

CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**BİR ISI DEĞİŞTİRGEÇİNDEKİ KİRLİLİK MODELLEMESİNİN SAYISAL
İNCELEMESİ**

Ahmet FERTELLİ

980635

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

114191

114191

CUMHURİYET ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BİR ISI DEĞİŞTİRGEÇİNDEKİ KİRLİLİK MODELLEMESİNİN SAYISAL
İNCELEMESİ

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMENTASYON MERKEZİ

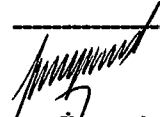
Ahmet FERTELLİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Ertan BUYRUK
(Danışman)

Makine Müh. Yrd. Doç. Dr.
(Bölümü – Ünvanı)


(İmzası)

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Bu çalışma, Jürimiz tarafından, Makine Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Hülya GÜLER.....
Üye : Yrd. Doç. Dr. Ertan BUYRUK.....
Üye : Yrd. Doç. Dr. Ali PINARBASI.....
Üye :
Üye :

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

...../...../ 2001

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRÜ

Prof. Dr.



Bu tez, Cumhuriyet Üniversitesi Senatosunun 05.01.1984 tarihli toplantısında kabul edilen ve daha sonra 30.12.1993 tarihinde C.Ü.Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nce hazırlanan ve yayınlanan “Yüksek Lisans ve Doktora Tez Yazım Kılavuzu”adlı yönergeye göre hazırlanmıştır.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	vii
SİMGELER DİZİNİ	xi

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Isı Değiştirgeçlerinde Kirlilik	1
1.2. Birikinti Maliyeti	2
1.3. Birikintinin Boru Çapı, Eşanjör Yüzey Alanı, Performans ve Basınç Kaybına Etkileri	3
1.3.1. Birikintinin Boru Çapına Etkisi	3
1.3.2. Birikintinin Performans Üzerine Etkisi	4
1.4. Kirlilik Üzerine Yapılan Çalışmalar	4

BÖLÜM II

SAYISAL ÇÖZÜMLER

2.1. Giriş	8
2.2. Sonlu Farklar Yöntemi	8
2.2.1. Sonlu Fark Operatörleri	8
2.2.2. Türevlerin Sonlu Farklar Yaklaşımı	10
2.2.3. Sonlu Farklar Yöntemi ile Isı İletimine Sayısal Çözüm	11
2.2.4. Kartezyen Koordinatlardaki Kararlı Durum Problemlerinin Sonlu Farklar Formülasyonu	11
2.2.5. Sınır Şartlarına Sonlu Fark Yaklaşımı	14
2.2.6. Verilen Bir Sıcaklıkta Bir Ortam İçerisine Konveksiyonla Isı Transferi Sınırı	14
2.2.7. Yalıtılmış Sınır	16
2.2.8. Silindirik Koordinatlarda Isı İletimi Problemlerinin Sonlu Fark Formülasyonu	16

2.2.9. Sonlu Fark Denklemlerinin Çözüm Yöntemleri	20
2.2.10. Relaksasyon Yöntemi	20
2.3. Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY)	23
2.3.1. Problemlerin SEY ile Çözüm Sırası	22
2.3.1.1. Problemin Tanımlanması	23
2.3.1.2. Çözüm Bölgesinin Sonlu Elemanlara Bölünmesi	23
2.3.1.3. İnterpolasyon fonksiyonunun seçimi	26
2.3.1.4. Eleman Özelliklerinin Çıkarılması	27
2.3.1.5. Eleman Özelliklerinin Birleştirilmesi	27
2.3.1.6. Denklem Takımının Çözümü	28
2.3.1.7. Eş işlemlerin yapılması	29
2.3.2. Sonlu Elemanlar Yönteminin Yararları	29
2.3.3. Sonlu Elemanlar Paket Programları	29
2.3.4. Sonlu Elemanlar Yönteminde Kullanılan Farklı Elemanlar İçin Şekil Fonksiyonlarının ve Rijidlik Matrisinin Elde Edilmesi	30
2.3.4.1 Tek Boyutlu Elemanlar	30
2.3.4.2. Kuadratik Elemanlar	32
2.3.4.3. Bir Boyutlu Genel Diferansiyel Denklemin Çözümü	34
2.3.4.4. Dörtgensel Elemanlar	35
2.3.4.5. Lineer Üçgen Elemanlar	37
2.3.4.6. İki Boyutlu Isı Transfer Denkleminin Dörtgensel Elemanlar Kullanılarak Çözülmesi	38

BÖLÜM III

PROBLEMİN TANITIMI

3.1. Giriş	42
3.2. Modellenen Kirlilik ve Özellikleri	42
3.3. Sayısal Çözümler	45
3.3.1. Sonlu Farklar Metodu	45
3.3.2. Sonlu Elemanlar Yöntemi	46
3.3.3. ANSYS Programında Ağ Oluşumu	46
3.3.3.1. Ağ Oluşturma	46
3.3.3.1.1. Serbest veya alan ağ oluşturma	47
3.3.3.2. Eleman Özelliklerinin Belirlenmesi	47
3.3.3.3. Ağ Kontrolleri	48

3.3.3.3.1. Ağ kontrol menüsü	48
3.3.3.3.2. Eleman şekli	48
3.3.3.4. Ağ Oluşturma Yöntemlerinde Kontrollerin Kullanılması	50
3.3.3.4.1. Serbest ağ oluşturma	50
3.3.3.4.2. Alan ağ oluşturma	50
3.3.3.5. Eleman Şekil Kontrolü	51
3.3.3.6. Ağ Değiştirme	51

BÖLÜM IV

SONLU FARKLAR VE SONLU ELEMENLAR METODU İLE ELDE EDİLEN SONUÇLARIN YORUMLANMASI

4.1. Giriş	53
4.2 Homojen Kirlilik	53
4.3. İki Farklı Kirlilik Oluşumu	56

BÖLÜM V

SICAKLIK DAĞILIMLARI VE GRAFİKLER

6. TARTIŞMA VE SONUÇ	101
7. KAYNAKLAR	102
8. ÖZGEÇMİŞ	104

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

**BİR ISI DEĞİŞTİRGEÇİNDEKİ KİRLİLİK MODELLEMESİNİN SAYISAL
İNCELEMESİ**
Ahmet FERTELLİCumhuriyet Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Ertan BUYRUK

Bu tez ısı değiştirgeçlerinde oluşan kirliliğin ısı transferine olan etkilerini sonlu farklar ve sonlu elemanlar metodu ile inceleyen çalışmaları içermektedir.

Kirlilik ısı değiştirgeçleri yüzeylerinde istenmeyen maddelerin toplanması olarak adlandırılır. Isı değiştirgeçleri boruları üzerinde oluşan kirlilik ısı transfer oranını azaltarak, gaz akış yollarında değişikliklere sebep olmakta ve maliyeti artırmaktadır. Çalışmada, dairesel bir ısı değiştirgeci borusunda modellenen farklı kirliliklerin, ısı iletim katsayılarının, kirlilik şeklinin ve kalınlığının ısı transferine etkileri teorik olarak incelenmiştir. Çalışmada, Re sayısı 4400 olarak seçilmiş, hava ve temiz boru sıcaklığı sırasıyla 373 K ve 283 K olarak alınmıştır. Kirlilik kalınlığı, ısı iletim katsayıları ve düzgün dağılımlı olmayan kalınlık, verilen ebatlardaki temiz boru üzerindeki birikintinin etkisinin görülebilmesi için değiştirilmiştir. İlk olarak, birikinti yapısı homojen birikinti olarak ele alınmış, daha sonra iki farklı birikinti ve düzgün dağılımlı olmayan birikinti durumları incelenmiştir. Birikinti geometrilerinin çözümleri için sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemi kullanılmış olup, sıcaklık dağılımları ve ısı aktarım oranları farklı birikinti modelleri için elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Isı değiştirgeci, Kirlilik, sonlu farklar metodu, Sonlu elemanlar metodu, ANSYS

SUMMARY

M. Sc. Thesis

NUMERICAL INVESTIGATION OF FOULING MODEL ON A HEAT EXCHANGER

Ahmet FERTELLİ

Cumhuriyet University

Grade School of Natural and Applied Sciences

Department of Mechanical Engineering

Supervisor: Dr. Ertan BUYRUK

This thesis describes the results of an investigation into the heat transfer within a heat exchanger tube in cross flow with particular reference to the effects of fouling and applying of finite element method and finite difference method on heat transfer problems.

Fouling can be defined as the accumulation of undesirable substances on exchanger tube surfaces. Fouling build up on heat exchangers tubes reduces heat transfer rate and changes the gas flow patterns around the tubes and increases costs. The effects on heat transfer of fouling thickness, its disposition and its thermal conductivity have been investigated theoretically by modelling the fouled tube as circular cylinder. In this investigation, Reynolds number was chosen as 4400, air temperature and surface temperature of clean tube were chosen as values of 373 K and 283 K respectively. Foulant thickness, thermal conductivity and eccentricity values were changed to observe effects of fouling on given clean tube. Firstly, fouling geometry was made as homogeneous deposition on the external surface of tube and then composite deposition and non-uniform deposition around clean tube have been investigated. Finite difference method and finite element method (ANSYS) were used for solutions of fouling geometry. Temperature distributions and heat transfer rates were determined for different deposition models.

Key Words : Heat exchanger, Fouling, Finite difference method, Finite element method, ANSYS

TEŞEKKÜR

Tez çalışmalarımnda her türlü katkıları ve yardımları ile beni yönlendiren danışman hocam Yrd.Doç.Dr. Ertan BUYRUK’a, değerli eleştiri ve katkılarından dolayı Yrd.Doç.Dr. Ali PINARBAŞI, Yrd.Doç.Dr. M.Şemseddin ÇİMEN ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Ahmet FERTELLİ



ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa No
Şekil 1.1: İki geçişli bir eşanjör yüzeyinde suyun çıkış bölgesinde oluşan kirlilik	6
Şekil 1.2: Kimyasal reaksiyon sonucu oluşan kirlilik	6
Şekil 1.3: Kanatçıklı soğutucu tüpler üzerinde oluşan kirlilik	7
Şekil 1.4: Birikinti direncinin zamanla değişimi	7
Şekil 2.1: Türevlerin sonlu farklar için gösterimi	10
Şekil 2.2: Sonlu farklar kafesi	12
Şekil 2.3: (m,n) ağ noktası etrafında sistem	13
Şekil 2.4: Konveksiyon Sınır Şartı	15
Şekil 2.5: Konveksiyon sınır şartı ile bir köşedeki ağ noktası	16
Şekil 2.6: Silindirik koordinatlarda sonlu farklar ağ noktaları	17
Şekil 2.7: Doğrusal kenarlı basit üçgen	23
Şekil 2.8: Tek boyutlu elemanlar	24
Şekil 2.9: Düzlem eleman tipleri	24
Şekil 2.10: Üç boyutlu eleman tipleri	25
Şekil 2.11: İzoparametrik elemanlar	25
Şekil 2.12: Pascal Üçgeni	26
Şekil 2.13: Eleman ve interpolasyon fonksiyonları	26
Şekil 2.14: Üçgen bir eleman için düğüm noktaları serbestlik derecesi	28
Şekil 2.15: Bir eleman için lineer sıcaklık dağılımı yaklaşımı	30
Şekil 2.16: Bir boyutlu eleman	32
Şekil 2.17: Dörtgensel bir eleman	35
Şekil 2.18: Bir üçgen eleman	38
Şekil 2.19: Dikdörtgen bir eleman konveksiyon sınır şartının uygulanması	40
Şekil 3.1: Silindir üzerinde homojen kirlilik oluşması durumu	43
Şekil 3.2: İki farklı birikinti malzemesi için oluşturulan modellemeler	44
Şekil 3.3: Üniform olmayan birikinti modellemesi	45
Şekil 3.4: Silindirik Koordinatlarda Sonlu Fark Ağ Noktaları	46
Şekil 3.5: Serbest ve alan ağ yöntemi ile oluşturulmuş ağ yapısı	47
Şekil 3.6: Dejenere eleman şekilleri	49
Şekil 3.7: Farklı eleman büyüklüğüne sahip hacimsel bir yapı	49
Şekil 3.8: Farklı sayıda elemanlara bölünmüş hacimsel yapı	50
Şekil 3.9: Alan üzerinde alan yöntemi ile oluşturulmuş ağ yapıları	51
Şekil 3.10: Basit bir alan şekli	51

Şekil 3.11: Üniform ve üniform olmayan kirlilik Modellemelerindeki ağ oluşumu	52
Şekil 5.1: Şekil 5.1. Kalınlıkları 1mm,3mm ve 5mm olan kirlilik oluşumu için yapılan modellemeler	65
Şekil 5.2: Homojen birikinti oluşması durumunda, 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları	66
Şekil 5.3: Homojen birikinti oluşması durumunda, 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları	67
Şekil 5.4: Homojen birikinti oluşması durumunda, 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları	68
Şekil 5.5: Homojen birikinti oluşması durumunda, 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları	69
Şekil 5.6: Homojen birikinti oluşması durumunda, 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları	70
Şekil 5.7: Homojen birikinti oluşması durumunda, 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları	71
Şekil 5.8: Silindir üzerinde tek bir kirlilik malzemesi oluşması durumunda kirlilik dış yüzeyindeki sıcaklık dağılımı	72
Şekil 5.9: Silindir üzerinde farklı ısı iletim katsayılarına sahip tek kirlilik malzemesi oluşması durumundaki ısı transfer oranları	72
Şekil 5.10: Toplam kirlilik kalınlığı 1mm ($R_{kirlilik}=9\text{mm}$) olan iki farklı kirlilik oluşumu için yapılan modellemeler	73
Şekil 5.11: Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163\text{ W/mK}$ ve $k_2=0.09304\text{ W/mK}$)	74
Şekil 5.12: Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793\text{ W/mK}$ ve $k_2=0.10467\text{ W/mK}$)	75
Şekil 5.13: Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015\text{ W/mK}$ ve $k_2=0.2\text{ W/mK}$)	76
Şekil 5.14: Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163\text{ W/mK}$ ve $k_2=0.09304\text{ W/mK}$)	77
Şekil 5.15: Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793\text{ W/mK}$ ve $k_2=0.10467\text{ W/mK}$)	78

Şekil 5.16: Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)	79
Şekil 5.17: Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK)	80
Şekil 5.18: Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793$ W/mK ve $k_2=0.10467$ W/mK)	81
Şekil 5.19: Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)	82
Şekil 5.20: Silindir üzerinde farklı ısı iletim katsayılarına sahip iki kirlilik tabakasının oluşması durumunda elde edilen sıcaklık dağılımları ($k_1=0.01163$ W/mK – $k_2=0.09304$ W/mK)	83
Şekil 5.21: Isı iletim katsayıları $k_1=0.01163$ W/mK – $k_2=0.09304$ W/mK olan iki kirlilik malzemesinin silindir yüzeyini radyal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları	83
Şekil 5.22: Isı iletim katsayıları $k_1=0.012793$ W/mK – $k_2=0.10467$ W/mK olan iki kirlilik malzemesinin silindir yüzeyini radyal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları	84
Şekil 5.23: Isı iletim katsayıları $k_1=0.015$ W/mK – $k_2=0.2$ W/mK olan iki kirlilik malzemesinin silindir yüzeyini radyal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları	84
Şekil 5.24: Toplam kirlilik kalınlığı 3mm ($R_{kirlilik}=11$ mm) olan açısız yönde iki farklı kirlilik oluşumu için yapılan modellemeler	85
Şekil 5.25: Açısız yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK)	86
Şekil 5.26: Açısız yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793$ W/mK ve $k_2=0.10467$ W/mK)	87
Şekil 5.27: Açısız yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)	88

Şekil 5.28: Açısal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK)	89
Şekil 5.29: Açısal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793$ W/mK ve $k_2=0.10467$ W/mK)	90
Şekil 5.30: Açısal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)	91
Şekil 5.31: Açısal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK)	92
Şekil 5.32: Açısal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793$ W/mK ve $k_2=0.10467$ W/mK)	93
Şekil 5.33: Açısal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)	94
Şekil 5.34: Isı iletim katsayıları $k_1=0.01163$ W/mK – $k_2=0.09304$ W/mK olan iki kirlilik malzemesinin silindir yüzeyini açısal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları	95
Şekil 5.35: Isı iletim katsayıları $k_1=0.012793$ W/mK – $k_2=0.10467$ W/mK olan iki kirlilik malzemesinin silindir yüzeyini açısal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları	95
Şekil 5.36: Isı iletim katsayıları $k_1=0.015$ W/mK – $k_2=0.2$ W/mK olan iki kirlilik malzemesinin silindir yüzeyini açısal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları	96
Şekil 5.37: Silindir etrafında üniform olmayan birikinti durumunda oluşan sıcaklık dağılımları ($k=0.2$ W/mK, eccentricity= 0.0025m)	97
Şekil 5.38: Silindir etrafında üniform olmayan birikinti durumunda oluşan sıcaklık dağılımları ve ısı transfer oranları ($k=0.2$ W/mK, eccentricity=0.002m)	98
Şekil 5.39: Silindir etrafında üniform olmayan birikinti durumunda oluşan sıcaklık dağılımları ($k=0,2$ W/mK, eccentricity=0.001m)	99
Şekil 5.40: Üniform olmayan kirlilik oluşması durumunda elde edilen ısı transfer oranları	100

SİMGELER DİZİNİ

A	: Alan
b, c	: Sabitler
D	: Çap
E	: Eleman
f_i, f_{i+1}, f_{i-1}	: Noktalarda tanımlanmış fonksiyonlar
F	: Kuvvet
h_k, h_t	: Kirli ve temiz koşulları için ısı transfer katsayısı
k	: Isı iletim katsayısı
ℓ	: Eleman uzunluğu
$NDOF$	: Serbestlik Derecesi
R	: Yarıçap
$R_{kirlilik}$	: Kirlilik yarıçapı
S_i, S_j, S_k	: Düğüm noktalarındaki şekil fonksiyonu
$T_{m,n}$	: Ağ noktalarındaki sıcaklık
T_y, T_a	: Yüzey ve akışkan sıcaklıkları
U_a	: Akışkan hızı
W	: Eleman genişliği
U_k, U_t	: Toplam ısı transfer katsayısı
Q_k, Q_t	: Temiz ve kirli tüpten olan ısı transfer oranı
X	: İki koordinat arasındaki uzaklık
ΔX	: İki ağ noktası arasındaki değişim
X_m, X_{m+1}, X_{m-1}	: Ağ noktaları koordinatları
θ	: Açı değeri
Ψ	: Düğüm noktalarında oluşan değişiklikler
$[K]$	: Rijidlik matrisi
$\{F\}$	: Yük vektörü

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Isı Değiştirgeçlerinde Kirlilik

Isı değiştirgeçleri bugün endüstride her alanda kullanılan ve ekonomik olarak da büyük bir pazara sahip olan önemli bir alandır. Dolayısıyla böylesine önemli bir pazara sahip olan ısı değiştirgeçlerinde, gerek enerjinin korunumu gerek maksimum verimin alınması için sistemler üzerinde birçok araştırmalar yapılmaktadır. Yapılan araştırmalarda bu parametreleri etkileyen en önemli faktörün kirlilik olduğu belirlenmiştir.

Kirlilik değiştirgeç yüzeylerindeki mekanik ve kimyasal anlamdaki malzemenin tabaka şeklinde oluşumudur. Boru içerisinde oluşan bir kireç tabakası, kazan borularında biriken küller kirlilik için birer örnektir. Şekil 1.1’de iki geçişli bir ısı değiştirgeci borularında suyun çıkış bölgesindeki kirlilik gösterilmiştir (Bott,1990). Şekil 1.2’de kimyasal tepkime sonucu oluşan kirlilik, Şekil 1.3’de ise kanatçıklı soğutucu tüpler üzerinde oluşan kirlilik gösterilmiştir. Birikintinin nedenine göre 6 kategori ısı birikintisi tanımlanmıştır.

1. Çökelme Birikintisi : Çökelme birikintisi, çözülebilir maddelerin ısı transfer yüzeyine çökmesiyle oluşur. Kalsiyum sülfat, magnezyum silikat ve lityum karbonat gibi belli çözülebilir maddeler sıcaklık karakteristikleri ile ters çözünürlüğe sahiptir ve çökelme, aşırı soğutulmuş yüzeylerden çok aşırı ısıtılmış yüzeylerde oluşur.
2. Parçacıklı Birikinti : Proses akışkanında asılı bulunan çok ince taneli katılar (toz, kir, kum v.s) ısı transfer yüzeyinde biriktiğinde bu tip birikinti oluşur. Katılar ağırlıkları nedeniyle çökelirse bu prosese “sedimentasyon birikintisi” denir.
3. Kimyasal Reaksiyon Birikintisi : Yüzey malzemesinin kendisinin reaktant olmadığı, ısı transfer yüzeyinde kimyasal reaksiyon sonucu oluşan tortular bu kategoriyi tanımlar. Hidrokarbonların polimerizasyonu, parçalanması ve koklaştırılması kimyasal reaksiyon birikintisine tipik örneklerdir.
4. Korozyon Birikintisi : İsminden de anlaşıldığı gibi ısı aktarım yüzeyinin kendisi yapışık korozyon ürünleri oluşturacak şekilde kimyasal tepkimeye girer. Bu ürünler diğer birikinti malzemelerinin bağlanmasını artırabilir.

5. **Biyolojik Birikinti** : Biyolojik birikinti, ısı transfer yüzeyine yapışan biyolojik organizmalar ile ilgilidir. Biyolojik birikintinin artma miktarı lokal koşullara bağlıdır. Biyolojik birikinti yaklaşık 60 °C sıcaklık civarına kadar hızlı bir şekilde artarken 60°C'nin üzerindeki sıcaklıklarda çok hızlı bir şekilde azalır. Çünkü yüksek sıcaklıklarda biyolojik organizmalar yaşamazlar.
6. **Donma Birikintisi** : Bu birikinti, sıvının veya sıvı içerisinde daha yüksek erime noktalı bileşenlerin bazısının aşırı soğutulmuş ısı transfer yüzeyinde katılaşması sonucu oluşur.

Birikinti miktarını, birikinti tabakasının kalınlığından çok ısı aktarımına olan direnç terimleriyle ifade etmek uygundur. Şekil 1.4'de, birikinti direncinin zamanla artışının çeşitli şekilleri gösterilmiştir. Şekil 1.4a'da birikintinin birikme hızı sökülme hızından daha büyüktür. Öyle ki birikinti direnci zamanla lineer olarak artmaktadır. Bu durumda birikintiyi ortadan kaldırmak için ünitenin düzenli temizlenmesi gerekir. Şekil 1.4b'de ise birikinti direnci başlangıçta artar ancak zamanla sabit bir değere ulaşır. Bu sabit değere asimptotik birikinti direnci denir. Şayet asimptotik birikinti direnci güvenli tahmin edilebilirse, sürekli çalışacak ısı transfer cihazı tasarlanabilir.

1.2. Birikinti Maliyeti

Birikinti nedeniyle ilave yatırım, enerji, bakım ve arıza maliyetleri oluşmaktadır:

- 1- **Yatırım Maliyetleri** : Bunlar çeşitli nedenlerden kaynaklanır. Birikinti nedeniyle ısı transferinde oluşan azalmayı telafi etmek için ısı aktarım cihazına ilave yüzey alanı eklenmelidir. Birikinti nedeniyle akış geçidinin daralması artan basınç kaybına neden olup bu da daha büyük pompa ve motorların kullanılmasını gerektirir ve ısı değiştirgeci boyutundaki artış donanım maliyetinin artmasına sebep olur. Ayrıca bakım esnasında sökülmesi ve temizlemeyi kolaylaştıracak tasarım özelliğinin hazırlanması için de ek yatırım maliyetleri gereklidir.
- 2- **Enerji Maliyetleri** : Enerji maliyetleri, basınç kaybının artması nedeniyle pompa gücünün artması sonucu oluşmaktadır.
- 3- **Bakım Maliyetleri** : Bakım maliyetleri ısı transfer cihazlarının sökülmesi, temizlenmesi ve yeniden kurulması ayrıca birikintiyi azaltacak kimyasalların ve diğer katkıların maliyeti nedeniyle oluşmaktadır.
- 4- **Arıza Maliyetleri** : Isı transfer cihazının birikinti nedeniyle arızası sonucu üretim kaybı oluşmakta ve bu da arıza maliyetleri meydana getirmektedir.

1.3. Birikintinin Boru Çapı, Eşanjör Yüzey Alanı, Performans ve Basınç Kaybına Etkileri

Isı değiştirgecinin sık sık temizlenme işleminden sakınılmak isteniliyorsa, ısı değiştirgecinin tasarlarken birikintili koşulların dikkate alınması zorunluluğu vardır. Uygun önlem alınmazsa, birikinti miktarına bağlı olarak ısı performans, dizayn görevinin altına hızlıca azalabilir ve/veya basınç kaybı hızlıca istenmeyen seviyeye artabilir. Çoğu durumlarda ne birikintinin bileşimi ne de ısı iletim katsayısı bilinmez. Isı iletim katsayısı bilinse bile büyük olasılıkla bunun özellikle boru demetli ısı değiştirgeçlerinin gövde tarafının dizaynında katkısı olmayacaktır. Çünkü dizayn edici birikintinin nerede biriktiği veya birikintinin kalınlığı bilinmeyecektir. Ayrıca birikinti tabaka kalınlığının zamanla artış hızı veya cihazın çalışma koşulu ve sıcaklıktaki değişimlerine göre nasıl çalışacağı da bilinmeyecektir. Sonuç olarak ısı transferi veya basınç kaybı kabul edilemez seviyelere ulaşmadan ve temizleme gerekli olmadan önce ne kadar süre geçeceğini tahmin etmek mümkün olmayacaktır.

Isı transfer hesaplamaları açısından eşdeğer çalışma koşullarına dayanan data mevcut olmadıkça, temizlik katsayıları veya birikinti katsayıları kullanılarak dizayn yapılır. Şayet U_k : birikintili koşullar altındaki toplam ısı transfer katsayısı ve U_t : temiz koşullar altındaki toplam ısı transfer katsayısı ise temizlik katsayısı U_k / U_t olarak tanımlanır. Birikinti katsayısı kavramı birikintinin tüm ısı transfer yüzeyini uniform kalınlıkta kapladığını varsayar ve birikinti katsayısı, birikinti tabakasının ısı transferine olan istenmeyen direnci olarak tanımlanır. Birikintili durumdaki toplam direnç, temiz durumdaki toplam direncin birikinti nedeniyle olan toplam dirence eklenmesiyle elde edilir.

1.3.1. Birikintinin Boru Çapına Etkisi

Isı değiştirgecinin çalışması esnasında çok birikinti oluşacağı tahmin ediliyorsa küçük çaplı boruları kullanmak pratik olarak imkansızdır. Bu nedenle birikinti aynı zamanda boru deseni geometrisini belirlemede de etkin bir parametredir.

1.3.2. Birikintinin Performans Üzerine Etkisi

Isı transfer yüzeyinin birikintisi, ısı değiştirgecinin ısı transfer performansını izleyerek kolayca saptanabilir. Birikinti, ısı değiştirgecinin performansında önemli azalmaya yol açabilir. Birikinti nedeniyle daha büyük yüzey alanı kullanılması, çoğu durumlarda daha büyük ömür sağlayabilmesine rağmen, ters etki de yaratabilir. Birikinti nedeniyle yüzey alanı artırılmış olarak dizayn edilen ısı değiştirgeci, fazla yüzeye sahip olduğundan servisin ilk zamanlarında ısı transfer görevini kolayca yerine getirir. Sıcak akımın aşırı soğutulmasından kaçınmak için soğutucu akışkan debisi azaltılırsa, azalan akışkan hızı ve bunun sonucu oluşan daha yüksek cıdar

sıcaklığı hızlı birikinti üretebilir. Yüzey alanı büyük olan bir buharlaştırıcı durumunda ise, daha yüksek cidar sıcaklığı sonucunda film kaynama oluşabilir bu da hızlı birikinti oluşmasına neden olabilir.

1.4. Kirlilik Üzerine Yapılan Çalışmalar

Barrow ve Sherwin (1994), levha kanatçıklı ısı değiştirgeçleri ve bir tüp üzerinde oluşan kirliliğin performans üzerine etkilerini teorik olarak incelemişlerdir. Çalışmada hız değerleri ve debi oranları, fan için elde edilen basınç karakteristikleri ile hesaplanmıştır. Farklı kirlilik durumlarını için ısı transfer katsayısı ve geometri değerleri tüp üzerindeki akış için ampirik yaklaşımlar kullanılarak belirlenmiştir. Modellenen iki kirlilik modellemesinin birincisi yalnızca kanatlarda oluşan kirlilik, ikincisinde ise tüm bir yüzeyde oluşan kirlilik düşünülmüştür. Sonuç olarak kirliliğin akış alanını daraltmasıyla oluşan blokaj, ısı transfer katsayısının belirli bir maksimum değere göre artırmış daha sonra düşmesine sebep olduğunu gözlemişlerdir.

Chamra ve Webb (1993), artırılmış tüplerde oluşan partikül kirliliğinin etkisini incelemişlerdir. Uygulamalar, Missipi ve Ohio nehirlerindeki buhar yoğunlaştırucuları üzerinde yapılmıştır. Bu yoğunlaştırucularda kil ve çamur bileşimi kirlilik oluşmaktadır. 2.4 ve 16µmm partikül boyutları için 800 ve 2200ppm arasında derişim değerleri değişmiştir. Deneysel çalışmaların sonucunda artırılmış tüplerin düz tüplere göre çok daha hızlı kirlilik tabakası ile kaplandığı sonucuna varmışlardır. Düşük konsantrasyonda her iki tüp çeşidinin de aynı oranda kirlilik ile kaplandığı gözlenmiştir.

Buyruk (1997), 120kW gücünde gaz yanmalı olarak yapılan ısı değiştirgeci boruları üzerindeki kirliliğin etkileri incelenmiştir. Çalışmada hava akış oranı, yanıcı gaz ve su akış sisteminin kontrolü için ölçümler yapılmıştır. Titreşimli besleme ünitesi ile sisteme uçucu kül gönderilmiş ve borular etrafındaki kül birikimini artırmak için düşük gaz sıcaklığı kullanılarak boru yüzey sıcaklıkları çığ noktası sıcaklığının altında tutulmuştur. Sonuç olarak boru yüzeylerindeki yoğunlaşma oranlarının kirliliğe olan etkileri gözlenmiş ve sıcak yüzeyli boruların yüzeyinde soğuk yüzeyli olanlara nazaran daha az kirlilik birikimi olduğu saptanmıştır.

Blöchl ve Müller-Steinhagen (1990), partikül ebatlarının ve partikül akışkan bileşiminin ısı değiştirgeçlerindeki partikül kirliliğine olan etkilerini incelemişlerdir. Deneyler 0.06-15µm arasında değişen çap değerlerinde alüminyum oksit parçacıkları kullanarak yapılmıştır ve sonuçlar Watkinson-Epstein modeli ile karşılaştırılmıştır.

Allmöm ve Watson (1991), kömürlü yanma koşullarında düzgün sıralı kanatçıklı boru demetinde kirlilik üzerine çalışma yapmışlardır. Test düzeneğinde helis şeklindeki kanatçıkların yerleştirildiği tüpler kullanılmıştır. Boru demetinin alt ve üst akım bölgelerine, kurum üfleyiciler yerleştirilmiştir. Boru demeti kömür kazanın duman gazı bölümü içerisine yerleştirilmiştir. Çalışmada kirliliğin hidrolik ve termodinamik performansına olan etkilerini belirlemek için

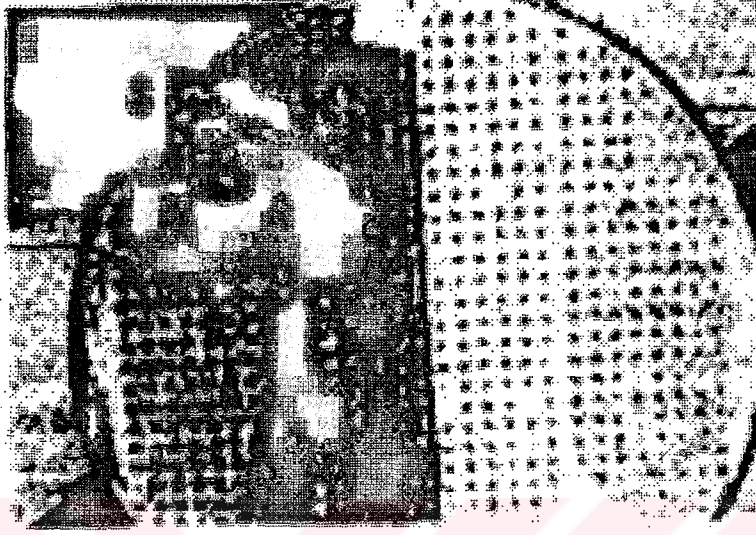
ölçümler yapılmıştır. Sonuçlar göstermiştir ki kirlilik faktörü zamanla, boru demeti geometrisi ve gaz durumları ile doğrudan etkilenmektedir.

Cooper, Suitor ve Usher (1980), soğutma kulelerinde çalışan levha tipi bir ısı değiştirgeci üzerinde çalışmalar yapmış ve hız ile kirlilik direncinin nasıl değiştiğini incelemişlerdir. Elde edilen sonuçlar laboratuvar koşullarında yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlara göre daha düşük değerlerde çıkmıştır.

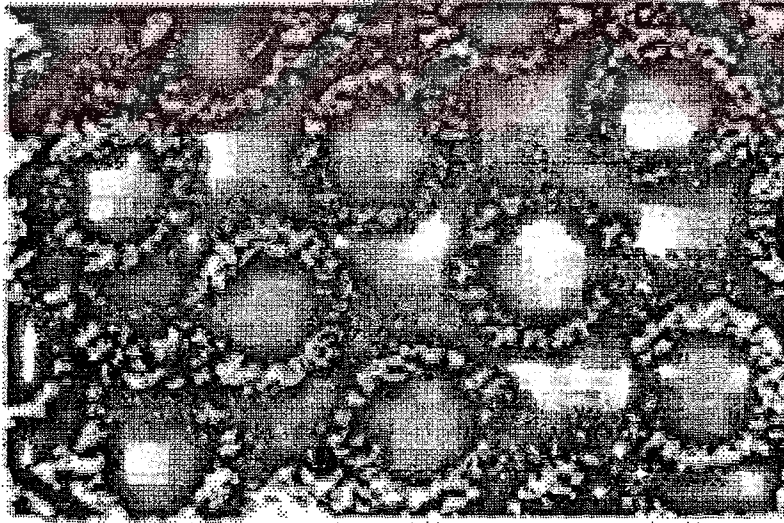
Knudsen, Tijitrasmsø ve Dungi (1984), sistemde oluşan korozyonu minimum düzeye indirmek için kullanılan korozyon engelleyicilerin kirlilik karakteristikleri üzerine etkilerini incelemişler, pH ve konsantrasyon değerlerindeki artışların kirlilik direncini artırdığını gözlemlemişlerdir.

Cleaver ve Yates (1975) türbülanslı akışta kirliliğe sebep olan parçacıkların taşınmasını deneysel olarak incelemişler ve elde edilen sonuçlara göre akış içerisindeki küçük dalgalanmaların laminer alt tabaka içerisine girdiğini ve yüzeye katı metalleri taşıdıklarını saptamışlardır.

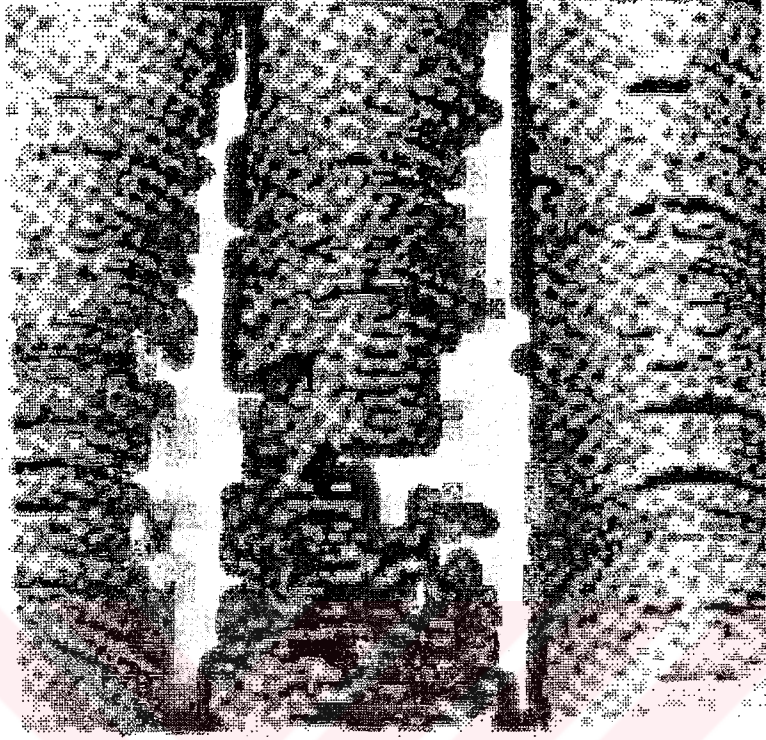
Müller-Steinhagen, Reif ve Epstein (1988), ısıtılmış silindirik bir çubuk ve çapraz akış ortamında olan soğuk bir tel ile ölçüm yaparak, ısı transfer yüzeylerinde oluşan partikül ebatlarının ve akış hızının etkilerini incelemişlerdir. Akış hızı, akışkan sıcaklığı, ısı akısı, partikül konsantrasyonu ve partikül boyutlarının etkileri ölçülmüş ve sonuçlar literatürden alınan farklı kirlilik modelleri ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak sıvı içerisindeki partiküllerden dolayı oluşan kirlilik, asimptotik davranış göstermiştir. Kütle transferi için uygulanan Watkinson - Epstein modelinin çalışma parametrelerinin etkisinin incelenmesi için uygunluğu da gözlenmiştir.



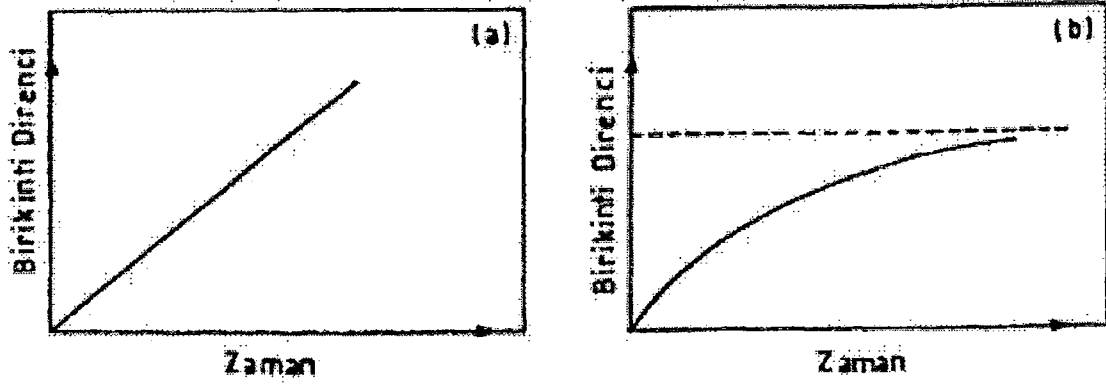
Şekil 1.1. İki geçişli bir eşanjör yüzeyinde suyun çıkış bölgesinde oluşan kirlilik



Şekil 1.2. Kimyasal reaksiyon sonucu oluşan kirlilik



Şekil 1.3. Kanatçıklı soğutucu tüpler üzerinde oluşan kirlilik



Şekil 1.4. Birikinti direncinin zamanla değişimi

BÖLÜM II

SAYISAL ÇÖZÜMLER

2.1. Giriş

Pratikte karşılaşılan problemlerin çoğunluğu, genellikle matematiksel olarak elverişsiz karışık tip sınır şartlarıyla düzensiz geometrileri içerdiği için analitik olarak çözülemezler. Böyle durumlarda sık sık sayısal veya grafik yöntemler devreye girer. Örneğin bir türbin kanadındaki sıcaklık dağılımı, analitik yöntemler yardımıyla belirlenemez. Geometri analitik bir çözüm için basitleştirilebilir fakat sonuçları pratik uygulamalar için yeteri kadar doğru değildir.

Yüksek hızlı dijital ve analog bilgisayarların gelişimiyle sayısal teknikler geliştirildi ve hemen hemen her derecedeki karmaşık problemlerin çözülmesi daha da kolaylaşmıştır. Problemlerin çözümünde kullanılan mevcut sayısal yöntemlerden en çok kullanılanı Sonlu Farklar yöntemidir.

Sonlu farklar metodunun aslı cebirsel denklemlerin bir takımıyla uygun diferansiyel denklemin ve sınır şartlarının yerine konmasından ibarettir.

2.2. Sonlu Farklar Yöntemi

Sonlu farklar yöntemi geniş kullanım alanına sahiptir ve sayısal işlemlerin pek çoğu için de temel teşkil eder. Matematik ve fizikteki problemler genellikle sürekli ve çok değişkenlidir. Bu fonksiyonlar bir formül şeklinde verilebilir ve değişkenlerin belli değerleri için fonksiyonun değeri bu formülden bulunabilir. Bununla beraber bir fonksiyon sadece bir takım ayrık noktalarda da belirlenmiş olabilir. O zaman sonlu farklar matematiği kullanılarak aralığın içinde herhangi bir bilinmeyen noktadaki fonksiyonun değeri için iyi bir yaklaşım bulunabilir. Hatta bazı hallerde problemin analitik çözümü olduğu halde bile sonlu farklar yöntemi ile problem daha da basitleştirilebilir.

Sonlu farklar yönteminin aslı cebirsel denklemlerin bir takımıyla beraber uygun diferansiyel denklemin ve sınır şartlarının yerine konmasından ibarettir. Kısaca sonlu farklar yöntemi, diferansiyel denklemleri ve kısmi türevli diferansiyel çözümlerde kullanılan türevlerin yaklaşım yöntemi olarak tanımlanabilir.

2.2.1. Sonlu Fark Operatörleri

Sonlu farklar yöntemini diferansiyel denklemleri ve kısmi türevli diferansiyel denklemleri çözümlerde kullanılan türevlerin yaklaşım yöntemi olarak tanımlanmıştır. Türevlerin yaklaşım

yöntemini uygularken bazı operatörler kullanılır. Sonlu fark operatörleri olarak adlandırılan bu operatörler şunlardır:

a) İleri Farklar ve Δ Operatörleri

Bir $f(x)$ fonksiyonu x_i noktasında f_i , x_{i+h} noktasında f_{i+h} , x_{i+kh} noktasında ise f_{i+k} değerini aldığı varsayılır ise, bu halde $f_{i+1} - f_i$ farkına f fonksiyonunun x_i noktasında ileri farkı denir ve

$$\Delta f_i = f_{i+1} - f_i \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir. r . mertebeden ileri fark ise;

$$\Delta_r f_i = \Delta_{r-1} f_{i+1} - \Delta_{r-1} f_i \quad (2.2)$$

olarak yazılabilir.

b) Geri Farklar ve ∇ Operatörü

F fonksiyonunun x_i noktasındaki geri farkı $f_i - f_{i-1}$ olarak tanımlanır ve

$$\nabla f_i = f_i - f_{i-1} \quad (2.3)$$

şeklinde gösterilir. r . mertebeden geri fark ise ;

$$\nabla^r f_i = \nabla^{r-1} f_i - \nabla^{r-1} f_{i-1} \quad (2.4)$$

c) Merkezi Farklar ve δ Operatör

Bir $f(x)$ fonksiyonunda, bağımsız değişkenin yarım adım ilerisindeki değer ile, yarım adım gerisindeki değer arasındaki fark, Merkezi Fark olarak bilinir ve ;

$$\delta f_i = f_{i+\frac{1}{2}} - f_{i-\frac{1}{2}} \quad (2.5)$$

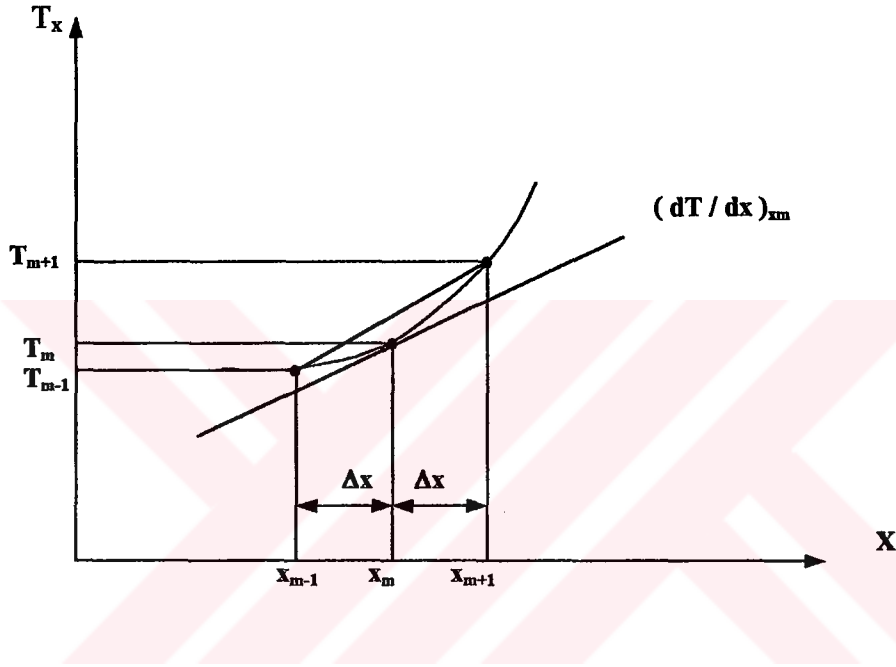
şeklinde gösterilir. r mertebeden merkezi fark ise

$$\delta^r \delta f_i = \delta^{r-1} f_{i+\frac{1}{2}} - \delta^{r-1} f_{i-\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

şeklinde yazılabilir.

2.2.2. Türevlerin Sonlu Farklar Yaklaşımı

Cebir denklemlerinin bir setiyle beraber, bir diferansiyel denklemin veya bir sınır şartının yerine konulmasında temel işlem sonlu farklar yardımıyla türevlere yaklaşımdır. Şekil 2.1’de gösterilen $T(x)$ fonksiyonu göz önüne alınırsa,



Şekil 2.1. Türevlerin sonlu farklar için gösterimi

x_m ’deki $T(x)$ türevinin tanımından,

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m} \cong \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{T(x_m + \Delta x) - T(x_m)}{\Delta x} \quad (2.7)$$

bu ifadeyi açılır ise ,

$$\frac{dT}{dx} \cong \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{T(x_m + \Delta x) - T(x_m)}{\Delta x} = \frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} \quad (2.8)$$

yazılabilir.

Bu x_m ’deki bir türev için bir yaklaşım ifadesidir ve birinci türevin ileri fark formu olarak adlandırılır. İleri fark formuna benzer diğer bir yaklaşım ifadesi x_m ’deki ilk türevin geri fark formu olarak bilinen;

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m} \cong \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{T_m - T_{m-1}}{\Delta x} \quad (2.9)$$

İleri doğru fark formu ya da geriye fark formundan daha çok doğru bir yaklaşım ifadesi;

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m} \cong \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{T_{m+1} - T_{m-1}}{2\Delta x} \quad (2.10)$$

Birinci türevin merkezi fark formudur. Şu da belirtilmelidir ki hem ileri hem de geri fark formu yuvarlama hatalarına sahiptir ve merkezi fark formu $(\Delta x)^2$ 'nin büyüklük derecesinin bir yuvarlama hatasına sahiptir. $T(x)$ in ikinci türevi;

$$\left. \frac{d^2T}{dx^2} \right|_{x_m} \cong \frac{\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m + \frac{\Delta x}{2}} - \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m - \frac{\Delta x}{2}}}{\Delta x} \quad (2.11)$$

gibi merkez fark formuyla yaklaşık olarak yapılabilir.

$$\left. \frac{d^2T}{dx^2} \right|_{x_m} \cong \frac{\frac{T_{m+1} - T_m}{\Delta x} - \frac{T_m - T_{m-1}}{\Delta x}}{\Delta x} \quad (2.12)$$

$$\left. \frac{d^2T}{dx^2} \right|_{x_m} \cong \frac{T_{m+1} + T_{m-1} - 2T_m}{\Delta x^2} \quad (2.13)$$

2.2.3. Sonlu Farklar Yöntemi ile Isı İletimine Sayısal Çözüm

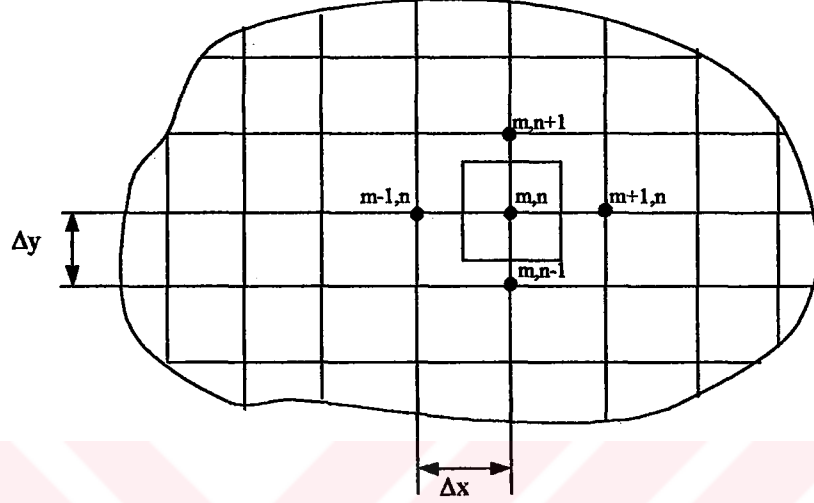
Muntazam geometriler için (düzlem duvar, silindirik yüzeyler, küresel yüzeyler) ısı iletimi problemlerine bazı sınır şartları altında analitik tam çözümler verilmiştir. Fakat pratikte rastlanan endüstriyel problemlerde katı cismin şekli ve sınır şartları bazen karmaşık olabilir ve analitik çözümlerin uygulanmasına olanak vermez. Mesela bir türbin kanatçığının sınırları koordinat eksenlerine paralel olmadığından belirli analitik yöntemlerle sıcaklık dağılımını bulmak için tam bir çözüm verilemez. Böyle bir durumda katı cisim idealize edip mevcut analitik yöntemlerden birisi uygulanarak problemin çözümü mümkün olabilir. Fakat bu defa sonuçların orijinal probleme uygulanma olanağı kalmaz. Katı cismin şekli ve sınır şartlarının karmaşık olduğu durumlarda ısı iletimi problemlerini çözmek için yaklaşım yöntemleri kullanılır.

2.2.4. Kartezyen Koordinatlardaki Kararlı Durum Problemlerinin Sonlu Farklar

Formülasyonu

Şekil 2.2'de gösterildiği gibi kartezyen koordinatlarda iki boyutlu katı bir cisim göz önüne alalım. Elde edeceğimiz sonuçlar kartezyen koordinatlardaki üç boyutlu problemler ve diğer geometrilerdeki problemlere de genişletilebilir. Eğer katının ısı iletkenliğinin sabit olduğunu kabul

edilir ise ve kararlı durum şartları altında ısı kaynağı yoksa sıcaklık dağılımı katı içerisinde her yerde;



Şekil 2.2. Sonlu farklar kafesi

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (2.14)$$

olan Laplace denklemini sağlar.

Diğer bir deyişle sınır şartlarının kullanılmasıyla beraber (2.14) denkleminin çözümü, katı içindeki sürekli bir sıcaklık dağılımını verir. (2.14) diferansiyel denklemi katının sınır şartlarındaki sonlu fark formunda ifade edildiği zaman, son denklem sadece belirli noktalarda sağlanır. Şekil 2.2 de gösterildiği gibi grid noktaları için hem X hem de Y yönünde olan katı cismi bölünürse, ağ noktaları X yönündeki fark artış sayısı m ve Y yönündeki fark artış sayısı n olan iki adet indisle tanımlanır. (m,n) ağ noktaları için,

$$\frac{T_{m+1,n} + T_{m-1,n} - 2T_{m,n}}{(\Delta x)^2} + \frac{T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 2T_{m,n}}{(\Delta y)^2} = 0 \quad (2.15)$$

Hem x hem de y yönündeki adım uzunlukları aynı olarak alınırsa ($\Delta x = \Delta y$), o zaman bu yaklaşım (m+1,n), (m-1,n), (m,n+1), (m,n-1) komşu noktalarındaki sıcaklık terimleri içindeki (m,n) noktalarında sıcaklığı gösteren;

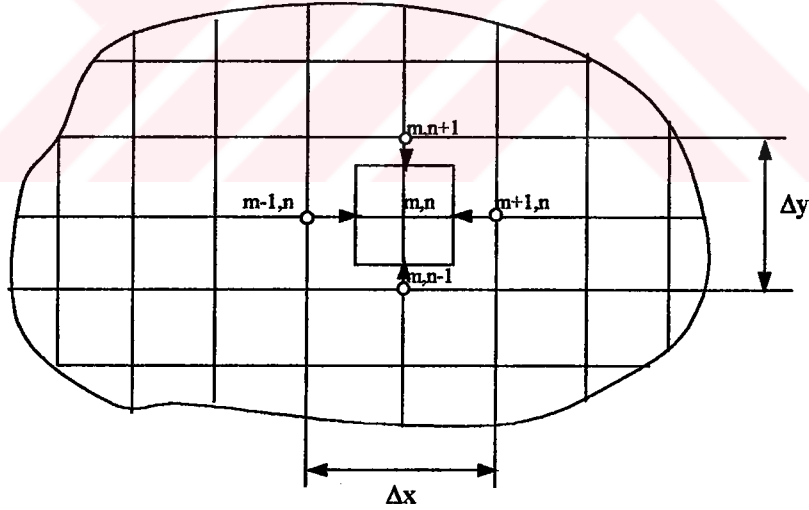
$$[T_{m+1,n} + T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 4T_{m,n}] = 0$$

veya

$$T_{m,n} = \frac{1}{4} [T_{m+1,n} + T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1}] \quad (2.16)$$

cebirsel denklemlerine indirgenir.

(2.16) sonlu fark denklemi, içteki noktalar için uygulanabilir. Eğer sıcaklık tüm yüzeyler üzerinde biliniyorsa, o zaman her bir içteki ağ noktasına (2.16) denkleminin uygulanması, bulunacak ağ noktalarında sıcaklığı belirlemek için yeterlidir. Eğer içteki ağ noktalarının N tane sayısı varsa, bu yöntem n tane eş zamanlı cebir denklemlerini verir ve bu denklemlerin nasıl çözüleceği bilinmektedir. Eğer küçük adım uzaklıkları kullanılırsa o zaman sıcaklık dağılımı çok yakından tahmin edilebilir. Diğer yandan ağ noktalarının sayısı ve oluşan denklem sayısı çok fazla olacağından, bu tip çözümlerlerde bilgisayar ile çözümler tercih edilmelidir. Şimdiye kadar yapılan işlemlerde her bir ağ noktasında türevler yaklaşımıyla sonlu fark formu içerisindeki (2.14) diferansiyel denklemi değiştirildi. Enerji dengesi ve oran denklemleri sonlu fark denklemlerine ulaşmak için doğrudan da kullanılabilir. Sonlu fark denklemlerini türeten bu alternatif metodu açıklamak için Şekil 2.2'de ki iki boyutlu katıyı yeniden göz önüne alınsın ve Şekil 2.3'de gösterildiği gibi her bir ağ noktası etrafında sistemi tanımlanırsa,



Şekil 2.3. (m,n) ağ noktası etrafında sistem

Sistemi (m,n) ağ noktaları etrafında göz önüne alınsın. Kararlı durum şartları için bu sisteme uygulanan termodinamiğin I. Yasasına göre sisteme transfer edilen ısıнын net oranı sıfırdır. Yani;

$$Q_{m+1,n} + Q_{m-1,n} + Q_{m,n+1} + Q_{m,n-1} = 0 \quad (2.17)$$

ısı iletiminin Fourier yasası birinci derinlik için,

$$Q_{m-1,n} = -k\Delta y \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

bu yaklaşık olarak

$$Q_{m-1,n} \cong k\Delta y \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \quad (2.18)$$

şeklinde yazılabilir. $Q_{m+1,n}$, $Q_{m,n-1}$ ve $Q_{m,n+1}$ için benzer ifadeler,

$$\begin{aligned} Q_{m+1,n} &\cong k\Delta y \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} \\ Q_{m,n-1} &\cong k\Delta x \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} \\ Q_{m,n+1} &\cong k\Delta x \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} \end{aligned} \quad (2.19)$$

olarak yazılabilir.

2.17 denkleminde (2.18, 2.19) denklemlerinin yerine konulmasıyla,

$$k\Delta y \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} + k\Delta y \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} + k\Delta x \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} + k\Delta x \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} = 0 \quad (2.20)$$

Δx ve Δy adım uzunlukları eşit olarak alınırsa yukarıdaki denklem önceden elde edilen (2.16) sonlu fark bağıntısı ile aynı olan

$$T_{m+1,n} + T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 4T_{m,n} = 0 \quad (2.21)$$

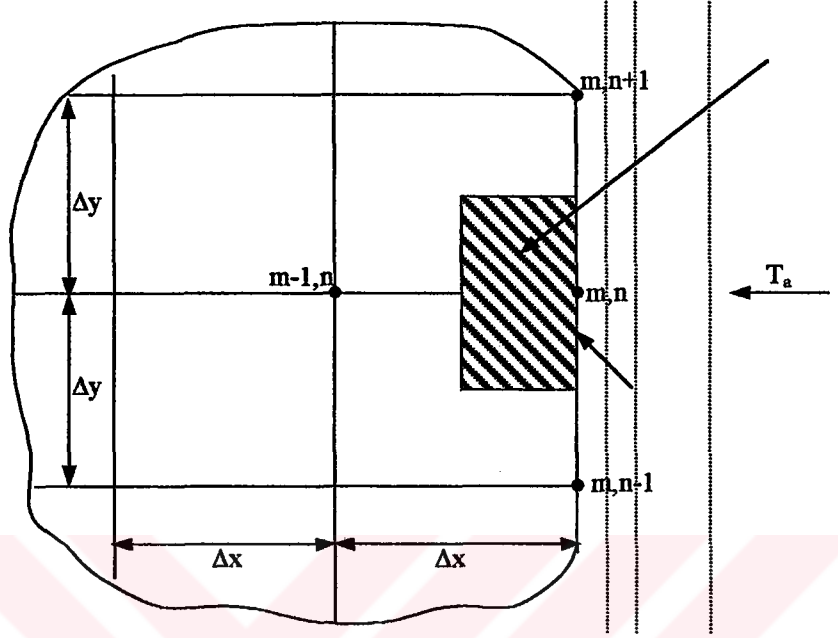
şeklinde yazılabilir.

2.2.5. Sınır Şartlarına Sonlu Fark Yaklaşımı

Bir ısı iletim probleminin sonlu fark formülasyonu, eğer sınır şartları da sonlu fark içerisinde yazılabilirse tamamlanacaktır. Tüm sınırlar üzerindeki sıcaklık kesinlikle belirlendiği zaman, bilinen değer sonlu fark denklemleri içine girer, öyle ki sınıra yakın bitişik bir ağ noktası için her bir denklem sağ tarafta bir terime sahip olacaktır. Eğer sınırın bir kısmı veya tümü üzerindeki şart bir sıcaklık şartından başkaysa o zaman 2.21 denklemine benzer olan sonlu fark denklemi, sınırda ağ noktaları için türetilcektir. Şimdi sınır şartlarının farklı türleri ve sınır üzerindeki ağ noktaları için böyle denklemlerin gelişimi göz önüne alınsın.

2.2.6. Verilen Bir Sıcaklıkta Bir Ortam İçerisine Konveksiyonla Isı Transferi Sınırı

Şekil 2.4'de gösterildiği gibi, sabit bir ısı transfer katsayısı h olan T_a sıcaklığındaki bir akışkan ile karşı karşıya getirilen bir sınır üzerindeki (m,n) ağ noktasını irdelenirse,



Şekil 2.4. Konveksiyon Sınır Şartı

Sisteme termodinamiğin I.yasasının uygulanması ile,

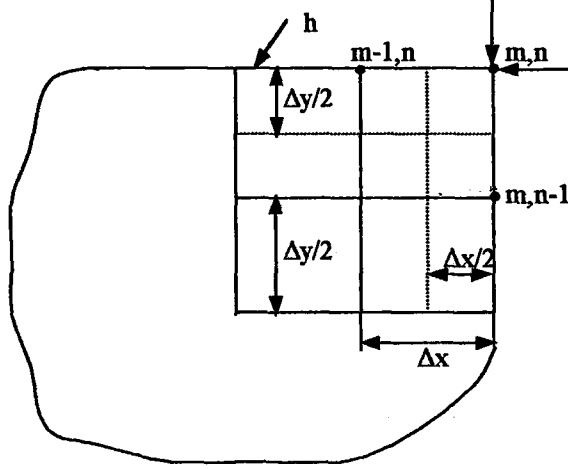
$$k\Delta y \frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{\Delta x} + h\Delta y(T_a - T_{m,n}) + k \frac{\Delta x}{2} \frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{\Delta y} + k \frac{\Delta x}{2} \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{\Delta y} = 0$$

Eğer Δx ve Δy adım uzunlukları eşit olarak alınırsa o zaman eşitlik (2.21);

$$\frac{1}{2}(2T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1}) + \frac{h\Delta x}{k}T_a - (2 + \frac{h\Delta x}{k})T_{m,n} = 0 \quad (2.22)$$

olarak yazılabilir.

Böylece bir konveksiyon sınır şartı olduğunda (2.22)'e benzer bir denklem, içteki ağ noktaları için kullanılır. Eğer ağ noktası Şekil 2.5'deki gibi, bir köşede varsa , o zaman (2.22) eşitliği uygulanamaz. Şimdi Şekil 2.5'deki köşe kısmını göz önüne alınırsa,



Şekil 2.5. Konveksiyon sınır şartı ile bir köşedeki ağ noktası

Sisteme Termodinamiğin I. Yasası uygulandığında;

$$\frac{1}{2}(T_{m-1,n} + T_{m,n-1}) + \frac{h\Delta x}{k}T_a - (2 + \frac{h\Delta x}{k})T_{m,n} = 0 \quad (2.23)$$

2.2.7. Yalıtılmış Sınır

Sınır kısmı yalıtıldığı zaman bu kısım üzerindeki ağ noktaları için sonlu fark denklemini önceki durumdaki gibi türetilebilir. Sisteme Termodinamiğin I. Yasası uygulandığında;

$$[2T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 4T_{m,n}] = 0 \quad (2.24)$$

elde edilir.

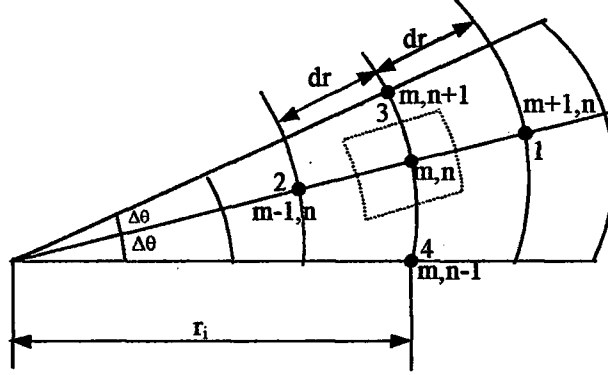
2.2.8. Silindirik Koordinatlarda Isı İletimi Problemlerinin Sonlu Fark Formülasyonu

Silindirik koordinatlarda; sistem içinde enerji üretimi yoksa ve kararlı rejim şartları söz konusu ise iki boyutlu (r,θ) ısı iletiminin diferansiyel denklemini

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.25)$$

şeklindedir.

Silindirik koordinatlarda iki boyutlu katı cismi θ ve r yönünde parçalara ayırarak şekilde görüldüğü gibi ağ noktaları oluşturuldu. Şimdi (2.25) diferansiyel denklemi sonlu fark formu şeklinde elde edilir ise;



Şekil 2.6. Silindirik koordinatlarda (iki boyutlu) sonlu farklar ağ noktaları

m,n noktasındaki $\frac{\partial T}{\partial r}$ türevi ileri sonlu fark cinsinden,

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T(r+dr, \theta) - T(r, \theta)}{dr} \quad (2.26)$$

bu türev genel olarak ileri sonlu fark cinsinden;

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{m+1/2,n} = \frac{T(r+dr, \theta) - T(r, \theta)}{dr} = \frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{dr} \quad (2.27)$$

geri sonlu fark cinsinden;

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{m-1/2,n} = \frac{T(r, \theta) - T(r-dr, \theta)}{dr} = \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{dr} \quad (2.28)$$

olarak yazılabilir. Buradan ortalama fark operatörü ile

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T}{\partial r} &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{m+1/2,n} + \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{m-1/2,n} \right] \\
\frac{\partial T}{\partial r} &= \frac{1}{2} \left[\frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{dr} + \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{dr} \right] \\
\frac{\partial T}{\partial r} &= \frac{T_{m+1,n} - T_{m-1,n}}{2dr}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Merkezi fark operatörü ile

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} &= \frac{1}{dr} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{m+1/2,n} - \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{m-1/2,n} \right] \\
\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} &= \frac{1}{dr} \left[\frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{dr} - \frac{T_{m,n} - T_{m-1,n}}{dr} \right] \\
\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} &= \frac{T_{m+1,n} - 2T_{m,n} + T_{m-1,n}}{dr^2}
\end{aligned} \tag{2.30}$$

m,n noktasındaki $\frac{\partial T}{\partial \theta}$ türevi

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{T(r, \theta + d\theta) - T(r, \theta)}{d\theta}$$

ileri sonlu fark

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right)_{m,n+1/2} = \frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{d\theta} \tag{2.31}$$

geri sonlu fark

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right)_{m,n-1/2} = \frac{T_{m,n} - T_{m,n-1}}{d\theta}$$

merkezi fark operatörü ile

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} &= \frac{1}{d\theta} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right)_{m,n+1/2} - \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right)_{m,n-1/2} \right] \\
\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} &= \frac{T_{m,n+1} - 2T_{m,n} + T_{m,n-1}}{d\theta^2}
\end{aligned}$$

$$\frac{T_{m+1,n} - 2T_{m,n} + T_{m-1,n}}{dr^2} + \frac{1}{r_i} \frac{T_{m+1,n} - T_{m-1,n}}{2dr} + \frac{1}{(r_i)^2} \frac{T_{m,n+1} - 2T_{m,n} + T_{m,n-1}}{d\theta^2} = 0 \quad (2.32)$$

Şekil 2.6'da görülen sonlu farklar modellemesi tekrar ele alınıp enerji dengesi yazılarak sonlu fark denkleminde ulaşılmaya çalışılırsa; (m,n) ağ noktası göz önüne alındığında; kararlı duruma sınır koşulları için sisteme aktarılan ısıların toplamının Termodinamiğin I. Yasasına göre sifıra eşit olması gerekir. Yani;

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0 \quad (2.33)$$

Buradaki Q ifadeleri, Fourier yasasına göre yazılırsa, r: incelenen noktanın eksen uzaklığını göstermek üzere, r yönündeki ısı iletimi:

$$Q = -kA \frac{\partial T}{\partial r}$$

θ yönündeki ısı iletimi:

$$Q_\theta = -kA \frac{\partial T}{r \cdot \partial \theta}$$

şeklinde yazılabilir. İki boyutlu inceleme yapıldığı için z boyutundaki değişim 1 ($\Delta z=1$) olarak alınmıştır. Bunlara göre (m,n) noktasına gelen ısı akılarının değerleri yazılır ise;

Q_1 : (m+1,n) noktası ile (m,n) noktası arasındaki iletim ile oluşan ısı transferi;

$$Q_1 = k \cdot d\theta \left(r_i + \frac{dr}{2} \right) \left(\frac{T_{m+1,n} - T_{m,n}}{dr} \right)$$

Q_2 : (m-1,n) noktası ile (m,n) noktası arasındaki iletim ile oluşan ısı transferi;

$$Q_2 = k \cdot d\theta \left(r_i - \frac{dr}{2} \right) \left(\frac{T_{m-1,n} - T_{m,n}}{dr} \right)$$

Q_3 : (m,n+1) noktası ile (m,n) noktası arasındaki iletim ile oluşan ısı transferi;

$$Q_3 = k \cdot dr \left(\frac{T_{m,n+1} - T_{m,n}}{r_i \cdot d\theta} \right)$$

Q_4 : (m,n-1) noktası ile (m,n) noktası arasındaki iletim ile oluşan ısı transferi;

$$Q_4 = k \cdot dr \left(\frac{T_{m,n-1} - T_{m,n}}{r_i \cdot d\theta} \right)$$

ifadelerini (2.33) denkleminde yerine yazılıp gerekli işlemler yapılırsa;

$$\frac{T_{m+1,n} - 2T_{m,n} + T_{m-1,n}}{dr^2} + \frac{1}{r_i} \frac{T_{m+1,n} - T_{m-1,n}}{2dr} + \frac{1}{(r_i)^2} \frac{T_{m,n+1} - 2T_{m,n} + T_{m,n-1}}{d\theta^2} = 0$$

elde edilir ki bu da diferansiyel denklemin sonlu fark formuna eşittir. Elde ettiğimiz bu sonlu fark denklemini katı cisim içerisinde kafesin her ağ noktası için geçerlidir. Sınırlara yaklaştıkça, sınır sıcaklıklarının hesabı için sınır şartlarının bilinmesi gerekir.

Şekil 2.6'da görülen silindirik koordinatlardaki iki boyutlu cismin dışında ısı taşınım katsayısı h olan T_a sıcaklığında bir akışkan olduğu kabul edilirse, bu durumda yüzeyde taşınım ısı transferi oluşacaktır. $(m+1,n)$ noktası için enerji dengesi yazılırsa;

$$k \cdot dr \frac{(T_{m+1,n+1} - T_{m+1,n})}{(r_i + dr)d\theta} + k \cdot dr \frac{(T_{m+1,n-1} - T_{m+1,n})}{(r_i + dr)d\theta} + k \left(r_i \frac{dr}{2} \right) \frac{T_{m,n} - T_{m+1,n}}{dr} + h \cdot d\theta \left(r_i + \frac{3dr}{2} \right) (T_a - T_{m+1,n}) = 0$$

2.2.9. Sonlu Fark Denklemlerinin Çözüm Yöntemleri

Daha önceki bölümlerde kartezyen ve silindirik koordinatlarda iki boyutlu zamana bağlı olmayan ısı iletimi problemlerinin sonlu farklar yöntemi ile nasıl formüle edilebileceğini incelendi. Artık bundan sonra bu formülasyonun nasıl çözüleceği araştırılacaktır. Buraya kadar diferansiyel denklemin sonlu fark gösterimi ve kararlı durum problemlerinin sınır şartları altında enerji denge denklemleri yazılmış ve sonuçların cebirsel denklem sistemi içinde meydana geldiği görülmüştür. N adet ağ noktası için bu denklemler yazılırsa M bilinmeyenden oluşan N tane denklem elde edilir. Sıcaklığa bağlı ısı iletkenlikteki problemler hariç, bu denklemler lineer olacaktır. Bu denklemlerin çözümünde kullanılan yöntemlerden birisi şimdi kısaca incelenecektir.

2.2.10. Relaksasyon Yöntemi

Katı cisim içerisinde her nokta için daha önce elde ettiğimiz sonlu fark denklemini, sınır noktaları için ise sınır şartlarına bağlı olarak elde edilen değişik denklemlerle tanımlanır. Bu denklemlerin elde edilmesinde, boyutları belli bir sisteme ısı dengesi yazılır. Sürekli rejim halinde, noktaların gerçek sıcaklıkları için sisteme transfer edilen ısı miktarı sıfırdır. Fakat belirtilen noktalardaki sıcaklıklar sürekli rejim durumunda karşıt sıcaklıklar değilse yani tahmini bazı sıcaklıklar kullanılıyorsa sonlu fark denkleminin sağ tarafı sıfır yerine bir kalıntı R değerine eşit olur.

$$T_{m+1,n} + T_{m-1,n} + T_{m,n+1} + T_{m,n-1} - 4T_{m,n} = R \quad (\text{kartezyen koordinatlarda})$$

Relaksasyon yönteminin esas prensibi, sınır sıcaklıklarının ve ağ noktalarının durumuna göre sıcaklıkları tahmin etmek sureti ile ve bu sıcaklıklarda düzgün değişmeler yaparak R değerini sıfıra eşit kılmasıdır.

Sınır şartları verildiği zaman sıcaklık dağılımının sayısal olarak bulunmasında aşağıdaki işlem sırası takip edilir.

- 1- Sistem kare şeklinde elemanlara bölünür.
- 2- Sistem içerisinde her noktada sıcaklık öngörülür.
- 3- Her noktada R kalıntısı hesap edilir.
- 4- Doğru sıcaklık tahmini yapılmışsa, sürekli rejimde her noktada $R=0$ 'dır.
- 5- Tahminler doğru değilse en büyük R kalıntısı bulunur ve yalnız bu noktadaki sıcaklık değiştirilerek $R=0$ yapılır.
- 6- Her noktada yeni kalıntılar bulunur, birbirinin devamı olan relaksasyon işlemleri, daha önce kalıntının sıfır yapıldığı noktada yeni kalıntılar oluşturur. Dolayısıyla bir noktada kalıntının birkaç defa sıfıra indirilmesi gerekebilir.

Matris notasyonu şeklinde gösterilen cebir denklemlerinin çözüm yöntemlerinin doğrudan ve dolaylı yöntemler olmak üzere iki başlık altında toplanabilir. Bunlar kısaca;

1-Ters Matris Yöntemi: Katsayılar matrisinin tersiyle (A^{-1}) bilinen sabitlerin sütun vektörünün (C) çarpılmasıyla T bilinmeyen vektörü elde edilir.

$$T = A^{-1} \cdot C \quad (2.34)$$

2-Gauss Yoketme Yöntemi: Gauss yok etme yönteminde ilk olarak katsayılar matrisi bir üst üçgen matrise dönüştürülür. Böylece elde edilen ve eski sisteme denk olan denklem sistemi, geriye doğru yerine koyma yöntemi ile çözülür. Yani bu yöntem ileri doğru eliminasyon ve geriye doğru yerleştirme olmak üzere iki ayrı bölümden oluşur.

3-Gauss- Jordon İndirgeme Yöntemi: B u yöntemde de Gauss yok etme yönteminde olduğu gibi, ileriye doğru yok etme yapılarak katsayılar matrisi kökleri doğrudan verecek olan birim matris formuna indirgenir.

4-Lu Ayrıştırma Yöntemi: Bu yöntem, A katsayılar matrisinin L bir alt üçgen matris ve U da bir üst üçgen matris olmak üzere

$$A = L.U$$

biçiminde iki ayrı matrisinin çarpımı şeklinde yazılabilmesi esasına dayanmaktadır.

2.3. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu elemanlar yöntemi (SEY) mühendislerin karşılaştığı karmaşık ve zor problemlerin kabul edilebilir bir yaklaşıklıkla çözebilir sayısal çözüm yöntemlerinden biridir. Bu yöntem gerilme analizi, akışkanlar mekaniği, ısı transferi, mekanik titreşimler v.b. gibi konularla ilgili problemlerin çözümünde kullanılmaktadır.

Bu teknik 1950'li yıllarda bilgisayarın gelişmesi ile kendini göstermiştir. Günümüzde de donanım ve yazılımdaki gelişmelere paralel olarak, mühendislik alanındaki gelişmelerle beraber sonlu elemanlar yöntemi de karmaşık problemlere uygulanmakta ve güvenli sonuçlar vermektedir. Kullanıldığı yerler bir uçağın yada bir otomobilin yapısal analizinden nükleer bir tesis gibi karmaşık bir ısıl sistemin veya kanal su yolu, ya da yeryüzü üzerinde bulunan herhangi bir akışkanın akış analizini içine alan çok geniş bir alanı kapsamaktadır. Bu geniş alan içersine basınçlı gazların akışı, elektrostatik yağlama problemleri ve titreşim sistemlerinin analizi de girmektedir.

Sonlu elemanlar yönteminin temel kavramı sıcaklık, basınç veya deplasman gibi herhangi bir sürekli niceliğin küçük ve sürekli parçaların birleşmesi ile oluşan bir modele dönüştürülmesidir. Bu metoda göre; orijinal geometri, malzemenin yüzeyinde ve içinde noktalar içeren elemanlar dizisi tarafından yerleştirilir. Model yanıtı tekil bir eleman için ele alınır. Şöyle ki; fonksiyonun sürekliliği, içeride düzenleyici olan denklemlere uyan noktalar arasında sağlanır. Örneğin bir elastik problem için sonlu elemanlar formülasyonu noktasal yer değişimleri belirlemek için gerçek iş prensibi kullanılarak çıkarılır. Uyumluluk tamamen içerideki dengede hemen hemen sağlanır. Önce tekil bir elemanın noktasal yanıtı çıkarılır, daha sonra katının bütününün davranışı her bir elemanın katkısı birleştirilerek elde edilir.

Sonlu elemanlar metodunun en önemli özelliklerinden biri kıvrılmış, eğrilmiş sınırların yüksek izoparametrik elemanlar kullanılarak, gerçekçi olarak tanımlanabilmesidir. Gerçek çözüm, ağı tanımlayan ortalama eğimin yerleştirildiği bölgede elde edilir ve noktasal serbestlik dereceleri ağı düzenleyerek artırır. Genellikle çözüm, düzenleyici denklemin gerçek çözümüne dönüştürülebilir.

2.3.1. Problemlerin SEY ile Çözüm Sırası

Sonlu elemanlar yöntemi ile bir problemin çözümünde belli bir sıra takip edilir. Bu sıra genel olarak aşağıdaki gibidir.

2.3.1.1. Problemin Tanımlanması

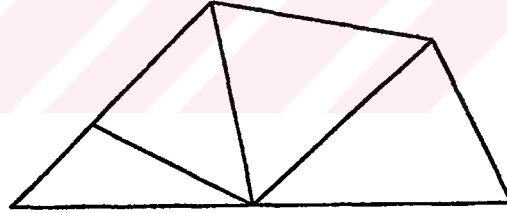
Önce problemin ne tür problem olduğu alan değişkenlerinin (yer değiştirme, akışkan hızı, sıcaklık v.s) ne olduğu belirlenir.

2.3.1.2. Çözüm Bölgesinin Sonlu Elemanlara Bölünmesi

Probleme konu olan çözüm bölgesi uygun şekilde elemanlara ayrılır. Elemanlara ayırma işlemi, problemin çözümünün yaklaşıklığı açısından oldukça önemlidir. Elemanlar çözüm bölgesinin geometrik yapısına ve problemin tipine göre farklılıklar gösterir. Analiz yapılacak alanın elemanlara ayrılması işlemi iki önemli adımdan oluşur.

- i) Şekli uygun biçimde uygun elemanlar kullanarak bölmek
- ii) Bu elemanlar üzerindeki düğüm noktalarını en uygun şekilde numaralamak

İki boyutlu bir şekil, en basit olarak üçgen elemanlara bölünebilir. Bunun için şekil önce dört kenarlı elemanlara, sonra da bu dörtgen elemanlar üçgenlere ayrılır. İkinci ayırma sırasında, geometrik değişiklikler, yük uygulanan yerler ve malzeme özelliklerinin değişiklik gösterdiği bölgeler göz önünde tutulur. Eğer ele alınan cismin kenarları doğrusal değilse, bu eğrilik küçük elemanlar kullanılarak belli bir yaklaşıklıkla ifade edilebilir.

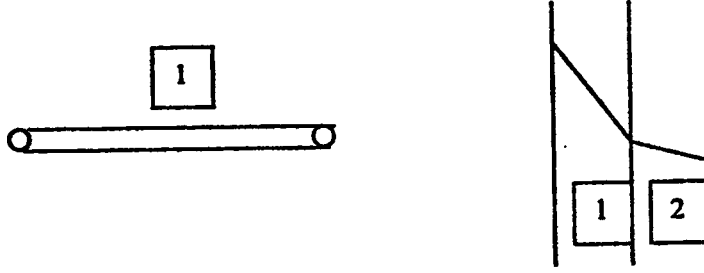


Şekil 2.7. Doğrusal kenarlı basit üçgen

Elemanlar geometrik olarak şu ana gruplara ayrılır.

1- Tek boyutlu elemanlar:

Tek boyutlu elemanlar geometrik olarak diğer iki boyutu tek boyutuna göre ihmal edilebilen geometrik yapıların analizinde ve problemin özelliğinden dolayı tek boyutlu inceleme yapmayı gerektiren durumlarda kullanılır. İlk duruma örnek olarak kafes sistemleri, ikinci duruma örnek olarak da tek boyutlu ısı transferi gösterilebilir.



Şekil 2.8. Tek boyutlu elemanlar

2- İki Boyutlu Elemanlar (Düzlem elemanlar):

İki boyutlu elemanlar çözüm bölgesinin düzlem olduğu durumlarda kullanılır. Temel olarak iki eleman tipi vardır: üçgen ve dörtgen elemanlar.

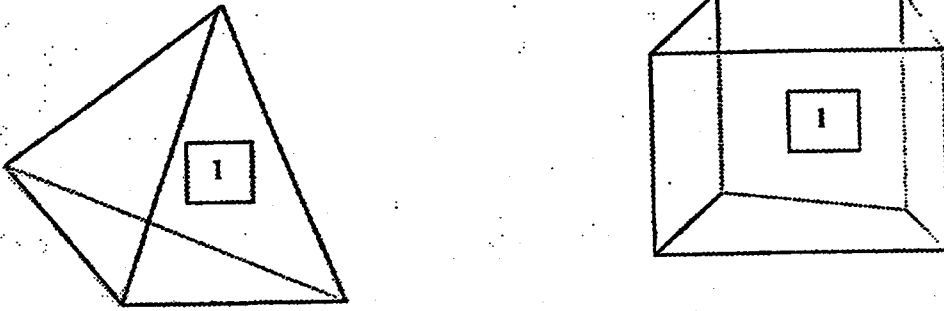
Çözüm bölgesinin gerçeğe yakın olarak tanımlanmasında üçgen elemanlar çok kullanışlıdır. Dörtgen elemanlar daha özel durumlarda çözüm bölgesinin dörtgen elemanlara ayrılabilir yapıda olması durumunda kullanılır.



Şekil 2.9. Düzlem eleman tipleri

3- Üç boyutlu elemanlar (Uzay elemanlar):

Bazı problemlerde çözüm bölgesinin üç boyutlu olarak ele alınması gerekebilir. Bu durumda kullanılacak eleman tipinin de üç boyutlu olması gerekmektedir. En basit üç boyutlu eleman dört yüzlü elemandır. Ayrıca altı yüzlü ve eksenel simetrik dönel elemanlar kullanılır.



Şekil 2.10. Üç boyutlu eleman tipleri

4- İzoparametrik Elemanlar :

Çözüm bölgesinin eğri kenarlı olduğu durumlarda gerçeğe yakın olması maksadı ile izoparametrik elemanlar kullanılır. Elemanı geometrik olarak tanımlayan fonksiyon ile alan değişkeninin çözüm bölgesi içersindeki değişimini tanımlayan fonksiyonun aynı dereceden olmasından dolayı bu tür elemanlara izoparametrik elemanlar denir (Şekil 2.11).

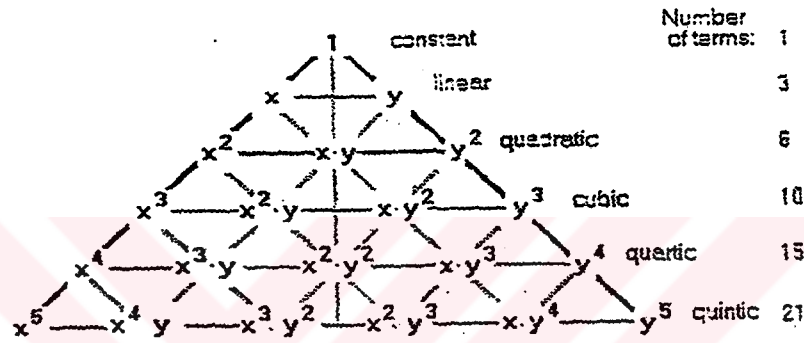


Şekil 2.11. İzoparametrik elemanlar

Sonlu elemanlar yönteminde birbirinden farklı büyüklükte elemanlar kullanılabileceği gibi düğüm noktaları arasındaki uzaklıklar da farklı olabilir. Ani sıcaklık farkları ve gerilmelerin yoğun olduğu yerler gibi değişimleri daha iyi izleyebilmek için böyle değişkenlerin beklenildiği bölgelere daha küçük ve fazla sayıda eleman yerleştirilir fakat yine de kesin kurallar yoktur. Analizi yapan kişi eleman tipini, eleman geometrisini, sonlu eleman sayısını, düğüm noktalarını yerleşimini ve problemi kaç boyutta göz önüne alacağını kendi bilgi ve tecrübesine dayanarak belirler. Örneğin bir eksene göre simetrik bir parçanın düzgün yayılı bir yük altında gerilmeleri araştırılıyorsa problemi üç boyutta analiz etmeye gerek yoktur.

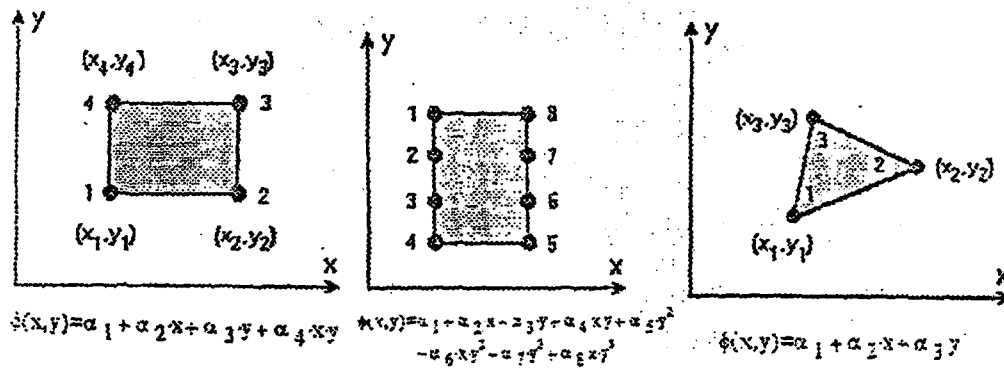
2.3.1.3. İnterpolasyon fonksiyonunun seçimi

Alan değişkeninin çözüm bölgesi içerisinde nasıl değiştiği bir fonksiyon yardımı ile tanımlanır. İnterpolasyon fonksiyonu gerçeğe ne kadar yakın seçilirse çözümdeki yaklaşıklık da o kadar fazla olur. Türev alma ve integrasyon işlemlerinin kolaylığından dolayı polinomlar, interpolasyon fonksiyonu olarak sıklıkla kullanılır. İnterpolasyon fonksiyonlarının çıkarılmasında Paskal Üçgeni (Şekil 2.12) kullanılır.



Şekil 2.12. Paskal Üçgeni

Şekil 2.13'de üçgen, dört noktalı ve sekiz noktalı dörtgen elemanlar için Paskal üçgeni kullanılarak interpolasyon fonksiyonları çıkarılmıştır.



Şekil 2.13. Eleman ve interpolasyon fonksiyonları

2.3.1.4. Eleman Özelliklerinin Çıkarılması

Çözümü yapılacak problemin tipine göre dış etkenler ile (basınç v.s) alan değişkenleri arasında her bir elemandaki ilişki formüle edilir. Bu aşamada bir elemandaki toplam serbestlik derecesi sayısınca lineer denklemler elde edilir. Bu denklemlerin tamamı bir matris eşitliği ile ifade edilir. Bir elemana ait denklemlerin elde edilmesinde değişik yöntemler kullanılabilir. Bunlar içinde en çok kullanılan dört yöntem şunlardır:

- 1- Doğrudan Yaklaşım : Bu yaklaşım daha çok tek boyutlu ve basit problemler için uygundur.
- 2-Varyasyonel Yaklaşım : Bir fonksiyonelin ekserimize yani maksimum ve minimum edilmesi demektir. Katı cisim mekaniğinde en çok kullanılan fonksiyoneller potansiyel enerji prensibi, komplementer (tümleyen) potansiyel enerji prensibi ve Reissner prensibi olarak sayılabilir. Fonksiyonelin birinci türevinin sıfır olduğu noktada fonksiyonu ekstrimize eden değerler bulunur. İkinci türevinin sıfırdan büyük veya küçük olmasına göre bu değer maksimum veya minimum olduğu anlaşılır.
- 3-Ağırlıklı Kalanlar Yaklaşımı : Bir fonksiyonun çeşitli değerler karşılığında elde edilen yaklaşık çözümü ile gerçek çözümü arasındaki farkların bir ağırlık fonksiyonu ile çarpılarak toplamalarını minimize etme işlemine “ağırlıklı kalanlar yaklaşımı” denir. Bu yaklaşım kullanılarak eleman özelliklerinin elde edilmesinin avantajı, fonksiyonellerin elde edilemediği problemlerde uygulanabilir olmasıdır.
- 4-Enerji Dengesi Yaklaşımı : Bir sisteme giren ve çıkan termal ve mekanik enerjilerin eşitliği ilkesine dayanır. Bu yaklaşım bir fonksiyonele ihtiyaç göstermez.

2.3.1.5. Eleman Özelliklerinin Birleştirilmesi

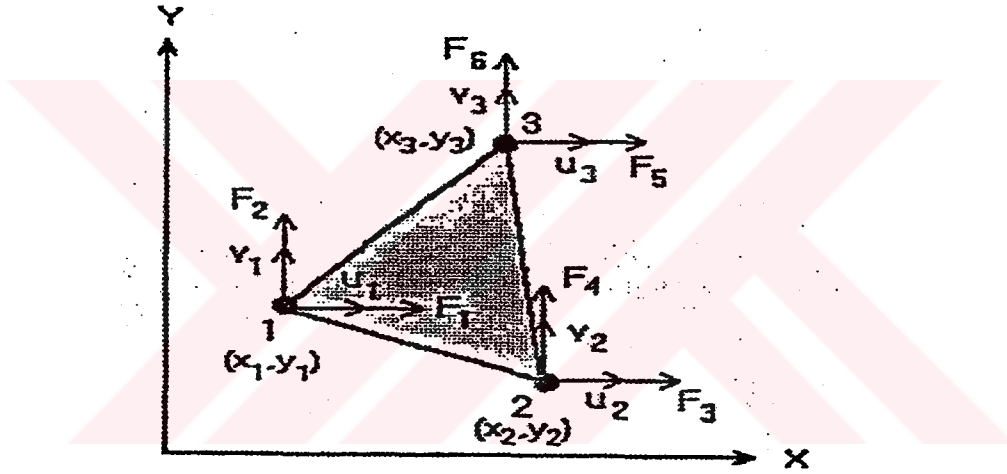
Her bir eleman için ayrı ayrı elde edilen lineer denklem takımları uygun şekilde birleştirilerek tüm sistem için geçerli olan ve tüm sistemin toplam serbestlik derecesi sayısınca lineer denklem içeren denklem takımı elde edilir. Eleman özelliklerinin birleştirilmesi sırasında farklı elemanlardaki ortak noktalara ait denklemler toplanarak birleştirme yapılmasına dikkat edilmelidir. Çünkü, sonlu elemanlar yönteminde çözülecek denklem takımı birçok sıfır (0) eleman içerdiğinden, hesaplama tekniği üzerinde büyük etki yapar. Sıfırdan farklı elemanlar bir köşegen üzerine sığdırılmalıdır. Sadece bu köşegendeki terimleri hafızada saklamak hafızayı etkin bir şekilde kullanmaya izin veren bir yöntemdir. Bu yüzden diyagonalin bant genişliğinin (B) dar olması programlama açısından bir avantajdır.

$$\begin{bmatrix} c & c & c & c & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & c & c & c & c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & c & c & c & c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & c & c & c & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & c & c & c & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c & c & c & c & c \end{bmatrix}$$

Bant genişliği B olmak üzere:

$$B = (R + 1) * \text{NDOF}$$

dır. R bir eleman içinde düğüm numaraları arasındaki en büyük fark ve NDOF da düğüm noktaları serbestlik derecesini göstermektedir. B yi en alt seviyede tutmak için R küçültmeye çalışılır. Aşağıdaki şekilde üçgen bir eleman için düğüm noktaları serbestlik derecesi gösterilmektedir.



Şekil 2.14. Üçgen bir eleman için düğüm noktaları serbestlik derecesi

Yukarıdaki şekilde verilen üçgen elemanın her bir düğüm noktası iki serbestlik derecesinden meydana gelmektedir. Eleman için toplam altı serbestlik derecesi bulunmaktadır.

2.3.1.6. Denklem Takımının Çözümü

Bilinen dış etkenler ile bilinmeyen alan değişkenleri arasındaki ilişkiyi veren tüm sisteme ait denklem takımı elde edildikten sonra, değişik çözüm yöntemlerinden uygun olanlar kullanılarak alan değişkenleri sayısal olarak elde edilir.

2.3.1.7. Eş işlemlerin yapılması

Alan değişkenlerinin bulunmasından sonra, bu değerler kullanılarak bunlara bağlı diğer büyüklükler de hesaplanabilir. Örneğin gerilme analizi ile ilgili bir problemde alan değişkeni olan yer değiştirmelerin bulunmasından sonra gerilmelerin bulunması gibi.

2.3.2. Sonlu Elemanlar Yönteminin Yararları

Sonlu elemanlar yönteminin günümüzdeki uygulamaları oldukça fazladır ve diferansiyel eşitliklerle düzenlenen fiziksel tüm problemleri kapsar. Sonlu elemanlar yönteminin yararları genişçe kullanılmasına yardımcı olmaktadır. Bunların bazıları:

- i. Farklı malzeme özellikleri taşıyan elemanlarda kolayca uygulanabilir. Bitişik elemanlardaki malzeme özellikleri aynı olmayabilir. Bu özellik bir kaç, malzemenin birleştirildiği cisimlerde uygulanabilmeye imkan vermektedir.
- ii. Düzgün olmayan sınırlara sahip şekiller , eğri kenarlı elemanlar kullanılarak analiz edilebilirler.
- iii. Eleman boyutları kullanıcı tarafından değiştirilebilir. Böylece önemli değişiklikler beklenen bölgelerde daha küçük elemanlar kullanılarak hassas işlemler yapılabilirken , aynı parçanın diğer bölgeleri büyük elemanlara bölünerek işlem hızı arttırılabilir.
- iv. Süreksiz yüzey yüklemeleri gibi sınır durumları yöntem için zorluk oluşturmaz. Karışık sınır durumları kolaylıkla ele alınabilir.

2.3.3. Sonlu Elemanlar Paket Programları

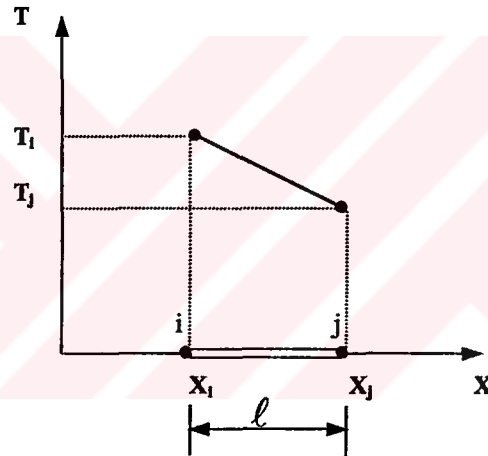
Bilgisayar teknolojisindeki hızla gelişmelere paralel olarak geliştirilen genel amaçlı paket programlar sonlu elemanlar yönteminin mühendislik problemlerinde yaygın olarak kullanılmasını sağlamıştır. ANSYS, MARC, NASTRAN, IDEAS ve ABAQUS modelleme, analiz ve sonuçların grafik değerlendirilmesi bakımından tercih edilen programlardır.

2.3.4. Sonlu Elemanlar Yönteminde Kullanılan Farklı Elemanlar İçin Şekil Fonksiyonlarının ve Rijidlik Matrisinin Elde Edilmesi

2.3.4.1 Tek Boyutlu Elemanlar

Tek boyutlu elemanlar tarafından bölünmüş bir sistemde , bu elemanlardan birisini inceleyelim. Eleman boyunca sıcaklık dağılımı, lineer bir fonksiyon şeklinde tanımlansın. Şekilde gösterilen eleman için lineer sıcaklık dağılımı ifadesi;

$$T^{(e)} = c_1 + c_2 X \quad (2.35)$$



Şekil 2.15. Bir eleman için lineer sıcaklık dağılımı yaklaşımı

olarak yazılabilir. Elemanın i ve j düğüm noktalarındaki sıcaklık değerleri T_i ve T_j ise;

$$T = T_i \text{ de } X = X_i \quad , \quad (2.36)$$

$$T = T_j \text{ de } X = X_j$$

ve 2.35 nolu denkleme bu sınır koşulları uygulanır ise

$$T_i = c_1 + c_2 X_i$$

$$T_j = c_1 + c_2 X_j$$

şeklinde iki bilinmeyenli iki denklem oluşacaktır. Bu denklemlerden bilinmeyen C_1 ve C_2 katsayıları,

$$c_1 = \frac{T_i X_j - T_j X_i}{X_j - X_i} \quad (2.37)$$

$$c_2 = \frac{T_j - T_i}{X_j - X_i} \quad (2.38)$$

ifadeleri ile elde edilir.

Elemanın sıcaklık dağılımı, onu oluşturan düğüm noktalarına göre yazılır,

$$T^{(e)} = \frac{T_i X_j - T_j X_i}{X_j - X_i} + \frac{T_j - T_i}{X_j - X_i} X \quad (2.39)$$

ve T_i , T_j terimlerini içeren ifadeler kendi aralarında gruplandırılır ise, eleman içerisindeki sıcaklık dağılımını

$$T^{(e)} = \left(\frac{X_j - X}{X_j - X_i} \right) T_i + \left(\frac{X - X_i}{X_j - X_i} \right) T_j$$

şeklinde elde edilebilir.

Şekil fonksiyonları S_i ve S_j olarak tanımlanır ise, bunları ifade eden denklemler;

$$S_i = \frac{X_j - X}{X_j - X_i} = \frac{X_j - X}{\ell} \quad (2.40)$$

$$S_j = \frac{X - X_i}{X_j - X_i} = \frac{X - X_i}{\ell} \quad (2.41)$$

ℓ = eleman uzunluğu olmak üzere ifade edilir. Böylece şekil fonksiyonları yardımıyla bir elemanın sıcaklık dağılımı aşağıdaki ifade gibi yazılabilir;

$$T^{(e)} = S_i T_i + S_j T_j \quad (2.42)$$

2.42 denklemi matris formunda da

$$T^{(e)} = \begin{bmatrix} S_i & S_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \end{Bmatrix}$$

şeklinde yazılabilir. Burada T_i , T_j ifadeleri elemanın i ve j düğüm noktalarındaki sıcaklık değerlerini ifade etmektedir. Bu denklem, herhangi bir mühendislik problemi sonlu elemanlara bölünmüş olarak düşünüldüğünde genel bir denklem haline ψ_i ve ψ_j düğüm noktalarındaki sıcaklık, hız veya çökme gibi değişkenleri ifade etmek üzere,

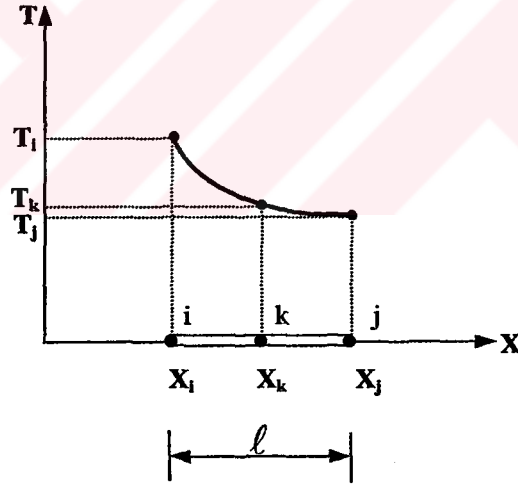
$$\Psi^{(e)} = [S_i S_j] \begin{Bmatrix} \Psi_i \\ \Psi_j \end{Bmatrix}$$

şeklinde dönüştürülebilir.

2.3.4.2. Kuadratik Elemanlar

Belirlenen bir problemin sonlu elemanlar metodu ile çözümünde istenilen hassasiyeti, ya analizde kullanılan lineer eleman sayısını artırarak ya da daha yüksek derecede interpolasyon fonksiyonu kullanarak arttırabiliriz. Biz bilinmeyen bir değişkenin uzaysal değişkenini tanımlamak için bir kuadratik fonksiyon kullanılabilir. Bir kuadratik fonksiyonun lineer bir fonksiyondan farkı, lineer fonksiyonda bir elemanı iki düğüm noktası tanımlarken, kuadratik fonksiyonda bir elemanı üç düğüm noktası tanımlamaktadır. Bir elemanı oluşturan kuadratik fonksiyon, Şekil 2.16'da gösterilmektedir. Dörtgensel yaklaşım kullanılarak, tipik bir eleman için sıcaklık dağılımı ;

$$T^{(e)} = c_1 + c_2 X + c_3 X^2 \quad (2.43)$$



Şekil 2.16. Bir boyutlu eleman

ve düğüm noktaları,

$$\begin{aligned} X = X_i & \text{ için } T = T_i \\ X = X_k & \text{ için } T = T_k \\ X = X_j & \text{ için } T = T_j \end{aligned} \quad (2.44)$$

şeklinde yazılabilir.

Düğüm noktalarındaki bu sınır koşulları, 2.43 denkleminde yerine konulduğunda üç bilinmeyen ve üç denklem oluşacaktır.

$$T_i = c_1 + c_2 X_i + c_3 X_i^2 \quad (2.45)$$

$$T_k = c_1 + c_2 X_k + c_3 X_k^2$$

$$T_j = c_1 + c_2 X_j + c_3 X_j^2$$

c_1 , c_2 ve c_3 katsayıları hesaplanır ve şekil fonksiyonlarının da denklem içerisine yazılmasıyla, elemanın sıcaklık dağılım denklemi;

$$T^{(e)} = S_i T_i + S_j T_j + S_k T_k \quad (2.46)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemin matris formunda gösterimi ise;

$$T^{(e)} = [S_i S_j S_k] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

olarak yazılabilir. Burada şekil fonksiyonlarının değerleri ;

$$S_i = \frac{2}{\ell^2} (X - X_j)(X - X_k)$$

$$S_j = \frac{2}{\ell^2} (X - X_i)(X - X_k) \quad (2.48)$$

$$S_k = \frac{4}{\ell^2} (X - X_i)(X - X_j)$$

yazılır ve bu denklem ψ_i , ψ_j ve ψ_k düğüm noktalarındaki sıcaklık, hız veya çökme gibi değişkenleri ifade etmek üzere genel bir denklem haline dönüştürülebilir.

$$\psi^{(e)} = [S_i S_j S_k] \begin{Bmatrix} \psi_i \\ \psi_j \\ \psi_k \end{Bmatrix} \quad (2.49)$$

Şu noktada açıkça belirtmelidir ki, quadratik şekil fonksiyonları da lineer şekil fonksiyonları gibi aynı özellikleri göstermektedir. Bunlar ;

- 1- Şekil fonksiyonu, elemanın herhangi bir düğüm noktasında 1 değerini alırken, diğer bir düğüm noktasında 0 değerini almaktadır.

- 2- Bütün düğüm noktalarındaki şekil fonksiyonlarının toplamı 1'e eşittir.
- 3- Lineer ve dörtgensel şekil fonksiyonları arasındaki ana fark, dörtgensel şekil fonksiyonlarının türevlerinin toplamı 0'a eşit değildir.

2.3.4.3. Bir Boyutlu Genel Diferansiyel Denklemin Çözümü

Bir boyutlu ısı transferi ve diğer problemleri ifade eden genel bir diferansiyel denklemin sonlu elemanlar metoduna nasıl uygulandığı incelenir.

$$c_1 \frac{d^2 \psi}{dX^2} + c_2 \psi + c_3 = 0 \quad (2.50)$$

Problem çözümünde, lineer şekil fonksiyonları kullanılarak bir eleman için sıcaklık dağılım ifadesi bulunmaya çalışılacaktır. Şekil fonksiyonlarının bulunması daha önceki bölümlerde açıklanmıştır. Diferansiyel denklemin çözümünde ağırlıklı kalanlar yaklaşımı kullanılacaktır.

$$R_i^{(e)} = \int_{X_i}^{X_j} S_i \left(c_1 \frac{d^2 \psi}{dX^2} + c_2 \psi + c_3 \right) dX = 0 \quad (2.51)$$

$$R_j^{(e)} = \int_{X_i}^{X_j} S_j \left(c_1 \frac{d^2 \psi}{dX^2} + c_2 \psi + c_3 \right) dX = 0 \quad (2.52)$$

2.51 ve 2.52 denklemlerindeki, II.dereceden türev ifadeleri açılır ve birinci dereceden türev değişkenlerine bağlı olarak yazılır ise:

$$\frac{d}{dX} \left(S_i \frac{d\psi}{dX} \right) = S_i \frac{d^2 \psi}{dX^2} + \frac{dS_i}{dX} \frac{d\psi}{dX} \quad (2.53)$$

$$S_i \frac{d^2 \psi}{dX^2} = \frac{d}{dX} \left(S_i \frac{d\psi}{dX} \right) - \frac{dS_i}{dX} \frac{d\psi}{dX} \quad (2.54)$$

ve bu ifade 2.51 denklemini içerisinde yerine yazılırsa

$$R_i^{(e)} = \int_{X_i}^{X_j} \left(c_1 \left(\frac{d}{dX} \left(S_i \frac{d\psi}{dX} \right) - \frac{dS_i}{dX} \frac{d\psi}{dX} \right) + S_i (c_2 \psi + c_3) \right) dX = 0 \quad (2.55)$$

denklemini elde edilir. Aynı işlemler 2.52 denklemini için de yapılır ve düğüm noktalarındaki bilinmeyen değişkenlerin birleştirilmesiyle eleman rijidlik matrisi,

$$\left\{ \begin{matrix} c_1 \frac{d\psi}{dX} \Big|_{X=X_i} \\ -c_1 \frac{d\psi}{dX} \Big|_{X=X_j} \end{matrix} \right\} + \left\{ [K]_{e_1}^{(e)} + [K]_{e_2}^{(e)} \right\} \begin{Bmatrix} \psi_i \\ \psi_j \end{Bmatrix} = \{F\}^{(e)} \quad (2.56)$$

$$[K]_1^{(e)} = \frac{c_1}{\ell} \begin{Bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{Bmatrix} \quad [K]_2^{(e)} = \frac{-c_2 \ell}{6} \begin{Bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{Bmatrix}$$

olarak bulunur. Eleman için yük matrisi ise,

$$\{F\}^{(e)} = \frac{c_3 \ell}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

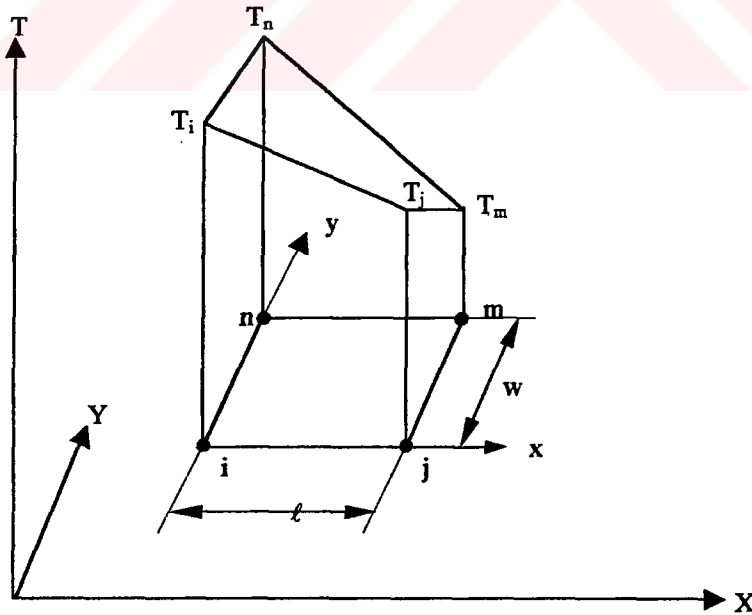
şeklinde elde edilir.

2.3.4.4. Dörtgensel Elemanlar

İki üçgen elemanın birleştirilmesiyle meydana gelen dörtgen eleman, problemin geometrisine uyum sağladığı ölçüde kullanışlılığı olan bir elemandır. Dört veya daha fazla düğümlü olabilir. Dörtgen eleman çoğu zaman özel hal olan dikdörtgen eleman şeklinde kullanılır. Şekil 2.17'den de görüldüğü gibi, bir eleman için sıcaklık dağılımı hem X hem de Y koordinatlarının bir fonksiyonudur. Bir eleman için sıcaklık dağılımı,

$$T^{(e)} = b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 xy \quad (2.57)$$

denklemleri ile ifade edilebilir. Bu denklemler içerisinde dört bilinmeyen vardır. Çünkü eleman i, j, m ve n noktalarından oluşan dört düğüm noktası ile tanımlanmıştır. Fonksiyon eleman kenarları boyunca



Şekil 2.17. Dörtgensel bir eleman

lineer fakat eleman içerisinde nonlineerdir. Bu özellikte olan elemanlar bilineer eleman olarak adlandırılır. İki boyutlu şekil fonksiyonlarının elde edilmesinde, bir boyutlu elemanlar için

kullanılan yöntem kullanılacaktır. Bilinmeyen b_1 , b_2 , b_3 ve b_4 katsayılarını elde etmek için x ve y yerel koordinatları kullanılacaktır. Her düğüm noktasının koordinatı ve sıcaklıkları aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\begin{aligned} T=T_i & \quad \text{için} \quad x=0 \quad y=0 \\ T=T_j & \quad \text{için} \quad x=\ell \quad y=0 \\ T=T_m & \quad \text{için} \quad x=\ell \quad y=w \\ T=T_n & \quad \text{için} \quad x=0 \quad y=w \end{aligned}$$

Denklem 2.58'de belirtilen düğüm noktaları koşulları, 2.57 denkleminde yazılır ise, b_1 , b_2 , b_3 ve b_4 değerleri ;

$$\begin{aligned} b_1 &= T_i & b_2 &= \frac{1}{\ell}(T_j - T_i) \\ b_3 &= \frac{1}{w}(T_n - T_i) & b_4 &= \frac{1}{\ell w}(T_i - T_j + T_m - T_n) \end{aligned} \quad (2.59)$$

şeklinde bulunur. Elde edilen bu katsayılar 2.57 denkleminde yerlerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılır ise, iki boyutlu bir elemandaki sıcaklık dağılımı şekil fonksiyonları yardımıyla,

$$T^{(e)} = [S_i S_j S_m S_n] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \\ T_n \end{Bmatrix} \quad (2.60)$$

olarak ifade edilebilir. Burada kullanılan şekil fonksiyonlarının değerleri ise;

$$S_i = \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \left(1 - \frac{y}{w}\right)$$

$$S_j = \left(\frac{x}{\ell}\right) \left(1 - \frac{y}{w}\right)$$

$$S_m = \frac{xy}{\ell w}$$

$$S_n = \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \left(\frac{y}{w}\right)$$

olarak belirtilebilir.

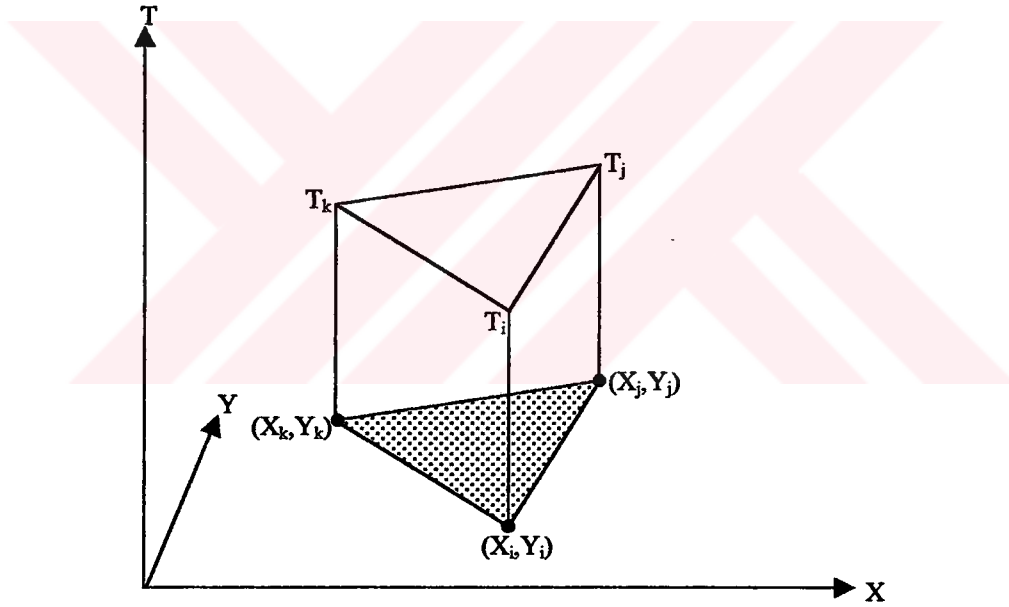
Herhangi bir bilinmeyen bir değişken için (ψ) düğüm noktalarındaki değerleri ψ_i , ψ_j , ψ_m ve ψ_n ise, iki boyutlu bir eleman için genel denklem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\psi^{(e)} = [S_i S_j S_m S_n] \begin{Bmatrix} \psi_i \\ \psi_j \\ \psi_m \\ \psi_n \end{Bmatrix} \quad (2.61)$$

2.3.4.5. Lineer Üçgen Elemanlar

Üçgen elemanlar, eğrisel yüzeylerde ağ oluşturmak için bilineer dikdörtgen elemanlardan daha uygundur. Şekil 2.18'de gösterildiği gibi bir üçgen eleman üç düğüm noktası ile tanımlanır. Üçgen alan içerisindeki sıcaklık dağılımı,

$$T^{(e)} = a_1 + a_2 X + a_3 Y \quad (2.62)$$



Şekil 2.18. Bir üçgen eleman

denklemleri ile ifade edilir ve her düğüm noktası için sınır koşulları yazılır ise;

$$\begin{array}{llll} T = T_i & \text{için} & X = X_i & \text{ve} & Y = Y_i \\ T = T_j & \text{için} & X = X_j & \text{ve} & Y = Y_j \\ T = T_k & \text{için} & X = X_k & \text{ve} & Y = Y_k \end{array} \quad (2.63)$$

Denklem 2.62 içerisinde bu sınır koşulları yazılır ise;

$$T_i = a_1 + a_2 X_i + a_3 Y_i$$

$$T_j = a_1 + a_2 X_j + a_3 Y_j \quad (2.64)$$

$$T_k = a_1 + a_2 X_k + a_3 Y_k$$

ara işlemlerin yapılmasıyla şekil fonksiyonlarının değerleri,

$$T^{(e)} = [S_i S_j S_k] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} \quad (2.65)$$

$$S_i = \frac{1}{2A} (\alpha_i + \beta_i X + \delta_i Y)$$

$$S_j = \frac{1}{2A} (\alpha_j + \beta_j X + \delta_j Y) \quad (2.66)$$

$$S_k = \frac{1}{2A} (\alpha_k + \beta_k X + \delta_k Y)$$

olarak bulunur.

Üçgen şekil fonksiyonları da daha önce tanımlanan diğer şekil fonksiyonları gibi aynı özellikleri taşımaktadırlar. i düğüm noktasının koordinatları hesaplandığında $S_i=1$, diğer düğüm noktaları için 0 değerini almaktadır.

$$S_i + S_j + S_k = 1 \quad (2.67)$$

2.3.4.6. İki Boyutlu Isı Transfer Denkleminin Dörtgensel Elemanlar Kullanılarak Çözülmesi

Lineer dörtgensel şekil fonksiyonları, sıcaklık gibi bağımlı bir değişkenin uzaysal değişimini ifade etmektedir. Dörtgensel bir eleman için, kendisinin düğüm noktalarındaki sıcaklıkları ve şekil fonksiyonları ile birlikte sıcaklık dağılımı;

$$T^{(e)} = [S_i S_j S_m S_n] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \\ T_n \end{Bmatrix} \quad (2.68)$$

S_i , S_j , S_m , ve S_n , şekil fonksiyonları olmak üzere :

$$S_i = \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \left(1 - \frac{y}{w}\right)$$

$$S_j = \left(\frac{x}{\ell}\right) \left(1 - \frac{y}{w}\right) \quad (2.69)$$

$$S_m = \frac{xy}{\ell w}$$

$$S_n = \left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \left(\frac{y}{w}\right)$$

şeklinde yazılabilir. Isı difüzyon denkleminde Galerkin Yaklaşım Metodu uygulanır ise, dört artık denklem şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned} \int_A S_i \left(k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q \right) dA &= 0 \\ \int_A S_j \left(k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q \right) dA &= 0 \\ \int_A S_m \left(k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q \right) dA &= 0 \\ \int_A S_n \left(k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q \right) dA &= 0 \end{aligned} \quad (2.70)$$

2.70 denklemi şekil fonksiyonlarının transpozelerini içeren matris formunda denkleme dönüştürülür ve ayrı ayrı entegralleri alınır

$$\int_A [S]^T \left(k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q \right) dA = 0 \quad (2.71)$$

$$[S]^T = \begin{Bmatrix} S_i \\ S_j \\ S_m \\ S_n \end{Bmatrix} \quad (2.72)$$

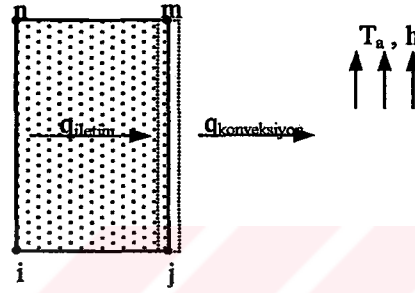
$$\int_A [S]^T \left(k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) dA + \int_A [S]^T \left(k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) dA + \int_A [S]^T q dA = 0 \quad (2.73)$$

denklemleri elde edilir. 2.74 denklemindeki diferansiyel ifadelerin önündeki katsayılar, $C_1=k_x$, $C_2=k_y$ ve $C_3=q$ olarak tanımlanır ise bu formda genel bir diferansiyel denklem oluşturulabilir.

$$\int_A [S]^T \left(C_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) dA + \int_A [S]^T \left(C_2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) dA + \int_A [S]^T C_3 dA = 0 \quad (2.74)$$

Denklem 2.70'de elde edilen entegrallerin hesaplanması ana formülde sonuçlandırılacaktır. T eleman sınırını göstermektedir. Sınır koşulları 2.73 ve 2.74 denklemlerine uygulanır. Bunun için radyasyonla ısı transferinin olmadığı, iletim ve konveksiyonun olduğu sınır şartları düşünülür ve yüzey için iletim ve konveksiyonla olan ısı transferinin birbirine eşit olduğu düşünülürse;

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = h(T - T_a) \quad (2.75)$$



Şekil 2.19. Dikdörtgen bir eleman konveksiyon sınır şartının uygulanması

$$[K]^{(e)} = \frac{h\ell_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [K]^{(e)} = \frac{h\ell_{jm}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

$$[K]^{(e)} = \frac{h\ell_{mn}}{6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad [K]^{(e)} = \frac{h\ell_{ni}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

$$\{F\}^{(e)} = \frac{hT_a\ell_{ij}}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \{F\}^{(e)} = \frac{hT_a\ell_{jm}}{2} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.78)$$

$$\{F\}^{(e)} = \frac{hT_a\ell_{mn}}{2} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \{F\}^{(e)} = \frac{hT_a\ell_{ni}}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.79)$$

$$[K]^{(e)} = \frac{k_x w}{6\ell} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \frac{k_x \ell}{6w} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$



BÖLÜM III

PROBLEMİN TANITIMI

3.1. Giriş

Isı değiştirgeçlerinde kirlilik düşünöldüğü zaman doğrudan olarak enerji transferine etkisinin varlığı da düşünölmelidir. Kirlilik genellikle ısı transferini azaltan düşük iletkenliğe sahip bir oluşum olarak tanımlanabilir. Boru yüzeylerinde oluşan bu oluşum transfer olan ısıyı azaltacak ve akışkanın akış yapılarını olumsuz yönde etkileyecektir.

Isı değiştirgeci boruları yüzeyindeki kirliliğin yapısı, nedenleri, ısı verime olan etkileri deneysel ve teorik olarak birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir. Yapılan bu araştırmalarda birçok basitleştirmeler yapılmıştır. Bunları genel olarak şu şekilde sınıflandırabiliriz :

- Sadece tek bir kirlilik türü kabul edilmiştir.
- Kirlilik kalınlığı boyunca homojen olarak düşünölmüştür.
- Yüzeylerdeki oluşan pürüzlölük ihmal edilmiştir.
- Akışkanın fiziksel özellikleri sabit kabul edilmiştir.

Kirliliği etkileyen parametrelerin hepsini içine alan başarılı bir çalışma bu güne kadar gerçeleştirilememiştir. Yüzeylerde oluşan birikintinin ısı iletim katsayısının düşük olması ve oluşan tabaka kalınlığının artması, kondüksiyon direncini artırdığı ve dolayısıyla enerji transferini azaltacağı açıktır. Bununla birlikte artan kirlilik kalınlığı akış alanındaki daralmalara ve yarattığı blokaj etkisiyle konveksiyon ile olan ısı transferini doğrudan etkileyecektir.

3.2. Modellenen Kirlilik ve Özellikleri

Çapraz akışta bir silindir etrafında oluşabilecek birikintinin ısı transferine etkileri hem sonlu farklar hem de sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak sayısal olarak incelenmiştir. Reynolds sayısının 4400 durumunda lokal ısı transferi katsayısı (h), akışkan sıcaklığı (373K) ve seçilen temiz silindir yüzey sıcaklığı 283K olarak sabitlenip hesaplar yapılmıştır. Re sayısı düzgün dağılımlı olmayan birikinti oluşması durumunda Buyruk.(1996) tarafından sonlu farklar metodu ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırma yapabilmek için seçilmiştir. Modellenen birikinti Şekil 3.1’de verilmiştir. Buradaki koyu renkli alan silindir üzerindeki kirliliği temsil etmektedir. Bilindiği üzere ısı transferi katsayısı (h), bir silindir üzerindeki çapraz akış durumunda açısız olarak değişim gösterir. Sunulan bu çalışmada silindir dış çapının (birikinti çapı) değişimi

durumunda ısı transferi katsayısının değişimi Barrow vd.(1995) tarafından geliştirilen bağıntı kullanılarak tespit edilmiştir. Temiz silindir durumunda $Re=4400$ için h , önceki çalışmalarda bulunan değerlerine göre interpolasyon yoluyla hesaplanmıştır.

Silindir üzerinde çapraz akışta $Re=4000-40000$ değerleri için Nu sayısı Eckert ve Drake (1959) tarafından :

$$Nu=0.174Re^{0.618}$$

olarak verilmiştir. Kirlilik yüzeyinde (h_k) yerel ısı transfer katsayısı, temiz tüp üzerindeki ısı transfer katsayıları ile doğrudan ilgilidir. Bu bağıntı ise:

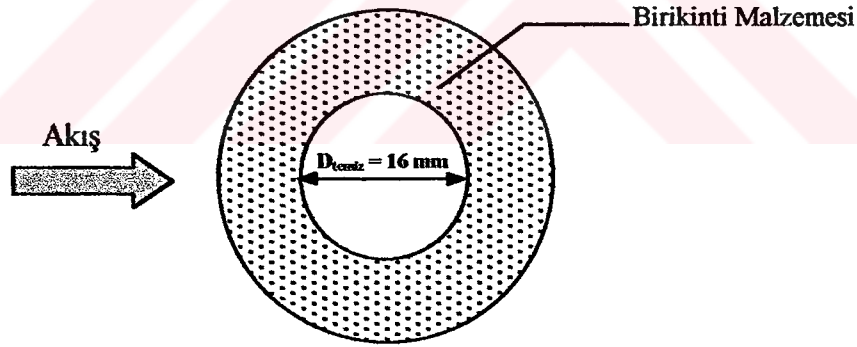
$$\frac{h_k d_k}{k} = 0.174 \left(\frac{U_a d_k}{\nu} \right)^{0.618}$$

$$\frac{h_t d_t}{k} = 0.174 \left(\frac{U_a d_t}{\nu} \right)^{0.618}$$

olarak yazılabilir. Buradan kirlilik yüzeyindeki ısı transfer katsayısının değişimi,

$$h_k = h_t (d/d_t)^{-0.382}$$

şeklinde yazılabilir.



Şekil 3.1. Silindir üzerinde homojen kirlilik oluşması durumu

Model olarak seçilen 16 mm çapında bir silindir etrafında, 6 farklı ısı iletim katsayısına sahip kirlilik malzemesi oluşması durumu için incelemeler yapılmıştır. Bu birikinti malzemelerinin ısı iletim katsayıları değerleri, oluşan kömür tozu vb. malzemeler için yapılan deneysel çalışmalarda elde edilen sonuçlardan;

$$k = 0.01163 \text{ W/mK}$$

$$k = 0.012793 \text{ W/mK}$$

$$k = 0.015 \text{ W/mK}$$

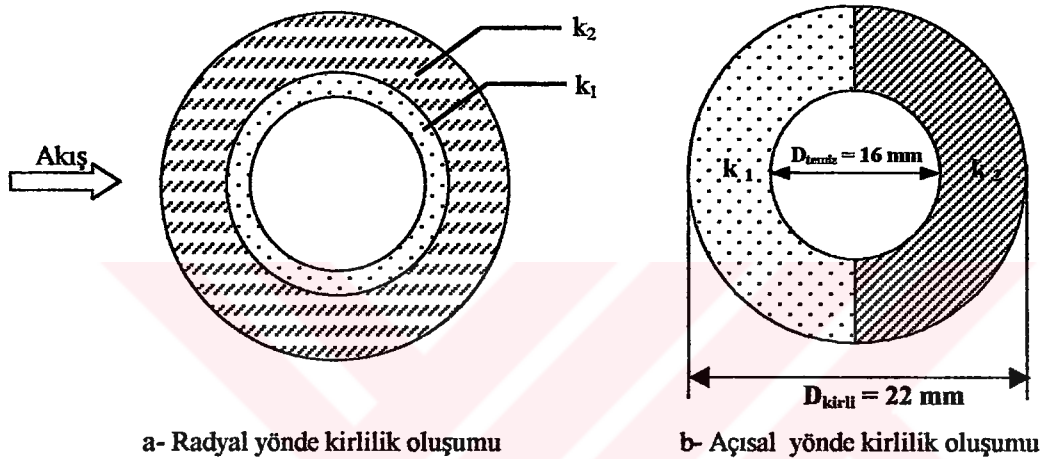
$$k = 0.2 \text{ W/mK}$$

$$k = 0.09304 \text{ W/mK}$$

$$k = 0.10467 \text{ W/mK}$$

olarak belirlenmiştir (A.A.Abryutin vd., 1970).

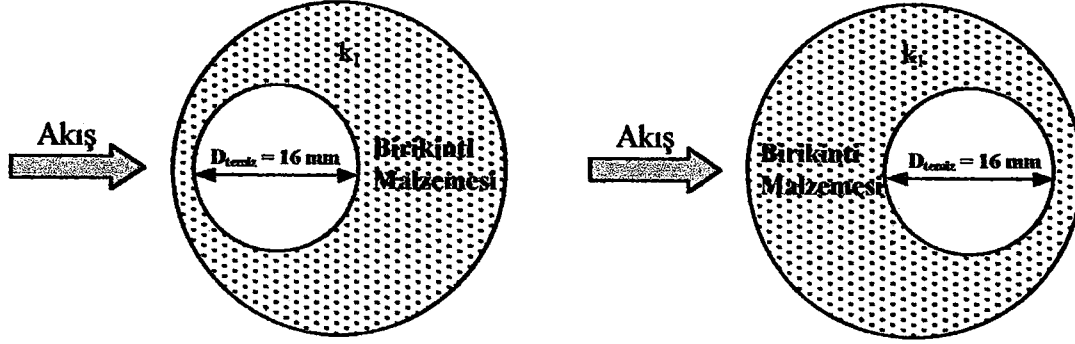
Toplam birikinti kalınlıkları 1mm ,3mm ve 5mm olarak sabitlenip, ilk olarak homojen birikinti durumu, ikinci olarak radyal ve açısall yönde iki farklı birikinti olması durumu ve son olarak homojen fakat birikinti kalınlığının silindir etrafında üniform olmaması durumları hesaplanmıştır. Temiz silindire olan ısı transferi 200,1W olarak belirlenmiş ve bulunan sonuçlar birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları ve seçilen sınır şartlarına göre Q_{kirlil}/Q_{temiz} değerleri, birikinti ısı iletim katsayısına ve oluşabilecek birikinti şekline göre grafik ortamına aktarılmıştır.



Şekil 3.2. İki farklı birikinti malzemesi için oluşturulan modeller

Şekil 3.2a'da silindir üzerinde radyal yönde oluşan kirlilik modellemesi gösterilmiştir. Burada silindir yüzeyinin hemen üzerinde ısı iletim katsayısı k_1 olan birikintinin ve bunun üzerine de ısı iletim katsayısı k_2 olan kirlilik malzemesinin oluşması durumuna göre modelleme yapılmıştır. Oluşan toplam kirlilik yarıçapları 9mm, 11mm ve 13mm olarak modellenmiş, ısı iletim katsayısı k_1 olan birikinti malzemesinin kalınlığı artırılarak radyal yönde oluşan kirliliğin etkileri incelenmiştir.

Şekil 3.2b'de ise açısall yönde iki farklı birikintinin oluşması durumu için oluşturulan birikinti modellemesi gösterilmektedir. Açısall yönde oluşturulan kirlilikte silindirin ön durgunluk noktasında 180°'lik ilk kısmını birinci kirlilik malzemesinin, ikinci 180°'lik kısmının ise farklı kirlilik malzemesinin kapladığı düşünülmüştür. Daha sonra her iki kirlilik malzemesinin kapladığı alan değiştirilerek, açısall yönde bir kirlilik oluşumu için ısı transfer oranları elde edilmiştir.



Şekil 3.3. Üniform olmayan birikinti modellemesi

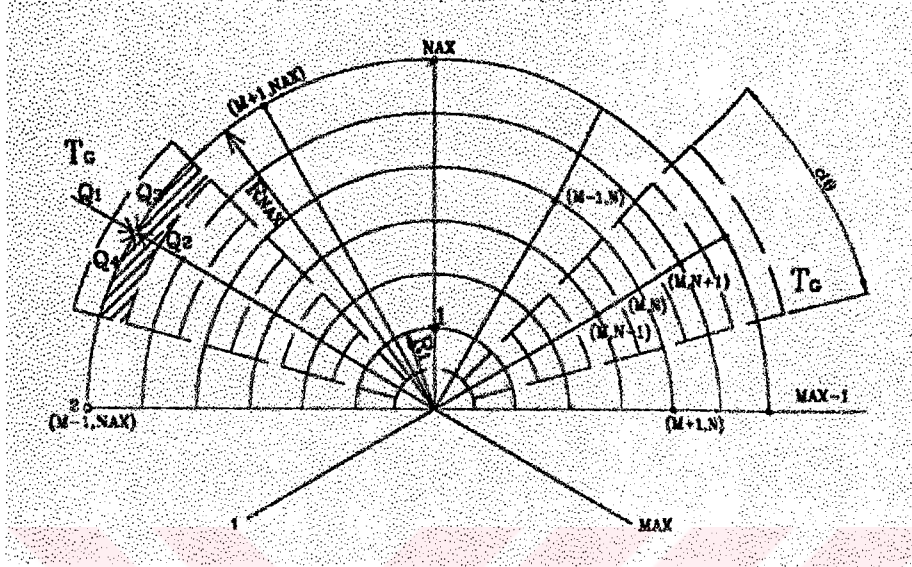
Radyal ve açısal kirlilik oluşumunun yanı sıra üniform olmayan kirlilik modellemeleri Şekil 3.3'de gösterilmiştir. Oluşan kirlilik yarıçapı 11mm olarak düşünülmüş ve temiz silindirin merkezi (eccentricity) 0.0025m, 0.002m ve 0.001m kaydırılarak ısı iletim katsayısı $k=0.2\text{W/mK}$ olan kirliliğin üniform olmaması durumu için kirlilik modellemeleri yapılmıştır. Silindir üzerinde oluşan toplam ısı transfer miktarları hesaplanmış, ve değişen kirlilik koşullarının ısı transferini nasıl etkilediği incelenmiştir.

3.3. Sayısal Çözümler

3.3.1. Sonlu Farklar Metodu

Bölüm II de açıklanan sonlu farklar yöntemine göre, silindirik koordinatlarda belirlenen homojen, radyal ve açısal yönde birikinti oluşumu modelleri için formülasyonlar çıkarılmıştır. Şekil 3.4'de sonlu farklar metodunun uygulandığı ağ yapısı gösterilmiştir. Tüm farklı kalınlıklarda kirlilik oluşumu için silindir eksenel olduğu için hesaplamalarda yarım silindir kullanılmıştır ve silindir hem açısal hem de radyal yönde 20 eşit elemana bölünerek toplam 400 eleman için hesaplamalar yapılmıştır.

Yapılan kirlilik modellemelerinde sonlu farklar ile çözümde, yapılan fortran programı kullanılmıştır. Program hem toplam ısı transfer miktarını hem de düğüm noktaları için istenen sıcaklık değerlerini hesaplamaktadır. Silindir yüzeyinden itibaren 5,10,15. ve 20. düğüm noktalarına denk gelen radyal yönde yarıçap, açısal yönde ise açı değerleri silindir üzerinde oluşan k_1 ve k_2 kirlilik malzemelerinin kapladığı alanların sınırlarını belirlemektedir.



Şekil 3.4. Silindirik Koordinatlarda Sonlu Fark Ağ Noktaları

3.3.2. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Yapılan birikinti modellemelerinde hem sonlu farklar yöntemi ile elde edilen sonuçların doğruluğun gösterilebilmesi hem de sonlu elemanlar yönteminin uygulanabilirliğinin sonlu farklar yönteminde elde edilen sonuçlarıyla kıyaslanabilmesi amacıyla yapılan çalışmalar, ANSYS paket programı ile yapılmıştır.

3.3.3. ANSYS Programında Ağ Oluşumu

Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak mühendislik problemlerinin çözümü için geliştirilmiş Ansys paket programı ile ağ oluşturma aşamaları aşağıda verilmiştir.

3.3.3.1. Ağ Oluşturma

ANSYS' de ağ oluşturma üç ana adımdan oluşur.

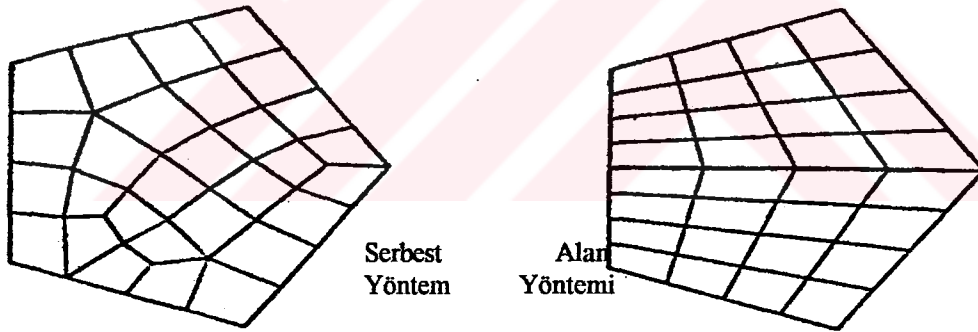
- Elemanların özelliklerini belirlemek
- Ağ kontrolünü belirlemek. Program, kullanıcıya ihtiyacına göre seçeceği geniş, bir ağ kontrol olanağını sunmaktadır.
- Ağ oluşturmak

İkinci adım olan ağ kontrolünü belirlemek çok fazla önemli bir adım değildir. Çünkü önceden tanımlanmış ağ kontrolleri bir çok modeller için uygun bir yapıdadır. Eğer özel bir kontrol yoksa, program serbest ağ yöntemi için DESIZE üzerinden önceden tanımlanmış olan kontrol sistemini kullanır.

3.3.3.1.1. Serbest veya alan ağ oluşturma

Model üzerinde ağ oluşmadan önce, hatta modeli oluşturmadan önce, öncelikle düşünülmesi gereken olay yapacağımız analize uygun bir ağ oluşturma yöntemine karar vermektir. Serbest ağ yönteminde, eleman şekilleri içerisinde herhangi bir kısıtlama ve özel bir desen uygulaması yoktur (Şekil 3.5).

Alan ağ oluşturma yöntemi serbest ağ oluşturma yöntemi ile karşılaştırılacak olunursa alan ağ yönteminde eleman şekillerinde kısıtlama vardır. Alan ağ yöntemi ile ağ oluşturulacak modelde eleman olarak üçgen veya dörtgen elemanlar kullanılır (ANSYS Modeling, Meshing, and Operation Guide , 2000).



Şekil 3.5. Serbest ve alan ağ yöntemi ile oluşturulmuş ağ yapısı (ANSYS Modeling, Meshing, and Operation Guide Release 5.6, 2000)

3.3.3.2. Eleman Özelliklerinin Belirlenmesi

Ağ oluşturmadan önce uygun eleman özelliklerinin tanıtılması gerekmektedir.

- Eleman tipi (örneğin BEAM3 SHELL 61 gibi)
- Gerçek sabitler (kalınlık, alan gibi)
- Malzeme özellikleri (Elastiklik modülü, yoğunluk gibi)
- Eleman koordinat sistemi

Eleman tipini belirlemek için ilk önce tablo yapılmalıdır. Tabloyu oluşturmak için program menüsünden,

Main Menu > Preprocessor > Element type - Add / Edit / Delete
gerçek sabitler için,

Main Menu > Preprocessor > Real constant
ve malzeme özellikleri için,

Main Menu> Preprocessor > Material Props > Material Options
komutları sırası ile seçilir.

3.3.3.3. Ağ Kontrolleri

Programda mevcut olan ağ kontrolleri modelin analizi için ağ oluşturma sırasında ağ kontrol sistemlerini çalıştırır. Bu nedenle özel bir ağ kontrollerine gerek yoktur. Ağ kontrolleri, eleman şekli gibi bazı faktörlerin saptanmasına olanak sağlar.

3.3.3.3.1. Ağ kontrol menüsü

Ağ kontrol menüsü (Main Menu > Preprocessor > Mesh tool) oldukça sık kullanılan ağ kontrollerini içerir. Ağ kontrol menüsü sayesinde fonksiyonel kontrollere ulaşılır.

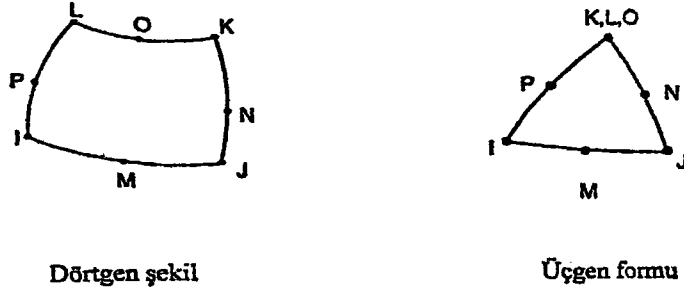
Ağ kontrol menüsünde şu özellikler mevcuttur.

- Smartsiz kontrol seviyeleri
- Eleman büyüklük kontrolü
- Özel eleman şekli
- Ağ tipleri
- Ağ silme
- Ağı yeniden tanımlama

3.3.3.3.2. Eleman şekli

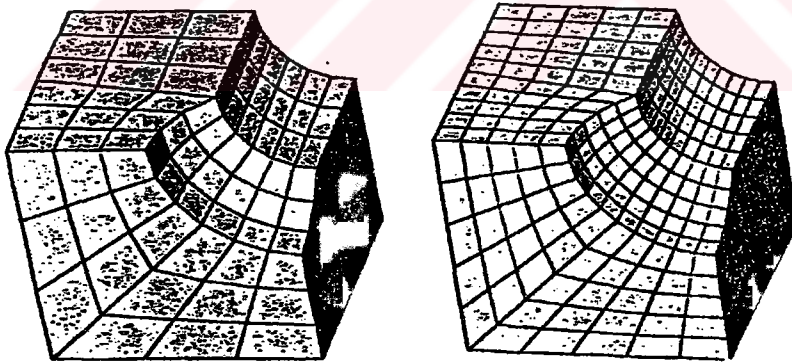
Ağ oluşturma işlemi sırasında modelin analizine, yapısına ve büyüklüğüne uygun olan ve model ile eleman topolojisinin uyum içinde kalmasını sağlayan eleman şekillerinin seçilmesi oldukça önemli bir konudur. Genelde üçgen ve dörtgen elemanlar aynı ağ alanı içerisinde kullanılabilir.

Hacim elemanlarda ise dört yüzlü veya altı yüzlü elemanlar kullanılır. Özellikle iki boyutlu yapıdaki sekiz düğüm noktalı yapısal katı eleman hem dörtgen hem de üçgen formunda olabiliyorsa bu tür elemanlara dejenere olmuş elemanlar denir (Şekil 3.6).



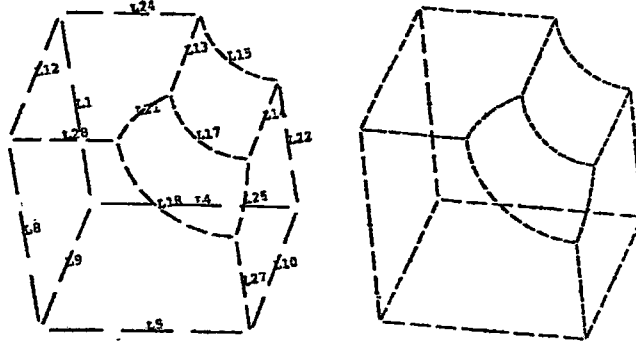
Şekil 3.6. Dejenere eleman şekilleri (Ansys MMOG, 2000)

DESIZE komutu, ağ yoğunluğunu değiştirmeye veya başka bir ifade ile eleman büyüklüğüne müdahaleye imkan verir. Minimum ve maksimum elemanların sayısı bu komut sayesinde analize uygun olarak değiştirilebilir. Bu komut genellikle alan ağ yöntemi için eleman kontrol büyüklüğü olarak kullanılır. Şekil 3.7’de gösterildiği gibi düz taraflardaki ağ yoğunluğu ile iç bükey taraftaki ağ yoğunluğu birbirinden farklıdır. İç bükey taraftaki ağ minimum eleman sayıları ve her eleman için maksimum uzanım açısı kullanılarak oluşturulmuştur.



Şekil 3.7. Farklı eleman büyüklüğüne sahip hacimsel bir yapı (Ansys MMOG, 2000)

Aşağıdaki Şekil 3.8 ise Şekil 3.7’de gösterilen ağ yapısının ön aşamasıdır. Ağ kontrol menüsünden çizgi oluşturma (Line set) komutunu kullanarak elemanlara bölünen model üzerindeki çizgiler istenilen uzunlukta tutularak ağ yoğunluğuna dolayısıyla eleman büyüklüğüne dışardan müdahale edilebilir.



Şekil 3.8. Farklı sayıda elemanlara bölünmüş hacimsel yapı (Ansys MMOG, 2000)

3.3.3.4. Ağ Oluşturma Yöntemlerinde Kontrollerin Kullanılması

3.3.3.4.1. Serbest ağ oluşturma

Serbest ağ oluşturma işlemi sırasında ağ oluşturulacak modeli sınırlamaya gerek yoktur. Herhangi bir model, modelin düzenli olup olmamasında önemi pek yoktur. Bu yöntem ile rahatça ağ oluşturulabilir.

Eleman şekli, ağ oluşturulacak alan veya hacime bağlıdır. Belli bir alan üzerinde ağ oluşturmak için dörtgen veya üçgen elemanlar veya her ikisi birlikte kullanılır. Hacim üzerinde ağ oluşturmak için genellikle dört yüzlü veya altı yüzlü elemanlar kullanılır.

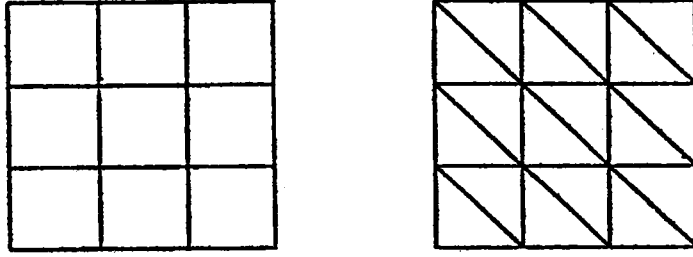
Serbest ağ oluşturma işleminde eleman büyüklükleri DESIZE veya SMARTSIZE komutu üzerinden ESIZE, KESIZE ve LESIZE komutları ile oluşturulur. Bütün bu ağ kontrol üniteleri:

Main Menu > Preprocessor > Mesh Tool ve

Main Menu > Preprocessor > Meshing - Size - Contrls komutları altında bulunur.

3.3.3.4.2. Alan ağ oluşturma

Alan ağ oluşturmak için dörtgen, üçgen ve brick eleman tipleri kullanılır. Alan ağ oluşturma yönteminin uygulanması için alanın veya hacmin düzenli olması gerekir. Alan üzerinde ağ oluşturmak için bu yöntemin kullanılması halinde alanı sınırlayan kenarların karşılıklı olarak eşit sayıya bölünmesi gerekmektedir (Şekil 3.9).

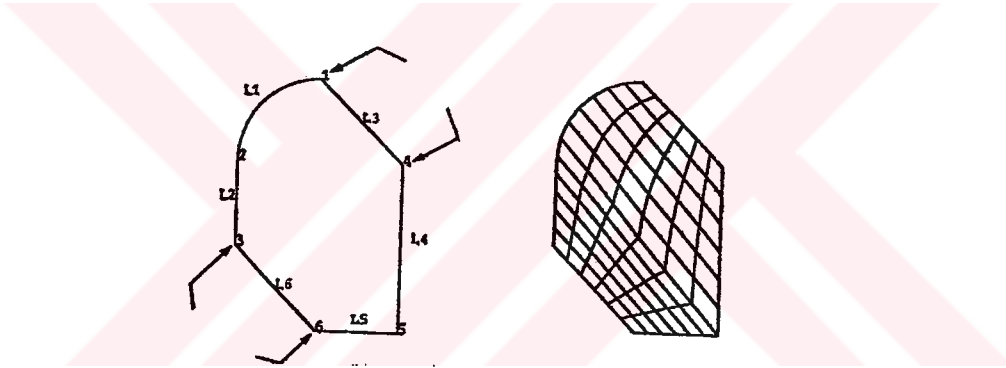


Şekil 3.9. Alan üzerinde alan yöntemi ile oluşturulmuş ağ yapıları (Ansys MMOG, 2000)

AMAP komutu, alan ağ oluşturma yönteminin gözlenebilmesi için kolay bir yol sunar.

Main Menu > Preprocessor > Meshing - Mesh > Areas - Mapped > By Corner

komutu ile Şekil 3.10 üzerinde gösterilen noktalar işaretledikten sonra alanda otomatik olarak dörtgen veya üçgen elemanlar ile ağ oluşturulur.



Şekil 3.10. Basit bir alan şekli (Ansys MMOG, 2000)

3.3.3.5. Eleman Şekil Kontrolü

İstenmeyen şekilde oluşmuş elemanlar oldukça zayıf analitik sonuçlar verirler. Bu sebepten dolayı program, zayıf şekilli elemanların oluşması durumunda kullanıcıyı uyarır. Zayıf şekilli elemanların tanınması için birkaç, universal kriterler vardır. Bir analizde zayıf şekilli eleman kötü sonuç verebildiği gibi, bir başka analizde iyi sonuç verebilmektedir.

3.3.3.6. Ağ Değiştirme

Oluşturulan ağ yapılan analizde eğer uygun değilse, aşağıdaki adımlar takip edilerek kolayca takip edilerek değiştirilebilir.

- İlk önce yeni eleman özellikleri için remesh yapılır.

Yeniden ağ oluşturma (remesh) komutu, önceden ağ oluşturulmuş bir model üzerinde yeniden ağ oluşturma en kolay yoldur. Fakat bazı kısıtlamalar vardır. Eleman büyüklük özellikleri KESIZE, ESIZE, SMARTSIZE ve DESIZE komutları kullanılarak kontrol edilir.

b) Daha sonra kabul / red ikonu ile bir önce oluşturulmuş ağ reddedilir.

Kabul / red ikonu aktif hale geçtiği zaman, her bir ağ oluşturma operasyonundan sonra kullanıcıya oluşturulmuş olan ağı kabul veya red imkanı verir. Eğer ağ oluşturma işlemi kabul edilmezse bütün noktalar ve elemanlar silinir.

c) Önceki ağ, ağ temizleme (clear mesh) komutu ile silinir. Ağ kontrolleri yeniden tanımlanır.

Bu komut yeniden ağ oluşturma işlemi öncesinde her zaman gerekli değildir.

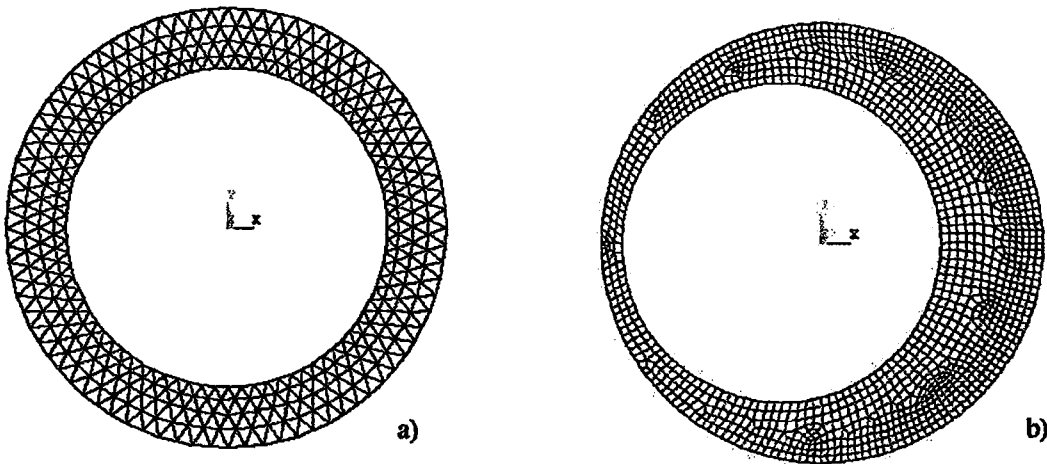
d) Ağ alanı tanımlanır.

Belli bir bölge civarında daha fazla elemanın olması isteniyorsa seçilen düğüm noktaları etrafında yeniden ağ oluşturma işlemi tanımlanır.

e) Yeni oluşturulacak ağın geliştirilmesi (Sadece dörtgen elemanlarda)

Program bu yöntem ile yüzeyin değişmesini, düğüm noktalarının daha düzenli dağılmasını ve zayıf şekilli olan dörtgen elemanların gelişmesini ve özelliklerinin geliştirilmesini sağlar. Eleman ve düğüm noktası numaralarını düzenler.

Daha önce açıklanan tüm birikinti modellemeleri Şekil 3.11a ve Şekil 3.11b’de gösterildiği gibi Ansys programında da yapılmış, ve yapılan tüm modellemelerde Plane 55 eleman tipi seçilmiştir. Bu eleman tipi iki boyutlu ısı problemlerinde hem dörtgen hem de üçgen eleman olarak kullanılabilir. Oluşturulan birikinti modellemelerinde ağ oluşumu tamamlandıktan sonra, birikinti dış yüzeyi 20 eşit parçaya bölünmüş ve dış yüzeydeki her düğüm noktası için daha önce elde edilen ısı transfer katsayıları verilerek konveksiyon sınır şartı uygulanmıştır. Kararlı hal koşullarına göre yapılan çözümde silindirin içerisindeki elde edilen sıcaklık dağılımları ve ısı transfer oranları sonuçlar kısmında gösterilmiştir.



Şekil 3.11. Üniorm ve üniorm olmayan kirlilik modellemelerindeki ağ oluşumu

BÖLÜM IV

SONLU FARKLAR VE SONLU ELEMANLAR METODU İLE ELDE EDİLEN SONUÇLARIN YORUMLANMASI

4.1. Giriş

Çapraz akışta bir silindir etrafında oluşabilecek birikintinin ısı transferine olan etkileri hem sonlu farklar yöntemi hem de sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak sayısal olarak incelenmiştir. Re sayısının 4400 olması durumunda yerel ısı transfer katsayısı h , akışkan sıcaklığı ve seçilen temiz silindirin yüzey sıcaklığı sabitlenerek hesaplar yapılmıştır. Model olarak seçilen 0.016m çapında bir silindir etrafında oluşan birikinti, farklı kalınlıklarda alınarak ilk olarak homojen, ikinci olarak radyal ve açısal yönde farklı iki birikinti olması durumları için hem sonlu elemanlar hem sonlu farklar yöntemi ile hesaplanmıştır. Isı değiştirgeçlerindeki silindirler üzerinde oluşan farklı kirlilik malzemelerinin hem ısı transferine olan etkileri incelenmiş, hem de sonlu elemanlar yönteminin, ısı transferi problemlerine olan uygunluğu, diğer bir sayısal yöntem olan sonlu farklar metodu ile kıyaslanarak incelenmiştir.

4.2 Homojen Kirlilik

Öncelikle homojen bir kirlilik tabakası için modelleme yapılmış daha sonra iki farklı kirlilik malzemesinin silindir üzerinde hem radyal hem de açısal olarak farklı alanlarda olduğu düşünülerek gerekli hesaplamalar yapılmıştır. Radyal durumda birikinti malzemelerinin farklı kalınlıklarda (birikinti yarıçapı 9 mm-11 mm ve 13 mm olmak üzere) silindir yüzeyini kapladığı düşünülmüştür. Açısal durumda ise , üç farklı açı değerinin kapsadığı alanda iki farklı kirlilik malzemesinin oluşması durumundaki birikintinin ısı transferine olan etkisi incelenmiştir.

Pratikte birikinti pürüzsüz bir yüzeye ve aynı zamanda dairesel bir yapıya sahip olmayabilir. Bununla birlikte bilindiği üzere kirlilik üzerine yapılan teorik çalışmalara bakıldığında ısı transferini etkileyen parametrelerin fazla olması nedeniyle birçok kabuller yapılmıştır. Bu çalışmada da kirliliğin pürüzsüz ve dairesel bir şekilde olması durumları düşünülmüştür. Silindir üzerinde oluşan birikinti malzemesinin homojen oluşma durumu 1 mm, 3 mm ve 5 mm kalınlıklarında ve yukarıda belirtilen ısı iletim katsayılarına sahip olan altı farklı birikinti malzemesi için incelenmiştir. Modellenen birikinti oluşumu için sonlu farklar yöntemi ile çözümde 400 düğüm noktası, sonlu elemanlar yönteminde de 2000 eleman kullanılarak birikinti kalınlığında oluşan sıcaklık dağılımı, birikintinin akışkana karşı gösterdiği direnç ve akışkandan olan ısı transferi her iki sayısal yöntem ile hesaplanmıştır.

Şekil 5.1 Kalınlıkları 1mm,3mm ve 5mm ($R_{kirlilik}=9\text{mm}$, $R_{kirlilik}=11\text{mm}$, $R_{kirlilik}=13\text{mm}$) olan kirlilik oluşumu için yapılan modellemeleri göstermektedir.

Şekil 5.2 kirlilik kalınlığının 1 mm olması ($R_{kirlilik}=9\text{ mm}$) ve ısı iletim katsayısı değerlerinin $k_1=0.01163\text{ W/mK}$, $k_2=0.012793\text{ W/mK}$, $k_3=0.015\text{ W/mK}$, olması durumları için elde edilen sıcaklık dağılımlarını göstermektedir. Oluşan kirlilik kalınlığı az olduğu için , iç yüzey ve dış yüzey arasındaki renk değişimi dolayısıyla sıcaklık değerleri arasındaki fark daha az olmaktadır. Her üç kirlilik malzemesi için elde edilen bu eş sıcaklık eğrilere bakıldığında, iç yüzeyden (283K) dış yüzeye doğru sıcaklık değerlerinin arttığı gözlenmektedir.

Isı iletim katsayıları daha yüksek ($k_4=0.09304\text{ W/mK}$, $k_5=0.104\text{ W/mK}$ ve $k_6=0.2\text{W/mK}$) olan birikintilerin silindir üzerinde oluşması durumunda ise sıcaklık dağılımını gösteren grafiklerden (Şekil 5.3) azalan k değerleri ile maksimum sıcaklığın $321.694\text{ }^{\circ}\text{C}$ den $319.12\text{ }^{\circ}\text{C}$ ve $306.376\text{ }^{\circ}\text{C}$ ye düştüğü görülmektedir. k_1 , k_2 ve k_3 birikinti malzemelerinde de görülebilen bu sıcaklık değerlerindeki azalmanın ise aynı kalınlıkta oluşan kirlilik için ısı iletim katsayılarındaki azalmaya bağlı olduğu açıktır.

Isı iletim katsayıları $k_1=0.01163\text{ W/mK}$, $k_2=0.012793\text{ W/mK}$ ve $k_3=0.015\text{ W/mK}$, olan birikinti malzemelerinin 3 mm kalınlığında ($R_{kirlilik}=11\text{ mm}$) silindir üzerinde oluşma durumu için elde edilen sıcaklık değerleri Şekil 5.4'de gösterilmektedir. Burada 1 no lu malzeme için maksimum sıcaklık değeri $345.994\text{ }^{\circ}\text{C}$, 2 no lu malzeme için $343.708\text{ }^{\circ}\text{C}$ ve 3 no lu malzeme için maksimum sıcaklık $329.772\text{ }^{\circ}\text{C}$ olarak hesaplanmıştır. Kalınlığın 1 mm olması durumunda aynı ısı iletim katsayıları için elde edilen değerlerde olduğu gibi sıcaklık değerleri k değerlerindeki azalmaya bağlı olarak düşmektedir.

3 mm kalınlığındaki diğer farklı birikinti oluşumları için de elde edilen sıcaklık dağılımlarını gösteren Şekil 5.5'deki ($k_4=0.09304\text{ W/mK}$, $k_5=0.104\text{ W/mK}$ ve $k_6=0.2\text{W/mK}$) ton farkından da görüldüğü gibi ısı iletim katsayısının düşük olması durumunda, oluşan kirlilik tabakasının enerji transferine daha fazla direnç gösterdiği ve bir yalıtım malzemesi gibi davranarak ısı transferini engelleyici yönde olduğu görülmektedir. Ayrıca ısı iletim katsayısının artması ile sıcaklık değerlerinin azaldığı gözlenmiştir.

Şekil 5.6'da ise birikinti kalınlığının 5 mm ($R_{kirlilik}=13\text{ mm}$) ve ısı iletim katsayıları $k_1=0.01163\text{ W/mK}$, $k_2=0.012793\text{ W/mK}$ ve $k_3=0.015\text{ W/mK}$ olan birikintilerin oluşması durumundaki sıcaklık dağılımları gösterilmiştir. Her üç şekilde de ısı iletim katsayıları yüksek olan kirlilik malzemelerinin oluşması durumunda sıcaklık değerlerinin düştüğü, 3 mm kalınlıktaki

birikinti modellemesinde elde edilen sıcaklık değerlerinden daha yüksek sıcaklık değerleri olduğu görülebilmektedir.

Isı iletim katsayılarının artırılması ile $k_4=0.09304$ W/mK, $k_5=0.104$ W/mK ve $k_6=0.2$ W/mK Şekil 5.7' deki sıcaklık dağılımındaki renk değişiminden de görüleceği gibi sıcaklık değerleri azalmaya devam etmektedir. Sıcaklık değerlerindeki bu azalmanın sebebi k değerlerinin artırılmasıyla, birikintinin sisteme karşı gösterdiği direncin azalması olarak açıklanabilir.

Şekil 5.8'de ısı iletim katsayısı 0.015 W/mK olan kirliliğin silindir yüzeyini kaplaması durumunda 20 eşit parçaya bölünmüş yüzey boyunca oluşan sıcaklık dağılımının açısıl yönde değişimi gösterilmektedir. Silindir yüzeyinde her bir noktada oluşan yerel ısı transfer katsayılarının dağılımından da görülebileceği gibi, ön durgunluk noktasında maksimum olan sıcaklık değerleri ayrılma noktasına kadar düşmekte ve ayrılma noktasından sonra 365 °C ye kadar yükselmektedir. Elde edilen sıcaklık değerleri hem sonlu elemanlar hem de sonlu farklar yöntemleri ile elde edilmiş olup, sonuçların birbirleriyle uyum içerisinde olduğu da grafikten açıkça görülebilmektedir.

Tüm farklı durumlar için elde edilen sıcaklık dağılımlarına bakıldığında, ısı iletim katsayısının artmasıyla sıcaklık değerlerinin azaldığını, ön durgunluk noktasında sıcaklık değerinin maksimum olduğu ve arka durgunluk noktasında bu sıcaklık değerinin konveksiyon direncinden dolayı düştüğü gözlemlenmektedir. Ayrıca silindir üzerinde oluşan birikinti kalınlığının artmasıyla sıcaklık değerlerinin arttığı, çünkü kalınlığın artmasının ısı transferini engelleyici daha büyük direnç oluşturmaya ve yüzey sıcaklığının artmasına sebep olmasıdır.

Şekil 5.9 silindir üzerinde homojen kirlilik malzemesi oluşması durumunda, olduğu düşünülen altı farklı kirlilik katmanının her kirlilik katmanı için 0.5 mm, 1.5 mm ve 2.5 mm kalınlıklarında oluşması durumunda, birikinti ile kaplanmış silindirden transfer edilen ısıya oranları (sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen), ısı iletim katsayısına bağlı olarak gösterilmiştir.

1 mm, 3 mm ve 5 mm kalınlıklarında oluşan ısı transfer miktarları ısı iletim katsayısının artmasına bağlı olarak yükselmektedir. Ayrıca kirlilik tabakasının kalınlığının artması ile ısı transfer oranının azaldığı görülmektedir. Çünkü kalınlığın artması, istenen enerji transferine karşı oluşan kondüksiyon direncinin artmasına ve dolayısıyla ısı transferini azalmasına sebep olacaktır. Ayrıca daha önce sıcaklık dağılımının açıklamalarında da belirtildiği gibi ısı transfer katsayısının artması sıcaklık değerlerinde azalmaya sebep olmaktadır ki bu sonuçla da elde edilen Q_k/Q_i grafiğinin tam bir uyum içerisinde olduğu görülebilmektedir.

Isı transferi uygulamalarından da bilindiği gibi, silindir ile ilgili uygulamalarda kritik yarıçap kavramı önemlidir. Silindir üzerinde oluşan kirlilik malzemesi, ısı iletim katsayısı yada ortamın ısı transfer katsayısının değişimine bağlı olarak ısı transferini engelleyici ya da artırıcı bir etkide bulunabilir. Temiz silindir üzerinde oluşan 9 mm, 11 mm ve 13 mm çaplarında kirlilik oluşumuna bakıldığında ısı transferi kalınlığının artmasıyla azalma göstermektedir. Bu kritik yarıçap açısından değerlendirildiğinde, kirlilik tarafından oluşturulan direncin etkisiyle birikinti malzemesi yalıtım görevi görmektedir. Yani oluşan bu kalınlık değerleri, kritik yarıçapı aşmış ve ısı transferini azaltıcı bir etki göstermiştir. Grafikten de görüleceği gibi, hem sonlu elemanlar yöntemi ile hem de sonlu farklar yöntemi ile elde edilen sonuçlar birbiri ile tamamen uyum içerisinde.

4.3. İki Farklı Kirlilik Oluşumu

Gerçekte kirlilik yoğunluğu ve dolayısıyla ısı iletim katsayısı, birikinti kalınlığı boyunca değişim gösterebilir. Bu amaçla yapılan modellemede iki farklı kirlilik malzemesinin silindir üzerinde iki farklı şekilde oluşması durumu için incelenmiştir. Modellenen şekillere (şekil açısıl ve radyal) bakıldığında oluşan kirlilik katmanlarının ilk önce radyal yönde daha sonra da açısıl yönde iki farklı malzemenin oluştuğu varsayılmıştır. Ayrıca ısı iletim katsayısı küçük olan malzemenin silindir üzerine ilk olarak (k_1) ısı iletim katsayısı büyük olan malzemenin (k_2) ise ilk kirlilik malzemesinin üzerinde olması durumu için modelleme yapılmıştır.

İki farklı kirlilik malzemesi ile yapılan modellemede 1 nolu malzemesinin kalınlığı ilk olarak 0.2 mm olarak alınmış, daha sonra 0.45 mm ve 0.70 mm ye kadar yükseltilmiştir. Kompozit malzeme için de silindirin dış yüzeyinin yarısı simetriden dolayı 20 eşit parçaya bölünmüş, sonlu farklar metodu için 400 eleman ve sonlu elemanlar metodu ile yapılan çözümde de 2000 eleman kullanılmıştır.

Şekil 5.10 toplam kirlilik kalınlığı 1mm ($R_{kirlilik}=9\text{mm}$) olan radyal yönde iki farklı kirlilik oluşumu için yapılan modellemeleri göstermektedir.

Şekil 5.11'de toplam kirlilik yarıçapı 9 mm olan iki kirlilik malzemesinin ($k_1 = 0.01163 \text{ W/mK}$, $k_2 = 0.09304 \text{ W/mK}$) silindir üzerinde oluşması durumundaki sıcaklık eş eğrileri gösterilmektedir. Şekil 5.11a'da 1 nolu malzemenin kalınlığı 0.2 mm, Şekil 5.11b'de 0.45 mm ve Şekil 5.11c'de 0.70 mm olarak alınmış ve kirlilik malzemelerinin kalınlıklarının değişimi ile sıcaklık değerlerinin nasıl bir etkileşim içerisinde bulunduğu gözlenmiştir.

Elde edilen sıcaklık dağılımlarına bakıldığında , 1 malzemesinin kalınlığının artması ile sıcaklık değerleri 341.714 °C den 356.782 °C ye kadar yükseldiği görülebilmektedir. Artan birikinti kalınlığının direnci daha da artırdığı ve sistem verimini ve ısı transferini azaltıcı bir yalıtım malzemesi olarak görev yaptığı açıktır.

Daha yüksek ısı iletim katsayısına sahip aynı kalınlıklarda birikintinin oluşması durumunda ise (Şekil 5.12 - $k_1 = 0.012793$ W/mK, $k_2 = 0.10467$ W/mK) 0.2 mm kalınlıktaki kirlilik için 2 malzemesinin kapladığı alan açık kırmızı tonda temsil edilir iken, kalınlığın 0.7 mm olması durumunda daha koyu tonda yani daha yüksek sıcaklıkta daha fazla alanın olduğu görülmektedir. Sıcaklık değerleri ise 339.588 °C den 355.444 °C ye kadar yükselmektedir.

Toplam kirlilik yarıçapının 9 mm olduğu ve ısı iletim katsayısı değerlerinin $k_1 = 0.015$ W/mK, $k_2 = 0.2$ W/mK olduğu son durumda ise Şekil 5.13'den de görüldüğü gibi 1 no lu birikinti malzemesinin kapladığı alanın artması ile ton farkından da anlaşılacağı gibi kondüksiyon direncinin artmasından dolayı diğer kirlilik malzemelerinde de olduğu gibi sıcaklık değerlerinin arttığı görülebilmektedir.

Şekil 5.14'de ısı iletim katsayısı k_1 olan kirlilik malzemesinin kalınlığı 0.6 mm, 1.35 mm ve 2.1 mm olan ($R_{kirlilik} = 0.011m$) iki kirlilik malzemesinin ($k_1 = 0.01163$ W/mK, $k_2 = 0.09304$ W/mK) silindir üzerinde oluşması durumundaki sıcaklık dağılımları gösterilmektedir. Isı iletim katsayısı 0.01163 W/mK olan kirlilik malzemesinin kalınlığı arttıkça sıcaklık dağılımlarından da görüldüğü gibi kondüksiyon direnci artmakta ve sıcaklık değerleri, en ince kalınlık ile en fazla kalınlık arasında yaklaşık olarak 17 °C bir fark göstermektedir.

Kalınlıkların ve toplam birikinti yarıçapının ($R_{kirlilik} = 0.011m$) aynı olması fakat daha yüksek ısı iletim katsayısına sahip kirlilik malzemeleri kullanılması durumunda ($k_1 = 0.012793$ W/mK, $k_2 = 0.10467$ W/mK) maksimum sıcaklık değerleri 358.981°C, 364.277°C ve 366.544°C olarak elde edilmiştir (Şekil 5.15). Toplam birikinti yarıçapının 9 mm olması durumunda aynı kirlilik malzemeleri için elde edilen sıcaklık değerleri ile karşılaştırıldığında , birikinti toplam kalınlığının artması nedeniyle daha az ısı transferi ve dolayısıyla daha az sıcaklık farkı oluştuğu gözlemlenmiştir.

0.6 mm, 1.35 mm ve 2.1 mm kalınlıklarında oluşan daha yüksek ısı iletim katsayılarına kirlilik malzemeleri için elde edilen sıcaklık dağılımlarına bakıldığında (Şekil 5.16 - $k_1 = 0.015$ W/mK, $k_2 = 0.2$ W/mK) diğer kirlilik malzemelerinde olduğu gibi kalınlığın artmasına bağlı olarak sıcaklık değerleri ve enerji transferine karşı olan direnç 2 no lu malzemesinin kapladığı alanın ton değişiminden de görüleceği gibi artmaktadır.

0.016 m çapındaki temiz silindir yüzeyi üzerinde radyal yönde iki farklı kirlilik malzemesinin oluştuğu son durum $R_{\text{kirlilik}} = 13$ mm ve küçük olan malzemenin kalınlığının 1 mm, 2.25 mm ve 3.5 mm olması durumları için incelenmiştir. Şekil 5.17’de k_1 malzemesinin 1 mm kalınlıkta oluşması durumunda maksimum sıcaklık 365.226°C , 2.25 mm kalınlıkta olması durumunda 368.257°C ve 3.5 mm olması durumunda ise 369.518°C olarak elde edilmiştir. Birikinti yarıçapının 11 mm olması durumundaki maksimum sıcaklık değerleri ile karşılaştırıldığında sıcaklık değerlerinde direncin azalmasından dolayı artış olduğu gözlenmektedir.

Şekil 5.18’de ise $k_1 = 0.012793$ W/mK, $k_2 = 0.10467$ W/mK ($R_{\text{kirlilik}} = 13$ mm) olması durumunda elde edilen sıcaklık değerleri ve silindir içerisindeki sıcaklık dağılımı gösterilmiştir. Sıcaklık değerlerine bakıldığında, ısı iletim katsayısı düşük olan kirlilik malzemelerinin oluşması sebebiyle kondüksiyon direncinde artış olmuştur.

$k_1 = 0.015$ W/mK, $k_2 = 0.2$ W/mK olması durumunda ise Şekil 5.19’da gösterildiği gibi önceki sıcaklık dağılımını destekler nitelikte kalınlığın artmasına bağlı olarak sıcaklık değerleri kondüksiyon direncine bağlı olarak artmıştır. Elde edilen sıcaklık dağılımlarındaki ton farkından da bu durum açıkça görülebilmektedir.

Şekil 5.20’de silindir üzerinde $k_1 = 0.01163$ W/mK, $k_2 = 0.09304$ W/mK ısı iletim katsayıları olan kirlilik tabakalarının oluşması durumunda yüzeyde oluşan sıcaklığın açısız olarak değişimi gösterilmiştir. Akışın silindire çarptığı ön durgunluk noktasında 342°C olan sıcaklık yaklaşık 110° de gerçekleşen ayrılma noktasına kadar azalmakta ve arka durgunluk noktasında yaklaşık olarak 334°C sıcaklığına ulaşmaktadır. Elde edilen sıcaklık değerleri hem sonlu elemanlar hem de sonlu farklar yöntemi ile yapılmış ve her iki nümerik yönteminde birbirini destekler nitelikte olduğu sonuçların birbirlerine yakınlığı ile de görülmektedir.

Toplam birikinti yarıçapının 9 mm, 11 mm ve 13 mm olması durumlarında, farklı kirlilik kalınlıkları ve farklı ısı iletim katsayıları için elde edilen ısı transfer miktarlarının temiz tüpten transfer edilen ısı miktarına oranlarının 5, 10 ve 15 grid noktalarına bağlı olarak değişimleri Şekil 5.21, Şekil 5.22 ve Şekil 5.23’de gösterilmektedir. Şekil 5.21’de 5 no lu grid üzerinde 9 mm yarıçapında oluşan kirlilik için ısı transfer oranı 0.48, 11 mm yarıçapında oluşan kirlilik için ısı transfer oranı 0.25 ve 13 mm yarıçapında oluşan kirlilik için ısı transfer oranı 0.18 olduğu görülmektedir. Aynı grid noktaları için oluşan kirlilik tabakasının kalınlığının artması ile ısı transfer miktarının temiz silindirden transfer edilen ısı miktarının en fazla %50 sine yaklaşılabilmektedir. Oluşan kirlilik tabakaları kalınlıklarının artması ile beklenildiği gibi sistem

direncini artırmış ve ısı transfer oranlarını büyük oranda düşürmüştür. Ayrıca toplam birikinti yarıçapının aynı olması durumunda ($R_{kirlilik} = 9 \text{ mm}, 11 \text{ mm}, 13 \text{ mm}$) her üç eğride ısı iletim katsayısı düşük olan malzemenin (k_1) silindir üzerinde ilk önce oluştuğu düşünüldüğünden, her zaman için 1 nolu malzemesinin kapladığı alanın direncinin diğer kirlilik malzemesinin kapladığı alanın kondüksiyon direncinden büyük olmasından dolayı ısı transfer oranları k_1 malzemesinin kalınlığının artması ile azalma göstermiştir.

Şekil 5.22’de ise ısı iletim katsayıları $k_3 = 0.012793 \text{ W/mK}$ ve $k_4 = 0.10467 \text{ W/mK}$ olan kirlilik malzemelerinin silindir üzerini kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları, 9 mm, 11 mm ve 13 mm toplam kirlilik kalınlıkları için belirtilmektedir. Elde edilen değerler hem solu elemanlar hem de sonlu farklar metodu ile elde edilmiş sonuçlardır. Her üç eğride de kullanılan her iki yöntemin $R_{kirlilik} = 9 \text{ mm}$ için birbiri ile tamamen aynı, $R_{kirlilik} = 11 \text{ mm}-13 \text{ mm}$ yarıçapındaki kirlilik malzemeleri için birbirine çok yakın sonuçlar verdiği görülebilmektedir.

Yapılan kirlilik modellemesinde, ısı iletim katsayısı daha yüksek olan malzemelerin oluşması durumunda (Şekil 5.23 - $k_5 = 0.015 \text{ W/mK}$ – $k_6 = 0.2 \text{ W/mK}$) diğer grafikleri doğrular nitelikte sonuçlar görülmektedir. Aynı kalınlıkta oluşan kirlilik malzemeleri için elde edilen ısı aktarım miktarlarındaki azalmanın sonucu olarak sıcaklık dağılımından da görüldüğü gibi maksimum sıcaklık değerleri yükselmektedir. Bu da sıcaklık dağılımı ile ısı transfer miktarlarını belirten grafiklerin birbirleri ile tam bir uyum içerisinde olduğunu göstermektedir.

Kirlilik yoğunluğunun ve dolayısıyla ısı iletim katsayısının birikinti kalınlığı boyunca değişim gösterebileceği önceki bölümlerde belirtilmişti. Yapılan kirlilik modellemelerinde radyal yönde oluşan iki farklı kirlilik modellemeleri için elde edilen ısı transfer oranları ve sıcaklık dağılımı daha önce açıklanmıştı. İki kirlilik malzemesinin oluşma durumu ile yapılan ikinci modelleme ise kirlilik katmanlarının silindir yüzeyinde açısız olarak değişim göstermesi olarak ele alınmıştır. ısı iletim katsayısı küçük olan malzemenin (k_1) ilk olarak, ısı iletim katsayısı büyük olan malzemenin ise (k_2) ilk kirlilik malzemesinden sonra oluşması durumu için modelleme yapılmıştır.

Açısız yönde yapılan kirlilik modellemesinde ($R_{kirlilik} = 9 \text{ mm}$), k_1 malzemesinin ilk olarak silindir yüzeyini 28.42105° bir açı değerine sahip alanı kapladığı, ikinci olarak 75.789° ve üçüncü olarak da 123.157° bir açı değerine sahip alanı kapladığı düşünülmüştür. Diğer modellemelerde olduğu gibi silindir yüzeyi 20 eşit parçaya bölünmüş, sonlu farklar metodu için 400 eleman ve sonlu elemanlar metodu ile yapılan çözümde 2000 eleman kullanılmıştır. Ayrıca oluşan kirlilik katmanlarının 1 mm, 3 mm ve 5 mm kalınlıkta oluştuğu düşünülmüştür.

Şekil 5.24 toplam kirlilik kalınlığı 3mm ($R_{kirlilik}=11\text{mm}$) olan açısız yönde iki farklı kirlilik oluşumu için yapılan modellemeleri göstermektedir.

Şekil 5.25’de toplam kirlilik yarıçapı 0.009m olan iki kirlilik malzemesinin ($k_1 = 0.01163\text{W/mK}$ ve $k_2 = 0.09304\text{W/mK}$) silindir üzerinde oluşması durumu için sıcaklık dağılımları gösterilmektedir. 5.18a’da ısı iletim katsayısı k_1 olan kirlilik malzemesinin silindir yüzeyini 28.42105° lik açı değerine sahip alanı kaplamıştır. Sıcaklık dağılımlarından da görüldüğü gibi k_1 malzemesinin kapladığı alan maksimum sıcaklık değerine ulaşmış ve ısı iletim katsayısı k_1 olan kirlilik malzemesinin yüzeyde artması ile de sıcaklığın arttığı gözlemlenmiştir.

Aynı açısız değerlere sahip fakat ısı iletim katsayıları $k_1=0.012793\text{ W/mK}$ ve $k_2=0.10467\text{ W/mK}$ olan kirlilik malzemeleri ($R_{kirlilik}=0.009\text{m}$) silindir üzerinde oluştuğunda elde edilen sıcaklık dağılımlarına bakıldığında (Şekil 5.26), maksimum sıcaklığın beklenildiği gibi ön durgunluk noktasında oluştuğu ve yaklaşık olarak 359°C olduğu görülebilmektedir. $k_1 < k_2$ olduğundan dolayı (silindir içerisindeki sıcaklık dağılımlarından da görüldüğü gibi) tüm farklı açısız değerler için enerji transferine karşı oluşan direnç daha fazladır.

$k_1=0.015\text{ W/mK}$ ve $k_2=0.2\text{ W/mK}$ olan kirlilik malzemelerinin oluşması durumunda ise, maksimum sıcaklık değerinin 357°C civarında olduğu Şekil 5.27’deki sıcaklık dağılımından görülebilmektedir. Şekil 5.25 ve Şekil 5.26’da elde edilen maksimum sıcaklık değerlerine bakıldığında aynı açısız değerler için ısı iletim katsayılarının artışı ile sıcaklık değerlerinde azalma görülmüştür. Bu sonuçtan yola çıkarak daha yüksek ısı iletim katsayılarına sahip kirlilik malzemelerinin enerji transferine karşı olan direnci daha da azaltacağı ve oluşan sıcaklık farkını da daha yüksek değerlere çıkaracağıdır.

Kirlilik kalınlığının artması ile birikinti kalınlığı içerisinde oluşan sıcaklık dağılımları daha açık olarak Şekil 5.28’de görülmektedir. Yapılan modellemede kirlilik kalınlığı 3 mm olarak alınmış ve ısı iletim katsayıları $k_1=0.01163\text{ W/mK}$ ve $k_2=0.09304\text{ W/mK}$ olan kirlilik malzemeleri kullanılmıştır. $R_{kirlilik}=0.011\text{m}$ olması durumu için açısız değerler 28.421° , 75.789° ve 123.15° dir.

$k_1=0.012793\text{ W/mK}$ ve $k_2=0.10467\text{ W/mK}$ ısı iletim katsayılarına sahip kirlilik malzemelerinin temiz silindir yüzeyinde oluşması durumunda ($R_{kirlilik}=11\text{ mm}$) elde edilen ve Şekil 5.29’da gösterilen sıcaklık dağılımına bakıldığında maksimum sıcaklık tüm açısız değerler için silindirin ön durgunluk noktasında yaklaşık olarak 367.9°C değerinde elde edilmiştir. Kirlilik kalınlığındaki renk değişimleri incelendiğinde k_1 malzemesinin kapladığı alanın artması ile oluşan kondüksiyon direnci artarken, k_2 malzemesinin kapladığı alandaki, kondüksiyon direnci daha azdır.

Şekil 5.30'da açılal değlerlerln aynı olduğu ($R_{kirlilik}=11$ mm) fakat $k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK ısı iletim katsayılarına sahip birikinti malzemelerlnn oluşması durumundaki sıcaklık dağılımına bakıldığında ön durgunluk noktasında elde edilen maksimum sıcaklık değeri 367.1°C ye kadar azaldığı görülebilmektedir. Aynı ısı iletim katsayılarına sahip kirliliğin 9 mm yarıçapında oluşması durumunda elde edilen sıcaklık değlerleri ile karşılaştırıldığında yaklaşık olarak 10°C lik bir sıcaklık farkı görülmektedir. Bu da kirlilik kalınlığının artmasının akışkandan silindire olması istenen ısı transferini engelleyici direncin artmasına sebep olmasından kaynaklanmaktadır. Şekillere bakıldığında ton farkından da anlaşıldığı üzere k_2 malzemesinin kapladığı alanda $R_{kirlilik}=11$ mm oluşması durumunda sıcaklık değlerleri, $R_{kirlilik}=9$ mm olması durumuna göre daha koyu renkte yani daha yüksek sıcaklığı temsil etmektedir.

Kirlilik malzemelerlnn açılal yönde değışimi ile ilgili yapılan, kirlilik kalınlığının 5 mm olması durumu için olarak düşünölmüştür. Toplam kirlilik yarıçapının 13 mm olması durumunda diğer farklı birikinti kalınlıklarında oluşturulan aynı grid noktaları için açılal değlerler 28.42105°, 78.789° ve 123.157° olarak belirlenmiştir. Şekil 5.31'de $k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK ısı iletim katsayılarına sahip birikinti malzemelerlnn silindir üzerinde oluşma durumu için elde edilen sıcaklık dağılımı gösterilmiştir. Silindirin ön durgunluk noktasında elde edilen maksimum sıcaklık değeri ise yaklaşık olarak 370°C civarında tespit edilmiştir.

Şekil 5.32'de ise ısı iletim katsayıları $k_1=0.012793$ W/mK ve $k_2=0.10467$ W/mK ($R_{kirlilik}=13$ mm) olan kirlilik malzemelerlnn oluşturduğu sıcaklık dağılımları görölmektedir. k_1 malzemesinin kapladığı alanın artması ile renk tonlardaki değışimlerden de göröleceğı gibi istenen ısı transferine karşı olan direnç ve dolayısıyla sıcaklık değlerlerinde artış olmuştur. Bu da beklenen bir sonuçtur. Çünkü ısı iletim katsayısı küçük olan malzemenin oluşturduğu kondüksiyon direnci daha fazladır.

Isı iletim katsayıları daha yüksek kirlilik malzemelerlnn oluşması durumunda elde edilen sıcaklık değlerlerine bakıldığında (Şekil 5.33 - $k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$), Kirlilik kalınlığının artması ile oluşan kirlilik kondüksiyon direncinin artmasından dolayı yüzey sıcaklığında artışın olması elde edilen sıcaklık değlerlerini doğrular nitelikte bir sonuçtur.

Şekil 5.34, Şekil 5.35 ve Şekil 5.36 açılal yönde farklı kirlilik malzemeleri oluşması durumunda ısı transfer miktarının grid noktalarına bağılı olarak değışimlerini göstermektedir. Sonuçlar hem sonlu farklar hem de sonlu elemanlar metodu ile elde edilmiştir.

Şekil 5.34'de ısı iletim katsayıları $k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK olan birikinti malzemelerinin silindir yüzeyinde açısız yönde oluşması durumunda 1 mm, 3 mm ve 5 mm kalınlıkları için kirli tüpten temiz tüpe olan ısı transfer oranları gösterilmektedir. Grafikten de açıkça görüldüğü gibi, $R_{kirlilik}=9-11-13$ mm olması durumunda elde edilen her üç eğride de k_1 malzemesinin kapladığı alanın artması ile (Grid noktaları = 5, 10 ve 15) ısı transfer oranları azalma göstermiştir. Isı iletim katsayısı küçük olan birikinti malzemelerinin silindir üzerinde daha büyük alan kaplaması istenen enerji transferine karşı oluşan direnci daha da artıracak ve ısı transferini azaltıcı yönde etkide bulunduğu grafikten de açıkça görülmektedir.

Isı iletim katsayıları daha yüksek birikinti malzemeleri ($k_3=0.012793$ W/mK ve $k_4=0.10467$ W/mK) için elde edilen ısı transfer oranlarına bakıldığında ise (Şekil 5.35) aynı açısız değerlerde 1 mm kalınlığı için 0.65, 3 mm kirlilik kalınlığının için 0.45 ve 5 mm kirlilik kalınlığı için yaklaşık olarak 0.35 olarak elde edilmiştir. Görüldüğü gibi minimum kalınlıkta kirlilik oluşması durumunda bile, oluşan kirlilik temiz tüpe oranla ısı transferini %35 oranında azaltmaktadır.

Şekil 5.36'da ise $k_5=0.015$ W/mK ve $k_6=0.2$ W/mK olan birikinti malzemelerinin ısı transfer oranları incelenmiştir. Daha düşük ısı iletim katsayılarına sahip kirlilik malzemelerinde elde edilen değerlerle tam anlamıyla uyum içerisinde olan sonuçlara bakıldığında, ısı iletim katsayılarının artmasından dolayı ısı transfer oranlarında artış gözlemlenmektedir. Yüksek ısı iletim katsayılarına sahip kirlilik malzemelerinin direnci azaltmalarından dolayı daha fazla ısı transferinin gerçekleşmesi beklenen bir sonuçtur.

Ayrıca tüm grafiklerden de görüldüğü gibi hem sonlu farklar hem de sonlu elemanlar metodu ile elde edilen gerek sıcaklık gerekse ısı transfer oranları birbiri ile tam anlamıyla uyum içerisinde.

4.4. Üniform Olmayan Kirlilik Oluşumu

Isı değiştirgeçlerinde oluşan kirlilik aynı kalınlık ve üniform bir yapıda oluşmayabilir. Tüplerin etrafında oluşan kalınlığını değişimine göre dört farklı kirlilik oluşumu için yapılan modellemelerde bu şekilde bir kirlilik oluşumunun ısı transferine olan etkileri incelenmiştir. Yapılan modellemelerde dış çap 0.022m olarak sabitlenip temiz silindirin merkezinin kaydırılması ile (eccentricity), farklı birikinti şekilleri oluşturulup, sonlu elemanlar yöntemi ile ANSYS programında ve tek bir durum için bulunan sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Şekil 5.37 temiz silindirin merkezinin 0.0025m kaydırılması ile oluşturulan kirlilik modellemelerindeki sıcaklık dağılımları gösterilmiştir. Şekil 5.37a'da ön durgunluk noktasında oluşan kirlilik tabakası kalınlığındaki azalma ile birlikte kondüksiyon direncinde de bir azalma olduğu ton farkındaki değişimden de görülebilmektedir. Şekil 5.37b-c'de ise, akışın simetri olmasından dolayı ve hem ön hem de arka akıntı bölgelerindeki kalınlıkların aynı olmasından dolayı sıcaklık değerleri birbirine çok yakın sonuçlar olarak bulunmuştur. Fakat 5.37b-c ile karşılaştırıldığında eccentricity mesafesinin artması ile oluşan direncin de arttığı görülebilmektedir ve Şekil 5.37d için kondüksiyon direncinin, kalınlığının artmasına bağlı olarak ön durgunluk noktasında sıcaklık değerlerinde artış görülmektedir.

Şekil 5.38 ısı değiştirgeci tüpünün merkezinin 0.002 m kaydırılması ile oluşturulan farklı kirlilik modellemeleri sonucunda elde edilen sıcaklık dağılımlarını ve ısı transfer oranlarını göstermektedir. Şekil 5.38a'da ön durgunluk noktasında oluşan kirlilik tabakasının kalınlığının daha az olması, arka akıntı bölgesinde ise bu kalınlığın daha fazla olması durumunda kondüksiyon direncinin kalınlık değişimine bağlı olarak ön durgunluk noktasında arka akıntı bölgesine göre daha az olduğu ton farkındaki değişimlerden görülebilmektedir.

Şekil 5.38b-c'de ise, kirlilik tabakasının temiz tüpün alt ve üst noktalarında değişen kalınlıklarda oluşması durumundaki sıcaklık dağılımları gösterilmiştir. Akış yönünde oluşan kondüksiyon dirençlerinde herhangi bir değişiklik olmamasından dolayı sıcaklık değerlerinde hemen hemen hiçbir değişim olmadığı görülebilmektedir.

Şekil 5.38d, kirliliğin oluşturduğu kondüksiyon direncinin ön durgunluk noktasında, arka akıntı bölgesinde oluşan dirence göre daha yüksek olması Şekil 5.38a' da elde edilen değerlere göre sıcaklık değerlerini artırmıştır.

Şekil 5.38e, tüm farklı birikinti oluşumları için elde edilen ısı transfer oranları gösterilmiş, kondüksiyon ve konveksiyon dirençlerinin durumundan dolayı en fazla ısı transferi Şekil 5.38a' da ki birikinti modellemesi için elde edilmiştir. a ve d durumları için Barrow vd. (1991) tarafından sonlu farklar yöntemi ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırma yapılarak sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen değerlerle uygunluğu gösterilmiştir.

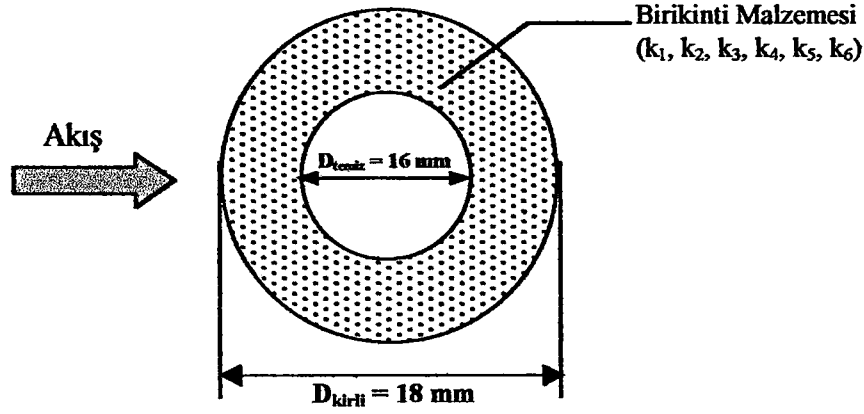
Üniform olmayan kirlilik modellemelerinde en son olarak da temiz silindirin merkezinin 0.001m kaydırılması durumu için elde edilen sıcaklık dağılımları Şekil 5.39'da gösterilmiştir. Şekil 5.39a'da temiz silindirin merkezinin ön akıntı bölgesine kaydırılması ile elde edilen sıcaklık dağılımı gösterilmiştir. Şekil 5.37a ve Şekil 5.38a' da ki modellemelerle karşılaştırıldığında, iki farklı renk tonundan da anlaşılacağı gibi oluşan kondüksiyon direnci artmıştır.

Şekil 5.39 b-c de ise daha önceki yapılan kirlilik modellemelerini destekler nitelikte, kondüksiyon dirençlerinde herhangi bir değişim olmamasından dolayı, hem üst hem de altta değişen kalınlıklardaki kirlilik oluşumu ısı transferini etkilememiştir.

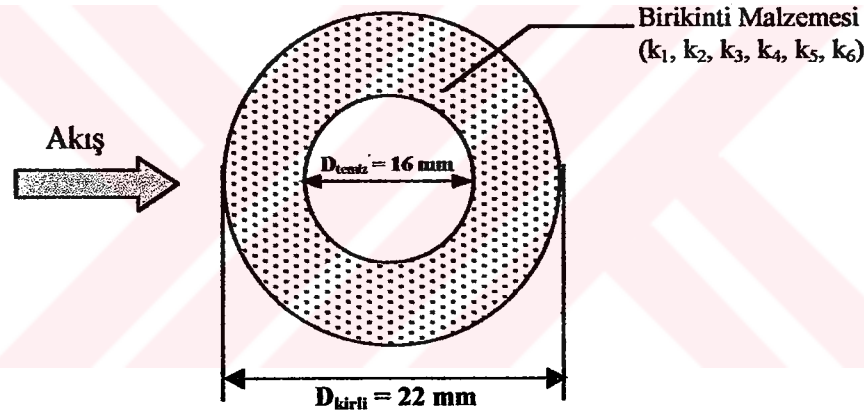
Şekil 5.39 d, temiz silindirin merkezinin arka akıntı bölgesine kaydırılması ile oluşan sıcaklık dağılımları gösterilmiştir. Kalınlığın artmasına bağlı olarak, kondüksiyon direncinin ön durgunluk noktasında daha fazla olduğu görülebilmektedir.

Şekil 5.40, oluşturulan tüm farklı üniform olmayan birikinti durumları için farklı eccentricity mesafelerindeki ısı transfer oranlarını göstermektedir. Grafikten de açıkça görülebildiği gibi tüm eccentricity değerlerinde en yüksek ısı transfer oranı a modellemesi için elde edilmiştir. b ve c modellemelerinde ise ısı transfer oranları aynı ve d modellemesinde de en az ısı transfer oranı bulunmuştur. Ayrıca temiz silindirin merkezinin 0.0025 kaydırılması durumunda tüm ısı transfer oranları oluşan kondüksiyon direncinin en küçük değerlerde olmasından dolayı en yüksek değerde çıkmıştır.

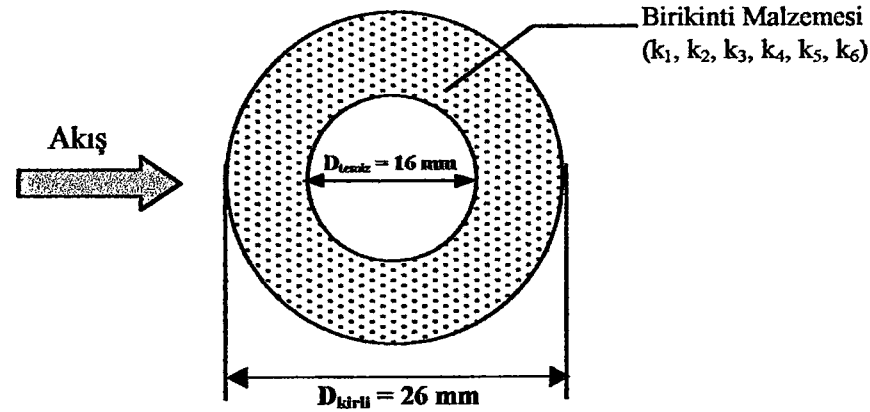
BÖLÜM V
SICAKLIK DAĞILIMLARI VE GRAFİKLER



a) 1mm kalınlıkta homojen kirlilik oluşması durumu

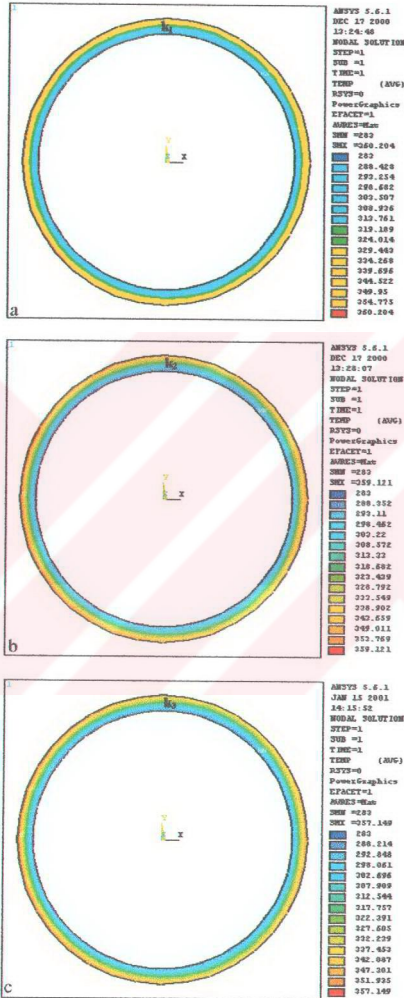


b) 3mm kalınlıkta homojen kirlilik oluşması durumu

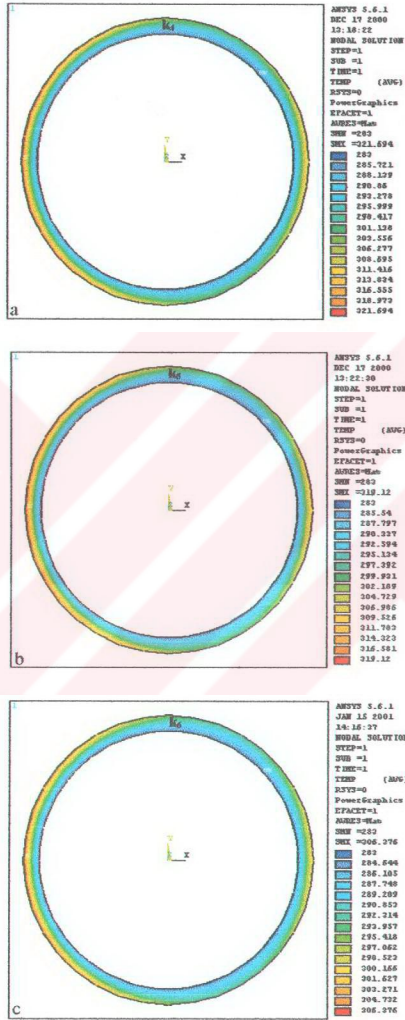


c) 5mm kalınlıkta homojen kirlilik oluşması durumu

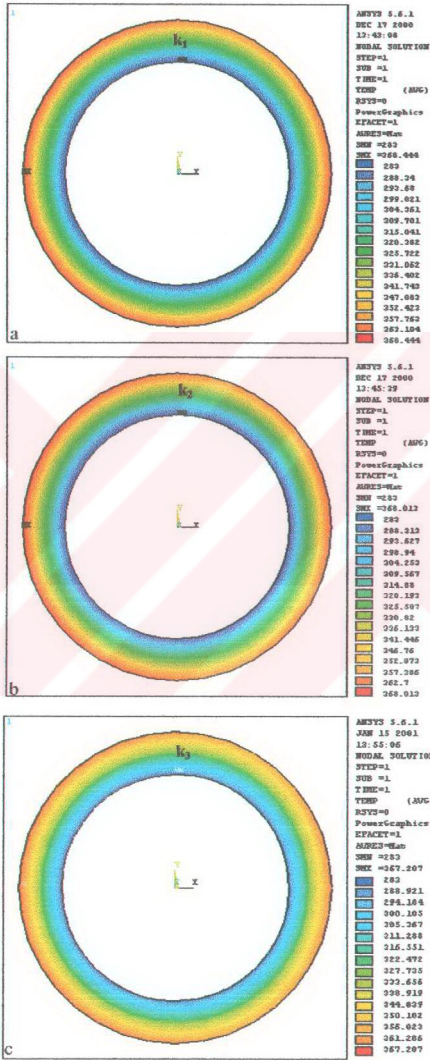
Şekil 5.1. Kalınlıkları 1mm, 3mm ve 5mm ($R_{kirlilik}=9mm$, $R_{kirlilik}=11mm$, $R_{kirlilik}=13mm$) olan kirlilik oluşumu için yapılan modellemeler



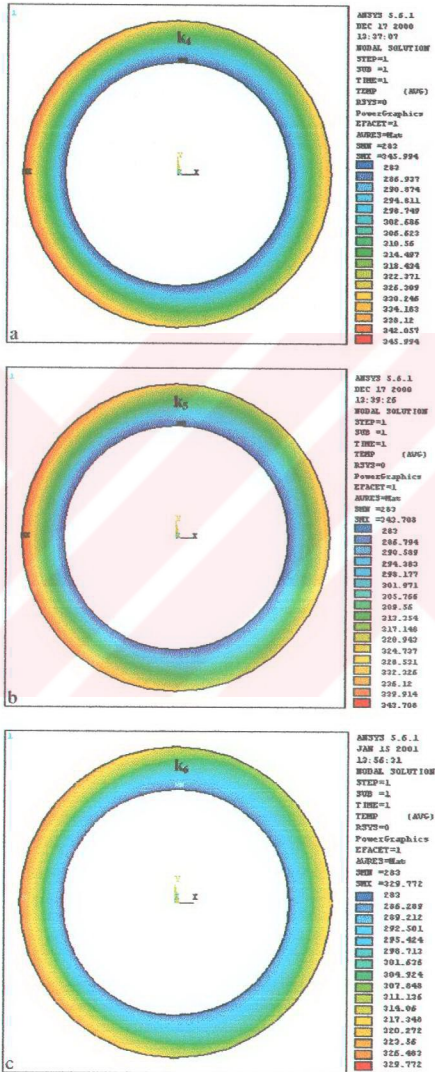
Şekil 5.2. Homojen birikinti oluşması durumunda, 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları ($k_1=0.01163$ W/mK, $k_2=0.012793$ W/mK ve $k_3=0.015$ W/mK)



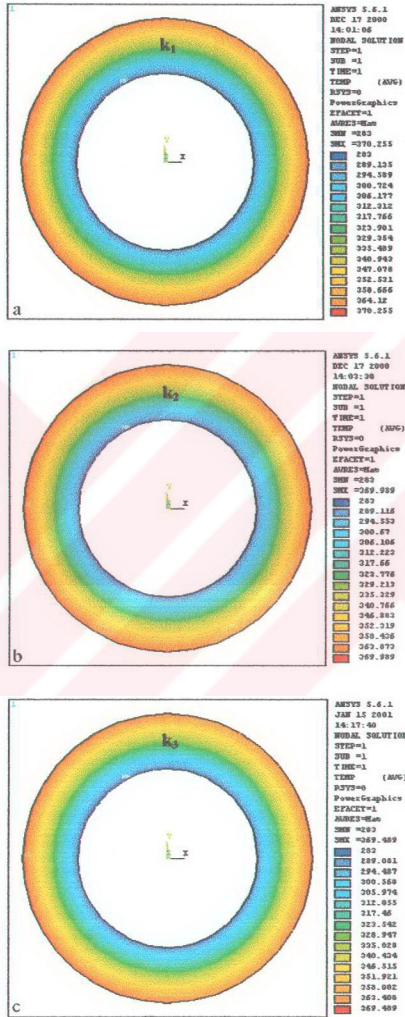
Şekil 5.3. Homojen birikinti oluşması durumunda, 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları ($k_4=0.09304$ W/mK, $k_5=0.104$ W/mK ve $k_6=0.2$ W/mK)



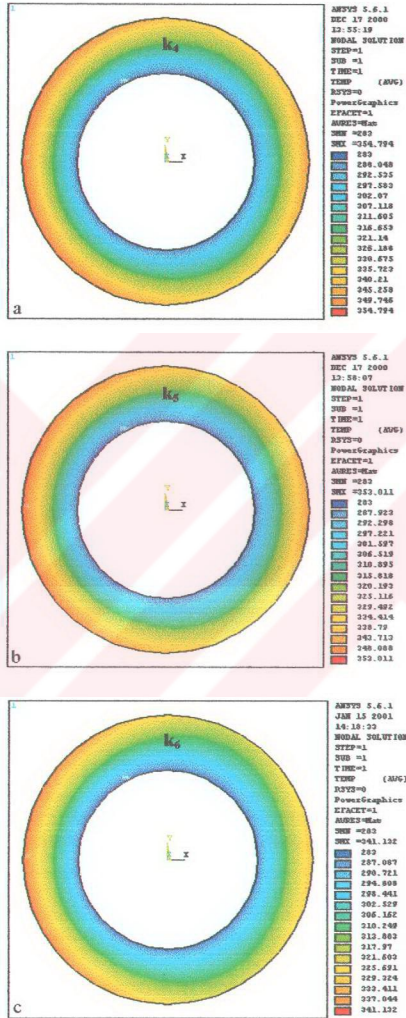
Şekil 5.4. Homojen birikinti oluşması durumunda, 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları ($k_1=0.01163$, $k_2=0.012793$ ve $k_3=0.015$)



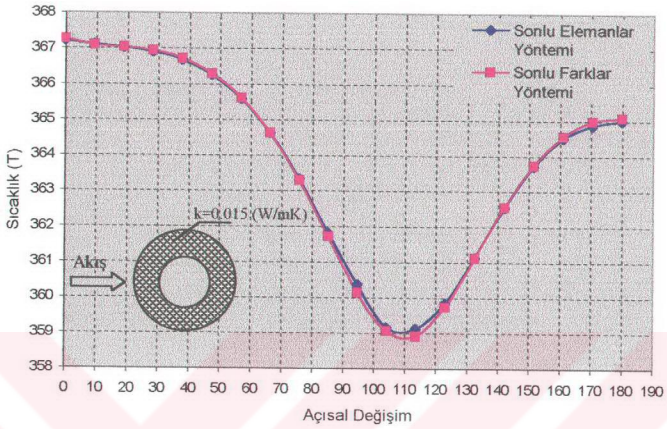
Şekil 5.5. Homojen birikinti oluşması durumunda, 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları ($k_4=0.09304$ W/mK, $k_5=0.104$ W/mK ve $k_6=0.2$ W/mK)



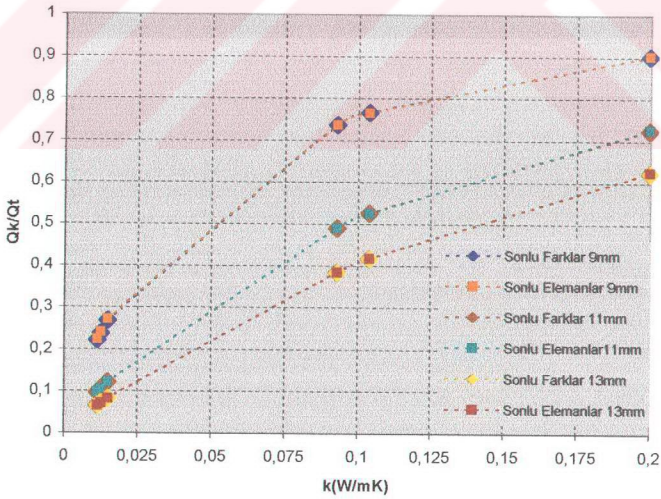
Şekil 5.6. Homojen birikinti oluşması durumunda, 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları ($k_1=0.01163$ W/mK, $k_2=0.012793$ W/mK ve $k_3=0.015$ W/mK)



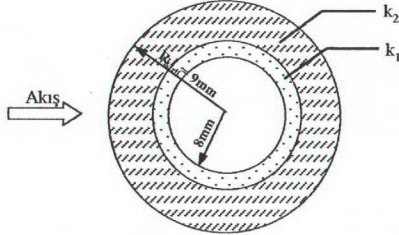
Şekil 5.7. Homojen birikinti oluşması durumunda, 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımları ($k_4=0.09304$ W/mK, $k_5=0.104$ W/mK ve $k_6=0.2$ W/mK)



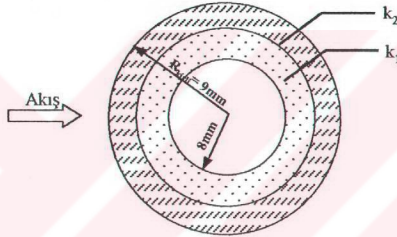
Şekil 5.8. Silindir üzerinde tek bir kirlilik malzemesi oluşması durumunda kirlilik dış yüzeyindeki sıcaklık dağılımı



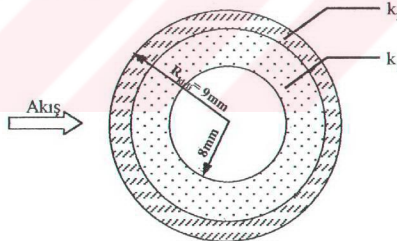
Şekil 5.9. Silindir üzerinde farklı ısı iletim katsayılarına sahip tek kirlilik malzemesi oluşması durumundaki ısı transfer oranları



a) Isı iletim katsayısı k_1 olan kirlilik malzemesinin kalınlığının 0.2 mm olması durumu

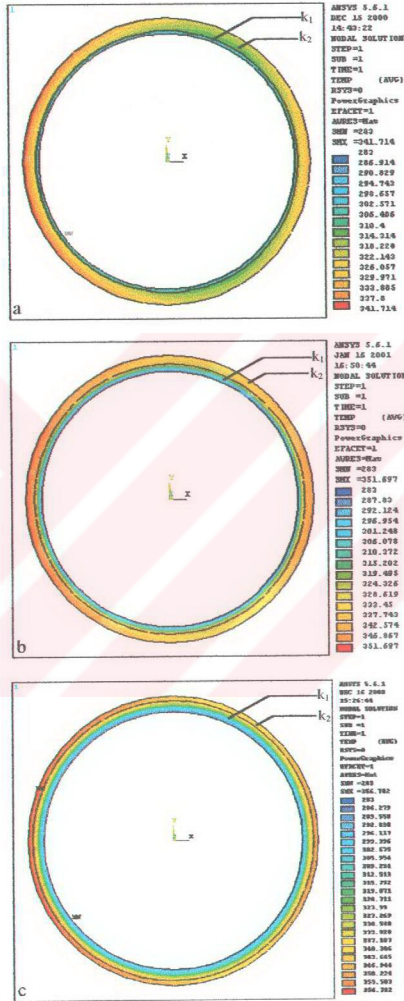


b) Isı iletim katsayısı k_1 olan kirlilik malzemesinin kalınlığının 0.45 mm olması durumu

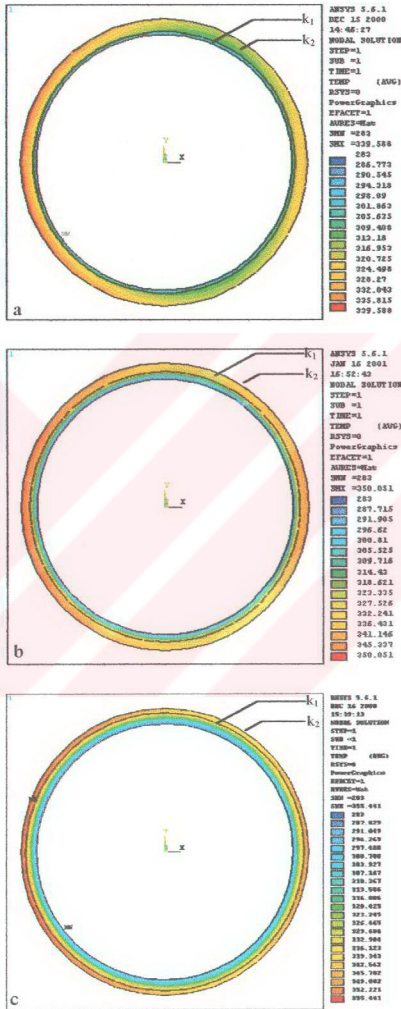


c) Isı iletim katsayısı k_1 olan kirlilik malzemesinin kalınlığının 0.70 mm olması durumu

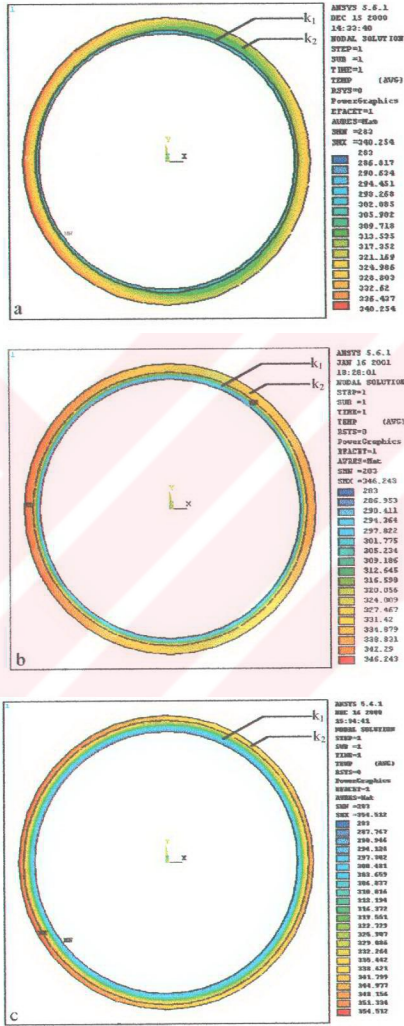
Şekil 5.10. Toplam kirlilik kalınlığı 1mm ($R_{\text{kirlilik}}=9\text{mm}$) olan iki farklı kirlilik oluşumu için yapılan modeller



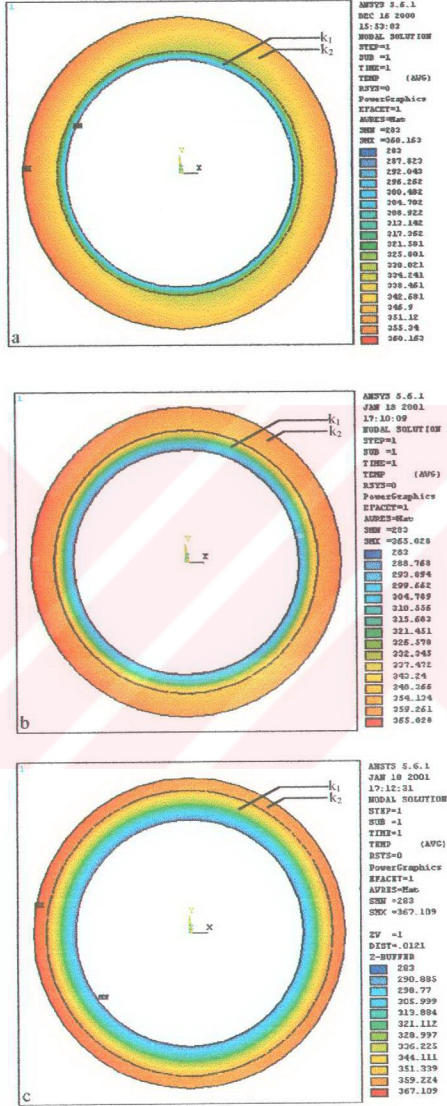
Şekil 5.11. Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1 = 0.01163$ W/mK ve $k_2 = 0.09304$ W/mK)



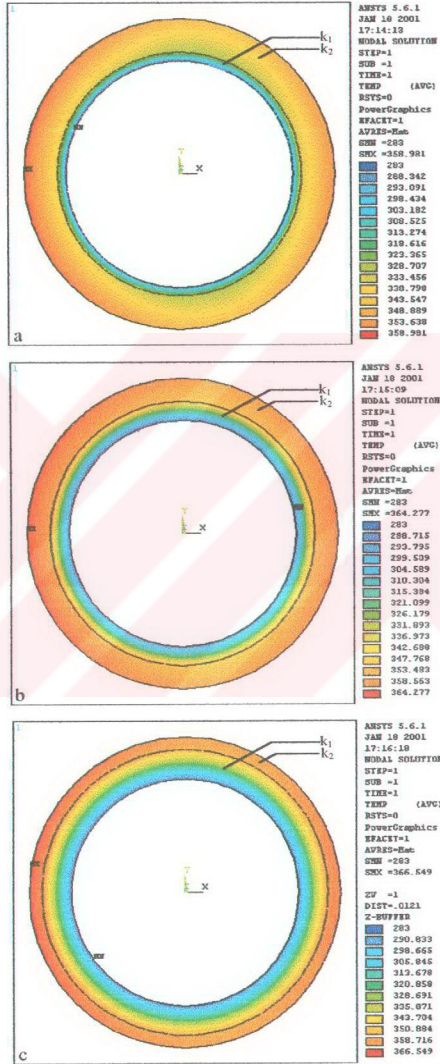
Şekil 5.12. Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793 \text{ W/mK}$ ve $k_2=0.10467 \text{ W/mK}$)



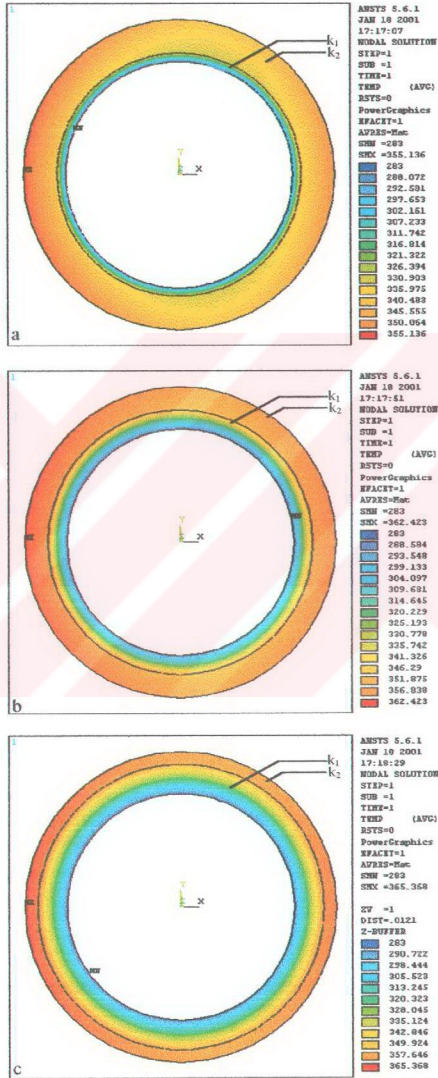
Şekil 5.13. Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)



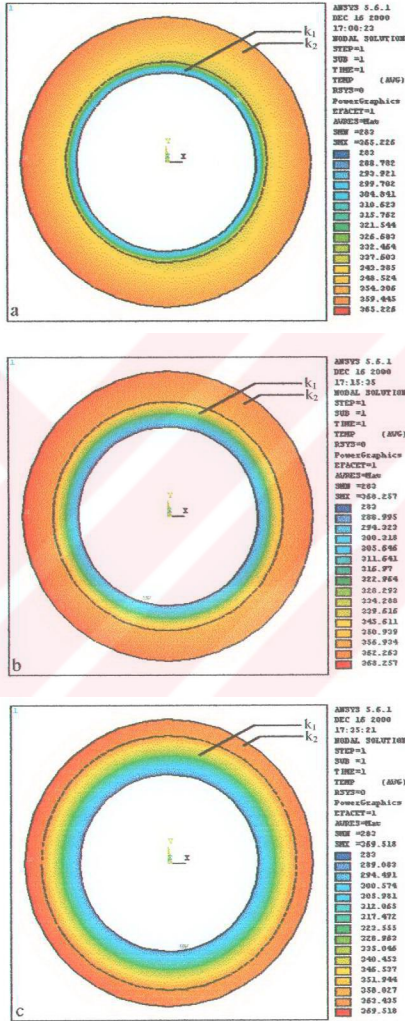
Şekil 5.14. Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK)



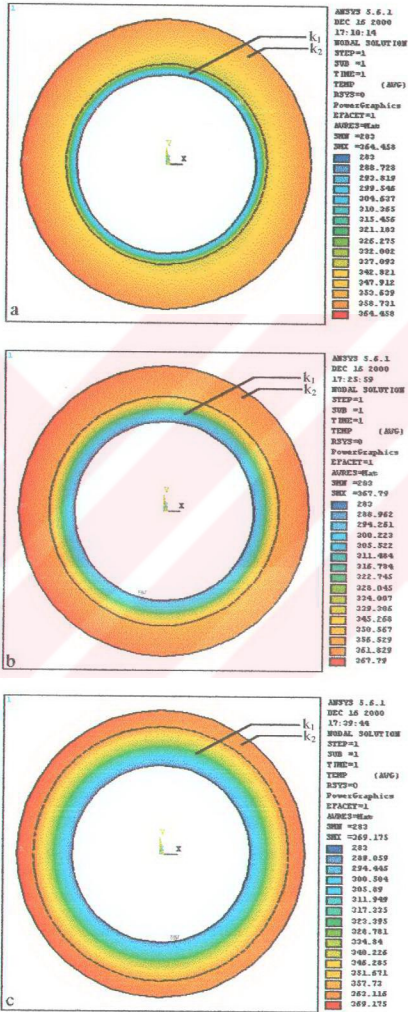
Şekil 5.15. Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793$ W/mK ve $k_2=0.10467$ W/mK)



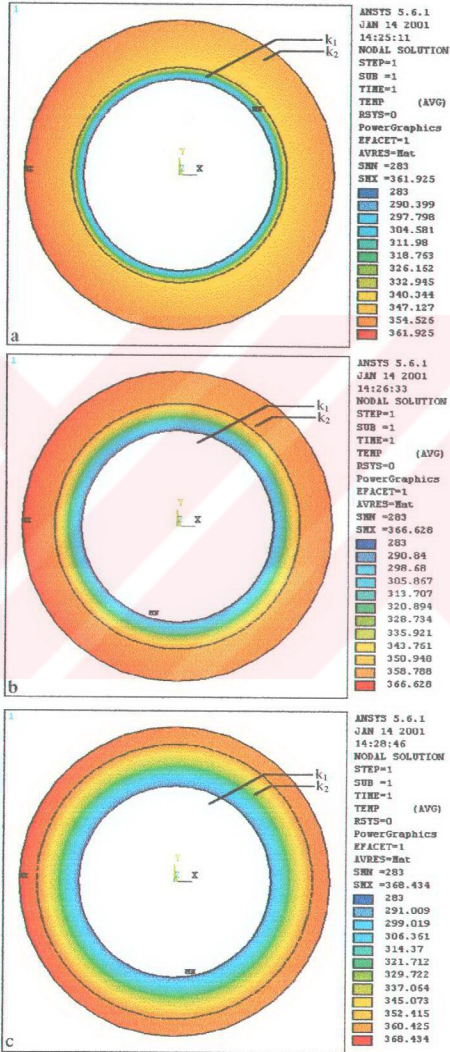
Şekil 5.16. Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)



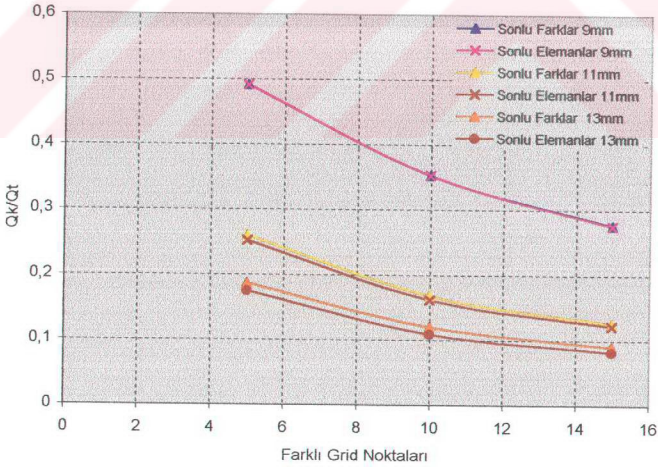
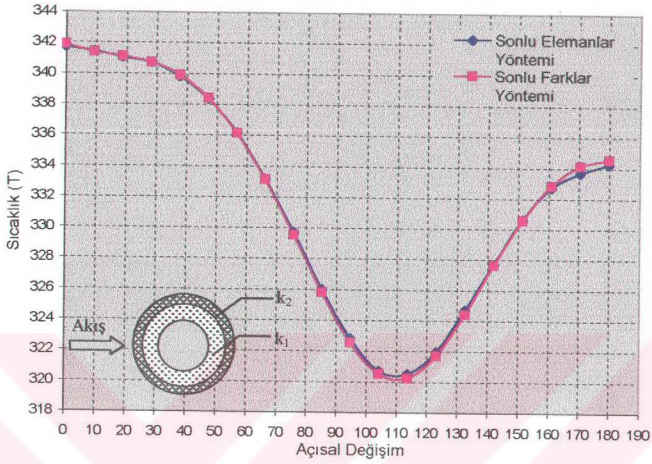
Şekil 5.17. Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK)

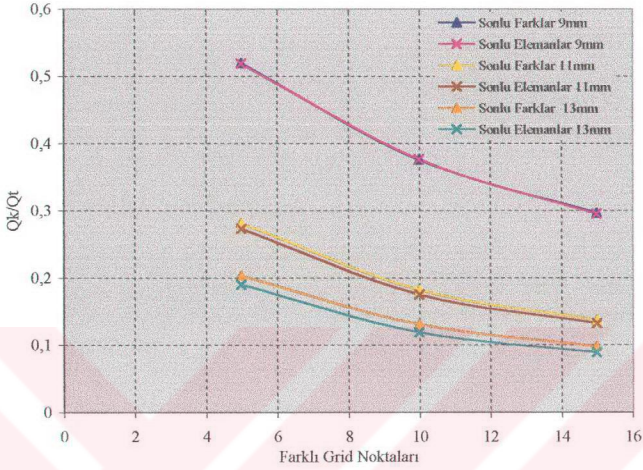


Şekil 5.18. Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793$ W/mK ve $k_2=0.10467$ W/mK)

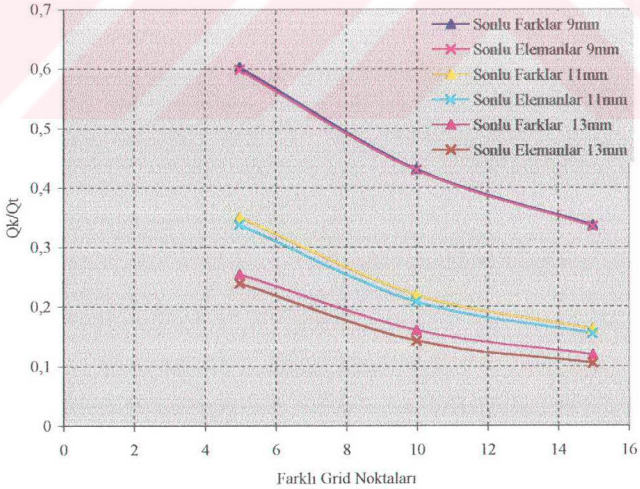


Şekil 5.19. Radyal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)

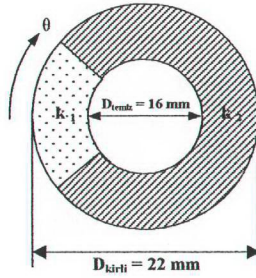




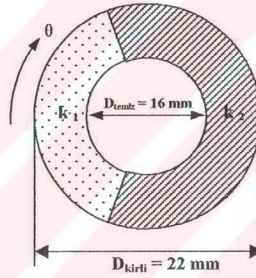
Şekil 5.22. Isı iletim katsayıları $k_1=0.012793\text{W/mK}$ - $k_2=0.10467\text{W/mK}$ olan iki farklı malzemesinin silindirik yüzeyini radyal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları



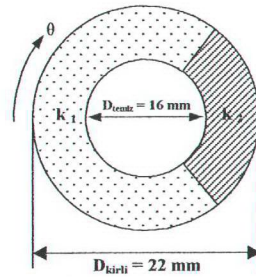
Şekil 5.23. Isı iletim katsayıları $k_1=0.015\text{W/mK}$ - $k_2=0.2\text{W/mK}$ olan iki farklı malzemesinin silindirik yüzeyini radyal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları



a) $\theta = 28.421^\circ$

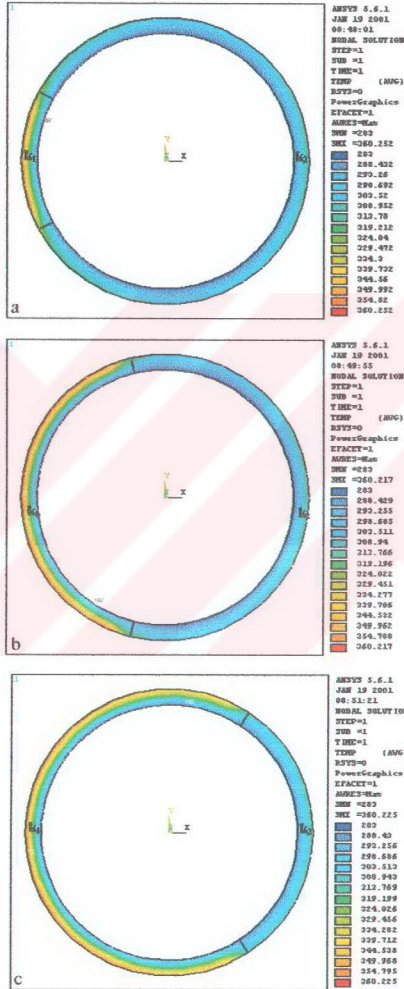


b) $\theta = 75.789^\circ$

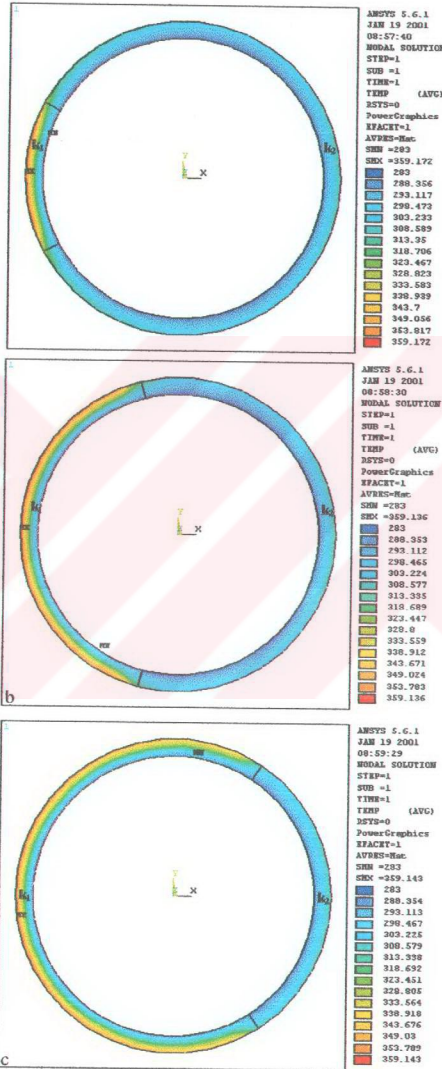


c) $\theta = 123.15^\circ$

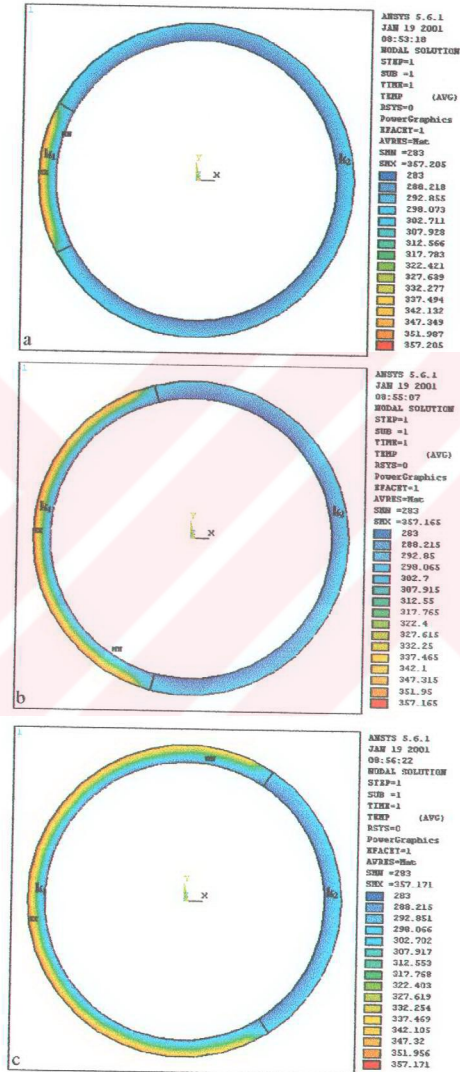
Şekil 5.24. Toplam kirlilik kalınlığı 3 mm ($R_{kirlilik} = 1 \text{ mm}$) olan açısal yönde iki farklı kirlilik oluşumu için yapılan modellemeler



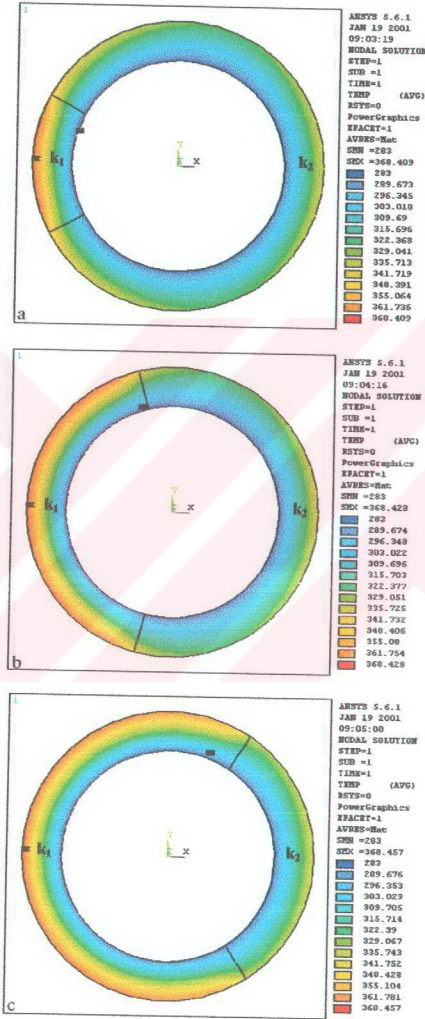
Şekil 5.25. Açısal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK)



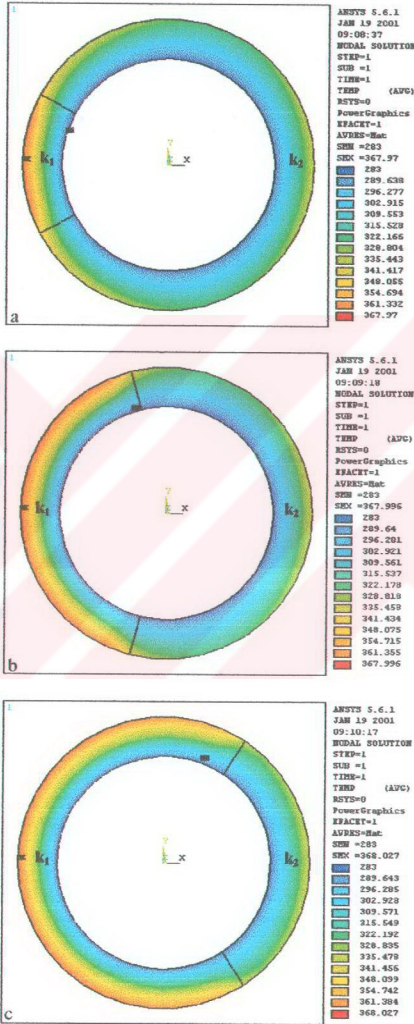
Şekil 5.26. Açısıl yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793$ W/mK ve $k_2=0.10467$ W/mK)



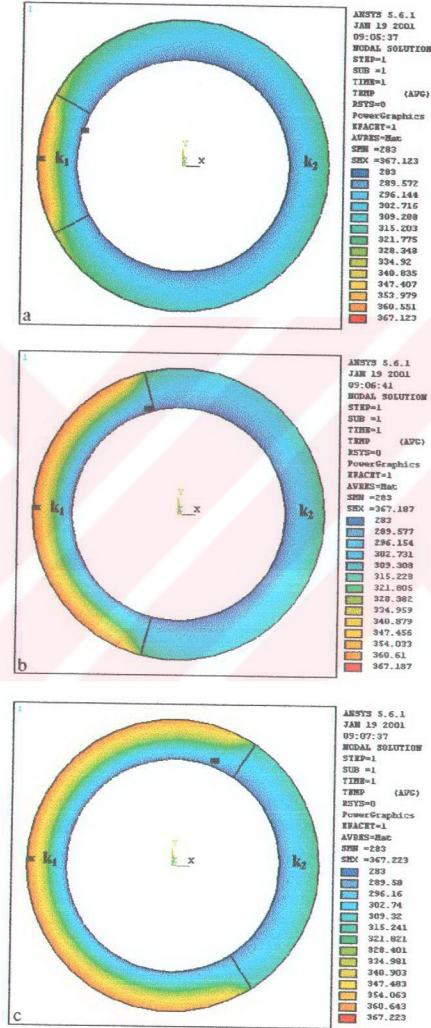
Şekil 5.27. Açık al yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 1 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)



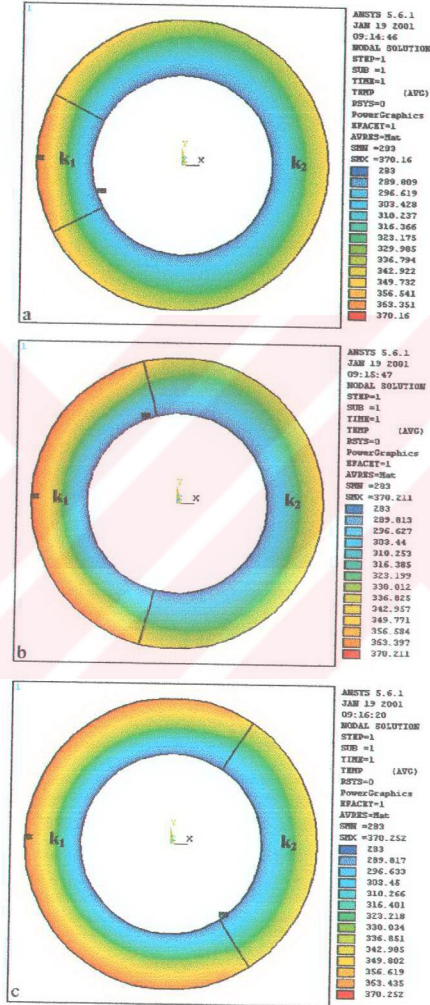
Şekil 5.28. Açılmal yonde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK)



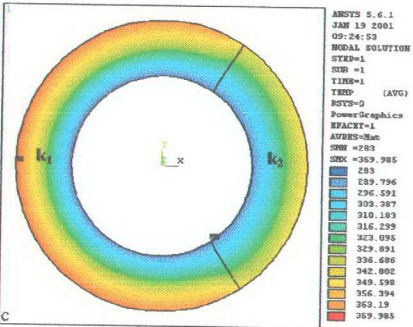
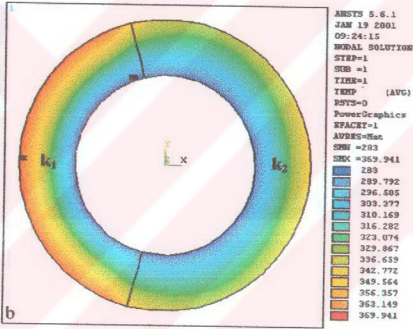
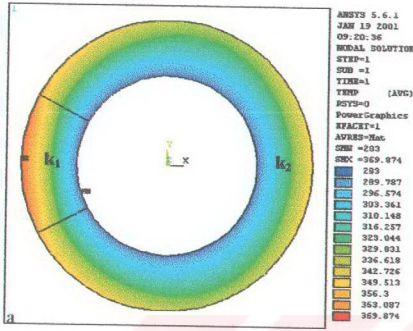
Şekil 5.29. Açısal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793$ W/mK ve $k_2=0.10467$ W/mK)



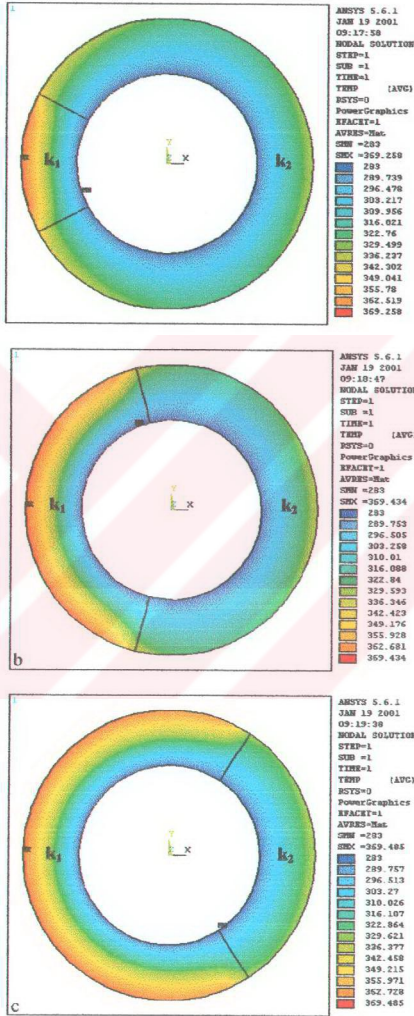
Şekil 5.30. Açısal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 3 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)



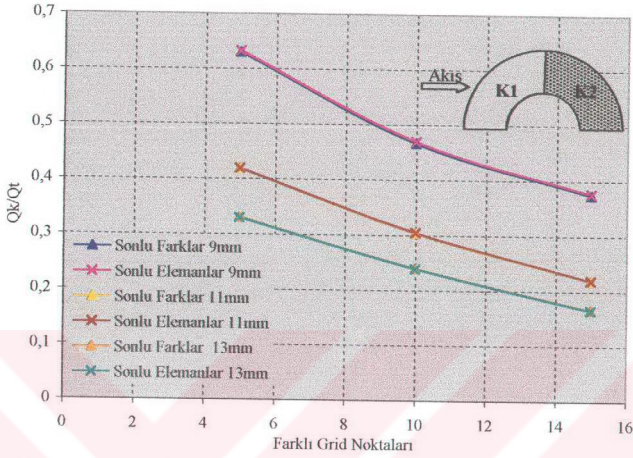
Şekil 5.31. Açısal yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.01163$ W/mK ve $k_2=0.09304$ W/mK)



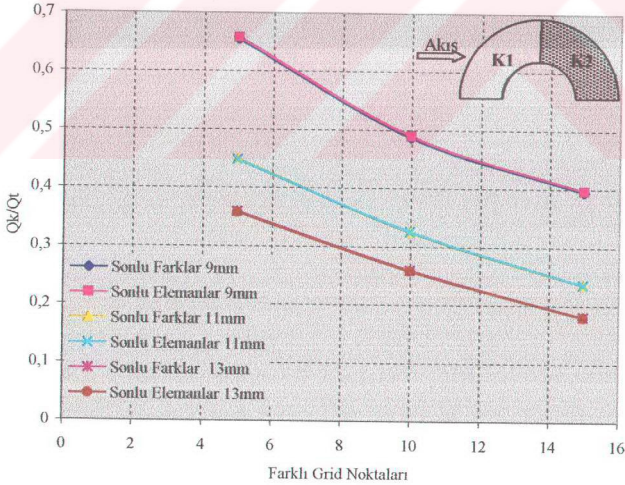
Şekil 5.32. Açısız yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.012793$ W/mK ve $k_2=0.10467$ W/mK)



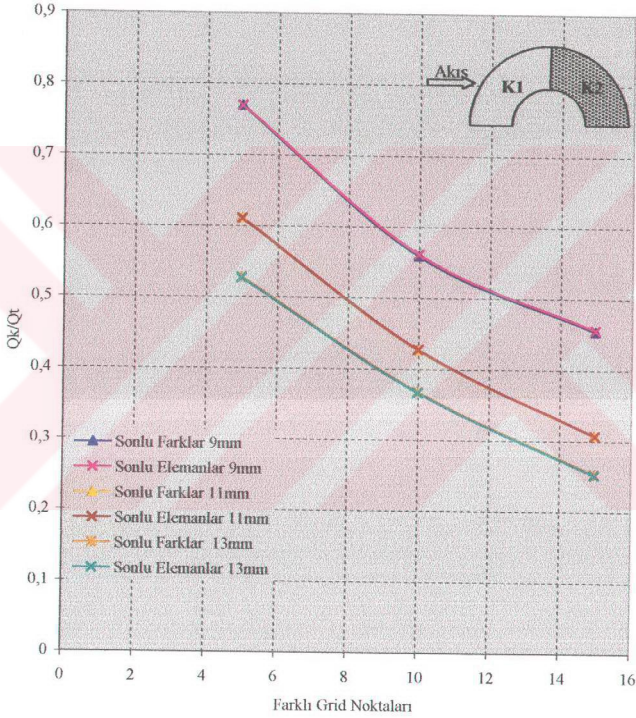
Şekil 5.33. Açısız yönde farklı iki birikinti oluşması durumunda, 5 mm birikinti kalınlığındaki sıcaklık dağılımı ($k_1=0.015$ W/mK ve $k_2=0.2$ W/mK)



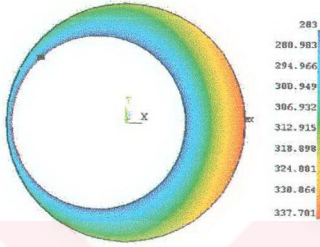
Şekil 5.34. Isı iletim katsayıları $k_1=0.01163\text{W/mK}$ – $k_2=0.09304\text{W/mK}$ olan iki farklı malzemesinin silindirik yüzeyini açılmal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları



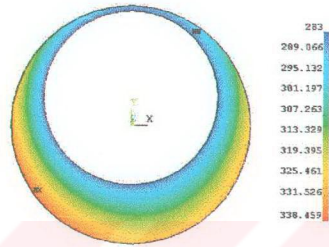
Şekil 5.35. Isı iletim katsayıları $k_1=0.012793\text{W/mK}$ – $k_2=0.10467\text{W/mK}$ olan iki farklı malzemesinin silindirik yüzeyini açılmal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları



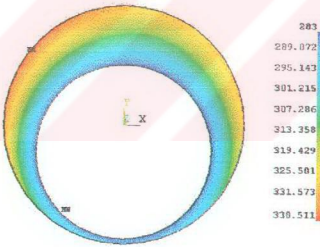
Şekil 5.36. İki iletim katsayıları $k_1=0.015$ W/mK – $k_2=0.2$ W/mK olan iki kirlilik malzemesinin silindirik yüzeyini açışal yönde kaplaması durumunda elde edilen ısı transfer oranları



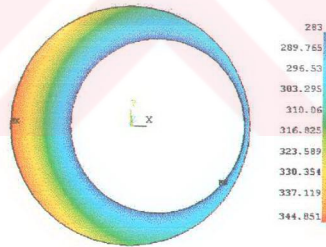
(a)



(b)

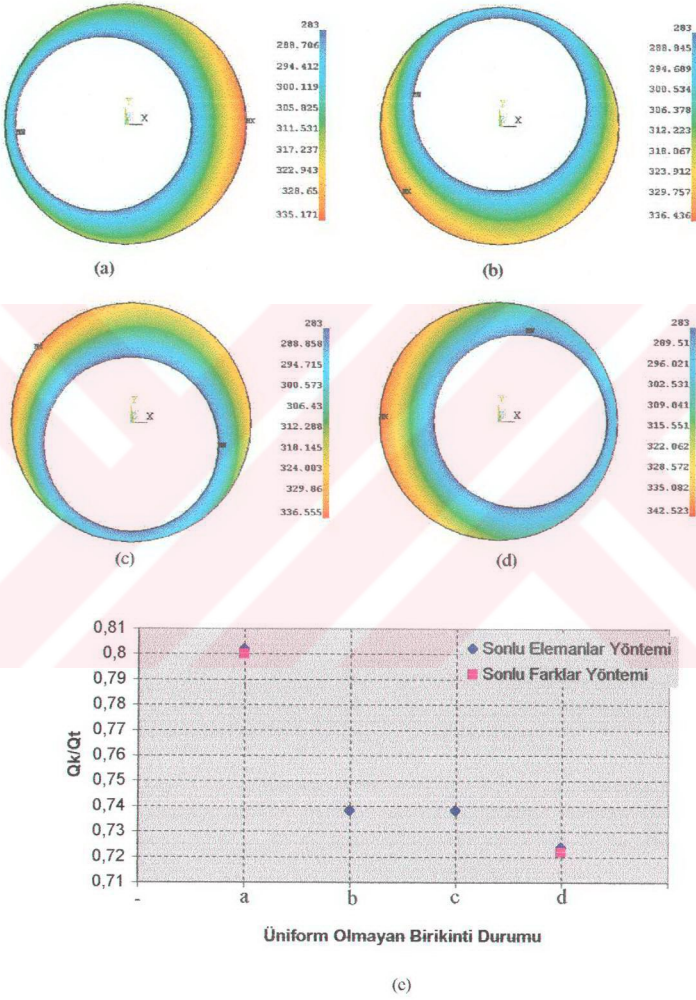


(c)

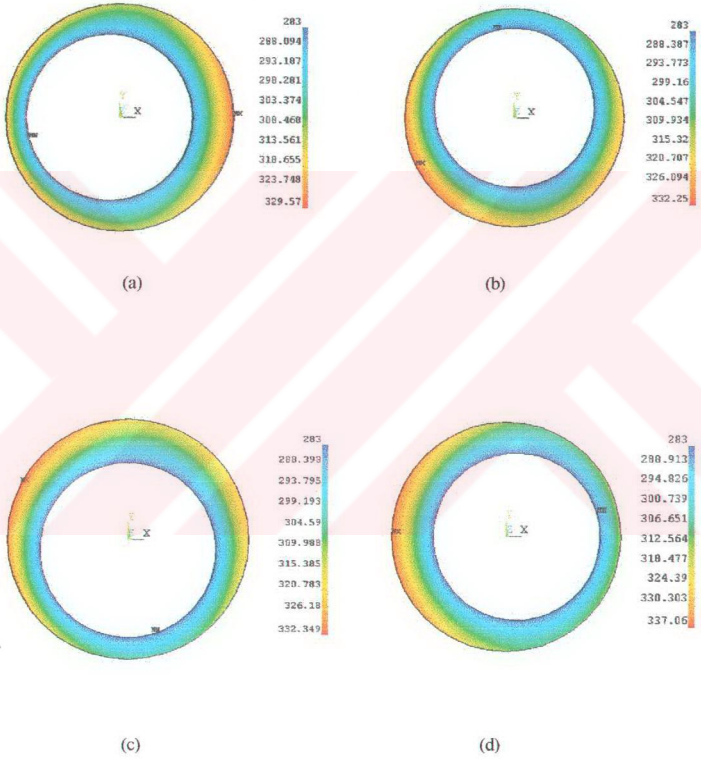


(d)

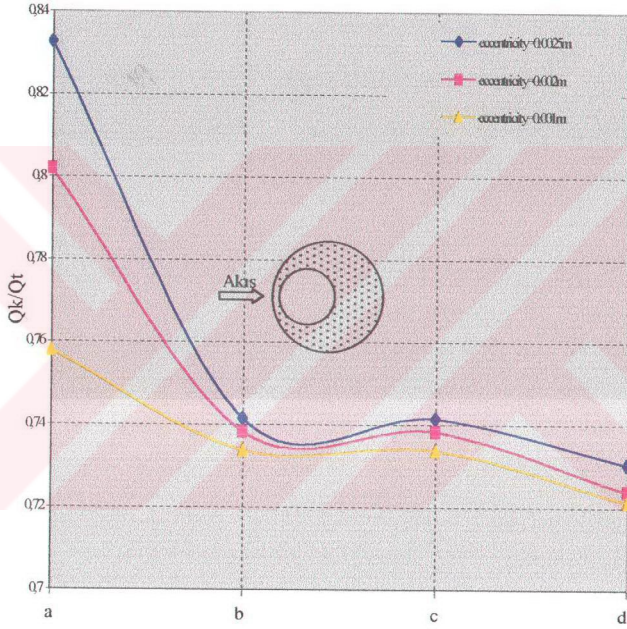
Şekil 5.37. Silindir etrafında üniform olmayan birikinti durumunda oluşan sıcaklık dağılımları ($k=0.2\text{ W/mK}$, $\text{eccentricity}=0.0025\text{ m}$)



Şekil 5.38. Silindiri etrafında üniform olmayan birikinti durumunda oluşan sıcaklık dağılımları ve ısı transfer oranları ($k=0.2\text{W/mK}$, $\text{eccentricity}=0.002\text{m}$)



Şekil 5.39. Silindir etrafında üniform olmayan birikinti durumunda oluşan sıcaklık dağılımları ($k=0.2\text{W/mK}$, $\text{eccentricity}=0.001\text{m}$)



Üniform Olmayan Birkinti Durumu

Şekil 5.40. Üniform olmayan kirlilik oluşması durumunda elde edilen ısı transfer oranları

6. TARTIŞMA VE SONUÇ

1-) Bir ısı değıştirtgeci borusu etrafında oluşabilecek kirliliğin farklı oluşumlarda modellemeleri yapılarak, sonuçlar sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemleriyle bulunmuştur. Elde edilen sonuçlarda hem sonlu elemanlar yönteminin ısı transfer problemlerinin çözümünde kullanılabilicek elverişli bir nümerik yöntem olduğu hem de sonlu farklar yöntemi ile elde edilen sonuçları desteklediği sonucuna varılmıştır.

2-) İki farklı birikintinin radyal yönde oluşması durumunda, her iki yöntemle elde edilen ısı transfer oranlarındaki farklılığın giderilmesi için eleman sayısının artırılması uygun olacaktır.

3-) Elbette kirliliğin ısı transferine olan etkileri bu çalışmada da verildiği gibi sınırlı parametre sayısı ile kısıtlanamaz, bunun nedeni ise birçok bağımsız parametrenin ısı performansı direkt olarak etkilemesidir.

4-) Sunulan çalışmada tek bir birikinti durumunda ısı iletim katsayısının etkisi, ısı iletim katsayısının çevresel ve radyal yönde değışiminin etkilerine aynı zamanda da birikinti şeklinin düzgün dağılımlı olmaması durumu incelenmiştir. Oluşan bu istenmeyen birikintinin ısı iletim katsayısına, oluşum şekline ve farklı tür birikinti olması durumuna bağılı olarak transfer edilen ısıyı olumsuz yönde etkilediği vurgulanmıştır.

5-) Yapılabilecek gelecek çalışma olarak yüzey pürüzlülüğü hesaplar içine katılmalıdır.

6-) Heterojen malzeme sıcaklığa, kalınlık veya açığa bağılı bir fonksiyonla tanımlanarak işlemler yapılmalıdır.

7-) Boru demeti kirlilik modellemesi düşünölmelidir.

8-) Boru içinde de kirlilik düşünölerek Ansys yardımıyla ve 3 boyutlu sonuçlar elde edilmelidir.

9-) Elde edilen sonuçların deneysel çalışmalarla desteklenmesi yararlı olacaktır.

7. KAYNAKLAR

- 1-) ANSYS Modeling, Meshing, Operation Guide Release 5.6,2000.
- 2-) Abryutin, A.A., E.S.Karasiya., "Thermal Conductivity and Thermal Resistance of Ash Deposits in Boiler Furnaces.",Teploenergetika, 36-39, 1970
- 3-) Allimon, B., A., Watson G., B., "Fouling and Cleaning of A Staggered, Finned Tube Bundle Under Coal-Fired Conditions.", ASME, Fouling and Enhancement Interations, HTD-Vol. 164, 1991
- 4-) Barrow, H., Buyruk, E., Owen I., "Applications of the Point Matching Method in Coupled Convection & Conduction Heat Transfer.", Fourth International Conference on Advanced Computational Methods in Heat Transfer, Udine, Italy pp. 33-42, 1996
- 5-) Barrow, H., Sherwin, K., "Theoretical Investigation of the Effect of fouling on the performance of A Tube and Plate Fin Heat Exchanger.", Heat Recovery Systems & CHP Vol. 14, No. 1, pp.1-5, 1994
- 6-) Bathe, K.J., "Finite Element Procedures in Engineering Analysis.", Prencite-Hall Inc.,Engdewed Cliffs, New Jersey, 1981.
- 7-) Bayazıtöglü, Yıldız., Özişik, M.Necati., "Elements of Heat Transfer.", McGraw Hill International Editions, 1998.
- 8-) Blöchl, R., Steinhagen, H., "Influence of Particle Size and Particle /Fluid Combination on Particulate Fouling in Heat Exchangers", The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 68, 1990
- 9-) Buyruk, Ertan., "An Investigation into the Effects of Fouling on the Heat Transfer in Tubular Heat Exchangers.", Ph.D. Thesis, Liverpool University, England, 1996.
- 10-) Buyruk, E., "Isı Değiştirgeci Borularındaki Partikül Kirliliğinin Deneyisel İncelenmesi " 11. Ulusal Isı Bilimi ve Tekniği Kongresi, Eylül 1997, Edirne
- 11-) Chamra, L., M., Webb, R., L., "Effect of Particle and size Distribution on Particulate Fouling in Enhanced Tubes.", Enhanced Heat Transfer, Vol. 1, No.1, pp. 65-75, 1993
- 12-) H.Huebner, Kenneth, Thornton, A.Earl., "The Finite Element Method for Engineers.", A Wiley-Interscience Publication, 1982.
- 13-) Kakaç, Sadık.,Yener, Y., "Heat Conduction.", 1979.
- 14-) Kakaç, Sadık., "Isı Transferine Giriş I.", Özgün Matbaacılık, Ankara, 1982.
- 15-) Lewis R.W.,Morgan, K., Thomas, H.R.,Seetharamu ,K.N., "The Finite Element Method in Heat Transfer Analysis.", John Wiley & Sons Ltd., 1996.
- 16-) Moaveni, Saeed., "Finite Element Analysis.", Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.
- 17-) Nath, B., "Fundamentals of Finite Element For Engineers.", The Athlone Publishers, London 1993.

- 18-) Owen, I., Buyruk, E., Barrow, H., "Theoretical Analysis of The Thermal Resistance of Non-Uniform Fouling On Cross-Flow Heat Exchanger Tubes.", Applied Thermal Engineering, 16, 43-50, 1996
 - 19-) Steinhagen, H., M., Reif, F., Epstein N., "Influence of Operating Conditions on Particulate Fouling.", The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 66, 1998
 - 20-) Topcu, Muzaffer., Taşgetiren, Süleyman., "Mühendisler İçin Sonlu Elemanlar Metodu.", Pamukkale Üniversitesi, Denizli, 1999.
 - 21-) Yılmaz, Mehmet., Çakmaklı, Ömer., "Isı Eşanjörlerinde Birikinti", Mühendis ve Makine, Cilt:40, Sayı:448, 1999.
 - 22-) Zienkiewicz, O.C., "The Finite Element Method.", Ed. McGraw-Hill, New York, 1985.
- 

8. ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Ahmet FERTELLİ
 Baba Adı : Hüseyin
 Doğum Yeri : Sivas
 Doğum Tarihi : 03 / 09 / 1975

İlk ve orta öğrenimini Sivas'ta tamamladı. 1998 yılında Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'nü bitirdi. 1998 yılında Cumhuriyet Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde yüksek lisans çalışmalarına başladı. 1999 yılında C.Ü. Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümün'de Araştırma Görevlisi olarak göreve başladı. Halen bu görevine devam etmektedir.

Adres: Cumhuriyet Üniversitesi
 Mühendislik Fakültesi
 Makine Mühendisliği Bölümü
 SIVAS