

**T.C.
GALATASARAY ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İKTİSAT ANABİLİM DALI**

**MODERN PORTFÖY TEORİSİ: PYTHON İLE ABD
HİSSE SENEDİ PİYASASI ÜZERİNE BİR UYGULAMA**



YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Ruken İMŞİK
18211116**

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Z. Sevgi İNECİ

OCAK 2022

ÖNSÖZ

Bu çalışmada bana yardımcı olan tez danışmanım Sayın Doç. Dr. Sevgi İNECİ' ye; yoğun tempolu çalışmalarım sırasında beni sürekli motive eden ve destek olan sevgili dedem Celâl OĞUZ' a, sevgili aileme, Pierre MISSONNIER' e ve bütün arkadaşlarıma; yüksek lisans eğitimim boyunca değerli bilgiler edindiğim bütün İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi hocalarına çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
KISALTMALAR	vi
ŞEKİL LİSTESİ	viii
TABLO LİSTESİ	xi
RÉSUMÉ	xii
ABSTRACT	xiii
ÖZET	xiv
1 GİRİŞ	1
2 LİTERATÜR TARAMASI	2
3 MARKOWİTZ PORTFÖY TEORİSİ	11
Von Neumann – Morgenstern fayda fonksiyonu	11
Aritmetik ortalama ve zaman ağırlıklı ortalama	14
3.1.1 Aritmetik ortalama ile getiri hesabı	14
3.1.2 Zaman ağırlıklı ortalama ile getiri hesabı	15
3.1.3 Zaman ağırlıklı ortalama ne zaman kullanılmalıdır?	16
Ortalama-varyans analizi (MVA)	16
3.1.4 Risk minimizasyonu	17
3.1.5 Getiri maksimizasyonu	31
3.1.6 Risk karşıtlığı optimizasyonu	32
Bir risksiz varlık ile ortalama-varyans analizi	33
3.1.7 Teğet portföy (<i>Tangency portfolio</i>)	37
3.1.8 Piyasa portföyü (<i>Market portfolio</i>)	39
3.1.9 Piyasa portföyünden CAPM modele geçiş	41
4 FİNANSAL VARLIK FİYATLAMA MODELİ (CAPM)	43
Sermaye varlık fiyatlandırma modeli varsayımları	45
Sharpe oranı	46
Beta katsayısı	47

Sermaye tahsis doğrusu (<i>Capital allocation line</i>)	50
Sermaye piyasası doğrusu (<i>Capital market line</i>).....	51
Güvenlik piyasası hattı (<i>Security market line</i>)	54
5 ÇEŞİTLENDİRME.....	57
Çeşitlendirme nedir?.....	57
Çeşitlendirme riski nasıl azaltır?	57
Neden çeşitlendirme yapılmalıdır?.....	60
6 SİSTEMATİK VE SİSTEMATİK OLMAYAN RİSK	63
Sistematik risk	64
6.1.1 Piyasa riski	65
6.1.2 Faiz oranı riski.....	65
6.1.3 Satın alma gücü riski (Enflasyon riski).....	66
Sistematik olmayan risk	66
6.1.4 İş riski.....	66
6.1.5 Finansal risk	67
6.1.6 Sistematik olmayan diğer risk çeşitleri	67
7 VARLIKLAR ARASINDAKİ İLİŞKİ.....	68
Kovaryans.....	68
Korelasyon.....	68
Kovaryans ve Korelasyon Arasındaki İlişki.....	72
8 VERİ VE METODOLOJİ	73
9 ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	77
10 UYGULAMA	80
Hisse bazında beklenen getiri ve volatilite.....	80
Portföyler.....	81
10.1.1 DOW30 portföyü	81
10.1.2 Düşük Beta değerine sahip hisselerden oluşan portföy.....	88
10.1.3 Yüksek Beta değerine sahip hisselerden oluşan portföy.....	94
10.1.4 Rastgele seçilmiş portföy R1	99
10.1.5 Rastgele seçilmiş portföy R2	105
10.1.6 Rastgele seçilmiş portföy R3	111
Oluşturulan portföylerin korelasyon ve kovaryansları	116
11 SONUÇ	118
12 KAYNAKÇA.....	122
13 EKLER.....	129
Dow30 hisseler listesi.....	129

Beta değerleri	131
DOW30 portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri.....	132
13.1.1 Kovaryans	132
13.1.2 Korelasyon	133
DB portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri.....	134
13.1.3 Kovaryans	134
13.1.4 Korelasyon	135
YB portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri.....	136
13.1.5 Kovaryans	136
13.1.6 Korelasyon	136
R1 portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri.....	137
13.1.7 Kovaryans	137
13.1.8 Korelasyon	137
R2 portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri.....	138
13.1.9 Kovaryans	138
13.1.10 Korelasyon.....	138
R3 portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri.....	139
13.1.11 Kovaryans.....	139
13.1.12 Korelasyon.....	140
14 ÖZGEÇMİŞ	141

KISALTMALAR

CAL: Sermaye Tahsis Doğrusu (*Capital Allocation Line*)

CAPM: Sermaye Varlık Fiyatlama Modeli (*Capital Asset Pricing Model*)

CML: Sermaye Piyasası Doğrusu (*Capital Market Allocation Line*)

DB: *Dow Jones Industrial Average* piyasa endeksinde bulunan ve düşük beta değerine sahip olan hisseler kullanılarak oluşturulmuş olan portföy

DJIA: Dow Jones Borsası Endüstri Endeksi (*Dow Jones Industrial Average*)

DOW30: *Dow Jones Industrial Average* piyasa endeksinde bulunan hisseler kullanılarak oluşturulmuş olan portföy

EPS: Hisse Başına Kar (*Earnings Per Share*)

F/K: Fiyat/Kazanç Oranı (*Price-earnings ratio*)

FVÖK: Faiz ve Vergi Öncesi Kazanç (*Earnings Before Interest And Tax, EBIT*)

IC: Kayıtsızlık Eğrisi (*Indifference Curve*)

İMKB: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası

LLN: Büyük Sayılar Kanunu (*Law of Large Numbers*)

MPT: Modern Portföy Teorisi (*Modern Portfolio Theory*)

MVA: Ortalama – Varyans Analizi (*Mean –Variance Analysis*)

NPV: Bugünkü Beklenen Net Değer (*Net Present Value*)

PD/DD: Piyasa Değeri/Defter Değeri Oranı (*Book To Market Ratio*)

R1: *Dow Jones Industrial Average* piyasa endeksinde bulunan hisseler arasından Python tarafından rastgele seçilerek oluşturulmuş olan ilk portföy

R2: *Dow Jones Industrial Average* piyasa endeksinde bulunan hisseler arasından Python tarafından rastgele seçilerek oluşturulmuş olan ikinci portföy

R3: *Dow Jones Industrial Average* piyasa endeksinde bulunan hisseler arasından Python tarafından rastgele seçilerek oluşturulmuş olan üçüncü portföy

SML: Güvenlik Piyasası Hattı (*Security Market Line*)

VNM: von Neumann – Morgenstern Fayda Teorisi (*von Neumann – Morgenstern utility theorem*)

YB: *Dow Jones Industrial Average* piyasa endeksinde bulunan ve yüksek beta değerine sahip olan hisseler kullanılarak oluşturulmuş olan portföy



ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1: Fayda fonksiyonu.....	13
Şekil 3.2: Etkin varyans ve getiri kombinasyonları	27
Şekil 3.3: Etkin sınırdaki optimal ve optimal olmayan portföyler	28
Şekil 3.4: n – riskli varlıktan oluşan portföyler.....	30
Şekil 3.5 Teğet portföy 1	38
Şekil 3.6 Teğet portföy 2.....	38
Şekil 4.1: SML (Güvenlik Piyasası Hattı)	43
Şekil 4.2: Portföy riski ile portföyde bulunan tüm varlıklar arasındaki ilişki.....	49
Şekil 4.3: Sermaye Tahsis Doğrusu (Capital Allocation Line).....	51
Şekil 4.4: Sermaye piyasası doğrusu (<i>Capital market line</i>).....	52
Şekil 4.5: n – riskli varlık ve bir risksiz varlıktan oluşan portföyler.....	53
Şekil 4.6: Güvenlik piyasası hattı (<i>Security market line</i>).....	55
Şekil 5.1: Sistemik risk ve sistemik olmayan risk.....	60
Şekil 7.1: Korelasyon değeri ve beklenen getiri	70
Şekil 10.1: DJIA hisse senetleri ve her bir hissenin beklenen getirisi, volatilitesi ve Sharpe oranı	80
Şekil 10.2: DJIA hisse senetleri ve her bir hissenin beklenen getirisi, volatilitesi ve Sharpe oranı (Yakınlaştırılmış)	81
Şekil 10.3: DOW30 portföyünde bulunan finansal varlıkların normalleştirilmiş fiyatları	83
Şekil 10.4: DOW30 portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler	84

Şekil 10.5: DOW30 portföyünde bulunan hisselerin ve bu hisseler ile oluşturulmuş olan portföylerin getiri – volatilité ve Sharpe değeri	86
Şekil 10.6: DOW30 portföyünde bulunan hisselerin ve bu hisseler ile oluşturulmuş olan portföylerin getiri – volatilité, Sharpe değeri ve etkin sınır	87
Şekil 10.7: DOW30 portföyü için CML doğrusu gösterimi	88
Şekil 10.8: DB portföyünde bulunan finansal varlıkların normalleştirilmiş fiyatları	90
Şekil 10.9: DB portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler .	92
Şekil 10.10: DB portföyünde bulunan hisselerin ve bu hisseler ile oluşturulmuş olan portföylerin getiri – volatilité ve Sharpe değeri	93
Şekil 10.11: DB portföyü için CML doğrusu gösterimi	94
Şekil 10.12: YB portföyünde bulunan finansal varlıkların normalleştirilmiş fiyatları	96
Şekil 10.13: YB portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler	97
Şekil 10.14: YB hisse senetleri ve her bir hissenin beklenen getirisi, volatilitesi ve Sharpe oranı	98
Şekil 10.15: YB portföyü için CML doğrusu gösterimi	99
Şekil 10.16: R1 portföyünde bulunan finansal varlıkların normalleştirilmiş fiyatları	102
Şekil 10.17: R1 portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler	103
Şekil 10.18: R1 hisse senetleri ve her bir hissenin beklenen getirisi, volatilitesi ve Sharpe oranı	104
Şekil 10.19: R1 portföyü için CML doğrusu gösterimi	105
Şekil 10.20: R2 portföyünde bulunan finansal varlıkların normalleştirilmiş fiyatları	107

Şekil 10.21: R2 portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler	108
Şekil 10.22: R2 portföyünde bulunan hisselerin ve bu hisseler ile oluşturulmuş olan portföylerin getiri – volatilité ve Sharpe değerleri	110
Şekil 10.23: R2 portföyü için CML doğrusu gösterimi	111
Şekil 10.24: R3 portföyünde bulunan finansal varlıkların normalleştirilmiş fiyatları	113
Şekil 10.25: R3 portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler	114
Şekil 10.26: R3 portföyünde bulunan hisselerin ve bu hisseler ile oluşturulmuş olan portföylerin getiri – volatilité ve Sharpe değerleri	115
Şekil 10.27: R3 portföyü için CML doğrusu gösterimi	116
Şekil 11.1: Seçilen portföylerin risk ve getiri oranları	118
Şekil 11.2: Seçilen portföylerin Sharpe oranları	119

TABLO LİSTESİ

Tablo 7.1: Korelasyon katsayıları ve ilişki dereceleri tablosu	69
Tablo 10.1: DOW30 hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü.....	84
Tablo 10.2: DOW30 hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü	85
Tablo 10.3: DB hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü.....	91
Tablo 10.4: DB hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü.....	91
Tablo 10.5: YB hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü.....	95
Tablo 10.6: YB hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü.....	95
Tablo 10.7: R1 hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü	100
Tablo 10.8: R1 hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü.....	101
Tablo 10.9: R2 hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü	106
Tablo 10.10: R2 hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü.....	106
Tablo 10.11: R3 hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü	112
Tablo 10.12: R3 hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü.....	112

RÉSUMÉ

Cette étude examine relation entre le coefficient bêta et le rendement attendu d'un portefeuille, et si, sous un certain niveau de risque, un portefeuille qui comprend uniquement des actions sélectionnées au hasard fournit un niveau de rendement acceptable. Les portefeuilles composés uniquement d'actions ont été conçus à l'aide de la théorie du portefeuille de Markowitz (MPT) et du modèle d'évaluation des actifs financiers (CAPM). Les actions ont été choisies parmi les sociétés de l'indice Dow Jones Industrial Average (DJIA). Par conséquent, les coefficients bêta des actions sous l'indice DJIA ont été calculés et divisés en coefficients bêta haut et bas pour construire deux portefeuilles. Pour construire un autre portefeuille, tout l'indice a été acheté en obéissant à la diversification. Au final, trois portefeuilles ont été établis comprenant de manière aléatoire les actions choisies. Le langage de programmation Python a été utilisé pour extraire les données historiques en ligne, construire les portefeuilles, calculer et optimiser les actions. Il a été observé que la relation entre le coefficient bêta et le rendement attendu n'est pas aussi clair et évident que ceux indiqués dans le modèle CAPM de Sharpe, Lintner et Black. Les données ont indiqué que le coefficient bêta à lui seul n'est pas suffisant pour expliquer le rendement attendu, qu'un coefficient bêta plus élevé ne garantit pas des rendements plus élevés et que la sélection aléatoire de portefeuilles ne fonctionne pas aussi bien que d'autres portefeuilles avec une certaine stratégie, il n'est donc pas recommandé à l'investisseur. Cependant, on ne peut pas dire si les résultats obtenus sont dus à l'inadéquation du modèle CAPM ou à l'inefficacité des portefeuilles construits représentatifs du portefeuille de marché.

ABSTRACT

This study investigates the direction of the relationship between the beta coefficient and expected return of a portfolio, and whether under a certain level of risk a portfolio that only encompasses randomly selected stocks provides an acceptable level of return. The portfolios which consist of only stocks were conceived using Markowitz Portfolio Theory (MPT) and Capital Asset Pricing Model (CAPM), and the stocks were chosen from the companies under the Dow Jones Industrial Average (DJIA) Index. Therefore, beta coefficients of the stocks under the DJIA index were calculated and divided into high and low beta coefficients to construct two portfolios, random portfolios were established comprising randomly chosen stocks and lastly, the benchmark portfolio was built by buying all the index under the Markowitz diversification. The programming language Python was used to scrape historical data online, and calculate, optimize and construct the portfolios. It has been observed that the relationship between the beta coefficient and expected return is not as evident as designated in Sharpe, Lintner, and Black's CAPM model. Data indicated that the beta coefficient alone is not sufficient to explain the expected return, that a higher beta coefficient does not guarantee higher returns, and that random portfolio selection does not perform as well as other portfolios with a certain strategy, thus it is not recommended to the investor. However, it cannot be answered whether the results obtained are due to the inadequacy of the CAPM model or the inefficiency of portfolios built representing the market portfolio.

ÖZET

Harry Markowitz 1990 yılında “*Portfolio Selection*” makalesiyle Nobel Ödülü kazandı (The Nobel Prize, 1990). Markowitz’ e Nobel Ödülü kazandıran bu çalışmanın dehası ayrı ayrı hisse senetlerinin riskini hesaplayıp bu riskleri toplayarak düşük riskli bir portföy oluşturmaya çalışmak yerine, oluşturulan bir portföyün varyansının hesaplanmasıyla ortaya çıkan risk değerinin farklı olduğunu kanıtlamasıdır. Bu kapsamda Markowitz, belirli bir risk değeri için portföyün beklenen getirisinin maksimize edilebileceğini veya verilen bir beklenen getiri değeri için minimum bir risk seviyesinin bulunabileceğini gösteren bir metodoloji sunmuştur. Ayrıca Harry Markowitz aralarında düşük kovaryans bulunan varlıklarla oluşturulan portföylerin riskinin (Markowitz çeşitlendirmesi - *Markowitz diversification*-) azaltılabileceğini göstermiştir. Markowitz’ in bu çalışmasının üstüne Finansal Varlık Fiyatlama Modeli -*Capital Asset Pricing Model*- Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966) ve Black (1972) tarafından birbirlerinden habersiz olarak inşa edilmiştir (Rossi, 2016). Bu kapsamda rasyonel bir getiri oranını hesaplamak için rasyonel bir yatırımcının risksiz orandan daha fazla kazanmak isteyeceği varsayımından yola çıkan bu bilim insanları, bir varlıktan elde edilebilecek beklenen getirinin piyasanın hareketine bağlı olduğunu göstermişlerdir. Dolayısıyla piyasa hareketinin yol açtığı risk seviyesini (sistemik riski) ölçen ve beta olarak tanımlanan bir risk kriteri Finansal Varlık Fiyatlama Modeli (CAPM) ile ortaya çıkmıştır. CAPM modelinin bir sonucu portföyün beklenen getirisi ile beta değerinin arasında net ve belirgin bir pozitif ilişki olduğu ve betanın bir varlık veya varlıklardan oluşturulmuş olan bir portföyün beklenen getirisinde ortaya çıkan farklılıkları göstermede tek başına kâfi olduğudur. Bu çalışmada CAPM modelinin bu çıkarımından yola çıkılarak düşük beta değerine sahip hisse senetlerinden oluşan bir portföy, yüksek beta değerine sahip hisse senetlerinden oluşan bir portföy ile tüm endeksin, her sektörden bir tane işletmenin hisse senedinin satın alınması yoluyla, çeşitlendirme yapılarak satın alındığı bir portföy oluşturulmuş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bununla beraber MPT ve CAPM gibi sistematik yöntemlerle

oluşturulmuş portföylerin herhangi bir sisteme dayandırılmadan oluşturulmuş rastgele portföylere kıyasla nasıl performans gösterdiğini anlayabilmek için rastgele seçilmiş hisse senetleri ile üç portföy oluşturulmuştur. Burada yalnızca bir tane rastgele portföy yerine üç tane rastgele portföy oluşturulmasının sebebi rastgele portföylerden şans eseri elde edilebilecek risk – getiri seviyesini elimine etmek ve daha doğru bir sonuca varmaya çalışmaktır. Özetle bu çalışmanın amacı portföyün beklenen getirisi ile beta katsayısının ilişkisinin yönünü ve rastgele hisse senetlerinden oluşan bir portföy seçiminin belirli bir risk seviyesinde belirli bir metodoloji ile oluşturulmuş portföyler kadar iyi bir getiri sağlayıp sağlamayacağını saptamaktır.

Portföyler, kapitalizmi en iyi uygulayan güçlerden biri olması ve dünya pazarının yarısından büyük bir kısmını oluşturması sebebiyle Amerika Birleşik Devletleri piyasasında oluşturulmuştur. Bu sayede elde edilen sonuçlar piyasa portföyünü temsil yeteneği dolayısıyla daha küçük piyasalara uygulanarak elde edilecek portföylerden daha doğru netice verecektir. Bu çalışma için ABD piyasasında lider konumunda olan otuz işletmenin borsa hareketlerini ölçen Dow Jones Endüstri Ortalaması (DJIA) indeksinde bulunan şirketler kullanılmıştır. Yatırım periyodu olarak 01 Ocak 1998 ile 1 Ocak 2018 tarihleri arasındaki dönem seçilmiş ve herhangi bir veriye sahip olmayan günler için bir önceki gündeki fiyat seviyesinin korunduğu varsayılmıştır. Hisse senetlerinin tarihsel verileri Yahoo! Finance resmî web sitesinden Python programlama dili ile çekilmiş ve bu verilerle yapılmış bütün hesaplama, grafik ve optimizasyonlarda da Python kullanılmıştır. Bunun sebebi Python’ un vektör uygulamaları, zaman serisi ve optimizasyon hesaplamalarının çok hızlı ve kolay yapılmasını sağlayan modülleri ve kütüphanelerinin bulunması, üst düzey ve çok amaçlı bir programlama dili olmasıdır. DJIA endeksinde bulunan hisse senetlerinin beta değerleri hesaplandıktan sonra düşük beta katsayısına sahip ve yüksek beta katsayısına sahip hisse senetlerinden oluşan portföyler bu hesaplamalara istinaden oluşturulmuştur. DJIA endeksinde bulunan hisse senetleri sektör bazında incelenerek çeşitlendirme yapılmış ve bu doğrultuda en uygun hisseler seçilerek ölçüt portföy oluşturulmuştur. Rastgele portföylerde bulunan hisse senetleri ise, portföy büyüklüğü ve hisse senetleri dahil olmak üzere tamamen rastgele ve tekrarsız olarak Python’ a seçtirilmiştir. Bununla beraber Markowitz’ in ulaşılabilir kümesi çizilirken Monte Carlo yöntemi kullanılmıştır.

Tüm indeks üzerindeki hisse senetleri çeşitlendirildikten sonra oluşturulan ölçüt portföy (DOW30) en yüksek getiri ve en az risk oranını sağlamıştır. Buna ek olarak,

yüksek beta katsayılı hisselerden oluşan portföy (YB) ile düşük beta katsayılı hisselerden oluşan portföy (DB) karşılaştırıldığında DB portföyünün daha yüksek getiri ve daha düşük riske sahip olduğu görülmüştür. Böylece beta katsayısı yani piyasa hareketleri ile beklenen getiri seviyesi arasında pozitif ilişki olduğunu sunan CAPM modeline karşın bu çalışmada beklenen getiri ile beta katsayısı arasında pozitif bir ilişki olmadığı ve beklenen getiride meydana gelen farklılıkların yalnızca beta değeri ile tanımlanamayacağı anlaşılmıştır. Ayrıca oluşturulan rastgele portföyler rastgele oluşturulmamış olan diğer portföylere kıyasla en kötü performansı göstermiştir. Bu kıyaslama CAPM modelinde kullanılan Sharpe oranı ile yapılmıştır. Alınan sonuçlara istinaden rastgele portföylerin belli bir sektöre ağırlık verilebileceğinden çeşitlendirmeyi garanti etmediği ve işletmeye özel riskin minimize edilmesi hususunda zayıf kaldığı anlaşılmıştır.

Özetle, yüksek beta katsayısının her zaman yüksek getiriye garanti etmediği dolayısıyla getirideki farklılıkların yalnızca beta katsayısı ile açıklanamadığı; rastgele hisse senetleri seçilerek oluşturulmuş portföylerin belirli bir metodoloji ile oluşturulan diğer portföylere kıyasla daha kötü getiri – risk ilişkisi sağladığı ve tüm indeksin çeşitlendirmeye sadık kalınarak satın alınmasıyla oluşturulan portföyün en yüksek getiri ve bir metodoloji ile oluşturulmuş portföyler arasında en düşük risk oranına sahip olduğu görülmüştür.

1 GİRİŞ

Markowitz Portföy Teorisi üzerine geliştirilmiş olan Finansal Varlık Fiyatlama Modelinin önemli çıkarımlarından biri beta katsayısının beklenen getiri seviyesi ile arasında net ve olan doğru orantılı bir ilişki olduğudur. Bu çalışmanın amacı CAPM modelinin bu varsayımını test etmek ve MPT teorisi kullanılarak optimal portföyü oluşturan en uygun yöntemi bulmaktır. Bu kapsamda düşük ve yüksek beta katsayılı hisse senetleri ile rastgele seçilmiş hisse senetleri kapsayan portföyler oluşturulmuş ve CAPM modeline istinaden oluşturulmuş ölçüt bir portföy de dahil edilerek risk – getiri seviyeleri incelenmiştir.

Bu tezin ilk bölümünde ayrıntılı bir literatür taramasına, ikinci bölümünde MPT modelinin çözümüne, üçüncü bölümünde CAPM modeline, dördüncü bölümünde MPT modelinin önemli bir yapı taşı olan çeşitlendirmeye, beşinci bölümünde sistematik ve sistematik olmayan risk kavramlarına, altıncı bölümünde varlıklar arasındaki kovaryans ve korelasyon ilişkilerine, yedinci bölümünde bu çalışmada kullanılan veri ve yöntem, sekizinci bölümünde modelin verilen yöntem ve metodoloji ile yirmi yıllık bir periyotta altı portföye uygulanması sonucu elde edilen hesaplamalar ve grafiklere, dokuzuncu bölümünde ise bu çalışmaya istinaden elde edilen neticeye ayrıntılı bir şekilde yer verilmiştir.

2 LİTERATÜR TARAMASI

Daniel Bernoulli, çeşitlendirmenin *-diversification-* önemini vurgulayan ilk bilim insanlarından. Bernoulli, bütün varlıkların tamamını riske maruz bırakmak yerine, bir varlığı daha küçük parçalara ayırarak paralelde ortaya çıkan riski azaltmayı tavsiye eder (Bernoulli, 1738; 1954).

“It is advisable to divide goods which are exposed to some small danger into several small portions rather than to risk them all together.”

Daniel Bernoulli, 1738

Bernoulli’ den sonra 1923 yılında yazdığı *“Risk and Risk-Bearing”* adlı kitabında çeşitlendirmeye atıfta bulunup çeşitlendirmenin yararlarından bahseden diğer bir bilim insanı Charles Oscar Hardy’ dir. Bernoulli’ den sonra çeşitlendirmeden bahseden diğer bilim insanı ve ekonomist Sir John Richard Hicks ’in odak noktası para talebi olsa da 1935 yılında yazmış olduğu *“A Suggestion for Simplifying the Theory of Money”* adlı makalesinin yedinci sayfasında aşağıda alıntılanan sözüyle risk modellemeyi bahsetmektedir (Hicks S. J., 1935).

“The risk factor comes into our problem in two ways: First, as affecting the expected period of investment, and second, as affecting the expected net yield of investment. ... It is convenient to represent these probabilities to oneself, in statistical fashion, by a mean value, and some measure of dispersion”

Sir John Richard Hicks, 1935

Hicks’ e göre risk faktörünü belirlemede ilk husus beklenen yatırım süresi, ikinci husus beklenen net yatırım getirisini etkilemektir ve istatistiksel olarak ortalama ve varyans değeri ile temsil edilebilir. Bu bağlamda direkt olarak risk ölçümü için varyans veya

standart sapmanın kullanımını önermemiş olsa dahi varyans ve her değişkenin kendi olasılıkları ile hesaplanmış bir beklenen değer aracılığıyla riskin ölçülebileceğinden bahsetmektedir (Hicks S. J., 1935). Hicks 'in altını çizmiş olduğu beklenen yatırım süresine ilişkin olarak, hem Markowitz (Markowitz H. M., Portfolio Selection, 1952) hem de Roy (Roy, 1952) analizlerini tek dönemlik bir yatırım ufkuna yerleştirmişlerdir. Bu sebeple Hicks' in çalışmalarının, Bernoulli öncülüğünde, portföy teorisinin gelişiminin temelini atmış olduğu söylenebilir. Bunlara ek olarak Hicks 1934 yılında kaleme aldığı "*Application of Mathematical Methods to the Theory of Risk*" makalesinde yatırım tercihlerinin bu tercihlerin getirilerinin olasılık dağılımları olarak gösterilebileceğini ve tercihlerin ortalama varyans uzayında kayıtsızlık eğrileri ile sunulabileceğini göstermektedir (Hicks J. R., 1934).

Irving Fisher, 1930 yılında "*The Theory of Interest*" adlı kitabında, bu kitabın ilk basımında da yazmış olduğu gibi, faiz oranlarıyla ilgili iktisadi yasaların matematiksel olarak yalnızca belirli koşullar altında kesin olduğunu vurgulamaktadır. Fisher' ın bu beyanı yapmasının sebebi birçok değişkenin bulunduğu belirsiz olan gerçek dünyada büyüklüğü değişse dahi her zaman her koşulda risk bulunmasıdır. Bu sebeple Fisher riski tanımlarken ve makalesinde risk sözcüğünü kullanırken ne demek istediğini okuyuculara açıklamak için ortalama varyans analizini kullanarak öznel şansı ölçtüğü ve risk açıklamış olduğu "*The Nature of Capital and Income*" bölümüne atıf yapmaktadır. Burada Fisher' ın göstermek istediği ekonomik teoremin ideal bir statik dünyanın işleyişine dair bir yöntem sunabileceğidir fakat belirsiz olan gerçek dünyanın dinamiklerinden ortaya çıkan değişikliklerin iktisadi yasaların matematiksel olarak belirttiği kadar basit ve rasyonel olarak formüle edilememesidir. Çünkü gerçek dünyanın dinamiklerinden kaynaklanan değişiklikler sadece ekonomiden ziyade istatistikle de ilgilidir (Fisher, 1930). İktisatta istatistik ve istatistiksel verilerin kullanılmasını teşvik eden ve kitabının "*The Nature of Capital and Income*" bölümünde varyansın riskin iktisadi ölçütü olarak kabul edilebileceğini yazan Fisher, bu tespiti ile varyansın riskin ölçütü olduğunu yazan ilk bilim insanıdır. Ayrıca Fisher, gelecekteki varlık getirilerine ilişkin belirsizliğin bir olasılık dağılımı cinsinden tanımlanabileceği varsayımında da bulunmuştur (Fisher, 1930).

Bernoulli, Fisher ve Hicks' in öncü olduğu yaşadıkları çağın ilerisinde yapmış oldukları çalışmalara rağmen beklenen getiri ve risk kavramları henüz tam olarak bütünleşmemiştir. Önder ve önemli bir gelişme olarak bu bütünleşme 1938'de ortalama varyans uzayında kayıtsızlık eğrileri ile yatırım tercihlerini ifade eden Jacob Marschak

tarafından yapıldı. Markowitz'in doktora tezi danışmanı olan Marschak 1938 yılında yazmış olduğu “*Money and The Theory Of Assets*” makalesinde riski modellemek için ortalama ve standart sapmaları kullandı fakat bu çalışma portföy seçimine değil, üretim ve tüketimdeki belirsizliği modellemeye odaklanmaktadır (Marschak, 1938).

John Burr Williams' ın 1938 yılında kaleme almış olduğu doktora tezine dayanan “*The Theory of Investment Value*” adlı kitabında bir hisse senedinin gelecekte getireceği temettülerinin (bu hisse sahibi kurumun beklenen nakit girişleri ve çıkışlarına bağlı olarak) değerinin, rasyonel bir faiz oranı ile iskonto edildikten sonra bugünkü değerine eşit olması gerektiğini önerdi. Güçlü bir altyapı ile oluşturulmuş olan bu teorisi ile Williams, bir hisse senedine sahip bir yatırımcının hisse sahibi olduğu işletmede yapı gereği ortaklık payı olduğunu, dolayısıyla hisse senedi değerinin yatırımcının hesapladığı beklenen getiriye eşit olması gerektiğini vurgulamaktadır (Froidevaux, 2004). Hisse senedinin veya işletmenin içsel değeri -*intrinsic value*- kısaca gelecekte beklenen tüm net nakit akışlarının bugünkü net değeri olarak tanımlanabilecek olup, bu değer hisse senedine ödenmesi gereken değerdir. Yani hisse senedinin getirdiği kazançtan ziyade temettüsü dikkate alınmalıdır (Williams, 1938).

24 Ağustos 1927 tarihinde doğan Harry Markowitz 1952 yılında yayınladığı “*Portfolio Selection*” makalesi ile 1990 yılında ekonomi alanında Nobel Ödülü' nü kazanmıştır (The Nobel Prize, 1990). Bu makale daha sonra Markowitz' in 1959 yılında yazdığı “*Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*” adlı kitabın temelini oluşturmaktadır. Markowitz, The Nobel Prize' a verdiği röportajda Williams' ın “*The Theory of Investment Value*” kitabını okurken Williams' ın riske hiç önem vermemesinden mütevellit Modern Portföy Teorisine (MPT) dair temel kavramları inşa ettiğini ve bu kitaptan esinlenerek Nobel ödüllü teorisini oluşturduğunu açıklamıştır (Frängsmyr, 1991). Dolayısıyla MPT teorisinin çıkış noktasının Williams' ın çalışması olduğu söylenilebilir. Williams bu kitabında, NPV -*Net Present Value*- yani bugünkü net değer tanımı gereği bir hisse senedinin gelecekte daha yüksek değerli olup olmayacağı hesaplandığı için, hissesinin NPV değeri hesaplandıktan sonra elde edilen sonuca göre daha hızlı oranda değer kazandıran hisse senetlerine daha fazla ağırlık verilmesi gerektiğini yazdı (Williams, 1938). Bu bilgilere bağlı olarak en iyi yatırımı yapmak en yüksek NPV değerine sahip olan hisseyi seçmek anlamına gelmektedir. Fakat tek bir hisseden oluşan bir portföy risklidir ve riski farklı hisse senetleri ile çeşitlendirerek riski azaltmak gerekmektedir. Williams'ın riski hesaba katmamasından yola çıkan Markowitz, çeşitliliğe fırsat sunan bir portföy teorisi

geliştirdi. Bu teoride Markowitz riske de beklenen getiriye verilmiş olan değere eşdeğer önem verdi ve portföy riski kavramını ortaya çıkardı. Bu bağlamda Markowitz riski varyans ile ölçerek portföyün varyansının, yani riskinin, nasıl azaltılabileceğini gösteren bir metodoloji sundu. Her hissenin öznel riskini ve beklenen getirisini hesaplayarak bir portföy oluşturmak yerine, tüm portföyün riski ve beklenen getirisi hesaplanarak bir portföy oluşturmayı öneren ilk kişi Markowitz’ dir (Lee, Lee, & Lee, 2010). Bu metodoloji kapsamında her yatırımcının amacı ilk olarak belli bir risk seviyesi için beklenen getiriye maksimize etmek ve ikinci olarak ise birbirileri ile düşük korelasyona sahip hisse senetlerini bir araya getirmek yoluyla çeşitlendirilmiş bir portföy oluşturmaadır.

Portföy seçimi teorisi hakkında yazdığı makale ile Nobel Ödülü’ne layık görölmemesine karşın Andrew Donald Roy, 1952 yılında Harry M. Markowitz’ in MPT kapsamında yayınladığı makaleden yaklaşık üç ay sonra, portföy seçimine ortalama varyansı kriter olarak vererek portföy seçimini konu alan “*Safety First and the Holding of Assets*” adlı bir makale yayınladı (Roy, 1952). Roy ve Markowitz birbirilerinin çalışmalarından bihaber sadece üç ay arayla aynı portföy seçimi teorisini geliştirmişlerdir. Lakin Markowitz Nobel Ekonomi Ödülü kazanırken Roy ne yazık ki böyle bir ödöl alamamıştır.

Finansal piyasalar ve finansal piyasaların tüketim kararları, istihdam, üretim ve fiyatlarla ilişkisini analiz eden James Tobin 1981 yılında ekonomi alanında Nobel Ödülü kazanmıştır (The Nobel Prize, 1981). MPT kapsamında, Tobin, yatırımcıların bütün gelirlerini risksiz varlıklarda tutmadıklarını ve portföy oluşturduklarını belirtti. Her ne kadar gerçek piyasalarda “risksiz varlık” bulunmasa da burada Tobin’ in bahsettiği nakit gibi varyansı sıfıra nispeten daha yakın olan varlıklardır. Ayrıca portföy oluşturan yatırımcıların portföy çeşitlendirme ile portföy riskini azaltıp beklenen getiriye arttırdıklarını vurguladı. İleriki kısımlarda MPT teorisi ile maksimum getiri ve minimum risk portföylerinin çözümü sunulurken kullanılacak olan Tobin Ayrımı -*Separation Theorem*- 1958 tarihli “*Liquidity Preference as Behavior Towards Risk*” adlı makalede Tobin tarafından şöyle açıklanmıştır: Riskli menkul kıymetlere sahip ve borçlanabilen (marjin piyasalarda iki yönlü işlem yani sadece yükselişlerden değil düşüşlerden de para kazanabilen) veya borç verebilen (risksiz varlıklar satın alabilen) bir yatırımcı, öncelikle riskli menkul kıymetlerin optimal kombinasyonunu bulmalı, sonra yatırımcının risk alabilme kotasına (risk karşıtı veya risk alabilen bir yatırımcı olmasına) bağlı olarak borç verme veya borç

almaya karar vermelidir. Bu bağlamda bir portföye ek olarak borç alma ve/veya borç verme işlemi mevcutsa, bunun piyasa portföyü olması gerektiğini gösterdi. Diğer bir deyişle her optimal portföy, risksiz varlık ve piyasa portföyünün bir kombinasyonuna yatırım yapar (Tobin, 1958). Tobin Ayrımı bu tezin bir risksiz varlık ve riskli varlıklardan oluşan portföyün optimizasyon hesaplamalarında kullanılacaktır.

Sermaye Varlık Fiyatlandırma Modeli (CAPM), 1964 yılında William Sharpe, 1965 yılında John Lintner ve 1972 yılında Black tarafından tanıtıldı. 1990 yılında Sharpe finansal varlıkların fiyatlandırılması için genel bir teori geliştirdiği için ekonomi alanında Nobel Ödülü kazandı (The Nobel Prize, 1990). CAPM modeli Harry Markowitz'in ortalama varyans modeli üzerine geliştirilmiş olup bir varlığın gerekli getiri oranını belirler.

Sharpe (1964) – Lintner (1965) CAPM modeli risksiz borçlanma veya borç vermeyi varsayarken Black' in kurduğu CAPM modeli sınırsız açığa satışa izin verir. İki modelde de beklenen getiri ile piyasa betası arasındaki ilişki yalnızca piyasayla korelasyonu olmayan varlıkların beklenen getirisi kapsamında değişir. Black piyasayla arasında korelasyon olmayan varlıkların beklenen getirisinin beklenen piyasa getirisinden daha az olması gerektiğini söyler, dolayısıyla Black' e göre beta primi pozitifdir. Buna karşılık Sharpe-Lintner CAPM modeli piyasayla korelasyonu olmayan varlıkların risk seviyesinin risksiz orana eşit olması gerektiğini savunur, dolayısıyla bu modelde beta primi piyasanın beklenen getirisinden risksiz oranın çıkarılmasıyla bulunur. Fakat temelde her iki model de betanın bir varlık veya portföyün beklenen getirisindeki farklılıkları açıklamak için yeterli olduğunu ve beta ile beklenen getiri arasında pozitif ilişki olduğunu savunur. Sistemik risk (tüm piyasayı etkileyen risk) ile getiri arasındaki oranı inceleyen Lintner ve Sharpe, getiri ve sistemik risk arasında pozitif doğrusal bir ilişki olduğunu savunur. Black' in 1972 yılında kurduğu CAPM modeline göre beklenen getiri ile beta katsayısı arasında pozitif bir ilişki vardır ve risk yalnızca beta katsayısı tarafından tanımlanır. Ayrıca Sharpe ve Cooper' ın çalışmaları risk ile getiri arasında tamamen lineer olmasa da pozitif bir ilişki olduğunu gösterir (Sharpe & Cooper, Risk-Return Classes of New York Stock Exchange Common Stocks, 1931-1967, 1972).

CAPM modelinin ilk testi Douglas tarafından yapılmıştır. Douglas adi hisse senetlerinin ortalama getirisinin menkul kıymetin getirilerinin varyansıya pozitif ilişkili olduğunu göstermektedir (Douglas, 1969).

Miller ve Scholes tarafından yapılan çalışmada beta ve getirisi arasında bir ilişki olduğu, bununla birlikte daha yüksek betaya sahip hisse senetlerinin getirilerinin CAPM tarafından tahmin edilenden daha düşükken, daha düşük betaya sahip hisse senetlerinin getirilerinin daha yüksek olduğu gözlemlenmektedir (Miller & Scholes, 1972).

Black, Jensen ve Scholes yapmış oldukları ampirik çalışmada bir varlığı elde tutarak elde edilen beklenen fazla getirinin piyasa portföyünün varyansı ile doğru orantılı olmadığını ve düşük betaya sahip varlıkların CAPM tarafından belirtilen getiriden daha yüksek getiri, yüksek betaya sahip varlıkların ise CAPM tarafından belirtilen getiriden daha düşük getiri oranına sahip olduklarını bulmuşlardır (Black, Jensen, & Scholes, The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests, 1972).

Fama ve MacBeth araştırmaları sonucunda bir portföyün beklenen getirileri ile betası arasında doğrusal ilişki olduğunu ve beklenen getirinin sadece portföyün betasına bağlı olduğunu bulmuşlardır (Fama & MacBeth, Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests, 1973).

CAPM modelini test eden diğer bir çalışma Richard Roll (1977, 1978) tarafından yapılmıştır. Roll' a göre piyasa portföyünün etkin olup olmaması beklenen getiri ile risk arasındaki ilişkiyi değiştirir. Gerçek piyasa portföyü yerine piyasa portföyünü tam olarak yansıtamayabilen portföyler kullanıldığı için CAPM modelinin test edilmesinin zor olduğunu söylemektedir (Roll, A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory, 1977). Bu sebeple piyasa portföyünü temsilen kullanılan portföyler ile yapılan testlerin kullanılan portföyün etkin olmamasından mı yoksa CAPM modelinin hatasından mı kaynaklı olduğu kısmı belirsiz kalmıştır.

S. Basu (1977) çalışmalarını etkin bir sermaye piyasasında menkul kıymet fiyatlarının mevcut bilgileri tam olarak yansıttığını varsayarak yürütmüştür. Çalışmalarının amacı adi hisse senetlerinin yatırım performansının F/K oranlarıyla ilişkili olup olmadığını ampirik olarak gözlemlemektir (Basu, 1977). Gözlemlerine göre Basu, hisse senetleri F/K oranlarına göre büyükten küçüğe doğru sıralandığında ilk değerlerin CAPM tarafından tahmin edilenden daha yüksek beklenen getirilerine sahip olduğunu bulur.

Rolf W. Banz hisse senetleri piyasa değerine göre sıralandığında piyasa değeri düşük olan hisse senetlerinin ortalama getirilerinin CAPM modeli tarafından tahmin edilenden daha yüksek olduğunu bulur (Banz, 1981).

Stattman (1980) ile Rosenberg ve diğerleri. (1985) yüksek PD/DD öz sermaye oranına sahip hisse senetlerinin, beta katsayısı tarafından yansıtılmayan yüksek ortalama getirilere sahip olduğunu gösterir.

Laxmi Chand Bhandari beta ile firma büyüklüğünü incelemiş ve beklenen getirinin borcun öz sermayeye oranı ile pozitif ilişkili olduğunu bulmuştur (Bhandari, 1988).

Kısacası, S. Basu (1977), Rolf W. Banz (1981), Dennis Stattman (1980), Ban Rosenberg, Kenneth Reid ve Ronald Lanstein (1985) ve Laxmi Chand Bhandari (1988) risk – getiri ilişkisinin beta tarafından tek başına açıklayamayacağını ve tek faktörlü CAPM doğrusal ilişkisinin geçerli olmadığını çalışmalarında göstermişlerdir.

Fama ve French 1992 yılında 1963 – 1990 döneminde New York, Amerikan ve NASDAQ borsalarında işlem gören tüm hisse senetlerini beta ölçümlerine göre ondalıklara ayırıp hisseleri yüksek veya düşük beta değerine sahip olup olmamalarına göre sınıflandırdıkları çalışmada Reinganum (1981), Stambaugh (1982) ile Lakonishok ve Shapiro (1986) tarafından bulunan sonuçları destekler (Fama & French, The Cross-Section of Expected Stock Returns, 1992). Fama ve French tarafından yapılan bu çalışma hisse senedi getirileri ile piyasa betaları arasında pozitif ilişkili bulunmadığını gösterir (Fama & French, The Cross-Section of Expected Stock Returns, 1992). Aynı çalışmayı Burton Malkiel tekrarlamış, Fama ve French ile mutabık kalarak portföy getirileri ile beta risk ölçümleri arasında bir ilişki olmadığını bulmuştur (Malkiel, 1999). Ancak Fama ve French' in 1992 tarihli çalışması Black tarafından eleştirildi. Black (1993) daha verimli bir istatistiksel yöntem kullanılırsa ortalama getiri ile beta arasındaki ilişkinin pozitif ve anlamlı olduğunu savunmaktadır (Black, Beta and Return, 1993). Diğer bir eleştiri ortalama getiri ile beta arasındaki zayıf ilişkinin sadece bir şans sonucu olduğunu iddia eden Kothari, Shanken ve Sloan (1995) tarafından geldi; betanın etkili bir değişken olduğunu buldular (Kothari, Shanken, & Sloan, 1995).

CAPM modelini üç faktörden (piyasa riski -*market risk*-, boyut -*size*-, değer -*value*-) oluşan bir model ile test eden Fama ve French (1996) getirinin yalnızca bu değişkenler tarafından açıklandığını savunmaktadır. Piyasa faktörü, NYSE, AMEX ve NASDAQ

hisse senetlerinin bir aylık ABD hazine bonosu oranını aşan getirisidir. Boyut faktörü düşük sermayeli *-small cap-* ve yüksek sermayeli *-big cap-* hisse senetleri arasında farktır. Değer faktörü ise yüksek DD/PD oranına sahip hisse senetlerinden düşük DD/PD sahip olanların çıkarılmasıyla bulunur (Fama & French, Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies, 1996). Fama ve French 2015 yılında üç faktörlü bu modeli geliştirerek karlılık ve yatırım faktörlerini de ekleyip modelin açıklayıcılığını arttırmıştır.

Glenn N. Pettengill, Sridhar Sundaram ve Ike Mathur beta ve portföy getirileri arasında anlamlı bir ilişki bulmuşlardır. CAPM tarafından tahmin edilen beta getirileri arasındaki pozitif ilişkinin gerçekleşen getirilerden ziyade beklenen getirilere dayandığını ve fazla piyasa getirilerinin *-excess market returns-* negatif olduğu dönemlerde beta ve portföy getirileri arasında ters bir ilişki olduğunu buldular. Beklentiler fazla piyasa getirilerinin negatif olma durumuna göre ayarlandığında beta ve getiriler arasında tutarlı ve anlamlı bir ilişki olduğunu belirtirler (Pettengill, Sundaram, & Mathur, 1995). Benzer sonuçlar Reinganum (1981), Stambaugh (1982) ile Lakonishok ve Shapiro (1986) tarafından yapılan çalışmalarda da elde edilmiş, getiri ile beta arasındaki ilişkinin CAPM tarafından söylenenden daha düz olduğunu göstermişlerdir.

Varlık fiyatlarına ilişkin ampirik çalışmaları ile 2013 yılında Nobel Ödülü kazanan Eugene F. Fama ve Kenneth R. French tarafından 2004 yılında yapılan getiri ve risk arasındaki ilişkinin ölçüldüğü çalışmada beta katsayısı ile ölçülen daha yüksek riskin her zaman daha yüksek bir getiri ile ilişkili olmadığı sonucuna varmışlardır. Ampirik olarak oluşturulan güvenlik piyasası hattının teorik doğrudan daha düz olduğu sonucuna vardılar (The Nobel Prize, 2013; Fama & French, The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence, 2004). Bu makaleden alınan aşağıdaki alıntı bu bulguyu çok net bir şekilde özetlemektedir:

“But empirical work, old and new, tells us that the relation between beta and average return is flatter than predicted by the Sharpe-Lintner version of the CAPM.”

- Eugene F. Fama and Kenneth R. French (2004)

Kalman J. Cohen ve Jerry A. Pogue’ a göre çok sayıda menkul kıymetten oluşan bir portföyü yöneten bir yatırımcı teknolojinin sağladığı kolaylıklara rağmen çok sayıda

hesaplama yapmak durumunda kalacak ve rastgele portföye ayrılan maliyet yüksek olacaktır. Fakat tüm endeksi satın alan bir yatırımcı bu zorluğu önleyebilir (Cohen & Pogue, 1968). Öte yandan Burton G. Malkiel yatırım fonu portföylerinin rastgele seçilmiş hisse senedi gruplarından daha iyi performans göstermediğini ve profesyonelce yönetilen portföylerin yatırım performansının rastgele seçilmiş portföylerden daha iyi olduğunu gösteren hiçbir bilimsel kanıt henüz sağlanmadığını göstermektedir (Malkiel, 1999).

Beta katsayısı ve getiri arasındaki ilişki ile rastgele portföy performansını inceleyen Sirucek ve Kren, beta ile getiri arasında negatif ilişki bulurken, rastgele portföy seçimini yatırımcıya önermemektedirler. Sirucek ve Kren yüksek beta değerine sahip hisse senetlerinden oluşturdukları portföyün, düşük beta değerine sahip hisselerden oluşan portföye kıyasla düşük yüksek getiri ve daha yüksek risk oranına sahip olduğu sonucuna varmış; ayrıca oluşturdukları tüm portföyler arasından en yüksek getiri oranı ve en düşük riske oranına sahip olan portföyün CAPM modele istinaden oluşturdukları portföy olduğunu bulmuşlardır. İnceledikleri rastgele portföylere istinaden hiçbir yatırımcının menkul kıymetleri bu şekilde yönetmemesi gerektiği vurgulamışlardır. Oluşturmuş oldukları iki rastgele portföyün performansını bir şans vuruşu olarak tanımlamış ve büyük bir piyasa çöküşü veya hisse senetlerinin fiyatlarındaki değişimin yaşandığı bir durumda yatırımcının pozisyonunu yeniden dengelemesinin gerekmesi, rastgele bir portföyü yönetmenin zorluğu ve formüle edilmemiş strateji sebebiyle yatırımcının pasif bir yatırım stratejisi izlemesinin zorunluluğu gibi sebeplerden yatırımcıya rastgele portföy seçimini önermemişlerdir (Sirucek & Kren, 2016).

3 MARKOWITZ PORTFÖY TEORİSİ

Von Neumann – Morgenstern fayda fonksiyonu

Von Neumann-Morgenstern fayda fonksiyonu, risk varyansına yönelik davranış teorisini içeren bir tüketici tercihleri teorisidir (Encyclopedia Britannica, 2016). Von Neumann-Morgenstern fayda teoremi (VNM), karar teorisinde belirli rasyonel davranış aksiyomları kapsamında, bir karar vericinin farklı seçimlerinin riskli olasılıklarının sonuçlarıyla karşı karşıya kaldığı durumda, bir fonksiyonun beklenen değerini maksimize ediyormuş gibi davranacağını gösterir. Bu teorem beklenen fayda teorisinin temelini oluşturur ve literatüre Neumann-Morgenstern fayda teoremi olarak bilinir. John von Neumann ve Oskar Morgenstern, tercihleri aşağıda verilen dört aksiyomu karşılayan herhangi bir bireyin bir fayda fonksiyonuna sahip olduğunu kanıtlamıştır (Neumann & Morgenstern, 1953).

Bütünlük -Completeness-: v, u faydaları tanımlanmış olsun. Herhangi iki v, u faydası için aşağıdaki üç bağıntıdan (birey kayıtsızdır veya $v - u$ ikilisinden birini tercih etmektedir) yalnızca biri geçerlidir.

$$u \sim v, \quad v < u, \quad v > u$$

Geçişlilik -Transitivity-: Bu özellik tercihin geçişlilik özelliği ile ilgili olup, makul ve genel kabul görmüş bir özelliktir.

Bir $\varepsilon \in (0,1)$ için $\varepsilon u + (1 - \varepsilon)v = w$ olsun.

$$v < u, \quad w < v, \quad w < u$$

Süreklilik -Continuity-: Eğer w u 'ya göre tercih daha fazla edilir ve bu ikisinden daha da fazla tercih edilir bir v var ise, bu durumda u 'nun $(1 - \varepsilon)v$ ile olan kombinasyonunda ε yeterince küçükse, bu durum w 'nun tercih edilebilirliğini etkilemeyecektir. Bir birey için v ne kadar arzu edilir olursa olsun, v 'ye yeterince küçük bir şans verilerek etkisi istenildiği kadar zayıf hale getirilebilir.

$u < v$ Denklemi bu şekilde düzenlenebilir: $u < \varepsilon u + (1 - \varepsilon)v$

$v < u$ Denklemi bu şekilde düzenlenebilir: $u > \varepsilon u + (1 - \varepsilon)v$

O halde bu denklemlere üçüncü bir w değişkeni de eklenirse, aşağıdaki eşitsizliklerde olduğu gibi, ε ' un yeterince küçük olduğu durumlarda w 'nun tercih edilebilirliği değişmez.

$u < w < v$ Denklemi bir ε ' un varlığını ima eder: $\varepsilon u + (1 - \varepsilon)v < w$

$u > w > v$ Denklemi bir ε ' un varlığını ima eder: $\varepsilon u + (1 - \varepsilon)v > w$

Birleştirilmenin cebri -Algebra of combining-: Bir kombinasyonun v, u bileşenlerinin hangi sırayla kullanıldığının bağımsız olması durumu aşağıdaki denklem ile ifade edilebilir:

$$\varepsilon u + (1 - \varepsilon)v \sim (1 - \varepsilon)v + \varepsilon u$$

Daha sonra birbirini takip eden iki adımda elde edilen aşağıdaki denklem ε, β ve γ olasılıkları için kurulabilir (Neumann & Morgenstern, 1953).

$$\gamma = \varepsilon\beta$$

$$\varepsilon(\beta u + (1 - \beta)v) + (1 - \varepsilon)v \sim \gamma u + (1 - \gamma)v$$

Bir birey yukarıdaki aksiyomları sağlıyorsa bir VNM fayda fonksiyonuna sahiptir. Yani, bu dört aksiyomu karşılayan her bir VNM rasyonel birey için her sonuç $A_1, \dots, A_n$ gibi reel sayılar olsun. Bu sonuçları bir $f(A)$ sayısına atayan bir f fonksiyonu vardır.

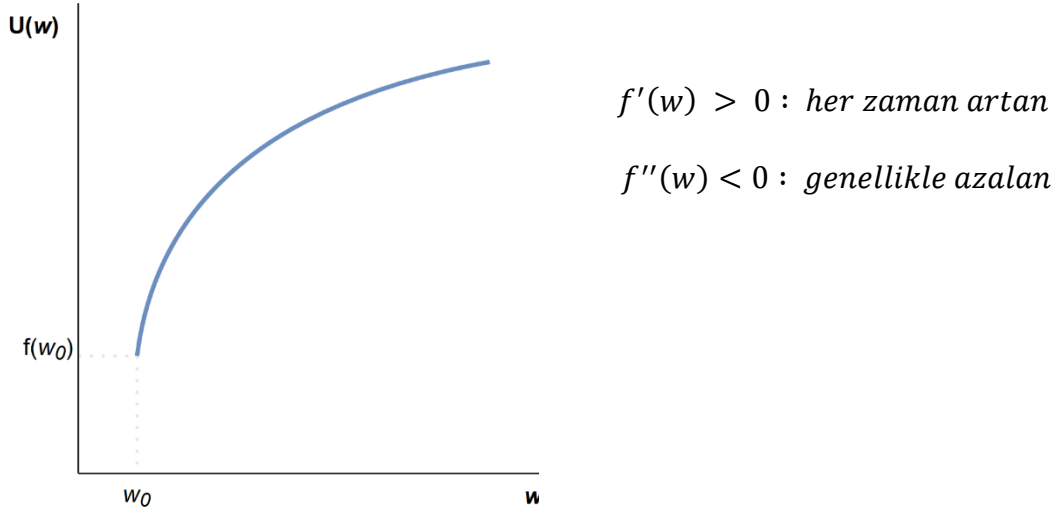
$$E(f(v)) = E(f(\beta_1 A_1 + \dots + \beta_n A_n)) \text{ olsun.}$$

$v < u$ değeri ancak ve ancak $E(f(v)) < E(f(u))$ eşitsizliği doğru ise doğrudur.

Yani, v, u arasındaki tercihlerle benzersiz bir f fonksiyonu elde edilir. Bu fonksiyon VNM faydası olarak adlandırılır. Dolayısıyla aksiyomları karşılayan bu bireyin tercihleri bir aralık ölçeğinde temsil edilebilir hale gelecek ve bu birey her zaman beklenen faydayı maksimize eden eylemleri tercih edecektir. Bir bireyin ancak ve ancak olası sonuçlarla tanımlanan gerçek değerli bir fonksiyonu varsa VNM rasyoneldir. Bu olası sonuçlar bireyin her seçiminin fonksiyonun beklenen değerini maksimize eden VNM-faydası olarak tanımlanmıştır (Neumann & Morgenstern, 1953).

VNM fayda teorisine göre her birey kendi fayda fonksiyonunu kendi seçimlerine göre maksimize eder. Yani bu teori herkesin önem verdiği faydaya bağlıdır. Örneğin kumar bağlamında riskten kaçınan bir birey kumardan kazandığı miktarı kumar oynamaktan aldığı faydaya tercih ederken, risk almayı seven diğer bir birey kumar oynamaktan aldığı zevki kazandığı miktara tercih eder. Bu nedenle, beklenen fayda hipotezi tüketicilerin fayda fonksiyonlarının sübjektif olduğunu ima eder, diğer bir deyişle tüketiciler salt parasal getiriden ziyade fayda beklentisini maksimize ederler. Bu bilgiler ışığında, modern portföy teorisi kapsamında yatırımcılar için iki değer vardır: risk ve getiri. Çünkü her yatırımcı riski elimine etmek ve getiriye maksimize etmek ister.

VNM teorisi belirli bir sermaye için bir fayda fonksiyonu belirler ve rasyonel bir yatırımcının beklenen faydaya bağlı olan seçimleri kabul edeceği varsayımı altında beklenen fayda maksimizasyonu yapar. Başlangıç sermayesi w_0 olan bir yatırımcı için azalan sermaye arttıkça alınan toplam fayda düşecektir dolayısıyla ulaşılan doyma noktasından sonra w_0 değeriyle neredeyse sabit olacaktır. Bu sebeple fonksiyonun ilk türevi her zaman pozitifken ikinci türevi azalan marginal fayda sebebi ile genellikle negatif olacaktır.



Şekil 3.1: Fayda fonksiyonu

Sermayesi w_0 olan bir yatırımcının optimal portföyü P ağırlık vektörü olan w_p ile tanımlanmış olsun. Bu durumda $t+1$ periyodundaki sermayesi $w = w_0[1 + R_p]$ olacaktır. Bir tüketici tarafından, çeşitli getiri olasılıklarına tabi olan bir varlık karşısında, VNM fayda teorisine göre optimal karar verebilmek için yapılan seçimden

elde edilen faydanın beklenen değerini maksimize eden seçim optimal sonucu yani bu durumda optimal portföyü verir. Dolayısıyla VNM fayda fonksiyonu f , yatırılan sermayenin optimal ve maksimize olan beklenen faydasının değerini verecektir. Bu durumda riskten kaçınan bir birey için beklenen fayda $E[f(W)] = E[f(W_0[1 + R_0])]$ denkleminde elde edilecektir.

Bu bilgiler ışığında VNM faydası modern portföy teorisine nasıl uygulanır? MPT kısmında bütün portföyler portföyün beklenen getirisi ve portföyün varyansına kadar incelendi. Fakat MPT teoreminin sunduğu, MPT altında hesaplanan ve formüle edilen ortalama ve varyansın hangi koşullar altında iyi bir karar olduğuna değinilmedi. İşte bu noktada yani hangi koşullar altında optimal portföy iyi bir karar olarak adlandırılabilir sorusunun yanıtında belirsizlik altında karar almayı açıklayan VNM fayda teorisi büyük rol oynamaktadır çünkü MPT teorisinde kullanılan fonksiyon VNM fonksiyonudur ve bu sebeple VNM fayda teorisi iyi anlaşılmalıdır.

Fayda fonksiyonları ile alakalı olarak önemli bir nüans vardır: Fayda fonksiyonlarından ortalama – varyans ilişkisine dayanan ve portföy teorisini meşru kılan tek fonksiyon tipi ikinci dereceden *-quadratic-* fayda fonksiyonudur (Baron, 1977). Eğer ortalama – varyans analizi yapılıyorsa VNM fayda teorisinin sağladığı ikinci dereceden fayda fonksiyonu kullanılmalıdır. Başka türden fayda fonksiyonları (logaritmik, lineer, üstel vb. fayda fonksiyonları gibi) kullanılırsa, çarpıklık *-skewness-* ve basıklık/kürtosis *-kurtosis-* gibi hatalar eklenir.

Aritmetik ortalama ve zaman ağırlıklı ortalama

3.1.1 Aritmetik ortalama ile getiri hesabı

Aritmetik ortalama getiri oranı, alt dönem getirilerinin ağırlıksız bir ortalamasıdır. Genel formül bilinen standart aritmetik ortalama formülüdür:

$$R_p = \frac{R_{p1} + R_{p2} + R_{p3} + \dots + R_{pN}}{N}$$

Denklemden kolayca anlaşılacağı üzere R_p aritmetik ortalama getiri oranını verirken, R_{p1} k alt dönemi için portföy getirisini ($k = (1, \dots, N)$), N ise değerlendirme dönemindeki alt dönem sayısını vermektedir.

Şöyle bir örnek verilmiş olsun: bir portföyün başlangıç piyasa değeri 140 milyon dolar, t+1 döneminde 280 milyon dolar, t+2 dönemi sonunda ise yine 140 milyon dolardır. Yatırımcının hiç para yatırıp, para çekmediği bir senaryoda t+1 zamanındaki getiri %100, t+2 zamanındaki getiri ise -%50 kadar olacaktır. Bu durumda aritmetik ortalamanın %25 değerini verdiği aşıkardır. Fakat aritmetik ortalama yatırımcıya %25 oranında kar ettiğini söylerken, t ve t+2 zamanında portföye bakan yatırımcı iki dönemde de elinde 140 milyon dolar bulundurmuş olacak ve getirisinin %0 olduğunu görecektir. Aritmetik ortalama değerinin kullanılmasındaki sorun burada devreye girmektedir. Bu sebeple aritmetik ortalama getiri oranını bir dönem boyunca ortalama getirinin bir ölçüsü olarak yorumlamak yanlıştır (Fabozzi & Markowitz, 2011). Diğer taraftan aritmetik ortalamanın kullanımı portföyün başlangıçta sahip olduğu piyasa değerini koruyarak her bir alt dönemin sonunda yapılabilecek para çekme işlemlerinin ortalama değeri hesaplanmak istendiği durumlarda doğru olmaktadır. Çünkü bu durumda yatırımcı t+1 zamanında t zamanında yatırılmış paranın %100'lük bir oranını çekilebilirken, t+2 zamanında t zamanında yatırılmış paranın %50'sinin tekrar yatırılması gerekmektedir.

3.1.2 Zaman ağırlıklı ortalama ile getiri hesabı

Zaman ağırlıklı getiri oranı, tüm nakit dağıtımlarının portföye yeniden yatırıldığı varsayımı altında yatırım yapılan dönem boyunca portföyün başlangıç piyasa değerinin bileşik büyüme oranını ölçmektedir. Bu getiri oranı portföyün alt dönem getirilerinin geometrik ortalaması alınarak hesaplanmaktadır, bu nedenle standart geometrik ortalama kullanılarak hesaplanır. Genel formül geometrik ortalama formülüdür:

$$R_t = [(1 + R_{p1})(1 + R_{p2}) \dots (1 + R_{pN})]^{\frac{1}{N}} - 1$$

Bu denklemde R_t zaman ağırlıklı getiri oranını verir.

Örneğin, yatırım yapılmış bir portföyün t zamanı sonundaki getirisi -%20, t+1 zamanındaki getirisi %40 ve t+2 zamanı sonundaki getirisi ise %10 olsun. Getirilerin aritmetik ortalamasının %5 olduğu açıktır. Fakat zaman ağırlıklı getiri oranı hesaplandığında bu değer %4,3 olur.

Aritmetik ortalama kısmında verilen başlangıç piyasa değeri 140 milyon dolar, $t+1$ dönemi getirisi 280 milyon dolar, $t+2$ dönemi sonundaki getirisi ise yine 140 milyon olan portföy örneğine dönülürse ve bu portföyün zaman ağırlıklı getiri oranı hesaplanırsa %0 değeri elde edilecektir.

3.1.3 Zaman ağırlıklı ortalama ne zaman kullanılmalıdır?

Aritmetik ortalama ve zaman ağırlıklı ortalama kısımlarında verilen bilgilerden yola çıkılarak bir genelleme yapıldığı zaman, aritmetik ortalama ve zaman ağırlıklı ortalama ile hesaplanan getiri oranlarının farklı değerlendirme dönemlerinde farklı getiri oranları veya getiri değerleri verdiği görülmektedir. Bunun temel sebebi aritmetik ortalama ile yapılan hesaplamalarda t zamanında yatırılan miktarın dönem sonlarında para yatırma ve para çekme yoluyla sabit veya piyasada değerinde tutulmasıdır. Diğer taraftan geometrik ortalamanın kullanıldığı durumlarda büyüklüğü değişen bir portföyün getirisi elde edilmiş olacaktır. Ayrıca çoğu durumda aritmetik ortalama ile hesaplanan getiri oranı zaman ağırlıklı ortalama ile hesaplanan getiri oranından fazla olacaktır. Bu durumun tek bir istisnası vardır o da tüm alt dönem getirilerinin aynı olduğu özel durumdur. Kısaca, iki ortalama arasındaki farkın büyüklüğü söz konusu dönem boyunca alt dönem getirilerindeki değişim ne kadar azsa o kadar küçük olacaktır (Fabozzi & Markowitz, 2011). Sonuç olarak, dönem sonlarında elde edilen getirilerin fazla olduğu durumlarda aritmetik getirilerin şişirilmiş sonuçlar vermesi sebebiyle MPT kapsamında geometrik ortalama kullanılmaktadır. Yani yatırımcı tarafından yatırılan ilk sermaye ve bu sermayenin sonraki dönemlerde göstereceği büyümenin dikkate alınması gerektiği durumlarda kümülatif bir sonuç veren zaman ağırlıklı ortalama kullanılmalıdır.

Ortalama-varyans analizi (MVA)

Markowitz portföy analizi, ilk olarak 1952 yılında Markowitz tarafından “Portfolio Selection” makalesi ile tanıtılmış, yatırımcının yatırım yapabileceği optimum portföyleri belirlemek için oluşturulmuş olan matematiksel bir prosedürdür. Tanıtıldığı dönemde finansal bir devrim niteliğinde olan portföy analizi çalışmasının amacı yatırım yapılabilir etkin (veya verimli) portföyler kümesini bulmaktır. Etkin portföylerin oluşturulması için belirli bir risk düzeyi için beklenen en yüksek getiriye

sahip olan portföy veya belirli bir beklenen getiri düzeyi için en düşük riske sahip portföy bulunmalıdır. Diğer bir ifadeyle, belli bir hisse senedi kümesinde yapılan kombinasyonlarla bulunabilecek ulaşılabilir portföylerin aksine verimli bir portföy, aynı risk seviyesinde bulunan tüm ulaşılabilir portföylerin arasından en yüksek beklenen getiriyi veren portföydür. Bu sebeple ortalama – varyans analizi etkin yapılmış bir portföy aynı zamanda etkin portföyü verir. Dolayısıyla her risk seviyesi için etkin bir portföy bulunur ve bu portföylerin toplam kümesi etkin kümeyi verir. Sonraki bölümlerde ortalama – varyans analizi detaylıca açıklanmıştır.

3.1.4 Risk minimizasyonu

Markowitz, 1952 yılında yazdığı “*Portfolio Selection*” makalesine ilk paragrafıyla şöyle başlamaktadır: portföy seçiminin ilk adımı deneyim ve gözlemle başlar ve mevcut menkul kıymetlerin gelecekteki performanslarına ilişkin inançlarla sona erer, portföy seçiminin ikinci adımı ise gelecekteki performanslarla ilgili inançlarla başlar ve portföy seçimi ile sona erer ve “*Portfolio Selection*” makalesi ikinci aşama ile ilgilidir. Markowitz portföy seçimi yapılması için düşük risk ve yüksek getiri sağlayan portföyün bulunmasında uygulanacak prosedürü açıklamaya bu cümlelerle başlamasının sebebi bireysel hisse senetleri ile alakalı (veya portföye konu olan varlıkların) geleceğe yönelik getiri tahminlerinden ziyade MPT sayesinde belli bir getiri oranı için alınması gereken minimum bir risk oranının hesaplanması ve portföy seçiminin sistematik bir şekilde yapılmasıdır.

Markowitz beklenen getiri – varyans ilişkisini açıklamak için John Burr Williams’ ın 1938 yılında kaleme almış olduğu “*The Theory of Investment Value*” adlı kitabından alıntı yaparak minimum varyansı açıklamaya başlar. Şöyle ki, Williams kitabında bir kurala istinaden bir yatırımcının yatırım yaptığı portföyün maksimum beklenen getiriyi sağlayan tüm menkul kıymetler arasında çeşitlendirilmesinin gerektiğini ve aynı zamanda beklenen getirinin maksimize edilmesi gerektiğini; ayrıca bu kuralın ise yatırımcının portföyünü azami beklenen getiriyi sağlayan tüm varlıklar arasında çeşitlendirdiğini varsayar ve yatırımcıya bunu önerir (Williams, 1938). Büyük sayılar kanunu -*Law of Large Numbers*- (LLN) gereği portföyün getirisi ile portföyün beklenen getirisi hemen hemen ile aynı olur. Bunun sebebi LLN kanununa göre bir deney birbirinden bağımsız olarak çok sayıda tekrarlanırsa elde edilen sonucun ortalaması beklenen değere -*expected value*- eşit olmasıdır. Fakat bu kural beklenen

getirinin varyansı kuralının özel bir halidir. Sonuç olarak bu kural hem maksimum beklenen getiriye hem de minimum varyansı (yani minimum riski) sağlayan bir portföy olduğunu varsaymaktadır ve bu portföyü yatırımcıya tavsiye etmektedir. Fakat Markowitz, menkul kıymetlerden elde edilen getiriler arasındaki korelasyonların yüksek olması nedeniyle LLN kanununun bir menkul kıymet portföyü için geçerli olmadığını ve bu nedenle portföyü çeşitlendirmenin tüm varyansları ortadan kaldırmayacağını belirtir. Bu nedenle azami beklenen getiriye sahip olan her portföy minimum varyansa sahip olan portföy değildir. Yatırımcının beklenen getirinin bir kısmından vazgeçerek veya belli bir varyans seviyesinde beklenen getiriye elde edeceği bir oran vardır (Markowitz H. M., Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, 2nd ed., 1991). Bu oran ile Markowitz, beklenen getiri – varyans ($E - V$) kuralını açıklamaktadır. Bu kural kapsamında Markowitz’in kabul ettiği iki varsayım vardır. Bunlardan birincisi portföy hesaplamalarında geometrik ortalamanın kullanılmasıdır. Geometrik yani zaman ağırlıklı ortalamanın neden kullanılacağı bir önceki bölümde ayrıntılı olarak anlatılmıştır fakat kısaca değinmek gerekirse, bunun sebebi portföy hesaplamalarında geometrik ortalamanın aritmetik ortalamadan daha gerçekçi sonuçlar ürettiği olmasıdır. Yatırımın her periyot sonundaki büyümesi sebebiyle yatırım yapılan miktar ve elde edilen büyüme dikkate alınacaktır. Bu büyümenin hesaplanmasında aritmetik ortalama yanlış sonuçlar verir. Örneğin başlangıç oranı 10^6 dönem sonu oranı ise 10^{-6} olsun. Aritmetik ortalama söz konusu olduğunda bu oran 500000 olurken, geometrik ortalamaları bire eşit olur. Markowitz’ in yaptığı ikinci varsayım ise istatistiksel varsayımların kabul edilmesidir çünkü menkul kıymetlerin getirilerinin olasılık dağılımları bir zaman serisidir.

Bu kapsamda, i varlığının getirisini temsil eden R_i bağımsız ve eşit -*independent identically distributed*- olarak dağıtılmıştır.

$$R_i \sim iid N(\mu_i, \sigma_i^2)$$

Portföyün herhangi bir t zamanındaki getirisi olan R_t , portföyün toplam değeri olan R_p ’nin $(t-1)$ zamanındaki toplam değere bölümü olarak tanımlanabilir.

$$R_t = \frac{R_{p_t}}{R_{p_{t-1}}} - 1$$

Yukarıda verilmiş olan t zamanındaki getirisi formülünden anlaşıldığı üzere portföyün t zamanındaki getirisi portföyün toplam değerinin bir t zamanından $t+1$ zamanına

yüzde olarak değişimini verir. Markowitz portföy teorisi, varlıkların getiri ve varyansına istinaden analiz etmek için bir yöntem sağlar. Bu analiz doğrultusunda riskten kaçınan bir yatırımcı minimum seviyede bir varyans ve yüksek beklenen getiri elde etmek ister (Marling & Emanuelsson, 2012).

$R_1, \dots, R_n$ rastgele değişkenler olsun. R_i 'nin doğrusal kombinasyonu yani R_i 'nin ağırlıklı toplamı belli bir zamandaki getirinin o menkul kıymete verilen ağırlığın çarpılması suretiyle hesaplanır ve tüm portföyün getirisi olan R_p 'yi verir.

$$R_p = w_1 R_1 + \dots + w_n R_n$$

Ayrıca, y rastgele bir değişken olsun ve sonlu sayıda ($y_1, y_2, \dots, y_n$) bulunuyor olsun. y 'nin y_1 'e eşit olma durumunun bir olasılığı vardır yani ($y = y_1$) değişkenlerinin eşit olduğu bir olasılık vardır. Bu kapsamda ($y = y_1$) olma olasılığı p_1 , ($y = y_2$) olma olasılığı ise p_2 olarak verilmiş olsun. Bu durumda y 'nin beklenen değeri (veya ortalaması) şu şekilde hesaplanır:

$$E = y_1 p_1 + y_2 p_2 + \dots + y_n p_n$$

Bu sebeple portföyün beklenen getirisi Markowitz tarafından aşağıdaki gibi (1 numaralı denklem) hesaplanmıştır. Diğer bir ifadeyle R_p portföyü tarafından ağırlıklı ortalamalı bir hisse senedi oluşturulursa ve $w_1 R_1 + \dots + w_n R_n$ toplamı ile oluşturulmuş olan bu denklemin beklenen değeri alınırsa elde edilen denklem aşağıdaki gibi olacaktır. Yani bir portföyün beklenen getirisi bireysel bileşenlerin beklenen getiri oranlarının tam olarak aynı ağırlıklı ortalamalarına eşittir. Yani bu denklem ortalama olarak, portföyün getiri oranının portföyün bileşenlerinin her birinin ortalama getiri oranlarının ağırlıklı ortalamasına eşit olduğunu göstermektedir (Markowitz H. M., Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, 2nd ed., 1991).

$$\mu_p = E[R] = w_1 \mu_1 + w_2 \mu_2 + \dots + w_n \mu_n \quad 1$$

$$\mu = E[R] = \sum_i^n \mu_i w_i \quad 2$$

Buna göre y 'nin varyansı aşağıdaki 3 numaralı denklemdeki gibi olacaktır (Markowitz H. M., Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, 2nd ed., 1991).

$$var = V = (y_1 - E)^2 \cdot p_1 + (y_2 - E)^2 \cdot p_2 + \dots + (y_N - E)^2 \cdot p_n \quad 3$$

Yani varyans 3 numaralı denklemde verildiği şekilde tanımlanır. Varyans değeri olan V , y 'nin beklenen değerinden ortalama sapmasının kare köküdür. V , yaygın olarak kullanılan bir dağılım ölçüsüdür. V , varyans, ile yakından benzer diğer dağılım ölçüleri, standart sapma: $\sigma = \sqrt{V}$ ve değişim (varyasyon) katsayısı: σ / E dir. (Markowitz H. M., Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, 2nd ed., 1991).

Bu durumda N varlıktan oluşan bir portföyün varyansı 4 ve 5 numaralı denklemlerdeki gibi düzenlenebilir (Lee, Lee, & Lee, 2010).

$$\sigma_p^2 = var(R_p) \quad 4$$

$$\sigma^2 = Var[R] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} w_i w_j \quad 5$$

R_i ve R_j arasındaki kovaryans σ_{ij} olarak tanımlanmıştır.

$$Cov(R_i, R_j) = \sigma_{ij} \quad 6$$

Markowitz, optimal portföyde hisseler verilen ağırlıkları elde etmek için iki kısıtlı maksimizasyon ile hesaplamalarını yapmıştır çünkü bahsedildiği üzere bir yatırımcı düşük risk ve yüksek getiri elde etmek istemektedir. Bu nedenle portföyün hedeflenen beklenen getiri oranına ulaşması için, portföyde hisseler verilmiş olan ağırlık toplamda bire eşitlenecek ve daha sonra portföyün varyansı minimize edilir. Problem matematiksel olarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Lee, Lee, & Lee, 2010).

$$Var[R] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} w_i w_j \quad 7$$

$$\mu = E[R] = \sum_i^n \mu_i w_i \quad 8$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad 9$$

7 numaralı denklem, 8 ve 9 numaralı denklemlere göre minimize edilecektir. Bu sebeple Lagrange denklemi kurulur ve verilen kısıtlara istinaden minimizasyon denklemi olan 10 numaralı denklem kurulur (Lee, Lee, & Lee, 2010).

$$\text{Min } \mathcal{L}: \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j + \lambda_1 \sum_i^n [w_i E(R_i) - E^*] + \lambda_2 \left(\sum_{i=1}^n w_i - 1 \right) \quad 10$$

Yukarıdaki 10 numaralı denklemde E^* beklenen hedef getiriye temsil etmektedir. Lagrange ($\mathcal{L}$) denklemine istinaden $w_1, \dots, w_n, \lambda_1$ ve λ_2 değişkenlerinin her birine göre kısmi türev alındığında elde edilen denklemlerin sıfıra eşitlenmesi, Lagrange kısıtlamalarına tabi olan riskin minimizasyonunu sağlar.

$$w_i \geq 0 \quad 11$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad 12$$

Yukarıda verilmiş olan 11 ve 12 numaralı iki denklem kısıt olarak koyulursa, optimizasyon yapılan bu portföyde yalnızca uzun pozisyonlara izin verildiği anlamına gelir. Eğer kısa pozisyonlara veya açığa satışa diğer bir deyişle borçlanmaya izin veriliyorsa bu iki kriter kısıt olarak konulmamalıdır (Marling & Emanuelsson, 2012). Peki ya herhangi bir n değerinin (yani hisse sayısı) negatif tamsayı olabilmesi (yani negatif değer de alabilmesi) ne anlama gelmektedir? Diğer bir anlatımla, herhangi bir n sayısı negatif bir değer alırsa bu durum bir yatırımcı tarafından nasıl yorumlanabilir? Negatif bir n değeri, menkul kıymetin n tane hissesinin açığa satıldığı anlamına gelmektedir. Yani toplamı bir (1) olan varlıkların (bu çalışmada hisse senetlerinin) toplamı bire tekabül etse dahi, bireysel hisselerin n değerlerinden bazıları negatif, bazıları sıfır değerini alabilmektedir. Sıfır değerini ve negatif değerler alabilen bu varlıklar dışındaki varlıkların hisse sayısı pozitif ve bir değerinden fazla olmalıdır çünkü tüm varlıkların toplamı bire (1) eşit olmalıdır ve negatif n değerine sahip olan hisse senetleri birden (1) büyük bir değer ile kompanse edilir. Bir varlığın birden büyük

bir değere sahip olması kaldıraçlı olduğu anlamına gelmektedir. Diğer bir ifadeyle anlatılacak olursa, yatırımcı elindeki sermayeden daha fazlasını satın almış demektir. Açığa satılan hisse senetleri uzun dönemli pozisyon alınmış olan diğer varlıkların finanse edilebilmesi için ekstra getiriye sağlamaktadır. Yani bu durumda yatırımcı kimseden fiili olarak nakit borç almamıştır fakat varlıklar bir bakıma ödünç alınmıştır. Bu varlıkların ödünç alınması aslında yatırımcı tarafından bir varlığın açığa satılıp başka bir tane varlık satın alınmasıyla meydana gelir; bu yüzden satılan varlığı yatırımcıya ödünç veren birinden bir nevi borç alınmaktadır. Ödünç alınmış olan bu sermaye ile yatırımcı başka bir varlık satın alır böylece yukarıda anlatılan borç alma durumu ortaya çıkar. Örneğin bir menkul kıymet kredisi (Menkul kıymet kredisi yatırımcının oluşturduğu portföyde yer alan pay senedi, fon, döviz vb. varlıkların teminat olarak kabul edilerek BIST tarafından kredili işleme konu pay senetlerinden daha fazla alım yapılmasına imkân sağlayan kredi türüdür (Şeker Yatırım, 2021)) alındıktan sonra bu yolla elde edilmiş olan getiri veya fonlar ile başka bir menkul kıymet satın alınması bu duruma bir örnektir (Lo, Portfolio Theory, 2008). Bu paragrafta bahsedilen bu konu bu tezin ileriki kısımlarında portföy oluşturulması hakkında nasıl düşünüldüğü hakkında okuyucuya bir fikir sunacaktır.

Uygulama kısmında varyans minimizasyonu çözümü gerçek verilere uygulanırken kolaylık olması için matris ile çözülmüştür; bu yüzden MPT formülasyonu bu kısımda matris ile çözülecektir (bu çalışmada optimizasyon problemi Python programlama dili ile çözülmüştür fakat diğer diller ve Excel ile yapılan çözümlerde de matris kullanımı hesaplamayı kolaylaştıracaktır). Bu kısımdaki vektör çözümünde Peter Kempthorne, Eric Zivot ile Georgios Constantinides ve Anastasios Malliaris' in çözümlerinden yararlanılmış ve aşağıdaki çözüm elde edilmiştir (Kempthorne, Topics in Mathematics with Applications in Finance, 2013; Zivot, 2013; Constantinides & Malliaris, 1995).

Öyleyse, vektör çözümü için R çok değişkenli rastgele bir vektör olsun.

$$R = [R_1, R_2 \quad \dots \quad R_n]'$$

w değerinin her menkul kıymetin portföy içindeki ağırlığını temsil eden ağırlık göstergesi olduğu varsayılırsa, farklı hisse senetlerinin veya varlıkların ağırlıklardan oluşan çok değişkenli bir w vektörü oluşturulabilir. MPT varsayımları gereği söz konusu portföyde varlıkların w değerleri toplamı bire (1) eşit olacaktır, yani portföy belirli menkul kıymetlerin birleşiminden oluşan ve ağırlıkları toplamı bire (1) eşit olan kombinasyondur denilebilir (Lo, Risk Analytics and Portfolio Theory, 2008).

Ağırlıklar toplamının bire eşit olması bir yatırımcının sahip olduğu sermayeyi farklı menkul kıymetler arasında bir portföye tahsis etmesinden kaynaklanmaktadır. Ağırlık tahsis edilmiş veya belli bir yüzde ile yatırım yapılmış olan bu kaynakların ağırlıklarının toplamı bire eşit olacaktır. Peter Kempthorne, Eric Zivot ile Georgios Constantinides ve Anastasios Malliaris' in çözümlerinin izinden gidilerek oluşturulan aşağıdaki hesaplamalarda kullanılacak olan w , portföydeki varlıkların ağırlıklarının vektör ile gösterimini ifade etmektedir. Yani n tane menkul kıymet arasından bir portföy oluşturulduğunda aşağıda verilmiş olan 13 numaralı vektör elde edilir. Çünkü portföydeki ağırlıklar ilk varlığın ağırlığı olan w_1 ile başlayıp n 'inci varlığın sahip olduğu ağırlığa (w_n) kadar devam edecektir.

$$w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \quad 13$$

Beklenen getiri yani $\sum_i^n \mu_i w_i$ ise aşağıdaki gibi 14 numaralı denklemden hesaplanır.

$$E[R] = \mu = E \left[\begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_n \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} E(R_1) \\ \vdots \\ E(R_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} \quad 14$$

İki değişkenin birlikte ne kadar değiştiğini ölçen kovaryansın matris ile gösterimi ise takip eden 16 numaralı kovaryans formülü gibi olacaktır. Sigma üzerinde değil işareti bu çalışmada matrisin transpozunun alındığının göstergesidir. Sigma işaretinin transpozuna eşit olmasının ($\Sigma = \Sigma'$) sebebi ise iki farklı değişken olan R_1, R_2 ' nin kovaryanslarının birbirine eşit olmasından (15 numaralı denklem) kaynaklanmaktadır.

$$cov(R_1, R_2) = cov(R_2, R_1) \quad 15$$

$$cov[R] = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \dots & \Sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{n1} & \dots & \Sigma_{nn} \end{bmatrix} = \Sigma = \Sigma' \quad 16$$

Portföyün getirisi (17 numaralı denklem), portföyün beklenen getirisi (18 numaralı denklem) ve portföyün varyansının (19 numaralı denklem) matris şeklindeki gösterimleri aşağıdaki gibidir.

$$w'R = (w_1, \dots, w_n) \begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_n \end{pmatrix} = \sum_i^n \mu_i R_i \quad 17$$

$$\mu_P = E[w'R] = w'E[R] = w'\mu = (w_1, \dots, w_n) \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_n \end{pmatrix} \quad 18$$

$$\sigma^2 = var[R] = var(w'R) = w' \Sigma w \quad 19$$

Öyleyse bu bilgiler ışığında Lagrange denklemini kurmak için minimize edilmesi gereken 20 numaralı denklem, kısıtlara göre çözümlenmelidir.

Minimize edilmesi gereken denklem:

$$\frac{1}{2} w' \Sigma w \quad 20$$

Kısıtlar:

i. $w'\alpha = \alpha_0$

ii. $w'1n = 1$

Konveks optimizasyon uygulanırsa 21 numaralı denklem elde edilir:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} w' \Sigma w + \lambda_1(\alpha_0 - w'\alpha) + \lambda_2(1 - w'1n) \quad 21$$

$\mathcal{L}$ denkleminin birinci sıra koşulları alınması 22, 23 ve 24 numaralı denklemlerle gösterilmiştir:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = 0n = \Sigma w - \lambda_1 \alpha_0 - \lambda_2 1n \quad 22$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 0n = \alpha_0 - w'\alpha \quad 23$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0n = 1 - w'1n \quad 24$$

Birinci sıra koşulları sıfıra eşitlenip çözüldüğünde aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$w_0 = \lambda_1 \Sigma^{-1} \alpha + \lambda_2 \Sigma^{-1} 1n \quad 25$$

$$\alpha_0 = \lambda_1 \alpha' \Sigma^{-1} \alpha + \lambda_2 \alpha' \Sigma^{-1} 1n = w_0' \alpha \quad 26$$

$$1 = \lambda_1 \alpha' \Sigma^{-1} 1n + \lambda_2 1n' \Sigma^{-1} 1n = w_0' 1n \quad 27$$

Öyleyse, bu problem matris formunda 28 numaralı denklemdeki gibi yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y \\ y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \quad 28$$

Daha kolay çözebilmek için yukarıdaki bazı değişkenler x, y ve z olarak adlandırılmış ve sırasıyla açılımları aşağıda verilmiştir.

$$x = \alpha' \Sigma^{-1} \alpha$$

$$y = \alpha' \Sigma^{-1} 1n$$

$$z = 1n' \Sigma^{-1} 1n$$

Varyansı bulabilmek ve birçok değişkenden oluşan bu problemi çözebilmek için yeni bir B matrisi oluşturulmuştur:

$$B = \begin{bmatrix} \alpha' \Sigma^{-1} \alpha & \alpha' \Sigma^{-1} 1n \\ \alpha' \Sigma^{-1} 1n & 1n' \Sigma^{-1} 1n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}$$

Bunun yanı sıra aynı amaçla yeni bir (n x 1) A matrisi, (2 x 1) λ vektörü ve $\bar{\alpha}_0$ matrisi tanımlanmıştır:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha \\ \vdots \\ \alpha \end{bmatrix}, \quad \lambda = (\lambda_1, \lambda_2)', \quad \alpha_0 = \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Öyleyse aşağıdaki iki eşitlik kurulabilir.

$$i. \quad A' \Sigma^{-1} A = B;$$

$$ii. \quad \alpha_0 = B \lambda$$

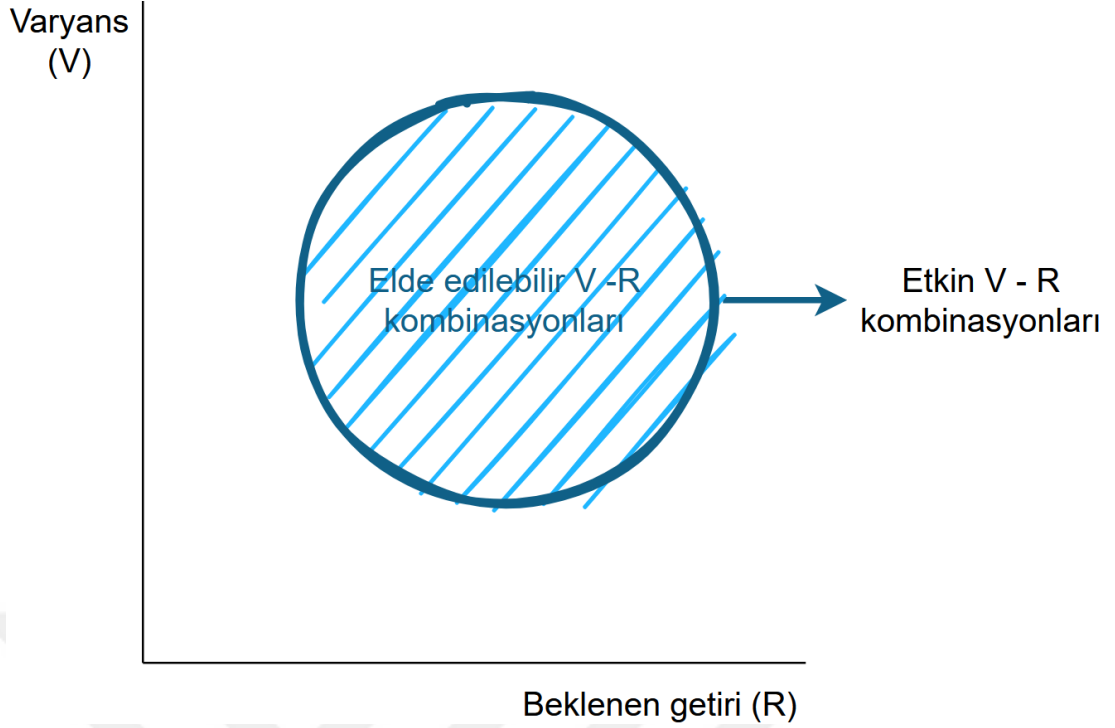
Daha sonra $\lambda = B^{-1} \alpha_0$ denklemi $w_0 = \Sigma^{-1} M \lambda$ denkleminin içine yerleştirilirse 29 numaralı denklem elde edilir.

$$w_0 = \Sigma^{-1} M B^{-1} \alpha_0 = \Sigma^{-1} \alpha B^{-1} \alpha_0 \quad 29$$

Varyans tanımından yola çıkarak, σ^2 aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= w_0' \Sigma w_0 = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{bmatrix}' B^{-1} \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix} \Sigma^{-1} \Sigma \Sigma^{-1} \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix}' B^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{bmatrix}' B^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{bmatrix}' \frac{1}{xz - y^2} \begin{bmatrix} z & -y \\ -y & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \sigma^2 &= \frac{x - 2y\alpha_0 + z\alpha_0^2}{xz - y^2} \quad 30 \end{aligned}$$

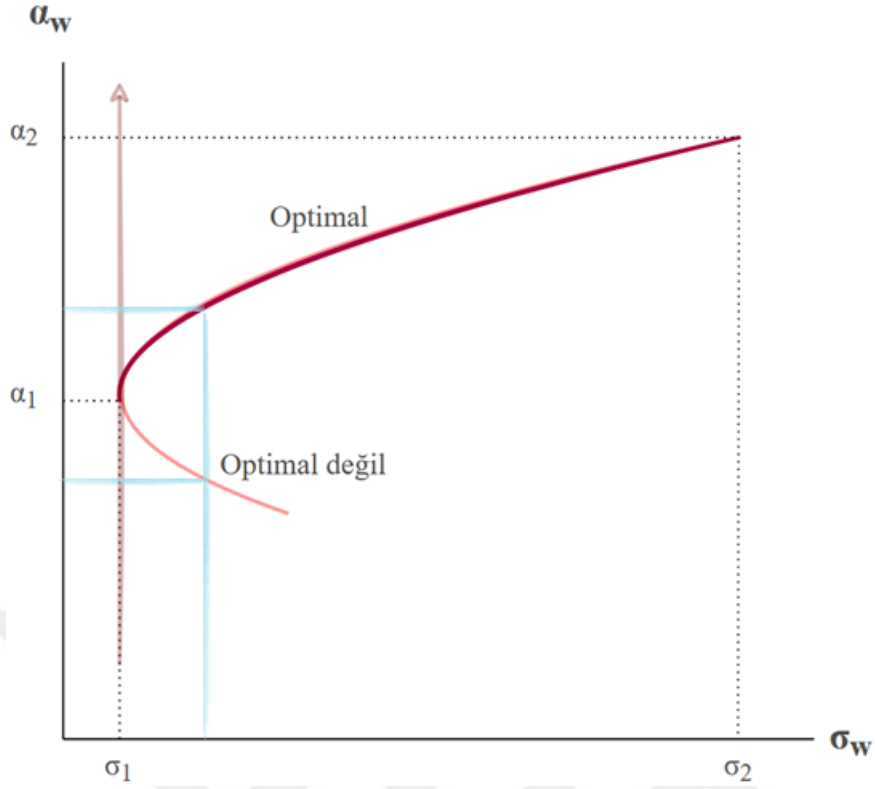
Yukarıda elde edilmiş olan 29 numaralı denklem çok bilindik bir denklemdir çünkü anlaşılacağı üzere bu denklem bir parabol denklemdir ve Harry Markowitz' in MPT etkin sınırı *-efficient frontier-* bu parabol denklemine istinaden bulunur. Peki etkin sınır *-efficient frontier-* nedir? Bir yatırımcı birbirinden farklı her $w_1, \dots, w_n$ için farklı (μ_i, σ_i) kombinasyonları elde edecektir. Elde edilmiş olan olası (μ, σ) kombinasyonların kümesine ulaşılabilir küme denir. Örneğin optimum bir μ_i değeri için elde edilen minimum bir σ_i değeri veya bu varyans değerinden daha fazla olan bir varyans $(\sigma_j > \sigma_i)$ değeri veya elde edilen optimum bir σ_i değeri için elde edilen maksimum μ_i değeri veya bu değerden daha küçük olan beklenen getiri kümesi ulaşılabilir kümenin elemanlarıdır (Markowitz H. M., Portfolio Selection, 1952). Diğer bir deyişle, risk – getiri değerleri bilinen n varlıktan oluşan portföy kombinasyonları hesaplandıktan sonra elde edilen küme ulaşılabilir küme olur. Aşağıda verilen (Şekil 3.2) grafikte etkin küme sınırları gösterilmektedir.



Şekil 3.2: Etkin varyans ve getiri kombinasyonları

Kaynak: Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1., 77-91

Ayrıca ulaşılabilir küme hesaplandıktan sonra bu küme içinden belli bir getiri seviyesi için en düşük varyansı veren portföylerin birleşimi minimum varyans sınırını oluşturacaktır. Minimum varyans sınırı veya etkin sınır üzerinde en düşük varyansı veren noktada bulunan portföye global minimum varyans portföyü denilmektedir. Etkin sınırın nerede oluştuğunu anlayabilmek için uygun bir kriter küresel minimum varyans portföyünü kullanmaktır. Etkin sınır grafiğinin çizilebilmesi için bu çalışmada y eksenine portföyün beklenen getirisi, x eksenine ise risk değeri (standart sapma) Şekil 3.3' te olduğu gibi koyulmuştur. Riskin nasıl hesaplandığı çalışma boyunca değişecektir, örneğin bazen beta değeri kullanılırken bazen standart sapma bazense varyans kullanılacaktır ve hangi grafikte hangi değer kullanıldığı bu çalışma boyunca aktarılacaktır. Etkin sınır çizilirken kullanılan risk, toplam riskin bir ölçüsü olarak portföyün standart sapmasıdır.



Şekil 3.3: Etkin sınırda optimal ve optimal olmayan portföyler

Kaynak: Kempthorne, P. (2013). *Topics in Mathematics with Applications in Finance*. MIT OpenCourseWare:
<https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-s096-topics-in-mathematics-with-applications-in-finance-fall-2013/video-lectures/lecture-14-portfolio-theory/> adresinden alındı

Bir yatırımcı her zaman yüksek oranda kâr etmek isterken ve mümkün mertebe en düşük riski almaya razı olacaktır bu sebeple yatırımcının μ değerini maksimize ederken σ değerini minimize etmesi gerekmektedir; dolayısıyla etkin sınır kümesinde en düşük varyans ve en yüksek beklenen getiri değerini veren (μ, σ) kombinasyonu sağlayan bir portföy seçmelidir. Yukarıdaki şekilde (Şekil 3.3) ulaşılabilir küme parabolün iç kısmıdır ve etkin sınır parabolün sol üst sınırını oluşturmaktadır. Etkin sınırın sadece üst sınırı kapsamasının sebebi şöyle açıklanabilir: Parabolün minimum varyansı veren noktasından y eksenine (Şekil 3.3' te verilen pembe renkli ışın gibi) paralel hayali bir doğru çizilmiş olsun. Hayali doğruya paralel olan ve daha yüksek bir risk değerinden başlayan ikinci bir paralel doğru (Şekil 3.3' te verilen mavi renkli ışın gibi) daha çizilmiş olsun. Bu durumda Şekil 3.3'te verilen mavi doğrunun bu parabole iki farklı noktadan temas ettiği görülür fakat bu iki nokta arasında getiri farklı vardır. Çizilen dikey ışının eğriye değme noktasının altında kalan kısımda aynı miktardaki risk için eğrinin üst kısmına oranla hep daha az beklenen getiri elde edilecektir. Mavi

doğrunun bir kesişimi α_1 ' den daha büyük bir değerde oluşuyorken diğerinin daha düşük bir değerde oluştuğu görülür. Bu sebeple etkin sınır Şekil 3.3'te gösterilen koyu çizgideki gibi çizilebilir.

Şekil 3.4' te global minimum varyans portföyü aşağıdaki kırmızı yıldızın bulunduğu noktadadır. Global minimum varyans portföyü herhangi bir ortalama getiri için mümkün olan en küçük varyansa sahip portföyü verir. Grafikte x ekseninde bulunan α_{min} değeri 29 numaralı denklemin α_0 ' a göre türevi alınması ile bulunur. 29 numaralı denklemdeki değişkenler $a = x, b = y, c = z$ olarak yeniden düzenlenirse global minimum varyans portföyü $\alpha_{min} = \frac{y}{z} = \frac{b}{c}$ olarak hesaplanır. Minimum getiri değerinin grafikte σ_{min}^2 ile gösterilen varyansı ise aşağıdaki 31 numaralı denklem ile bulunur.

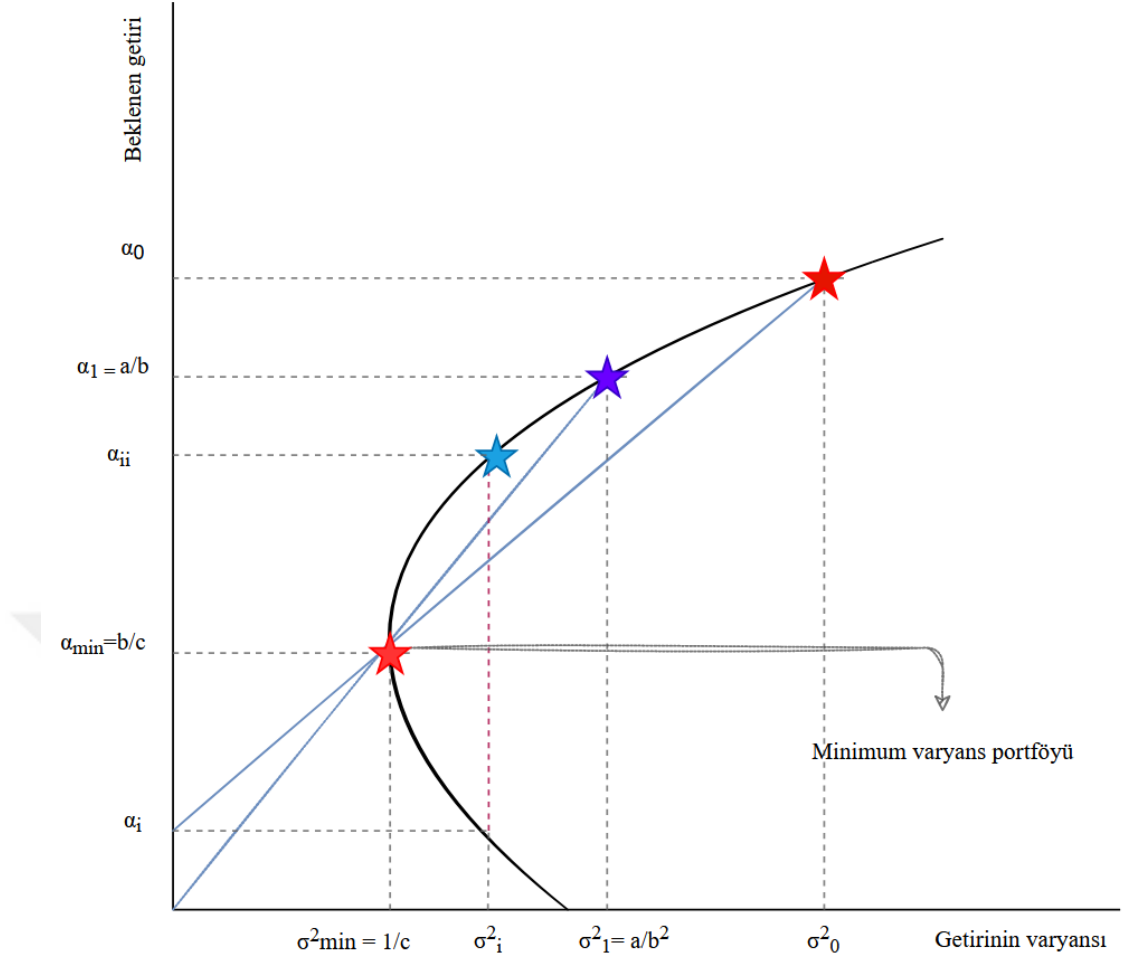
$$\sigma_{min}^2 = \frac{a - 2b\alpha_0 + c\alpha_0^2}{ac - b^2} = \frac{a - 2b\left(\frac{b}{c}\right) + c\left(\frac{b}{c}\right)^2}{ac - b^2} = \frac{1}{c} \quad 31$$

Daha sonra $\alpha_{min} = \frac{b}{c}$ değeri 29 numaralı denklemin içine yazılırsa global minimum varyans portföyü içindeki varlıkların ağırlıkları bulunur. Bu hesaplama 32 numaralı denklemde olduğu gibi yapılır yapılır:

$$w_0 = \Sigma^{-1} \alpha B^{-1} \alpha_0 = \frac{\Sigma' \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} c & -b \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b/c \\ 1 \end{bmatrix}}{ac - b^2} = \frac{\Sigma^{-1} 1}{c} \quad 32$$

Şekil 3.4 üzerinde gösterilen diğer bir kavram ortogonal portföy kavramıdır. İki minimum varyans portföyü arasında bulunan kovaryans sıfırsa ortogonal portföy olduğu söylenir (Constantinides & Malliaris, 1995). Ortogonal portföyler ağırlıkları w_i, w_0 olan Portföy_i ve Portföy₀ portföyleri olsun, bu durumda aşağıdaki 33 numaralı denklik Portföy_i ve Portföy₀ için geçerliyse bunlar ortogonal portföylerdir.

$$w_i' \Sigma w_0 = 0 \quad 33$$



Şekil 3.4: n – riskli varlıktan oluşan portföyler

Kaynak: Constantinides, G., & Malliaris, A. (1995). Portfolio Theory. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, 1-27

Global minimum varyans portföyü dışında her minimum varyans portföyü için benzersiz bir ortogonal minimum varyans portföyü bulunabilir (teknik olarak), bu durum Şekil 3.4’ te gösterilmiştir. İlk portföyün ortalaması R_i , ortogonal olan portföyün ortalaması ise R_0 olsun. İki portföyün getirileri arasındaki ilişki aşağıdaki gibi olacaktır:

$$R_i = \frac{a - bR_0}{b - cR_0}$$

Bu denkleme ek olarak Portföy_i ve Portföy₀ ağırlıkları w_i ve w_0 olan iki minimum varyans portföyü olsun. 29 numaralı denklemde verilen formüle istinaden w_i aşağıdaki gibi verilecektir:

$$w_i = \Sigma^{-1} \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix}' B^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ek olarak bu iki portföy arasındaki kovaryansın sıfır olması aşağıdaki denkliği sağlar:

$$0 = w_i' \Sigma w_0 = \begin{bmatrix} \alpha_i \\ 1 \end{bmatrix}' B^{-1} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Anlatılanlara istinaden, Şekil 3.4' te bu iki ortogonal portföyün geometrisi gösterilmektedir. Etkin portföy sınırında bir w_0 portföyü seçildiğinde, w_0 ile global minimum varyans portföyü arasında geçen çizginin, i portföyünün beklenen getirisi olan R_i ' nin beklenen getiri eksenini kestiği Şekil 3.4' te gösterilmiştir. R_i değeri bilindiğinde ortogonal portföy Portföy_i, minimum varyans portföy sınırında benzersiz bir şekilde tanımlanabilir. Bir Portföy₀ portföyü etkin sınırdaysa ve dolayısıyla Şekil 3.4' teki gibi portföy sınırının pozitif eğimli bölümünde yer alıyorsa, o zaman ortogonal portföy olan Portföy_i etkin değildir ve negatif eğimli kesimde bulunur; yani genel olarak ortogonal portföyler, portföy sınırının zıt eğimli bölümlerinde yer alır (Constantinides & Malliaris, 1995).

3.1.5 Getiri maksimizasyonu

Bu çalışmada bu bölüme kadar olan kısımlarda risk minimizasyonu yapılmıştır. Markowitz portföy teorisi kapsamında düşük varyans ile yüksek beklenen getiri elde edilmek istendiği için, bu optimizasyon problemine ikinci yaklaşım getiri maksimizasyonudur (Kempthorne, Topics in Mathematics with Applications in Finance, 2013).

Beklenen getiri maksimizasyonuna ilişkin olarak $\bar{R}_i$ standart sapması (σ_0) verilmiş bir portföyün hedeflenen veya elde edilmek istenen ortalama getiri oranı olsun. Risk minimizasyonu bölümünde hesaplanmış olan standart sapma (σ_0) referans alınarak getiri maksimize edilir. Aşağıdaki 34 numaralı denklem hedeflenen standart sapması verilen portföyün beklenen getiri oranlarını maksimize eden hesaplamayı vermektedir (Lee, Lee, & Lee, 2010):

$$\text{Max } \mathcal{L}: \sum_{i=1}^n w_i \bar{R}_i + \lambda 1 \left[\sqrt{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n cov(R_i, R_j) - \sigma_0} \right] + \lambda 2 \left(\sum_{i=1}^n w_i - 1 \right) \quad 34$$

Yukarıdaki 30 numaralı denklem hesaplama kolaylığı sağlamak için matris ile çözülecek olursa, bu denklem yukarıda verilmiş olan vektör tanımlarına istinaden aşağıdaki şekilde (31 numaralı denklem) yeniden düzenlenebilir.

$$\text{Max } \mathcal{L}: \frac{1}{2} w' \alpha + \lambda_1 (w' \Sigma w - \sigma_0^2) + \lambda_2 (w' 1n - 1) \quad 35$$

Cheng-Few Lee, Alice C. Lee ve John Lee tarafından yazılmış “*Handbook of Quantitative Finance and Risk Management*” kitabındaki çözümden yararlanılarak oluşturulmuş olan 35 numaralı denklemin çözümü risk minimizasyonu kısmındaki çözüm ile aynı denklemlerle ve aynı mantık izlenerek yapılmaktadır. Çözümü tekrarlamamak ve kalabalık yaratmamak adına maksimizasyon denklemi tekrar çözülmeyecektir.

3.1.6 Risk karşıtlığı optimizasyonu

Optimal bir MPT portföyünün nasıl oluşturulması gerektiği daha önceki bölümlerde anlatıldı. Bu kısımda ise risk karşıtlığı optimizasyonuna değinilecektir. Markowitz, etkin sınırı ve optimal getiri – varyans ikilisini formüle ederken riskten kaçınma parametresini *-risk aversion coefficient-* dikkate almamıştır. Ancak riskten kaçınma parametresi yani bir yatırımcının daha fazla getiri için daha fazla risk alıp almayacağını belirleyen bu parametre etkin sınırın belirlenmesinde büyük önem atfetse de etkin sınırın riskten kaçınma parametresine bağlı olup olmadığına Markowitz tarafından değinilmemiştir. Günümüzde kantitatif portföy yöneticileri, portföylerini oluştururken riskten kaçınma parametresine azami önem vermektedir (Liu & Xu, 2010). Önemi ve yaygın kullanımı sebebiyle bu çalışmada risk karşıtlığı optimizasyonuna kısaca değinilmiştir.

Risk karşıtlığı parametresi λ ile gösterilecektir. Risk karşıtlığı optimizasyonuna ilişkin olarak Arrow-Pratt endeksi kullanılacaktır. Arrow-Pratt endeksi Von Neumann-Morgenstern fayda fonksiyonu varlığında, VNM fayda fonksiyonunu temel alarak uygulanmadır. Arrow-Pratt endeksi risk ve getiri arasındaki dengeyi ölçmek suretiyle riskten kaçınma derecesini ölçmektedir (Protopopescu, 2007). Bir u fayda fonksiyonu

tanımlanırsa, Arrow-Pratt endeksi ikinci dereceden simetrik olmayan bir w için aşağıdaki gibi hesaplanır (Kettler, 2010).

$$-\frac{u''(w_{[1,t]})}{u'(w_{[1,t]})} = \frac{\varphi}{2}, \quad \forall w_{[1,t]}$$

Yukarıdaki denkleme göre $\frac{\varphi(w_{[1,t]})}{2}$ Arrow-Pratt endeksidir (Kettler, 2010). Bu endeks kullanılarak risk karşıtlığı optimizasyonu yapılmaktadır. Optimal portföy aşağıdaki Lagrange denkleminin (36 numaralı denklem) maksimize edilmesiyle bulunur (Kempthorne, Topics in Mathematics with Applications in Finance, 2013).

$$\text{Max } \mathcal{L}: \left[E(Rw) - \frac{1}{4} \varphi \text{var}(Rw) \right] = w' \alpha - \frac{1}{4} \varphi w \Sigma w + \lambda_1 (w' 1n - 1) \quad 36$$

Yukarı optimizasyon için verilen Lagrange denklemin çözümü bir önceki bölümde çözümü verilmiş olan risk minimizasyonu denkleminin çözümü ile aynıdır bu sebeple tekrar çözülmeyecektir. Bu denklemlerin değişkenlerinin her birine göre kısmi türevleri alındıktan sonra elde edilen denklemlerin sıfıra eşitlenmesi durumunda Lagrange kısıtlamalarına tabi olan risk karşıtlığı maksimizasyonu denkleminin çözümü sağlanmış olur.

Bir risksiz varlık ile ortalama-varyans analizi

Şimdiye dek bu çalışmada riskli varlıklardan oluşan portföy optimizasyonu anlatılmıştır. Bu kısımda riskli varlıklardan oluşan portföye bir de risksiz varlık eklenerek incelenecektir.

Bu kısımda bulunan aşağıdaki çözümde Peter Kempthorne, Georgios Constantinides ve Anastasios Malliaris ile Eric Zivot' ın çözüm yönteminden yararlanılmıştır (Kempthorne, Topics in Mathematics with Applications in Finance, 2013; Constantinides & Malliaris, 1995; Zivot, 2013).

Bu çalışmada paranın bir kısmı ile hazine tahvili (risksiz varlık) bir kısmı ile ise hisse senetleri (riskli varlıklar) satın alınacaktır. Kısacası riskli varlıkların yanı sıra portföye bir de risksiz varlık eklenecektir. Portföye risksiz bir varlık eklemek sermayenin bir kısmını nakitte tutup veya hazine tahviline yatırıp geri kalanı ile riskli portföy satın almak suretiyle bir portföy oluşturmaktır. Bazı kaynaklarda risksiz olan bu varlığın

varyansı sifıra eşit kabul edilir çünkü varyansı sifıra eşit varlık riski sifır olan varlık demektir. Risksiz olan bu varlık denkleme bir sabit gibi eklenilerek çözülür. Fakat gerçek dünyada varyansı sifıra eşit olan yani tamamen risksiz olan hiçbir varlık yoktur, yalnızca az riskli veya çok riskli varlıklar vardır. Risksiz varlığın denkleme eklenmesi ile optimizasyon denklemi çözülürken, risksiz varlık sıfıncı girdi olarak düşünülecektir. Diğer bir deyişle risksiz varlık, n tane riskli varlığa ($i = 1, \dots, n$) ek olarak satın alınmış olan sıfıncı varlık olacaktır.

Öyleyse riskli varlıklar şu şekilde tanımlanabilir: $i = 1, \dots, n$

Risksiz varlık ise sıfıncı varlıktır öyleyse: $i = 0$ olarak tanımlanabilir. Çözümde risksiz oran, yani denkleme sabit gibi eklenecek olan risksiz varlığın oranı ise $R_0 \equiv r_0$ ile ifade edilecektir. Bu durumda risksiz varlığın beklenen getirisi 37 numaralı denklemdeki gibi, varyansı ise 38 numaralı denklemdeki gibi olacaktır:

$$E(R_0) = r_0 \quad 37$$

$$var(R_0) = 0 \quad 38$$

Bu durumda, portföy oluşturulurken ağırlığın bir kısmı riskli varlığa, diğer bir kısmı ise risksiz varlığa verilecektir. Risksiz varlığa yapılan yatırım $w'1n$ olarak tanımlanmıştır.

$$w'1n = \sum_{i=1}^n w_i \quad 39$$

Öyleyse riskli varlıklara yapılan yatırım ise $1 - w'1n$ olacaktır. 39 numaralı denklemin vermek istediği önemli bir mesaj vardır. Bu mesaj risksiz varlığa yapılan yatırımın borçlanma halinde negatif olabileceğidir. Buradaki borçlanmanın altı çizilmelidir. Çünkü burada borçlanma ile kredi gibi borçlanma araçları değil, açığa satış yapılarak borçlanma kastedilmektedir.

Bu kısma kadar verilmiş olan bilgiler göz önüne alındığında, Tobin Ayrımı teoremi uygulanarak portföyün getirisi olan Rw , riskli varlıklara yapılan yatırım ile birlikte bir riskli varlığa yatırım ile oluşacaktır. Bu durumda portföyün getiri denklemi aşağıdaki 40 numaralı denklemdeki gibi olur:

$$Rw = w'R + 1 - w'1n \quad 40$$

Portföyün beklenen getirisi nasıl hesaplanacaktır? Beklenen getiri α , risksiz varlığın beklenen getirisi ile riskli varlıkların beklenen getirisinin toplamı kadardır. Yani;

Riskli varlıktan gelen beklenen getiri + risksiz varlıktan gelen beklenen getiri = α_w

$$\alpha_w = w'\alpha + (1 - w'1n)r_0 \quad 41$$

O zaman bir risksiz varlık ve riskli varlıklardan oluşan portföyün varyansının matris ile gösterimi 42 numaralı denklemdeki gibi hesaplanır.

$$\sigma_w^2 = w' \sum w \quad 42$$

Bu bilgiler doğrultusunda önceki kısımlarda bulunan riskli varlıklardan oluşan portföyün ortalama – varyans analizi kısmında verilen risk minimizasyonu denkleminin çözümü ile aynı çözüm buraya da uygulanabilir.

$$\text{Min } \frac{1}{2} w' \sum w \quad 43$$

Minimize edilecek denklemin kısıtı beklenen getiri denkleminden yola çıkarak yazılır ve 44 numaralı denklem elde edilir.

$$\alpha_o = w'\alpha + (1 - w'1n)r_0 \quad 44$$

44 numaralı denklem aşağıdaki şekilde tekrar yazılabilir:

$$(\alpha_o - r_0) - w'(\alpha - w'1n) = 0 \quad 45$$

Minimize edilmesi gereken denklem (43 numaralı), kısıta tabi olarak (44 numaralı denklem) Lagrange denklemi ile çözülecektir. Varyans denklemi başındaki $\frac{1}{2}$ çözümde kolaylık sağlanması için eklenmiştir (Pek çok Lagrange problemi çözümünde bu yöntem kullanılmaktadır.).

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} w' \Sigma w + \lambda_1 ((\alpha_0 - r_0) - w'(\alpha - w'1n)) \quad 46$$

$\mathcal{L}$ Lagrange denkleminin w ve λ_1 değişkenlerine göre kısmi türevleri alınır:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = 0n = \Sigma w - \lambda_1(\alpha - w'1n) \quad 47$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} = 0n = (\alpha_0 - r_0) - w'(\alpha - 1nr_0) \quad 48$$

Bu durumda $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w}$ kısmi türevinden w_0 hesaplanabilir.

$$\begin{aligned} \Sigma w - \lambda_1(\alpha - w'1n) &= 0 \\ w_0 &= \lambda_1 \Sigma^{-1} [\alpha - 1nr_0] \end{aligned} \quad 49$$

Daha sonra $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1}$ kısmi türevi aşağıdaki şekilde düzenlenirse λ_1 bulunur:

$$\begin{aligned} (\alpha_0 - r_0) &= w'(\alpha - 1nr_0) \\ w'(\alpha - 1nr_0) &= (\alpha - 1nr_0)'w = (\alpha_0 - r_0) \\ (\alpha - 1nr_0) \text{ ile } w_0 &= \lambda_1 \Sigma^{-1} [\alpha - 1nr_0] \text{ çarpılırsa;} \\ (\alpha - 1nr_0)w &= \lambda_1 (\alpha - 1nr_0)' \Sigma^{-1} [\alpha - 1nr_0] = (\alpha_0 - r_0) \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = \frac{(\alpha_0 - r_0)}{(\alpha - 1nr_0)' \Sigma^{-1} (\alpha - 1nr_0)} \quad 50$$

Eğer α_0 hedeflenen getiri ve risksiz varlığa yapılacak olan yatırımın ağırlığı $1 - w'_0 1n$ ise portföy getirisi 51 numaralı denklemdeki gibi olacaktır.

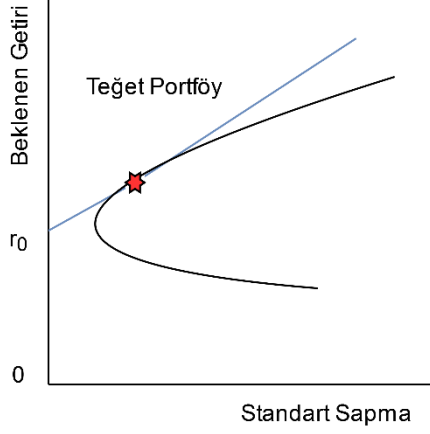
$$Rp = w'_0 R + (1 - w'_0 1n)r_0 \quad 51$$

Bu durumda portföy varyansı yeniden düzenlenirse 52 numaralı denklem elde edilir.

$$\text{Var}(R_p) = \frac{(\alpha_0 - r_0)^2}{(\alpha - 1nr_0)' \Sigma^{-1} (\alpha - 1nr_0)} \quad 52$$

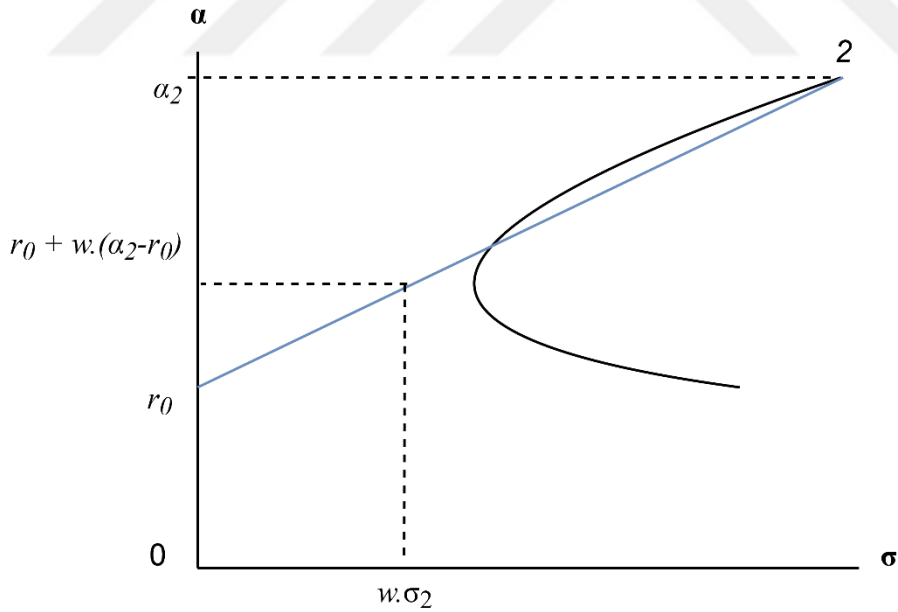
3.1.7 Teğet portföy (*Tangency portfolio*)

Rasyonel olan standart bir yatırımcı beklenen en yüksek getiriye almak isterken alacağı risk seviyesini en düşük oranda tutmak isteyecektir. Hazine tahvilleri ile birleştirilebilecek ve verimli veya etkin olan sadece bir tane portföy vardır. Çünkü ulaşılabilir kümeden bir portföy seçildiğinde ve bu portföy risksiz varlık ile birleştirildiğinde etkin sınır üzerinde bulunan ve her zaman seçilen bu portföyden daha fazla getiri sağlayacak olan bir nokta bulunacaktır. İşte, hazine tahvilleri ile birleştirildiğinde etkin sınırdan ve ulaşılabilir portföy kümesinden seçilecek olan tüm portföylere nispeten her zaman belli bir risk seviyesi için daha fazla getiri veya belli bir getiri seviyesi için daha az risk sağlayacak olan yalnızca bir tane portföy bulunmaktadır. Bu portföye teğet portföy -*tangency portfolio*- denir. Bu portföyü bulmak için yatırımcının riskten kaçınma derecesinin bilinmesine gerek yoktur çünkü her yatırımcının yüksek getiri ve düşük riski tercih edeceği bilinir; bu nedenle alınacak tek varsayım bu olacaktır. Yani yatırımcının yüksek beklenen getiriye tercih ettiği ve düşük risk almaya razı olacağı hipotezi sağlandığı sürece yatırımcıların başarmak istediği nokta kesinlikle teğet üzerinde (yani Teğet portföy 1 grafiğindeki mavi doğru üzerinde) olacaktır. Fakat yatırımcıların riskten kaçınma derecesine göre yatırımcının bu teğetin üstündeki konumu değişebilir. Örneğin riskten kaçan bir yatırımcı bu teğet üzerinde risksiz varlığa daha yakın bir konumda olacakken daha çok risk almak isteyen yatırımcı bu teğetin kuzeydoğu istikametine doğru konumlanacaktır.



Şekil 3.5 Teğet portföy 1

Diğer taraftan risksiz varlığa ek olarak yatırımcı sermayesinin bir kısmını aşağıdaki Teğet portföy 1 grafiğinde bulunan varlık 2' ye yatırabilir. Bu sebeple beklenen getiri risksiz varlık ile varlık 2' nin arasına çizilmiş olan doğrudur. Bu varlığın volatilitesi ve beklenen getirisi bu varlığa verilmiş ağırlık ile çarpımıdır. Bu sebeple beklenen getiri değeri $r_0 + w \cdot (\alpha_2 - r_0)$ iken volatilitesi $w \cdot \sigma_2$ değerini verir.



Şekil 3.6 Teğet portföy 2

Kaynak: Kempthorne, P. (2013). *Topics in Mathematics with Applications in Finance*. MIT OpenCourseWare:
https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-s096-topics-in-mathematics-with-applications-in-finance-fall-2013/lecture-notes/MIT18_S096F13_lecnote14.pdf adresinden alındı

Bu durum Teğet portföy 2 grafiğinde gösterilmiştir. Ayrıca buradan çıkarılacak bir diğer sonuç ise risksiz varlık ile riskli varlık arasında paylaştırılarak yapılmış olan yatırım (yani mavi doğru üzerindeki noktalarındaki portföyler) aynı getiri seviyesinde minimum varyans portföyünden daha az risk sağlamaktadır.

3.1.8 Piyasa portföyü (*Market portfolio*)

Yatırımcı tarafından elindeki sermayenin tamamı ile riskli varlıklara yatırım yapılmış (nakitte para tutulmamış ve sermayenin tümü ile yatırım yapılmış olan portföy) olan piyasa portföyü M olsun. Teğet portföy 1 grafiğinde verilen yıldızlı nokta bu durumda piyasa portföyünü verecektir. Bu durumun sebebi aşağıda açıklanmıştır.

Bu kısımdaki çözümlerde Peter Kempthorne ile Georgios Constantinides ve Anastasios Malliaris' in çözüm yönteminden yararlanılmış ve aşağıdaki çözüm elde edilmiştir (Kempthorne, Topics in Mathematics with Applications in Finance, 2013; Constantinides & Malliaris, 1995).

Kempthorne, Constantinides ve Malliaris' in çözümlerine ve MPT teorisinin temel varsayımına istinaden yatırımcının sermayesi ile tamamen riskli varlıklara yapılan yatırım piyasa portföyünün bileşenlerinin ağırlıkları toplamı bire eşit (53 numaralı denklem) olacaktır. Çünkü bütün sermaye ile yatırım yapılmaktadır.

$$w_M' 1n = 1 \quad 53$$

Piyasa portföyünün ağırlık w_M (54 numaralı denklem) ve lambda değerleri λ_1 (55 numaralı denklem) olarak sırasıyla verilmektedir.

$$w_M = \lambda_1 \Sigma^{-1} [\alpha - 1nr_0] \quad 54$$

$$\lambda_1 = \lambda_1(M) = (1_n' \Sigma^{-1} [\alpha - 1nr_0])^{-1} \quad 55$$

Piyasa portföyünün getirisi $R_M = w_M' R + 0R_0$ denklemi ile bulunur. Bu durumda beklenen getiri (56 numaralı denklem) ve varyans (57 numaralı denklem) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$E(R_M) = E(w'_M R) = w'_M \alpha = r_0 + \frac{[\alpha - 1nr_0]\Sigma^{-1}[\alpha - 1nr_0]}{1'_n \Sigma^{-1}[\alpha - 1nr_0]} \quad 56$$

$$\text{Var}(R_M) = w'_M \Sigma w_M = \frac{[\alpha - 1nr_0]'\Sigma^{-1}[\alpha - 1nr_0]}{(1'_n \Sigma^{-1}[\alpha - 1nr_0])^2} \quad 57$$

Tobin Ayrımı' na *-Separation Theorem-* göre borçlanmanın ve borç vermenin mümkün olduğu bir modelde optimal portföy, piyasa portföyüdür. Yani her optimal portföy, risksiz varlık ve riskli varlıklardan oluşmuş olan piyasa portföyünün bir kombinasyonuna yatırım yapar. Yatırımcının risk karşıtlığı oranından bağımsız olarak optimal portföy temelde aynıdır. Optimal portföy sadece yatırım yapılan sermayeye bağlıdır (Tobin, 1958). Diğer bir deyişle Tobin risksiz ve riskli olmak üzere sadece iki varlık kullanmaktadır, bu varlıklar arasında riskli varlık sayısı çok fazla ise önemli bir şeyin değişmediğini kanıtlar. Dolayısıyla, riskli varlıkların tek bir varlık olarak görülebileceğini ve yatırımcıların nakitlerini belirli bir riskli varlık portföyü ile birleştirebileceklerini göstermektedir (Constantinides & Malliaris, 1995). Bu sebeple Teget portföy 1 grafiğinde verilen yıldızlı nokta piyasa portföyünü sağlamaktadır.

Böylece bütün optimal portföyler aynı riskli varlığa yatırım yapacaklar ve bu yatırım oranları aynı olacaktır. Buradaki tek fark toplam ağırlığın 58 numaralı denklemdeki gibi olmasıdır.

$$w_M = w'_p 1n \quad 58$$

Hedef beklenen getiri α_0 olsun. Riskli varlıklara verilen ağırlık ise w_p ile gösteriliyor olsun. Bu durumda optimal portföy P (P , riskli varlıklara piyasa portföyü ile aynı oranda yatırım yapar fakat tek fark toplam ağırlıktır) aşağıdaki gibi tanımlanabilir. 59 numaralı denklemde piyasa portföyü ağırlıkları, 60 numaralı denklemde piyasa portföyünün getirisi, 61 numaralı denklemde piyasa portföyünün varyansı ve 62 numaralı denklemde ise piyasa portföyünün beklenen getirisi verilmiştir.

$$w_M = w'_p 1n$$

$$w_M = \frac{\lambda_1(P)}{\lambda_1(M)} = \frac{(\alpha_0 - 1)r_0}{E(R_M) - r_0} \quad 59$$

$$R_p = (1 - w_M)r_0 + w_M R_0 \quad 60$$

$$\sigma_p^2 = \text{var}(R_p) = w_M^2 \sigma_M^2 \quad 61$$

$$E(R_p) = r_0 + w_M(E(R_M) - r_0) \quad 62$$

3.1.9 Piyasa portföyünden CAPM modele geçiş

Riskten kaçınma derecelerinden bağımsız olarak tüm yatırımcılar teğet portföy üzerinde (mavi çizgi) konumlandıkları için yatırımcılar hazine tahvilleri ile P_M piyasa portföyü arasında yatırım fırsatı olacaktır. Yani yatırımcılar $n + 1$ varlık arasından seçim yapacaklardır (n tane riskli varlık ve 1 tane risksiz varlık – bu çalışmada hazine tahvili). Bu nedenle, M portföyünün çok spesifik bir portföy olması gerektiği ortaya çıktı. Ayrıca bu portföyün, piyasadaki işletmenin tahmini değeri *-market capitalization-* ile orantılı olarak ekonomide var olan bütün varlıkların portföyü olduğu ortaya çıktı. Daha ayrıntılı açıklamak gerekirse, dünyadaki herkes bu $n + 1$ menkul kıymete yatırım yapmak arasında kayıtsızsa, o zaman bu iki menkul kıymetin çok özel bir rol oynadığı söylenebilir. Risk almayı seven yatırımcılar veya hedge fonu yöneticileri M portföyünü büyük miktarda tutarken, riskten kaçınan yatırımcılar hazine bonosuna yatırım yapar. Bu durumda miktarı değişse dahi herkes M portföyüne yatırım yapar. Dolayısıyla M portföyü piyasadaki tüm hisse senetlerinin piyasa değerleriyle orantılı olarak tutulan portföyüdür. Bunun sebebi arzın talebe eşit olmasıdır. Buradaki talep herkesin M portföyünü elinde tutmasıdır. Arz kısmında ise, arz edilen bütün hisse senetlerinin satın alındığı düşünülürse, dünyadaki bütün talepler toplanırsa ve toplam talep hesaplanırsa, tüm varlıkların toplamı olan arza eşit olacaktır, yani arz eşittir talep. Daha sonra bu adım her bir hisse senedine uygulanırsa ve tüm hisse senetlerinin toplam piyasa sermayesine bölünürse, piyasa portföyü olan M elde edilir. S&P 500 veya Russell 2000 gibi indeksler piyasa portföyünü gösteren indekslerdir.

$$E[R_p] = R_f + \frac{\sigma_p}{\sigma_m} (E[R_m] - R_f)$$

Etkin portföylerin beklenen getirileri yukarıdaki denklemi sağlar. Bu denklem verimli portföyler için gerekli getiri oranını veya sermaye maliyetini verir. Aynı zamanda $E[R_p]$ denklemi verimli bir portföy için gereken getiri oranının bulunabileceğini gösterir. Sharpe'ın bu denkleme istinaden diğer bir çıkarımı ise etkin olmayan ve etkin olmaması sebebiyle bu çizgi üzerinde oluşmayan portföylerin de lineer ilişkiye tabi olduğudur. Fakat bu ilişkiyi gösteren çarpan $\frac{\sigma_p}{\sigma_m}$ olduğunda, etkin olmayan portföyler için doğru sonucu vermemektedir. Bu sebeple CAPM modelinde beta değerini öne sürülmüştür. Beta, piyasa getirisi ile bireysel varlığın getirisi arasındaki kovaryansın o piyasa getirisinin varyansına bölünmesiyle tanımlanan çarpandır (Fama & French, The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence, 2004).

Herhangi bir varlık için piyasa betasını şu şekilde tanımlamıştır:

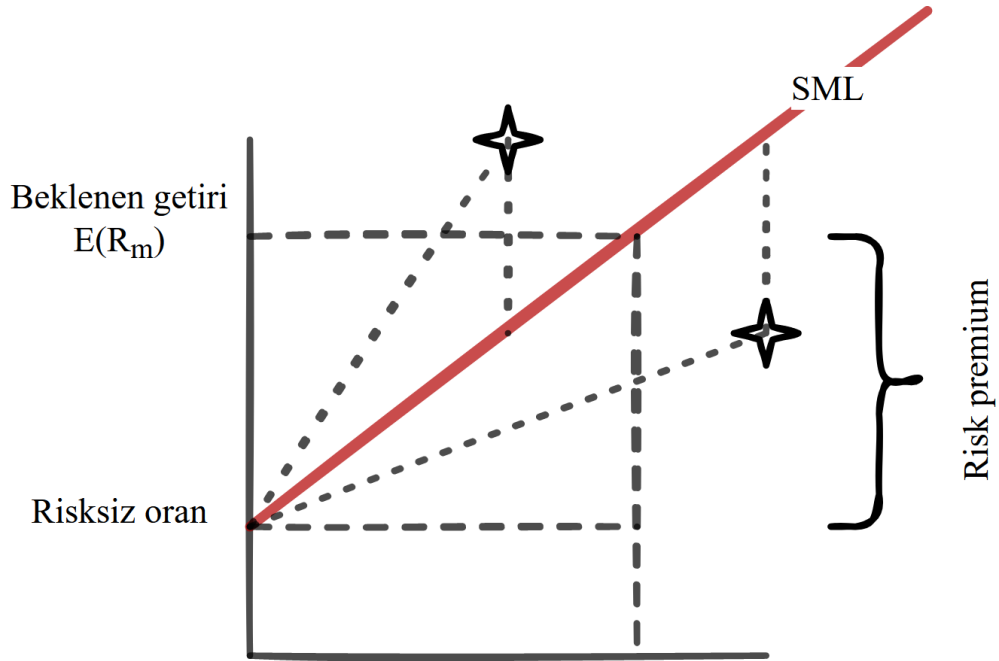
$$\beta_i \equiv \frac{\text{Cov}[R_i, R_m]}{\text{Var}[R_m]}$$

Sharpe-Lintner CAPM aşağıdaki denklemi sağlar:

$$E[R_i] = R_f + \beta_i (E[R_m] - R_f)$$

4 FİNANSAL VARLIK FİYATLAMA MODELİ (CAPM)

Capital Asset Pricing Model yani Finansal Varlık Fiyatlama Modeli Sharpe (1964), Lintner (1965), Mossin (1966) ve Black (1972) tarafından birbirlerinden habersiz olarak geliştirilmiştir. 1960'lı yıllarda finans henüz bir disiplin haline gelmediği için Sharpe, Lintner ve Mossin makro ekonomi ve mikro ekonomi kullanarak finansal sorulara yanıt bulmaya çalışmışlardır. Bu finansal sorunlara Sharpe, Lintner ve Mossin aynı soruyu sorarak çözüm bulmuşlardır. Bu önemli soru şudur: Rasyonel, uygun ve sürdürülebilir olan getiri oranı nedir? Yani diğer bir deyişle rasyonel yapılan bir yatırımdan beklenilmesi gereken uygun getiri oranı nedir? Ekonomistler bu soruyu yanıtlamak için öncelikli olarak risksiz oran ile başladılar. Çünkü eğer , hazine tahvili gibi risksiz orandan yapılmış bir yatırımdan riskli bir varlığa yapılan yatırıma oranla daha çok kazanç elde edilebiliyorsa yatırımcılar portföy oluşturmak yerine risksiz orandan yatırım yaparlar. Bu sebeple Finansal Varlık Fiyatlama Modeli' nin risksiz oranla başladığı söylenebilir.



Şekil 4.1: SML (Güvenlik Piyasası Hattı)

Kaynak: Arnold, G. (2013). *Corporate Financial Management*. Pearson.

Şekil 4.1’ de y eksenindeki değer hissenin beklenen getirisi veya işletme gözünden bakılacak olursa *-cost of equity-* özkaynak maliyetidir. Bu oran ilk olarak risksiz oranla başlar ve SML doğrusu üzerinde yukarı çıkıldıkça piyasa portföyünün beklenen getirisini verir. Yatay ekseninde beta (β) değeri bulunmaktadır ve bu değer piyasanın önemini arz eder. Şöyle ki, bir hisse senedinin nasıl bir performans sergilediği piyasa portföyünün getirisine bakarak (örneğin New York Stock Exchange) anlaşılabilmektedir. Böylece Sharpe, Lintner ve Mossin bir hisseden elde edilebilecek getirinin tüm piyasanın yönelimine bağlı olduğu sonucuna varmışlardır. Fakat burada tüm piyasanın hareketi bir mutlak terim *-absolute term-* gibi belli ve kesin değildir. Bu noktada tüm piyasanın hareketi hususunda önemli olan risksiz orana kıyasla piyasa oranının nasıl (piyasa oranının risksiz orandan yüksek olması, düşük olması veya eşit olması gibi) hareket ettiğidir. Örneğin risksiz oranın $\%x$ olduğu bir piyasada iyi çeşitlendirilmiş bir portföy yaratılıp $\%(x + 2)$ oranı elde edilmiş olunsun. Elde edilmiş olan bu fazla $\%2$ ’lik oran *Equity Risk Premium* veya Hisse Senedi Risk Primi’ dir. Diğer bir deyişle bu fazla getiri ile hazine tahvilinden $\%2$ oranla daha fazla risk alarak $\%2$ daha fazla getiri elde edilecektir. Peki beta (β) ile ölçülen nedir? Beta, sistematik riskin rasyonel ve uygun bir ölçümüdür. Tanıma istinaden iyi çeşitlendirilmiş bir portföyün beta değerinin bir (1) olduğu aşıkardır. Daha az veya daha çok olabilmesine karşın birçok finans kitabında beta değerinin sıfır ila iki arasında değere sahip olduğu görülebilmektedir. Bu aralık rastgele beta değişkenini standart hale getirmek için verilen değerlerdir. Fakat gerçek değerlerle hesaplandığında beta değeri çalışılan tarih aralığına bağlı olarak negatif veya ikiden büyük olabilmektedir. Birden (1) daha büyük beta değerine sahip olan hisseler daha fazla sistematik riske sahiptir. *Security Market Line (SML)* yani Güvenlik Piyasası Hattı ise y ekseninin kesişim noktası olan risksiz orandan tüm piyasanın getirisi ve beta değerinin kesişim noktasına çekilen doğrudur. Bu grafik bir bakıma CAPM modelinin bir fotoğrafıdır. Birçok finansal analist SML doğrusuna istinaden fazla değer biçilmiş veya az değer biçilmiş hisseleri bulmaya çalışmaktadır. Eğer piyasa bilgi açısından etkin ise *-information efficient market-* yani piyasa fiyatları mevcut tüm ilgili bilgileri doğru, yeterli ve uygun biçimde yansıtıyorsa ve bütün yatırımcılar aynı düzeyde bilgiye sahipse tüm hisseler SML üzerinde oluşmaktadır. Mesela bu grafik (Şekil 4.1) bütün hisseler için arz ve talebin denge noktası olarak düşündürülebilir .

Sermaye varlık fiyatlandırma modeli varsayımları

Sermaye Varlığı Fiyatlandırma Modeli yani CAPM, yatırımcıların davranışları ve sermaye piyasalarının işleyişi hakkında bir dizi varsayım temelinde oluşturulur. Bu modelde bazı varsayımlar gerçekçi olmasa da, CAPM modelinde yapılan varsayımlar şöyledir:

- i. Hiçbir işlem maliyeti ve vergi yoktur (Arnold, 2013).
- ii. Kişisel gelir vergisi yoktur (Viswanath, 2001).
- iii. Yatırımcılar rasyoneldir ve riskten kaçınır (Arnold, 2013).
- iv. Yatırımcılar portföy getirileri ve standart sapmaları değerlendirebilir ve yatırımlarını yalnızca getiri ve standart sapmaya istinaden yaparlar. Yatırımcıların bu karar mekanizmasından, piyasalarda bilgi asimetrisi bulunmamasından ve bilginin ücretsiz erişilebilirliğinden dolayı bütün yatırımcılar aynı getiri ve risk tahminlerine sahiptir (Arnold, 2013).
- v. Tüm yatırımcılar risksiz faiz oranından borç alabilir veya borç verebilirler (Arnold, 2013).
- vi. Tüm varlıklar piyasada işlem görür ve bir varlığın istenilen bir oranını veya bir kısmını satın almak mümkündür (Arnold, 2013).
- vii. Bir yatırımcının herhangi bir varlıktaki pozisyonu hakkında almış olduğu kararlar, pozisyon alınmış olan bu varlığın fiyatını etkilemeyecektir (Hsu, Miller, & Wichern, 1974). (Bu varsayım, piyasanın monopol veya oligopol olmadan tam rekabetçi olduğunu ve fiyatın belirli bir yatırımcının değil tüm eylemlerin bir sonucu olduğunu ima eder.)
- viii. Sınırsız açığa satış mümkündür (Viswanath, 2001).
- ix. Risksiz orandan sınırsız borç verme ve borçlanmaya izin verilir (Viswanath, 2001).

Elbette bu varsayımlardan bazıları gerçeği yansıtmamaktadır. Ancak, ekonomik modelleme bu şekilde çalışır yani gerçek dünyadaki bir davranışı açıklamak için varsayım yoluyla basitleştirme yapmak gerekir. Bu bağlamda, varsayımların gerçekçi olup olmadığından çok modelin piyasa davranışını yansıtıp yansıtmadığı önemlidir. Eğer oluşturulan ekonomik model gerçek dünyadaki işleyiş hakkında bir dereceye

kadar tahmin gücüne sahipse, modelin bazı teknik problemlerini ve gerçekçi olmayan varsayımlarını görmezden gelmek mantıklı olacaktır.

Sharpe oranı

Bir portföyün performansı beklenen getiri ve standart sapması ile ölçülmektedir. CAPM modeli kısmında varlığın sahip olduğu riskin ölçüm şekli değişebilse de bu kısımda yani Sharpe oranı hesaplanırken kullanılan risk ölçütü standart sapma ile tanımlanmaktadır. Tüm yatırımcıların ortak bir risksiz faiz oranı üzerinden yatırım yapabildikleri ve aynı oranda veya istenilen herhangi bir oranda borçlanabilmeleri varsayımı altında, herhangi bir zamanda tüm yatırımcılar menkul kıymetlerin ve dolayısıyla portföylerin gelecekteki performansına ilişkin aynı tahminleri paylaşıyor olacaktır. Böylece bütün etkin portföyler $E_i = R_0 + b\sigma_i$ denklemi üzerine düşecektir. Bu denklemde R_0 risksiz faiz oranını belirtirken ve b risk primidir. Yatırımcıların riskten kaçındıkları varsayımı sebebiyle risk primi pozitif bir değer alacaktır. Bu ilişki ilk olarak James Tobin' in "*Liquidity Preference as Behavior towards Risk*" adlı makalesinde tanımlanan ve bu tezde de önceki bölümlerde ayrıca bahsedilmiş olan ilişkiden gelmektedir. Bu ilişki kapsamında bir yatırımcı, risksiz bir faiz oranı olan R_0 ile borç alabilir veya borç verebilirse ve/veya performansı tahmin edilen bir portföye yatırım yapabilirse, o zaman fonlarını aşağıdaki şekilde paylaşacaktır (Sharpe W. F., Mutual Fund Performance, 1966):

$$E = R_0 + \left(\frac{\mu_i - R_0}{\sigma_i} \right) \sigma$$

Yukarıdaki denklemde Sharpe' ın risk primi olarak belirttiği parantez içindeki kısım olan Sharpe oranı *-the Sharpe Ratio-* yatırım fonları, hedge fonları, hisse senetleri vb. gibi finansal varlıkların tarihsel performansının ölçülmesinde global olarak en çok kullanılan ölçüdür (Pav, 2021). Sharpe oranı, portföy getirisinden risksiz oran çıkartıldıktan sonra elde edilen değer portföy getirisinin standart sapmasına bölünmesi ile bulunur:

$$R_{Sharpe} = \frac{\mu - R_0}{\sigma}$$

Yukarıdaki denklemde R_{Sharpe} , Sharpe oranını vermektedir. Sharpe oranı denkleminin payı bir getiri ölçüsü olup bu getiri elde edilmiş olan ham getiri değil risksiz bir menkul

kıymete yatırım yaparak temin edilebilecek getiriden daha fazla getiridir. Bu nedenle Sharpe oranı portföy getirisinden kazanılabilir fazla getiriye ölçmektedir. William F. Sharpe “*Mutual Fund Performance*” makalesinde en iyi portföyün en yüksek R_{Sharpe} değerini veren portföy olduğunun altını çizerek. Ayrıca, eğer birden fazla verimli veya etkin -*efficient portfolio*- portföyün bulunması halinde her portföyün Sharpe oranının yani R_{Sharpe} değerinin birbiri ile aynı olması gerektiğini ekleyerek bu oranın etkin portföyü verdiğini vurgulamaktadır.

Bunlara ek olarak, gelecekteki tahmini değerleri temsil etmesinden mütevellit getiri ve standart sapma değerleri $(\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ şapkalı gösterilmesi gerekirken şapkasız (μ, σ) gösterilmiştir. Bunun sebebini Sharpe getiri – risk değerleri hesaplamasında sonuçların tatmin edici bir şekilde hesaplanamamasından dolayı gerçekleşen (*ex post*) değerlerin kullanılması gerektiğini söyleyerek açıklamıştır. Yani bu durumda beklenen getiri oranı için ortalama portföy getiri oranı, öngörülen risk için getiri oranındaki gerçek standart sapma ikame edilmiştir (Sharpe W. F., *Mutual Fund Performance*, 1966).

Son olarak, Sharpe’ın getiri ile risk oranının orijinal tanımında R_0 sifıra eşit olarak kabul edilmiştir (Sharpe W. F., *Capital Asset Prices: A Theory Of Market Equilibrium Under Conditions Of Risk*, 1964).

Beta katsayısı

Diğer getiri – risk modelleri sistematik riski daha farklı tanımlamış olmasına rağmen Sermaye Varlığı Fiyatlandırma Modeli (CAPM) sistematik riski beta olarak tanımlamaktadır. Beta (β) değeri belirli bir hissenin getirileri ile bir bütün olarak piyasadaki getiriler arasındaki kovaryansı hesaplamaktadır. CAPM modelinde tüm yatırımcıların piyasa portföyüne yatırım yaptığı varsayıldığından, bir yatırımcının sahip olduğu bir hisse, piyasa portföyüne ek olarak alınan risk miktarı kadar bir riske sahip olacaktır (Arnold, 2013). İstatistiksel olarak risk, bir varlığın veya bu tezde incelendiği üzere bir hissenin piyasa portföyü ile arasındaki kovaryans ile ölçülmektedir. O halde bir varlığın beta değeri:

$$\frac{\text{Bu varlığının piyasa portföyü ile arasındaki kovaryans değeri}}{\text{Piyasa portföyünün varyansı}}$$

$$\beta_i = \frac{cov(R_i, R_{piyasa})}{\sigma_{R_{piyasa}}^2}$$

Yukarıdaki formülün açıklaması şu şekilde yapılabilir: Beta formülünün paydası olan getirinin varyansı ile ölçülen piyasa portföyünün riski, beta formülünün payında verilen piyasa portföyündeki varlıkların kovaryans risklerinin ağırlıklı ortalamasıdır (Rossi, 2016).

Beta, belirli bir hisse senedi, varlık veya portföy ile ilişkili sistematik riskin bir ölçüsüdür. Birden büyük bir beta değeri, tüm piyasanın getirisini olumlu veya olumsuz olarak daha güçlü yansıtan bir varlığı belirtmektedir. Sıfıra yakın bir beta değeri ise bir bütün olarak piyasadan daha istikrarlı bir getiri sağlayan bir varlığı göstermektedir. Negatif bir beta değerine sahip bir varlığın performansı bir ekonomik döngüdeki dalgalanmalara ters eğilimde olan bir varlığı ifade eder. Yani beta değeri negatif ise genel piyasadaki dalgalanmalar dengelenir (Forjan, 2019).

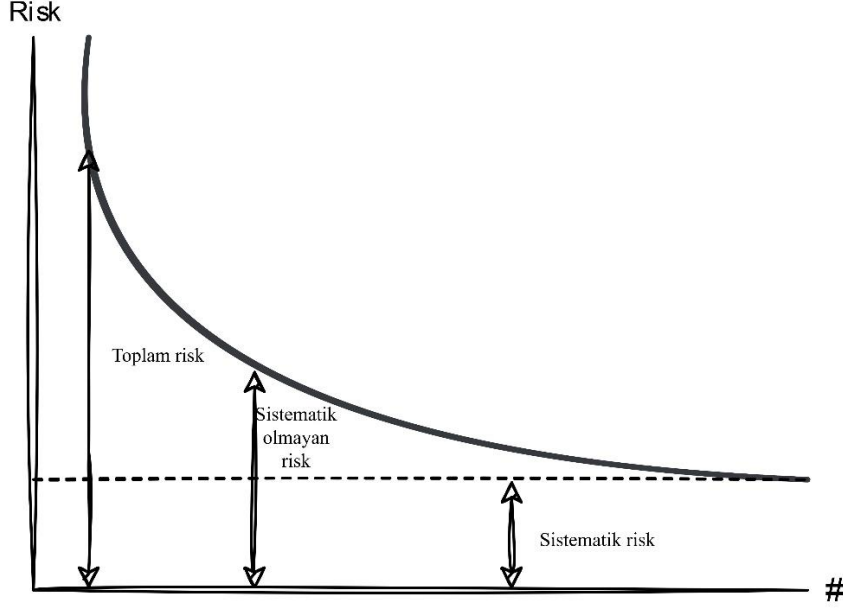
Diğer bir deyişle,

- i. Beta değerinin bir e eşit olduğu durumlarda ($\beta = 1$) piyasa endeksi getirisindeki %1 oranındaki bir değişiklik, genellikle belirli bir hissenin getirisinde yine %1 oranında bir değişikliğe sebep olmaktadır (Arnold, 2013).
- ii. Beta değerinin sıfır ile bir arasında olduğu durumlarda ($0 < \beta < 1$) piyasa endeksi getirisindeki %1 oranındaki bir değişiklik, genellikle belirli bir hissenin getirisinde yüzde 1' den daha az bir değişikliğe sebep olmaktadır (Arnold, 2013).
- iii. Beta birden büyük ise ($\beta > 1$) piyasa endeksi getirisindeki %1 oranındaki bir değişiklik, belirli bir hisse getirisinde genellikle %1' den daha büyük bir getiri sağladığı anlamına gelmektedir (Arnold, 2013).

Bazı finans kaynaklarında (özellikle CFA -*Chartered Financial Analyst*- konu anlatımlarında) betanın sıfır ile iki arasında değer alabileceğinin yazıldığı görülebilir. Fakat aslında beta değeri negatif veya ikiden büyük bir değer de alabilmektedir. Bazı kaynaklarda aksi bilgi verilmesinin sebebi ekonomistlerin çok büyük değerler elde etmemek amacıyla elde edilen değerleri küçülterek standardize etmeye çalışmalarından kaynaklanmaktadır. Bu şekilde bu rastgele değerler belirli bir standart değer aralığına oturtulmuş olur.

Bir hissenin beta değeri, o hissenin genel piyasa hareketlerine duyarlılığını göstermektedir. Bu sebeple beta değeri sistematik riskin bir ölçümüdür. Sistematik risk, ekonomik faktörlerdeki değişimlerden dolayı yatırım getirilerindeki değişimi

göstermektedir. Örneğin enflasyon, faiz oranları, petrol fiyatları, gayrisafi millî hasıla, savaşlar, cumhurbaşkanlığı seçimleri gibi makroekonomik faktörler sistematik riski ortaya çıkarmaktadır. Beta değeri de makroekonomik sebeplerden doğan bu sistematik riski kapsamaktadır.

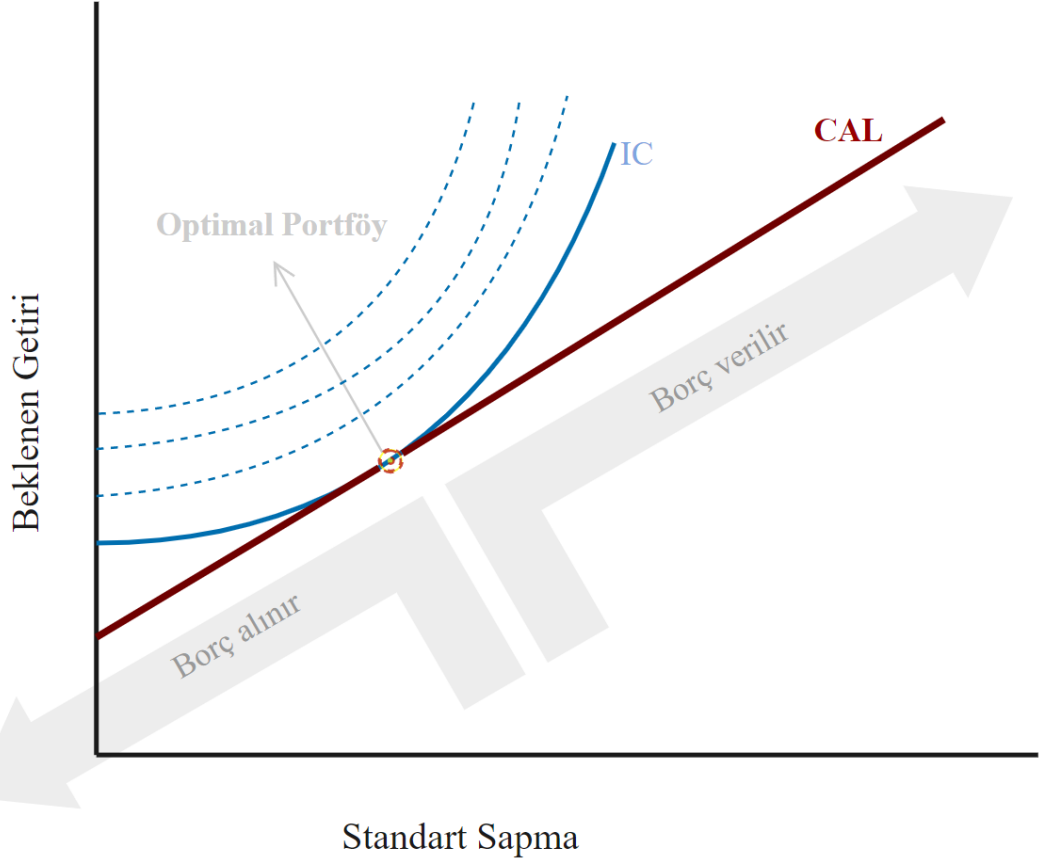


Şekil 4.2: Portföy riski ile portföyde bulunan tüm varlıklar arasındaki ilişki
Kaynak: Arnold, G. (2013). *Corporate Financial Management*. Pearson.

Yukarıdaki grafikte (Şekil 4.2) portföy riski ile portföyde bulunan toplam varlıkların arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu ilişki sadece bir hisseye yatırım yapıldığında elde edilen standart sapma veya ortalama portföy riski olarak düşünülebilir. Portföy riskine istinaden milyon doları olan bir yatırımcı dahi en çok getiri sağlayan en iyi hisseler dahil yalnızca bir hisseye yatırım yapmamalıdır. Çünkü rasyonel bir yatırımcı aldığı riski en minimum seviyeye indirmek amacıyla portföy oluşturur ve bu sayede sistematik olmayan riski elimine eder. Grafikte portföyde bulunan toplam varlık sayısı arttıkça portföy riskinin azalma sebebi budur. Sonuç olarak, bir yatırımcının amacı riski elemektir; bu doğrultuda sistematik olmayan risk çeşitlendirme ile mümkün mertebe minimuma indirilebilmektedir. Fakat optimizasyonun önündeki en büyük engel hisse senetlerinin sistematik riskidir. Bu konuda Sharpe (1964) hisse senedi getirisinin tek bir faktör ile (beta) tanımlanabileceğini söyledi. Bu sayede sistematik olmayan risk çeşitlendirme ile ortadan kaldırılırken, beta katsayısı kullanılarak sistematik risk azaltılabilmekte ve toplam risk seviyesi bu sayede azaltılabilmektedir.

Sermaye tahsis doğrusu (*Capital allocation line*)

Etkin sınır bu tezin bir önceki bölümde anlatılmıştı. Etkin sınır, portföye risksiz bir varlık dahil edilme olasılığı dikkate alınmadan sadece riskli varlıklar kapsamında açıklanmıştı. Bu sebeple bu bölümde riskli varlıklara ek olarak bir risksiz varlık eklendiğinde ortaya çıkan durum incelenecektir. Sermaye Tahsis Doğrusu -*Capital Allocation Line*- sayesinde bir risksiz bir varlık ve riskli varlıklardan oluşan portföy ile birleştirilir. Burada teorik olan tanım gereği risksiz varlık herhangi bir risk taşımayan ancak yine de risksiz getiri oranını veren olan bir varlıktır. Herhangi bir risk taşımadığı için grafiğin sağ tarafına hiç ilerlemeyen risksiz varlık y ekseninde oluşmaktadır. Böylece risksiz varlık CAL doğrusunun başlangıcı yani portföyün beklenen getirisi olacaktır. Yatırımcı, Sermaye Tahsis Doğrusu (CAL) üzerinde bir noktaya yatırım yapacaktır. Bu noktada hangi noktanın yatırım yapılması gereken optimal nokta olduğu nasıl anlaşılacaktır veya yatırımcı optimal noktayı nasıl seçecektir? Bu sorunun yanıtı kayıtsızlık eğrileri (yani uluslararası literatürde *indifference curve*) tarafından verilmektedir. Optimal portföyün elde edilebilmesi için IC (kayıtsızlık eğrisi) eğrisinin CAL ile olan kesişimi alınır.



Şekil 4.3: Sermaye Tahsis Doğrusu (Capital Allocation Line)

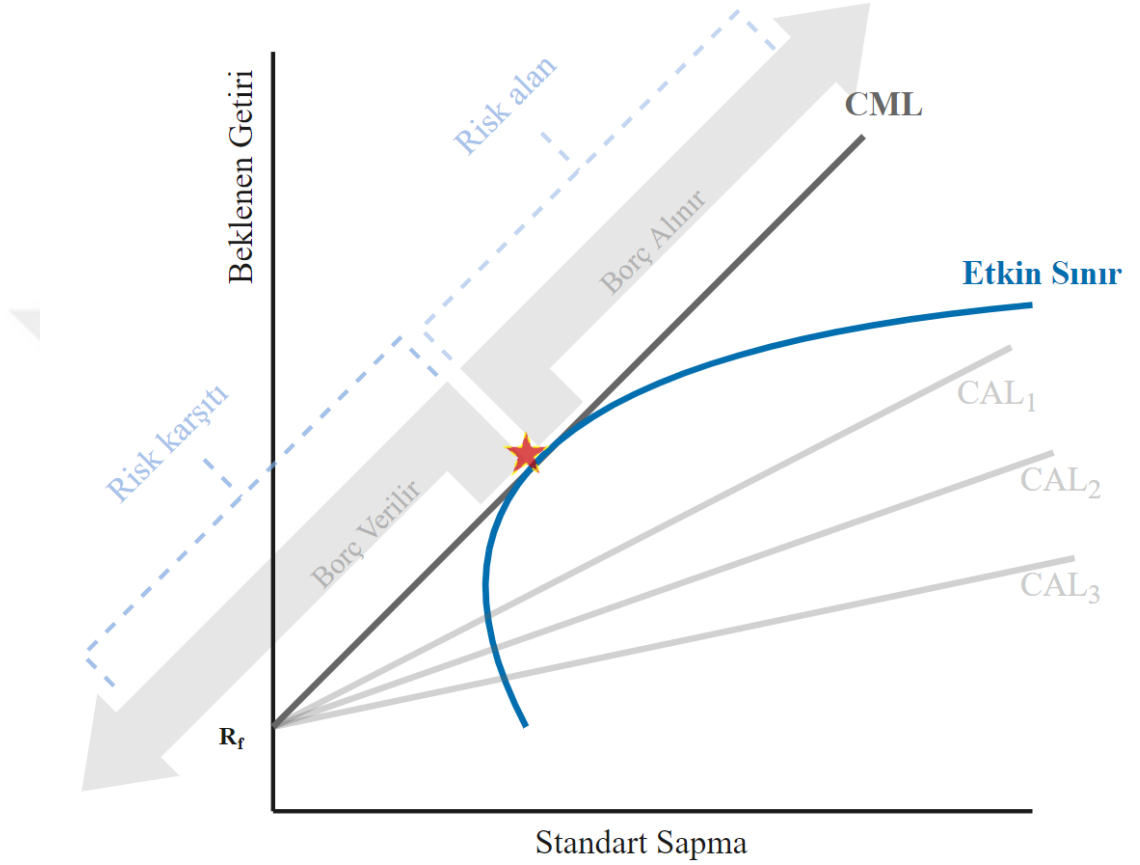
Kaynak: Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). *Investments*. New York: McGraw-Hill Education.

Kayıtsızlık eğrileri yatırımcının tercihlerini ifade etmektedir. Daha ayrıntılı açıklanacak olursa, IC eğrileri belirli bir getiri seviyesinde yatırımcının almaya istekli olduğu risk seviyesini ifade etmektedir. Çizilen bu IC eğrilerinden bir tanesi en uygun portföyü vermektedir. Bu uygun portföyü ise kayıtsızlık eğrisinin CAL doğrusuna teğet olduğu nokta sağlamaktadır. Diğer bir deyişle risksiz varlığın Markowitz portföyüne teğet olduğu nokta piyasa portföyünü verir. Risksiz varlıkla piyasa portföyünü birleştiren eğri ise Sermaye Piyasası Doğrusu' nu ortaya çıkarır.

Sermaye piyasası doğrusu (*Capital market line*)

Peki, Sermaye Piyasası Doğrusu (CML) nasıl elde edilir? Bu sorunun cevabının en basit şekilde verilebilmesi için CAL doğrusunun yerine CML doğrusunun koyulduğu düşünülebilir. Bu durumda modeli standart hale getirebilmek için belirli varsayımlar yapılmalıdır. Bu varsayımlardan biri tüm yatırımcıların tercihlerinin tamamen aynı

olduğudur. Çünkü Şekil 4.4 üzerinde gösterildiği gibi tüm yatırımcılar aynı tercihlere sahip olduğu takdirde bireysel CAL eğrileri sermaye Sermaye Piyasası Doğrusu olan CML doğrusuna yakınsayacaktır (Arun, 2020).



Şekil 4.4: Sermaye piyasası doğrusu (Capital market line)

Kaynak: Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). *Investments*. New York: McGraw-Hill Education.

Sermaye Piyasası Doğrusu optimal portföylerin etkin sınırında bulunan risksiz orandan çekilen tanjant doğrusudur.

Optimal portföylerin etkin sınırı standart sapma σ_p ve beklenen getiri μ_p (σ_p, μ_p) tarafından oluşturulur. CML ile oluşturulan optimal portföyün ağırlığı $w_M = w'_p 1n$ olmalıdır ve buradaki w_M değeri sıfırdan büyüktür. Beklenen getiri μ_p aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$\mu_p = r_0 + w_M(\mu_M - r_0)$$

Risk Premium veya riskin piyasa fiyatı aşağıdaki gibi bulunur.

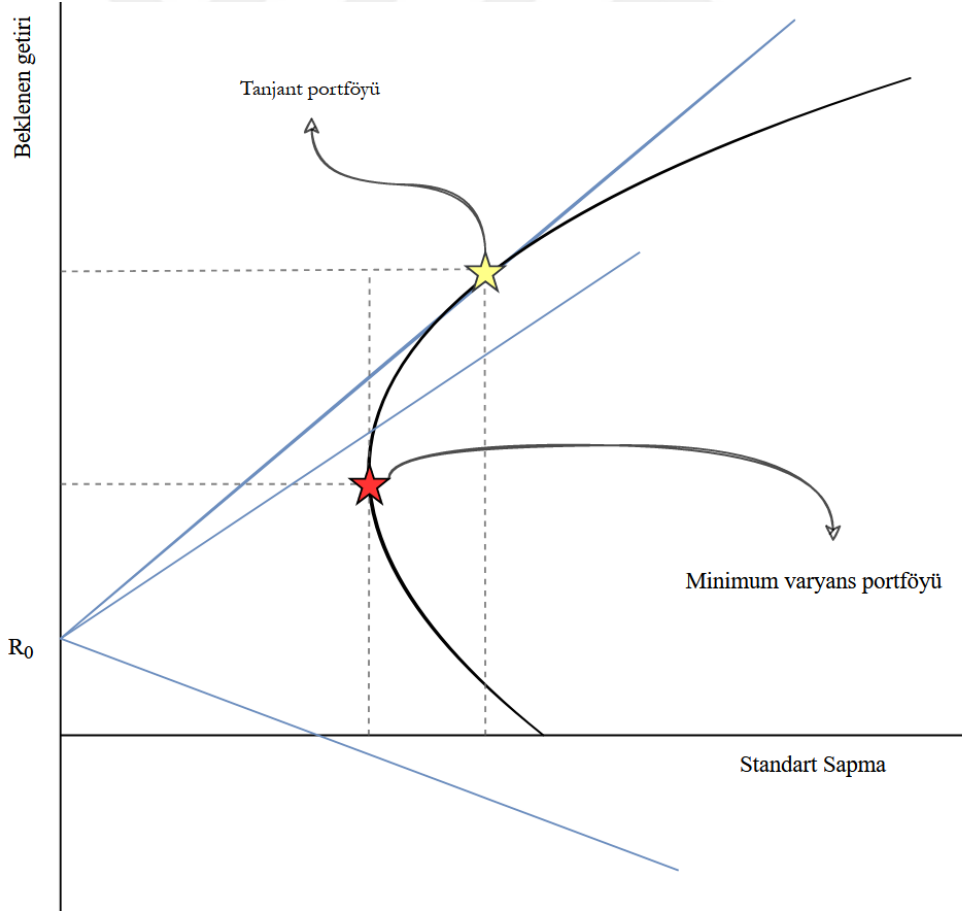
$$E(R_p) = r_0 + w_M[E(R_M) - r_0]$$

$$= r_0 + \left(\frac{\sigma_p}{\sigma_M}\right)[E(R_M) - r_0]$$

$$= r_0 + \sigma_p \left[\frac{E(R_M) - r_0}{\sigma_M} \right]$$

$$\left[\frac{E(R_M) - r_0}{\sigma_M} \right] = \text{Risk premium}$$

Görüldüğü gibi optimal portföy P ' nin beklenen getirisi olan $E(R_M)$, standart sapma olan σ_p ile lineer olarak artar. Diğer bir deyişle daha fazla getiri elde etmek isteyen bir yatırımcı daha fazla risk almalıdır.



Şekil 4.5: n – riskli varlık ve bir risksiz varlıktan oluşan portföyler

Kaynak: Constantinides, G., & Malliaris, A. (1995). Portfolio Theory. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, 1-27.

Yukarıdaki grafikte (Şekil 4.5) r_0 noktası risksiz varlığı gösterir ve bu varlık sayesinde daha fazla getiri ve daha az riskli bir portföyün oluşturulması sağlanır. Borçlanmanın olduğu durumlarda, bu grafikte sarı yıldız ile gösterilen tanjant portföyünden yukarıda olan bir nokta sağlanabilir ve alınan daha fazla risk ile daha fazla getiri elde edilebilir.

Güvenlik piyasası hattı (*Security market line*)

Güvenlik Piyasası Hattı' nı -*Security Market Line (SML)*- elde etmek için yine bir risk tanımı yapılacaktır. Bu risk tanımının içinde sistematik risk ile ve sistematik olmayan risk bulunmaktadır. Bu risk türlerinin tanımı ilgili bölüm altında yapılmıştır. Fakat özetle hatırlatma yapılacak olursa sistematik risk esasen toplam riskten yatırımcının kurtulamadığı kısım olacaktır yani yatırımcı ne kadar menkul kıymet satın almış olursa olsun bu riski elimine edememekte ve bu yüzden sistematik riskten kaçınmamaktadır. Bu tür risklere örnek olarak makroekonomik risklerin çoğu (enflasyon, faiz oranı, döviz kuru vb.) verilebilir. Diğer taraftan sistematik olmayan risk genellikle belirli bir işletmenin karşı karşıya olduğu risklerden oluşmaktadır. Bu sebeple sistematik olmayan risk yatırımcının nispeten kolayca kurtulabileceği bir risk türüdür. Örneğin giderek daha fazla menkul kıymete yatırım yaparak portföyü çeşitlendirmek suretiyle bu risk elimine edilebilmektedir. Bu nedenle piyasadaki sağlanan getiri sistematik ve sistematik olmayan risklerin toplamı kadar olacaktır. Fakat bu çıkarımın aksine şu soruyu sormak yerinde olacaktır: Yatırımcı çeşitlendirme yoluyla sistematik olmayan riskten kurtulabilmektedir, eğer yatırımcı çeşitlendirme yoluyla bu riskten kurtulamıyorsa bu yatırımcının hatası olmaktadır, bu yüzden piyasa yatırımcıyı neden yatırımcının kurtulabileceği bir risk için ödüllendirmelidir? Çünkü piyasa yatırımcıyı kurtulamayacağı riske yani sistematik riske istinaden ekstra getiri sağlayarak yatırımcıyı tazmin etmektedir (Arun, 2020).

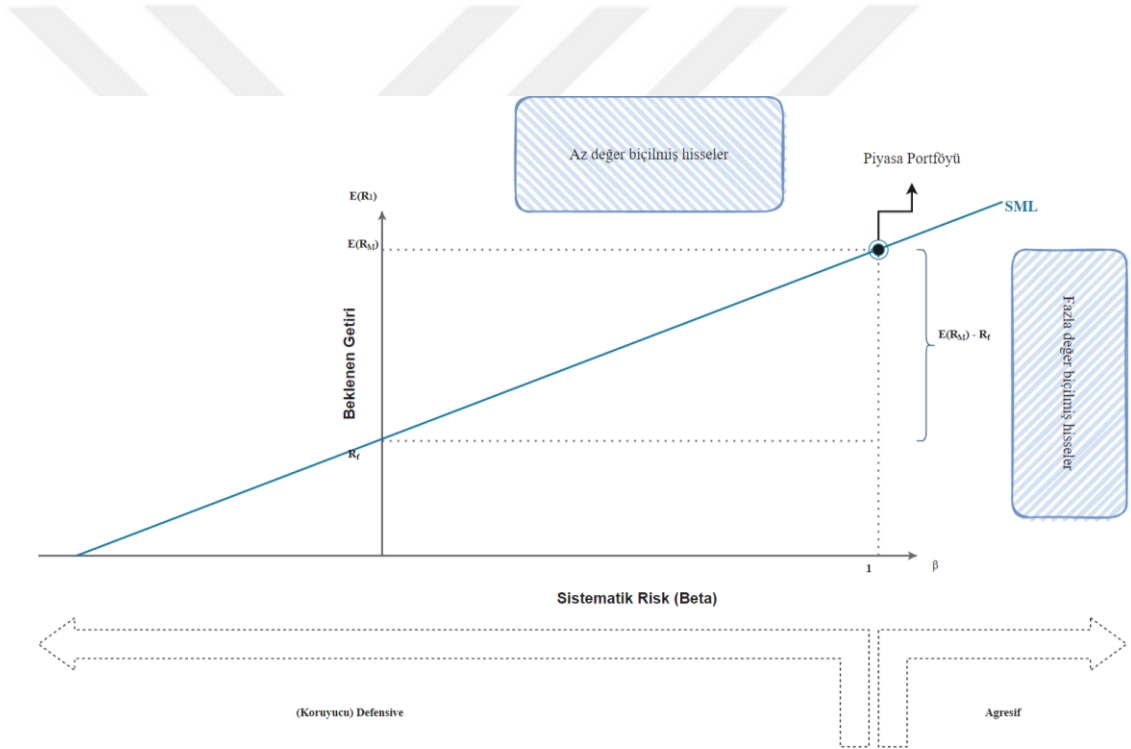
Hisseler arasındaki korelasyon mükemmel olmadığı sürece yani +1' den az olduğu sürece portföydeki menkul kıymetlerin sayısı artırılmaya devam edildiğinde, sistematik risk değeri sabit kalırken, sistematik olmayan risk azalmaya devam edecektir. Bu bilgiler ışığında SML çizilebilecektir. SML, CAPM formülünü verecek olan veya CAPM denkleminde ortaya çıkan ve betanın sistematik riski temsil ettiği doğrudur. SML doğrusunda da y ekseninde beklenen getiri bulunmakta fakat x ekseninde beta değeri diğer bir ifadeyle portföyün betası kullanılarak ölçülen

sistemik risk değeri bulunmaktadır. Yukarıda detaylıca açıklanmış olan sebepler nedeniyle, SML oluşturulurken toplam riskin aksine çok daha dar bir tanım yapılarak sadece portföy betası kullanılarak ölçülen sistemik risk değeri kullanılmaktadır.

$$E(R_i) = R_f + \beta_i[E(R_m) - R_f]$$

$$\beta_i = \rho_{i,m}\sigma_i/\sigma_m$$

Bu formüle göre eğim $E(R_m) - R_f$ yani piyasa risk primi -*market risk premium*- veya özsermaye risk primini -*equity risk premium*- oluşturan kısım olacaktır. Doğrunun y eksenini ile kesişim noktasında CAL ve CML grafiklerinde olduğu gibi risksiz oran bulunmaktadır.



Şekil 4.6: Güvenlik piyasası hattı (*Security market line*)

Kaynak: Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). *Investments*. New York: McGraw-Hill Education.

Şekil 4.6' da SML grafiği verilmiştir. Bu şekle istinaden, uygun şekilde fiyatlandırılmış tüm portföyler SML grafiğinin üstünde oluşmaktadır. Burada uygun şekilde fiyatlandırılmış portföyden kasıt gerçek getiri ile beklenen getirinin tamamen aynı olduğu veya piyasa değeri ile yatırımcının içsel değeri -*intrinsic value*- aynı olduğu değerden fiyatlandırmadır. Bir hisse senedinin içsel değeri, halihazırda mevcut

bilgilere dayanarak, hissedarların gelecekteki beklenen temettülerinin veya nakit akışlarının bugünkü değeridir (Lee, Myers, & Swaminathan, 1999). Bu durumda uygun fiyatlandırılmış bir hisse söz konusu olduğunda piyasa değeri ile içsel değer aynı olmaktadır. Bu nedenle menkul kıymetlerin ne aşırı değerli ne de düşük değerli olduğu, aksine uygun değerli oldukları sonucuna varılabilmektedir. Diğer bir ifadeyle SML grafiği düzgün bir şekilde fiyatlandırılmış tüm bu menkul kıymetlerin kümesidir. Eğer bir menkul kıymet SML grafiği altındaysa fazla değer biçilmiş menkul kıymetken, grafiğin üstündeyse olduğundan daha az değer biçilmiş bir menkul kıymettir.



5 ÇEŞİTLENDİRME

Çeşitlendirme nedir?

Çeşitlendirme getiriden ödün vermeden portföy riskini azaltarak portföy oluşturulmasıdır. Çünkü bir portföyün aritmetik ortalama getirisi portföyde bulunan varlıkların aritmetik getirilerinin ortalamasının bir doğrusal fonksiyonu olduğundan, çeşitlendirmenin avantajı getiriye arttırmakta değil, riski azaltmada ortaya çıkmaktadır. Dolayısıyla, çeşitlendirmeden risk seviyesi seçimi yapıldığında faydalanılacaktır. Diğer taraftan hiçbir metodoloji gözetmeden yapılan çeşitlendirme olan saf çeşitlendirme *-naïve diversification-* ayırım gözetmeksizin portföye ek menkul kıymetler eklenerek yapılırken, Modern Portföy Teorisinin sunduğu portföy optimizasyon metodolojisi ile çeşitlendirme yapıldığında daha verimli portföyler elde edilebilir (Fragkiskos, 2014). MPT hangi varlığın seçilmesi gerektiği ve hangi varlığa (veya hangi hisse senedine) hangi oranla yatırım yapılacağını açıklamaktadır.

Çeşitlendirme riski nasıl azaltır?

Portföy teorisi henüz geliştirilmemişken akademisyenler etkin ve verimli çeşitlendirmenin nasıl yapılması gerektiğini cevaplayacak araçlara sahip değillerdi. Bu durum Dickson H. Leavens' ın 1945 yılında yazdığı “*Diversification of Investments*” makalesinde de belirttiği gibi yüzyılın son çeyreğinde yatırım üzerine yazılmış olan yaklaşık elli tane kitap ve makale arasından anlaşılmaktadır ki çeşitlendirmenin yapılması arzu edilir bir durumdur. Fakat hiçbir yazar neden çeşitlendirme yapılması gerektiğini açıklamamış ve çeşitlendirmeyi genel terimlerle tartışmışlardır (Leavens, 1945). Leavens risklerin bağımsız olduğu varsayımıyla çeşitlendirmenin faydalarını göstermiş olsa da makalesinin son paragrafında bir uyarıda bulunur: her bir menkul kıymetin bağımsız nedenlerden etkilendiği varsayımı pratikte her zaman tam olarak karşılık bulmasa dahi önemlidir. Çünkü bir sektörde yapılan çeşitlilik seçilmiş olan sektörün tümünü etkileyebilecek olumsuz faktörlere karşı koruma sağlayamadığı için

ek bir çeşitlendirme ihtiyacı doğar. Bununla beraber sektörler arası yapılan çeşitlilik tüm sektörleri aynı anda etkisi altına alabilecek döngüsel faktörlere karşı da koruma sağlayamaz (Leavens, 1945). Leavens çeşitlendirme üzerine değerli fikirler sunmuştur ve bu fikirleri Markowitz geliştirerek çeşitlendirme stratejisi oluşturmuştur.

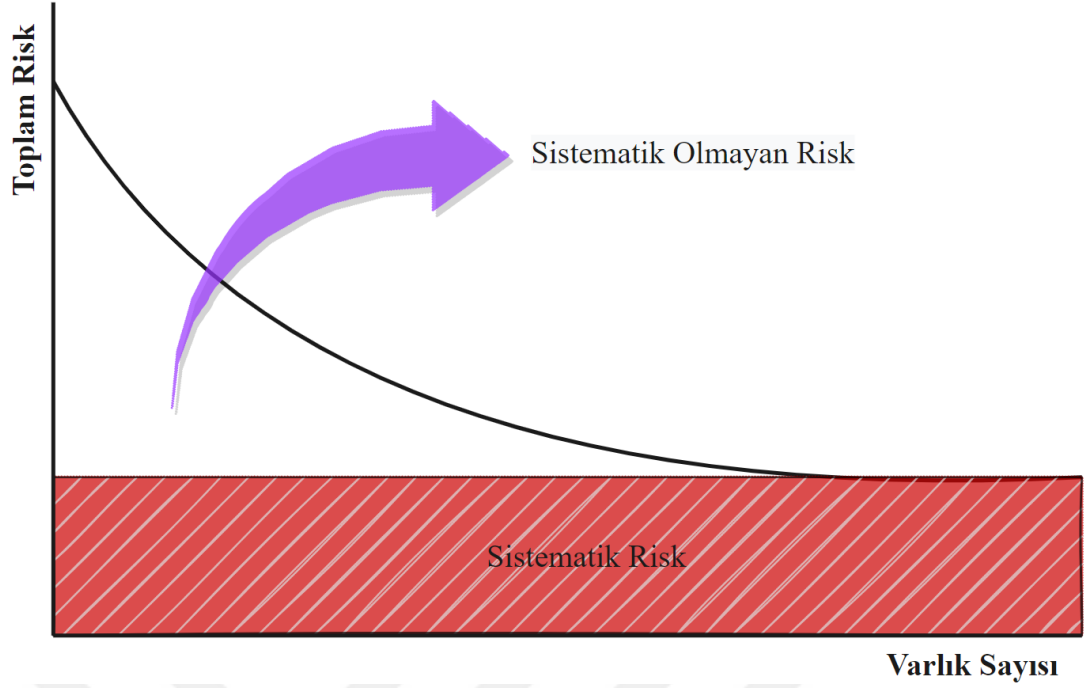
MPT teorisinin sağladığı en önemli katkılarından biri bir portföyün çeşitlendirilmesinin nicel bir ölçüsünün mümkün olduğunu göstermesidir. Markowitz çeşitlendirme stratejisi -*Markowitz diversification*- yaratıcısı olan Harry M. Markowitz' e (1952, 1959, 2010) atıfta bulunmaktadır. Markowitz çeşitlendirmesi bazı yatırımcılar ve bazı yatırım kitapları tarafından yaygın olarak kullanılan basit veya rastgele çeşitlendirmeden -*simple or random diversification*- farklıdır. Çünkü Markowitz portföydeki varlık getirileri arasındaki kovaryansı riskin bir ölçütü olarak formüle etmiştir. Markowitz çeşitlendirmesi getiri seviyesini azaltmadan portföy riskini (yani varyansı) azaltmak amacıyla bir portföydeki varlıkları mükemmel pozitif korelasyondan daha az getirilerle birleştirmeyi amaçlamaktadır. Markowitz çeşitlendirmesini saf çeşitlendirme yaklaşımından daha farklı kılan ve onu daha etkili bir çeşitlendirme inşa etmesini sağlayan asıl etken Markowitz'in varlık getirileri arasındaki kovaryansın analizi yoluyla riski düşürürken getiriye koruma kaygısıdır (Fabozzi & Markowitz, 2011). Öte yandan varlıklar arasındaki korelasyon veya kovaryans dikkate alınmadığı için saf çeşitlendirme yapılırken risk en aza indirilememektedir. Saf çeşitlendirme farklı varlıklara sahip olmaya yani tüm yumurtaları bir sepete koymamaya odaklanmaktadır. Buna karşın Markowitz çeşitlendirmesi çeşitlendirmeye analitik bir yaklaşım sağlar.

Markowitz çeşitlendirmeyi şu şekilde ifade etmiştir: Portföy analizi yalnızca çeşitlendirmeyi değil doğru sebep için doğru türde çeşitlendirmeyi ima etmektedir. Çeşitlendirmenin yeterliliği yatırımcılar tarafından tutulan farklı menkul kıymetlerin sayısına bağlı olarak düşünülmemektedir. Örneğin tek bir endüstriye yatırım yapılarak oluşturulmuş bir portföy, endüstriler arası çeşitlendirme yapılarak oluşturulmuş aynı büyüklükteki portföy kadar çeşitlendirmenin avantajını kullanamayacaktır. Bunun sebebi aynı endüstrideki firmaların aynı anda kötü performans göstermelerinin genellikle daha muhtemel olmasıdır. Ayrıca getirilerin varyansı küçültülmeye çalışılırken birçok menkul kıymete yatırım yapmak tek başına yeterli değildir çünkü iyi bir çeşitlendirme yapılması için kendi aralarında kovaryansları yüksek olan menkul kıymetlere yatırım yapılmamalıdır (Markowitz H. M., 2009).

Hisse senetlerinden bazıları diğerlerinden daha değişken hareket eder ve hisse senetleri çoğunlukla piyasa endekslerinden daha değişkendir. Fakat piyasadaki bütün hisselerden oluşmuş olan bir portföy bu değişken hisse senetlerinden oluşmasına rağmen, piyasa portföyündeki değişkenlik bileşenlerinin ortalama değişkenliğini yansıtmamaktadır. Bunun sebebi ise çeşitlendirmenin değişkenliği azaltmasıdır. Az sayıda hisse senedi ile yapılan bir çeşitlendirme bile değişkenlikte önemli bir azalma sağlayabilir. Çünkü farklı hisse senetlerinin fiyatları birlikte hareket etmemektedir (Allen, Brealey, & Stewart, 2005). İstatistiksel olarak iki hisse senedi arasındaki korelasyon her zaman birden küçüktür, aralarında pozitif tam korelasyon yoktur. Örneğin korelasyonu yüksek iki hisse senedinin fiyatlarındaki değişimler benzer hareket etmiş olsalar dahi tamamen aynı değildir, yani aralarındaki korelasyon her zaman birden küçüktür.

Buna göre, çeşitlendirme yoluyla potansiyel olarak ortadan kaldırılabilen riske spesifik risk veya sistematik olmayan risk denir. Spesifik veya sistematik risk, tek bir şirketi çevreleyen tehlikelerin çoğunun o şirkete ve belki de yakın rakiplerine özgü olmasından kaynaklanmaktadır. Ancak, ne kadar çeşitlendirildiğine bakılmaksızın kaçınılamayacak bazı riskler de vardır. Bu risk genellikle piyasa riski olarak bilinmektedir.

Piyasa riski, ekonomi çapında ortaya çıkan tehlikelerin kaynaklanmaktadır. Bu nedenle piyasa riski bakımından hisse senetleri birlikte hareket etme eğilimindedir. Sadece bir hisse senedi ile yapılan yatırım söz konusu olduğunda spesifik riske çok fazla maruz kalınır fakat birçok hisse senedinden oluşan bir portföy oluşturulduğunda yapılan bu çeşitlendirme sayesinde spesifik risk elimine olmaktadır. Bu tür bir portföy söz konusu olduğunda yatırımcı için söz konusu olan risk piyasa riski veya sistematik risk olacaktır.



Şekil 5.1: Sistematik risk ve sistematik olmayan risk

Kaynak: Modigliani, F., & Pogue, G. A. (1974). An Introduction to Risk and Return: Concepts and Evidence. *Financial Analysts Journal*, 68-80.

Yukarıdaki şekilde sistematik olmayan riskin tamamen elimine edilebileceği fakat sistematik riskin çeşitlendirme ile elimine edilemeyeceği (kırmızı alan) gösterilmiştir.

Neden çeşitlendirme yapılmalıdır?

Portföy oluşturma arkasındaki motivasyonlar kısaca hangi hissenin daha iyi olduğunun yatırımcı tarafından bilinmemesi, çeşitlendirme yapılarak gereksiz risklerin elimine edilmesi ve portföylerin risk ve getiri arasındaki dengenin yönetilip özelleştirilebilmesi yer almaktadır. Ağırlıkları bilinen, risk – getiri seviyeleri dengelenmiş olan bir portföy oluşturma'nın temel sebebi riski azaltmaktır. Fakat çeşitlendirme konusunda Warren Buffett tarafından desteklen farklı bir yaklaşım daha bulunmaktadır. Warren Buffet bir röportajında çeşitlendirmenin pratik ve tam olarak ne yaptığını bilen bir yatırımcı için mantıklı olmadığını veya bir şey ifade etmediğini düşündüğünü belirtmiştir (The Financial Review, 2019). Üstelik aynı röportajda çeşitlendirmenin cehalete karşı bir koruma olduğunu, piyasayı ve yatırım yapmayı bilen bir yatırımcı için bu kadar fazla hisse senedine sahip olmanın çılgınlık olduğunu dile getirmiştir (The Financial Review, 2019). Yani Warren Buffett tüm yumurtaların

tek sepete koyulması ve sonra sadece o sepete gerçekten dikkatlice bakılmasını önermektedir. Buffett'ın söyledikleri kulağa çekici gelse de, bir yatırımcı hangi sepetin en iyi sepet olduğunu bilmiyorsa Buffett'ın önermesi rasyonel olmamaktadır. Özellikle yanlış sepeti seçmiş olan bir yatırımcının kaybı çok büyük olacaktır. Portföy teorisinin arkasındaki ana fikir de budur. Her yatırımcı Warren Buffett değildir ve Warren Buffett olmak istemez. Bunun yerine iyi bir yatırım kararı vermek için modern portföy teorisinin sunduğu gibi nispeten sistematik bir yaklaşıma sahip olmak akademide olduğu kadar çoğu yatırımcı için de daha önemlidir. Çünkü portföy teorisi ile yapıldığı gibi ekonomi ve finans profesörleri piyasayı yenmeye çalışmak yerine, ekonomik bir mantığı olan, rasyonel ve uygulanabilir bir yatırım yöntemi bulup bulamayacağını araştırmaktadırlar. Dolayısıyla yatırımcı hangi hisse senedinin en iyi olduğunu bilmemektedir ve bu sebeple tek bir hisse senedi seçmek yerine sistematik ve iktisadi bir mantıkla çalışan bir yatırım yöntemi kullanmak daha rasyonel bir davranış olacaktır. Örneğin 1998- 2000 yılları arasında harika bir performans gösteren Nokia hisse senedinin özellikle 2012'de olduğu gibi çok kötü performans sergilediği dönemler vardır (Nasdaq, 2021). Son olarak ekonomik varsayımlardan biri olan verimli piyasaların bulunması varsayımı altında hisse senetlerinin akıbetini tahmin etmek zordur. Eğer bu tahmin kolay olsaydı bu bilgi değersiz olacaktı çünkü birçok yatırımcı zaten bu bilgiyi kullanmış ve hesaba katmış olacaktı. Bu nüans Warren Buffett ile akademisyenler arasında çok önemli bir felsefî fark yaratmaktadır. Warren Buffett, tespit edilebilecek ve yararlanılabilecek sistematik yanlış fiyatlandırmalar olduğuna inanmaktadır. Ekonomistlerin öne sürmüş olduğu argüman piyasanın risklerine göre adil getiri oranları göz önüne alındığında, bu getirilerin seviyesine ilişkin bir denge olduğudur. Bu getiriler zamanla değişebilmekle beraber zamanın herhangi bir noktasında olmaları gereken yerdedirler. Yani arz talebe eşittir, piyasa dengededir -*market clearing*- ve yatırımcının görevi menkul kıymetlerden oluşan bu portföyü nasıl oluşturacağını bilmektir.

MPT teorisinin sunmuş olduğu çeşitlendirmenin yapılması gerektiğine dair sistematik prosedüre şöyle bir örnek verilebilir: bir portföydeki varlıklar arasındaki korelasyon sıfır olsun. Buna göre varyans şu şekilde tanımlanacaktır: $\sigma^2(R) = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2$. Diğer bir varsayım ise portföyün eşit ağırlıklı olması olsun: yani $w_i = \frac{1}{n}$. Öyleyse portföydeki varlık sayısı sonsuza yaklaştıkça varyans sıfıra yaklaşır. Yani:

$$n \rightarrow \infty$$

$$\sigma^2(R) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n^2} \sigma_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n} \rightarrow 0$$

Bu denklemin söylemek istediği şudur: Varyansın bir risk ölçüsü olduğu kabul edilirse portföye daha fazla varlık eklendiğinde risk sifıra gider (West, 2004).

İkinci bir durum ise portföydeki hisselerin yine eşit ağırlıklı olduğu fakat varlıklar arasındaki korelasyonun sıfır olmadığı varsayalım. Öyleyse çözüm aşağıdaki gibi olacaktır:

$$n \rightarrow \infty$$

$$\begin{aligned} \sigma^2(R) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{n^2} \sigma_{ij} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i^2}{n} + \frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{\sigma_{ij}}{n(n-1)} \\ &= \frac{1}{n} \overline{\sigma_i^2} + \frac{n-1}{n} \overline{\sigma_{ij, i \neq j}} \rightarrow \overline{\sigma_{ij, i \neq j}} \end{aligned}$$

Bu durumda riskin sifıra yaklaşmamasının sebebi piyasa riskinin yani sistematik riskin ortadan kaldırılamamasıdır. Sistematik riskin ölçüsü ortalama kovaryanstır (West, 2004).

6 SİSTEMATİK VE SİSTEMATİK OLMAYAN RİSK

Yatırımcılar yatırım yapmak için ihtiyaç duydukları beklenen getirilere risk seviyesine göre karar vermektedirler. Diğer bir deyişle MPT teorisinin anlatıldığı kısımdaki analize göre piyasa portföyü bu konuda kilit bir rol oynamaktadır çünkü bir yatırımdan elde edilebilecek olan beklenen getiri seviyesinin o portföyün riskini nasıl etkileyeceği çok önemlidir. Bu sebeple bir yatırımdan elde edilen getiri ile piyasa portföyünden elde edilen getiri arasında bulunan en uygun doğrusal ilişkiyi belirlemek için geçmiş veriler ve regresyon analizi kullanılmıştır ve şu şekilde formüle edilmiştir:

$$R = a + \beta R_M + \varepsilon$$

Bu genel denklemde R yatırımın getirisi, R_M piyasa portföyünün getirisi, a ve β değişkenleri ise birer sabit ve ε ise regresyon hatasına eşit bir rastgele değişkendir (Hull, 2018).

Bu formülasyona göre yapılan yatırımdan elde edilen getiride riskin iki belirsiz bileşeni vardır. Bu bileşenlerden ilki piyasa portföyünden elde edilen getirinin bir katı olan βR_M bileşenidir ve sistematik risk olarak adlandırılır. İkinci bileşen ise piyasa portföyünden elde edilen getiri ile ilgisi olmayan bir ε bileşenidir. Önce sistematik olmayan risk düşünüldüğünde farklı yatırımlar için ε değişkenlerinin birbirinden bağımsız olduğu varsayımı altında sistematik olmayan risk büyük bir portföyde çeşitlendirme ile neredeyse tamamen ortadan kaldırılabilir. Bu sebeple bir yatırımcı sistematik olmayan risk konusunda endişe duymamalıdır ve yine aynı sebeple daha fazla sistematik olmayan risk almak için risksiz orandan daha fazla getiri talep etmemelidir. Sistematik risk bileşeni ise bir yatırımcı için daha fazla önem taşımaktadır ve daha fazla dikkat gerektirir. Çünkü iyi çeşitlendirilmiş bir portföy oluşturulduğunda βR_M tarafından temsil edilen sistematik risk ortadan kalkmaz. Bir yatırımcı sistematik riski telafi etmek için daha fazla beklenen bir getiriye ihtiyaç duyar.

Sistematik risk

Risk ve beklenen getiri arasındaki dengeyi anlamaya yönelik ilk ve önemli girişimlerden biri Markowitz tarafından yapılmış olup daha sonra Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Mossin (1966) tarafından CAPM modeli olarak bilinen model geliştirilerek Markowitz' in analizi bir aşama daha ileri taşınmıştır. Bir bakıma CAPM modelinde beklenen getiri ile “sistematik risk” arasındaki ilişki teoriye dökülmüştür. 1976 yılında Stephen A. Ross, sermaye varlık fiyatlandırma modelini yalnızca bir değil birkaç sistematik risk kaynağı olduğu duruma istinaden incelemiş ve CAPM modelinin bir uzantısı olarak görülebilecek olan arbitraj fiyatlandırma teorisini *-the arbitrage theory of capital asset pricing model-* geliştirmiştir (Ross, 1976). Bu bilim insanlarının sunmuş oldukları görüşler portföy yöneticilerinin karşılaştıkları risk – getiri dengelerini yönetme ve analiz etme biçimleri üzerinde derin bir etkiye sahip olmuştur (Hull, 2018).

Risk faktörleri kullanılarak riske maruz kalma türü sınıflandırılabilir. Örneğin bazı risk faktörleri tüm portföy varlıklarını aynı şekilde etkilemektedir. Diğer bir deyişle risk tüm piyasa toplamının sonucunda oluşursa buna sistematik risk denilmektedir. Örneğin arızalanmakta olan bir uçakta bulunan tüm yolcular bu arızadan mütevellit kaynaklanacak olan bütün risklere tabidir. Çünkü bu arıza uçaktaki herkesi etkilemekte ve bu nedenle sistematik bir risk oluşturmaktadır. Daha iktisadi bir örnek verilecek olunursa, bir ekonominin fiyat seviyesi, portföy oluşturmuş olan bir yatırımcı için sistematik bir risk faktörü olmaktadır, çünkü daha yüksek bir enflasyon oranı yatırımcı için daha düşük bir getiri demektir. Aynı şekilde bir ekonomideki faiz oranı da sistematik bir risk faktörüdür, çünkü faiz oranı tahvil ve hisse senetlerine yatırım yapmanın fırsat maliyetini değiştirir. Diğer bir söylemle, ekonomik bir patlama veya durgunluk, varlıkları sistematik bir şekilde etkilemekte olup S&P 500 veya Dow Jones Endüstriyel Ortalaması (DJIA) gibi geniş piyasa endekslerini yukarı veya aşağı yönlendirir (Shorish, 2021). Bu bilgiler ışığında, portföy çeşitlendirmesinin sistematik riske karşı bir önlem olmadığı kolayca anlaşılmaktadır. Çünkü tüm piyasalar sistematik riskten etkileneceği için portföy içindeki tüm varlıklar bu riskin etkisi altında olacaktır. Sistematik riskin en önemli üç alt kategorisi olan piyasa riski, faiz oranı riski ve enflasyon riski aşağıda açıklanmaktadır.

6.1.1 Piyasa riski

Piyasa riski, risk maddi ve maddi olmayan olaylara yatırımcılar tarafından verilmiş olan tepkilerden kaynaklanmaktadır. Hisse senedi fiyatları çeşitli nedenler sebebiyle dalgalanmaktadır ve hisse senetlerinin fiyatlarındaki değişim sıklığı yüksek, düşük veya bir süre sabit olacak şekilde değişebilmektedir. Hisse senedi fiyatlarındaki artış ve azalış eğilimleri de farklı olabilmektedir örneğin genel bir artış (artış trendi veya boğa trendi), veya tersi durumda düşüş (düşüş trendi veya ayı trendi) eğiliminde olabilmektedir. Bir yatırımcı, hisse senedi fiyatında meydana gelen bu değişiklikleri borsaların hisse senedi fiyat endekslerinden takip edebilmektedir.

Piyasa riski politik, ekonomik veya sosyal faktörler başta olmak üzere çeşitli sebeplerden kaynaklanabilmektedir. Bu faktörler çeşitlilik gösterse dahi piyasa riskini ortaya çıkaran bu sebeplerin önemi veya büyüklüğü yatırımcıların tutumuna bağlıdır. Bu tür faktörlere karşı ilk tepki, kaybetme korkusundan kaynaklanmaktadır çünkü yatırımcılar yatırımlarını kaybetmek istemezler. Çoğu yatırımcı tarafından sergilenen bu korku bir sürü içgüdüsel yaratır ve yatırımlarını kaybetmek istemeyen bu yatırımcılar piyasadan çıkmaya başlarlar. Yatırımcıların bu tür duygusal dengesizlikleri kümülatif bir şekilde bir çıg gibi bir aşırı tepkiye yol açar ve piyasa riskini oluşturur. Sistemik riskin ana bileşeni olan piyasa riski spekülasyon ya da psikolojik faktörler sonucu oluşmuş olan bu aşırı tepki sonucunda ortaya çıkan risktir (Singal, 2020).

6.1.2 Faiz oranı riski

Faiz oranı riski faiz oranlarının genel seviyesindeki dalgalanmalardan dolayı ortaya çıkan gelecekteki piyasa değerinin ve dolayısıyla gelecekteki gelirin belirsizliğini ifade etmektedir. Faiz oranı riski özellikle borçlanma senetlerini etkilemektedir. Çünkü faiz oranındaki artış borç senedi fiyatlarında düşüşe neden olurken ve faiz oranındaki düşüş borç sendi fiyatlarında artışa neden olmaktadır. Faiz oranı değişiminin borç senetleri üzerindeki doğrudan etkisine karşın adi hisse senetleri üzerinde dolaylı etkileri bulunmaktadır. Çünkü yüksek faiz oranlarının olduğu bir ekonomide yatırımcılar hisse senedine yatırım yapmakta daha isteksiz olmaktadır. Yatırımcıların daha isteksiz olma sebebi ise daha yüksek bir faiz oranı ile elde edilebilecek olan getirinin borçlardan kazanılan faizden elde edilen getiriden yüksek

olması sebebiyle hisse senedi yatırımı yapan yatırımcıların marjının azalmasıdır. Benzer şekilde, birçok firma ve özellikle kamu kurumları, ticari faaliyetlerini ağırlıklı olarak borçlanma senetleri ile finanse etmekte olduğu için, artan faiz oranı sermaye maliyetinde artışa sebep olmakta ve bu şekilde borçlanma ile finanse edilen kurumların kazanma kapasitelerini azaltmaktadır. Bunun bir diğer sebebi ise yatırımcı kazançlarının düşüyor olması yani kurum veya işletmenin hisse fiyatını düşürme eğiliminde olmasıdır (Singal, 2020).

6.1.3 Satın alma gücü riski (Enflasyon riski)

Enflasyonun, mal ve hizmetlerin fiyat düzeyindeki artış, bir yatırım üzerindeki etkisi satın alma gücü riskidir, bu riske enflasyon riski de denilmektedir. Şöyle ki, enflasyonun doğrudan etkisi tüketimi dolayısıyla menkul kıymetlere yapılan yatırımı (yatırım yönetiminde tüketim olarak kabul edilir) ertelemesidir. Bunun sebebi yatırımcıların satın alma gücünün enflasyon oranındaki artış sonucu azalması veya yatırımcıların satın alma gücünün enflasyon oranındaki azalış sonucu artmasıdır. Neticede enflasyon riski hem borçlanma senetlerini hem de hisse senedi piyasasını aynı yönde etkilemektedir (Singal, 2020).

Sistematik olmayan risk

Sistematik olmayan risk (veya spesifik risk) sektöre veya şirkete özgü risktir ve çeşitlendirme ile ortadan kaldırılabilir. Sistematik olmayan risk türlerine iş riski, finansal risk, operasyonel risk, stratejik risk ve yasalardan kaynaklanan riskler örnek olarak verilebilir.

6.1.4 İş riski

İş riski bir işletmenin içinde bulunduğu faaliyet koşullarının bir fonksiyonudur yani ekonominin faaliyet koşulları sebebiyle ortaya çıkan faaliyet gelirindeki değişkenlik sebebiyle ortaya çıkan risktir. İşletmenin faaliyet gelirlerinde meydana gelen artış işletme riskini azaltırken ve aksi durumda yani faaliyet gelirlerindeki azalış gelecek dönemde faaliyet gelirlerinde ortaya çıkacak olan dalgalanma sebebiyle belirsizlik oluşturduğu için işletme riskini artırır (Singal, 2020). Sözün kısası, iş riski büyük

ölçüde işletme içi yatırımlar ve bu yatırımların getirisi ile ilişkili olduğundan, şirketin faaliyet riski olarak adlandırılmaktadır. Bir işletmenin sabit faaliyet giderleri toplam işletme giderleri içindeki oranı arttıkça işletme riski de o kadar fazlalaşmaktadır.

6.1.5 Finansal risk

Finansal risk, bir işletmenin finansman faaliyetleriyle ilişkili olup sermaye yapısından kaynaklanan risk türüdür. Bir işletme sermaye yapısında iki tür menkul kıymete sahip olabilmektedir: öz sermaye ve borçlanma senetleri. Örneğin yeterli öz sermayeye sahip olunmaması finansal riske bir örnek olarak verilebilir. Ayrıca, toplam sermayede borçlanma senetlerinin sayısı arttıkça bu tür borçlanma senetleri üzerindeki sabit faiz de artmaktadır. Borçlanma senetlerine faiz ödenmesi zorunlu olduğundan, bu tür sabit faiz ödemelerinden sonra kalan tutar da düşmekte ve hisse senedinin hisse başına karını azaltmaktadır. Bir şirketin finansal riski, finansal kaldıraç derecesi ile ölçülebilmektedir (Singal, 2020).

Finansal Risk = Finansal Kaldıraç Derecesi

Finansal Kaldıraç Derecesi = EPS' deki yüzde değişim / FVÖK' teki yüzde değişim

6.1.6 Sistemik olmayan diğer risk çeşitleri

Bu kısımda yukarıda açıklanan temel sistemik olmayan risklerin yanı sıra diğer risk türleri de kısaca açıklanacaktır.

Operasyonel risk tedarik veya üretim sürecinde meydana gelen, operasyonel işleyiş prosedüründeki arızalardan dolayı kaynaklanmaktadır. Stratejik risk, yönetimde yapılan stratejik hatalardan kaynaklanan risktir. Son olarak, yasal risk yasalardaki bir değişikliğin bir işletmeye zarar verme riskidir. Yasaklardaki ilgili bir değişim ile yüksek miktarda masraflar çıkabilmesi yasal risklere örnek olarak verilebilir (Solomon, 2016).

7 VARLIKLAR ARASINDAKİ İLİŞKİ

Kovaryans

Bir rastgele değişken başka bir rastgele değişkenle ilişkilendirilmek istenildiğinde, bu iki rastgele değişken arasındaki ilişkinin istatistiksel ölçüsü kovaryans olarak tanımlanmaktadır. Kovaryansın işareti yani pozitif veya negatif olma durumu rastgele değişkenler arasındaki ilişkinin yönünü yansıtır. Eğer kovaryans pozitif bir değere sahipse değişkenler aynı yönde hareket etme eğiliminde, kovaryans negatif ise iki rastgele değişken zıt yönlerde hareket etme eğilimindedir (Kim & Francis, 2013).

Finansal anlamda kovaryans iki varlığın getirilerinin birlikte değişme derecesi anlamına gelmektedir. Kovaryansın yüzde vs. gibi bir birimi yoktur. Pozitif kovaryans, iki varlığın getirilerinin aynı yönde hareket etme veya değişme eğiliminde olduğu anlamına gelirken, negatif bir kovaryans değeri getirilerin zıt yönlerde hareket etme eğiliminde olduğu anlamına gelmektedir. Herhangi i ve j varlığı arasındaki kovaryans değeri aşağıdaki formül kullanılarak hesaplanır:

$$\text{cov}(R_i, R_j) = p_1[r_{i1} - E(R_i)][r_{j1} - E(R_j)] + p_2[r_{i2} - E(R_i)][r_{j2} - E(R_j)] \\ + \dots + p_N[r_{iN} - E(R_i)][r_{jN} - E(R_j)]$$

r_{iN} = i varlığının n. olası getiri oranı

r_{jN} = j varlığının n'inci olası getiri oranı

p_N = i ve j varlıklarının r_{iN} ve r_{jN} getiri oranına ulaşma olasılığı

N = getiri oranı için olası sonuçların sayısı

Korelasyon

MPT altında kurulan çeşitlendirilmiş bir portföyde hisseler arasındaki korelasyon portföyde yer alan farklı varlıkların fiyat hareketleri arasındaki ilişkinin derecesini

göstermektedir. Varlıklar arasında +1.0 korelasyon olması, fiyatların birlikte hareket ettiği anlamına gelmektedir ve çeşitlendirme yapmak riski ortadan kaldırmaz. Varlıklar arasındaki korelasyonun 0.4 olduğu varsayılın. Bu durumda hiç çeşitlendirme yoktur denilemez. Çeşitlendirme bir dereceye kadar hala vardır ancak beklenen getiri ve volatilité artar.

Korelasyonun negatif olması çeşitlendirme yani riskin azaltılması anlamında çok olumludur. Korelasyon -1.0 ' e yaklaştıkça portföyün çeşitliliği de artmış olur. Korelasyonun -1.0 olması fiyatların zıt yönlerde hareket ettiği anlamına gelmektedir. Korelasyonun negatif olması durumu hedging stratejilerinde çok kullanılır. Örneğin bir varlığa ve bu varlığın türevine yatırım yapıldığında, örneğin bu türevin *future* olduğu durumlarda varlık ile aralarındaki korelasyon negatif olabilmektedir. Yani risk kolaylıkla ortadan kaldırılabilir. Bu durum portföy oluştururken de aynı mantıkla çalışmaktadır, iki arasındaki korelasyon -1.0 olan iki hisse senedi tam çeşitlilik sağlar.

Korelasyonun sıfır olması varlıkların fiyat hareketlerinin ilişkisiz olduğu anlamına gelmektedir. Korelasyon sıfır iken bir varlığın yanına başka bir varlık eklenerek oluşturulan portföyde varlıkların fiyatlarının birbirinden ilişkisiz olması vasıtasıyla ikinci varlığın eklenmesi çeşitliliğe katkı sağlar.

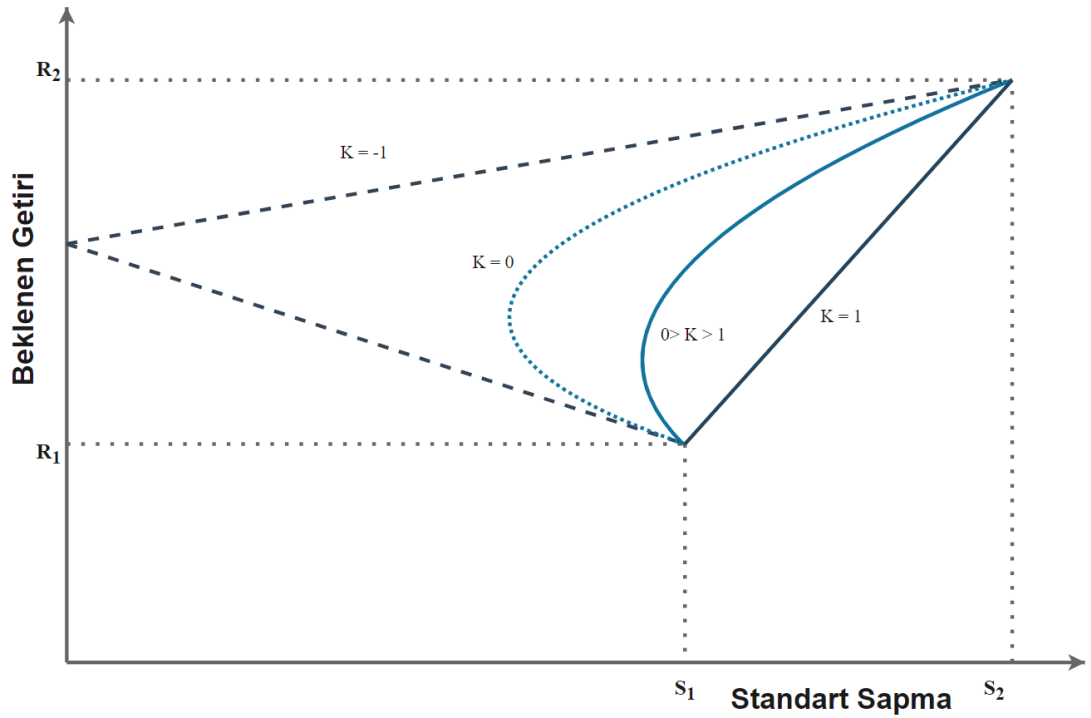
Aşağıdaki tabloda korelasyon katsayıları açıklamaları ile gösterilmiştir.

Korelasyon Katsayısı	Açıklama
+1.0	Mükemmel pozitif + ilişkilendirme
+0.8 – 1.0	Çok güçlü + ilişkilendirme
+0.6 – 0.8	Güçlü + ilişkilendirme
+0.4 – 0.6	Orta + ilişkilendirme
+0.2 – 0.4	Zayıf + ilişkilendirme
0.0 – (+0.2)	Çok zayıf + veya ilişki yok
0.0 – (–0.2)	Çok zayıf - veya ilişki yok
–0.2 – (–0.4)	Zayıf - ilişkilendirme
–0.4 – (–0.6)	Orta - ilişkilendirme
–0.6 – (–0.8)	Güçlü - ilişkilendirme
–0.8 – (–1.0)	Çok güçlü - ilişkilendirme
–1.0	Mükemmel negatif ilişkilendirme

Tablo 7.1: Korelasyon katsayıları ve ilişki dereceleri tablosu

Kaynak: LaMorte, W. W. (2021, 09 20). *The Correlation Coefficient (r)*. Boston University: <https://sphweb.bumc.bu.edu/otlt/MPH-Modules/PH717-QuantCore/PH717-Module9-Correlation-Regression/PH717-Module9-Correlation-Regression4.html> adresinden alındı

Aşağıda verilen grafikte (Şekil 7.1) korelasyon katsayısı bir iken iki varlık arasındaki ilişkinin mükemmel pozitif olduğu, katsayı değeri azaldıkça bu ilişkinin zayıfladığı ve sıfır olduğu iki varlığın hareketinin birbirinden ayrık olduğu, korelasyon katsayısı negatif değerler almaya başladığında ise ilişkilendirmenin -1.0 değerine yaklaştıkça ters yönlerde güçlendiği gösterilmiştir. Bu makalede mükemmel negatif ilişki denildiğinde korelasyonun -1.0 olduğu, mükemmel pozitif denildiğinde ise $+1.0$ olduğu anlaşılmalıdır.



Şekil 7.1: Korelasyon değeri ve beklenen getiri

Kaynak: Sharpe, W. F. (2022). *Portfolios of Two Assets*. Stanford University : https://web.stanford.edu/~wfsarpe/mia/rr/mia_rr5.htm adresinden alındı

Yukarıdaki grafikte sıfır korelasyon, mükemmel korelasyon, mükemmel negatif korelasyon ile bir ila sıfır arasındaki bir korelasyon değeri olmak üzere dört farklı durum sergilenmektedir. Bu grafiğe göre mükemmel pozitif korelasyon durumunda getiri ve risk arasında doğrusal ve düz bir doğru olduğu görülmektedir. Çünkü eğer iki varlık birbirleri ile mükemmel bir şekilde bağlantılıysa bu varlıklar temelde hemen hemen aynı hisse senedir. Yani bu iki varlık veya bu tezde incelenen herhangi bir çift hisse senedi, mükemmel bir şekilde ilişkilirse yani aralarındaki korelasyon

katsayısı bir (1) ise, bu iki hisse senedi arasında doğrusal bir ilişki olduğu anlamına gelmektedir. Dolayısıyla ortalama varyans uzayında ortalama varyans analizi yapıldığında aslında doğrusal olmayan bir grafik elde edilemez. Bu doğru üzerine düşen hisse senetleri için yaratılabilecek olan tek farklı senaryo birbirilerinden farklı ağırlıklar verilerek portföye eklenmiş olmalarıdır; örneğin bu hisselerden birini açığa alıp beklenen getiri ve riski azaltmak için diğer hissenin ağırlığını değiştirmek veya devretmek gibi. Korelasyonun bir (1) ile sıfır (0) arasında bir değer olduğu durumda ise bir doğru değil de eğri şeklinin oluşmaya başladığı görülmektedir. Bunun anlamı korelasyon katsayısının sıfıra yaklaşmasıyla (veya küçülmesiyle) getiriden feragat etmeden riskten kurtulabilmektir. Hiçbir korelasyonun olmadığı durumda sola doğru oluşan tümseğin derinleştiği görülmektedir. Bu şeklin manası ise bir önceki örneğe nazaran korelasyon katsayısının azalması ile elde edilen getiriden feragat edilmeyerek kurtarılmış olan riskin daha fazla olduğudur. Diğer bir değişle riskten daha fazla tasarruf edilmiş olunur. Bu tasarruf seviyesi korelasyon eksi değerlere düştükçe daha da artar veya grafik üzerinden canlandırılacak olunursa grafiğin sola doğru olan çıkıntısı/tümseği artar. Bu sayede daha fazla standart sapma elimine edilmiş olunur. Peki grafik üzerinde daha batıya gidilirse sonuç ne olacaktır? Korelasyon değerinin – 1.0 olduğu senaryoda ise bu şeklin y eksenine çarpan bir üçgene dönüştüğü görülmektedir. Bu üçgen parçalı lineer olan bir değiş tokuş ile elde edilir. Bu üçgenin oluşma sebebi ise, bu grafiğin sıfır risk oranı ile bu üçgenin y eksenine değdiği değer kadar getiri elde edilebileceğini söylemesidir. Fakat gerçek dünyada sıfır risk oranı ile grafikte gösterildiği kadar (örneğin korelasyonun sıfır olduğu durumdaki getiri kadar fakat sıfır risk oranı ile) elde edilebilecek olan bir getiri olan bir varlık bulunmamaktadır. Böyle bir varlık bulunsaydı bu konudaki akademik çalışmalar hiç yapılmamış olurdu. Bu varlığın bulunmamasının temel sebebi ise mükemmel negatif korelasyona sahip iki hisse senedinin gerçek dünyada bulunmamasıdır. Fakat Modern Portföy Teorisinin söylemek istediği ana fikre geri dönülürse, çünkü MPT aslında korelasyondan nasıl yararlanılacağına ilişkin bir tarif kitabıdır, eğer aralarında mükemmel negatif korelasyon bulunan iki varlık olsaydı, o zaman bu varlıklardan oluşan portföyün getiri oranı sıfır korelasyon üçgeninin y eksenine dokunduğu nokta kadar, risk oranı ise sıfır olacaktı (Lo, MIT OpenCourseWare, 2013).

Kovaryans ve Korelasyon Arasındaki İlişki

Korelasyon katsayısı, iki rastgele değişken arasındaki ilişkinin başka bir istatistiksel ölçüsüdür. Finansal anlamda korelasyon, iki varlığın sahip olduğu beklenen getiriler arasındaki kovaryans ile alakalıdır. Yani herhangi iki i ve j varlığının getirileri arasındaki korelasyon değeri i ve j varlığının arasındaki kovaryansın her bir varlığın standart sapmasının $(\sigma_{R_i}, \sigma_{R_j})$ çarpımına bölünerek bulunmaktadır.

$$\text{corr}(R_i, R_j) = \frac{\text{cov}(R_i, R_j)}{\sigma_{R_i} \sigma_{R_j}}$$

Daha açık ifade etmek gerekirse, iki varlığın sahip olduğu getirilerin arasındaki kovaryansı standart sapmalarının çarpımına bölmek iki varlığın getirileri arasındaki korelasyonu verir. Korelasyon standardize edilmiş bir gösterge olduğu için farklı varlıklara sahip kümeler birbirleriyle karşılaştırılabilir.

8 VERİ VE METODOLOJİ

Bu çalışmanın uygulama kısmında Amerika Birleşik Devletleri piyasası seçilmiştir. Bunun en temel sebebi ABD'nin dünya üzerinde kapitalizmi en başarılı -veya en başarılı olmaya en yakın- uygulayan devlet olmasıdır. Ocak 2021 verilerine göre, ABD Borsasının büyüklüğü toplam dünya pazarının %55,9'unu oluşturmaktadır ve ABD Borsasını %7,4 ile Japonya ve %5,4 ile Çin Borsası takip etmektedir (Statista, 2021). Dünya piyasasında ABD Borsasının büyük bir hakimiyeti olması, diğer ülkelere nispeten modern portföy teorisinin piyasalara uygulaması sonucu elde edilen verilerin daha stabil ve güvenilir olmasını sağlamaktadır. Çalışılmak üzere Dow Jones Endüstri Ortalaması (DJIA) seçilmiştir. Bu endeksin seçilme sebebi işlem gören hemen hemen tüm sektörlerde potansiyel çeşitlendirmeye olanak sağlamasıdır. DJIA, NASDAQ veya New York Menkul Kıymetler Borsası'nda (NYSE) işlem gören ve Amerika Birleşik Devletleri ekonomisinde lider olarak kabul edilen 30 ABD halka açık şirketin günlük borsa hareketlerini ölçmektedir. DJIA endeksi iyi bir küresel piyasa ruh hali indikatörü olarak görülür. DJIA fiyat ağırlıklı hesaplanan bir endekstir. Dolayısıyla yüksek fiyatlı hisse senetlerinin DJIA üzerindeki etkisi daha ucuz hisselerle kıyasla daha fazladır. Fakat, basit bir mantık yürütmeyele anlaşılacağı üzere, hisse senetlerindeki arzın artması halinde, arzı artmış olan hisse senedinin endeks değeri üzerindeki etkisi daha düşük olurken, diğerler hisselerin etkisi biraz artar. Piyasadaki işletmenin tahmini değerini *-market capitalization-* baz alan Standard & Poor's 500 gibi indekslerle karşılaştırıldığında, DJIA indikatöründe şirketin piyasa değerinin büyüklüğü hesaplamaya girmemektedir.

Portföyler seçilirken her sektörden yalnızca bir hisse seçilmiştir. Bunun sebebi sektörel riske maruz kalmamak için portföyün çeşitliliğinin artırılmasının amaçlanmış olmasıdır. Dow30 hisselerinin bulunduğu sektörler bankalar, finansal hizmetler sektörü, perakende gıda ve ilaç sektörü, genel sanayi, petrol ve doğal gaz üreticileri, ilaç ve biyoteknoloji sektörü, perakendeciler, teknoloji donanım ve ekipmanları sektörü, havacılık ve savunma sektörü, otomotiv ana ve yan sanayii, içecek sektörü,

elektrik-elektronik sektörü, sağlık ekipmanları ve hizmetleri sektörleri, ev eşyaları, eğlence ürünleri ve telekomünikasyon sektörleridir.

Hesaplamalar 01 Ocak 1998 ile 1 Ocak 2018 tarihleri arasında yirmi senelik periyod çalışarak yapılmıştır. Veri analizi adımı verideki tutarsızlıkların veya ticaret yapılmayan bazı tarihlerin bulunması sebebiyle ortaya çıkan eksik hücrelerin verinin doğru analiz edilmemesine yol açmaktadır. Bu sorunun çözülmesi için verinin tutarsız veya boş olduğu tarihlerde varlığın fiyatının hiç değişmediği ve bir önceki gün ile aynı değeri taşıdığı varsayımı yapılmıştır. Ayrıca, bu çalışmada 1 Ocak 2018 itibari ile geçerli olan Dow30 hisseleri baz alınmıştır. Bu hisselerin listesi sektörleri ve sembolleri ile beraber Ekler kısmında gösterilmiştir. Bu bağlamda altı tane portföy oluşturulmuştur. İlk portföy DOW30 endeksindeki hisselerin her sektörden bir tane olacak şekilde ayrıştırıldıktan sonra kalan uygun hisselerle oluşturulmuştur. İkinci ve üçüncü portföyler Sermaye Varlık Fiyatlama Modeli (CAPM) modeline istinaden, bu modelde bulunan β (beta) değeri kullanılarak oluşturulmuştur. Şöyle ki, bütün hisselerin beta değerleri hesaplanmış, yüksek β (beta) değerine sahip ($\beta > 1$ yüksek kabul edilir) hisselerden bir yüksek beta portföyü (çalışma boyunca YB olarak kısaltılarak bahsedilecektir), düşük β (beta) değerine sahip ($\beta < 1$ düşük kabul edilir) hisselerden bir düşük beta portföyü (çalışma boyunca DB olarak kısaltılarak bahsedilecektir) oluşturulmuştur. Beta değerleri Ekler kısmında liste halinde eklenmiştir. Bunun yanı sıra dördüncü (R1), beşinci (R2) ve altıncı portföyler (R3), DJIA indeksinde bulunan otuz hisse senedinden rastgele bir sayıda, rastgele hisseler seçilerek *random* modülü kullanılarak Python tarafından seçilmiştir.

Risksiz oran 0,05 olarak kabul edilmiştir.

Bu çalışmanın uygulama kısmı tamamen Python dili kullanılarak yapılmıştır. Python teknik alanlar dahil çok çeşitli alanlarda kullanılabilen üst düzey ve çok amaçlı bir programlama dilidir. Python, Guido van Rossum tarafından yaratılmış ve ilk olarak 20 Şubat 1991 tarihinde piyasaya sürülmüştür. Python' ın logosu büyük bir piton yılanı olsa da Python programlama dilinin adı "*Monty Python's Flying Circus*" adlı 1969 tarihli bir televizyon komedi dizisinden gelir (Python Institute, 2021). Python, dinamik anlam bilimi ile yorumlanan nesne yönelimli, üst düzey bir programlama dilidir. Python dilinde bulunan yerleşik veri yapıları, bu dilin kolay öğrenilebilir olması, kolay sözdizimi ve okunabilirliği en çekici özellikleri arasında yer almaktadır. Python programı modülerliği ve kodun yeniden kullanımını teşvik eden modüller ve paketleri

destekler ve tamamen ücretsizdir. Python' un resmî web sitesinde yayınlanmış olan özet Python' un neden tercih edildiğini çok iyi açıklar:

“Python is an interpreted, object-oriented, high-level programming language with dynamic semantics. Its high-level built-in data structures, combined with dynamic typing and dynamic binding, make it very attractive for Rapid Application Development, as well as for use as a scripting or glue language to connect existing components together. Python's simple, easy to learn syntax emphasizes readability and therefore reduces the cost of program maintenance. Python supports modules and packages, which encourages program modularity and code reuse. The Python interpreter and the extensive standard library are available in source or binary form without charge for all major platforms, and can be freely distributed.”

- Python Software Foundation

Bunlara ek olarak, Python programlama dili açık kaynaklıdır ve içinde barındırdığı birçok kütüphane lisans alınmadan kullanılabilir. Ayrıca yorumlanmış bir dildir; örneğin CPython uygulaması çalışma zamanında Python kodunu yürütülebilir bayt koduna çevirir. Python çoklu paradigmatik bir dildir yani minimum maliyetle maksimum verim sağlanabilir. Python aynı zamanda çok amaçlı bir dildir örneğin düşük seviyeli sistem operasyonlarında kullanıldığı kadar yüksek seviyeli analitik görevler için de kullanılabilir. Python birden fazla işletim sistemini destekler. Dinamik olarak kod yazılımına imkân verir (bu çalışmada Python' un dinamik olma özelliğinden çok yararlanılmıştır). Python dili diğer programlama dillerinin aksine süslü parantez, parantez veya noktalı virgül yerine boşluk kullanımını destekler bu sebeple kod daha sade ve okunabilir hale gelir. Son olarak Python dilinde bulunan *Garbage Collector* ile uygulaması ile bellek kullanımı sürekli optimize olur (What is Python?, 2021).

Bu çalışmanın uygulama kısmı *NumPy* ile MPT hesaplamalarında gerekli vektör uygulamaları, *Pandas* ile zaman serisi hesaplamaları, *SciPy* ile optimizasyon hesaplamaları yapılmıştır. Ayrıca çalışmada kullanılan tüm veriler *pandas_datareader* ile *Yahoo Finance* resmî web sitesi üzerinden veri kazıma -*data scraping*- yoluyla elde edilmiştir. Python *Matplotlib* kütüphanesi ile de elde edilen sonuçlar görselleştirilmiştir. Bunlara ek olarak *Math* modülü ile matematik fonksiyonlar ve sabitlerden pratik bir şekilde yararlanılmasının yanı sıra, birçok farklı istatistiksel

modelin tahmini için sınıflar ve fonksiyonlar sağlayan *statsmodels.api* modülü, bazı görseller için *pylab* modülü ile *dataframe_image* paketleri kullanılmıştır.

Ayrıca, MPT teorisi kapsamında ulaşılabilir küme çizilirken Monte Carlo yöntemi kullanılmıştır. Monte Carlo yöntemi ile DOW30, YB, DB, R1, R2 ve R3 portföyleri içinde bulunan hisse senetlerine farklı ağırlıklar verilerek bir milyon tane olası portföy oluşturulmuş ve oluşturulan her portföy etkin küme grafiğine bir nokta olarak eklenerek her portföyün etkin küme grafiği çizilmiştir. Son olarak, kodlar tümleşik geliştirme ortamı *-integrated development environment-* (IDE) olan Spyder' da yazılmıştır.



9 ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Beta katsayısı ile getiri arasındaki ilişkiyi gerçekleştiren getirilerden ziyade beklenen getirileri referans alarak inceleyen Glenn N. Pettengill, Sridhar Sundaram ve Ike Mathur, beklentilerin piyasanın fazla getirisine *-excess market returns-* istinaden ayarlanmasından sonra yapılan hesaplamalarla beta ile getiri arasında anlamlı bir ilişki olduğunu bulmuşlardır.

Kalman J. Cohen ve Jerry A. Pogue “*Some Comments Concerning Mutual Fund Vs. Random Portfolio Performance*” kitabında rastgele portföy seçimi yerine tüm endeksi satın almayı önerir.

Risk – getiri ilişkisini inceleyen benzer çalışmalar S. Basu (1977), Rolf W. Banz (1981), Dennis Stattman (1980), Ban Rosenberg, Kenneth Reid ve Ronald Lanstein (1985) ve Laxmi Chand Bhandari (1988) tarafından yapılmış ve betanın getirideki değişiklikleri tek başına açıklamadığı bulunmuştur.

Fama ve French (1992), CAPM modelin aksine, beta ve getiri arasında anlamlı bir ilişki olmadığını bulmuştur. Buna ek olarak Fama ve French (2004) yüksek beta değerinin her zaman yüksek getiriyi garanti etmediğini göstermiştir.

Clarke, Silva ve Thorley tarafından minimum varyans portföyleri ile oluşturulmuş, ABD piyasasında bulunan en büyük bin hisse senedi üzerinde 1968 - 2006 yılları arasındaki periyodu kapsayan ampirik bir çalışma yapılmıştır. Bu çalışmada piyasa portföyüne kıyasla minimum varyans portföylerinden oluşturulan ölçüt portföyün varyansının dörtte bir oranında azaldığı ve piyasa portföyünden daha yüksek seviyede getiri elde edildiği görülmüştür (Clarke, Silva, & Thorley, 2006). Clarke, Silva ve Thorley’ in bu çalışmasının bir benzeri David C. Blitz ve Pim van Vliet tarafından hisse senetlerinin tarihsel getirileri varyanslarına göre sıralanmış ve elde edilen varyans oranlarına istinaden portföyler oluşturularak tekrarlanmıştır. Blitz ve Vliet, en düşük tarihsel varyansa sahip senetlerinden oluşan portföylerin Sharpe oranlarının Clarke, Silva ve Thorley’ in çalışmasına kıyasla daha yüksek olduğunu bulmuştur.

Blitz ve Vliet tarafından yapılan bu çalışmada düşük volatiliteye sahip hisse senetlerinin piyasa portföyünden göz ardı edilemeyecek kadar daha fazla getiri sağladığı, yüksek volatiliteye sahip hisse senetlerinden oluşturulmuş olan portföyün ise (CAPM modelin varsayımının aksine) piyasa portföyünden daha düşük getiri sağladığı görülmüştür (Blitz & Vliet, 2007). Volatilité – getiri ilişkisi üzerine yapılan diğer bir benzer çalışma 1963 – 2000 döneminde yüksek volatilité değerine sahip hisse senetlerinin olması gerekenden çok daha düşük getiri oranına sahip olduğu sonucuna varan Ang, Hodrick, Xing ve Zhang tarafından yapılmıştır (Ang, Hodrick, Xing, & Zhang, 2006). Getiriyi volatilitenin büyüklüğüne istinaden inceleyen bu çalışmalarda riskin büyüklüğüne göre sıralanması hisse senetlerini beta katsayılarına göre sıralamakla çok benzerdir. Bu iki yöntemin benzer olgular olmasının sebebi, varyans ile risk hesabı yapılan çalışmalar ile beta formülü ile risk hesabı yapılan çalışmaların betanın matematiksel formülüne istinaden benzer değerleri vermesidir. Bu nedenle Blitz ve Vliet yüksek volatiliteye sahip hisse senetlerinin yüksek beta, düşük volatiliteye sahip hisse senetlerinin ise düşük beta değerine sahip olduğunu belirtmişlerdir (Blitz & Vliet, 2007).

Pettengill, Sundaram ve Mathur (1995) ile Bollen (2009) tarafından yapılan beta testlerinden sonra Bernard Bollen ve Philip Gharghori beta katsayısı ile riskin ilişkili olduğunu fakat beta katsayısının getiri ile CAPM modelinin savunduğu kadar ilişkili olmadığını, betanın getiriyi açıklamaktan ziyade başka bir finansal rolünün olabileceğini göstermiştir (Pettengill, Sundaram, & Mathur, 1995; Bollen, The Security Market Plane, 2009; Bollen & Gharghori, How is β related to asset returns?, 2015).

Ian Cooper, beta katsayısı ve portföy getirileri arasında anlamlı bir ilişki bulan Glenn N. Pettengill, Sridhar Sundaram ve Ike Mathur (1995)' un testlerinde büyük bir önyargı olduğunu, CAPM modelinden bağımsız olarak yapılan testin doğru çıkacağını garanti edildiğini, beklenen getiriler ile beta arasında ilişki olmasa dahi ex-post seçim kriteri sebebiyle beta ve getiri arasında pozitif ilişki bulunduğunu kanıtlamıştır (Cooper, 2009). Benzer bir çalışma C. James Hueng ve Peng Huang tarafından yapılmış ve Pettengill, Sundaram ve Mathur (1995)' un testini destekler bir sonuç bulunmuştur. Hueng ve Huang piyasanın yükselişte olduğu dönemlerde beta katsayısı ile getiri ilişkisinin pozitif, düşüşte olduğu dönemlerde ise beta katsayısı ile getiri arasında negatif bir ilişki olduğunu bulmuştur (Hueng & Huang, 2008).

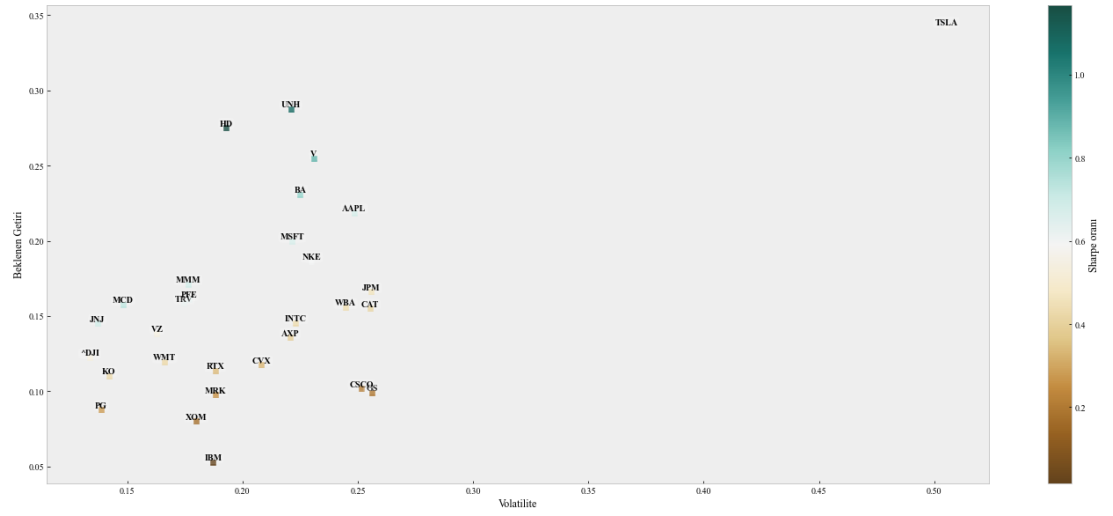
Sirucek ve Kren portföy oluşturmaının en etkin yöntemini bulmak amacıyla beta katsayısı ve getiri arasındaki ilişkiyi ABD piyasasında incelemiştir; bu çalışmalarının sonucu olarak daha fazla beta katsayısına sahip portföylerin fazla getiriyi garanti etmediğini göstermiş ve rastgele portföy seçimini yatırımcıya önermemiştir (Sirucek & Kren, 2016).

Diğer piyasalarda da yapılan benzer çalışmalar bulunmaktadır. Hee-Kyung K. Bark, Kore piyasasında yaptığı testte CAPM modelinin önemli bir varsayımı olan doğrusal risk – getiri ilişkisini reddetmiş ve Sharpe-Lintner-Mossin CAPM modelinin Kore piyasalarına uygulanamayacağını göstermiştir. Bark, çalışmasında risk – getiri arasında pozitif ilişki bulunmamasının sebebi olarak Kore piyasasında oluşturduğu portföyün piyasa portföyünün temsil yeteneğinin düşük olması veya bu piyasada yeterince iyi çeşitlendirme yapılamaması olabileceğinin altını çizmiştir (Bark, 1991). Singapur piyasalarında çalışan Wong ve Tan sistematik olmayan risk ve getiri arasında veya toplam risk ve getiri arasında anlamlı bir ilişki bulunmadığını göstermiştir (Wong & Tan, 1991). Keith S. K. Lam, Hong Kong piyasası üzerinde beta katsayısı ve getiri değerlerini çalışmış, piyasanın yükseldiği dönemlerde beta katsayısı ve getiri arasında doğrusal orantı, piyasanın düştüğü dönemlerde ise beta katsayısı ve getiri arasında ters orantı bulunduğunu göstermiştir (Lam, 2001). Nikolaos G. Theriou, Vassilios P. Aggelidis, Dimitrios I. Maditinos ve Zeljko Sevic Atina borsasında beta ve getiriler arasındaki hem koşullu hem de koşulsuz ilişkiyi CAPM modeli kapsamında incelemiştir. Bu çalışmada beta – getiri arasında önemli ve tutarlı bir koşulsuz ilişki bulunmadığını gösterip Fama ve French’ in 1992 yılında yaptığı testi desteklemişlerdir; fakat yaptıkları koşullu teste istinaden anlamlı bir beta – getiri ilişkisi olduğunu bulmuşlardır (Theriou, Aggelidis, Maditinos, & Sevic, 2010). Ali Argun Karacabey ve Yalçın Karatepe on senelik bir periyotta İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) üzerinde işlem gören varlıkların beta – getiri ilişkisini Glenn N. Pettengill, Sridhar Sundaram ve Ike Mathur’un (1995) testine istinaden incelemiştir. Bu çalışmaları neticesinde İMKB için beta – getiri arasında koşullu bir ilişki bulunduğunu ve beta katsayısının anlamlı bir risk göstergesi olduğunu bulmuşlardır (Karacabey & Karatepe, 2004).

10 UYGULAMA

Hisse bazında beklenen getiri ve volatilité

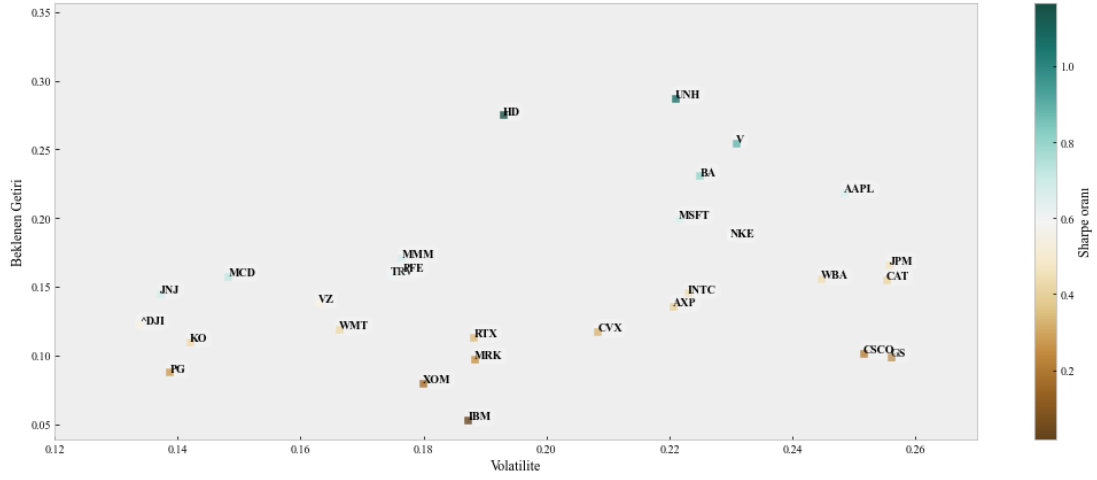
Dow Jones endeksine giren (veri ve metodoloji kısmında bu hisselerin hangi tarihler arasında çalışıldığı ve hangi hisselerin kabul edildiği anlatılmıştır) hisse senetleri beklenen getiri ve volatiliteleri hesaplanarak aşağıdaki Şekil 10.1 numaralı grafik oluşturulmuştur.



Şekil 10.1: DJIA hisse senetleri ve her bir hissenin beklenen getirisi, volatilitesi ve Sharpe oranı

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Renk haritası -Color map- grafiğin sağ tarafında bulunan renkli kısımdır ve hesaplanmış olan Sharpe oranının değerini renk skalasında gösterir. Şekil 10.1 grafiğinde isimleri noktaların üzerine yazılmış olan her bir hissenin Sharpe oranı, belirtilmiş olan karelerin rengine renk haritasında denk düşen oran kadardır. Bu grafikte “^DJI” sembolü DJIA oranını gösterir.



Şekil 10.2: DJIA hisse senetleri ve her bir hissenin beklenen getirisi, volatilitesi ve Sharpe oranı (Yakınlaştırılmış)

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Şekil 10.1' in okuyucu tarafından daha incelenebilir olması için hisse senetlerinin yoğunlukta olduğu bölge yakınlaştırılarak Şekil 10.2 oluşturulmuştur. Her iki grafikten de anlaşılacağı üzere beklenen getiri arttıkça ve varyans düştükçe hisselerin Sharpe oranları artarken, getirinin azaldığı veya riskin arttığı durumlarda Sharpe oranı azalmaktadır.

Portföyler

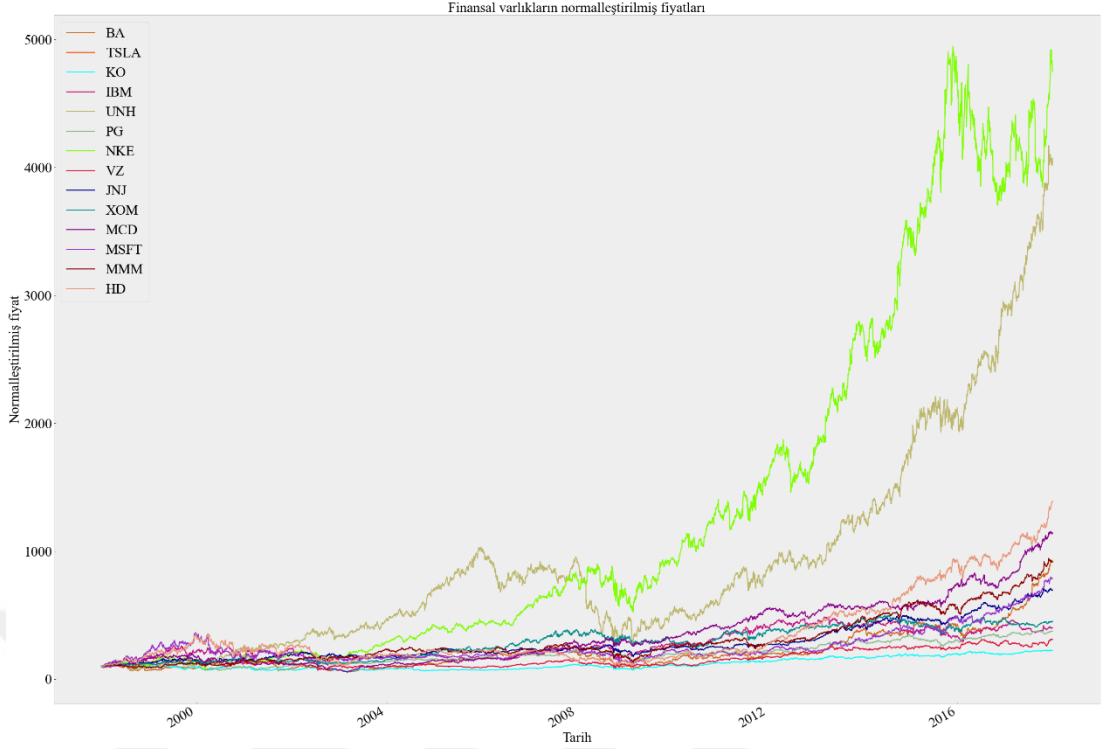
10.1.1 DOW30 portföyü

MPT' ye göre hedef getiri seviyesi verilen portföyün minimum portföy riskini veya belirli bir risk seviyesi verilen portföyün maksimum portföy getirisini elde etmek için portföyde çeşitlendirme yapılmalıdır. Bu sebeple, portföyü bir sektörün riskine maruz bırakmamak için hisseler sektörler arasında çeşitlendirilmiştir ve her bir sektörden bir hisse seçilmiştir. Bu bilgiler ışığında (Ekler kısmında DOW30 portföyünün korelasyon bilgileri verilmiştir.) bu portföyün hisseleri arasındaki korelasyon matrisine hızlıca bakılacak olursa hisselerin kendi kendine olan korelasyonları hariç aralarındaki korelasyon bir olan iki hisse yoktur ve bu sebeple çeşitlendirme ile bazı riskler elimine edilebilmiştir.

Hesaplamalar yapılırken logaritmik getiriler kullanılmıştır. Bu noktada logaritmik getirinin neden kullanıldığı sorusu çok yerinde olacaktır. Logaritmik getiri

kullanılmasının ilk sebebi logaritmik değerlerin bileşik etkiyi etkin bir şekilde gösteriyor olmasıdır. Örneğin bir zaman serisi ele alınsın. Bu zaman serisinde t zamanındaki getiri 100, $t+1$ zamanındaki getiri 110 ve $t+2$ zamanındaki getiri değeri 120 olsun. Sırasıyla bu üç zamandaki üç değerle sırasıyla doğal logaritmaları alınırsa, örneğin $t+1$ ve t ile $t+2$ ve $t+1$ zamanları arasındaki getiri farkının doğal logaritması sırasıyla %9,5 ve %8,7 değerleri elde edilecektir. Diğer taraftan $t+2$ ve t zamanları arasındaki getiri değişimi yani $\ln(R_{t+2}/R_t)$ ele alınırsa bu değer %18,2 olacaktır. Burada altı çizilmesi gereken %9,5 ve %8,7 yani ilk periyot ve ikinci periyottaki değişimlerin, son periyot ile ilk periyot arasındaki değişime eşit olduğudur. Bu sebeple logaritmik değerler zamandaki bileşik etkiyi etkin bir şekilde sağlamaktadır. Logaritmik getiri kullanılmasının diğer bir sebebi ise, MPT altında hisselerin log-normal dağılım gösterdiğinin varsayılmasıdır. Eğer hisseler log-normal dağılıyorsa, bu değişkenlerin toplamı da log-normal dağılımlı olacaktır. Ayrıca, hisselerin alt dönemlerdeki getirilerinin değişimleri toplamı tüm portföyün getirisinin değişimine eşit olacaktır.

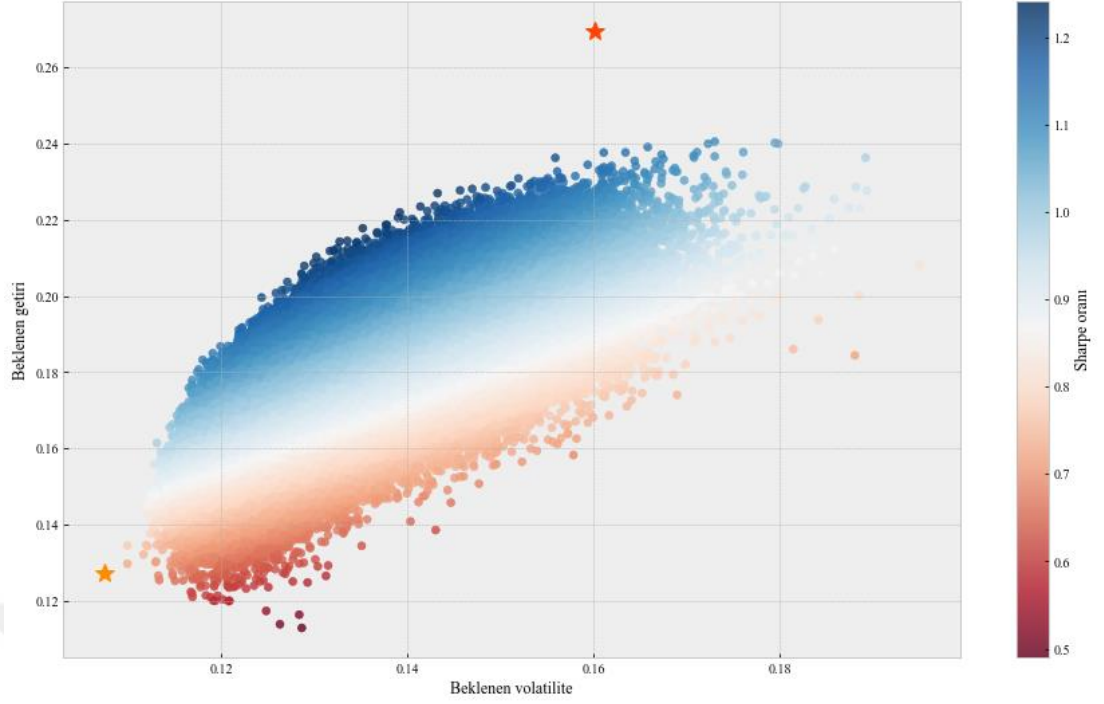
Yukarıdaki bilgilere istinaden DOW30 portföyünün logaritmik fiyat grafiği aşağıdaki Şekil 10.3 grafiğinde verilmiştir. Bu grafikte DOW30 portföyünde kullanılmış olan hisselerin zaman içindeki logaritmik getirileri verilmiştir. Grafikte artışlar bir önceki döneme göre artışı, azalışlar ise bir önceki döneme göre azalışı verir. Buna göre, en çok değer kazanan iki hisse senedi UNH olurken KO ve VZ hisselerinin değeri yıllar için çok büyük bir değişime uğramamıştır. Bu çalışmanın amacı finansal riskleri incelemek olmasa da aşağıda bulunan Şekil 10.3’ te hisse senetlerinin yıllar içinde normalleştirilmiş fiyat değişimi verilen grafik üzerinden 2001 ile 2007 – 2009 arasındaki krizlere kabaca değinilecektir. 2001 yılı ekonomik durgunluk döneminden yalnızca UNH hissesi karlı bir çıkış yapmış, HD ve MSFT düşüşe geçmiş ve bu zaman aralığında diğer hisselerin fiyatları nispeten durgun seviyelerde ilerlemiştir. 2007 – 2009 finansal krizi döneminde ise en çok değer kaybeden hisse UNH olmuş, NKE hissesi de 2009 yılı sonunda 2007 yılı başlangıcına göre değer kaybetmiş fakat kriz sonrasında değer kazanmaya devam etmiştir. Bununla birlikte XOM hissesi 2001 – 2009 aralığında değer kazanmış olmasına rağmen kriz sonrasında bu yükselişini koruyamamıştır.



Şekil 10.3: DOW30 portföyünde bulunan finansal varlıkların normalleştirilmiş fiyatları

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Etkin sınır ve ulaşılabilir portföyler setini elde edebilmek için Monte Carlo yöntemi kullanılmıştır. Monte Carlo yöntemi ile rastgele beklenen getiri ve volatilité değerleri verilmiş ve oluşturulan her bir getiri – risk ikilisi bilgisayarın hafızasında tutulmuştur. Bu adım Python’ a bir milyon defa tekrarlatılmıştır, fakat bu zaman ve hafıza sebebiyle daha fazla kez tekrarlanmamıştır. Aşağıdaki Şekil 10.4 grafiğinde bulunan her nokta Monte Carlo yöntemi ile elde edilmiş risk – getiri ikililerini göstermektedir. Grafik çizilirken her noktanın Sharpe oranı da hesaplanmıştır, grafiğin sağ tarafında bulunan renk skalası üzerindeki sayıya denk düşen renk Sharpe oranını vermektedir. Aşağıdaki grafikte koyu mavi kısım (özellikle yüksek getiri ve düşük riskli kısımlarda) yani ulaşılabilir setin üst kısmı koyu mavidir, çünkü bu bölgedeki portföylerde Sharpe oranı daha yüksektir. Diğer taraftan skala rengi koyu turuncuya yaklaştıkça, yani grafiğin alt kısımlarında (özellikle düşük getiri ve yüksek riskli kısımlarda) Sharpe oranı daha düşüktür. Bu grafikte iki adet yıldız vardır. Turuncu yıldızın bulunduğu kısım etkin sınırın başladığı ve aynı zamanda minimum varyansı sağlayan noktayı vermektedir. Daha kuzeydoğu istikametinde bulunan kırmızı yıldız ise maksimum getiri portföyünü veren noktadır.



Şekil 10.4: DOW30 portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Optimizasyon sonucunda turuncu noktada her hisseye verilen ağırlık, beklenen getiri ve volatilité değerleri aşağıdaki Tablo 10.1 isimli tabloda gösterilmiştir. Bu tablo oluşturulurken varyans minimize edilmiştir yani Şekil 10.4 üzerindeki turuncu nokta yani minimum varyans veya minimum risk portföyü elde edilmiştir.

Ticker	Ağırlık
BA	0
TSLA	0
KO	0,1637
IBM	0,0433
UNH	0,0141
PG	0,2218
NKE	0

Ticker	Ağırlık
VZ	0,1261
JNJ	0,2152
XOM	0
MCD	0,2103
MSFT	0
MMM	0
HD	0,0055

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,1074
Optimum Portföy Getirisi:	0,1273
Maksimum Sharpe Oranı:	1,18508

Tablo 10.1: DOW30 hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü

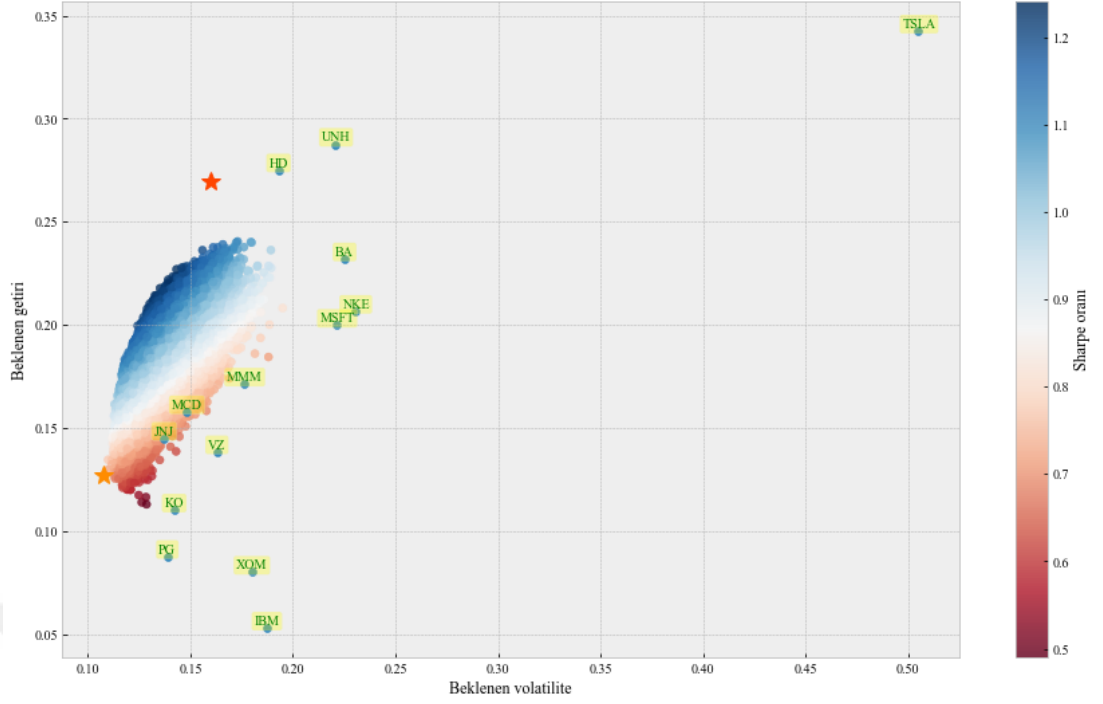
Daha sonra beklenen getiri maksimizasyonu yapılarak Şekil 10.4 üzerindeki kırmızı nokta yani maksimum getiriyi veren portföy elde edilmiştir. Beklenen getiri maksimizasyonu sonucu elde edilen optimal portföy değerleri aşağıda bulunan Tablo 10.2’ de verilmiştir.

Ticker	Ağırlık	Ticker	Ağırlık
BA	0.0548	VZ	0.
TSLA	0.0543	JNJ	0.
KO	0.	XOM	0.
IBM	0.	MCD	0.0957
UNH	0.3373	MSFT	0.
PG	0.	MMM	0.
NKE	0.	HD	0.4578

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,1601
Optimum Portföy Getirisi:	0,2693
Maksimum Sharpe Oranı:	1,6822

Tablo 10.2: DOW30 hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü

Yukarıda bulunan Şekil 10.4 başlıklı grafikte her noktanın olası bir milyon tane farklı kombinasyon ile oluşturulmuş bir portföy olduğu söylenmişti. Peki, tek tek satın alınsaydı diğer bir deyişle portföy oluşturulmasaydı ve tüm sermaye yatırımcı tarafından bu hisselerden birine yatırılmış olsaydı bu hisselerin grafikteki yeri ne olurdu? Tek bir hisseye yatırım yapılan yatırımdan mı yoksa portföy oluşturarak yapılan yatırımdan mı daha kârlı çıkıldı? Bu sorunun yanıtı aşağıdaki Şekil 10.5 görselindedir. Şekil 10.5’te kırmızı yıldız maksimum getiri portföyünü göstermektedir.



Şekil 10.5: DOW30 portföyünde bulunan hisselerin ve bu hisseler ile oluşturulmuş olan portföylerin getiri – volatilite ve Sharpe değerleri

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

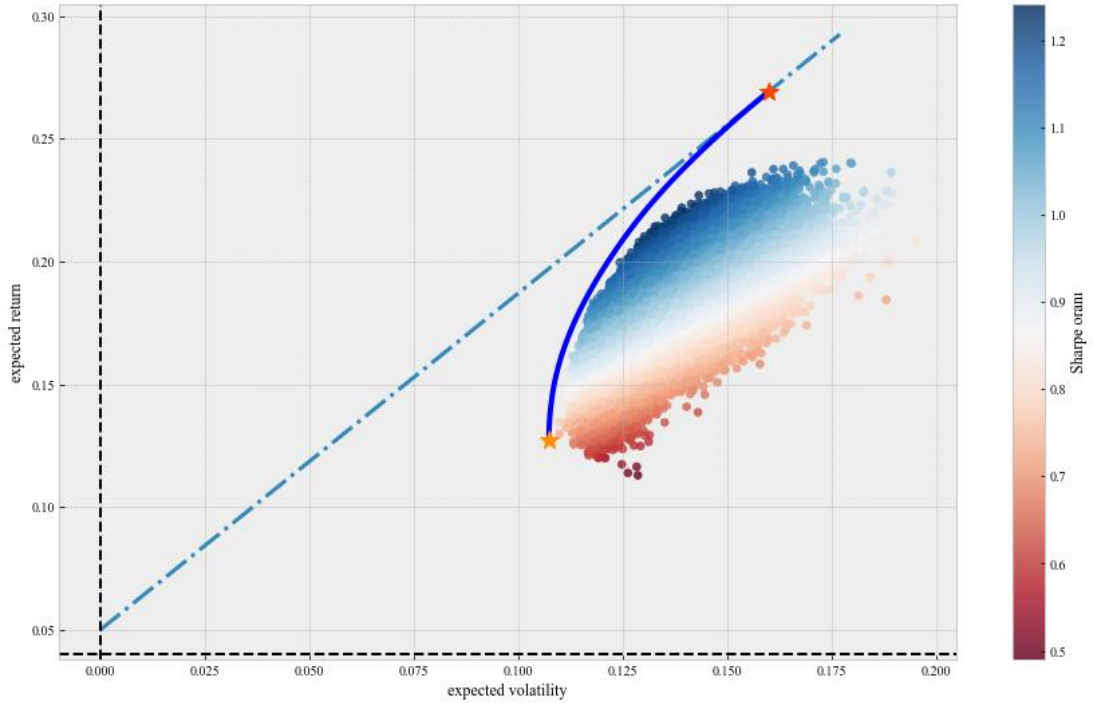
Dolayısıyla bu portföyün risk değerinden daha düşük bir risk değerine denk düşen fakat bu portföyden daha yüksek bir getiri veren başka bir hisse yoktur. Tüm parasını bu hisselerden birine yatıran yatırımcı kırmızı yıldıza kıyasla çok fazla risk altına olacak ve getirisi her zaman daha düşük olacaktır. Örneğin yüksek oranda getiri sağlayan HD, UNH ve TSLA hisseleri dahi turuncu yıldızdan kırmızı yıldıza çekilen hayali etkin sınırın (Şekil 10.6’ da gösterilmiştir) altında kalmaktadır. Diğer bir deyişle, daha çok getiri elde etmek için daha çok risk alabilecek olan risk almayı seven bir yatırımcı için Şekil 10.6’ da gösterilen grafikteki hayali etkin sınır üzerinde bulunan ve HD, UNH ,TSLA hisselerine nispeten daha az risk ile daha çok getiri sağlayabilecek portföyler vardır. Bu sebeple rasyonel bir yatırımcı tek tek hisse senetlerine yatırım yapmaktansa MPT ile oluşturulmuş olan portföylerden biri risk karşıtlığı oranı doğrultusunda seçecektir.



Şekil 10.6: DOW30 portföyünde bulunan hisselerin ve bu hisseler ile oluşturulmuş olan portföylerin getiri – volatilité, Sharpe değerleri ve etkin sınır

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Bir sonraki adımda CAPM modeline istinaden etkin sınıra teğet olan CML çizilecektir. Aşağıda bulunan Şekil 10.7 isimli grafikte riskli varlıklarla beraber risksiz bir varlık eklenerek oluşturulabilecek portföy olasılıkları CML doğrusu üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 10.7: DOW30 portföyü için CML doğrusu gösterimi

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Kısacası, Sermaye Piyasası Doğrusu risk ve getiriye en uygun şekilde birleştiren tüm portföylerin grafiksel bir temsidir; çünkü risksiz bir varlık ile piyasa portföyünün optimal kombinasyonlarını veren teorik bir kavramdır. Örneğin bu grafikte minimum varyans portföyünün sağladığı getiri oranı Sermaye Piyasası Doğrusu üzerinde, yani risksiz bir varlık ile kombine edilen bir portföyde, daha az risk alınarak elde edilebilir.

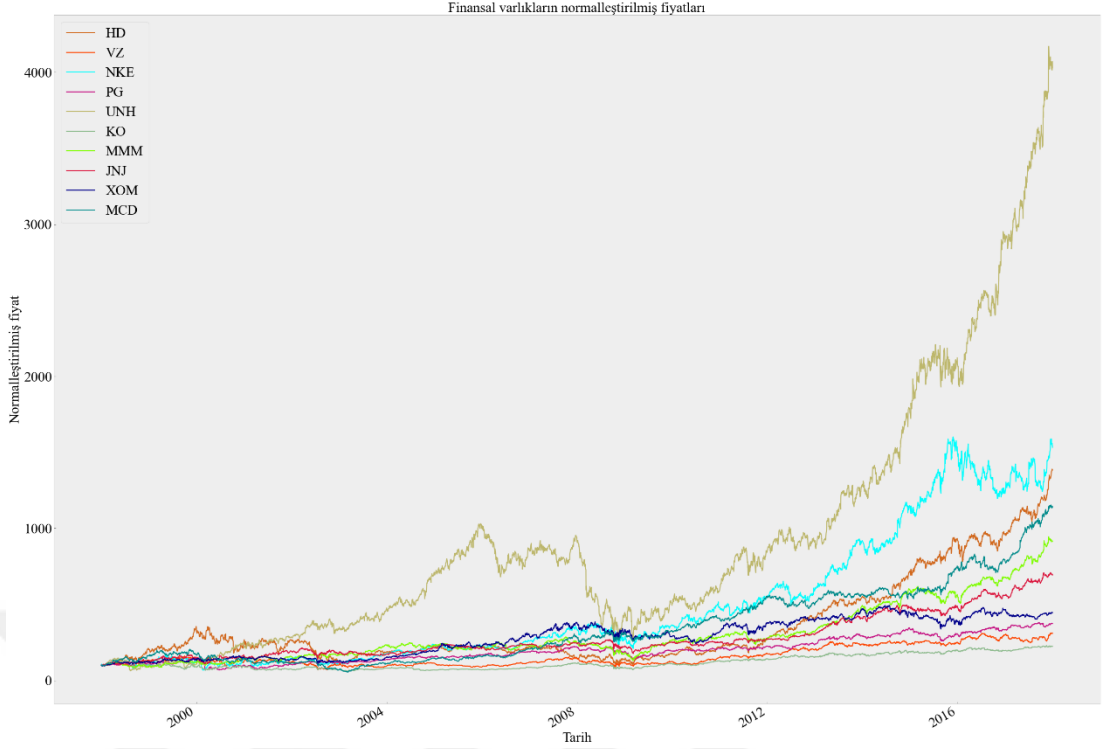
10.1.2 Düşük Beta değerine sahip hisselerden oluşan portföy

Bütün hisselerin Beta değerleri hesaplandıktan sonra düşük Beta değerine sahip olan hisseler ile DB portföyü oluşturulmuştur. Hesaplanan Beta değerlerine ekler bölümünde bulunan Beta değerleri kısmından ulaşılabilir. Çeşitliliği sağlamak ve sektörel riski azaltmak amacıyla bu hisseler arasından aynı sektörde bulunan hisselerden yalnızca bir tane seçilmiş ve düşük Beta portföyü oluşturulurken bu sayede çeşitlilik oluşturulmuştur.

Bu bağlamda, DB portföyünü oluşturan hisseler arasındaki korelasyon ekler kısmında da görüleceği gibi çeşitlendirme yapılmış olmasına rağmen çok yüksek seviyededir. Öte yandan portföye birbirleriyle düşük korelasyona sahip varlıkları dahil etmek, portföyün risk miktarını azaltmaya yardımcı olmaktadır. Sadece düşük beta değerine

sahip hisselerden oluşturulmuş olan bu portföyün minimum risk seviyesinin 0,2005 (%20) olduğu aşağıda bulunan Tablo 10.3' te görülmektedir. Oysa DOW30 portföyünde birbirleriyle olan korelasyonu daha düşüktü. Ayrıca DOW30 portföyünde minimum risk seviyesi 0,1074 (%11) idi. Bu sayılar hisseler arasındaki korelasyonun portföy riskini nasıl artırdığının bir kanıtı olarak görülebilir. Diğer bir deyişle aralarında düşük korelasyona sahip varlıkları seçmek, portföy riskini azaltmaya yardımcı olmaktadır.

DB portföyündeki hisse senetlerinin normalleştirilmiş fiyatlarının zaman içindeki değişimi aşağıda Şekil 10.8' de verilmektedir. Grafikte yukarı yönlü hareket bir önceki döneme göre artışı, aşağı yönlü hareket ise bir önceki döneme göre azalışı göstermektedir. Bu grafik özetlenecek olunursa UNH hissesinin zamanla en çok değer kazanan hisse olduğu, UNH hissesinin NKE, HD, MCD, MMM, JNJ, XOM, PG, VZ ve KO tarafından takip edildiği anlaşılmaktadır. Göze çarpan diğer bir husus ise UnitedHealth Group hissesi değerinin 2000 ile 2006 yılları arasında arttığı fakat 2006 ile 2009 yılları arasında değer kaybettiği ve daha stabil olmayan bir tablo çizdiği. 2001 yılı ekonomik durgunluk döneminden yalnızca UNH hissesi karlı bir çıkış yaparken, bu zaman aralığında diğer hisselerin fiyatları nispeten durgun seviyelerde ilerlemiştir. 2007 – 2009 finansal krizi döneminde ise en çok değer kaybeden hisse UNH olmuştur.



Şekil 10.8: DB portföyünde bulunan finansal varlıkların normleştirilmiş fiyatları

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Aşağıda verilen Tablo 10.3' te risk minimizasyonu sonucunda elde edilmiş olan ağırlık, beklenen getiri, volatilité ve Sharpe oranı değeri bulunmaktadır. Risk minimizasyonu yapıldıktan sonra düşük betaya sahip hisselerle oluşturulan portföyde HD hissesine verilen ağırlık sıfırdır. Bunun anlamı HD hissesine, hesaplamalar sonucunda verilen zaman aralığı ve portföye eklenmiş diğer hisseler hesaba katıldığında, hiç yer verilmemesidir. Bununla birlikte diğer dokuz hisseye verilen ağırlıklar yaklaşık olarak %2 (UNH) ile %26 (JNJ) arasında değişmektedir.

Python ile hesaplanmış olan risk minimizasyonu sonucunda Düşük Beta (DB) Portföyünün volatilitesi %15 iken bu portföyün getirisi %8 olarak hesaplanmıştır. Bu değerler etkin sınır üzerinde minimum varyans portföyünü oluşturan getiri ve volatilité değerleridir. Sharpe oranı ise 0,5732 olarak hesaplanmıştır.

Ticker	Ağırlık	Ticker	Ağırlık
HD	0	KO	0,1478
VZ	0,098	MMM	0,0908
NKE	0,0371	JNJ	0,2579
PG	0,1288	XOM	0,0666
UNH	0,021	MCD	0,152

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,1527
Optimum Portföy Getirisi:	0,0875
Maksimum Sharpe Oranı:	0,5732

Tablo 10.3: DB hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü

Beklenen getiri maksimizasyonu yapıldığında elde edilen değerler ise aşağıdaki Tablo 10.4' te verilmektedir. Optimizasyon sonucu VZ, PG, KO, XOM hisselerine verilen ağırlık sıfırken, DB portföyünde en çok ağırlık verilen hisseler %36 ile UNH ve %27 ile MCD olmaktadır. Portföyün volatilitesi %20, sağladığı beklenen getiri oranı %15 ve Sharpe oranı ise 0,7 olarak hesaplanmıştır. Sharpe oranının birden (1) küçük olması çok iyi bir tablo çizmese de nispeten negatif olmaması olumlu bir tablo çizer.

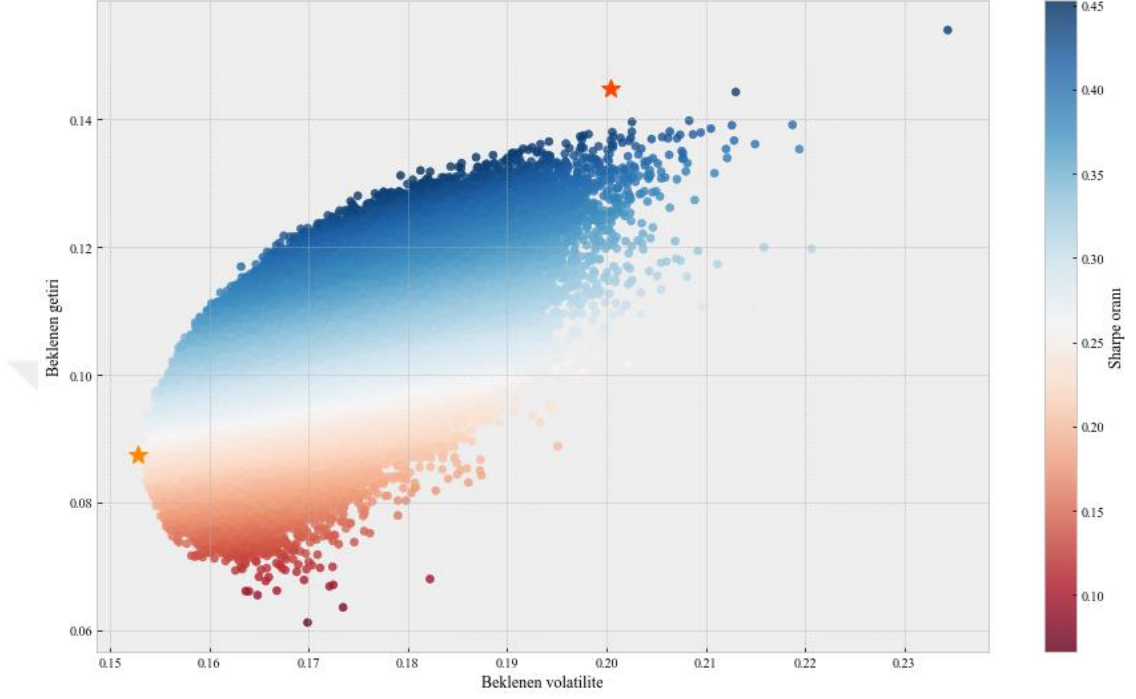
Ticker	Ağırlık	Ticker	Ağırlık
HD	0,0561	KO	0
VZ	0	MMM	0,0669
NKE	0,1608	JNJ	0,0814
PG	0	XOM	0
UNH	0,3611	MCD	0,2736

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,2005
Optimum Portföy Getirisi:	0,1449
Maksimum Sharpe Oranı:	0,7226

Tablo 10.4: DB hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü

Bu bilgiler ışığında Monte Carlo simülasyonunda bir milyon kere iterasyon yapıldıktan sonra elde edilen ulaşılabilir set grafiği aşağıda bulunan Şekil 10.9' daki gibidir. Grafikteki her nokta bir beklenen getiri-varyans ikilisini göstermektedir. *Color map* kısmında ise bu noktalar referans alınarak oluşturulmuş olan Sharpe oranı değerleri gösterilmektedir. Bir önceki bölümdeki gibi, bu portföyde de etkin sınırın minimum varyans noktasına turuncu yıldız, maksimum getiri sağlayan (μ, σ^2) ikilisi

ise kırmızı yıldız ile işaretlenen noktada gösterilmiştir. Görüldüğü üzere beklenen getirinin varyansa oranı arttığı takdirde Sharpe oranı artmakta ve grafikte mavi ile boyanmaktadır. Öte yandan tam tersi olan durumlarda (düşük beklenen getiri ve yüksek risk) renk skalası koyu turuncuya doğru evirilmektedir.

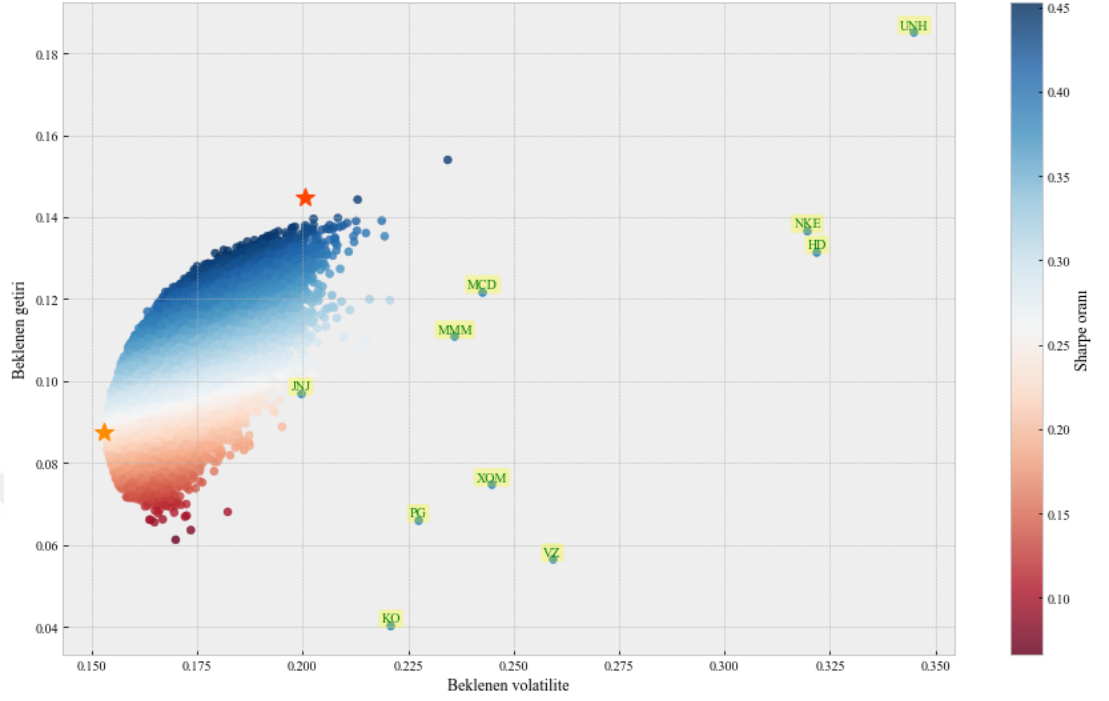


Şekil 10.9: DB portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Düşük beta değerlerine sahip olan bu portföyde portföy yerine tek bir varlığa yatırım yapılmış olsaydı sonuç ne olurdu? Bu sorunun yanıtını aşağıdaki Şekil 10.10 isimli grafik vermektedir. Bu grafikten açıkça görülmektedir ki UNH hariç bütün hisseler maksimum getiri portföyünden daha az getiri ve çok daha fazla varyans değerine sahiptir. Maksimum getiri portföyü ile hemen hemen aynı risk değerine sahip olan JNJ hissesi ise çok daha az getiri sağlamaktadır. Öte yandan UNH hissesine bakıldığında %34 civarında bir risk taşıdığı fakat getirisinin %19 civarı olduğu görülmektedir. Rasyonel bir yatırımcı bu hisseyi seçmek yerine (eğer daha fazla getiri için daha fazla risk alabilecek risk karşıtı olmayan bir yatırımcı ise) etkin sınır üzerinde bulunan ve grafiğin kuzeydoğu istikametinde kalan bir portföyü tercih edecektir. Yatırımcının risk profiline bağlı olmakla beraber, geleceğin tahmin edilemezliği ve sistematik olmayan veya çeşitlendirme yoluyla kaldırılabilen ciddi meblağdaki riskten kurtulabilme şansı var iken rasyonel bir yatırımcı sermayesini bu kadar yüksek riskli bir varlığa

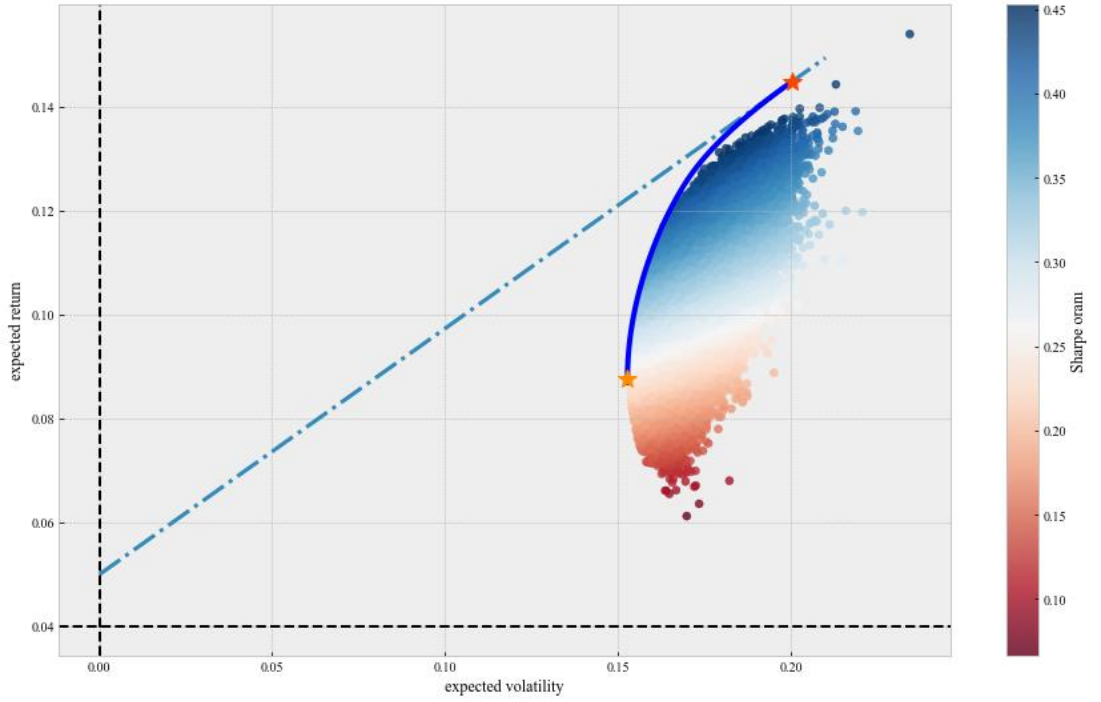
yatırmayacaktır. İdeal olarak yatırımcı Sharpe oranının yüksek olduğu getiri maksimizasyonu optimize edilerek bulunmuş olan noktayı tercih edecektir.



Şekil 10.10: DB portföyünde bulunan hisselerin ve bu hisseler ile oluşturulmuş olan portföylerin getiri – volatilité ve Sharpe değerleri

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Son olarak etkin sınır ile DB portföyüne ait CML doğrusu çizilmiştir.



Şekil 10.11: DB portföyü için CML doğrusu gösterimi

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Şekil 10.11 grafiğinde risk ve getiriye en uygun şekilde birleştiren tüm portföylerin grafiksel bir temsili olan CML doğrusu hesaplanmış ve çizilmiştir. Bu doğru üzerindeki portföylerin en verimli portföyleri gösterme sebebi risksiz bir varlık ile piyasa portföyünün optimal kombinasyonlarını vermesidir. Örneğin bu grafikte minimum varyans portföyünün sağladığı getiri oranı CML üzerinde (yani piyasa portföyünün risksiz bir varlık ile birleştirilmesiyle) daha az risk alınarak elde edilebilir.

10.1.3 Yüksek Beta değerine sahip hisselerden oluşan portföy

Yüksek Beta değerine sahip olan hisseler, tüm hisselerin CAPM modele göre Beta değeri hesaplandıktan sonra Beta değerleri birden büyük olan hisselerdir. Bu hisselerden oluşan portföyü çeşitlendirmek amacıyla her sektörden bir hisse seçilmiş ve nihai portföy bu şekilde oluşturulmuştur.

Python ile beklenen getiri maksimizasyonu yapıldıktan sonra maksimum getiri portföyünün ağırlık oranları aşağıdaki Tablo 10.5 üzerinde gösterildiği gibi IBM, AXP, JPM ve INTC hisselerine hiç ağırlık verilmemiştir. Bununla birlikte BA hissesine hemen hemen %47 oranında ağırlık verilirken, CAT hissesine verilen ağırlık

%53 civarındadır. Ayrıca maksimum getiri portföyünün volatilitesi yaklaşık olarak %27 iken sağladığı getiri hemen hemen %12'dir.

Ticker	Ağırlık	Ticker	Ağırlık
IBM	0	AXP	0
BA	0,4721	JPM	0
CAT	0,5279	INTC	0

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,2718
Optimum Portföy Getirisi:	0,1155
Maksimum Sharpe Oranı:	0,4252

Tablo 10.5: YB hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü

Yüksek beta değerlerinden oluşan IBM, BA, CAT, AXP, JPM ve INTC hisselerinden oluşturulmuş olan portföye risk minimizasyonu uygulandıktan sonra JPM portföyde hiç yer almazken IBM hissesine hemen hemen %46, BA' ya yaklaşık %29, CAT' a yaklaşık %17, AXP' ye yaklaşık %4 ve son olarak INTC' a ise %4 civarında oranında yer verilmiş ve minimum risk portföyü oluşturulmuştur. MPT tarafından sağlanan formüller sonucunda ise minimum risk portföyünün risk oranının %23 civarında olduğu anlaşılırken bu portföyün getirisinin ise hemen hemen %9 olduğu görülmüştür.

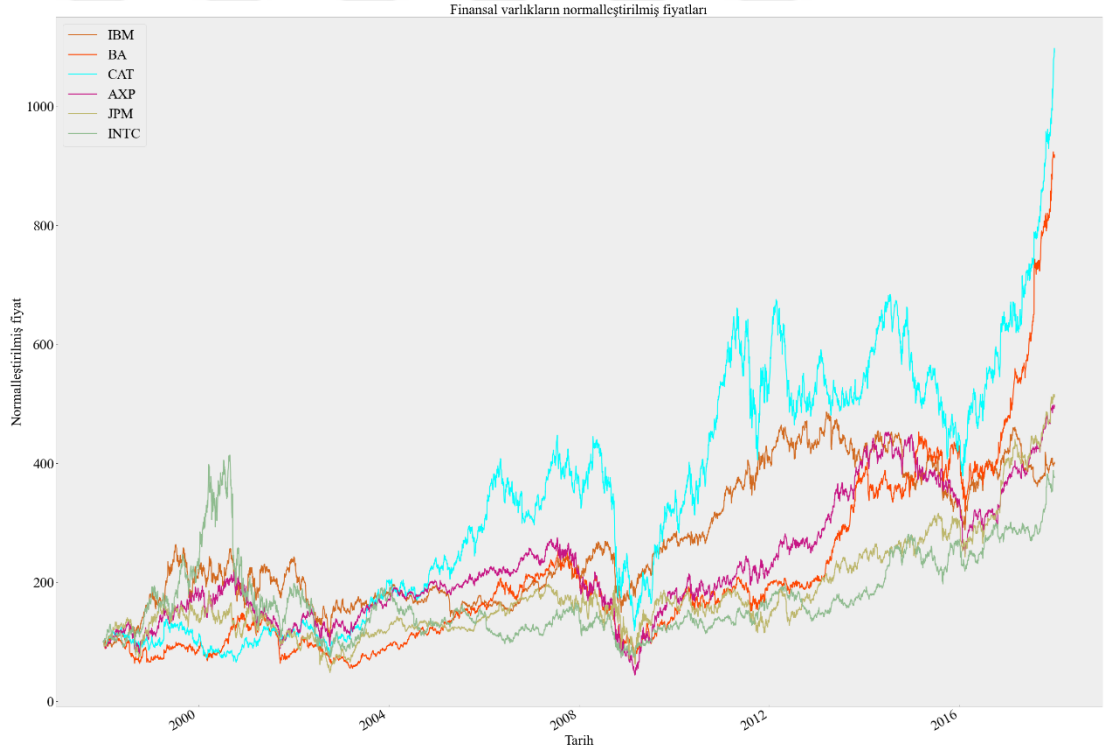
Ticker	Ağırlık	Ticker	Ağırlık
IBM	0,4601	AXP	0,0376
BA	0,2921	JPM	0
CAT	0,1697	INTC	0,0405

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,2267
Optimum Portföy Getirisi:	0,0904
Maksimum Sharpe Oranı:	0,3986

Tablo 10.6: YB hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü

Yüksek beta portföyünü oluşturan hisse senetlerinin normalleştirilmiş fiyat grafiği aşağıda Şekil 10.12 üzerinde verilmiştir. Bu grafiğe istinaden ilk göze çarpan 1998 yılından 2018 başlarına kadar olan bu zaman aralığında sırasıyla genel sanayi ve havacılık ve savunma sektöründe bulunan CAT ve BA hisselerinin fiyatlarının diğer

hisselere kıyasla daha çok değerlendirilmiştir. Bir diğer husus ise sırasıyla teknoloji donanım ve ekipmanları sektörü ile elektrik ve elektronik sektöründe faaliyet gösteren INTC ve IBM hisselerinin bu portföydeki, fiyat olarak, en az değeri olmasıdır. Bununla birlikte genel olarak finans çatısı altındaki AXP ve JPM hisselerinin 2018 yılına benzer fiyat seviyesinde başladığı görülmektedir. Ayrıca hızlı bir özet geçilecek olursa grafiğe bakıldığında INTC hissesinin 2001 yılı ekonomik durgunluk döneminden itibaren 2003 yılı sonlarına kadar düşüşe geçtiği göze çarparken, 2007 – 2009 finansal krizi döneminde 2007 yılına kadar değerlendirildiği gözlenen CAT hissesinin krizden değer kaybederek çıktığı gözlenmektedir. Bu finansal krizden yüksek derecede olumsuz etkilenen diğer bir hisse AXP hissesi iken JPM ve INTC hisselerinde de fiyat düşüşü yaşandığı Şekil 10.12’ de açıkça resmedilmiştir.

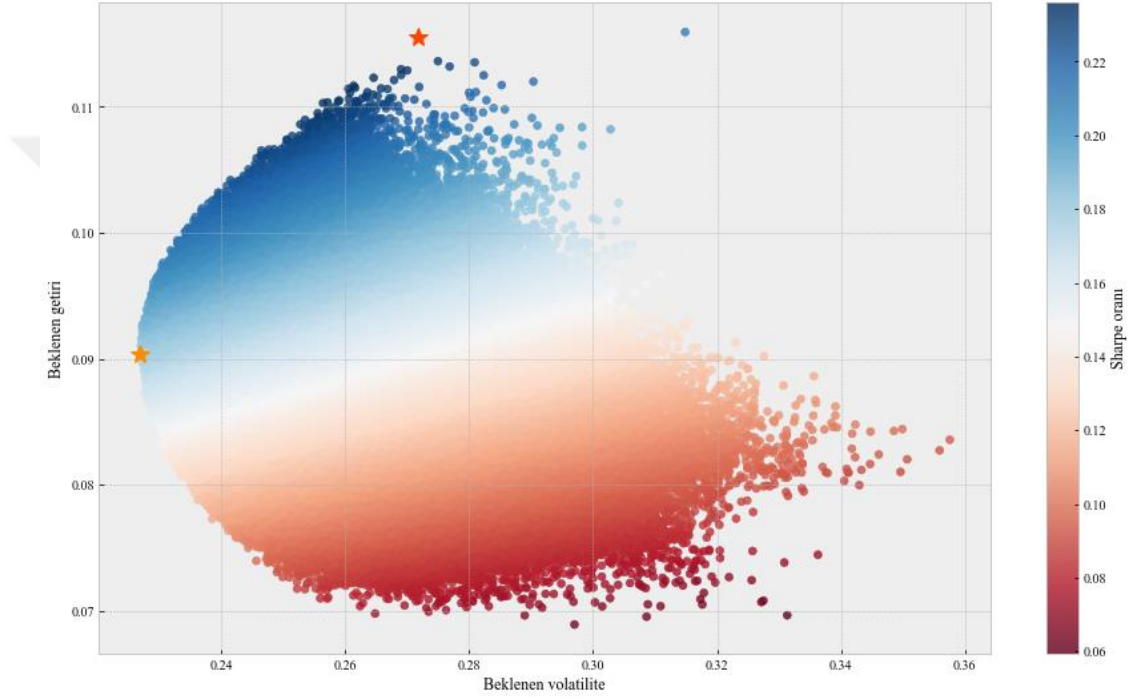


Şekil 10.12: YB portföyünde bulunan finansal varlıkların normalleştirilmiş fiyatları

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Yüksek beta portföyünü oluşturan tüm hisseler kullanılarak oluşturulan olası bir milyon portföy aşağıda Şekil 10.13’ te birer nokta olarak işlenmiştir. Diğer bir ifadeyle aşağıdaki grafikteki her nokta olası bir portföyü göstermektedir. Bu bilgilere ek olarak, minimum risk portföyü turuncu yıldızla, maksimum getiri portföyü ise kırmızı yıldızla

gösterilmiştir. Grafiğin yan tarafındaki renk haritası *-Color map-* gözlemlenerek bu olası bir milyon portföyün Sharpe oranları anlaşılabilir. Örneğin etkin sınır üzerinde bulunan portföyler mavi renk ile (Sharpe oranı 0.16 oranından fazla olan portföyler) gösterilmiştir ve renk haritasından da anlaşılacağı üzere mavi renk koyulaştıkça Sharpe artmakta olup, getiri oranı düşük olan veya uygulanabilirliği olmayan *-infeasible-* portföylerin Sharpe oranının en düşük seviyelerde (grafikte turuncu renkle gösterilmiştir) izlediği anlaşılmaktadır.

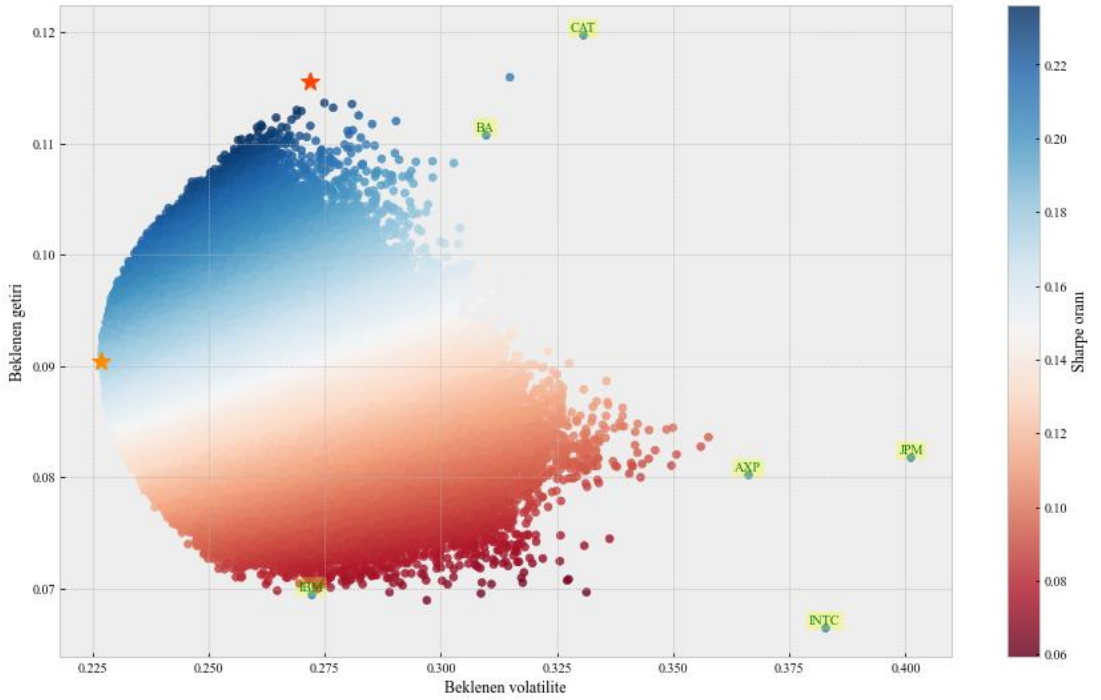


Şekil 10.13: YB portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Yüksek beta portföyündeki hisse senetleri tek tek incelemek için, başka bir ifadeyle oluşturulan olası portföylere kıyasla bireysel hisse senetlerinin ne durumda olduğunu, getiri ve volatilité oranlarını öğrenmek için aşağıda bulunan Şekil 10.14 incelenebilir. Bu durumda göze ilk çarpan hisse INTC olmaktadır. Çünkü yatırımcı ABD hazine tahvili ile neredeyse aynı getiri oranını sağlarken aşağı yukarı %38 volatilité getiren bir hisseye tüm sermayesini yatırmayacaktır. Bir sonraki adımda JPM ve AXP hisseleri karşılaştırılırsa, AXP hissesine oranla sağladığı getiri oranının volatilité oranına kıyasla düşük kalması sebebiyle JPM hissesine yatırımcı tarafından tüm sermaye konulmayacaktır. Yine AXP hissesinin de getiri oranına karşın risk oranı fazla olduğu

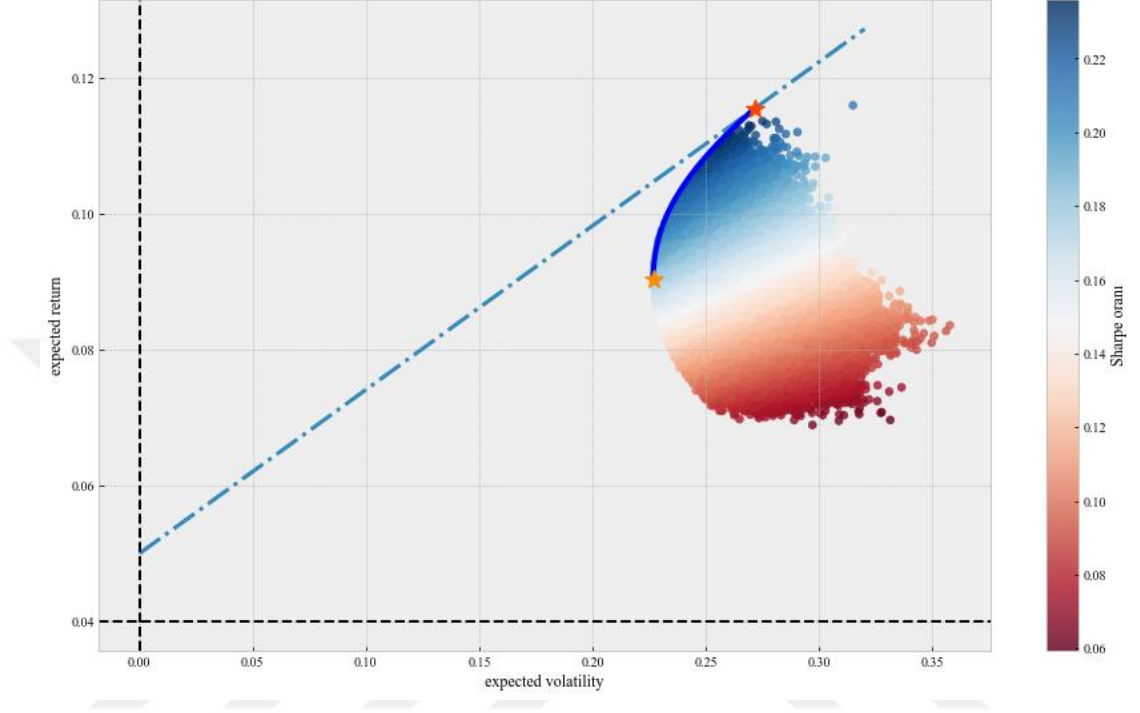
için bu hisse senedi de elenecektir. Diğer bir bakış açısıyla bakıldığında AXP, JPM ve INTC hisselerinin aşağıda turuncu noktalarla gösterilen en yüksek risk – düşük getiri portföylerinden daha kazançsız olduğu aşikardır, bu nedenle bu üç hisse direkt elenecektir. Peki ya IBM hissesi? Minimum risk portföyü ile karşılaştırıldığında neredeyse %5 daha fazla riske sahip olan IBM hissesinin minimum varyans oranından daha düşük bir getiri sağladığı görülmektedir. Bu sebeple rasyonel olan hiçbir yatırımcı IBM hissesini minimum varyans portföyüne tercih etmeyecektir. Bir sonraki adımda ise BA ve CAT hisseleri ile maksimum getiri portföyü (kırmızı yıldız ile gösterilen) karşılaştırılacak ve yatırımcının bireysel hisseleri maksimum getiri portföyüne tercih edip etmemesi gerektiği tartışılacaktır. Bu bağlamda bir yatırımcı maksimum getiri portföyünü BA hissesine tercih edecektir çünkü hiçbir yatırımcı daha düşük getiri için daha fazla risk üstlenmek istemez. CAT hissesine gelince, bu hissenin beklenen getirisinin maksimum getiri portföyünden daha fazla olduğu fakat bu orana kıyasla CAT hissesinin sahip olduğu volatilitenin oranının %6' dan daha fazla olduğu görülmektedir. Bu durumda yatırımcı maksimum getiri portföyü oluşturulup daha kazançlı çıkabilecektir.



Şekil 10.14: YB hisse senetleri ve her bir hissenin beklenen getirisi, volatilitesi ve Sharpe oranı

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Yüksek beta değerine sahip hisselerden oluşturulmuş portföyler kullanılarak CML yani Sermaye Piyasası Doğrusu (*Capital Market Allocation Line*) Şekil 10.15’ te çizilmiştir.



Şekil 10.15: YB portföyü için CML doğrusu gösterimi

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Şekil 10.15’ te çizilen CML doğrusu üzerindeki portföylerin en verimli portföyleri gösterme sebebi risksiz bir varlık ile piyasa portföyünün kombinasyonlarını hesaplayarak yatırımcıya aynı getiri seviyesi için daha düşük risk oranı sunmasıdır. Örneğin Şekil 10.15’ te minimum varyans portföyünün sağladığı getiri oranını CML üzerinde yatırım yapan bir yatırımcı daha az risk alarak elde edilebilir.

10.1.4 Rastgele seçilmiş portföy R1

Rastgele seçilmiş olan portföyün nasıl oluşturulduğu veri ve metodoloji kısmında açıklanmıştır. Bu kısımda oluşturulmuş olan bu portföyün hesaplamalarının çıktılarından bahsedilecektir.

Getiri maksimizasyonu hesaplamaları sonucunda AXP, PFE ve GE hisselerine, 01.01.1998 ile 01.01.2018 tarihleri arasında rastgele bir portföy sayısı ile rastgele hisseler seçilerek oluşturulmuş olan R1 portföyünde, hiç ağırlık verilmemiştir. Diğer bir ifade ile (Tablo 10.7' de gösterildiği gibi) bu hisseler MPT teorisi ile oluşturulmuş R1 portföyünde hiç yer verilmemiştir. Öte yandan optimizasyon sonucunda CVX hissesine %90 ağırlık verilmiş olup, PG hissesine yaklaşık olarak %6 ve IBM hissesine yaklaşık olarak %3 ağırlık verilmiştir. Verilmiş olan bu ağırlıklarla beraber hesaplanmış olan volatilité %24 iken getiri %10'dur. Diğer bir ifadeyle, optimizasyon sonucundan da görüleceği üzere Python ile getiri maksimizasyonu yapılırken rastgele oluşturulmuş olan bu portföyde CVX hissesine hesaplamalar sonucu en yüksek seviyedeki ağırlığı verilirken PFE ve GE hisselerine hiç ağırlık verilmemiştir.

Ticker	Ağırlık	Ticker	Ağırlık
AXP	0.	GE	0.
PFE	0.	PG	0.0564
CVX	0.9127	IBM	0.0309

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,2427
Optimum Portföy Getirisi:	0,1005
Maksimum Sharpe Oranı:	0,4141

Tablo 10.7: R1 hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü

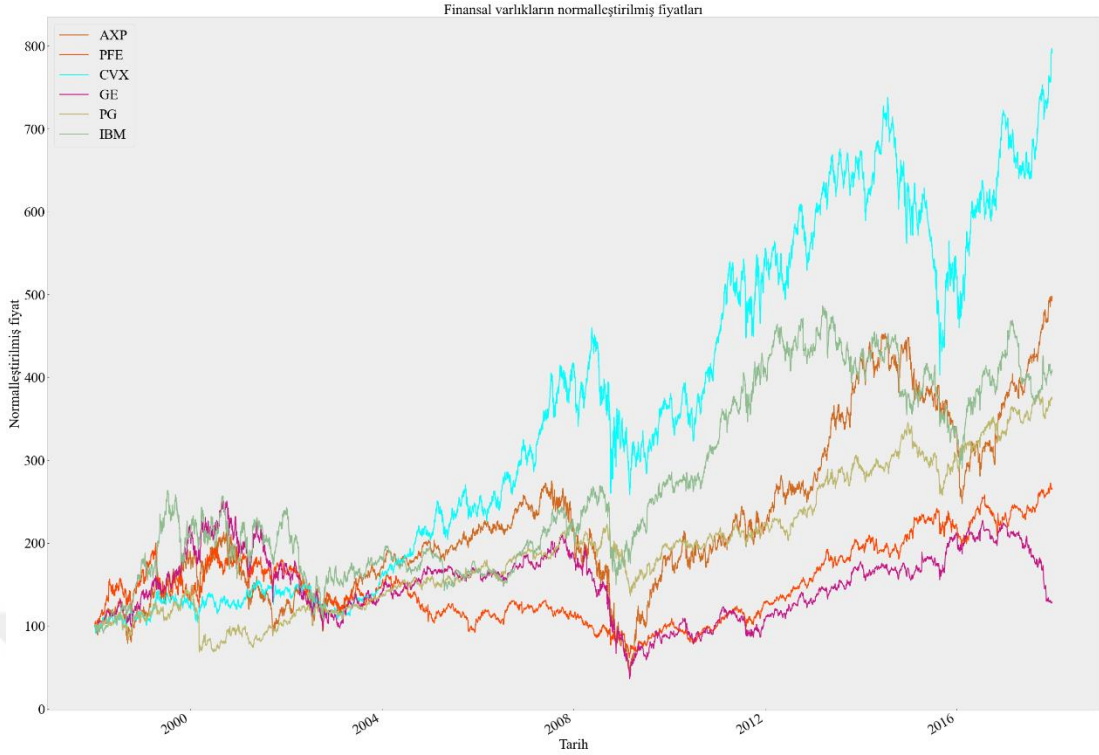
Risk minimizasyonu sonucunda elde edilen değerler Tablo 10.8' de verilmiştir. Buna göre AXP ve GE hisselerine hiç ağırlık verilmemiştir. Bunun yanı sıra PFE hissesi yaklaşık %16 CVX hissesi yaklaşık %22, PG hissesi yaklaşık %32 ve IBM ise yaklaşık olarak %23 ağırlıkla R1 portföyünü oluşturmaktadır. Bu bilgiler ışığında yapılan optimizasyon sonucunda hesaplanan volatilité %18 ve getiri %7' dir.

Ticker	Ağırlık	Ticker	Ağırlık
AXP	0.	GE	0.
PFE	0.1616	PG	0.3932
CVX	0.2202	IBM	0.225

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,1746
Optimum Portföy Getirisi:	0,0725
Maksimum Sharpe Oranı:	0,4153

Tablo 10.8: R1 hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü

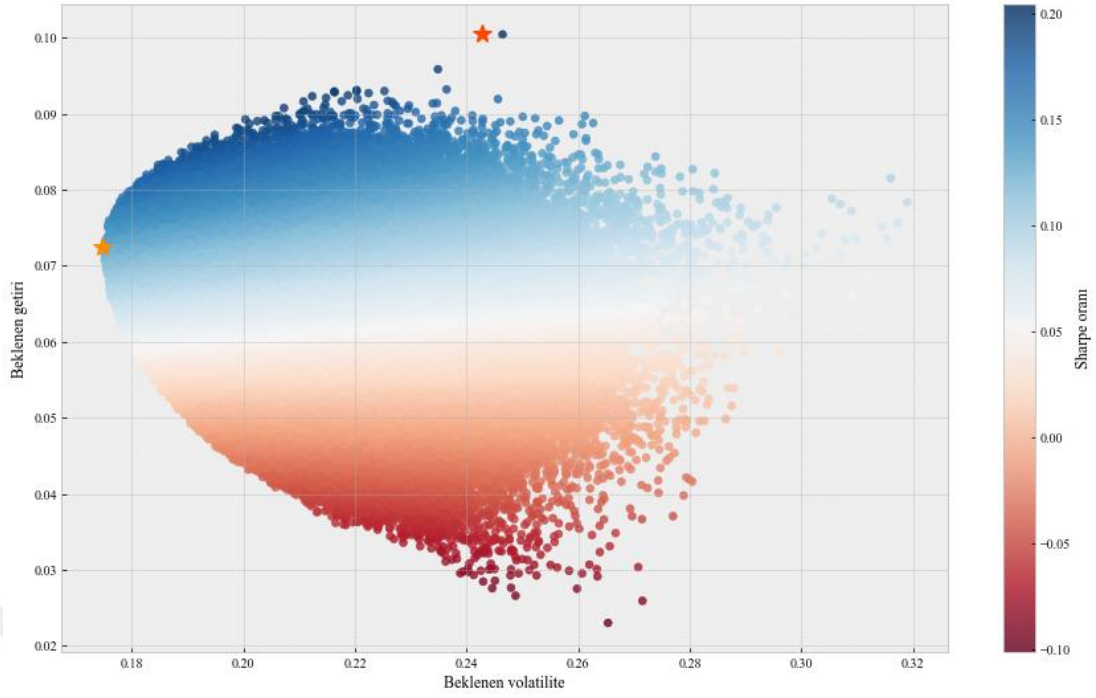
Şimdiye dek R1 portföyüne ilişkin bu bilgiler ışığında oluşturulan grafiklerden ilk normalleştirilmiş fiyat grafiği Şekil 10.16 ile ele alınacaktır. Bu bağlamda fiyatı en çok artan hisse CVX olurken, GE ve PFE hisseleri fiyatı en az artan hisselerdendir. Logaritmik getirileri normalleştirmenin sebebi de bu hisselerin fiyatlarının birbirilerine kıyasla nasıl hareket ettiğini görmektir. Ek olarak (bu tezin amacının krizler ve krizlerin finansal varlıklar üzerindeki etkileri olmamasından dolayı detaya girmeden, kısaca, çok yüzeysel ve sezgisel bir şekilde grafiği yorumlamak gerekirse) 2001 yılı ekonomik durgunluk döneminden itibaren 2003 yılı sonlarına kadar düşüşe geçen GE, IBM ve PFE hisselerinin yanı sıra, 2007 – 2009 finansal krizi döneminden yükselerek çıkan tek hisse senedi CVX olmuştur.



Şekil 10.16: R1 portföyünde bulunan finansal varlıkların normleştirilmiş fiyatları

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Monte Carlo yöntemi kullanılarak oluşturulmuş olan aşağıda bulunan Şekil 10.17’ de turuncu yıldız risk minimizasyonu sonucunda elde edilmiş olan değeri gösterirken, bu yıldızın kuzeybatı yönünde kalan kırmızı yıldız getiri maksimizasyonu sonucu elde edilen değeri göstermektedir. Bu grafikte bulunan her nokta olası portföy kombinasyonları oluşturularak hesaplanmıştır. Yani bu grafikteki bir milyon tane noktadan her biri olası bir portföyü vermektedir. Yanda bulunan renk haritasında - *Color map*- ise her portföyün Sharpe oranı hesaplanarak okuyucunun için bir sezgi oluşturabilmesi için konulmuştur. En yüksek Sharpe oranı değeri mavi renk ile gösterilirken, Sharpe oranı 0.05’ e yaklaştıkça Sharpe oranı beyaz renk ile gösterilmiş ve Sharpe oranı değeri düştükçe grafikteki noktalar turuncu renk ile gösterilmiştir.

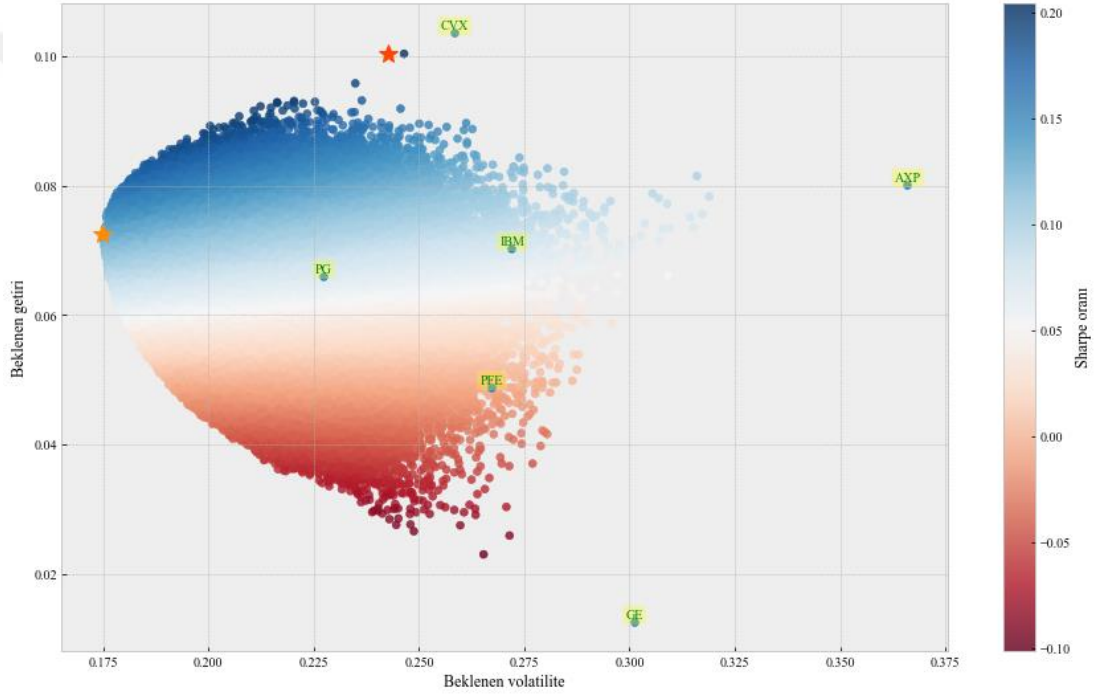


Şekil 10.17: R1 portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Peki, Monte Carlo yöntemi sayesinde oluşturulmuş olan bu portföyler ve MPT sayesinde hesaplanmış olan minimum varyans ve maksimum getiri portföylerinin aksine bu portföydeki hisse senetlerinden birine yatırım yapmak isteyen bir yatırımcı için senaryo nasıl olurdu? Bu sorunun yanıtını aşağıda bulunan Şekil 10.18 vermektedir. Rasyonel olan hiçbir yatırımcı GE hissesini seçmeyecektir çünkü AXP hissesinden sonra en yüksek risk oranına sahipken getirisi en düşük ikinci getiri oranına sahip olan PFE hissesinin yarısından dahi düşüktür. PFE hissesine bakıldığında ise yatırımcı PG hissesinin daha yüksek getiriye ve daha düşük riske sahip olduğunu söyleyecektir ve bu konuda haklıdır da. IBM hissesine bakıldığında getirisinin PG hissesinden biraz yüksek olduğu fakat sahip olduğu riskin PG hissesinden neredeyse %5 daha yukarı çıktığı görülmektedir. Bu adımda turuncu yıldız noktasını yani minimum varyans portföyünü incelemek yerinde olacaktır. Bu noktada elde edilmiş getiri oranı 0,0725 değerindedir yani bu getiri seviyesinde kendisine en yakın hisseler olan PG, IBM ve AXP hisselerine kıyasla açık ara farkla en düşük riski vermektedir. IBM ve PG hisselerinin getiri değerleri minimum varyans portföyünden düşük olmasına rağmen risk değerleri çok yüksektir. Minimum varyans portföyünden %0,75 daha fazla getiri değerine sahip olan AXP hissesinin risk oranı ise yaklaşık olarak %20 daha fazla riske sahiptir. Buradan portföy teorisinin ne kadar önemli,

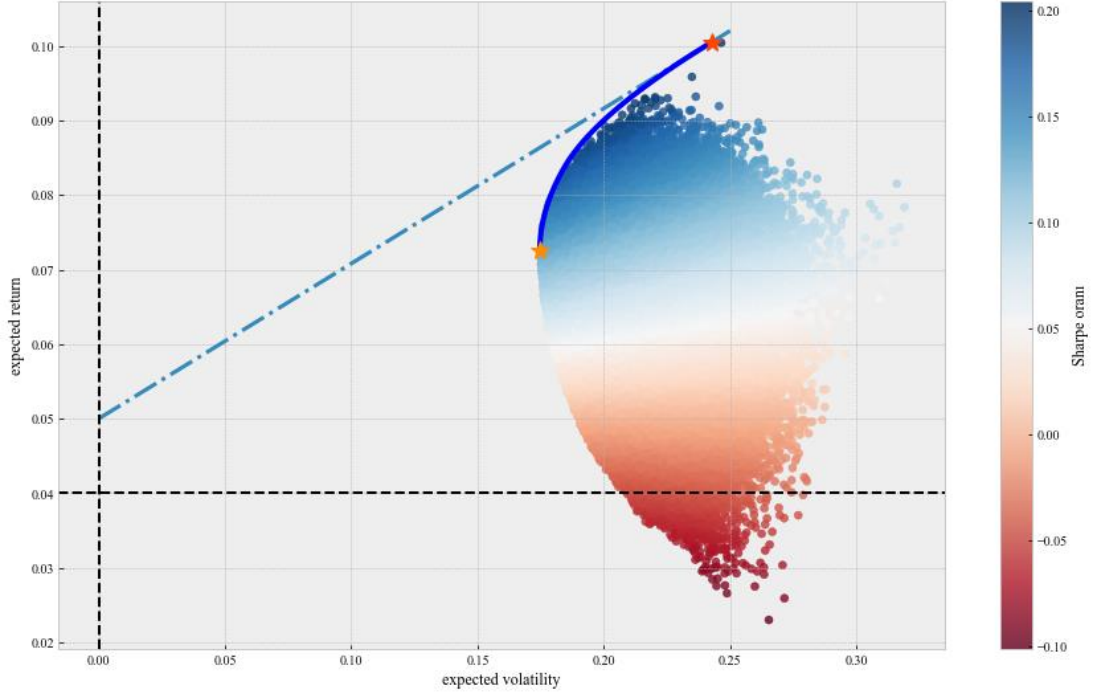
sistematik ve kabul edilmiş varsayımlar altında rasyonel olduğu çok açık bir şekilde görülebilmektedir. Bunun yanı sıra maksimum getiri portföyü yani aşağıdaki grafikte kırmızı olan nokta incelenecek olunursa %8 beklenen getiri sınırı altında kalan tüm hisseleri sağlamış olduğu yüksek getiri ve nispeten daha az bir risk ile elerken, kendisine en yakın olan hisse senedinin CVX olduğu görülmektedir. Maksimum getiri portföyünden neredeyse %1 daha yüksek getiri sağlayan CVX hissesinin gerektirdiği risk ise nispeten daha fazladır. Yatırımcının risk profiline ve tercihlerine göre CVX hissesi seçilebilir fakat bu durum çeşitlendirme ile elimine edilmemiş risk ve sermayenin bir hisseye bağlı olması sebebiyle gelecekte daha büyük kayıplara yol açabilir.



Şekil 10.18: R1 hisse senetleri ve her bir hissenin beklenen getirisi, volatilitesi ve Sharpe oranı

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Bir sonraki adımda Python' un SciPy kütüphanesinde bulunan *interpolate* paketi kullanılarak etkin sınır; yukarıda verilmiş olan formüllere dayanarak ise risksiz varlıkla piyasa portföyünü birleştiren Sermaye Piyasası Doğrusu (CML) çizilmiştir.



Şekil 10.19: R1 portföyü için CML doğrusu gösterimi

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

R1 portföyü ile oluşturulan CML doğrusu ile etkin sınır yukarıdaki Şekil 10.19’ da gösterilmiştir.

10.1.5 Rastgele seçilmiş portföy R2

Python tarafından rastgele oluşturulmuş olan ikinci portföy yedi hisseden oluşmaktadır. Tablo 10.9’ da verildiği üzere maksimizasyon yapıldıktan sonra bu portföyde DIS, MRK ve INTC hisselerine hiç ağırlık verilmemiş olup IBM yaklaşık %5, WMT yaklaşık %90, AXP yaklaşık olarak %3 ve son olarak PG hissesine ise yaklaşık olarak %3 ağırlık verilmiştir. Maksimizasyon sonucu elde edilmiş olan volatilité değeri %24 iken getiri yaklaşık olarak %10’dur.

Ticker	Ağırlık
WMT	0,8914
AXP	0,0271
PG	0,0307
INTC	0

Ticker	Ağırlık
DIS	0
IBM	0,0508
MRK	0

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,2394
Optimum Portföy Getirisi:	0,0945
Maksimum Sharpe Oranı:	0,3946

Tablo 10.9: R2 hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü

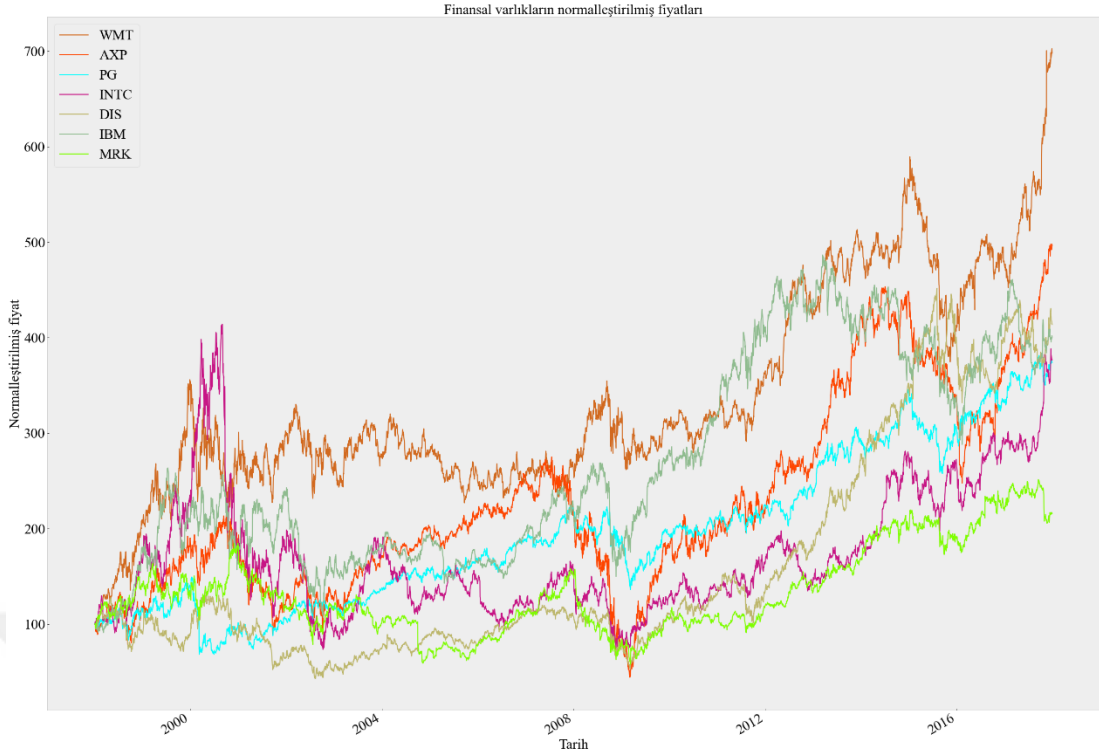
Tablo 10.10 üzerinde ayrıntıları verilen minimizasyon optimizasyonu hesaplamaları sonucunda ise AXP ve INTC hisselerine portföyde hiç ağırlık verilmezken WMT yaklaşık %21, PG yaklaşık %37, DIS yaklaşık %6, IBM yaklaşık olarak %22 ve MRK ise yaklaşık olarak %15 değerinde ağırlık alarak R2 portföyünü oluşturmuştur. Minimizasyon hesaplamaları sonucunda volatilité %18 iken getirisi %7 civarındadır.

Ticker	Ağırlık	Ticker	Ağırlık
WMT	0,2057	DIS	0,0629
AXP	0	IBM	0,2156
PG	0,3679	MRK	0,1478
INTC	0		

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,1747
Optimum Portföy Getirisi:	0,0695
Maksimum Sharpe Oranı:	0,3977

Tablo 10.10: R2 hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü

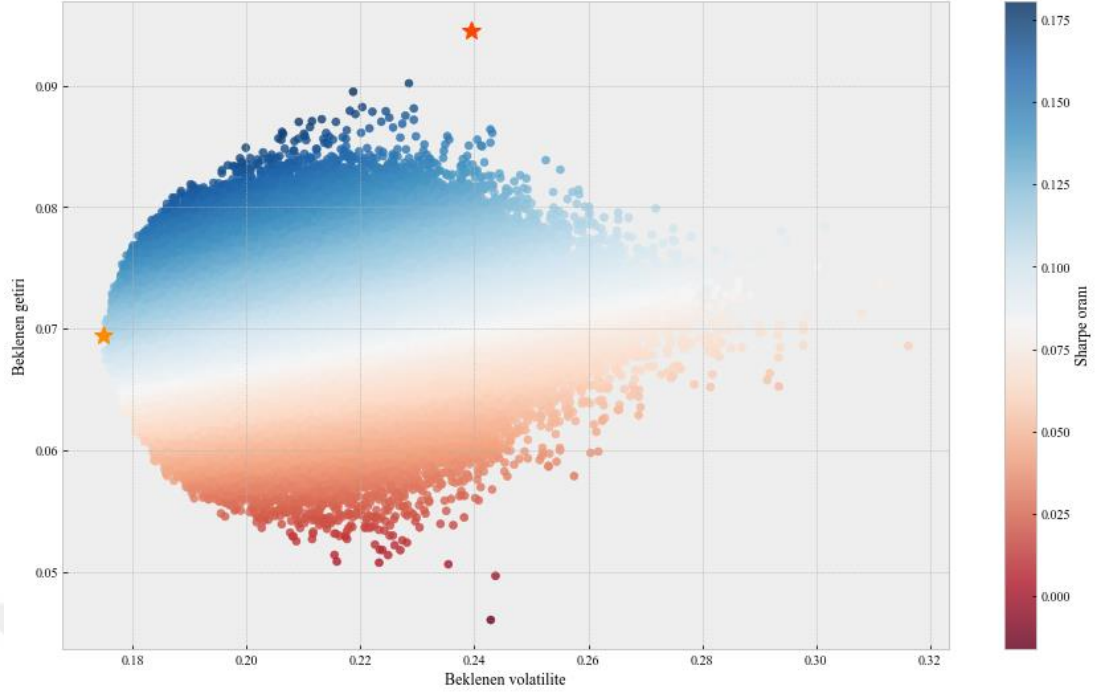
Aşağıda bulunan Şekil 10.20 grafiğinde R2 portföyü içindeki hisselerin normalleştirilmiş fiyatları grafikleştirilmiştir. Grafiğe istinaden WMT ve AXP hisselerinde 2016 yılından itibaren portföydeki diğer hisselerle kıyasla daha fazla bir yükseliş görülmektedir. Öte yandan MRK portföyde en az fiyat artışı gösteren hisse senedir. Ayrıca, 2001 yılı ekonomik durgunluk döneminde INTC hissesi en çok düşüş gösteren hisse senedi iken, 2007- 2009 finansal kriz sırasında hisse senedi fiyatları seviyesinde, AXP hissesinin 2007 sonlarından 2010 yılına kadar gösterdiği sivri düşüş haricinde, fiyat seviyelerinde çok büyük değişiklikler meydana gelmemiştir.



Şekil 10.20: R2 portföyünde bulunan finansal varlıkların normleştirilmiş fiyatları

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Minimum varyans ve maksimum getiri portföyleri sırasıyla turuncu ve kırmızı yıldızlar ile aşağıdaki Şekil 10.21 grafiğinde gösterilmiştir. Grafikteki her nokta oluşturulabilir bir portföy olasılığını göstermektedir.

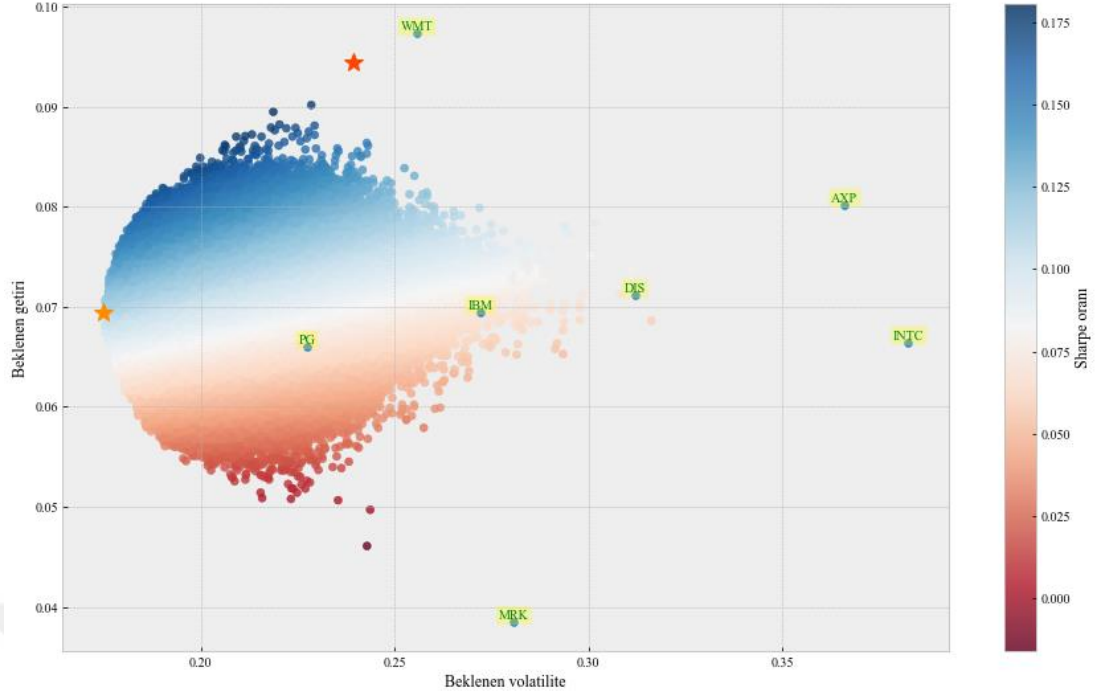


Şekil 10.21: R2 portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

MPT teorisine istinaden hesaplanmış olan maksimum getiri ve minimum varyans portföyleri hesaplandıktan sonra bireysel hisse senetleri Şekil 10.22' ye eklenmiştir. Aşağıdaki grafiğe bakılınca elenecek olan ilk hisse senedi (veya rasyonel bir yatırımcının tüm sermayesini tek bir hisse senedine yatırdığı durumda R2 portföyü içinde bulunan hisse senetlerinden elemek isteyeceği ilk hisse senedi) MRK hissesi olacaktır. Çünkü portföydeki diğer hisse senetlerine kıyasla en düşük getiri ve en yüksek volatiliteye sahip olan hisse MRK' dir. Bununla birlikte portföydeki bireysel hisse senetlerinden en düşük risk seviyesine sahip hisse olan PG ile en yüksek riske sahip olan INTC arasındaki beklenen getiri farkı çok düşüktür bu sebeple öncelikli olarak elenecek olan hisse senetlerini INTC takip etmektedir. Bu adımda minimum varyans portföyüne yani turuncu yıldıza geri dönülecek olursa, aşağı yukarı aynı getiri seviyesini izleyen diğer hisse senetleri IBM ve DIS olacaktır. Grafikte görüldüğü gibi minimum varyans portföyü ile hemen hemen aynı getiri oranına sahip olan IBM hissesinin beklenen volatilitesi minimum varyans portföyüne kıyasla neredeyse %10 daha fazladır. Yine minimum varyans portföyü ile aynı seviyede getiri sağlayabilecek olan DIS hissesinin volatilitesi ise etkin sınırdaki %18'lik bir volatilité değerine kıyasla toplamda %30'dan daha fazladır. Peki ya AXP hissesi? Grafiğe bakıldığında AXP hissesinin getirisinin %8 civarında olduğu kolaylıkla görülebilmektedir. Fakat,

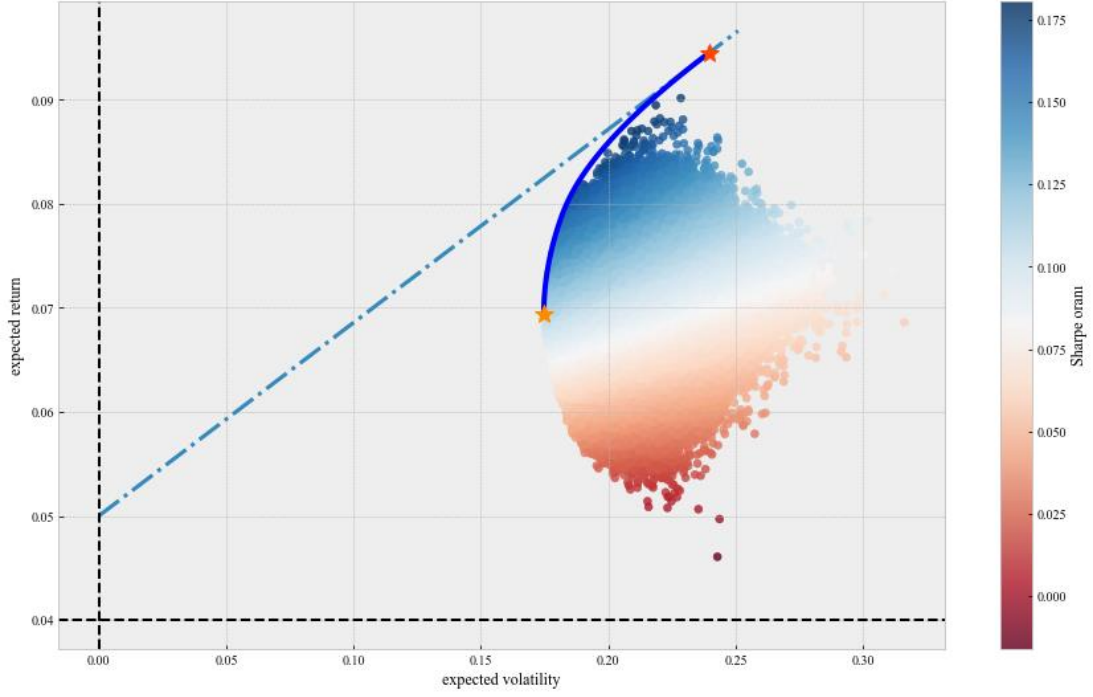
yine aynı getiri seviyesinde etkin sınırdaki bir portföye yatırım yapan yatırımcı aşağı yukarı %18 değerinde bir risk alırken, bu portföye kıyasla AXP hissesinin risk oranı %36'dan daha fazladır. Dolayısıyla AXP hissesine de portföyün oluşturulduğu tarihler ve varsayımlar altında bireysel olarak yatırım yapılmayacak ve bu hisse direkt elenecektir. Portföyde incelenmesi gereken son hisse olan WMT ile maksimum getiri portföyü karşılaştırıldığında WMT hissesinin getirisinin maksimum getiri portföyünden çok fazla olmamasına (yaklaşık olarak 0.0026 oranında) rağmen riskleri arasındaki farkın fazla olduğu görülmektedir. Yine de tercihlerine göre WMT hissesine yatırım yapacak olan yatırımcılar olabilir. Fakat aşağıdaki grafikteki WMT ve maksimum getiri portföyünün çizdiği resimde unutulmaması gereken nokta şudur ki R2 portföyü hiçbir rasyonel süzgeçten geçmeden tamamen rastgele oluşturulmuş bir portföydür. Bu durumda dahi diğer yüksek riskli ve düşük getirili hisseler ile oluşturulabilecek ve başarılabilecek portföylerin getiri ve risk oranları bireysel hisselerden çok daha tercih edilebilirdir. Bu durumda maksimum getiri veya minimum risk portföyleri ve bu portföyler arasında kalan, etkin sınır üzerinde yatan portföylerden birini tercih etmek daha mantıklı olacaktır. Maksimum getiri portföyüne yapılacak olan yatırımdan WMT hissesine yapılan yatırıma kıyasla daha az risk ve alınan riske oranla daha fazla getiri elde edilecektir. Yine bu portföyde de MPT teorisine istinaden portföy oluşturma'nın bireysel hisselerle yatırım yapmaktan daha rasyonel olduğu açıkça görülmektedir.



Şekil 10.22: R2 portföyünde bulunan hisselerin ve bu hisseler ile oluşturulmuş olan portföylerin getiri – volatilite ve Sharpe değerleri

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

R2 portföyünün etkin sınırı aşağıda Şekil 10.23’ te gösterildiği gibi çizilmiştir. Etkin sınıra teğet olan CML yani Sermaye Piyasası Doğrusu (*Capital Market Allocation Line*) da bu grafiğe eklenmiştir.



Şekil 10.23: R2 portföyü için CML doğrusu gösterimi

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Tanıma ve hesaplamalara istinaden CML doğrusu risksiz oranla başlamaktadır; piyasa portföyü ile risksiz varlığa farklı ağırlıklar verilerek oluşan portföyleri sağlar.

10.1.6 Rastgele seçilmiş portföy R3

Rastgele oluşturulmuş olan son portföy olan R3 portföyü toplamda on hisseden oluşmaktadır. Bu hisseler AXP, JNJ, IBM, WMT, MRK, CVX, PG, PFE, INTC ve KO hisseleridir. Yapılan maksimizasyon sonucu Tablo 10.11’ de gösterilmektedir.

Maksimizasyon sonucu AXP, IBM, MRK, PG, PFE, INTC ve KO hisselerine hiç yer verilmemiştir. Diğer taraftan JNJ, WMT ve CVX hisselerine sırasıyla ve yaklaşık olarak %55, %27 ve %19 seviyesinde ağırlık verilmiştir. Bu ağırlıklarla birlikte hesaplanan optimizasyon sonucunda maksimum getiri %10 olarak elde edilmiş olup volatilité ise %17 civarında hesaplanmıştır.

Ticker	Ağırlık	Ticker	Ağırlık
AXP	0	CVX	0,1854
JNJ	0,5486	PG	0
IBM	0	PFE	0
WMT	0,266	INTC	0
MRK	0	KO	0

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,1721
Optimum Portföy Getirisi:	0,0963
Maksimum Sharpe Oranı:	0,5593

Tablo 10.11: R3 hisseleri ile oluşturulmuş maksimum getiri portföyü

Yapılan minimizasyon optimizasyonu sonucu ise yalnızca AXP ve INTC hisselerine ağırlıklandırmada sıfır verilmiştir (veya portföyde hiç yer verilmemiş). Ek olarak JNJ yaklaşık olarak %28, IBM yaklaşık olarak %13, WMT yaklaşık olarak %11, MRK yaklaşık %1, CVX yaklaşık olarak %11, PG yaklaşık %17, PFE yaklaşık %1 ve son olarak KO hissesi %19 seviyesinde ağırlıklandırılarak R3 portföyü oluşturulmuştur.

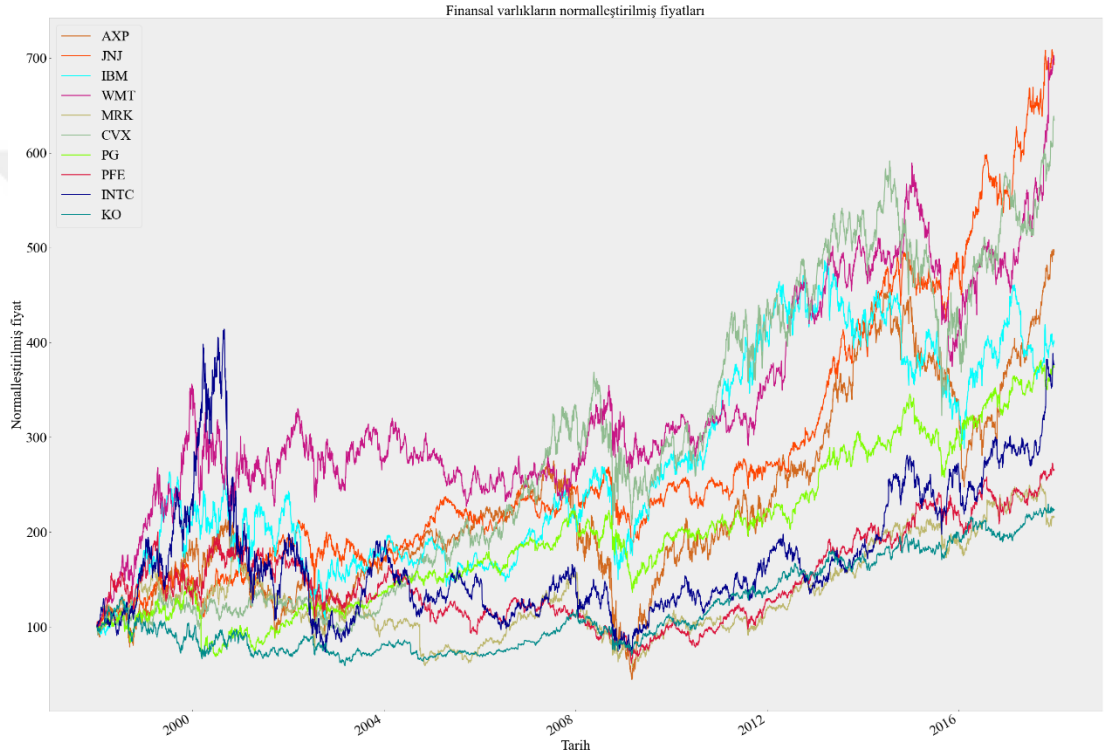
Ticker	Ağırlık	Ticker	Ağırlık
AXP	0	CVX	0,1096
JNJ	0,2817	PG	0,1666
IBM	0,131	PFE	0,0062
WMT	0,1086	INTC	0
MRK	0,0071	KO	0,1892

Optimal Portföy Volatilitesi:	0,1554
Optimum Portföy Getirisi:	0,0764
Maksimum Sharpe Oranı:	0,4914

Tablo 10.12: R3 hisseleri ile oluşturulmuş minimum varyans portföyü

Kısaca AXP, JNJ, IBM, WMT, MRK, CVX, PG, PFE, INTC ve KO hisselerinden rastgele oluşturulmuş olan bu portföyün normalleştirilmiş fiyatlarının yıllar içindeki hareketi Şekil 10.24' e istinaden yorumlanırsa, WMT ve AXP hisselerinin en çok fiyat artışı gösterdiği gözlemlenirken CVX hissesinin bu hisseleri takip ettiği görülmektedir. Buna karşın 2018 yılı başında en düşük fiyata sahip hisse olan MRK, CVX ve JNJ tarafından takip edilmektedir. Ek olarak, INTC, PG ve IBM bu koşuyu birbirlerine yakın seviyelerde bitirmişlerdir. Yine hatırlatılması gerekir ki bu tezin

amacı finansal krizleri incelemek değildir. Fakat herkesçe bilinen ve ABD piyasasını etkilemiş olan krizlerin üzerinden kısaca geçilecek olursa, ekonomik durgunluk yaşanan 2001 yılında INTC hissesinin 2000 yılı sonlarında değer kazanmasına karşın bu durgunluktan epey etkilendiği ve değer kaybettiği aşağıdaki grafikte açıkça görülmektedir. INTC kadar olumsuz etkilenmese dahi WMT hissesi de bu durgunluktan olumsuz etkilenen hisselerdendir. 2007- 2009 finansal krizinden R3 portföyü içindeki en çok etkilenen hisse AXP olurken CVX ve WMT hisseleri değer kazanmıştır.

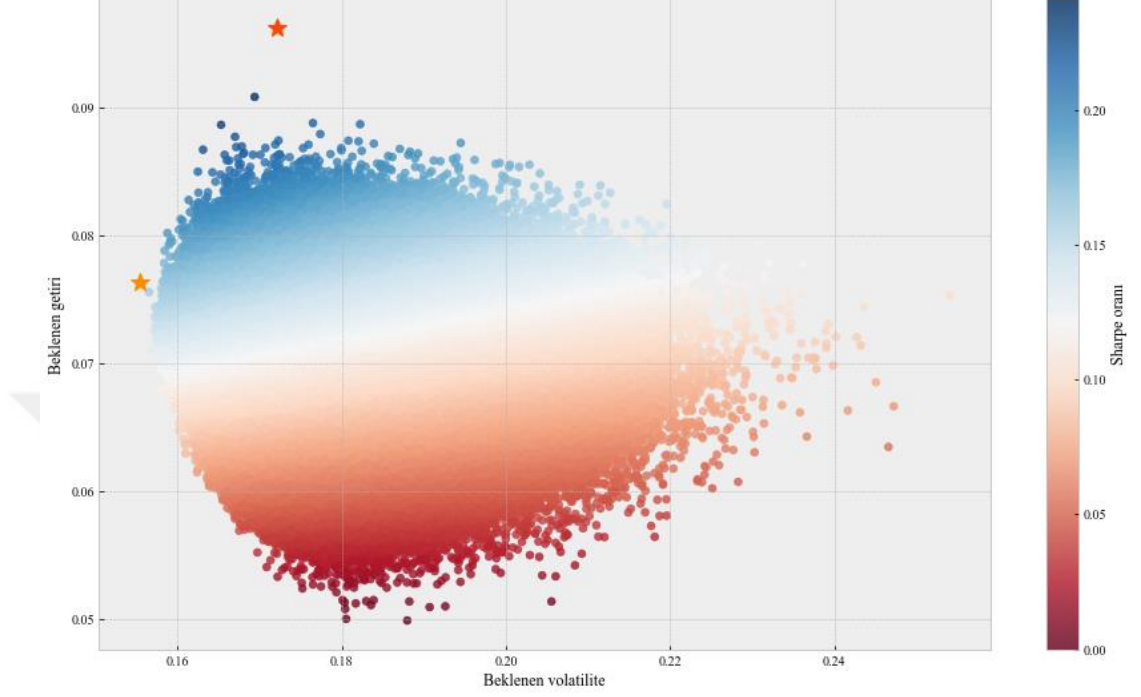


Şekil 10.24: R3 portföyünde bulunan finansal varlıkların normalleştirilmiş fiyatları

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Rastgele oluşturulmuş son portföy olan R3 portföyünün içindeki AXP, JNJ, IBM, WMT, MRK, CVX, PG, PFE, INTC ve KO hisselerinden oluşturulabilecek her olası (bir milyon tane olasılık resmedilmiştir) portföy aşağıda bulunan Şekil 10.25 grafiğinde bir nokta olarak verilmektedir. Yine maksimum getiri portföyü kırmızı yıldız ile gösterilirken, minimum getiri portföyü aşağıdaki grafikte turuncu yıldızla işaretlenmiştir. Sharpe oranı 0.125 civarında iken grafiğin yan tarafındaki renk skalası beyaz rengini alırken, Sharpe oranı arttıkça mavi renge, azaldıkça koyu turuncu – kırmızı renge dönüşmektedir. Görüldüğü üzere maksimum getiri ve minimum risk

portföyleri arasındaki risk seviyesi farkı R1 ve R2 portföylerine kıyasla R3 portföyünde daha azdır.

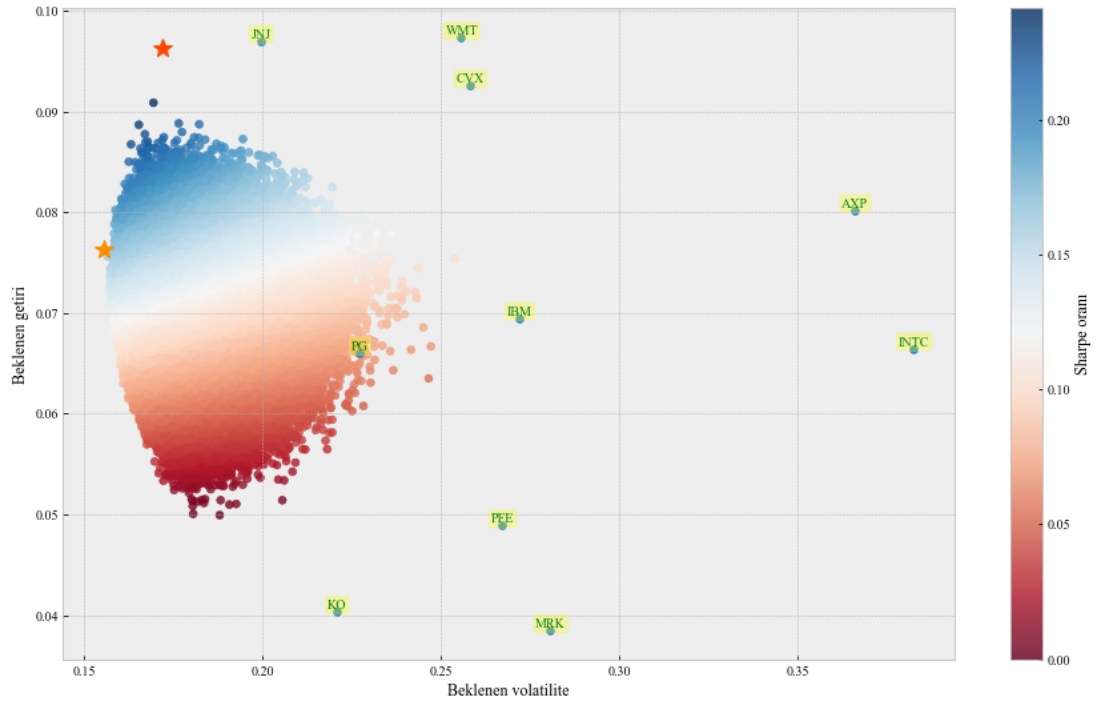


Şekil 10.25: R3 portföyünde bulunan hisseler ile oluşturulan ulaşılabilir portföyler

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

R3 portföyünü oluşturan hisseler ile oluşturulabilecek portföyler Monte Carlo yöntemi ile çıkarılarak Şekil 10.25 üzerinde gösterilmiştir. Bu şekil üzerinde daha az risk ve daha az getiriye sahip olan turuncu yıldız minimum varyans portföyünü gösterirken, daha yüksek getiri ve daha yüksek risk oranına sahip olan kırmızı yıldız maksimum getiri portföyünü vermektedir. Rastgele oluşturulmuş olan bu portföy yerine tek bir hisseye yatırım yapmak isteyen bir yatırımcı hangi hisseyi seçerdi ve bireysel bir hisseyi seçmek bu yatırımcıya daha fazla getiri ve daha az volatilite sağlar mıydı? Bilindiği üzere bu çalışmada rasyonel seçim veya mantıklı seçim ile kastedilen düşük risk ve yüksek getirinin seçilmesidir. Bu bağlamda, bir yatırımcı hiçbir koşulda (yüksek risk oranı alıp risksiz orandan dahi daha az getiri elde etmek istemediği veya kısaca sermaye kaybetmek istediği olasılıksız durum haricinde) aşağıdaki resimde tüm sermayesini MRK hissesine yatırmayacaktır. Aynı mantığı takiben KO ve PFE hisseleri de elenecektir. Hemen hemen aynı getiri sağlayan PG ve INTC hisseleri karşılaştırıldığında ise INTC hissesi otomatik olarak elenecektir çünkü benzer bir

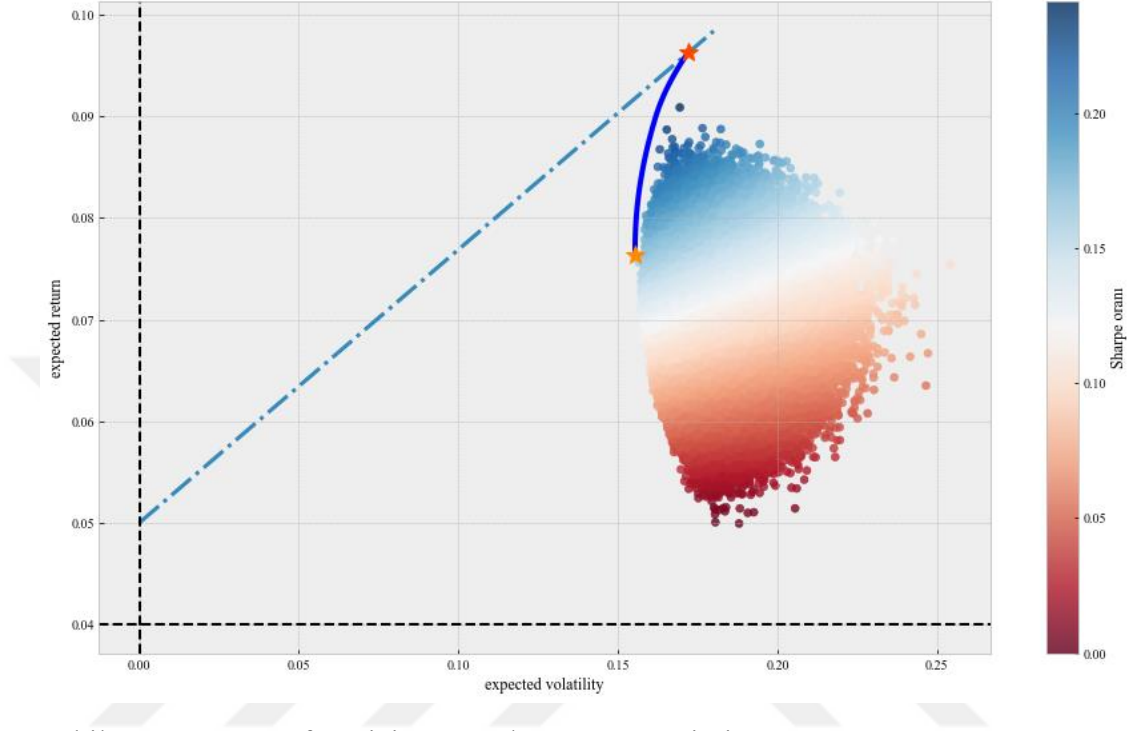
getiri sağlamasına karşın risk oranı PG hissesine oranla çok daha fazladır. PG hissesi incelendiğinde Sharpe oranının turuncu kısma düştüğü görülmektedir yani PG hissesi de risksiz varlığa kıyasla (diğer bir ifadeyle ABD hazine tahvili) dahi daha avantajlıdır. Keza IBM hissesi de aynı sebeple yani düşük getiri ve yüksek volatilité değerlerine sahip olmasından dolayı yatırımcı tarafından elenecektir. %7 getiri çizgisinin aştıktan sonra minimum varyans portföyü ile AXP dikkat çekmektedir. Aralarındaki %0,5 getiri farkı olmasına karşın AXP hissesinin volatilitesi yaklaşık olarak iki buçuk kat daha fazladır. Yani rasyonel olan bir yatırımcı AXP hissesine tüm sermayesini yatırmayacaktır. %9 ila %10 getiri sağlayan aralıkta ise WMT ile hemen hemen aynı getiri oranına sahip, ayrıca maksimum getiri portföyünden ise daha az getiri oranına sahip olan CVX yatırım yapılmayacak olan diğer bir hissedir. Aynı şekilde, WMT ile JNJ hisseleri arasından yüksek risk oranına sahip olan WMT elenir. Portföydeki bireysel hisseler arasından tek bir hisseye yatırım yapılabilecek olan en iyi seçenek JNJ gibi görünse dahi kırmızı yıldız ile gösterilen maksimum getiri portföyü %17 oranında riske sahipken hemen hemen aynı oranda getiriye sağlayan JNJ, yatırımcıya %20 oranında risk getirmektedir. Yani maksimum getiri portföyü veya minimum varyans portföylerinden birinin seçilmesi tek bir hisseye bütün sermayenin yatırılmasından daha kazançlı olacaktır.



Şekil 10.26: R3 portföyünde bulunan hisselerin ve bu hisseler ile oluşturulmuş olan portföylerin getiri – volatilité ve Sharpe değerleri

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Bir sonraki adımda R3 portföyünün etkin sınırı ile CML doğrusu aşağıdaki Şekil 10.27' de verilmiştir.



Şekil 10.27: R3 portföyü için CML doğrusu gösterimi

Not: Yahoo! Finance veri tabanı kullanılmıştır.

Şekil 10.27' de risksiz oranla başlayan CML doğrusu, piyasa portföyü ile risksiz varlığa farklı ağırlıklar verilerek oluşturulmuş doğruyu göstermektedir.

Oluşturulan portföylerin korelasyon ve kovaryansları

Ekte verilmiş olan, hisse senetlerinin kovaryansını gösteren grafiklere bakıldığında n tane varlık için n^2 tane terim elde edildiği görülmektedir. Daha dikkatli bakıldığında ise tablo şöyle yorumlanabilir: i varlığının ağırlığı ile j varlığının ağırlığı çarpıldıktan sonra elde edilen değer i varlığının fazla getirisi ile j varlığının fazla getirisinin çarpımı ile çarpılmış ve tablodaki veya matristeki n^2 tane terimin değeri hesaplanmıştır. Eğer i varlığı j varlığına eşit değilse yani satırda bulunan hisse senedi ile sütunda bulunan hisse senedi birbirine eşit varlıklar değilse, bu durumda i varlığının ağırlığı ve j

varlığının ağırlığı çarpımı ile j varlığının getirisi arasındaki kovaryans değeri elde edilir. Aslında sezgisel olarak bu değerin elde edilmesi i ve j varlıkları arasındaki kovaryansın, i varlığının standart sapması ve j varlığının standart sapması ile bu varlıklar arasındaki korelasyon ile çarpımına eşit olduğunu yazmanın başka bir yoludur. Özetlemek gerekirse, her sütun ve satırda bulunan varlıkların hesaplanan ağırlıklarının portföyden elde edilen fazla getiri ile çarpımı matristeki elemanları verir. Bu durumda portföy varyansını oluşturan $n \times n$ tane öge bulunmakta ve bu ögelerden yola çıkarak portföy varyansı hesaplanmaktadır. Markowitz'in Nobel Ödülü kazanmasındaki sebep aslında bu gerçekten kaynaklanmaktadır, çünkü Markowitz bu farklı unsurlar toplanıp portföy varyansı oluşturulduğunda sadece bir veya iki senedine bakmaktan çok farklı sonuçlar elde edileceğini kanıtlamıştır.

Bu çapraz çarpımlar negatif veya küçük bir değer olduğunda portföyünü genel riski azalmaktadır. Bu fikrin altında yatan matematik de Warren Buffett'ın savunduğu fikir olan tüm yumurtaları bir sepete koymamayı işaret etmektedir. Çünkü tüm yumurtaların aynı sepete koyulmaması durumunda küçük, hatta negatif olabilen kovaryanslar elde edilebilir ve portföyün dalgalanmaları (yani riski) bu çapraz ürünler sayesinde azaltabilir.

Tablolarda gerçek verilerden elde edilmiş olan hesaplamalarda da görüldüğü gibi varyanslardan çok daha fazla kovaryans değeri bulunmaktadır. Çünkü varyanslar sadece diyagonal iken diyagonal olmayan diğer değerler kovaryans değerini vermektedir. Elde edilmiş olan n tane bireysel hisse senedinin ne kadar riskli olduğunu gösteren varyans değerlerinin yanı sıra diyagonal olmayan kısımlarda $n(n - 1)$ tane kovaryans değeri bulunmaktadır. Bu değerler aslında portföyün riskliliğinin ölçümünde kovaryansların bireysel hisse senetlerinin riskliliğinden çok daha önemli olduğunu göstermektedir. Diğer bir deyişle çok riskli olan bir hisse senedi portföye eklenirken önemli olan husus bu hisse senedinin diğer varlıklarla nasıl ilişkili yani nasıl bir korelasyon içinde olduğudur.

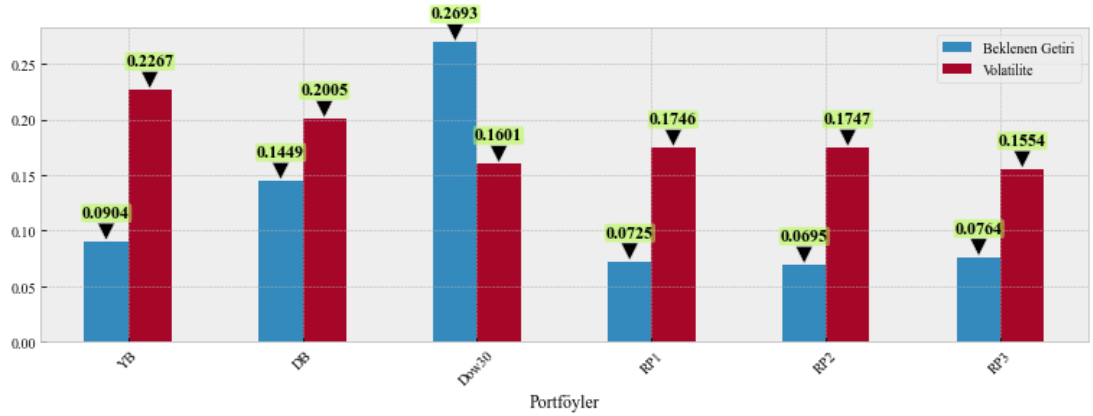
Son olarak ekler kısmında kovaryans tablosu ile birlikte her portföy için korelasyon değerlerinin paylaşılma sebebi korelasyonun daha standart bir değere sahip olması sebebiyle daha hızlı anlaşılabilir ve kolay yorumlanabilir olmasıdır.

11 SONUÇ

Bu çalışmada iki soruya yanıt verilmek istenmiştir:

- Bir portföyü oluşturan menkul kıymetlerin beta katsayıları ile portföyün beklenen getiri seviyesi arasındaki ilişkinin yönü nedir?
- Rastgele seçilen menkul kıymetlerden oluşan bir portföy kabul edilebilir bir risk seviyesinde (belirli bir metodoloji ile oluşturulmuş diğer portföyler kadar) iyi bir getiri sağlar mı?

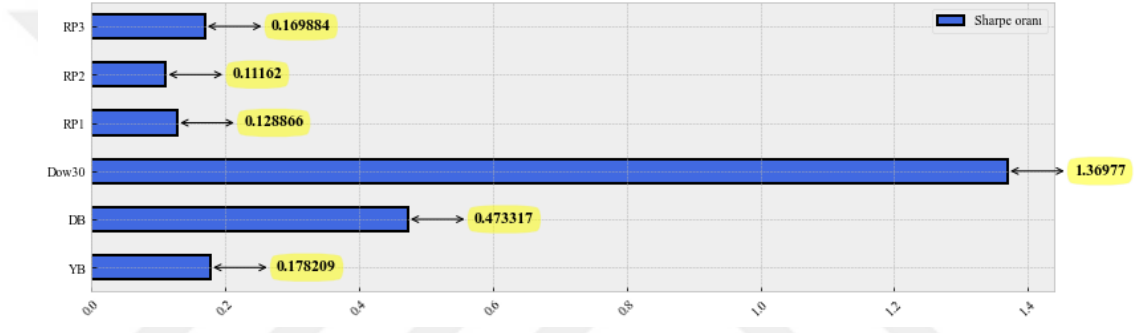
Bu kapsamda ilk soruya yanıt vermek amacıyla oluşturulan DOW30, DB ve YB portföyleri ile ikinci soruya yanıt vermek için oluşturulan R1, R2 ve R3 portföylerinden elde edilmiş olan getiri ve volatilité değerleri Şekil 11.1’ de gösterilmiştir.



Şekil 11.1: Seçilen portföylerin risk ve getiri oranları

Ampirik çalışma sonucu elde edilen oranlar incelendiğinde oluşturulan portföyler arasında en yüksek beklenen getiri oranına sahip olan portföy DOW30 portföyü iken DB ve YB portföylerinin DOW30 portföyünü takip ettiği görülmektedir. Bu bağlamda Şekil 11.1’ de gösterildiği gibi en yüksek getiri oranına sahip olan DOW30

portföyünün bir strateji ile oluşturulmuş portföyler (YB ve DB) arasında en düşük risk oranına sahip olduğu ve DOW30 portföyünü getiri oranı seviyesi bakımından takip eden DB portföyünün YB portföyüne kıyasla daha düşük bir risk seviyesine sahip olduğu görülmektedir. Buna ek olarak rastgele oluşturulmuş olan portföylerin getiri oranlarının diğer üç portföye kıyasla daha düşük, risk seviyelerinin ise YB ve DB portföylerinden düşük fakat DOW30 portföyünden yüksek olduğu görülmektedir. Dolayısıyla MPT varsayımları altında tanımlanan rasyonel bir yatırımcı için belli bir risk seviyesi için sağladığı getiri seviyesine istinaden DOW30 portföyü en tercih edilebilir portföy olacaktır.



Şekil 11.2: Seçilen portföylerin Sharpe oranları

Getiri – risk oranını daha kolay bir şekilde karşılaştırabilmek için Şekil 11.2’ de oluşturulan portföylerin Sharpe oranlarına yer verilmiştir. Bu portföyler arasından Sharpe oranı birden (1) büyük olan tek portföyün DJIA piyasa endeksindeki hisseler ile oluşturulmuş DOW30 portföyü olduğu görülmüştür. DOW30 portföyünü düşük beta katsayılı DB portföyü izlemektedir. Bununla beraber rastgele oluşturulmuş portföyler ile yüksek beta katsayılı YB portföyünün Sharpe oranı değerleri oldukça düşüktür. Dolayısıyla beta katsayısı ile beklenen getiri arasındaki ilişkinin CAPM modeli tarafından savunulduğu kadar güçlü olmadığı, yüksek beta katsayısının yüksek getiriyi garanti etmediği anlaşılmıştır. Ayrıca en düşük Sharpe oranına sahip portföylerin rastgele oluşturulmuş olan portföyler olduğu ortaya çıkmıştır; bu nedenle rastgele portföy seçiminin belli bir strateji ile oluşturulmuş diğer portföyler kadar iyi performans göstermediği görülmüştür.

Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Black (1972) CAPM modeli beta değeri ile beklenen getirinin ilişkili olduğunu bulmuşlardır. Öte yandan, bu çalışmada elde edilen ampirik sonuçlar kapsamında beta katsayısı ile beklenen getiri arasındaki ilişkiyi kıyaslamak

için yirmi senelik bir periyotta DJIA' ya dahil olan hisseler ile oluşturulmuş YB ve DB portföylerinin beta değeri ile beklenen getirileri arasındaki ilişkinin Sharpe, Lintner ve Black CAPM modelinde belirtildiği kadar net ve belirgin olmadığı görülmüştür. Bu bulgu beta katsayısının beklenen getiriyi açıklamak için tek başına yeterli olmadığı ve yüksek beta katsayısının daha yüksek getiriyi garanti etmediğini gösterir. Sirucek ve Kren tarafından yapılan çalışmada da aynı sonuçlar elde edilmiştir. Benzer sonuçlar beta katsayısı ile ölçülen daha yüksek riskin her zaman daha yüksek bir getiri ile ilişkili olmadığı gösteren Fama ve French (2004) tarafından ulaşılmıştır. Ayrıca, Fama ve French (1992) tarafından yapılan ve hisse senedi getirileri ile piyasa betaları arasında pozitif ilişkili bulunmadığı gösterilen diğer bir çalışma ile bu çalışmayı aynı verilerle tekrarlayan ve sonuç itibarıyla Fama ve French ile mutabık kalan Malkiel tarafından da benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Bu doğrultuda bu çalışmada beta katsayısının beklenen getiriyi açıklamak için tek başına yeterli bir değişken olmadığı veya daha yüksek beta katsayısının daha yüksek beklenen getiriyi garanti altına almadığı ortaya çıkmıştır. Benzer sonuçlar varyans değeri yüksek olan hisseler ile oluşturulmuş portföyün piyasa portföyünün getirisinden daha düşük getiri, düşük varyans değerine sahip hisselerden oluşan portföyün getirisinin ise piyasa portföyünün getirisinden daha yüksek olduğunu gösteren David C. Blitz ve Pim van Vliet (2007) tarafından yapılan çalışma ile ulaşılmıştır; ayrıca risk – getiri ilişkisi kapsamında yüksek risk oranına sahip hisselerin beklenenden çok daha düşük getiriye sahip olduğunu gösteren Ang, Hodrick, Xing ve Zhang (2006) tarafından da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Risk ile getiri arasındaki ilişkiyi inceleyen S. Basu (1977), Rolf W. Banz (1981), Dennis Stattman (1980), Ban Rosenberg, Kenneth Reid ve Ronald Lanstein (1985) ve Laxmi Chand Bhandari (1988) tarafından yapılan çalışmalarda da betanın tek başına açıklayıcı bir görev görmediği neticesine varılmış ve bu çalışma ile benzer sonuçlara ulaşılmıştır.

Rastgele oluşturulan R1, R2 ve R3 portföylerinin sağladığı beklenen getiri oranları yüksek beta katsayılı hisselerle oluşturulmuş portföyden dahi daha azdır. Rastgele oluşturulmuş portföyler arasından en düşük getiri ve en yüksek riske sahip olan portföy R2 portföyüdür. R3 portföyü rastgele seçilmiş portföyler arasından en yüksek getiri ve en düşük riski sağlayan portföydür. Bu portföyler incelendiğinde en iyi performans gösteren R3 portföyünde bulunan hisselerin büyük bir çoğunluğunun düşük beta katsayılı hisselerden oluştuğu, en kötü performans gösteren R2 portföyünün büyük bir kısmının yüksek beta ağırlıklı hisselerden oluştuğu, beklenen getiri – risk oranı

bakımından R2 ve R3 rastgele oluşturulmuş portföyleri arasında kalan R1 portföyünün ise yarısının yüksek beta katsayılı hisselerden oluştuğu görülmüştür. Bu sonuçlardan anlaşıldığı üzere rastgele oluşturulan bu portföylerde de yüksek betaya sahip menkul kıymetlerden oluşan bir portföyün yüksek getirileri garanti etmeyeceği görülmektedir. Fakat bu çalışmada yanıt alınmak istenen ikinci soruya (rastgele seçilen menkul kıymetlerden oluşan bir portföyün belli bir risk seviyesinde makul bir getiri sağlayıp sağlamadığı sorusuna) dönülürse yukarıdaki grafiklerde verilmiş getiri – risk – Sharpe oranlarına istinaden rastgele menkul kıymetlerle oluşturulan portföylerin daha iyi performans göstermediği sonucuna varılmıştır; çünkü rastgele seçilen hisseler (R1, R2, R3) bu çalışmada oluşturulan diğer portföylere kıyasla daha düşük getiri ve daha yüksek risk oranına sahiptir. Üstelik rastgele oluşturulmuş olan portföyler ile çeşitlendirme ve dolayısıyla sistematik olmayan riskin elenmesi garanti edilemez çünkü rastgele yapılan bir seçimde yalnızca bir sektöre ağırlık verilmesi olasılığı vardır. Böylece rastgele bir portföy seçiminin verimli sonuçlar yaratmadığı, bir strateji etrafında oluşturulmuş diğer portföyler kadar etkin olmadığı ve tüm piyasa endeksinin satın alınmasıyla yapılan yatırımın daha etkin olacağı sonucuna varılmıştır. Varılan bu sonuç Cohen ve Pogue (1968) tarafından yapılan çalışma ile desteklenmektedir.

Diğer taraftan Roll (1977, 1978) CAPM modelini test ederken piyasa portföyünü temsilen kullanılan portföyün etkin olup olmamasının beklenen getiri ile risk arasındaki ilişkiyi değiştirdiğini ve bu nedenle CAPM modelinin test edilmesinin zorlaştığını yazmıştır. Bu çalışma kapsamında da ulaşılan sonuçların CAPM modelinin yetersizliğinden mi yoksa piyasa portföyünü temsilen kullanılan portföyün etkin olmamasından mı kaynaklandığı sorusuna yanıt verilememektedir. İleriki çalışmalarda Russell 3000 Index veya S&P 500 Index gibi daha kapsayıcı endekslerin kullanılması (daha etkin portföylerin oluşturulmasını daha muhtemel kılacağı için) tavsiye edilir.

12 KAYNAKÇA

- Allen, F., Brealey, R., & Stewart, M. (2005). *Principles of Corporate Finance 8th Edition*. New York: McGraw-Hill/Irwin.
- Ang, A., Hodrick, R. J., Xing, Y., & Zhang, X. (2006). The Cross-Section of Volatility and Expected Returns. *The Journal of Finance*, 259-299.
- Arnold, G. (2013). *Corporate Financial Management*. Pearson.
- Arun, N. (2020). *Evolution of Portfolio Theory – From Efficient Frontier to CAL to SML*. AnalystPrep : <https://www.youtube.com/watch?v=en-0ZtZnTTk>
adresinden alındı
- Banz, R. W. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, 3-18.
- Bark, H.-K. K. (1991). Risk, return, and equilibrium in the emerging markets: Evidence from the Korean stock market. *Journal of Economics and Business*, 353-362.
- Baron, D. P. (1977). On the Utility Theoretic Foundations of Mean-Variance Analysis. *The Journal of Finance Vol. 32, No. 5*, 1683-1697.
- Basu, S. (1977). Investment Performance of Common Stocks in Relation to Their Price-Earnings Ratios: A Test of the Efficient Market Hypothesis. *The Journal of Finance*, 663-682.
- Bernoulli, D. (1738; 1954). Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk. *Econometrica*, 22-36.
- Bhandari, L. C. (1988). Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence. *The Journal of Finance*, 507-528.
- Black, F. (1993). Beta and Return. *The Journal of Portfolio Management*, 8-18.
- Black, F., Jensen, M. C., & Scholes, M. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*.
- Blitz, D. C., & Vliet, P. v. (2007). The Volatility Effect: Lower Risk without Lower Return. *ERIM Report Series Research in Management*.
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2014). *Investments*. New York: McGraw-Hill Education.

- Bollen, B. (2009). The Security Market Plane. *22nd Australasian Finance and Banking Conference 2009*.
- Bollen, B., & Gharghori, P. (2015). How is β related to asset returns? *Applied Economics*, 1-11.
- Clarke, R. G., Silva, H. d., & Thorley, S. (2006). Minimum-Variance Portfolios in the U.S. Equity Market. *The Journal of Portfolio Management*, 10-24.
- Cohen, K. J., & Pogue, J. A. (1968). *Some Comments Concerning Mutual Fund Vs. Random Portfolio Performance*. Cambridge, Massachusetts: Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology.
- Constantinides, G., & Malliaris, A. (1995). Portfolio Theory. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, 1-27.
- Cooper, I. (2009). On tests of the conditional relationship between beta and returns. *Applied Financial Economics*, 427-432.
- Douglas, G. (1969). Risk in the equity markets: an empirical appraisal of market efficiency. *Yale Economic Essays*, 3-45.
- Encyclopedia Britannica. (2016). Von Neumann–Morgenstern utility function. <https://www.britannica.com/topic/von-Neumann-Morgenstern-utility-function> adresinden alındı
- Fabozzi, F. J., & Markowitz, H. (2011). *The Theory and Practice of Investment Management: Asset Allocation, Valuation, Portfolio Construction, and Strategies*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 427-465.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1996). Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies. *Journal of Finance*, 55-84.
- Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives*, 25-46.
- Fama, E. F., & MacBeth, J. D. (1973). Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy*, 607-636.
- Fisher, I. (1930). *The Theory of Interest*. New York: Macmillan Co.
- Forjan, J. M. (2019). *The Standard Capital Asset Pricing Model*. AnalystPrep: <https://youtu.be/196e8YIQIkg> adresinden alındı
- Fragkiskos, A. (2014). What is Portfolio Diversification? *Alternative Investment Analyst Review - Chartered Alternative Investment Analyst Association*, 8-18.
- Frängsmyr, T. (Dü.). (1991). *The Nobel Prize*. Eylül 8, 2021 tarihinde <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1990/markowitz/biographical/> adresinden alındı

- Froidevaux, P. S. (2004). Fundamental Equity Valuation: Stock Selection. Switzerland. 09 13, 2021 tarihinde <https://core.ac.uk/download/pdf/20637481.pdf> adresinden alındı
- Hardy, C. O. (1923). *Risk and Risk-Bearing*. Chicago: University of Chicago Press.
- Hicks, J. R. (1934). Application of Mathematical Methods to the Theory of Risk. *Econometrica*, 194-195.
- Hicks, S. J. (1935). A Suggestion for Simplifying the Theory of Money. *Economica*, 1-19.
- Holton, G. A. (2002). History of Value-at-Risk: 1922-1998. *Contingency Analysis*.
- Hsu, D.-A., Miller, R., & Wichern, D. (1974). On the Stable Paretian Behavior of Stock-Market Prices. *Journal of the American Statistical Association*, 69(345), 108-113.
- Hueng, C. J., & Huang, P. (2008). Conditional risk-return relationship in a time-varying beta model. *Quantitative Finance*, 381-390.
- Hull, J. C. (2018). *Risk Management and Financial Institutions*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Karacabey, A. A., & Karatepe, Y. (2004). Beta and Return: Istanbul Stock Exchange Evidence. *Investment Management and Financial Innovations*.
- Kempthorne, P. (2013). *Topics in Mathematics with Applications in Finance*. MIT OpenCourseWare: https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-s096-topics-in-mathematics-with-applications-in-finance-fall-2013/lecture-notes/MIT18_S096F13_lecnote14.pdf adresinden alındı
- Kempthorne, P. (2013). *Topics in Mathematics with Applications in Finance*. MIT OpenCourseWare: <https://ocw.mit.edu/courses/mathematics/18-s096-topics-in-mathematics-with-applications-in-finance-fall-2013/video-lectures/lecture-14-portfolio-theory/> adresinden alındı
- Kettler, P. C. (2010). The Arrow–Pratt Indexes of Risk Aversion and Convex Risk Measures They Imply.
- Kim, D., & Francis, J. (2013). *Modern Portfolio Theory*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons.
- Kothari, S. P., Shanken, J., & Sloan, R. G. (1995). Another Look at the Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 185-224.
- Lakonishok, J., & Shapiro, A. C. (1984). Stock Returns, Beta, Variance and Size: An Empirical Analysis. *Financial Analysts Journal*, 36–41.
- Lakonishok, J., & Shapiro, A. C. (1986). Systematic risk, total risk and size as determinants of stock. *Journal of Banking and Finance*, 115–132.
- Lam, K. S. (2001). The Conditional Relation Between Beta and Returns in the Hong Kong Stock Market. *Applied Financial Economics*, 669-680.

- LaMorte, W. W. (2021, 09 20). *The Correlation Coefficient (r)*. Boston University: <https://sphweb.bumc.bu.edu/otlt/MPH-Modules/PH717-QuantCore/PH717-Module9-Correlation-Regression/PH717-Module9-Correlation-Regression4.html> adresinden alındı
- Leavens, D. H. (1945). Diversification of Investments. *Trusts and Estates*, 469-473.
- Lee, C. M., Myers, J., & Swaminathan, B. (1999). What is the Intrinsic Value of the Dow? *The Journal Of Finance*, 1693-1741.
- Lee, C.-F., Lee, A., & Lee, J. (2010). *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management*. New York: Springer Science+Business Media.
- Lietner, B. A. (1971). *Financial management of foreign exchange: An operational technique to reduce risk*. Cambridge: The M.I.T. Press.
- Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, 13-37.
- Liu, S., & Xu, R. (2010). The Effects of Risk Aversion on Optimization. *MSCI Barra Research Insights*.
- LLC “Consulting Publishing Company “Business Perspectives”. (2010). *Investment Management and Financial Innovations*.
- Lo, A. W. (2008). *Portfolio Theory*. MIT OpenCourseWare: <https://ocw.mit.edu/courses/sloan-school-of-management/15-401-finance-theory-i-fall-2008/video-lectures-and-slides/portfolio-theory/> adresinden alındı
- Lo, A. W. (2008). *Risk Analytics and Portfolio Theory*. MIT OpenCourseWare: https://ocw.mit.edu/courses/sloan-school-of-management/15-401-finance-theory-i-fall-2008/video-lectures-and-slides/MIT15_401F08_lec13.pdf adresinden alındı
- Lo, A. W. (2013). *MIT OpenCourseWare*. Portfolio Theory II: <https://www.youtube.com/watch?v=J7d3vcaS9-o> adresinden alındı
- Malkiel, B. G. (1999). *A Random Walk Down Wall Street Including A Life-Cycle Guide To Personal Investing*. New York: W. W. Norton & Company, Inc.
- Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1., 77-91.
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. Yale University Press.
- Markowitz, H. M. (1991). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, 2nd ed. Blackwell.
- Markowitz, H. M. (2009). *Harry Markowitz: Selected Works (World Scientific-Nobel Laureate)*. World Scientific Publishing Company.
- Marling, H., & Emanuelsson, S. (2012). The Markowitz Portfolio Theory.

- Marschak, J. (1938). Money and the Theory of Assets. *Econometrica*, 311-325.
- Miller, M. H., & Scholes, M. (1972). Rates of return in relation to risk : a re-examination of some recent findings. *Studies in the theory of capital markets : [papers of the Conference on Modern Capital Theory, held at the University of Rochester in August, 1969, augmented by several closely related papers]*, 47-78.
- Modigliani, F., & Pogue, G. A. (1974). An Introduction to Risk and Return: Concepts and Evidence. *Financial Analysts Journal*, 68-80.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica*, 768-783.
- Nasdaq. (2021). *NOK Historical Data*. Nasdaq: <https://www.nasdaq.com/market-activity/stocks/nok/historical> adresinden alındı
- Neumann, J. v., & Morgenstern, O. (1953). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton: Princeton University Press.
- Pav, S. E. (2021). *The Sharpe Ratio: Statistics and Applications*. Chapman and Hall/CRC.
- Pettengill, G. N., Sundaram, S., & Mathur, I. (1995). The Conditional Relation between Beta and Returns. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 101-116.
- Protopopescu, D. (2007). Improving the Risk Concept: A Revision of Arrow-Pratt Theory in the Context of Controlled Dynamic Stochastic Environments. *The Economic Journal*.
- Python Institute. (2021). *What is Python?* OpenEDG Python Institute: <https://pythoninstitute.org/what-is-python/> adresinden alındı
- Python Software Foundation. (2021). *What is Python? Executive Summary*.
- Reinganum, M. R. (2009). A New Empirical Perspective on the CAPM. *Cambridge University Press*, 439-462.
- Roll, R. (1977). A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. *Journal of Financial Economics*, 129-176.
- Roll, R. (1978). Ambiguity when Performance is Measured by the Securities Market Line. *The Journal of Finance*, 1051-1069.
- Rosenberg, B., Reid, K., & Lanstein, R. (1985). *Persuasive Evidence of Market Inefficiency*. Princeton University Press.
- Ross, S. A. (1976). The Arbitrage Theory Of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, 341-360.
- Rossi, M. (2016). The capital asset pricing model: a critical literature review. *Global Business and Economics Review*, Vol. 18, No. 5, 604-617.
- Roy, A. D. (1952). Safety First and the Holding of Assets. *Econometrica*, 431-449.

- Sharpe, W. F. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 277-293.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory Of Market Equilibrium Under Conditions Of Risk. *Journal of Finance* , 425-442.
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual Fund Performance. *The Journal of Business*, Vol. 39, No. 1, Part 2: *Supplement on Security Prices*, 119-138.
- Sharpe, W. F. (2022). *Portfolios of Two Assets*. Stanford University : https://web.stanford.edu/~wfsarpe/mia/rr/mia_rr5.htm adresinden alındı
- Sharpe, W. F., & Cooper, G. M. (1972). Risk-Return Classes of New York Stock Exchange Common Stocks, 1931-1967. *Financial Analysts Journal*, 46-54.
- Shorish, J. (2021, 09 28). *Quantitative Risk Management in Python*. datacamp: <https://learn.datacamp.com/courses/quantitative-risk-management-in-python> adresinden alındı
- Singal, A. (2020). Risk and Return. *Finance for Non-Finance Executives*. içinde Business Expert Press.
- Sirucek, M., & Kren, L. (2016). Application of Markowitz Portfolio Theory by Building Optimal Portfolio on the US Stock Market. *Tools and Techniques for Economic Decision Analysis*, 24-42.
- Solomon, B. T. (2016). *Unsystematic Risk: Rethinking Finance*. Dublin: CreateSpace Independent Publishing Platform; 1st edition.
- Stambaugh, R. F. (1982). On the exclusion of assets from tests of the two-parameter model: A sensitivity analysis. *Journal of Financial Economics*, 237-268.
- Statista. (2021). Distribution of countries with largest stock markets worldwide as of January 2021, by share of total world equity market value. New York. 09 12, 2021 tarihinde <https://www.statista.com/statistics/710680/global-stock-markets-by-country/> adresinden alındı
- Stattman, D. (1980). Book Values and Stock Returns. *The Chicago MBA: A Journal of Selected Papers*, 25-45.
- Stearns, S. C. (2000). Daniel Bernoulli (1738): Evolution and Economics Under Risk. *J. Biosci.*
- Şeker Yatırım. (2021). *Kredili Menkul Kıymet İşlemleri*. Şeker Yatırım Web Sitesi: <https://www.sekeryatirim.com.tr/KrediliMenkulKiymetIslemler> adresinden alındı
- The Financial Review. (2019). *Warren Buffett & Charlie Munger: Diversification*. YouTube: https://www.youtube.com/watch?v=ZJzu_xItNkY&ab_channel=TheFinancialReview adresinden alındı
- The Nobel Prize. (1981). *The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 1981*. The official website of the Nobel Prize:

<https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1981/tobin/facts/>
adresinden alındı

The Nobel Prize. (1990). *The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 1990*. The official website of the Nobel Prize: <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1990/summary/>
adresinden alındı

The Nobel Prize. (2013). *The Sveriges Riksbank Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel 2013*. The official website of the Nobel Prize: <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2013/press-release/>
adresinden alındı

Theriou, N. G., Aggelidis, V. P., Maditinos, D. I., & Sevic, Z. (2010). Testing The Relation Between Beta And Returns in The Athens Stock Exchange. *Managerial Finance*, 1043-1056.

Tobin, J. (1958). Liquidity Preference as Behavior towards Risk. *Review of Economic Studies*, 65-86.

Treynor, J. L. (1961). Market Value, Time, and Risk.

Viswanath, P. (2001). *Capital Asset Pricing Model*. Pace University Webpace: <http://webpage.pace.edu/pviswanath/notes/investments/capm.html> adresinden alındı

West, D. G. (2004). *An introduction to Modern Portfolio Theory: Markowitz, CAP-M, APT and Black-Litterman*. Johannesburg: Financial Modelling Agency.

What is Python? (2021). opensource: <https://opensource.com/resources/python>
adresinden alındı

Williams, J. B. (1938). *The Theory of Investment Value*. Cambridge, Mass., Harvard University Press.

Wong, K. A., & Tan, M. L. (1991). An assessment of risk and return in the Singapore stock market. *Applied Financial Economics*, 11-20.

Zivot, E. (2013). *Portfolio Theory with Matrix Algebra*. St. Louis: University of Washington.

13 EKLER

Dow30 hisseler listesi

Şirket	Ticker	Sektör
Apple Inc	AAPL	Teknoloji Donanım Ve Ekipmanları Sektörü
American Express Co.	AXP	Finansal Hizmetler Sektörü
Boeing Co.	BA	Havacılık ve Savunma Sektörü
Caterpillar Inc.	CAT	Genel Sanayi
Cisco Systems, Inc.	CSCO	Teknoloji Donanım ve Ekipmanları Sektörü
Chevron Corp.	CVX	Petrol ve Doğal Gaz Üreticileri
Goldman Sachs Group, Inc.	GS	Bankalar
Home Depot, Inc.	HD	Perakende Sektörü
International Business Machines Corp.	IBM	Elektrik-Elektronik Sektörü
Intel Corp.	INTC	Teknoloji Donanım ve Ekipmanları Sektörü
Johnson & Johnson	JNJ	İlaç ve Biyoteknoloji Sektörü
JPMorgan Chase & Co.	JPM	Bankalar
Coca-Cola Co	KO	İçecek Sektörü
McDonald's Corp	MCD	Perakende Gıda ve İlaç Sektörü

3M Co.	MMM	Genel Sanayi
Merck & Co Inc	MRK	İlaç ve Biyoteknoloji Sektörü
Microsoft Corporation	MSFT	Teknoloji Donanım ve Ekipmanları Sektörü
Nike, Inc. - Class B Shares	NKE	Eğlence Ürünleri Sektörü
Pfizer Inc.	PFE	İlaç ve Biyoteknoloji Sektörü
Procter & Gamble Co.	PG	Ev Eşyaları Sektörü
Raytheon Technologies Corporation	RTX	Genel Sanayi
Travelers Companies Inc.	TRV	Finansal Hizmetler Sektörü
Tesla Inc	TSLA	Otomotiv Ana ve Yan Sanayii
Unitedhealth Group Inc	UNH	Sağlık Ekipmanları ve Hizmetleri Sektörü
Visa Inc- Class A Shares	V	Finansal Hizmetler Sektörü
Verizon Communications Inc	VZ	Telekomünikasyon Sektörü
Walgreens Boots Alliance Inc	WBA	Perakende Sektörü
Walmart Inc	WMT	Perakende Gıda ve İlaç Sektörü
Exxon Mobil Corp.	XOM	Petrol ve Doğal Gaz Üreticileri

Beta değerleri

Ticker	Beta değeri
GE	1,2699894
INTC	1,3865467
IBM	1,0699852
AAPL	1,0889977
MSFT	1,1365488
DIS	1,1599204
BA	1,1856031
CSCO	1,4180135
JPM	1,4906869
CAT	1,4920835
AXP	1,5404746
PG	0,44350728
WMT	0,55021372
JNJ	0,584491537
XOM	0,615798836
KO	0,673996856
PFE	0,674097284
MRK	0,681927243
VZ	0,709050194
MCD	0,766868211
CVX	0,776457698
MMM	0,8714789
TRV	0,884076002
UNH	0,893451129
NKE	0,897083344
HD	0,965511132

DOW30 portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri

13.1.1 Kovaryans

Symbols	BA	TSLA	KO	IBM	UNH	PG	NKE	VZ	JNJ	XOM	MCD	MSFT	MMM	HD
BA	0.050590	0.026734	0.013361	0.019008	0.020397	0.011712	0.020017	0.012950	0.014084	0.019567	0.012863	0.019669	0.022675	0.019489
TSLA	0.026734	0.255001	0.013208	0.020995	0.021831	0.009302	0.027621	0.011287	0.013294	0.019808	0.013111	0.025413	0.023004	0.022335
KO	0.013361	0.013208	0.020165	0.010699	0.010754	0.010696	0.011340	0.009811	0.009047	0.011762	0.009555	0.011862	0.012114	0.011112
IBM	0.019008	0.020995	0.010699	0.035043	0.014936	0.009668	0.013810	0.010985	0.010886	0.016553	0.010071	0.018534	0.016198	0.014108
UNH	0.020397	0.021831	0.010754	0.014936	0.048782	0.009441	0.017045	0.009347	0.013018	0.016590	0.010898	0.017611	0.017050	0.017379
PG	0.011712	0.009302	0.010696	0.009668	0.009441	0.019228	0.009867	0.009270	0.009485	0.011330	0.008094	0.011493	0.011314	0.010066
NKE	0.020017	0.027621	0.011340	0.013810	0.017045	0.009867	0.052868	0.010812	0.011326	0.013952	0.013048	0.017684	0.017153	0.019780
VZ	0.012950	0.011287	0.009811	0.010985	0.009347	0.009270	0.010812	0.026512	0.010119	0.012403	0.007823	0.012293	0.012780	0.011717
JNJ	0.014084	0.013294	0.009047	0.010886	0.013018	0.009485	0.011326	0.010119	0.018798	0.012735	0.008977	0.012193	0.013957	0.011433
XOM	0.019567	0.019808	0.011762	0.016553	0.016590	0.011330	0.013952	0.012403	0.012735	0.032351	0.010301	0.016962	0.018492	0.015087
MCD	0.012863	0.013111	0.009555	0.010071	0.010898	0.008094	0.013048	0.007823	0.008977	0.010301	0.021969	0.012950	0.011399	0.011830
MSFT	0.019669	0.025413	0.011862	0.018534	0.017611	0.011493	0.017684	0.012293	0.012193	0.016962	0.012950	0.049040	0.018523	0.017331
MMM	0.022675	0.023004	0.012114	0.016198	0.017050	0.011314	0.017153	0.012780	0.013957	0.018492	0.011399	0.018523	0.031106	0.017504
HD	0.019489	0.022335	0.011112	0.014108	0.017379	0.010066	0.019780	0.011717	0.011433	0.015087	0.011830	0.017331	0.017504	0.037204

13.1.2 Korelasyon

Symbols	BA	TSLA	KO	IBM	UNH	PG	NKE	VZ	JNJ	XOM	MCD	MSFT	MMM	HD
Symbols														
BA	1.000000	0.235372	0.418331	0.451443	0.410595	0.375511	0.387044	0.353602	0.456705	0.483661	0.385841	0.394883	0.571609	0.449219
TSLA	0.235372	1.000000	0.184191	0.222100	0.195734	0.132848	0.237885	0.137279	0.192015	0.218083	0.175174	0.227252	0.258284	0.229312
KO	0.418331	0.184191	1.000000	0.402478	0.342880	0.543181	0.347302	0.424325	0.464652	0.460504	0.453957	0.377227	0.483688	0.405708
IBM	0.451443	0.222100	0.402478	1.000000	0.361257	0.372472	0.320839	0.360384	0.424159	0.491633	0.362969	0.447095	0.490606	0.390715
UNH	0.410595	0.195734	0.342880	0.361257	1.000000	0.308273	0.335646	0.259923	0.429894	0.417606	0.332892	0.360055	0.437685	0.407936
PG	0.375511	0.132848	0.543181	0.372472	0.308273	1.000000	0.309462	0.410576	0.498893	0.454285	0.393819	0.374267	0.462619	0.376354
NKE	0.387044	0.237885	0.347302	0.320839	0.335646	0.309462	1.000000	0.288793	0.359271	0.337351	0.382871	0.347305	0.422978	0.446013
VZ	0.353602	0.137279	0.424325	0.360384	0.259923	0.410576	0.288793	1.000000	0.453266	0.423512	0.324135	0.340919	0.445037	0.373086
JNJ	0.456705	0.192015	0.464652	0.424159	0.429894	0.498893	0.359271	0.453266	1.000000	0.516400	0.441749	0.401583	0.577155	0.432325
XOM	0.483661	0.218083	0.460504	0.491633	0.417606	0.454285	0.337351	0.423512	0.516400	1.000000	0.386383	0.425843	0.582914	0.434887
MCD	0.385841	0.175174	0.453957	0.362969	0.332892	0.393819	0.382871	0.324135	0.441749	0.386383	1.000000	0.394544	0.436059	0.413788
MSFT	0.394883	0.227252	0.377227	0.447095	0.360055	0.374267	0.347305	0.340919	0.401583	0.425843	0.394544	1.000000	0.474251	0.405740
MMM	0.571609	0.258284	0.483688	0.490606	0.437685	0.462619	0.422978	0.445037	0.577155	0.582914	0.436059	0.474251	1.000000	0.514534
HD	0.449219	0.229312	0.405708	0.390715	0.407936	0.376354	0.446013	0.373086	0.432325	0.434887	0.413788	0.405740	0.514534	1.000000

DB portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri

13.1.3 Kovaryans

Symbols	HD	VZ	NKE	PG	UNH	KO	MMM	JNJ	XOM	MCD
Symbols										
HD	0.103568	0.027048	0.039008	0.020651	0.029940	0.023014	0.031756	0.019573	0.026677	0.029082
VZ	0.027048	0.067168	0.023511	0.017360	0.018043	0.019208	0.020676	0.016962	0.024230	0.016855
NKE	0.039008	0.023511	0.102067	0.017174	0.025038	0.018814	0.026932	0.016955	0.024772	0.021600
PG	0.020651	0.017360	0.017174	0.051664	0.020721	0.021643	0.020024	0.019179	0.017674	0.018164
UNH	0.029940	0.018043	0.025038	0.020721	0.118936	0.020937	0.026160	0.020957	0.025787	0.018888
KO	0.023014	0.019208	0.018814	0.021643	0.020937	0.048770	0.019211	0.017833	0.020093	0.017332
MMM	0.031756	0.020676	0.026932	0.020024	0.026160	0.019211	0.055697	0.018274	0.026930	0.018166
JNJ	0.019573	0.016962	0.016955	0.019179	0.020957	0.017833	0.018274	0.039807	0.019918	0.014743
XOM	0.026677	0.024230	0.024772	0.017674	0.025787	0.020093	0.026930	0.019918	0.059912	0.017612
MCD	0.029082	0.016855	0.021600	0.018164	0.018888	0.017332	0.018166	0.014743	0.017612	0.058863

13.1.4 Korelasyon

Symbols	HD	VZ	NKE	PG	UNH	KO	MMM	JNJ	XOM	MCD
Symbols										
HD	1.000000	0.324298	0.379396	0.282315	0.269766	0.323826	0.418118	0.304839	0.338662	0.372473
VZ	0.324298	1.000000	0.283948	0.294694	0.201868	0.335600	0.338036	0.328032	0.381957	0.268056
NKE	0.379396	0.283948	1.000000	0.236498	0.227251	0.266659	0.357198	0.265992	0.316777	0.278670
PG	0.282315	0.294694	0.236498	1.000000	0.264339	0.431167	0.373276	0.422908	0.317672	0.329381
UNH	0.269766	0.201868	0.227251	0.264339	1.000000	0.274904	0.321410	0.304567	0.305477	0.225742
KO	0.323826	0.335600	0.266659	0.431167	0.274904	1.000000	0.368603	0.404738	0.371712	0.323485
MMM	0.418118	0.338036	0.357198	0.373276	0.321410	0.368603	1.000000	0.388096	0.466180	0.317271
JNJ	0.304839	0.328032	0.265992	0.422908	0.304567	0.404738	0.388096	1.000000	0.407860	0.304563
XOM	0.338662	0.381957	0.316777	0.317672	0.305477	0.371712	0.466180	0.407860	1.000000	0.296572
MCD	0.372473	0.268056	0.278670	0.329381	0.225742	0.323485	0.317271	0.304563	0.296572	1.000000

YB portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri

13.1.5 Kovaryans

Symbols	IBM	BA	CAT	AXP	JPM	INTC
Symbols						
IBM	0.073987	0.027082	0.034234	0.041756	0.047680	0.051646
BA	0.027082	0.095813	0.044230	0.049474	0.049510	0.039419
CAT	0.034234	0.044230	0.109261	0.060498	0.061894	0.046830
AXP	0.041756	0.049474	0.060498	0.133945	0.100605	0.059916
JPM	0.047680	0.049510	0.061894	0.100605	0.160892	0.064993
INTC	0.051646	0.039419	0.046830	0.059916	0.064993	0.146334

13.1.6 Korelasyon

Symbols	IBM	BA	CAT	AXP	JPM	INTC
Symbols						
IBM	1.000000	0.321652	0.380758	0.419451	0.437014	0.496351
BA	0.321652	1.000000	0.432290	0.436716	0.398765	0.332905
CAT	0.380758	0.432290	1.000000	0.500082	0.466820	0.370351
AXP	0.419451	0.436716	0.500082	1.000000	0.685313	0.427963
JPM	0.437014	0.398765	0.466820	0.685313	1.000000	0.423571
INTC	0.496351	0.332905	0.370351	0.427963	0.423571	1.000000

R1 portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri

13.1.7 Kovaryans

Symbols	AXP	PFE	CVX	GE	PG	IBM
Symbols						
AXP	0.133946	0.040037	0.039239	0.067604	0.027368	0.041756
PFE	0.040037	0.071400	0.025265	0.034314	0.021532	0.021864
CVX	0.039239	0.025265	0.066673	0.032224	0.016793	0.022640
GE	0.067604	0.034314	0.032224	0.090639	0.024258	0.037526
PG	0.027368	0.021532	0.016793	0.024258	0.051664	0.013447
IBM	0.041756	0.021864	0.022640	0.037526	0.013447	0.073987

13.1.8 Korelasyon

Symbols	AXP	PFE	CVX	GE	PG	IBM
Symbols						
AXP	1.000000	0.409404	0.415219	0.613554	0.328992	0.419451
PFE	0.409404	1.000000	0.366183	0.426541	0.354517	0.300815
CVX	0.415219	0.366183	1.000000	0.414517	0.286121	0.322353
GE	0.613554	0.426541	0.414517	1.000000	0.354495	0.458239
PG	0.328992	0.354517	0.286121	0.354495	1.000000	0.217490
IBM	0.419451	0.300815	0.322353	0.458239	0.217490	1.000000

R2 portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri

13.1.9 Kovaryans

Symbols	WMT	AXP	PG	INTC	DIS	IBM	MRK
Symbols							
WMT	0.065368	0.036356	0.019833	0.029832	0.027463	0.022113	0.022599
AXP	0.036356	0.133945	0.027368	0.059916	0.057596	0.041756	0.036553
PG	0.019833	0.027368	0.051664	0.018921	0.019480	0.013447	0.022070
INTC	0.029832	0.059916	0.018921	0.146334	0.047657	0.051646	0.027950
DIS	0.027463	0.057596	0.019480	0.047657	0.097289	0.034703	0.027834
IBM	0.022113	0.041756	0.013447	0.051646	0.034703	0.073987	0.019935
MRK	0.022599	0.036553	0.022070	0.027950	0.027834	0.019935	0.078781

13.1.10 Korelasyon

Symbols	WMT	AXP	PG	INTC	DIS	IBM	MRK
Symbols							
WMT	1.000000	0.388532	0.341276	0.305025	0.344374	0.317970	0.314921
AXP	0.388532	1.000000	0.328992	0.427964	0.504537	0.419452	0.355833
PG	0.341276	0.328992	1.000000	0.217606	0.274769	0.217490	0.345940
INTC	0.305025	0.427964	0.217606	1.000000	0.399411	0.496351	0.260318
DIS	0.344374	0.504537	0.274769	0.399411	1.000000	0.409034	0.317935
IBM	0.317970	0.419452	0.217490	0.496351	0.409034	1.000000	0.261114
MRK	0.314921	0.355833	0.345940	0.260318	0.317935	0.261114	1.000000

R3 portföyü korelasyon ve kovaryans değerleri

13.1.11Kovaryans

Symbols	AXP	JNJ	IBM	WMT	MRK	CVX	PG	PFE	INTC	KO
Symbols	AXP	0.026913	0.041756	0.036356	0.036553	0.039239	0.027368	0.040037	0.059916	0.028397
JNJ	0.026913	0.039807	0.015233	0.017825	0.028248	0.018770	0.019179	0.027639	0.019300	0.017833
IBM	0.041756	0.015233	0.073987	0.022113	0.019935	0.022640	0.013447	0.021864	0.051646	0.014622
WMT	0.036356	0.017825	0.022113	0.065368	0.022599	0.017209	0.019833	0.024302	0.029833	0.018887
MRK	0.036553	0.028248	0.019935	0.022599	0.078781	0.025191	0.022070	0.041090	0.027950	0.020742
CVX	0.039239	0.018770	0.022640	0.017209	0.025191	0.066673	0.016793	0.025265	0.029039	0.018826
PG	0.027368	0.019179	0.013447	0.019833	0.022070	0.016793	0.051664	0.021532	0.018921	0.021643
PFE	0.040037	0.027639	0.021864	0.024302	0.041090	0.025265	0.021532	0.071400	0.028447	0.020096
INTC	0.059916	0.019300	0.051646	0.029833	0.027950	0.029039	0.018921	0.028447	0.146334	0.020187
KO	0.028397	0.017833	0.014622	0.018887	0.020742	0.018826	0.021643	0.020096	0.020187	0.048770

13.1.12 Korelasyon

Symbols	AXP	JNJ	IBM	WMT	MRK	CVX	PG	PFE	INTC	KO
Symbols										
AXP	1.000000	0.368568	0.419452	0.388531	0.355833	0.415219	0.328992	0.409404	0.427964	0.351348
JNJ	0.368568	1.000000	0.280699	0.349436	0.504417	0.364340	0.422907	0.518434	0.252876	0.404738
IBM	0.419452	0.280699	1.000000	0.317970	0.261115	0.322353	0.217491	0.300815	0.496351	0.243420
WMT	0.388531	0.349436	0.317970	1.000000	0.314921	0.260677	0.341276	0.355720	0.305026	0.334514
MRK	0.355833	0.504417	0.261115	0.314921	1.000000	0.347579	0.345939	0.547866	0.260318	0.334628
CVX	0.415219	0.364340	0.322353	0.260677	0.347579	1.000000	0.286121	0.366182	0.293991	0.330145
PG	0.328992	0.422907	0.217491	0.341276	0.345939	0.286121	1.000000	0.354517	0.217606	0.431167
PFE	0.409404	0.518434	0.300815	0.355720	0.547866	0.366182	0.354517	1.000000	0.278302	0.340548
INTC	0.427964	0.252876	0.496351	0.305026	0.260318	0.293991	0.217606	0.278302	1.000000	0.238963
KO	0.351348	0.404738	0.243420	0.334514	0.334628	0.330145	0.431167	0.340548	0.238963	1.000000

14 ÖZGEÇMİŞ

EĞİTİM

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

İŞ DENEYİMİ

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

UZMANLIKLAR

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]
[REDACTED]
[REDACTED]

[REDACTED]
[REDACTED]

[REDACTED]
[REDACTED]



TEZ ONAY SAYFASI

Üniversite : T.C. GALATASARAY ÜNİVERSİTESİ
Enstitü : SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
Hazırlayanın Adı Soyadı :Ruken İMŞİK
Tez Başlığı : MODERN PORTFÖY TEORİSİ: PYTHON İLE ABD HİSSE
SENEDİ PİYASASI ÜZERİNE BİR UYGULAMA
Savunma Tarihi : 25 / 01 / 2022
Danışman : Doç. Dr. Z. Sevgi İNECİ

JÜRİ ÜYELERİ:

Unvan, Ad-Soyadı

İmza

Prof. Dr. İmre Sabahat Ersoy

Prof. Dr. K. Sahir Karakaya

Prof. Dr. M. Yaman ÖZTEK

Enstitü Müdürü