{\beta}_1^* \hat{\sigma}_{N+k-1}^{*2} \quad (3.46)$$

$$\hat{\varepsilon}_{N+k}^* = e_{N+k}^* \hat{\sigma}_{N+k}^*, \quad t = 1, 2, \dots \quad (3.47)$$

denklemleri yardımıyla yapılır. Burada e_{N+k}^* , $\hat{F}_N$ yerine geçen rasgele çekilişlerdir. $\varepsilon_N^* = \varepsilon_N$ ve

$$\hat{\sigma}_N^{*2} = \frac{\hat{\alpha}_0^*}{1 - \hat{\alpha}_1^* - \hat{\beta}_1^*} + \hat{\alpha}_1^* \sum_{j=0}^{N-2} \hat{\beta}_1^{*j} \left(\varepsilon_{N-j-1}^2 - \frac{\hat{\alpha}_0^*}{1 - \hat{\alpha}_1^* - \hat{\beta}_1^*} \right) \quad (3.48)$$

şeklindedir. Denklem (3.48)'de $\hat{\sigma}_N^{*2}$, tüm önyükleme tekrarları için farklıdır. Ancak $\hat{\sigma}_N^{*2}$

değeri, karşılık gelen önyükleme parametresi tahminleri ve orijinal seri kullanılarak elde edilir. Ayrıca $\hat{\sigma}_N^{*2}$, parametre tahmininden kaynaklanan değişkenliği içerir ve aynı zamanda, tahminler yapılırken sürecin durumunu dikkate alır.

Bootstrap öngörü tekniği, bahsedildiği gibi parametre ve dağılım belirsizliğini göz önünde bulundurarak gerçekleştirilir. Mevcut çalışmada kullanılan, rugarch R paketindeki bootstrap öngörü tekniğinin, “partial” ve “full” şeklinde iki türlü metodu mevcuttur. Bu tekniklerden “partial” tekniği yalnızca dağılım belirsizliğini dikkate alırken “full” tekniği hem parametre belirsizliğini hem de dağılım belirsizliğini dikkate alır (İnt.Kyn.3). Mevcut çalışmada “partial” metodu kullanılmıştır.

3.5 Performans Değerlendirme Ölçütleri

Test kümesi verileri üzerinde ARCH/GARCH modelleri performansı aşağıda sunulan mutlak hata ortalaması (MHO), hata kareler ortalaması (HKO) ve hata kareler ortalamasının karekökü (HKOK) ölçütleriyle değerlendirilmektedir:

$$MHO = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|A_t - F_t|}{|A_t|} \quad (3.49)$$

$$HKO = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (A_t - F_t)^2 \quad (3.50)$$

$$HKOK = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (A_t - F_t)^2} \quad (3.51)$$

Burada A_t test kümesinin gerçek elemanlarını, F_t ise modelden elde edilen öngörü değerlerini göstermektedir.

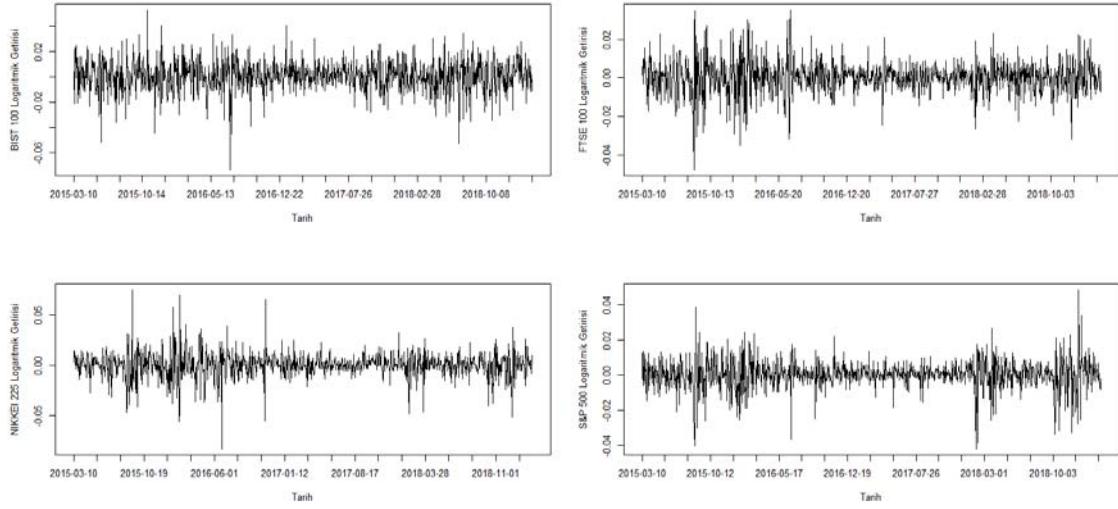
4. BULGULAR

Bu çalışma kapsamında, BIST 100, FTSE 100, NIKKEI 225 ve S&P 500 endeksleri davranışlarını incelemek amacıyla Box-Jenkins ve ARCH/GARCH ailesi modellerinden ARCH, GARCH, EGARCH ve GJR-GARCH modellerine odaklanılmış, tüm değerlendirmeler için R programı kullanılmıştır.

4.1 Betimsel İstatistikler

Günlük endeks getiri serilerinin grafikleri Şekil 4.1’de, getiri serilerine ilişkin betimleyici istatistikler Çizelge 4.1’de sunulmaktadır. Tüm seriler için Jarque–Bera istatistikleri 0,05 önem düzeyinde anlamlıdır, bu da getirilerin normal dağılımdan ziyade çarpık olduğunu göstermektedir. Serilerin sola çarpık olması, endekslerde genel olarak negatif getirilerin pozitif getirilerden daha fazla olduğunu gösterir (Pfaff 2016). Ayrıca, BIST 100 ve FTSE 100 endeksleri haricindeki endekslerde basıklık katsayısı 3’ten büyüktür. Basıklık katsayısının 3’ten büyük olması, NIKKEI 225 ve S&P 500 endeks getiri serilerinin dağılımlarının leptokurtik olduğunu yani bu endekslerin getiri serilerinde volatilité kümelenmesinin olduğunu (Hatipoğlu 2015) ve dolayısıyla bu endekslerde yatırımın aşırı düşük ya da aşırı yüksek getiri potansiyelinin olduğunu ifade eder.

BIST 100 serisinin 5. ve 7. gecikmelerde 2 önemli otokorelasyonu, FTSE 100 serisinin 4., 20. ve 25. gecikmelerde 3 önemli otokorelasyonu ve S&P 500 serisinin 8. ve 15. gecikmelerde 2 önemli otokorelasyonu vardır. Ancak NIKKEI 225 serisinin önemli bir otokorelasyonu bulunmamaktadır. Karesel getirilerin önemli bir otokorelasyon sergilemesi (McKenzie 1997), serilerdeki basıklık ve negatif çarpıklık değerlerine göre serilerin normal dağılım göstermemesi (Zivot ve Wang 2006) koşullu bir varyansın olabileceğini düşündürür. Ayrıca, karesel getiriler için Ljung-Box testinin Q istatistiğinin ham getirilerinkinden daha büyük olması, heteroskedastisiteyi belirtmektedir (Jasic ve Wood 2004). Tüm bu değerlendirmelerden hareketle, serilerin tamamı normal olmama ve heteroskedastisite özellikleri taşımaktadır, ayrıca BIST 100, FTSE 100 ve S&P 500 getiri serilerinde seri bağımlılık bulguları ortaya konmaktadır.



Şekil 4.1 Borsa endeksleri getiri serilerinin grafiği.

Çizelge 4.1 Borsa endeksleri getiri serilerinin betimsel istatistikleri.

Endeks	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
Ortalama	0,0003	0,0001	0,0002	0,0003
Standart Sapma	0,0128	0,0090	0,0130	0,0086
Çarpıklık	-0,3960	-0,1437	-0,3312	-0,4738
Basıklık	1,9739	2,4333	5,8795	4,1393
Minimum	-0,0735	-0,0478	-0,0825	-0,0418
Maksimum	0,0526	0,0352	0,0743	0,0484
Jarque–Bera İstatistiği				
p değeri	< 2,2e-16	< 2,2e-16	< 2,2e-16	< 2,2e-16
Otokorelasyon				
1. Gecikme	0,0000	0,0090	-0,0500	-0,0130
2. Gecikme	0,0140	-0,0510	-0,0030	-0,0490
3. Gecikme	0,0080	0,0310	-0,0360	0,0110
4. Gecikme	-0,0250	-0,0940*	0,0060	-0,0400
5. Gecikme	-0,0810*	-0,0330	-0,0350	-0,0280
6. Gecikme	0,0080	0,0210	-0,0200	0,0240
7. Gecikme	-0,0710*	-0,0240	-0,0090	0,0240
8. Gecikme	0,0180	0,0240	-0,0230	-0,0720*
9. Gecikme	-0,0330	-0,0070	0,0240	-0,0180
10. Gecikme	0,0500	-0,0230	0,0310	-0,0130
15. Gecikme	-0,0290	-0,0170	-0,0030	-0,0620*
20. Gecikme	-0,0210	0,0830*	0,0110	0,0150
25. Gecikme	0,0490	0,0710*	-0,0460	-0,0120
Ham Getiriler				
Q(10)	16,5110	15,8750	7,6036	12,1010
Q(15)	23,4720	20,7530	12,4780	22,9200
Q(20)	24,5030	30,0280	15,1370	29,4110
Q(25)	28,7810	44,6300*	25,5830	33,2830

Çizelge 4.1 (Devam) Borsa endeksleri getiri serilerinin betimsel istatistikleri.

Getirilerin Karesi	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
Q(10)	27,7770*	442,9000*	111,8400*	342,3900*
Q(15)	38,2100*	477,0900*	173,9200*	376,4400*
Q(20)	50,0850*	524,1200*	176,4800*	404,4300*
Q(25)	54,7240*	577,5400*	180,0200*	420,3700*

$Q(k)$, k . gecikmede Ljung–Box Q istatistiğidir. * 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

4.2 Durağanlık Testleri Sonuçları

Endeks getiri serilerinin trend içerip içermediklerini test etmek amacıyla Mann-Kendall ve Cox-Stuart testleri, trend R paketi (İnt.Kyn.1) ve mevsimsellik unsuru varlığı araştırması için ise Kruskall-Wallis ve Friedman Rank testleri, seastests R paketi (İnt.Kyn.4) kullanılarak uygulanmıştır. Çizelge 4.2’de sunulan trend ve mevsimsellik test sonuçlarına göre tüm serilerin 0,05 önem düzeyinde trend ve mevsimsellik içermedikleri görülmektedir.

Çizelge 4.2 Borsa endeksleri getiri serileri için trend ve mevsimsellik test sonuçları.

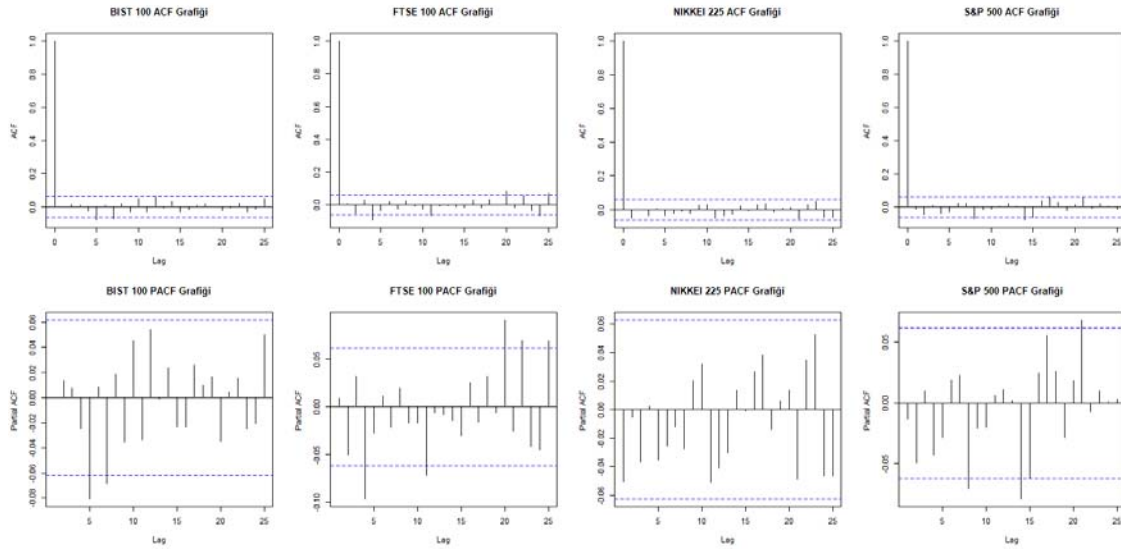
	Trend Testleri		Mevsimsellik Testleri	
	Mann-Kendall Test İstatistiği (p değeri)	Cox-Stuart Test İstatistiği (p değeri)	Kruskall-Wallis Test İstatistiği (p değeri)	Friedman Rank Test İstatistiği (p değeri)
BIST 100	0,3248 (0,7454)	0,9849 (0,3247)	5,5300 (0,4774)	5,6900 (0,4583)
FTSE 100	-0,3164 (0,7517)	0,8357 (0,4033)	7,7200 (0,2594)	6,5900 (0,3602)
NIKKEI 225	-0,0518 (0,9587)	0,6458 (0,5184)	5,1800 (0,52054)	8,7200 (0,1902)
S&P 500	0,9185 (0,3584)	0,1456 (0,8842)	2,2400 (0,8961)	4,1100 (0,6615)

Bir birim kökün varlığı veya başka bir deyişle durağanlık için, zaman serilerinin test edilmesi amacıyla aTSA R paketi (İnt.Kyn.2) kullanılarak gerçekleştirilen ADF, PP ve KPSS testleri sonuçları Çizelge 4.3’te sunulmaktadır. Tüm test sonuçları, serilerde bir birim kökün olmadığını gösterir. Trend, mevsimsellik ve birim kök testleri sonuçları serilerin durağan olduğunu göstermektedir. Ayrıca getiri serilerinin durağan bir yapıda olduğu Şekil 4.2’de sunulan getiri serilerinin ACF ve PACF grafikleriyle de

desteklenmektedir.

Çizelge 4.3 Borsa endeksleri getiri serileri için birim kök testi sonuçları.

		Endeks			
		BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
ADF test istatistiği (p değeri) [gecikme]	Sabitli	-13,5000	-13,1000	-12,7000	-12,0000
	Trendsiz	($\leq 0,01$) [6]	($\leq 0,01$) [6]	($\leq 0,01$) [6]	($\leq 0,01$) [6]
	Sabitli	-13,5000	-13,1000	-12,7000	-12,1000
	Trendsiz	($\leq 0,01$) [6]	($\leq 0,01$) [6]	($\leq 0,01$) [6]	($\leq 0,01$) [6]
	Sabitli	-13,5000	-13,0000	-12,7000	-12,1000
	Trendli	($\leq 0,01$) [6]	($\leq 0,01$) [6]	($\leq 0,01$) [6]	($\leq 0,01$) [6]
Phillips–Perron test istatistiği (p değeri) [gecikme]	Sabitli	-967,0000	-925,0000	-980,0000	-967,0000
	Trendsiz	($\leq 0,01$) [7]	($\leq 0,01$) [7]	($\leq 0,01$) [7]	($\leq 0,01$) [7]
	Sabitli	-966,0000	-925,0000	-980,0000	-965,0000
	Trendsiz	($\leq 0,01$) [7]	($\leq 0,01$) [7]	($\leq 0,01$) [7]	($\leq 0,01$) [7]
	Sabitli	-966,0000	-925,0000	-980,0000	-965,0000
	Trendli	($\leq 0,01$) [7]	($\leq 0,01$) [7]	($\leq 0,01$) [7]	($\leq 0,01$) [7]
KPSS test istatistiği (p değeri) [gecikme]	Sabitli	0,2520	0,0986	0,1120	0,5400
	Trendsiz	($\geq 0,10$) [7]	($\geq 0,10$) [7]	($\geq 0,10$) [7]	($\geq 0,10$) [7]
	Sabitli	0,0710	0,0634	0,0665	0,0504
	Trendsiz	($\geq 0,10$) [7]	($\geq 0,10$) [7]	($\geq 0,10$) [7]	($\geq 0,10$) [7]
	Sabitli	0,0711	0,0629	0,0557	0,0488
	Trendli	($\geq 0,10$) [7]	($\geq 0,10$) [7]	($\geq 0,10$) [7]	($\geq 0,10$) [7]



Şekil 4.2 Getiri serileri ACF ve PACF grafikleri.

4.3 Box-Jenkins Modelleri

Durağanlık sınavasından sonra, ARMA(0,0)'dan ARMA(5,5)'e kadar farklı derecedeki ARMA modelleri test edilmiştir. Endeksler için durağanlık ve tersine çevrilebilirlik koşullarını sağlayan en düşük AIC ve BIC değerlerine sahip ARMA modelleri Çizelge 4.4'te verilmektedir. FTSE 100 için ARMA(1,5), diğer endeksler için ise ARMA(0,0) modeli en uygun model olarak bulunmuştur. Bulunan bu modellere ait artık sınavası yapılmış olup modellerin serileri temsil ettiği belirlenmiştir.

Çizelge 4.4 Borsa endeksleri getiri serilerine ait en iyi ARMA modellerine ilişkin AIC, BIC değerleri, artıklara ilişkin Ljung-Box ve BP testleri sonuçları.

Endeks	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
Model	ARMA(0,0)	ARMA(1,5)	ARMA(0,0)	ARMA(0,0)
AIC	-5881,7330	-6659,3250	-5727,2440	-6706,4800
BIC	-5871,9140	-6619,9830	-5717,4710	-6696,6520
Model Artıkları				
Q(10)	16,5110	2,5469	7,6036	12,1010
Q(15)	23,4720	6,3296	12,4780	22,9200
Q(20)	24,5030	14,8360	15,1370	29,4110
Q(25)	28,7810	28,6130	25,5830	33,2830
BP Test İstatistiği	0,0000	0,0562	1,5331	2,0083

$Q(k)$, k . gecikmede Ljung-Box Q istatistiğidir.

4.4 Volatilite ve ARCH/GARCH Modelleri

Zaman serileri ARMA sürecinde modellendikten sonra, model artık karelerinin doğrusallık unsurunu içerip içermediğini test etmek amacıyla, nonlinearTseries R paketi (İnt.Kyn.5) kullanılarak hesaplanan McLeod-Li testi kullanılmış olup Çizelge 4.5'te sunulan p değerlerine göre tüm endeksler için doğrusallık reddedilmektedir. Ayrıca, yine Çizelge 4.5'te sunulan aTSA R paketi kullanılarak hesaplanan ARCH-LM testi sonuçlarına göre, getiri serileri ARCH etkisi altındadır. Hem McLeod-Li hem de ARCH-LM testi sonuçları, ARCH/GARCH metodolojisi kullanılarak endekslerin getiri oynaklığının modellenebileceğini göstermektedir.

Çizelge 4.5 McLeod-Li doğrusallık testi ile ARCH-LM testi sonuçları.

	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
McLeod-Li Testi				
p değerleri				
4. Gecikme	0,0011	0,0000	0,0000	0,0000
8. Gecikme	0,0023	0,0000	0,0000	0,0000
12. Gecikme	0,0042	0,0000	0,0000	0,0000
16. Gecikme	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
20. Gecikme	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
24. Gecikme	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000
ARCH-LM				
İstatistiği				
4. Gecikme	677,9000*	381,7000*	1065,0000*	625,7000*
8. Gecikme	332,3000*	187,6000*	503,0000*	268,5000*
12. Gecikme	216,3000*	121,3000*	304,0000*	175,3000*
16. Gecikme	155,4000*	89,7000*	206,0000*	128,1000*
20. Gecikme	117,9000*	69,8000*	161,0000*	99,8000*
24. Gecikme	95,4000*	55,7000*	132,0000*	81,1000*
ARCH etkisi				
Red/Kabul	Kabul	Kabul	Kabul	Kabul

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Bu amaçla rugarch R paketi kullanılarak endeksler için bulunan ARMA modellerinden geliştirilmiş $q = 1, 2, 3, 4$ için normal (norm), t (std), genelleştirilmiş hata (generalized error distribution, ged), çarpık normal (snorm), çarpık t (sstd) ve çarpık ged (sged) dağılımlı ARCH; $q = 1, 2$ ve $p = 1, 2$ için normal, t, ged, çarpık normal, çarpık t ve çarpık ged dağılımlı GARCH, EGARCH, GJR-GARCH modelleriyle serilerin oynaklıklarının modellenmesine odaklanılmıştır. İncelenen ARCH/GARCH modellerinin bir kısmı sahip olması gereken koşulları sağlamadığından, bir kısmı model karşılaştırması adımı için ilgili parametre anlamlılığını sağlamadığından, bir kısmı değişen varyans sorununu gideremediğinden, bir kısmı da standartlaştırılmış artıkların özellikleri dikkate alınarak kapsamı dışına çıkartılmıştır. Endeksler için, parametre koşullarını sağlayan, ARCH etkisi giderilen, standartlaştırılmış artıklardaki otokorelasyon sorunu giderilen, standartlaştırılmış artıkların özelliklerini ve standartlaştırılmış artıkların uyum iyiliğini sağlayan ARCH/GARCH modellerinin sonuçları Çizelge 4.6-4.29’da sunulmuştur.

Endeksler için farklı dağılıma sahip ARCH modeli sonuçları Çizelge 4.6-4.11’de verilmiştir. ARCH modeli için gerekli olan $\alpha_0 > 0$ parametre şartını sağlamadıklarından,

FTSE 100 endeksi için oluşturulan ged ve çarpık ged dağılımlarında, NIKKEI 225 endeksi için çarpık ged dağılımında, S&P 500 endeksi için norm dağılımında ARCH ile modelleme işlemi yapılamamıştır. NIKKEI 225 endeksi için yapılan modelleme işleminde norm-ARCH, ged-ARCH, snorm-ARCH modellerinin ve S&P 500 endeksi için ged-ARCH, snorm-ARCH ve sged-ARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının uyum iyiliği koşulunu sağlamamasından dolayı söz konusu modeller analiz kapsamı dışına çıkartılmıştır. ARCH modelleri için hesaplanan $\hat{P}$ kalıcılık parametresine göre, S&P 500 endeksi dışındaki endekslerde şoklar oynaklık üzerinde fazla etkili değildir. S&P 500 endeksinde yarılanma süreleri std-ARCH modeline göre 18 gün, sstd-ARCH modeline göre 13 gündür. Diğer endeksler için yarılanma süresi yaklaşık olarak 1 gündür.

Çizelge 4.6 Endeksler için norm-ARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5893,9644	-6828,2060	-	-
BIC	-5869,4154	-6769,2220	-	-
Loglikelihood	2951,9820	3426,1060	-	-
α_0	0,000133*	0,000035*	-	-
α_1	0,0555	0,2213*	-	-
α_2	0,0502	0,0920*	-	-
α_3	0,0886*	0,1476*	-	-
α_4	-	0,0809*	-	-
$\hat{P}$	0,1943	0,5418	-	-
$h2l$	0,4230	1,1310	-	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.7 Endeksler için std-ARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5939,8560	-6857,1930	-6063,8281	-7099,2414
BIC	-5910,3972	-6793,2600	-6034,4581	-7064,9368
Loglikelihood	2975,9350	3441,6160	3037,9050	3556,6420
α_0	0,000123*	0,000034*	0,0001*	0,000019*
α_1	0,0582	0,2313*	0,2120*	0,3006*
α_2	0,0700	0,1115*	0,4005*	0,1922*
α_3	0,1358*	0,1628*	0,1742*	0,2447*
α_4	-	0,0912	-	0,2248*
$\hat{P}$	0,2640	0,5968	0,7866	0,9623
$h2l$	0,5204	1,3427	2,8891	18,0542

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.8 Endeksler için ged-ARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5930,0364	-	-	-
BIC	-5895,6678	-	-	-
Loglikelihood	2972,0160	-	-	-
α_0	0,000123*	-	-	-
α_1	0,0545	-	-	-
α_2	0,0597	-	-	-
α_3	0,1150*	-	-	-
α_4	0,0268	-	-	-
$\hat{P}$	0,2560	-	-	-
$h2l$	0,5086	-	-	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.9 Endeksler için snorm-ARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5898,5736	-6829,8220	-	-
BIC	-5864,2050	-6765,8890	-	-
Loglikelihood	2956,2990	3427,9270	-	-
α_0	0,000127*	0,000035*	-	-
α_1	0,0502	0,2148*	-	-
α_2	0,0504	0,0936*	-	-
α_3	0,0884*	0,1492*	-	-
α_4	0,0375	0,0844*	-	-
$\hat{P}$	0,2265	0,5420	-	-
$h2l$	0,4667	1,1316	-	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.10 Endeksler için sstd-ARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5940,3570	-6859,2130	-6067,4504	-7098,0342
BIC	-5905,9884	-6790,4320	-6033,2833	-7058,6996
Loglikelihood	2977,1620	3443,6300	3040,7340	3557,0250
α_0	0,000123*	0,000033*	0,000062*	0,000018*
α_1	0,0571	0,2215*	0,2238*	0,2931*
α_2	0,0726	0,1187*	0,3589*	0,1888*
α_3	0,1352*	0,1668*	0,1653*	0,2436*
α_4	-	0,0953*	-	0,2230*
$\hat{P}$	0,2650	0,6022	0,7480	0,9484
$h2l$	0,5219	1,3669	2,3873	13,0962

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.11 Endeksler için sged-ARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5931,8400	-	-	-
BIC	-5892,5616	-	-	-
Loglikelihood	2973,9050	-	-	-
α_0	0,000123*	-	-	-
α_1	0,0530	-	-	-
α_2	0,0621	-	-	-
α_3	0,1157*	-	-	-
α_4	0,0238	-	-	-
$\hat{P}$	0,2546	-	-	-
$h2l$	0,5066	-	-	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.12-4.17’de endeksler için oluşturulan en uygun GARCH modelleri verilmiştir. GARCH modeli için gerekli olan $\alpha_0 > 0$ parametre koşulunu sağlamadıklarından, BIST 100 endeksi için tüm dağılımlarda, FTSE 100 endeksi için t ve çarpık t dağılımlarında ve S&P 500 endeksi için t, ged ve çarpık t dağılımlarında GARCH modeli oluşturulamamıştır. NIKKEI 225 ve S&P 500 endeksleri için norm-GARCH ve snorm-GARCH modelleri, standartlaştırılmış artıklarının uyum iyiliği koşulunu sağlamaması yüzünden analiz kapsamı dışına çıkartılmıştır. FTSE 100 ve NIKKEI 225 endeksleri için oluşturulan bütün dağılımlarda $\hat{P}$ kalıcılık parametresi 1’e yakın olup şokların uzun süre endeks oynaklığı üzerinde etkisi devam eder. Ayrıca FTSE 100 endeksi için $h2l$ yarılanma süresi snorm-GARCH modelinde, bu endeks için oluşturulan diğer GARCH modellerine göre daha düşüktür. NIKKEI 225 endeksi için $h2l$ yarılanma süresi sged-GARCH modelinde, endeks için oluşturulan diğer GARCH modellerine göre daha düşüktür. S&P 500 endeksi sadece sged-GARCH modeli ile modellenmiştir. S&P 500 endeksinin oynaklığı, yaklaşık olarak 22 günde kendi ortalamasına dönmektedir. Yapılan GARCH modellemesinde en uzun yarılanma süresi 25 gün ile NIKKEI 225 endeksi için uygun bulunan std-GARCH modeline aittir. Ayrıca GARCH modellerinde oynaklığı, geçmiş dönem şoklarından ziyade geçmiş dönem oynaklıkları daha fazla arttırmaktadır.

Çizelge 4.12 Endeksler için norm-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-	-6847,1940	-	-
BIC	-	-6798,0070	-	-
Loglikelihood	-	3433,5820	-	-
α_0	-	0,000005*	-	-
α_1	-	0,1430*	-	-
β_1	-	0,7906*	-	-
$\hat{P}$	-	0,9336	-	-
h_{2l}	-	10,0828	-	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.13 Endeksler için std-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-	-	-6074,4013	-
BIC	-	-	-6049,9263	-
Loglikelihood	-	-	3042,1940	-
α_0	-	-	0,000009*	-
α_1	-	-	0,1982*	-
β_1	-	-	0,7743*	-
$\hat{P}$	-	-	0,9725	-
h_{2l}	-	-	24,8290	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.14 Endeksler için ged-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-	-6876,5850	-6069,6042	-
BIC	-	-6817,6010	-6045,1292	-
Loglikelihood	-	3450,3140	3039,7810	-
α_0	-	0,000005*	0,000008*	-
α_1	-	0,1742*	0,1747*	-
β_1	-	0,3059*	0,7863*	-
β_2	-	0,4577*	-	-
$\hat{P}$	-	0,9378	0,9610	-
h_{2l}	-	10,7888	17,4075	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.15 Endeksler için snorm-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-	-6853,6580	-	-
BIC	-	-6794,5730	-	-
Loglikelihood	-	3438,8040	-	-
α_0	-	0,000005*	-	-
α_1	-	0,1756*	-	-
β_1	-	0,2866*	-	-
β_2	-	0,4619*	-	-
$\hat{P}$	-	0,9240	-	-
h_{2l}	-	8,7751	-	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.16 Endeksler için sstd-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-	-	-6079,4921	-
BIC	-	-	-6050,2200	-
Loglikelihood	-	-	3045,7590	-
α_0	-	-	0,000009*	-
α_1	-	-	0,1921*	-
β_1	-	-	0,7720*	-
$\hat{P}$	-	-	0,9640	-
h_{2l}	-	-	18,9236	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.17 Endeksler için sged-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-	-6879,3120	-6074,3034	-7136,1616
BIC	-	-6810,4300	-6045,0313	-7101,8570
Loglikelihood	-	3453,6450	3043,1750	3575,1050
α_0	-	0,000004*	0,000008*	0,000003*
α_1	-	0,1695*	0,1705*	0,2048*
α_2	-	0,0000	-	0,0000
β_1	-	0,3323	0,7876*	0,4549
β_2	-	0,4394*	-	0,3088
$\hat{P}$	-	0,9411	0,9580	0,9685
h_{2l}	-	11,4267	16,1679	21,6432

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Endeksler için bulunan en uygun EGARCH modellerinin sonuçları Çizelge 4.18-4.23'te verilmiştir. NIKKEI 225 ve S&P 500 endeksleri için norm-EGARCH ve snorm-EGARCH modelleri, standartlaştırılmış artıklarının uyum iyiliği koşulunu sağlamaması yüzünden analiz kapsamı dışına çıkartılmıştır. EGARCH modeli oynaklık üzerindeki asimetrik etkileri dikkate alan bir modeldir. Endeksler için oluşturulan bütün modeller incelendiğinde anlamlı α_j asimetri parametreleri için $\sum \alpha_j < 0$ olduğu görülmüştür, bunun sonucunda endeksler üzerinde kaldıraç etkisinin mevcut olduğu söylenir. Yani endekslerde oynaklık negatif şoklardan daha fazla etkilenmektedir. BIST 100 endeksi için en uzun yarılanma süresi norm-EGARCH modeliyle hesaplanır. FTSE 100 endeksi için en uzun yarılanma süresi 20 gün ile sstd-EGARCH modeline aittir. NIKKEI 225 endeksi için bu süre yaklaşık 8 gündür. S&P 500 endeksi için en kısa yarılanma süresi sged-EGARCH modeli ile elde edilir. EGARCH modeline göre $\hat{P}$ kalıcılık parametresi incelendiğinde, genel olarak şoklardan en uzun süre BIST 100 endeksi etkilenmektedir.

Çizelge 4.18 Endeksler için norm-EGARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5929,1346	-6901,3300	-	-
BIC	-5889,8562	-6847,2950	-	-
Loglikelihood	2972,5750	3461,6750	-	-
α_0	-0,1192*	-0,4040*	-	-
α_1	-0,1461*	-0,1471*	-	-
α_2	0,0962*	-	-	-
β_1	1,0000*	0,9579*	-	-
β_2	-0,0136*	-	-	-
γ_1	-0,0291	0,1307*	-	-
γ_2	0,0482	-	-	-
$\bar{P}$	0,9864	0,9579	-	-
$h2l$	50,5397	16,0961	-	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.19 Endeksler için std-EGARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5967,9120	-6924,4590	-6124,3303	-7174,9932
BIC	-5938,4532	-6860,5260	-6095,0582	-7145,5174
Loglikelihood	2989,9420	3475,2320	3068,1670	3593,4920
α_0	-0,1568*	-0,4250*	-0,7045*	-0,3955*
α_1	-0,0619*	-0,2270*	-0,2402*	-0,1937*
β_1	0,9823*	0,4704*	0,9230*	0,9605*
β_2	-	0,4860*	-	-
γ_1	0,0253*	0,1679*	0,1976*	0,1913*
$\bar{P}$	0,9823	0,9565	0,9230	0,9605
$h2l$	38,7735	15,5805	8,6454	17,2046

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.20 Endeksler için ged-EGARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5959,0944	-6916,0760	-6116,4004	-7175,9992
BIC	-5924,7258	-6857,0920	-6087,1283	-7146,5234
Loglikelihood	2986,5670	3470,0280	3064,2050	3594,0180
α_0	-0,2393*	-0,3755*	-0,6910*	-0,4766*
α_1	-0,0989*	-0,1489*	-0,2227*	-0,2004*
β_1	0,2652*	0,9615*	0,9246*	0,9523*
β_2	0,7078*	-	-	-
γ_1	0,0406	0,1299*	0,1873*	0,1843*
$\hat{P}$	0,9730	0,9615	0,9246	0,9523
$h2l$	25,2791	17,6379	8,8398	14,1835

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.21 Endeksler için snorm-EGARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5935,8480	-6907,5920	-	-
BIC	-5901,4794	-6848,6080	-	-
Loglikelihood	2974,9460	3465,7940	-	-
α_0	-0,2276*	-0,3828*	-	-
α_1	-0,0980*	-0,1440*	-	-
β_1	0,2545*	0,9100*	-	-
β_2	0,7195*	-	-	-
γ_1	0,0204*	0,1292*	-	-
$\hat{P}$	0,9740	0,9599	-	-
$h2l$	26,2830	16,9558	-	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.22 Endeksler için sstd-EGARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5968,5132	-6923,4490	-6132,4560	-7175,1944
BIC	-5929,2348	-6859,5160	-6098,1910	-7135,8598
Loglikelihood	2992,2710	3474,7340	3073,2100	3595,5980
α_0	-0,2738*	-0,3322*	-0,7384*	-0,4580*
α_1	-0,1040*	-0,1518*	-0,2366*	-0,2149*
β_1	0,2574*	0,9656*	0,9179*	0,8430*
β_2	0,7115*	-	-	0,1108*
γ_1	0,0447*	0,1289*	0,1951*	0,2103*
$\hat{P}$	0,9689	0,9656	0,9179	0,9538
$h2l$	21,9536	19,7871	8,0926	14,6555

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.23 Endeksler için sged-EGARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5960,9982	-6922,8430	-6123,2534	-7178,1118
BIC	-5921,7198	-6858,9100	-6084,1913	-7143,7066
Loglikelihood	2988,5200	3474,4240	3069,6240	3596,0490
α_0	-0,2520*	-0,3649*	-0,7259*	-0,5126*
α_1	-0,1024*	-0,1462*	-0,2157*	-0,2042*
β_1	0,2389*	0,9622*	0,9726*	0,9482*
β_2	0,7324*	-	-0,0535*	-
γ_1	0,0316	0,1331*	0,1828*	0,1879*
$\hat{P}$	0,9713	0,9622	0,9192	0,9482
$h2l$	23,8035	18,0047	8,2220	13,0312

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.24-4.29’da endeksler için en uygun GJR-GARCH modeli sonuçları verilmiştir. NIKKEI 225 ve S&P 500 endeksleri için norm-GJR-GARCH ve snorm-GJR-GARCH modelleri, standartlaştırılmış artıklarının uyum iyiliği koşulunu sağlamaması yüzünden analiz kapsamı dışına çıkartılmıştır. Asimetrik etkiyi inceleyen GJR-GARCH modeli sonuçlarına göre, endeksler için oluşturulan modellerin hepsinde, γ_j kaldıraç parametresi anlamlı ve pozitifdir. Buna göre tüm endekslerin oynaklıkları negatif şoklardan daha çok etkilenmektedir. Bu sonuç EGARCH modeli sonuçlarıyla benzerdir. Endeksler için $\hat{P}$ kalıcılık parametresi incelendiğinde 1’e yakın olduğu görülür. Bu da şokların oynaklık

üzerinde uzun süre etkili olduğunu gösterir. Genel olarak GJR-GARCH sürecinde, oynaklık kendi ortalamasına en geç BIST 100 endeksinde dönmektedir.

Çizelge 4.24 Endeksler için norm-GJR-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5916,5094	-6893,4520	-	-
BIC	-5891,9604	-6839,3160	-	-
Loglikelihood	2963,2630	3457,7210	-	-
α_0	0,000002*	0,000003*	-	-
α_1	0,0002	0,0000	-	-
β_1	0,9660*	0,8572*	-	-
γ_1	0,0377*	0,1996*	-	-
$\hat{P}$	0,9850	0,9570	-	-
h_{2l}	45,9460	15,7724	-	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.25 Endeksler için std-GJR-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5959,5954	-6912,7430	-6115,6172	-7167,9512
BIC	-5930,1366	-6853,7590	-6086,2472	-7138,4754
Loglikelihood	2985,8150	3468,3780	3063,7970	3590,0000
α_0	0,000003*	0,000003*	0,000009*	0,000002
α_1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0067
β_1	0,9552*	0,8472*	0,7807*	0,8254*
γ_1	0,0488*	0,2241*	0,3480*	0,2878*
$\hat{P}$	0,9796	0,9592	0,9546	0,9760
h_{2l}	33,6117	16,6574	14,9297	28,4855

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.26 Endeksler için ged-GJR-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5950,2768	-6910,5210	-6108,2747	-7167,2470
BIC	-5915,9082	-6851,5370	-6078,9047	-7137,7712
Loglikelihood	2982,1440	3467,2500	3060,1240	3589,6230
α_0	0,000005*	0,000003*	0,000008*	0,000003*
α_1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0027
β_1	0,1153	0,8528*	0,7947*	0,8223*
β_2	0,8113*	-	-	-
γ_1	0,0786*	0,2077*	0,3084*	0,2811*
$\hat{P}$	0,9659	0,9567	0,9489	0,9656
h_{2l}	19,9982	15,6468	13,2108	19,7926

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.27 Endeksler için snorm-GJR-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5919,7158	-6898,6030	-	-
BIC	-5890,2570	-6839,6190	-	-
Loglikelihood	2965,8570	3461,2920	-	-
α_0	0,000002*	0,000003*	-	-
α_1	0,0000	0,0000	-	-
β_1	0,9669*	0,8592*	-	-
γ_1	0,0351*	0,1971*	-	-
$\hat{P}$	0,9840	0,9549	-	-
h_{2l}	43,0252	15,0103	-	-

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.28 Endeksler için sstd- GJR-GARCH modeli sonuçları.

	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5959,5954	-6917,0860	-6124,4282	-7168,8566
BIC	-5925,2268	-6853,1530	-6090,2611	-7134,4514
Loglikelihood	2986,7990	3471,5510	3069,2350	3591,4260
α_0	0,000003*	0,000003*	0,000009*	0,000002*
α_1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0060
β_1	0,9544*	0,8468*	0,7843*	0,8224*
γ_1	0,0488*	0,2289*	0,3408*	0,2938*
$\hat{P}$	0,9782	0,9567	0,9440	0,9711
h_{2l}	31,4692	15,6499	12,0315	23,6056

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

Çizelge 4.29 Endeksler için sged-GJR-GARCH modeli sonuçları.

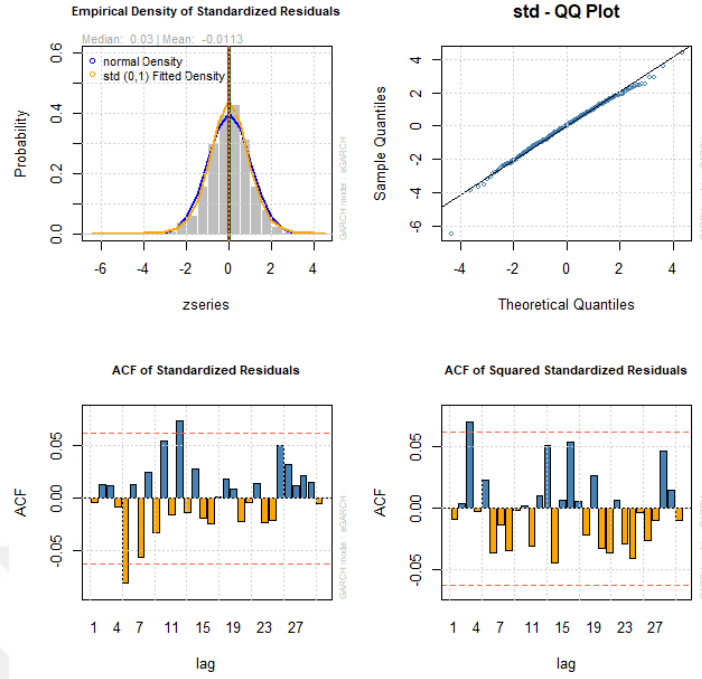
	Endeks			
	BIST 100	FTSE 100	NIKKEI 225	S&P 500
AIC	-5950,4772	-6916,6820	-6118,5542	-7169,1584
BIC	-5916,1086	-6852,7490	-6084,3871	-7134,7532
Loglikelihood	2982,2410	3471,3220	3066,2820	3591,5840
α_0	0,000003*	0,000003*	0,000008*	0,000003*
α_1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0027
β_1	0,9602*	0,8521*	0,7970*	0,8191*
γ_1	0,0424*	0,2125*	0,3090*	0,2902*
$\hat{P}$	0,9807	0,9528	0,9390	0,9603
h_{2l}	35,6375	14,3411	11,0168	17,0986

*: 0,05 düzeyinde istatistiksel önemi gösterir.

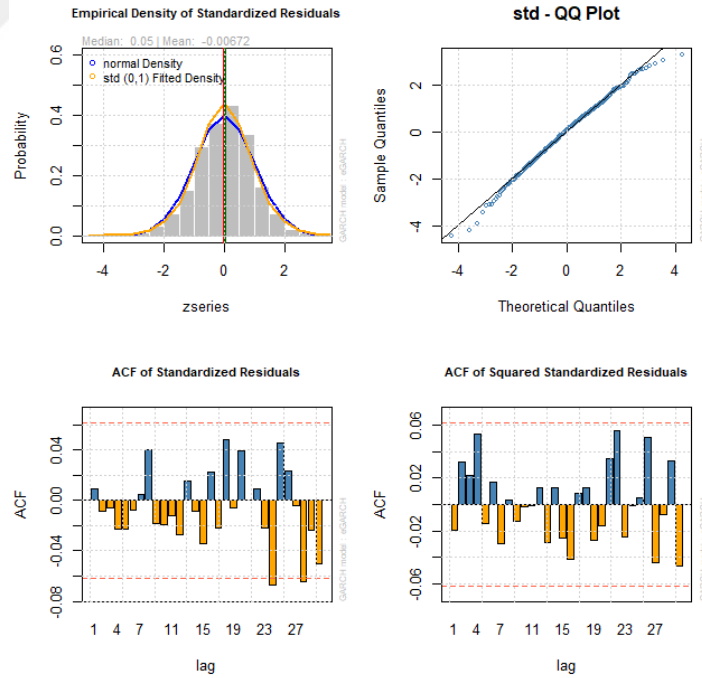
Çizelge 4.6-4.29’da sonuçları verilen tüm modeller AIC ve BIC değerlerine göre incelendiğinde EGARCH ve GJR-GARCH modellerinin birbirine yakın ve diğer modellerden daha iyi performans gösterdikleri görülmüştür. Sonuçlar dağılımlara göre incelendiğinde ise normal ve çarpık normal dağılımlı modellerin diğer modellerden daha kötü performans gösterdikleri belirlenmiştir. Dağılımları fark etmeksizin, asimetrik EGARCH ve GJR-GARCH modellerinde asimetri parametresine göre bütün endekslerde kaldıraç etkisinin varlığı tespit edilmiştir. Bu sonuca göre bütün endeksler negatif şoklardan pozitif şoklara göre daha fazla etkilenmektedir. Ayrıca BIST 100 endeksinin, kötü haberlerden diğer endekslere göre daha az etkilendiği görülmüştür. $\hat{P}$ kalıcılık

parametreleri incelendiğinde BIST 100 endeksinin şoklardan diğer endekslere göre daha uzun, NIKKEI 225 endeksinin diğer endekslere göre şoklardan daha kısa süre etkilendiği görülmüştür. Ayrıca endeksler için $h2l$ yarılanma süresi incelenmiştir. Yarılanma süresi sonuçlarına göre oynaklığın kendi ortalamasına dönmesi için geçen süre, en fazla BIST 100 endeksine, en az ise NIKKEI 225 endeksine aittir. Yarılanma süresi sonuçlarının, kalıcılık parametrelerinin değeriyle paralel bir şekilde değiştiği söylenebilir.

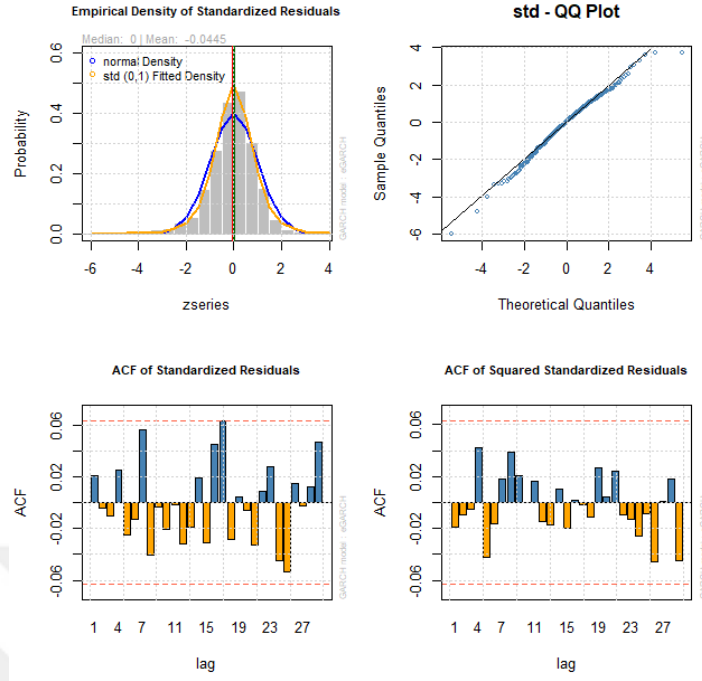
Endekslere uyan çeşitli derecelerde ve farklı dağılımlardaki ARCH, GARCH, EGARCH ve GJR-GARCH modellerine ilişkin standartlaştırılmış artık analizi yapılmıştır. Seçilen en iyi EGARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının model dağılımına göre histogram, Q-Q grafikleri ile ACF grafikleri Şekil 4.3-4.18’de diğer tüm modeller için ilgili grafikler ise EK 1-4’te verilmiştir. Histogram grafikleri yaklaşık olarak simetrikken, Q-Q grafiklerinde ise standartlaştırılmış artıkların çoğu düz bir çizgi üzerine dağılmıştır. ACF grafiklerinde ise otokorelasyon değerlerinin yaklaşık olarak sıfır olduğu görülür. Ayrıca standartlaştırılmış artıklara ilişkin Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları Çizelge 4.30-4.33’te verilmiştir. Uyum iyiliği testine göre, standartlaştırılmış artıkların model dağılımıyla uyum gösterdiği tespit edilmiştir. Tüm bu değerlendirmelere göre endeksler için seçilen modellerin, endekslerin oynaklığını iyi bir şekilde temsil edeceği söylenebilir. Endeksler için oluşturulan bu modellerle öngörü yapılabilir.



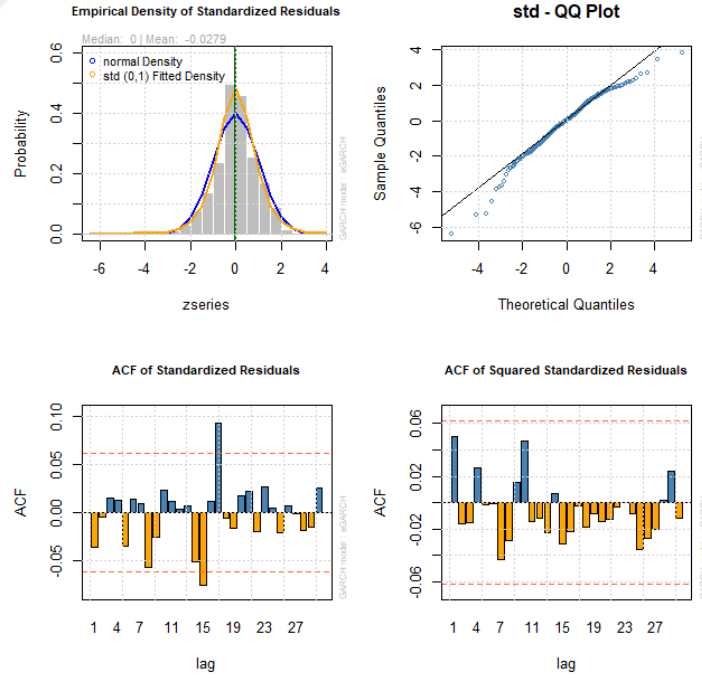
Şekil 4.3 BIST 100 endeksi için std-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



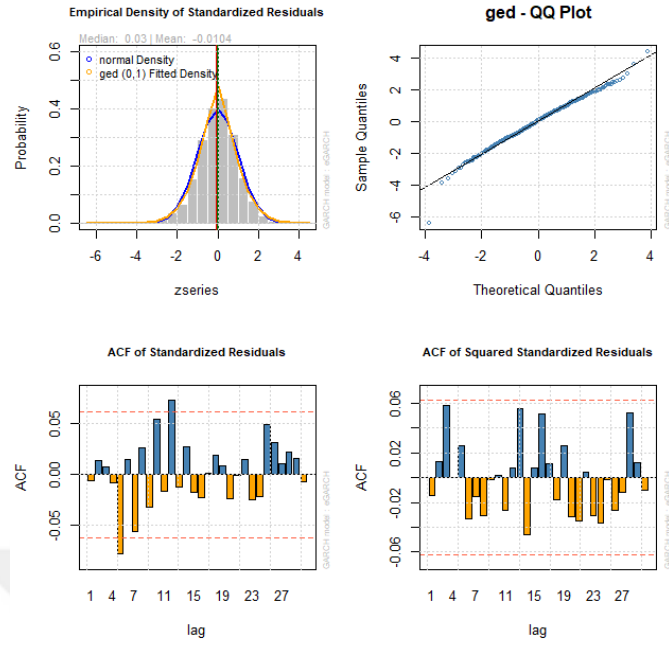
Şekil 4.4 FTSE 100 endeksi için std-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



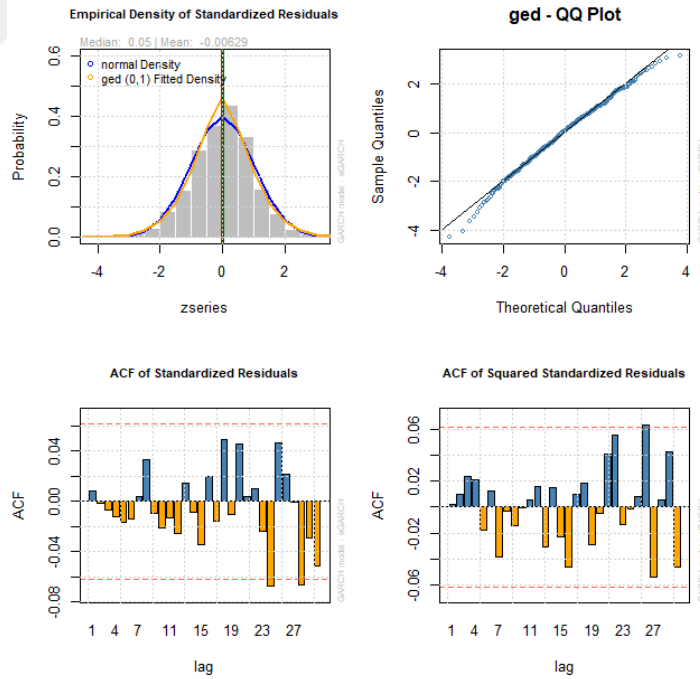
Şekil 4.5 NIKKEI 225 endeksi için std-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



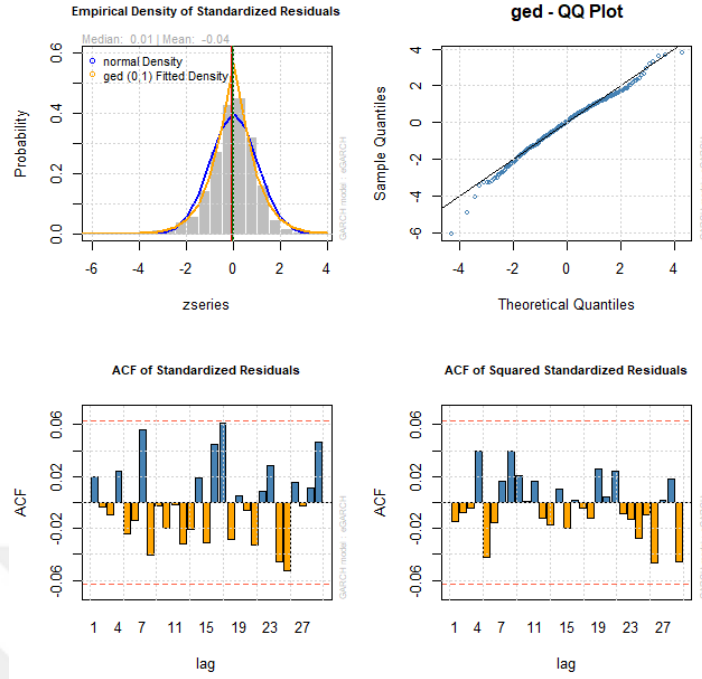
Şekil 4.6 S&P 500 endeksi için std-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



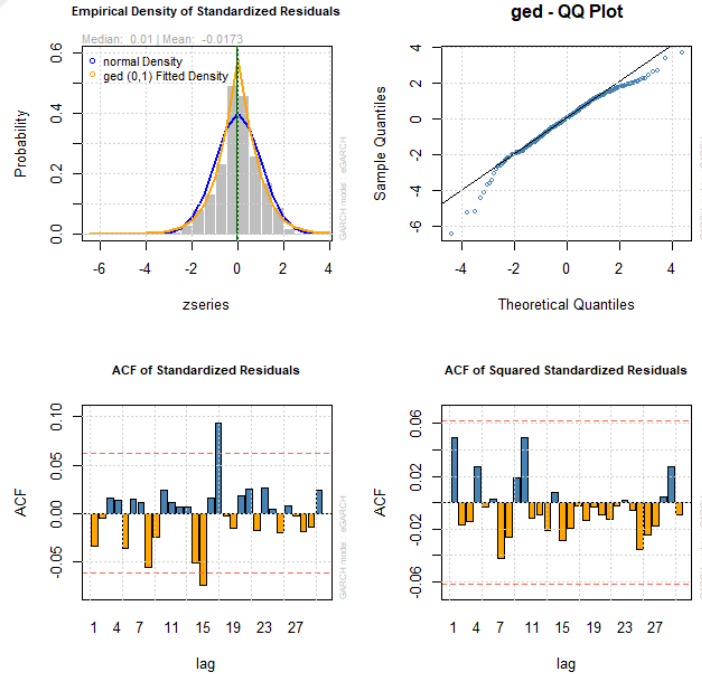
Şekil 4.7 BIST 100 endeksi için ged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



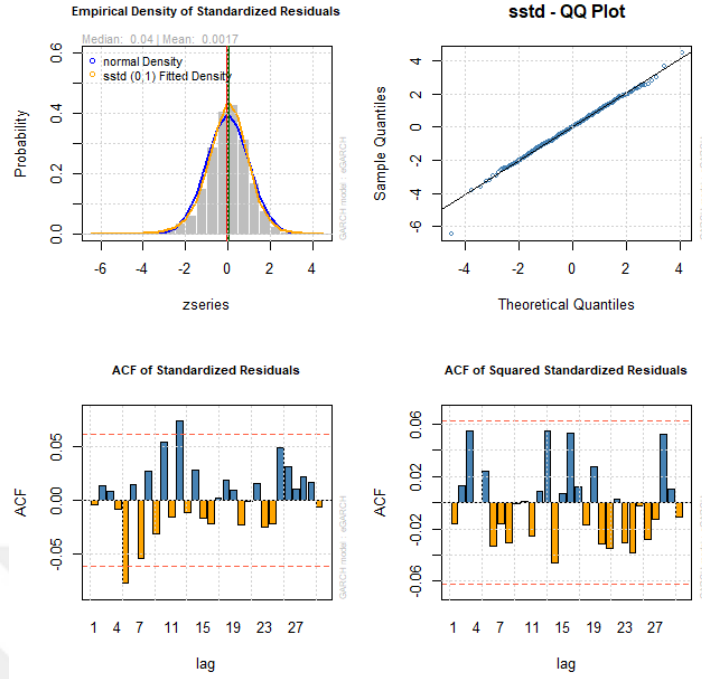
Şekil 4.8 FTSE 100 endeksi için ged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



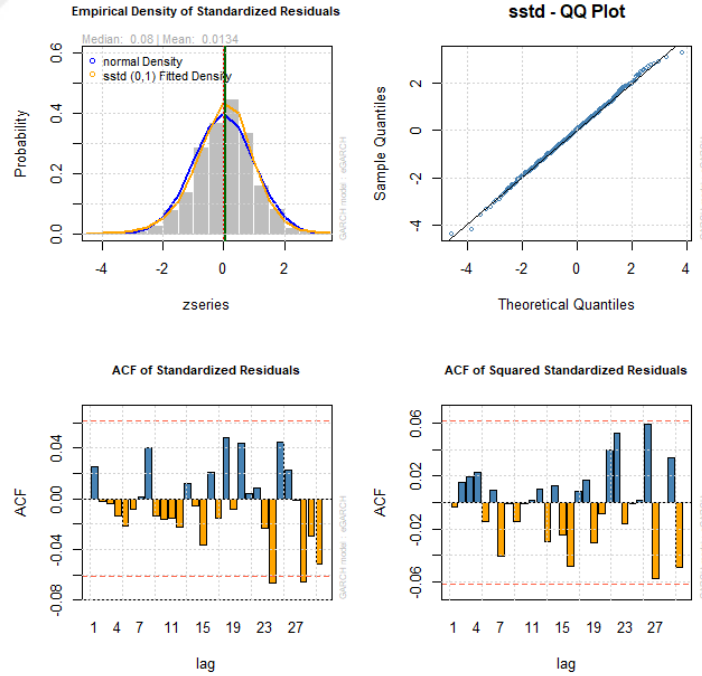
Şekil 4.9 NIKKEI 225 endeksi için ged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



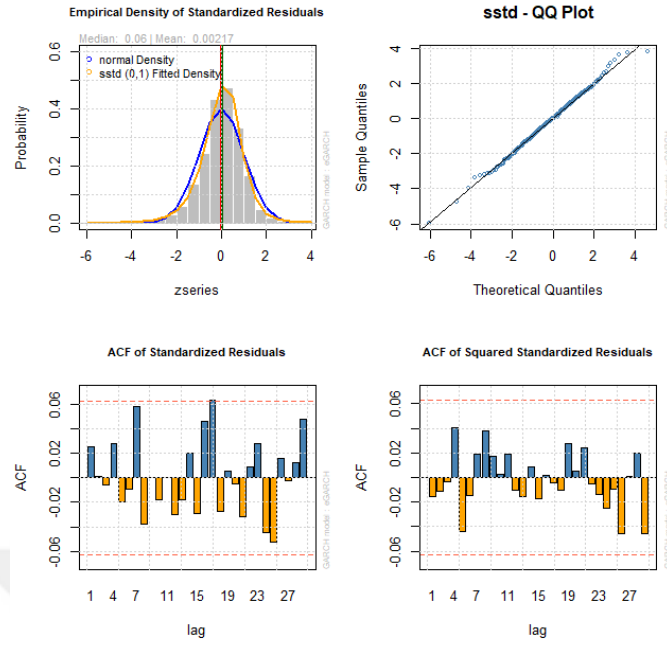
Şekil 4.10 S&P 500 endeksi için ged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



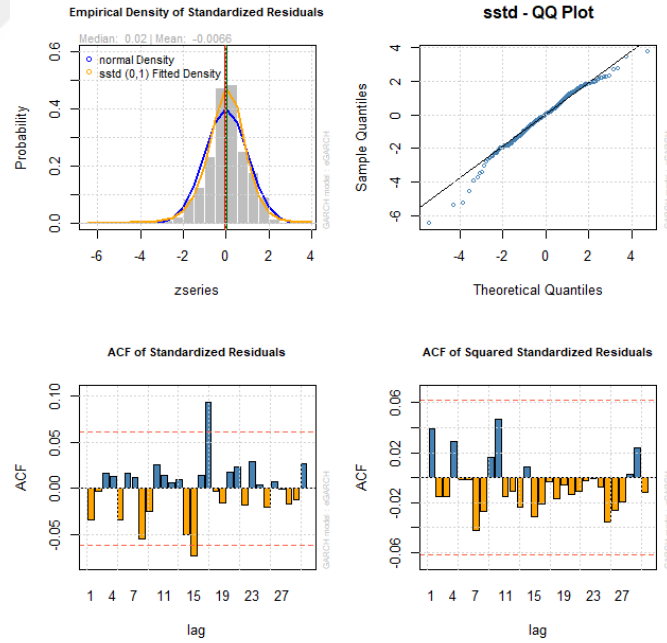
Şekil 4.11 BIST 100 endeksi için sstd-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



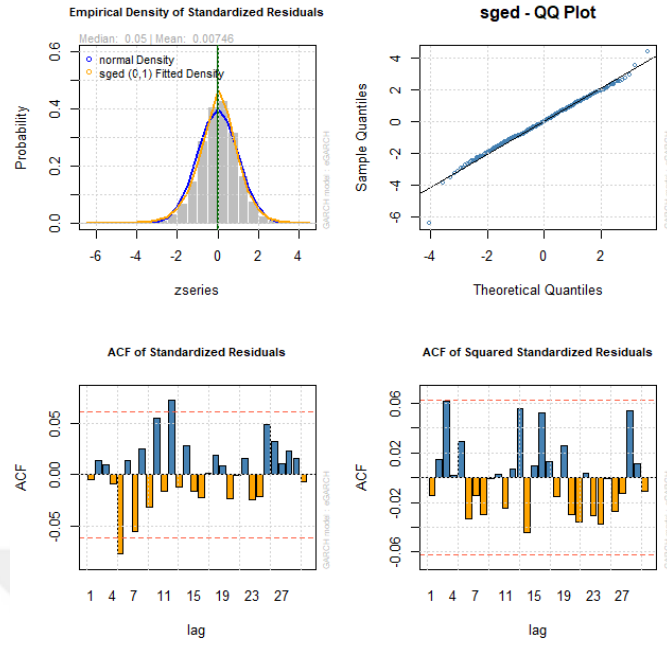
Şekil 4.12 FTSE 100 endeksi için sstd-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



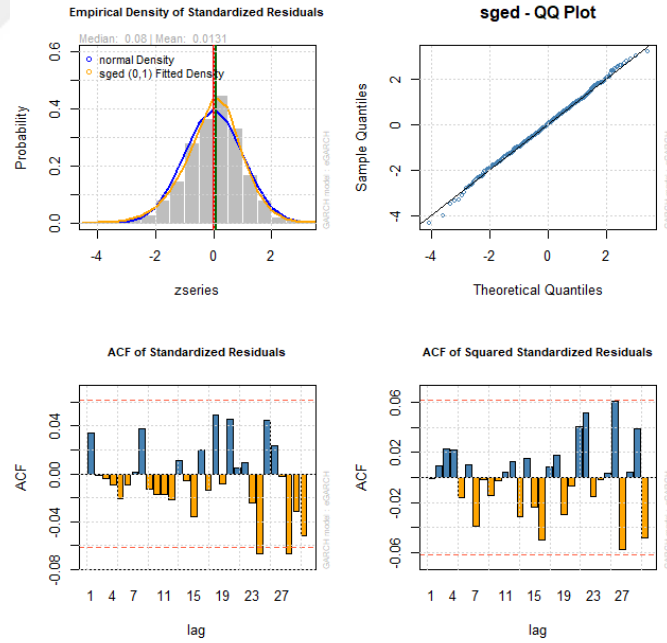
Şekil 4.13 NIKKEI 225 endeksi için sstd-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



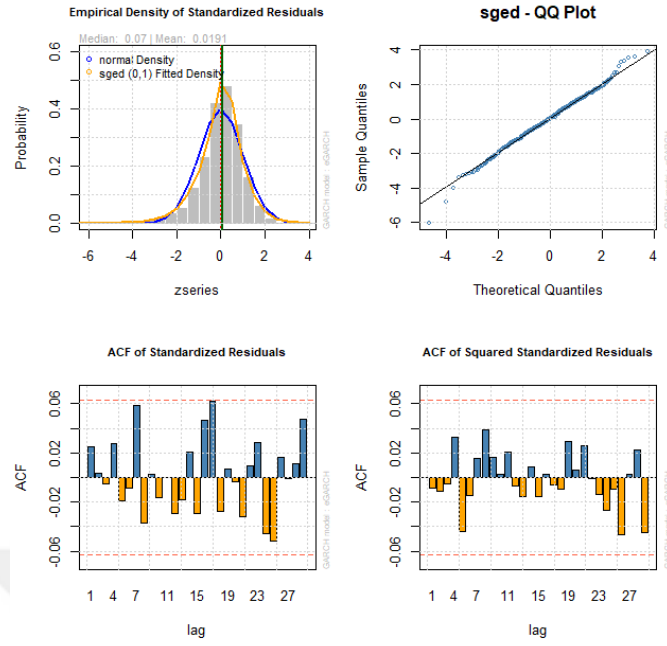
Şekil 4.14 S&P 500 endeksi için sstd-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



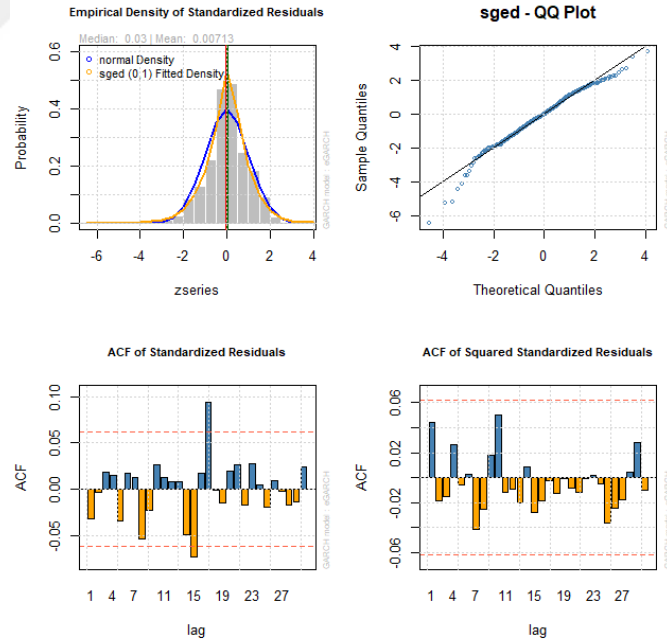
Şekil 4.15 BIST 100 endeksi için sged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



Şekil 4.16 FTSE 100 endeksi için sged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



Şekil 4.17 NIKKEI 225 endeksi için sged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



Şekil 4.18 S&P 500 endeksi için sged-EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

Çizelge 4.30 ARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları.

Endeks	Model	Ki-Kare Uyum İyiliği Test İstatistiği (p değeri)
BIST 100	norm-ARCH(3,0)	23,8300 (0,2028)
	std-ARCH(3,0)	9,4970 (0,9643)
	ged-ARCH(4,0)	13,6900 (0,8015)
	snorm-ARCH(4,0)	29,1400 (0,0639)
	sstd-ARCH(3,0)	8,7780 (0,9770)
	sged-ARCH(4,0)	17,2000 (0,5762)
FTSE 100	norm-ARCH(4,0)	31,5800 (0,0348)
	std-ARCH(4,0)	13,8000 (0,7951)
	snorm-ARCH(4,0)	27,4700 (0,0943)
	sstd-ARCH(4,0)	13,1300 (0,8319)
NIKKEI 225	std-ARCH(3,0)	28,0500 (0,0825)
	sstd-ARCH(3,0)	22,1200 (0,2781)
S&P 500	std-ARCH(4,0)	28,3100 (0,0776)
	sstd-ARCH(4,0)	29,5900 (0,0573)

Çizelge 4.31 GARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları.

Endeks	Model	Ki-Kare Uyum İyiliği Test İstatistiği (p değeri)
BIST 100	-	-
FTSE 100	norm-GARCH(1,1)	30,7100 (0,0434)
	ged- GARCH(1,2)	16,6900 (0,6107)
	snorm- GARCH(1,2)	27,3100 (0,0977)
	sged-GARCH(2,2)	13,0500 (0,8360)
NIKKEI 225	std-GARCH(1,1)	18,6900 (0,4768)
	ged- GARCH(1,1)	26,2100 (0,1245)
	sstd- GARCH(1,1)	11,5000 (0,9059)
	sged- GARCH(1,1)	18,3200 (0,5009)
S&P 500	sged-GARCH(2,2)	25,8900 (0,1333)

Çizelge 4.32 EGARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları.

Endeks	Model	Ki-Kare Uyum İyiliği Test İstatistiği (p değeri)
BIST 100	norm-EGARCH(2,2)	20,2800 (0,3782)
	std-EGARCH(1,1)	18,6800 (0,4776)
	ged-EGARCH(1,2)	25,3500 (0,1495)
	snorm-EGARCH(1,2)	19,1200 (0,4493)
	sstd-EGARCH(1,2)	29,8200 (0,0542)
	sged-EGARCH(1,2)	30,9700 (0,0406)

Çizelge 4.32 (Devam) EGARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları.

Endeks	Model	Ki-Kare Uyum İyiliği Test İstatistiği (p değeri)
FTSE 100	norm-EGARCH(1,1)	25,3700 (0,1488)
	std-EGARCH(1,2)	15,1500 (0,7131)
	ged-EGARCH(1,1)	21,0100 (0,3363)
	snorm-EGARCH(1,1)	25,0900 (0,1576)
	sstd-EGARCH(1,1)	19,8200 (0,4054)
	sged-EGARCH(1,1)	15,8200 (0,6691)
NIKKEI 225	std-EGARCH(1,1)	16,4000 (0,6302)
	ged-EGARCH(1,1)	26,1700 (0,1256)
	sstd-EGARCH(1,1)	10,2700 (0,9458)
	sged-EGARCH(1,2)	19,3900 (0,4323)
S&P 500	std-EGARCH(1,1)	24,4200 (0,1806)
	ged-EGARCH(1,1)	24,7400 (0,1694)
	sstd-EGARCH(1,2)	28,8700 (0,0681)
	sged-EGARCH(1,1)	20,2800 (0,3778)

Çizelge 4.33 GJR-GARCH modellerinin standartlaştırılmış artıklarının Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçları.

Endeks	Model	Ki-Kare Uyum İyiliği Test İstatistiği (p değeri)
BIST 100	norm-GJR-GARCH(1,1)	22,4700 (0,2614)
	std-GJR-GARCH(1,1)	12,7300 (0,8521)
	ged-GJR-GARCH(1,2)	18,8800 (0,4647)
	snorm-GJR-GARCH(1,1)	23,7100 (0,2076)
	sstd-GJR-GARCH(1,1)	10,2600 (0,9464)
	sged-GJR-GARCH(1,1)	16,9200 (0,5951)
FTSE 100	norm-GJR-GARCH(1,1)	26,5500 (0,1155)
	std-GJR-GARCH(1,1)	20,5300 (0,3631)
	ged-GJR-GARCH(1,1)	23,4300 (0,2191)
	snorm-GJR-GARCH(1,1)	20,0600 (0,3910)
	sstd-GJR-GARCH(1,1)	9,6830 (0,9603)
	sged-GJR-GARCH(1,1)	10,0400 (0,9520)
NIKKEI 225	std-GJR-GARCH(1,1)	18,7300 (0,4741)
	ged-GJR-GARCH(1,1)	27,6400 (0,0906)
	sstd-GJR-GARCH(1,1)	19,1800 (0,4452)
	sged-GJR-GARCH(1,1)	18,4500 (0,4928)
S&P 500	std-GJR-GARCH(1,1)	28,5900 (0,0727)
	ged-GJR-GARCH(1,1)	21,1200 (0,3304)
	sstd-GJR-GARCH(1,1)	27,3600 (0,0965)
	sged-GJR-GARCH(1,1)	18,4900 (0,4897)

4.5 Öngörü Değerleri ve Performans Değerlendirme Ölçütleri

Bu bölümde örneklem dışı performans değerlendirmesi için getirilerin karelerinden elde edilen gerçekleşen varyans (Andersen ve Bollerslev 1998) değerleri ile, ilgili model öngörü değerleri kullanılarak Metrics R paketiyle (İnt.Kyn.6) hesaplanan MHO, HKO ve HKOK hata ölçüt değerleri sunulmaktadır.

Çizelge 4.34'te MHO hata ölçütüne göre, ARCH modeli en iyi FTSE 100 endeksinde, HKO ve HKOK hata ölçütlerine göre en iyi NIKKEI 225 endeksinde performans göstermektedir. GARCH modelinin, MHO hata ölçütüne göre en iyi FTSE 100 endeksinde, HKO ve HKOK hata ölçütlerine göre ise en iyi NIKKEI 225 endeksinde performans gösterdiği Çizelge 4.35'e bakılarak söylenebilir. Çizelge 4.36'daki MHO değerleri incelendiğinde EGARCH modeli, BIST 100 endeksinde daha düşük performans sergilerken HKO ve HKOK değerlerine göre S&P 500 endeksinde daha düşük performans sergilemektedir. GJR-GARCH modeli, Çizelge 4.37'deki MHO değerleri incelendiğinde en iyi performansını FTSE 100 endeksinde ve HKO ile HKOK değerlerine göre en düşük performansını S&P 500 endeksinde göstermektedir.

Çizelge 4.34 Farklı dağılımlar altında ARCH modeli için performans ölçütleri.

Endeks	Model	MHO	HKO	HKOK
BIST 100	norm-ARCH(3,0)	216,9014x10 ⁻⁶	202,6337x10 ⁻⁹	450,1485x10 ⁻⁶
	std-ARCH(3,0)	217,8907x10 ⁻⁶	202,3889x10 ⁻⁹	449,8765x10 ⁻⁶
	ged-ARCH(4,0)	216,7399x10 ⁻⁶	202,6213x10 ⁻⁹	450,1347x10 ⁻⁶
	snorm-ARCH(4,0)	216,4482x10 ⁻⁶	202,6950x10 ⁻⁹	450,2166x10 ⁻⁶
	sstd-ARCH(3,0)	217,6911x10 ⁻⁶	202,4246x10 ⁻⁹	449,9162x10 ⁻⁶
	sged-ARCH(4,0)	216,5699x10 ⁻⁶	202,6541x10 ⁻⁹	450,1712x10 ⁻⁶
FTSE 100	norm-ARCH(4,0)	111,8015x10 ⁻⁶	191,6361x10 ⁻⁹	437,7626x10 ⁻⁶
	std-ARCH(4,0)	115,3825x10 ⁻⁶	191,3521x10 ⁻⁹	437,4381x10 ⁻⁶
	snorm-ARCH(4,0)	111,2433x10 ⁻⁶	191,6855x10 ⁻⁹	437,8191x10 ⁻⁶
	sstd-ARCH(4,0)	115,0919x10 ⁻⁶	191,3680x10 ⁻⁹	437,4563x10 ⁻⁶
NIKKEI 225	std-ARCH(3,0)	253,8209x10 ⁻⁶	939,0973x10 ⁻¹⁰	306,4469x10 ⁻⁶
	sstd-ARCH(3,0)	217,4304x10 ⁻⁶	782,6937x10 ⁻¹⁰	279,7666x10 ⁻⁶
S&P 500	std-ARCH(4,0)	378,8245x10 ⁻⁶	288,8334x10 ⁻⁹	537,4322x10 ⁻⁶
	sstd-ARCH(4,0)	306,0678x10 ⁻⁶	249,4983x10 ⁻⁹	499,4980x10 ⁻⁶

Çizelge 4.35 Farklı dağılımlar altında GARCH modeli için performans ölçütleri.

Endeks	Model	MHO	HKO	HKOK
BIST 100	-	-	-	-
FTSE 100	norm-GARCH(1,1)	$110,1109 \times 10^{-6}$	$191,6370 \times 10^{-9}$	$437,7637 \times 10^{-6}$
	ged- GARCH(1,2)	$109,5883 \times 10^{-6}$	$191,5345 \times 10^{-9}$	$437,6465 \times 10^{-6}$
	snorm- GARCH(1,2)	$107,9986 \times 10^{-6}$	$191,8047 \times 10^{-9}$	$437,9551 \times 10^{-6}$
	sged- GARCH(2,2)	$108,8818 \times 10^{-6}$	$191,5947 \times 10^{-9}$	$437,7153 \times 10^{-6}$
NIKKEI 225	std-GARCH(1,1)	$263,6930 \times 10^{-6}$	$1001,7130 \times 10^{-10}$	$316,4985 \times 10^{-6}$
	ged- GARCH(1,1)	$181,4884 \times 10^{-6}$	$670,7144 \times 10^{-10}$	$258,9815 \times 10^{-6}$
	sstd- GARCH(1,1)	$216,2369 \times 10^{-6}$	$783,2748 \times 10^{-10}$	$279,8705 \times 10^{-6}$
	sged- GARCH(1,1)	$169,8078 \times 10^{-6}$	$643,0090 \times 10^{-10}$	$253,5762 \times 10^{-6}$
S&P 500	sged-GARCH(2,2)	$134,5588 \times 10^{-6}$	$219,0998 \times 10^{-9}$	$468,0810 \times 10^{-6}$

Çizelge 4.36 Farklı dağılımlar altında EGARCH modeli için performans ölçütleri.

Endeks	Model	MHO	HKO	HKOK
BIST 100	norm-EGARCH(2,2)	$211,9982 \times 10^{-6}$	$204,2505 \times 10^{-9}$	$451,9408 \times 10^{-6}$
	std-EGARCH(1,1)	$207,2934 \times 10^{-6}$	$205,5978 \times 10^{-9}$	$453,4289 \times 10^{-6}$
	ged-EGARCH(1,2)	$207,4948 \times 10^{-6}$	$205,4885 \times 10^{-9}$	$453,3084 \times 10^{-6}$
	snorm-EGARCH(1,2)	$212,5803 \times 10^{-6}$	$204,1168 \times 10^{-9}$	$451,7928 \times 10^{-6}$
	sstd-EGARCH(1,2)	$209,3276 \times 10^{-6}$	$204,9962 \times 10^{-9}$	$452,7651 \times 10^{-6}$
	sged-EGARCH(1,2)	$210,6691 \times 10^{-6}$	$204,6143 \times 10^{-9}$	$452,3431 \times 10^{-6}$
FTSE 100	norm-EGARCH(1,1)	$106,5536 \times 10^{-6}$	$192,0278 \times 10^{-9}$	$438,2097 \times 10^{-6}$
	std-EGARCH(1,2)	$101,7531 \times 10^{-6}$	$192,9479 \times 10^{-9}$	$439,2584 \times 10^{-6}$
	ged-EGARCH(1,1)	$102,4280 \times 10^{-6}$	$192,8377 \times 10^{-9}$	$439,1329 \times 10^{-6}$
	snorm-EGARCH(1,1)	$107,3367 \times 10^{-6}$	$191,8850 \times 10^{-9}$	$438,0468 \times 10^{-6}$
	sstd-EGARCH(1,1)	$104,4682 \times 10^{-6}$	$192,3497 \times 10^{-9}$	$438,5770 \times 10^{-6}$
	sged-EGARCH(1,1)	$104,2886 \times 10^{-6}$	$192,4114 \times 10^{-9}$	$438,6472 \times 10^{-6}$
NIKKEI 225	std-EGARCH(1,1)	$122,3705 \times 10^{-6}$	$587,5938 \times 10^{-10}$	$242,4033 \times 10^{-6}$
	ged-EGARCH(1,1)	$121,1866 \times 10^{-6}$	$587,4889 \times 10^{-10}$	$242,3817 \times 10^{-6}$
	sstd-EGARCH(1,1)	$132,6084 \times 10^{-6}$	$591,8146 \times 10^{-10}$	$243,2724 \times 10^{-6}$
	sged-EGARCH(1,2)	$133,9396 \times 10^{-6}$	$592,7842 \times 10^{-10}$	$243,4716 \times 10^{-6}$
S&P 500	std-EGARCH(1,1)	$119,5948 \times 10^{-6}$	$224,1321 \times 10^{-9}$	$473,4260 \times 10^{-6}$
	ged-EGARCH(1,1)	$119,8078 \times 10^{-6}$	$223,9826 \times 10^{-9}$	$473,2680 \times 10^{-6}$
	sstd-EGARCH(1,2)	$120,8442 \times 10^{-6}$	$223,4431 \times 10^{-9}$	$472,6977 \times 10^{-6}$
	sged-EGARCH(1,1)	$121,1774 \times 10^{-6}$	$223,3059 \times 10^{-9}$	$472,5525 \times 10^{-6}$

Çizelge 4.37 Farklı dağılımlar altında GJR-GARCH modeli için performans ölçütleri.

Endeks	Model	MHO	HKO	HKOK
BIST 100	norm-GJR-GARCH(1,1)	$208,3826 \times 10^{-6}$	$205,3087 \times 10^{-9}$	$453,1100 \times 10^{-6}$
	std-GJR-GARCH(1,1)	$207,5441 \times 10^{-6}$	$205,6646 \times 10^{-9}$	$453,5026 \times 10^{-6}$
	ged-GJR-GARCH(1,2)	$207,4977 \times 10^{-6}$	$205,6326 \times 10^{-9}$	$453,4673 \times 10^{-6}$
	snorm-GJR-GARCH(1,1)	$207,4905 \times 10^{-6}$	$205,5465 \times 10^{-9}$	$453,3724 \times 10^{-6}$
	sstd-GJR-GARCH(1,1)	$207,2740 \times 10^{-6}$	$205,7373 \times 10^{-9}$	$453,5828 \times 10^{-6}$
	sged-GJR-GARCH(1,1)	$207,0172 \times 10^{-6}$	$205,7823 \times 10^{-9}$	$453,6323 \times 10^{-6}$
FTSE 100	norm-GJR-GARCH(1,1)	$108,1292 \times 10^{-6}$	$191,7449 \times 10^{-9}$	$437,8869 \times 10^{-6}$
	std-GJR-GARCH(1,1)	$110,2029 \times 10^{-6}$	$191,4741 \times 10^{-9}$	$437,5775 \times 10^{-6}$
	ged-GJR-GARCH(1,1)	$107,2598 \times 10^{-6}$	$191,8705 \times 10^{-9}$	$438,0302 \times 10^{-6}$
	snorm-GJR-GARCH(1,1)	$105,9337 \times 10^{-6}$	$192,0807 \times 10^{-9}$	$438,2701 \times 10^{-6}$
	sstd-GJR-GARCH(1,1)	$108,6339 \times 10^{-6}$	$191,6896 \times 10^{-9}$	$437,8237 \times 10^{-6}$
	sged-GJR-GARCH(1,1)	$105,4532 \times 10^{-6}$	$192,1830 \times 10^{-9}$	$438,3869 \times 10^{-6}$
NIKKEI 225	std-GJR-GARCH(1,1)	$175,0165 \times 10^{-6}$	$656,6310 \times 10^{-10}$	$256,2482 \times 10^{-6}$
	ged-GJR-GARCH(1,1)	$150,6820 \times 10^{-6}$	$610,9710 \times 10^{-10}$	$247,1783 \times 10^{-6}$
	sstd-GJR-GARCH(1,1)	$156,1155 \times 10^{-6}$	$619,0330 \times 10^{-10}$	$248,8038 \times 10^{-6}$
	sged-GJR-GARCH(1,1)	$139,9022 \times 10^{-6}$	$597,9950 \times 10^{-10}$	$244,5393 \times 10^{-6}$
S&P 500	std-GJR-GARCH(1,1)	$138,1409 \times 10^{-6}$	$218,7438 \times 10^{-9}$	$467,7005 \times 10^{-6}$
	ged-GJR-GARCH(1,1)	$130,8191 \times 10^{-6}$	$220,2456 \times 10^{-9}$	$469,3034 \times 10^{-6}$
	sstd-GJR-GARCH(1,1)	$132,9339 \times 10^{-6}$	$219,7396 \times 10^{-9}$	$468,7639 \times 10^{-6}$
	sged-GJR-GARCH(1,1)	$127,6420 \times 10^{-6}$	$221,0037 \times 10^{-9}$	$470,1103 \times 10^{-6}$

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmanın temel odak noktası 10 Mart 2015 ile 10 Mart 2020 tarihleri arasındaki 5 yıllık süreçte seçilen endekslerin, farklı modeller kullanılarak davranışlarını incelemektir. Çalışmada BIST 100, FTSE 100, NIKKEI 225 ve S&P 500 endekslerinin günlük kapanış verilerinden logaritmik fark alınarak oluşturulan getiri serileri kullanılmıştır. Bunun için literatürde sıklıkla kullanılan ARMA ve ARCH/GARCH modellerinden ARCH, GARCH, EGARCH ve GJR-GARCH modelleri kullanılmıştır. Oluşturulan ARMA modellerinin artıklarında ARCH etkisine rastlanmıştır ve ARCH/GARCH modellerine geçilmiştir. Kullanılan ARCH/GARCH modellerinin simetrik ve asimetrik özelliklerinden faydalanılarak endeksler üzerinde şokların/haberlerin etkisi incelenmiştir. Ayrıca endekslerin kalıcılık parametresi ve oynaklığın yeniden ortalamasına dönüş süresi incelenmiştir.

Çalışmada getiri serilerinin normal dağılıma sahip olmadığı görülmüş, ayrıca çarpıklık ve basıklık katsayıları incelenmiştir. Çarpıklık katsayılarına göre, serilerde negatif getirilerin pozitif getirilerden daha fazla olduğu söylenir. Serilerde basıklık katsayıları incelendiğinde ise NIKKEI 225 ile S&P 500 endekslerinde volatilité kümelenmesi olduğu söylenir.

Getiri serilerinin durağanlığı incelenmiş ve serilerin durağan olduğu gözlemlenmiştir. Endeksler için ilk olarak durağan Box-Jenkins modelleri kullanılmış ve FTSE 100 endeksi için ARMA(1,5) diğer endeksler için ARMA(0,0) modelleri belirlenmiştir. Yapılan McLeod-Li doğrusallık testine göre, endekslerin doğrusal olmadığı gözlemlenmiştir. Ayrıca ARCH-LM testi ile endeks model artıklarının ARCH etkisi taşıdığı gözlemlenmiştir. Bu sonuçlardan sonra endekslerde çeşitli derecelerde ve dağılımlarda simetrik ARCH ve GARCH modelleri ile asimetrik EGARCH ve GJR-GARCH modelleri için araştırmalar yapılmıştır. Endeksler için oluşturulan modellerin standartlaştırılmış artık analizi ve performans değerlendirmesi yapılmıştır.

Endeksler için oluşturulan modellerden, AIC ve BIC değerlerine göre asimetrik EGARCH ve GJR-GARCH modellerinin simetrik ARCH ve GARCH modellerinden

daha iyi performans gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca normal ve çarpık normal dağılımların diğer dağılımlara göre daha kötü performans sergilediği söylenir. Endekslerde EGARCH ve GJR-GARCH modellerinin asimetri parametreleri incelendiğinde kaldıraç etkisinin varlığından söz edilir. Bu sonuca göre endeksler negatif şoklardan pozitif şoklara göre daha fazla etkilenmektedir. Ayrıca BIST 100 endeksi, kötü haberlerden diğer endekslere göre daha az etkilenmektedir. Volatilite kalıcılığı sonuçlarına göre şoklar; volatilitiyi BIST 100 endeksinde diğer endekslere göre daha uzun süre etkilerken, NIKKEI 225 endeksinde diğer endekslere göre daha kısa süre etkilemektedir. Volatilitenin kendi ortalamasına dönme süresi incelendiğinde, bu sürenin volatilitenin kalıcılığına paralel olarak değiştiği görülür. Yarılanma süresi BIST 100 endeksinde daha uzunken, NIKKEI 225 endeksinde daha kısadır.

BIST 100 endeksi üzerinde, daha önce farklı zaman dilimlerinde yapılan çalışmalar incelendiğinde, en uygun model Özden (2008) ile Karabacak vd. (2014) tarafından TGARCH ve Stoitsova-Stoykova (2017) tarafından TARCH olarak bulunmuştur. FTSE 100 için en iyi model Jánský ve Rippel (2011) tarafından t-dağılımlı ARMA-GARCH olarak belirlenmiştir. NIKKEI 225 endeksi için Jánský ve Rippel (2011) en uygun modeli t dağılımlı ARMA-GARCH olarak belirlemişlerdir. S&P 500 endeksi için Mustapa ve Ismail (2019) ARIMA-GARCH, Jánský ve Rippel (2011) t dağılımlı ARMA-GARCH ve Muthukumar ve Subramaniam (2020) ise ARIMA modelini performansı en yüksek model olarak belirlemişlerdir. (İnt.Kyn.7), S&P 500 endeksi için; Peiris ve Dayaratne (2011), FTSE 100 ve NIKKEI 225 endeksleri için; Değirmenci ve Abdioğlu (2017), BIST 100, FTSE 100 ve S&P 500 endeksleri için; Gümüş ve Can Öziç (2020), BIST 100 endeksi için yaptıkları çalışmalarında, bu tez çalışmasındaki gibi endekslerde kaldıraç etkisinin olduğunu tespit etmişlerdir.

Bundan sonraki çalışmalarda, BIST 100 endeksi ile üç önemli piyasayı temsil eden FTSE 100, NIKKEI 225 ve S&P 500 endekslerinin gerek farklı zaman serisi modelleriyle gerekse makine öğrenimi gibi farklı kantitatif yöntemlerle de modellenerek karşılaştırılmalarının derinleştirilmesi önerilmektedir.

6. KAYNAKLAR

- Adlığ Ş G, 2009, Finansal Piyasalarda Ardışık Bağlanımlı Koşullu Varyans Etkileri, Oynaklık Tahmini ve Türkiye Üzerine Bir Uygulama, İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 154s, İstanbul.
- Akaike H, 1974, A New Look at the Statistical Model Identification, IEEE Transactions on Automatic Control, 19, 716–723.
- Akar C, 2006, Finansal Piyasalarda Volatilité: İMKB Örneği, Uludađ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, 116s, Bursa.
- Akdeniz F, 2018, Olasılık ve İstatistik, 22. Baskı, Akademisyen Kitabevi, 602s, Ankara.
- Akhtar S, Khan N U, 2016, Modeling Volatility on the Karachi Stock Exchange, Pakistan, Journal of Asia Business Studies, 10, 253–275.
- Aliyu S U, 2011, Reactions of Stock Market to Monetary Policy Shocks during the Global Financial Crisis: The Nigerian Case, CBN Journal of Applied Statistics, 3, 17–41.
- Andersen T G, Bollerslev T, 1998, Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts, International Economic Review, 39, 885–905.
- Bollerslev T, 1986, Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, Journal of Econometrics, 31, 307–327.
- Bollerslev T, 2008, Glossary to ARCH (GARCH), CREATES Research Paper, 49, 1–46.
- Box G E, Jenkins G M, Reinsel G C, Ljung G M, 2015, Time Series Analysis: Forecasting and Control, John Wiley & Sons, 669p, United States of America.
- Breusch T S, Pagan A R, 1979, A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation, Econometrica: Journal of the Econometric Society, 47, 1287–1294.
- Brockwell P J, Davis R A, 2016, Introduction to Time Series and Forecasting, Springer, 425p, Switzerland.
- Brooks C, 1996, Testing for Non-linearity in Daily Sterling Exchange Rates, Applied Financial Economics, 6, 307–317.

- Candelon B, Lütkepohl H, 2001, On the Reliability of Chow-type Tests for Parameter Constancy in Multivariate Dynamic Models, *Economics Letters*, 73, 155–160.
- Chen H, Zhang J, Tao Y, Tan F, 2019, Asymmetric GARCH Type Models for Asymmetric Volatility Characteristics Analysis and Wind Power Forecasting, *Protection and Control of Modern Power Systems*, 4, 1–11.
- Cox D R, Stuart A, 1955, Some Quick Sign Tests for Trend in Location and Dispersion, *Biometrika*, 42, 80–95.
- Cryer J D, Chan K, 2008, *Time Series Analysis with Applications in R*, USA: Springer Science & Business Media, 491p, USA.
- Değirmenci N, Abdioğlu Z, 2017, Finansal Piyasalar Arasındaki Oynaklık Yayılımı, *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 104–125.
- Değirmenci N, Akay A, 2017, Finansal Verilerin ARIMA ve ARCH Modelleriyle Öngörüsü: Türkiye Örneği, *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 12, 15–36.
- Demircan D, 2016, Different GARCH Models Applied to Assess Financial Market Risk and the Impact of Crisis, University of Paderborn, Faculty of Economics and Business Administration, Chair of Econometrics and Quantitative Methods, Master Thesis, 160p, Germany.
- Durnabaş D, 2017, Kamu Finansı ve Sermaye Piyasası Oynaklığı İlişkisi: Türkiye-BRICS Ülkeleri Karşılaştırması, Yaşar Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 140s, İzmir.
- Egert B, Koubaa Y, 2004, Modelling Stock Returns in the G-7 and in Selected CEE Economies: A Non-linear GARCH Approach, William Davidson Institute Working Paper Number 663, Available at SSRN 512862.
- Enders W, 1995, *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, 433p, USA.
- Engle R F, 1982, Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, 50, 987–1007.
- Eryılmaz F, 2015, Modelling Stock Market Volatility: The Case of BIST-100, *Annals of the Constantin Brancusi University of Targu Jiu, Economy Series*, 5, 37–47.

- Friedman M, 1937, The Use of Ranks to Avoid the Assumption of Normality Implicit in the Analysis of Variance, *Journal of the American Statistical Association*, 32, 675–701.
- Gil-Alana L A, Tripathy T, 2014, Modelling Volatility Persistence and Asymmetry: A Study on Selected Indian Non-ferrous Metals Markets, *Resources Policy*, 41, 31–39.
- Glosten L R, Jagannathan R, Runkle D E, 1993, On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, *The Journal of Finance*, 48, 1779–1801.
- Gower C P, 2001, Modelling and Forecasting Stock and Stock Market Volatility, University of Wales Swansea, Ph.D. Thesis, 343p, Galler.
- Gulay E, Emec H, 2018, Comparison of Forecasting Performances: Does Normalization and Variance Stabilization Method Beat GARCH(1,1)-Type Models? Empirical Evidence from the Stock Markets, *Journal of Forecasting*, 37, 133–150.
- Güçlü F, 2020, İslami ve Konvansiyonel Hisse Senedi Endekslerinin Oynaklıkları Üzerine Bir İnceleme, *MANAS Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 9, 1070–1088.
- Gümüş U T, Can Öziç H, 2020, Investigation of the Volatility Structure of the BIST100 Index before Covid 19 and the Struggle Process of Covid 19, *Journal of Current Researches on Business and Economics*, 10, 43–58.
- Hammoudeh S, Yuan Y, 2008, Metal Volatility in Presence of Oil and Interest Rate Shocks, *Energy Economics*, 30, 606–620.
- Hasan M, Ahmad M I, Naeem M A, Naseem M A, 2019, Examining the Spillover Effect between the KSE100 and the S&P500 Indexes, *Revista Universidad y Empresa*, 21, 175–195.
- Hatipoğlu M, 2015, Doğrusal Olmayan Zaman Serisi Modelleri ve Gelişmekte Olan Ülke Borsaları Üzerine Bir Uygulama, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, 208s, Eskişehir.
- Hipel K W, McLeod A I, 1994, Time Series Modelling of Water Resources and Environmental Systems, Elsevier, 1013p, The Netherlands.

- Horpestad J B, Lyócsa Š, Molnár P, Olsen T B, 2019, Asymmetric Volatility in Equity Markets around the World, *The North American Journal of Economics and Finance*, 48, 540–554.
- Inglada-Perez L, 2020, A Comprehensive Framework for Uncovering Non-Linearity and Chaos in Financial Markets: Empirical Evidence for Four Major Stock Market Indices, *Entropy*, 22, 1435.
- Jánský I, Rippel M, 2011, Value at Risk Forecasting with the ARMA-GARCH Family of Models in Times of Increased Volatility, *IES Working Paper*, No. 27/2011.
- Jasic T, Wood D, 2004, The Profitability of Daily Stock Market Indices Trades Based on Neural Network Predictions: Case Study for the S&P 500, the DAX, the TOPIX and the FTSE in the Period 1965–1999, *Applied Financial Economics*, 14, 285–297.
- Jiang W, 2012, Using the GARCH Model to Analyze and Predict the Different Stock Markets, Uppsala University, Department of Statistics, Master Thesis, 29p, Sweden.
- Kadılar C, 2005, SPSS Uygulamalı Zaman Serileri Analizine Giriş, Hacettepe Üniversitesi, 299s, Ankara.
- Kale İ, 2006, Volatilite Değerleme ve Tahmini için GARCH Modellerinin Kullanımı, Marmara Üniversitesi, Bankacılık ve Sigortacılık Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 178s, İstanbul.
- Karabacak M, Meçik O, Genç E, 2014, Koşullu Değişen Varyans Modelleri ile BİST 100 Endeks Getirisi ve Altın Getiri Serisi Volatilitésinin Tahmini, *Uluslararası Alanya İşletme Fakóltesi Dergisi/International Journal of Alanya Faculty of Business*, 6, 79–90.
- Kayral I E, Karacaer S, 2017, Research of the Causalities US Stock Market Returns and G-7 Countries' Stock Market Volatilities from Pre-crisis to Post-crisis of 2008, *Advances in Management & Applied Economics*, 7, 33–42.
- Kökçen A, 2010, Koşullu Varyans Modelleri: Finansal Zaman Serileri Üzerine Uygulama, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 143s, Adana.

- Kruskal W H, Wallis W A, 1952, Use of Ranks in One-Criterion Variance Analysis, *Journal of the American Statistical Association*, 47, 583–621.
- Kutlar A, Torun P, 2013, İMKB 100 Endeksi Günlük Getirileri için Uygun Genelleştirilmiş Farklı Varyans Modelinin Seçimi, *Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 1–24.
- Ljung G M, Box G E, 1978, On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models, *Biometrika*, 65, 297–303.
- Małacka M, 2014, GARCH Class Models Performance in Context of High Market Volatility, *Acta Universitatis Lodzianensis Folia Oeconomica*, 3, 253–266.
- Mallikarjuna M, Rao R P, 2019, Volatility Experience of Major World Stock Markets, *Theoretical & Applied Economics*, 4, 35–52.
- McKenzie M D, 1997, ARCH Modelling of Australian Bilateral Exchange Rate Data, *Applied Financial Economics*, 7, 147–164.
- McLeod A I, Li W K, 1983, Diagnostic Checking ARMA Time Series Models using Squared-residual Autocorrelations, *Journal of Time Series Analysis*, 4, 269–273.
- Mills T C, Markellos R N, 2008, *The Econometric Modelling of Financial Time Series*, Cambridge University Press, 456p, UK.
- Montgomery D C, Jennings C L, Kulahci M, 2015, *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*, John Wiley & Sons, 643p, USA.
- Mustapa F H, Ismail M T, 2019, Modelling and Forecasting S&P 500 Stock Prices using Hybrid Arima-Garch Model, *Journal of Physics: Conference Series*, 1366, 012130.
- Muthukumar I, Subramaniam G, 2020, Efficacy of Time Series Forecasting (ARIMA) in Post-COVID Econometric Analysis, *International Journal of Statistics and Applied Mathematics*, 5, 20–27.
- Mutunga T N, Islam A S, Orawo L A O, 2015, Implementation of the Estimating Functions Approach in Asset Returns Volatility Forecasting using First Order Asymmetric GARCH Models, *Open Journal of Statistics*, 5, 455–463.

- Nancy Y, Rowe S, 2021, Comparative Study of Modelling and Forecasting Volatility: The Case of Egypt, and Japan, *International Research Journal of Finance and Economics*, 181, 44–64.
- Nelson D B, 1991, Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 59, 347–370.
- Neusser K, 2016, *Time Series Econometrics*, Springer International Publishing Switzerland, 409p, Switzerland.
- Ollech D, Webel K, 2020, A Random Forest-based Approach to Identifying the Most Informative Seasonality Tests (No. 55/2020), *Bundesbank Discussion Paper*.
- Ouahilal M, El Mohajir M, Chahhou M, El Mohajir B E, 2017, A Novel Hybrid Model Based on Hodrick–Prescott Filter and Support Vector Regression Algorithm for Optimizing Stock Market Price Prediction, *Journal of Big Data*, 4, 31.
- Özden Ü H, 2008, İMKB Bileşik 100 Endeksi Getiri Volatilitesinin Analizi, *İstanbul Ticaret Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7, 339–350.
- Özgür Ö, 2016, Bist 100 Getiri Endeksinin Farklı Yöntemlerle Öngörülerek Sonuçlarının Karşılaştırılması, *Gazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi*, 186s, Ankara.
- Özmen A, 1986, Zaman Serisi Analizinde Box-Jenkins Yöntemi ve Banka Mevduat Tahmininde Uygulama Denemesi, *Anadolu Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi*, 167s, Eskişehir.
- Pascual L, Romo J, Ruiz E, 2006, Bootstrap Prediction for Returns and Volatilities in GARCH Models, *Computational Statistics & Data Analysis*, 50, 2293–2312.
- Peiris M T, Dayaratne D A I, 2011, Measuring Volatility Co-movement: An Empirical Investigation in North America, Europe and Asia Capital Markets, *International Conference on Business & Information*, January 2011, University of Kelaniya, Sri Lanka, 1–18.
- Peters J P, 2001, Estimating and Forecasting Volatility of Stock Indices using Asymmetric GARCH Models and (Skewed) Student-t Densities, *Preprint, University of Liege, Belgium*, 3, 19–34.

- Pfaff B, 2016, Financial Risk Modelling and Portfolio Optimization with R, John Wiley & Sons, 426p, United Kingdom.
- Rostan P, Rostan A, Nurunnabi M, 2020, Options Trading Strategy Based on ARIMA Forecasting, PSU Research Review, 4, 111–127.
- Sabbaghi O, 2020, Modeling Conditional Volatility in R, Journal for Economic Educators, 20, 28–40.
- Schwarz G, 1978, Estimating the Dimension of a Model, Annals of Statistics, 6, 461–464.
- Sekmen T, Hatipoğlu M, 2015, Effect of the Subprime Crisis on Return and Volatility of the Turkish Stock Market, Journal of Economics and Behavioral Studies, 7, 23–29.
- Sevüktekin M, Nargeleçekenler M, 2010, Ekonometrik Zaman Serileri Analizi EViews Uygulamalı, Nobel Akademik Yayıncılık, 591s, Ankara.
- Seyrik İ, 2019, BİST 100 Endeksinin Doğrusal Olmayan Zaman Serileri ile Tahmini, İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 132s, İstanbul.
- Srinivasan P, 2011, Modeling and Forecasting the Stock Market Volatility of S&P 500 Index using GARCH Models, IUP Journal of Behavioral Finance, 8, 51–69.
- Stoitsova-Stoykova A, 2017, Relationship between Public Expectations and Financial Market Dynamics in South-East Europe Capital Markets, Economic Alternatives, 2, 237–250.
- Şahin Ö, 2014, BİST'teki Endekslerin Volatilitelerinin Karşılaştırmalı Analizi: BİST Kurumsal Yönetim, BİST 100, BİST 50 ve BİST 30 Endeksleri Üzerinde Bir Uygulama, Düzce Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, 206s, Düzce.
- Şahin Ö, Öncü M A, Sakarya Ş, 2015, BİST 100 ve Kurumsal Yönetim Endeksi Volatilitelerinin Karşılaştırmalı Analizi, Cumhuriyet Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, 16, 107–126.

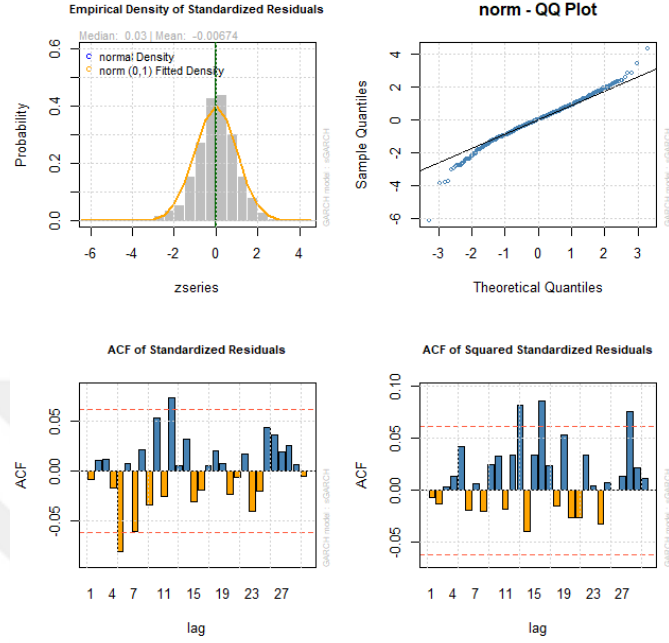
- Taşpunar A S, Çolak F D, 2015, BİST-100 Endeksinde Volatilitenin Modellenmesi ve Öngörülmesinde ARCH Modelleri, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi İşletme İktisadi Enstitüsü Yönetim Dergisi, 26, 208–223.
- Tsay R S, 2010, Analysis of Financial Time Series, John Wiley & Sons, 677p, USA.
- Wang W, Guo Y, Niu Z, Cao Y, 2009, Stock Indices Analysis based on ARMA-GARCH Model, IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, Date of Conference: 8–11 Dec. 2009, Hong Kong, China, (pp. 2143–2147).
- Xu H, Hamori S, 2010, Dynamic Linkages of Stock Prices Among G7 Countries: Effects of the American Financial Crisis, Economics Bulletin, 30, 2656–2667.
- Yılmaz Ö, 2006, Finansal Zaman Serilerinde Varyans Modellemesi, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 153s, İstanbul.
- Yeşil H, 2014, Hisse Senedi Getirilerinin Öngörüsünde Finansal Zaman Serisi Modellerinin Karşılaştırılması: Borsa İstanbul Örneği, Ege Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 77s, İzmir.
- Zar J H, 2014, Biostatistical Analysis, Pearson Education Limited, 756p, USA.
- Zhong X, Enke D, 2017, A Comprehensive Cluster and Classification Mining Procedure for Daily Stock Market Return Forecasting, Neurocomputing, 267, 152–168.
- Zivot E, Wang J, 2006, Modelling Financial Time Series with S-PLUS, Springer, New York, 998p, USA.
- Zivot E, 2009, Practical Issues in the Analysis of Univariate GARCH Models, Andersen T G, Davis R A, Kreiß J P, Mikosch T V (Eds.), In Handbook of Financial Time Series (113–155), Springer, 1024p, Berlin, Heidelberg.
- Zuo X, 2019, Several Important Unit Root Tests, IEEE 2nd International Conference on Information Communication and Signal Processing (ICICSP), 28–30 September, Weihai, China, (10–14).

İnternet Kaynakları

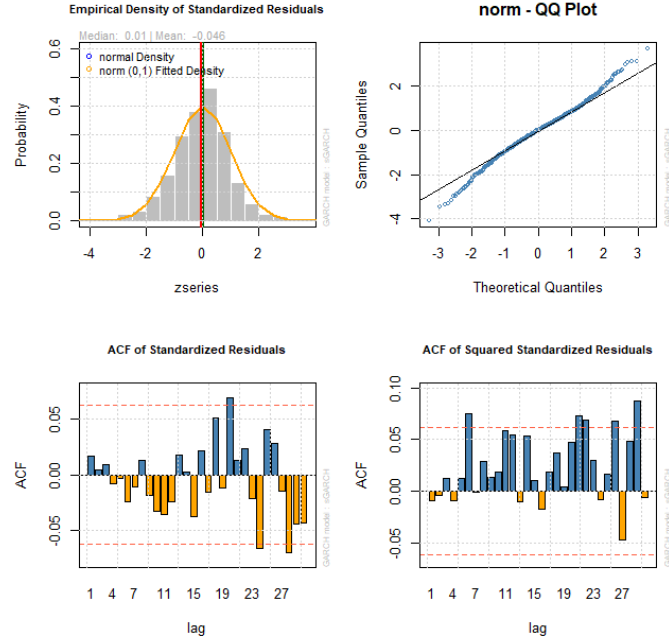
- 1- <https://cran.r-project.org/web/packages/trend/trend.pdf>, 22.04.2021
- 2- <https://cran.r-project.org/web/packages/aTSA/aTSA.pdf>, 22.04.2021
- 3- https://cran.r-project.org/web/packages/rugarch/vignettes/Introduction_to_the_rugarch_package.pdf, 22.04.2021
- 4- <https://cran.r-project.org/web/packages/seastests/seastests.pdf>, 22.04.2021
- 5- <https://cran.r-project.org/web/packages/nonlinearTseries/nonlinearTseries.pdf>, 22.04.2021
- 6- <https://cran.r-project.org/web/packages/Metrics/Metrics.pdf>, 22.04.2021
- 7- https://www.researchgate.net/profile/Ioannis-Neokosmidis/publication/242354282_Econometric_Analysis_of_realized_Volatility_Evidence_of_Financial_Crisis/links/00b7d52f9cd0e4d363000000/Econometric-Analysis-of-realized-Volatility-Evidence-of-Financial-Crisis.pdf, 22.04.2021

EKLER

EK 1. ARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

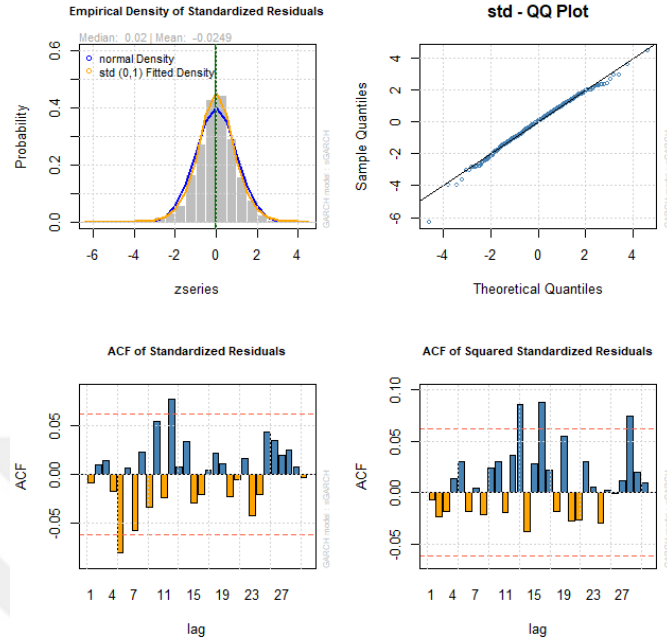


a) BIST 100 endeksi için norm-ARCH modeli grafikleri.

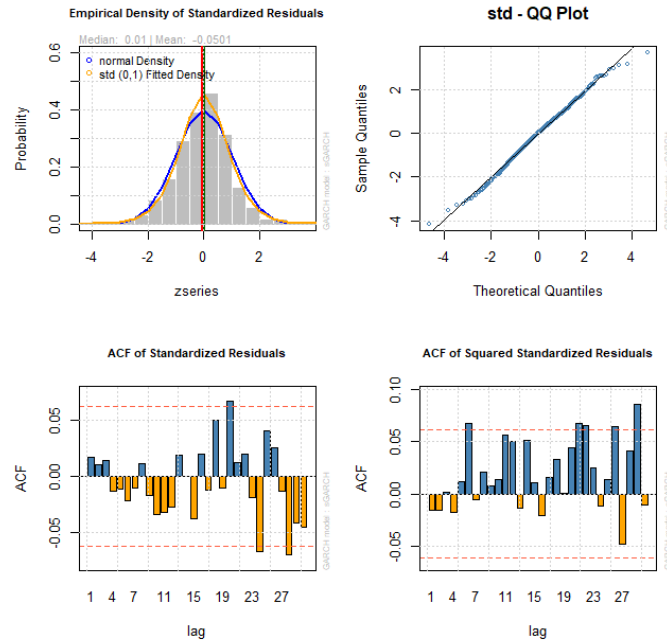


b) FTSE 100 endeksi için norm-ARCH modeli grafikleri.

EK 1 (Devam). ARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

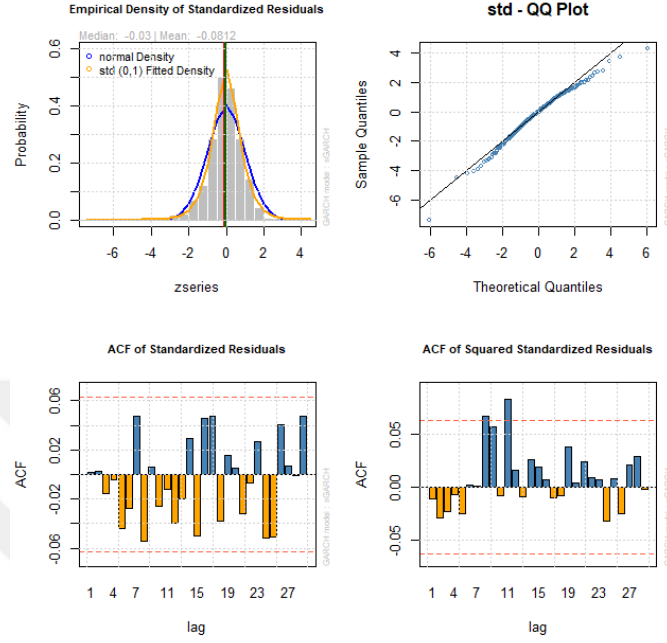


c) BIST 100 endeksi için std-ARCH modeli grafikleri.

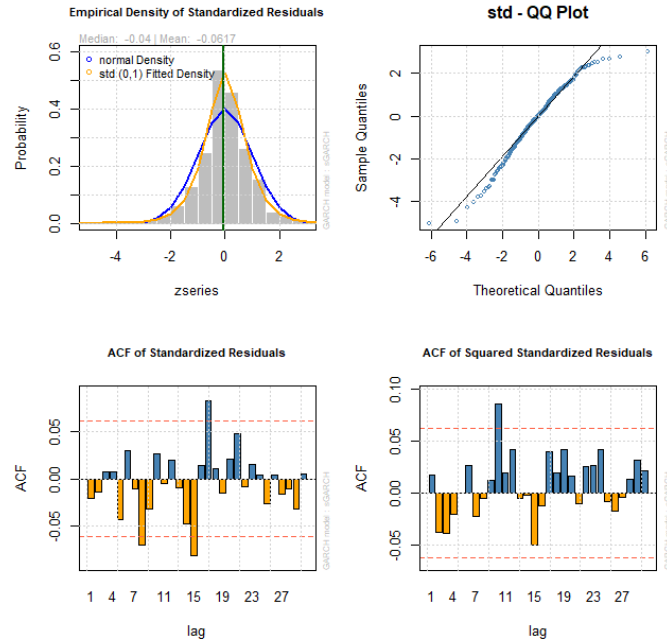


d) FTSE 100 endeksi için std-ARCH modeli grafikleri.

EK 1 (Devam). ARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

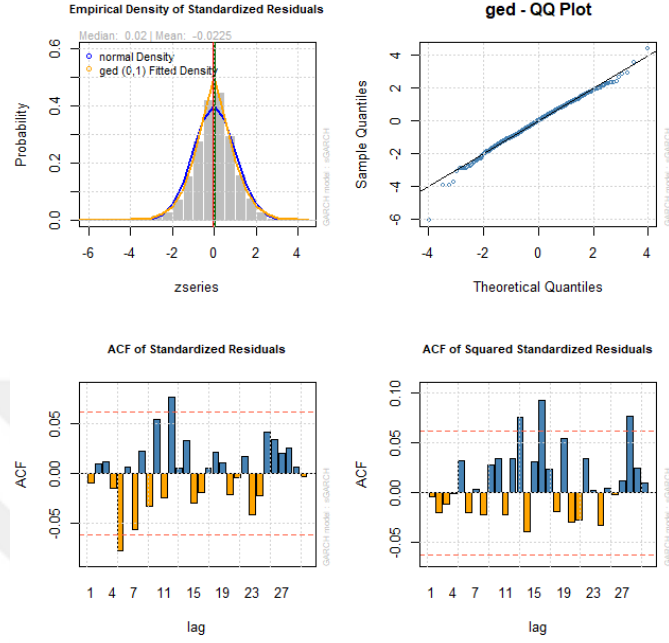


e) NIKKEI 225 endeksi için std-ARCH modeli grafikleri.

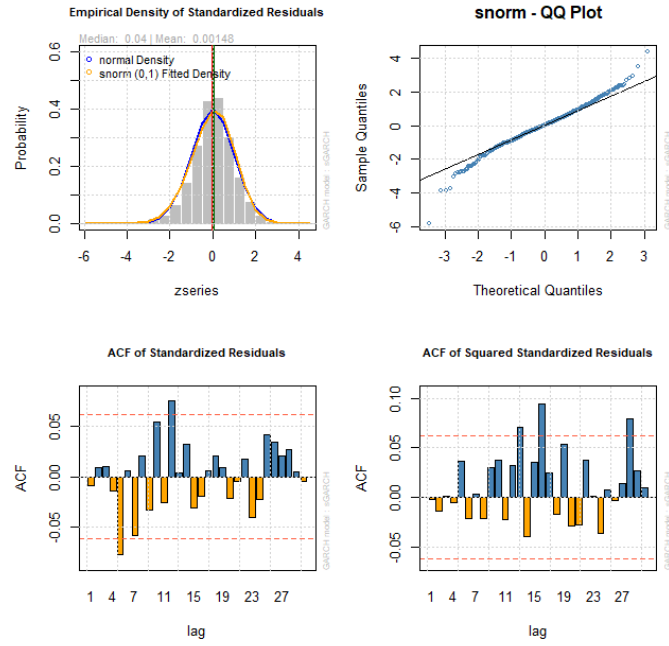


f) S&P 500 endeksi için std-ARCH modeli grafikleri.

EK 1 (Devam). ARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

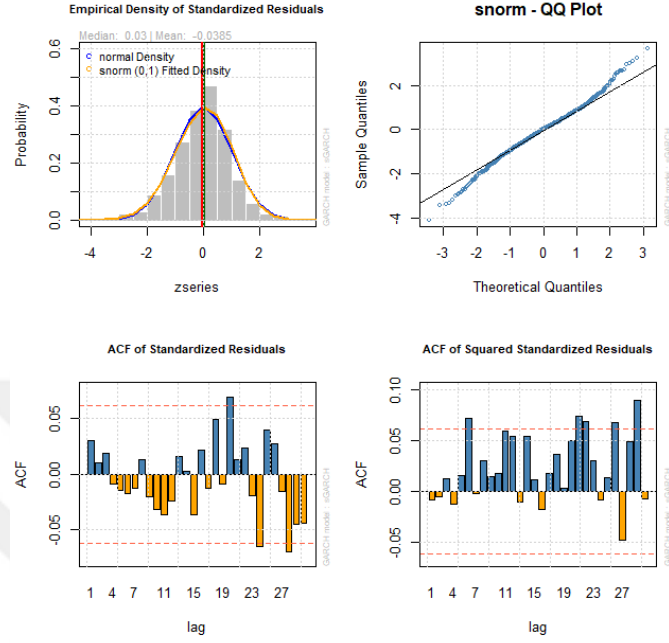


g) BIST 100 endeksi için ged-ARCH modeli grafikleri.

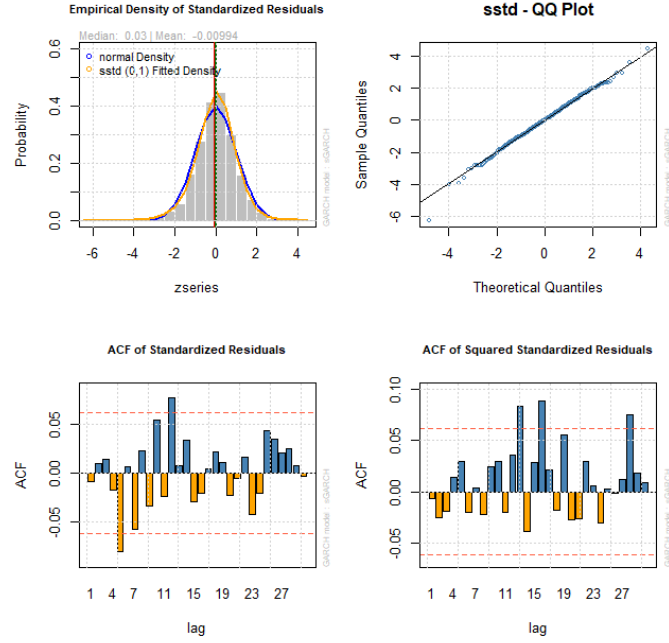


h) BIST 100 endeksi için snorm-ARCH modeli grafikleri.

EK 1 (Devam). ARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

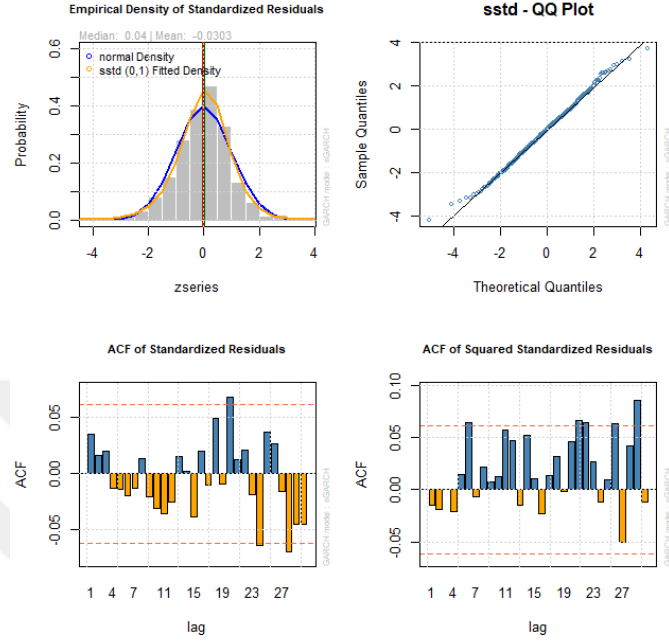


i) FTSE 100 endeksi için snorm-ARCH modeli grafikleri.

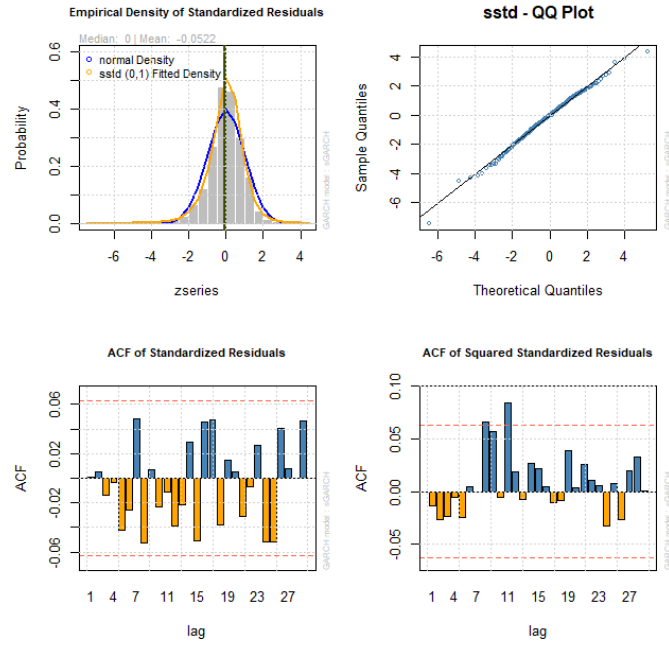


j) BIST 100 endeksi için sstd-ARCH modeli grafikleri.

EK 1 (Devam). ARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

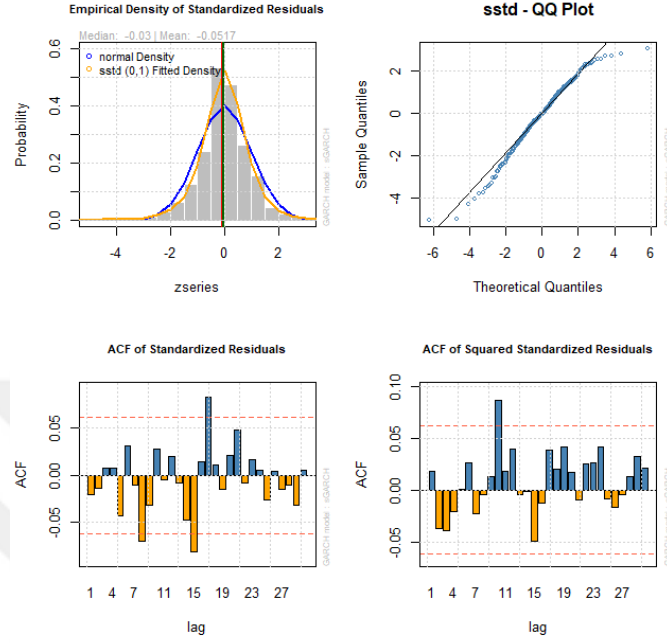


k) FTSE 100 endeksi için sstd-ARCH modeli grafikleri.

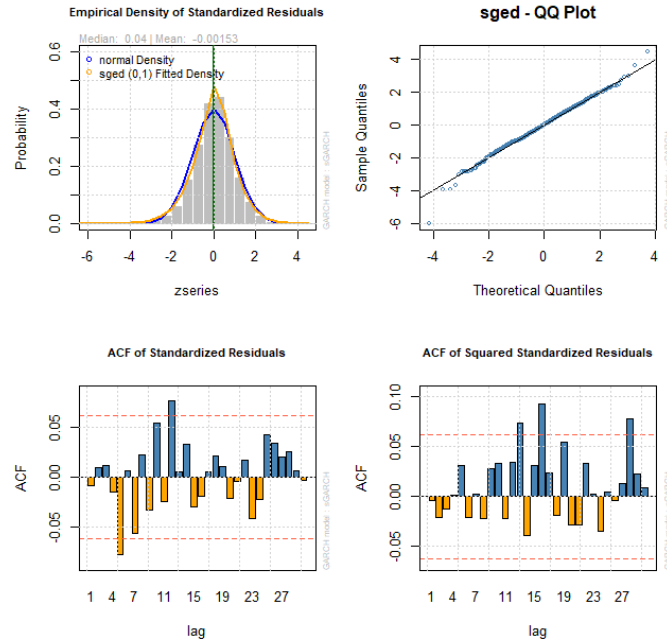


l) NIKKEI 225 endeksi için sstd-ARCH modeli grafikleri.

EK 1 (Devam). ARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

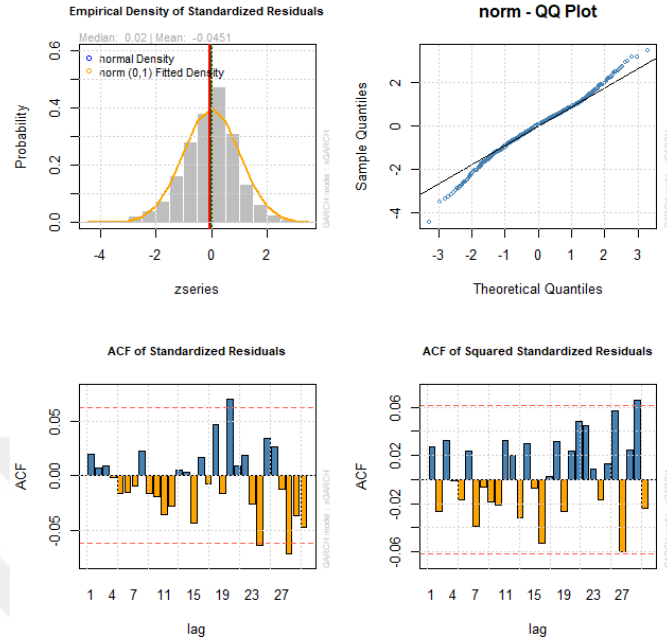


m) S&P 500 endeksi için sstd-ARCH modeli grafikleri.

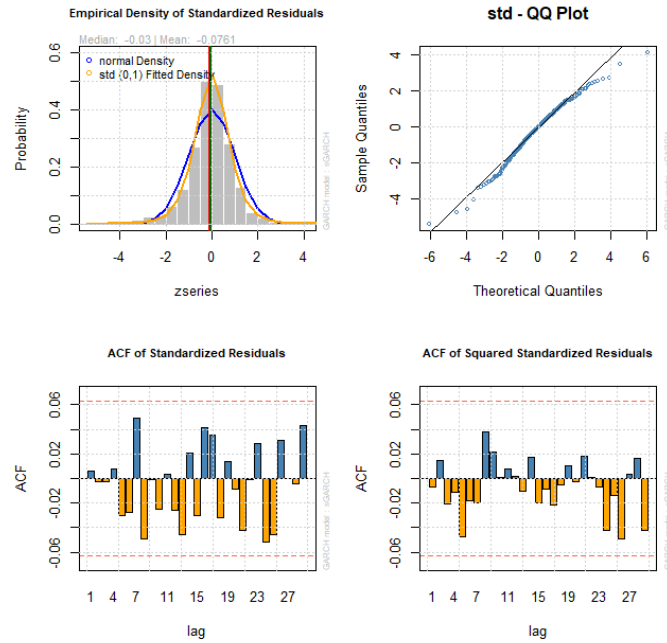


n) BIST 100 endeksi için sged-ARCH modeli grafikleri.

EK 2. GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

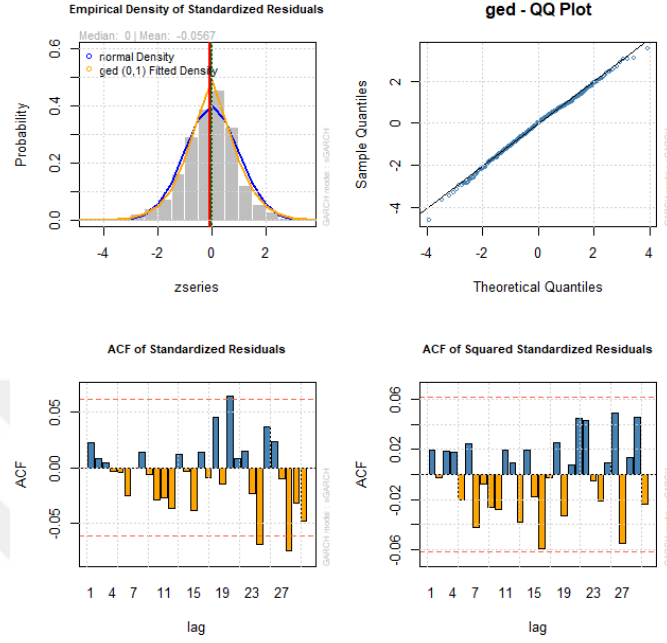


a) FTSE 100 endeksi için norm-GARCH modeli grafikleri.

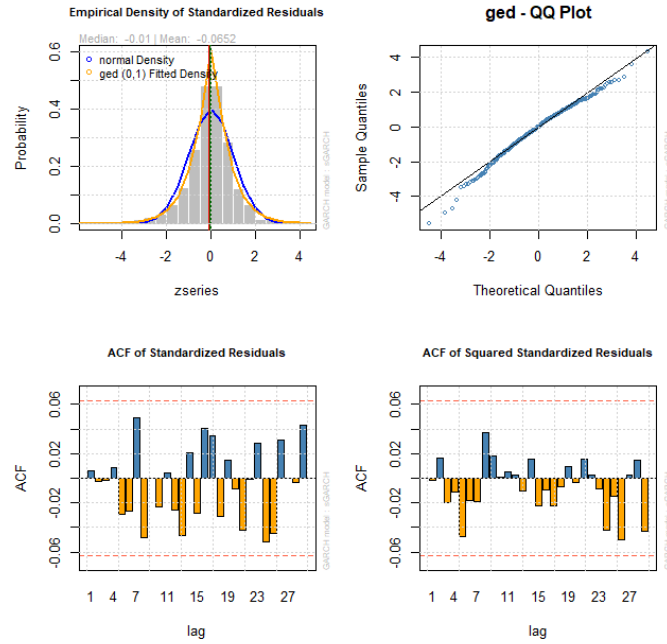


b) NIKKEI 225 endeksi için std-GARCH modeli grafikleri.

EK 2 (Devam). GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

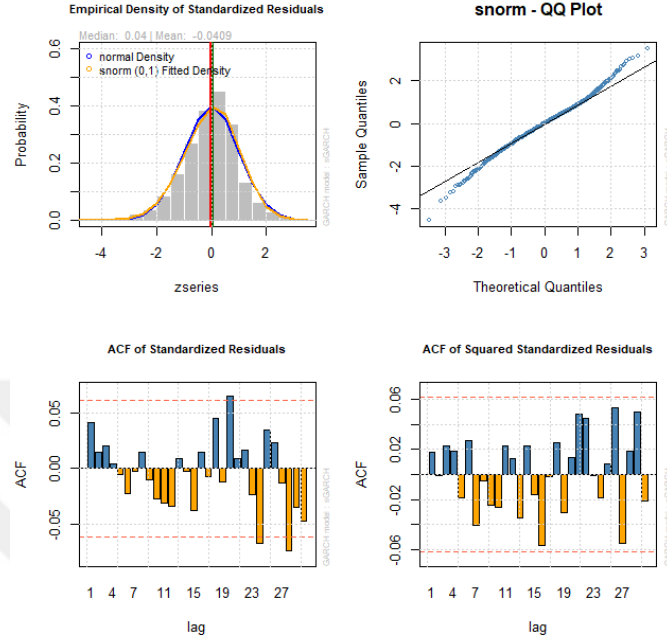


c) FTSE 100 endeksi için ged-GARCH modeli grafikleri.

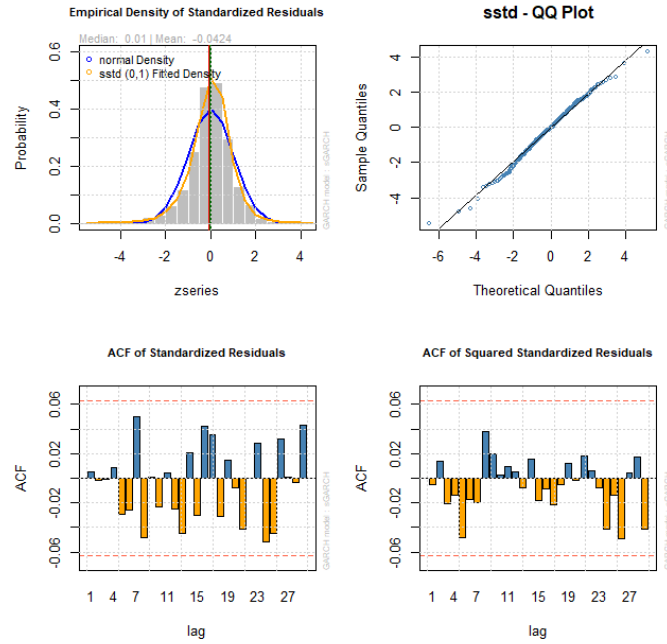


d) NIKKEI 225 endeksi için ged-GARCH modeli grafikleri.

EK 2 (Devam). GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

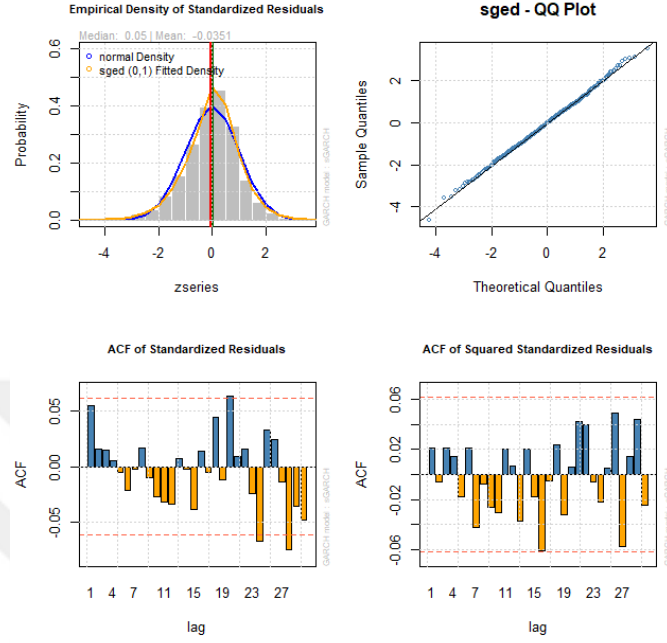


e) FTSE 100 endeksi için snorm-GARCH modeli grafikleri.

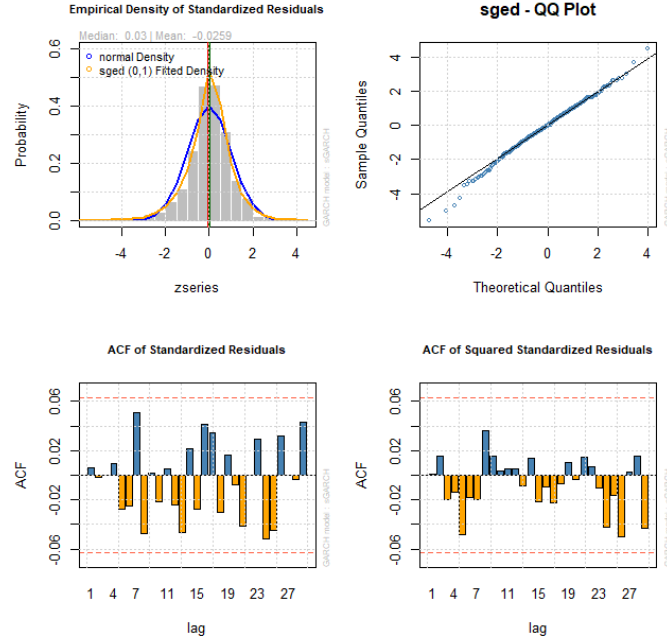


f) NIKKEI 225 endeksi için sstd-GARCH modeli grafikleri.

EK 2 (Devam). GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

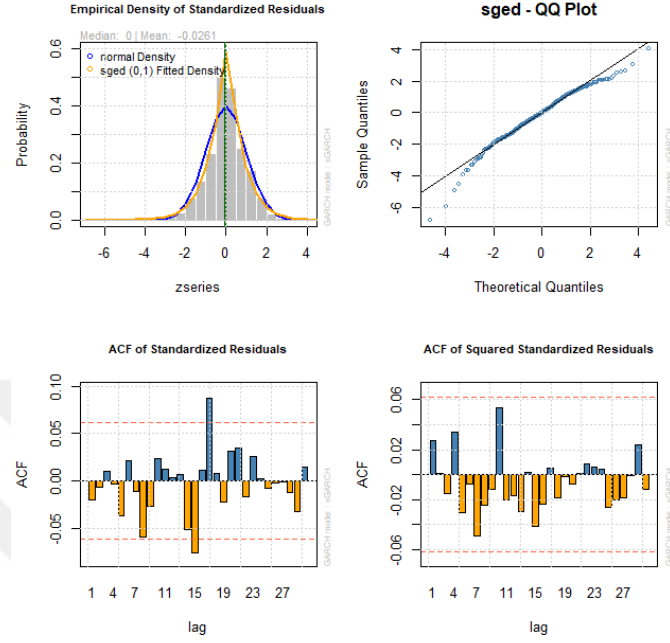


g) FTSE 100 endeksi için sged-GARCH modeli grafikleri.



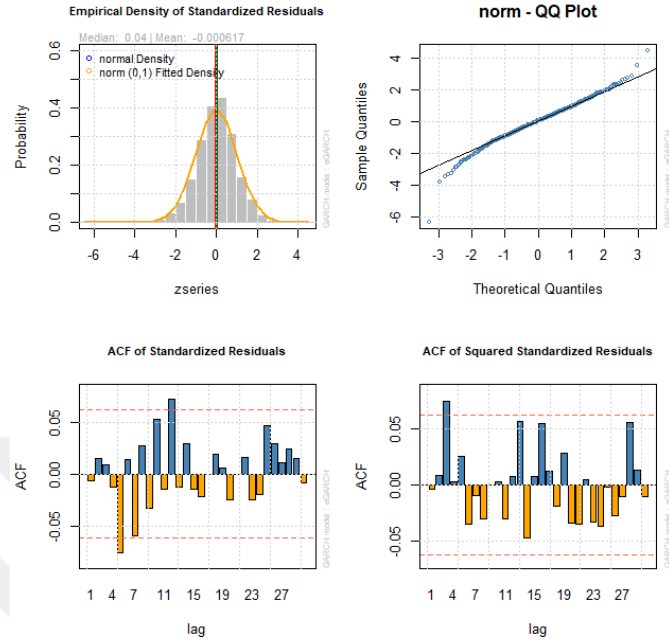
h) NIKKEI 225 endeksi için sged-GARCH modeli grafikleri.

EK 2 (Devam). GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

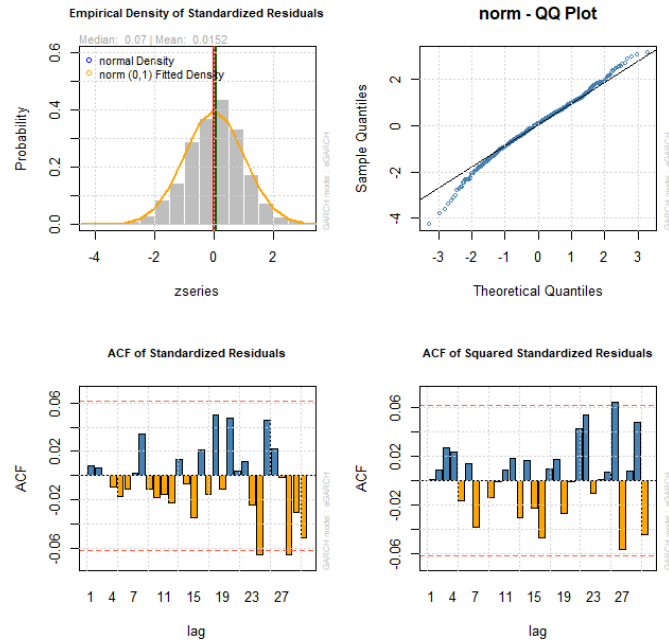


i) S&P 500 endeksi için sged-GARCH modeli grafikleri.

EK 3. EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri

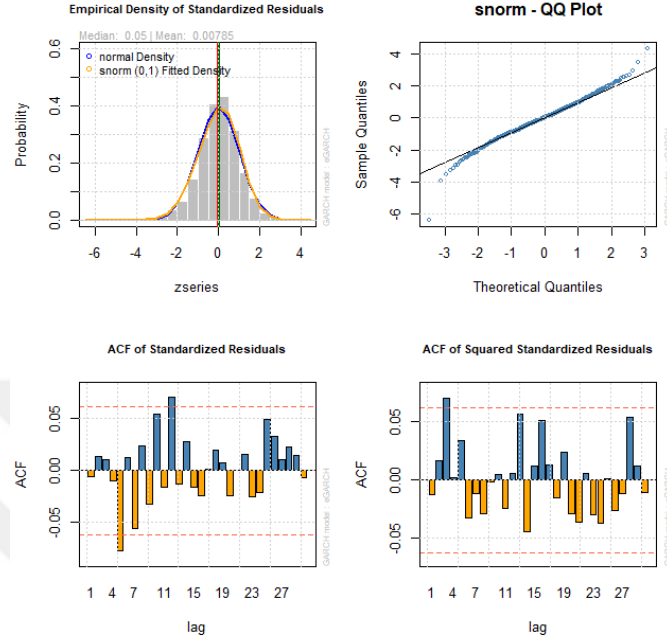


a) BIST 100 endeksi için normal-EGARCH modeli grafikleri.

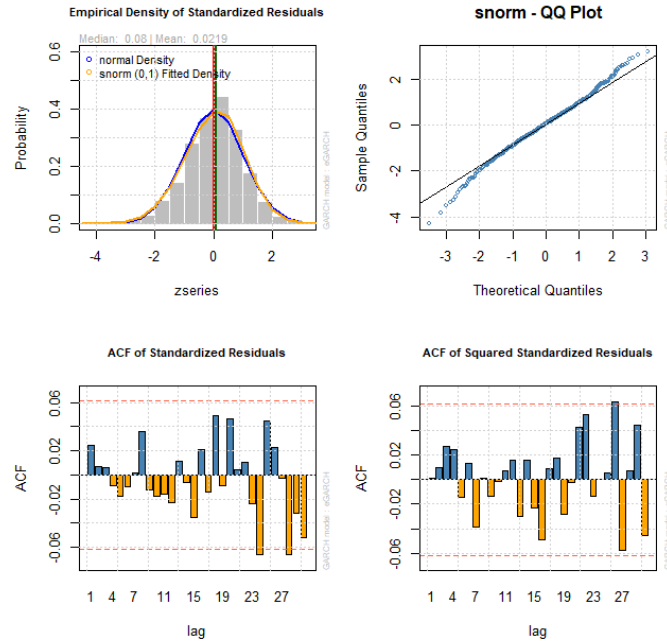


b) FTSE 100 endeksi için normal-EGARCH modeli grafikleri.

EK 3 (Devam). EGARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

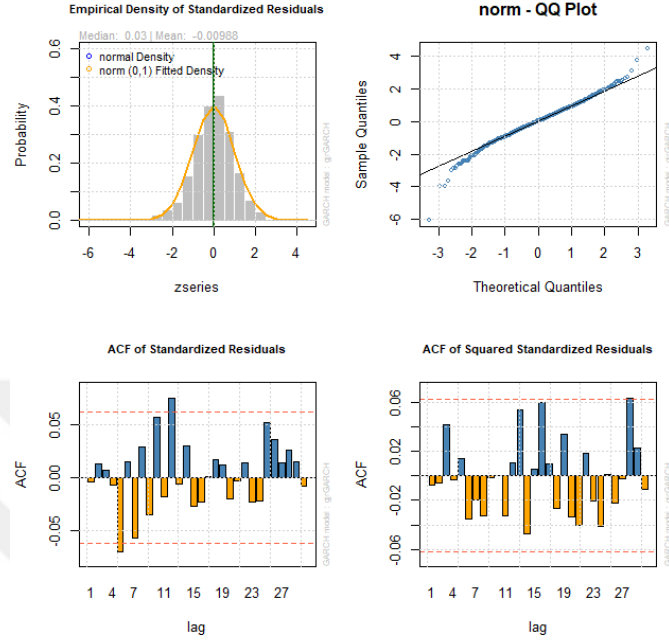


c) BIST 100 endeksi için snorm-EGARCH modeli grafikleri.

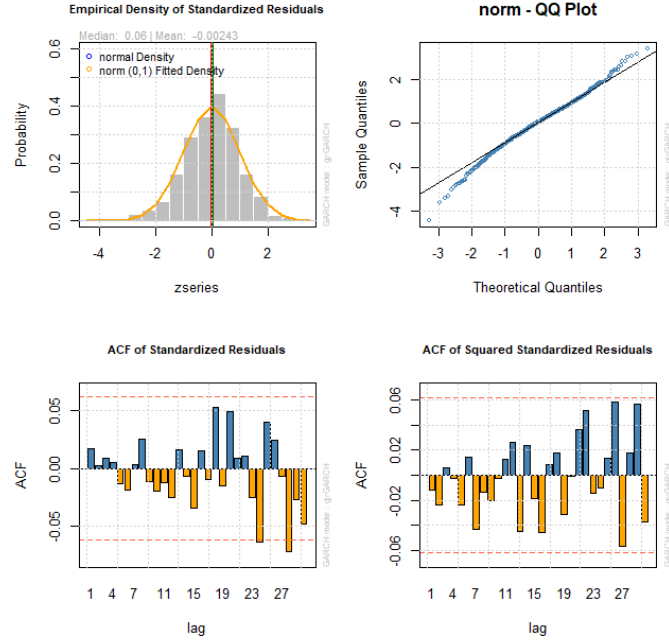


d) FTSE 100 endeksi için snorm-EGARCH modeli grafikleri.

EK 4. GJR-GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

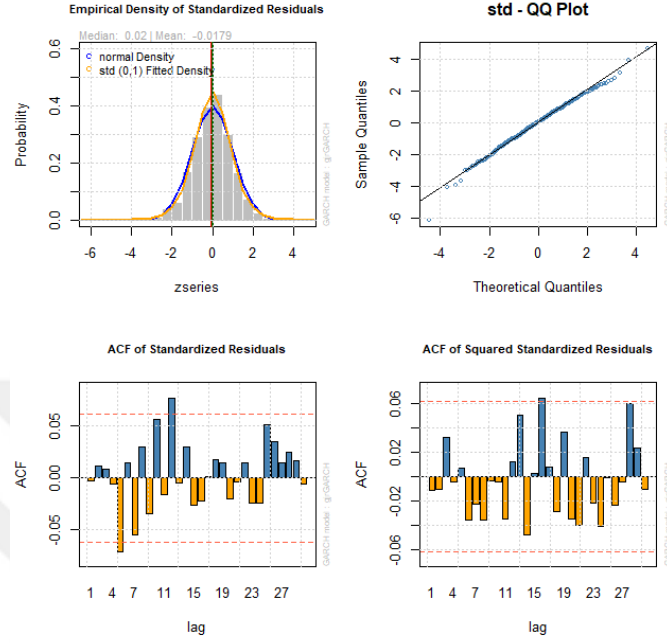


a) BIST 100 endeksi için normal-GJR-GARCH modeli grafikleri.

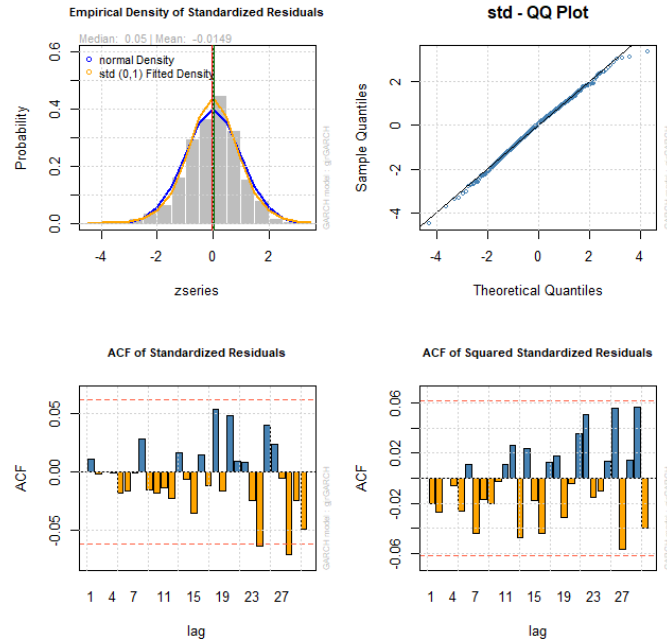


b) FTSE 100 endeksi için normal-GJR-GARCH modeli grafikleri.

EK 4 (Devam). GJR-GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

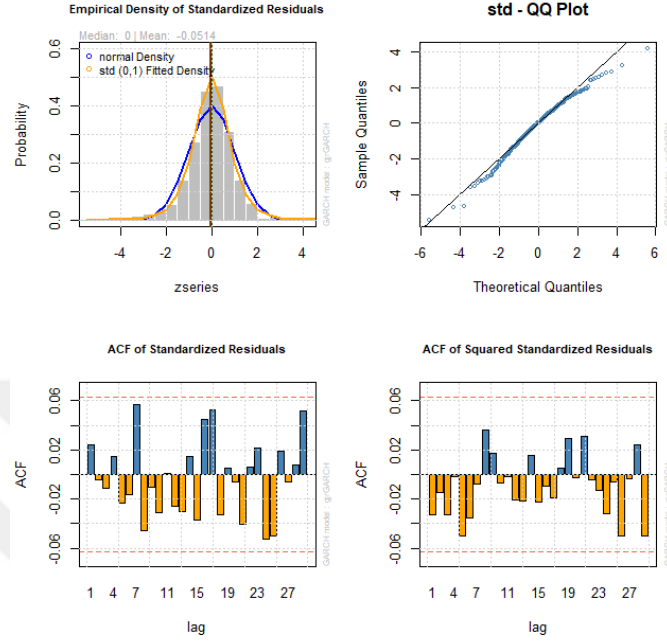


c) BIST 100 endeksi için std-GJR-GARCH modeli grafikleri.

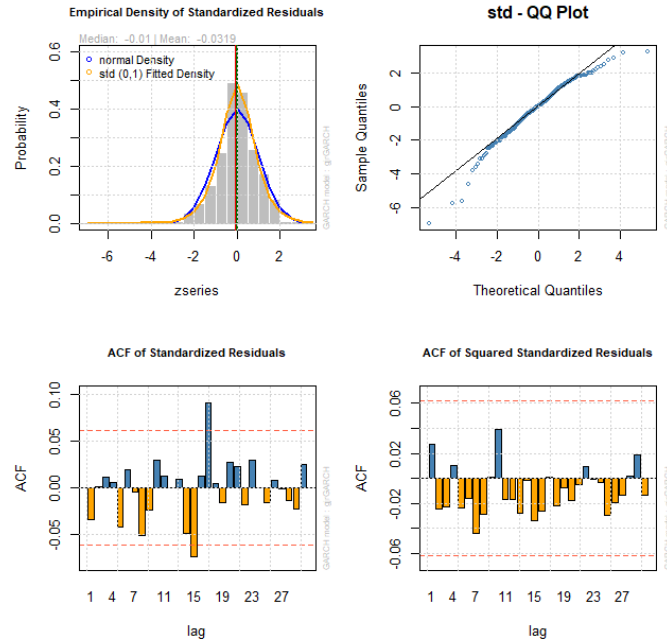


d) FTSE 100 endeksi için std-GJR-GARCH modeli grafikleri.

EK 4 (Devam). GJR-GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

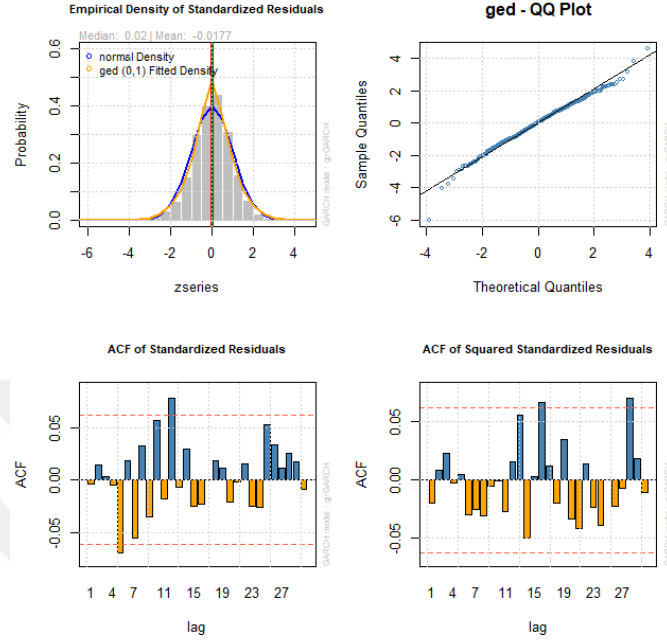


e) NIKKEI 225 endeksi için std-GJR-GARCH modeli grafikleri.

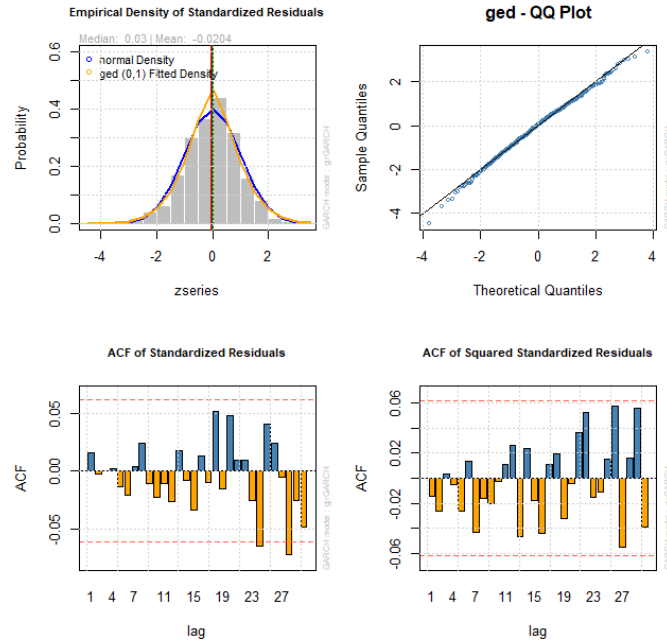


f) S&P 500 endeksi için std-GJR-GARCH modeli grafikleri.

EK 4 (Devam). GJR-GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

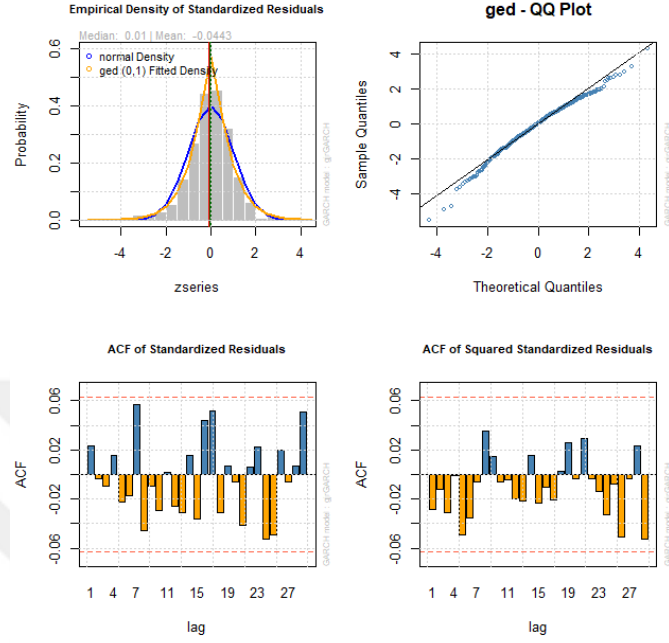


g) BIST 100 endeksi için ged-GJR-GARCH modeli grafikleri.

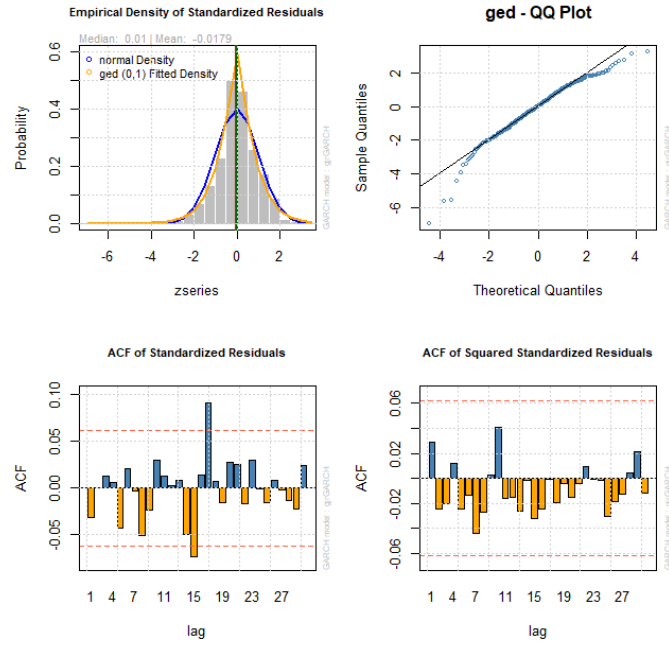


h) FTSE 100 endeksi için ged-GJR-GARCH modeli grafikleri.

EK 4 (Devam). GJR-GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

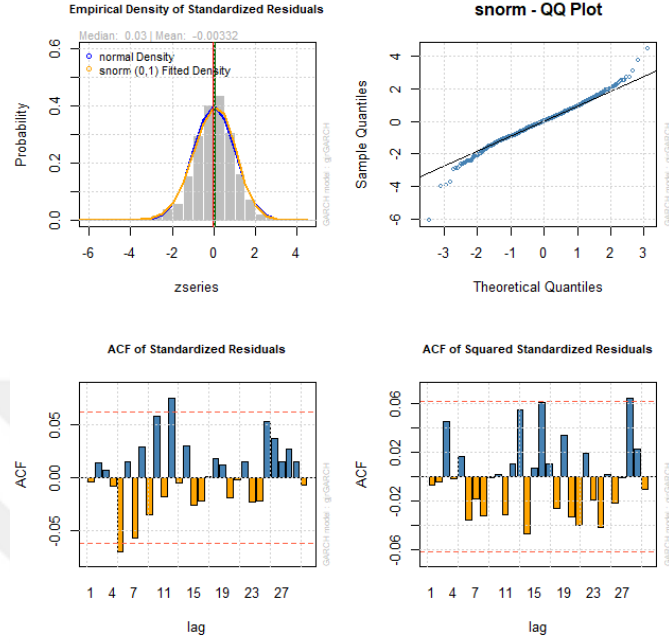


i) NIKKEI 225 endeksi için ged-GJR-GARCH modeli grafikleri.

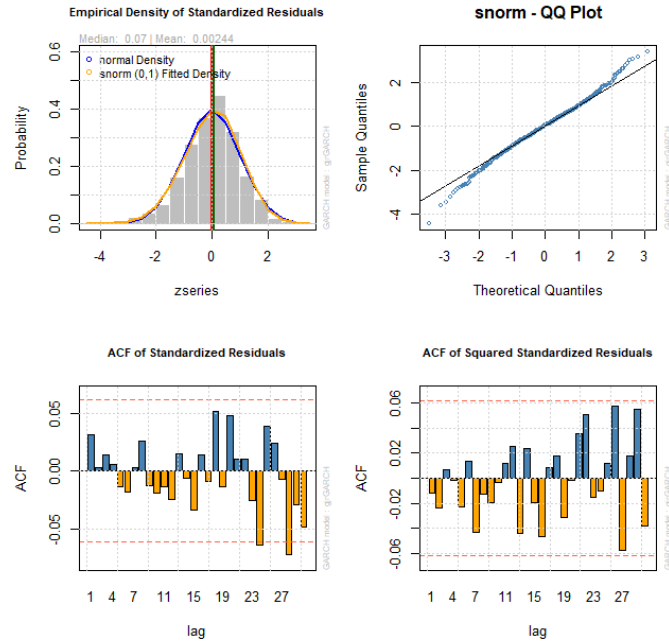


j) S&P 500 endeksi için ged-GJR-GARCH modeli grafikleri.

EK 4 (Devam). GJR-GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

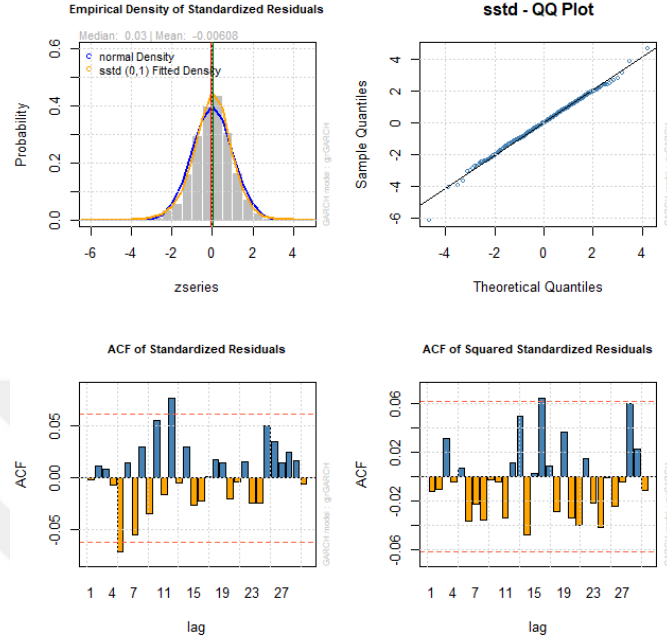


k) BIST 100 endeksi için snorm-GJR GARCH modeli grafikleri.

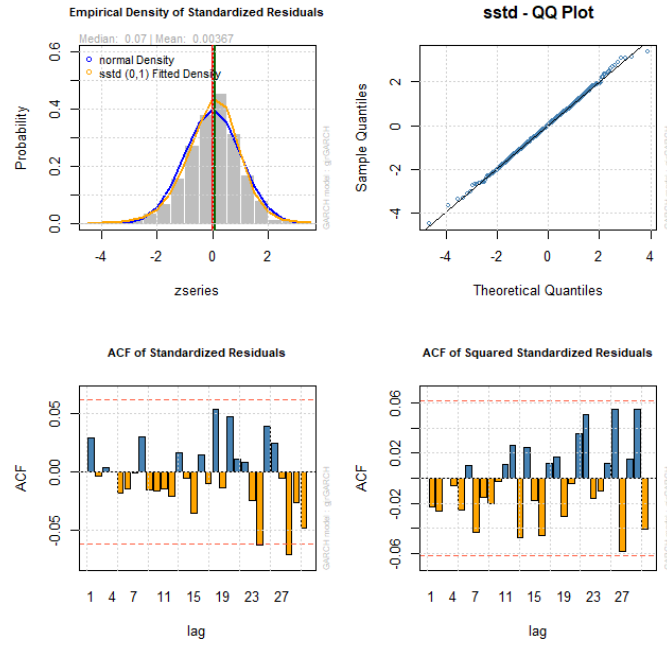


l) FTSE 100 endeksi için snorm-GJR-GARCH modeli grafikleri.

EK 4 (Devam). GJR-GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

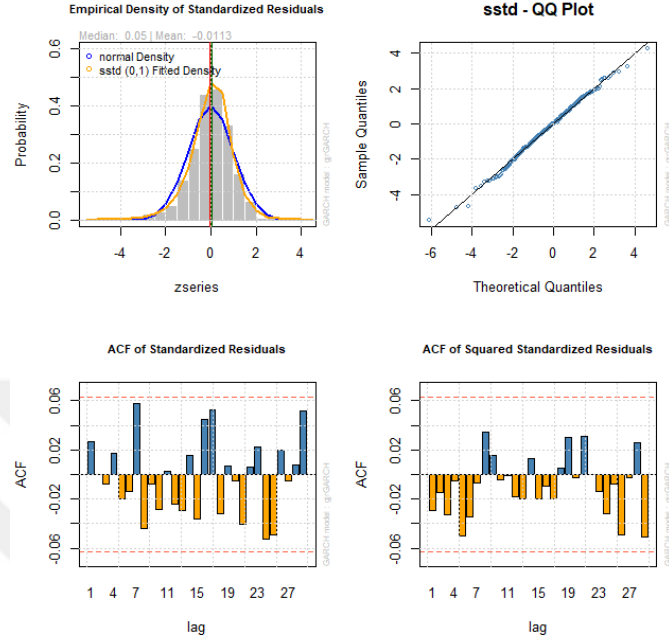


m) BIST 100 endeksi için sstd-GJR-GARCH modeli grafikleri.

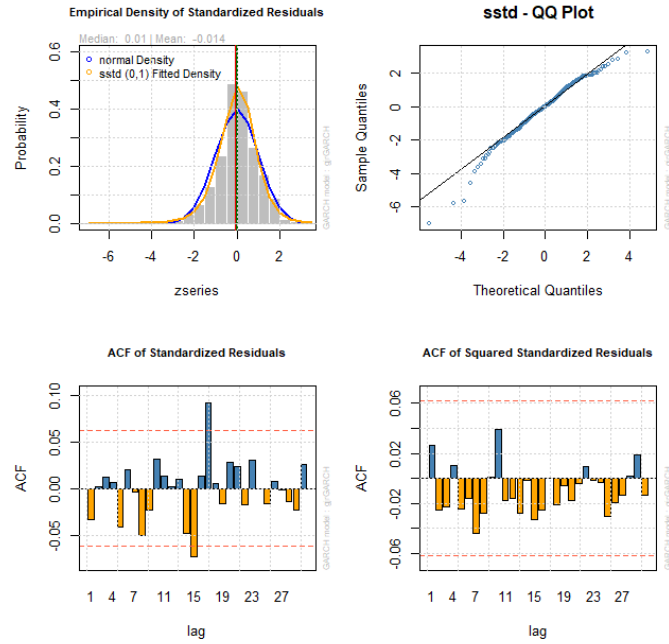


n) FTSE 100 endeksi için sstd-GJR-GARCH modeli grafikleri.

EK 4 (Devam). GJR-GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

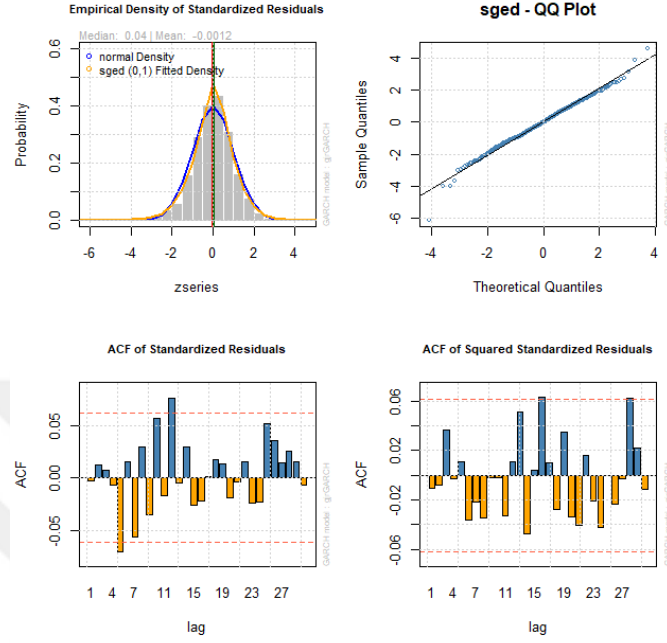


o) NIKKEI 225 endeksi için sstd- GJR-GARCH modeli grafikleri.

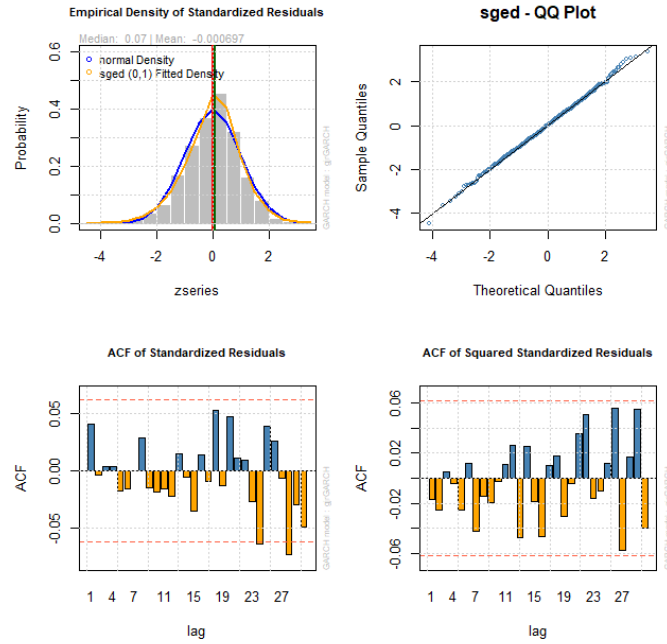


p) S&P 500 endeksi için sstd- GJR-GARCH modeli grafikleri.

EK 4 (Devam). GJR-GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.

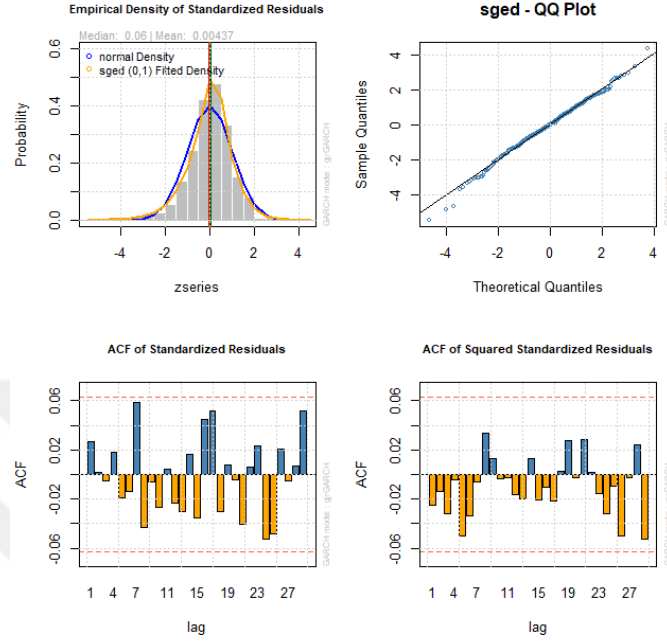


q) BIST 100 endeksi için sged-GJR-GARCH modeli grafikleri.

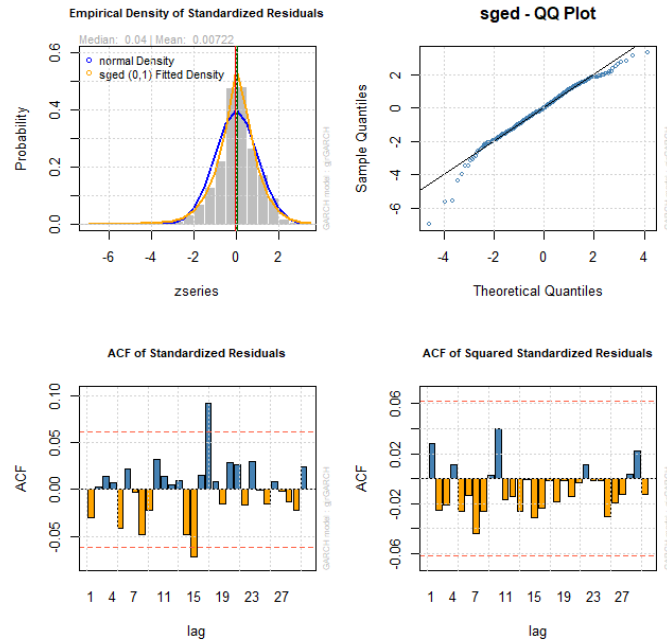


r) FTSE 100 endeksi için sged-GJR-GARCH modeli grafikleri.

EK 4 (Devam). GJR-GARCH modeli standartlaştırılmış artıklarının histogram, Q-Q ve ACF grafikleri.



s) NIKKEI 225 endeksi için sged-GJR-GARCH modeli grafikleri.



t) S&P 500 endeksi için sged-GJR-GARCH modeli grafikleri.