

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

(DOKTORA TEZİ)

**KÜVET HAZARD FONKSİYONUNA SAHİP
DAĞILIMLARDAKİ GÜVENİLİRLİK
MODELLERİNDE TAHMİNLEME**

Adam Abdelrahman HUSSEIN ADAM

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Hakan Savaş SAZAK

İstatistik Anabilim Dalı

Sunuş Tarihi : 31.03.2017

Bornova-İZMİR

2017



Adam Abdelrahman HUSSEIN ADAM tarafından Doktora tezi olarak sunulan “Küvet Hazard Fonksiyonuna Sahip Dağılımlardaki Güvenilirlik Modellerinde Tahminleme” başlıklı bu çalışma E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile E.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi’nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 31/03/2017 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:

İmza

Jüri Başkanı	: Prof. Dr. Onur KÖKSOY	: D. Köksoy
Raportör Üye	: Yrd. Doç. Dr. Burcu AYTAĞOĞLU	: B. Aytağoğlu
Üye	: Doç. Dr. Hakan SamsAZAN	: H. Samsazan
Üye	: Doç. Dr. Özlem EGE ORUC	: O. Ege Oruc
Üye	: Doç. Dr. A. Fırat ÖZDEMİR	: A. F. Özdemir



EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI**

E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Doktora Tezi olarak sunduğum “Küvet Hazard Fonksiyonuna Sahip Dağılımlardaki Güvenilirlik Modellerinde Tahminleme” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

31/03/ 2017

İmzası

Adam Abdelrahman HUSSEIN ADAM



ÖZET**KÜVET HAZARD FONKSİYONUNA SAHİP DAĞILIMLARDAKİ
GÜVENİLİRLİK MODELLERİNDE TAHMİNLEME**

Adam Abdelrahman HUSSEIN ADAM

Doktora Tezi, İstatistik Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Hakan Savaş SAZAK

Mart 2017, 102 sayfa

Küvet hazard fonksiyonuna sahip dağılımı olan bir çok güvenilirlik modelleri önerilmesine rağmen, istatistiksel dağılımların bilinmeyen parametrelerinin tahmini hala uygulamalı istatistikçilerin karşılaştığı en önemli problemlerden biridir. Uyarlanmış Weibull dağılımı küvet hazard fonksiyonuna sahip esnek bir dağılımdır. Bu dağılımın parametrelerini tahmin etmek oldukça problemlidir. Genel olarak, küvet hazard fonksiyonuna sahip güvenilirlik modellerinin parametrelerini tahmin etmek için literatürde en sık kullanılan yöntem En Çok Olabilirlik (ML, Maximum Likelihood) yöntemidir. Küvet hazard dağılımlarına ilişkin olarak, en çok olabilirlik denklemleri parametrelerin doğrusal olmayan fonksiyonlarını içerir ve bu sebeple kapalı form çözümü vermeyecektir. Bu nedenle, nümerik ve iterasyon yöntemleri gerekmektedir. İterasyon yöntemleri çok katlı kökler, iterasyonların yakınsamaması veya yanlış değerlere yakınsaması sebebiyle problemlili olabilir.

Bu çalışmada, küvet hazard fonksiyonuna sahip esnek bir dağılım olan Uyarlanmış Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmek için 3-Adım Uyarlanmış En Çok Olabilirlik (MML, Modified Maximum Likelihood) ve Ortalama yöntemleri önerilmiştir.

Önerilen yöntemler ve En Küçük Kareler (LS, Least Squares) yönteminin etkinliklerini karşılaştırmak amacıyla Monte Carlo simülasyonu yapılmıştır. Ayrıca, parametre tahmincilerine yönelik asimptotik varyanslar da verilmiştir. Simülasyon çalışması sonuçlarına göre önerilen yöntemler çoğu durumda LS yönteminden daha iyidir. Genel olarak Ortalama yöntemi 3-Adım MML yönteminden daha iyidir ve genel kullanımı uygun olacaktır. Son olarak gerçek hayat verilerine dayalı iki adet uygulama verilmiştir.

Anahtar sözcükler: Küvet hazard fonksiyonu, parametre tahmini, Uyarlanmış En Çok Olabilirlik (MML), En Küçük Kareler (LS), Uyarlanmış Weibull dağılımı.



ABSTRACT**ESTIMATION IN RELIABILITY MODELS WITH DISTRIBUTION
HAVING BATHTUB SHAPED HAZARD FUNCTION**

Adam Abdelrahman HUSSEIN ADAM

PhD in Statistics

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Hakan Savaş SAZAK

March 2017, 102 pages

Despite many reliability models with distribution having bathtub shaped hazard function have been proposed in the literature, the estimation of the unknown parameters of such reliability models is one of the most important problems faced by applied statisticians. Modified Weibull distribution with bathtub shaped hazard function is a flexible distribution. Estimating the parameters of this distribution is quite problematic. In general, the most frequently used method in the literature to estimate the parameters of reliability models with distribution having bathtub shaped hazard rate function is Maximum Likelihood (ML) method. For bathtub hazard rate distributions, the ML equations involve nonlinear functions of parameters and will not yield closed form solution. Thus, numerical and iterative methods are needed. Using iterative methods can be problematic for reasons of multiple roots, and nonconvergence of iterations or convergence to wrong values.

In this study, 3-Step Modified Maximum Likelihood (MML) and Average methods have been proposed to estimate the parameters of the Modified Weibull distribution which is a flexible distribution with bathtub shaped hazard rate function.

Monte Carlo simulation has been performed to compare the efficiency of the proposed methods and the Least Squares (LS) method. Moreover, asymptotic variances for the estimators of the parameters are also given. Simulation results show that the proposed methods are more efficient than the LS method in most of the situations. In general, Average method is better than 3-Step MML and it can be used in general usage. Finally, two applications based on real life data have been given.

Keywords: Bathtub hazard function, parameter estimation, Modified Maximum Likelihood (MML), Least Squares (LS), Modified Weibull distribution.



TEŞEKKÜR

Tez sürecinde, bilgi ve tecrübesi ile bana yol gösteren, ortaya çıkan problemlerin aşılmasında yaptığı öneriler ile çalışmanın bu noktaya gelmesinde büyük payı olan değerli danışmanım Doç. Dr. Hakan Savaş SAZAK'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, geri bildirim ve desteklerinden dolayı tez izleme komite üyeleri hocalarım, İstatistik Bölüm Başkanı Prof. Dr. Onur KÖKSOY ve Doç. Dr. Özlem EGE ORUÇ'a teşekkür ederim.

Destek sağlayan Türkiye Cumhuriyeti hükümetine teşekkürlerimi sunarım. Manevi katkılarını gösteren sevgili eşim Amira AHMED ALRADI'ya sevgi ve teşekkürler.





İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

ÖZET.....	vii
ABSTRACT	ix
TEŞEKKÜR	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ	xv
TABLolar DİZİNİ.....	xxi
1.GİRİŞ.....	1
1.1. Önceki Çalışmalar	3
2. GENEL BİLGİLER.....	5
2.1. Yaşam Fonksiyonu ve Hazard Fonksiyonu	5
2.2. Uyarlanmış En Çok Olabilirlik Yöntemi (MML).....	5
2.3. En Küçük Kareler (LS) Yöntemi	6
2.4. Akaike Bilgi Kriteri (AIC).....	6
3. METODOLOJİ	7
3.1. En Küçük Kareler (LS) Yöntemi	10
3.2. 3-Adım Uyarlanmış En Çok Olabilirlik (MML) Yöntemi	11
3.2.1. λ ve α parametreleri için MML yöntemi.....	11
3.2.2. β biçim parametresinin tahmin edilmesi.....	13

İÇİNDEKİLER DİZİNİ (devam)

Sayfa

3.2.3. Problemlı Durumlar ve özömleri	14
3.3. Ortalama Yöntemi	15
3.4. Fisher Bilgi Matrisi ve Cramer-Rao Alt Sınırı (CRLB, Cramer-Rao Lower Bound).....	15
3.5. Simölasyon alışması.....	16
4. GERÇEK HAYAT VERİSİ İÇİN UYGULAMALAR.....	94
4.1. Uygulama 1.....	94
4.2. Uygulama 2.....	95
5. SONUÇ VE TARTIŞMA.....	97
KAYNAKLAR DİZİNİ.....	99
ÖZGEÇMİŞ	102

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
1.1. İki değişim noktasıyla kuvvet hazard oranı fonksiyonu	1
1.2. Bir değişim noktasıyla kuvvet hazard oranı fonksiyonu	1
3.1. $\lambda\alpha \leq 1$ için hazard fonksiyon grafikleri.	8
3.2. $\lambda\alpha > 1$ için hazard fonksiyon grafikleri.	9
3.3. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 0.25$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$	19
3.4. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 0.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$	21
3.5. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$	23
3.6. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$	25
3.7. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 0.25$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$	27
3.8. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 0.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$	29

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil

Sayfa

3.9. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	31
3.10. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	33
3.11. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 0.25$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	35
3.12. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 0.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	37
3.13. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	40
3.14. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	42
3.15. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	44
3.16. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	46

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil

Sayfa

3.17. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 4$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	48
3.18. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 8$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	50
3.19. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	52
3.20. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	54
3.21. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 4$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	57
3.22. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 8$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	59
3.23. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 10$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	61
3.24. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	63

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil

Sayfa

3.25. $\alpha=200$, $\lambda=0.02$ ve $\beta=1.1$ ($\lambda\alpha=4$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	65
3.26. $\alpha=200$, $\lambda=0.04$ ve $\beta=1.1$ ($\lambda\alpha=8$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	67
3.27. $\alpha=350$, $\lambda=0.005$ ve $\beta=0.5$ ($\lambda\alpha=1.75$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	69
3.28. $\alpha=350$, $\lambda=0.01$ ve $\beta=0.5$ ($\lambda\alpha=3.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	71
3.29. $\alpha=350$, $\lambda=0.02$ ve $\beta=0.5$ ($\lambda\alpha=7$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	73
3.30. $\alpha=350$, $\lambda=0.04$ ve $\beta=0.5$ ($\lambda\alpha=14$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	75
3.31. $\alpha=350$, $\lambda=0.005$ ve $\beta=0.7$ ($\lambda\alpha=1.75$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	78
3.32. $\alpha=350$, $\lambda=0.01$ ve $\beta=0.7$ ($\lambda\alpha=3.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	80

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil	Sayfa
3.33. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 7$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	82
3.34. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 14$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	84
3.35. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 1.75$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	86
3.36. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 3.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	88
3.37. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 7$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	90
3.38. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 14$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.	92
4.1. Aarest (1987) verisinin Q-Q grafikleri (a) ML iterasyonu (b) LS (c) 3-Adım MML (d) Ortalama	95
4.2. Wang (2000) verisinin Q-Q grafikleri (a) LS (b) 3-Adım MML (c) Ortalama	96



TABLOLAR DİZİNİ

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
3.1. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 0.25$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	18
3.2. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 0.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	20
3.3. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	22
3.4. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	24
3.5. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 0.25$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	26
3.6. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 0.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	28
3.7. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	30
3.8. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	32
3.9. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 0.25$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	34
3.10. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 0.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	36
3.11. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	39

TABLOLAR DİZİNİ (devam)

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
3.12. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	41
3.13. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	43
3.14. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	45
3.15. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 4$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	47
3.16. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 8$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	49
3.17. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	51
3.18. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	53
3.19. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 4$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	56
3.20. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 8$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	58
3.21. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 10$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	60
3.22. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	62

TABLOLAR DİZİNİ (devam)

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
3.23. $\alpha = 200, \lambda = 0.02, \beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 4$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	64
3.24. $\alpha = 200, \lambda = 0.04, \beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 8$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	66
3.25. $\alpha = 350, \lambda = 0.005, \beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1.75$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	68
3.26. $\alpha = 350, \lambda = 0.01, \beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 3.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	70
3.27. $\alpha = 350, \lambda = 0.02, \beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 7$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	72
3.28. $\alpha = 350, \lambda = 0.04, \beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 14$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	74
3.29. $\alpha = 350, \lambda = 0.005, \beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1.75$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	77
3.30. $\alpha = 350, \lambda = 0.01, \beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 3.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	79
3.31. $\alpha = 350, \lambda = 0.02, \beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 7$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	81
3.32. $\alpha = 350, \lambda = 0.04, \beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 14$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	83
3.33. $\alpha = 350, \lambda = 0.005, \beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 1.75$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	85

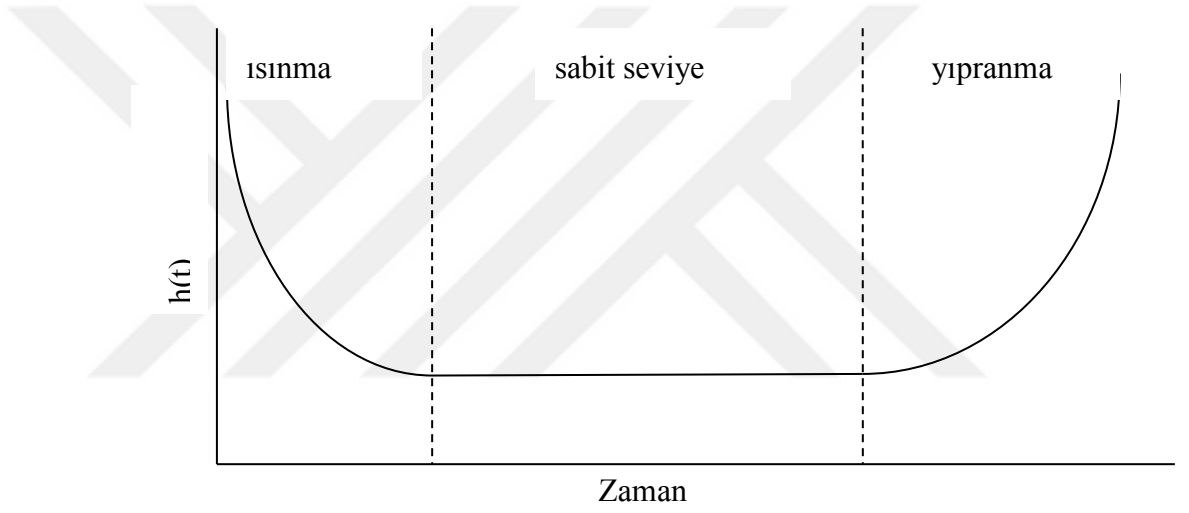
TABLOLAR DİZİNİ (devam)

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
3.34. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.0$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 3.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	87
3.35. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 7$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	89
3.36. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 14$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.....	91
3.37. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin ele alınan durumlar için LS yönteminden daha iyi olma oran ve yüzdeleri.....	93
4.1. Elli cihazın bozulma süreleri	94
4.2. Aarest (1987) tarafından verilen gerçek hayat verisi uygulaması sonuçları..	94
4.3. On sekiz elektronik cihazın bozulma süreleri.....	95
4.4. Wang (2000) tarafından verilen gerçek hayat verisi uygulaması sonuçları ..	96

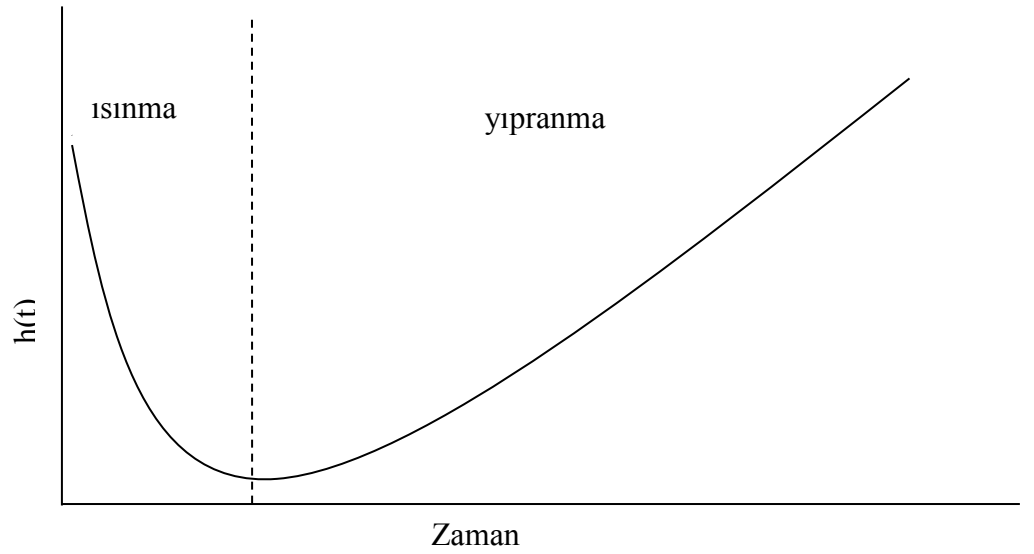
1. GİRİŞ

Bir çok mekanik ve elektronik bileşen için hazard fonksiyonu küvet şekline sahiptir. Dizayn ve imalat sorunları nedeniyle ürün ömür döngüsünün başında hazard oranının yüksek olduğu ve sabit bir seviyeye doğru azaldığı çok iyi bilinir. Belirli bir yaşa ulaştıktan sonra, ürün aşınma safhasına girer ve hazard oranı artmaya başlar (Xie ve Lai, 1995).

Küvet şeklinin çeşitli tipleri vardır. Temel fark hazard oranının Şekil 1.1’de olduğu gibi iki değişim noktasına, ya da Şekil 1.2’de olduğu gibi bir değişim noktasına sahip olmasıdır.



Şekil 1.1. İki değişim noktasıyla küvet hazard oranı fonksiyonu



Şekil 1.2. Bir değişim noktasıyla küvet hazard oranı fonksiyonu

Bir çok endüstriyel uygulamada, hazard fonksiyonunun küvet şekline sahip olduğu gözlemlenmiştir (Zhang, 2004). Dolayısıyla, sistemin tüm yaşam döngüsü modelleneneğinde güvenilirlik analizinde ve karar vermede küvet şeklindeki modeller gerekir.

Literatürde küvet hazard fonksiyonlarına sahip birçok yaşam süresi dağılımı önerilmesine rağmen, istatistiksel dağılımların bilinmeyen parametrelerinin tahmini hala uygulamalı istatistikçilerin karşılaştığı en önemli problemlerden biridir (Zaindin, 2010).

Genel olarak, küvet hazard oranı fonksiyonuna sahip güvenilirlik modellerinin parametrelerini tahmin etmek için literatürde en sık kullanılan yöntemler şunlardır:

- (i) Grafiksel yöntemler
- (ii) En çok olabilirlik (ML, Maximum Likelihood) yöntemi
- (iii) Bu iki yöntemin kombinasyonu.

Parametre tahmininde grafiksel metotları kullanmanın ana sakıncası, küçük örneklem veya asimptotik özellikleri belirleyen iyi geliştirilmiş bir teorik altyapısının olmamasıdır (Murthy et al., 2003).

Küvet hazard dağılımlarına ilişkin olarak, en çok olabilirlik denklemleri parametrelerin doğrusal olmayan fonksiyonlarını içerir ve bu sebeple kapalı form çözümü vermeyecektir. Bu nedenle, nümerik ve iterasyon yöntemleri gerekmektedir.

Tiku ve Akkaya (2004) tarafından olabilirlik denklemleri kesin çözümlere sahip değilse, bu denklemlerin iterasyon yöntemleri ile çözülmek zorunda oldukları belirtilmiştir. İterasyon yöntemleri çok katlı kökler, iterasyonların yakınsamaması veya yanlış değerlere yakınsaması sebebiyle problemlili olabilir. Ayrıca Puthenpura ve Sinha (1986), veri aykırı değerler içerirse, olabilirlik denklemleriyle iterasyonun asla yakınsamayabileceğini belirtmiştir. Ayrıca Haupt ve Schäbe (1997) tarafından da birçok küvet bozulma oranı dağılımına ilişkin olarak parametrelerin tahminlerini bulmak için çoğunlukla kapsamlı iterasyon prosedürlerine başvurulduğu ifade etmiştir.

Bu çalışmada, küvet hazard fonksiyonuna sahip esnek bir dağılım olan Uyarlanmış Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmek için 3-Adım

Uyarlanmış En Çok Olabilirlik (MML, Modified Maximum Likelihood) yöntemi üretilmiştir. Bunun dışında Ortalama yöntemi de önerilmiştir.

Bu yeni yöntemlere ait tahmin ediciler ve En Küçük Kareler (LS, Least Squares) yöntemine ait tahmin edicileri etkinlikleri açısından karşılaştırmak için kapsamlı bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Fisher Bilgi Matrisi kullanılarak elde edilen parametre tahmin edicilerine yönelik asimptotik varyanslar da verilmiştir.

Son olarak yeni tahmin ediciler, LS yöntemine ait tahmin ediciler ile Akaike Bilgi Kriteri (AIC, Akaike Information Criterion), log-olabilirlik fonksiyonu ve Q-Q grafikleri açısından iki gerçek hayat verisi kullanılarak karşılaştırılmıştır.

1.1. Önceki Çalışmalar

Literatürde kuvvet hazard fonksiyonuna sahip verilere yönelik olarak birçok güvenilirlik modeli önerilmiştir. Bunları aşağıda verildiği şekilde özetlemek mümkündür:

Xie ve Lai (1995), geleneksel Weibull dağılımına dayanan kuvvet hata oranı fonksiyonuna sahip bir model önermiştir. Yeni modelin parametrelerini tahmin etmek için Weibull çizimine dayanan grafik tekniği kullanılmıştır. Bu ek modelin dezavantajı, çok geniş örneklem büyüklüğüne sahip olmadığı durumda parametrelerin tahminindeki hassasiyetin azalmasıdır.

Chen (2000), kuvvet veya artan hata oranı fonksiyonuna sahip iki parametrelili yeni bir dağılım önermiştir. II. tür sansürleme örneklemelerine dayanarak parametrelere ilişkin kesin güven aralığı ve kesin birleşik güven bölgesi tartışılmıştır. Bu yeni iki yaşam dağılımının parametrelerini tahmin etmek için ML yöntemi kullanılmaktadır.

Xie et al. (2002), kuvvet hata fonksiyonuna sahip uyarlanmış bir Weibull uzanımı önermiştir. Tam verilere dayanan yeni önerilen modelin parametrelerini tahmin etmek için grafiksel ve ML yöntemleri kullanılmaktadır. Yeni model sadece üç parametre içermektedir ve asimptotik şekilde üstel ve Weibull dağılımları ile ilişkilidir. Diğer modellerle karşılaştırıldığında daha yüksek hassasiyet sağlamakla birlikte bu yeni modelin kullanımı da kolaydır. Dolayısıyla,

küvet hata oranı fonksiyonu için modeller gerektiğinde iyi bir alternatif sunmaktadır.

Lai et al. (2003), küvet hazard oran fonksiyonunu modelleyebilen yeni bir yaşam dağılımı önermiştir. Önerilen yeni dağılım, yeni uyarlanmış Weibull dağılımı olarak adlandırılmıştır. Tam verilere dayanarak, parametreleri tahmin etmek için aşağıdaki yöntemler kullanılmaktadır:

- (i) Weibull P-P (Weibull Probability Paper) grafiği yöntemi
- (ii) Persentil yöntemi
- (ii) ML.

Bebbington et al. (2007), Weibull'un genelleştirilmesi olan yeni bir, iki parametrelili yaşlandırma dağılımı önermiştir. Yeni dağılımın oldukça esnek, hem artan bozulma oranını hem de artan ortalama bozulma oranı yaşlandırma sınıflarını modelleyebilir olduğu gösterilmiştir. Ayrıca, bu dağılım uyarlanmış küvet bozulma (MBT, Modified Bathtub) oranı dağılımının oluşturulmasına imkan verebilmektedir ve özellikle başlangıç (pre-useful) döneminde oldukça esneklik sağlamaktadır. Bu yeni model sadece iki parametrenin aralığını ayarlayarak bir çok mevcut yaşam dağılımına alternatif sunmaktadır. Tam verilere dayanarak, yeni dağılımın parametreleri Weibull P-P grafiği ve ML yöntemi yoluyla tahmin edilmektedir.

Almalki ve Yuan (2013), Weibull ve uyarlanmış Weibull dağılımlarına dayanarak yeni bir yaşam dağılımı önermektedir. Bu yeni dağılım, iki tür bozulma olduğunda kullanılabilir 'normal' tür ve 'prematüre' tür. Yeni uyarlanmış Weibull bileşeni ya artan ya da küvet hazard fonksiyonuna sahiptir. ML yöntemi, bu dağılımın parametrelerini tahmin etmek için kullanılır.

Peng ve Yan (2014), bir ölçek parametresine ve iki şekil parametresine sahip yeni bir genişletilmiş Weibull dağılımı ileri sürmüştür. Yeni önerilen model artan ve baş aşağı küvet hazard oranı fonksiyonuna sahiptir. Kademeli II. tür sansürlü örnekleme dayanarak, bu yeni genişletilmiş Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmek için ML ve Bayesian çıkarımı kullanılmaktadır.

2. GENEL BİLGİLER

Bu bölümde çalışmanın temelini oluşturan güvenilirlik fonksiyonları ve istatistiksel parametre tahmin yöntemleri açıklanmıştır.

2.1. Yaşam Fonksiyonu ve Hazard Fonksiyonu

Birimin yaşam süresinin bir değerden büyük olma olasılığına yaşam fonksiyonu (survival function) adı verilir. Bu tanıma göre, $f(t)$ yaşam süresinin olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere, yaşam fonksiyonu $S(t)$ aşağıdaki şekilde olur

$$S(t) = p(T \geq t) = \int_t^{\infty} f(u)du, \quad 0 < t < \infty. \quad (2.1)$$

Bir birimin $T = t$ zamanına kadar yaşaması koşulu altında, $\Delta t \rightarrow 0$ iken, $[t, t+\Delta t]$ aralığında yaşamının sona ermesi olasılığına hazard fonksiyonu denir. Hazard fonksiyonu $h(t)$,

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)}, \quad 0 < t < \infty \quad (2.2)$$

biçiminde elde edilir (Meeker ve Escobar, 1998).

2.2. Uyarlanmış En Çok Olabilirlik Yöntemi (MML)

Uyarlanmış En Çok Olabilirlik (MML) yöntemi Tiku (1967, 1978 ve 1980) tarafından oluşturulmuştur ve literatürde kullanılmaktadır (Tiku ve Suresh, 1992; Oral ve Günay, 2004; Oral 2006b; Sürücü ve Sazak, 2009). MML metodolojisi, ML tahmininin zor olduğunda kullanılmaktadır (Oral, 2011).

Bu yöntemi uygulamak için üç aşama vardır: (i) Olabilirlik denklemlerinin sıra istatistikler cinsinden ifade edilmesi, (ii) Zorlu fonksiyonların doğrusal yaklaşımlar ile değiştirilmesi ve (iii) Doğrusal hale getirilen denklemlerin çözülmesi.

MML tahmincilerin en önemli özelliklerinden birisi çözümlerinin kapalı formlara sahip olmasıdır. Bunun dışında MML tahmin edicileri ML tahmin

edicileri ile aynı asimptotik özelliklere sahiptir ve küçük n değerlerinde neredeyse ML tahmin edicileri kadar etkin oldukları bilinir (Tiku et al., 2008).

2.3. En Küçük Kareler (LS) Yöntemi

İstatistiksel model aşağıdaki şekilde verilmiş olsun

$$y_i = \mu + \varepsilon_i, i=1, \dots, n. \quad (2.3)$$

Burada, ε_i hata terimlerini ifade etmektedir.

μ parametresini tahmin etmek için tüm hataların kareleri toplamı minimum yapılacaktır.

$$\min \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \frac{d \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2}{d\mu} = 0$$

Bu durumda

$$\tilde{\mu} = \bar{y} \quad (2.4)$$

LS tahmin edicisidir. LS tahmin edicilerinin felsefesi aynı olmakla beraber tanımlanan modele göre ifadeler değişim gösterebilir.

2.4. Akaike Bilgi Kriteri (AIC)

Akaike Bilgi Kriterini 1974 yılında Akaike geliştirmiştir. Akaike'nin kendi tanımına dayalı şu formül kullanılır

$$AIC = -2\log(L) + 2k \quad (\text{Akaike, 1974}). \quad (2.5)$$

Burada,

L: Olabilirlik Fonksiyonu

k: Modelde bağımsız parametre sayısı
olmaktadır.

Model karşılaştırmalarında genelde en düşük AIC değerini veren model tercih edilir.

3. METODOLOJİ

Xie et al. (2002), kuvvet hata fonksiyonuna sahip uyarlanmış bir Weibull uzanımı önermiştir.

Xie'nin önerdiği dağılım için, güvenilirlik fonksiyonu

$$R(x) = \exp \left[\lambda \alpha \left(1 - e^{\left(\frac{x}{\alpha} \right)^\beta} \right) \right], \alpha, \beta, \lambda > 0, x \geq 0 \quad (3.1)$$

α : ölçek parametresi

β : biçim parametresi

şeklinde tanımlanır.

Hazard fonksiyonu

$$h(x) = \lambda \beta \left(\frac{x}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[\left(\frac{x}{\alpha} \right)^\beta \right], \alpha, \beta, \lambda > 0, x \geq 0 \quad (3.2)$$

şeklinde elde edilir.

Kümülatif dağılım fonksiyonu (cdf) da

$$F(x) = 1 - R(x) = 1 - \exp \left[\lambda \alpha \left(1 - e^{\left(\frac{x}{\alpha} \right)^\beta} \right) \right], \alpha, \beta, \lambda > 0, x \geq 0 \quad (3.3)$$

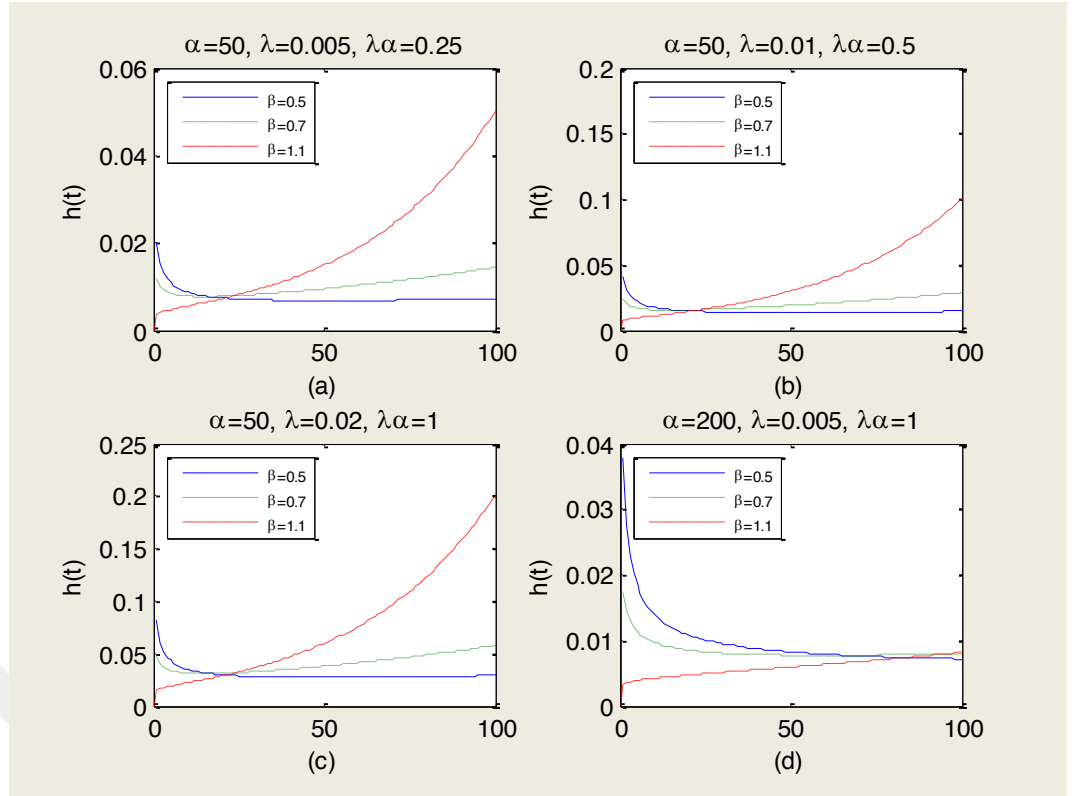
olarak bulunur.

Olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf), ise

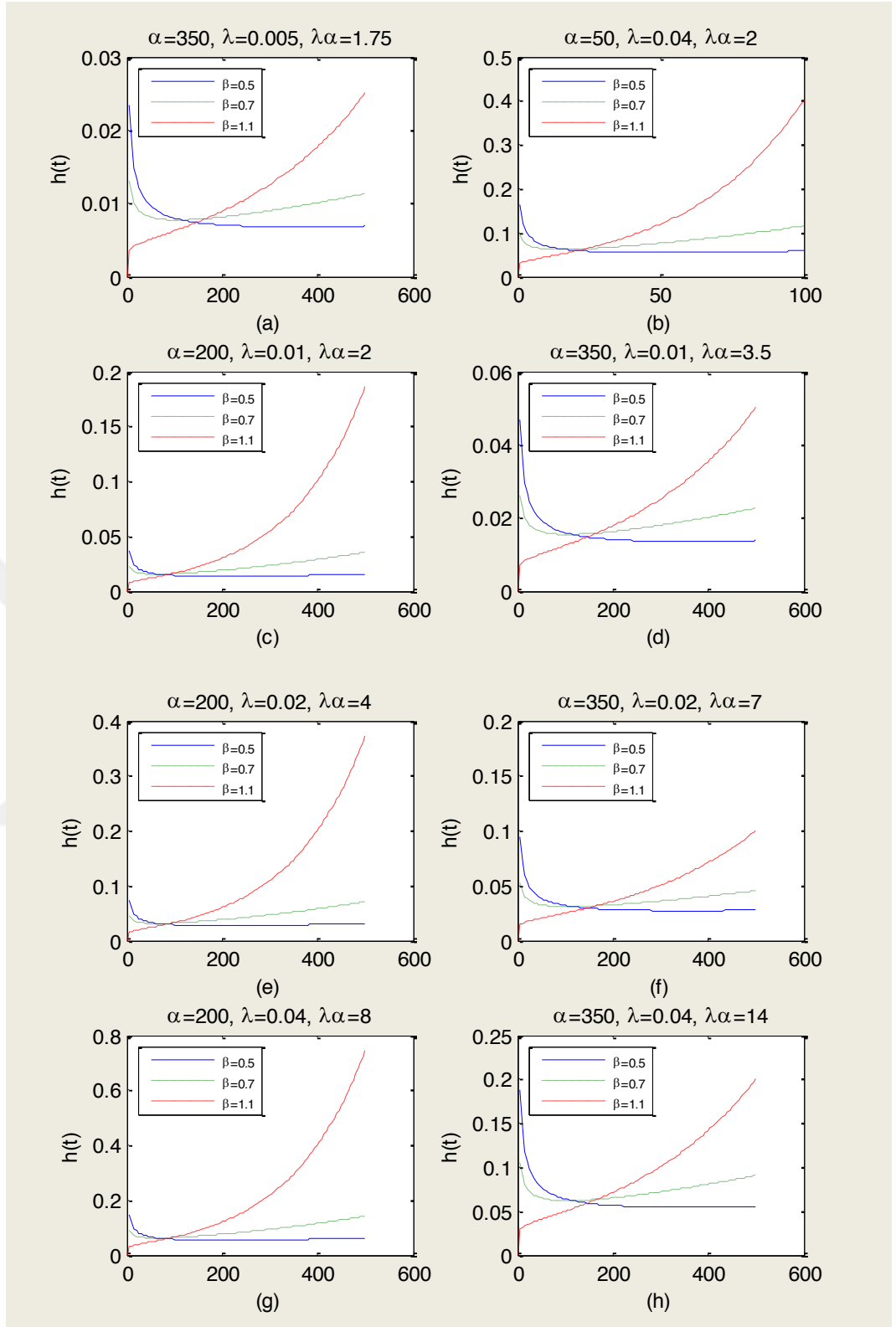
$$f(x) = \lambda \beta \left(\frac{x}{\alpha} \right)^{\beta-1} \exp \left[\left(\frac{x}{\alpha} \right)^\beta + \lambda \alpha \left(1 - e^{\left(\frac{x}{\alpha} \right)^\beta} \right) \right], \alpha, \beta, \lambda > 0, x \geq 0 \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilir.

Bu dağılımın değişik parametre değerleri için hazard fonksiyon grafikleri Şekil 3.1 ve Şekil 3.2'de verilmiştir.



Şekil 3.1. $\lambda\alpha \leq 1$ için hazard fonksiyon grafikleri.



Şekil 3.2. $\lambda\alpha > 1$ için hazard fonksiyon grafikleri.

3.1. En Küçük Kareler (LS) Yöntemi

Xie et al. (2002)'e göre

$\lambda\alpha = 1$ ise,

denklem (3.1)'den

$$R(x_i) = \exp \left[\left(1 - \exp \left(\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta \right) \right) \right], i=1, \dots, n. \quad (3.5)$$

olarak elde edilir.

Weibull dönüşümüne benzer şekilde

$$y_i = \ln [\ln (1 - \ln (R(x_i)))] = \beta z_i - \beta \ln \alpha, \quad z_i = \ln x_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.6)$$

bulunur.

y bağımlı, z bağımsız değişken olarak ele alınarak yapılan regresyon analiziyle elde edilen eğim değeri β tahmin edicisi olur

$$\hat{\beta} = \frac{S_{zy}}{S_{zz}}. \quad (3.7)$$

Burada,

$$S_{zy} = \sum_{i=1}^n z_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n z_i \sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad S_{zz} = \sum_{i=1}^n z_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n z_i \right)^2}{n}$$

$$\hat{\alpha} = \exp \left(\frac{\text{cons}}{-\hat{\beta}} \right), \quad \text{cons} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{z} \quad (3.8)$$

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\hat{\alpha}} \quad (3.9)$$

LS tahmin edicileri olurlar.

3.2. 3-Adım Uyarlanmış En Çok Olabilirlik (MML) Yöntemi

3.2.1. λ ve α parametreleri için MML yöntemi

Denklem (3.4)'teki dağılımdan birbirinden bağımsız n adet gözlemin olabilirlik fonksiyonunun logaritması

$$\ln L = n \ln \lambda + n \ln \beta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{x_i}{\alpha} \right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{\beta} + n \lambda \alpha - \sum_{i=1}^n \exp \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{\beta} \quad (3.10)$$

şeklindedir.

Log-olabilirlik fonksiyonunun birinci türevlerinin sıfıra eşitlenmesi ile

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} + n \alpha - \alpha \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{\beta}} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = n \lambda - \frac{n}{\alpha} (\beta - 1) - \frac{\beta}{\alpha} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{\beta} + \lambda \beta \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{\beta} e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{\beta}} - \lambda \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{\beta}} = 0 \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \beta} &= \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{x_i}{\alpha} \right) + \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{\beta} \ln \left(\frac{x_i}{\alpha} \right) \right] \\ &- \lambda \alpha \sum_{i=1}^n \left[e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{\beta}} \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{\beta} \ln \left(\frac{x_i}{\alpha} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

elde edilir.

Yukarıdaki üç denklemin doğrusal olmayan fonksiyonlar içermesi nedeniyle açık çözümleri bulunamamaktadır.

İterasyon yöntemlerinin kullanımı bazı durumlarda çoklu kökler, iterasyonların yakınsamaması veya yanlış değerlere yakınsaması sebebiyle sakıncalıdır (Tiku ve Akkaya, 2004). Bu sebeple MML yöntemi kullanılacaktır.

λ ve α parametrelerinin tahmin edilebilmesi için (3.11) ve (3.12) denklemlerinin MML yöntemi kullanılarak gösterilmesi (β biliniyor):
(3.11) ve (3.12) denklemlerini $g_1(z_i)$ ve $g_2(z_i)$ cinsinden yazarsak

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} + n\alpha - \alpha \sum_{i=1}^n g_1(z_i) = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = n\lambda - \frac{n}{\alpha}(\beta - 1) - \frac{\beta}{\alpha} \sum_{i=1}^n g_2(z_i) + \lambda \beta \sum_{i=1}^n g_2(z_i) \cdot g_1(z_i) - \lambda \sum_{i=1}^n g_1(z_i) = 0 \quad (3.15)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,

$$g_1(z_i) = e^{z_i^\beta}, \quad g_2(z_i) = z_i^\beta, \quad z_i = \frac{x_i}{\alpha}$$

olarak gösterilmiştir.

Daha sonra (3.14) ve (3.15) denklemleri sıra istatistikleri cinsinden ifade edilir.

MML denklemlerini elde etmek için $g_1(z_{(i)})$ ve $g_2(z_{(i)})$ fonksiyonları $t_{(i)} = E(z_{(i)})$, $1 \leq i \leq n$ etrafında Taylor serisinin ilk iki terimi için açılarak doğrusal olmayan bu fonksiyonlar doğrusal hale getirilir

$$g_1(z_{(i)}) \cong C_{1i} + S_{1i}Z_{(i)}, \quad g_2(z_{(i)}) \cong C_{2i} + S_{2i}Z_{(i)} \quad (3.16)$$

Burada,

$$C_{1i} = e^{t_{(i)}^\beta} (1 - \beta t_{(i)}^\beta), \quad C_{2i} = t_{(i)}^\beta (1 - \beta), \quad S_{1i} = \beta t_{(i)}^{\beta-1} e^{t_{(i)}^\beta}, \quad S_{2i} = \beta t_{(i)}^{\beta-1}$$

$$t_{(i)} \cong F^{-1}\left(\frac{i}{n+1}\right) \quad (\text{Surucu ve Sazak, 2009})$$

ile gösterilir.

(3.14) ve (3.15) eşitliklerinde $g_1(z_{(i)})$ ve $g_2(z_{(i)})$ fonksiyonları yerine sırasıyla $C_{1i} + S_{1i}Z_{(i)}$ ve $C_{2i} + S_{2i}Z_{(i)}$ olarak yazılırsa MML denklemleri aşağıda verildiği şekilde

$$\frac{\partial \ln L^*}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} + n\alpha - \alpha \sum_{i=1}^n [C_{1i} + S_{1i}Z_{(i)}] = 0 \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L^*}{\partial \alpha} &= n\lambda - \frac{n}{\alpha}(\beta - 1) - \frac{\beta}{\alpha} \sum_{i=1}^n [C_{2i} + S_{2i}Z_{(i)}] \\ &+ \lambda \beta \sum_{i=1}^n [(C_{2i} + S_{2i}Z_{(i)}) (C_{1i} + S_{1i}Z_{(i)})] - \lambda \sum_{i=1}^n [C_{1i} + S_{1i}Z_{(i)}] = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

elde edilir.

(3.17) ve (3.18) denklemleri çözüldüğünde MML'nin λ ve α tahmin edicileri

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\hat{\alpha}D + U - n\hat{\alpha}} \quad (3.19)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3.20)$$

olarak elde edilir. Burada,

$$a = n^2 + Hn + Kn - Dn - HD$$

$$b = Fn + Pn + Wn - Un - DF - UH$$

$$c = Mn - UF$$

$$D = \sum_{i=1}^n C_{1i}, \quad H = \sum_{i=1}^n C_{2i}, \quad K = \sum_{i=1}^n C_{1i}C_{2i}, \quad F = \sum_{i=1}^n S_{2i}X_{(i)}, \quad P = \sum_{i=1}^n C_{1i}S_{2i}X_{(i)},$$

$$W = \sum_{i=1}^n C_{1i}S_{2i}X_{(i)}, \quad U = \sum_{i=1}^n S_{1i}X_{(i)}, \quad M = \sum_{i=1}^n S_{1i}S_{2i}X_{(i)}^2$$

ile gösterilir.

3.2.2. β biçim parametresinin tahmin edilmesi

β biçim parametresini tahmin etmek için üç adımlı iterasyon kullanılacaktır:

Başlangıç adımı

Xie et al. (2002) tarafından önerilen biçim parametresinin LS tahmin edicisi başlangıç değeri olarak alınarak (3.19) ve (3.20)'inci denklemlerden λ ve α parametrelerinin ilk MML tahmin edici değerleri bulunur.

Bu yöntemde (3.1) denkleminde $\lambda\alpha = 1$ olduğu varsayıp aşağıdaki şekilde ifade edilir

$$R(x_i) = \exp \left[1 - e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta} \right], \quad i=1, \dots, n. \quad (3.21)$$

Weibull dönüşümüne benzer şekilde

$$y_i = \ln[\ln(1 - \ln(R(x_i)))] = \beta z_i - \beta \ln \alpha, \quad z_i = \ln x_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.22)$$

bulunur.

y bağımlı, z bağımsız değişken olarak ele alınarak yapılan regresyon analiziyle elde edilen eğim değeri β tahmin edicisi olur.

1.adım

(3.1) denkleminde β çekilerek ve başlangıç adımında bulunan $\hat{\lambda}$ ve $\hat{\alpha}$ değerleri kullanılarak

$$\hat{\beta}_i = \frac{\ln \left[\ln \left(1 - \frac{\ln(R(x_i))}{\hat{\lambda}\hat{\alpha}} \right) \right]}{\ln \left(\frac{x_i}{\hat{\alpha}} \right)}, i=1, \dots, n \quad (3.23)$$

elde edilir.

Buna göre $\hat{\beta}_i$ 'lerin ortalama değeri

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{\beta}_i}{n}, i=1, \dots, n \quad (3.24)$$

yeni biçim parametresinin tahmin edicisidir.

2.adım ve 3.adım

1.adım iki kere tekrarlanarak ve bu sayede $\hat{\beta}$, $\hat{\lambda}$, $\hat{\alpha}$ değerleri geliştirilerek 3-Adım MML tahmin edicileri elde edilir.

3.2.3. Problemli Durumlar ve Çözümleri

Önerilen tahmin edicileri bulmakta bazı problemler yaşanabilmektedir. Bu problemler ve çözümleri aşağıda verilmiştir:

- (i) (3.20) denkleminde bazı durumlarda $b^2 - 4ac < 0$ veya $a < 0$ olduğu için eksi karekök problemi ortaya çıkmaktadır. Böyle bir durumda önceki iterasyonun $\hat{\alpha}$ 'sı kullanılmıştır.
- (ii) (3.23) denkleminde bazı durumlarda $\hat{\beta}_i < 0$ olduğu için $\hat{\beta}$ negatif olabilmektedir. Bu sebeple $\hat{\beta}_i$ 'lerin %10'dan küçük ya da eşiti sıfırdan küçük olursa bu $\hat{\beta}_i$ 'ler sıfıra eşitlenilmiştir, $\hat{\beta}_i$ 'lerin %10'dan fazlası sıfırdan küçük ise önceki iterasyonun $\hat{\beta}$ 'sı kullanılmıştır.

3.3. Ortalama Yöntemi

3-Adım MML yönteminin etkinliğini arttırmak amacıyla aşağıdaki şekilde Ortalama yöntemi tahmin edicisi önerilmiştir

$$\hat{\theta}_{i, \text{Ortalama}} = \frac{(\hat{\theta}_{i, 3\text{-adım MML}} + \hat{\theta}_{i, \text{LS}})}{2}, i=1,2,3; \hat{\theta}_1 = \hat{\alpha}, \hat{\theta}_2 = \hat{\lambda}, \hat{\theta}_3 = \hat{\beta} \quad (3.25)$$

Burada,

$\hat{\theta}_{i, 3\text{-adım MML}}$: 3-Adım MML tahmin edicileri,

$\hat{\theta}_{i, \text{LS}}$: LS tahmin edicileridir.

3.4. Fisher Bilgi Matrisi ve Cramer-Rao Alt Sınırı (CRLB, Cramer-Rao Lower Bound)

Fisher Bilgi Matrisi aşağıdaki gibi hesaplanır (Kay,1993)

$$F = -E \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha^2} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha \partial \lambda} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial \alpha} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda^2} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \alpha} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \lambda} & \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta^2} \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

(3.10) denkleminde ikinci türevler alınırsa

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda^2} = \frac{-n}{\lambda^2} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha^2} &= \frac{n}{\alpha^2}(\beta-1) + \frac{\beta(\beta+1)}{\alpha^2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\beta + \frac{\lambda\beta(1-\beta)}{\alpha} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\beta e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\beta} \\ &\quad - \frac{\lambda\beta^2}{\alpha} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^{2\beta} e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\beta} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta^2} &= \frac{-n}{\beta^2} + \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\beta \left[\ln\left(\frac{x_i}{\alpha}\right) \right]^2 - \lambda\alpha \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\beta \left[\ln\left(\frac{x_i}{\alpha}\right) \right]^2 e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\beta} \\ &\quad - \lambda\alpha \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^{2\beta} \left[\ln\left(\frac{x_i}{\alpha}\right) \right]^2 e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\beta} \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \lambda \partial \alpha} = n + \beta \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta} - \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta} \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \lambda} = -\alpha \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta} \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta \ln \left(\frac{x_i}{\alpha} \right) \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \alpha} &= \frac{-n}{\alpha} - \frac{\beta}{\alpha} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^{2\beta} \ln \left(\frac{x_i}{\alpha} \right) + \lambda \beta \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta} \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta} \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta \ln \left(\frac{x_i}{\alpha} \right) \\ &- \lambda \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta} \sum_{i=1}^n e^{\left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta} \left(\frac{x_i}{\alpha} \right)^\beta \ln \left(\frac{x_i}{\alpha} \right). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Bu denklemlerin beklenen değerlerini bulmak olağanüstü zordur. Beklenen değerler alındığında oluşan integrallar Matlab programı kullanılarak nümerik olarak hesaplanmıştır. Fisher Bilgi Matrisinin tersi alındıktan sonra köşegen elemanları, ilgili parametre tahminindeki CRLB alt sınırlarıdır.

3.5. Simülasyon Çalışması

Bu bölümde, 3-Adım MML tahmin edicilerini, LS yöntemine ait tahmin edicilerini ve Ortalama tahmin edicilerini etkinlikleri açısından karşılaştırmak için aşağıdaki parametre değerleri ile kapsamlı bir simülasyon çalışması yapılmıştır.

$$\alpha = 50, 200, 350$$

$$\lambda = 0.005, 0.01, 0.02, 0.04$$

$$\beta = 0.5, 0.7, 1.1$$

Simülasyon çalışmasında, Visual Fortran programı kullanılarak α , λ ve β parametrelerinin 3-Adım MML, LS ve Ortalama tahmin edicilerinin ortalamaları (Mean), yanları (Bias), varyansları (Var, Variance) ve hata kareler ortalamaları (MSE, Mean Square Error) bulunmuş, 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicisine göre göreceli etkinlik (RE, Relative Efficiency) değerleri

$$RE(\hat{\theta}_{i,j} | \hat{\theta}_{i,3}) = \frac{MSE(\hat{\theta}_{i,3})}{MSE(\hat{\theta}_{i,j})} \times 100 \quad (3.33)$$

hesaplanmıştır. Burada,

$\hat{\theta}_{i,j} : i, i=1,2,3; \hat{\theta}_1 = \alpha, \hat{\theta}_2 = \lambda, \hat{\theta}_3 = \beta$ parametresinin j ($j=1,2,3$; 1: 3-Adım MML, 2: Ortalama, 3: LS) yöntemi tahmin edicisidir.

Birleşik göreceli etkinlik (JRE, Joint Relative Efficiency) ise,

$$JRE(j|3) = RE(\hat{\theta}_{1,j}|\hat{\theta}_{1,3}) + RE(\hat{\theta}_{2,j}|\hat{\theta}_{2,3}) + RE(\hat{\theta}_{3,j}|\hat{\theta}_{3,3}) \quad (3.34)$$

şeklinde ifade edilir.

Buradaki MSE değerleri

$$MSE(\cdot) = \text{yan}^2(\cdot) + \text{var}(\cdot) \quad (3.35)$$

ile elde edilir.

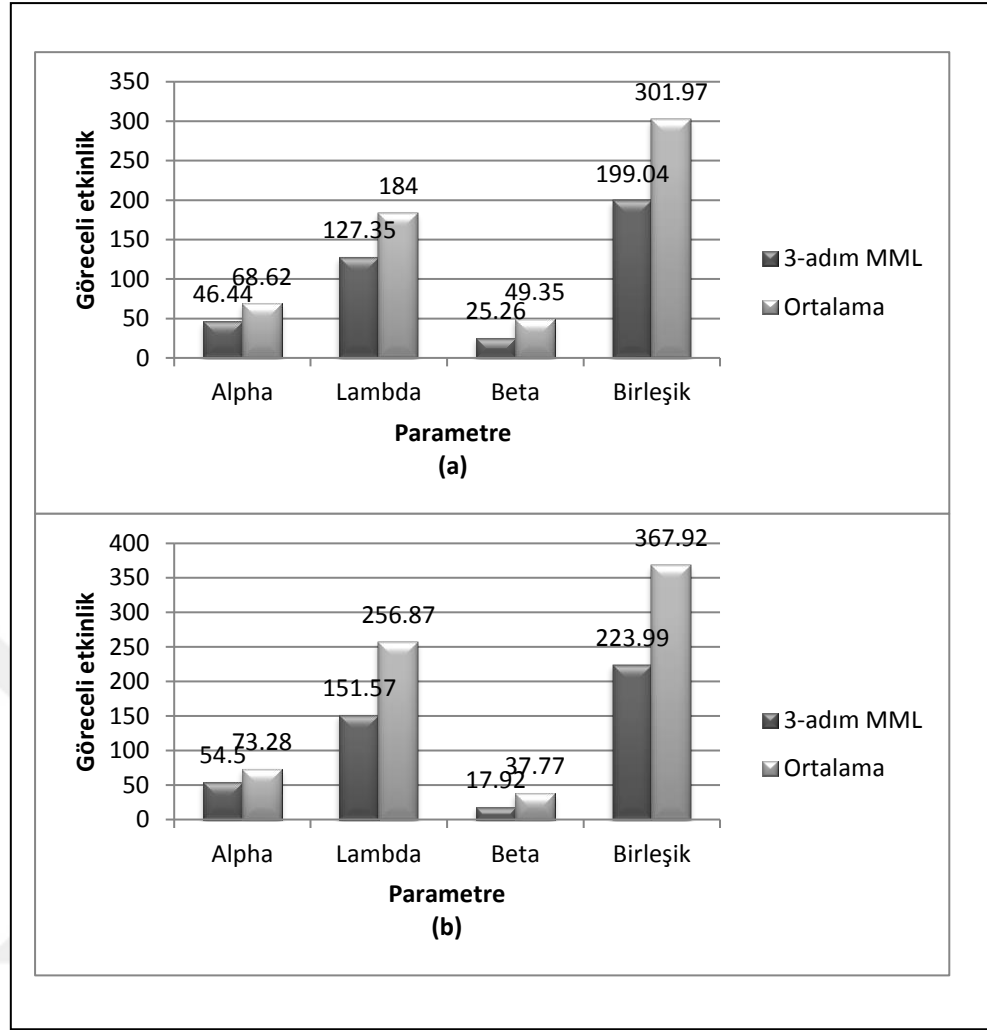
Tüm durumlarda $n=50$ ve $n=100$ örneklem hacimleri için $nn=(100000/n)$ 'lik Monte Carlo simülasyonu yapılmıştır.

$\lambda\alpha = 0.25, 0.50, 1, 1.75, 2, 3.5, 4, 7, 8$ ve 14 durumları için tablolar verilmiştir. Ayrıca tabloların altında CRLB değerleri yazılmıştır.

3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin RE değerleri 100'ün üstünde iken, JRE değerleri ise 300'ün üstündeyken LS tahmin edicilerinden daha etkindir. Bir çok durumda MSE değerlerinin CRLB değerlerinin altında olmasının ana sebebi tahmin edicilerin genelde yanlış olmasıdır. Oysa CRLB yansız tahmin edicilere yönelik olarak kurgulanmıştır. Simülasyon hataları da bazı sapmalara neden olmaktadır.

Tablo 3.1. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 0.25$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	274.39700	0.00392	0.57693	259.78113	0.00400	0.58299
	3-Adım MML	373.12613	0.00529	0.75055	336.47888	0.00546	0.77040
	Ortalama	323.76147	0.00461	0.66374	298.12988	0.00473	0.67669
Bias	LS	224.39700	-0.00108	0.07693	209.78113	-0.00100	0.08299
	3-Adım MML	323.12613	0.00029	0.25055	286.47888	0.00046	0.27040
	Ortalama	273.76147	-0.00039	0.16374	248.12988	-0.00027	0.17669
n × var	LS	422496.81250	0.00004433	0.78815	354363.03125	0.00004922	0.86244
	3-Adım MML	1111282.75000	0.00007616	1.15331	518284.56250	0.00007795	1.34329
	Ortalama	537576.87500	0.00004791	0.85635	332403.03125	0.00005098	0.98465
n × mse	LS	2940197.50000	0.00010238	1.08404	4755175.00000	0.00015005	1.55110
	3-Adım MML	6331807.00000	0.00008039	4.29203	8725300.00000	0.00009900	8.65476
	Ortalama	4284844.00000	0.00005564	2.19684	6489247.00000	0.00005841	4.10666
RE	3-Adım MML	46.44	127.35	25.26	54.50	151.57	17.92
	Ortalama	68.62	184.00	49.35	73.28	256.87	37.77
JRE	3-Adım MML	199.04			223.99		
	Ortalama	301.97			367.92		
CRLB		775784.11623	0.00033051	3.74963			



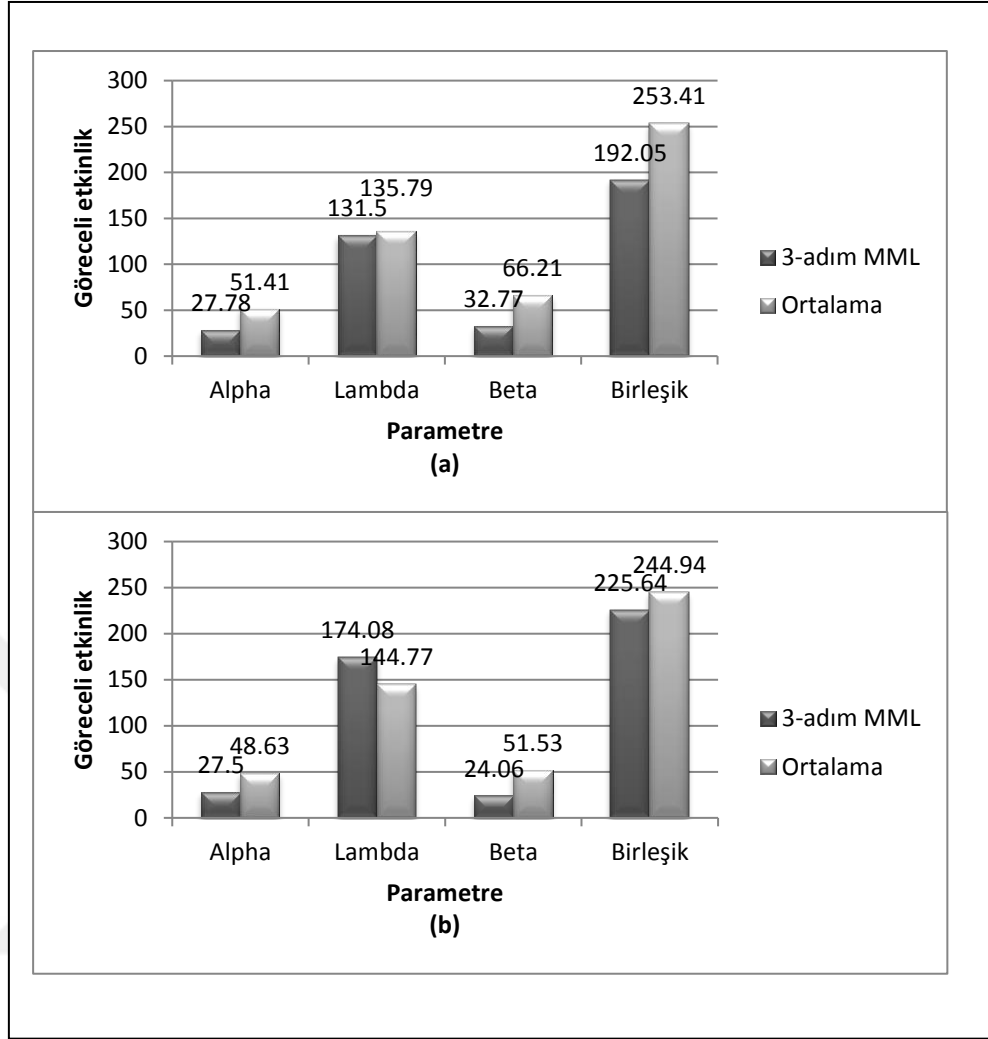
Şekil 3.3. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 0.25$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.3'e göre hem α hem de β 'nin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. 3-Adım MML tahmin edicilerinin birleşik etkinliği LS tahmin edicilerine göre daha düşükken Ortalama yönteminin birleşik etkinliği daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.1'de Şekil 3.3'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.2. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 0.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50		n=100	
		α	λ	β	
Mean	LS	140.48146	0.00772	0.50613	131.86142
	3-Adım MML	225.54852	0.00870	0.61467	203.02206
	Ortalama	183.01492	0.00821	0.56040	167.44177
Bias	LS	90.48146	-0.00228	0.00613	81.86142
	3-Adım MML	175.54852	-0.00130	0.11467	153.02206
	Ortalama	133.01492	-0.00179	0.06040	117.44177
n × var	LS	145616.35938	0.00019268	0.47429	75069.26563
	3-Adım MML	456898.59375	0.00025931	0.79583	368216.09375
	Ortalama	194782.09375	0.00017296	0.53676	153146.39063
n × mse	LS	554961.06250	0.00045200	0.47617	745198.43750
	3-Adım MML	1997762.75000	0.00034372	1.45327	2709791.25000
	Ortalama	1079430.62500	0.00033287	0.71916	1532403.37500
RE	3-Adım MML	27.78	131.50	32.77	27.50
	Ortalama	51.41	135.79	66.21	48.63
JRE	3-Adım MML	192.05			225.64
	Ortalama	253.41			244.94
CRLB		480231.24585	0.00076845	2.02391	



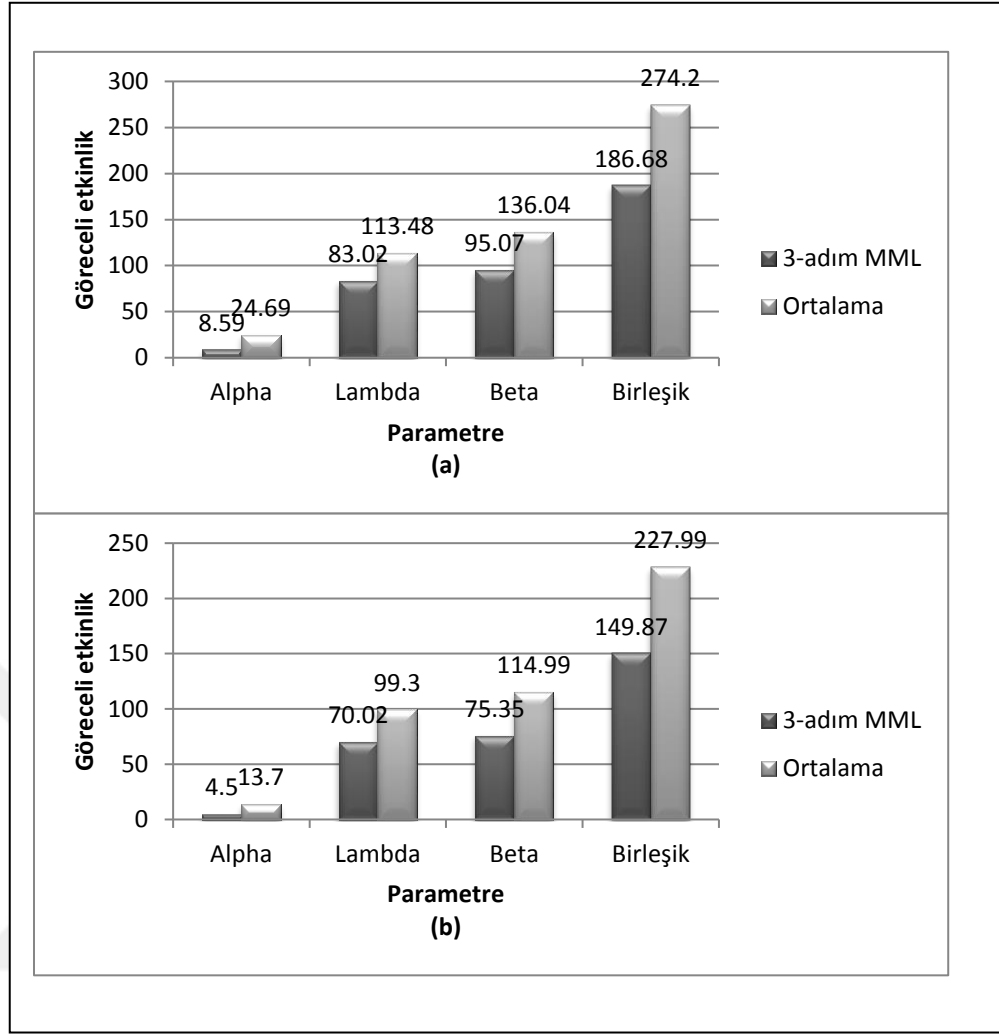
Şekil 3.4. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 0.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.4'e göre hem α hem de β 'nin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha düşüktür. 3-Adım MML yönteminin birleşik etkinliğinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.2'de Şekil 3.4'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.3. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	59.74930	0.01817	0.46159	56.05462	0.01860	0.47635
	3-Adım MML	113.95157	0.01677	0.51749	104.23154	0.01697	0.51902
	Ortalama	86.85047	0.01747	0.48954	80.14302	0.01779	0.49768
Bias	LS	9.74930	-0.00183	-0.03841	6.05462	-0.00140	-0.02365
	3-Adım MML	63.95157	-0.00323	0.01749	54.23154	-0.00303	0.01902
	Ortalama	36.85047	-0.00253	-0.01046	30.14302	-0.00221	-0.00232
$n \times \text{var}$	LS	21941.87695	0.00120066	0.34471	15242.88184	0.00133685	0.35959
	3-Adım MML	106230.40625	0.00112656	0.42488	126232.81250	0.00127232	0.51529
	Ortalama	40238.28906	0.00088562	0.30215	47175.76172	0.00105369	0.36084
$n \times \text{mse}$	LS	26694.32031	0.00136829	0.41847	18908.71875	0.00153210	0.41554
	3-Adım MML	310720.56250	0.00164815	0.44017	420338.84375	0.00218799	0.55147
	Ortalama	108136.15625	0.00120576	0.30762	138035.93750	0.00154284	0.36138
RE	3-Adım MML	8.59	83.02	95.07	4.50	70.02	75.35
	Ortalama	24.69	113.48	136.04	13.70	99.30	114.99
JRE	3-Adım MML	186.68			149.87		
	Ortalama	274.20			227.99		
CRLB		407143.81706	0.00283964	1.20894			



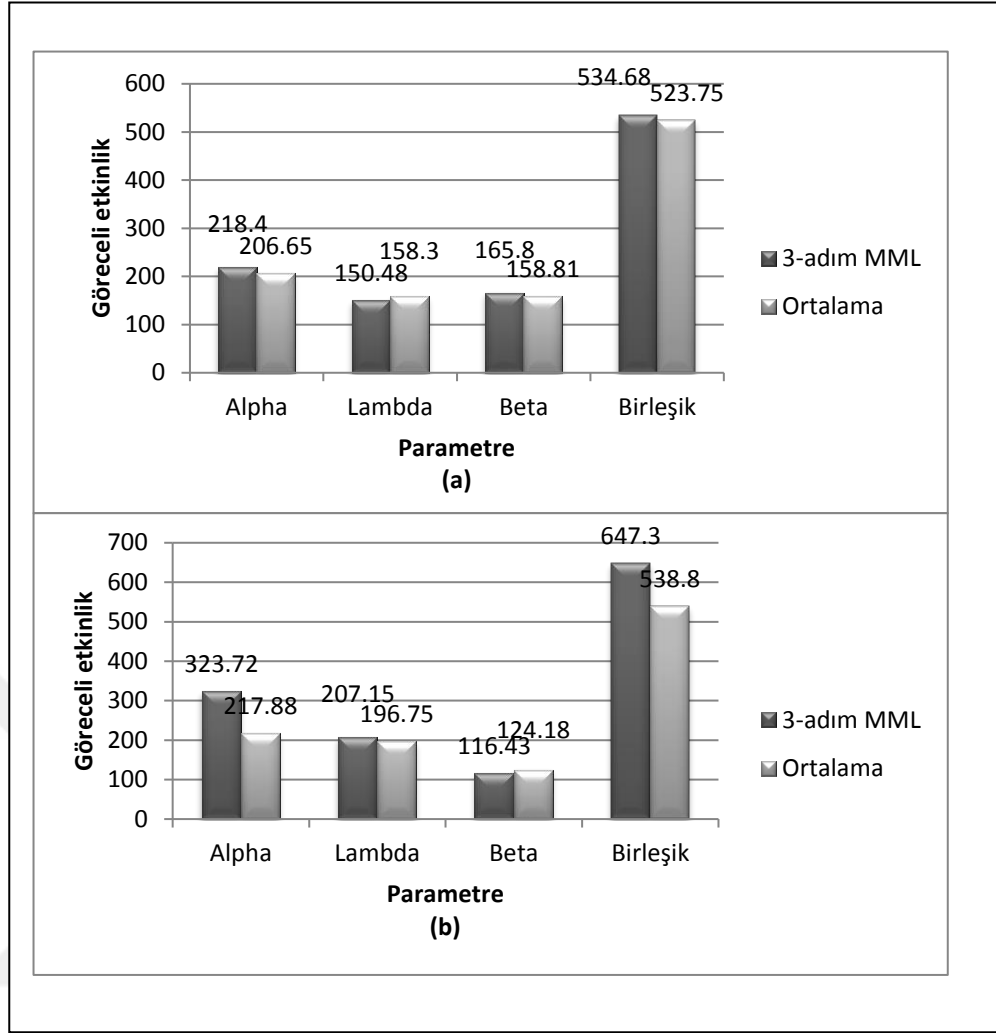
Şekil 3.5. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.5'e göre β 'nin Ortalama tahmin edicisinin etkinliği LS tahmin edicisinin etkinliğinden daha yüksekken α 'nın tahmin edicisinin etkinliği daha düşüktür. λ 'nın Ortalama tahmin edicisi $n=50$ için LS tahmin edicisinden iyiyken $n=100$ için daha kötüdür. 3-Adım MML tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri de LS tahmin edicilerine göre daha düşüktür. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.3'te Şekil 3.5'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.4. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	22.53491	0.04864	0.42997	20.73616	0.05051	0.44233
	3-Adım MML	44.85681	0.04112	0.46022	43.10120	0.03997	0.44941
	Ortalama	33.69582	0.04488	0.44509	31.91867	0.04524	0.44587
Bias	LS	-27.46509	0.00864	-0.07003	-29.26384	0.01051	-0.05767
	3-Adım MML	-5.14319	0.00112	-0.03978	-6.89880	-0.00003	-0.05059
	Ortalama	-16.30418	0.00488	-0.05491	-18.08133	0.00524	-0.05413
n × var	LS	3276.99048	0.00995794	0.24763	2186.46924	0.01147144	0.25944
	3-Adım MML	17447.04688	0.00903223	0.21814	22370.31445	0.01086568	0.25255
	Ortalama	6546.02441	0.00745591	0.15962	7615.18652	0.00869559	0.18375
n × mse	LS	40993.55859	0.01368626	0.49288	87823.71094	0.02250876	0.59199
	3-Adım MML	18769.66797	0.00909517	0.29727	27129.66406	0.01086576	0.50845
	Ortalama	19837.33203	0.00864593	0.31036	40308.62109	0.01144045	0.47673
RE	3-Adım MML	218.40	150.48	165.80	323.72	207.15	116.43
	Ortalama	206.65	158.30	158.81	217.88	196.75	124.18
JRE	3-Adım MML	534.68			647.30		
	Ortalama	523.75			538.80		
CRLB		518275.88834	0.02150871	0.81293			



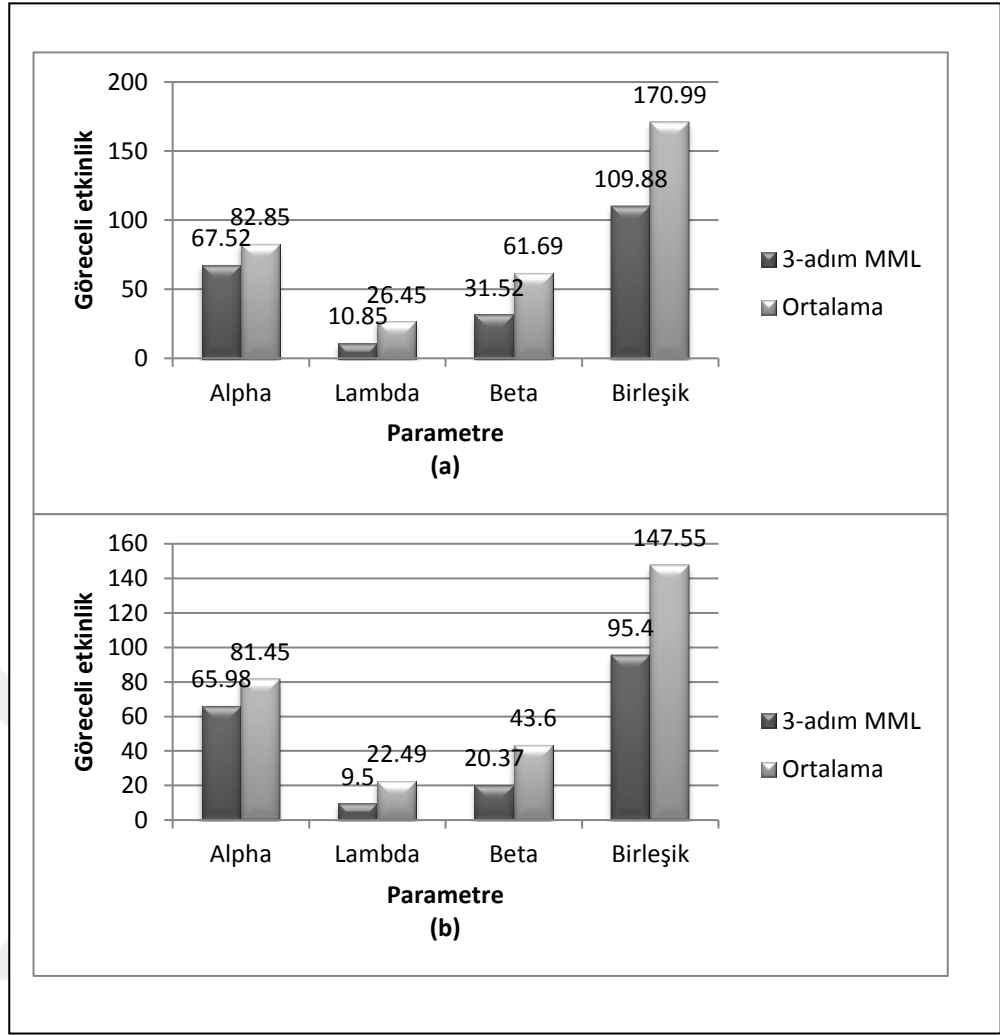
Şekil 3.6. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.6'ya göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML yönteminin tahmin edicilerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.4'te Şekil 3.6'daki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.5. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 0.25$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	168.59441	0.00615	0.79691	162.83443	0.00626	0.81481
	3-Adım MML	195.01628	0.00955	1.03373	189.54051	0.00979	1.07628
	Ortalama	181.80539	0.00785	0.91532	176.18747	0.00803	0.94555
	LS	118.59441	0.00115	0.09691	112.83443	0.00126	0.11481
Bias	3-Adım MML	145.01628	0.00455	0.33373	139.54051	0.00479	0.37628
	Ortalama	131.80539	0.00285	0.21532	126.18747	0.00303	0.24555
	LS	72339.17188	0.00005747	1.47166	61976.04297	0.00006699	1.67306
	3-Adım MML	97229.79688	0.00010921	0.59110	76256.96875	0.00020805	0.52966
n × var	Ortalama	67443.59375	0.00006269	0.82879	46876.12500	0.00009114	0.83088
	LS	775570.81250	0.00012401	1.94125	1335136.75000	0.00022634	2.99129
	3-Adım MML	1148715.87500	0.00114281	6.15975	2023412.50000	0.00250052	14.68837
	Ortalama	936076.62500	0.00046884	3.14688	1639203.87500	0.00100630	6.86029
RE	3-Adım MML	67.52	10.85	31.52	65.98	9.05	20.37
	Ortalama	82.85	26.45	61.69	81.45	22.49	43.60
	3-Adım MML	109.88			95.40		
	Ortalama	170.99			147.55		
JRE							
CRLB		395808.21876	0.00012090	7.34927			



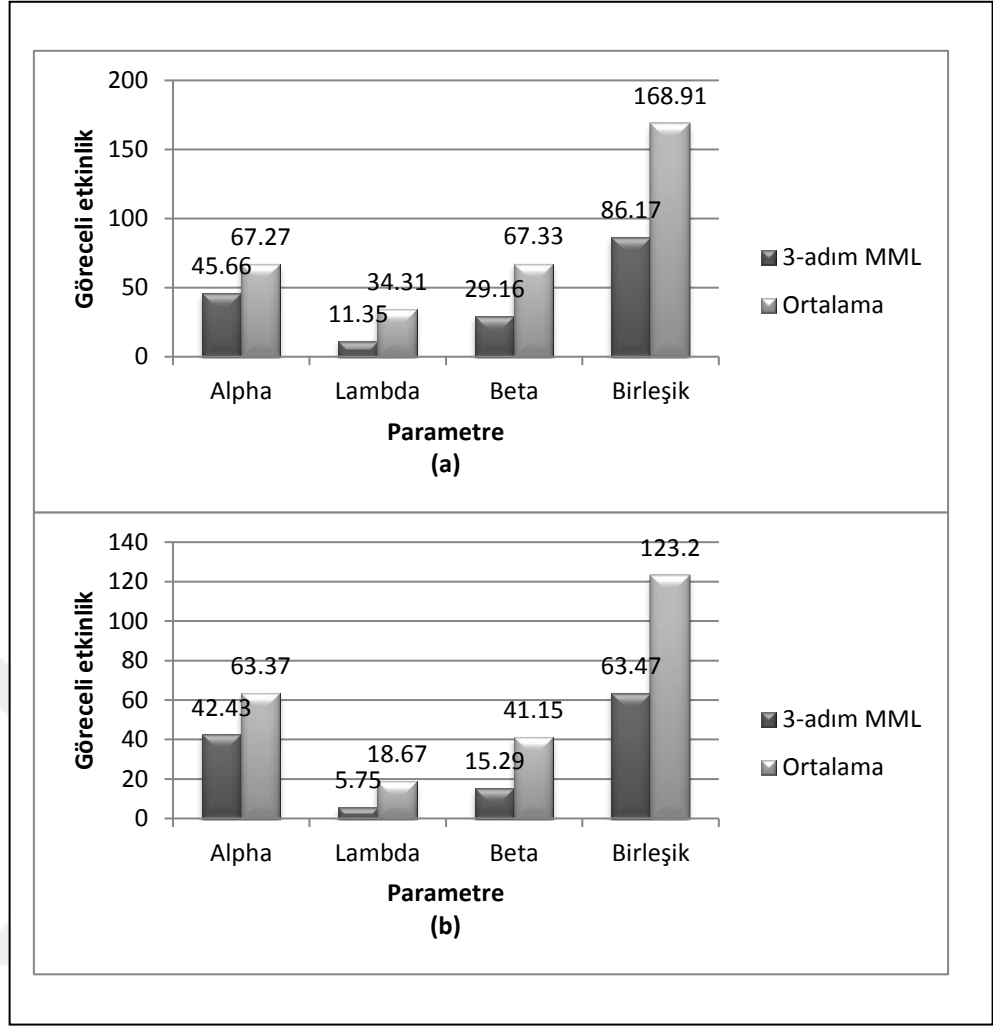
Şekil 3.7. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 0.25$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.7'ye göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha düşüktür. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür. Ortalama yönteminin etkinliğinin 3-Adım MML yönteminin etkinliğine göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 3.5'te Şekil 3.7'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.6. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 0.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	102.97725	0.01008	0.70825	99.19077	0.01028	0.72396
	3-Adım MML	130.22171	0.01471	0.91936	127.50142	0.01525	0.95265
	Ortalama	116.59936	0.01240	0.81381	113.34614	0.01276	0.83831
Bias	LS	52.97725	0.00008	0.00825	49.19077	0.00028	0.02396
	3-Adım MML	80.22171	0.00471	0.21936	77.50142	0.00525	0.25265
	Ortalama	66.59936	0.00240	0.11381	63.34614	0.00276	0.13831
n × var	LS	25453.48828	0.00016789	0.94167	21358.03906	0.00018752	1.06147
	3-Adım MML	41302.83203	0.00037191	0.83533	20046.85156	0.00063641	0.93510
	Ortalama	24674.54688	0.00020293	0.75599	14247.11914	0.00028153	0.80590
n × mse	LS	165782.92188	0.00016824	0.94507	263331.18750	0.00019524	1.11888
	3-Adım MML	363079.00000	0.00148194	3.24125	620693.87500	0.00339383	7.31841
	Ortalama	246448.28125	0.00049039	1.40359	415520.43750	0.00104576	2.71875
RE	3-Adım MML	45.66	11.35	29.16	42.43	5.75	15.29
	Ortalama	67.27	34.31	67.33	63.37	18.67	41.15
JRE	3-Adım MML	86.17			63.47		
	Ortalama	168.91			123.20		
CRLB		245015.94636	0.00033059	3.96687			



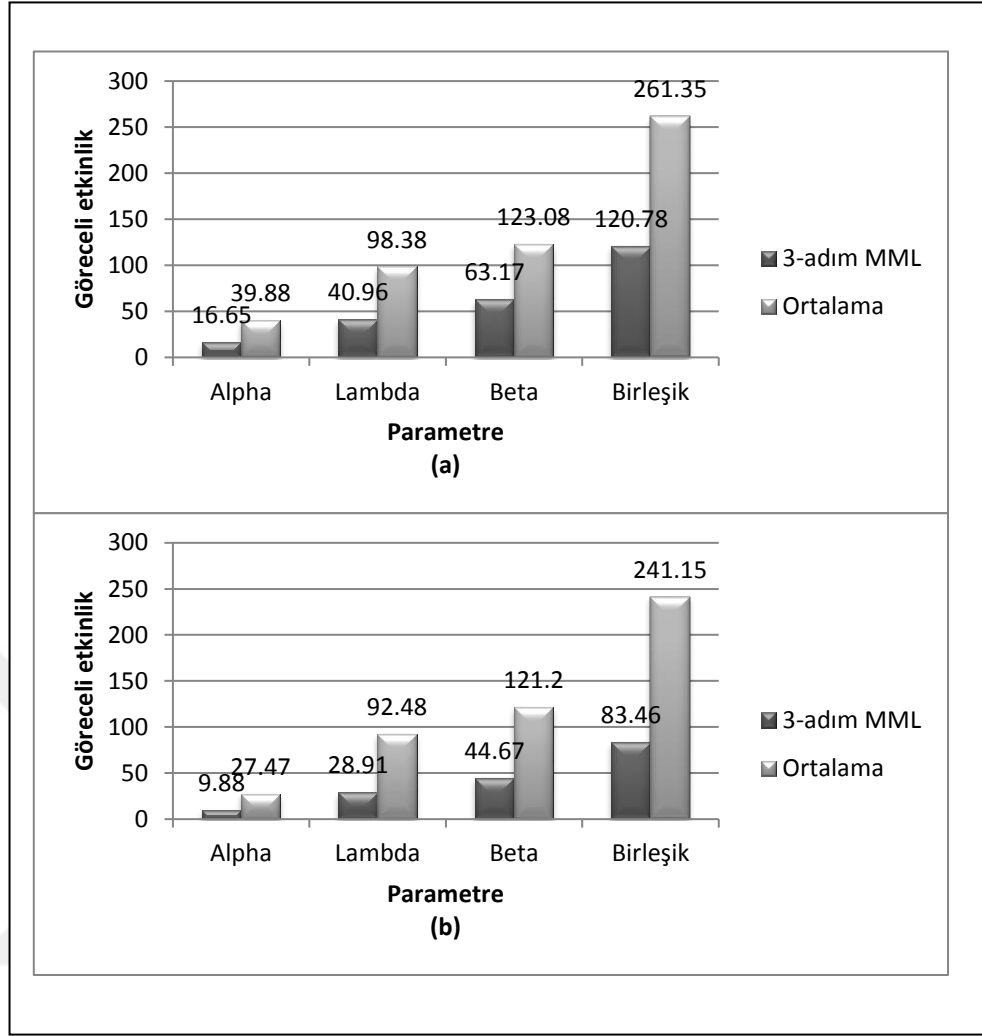
Şekil 3.8. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 0.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.8'e göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha düşüktür. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür. Ortalama yönteminin etkinliğinin 3-Adım MML yönteminin etkinliğine göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 3.6'da Şekil 3.8'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.7. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	56.12692	0.01863	0.64692	53.90645	0.01893	0.66161
	3-Adım MML	79.85862	0.02386	0.78930	76.78616	0.02393	0.80027
	Ortalama	67.99275	0.02124	0.71811	65.34631	0.02143	0.73094
Bias	LS	6.12692	-0.00137	-0.05308	3.90645	-0.00107	-0.03839
	3-Adım MML	29.85862	0.00386	0.08930	26.78616	0.00393	0.10027
	Ortalama	17.99275	0.00124	0.01811	15.34631	0.00143	0.03094
n × var	LS	9184.52344	0.00067721	0.65275	6704.25098	0.00067340	0.69078
	3-Adım MML	21861.98828	0.00113916	0.85751	11544.05371	0.00117619	0.87096
	Ortalama	11549.56543	0.00070645	0.62838	6410.23193	0.00064592	0.59583
n × mse	LS	11061.48242	0.00077101	0.79360	8230.28809	0.00078734	0.83817
	3-Adım MML	66438.84375	0.00188224	1.25623	83293.90625	0.00272389	1.87635
	Ortalama	27736.52344	0.00078367	0.64478	29961.16602	0.00085136	0.69155
RE	3-Adım MML	16.65	40.96	63.17	9.88	28.91	44.67
	Ortalama	39.88	98.38	123.08	27.47	92.48	121.20
JRE	3-Adım MML	120.78			83.46		
	Ortalama	261.35			241.15		
CRLB		207726.43892	0.00095476	2.36952			



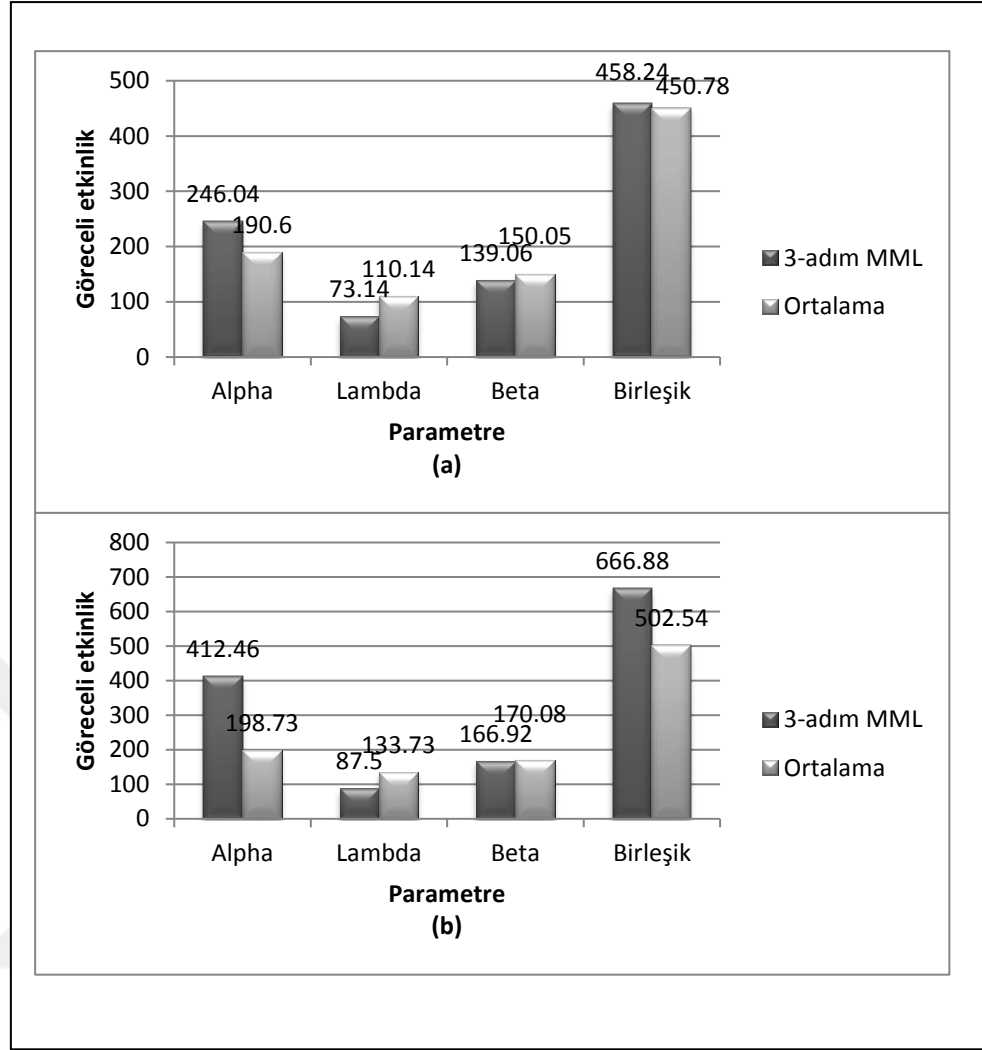
Şekil 3.9. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.9'a göre hem α hem de λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. β 'nin 3-Adım MML tahmin edicisinin etkinliği; LS tahmin edicisine göre daha düşükken Ortalama yönteminin etkinliği daha yüksektir. Hem 3-Adım MML hem de Ortalama tahmin edicilerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha düşüktür. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.7'de Şekil 3.9'daki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.8. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50		n=100	
		α	λ	β	
Mean	LS	27.61291	0.03786	0.60228	26.30097
	3-Adım MML	43.74450	0.04198	0.68022	41.16444
	Ortalama	35.67874	0.03992	0.64125	33.73273
	LS	-22.38709	-0.00214	-0.09772	-23.69903
Bias	3-Adım MML	-6.25550	0.00198	-0.01978	-8.83556
	Ortalama	-14.32126	-0.00008	-0.05875	-16.26727
	LS	1812.22742	0.00316726	0.48813	1548.84863
	3-Adım MML	8964.85352	0.00444709	0.67480	6185.86670
n × var	Ortalama	3843.65308	0.00308344	0.47092	2578.54663
	LS	26871.32617	0.00339636	0.96554	57713.25391
	3-Adım MML	10921.41797	0.00464350	0.69435	13992.58496
	Ortalama	14098.58105	0.00308376	0.64348	29040.93945
n × mse	LS	246.04	73.14	139.06	412.46
	3-Adım MML	190.60	110.14	150.05	198.73
	Ortalama	458.24			666.88
	3-Adım MML	450.78			502.54
RE	Ortalama	264426.47407	0.00290777	1.59336	
JRE	Ortalama				
CRLB	Ortalama				



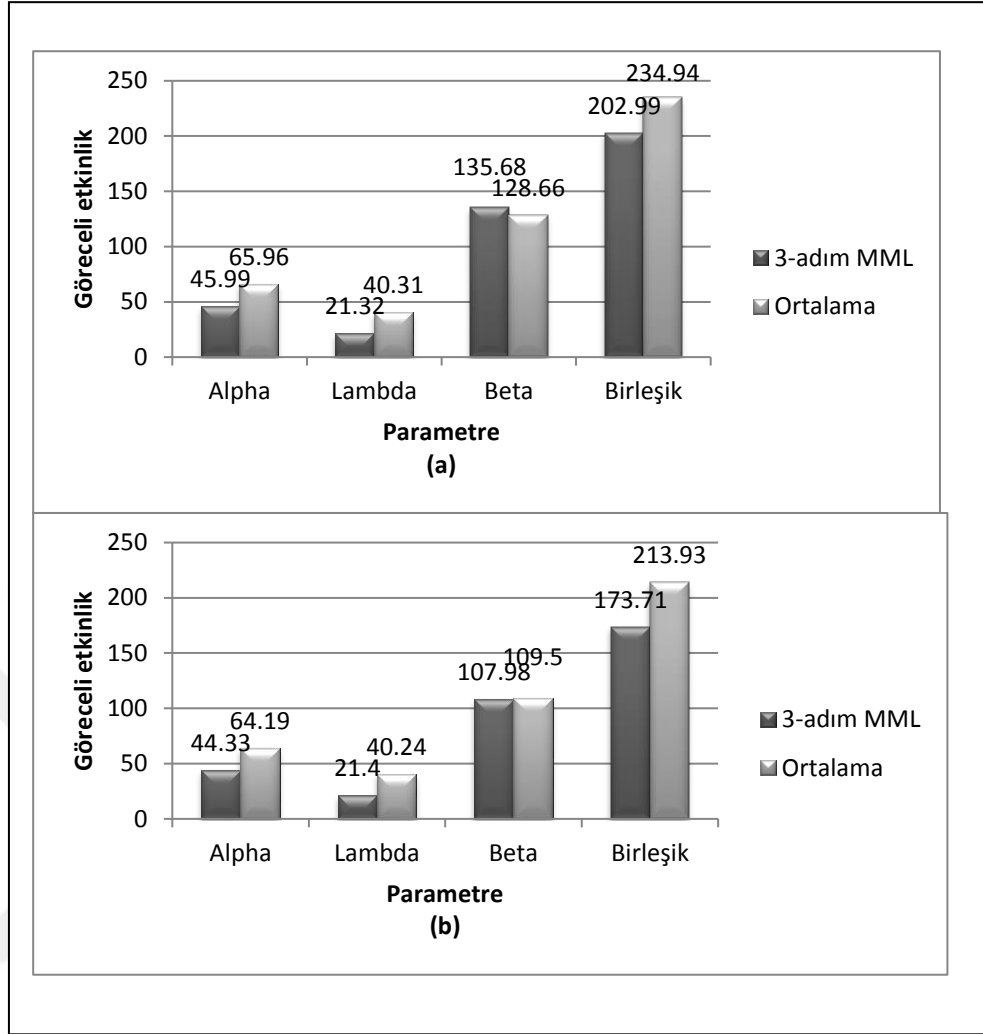
Şekil 3.10. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.10'a göre Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. α ve β 'nın 3-Adım MML tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerine göre daha yüksektir. λ 'nın 3-Adım MML etkinliği LS tahmin edicisinin etkinliğine göre daha düşüktür. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.8'de Şekil 3.10'daki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.9. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 0.25$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50		n=100	
		α	λ	β	
Mean	LS	107.69714	0.00943	1.26142	α
	3-Adım MML	136.21686	0.01481	1.22337	λ
	Ortalama	121.95716	0.01212	1.24240	β
Bias	LS	57.69714	0.00443	0.16142	
	3-Adım MML	86.21686	0.00981	0.12337	
	Ortalama	71.95716	0.00712	0.14240	
n × var	LS	11477.33398	0.0005977	3.72341	
	3-Adım MML	15210.79688	0.00007981	2.94336	
	Ortalama	10845.44043	0.00005081	2.89263	
n × mse	LS	177925.34375	0.00104196	5.02628	
	3-Adım MML	386878.12500	0.00488775	3.70442	
	Ortalama	269737.09375	0.00258487	3.90650	
RE	3-Adım MML	45.99	21.32	135.68	
	Ortalama	65.96	40.31	128.66	
JRE	3-Adım MML	202.99			
	Ortalama	234.94			
CRLB		160285.95818	0.00102945	18.14820	



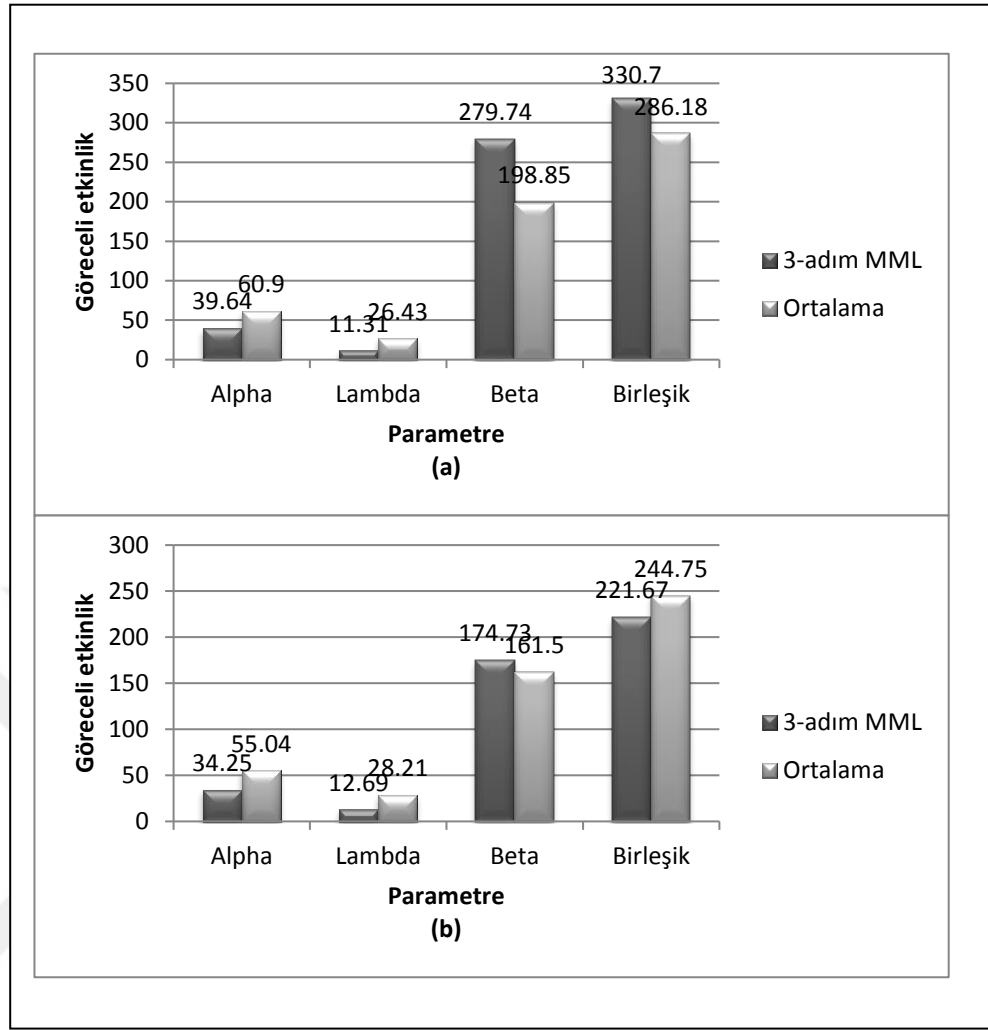
Şekil 3.11. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 0.25$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.11'e göre hem α hem de λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. β 'nin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. Hem 3-Adım MML hem de Ortalama tahmin edicilerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha düşüktür. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.9'da Şekil 3.11'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.10. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 0.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50		n=100	
		α	λ	β	
Mean	LS	79.68130	0.01278	1.10968	76.85372
	3-Adım MML	99.59440	0.01941	1.14330	96.65137
	Ortalama	89.63782	0.01610	1.12649	86.75252
	LS	29.68130	0.00278	0.00968	26.85372
Bias	3-Adım MML	49.59440	0.00941	0.04330	46.65137
	Ortalama	39.63782	0.00610	0.02649	36.75252
	LS	7332.20117	0.00013092	2.48088	5190.93115
	3-Adım MML	6625.58594	0.00015227	0.79478	8078.64160
n × var	Ortalama	5808.44434	0.00010250	1.21488	5379.25928
	LS	51381.17188	0.00051811	2.48556	77303.16406
	3-Adım MML	129605.79688	0.00457912	0.88851	225713.71875
	Ortalama	84366.27344	0.00196062	1.24995	140454.01563
n × mse	LS	39.64	11.31	279.74	34.25
	3-Adım MML	60.90	26.43	198.85	55.04
	Ortalama	330.70			221.67
	3-Adım MML	286.18			244.75
JRE	Ortalama	99221.33166	0.00265404	9.79574	
CRLB					



Şekil 3.12. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 0.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.12'ye göre hem α hem de λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS yöntem edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. β 'nin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. Ortalama tahmin edicilerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha düşüktür. 3-Adım MML tahmin edicilerinin birleşik etkinliği $n=50$ için LS tahmin edicilerinden yüksekken $n=100$ için daha düşüktür. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

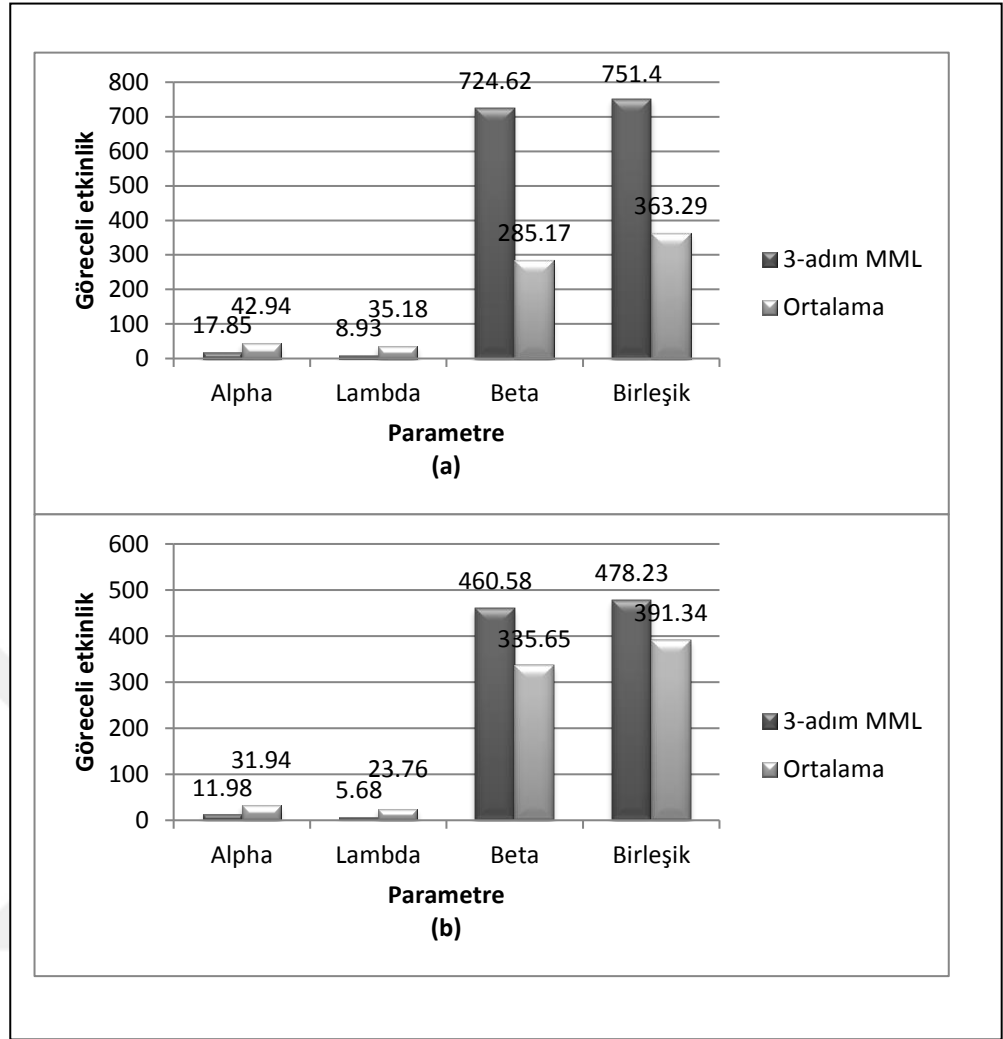
Tablo 3.10'da Şekil 3.12'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği

görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.



Tablo 3.11. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	53.47541	0.01901	1.01634	52.61203	0.01919	1.02993
	3-Adım MML	67.69708	0.02767	1.10902	66.02238	0.02744	1.14299
	Ortalama	60.58619	0.02334	1.06268	59.31721	0.02331	1.08646
	LS	3.47541	-0.00099	-0.08366	2.61203	-0.00081	-0.07007
Bias	3-Adım MML	17.69708	0.00767	0.00902	16.02238	0.00744	0.04299
	Ortalama	10.58619	0.00334	-0.03732	9.31721	0.00331	-0.01354
	LS	2654.68823	0.00028167	1.63568	2795.89941	0.00032340	1.65423
	3-Adım MML	2597.72656	0.00075416	0.26996	3373.14990	0.00132863	0.28095
n × var	Ortalama	1985.56018	0.00038016	0.62665	2210.21094	0.00054324	0.62081
	LS	3258.61084	0.00033028	1.98567	3478.16943	0.00038982	2.14527
	3-Adım MML	18257.06250	0.00369714	0.27403	29044.80664	0.00686529	0.46578
	Ortalama	7588.93018	0.00093894	0.69630	10891.25391	0.00164081	0.63914
RE	3-Adım MML	17.85	8.93	724.62	11.98	5.68	460.58
	Ortalama	42.94	35.18	285.17	31.94	23.76	335.65
	3-Adım MML	751.40			478.23		
	Ortalama	363.29			391.34		
CRLB		84120.62231	0.00847046	5.85128			



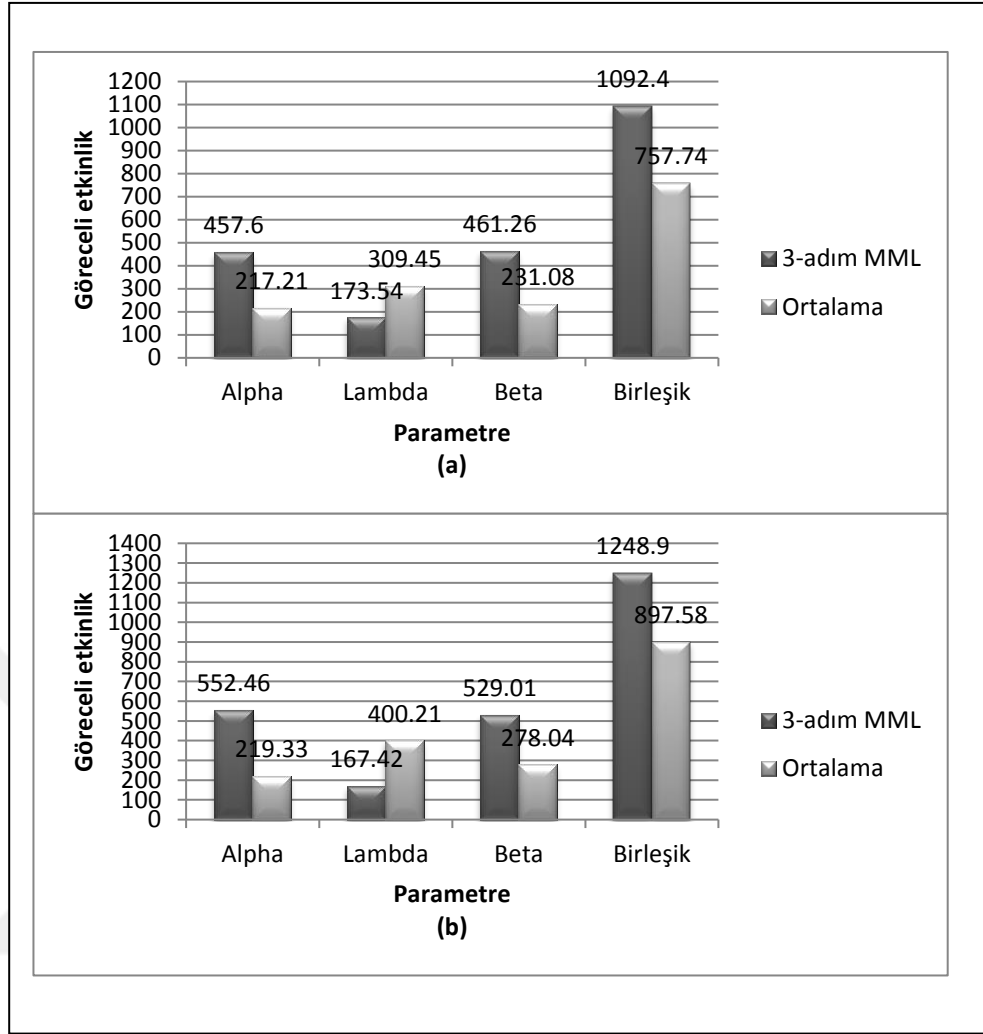
Şekil 3.13. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.13'e göre hem α hem de λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. β 'nin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. Hem 3-Adım MML hem de Ortalama tahmin edicilerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. Ortalama yönteminin birleşik etkinliğinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.11'de Şekil 3.13'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.12. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50		n=100	
		α	λ	β	
Mean	LS	34.17495	0.02977	0.94827	
	3-Adım MML	45.44676	0.04280	1.06099	
	Ortalama	39.81088	0.03629	1.00463	
Bias	LS	-15.82505	-0.01023	-0.15173	
	3-Adım MML	-4.55324	0.00280	-0.03901	
	Ortalama	-10.18912	-0.00371	-0.09537	
n × var	LS	1067.78894	0.00074291	1.16128	
	3-Adım MML	1933.13184	0.00305066	0.42519	
	Ortalama	1065.34656	0.00124151	0.54591	
n × mse	LS	13589.40039	0.00597588	2.31233	
	3-Adım MML	2969.73242	0.00344347	0.50130	
	Ortalama	6256.25635	0.00193111	1.00068	
RE	3-Adım MML	457.60	173.54	461.26	
	Ortalama	217.21	309.45	231.08	
JRE	3-Adım MML	1092.40			
	Ortalama	757.74			
CRLB		107081.79443	0.03299143	3.93462	



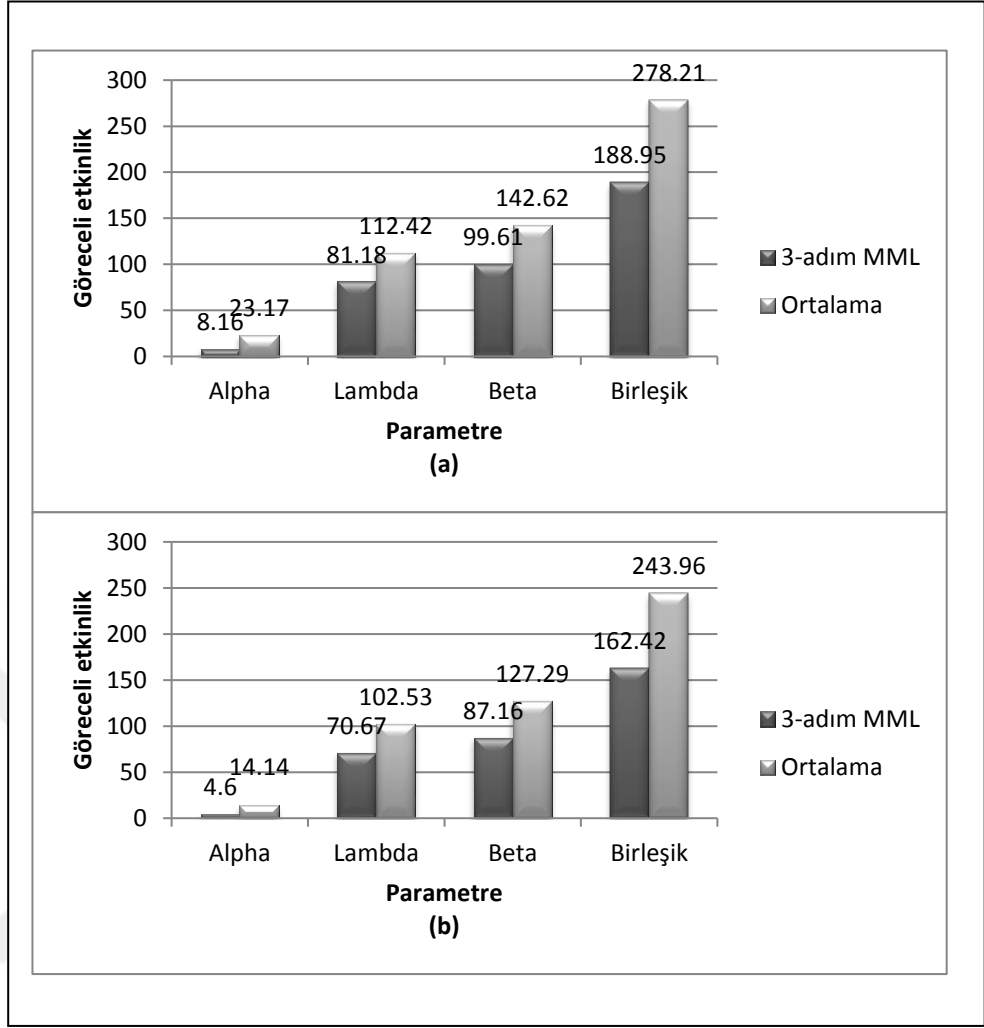
Şekil 3.14. $\alpha = 50$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.14'e göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.12'de Şekil 3.14'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.13. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	241.50327	0.00449	0.46038	222.68321	0.00468	0.47177
	3-Adım MML	456.18387	0.00419	0.51856	416.24667	0.00423	0.51256
	Ortalama	348.84415	0.00434	0.48947	319.46509	0.00446	0.49217
	LS	41.50327	-0.00051	-0.03962	22.68321	-0.00032	-0.02823
Bias	3-Adım MML	256.18387	-0.00081	0.01856	216.24667	-0.00077	0.01256
	Ortalama	148.84415	-0.00066	-0.01053	119.46509	-0.00054	-0.00783
	LS	320205.81250	0.00007080	0.33399	248428.56250	0.00008471	0.33877
	3-Adım MML	1699146.62500	0.00007065	0.39684	1848258.00000	0.00007549	0.46432
n × var	Ortalama	645761.31250	0.00005285	0.28366	693724.87500	0.00006306	0.32259
	LS	406331.87500	0.00008382	0.41246	299881.37500	0.00009493	0.41845
	3-Adım MML	4980655.00000	0.00010326	0.41407	6524520.50000	0.00013433	0.48010
	Ortalama	1753490.25000	0.00007456	0.28921	2120915.50000	0.00009259	0.32872
RE	3-Adım MML	8.16	81.18	99.61	4.60	70.67	87.16
	Ortalama	23.17	112.42	142.62	14.14	102.53	127.2
	3-Adım MML	188.95			162.42		
	Ortalama	278.21			243.96		
CRLB		6514301.07303	0.00017747	1.20894			



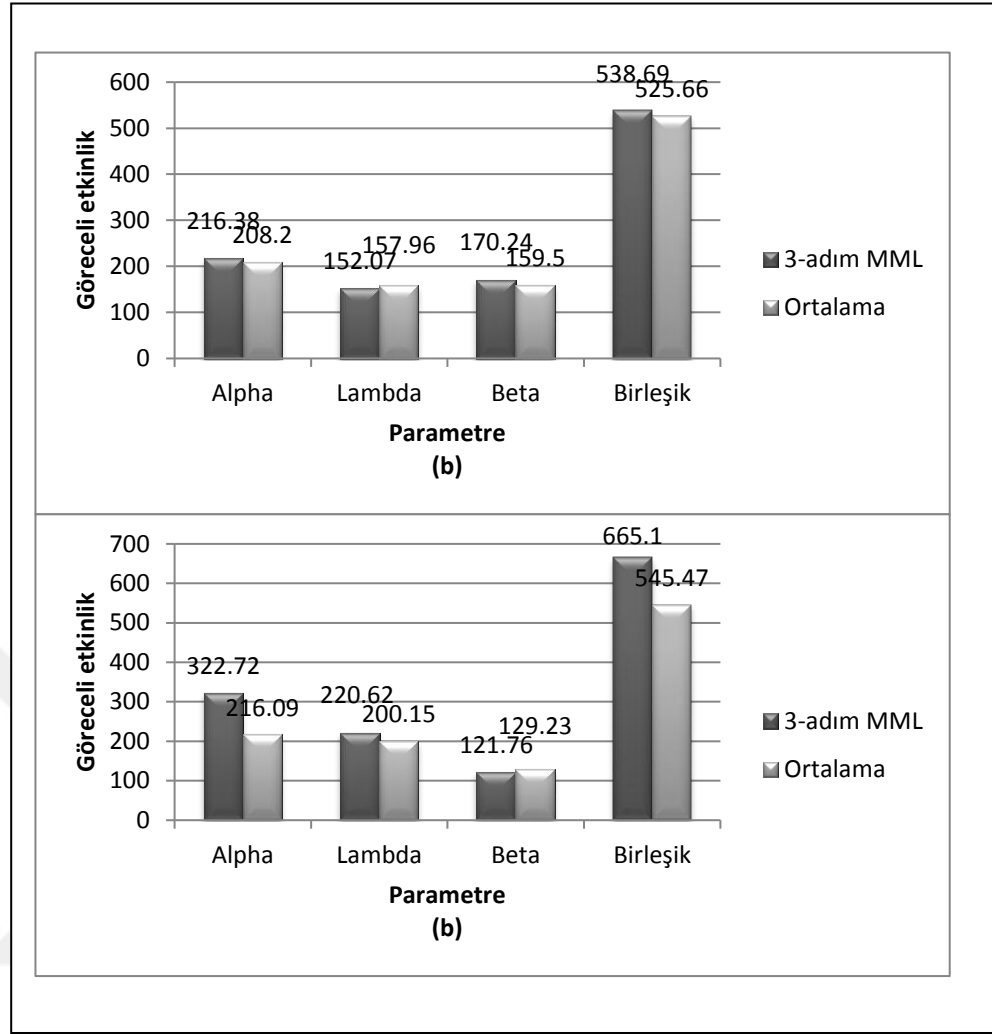
Şekil 3.15. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.15'e göre hem λ hem de β 'nin Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksekken α 'nın tahmin edicisinin etkinliği daha düşüktür. 3-Adım MML tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.13'te Şekil 3.15'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.14. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	90.11327	0.01225	0.42565	83.67894	0.01257	0.44172		
	3-Adım MML	181.32216	0.01031	0.45822	171.69958	0.01001	0.45166		
	Ortalama	135.71788	0.01128	0.44193	127.68924	0.01129	0.44669		
Bias	LS	-109.88673	0.00225	-0.07435	-116.32106	0.00257	-0.05828		
	3-Adım MML	-18.67784	0.00031	-0.04178	-28.30042	0.00001	-0.04834		
	Ortalama	-64.28212	0.00128	-0.05807	-72.31076	0.00129	-0.05331		
n × var	LS	65195.46484	0.00065435	0.23154	42883.12891	0.00074942	0.27347		
	3-Adım MML	291711.50000	0.00059208	0.21109	352463.56250	0.00063988	0.26990		
	Ortalama	114684.85938	0.00049266	0.14987	123101.12500	0.00053891	0.19026		
n × mse	LS	668950.06250	0.00090768	0.50796	1395942.00000	0.00141173	0.61316		
	3-Adım MML	309154.59375	0.00059688	0.29838	432554.90625	0.00063988	0.50357		
	Ortalama	321294.40625	0.00057464	0.31847	645985.75000	0.00070534	0.47448		
RE	3-Adım MML	216.38	152.07	170.24	322.72	220.62	121.76		
	Ortalama	208.20	157.96	159.50	216.09	200.15	129.23		
JRE	3-Adım MML	538.69			665.10				
	Ortalama	525.66			545.47				
CRLB		8292414.2135	0.00134429	0.81293					



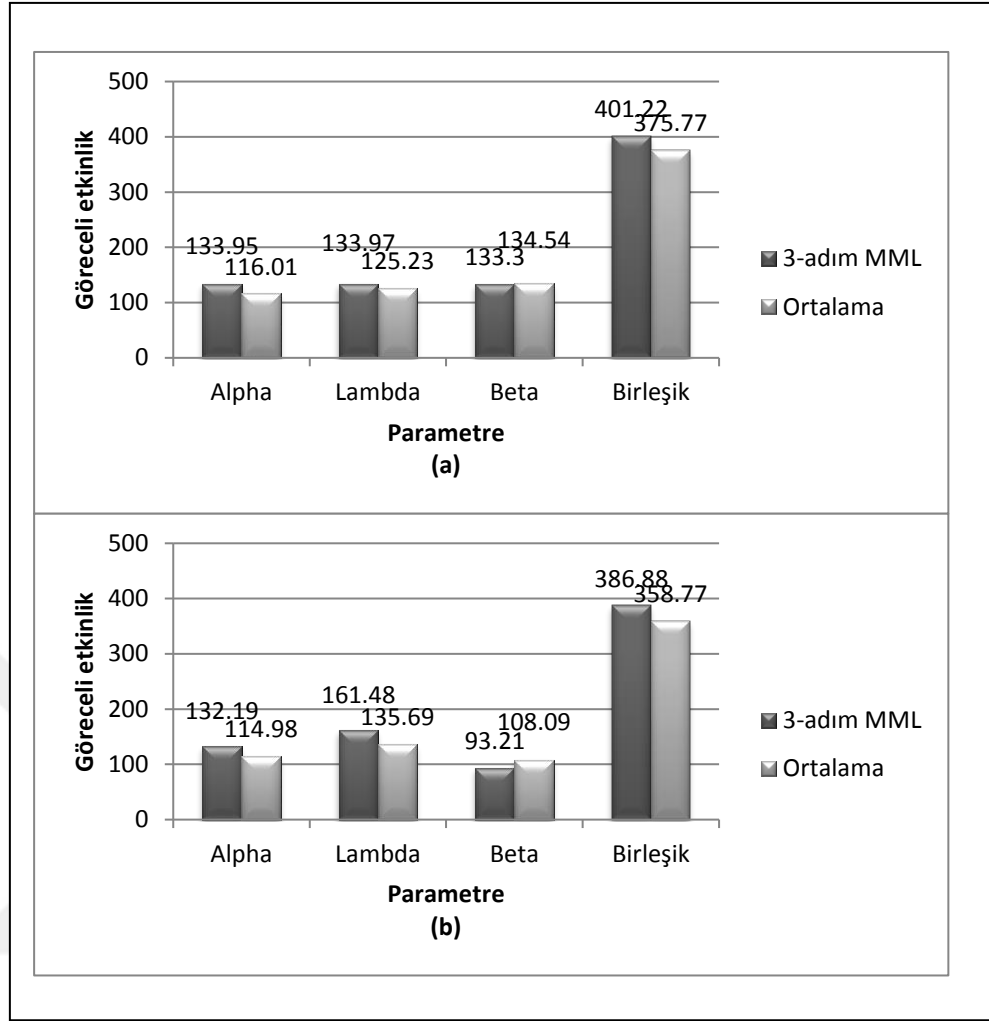
Şekil 3.16. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.16'ya göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.14'te Şekil 3.16'daki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.15. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 4$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	28.84458	0.03835	0.41066	26.84641	0.03912	0.42219
	3-Adım MML	54.59628	0.03320	0.42581	50.99844	0.03243	0.41684
	Ortalama	41.72045	0.03577	0.41824	38.92242	0.03577	0.41952
Bias	LS	-171.15543	0.01835	-0.08934	-173.15359	0.01912	-0.07781
	3-Adım MML	-145.40372	0.01320	-0.07419	-149.00156	0.01243	-0.08316
	Ortalama	-158.27954	0.01577	-0.08176	-161.07758	0.01577	-0.08048
n × var	LS	5024.00928	0.00721348	0.19916	4133.98438	0.00702669	0.22842
	3-Adım MML	40123.62109	0.00923574	0.17353	51083.72656	0.01154117	0.20314
	Ortalama	14305.42285	0.00676085	0.11037	16539.54883	0.00723632	0.12366
n × mse	LS	1469733.00000	0.02404350	0.59820	3002350.75000	0.04358269	0.83387
	3-Adım MML	1097235.62500	0.01794637	0.44876	2271230.00000	0.02698976	0.89464
	Ortalama	1266926.12500	0.01919998	0.44464	2611138.25000	0.03211953	0.77142
RE	3-Adım MML	133.95	133.97	133.30	132.19	161.48	93.21
	Ortalama	116.01	125.23	134.54	114.98	135.69	108.09
JRE	3-Adım MML	401.22			386.88		
	Ortalama	375.77			358.77		
CRLB		15698155.65301	0.01615969	0.61098			



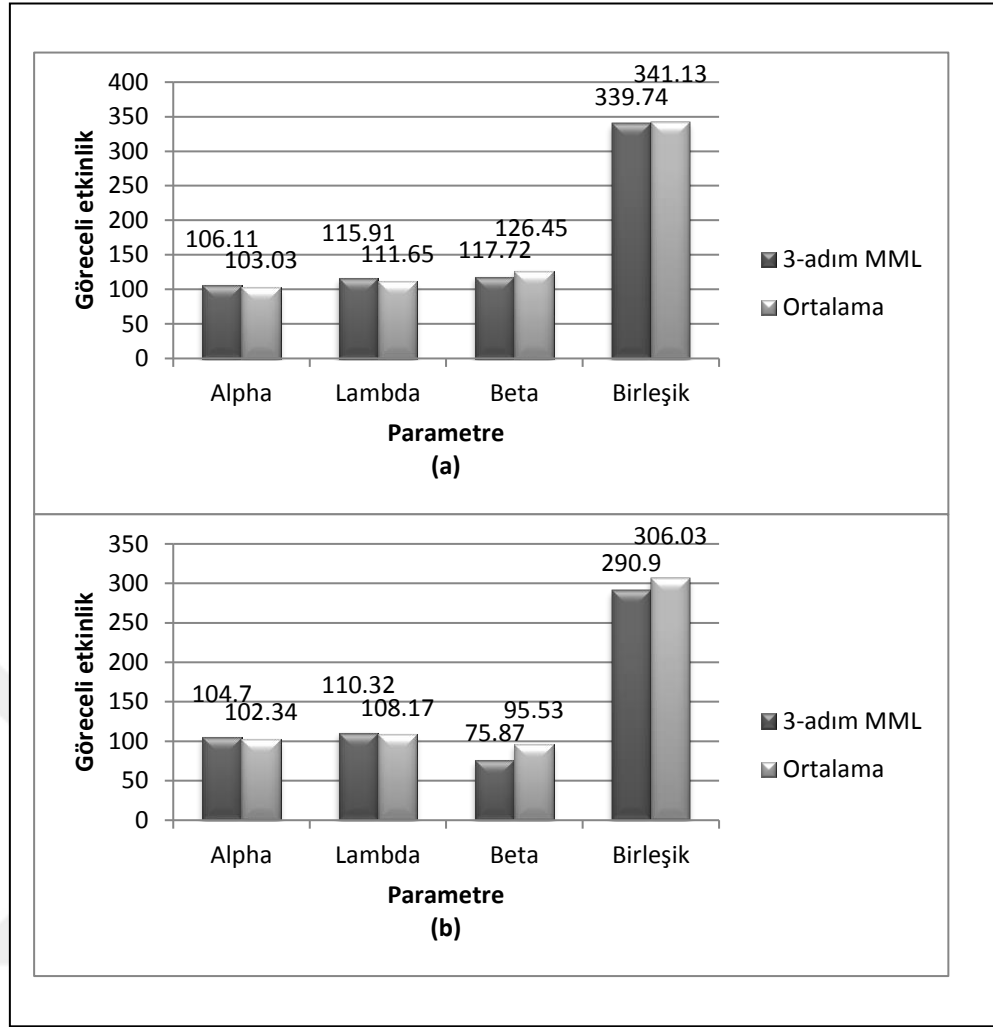
Şekil 3.17. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 4$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.17'ye göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicisine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.15'te Şekil 3.17'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.16. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 8$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	8.41104	0.13186	0.40164	7.88998	0.13342	0.41071
	3-Adım MML	14.16319	0.11985	0.41089	12.35556	0.12354	0.39635
	Ortalama	11.28712	0.12585	0.40627	10.12276	0.12848	0.40353
Bias	LS	-191.58896	0.09186	-0.09836	-192.11002	0.09342	-0.08929
	3-Adım MML	-185.83681	0.07985	-0.08911	-187.64444	0.08354	-0.10365
	Ortalama	-188.71288	0.08585	-0.09373	-189.87724	0.08848	-0.09647
n × var	LS	446.00168	0.08985490	0.18450	353.72253	0.08887966	0.18755
	3-Adım MML	3292.48315	0.12272352	0.17061	4159.12354	0.17376763	0.22370
	Ortalama	1184.85828	0.08980862	0.08915	1372.94763	0.10612278	0.10032
n × mse	LS	1835762.37500	0.51174903	0.66819	3690979.50000	0.96167094	0.98476
	3-Adım MML	1730058.50000	0.44151044	0.56761	3525202.75000	0.87168866	1.29794
	Ortalama	1781812.37500	0.45834655	0.52843	3606709.75000	0.88903844	1.03089
RE	3-Adım MML	106.11	115.91	117.72	104.70	110.32	75.87
	Ortalama	103.03	111.65	126.45	102.34	108.17	95.53
JRE	3-Adım MML	339.74			290.90		
	Ortalama	341.13			306.03		
CRLB		40450342.89143	0.23528542	0.50473			



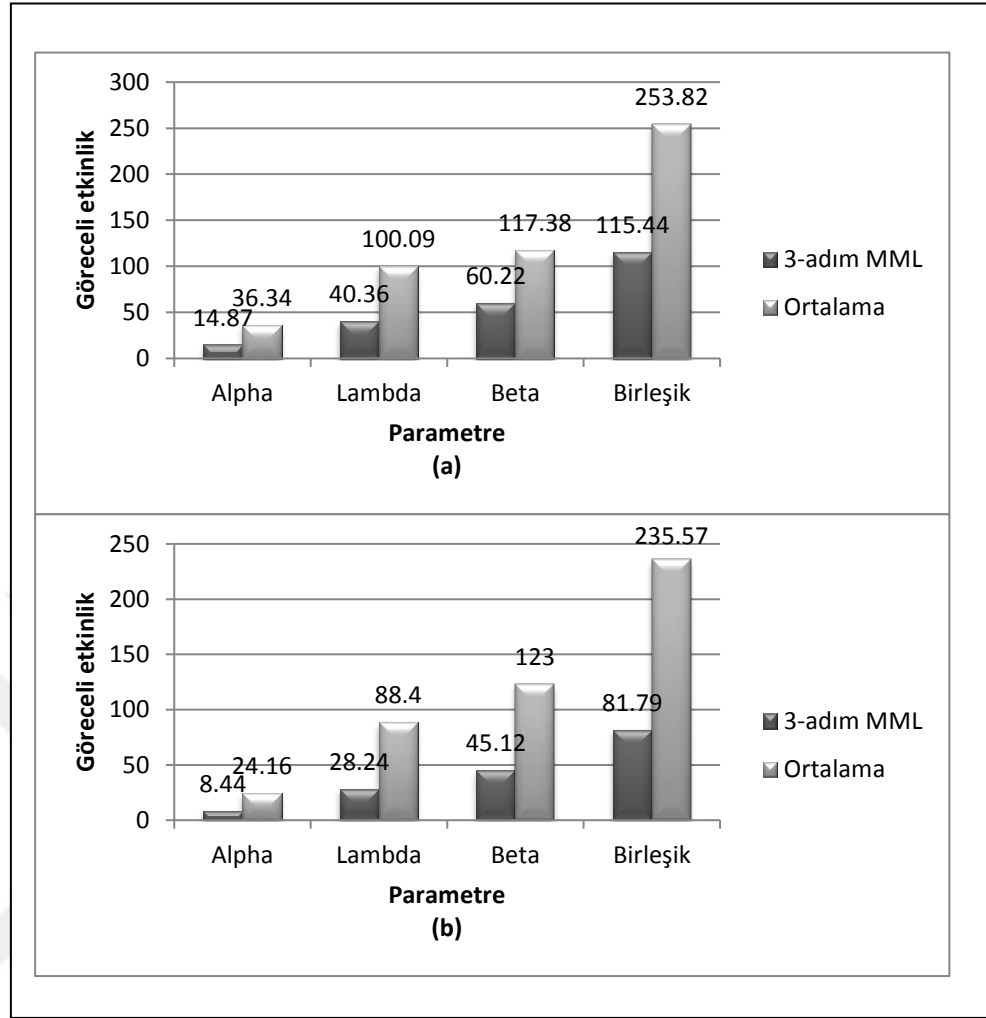
Şekil 3.18. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 8$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.18'e göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri sadece bir durum dışında (β , $n=100$) LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.16'da Şekil 3.18'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.17. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	225.29601	0.00462	0.65248	214.74405	0.00475	0.66081		
	3-Adım MML	321.14825	0.00594	0.79658	308.60049	0.00600	0.80044		
	Ortalama	273.22238	0.00528	0.72453	261.67221	0.00538	0.73063		
Bias	LS	25.29601	-0.00038	-0.04752	14.74405	-0.00025	-0.03919		
	3-Adım MML	121.14825	0.00094	0.09658	108.60049	0.00100	0.10044		
	Ortalama	73.22238	0.00028	0.02453	61.67221	0.00038	0.03063		
n × var	LS	129795.53125	0.00003877	0.68437	93443.64063	0.00004341	0.68806		
	3-Adım MML	354529.12500	0.00006906	0.85755	185917.65625	0.00007533	0.85662		
	Ortalama	177080.92188	0.00004179	0.64914	96340.75000	0.00004212	0.59044		
n × mse	LS	161789.92188	0.00004586	0.79728	115182.33594	0.00004975	0.84163		
	3-Adım MML	1088374.12500	0.00011365	1.32392	1365324.37500	0.00017616	1.86549		
	Ortalama	445156.75000	0.00004582	0.67923	476686.90625	0.00005627	0.68424		
RE	3-Adım MML	14.87	40.36	60.22	8.44	28.24	45.12		
	Ortalama	36.34	100.09	117.38	24.16	88.40	123.00		
	3-Adım MML	115.44			81.79				
JRE	Ortalama	253.82			235.57				
CRLB		3323622.97680	0.00005967	2.36952					



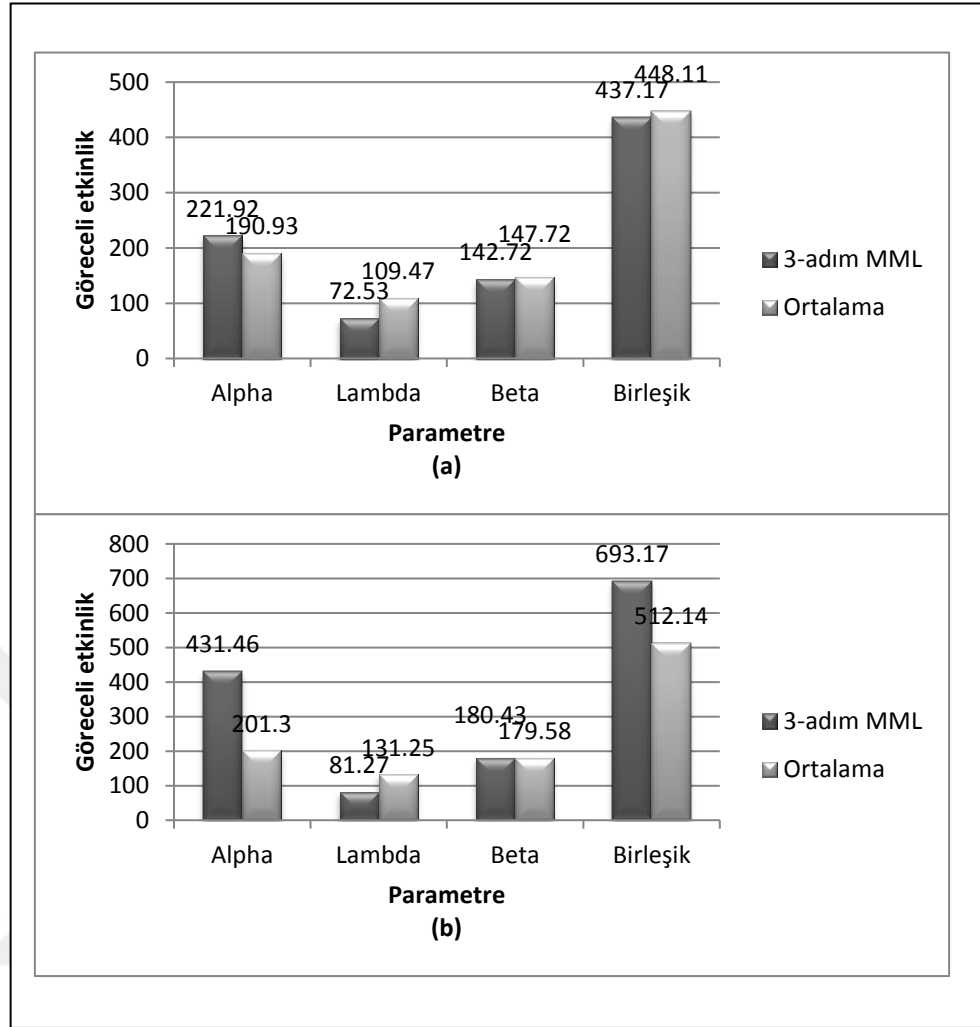
Şekil 3.19. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.19'a göre 3-Adım MML tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. Burada dikkat çekici husus şudur ki β 'nın 3-Adım MML tahmin edicisinin etkinliği; LS tahmin edicisine göre daha düşükken Ortalama yönteminin etkinliği daha yüksektir. Hem 3-Adım MML de Ortalama tahmin edicilerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha düşüktür. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.17'de Şekil 3.19'daki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.18. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

Parametre	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	110.80714	0.00944	0.60446	106.38354	0.00960	0.61510		
	3-Adım MML	178.15956	0.01044	0.67833	166.10443	0.01047	0.68466		
	Ortalama	144.48337	0.00994	0.64139	136.24399	0.01004	0.64988		
Bias	LS	-89.19286	-0.00056	-0.09554	-93.61646	-0.00040	-0.08490		
	3-Adım MML	-21.84044	0.00044	-0.02167	-33.89557	0.00047	-0.01534		
	Ortalama	-55.51663	-0.00006	-0.05861	-63.75601	0.00004	-0.05012		
n × var	LS	31307.79492	0.00019152	0.55560	25786.73633	0.00019066	0.51159		
	3-Adım MML	169500.42188	0.00027588	0.68556	94209.89063	0.00023152	0.65953		
	Ortalama	70626.35156	0.00018893	0.51337	41703.92969	0.00015711	0.43507		
n × mse	LS	429076.12500	0.00020701	1.01196	902190.93750	0.00020641	1.23247		
	3-Adım MML	193350.65625	0.00028542	0.70905	209100.84375	0.00025398	0.68306		
	Ortalama	224731.18750	0.00018911	0.68510	448186.84375	0.00015726	0.68629		
RE	3-Adım MML	221.92	72.53	142.72	431.46	81.27	180.43		
	Ortalama	190.93	109.47	147.71	201.30	131.25	179.58		
JRE	3-Adım MML	437.17			693.17				
	Ortalama	448.11			512.14				
CRLB		4230823.56997	0.00018173	1.59336					



Şekil 3.20. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.20'ye göre Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. α ve β 'nın 3-Adım MML tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerine göre daha yüksektir. Bunun yanında λ 'nın 3-Adım MML yönteminin tahmin edicisinin etkinliği LS yönteminin tahmin edicisine göre daha düşüktür. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS yönteminin birleşik etkinliklerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

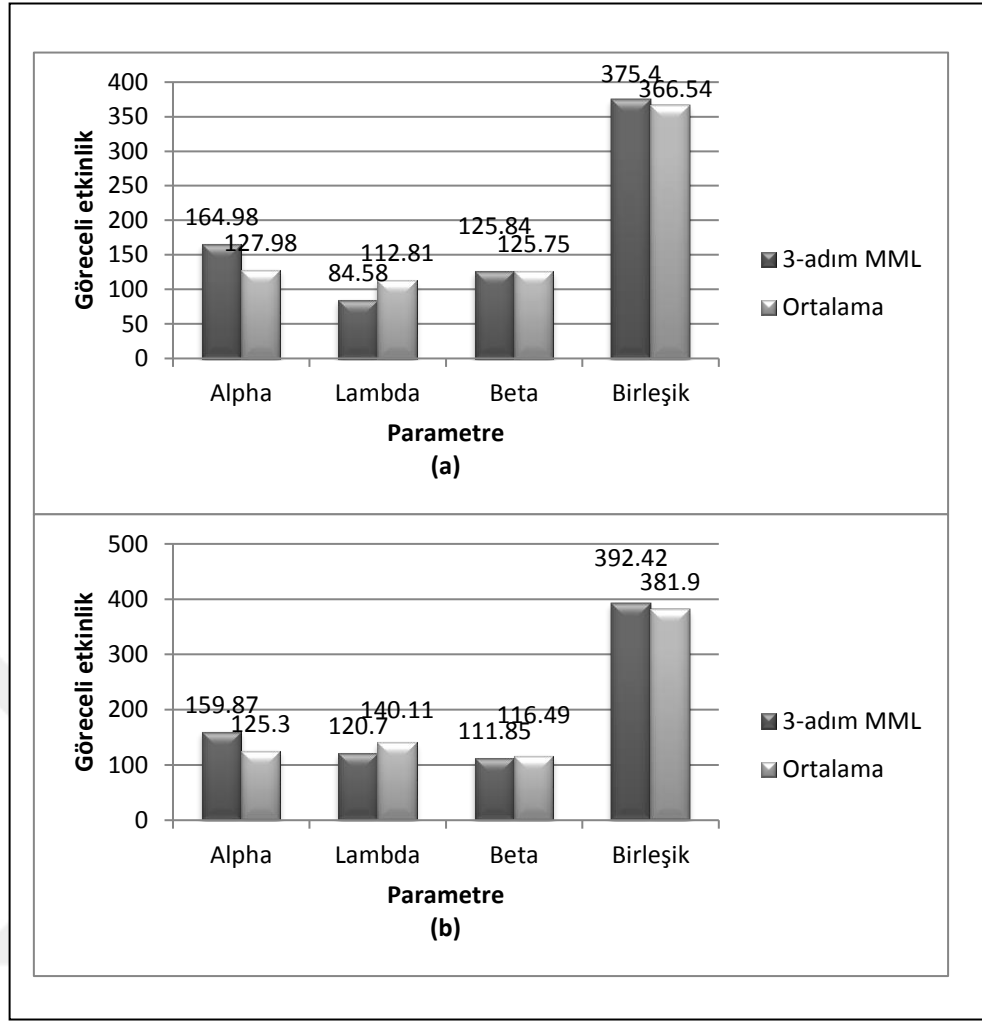
Tablo 3.18'de Şekil 3.20'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği

görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.



Tablo 3.19. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 4$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	49.75984	0.02108	0.57604	47.38308	0.02159	0.59211		
	3-Adım MML	86.36499	0.02091	0.61245	80.55520	0.02073	0.60684		
	Ortalama	68.06239	0.02099	0.59425	63.96913	0.02116	0.59947		
Bias	LS	-150.24016	0.00108	-0.12396	-152.61691	0.00159	-0.10789		
	3-Adım MML	-113.63501	0.00091	-0.08755	-119.44480	0.00073	-0.09316		
	Ortalama	-131.93762	0.00099	-0.10575	-136.03087	0.00116	-0.10053		
n × var	LS	6984.57129	0.00100445	0.37369	5448.12109	0.00104472	0.41627		
	3-Adım MML	42693.07813	0.00121459	0.52427	33660.52734	0.00102255	0.54517		
	Ortalama	16915.23242	0.00089243	0.34895	12734.34277	0.00079187	0.34613		
n × mse	LS	1135589.87500	0.00106236	1.14199	2334640.25000	0.00129861	1.58040		
	3-Adım MML	688338.81250	0.00125602	0.90751	1460366.50000	0.00107589	1.41299		
	Ortalama	887292.00000	0.00094177	0.90815	1863174.00000	0.00092686	1.35667		
RE	3-Adım MML	164.98	84.58	125.84	159.87	120.70	111.85		
	Ortalama	127.98	112.81	125.75	125.30	140.11	116.49		
JRE	3-Adım MML	375.40			392.42				
	Ortalama	366.54			381.90				
CRLB		8009263.09732	0.00106354	1.19753					



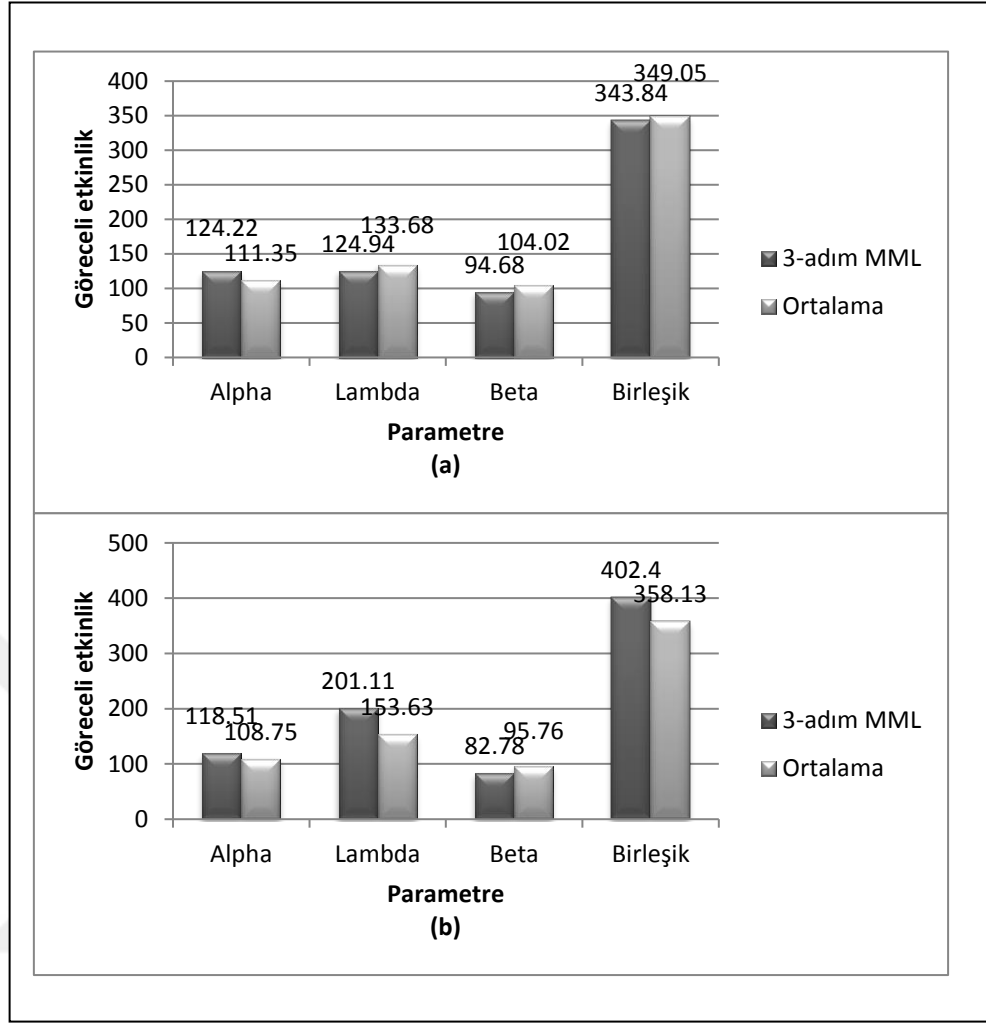
Şekil 3.21. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 4$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.21'e göre Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. 3-Adım MML tahmin edicilerinin etkinlikleri de sadece bir durum dışında (λ , $n=50$) LS tahmin edicilerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri de LS birleşik etkinliklerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.19'da Şekil 3.21'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.20. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 8$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	20.84444	0.05036	0.55692	19.59420	0.05255	0.57119		
	3-Adım MML	39.98025	0.04533	0.56080	34.54832	0.04690	0.55821		
	Ortalama	30.41235	0.04784	0.55886	27.07127	0.04973	0.56470		
Bias	LS	-179.15556	0.01036	-0.14308	-180.40579	0.01255	-0.12881		
	3-Adım MML	-160.01974	0.00533	-0.13920	-165.45169	0.00690	-0.14179		
	Ortalama	-169.58765	0.00784	-0.14114	-172.92873	0.00973	-0.13530		
n × var	LS	1144.39868	0.00611163	0.34636	1310.79211	0.00760697	0.40615		
	3-Adım MML	12526.25195	0.00776339	0.47821	10014.77441	0.00685874	0.48453		
	Ortalama	4325.26611	0.00550718	0.32108	3592.12720	0.00574921	0.32621		
n × mse	LS	1605980.25000	0.01147539	1.37000	3255935.75000	0.02336853	2.06535		
	3-Adım MML	1292842.12500	0.00918488	1.44697	2747441.00000	0.01161977	2.49503		
	Ortalama	1442323.75000	0.00858412	1.31710	2994026.75000	0.01521107	2.15684		
RE	3-Adım MML	124.22	124.94	94.68	118.51	201.11	82.78		
	Ortalama	111.35	133.68	104.02	108.75	153.63	95.76		
JRE	3-Adım MML	343.84			402.40				
	Ortalama	349.05			358.13				
CRLB		20637929.71572	0.01939463	0.98928					



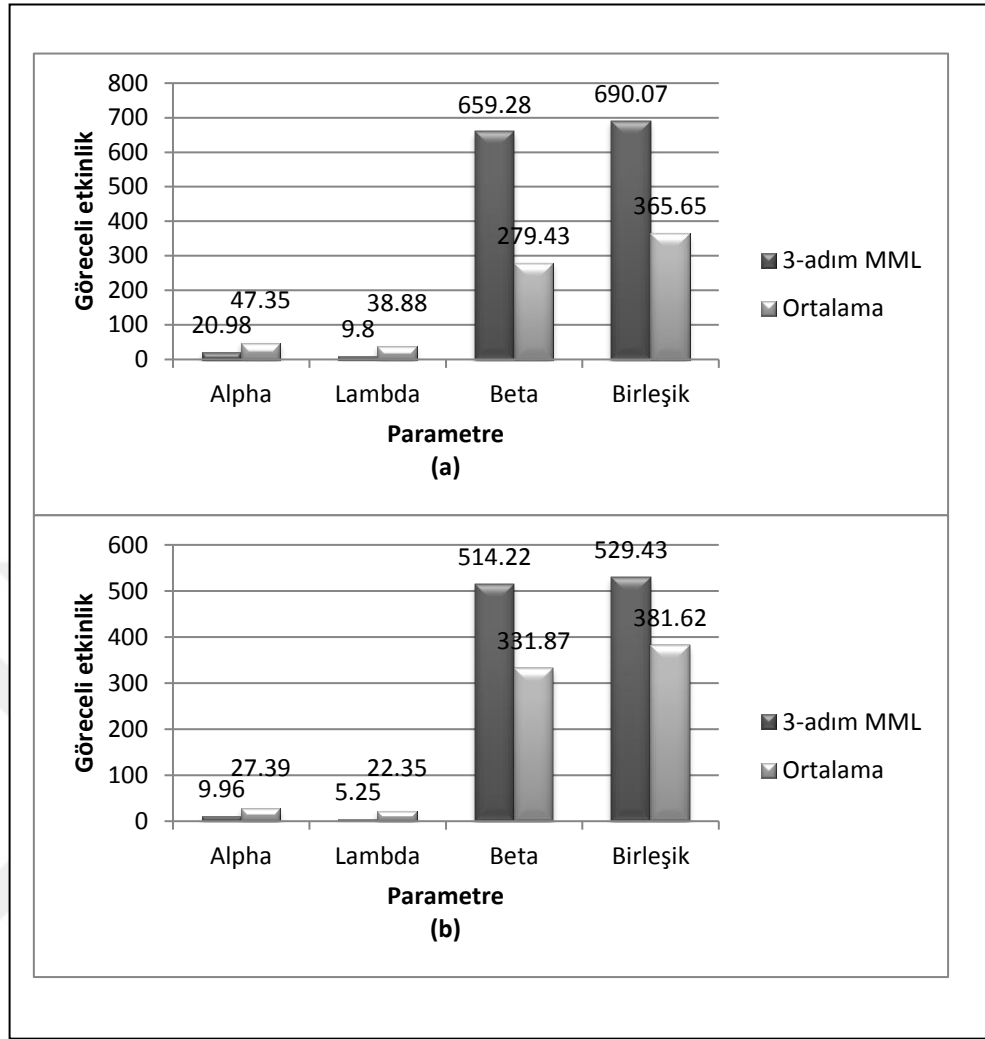
Şekil 3.22. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 8$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.22'ye göre hem α hem de λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Hem 3-Adım MML hem de Ortalama tahmin edicilerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.20'de Şekil 3.22'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.21. $\alpha = 200, \lambda = 0.005, \beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 1$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	215.16664	0.00473	1.01151	209.52640	0.00481	1.03840		
	3-Adım MML	270.39816	0.00688	1.10969	263.81531	0.00686	1.14088		
	Ortalama	242.78226	0.00581	1.06060	236.67087	0.00583	1.08964		
Bias	LS	15.16664	-0.00027	-0.08849	9.52640	-0.00019	-0.06160		
	3-Adım MML	70.39816	0.00188	0.00969	63.81531	0.00186	0.04088		
	Ortalama	42.78226	0.00081	-0.03940	36.67087	0.00083	-0.01036		
n × var	LS	52176.40234	0.00001841	1.68407	37029.99219	0.00001798	1.86497		
	3-Adım MML	55711.96875	0.00004732	0.31013	55863.89063	0.00006514	0.26936		
	Ortalama	42978.46094	0.00002398	0.66519	33864.72656	0.00002672	0.66556		
n × mse	LS	63677.75391	0.00002197	2.07562	46105.21875	0.00002155	2.24445		
	3-Adım MML	303507.03125	0.00022411	0.31483	463103.25000	0.00041046	0.43648		
	Ortalama	134494.53125	0.00005652	0.74282	168339.96875	0.00009640	0.67630		
RE	3-Adım MML	20.98	9.80	659.28	9.96	5.25	514.22		
	Ortalama	47.35	38.88	279.43	27.39	22.35	331.87		
JRE	3-Adım MML	690.07			529.43				
	Ortalama	365.65			381.62				
CRLB		1345929.95703	0.00052940	5.85128					



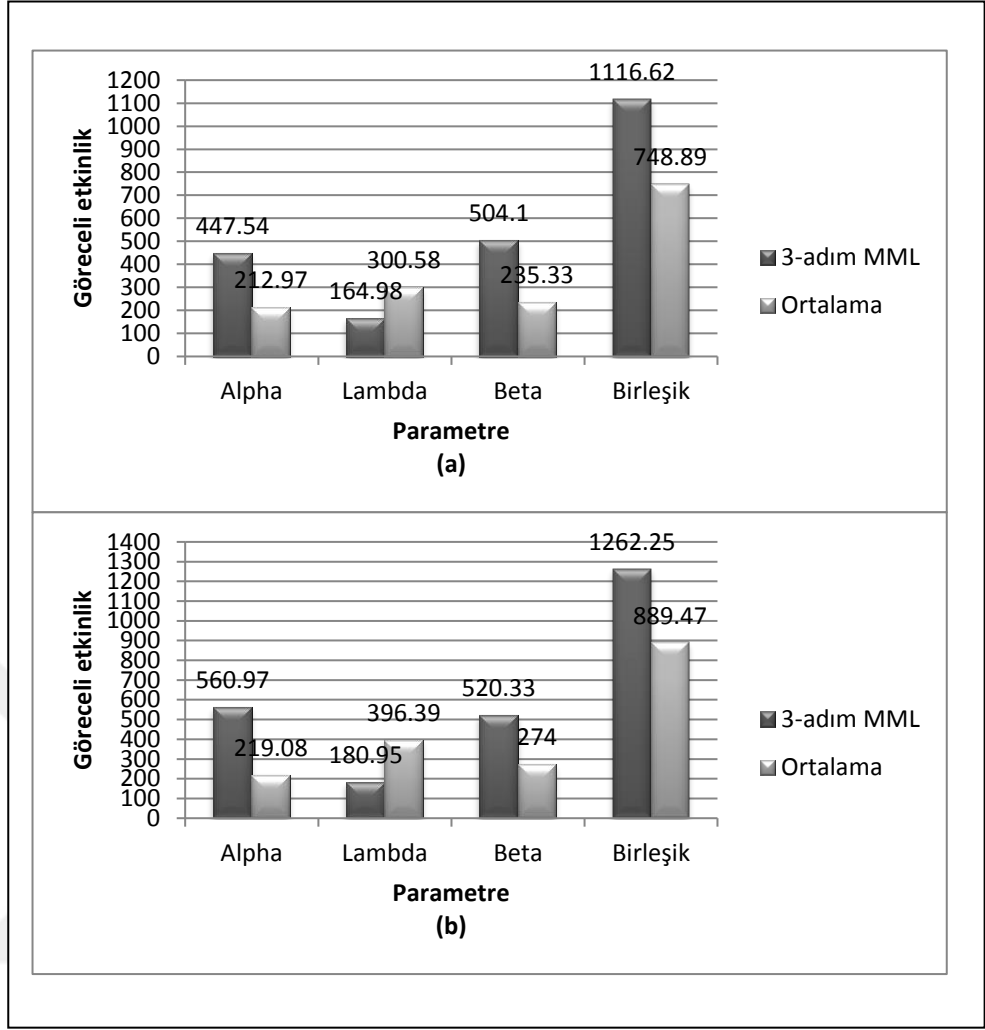
Şekil 3.23. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 1$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.23'e göre hem α hem de λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha düşüktür. β 'nin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre çok daha yüksektir. Hem 3-Adım MML hem de Ortalama tahmin edicilerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. Ortalama yönteminin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.21'de Şekil 3.23'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.22. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 2$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	136.90585	0.00744	0.94318	132.97069	0.00759	0.97327		
	3-Adım MML	180.75397	0.01074	1.06472	179.12308	0.01085	1.09044		
	Ortalama	158.82986	0.00909	1.00395	156.04691	0.00922	1.03186		
Bias	LS	-63.09415	-0.00256	-0.15682	-67.02931	-0.00241	-0.12673		
	3-Adım MML	-19.24603	0.00074	-0.03528	-20.87692	0.00085	-0.00956		
	Ortalama	-41.17014	-0.00091	-0.09605	-43.95309	-0.00078	-0.06814		
n × var	LS	18101.64453	0.00004725	1.07615	17480.41016	0.00005331	1.32719		
	3-Adım MML	29998.73438	0.00020069	0.39515	39623.49219	0.00027797	0.55458		
	Ortalama	17210.71094	0.00008344	0.51851	19872.15820	0.00009889	0.60619		
n × mse	LS	217145.20313	0.00037609	2.30573	466773.28125	0.00063311	2.93318		
	3-Adım MML	48519.22656	0.00022796	0.45740	83208.07813	0.00034989	0.56372		
	Ortalama	101959.71875	0.00012512	0.97978	213059.60938	0.00015972	1.07052		
RE	3-Adım MML	447.54	164.98	504.10	560.97	180.95	520.33		
	Ortalama	212.97	300.58	235.33	219.08	396.39	274.00		
JRE	3-Adım MML	1116.62			1262.25				
	Ortalama	748.89			889.47				
CRLB		1713308.71101	0.00206196	3.93462					



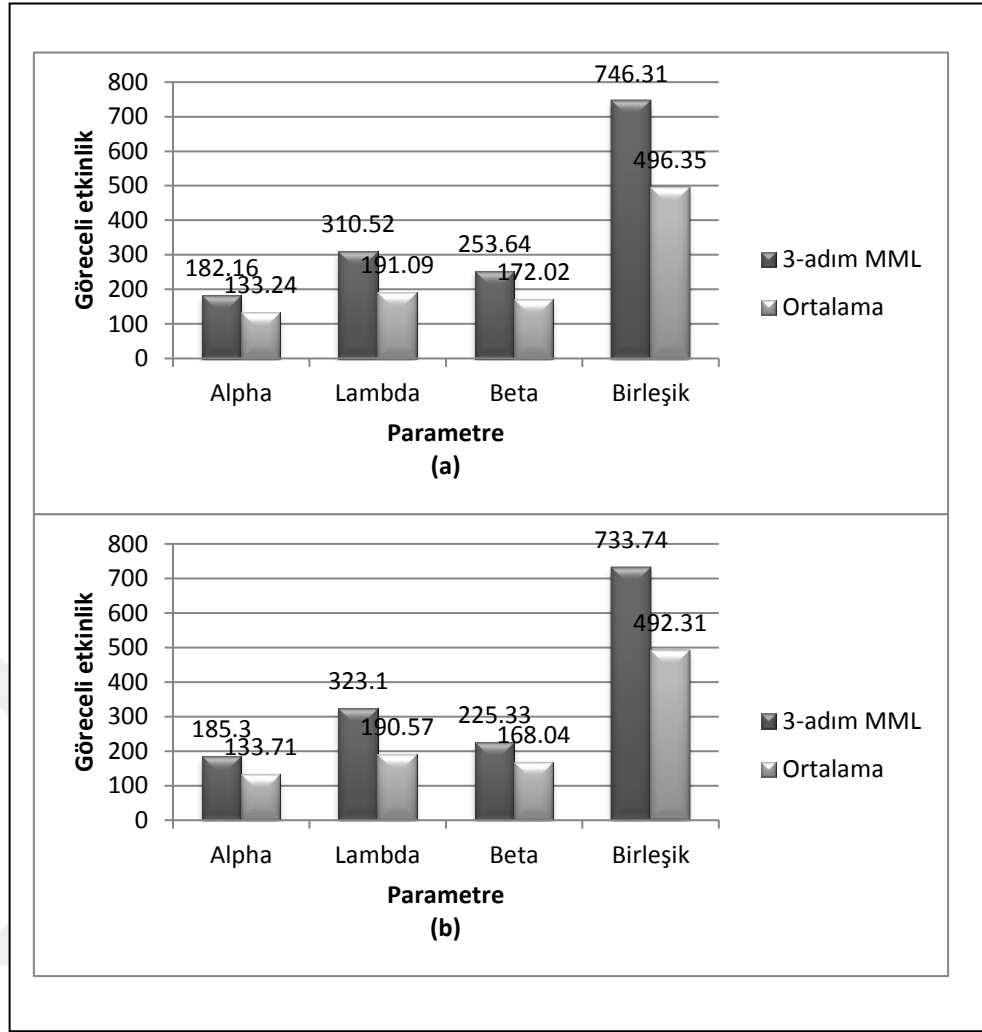
Şekil 3.24. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 2$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.24'e göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS birleşik etkinliklerine göre çok daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.22'de Şekil 3.24'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.23. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 4$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	81.85906	0.01245	0.89987	79.47925	0.01271	0.92800		
	3-Adım MML	114.12653	0.01726	0.99663	112.52622	0.01713	1.00727		
	Ortalama	97.99294	0.01486	0.94825	96.00276	0.01492	0.96763		
Bias	LS	-118.14094	-0.00755	-0.20013	-120.52075	-0.00729	-0.17200		
	3-Adım MML	-85.87347	-0.00274	-0.10337	-87.47378	-0.00287	-0.09273		
	Ortalama	-102.00706	-0.00514	-0.15175	-103.99724	-0.00508	-0.13237		
n × var	LS	6967.90088	0.00014518	0.96788	6951.66553	0.00015209	1.02757		
	3-Adım MML	18223.79492	0.00058750	0.63685	22451.86719	0.00087150	0.90909		
	Ortalama	8704.11621	0.00024273	0.57542	9993.86426	0.00029048	0.62003		
n × mse	LS	704831.93750	0.00299173	2.97042	1459476.87500	0.00546997	3.98605		
	3-Adım MML	386936.43750	0.00096347	1.17112	787618.06250	0.00169296	1.76897		
	Ortalama	528976.18750	0.00156561	1.72679	1091536.50000	0.00287036	2.37210		
RE	3-Adım MML	182.16	310.52	253.64	185.30	323.10	225.33		
	Ortalama	133.24	191.09	172.02	133.71	190.57	168.04		
JRE	3-Adım MML	746.31			733.74				
	Ortalama	496.35			492.31				
CRLB		3243420.62361	0.00958036	2.95717					



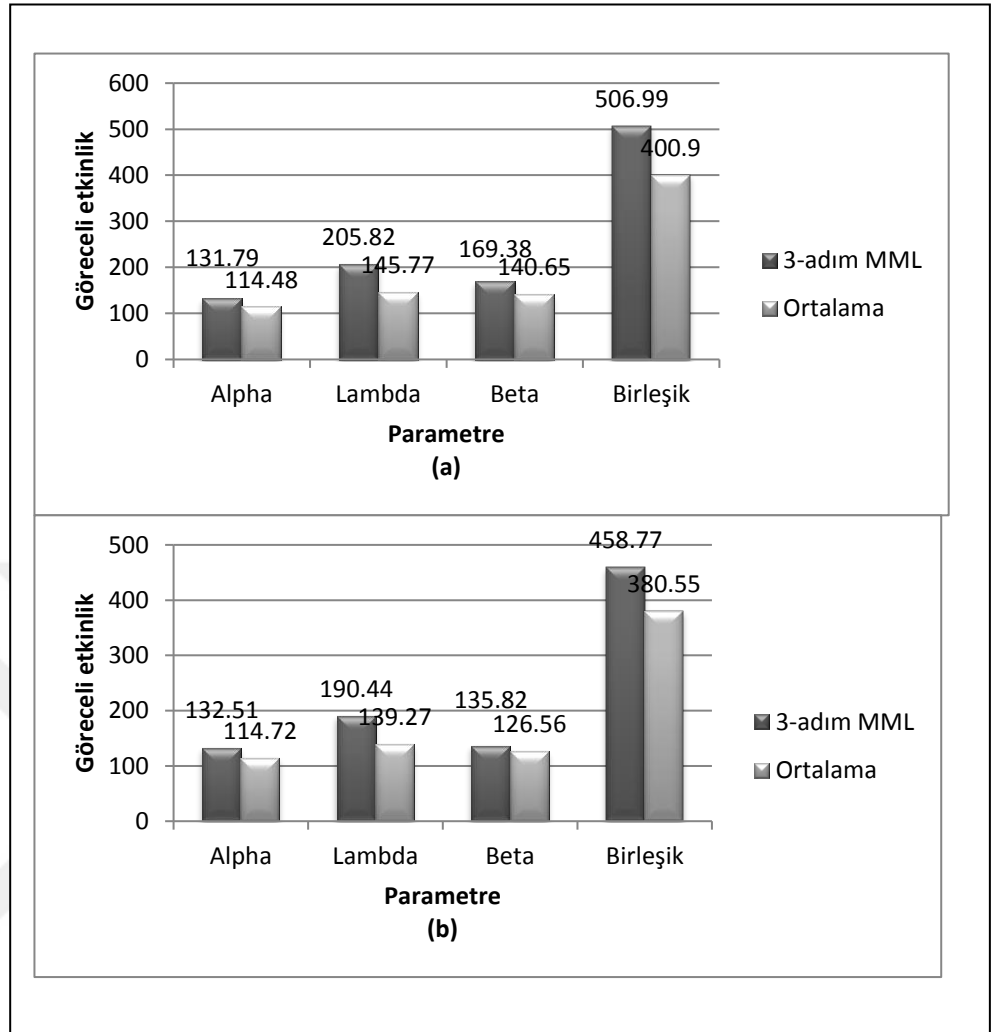
Şekil 3.25. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 4$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.25'e göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS birleşik etkinliklerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML yönteminin etkinliğinin Ortalama yönteminin etkinliğine göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 3.23'te Şekil 3.25'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.24. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 8$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	46.87023	0.02181	0.87424	45.82138	0.02203	0.90066		
	3-Adım MML	67.11907	0.02867	0.93986	66.48744	0.02785	0.94055		
	Ortalama	56.99459	0.02524	0.90705	56.15443	0.02494	0.92060		
Bias	LS	-153.12978	-0.01819	-0.22576	-154.17862	-0.01797	-0.19934		
	3-Adım MML	-132.88092	-0.01133	-0.16014	-133.51256	-0.01215	-0.15945		
	Ortalama	-143.00540	-0.01476	-0.19295	-143.84557	-0.01506	-0.17940		
n × var	LS	2590.73364	0.00049853	0.83234	2056.96191	0.00045302	0.93091		
	3-Adım MML	8711.93555	0.00186814	0.71371	12898.32813	0.00242925	1.06876		
	Ortalama	3902.89990	0.00080194	0.54219	4732.31396	0.00083060	0.65693		
n × mse	LS	1175027.12500	0.01704936	3.38069	2379161.75000	0.03273828	4.90469		
	3-Adım MML	891578.93750	0.00828369	1.99591	1795458.75000	0.01719053	3.61118		
	Ortalama	1026430.12500	0.01169579	2.40366	2073887.12500	0.02350746	3.87524		
RE	3-Adım MML	131.79	205.82	169.38	132.51	190.44	135.82		
	Ortalama	114.48	145.77	140.65	114.72	139.27	126.56		
JRE	3-Adım MML	506.99			458.77				
	Ortalama	400.90			380.55				
CRLB		8357508.61432	0.05236480	2.44291					



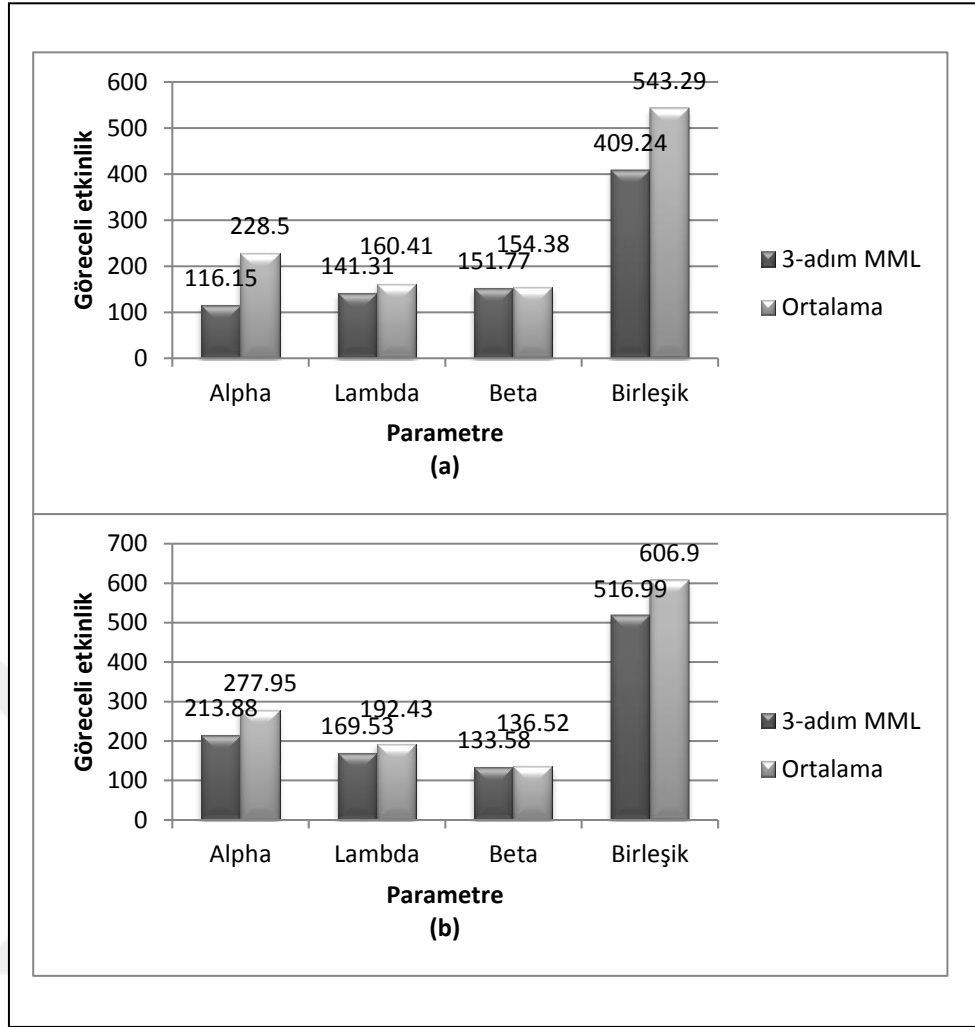
Şekil 3.26. $\alpha = 200$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 8$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.26'ya göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS birleşik etkinliklerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML yönteminin etkinliğinin Ortalama yönteminin etkinliğine göre biraz daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 3.24'te Şekil 3.26'daki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.25. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1.75$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	189.17390	0.00577	0.43588	178.86214	0.00587	0.44436		
	3-Adım MML	385.15140	0.00486	0.46749	364.49182	0.00474	0.46082		
	Ortalama	287.16278	0.00531	0.45169	271.67737	0.00530	0.45259		
Bias	LS	-160.82610	0.00077	-0.06412	-171.13786	0.00087	-0.05564		
	3-Adım MML	35.15140	-0.00014	-0.03251	14.49182	-0.00026	-0.03918		
	Ortalama	-62.83722	0.00031	-0.04831	-78.32263	0.00030	-0.04741		
n × var	LS	191408.15625	0.00013633	0.24288	182130.32813	0.00015769	0.28686		
	3-Adım MML	1216390.50000	0.00011635	0.24260	1433515.87500	0.00013069	0.29303		
	Ortalama	452304.93750	0.00009844	0.17375	505797.65625	0.00011190	0.21215		
n × mse	LS	1484659.75000	0.00016580	0.44842	3110947.00000	0.00023309	0.59648		
	3-Adım MML	1278171.50000	0.00011733	0.29545	1454517.12500	0.00013749	0.44653		
	Ortalama	649730.75000	0.00010336	0.29045	1119241.12500	0.00012113	0.43693		
RE	3-Adım MML	116.15	141.31	151.77	213.88	169.53	133.58		
	Ortalama	228.50	160.41	154.38	277.95	192.43	136.52		
JRE	3-Adım MML	409.24			516.99				
	Ortalama	543.29			606.90				
CRLB		23463696.23481	0.00028335	0.86962					



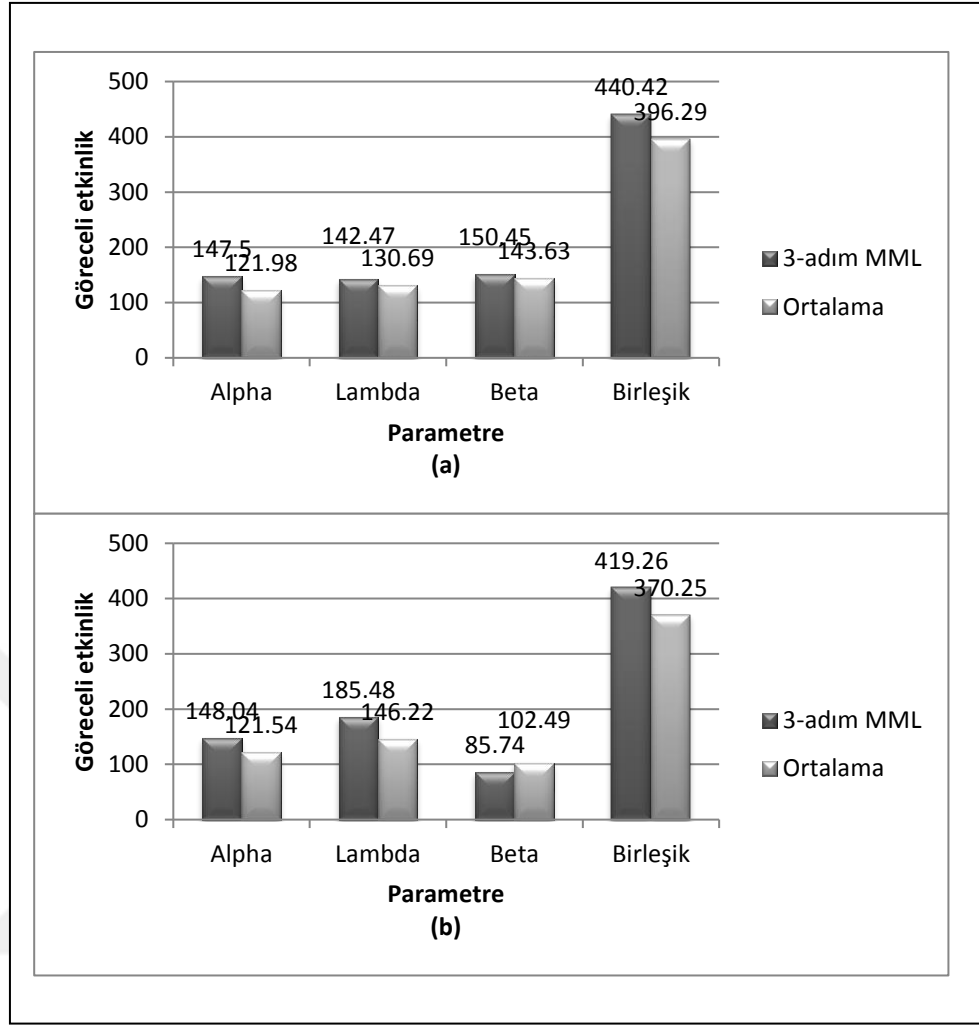
Şekil 3.27. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 1.75$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.27'ye göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS birleşik etkinliklerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür. Ortalama yönteminin etkinliğinin 3-Adım MML yönteminin etkinliğine göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 3.25'te Şekil 3.27'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.26. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 3.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	63.73626	0.01734	0.41081	57.59831	0.01815	0.42959
	3-Adım MML	121.50496	0.01494	0.43204	114.24946	0.01464	0.42107
	Ortalama	92.62057	0.01614	0.42143	85.92394	0.01640	0.42533
Bias	LS	-286.26373	0.00734	-0.08919	-292.40170	0.00815	-0.07041
	3-Adım MML	-228.49504	0.00494	-0.06796	-235.75055	0.00464	-0.07893
	Ortalama	-257.37943	0.00614	-0.07857	-264.07605	0.00640	-0.07467
n × var	LS	24767.90820	0.00145363	0.20449	16031.85449	0.00144324	0.20724
	3-Adım MML	184061.00000	0.00169230	0.16935	228336.40625	0.00221157	0.19690
	Ortalama	67258.32813	0.00128899	0.11059	74202.11719	0.00144325	0.12837
n × mse	LS	4122114.00000	0.00415104	0.60221	8565908.00000	0.00809143	0.70302
	3-Adım MML	2794560.25000	0.00291365	0.40028	5786168.50000	0.00436254	0.81991
	Ortalama	3379466.75000	0.00317620	0.41929	7047817.50000	0.00553379	0.68595
RE	3-Adım MML	147.50	142.47	150.45	148.04	185.48	85.74
	Ortalama	121.98	130.69	143.63	121.54	146.22	102.49
	3-Adım MML	440.42			419.26		
JRE	Ortalama	396.29			370.25		
CRLB		41368914.41428	0.00320245	0.64042			



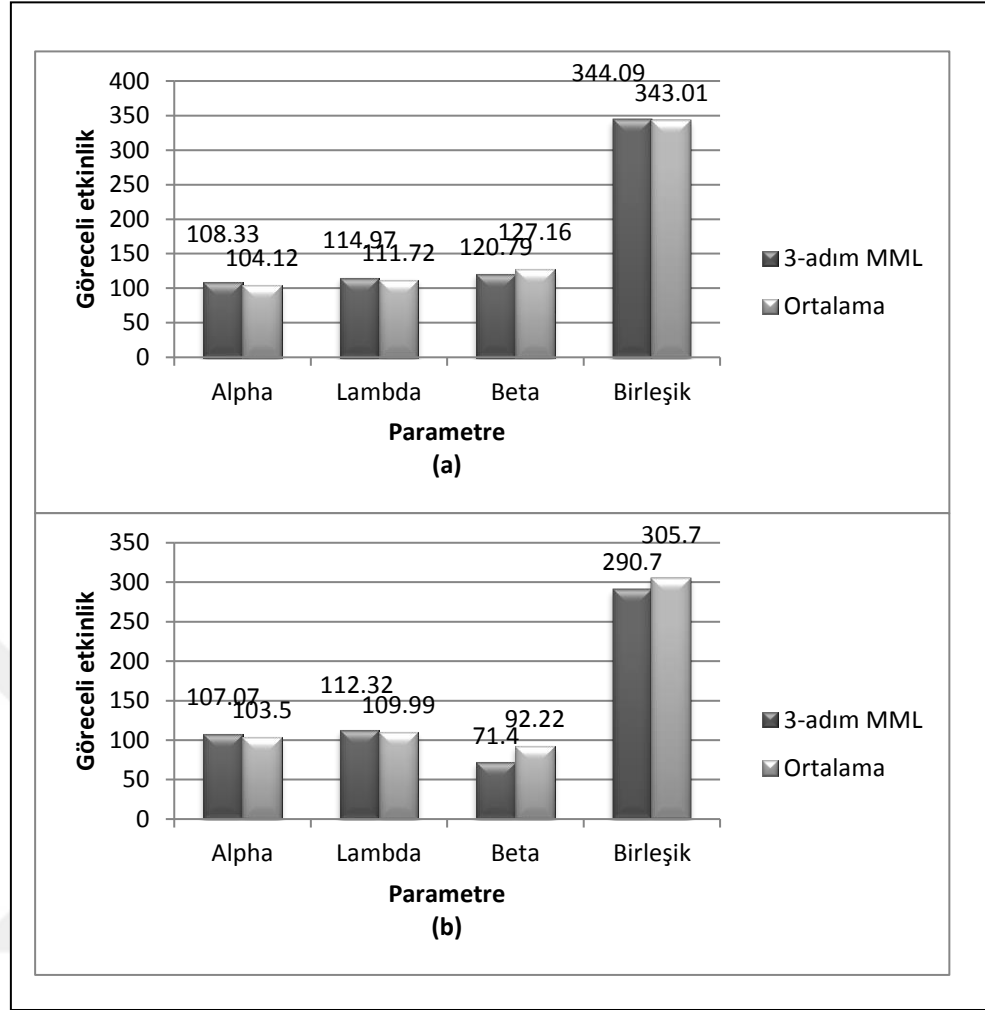
Şekil 3.28. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 3.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.28'e göre Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS birleşik etkinliklerine göre daha yüksektir. β 'nın 3-Adım MML tahmin edicisinin etkinliğinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicisine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.26'da Şekil 3.28'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.27. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 7$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	19.11794	0.05806	0.40037	17.74727	0.05921	0.41375		
	3-Adım MML	32.58022	0.05297	0.41241	29.25084	0.05406	0.39481		
	Ortalama	25.84908	0.05552	0.40639	23.49904	0.05663	0.40428		
Bias	LS	-330.88205	0.03806	-0.09963	-332.25275	0.03921	-0.08625		
	3-Adım MML	-317.41977	0.03297	-0.08759	-320.74915	0.03406	-0.10519		
	Ortalama	-324.15091	0.03552	-0.09361	-326.50098	0.03663	-0.09572		
n × var	LS	2293.13159	0.01684464	0.17579	1671.98389	0.01746035	0.19831		
	3-Adım MML	17380.66211	0.02332631	0.17276	23988.64648	0.03642412	0.21301		
	Ortalama	6163.84668	0.01685267	0.09037	7701.93311	0.02144483	0.10546		
n × mse	LS	5476439.50000	0.08929035	0.67205	11040861.00000	0.17117417	0.94214		
	3-Adım MML	5055146.00000	0.07766715	0.55636	10311991.00000	0.15240258	1.31946		
	Ortalama	5259854.50000	0.07992126	0.52849	10667991.00000	0.15562773	1.02163		
RE	3-Adım MML	108.33	114.97	120.79	107.07	112.32	71.40		
	Ortalama	104.12	111.72	127.16	103.50	109.99	92.22		
JRE	3-Adım MML	344.09			290.79				
	Ortalama	343.01			305.70				
CRLB		101297248.5547	0.04547610	0.52033					



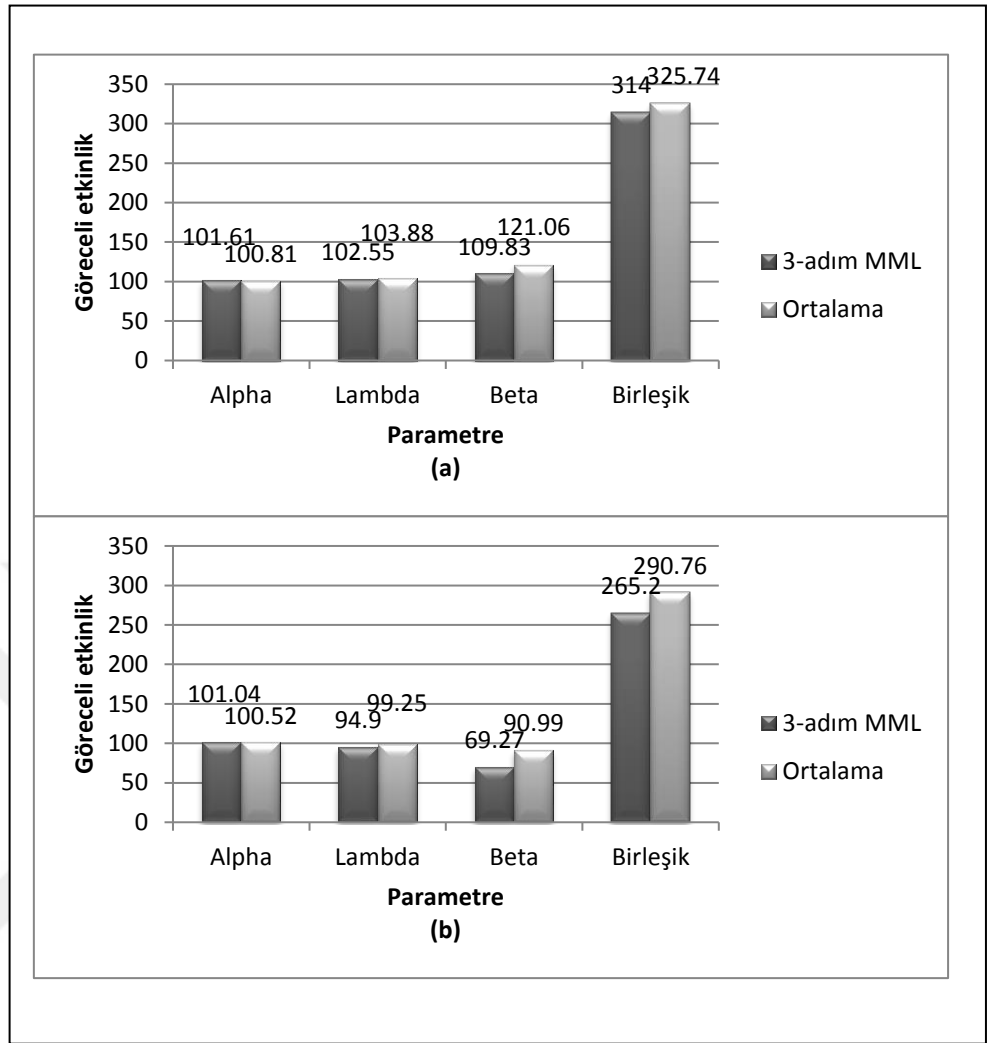
Şekil 3.29. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 7$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.29'a göre bir durum dışında (β , $n=100$) 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS birleşik etkinliklerine göre daha yüksektir. β 'nın 3-Adım MML tahmin edicisinin etkinliğinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicisine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.27'de Şekil 3.29'daki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.28. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 14$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	5.29803	0.20930	0.39249	4.88190	0.21625	0.40417
	3-Adım MML	8.07167	0.20037	0.40069	6.67397	0.21407	0.38412
	Ortalama	6.68485	0.20483	0.39659	5.77793	0.21516	0.39414
Bias	LS	-344.70197	0.16930	-0.10751	-345.11810	0.17625	-0.09583
	3-Adım MML	-341.92831	0.16037	-0.09931	-343.32602	0.17407	-0.11588
	Ortalama	-343.31516	0.16483	-0.10341	-344.22208	0.17516	-0.10586
n × var	LS	173.18312	0.23037833	0.16295	141.12502	0.25340733	0.18411
	3-Adım MML	1138.17371	0.33619785	0.18145	1254.04614	0.51027954	0.24869
	Ortalama	408.51517	0.24289314	0.07731	429.79050	0.31704557	0.09111
n × mse	LS	5941145.50000	1.66346526	0.74092	11910792.00000	3.35980010	1.10249
	3-Adım MML	5846886.50000	1.62212265	0.67458	11788530.00000	3.54046440	1.59158
	Ortalama	5893673.50000	1.60140383	0.61202	11849314.00000	3.38522196	1.21169
RE	3-Adım MML	101.61	102.55	109.83	101.04	94.90	69.27
	Ortalama	100.81	103.88	121.06	100.52	99.25	90.99
JRE	3-Adım MML	314.00			265.20		
	Ortalama	325.74			290.76		
CRLB		309972910.9232	0.71027788	0.45663			



Şekil 3.30. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.5$ ($\lambda\alpha = 14$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.30'a göre $n=50$ için 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, $n=50$ için 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS birleşik etkinliklerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin tahmin edicilerinin etkinlikleri ve birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre kötüleşme eğiliminde olduğu görülmüştür. Ortalama yönteminin tahmin edicilerinin etkinliklerinin genel olarak 3-Adım MML yönteminin tahmin edicilerinin etkinliklerine göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

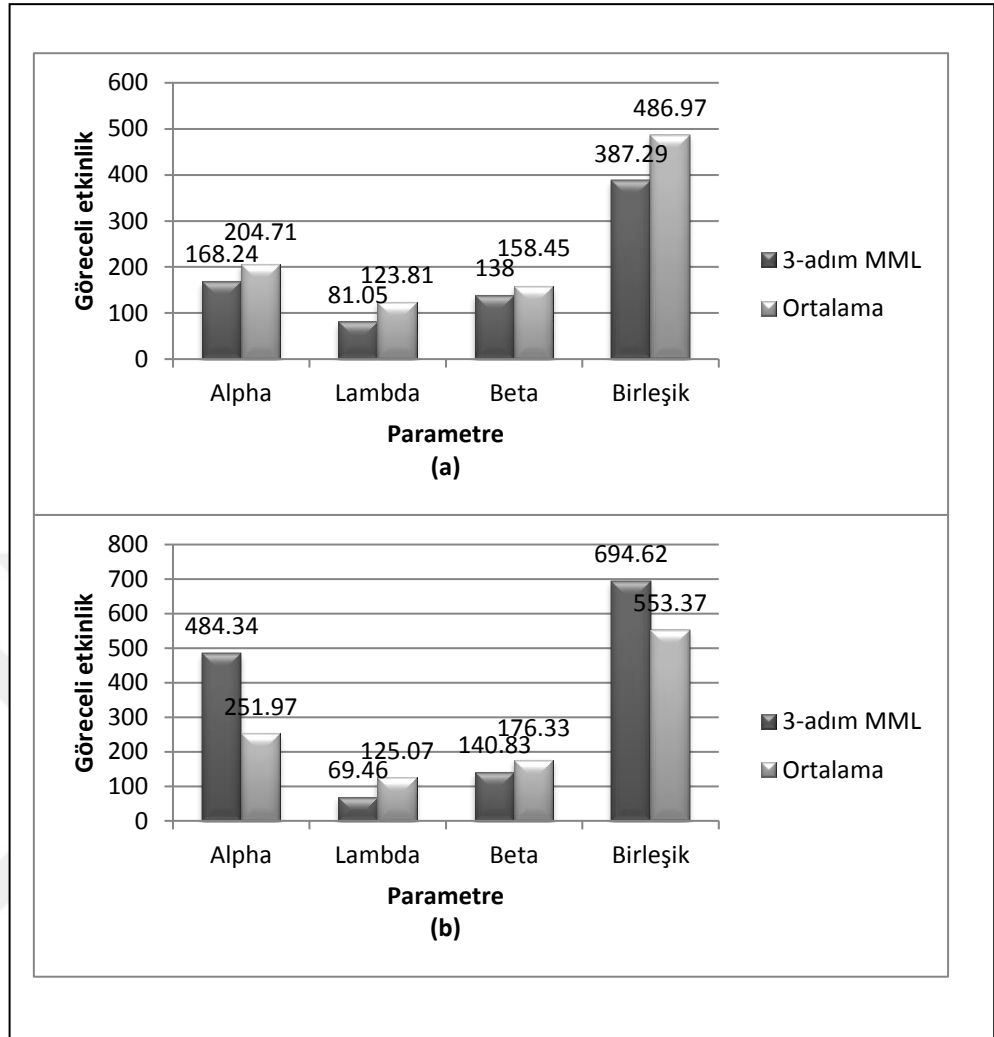
Tablo 3.28'de Şekil 3.30'daki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği

görülmüştür. Bunun yanında β tahmin edicilerinin λ tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.



Tablo 3.29. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1.75$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları.

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	224.11018	0.00468	0.60931	213.17751	0.00479	0.62680
	3-Adım MML	347.26981	0.00531	0.69730	329.81183	0.00535	0.70521
	Ortalama	285.69022	0.00499	0.65330	271.49463	0.00507	0.66600
Bias	LS	-125.88982	-0.00032	-0.09069	-136.82249	-0.00021	-0.07320
	3-Adım MML	-2.73019	0.00031	-0.00270	-20.18817	0.00035	0.00521
	Ortalama	-64.30978	-0.00001	-0.04670	-78.50537	0.00007	-0.03400
n × var	LS	140772.21875	0.00004692	0.51347	110199.60938	0.00004609	0.57380
	3-Adım MML	554306.18750	0.00005956	0.66972	368513.87500	0.00006054	0.78522
	Ortalama	249073.85938	0.00004214	0.47457	170394.78125	0.00003981	0.51370
n × mse	LS	933184.50000	0.00005218	0.92474	1982239.12500	0.00005039	1.10964
	3-Adım MML	554678.87500	0.00006438	0.67009	409270.09375	0.00007255	0.78793
	Ortalama	455861.28125	0.00004214	0.58360	786704.12500	0.00004029	0.62928
RE	3-Adım MML	168.24	81.05	138.00	484.34	69.46	140.83
	Ortalama	204.71	123.81	158.45	251.97	125.07	176.33
JRE	3-Adım MML	387.29			694.62		
	Ortalama	486.97			553.37		
CRLB		11971274.77571	0.0000471	1.70446			



Şekil 3.31. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 1.75$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

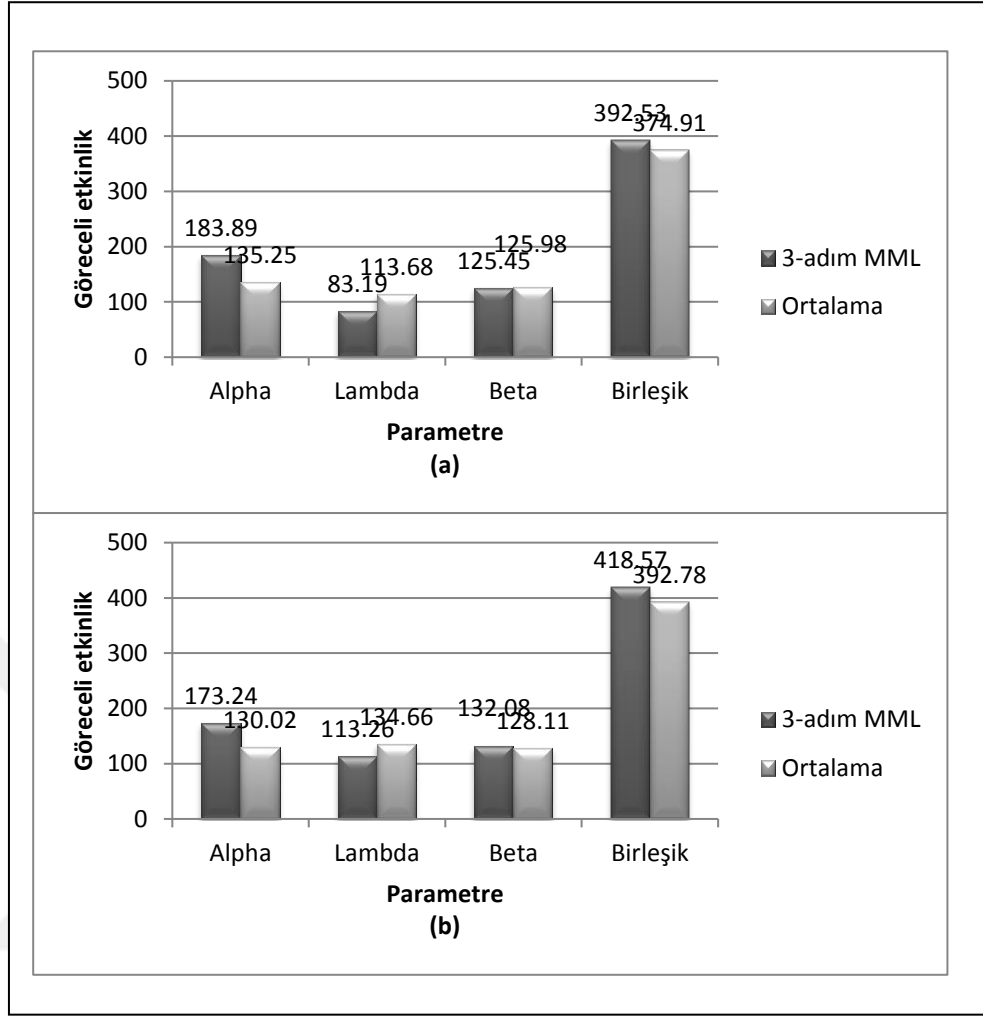
Şekil 3.31'e göre hem α hem de β 'nin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir.

λ 'nın 3-Adım MML tahmin edicisinin etkinliği; LS tahmin edicisine göre daha düşükken Ortalama yönteminin etkinliği daha yüksektir. Ortalama yöntemi tahmin edicilerinin etkinlikleri ve birleşik etkinliğinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.29'da Şekil 3.31'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.30. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 3.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	102.70987	0.01022	0.57790	97.34657	0.01050	0.59419
	3-Adım MML	176.41315	0.01024	0.61751	160.76707	0.01035	0.62030
	Ortalama	139.56143	0.01023	0.59770	129.05685	0.01043	0.60725
Bias	LS	-247.29013	0.00022	-0.12210	-252.65344	0.00050	-0.10581
	3-Adım MML	-173.58685	0.00024	-0.08249	-189.23293	0.00035	-0.07970
	Ortalama	-210.43857	0.00023	-0.10230	-220.94315	0.00043	-0.09275
n × var	LS	30018.30078	0.00023794	0.41933	21622.76563	0.00023394	0.46169
	3-Adım MML	172490.01563	0.00028598	0.58813	116193.57813	0.00021585	0.56203
	Ortalama	68697.50000	0.00020875	0.40128	44633.69531	0.00017397	0.37398
n × mse	LS	3087638.75000	0.00024035	1.16470	6404999.00000	0.00025862	1.58124
	3-Adım MML	1679109.87500	0.00028893	0.92839	3697103.75000	0.00022835	1.19722
	Ortalama	2282917.00000	0.00021142	0.92451	4926221.00000	0.00019206	1.23431
RE	3-Adım MML	183.89	83.19	125.45	173.24	113.26	132.08
	Ortalama	135.25	113.68	125.98	130.02	134.66	128.11
JRE	3-Adım MML	392.53			418.57		
	Ortalama	374.91			392.78		
CRLB		21106584.98633	0.00022208	1.25522			



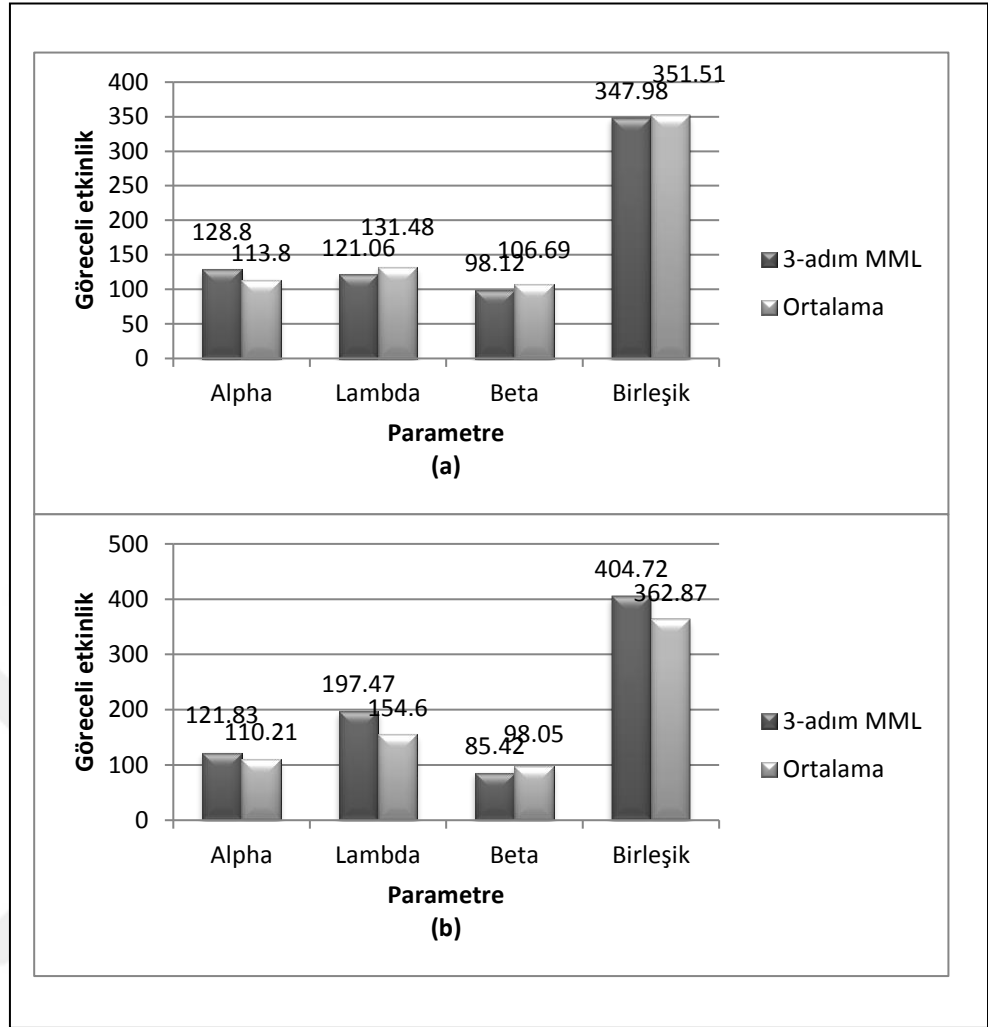
Şekil 3.32. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 3.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.32'ye göre Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.30'da Şekil 3.32'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.31. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 7$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	43.33474	0.02435	0.56110	40.93906	0.02505	0.57704		
	3-Adım MML	81.53512	0.02223	0.56961	70.57917	0.02263	0.56661		
	Ortalama	62.43490	0.02329	0.56536	55.75911	0.02384	0.57182		
Bias	LS	-306.66525	0.00435	-0.13890	-309.06094	0.00505	-0.12296		
	3-Adım MML	-268.46487	0.00223	-0.13039	-279.42084	0.00263	-0.13339		
	Ortalama	-287.56509	0.00329	-0.13464	-294.24088	0.00384	-0.12818		
n × var	LS	5680.14844	0.00156529	0.35250	4449.84326	0.00157171	0.37205		
	3-Adım MML	51574.44531	0.00182578	0.49233	36581.85547	0.00139712	0.42618		
	Ortalama	18774.05469	0.00136865	0.32817	12847.71289	0.00119228	0.27847		
n × mse	LS	4707859.00000	0.00251255	1.31719	9556316.00000	0.00412628	1.88405		
	3-Adım MML	3655244.00000	0.00207544	1.34239	7844183.00000	0.00208957	2.20556		
	Ortalama	4153458.00000	0.00191104	1.23463	8670618.00000	0.00266901	1.92145		
RE	3-Adım MML	128.80	121.06	98.12	121.83	197.47	85.42		
	Ortalama	113.35	131.48	106.69	110.21	154.60	98.05		
JRE	3-Adım MML	347.98			404.72				
	Ortalama	351.51			362.87				
CRLB		51682242.79551	0.00348611	1.01985					



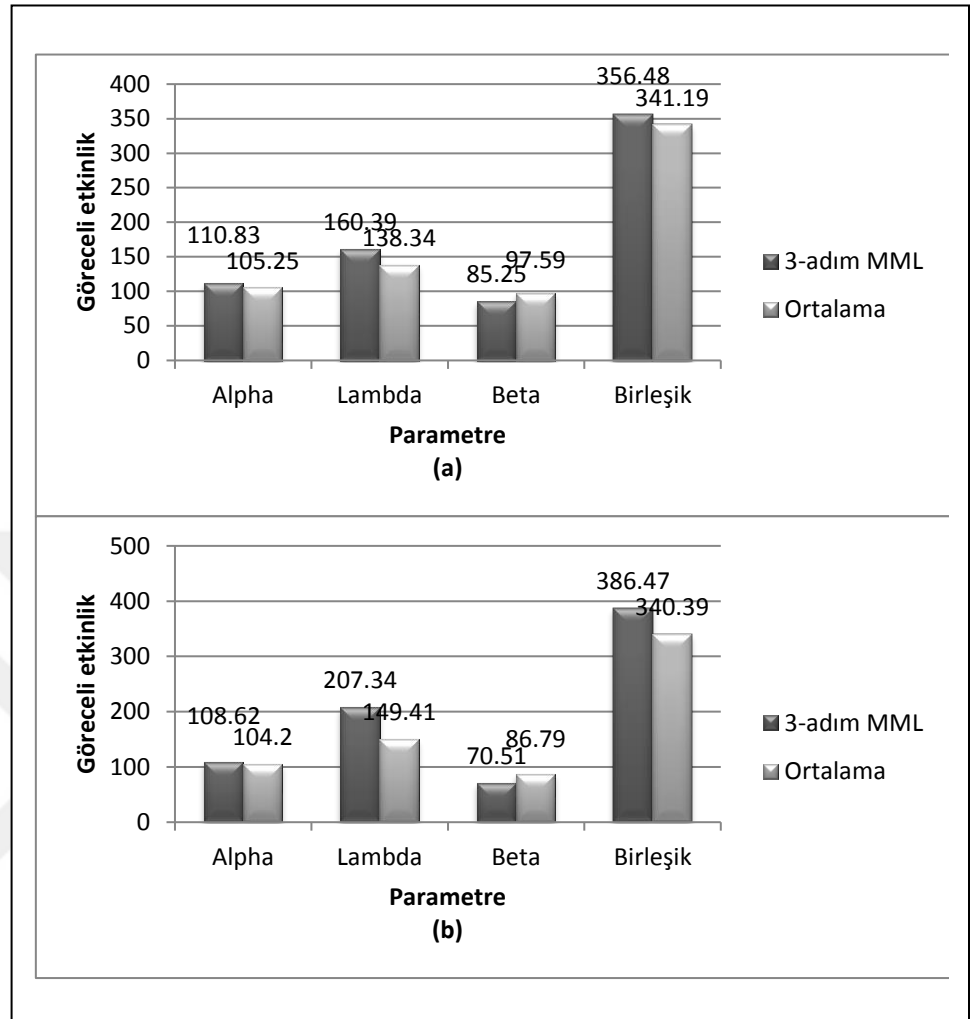
Şekil 3.33. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 7$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.33'e göre hem α hem de λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Hem 3-Adım MML hem de Ortalama tahmin edicilerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicisine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.31'de Şekil 3.33'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.32. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 14$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	17.16439	0.06151	0.55169	16.46205	0.06237	0.56433
	3-Adım MML	34.15261	0.05326	0.54282	30.10207	0.05342	0.53601
	Ortalama	25.65850	0.05738	0.54726	23.28208	0.05790	0.55017
Bias	LS	-332.83560	0.02151	-0.14831	-333.53796	0.02237	-0.13567
	3-Adım MML	-315.84738	0.01326	-0.15718	-319.89792	0.01342	-0.16399
	Ortalama	-324.34149	0.01738	-0.15274	-326.71793	0.01790	-0.14983
n × var	LS	871.56580	0.01014912	0.32311	783.50537	0.00977892	0.36005
	3-Adım MML	10482.30273	0.01195894	0.43375	9371.68457	0.01084256	0.43185
	Ortalama	3555.22852	0.00894645	0.29143	3020.27881	0.00801564	0.29084
n × mse	LS	5539848.50000	0.03327778	1.42284	11125541.00000	0.05982714	2.20064
	3-Adım MML	4998461.00000	0.02074747	1.66903	10242840.00000	0.02885401	3.12102
	Ortalama	5263425.50000	0.02405449	1.45795	10677480.00000	0.04004266	2.53567
RE	3-Adım MML	110.83	160.39	85.25	108.62	207.34	70.51
	Ortalama	105.25	138.34	97.59	104.20	149.41	86.79
JRE	3-Adım MML	356.48			386.47		
	Ortalama	341.19			340.39		
CRLB		158150992.5083	0.07745798	0.89501			



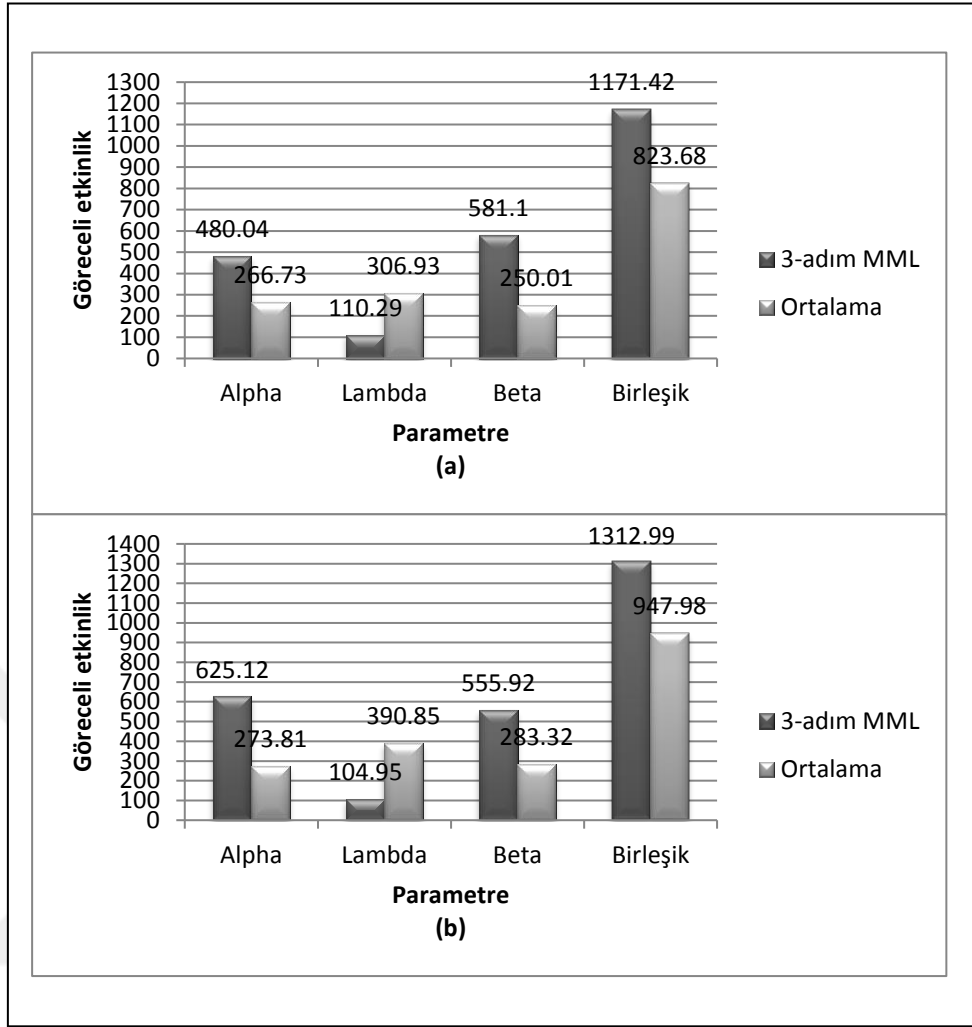
Şekil 3.34. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 0.7$ ($\lambda\alpha = 14$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.34'e göre hem α hem de λ 'nın 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. β 'nin 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha düşüktür. Hem 3-Adım MML hem de Ortalama tahmin edicilerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML yönteminin birleşik etkinliğinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicisine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür.

Tablo 3.32'de Şekil 3.34'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.33. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.005$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 1.75$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	261.97507	0.00389	0.95780	255.23698	0.00396	0.98243		
	3-Adım MML	342.56619	0.00561	1.07308	338.67444	0.00564	1.10017		
	Ortalama	302.27063	0.00475	1.01544	296.95572	0.00480	1.04130		
Bias	LS	-88.02493	-0.00111	-0.14220	-94.76302	-0.00104	-0.11757		
	3-Adım MML	-7.43381	0.00061	-0.02692	-11.32556	0.00064	0.00017		
	Ortalama	-47.72931	-0.00025	-0.08456	-53.04428	-0.00020	-0.05870		
n × var	LS	69486.37500	0.00001278	1.33241	68589.60156	0.00001456	1.37413		
	3-Adım MML	92418.48438	0.00004909	0.36703	135396.70313	0.00007667	0.49584		
	Ortalama	57391.44922	0.00002120	0.57982	71647.81250	0.00002751	0.62832		
n × mse	LS	456905.81250	0.00007474	2.34341	966592.56250	0.00012345	2.75650		
	3-Adım MML	95181.56250	0.00006777	0.40327	148223.53125	0.00011763	0.49584		
	Ortalama	171296.09375	0.00002435	0.93734	353017.40625	0.00003159	0.97293		
RE	3-Adım MML	480.04	110.29	581.10	652.12	104.95	555.92		
	Ortalama	266.73	306.93	250.01	273.81	390.85	283.32		
JRE	3-Adım MML	1171.42			1312.99				
	Ortalama	823.67			947.98				
CRLB		4847871.19697	0.00051076	4.20898					



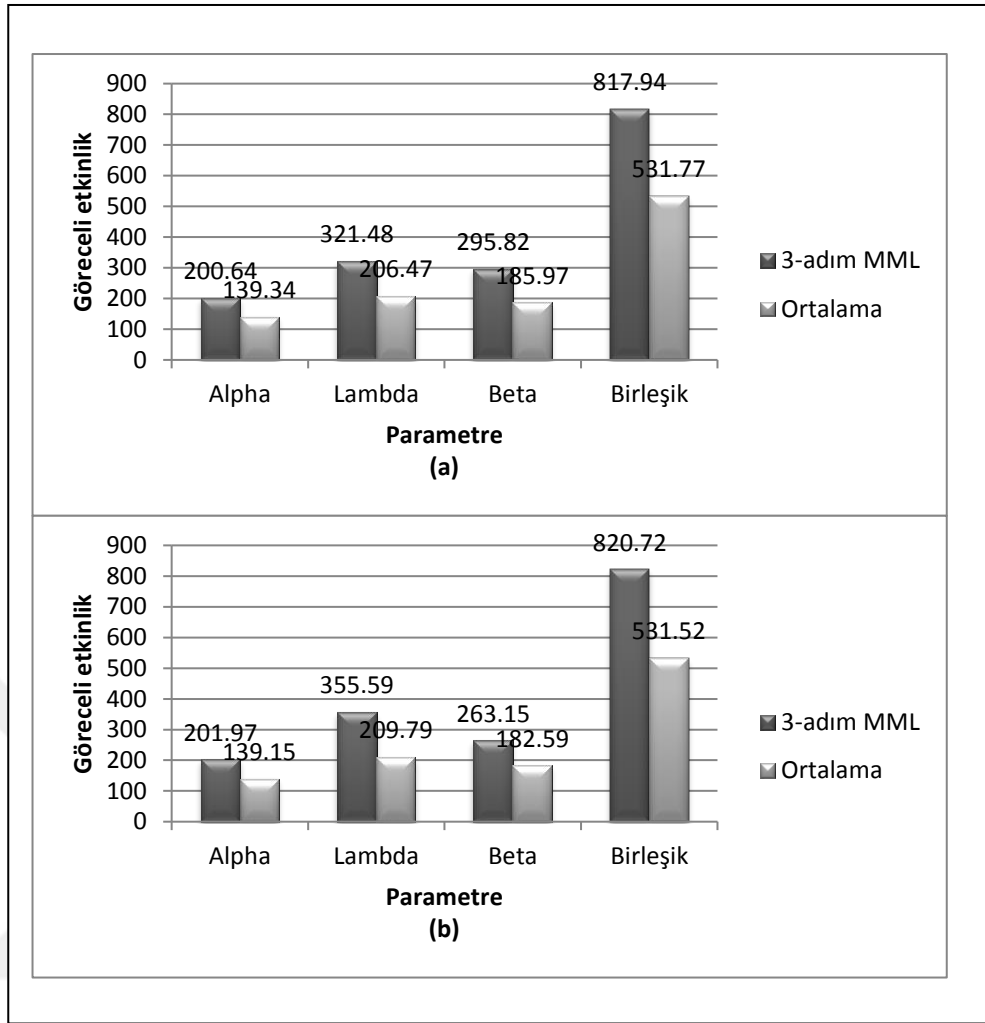
Şekil 3.35. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.005$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 1.75$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.35'e göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS birleşik etkinliklerine göre çok daha yüksektir. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinliklerinin örneklem hacmi arttıkça LS tahmin edicilerine göre iyileşme eğiliminde olduğu görülmüştür. 3-Adım MML yönteminin birleşik etkinliğinin Ortalama yönteminin birleşik etkinliğine göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 3.33'te Şekil 3.35'teki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.34. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.01$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 3.5$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	159.26941	0.00641	0.90838	154.42989	0.00654	0.93158		
	3-Adım MML	219.09283	0.00898	1.01215	215.34782	0.00893	1.02303		
	Ortalama	189.18126	0.00769	0.96026	184.88876	0.00773	0.97730		
Bias	LS	-190.73059	-0.00359	-0.19162	-195.57011	-0.00346	-0.16842		
	3-Adım MML	-130.90717	-0.00102	-0.08785	-134.65218	-0.00107	-0.07697		
	Ortalama	-160.81874	-0.00231	-0.13974	-165.11124	-0.00227	-0.12270		
n × var	LS	27994.51563	0.00003985	1.02208	24149.06641	0.00004152	1.03664		
	3-Adım MML	63660.18750	0.00016074	0.58025	92532.57813	0.00023402	0.87948		
	Ortalama	32373.64258	0.00006546	0.56053	39898.81641	0.00007754	0.61591		
n × mse	LS	1846902.50000	0.00068537	2.85805	3848915.75000	0.00123902	3.87327		
	3-Adım MML	920494.43750	0.00021319	0.96616	1905653.50000	0.00034844	1.47186		
	Ortalama	1325507.00000	0.00033195	1.53687	2766070.75000	0.00059061	2.12132		
RE	3-Adım MML	200.64	321.48	295.82	201.97	355.59	263.15		
	Ortalama	139.34	206.47	185.97	139.15	209.79	182.59		
JRE	3-Adım MML	817.94			820.72				
	Ortalama	531.77			531.52				
CRLB		8547294.08489	0.00229715	3.09964					



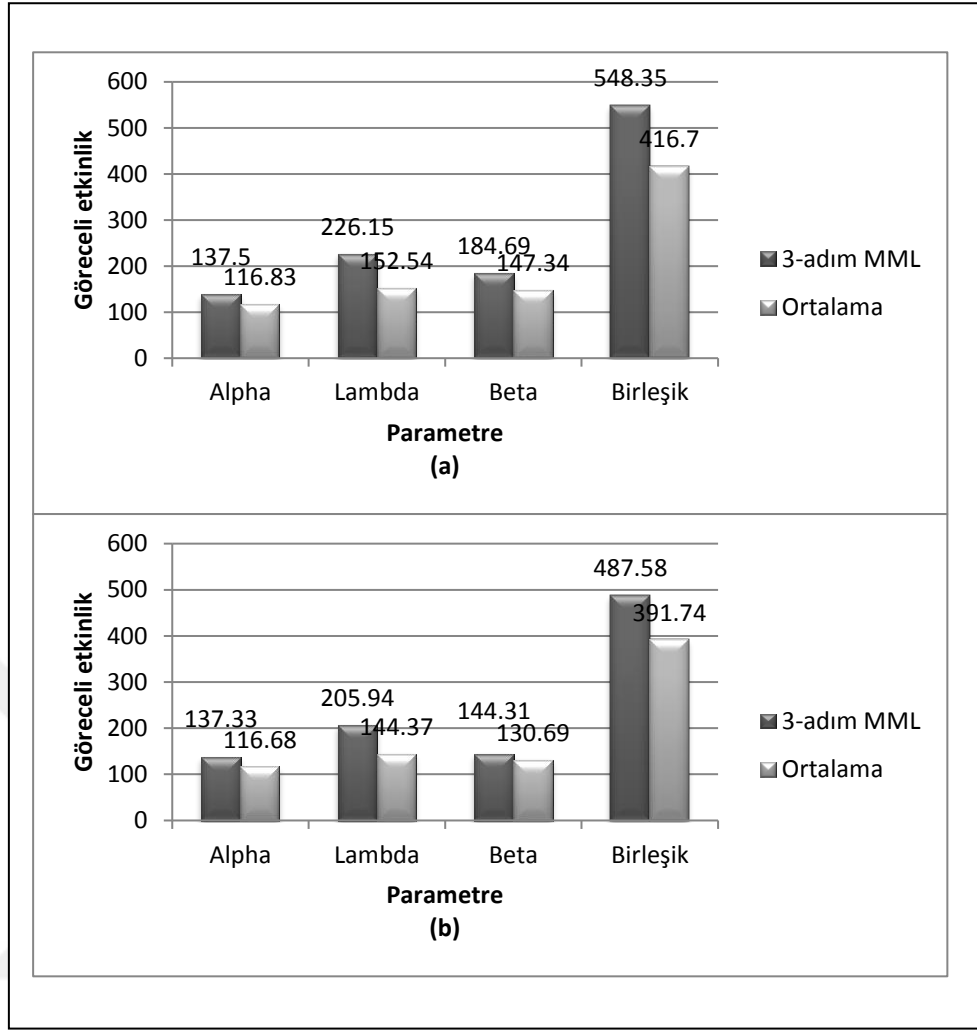
Şekil 3.36. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.01$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 3.5$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.36'ya göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS birleşik etkinliklerine göre çok daha yüksektir. 3-Adım MML yönteminin etkinliğinin Ortalama yönteminin etkinliğine göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 3.34'te Şekil 3.36'daki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.35. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.02$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 7$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50				n=100			
		α	λ	β	α	λ	β		
Mean	LS	91.79100	0.01112	0.88383	89.17766	0.01132	0.90690		
	3-Adım MML	130.95874	0.01483	0.95713	128.31331	0.01442	0.94947		
	Ortalama	111.37479	0.01298	0.92048	108.74545	0.01287	0.92819		
Bias	LS	-258.20898	-0.00888	-0.21617	-260.82233	-0.00868	-0.19310		
	3-Adım MML	-219.04126	-0.00517	-0.14287	-221.68669	-0.00558	-0.15053		
	Ortalama	-238.62521	-0.00702	-0.17952	-241.25455	-0.00713	-0.17181		
n × var	LS	9140.11719	0.00012525	0.86441	7914.16162	0.00012694	1.00025		
	3-Adım MML	32071.02930	0.00046347	0.71253	45052.76953	0.00060613	1.01091		
	Ortalama	14060.02344	0.00020021	0.56114	16806.04297	0.00022301	0.66636		
n × mse	LS	3342734.25000	0.00406687	3.20092	6810743.00000	0.00765300	4.72886		
	3-Adım MML	2431024.75000	0.00179827	1.73313	4959552.00000	0.00371618	3.27682		
	Ortalama	2861159.50000	0.00266617	2.17252	5837182.00000	0.00530106	3.61834		
RE	3-Adım MML	137.50	226.15	184.69	137.33	205.94	144.31		
	Ortalama	116.83	152.54	147.34	116.68	144.37	130.69		
JRE	3-Adım MML	548.35			487.58				
	Ortalama	416.70			391.74				
CRLB		20929167.68262	0.01217523	2.51841					



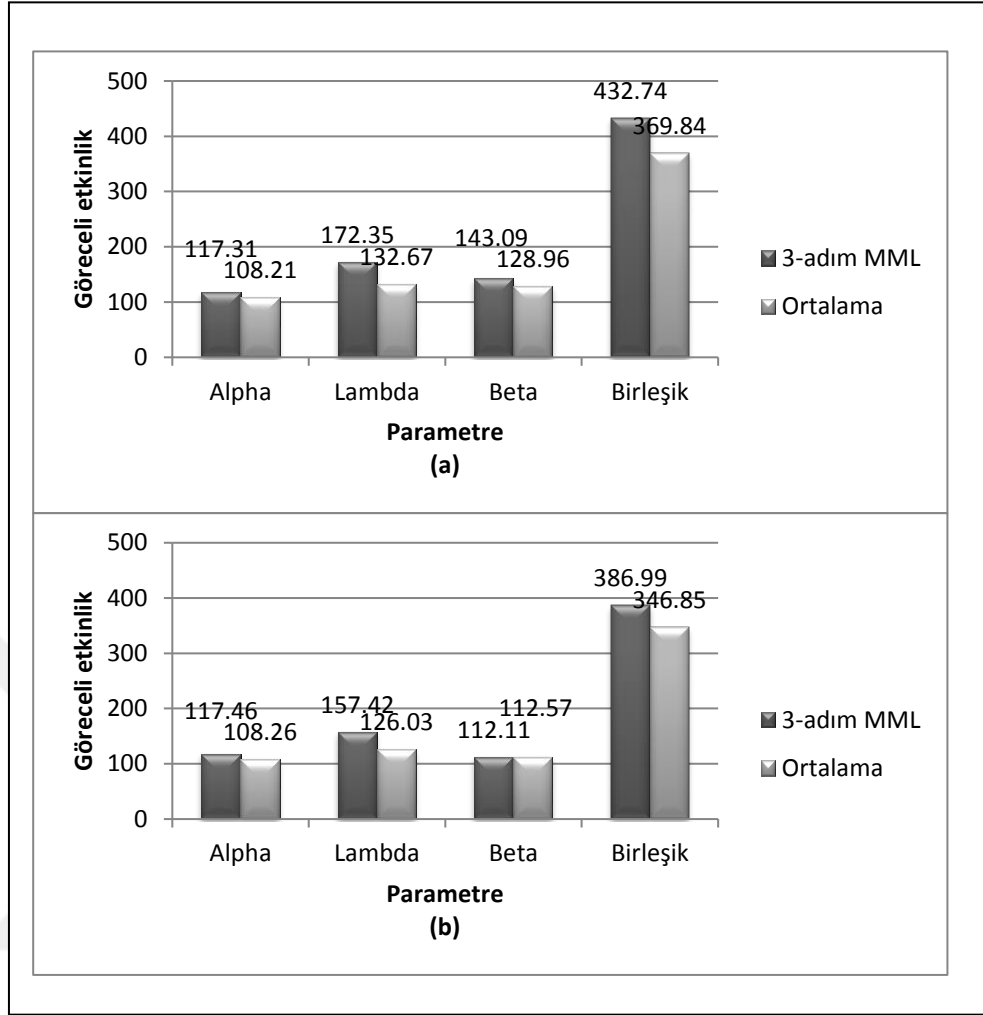
Şekil 3.37. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.02$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 7$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.37'ye göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS birleşik etkinliklerine göre daha yüksektir. 3-Adım MML yönteminin etkinliğinin Ortalama yönteminin etkinliğine göre biraz daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 3.35'te Şekil 3.37'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3.36. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.04$, $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 14$) ve $n=50$ ve 100 için simülasyon sonuçları

	Yöntem	n=50			n=100		
		α	λ	β	α	λ	β
Mean	LS	51.12616	0.02001	0.86706	49.83162	0.02028	0.88905
	3-Adım MML	74.40013	0.02574	0.91616	73.31232	0.02485	0.90815
	Ortalama	62.76314	0.02287	0.89161	61.57201	0.02257	0.89860
Bias	LS	-298.87384	-0.01999	-0.23294	-300.16840	-0.01972	-0.21095
	3-Adım MML	-275.59985	-0.01426	-0.18384	-276.68768	-0.01515	-0.19185
	Ortalama	-287.23685	-0.01713	-0.20839	-288.42798	-0.01743	-0.20140
n × var	LS	3111.18994	0.00044726	0.84106	2720.24146	0.00042666	0.81049
	3-Adım MML	12217.25195	0.00168735	0.79393	17572.94531	0.00203233	1.01163
	Ortalama	5158.51709	0.00073449	0.58451	6323.88184	0.00080410	0.61699
n × mse	LS	4469389.50000	0.02043438	3.55410	9012826.00000	0.03930975	5.26059
	3-Adım MML	3809981.25000	0.01185667	2.48386	7673180.00000	0.02497080	4.69242
	Ortalama	4130409.00000	0.01540206	2.75587	8325393.50000	0.03119202	4.67328
RE	3-Adım MML	117.31	172.35	143.09	117.46	157.42	112.11
	Ortalama	108.21	132.67	128.96	108.26	126.03	112.57
JRE	3-Adım MML	432.74			386.99		
	Ortalama	369.84			346.85		
CRLB		64044910.46005	0.07576196	2.21014			



Şekil 3.38. $\alpha = 350$, $\lambda = 0.04$ ve $\beta = 1.1$ ($\lambda\alpha = 14$) parametrelerinin 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin LS tahmin edicilerine göre RE ve JRE değerleri (a) $n=50$, (b) $n=100$.

Şekil 3.38'e göre 3-Adım MML ve Ortalama tahmin edicilerinin etkinlikleri LS tahmin edicilerinin etkinliklerinden daha yüksektir. Ayrıca, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin birleşik etkinlikleri LS tahmin edicilerine göre daha yüksektir. Genel olarak 3-Adım MML yönteminin etkinliğinin Ortalama yönteminin etkinliğine göre biraz daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 3.36'da Şekil 3.38'deki durumlar için ayrıntılı değerler verilmiştir. α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bunun yanında λ tahmin edicilerinin β tahmin edicilerine göre daha az yanlı olduğu gözlemlenmiştir.

Genel bir değerlendirme yapmak amacıyla burada ele alınan durumlarda 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin RE ve JRE açılarından kaç durumda LS yönteminden daha iyi olduğu sayılmış ve tablolastırılmıştır. Önerilen yöntemlerin daha iyi olma oran ve yüzdeleri Tablo 3.37’de verilmiştir.

Tablo 3.37. 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin ele alınan durumlar için LS yönteminden daha iyi olma oran ve yüzdeleri

Yöntem	RE ¹		JRE ²	
	Oran	Yüzde	Oran	Yüzde
3-Adım MML	136/216	63	50/72	69
Ortalama	161/216	75	53/72	74

Örneğin 3-Adım MML yönteminin RE’sinin toplam 216 durumun 136’sında LS’e göre daha iyi olduğu görülmüştür. Bu sebeple daha iyi olma yüzdesi $\frac{136}{216} \times 100 = \%63$ ’tür.

Bu tabloya göre 3-Adım MML yöntemi bir çok durumda LS yönteminden daha iyidir. Ortalama yönteminin daha iyi olma yüzdesi ise çok daha yüksektir.

¹ RE’lerin toplam sayısı 216’dır.

² JRE’lerin toplam sayısı 72’dir.

4. GERÇEK HAYAT VERİSİ İÇİN UYGULAMALAR

4.1. Uygulama 1

Aarset (1987) tarafından incelenen 0 zamanında yaşam testi başlatılan 50 cihazın bozulma süreleri Tablo 4.1’de verilmiştir. Bu veri setinin denklem (3.4)’te verilen Weibull uzanımı dağılımıyla modellenmesinin uygun olduğu ifade edilmiştir (Xie et al., 2002).

Tablo 4.1. Elli cihazın bozulma süreleri

0.1	0.2	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	2.0	3.0	6.0
7.0	11.0	12.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	21.0	32.0
36.0	40.0	45.0	45.0	47.0	50.0	55.0	60.0	63.0	63.0
67.0	67.0	67.0	67.0	72.0	75.0	70.0	82.0	82.0	83.0
84.0	84.0	84.0	85.0	85.0	85.0	85.0	85.0	86.0	86.0

Aarset (1987) tarafından incelenen 0 zamanında yaşam testi başlatılan 50 cihazın bozulma süreleri verisi üstüne yapılan uygulama sonucu Tablo 4.2’de verilmiştir.

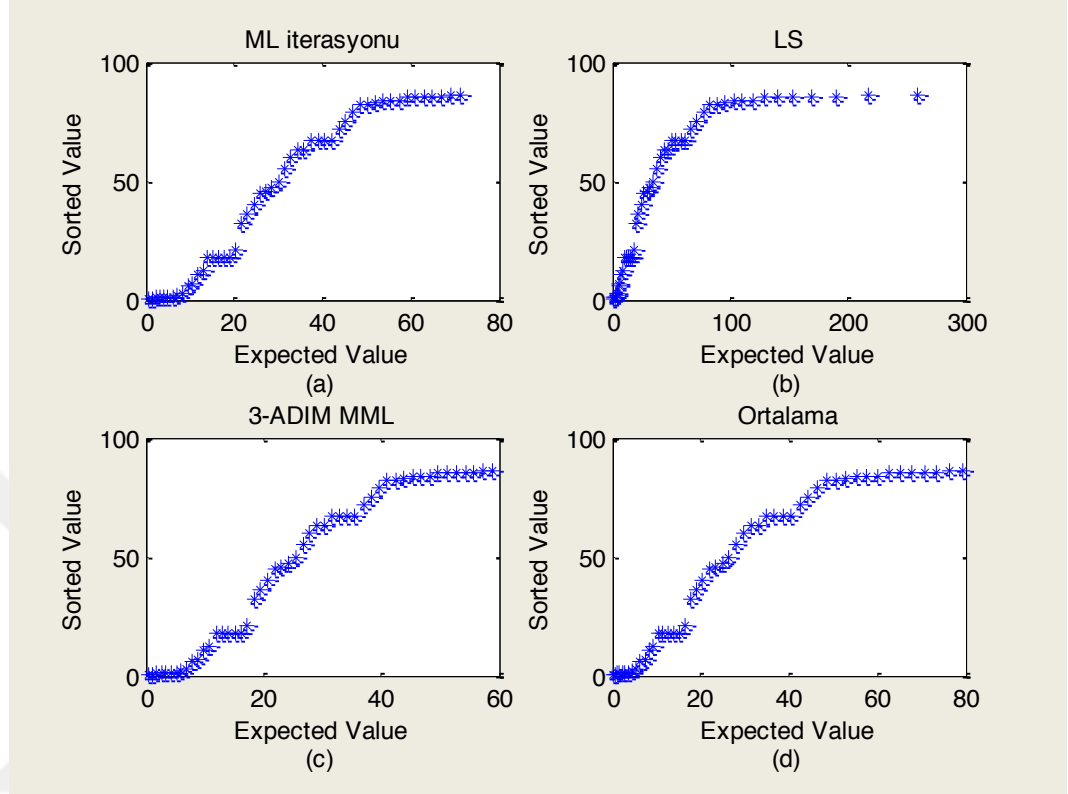
Tablo 4.2. Aarest (1987) tarafından verilen gerçek hayat verisi uygulaması sonuçları

Yöntem	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	$\hat{\beta}$	$\ln L$	AIC
ML iterasyonu	110.09	0.0141	0.8408	-236.25	478.49
LS	110.09	0.0091	0.5326	-241.83	489.65
3-Adım MML	117.45	0.0157	0.8310	-236.78	479.55
Ortalama	113.76	0.0124	0.6818	-237.45	480.89

Tablo 4.2’ye göre gerçek hayat veri uygulamasında 3-Adım MML ve Ortalama yöntemleri, ML iterasyon yöntemiyle göz ardı edilebilecek kadar yakın $\ln L$ ve AIC değerleri vermiştir. Ayrıca her iki yöntem de $\ln L$ ve AIC değerleri açısından LS yönteminden daha iyidir.

Şekil 4.1’de sırasıyla ML iterasyonu, LS, 3-Adım MML ve Ortalama parametre tahmin değerlerine dayanak Q-Q grafikleri oluşturularak verilmiştir. Q-Q grafikleri AIC ve $\ln L$ değerlerini doğrular niteliktedir. Bu grafiklere göre en uygun parametre tahmininin ML iterasyon yöntemince yapıldığı, çok büyük farklılıklar olmamasına rağmen bu yöntemi sırasıyla 3-Adım MML ve Ortalama

yöntemlerinin izlediği görülmektedir. LS parametre tahminlerinin uygun olmadığı bunlara dayanan Q-Q grafiğinin doğrusallık göstermemesi sebebiyle açıkça gözükmemektedir.



Şekil 4.1. Aarest (1987) verisinin Q-Q grafikleri (a) ML iterasyonu (b) LS (c) 3-Adım MML (d) Ortalama.

4.2. Uygulama 2

Wang (2000) tarafından verilen 18 elektronik cihazın bozulma sürelerini içeren veri seti Tablo 4.3'te sunulmuştur. Xie et al. (2002) bu veri setinin Weibull uzanımı dağılımı ile modellenmesinin uygun olduğunu göstermiştir.

Tablo 4.3. On sekiz elektronik cihazın bozulma süreleri

5	11	21	31	46	75	98	122	145
165	195	224	245	293	321	330	350	420

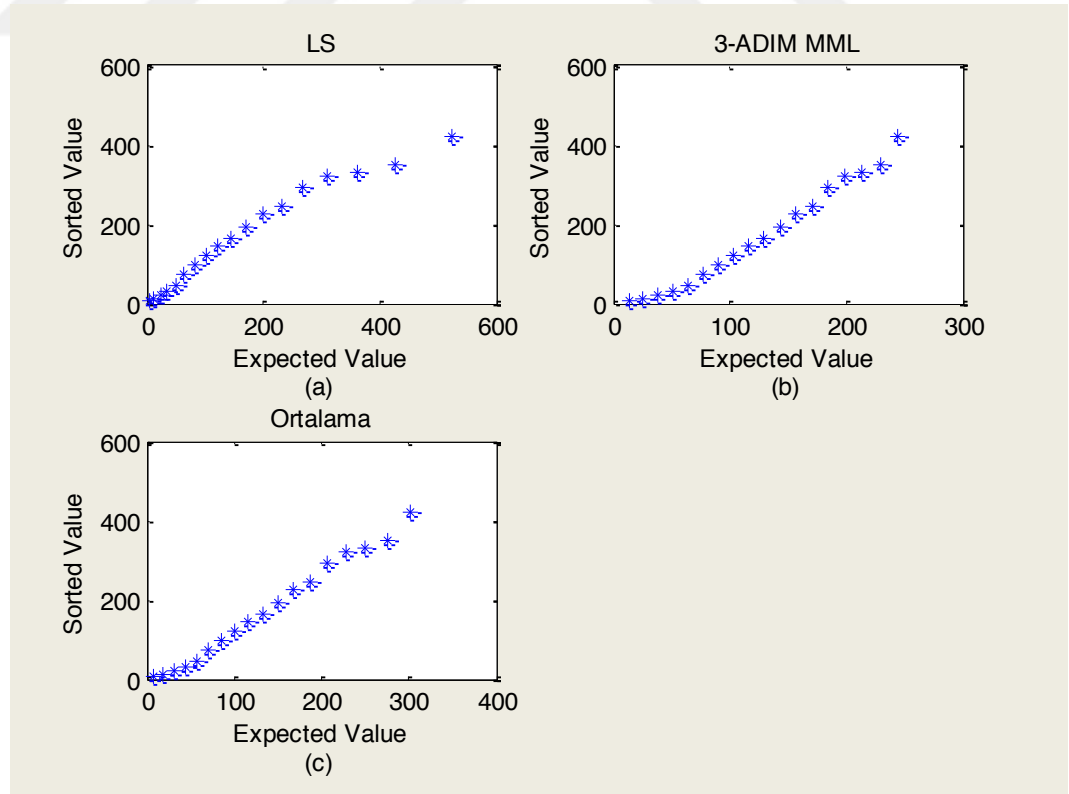
Wang (2000) tarafından verilen 18 elektronik cihazın bozulma sürelerini içeren veri seti üstüne yapılan uygulama sonucu Tablo 4.4'te verilmiştir.

Tablo 4.4. Wang (2000) tarafından verilen gerçek hayat verisi uygulaması sonuçları

Yöntem	$\hat{\alpha}$	$\hat{\lambda}$	$\hat{\beta}$	$\ln L$	AIC
LS	349.15	0.0029	0.6802	-110.67	227.35
3-Adım MML	386.95	0.0042	1.0119	-109.50	225.01
Ortalama	368.05	0.0035	0.8440	-109.63	225.26

Tablo 4.4'e göre gerçek hayat veri uygulamasında 3-Adım MML ve Ortalama yöntemleri LS yöntemine göre daha iyi sonuçlar vermiştir.

LS, 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin tahmin edicilerine dayanarak oluşturulan Q-Q grafikleri Şekil 4.2'de verilmiştir. AIC ve $\ln L$ değerlerinde olduğu gibi aralarında büyük farklılıklar olmamasına ve hepsinin kabul edilebilir olmasına rağmen LS tahmin edicilerine dayanan Q-Q grafiğinin diğerlerinden biraz daha kötü olduğu gözükmemektedir. 3-Adım MML tahmin edicilerine dayanan Q-Q grafiğinin ise gözle neredeyse fark edilemeyecek oranda Ortalama yönteminin tahmin edicilerine dayanan Q-Q grafiğinden daha iyi olduğu söylenebilir. Zaten bu iki yöntemin $\ln L$ ve AIC değerleri neredeyse birbirine eşittir.

**Şekil 4.2.** Wang (2000) verisinin Q-Q grafikleri (a) LS (b) 3-Adım MML (c) Ortalama

5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, küvet hazard fonksiyonuna sahip dağılımlardan esnek bir dağılım olan Uyarlanmış Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmek için 3-Adım MML yöntemi üretilmiştir. Ayrıca, 3-Adım MML yönteminin etkinliğini arttırmak amacıyla Ortalama yöntemi önerilmiştir. Bunlara ek olarak bu dağılım için CRLB değerleri bulunmuştur.

3-Adım MML tahmin edicilerini ve Ortalama yöntemi tahmin edicilerini LS tahmin edicileriyle etkinlikleri açısından karşılaştırmak için farklı parametre değerleri ile kapsamlı bir Monte Carlo simülasyon çalışması yapılmıştır. Ayrıca, iki gerçek hayat verisi için uygulamalar yapılarak 3-Adım MML, LS ve Ortalama yöntemlerine ait tahmin edicileri $\ln L$, AIC ve Q-Q grafikleri açısından karşılaştırılmıştır.

Simülasyon sonuçlarına bakıldığında aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- * Yeni bulunan 3-Adım MML yöntemi çoğu durumda LS yönteminden daha etkindir.
- * İki yöntemin değerlerinin ortalaması alınarak üretilen Ortalama yöntemi ise etkinlik açısından çok daha üstündür.
- * $\lambda\alpha$ değerinin 1'den büyük olduğuna dair güvenilir bir bilgi varsa 3-Adım MML yöntemi, yoksa genel parametre tahmini için Ortalama yöntemi kullanılabilir.
- * Bütün yöntemlerde genel olarak α tahmin edicilerinin λ ve β tahmin edicilerine göre daha fazla yan ürettiği görülmüştür. Bu durum α ölçek parametresi olduğu için doğal karşılanabilir. Tüm yöntemlerde λ tahmin edicilerinin α tahmin edicilerine bağlı olduğu ve λ tahmin edicilerinin yan ve etkinlik açısından başarısı düşünüldüğünde α tahmin edicileri ile ilgili şüpheyeye gerek olmadığı açıktır.
- * Elde edilen simülasyon $n \times \text{MSE}$ değerleri Cramer-Rao alt sınırına genelde yakın olmasına rağmen, bazı $n \times \text{MSE}$ değerleri simülasyon hatası ve tahmin edicilerin yanlış olmaları sebebiyle Cramer-Rao alt sınırından daha düşüktür.

İki gerçek hayat veri uygulamasında da 3-Adım MML ve Ortalama yöntemleri LS yöntemine göre daha iyi sonuçlar vermiştir. Aarest (1987) gerçek hayat veri uygulamasında 3-Adım MML ve Ortalama yöntemleri ML iterasyon yöntemine göz ardı edilebilecek kadar yakın $\ln L$ ve AIC değerleri vermiştir. Q-Q grafikleri de bunu doğrular niteliktedir. İkinci uygulamada da hem $\ln L$ ve AIC hem de Q-Q grafikleri açısından 3-Adım MML ve Ortalama yöntemlerinin LS yönteminden daha iyi sonuç verdiği görülmektedir.

Literatüre göre bir çok küvet hazard fonksiyonuna sahip dağılımlardan Uyarlanmış Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmek için çoğunlukla kapsamlı iterasyon prosedürlerine başvurulduğu ifade edilmiştir. İterasyon yöntemleri çok katlı kökler, iterasyonların yakınsamaması veya yanlış değerlere yakınsaması sebebiyle problemlili olabilir. Bu durum burada önerilen yöntemlerin önemini arttırmaktadır.

Bu çalışmanın ana katkısı, yukarıda bahsedilen iterasyon yöntemlerinin sorunlarından kaçınarak Uyarlanmış Weibull dağılımının parametrelerini tahmin etmek için yeni yöntemler ortaya konulmasıdır.

Gelecekte bu yöntemler kullanılarak Küvet hazard fonksiyonuna sahip başka dağılımların parametrelerine yönelik tahmin ediciler de geliştirilebilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Aarset, M. V.**, 1987, How to Identify A bathtub Hazard Rate, IEEE Transactions on Reliability, *R-36*(1):106-108pp.
- Akaike, H. A. I.**, 1974, A new Look at The Statistical Model Identification, IEEE Transactions on Automatic Control, *AC-19*(6):716-723pp.
- Almalki, S. J. and Yuan, J.**, 2013, A new Modified Weibull distribution, Reliability Engineering and System Safety, 111:164-170pp.
- Bebbington, M., Lai, C. D., and Zitikis, R.**, 2007, A flexible Weibull Extension, Reliability Engineering and System Safety, 92:719-726pp.
- Chen, Z.**, 2000, A new Two-Parameter Lifetime Distribution with Bathtub Shape or Increasing Failure Rate Function, Statistics and Probability Letters, 49:155-161pp.
- Haupt, E. and Schabe, H.**, 1997, The TTT Transformation And A new Bathtub Distribution Model, Journal of Statistical Planning and Inference, 60:229–240pp.
- Kay, S. M.**, 1993, Fundamental of Statistical Signal Processing Estimation Theory, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 595p.
- Lai, C. D., Xie, M., Member, S., and Murthy, D. N. P.**, 2003, A modified Weibull Distribution, IEEE Transactions on Reliability, 52(1):33-37pp.
- Meeker, W. Q., and Escobar, L. A.**, 1998, Statistical Methods for Reliability Data, John Wiley and Sons Inc., New York, 28p.
- Murthy, D. N. P., Xie, M., and Jiang, R.**, 2003, Weibull Models, John Wiley and Sons Inc., New Jersey, 61p.
- Oral, E.**, 2006b, Binary Regression with Stochastic Covariates, Communication in Statistics: Theory and Methods, 35:1429-1447pp.
- Oral, E. and Gunay S.**, 2004, Stochastic Covariates in Binary Regression, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics , 33:97-109pp.
- Oral, E.**, 2011, Parameter Estimation in Generalized Linear Models Through Modified Maximum Likelihood, 58th World Statistical Congress, Dublin 32:4632-4637pp.
- Peng, X., and Yan, Z.**, 2014, Estimation and Application for A new Extended Weibull Distribution, Reliability Engineering and System Safety, 121:34-42pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Puthenpura, S., and Sinha, N., K.**, 1986, Modified Maximum Likelihood Method for the Robust Estimation of System Parameters from Very Noisy Data, International Federation of Automatic Control, 22(2):231-235pp.
- Sürücü, B., and Sazak, H. S.**, 2009, Monitoring Reliability for A three-Parameter Weibull Distribution, Reliability Engineering and System Safety, 94:503-508pp.
- Tiku, M. L.**, 1967, Estimating The Mean and Standard Deviation from A censored Normal Sample, Biometrika, 54:155-165pp.
- Tiku, M. L.**, 1980, Robustness of MML Estimators based on Censored Samples and Robust Test Statistics , Journal Of Statistical Planning and Inference, 4:123-143pp.
- Tiku, M. L.**, 1987, Linear Regression Model with Censored Observations, Communication in Statistics: Theory and Methods, A7:1219-1232pp.
- Tiku, M. L. and Suresh, R. P.**, 1992, A new Method of Estimation for Location and Scale Parameters, Journal of Statistical Planning and Inference, 30:281-292pp.
- Tiku, M., Akkaya A. D.**, 2004, Robust Estimation and Hypothesis Testing, New Age International (p) Limited Publishers, New Delhi, p23.
- Tiku, M. L., M., Islam, M. Q., and Sazak, H. S.**, 2008, Estimation in Bivariate Nonnormal Distributions with Stochastic Variance Functions, Computational Statistics and Data Analysis, 52:1728-1745pp.
- Wang, F. K.**, 2000, A new Model with Bathtub-Shaped Failure Rate using An additive Burr XII Distribution, Reliability Engineering and System Safety, 70:305-321pp.
- Xie, M., and Lai, C. D.**, 1996, Reliability Analysis Using An additive Weibull Model with Bathtub-Shaped Failure Rate Function, Reliability Engineering and System Safety, 52:87-93pp.
- Xie, M., Tang, Y., and Goh, T. N.**, 2002, A modified Weibull Extension with Bathtub-Shaped Failure Rate Function, Reliability Engineering and System Safety, 76:279-285pp.
- Zaindin, M.**, 2010, Parameter Estimation of The Modified Weibull Model Based on Grouped and Censored Data, International Journal of Basic and Applied Sciences, 10(2):66-70pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Zhang, R., 2004, A new Three-Parameters Lifetime Distribution with Bathtub Shape or Increasing Failure Rate Function and A flood Data Application, MSc Thesis, Concorida University, Canda, 6p (published).



ÖZGEÇMİŞ

Sudan uyruklu Adam Abdelrahman HUSSEIN ADAM, 1975 yılında Sudan’da doğdu. İlk ve orta öğrenimini Gebeit’te, lise öğrenimini Portsudan’da tamamladı. 1995 yılında Gezira Üniversitesi Uygulamalı İstatistik ve Demografi Bölümü’nde başladığı lisans öğreniminini 2000 yılında tamamladı. 2004 yılında Khartoum Üniversitesi İstatistik Bölümü’nde başladığı yüksek lisans öğreniminini 2005 yılında tamamladı. 2012 yılında Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda Doktora öğrenimine başladı.

Evli ve 1 kız çocuğu babası olan HUSSEIN ADAM, 2002 yılından Red Sea Üniversitesi İktisat Fakültesi İstatistik ve Nüfus Etütler Bölümü’nde araştırma görevlisi olarak görev yapmaktadır.