T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

BİLİŞSEL OLARAK ZORLAYICI ETKİNLİKLER YOLUYLA 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTMELERİNİN GELİŞTİRİLMESİ

MERVE TOKGÖZ

İzmir
2022

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

BİLİŞSEL OLARAK ZORLAYICI ETKİNLİKLER YOLUYLA 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTMELERİNİN GELİŞTİRİLMESİ

MERVE TOKGÖZ

DANIŞMAN
PROF. DR. SİBEL YEŞİLDERE İMRE

İzmir
2022

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum "Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlikler Yoluyla 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Akıl Yürütmelerinin Geliştirilmesi" adlı çalışmanın içerdiği fikri izinsiz başka bir yerden almadığımı; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında ve bölümlerinin yazımında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada kullanılan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yaptığımı ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi, ayrıca bu çalışmanın Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından kullanılan bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve *intihal içermediğini* beyan ederim. Herhangi bir zamanda aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonuca razı olduğumu bildiririm.

01/02/2022

Merve TOKGÖZ

DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORİJİNALLİK RAPORU

Tarih: 08/02/2022

Tez Başlığı:

Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlikler Yoluyla 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Akıl Yürütmelerinin Geliştirilmesi

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Giriş, c) Ana bölümler ve d) Sonuç kısımlarından oluşan toplam 252 sayfalık kısmına ilişkin, 08/02/2022 tarihinde **tez danışmanım tarafından** Dokuz Eylül Üniversitesi Kütüphane ve Dokümantasyon Daire Başkanlığı'nın sağladığı İntihal Tespit Programından (**Turnitin**-Tez İntihal Analiz Programı) aşağıda belirtilen **filtreleme tiplerinden biri** (uygun olanı işaretleyiniz) uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin **benzerlik oranı % 14'tür.**

- http://www.kutuphane.deu.edu.tr/tr/turnitin-tez-intihal-analiz-programi/ adresindeki Tez İntihal Analiz Programı Kullanım Kılavuzunu okudum **X**

Filtreleme Tipi 1(Maksimum %15) □ **Filtreleme Tipi 2(Maksimum %30)** x

□ Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, □ Kaynakça hariç, □ Alıntılar dâhil, □ Altı (6) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.	x Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç, x Kaynakça dâhil, x Alıntılar dâhil.
EK 1- İntihal Tespit Programı Raporu İLK SAYFA Çıktısı. x **EK 2- İntihal Tespit Programı Raporu (Tümü) Cd İçinde.** □	

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esasları'nı inceledim ve yukarıda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmasının herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı : Merve TOKGÖZ
Öğrenci No : 2018950197
Anabilim Dalı : Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Programı : İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans
Statüsü : Yüksek Lisans x Doktora □

ÖĞRENCİ

Merve TOKGÖZ
08/02/2022

DANIŞMAN

Prof. Dr. Sibel YEŞİLDERE İMRE
08/02/2022

Açıklamalar

1: Bu formu teslim etmeden önce sizden istenen bilgileri uygun kutucuğu (□) işaretleyerek doldurunuz.

Kullanıcı şifre vb. konusunda sorun yaşanması durumunda Üniversitemiz Merkez Kütüphanesinde bulunan Turnitin yetkilisine (Ali Taş Tel: +90 (232) 3018026 veya ali.tas@deu.edu.tr) başvurunuz.

2: Yüksek Lisans/Doktora Tez Çalışması Orijinallik Raporu" formu tezin ciltlenmiş ve elektronik nüshalarının içerisinde ekler kısmında yer alır.

3: Tez savunmasında düzeltme alınması durumunda bu form güncellenerek yeniden hazırlanır.

4: Turnitin-Tez İntihal Analiz Programına yükleme yapılırken Dosya Başlığı (document title) olarak **tez başlığının tamamı**, Yazar Adı (author's first name) olarak **öğrencinin adı**, Yazar Soyadı (author's last name) olarak **öğrencinin soyadı** bilgisini yazınız.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında beni içten bir şekilde dinleyen, akademik desteğiyle her zaman yanımda olan, söylediği motive edici sözlerle çalışmamın en iyi şekilde ilerlemesine katkı sağlayan, hem lisans hem de yüksek lisans eğitimimde bana öğretmen olmayı öğreten sevgili danışmanım Prof. Dr. Sibel YEŞİLDERE İMRE'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez jürimde yaptıkları değerli yorumlarla ve önerileriyle tezime katkı sağlayan sayın hocalarım Doç. Dr. Ayten ERDURAN ve Dr. Öğr. Üyesi Deniz ÖZEN ÜNAL'a çok teşekkür ederim.

Her sürecimde ve aldığımda tüm kararlarda yanımda olan, bana sonsuz güvenen, yanımda olamadıkları anlarda bile varlıklarını yanımda hissettiğim, en zorlu zamanlarımda beni sabırla dinleyip güç veren sevgili annem, babam ve canım kardeşime çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans sürecine başladığım günden beri omuz omuza çalıştığım, her aşamada bana destek olan, bu süreci başarıyla atlatacağız motiveleriyle hep yanımda olan canım arkadaşlarım Gözde GERGİN ve Güliz TÜRER'e çok teşekkür ederim.

Son olarak, yanımda olduklarını her an hissettiren, araştırmamın her sürecinde destekleriyle ve güler yüzleriyle bana olumlu enerji veren sevgili dostlarıma çok teşekkür ederim.

Merve TOKGÖZ

İÇİNDEKİLER

ÖZET x
ABSTRACT xi
BÖLÜM I 1
GİRİŞ 1
1.1. Problem Durumu 4
1.2. Amaç ve Önem 6
1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri 7
1.4. Sınırlılıklar 7
1.5. Varsayımlar 8
1.6. Tanımlar 8
1.7. Kısaltmalar 8
BÖLÜM II 10
KURAMSAL ÇERÇEVE 10
2.1. Matematiksel Akıl Yürütme 10
2.1.1. Cebirsel Akıl Yürütme 14
2.1.2. Stratejik Cebirsel Akıl Yürütme (SAR) 17
2.2. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlikler 24
2.3. Matematiksel Akıl Yürütme ile İlgili Alanyazın 31
2.4. Etkinlikler ve Uygulama Süreçleri ile İlgili Alanyazın 36
BÖLÜM III 42
YÖNTEM 42
3.1. Araştırmanın Modeli 42
3.2. Katılımcılar 44
3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları 45
3.3.1. Matematiksel Akıl Yürütme Testi ve Geliştirilme Süreci 45
3.3.2. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinliklerin Geliştirilmesi 56

3.4. Uygulama Süreci ... 72
3.4.1. Matematiksel Akıl Yürütme Ön Testi Uygulama Süreci ... 72
3.4.2. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinliklerin Uygulama Süreci ... 73
3.4.3. Matematiksel Akıl Yürütme Son Testi Uygulama Süreci ... 73
3.5. Verilerin Analizi ... 73
3.5.1. Matematiksel Akıl Yürütme Ön ve Son Testi'nin Analizi ... 74
3.5.2. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinliklerin Analizi ... 74
3.6. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği ... 74
3.7. Araştırmacının Rolü ... 76
BÖLÜM IV ... 77
BULGULAR ... 77
4.1. Matematiksel Akıl Yürütme Ön Testi (MAYÖT)'ne İlişkin Bulgular ve Yorumlar 77
4.1.1. MAYÖT'ün C1 Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar ... 78
4.1.2. MAYÖT'ün C2 (C2a, C2b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar ... 87
4.1.3. MAYÖT'ün C3 (C3a, C3b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar ... 98
4.1.4. MAYÖT'ün C4 (C4a, C4b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar ... 108
4.1.5. MAYÖT'ün C5 Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar ... 120
4.2. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlik (BOZE) Sürecine İlişkin Bulgular ve Yorumlar 124
4.2.1. Kuskunkıran Tüneli Etkinliği-1. Etkinlik ... 125
4.2.2. Nil'in Oyunu Etkinliği-2. Etkinlik ... 132
4.2.3. Sevilen Filmler Etkinliği-3. Etkinlik ... 141
4.2.4. Günde Kaç Adım? Etkinliği-4. Etkinlik ... 148
4.2.5. Mariana Çukuru Etkinliği-5. Etkinlik ... 155
4.3. Matematiksel Akıl Yürütme Son Testi (MAYST)'ne İlişkin Bulgular ve Yorumlar 163
4.3.1. MAYST'nin C1 Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar ... 164

4.3.2. MAYST'nin C2 (C2a, C2b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar..... 166
4.3.3. MAYST'nin C3 (C3a, C3b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar..... 170
4.3.4. MAYST'nin C4 (C4a, C4b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar..... 173
4.3.5. MAYST'nin C5 Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar 176
4.4. Öğrencilerin Akıl Yürütmelerinin Gelişimi 178
4.4.1. C1 Yetkinliğine İlişkin Gelişmeler 179
4.4.2. C2 (C2a, C2b) Yetkinliğine İlişkin Gelişmeler..... 183
4.4.3. C3 (C3a, C3b) Yetkinliğine İlişkin Gelişmeler..... 187
4.4.4. C4 (C4a, C4b) Yetkinliğine İlişkin Gelişmeler..... 191
4.4.5. C5 Yetkinliğine İlişkin Gelişmeler 197
BÖLÜM V 201
TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER..... 201
5.1. Tartışma ve Sonuç 201
5.2. Öneriler 206
KAYNAKÇA..... 207
EK 1..... 219
EK 2. Uygulama İzni 221
EK 3. Etik İzin 222
EK 4. Okul İzinleri 223
EK 5. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlikler 224
EK 6. Matematiksel Akıl Yürütme Testi 231
EK 7. Uzman Görüşü Formu 234

TABLOLAR LİSTESİ

Tablo 1 19
Tablo 2 29
Tablo 3 78
Tablo 4 88
Tablo 5 98
Tablo 6 105
Tablo 7 109
Tablo 8 118
Tablo 9 120
Tablo 10 181
Tablo 11 185
Tablo 12 189
Tablo 13 193
Tablo 14 197

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1. Matematiksel muhakeme kültürünün oluşmasını sağlayan etmenler 11
Şekil 2. Akıl yürütmeleri etkileyen faktörler 12
Şekil 3. Matematiksel Etkinlikler için Teorik Çerçeve (The Mathematics Tasks Framework) 26
Şekil 4. Her Uygulamanın İçinde Diğer Uygulamalara Bağlı Olduğu Beş Aşamanın Şematik Diyagramı 28
Şekil 5. Ö7'nin MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler. 79
Şekil 6. Ö1'in MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler. 79
Şekil 7. Ö8'in MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler. 80
Şekil 8. Ö10'un MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler. 80
Şekil 9. Ö5'in MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 81
Şekil 10. Ö1'in MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 82
Şekil 11. Ö8'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 83
Şekil 12. Ö7'nin MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 83
Şekil 13. Ö9'un MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler. 84
Şekil 14. Ö4'ün MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler. 85
Şekil 15. Ö3'ün MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler. 86
Şekil 16. Ö2'nin MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler. 87
Şekil 17. Ö12'nin MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler. 89
Şekil 18. Ö11'in MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler. 90
Şekil 19. Ö3'ün MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler. 91
Şekil 20. Ö7'nin MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler. 91
Şekil 21. Ö4'ün MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 92
Şekil 22. Ö3'ün MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 93
Şekil 23. Ö8'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 94
Şekil 24. Ö11'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 94
Şekil 25. Ö7'nin MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler. 95
Şekil 26. Ö1'in MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler. 96
Şekil 27. Ö3'ün MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler. 97
Şekil 28. Ö9'un MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler. 97
Şekil 29. Ö2'nin MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler. 99
Şekil 30. Ö10'un MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler. 100

Şekil 31. Ö4'ün MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler. 101
Şekil 32. Ö8'in MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler. 101
Şekil 33. Ö9'un MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 102
Şekil 34. Ö1'in MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 103
Şekil 35. Ö4'ün MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler. 104
Şekil 36. Ö11'in MAYÖT'te 5. soru için yaptığı işlemler. 104
Şekil 37. Ö4'ün MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler. 105
Şekil 38. Ö8'in MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 106
Şekil 39. Ö10'un MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 107
Şekil 40. Ö2'nin MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler. 107
Şekil 41. Ö11'in MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler. 108
Şekil 42. Ö5'in MAYÖT'te 1. soru için yaptığı işlemler. 110
Şekil 43. Ö1'in MAYÖT'te 1. soru için yaptığı işlemler. 110
Şekil 44. Ö3'ün MAYÖT'te 2. soru için yaptığı işlemler. 111
Şekil 45. Ö6'nın MAYÖT 'te soru 2 için yaptığı işlemler. 112
Şekil 46. Ö7'nin MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 113
Şekil 47. Ö10'un MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 113
Şekil 48. Ö5'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 114
Şekil 49. Ö2'nin MAYÖT'te 4. soru için yaptığı işlemler. 115
Şekil 50. Ö4'ün MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler. 116
Şekil 51. Ö6'nın MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler. 116
Şekil 52. Ö3'ün MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler. 117
Şekil 53. Ö11'in MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler. 118
Şekil 54. Ö4'ün MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 119
Şekil 55. Ö8'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 120
Şekil 56. Ö7'nin MAYÖT 'te soru 1 için yaptığı işlemler. 121
Şekil 57. Ö5'in MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler. 122
Şekil 58. Ö3'ün MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 122
Şekil 59. Ö8'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 123
Şekil 60. Ö2'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 124
Şekil 61. 5. Etkinliğe dair tahtadaki işlemler. 161
Şekil 62. Ö4'ün MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler. 164
Şekil 63. Ö10'un MAYST'de soru 2 için yaptığı işlemler. 165
Şekil 64. Ö5'in MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler. 166

Şekil 65. Ö10'un MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler. 166
Şekil 66. Ö9'un MAYST'de soru 3 için yaptığı işlemler. 167
Şekil 67. Ö5'in MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler. 168
Şekil 68. Ö9'un MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler. 168
Şekil 69. Ö8'in MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler. 169
Şekil 70. Ö1'in MAYST'de soru 2 için yaptığı işlemler. 169
Şekil 71. Ö1'in MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler. 170
Şekil 72. Ö1'in MAYST'de soru 2 için yaptığı işlemler. 171
Şekil 73. Ö2'nin MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler. 171
Şekil 74. Ö11'in MAYST'de soru 5 için yaptığı işlemler. 172
Şekil 75. Ö11'in MAYST'de soru 3 için yaptığı işlemler. 173
Şekil 76. Ö11'in MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler. 174
Şekil 77. Ö10'un MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler. 174
Şekil 78. Ö1'in MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler. 175
Şekil 79. Ö2'nin MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler. 176
Şekil 80. Ö9'un MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler. 177
Şekil 81. Ö1'in MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler. 177
Şekil 82. Ö10'un MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler. 178
Şekil 83. Ö3'ün MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler. 179
Şekil 84. Ö5'in MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 180
Şekil 85. Ö7'nin MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler. 180
Şekil 86. Ö8'in MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler. 182
Şekil 87. Ö7'nin MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler. 183
Şekil 88. Ö6'nın MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 184
Şekil 89. Ö2'nin MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler. 184
Şekil 90. Ö2'nin MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler. 186
Şekil 91. Ö6'nın MAYST'de soru 3 için yaptığı işlemler. 187
Şekil 92. Ö1'in MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler. 188
Şekil 93. Ö9'un MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler. 189
Şekil 94. Ö1'in MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler. 191
Şekil 95. Ö11'in MAYST'de soru 5 için yaptığı işlemler. 191
Şekil 96. Ö3'ün MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler. 192
Şekil 97. Ö2'nin MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler. 193
Şekil 98. Ö2'nin MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler. 195

Şekil 99. Ö2'nin MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler..... 196
Şekil 100. Ö1'in MAYST'de soru 2 için yaptığı işlemler..... 197
Şekil 101. Ö1'in MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler..... 199
Şekil 102. Ö6'nın MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler..... 200

ÖZET

BİLİŞSEL OLARAK ZORLAYICI ETKİNLİKLER YOLUYLA 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTMELERİNİN GELİŞTİRİLMESİ

PISA ve TIMMS gibi ulusal sınavlarda zor sorulardan ziyade düşünme süreçlerinin önemsendiğini görmekteyiz. Bu süreçlerin iyi bir şekilde öğrenilmesi ve bu sınavlara uyum sağlama açısından bakıldığında derslerde kullanılan matematik etkinliklerinin önemi ortaya çıkmaktadır. Çoğu araştırmacı da öğrencilerin akıl yürütmelerinin gelişiminin farklı öğretim yöntemleriyle nasıl yapılacağı üzerinde çalışmalar yapmışlardır. Alanyazındaki çalışmalar doğrultusunda, bu çalışmanın amacı bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesidir. Bu araştırmada öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerle geliştirilmesi amaçlandığından nitel araştırma yöntemlerinden durum araştırması yöntemi seçilmiştir.

Araştırmanın katılımcılarını, Van ilinde bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan, uygun örnekleme yöntemiyle seçilmiş on iki 7. Sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada üç adet veri toplama aracı kullanılmıştır. İlk veri toplama aracı öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi amacıyla hazırlanan matematiksel akıl yürütme ön testidir. İkinci veri toplama aracı öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesine yönelik hazırlanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerdir. Üçüncü veri toplama aracı ise uygulama sonrasında öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerindeki değişimi belirleme amacıyla oluşturulan matematiksel akıl yürütme son testidir.

Araştırmanın veri analizleri, bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanmasının öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini geliştirdiğini göstermektedir. Araştırmada öğrencilerin metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama, göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme, miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanma, hesaplamaları ve işlemleri uygulama ve sonuçlarını kontrol etme ve son olarak ikna edici açıklamalar yapma yetkinliklerinde gelişim gösterdikleri ortaya çıkmıştır.

Araştırma sonunda elde edilen verilerle öğrencilerin cebir konusunda matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimi için uygulanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin etkisi ve süreç gelişimi konusunda alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel akıl yürütme, bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler, cebir.

ABSTRACT

ENHANCING 7TH GRADE STUDENTS' MATHEMATICAL REASONING THROUGHT COGNITIVELY DEMANDING TASKS

We see that thinking processes are more important than difficult questions in national exams such as PISA and TIMMS. In terms of learning these processes well and adapting to these exams, the importance of the mathematics activities used in the lessons emerges. Many researchers have also worked on how to develop students'reasoning with different teaching methods. In line with the studies in the literature, the aim of this study is to develop the mathematical reasoning of 7th grade students through cognitively challenging activities. In this study, the case study method was chosen as one of the qualitative research methods, since it was aimed to develop students'mathematical reasoning through cognitively challenging activities.

The participants of the study are twelve 7th grade students selected by convenient sampling method, studying at a public secondary school in Van. Three data collection tools were used in the study. The first data collection tool is the mathematical reasoning pre-test, which is prepared to examine students'mathematical reasoning. The second data collection tool is cognitively challenging activities prepared for the development of students'mathematical reasoning. The third data collection tool is the mathematical reasoning post-test, which was created to determine the change in students'mathematical reasoning after the application.

The data analyzes of the research show that the application of cognitively challenging activities improves students'mathematical reasoning. In the research, it was revealed that the students showed improvement in their ability to read the text, interpret it and understand the context, identify salient quantities and relations between them, use algebraic representations of relations between quantities, apply calculations and operations and check their results, and finally make persuasive explanations.

With the data obtained at the end of the research, it is thought that the effect of cognitively challenging activities applied for the development of students'mathematical reasoning on algebra and the process development will contribute to the literature.

Keywords: Mathematical reasoning, cognitively demanding tasks, algebra.

BÖLÜM I

GİRİŞ

Matematik, mantıklı düşünmeyi geliştiren bir sistem ve aynı zamanda yakın çevreyi ve dünyayı anlamamızda iyi bir yardımcıdır (Baykul, 2014). Yaşamla iç içe olan matematiği bilmek kişiler için geçmişte olduğu gibi gelecekte de önemli bir yere sahip olmaya devam edecektir. Matematik hem toplum hem de öğrenciler için, günümüz koşullarında bilimsel düşünme becerilerini geliştirme ve bu becerileri kullanma açısından da önemli bir yere sahiptir. Matematik eğitiminde son zamanda yapılan çalışmalar incelendiğinde, bireylerin matematiksel kavram ve sistemleri anlayabilmeleri, bu kavramlar ve sistemler arasında ilişki kurup aynı zamanda bunları günlük yaşamlarında ve diğer öğrenme alanlarında kullanabilmeleri gerekmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009). Bu bağlamda matematiği kavramsal olarak öğrenmenin önemi açığa çıkmaktadır. Matematik öğrenme ve öğretmenin önemi herkes tarafından araştırılan bir konu olmakla birlikte aynı zamanda da zorlu bir süreçtir. Bu bağlamda matematiği kavramsal olarak öğrenme sürecinin matematiksel düşünmedeki rolü açığa çıkmaktadır. Matematik, düşünmeyi geliştiren önemli araçlardan biridir. Matematiği tam anlamıyla öğrenmek ve matematikte başarılı olmak için matematiksel akıl yürütme ve düşünme süreçlerinden geçmek gereklidir (Umay ve Kaf, 2005). Akıl yürütme, matematiksel düşünmenin önemli bileşenlerinden biridir. Akıl yürütme yeteneğinin, matematik konularında matematiksel kavramlar ve matematiksel dil ile birlikte kullanılabilmesi ise matematiksel akıl yürütmeyi oluşturmaktadır (Çiftçi, 2015). Matematiksel düşünme ile matematiksel kavramların daha iyi anlaşılması ve matematikte kavram yanılgılarının önüne geçilmesi için matematiksel akıl yürütme ve çeşitlerinin geliştirilmesi önem taşımaktadır.

Matematiksel akıl yürütme, öğrencilerin anlamlı yollarla matematiği kullanmalarını ve matematik hakkında düşünmelerini sağlar. Aynı zamanda da eldeki mevcut bilgilerden yola çıkılarak matematiğin tanım, sembol gibi kendine özgü araçlarını, tümdengelim ve tümevarım gibi düşünme tekniklerini kullanarak yeni bilgilere ulaşma sürecidir (MEB, 2013). Umay (2003)'a göre, matematiksel akıl yürütme yaklaşımlarını sınıflandırmak ve bu sınıfları ortaya çıkaran özelliklere karar vererek isimlendirmek, sınıflandırma yapan kişinin olaya bakış açısına ve bireysel özelliklerine göre bile değişmektedir.

Cebirsel akıl yürütme, matematiksel akıl yürütmenin özel bir biçimidir. NCTM (2000)'ye göre cebirsel akıl yürütme fonksiyonları anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapıları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri temsil etmek için ve bu ilişkileri anlamak için matematiksel modeller kullanmayı, aynı zamanda da gerçek yaşamda karşımıza çıkan farklı durumlardaki değişimleri analiz edebilmeyi gerektirir. Cebirsel akıl yürütme, matematik öğretiminde tüm sınıf düzeylerinde ortaya çıkan bir kavram olmakla birlikte sembollerle işlemlerin anlamlarını inşa ederek, zihinde matematiksel akıl yürütmenin gelişimini sağlamaktadır (Kieran ve Chalouh, 1993).

Tüm öğrencilerin aktif olarak katılabildiği ve kendi akıl yürütme stillerini kavrayabildiği öğrenci merkezli öğrenme ortamları, öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi için önemli zeminler hazırlamaktadır (Umay, 2003). Ayrıca öğrencilerin birbirleri ile etkileşim halinde bulundukları, matematiksel düşüncelerini kolaylıkla paylaşabildikleri öğrenme ortamları da matematiksel akıl yürütmenin geliştirilmesi için ideal ortamlardır (Yankelewitz, Mueller ve Maher, 2010). Matematiksel akıl yürütmenin gelişimi için öğrencilere çoktan seçmeli sorular yerine hemen ulaşılamayan, derin akıl yürütme gerektiren sorular yöneltilmesi de önem taşımaktadır (Erdem, 2011; Erdem ve Gürbüz, 2015).

Öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının matematiksel akıl yürütme becerilerinin gelişimi için matematik derslerinde matematiksel etkinlikleri kullanmanın bu öğrenme ortamlarını zenginleştireceği akla gelmektedir. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimi ve matematik dersine karşı olumlu tutum geliştirmeleri için matematik etkinlikleri önemli bir yere sahiptir. Amaca uygun bir şekilde iyi hazırlanan etkinliklerin öğrencilerin öğrenme düzeyini arttırdığı, onları düşünmeye sevk ettiği ve hafızalarını güçlendirip harekete geçirdiği araştırmacılar tarafından öne sürülmektedir (San ve Güleryüz, 2004). Matematiksel akıl yürütmenin etkinliklerle gelişimine yönelik olarak, etkinliklerin önemine ilişkin çalışan pek çok araştırmacı yer almaktadır. Örneğin Yackel ve Hanna (2003), destekleyici ortamlar sağlandığı takdirde tüm öğrencilerin çıkarımlarda bulunabileceğini, bu çıkarımlarını çürütebileceğini ve buna ek olarak uygun akıl yürütmede bulunabileceğini söylemektedirler. Ayrıca öğrencilerin akıl yürütmelerinin farkına varabilmek ve bunları geliştirebilmek için, öğrenme ortamlarında öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmak amacıyla sorulacak "Neden böyle düşünüyorsun?" , "Bu sonuca nasıl ulaştın?", "Niçin?", "Başka nasıl olabilir?" gibi soruların yöneltilmesi de önem taşımaktadır (Erdem, 2015).

Sınıf içi öğretimlerde içerik açısından zengin ve zihinsel açıdan zorlayıcı matematiksel etkinliklerin kullanımın öğrencilerin anlamlı öğrenmelerinin gerçekleşmesi için öğrencilere

imkânlar sunmaktadır (Stylianides ve Stylianides, 2008). Öğrencilerin matematiği anlamalarını, matematiksel akıl yürütme süreçlerinin gelişimini, matematiksel düşünceler ve teknikler arasında bağlantı kurmalarını sağlamak için bu becerileri kullanmalarını gerektiren etkinlikler önem taşımaktadır (Stein ve Smith, 1998).

Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini ve özel bir biçimi olarak cebirsel akıl yürütmelerini açığa çıkarması bağlamında kullanılan "Stratejik Cebirsel Akıl Yürütme (SAR)" yetkinliklerinin pek çok araştırmacı tarafından kullanılan akıl yürütmeleri açığa çıkarıcı becerileri içerdiği görülmektedir. Bu sebeplerden dolayı araştırmada öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini belirlemesi amacıyla SAR çerçevesi kullanılmıştır. Araştırmada öğrenci merkezli öğrenme ortamlarında etkinlik kullanarak öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerinin gelişiminin gözlemlenmesi istenmektedir. Bu bağlamda matematiksel akıl yürütme ön testi (MAYÖT) ve matematiksel akıl yürütme son testi (MAYST)'ne ilişkin öğrencilerin verdikleri yanıtların SAR çerçevesinde incelenmesine ilişkin kapsamlı açıklamalar tezin ilgili bölümlerinde açıklanmaktadır. Ayrıca MAYÖT ve MAYST arasında uygulanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin (BOZE) de öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini açığa çıkarıcı yönde oluşturulması amacıyla Stein, Smith, Henningsen ve Silver (2000)'ın "Etkinlik Analiz Rehberi" nden yararlanılmaktadır. "Etkinlik Analizi Rehberi" nin bilişsel olarak zorlayıcı ve matematiksel akıl yürütmeyi geliştirici adımlar içermesi yönüyle bu araştırma için uygun bir rehber olduğuna karar verilmekte ve ilgili rehber ile ilgili kapsamlı bilgiler de tezin ilgili bölümlerinde yer almaktadır.

Nasıl ortaya çıktığı özetlenen bu araştırmada bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi ve sürece ilişkin yansımalar incelenmektedir. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütme süreçlerinin bir sınıf ortamındaki yansımaları ve akıl yürütme süreçlerine ilişkin gelişimleri çalışmada araştırılmaktadır. Tüm bunlara ek olarak öğrencileri yeni nesil sorulara hazırlayabileceği düşünülerek oluşturulan etkinliklerde ne gibi cevaplar verdikleri ve öğrencilerde açığa çıkan matematiksel akıl yürütme süreçlerine de dikkat çekmek amaçlanmaktadır.

Oluşturulan bu tez beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde araştırma konusunun belirlenme şekli ve konu belirlenme süreci sonrasında tezin son şeklini almasına ilişkin akademik sürecin gerçekleşme adımlarından bahsedilmektedir. Bu bölümde yer alan başlıklar; problem durumu, amaç ve önem, problem cümlesi / alt problem cümleleri, sınırlılıklar, varsayımlar, tanımlar ve kısaltmalardan oluşmaktadır.

Araştırmanın ikinci bölümünde, araştırma konusuna ilişkin ilgili yayın ve araştırmalar yer almaktadır. Matematiksel akıl yürütme ve cebirsel akıl yürütmeye yönelik araştırmacılar tarafından yapılan tanımlamalara ve bu becerilerin ayrıntılı açıklamalarına yer verilmektedir. Çalışmada kullanılan kuramsal çerçeve olan SAR yetkinliklerime ilişkin özellikler de bu bölümde yer almaktadır. Ayrıca etkinlik ve matematiksel etkinliklere ilişkin çeşitli araştırmacıların yaptıkları tanımlara ve araştırmada kullanılan "Etkinlik Analizi Rehberi" ve "Beş Aşamalı Uygulama Modeli" çerçevesi hakkında bilgilere yer verilmektedir. Araştırmada kullanılan bu kuramsal çerçevelerin neden seçildiği ile ilgili nedenler de bu bölümde belirtilmektedir.

Araştırmanın üçüncü bölümünü araştırmanın yöntemi oluşturmaktadır. Bu bölümde yer alan başlıklar; araştırmanın modeli, katılımcıları, veri toplama süreci ve araçları, uygulama süreci, verilerin analizi, araştırmanın geçerliği ve güvenirliği, araştırmacının rolü'nden oluşmaktadır.

Araştırmanın dördüncü bölümünü araştırmanın bulguları ve yorumları oluşturmaktadır. Yedinci sınıf öğrencilerine uygulanan matematiksel akıl yürütme ön ve son testine ilişkin bulgular SAR yetkinlikleri bağlamında ele alınmakta ve yetkinlikler bağlamında sunulmaktadır. Ayrıca bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sürecine ilişkin sınıf içi diyaloglar ve öğrenci öğretmen iletişimiyle ilgili yorumlara da yer verilmektedir.

Araştırmanın beşinci bölümünü araştırmanın tartışma, sonuç ve önerileri oluşturmaktadır. Dördüncü bölümdeki bulgulardan yola çıkılarak elde edilen sonuçların değerlendirmesi yapılmaktadır. Değerlendirme yapılırken literatürde yer alan diğer araştırmacıların konuya ilişkin bulguları de yer almaktadır. Ayrıca araştırmanın verilerinden yola çıkılarak alana katkı sağlayacak başka araştırmalar için de öneriler bulunmaktadır.

1.1. Problem Durumu

Günümüzdeki sınav sistemleri incelendiğinde öğrencileri düşünmeye yönlendiren, aşamalı süreçleri içeren sorularla karşılaşılmaktadır. Bu sınav sistemlerinde ve PISA, TIMMS gibi ulusal sınavlarda zor sorulardan ziyade düşünme süreçlerinin önemsendiğini görülmektedir. Matematiksel düşünme süreçlerinin gelişiminde matematiksel akıl yürütme önemli bir noktadır. Matematiğin önemli bir alanı olan akıl yürütme aynı zamanda matematik yapmanın ayrılmaz bir parçasıdır. Bu öneminden dolayı ülkemizin ve çeşitli ülkelerin (örneğin; ABD, İngiltere, Kanada (Ontario), Singapur ve Yeni Zelanda) matematik dersi öğretim programlarında bu becerinin üzerinde önemle durulmaktadır (NCTM, 1989; NCTM,

2000; MEB, 2009). Akıl yürütme matematiksel düşünmenin bir özelliği (Alkan ve Güzel, 2005); bir düşünme metodu, düşünme yolu ve sonuçlara ulaşma ile iddialar üretmeyi benimsemektir (Lithner, 2005). Brodie (2010), matematiksel akıl yürütmede anahtar noktanın; problemlerde öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşim biçimi, bu problemler ile öğrencileri teşvik etme yolları ve öğrencileri teşvik etmede kullanılacak problem çeşitleri olduğunu vurgulamaktadır. Bilgi yapılarının ilişkilendirilmesinde ortaya atılan fikirlerin doğruluğunun araştırılması, akıl yürütme süreci içerisinde gerçekleşmektedir (Yeşildere, 2006). Bu açıdan bakıldığında akıl yürütmenin geliştirilmesi için önceden planlanan bir öğretim sürecine ve aşamalı bilişsel süreçlere ihtiyaç olduğu söylenebilir. Bu noktada sınıf içi çalışmaların akıl yürütmeyi destekleyen yapıda olması gerektiği düşünülmektedir.

Bu süreçlerin iyi bir şekilde öğrenilmesi açısından bakıldığında matematiksel düşünmenin gelişimine katkısı yönünden derslerde kullanılan matematik etkinliklerinin önemi ortaya çıkmaktadır. Matematiksel düşünmenin keşfetme, iletişim kurma, düşünceler arasında ilişki kurma, rutin olmayan problemlerin çözümü ve tahmin etmenin gerçekleşmesinde rol aldığı söylenebilir (Yeşildere, 2006). Etkili bir öğretim için önemli olan etkinlikler, matematiksel fikirleri ortaya koymak ve öğrencilerin entelektüel olarak ilgilerini çekmek için kullanılabilir (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi [NCTM], 2000). Öğrencilerin rutin olan ezberlenmiş etkinlikler yapmalarını istemek düşünmeleri için tek bir yola yönlendirirken, kavramsal olarak düşünmelerini ve bağlantı kurmalarını sağlayan etkinlikler öğrencilere farklı düşünme yolları sunar (Monarrez, 2017). Bu noktada bir etkinliği düşünme aracına dönüştürme potansiyeli olan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin kullanımı düşünülebilir. Alan yazında bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin seçilmesinin öğrencilerin öğrenmesini etkilediğini öne süren çok sayıda araştırma yer almaktadır. (örn. Boaler, 2002; Boaler ve Staples, 2008; Hiebert ve Wearne, 1993; Stein ve Lane, 1996). Matematik öğrenmenin temel bir unsuru olan, öğrencilerin derslerdeki matematiksel akıl yürütmelerini geliştirmek için öğretmenlerin iyi bilinen yöntemleri kullanarak alıştırmaları çözdükleri dersler yerine zorlayıcı öğrenme ortamları sağlamaları gerekmektedir (Ball ve Bass, 2003; Boaler, 2010).

Alanyazın incelendiğinde bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin kullanılmasının, öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütmesini sağlayıcı değerlendirmeleri desteklediği ve başlangıçtan itibaren öğrencilerin bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler ile karşılaşmasının olumlu yönde etkiler sağladığı görülmüştür (Stein & Lane, 1996). Öğretmenler sınıf içi etkinlik uygulamalarında *neden böyle yaptın?, nasıl karar verdin?, buradan nasıl bir sonuç çıkarabiliriz?, bu bize ne söyler?, her zaman böyle midir?, problemi*

çözerken ne tür stratejiler kullandın?, farklı bir yol izleseydin nasıl olurdu? gibi basit soru ve yönlendirmelerle öğrencilerin mantıksal düşünme, muhakeme ve akıl yürütme becerilerini geliştirebilirler (Bahtiyari, 2010). Bu nedenle öğrencilere bilişsel olarak zorlayıcı öğrenme ortamları hazırlanarak süreç içerisindeki cevapları, birbirlerini destekleme süreçleri ve iletişim kurmalarının incelenmesi bu sayede de matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi ve akıl yürütmelerinin gelişimine ilişkin incelemelerde bulunularak öğrencilerin süreç içerisinde nasıl akıl yürütmelere sahip olduğunun incelenmesi matematik eğitiminde yapılan araştırmalara katkı sağlayabileceği düşünülmektedir. Ayrıca öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini geliştirmek amacıyla bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler hazırlanırken bir çerçeve kullanılmasının yanında süreç incelenirken de bir akıl yürütme çerçevesinden yararlanılması araştırmanın amaçlarına uygun olarak bu gelişimi daha derinlemesine incelemeye fırsat vermektedir.

1.2. Amaç ve Önem

2000'li yıllardan itibaren matematik eğitiminde niteliğin arttırılmasına yönelik öğretim yaklaşımları daha çok öne çıkmaya başlamıştır. Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7, 8. Sınıflar) Öğretim Programı'nda matematiksel kavramların öğrencilere kazandırılması amacının yanında matematiğin etkili öğrenilmesi ve kullanılması için akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Bunun yanında öğretim programında öğrencilerin eleştirel düşünebileceği, düşüncelerini kolayca anlatabileceği, değişik çözüm yöntemlerini sunabileceği, iletişim kurabileceği, gerekçelendirme yapabileceği sınıf ortamlarının oluşturulması önerilmektedir (MEB, 2013). Akıl yürütmenin gelişiminin önemi düşünüldüğünde bu beceriyi kazandıracak ortamların oluşturulmasının gerekliliği ön plana çıkmaktadır. Matematik etkinliklerinin kullanılması da bu bağlamda önemli bir süreç olarak karşımıza çıkmaktadır. Etkinlikler, öğretmenlerin öğretim ortamlarını etkin bir şekilde oluşturmaları ve öğrencilerin de bu yoğun süreç içerisinde çalışmaları adına temel yapı taşlarından biridir (Johnson, Coles ve Clarke, 2017). Öğretim ortamlarının nitelikli bir hale getirebilmesi için matematiksel etkinliklerin kullanımının matematik öğretimi sürecinde önemli bir yere sahip olduğu söylenebilir. Etkinliklerle yapılan öğretim sürecinin öğrencilere matematiksel akıl yürütme becerilerini kazandırılması ve matematiksel akıl yürütme becerilerini geliştirmesi açısından etkili olabileceği düşünülmektedir.

Bu araştırmanın amacı, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi amacıyla bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin sınıf içinde uygulanmasıdır. Bu bağlamda

öğrencilerin bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerle akıl yürütme süreçlerinde oluşan değişim ve bu süreçle ilgili gözlemlerin önemini açığa çıkarmak amaçlanmaktadır. Bu çalışmada birbirinden farklı başarılara sahip, aynı sınıf ortamında bulunan öğrencilerin matematiksel akıl yürütme süreçleri ve bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin matematiksel akıl yürütme sürecine etkileri incelenmiştir. Bu amaçla hazırlanan bu çalışmada akıl yürütmenin geliştirilmesi bağlamında sınıf içinde uygulanacak bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerle matematik eğitimi literatürüne katkıda bulunacağı düşünülmektedir.

1.3. Problem Cümlesi / Alt Problem Cümleleri

Araştırmanın problemi "Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinde gelişim sağlanabilir mi?" şeklindedir.

Çalışmanın alt problemleri aşağıda sunulmaktadır:

1. "Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikleri uygulama öncesinde öğrencilerin akıl yürütme süreçleri nasıldır?"
2. "Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikleri uygulama sürecinde neler gözlemlenmiştir?"
3. "Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikleri uygulama sonrasında öğrencilerin akıl yürütme süreçleri nasıldır?"
4. "Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerle karşılaşmadan önce ve karşılaştıktan sonra öğrencilerin akıl yürütme süreçleri arasında nasıl bir değişim olmuştur?"

1.4. Sınırlılıklar

Araştırmanın temel sınırlılıkları aşağıda verildiği gibidir:

1. Araştırma 2020-2021 öğretim yılı güz döneminde Van ilinin Erciş ilçesindeki bir devlet ortaokulunun 7-A sınıfında öğrenim gören 12 öğrenci ile sınırlıdır.
2. Araştırmanın verileri, yedinci sınıf matematik dersi müfredatında cebir öğrenme alanında yer alan "eşitlik ve denklem" konusuna ilişkin ön-son test ve sınıf içi etkinlikler ile sınırlıdır.
3. Araştırmanın yapıldığı sınıftaki öğrenci sayısı pandemi süreci nedeniyle sınıfın normal mevdunun yarısı kadar öğrenciyle sınırlıdır.

1.5. Varsayımlar

Araştırmanın temel varsayımları aşağıda verildiği gibidir:

1. Araştırmada kullanılacak ölçme araçları olan ön-son test ve etkinlikler için alınan uzman görüşlerinin yeterli olduğu varsayılmıştır.
2. Araştırmaya katılan öğrencilerin sorulara içten cevap verdikleri ve kendi düşüncelerini objektif olarak yansıttıkları varsayılmıştır.

1.6. Tanımlar

Araştırmada kullanılan ifadelerin bazılarının tanımları aşağıda belirtilmektedir.

Matematiksel Akıl Yürütme: Matematiksel tahminleri oluşturma, matematiksel tartışmaları geliştirme ve değerlendirme, matematiksel bilgileri çeşitli şekillerde sunma becerilerini içeren süreçtir (NCTM, 1989).

Cebirsel Akıl Yürütme: İçerisinde akıl yürütme, temsil kullanma, değişkenleri anlama, sembolik temsillerin anlamını açıklama, matematiksel düşüncelerin gelişimi için modellere çalışma, temsiller kullanarak dönüşüm yapma gibi matematik için olmazsa olmaz becerileri içeren bir düşünme biçimidir (Kaf, 2007).

Etkinlik: Sınıf ortamında öğrenme hedeflerine yönelik olarak gerçekleştirilen, öğrenme sürecinde konuların öğrencilere somutlaştırılarak, görselleştirilerek, eğlenceli hale getirilip dikkat çekici kılarak, değişik şekillerde ve gerektiğinde çeşitli araçlar kullanılarak yapılan her çeşit aktivitedir (Morable, 2000).

Bağlam: Öğrencilerin var olan durumlara anlam verebilmesini ve bunları tanımlamasını kolaylaştıran durumdur (De Jong, 2008).

Yetkinlik: Belirli bir alandaki sorumluluk veya görevleri yerine getirebilme durumu diğer bir ifadeyle genel olarak yetkin olma durumudur.

1.7. Kısaltmalar

BOZE: Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlikler

MAYÖT: Matematiksel Akıl Yürütme Ön Testi

MAYST: Matematiksel Akıl Yürütme Son Testi

MEB: Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi

NRC: Ulusal Araştırma Konseyi

SAR: Stratejik Cebirsel Akıl Yürütme

TIMMS: Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Çalışması

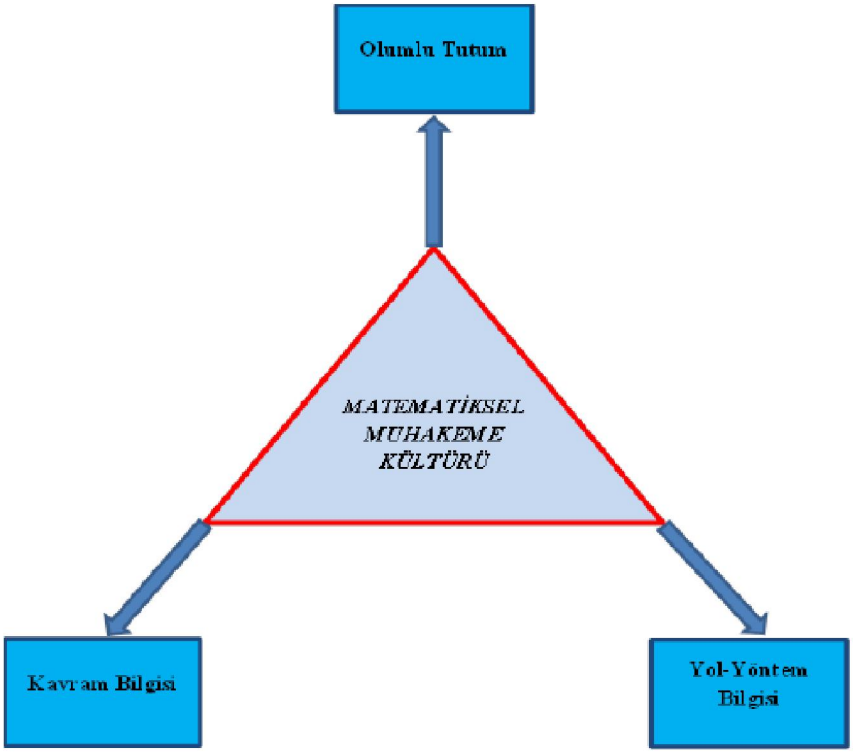
BÖLÜM II

KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde çalışmanın kuramsal çerçevesinden bahsedilecektir. Bu bağlamda araştırmanın boyutları olan "matematiksel akıl yürütme" ve "bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler" başlıklarıyla kavramlar ele alınacak ardından bu konularla ilgili alt başlıklar yansıtılacaktır. Konuyu incelemek amacıyla başlangıçta matematiksel akıl yürütme, cebir, cebir öğrenimi ve cebirsel akıl yürütmeden sonrasında da sürecin inceleneceği etkinlik, matematiksel etkinlik, bilişsel istem, bilişsel olarak zorlayıcılık kavramı ve bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler kapsamından bahsedilecektir. Araştırmada bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi inceleneceğinden konuyla ilgili ulusal ve uluslararası alan yazındaki araştırmalara yer verilecektir.

2.1. Matematiksel Akıl Yürütme

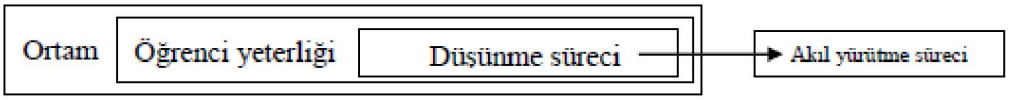
Umay (2003)'a göre matematiksel akıl yürütmenin en çok kullanıldığı alanlardan biri, belki de ilki matematiktir ve matematiksel akıl yürütme, matematiğin kaynağını oluşturur. Matematiksel akıl yürütme, matematiksel tahminlerde bulunma, matematiksel tartışmaları ve matematiksel bilgiyi geliştirme aynı zamanda da matematiksel bilgileri farklı biçimlerde sunma becerilerini içermektedir (NCTM, 1989). Matematiksel akıl yürütme ile ilgili literatürde pek çok görüş ve tanım yer almaktadır. Lithner (2008) akıl yürütmenin bir düşünme süreci, bu düşünme sürecinin bir ürünü ya da bunların her ikisi olarak görülebileceğini söylemektedir. Matematiksel akıl yürütme, matematikteki soyut kavramların kullanılarak yine bu kavramlar hakkında muhakeme yapabilmektir (Steen, 1999; Brodie, 2010). NCTM (2000), standartlarında beş süreç standardı belirtmiştir. Bunlar; problem çözme, iletişim, ilişkilendirme, temsil ile akıl yürütme ve ispattır. Bu süreç standartları öğrencilerin düşünme süreçlerinde kazanmaları ve kullanmaları gereken matematiksel bilgileri içermektedir. Ball ve Bass (2003)'a göre ise, düşünme ve yorumlama gibi temel yeteneklerle dünyaya gelen insanlar için matematiksel akıl yürütme becerilerini temel bir kabiliyet olarak değerlendirmek olasıdır. Erdem (2015), bu kabiliyetin gelişmesi ve güçlenmesi için bireysel kültürün önemli olduğunu ve kişinin olaylara bakışının, bilgi birikiminin bu kabiliyeti etkilediğini ifade etmektedir. Aynı zamanda bireyin isteği olduğunda yani matematiğe karşı olumlu düşünceleri olduğunda sonraki adımların kolayca geldiğini söylemektedir. Matematiksel muhakeme kültürünün oluşmasını sağlayan etmenler Erdem (2015) tarafından şematik olarak Şekil 1'deki gibi gösterilmektedir.



Şekil 1. Matematiksel muhakeme kültürünün oluşmasını sağlayan etmenler

Erdem (2015)'in matematiksel muhakeme kültürünün oluşmasını sağlayan etmenleri incelendiğinde bunların olumlu tutum, kavram bilgisi ve yol – yöntem bilgisi olduğu görülmektedir. Erdem (2015)'e göre matematiksel akıl yürütme, sorgulamalarla kişinin çevrede olup biteni anlamasını ve doğru kararlar vermesini destekleyen bireysel bir kültürdür. Ayrıca bu kültürün oluşturulabilmesi için öğrencinin matematiğe karşı ön yargılı olmaması ve pozitif tutumlara sahip olması gerekmektedir. Erdem (2015) olumlu tutuma ek olarak bir de yeterli miktarda yol - yöntem bilgisi ve kavram bilgisi olduğunda kişinin matematiksel akıl yürütme kültürünün kaçınılmaz olduğunu söylemektedir.

Lithner (2008)'in akıl yürütmeyi etkileyen faktörlerinde ise bireyin akıl yürütmesinin düşünme süreci, öğrencin yeterliliği ve bireyin içinde bulunduğu ortamlardan etkilendiği görülmektedir. Akıl yürütme sürecini etkileyen faktörlere göre düşünme süreci akıl yürütme süreçlerini oluşturur. Düşünme süreçleri öğrencilerin yeterliliğine bağlı olarak açığa çıkmakta, öğrenci yeterliliğini ise bulunduğu çevre etkilemektedir. Buna yönelik Şekil 2'deki gibi şematik bir şekilde aşağıda sunulmuştur.



Şekil 2. Akıl yürütmeleri etkileyen faktörler

Matematik eğitiminin amacı, matematiksel düşünce oluşturabilme, matematiksel akıl yürütme, düşüncelerini ifade ederken kendilerini anlatabilme ve doğru ifade edebilmektir (MEB, 2013). MEB (2013), tarafından güncelleştirilen Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında matematiksel kavramların kazandırılması, matematiği etkili öğrenme ve matematiği etkili kullanmaya yönelik olarak bazı temel becerilerin geliştirilmesi hedeflenmektedir. Bu beceriler; problem çözme, matematiksel süreç becerileri (iletişim, akıl yürütme, ilişkilendirme), duyuşsal beceriler, psikomotor beceriler, Bilgi ve İletişim Teknolojileri (BİT) şeklindedir. Bu becerilerin içerisinde matematiksel süreç becerilerinin altında bulunan akıl yürütme becerisinin okul ve dışındaki hayatı kolaylaştırdığı bu bağlamda da bu becerinin geliştirilmesi için gerekli süreçlerin ve ortamlarının hazırlanmasının önemi yine programda vurgulanmaktadır. MEB (2013), öğrencilere matematiksel akıl yürütme becerilerinin kazandırılması için bazı göstergelerin dikkate alınması gerektiğini ifade etmekte ve bu beceriler aşağıdaki maddelerde sıralanmaktadır:

- Mantıklı genellemeler ve çıkarımlarda bulunma
- Matematiksel bir durumu analiz etme sürecinde matematiksel örüntüleri ve matematiksel ilişkileri anlatma ve kullanma
- Yapılan çıkarımların doğruluğunu ve geçerliliğini savunma
- Belli bir başlangıç noktasını belirleyerek bunları ölçmeye ilişkin tahminde bulunma
- Sayıları yuvarlama, sayıların ilk ve son basamaklarını kullanma stratejilerini ve bunlar dışında kendi stratejilerini kullanarak yapılan işlemlere ve ölçüm sonuçlarına ilişkin tahminlerde bulunma (MEB, 2013)

MEB (2013)'ün akıl yürütme becerilerine ilişkin ifade ettiği göstergeler öğrencilerin bu beceriyi kazanması için zemin oluşturmaktadır. Ayrıca öğretim programlarında üstünde durulan ve dikkat çekilen bir beceri olan matematiksel akıl yürütme becerisinin kazanılması tüm bunların yanında süreç de gerektirmektedir (Çiftçi, 2015). Bu anlamda süreçler düşünüldüğünde matematiksel akıl yürütmede kilit noktanın, problem süreçlerinde öğretmen

ve öğrenci arasındaki iletişim şekli, öğrencilerin problemlerdeki düşüncelerinde teşvik edilmesi ve öğrencilerin teşvik edilirken ne gibi problemler kullanıldığı önem kazanmaktadır (Brodie, 2010). Öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerine İlköğretim Matematik Dersi 6 – 8. Sınıflar Öğretim Programında da önemli verilmektedir. Bu bağlamda öğrencilere aşağıdaki becerilerin kazandırılması hedeflenmekte ve akıl yürütmelerinin gelişimi önemsenmektedir. Bu beceriler;

- Öğrenme sürecinde akıl yürütmeyi kullanır.
- Günlük yaşantısında, diğer tüm derslerinde ve matematikte akıl yürütme becerisini kullanır.
- Matematik öğrenme sürecinde genellemeler ve çıkarımlar yapar.
- Matematikte ve matematik dışında olan çıkarımların doğruluğuna ilişkin savunma yapabilir.
- Yaptığı çıkarımlara ilişkin duygu ve düşüncelerinin geçerliliğini sorgular.
- Akıl yürütmede bulunurken öz güvenli olur.
- Akıl yürütme ile ilgili pozitif duygu ve düşüncelere sahip olur (MEB, 2009).

Öğrencilerin matematiksel problemlerin çözümleri için uğraşırken nasıl düşündüklerini, konu hakkındaki çıkarımlarının nasıl olduğunu anlamak öğrenmelerinin nasıl gerçekleştiğine dair de ipuçları verebilir (Yeşildere ve Türnüklü, 2007). Fikirlerin cesurca ve açıkça konuşulup tartışıldığı, değişik düşüncelerin önemsendiği ve birlikte düşünülmeye çalışıldığı ortamlar, farklı akıl yürütme yaklaşımlarının da daha iyi anlaşılmasını sağlar (Umay, 2003). Öğretmenler öğrencilerinin akıl yürütmelerinin ve fikirlerinin gösterebilmeleri amacıyla bu yönde sorular uygulayarak öğrencilerinin matematiksel fikirlerini geliştirebilirler (Olson, 2007). Yumus (2001), akıl yürütmenin seviyelerini belirlemiş ve akıl yürütme sürecini oluştururken öğretmen ve öğrenciyi birlikte ele almıştır. Öğrencilerin önceden gelen ve şimdi var olan bilgilerini ek olarak da farklı düzeyde anlama şekillerini ve öğretmenlerin de kavramlara yönelik ve pedagojik alan bilgilerini birleştirerek dört maddeden oluşan akıl yürütme seviyesinin ortaya çıktığını ifade etmiştir (Yumus, 2001). Bu akıl yürütme seviyeleri;

1. Akıl yürütme oluşturama
2. Kavramların farkında olma fakat tartışma oluşturamama
3. Zayıf düzeyde tartışma oluşturarak akıl yürütme sergileme
4. Güçlü düzeyde tartışma oluşturarak akıl yürütmeyi destekleme

şeklindedir. En son maddede ifade edilen akıl yürütmede öğretmenlerin etkili bir öğretim gerçekleştirdiği ve öğrencilerin de anlamlı öğrenmeler sağladığı düşünülmektedir (Yumus, 2001). Matematiksel akıl yürütme kişiye göre değişen bir süreç olduğundan akıl yürütme çeşitlerine ilişkin farklı sınıflandırmalar yer almaktadır. Cebirsel akıl yürütme, matematiksel akıl yürütmenin bu sınıflandırmalar içinde önemli bir formunu oluşturmaktadır (Nilklad, 2004). Araştırmanın bir farklı boyutu olan cebir ve cebirsel akıl yürütme ile ilgili ayrıntılı bilgiler aşağıda yer almaktadır.

2.1.1. Cebirsel Akıl Yürütme

Cebir, matematiğin önemli alanlarından biridir. Matematiğin birçok alanında karşımıza çıkan cebir, örüntülerin, kuralların ve sembollerin bir dilidir (O'Bannon, Reed ve Jones, 2002). Bu dil, problemleri çözümlemek için işlemleri ve algoritmaları kullanma ve genelleme yapma imkanı vermektedir (Usiskin, 1999a; Baki, 2006). Kieran (1992), cebirin harfler kullanılarak sayıları ve nicelikleri temsil etmesinin yanı sıra bu niceliklerle hesaplama yaptırdığını da söylemektedir. Cebirin önemine ilişkin Kaput (1999), sembolik cebir olmadan nicel bilimin de yüksek matematiğin de yapılamayacağını bununla bağlantılı olarak şimdi elimizde bulunan modern hayat ve teknolojinin olmayacağını söylemiştir.

Cebir öğrencilerde soyut düşünme ve mantıksal çıkarımlar yapmanın yolunu açar (Stacey ve MacGregor, 1997). Bu yönden bakıldığında cebir öğretiminin matematik eğitiminde sürekliliği sağlamada ve üst düzey düşünmede önemli olduğu söylenebilir. Cebir öğretimi anaokulundan liseye kadar uzanan uzun bir süre olarak karşımıza çıkmakta ve NCTM (2000), her öğrencinin cebiri öğrenmesi gerektiğini savunmaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin anaokulundan liseye kadar cebirin önemli düzeylerini bilmeleri gerektiğini ifade etmiş ve buna yönelik olarak cebir standartları belirlemiştir. Bunlar;

- Örüntüleri, örüntülerin ilişkilerini ve işlevlerini anlama
- Matematiksel yapıları cebirsel sembollerle ifade ve analiz edebilme
- Matematiksel modelleri niceliksel ilişkileri göstermede ve bunları anlamada kullanabilme
- Çeşitli durumlarda farklılığı analiz edebilme

Yapılan çalışmalarda hangi seviyede olursa olsun öğrencilerin cebirsel problemlerin çözümünü bulma ve yine cebirsel problemleri anlamlandırma kısmında zorlandıkları görülmektedir (Dede, 2004). Lee (1996), cebirin matematiğin geniş bir kültürünü barındıran

mini bir kültür olduğunu söylemiş ve öğrencilerin kültürel olarak eskiden yeniye geçişte yani aritmetikten cebire geçişte zorlandıklarını ifade etmiştir. Bu bilinmeyen kültürle yani cebirle karşılaşan öğrenciler "kültürel şok" olarak adlandırılabilecek bir ortama girmektedirler. Cebir konusunda yapılan farklı düzenlemelere ve değişikliklere rağmen çoğu ülkede cebir öğrenme konusunda sıkıntı yaşadığı görülmektedir (Baki, 1998; Dede ve Argün, 2003; Kieran, 1992, 2007). Thomas ve Tall (2001) ise, öğrencilerin cebirde zorlanmalarının nedenini cebirdeki sembol işlemlerinde eksik olmaları ve başaramamaları olduğunu söylemiştir. Cebir öğreniminde yaşanan sıkıntıların ve zorlukların çözümü için öğrencilere cebirle ilgili bilgi ve becerilerin kazandırılması gerekmektedir (Tekay, 2012). Tüm bu yönlerden bakıldığında öğrencilerin cebir konusundaki eksikleri ve zorlukları incelendiğinde cebirsel akıl yürütmelerinin eksikliği de karşımıza çıkmaktadır.

Cebirsel akıl yürütme, matematiksel akıl yürütmenin önemli bir çeşidi olarak karşımıza çıkmaktadır (Nilklad, 2004). Cebirsel akıl yürütme ile ilgili pek çok fikir ve tanım literatürde karşımıza çıkmaktadır. Örneğin Vance (1998)'a göre, cebirsel akıl yürütme temsillerin farklı gösterimlerini ifade edebilen, değişkenleri genellemeyi sağlayan ve hesaplamalardan yapılan soyutlamaları içinde barındıran akıl yürütmenin bir yolu şeklinde ifade etmektedir. Kaf (2007) ise cebirsel akıl yürütmenin içerisinde temsilleri kullanmayı, değişkenleri anlamlandırmayı, matematiksel düşüncelerin gelişimi için matematiksel modellerle çalışmayı, temsiller arasında dönüşümler yapmayı, akıl yürütmeyi bulunduran matematik için vazgeçilemez becerilerden oluşan bir düşünme şekli olduğunu söylemektedir. Cebirsel akıl yürütme, sembollerle ve işlemlerle zihinde anlamların oluşturulduğu matematiksel akıl yürütmenin gelişimidir (Kieran ve Chalouh, 1993). NCTM (2000)'ye göre cebirsel akıl yürütme, cebirsel sembolleri kullanarak fonksiyonları, matematiksel yapıları ve durumları anlamak, farklı şekillerde temsil etmek ve analiz etmek, gerçek hayatta karşılaşılan farklı durumlarda matematiksel modeller kullanarak nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak, aynı zamanda da bunların değişiminin analizini gerektirir. Cebirsel akıl yürütmenin farklı biçimleri aritmetik kurallarından genellemeyi, sayısal kalıpları genelleştirmeyi ve modelleme bağlamlarından genellemeyi içerir (Blanton ve Kaput, 2005; Kieran, 2007). Cebir konularının öğretilmesinde kullanılan yöntemler, öğrencide oluşacak zihinsel düşünceleri ve hareketlilikleri doğrudan etkileyebilmekte ve seçilen uygun öğretim yöntem ve tekniklerle cebirsel akıl yürütme becerisinin anlamlı bir şekilde ve yaşam boyu gelişimini sağlayabilmektedir (Kalkan, 2015).

Cebirsel akıl yürütme, cebirsel becerileri kullanarak cebirsel bir konuda tahminde bulunarak değerlendirme yapma sürecidir. Kaput (1999), cebirsel akıl yürütmenin beş farklı biçiminden bahsetmiş ve bu içeriği ayrıntılandırarak alt başlıklar halinde incelemiştir.

1. Matematiğin tümündeki aritmetik ve örüntülerden genelleme
2. Sembollerin anlamlı kullanımı
3. Sayı sistemindeki yapıların çalışılması
4. Fonksiyonlar ve örüntülerin çalışılması
5. Yukarıda verilen dört maddeyi de birleştirecek matematiksel modelleme süreci

Greenes ve Findell (1999) ise, cebirsel akıl yürütme becerilerinin kazandırılabilmesi için, öğrencilerin tümevarım ve tümdengelim yapabilme becerilerinin, çoklu temsilleri kullanma becerilerinin, eşitsizliği eşitliğe dönüştürmelerinin, eşitlik formlarını denkleştirmelerinin, bilinmeyen sayılar için kullanılan değişkenleri kullanabilme becerilerinin ve oran becerilerinin geliştirilmesi gerektiğini söylemektedir.

Kasmer (2008), cebirsel akıl yürütme göstergelerini NCTM (2000) ve TIMMS (2003)'in akıl yürütme bilişsel alanına ilişkin olacak şekilde geliştirmiştir. Kasmer'in geliştirdiği bu yapıda matematiksel akıl yürütme bileşenleri;

- Genellemeleri formüle etme, değerlendirme ve destekleme,
- Matematiksel argümanları oluşturma, değerlendirme ve destekleme,
- Problem durumunu analiz etme ve değerlendirme,
- Matematiksel ilişkiyi kurma / destekleme için tümevarım ve tümdengelimli akıl yürütmeyi kullanma,
- Başkalarının düşüncelerini / fikirlerini / yaklaşımlarını anlamlandırma ve bunların arkasındaki mantığı sağlama,
- Yanlış anlama ya da anlaşmazlık durumlarında sorular sorma ve tartışmayı artırma,
- Çeşitli konulardaki sonuçları doğrulama ve destekleme,

şeklindedir. Kasmer (2008) bu göstergeleri oluştururken NCTM ve TIMMS verilerine ek olarak, Noh (2004) tarafından bahsedilen değişim oranı kavramına ilişkin bir çalışmadan yararlanmıştır. Noh (2004) çalışmasında, değişim oranı kavramıyla ilgili olarak örüntülerdeki değişim oranlarının tablo, grafik ya da sembollerle gösterilebilmesi, iki bilinmeyen içeren

denklemlerin değişim oranları arasındaki ilişki kullanılırken sözlü anlatım, sembol, grafik ve tablo kullanabilme yeteneğinin gelişmesi, doğrusal ve doğrusal olmayan ilişkiler arasındaki sabit değişim oranının farkedilebilmesi gerektiğini belirtmiş ve Kasmer (2008) de çalışmasında benzer gösterimlerden yararlanmıştır.

Kaput (1999), cebirsel akıl yürütme ile ilgili olarak aşağıdaki beş farklı maddeden bahsetmektedir. Bunlar;

- Matematiğin tümündeki aritmetik ve örüntülerden genelleme
- Sembollerin anlamlı kullanımı
- Sayı sistemindeki yapıların çalışılması
- Fonksiyonlar ve örüntülerin çalışılması
- Yukarıdaki dört maddeyi birleştirecek matematiksel modelleme sürecidir.

Yukarıda bazılarından da bahsedilen çeşitli cebirsel akıl yürütme fikirleri doğrultusunda Lepak, Wernet ve Ayieko (2018), literatürdeki okul cebirinin temellerinden cebirsel problem çözmeye kadar olan konuları ele alarak Stratejik Cebirsel Akıl Yürütme (SAR) yetkinlikleri oluşturmuşlar ve buna yönelik beş yetkinlik belirlemişlerdir. Oluşturulan bu yetkinlikler öğrencilerin cebirsel süreçlerinin incelenmesinde, uygulamalarının ve anlam düzeylerinin tahlil edilmesinde kullanacakları adımların kapsamını temsil etmektedir. Aynı zamanda yetkinlikler öğrencilerin yapacakları bir soruyu nasıl anlamlandırdıkları ve soruları çözmek için kullandıkları stratejileri belirleyebilecekleri şekilde oluşturulmuştur. Bu araştırmanın kavramsal çerçevesi olarak kullanılacak olarak stratejik cebirsel akıl yürütme yetkinlikleri, çerçevede belirtilen yetkinliklerin detaylı olarak belirtilmesi, literatürdeki cebirsel akıl yürütmeyi temsil etme şekli, cebir içeriği ve öğrenci öğreniminde kullanılacak yöntemleri incelemesi, araştırmada bulunan soruları tahlil etmede ayrıntılı bilgiler içermesi nedeniyle tercih edilmiştir. Aşağıda SAR başlığı altında öncelikle stratejik cebirsel akıl yürütmenin tanımlanma şekli sonrasında da her bir yetkinlik ve ifade ettiği anlam ifade edilmiştir. Verilen yetkinliklerle öğrencilerin stratejik cebirsel akıl yürütmeleri ile ilgili sonuca ulaşılabileceği ve değerlendirme yapılabileceği düşünülmektedir.

2.1.2. Stratejik Cebirsel Akıl Yürütme (SAR)

SAR, rutin olmayan ve bilişsel olarak zorlayıcı cebir etkinliklerini çözmek için cebirsel akıl yürütmeyi uygulama yeteneği ve eğilimi olarak tanımlanmaktadır (Lepak, Wernet

ve Ayieko, 2018). Bu tanımın daha anlaşılır olması için Lepak vd. (2018), yararlandıkları diğer araştırmacıların çalışmalarında bulunan bazı kavramlara değinmişlerdir.

Çalışmasının odak noktası olan yetkinlikler, öğrencilerin matematiksel fikirlerini örnek bir olaydan genelleştirdiği, tartışmalarından yola çıkarak bu genellemeleri oluşturdukları ve bunları biçimlendirerek öğrencileri yaşlarına uygun olarak düzenleyip ifade ettikleri cebirsel muhakemenin düzeyleridir (Blanton ve Kaput, 2005, s. 413). Lepak vd. (2018), SAR'ın uygulanması için, NRC (2001) tarafından stratejik yeterlilik ve uyarlamalı akıl yürütme olarak ifade edilen iki matematiksel kavramı birleştirmiştir. Bunlardan ilki olan stratejik yeterlilik, bir problemi çözmek için öğrencilerin yaşadığı süreci ifade etmektedir (NRC, 2001). Bu süreç öğrencilerin bulunan mevcut kaynakları değerlendirmelerini ve verilen duruma uygun olanları seçmelerini içermektedir. İkincisi olan uyarlamalı akıl yürütme ise stratejik yeterlilikle yakından ilişkilidir ve stratejik yeterliliğin bir problemi çözmek için çeşitli araçlar sağladığı durumlarda uyarlamalı akıl yürütme mantığı kullanmayı üstlenir (NRC, 2001). Sonuç olarak uyarlamalı akıl yürütme, öğrencilerin mevcut durumdaki kaynakları uygunlukları açısından değerlendirerek, verilen sınırlamaları tanımlamalarına ve temsil etme biçimlerinin kullanılarak kurulan bağlantıların anlamlandırılmasını sağlar. Stratejik cebirsel akıl yürütmeleri güçlü olan öğrenciler verilen bağlamı ve gömülü matematiğin ifade ettiği fikirleri anlayabilir ve problem durumunda bulunan ifadeleri kendilerine uygun stratejiyi kullanarak çözebilir aynı zamanda da çözümlerini gözden geçirmek ve açıklamalarını ifade edebilmek için problemin bağlamına geri dönebilir. Lepak vd. (2018)'ne göre, bazı SAR'lar rutin sözel problemlerde ve işlemsel etkinliklerde bile gerekli olabilmekte, bu nedenle kullanılan bu yetkinliklerin olduğu yapı uygulanabilir bir süreç olmakta ve bu yeterlilikler problemlerle değerlendirilebilmektedir.

Lepak vd. (2018) öğrencilerin SAR yetkinliklerini elde edebilmek için bu yetkinliklerin ölçülebilir olmasına odaklanmışlar ve bu yetkinliklerin ölçülebilmesi için kavramsal olarak ifade etmenin gerekli olduğunu farketmişlerdir. Aynı zamanda okul cebirinin temellerinden, cebirsel problem çözmenin karmaşık süreçlerine aynı zamanda da müfredatta bulunan ve araştırmada etkili olan literatürü inceleyerek öğrencilerin onlara verilen problemlerde ve çözümlerinde stratejileri nasıl algıladıklarının belirlenebileceği yeterlilikler belirlemişlerdir. Belirlenen yeterliliklere göre yapılacak problemlerin seçimi ve öğrencilerin problemi çözüm sürecinde yaptıkları çalışmaların analizleriyle de ilgili ayrıntılı çerçeve belirlemişlerdir. Bu çerçeve içeriğinde öğrencilerin matematiksel problem çözmede gerekli becerileri genel olarak ifade edebilecek aynı zamanda ilişkilerin, temsillerin, işlemsel düzeyde

bilgilerin ve açıklamaların da temelinde bulunan cebirsel detayları da barındıran bir çerçevedir. Oluşturan yetkinliklerin her birinin cebir içeriğinin ve öğrenci öğrenimi için önemli kısımların literatürle desteklendiği bu kavramsal çerçevede, bilişsel olarak zorlu görevleri çözümlemek için bir çerçeve oluşturulmuştur.

Literatürde ifade edilen cebirsel akıl yürütme ile ilgili çalışmalardan da yararlanarak Lepak vd. (2018), öğrencilerin SAR'larını tanımlamak ve kavramsallaştırmak için beş adet yetkinlik oluşturmuşlardır. Oluşturdukları bu yetkinlikler çalışmada öğrencilere uygulanacak olan MAYÖT ve MAYST'deki soruları yorumlamada aynı zamanda BOZE'de yer alan süreçlerin analizinde kullanılacaktır. Aşağıdaki Tablo 1'de SAR yetkinlikleri ve ifade ettikleri anlamlar gösterilmektedir (Lepak vd., 2018).

Tablo 1

Stratejik Cebirsel Akıl Yürütme Çerçevesi

Yetkinlikler	**Açıklamalar**
C1 Yetkinliği	Metni okuma, yorumlama ve problem ifadelerinde bağlamı anlamlandırma.
C2 Yetkinliği	İlgili miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme.
C3 Yetkinliği	Miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanma.
C4 Yetkinliği	Hesaplamaları ve işlemleri uygulama ve sonuçların doğruluğunu kontrol etme.
C5 Yetkinliği	Cebirsel düşünmelerin derinliğine ilişkin ikna edici açıklamalar yapma.

Tablo 1'de özetle ifade edilen SAR yetkinliklerine ilişkin ayrıntılı açıklamalar aşağıda incelenecektir.

Metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1 Yetkinliği)

Bu yetkinlik kısaca; öğrencinin soruda verilen senaryoyu anlamasını, gömülü olan matematiğin doğasını keşfetmeyi içerir. Problemi çözmenin "yorumlama" aşamasıdır.

Bilişsel olarak zorlayıcı görevleri başarıyla çözmenin temel gerekliliği verilen problemin dilini ve içeriğini anlamaktır (MacGregor ve Price, 1999; NGA Center ve CCSSO, 2010; Schoenfeld, 2014; Walkington, Sherman ve Petrosino, 2012). Bilişsel olarak zorlayıcı görevlerin çoğu modelleme uygulamaları nedeniyle gerçekçi ve yaratıcı olabilen matematiksel olmayan bir bağlamda belirlenir (Heuvel-Panhuizen, 2005; Stein vd., 1996). Bu yetkinlik, hem senaryoları hem de buna eşlik eden temsilleri içeren bağlamı anlamlandırabilmeyi içermektedir. Öğrenciler problemi yorumlayamazlarsa problem çözme stratejilerini uygulamaları da sınırlı olacaktır. Bağlamsal dil ve durumun sağlam bir şekilde anlaşılması, öğrencilerin verilen probleme katılımlarını desteklemektedir (Heuvel-Panhuizen, 2005;

Jackson, Garrison, Wilson, Gibbons ve Shahan, 2013). Problem çözmenin yorumlama ve çözme olmak üzere iki aşaması vardır (Schoenfeld, 2014; Yerushalmy ve Gilead, 1999). Bu yetkinlik problemde tanımlanan durumun zihinsel olarak temsil edildiği problem çözmenin yorumlama aşamasını içermektedir (Brenner, Mayer, Moseley, Brar, Durán, Reed ve Webb, 1997).

Göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme (C2 Yetkinliği)

Lepak vd. (2018) cebirsel fonksiyon temelli yaklaşımlarıyla aynı yönde bulunan, öğrenciler "bir durumla temel nicel ilişkileri tanımlamalı ve ilişkiyi modelleyebilecek işlev sınıfını veya işlev sınıflarını belirlemelidir" (NCTM, 2000, s. 665). Driscoll (1999), cebirsel kullanım yollarından biri olarak fonksiyonları ve yapı kurallarını temsil etmek için yapı kurallarını tanımlamıştır. Walkington, Sherman ve Petrosino (2012) ise öğrencilerin problem metninde verilen nicelikleri ve aralarındaki ilişkileri anlamadan önce temsil biçimlerine odaklanıp onları oluşturduklarında büyük ölçüde başarısız olduklarını bulmuşlardır.

İlgili miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme cebirsel akıl yürütmenin temel bir unsuru olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğrencilerin bilişsel olarak zorlayıcı görevleri başarıyla çözebilmeleri için bu unsur gereklidir. Aynı zamanda çözümde hangi miktarların bulunduğunu ve bu miktarların nasıl ilişkili olduğunu tanımlamak için problemin bağlamını anlamaları gerekmektedir (Schoenfeld, 2004). Bu yetkinlik miktarlar arasındaki ilişkileri (C3 yetkinliği) temsil etmek için temel görevi gördüğünden özellikle önemlidir.

C2 yetkinliği iki alt bölüme ayrılmaktadır. Bunlardan ilki ilgili miktarların belirlenmesi (C2a), diğeri ise miktarlar arası eklem ilişkisi (C2b)'dir.

- *İlgili miktarların belirlenmesi (C2a Yetkinliği)*

Bu yetkinlik kısaca; soruda yer alan bilgilerden hangisinin uygun, hangisinin yabancı/gereksiz olduğunu belirlemeyi gerektirir. Çözüm aşamasında kullanılacak bilgilerin ve miktarların (değerlerin) belirlenmesini içerir.

Bir problem durumu ile matematiksel model arasında başarılı bir şekilde dönüşüm yapmak için tanımlayıcı matematiksel modelle hangi miktarların ilişkili olduğunun tespit edilmesi gerekir. Öğrencilerin problemin çözümünde hangi bilgilerin uygun hangi bilgilerin yabancı olduğunu belirlemek için verilen problem bağlamını gözden geçirmeleri gerekir (Schoenfeld, 2014). İlgili miktarlar belirlendikten sonra diğer aşama miktarların nasıl ilişkili

olduğunun belirlenmesidir. Bu bağlamda miktarlar arası eklem ilişkisi (C2b) ortaya çıkmaktadır.

- *Miktarlar arası eklem ilişkisi (C2b Yetkinliği)*

Bu yetkinlik kısaca; belirlenen miktarların (değerlerin) ve bilgilerin birbiri ile nasıl ilişkili olduğunu belirlemeyi içerir. Ayrıca bu ilişkileri açıkça ifade edebilmeyi ve tanımlayabilmeyi gerektirir.

Yetkinlik ayrıntılı olarak incelendiğinde öğrencilerin birden fazla miktar arasındaki düşüncelerini açıkça açıklayabilmelerini ifade eder. Miktarların nasıl ilişkili olduğunun tanımlanması bir sonraki yetkinlik olan miktarların cebirsel temsillerini kullanma (C3) yetkinliğinin modellenmesi için gereklidir. Bu da miktarlar arasındaki ilişkilerin niteliksel bir şekilde anlaşılmasıyla ya da miktarlarla ilgili fonksiyonların ailesini belirleyerek ortaya çıkabilir.

Miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanma (C3 Yetkinliği)

Farklı değişken miktarlarını ilişkilendirmek ve temsil etmek, cebir konusunda fonksiyon temelli bir yaklaşımın temel özelliğidir (Chazan, 2000; Leinhardt, Zaslavsky ve Stein, 1990; Yerushalmy, 1997). Bu çalışmada temsillerin kullanımı bireysel ve sosyal bir şekilde kavramsallaştırılmıştır (Stylianou, 2011). Bireysel olarak öğrenciler problemi anlamak ve araştırmak için sunumlar kullanmakta; sosyal olarak ise başkalarını kendi akıl yürütmelerini ifade etmek için açıklamaları kullanmakta ve açıklamalarında gerekçeler sunmaktadırlar.

Denklemler ve sembolik ifadelerin ötesinde cebirsel temsil olarak ifade edilen biçimlerin cebirsel temsil olmasıyla ilgili bazı anlaşmazlıklar vardır. Bu anlaşmazlık tabloların, grafiklerin ve sözlü sembolik sistemlerin doğası hakkında farklı bakış açılarıyla gelişmiştir. Cebirsel gösterimler, koordinat grafikleri, iki değişkenli tablolar, değişken denklemleri ve bağlamı belirlenebilen miktarlara bağlayan diyagramlar şeklinde çeşitli şekillerde tanımlanabilir (NGA Center ve CCSSO, 2010; Driscoll, 1999; NCTM, 2000). Bu temsillerde bağlamsal durum ile temsiller arasında bir bağlantı vardır (Janvier, 1987).

C3 yetkinliği iki alt bölüme ayrılmaktadır. Bunlardan ilki cebirsel gösterimler oluşturma (C3a), diğeri ise gösterimleri yorumlama veya gösterimler arasında bağlantı kurma (C3b)'dır.

- *Cebirsel gösterimler oluşturma (C3a Yetkinliği)*

Bu yetkinlik kısaca; öğrencinin sıfırdan bir temsil oluşturabilmesini ya da var olan bir temsile ekleme yapabilmesini içerir. Tablo, grafik, şema, denklem ve cebirsel ifade gibi farklı temsil biçimlerini/cebirsel gösterimleri oluşturmayı gerektirir.

Bir durumu uygun bir temsil gösterimiyle modelleme yeteneği, bilişsel olarak zorlu görevlerin çözülebilmesi için öğrencinin bilgisinin önemli bir yönüdür (Greeno ve Hall, 1997; Kaput, 1999). Birden fazla temsilin kullanılması öğrencilerin matematiksel kavramları geliştirmelerinde ve problem çözme görevlerini çözebilme çabalarını kolaylaştırmakta ve gerekli olmaktadır.

- *Gösterimleri yorumlama veya gösterimler arasında bağlantı kurma (C3b Yetkinliği)*

Bu yetkinlik kısaca; bir gösterim/temsil oluşturmak için başka bir gösterim kullanmayı, birden fazla gösterimin kullanışlılığını karşılaştırmayı ve gösterimler arası ilişkiyi tercüme edebilmeyi gerektirir.

Bir gösterimle diğeri arasında bağlantı kurma, bir gösterimi oluşturmak için başka bir gösterimden yardım alma, birden fazla gösterimin kullanışlılığını karşılaştırma ve bir gösterimdeki değişkenlerin diğer gösterimde nasıl göründüğünün tanımlanması bu aşamada gerçekleşmektedir. Matematik eğitimi literatürü de gösterimlerin kullanılarak önemli bir anlama aracı olmasının ve farklı gösterimler arasında ilişkisi kurmasının önemini vurgulamaktadır (Duval, 2006).

Hesaplamaları ve işlemleri uygulama ve sonuçların doğruluğunu kontrol etme (C4 Yetkinliği)

Karmaşık cebirsel problemlerin çözülmesi, standart çözüme ulaşılabilmesi için bir veya birden fazla hesaplama içermekte ve öğrencilerin problemleri çözmelerinin yanında çözümlerini kontrol etmelerini gerektirmektedir. NCTM (2000)'ye göre, öğrencilerin problemleri çözerken stratejilerin uygulanmasının gerekip gerekmediği ve çözümün bağlamına uygun olup olmadığının ölçülmesi için problem bağlamına başvurulması gerekmektedir. Benzer olarak Schoenfeld (2014) de öğrencilerin denklemi uygun bir şekilde çözmeleri için çözümlerini yaparken problem bağlamını kontrol etmeleri gerektiğini savunmaktadır.

C4 yetkinliği iki alt bölüme ayrılmaktadır. Bunlardan ilki cebirsel işlemlerin ve hesapların hassasiyetle yapılması (C4a), diğeri ise sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesi (C4b)'dir.

- *Cebirsel işlemlerin ve hesapların hassasiyetle yapılması (C4a Yetkinliği)*

Bu yetkinlik kısaca; cebirsel-aritmetik işlemlerin doğru/verimli yapılmasını, işlemlerin doğru yer ve zamanda akıcı ve titiz bir şekilde gerçekleştirilmesini gerektirir.

Öğrenciler cebirsel ve aritmetik işlemleri ve hesaplamaları doğru ve verimli bir şekilde uygulayabilmelidir. Bu durum işlemlerin ne kadar doğru uygulanacağını ve ne zaman uygulanacağını bilmeyi sağlayarak işlemlerin akıcı olmasının titizliği ile çakışmaktadır (Star, Newton, Pollack, Kokka, Rittle-Johnson ve Durkin, 2015). Literatürden yola çıkarak (NGA Center & CCSSO, 2010; NCTM, 2000), Lepak vd. (2018), aşağıda belirtilen cebirsel işlemleri belirlemişler ve bunları içermesi gerektiğini fakat bu kadarla sınırlı olmaması gerektiğini ifade etmişlerdir.

1. Bir değişkeni diğer bir değişkene değiştirme ve değerlendirme
2. Lineer denklem ve eşitsizliklerin çözümü
3. Bir oranı çözme
4. Doğrusal denklem ve eşitsizlik sistemini çözme
5. Özyinelemeli fonksiyonları tekrarlama
6. Dağıtma, çarpanlara ayırma ve benzer terimleri birleştirip kullanma
7. Pelinom ve rasyonel ifadelerle aritmetik işlemler yapma
8. Kareye tamamlama, karesel formülleri uygulayarak ve karekök alarak ikinci dereceden denklemleri çözme

- *Sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesi (C4b Yetkinliği)*

Bu yetkinlik kısaca; öğrencilerin kendi çözümlerini anlamlandırabilmelerini, çözümlerin doğruluğunu kontrol etmek için problem bağlamına başvurabilmelerini, matematiksel işlemleri kullanabilmelerini, hesaplama sonuçlarını tahmin edebilmelerini ve yorumlayabilmelerini içerir.

NRC (2001)'e göre sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesi ve çözümlerin anlamlandırılabilmesi için problem bağlamına ve matematiksel işlemlere başvurulabilmelidir. Problemin işlemsel olarak verimli ilerlemesi, yapılan hesaplamanın sonucu tahmin etmeyi ve sonuçlarını anlayabilmeyi içerir (Star vd. , 2015). İşlemleri ve hesaplamaları anlamak ve bunları anlayarak işlemleri ilerletmek öğrencilerin matematiksel yapıyı ve düşüncelerini kalıplar aracılığıyla kullanmalarını gerektirir (NGA Center & CCSSO, 2010).

İkna edici açıklamalar yapma (C5 Yetkinliği)

Bu yetkinlik kısaca; diğer tüm yetkinlikleri içermesinden farklı olarak öğrencinin düşüncesini net ve eksiksiz bir şekilde iletme yeteneğini göstermesini gerektirir. Bu şekilde öğrencinin cebirsel akıl yürütmelerini dışa vurması, stratejileri uygulamada ilerlediği yolu açıklaması ve strateji seçimlerinin nedenlerinden bahsetmesi beklenir. Bu yetkinliğin sağlanması halinde öğrencide cebirsel anlayışı geliştirmek için adeta bir arena sağlanmış olur.

Bazı araştırmacılara göre cebirsel bir açıklama veya gerekçelendirme, bir iddianın doğru olabilmesi için öğrencilerin cebirsel gerekçelerini açıklayabilmelerini içerir (Martinez, Brizuela ve Castro, 2011; Yackel, 2001). C5 yetkinliği diğer yetkinlikleri de içermektedir, örneğin bir öğrenci miktarlar arasındaki ilişkiyi ifade edebilir (C2b) ya da bu ilişkinin bir kısmını temsil edebilir (C3b). Buna ek olarak C5 bir kişinin düşüncesini eksiksiz ve net bir biçimde ifade etme yeteneği yönünden bakıldığında diğer yetkinlikleri ötesine geçmektedir. Matematiksel argümantasyon, öğrencileri anlama ve stratejilerine yönelik olarak yansıtıcı bir pencere olma dışında faydalar da sağlamaktadır. "Matematiksel argümantasyon, problemleri çözme sürecinde bir "keşif aracı" olabilir" (Schoenfeld, 2004, s. 345). Bir çalışmanın sözlü ya da yazılı olarak açıklanabilmesi ve doğrulanabilmesi yalnızca cebirde değil (Lepak vd., 2018), anaokulu gibi erken yaşlardan itibaren önemsenmesi gereken beceriler olduğu söylenmektedir (Graham, Cuoco ve Zimmerman, 2010).

Tüm yetkinlikler genel olarak incelendiğinde bu çerçeve öğrencilerin SAR'larını gözlemleyebilmek için sadece kendi çözümlerini değil, problem çözme yaklaşımları da göz önünde bulundurularak yetkinlikler halinde belirlenmiştir. SAR çerçevesi bilişsel olarak zorlu cebirsel görevlerin çözümünde öğrencilerin başarıları adına bilmeleri gerekenleri ve yapabileceklerini, yazılı çalışmalarında gözlemlenebilir bir şekilde kavramsallaştırmayı temsil etmektedir. Bilişsel olarak zorlu cebirsel görevleri çözme sürecinde yer alan adımların sırasıyla olması beklenmez. Bunun aksine sınıf içi ve dışında cebirsel durumları yorumlamada ve matematikte ifade etmede bir dizi entegre beceriyi kullanabilmeyi temsil etmektedir.

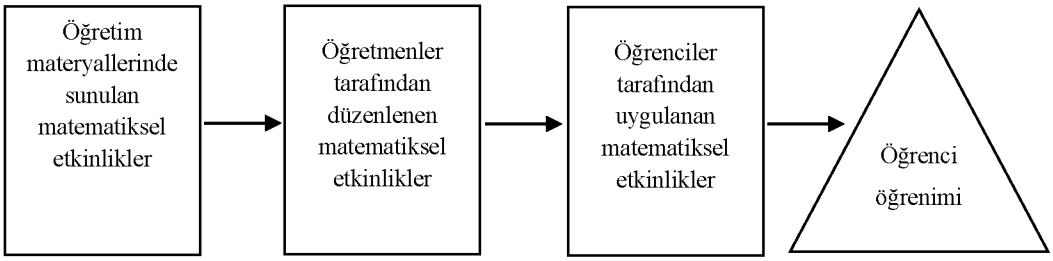
2.2. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlikler

Literatüre bakıldığında etkinlik kavramına ilişkin birçok farklı tanımın yer aldığı görülmektedir. Yurtdışı alanyazınında etkinlik kavramından "task" olarak bahsedilmekte ve tanımlamalar "task" adı altında yapılmaktadır. Brousseau (1997), "task" kavramını birden fazla evre içeren ve buluş gerektiren problem olarak tanımlamıştır. Swan (2008) ise

etkinlikleri, esnek bir yapıya sahip, matematiksel lisanın gelişmesini sağlayan, birlikte çalışmanın gerekli olduğu, kavramların öne çıkmasını sağlayan ve genelleme yapma olanağı veren bir yapı olarak tanımlamıştır. Yeo (2007), matematiksel etkinlikleri, matematiksel olarak zengin ve matematiksel olarak zengin olmayan etkinlikler şeklinde sınıflandırmış ve matematiksel olarak zengin etkinlikleri, problem çözmeyi, analitik düşünmeyi, üstbiliş ve yaratıcılık gibi matematiksel süreçleri geliştiren etkinlikler olarak tanımlamıştır. Matematiksel olarak zengin etkinliklerin, öğrencilerin yeni öğrenmelerini sağladığını; matematiksel olarak zengin olmayan etkinliklerin ise sadece işlem içeren ve işlemlerin daha kolay çözülmesini sağlayan etkinliklerden oluştuğunu ifade etmiştir. Herbst (2006), etkinlikleri öğrencilerin bir problemdeki farklı matematiksel fikirlerdeki düşünmelerini geliştirebilecekleri bir kavram olarak tanımlamıştır.

Matematiksel etkinlik ise herhangi bir matematik kazanımına yönelik gerçekleştirilebilecek bir etkinliğin, öğrencilerin kendi sorumluluklarını alarak ve araç gereçler kullanılarak uygulanması sonucunda belirli bir ürün oluşturulan her türlü çalışmadır (Bozkurt, 2012). Matematiksel etkinlikler matematiksel bir kavramın öğrenilmesinde kullanılan etkinlik, soru, problem, proje, uygulama ya da alıştırmalardır (Stein, Grover, Henningsen, 1996). Matematikle ilgili gerçek tecrübeler edinme ancak sınıfta uygulanan etkinliklerle yapılabilir (Schoenfeld, 1992). Ayrıca araştırmacılar etkinliklerin yapısı ile ilgili standart dışı olması konusunda da fikirler üretemişlerdir. Stein ve Lane (1996)'e göre öğrencilerin düşünme, açıklama yapabilme, problem çözme gibi becerilerini geliştirebilmek için üst düzey bilişsel düşünmeyi sağlayan etkinliklerle karşılaşmaları gerekmektedir. Yine buna benzer bir düşünceye göre de öğrencilerin matematik öğrenmelerinin temellerinden biri olan matematiksel akıl yürütmelerini geliştirmek için öğretmenlerin standart yöntemler kullanarak alıştırmaları çözdükleri dersler yerine zorlayıcı öğrenme ortamları sağlamaları gerekmektedir (Ball & Bass, 2003; Boaler, 2010). İyi bir etkinlikte öğrencilerin yaşı, sınıf yetkinliği, hazır bulunuşlukları, sınıf koşulları, etkinlikten beklentileri ön planda bulunurken bunların dışında bilişsel talepleri de dikkate alınmalıdır (Stein ve Smith, 1998). Öğrencinin bir öğretim etkinliği içerisinde bulunan sorulara başarılı cevaplar verebilmesi için gerekli olan düşünme şekli ve düşünme seviyesi, bilişsel istem (cognitive demand) olarak tanımlanmaktadır (Stein, Smith, Henningsen ve Silver, 2000). Stein ve Smith (1998), matematiksel etkinliklerin oluşturulması ve sınıfta kullanılmasına yönelik olarak bazı aşamalardan geçildiğini ifade etmişler ve matematiksel etkinliklerle ilgili bir teorik çerçeve oluşturmuşlardır. Matematiksel etkinliklerin müfredatta görünen halinden aşamalarla öğrenci

öğrenmesine geçiş evresi Stein ve Smith (1998) tarafından şematik olarak Şekil 3'teki gibi ifade edilmiştir.



Şekil 3. Matematiksel Etkinlikler için Teorik Çerçeve (The Mathematics Tasks Framework)

Crespo (2003)'ya göre öğretmenin sınıfta uygulamak için hazırladığı matematik etkinlikleri öğretmenin verdiği önemli bir karardır. Matematiksel etkinlikler, sınıf içindeki uygulamalarıyla öğrencilerin uğraşacakları içeriği belirler ve öğrencilerin öğrenmeleri bağlamında bir köprü oluştururlar (Doyle, 1983). Ayrıca öğrencilerin uğraştığı matematiksel etkinlikler farklılıklarına göre değişik stratejilerle çözülürler ve öğrenciler kendilerine verilen etkinlikler kadarını öğrenirler. Bu bağlamda öğrencilerin düşünmesi, açıklama yapabilmesi, problem çözme şekillerinin üst düzey olması için yüksek düzeyde ve karmaşık etkinliklerle karşılaşmaları gerekmektedir (Stein ve Lane, 1996). Stein ve Lane (1996) yaptıkları araştırmada sınıfta üst düzey bilişsel düşünme istenen matematiksel etkinliklerle uğraşan öğrencilerin daha etkili öğrenme gerçekleştirdiğini görmüşlerdir. Uygulanan etkinliklerin üst düzey olmasının öğrencinin düşünmesine ve sonuç olarak öğrenmelerine etkisinin çok olduğu sonucuna varmışlardır. Stein vd. (2000), önceden geliştirdikleri ölçeği QUASAR adındaki bir proje kapsamında daha da geliştirmişler ve "Etkinlik Analiz Rehberi (The Task Analysis Guide)" haline getirmişlerdir. Etkinlik Analizi Rehberi'ne göre etkinlikleri düşük ve yüksek olmak üzere iki düzeye ayırmışlardır. Ayrıca düşük düzey (lower-level) bilişsel istemleri kendi içinde "ezberleme düzeyi (memorization) " ve "ilişkilendirmeye dayanmayan işlemler düzeyi (procedures without connections) " ; yüksek düzey (higher-level) bilişsel istemleri ise kendi içinde "ilişkilendirmeye dayanan işlemler (procedures with connections) düzeyi" ve "matematik yapma (doing mathematics) düzeyi" olarak bölümlere ayırmışlardır.

Ezberleme düzeyindeki etkinlikler, öğrencilerin önceden öğrendikleri bilgileri, kuralları, formülleri ve tanımları kullanmaları ve bunları hatırlamalarını gerektirir. Yöntemler kullanmak yerine daha kısa sürede verilen bilgi temel düzeyde bilgi olarak istenir. Belirsiz ve karmaşık değillerdir, daha önceden bilinen bilgilerin ve materyallerin yeniden kullanılmasını ya da üretilmesini gerektirir. Ayrıca istenen materyaller de açıkça belirtilir. Öğrenilen ve yeniden üretilen bilgiler, formüller veya tanımların altında yatan kavramlar ve bilgiler arasında bağlantı kurulmadan sadece bilgiler açığa çıkarılmaktadır.

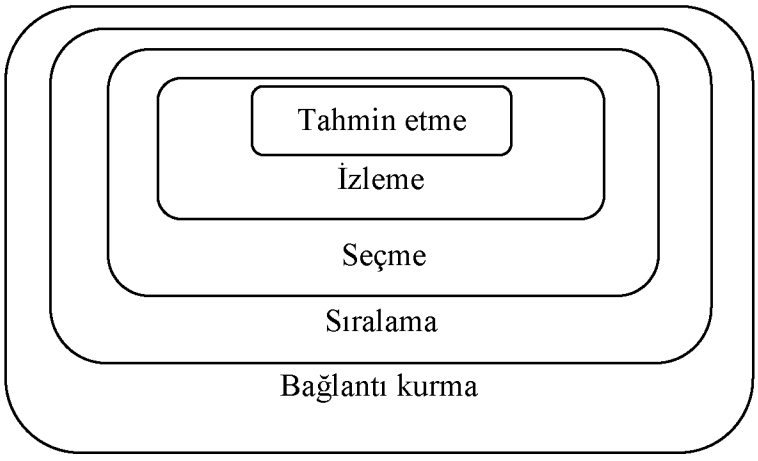
İlişkilendirmeye dayanmayan işlemler düzeyindeki etkinlikler, algoritmik ve işlemlerin açıkça kullanıldığı kısımdadır. İşlemlerin kullanımı daha önceki derslerden, deneyimlerden ve etkinliklerin bulunduğu yerden bellidir. İşlemde ne yapılacağı ile ilgili belirsizlik durumu çok azdır ve başarıyla tamamlanabilmesi için sınırlı bilişsel istem yetkinliği gerektirmektedir. İşlemlerin altında yatan kavramlarla ve anlamlarla bağlantısı yoktur. Doğru cevabın ne olduğunun bulunmasına odaklanılan bu düzeyde matematiksel anlamayı geliştirme çabası yoktur. Açıklama beklenmeden yalnızca işlemlerin tanımlarına odaklanılır.

İlişkilendirmeye dayanan işlemler düzeyindeki etkinlikler, matematiksel kavramların ve düşüncelerin derinlemesine anlaşılması için öğrencileri işlemlere yönlendirerek çözüme odaklar. Semboller, problem durumları, görsel diyagramlar vb. çoklu gösterimlerden yararlanarak bunların arasında ilişkiler kurar ve aralarındaki ilişkileri anlamayı sağlar. Temelde bulunan kavramsal düşüncenin dışında daha dar algoritmalar içerir ve temelde bulunan kavramsal düşüncelerle ilgili genel yöntemlerin kullanımını ana temanın belli bir kısmında önerir. Bilişsel çaba gerektirir fakat bu üst düzeyde değil belirli bir düzeydedir. Genel yöntemlerle çözümlenirken yöntemler belli kurallarına göre uygulanır. Öğrencilerin başarılı bir şekilde verilen etkinlikleri yapabilmesi ve anlaması için işlemlerin temelinde yer alan kavramsal düşünceleri bilmeleri ve bunların üzerinde uğraşmaları gerekir.

Matematik yapma düzeyindeki etkinlikler, karmaşık ve algoritmik olmayan düşünceler bulundurur. Yani bu etkinlikler yönergelerde açık bir şekilde ifade edilmeyen şekilde ve verilen örnekler dışında da bilinmeyen yöntemlerle çalışmayı gerektirir. Öğrencilerin matematiksel kavramların, süreçlerin veya işlemlerin doğasında bulunan yapıları anlamalarını ve bunları keşfetmelerini gerektirir. Öğrencilerin kendi bilişsel süreçlerini anlamaları adına bilişsel süreçleri incelemeleri ve bunlara uygun çalışmaları kullanmalarını gerektirir. Öğrencilerin onlara verilen çalışmaları anlayarak bu çalışmalarla ilgili sınırlılıkları

ve çözülebilecek stratejileri tespit etmeleri gerekir. Önemli düzeyde bir bilişsel uğraş gerektirir. Çözüm sürecinin belirsiz durumları ve tahmin edilememe doğası bulunduğundan öğrencilerde belirli seviyelerde zihinsel kargaşa ve kaygı yaratır.

Matematik yapma düzeyinin sınıfta uygulama şekli olarak düşünülebilecek bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler bu düzeyde aranan özellikleri sağlayarak öğrenciyi zihinsel kargaşa ve kaygıya düşürebilir. Öğretmenler sınıf içerisinde uygulanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sırasında birçok öğrencinin cevaplarıyla, çözüm stratejileriyle uğraşmak aynı zamanda da onları matematiğin derin anlamlarını anlayabilmeleri adına yönlendirebilmek için bu etkinlikleri kullanabilecekleri bir yol bulmalıdırlar (Stein vd., 2008). Araştırmalar bunun çoğu öğretmen için zor olduğunu göstermektedir (Ball, 1993, 2001; Leinhardt ve Steele, 2005; Schoenfeld, 1998; Sherin, 2002). Stein vd. (2008), araştırmalarında öğretmenlerin sorgulamaya dayalı ve öğrenci merkezli bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikleri uygulamaları sırasında öğrencilerin yanıtlarını kontrol edebilmek ve bu yanıtları daha etkili kullanabilmek için beş aşamalı uygulama modeli oluşturmuşlardır. Bu modelin aşamalarını belirten pedagojik model Stein vd. (2008), tarafından şematik olarak Şekil 4'teki gibi ifade edilmiştir.



Şekil 4. Her Uygulamanın İçinde Diğer Uygulamalara Bağlı Olduğu Beş Aşamanın Şematik Diyagramı

Şematik olarak ifade edilen pedagojik model sonrasında bir teorik çerçeveye dönüştürülerek sınıfta uygulama aşamalarının adımları oluşturulmuştur. Beş Aşamalı Uygulama Modeli şeklinde ifade edilen bu model bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sırasında yol gösterici bir model oluşturmaktadır. Çalışmanın doğasında bulunan

uygulama zorluklarının çözümü adına beş aşamalı uygulama modeli ile temel çerçeve oluşturulmuştur. Aşağıda oluşturulan Beş Aşamalı Uygulama Modeli'nin adımları aşağıdaki gibidir:

1. Bilişsel olarak zorlu matematik etkinliklerinde olası öğrenci yanıtlarını tahmin etmek
2. Araştırma aşamasında öğrencilerin etkinliklere verdikleri yanıtları izlemek
3. Tartışma sırasında matematiksel cevaplarını sunmak için belirli öğrencileri özetleme ve seçme aşaması
4. Görüntülenecek öğrenci yanıtlarını kasıtlı olarak sıralamak
5. Sınıftaki farklı öğrenci cevapları arasında ve öğrenci cevaplarıyla temel fikirler arasında matematiksel bağlantılar kurmasına yardımcı olmak

Beş aşamalı uygulama modeli'nin başarılı bir şekilde kullanılması birden fazla olası yanıtı olan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin süreçte bulunan matematiksel düşünmeyi uygulanma şeklinin anlaşılmasıyla desteklemesine bağlıdır (Stein vd., 2008). Öğretmenlerin farklı çözümleri teşvik ettikleri, varsayımlar ve matematiksel bağlantılar kurdukları aynı zamanda da akıl yürütmeyi açıkladıkları öğrenme ortamları daha yüksek öğrenci performansları ile sonuçlanmıştır (Tarr ve ark., 2008). Bilişsel olarak zorlayıcı matematiksel etkinliklerin sınıf içerisindeki yetkinliğinin sürdürülebilmesi ya da düşmesine neden olan faktörler de etkinliklerin uygulanmasında önemli faktörler olarak karşımıza çıkmaktadır. Matematiksel bir etkinlik üzerinde çalışırken, bilişsel talebi yüksek etkinliklerin uygulanmasının yanında bu bilişsel istemin ders süresince yüksek tutulması öğrenciler açısından en güçlü kazanımdır (Stein ve Lane, 1996). Tablo 2'de üst düzey bilişsel isteme sahip etkinliklerin yetkinliğinin sürdürülmesine veya düşmesine etki eden etmenler gösterilmektedir (Stein ve Smith, 1998).

Tablo 2

Bilişsel İstem Yetkinliğine Etki Eden Faktörler

Üst Düzey Bilişsel İsteme Sahip Etkinliklerin Düzeylerinin Sürdürülmesini Sağlayan Faktörler
1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütmelerinin desteklenmesi.
2. Öğrencilerin kendi ilerlemelerini izlemeleri için fırsatlar verilmesi.
3. Öğretmenin yüksek düzeyde performans gösteren öğrencileri modellemesi.
4. Öğretmenin öğrencilerin sorgulayarak anlam aramalarını, yorum yapmalarını, geribildirimde bulunmalarını, düşüncelerini savunmalarını, açıklama yapmalarını desteklemesi.

5. Etkinliklerin öğrencilerin ön bilgileri üzerine kurulması.
6. Öğretmenin sıklıkla kavramsal bağlantılar kurması.
7. Çalışmaları keşfetme ve anlama için ayrılan sürenin ne az ne de çok olacak şekilde yeterli derecede verilmesi.

Üst Düzey Bilişsel İsteme Sahip Etkinliklerin Düzeylerinin Düşmesine Neden Olan Faktörler
1. Etkinliğin güçlük yaşanan bölümlerinde öğrencilerin öğretmenden yardım istemesi ve öğretmenin öğrencilerine rutin çözümler sunması.
2. Öğretmenin yaptığı vurguyu sorunun anlamlarından ve kavramlarından ziyade, cevabın doğruluğuna ve eksiksiz olmasına kaydırması.
3. Etkinliklerin tamamlanması için öğrencilere gereğinden az ya da çok zaman verilerek öğrencilerin etkinlik dışı tutumlara eğilim göstermesi.
4. Sınıf yönetiminin sağlanamamasının üst düzey bilişsel etkinliklere aktif katılımı engellemesi.
5. Öğrencilerin düzeylerine uygun olmayan etkinliklerin uygulanması.
6. Öğrencilerin üst düzey performans göstermeyeceği düşünülerek yaptıkları net olmayan ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.

Bu şekilde oluşturulan teorik çerçeve bir yansıtma aracı olarak görülmekte aynı zamanda da iyi kullanıldığında öğrencilerin matematik dersinde ne yaptıklarına ve ne düşündüklerine dikkat çekmesi beklenmektedir (Stein vd., 2008). Etkinliklerin yetkinliğinin yanında nasıl uygulandığı da öğrencilerin öğrenmesi konusunda belirleyici bir etkendir (Charambolous, 2010). Öğretmenler planlama yaparken öğrencilerin geçmiş bilgilerini, matematiksel etkinliklerin amacını, öğrencilerin kullanabilme ihtimali olan yöntemleri ve öğrencilerin çalışmalarının verilen etkinliklerde nasıl sunulup, üzerine konuşulacağı hakkında düşünmelidirler (Smith, Bill, Hughes, 2008).

Tüm bu etkenler göz önünde bulundurulduğunda üst düzey bilişsel düşünme becerileri içeren etkinliklerin derslerin içeriğinde yer alması, bu etkinlikler derste uygulanırken ise öğretmenin sorumluluklar alarak bilişsel istemleri yüksek seviyede tutabilmek için çabalaması gerekmektedir. Öğretmenlerin bilişsel istem seviyelerini yüksek tutabilmeleri için sınıf içinde uygulamadan önce hazırlık yapmaları, istem seviyelerini düşüren etmenlere dikkat etmeleri gerekmektedir. Öğretim programlarında da yer alan üst düzey düşünme becerilerinin öğrencilere kazandırılması için gerekli bu etkinliklerin uygulanması önemli bir konu olarak karşımıza çıkmaktadır.

Bu araştırma kapsamında öğrencilerin bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla akıl yürütmelerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin akıl yürütmelerinin gelişiminin incelenmesi için Lepak vd.(2018)'nin stratejik cebirsel akıl yürütme adımları kullanılarak ön ve son test geliştirilmiştir. Akıl yürütme gelişiminin sağlanması amacıyla Stein vd. (2000)'nin Etkinlik Analiz Rehberi kullanılarak etkinlikler tasarlanmış, tasarlanan etkinliklerin uygulanma sürecinde de bu çalışmada yer alan etkinlik sürecinde kullanılması gereken faktörlerden yararlanılmıştır. Aynı zamanda etkinliğin uygulama süreçlerinin planlaması adına Stein vd. (2008)'nin beş aşamalı uygulama modeli göz önünde bulundurulmuştur.

Stein vd. (1996), bilişsel olarak zorlu etkinliklerin SAR'ı değerlendirmek için bir platform olduğunu ifade etmişlerdir bunun sebebi olarak da bu tür görevlerin doğasında ortaya çıkan belirsizliklerin öğrencilerin problem çözme süreçlerinde karar verirken yeteneklerini geliştirdiğini ifade etmişlerdir. Araştırmada kullanılan bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler Lepak vd., (2018)'nin, SAR çerçevesine uyumlu olarak hazırlanmış ve ön ve son testte ölçülen SAR yetkinliklerinin gelişim düzeylerini ölçebilmek amacıyla süreç içine entegre edilmiştir. Araştırmada kullanılan bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler için seçilen Stein vd. (2000) tarafından hazırlanan Etkinlik Analizi Rehberi öğrencilerin akıl yürütmelerinin gelişiminin sağlanması için önemli düzeyde bir bilişsel çaba gerektiren tasarılar oluşturma konusunda adımlar içermesi yönüyle kuramsal çerçeve olarak çalışmada kullanılmıştır. Bir diğer ölçme aracı olarak tasarlanan matematiksel akıl yürütme ön ve son testlerinin oluşturulmasında kullanılan SAR çerçevesi, araştırmada geliştirilmesi hedeflenen akıl yürütme becerileriyle ilgili detaylı maddeler oluşturulabilme imkanı sağlaması ve bunları ölçerken ifade edilecek yönergeleri ayrıntılı olarak anlatması sebebiyle kuramsal çerçeve olarak kullanılmıştır.

2.3. Matematiksel Akıl Yürütme ile İlgili Alanyazın

Bu araştırmada bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi amaçlandığından bu konuyla ilgili olarak ulusal ve uluslararası alanyazında yapılan matematiksel akıl yürütme ile ilgili araştırmalar bu bölümde ele alınmıştır. Alanyazın incelendiğinde matematiksel akıl yürütme ile ilgili olarak birçok farklı araştırmanın yapıldığı görülmektedir. Kaya (2015), doktora tezinde çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisini incelemiştir. Araştırma yöntemi olarak deneysel araştırma yöntemi kullanılmış ve deney grubundaki 30 öğrenciye cebir öğretiminde bilgisayar yazılımı destekli çoklu temsil temelli öğretim, kontrol grubundaki 30 öğrenciye ise geleneksel öğretim yöntemi uygulanmıştır. Araştırma sonucunda deney grubundaki öğrencilere

uygulanan öğretimin kontrol grubundaki geleneksel öğretime göre; aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma, uygun cebirsel muhakemeyi belirme, çıkarıma yönelik cebirsel işlemler yapma, sonucun doğruluğuna ve çözüm yoluna karar verme ile rutin olmayan problemleri çözme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Steen (1999), çalışmasında matematiğin temelinde epistemolojik olarak akıl yürütmenin olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca çalışmasında matematiksel akıl yürütme ile ilgili oluşturduğu 20 soruyu ve soruların cevaplarını irdelemiş, bu konudaki incelemeleri matematiksel akıl yürütme literatürüne katkıda bulunmuştur. Steen (1999)'e göre bireylerin yalnızca eğitim sürecindeki başarıları için değil aynı zamanda günlük hayattaki şartlara da hazır olmaları için matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimi çok önemlidir. Matematiksel akıl yürütmelerini gelişimi sayesinde güçlü bir düşünme şekline sahip olan bireyler, günlük hayatta karşılaştıkları problemlere de akılcı bir şekilde çözümler geliştirebilirler. Zamanla değişen dünya görüşleriyle yenilenen öğretim programları matematiksel akıl yürütmenin önemine daha çok vurgu yapılmaya başlanmış ve matematiksel akıl yürütmenin önemi daha da artmaya başlamıştır. Buna karşın matematiksel akıl yürütmede birbiri ile bağlantılı pek çok konu içermesinden ötürü öğretmenlerin bu yeteneği öğretmesi zorluklar içermektedir. Birbiriyle bağlantılı bu konular öğretmenlerin matematiksel akıl yürütmeye ilişkin alt yapıları, öğrencilerin matematiğe karşı tutumları, öğrencilerin sosyal ve kültürel çevreleri gibidir. Matematiksel akıl yürütme yeteneğinin gelişmesi matematiğe ezber yapılacak bir ders gözüyle bakan ve matematiğe karşı kaygılı olan öğrencilerde zorlu bir süreçtir. Fakat matematiksel akıl yürütmenin üzerinde durularak anlatılması ve öğrencilerin düşünmelerini açığa çıkarabileceği ortamlarda bulundurulması yani beyin güçlerinin kullanılması için fırsatlar verilmesi matematiksel akıl yürütme yeteneğinin gelişimine katkı sağlayacaktır. Araştırmacı "ya beynini kullan ya da onu at gitsin" ifadesiyle beynin tüm bunları yapabileceğini vurgulamaktadır. İnsan beyninin yerini almaya aday olan bilgisayar teknolojilerinin yerinde kullanılmasının da ayrıca matematiksel akıl yürütme yeteneğine katkı bulunduğu belirtilmektedir. Özellikle bilgisayar oyunlarının mantıksal çıkarımları açığa çıkardığından oynanmasına teşvik edilmesi önerilmektedir.

Öz (2017), doktora çalışmasında 7. Sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında matematiksel akıl yürütme süreçlerini incelemiştir. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden bütüncül durum deseni kullanılmış ve ölçüt örnekleme tekniği ile belirlenen iki öğretmen ve öğretmenlerin sınıflarındaki altışar öğrenci ile çalışılmıştır. Araştırmanın veri

toplama araçlarını pilot çalışmalar ve uzman görüşleri yardımıyla hazırlanan "eşitlik ve denklem" konusuna ilişkin beş ve "doğrusal denklemler" konusuna ilişkin dört problem oluşturmuştur. Araştırmada yarı yapılandırılmış mülakatlarla oluşturulan veriler, betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. Araştırmanın bulguları, 7. Sınıf öğrencilerinin benzetmeye dayalı akıl yürütme türlerinden algoritmaya dayalı matematiksel akıl yürütmeyi daha fazla kullandıklarını göstermiştir. Bir diğer bulgu da öğretmenlerin matematiksel akıl yürütmeye ilişkin çeşitli fırsatlar sunmalarının yanı sıra matematiksel akıl yürütmeyi destekleyebilecek sınırlı fırsatlar oluşturabildiklerini göstermiştir. Çalışma sonucunda öğrenme ortamında sınırlı fırsatlar sunulmasının öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerini etkileyebileceği sonucuna varılmıştır.

Dinçer (2019), yüksek lisans tezinde eğitsel robotik uygulamalarıyla 7. Sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerde cebirsel akıl yürütmenin gelişimini incelemiştir. Araştırmada nitel araştırma yaklaşımlarından öğretim deneyi kullanılmış ve altı 7. Sınıf öğrencisine idea robotik yazılımı öğretilmiştir. Araştırmada ön ve son test uygulanmış, bu iki test arasında ise tasarlanan üç öğretim deneyi oturumu uygulanmıştır. Uygulamaların ardından klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Süreçte problem durumları karşısında kod yazma, istenilen sonuca ulaşılamadığında yeniden algoritmasını geliştirme gibi aktiviteler yer almıştır. Yapılan analizler sonucunda ön ve son test karşılaştırıldığında cebirsel akıl yürütme becerilerinde gözlenebilir bir gelişim görülmüştür. Aynı zamanda katılımcıların çoklu temsil biçimlerini kullanma, temsilleri anlama ve birbirine dönüştürme becerilerinde, bilimsel süreç becerilerinde ve problem çözme becerilerinde de gelişim gözlemlenmiştir.

Boesen, Lithner ve Palm (2010), çalışmalarında problem çeşitleri ile öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleri arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Literatürde yer alan Lithner (2008)'in farklı akıl yürütme türlerini içeren çerçevesinin kullanıldığı bu çalışmada ders kitaplarındaki alıştırmalarla diğer bilgilerin yer aldığı sorular arasındaki bağ kullanılmaktadır. Bahsedilen bu bağ dört farklı sınıflandırma içermiştir, bu sınıflandırmalar; alıştırmalarda istenen soruya benzeyen bir soru bulunması, birden fazla sorunun bulunması, çözümde kullanılan algoritmanın benzemesi ve benzer soruların bulunmamasıdır. Araştırma İsveç'te öğrenim gören 8 lise öğrencisinin katılımıyla gerçekleşmiştir. Öğrenciler lineer fonksiyonlar, lineer denklem sistemleri, türev, integral, istatistik, olasılık gibi konuları altı dönem içerisinde tamamlamışlardır. Tanımlanan soru sınıflandırmasında yer alan konulara göre 107 soru bu öğrencilere uygulanmış ve öğrencilerin cevapları analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda ders

kitabına benzer şekilde olan sorularda öğrenciler çoğunlukta taklit akıl yürütme türünü kullanmışlar, taklit yoluyla yeni bir akıl yürütme sürecine geçmeden ve derinlemesine matematiksel düşünce olamadan sonuca ulaşmışlardır. Öğrenciler başarılı olsa dahi oluşan bu durum kavramsal anlamalarına engel olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Yankelewitz (2009), çalışmasında ilköğretim öğrencilerinin kesirler konusunda sınıftaki farklı öğretim materyalleriyle matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimini incelemeyi amaçlamaktadır. Bu amaç doğrultusunda öğrenciler kesirler konusu ile ilgili farklı görevlerle yüzleştirilerek düşünmeleri sağlanmıştır. Araştırmada nitel araştırma yöntemleri kullanılmış ve süreç uygulanırken video kayıtları, öğrencilerin yazılı çalışmaları ve araştırmacının süreç içerisinde tuttuğu notlar veri olarak kullanılmıştır. Veri analizi sürecinde öğrencilerin kullandıkları matematiksel akıl yürütme süreçleri kodlanmıştır. Uygulama sürecinde öğrenciler birbirleriyle etkileşim halinde bir ortamda bulunmuşlar ve fikirlerini paylaşırken birbirlerinin akıl yürütme süreçlerini gözlemledikleri araştırmacı tarafından ifade edilmiştir. Araştırma sonucunda matematiksel akıl yürütmenin bireysel bir süreç olması sebebiyle herkesin kendine özgü matematiksel akıl yürütmelerinin olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin süreç içerisinde bir arada ve etkileşim halinde bulunmasının matematiksel akıl yürütmelerini olumlu etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışkan (2019), yüksek lisans tezinde matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin rutin olmayan matematik sorularını çözme sürecindeki matematiksel muhakeme becerilerini incelemiştir. Araştırmada nitel araştırma modellerinden durum çalışması kullanılmış ve matematik başarısı yüksek öğrencileri seçmek için amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu İstanbul ili Pendik ilçesindeki bir devlet ortaokulundaki matematik problemi çözmede başarılı yedinci ve sekizinci sınıflardan toplam 6 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada veri toplama aracı olarak problem çözme etkinlikleri, yarı yapılandırılmış görüşme formu, video ve ses kayıtları kullanılmıştır. Lithner'in (2008) çalışmalarında söz ettiği dört aşamalı akıl yürütme yapısı ve oluşturmuş olduğu muhakeme kuramsal çerçevesi alınarak kavramsal çerçeve oluşturulmuş ve elde edilen veriler betimsel analiz yaklaşımı kullanılarak çözümlenmiştir. Araştırma sonucunda çoğunlukla öğrencilerin rutin problemlerde rutin olmayan problemlere göre daha başarılı oldukları, bazı öğrencilerin ise rutin olmayan problemlerde başarı gösterdiği dikkat çekmiştir. Ayrıca süreç içerisinde öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin geliştiği sonucuna ulaşılmıştır.

Karslı (2016), yüksek lisans çalışmasında buluş yoluyla öğrenme yaklaşımını esas alan matematik öğretiminin 8. Sınıf öğrencilerinin akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerine etkisini incelemeyi hedeflemiştir. Çalışma, 8. Sınıfta öğretim gören birbirine denk iki sınıftaki 60 öğrenci ile yapılmıştır. Deney ve kontrol grubu olarak iki gruba ayrılan sınıflardan birine eşitsizlikler konusunda buluş yoluyla öğrenme esas alınan eğitim verilmiş, diğer sınıf ise geleneksel öğretim yöntemleriyle derslerini işlemeye devam etmişlerdir. Araştırmada karma yöntem kullanılmış ve süreç içerisinde buluş yoluyla öğrenmenin esas alındığı ders hem video kaydına alınmış hem de öğrencilerin ilişkilendirme becerileri gözlemlenmiştir. Matematiksel muhakeme becerileri testi ön ve son test olarak uygulanmış ve verilerden elde edilen sonuçlara göre buluş yoluyla öğretimi esas alan matematik öğretiminin ilişkilendirme ve matematiksel akıl yürütme becerisini olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Yeşildere ve Türnüklü (2007)'nün makalesinde, ilköğretim sekizinci sınıftan mezun öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçleri incelenmiştir. Bu doğrultuda geliştirilen 10 açık uçlu problem öğrencilere eğitim öğretim yılının ilk üç haftasında uygulanmıştır. Araştırmada tarama (survey) yöntemi kullanılmış ve 20 okuldan toplanan 262 öğrencinin açık uçlu problemlere verdikleri yanıtlar nitel ve nicel veriler halinde analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda İzmir evrenindeki ilköğretim sekizinci sınıftan yeni mezun öğrencilerin problem çözmede, matematiksel bilgilerle ilişkilendirme yapmada ve mantıksal akıl yürütmede sorun yaşadıkları görülmüştür.

Kasmer ve Kim (2011), tahmin yapmanın matematiksel akıl yürütmeye olan etkisini araştırmışlar, yaptıkları araştırmayı cebire ilişkin ortaokul öğrencileriyle yürütmüşlerdir. Deney ve kontrol gruplu olan bu araştırmada, uygulama sınıfında her cebir dersinin başlangıcında tahmin soruları kullanılırken, kontrol sınıfında bu tür sorular kullanılmamıştır. Her iki sınıfta da aynı öğretmen eğitim vermiş ve aynı müfredat uygulanmıştır. Uygulama sürecinden sonra iki sınıf ünite değerlendirmeleri yoluyla matematiksel anlama ve matematiksel akıl yürütme açısından karşılaştırılmış, deney grubunun kontrol grubundan daha iyi performans gösterdiği ortaya çıkmıştır. Araştırma sonunda tahmin yapmanın gelişmiş kavramsal anlama ve matematiksel akıl yürütme bağlamında geçerli bir yapı olduğunu ortaya çıkmıştır.

Garfield ve Ben-Zvi (2009), araştırmalarında öğrencilerin istatistiksel akıl yürütmelerini geliştirmesi amaçlanan bir öğrenme ortamının nasıl olması gerektiğine ilişkin

çalışmışlardır. Oluşturdukları öğrenme ortamını "İstatistiksel Akıl Yürütme Öğrenme Ortamı", ingilizce ismiyle de "Statistical Reasoning Learning Environment (SRLE)" şeklinde adlandırmışlardır. Bu öğrenme ortamlarının öğretmeni merkeze alan, öğrencilerin yalnızca pasif alıcı olduğu ve değerlendirmenin tek boyutlu olduğu geleneksel öğrenme ortamlarından oluşmaması gerektiğini söylemişlerdir. Öğrenme ortamlarının yapılandırmacı kuramda olduğu gibi öğrenci merkezli, değerlendirmenin çok yönlü bir biçimde olduğu, öğretmenin merkezde değil rehber rolünde olduğu, öğrencilerin akıl yürütmelerini geliştirecek çeşitli aktivitelerin, teknolojik araçları bulunduğu, gerçek verilerin kullanıldığı, öğrencilerin bir arada işbirlikli bir şekilde öğrendikleri ve düşüncelerini kolaylıkla paylaştıkları şekilde olması gerektiğini belirtmişlerdir.

Schifter (1999), makalesinde ilköğretim matematik eğitimi müfredatında cebirsel akıl yürütme ile ilgili uygulamalara yer verilmesinin ve farklı akıl yürütme biçimlerinin incelenmesinin önemine dikkat çekmiştir. Ayrıca matematik eğitiminde verilen cebirin, öğrencileri kendi doğal düşünme becerilerinden uzaklaştırdığını ve hafızalarını doğru kullanmaya yönelttiğini söylemiştir. Schifter, yenilenecek olan matematik öğretim programlarında bazı noktalara dikkat edilmesinin öneminden bahsetmiştir. Bu noktalar; öğrencilerin kendi matematik sezilerini oluşturma biçimlerinin nasıl olduğu, öğrencilerin düşünmelerinin merkeze alındığı eğitim yaklaşımlarında öğrencilerin kendi akıl yürütmelerini nasıl gerçekleştirdiklerini söyleme imkanı sağlama ve kendi düşüncelerini oluşturmaları için cesaretlenmelerini sağlama ve son olarak da öğrencilerin işlemleri yaparken dağılım, birleşme, eşitlik gibi özelliklerin ne olduğuna ilişkin deneyim sağlamalarıdır. Çalışma sonucunda bir ilkokul öğretmeni, matematik eğitimi anlayışını değiştirerek öğrencilerde matematiksel sezinin gelişimine katkıda sağladığını söylemiş ve öğrencilerin cebir eğitimine bu sayede hazır olduklarını belirtmiştir.

2.4. Etkinlikler ve Uygulama Süreçleri ile İlgili Alanyazın

Bu araştırma ile bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla yedinci sınıf öğrencilerinin akıl yürütmelerinin geliştirilmesi incelendiğinden, bu konuyla ilgili olarak ulusal ve uluslararası alanyazında yapılan etkinlikler ve etkinliklerin uygulama süreçleri ile ilgili araştırmalar bu bölümde ele alınmıştır. Alanyazında etkinlikler ve bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklere yönelik olarak, farklı bakış açılarıyla ele alınan çalışmalar olduğu görülmektedir. Bu bağlamda ele alınacak araştırmalar aşağıda açıklanmıştır.

Baxter, Woodward ve Olson (2001), çalışmalarında yüksek bilişsel talep yetkinliğine sahip görevlerin kullanımının ve matematiksel tartışmaların verimli bir şekilde yapılmasının matematik öğretimi sürecindeki öneminden bahsetmişlerdir. Fakat bu konuda sınıflar arasındaki farklılıkların ortaya çıktığını ifade etmişlerdir. Araştırmada akademik olarak düşük başarıya sahip öğrencilerle çalışmışlar ve öğrencilerin yüksek bilişsel talep yetkinliğindeki görevlere verdikleri yanıtları incelemişlerdir. Araştırma sonucunda yüksek bilişsel talep yetkinliğinde görevlerin uygulandığı ve tartışıldığı sınıf ortamında akademik olarak düşük başarıya sahip öğrencilerin çok zorlandıkları görülmüştür. Araştırmada bulunan bu sonuca yönelik olarak araştırmacılar, yüksek bilişsel talep yetkinliğinde görevlerin hazırlanması ve uygulanması süreçlerinde akademik olarak düşük başarıya sahip öğrencilerin ihtiyaçlarının dikkat alınması gerektiği konusunda öneride bulunmuşlardır.

Özgen (2017)'in araştırmasında etkinlik türlerini, amaç, bilişsel süreçler, matematiksel yeterlik ve beceriler açısından incelemiştir. Araştırmada matematik dersi kapsamında etkinlik türlerinin sınıflandırılmasına yönelik olarak kuramsal bir çalışma sunulmuş ve bunlar incelenirken bir yandan da kavramları somutlaştırmak amacıyla fonksiyon kavramına yönelik örnekler verilmiştir. Araştırma sonucunda matematiksel etkinliklerin önemli bir boyutunun öğrencilerde kazanmalarını hedeflediğimiz matematiksel yeterlik ve beceriler olduğu ortaya çıkmıştır. Aynı zamanda tasarlanan etkinliklerde matematiksel yeterlik ve becerilerin, etkinliğin amacı ve bilişsel süreçler ile ilişkilerine odaklanılarak ve bu unsurları birlikte düşünerek etkili öğrenme süreçlerinin kolaylaşacağı sonucunu ulaşılmıştır.

Erdem (2015), doktora tezinde çeşitli öğretim yöntemlerinden yararlanılarak zenginleştirilen öğrenme ortamlarının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisini incelemiştir. Çalışmada bir devlet ortaokulundaki 27 yedinci sınıf öğrencisi ve biri öğrencilerin dersini yürüten matematik öğretmeni olmak üzere iki matematik öğretmeni ile çalışılmıştır. Araştırmada karma desen kullanılmış ve tasarlanan öğrenme ortamında karikatürler ve bilgisayar destekli uygulamalar, eğitsel oyunlar vb. çalışmalarla zenginleştirilen öğrenme ortamları kullanılarak ve günlük yaşamla da ilişkilendirilerek sekiz hafta ve 32 saat boyunca kesirler ve tam sayılar konusun öğretimi gerçekleştirilmiştir. Araştırma verileri öğrencilerin Matematiksel Muhakeme Testi (MMT)'ne ve Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ)'ne öntest ve sontestte verdikleri cevaplardan, görüşmelerden, öğretmenlerin gözlemlerinden ve öğrenci günlüklerinden elde edilmiştir. Araştırma sonucunda zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerde etkili ve kalıcı

öğrenme sağladığı, derse katılımlarını olumlu yönde etkilediği, matematiksel muhakeme ve tutumların farkedilir düzeyde iyileştirdiği sonucuna ulaşılmıştır.

Özmantar ve Aslan (2017)'ın çalışmalarında öğretmenlerin etkinlik uygulama sırasında üstlendikleri ve öğrencileri için belirledikleri roller ile bu rollerin etkinlik uygulamasına olan etkilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma kapsamında elde edilen veriler, TÜBİTAK tarafından desteklenen bir proje kapsamında üretilmiş ve proje, 2005 yılında değişen öğretim programlarının amaçlanan şekilde hayata geçirilmesi için hizmet vermekten olan matematik, fen ve teknoloji, sınıf öğretmenlerinin mesleki gelişimlerine dönük bir program geliştirmeyi ve bu programı yaygınlaştırmayı hedeflemiştir. Bu bağlamda projeye katılan öğretmenler için 24 haftalık bir mesleki gelişim programı oluşturulmuş ve programın denenmesi için 15'i fen ve teknoloji, 15'i matematik, 15'i sınıf öğretmeni olmak üzere 45 öğretmenle çalışılmıştır. Bu çalışmada ise bir matematik ve bir sınıf öğretmeninin kayıtları alınan derslerinin incelemesi yapılmıştır. Yapılan analizler ve sonucunda ortaya konulan bulgular, etkinlik uygulama sürecinde öğretmen ve öğrenci rollerinin karmaşık bir takım dinamikler ile belirlendiğini ve sürecin anlaşılmasının uygulamanın başarısı için önem taşıdığını ortaya koymaktadır.

Stein ve Lane (1996), öğrencilerin öğrenmelerini müfredatta yer alan ve sınıfta uygulanan matematiksel görevlerin bilişsel düzeylerini incelemek amacıyla dört farklı okulda gözlemler yapmışlardır. Bu çalışma, öğretme ve öğrenme arasındaki ilişki, öğretim görevlerinin boyutları ve öğrenci verilerindeki kazanımlarla ilişkilendirilen kavramsal bir çerçeve kullanılarak incelenmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin yüksek düzeyde matematiksel düşünme ve akıl yürütme gerektiren "matematik yapma" içeren çalışmaların kullanımının daha kalıcı ve anlamlı öğrenmeler gerçekleştirdiği ortaya çıkmıştır. Aynı zamanda "matematik yapma" yetkinliğinde olan çalışmaların öğrencilerin düşünme düzeylerine ve öğrenmelerine etki ettiği sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmacılar öğrencilerin açıklama yapabilme, problem çözme vb. becerilerinin geliştirilebilmesi için yüksek bilişsel istem yetkinliğine sahip etkinliklerle karşılaşmaları gerektiğini söylemişlerdir.

Özbey ve Koparan (2020)'ın çalışmaları ile Eğitim Bilişim Ağı (EBA) destekli öğretimin ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin "Eşitlik ve Denklem" konusundaki başarı, tutum ve motivasyonlarına etkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Araştırma dört haftalık bir süre sürmüş ve araştırmaya bir devlet ortaokulundaki 47 öğrenci katılmıştır. Uygulama ortaokul 7. Sınıf

matematik öğretim programında yer alan "Eşitlik ve Denklem" konusunda deney ve kontrol gruplarıyla gerçekleştirilmiştir. Deney grubunda gerçekleştirilen EBA destekli öğretimde ortaokul 7.sınıf matematik dersi bölümünde yer alan ve "Eşitlik ve Denklem" konusunu içeren tüm içerikler sınıf ortamında uygulanmış, öğrencilere okul dışında EBA platformu üzerinden herhangi bir ödev gönderimi ya da paylaşım yapılmamıştır. Kontrol grubunda ise müfredattaki "Eşitlik ve Denklem" kavramına ilişkin ders kitaplarından yardım alınarak ders işlenmiştir. Yapılan analizler sonucunda, EBA destekli öğretimin matematik öğretiminde kullanılmasının, matematik başarısına ve motivasyonuna olumlu yönde ettiği fakat matematiğe yönelik tutuma etki etmediği sonucu ortaya çıkmıştır.

Sullivan, Clarke, Clarke ve O'Shea (2010), çalışmalarında öğretmenlerin verilen bir görevi sınıfta uygularken öğrenme fırsatına dönüştürme potansiyellerini incelemiştir. Üç matematik öğretmeni ve ortaokul öğrencileriyle yapılan çalışmada, çalışmaya ilişkin ses kayıtları, gözlem verileri, öğretmenlerin görüşmeleri ile veriler toplanmıştır. Çalışma sonucunda öğretmenlerin bir görevi sınıfta uygularken verilen görevi öğrenme fırsatlarına dönüştürdükleri ve üç öğretmenden her birinin öğrencilerin düşüncelerinden faydalanmak için hevesli oldukları aynı zamanda da bunun kolay olmasını sağlamak için zamanlarını ve enerjilerini harcayabilecekleri görülmüştür.

Blum ve Ferri (2009), araştırmasında yüksek bilişsel talep yetkinliğine sahip görevlerin yetkinliğinin düşürülmeden uygulanmasını sağlamada öğretmen davranışlarını incelemişlerdir. Araştırmacılar bu çalışmada yüksek bilişsel talep yetkinliğinde olan görevlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini olumlu yönde etkileyebilmeleri için öğretmenlerin az ama etkili müdahaleler yapmaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Öğrenciler kendi düşünme süreçleriyle bağımsız olarak çalışırken öğretmenlerin "Ulaştığın sonuçlar verilen durumla uyumlu mu?", "Eksik olan ne var?", "Bunu yaparken amacın ne?" şeklindeki soruların öğrencilerin düşünme süreçleri devam ederken bölmeden yapılan etkili müdahaleler olduğunu ifade etmişlerdir. Fakat yapılan çalışmada öğretmenlerin uygulama sırasında yaptıkları müdahalelerin çoğunun işlemsel ve öğrencilerin sonuca ulaşmalarına yönelik müdahaleler olduğu görülmüştür. Ayrıca öğretmenlerin bir problemin çözümünde kendi kullandıkları çözüm yollarını öğrencilerin de kullanmasına yönelik yönlendirmelerde bulundurdukları gözlemlenmiştir.

Yabaş ve Altun (2020) makale çalışmasında, bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarının bir matematiksel görevin uygulanmasında nasıl bir etkileşim gösterdiğinin incelenmesini amaçlamışlardır. Araştırmada örnek olay yöntemi kullanılmış ve iki dördüncü sınıf öğretmeni, 37 öğrenci ile çalışılmıştır. Araştırmada dördüncü sınıf matematik dersi kesirler ünitesi öğretim sürecine ilişkin ders gözlemleri iki farklı şubede gerçekleştirilmiş ve ders gözlemlerinden elde edilen veriler araştırmacıların alan notları ile desteklenmiş ve içerik analizi yöntemi ile veriler çözümlenmiştir. Araştırmanın bulguları, matematiksel iletişim ve bilişsel talep kavramlarının uygulamada karşılıklı bir etkileşim oluşturduğuna ve matematiksel görevlerin öğrencide olumlu kazanımlar ortaya çıkarmasında, seçilen görevin bilişsel talep yetkinliği, uygulama sırasında öğretmenin yönlendirici davranışları ve oluşturduğu matematiksel iletişim ortamının etkili olduğuna işaret etmiştir.

Gresalfi, Martin, Hand ve Greeno (2009), çalışmalarında matematiksel görevlere göre öğrenci katılımlarını incelemişlerdir. Yapılan çalışmalar sonucunda yüksel bilişsel talebe sahip üst düzey düşünme süreçlerini içeren görevler uygulanırken öğrencilerin verilen göreve değişik açılardan yaklaşma, anlam oluşturabilme gibi farklı imkanlar sağladığı gözlemlenmiştir. Buna karşın ezbere ve işlemsel olarak yapılan matematiksel görevlerin uygulanmasının öğrencilerin farklı süreçlere girmesinden uzaklaştırdığı gözlemlenmiştir.

Ubuz ve Sarpkaya (2014), makale çalışmasında dört İlköğretim Matematik Öğretmeninin sınıf ortamında uyguladıkları cebirsel görevlerin ve kullandıkları İlköğretim 6. Sınıf ders kitabında yer alan cebirsel görevlerin bilişsel istemler açısından incelenmesini amaçlamışlardır. 6. sınıf ders kitabında bulunan cebirsel görevlerin %41'i ilişkilendirmeye dayanan matematiksel yöntem seviyesinde olduğunu ve araştırmaya katılan dört ilköğretim matematik öğretmeninin sınıf ortamına getirdiği cebirsel görevlerin bilişsel istem seviyelerine bakıldığında ise genellikle ilişkilendirmeye dayanmayan matematiksel yöntem türünde olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca ders kitaplarındaki cebirsel görevlerin öğrencileri yüksek seviyede bilişsel düşünme gerektirecek şekilde kurgulanmışken sınıf uygulamalarına bakıldığında bu görevlerin seviyelerinin düştüğü sonucuna varılmıştır.

İlgili alanyazında yapılan araştırmalar incelendiğinde matematiksel akıl yürütmenin olumlu yönde gelişimi için öğrencilerin süreç içerisinde bir arada ve etkileşim halinde bulunmalarının önemi ortaya çıkmaktadır (Yankelewitz, 2009). Bu durum öğrencilerin etkinliklerle ve süreç içerisinde etkileşim halinde bulunarak yaptıkları çalışmaların

gerekliliğini göstermektedir. Ayrıca zenginleştirilmiş öğrenme ortamlarında gerçekleştirilen öğretimin öğrencilerde etkili ve kalıcı öğrenme sağladığı, derse katılımlarını olumlu yönde etkilediği, matematiksel akıl yürütme ve tutumları farkedilir düzeyde iyileştirdiği ortaya çıkmaktadır (Erdem, 2015). Bunlara ek olarak öğrencilerin matematiksel akıl yürütme becerilerinin gelişiminin gözlemlenebilmesi için öğrencilerin matematiksel akıl yürütme süreçlerinin gelişimine odaklanan ve bu süreçte akıl yürütmelerini açığa çıkaran tanımlayıcı bir çerçevenin belirlenmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu özellikler incelendiğinde SAR çerçevesinin öğrencilerin akıl yürütme süreçlerinin gelişimi incelenirken öğrencilerin süreci anlamlandırma düzeylerine ilişkin yetkinlikler içermesi yönüyle kullanımı gerekliliği görülmüştür. Tüm bu yönleriyle çalışmalar incelendiğinde ulusal ve uluslararası alan yazınında ortaokul öğrencilerinin akıl yürütmelerini geliştirmeye yönelik olarak bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikleri kullanma ve bu etkinliklerle öğrencilerin akıl yürütmelerinin gelişiminin incelendiği bir çalışma yapılmadığı görülmüştür. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler kullanılarak öğrencilerin süreç içerisinde akıl yürütmelerinin gelişimine etki etmesi hedeflenerek araştırmanın alan yazınına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama süreci ve araçları, uygulama süreci, verilerin analizi, araştırmanın geçerliği ve güvenirliği, araştırmacının rolü anlatılmıştır. Bu araştırma ile 7. Sınıf öğrencilerinin bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla akıl yürütmelerinin geliştirilmesi amaçladığından ayrıntılı inceleme yapabilmek adına nitel araştırma deseni kullanılacaktır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Araştırmada bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin yedinci sınıf öğrencilerinin akıl yürütmelerinin gelişimine etkisi incelendiğinden araştırmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Bu araştırmada nitel araştırma yöntemleri, araştırmanın içeriğinde bulunan sorulara ve araştırmanın odak noktasına uygun olacak şekilde kullanılmıştır.

Merriam (1998), nitel araştırmaları birden fazla bilimsel sorunun etrafında toplandığı şemsiye kavram olarak nitelendirmiş ve araştırılan sorunun doğal ortamında çok fazla boşluk bırakılmadan açıklanmasını sağlayan çalışmalar olarak tanımlamıştır. Bu araştırmada bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin yedinci sınıf öğrencilerinin akıl yürütmelerinin gelişimine etkisi incelendiğinden araştırmada nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Fraenkel ve Wallen (2006) ilişkilerin, etkinliklerin, olayların ya da materyallerin niteliğinin incelendiği araştırmaları nitel araştırmalar olarak tanımlamışlardır. Nitel araştırmalar, derinlemesine bir bakış açısı ve konuyla ilgili bilgi edinmek için yapılır (Büyüköztürk, Kılıç, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2009).

Bu araştırmada genelleme yapmaktan ziyade öğrencilerin akıl yürütmelerinin geliştirilmesi ve bu gelişim için bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin etkisi inceleneceğinden bu durumlar ayrıntılı incelenecektir. Yapılan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerde öğrencilerin etkinlik süreçlerinde öğretmenleriyle iletişimleri, etkinlik sürecinde yaşananlar, öğrencilerin cevapları ve yorumları ayrıntılı olarak incelenmek istenmiş, öğrencilerin konuya ilişkin farklı görüşleri ve süreç içerisinde gelişimlerinin derinlemesine incelenerek betimlenmesi hedeflenmiştir. Aynı zamanda öğrencilere uygulanan ön ve son testler de bu bağlamda araştırmacı tarafından ayrıntılı olarak incelenmiştir. Sürece ilişkin betimlemeler araştırmacının gözlemleri, incelemeleri ve yorumlarıyla yapılacaktır. Nitel araştırmada en yaygın olarak kullanılan üç tür bilgi toplama yöntemi vardır: Görüşme, gözlem ve yazılı dokümanların

incelenmesi (Yıldırım, 1999). Çalışmada gözlem ve yazılı dokümanların incelenmesi bilgi toplama yöntemi olarak kullanılacaktır. Yapılacak olan bu araştırmada mevcut durumun ortaya çıkarılması amaçlandığından ve araştırmanın verileri gözlem ve video kayıtları ile elde edildiğinden nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması tercih edilmiştir. Ayrıca araştırmada bilişsel olarak zorlayıcı etkinlik süreçlerinin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi, durum içerisindeki olayların sırasıyla ele alınıp değerlendirilmesi, durum içerisinde belli noktalara odaklanılıp ayrıntılı ifadeler kullanılması ve araştırmacının durumun içinde bulunan bir parçası olmasından ötürü durum çalışması deseni kullanılmıştır.

Durum çalışması, herhangi bir alandaki kısıtlı durumları açığa çıkararak, bu durumların gelişimini sağlayacak temeli oluşturma amacıyla sistematik bir çalışma ortaya koymaktır (Chmiliar, 2010; Akt, Subaşı, 2017). Yin (2009)'e göre durum çalışması, araştırmacıların olaylar hakkında biraz veya hiç kontrolünün olmadığı durumlarda "neden" ve "niçin" soruları sorulduğunda tercih edilmektedir. Aynı zamanda durum çalışması sınırlandırılmış bir durumu, belirli bir zaman diliminde, çok sayıda veriyi kullanarak derinlemesine inceleyen bir araştırma yöntemidir (Mcmillan ve Schumacher, 2010).

"Hitcock ve Hughes (1995; 317), durum çalışmasının takip etmesi gereken özellikleri aşağıdaki gibi açıklamıştır.

- Durum içerisindeki olayların zengin ve canlı bir şekilde tanımlanması,
- Durum içerisindeki olayların kronolojik olarak hikayelendirilmesi,
- Olayların tanımlanması ile analizi arasındaki içsel bir tartışmanın kurulması,
- Belirgin bireysel aktörler ya da aktör grupları ve onların algıları üzerine odaklaşılması,
- Durum içerisindeki belirgin olaylar üzerine odaklaşılması,
- Durum içerisinde araştırmacının bu durumun bir parçası olarak katılımı,
- Araştırılan konunun zengin bir biçimde ortaya konulmasını sağlayacak özel durumu sunma yolu.

Araştırmada bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin cebir öğrenme alanında öğrencilerin akıl yürütmelerine etkileri derinlemesine ele alındığından durum çalışması desenlerinden "açıklayıcı durum çalışması" deseni kullanılmıştır. Açıklayıcı durum çalışmaları, bir durum hakkında bilgi vermek, alışıldık olmayan durumları gözlemlenebilir hale getirmek ve gerçek hayat durumları ile bağlantıları açıklamak için kullanılır (Metin, 2015).

Durum çalışması kullanılmadan önce planlama yapılarak sürecin belli bir düzende ilerlemesi araştırmacının çalışmayı değerlendirebilmesinde önemli bir etken olarak karşımıza

çıkmaktadır. Bu bağlamda araştırma aşağıda verilen durum çalışması planlaması adımlarına göre planlanarak sürecin her aşamasının kontrollü olarak ilerlemesi sağlanmıştır. Yıldırım ve Şimşek (2008), durum çalışması yaparken izlenebilecek adımları sekiz başlık altında sıralamış ve bu aşamaları ayrıntılı olarak incelemiştir. Bu adımlar;

1. Araştırma sorularının geliştirilmesi
2. Araştırmanın alt problemlerinin geliştirilmesi
3. Analiz biriminin saptanması
4. Çalışılacak durumun belirlenmesi
5. Araştırmaya katılacak bireylerin seçimi
6. Verilerin toplanması ve toplanan verilerin alt problemlerle ilişkilendirilmesi
7. Verinin analiz edilmesi ve yorumlanması
8. Durum çalışmasının raporlaştırılması, şeklindedir.

Bu bağlamda da araştırmada öğrencilerin matematiksel akıl yürütme süreçlerinin gelişimine odaklanıldığından öncelikle buna yönelik araştırmanın ana problemi belirlenmiş ve buna ilişkin alt problemler geliştirilmiştir. Nitel analiz yöntemlerinin kullanılmasının araştırmanın amacına uygun olduğu görülmüştür. Çalışılacak durumun belirlenmesi aşamasında, bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimi inceleneceğinden durumun sınıf ortamında gerçekleşmesi gerekliliği ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla araştırmaya katılacak bireylerin seçimi de bir sınıfta bulunan öğrencilerden gerçekleştirilmiştir. Belirlenen alt problemlere uygun olarak veri toplama araçları hazırlanmış sonrasında da veri toplama ve veri analizi süreci gerçekleştirilmiştir. Son olarak da araştırmanın tüm aşamalarına ilişkin veriler raporlaştırılmış ve son haline getirilmiştir.

3.2. Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları 2020-2021 eğitim öğretim yılında Van ilinde bulunan bir devlet ortaokulundaki bir sınıfta bulunan 7. Sınıf düzeyindeki 12 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmada katılımcı olarak 7. Sınıf öğrencilerinin seçilmesinin nedeni öğrencilerin Liseler Geçiş Sistemi (LGS) sınavı gibi bir kaygılarının olmaması, bu sınıf yetkinliğinde cebir öğrenme alanına ilişkin ölçülmesi istenen araştırma gerekliliklerine uygun konuların olmasıdır.

Nitel araştırmanın ana düşüncesi, araştırma sorularına en iyi şekilde cevap verebilecek katılımcıları ve çalışılacak yerleri amaca yönelik seçmektir (Creswell, 2014). Bu araştırmanın katılımcıları belirlenirken seçilen öğrencilerin araştırmacının ulaşabileceği yakınlıkta olması bu sayede de zaman ve iş gücü kaybını en alt düzeye indirmesi nedeniyle uygun örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Uygun örnekleme yöntemi; zaman, para ve işgücü açısından görülen sınırlılıklar sebebiyle örneklemin kolay ulaşılabilir ve uygulanabilir olduğu birimlerden seçilmesidir (Büyüköztürk, 2004). Bu araştırmada da araştırmacının kolay ulaşabileceği bir örneklem seçilerek, derslerde etkinlikler uygulanırken katılımcıların sürekli gözlemlenebilmesi ve araştırmanın sürece hakim olup takip edebilmesi önemsendiğinden araştırmacı tarafından uygun örnekleme yöntemi araştırmanın amaçları bağlamında uygun görülmüştür.

Araştırmada yer alan katılımcıların isimleri araştırmada kullanılmamış, öğrencilere kodlar verilerek Ö1, Ö2, Ö3,… şeklinde isimlendirilmiştir. Araştırmada aynı sınıfta öğrenim gören 5 kız, 7 erkek öğrenci ile çalışılmıştır. Bu öğrenciler araştırma sorularına yönelik "Eşitlik ve Denklem" konularını 2020-2021 eğitim öğretim yılı 1. döneminde işlemişlerdir.

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Araştırmada iki adet veri toplama aracı geliştirilmiştir. Bunlardan biri öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleri ölçen altı adet açık uçlu sorunun bulunduğu ön test ve son test olarak kullanılacak Matematiksel Akıl Yürütme Testi'dir. Öğrencilere uygulanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin öncesi ve sonrasındaki akıl yürütme süreçleri bu açık uçlu sorularla incelenmiştir. İkinci veri toplama aracı öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimini amaçlayan beş adet Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlik'tir. Araştırmada uygulanan veri toplama araçları ve bu araçların süreç içerisinde nasıl uygulandığı aşağıda açıklanmıştır.

3.3.1. Matematiksel Akıl Yürütme Testi ve Geliştirilme Süreci

Öğrencilerin matematiksel akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi amacıyla etkinlik öncesi ve sonrasında uygulanmak üzere hazırlanan matematiksel akıl yürütme testindeki altı açık uçlu soru, 7. Sınıf cebir öğrenme alanında bulunan "eşitlik ve denklem" konusuna ilişkin kazanımlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Ayrıca açık uçlu sorular hazırlanırken MEB ortaokul ders kitaplarından, yardımcı kılavuz kitaplardan, PISA ve TIMMS sorularından da faydalanılmıştır. Açık uçlu sorular hazırlanırken sorunun bağlamının açık olması, günlük hayat durumlarını içeren ilgili çekici sorular olması, soruların alt maddelerinde belirtilen

kısımların sorunun bağlamına yönelik öğrencinin akıl yürütme süreçlerini açığa çıkarıcı yönergelerden oluşmasına dikkat edilmiştir.

Akıl yürütme testi hazırlama sürecinde kuramsal çerçeve olarak Lepak vd. (2018)'nin çalışmasında yer alan stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesi dikkate alınmıştır. Bununla ilgili uzmanların görüşünü almak için öncelikle Matematiksel akıl yürütme ön ve son testi (Bkz, EK 4) 'ne ilişkin uzman görüşü formu hazırlanmıştır. Uzman görüşü formunda (Bkz, EK 7) Lepak vd. (2018)'nin çalışmasında yer alan stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinden bahsedilmiş ve sonrasında altı açık uçlu sorunun ayrı ayrı hangi yetkinlikleri içerdiği ve yönergelerde nasıl bulundukları açıklanarak açık uçlu soruların içeriği anlatılmıştır. Ayrıca öğrencilerin yanıtlarına göre açık uçlu sorularda aranan yetkinliklerin neye göre ölçüleceği sorunun bağlamından yola çıkılarak ifade edilmiş ve uygunluğuna yönelik görüş istenmiştir. Tezin problem durumu olan "bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinde gelişim sağlanabilir mi?" sorusunun yanıtının arandığı ifade edildikten sonra uzman görüşüne gönderilecek formlar tasarlanmış ve son haline getirilmiştir. Bu çerçevenin yetkinlikleri dikkate alınarak hazırlanan açık uçlu sorular için iki matematik eğitimi uzmanına mail yoluyla ulaşılmış, hazırlanan uzman görüşü formları yollanmış ve inceleyeceklerine dair geri dönütleri alınmıştır. Uzman görüşüne gönderilen açık uçlu sorular yaklaşık 1 aylık süre boyunca uzmanlar tarafından incelenmiş ve uzman görüşü geldikten sonra uzmanların verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Matematiksel akıl yürütme ön ve son testi uzmanların tüm maddeleri ve maddelerin altında ifade edilen yetkinlikleri uygun bulmasıyla değişiklik yapılmadan öğrencilerle ön uygulama yapılmaya hazır hale getirilmiştir.

Matematiksel akıl yürütme ön ve son testi iki 7. Sınıf öğrencisine pandemi nedeniyle uzaktan eğitim araçlarıyla farklı zamanlarda uygulanmıştır. Öğrencilere uygulama esnasında 60 dakika süre verilmiş ve bu süre içerisinde açık uçlu soruların çözümlerini yapmaları istenmiştir. Sonrasında öğrencilerin verdikleri yanıtlar elektronik ortam üzerinden alınmıştır. Öğrencilerin verdiği yanıtlar incelenmiş ve sorularda istenen SAR yetkinliklerini ifade etmede sorun yaşamadıkları görülmüştür. Öğrencilerden ikisi de soruların çözümlerini anlamlandırarak çözümlerini yapmışlardır. Fakat birinci öğrenci soru 6'daki yağlı boya görselinde verilen şeklin üzerindeki (2a+3) ve (a+5) cebirsel ifadelerinin soru bağlamında verilenden farklı olduğunu farketmiş ve bu bağlamda gözden kaçan bu nokta düzeltilerek soru cümlesinde ve yağlı boya şekli üzerindeki cebirsel ifadelerin aynı olacak şekilde düzeltilmesi sağlanmıştır. İkinci öğrencinin sorulara verdiği yanıtlar incelendiğinde de öğrencinin verilen sorulara ilişkin cevaplarında anlamlandıramadığı bir nokta olmadığı görülmüştür. İki

öğrencinin de yanıtları incelenerek matematiksel akıl yürütme ön ve son testinin son hali hazırlanarak uygulamaya hazır hale getirilmiştir.

Hazırlanan açık uçlu soruların nasıl geliştirildikleri ve uzman görüşü alındıktan sonra öğrencilerle yapılan ön uygulamalarla son haline getirilmiş şekilleri aşağıda ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Açık uçlu soruların hangi SAR yetkinliğine ilişkin hazırlandığı her bir sorunun altında verilen açıklamalarda belirtilmiştir.

Soru 1



Tablo: Lunaparktaki oyuncak fiyatları

Lunapark	İlk giriş ücreti (TL)	Her oyuncak bileti için verilen ücret (TL)
Venüs	20	5
Merkür	30	3

Yukarıdaki tabloda iki lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncak bileti için aldıkları ücret bilgileri verilmiştir. Lunaparka gitmek isteyen iki çocuktan biri Venüs Lunapark'ını diğeri ise Merkür Lunapark'ını seçmiştir. Her iki çocuk da eşit miktarda paralar alarak lunaparka gitmişlerdir. Bu bilgilere göre;

a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kurarak soruyu çözünüz.
b) Siz olsaydınız hangi lunaparka gitmeyi tercih ederdiniz? Matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız.

Soru 1, günlük hayatla bağlantılı açık uçlu bir sorudur. Bu soruda öğrencilerden; soruyu anlamlandırıp verilen tabloya uygun denklem kurmaları, denklemleri çözümleyerek doğru sonuca ulaşmaları ve kurdukları denklemleri karşılaştırarak tercihlerini buna yönelik olarak açıklamaları beklenmektedir.

Soruda öğrencilere iki adet lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncağa binmesi için vermeleri gereken ücret tabloda verilmiştir. Sorunun a maddesinde her ikisinde de eşit miktarda para bulunan iki çocuğun farklı lunaparkları seçtiklerinde kaç oyuncağa bineceklerini denklem kurarak bulmaları istenmiştir. Bu madde öğrencilerin metni okuması, yorumlaması ve bağlamı anlaması (C1), göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlemesi (C2a, C2b), cebirsel gösterimler oluşturması (C3a) ve cebirsel işlemleri ve hesaplamaları hassasiyetle yapması (C4a) yetkinliklerini sağlamasına yöneliktir. Öğrencilerden istenen denklemi oluşturup sonuca ulaştıktan sonra diğer maddedeki yorum kısmına geçmeleri beklenmiştir. Sorunun ikinci maddesi olan b maddesinde ise a maddesinde bulunan yetkinliklere ek olarak öğrencinin ikna edici açıklamalar yapması (C5) beklenmektedir. Bu yetkinliğin sağlanıp sağlanmadığına bakılarak öğrencilerin düşüncelerini net ve eksiksiz bir şekilde iletme yeteneği incelenmek istenmiştir. Böylece öğrencilerin stratejik cebirsel akıl yürütmelerinin nasıl olduğu ayrıntılı olarak incelenebilecektir.

Soru 1'in hazırlanma sürecinde SAR yetkinliklerinin ayrıntılı incelenmesi adına her aşamada yetkinliklerin ölçülmesine dikkat edilmiştir. Sorunun maddeleri hazırlanırken yetkinliklerde istenen özellikler soruyla harmanlanarak ilerlenmiştir. Sorunun her aşamasında metni okuma yorumlama ve bağlamı anlama (C1) kısmı için ifadeler bulunmakta, açığa çıkarılması istenen bu yetkinlik öğrencilerin anlam düzeylerini belirtebilmesi için soruda ifade edilmektedir. Soru metninin başında verilen lunapark bilgileri sorunun bağlamının anlaşılmasına vurgu yapılması için hazırlanmıştır. Diğer yetkinlikler de tıpkı C1 gibi soru bağlamının içine entegre edilmeye çalışılarak soru maddeleri tasarlanmıştır. Örneğin sorunun a yönergesinde ifade edilen "denklem kurarak soruyu çözünüz" yönergesi C3a yetkinliğine ilişkin hazırlanmıştır. Yine benzer olarak b yönergesinde ifade edilen "matematiksel olarak nedenleriyle açıklayız" ifadesi C5 yetkinlikleri ve diğer tüm yetkinleri de içerisinde barındıran bir ifadedir. Soru hazırlanırken geliştirilmesi istenen ve gelişimin gözlemlenmesi adına ölçülebilir düzeyde olan maddeler oluşturulmaya çalışılmış ve yetkinliklerin açıklayıcı bir şekilde gözlemlenebileceği ifadelerle sorular son hallerine getirilmiştir.

Soru 2



Bir fabrika şekilde verilen kasadan sipariş üzerine 1000 adet daha üretecektir. Fabrikada kasaların üretilebilmesi için üretici makinelere şişeler arası mesafeler ve kasanın çevre uzunluğunun girilmesi gerekmektedir. Şekilde görüldüğü gibi şişeler arasındaki mesafe ve şişelerin kasa kenarlarına uzaklığı x olarak verilmiştir. Şekilde gösterilen değerlerden yararlanarak makineye girilmesi gereken değerlerin ne olduğunu bulabilir misiniz?

Soru 2, günlük hayatla ilişkilendirilmiş ve görselle desteklenmiş bir denklem sorusudur. Bu soruda öğrencilerden; soruda verilen şekilde bilinmeyenleri yorumlayarak bunlar arasındaki bağlantıyı kurarak uygun denklemi oluşturmaları, verilen gereksiz bilgileri görmezden gelmeleri, bilinmeyenleri bularak istenen değerleri bulmaları beklenmektedir.

Soruda öğrencilere bir fabrikanın üretim miktarları ve kasa görseli verilmiş, kasadaki bilinmeyenlerden yola çıkarak kasanın çevre uzunluğunu ve bilinmeyenleri bulmaları istenmiştir. Soruda istenen ilk yetkinlik sorunun anlaşılması açısından gerekliliği olan metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) yetkinliğidir. Öğrencinin soruda verdikleri cevaplardan sorunun bağlamını anlayıp anlamadıklarının gözlemlenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca öğrencilerden verilen gereksiz ifade olan 1000 şişe ifadesini kullanmamaları beklenmektedir. Bu gereksiz ifade, ilgili miktarların belirlenmesi (C2a) yetkinliğine yönelik olarak hazırlanmıştır. Böylece öğrencilerin soruda verilen bilgileri doğru kullanıp kullanmadığının gözlemlenmesi amaçlanmıştır. Kuracakları denklemden yola çıkarak yani cebirsel gösterimler oluşturarak (C3a), öğrencilerin verilen miktarlar arasındaki ilişkiyi açıkça ifade edebilmesi (C2b) incelenmiştir. Öğrencilerin verilen değerler arasında anlamlı ilişki kurup kurmadıkları bu yetkinliklerle gözlemlenecektir. Diğer bir yetkinlik olarak ise öğrencilerin cebirsel işlemleri ve hesapları hassasiyetle yapması (C4a) sorunun tamamında beklenmektedir. Bu soru öğrencilerin sorunun kökünü inceledikten sonra anlamlı ilişkiler kurarak diğer adımlara geçişi ve bu adımları ne kadar sağladıklarının gözlemlenmesi ve öğrencilerin akıl yürütmelerinin incelenmesi amacıyla hazırlanmıştır.

Soru 2 hazırlanırken, görsel ifadelerden soruya geçiş kısmı önemsenmiştir. Görsel yola çıkarak metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) yetkinliğine geçiş yapılması beklenmiş ve diğer bazı yetkinliklere ilişkin belirleyici ifadeler kullanılarak yetkinliklerin gözlemlenmesi hedeflenmiştir. Örneğin soruda ifade edilen "Bir fabrika şekilde verilen kasadan sipariş üzerine 1000 adet daha üretecektir." cümlesiyle ilgili miktarları (C2a) belirlemek adına gereksiz bir sayısal değer verilmiştir. Sorunun içeriğinde aynı zamanda cebirsel gösterimler oluşturma (C3a) ve cebirsel işlemleri ve hesapları hassasiyetle yapma (C4a) adımları "Şekilde gösterilen değerlerden yararlanarak makineye girilmesi gereken değerlerin ne olduğunu bulabilir misiniz?" şeklindeki sorularla istenmeye çalışılmış, soru tasarlanırken istenen ifadelerin net olmasına ve aranan yetkinliği tam olarak karşılayıp karşılaşamadığına dikkat edilmiştir.

Soru 3

Arkadaşları Emre'ye doğum günü hediyesi olarak puzzle almışlardır. Emre puzzle'ı salı günü yapmaya başlamıştır. İlk gün 15 dakika puzzle yapmış, sonraki her gün ise bir önceki günden 10 dakika fazla puzzle yapmıştır. Emre bu şekilde puzzle'ı 4 saatte tamamlıyorsa;

a) Her gün kaç dakika puzzle yaptığını gösteren bir tablo çizebilir misiniz?
b) Oluşturduğunuz tablodan da yararlanarak gün ve dakikayı içeren bir cebirsel ifade oluşturabilir misiniz?
c) Puzzle'ın bitmesi kaç gün sürmüştür? Puzzle hangi gün bitmiştir?



Soru 3, günlük hayatla bağlantılı, açık uçlu bir denklem sorusudur. Bu soruda, öğrencilerden soruda belirtilen günlere göre dakika ilişkisini kurmaları, kurdukları ilişki ile ilgili sıfırdan temsil oluşturmaları, oluşturdukları temsilden yani tabloyla gösterimden cebirsel gösterimleri oluşturmaları ve oluşturdukları cebirsel ifadelerin hesaplamasını dikkatle yapmaları beklenmektedir.

Soruda öğrencilere puzzle yapma süresiyle ilgili dakika gün ilişkisi verilmiş, bu ilişkiden yola çıkarak belli bir saate ulaşmaları ve kaç günde bittiğini bulmaları istenmiştir.

Öğrencilerin öncelikle soruda verilen bağlamı anlamaları (C1) ve anladıklarını notlar alarak ifade etmeleri gerekmektedir. Burada sorunun bağlamında verilen ifadelerden tabloya geçiş evresi öğrencilerin sıfırdan temsil oluşturup oluşturamadıklarını (C3a) belirlemeye yönelik olarak hazırlanmıştır. Öğrencilerin yapacakları çözüm şekillerinde bu temsilleri nasıl oluşturuldukları gözlemlenmek istenmiştir. Oluşturulan cebirsel işlemler arasında bağlantı kurulurken ve çözüme ulaşılırken öğrencilerin çözümleri hassasiyetle yapıp yapmadığı (C4a) da bir başka gözlemlenecek durumdur.

Soru 3 hazırlanırken öncelikle öğrencilerin düşünme sürçlerini açığa çıkarabilecek bir soru oluşturulmasına yetkinliklerin doğru bir şekilde ifade edilmesine dikkat edilmiştir. Metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) yetkinliği diğer sorularda olduğu gibi ölçülecek birinci yetkinliktir. Bu yetkinliğin ölçülebilmesi için soru metninden verilen a yönergesinde "her gün kaç dakika puzzle yaptığını gösteren bir tablo çizebilir misiniz?" şeklinde bir ifade kullanılmış, öğrencilerin tablo oluşturabilmelerine bağlı olarak C1 yetkinliğini anlayıp anlamadıkları ölçülmek istenmiştir. Aynı zamanda verilen maddelerle öğrencilerin tablolar, cebirsel ifadeler kullanmaları istenerek anladıkları ifadeleri yazıya dökmeleri istenmiş, yazıya döktükleri ifadelerden diğer yetkinliklerin yorumlamaları yapılmak istenmiştir.

Soru 4

Eylül'ün çözdüğü denklem ve işlem adımları aşağıdaki verilmiştir.

$$5x+9 = -12+3x$$

1.Adım: $5x-3x = -12+9$

2.Adım: $2x = -3$

3.Adım: $\frac{1}{2}.2x = \frac{1}{2}.-3$

4.Adım: $x = \frac{-3}{2}$

a) Eylül'ün çözümünü kontrol ediniz. Sizce çözümü doğru mu?

b) Çözümün hatalı olduğunu düşünüyorsanız hangi adımda hata olduğunu belirtiniz.

c) Neden hatalı olduğunu açıklayarak denklemi yeniden çözünüz.

Soru 4, işlem adımları verilen, öğrencilerin gözlemine dikkat çeken bir denklem sorusudur. Bu soruda, öğrencilerden verilen işlem adımlarındaki miktarları ve miktarlar arasındaki bağlantıları incelemeleri, kontrol ettikleri soru bağlamını yorumlayıp adımları yorumlamaları, buldukları hatalı ya da değil cevabına yönelik olarak denklemi yeniden çözümlemeleri beklenmektedir.

Soruda öğrencilere bir denklem ve bu denklemin çözüm adımları verilmiş, çözümün doğruluğunu kontrol ederek soruya başlamaları istenmiştir. Sorunun a maddesinde metnin bağlamını anlayıp (C1), çözümü tahlil etmeleri amaçlanmıştır. Sorunun b maddesi ise miktarlar arası eklem ilişkisi kurulması (C2a) ve sonuçlarının doğruluğunu kontrol edilmesi (C4b) istenen kısımdır. Bu maddede öğrencilerin çözümlerini anlamlandırmaları, doğruluğu kontrol etmek için problem bağlamına başvurmaları beklenmektedir. Matematiksel işlemlere başvurma, sorunun sonuçlarını anlama ve yorumlama da bu maddeyle gözlemlenmek

istenmiştir. C maddesinde ise miktarlar arası eklem ilişkisi kurma (C2b) yani miktarlar arasındaki ilişkiyi açıkça ifade edip tanımlayabilmenin ön plana çıkması sağlanmaya çalışılmıştır. Öğrencilerden nerede hata yapıldığını ve nedenini tanımlamaları beklenmektedir. Yine bu maddede ölçülen bir başka akıl yürütme adımı da diğerlerine ek olarak ikna edici açıklamalar yapma (C5) aşamasıdır. Öğrencilerin kendilerini net ve eksiksiz bir şekilde ifade etmelerinin beklendiği bu maddede aynı zamanda stratejileri uygulamada ilerledikleri yolu açıklamaları da beklenmekte bu yetkinlik ölçülmek istenmektedir.

Soru 4 hazırlanırken diğer sorulardan ziyade daha klasik bir soru tipi kullanılmıştır. Bu kez öğrencilerden denklem oluşturmaları değil oluşturulan denklemi kontrol etmeleri gereken basamağa geçiş yapılmak istenmiştir. Burada diğer sorulardan farklı olarak sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesi (C4b) ve ikna edici açıklamalar yapma (C5) adımları sorunun içine harmanlanmaya çalışılmıştır. Bunların oluşturulabilmesi için öğrencilerin açıklamalarını sağlamaya yönelik " çözümün hatalı olduğunu düşünüyorsanız hangi adımda hata olduğunu belirtiniz" şeklinde ifadeler kullanılarak öğrencilerin düşünme süreçlerini açığa çıkarmaları amaçlanmıştır.

Soru 5



Uzay araçlarında Dünya kütle çekim etkisinden kurtularak uzaya ulaşması için roket motorları kullanılır. Roket motorları katı, sıvı ya da gaz halinde yakıtları tüketebilirler.

Roket motorunda 2400 litre sıvı yakıt bulunan bir uzay aracının dakikada ne kadar yakıt kullandığını gösteren denklem aşağıdaki gibidir.

Kalan Yakıt(K.Y.) = 2400 – 15. Dakika(D)
yani **K.Y. = 2400 – 15.D** şeklindedir.

Verilen bilgiler ve denklemden yararlanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Uzay aracı dakikada kaç litre yakıt tüketmektedir?
b) 10 dakika sonunda uzay aracında kaç litre yakıt kalmıştır?
c) İlk 5 dakikada kalan yakıt miktarını bularak kalan yakıt miktarını gösteren tablo, şema ya da grafik çiziniz.

Soru 5, denklem ifadesi soru bağlamında ifade edilen günlük hayatla ilişkilendirilmiş bir sorudur. Bu soruda, öğrencilerden soruda verilen denklemi anlamlandırıp denklemden yola çıkarak yorum yapmaları, istenen ifadeleri anlayarak verilen değerleri hesaplamaları, soruda verilen dakika, yakıt miktarı ilişkisini kurup tablo, şema ya da grafik gibi bir görselle temsil oluşturabilmeleri beklenmektedir.

Bu soruda denklem soru bağlamında verilmiştir. Sorunun ilk maddesinde varolan temsilden yani verilen denklemden öğrencilerin ifadeyi anlamlandırmaları ve dakika, yakıt ilişkisinden yola çıkarak tüketilen yakıt miktarını bulmaları beklenmektedir. B maddesinde yorumlanan ifadelerin gözlemleneceği kısımdır, sorunun bağlamını anlayan öğrencilerin ilgili miktarları belirleyerek (C2a) cebirsel ifadeler oluşturmaları ve oluşturdukları cebirsel ifadelerin işlemlerini ve hesaplarını hassasiyetle yapmaları (C4a) beklenmektedir. Son maddede ise varolan bir temsilden yeni bir temsile geçiş yapma (C3b) söz konusudur. Burada öğrencilerin denklemle ifadesi soru bağlamında verilen ifadeden tablo, şema ya da grafiğe geçiş yapmaları beklenmektedir. Yapılan işlemlerin akıcı ve titiz şekilde gerçekleşmesi (C4a) de soruda istenen bir başka akıl yürütme yetkinliğidir. Öğrencilerin akıl yürütme süreçleri bu yetkinlikler bağlamında gözlemlenecektir.

Soru 5 öğrencilerin kavraması açısında biraz daha komplike bir soru olarak tasarlanmak istenmiştir. Soruda verilen ifadelerde bu kez denklem ifadesi soru içerisinde verilerek öğrencilerin düşünme süreçlerine yönelik farklı bir soru oluşturulmak istenmiştir. Burada denklemi verilen soru ifadesinden öğrencilerin anlam çıkarıp soruyu anlamlandırmalarını ölçmek adına "Uzay aracı dakikada kaç litre yakıt tüketmektedir?" şeklinde soru ifadeleri kullanılmış ve öğrencilerin düşündüklerini açıkça ifade etmeleri beklenmiştir. Aynı zamanda metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) yetkinliği de bu soruyla ölçülmek istenmiştir. Sorunun diğer yönergelerinde de öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini açığa çıkarabilmek adına "10 dakika sonunda uzay aracında kaç litre yakıt kalmıştır?" şeklinde ifadelerle öğrencilerin anladıklarını denklemlerde verilen değerleri yorumlayarak göstermeleri istenmiştir. Öğrencilerin sorulara vereceği her yanıt ölçülmesi istenen yetkinliklere ilişkin çıkarımları sağlayacaktır.

Soru 6



Soru 6, öğrencilerin parçadan bütüne ve buldukları terimden genel terime ulaşacakları, günlük hayatla ilişki kurarak soruyu anlamlandırmaları için hazırlanmış bir sorudur. Bu soruda, öğrencilerden soruda verilen bağlamı anlamlandırmaları, görselde ifade edilen parçalardan bütüne ilerleyerek cebirsel gösterimler oluşturmaları, kurdukları cebirsel gösterimleri çözümleyerek işlemleri hassasiyetle yapmaları beklenmektedir.

Soruda öğrencilere Van Gogh'un Yıldızlı Gece tablosu parçalara ayrılarak verilmiş ve sorunun bağlamından ve görselden hareketle metni anlamaları (C1) beklenmiştir. Öğrencilerden parçadan bütüne hareketle şekilde verilen tablonun diğer boş alanlarını doldurmaları, ilgili miktarları (C2a) ve miktarlar arası ilişkilerden (C2b) yola çıkarak tüm tablonun çevresini bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin buldukları ifadelerin cebirsel gösterimlerini oluşturarak (C3a) denklemin sonucuna ulaşmaları beklenmiştir. Bu işlemlerin dikkatle yapılarak doğru çözüme ulaşmaları (C4a) beklenen bir yetkinliktir.

Soru 6 hazırlanırken yine öğrencilere bilgiler verilmiş ve bu bilgileri anlamlandırıp soru metnine geçiş yapmaları beklenmiştir. Öğrencilerin metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) yetkinliğini ölçmek adına hazırlanan sorunun ilke kısmındaki ifadeler diğer yönergelerde de devam ettirilmeye çalışılmıştır. Şekilde ifade edilen birimlerin özelden genele doğru yorumlanmasını içeren bu soruda öğrencilerin aslında basit görünen ifadeleri nasıl anlamlandırdıkları, soru metnini anlamaya yönelik gösterdikleri çaba yetkinliklerle ölçülmek istenmiştir. Öğrencilerin sorunun bağlamından yola çıkarak cebirsel ifadeler oluşturmaları ve oradan denklemlere geçiş yapmaları için "Tablonun çevre uzunluğu 150 cm olduğuna göre kısa ve uzun kenarları sırasıyla kaç cm'dir?" şeklinde soru ifadeleri kullanılarak yetkinliklerin açığa çıkarılması sağlanmaya çalışılmıştır. Ayrıca denklemi oluşturan öğrencilerin hesaplamaları ve işlemleri uygulamaları (C4a) gibi yetkinlikler de sorunun içine entegre edilmeye çalışılmıştır.

3.3.2. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinliklerin Geliştirilmesi

Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi amacıyla hazırlanan beş bilişsel olarak zorlayıcı etkinlik, 7. Sınıf cebir öğrenme alanında bulunan "eşitlik ve denklem" konusuna ilişkin kazanımlar dikkate alınarak hazırlanmıştır. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin tamamı EK 3'te verilmiştir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin hazırlanması sürecinde kuramsal çerçeve olarak Stein vd. (2000)'nin çalışmasında yer alan Etkinlik Analizi Rehberi çerçevesi dikkate alınmıştır. Ayrıca etkinlikler hazırlanırken Lepak vd. (2018)'nin SAR yetkinlikleri de dikkate alınmış ve etkinliklere entegre edilmiştir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin oluşturulma sürecinde MEB ortaokul ders kitaplarındaki etkinliklerden, literatürdeki tezlerde ve makalelerde bulunan etkinlik oluşturulmuş çalışmalardan, PISA ve TIMMS sorularından faydalanılmıştır. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler hazırlanırken öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini destekleyici yapıda olmasına, öğrencilerin ön bilgileri üzerine kurulmasına, MAYÖT ve MAYST'deki yetkinlikleri geliştirmeyi içeren maddeler

bulundurmasına, bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin doğasında bulunan karmaşık ve algoritmik olmayan düşünceler içermesine dikkat edilmiştir.

BOZE hazırlama sürecinde kuramsal çerçeve olarak kullanılan iki çerçeve soruların maddelerinin içine entegre edilmiştir. Sonrasında BOZE'ye ilişkin uzman görüşlerinin alınması için Uzman Görüşü Formu hazırlanmıştır. Uzman görüşü formunda Stein vd. (2000)'nin çalışmasında yer alan Etkinlik Analizi Rehberi çerçevesi ve Lepak vd. (2018)'nin SAR yetkinlikleri kısa ama öz bir şekilde anlatılarak beş etkinliğe ilişkin "etkinlik uygun", "etkinlik uygun fakat gözden geçirilmesi", " etkinlik uygun değil" ve "etkinlik ile ilgili önerileriniz" tablosu oluşturulmuştur. Ayrıca BOZE'ye ilişkin istenen yönde olmasını sağlayan faktörler de uzman görüşü formunda ifade edilerek uzmanların yorumlanmasına hazır hale gelmiştir. İki kuramsal çerçeveyi barındıran BOZE için iki matematik eğitimi uzmanına mail yoluyla ulaşılmış, hazırlanan uzman görüşü formları yollanmıştır. Formlar yollandıktan sonra uzmanlardan 1 ay içerisinde döneceklerine dair geri dönütler alınmış ve uzman görüşü sürecinde etkinliklerle ilgili incelemeler yapılmaya devam edilmiştir. Uzman görüşü geldikten sonra uzmanların verdikleri yanıtlar incelenmiş ve etkinliklere ilişkin verdikleri yanıtlardan yola çıkılarak bazı düzeltmeler yapılmıştır. Bu düzeltmelerden aşağıda ayrıntılı bir şekilde bahsedilmiştir.

1. Etkinliğe ilişkin a yönergesinde bulunan "Verilen levhayı inceleyiniz ve tünel uzunluğu ile bağlantısının ne olduğunu düşününüz." soru ifadesi uzman tarafından yapılan düzeltme ile daha açık bir ifade haline getirilmesi ve düşününüz yerine yazınız/açıklayınız şeklinde ifadeler kullanılarak öğrencilerin buldukları ifadeleri yazıya aktarmalarının istenebileceği önerilmiştir. Uzmanın önerisinden sonra a yönergesine ilişkin soru ifadesi "Verilen levhayı inceleyiniz. Levhadaki değerler ve tünel uzunluğu arasında bir bağlantı kurabilir misiniz? Düşüncelerinizi yazınız." şeklinde değiştirilmiştir.

2. Etkinliğe ilişkin etkinliğin başlangıcında bulunan "Bir bilgisayar oyunu şirketinin tasarladığı oyun büyük bir alana sahiptir ve oyunun yüklenmesi uzun zaman almaktadır." ifadesi için, uzman tarafından "Oyunun büyüklüğü sorunun başlangıç kısmında yer alabilir: *Bir bilgisayar oyunu şirketinin tasarladığı oyun büyük bir alana sahiptir (5 mb). Ya da 5 mb'lık bir alana sahiptir…* " şeklinde düzeltme yapılabileceği önerilmiş ve soru ifadesi "Bir bilgisayar oyunu şirketinin tasarladığı oyun 5 mb'lık bir alana sahiptir ve oyunun yüklenmesi uzun zaman almaktadır." şeklinde değiştirilmiştir. 2. Etkinliğin düzenlenmesine ilişkin başka bir düzeltme de diğer uzmandan gelmiş ve "Nil'in bilgisayarı yükleme yaparken başlangıçta ve sonrasında nasıl bir ilerlemeye gösterdiğini tablo kullanarak nasıl ifade edebilirsiniz?

Değişimi gözlemlemek için bir tablo oluşturunuz" ifadesini anlamakta güçlük çektiğini ifade ederek başlangıçta ve sonrasında kısmının kafa karıştırıcı olabileceğini ifade etmiştir. Öğrencilerden istenen ifadenin daha net bir şekilde anlatılması önerilmiştir. Öneri sonrasında soru ifadesi "Nil'in bilgisayarı yükleme yaparken zamana bağlı olarak nasıl bir ilerleme göstermektedir? Değişimi gözlemlemek için bir tablo oluşturunuz." şeklinde değiştirilmiştir.

3. Etkinliğe ilişkin sorunun ilk kısmında bulunan "Bir okulda bulunan 8 şubede öğretmenler öğrencilerin çeşitli davranışlarına göre puan sıralaması yapmakta ve her hafta birinci olan şube film izleme hakkı kazanmaktadır." ifadesi uzman tarafından anlaşılır bulunmamış ve öğrencilerin filmi her hafta mı yoksa ayda bir defa mı izlediği sorusu yöneltilmiştir. Öğrencilerin bu kısmı daha iyi anlaması için revize edilmesi önerilmiş ve soru ifadesi "Bir okulda 8 şube bulunmaktadır. Bu okulda öğretmenler öğrencilerin çeşitli davranışlarına göre puan sıralaması yapmakta ve her hafta birinci olan şube ay sonunda film izleme hakkı kazanmaktadır." şeklinde güncellenmiştir. Yine 3. Etkinliğe ilişkin bir başka öneri de sorunun a yönergesi için gelmiş ve orada verilen "her işlemi sırasıyla yapalım" ifadesinin hangi işlemin yapılması isteniyorsa ona yönelik olarak ifade edilmesi gerektiği ifade edilmiştir. Soru yönergesi sonrasında "B şubesinde kaç öğrenci daha olsaydı sınıf mevcudu A sınıfın sınıf mevcuduna eşit olurdu?" ifadesiyle özelleştirilmiştir.

4. Etkinlikteki f maddesinde "Siz de bu programı kullanıyor olsaydınız 5 gün için kaç adım hedefi belirlerdiniz? Hedeflediğiniz adımlar günlere göre nasıl bir dağılıma sahip olurdu? Oluşturduğunuz dağılıma göre bir denklem kurabilir misiniz?" belirtilen ifade için uzman, öğrencilerin günlere göre adım sayısının dağılımı için öğrencilerin rastgele sayılar yazabileceğini ifade etmiş ve kazanım da göz önünde bulundurularak etkinlikten çıkarılmasını önermiştir. Uzmanın önerisine göre f maddesi etkinlikten çıkarılmış ve etkinliğin daha anlaşılır hale geldiği görülmüştür.

5. Etkinlikte yer alan cümlelerden "Mariana çukurunda yaşayan üç farklı balığın bulunduğu derinliklerle ilgili aşağıdaki bilgiler eşliğinde denklem kurunuz." İfadesi için uzman tarafından "Mariana çukurunda yaşayan üç farklı balığın bulunduğu derinliklerle ilgili aşağıdaki bilgiler eşliğinde verilen soruları cevaplayınız." Şeklinde değiştirilmesi önerisinde bulunulmuştur. Uzmanın önerisiyle "denklem kurunuz" ifadesi yerine "soruları cevaplayınız" ifadesi kullanılmış ve soru daha anlaşılır hale gelmiştir.

Uzmanların görüşleriyle düzenlenen bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler öğrencilerle yapılacak olan ön uygulama hazır hale getirilmiştir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler iki 7.

Sınıf öğrencisine pandemi nedeniyle uzaktan eğitim araçlarıyla farklı zamanlarda uygulanmıştır. Öğrencilerle uygulama esnasında her bir etkinlik süresi için ayrı oturumlar uygulanmış ve süreçte gözlemlenen durumlar için notlar alınmıştır. Öğrencilerle uygulama sürecinde iki öğrencinin de etkinliklerde verilen ifadeleri genel olarak anlamlandırarak akıcı cevaplar verdikleri, kendi düşünme süreçlerini oluşturdukları ve bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanırken düşülmesi istenen karmaşayı yaşadıkları gözlemlenmiştir. Düzeltmeler ve uygulamalar sonucunda bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanmasına yönelik alınan notlar etkinlik sürecinde kullanılmak üzere saklanmıştır. Öğrencilerle yapılan ön uygulama sürecinde etkinliklere ilişkin bazı değişimler yapılmış ve bu değişimler aşağıda ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Öğrencilerle yapılan ön uygulama sürecinde öğrencilerin 2. Etkinlik olan Nil'in Oyunu etkinliğinde c şıkkı olarak verilen "Siz de buna benzer bir problem yazmayı deneyiniz. Bu problemi yazarken sorunun hangi özelliklerinden faydalandınız?" ifadesini anlamlandırmak için çok süre kaybettiği gözlemlenmiş ve öğrencilerin yeni bir problem yazma sürecinde çok zorlandığı farkedilmiştir. Bu bağlamda uygulamanın yapılacağı sınıf ortamında da öğrencilerin süreçte zorluk yaşayacakları fark edildiği için önlem olarak bu madde değiştirilmiş ve yerine öğrencilerin kendilerinin yeni bir problem üretmesinden ziyade verilen problemi çözmeye ilişkin adımlarını içerecek yeni bir madde eklenmiştir. Bu madde "Nil'in arkadaşı Ali'nin bilgisayarı aynı oyunu dakikada 96 kb yüklüyor. Başlangıçtan itibaren Ali kaç dakikanın sonunda Nil ile eşit yükleme yapmış olur?" şeklindedir. Bu madde eklendikten sonra öğrencilerin etkinliğe yönelik olarak daha açıklayıcı ve anlaşılır cevaplar verecekleri uygulama öncesinde ön görülmüştür.

Öğrencilerle yapılan ön uygulama sürecinde öğrencilerin 3. Etkinlik olan Sevilen Filmler etkinliğine ilişkin "Bilgileri incelediğinizde sırasıyla A ve B şubelerinin sınıf mevcudu istenmektedir. Sizce bu şubelerin mevcutlarını nasıl bulabiliriz? Aynı şekilde C ve D şubelerinin de mevcutlarını nasıl bulabileceğinizi düşününüz." maddesini anlamakta zorlandıkları ve verilen maddeden etkinlik bağlamına geçişte sorun yaşadıkları uygulama esnasında fark edilmiş ve bu madde kaldırılarak sorunun ilk kısmında bulunan "A, B, C ve D şubelerinin sırasıyla sınıf mevcudu kaçtır? Verilen bilgileri kullanarak açıklayıcı şekilde çözümlerinizi yazınız." ifadesinin etkinliğin çözümü için yeterli bir ifade olduğu gözlemlenmiştir. Sınıf içinde uygulanacak olan etkinlik sürecinde de öğrencilerin bu ifadeyi değiştirilen şekilde daha açık bir şekilde anlayacakları düşünülerek değişim yapılmıştır.

Öğrencilerle yapılan ön uygulama sürecinde öğrencilerin 4. Etkinlik olan Günde Kaç Adım? etkinliğinin son maddesi olan "Siz de bu programı kullanıyor olsaydınız 5 gün için kaç adım hedefi belirlerdiniz? Hedeflediğiniz adımlar günlere göre nasıl bir dağılıma sahip olurdu? Oluşturduğunuz dağılıma göre bir denklem kurabilir misiniz?" ifadesine ilişkin tıpkı Nil'in Oyunu etkinliğindeki gibi zorluk çektikleri ve denklem kurma sürecine geçemedikleri farkedilmiştir. Bu maddenin öğrencileri sınıfta uygulama sürecinde de karmaşaya düşüreceği ve etkinlik bağlamında koparacağı ön görülerek bu madde etkinlikten çıkarılmıştır.

Hazırlanan etkinliklerin nasıl geliştirildikleri ve uzman görüşü alınarak düzenlendikten sonra öğrencilerle yapılan ön uygulamalarla son haline getirilmiş şekilleri aşağıda ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Etkinliklerin geliştirilme süreci anlatılırken önce etkinliklerin hazırlanma süreçlerinden sonrasında da öğrenciden beklenen durumlar ve etkinliğin amaçlarından bahsedilecektir.

Kuskunkıran Tüneli Etkinliği

KUSKUNKIRAN TÜNELİ

Kuskunkıran Tüneli, Bitlis-Van karayolu üzerinde bulunan bir tüneldir. Kuskunkıran Tünelinin uzunluğu 10000 metredir.

Tünel boyunca tünelde bulunan bir kişinin/aracın tünelin giriş ve çıkışına olan uzaklığını metre cinsinden gösteren levhalar bulunmaktadır. Örneğin;



Tünelin girişine olan uzaklık (m)	Tünelin çıkışına olan uzaklık (m)
547	
8972	
	2304
782	
	7760
	6430
1780	

a) Verilen levhayı inceleyiniz. Levhadaki değerler ve tünel uzunluğu arasında bir bağlantı kurabilir misiniz? Düşüncelerinizi yazınız.
b) Tablodaki boşlukları verilen bilgiler doğrultusunda doldurmaya çalışınız. Tabloyu doldururken hangi bilgilerden yararlandınız?
c) Tünelin herhangi bir noktasındaki kişinin/aracın tünelin giriş ve çıkışına olan uzaklıklarını cebirsel olarak nasıl ifade ederiz?
d) Tünele 5 tane trafik levhası yerleştirilmek istenmektedir. Girişe ve çıkışa birer tane levha konulacaktır. Girişten itibaren her bir levha bir öncekinden 100 m daha uzakta olduğuna göre iki levha arası en kısa ve en uzun uzaklıklar kaç m'dir?

Kuskunkıran Tüneli Etkinliği'nin hazırlanma sürecinde öncelikle Stein vd. (2000)'in Etkinlik Analizi Rehberi'nde bulunan düzeylere dikkat edilerek başlanmıştır. Hazırlanan etkinliğin öğrencilere kazandırılmak istenen matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimine

ilişkin olması göz önünde bulundurulmuştur. Aynı zamanda MAYÖT ve MAYST'nin gözlemlenebilmesi için kullanılan SAR çerçevesinin yetkinlikleri de etkinlik hazırlanırken dikkate alınmıştır. Kuskunkıran Tüneli Etkinliği, 7. Sınıf cebir öğrenme alanı, "eşitlik ve denklem" alt öğrenme alanının "Eşitliğin korunumu ilkesini anlar. (7.2.2.1)" kazanımına yönelik olarak hazırlanmış bir etkinliktir. Bu etkinlikte öğrencilere yakın oldukları bir yerden günlük hayatla ilgili bir ifade sunulmuş, öğrencilerin etkinliğe karşı meraklarının uyanması, hazırbulunuşluklarının sağlanması ve eşitliğin korunumu ile ilgili farklı bakış açısı geliştirmeleri amaçlanmıştır. Etkinlik tasarlanırken verilen yönergelerden a maddesi öğrencilerin etkinlik sürecine başlangıç ve sürece adapte olma adımlarının sağlanması için oluşturulmuştur. Aynı zamanda a maddesinde öğrencilerin bağlantılar kurarak tablo ve cebirsel adımlara geçmeden önce düşünme süreçleri gözlemlenmek istenmiştir. B maddesi klasik bir madde olarak öğrencilerin bulduklarını görselde ifade etmesi için tasarlanmıştır. Bu madde öğrencilerin bildikleri ifadeleri görselleştirmesi için bulunmaktadır. C maddesi ise diğer maddelerden farklı olarak artık öğrencinin düşündüklerini cebirsel olarak ifade edebilmesi için süreç başlatılması amacıyla oluşturulmuştur. C maddesinde cebirsel olarak gösterimi beklenen etkinlik aşaması d maddesinde başka bir aşamaya geçmektedir. D maddesinde yeni sürece geçiş yapılarak ve öğrencilerin karmaşaya düşmesi ve örnekler dışında çalışması hedeflenmektedir. Burada odaklanılan nokta bilişsel çaba gerektiren etkinlik maddeleri tasarlamak olmuştur.

Etkinlikte öğrencilere bir tünel görseli sunulmuş, bununla ilgili bilgiler verilmiştir. Öğrencilerden a maddesinde levhadaki değerler ve tünel uzunluğu arasında bağlantı kurmaları beklenmektedir. Bu kazanıma yönelik olarak eşitliğin korunumunu gözlemleyecekleri ilk adım olarak düşünülmüştür. Bu gözlemden sonra cebirsel ifade oluşturmaları beklenmekte böylece öğrencilerin etkinlikle cebirsel gösterimler oluşturduktan sonra, gösterimleri yorumlamaları için d maddesinde de yeni oluşturulan etkinlikle bağlantılı soru ifadesine geçiş yapılmakta ve öğrencilerin anladıklarını açıklamaları beklenmektedir. Öğrencilerin ifadeleri ve yaptıkları işlemler, etkinlik sürecinde öğretmen tarafından incelenerek bilişsel çabaları, anlama şekilleri ve akıl yürütme süreçleri gözlemlenecektir. Etkinliğin sonunda öğrencilerin ilerledikleri yolları açıklamaları için sorular yöneltilerek düşüncelerini arkadaşlarıyla birlikte açığa vurmaları beklenmektedir.

Nil'in Oyunu Etkinliği

NİL'İN OYUNU



Bir bilgisayar oyunu şirketinin tasarladığı oyun 5 mb'lık bir alana sahiptir ve oyunun yüklenmesi uzun zaman almaktadır.

Nil oyunu satın almıştır ve bilgisayarına yüklemek istemektedir. Nil'in bilgisayarı başlangıçta oyunu 128 kb yüklemiştir. Daha sonra dakikada 64 kb yükleyerek kaç saatin sonunda oyunu bilgisayarına yükleyebilir? (1 mb=1024 kb)

a) Nil'in bilgisayarı yükleme yaparken zamana bağlı olarak nasıl bir ilerleme göstermektedir? Değişimi gözlemlemek için bir tablo oluşturunuz.
b) 5. Dakikanın sonunda oyunun kaç kb'ı yüklenmiştir?
c) Soruyu çözerken denklemlerden nasıl yararlanabileceğinizi düşününüz. Denklemlerden yararlanarak sorunun çözümünü bulabilir misiniz?
d) Nil'in arkadaşı Ali'nin bilgisayarı aynı oyunu dakikada 96 kb yüklüyor. Başlangıçtan itibaren Ali kaç dakikanın sonunda Nil ile eşit yükleme yapmış olur?

Nil'in Oyunu Etkinliği'nin hazırlanma sürecinde öncelikle Stein vd. (2000)'in Etkinlik Analizi Rehberi'nde bulunan düzeylere dikkat edilerek başlanmıştır. Hazırlanan etkinliğin öğrencilere kazandırılmak istenen matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimine ilişkin olması göz önünde bulundurulmuştur. Aynı zamanda MAYÖT ve MAYST'nin gözlemlenebilmesi için kullanılan SAR çerçevesinin yetkinlikleri de etkinlik hazırlanırken

dikkate alınmıştır. Nil'in Oyunu Etkinliği, 7. Sınıf cebir öğrenme alanı, "eşitlik ve denklem" alt öğrenme alanının " Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar. (7.2.2.2)" kazanımına yönelik olarak hazırlanmış bir etkinliktir. Etkinlikte, öğrencilere günlük hayatta karşılaşabilecekleri ilgili çekici bir etkinlik tasarlanması amaçlanmıştır. Öncelikle hazırlanan etkinlikte dikkat edilen durum verilen miktarların bağlamdan anlaşılabilmesidir. Etkinlik tasarlanırken a maddesinde zaman yükleme miktarı ilişkisi kurularak öğrencilerin değişimleri gözlemleyebilmesi amacıyla tasarlanmıştır. Burada istenen tablo oluşturma evresi öğrencilere kazandırılması amaçlanan cebirsel gösterimler oluşturma yetkinliğini de içermektedir. B maddesi a maddesinde verilen ifadeleri öğrencilerin uygulaması amacıyla oluşturulmuştur. Bu maddede öğrencilerde matematiksel kavramların ve süreçlerin nasıl ilerlediğinin gözlemlenmesi amaçlanmıştır. C maddesinde ise öğrencilerin cebirsel ifadelerden denklemlere geçiş süreci ve bu düşünsel süreci ifade etme şekilleri gözlemlenmek istenmiştir. Son madde olan d maddesi ise etkinlik bağlamından farklı bir bağlama geçiş yapılarak öğrencilerin kendi bilişsel süreçlerini düzenlemeleri ve bu süreçlerin gözlemlenmesi amacıyla hazırlanan bir maddedir.

Etkinlikte öğrencilerin öncelikle metni okuması ve yorumlaması gerekmektedir. Sonrasında birim çevirilerine dikkat etmeli ve cebirsel gösterimler oluşturma kısmına geçerek tablo oluşturmaları istenmektedir. Etkinlikte öğrencilerin oluşturdukları cebirsel gösterimlerden denklemlere geçiş kısımları gözlemlenerek nasıl bir yol izledikleri ve akıl yürütme süreçleri izlenecektir. Etkinlik maddelerinde belirtilen her bir adım öğrencilerin matematiksel akıl yürütme süreçlerini içeren maddelerden yardım alınarak hazırlanmış, istenen akıl yürütme süreçlerinin bu şekilde gözlemlenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerden denklem oluşturduktan sonra etkinliğin devamında verilen d maddesini yorumlamaları ve cebirsel işlemleri hassasiyetle yapmaları beklenmektedir. Öğrencilerin kendilerini ifade etmeleri sürecinde cebirsel anlayışlarının gözlemlenmesi amaçlanmıştır. Öğretmen süreçte kavramsal bağlantılar kurarak öğrencilerin anladıklarını ifade etmeleri adına yardımcı rol üstlenecektir.

Sevilen Filmler Etkinliği

SEVİLEN FİLMLER

Bir okulda 8 şube bulunmaktadır. Bu okulda öğretmenler öğrencilerin çeşitli davranışlarına göre puan sıralaması yapmakta ve her hafta birinci olan şube ay sonunda film izleme hakkı kazanmaktadır.

1 ay boyunca puanlamalar yapıldıktan sonra sırasıyla C, B, A ve D şubeleri hafta birincileri olmuş ve bu şubeler istedikleri filme gitmeye hak kazanmışlardır.



Öğrenciler film seçimlerini yapmışlar A ve B şubesi Aslan Kral'ı, C ve D şubesi Oyuncak Hikayesi'ni tercih etmiştir. Öğrenciler bir sinema salonu kullanacaklardır. Sinema salonunda toplam 52 kişilik yer vardır ve öğrenciler bu sayıya göre yerleşeceklerdir. A ve B şubeleri filmi pazartesi günü, C ve D şubeleri ise filmi salı günü izleyeceklerdir.

Aşağıda şubelerle ilgili bilgiler verilmiştir.

*A şubesindeki öğrencilerin sayısı B şubesindeki öğrencilerin sayısının 2 katından 12 eksiktir.

*A ve B şubeleri salona yerleştiğinde 4 kişilik boş yer kalmaktadır.

*C ve D şubelerindeki toplam öğrenci sayısı ise B şubesinin 2 katından 5 fazladır.

*D şubesindeki öğrencilerin sayısı C şubesindeki öğrencilerin sayısının 2 katıdır.

*A, B, C ve D şubelerinin sırasıyla sınıf mevcudu kaçtır? Verilen bilgileri kullanarak açıklayıcı şekilde çözümlerinizi yazınız.

Aşağıdaki maddelerde verilen bilgileri soruda bulduğunuz değerlere göre çözünüz.

a) B şubesinde kaç öğrenci daha olsaydı sınıf mevcudu A şubesinin sınıf mevcuduna eşit olurdu?
b) Pazartesi günü sinemaya giden toplam öğrenci sayısı Salı günü sinemaya giden toplam öğrenci sayısından kaç fazladır?
c) Sinema salonunda çift kişilik ve tek kişilik koltuklar bulunmaktadır. Pazartesi ve salı günü boş kalan bütün koltuklar tek kişiliktir. Pazartesi günü çift kişilik koltuğa oturan kişi sayısı salı günü tek kişiliğe oturan kişi sayısının iki katıdır. Bu durumda sinema salonundaki çift kişilik koltuk sayısı kaçtır?

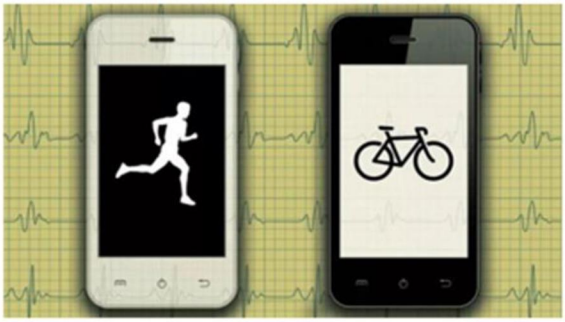
Sevilen Filmler Etkinliği'nin hazırlanma sürecinde öncelikle Stein vd. (2000)'in Etkinlik Analizi Rehberi'nde bulunan düzeylere dikkat edilerek başlanmıştır. Hazırlanan etkinliğin öğrencilere kazandırılmak istenen matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimine ilişkin olması göz önünde bulundurulmuştur. Aynı zamanda MAYÖT ve MAYST'nin gözlemlenebilmesi için kullanılan SAR çerçevesinin yetkinlikleri de etkinlik hazırlanırken dikkate alınmıştır. Sevilen Filmler Etkinliği 7. Sınıf cebir öğrenme alanı, "eşitlik ve denklem" alt öğrenme alanının " Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar. (7.2.2.2)" kazanımına yönelik olarak hazırlanmış bir etkinliktir. Hazırlanan etkinlikte öncelikle öğrencilerin karmaşık ve algoritmik olmayan düşünceler içeren etkinliği anlamlandırmaları için etkinlik sürecinden sözel ifadelerle bahsedilmiştir. Öğrencilerin kendi anlamalarını yapabilmesi, düşünsel süreçlerini oluşturabilmesi etkinlik tasarlanırken önemsenmiştir. Sonrasında çeşitli bilgiler verilerek öğrencilerin kendi adımlarını izleyerek ilerlemesi amaçlanmıştır. Maddeler öğrencilerin sık sık soru bağlamına geri dönüş yaparak kontrol etmelerine yönelik olarak hazırlanmıştır. Etkinlik yönergelerine geçiş yapıldığında a ve b yönergeleri öğrencilerin soru bağlamında kurdukları bağlantıları açığa çıkarmaları için oluşturulmuştur. C yönergesi ise bunlardan farklı olarak etkinlik bağlamıyla bağlantılı olacak şekilde öğrencilerin düşünsel süreçlerini tekrarlamaları amacıyla oluşturulmuştur.

Etkinlikte, öğrencilere kendi okullarında da uygulanan bir film ödülü yarışması görsellerle yansıtılmıştır. Öğrencilerden metni okuyup yorumlamaları ve ilk adım için verilen

ifadeleri gözlemlemeleri beklenmektedir. Sonrasında sırasıyla etkinliğin diğer maddelerine geçiş yapılması planlanmış ve öğrencilerin akıl yürütme süreçleri etkinlik içerisinde sorulan sorularla gözlemlenmek istenmiştir. Araştırmacı öğrencilerin oluşturacakları denklemleri ve çözüm yollarını gözlemlemek için öğrencilerin kâğıtta verdikleri yanıtları inceleyerek sürecin aktif bir şekilde sürdürülmesini sağlamayı amaçlamaktadır. Öğrencilerin sınıfların öğrenci sayılarını yorumladıktan sonra c maddesinde bulunan ifadedeki karmaşık ve algoritmik olmayan, açıkça ifade edilmeyen yönergeleri yorumlayarak kendi bilişsel süreçlerini gözlemlemeleri ve bunları cebirsel gösterimlerle ifade edip anladıklarını anlatmaları beklenmektedir. Etkinlik maddeleri oluşturulurken stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesindeki yetkinlikler her aşamaya entegre edilerek, öğrencilerin yorumlamalarını bu aşamalarla açıkladıklarının gözlemlenmesi amaçlanmaktadır.

Günde Kaç Adım? Etkinliği

GÜNDE KAÇ ADIM?



Sağlıklı bir yaşam için yürüyüşün çok önemli olduğunu düşünen Ayşe, telefonuna bir adım sayar programı indirmiştir. Kendisine hedef olarak ise 5 günde toplam 8000 adım belirlemiştir.

Programda Ayşe'nin ne kadar adım attığı ve buna karşılık kaç km yürümüş olduğu görünmektedir.

Pazartesi günü bu uygulamayı kullanmaya başlamış, salı günü pazartesi günü attığı adım sayısının 2 katının 100 eksiği kadar, çarşamba günü salı günü attığı adım sayısının yarısının 10 fazlası kadar, perşembe günü pazartesi günü attığı adım sayısının 40 eksiği kadar ve cuma günü pazartesi günü attığı adım sayısının üç katının 120 eksiği kadar adım atmıştır.

5 günün sonunda adım sayısının tamamlayan Ayşe hedefinden 100 fazla adımı olduğunu görmüştür.

a) Yukarıdaki problem durumunu inceleyiniz. Günler arasında adımlarla ilgili nasıl bir bağlantı görüyorsunuz? Bu adımları inceleyerek Ayşe'nin her gün attığı adım sayısını cebirsel olarak ifade ediniz.
b) Bulduğunuz cebirsel ifadeleri kullanarak denklemi oluşturunuz ve denklemi çözünüz.
c) Ayşe'nin günlere göre attığı adım sayısını gösteren bir tablo oluşturabilir misiniz?
d) Ayşe'nin ilk iki gün sonundaki toplam adım sayısı kaçtır?
e) En fazla adımı hangi gün atmıştır?

Günde Kaç Adım? Etkinliği'nin hazırlanma sürecinde öncelikle Stein vd. (2000)'in Etkinlik Analizi Rehberi'nde bulunan düzeylere dikkat edilerek başlanmıştır. Hazırlanan etkinliğin öğrencilere kazandırılmak istenen matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimine ilişkin olması göz önünde bulundurulmuştur. Aynı zamanda MAYÖT ve MAYST'nin

gözlemlenebilmesi için kullanılan SAR çerçevesinin yetkinlikleri de etkinlik hazırlanırken dikkate alınmıştır. Günde Kaç Adım? Etkinliği 7. Sınıf cebir öğrenme alanı "eşitlik ve denklem" alt öğrenme alanının "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer. (7.2.2.4)" kazanımına yönelik olarak hazırlanmış bir etkinliktir. Etkinlik hazırlanırken öncelikle birbiriyle bağlantılı fakat verilen ifadelerin sırasıyla olmadığı cümleler verilmiştir. Öğrencilerin etkinlikte verilen bilgileri yapılandırıp düşünme süreçlerini oluşturmaları amacıyla bu şekilde giriş yapılmıştır. Sonrasında öğrencilerin anlamlandırdıkları etkinlik sürecini cebirsel olarak ifade edebilmeleri amacıyla a yönergesi oluşturulmuştur. A yönergesinde öğrenciler düşünme süreçlerini açığa çıkarak cebirsel ifadeyi oluşturmaya yönelik adımlar atabileceklerdir. Sonraki maddeler de yine a maddesi gibi öğrencilerin uygun çalışma yöntemleri kullanarak çalışmasını gerektiren, çözümü mümkün olan stratejileri bulmalarını gerektirecek şekilde tasarlanmıştır.

Etkinlikte, öğrencilere günlük hayatta karşılaşabilecekleri bir uygulama ile ilgili ifadeler sunulmuş öğrencilerin merakını uyandıracak bir etkinlik süreci oluşturulmak istenmiştir. Öğrencilerin etkinliğin bağlamını anlamaları ve metni yorumlamaları için etkinliğin ifadeleri açıkça oluşturulmaya çalışılmıştır. Etkinliğin diğer bir adımında öğrencilerin anladıkları bağlamı ifade edebilmeleri ve aralarında ilişki kurabilmeleri için anladıkları ifadelerden günler ve adım sayıları arasındaki bağlamı kurmaları istenmekte ve cebirsel olarak ifade etmeleri beklenmektedir. Cebirsel ifadelerden denklemlere geçiş yaparak öğrencilerin kendi süreçlerini kontrol etmeleri ve cebirsel gösterimler oluşturmaları, aynı zamanda da gösterimler arasında bağlantılar kurarak denklemlerden tabloya geçiş yapmaları beklenmektedir. Sonrasında bu ifadeler tüm öğrencilerle ortak bir fikirle paylaşılmakta, d ve e maddelerinde işlem adımlarını uygulayarak cebirsel, aritmetik işlemleri akıcı bir şekilde yapmaları beklenmektedir. Etkinliğin sonunda da öğrencilerle fikir alışverişinde bulunularak onların düşüncelerini açığa vurmaları, kendi anladıklarını ve ilerledikleri yolları ifade etmeleri amaçlanmaktadır.

Mariana Çukuru Etkinliği

MARİANA ÇUKURU



Mariana Çukuru Dünya üzerindeki bilinen en derin noktadır. Büyük Okyanus'un batısındaki Mariana Adaları'nın en büyüğü olan ve en güneyindeki adası olarak bilinen Guam Adası'nın güney batısında, Japonya ve Endonezya'nın tam ortasında yer alır.

Böyle bir derinlikte yaşayan canlılar üzerlerindeki binlerce ton suyun basıncına dayanacak kadar güçlü ve zerre kadar ışığın ulaşmadığı bu derinlikte yollarını bulacak yeteneklere sahiptir.

Mariana çukurunda yaşayan üç farklı balığın bulunduğu derinliklerle ilgili aşağıdaki bilgiler eşliğinde verilen soruları cevaplayınız.

En derinde yaşayan-Hirondellea

Orta derinlikte yaşayan-Dumbo ahtapot

En sığda yaşayan-Balta balığı

*Hirondellea, Balta balığının 3 katının 6 fazlası derinlikte yaşamaktadır.

*Dumbo ahtapot, Balta balığından 2 km fazla derinliktedir.

*Sudaki oksijen miktarının değişimiyle birlikte tüm canlıların derinliği aynı oranda değişmektedir.

*Dumbo ahtapotun bulunduğu derinlik oksijen miktarının değişimiyle iki kat arttığında (dikkat ediniz hepsininki aynı oranda değişiyor) yeni ortam oluşuyor ve Hirondellea, Balta balığının bulunduğu derinliğin beş katı derinlikte yaşamaya başlıyor.

a) Canlıların yaşadığı derinliklere göre bulundukları yerleri düşününüz. Derinliklerini bir şekille ifade etmek isteseniz nasıl gösterirdiniz?
b) Canlıların yaşadıkları derinlikleri ve birbirleri arasındaki ilişkileri verilen adımlara göre inceleyiniz. Bulduğunuz ilişkileri denklemle de gösterebilir misiniz?
c) Denklemle ifade ettikten sonra her bir canlının en başta bulunduğu derinliği bulunuz.

Mariana Çukuru Etkinliği'nin hazırlanma sürecinde öncelikle Stein vd. (2000)'in Etkinlik Analizi Rehberi'nde bulunan düzeylere dikkat edilerek başlanmıştır. Hazırlanan etkinliğin öğrencilere kazandırılmak istenen matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimine ilişkin olması göz önünde bulundurulmuştur. Aynı zamanda MAYÖT ve MAYST'nin gözlemlenebilmesi için kullanılan SAR çerçevesinin yetkinlikleri de etkinlik hazırlanırken dikkate alınmıştır. Mariana Çukuru Etkinliği 7. Sınıf cebir öğrenme alanı, "eşitlik ve denklem" alt öğrenme alanının 'Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer. (7.2.2.4)" kazanımına yönelik olarak hazırlanmış bir etkinliktir. Etkinlik oluşturulurken öğrencinin önemli bir bilişsel çaba gerektirici sürece girmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda etkinlik tasarlanırken metnin bağlamında yer alan ifadelerin öğrencilere bilgiyi hemen vermesinden kaçınılarak öğrencilerin düşünme süreçlerini artırmak adına açık olmayan ifadeler kullanılmıştır. Etkinliğin yönergeleri daha çok anladıklarını ifade etme kısmıyken, etkinliğin başlangıç metni asıl sürecin geçtiği yer olarak tasarlanmıştır. Burada öğrencilerin yönergelere geçişte etkinliğin bağlamına geri dönüşler yaparak bilgiye erişebilmeleri için uygun çalışma yöntemlerini kullanmaları gerekmektedir.

Etkinlikte, öğrencilere günlük hayattan bilgiler içeren, ilgilerini çekeceği düşünülen bir çukurun bilgileri verilmiş, öğrencilerin derse güdülenmesini sağlayacak bir giriş oluşturulmaya çalışılmıştır. Etkinliğin maddelerine geçmeden önce etkinliğin giriş kısmındaki bağlamı anlamaları için bazı ifadeler verilmiş, ifadelerdeki bağlamı anlamaları, yorumlamaları ve sonrasında sorunun maddelerine geçiş yapmaları beklenmiştir. Verilen ifadeler çocuğu karmaşaya düşürecek ifadelerdir. Seçilen ifadelerin karmaşık ve algoritmik olmayan düşünceler içermesi bilişsel olarak zorlayıcı etkinliğin özelliği olarak karşımıza çıktığından sorunun bağlamı hazırlanırken buna dikkat edilmiştir. Etkinliğin a maddesine geçildiğinde ilk

süreçte öğrencilerden düşündükleri ifadeleri görselleştirmeleri istenmiştir. Sonrasında b maddesinde de öğrencilerin görsel olarak canlandırdıkları ifadeleri cebirsel gösterimler oluşturarak denklemlere dönüştürmeleri beklenmiştir. Bu kısımda öğrencilerin etkinliğin girişinde kullanılan ifadeleri yorumlayarak maddeler dışında da çalışması geriye dönüp bilgileri anlamlandırmaları gerekmektedir. Öğrencinin bilgiyi keşfetmesi için uygun yöntemler kullanarak çalışması, kendi ifadelerini de anlamlandırması gerekmektedir. Son olarak da etkinliği c maddesinde öğrencilerden buldukları denklem ifadelerinden canlıların en başta bulunduğu derinlikleri bulmaları ve çözümlerinin kontrolünü sağlamaları istenerek etkinlik süreci tamamlanmaktadır. Bu süreçte öğrencilerin çözümlerine ve çözümlerine ek olarak düşünme şekillerine odaklanılmak istenmekte, bunun da etkinlik sürecinde yol gösterici olan öğretmen tarafından yapılması planlanmaktadır.

3.4. Uygulama Süreci

Matematiksel akıl yürütme ön testi, matematiksel akıl yürütme son testi ve bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulama süreci bu kısımda anlatılmıştır. Araştırmanın uygulama süreci 2020-2021 eğitim öğretim yılının nisan ayının son haftasında ilk oturum olan matematiksel akıl yürütme ön testinin uygulanmasıyla başlamış ve aynı hafta bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin ilki olan Kuskunkıran Tüneli etkinliği sınıf ortamında öğrencilere uygulanmıştır. Diğer dört etkinlik her bir haftada bir etkinlik oturumu olacak şekilde mayıs ayının son haftasına kadar uygulanmıştır. Ayrıca mayıs ayının son haftasında öğrencilere son oturum olan matematik akıl yürütme son testi uygulanmış ve uygulama süreci son bulmuştur.

3.4.1. Matematiksel Akıl Yürütme Ön Testi Uygulama Süreci

Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler öncesinde cebir öğrenme alanı "eşitlik ve denklem" kazanımlarına ilişkin stratejik cebirsel akıl yürütme yetkinlikleri doğrultusunda hazırlanan akıl yürütme ön testinde sorulacak açık uçlu sorular araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Matematiksel akıl yürütme ön testi 6 adet açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Hazırlanan matematiksel akıl yürütme ön testi uygulanmadan önce etik kurul izni alınarak (bkz, EK 2) sonrasında süreç uygulanmaya hazır hale gelmiştir. Öğrenciler matematiksel akıl yürütme ön testini çözerken süreç kamera ve ses kaydına alınmış, öğrencilere 6 adet ön test sorusunu çözmeleri için hızlı olmalarından çok akıl yürütme süreçlerinin nasıl olduğu inceleneceğinden iki ders saati (60 dakika) süre verilmiştir.

3.4.2. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinliklerin Uygulama Süreci

Öğrencilerin akıl yürütmelerini geliştirilmesi amacıyla ön test uygulandıktan sonra uygulanmaya başlanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler cebir öğrenme alanı "eşitlik ve denklem" konusuna ilişkin kazanımlar doğrultusunda Stein vd. (2000) tarafından hazırlanan Etkinlik Analizi Rehberi doğrultusunda araştırmacı tarafından tasarlanmıştır. Hazırlanan Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlikler uygulanmadan önce etik kurul izni alınarak (bkz, EK 2) sonrasında süreç uygulanmaya hazır hale gelmiştir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler, 5 haftalık süre içinde gerçekleştirilmiş, her hafta bir etkinliğin uygulaması yapılmak üzere 5 etkinlik uygulanmıştır. Araştırmacı tarafından gerçekleştirilen her bir etkinlik oturumu yaklaşık 2 ders saati (50-60 dakika arasında) sürmüş, etkinliklerin uygulama aşamasında süreç ses ve kamera kaydına alınmıştır.

Etkinlikler, bir sınıftaki 7. Sınıf öğrencilerinden 12 kişi ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere verilen etkinliklerin uygulanması süreci araştırmacının verdiği dönütlerle ilerlemiştir.

3.4.3. Matematiksel Akıl Yürütme Son Testi Uygulama Süreci

Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler sonrasında cebir öğrenme alanı "eşitlik ve denklem" kazanımlarına ilişkin stratejik cebirsel akıl yürütme yetkinlikleri doğrultusunda hazırlanan akıl yürütme son testi, ön testin aynısıdır. Burada iki etkinliğin aynı olması öğrencilerde gözlemlenecek değişimi aynı soru üzerinde görmek adına bu şekilde tasarlanmıştır. Hazırlanan matematiksel akıl yürütme son testi uygulanmadan önce etik kurul izni alınarak (bkz, EK 2) sonrasında süreç uygulanmaya hazır hale gelmiştir. Öğrencilere uygulanan ön testten sonra soru kâğıtları toplanmış, etkinlik sürecinin sonunda son test uygulanana kadar sorularla ilgili yorum yapılmamış, süreç sonunda sorularla ilgili konuşulacağı öğrencilere ifade edilmiştir. Öğrencilere matematiksel akıl yürütme ön testinde olduğu gibi matematiksel akıl yürütme son testinde de 6 adet son test sorusunu çözmeleri için 2 ders saati (60 dakika) süre verilmiş, süreç kamera ve ses kaydına alınmıştır.

Tüm bu uygulamalar araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiştir.

3.5. Verilerin Analizi

Bu bölümde matematiksel akıl yürütme ön ve son testindeki açık uçlu sorular ve bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler sürecine ilişkin elde edilen verilerin analizlerinin nasıl yapıldığı açıklanacaktır.

3.5.1. Matematiksel Akıl Yürütme Ön ve Son Testi'nin Analizi

MAYÖT'te ve MAYST'de bulunan açık uçlu sorulara verilen öğrenci yanıtlarının nitel analizi Lepak vd. (2018)'nin Stratejik Cebirsel Akıl Yürütme Yetkinlikleri doğrultusunda yapılmıştır. Bu yetkinlikler *metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1), göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme (C2), miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanma (C3), hesaplamaları ve işlemleri uygulama ve sonuçların doğruluğunu kontrol etme (C4) ve ikna edici açıklamalar yapma (C5)* şeklindedir. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar bu yetkinliklere göre değerlendirilmiş ve öğrencilerin açık uçlu sorulara verdikleri yanıtların nitel analizinde; matematiksel düşünme süreçleri, cebirsel gösterimleri kullanmaları ve kontrol etmeleri, gerekçelendirmeler yaparak anladıklarını kendi cümleleriyle ifade etmeleri gibi süreçlere odaklanılmıştır. Ek olarak değerlendirme sonucunda MAYÖT ve MAYST'de gözlemlenen farklı durumlar bu yetkinliklere göre özel olarak değerlendirilmiştir.

3.5.2. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinliklerin Analizi

BOZE'nin nitel analizinde, Stein vd. (2000)'nin çalışmasında yer alan Etkinlik Analizi Rehberi çerçevesi dikkate alınmıştır. Bu çerçeve bağlamında ses ve video kayıtlarıyla elde edilen verilerin tamamı transkript edilerek analizi yapılmıştır. Öğrencilerin BOZE uygulama sürecindeki düşünme süreçleri, öğretmenleriyle ve birbirleriyle olan iletişimleri analiz edilerek diyaloglar halinde sunulmuş ve Lepak vd. (2018)'nin Stratejik Cebirsel Akıl Yürütme Yetkinlikleri'ne göre de incelemeleri yapılarak anlatılmıştır. Analiz yapılırken etkinlik sürecinin traskriptlerinden elde edilen veriler diyaloglar halinde ayrıntılı bir şekilde sunularak etkinlik süreci derinlemesine incelenmiştir. Derinlemesine inceleme sürecinde öğretmen-öğrenci arasındaki ve öğrenciler arasındaki etkileşim süreçleri diyaloglardan yola çıkılarak kanıtlandırılmış ve süreç uygulanırken de kullanılan Beş Aşamalı Uygulama Modeli'nden kesitler verilerek sunulmuştur.

3.6. Araştırmanın Geçerliği ve Güvenirliği

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik kavramları önemli bir yer tutmaktadır. Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirlik, aktarılabilirlik, tutarlık, inandırıcılık ve teyit edilebilirlik kavramlarıyla belirtilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Araştırmada geçerlik ve güvenirliğin kavramlarımdan biri olan inandırıcılığın sağlanması için video kayıtlarının anlatımında ve yorumlanmasında nesnel olmaya dikkat edilmiş, süreç diyalogların doğrudan alıntılarıyla sunularak sürdürülmüştür. Ayrıca çalışmanın inandırıcılığını sağlamak için uzun süreli etkileşim ve uzman incelemesi stratejisi

kullanılmıştır. Uzun süreli etkileşim için yapılan çalışmaların süreleri uzatılmış ve yapılan çalışma sayısı arttırılmıştır. Matematiksel akıl yürütme ön testi bir ders saatinde uygulanmış, ardından bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklere geçilmiş ve her bir etkinlik ortalama 50-60 dakika sürmüş ve 5 hafta boyunca uygulanmıştır, son olarak matematiksel akıl yürütme son testi de bir ders saatinde uygulanmıştır. Uzman incelemesi, araştırmanın içeriği ile ilgili araştırmacının konudan bağımsız, alanında uzman bir kişiyle araştırmanın tamamını tüm boyutlarıyla incelemesi, bunları tartışmasına aynı zamanda da bulgular, sonuçlar, analizler ve hipotezler kısımlarına eleştirel şekilde bakarak araştırmaya geri dönütler vermesine dayanır (Mertens, 1998). Araştırmanın inandırıcılığını attırmak amacıyla uzman incelemesi yapılmıştır.

Araştırmanın geçerlik ve güvenirliğini sağlamak için önemli olan bir diğer kavram da aktarılabilirliktir. Aktarılabilirliğin ayrıntılı betimleme aşaması, diğer araştırmacıların araştırmanın sonuçlarını anlayabilmesi ve araştırmanın yapıldığı ortama benzer ortamlarda bunun gibi çalışmaları yapabilmelerini sağlamak için verilerin, bulguların vb, her aşamanın ayrıntılı tanımlamasını yapmaktır (Büyüköztürk vd., 2009). Araştırmada ayrıntılı betimlemeyi sağlayabilmek amacıyla tüm araştırma bu süreçlere göre tanımlanmış ve süreçler ayrıntılı olarak açıklanmıştır.

Nitel araştırmalarda tutarlık, ulaşılan sonuçların verilerle takip edilmesi ve kontrol edilebilmesi ile sağlanır (Yeşildere, 2006). Araştırmadaki ulaşılan sonuçların verilerle takip edilmesi için bu araştırmada ses kaydı, görüntü kaydı ve aynı zamanda da araştırmacı tarafından sürece için gözlemleri yazılarak not tutulmuştur. Ses kayıtları ve görüntü kayıtları ayrıntılı bir şekilde transkript edilerek son haline getirilmiştir. Bu çalışmada öğrencilere verilen ön ve son testlerin cevaplarının bulunduğu dokümanlar, ses ve görüntü kayıtları ve araştırmacının notları için tutarlık incelemesi her zaman yapılabilir.

Nitel araştırmalarda araştırmacı aynı zamanda katılımcı rolü de üstlendiğinden nesnellik sağlayamaz, bu yüzden nesnellikten ziyade teyit edilebilirlik kavramı ortaya çıkmaktadır. Teyit edilebilirlik, araştırmadaki verilerin, yorumlamaların araştırmacının hayal ürünü olmaması anlamına gelmektedir (Aslan, 2011). Bu bağlamda nitel araştırmacının topladığı verileri ulaştığı sonuçlarla teyit etmesi beklenir. Araştırmada teyit edilebilirliği sağlayabilmek adına teyit incelemesi stratejisi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda elde edilen ders notları, transkriptler, veriler, araştırmanın veri analizinde yapılan kodlamalar, ses kayıtları, video kayıtları gerekli durumda incelenmesi için saklanmaktadır.

Araştırmada veri toplama araçlarının geçerliği ve güvenirliği için alanından uzman iki matematik eğitimcisinden veri toplama araçlarında bulunan matematiksel akıl yürütme testindeki soruların stratejik cebirsel akıl yürütme yetkinliklerine göre, bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin ise etkinlik analizi rehberine göre görüşü alınmıştır. Görüşleri alınan uzmanların soru ve etkinlik maddelerine verdikleri cevaplara göre sorular ve etkinlikler tekrar düzenlenmiştir. Alınan görüşlerden sonra düzenlenen öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi amacıyla kullanılan bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler ve bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerden önce ve sonra uygulanan matematiksel akıl yürütme testlerinin anlaşılırlığını ölçmek amacıyla iki öğrenciye uygulanmış ve öğrencilerin süreç içerisinde ön test, son test ve etkinliklerde yaptıkları çalışmalar yeniden düzenlenip tasarlanmıştır.

3.7. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmada araştırmacı, alanın kendisinde zaman harcayan, araştırmada bulunan kişilerle doğrudan iletişim kuran ve gerektiğinde bu kişilerin yaşantılarını kendisi yaşayan, alanda kazandığı deneyimlerini ve görüşlerini, toplanan verilerin analizinde kullanan kişidir (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Yine Büyüköztürk ve diğerleri (2009), nitel bir araştırma sürecindeki araştırmacının rolünü; gerçek için arayış içinde olan araştırmacıların çalıştığı ve deneyimledikleri sürecin bir parçası olarak davranan kişi olarak almıştır. Bu araştırmada araştırmacı, araştırma sürecindeki tüm kısımların planlamasını yapmış, araştırmanın her aşamasında tarafsızlığını sürdürmüş, etkinliği uygularken öğrencilerle birebir diyalog kurmuş, kurduğu diyaloglar sırasında yönlendirme yapmadan öğrencilerin akıl yürütme süreçlerini açığa çıkaracak sorular sormuş, nesnel bir bakış açısıyla çalışmayı sürdürmüştür.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın alt problemlerinden yola çıkılarak öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerine ilişkin bulgulara ve bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sürecindeki bulgulara yer verilmiştir.

Aynı zamanda öğrencilere uygulanan matematiksel akıl yürütme ön testinde bulunan soruların stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinde bulunan yetkinliklerine ait analizlere, bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulandığı beş oturum süresince neler gözlemlendiğine, matematiksel akıl yürütme son testinde bulunan soruların stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinde bulunan yetkinliklerine ve bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerle karşılaşmadan önce ve karşılaştıktan sonra öğrencilerin akıl yürütme süreçlerindeki değişime ait yapılan analizlere yer verilerek süreç anlatılacaktır. Öğrencilerin MAYÖT ve MAYST'deki soruları yanıtladıkları yazılı çözümler ve BOZE sürecindeki ders içi diyaloglar incelenerek araştırmanın alt problemlerine yanıt aranacaktır.

4.1. Matematiksel Akıl Yürütme Ön Testi (MAYÖT)'ne İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın 1. Alt problemine yönelik bulgulara bu başlık altında yer verilmektedir. Araştırmanın 1. Alt problemi olan "Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikleri uygulama öncesinde öğrencilerin akıl yürütme süreçleri nasıldır?" sorusuna yanıt aranmaktadır.

MAYÖT uygulanmasından sonra öğrencilerin sorulara verdikleri yanıtlar detaylı incelenerek değerlendirme yapılmakta ve aşağıdaki sonuçlar açığa çıkmaktadır. Açığa çıkan sonuçlar, SAR çerçevesinde incelenmektedir. MAYÖT'e ilişkin bulguların incelenmesi, araştırmada yer alan SAR yetkinlikleriyle ilişkilidir. SAR yetkinlikleri birbirleriyle iç içe bir yapıdadır. Fakat araştırmanın derinlemesine bir inceleme ile gerçekleşmesi için her soruya verilen yanıtlar SAR yetkinlikleri ile ilişkili başlıklar altında incelenmektedir. SAR yetkinliklerinin incelenmesi öğrencilerin yetkinlikleri sağlama ve sağlayamama durumu olarak iki ayrı durumda incelenmektedir. Araştırmanın alt problemleri ile ilgili olan bu başlıkların bu yetkinlikler bağlamında incelenmesinin çalışmayı anlamlı kılacağı düşünülmektedir.

4.1.1. MAYÖT'ün C1 Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Stratejik cebirsel akıl yürütme (SAR) çerçevesinin C1 yetkinliği metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama yani problem çözmenin soruyu yorumlama aşamasını içermektedir.

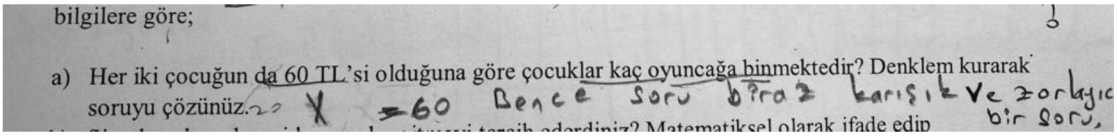
Tablo 3

MAYÖT'te metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrenciler

Metni Okuma, Yorumlama ve Bağlamı Anlama (C1) Yetkinliği	**SORU 1**	**SORU 2**	**SORU 3**	**SORU 4**	**SORU 5**	**SORU 6**
Sağlayamayan Öğrenciler	Ö3, Ö7, Ö8, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12	Ö5, Ö6, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12

Tablo 3'te metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrencilerin sorulara göre dağılımı verilmektedir. Aşağıda her bir soruya ilişkin C1 yetkinliğini sağlayamayan ve sağlayan öğrencilerin çözümleri incelenmektedir.

Soru 1 incelendiğinde C1 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında bazı öğrencilerin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu öğrenciler Ö3, Ö7, Ö8, Ö12'dir. Bu soruda öğrencilerin C1'i sağlayabilmesi için soruda verilen tablo ve bilgilere göre sorunun çözüm adımlarıyla ilgili bir fikre sahip olmaları ve bunlarla ilgili anladıklarını ifade eden işlem adımları oluşturmaları gerekmektedir. Ö7'nin sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 5'te gösterilmektedir.

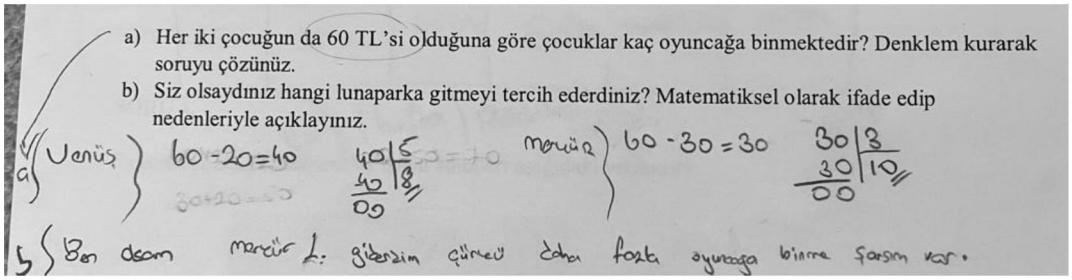

bilgilere göre;

a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kurarak soruyu çözünüz. 2x = 60 Bence soru biraz karışık ve zorlayıcı bir soru.

Şekil 5. Ö7'nin MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö7, soru metninde verilen bağlamı ve sorunun ana temasında belirtilen genel ifadeyi anlamamaktadır. Soruda belirtilen senaryoyu anlamakta zorluk çektiği için ilerleyen aşamalara da geçişte sıkıntı yaşamaktadır. Öğrenci soruyu anlamaya çalışırken sorunun altını çizmekte, anlamlandıramadığı noktada şekildeki gibi "Bence soru biraz karışık ve zorlayıcı bir soru" şeklinde ifadeler yazarak sorunun bağlamını anlamadığını yazarak ifade etmektedir.

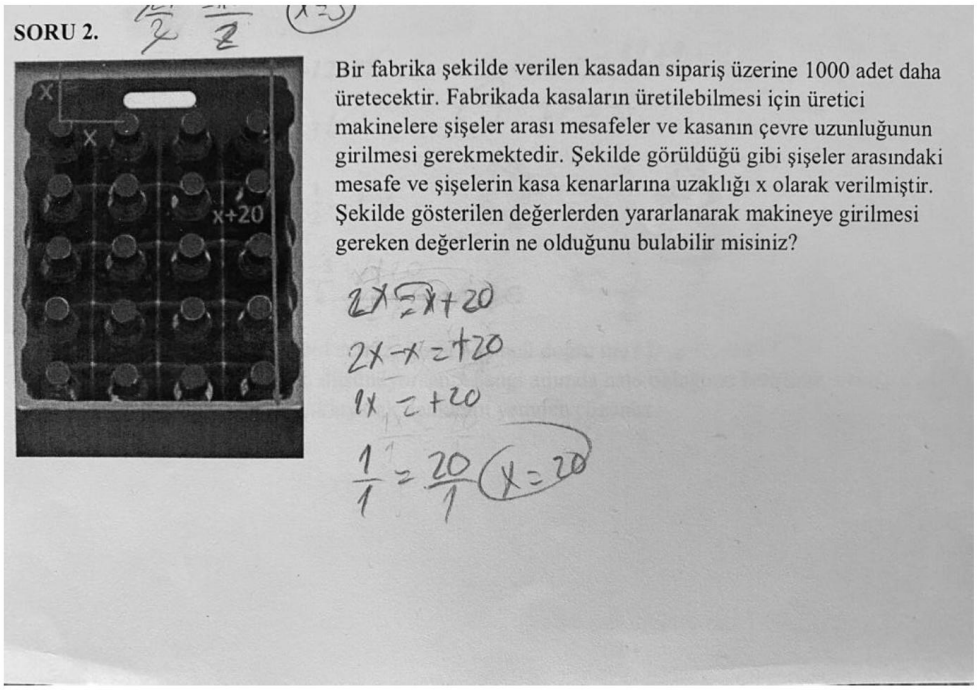
C1 yetkinliğini sağlayan Ö1'in aynı soruya verdiği yanıt ise Şekil 6'da gösterilmektedir.



Şekil 6. Ö1'in MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö6, Şekil 6'da görüldüğü üzere soru metninde verilen bağlamı anlamakta ve sorunun diğer yetkinliklerine geçiş yapmaktadır. Soruyu anlama sürecinde soru bağlamında verilen miktarları ve ilişkileri ortaya koymaktadır. Ö6, problemi anlamlandırabildiği için problem çözme stratejilerini düzgün kullanmakta ve işlemlerini adım adım gerçekleştirmektedir.

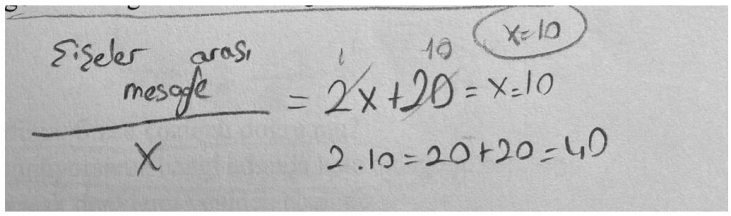
Soru 2 incelendiğinde C1 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında çoğu öğrencinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C1'i sağlayabilmesi için soruda verilen şekilden ve sorunun senaryosundan yararlanarak bilgileri doğru yorumlamaları ve denklemi oluşturan terimleri belirleyerek anladıkları bağlamı ifade edebilmeleri gerekmektedir. Ö8'in C1 yetkinliğini sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 7'de gösterilmektedir.



Şekil 7. Ö8'in MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler.

Ö8, soruda verilen cebirsel ifadeleri gördüğü gibi bir bağlantı kurmadan ve soruyu anlamlandırmadan 2x ve x+20 ifadelerini birbirine eşitleyerek işlem yapmaya yönelmektedir. Öğrencinin bu şekilde soru bağlamında ifade edilen metni yorumlamamadan işlem yapmaya yönelmesi, soruda verilen senaryoyu anlamlandıramadığını göstermektedir.

C1 yetkinliğini sağlayan Ö10'un aynı soruya verdiği yanıt Şekil 8'de gösterilmektedir.

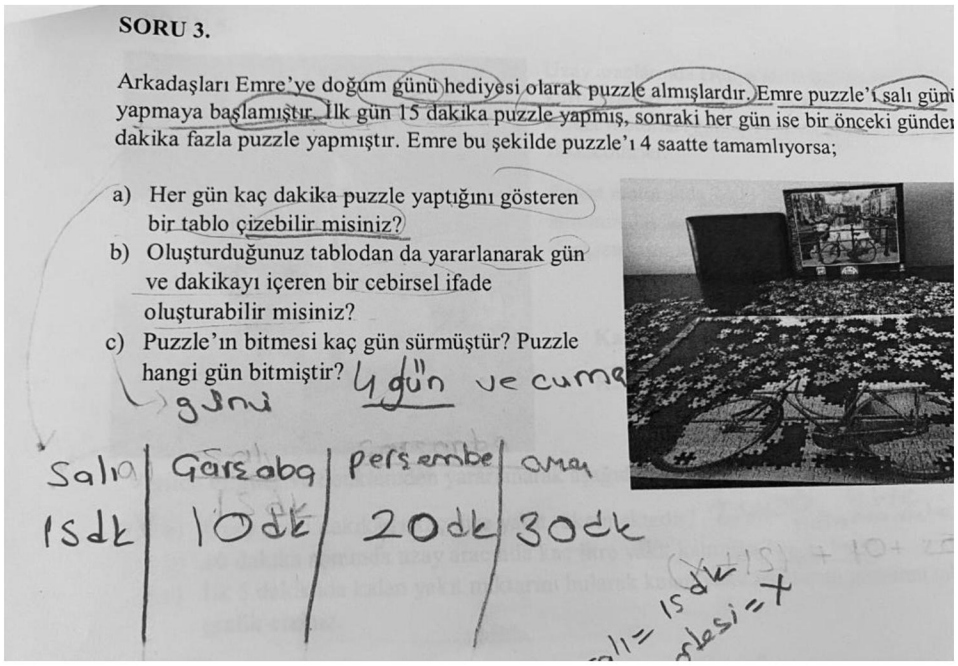


Şekil 8. Ö10'un MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler.

Ö10'un soruya ilişkin yanıtı incelendiğinde öğrencinin sorunun bağlamını anladığı görülmektedir. Öğrenci soru hakkında yorumlama yapabilmekte ve şişeler arasındaki

mesafeyi x olarak ifade edebilmektedir. Bu ifadesi öğrencinin soruda ifade edilen bağlamı anlamlandırabildiğini ve soru bağlamında ifade edilen kavramları anlayabildiğini göstermektedir.

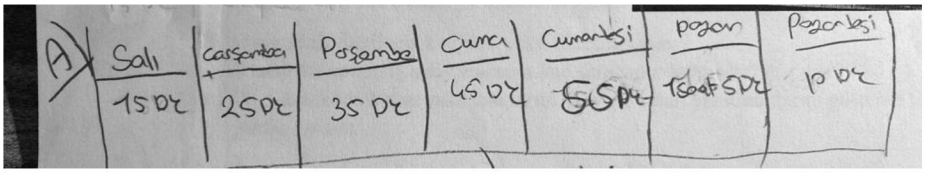
Soru 3 incelendiğinde C1 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında bazı öğrencilerin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu öğrenciler Ö5, Ö6 ve Ö12'dir. Bu soruda öğrencilerin C1'i sağlayabilmesi için soruda verilen senaryoyu anlaması ve verilen dakikaya göre yapılan puzzle miktarı değerlerini yorumlaması gerekmektedir. Ö5'in sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 9'da gösterilmektedir.



Şekil 9. Ö5'in MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö5 soru bağlamında verilen gün ve dakika ilişkisini yorumlayamadığı ve anlamlandıramadığı için sorunun maddelerinde verilen gün dakika ilişkisini içeren tablolara ve cebirsel ifadelere geçişte sorun yaşamaktadır. Sorunun başlangıcında verilen ilk günün 15 dakika (sabit terim) diğer günlerin de 10'ar dakika (artış miktarı) arttığı ifadesini anlamlandıramamakta, salı gününden çarşamba gününe geçişte tabloda verildiği gibi yeni başlangıç yaparak devam etmektedir.

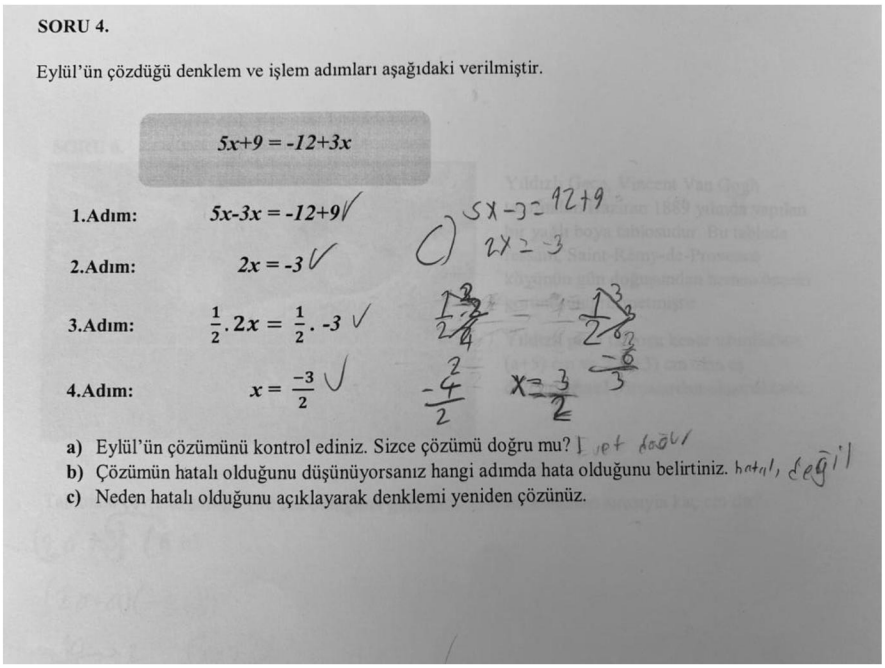
C1 yetkinliğini sağlayan Ö1'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 10'da gösterilmektedir.



Şekil 10. Ö1'in MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö1'in, soruyu anlamakta zorlanmadığı ve soruda istenen tablo oluşturma sürecine geçiş yapabildiği görülmektedir. Öğrenci soruda ifade edilen bağlamı anladığını bu tabloyu oluşturarak göstermektedir. Bu şekilde soruyu doğru anlamlandırıp yorum yaparak salı 15 dk, çarşamba 25 dk, … şeklinde tablodaki değerleri doğru yerleştirmektedir. Bu durum Ö1'in C1 yetkinliğini sağladığını göstermektedir.

Soru 4 incelendiğinde C1 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında çoğu öğrencinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C1'i sağlayabilmesi için soruda verilen denklem adımlarının doğruluğunu kontrol etmesi ve çözümün doğru olup olmadığını anlamlandırması gerekmektedir. Ö8'in C1 yetkinliğini sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 11'de gösterilmektedir.


SORU 4.

Eylül'ün çözdüğü denklem ve işlem adımları aşağıdaki verilmiştir.

$5x+9 = -12+3x$

1.Adım: $5x-3x = -12+9$ ✓

2.Adım: $2x = -3$ ✓

3.Adım: $\frac{1}{2}.2x = \frac{1}{2}.-3$ ✓

4.Adım: $x = \frac{-3}{2}$ ✓

a) Eylül'ün çözümünü kontrol ediniz. Sizce çözümü doğru mu? Yet doğru

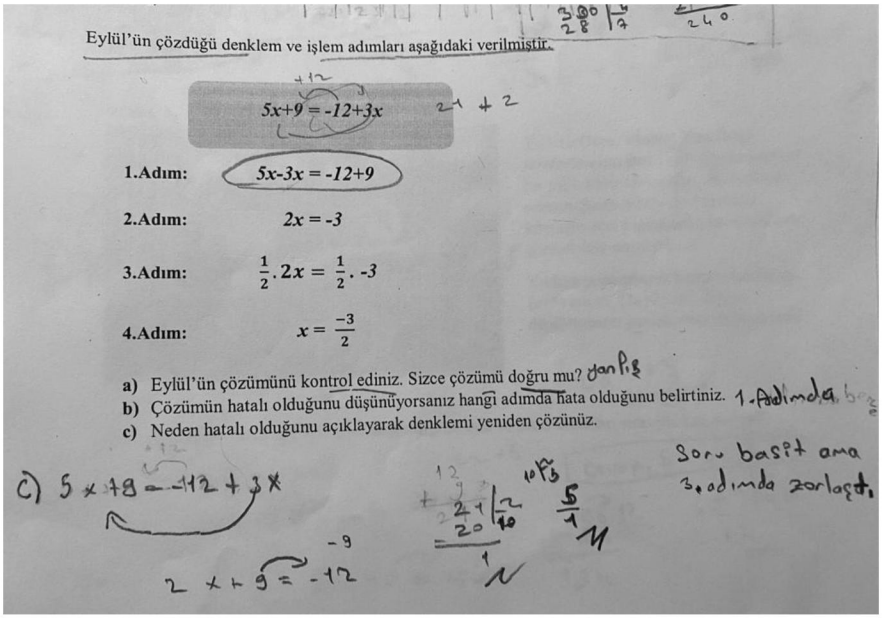
b) Çözümün hatalı olduğunu düşünüyorsanız hangi adımda hata olduğunu belirtiniz. hatalı değil

c) Neden hatalı olduğunu açıklayarak denklemi yeniden çözünüz.

Şekil 11. Ö8'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö8'in soruya verdiği yanıt incelendiğinde öğrencinin denklemin çözümüne ilişkin verilen soru bağlamını yorumlayamadığı görülmektedir. Soru adımlarını incelerken doğruluğunu söylemeye yönelik eğilim göstermekte ve problemin içeriğini yorumlamada güçlük çekmektedir. Problemi yorumlama kısmında sorun yaşayan öğrenci kendi çözümlerinde de aynı hatayı tekrarlamakta ve problem çözme stratejilerini kullanırken de sınırlı kalmaktadır.

C1 yetkinliğini sağlayan Ö5'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 12'de gösterilmektedir.

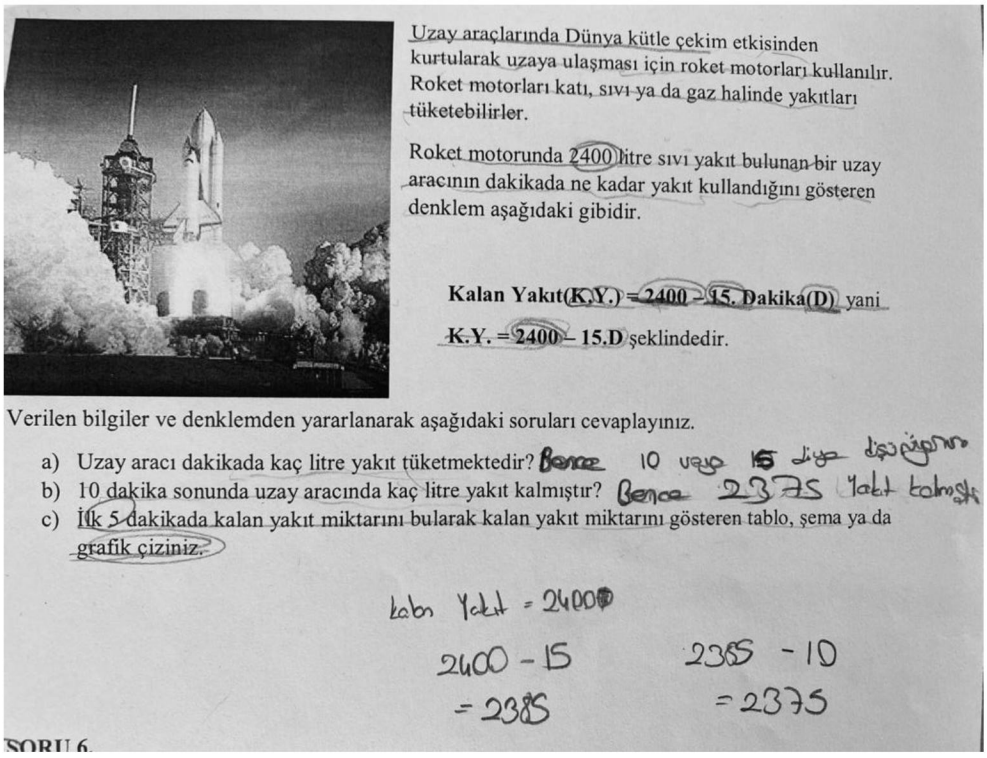


Şekil 12. Ö7'nin MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö7'nin çözüm adımları verilen denklemi incelediğinde 1. Adımı işaretleyerek doğru olmadığını belirttiği görülmektedir. Öğrencinin daha sonra doğru adımları oluşturması ve denklemin çözümünü doğru bulması problemin bağlamını anladığını göstermektedir. Dolayısıyla öğrencinin C1 yetkinliğini sağladığı çözümlerinden anlaşılmaktadır.

Soru 5 incelendiğinde C1 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında çoğu öğrencinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Soruya ilişkin yalnızca 1 öğrenci C1 yetkinliğini sağlayabilmektedir. Bu soruda öğrencilerin C1'i sağlayabilmesi için soruda denklemden yola

çıkarak gömülü olarak verilen ilişkileri anlamlandırıp, denklemi yorumladıktan sonra soru maddelerinde verilen ifadeleri çözümlemeye geçiş yapmaları gerekmektedir. Ö9'un C1 yetkinliğini sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 13'te gösterilmektedir.


Uzay araçlarında Dünya kütle çekim etkisinden kurtularak uzaya ulaşması için roket motorları kullanılır. Roket motorları katı, sıvı ya da gaz halinde yakıtları tüketebilirler.

Roket motorunda 2400 litre sıvı yakıt bulunan bir uzay aracının dakikada ne kadar yakıt kullandığını gösteren denklem aşağıdaki gibidir.

Kalan Yakıt(K.Y.) = 2400 – 15. Dakika(D) yani

K.Y. = 2400 – 15.D şeklindedir.

Verilen bilgiler ve denklemden yararlanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Uzay aracı dakikada kaç litre yakıt tüketmektedir? Bence 10 veya 15 diye düşünüyorum.
b) 10 dakika sonunda uzay aracında kaç litre yakıt kalmıştır? Bence 2375 Yakıt kalmıştı
c) İlk 5 dakikada kalan yakıt miktarını bularak kalan yakıt miktarını gösteren tablo, şema ya da grafik çiziniz.

Kalan Yakıt = 2400

2400 - 15 = 2385

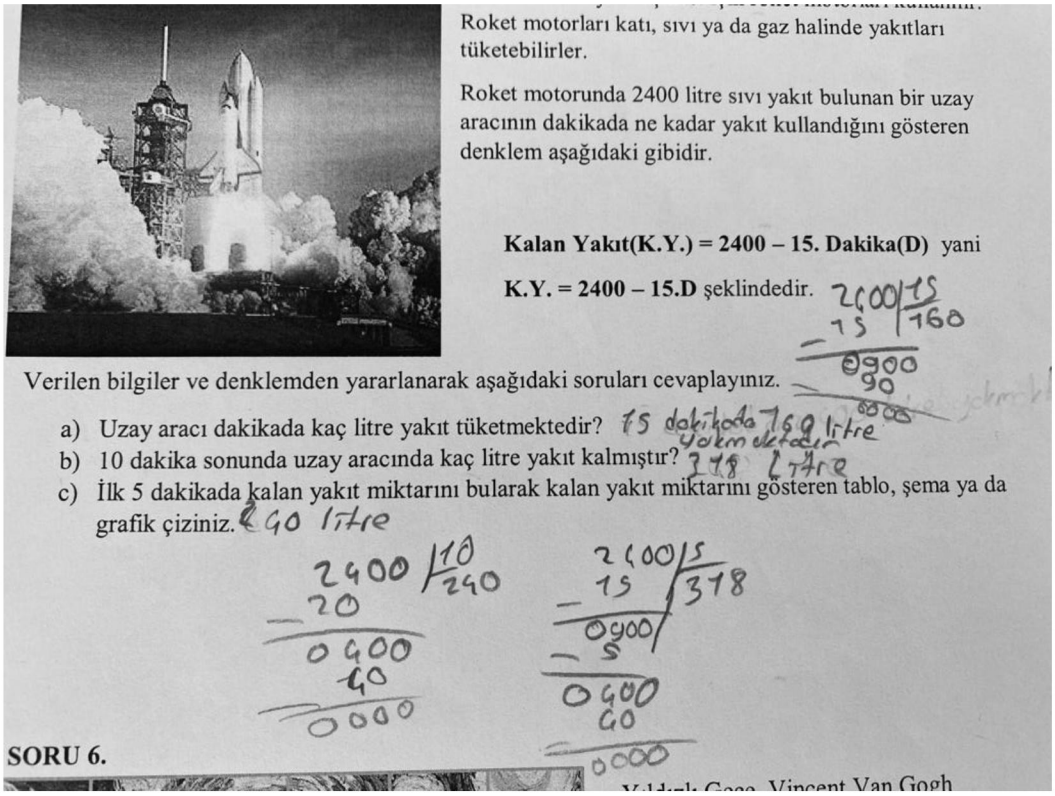
2385 - 10 = 2375

SORU 6

Şekil 13. Ö9'un MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler.

Ö9, denklemde verilen dakikada 15 litre yakıt tüketimi hakkında belli fikirlere sahip olsa da bu fikirlerini açıkça ifade edemeyip "10 veya 15 diye düşünüyorum." Şeklinde yorum yaptığı için C1 yetkinliğini sağlayamamaktadır. Burada artış miktarının 15 litre olabileceğini düşünmesi öğrencinin bağlamı anlamaya yönelik çalışmalar ile desteklenerek ilerleme gösterebileceğine dair fikir sunmaktadır.

C1 yetkinliğini sağlayan tek öğrenci olan Ö4'ün aynı soruya verdiği yanıt Şekil 14'te gösterilmektedir.



Roket motorları katı, sıvı ya da gaz halinde yakıtları tüketebilirler.

Roket motorunda 2400 litre sıvı yakıt bulunan bir uzay aracının dakikada ne kadar yakıt kullandığını gösteren denklem aşağıdaki gibidir.

Kalan Yakıt(K.Y.) = 2400 – 15. Dakika(D) yani

K.Y. = 2400 – 15.D şeklindedir.

Verilen bilgiler ve denklemden yararlanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

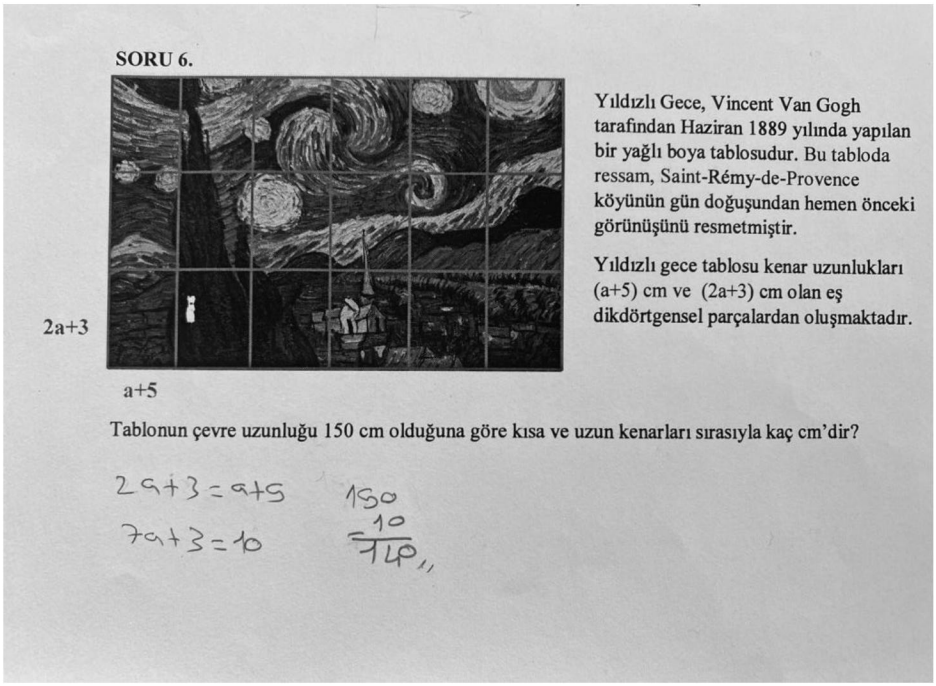
a) Uzay aracı dakikada kaç litre yakıt tüketmektedir?
b) 10 dakika sonunda uzay aracında kaç litre yakıt kalmıştır?
c) İlk 5 dakikada kalan yakıt miktarını bularak kalan yakıt miktarını gösteren tablo, şema ya da grafik çiziniz.

SORU 6.

Şekil 14. Ö4'ün MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler.

Ö4 sorunun tamamını çözerken doğru bir yaklaşım sergilememektedir. Burada öğrencinin bağlamı anlamlandırdığını gösteren nokta başlangıçta 2400 litre yakıt olduğunu denklemi yorumlayarak anlayabilmesi ve 2400 litre içerisinde kaç tane 15 olduğunu bulmaya çalışma eğilimi göstermesidir. Öğrencinin bu yaklaşımı diğer öğrencilere göre daha farklı bir stratejiye yoğunlaştığını ve metni yorumladığını göstermektedir. Bu nedenle Ö4'ün C1 yetkinliğini sağladığı yönünde değerlendirme yapılmaktadır.

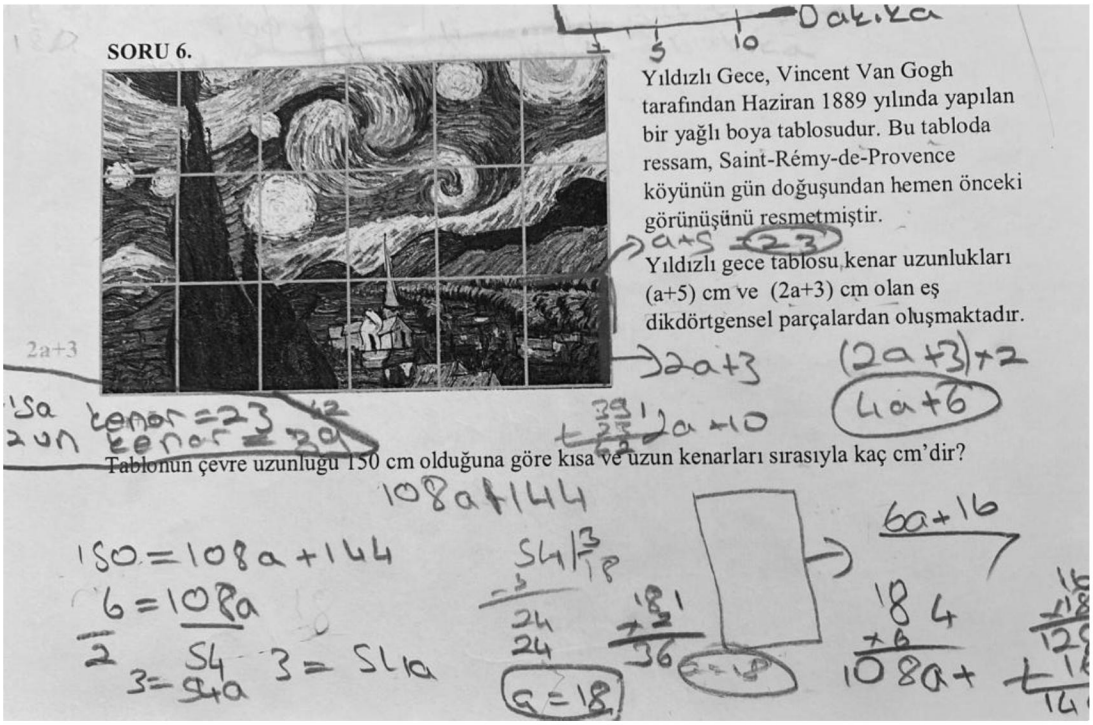
Soru 6 incelendiğinde C1 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında çoğu öğrencinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C1'i sağlayabilmesi için verilen dikdörtgen şeklindeki yağlı boya tablosunun kenarları eş dikdörtgensel parçalara ayrılmakta ve bu parçaların uzunluklarından yola çıkarak tüm dikdörtgenin kenar uzunluklarına geçiş yaparak kısa ve uzun kenarlar hakkında yorum yapabilmeleri gerekmektedir. Ö3'ün C1 yetkinliğini sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 15'te gösterilmektedir.



Şekil 15. Ö3'ün MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler.

Ö3'ün yanıtı incelendiğinde soruda verilen miktarlar ile matematiksel işlemlere geçiş yapmaktadır. Öğrencinin bu işlemlerinin soruda doğru çözüm adımlarıyla ilişkili olmaması, soruda verilen senaryoyu iyi okuyamadığını, doğru yorumlayamadığını ve bağlamı anlayamadığını göstermektedir. Dolayısıyla öğrenci C1 yetkinliğini sağlayamamaktadır.

C1 yetkinliğini sağlayan Ö2, Ö10 ve Ö11 öğrencilerinden Ö2'nin aynı soruya verdiği yanıt Şekil 16'da gösterilmektedir.



Şekil 16. Ö2'nin MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler.

Ö2'nin soruya verdiği yanıtlar incelendiğinde sonuçlarının yanlış olduğu fakat, işlemleri dikkatle incelendiğinde dikdörtgensel parçaların kısa ve uzun kenarlarını uygun katsayılarla çarpıp yağlı boya tablosunun kısa ve uzun kenarlarını bulmaya odaklandığı görülmektedir. Ayrıca öğrenci bu tablonun tüm kenarlarını toplayarak soru bağlamında verilen tablonun çevre uzunluğuna (150 cm) eşitlemektedir. Bu durum öğrencinin C1 yetkinliğini soru bağlamında sağladığını göstermesi açısından yeterli olmaktadır. Öğrencinin cebirsel ve aritmetik işlemlerde yaptığı hatalar diğer yetkinliklerde ele alınmaktadır.

4.1.2. MAYÖT'ün C2 (C2a, C2b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C2 yetkinliği göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlemeyi içermektedir. Bir alt basamağı C2a yetkinliği ilgili miktarların belirlendiği ve hangi bilgilerin uygun olup olmadığının seçildiği aşamadır. Diğer alt basamağı ise C2b yetkinliği miktarlar arası ilişkilerin belirlendiği ve bu ilişkilerin açıkça ifade edilebildiği kısımdır.

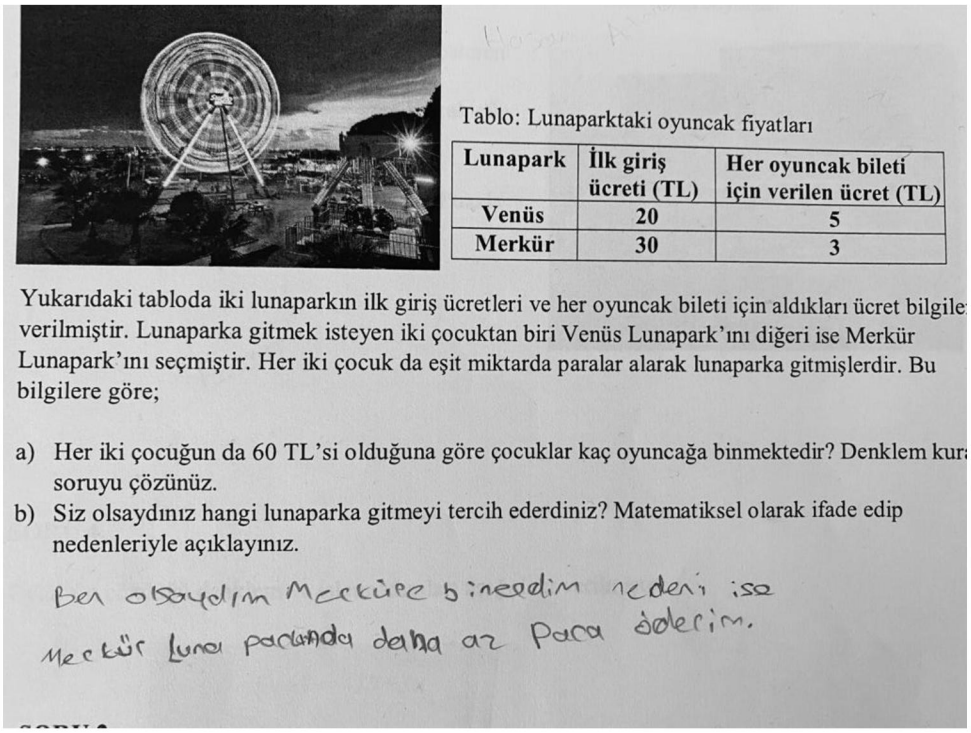
Tablo 4

MAYÖT'te göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme (C2) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrenciler

Göze Çarpan Miktarları ve Aralarındaki İlişkileri Belirleme (C2) Yetkinliği	**SORU 1**	**SORU 2**	**SORU 3**	**SORU 4**	**SORU 5**	**SORU 6**
Sağlayamayan Öğrenciler	Ö2, Ö3, Ö6, Ö7, Ö8, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö4, Ö5, Ö6, Ö9, Ö12	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 4'te göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme (C2) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrencilerin sorulara göre dağılımı verilmektedir. Aşağıda her bir soruya ilişkin C2 yetkinliğini sağlayamayan ve sağlayan öğrencilerin çözümleri incelenmektedir.

Soru 1 incelendiğinde C2 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerin yarısının yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C2'yi sağlayabilmesi için tabloda ve soru bağlamında verilen ifadelerdeki kullanılacak olan miktarları (lunaparka giriş ücretleri) belirlemesi ve miktarlar arasındaki ilişkiyi kurarak cebirsel temsiller oluşturmaları sonrasında da lunaparklar arasında kıyaslama yapmaları gerekmektedir. Ö12'nin sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 17'de gösterilmektedir.



Tablo: Lunaparktaki oyuncak fiyatları

Lunapark	İlk giriş ücreti (TL)	Her oyuncak bileti için verilen ücret (TL)
Venüs	20	5
Merkür	30	3

Yukarıdaki tabloda iki lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncak bileti için aldıkları ücret bilgile verilmiştir. Lunaparka gitmek isteyen iki çocuktan biri Venüs Lunapark'ını diğeri ise Merkür Lunapark'ını seçmiştir. Her iki çocuk da eşit miktarda paralar alarak lunaparka gitmişlerdir. Bu bilgilere göre;

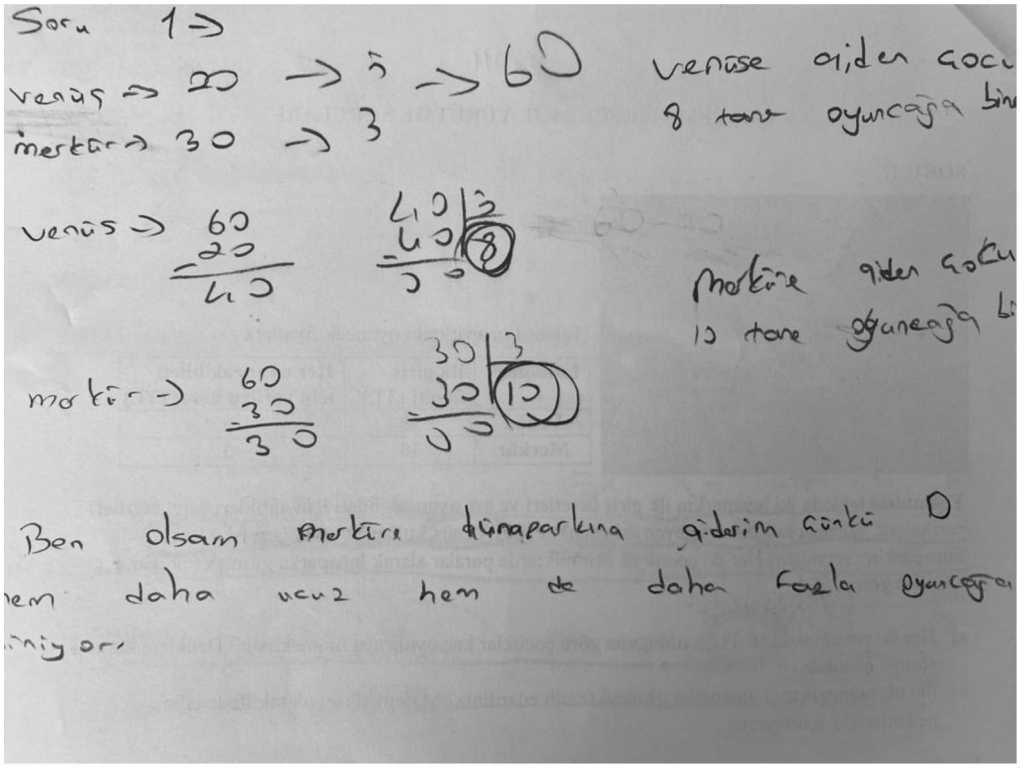
a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kur soruyu çözünüz.
b) Siz olsaydınız hangi lunaparka gitmeyi tercih ederdiniz? Matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız.

Ben olsaydım Merkür'e binerdim çünkü ise Merkür Lunaparkında daha az para ödeyim.

Şekil 17. Ö12'nin MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö12 sorunun senaryosuna ilgili olduğunu gösteren bir yorum yaparak metni okuduğunu göstermektedir. Fakat öğrenci sorunun bağlamına ilişkin tabloda verilen miktarları belirleyip kullanma sürecine geçiş yapamamaktadır. Dolayısıyla öğrencinin C2 yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.

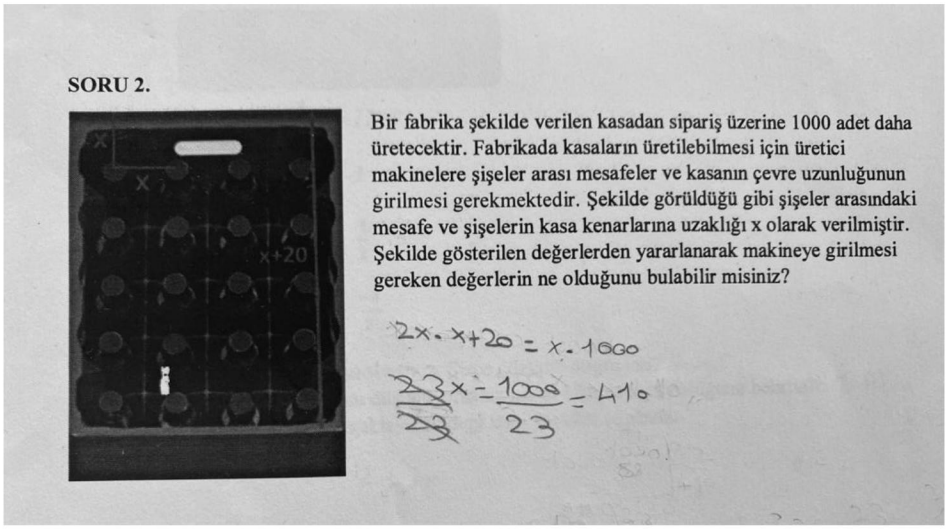
C2 yetkinliğini sağlayan Ö11'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 18'de gösterilmektedir.



Şekil 18. Ö11'in MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö11'in Venüs ve Merkür Lunapark'larına ilişkin ilk giriş ücretlerini ve oyuncak bileti ücretlerini çözümlerine başlamadan önce tekrardan belirtmesi, soruda verilen miktarları düzenlediğini ve çözümlerinde kullanmak için sorunun bilgilerini özetlediğini göstermektedir. Öğrencinin bu süreçleri uygulaması ilgili miktarları belirlediğinin göstergesidir. Öğrenci yaptığı aritmetik işlemlerden sonra hangi lunaparkta daha çok oyuncağa bineceğine dair yorumları ile ilgili miktarlar arasındaki ilişkileri ifade etmektedir. Dolayısıyla Ö11, C2 yetkinliğini sağlamaktadır.

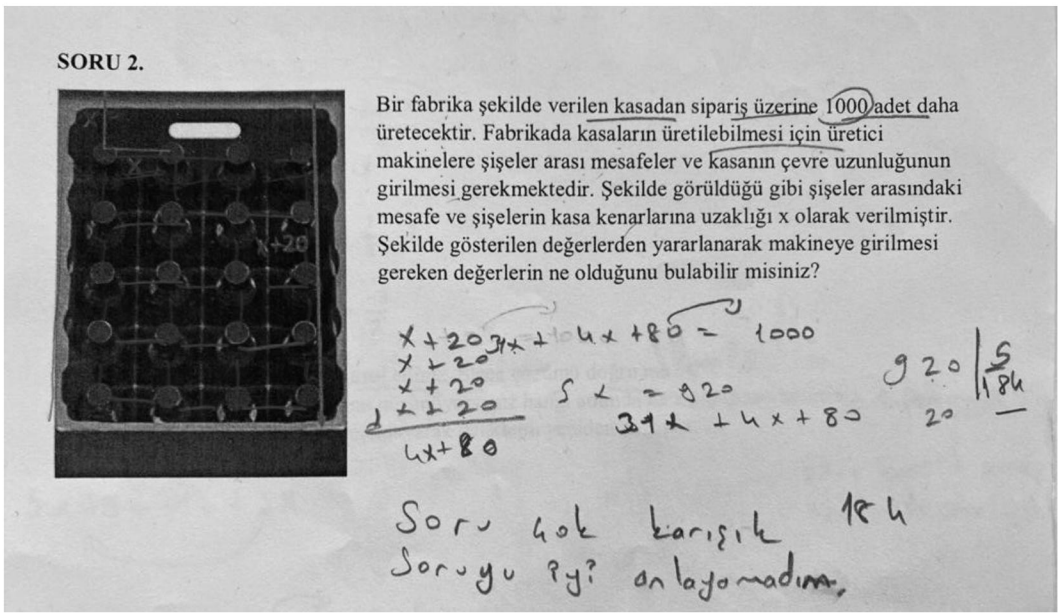
Soru 2 incelendiğinde C2 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerin hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C2'yi sağlayabilmesi için soruda kasalar hakkında verilen üretim miktarının gereksiz ifade olarak kullanıldığını farkederek onu işlemlerinde bulundurmaması ve miktarlar arasındaki ilişkiyi ifade edip şekilden de yola çıkarak şişeler arası mesafe ve şişelerin kasa kenarları arasındaki uzaklık arasında ilişki kurabilmesi gerekmektedir. Ö3'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 19'da gösterilmektedir.



Şekil 19. Ö3'ün MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler.

Ö3, kasada bulunan şişeler arasındaki mesafeyi (x) kasanın uzun kenarına (x+20) eşitleyerek bulabileceğinin farkında değildir. Burada öğrenci soruda verilen gereksiz bilgiyi (1000 adet kasa) ayırt edemediği için çözümlerinde kullanmaktadır. Dolayısıyla öğrenci ilgili miktarları belirleme ve ilişkilerini ifade etme ile ilgili olan C2 yetkinliğini sağlayamamaktadır.

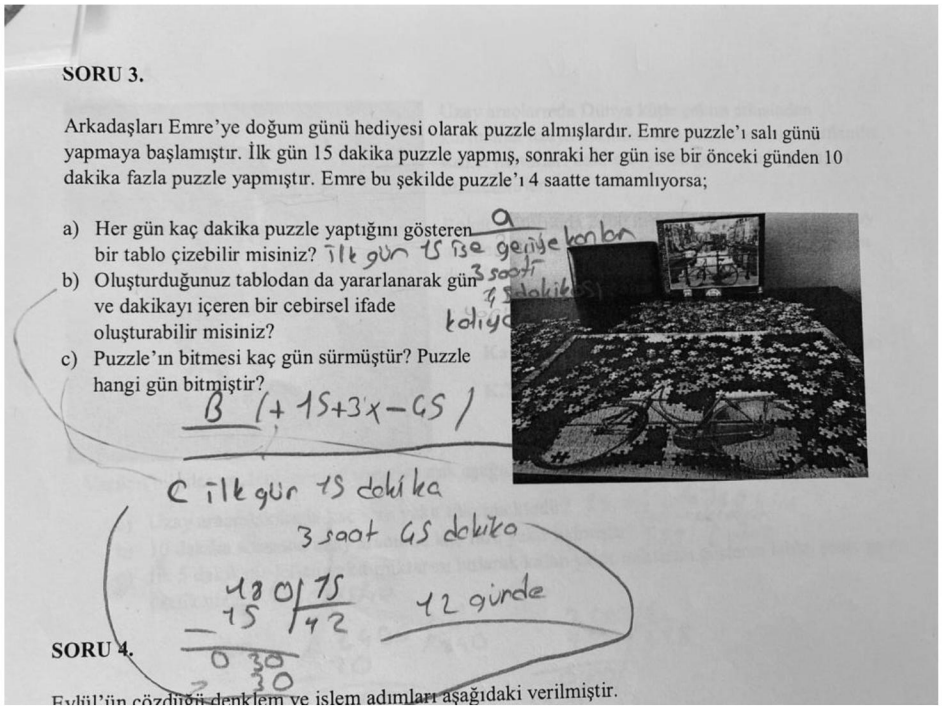
C2 yetkinliğini sağlayamayan Ö7'nin aynı soruya verdiği yanıt Şekil 20'de gösterilmektedir.



Şekil 20. Ö7'nin MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler.

Ö7 de Ö3 gibi soruda verilen gereksiz bilgiyi (1000 adet kasa) ayırt edemediği için çözümlerinde kullanmaktadır. Bu öğrenci daha çok aritmetik ve cebirsel işleme yer vererek soru bağlamını anlamaya ve ilgili miktarları çözüme dâhil etmeye çalışmaktadır. Yine de öğrenci soruda verilen tüm miktarları kullanarak (gereksiz bilgiler de dâhil) ilgili miktarları belirleyemediğini; bu miktarları doğru işlem adımlarında kullanamadığı için miktarlar arası ilişkiyi ifade edemediğini göstermektedir. Dolayısıyla öğrenci C2 yetkinliğini sağlayamamaktadır.

Soru 3 incelendiğinde C2 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında bazı öğrencilerin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu öğrenciler Ö4, Ö5, Ö6, Ö9 ve Ö12'dir. Bu soruda öğrencilerin C2'yi sağlayabilmesi için güne göre puzzle'da ilerlenen dakika miktarlarını belirlemesi ve dakika ve yapılan puzzle miktarı arasındaki ilişkiyi tanımlayarak cebirsel gösterimlere geçiş yapmak için bir plan oluşturması gerekmektedir. Ö4'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 21'de gösterilmektedir.

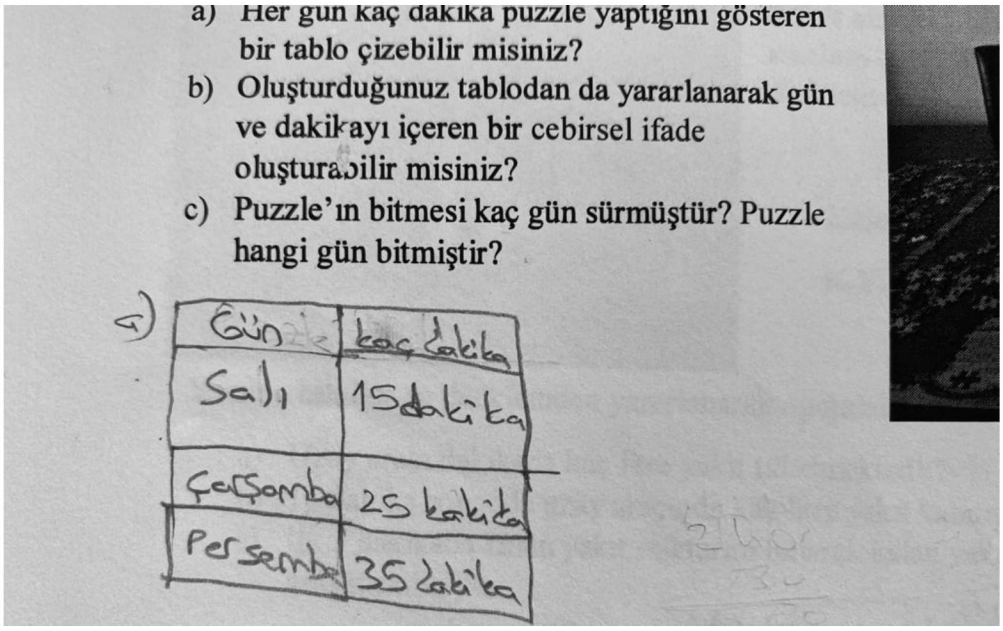


Şekil 21. Ö4'ün MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö4, sorunun ilerleyen adımlarında kullanacağı miktarlardan bazılarını dikkate alıp (15 dakika) bazılarını ise gözardı ettiği için (10 dakika) ilgili miktarları belirleme sürecini başarılı

bir şekilde gerçekleştirememektedir. Dolayısıyla öğrencinin miktarlar arasındaki ilişkiyi ifade etme sürecinde de güçlük çektiği görülmektedir. Ö4, bu süreçlerinden dolayı C2 yetkinliğini sağlayamamaktadır.

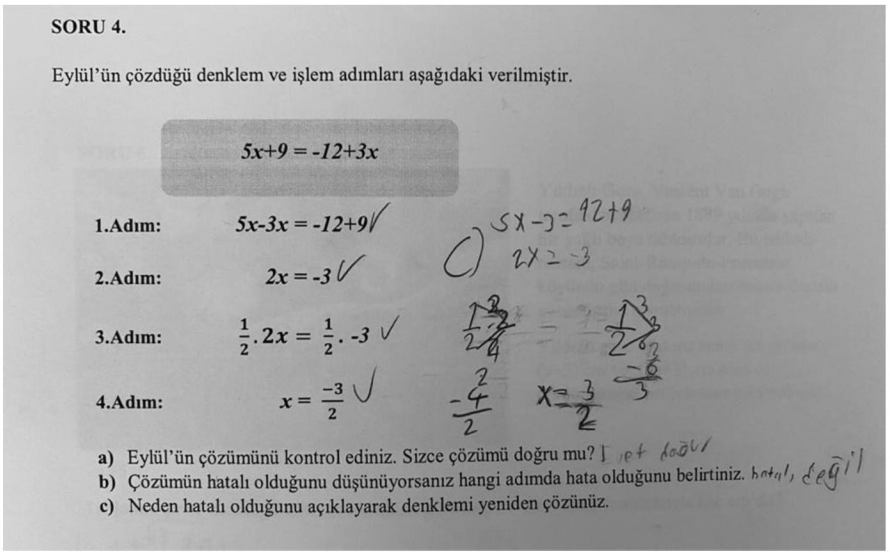
C2 yetkinliğini sağlayan Ö3'ün aynı soruya verdiği yanıt Şekil 22'de gösterilmektedir.



Şekil 22. Ö3'ün MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö3, soruda verilen ilk gün 15 dakika puzzle yapma ifadesini kullanarak ilgili miktarları belirlemeye başlamaktadır. Öğrenci sonraki her gün bir önceki günden 10 dakika fazla puzzle yapma ifadesini doğru yorumlayarak ilk günkü puzzle yapma süresine (15 dakika) 10'ar dakika ekleme yapmakta ve sonraki günlere ilişkin ilgili miktarları da belirleyebilmektedir. Öğrencinin miktarlar arasındaki ilişkinin 10 dakika olduğunu ifade edebildiği görülmektedir. Dolayısıyla öğrenci C2 yetkinliğini sağlamaktadır.

Soru 4 incelendiğinde C2 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerin çoğunun yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C2'yi sağlayabilmesi için çözümü verilen denklemdeki hatalı miktarları ve neden hatalı olduğunu belirlemesi aynı zamanda da miktarlar arasındaki ilişkileri belirlerken hatalı olan veya olmayan kısımları net bir şekilde açıklayabilmeleri ve bunları göstermeleri gerekmektedir. Ö8'in sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 23'te gösterilmektedir.



SORU 4.

Eylül'ün çözdüğü denklem ve işlem adımları aşağıdaki verilmiştir.

$5x+9 = -12+3x$

1.Adım: $5x-3x = -12+9$

2.Adım: $2x = -3$

3.Adım: $\frac{1}{2}.2x = \frac{1}{2}.-3$

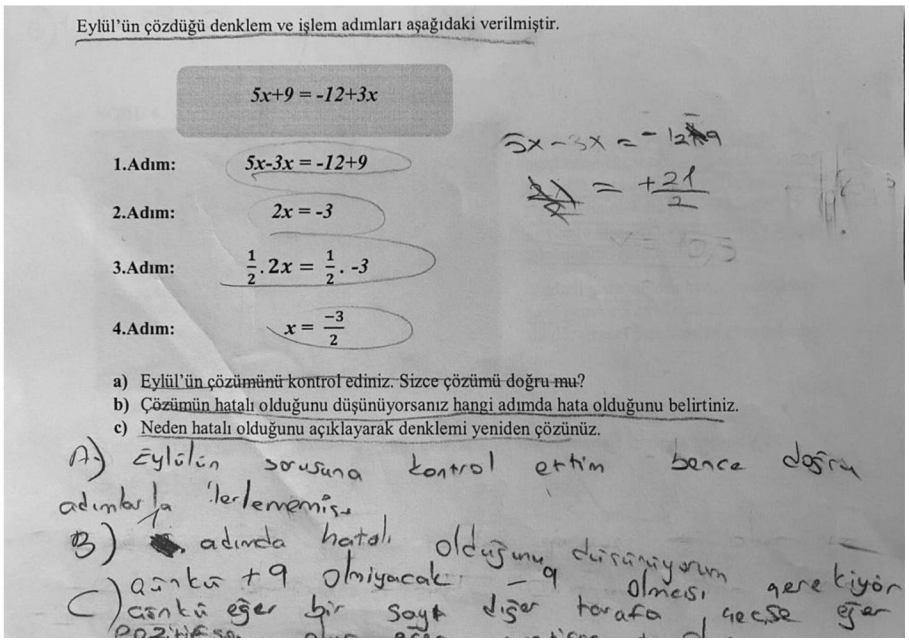
4.Adım: $x = \frac{-3}{2}$

a) Eylül'ün çözümünü kontrol ediniz. Sizce çözümü doğru mu?
b) Çözümün hatalı olduğunu düşünüyorsanız hangi adımda hata olduğunu belirtiniz.
c) Neden hatalı olduğunu açıklayarak denklemi yeniden çözünüz.

Şekil 23. Ö8'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö8, soruyu iyi yorumlayamadığı ve verilen denklemin çözüm adımlarını iyi takip edemediği için çözüm adımlarında verilen hatayı bulamamaktadır. Dolayısıyla öğrenci ilgili miktarları belirleyemediği için C2 yetkinliğini sağlayamamaktadır.

C2 yetkinliğini sağlayan Ö11'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 24'te gösterilmektedir.



Eylül'ün çözdüğü denklem ve işlem adımları aşağıdaki verilmiştir.

$5x+9 = -12+3x$

1.Adım: $5x-3x = -12+9$

2.Adım: $2x = -3$

3.Adım: $\frac{1}{2}.2x = \frac{1}{2}.-3$

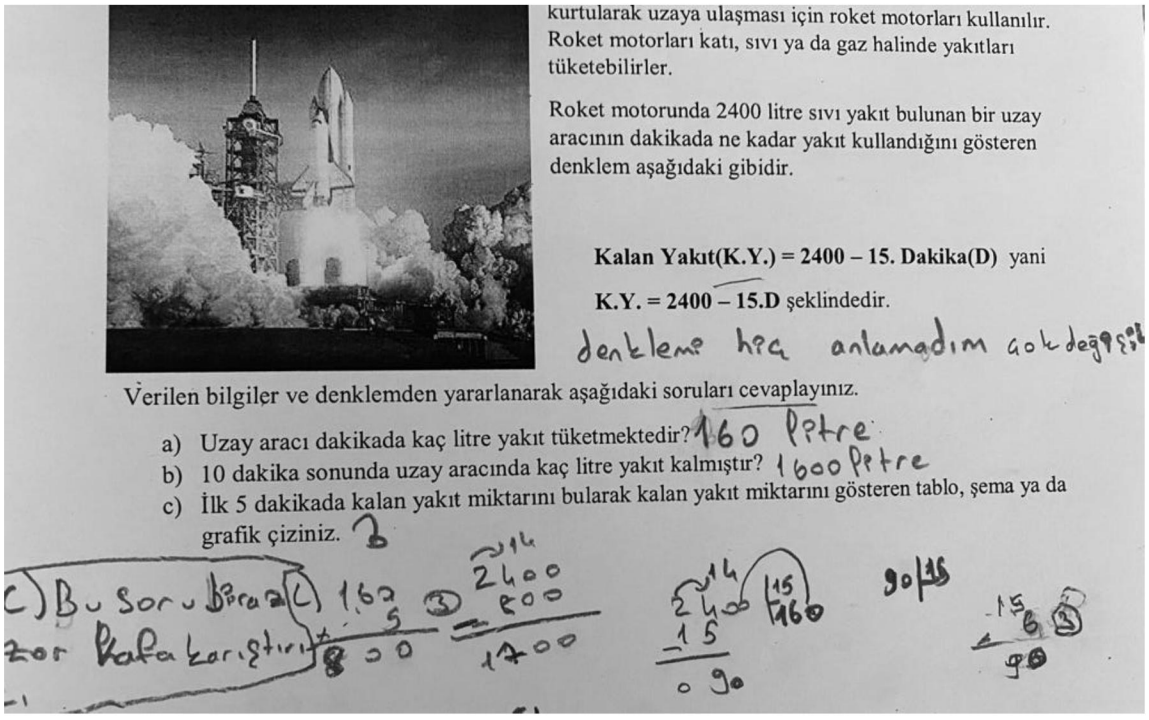
4.Adım: $x = \frac{-3}{2}$

a) Eylül'ün çözümünü kontrol ediniz. Sizce çözümü doğru mu?
b) Çözümün hatalı olduğunu düşünüyorsanız hangi adımda hata olduğunu belirtiniz.
c) Neden hatalı olduğunu açıklayarak denklemi yeniden çözünüz.

Şekil 24. Ö11'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö11 denklemin 1. Adımında verilen hatayı tespit ederek bu hataya sebep olan miktarı (+9'un eşitliğin diğer tarafına yine +9 şeklinde geçmesi) belirlemektedir. Bu durumu "Çünkü eğer bir sayı diğer tarafa geçerse +9 değil -9 olması gerekiyor, eğer bir sayı diğer tarafa geçerse pozitifse negatife dönüşmesi gerekir." Şeklinde yorumlayan öğrencinin miktarlar arası ilişkiyi ifade edebildiği görülmektedir. Dolayısıyla öğrenci C2 yetkinliğini sağlamaktadır.

Soru 5 incelendiğinde C2 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerin hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C2'yi sağlayabilmesi için verilen denklemde yer alan terimlerden ilgili olan miktarları belirlemeleri ve miktarlar arasındaki ilişkiyi ifade edebildiklerine yönelik düşüncelerini de süreye bağlı kalan yakıt miktarını yorumlayarak belirtmeleri gerekmektedir. Ö7'nin sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 25'te gösterilmektedir.


kurtularak uzaya ulaşması için roket motorları kullanılır. Roket motorları katı, sıvı ya da gaz halinde yakıtları tüketebilirler.

Roket motorunda 2400 litre sıvı yakıt bulunan bir uzay aracının dakikada ne kadar yakıt kullandığını gösteren denklem aşağıdaki gibidir.

Kalan Yakıt(K.Y.) = 2400 – 15. Dakika(D) yani

K.Y. = 2400 – 15.D şeklindedir.

denkleme hiç anlamadım çok değişik

Verilen bilgiler ve denklemden yararlanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Uzay aracı dakikada kaç litre yakıt tüketmektedir? 160 Petre
b) 10 dakika sonunda uzay aracında kaç litre yakıt kalmıştır? 1600 Petre
c) İlk 5 dakikada kalan yakıt miktarını bularak kalan yakıt miktarını gösteren tablo, şema ya da grafik çiziniz.

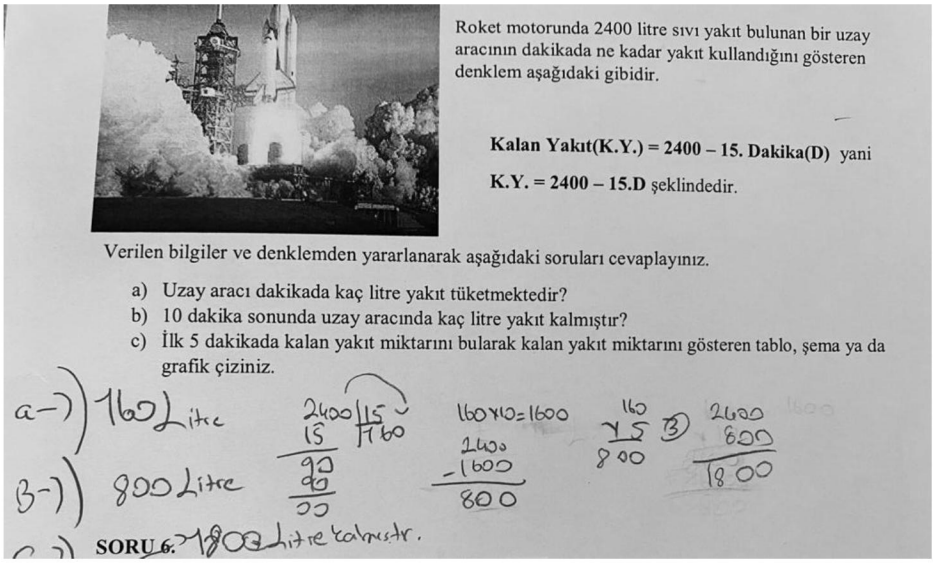
c) Bu soru biraz zor kafa karıştırıcı

Şekil 25. Ö7'nin MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler.

Ö7 denklemde verilen sabit terim ve artış miktarını gösteren dakikanın katsayısı ile ilgili doğru yorumlar yapamadığı için sorunun a maddesine yanlış yanıt vermektedir. Bu durum öğrencinin ilgili miktarları belirleyemediğini göstermektedir. İlgili miktarları doğru

belirleyemeyen Ö7, süreye bağlı kalan yakıt miktarı ile ilgili ilişkileri de doğru ifade edememektedir. Dolayısıyla öğrenci C2 yetkinliğini sağlayamamaktadır.

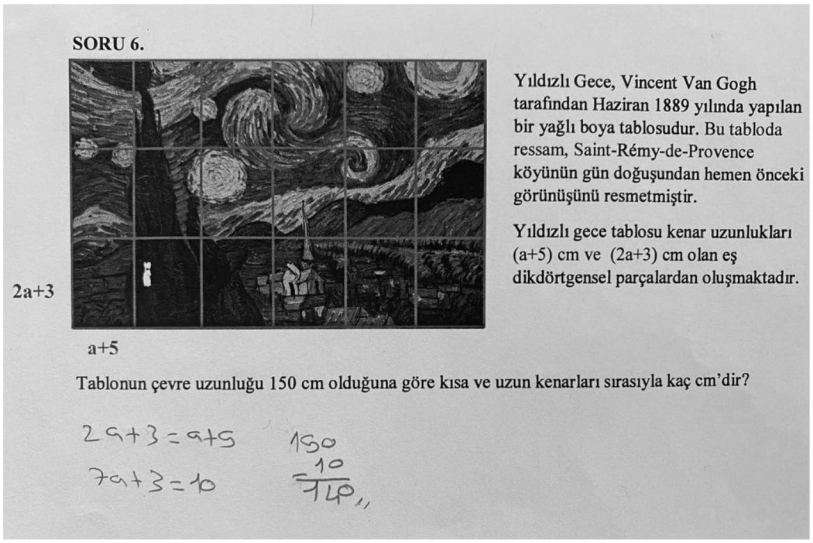
C2 yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö1'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 26'da gösterilmektedir.



Şekil 26. Ö1'in MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler.

Ö1 de Ö7 gibi ilgili miktarları belirleyemediğini gösteren aritmetik işlemler yapmaktadır. Denklemde verilen sabit terim ve katsayı ile ilgili doğru yorumlar yapamadığı için öğrencinin süreye bağlı kalan yakıt ilişkisini açıkça ifade edemediği görülmektedir. Dolayısıyla Ö1, C2 yetkinliğini sağlayamamaktadır.

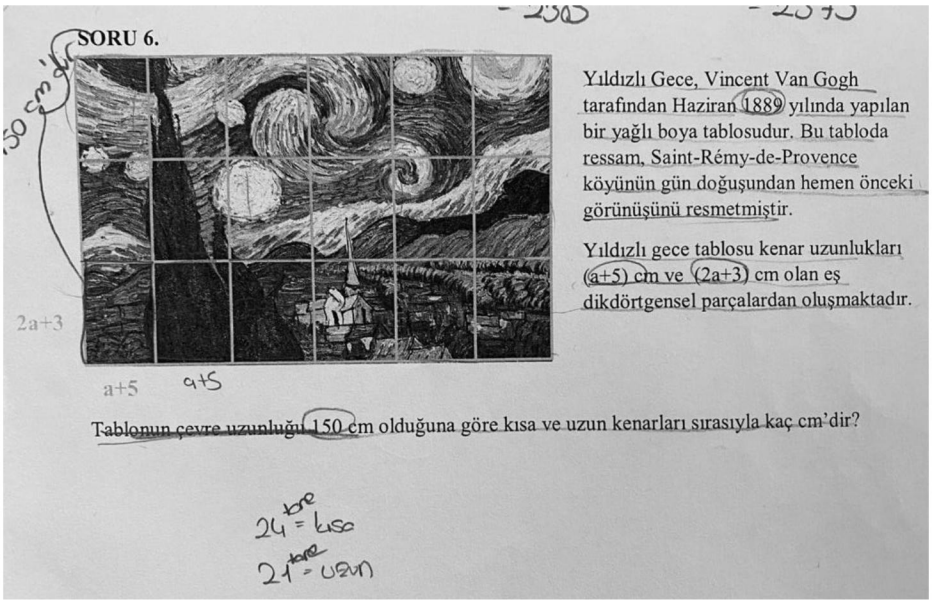
Soru 6 incelendiğinde C2 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerin hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C2'yi sağlayabilmesi için şekilde ve soru bağlamında verilen yağlı boya tablosunun köşelerindeki eş dikdörtgensel parçaların kenar uzunluklarını belirleyebilmeleri ve bu uzunluklardan yararlanarak dikdörtgen şeklindeki tablonun kenar uzunluklarını belirleyebilmeleri gerekmektedir. Ö3'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 27'de gösterilmektedir.



Şekil 27. Ö3'ün MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler.

Ö3, eş dikdörtgensel parçaların kısa ve uzun kenarlarını kullanacağı yönünde fikirlere sahip olsa da, bu kenarları yağlı boya tablosunun kenarlarını bulmak için kullanmamaktadır. Bu durum öğrencinin miktarlar arasındaki ilişkiyi anlamadığını göstermektedir. Dolayısıyla öğrenci C2 yetkinliğini sağlayamamaktadır.

C2 yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö9'un aynı soruya verdiği yanıt Şekil 28'de gösterilmektedir.



Şekil 28. Ö9'un MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler.

Ö9 soru bağlamını anlayamadığı ve senaryoyu yorumlayamadığı (C1) için soruda verilen ilgili miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleyememektedir. Öğrencinin çözüm sürecinde metni okuma ile sınırlı kalarak hiçbir yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir.

4.1.3. MAYÖT'ün C3 (C3a, C3b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

SAR çerçevesinin C3 yetkinliği miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanmayı içermektedir. Yetkinliğin bir alt bileşeni olan C3a yetkinliği ise sıfırdan ya da ekleme yaparak cebirsel gösterimler oluşturulan ve bu gösterimlerin farklı temsil biçimleriyle de ifade edilebildiği aşamadır. C3a yetkinliği 1, 2, 3, 4, 5 ve 6. sorularda incelenirken; C3b yetkinliği ise 3 ve 5. sorularda incelenmektedir.

Tablo 5

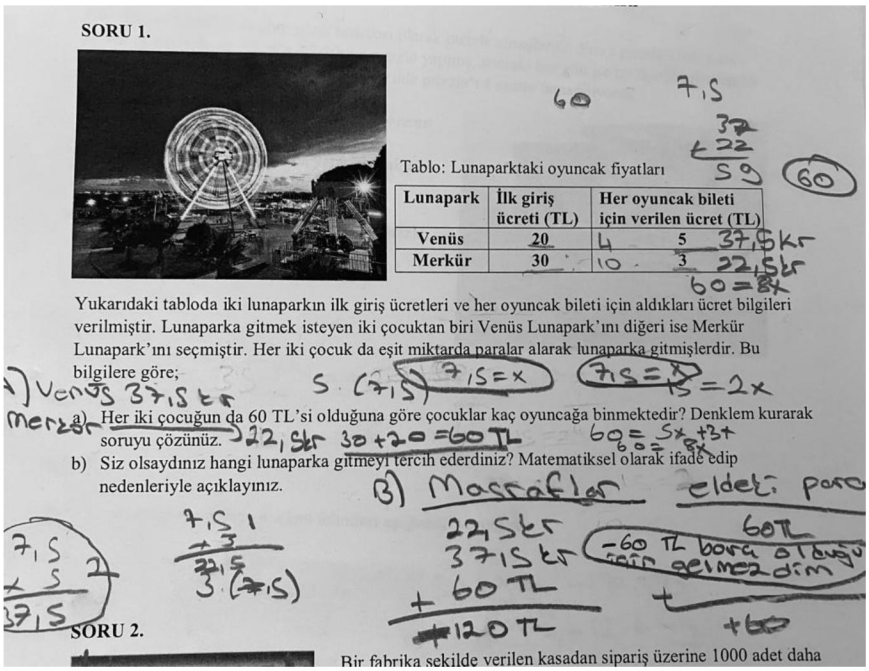
MAYÖT'te cebirsel gösterimler oluşturma (C3a) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrenciler

Cebirsel Gösterimler Oluşturma (C3a) Yetkinliği	**SORU 1**	**SORU 2**	**SORU 3**	**SORU 5**	**SORU 6**
Sağlayamayan Öğrenciler	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö4, Ö5, Ö6, Ö9, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 5'te cebirsel gösterimler oluşturma (C3a) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrencilerin sorulara göre dağılımı verilmektedir. Aşağıda her bir soruya ilişkin C3a yetkinliğini sağlayamayan ve sağlayan öğrencilerin çözümleri incelenmektedir.

Soru 1 incelendiğinde C3a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C3a'yı

sağlayabilmesi için soruda verilen ilk giriş ücreti ve her oyuncak bileti için verilen tablo ücretini yorumlayıp cebirsel gösterimler oluşturarak soruda verilen ifadeleri anlamlandırmaları gerekmektedir. Ö2'nin sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 28'de gösterilmektedir.


SORU 1.

Tablo: Lunaparktaki oyuncak fiyatları

Lunapark	İlk giriş ücreti (TL)	Her oyuncak bileti için verilen ücret (TL)
Venüs	20	5
Merkür	30	3

Yukarıdaki tabloda iki lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncak bileti için aldıkları ücret bilgileri verilmiştir. Lunaparka gitmek isteyen iki çocuktan biri Venüs Lunapark'ını diğeri ise Merkür Lunapark'ını seçmiştir. Her iki çocuk da eşit miktarda paralar alarak lunaparka gitmişlerdir. Bu bilgilere göre;

a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kurarak soruyu çözünüz.

b) Siz olsaydınız hangi lunaparka gitmeyi tercih ederdiniz? Matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız.

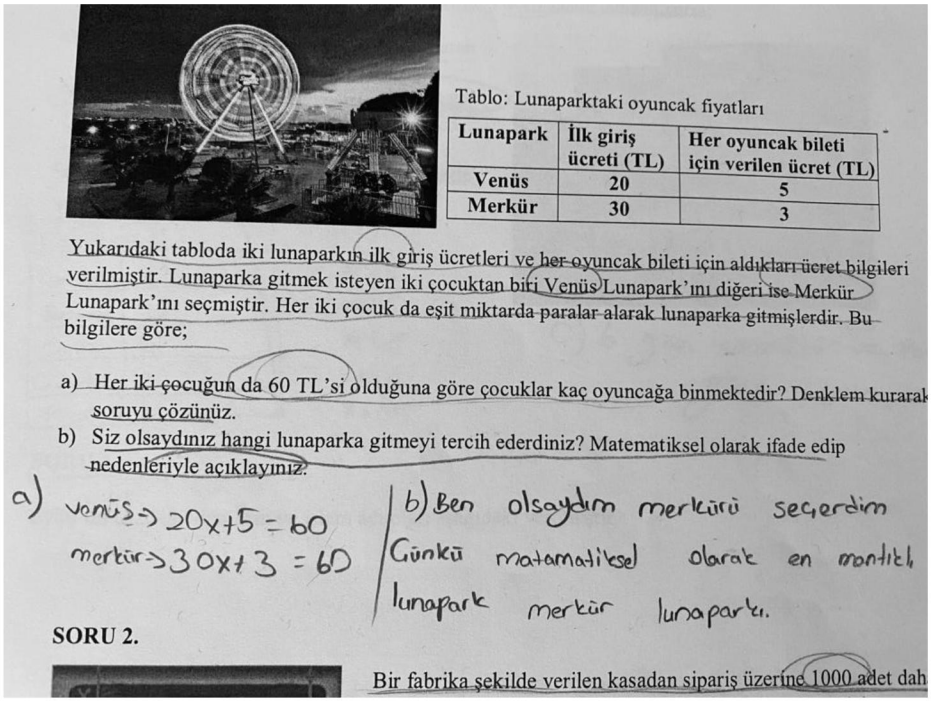
SORU 2.

Bir fabrika şekilde verilen kasadan sipariş üzerine 1000 adet daha

Şekil 29. Ö2'nin MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö2, denklem kurarak çözüm yapması istenilen sorunun çözümlerini aritmetik işlemlerle yapmaktadır. Öğrencinin denklem oluşturma eğiliminde olduğu 60=5x+3x şeklinde oluşturduğu denklemden anlaşılmaktadır. Fakat öğrencinin oluşturduğu denklemde çözüm ile ilgili miktarları dikkate almaması denklemin doğru olmamasına neden olmaktadır. Dolayısıyla Ö2 doğru temsili (denklem) oluşturamadığı için C3a yetkinliğini sağlayamamaktadır.

C3a yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö10'un aynı soruya verdiği yanıt Şekil 30'da gösterilmektedir.



Tablo: Lunaparktaki oyuncak fiyatları

Lunapark	İlk giriş ücreti (TL)	Her oyuncak bileti için verilen ücret (TL)
Venüs	20	5
Merkür	30	3

Yukarıdaki tabloda iki lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncak bileti için aldıkları ücret bilgileri verilmiştir. Lunaparka gitmek isteyen iki çocuktan biri Venüs Lunapark'ını diğeri ise Merkür Lunapark'ını seçmiştir. Her iki çocuk da eşit miktarda paralar alarak lunaparka gitmişlerdir. Bu bilgilere göre;

a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kurarak soruyu çözünüz.

b) Siz olsaydınız hangi lunaparka gitmeyi tercih ederdiniz? Matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız.

a) venüs -> 20x+5 = 60
merkür -> 30x+3 = 60

b) Ben olsaydım merkürü seçerdim Çünkü matamatiksel olarak en mantıklı lunapark merkür lunaparkı.

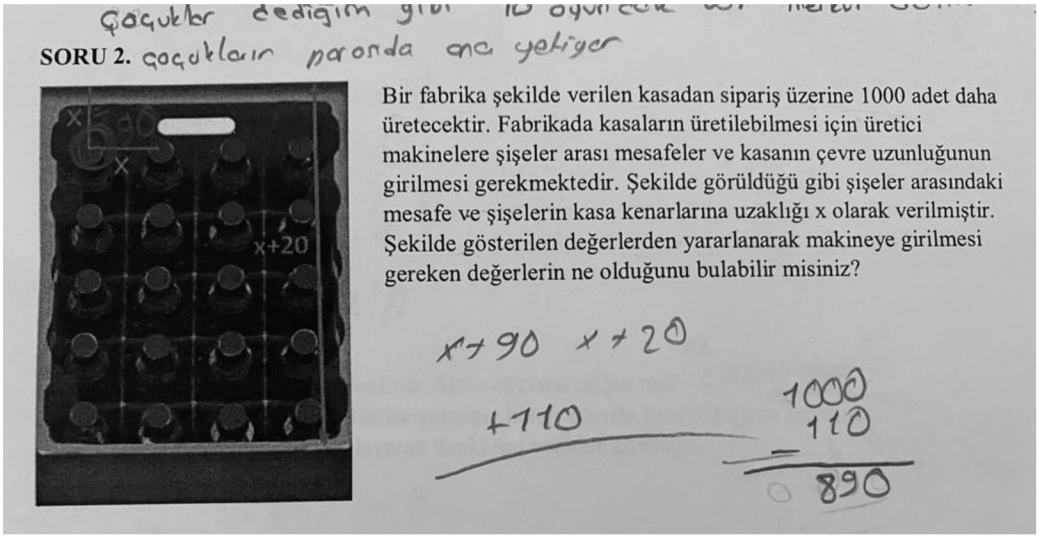
SORU 2.

Bir fabrika şekilde verilen kasadan sipariş üzerine 1000 adet dah

Şekil 30. Ö10'un MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö10, denklem oluşturma ile ilgili belli fikirlere sahiptir. Öğrenci oluşturacağı denklem ile verilen bağlam arasında tam olarak doğru bir ilişki kuramamaktadır. Örneğin, öğrenci 20+5x=60 şeklinde oluşturulması gereken denklemi 20x+5=60 şeklinde ifade etmektedir. Bu durum öğrencinin bağlamda verilen miktarları dikkate alarak sabit terim ve artış miktarını denkleme entegre edemediğini göstermektedir. Dolayısıyla öğrenci C3a yetkinliğini sağlayamamaktadır.

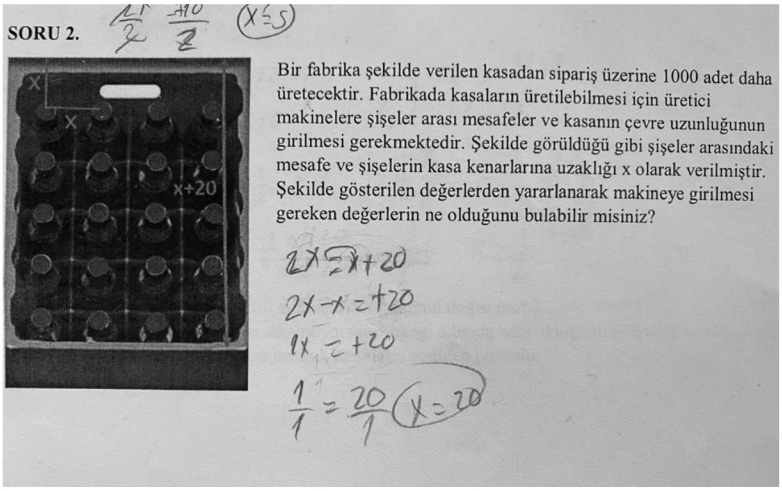
Soru 2 incelendiğinde C3a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C3a'yı sağlayabilmesi için soruda verilen şekilde ve soru bağlamında ifade edilen cümlelerdeki verilerden yola çıkarak denklem oluşturmaları gerekmektedir. Ö4'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 31'de gösterilmektedir.



Şekil 31. Ö4'ün MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler.

Ö4'ün ilgili miktarları belirlemeden (C2) bazı cebirsel ifadeler (x+90, x+20) oluşturduğu görülmektedir. Öğrencinin oluşturduğu bu cebirsel ifadeler sorunun çözümü ile ilişkili değildir. Öğrencinin soruyu çözme süreci oluşturduğu bu ifadelerle sınırlı kalmaktadır. Sorunun bağlamına ilişkin doğru denklemi oluşturamadığı için Ö4, C3a yetkinliğini sağlayamamaktadır.

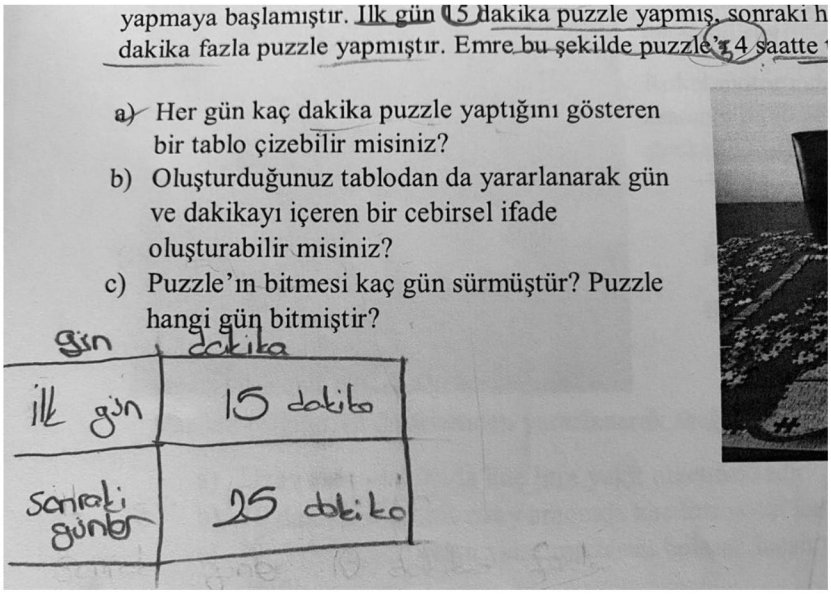
C3a yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö8'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 32'de gösterilmektedir.



Şekil 32. Ö8'in MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler.

Ö8, bağlama ilişkin doğru stratejilere yönelebilecekken denklemi oluştururken katsayıları doğru ifade edememektedir. Öğrencinin 6x=x+20 şeklinde oluşturması gereken denklemde 6x yerine 2x yazmasının sebebi, verilen şekilde gördüğü x'lerin iki tane olmasından kaynaklanabilir. Dolayısıyla öğrenci denklemi doğru oluşturamadığı için C3a yetkinliğini sağlayamamaktadır.

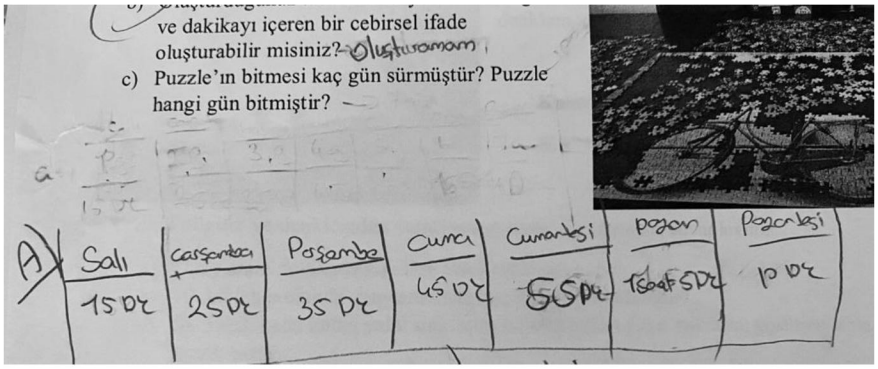
Soru 3 incelendiğinde C3a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden beşinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu öğrenciler Ö4, Ö5, Ö6, Ö9 ve Ö12'dir. Bu soruda öğrencilerin C3a'yı sağlayabilmesi için dakika ve yaptıkları puzzle miktarı ilişkisi ile ilgili sıfırdan bir gösterim yani tablo oluşturmaları gerekmektedir. Ö9'un sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 33'te gösterilmektedir.



Şekil 33. Ö9'un MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö9 ilk günde ve sonrasında dakika gün ilişkisini içeren ifadeleri yuvarlak içerisine alarak soruda verilen bağlamı anlamlandırarak sorunun diğer adımına geçiş yaptığını göstermektedir. Öğrenci sonrasında verilen sayısal değerlere ilişkin iki günün dakika miktarlarını içeren tabloyu ilk gün 15 dakika, diğer gün ise 25 dakika şeklinde göstererek 10 dakika arttığını tabloda göstermektedir. Fakat öğrenci tabloda görüldüğü üzere sonraki günler şeklinde ifade ederek diğer günlerin de 25 dakika olduğunu ifade etmekte ve günler ve dakika arasındaki ilişkiyi tam kavrayamamaktadır. Dolayısıyla Ö9 tabloyu tam olarak oluşturamadığı için C3a yetkinliğini sağlayamamaktadır.

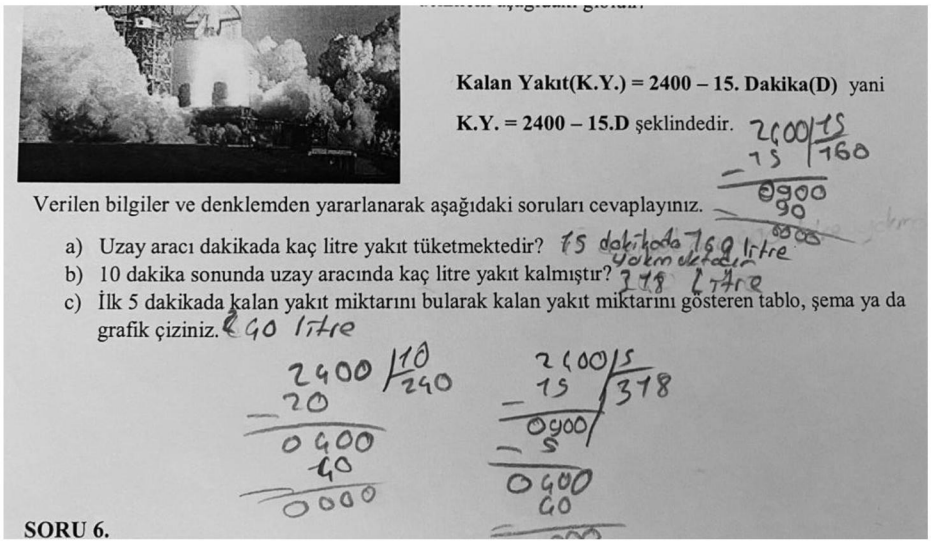
C3a yetkinliğini sağlayan Ö1'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 34'te gösterilmektedir.



Şekil 34. Ö1'in MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö1 öğrencisi soru bağlamında ifade edilen değerleri tabloya yerleştirerek, Salı günü 15 dakika, Çarşamba günü 25 dakika, Perşembe günü 35 dakika şeklinde ifade etmektedir. Ö1 soruda verilen ilk gün 15 dakika, diğer günler de bir önceki günden 10!ar dakika fazla puzzle yapılıyor ifadesinden yola çıkarak tablo oluşturmuştur. Öğrencinin oluşturduğu tablo sıfırdan temsil oluşturabilmesini ifade ettiği için öğrenci C3a yetkinliğini sağlamaktadır.

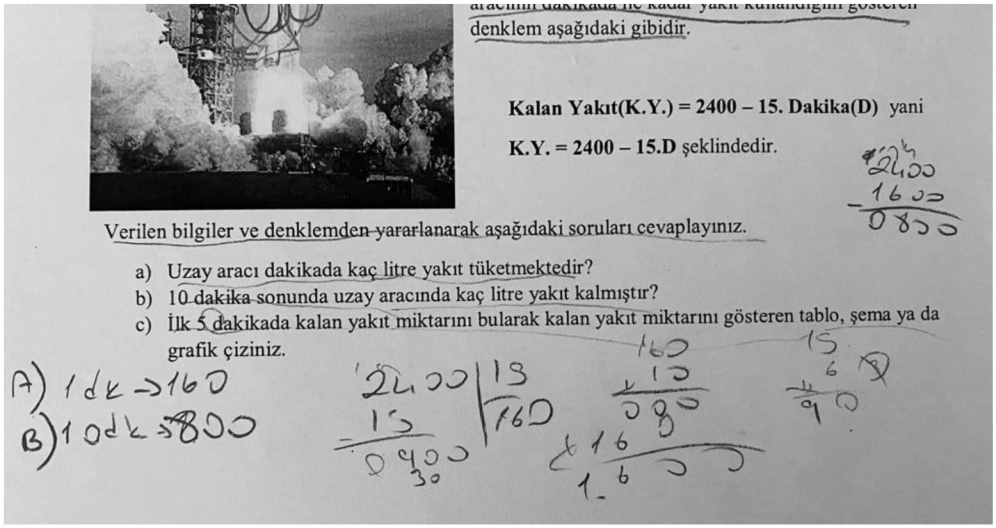
Soru 5 incelendiğinde C3a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C3a'yı sağlayabilmesi için soruda ifade edilen kalan yakıt miktarı ve dakika ilişkisini içeren tablo, şema ya da grafik çizmeleri gerekmektedir. Ö4'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 35'te gösterilmektedir.



Şekil 35. Ö4'ün MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler.

Ö4 soruda denklemi verilen kalan yakıt ve dakika ilişkisini aritmetik olarak çözümlemeye çalışmakta ve yorum yapmaktadır. Fakat öğrenci soruda verilen değerlere ilişkin anladıklarını tablo, şema ya da grafik gibi gösterimler kullanarak çizememektedir. Dolayısıyla Ö4, C3a yetkinliğini soru 5 için sağlayamamaktadır.

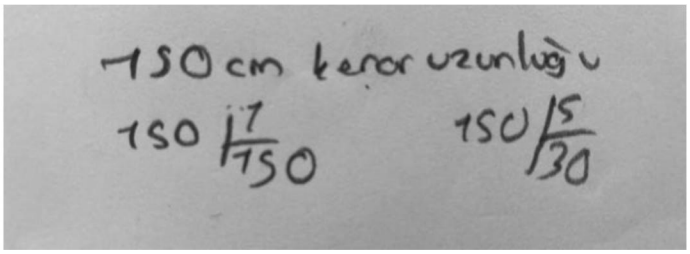
C3a yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö11'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 36'da gösterilmektedir.



Şekil 36. Ö11'in MAYÖT'te 5. soru için yaptığı işlemler.

Ö11 de tıpkı Ö4 gibi, soru bağlamında anladıklarını aritmetik işlemlerle göstermekte fakat kalan yakıt miktarı ve dakika ilişkisini tablo, şema ya da grafik şeklinde cebirsel gösterimler oluşturamamaktadır. Bunun yerine örneğin 2400'ü 15'e bölme gibi işlemler yapma adımında kalmaktadır. Dolayısıyla Ö11'in C3a yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.

Soru 6 incelendiğinde C3a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C3a'yı sağlayabilmesi için soru bağlamında ve verilen şekilde gösterilen yağlı boya tablosunun köşe kenarlarına ait verilen uzunluklarından yola çıkarak denklem oluşturmaları gerekmektedir. Ö4'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 37'de gösterilmektedir.



Şekil 37. Ö4'ün MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler.

Ö4, denklem kurmadan soru çözmeye yönelip verilen kenar uzunluklarından yola çıkarak soruyu çözümlemek istemektedir. Fakat soruda istenenden uzaklaşmakta ve sayısal işlemler yaparak daha ilerisine gidememektedir. Öğrenci basit işlem adımlarıyla sınırlı kalmaktadır. Öğrencinin cebirsel gösterimler oluşturamaması C3a yetkinliğini sağlayamadığını göstermektedir.

SAR çerçevesinin C3 yetkinliğinin başka bir alt basamağı olan C3b yetkinliği ise gösterimlerin yorumlandığı veya gösterimler arasında bağlantı kurulduğu aşamadır.

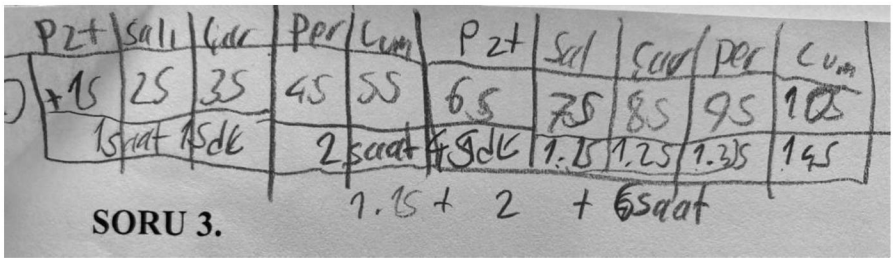
Tablo 6

MAYÖT'te C3b: Gösterimleri Yorumlama ve Aralarında Bağlantı Kurma Yetkinliğini Sorularda Sağlayamayan Öğrenciler

Gösterimleri Yorumlama ve Aralarında Bağlantı Kurma (C3b) Yetkinliği	**SORU 3**	**SORU 5**
Sağlayamayan Öğrenciler	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 5'te gösterimleri yorumlama ve aralarında bağlantı kurma (C3b) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrencilerin sorulara göre dağılımı verilmektedir. Aşağıda her bir soruya ilişkin C3b yetkinliğini sağlayamayan öğrencilerin çözümleri incelenmektedir.

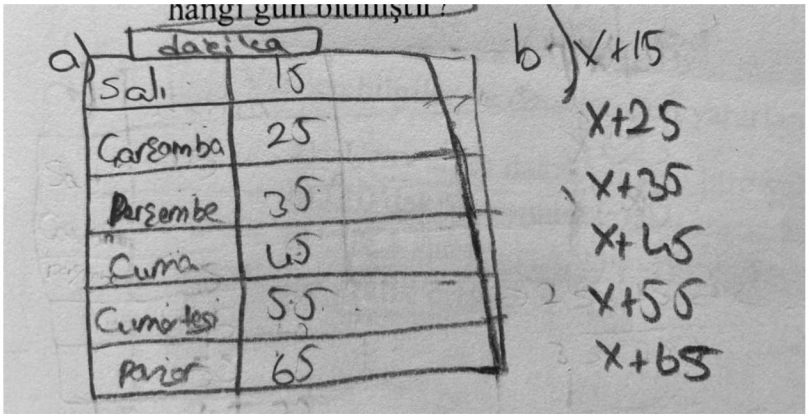
Soru 3 incelendiğinde C3b yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C3b'yi sağlayabilmesi için oluşturdukları tablolardan yararlanarak soruda ifade edilen gün ve dakikaya ilişkin cebirsel ifadeyi oluşturmaları gerekmektedir. Ö8'in sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 38'de gösterilmektedir.



Şekil 38. Ö8'in MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Tablo oluşturabilen Ö8'in cebirsel ifadeyi oluşturmada güçlük çektiği görülmektedir. Gün ve dakikayı tablo ile ifade eden öğrenci bir sonraki basamağa ilerleyemediği ve bir sonraki basamak olan cebirsel ifadeyi oluşturmaya sürecine geçemediği için C3b yetkinliğini sağlayamamaktadır.

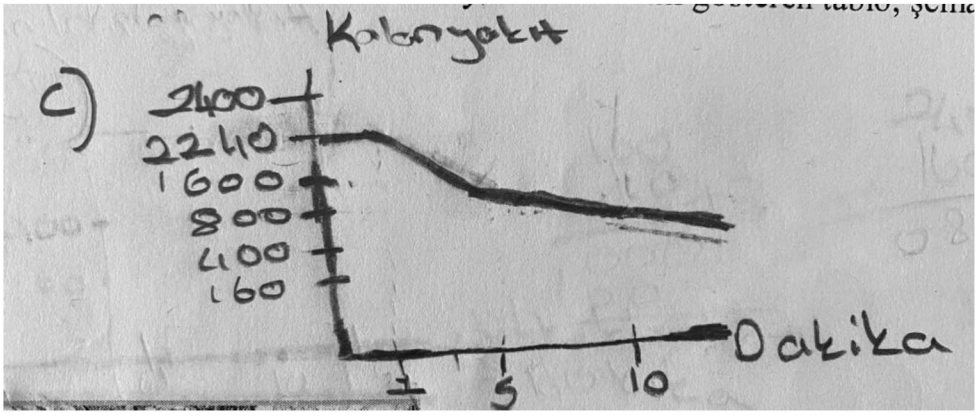
C3b yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö10'un aynı soruya verdiği yanıt Şekil 39'da gösterilmektedir.



Şekil 39. Ö10'un MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö10'un oluşturduğu tablo incelendiğinde öğrencinin tabloyu ilk gün 15 dakika, diğer günler de 10'ar dakika fazlası şeklinde doğru oluşturduğu görülmektedir. Fakat öğrenci tablolardan denkleme geçişte sıkıntı yaşamakta ve cebirsel olarak x+15, x+25,… şeklinde ifade ederek bu adımda takılmakta ve denklem oluşturamamaktadır. Öğrencinin bulduğu günlere ilişkin değerleri cebirsel olarak gösterebilmesi öğrencinin isteneni anladığını göstermekte fakat bir gösterimden (tablo) diğer gösterime (denklem) geçiş yapamaması C3b yetkinliğini sağlayamadığını göstermektedir.

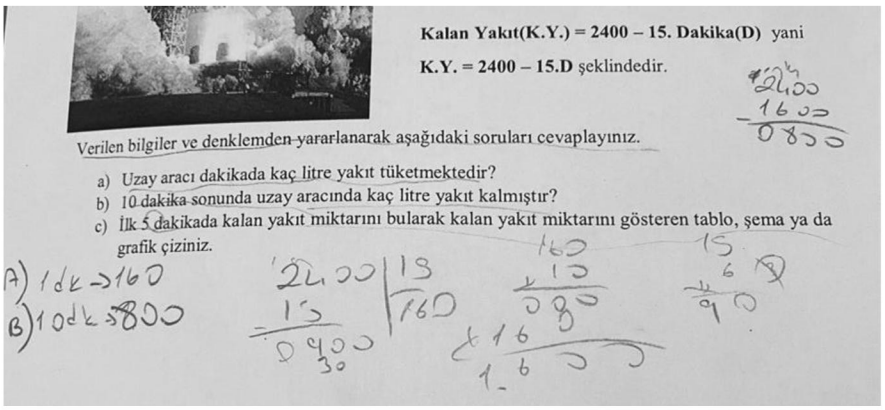
Soru 5 incelendiğinde C3b yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C3b'yi sağlayabilmesi için soruda verilen denklem ifadesinden yararlanarak kalan yakıt miktarını bulması ve yakıt miktarını gösteren tablo, şema ya da grafik oluşturması gerekmektedir. Ö2'nin sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 40'ta gösterilmektedir.



Şekil 40. Ö2'nin MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler.

Öğrencinin çizdiği grafik incelendiğinde dakika belirlerken her dakikayı ifade etmeyip sadece 5,10 şeklinde dakikaları söylediği görülmektedir. Aynı zamanda 2400 başlangıç noktası seçtikten sonra ilk dakika için 2240 çıkardığı sonrasında da diğer dakikalarda kaç olduğunu belirgin gösteremediği ve yanlış değerlere ulaştığı görülmektedir. Öğrencinin çizdiği grafikte yalnızca zamana göre yakıtın azaldığı görselini doğru çizdiği onun dışında değerler konusunda farklılıklar yaşadığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrenci C3b yetkinliğini ve yetkinliğin içerdiği bir gösterimden (denklem) farklı bir gösterime (grafik) geçişini sağlayamamaktadır.

C3b yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö11'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 41'de gösterilmektedir.



Şekil 41. Ö11'in MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler.

Ö11'in yanıtı incelendiğinde Ö2 öğrencisinin ilerleme miktarı kadar ilerleyemediği görülmektedir. Öğrenci aritmetik işlemler adımında takılı kalmakta ve soruya ilişkin verilen gösterimden (denklem) başka bir gösterime (tablo, şema ya da grafik) geçiş yapamamaktadır. Dolayısıyla Ö11'in C3b yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.

4.1.4. MAYÖT'ün C4 (C4a, C4b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C4 yetkinliği hesaplamaları ve işlemleri uygulama ve sonuçların doğruluğunu kontrol etme aşamasıdır. Bunun bir alt basamağı olan C4a ise cebirsel işlemlerin ve hesapların hassasiyetle yapılmasını içeren kısımdır.

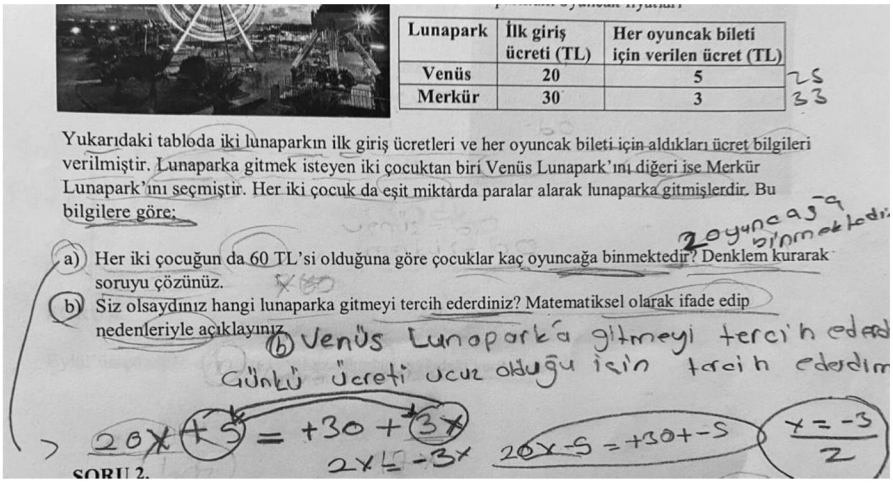
Tablo 7

MAYÖT'te cebirsel işlemlerin ve hesapların hassasiyetle yapılması (C4a) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrenciler

Cebirsel İşlemlerin ve Hesapların Hassasiyetle Yapılması (C4a) Yetkinliği	**SORU 1**	**SORU 2**	**SORU 3**	**SORU 4**	**SORU 5**	**SORU 6**
Sağlayamayan Öğrenciler	Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 7'de cebirsel işlemlerin ve hesapların hassasiyetle yapılması (C4a) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrencilerin sorulara göre dağılımı verilmektedir. Bu tabloya göre yalnızca soru 1'de iki öğrencinin ve soru 4'te bir öğrencinin C4a yetkinliğini sağladığı; diğer öğrencilerin ise hiçbir soruda C4a yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir. Aşağıda her bir soruya ilişkin C4a yetkinliğini sağlayamayan ve sağlayan öğrencilerin çözümleri incelenmektedir.

Soru 1 incelendiğinde C4a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden çoğunun yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C4a'yı sağlayabilmesi için soruda verilen ifadelerden yararlanılarak oluşturulan ilk giriş ücreti ve her oyuncak için verilen ücretin bulunduğu denklemde verilen aritmetik ve cebirsel işlemleri hassasiyetle yapmaları gerekmektedir. Ö5'in sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 42'de gösterilmektedir.



Lunapark	İlk giriş ücreti (TL)	Her oyuncak bileti için verilen ücret (TL)
Venüs	20	5
Merkür	30	3

Yukarıdaki tabloda iki lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncak bileti için aldıkları ücret bilgileri verilmiştir. Lunaparka gitmek isteyen iki çocuktan biri Venüs Lunapark'ını diğeri ise Merkür Lunapark'ını seçmiştir. Her iki çocuk da eşit miktarda paralar alarak lunaparka gitmişlerdir. Bu bilgilere göre;

a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kurarak soruyu çözünüz.

b) Siz olsaydınız hangi lunaparka gitmeyi tercih ederdiniz? Matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız.

b) Venüs Lunaparka gitmeyi tercih ederd
Günlü ücreti ucuz olduğu için tercih ederdim

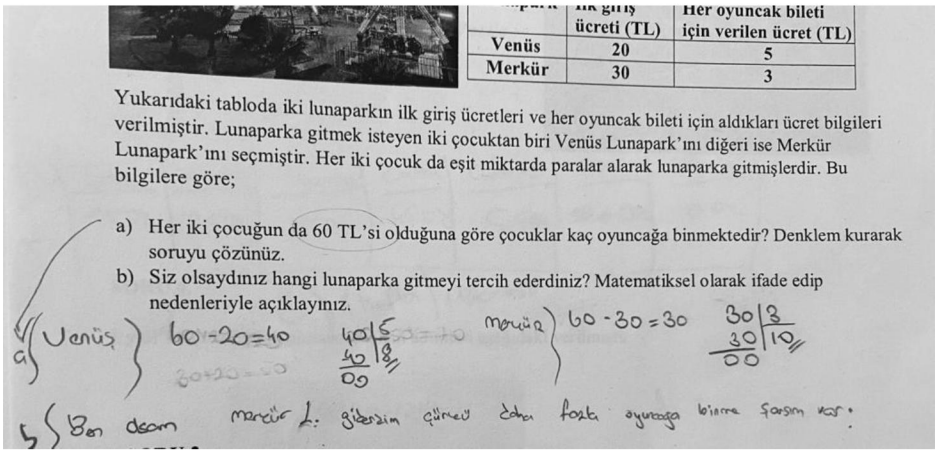
20x+5 = +30+3x
2x = -3x
20x-5 = +30+-5
x = -3
2

SORU 2.

Şekil 42. Ö5'in MAYÖT'te 1. soru için yaptığı işlemler.

Ö5'in Soru 1'e ilişkin yanıtı incelendiğinde öncelikle denklemi oluştururken 20x+5=30+3x şeklinde bir denklem kurduğu görülmektedir. Öğrenci burada x ifadesini yanlış yere yerleştirmektedir. C4a özelinde incelendiğinde ise öğrenci oluşturduğu denklem ifadesini hassasiyetle çözememekte ve 5 ile 3x gibi biri sabit terim olan biri de cebirsel ifade olan terimleri benzer terim olarak gördüğü ve bu terimler arasında çıkarma işlemi yaptığı görülmektedir. Dolayısıyla öğrencinin işlemlerine hassasiyetle yaklaşmadığı ve C4a yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.

C4a yetkinliğini sağlayan Ö1'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 43'te gösterilmektedir.



	İlk giriş ücreti (TL)	Her oyuncak bileti için verilen ücret (TL)
Venüs	20	5
Merkür	30	3

Yukarıdaki tabloda iki lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncak bileti için aldıkları ücret bilgileri verilmiştir. Lunaparka gitmek isteyen iki çocuktan biri Venüs Lunapark'ını diğeri ise Merkür Lunapark'ını seçmiştir. Her iki çocuk da eşit miktarda paralar alarak lunaparka gitmişlerdir. Bu bilgilere göre;

a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kurarak soruyu çözünüz.

b) Siz olsaydınız hangi lunaparka gitmeyi tercih ederdiniz? Matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız.

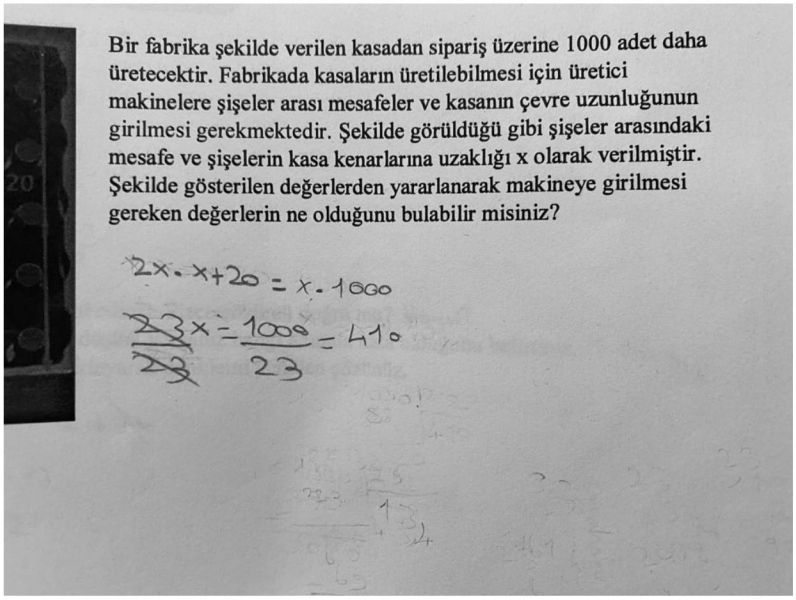
a) Venüs 60-20=40 40|5 40|8 00
Merkür 60-30=30 30|3 30|10 00

b) Ben derim Merkür'e gitsem çünkü daha fazla oyuncağa binme şansım var.

Şekil 43. Ö1'in MAYÖT'te 1. soru için yaptığı işlemler.

Ö1'in soru 1'e yönelik yanıtı incelendiğinde istenen denklemi oluşturamadığı fakat denklem oluşturmadan aritmetik işlemlerle sorunun işlemlerini doğru ve akıcı bir şekilde yaptığı görülmektedir. Örneğin 60 TL'den öncelikle ilk giriş ücretlerini çıkararak 40 ve 30 TL olarak kalan ücretleri bulmakta daha sonrasında da her oyuncak için verilen ücretleri 5 ve 3'e bölerek iki lunaparkta da olması gereken değerleri doğru bir şekilde bulmaktadır. Dolayısıyla öğrencinin işlemleri doğru/verimli bir şekilde yaptığı ve C4a yetkinliğini sağladığı görülmektedir.

Soru 2 incelendiğinde C4a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C4a'yı sağlayabilmesi için soruda verilen ifadelerden ve şekilde gösterilen değerlerden yararlanarak oluşturdukları şişeler arası mesafe ve bir kenara olan uzaklık denklemlerini doğru ve verimli bir şekilde çözmeleri gerekmektedir. Ö3'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 44'te gösterilmektedir.

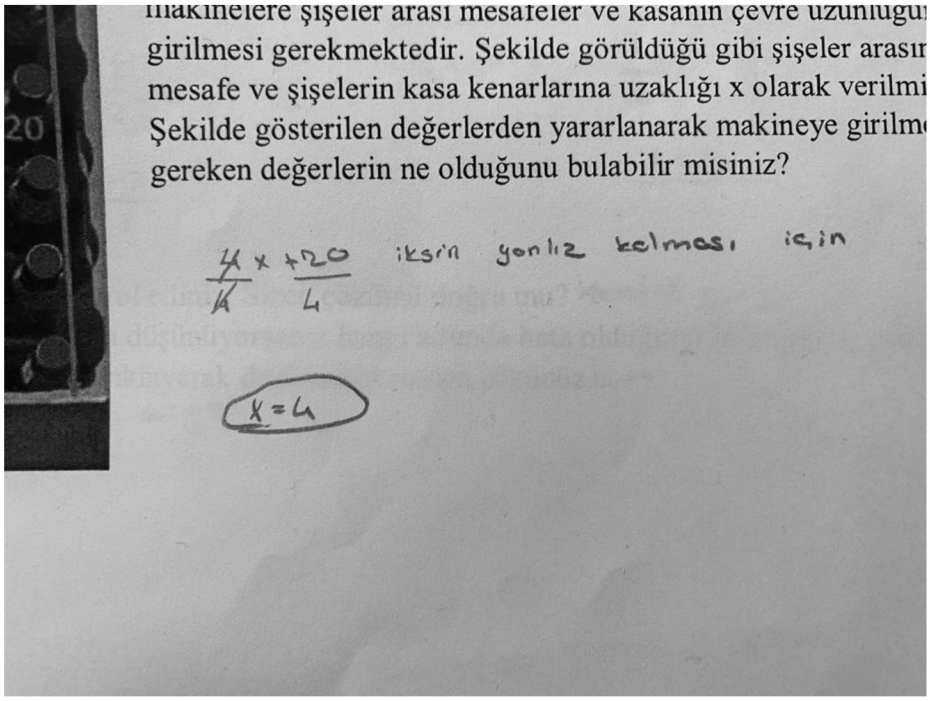


Şekil 44. Ö3'ün MAYÖT'te 2. soru için yaptığı işlemler.

Ö3'ün soru görseli üzerinde verilen ve soru bağlamında ifade edilen sayısal değerleri bir sınıflandırma yapmadan denklem oluşturmaya yöneldiğini görülmektedir. Öğrenci soru şeklinde gördüğü 2x ve x+20 değerlerini çarpmakta ve soru bağlamında verilen 1000 adet kasa değerini de x ile çarparak (C3a) bir eşitlik bulmaya çalışmaktadır. Oluşturduğu denklem ifadelerini de 2x ve x+20 terimlerini benzeterek benzer terim şeklinde çözmekte ve 23x

şeklinde ifade etmektedir. Ayrıca eşitlediği 1000x cebirsel ifadesinin x bilinmeyenini sonradan çıkararak 1000'e eşitlemektedir. Ö3'ün yaptığı tüm işlemler göz önünde bulundurulduğunda C4a yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.

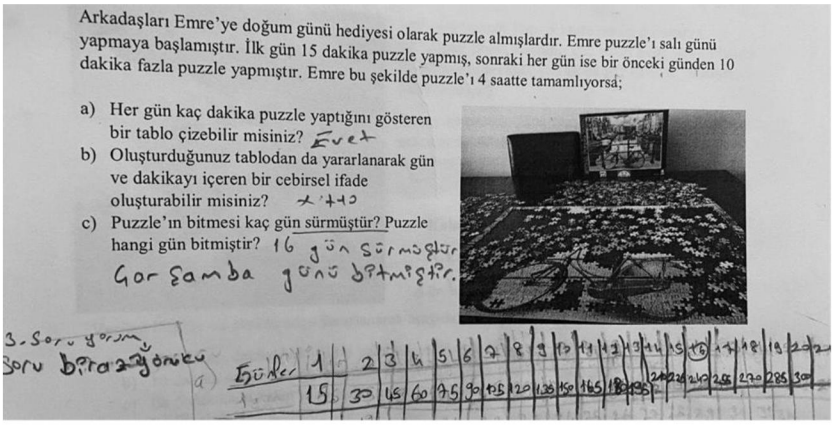
C4a yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö6'nın aynı soruya verdiği yanıt Şekil 45'te gösterilmektedir.



Şekil 45. Ö6'nın MAYÖT 'te soru 2 için yaptığı işlemler.

Ö6, soru şeklinde ve soru bağlamında verilen tüm x değerlerini toplayarak 4x şeklinde ifade etmekte ve soru şeklinde verilen 20 değerini de işleminde yanına yerleştirmektedir. Öğrenci soru bağlamını anlayamamakta (C1)'dır. Soruya ilişkin bir eşitlik kurmaya çalışmakta fakat eşitliği oluştururken de "=" ifadesini koymamaktadır. Dolayısıyla öğrencinin C4a yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.

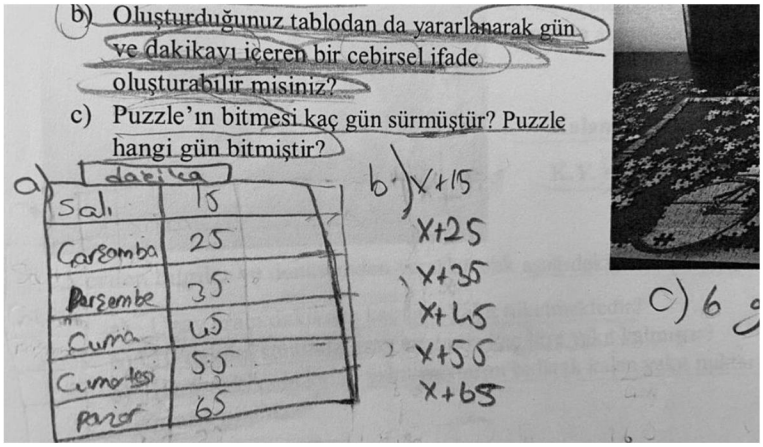
Soru 3 incelendiğinde C4a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C4a'yı sağlayabilmesi için soruda verilen gün ve dakika arasındaki ilişki içeren denklemi kurmaları ve bu denklemi akıcı bir şekilde çözerek puzzle'ın kaç günde bittiğini bulmaları gerekmektedir. Ö7'nin sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 46'da gösterilmektedir.



Şekil 46. Ö7'nin MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö7, cebirsel gösterimler oluşturmamakta fakat aritmetik işlemlerle tabloya geçiş yapmaktadır. Tabloda ifade ettiği değerleri yanlış bulsa da öğrenci 15 artışı tabloya yansıtabilmektedir. Fakat Ö7 işlemlerin akıcılığını gösterebileceği bir aritmetik ya da cebirsel ifade oluşturamamakta ve bu yüzden işlemlerinin akıcılığı konusunda da yorum yapılamamaktadır. Dolayısıyla Ö7, C4a yetkinliğini sağlayamamaktadır.

C4a yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö10'un aynı soruya verdiği yanıt Şekil 47'de gösterilmektedir.

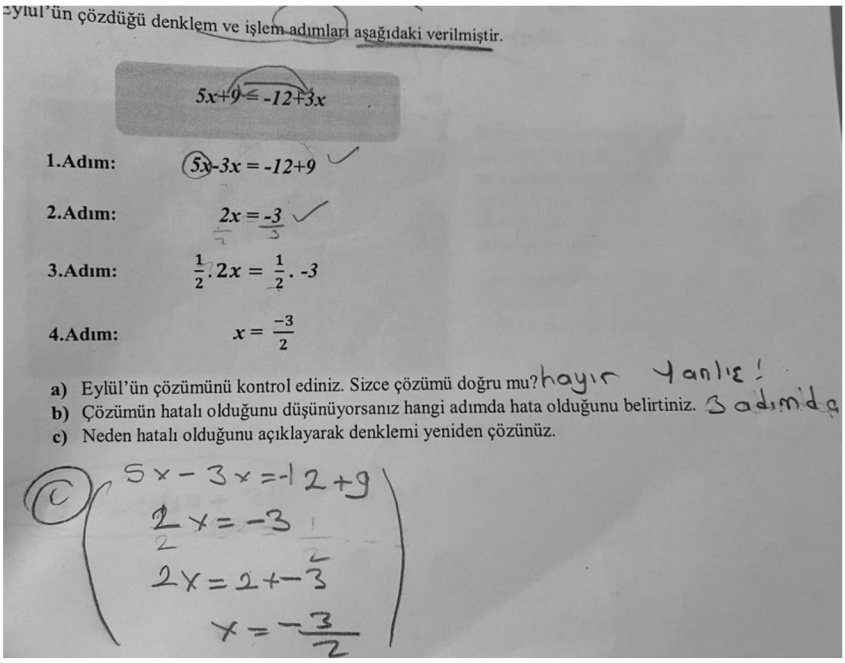


Şekil 47. Ö10'un MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö10 öğrencisi Ö7 öğrencisine kıyasla tablo ve cebirsel gösterimler oluşturma (C3a) konusunda daha açık gösterimler yapabilmekle birlikte işlemlerin akıcılığı konusunda aynı düzeni gösterememektedir. Ö10 tablo oluştururken ilk gün 15 dakika ve her seferinde de 10'ar

dakika artış değerlerini tabloya yerleştirebilmektedir. Fakat işlemleri toparlayıp denkleme geçiş konusunda işlemlerin akıcılığı bağlamında sıkıntı yaşamaktadır. Dolayısıyla Ö10, C4a yetkinliğini soru 3 bağlamında sağlayamamaktadır.

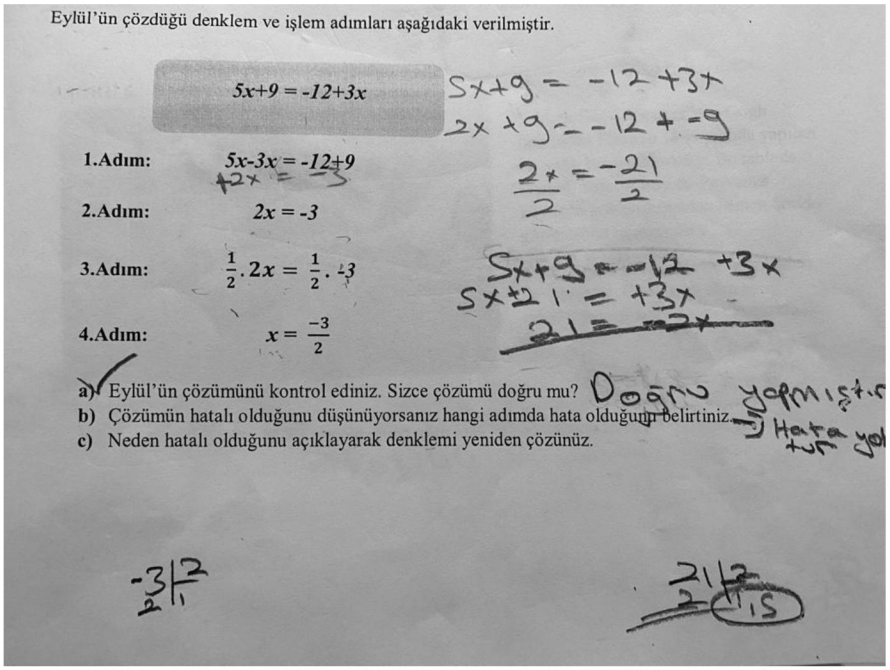
Soru 4 incelendiğinde C4a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden yalnızca Ö2'nin yetkinliği sağladığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C4a'yı sağlayabilmesi için soruda çözümü verilen denklem ifadesinin doğru ya da yanlışlığını kontrol ettikten sonra denklemi yeniden çözmeleri ve denklemi çözerken hesaplamaları doğru bir şekilde yapmaları gerekmektedir. Ö5'in sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 48'de gösterilmektedir.



Şekil 48. Ö5'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö5, soruda çözülen bir denkleme ilişkin gösterilen cevabın doğru olmadığını ifade edebilmekte fakat işlemlerin yapılışı sırasında hatalı kısmı yanlış bulmaktadır. Öğrenci sonrasında denklemi kendi çözdüğünde de soruyu çözümü verilen şekilde çözme eğilimi göstermekte ve yanlış olan kısımları tekrar aynı şekilde ilerletmekte ve doğru işlemler yapmamaktadır. Dolayısıyla öğrenci C4a yetkinliğini sağlayamamaktadır.

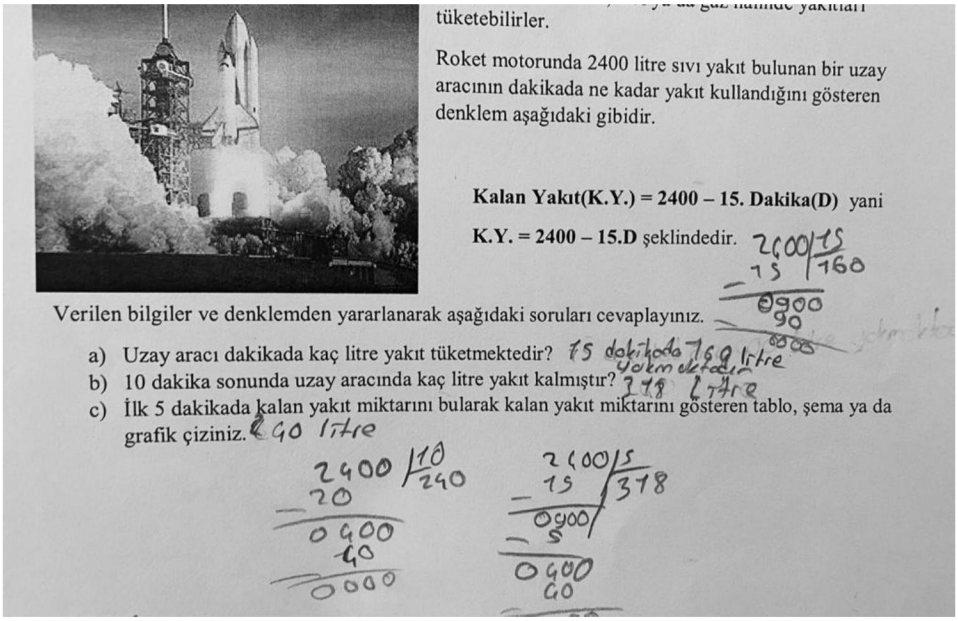
C4a yetkinliğini sağlayan Ö2'nin aynı soruya verdiği yanıt Şekil 49'da gösterilmektedir.



Şekil 49. Ö2'nin MAYÖT'te 4. soru için yaptığı işlemler.

Ö2, çözümü verilen bir denkleme ilişkin yanıtları kontrol etmekte ve çözümün doğru olduğunu ilişkin ifadeler kullanmaktadır. Fakat öğrenci sorunun yanlış çözümünü gözlemleyebilmekte ve yanlış olan 1. Adımı da düzelterek denklemi çözmekte ve 2x=-21 denklemine ulaşmaktadır. Yaptığı işlemler incelendiğinde Ö2'nin akıcı ve doğru işlemler yaparak C4a yetkinliğini sağladığı görülmektedir.

Soru 5 incelendiğinde C4a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C4a'yı sağlayabilmesi için soruda verilen yakıt dakika arasındaki ilişkiyi gösteren denklem ifadesinin ne ifade ettiğini anlayıp sonrasında uzay aracında kalan yakıt miktarını doğru bir şekilde bulmaları gerekmektedir. Ö4'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 50'de gösterilmektedir.



tüketebilirler.

Roket motorunda 2400 litre sıvı yakıt bulunan bir uzay aracının dakikada ne kadar yakıt kullandığını gösteren denklem aşağıdaki gibidir.

Kalan Yakıt(K.Y.) = 2400 – 15. Dakika(D) yani

K.Y. = 2400 – 15.D şeklindedir.

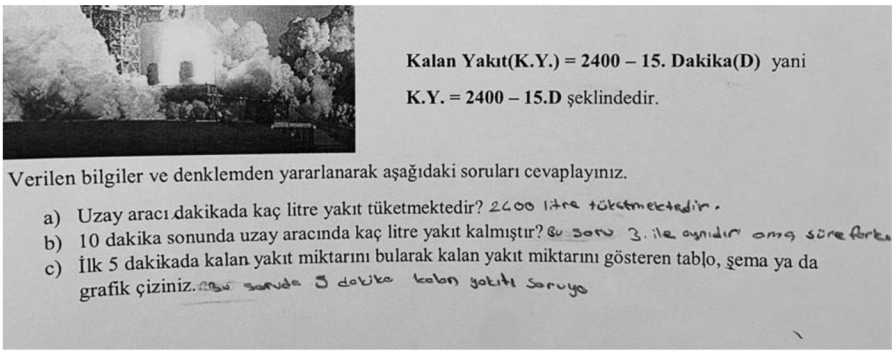
Verilen bilgiler ve denklemden yararlanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Uzay aracı dakikada kaç litre yakıt tüketmektedir?
b) 10 dakika sonunda uzay aracında kaç litre yakıt kalmıştır?
c) İlk 5 dakikada kalan yakıt miktarını bularak kalan yakıt miktarını gösteren tablo, şema ya da grafik çiziniz.

Şekil 50. Ö4'ün MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler.

Ö4, örneğin 2400:15=160 şeklindeki aritmetik işlemleri akıcı bir şekilde gerçekleştirmekte ve doğru sonuçlara ulaşmaktadır. Fakat öğrenci işlemlerini doğru temeller üzerine oturtmamakta birbirinden bağımsız işlemler yaparak bir bütünlük sağlayamadan akıcılıktan ve doğruluktan uzak işlemler yapmaktadır. Dolayısıyla Ö4'ün C4a yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.

C4a yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö6'nın aynı soruya verdiği yanıt Şekil 51'de gösterilmektedir.



Kalan Yakıt(K.Y.) = 2400 – 15. Dakika(D) yani

K.Y. = 2400 – 15.D şeklindedir.

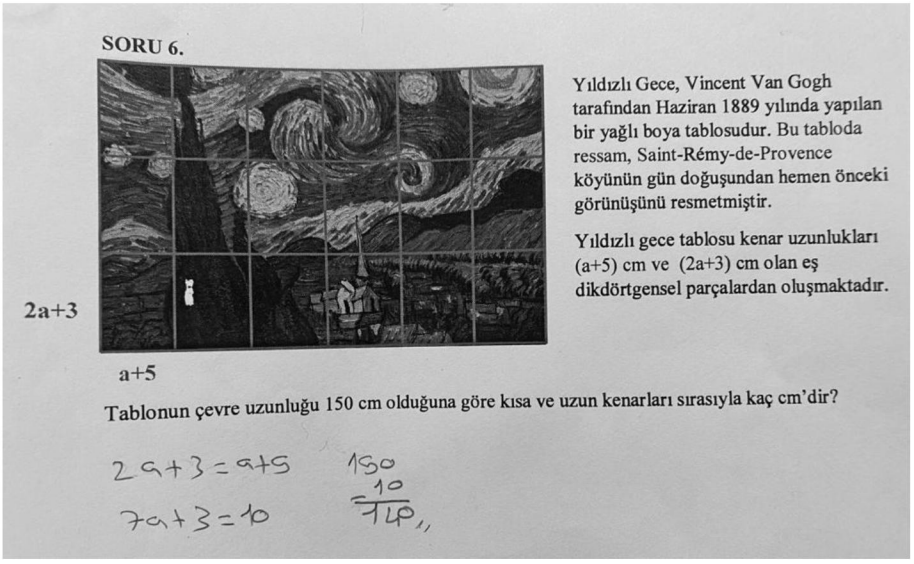
Verilen bilgiler ve denklemden yararlanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Uzay aracı dakikada kaç litre yakıt tüketmektedir?
b) 10 dakika sonunda uzay aracında kaç litre yakıt kalmıştır?
c) İlk 5 dakikada kalan yakıt miktarını bularak kalan yakıt miktarını gösteren tablo, şema ya da grafik çiziniz.

Şekil 51. Ö6'nın MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler.

Ö6, Ö4'ten farklı olarak aritmetik işlemler oluşturma konusunda da sıkıntı yaşamaktadır. Sadece soruda verilen değerlere ilişkin "2400 litre tüketmektedir." Şeklinde ifadeler kullanan Ö6, cebirsel ve aritmetik işlemler kullanmamaktadır. Bu neden öğrenin C4a yetkinliğini sağlayamadığı söylenebilir.

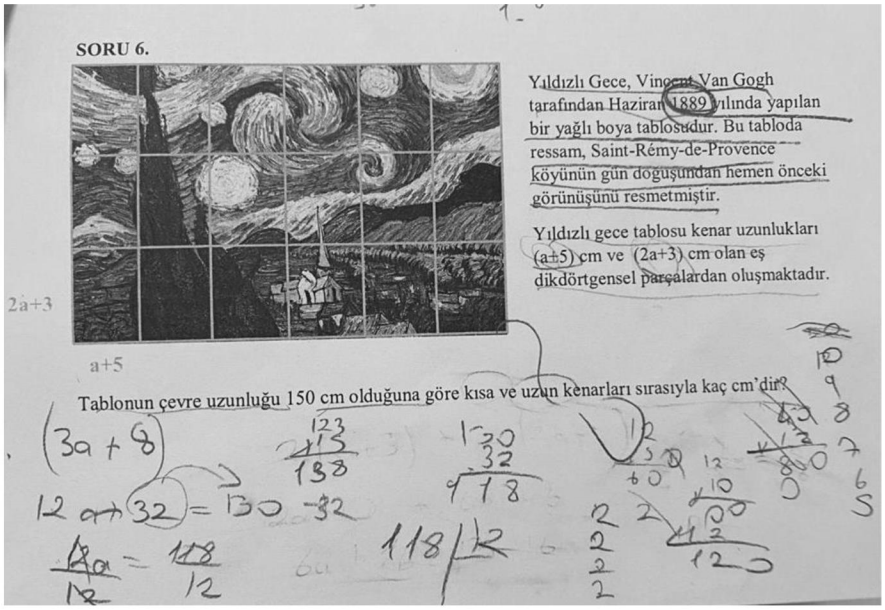
Soru 6 incelendiğinde C4a yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C4a'yı sağlayabilmesi için soruda ve sorunun şeklinde ifade edilen değerlerden yola çıkarak tablonun çevre uzunluğunu doğru bir şekilde bulmaları gerekmektedir. Ö3'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 52'de gösterilmektedir.



Şekil 52. Ö3'ün MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler.

Ö3, yağlı boya tablosunun bir parçası üzerinde verilen 2a+3 ve a+5 değerlerini birbirine eşitleyerek 7a+3=10 şeklinde bir denklem adımına geçiş yapmaktadır. Soru bağlamında ifade edilen denklemi oluşturamamanın (C3a) yanı sıra öğrenci oluşturduğu denklemi de doğru bir şekilde çözememektedir. Bu bağlamda Ö3'ün C4a yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.

C4a yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö11'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 53'te gösterilmektedir.



Şekil 53. Ö11'in MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler.

Ö11, öncelikle işlem adımlarını kullanırken belli bir düzenle ilerlememektedir. Öğrenci cevaplarının bir bölümünde soruda verilen cebirsel ifadeleri (a+3, 2a+3) toplayarak 3a+8 sonucuna ulaşmakta, bir bölümünde de 12a+32=130 ifadesinin çözümünü yapmaya çalışmaktadır. Ö11, soruda ifade edilen denklemi kurmakta zorlanmakta (C3a), diğer kurduğu denklemlerde de doğruluktan ve akıcılıktan uzak işlemler yapmaktadır. Dolayısıyla öğrencinin C4a yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C4 yetkinliğinin başka bir alt basamağı olan C4b yetkinliği ise yapılan işlemlerin sonuçlarının doğruluğunun kontrol edildiği aşamadır.

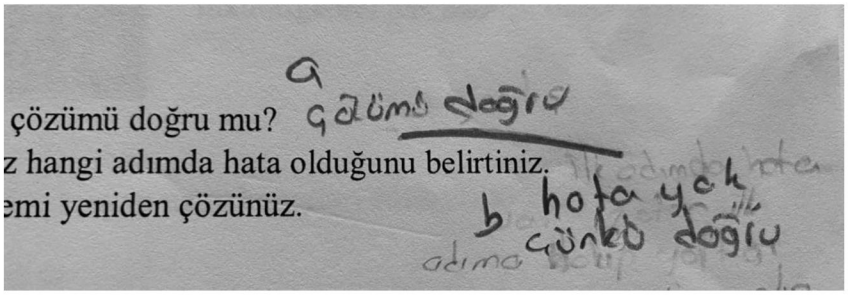
Tablo 8

MAYÖT'te sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesi (C4b) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrenciler

Sonuçların Doğruluğunun Kontrol Edilmesi (C4b) Yetkinliği	**SORU 4**
Sağlayamayan Öğrenciler	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 8'de sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesi (C4b) yetkinliğini 4. soruda sağlayamayan öğrencilerin cevapları verilmektedir. Tabloya göre yalnızca bir öğrencinin C4b yetkinliğini sağladığı görülmektedir. Aşağıda 4. soruya ilişkin C4b yetkinliğini sağlayamayan ve sağlayan öğrencilerin çözümleri incelenmektedir.

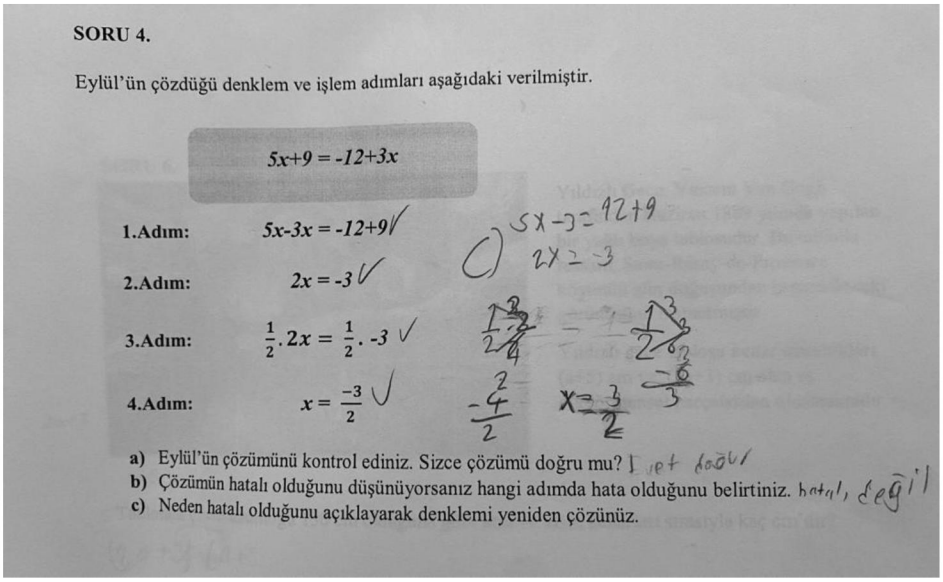
Soru 4 incelendiğinde C4b yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden yalnızca birinin yetkinliği sağladığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C4b'yi sağlayabilmesi için soruda verilen çözümün doğruluğunu kontrol etmeleri, kontrol etme sürecinde sorunun bağlamına başvurmaları ya da sonuçları tahmin ederek çözümlerini kontrol etmeleri gerekmektedir. Ö4'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 54'te gösterilmektedir.



Şekil 54. Ö4'ün MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö4, soruda verilen çözüm adımlarının doğru olduğunu düşündüğü için sonuçların doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı duymamaktadır. Sonuçların doğruluğunu kontrol etmediği için yanlış olan çözüm adımını bulamadığı ve doğru olduğunu belirttiği görülmektedir. Dolayısıyla öğrenci C4b yetkinliğini sağlayamamaktadır.

C4b yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö8'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 55'te gösterilmektedir.


SORU 4.

Eylül'ün çözdüğü denklem ve işlem adımları aşağıdaki verilmiştir.

$5x+9 = -12+3x$

1.Adım: $5x-3x = -12+9$

2.Adım: $2x = -3$

3.Adım: $\frac{1}{2}.2x = \frac{1}{2}.-3$

4.Adım: $x = \frac{-3}{2}$

a) Eylül'ün çözümünü kontrol ediniz. Sizce çözümü doğru mu?

b) Çözümün hatalı olduğunu düşünüyorsanız hangi adımda hata olduğunu belirtiniz.

c) Neden hatalı olduğunu açıklayarak denklemi yeniden çözünüz.

Şekil 55. Ö8'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö8 öğrencisi de tıpkı Ö4 öğrencisi gibi çözümü verilen işlem adımlarında hata olmadığını söylemektedir. Fakat bunu söylemeden önce işlemlerin kontrolünü Ö4 öğrencisinden farklı olarak sağlamakta ve yine de hatalı sonuca ulaşmaktadır. Bu durum öğrencinin soruda verilen denklemi anlamlandırmakta zorlandığını gösterebilmektedir. Dolayısıyla Ö8, C4b yetkinliğini sağlayamamaktadır.

4.1.5. MAYÖT'ün C5 Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C5 yetkinliği ikna edici açıklamaların yapıldığı aşamadır. Bu yetkinlik, diğer tüm yetkinlikleri içerir ve farklı olarak öğrencinin düşüncesini net ve eksiksiz bir şekilde iletme yeteneğini göstermesini gerektirir.

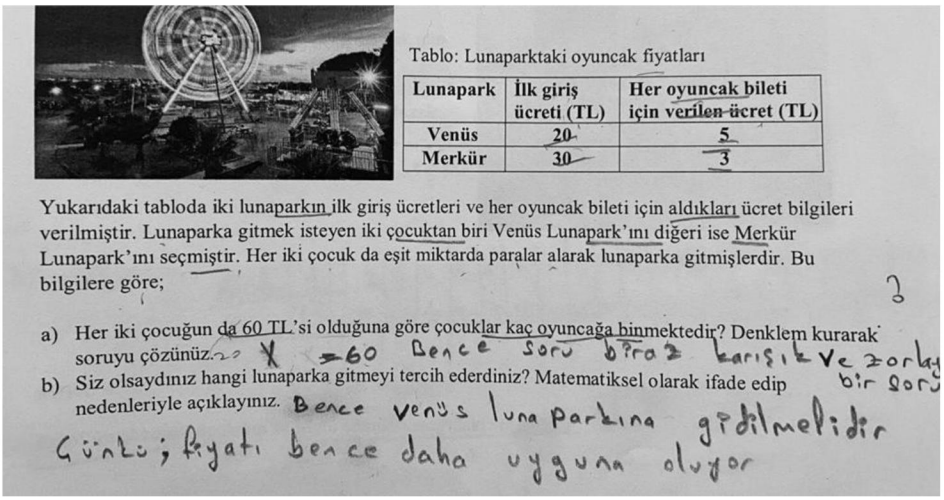
Tablo 9

MAYÖT'te ikna edici açıklamalar yapılması (C5) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrenciler

İkna Edici Açıklamalar Yapılması (C5) Yetkinliği	**SORU 1**	**SORU 4**
Sağlayamayan Öğrenciler	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12

Tablo 9'da ikna edici açıklamalar yapılması (C5) yetkinliğini sorularda sağlayamayan öğrencilerin sorulara göre dağılımı verilmektedir. Aşağıda her bir soruya ilişkin C5 yetkinliğini sağlayamayan ve sağlayan öğrencilerin çözümleri incelenmektedir.

Soru 1 incelendiğinde C5 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden hiçbirinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C5'i sağlayabilmesi için soruda verilen işlemleri uyguladıktan sonra stratejileri uygularken ilerlediği yolu açıklamaları, neden bu stratejileri seçtiklerini açıklamaları veya gerekçelendirmeleri gerekmektedir. Ö7'nin sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 56'da gösterilmektedir.


Tablo: Lunaparktaki oyuncak fiyatları

Lunapark	İlk giriş ücreti (TL)	Her oyuncak bileti için verilen ücret (TL)
Venüs	20	5
Merkür	30	3

Yukarıdaki tabloda iki lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncak bileti için aldıkları ücret bilgileri verilmiştir. Lunaparka gitmek isteyen iki çocuktan biri Venüs Lunapark'ını diğeri ise Merkür Lunapark'ını seçmiştir. Her iki çocuk da eşit miktarda paralar alarak lunaparka gitmişlerdir. Bu bilgilere göre;

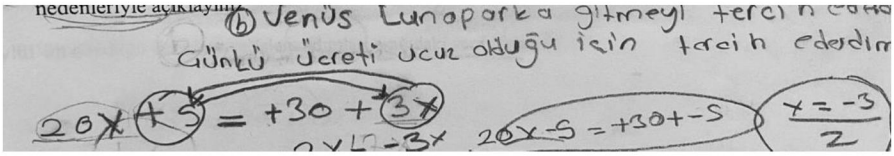
a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kurarak soruyu çözünüz. 5x = 60 Bence soru biraz karışık ve zorlayıcı bir soru

b) Siz olsaydınız hangi lunaparka gitmeyi tercih ederdiniz? Matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız. Bence Venüs luna parkına gidilmelidir Çünkü; fiyatı bence daha uygun oluyor

Şekil 56. Ö7'nin MAYÖT 'te soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö7 sorunun bağlamına yönelik "karışık ve zorlayıcı bir soru" şeklinde bir yorum yapmaktadır. Öğrencinin sorunun sonuçlarına ilişkin Merkür lunaparkının daha uygun olduğunu söyleyerek doğru bir tahminde bulunduğu düşünülse de öğrencinin bu açıklamasının gerekçelerini belirtmemesi ikna edici olmadığını ve C5 yetkinliğini sağlayamadığını göstermektedir.

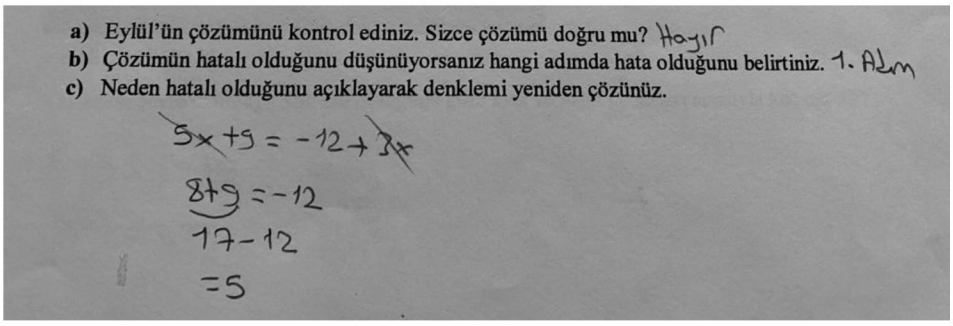
C5 yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö5'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 57'de gösterilmektedir.



Şekil 57. Ö5'in MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö5 yorumlama yapmayı denemekte fakat düşüncelerini açıkça ifade edememekte ve dayanaklandıramamaktadır. Sadece ücreti ucuz olduğu için tercih ederdim kısmına takılıp anlamlandıramadığı soru kökünden cebirsel ifade oluşturmada da sıkıntı yaşamaktadır. Öğrencinin yaptığı bu işlemler ve yorumlar düşüncelerini net bir şekilde ifade edemediğini dolayısıyla C5 yetkinliğini sağlayamadığını göstermektedir.

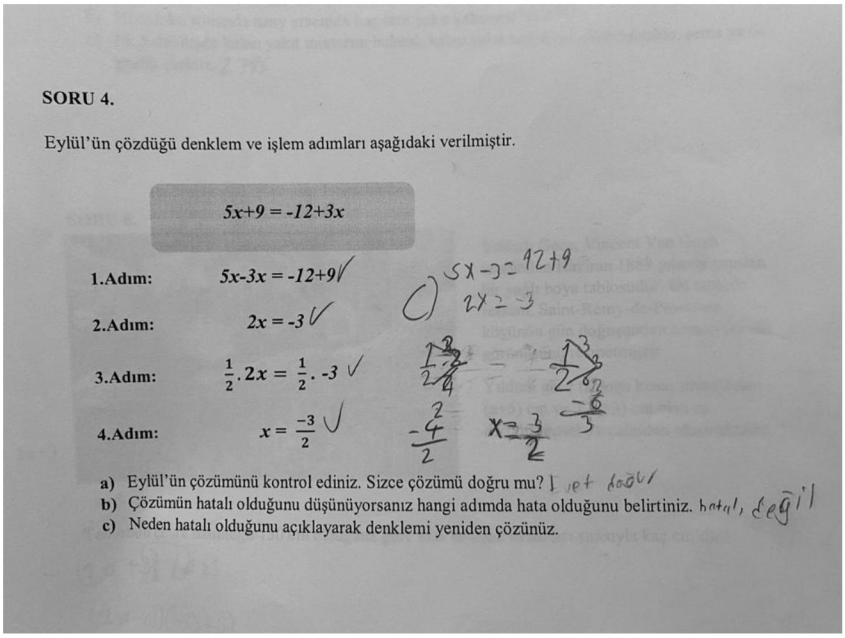
Soru 4 incelendiğinde C5 yetkinliğine ilişkin öğrenci cevaplarında öğrencilerden biri hariç (Ö2) diğerlerinin yetkinliği sağlayamadığı görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin C5'i sağlayabilmesi için soruda çözümü verilen denklemi kontrol etmeleri, kontrol ettikten sonra doğru ya da yanlış olduğuna karar vermeleri, kendi çözümlerini kendileri oluşturmaları ve kullandıkları cebirsel gerekçelendirmeleri açıklayabilmeleri gerekmektedir. Ö3'ün sağlayamadığını gösteren yanıt Şekil 58'de gösterilmektedir.



Şekil 58. Ö3'ün MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö3 denklem çözümü ve işlem adımı kısmında takılmakta, soruyla ilgili cebirsel akıl yürütmelerini açıklamadan ilerlemektedir. Öğrenci aynı zamanda denklemi oluştururken çalışma şeklini yazılı olarak açıklayamamaktadır. Neden hatalı olduğuna ilişkin açıklamaya yapamayan ve düşündüklerini ifade edemeyen Ö3'ün C5 yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.

C5 yetkinliğini sağlayamayan başka bir öğrenci olan Ö8'in aynı soruya verdiği yanıt Şekil 59'da gösterilmektedir.



SORU 4.

Eylül'ün çözdüğü denklem ve işlem adımları aşağıdaki verilmiştir.

$5x+9 = -12+3x$

1.Adım: $5x-3x = -12+9$ ✓

2.Adım: $2x = -3$ ✓

3.Adım: $\frac{1}{2}.2x = \frac{1}{2}.-3$ ✓

4.Adım: $x = \frac{-3}{2}$ ✓

a) Eylül'ün çözümünü kontrol ediniz. Sizce çözümü doğru mu? Neden doğru?

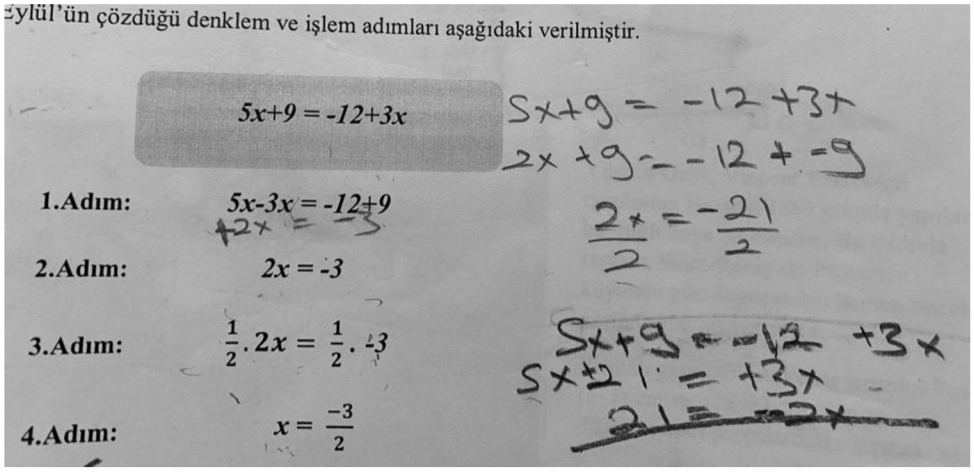
b) Çözümün hatalı olduğunu düşünüyorsanız hangi adımda hata olduğunu belirtiniz.

c) Neden hatalı olduğunu açıklayarak denklemi yeniden çözünüz.

Şekil 59. Ö8'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö8 denklem çözümü ve adımları verilen sorudaki çözümün doğru olduğunu ifade etmektedir. Öğrencinin bu ifadesi öğrencinin soru çözümüne ilişkin verilen hatayı tekrarladığını ve cebirsel akıl yürütme süreçlerini de aktaramadığını göstermektedir. Öğrenci strateji nedenlerinden bahsedememekte ve bu yüzden C5 yetkinliğini sağlayamamaktadır.

C5 yetkinliğini sağlayan Ö2'nin aynı soruya verdiği yanıt Şekil 60'da gösterilmektedir.



Şekil 60. Ö2'in MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö2, çözümü verilen denkleme ilişkin hatalı ifadesini kullanarak çözümlerini kendisi yapmaktadır. Öğrenci yazarak ifade etmese de düşünme süreçlerini işlemleriyle aktarmakta ve işlemlerini doğru ve akıcı bir şekilde yaparak (C4a) doğru sonuca ulaşmaktadır. Ö2'nin işlem adımları ve bu adımlara geçişi incelendiğinde C5 yetkinliğini sağladığı görülmektedir.

Öğrencilerin MAYÖT'e ilişkin tüm yanıtları incelendiğinde genel olarak SAR yetkinliklerini sağlamada güçlük çektikleri ve yetkinliklere ilişkin tüm gereklilikleri sağlayamadıkları görülmektedir. Bazı öğrencilerin sorulara ilişkin yetkinliklerin bazı adımlarında akıl yürütmelerini açığa çıkarırken genel olarak yetkinliklerine ilişkin belli bir düzende ilerlememektedirler.

4.2. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlik (BOZE) Sürecine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın 2. Alt problemi olan "Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikleri uygulama sürecinde neler gözlemlenmiştir?" sorusuna yönelik bulgulara bu başlık altında yer verilecektir. Araştırmada bilişsel olarak zorlayıcı etkinlik sürecindeki gözlemler öğretmenin aldığı video kayıtlarının analizleriyle oluşturulmuştur. Matematiksel akıl yürütmeyi geliştirmeye yönelik hazırlanan beş etkinlikten elde edilen bulgular, her etkinlik için ayrı ayrı ele alınacaktır. Etkinlik süreci beş başlık altında oluşturulmuştur. Bu başlıklar "Kuskunkıran Etkinliği-1. Etkinlik", "Nil'in Oyunu Etkinliği-2. Etkinlik", "Sevilen Filmler Etkinliği-3. Etkinlik", "Günde Kaç Adım? Etkinliği-4. Etkinlik", "Mariana Çukuru Etkinliği-5. Etkinlik" dir.

Etkinlik sürecinin nasıl ilerlediği, öğretmen öğrenci iletişimleri, öğrencilerin birbirleriyle etkileşimleri diyaloglar halinde sunularak anlatılacaktır. Öğrencilere her bir etkinlik ayrı oturumlar halinde uygulanmıştır. Her bir etkinlik için öncelikle öğrencilere etkinlik kağıtları dağıtılmış, etkinliği incelemeleri istenmiştir. Sonrasında tüm etkinlik öğretmenle birlikte ilerlemiş, öğrencilere süreç içerisinde düşünmeleri için fırsat verilmiştir. Öğrencilerin etkinlik sürecine öğretmenle işbirliği içinde katılım sağladığı süreç içerisinde gözlemlenmiştir.

4.2.1. Kuskunkıran Tüneli Etkinliği-1. Etkinlik

Birinci etkinlik olan Kuskunkıran Tüneli Etkinliği eşitlik ve denklem konusunun "Eşitliğin korunumu ilkesini anlar." kazanımı dikkate alınarak hazırlanmıştır. Günlük hayattan bir etkinlik olan bu etkinlikte öğrencilerin cebirsel olarak bağlantılar kurmaları, tablodan yararlanarak verilen ifadeleri cebirsel olarak ifade etmeleri ve etkinliği yorumlamaları amaçlanmıştır. Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesindeki metni okumaları, yorumlamaları ve bağlamı anlamaları (C1), göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlemeleri(C2), miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanmaları(C3), hesapları ve işlemleri uygulamaları ve sonuçların doğruluğunu kontrol etmeleri(C4), ikna edici açıklamalar yapmaları(C5) hedeflenmektedir.

Etkinlikte öğrencilere günlük yaşamda da görebilecekleri bir tünel görseli verilmiştir. Öğrencilere verilen etkinlik kâğıdında tünelin toplam uzunluğu, tünelin giriş ve çıkışa uzaklıkları gibi bilgiler de bulunmaktadır. Etkinlik süreci başladığında öğretmen ilk önce etkinliği incelemelerini istemekte (16A) sonrasında da birlikte etkinliğin adımlarını uygulamaya başlamaktadırlar. Süreç içerisinde öğretmen bir yol göstericiden ziyade sürecin anlaşılmasında bir iletişim aracı görevi görmektedir. Öğretmen etkinlik süreci içerisinde öğrencilerin takıldıkları düşündüğü kısımlarda soruyu hatırlatıcı ifadeler kullanmakta ve öğrencilerin dikkatlerinin sürekli etkinlikte olmasını sağlamaya çalışmaktadır (16A). Süreç içerisinde öğrencilerin anlamadıklarını düşündüğü noktalarda geri dönütler vermekteve süreci izlemeye devam etmektedir (18A). Etkinliğe başlangıç ve süreç içinde neler olduğuna ilişkin diyalog örneği aşağıda gösterilmektedir.

16A: *Peki öyleyse. Şimdi hep birlikte düşünelim bu levhaların ne olduğunu. A maddesine bize ne demiş? Okuyalım. Verilen levhayı inceleyiniz. Sol tarafta gördüğümüz levhadan bahsediyor. Levhadaki değerler (üzerinde değerler yazıyor gördünüz değil mi?) ve tünel*

uzunluğu arasında bir bağlantı kurabilir misiniz? Düşüncelerinizi yazınız. Sizden kağıdın aşağısındaki boşluğa A maddesi olduğunu belirtip, levhadaki değerler ve tünel uzunluğu arasında bağlantı kurmanızı istiyorum ve bu konudaki düşüncelerinizi yazmanızı istiyorum.

-Herkes kendisi düşünsün lütfen.

-Cümleden ne anladığınızı yazmanızı istiyorum.

-Ne soruyor bana? Nasıl bir bağlantı var sizce? Levhadaki değerler ve tünel uzunluğu arasında.

-Düşünün biraz. (Zaman verir.)

***17Ö8:** Öğretmenim bu levha değil mi? Diyerek kağıttaki şekli gösteriyor.*

***18A:** Evet o levhayı soruyor bize.*

-(Anlamadığını düşündüğünü öğrenciye 'ÖM') Bir daha okuyabilirsin. Oku ve tekrar düşün.

-(Tüm öğrencilerin düşüncelerini görmek için sıraların arasında gezer ve inceleme yapar.)

-Güzelce okuyun, sizin yapabileceğiniz bir madde. Zor bir madde değil. Sadece ne ifade ettiğini soruyorum size. Bir tüneldesiniz, tünelde levhalar var, bu levhaların tünelin uzunluğu ile bağlantısı sizce nedir?

Öğretmen etkinliğin ilk aşamasından son aşamasına kadar öğrencilerin kendi ilerleyebilmelerini gözlemlemeleri için sadece soruyu hatırlatıcı ifadeler kullanmaya devam etmekte ve süreç içinde öğrencilerin cevaplarını gözlemlenmektedir. Öğrencilerin etkinlik sürecine başlangıçta kurdukları ifadeler düşünme süreçlerine başlamadan önce öğretmeninden öğrenmeye yönelik ifadeler olmaktadır. Düşünme sürecine geçişte karmaşaya düşmekte ve sürece ilişkin açıklama beklemektedirler. Etkinliğin bir diğer aşamasında ise öğrencilere ilk aşama için fikirlerinin olup olmadığı sorulmakta (25A), neler düşündükleri ve açıklamaları dikkate alınarak süreç devam etmektedir (27A). Öğretmen aldığı her öğrenci cevabını tekrar ederek (23A) tüm öğrencilerin verilen ifadeleri anladığından emin olmaya çalışmakta ve tüm verileri toparlayarak anlaşılan ifadeleri tahtada göstermektedir. Öğretmen öğrencilerin cevaplarını süreç içerisinde onlar düşünürken izlemeye devam etmekte ve gösterilmesi gereken öğrenci yanıtlarını notlar alarak aklında tutmaktadır. Sonrasında sorunun devamında hep birlikte çözüm arayışında bulunurken parmak kaldıran öğrenciler arasından doğru

bulanları da seçmeye gayret etmekte (31A) ve farklı öğrencilerin cevapları arasında matematiksel bağlantılar kurmalarına yardımcı olmaya çalışmaktadır (37A). Bu duruma örnek bir diyalog aşağıda gösterilmektedir.

22Ö10: *Öğretmenim levhaların üzerindeki sayılar çıkışın veya girişin kaç metre ileride olduğunu gösteriyor.*

23A: *Ö10 bize dedi ki levhanın üzerindeki sayılar çıkışın ve girişin kaç metre ileride olduğunu gösteriyor. Sizce bu doğru mu?*

24ÖT: *Evet.*

25A: *Evet bize onu gösterir. Peki başka fikri olan var mı?*

26Ö8: *Öğretmenim yolun uzunluğu ve ne kadar süreceğini gösteriyor.*

27A: *Nasıl yani anlayamadım. Açıklar mısın?*

28Ö8: *Öğretmenim bu levha üzerindeki 9000 metre ve 1000 metre olduğun ne yerden ne kadar süreceğini yani ne kadar uzaklıkta olduğunu gösteriyor.*

29A: *Evet o da olabilir. Başka fikri olan var mı? (Cevap gelmez.)*

-Peki bunun tünelin uzunluğu ile bağlantısı nedir? Levhada iki tane değer var, tünelin uzunluğu ile bu değerlerin bağlantısı nedir? Var mı fikri olan? (Öğrenciler parmak kaldırır.)

30Ö6: *Sola gidersek 1000 m olur, sağa gidersek 9000 m olur öğretmenim.*

31A: *Peki teşekkürler. Herkes bunda hemfikir. O zaman tahtaya yazalım. Levhayı çizelim. Bir tarafında 1000 m diğer tarafında 9000 m yazıyor. Tamam şimdi bakalım bu şekilde çıkışlara olan uzaklığını gösteriyor. Şimdi levhadaki değerler ve tünel uzunluğu arasındaki bağlantıyı, ben sizin aranızda gezerken inceledim. (Doğru bulan öğrenci cevabını öne çıkarmak için o öğrenciye söz veriyor.) Ö1 bize nasıl buldun anlatabilir misin? Ö1 ne düşünüyorsun, uzunluğu hakkında ne söyleyebilirsin bize?*

32Ö1: *Değerlerin toplamı tünelin toplam uzunluğuna eşittir.*

33A: *Sizce doğru düşünmüş mü? Tünelin toplam uzunluğu kaç metreydi?*

34ÖT: *10000 metre.*

35A: *Evet bakalım doğru mu? 9000 metre sola olan uzaklığı, 1000 metre sağa olan uzaklığı giriş ve çıkışlara. Toplamları neye eşit?*

36ÖT: *10000 metreye.*

37A: *Evet. O zaman levhadaki değerler ve tünel uzunluğu arasındaki bağlantı levhadaki değerlerin toplamının tünel uzunluğuna eşit olmasıymış. Anlaşıldı mı? Nasıl olduğu konusunda bir sorunuz var mı? Yani neymiş, levhadaki değerler bize tünelin uzunluğunu veriyormuş. Nasıl olduğunu hayal edebildiniz mi?*

38ÖT: *Evet. (Hepsi anladığını gösteren onaylama işaretlerini yaptılar.)*

Öğrencilerin ifadeleri incelendiğinde bazılarının düşünme süreçlerine katılıp (28Ö8), bazılarınınsa fikirlerini ifade etme konusunda açık olmadıkları ve sessiz kaldıkları görülmektedir. Öğrenciler kendilerine yöneltilen ifadeleri ve soruları anlamlandırırken ya da bunlar için fikir belirtirken sürece adapte olamamaktadırlar. Fakat sonrasında öğretmenin etkinliğin maddelerini ifade etmesiyle öğrenciler aktif katılım göstermeye başlamakta ve süreçte beklenen katılım gerçekleşmektedir. Bu sağlandıktan sonra öğrenciler verilen ifadelere hep birlikte cevap vermeye başlamaktadırlar.

Etkinliğin b şıkkında ise verilen ifadelere yönelik doldurulması gereken tablo kısmını tüm öğrencilerin doldurması istenmektedir. Öğrenciler a şıkkında anladıkları soru sürecini b şıkkında yazıya dökerek ifade etmekte ve tabloyu doğru bilgilerle doldurmaktadırlar. Sonrasında sorunun ayrıntılandırıldığı c şıkkına geçilmekte ve öğretmen soruyu okuyarak öğrencilerden soruyu düşünmelerini ve anlamalarını istemekte, bireysel olarak çalışmalarını sonrasında fikirlerimizi birleştireceğimizi söylemektedir (57A). Buna yönelik öğretmen ifadesi aşağıda gösterilmektedir.

57A: *Sizden doğru cevabı bulmanızı değil, ne anladığınızı ne düşündüğünüzü duymayı istiyorum. İşlem olarak değil şekil olarak da düşünebilirsiniz. Kendinizi tünelin içinde hayal edin. Tünelin bir noktasındasınız giriş ve çıkışa olan uzaklığınızı cebirsel olarak nasıl ifade edebilirsiniz. Biraz daha bekliyorum bununla ilgili düşüncelerinizi soracağım. Anladığınız ifadeyi not alabilirsiniz.*

Yeteri kadar süre beklendikten sonra öğrencilere fikirleri sorulmakta, öğrenciler çeşitli cevaplar vermekte ve tüm cevapların öğrenciler arasında tartışılması için fırsat verilmektedir Öğretmen burada sadece süreci yöneten kişi rolü görmekte, fikirlerini birleştirerek öğrencilerinin ifadelerinin doğruluğu konusunda kendilerini sorgulamalarını sağlamaya çalışmaktadır. Bir süre tünelin giriş ve çıkış uzaklıklarını cebirsel olarak nasıl ifade edebileceklerini tartıştıktan sonra öğrenciler bir kenara olan uzaklığı x ile ifade etme kararı almakta ve diğer ifadenin ne olabileceğini tartışmaya başlamaktadırlar. Sonunda bir öğrencinin ifadesinin doğruluğuna karar vermekte (81Ö1) ve arkadaşlarının bulduğu cebirsel ifadelerin toplamının 10000 olduğunu ve x ve 10000-x şeklinde ifade edebileceklerini söylemekte ve öğretmen de söyledikleri ifadeyi tekrar etmektedir (82A). Buna yönelik örnek diyalog aşağıda gösterilmektedir.

79Ö6: *x-9000 olsa?*

80A: *x-9000 dersek. 2x-9000 olur toplamı.*

81Ö1: *10000-x olsa?*

82A: *10000-x olsa. Deneyelim ikisini toplarsak 10000 olur. Doğru mu? Tünelin uzunluğu kaçtı? 10000. O zaman Ö1 doğru ifade etti.*

Ö6 öğrencisinin ifadesinde yanlış verdiği ifade öğretmen tarafından tekrarlanarak toplam kaç olduğu ifade edildiğinde öğrencilerden Ö1'in yanıtı (81Ö1) ifadelerin tekrarlanmasıyla açığa çıkmakta ve öğrencinin doğru olarak ifade ettiği görülmektedir.

Sorunun d şıkkında ise öğrencilerden tüm anladıklarını ifade edecekleri örneğe dair yeni yerleştirilen bir soruya geçilmekte ve aynı tünele 5 tane trafik levhası yerleştirmeleri istenmektedir. Öğrenciler bu soruya yönelik farklı ifadeler söyleyip hem soruyu düşünmeye devem etmekte hem de fikirlerinin doğruluğunu anlamaya çalışmaktadırlar. Buna yönelik diyalog aşağıda gösterilmektedir.

87ÖM: *En kısa 100 en uzun da 800.*

88Ö4: *En uzun 250 en kısa 100.*

89A: *Neden 250 diye düşündün? (Yanına bakmaya gider.) Ö4 demiş ki yolu 4 parçaya ayırayım. O şekilde yerleştirmiş.*

(Başka cevaplar da gelir.)

90ÖM: *En kısa 100 en uzun 10000.*

Etkinlik sürecinde gözlemlenen her durum tüm öğrencilere tekrarlanmaktadır. Tekrarlanan her yanıttan sonra tüm öğrencilerin kendilerini ifade etmek istedikleri (90ÖM) gözlemlenmektedir.

Öğretmen öğrencilerin düşünme süreçlerini incelerken çıkış noktası bulmakta zorlandıklarını farketmekte ve ara ara soruyu hatırlatmaya yönelik aşağıdaki gibi hatırlatıcı ifadeler kullanmaktadır (95A). Öğrenciler de anladıklarını ifade etmekte (96T) ve soruya tekrar geri dönmektedirler.

95A: *Nasıl düşündün? Levhaları önce yerleştirmem lazım değil mi? Önce levhaları yerleştirin giriş ve çıkışlara koyun. Sadece şekil çizseniz daha kolay olacak diye düşünüyorum. Bir şekli çizmeyi dener misiniz? Böylece daha iyi düşünebilirsiniz. Tekrarlar her biri bir öncekinden 100 m daha fazla.*

96T: *Hocam ben anladım şeklinde tepkiler gelir.*

Öğretmenin düşünce süreçleri adına cevap vermekten ziyade düşünme süreçlerini destekleyici olarak söyledikleri öğrencilerin soruyu anlamlandırabilmesini sağlamaktadır (96T).

Sorunun son kısmı olan çözüm aşamasında öğretmen her öğrenciye fikirlerini sormakta ve cevabının başlangıcının doğru olduğunu gözlemlediği Ö2 öğrencisine diğer öğrencilere onu bilerek seçtiğini belli etmeden kasıtlı olarak söz vermekte (113A) ve çözüm sürecini başlatmaktadır. Böylece tüm öğrenciler süreci adım adım inceleyerek öğretmenlerinin kavramsal bağlantılar kurmasıyla soruyu doğru olarak tartışmaktadırlar (124T). Buna yönelik diyalog aşağıdaki gibidir.

113A: *Ö2 sen ne diyorsun?*

114Ö2: *Öğretmenim x+100 dedim.*

115A: *O zaman bir sonraki ne olur Ö2?*

116T: *x+200 olur.*

117A: *Tahtadaki şekle x+100 yazar. Bu şekilde olur mu? (Evet derler.) Diğeri ne olur Ö2? X+200 der. Arkadaşınız diğerine de x+200 diyor olur mu? (Evet biz de öyle bulduk derler.) Bir öncekinden 100 fazla mı? (Evet derler.) Yanındaki ne olur o zaman?*

118T: *x+300.*

119A: *Bir sonraki de yine aynı olur değil mi?*

120T: *Evet x+400.*

121A: *Ben biliyorum artık zaten değil mi bulabileceğimiz değerlerden, neyi biliyorum x'leri belirlemek için?*

122Ö2: *Üçünü toplayıp 10000e eşitlesek?*

123A: *Dört tane değer var ama?*

124T: *Dört tane değeri toplayıp 10000e eşitleyelim.*

Etkinlik sürecinde tüm cevapları öğrencilerin vermesi ve süreçte birbirlerinin söyledikleri ifadeleri anlamlandırarak kendi düşünceleri ifade ettikleri (124T) gözlemlenmektedir. Burada öğrencilerin her adımı ifadeleriyle tekrarlamaları da düşünme süreçlerini açığa çıkarıcı başka bir etken olarak karşımıza çıkmaktadır.

Öğrencilerle x dışında başka gösterimlerle de değerlerin ifade edilebileceği tartışılır ve soruda istenen sonuca ulaşılmış olur. Soruda ifade edilen tüm kısımlar tekrar gözden geçirildikten sonra "eşitliğin korunumu"na ilişkin etkinlik sona erer.

Birinci etkinlik videosunun analizi sonucunda öğrencilerin etkinliğe dair bakış açıları stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinde değerlendirildiğinde metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama(C1) konusunda etkinliğin başında daha çok karmaşa yaşarken etkinliğin sonuna doğru anladıklarını daha anlaşılır ifadelerle ifade ettikleri gözlemlenmiştir. Bu durum

sürecin sonunda daha zorlaşan basamaklarda daha kolay anlamalarını sağlamıştır. Göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme(C2) konusunda oluşturdukları tablolardan cebirsel ifadelere geçişte sorun yaşamadıkları, süreç içerisinde tartışarak ve anlamlandırarak cebirsel ifadelere geçiş yapabildikleri gözlemlenmiştir. Miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini(C3) kullanırken diğerlerinde olduğu gibi başta anlamlandıramadıkları sonrasında ise sınıf ortamında ve süreç içerisinde verilen geri dönütlerle cebirsel temsilleri kullanabildikleri gözlemlenmiştir. Hesapları ve işlemleri uygularken ve sonuçların doğruluğunu kontrol ederken (C4) öğretmenin sıraların arasında gezerek incelemeleri ve daha dikkatli inceleyin şeklinde ifadeleriyle işlemleri doğru yapma konusunda hassasiyet gösterdikleri görülmüştür. İkna edici açıklamalar yapma(C5) konusunda başlangıçta bazı öğrencilerin süreç içerisinde kasıtlı olarak sıralanmasıyla seçilenler düşüncelerini net bir şekilde ifade etmiş, diğer öğrenciler de bu durumdan cesaretlenerek düşüncelerini daha açık ifade edebilmişlerdir.

4.2.2. Nil'in Oyunu Etkinliği-2. Etkinlik

İkinci etkinlik olan Nil'in Oyunu Etkinliği eşitlik ve denklem konusunun "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar." kazanımı dikkate alınarak hazırlanmıştır. Günlük hayattan bir etkinlik olan bu etkinlikte öğrencilerin metnin ana temasında belirtilen ifadeleri çözmeleri, iki değişkene ait miktarlar arasındaki ilişkileri belirlemeleri, değişimi tabloyla ifade etmeleri ve denkleme dönüştürerek sonuca ulaşmaları amaçlanmıştır. Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesindeki metni okumaları, yorumlamaları ve bağlamı anlamaları (C1), göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlemeleri (C2), miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanmaları (C3), hesapları ve işlemleri uygulamaları ve sonuçların doğruluğunu kontrol etmeleri (C4), ikna edici açıklamalar yapmaları (C5) hedeflenmektedir.

Bu etkinlikte de ilk etkinlikteki gibi öğrencilerden önce verilen etkinlik kağıtlarının incelenmesi istenmekte, öğrencilerin etkinliği anlaması için fırsat verilerek etkinliğe başlanmaktadır. Öncelikle soruda anlaşılamayan noktalar tartışılarak başlanmakta verilen mb ifadesinin ne olduğu konuşularak çocuklar mb ve kb dönüşümü hakkında bilgilendirilmektedir. Sonrasında soru sınıfta hep birlikte okunarak a şıkkında ifade edilen yükleme yaparken zamana bağlı değişimin nasıl olacağını gösterecekleri tablo oluşturmaları gerektiği ifadesi görülmektedir. Öğrencilerden bu ilerlemeyi göstermeleri istenmekte ve yeterli süre verilerek etkinliğe başlanmaktadır. Etkinlik başlangıcında bir öğrenci ne kadar

ilerleme gösterelim sorusunu yöneltmekte (6Ö1) ve öğretmen aşağıdaki şekilde açıklama yapmaktadır (7A).

6Ö1: *Kaç tane ilerleme gösterelim tabloda?*

7A: *5, 6 tane gösterebilirsiniz başlangıç için. Herkes kendisi düşünsün, tabloyu önce çizin bakalım.*

Öğrenciler süreç içerisinde düşünürken ve tablo oluşturmaya çalışırken öğretmen güzelce inceleyerek anladıklarını aktarmalarını istemektedir (8A).

8A: *Zamana bağlı olarak nasıl bir ilerleme gösteriyor? (5 adım ilerledim, 7 adım ilerledim şeklinde cevaplar gelmeye başlar. Cevap verenlerin yanına gider ve ufak yanlışlar farkettiğinde bir daha incele der.) Sorunun ana kısmını güzelce tekrar okuyun der ve tekrarlar.*

Öğrenciler mırıldanmaya ve sorunun cevabını söylemeye başladıklarında öğretmen şimdi başlayalım dedikten sonra süreci başlatmaktadır. Öğretmen önce soruyu okumakta ve daha sonrasında diyaloğu aşağıdaki gibi başlatmaktadır.

13A: *Şimdi soruya baktığımızda yükleme ve zaman var değil mi? Başlangıçta Nil'in bilgisayarı 128 kb yüklemiş. Sence Ö11 128 yüklemiş diyor, tabloyu nasıl gösterdin?*

14Ö11: *128'in üzerine 64 ekledim.*

15A: *Peki bu kaçıncı dakika? 1. Dakika 128 mi yoksa 128+64 mü?*

16Ö11: *1. Dakika 192.*

17A: *Sizce doğru mu?*

18T: *Evet.*

19A: *Nasıl düşündün Ö11?*

20Ö11: *128 ilk andı, 128'in üzerine 64 ekledim.*

21A: *Çünkü 1. Dakikada ekleniyor değil mi? Peki başka bir şey düşünen var mı? 1. Dakikayı başka değer bulan?*

22Ö7: *64'ten başladım, ekleyerek gittim 5.yi 320 buldum. Sonra da 128 ekledim. 448 oldu.*

Burada sorunun ilk kısmı tamamlanmakta ve yalnızca ifadelerinin doğruluğu bilinen ve anlatması istenen Ö11 öğrencisi düşüncelerini ifade etmektedir. Diğer öğrenciler ise düşüncelerinin doğruluğunu sadece öğretmen "Sizce doğru mu?" şeklinde sorduğunda ifade etme eğilimi göstermektedirler.

Ö7 öğrencisinin yanıtı doğru ve bakış açısı da güzel fakat hızlı bir şekilde anlattığı için arkadaşları anlamamakta bu yüzden öğretmen senin cevabına birazdan bakacağız şeklinde ifade edip doğru cevabı bekleterek diğer öğrencilerin konu hakkında tartışarak adım adım sorunun cevabına bulmaya yönelmeleri için diyaloğa devam etmektedir. 192 diyen bir öğrencinin cevabına yönelik olarak aşağıdaki diyalog geçmektedir.

24Ö11: *192.*

25A: *192, 128 ile 64'ün topladın sanırım. Ö11 buna 1. Dakika demiş çocuklar. Sizce 1. Dakika doğru mu burada? (Herkes evet der.) Doğru değil diyen var mı? (Kimse el kaldırmaz. Emin olmak için) Değil de diyebilirsiniz belki de doğru değildir. Doğru değil diyen var mı? Yok mu? Ama kâğıtlarınızda öyle dememişsiniz. Tablonuzda 128 olan başlangıca 1. Dakika diyenler olmuş.*

Burada öğretmenin kullandığı ifadeye yönelik olarak tüm öğrencilerin tepkisi ortak olmakta ve öğretmen buna karşılık tüm öğrencilerin ifadelerini gözlemlediğini bazılarının o şekilde ifade etmediğini söylemektedir. Buradaki durum öğrencilerin düşünme süreçlerinin izlendiğinin farketmelerini sağlamak amacıyla oluşturulmaktadır. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açıkça ifade etmeleri adına kâğıtlarında yazdıklarının bilindiği söylenmektedir.

Öğretmen süreç içerisindeki gözlemlerini öğrencilere aktararak aslında düşünme süreçlerini izlediğini belirterek öğrencilerin yanıtlarını açıkça ifade etmelerini istediğini tekrar söylemekte ve soruya devam etmektedir (44A). Tüm öğrencilerin katılımıyla soruda istenen

tablo tahtada oluşturulmaya başlanmakta ve öğretmenin yazdığı birimleri öğrenciler sayısal olarak doldurmaya başlamaktadırlar. Tablo öğrencilerle doldurulduktan sonra soruya farklı bir bakış açısıyla bakan Ö7 öğrencisine söz verilmekte ve açıklaması istenmektedir. Öğrenci bulduğu ifadeyi açıklamakta ve söylemek istediği ifadeler öğretmen tarafından toparlanarak (52A) diğer öğrencilerle paylaşılmaktadır.

44A: *Ö7 soruya farklı bir şekilde yaklaşmış. Onunkini inceleyelim. Ö7, başlangıçta 128 dursun 1. Dakikada 64 yükledim, 2. Dakikada bir 64 daha ekledim 128, 3. Dakika ne diyorsun Ö7?*

45Ö7: *192.*

46A: *4. Dakikada?*

47Ö7: *256.*

48A: *5. Dakikada?*

49Ö7: *320.*

50A: *Arkadaşınız diyor ki ben 5. Dakikanın sonunda ekleyerek 320 bulmuş oldum. Sonra da üzerine 128 ekledim. 320+128=448. Sizce bu olur mu?*

51T: *Evet.*

52A: *Neden? Çünkü başlangıçta yüklediği miktar hiç değişmiyor. Olabilir değil mi? Bu şekilde de düşünebiliriz. Biz ne demiştik başlangıcı saydık ve üzerine ekledik. Ama Ö7 1. Dakikadan 5. Dakikaya 320, en son da başlangıcı eklersem 448 olur şeklinde çözdü. Peki dikkat etmemiz gereken şey nedir? Başlangıç bizim için önemliydi.*

Düşüncelerini açığa çıkarmak adına öğretmen öğrencilere sorulara yönelterek sürecin devamlılığını sağlamak için adımlar atmaktadır. Öğrenciler kendi düşüncelerini sorulduğunda daha rahat ifade edebilmektedirler. Ve süreci tekrarlamak açılmalarını sağlayarak katılımı arttırmaktadır.

Sorunun c şıkkına geçildiğinde soruda istenen denklemlerden yararlanarak çözümün bulunması ifadesi okunmakta ve öğrencilerden bu değerleri bulması istenmektedir. Öğrenciler

önce: *"Öğretmenim denklem kurarak mı?"* şeklinde soruda isteneni anlamaya çalışmakta sonrasında denklem kurarak soruyu çözme sürecine geçiş yapmaktadırlar. Sürecin sonunda öğrencilerden bazılarının denklem yerine adım adım sayısal verilerle ilerleyerek çözüm yaptığı görülmekte ve öğretmenleriyle aşağıdaki gibi diyaloglar gerçekleşmektedir.

75Ö1: *Evet 12. Dakikaya gelene kadar zorlandım.*

76A: *Sonrasında arkadaşınız 48. Dakikada 4000, 60. Dakikada da 5000 yükledim dedi. 5000'e geldim ama 5120 yüklemem gerekiyor.*

77T: *120 kb kaldı.*

78A: *120 kb'ı ne kadar zamanda yüklerim?*

79Ö1: *Öğretmenim 1 mb 1204 kb'tı ya. 1024'ten 1000i çıkarttım. Her birinde 24 kaldı her 12 dakikada.*

80A: *Evet o şekilde doğru. Güzel düşünmüşsün fakat 1000'e gelene kadar bile çok uğraştık değil mi?*

81Ö1: *Evet öğretmenim uzun sürdü.*

82A: *Evet hepsinde adım adım uğraştın. Denklemden yararlanarak bunu daha kolay bulabiliriz. Nasıl yararlanırız? (Bulamadım mırıltıları gelir.) Peki hadi bakalım birlikte bulalım ben de size yardımcı olayım. Birlikte çözmeyi deneyelim. (Tahtaya yazar.)*

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi öğrenciler denkleme geçişte zorluk yaşadıkları için öğretmen küçük desteklerle öğrencilerin denklem kurması aşamasına geçmelerine yardımcı olmaya çalışmaktadır. Öğrenciler öğretmenle birlikte tahtada aşağıda gösterildiği gibi işlemler yapmakta ve denklem kurarak (84T) sonuca ulaşabilmektedirler.

84T: *Dakikada 64 yüklüyorsa 1. Dakikada 64, 2. Dakikada ne oluyor? 128 Ben sürekli 64 eklemiş olmuyor muyum? (Evet derler.) Bir yandan da eklemek ne anlama geliyor? 2. Dakikayı bulmak için 64 ekledim. 64 ve 128 arasında nasıl bir bağlantı var aynı zamanda? 64'ün iki katı değil mi 128? 64'ün üç katı ne olur peki? 3. Dakika değil mi?*

*Ben birinci dakikadakini bulmak için 64 ile 1'i çarptım. İkinciyi bulmak için 64+64 yani 2.64, üçüncüyü bulmak için 64+64+64 yani 3.64 buldum. Tekrar ekliyorum 64+64+64+64 yani 4*64 olmadı mı? Her seferinde,*

1. *Dakikada 64*
2. *Dakikada 2.64*
3. *Dakikada 3.64*
4. *Dakikada 4.64*

Ne değişti? Dakika. Dakikanın yerine neler geldi? 1, 2, 3, 4, ...

O zaman dakikaya x desem? Bilmiyorum ne geldiğini. 64 ile kaç dakika ilerlediğimi bulmalıyım ki toplamları 5120 olsun. Anladık mı?

128 kb zaten vardı. Ben 64 yükleyerek kaçıncı dakikada toplam 5120 kb'a ulaşırım onu buluyorum. (Tek tek fikirlerini sorar.)

Hadi bakalım şimdi denklemi çözelim, ne yapacağız x'i yalnız bırakıp denklemi çözeceğiz.

Denklemi hep birlikte çözerler. X=78. Dakikada yüklenir. Ama dakika demiyor. Kaç saat diye sormuş. 1 saat 18 dk olur.

Tüm öğrencilerle ortak bulunan ifadeler tahtaya yazılarak soru cevap şeklinde söylediklerini ifade eden kişi öğretmen olmaktadır. Süreç detaylı olarak incelendiğinde öğretmenin ifade ettiği her denklem adımı aslında öğrencilerin birbirleriyle ve öğretmenle iletişimleri sonucu oluşan öğrenci yanıtlarıdır. Öğretmen yine cevaba yönelik yorumlar yapmaktan ziyade süreci tekrarlayan görevi görerek kendi süreçlerini gözlemlemelerini istemektedir.

Öğrenciler denklemi öğretmen yardımıyla kavramsal bağlantılar kurarak çözmektedirler. Sırada sorunun son şıkkı olan d şıkkı çözülmeye başlanmakta ve öğrencilerden yine soruda istenen değerlere göre verilen d şıkkını okumaları istenmektedir. D şıkkında yazan *Nil'in arkadaşı Ali'nin bilgisayarı aynı oyunu dakikada 96 kb yüklüyor. Başlangıçtan itibaren Ali kaç dakikanın sonunda Nil ile eşit yükleme yapmış olur?* ifadesi incelenerek soru çözülmeye başlanmaktadır.

Öğretmen aralarda gezerken öğrencilerin bazılarının takıldıklarını farkederek küçük bir hatırlatmalarda bulunmaya devam etmektedir.

Şimdi küçük bir yardım edeyim size. Nil için ne demiştim? Başlangıçta 128 idi değil mi? (Evet derler.) Sonra kaç kaç ekliyorduk?

93T: *64.*

94A: *Bunun için nasıl bir ifade kullanmıştık?*

95Ö1: *128+64x.*

96A: *Evet 128+64x demiştik herkes hatırlıyor mu?*

97T: *Evet 128+64x.*

Ara ara sorulan hatırlatma soruları öğrencilerin bildikleri ifadeleri açığa çıkarmalarını sağlamak amacıyla sorulmaktadır. Öğrencilerin hatırlatma yapılan her soruya cevap vermeleri matematiksel düşünme süreçlerinde bağlantı kurmalarına yardımcı ifadeler kurulduğunu göstermektedir.

Öğretmen, şimdi hatırladığımız şekilde devam edin bakalım diyerek süreci devam ettirmektedir. Öğrenciler böylece yeni soruyu düşünmeye başlamaktadırlar. Ö7 öğrencisi sürecin sonunda söz istemekte ve düşüncelerini ifade etmektedir. Buna yönelik diyalog aşağıda gösterilmektedir.

113Ö7: *Ben tablo çizdim 64,128,... şeklinde ilerlettim. 96'da da aynı şeyi yaptım.*

114A: *Tamam aynı şeyi yap olur ama Nil başlangıçta kaçtı? 128'di. 1. Dakika ne oluyordu?*

115T: *128+64=192.*

116A: *2. Dakikada neydi?*

117T: *256.*

118A: *3. Dakikada neydi?*

119T: *320.*

120A: *4. Ve 5. Dakikada neydi?*

121T: *384, 448,.. (Hepsini tahtaya yazar.)*

122A: *Tamam şimdi Ali'ye bakalım. Ali'nin 1. Dakikası neydi?*

123T: *96.*

124A: *2. Dakikada ne olur?*

125T: *192. 2 katı.*

126A: *3. Dakika?*

127T: *288.*

128A: *4. Dakika?*

129T: *384.*

130A: *Tahtadakini gördünüz mü der?*

131T: *Aaa eşitlendi.*

Öğrenciler ortak olan fikirlerini söyleyerek öğretmen dönütleriyle eşitliğin olduğunu farketmekte ve soruya açıklık getirilmektedir. Bu süreçte yine soru cevap şeklinde ilerlenmekte ve öğrenciler sorunun cevabı bulduğunda şaşırmaktadırlar. Öğrencilerin bu tepkisinin nedeni aslında bildikleri ifadeleri söylerken birden sonucu bulmalarından kaynaklanmaktadır. Denklem kurma adımına gelindiğinde Ö2 öğrencisi denklem kuralım demekte (140Ö2) ve aşağıdaki diyalog gerçekleşmektedir.

138Ö2: *Denklem kuralım.*

139A: *Evet ne diyelim.*

140Ö2: *128+64x=96x desek olur mu?*

141A: *Nasıl olur? Eşitlesek olur değil mi? Çünkü ikisi de aynı dakikada ne zaman eşitlenir diye soruyor. Ben bunların kaç dakikanın sonunda aynı olduğunu bulabilmek için 128+64x=96x derim. İkisinin eşit olduğu yeri bulmam için bu iki cebirsel ifadeyi eşitlemem gerekir. Hadi çözelim. (Denklemi çözerler.)*

x=4 çıktı. Uzun uzun yazmaya uğraşmadan eşitleyerek sonuca ulaştım. Peki mesela 100. Dakika eşit olsa yazarak bulabilir miydim? 5,6,7,8,9,.. 100'e kadar tek tek yazardım. Tablo üzerinde. Bu şekilde çok uzun süreceği için denklemlerden yararlanarak kolay bir şekilde sonuca ulaştım.

Öğrencinin yanıtından yola çıkarak sürecin sonunda öğretmen tüm ifadeleri birleştirerek nasıl son kısma geldiklerini ifade etmekte ve aslında denklem kullanmanın uzun uzun uğraşmaktansa daha kolay olduğunu ve daha iyi anlaşılır olduğunu ifade ederek 2. etkinliği sonlandırmaktadır. Öğrencilerin 2. etkinliğin sonunda tartışarak ve fikir alışverişinde bulunarak süreçte kendi cevaplarını kendileri buldukları gözlemlenmektedir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin bir gerekliliği olan öğrencilerin fikirlerini savunmaları, anlatmaları, sorgulayarak anlam aramaları, yorumda bulunmaları ve geribildirimde bulunmalarının desteklenmesiyle süreç öğrenciler tarafından çözümlenebilir ve anlaşılır hale gelmektedir.

İkinci etkinlik videosunun analizi sonucunda öğrencilerin etkinliğin uygulanmasına ilişkin süreçleri stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinde incelendiğinde metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) yetkinliğinde birinci etkinliğe göre daha açık oldukları ve sürece daha kolay adapte oldukları aynı zamanda da yorumlamaya daha yatkın oldukları gözlemlenmektedir. Göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlerken (C2) ve miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanırken (C3), cebirsel ifadelere başlangıçta yatkınlık göstermezken sonrasında bu şekilde ifade etmenin daha kolay ve anlaşılır olduğunu farkederek cebirsel temsil oluşturma ve kullanmaya yöneldikleri gözlemlenmektedir. Hesapları ve işlemleri uygularken ve sonuçların doğruluğunu kontrol ederken (C4) öğrencilerin işlemleri doğru bir şekilde yaptıkları ve doğruluğunu kontrol etmek için öğretmen hatırlatmalarına da dikkat ederek soruya tekrar dönüp işlemlerini inceledikleri farkedilmektedir. Son yetkinlik olan ikna edici açıklamalar yapma (C5) konusunda ise öğrencilerin hepsinin etkin bir şekilde kendilerini ifade ettiği ve hangi stratejiyi neden seçtiklerini ifade ettikleri gözlemlenmektedir.

4.2.3. Sevilen Filmler Etkinliği-3. Etkinlik

Üçüncü etkinlik olan Sevilen Filmler Etkinliği eşitlik ve denklem konusunun "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi tanır ve verilen gerçek hayat durumlarına uygun birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurar." kazanımı dikkate alınarak hazırlanmıştır. Etkinlik okuldaki öğrencilere normalde de uygulanan bir film uygulamasına yönelik hareketle oluşturulmuştur. Etkinlikte öğrencilerin bilinmeyen ifadeleri denklemle ifade edebilmeleri, buldukları denklemleri sonuca ulaştırdıktan sonra bilinmeyen yeni ifadelere de entegre etmeleri amaçlanmıştır. Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesindeki metni okumaları, yorumlamaları ve bağlamı anlamaları (C1), göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlemeleri (C2), miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanmaları (C3), hesapları ve işlemleri uygulamaları ve sonuçların doğruluğunu kontrol etmeleri (C4), ikna edici açıklamalar yapmaları (C5) hedeflenmektedir.

Etkinlikte birinci olan şubelerin film izleme hakkı kazandıkları ve hangi şubelerin film izledikleri ifadeleri yer almakta ve öğrencilerin verilen bilgilere göre maddelerde istenen ifadeleri bulmaları istenmektedir. Süreç aşağıdaki gibi başlatılmakta (1A) ve öğrencilere zaman verilmektedir.

1A: *Yeni etkinliğimizin adı Sevilen Filmler. Biz geçen yıl okulumuzda bir uygulama yapmıştık bu etkinlikte olduğu gibi. Sınıfta öğretmenleriniz size davranışlarınıza göre puan veriyordu hatırlıyor musunuz? (Evet derler.) Sonrasında siz bu puanlamaya göre film izliyordunuz. Sınıftaki davranışlarına ve artı eksilerine göre en başarılı sınıf film izliyordu. İşte bu da buna benzer bir etkinlik. (Bunları konuşurken etkinlik kâğıtlarını dağıtır.) Şimdi herkes önce aşağıdaki maddelerde ifadesi kısmına kadar etkinliği okusun.*

Öğrenciler etkinliği inceledikten sonra öğretmenin soruyu bir kez daha hep birlikte okumasıyla süreç başlamaktadır. Hep birlikte süreçte verilen değerleri incemektedirler. Sonrasında öğrenciler etkinlikte verilen A ve B şubeleri için fikir yürütmeye başlamaktadırlar.

6Ö2: *Öğretmenim B şubesine x diyelim.*

7A: *Ö2, B şubesine x dedi. X olur mu sizce?*

8Ö2: *Çünkü bilmiyoruz.*

9A: *Tamam olabilir. Öyleyse A ne olur?*

10Ö1: *2x-12.*

11A: *B'ye x A'ya 2x-12 diyorlar herkes hemfikir mi?*

12T: *Evet.*

Öğrenciler etkinliği bir yandan anlamaya çalışırken bir yandan da metinde verilen değerler için bilinmeyen ifadeler kullanmaya çalışmaktadırlar. Bu da etkinliği anlamlandırmaya yönelik çaba içerisinde olduklarını göstermektedir.

Süreç devam ederken öğretmen öğrencilerin bu ifadeleri söyledikten sonra verdikleri cevapları geri dönüt vermeden incelemekte (26Ö6) ve kendilerin düşünmelerini istemektedir.

24Ö7: *A şubesi 28 olabilir mi? (Başka biri de 36 der. Gidip yanlarına inceler cevap vermez.)*

25Ö2: *x=12 olabilir mi?*

26Ö6: *Evet 12 öğretmenim. (Yine yanlarına gidip inceler.)*

27A: *Düşünmeye devam edelim bakalım.*

Öğrencilerin verdikleri cevapları sadece inceleyen öğretmen öğrencilerin düşünme süreçlerini anlamaya çalışmaktadır. Verilen cevaplar karşısında öğretmen geri dönüt vermemekte ve öğrencilerin düşünme süreçlerini devam etmelerini beklemektedir. Süreç içerisinde öğrenciler etkinliğe yeniden dönüp kendi yorumlarını geliştirmeye devam etmektedirler.

Bir süre daha düşündükten sonra soru çözülmeye başlanmaktadır. Öğrencilerin ifadeleriyle düşünme süreçleri desteklenerek A, B, C ve D sınıflarının kaç kişi oldukları bulunduktan sonra sorunun a şıkkının çözümüne geçilmektedir.

74A: *Nereden 45 bulduk? B toplamlarının 2 katının 5 fazlası demişti. C ve D'nin toplamı o zaman neye eşitmiş çocuklar?*

75T: *45'e.*

76A: *x+2x=45, x=15. (Tahtada çözerler.) x neydi?*

77T: *C.*

78A: *Evet C=15. D ne olacak?*

79T: *30.*

80A: *A=28, B=20, C=15, D=30 oldu böylece. Anlamadığınız bir yer var mı? Sorabilirsiniz.*

81T: *Hayır yok.*

82A: *O zaman aşağıdaki sorulara bakalım. Aşağıdaki maddelerde verilen bilgileri soruda bulduğunuz değerlere göre çözünüz, demiş. B şubesinde kaç öğrenci daha olsaydı sınıf mevcudu A şubesinin sınıf mevcuduna eşit olurdu?*

Öğrencilerin incelenen yanıtlarına göre süreç öğretmen tarafından toparlanarak öğrencilerin düşündüklerini ifade etmeleri için çeşitli sorular sorularak sürecin devamlılığı sağlanmaya çalışılmaktadır. Öğrencilerin tamamı süreçte belirtilen kısımları anlamlandırabilmekte ve kendi düşünme süreçlerinin öğretmen tarafından tekrarlanmasıyla bilgilerini pekiştirmektedirler.

Soru incelendikten sonra öğrenciler denklemlerle değerlerini buldukları sınıf mevcutlarına göre a ve b şıklarını tamamlar ve c şıkkına geçiş yapmaktadırlar. Denklemlerle ifade ettikten sonra sorunun diğer önemli kısmı olan c şıkkı, öğretmen tarafından okunarak (102A) aşağıdaki gibi düşünme süreçlerine başlamaları istenmektedir.

102A: *Tamam çok güzel. Şimdi c maddesine geçiyorum. Bu madde diğer maddelere göre daha farklı. Aynı sinema salonunu düşünüyoruz. Ama şimdi koltuklardan bahsetmiş, koltuklardan yola çıkacağız. Öğrenciler kısmı bitti.*

Sinema salonunda çift kişilik ve tek kişilik koltuklar bulunmaktadır. Pazartesi ve salı günü boş kalan bütün koltuklar tek kişiliktir. Pazartesi günü çift kişilik koltuğa oturan kişi sayısı salı günü tek kişiliğe oturan kişi sayısının iki katıdır. Bu durumda sinema salonundaki çift kişilik koltuk sayısı kaçtır?

Bunu hepinizin tekrar okuyup üzerine düşünmenizi istiyorum. Ne düşünüyorsunuz, nasıl bir mantık yürüttünüz? Cevap olmasına gerek yok, yorum yapmanızı istiyorum.

Öğrenciler soru üzerine düşünürken öğretmen onları izleyerek ve konuşarak sürece adapte olmalarını sağlamaya devam etmektedir. Öğretmen burada öğrencilerin ön bilgileri üzerine kurulan yeni soruyu nasıl yapacaklarını gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

Pazartesi yazın Salı yazın bir düşünün. (Minik ipuçları verir. Sadece düşünmenizi istiyorum diye tekrarlar.)

Süreç sonunda öğrencilerden yanıtlar gelmeye başlamaktadır. Öğretmen de öğrencilerin verdikleri yanıtları tekrarlayarak süreci ilerletmeye devam etmektedir.

106Ö4: *Öğretmenim 90 mı?*

107A: *Ö4, 90 dedi. Çift kişilik koltuk sayısı 90 olabilir mi? Ö4 salon kaç kişilik?*

108Ö4: *52 kişilik.*

109A: *90 tane çift kişilik koltuk olursa.*

110Ö4: *180 kişi olur.*

111A: *180 olur evet. Ama salon kaç kişilik?*

112Ö4: *52 kişi evet öğretmenim.*

Sorulan sorular öğrencilerin kurdukları ifadelerin aynısı fakat ek olarak neden bu seçtik ve seçebilir miyiz şeklinde ifadeler kullanılarak mantıklı olup olmadıklarını ifade ettikleri gözlemlenmektedir. Salondaki kişi sayısından fazla söylenen ifadeden sonra öğrenciler etkinliğin bu aşamasına tekrar geri dönüş yapmaktadırlar.

Öğretmen diğer öğrencilerin de yanıtları geldikten sonra bir kopukluk oluştuğunu farketmekte ve öğrencilerin uygun çalışma yöntemlerini kullanmaları için onları desteklemektedir (116A).

114A: *Cevap değil nasıl düşündüğünüz önemli benim için. Şimdi soracağım nasıl düşündüğünüzü. (Tahtayı temizler.) Şimdi bir çizelim.*

115Ö7: *Öğretmenim çift koltuk sayısı 28 mi? (Yanına gidip inceler, birlikte soruya bakarlar.)*

116A: *Birazcık kafanız karıştı, önce bir düzenleyelim kafanızdakileri. Bir bakalım birlikte. Önce pazartesi diyelim yavaş yavaş gidelim. Pazartesi ve Salı yazalım.*

Bu şekilde ifade ettikten sonra öğrenciler sorunun ana kısmına tekrar odaklanmaya başlamakta ve aslında istenen ifadenin ne olduğuna dikkat etmektedirler. Soru hakkındaki tartışmalar bu şekilde devam etmektedir. Geçmiş öğrenmelerinden de yola çıkarak öğrenciler tablo oluşturmaları konusunda teşvik edilmekte (147A) ve tablo oluşturarak fikir yürütmeye başlamaktadırlar (148Ö2). Oluşturulan tablonun sonunda tek ve çift koltuklar hakkında yorum yapmaya başlamaktadırlar.

147A: *7 evet. Bize soruda ne demişti? Bütün boş kalan koltuklar tek kişilikti. O zaman ne olacak yine tek kişilik x kişi var. (Salon aynı.) Öyleyse tek koltuklara oturan x-7. Buraya kadar inceleyin. Tabloyu iyice anlayın.*

Sizce tabloda tek koltuklara oturanları bulduktan sonra çift koltuklara oturanları da bulabilir miyiz? 48 çift ile tek koltukların toplamı değil mi? Ben tek koltuk sayısını biliyorum peki çift koltuğu nasıl bulurum sizce?

148Ö2: *Çift koltuklara 2x mi desek?*

149A: *Çift koltuklara 2x nasıl derim ki ama?*

Öğrenciler bu kısımda bir karmaşaya düşmeye başlamakta ve öğretmen fikirleri arasında bağlantılar kurarak öğrencilerin çift ve tek koltuklar arasındaki bağı kurmada birbirlerini dinleyerek süreçte anladıklarını ifade etmelerini istemektedir (115A). Öğrenciler öğretmenle birlikte tabloyu inceleyerek tek ve çift koltuk sayısını bulmakta fakat bu kez öğretmen başka bir ifadeyle bunu nasıl gösterebiliriz sorusunu yöneltmektedir (159A). Öğrenciler ilk adıma göre daha anlaşılır bağlantılar kurmaya başladığı ve süreci kendilerinin yönettiği gözlemlenmektedir.

155A: *Evet çıkarttım bu, bunun çifti değil mi? (Tabloda gösterir.) Bakın toplamdan teke oturanları çıkarttım, salonda sadece tek ve çift koltuk var buna göre toplamda tek koltuklara oturanları çıkarırsam ne kalır geriye?*

156T: *Çift koltukta oturanlar.*

157A: *Evet geriye çift koltukta oturanlar kalır. Diğer güne bakalım aynı şekilde.*

158Ö9: *x-7.*

159A: *Tekleri çıkardın. Peki şimdi size bir soru soracağım. Buraya kadar tamam. Sizce bunu daha farklı şekilde nasıl ifade edebiliriz? Tek sayısına ne demiştik? X dedik. Ama tek oturan sayısı x-4. Çiftleri 48-(x-4)'ten başka nasıl ifade edebilirim bunu bulmanızı istiyorum.*

Salon toplamı kaç kişiydi?

Öğretmenin öğrencilerin geçmişte söyledikleri bilgileri hatırlattığı bir aşama da bu olmaktadır. Öğrenciler hatırladıkları bilgileri tekrar ederek düşünmelerini arttırmakta ve öğretmen kavramsal bağlantılar kurarak düşünme süreçlerine müdahale etmeden bildiklerinin ne olduğunu açığa çıkarmaya çalışmaktadır.

Öğrenciler denklem kurmaya devam etmekte ve süreç sonunda buldukları denklemi hep birlikte ifade edip sorudan anladıklarını öğretmenin soruları eşliğinde paylaşmaktadırlar.

173A: *Evet biri diğerinin iki katına eşit. Öyleyse nasıl eşitlerim?*

48-(x-4)=2.(x-7) (Birlikte yazarlar. Ve denklemi çözerler.)

x=22 oldu. X nedir?

174T: *Teke oturan.*

175A: *Teke oturan mı tek mi?*

176Ö1: *Tek.*

177A: *Evet tek koltuk sayısı olmalı. Tek koltuk sayısı 22. Toplam kaç kişi var salonda?*

178T: *52.*

Öğrencilerin etkinlikte anladıklarını ifade etme biçimleri öğretmen tarafından yinelenen sorularla net olup olmadıklarına yönelik anlamlandırmalar yapılmaya çalışılmaktadır. Burada öğrenciler kullandıkları ifadelerin önemini farkederek süreç içerisinde daha dikkatli olmaları gerektiğini fark etmektedirler. Çünkü ifade edilen kavram aslında yazıya dökülürken de yanlış anlamlara sebep olabilmektedir.

Etkinliğin sonunda öğrencilerin kendi ilerleyebilmelerini gözlemlemeleri için fırsat verilmekte ve öğrenciler oluşturdukları tüm tabloları ve sorunun ana temasını tekrar incelemektedirler. Kendi fikirlerinin sorunun sonunda nasıl değiştiğini, arkadaşlarının verdikleri cevaplara göre nasıl ilerlediklerini gözlemlemektedirler. Denklem kurarken farklı gösterimlerden nasıl yararlandıklarını, tabloyu oluşturduktan sonra denklemleri oluşturmalarının nasıl bir fark yarattığını gözlemlemeleri sağlamaktadır. Öğrenciler süreç içerisinde önce hemen soruyu çözmeye çalışıp yorumlama yapmazken etkinliğin sonuna doğru daha fazla yorum yapmaya başlamakta ve süreç içerisinde kullandıkları diyaloglar etkinlik sürecinde incelenmektedir.

Üçüncü etkinlik videosunun analizi sonucunda öğrencilerin etkinliğe ilişkin süreçleri stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinde değerlendirildiğinde metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) konusunda etkinliğin doğasından ötürü zorluk çektikleri ve zihinsel kargaşa yaşadıkları gözlemlenmektedir. Sürecin bu kısmında öğretmen kavramsal bağlantılar kurarak süreci destekleyici görev üstlenmektedir. Göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme (C2) ve miktarlar arasındaki cebirsel temsilleri kullanma (C3) yetkinliklerinde öğrencilerin adım adım ilerledikleri, birimleri oluşturma konusunda fikir

alışverişinde bulunarak cebirsel temsilleri kullandıkları ve kendi ilerlemelerini izleyerek sorunun diğer kısımlarında öğrendiklerini kullanarak etkinliği çözümledikleri gözlemlenmektedir. Hesapları ve işlemleri uygularken ve sonuçların doğruluğunu kontrol ederken (C4) diğer etkinliklere göre ifadelerini daha özenli seçerek kullandıkları ve hatırlatmaya gerek kalmadan işlemleri kontrol ettikleri farkedilmektedir. İkna edici açıklamalar yapma (C5) konusunda hangi stratejileri neden seçtiklerine dair fikirlerini kendilerinden emin olarak ifade ettikleri gözlemlenmektedir.

4.2.4. Günde Kaç Adım? Etkinliği-4. Etkinlik

Dördüncü etkinlik olan Günde Kaç Adım? Etkinliği eşitlik ve denklem konusunun "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer." kazanımı dikkate alınarak hazırlanmıştır. Günlük yaşamda da kullanılan adım sayma uygulamalarına benzer bir örnekten yola çıkılarak hazırlanan bu etkinlikte öğrencilerin iki değişken arasında ilişki kurmaları, cebirsel gösterimler oluşturmaları ve bu gösterimleri başka temsillerle ifade etmeleri, denklem kurarak problemleri çözmeleri amaçlanmıştır. Aynı zamanda stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesindeki metni okumaları, yorumlamaları ve bağlamı anlamaları (C1), göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlemeleri (C2), miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanmaları (C3), hesapları ve işlemleri uygulamaları ve sonuçların doğruluğunu kontrol etmeleri (C4), ikna edici açıklamalar yapmaları (C5) hedeflenmektedir.

Etkinlikte öğrencilere adım sayar programıyla ilgili bilgiler verilmekte, etkinlik görsellerle pekiştirilmektedir (1A). Etkinlik kâğıdında öğrencilerden hedef olarak belirlenen ve adım atılan miktarlar söylenerek günlere göre adımları bulmaları ve sonrasında diğer maddelere geçiş yapmaları beklenmektedir. Etkinlik aşağıdaki şekilde öğretmen tarafından başlatılmaktadır.

1A: *Bu zamana kadar üç etkinlik yaptık. (Etkinliklerin isimlerini konuşurlar.) Şimdiki etkinliğimizin adı da Günde Kaç Adım? Etkinliği. Günlük hayatta kullandığımız uygulamalarla ilgili aslında bu etkinliğimiz, adım sayan ne kadar yürüdüğümüzü hesaplayan uygulamalar. Bu da onunla ilgili bir etkinlik. Yine etkinliğin başlangıç kısmını bir okuyun bakalım. Nelerden bahsediyor? Sonra da birlikte inceleyelim.*

Sağlıklı bir yaşam için yürüyüşün çok önemli olduğunu düşünen Ayşe, telefonuna bir adım sayar programı indirmiştir. Şeklinde başlamış. Biliyor musunuz bu şekilde olan adımsayar programlarını;?

2T: *Evet.*

3A: *Hiç kullandınız mı böyle bir program?*

4T: *(Bazıları evet bazıları hayır der.)*

5A: *Bunlar ne kadar yürüdüğümüzü gösteriyor değil mi? Hepimiz bunu biliyoruz.*

6T: *Evet.*

Etkinliğe başlangıç aşamasında öğrencilerin adapte olması için öğretmen günlük yaşamdan örnekler vererek etkinliğin uygulama sürecini başlatmakta ve tüm öğrencilerin katılımını sağlamaya çalışmaktadır. Öğrencilerle günde kaç adım atılmalı, nasıl daha sağlıklı gibi konular konuşulduktan sonra etkinlik sürecine adapte olunakta ve sorunun diğer aşamasına geçiş yapılmaktadır (13A). Önce soruda olan bilgiler öğrencilerle birlikte okunmakta sonrasında herkesin a şıkkından başlayarak bilgileri okuması ve çözümlemesi istenmektedir.

13A: *10000 günde çok iyi bir adım, çok yürümen gerekir.*

Programda Ayşe'nin ne kadar adım attığı ve buna karşılık kaç km yürümüş olduğu görünmektedir. Diye devam etmiş.

Pazartesi günü bu uygulamayı kullanmaya başlamış, salı günü pazartesi günü attığı adım sayısının 2 katının 100 eksiği kadar, çarşamba günü salı günü attığı adım sayısının yarısının 10 fazlası kadar, perşembe günü pazartesi günü attığı adım sayısının 40 eksiği kadar ve cuma günü pazartesi günü attığı adım sayısının üç katının 120 eksiği kadar adım atmıştır.

5 günün sonunda adım sayısının tamamlayan Ayşe hedefinden 100 fazla adımı olduğunu görmüştür.

Şeklinde bilgiler vermiş. Şimdi buna göre a şıkkını birlikte okuyalım.

Yukarıdaki problem durumunu inceleyiniz. Günler arasında adımlarla ilgili nasıl bir bağlantı görüyorsunuz? Bu adımları inceleyerek Ayşe'nin her gün attığı adım sayısını cebirsel olarak ifade ediniz.

Demiş. Şimdi öncelikle herkes a şıkkı yazıp, Ayşe'nin günlere göre attığı adım sayısını bir yazmaya çalışsın bakalım. (Zaman verir.)

Öğretmen tüm öğrenci cevaplarını izlemeye devam etmekte ve öğrencilere düşünmeleri için zaman vermektedir. Yeterli sürenin sonunda hangi günler bulunduğu ve günlerin arasında nasıl bağlantı kurulduğu sorusu yöneltilerek süreç başlatılmaktadır (14A). Öğrencilerden Ö10'nın soru hakkında fikir yürüttüğü farkedildiği için ona söz verilmektedir (18A).

14A: *Günler arasında ifadesini kullanmış, Ayşe hangi günler yürümüş?*

15T: *5 gün.*

16A: *Hangi günler?*

17T: *Pazartesi, Salı, Çarşamba, Perşembe, Cuma.*

18A: *Yazın bakalım yürüdüğü günleri. Bir not alın kağıdınıza. Hadi başlayalım. Önce ne yapmamız gerekiyor? Hep birlikte düşünelim. 5 gün değil mi? Bizden günler arasındaki bağlantıyı bulmamız istenmiş. Günleri tahtaya yazalım. Ö10 söyle bakalım nasıl ifade ederiz? Pazartesi günü bu uygulamayı kullanmaya başlamış, salı günü pazartesi günü attığı adım sayısının 2 katının 100 eksiği kadar demiş.*

19Ö10: *Öğretmenim ben pazartesiye x dedim.*

20A: *Neden x dedin Ö10?*

21Ö10: *Çünkü pazartesi günün uygulamayı kullanmaya başlamış.*

22A: *Ve kaç adım attığını bilmiyor. Sizce de x mi? Neden x?*

Öğrencilere bu soru yöneltildikten sonra hepsi pazartesi kullanmaya başladığı için x dedik öğretmenim cevabını vermekte ve hepsi diğer günler hakkında doğru cebirsel ifadeler kullandığı görülmektedir. Diğer etkinlik süreçlerine göre değerlendirildiğinde öğrencilerin artık daha hızlı adımlı işlemler yaptığı ve çözümlerini daha açık ifade edebildikleri gözlemlenmektedir. Sorunun a şıkkı herkes tarafından açık ve sorunsuz bir şekilde bulunduktan sonra öğretmenin yönlendirmesiyle öğrenciler b şıkkına geçiş yapmakta (36A) ve buna yönelik diyalog aşağıda gösterilmektedir.

36A: *Evet pazartesi gününün 40 eksiğinden x-40 gelir. Cuma günü pazartesi günü attığı adım sayısının üç katının 120 eksiği kadar, demiş. (Farklı cevaplar gelmeye başlar. 3x-120 bulurlar.) Evet 3x-120 oldu Cuma günü de. B şıkkına geçelim. Bulduğunuz cebirsel ifadeleri kullanarak denklemi oluşturunuz ve denklemi çözünüz. Günleri oluşturduk. Şimdi de sıra denklemi oluşturup çözmeye geldi. Hadi bakalım herkes yapmaya çalışsın yine. Sorunun içinde nasıl oluşturacağım zaten söylenmiş. (Zaman verir.)*

Süreç devam ederken öğretmen öğrencilere aşağıdaki gibi soruyu hatırlatıcı ifadeler kullanmakta (38A) ve öğrencilerin sorunun ana temasından uzaklaşmamalarını istemektedir.

38A: *Biraz daha bekliyorum. Günlere göre adım sayılarının birbirleriyle bağlantısını vermiş. Hedeflediği adımı söylemiş, bizden ne istiyor?*

Soruyu okumazsanız cevaba odaklanırsanız olmaz. Soruyu baştan okuyun bakalım bizden ne istiyor. 5 günün sonundaki adımı istiyor. Biz zaten her gün attığı adım sayısını biliyoruz. Neyi bulmamız lazım?

Öğrencilerden birinin yanıtı öğretmenin dikkatini çekmekte ve tüm sınıfın da duyacağı şekilde öğretmen aşağıdaki konuşmayı geçirmektedir (39A). Sonrasında soruyu tartışma süreci başlamaktadır. Tüm öğrencilerin yanıtlarını bilen öğretmen bazen karışık söz vererek bazen de kasıtlı şekilde öğrencilerin cevaplarını irdelemeye başlamaktadır.

39A: *Ö4 8000'i 7'ye bölmüşsün. Ne düşündün bölerken?*

40Ö4: *Öğretmenim günde kaç adım olduğunu istiyor.*

41A: *Günde kaç adım olduğunu bulmak için. Niye 7 peki?*

42Ö4: *Çünkü 7 gün var.*

43A: *7 gün mü var?*

44T: *Hayır.*

45A: *5 günümüz var. Şimdi tamam o zaman 8000'i 5'e bölerim diyor Ö4. Sizce doğru olur mu?*

46T: *Hayır.*

47A: *Ö4 neden 5'e bölüyoruz? Her gün kaç adım attığını bulmak için mi?*

48Ö4: *Evet.*

49A: *Peki Ö4 bir şey soracağım. 8000'i 5'e bölersem her gün aynı olmuş olmaz mı? Ama bugünlerin her birinde eşit yürümüş mü sence?*

50Ö4: *Hayır.*

Öğrencilerin düşünme sürecinde ifade ettikleri işlemsel kısımların doğruluğundan emin olmaları için öğretmen tarafından etkinlik ifadelerine ilişkin sorular yöneltilmektedir. Kendisine soru yöneltilen her öğrenci aslında düşündüğü kısımları tekrar düşünerek hatalı ifadesi varsa düzeltmektedir. Burada öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını da teşvik edici şekilde süreç yönetilmektedir.

Bir süre daha soru üzerine düşündükten sonra cevabının doğru olduğunu düşündüğü öğrenci yanıtını gösterebilmek amacıyla Ö1 öğrencisine öğretmen tarafından söz hakkı verilmekte ve tüm sınıfın da fikri sorulmaktadır (57A).

57A: *Başka düşüncesi olan var mı? Ö1 sen ne düşündün? (Gözlemlerken bu adımda öğrencinin doğru ilerlediğini görüyor ve ona da söz hakkı vererek fikrini soruyor.)*

58Ö1: *Hepsini topladım. 8100'e eşitledim. Çünkü Ayşe'nin hedefinden 100 fazla diyor.*

59A: *Ö1 8100'e eşitlemiş. Ayşe'nin hedefinden 100 adım fazla dediği için bu şekilde yapmış. Sizce bu şekilde olur mu?*

60T: *Olur.*

61A: *Neden? Soruda bize ne demeye çalışıyor? 8000 adım hedeflememiş miydik? Soruda söylenen hedef bu. Arkadaşınız Ö1, 100 adım fazla attığı için hedefinden 8100 diyebiliriz diyor.*

62T: *Evet.*

Ö1 öğrencisi kasıtlı olarak seçilerek yüksek düzeyde olan performans açığa çıkarılmaya çalışılmaktadır. Öğrenciler de arkadaşlarının ifade ettiği denklemi yorum yaparak anlamlandırmakta ve modellenen yanıt onlar için sorunun devamında yol gösterici bir ifade olmaktadır.

Herkes bu konuda hem fikir olduktan sonra öğretmen süreci devam ettirmekte ve öğrenciler tüm günlerin kaç adım olduğunu cebirsel olarak ifade ederek 8100'e eşitlemekte ve denkleme dönüştürmektedirler (77A). Süreç tüm öğrencilerin katılımıyla gerçekleşmekte, tahtada denklem hep birlikte oluşturulmakta ve sonuç bulunmaktadır.

77A: *Eşitleyelim. 8x-300=8100. (Denklemi tüm sınıfla birlikte çözümlerler ve x'i 1050 bulurlar.) Şimdi buna göre sizden c şıkkına geçmenizi istiyorum bakalım hemen c şıkkına.*

"c) Ayşe'nin günlere göre attığı adım sayısını gösteren bir tablo oluşturabilir misiniz?" demiş. Şimdi sizden günlere göre attığı adım sayısını gösteren bir tablo oluşturmanızı istiyorum.

(Öğrencilerin verdikleri yanıtlar öğretmen tarafından sıraların aralarında gezilerek izlenir.)

C şıkkına geçen öğrenciler soruda istenen tablo oluşturma kısmına başlamaktadırlar. Ö8 öğrencisi çözüme odaklanarak bir soru yöneltmekte (78Ö8) ve tüm sınıfın da yanıtıyla öğrenciler sürece devam etmektedirler (82T).

78Ö8: *Öğretmenim x'i 1050 bulduk ya, ilk gün o mu olacak?*

79A: *1050 bulduk evet. İlk gün olur mu sence, pazartesi gününe ne demişiz?*

80Ö8: *x.*

81A: *Öyleyse x'i ne bulduk?*

82T: *1050. (Konu konuşulduktan sonra tüm öğrenciler soruyu düşünmeye devam ederler.)*

Öğrenciler sürece devam ederken öğretmen tüm öğrencilerin tablo oluşturabildiğini ve buldukları ifadeleri tablolarla ifade edebildiklerini gözlemlemektedir. Sonrasında hep birlikte tabloyu bir kez de tahtada oluşturmaktadırlar. Son soru olan e şıkkını da tablodan bakarak çözümlemekte ve "*Son olarak hedefimiz 8100 adımdı 5 günde buna ulaşmış oldu*" ifadesiyle etkinlik özetlenmekte ve süreç bu şekilde tamamlanmaktadır.

Dördüncü etkinlik videosunun analizi sonucunda öğrencilerin etkinliğe ilişkin gözlemlenen durumları stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinde incelendiğinde metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) konusunda zorluk çekmedikleri, karmaşık ifadeleri bile daha kolay kavrayabildikleri gözlemlenmektedir. Bunun bir nedeni bu konuda gelişmiş olmaları olarak düşünebilirken bir diğer nedeni de alışkın oldukları bir günlük hayat ifadesi olması düşünülebilmektedir. Göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlerken (C2) ve miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanırken (C3) cebirsel ifadelere geçişte sorunun ana temasındaki karmaşıklık yüzünden başta zorlanırken ilk adımı geçtikten sonra cebirsel temsilleri kolaylıkla kullanabildikleri ve sonrasında cebirsel temsillerden tablolara geçişte tüm öğrencilerin sorunsuz tablo oluşturdukları gözlemlenmektedir. Öğrenciler hesapları ve işlemleri uygularken ve sonuçların doğruluğunu kontrol ederken (C4) hassas davranmakta, ifadeleri onlar öğretmene söylemekte, öğretmen de tahtada söyledikleri ifadeleri yazmaktadır. Bu aşamada öğrencilerin yanlışları olsa bile hemen düzelterek doğru ifadeyi kendileri bulabildikleri farkedilmektedir. Son yetkinlik olan ikna edici açıklamalar yapma (C5)'da tüm öğrencilerin aktif olarak katılım gösterdiği ve kullandıkları stratejileri ve çözüm yollarını açıkça anlatabildikleri görülmektedir.

4.2.5. Mariana Çukuru Etkinliği-5. Etkinlik

Beşinci etkinlik olan Mariana Çukuru Etkinliği eşitlik ve denklem konusunun "Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kurmayı gerektiren problemleri çözer." kazanımı dikkate alınarak hazırlanmıştır. Etkinlikte öğrencilerin tahmin edilemeyen ifadelerde anlam oluşturmaları, oluşturdukları anlamlarla sıfırdan bir temsil oluşturmaları, oluşturdukları temsilleri denkleme dönüştürmeleri ve etkinliği yorumlayarak anladıklarını ifade edebilmeleri amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesindeki metni okumaları, yorumlamaları ve bağlamı anlamaları (C1), göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlemeleri (C2), miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanmaları (C3), hesapları ve işlemleri uygulamaları ve sonuçların doğruluğunu kontrol etmeleri (C4), ikna edici açıklamalar yapmaları (C5) hedeflenmektedir.

Etkinlikte öğrencilere Dünya üzerinde bilinen en derin nokta olan Mariana Çukuru'nun özellikleri anlatılmakta ve görselle de öğrencilerin dikkatini etkinliğe vermeleri sağlanmak istenmektedir. Öğrencilerin yaşadığı yerden de örnek verilerek etkinliğe giriş yapılmaktadır (1A).

1A: *Son etkinliğimizin adı Mariana Çukuru. Mariana Çukuru neymiş, etkinlik kâğıtlarımızdan bir inceleyelim. (Tüm öğrenciler etkinliği okur ve inceler.)*

Hadi hep birlikte inceleyelim öncelikle okuyalım. "Mariana Çukuru Dünya üzerindeki bilinen en derin noktadır." Demiş. Bu çukur çok derinmiş. Van Gölü'nün kaç katı acaba kim bilir.

Devam edelim. " Büyük Okyanus'un batısındaki Mariana Adaları'nın en büyüğü olan ve en güneyindeki adası olarak bilinen Guam Adası'nın güney batısında, Japonya ve Endonezya'nın tam ortasında yer alır." Yerini de öğrendik.

Tüm etkinlik birlikte okunduktan sonra öğrencilere a şıkkını incelemeleri ve etkinlikte verilen bilgilere göre maddeyi çözümlemeye başlamaları istenmektedir. Tüm öğrenciler etkinliği kendileri yapmaya başlamaktadırlar. Bu sırada öğretmen "*Canlıların derinliklerine göre bulunduklarını yerleri düşünüp, şekille göstermemiz istenmiş.*" şeklinde ifadeler kullanarak öğrencilerin etkinliğin ana temasından uzaklaşmamalarını ve istenenin ne olduğunu unutmamalarını sağlamak için küçük tekrarlar yapmaya devam etmektedir (3A). Öğrenciler etkinlikte istenen derinlikleri düşününüz ifadesi için cebirsel olarak mı düşünelim diye sorular

yöneltmeye başlamakta (2Ö1) ve aslında istenen şekille ifade etmek isteseniz nasıl gösterirdiniz? sorusundan uzaklaşarak sonuç bulma eğilimi göstermektedirler. Örnek diyalog aşağıdaki gibidir.

2Ö1: *Cebirsel ifade ile mi ifade edelim?*

3A: *Hayır hayır. Soruda bizden istendiği gibi şekille ifade edelim sadece şimdilik. Yaşadıkları yerleri bir düşünün bakalım. (Sorunun ana temasından uzaklaşmadan çocuklara istenen ifade ara ara hatırlatılır ve soruya odaklanmaları sağlanmaya çalışılır.)*

4Ö2: *Derinlik olarak çizsem?*

5A: *Olabilir tabi, nasıl çizmek istersen. Ben sadece nasıl düşündüğünüzü merak ediyorum. Bana göstermenizi istiyorum. (Tüm öğrencilerin gösterimleri incelenir.)*

Cebirsel olarak mı ifade edelim? (2Ö1) sorusuna öğretmen, şimdilik bizden ne isteniyorsa onun ifade edilmesi gerektiği yanıtını vermekte ve öğrencilerin cebirsel ifadeyi kurmaya değil sorunun bağlamına adapte olmaları sağlamaya çalışmaktadır.

Öğrencilerin çözümleri bir süre daha incelenerek kendilerini ifade etmeleri beklenmekte ve süre sonunda dikkat çeken iki yanıtla ilgili yorum yapılarak etkinlik süreci başlatılmaktadır (6A).

6A: *Hepinizin gösterimlerini incelediğimde iki tane ortak olan şekil fark ettim. Şimdi ikisini de çizelim. Yan yana çizenler Hirondellea, Dumbo ve Balta şeklinde sıralamış ve üzerine de en derinden en sığa kadar gösterim yapmışlar. Şimdi şöyle düşünelim bu çok derin bir su ve canlıları derinlik olarak göstersem daha açıklayıcı olabilir. Yan yana ifade etmemiz nasıl görünüyor?*

7T: *Öyle değil de yukarıdan aşağıya çizelim.*

8A: *Peki öyleyse Ö3, en alta hangisini koyalım?*

9Ö3: *Hirondellea.*

10A: *Neden peki?*

11Ö3: *O en derinde.*

İncelenen öğrenci yanıtları öğretmen tarafından modellenerek ifade edilmekte ve öğrencilerin hayal ettikleri şekillerin kafalarında canlandırılması sağlanmaya çalışılmaktadır. Burada öğrenciler hayal ettikleri şekliyle denklem ifadesi kurmadan bilgiyi keşfetmeye yönelmektedirler.

Tüm öğrencilerin katılımıyla etkinlikte istenen canlıların bulundukları yerlerin şekille ifadesi tahtada gösterilmekte (20A) ve etkinliğin 2. adımına geçiş yapılmaktadır. Öğretmen etkinliğin ana adımlarını öğrencilerle birlikte okurken sonrasında onlara süre vererek ve sordukları cevaplara doğru ya da yanlış demeden düşünmeye devam etmesi gerektiğini söyleyerek sürece müdahale etmeden destek olmaya devam etmektedir.

20A: *Şimdi diğer şıkka yani b şıkkına geçelim okuyalım bakalım. " Canlıların yaşadıkları derinlikleri ve birbirleri arasındaki ilişkileri verilen adımlara göre inceleyiniz. Bulduğunuz ilişkileri denklemle de gösterebilir misiniz?" Şimdi yukarıda verilen bilgilerden de yararlanarak ifadeye etmeye çalışın bakalım. (Soruyu tekrar okur ve hatırlatır. Zaman verir ve çözmelerini bekler.)*

21Ö4: *Hirondellea'ya x desek öğretmenim?*

22A: *Olabilir, düşün bakalım dene. (Süreçte tüm öğrencilerin cevapları incelenmeye devam edilir.)*

Öğrenciye cevap verilmeyerek dene bakalım diyerek verdiği ifade konusunda cesaretlendirilmesi sağlanmaya çalışılmakta ve öğrencilerin tümünün de bu şekilde ifadeler kullanıp kullanmadıklarının gözlemlenebilmesi amacıyla öğrencilerin arasında gezilerek yanıtları incelenmektedir.

B şıkkına yönelik öğrencilerin fikirleri öğrenildikten sonra sorunun odak noktasını anlamadıkları öğretmen tarafından fark edilmekte ve diğer etkinliklerden örnekler verilerek (37A) verilen ifadeyi anlamaları sağlanmaya çalışılmaktadır.

35A: *Peki. Şimdi hep birlikte bakalım o zaman. Öncelikle şuna bakalım. Bize verilen iki ifadede de balta balığından yola çıkmış görüyor musunuz?*

36T: *Evet öğretmenim.*

37A: *Bir önceki etkinlikte hatırlıyor musunuz? Bizden Salı gününü istemişti ama pazartesiden yola çıkmıştık o şekilde düşünelim. Balta balığı'na Ö7 gibi x diyelim. Sen ne dersin sonrasında Ö1?*

38Ö1: *Dumbo ahtapot'a (2x) yerine (x+2) diyelim.*

39A: *Ö1, Ö7'den farklı olarak (x+2) dedi. Bize soruda ne söylendiğine bir kez daha bakalım. "Dumbo ahtapot, Balta balığından 2 km fazla derinliktedir." Demiş. Öyleyse hangi ifadeyle gösterelim?*

40T: *(x+2).*

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi tüm öğrencilerin yanıtları toparlanarak ortak fikir elde edilmeye çalışmakta ve istenen şıktaki ilk aşama çözülmektedir. Sonrasında soru cevap devam edilerek öğrencilerin bildikleri ifadeler açığa çıkarılmaya çalışılmaktadır. Öğrencilerin, öğretmen süreci yönettiğinde ve sorular sorduğunda kendilerinden emin yanıt verdikleri görülmektedir (48T, 50T, 52T). Burada öğretmenin düşünme ve akıl yürütme süreçlerini destekleyici ifadeler kullanarak onların kendi ilerlemelerine fırsat vermesi öğrencilerin etkinlik sürecinde kendilerini daha net ifade etmelerini sağlamaktadır.

47A: *Diğer aşamaya geçelim bakalım ne demiş. " Sudaki oksijen miktarının değişimiyle birlikte tüm canlıların derinliği aynı oranda değişmektedir."*

Şimdi tahtaya bildiklerimize bakalım.

Balta balığının derinliği nedir?

48T: *x.*

49A: *Dumbo ahtapotunki nedir?*

50T: *x+2.*

51A: *Peki, Hirondellea'nınki nedir?*

52T: *3x+6.*

53A: *Şimdi ifadeyi tekrar okumanızı ve değişimi göstermenizi istiyorum. Aynı oran nedir peki? Derinliklerin hepsinin aynı oranda değişmesini istiyor. Bu ne demek?*

Öğrencilerin tamamı anladıklarını ifade edebilir duruma gelmekte ve süreçte sorulan sorulara eksiksiz yorumda bulundukları görülmektedir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar aynı zamanda doğru cevaplardır ve öğretmenin kavramsal bağlantılar kurmasına gerek kalmadan artık kendilerini rahatça ifade edebildikleri görülmektedir.

Öğrenciler düşünme süreçlerine devam ederken öğretmen sıraların arasında dolaşmakta, sorunun okunması ve odaklanılması gereken kısımlarını hatırlatıcı ifadeler kullanmaya devam etmektedir. Öğrencilerin yanıtları alındıktan ve konu üzerine tartışıldıktan sonra doğru yanıt veren öğrencinin yanıtı öğretmen tarafından ön plana çıkarılmakta (73A) ve bize neden bu şekilde düşündüğünü anlatır mısın? şeklinde sorularak öğrencinin verdiği yanıtı (74Ö1) diğer öğrencilerin de net anlaması sağlamaya çalışılmaktadır (75A).

73A: *Ö1 bir şey dedi. (x+2)+(2x+4)=(3x+6) dedi. Neden peki böyle söyledin?*

74Ö1: *2 katı (2x+4) arttığı için de (x+2)'ye ekliyoruz.*

75A: *2 katı dediği (2x+4) fakat 2 kat artıyor şeklinde söylenmiş. Örneğin daha basit bir ifadeyle söyleyelim. 2 sayısını mesela 2 kat arttırsam, 2 katı 4 olur ama arttırdığım için 2+4=6 olmuş olur. O zaman Ö1'nın söylediği şekilde kabul edebiliriz. Anlaşılmayan bir nokta var mı?*

76T: *Evet anladık.*

77A: *Sonuç olarak Ö10 iki katını buldu fakat artar dediği için Ö1'nın dediği gibi üzerine eklememiz gerekir.*

Öğrencilerin yanıtlarından yola çıkılarak bu kez kavramsal bağlantılar kurularak bildikleri veya bilmedikleri ifadeler açığa çıkarılmaya çalışılmaktadır. Bu ifadeleri öğretmenin

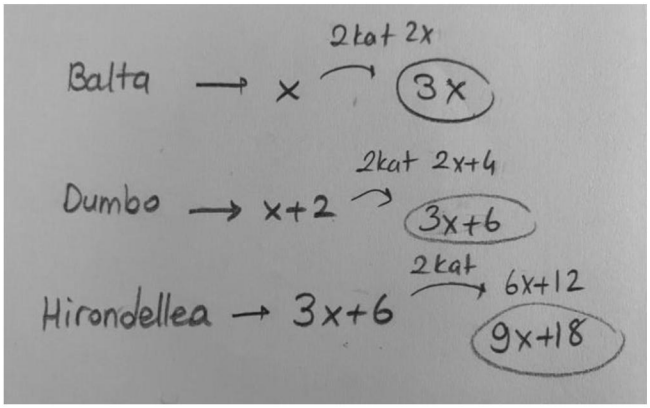
ifade etmemesi sadece öğrencinin söylediklerini toparlayıcı olması öğrencilerin de öğretmenin anlatıcıdan ve öğreticinden süreç içerisinde tartıştıkları biri gibi görmelerini sağlamaktadır. Böylece öğrenciler kendilerini daha rahat ifade edebilmektedirler.

Etkinlikte dikkat edilmesi gereken diğer bir ifadeye geçilerek yeni süreç başlatılmakta ve tüm öğrencilerin fikirleriyle etkinlik tahtada çözümlenmeye başlanmaktadır. Burada tüm öğrenciler etkinlikte verilen bazı ifadelerin karmaşıklığına takılmakta ve sorunun bağlamını anlamada güçlük çekmektedirler. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin de bir özelliği olan etkinlikte bulunan ifadelerin algoritmik olamayan düşünceler içermesi öğrencilerin bağlamı anlamasını zorlaştırmaktadır. Bağlamı anlayan öğrencilerle birlikte kavramları tüm öğrencilerin daha net anlaması için yönlendirmelerde bulunulmaktadır. Etkinliğin devamında öğrencilere "dikkat ediniz hepsinin derinliği aynı oranda değişiyor" ifadesi öğretmen tarafından hatırlatılmaya devam edilmektedir. Araştırmacı süreci devam ettirmekte ve öğrencilere;

79A: *Yeni ortamda hepsi aynı oranda değişiyor ise ne olur?*

sorusunu yöneltmektedir. Öğrenciler hem kendi aralarında hem de sesli olarak fikirlerini ifade etmeye başlamakta ve artık ifadenin altında yatan anlamı anlamlandırıp sürece aktif katılım sağlamaktadırlar. Öğrenciler soruda ifade edilen 2 katına çıkacak olan derinliği x iken 3x şeklinde ifade ederek artışı gösterebilmektedirler. Böylece araştırmacı öğrencilerin ifade ettiklerini tahtaya yazarak onların ifade ettiklerini kavramsal bağlantılar kurarak tahtaya yazmakta ve süreç devam ettirmektedir. Tahtada yapılan işlem aşağıdaki şekil 28'de gösterildiği gibidir.

-Öyleyse yazalım. (Yeni durumda canlıların bulundukları derinlikleri tahtada tekrar yazarlar.)



Şekil 61. 5. Etkinliğe dair tahtadaki işlemler.

Sıradaki ifadeye geçilerek etkinliğe devam edilmektedir (92A). Etkinliğin bu adımında artık öğrenciler cebirsel ifadelerden denklem oluşturma kısmına geçiş yapıp, sonuca ulaşmaya çalışma adımına geçmektedirler.

92A: *Şimdi sıradaki adımı inceleyelim. " Canlıların yaşadıkları derinlikleri ve birbirleri arasındaki ilişkileri verilen adımlara göre inceleyiniz. Bulduğunuz ilişkileri denklemle de gösterebilir misiniz?" Buraya kadar bildiklerimizin notunu alıp cebirsel olarak gösterdiğimiz ifadeleri kuralına göre denkleme dönüştürün bakalım.*

93Ö5: *Denklemi nasıl kuracağız öğretmenim?*

94A: *Soruda verilen ifadelerin hepsini tekrar okuyun. Daha sorunun açıklama kısmı bitmedi dikkatli bir şekilde okuyun.*

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü gibi araştırmacı öğrencilerin cevaplarına yanıt vermek yerine süreçte öğrencilerin kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmelerini sağlamak adına soruyu tekrar okumalarına yönelik geri dönüt vermekte (94A) ve öğrencilerin soruyu tekrar okumalarını istemektedir. Öğrencilere düşünmeleri için yeterli süre verildikten sonra denklem oluşturma sürecine tüm sınıfla birlikte başlanmaktadır. Süreç soru cevap şeklinde ilerlemekte (98A-109T) ve tüm öğrenciler arkadaşlarının verdikleri yanıtları inceleyerek adım adım ilerlemektedirler. Örnek diyalog aşağıdaki gösterildiği gibidir.

98A: *Yeni ortam oluştu. Balta balığı nedir?*

99T: *3x.*

100A: *Hirondellea nedir?*

101T: *(9x+18).*

102A: *Hirondellea, Balta balığının bulunduğu derinliği 5 katı derinlikteymiş.*

103Ö5: *5 ile çarpsak.*

104A: *Neyi 5 ile çarpalım?*

105Ö5: *(9x+18)'i.*

106A: *O şekilde Balta balığının 5 katı Hirondellea olur mu?*

107T: *Hayır.*

108A: *Balta balığının bulunduğu derinliğin 5 katı derinlikte demiş. O zaman hangisinin 5 katını almam gerekir?*

109T: *3x'in.*

Verilen diyalogda öğrencilerden biri verilen ifadelerden denklem kurarken yanlış bir yeri ifade etmekte (105Ö5) ve tekrar soru yöneltildiğinde tüm sınıf doğru olmadığını ifade ederek (107T) diğer taraftaki cebirsel ifadenin katının alınması gerektiğini söylemektedirler. Bunun üzerine tartışıldıktan sonra ortak bir karara varılarak işlem tahtada modellenmekte ve diğer adıma geçilmektedir.

118A: *Anlaşıldı mı şimdi? Neyin 5 katı?*

119T: *Balta balığının. 5 katı Hirondellea'ya eşit olur.*

120A: *Aynen öyle. Hadi işlemle gösterelim.*

-(3x). 5=(9x+18) (İşlemini çözerler.)

-x=3 çıkar. C şıkkında ne soruyor peki?

Son olarak c şıkkında istenen "Denklemle ifade ettikten sonra her bir canlının en başta bulunduğu derinliği bulunuz." ifadesine geçilmekte ve tüm öğrenciler canlıların ilk anda bulundukları derinlikleri ifade edebilmektedirler. Tüm etkinlik tekrar özetlendikten sonra bulunan denklemler arasında kavramsal bağlantılar kurulmakta ve süreç sona ermektedir.

Beşinci etkinlik videosunun analizi sonucunda öğrencilerin etkinliğe dair bakış açıları stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinde değerlendirildiğinde metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) konusunda etkinliğin doğasından ötürü zorluk çektikleri, verilen karmaşık ifadeleri dönüştürürken başlangıçta ifade etmekte zorlandıkları görülmektedir. Fakat etkinlik sürecinin devamında öğrencilerin ifadelere adapte oldukları ve kullanılan metni süreç içerisinde daha kolay yorumlayabildikleri gözlemlenmektedir. Göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlerken (C2) ve miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanırken (C3), verilen sözel ifadeleri başta cebirsel olarak ifade etmekte zorlandıkları fakat ilk adımı geçtikten sonra yani metnin bağlamını anladıktan sonra cebirsel temsilleri kolayca kullanabildikleri gözlemlenmektedir. Burada diğer etkinliklere göre daha zor anlaşılan ifadeler kullanılmasına rağmen öğrenciler etkinlik süreçlerine alıştıkları için cebirsel temsilleri kolayca oluşturabilmektedirler. Hesapları ve işlemleri uygularken ve sonuçların doğruluğunu kontrol ederken (C4) öğrenciler daha dikkatli, adım adım işlem yapmaya dikkat ederek ve sorunun ana temasından ve maddelerinden ayrılmayarak işlemleri doğru bir şekilde ilerletmektedirler. Son yetkinlik olan ikna edici açıklamalar yapma (C5) yetkinliğinde öğrencilerin hepsinin fikrini belirterek süreç ve sonuç aşamalarına aktif olarak katıldıkları, anladıklarını ve anladıklarını ifade etme yollarını anlatabildikleri, kendi çözüm yollarının doğruluğu konusunda ikna edici ifadeler kullandıkları, yanlışlarının olduğu yerlerde kontrollerini sağlayıp tekrar kendi düşündüklerini savundukları gözlemlenmektedir.

4.3. Matematiksel Akıl Yürütme Son Testi (MAYST)'ne İlişkin Bulgular ve Yorumlar

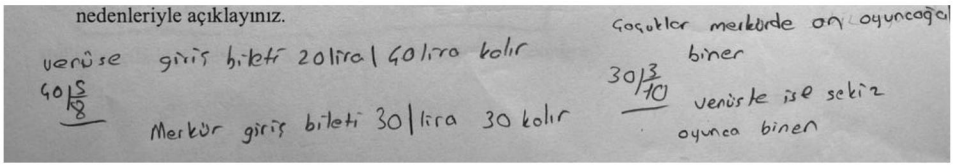
Araştırmanın 3. Alt problemine yönelik bulgulara bu başlık altında yer verilmektedir. Araştırmanın 3. Alt problemi olan "Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikleri uygulama sonrasında öğrencilerin akıl yürütme süreçleri nasıldır?" sorusuna yanıt aranmaktadır.

MAYST uygulanmasından sonra öğrencilerin verdikleri yanıtlar incelenerek değerlendirme yapılmakta ve aşağıdaki sonuçlar açığa çıkmaktadır. Açığa çıkan sonuçlar, SAR çerçevesinde incelenmektedir. Bu bölümde MAYÖT'te yetkinlikleri sağlayıp sağlayamadıkları incelenen öğrencilerin MAYST'de yetkinlikleri sağladıklarına ilişkin verdikleri yanıtlardaki değişimlere odaklanılmaktadır.

4.3.1. MAYST'nin C1 Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C1 yetkinliği metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama yani problem çözmenin soruyu yorumlama aşamasını içermektedir.

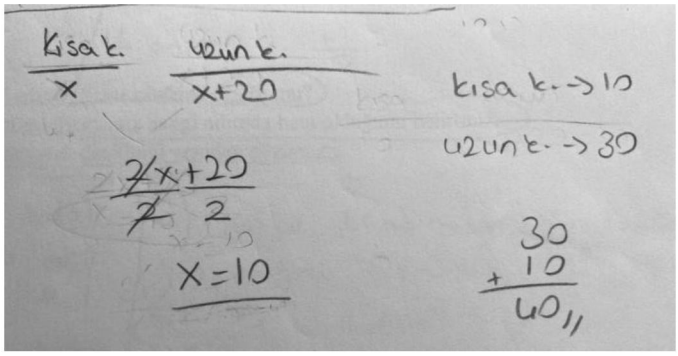
Öğrencilerin MAYST'de C1 yetkinliğinde genel olarak soru metninde verilen ifadeyi anladıkları, yorumlarını yazdıklarını ve buldukları sonuçların anlamlarından yola çıkarak çözüme döktükleri gözlemlenmektedir. MAYST'de verilen 1. soruda iki lunaparkta bulunan oyuncakların ücretleri tablo ve yazılı ifadelerle anlatılmaktadır. Öğrencilerden sorudaki ifadelerden yola çıkarak denklem kurma, matematiksel olarak ifade etme biçiminde anladıklarını yazmaları istenmektedir. Öğrencilerin hepsi sorunun iki şıkkını da anlaşılır biçimde ifade etmektedirler. Soruya ait yorumlama ve bağlamı anlama örneği Şekil 62'de gösterilmektedir.



Şekil 62. Ö4'ün MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler.

Şekildeki Ö4 öğrencisinin cevabı incelendiğinde soru bağlamında ifade edilen verileri düzgün bir şekilde "giriş bileti 20 TL" şeklindeki ifadelerle kelimeleri anlamlandırıp düşündüklerini ifade ettiği görülmektedir.

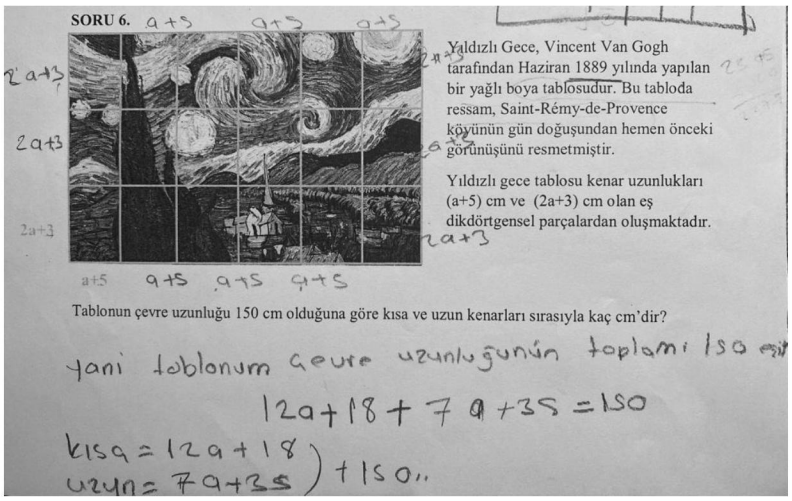
Yine C1 yetkinliğine ait başka bir örnekte de öğrenciye soruda bir kasa görseli verilmekte, kasadaki şişeler arasındaki mesafe ve kasanın bir kenarının uzunluğu ifade edilmektedir. Öğrenciler verilen ifadeleri genel olarak anlamakta ve bunları yazıya dökerek ifade etmektedirler. Bu soruya örnek oluşturabilecek bir öğrenci yanıtı Şekil 63'te gösterilmektedir.



Şekil 63. Ö10'un MAYST'de soru 2 için yaptığı işlemler.

Sorudan da görüldüğü gibi öğrenci kısa kenarın uzunluğunu x, uzun kenar uzunluğunu ise (x+20) şeklinde ifade edebilmiştir. Burada öğrenciye verilen görsel ve soru bağlamındaki ana temanın anlaşıldığı görülmektedir.

C1 yetkinliğinin ölçüldüğü başka bir örnekte ise bir tablo parçalara ayrılarak verilmekte ve kısa kenarı da uzun kenarı da farklı kesilen bu tablonun her bir parçasının kenar uzunlukları cebirsel olarak ifade edilmektedir. Öğrencilere tablonun çevre uzunluğu da verilerek her bir kenarının uzunluğunun bulunması istenen soruda çoğu öğrencinin soruyu okuyarak yorumlayıp bağlamı anlamlandırdığı ve sorunun çözümüne yönelik adım atabildiği görülmektedir. Öğrenciler soruya ait verilen bilgileri tabloya ve görselin üzerine işlemekte ve buna göre sorunun devamında yorum yapabilmek için başlangıç adımını oluşturabilmektedirler. Bu bulguya örnek teşkil edebilecek bir öğrenci cevabı Şekil 64'te gösterilmektedir.



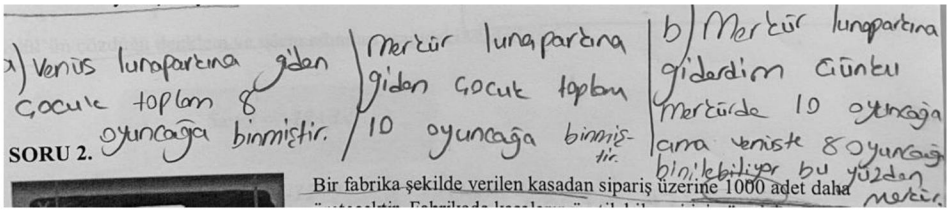
Şekil 64. Ö5'in MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler.

Şekilde gösterilen Ö5 öğrencisinin yanıtı incelendiğinde tablonun küçük bir kısmına dair verilen kenar uzunluklarını tüm tabloya yayıp kenar uzunluklarını (2a+3) ve (a+5) şeklinde tabloya yerleştirildiği görülmektedir. Ayrıca soru bağlamında anladığı tablonun çevresi 150 cm'dir ifadesini kendisi tekrar yazıp denkleme geçiş yaptığı gözlemlenmektedir.

4.3.2. MAYST'nin C2 (C2a, C2b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C2 yetkinliği göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirlemeyi içermektedir. Bunun bir alt basamağı olan C2a yetkinliği ise ilgili miktarların belirlendiği ve hangi bilgilerin uygun olup olmadığının seçildiği aşamadır.

Öğrenciler MAYST'de C2a yetkinliğinde, problem durumu ile matematiksel model arasındaki ilişkiyi kurabilmekte, istenen durumla ilgili tanımlayıcı modelle ilgili durumu belirleyebilmektedirler. C2a yetkinliği için 1. Soru örneğinde öğrencilerden istenen ifade tanımını birkaç öğrenci dışında hepsinin yapabildiği, tanımlama ve ifade etme konusunda sorun yaşamadıkları gözlemlenmektedir. Öğrenciler hangi lunaparka gitmeyi seçecekleri ve nasıl ilişki kurmalarının gerektiği sorusuna yönelik olarak açıklayıcı cevaplar vermektedirler. Bu ifadeye örnek oluşturabilecek öğrenci örneği Şekil 65'te verilmektedir.

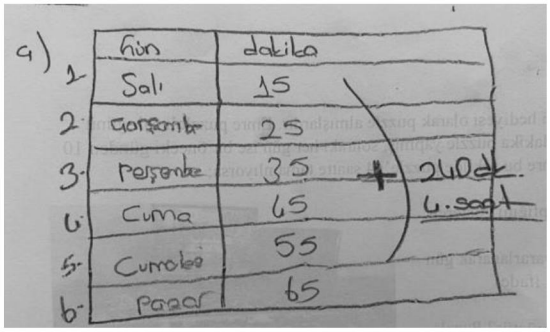


Şekil 65. Ö10'un MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler.

Şekilde de görüldüğü üzere Ö10 öğrencisi Merkür ve Venüs lunaparklarında toplam kaç oyuncağa binileceğine yönelik ilgili miktarları belirlemekte ve buna yönelik yorumlama yaparak Merkür lunaparkında daha çok oyuncağa binilebileceği için bunu seçtiğini ifade etmektedir.

C2a yetkinliğine ilişkin başka bir örnek olan soru 3'te ise öğrencilerin ilgili miktarları belirleyebildiği ve bu miktarların birbirleri ile olan ilişkileri anladığı gözlemlenmektedir. Öğrenciler soru ifadesinde verilen puzzle'ı ilk gün kaç dakika boyunca yaptığı, diğer günler

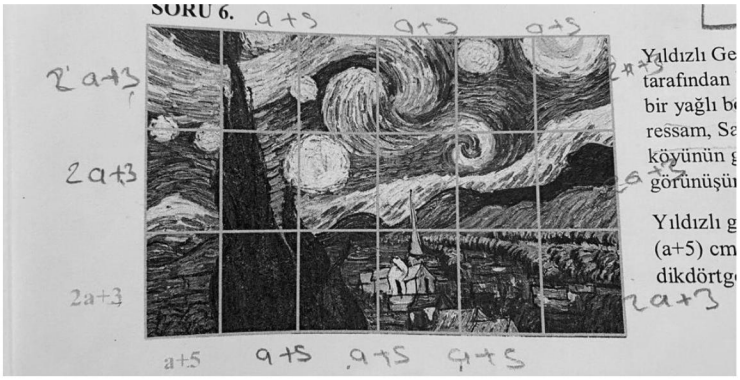
bir önceki günden ne kadar fazla eklenerek dakikaların arttığı sorusunda ilişki kurmakta ve bunları anlaşılır şekilde yazıya dökebilmektedirler. Bu soruya ilişkin bir öğrenci örneği Şekil 66'da gösterilmektedir.



Şekil 66. Ö9'un MAYST'de soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö9 öğrencisinin yanıtı incelendiğinde öğrencinin günlere göre kaç dakika puzzle yapıldığını ve aradaki miktarların ne kadar arttığını düzenli bir şekilde ifade ettiği görülmektedir. Öğrenci Salı 15, Çarşamba 25, Perşembe 35, … şeklinde belirterek tüm günlerdeki dakika sayılarını bulmaktadır.

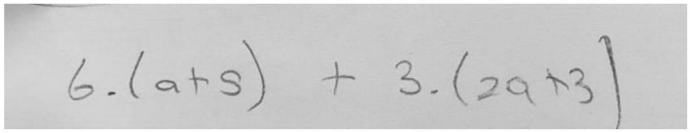
C2a yetkinliğine ait bir başka örnek olan 6. Soruda öğrencilerden verilen tablodaki kısa kenar, kısa kenar ve bunların parçalarına göre ilişkilerini belirleyip kenar uzunluklarının bulunması istenmektedir. C2a yetkinliğine göre incelendiğinde genel olarak öğrencilerin problem durumu ile matematiksel model arasındaki çevrimi yapabildiği, ilgili miktarları belirleyip miktarlar arasındaki ilişkiyi ifade edebildikleri gözlemlenmektedir. İlgili miktarları belirlerken kısa ve uzun kenarda bir parçada ifade edilen cebirsel ifadeyi diğer parçalara da entegre edebildikleri görülmektedir. Yine bu bağlamda bir kenarın küçük biriminden tüm kenara geçiş yaparken miktarlar arasında ilişki kurup buna göre denklem oluşturabildikleri de görülmektedir. İlgili miktarları belirlerken diğer parçalara da entegre edebilmelerine yönelik bir öğrenci örneği Şekil 67'de gösterilmektedir.



Şekil 67. Ö5'in MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler.

Öğrencinin yanıtı incelendiğinde verilen kenar uzunluklarını yani miktarları doğru belirleyip tabloda (2a+) ve (a+5) şeklinde ifade ettiği görülmektedir.

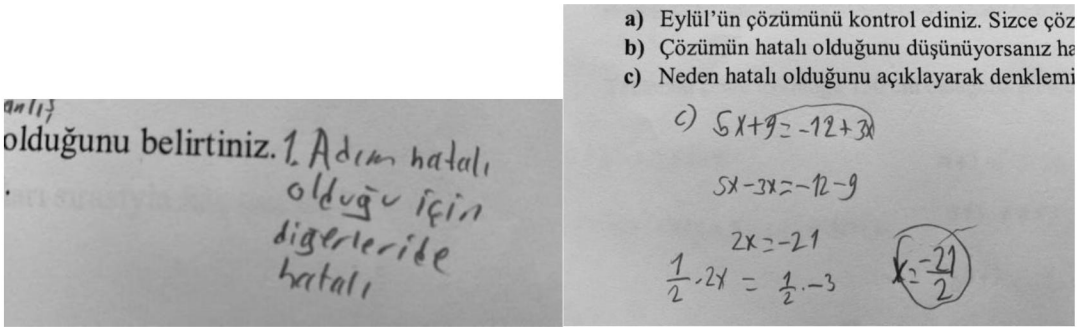
Aynı örneğe yönelik olarak miktarlar arasında ilişki kurup buna göre denklem oluşturabilen bir öğrenci örneği Şekil 68'de gösterilmektedir.



Şekil 68. Ö9'un MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler.

C2 yetkinliğinin diğer alt basamağı olan C2b yetkinliği ise miktarlar arası ilişkilerin belirlendiği ve bu ilişkilerin açıkça ifade edilebildiği kısımdır.

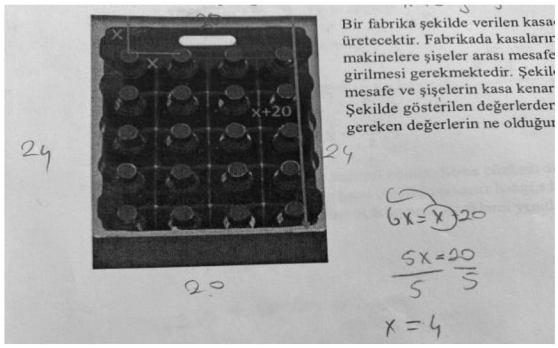
Öğrencilerin MAYST'de C2b yetkinliğinde, miktarların arasındaki ilişkileri tam olarak tanımlayabilmek için cebirsel temsiller yoluyla verileri ifade etmeleri ve bunları tanımlayabilmeleri gerekmektedir. Sorularda verilen ilişkileri değerlendirip, düşüncelerini ifade ederken bunları da yazıya dökerek ifade etmeleri C2b yetkinliğinin gerekliliğidir. Bu noktada 4. Soruda öğrencilere bir denklem çözümü adım adım ifade edilmekte, hatalı çözüm olan kısmı tanımlayıp doğru çözüme ulaşmaları istenmektedir. Öğrencilerin çoğu MAYST'nin 4. Sorusunda miktarlar arası ilişkileri açıkça ifade etmekte, hatalı adımı bulmakta ve hatalı olan kısmı doğru çözümlerle düzeltmektedirler. Buna yönelik örnek aşağıda verilen Şekil 69'da gösterilmektedir.



Şekil 69. Ö8'in MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö8 öğrencisinin yanıtı incelendiğinde öğrencinin " 1. Adım hatalı olduğu için diğerleri de hatalı" şeklindeki ifadesi ve anladıklarından denkleme geçişi miktarlar arasındaki ilişkiyi açıkça tanımlayabildiğini göstermektedir.

C2b yetkinliğinde öğrenci örnekleri incelendiğinde öğrencilerin düşüncelerini ifade etme konusunda çekinmedikleri ve sorunun çözümünden ziyade anladıkları kısmına odaklandıkları gözlemlenmektedir. Bu yönelimle çocukların hata yapıp yapmadıkları düşüncesinden soruda ne anladıklarına yöneldiklerini göstermektedir. Buna yetkinliği ölçmeye yönelik 2. Soru örneğinde bir kasadaki şişeler arası mesafe ve tüm kenara ait mesafe verilmekte, öğrencilerden bu ilişkiyi ifade ederek soruyu çözmeleri istenmektedir. Öğrencilerin çoğu kenarlar arasındaki ilişkiyi açıkça ifade edebilmekte, cebirsel temsile geçiş için gereken düzenlemeyi yapabilmektedirler. Bu soruya örnek olabilecek bir öğrenci örneği Şekil 70'te gösterilmektedir.



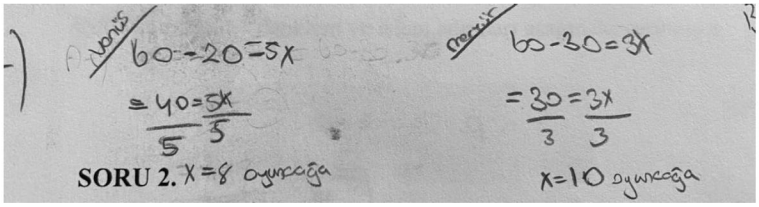
Şekil 70. Ö1'in MAYST'de soru 2 için yaptığı işlemler.

Soruya verilen yanıttan da görüldüğü gibi öğrenci verilen kenar uzunluklarını birbirine eşitlemekte ve denklem sonucunu bularak kenar uzunluklarını 20 ve 24 şeklinde ifade edebilmektedir.

4.3.3. MAYST'nin C3 (C3a, C3b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C3 yetkinliği miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanmayı içermektedir. Bunun bir alt basamağı olan C3a yetkinliği ise sıfırdan ya da ekleme yaparak cebirsel gösterimler oluşturulan ve bu gösterimlerin farklı temsil biçimleriyle de ifade edilebildiği aşamadır.

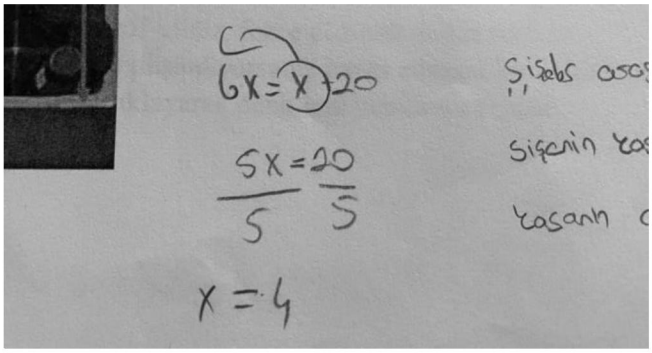
C3a yetkinliğine yönelik olarak öğrencilerin MAYST'leri incelenmekte ve birçoğunun sıfırdan temsil oluşturabildiği ve varolan temsile ekleme yapabildiği, bazılarının ise bunları oluşturmada güçlük çektiği görülmektedir. Sıfırdan temsil oluşturmaya yönelik 1. Soru örneğinde çocukların iki lunaparka ait verileri kullanarak iki farklı çocuğun kaç oyuncağa bindiğinin denklem kurarak bulunması istenmektedir. Denklem kurarak ifade eden Ö1 öğrencisinin cevabı Şekil 71'de gösterilmektedir.



Şekil 71. Ö1'in MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö1 öğrencisinin soruya verdiği yanıta bakıldığında iki lunapark için de 60-20=5x şeklinde denklem kurduğu, miktarlar arasındaki ilişkiyi belirleyip cebirsel temsiller oluşturduğu görülmektedir.

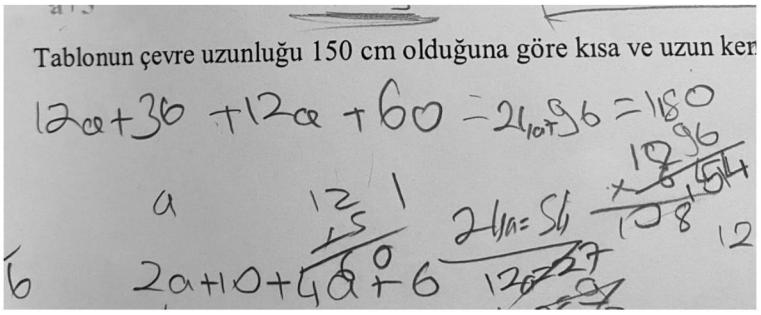
C3a yetkinliğine yönelik başka bir örnek olan 2. örnekte ise öğrencilerden verilen ifadelerden yararlanarak sıfırdan temsil oluşturması ve bulduğu temsile göre kasaların kenarlarını bulması istenmektedir. Öğrenciler sıfırdan temsil oluşturma konusunda bu soru örneğinde genel olarak zorluk çekmektedirler. Fakat birkaç öğrenci sıfırdan temsil oluşturabilmekte ve uzaklıkların ne olduğu konusunda yanıta ulaşmaktadır. Buna yönelik Ö1 öğrencisinin örneği Şekil 72'de verilmektedir.



Şekil 72. Ö1'in MAYST'de soru 2 için yaptığı işlemler.

Öğrenci örneği C3a yetkinliğinde incelendiğinde şekilden yola çıkarak 6x=x+20 denklemi oluşturabildiği görülmektedir.

C3a yetkinliğine yönelik başka bir soru örneği olan 6. Soruda öğrencilerden verilen bir yağlı boya tablosundaki kısa ve uzun kenar uzunluklarının bulunması istenmektedir. Tablo 3x6'lık bir tablodur ve her bir küçük kenarın uzunluğu cebirsel olarak ifade edilmektedir. C3a yetkinliğinin sıfırdan temsil oluşturabilme ve varolan temsile ekleme yapma özelliklerine göre öğrenci cevapları incelendiğinde genel olarak temsilleri oluşturabildikleri gözlemlenmektedir. Örneklenen duruma dair Ö2 öğrencisinin yanıtı Şekil 73'te gösterilmektedir.

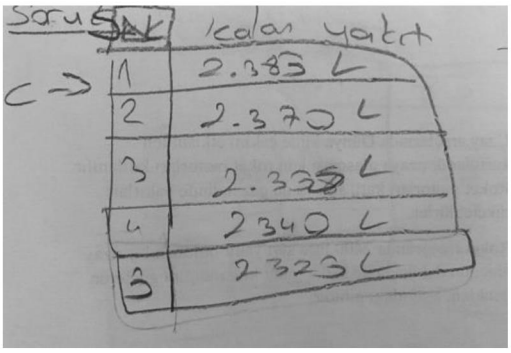


Şekil 73. Ö2'nin MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler.

Ö2 öğrencisinin 6. Soruya dair cevabı incelendiğinde öğrencinin soru bağlamında ve şeklinde belirtilen ifadelerden yola çıkarak sıfırdan temsil oluşturduğu bunu da 12a+36+12a+60 şeklinde cebirsel olarak gösterdiği görülmektedir.

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C3 yetkinliğinin başka bir alt basamağı olan C3b yetkinliği ise gösterimlerin yorumlandığı veya gösterimler arasında bağlantı kurulduğu aşamadır.

Öğrencilerin MAYST'leri incelendiğinde çoğunun C3b yetkinliğinde istenen gösterimler arasında bağlantı kurabildikleri ve bir gösterimi kullanmak için başka gösterimleri kullanabildikleri gözlemlenmektedir. Öğrenciler bir gösterimden diğer gösterime geçişte ayrıntılı bir şekilde anladıklarını şekillerle ifade edebilmektedirler. Bu bağlamda 5. Soru örneğinde öğrencilere dakika ve kalan yakıt arasındaki ilişkiyi gösteren bir denklem verilmekte ve öğrencilerin bu denklemden yola çıkarak kalan yakıt miktarı ve dakika arasındaki ilişkiyi gösteren tablo, şema ya da grafik oluşturmaları istenmektedir. Öğrenci cevapları incelendiğinde çoğunun tablo, şema ya da grafiği ilişki kurarak oluşturabildikleri görülmektedir. Öğrencilerden Ö11'in belirtilen duruma ilişkin soru örneği Şekil 74'te verilmektedir.

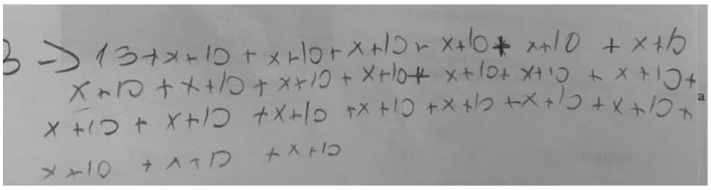


Şekil 74. Ö11'in MAYST'de soru 5 için yaptığı işlemler.

Ö11 öğrencisinin 5. Soruya ilişkin cevabı incelendiğinde öğrencinin verilen denklem bağlamından yararlanarak başka bir gösterim yolu olan tabloya geçiş yapabildiği görülmektedir. Öğrenci dakika ve kalan yakıt olarak ikiye ayırdığı tabloda bulduğu dakikanın gösterdiği yakıt miktarını tabloda doğru bir şekilde ifade etmekte, farklı gösterimler arasındaki geçişi etkin bir biçimde kullanmaktadır.

C3b yetkinliğine ilişkin bir başka soru örneği olan 3. Soru örneğinde ise öğrencilerden bu kez verilen ifadelere yönelik bir tablo oluşturmaları ve tablodan yola çıkarak soruda belirtilen gün ve dakikayı içeren bir cebirsel ifade oluşturmaları istenmektedir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde genel olarak tablodan cebirsel ifade oluşturmaya geçişte sorun

yaşadıkları gözlemlenmektedir. Fakat öğrencilerden bazıları tablodan cebirsel ifadeye geçiş aşamasında fikir yürütmekte ve cebirsel ifadeyi tam olarak bulamasalar da anlatılmak istenen duruma yönelik çözümler yapmaktadırlar. Buna örnek olabilecek Ö11 öğrencisinin soru örneği Şekil 75'te gösterilmektedir.



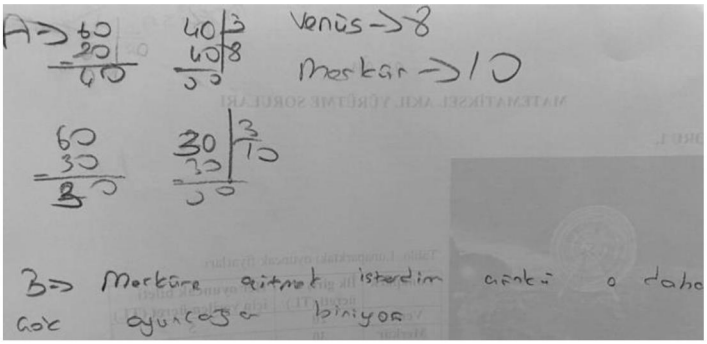
Şekil 75. Ö11'in MAYST'de soru 3 için yaptığı işlemler.

Şekilde de görüldüğü gibi Ö11 öğrencisi soruya ilişkin verilen her gün bir önceki günden 10 dakika fazla puzzle yapılacak ifadesinde x'i ilk gün olarak belirlemekte ve x+10 şeklinde diğer günlerin olacağını düşünmektedir. Fakat burada öğrencinin ifadesinin cebirsel olarak bir sonuca ulaşmadığı ve verilen bilgileri de tam olarak soruya adapte etmeden her güne x+10 şeklinde cebirsel gösterim oluşturarak artış miktarını önemsemediği gözlemlenmektedir.

4.3.4. MAYST'nin C4 (C4a, C4b) Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C4 yetkinliği hesaplamaları ve işlemleri uygulama ve sonuçların doğruluğunu kontrol etme aşamasıdır. Bunun bir alt basamağı olan C4a ise cebirsel işlemlerin ve hesapların hassasiyetle yapılmasını içeren kısımdır.

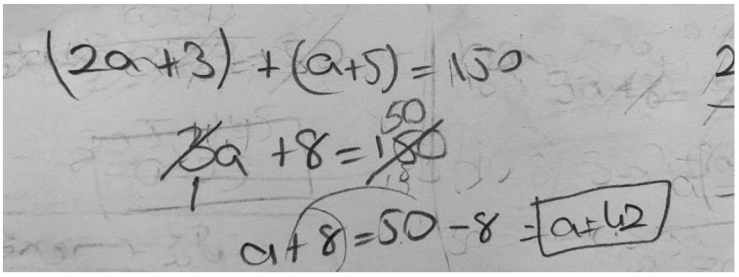
MAYST'de C4a yetkinliği tüm sorularda aranmakta, öğrencilerin işlemleri hassasiyetle yapıp yapmadığı ölçülmektedir. Öğrencilerin 1. Soruda verdikleri cevaplar C4a yetkinliğinde incelendiğinde bazılarının cebirsel ve aritmetik işlemleri, hesaplamaları doğru şekilde yaptığı gözlemlenmektedir. Fakat genel olarak cebirsel işlemlerden ziyade aritmetik işlemlere yöneldikleri görülmektedir. Öğrencilerden 1. Soruda belirtilen denklem kurarak çözme konusunda adım adım işlemler gerçekleştirenlerden birine yönelik örnek Şekil 76'da gösterilmektedir.



Şekil 76. Ö11'in MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler.

Öğrencinin 1. Soruya dair verdiği yanıt incelendiğinde öğrencinin 60-30=40 ve 40:5=8 şeklinde dört işlem kullanarak soruyu çözmeye yöneldiği görülmektedir. Öğrenci denklemle çözünüz ifadesine önem vermeden işlemleri kendi düşünce biçimine göre çözmeye yönelmektedir.

C4a yetkinliğinin incelendiği başka bir soru olan 6. Soruda verilen ifadelerde öğrencilerin bir tabloda verilen kenar uzunluklarının bulunması istenmektedir. Öğrenciler soruda istenen uzunlukları cebirsel temsiller kullanarak çözmeye eğilimi göstermektedirler. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde cebirsel hesaplamaları hassasiyetle yaptıkları fakat sorunun bağlamını anlamada zorluk çektikleri için oluşturdukları bazı cebirsel ifadelerin yanlış olduğu görülmektedir. Bir öğrencinin oluşturduğu cebirsel ifadeyi yanlış çözümüne yönelik örnek Şekil 77'de gösterilmektedir.

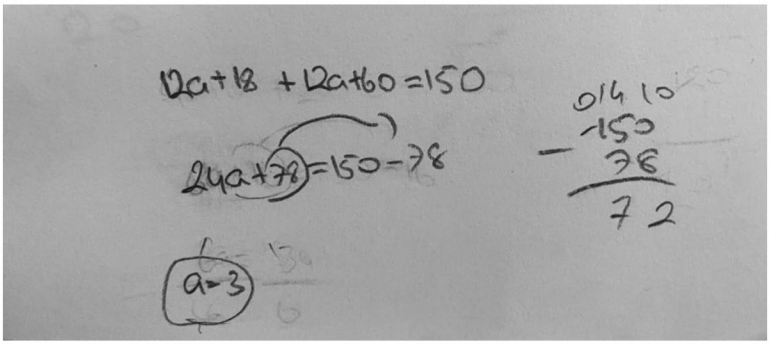


Şekil 77. Ö10'un MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler.

Öğrencinin cevabı incelendiğinde (2a+3) ve (a+5) şeklinde ifade edilen tablonun kenarlarını doğru bulduğu fakat bunları denkleme geçiş şeklinde yanlışlık olduğu

görülmektedir. Aynı zamanda öğrenci 3a+8=150 işlemini çözerken önce her iki tarafı 3'e bölerek başlamış bölünecek kısımlardan olan 8'e etki etmediği görülmektedir. Öğrenci cebirsel işlemleri dikkatle yapma konusunda sıkıntı yaşamaktadır.

Yine 6. Soruda başka bir soru örneği incelendiğinde bu kez öğrencinin hem oluşturduğu cebirsel ifadenin doğru olduğu hem de işlemleri hassasiyetle yaptığı Şekil 78'de gösterilmektedir.

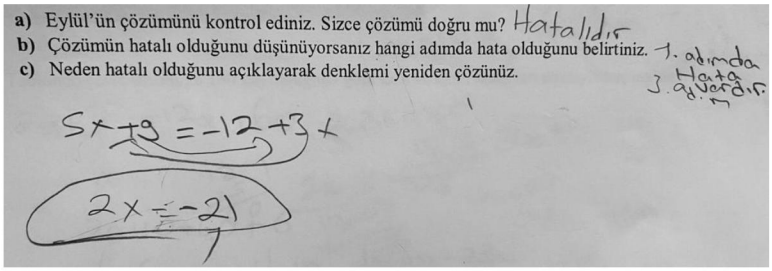


Şekil 78. Ö1'in MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler.

Öğrencinin 6. Soruya verdiği yanıt incelendiğinde cebirsel işlemleri düzenli bir şekilde yaparak 12a+18+12a+60=50 işlemini çözüp, doğru sonuç olan a=3 sonuca ulaştığı görülmektedir.

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C4 yetkinliğinin başka bir alt basamağı olan C4b yetkinliği ise yapılan işlemlerin sonuçlarının doğruluğunun kontrol edildiği aşamadır.

Öğrencilerin C4b yetkinliğinde kendi çözümlerini anlamlandırabilmeleri ve sonuçlarının doğruluğunu kontrol etmeleri için problem bağlamına başvurabilmelerini incelemek için 4. Soru örneğinde bir öğrencinin yaptığı denklem ve işlem adımları verilmekte ve öğrencilerden adımların doğruluğunu kontrol etmeleri istenmektedir. Tüm öğrencilerin ilgili işlemleri incelendiğinde çözümde hatalı kısmı buldukları ve çözümün doğru olmadığını ifade ettikleri görülmektedir. Buna yönelik çözümün uygunluğu kontrol edebilen bir öğrencinin örnek yanıtı Şekil 79'da gösterilmektedir.



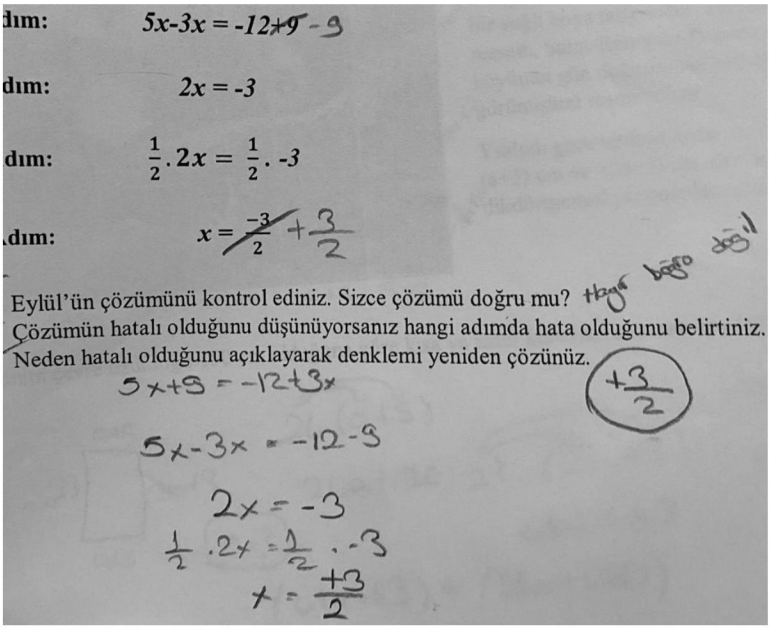
Şekil 79. Ö2'nin MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö2 öğrencisinin soruya verdiği yanıt incelendiğinde öğrencinin işlem adımlarını düzgünce yaptığı ve doğruluğu kontrol edebilmesi adına problem bağlamını inceleyerek yeni denklemle çözüm yaptığı görülmektedir.

4.3.5. MAYST'nin C5 Yetkinliğine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Stratejik cebirsel akıl yürütme çerçevesinin C5 yetkinliği ikna edici açıklamaların yapıldığı aşamadır. Bu yetkinlik, diğer tüm yetkinlikleri içerir ve farklı olarak öğrencinin düşüncesini net ve eksiksiz bir şekilde iletme yeteneğini göstermesini gerektirir.

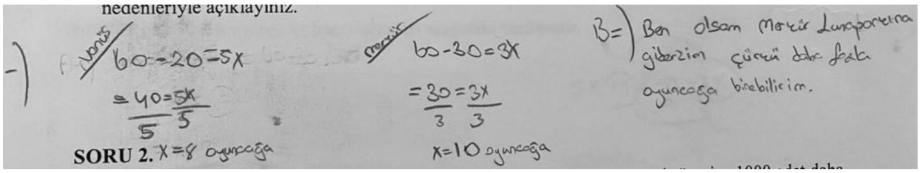
C5 yetkinliğinde öğrencilerin yanıtları incelendiğinde çoğunlukla öğrencilerin açıkça miktarları ifade etmekte zorlanmadığı, gözlemlerini cebirsel olarak açıklayabildikleri görülmektedir. Öğrenciler stratejileri uygulamada ilerledikleri yolları açıklayabilmekte ve stratejiyi neden seçtiklerini açıklayabilmektedirler. Bu yetkinliğin ölçüldüğü bir örnek olan 4. Soruda öğrencilere verilen hatalı işlemin hatalı olup olmadığı ve doğru çözümünde nasıl bir yol izleyebileceklerine yönelik bir soru yöneltilmekte ve öğrencilerin hepsi çözümün hatalı olduğunu ifade etmektedir. Doğru çözümünü yaparken ise açıklamaları ve süreçleri doğru işlerken işlemsel düzeyde hatalar yaptıkları görülmektedir. Bu bağlamda bir öğrencinin çözümü Şekil 80'de gösterilmektedir.



Şekil 80. Ö9'un MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler.

Öğrencinin cevabı incelendiğinde verilen denklemdeki hatalı kısımları işaretlediği ve soru bağlamı ile ilgili yorum yaptığı görülmektedir. Fakat öğrenci işlem yetkinliğinde sorunlar yaşamaktadır.

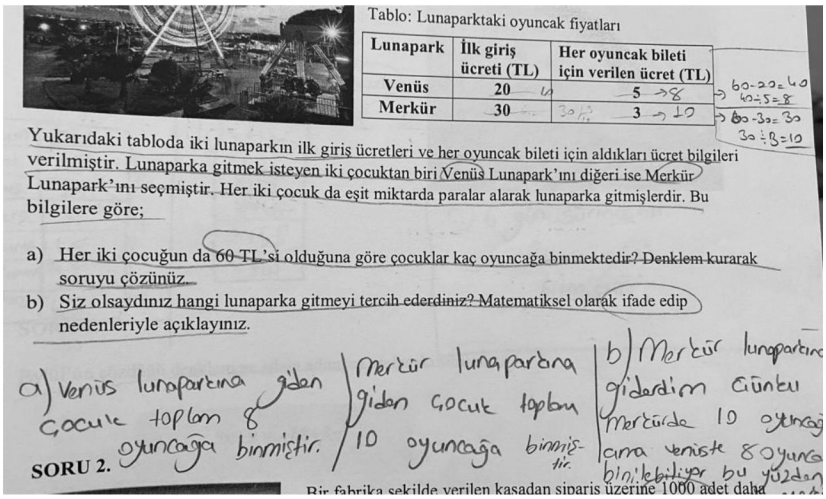
C5 yetkinliğinin ölçüldüğü bir başka soru olan 1. Soruda öğrencilerden düşüncelerini net ve eksiksiz bir şekilde iletmeleri istenmekte ve hangi lunaparkı seçtiğinizi matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız şeklinde yönerge verilmektedir. Öğrencilerin bazılarının diğer yetkinlikleri ve C5 yetkinliğini sağladığı görülmektedir. Öğrencilerden bazıları cebirsel akıl yürütmelerini açığa çıkarırken güzel ifadeler kullanmakta ve hangi lunaparkı seçeceklerini net bir şekilde ifade etmektedirler. Buna yönelik bir öğrenci örneği Şekil 81'de gösterilmektedir.



Şekil 81. Ö1'in MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler.

Öğrencinin yanıtı incelendiğinde diğer yetkinlikleri de içinde barındıran C5 yetkinliğine yönelik akıl yürütmeyi yapabildiği " Ben olsam Merkür lunaparkına giderdim çünkü daha fazla oyuncağa binebilirim." şeklinde ifade etmesiyle ve tüm adımları doğru yapmasıyla görülmektedir.

Bazı öğrenciler ise C5 yetkinliğinin ölçüldüğü Soru 1'de düşüncelerini net bir şekilde doğru olarak ifade ederken bu işlemleri cebirsel olarak gösterebilme konusunda sıkıntı yaşamaktadırlar. Öğrenciler ifadeleri kendi cümleleriyle belirtmeyi seçmekte, matematiksel ifadeler kullanmamaktadırlar. Bu durumu gösteren bir öğrenci örneği Şekil 82'de gösterilmektedir.


Tablo: Lunaparktaki oyuncak fiyatları

Lunapark	İlk giriş ücreti (TL)	Her oyuncak bileti için verilen ücret (TL)
Venüs	20	5
Merkür	30	3

Yukarıdaki tabloda iki lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncak bileti için aldıkları ücret bilgileri verilmiştir. Lunaparka gitmek isteyen iki çocuktan biri Venüs Lunapark'ını diğeri ise Merkür Lunapark'ını seçmiştir. Her iki çocuk da eşit miktarda paralar alarak lunaparka gitmişlerdir. Bu bilgilere göre;

a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kurarak soruyu çözünüz.

b) Siz olsaydınız hangi lunaparka gitmeyi tercih ederdiniz? Matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız.

a) Venüs lunaparkına giden çocuk toplam 8 oyuncağa binmiştir.

Merkür lunaparkına giden çocuk toplam 10 oyuncağa binmiştir.

b) Merkür lunaparkına giderdim çünkü Merkürde 10 oyuncağa binebiliyor bu yüzden daha çok oyuncağa binebilirim.

SORU 2.

Şekil 82. Ö10'un MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö10 öğrencisinin cevapları tüm yetkinlikleri ve C5 yetkinliğini sağlamaktadır. Öğrenci tüm soruyu adım adım çözmekte ve Merkür lunaparkında 10, Venüs lunaparkında ise 8 oyuncağa binebildiği bu yüzden de daha çok oyuncağa binebileceği Merkür lunaparkını seçtiğini ifade etmektedir.

4.4. Öğrencilerin Akıl Yürütmelerinin Gelişimi

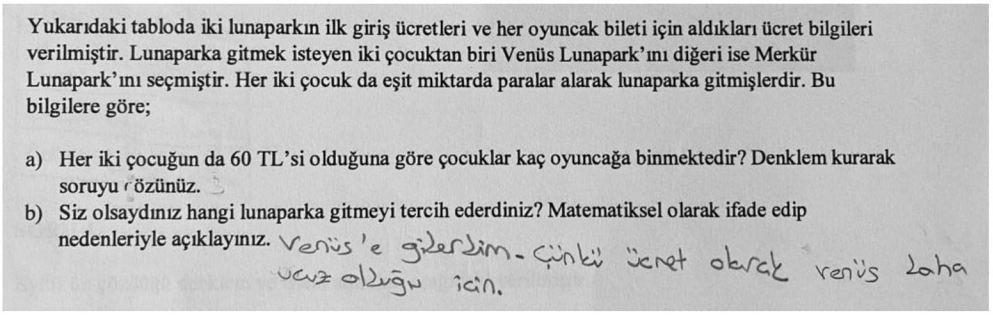
Araştırmanın 4. Alt problemi olan "Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerle karşılaşmadan önce ve karşılaştıktan sonra öğrencilerin akıl yürütme süreçleri arasında nasıl bir değişim olmuştur?" sorusuna yönelik bulgulara bu başlık altında yer verilecektir. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini geliştirmeye yönelik hazırlanan bilişsel olarak

zorlayıcı etkinliklerin öğrencilere nasıl gelişimler kazandırdığını görebilmek adına akıl yürütme ön ve son testinde yer alan yetkinlikler olan C1, C2, C3, C4, C5 alt başlıklarıyla sürecin gelişimi ayrıntılı olarak incelenecektir. Ayrıca öğrencilerin bu yetkinlikleri MAYÖT'te ve MAYST'de sağlama düzeyleri de tabloyla ifade edilecektir.

4.4.1. C1 Yetkinliğine İlişkin Gelişmeler

Öğrencilerin C1 yetkinliğine ilişkin gelişimlerini görebilmek adına bu yetkinliği içeren MAYÖT ve MAYST'deki soruların cevapları incelenmektedir. MAYÖT ve MAYST'de bulunan 1, 2, 3, 4, 5 ve 6. sorular C1 yetkinliğine yönelik tasarlanmış sorulardır. Bu bağlamda öğrencilerin tüm soruları C1 yetkinliğine yönelik olarak incelenmektedir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin tamamı öğrencilerin akıl yürütmelerini C1: Metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama yetkinliğinde geliştirmesi amacıyla hazırlanmıştır.

MAYÖT'te öğrencilerin problemi okumaları, bağlamı anlamaları ve kelimeleri ayrıştırarak çözüm sürecine entegre etmeleri konusunda bazı noktalarda eksik kaldıkları gözlemlenmektedir. Öğrenciler genel olarak soruya ilişkin kısa ifadeler kullanmakta, anlamadıklarını ya da çözüm bulamadıklarını söylemektedirler. Bu bulguya örnek teşkil etmesi açısından aşağıda bazı öğrenci örneklerine yer verilmektedir. Ö3 öğrencisine ait soru örneği Şekil 83'te gösterilmektedir.

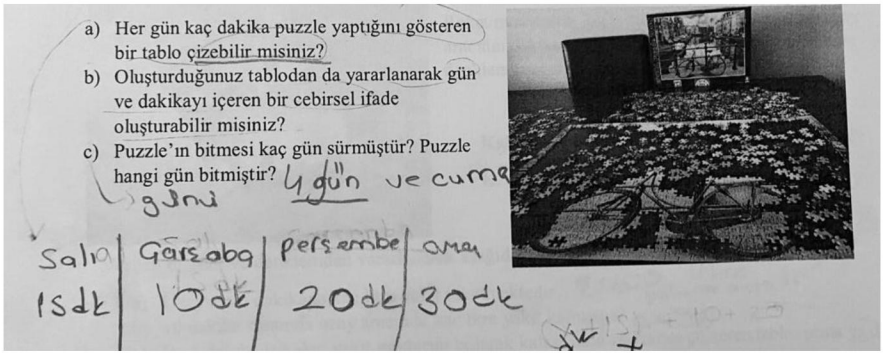

Yukarıdaki tabloda iki lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncak bileti için aldıkları ücret bilgileri verilmiştir. Lunaparka gitmek isteyen iki çocuktan biri Venüs Lunapark'ını diğeri ise Merkür Lunapark'ını seçmiştir. Her iki çocuk da eşit miktarda paralar alarak lunaparka gitmişlerdir. Bu bilgilere göre;

a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kurarak soruyu çözünüz.
b) Siz olsaydınız hangi lunaparka gitmeyi tercih ederdiniz? Matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız. Venüs'e giderdim. Çünkü ücret olarak venüs daha ucuz olduğu için.

Şekil 83. Ö3'ün MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler.

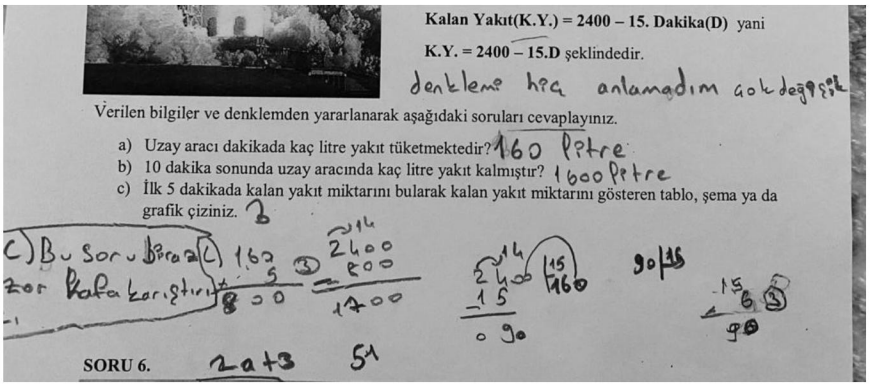
Ö3 öğrencisinin soruya ilişkin yorumu incelendiğinde sadece soruda istenen cevaba yönelik bir seçim yaptığı, herhangi bir işlem ya da yorum yapmadan ifade ettiği görülmektedir. Problem çözmenin yorumlama aşaması olan C1 yetkinliğine ilişkin bir ifade bulunmadığı görülmektedir.

C1 yetkinliğine ilişkin bir başka öğrenci örneği incelendiğinde yine öğrencinin verilen ifadeyi anlamlandıramadığı, soru bağlamında verilen dakika gün ilişkisini kuramadığı ve sadece soruda verilen sonraki dakikalara odaklanarak soruyu yorumlayamadığı Şekil 84'te görülmektedir.



Şekil 84. Ö5'in MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

MAYÖT'te C1 yetkinliğine ilişkin bir başka soru örneği Şekil 85'te gösterilmektedir.



Şekil 85. Ö7'nin MAYÖT'te soru 5 için yaptığı işlemler.

Ö7'nin şekilde gösterilen yanıtında soruda verilen denklemi anlamlandıramadığını yazarak ifade ettiği görülmektedir. Denkleme yönelik yaptığı işlemlerde de soruya yönelik anlam oluşturmadığı görülmektedir.

Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanmasından sonra MAYST'deki sorular bağlamında öğrencilerde görülen gelişim MAYÖT'le birlikte Tablo 10'da gösterilmektedir.

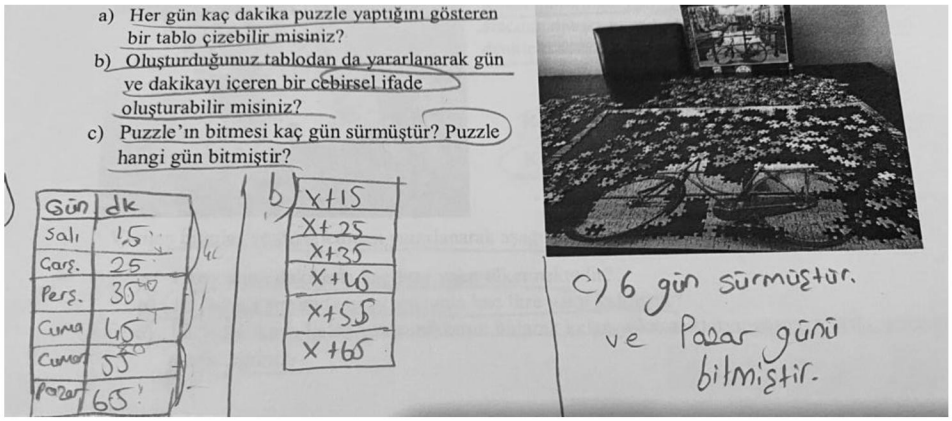
Tablo 10

MAYÖT ve MAYST'de C1: Metni Okuma, Yorumlama ve Bağlamı Anlama Yetkinliğini Sorularda Sağlayan Öğrenciler

Öğrenciler	***C1: Metni Okuma, Yorumlama, Bağlamı Anlama (1, 2, 3, 4, 5, 6)***	
	MAYÖT	**MAYST**
Ö1	1, 3	1, 2, 3, 4, 5, 6
Ö2	1, 3, 6	1, 2, 3, 4, 5, 6
Ö3	3	1, 3, 4
Ö4	1, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5, 6
Ö5	1	1, 3, 4, 5, 6
Ö6	1	1, 3, 4
Ö7	2, 3, 4	1, 2, 3, 4, 5, 6
Ö8	3	2, 3, 4, 6
Ö9	1, 3, 4	1, 2, 3, 4, 5, 6
Ö10	1, 2, 3, 4, 6	1, 2, 3, 4, 5, 6
Ö11	1, 3, 4, 6	1, 2, 3, 4, 5, 6
Ö12		1

Tablo 10 incelendiğinde MAYST'de C1 yetkinliğinin tamamını sağlayan 7 öğrenci olduğu, diğer öğrencilerin de MAYÖT'e göre daha fazla soruda C1 yetkinliğini sağladığı görülmektedir. Öğrencilerdeki bu değişim metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama yetkinliğinin geliştirilmesi için hazırlanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerden kaynaklandığı düşünülmektedir. Aşağıda verilen örneklerde bu duruma örnek teşkil edebilecek bazı öğrenci örnekleri incelenecektir.

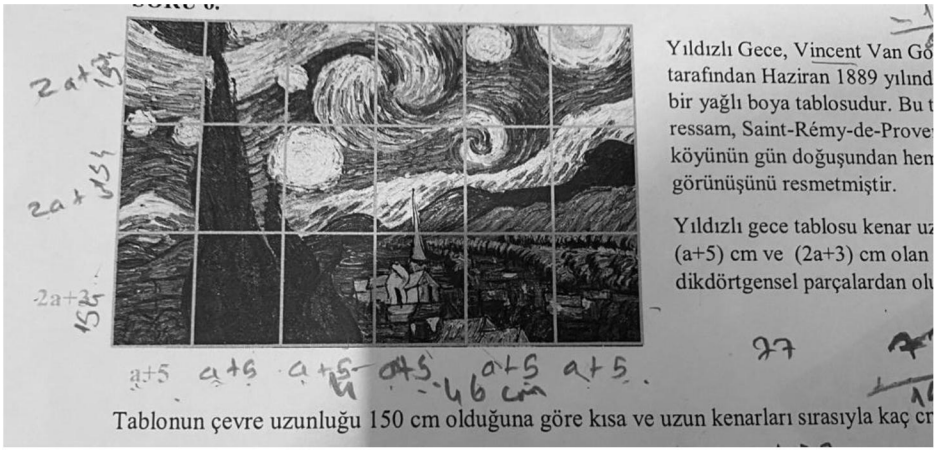
Öğrencilere bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler uygulandıktan sonra öğrencilerin metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama yetkinliğinde soru bazlı değişimler olduğu gözlemlenmektedir. Öğrenciler MAYÖT'te anlamakta zorlandıkları soru metnini, MAYST'de anlamakta ve yorumlar yapabilmekte aynı zamanda daha anlaşılır ifadeler kurmaktadırlar. Bu bulguya örnek olabilecek bir öğrenci örneği Şekil 86'da gösterilmektedir.



Şekil 86. Ö8'in MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler.

Şekil 86'da Ö8'in soruda verilen ifadeleri anlayarak soruyu yorumladığı ve işlemlerini düzenli bir şekilde yazıp, anladıklarını yazarak aktarabildiği görülmektedir. Öğrencinin yanıtları incelendiğinde bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerden ikincisi olan Nil'in Oyunu etkinliğindeki maddelerin etkisi de gözlemlenmektedir. Etkinlikte öğrencilere verilen ifadeleri anlamlandırıp tabloya geçiş yapmaları istenmekte, süreçte öğrencilere buna yönelik sorgulatıcı sorular sorularak daha iyi anlamaları sağlamaya çalışılan etkinliğin izleri bu soruda açığa çıkmaktadır.

MAYÖT'te öğrencilerin çoğu görsel olarak verilen ifadeleri genele yayıp sorunun metnini yorumlayamamaktadır. MAYST'de ise çoğu öğrenci soru temalarında verilen ifadeleri anlamlandırmakta ve verilen şekiller üzerinde yazılar yazarak anladıklarını göstermektedirler. Ö7 öğrencisinin buna örnek teşkil edebilecek yanıtı Şekil 87'de gösterilmektedir.



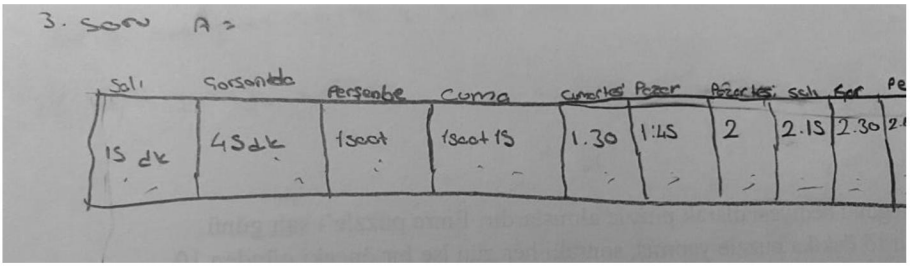
Şekil 87. Ö7'nin MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler.

Öğrenci yanıtı incelendiğinde kenar uzunluklarının küçük bir kısmının cebirsel gösterimi verilen yağlı boya tablosunun, tüm kenarlara da entegre edildiği ve tabloda gösterildiği görülmektedir.

4.4.2. C2 (C2a, C2b) Yetkinliğine İlişkin Gelişmeler

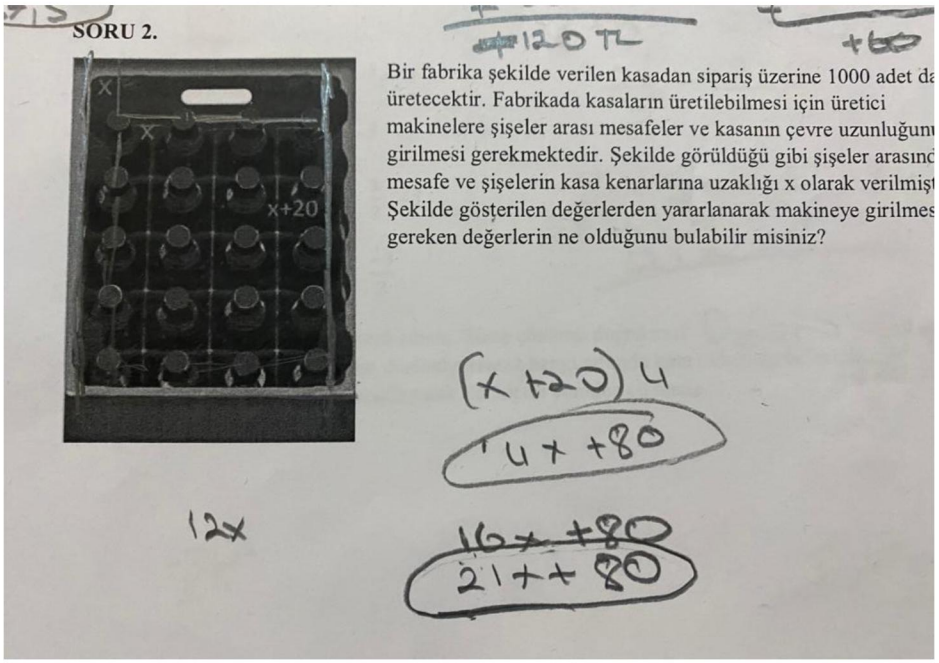
Öğrencilerin C2 yetkinliğine ilişkin gelişimlerini görebilmek adına bu yetkinliği içeren MAYÖT ve MAYST'deki soruların cevapları incelenmiştir. MAYÖT ve MAYST'de bulunan 1, 2, 3, 4, 5 ve 6. sorular C2 yetkinliğine yönelik tasarlanmış sorulardır. Bu bağlamda öğrencilerin tüm soruları C2 yetkinliğine yönelik olarak incelenmiştir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin tamamı öğrencilerin akıl yürütmelerini C2: Göze Çarpan Miktarları ve Aralarındaki İlişkileri Belirleme yetkinliğinde geliştirmesi amacıyla hazırlanmıştır.

MAYÖT'te öğrencilerin göze çarpan miktarları ve miktarlar arasındaki ilişkileri belirlemeye yönelik yetkinliğin bulunduğu sorular incelendiğinde öğrencilerin bazılarının göze çarpan miktarları bulmada, çoğunun ise miktarlar arasındaki ilişkileri kurmada zorluk yaşadıkları gözlemlenmektedir. Öğrenciler soruda ifade edilen bilgilerin birbirleriyle bağlantısını kuramamışlardır. Bu bulguya örnek olması için bazı öğrenci yanıtları Şekil 88 ve 89'da gösterilmektedir.



Şekil 88. Ö6'nın MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Ö6'nın soruya verdiği yanıt incelendiğinde soruda verilen miktarları belirleyemediği ve aralarında ilişki kuramadığı görülmektedir. Öğrencinin soruya ait tek yanıtı bu olmakta ve tablodaki değerler incelendiğinde soruda verilen ilk gün 15 dakika sonraki günler ise bir öncekinden 10 dakika fazla ifadesini anlamlandıramadığı görülmektedir. MAYÖT'teki C2 yetkinliğine ilişkin başka bir örnekte de yine öğrenci ilgili miktarları belirleyememiştir. Buna yönelik örnek Şekil 89'da gösterilmektedir.



Şekil 89. Ö2'nin MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler.

Yukarıda verilen öğrenci yanıtı incelendiğinde soruda verilen ilgili miktarların belirlenemediği görülmektedir. Öğrenci yalnızca gördüğü x+20 ve x ifadelerine yoğunlaşarak

miktarların birbirleriyle ilişkisini belirleyememektedir. Ayrıca gördüğü miktarların birbirine nasıl eşit olabileceği ve bu ilişkileri açıkça ifade etme konusunda da eksik kalmaktadır.

Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanmasından sonra MAYST'deki sorular bağlamında öğrencilerde görülen gelişim MAYÖT'le birlikte Tablo 11'de gösterilmektedir.

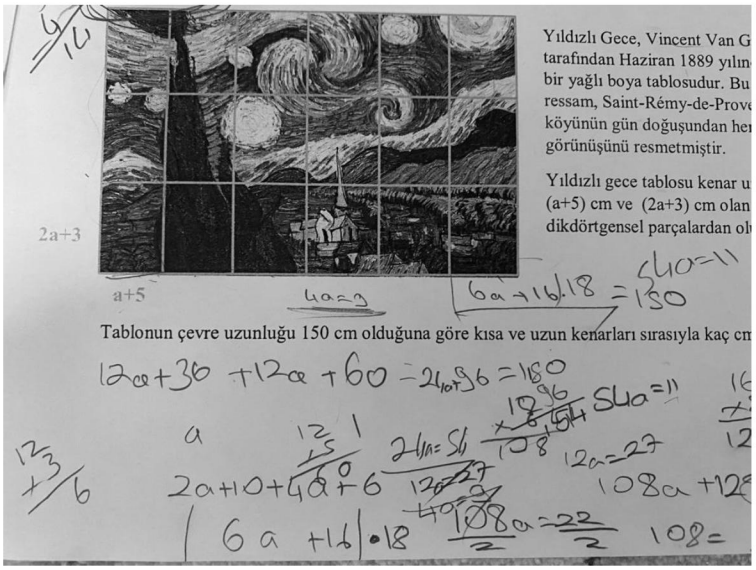
Tablo 11

MAYÖT ve MAYST'de C2: Göze Çarpan Miktarları ve Aralarındaki İlişkileri Belirleme Yetkinliğini Sorularda Sağlayan Öğrenciler

Öğrenciler	***C2: Göze Çarpan Miktarları ve Aralarındaki İlişkileri Belirleme (1, 2, 3, 4, 5, 6)***	
	MAYÖT	**MAYST**
Ö1	1, 3	1, 2, 3, 4, 6
Ö2	3	1, 2, 3, 4, 6
Ö3	3, 4	1, 3
Ö4	1	1, 3
Ö5	1	1, 3, 6
Ö6		1, 3
Ö7	3, 4	1, 2, 3, 4, 6
Ö8	3	2, 3, 4, 6
Ö9	1, 4	1, 3, 4, 6
Ö10	1, 3, 4	1, 2, 3, 4
Ö11	1, 3, 4	1, 2, 3, 4, 5, 6
Ö12		1

Tablo 11 incelendiğinde MAYST'de C2 yetkinliğinin tamamını sağlayan 1 öğrenci olduğu ve 5. Soru haricindeki diğer sorularda 3 öğrencinin C2 yetkinliğini sağladığı görülmektedir. Yine de MAYST'de MAYÖT'e göre daha fazla soruda C2 yetkinliği sağlanmaktadır. Öğrencilerdeki bu değişim Göze Çarpan Miktarları ve Aralarındaki İlişkileri Belirleme yetkinliğinin geliştirilmesi için hazırlanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerden kaynaklanmaktadır. Aşağıda verilen örneklerde bu duruma örnek teşkil edebilecek bazı öğrenci örnekleri incelenecektir.

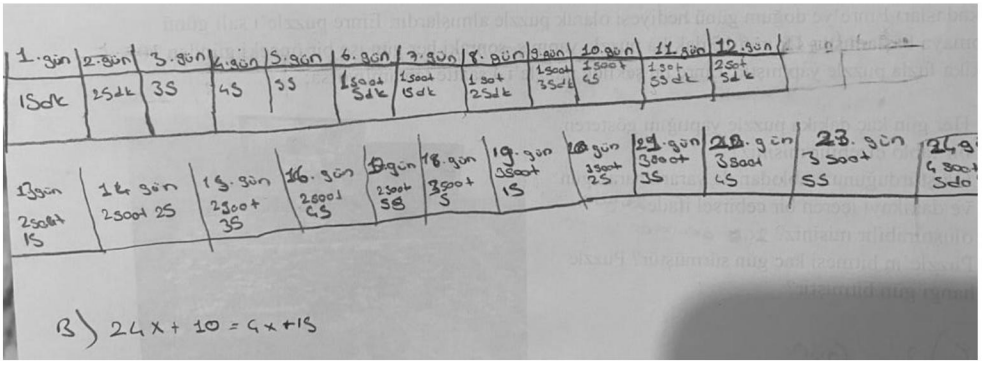
Tablo 11 incelendiğinde Ö2 öğrencisinin MAYST'de MAYÖT'e göre dört soruda daha göze çarpan miktarları belirleyebildiği görülmektedir. Öğrencinin miktarları belirleyebildiği soru örneği Şekil 90'da gösterilmektedir.



Şekil 90. Ö2'nin MAYST'de soru 6 için yaptığı işlemler.

Öğrencinin cevaplarında da görüldüğü gibi soruda verilen kenarları yani (2a+3) ve (a+5)'i belirleyip buradan da verileri birleştirip miktarların birbiri ile nasıl ilişkili olduğunu belirleyerek denklem kurabildiği görülmektedir.

Yine tablo incelendiğinde değişim gösteren bir öğrenci de Ö6 öğrencisi olmaktadır. Ö6 öğrencisi başlangıçta C3 yetkinliğini sağlayamazken etkinlikler sonunda iki soruda yetkinliği sağlayabilir duruma gelmektedir. Buna yönelik öğrenci örneği Şekil 91'de gösterilmektedir.



Şekil 91. Ö6'nın MAYST'de soru 3 için yaptığı işlemler.

Öğrencinin soruya verdiği yanıtlar incelendiğinde tanımlayıcı miktarları belirlediği ve soruda odaklanılan dakika gün ilişkisini gözlemleyip tabloda ifade edebildiği görülmektedir. Öğrenci kendisine verilen soru bağlamındaki ilişkileri açıkça ifade edebilmektedir.

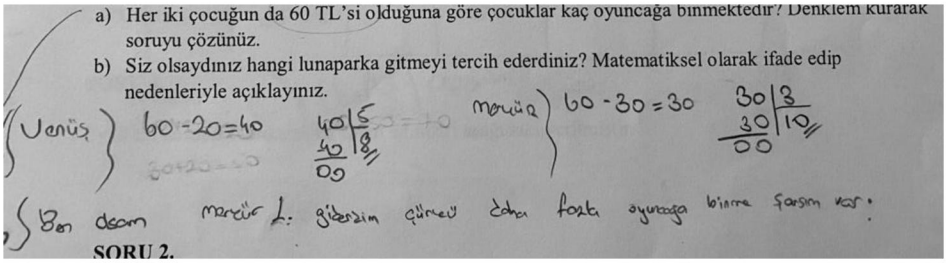
Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerdeki verilen değişkenlere göre ilişkilerin belirlenmesi ve ifadelerdeki miktarların bulunmasına yönelik çalışmaların öğrencilerin C2 yetkinliğine ilişkin son testlerinde ilerleme kaydetmelerini sağladığı görülmektedir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerden sonra öğrencilerin sorulara daha anlaşılır olarak baktığı, verilen değerleri anlamlandırmada ve ilişkilendirmede değişimler gösterdiği gözlemlenmektedir.

4.4.3. C3 (C3a, C3b) Yetkinliğine İlişkin Gelişmeler

Öğrencilerin C3 yetkinliğine ilişkin gelişimlerini görebilmek adına bu yetkinliği içeren MAYÖT ve MAYST'deki soruların cevapları incelenmiştir. MAYÖT ve MAYST'de bulunan 1, 2, 3, 5 ve 6. sorular C3a yetkinliğine yönelik, 3 ve 5. Sorular ise C3b yetkinliğine yönelik tasarlanmış sorulardır. Bu bağlamda öğrencilerin soruları C3 yetkinliğine yönelik olarak incelenmiştir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin tamamı öğrencilerin akıl yürütmelerini C3: Miktarlar Arasındaki İlişkilerin Cebirsel Temsillerini Kullanma yetkinliğinde geliştirmesi amacıyla hazırlanmıştır.

MAYÖT'te öğrencilerin miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanma yetkinliğini içeren sorular incelendiğinde öğrencilerin verilen ifadelerin C3a yetkinliğinde bulunan cebirsel gösterimlerini oluşturma ya da varolan temsillere ekleme yapmada zorlandıkları ve bu temsilleri oluşturamadıkları gözlemlenmektedir. Aynı zamanda

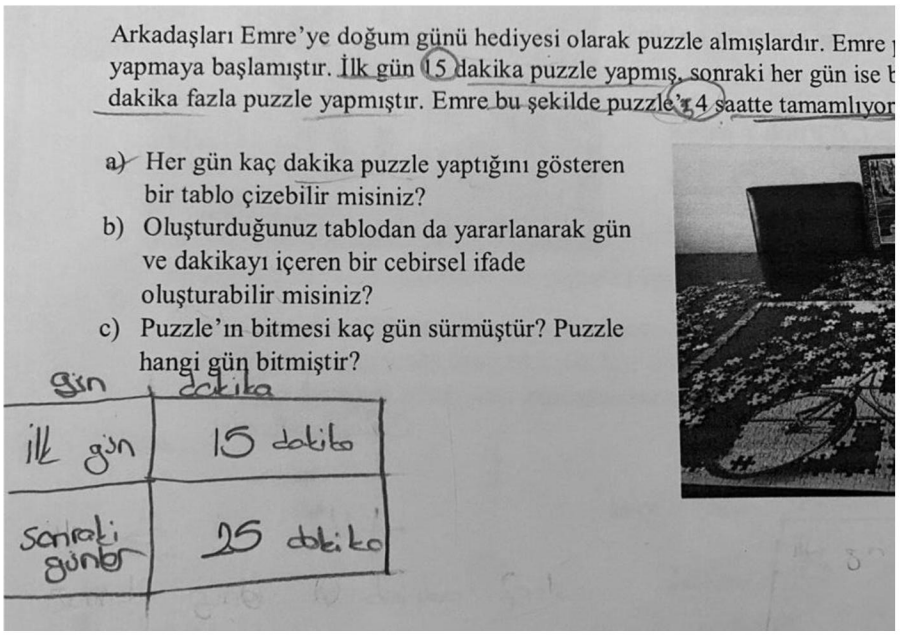
gösterimleri yorumlayabilme ve gösterimler arasında bağlantı kurabile yetkinliği olan C3b yetkinliğini de kolaylıkla oluşturamamaktadırlar. Çizimlerini ve gösterimlerini yaparken bazıları hiç oluşturamamakta bazıları ise oluşturmakta fakat başlangıç kısmında kalıp ilerletememekte ya da yanlış gösterimler oluşturmaktadırlar. Bu durumlara örnek oluşturabilecek öğrenci örnekleri aşağıda gösterilmektedir. Ö1 öğrencisinin yaptığı çözümler Şekil 92'de gösterilmektedir.



Şekil 92. Ö1'in MAYÖT'te soru 1 için yaptığı işlemler.

Öğrenci örneği C3a bağlamında incelendiğinde öğrencinin cebirsel gösterimler oluşturmak yerine dört işlemle verilen ifadeleri buldukları görülmektedir. Öğrenci soruda da ifade edilen "Denklem kurarak soruyu çözünüz." İfadesini gözardı ederek işlemleriyle soruyu çözmeyi tercih etmektedir.

C3 yetkinliğini içeren başka bir MAYÖT örneği olan 3. Soru örneğinde ise Ö9 öğrencisinin yanıtı incelenmektedir. Öğrencinin cebirsel gösterimlerden tabloyu oluşturduğu fakat eksik bıraktığı görülmektedir. Aynı zamanda öğrenci tablodan cebirsel gösterimlere geçiş yapamamıştır. C3 yetkinliğinde bulunan bir gösterimi oluşturmak için başka bir gösterim kullanma ya da birden fazla gösterimi gözlemleyebilmesini sağlayamadığı görülmektedir. Buna yönelik öğrenci çözümü Şekil 93'te gösterilmektedir.



Şekil 93. Ö9'un MAYÖT'te soru 3 için yaptığı işlemler.

Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanmasından sonra MAYST'deki sorular bağlamında öğrencilerde görülen gelişim MAYÖT'le birlikte Tablo 12'de gösterilmektedir.

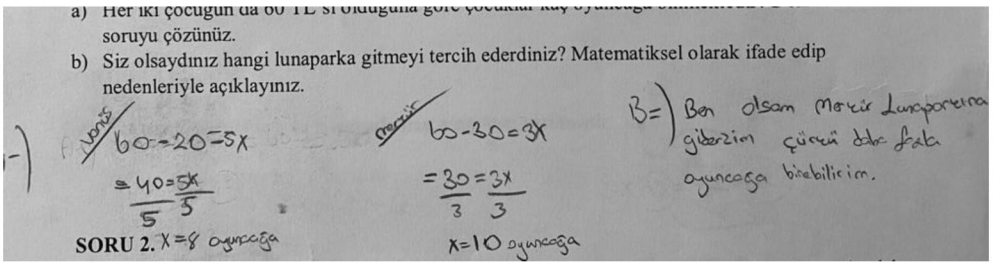
Tablo 12

MAYÖT ve MAYST'de C3: Miktarlar Arasındaki İlişkilerin Cebirsel Temsillerini Kullanma Yetkinliğini Sorularda Sağlayan Öğrenciler

Öğrenciler	***C3a: Cebirsel Gösterimler Oluşturma (1, 2, 3, 5, 6)***		***C3b: Gösterimleri Yorumlama ve Aralarında Bağlantı Kurma (3, 5)***	
	MAYÖT	**MAYST**	**MAYÖT**	**MAYST**
Ö1	3	1, 2, 3, 6		
Ö2	3	1, 2, 3, 6		
Ö3	3	3		

Ö4		3		
Ö5		1, 3		
Ö6		1, 3		
Ö7	3	3, 6		
Ö8	3	1, 2, 3, 6		
Ö9		1, 3, 6		
Ö10	3	1, 2, 3, 6		
Ö11	3	3, 5, 6		5
Ö12				

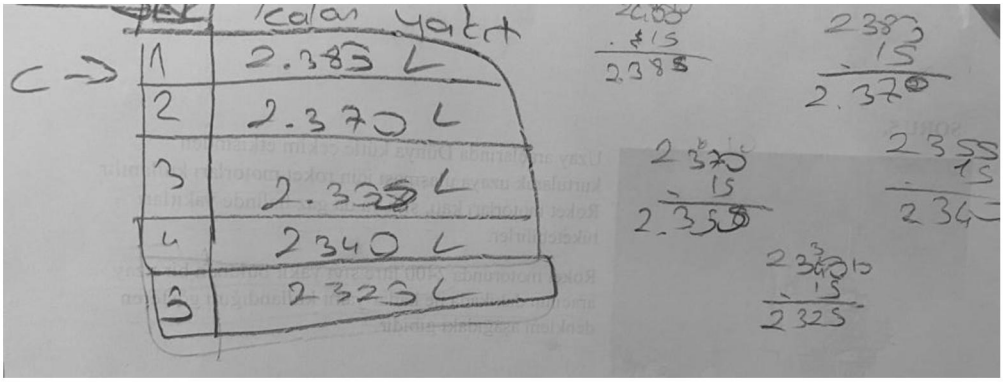
Tablo 12 incelendiğinde, MAYST'de cebirsel gösterimlerin öğrenciler tarafından oluşturulabildiği soru sayısının daha çok olduğu görülmektedir. Cebirsel gösterimler arasında bağlantı kurma konusunda da Ö11 öğrencisindeki farklılık göze çarpmaktadır. Diğer öğrencilerin MAYÖT ve MAYST'lerinde olmayan C3b yetkinliği bu öğrencinin MAYST'sinde açığa çıkmaktadır. Öğrencilerdeki bu değişimin uygulanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerdeki cebirsel gösterimleri oluşturma ve gösterimler arasında bağlantı kurma yetkinliğine ilişkin bulunan soruların çokluğu ve öğrencilere bu kavramların kazandırılması nedeniyle olduğu söylenebilir. Öğrencilerdeki bu gelişimin aynı zamanda adım adım işlemlerle ve soruda belirtilen adımları anlamlandırarak ilerlenen bu yetkinliklerin kazandırılmasının amaçlandığı bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler sayesinde gerçekleştiği söylenebilir. Öğrencilerin kazandığı bu yetkinliklere dair incelemeler yapılmıştır. Bu bulgulara örnek oluşturabilecek öğrenci örnekleri aşağıda gösterilmektedir. Örnek oluşturabilecek Ö1 öğrencisinin yanıtı Şekil 94'te gösterilmektedir.



Şekil 94. Ö1'in MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler.

Ö1 öğrencisinin işlemleri incelendiğinde öğrencinin soru bağlamında verilen işlemleri adım adım yaptığı ve cebirsel gösterimler oluşturabildiği görülmektedir. Öğrenci soruda oluşturduğu cebirsel gösterimlerden denklemlere geçiş yapmış, sorunun çözümünü de doğru bir şekilde bulmaktadır. Burada dikkat çeken nokta MAYÖT'te öğrencinin denklem oluşturmadan dört işlemle açık uçlu soruyu çözerken MAYST'de denklemle soruyu çözmesidir.

Bir diğer dikkat çeken nokta ise Ö11 öğrencisinin C3b yetkinliğinde diğer öğrencilerde görülmeyen gelişimi göstermesidir. Öğrencinin 5. Sorusunun çözümüne yönelik yaptığı işlemler Şekil 95'te gösterilmektedir.



Şekil 95. Ö11'in MAYST'de soru 5 için yaptığı işlemler.

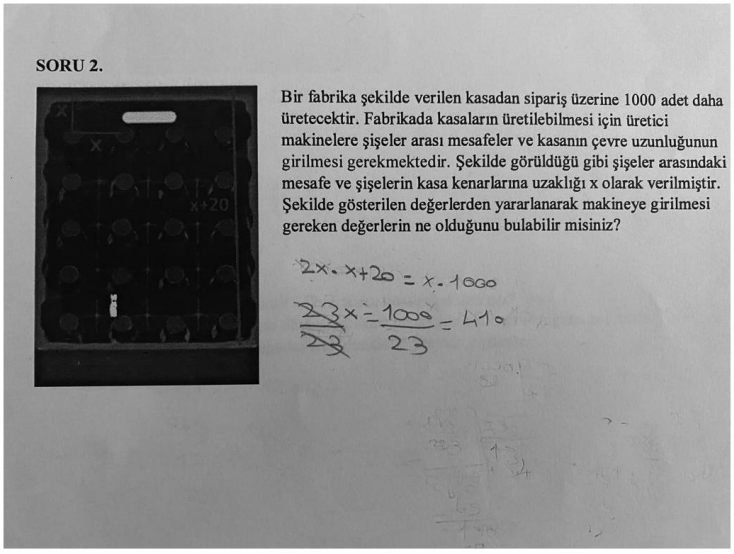
Öğrenci yanıtı incelendiğinde gösterimleri yorumlamada ve bağlantı kurmada sıkıntı yaşamadığı görülmektedir. Öğrenci soru bağlamında ifade edilen gösterimleri oluşturabilmiş ve soruda verilen denklem ifadesinden tabloya geçiş yapabilmektedir. Öğrencinin bunu sağlayabilmesi için önce denklem ifadelerini anlayabilmesi ve geçiş yapabilmesi sonrasında da gerekli doğru işlemleri uygulaması ve tabloya geçiş yapması gerekmektedir. Öğrenci bunları sağlayıp soruda istenen verileri şekilde görüldüğü gibi ifade etmektedir.

4.4.4. C4 (C4a, C4b) Yetkinliğine İlişkin Gelişmeler

Öğrencilerin C4 yetkinliğine ilişkin gelişimlerini görebilmek adına bu yetkinliği içeren MAYÖT ve MAYST'deki soruların cevapları incelenmiştir. MAYÖT ve MAYST'de bulunan 1, 2, 3, 4, 5 ve 6. sorular C4a yetkinliğine yönelik, 4. Soru ise C4b yetkinliğine yönelik

tasarlanmış sorulardır. Bu bağlamda öğrencilerin soruları C4 yetkinliğine yönelik olarak incelenmiştir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin tamamı öğrencilerin akıl yürütmelerini C4: Hesaplamaları ve İşlemleri Uygulama ve Sonuçların Doğruluğunu Kontrol Etme yetkinliğinde geliştirmesi amacıyla hazırlanmıştır.

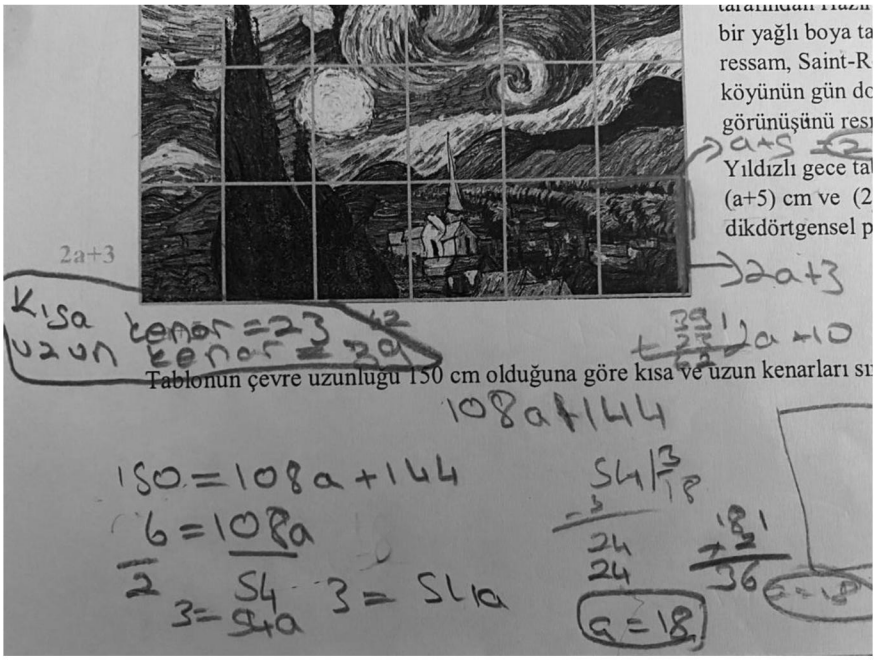
Öğrencilerin çoğunun MAYÖT'te cebirsel işlemlerin ve hesapların hassasiyetle yapılması ve sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesi yetkinliklerini içeren sorularda bu yetkinlikleri sağlayamadıkları gözlemlenmektedir. Öğrenciler cebirsel işlemleri çözerken belli adımlarda takılmışlar ve çözüm sürecini devam ettirmekte zorlanmaktadırlar. İşlemleri düzenli ve akıcı bir şekilde çözemeyen öğrenciler, çözümün doğruluğunu kontrol etme aşamasına da geçiş yapmakta sıkıntı yaşamaktadırlar. Bu duruma örnek oluşturabilecek öğrenci cevapları aşağıda incelenecektir. Örnek oluşturabilecek ilk öğrenci yanıtı Ö3 öğrencisinin 2. Soruda Şekil 96'da gösterilen yanıtıdır.



Şekil 96. Ö3'ün MAYÖT'te soru 2 için yaptığı işlemler.

Ö3'ün yanıtı incelendiğinde öncelikle verilen ifadeleri düzgün yerleştiremediği ve C3 yetkinliğini sağlayamadığı için denklemi yanlış oluşturduğu görülmektedir. Bu bağlamda öğrenci denklemi düzgün çözse bile öncelikle yanlış denklem kurmaktadır. Bu durum göz önünde bulundurulmadığında ise öğrencinin yanıtı incelendiğinde oluşturduğu denklemin de cebirsel işlemlerini yanlış yaptığı görülmektedir. İşlemler incelendiğinde öğrencinin bilinen ve bilinmeyen ifadelerin ayrımını yapmadığı, denklem çözümünü işleme dökerken sorun yaşadığı görülmektedir. Öğrenci 2x.x+20=x.1000 işlemini çözerken gördüğü x değerlerini birleştirerek 23x=1000 diyerek bilinmeyen değerleri bir yerde topladığını düşünerek işlem yapmaya çalışmaktadır.

C4a yetkinliğinin ölçüldüğü başka bir soruya ilişkin Ö2 öğrencisinin yanıtı Şekil 97'de gösterilmektedir.



Şekil 97. Ö2'nin MAYÖT'te soru 6 için yaptığı işlemler.

Öğrenci yanıtı incelendiğinde öğrencinin soru kalıbında verilen denklemi yine yanlış oluşturulduğu görülmektedir. Öğrenci yanlış oluşturduğu denklemi çözerken de yanlışlıklar yapmaktadır. 150=108.a+144 denklemini kurmuş 6=108.a ifadesine geçiş yapmakta fakat a değerini yalnız bırakırken 3/54 demesi gerekirken 54/3 diyerek a=18 ifadesini bulmaktadır. Öğrencinin kurduğu denklemde de yapması gereken işlemlerin doğru çözümünde de sorun yaşadığı görülmektedir.

Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanmasından sonra MAYST'deki sorular bağlamında öğrencilerin C4 yetkinliğinde görülen gelişim MAYÖT'le birlikte Tablo 13'te gösterilmektedir.

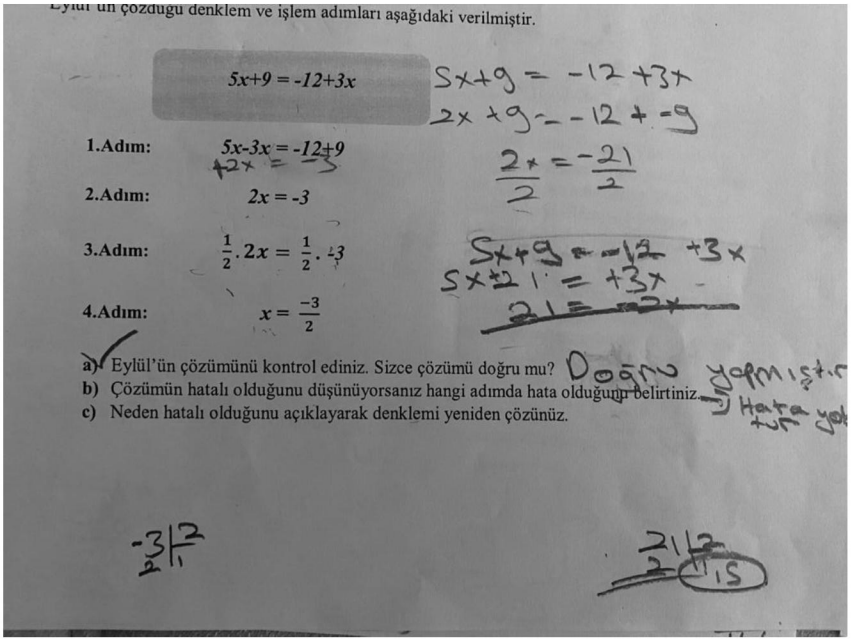
Tablo 13

MAYÖT ve MAYST'de C4: Hesaplamaları ve İşlemleri Uygulama ve Sonuçların Doğruluğunu Kontrol Etme Yetkinliğini Sorularda Sağlayan Öğrenciler

Öğrenciler	*C4a: Cebirsel İşlemlerin ve Hesapların Hassasiyetle Yapılması (1, 2, 3, 4, 5, 6)*		*C4b: Sonuçların Doğruluğunun Kontrol Edilmesi (4)*	
	MAYÖT	**MAYST**	**MAYÖT**	**MAYST**
Ö1	1	1, 2, 4, 6		4
Ö2	4	1, 3, 4		4
Ö3				
Ö4				
Ö5				
Ö6		1		
Ö7		4		4
Ö8	1	3, 4		4
Ö9		3		
Ö10		1, 3		
Ö11		4, 5		4
Ö12				

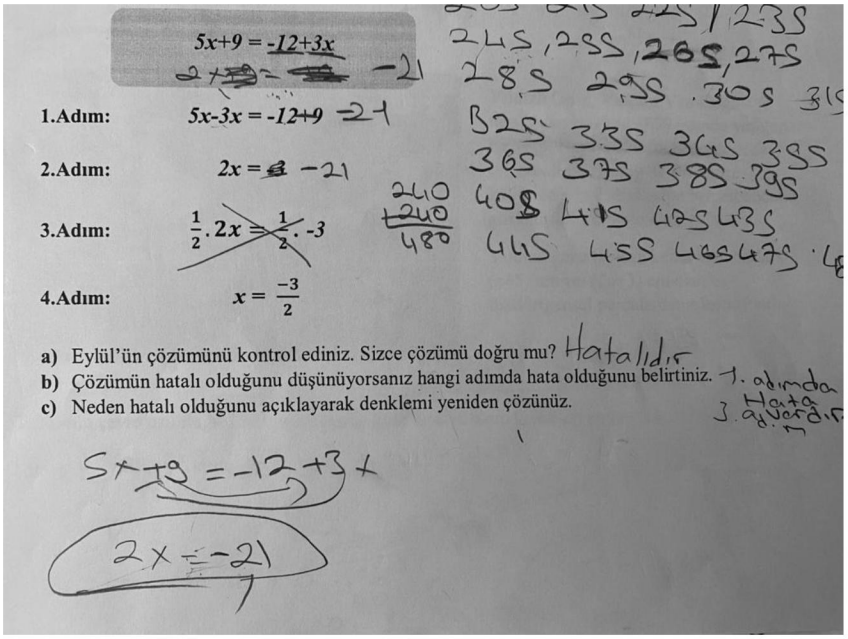
Tablo 13 incelendiğinde, öğrencilerin C4a yetkinliğine ilişkin MAYÖT'lerinde eksiklik olduğu ve Ö1 ve Ö8'in 1. Soruda, Ö2'nin ise 4. Soruda bu yetkinliği sağlayabildiği görülmektedir. Bu öğrencilerin C4a yetkinliğine dair MAYST'leri incelendiğinde ise 4 öğrencinin hiç gelişim gösteremediği, diğer öğrencilerin ise bazı sorularda C4a yetkinliğini yapabildiği görülmektedir. Öğrencilerdeki bu değişime bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler uygulanırken adım adım işlemlerle çözümleri uygulama yönünde etkinliklerin olmasının etkisi olduğu söylenebilir. Fakat yine de öğrenciler tüm sorularda C4a yetkinliğini sağlayamamaktadırlar. C4b yetkinliği incelendiğinde ise bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler sonrasında uygulanan MAYST'lerinde 4 öğrencinin gelişim gösterdiği görülmektedir. Gelişim gösteren öğrencilerin cevapları ve farklılık gözlemlenen durumlar aşağıda incelenecektir.

Bulgulara yönelik olarak öğrenci yanıtları incelendiğinde C4a yetkinliğinde verilen 4. Soruda ön ve son testi arasında fark olmayan, C4b yetkinliğinde ise fark gözlemlenen Ö2 öğrencisinin MAYÖT ve MAYST'lerindeki yanıtı Şekil 98 ve Şekil 99'daki gibidir.



Şekil 98. Ö2'nin MAYÖT'te soru 4 için yaptığı işlemler.

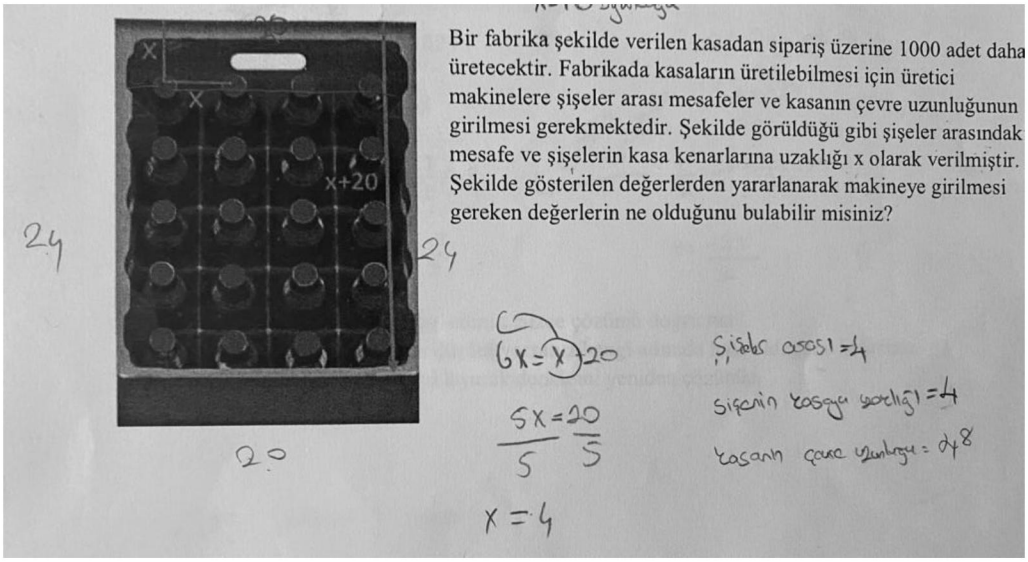
Öğrencinin yanıtı incelendiğinde C4a yetkinliğinde belirtilen verilen cebirsel işlemleri hassasiyetle yapma konusunda sorun yaşamadığı ve MAYÖT'te işlemleri akıcı bir şekilde yaptığı görülmektedir. Fakat öğrenci C4b yetkinliğinde sonuçların doğruluğunu kontrol ederken verilen işlemlerdeki hatayı düzeltip çözmesine rağmen bunu belirtip düşünmemekte ve işlemin doğru yapıldığını ve hata olmadığını söylemektedir. Bu bağlamda C4b yetkinliğini sağlayamadığı görülmektedir.



Şekil 99. Ö2'nin MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö2'nin MAYST'deki 4. Soruya ilişkin yanıtı incelendiğinde yine MAYÖT'teki gibi işlemleri hassasiyetle yapıp aynı sonuca ulaştığı görülmektedir. Öğrenci C4a yetkinliğini burada da aynı şekilde sağlayarak işlemleri hassasiyetle yapmaktadır. Buna ek olarak öğrenci bu kez MAYÖT'ten farklı olarak işlemin doğruluğunun kontrol edilmesi ve sonuçları anlama, yorumlama yetkinliği olan C4b yetkinliğini sağlayabildiği görülmektedir. Öğrenci kendi doğru işleminden yola çıkarak soruda verilen yanlış işlemi kontrol etmekte ve hatalıdır şeklinde ifade etmektedir. Aynı zamanda hatanın olduğu adımın 3. Adım olduğunu da belirtebilmektedir. MAYÖT ve MAYST'deki bu farklılığın, bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler sürecinde etkinlikte verilen işlemlerin doğruluğunun kontrol edilmesi, anlaşılmayan noktaların tekrar edilerek etkinliklerde pekiştirilmesi ve öğrencinin etkinliklerde kendi düşünme süreçlerine odaklanmalarından kaynaklı olduğu söylenebilir.

Değişimin görüldüğü bir başka öğrenci de en fazla soruda gelişim gösteren Ö1 öğrencisidir. Ö1 öğrencisinin 2. Soruya MAYST'de yaptığı işlemler Şekil 100'deki gibidir.



Şekil 100. Ö1'in MAYST'de soru 2 için yaptığı işlemler.

Öğrenci yanıtı incelendiğinde cebirsel işlemleri akıcı bir şekilde yaptığı ve soruda istenen kasanın kısa ve uzun kenar uzunluklarından yola çıkarak kasının çevresini bulduğu görülmektedir. Öğrenci MAYÖT'te soruyu tamamen boş bırakırken MAYST'de işlemleri doğru bir şekilde uygulayarak sonuca ulaşmaktadır.

4.4.5. C5 Yetkinliğine İlişkin Gelişmeler

Öğrencilerin C5 yetkinliğine ilişkin gelişimlerini görebilmek adına bu yetkinliği içeren MAYÖT ve MAYST'deki soruların cevapları incelenmiştir. MAYÖT ve MAYST'de bulunan 1 ve 4. sorular C5 yetkinliğine yönelik tasarlanmış sorulardır. Bu bağlamda öğrencilerin soruları C5 yetkinliğine yönelik olarak incelenmiştir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin tamamı öğrencilerin akıl yürütmelerini C5: İkna Edici Açıklamalar Yapılması yetkinliğinde geliştirmesi amacıyla hazırlanmıştır. Öğrencilere bilişsel olarak zorlayıcı etkinlik sürecinde hangi stratejiyi neden seçtikleri, kendi çözüm yollarını ve düşüncelerini açıklayabilmeleri adına sorular sorulmuş ve gelişim göstermeleri sağlanmaya çalışılmıştır.

Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanmasından sonra MAYST'deki sorular bağlamında öğrencilerde görülen gelişim MAYÖT'le birlikte Tablo 14'te gösterilmektedir.

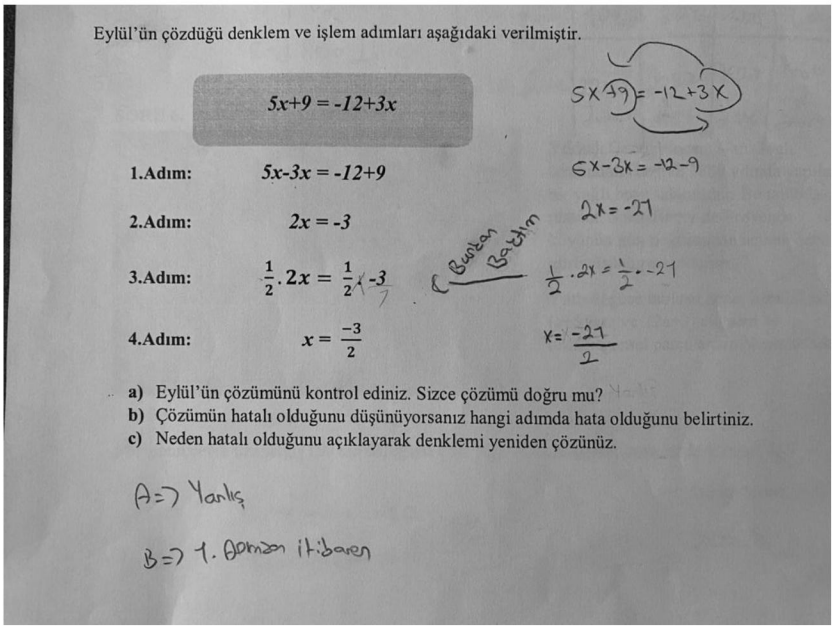
Tablo 14

MAYÖT ve MAYST'de C5: İkna Edici Açıklamalar Yapılması Yetkinliğini Sorularda Sağlayan Öğrenciler

Öğrenciler	***C5: İkna Edici Açıklamalar Yapılması (1, 4)***	
	MAYÖT	**MAYST**
Ö1		1, 4
Ö2	4	1, 4
Ö3		
Ö4		
Ö5		
Ö6		1
Ö7		
Ö8		4
Ö9		
Ö10		1
Ö11		4
Ö12		

Tablo 14 incelendiğinde öğrencilerin MAYÖT'lerinde C5 yetkinliğini sağlayan 1 öğrenci (Ö2) olduğu görülmektedir. Bu öğrenci de C5 yetkinliğini yalnızca 4. Soruda sağlayabilmiştir. MAYST'leri gözlemlendiğinde ise sadece Ö1 ve Ö2 öğrencilerinin C5 yetkinliğini ölçen 2 soruda da istenen şekilde kendi cebirsel akıl yürütmesini açığa vuracak açıklamalar yapabildiği görülmektedir. Ayrıca diğer öğrencilerden de 4'ü birer soruya dair C5 yetkinliğini kazanmaktadırlar. Bu bulgulara ilişkin öğrencilerin verdikleri yanıtlar aşağıda gösterilmektedir.

Tabloya bakıldığında MAYÖT'te C5 yetkinliğini göstermezken MAYST'de C5 yetkinliğini gösteren bu konuda göze çarpan öğrenci olan Ö1 öğrencisinin 4. Soruya ilişkin MAYST'si Şekil 101'de gösterilmektedir.


Eylül'ün çözdüğü denklem ve işlem adımları aşağıdaki verilmiştir.

$5x+9 = -12+3x$

1.Adım: $5x-3x = -12+9$

2.Adım: $2x = -3$

3.Adım: $\frac{1}{2}\cdot 2x = \frac{1}{2}\cdot -3$

4.Adım: $x = \frac{-3}{2}$

a) Eylül'ün çözümünü kontrol ediniz. Sizce çözümü doğru mu?
b) Çözümün hatalı olduğunu düşünüyorsanız hangi adımda hata olduğunu belirtiniz.
c) Neden hatalı olduğunu açıklayarak denklemi yeniden çözünüz.

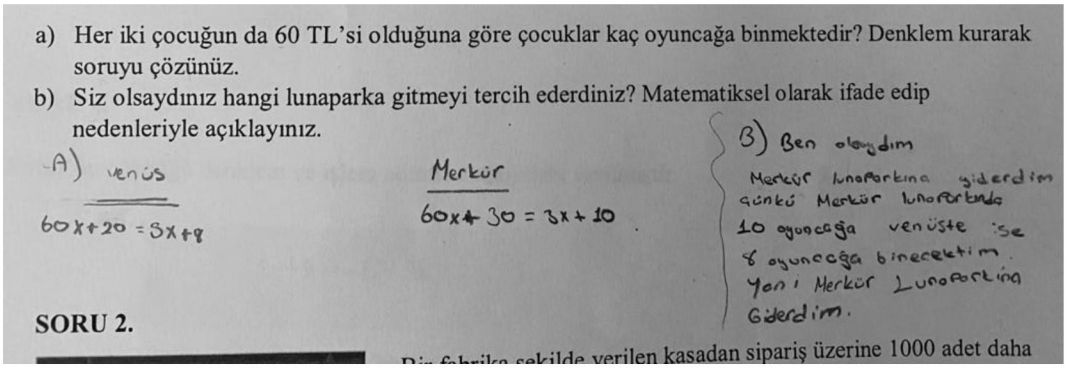
A=) Yanlış

B=) 1. Adımdan itibaren

Şekil 101. Ö1'in MAYST'de soru 4 için yaptığı işlemler.

Ö1 öğrencisi MAYÖT'te işlem yapamamışken MAYST'de yanlış verilmiş işlem adımlarından oluşan soruda hangi adımın doğru hangi adımın yanlış olduğunu tahlil edebilmekte ve çözümlerini gösterebilmektedir. C5 yetkinliği diğer tüm yetkinlikleri de içeren bir yetkinlik olduğundan öğrencinin diğer sorularda ve bu soruda verdiği cevaplar incelendiğinde kendini açıklayabilir ifadeler kullandığı, ilerlediği yolları açıklayabildiği söylenebilir.

C5 yetkinliğini ölçen bir başka soru olan 1. Soruda öğrencilerden yine ne düşündüklerini ayrıntılı olarak açıklamaları istenmekte, öğrenciler hangi lunaparkı neden seçtiklerini işlemlerden yoruma geçerek anlatmaktadırlar. C5 yetkinliğine ilişkin yorum yapabilen Ö6 öğrencisinin soruya dair yanıtı Şekil 102'de gösterilmektedir.



Şekil 102. Ö6'nın MAYST'de soru 1 için yaptığı işlemler.

Öğrencinin yanıtı incelendiğinde iki lunaparkı karşılaştırıp hangisinde daha çok oyuncağa binecekse onu seçtiği görülmektedir. C5 yetkinliğine dair ikna edici açıklamalar yapma ve soruyu yorumlama kısmını yapabilen öğrencinin diğer işlemleri incelendiğinde denklem kurmada sorun yaşadığı görülmektedir. C5 diğer yetkinliklerle bir bütün olarak değerlendirilmekte ve öğrencinin bir yandan ikna edici açıklamalar yapabilirken diğer yandan işlemler konusunda sıkıntı yaşadığı görülmektedir. Bunun nedeni olarak bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanma aşamasında derinlemesine düşünen öğrencilerin açıklama yaparken kendilerini daha iyi ifade edebilme özelliğini kazandırdığı ve kendi cebirsel akıl yürütmelerini açığa vurabilmelerini sağladığı söylenebilir. Diğer öğrencilerin de bu soruya dair süreçleri incelendiğinde benzer olarak kendilerini ifade etmekte zorluk çekmedikleri, belirtilen kavramlardan yola çıkarak düşüncelerini net bir şekilde ifade ettikleri gözlemlenmektedir.

BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Tartışma ve Sonuç

Bu tezde yedinci sınıf öğrencilerinin bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla cebir öğrenme alanı kapsamında matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi incelenmiştir. Bu bölümde araştırma sonucunda elde edilen bulgulardan yola çıkılarak bulunan eğitimsel çıkarımlar ve verilerin analizinde gözlemlenen noktalar tartışılacaktır.

Araştırmada öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleri açık uçlu sorularla "Eşitlik ve Denklem" konusuna yönelik olarak incelenmiştir. Çalışmaya katılan 12 öğrencinin açık uçlu matematiksel akıl yürütme ön ve son testine ilişkin bulguları incelendiğinde bilişsel olarak zorlayıcı etkinlik süreci sonrasında öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinde genel olarak gelişim gözlemlenmiştir. Araştırmanın verilerinde gözlemlenen bu gelişim SAR çerçevesinde bulunan akıl yürütme yetkinlikleri bağlamında incelenmiştir.

Öğrencilerin açık uçlu matematiksel akıl yürütme ön ve son testlerine verdikleri yanıtlar metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama (C1) yetkinliği bağlamında incelendiğinde, MAYST'de MAYÖT'e göre daha fazla soruda bu yetkinliği sağladıkları görülmüştür (Bkz Tablo 10). MAYST'de 12 öğrenciden 7'si C1 yetkinliğini tam olarak sağlamıştır. Ayrıca öğrencilerin MAYÖT ve MAYST'deki aynı sorulara ilişkin cevapları incelendiğinde MAYÖT'te sorunun bağlamında ifade edilen senaryoyu anlamakta güçlük çektikleri gözlemlenmiştir. Aynı durum MAYST'de incelendiğinde öğrencilerin verilen senaryonun bağlamını anlamlandırdığı, soru metninde ifade edilen gömülü matematiği kavradıkları görülmüştür. Bu yönlerden incelendiğinde öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplarda problemi yorumlama aşamasında gelişim gösterdikleri gözlemlenmiştir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sürecinde öğrencilerle iletişim kurarken araştırmacının sürekli etkinliğin bağlamını hatırlatıcı ifadeler kullanması, öğrencilerin de etkinlikte ifade edilen içeriği kavramaları öğrencilerin bağlamı anlamadaki gelişiminin bir nedeni olarak gösterilebilir. Bu bulguya benzer olarak araştırmacılar bilişsel olarak zorlayıcı görevleri başarıyla çözmenin temel gerekliliğinin verilen problemin dilini ve içeriğini anlamak olduğunu söylemişlerdir (MacGregor ve Price, 1999; NGA Center ve CCSSO, 2010; Schoenfeld, 2014; Walkington ve diğerleri, 2012). Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler uygulanırken odaklanılan bu nokta öğrencilerin MAYST'lerinde de sorunun bağlamına daha çok dikkat etmelerini sağladığı ve bu yüzden metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama

(C1) yetkinliğinde gelişim gösterdikleri söylenebilir. Öğrencilerin C1 yetkinliğine ve diğer yetkinliklere ilişkin gelişimleri incelendiğinde en çok C1 yetkinliğinde ilerleme kaydettikleri görülmüştür. Bunun sebebi bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sürecinde metni okuma ve yorumlama konusunda tüm aşamalarda maddelerin bu yetkinliği içermesinden kaynaklı olabilir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sürecinde sorunun bağlamında bulunan ifadeleri anlamadan diğer süreçlere geçişte zorlanılacağı ve akıl yürütmenin gelişimine ilişkin öncü yetkinlik olmasından ötürü bu yetkinliğe ayrı önem verilmesi diğer yetkinliklere göre daha çok gelişim göstermesine neden olmuştur.

Öğrencilerin açık uçlu matematiksel akıl yürütme ön ve son testlerine verdikleri yanıtlar göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme (C2) yetkinliği bağlamında incelendiğinde, Ö6 ve Ö12 öğrencilerinin MAYÖT'te C2 yetkinliğini içeren soruların hiçbirinde bu yetkinliği sağlamadıkları fakat bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler uygulandıktan sonra bu öğrencilerin bazı sorularda C2 yetkinliğini MAYST'lerinde sağladıkları görülmüştür. Diğer öğrencilerin ön ve son testlerine ilişkin cevapları incelendiğinde de öğrencilerin MAYST'lerinde MAYÖT'lerine göre gelişim gözlemlenmiştir (Bkz Tablo 11). Fakat tüm sorularda C2 yetkinliğini sağlayan yalnızca 1 öğrenci bulunmaktadır. Öğrencilerin MAYÖT'teki yanıtları incelendiğinde genel olarak ilgili miktarları belirleme adımından ziyade temsil oluşturmaya yöneldikleri görülmüştür. Bu da öğrencilerin C2 yetkinliğine ilişkin akıl yürütmelerinde sıkıntı olduğunu ortaya çıkarmıştır. Benzer bir bulgu olarak Walkington ve arkadaşları (2012) da, öğrencilerin problem metninde verilen nicelikleri ve aralarındaki ilişkileri anlamadan önce temsil biçimlerine odaklanıp onları oluşturduklarında büyük ölçüde başarısız olduklarını bulmuşlardır. İlgili miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme yetkinliği (C2), bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sürecinde araştırmacı tarafından vurgulanan bir nokta olmuştur. Öğrencilerin temsil biçimlerine odaklanmadan önce metnin bağlamını anlama adımını geçip sonrasında ilgili miktarları belirlemeleri için düşünme süreçlerinin desteklendiği öğrenme ortamları oluşturulmuş ve sonrasında öğrencilerin MAYST'lerinde ilgili miktarları belirleme bağlamında gelişim gözlemlenmiştir. Tarr ve meslektaşları (2008), öğretmenlerin çoklu çözümleri teşvik ettiği, matematiksel bağlantılar kurduğu ve akıl yürütmeyi açıkladıkları öğrenme ortamlarının öğrencilerin daha yüksek düzey performansıyla sonuçlandığını söylemişlerdir. Öğrencilere uygulanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinlik sürecinde C2 yetkinliği bağlamında kullanılan ilgili miktarların belirlenmesi sırasında öğretmenle iletişim kurarak yaptıkları akıl yürütmeleri öğrencilerin MAYST'lerinde belirgin bir değişikliğe yol açmıştır. Buna karşın öğrencilerin tamamında aynı gelişim

görülmemektedir. Bazı öğrenciler bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler sonrasında tüm sorularda C2 yetkinliğini sağlayabilirken, bazıları ise yalnızca birkaç soruda gelişim gösterebilmişlerdir.

Öğrencilerin açık uçlu matematiksel akıl yürütme ön ve son testlerine verdikleri yanıtlar miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temsillerini kullanma (C3) bağlamında incelendiğinde, öğrencilerin MAYST'de MAYÖT'e göre daha fazla soruda cebirsel temsilleri kullanabildikleri görülmektedir (Bkz Tablo 12). Bir durumu uygun bir temsil gösterimiyle modelleme yeteneği, bilişsel olarak zorlu görevlerin çözülebilmesi için öğrencinin bilgisinin önemli bir yönü olarak karşımıza çıkmaktadır (Greeno ve Hall, 1997; Kaput, 1999). Öğrencilerden biri hariç diğerlerinin bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanmasından sonra cebirsel gösterimler oluşturma (C3a) konusunda gelişim gösterdiği görülmektedir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sürecinde ilgili miktarların belirlenmesi (C2a)'nden sonra cebirsel gösterimler oluşturma (C3a) adımlarına geçiş öğrencilerle aktif olarak gerçekleşen bir süreçtir. Bunun yanında MAYST'de öğrencilerin 5. Sorudaki cebirsel gösterimler oluşturma (C3a) ve gösterim yorumlama ve aralarında bağlantı kurma (C3b) yetkinliğini bir öğrenci hariç diğerlerinin sağlayamadığı görülmektedir. Bu açık uçlu problem bağlamı incelendiğinde öğrencilerin bu soruda istenen tablo, şema ya da grafikleri oluşturamadığı görülmektedir. Öğrencilerin soru bağlamında gösterilen bu yetkinliği yapamaması bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerde tablo, şema ya da grafik oluşturmaya yönelik yeterince çalışma yapılmamasından kaynaklı olabilir. Öğrenciler grafik ve şema kavramını gördüklerinde yabancı bir ifadeyle karşı karşıya kaldıklarını düşünmüşlerdir. Araştırmacılara göre farklı değişkenler arasındaki miktarları ilişkilendirme ve ifade edebilme, cebirde fonksiyon temelli bir yaklaşım durumunun temel özelliğidir (Chazan, 2000; Leinhardt, Zaslavsky ve Stein, 1990; Yerushalmy, 1997). Bu bağlamda öğrencilerle uygulanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerdeki cebirsel gösterimler oluşturma (C3a) ve gösterimleri yorumlayıp bağlantı kurma (C3b) yetkinliğine ilişkin yönergelerin az olduğu görülmüştür. Buna karşın bu yönergelerin az olmasına rağmen 4 öğrencinin 5. soru hariç MAYST'de tüm sorularda cebirsel gösterimler oluşturma (C3a) yetkinliğini tam olarak sağladığı görülmektedir (Bkz Tablo 12). Bu durum diğer sorulardan farklı olarak 5. soruda ifade edilen soru bağlamında anlaşılır olmayan, soruya özgü ifadelerin varlığından kaynaklı olabilir. Bunun dışında göze çarpan bir durum da öğrencilerden yalnızca Ö11'in cebirsel gösterimler oluşturma ve aralarında bağlantı kurma (C3b) yetkinliğini 5. Soruda gerçekleştirmesidir. Öğrencinin bilişsel olarak zorlayıcı etkinliler sırasında katılımı ve aktif bir şekilde çabası öğrencinin kendi bireysel akıl yürütmesini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Lepak vd. (2018)'ne göre de bireysel olarak öğrenciler problemi anlama ve araştırma için sunumlar

kullanmaktadır. Bu öğrencinin kendi sunumlarını oluşturmada başarılı olduğu söylenebilir. Matematik eğitimi literatürü de, gösterimlerin önemli bir anlama aracı olması ve farklı gösterimler arasında ilişki kurmanın önemini vurgulamıştır (Duval, 2006). Bu bağlamda oluşturulan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin oluşturulurken C3a ve C3b yetkinliğine ilişkin maddeler içermesi ve öğrencilerin akıl yürütmelerini geliştirmesi önemli bir yönü olarak karşımıza çıkmıştır. Buna yönelik olarak zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisini araştıran Erdem (2015) de, açık uçlu bilişsel olarak zorlayıcı problemlerin matematiksel akıl yürütmeyi geliştirdiğini söylemiştir.

Öğrencilerin açık uçlu matematiksel akıl yürütme ön ve son testlerine verdikleri yanıtlar hesaplamaları ve işlemleri uygulama ve sonuçların doğruluğunu kontrol etme (C4) bağlamında incelendiğinde, öğrencilerin cebirsel işlemleri ve hesapları hassasiyetle yapmasının (C4a) tüm sorularda istenen bir yetkinlik olduğu görülmüştür (Bkz Tablo 13). Öğrencilerden yalnızca Ö2, MAYÖT'te 4. Soruda C4a yetkinliğini sağlarken bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sonrası öğrencilerin MAYST'leri incelendiğinde 7 öğrencinin de bu yetkinliğe ilişkin bazı sorularda gelişim gösterdiği görülmektedir. Bu yetkinliğe ilişkin Tablo 13 incelendiğinde özellikle göze çarpan Ö1 öğrencisinin bu yetkinliğe ilişkin MAYST'de 6 sorudan 4'ünü yaptığı görülmektedir. Schoenfeld (2014), öğrencilerin bir denklem çözümlerini yaparken problemin bağlamını kontrol etmelerinin denklemi uygun bir şekilde yapmanın gerekliliği olduğunu söylemektedir. Öğrencilerin C4a bağlamında gösterdiği gelişime bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin doğasında bulunan öğrencilerin kendi gelişimlerini izlemesi ve arkadaşlarıyla da iletişim halinde olarak süreci ilerletmesinin neden olduğu söylenebilir. Buna paralel olarak Vygotsky (1978) de öğrencilerin akıl yürütme sürecinin yaşıtlarıyla kurduğu yaşantılar ve sosyal etkileşimde bulundukları ortamlarda geliştiğini söylemektedir. Kaya ve Keşan (2017) da öğrencilerin cebirsel düşünme ve akıl yürütmelerinin sadece matematik dersinde değil günlük hayatta da karşımıza çıkan bir yapı olduğunu ifade etmekte ve öğrencilerin çoğunun cebirsel akıl yürütmede ve cebiri günlük yaşamla ilişkilendirmede sorun yaşadıklarını vurgulamaktadır. Öğrencilerin cebirsel akıl yürütmelerinde gelişime ilişkin bilişsel olarak zorlu öğrenme ortamlarında akıl yürütme becerilerinin gelişimindeki bulgulardan yola çıkılarak öğrencilerin sorulara ilişkin verdikleri yanıtlarda cebirsel akıl yürütmelerinin geliştiği gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin açık uçlu matematiksel akıl yürütme ön ve son testlerine verdikleri yanıtlar ikna edici açıklamalar yapma (C5) bağlamında incelendiğinde, öğrencilerin ikna edici açıklamalar yapma (C5) yetkinliğinin 1 ve 4. Sorularda istenen bir yetkinlik olduğu

görülmektedir (Bkz Tablo 14). MAYÖT'te öğrencilerden yalnızca Ö2 öğrencisi 4. Soru örneğinde C5 yetkinliğini sağlayabilmiş, diğer öğrenciler sağlayamamışlardır. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanması sonrasında öğrencilerin MAYST'leri incelendiğinde ise öğrencilerden Ö1 ve Ö2'nin C5 yetkinliğinin incelendiği 2 soruda da kendi cebirsel akıl yürütmelerini açığa vuracak şekilde açıklamalar yapabildikleri görülmüştür. Öğrenciler bu bağlamda soruda kullandıkları stratejileri uygularken ilerledikleri yolu açıklayabilmiş ve strateji seçimlerinin nedenlerinden bahsedebilmişlerdir. Bazı araştırmacılar da cebirsel açıklama ve gerekçelendirmenin bir iddianın doğru olabilmesi için öğrencilerin cebirsel gerekçelerini açıklayabildiklerini ifade etmelerini içerdiğini söylemektedir (Martinez, Brizuela ve Castro, 2011; Yackel, 2001). Diğer öğrencilerin C5 yetkinliğine ilişkin yanıtları incelendiğinde bu öğrencilerin MAYÖT'lerinde ikna edici açıklamalar yaptığı gözlemlenemezken MAYST'lerinde 4 öğrencinin birer soruda bu yetkinliği sağlayabildiği görülmüştür. C5 yetkinliği diğer tüm yetkinlikleri de içeren bir yetkinlik olması ve öğrencilerin düşüncülerini net ve eksiksiz bir şekilde ifade etme yeteneklerini göstermesi yönüyle açığa çıkarılması önemli bir yetkinlik olarak görülmektedir. Öğrencilerin MAYÖT'lerinde görülmezken MAYST'lerinde gözlemlenen C5 yetkinliğinin gelişiminin öğrencilere uygulanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler sırasında öğrencilerin cebirsel akıl yürütmelerini açığa çıkarıcı sorular sorulması, öğrencilerle tartışması ortamı yaratılarak düşünme süreçlerini gözlemlemelerinin sağlanması olarak görülmektedir. Öğrencilere bilişsel olarak zorlayıcı etkinlik sürecinde arkadaşlarıyla etkileşim içinde oldukları bir ortamda yanlışları olduğu noktalarda doğrularını düzeltmek yerine öğrencilerin kendi düşünme süreçlerini izlemeleri sağlanıp kendi cevaplarına kendilerinin ulaşmalarının sağlanmasının da matematiksel akıl yürütmelerine katkı sağladığı söylenebilir. Bu bağlamda NCTM (1989, 2000) de öğrencilerin yaptıkları hataları belirlemenin matematiksel akıl yürütmeyi geliştirmedeki öneminden bahsetmektedir. Ayrıca Umay ve Kaf (2005), öğrencilerin değişik problemlerle çok karşılaşmadıklarını bu yüzden de akıl yürütme becerilerini geliştirmek ya da çeşitlendirmek konusunda oldukça yetersiz kaldıklarını ifade etmektedir. Yapılan araştırmada öğrencilerin akıl yürütme becerilerinin gelişimi adına farklı konuları da içeren etkinlik çeşitleriyle gelişimin sağlandığı görülmüştür.

5.2. Öneriler

Bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla öğrencilerin akıl yürütmelerinin geliştirilmesiyle ilgili olan bu çalışma sonucunda bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin uygulanmasının öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini anlamlı düzeyde geliştirdiği, öğrencilerin düşünme süreçlerini olumlu etkilediği, etkili öğrenmeler sağladığı görülmektedir. Bu başlık altında öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi adına uygulanabilecek farklı çalışma yöntemleri ve uygulanan bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin de daha iyi uygulanabilmesi adına araştırmanın sonuçlarından yola çıkılarak aşağıdaki önerilere yer verilmiştir.

Bu çalışma doğrultusunda matematik öğretim programında yer alan farklı öğrenme alanlarında da çalışmalar yapılabilir. Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin gelişimine ilişkin farklı öğrenme alanlarında yapılacak çalışmalardan örneğin doğrusal denklemlere ilişkin olabileceği yapılan araştırmada gözlemlenmiştir. Doğrusal denklemlere ilişkin öğrencilerin tablolardan grafiğe geçiş süreci ve bunun ayrıntılı anlatılması öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi adına gözlemlenebilecek bir konu olabilir.

Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin matematiksel akıl yürütmenin gelişimine etkisinin ve bu etkinliklerin uygulama süreçlerinin incelenmesi farklı sınıf düzeylerinde de incelenerek öğrencilerin gelişimleri gözlemlenebilir.

Öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesine ilişkin bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler uygulandıktan sonra öğrencilerin matematiksel akıl yürütmeleri klinik mülakatlar yoluyla derinleştirilip daha detaylı öğrenci cevaplarına ulaşılabilir.

Bu araştırma bir sınıftaki 12 öğrenci ile sınırlıdır, uygulama daha çok öğrencinin bulunduğu sınıf ortamlarında yapılarak öğrencilerin daha çok etkileşim halinde bulunarak sürecin ilerletilmesi sağlanabilir. Fakat bir yönden de bu durum öğrenci sayısının çok olmasından dolayı bir öğretmenin kontrolünde sürdürmek zor olabileceğinden dezavantaj olabilir.

KAYNAKÇA

Alkan, H., & Güzel, E. B. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25*(3), 221-236.

Aslan, R. (2011). *Örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik bir ders tasarımı* (Master's Thesis, DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü).

Bahtiyari, Ö. A. (2010). 8. sınıf matematik öğretiminde ispat ve muhakeme kavramlarının ve önemlerinin farkındalığı (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Atatürk Üniversitesi. *Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum*.

Baki, A. (1998). Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi. *Atatürk Üniversitesi*, *40*, 20-22.

Baki, A. (2006). Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi [Mathematics education from theory to practice]. *Trabzon: Derya Publishing*.

Ball, D. L., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. *A research companion to principles and standards for school mathematics*, 27-44.

Ball, D., & Bass, H. (2003). Making mathematics reasonable in school. In J. Kilpatrick, G. Martin, and D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 27–44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Baykul, Y. (2014). Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. Sınıflar), yeni programa uygun geliştirilmiş 2. *Baskı. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık*.

Baxter, J. A., Woodward, J., & Olson, D. (2001). Effects of reform-based mathematics instruction on low achievers in five third-grade classrooms. *The Elementary School Journal*, *101*(5), 529-547.

Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education*, *36*(5), 412-446.

Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modelling and application*, *1*(1), 45-58.

Boaler, J. (2002). *Experiencing school mathematics: Traditional and reform approaches to teaching and their impact on student learning*. Routledge.

Boaler, J., & Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside School. *Teachers College Record*, *110*(3), 608-645.

Boesen, J., Lithner, J., & Palm, T. (2010). The relation between types of assessment tasks and the mathematical reasoning students use. *Educational studies in mathematics*, *75*(1), 89-105.

Bozkurt, A. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel etkinlik kavramına dair algıları. *Eğitim ve Bilim*, *37*(166).

Brenner, M. E., Mayer, R. E., Moseley, B., Brar, T., Durán, R., Reed, B. S., & Webb, D. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *American Educational Research Journal*, *34*(4), 663-689.

Brodie, K. (2010). Teaching mathematical reasoning in secondary school classrooms. *New York: Springer.*

Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Büyüköztürk, Ş. (2004). Veri analizi el kitabı.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2009). Bilimsel araştırma yöntemleri (4. Basım) Ankara: Pegem Akademi.

Charalambous, C. Y. (2010). Mathematical knowledge for teaching and task unfolding: An exploratory study. *The Elementary School Journal*, *110*(3), 247-278.

Chazan, D. (2000). *Beyond formulas in mathematics and teaching: Dynamics of the high school algebra classroom*. Teachers College Press.

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers'practices. *Educational studies in Mathematics*, *52*(3), 243-270.

Creswell, J. W. (2014). *A concise introduction to mixed methods research*. SAGE publications.

Çalışkan, A. L. K. (2019). *7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerinin incelenmesi* (Master's thesis, Marmara Universitesi (Turkey)).

Çiftçi, Z. (2015). Ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel akıl yürütme becerilerinin incelenmesi. *Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum*.

Dede, Y. (2004). Öğrencilerin cebirsel sözel problemleri denklem olarak yazarken kullandıkları çözüm stratejilerinin belirlenmesi. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama, 3*(6).

Dede, Y., & Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *24*(24), 180-185.

De Jong, O. (2008). Context-based chemical education: how to improve it?. *Chemical Education International*, *8*(1), 1-7.

Dinçer, B. (2019). *Eğitsel robotik uygulamalarıyla 7. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerde cebirsel akıl yürütmenin gelişimi: Bir öğretim deneyi* (Master's Thesis, Dokuz Eylül Üniversitesi).

Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers, Grades 6-10*. Heinemann, 361 Hanover Street, Portsmouth, NH 03801-3912.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, *61*(1), 103-131.

Erdem, E. (2011). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi* (Doctoral dissertation, Adıyaman Üniversitesi).

Erdem, E. (2015). *Matematiksel muhakemeyi geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının etkileri.* Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Erdem, E. (2015). *Zenginleştirilmiş öğrenme ortamının matematiksel muhakemeye ve tutuma etkisi* (Doctoral dissertation).

Erdem, E., & Gürbüz, R. (2015). An analysis of seventh-grade students' mathematical reasoning. *Cukurova University Faculty of Education Journal*, *44*(1), 123-142.

Fraenkel, J. R., & Wallen, N. (2006). E.(2006). *How to design and evaluate research in education*.

Garfield, J., & Ben- Zvi, D. (2009). Helping students develop statistical reasoning: Implementing a statistical reasoning learning environment. *Teaching Statistics*, *31*(3), 72-77.

Graham, K., Cuoco, A., & Zimmermann, G. (2010). *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making in Algebra*. National Council of Teachers of Mathematics. 1906 Association Drive, Reston, VA 20191-1502.

Greenes, C. E., & Findell, C. R. (1999). *Groundworks: Algebraic Thinking, Grade 1,[teacher Book]*. Creative Publications.

Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). Practicing representation: Learning with and about representational forms. *Phi Delta Kappan*, *78*, 361-367.

Gresalfi, M., Martin, T., Hand, V., & Greeno, J. (2009). Constructing competence: An analysis of student participation in the activity systems of mathematics classrooms. *Educational studies in mathematics*, *70*(1), 49-70.

Herbst, P. G. (2006). Teaching geometry with problems: Negotiating instructional situations and mathematical tasks. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37*(4), 313-347.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. *American educational research journal*, *30*(2), 393-425.

Hitchcock, G., & Hughes, D. (2002). *Research and the teacher: A qualitative introduction to school based research*. Routledge.

Jackson, K., Garrison, A., Wilson, J., Gibbons, L., & Shahan, E. (2013). Exploring relationships between setting up complex tasks and opportunities to learn in concluding whole-class discussions in middle-grades mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, *44*(4), 646-682.

Janvier, C. (1987). Problems of representation in the teaching and learning of mathematics. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Assoicates, Inc.

Johnson, H. L., Coles, A., & Clarke, D. (2017). Mathematical tasks and the student: navigating "tensions of intentions" between designers, teachers, and students. *ZDM*, *49*(6), 813-822.

Kaf, Y. (2007). Matematikte model kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara*.

Kalkan, D. B. (2014). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kavramsal anlama ve cebirsel muhakeme yapıları* (Master's thesis, Anadolu University (Turkey)).

Kaput, J. J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *The Journal of Mathematical Behavior*, *17*(2), 265-281.

Kaput, J. J. (1999). Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. Journal of Mathematical Behavior, 17(2), 265–281.

Kaput, J. J. (1999). *Teaching and learning a new algebra* (pp. 145-168). Routledge.

Karslı, N. (2016). *Buluş yoluyla öğrenme yaklaşımını esas alan matematik öğretiminin 8. Sınıf öğrencilerinin akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerine etkisi* (Master's thesis, Eğitim Bilimleri Enstitüsü).

Kasmer, L. (2008). *The role of prediction in the teaching and learning of algebra*. Western Michigan University.

Kasmer, L., & Kim, O. K. (2011). Using prediction to promote mathematical understanding and reasoning. *School Science and Mathematics*, *111*(1), 20-33.

Kaya, D. (2015). Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme. *Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, İzmir*.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching of algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In J. F. K. Lester (Ed.). Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 707-762). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). Prealgebra: the Transition from Arithmetic to Algebra, Editör: Douglas T. Owens. *Research ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics, Reston, VA: NCTM.*

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. In *Approaches to algebra* (pp. 87-106). Springer, Dordrecht.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of educational research*, *60*(1), 1-64.

Lepak, J. R., Wernet, J. L., & Ayieko, R. A. (2018). Capturing and characterizing students' strategic algebraic reasoning through cognitively demanding tasks with focus on representations. *The journal of mathematical behavior*, *50*, 57-73.

Lithner, J. (2005). A framework for analysing qualities of mathematical reasoning: Version 3.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67* (3), 255–276.

MacGregor, M., & Price, E. (1999). An exploration of aspects of language proficiency and algebra learning. *Journal for research in mathematics education*, *30*(4), 449-467.

Martinez, M., Brizuela, B., & Superfine, A. C. (2011). Integrating algebra and proof in high school mathematics: An exploratory study. Journal of Mathematical Behavior, 30(1), 30–47.

MEB (2009). *Talim ve Terbiye Kurulu İlköğretim Matematik Dersi 6–8. Sınıflar Öğretim Programı*, Ankara.

MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.,

McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2010). Research in Education: Evidence-Based Inquiry, MyEducationLab Series. *Pearson*.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education. Revised and Expanded from" Case Study Research in Education.".* Jossey-Bass Publishers, 350 Sansome St, San Francisco, CA 94104.

Merriam, S. B. (2013). *Nitel arastirma: Desen ve uygulama icin bir rehber* (Cev. Ed. S. Turan). Ankara: Nobel Yayincilik. (Eserin orijinali 2009'da yayımlandı).

Mertens, D. (1998). Research methods in education and psychology. *Thousand Oaks*.

Metin, M. (Ed.). (2015). *Kuramdan uygulamaya eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.

Monarrez, A. M. (2017). *Teacher Challenges in Implementing Cognitively Demanding Tasks in the Mathematics and Science Classrooms*. The University of Texas at El Paso.

Morable, L. (2000). Using active learning techniques. *Techniques to Enhance Adult Learning (TEAL) Compendium: Texas Higher Education Coordinating Board. Technical Education Division, Richland College, Dallas, Texas*.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1989. *Curriculum and Evaluation for School Mathematics*, Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000. *Principles and Standarts for School Mathematics*, Reston, VA: Author.

National Governors Association Center for Best Practices, & Council of Chief State School Officers (2010). In N.G.A.C.f.B. Practices & Co, & C.S.S. Officers (Eds.).Common core state standards for mathematics. Washington D.C: National Governors Association Center for Best Practices, & Council of Chief State School Officers.

National Research Council (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. Washington, DC: The National Academies Press.

Nilklad, L. (2004). *College algebra students'understanding and algebraic thinking and reasoning with functions*. Oregon State University.

Noh, J. (2004). *An investigation of secondary teachers' knowledge of rate of change in the context of teaching a standards-based curriculum*. Western Michigan University.

O'Bannon, F. G., Reed, S., & Jones, S. (2002). Indiana's Academic Standards. Grade 7 English. *Language Arts, Mathematics, Science, Social Studies. Indiana State Dept. of Public Instruction, Indiana State Department of Education, Indianapolis, Indiana State Commission for Higher Education, Indianapolis*.

Olson, J. C. (2007). Developing students'mathematical reasoning through games. *Teaching Children Mathematics*, *13*(9), 464-471.

Öz, T. (2017). 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi.

Özbey, A., & Koparan, T. (2020). Eşitlik ve denklem konusunda eğitim bilişim ağı (EBA) destekli öğretimin ortaokul öğrencilerinin başarı, tutum ve motivasyonlarına etkisi. *Journal of Computer and Education Research*, *8*(16), 453-475.

Özgen, K. (2017). Matematiksel öğrenme etkinliği türlerine yönelik kuramsal bir çalışma: Fonksiyon kavramı örneklemesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *17*(3), 1437-1464.

Özmantar, M. F., & Aslan, B. (2017). Matematiksel etkinliklerin uygulanması sırasında ortaya çıkan öğretmen ve öğrenci rolleri. *International Journal of Social Science Research*, *6*(1), 1-23.

San, İ. & Güleryüz H. (2004). Yaratıcı eğitim ve çoklu zekâ uygulamaları. Ankara: Artım Yayınları, 249.

Schifter, D. (1999). Reasoning about operations: Early algebraic thinking in grades K 6. *Developing mathematical reasoning in grades K-12*, 62-81.

Schoenfeld, A. H. (1983). Beyond the purely cognitive: Belief systems, social cognitions, and metacognitions as driving forces in intellectual performance. *Cognitive science*, *7*(4), 329-363.

Schoenfeld, A. H. (2004). Beyond the purely cognitive: Belief systems, social cognitions, and metacognitions as driving forces in intellectual performance. Classics in mathematics education research. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Schoenfeld, A. H. (2014). Why are word problems so damn hard? In J. Rehmeyer (Ed.). Transitions: Organizing principles for algebra curricula, the transition from arithmetic to algebra, the algebra needed for college (pp. 22–27). Berkeley, CA: Mathematical Sciences Research Institute.

Smith, M. S., Bill, V., & Hughes, E. K. (2008). Thinking through a lesson: Successfully implementing high-level tasks. *Mathematics teaching in the middle school*, *14*(3), 132-138.

Smith, M. S., & Stein, M. K. (1998). Reflections on practice: Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, *3*(5), 344-350.

Stacey, K., & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher*, *90*(2), 110-113.

Star, J. R., Newton, K., Pollack, C., Kokka, K., Rittle-Johnson, B., & Durkin, K. (2015). Student, teacher, and instructional characteristics related to students'gains in flexibility. *Contemporary Educational Psychology*, *41*, 198-208.

Steen, L. A. (1999). Twenty question about mathematical reasoning. L. V. Stiff, F. R. Curcio. (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12. 1999 yearbook* (pp. 270-285). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, *2*(1), 50-80.

Stein, Mary Kay, et al. "Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell." *Mathematical thinking and learning* 10.4 (2008): 313-340.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, *33*(2), 455-488.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based math instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. & Silver, E. A. (2000). Implementing standards based mathematics instructions: a casebook for professional development. New York: Teachers College.

Stylianides, G. J., & Stylianides, A. J. (2008). Proof in school mathematics: Insights from psychological research into students'ability for deductive reasoning. *Mathematical thinking and learning*, *10*(2), 103-133.

Stylianou, D. A. (2011). An examination of middle school students' representation practices in mathematical problem solving through the lens of expert work: Towards an organizing scheme. *Educational Studies in Mathematics*, *76*(3), 265-280.

Subaşı, M., & Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *21*(2), 419-426.

Sullivan, P., Clarke, D., Clarke, B., & O'Shea, H. (2010). Exploring the relationship between task, teacher actions, and student learning.

Swan, M. (2008). Designing a multiple representation learning experience in secondary algebra. *Educational Designer*, *1*(1), 1-17.

Tarr, J. E., Reys, R. E., Reys, B. J., Chávez, Ó., Shih, J., & Osterlind, S. J. (2008). The impact of middle-grades mathematics curricula and the classroom learning environment on student achievement. *Journal for research in mathematics education*, *39*(3), 247-280.

Tekay, T. (2012). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin doğrusal denklemlerin grafiklerini kartezyen koordinat sistemine aktarma becerileri.* Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Ondokuz Mayıs Üniversitesi Egitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.

Thomas, M., & Tall, D. (2001). The long-term cognitive development of symbolic algebra. *The future of the teaching and learning of algebra*, 590-597.

Ubuz, B., & Sarpkaya, G. (2014). İlköğretim 6. Sınıf Cebirsel Görevlerin Bilişsel İstem Seviyelerine Göre İncelenmesi: Ders Kitapları ve Sınıf Uygulamaları. *Ilkogretim Online*, *13*(2).

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.

Umay, A., & Kaf, Y. (2005). A study on flawed reasoning in mathematics. *Hacettepe University Journal of Education*, *28*(1), 188-195.

Usiskin, Z. (1999). Algebra and Calculus for All?. *Journal of Mathematics and Science: Collaborative Explorations*, *2*(1), 1-18.

Vance, J. H. (1998). Number operations from an algebraic perspective. *Teaching children mathematics*, *4*(5), 282-285.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2005). The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the learning of mathematics*, *25*(2), 2-23.

Walkington, C., Sherman, M., & Petrosino, A. (2012). "Playing the game" of story problems: Coordinating situation-based reasoning with algebraic representation. *The Journal of Mathematical Behavior*, *31*(2), 174-195.

Yabaş, D., & Altun, S. (2020). Matematiksel Görevlerin Uygulanmasında İletişim Stratejileri ve Bilişsel Talep Kavramı: Sınıf İçi Yansımalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *35*(4), 759-779.

Yackel, E. (2001). Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Vol. Ed.), Proceedings of the 25th conferenceof the International Group for the Psychology of Mathematics Education: 1, (pp. 9-24). Utrecht, The Netherlands: PME.

Yackel, E., & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. *A research companion to principles and standards for school mathematics*, 227-236.

Yankelewitz, D. (2009). *The development of mathematical reasoning in elementary school students'exploration of fraction ideas*. Rutgers The State University of New Jersey New Brunswick.

Yankelewitz, D., Mueller, M., & Maher, C. A. (2010). A task that elicits reasoning: A dual analysis. *The Journal of Mathematical Behavior*, *29*(2), 76-85.

Yeo, J. B. (2007). *Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment*.

Yerushalmy, M. (1997). Designing representations: Reasoning about functions of two variables. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28*(4), 431-466.

Yerushalmy, M., & Gilead, S. (1999). Structures of constant rate word problems: A functional approach analysis. *Educational Studies in Mathematics*, *39*(1), 185-203.

Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8 sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Doctoral dissertation, DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü).

Yeşildere, S., & Türnüklü, E. B. (2007). Öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin incelenmesi [Examination of students'mathematical thinking and reasoning processes]. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences*, *40*(1), 181-213.

Yıldırım, A. (1999). Nitel araştırma yöntemlerinin temel özellikleri ve eğitim araştırmalarındaki yeri ve önemi. *Eğitim ve Bilim*, *23*(112).

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). Nitel araştırma yöntemleri [Qualitative research methods]. *Ankara: Seçkin Yayıncılık*.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2005). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri (Genişletilmiş 5. Baskı), Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (Vol. 5). sage.

Yumus, D. A. (2001). Levels of reasoning in mathematical concepts among preservice mathematics teachers. In *2nd APED International Conference in Education Research Understanding Eduactional Issues in the Asia Pacific Region Universals, Uniqueness and Cooperation. Seoul, Korea* (pp. 52-61).

EKLER

EK 1.

ÖĞRENCİNİN AKADEMİK ÖZGEÇMİŞİ

<table>
<tr><th colspan="4">Kişisel Bilgiler</th></tr>
<tr><td>Adı ve Soyadı</td><td colspan="3">Merve TOKGÖZ</td></tr>
<tr><td>E-postası/Web Sayfası</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Bildiği Yabancı Diller</td><td colspan="3">İngilizce</td></tr>
<tr><td>Uzmanlık Alanı</td><td colspan="3">Matematik Eğitimi</td></tr>
<tr><th colspan="4">Öğrenim Bilgileri</th></tr>
<tr><td></td><td>Üniversite</td><td>Bölüm</td><td>Yıl</td></tr>
<tr><td>Lisans</td><td>Dokuz Eylül Üniversitesi</td><td>İlköğretim Matematik</td><td>2018</td></tr>
<tr><td>Tez Başlığı</td><td colspan="3">Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlikler Yoluyla 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Akıl Yürütmelerinin Geliştirilmesi</td></tr>
<tr><td>Tez Danışmanı</td><td colspan="3">Prof. Dr. Sibel YEŞİLDERE İMRE</td></tr>
<tr><th colspan="4">Akademik Eserler
(Makale, kitap, kitap bölümü, bildiri, poster, sergi, konser vb. eserlerden kaynakça yazım kurallarına göre en fazla 10 eser yazılmalıdır.)
Tezden üretilen yayınlar * ile işaretlenmelidir.</th></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Bildiriler:</u>
• Önaldı, G., Türer, G., Tokgöz, M., Ökmen, E., Güzel, S. ve Şahbaz, A. (2019, Mayıs). Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Üstbiliş Farkındalık Düzeylerinin Çeşitli Değişkenler Açısından İncelenmesi. Uluslararası Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Sempozyumu (UBEST), İzmir. Erişim Adresi: http://ubest.deu.edu.tr/BEST2018/abstract/ortaokul-ogrencilerinin-matematiksel-ust-bilis-farkindalik-duzeylerinin-cesitli-degiskenler-acisindan-incelenmesi/reader.
• Tokgöz, M., Önaldı G., Yeşildere İmre, S. (2019, Eylül). Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Yer Alan Etkinliklerin Bilişsel Olarak Zorlayıcılık Bağlamında İncelenmesi. IV. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu (TURKBILMAT), İzmir. Erişim Adresi: http://www.bilmat.org/dosyalar/files/ozetler.pdf</td></tr>
</table>

Alanıyla İlgili Bilimsel Kuruluşlara Üyelikler
-
Alanıyla İlgili Aldığı Ödüller
-

EK 2. Uygulama İzni

T.C.
VAN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-70562350-605.01-24402412 19/04/2021
Konu : Merve TOKGÖZ' ün
Veri Toplama Talebi

VALİLİK MAKAMINA

Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği tezli yüksek lisans öğrencisi Merve TOKGÖZ' ün "Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlikler Yoluyla 7.Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Akıl Yürütmelerinin Geliştirilmesi" adlı tez çalışmasını yapılabilmesi hususundaki yazıları incelenilmiştir.

Söz konusu tez çalışmasının, ilimiz İpekyolu, Edremit, Tuşba, Erciş Muradiye, Özalp, Gürpınar, Gevaş, Saray, Bahçesaray, Başkale, Çatak, Çaldıran ilçe millî eğitim müdürlüğüne bağlı Resmi Ortaokullarda ölçek/ anket uygulama çalışmalarının yapılabilmesi derslerin de aksatılmaması kaydı ile ve gönüllülük esasına göre yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Talat TOY
İl Millî Eğitim Şube Müdürü

Uygun görüşle arz ederim.

Hasan TEVKE
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR
Furkan DUMAN
Vali a.
Vali Yardımcısı V.

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Adres : A.Gazi İskele Cad.No:226 65040 Tuşba/VAN
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Özgül DAĞ - Arge Birin
Telefon No : (0 432) 222 41 62
Unvan : Memur
E-Posta:
İnternet Adresi: www.van.mem.gov.tr Faks:
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr
Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden d60c-5f87-337b-ac72-1f5b kodu ile teyit edilebilir.

EK 3. Etik İzin

Çok İvedi

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Hukuk Müşavirliği

Sayı : E-87347630-640.99-31348 19/03/2021
Konu : Etik Kurul İzni Hak.

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 12.01.2021 tarih ve E-49926767-302.08.01-3292 sayılı yazımız.

İlgide kayıtlı yazımıza istinaden Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etik Kurulunun 08.03.2021 tarihli toplantısında alınan 33 sayılı karar ile Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı öğrencisi Merve TOKGÖZ'ün "Bilişsel Olarak Yorlayıcı Etkinlikler Yoluyla 7.Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Akıl Yürütmelerinin Geliştirilmesi" adlı tez çalışmasında uygulayacağı anketin etik açıdan uygun olduğuna karar verilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr. Nükhet HOTAR
Rektör

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Belgenin aslını https://dogrulama.deu.edu.tr linkinden 1B4B0612X3 kodu ile doğrulayabilirsiniz.

Dokuz Eylül Üniversitesi Rektörlüğü
Adres: Cumhuriyet Bulvarı No:144 35210 Alsancak / İZMİR
Tel: 0(232) 412 1212 Elektronik Ağ: www.deu.edu.tr
Kep Adresi: dokuzeylulniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi İçin Bilgi:
Merve ÇORÜK
Dahili:
E-Posta: merve.cor@ogr.deu.tr

EK 4. Okul İzinleri

T.C.
ERCİŞ KAYMAKAMLIĞI
İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-20044364-605.01-26648209 17.06.2021
Konu : Merve TOKGÖZ' ün
Veri Toplama Talebi

..... MÜDÜRLÜĞÜNE

İl Milli Eğitim Müdürlüğünün Merve TOKGÖZ' ün Veri Toplama Talebi ile ilgili 19/06/2021 tarih ve E-70562350-605.01-24402412 sayılı Olur yazısı eket gönderilmiştir.

Söz konusu tez çalışmasının,ilçemize bağlı Resmi Ortaokullarda ölçek/anket uygulama çalışmalarının yapılabilmesi derslerin de aksatılmaması kaydı ile ve gönüllülük esasına göre yapılması hususunda;

Gereğini bilgilerinize rica ederim.

Yusuf TAŞLI
Müdür a.
İlçe Milli Eğitim Şube Müdürü

Ek:
İlgi olur ve ekleri

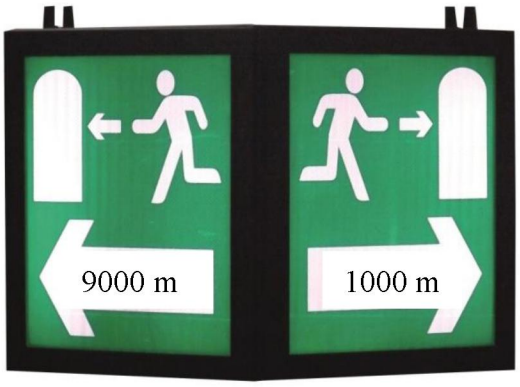
Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.
Adres : Kışla Caddesi Kazım Karabekir İ.Ö.O Arkası Eski Öğ. Evi
Telefon No : 0 (432) 354 31 48
E-Posta: Ercis65@meb.gov.tr
Kep Adresi : meb@ilo01.kep.tr
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ehys
Bilgi için: Mert CAN Memur
Unvan : Memur
İnternet Adresi: Ercis65@meb.gov.tr Faks:4323543154
Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. https://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden 5444-0b81-3d7a-bea4-8867 kodu ile teyit edilebilir.

EK 5. Bilişsel Olarak Zorlayıcı Etkinlikler

KUSKUNKIRAN TÜNELİ

Kuskunkıran Tüneli, Bitlis-Van karayolu üzerinde bulunan bir tüneldir. Kuskunkıran Tünelinin uzunluğu 10000 metredir.

Tünel boyunca tünelde bulunan bir kişinin/aracın tünelin giriş ve çıkışına olan uzaklığını metre cinsinden gösteren levhalar bulunmaktadır. Örneğin;



Tünelin girişine olan uzaklık (m)	Tünelin çıkışına olan uzaklık (m)
547	
8972	
	2304
782	
	7760
	6430
1780	

a) Verilen levhayı inceleyiniz. Levhadaki değerler ve tünel uzunluğu arasında bir bağlantı kurabilir misiniz? Düşüncelerinizi yazınız.
b) Tablodaki boşlukları verilen bilgiler doğrultusunda doldurmaya çalışınız. Tabloyu doldururken hangi bilgilerden yararlandınız?
c) Tünelin herhangi bir noktasındaki kişinin/aracın tünelin giriş ve çıkışına olan uzaklıklarını cebirsel olarak nasıl ifade ederiz?
d) Tünele 5 tane trafik levhası yerleştirilmek istenmektedir. Girişe ve çıkışa birer tane levha konulacaktır. Girişten itibaren her bir levha bir öncekinden 100 m daha uzakta olduğuna göre iki levha arası en kısa ve en uzun uzaklıklar kaç m'dir?

NİL'İN OYUNU



Bir bilgisayar oyunu şirketinin tasarladığı oyun 5 mb'lık bir alana sahiptir ve oyunun yüklenmesi uzun zaman almaktadır.

Nil oyunu satın almıştır ve bilgisayarına yüklemek istemektedir. Nil'in bilgisayarı başlangıçta oyunu 128 kb yüklemiştir. Daha sonra dakikada 64 kb yükleyerek kaç saatin sonunda oyunu bilgisayarına yükleyebilir? (1 mb=1024 kb)

a) Nil'in bilgisayarı yükleme yaparken zamana bağlı olarak nasıl bir ilerleme göstermektedir? Değişimi gözlemlemek için bir tablo oluşturunuz.
b) 5. Dakikanın sonunda oyunun kaç kb'ı yüklenmiştir?
c) Soruyu çözerken denklemlerden nasıl yararlanabileceğinizi düşününüz. Denklemlerden yararlanarak sorunun çözümünü bulabilir misiniz?
d) Nil'in arkadaşı Ali'nin bilgisayarı aynı oyunu dakikada 96 kb yüklüyor. Başlangıçtan itibaren Ali kaç dakikanın sonunda Nil ile eşit yükleme yapmış olur?

SEVİLEN FİLMLER

Bir okulda 8 şube bulunmaktadır. Bu okulda öğretmenler öğrencilerin çeşitli davranışlarına göre puan sıralaması yapmakta ve her hafta birinci olan şube ay sonunda film izleme hakkı kazanmaktadır.

1 ay boyunca puanlamalar yapıldıktan sonra sırasıyla C, B, A ve D şubeleri hafta birincileri olmuş ve bu şubeler istedikleri filme gitmeye hak kazanmışlardır.



Öğrenciler film seçimlerini yapmışlar A ve B şubesi Aslan Kral'ı, C ve D şubesi Oyuncak Hikayesi'ni tercih etmiştir. Öğrenciler bir sinema salonu kullanacaklardır. Sinema salonunda toplam 52 kişilik yer vardır ve öğrenciler bu sayıya göre yerleşeceklerdir. A ve B şubeleri filmi pazartesi günü, C ve D şubeleri ise filmi salı günü izleyeceklerdir.

Aşağıda şubelerle ilgili bilgiler verilmiştir.

*A şubesindeki öğrencilerin sayısı B şubesindeki öğrencilerin sayısının 2 katından 12 eksiktir.

*A ve B şubeleri salona yerleştiğinde 4 kişilik boş yer kalmaktadır.

*C ve D şubelerindeki toplam öğrenci sayısı ise B şubesinin 2 katından 5 fazladır.

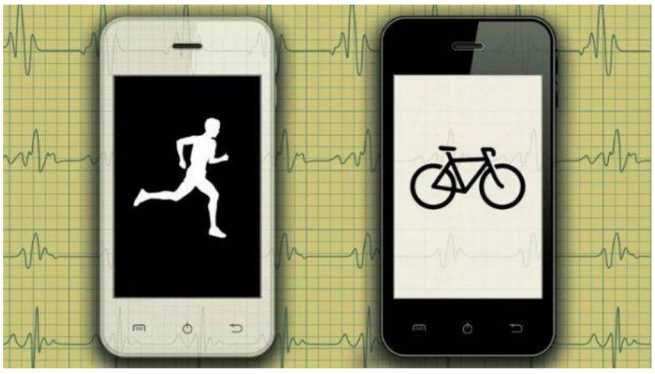
*D şubesindeki öğrencilerin sayısı C şubesindeki öğrencilerin sayısının 2 katıdır.

*A, B, C ve D şubelerinin sırasıyla sınıf mevcudu kaçtır? Verilen bilgileri kullanarak açıklayıcı şekilde çözümlerinizi yazınız.

Aşağıdaki maddelerde verilen bilgileri soruda bulduğunuz değerlere göre çözünüz.

a) B şubesinde kaç öğrenci daha olsaydı sınıf mevcudu A şubesinin sınıf mevcuduna eşit olurdu?
b) Pazartesi günü sinemaya giden toplam öğrenci sayısı Salı günü sinemaya giden toplam öğrenci sayısından kaç fazladır?
c) Sinema salonunda çift kişilik ve tek kişilik koltuklar bulunmaktadır. Pazartesi ve salı günü boş kalan bütün koltuklar tek kişiliktir. Pazartesi günü çift kişilik koltuğa oturan kişi sayısı salı günü tek kişiliğe oturan kişi sayısının iki katıdır. Bu durumda sinema salonundaki çift kişilik koltuk sayısı kaçtır?

GÜNDE KAÇ ADIM?



Sağlıklı bir yaşam için yürüyüşün çok önemli olduğunu düşünen Ayşe, telefonuna bir adım sayar programı indirmiştir. Kendisine hedef olarak ise 5 günde toplam 8000 adım belirlemiştir.

Programda Ayşe'nin ne kadar adım attığı ve buna karşılık kaç km yürümüş olduğu görünmektedir.

Pazartesi günü bu uygulamayı kullanmaya başlamış, salı günü pazartesi günü attığı adım sayısının 2 katının 100 eksiği kadar, çarşamba günü salı günü attığı adım sayısının yarısının 10 fazlası kadar, perşembe günü pazartesi günü attığı adım sayısının 40 eksiği kadar ve cuma günü pazartesi günü attığı adım sayısının üç katının 120 eksiği kadar adım atmıştır.

5 günün sonunda adım sayısının tamamlayan Ayşe hedefinden 100 fazla adımı olduğunu görmüştür.

a) Yukarıdaki problem durumunu inceleyiniz. Günler arasında adımlarla ilgili nasıl bir bağlantı görüyorsunuz? Bu adımları inceleyerek Ayşe'nin her gün attığı adım sayısını cebirsel olarak ifade ediniz.
b) Bulduğunuz cebirsel ifadeleri kullanarak denklemi oluşturunuz ve denklemi çözünüz.
c) Ayşe'nin günlere göre attığı adım sayısını gösteren bir tablo oluşturabilir misiniz?
d) Ayşe'nin ilk iki gün sonundaki toplam adım sayısı kaçtır?
e) En fazla adımı hangi gün atmıştır?

MARİANA ÇUKURU



Mariana Çukuru Dünya üzerindeki bilinen en derin noktadır. Büyük Okyanus'un batısındaki Mariana Adaları'nın en büyüğü olan ve en güneyindeki adası olarak bilinen Guam Adası'nın güney batısında, Japonya ve Endonezya'nın tam ortasında yer alır.

Böyle bir derinlikte yaşayan canlılar üzerlerindeki binlerce ton suyun basıncına dayanacak kadar güçlü ve zerre kadar ışığın ulaşmadığı bu derinlikte yollarını bulacak yeteneklere sahiptir.

Mariana çukurunda yaşayan üç farklı balığın bulunduğu derinliklerle ilgili aşağıdaki bilgiler eşliğinde verilen soruları cevaplayınız.

En derinde yaşayan-Hirondellea

Orta derinlikte yaşayan-Dumbo ahtapot

En sığda yaşayan-Balta balığı

*Hirondellea, Balta balığının 3 katının 6 fazlası derinlikte yaşamaktadır.

*Dumbo ahtapot, Balta balığından 2 km fazla derinliktedir.

*Sudaki oksijen miktarının değişimiyle birlikte tüm canlıların derinliği aynı oranda değişmektedir.

*Dumbo ahtapotun bulunduğu derinlik oksijen miktarının değişimiyle iki kat arttığında (dikkat ediniz hepsininki aynı oranda değişiyor) yeni ortam oluşuyor ve Hirondellea, Balta balığının bulunduğu derinliğin beş katı derinlikte yaşamaya başlıyor.

a) Canlıların yaşadığı derinliklere göre bulundukları yerleri düşününüz. Derinliklerini bir şekille ifade etmek isteseniz nasıl gösterirdiniz?
b) Canlıların yaşadıkları derinlikleri ve birbirleri arasındaki ilişkileri verilen adımlara göre inceleyiniz. Bulduğunuz ilişkileri denklemle de gösterebilir misiniz?
c) Denklemle ifade ettikten sonra her bir canlının en başta bulunduğu derinliği bulunuz.

EK 6. Matematiksel Akıl Yürütme Testi

SORU 1.



Tablo: Lunaparktaki oyuncak fiyatları

Lunapark	İlk giriş ücreti (TL)	Her oyuncak bileti için verilen ücret (TL)
Venüs	20	5
Merkür	30	3

Yukarıdaki tabloda iki lunaparkın ilk giriş ücretleri ve her oyuncak bileti için aldıkları ücret bilgileri verilmiştir. Lunaparka gitmek isteyen iki çocuktan biri Venüs Lunapark'ını diğeri ise Merkür Lunapark'ını seçmiştir. Her iki çocuk da eşit miktarda paralar alarak lunaparka gitmişlerdir. Bu bilgilere göre;

a) Her iki çocuğun da 60 TL'si olduğuna göre çocuklar kaç oyuncağa binmektedir? Denklem kurarak soruyu çözünüz.
b) Siz olsaydınız hangi lunaparka gitmeyi tercih ederdiniz? Matematiksel olarak ifade edip nedenleriyle açıklayınız.

SORU 2.



Bir fabrika şekilde verilen kasadan sipariş üzerine 1000 adet daha üretecektir. Fabrikada kasaların üretilebilmesi için üretici makinelere şişeler arası mesafeler ve kasanın çevre uzunluğunun girilmesi gerekmektedir. Şekilde görüldüğü gibi şişeler arasındaki mesafe ve şişelerin kasa kenarlarına uzaklığı x olarak verilmiştir. Şekilde gösterilen değerlerden yararlanarak makineye girilmesi gereken değerlerin ne olduğunu bulabilir misiniz?

SORU 3.

Arkadaşları Emre'ye doğum günü hediyesi olarak puzzle almışlardır. Emre puzzle'ı salı günü yapmaya başlamıştır. İlk gün 15 dakika puzzle yapmış, sonraki her gün ise bir önceki günden 10 dakika fazla puzzle yapmıştır. Emre bu şekilde puzzle'ı 4 saatte tamamlıyorsa;

a) Her gün kaç dakika puzzle yaptığını gösteren bir tablo çizebilir misiniz?
b) Oluşturduğunuz tablodan da yararlanarak gün ve dakikayı içeren bir cebirsel ifade oluşturabilir misiniz?
c) Puzzle'ın bitmesi kaç gün sürmüştür? Puzzle hangi gün bitmiştir?



SORU 4.

Eylül'ün çözdüğü denklem ve işlem adımları aşağıdaki verilmiştir.

$$5x+9 = -12+3x$$

1.Adım: $5x-3x = -12+9$

2.Adım: $2x = -3$

3.Adım: $\frac{1}{2}.2x = \frac{1}{2}.-3$

4.Adım: $x = \frac{-3}{2}$

a) Eylül'ün çözümünü kontrol ediniz. Sizce çözümü doğru mu?
b) Çözümün hatalı olduğunu düşünüyorsanız hangi adımda hata olduğunu belirtiniz.
c) Neden hatalı olduğunu açıklayarak denklemi yeniden çözünüz.

SORU 5.



Uzay araçlarında Dünya kütle çekim etkisinden kurtularak uzaya ulaşması için roket motorları kullanılır. Roket motorları katı, sıvı ya da gaz halinde yakıtları tüketebilirler.

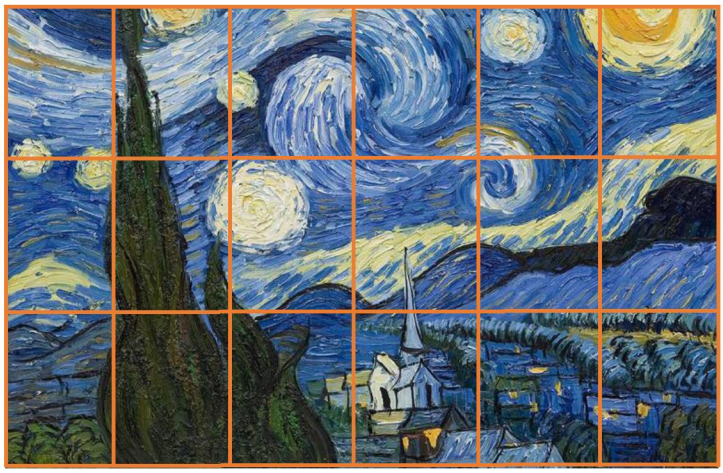
Roket motorunda 2400 litre sıvı yakıt bulunan bir uzay aracının dakikada ne kadar yakıt kullandığını gösteren denklem aşağıdaki gibidir.

Kalan Yakıt(K.Y.) = 2400 – 15. Dakika(D) yani **K.Y. = 2400 – 15.D** şeklindedir.

Verilen bilgiler ve denklemden yararlanarak aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Uzay aracı dakikada kaç litre yakıt tüketmektedir?
b) 10 dakika sonunda uzay aracında kaç litre yakıt kalmıştır?
c) İlk 5 dakikada kalan yakıt miktarını bularak kalan yakıt miktarını gösteren tablo, şema ya da grafik çiziniz.

SORU 6.



Yıldızlı Gece, Vincent Van Gogh tarafından Haziran 1889 yılında yapılan bir yağlı boya tablosudur. Bu tabloda ressam, Saint-Rémy-de-Provence köyünün gün doğuşundan hemen önceki görünüşünü resmetmiştir.

Yıldızlı gece tablosu kenar uzunlukları (a+5) cm ve (2a+3) cm olan eş dikdörtgensel parçalardan oluşmaktadır.

Tablonun çevre uzunluğu 150 cm olduğuna göre kısa ve uzun kenarları sırasıyla kaç cm'dir?

EK 7. Uzman Görüşü Formu

BİLİŞSEL OLARAK ZORLAYICI ETKİNLİKLER YOLUYLA 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL AKIL YÜRÜTMELERİNİN GELİŞTİRİLMESİ KONUSUNDA KULLANILACAK ETKİNLİK VE TESTLERE İLİŞKİN UZMAN GÖRÜŞÜ FORMU

Sayın hocam,

Ben Dokuz Eylül Üniversitesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümünde yüksek lisans düzeyinde eğitim görmekteyim. Bu form bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesi başlıklı tezim için oluşturduğum etkinlikler ve açık uçlu sorular ile ilgili görüşlerinizi almak için oluşturulmuştur. Tezimde, ‘’bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinde gelişim sağlanabilir mi?’’sorusunun yanıtı aranmaktadır. İlköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusunda bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler yoluyla akıl yürütmelerinin geliştirilmesi amacıyla 5 tane bilişsel olarak zorlayıcı etkinlik, akıl yürütmelerinin gelişimini görebilmek adına bilişsel olarak zorlayıcı etkinlikler öncesinde ve sonrasında uygulanmak üzere 6 tane açık uçlu soru ve açık uçlu sorular için puanlama tablosu hazırlanmıştır. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerin hazırlanması sürecinde kuramsal çerçeve olarak Stein ve Smith (1998)’in çalışmasında yer alan bilişsel olarak zorlayıcılık düzeyleri, akıl yürütme testi ve puanlama tablosu hazırlanma sürecinde ise kuramsal çerçeve olarak Lepak, Wernet ve Ayieko (2018)’nun çalışmasında yer alan akıl yürütme çerçevesi dikkate alınmıştır. Çalışmadaki verilen etkinliklerde yer alan maddelerin bilişsel olarak zorlayıcılık özelliklerini karşılayıp karşılamadığı, açık uçlu sorularda verilen maddelerin akıl yürütme yetkinliklerine uygunluğu ve açık uçlu sorular için oluşturulan puanlama tablosunun yeterliliğine ilişkin uzman görüşünüze başvurulmuştur.

Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerde olması gereken özellikler ve akıl yürütme çerçevesinde bulunan yetkinlikler bilgi olarak verilmiştir. Bilişsel olarak zorlayıcı etkinliklerde ve akıl yürütme açık uçlu sorularında yer alan adımları inceleyerek uygun, uygun fakat gözden geçirilmeli, uygun değil şıklarından birini işaretleyip, önerilerinizi açıklama sütununa yazmanız beklenmektedir.

Değerli katkılarınızdan dolayı teşekkür ederim.

Merve TOKGÖZ

Yüksek Lisans Öğrencisi

Bilişsel olarak zorlayıcılığı incelenecek etkinlik	Görüş/ öneri			
	Etkinlik uygun	Etkinlik uygun fakat gözden geçirilmeli	Etkinlik uygun değil	Etkinlik ile ilgili önerileriniz
ETKİNLİK 1				
ETKİNLİK 2				
ETKİNLİK 3				
ETKİNLİK 4				
ETKİNLİK 5				

Akıl Yürütme Çerçevesi	**Uzman Görüşü**		**Öneriler**
C1: Metni okuma, yorumlama ve bağlamı anlama	Uygun		
	Uygun değil		
C2: Göze çarpan miktarları ve aralarındaki ilişkileri belirleme *C2a: İlgili miktarların belirlenmesi* *C2b: Miktarlar arası eklem ilişkisi*	Uygun		
	Uygun değil		
C3: Miktarlar arasındaki ilişkilerin cebirsel temellerini kullanma *C3a: Cebirsel gösterimler oluşturma* *C3b: Gösterimleri yorumlama gösterimler arasında bağlantı kurma*	Uygun		
	Uygun değil		
C4: Hesaplamaları ve işlemleri uygulama ve sonuçların doğruluğunu kontrol etme *C4a: Cebirsel işlemlerin ve hesapların hassasiyetle yapılması,* *C4b: Sonuçların doğruluğunun kontrol edilmesi*	Uygun		
	Uygun değil		
C5: İkna edici açıklamalar yapma	Uygun		
	Uygun değil		

