

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN DİKĐÖRTGENLER
PRİZMASININ ALAN VE HACİM BAĞINTILARINI OLUŞTURMA
SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ**

İlhan OKUYUCU

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ

Eskişehir, 2022

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

İlhan OKUYUCU tarafından hazırlanan **Ortaokul Öğrencilerinin Dikdörtgenler Prizmasının Alan ve Hacim Bağıntılarını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi** başlıklı bu tez, 17/01/2022 tarihinde *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği*'nin ilgili maddeleri uyarınca yapılan **Tez Savunma Sınavı** sonucunda **başarılı** bulunarak, jürimiz tarafından oy birliği ile Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

<u>Görevi</u>	<u>Unvanı Adı SOYADI</u>	<u>İmza</u>
Jüri Başkanı :	Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ	
Danışman :	Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ	
Üye :	Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN	

Prof. Dr. Mustafa Zafer BALBAĞ
Enstitü Müdürü

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

“Ortaokul Öğrencilerinin Dikdörtgenler Prizmasının Alan ve Hacim Bağıntılarını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi” başlıklı tezin bizzat tarafımca hazırlanan, özgün bir çalışma olduğunu; bu çalışmanın tüm aşamalarında (hazırlık, veri toplama, analiz, bilgilerin sunumu ve raporlaştırma vb.) bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak hareket ettiğimi; bu çalışma kapsamında elde edilmeyen tüm veri, bilgi vb. için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara çalışmanın kaynakçasında yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Osmangazi Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, herhangi bir biçimde bu çalışmamla ilgili yukarıdaki beyanıma aykırı bir durumun saptanması halinde, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçların sorumluluğunu kabul ettiğimi bildiririm.

17/01/2022

İlhan OKUYUCU

Teşekkür

Yüksek lisans eğitimine başlamama vesile olan ve bu araştırmanın her aşamasında bilgi ve tecrübeleri ile beni her zaman destekleyen ve yol gösteren değerli tez danışmanım sayın Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ'e

Tez jürimde yer alarak çalışmama görüş ve önerileri ile katkılar sağlayan, yüksek lisans eğitiminde dersini zevkle dinlediğim ve çok şey öğrendiğim değerli öğretmenim sayın Prof. Dr. Aytaç KURTULUŞ'a ve yüksek lisans eğitimine başlamadan önce beni sabırla dinleyen, yüksek lisansa başlamama katkısı olan ve tez jürime katılarak beni onurlandıran sayın Prof. Dr. Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN'a

Bugünlere gelmemde büyük emekleri olan, evlatları olduğum için gurur duyduğum canım annem Asiye OKUYUCU ve babam Yusuf OKUYUCU'ya,

Hayatımın her alanında beni destekleyen, en iyi arkadaşım ve meslektaşım olan canım eşim Ümmügülsüm OKUYUCU'ya

Benimle oyun oynamak istedikleri zamanlarda tez yazdığımı gören ve beni rahatsız etmemek için sabırla davranan canım evlatlarım Mehmet Yusuf ve Elif'e teşekkürlerimi bir borç bilirim.

İçindekiler

Teşekkür	i
İçindekiler	ii
Tablolar Listesi.....	v
Şekiller Listesi.....	vi
Özet	1
Abstract	3
BİRİNCİ BÖLÜM	5
1. Giriş.....	5
1.1. Problem Durumu	5
1.2. Araştırmanın Amacı	9
1.3. Araştırmanın Önemi	9
1.4. Sayıtlılar	10
1.5. Sınırlılıklar.....	10
1.6. Tanımlar	10
1.7. Kısaltmalar	10
İKİNCİ BÖLÜM.....	12
2. Kavramsal Çerçeve	12
2.1. Soyutlama	12
2.1.1. Soyutlamaya bilişsel bakış.....	13
2.1.2. Soyutlamaya sosyokültürel bakış.....	14
2.1.2.1. RBC+C soyutlama modeli	15
2.2. Geometrik Cisimler	17
2.3. Ölçme	19
2.3.1. Alan ölçme.....	21
2.3.2. Hacim ölçme	21
2.4. İlgili Araştırmalar	22
2.4.1. Prizmaların yüzey alanı ve hacmine ilişkin çalışmalar.....	22
2.4.2. RBC+C soyutlama teorisine ilişkin çalışmalar.....	25
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	30
3. Yöntem.....	30
3.1. Araştırma Deseni	31
3.2. Çalışma Grubu.....	31
3.3. Veri Toplama Araçları.....	33

3.4. Verilerin Toplanması.....	35
3.5. Verilerin Çözümlemesi.....	36
3.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği	37
DÖRDÜNCÜ BÖLÜM	39
4. Bulgular.....	39
4.1. Pilot Uygulamadan Elde Edilen Bulgular	39
4.1.1. Birinci problemnden elde edilen bulgular	39
4.1.2. İkinci problemnden elde edilen bulgular	43
4.1.3. Üçüncü problemnden elde edilen bulgular	44
4.1.4. Dördüncü problemnden elde edilen bulgular.....	47
4.1.5. Beşinci problemnden elde edilen bulgular.....	49
4.1.6. Altıncı problemnden elde edilen bulgular	50
4.1.7. Yedinci problemnden elde edilen bulgular	52
4.1.8. Sekizinci problemnden elde edilen bulgular.....	54
4.2. Esas Uygulamadan Elde Edilen Bulgular.....	55
4.2.1. Birinci problemnden elde edilen bulgular	56
4.2.1.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular	56
4.2.1.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular	59
4.2.1.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular	61
4.2.2. İkinci problemnden elde edilen bulgular	64
4.2.2.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular	65
4.2.2.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular	66
4.2.2.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular	67
4.2.3. Üçüncü problemnden elde edilen bulgular	69
4.2.3.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular	69
4.2.3.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular	71
4.2.3.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular	74
4.2.4. Dördüncü problemnden elde edilen bulgular.....	75
4.2.4.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular	76
4.2.4.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular	77
4.2.4.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular	77
4.2.5. Beşinci problemnden elde edilen bulgular.....	79
4.2.5.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular	79
4.2.5.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular	80
4.2.5.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular	81

4.2.6. Altıncı problemde elde edilen bulgular	82
4.2.6.1. Ö1 ve Ö2’den elde edilen bulgular	82
4.2.6.2. Ö3 ve Ö4’ten elde edilen bulgular	83
4.2.6.3. Ö5 ve Ö6’dan elde edilen bulgular	84
4.2.7. Yedinci problemde elde edilen bulgular	86
4.2.7.1. Ö1 ve Ö2’den elde edilen bulgular	86
4.2.7.2. Ö3 ve Ö4’ten elde edilen bulgular	87
4.2.7.3. Ö5 ve Ö6’dan elde edilen bulgular	88
4.2.8. Sekizinci problemde elde edilen bulgular.....	89
4.2.8.1. Ö1 ve Ö2’den elde edilen bulgular	89
4.2.8.2. Ö3 ve Ö4’ten elde edilen bulgular	91
4.2.8.3. Ö5 ve Ö6’dan elde edilen bulgular	95
BEŞİNCİ BÖLÜM	97
5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler	97
5.1. Sonuç	97
5.2. Tartışma	101
5.3. Öneriler.....	104
KAYNAKÇA.....	106
EKLER.....	114
ÖZGEÇMİŞ	122

Tablolar Listesi

Tablo Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
3.1	Araştırma Sürecinin Devamı	30
3.2	Pilot Uygulamaya Katılan Öğrenciler	32
3.3	Asıl Uygulamaya Katılan Öğrenciler	32
3.4	Problemlerin Künyesi	34
3.5	Görüşme Süreleri	35
3.6	Epistemik Eylemleri Tespit Etmekte Kullanılan Anahtar İfade- ler	37

Şekiller Listesi

Şekil Numarası	Başlık	Sayfa Numarası
2.1	Ölçmenin Bileşenleri	20
2.2	Cavalieri Prensibi (Taban Alanı $\times$ Yükseklik = Hacim)	22
3.1	Araştırma Süreci	30
4.1	P1'in Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	42
4.2	P2'nin Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	42
4.3	P1'in İkinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	44
4.4	P1'in Üçüncü Problemde İlk Şekle Verdiği Cevap	45
4.5	P1 ve P2'nin Üçüncü Problemde İkinci Şekle Verdiği Cevaplar	45
4.6	P1 ve P2'nin Üçüncü Problemde Üçüncü Şekle Verdiği Cevap- lar	46
4.7	P1 ve P2'nin Üçüncü Problemde Dördüncü Şekle Verdikleri Cevaplar	47
4.8	P1'in Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	48
4.9	P2'nin Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	48
4.10	P1'in Beşinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	49
4.11	P1'in Altıncı Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	51
4.12	P2'nin Altıncı Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	52
4.13	P1'in Yedinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	53
4.14	P2'nin Yedinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	53
4.15	P1'in Sekizinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	55
4.16	Ö1'in Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	58
4.17	Ö3'ün Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	61
4.18	Ö5'in Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	64
4.19	Ö6'nin Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	64
4.20	Ö1'in İkinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	65
4.21	Ö4'ün İkinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	67
4.22	Ö5'in İkinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	68
4.23	Ö1'in Üçüncü Etkinlikteki Son Şekil İçin Verdiği Cevap	70
4.24	Ö4'ün Üçüncü Etkinlikteki Son Şekil İçin Verdiği Cevap	73

4.25	Ö5'in Üçüncü Problemdeki Son Şekil İçin Verdiği Cevap	75
4.26	Ö1'in Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	76
4.27	Ö4'in Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	77
4.28	Ö5'in Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	78
4.29	Ö1 ve Ö2'nin Beşinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	79
4.30	Ö3'ün Beşinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	80
4.31	Ö5 ve Ö6'nın Beşinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	82
4.32	Ö2'nin Altıncı Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	83
4.33	Ö3'ün Altıncı Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	84
4.34	Ö1'in Yedinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler ve	87
	Genelleme	
4.35	Ö3'ün Yedinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	88
4.36	Ö1'in Sekizinci Problemin İlk Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	90
4.37	Ö2'nin Sekizinci Problemin İlk Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	90
4.38	Ö1'in Sekizinci Problemin İkinci Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	91
4.39	Ö3'ün Sekizinci Problemin İlk Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	93
4.40	Ö3'ün Sekizinci Problemin İkinci Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	94
4.41	Ö4'ün Sekizinci Problemin İkinci Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	95
4.42	Ö5'in Sekizinci Problemin İkinci Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler	95

Özet

Ortaokul Öğrencilerinin Dikdörtgenler Prizmasının Alan ve Hacim Bağıntılarını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi

İlhan OKUYUCU

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ

2022

Amaç: Bu çalışmanın hedefi, dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacmi ile ilgili herhangi bir bilgiye sahip olmayan 5. sınıf öğrencilerinin, bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçlerini RBC+C (Recognizing, Building-with, Constructing + Consolidation) soyutlama modelinin gözlemlenebilir epistemik eylemleri çerçevesinde incelemektir.

Yöntem: Nitel araştırma türlerinden biri olan durum çalışması desenine göre yürütülen bu çalışma 2021-2022 eğitim-öğretim yılında, bir devlet ortaokulunun 5.sınıfında okuyan altı öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar amaçsal örnekleme-ye göre, maksimum çeşitlilik örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Öğrencilerin matematiksel başarı düzeyleri göz önünde tutularak homojen üç grup oluşturulmuştur. Çalışmada yarı yapılandırılmış görüşme yöntemi kullanılmıştır. Veri toplamak için öğrencilere sekiz problemten oluşan bir etkinlik kağıdı verilmiştir. Elde edilen veriler RBC+C'nin gözlemlenebilir epistemik eylemleri olan tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme bağlamında değerlendirilmiştir.

Bulgular: Araştırmanın bulgularına göre sadece matematik başarı düzeyi düşük olan bir öğrenci prizmanın yüzey alanı bilgisini oluşturamamıştır. Diğer öğrenciler yüzey alanı bilgisini oluşturmuştur. Ancak başarı düzeyi yüksek olan gruptaki öğrenciler ve başarı düzeyi orta olan bir öğrenci bu bilgiyi pekiştirebilmiştir. Bütün öğrenciler birim küplerden oluşan yapılarıdaki birim küp sayısını tespit edebilmiştir. Aynı şekilde bütün öğrenciler taban katmanı ve yüksekliği verilen prizmanın içine sığabilecek birim küp sayısını bulmuştur. Ancak ayrıtlar boyunca dizili birim küp sayıları verilen prizmanın içine sığabilecek birim küp sayısını sadece üç öğrenci hesaplayabilmiştir. Bu üç öğrencinin hacim formülü bilgisini oluşturduğu ve pekiştirdiği görülmüştür.

Sonuç ve Öneriler: Araştırmada tanıma ve kullanma eylemlerinin rahatlıkla gerçekleştirildiği ancak aynı başarının oluşturma ve pekiştirme eylemleri için geçerli olmadığı anlaşılmıştır. Matematik başarı düzeyi düştükçe soyutlamanın hızı ve başarısı da düşmüştür. Başarı düzeyi yüksek olan öğrenciler işleme dayalı formülleri kullanmış, bununla birlikte kavramsal ilişkiler kurmuştur. Başarı düzeyi düşük olanlar ise genel olarak işlemsel bilgiyi kullanabilmiştir. Bu nedenle oluşturma ve pekiştirme basamağına ulaşmakta zorlanmışlardır. Öğrencilerin yeni bilgi yapılarını oluşturmaları, sonraki süreçlerde kullanarak pekiştirmeleri isteniyorsa konuya ilişkin önceki öğrenmelerinden kaynaklı eksikliklerin tespit edilmesi ve giderilmesi önerilmektedir. Ayrıca öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgileri oluşturabilecekleri ders ortamlarının sunulmasının soyutlama süreçlerinin başarısını artıracakı düşünülmektedir.

Anahtar kelimeler: Yüzey alanı, Hacim, Soyutlama, RBC+C

Abstract

Investigation of Secondary School Students' Processes of Constructing Area and Volume Relations of Rectangular Prisms

İlhan OKUYUCU

Eskisehir Osmangazi University Institute of Educational Sciences

Department of Mathematics and Science Education

Advisor: Prof. Dr. Kürşat YENİLMEZ

2022

Purpose: The purpose of this study is to examine the knowledge construction and consolidation processes of 5th grade students, who do not have any knowledge about the surface area and volume of the rectangular prism, within the framework of the observable epistemic actions of the RBC+C (Recognizing, Building-with, Constructing + Consolidation) abstraction model.

Method: This study, which was carried out according to the case study pattern, which is one of the qualitative research types, was carried out with six students studying in the 5th grade of a public secondary school in the 2021-2022 academic year. Participants were selected according to purposive sampling, using the maximum variation sampling method. Considering the mathematical achievement levels of the students, three homogeneous groups were formed. In the study, semi-structured interview method was used. An activity sheet consisting of eight problems were given to the students to collect data. The data obtained were evaluated in the context of the observable epistemic actions of RBC+C, which are recognizing, building-with, constructing and consolidation.

Results: According to the results of the research, only a student with a low level of mathematics achievement could not construct surface area knowledge of the prism. However, the students in the group with a high level of achievement and a student with a medium level of achievement were able to consolidate this knowledge. All students were able to determine the number of unit cubes in structures consisting of unit cubes. Likewise, all students found the number of cubes that could fit inside the prism given the base layer and height. However, only three students were able to calculate the number of unit cubes that could fit inside the prism, given the number of unit cubes along

the edges. It was observed that these three students constructed and consolidated their knowledge of volume formula.

Conclusion and Suggestions: In the research, it was understood that the actions of recognition and building-with were easily carried out, but the same success was not valid for the actions of construction and consolidation. As the level of mathematics achievement decreased, the speed and success of abstraction also decreased. Students with a high level of achievement used procedural formulas and established conceptual relationships with it. Those with low achievement levels generally used procedural knowledge. For this reason, they had difficulty in reaching the construction and consolidation step. If students are required to construct new knowledge structures and consolidate them by using them in the next processes, it is recommended to identify and correct the deficiencies arising from their previous learning on the subject. In addition, it is thought that presenting course environments where students can construct procedural and conceptual knowledge will increase the success of abstraction processes.

Keywords: Surface area, Volume, Abstraction, RBC+C

BİRİNCİ BÖLÜM

1. Giriş

Bu kısımda araştırmanın problem durumu anlatılmıştır. Araştırmanın amacına, önemine, varsayımlarına ve sınırlılıklarına yer verilmiştir. Araştırmada adından söz edilen bazı kavramlar kısaca açıklanmıştır. Ayrıca araştırmada kullanılan kısaltmalara değinilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Dinamik bir yapıya sahip olan bilgi toplumunda bilgi birikimi her geçen gün artmakta ve karmaşık bir hal almaktadır. Bilginin hızlı dolaşımı toplumları dönüştürmektedir. Bu dönüşüme ayak uydurmak isteyen ülkelerde eğitim sistemleri gözden geçirilerek gerekli görülen değişiklikler yapılmaktadır. Eğitim sistemleri her şeyi bilen bireyler yetiştirmek yerine bilgiye ulaşabilen ve elde edilen bilgiyi herhangi bir problemin çözümünde kullanabilen bireylere odaklanmaktadır. Öğrencilerin sadece karşıdan verilen bilgiyi alarak çeşitli algoritmaları anlamsızca uygulayan kişiler olmaları istenmemektedir. Bu kapsamda Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] köklü bir değişikliğe giderek yapılandırmacı eğitim yaklaşımını benimsemiştir (İlhan ve Aslaner, 2018, s.399). İnsanın çevresinden ilham alıp soyutlayarak oluşturduğu matematik, yapılandırmacı eğitime oldukça yatkın bir derstir.

Yapılandırmacı yaklaşıma göre bir kişiden diğerine doğrudan aktarılamayan bilgi, bireyin geçmiş öğrenmeleri ve çevrenin etkisi altındadır (Olkun ve Toluk Uçar, 2014, s. 6). Kişisel bir olgu olan öğrenme sürecinde bilginin nasıl oluştuğuna odaklanılır (Delil ve Güleş, 2007, s. 38). Bu yaklaşıma göre bir kavramın öğrenilmesi öğretmenin doğrudan anlatımı ile değil, öğrencinin aktif bir şekilde sürece dahil olmasıyla gerçekleşir. Öğrenci yaparak, yaşayarak, kavram üzerine düşünerek ve kavrama dair fikirlerini diğerleriyle tartışarak öğrenmeyi gerçekleştirebilir (Baykul, 2014, s. 20).

Matematik, sayıları öğreten, işlemsel bilgiyle sınırlı bir disiplin olarak görülmemelidir. Matematik, kavramsal ve işlemsel bilginin mantıksal bağlarla birbirine bağlandığı bir derstir (Olkun ve Toluk Uçar, 2014, s. 28). Matematik eğitiminde işlemsel akıcılığın yanı sıra kavramsal anlamaya da önem verilmeli ve bu iki bilgi türü dengede tutulmalıdır (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013, s. 4). İç içe geçmiş bu iki bilgi türünde, matematikte kullanılan işlemler, semboller, bağıntılar, kurallar işlemsel bil-

ginin; matematiksel kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkiler kavramsal bilginin kapsamına girmektedir (Erçarman, 2008, s. 22). İşlem, mantıklı biçimde sıralanmış ve adım adım ilerlenerek sonuca ulaşılan bir süreçtir. İşlemsel bilgi kuralları bilmeye ve uygulamaya dayanır. Skemp'e göre sahip olunan matematiksel kuralı tanımlayabilmek ve anlamlandırmaksızın uygulayabilmek işlemsel anlamının gerçekleşmesi için yeterlidir (Akt., Taştepe, 2018, s. 18). Hiebert ve Lefevre işlem bilgisini iki kısma ayırmıştır:

1. Matematiksel dilin kullanımı ve sembollerin gösterimi,
2. Kuralların ve bağıntıların uygulanması. (Akt., Ata Baran ve Yenilmez, 2014, s. 467).

Kavramsal bilgi ise bir kavramın tanımını ve diğer kavramlarla ilişkisini kapsar. İlişkiler açısından zengin olan kavramsal bilgi “matematiksel kavramların, işlemlerin ve ilişkilerin anlaşılması” olarak düşünülebilir (Kilparick, Swafford ve Findell, 2001, s. 5). Öğrenilen her yeni kavram, yeni işlemlerle ve sembollerle bağlantılıdır. Aynı zamanda her yeni işlem de başka kavramlarla ilişkilidir. Tek başına bir anlam taşımayan kavramlar, zihinde var olan bilgilerin birbirine bağlanarak bir ağ oluşturması sayesinde anlamlı hale gelir (Özyıldırım Gümüş, 2015, s. 5). Skemp'e göre kurulan bu ağda, eski bilgiler ile yeni bilgiler birbirine bağlanıp kullanılarak kavramın öğrenilmesi kalıcı hale getirilmiş olur (Akt., Arar, 2019, s. 4). Öğrenme sürecinde işlemsel ve kavramsal bilginin birbirinin öğrenimini desteklediği, öğrencilere genelleme ve soyutlama yapma imkanı sağladığı söylenebilir. İnsanın çevre ile etkileşimi sonucu soyutlama yaparak zihninde ürettiği matematiksel bilgi (Altun, 2012, s. 6) , belirli bir sistem ve mantıksal düzene sahip kavramlar ve işlemler üzerine kuruludur (Van de Walle, vd., 2013, s. 13).

İşleme ve kavrama dayalı matematik için önemli olan unsurlardan birisi de soyutlamadır. Platon gibi eski çağ filozoflarının yanı sıra Russel gibi yeni dönem düşünürleri de soyutlamayı insan zihninin en etkili başarılarından biri olarak görmüştür (Hershkowitz, Shwarz ve Dreyfus, 2001, s. 196). Klasik anlamda somut olandan soyut düşünceye ulaşma anlamına gelen soyutlama matematiksel bilginin oluşumunda önemli bir yere sahiptir. Soyutlama sürecinde öğrenci zihninde önceki deneyimlerinden sahip olduğu yapıları yeniden organize eder, bütünleştirir ve iç içe geçirerek bilgisine derinlik kazandırır (Dreyfus, 2015, s. 116). Soyutlamanın insan zihninde meydana gelen bir süreç olması (Bulut, 2018, s.7) birçok araştırmaya konu edilmesine neden olmuştur. Soyutlama süreçlerinin incelenmesi, bilgiyi oluştururken karşılaşılan zorlukların, eksik veya yanlış bilgilerin ve kavram yanlışlarının neler olduğunun belirlenmesine yardımcı olacaktır. Öğrencilerin nasıl öğrendikleri ve bilgiyi zihinlerinde nasıl yapılandıkları

bilinirse uygun öğrenme ortamları oluşturulabilir. Zira öğrenciler tarafından anlaşılması zor olan matematiğin soyut sisteminin (Akgül, 2014, s.1) sürekli dinlemede kalarak veya okuyarak öğrenilmesi mümkün değildir (Köroğlu ve Yeşildere, 2002. s. 29). Fakat soyutlama doğrudan gözlemlenebilen bir süreç değildir. Bu zorluğu aşmak için Hershkowitz vd. recognizing – bulding with – constructing – consilidation [RBC+C] teorisini geliştirilmiştir. Bu teori matematiksel bilginin oluşum sürecinin incelenebilmesi için üç epistemik eylem sunar. *Recognizing (tanıma)*, *building with (kullanma)* ve *constructing (oluşturma)* eylemlerine daha sonra *consolidation (pekiştirme)* eylemi de eklenmiş ve teorisinin adı RBC+C olmuştur. Amacı matematiksel düşünmeyi, olaylar arasında ilişki kurmayı, bir durum karşısında akıl yürütmeyi, tahmin yapabilmeyi ve problem çözme becerilerini geliştirmeyi sağlamak (Umay, 2003, s. 234) olan matematik eğitimi için RBC+C teorisinin gözlemlenebilir eylemlerine dayanarak elde edilen ipuçları önemlidir.

MEB, alanda yapılan araştırmalar ve teknolojik gelişmeler ışığında zaman zaman eğitim sisteminde veya derslere ait öğretim programlarında değişikliklere gidebilmektedir. En son güncellenen matematik dersi öğretim programında [MDÖP] (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar için) ilkokul kademesinde dört, ortaokul kademesinde beş öğrenme alanı belirlenmiştir (MEB, 2018, s. 9-13). Bu öğrenme alanlarından biri olan geometri ve ölçme öğrenme alanı bütün sınıf seviyelerinde yer verilen bir alan olmuştur (MEB, 2018; s.16-17). Çünkü geometri gündelik hayatta, mühendislikte, endüstride, bilimsel çalışmalarda, matematiksel modellemede ve problem çözümlerinde sıklıkla kullanılan bir disiplindir. Geometrinin şekiller ve cisimler içermesi günlük hayatla ne denli iç içe geçmiş olduğunun bir göstergesidir. Öğrencinin geometriyle ilişkisi doğumundan ölüncüye kadardır. Öğrenci fiziksel dünyada gördüğü her nesneyi bir geometrik şekille ilişkilendirebilir. Geometrinin günlük yaşamın içinde karşımıza sıklıkla çıkıyor olması, matematiğin somut yönünü görmemiz açısından da önemlidir (Gökbulut, Sidekli ve Yangın, 2010, s. 376). Geometri öğrencilerin zihinsel faaliyetlerinin başlamasına, çeşitli fikirler üretmelerine, problem çözme süreçlerini yürütmelerine, nesnelerin özelliklerini karşılaştırmalarına, genellemeler ve soyutlamalar yapmalarına olanak sağlar (Bal, 2012, s. 18).

Kültür, Kaplan ve Kaplan'a göre (2002, s. 298) ölçüsel geometri ve ölçüsel olmayan geometri olmak üzere iki tür geometri vardır. Bu iki geometri türü matematik öğretimi programında çeşitli kazanımlar aracılığıyla, birinci sınıftan itibaren yer almaktadır. MDÖP'de yer alan ölçme öğrenme alanı; uzunluk, alan, hacim, paralarımız, za-

man, ağırlık ve sıvı ölçmeyi ve bu ölçüm alanlarının geometrik şekillerle ilişkisini kapsamaktadır (MEB, 2018, s. 16-17). Şekillerin bazı niteliklerinin ölçüler kullanılarak sayısal bir biçimde ifade edilmesine yönelik kazanımların bulunduğu ölçüsel geometri, prizmaların yüzey alanı ve hacmi konularını da kapsamaktadır.

Yapılan çalışmalar öğrencilerin prizmaların özelliklerini algılayamadığını, prizmaların yüzey alanını ve hacmini ölçme konusunda kavram yanlışlarına sahip olduklarını göstermektedir (Avgören, 2011, s. 126; Ben-Haim, Lappan ve Houang, 1985, s. 405; Dağlı, 2010, s. 129; Ergin, 2014, s. 137; Gökdağ, 2004, s. 174; Okuyucu, 2019, s. 104; Okuyucu ve Kurtuluş, 2019, s. 1027; Olkun, 2003, s. 165; Tan Şişman ve Aksu, 2009, s. 251; Voulgaris ve Evangelidou, 2004, s. 19). Bununla birlikte araştırmalar öğrencilerin alan ve hacim kavramlarını anlamlandırmadan, formülü ezberleyerek ve sadece işlemsel bilgi aracılığıyla sonuca ulaşmaya çalıştıklarını göstermiştir (Aydın Karaca, 2014, s. 100-101; Çavuş Erdem ve Gürbüz, 2018, s. 107; Güreffe, 2018, s. 431; Olkun, Çelebi, Fidan, Engin ve Gökgün, 2014, s. 190; Tan Şişman ve Aksu, 2009, s. 244). Bu duruma yol açan sebeplerden birisi matematik öğretiminde süreç yerine sonuca odaklanılmasının öğrenciyi süreç dışında bırakmasıdır (Altaylı Özgül, 2018, s. 28). Sadece sonucun kıymetli görüldüğü öğretim ortamlarında öğrenciler konuyu derinlemesine anlayamamaktadır. Genellemeler ve soyutlamaların yerine kendilerine sunulan formülü kullanmaya yönelik işlemleri belirli bir algoritma çerçevesinde gerçekleştirmektedirler. Yalnızca formülün kullanıldığı bu tür öğretim etkinlikleri, birbirine bağlı iki kavram olan yüzey alanı ile hacim kavramlarının anlaşılmasında ve aralarındaki bağın kurulmasında etkili olmamaktadır. Okuyucu ve Kurtuluş'a (2019, s. 1027) göre öğrenciler iki kavram arasında bağ kurmakta oldukça zorlanmaktadır. MDÖP'de bu iki kavramın birbirinden ayrılması ve farklı sınıf seviyelerinde işlenmesi, öğrencilerin ikisi arasındaki bağ kurmalarını engelleyen başka bir etken olarak görülebilir. Tüm bunlar göz önünde bulundurularak bu araştırmada dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacim bilgisinin oluşum sürecine odaklanılmak, aralarındaki bağ ortaya konulmak istenmektedir. Bu nedenle 5.sınıf seviyesinde, dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacmi konularını daha önce görmemiş öğrencilere, MDÖP'de bu iki konuya ait beşinci ve altıncı sınıf kazanımlarını kapsayan problemler yöneltilecektir. Öğrencilerin problemleri çözme süreçleri gözlemlenecektir. Bu bağlamda "öğrenciler dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacmi konusunda bilgiyi nasıl oluşturmaktadır?" sorusunun cevabı RBC+C modeli çerçevesinde incelenecektir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmada öğrencilere zorlandıkları bir geometri konusu olan prizmaların yüzey alanı ve hacmi konularında hazırlanmış bir problem çözme etkinliği sunulacaktır. Öğretim süreci boyunca öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri RBC+C soyutlama modeline göre incelenecek, bilgiyi oluşturmada karşılaşılan zorluklar ve eksiklikler tespit edilmeye çalışılacaktır. Bu bağlamda çalışmanın araştırma sorusu aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

Daha önce dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacmi konularını görmemiş olan ortaokul 5.sınıf öğrencilerinin bu konularla ilgili bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçleri nasıl gerçekleşmektedir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Prizmalar, MDÖP'deki öğrenme alanlarından biri olan “geometri ve ölçme” öğrenme alanıyla ilişkilidir. Prizmaların özellikleri, ayrıtları ve yüzleri gibi konular geometrinin alanına girerken; uzunluk, alan ve hacim niteliklerinin ölçülmesi ve bu niteliklere dair bütün hesaplamalar ölçmeye dâhildir. Prizmalar günlük yaşamla da iç içe olan cisimlerdir. Özellikle dikdörtgenler prizması gündelik yaşamın içinde birçok kere karşımıza çıkmaktadır. Bu denli karşılaştığımız dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacmi kavramlarına, matematik dersi öğretim programında, sadece formüller yardımıyla hesaplanabilen basit aritmetik işlemler gibi davranılması konunun anlaşılmasını güçleştirmektedir. Ayrıca birbiriyle ilişkili olan bu iki kavram, birbirlerinden bağımsız olarak anlatılmaktadır. Bu durum öğrencilerin yüzey alanı ve hacmi ayırt etmelerini zorlaştırmakta, iki kavram arasındaki ilişkisinin kurulmasını engellemektedir. Bu nedenle öğrencilerin dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacim formüllerini keşfetme süreci boyunca bilgiyi nasıl oluşturdıkları ve elde edilen bilgileri nasıl kullandıkları araştırmaya değer bulunmuştur. Alanyazın incelendiğinde dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacmini inceleyen çalışmalara rastlanmaktadır. Bu çalışmalar genellikle öğrencilerin sahip oldukları kavram yanılgılarını, öğretmen veya öğretmen adaylarının alan bilgisini, konunun öğretiminde herhangi bir öğretim yönteminin veya teorisinin etkisini incelemektedir. Ancak bu çalışmaların hiçbirinde prizmaların yüzey alanı ve hacmi konularında öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmemiştir. Araştırmanın bu yönüyle alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bununla birlikte matematik eğitimi araştırmalarında son yıllarda kullanılan RBC+C soyutlama modeli öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini gözlemlenebilir

epistemik eylemler olarak açıklayabilmektedir. Alanyazın incelendiğinde, gittikçe önem kazanan RBC+C teorik çerçevesinin kullanıldığı çok fazla çalışmaya rastlanamamaktadır. Çalışmanın bu yönüyle de alanyazına katkı sunması beklenmektedir.

1.4. Sayıtlar

Araştırmanın uygulama sorularına öğrenciler tarafından verilen cevapların bilgi oluşturma süreçlerini doğru biçimde yansıttığı kabul edilmektedir. Ayrıca öğrencilerin sorulara verdiği cevaplarda samimi olduğu ve soyutlama becerilerini açığa çıkarıcı açıklamalar yaptığı kabul edilmektedir. Araştırmanın uygulama soruları için yeterli uzman görüşü alındığı kabul edilmektedir.

1.5. Sınırlılıklar

Çalışma, araştırmaya dâhil edilen etkinlikler ve bu etkinliklerle ulaşılabilecek prizma, yüzey alanı ve hacim bağlamları çerçevesinde değerlendirilmiştir. Katılımcıların verdikleri cevaplar ve bilgiyi oluştururken geliştirdikleri stratejiler çerçevesinde sonuçlara ulaşılmıştır. Yapılan araştırma iki pilot uygulama ve altı asıl uygulama öğrencisiyle sınırlıdır.

1.6. Tanımlar

Epistemik Eylem: Öğrencilerin sözlü ifadelerinden ve davranışlarından yola çıkılarak gözlemlenebilen zihinsel eylemlerdir (Dreyfus, 2007).

Kullanma (Building-with): Tanınan yapının kullanılmasıdır (Tsamir ve Dreyfus, 2002, s. 6).

Oluşturma (Constructing): Tanınan ve kullanılan eski yapıların dikey olarak tekrar düzenlenmesi sonucunda yeni bilgi yapılarının üretilmesidir (Bikner-Ahsbahs 2004, s.120).

Pekiştirme (Consolidation): Yeni oluşturulan yapının karşılaşılan sonraki problemlerde tanınmasını ve kullanmasını kolaylaştıran eylemdir (Dreyfus, 2007).

Tanıma (Recognizing): Önceden edinilmiş belirli bir bilginin yeni durumla ilgisinin fark edilmesidir (Dreyfus, 2015, s.118).

1.7. Kısaltmalar

MDÖP: Matematik Ders Öğretim Programı

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

RBC+C: Recognizing – Building with – Constructing – Consolidation

TDK: Türk Dil Kurumu



İKİNCİ BÖLÜM

2. Kavramsal Çerçeve

Bu kısımda araştırmanın kavramsal çerçevesini oluşturan matematik eğitimi, kavramsal-işlemsel bilgi, soyutlama, RBC+C soyutlama teorisi, geometri, prizmaların yüzey alanı ve hacmi kavramlarına yer verilmiştir.

2.1. Soyutlama

Tarihi Aristo'ya kadar dayanan ve insanın bilgi edinme süreciyle ilgili olan soyutlama, son zamanlarda eğitim kuramcılarının ilgisini çeken bir kavram olmuştur. Soyutlama için verilebilecek en güzel örneklerden birisi, nesnelere ve kavramlara onlarla doğrudan ilgisi bulunmayan bazı sessel değerler veren ve bu sessel değerleri birtakım sembollerle ifade eden dildir (Şener, 2010, s. 9). Bu bağlamda matematiğin de kendine has bir dilinin oluşu, semboller ve algoritmalar içermesi onun oldukça soyut bir yapıda olduğunu göstermektedir. Nasıl ki dil, kavramların ve nesnelerin bazı özelliklerinden yola çıkarak zihnimizde onlarla ilgili imgeler oluşturmamızı sağlıyorsa, matematik de aynı biçimde kavramların ve nesnelerin bazı özelliklerinden yola çıkarak onları sınıflandırmamıza, birtakım ilişkiler kurmamıza ve genellemeler yapmamıza olanak sağlar.

Soyutlama çeşitli açılardan incelenmiş neticede birçok tanımı yapılmıştır. En basit anlamıyla soyutlama “gerçeklikte ayrılamaz olanı düşüncede ayırmadır” (Türk Dil Kurumu, TDK, 2019). Bunun yanında; Dienes (1963) soyutlamayı, farklı durumlarda ortak olan yönlerin sınıflandırılması (akt. Altaylı Özgül ve Kaplan, s. 345), Davydov (1990) kavramın bir niteliğinin diğer niteliklerden birkaç farklı duruma ayrılması süreci (akt. Akkaya, 2010, s. 47), Sierpinska (1994, s. 61) “bir kavramdan farklı özelliklerin ayrılması eylemi”, Dubinsky (2000, s. 291) belirli bir durumda, matematiksel nesnelerin, işlemlerin veya her ikisinin oluşturduğu ve duruma ait bir bileşende esas olan şey, Hershkowitz vd. (2001, s. 195), “önceden edinilmiş matematiksel bilgilerin yeni bir matematiksel yapı oluşturmak üzere dikey olarak yeniden düzenlenmesi etkinliği” biçiminde tanımlamaktadır. Yapılan her tanım farklı teorik temellere dayandırılmıştır. Bunun neticesinde soyutlamada iki temel yaklaşım ortaya çıkmıştır. Bu yaklaşımlardan biri bilişsel yaklaşım diğeri ise sosyokültürel yaklaşımdır. Her iki yaklaşımın temel aldığı kavramlar ve destekçileri şu şekildedir.

2.1.1. Soyutlamaya bilişsel bakış

Soyutlama ile ilgili olarak Locke tarafından klasik bir bakış açısı geliştirilmiş ve bu bakış açısı 20. yüzyılda Piaget'nin öncülüğünde oldukça etkin bir hale gelmiştir (Yeşildere ve Tümnüklü, 2008; s. 487). Van Oers'e göre (2001, s. 280-281) oluşan bu klasik bakış açısının varsayımları şu şekildedir:

- Soyutlamalar, nesnelerin sınıfsal temsiliyle oluşmaktadır.
- Soyutlamalar bağlamdan bağımsız temsillerdir.
- Soyut düşünce, düşünce gelişiminin ileri seviyesinin bir işaretidir.

Rosch ve Mervis (1975)'e göre soyutlamaya bilişsel açıdan yaklaşan araştırmacılar somut örneklerin ortak noktaları üzerinde dururlar ve sınıflamayı soyutlamanın temel özelliği olarak görürler (Akt., Tunalı, 2010, s. 23). Onlara göre soyutlama, somuttan soyuta doğru tek yönlü ardışık eylemler içeren bir süreçtir (Özmantar ve Monaghan, 2007, s. 98). Skemp (1978, s. 9) soyutlamayı deneyimlerimizdeki benzerlikleri fark etme etkinliği, sınıflamayı ise bu benzerlikleri göz önünde bulunduran deneyimlerin bir araya getirilmesi anlamında kullanır. İlişki kurabilen, genelleme ve sınıflandırma yapabilen öğrenci bilgiyi zaman ve mekandan bağımsız hale getirebilir. Bu şekilde soyutlanan bilgi benzer durumlarda kullanılmak üzere hazır hale getirilmiş olur (Bulut, 2018, s. 7). Süreç boyunca öğrenci basit somut düşünceden soyut düşünceye doğru bir gelişme sağlar.

Soyutlamayı bilişsel olarak ele alan araştırmacılardan birisi olan Piaget üç çeşit soyutlamadan bahsetmiştir. Bunlar, nesneler üzerinden yapılan deneysel soyutlama, nesnelerin özellikleri ve aralarındaki ilişkiler üzerinden yapılan sözde deneysel soyutlama ve eylemler arası ilişkilerden elde edilen çıkarımlar üzerinden yapılan yansıtıcı soyutlamadır (Bulut, 2018, s. 9; Dinç, 2018, s. 26; Katrancı, 2010, s. 20; Sezgin Memnun, 2011, s. 48). Deneysel soyutlama, nesnelerin benzerlikleri sayesinde günlük hayatta kullanılan kavramların oluşturulmasıdır (Mitchelmore, 2002, s.158). Deneysel soyutlamada nesnelerin fiziksel özellikleri göz önünde bulundurulur. Tall (1991)'a göre sözde deneysel soyutlama ise nesnelerin yüzeysel özelliklerinin yanında eylemler arasındaki çok yönlü ilişkiyi de dikkate almaktadır (Akt. Aydın Çınar, 2019, s. 11). Yansıtıcı soyutlamada zihinde yeni yapılar oluşturmak için eski yapılar kullanılır (Ayanoglu, 2012, s. 7). Edinilen yeni bilgi zihinde var olan yapılarla uyumluysa yapıların içine girecek özümsemesi sağlanır. Eğer yeni bilgi zihnin yapılarıyla uyumlu değilse bu durumda eski yapılar yeniden düzenlenerek bilgiyle uyumlu hale getirilir (Katrancı, 2010, s. 13). Yansıtıcı soyutlamanın bilişsel işlemlerin sınıflandırmasına ve nesnelerin bilişsel

olarak soyutlanmasına kılavuzluk ederek mantıklı ve tutarlı teorik yapıların oluşumuna imkan tanıdığı düşünülmüştür (Hershkowitz, vd., 2001). Ardışık eylemler sonucunda oluşan, matematiksel süreçler ve nesneler içeren soyutlamayla, öğrencilerin daha ileri bir matematiksel nesneye ulaştıkları söylenebilir (Dinç, 2018, s. 27).

Ancak bilişsel soyutlama birtakım eleştirilere de maruz kalmıştır. Ohlsson ve Lehtinen (1997)'e göre soyutlama somuttan soyuta doğru gerçekleşen tek yönlü bir süreç değildir ve birbirinden ayrı olmayan somut ve soyut yapılar bu süreçte birbirinden ayrılırlar (Akt. Akkaya, 2010, s. 50). Bilişsel soyutlamaya yapılan bir başka eleştiri de soyutlamanın bağlamdan bağımsız gerçekleşmeyeceği yönündedir. Bu durum Yeşildere (2006, s. 25) tarafından soyutlamanın çevre, araç kullanımı, sosyal etkileşim ve ortamı çevreleyen koşullardan ayrı gerçekleşmeyeceği biçiminde ifade edilmiştir. Neticede bu tür eleştirilerden yola çıkılarak soyutlamaya sosyokültürel bakış açısıyla yaklaşan bir akım meydana gelmiştir.

2.1.2. Soyutlamaya sosyokültürel bakış

Bazı durumlar için bilişsel soyutlamayı yetersiz gören ve “çevre” anlayışını baz alan araştırmacılar Vygotsky'nin fikirlerinden yola çıkarak soyutlama için daha geniş bir bakış açısı geliştirmişlerdir (Aydın Çınar, 219, s. 12; Dinç, 2018, s. 8). Vygotsky'ye göre gündelik kavramlara deneysel soyutlamayla ulaşılabilir ancak bilimsel bilgi insanların gündelik yaşantılarının bir sonucu değildir (Akt. Altaylı Özgül, 2018, s. 14). Davydov (1990, s. 40) bu durumu “bilimsel bilginin, insanların günlük deneyimlerinin basit bir uzantısı, yoğunlaştırılması ve genişletilmesi olmadığı bilinmektedir” biçiminde ifade eder. Ayrıca Davydov (1990, s. 45) soyutlamanın sadece somuttan soyuta doğru gelişen tek yönlü bir süreç olmadığını, diyalektik bir yapıya sahip olduğunu belirtmiştir.

Sosyokültürel soyutlama yaklaşımına göre öğrenme esnasında gerçekleşen soyutlama sürecinde kişisel özellikler, araç-gereç kullanımı, sosyal etkileşim ve çevresel koşullar önemlidir (Altun ve Yılmaz, 2008, s. 237; Hershkowitz, vd., 2001, s. 197; Yeşildere ve Türnüklü, 2008, s. 488). Sosyokültürel etmenler soyutlama sürecinde etkilidir (Van Oers, 2001, s. 288). Bu durum sosyokültürel bakışı bilişsel bakıştan ayıran ve önemli ayrımlardan birisi olan “bağlam” a yaklaşım tarzındaki farkı gösterir. Sosyokültürel yaklaşıma göre soyutlama bağlamdan bağımsız düşünülmemelidir. Bilginin oluşma sürecine etki eden olaylar, durumlar ve bunların arasındaki ilişkiler yadsınamaz. Bu nedenle bağlam bir etkinlik için önemli bir bileşendir ve etkinlik esnasında bağlam ile alakalı davranışlar gerçekleşir (Memnun, 2011, s. 53). O halde soyutlama süreci kişiye

özeldir. Soyutlama, bireyin geçmiş öğrenmeleriyle, öğrenme aktivitelerinin yapıldığı sosyokültürel ve fiziksel ortamla, önceki öğrenme aktivitelerinin sonuçlarından elde edilen yapılarla ilişkilidir (Hershkowitz vd., 2001, s. 197; Schwarz vd., 2009, s. 20). Bundan dolayı etkinlikler soyutlama sürecini etkileyen bağlamsal etkenler göz önünde tutularak düzenlenmelidir. Birçok öğeye bağlı bu etkenler; belirli öğrenme hedeflerine yönelik olarak hazırlanmış sıralı etkinliklerden oluşan matematik eğitimi programları bağlamı, öğrencilerin geçmiş öğrenmelerinin dâhil olduğu tarihsel bağlam, öğrencilerin kullanımına açık teknolojik araçlarla donatılmış bilgisayarlı bir ortam içeren öğrenme bağlamı ve bireysel, grup ve tüm sınıf çalışması gibi çalışma türlerine alternatif olabilecek sosyal bağlam (Dreyfus, 2007) biçiminde sıralanabilir.

Tüm bu bağlamları dikkate alan ve soyutlamayı sosyokültürel açıdan inceleyen Hershkowitz vd. (2001) yaptıkları incelemeler sonucunda soyutlamanın gözlemlenebilir bazı eylemler içerdiğini öne sürmüşlerdir. Buna bağlı olarak geliştirilen teori, epistemik eylemlerin baş harflerinin birleştirilmesiyle, RBC+C olarak adlandırılmıştır. RBC+C bu çalışmanın da kuramsal çerçevesini oluşturmaktadır.

2.1.2.1. RBC+C soyutlama modeli

İster bilişsel olsun ister sosyokültürel, zihinsel bir süreç olan soyutlama doğrudan gözlemlenemez. Bu nedenle öğrencilerin problem çözümlerinde gerçekleştirdikleri eylemleri ve bilgi oluşturma yöntemlerini inceleyebilmek için gözlemlenebilir basamaklara ihtiyaç duyulmuştur. Bu ihtiyaçtan yola çıkan Hershkowitz vd. (2001), Davydov'un (1990) bilgi oluşturma felsefesine ve Leont'ev'in (1981) etkinlik teorisine dayanarak RBC kuramını geliştirmişlerdir. Hershkowitz vd. (2001, s. 195), bu iki teoriden yola çıkarak soyutlamayı “önceden edinilmiş matematiksel yapıların yeni bir matematiksel yapı oluşturmak üzere dikey olarak yeniden düzenlenmesi etkinliği” olarak tanımlamışlardır. Tanımda bahsedilen etkinlik teoride geçtiği anlamla özdeştir ve öğrencinin tek başına veya arkadaşlarıyla iş birliği içinde bir amaca yönelik olarak gerçekleştirdiği eylemler bütünüdür (Yeşildere İmre ve Türnüklü, 2016, s. 462). Öğrenciler kendilerine verilen problemi çözmek için farklı yöntemler kullanabilir. Burada problem çözmek için kullanılan farklı yöntemler birer eylem iken, problem çözme ise etkinliktir. Önceden edinilmiş matematiksel yapı ise öğrencinin daha önceki soyutlamalarından elde ettiği matematiksel bilgilerdir. Öğrencinin bu bilgileri kullanıp karşılaştığı problem bağlamında tekrar düzenleyerek yeni bir yapı oluşturmaya da dikey matematikleştirme denir.

RBC teorisine göre soyutlama üç aşamada meydana gelir (Hershkowitz vd. 2001, s. 218).

- a) Yeni bir yapıya ihtiyaç duyulması.
- b) Zihinde var olan yapıları tanımanın ve kullanmanın diyalektik olarak iç içe geçtiği bir süreçte yeni bir soyut varlığın inşası için kullanılması.
- c) Yeni soyut varlığın daha sonraki soyutlamalarda kolayca tanınması ve kullanılması için pekiştirilmesi.

Soyutlama esnasında meydana gelen bu aşamaları derinlemesine çözümleyebilmek için RBC teorisi gözlemlenebilir üç epistemik eylem sunmaktadır. Bu eylemler tanıma (recognizing), kullanma (building-with) ve oluşturma (constructing) biçiminde tanımlanmış ve teori bu kelimelerin baş harflerinin birleşimi olan RBC şeklinde adlandırılmıştır (Hershkowitz vd., 2001, s. 196). Son olarak bu basamaklara pekiştirme (consolidation) eklenmiş ve teori RBC+C adını almıştır (Dreyfus, 2007). Bu eylemler kısaca şöyle açıklanabilir.

Tanım: Bilindik yapıların anımsanmasıdır (Bikner-Ashbash, 2004, s. 120). Öğrenci önceden edindiği belirli bir bilginin yeni durumla ilgisini fark eder (Dreyfus, 2015, s.118). Tanım, eski deneyimler sonucu oluşturulan zihinsel yapıların yeni durumla benzerliklerinin belirlenme süreci olarak düşünülebilir. Bununla birlikte öğrenci geçmişte oluşturduğu bir yapının yeni duruma uygunluğunu denetleyebilir. Geçmişte karşılaşılan bir yapının benzeriyle karşılaştırılması durumunda zihin var olan yapıyı kullanır, yeni bir yapı oluşturma ihtiyacı duymaz (Hershkowitz vd., 2001, s. 196). Bu bağlamda tanım benzetim veya uzmanlaşma yoluyla (Dreyfus, 2007) basit düzeyde gerçekleşen bir eylemdir (Yeşildere İmre ve Türnüklü, 2016, s. 464) ve öğrencinin kişisel geçmişine bağlı olduğu için öznedir (Tsamir ve Dreyfus, 2002, s. 5).

Kullanma: Öğrencinin tanıdığı olduğu bir yapıyı hedefe giderken kullanmasıdır (Tsamir ve Dreyfus, 2002, s. 6). Bu eylemde önceden edinilmiş bilgiler yeni bilginin oluşturulması için kullanılır. Tanım eylemini de kapsayan kullanma, problemi çözme amacıyla eskiden oluşturulan matematiksel yapıların işe koşulmasıyla gerçekleşir (Bikner-Ahsbahs, 2004, s.120; Schwarz vd., 2004, s. 169). Öğrenci rutin bir problemle karşılaştığında eski zihinsel yapıları ile bir özdeşim kurarak ve bu zihinsel yapıları kullanarak problemi çözer.

Oluşturma: Tanınan ve kullanılan eski yapıların dikey olarak tekrar düzenlenmesi sonucunda yeni bilgi yapılarının üretilmesidir (Bikner-Ahsbahs 2004, s.120). Rutin olmayan bir problemle karşılaşan öğrenci eski zihinsel yapıları ile benzeşim kurar ve

var olan benzerliklerden yola çıkarak çözüm için yeni stratejiler geliştirmeye çalışır. Bu eylemde, kullanma eyleminin aksine, ilk defa karşılaşılan durumlarla ilgili zihinde oluşturulan ve aktivitenin hedefi olan yeni yapılar söz konusudur. Oluşturma, RBC teorisinin en temel eylemidir ve oluşturma olmadan soyutlama gerçekleşmiş olmaz (Can, 2011, s. 9; Yeşildere, 2006, s. 33).

Oluşturma, tanıma ve kullanmayı, kullanma da tanımayı içinde bulundurur (Hershkowitz, vd., 2001, s. 195). Üç epistemik eylem iç içe geçmiş bir yapıdadır. Bu durum eylemlerin her zaman ardışık gerçekleşmediğini, eş zamanlı bir biçimde de gerçekleşebileceğini gösterir (Dreyfus, 2007, s. 2; Hershkowitz vd., 2001, s. 213; Tsamir & Dreyfus, 2002, s. 21).

Pekiştirme: Oluşturma sonucu edinilen yeni zihinsel yapılar zayıftır ve pekiştirilmediği takdirde kolaylıkla unutulabilir. Ayrıca öğrencilerin yeni yapıları kullanma konusundaki güvenleri düşüktür. Pekiştirme eylemi oluşturulan bilginin herhangi bir durumda uygulanması sırasında öğrenciye esnek olma, açık olma ve kendine güven açısından fırsat tanır (Ayanoğlu, 2012, s. 16) ve yeni bilginin tekrar tekrar kullanılmasına olanak sağlayarak yapıyı güçlendirir. Pekiştirme ard arda gelen inşa süreçlerini birbirine bağlar (Dreyfus, 2015, s. 118). Monaghan ve Özmantar'a (2006, s. 353) göre yeni oluşturulmuş yapıların pekiştirilmesi daha sonraki matematiksel aktivitelerde bu yapının tanınmasını ve kullanılmasını kolaylaştırır ve pekiştirme eyleminden sonra soyutlama tamamen gerçekleşmiş olur.

Öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin gözlemlenebilmesine ve epistemik eylemler aracılığıyla sürecin incelenmesine imkan sağladığı için bu çalışmanın teorik çerçevesi olarak RBC+C soyutlama modeli seçilmiştir. Matematik dersi öğretim programında yer alan *geometri ve ölçme öğrenme alanı* içinde bulunan *geometrik cisimler alt öğrenme alanı* epistemik eylemlerin gözlemlenebilmesi için uygun bir alan olarak görülmüştür. Araştırmada MDÖP'de yer alan kazanımlarla sınırı kalınmıştır.

2.2. Geometrik Cisimler

Fiziksel dünyada geometrik cisimlere gösterilebilecek örnek sayısı oldukça fazla olmasına rağmen öğrenciler açısından son derece soyut bir konudur (Güven, 2006, s. 10). Çevremizde gördüğümüz nesneler birer geometrik cisimdir veya birkaç geometrik cismin bir araya gelmesinden oluşur. Günlük yaşamın içinde sıkça karşılaşılan geometrik cisimlerin özelliklerinin incelenmesi; uzunluk, alan ve hacim niteliklerinin ölçülmesi ve bu ölçümlerle ilgili genel kuralların oluşturulması matematiğin konusudur. Bu ne-

denle geometrik cisimler konusuna MDÖP’te, 7.sınıf hariç, tüm sınıf seviyelerinde yer verilmiştir.

Araştırmada dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı bilgisinin oluşturulma süreci gözlemlenecektir. MDÖP’te 5. sınıf düzeyinde prizmaların yüzey alanına yönelik kazanımlar ve kazanımlara bağlı açıklamalar şu şekildedir (MEB, 2018, s. 57).

- Dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer.
 - a. Küp ve kare prizma, dikdörtgenler prizmasının özel durumları olarak ele alınır.

Araştırmada gözlemlenecek bir diğer süreç dikdörtgenler prizmasının hacim bilgisinin oluşturulmasıdır. Hacim kavramına yönelik olarak MDÖP’te 6. sınıf düzeyinde şu kazanımlara ve açıklamalara yer verilmiştir (MEB, 2018, s. 63).

- Dikdörtgenler prizmasının içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının o cismin hacmi olduğunu anlar, verilen cismin hacmini birim küpleri sayarak hesaplar.
 - a. Öğrencilerin hacmi ölçmeye yönelik stratejiler geliştirmesine fırsat verilir. Örneğin birim küpler sayılırken oluşan tabakalarda kaçar tane birimküp olduğuna ve toplam kaç tabaka bulunduğuna dikkat çekilir.
 - b. Hacmi anlamlandırmaya yönelik çalışmalara yer verilir. Hacmin, herhangi bir cismin boşlukta kapladığı yer olduğu vurgulanır.
- Verilen bir hacim ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler prizmalarını birim küplerle oluşturur, hacmin taban alanı ile yüksekliğin çarpımı olduğunu gerekçesiyle açıklar.
 - a. Kare prizma ve küpün, dikdörtgenler prizmasının özel bir hâli olduğu dikkate alınır.
 - b. Hacim bağıntısının oluşturulması modeller yardımıyla yapılır.
 - c. Verilen bir hacim ölçüsüne sahip, prizma olmayan farklı yapılar oluşturmaya yönelik çalışmalara da yer verilir.
- Dikdörtgenler prizmasının hacim bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

Programlarda yer verilen geometrik cisimler konusunun bir kısmı prizmalardan oluşmaktadır. Baykul’a (2014, s.425) göre “tabanları çokgen, yan yüzleri paralel kenar veya dikdörtgen olan çok yüzlülere”; Yemen Karpuzcu ve Işıksal Bostan’a (2013, s.

278) göre ise “iki paralel taban ile sınırlandırılan prizmatik bölgeye” prizma denir. Prizmalar dik ve eğik olmak üzere iki türdür. Yanal ayrıtları tabanlara dik olan prizmalara dik prizmalar denirken yanal ayrıtları tabanlara dik olmayan prizmalara eğik prizma adı verilir (Baykul, 2014, s. 425). Ortaokul seviyesinde öğrencilere dik prizmaların köşe, ayrıt ve yüzey özellikleri; açınımları, bu açınımlara ait özellikler ile çizimler; yüzey alanları ve hacimleri ile ilgili bilgiler kazandırılmaktadır.

Dik prizmaların özellikleri geometri öğrenme alanını ilgilendirirken; yüzey alanı ve hacim, ölçme öğrenme alanına ait kavramlardır. Ölçme ile ilgili birçok tanım yapılmıştır. Ayrıca ölçme birçok kavramı ve bağıntıyı içinde barındırmaktadır. Bu tanımlardan bazıları ile ölçmeye ait önemli görülen bazı kavramlardan aşağıda bahsedilmiştir.

2.3. Ölçme

Bireyler günlük yaşamlarında çoklukları birbiriyle karşılaştırarak bazı kararlar almaktadır. Bu karşılaştırmaları yapabilmek için bazen çoklukları sayarak sonuca ulaşmaktadır. Ancak bazen de çokluğu saymak mümkün olmamaktadır. Bu durumda karşılaştırmanın yapılabilmesi için nesnenin sayılamayan niteliğine ait miktarın belirlenmesi gerekir. Miktarın belirlenmesi ise *ölçme* ile mümkündür. Ölçme; Bright’a (1976) göre “fiziksel bir nesnenin bir niteliğinin, bu niteliğin miktarını belirlemeye yarayan seçilmiş bir birim ile karşılaştırılması” (Akt., Aydın Karaca, 2014, s. 8); Turgut’a (1977) göre bir niteliğin sayılar ve semboller aracılığıyla ifade edilişi (Akt., Okuyucu, 2019, s. 4); Van de Walle’ye (2013, s. 370) göre bir nesnenin, ölçülmek istenen niteliğiyle aynı niteliği taşıyan bir birim ile “doldurulması”, “kaplanması” veya “eşleştirilmesi” işlemi olarak tanımlanmıştır. Tanımlardan yola çıkarak ölçme işleminde nitelik, birim, mukayese ve miktar bileşenlerinden bahsedilebilir. Bu bileşenler şu şekilde açıklanmaktadır.

Ölçme eyleminde ölçülen şey nesnenin kendisi değil nesneye ait bir niteliktir. Her nesnenin birden fazla niteliği olmasına rağmen bu niteliklerden biri daha ön plandadır (Zembat, 2013, s. 140). Van de Walle’ye (2013, s. 370) göre ölçme işleminde yerine getirilecek ilk iş ölçülecek niteliğe karar vermektir. Başka bir deyişle nesneyi ölçmeyiz. Ancak nesneye ait uzunluk, alan, hacim gibi özelliklerden birini veya birkaçını ölçebiliriz.

Ölçmenin diğer bileşeni ise birimdir. Birim “bir niceliği ölçmek için kendi cinsinden örnek seçilen değişmez parça” (TDK, 2019) olarak açıklanabilir. Turgut’a (1993) göre bir birimin eşitlik, genellik ve kullanım amacına uygunluk özelliklerini içinde barındırması elzemdir (Akt. Ercan ve Kan, 2006, s. 52). Eşitlik özelliği birimin her

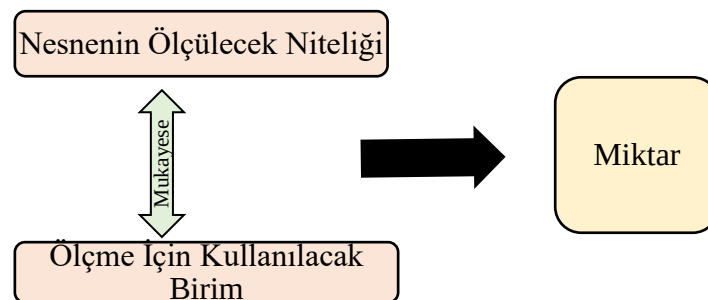
zaman, her yerde eşit büyüklüğe sahip belirli bir çokluğu belirtmesidir. Örneğin kulaç eşit bir birim değildir. Kişiden kişiye değişiklikler gösterir. Bu tür birimlere standart olmayan ölçü birimleri denir ve kullanıldığı zamanlarda ve toplumlarda ticari, bilimsel ve birçok alanda sorunlar yaşatmıştır. Bundan dolayı eşitlik ilkesine sahip birimlerin kullanılması ve ölçü birimlerinin standartlaştırılması mecburi hale gelmiştir. Bu tür birimlere örnek olarak metre, metrekare ve metreküp verilebilir. Birimin sahip olması gereken diğer bir özellik ise genellik ilkesidir. Bu ilke birimin olabildiğince fazla ülke tarafından kullanılmasıyla ilişkilidir (Baykul, 2014, s. 343). Yaygın olarak kullanılan birimler ticari, teknolojik ve bilimsel açıdan ülkeler arası etkileşime olanak sağlayacaktır. Son olarak birim nesnenin ölçülecek niteliğiyle aynı niteliğe sahip olmalıdır. Bir nesnenin alan niteliğini ölçmek için alan niteliğine sahip birimlerle kaplanması, hacim niteliğini ölçmek için hacim niteliği taşıyan birimlerle doldurulması gerekir.

Ölçme işlemi için nitelik ve birim belirlendikten sonra karşılaştırma aşamasına geçilir. Bu aşamada nesnenin niteliği ile seçilen birim arasında bir mukayese yapılır. Ölçme işleminin gerçekleşmesi ve bu işlemin sonucunun sayısal olarak ifade edilebilmesi için bu karşılaştırma şarttır (Zembat, 2013, s.140).

Miktar ise “Bir şeyin ölçülebilen, sayılabilen veya azalıp çoğalabilen durumu, nicelik” (TDK, 2020) olarak tanımlanmaktadır ve birimin, nesnenin ölçülecek niteliğinde kaç kez tekrar ettiğini göstermektedir. Dikdörtgen prizma şeklindeki bir kolinin içine yerleştirilebilecek futbol topu miktarı kolinin hacim niteliği ile ilgilidir. Hacim niteliğinin ölçülmesi, birim olarak kabul edilen futbol topunun kolinin içini doldurmak için kaç kez kullanıldığının sayılmasıyla mümkün olur. Ölçmenin bileşenleri arasındaki ilişkiler Şekil 2.1.’de gösterilmiştir.

Şekil 2.1.

Ölçmenin Bileşenleri



2.3.1. Alan ölçme

Bir düzlem parçasının uzayda kapladığı yere o düzlem parçasının alanı denir (Zembat, 2013, s. 142). Alan düzlem parçasının büyüklüğünü gösterir (Baykul, 2014, s. 352). Düzlem parçasının büyüklüğünü ortaya koyabilmek için alan niteliği taşıyan bir birimle kaç kez kaplanabildiğinin sayılması gerekir. Alan ölçmede defter kağıdı, kitap kapağı gibi standart olmayan birimler kullanılabilir. Ancak genel olarak standart alan ölçüsü birimi metrekare kullanılmaktadır. İlkokul ve ortaokul seviyesinde öğrencilere herhangi bir şeklin standart veya standart olmayan birimlerle kaplanması, üçgen, kare, dikdörtgen, paralelkenar, dairenin alanının ölçülmesi ve alan bağıntılarının oluşturulması gibi konular öğretilmektedir. Bu bağlamda dikdörtgenler prizmasının yüzeylerinin dikdörtgenlerden oluşması, bu tür geometrik cisimlerin yüzey alanlarının ölçülmesinde veya hesaplanmasında ilgili bağıntılardan yararlanılmasını gerektirir. Dikdörtgenler prizmasının yüzeyleri arasında kalan boşluğun mümkün olan en fazla sayıda birim küplerle doldurulması, prizmanın bir diğer niteliğinin ölçülmesi anlamına gelir. Bu nitelik prizmanın hacim niteliğidir.

2.3.2. Hacim ölçme

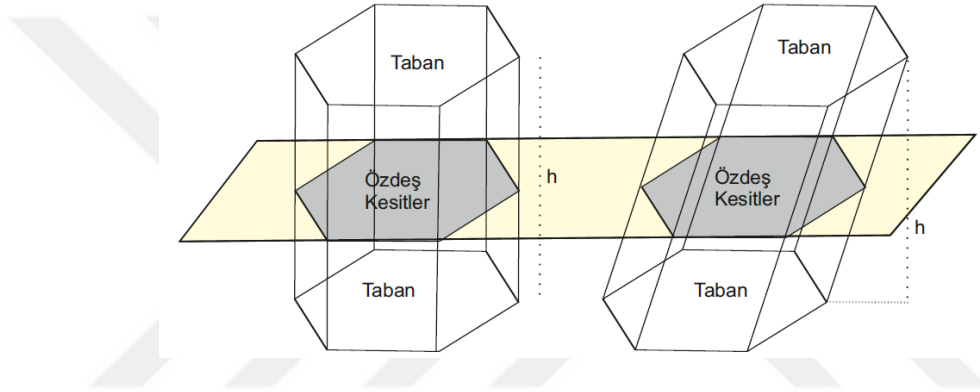
Baykul (2014, s. 355) hacmi “uzay parçasının büyüklüğü” olarak tanımlamaktadır. Piaget (1964) ise hacme değişik yönlerden bakmış, iç hacim ve dış hacim gibi farklı tür hacimlerden söz etmiştir (akt. Zembat, 2013, s. 146). *İç hacim*; uzayda cismin yüzeyleri arasında kalan bölge olarak düşünülebilir. Bu tür hacme aynı zamanda *kapasite* de denilmektedir. *Dış hacim* ise; bulunduğu ortam ile uzamsal bir ilişki içinde olan cismin işgal ettiği bölgedir (Okuyucu, 2019, s. 12). Cisimler su dolu bir kaba atıldıklarında ortamda işgal ettikleri bölge nispetinde su taşmasına sebep olur. Cisim hacmi kadar su taşıdığı için dış hacme, *yer değiştiren hacim* de denir.

Düzgün geometrik cisimlerin hacimlerinin hesaplanmasında ve hacim ile ilgili genel bağıntılar elde edilmesinde kolaylık sağlayan iç hacim tanımı matematikçiler tarafından daha fazla kullanılmaktadır. Bu konuda en bilinen çalışmaları, Kepler’in çalışmalarından etkilenen, Cavalieri yapmıştır. Cavalieri’ye göre yükseklikleri aynı olan iki katı cisim, tabanlara paralel bir düzlemle kesildiğinde oluşan kesitler özdeşse bu cisimlerin hacimlerinin ölçüleri eşittir. Cismi, katmanlara sahip bir yapı gibi düşündüren Cavalieri Prensibi prizmaların hacimlerinin hesaplanmasında çokça işe yaramaktadır. Bir prizmanın tabanının boşluk kalmayacak şekilde birim küplerle doldurulması ile elde edilen katman, prizmanın tamamının içini doldurmak amacıyla da kullanılabilir. Priz-

manın yüksekliği boyunca dizilebilecek birim küp sayısı prizmanın içini tamamen doldurmak için gerekli katman sayısını verir. Bu durumda katmanı oluşturan birim küp sayısı ile yükseklik boyunca prizmanın içine dizilebilecek birim küp sayısının çarpımı hacme eşit olur. Genel olarak düşünüldüğünde ise hacim, taban alanı ile yüksekliğin çarpımı şeklinde ifade edilmektedir. Şekil 2.2.'de verilen altıgen prizmalar düzlemle kesilmiştir ve özdeş iki altıgen bölge oluşmuştur. Bu prizmaların yükseklikleri eşit olduğu için hacim ölçüleri de eşittir.

Şekil 2.2.

Cavalieri Prensibi (Taban Alanı $\times$ Yükseklik = Hacim)



MDÖP'te neredeyse her sınıf düzeyinde, karşımıza çıkan geometrik cisimler ve bu cisimlere ait bazı niteliklerin ölçülmesi konuları günlük hayatla oldukça ilişkilidir. Bu nedenle alan yazında bu konuları inceleyen çalışmalara sıklıkla rastlanmaktadır. Bununla birlikte matematiksel bilgiyi oluşturma süreçlerini inceleyen çalışmalar da vardır. Aşağıda çalışmanın bulgularının değerlendirilmesinde katkı sunacağı düşünülen araştırmalara yer verilmiştir.

2.4. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde araştırmanın matematiksel boyutu olan prizmaların yüzey alanı ve hacmi ile teorik çerçevesini oluşturacak olan RBC+C soyutlama teorisine yönelik alan yazında yapılan çalışmalara kısaca yer verilecektir.

2.4.1. Prizmaların yüzey alanı ve hacmine ilişkin çalışmalar

Okuyucu (2019) ortaokul 6.sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilere hacim kavramının öğretilmesine dair bir öğretim deneyi ve öğretim deneyinin so-

nunda öğrencilere 10 sorudan oluşan bir test uygulamıştır. Çalışmada öğrencilerin hacim formülünü kullanırken zorlanmadıkları, birim küplerle oluşturulmuş bir yapının hacmini hesaplayabildikleri ancak hacim kavramına dair bazı eksikliklerinin olduğu görülmüştür. Başka bir sonuç ise somut materyallerle desteklenen öğretim ortamlarının öğrenme üzerinde olumlu etki oluşturduğudur.

Dündar (2019) gerçekleştirdiği nitel çalışmada 6.sınıf öğrencilerinin dikdörtgenler prizmasının hacmi kavramını yapılandırma süreçlerini incelemiştir. Çalışma 17 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmada gerçekçi matematik eğitimiye dayalı hazırlanmış öğrenme ortamında iki bağlamsal problem öğrencilere sorulmuş, grup içi ve gruplar arası tartışma ortamları oluşturulmuştur. APOS teorisine göre analiz edilen bulgulardan elde edilen sonuçlara göre katılımcıların hacmi ve hacim formülünü yapılandırmada zorluklar yaşadığı görülmüştür. Ayrıca birim kullanmanın ve prizmanın hacmini katmanlı yapısı yardımıyla anlamlandırmanın kavramsallaştırma sürecinde önemi vurgulanmıştır.

Yekrek (2019) alan ölçme konusunu matematik ders kitabından kendi başlarına öğrenmeye çalışan 10 tane 5. sınıf öğrencisi ile çalışmıştır. Öğrencilerin okuma stillerini incelemiştir. Çalışmanın sonuçlarından bir tanesi öğrencilerin alan ve çevre hesaplama konularını birbirine karıştırdığı yönündedir.

Camci (2018) tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde ortaokul 6.sınıf öğrencilerine yönelik tasarladığı öğretim deneyi sürecinde dikdörtgen prizmaların hacmine yönelik bir dizi etkinliği uygulamıştır. 12 öğrenciyle gerçekleştirilen bu çalışmada soyutlama süreçleri gözlemlenmiş ve soyutlama mekanizmaları açığa çıkarılmaya çalışılmıştır. Araştırmanın sonucunda matematik başarı düzeyi düşük öğrencilerin derin düzeyde soyutlama yapabildikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca katılımcıların kendi bireysel yaşantılarından elde edilmiş deneyimleri kullandıkları, bunun yanı sıra sosyal ortamdan ve sosyo-matematiksel normlardan da olumlu etkilendikleri görülmüştür.

Gürefe (2018) öğrencilerin alan ölçümünü yorumlama biçimleri ve alan konusunda problem çözme stratejilerini incelemiştir. Çalışmada açık uçlu alan problemleri öğrencilere yöneltilmiştir. Elde edilen cevapların yer aldığı dokümanlar içerik analizine tabi tutulmuştur. Öğrencilerin en çok formül kullanmayı tercih ettikleri ancak formülleri kavramsal olarak anlamlandırmada sorun yaşadıkları görülmüştür. Bununla birlikte alan ve hacmin de birbirine karıştırıldığı görülmüştür.

Tekin Sitrava ve Işıksal Bostan (2018) prizmanın hacmine dair kavram yanlışlarını ve işlemsel zorlukları incelemiştir. Çalışmaya 10 yıldan fazla çalışma tecrübesi

bulunan 4 öğretmen katılmıştır. Araştırmada elde edilen sonuçlardan bir tanesine göre yüzey alanı ve hacim birbirine karıştırılmaktadır.

Gürefe ve Gültekin (2016) yükseklik kavramına dair öğrenci bilgilerini incelemiştir. 33 sekizinci sınıf öğrencisiyle yürütülen çalışmada ayrıca beş öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler düzenlenmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin yükseklik kavramını birçok farklı kavramla karıştırdığı ve yükseklik yerine bu kavramları kullandığı görülmüştür.

Aydın Karaca (2014) tarafından 8. sınıf öğrencilerinin uzunluk, alan ve hacim ölçme ile ilgili anlama düzeylerini ortaya koymak için yapılan çalışmada 110 öğrenciye araştırmacı tarafından geliştirilen açık uçlu ve çoktan seçmeli 27 sorudan oluşan bir test uygulanmıştır. Araştırmada nicel veriler frekans ve yüzdelerle ifade edilmiş nitel veriler ise betimsel analiz yöntemiyle değerlendirilmiştir. Araştırmada öğrencilerin birim küplerle oluşturulmuş yapıların hacimlerini bulmakta zorlandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin yarısının alan bulmaya yönelik soruları yanlış cevapladığı ve alan ile uzunluk ölçmeyi karıştırdıkları belirlenmiştir.

Tan Sışman ve Aksu (2012) uzunluk, alan ve hacim ölçüleri konularında altıncı sınıf öğrencilerinin kavramsal ve işlemsel bilgilerini ve sözel problem çözme becerilerini araştırmak amacıyla Ankara'daki devlet ilköğretim okullarında öğrenim gören 445 altıncı sınıf öğrencisine çeşitli testler uygulamışlardır. Araştırmada elde edilen bulgulara göre öğrenciler işlemsel bilgi içeren sorularda daha başarılıyken ölçüler konusunun temelini oluşturan kavramların anlamlandırılması ve koordinasyonunu gerektiren sorularda daha başarısız olmuştur. Bunun yanı sıra, öğrencilerin hem testlerdeki başarısı arasında hem de ölçüler konusunun alt boyutları (uzunluk, alan ve hacim) arasında anlamlı bir ilişki bulunmuştur.

Dağlı (2010) öğrencilerin çevre, alan ve hacim hesaplamaya ilişkin öğrenme düzeylerini ve sahip oldukları kavram yanılgılarını incelemiştir. Nicel bir çalışma olan araştırma 5.sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin noktalı kâğıt üzerinde bir yapıyı oluşturan birim küpleri sayamadıkları gözlemlenmiştir.

Olkun (2003) ilköğretim 4-5-6 ve 7.sınıf seviyesinde 314 öğrencileriyle yürüttüğü çalışmada öğrencilerin küçük küplerden oluşturulmuş dikdörtgen prizmaların içindeki birim küp sayısını bulmaktaki başarılarını ve birim küp sayılarını bulurken ne tür stratejilerden faydalandıklarını incelemiştir. Öğrencilere birim küplerden oluşan çeşitli prizmalar verilmiş ve içerdikleri birim küp sayılarını bulmaları istenmiştir. Araştırmanın

sonucunda 7.sınıf öğrencilerinin bile prizmaları oluşturan birim küp sayılarını bulmakta zorlandıkları gözlemlenmiştir.

Battista ve Clements (1998) 3,4 ve 5.sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdikleri çalışmada, öğrencilerin prizmalarla ilgili anlayışlarını incelemişlerdir. Öğrencilerden birim küplerle oluşturulmuş prizmanın içinde yer alan küp katmanlarını numaralandırmaları istenmiş ve bu işlem esnasında öğrencilerde meydana gelen zihinsel etkinliklerin neler olduğu incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin prizmanın hacmini bulmak için sıralanmış birim küp katmanlarını bir tabaka olarak kabul ettiği veya birim küpleri saydığı görülmüştür. Sınıf düzeyi yükseldikçe tabakalandırma yönteminin daha fazla kullanıldığı sonucuna ulaşılmıştır.

2.4.2. RBC+C soyutlama teorisine ilişkin çalışmalar

Temiz (2019) tümler, bütünler ve ters açı ile ilgili herhangi bir bilgiye sahip olmayan öğrencilerin modelleme etkinliklerine dayalı soyutlama süreçlerini incelemiştir. Çalışma 18 tane 6.sınıf öğrencisi arasından seçilen dört kişilik bir odak grup ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin modelleme sürecinde yeni yapılara yönelik bazı bilgileri oluşturdukları, matematik başarıları orta ve yüksek seviyedeki öğrencilerin oluşturulan yeni yapıları çeşitli biçimlerde kullanarak pekiştirmeyi gerçekleştirdikleri görülmüştür. Matematik başarıları yüksek olan öğrencilerin oluşturulan yeni yapıları başka konularla da ilişkilendirebildikleri görülmüştür.

Aydın Çınar (2019) 8.sınıf öğrencilerinin eğitim bilgisini oluşturma süreçlerini incelemiştir. Maksimum çeşitlilik örneklemesine göre seçilen öğrencilere açık uçlu 11 soru yöneltilmiştir. Araştırmada yarı yapılandırılmış görüşmenin yanı sıra katılımcı gözlem ve doküman analizi de kullanılarak veriler toplanmıştır. Elde edilen verilerin değerlendirilmesinde betimsel analiz kullanılmış ve RBC+C modelinin epistemik eylemleri dikkate alınmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin çoğunluğu eğimin bağlı olduğu değişkenleri fark etmiş ancak sadece üst düzey başarı grubundaki öğrenciler bütün epistemik eylemleri gerçekleştirebilmiştir. Bu durumun sebebi olarak geçmiş öğrenmeler ve öğrencilerin özgüven eksikliği görülmüştür.

Eldekçi (2019) gerçekleştirdiği araştırmasında 7.sınıf öğrencilerinin değişken kavramını soyutlama sürecini incelemiştir. Araştırmada öğrencilere gerekli kazanımları içeren problemlerin bulunduğu etkinlik kağıdı dağıtılmıştır ve problemleri çözmeleri istenmiştir. Nitel paradigmaya uygun olarak yapılan araştırmada örnek olay deseni kullanılmıştır. Araştırmada öğrencilerle ikişerli gruplar halinde görüşülmüştür. Ses ve vi-

deo kayıtları alınmıştır. Sonuç olarak öğrencilerin en çok oluşturma eyleminde zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin değişkeni kavramsal düzeyde tam olarak ifade edememeleri, soyutlamanın tam manasıyla gerçekleşmediğini göstermiştir.

Hasar (2019) yaptığı karma araştırmada farklı başarı ve motivasyon düzeyine sahip 6.sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusunda bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemiştir. Öncelikle 153 öğrenciye motivasyon ve başarı testi uygulanmış, elde edilen veriler betimsel istatistik yöntemiyle analiz edilmiş ve araştırmanın nitel kısmında çalışılacak öğrenciler belirlenmiştir. Araştırmanın nitel bölümünde görüşme yöntemi ile örnek olay ve pekiştirme etkinlikleri uygulanmış, uygulama esnasında süreç gözlemlenmiştir. Sonuç olarak bütün öğrenciler tam sayı bilgisini oluşturabilmiştir. Ancak başarı düzeyi düşük olan öğrenciler bu süreçte daha çok zorlanmış ve öğretmenlerden gelen yönlendirme sorularına ihtiyaç duymuşlardır. Araştırmanın bir başka sonucuna göre başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin pekiştirme süreçlerinde daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca araştırmadan dört hafta sonra gerçekleştirilen pekiştirme etkinliğinde ise motivasyon düzeyi daha yüksek olan öğrencilerin başarısının da daha yüksek olduğu görülmüştür.

Dinç (2018) yaptığı yüksek lisans çalışmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayı kavramını oluşturma süreçlerini izlemiştir. Matematik öğretimi programında irrasyonel sayı kavramının ilk iki kazanımına yönelik sorular öğrencilere sorulmuştur. Sonuç olarak öğrencilerin yeni bir kavramı soyutlayabilmesi için ön koşul öğrenmelerin tam olması ve anlamlı öğrenmenin gerçekleşmiş olması gerektiği kanısına varılmıştır.

Bulut (2018) tarafından farklı matematik başarı düzeyine sahip altıncı sınıf öğrencilerinin üçgenin alan bilgisini oluşturma süreçlerini incelemek amacıyla yapılan çalışmada örnek olay yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme yöntemiyle katılımcıları seçmek için 121 öğrenciye alan başarı testi uygulanmış ve neticede çalışmaya katılacak 12 öğrenci belirlenmiştir. Çalışmanın sonucunda paralelkenarın alan bilgisini oluşturabilen bütün öğrencilerin üçgenin alan bilgisini oluşturmakta da zorlanmadıkları gözlemlenmiştir. Yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin bilgiyi daha hızlı oluşturdıkları, orta başarı düzeyindeki öğrencilerin ise süreç esnasında etkileşime ihtiyaç duydukları için soyutlamayı daha geç gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir.

Altaylı Özgül (2018) çokgenler konusunun öğretimi için RBC+C modelinin epistemik eylemlerini içeren bir öğretim faaliyeti tasarlamıştır. Karma yöntemin kullanıldığı çalışmada deney ve kontrol grupları oluşturulmuş, deney grubuna RBC+C'ye

dayalı öğretim etkinlikleri uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda deney grubunun daha başarılı olduğu görülmüştür. Ayrıca deney grubundaki öğrencilerin RBC+C'nin epistemik eylemlerini gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir.

Yenilmez ve Yüksel'in (2018) öğrencilerin asal sayı kavramını oluşturma süreçlerini incelemek amacıyla yaptıkları çalışmaya, yüksek-orta-düşük başarı düzeyine sahip 5.sınıf öğrencileri ikişerli gruplar halinde katılmıştır. Öğrencilere üç farklı etkinlik uygulanmış, etkinliklerden elde edilen yazılı dokümanlar, araştırmacı notlar ve ses kayıtlarının çözümlenmiş hallerinden elde edilen veriler betimsel analiz yöntemiyle değerlendirilmiştir. Çalışmanın sonucunda yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin asal sayı kavramını daha hızlı oluşturdıkları gözlemlenmiştir.

Ulaş ve Yenilmez (2017) özdeşlik kavramının öğrenilmesi sırasında bilgi oluşumunun nasıl gerçekleştiğini incelemiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma sürecinin incelenmesi için üç adet etkinlik tasarlanmış ve uygulama sonucunda elde edilen veriler betimsel analize tabi tutulmuştur. Çalışmada başarı düzeyleri farklı olan üç grup oluşturulmuş ve sonuç olarak her grubun soyutlama basamaklarına ulaşma hızlarının farklı olduğu görülmüştür.

Altaylı Özgül ve Kaplan (2016) dik silindirin yüzey alan bilgisinin oluşumunu gözlemlmek için yaptıkları çalışmada maksimum örnekleme yöntemiyle seçilen 7.sınıf öğrencileri için 3 problemten oluşan bir etkinlik tasarlamışlardır. Durum çalışması desenine göre gerçekleştirilen araştırmanın verileri betimsel analiz ile değerlendirilmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin silindirin yüzey alan bağıntısını oluşturdıkları ve pekiştirdikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca çalışmada düşük başarı düzeyine sahip bir öğrencinin grup üyelerinden etkilenecek bazı kavram yanılgılarını giderdiği görülmüştür.

Özcan (2012) yaptığı çalışmada 7. sınıf seviyesinde geometrik düşünme düzeyleri farklı 12 öğrencinin soyutlama süreçlerini RBC modeline göre incelemiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin kullandıkları matematiksel dilin sahip oldukları geometrik düşünme düzeylerine göre değişim gösterdiği tespit edilmiştir. Üst geometrik düşünme düzeyine sahip öğrencilerin matematiksel dili daha etkili ve dikkatli kullandıkları görülmüştür.

Ayanoğlu (2012) yaptığı çalışmada dokuz tane yedinci sınıf öğrencisiyle çalışmıştır. Öğrencilerin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik bilgilerini oluşturma süreçlerini incelemiştir. Araştırmanın sonunda gözlemlenebilir eylemlerin iç içe bir yapı sergilediği ve her öğrencinin farklı hızda soyutlamayı gerçekleştirdiği görülmüştür. Bununla birlikte her öğrenci istenen bilgi yapılarını oluşturmamıştır.

Memnun (2011) yaptığı çalışmada analitik geometri kavramlarının öğrenilmesi sürecinde soyutlamanın niteliğini araştırmıştır. Çalışmada koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarının öğretimine yönelik olarak yapılandırmacı öğrenme ile gerçekçi matematik eğitimi teorilerine uygun bir öğretim ortamı hazırlanmış ve öğrencilerin bilgiyi nasıl oluşturdukları gözlemlenmiştir. Çalışmada örnek olay yöntemi kullanılmış ve buna yönelik olarak etkinlikler hazırlanmıştır. Matematik başarı düzeyleri farklı öğrencilerden oluşturulan ikişer kişilik gruplarla yürütülen çalışmada veriler görüşme, katılımcı gözlem ve doküman analizi yöntemleriyle toplanmıştır. Veriler analiz edilirken RBC+C soyutlama modelinin epistemik eylemleri referans alınmıştır. Araştırmanın sonunda bütün öğrenciler koordinat sistemi kavramını ve doğru denklemini oluşturmuştur.

Akkaya (2010) tarafından yürütülen çalışmada öğrencilerin anlamlı matematiksel bilgi oluşturabilmeleri için yapılandırmacılık ve gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımlarına uygun öğretim uygulaması yapılmış ve bilgi oluşumunun niteliği incelenmiştir. 10 öğrencinin katılımıyla yürütülen çalışmada etkinliğe dayalı öğretimin nitelikli bilgi oluşturmada olumlu katkı sunduğu ve RBC+C'nin gözlemlenebilir eylemlerinin bazı durumlarda sıralı bazen de eş zamanlı gerçekleştiği görülmüştür.

Tunalı (2010) tarafından açılı kavramının öğretimi üzerine örnek olay çalışması yöntemiyle yürütülen çalışmada grup ve bireysel görüşmeler yapılarak soyutlamanın nasıl gerçekleştiği incelenmiştir. Bu sürecin analizinde gerçekçi matematik eğitimi (GME) ve yapılandırmacı öğrenme yaklaşımları kullanılmıştır. Çalışma 3.sınıf öğrencileriyle yürütülmüştür. Çalışmanın sonucunda GME'nin bilgi oluşturma sürecinde etkili olduğu, yapılandırmacı yaklaşımın öneminin grup çalışmalarında ortaya çıktığı ve RBC+C soyutlama sürecinin açıklanmasında ve tam öğrenmenin gerçekleşmesinde etkili olduğu görülmüştür.

Dreyfus (2007) yaptığı araştırmada öğrencilerin önceden bildikleri bir cebirsel ifadeden hareketle başka bir cebirsel ifadeye ilişkin bilgi oluşumu sürecini incelemiştir. Çalışması sonucunda tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemlerinin iç içe geçmiş biçimde olduğu görülmüştür. Bu eylemlerin zaman zaman art arda bazen de birbirine paralel olarak gerçekleştiği gözlemlenmiştir.

Hershkowitz vd. (2007), iki grup öğrenciden, örnek olay yöntemi kullanılarak, elde edilen verileri karşılaştırmışlardır. Çalışmada grup çalışmasının ve grup içi etkileşimin soyutlama süreçlerine etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Bu nedenle çalışmada öğrenciler arasındaki bilgi alışverişi dikkatle izlenmiştir. Video kayıt altına alınan veriler betimsel analizle yorumlanmıştır. Çalışmanın sonucunda grup içi çeşitliliğinin soyutla-

ma süreçlerinde etkili olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca her grubun soyutlama sürecinin kendine özgü olduğu sonucuna varılmıştır.

Dooley (2007) yaptığı çalışmada akran etkileşiminin öğrenme üzerine etkisini araştırmıştır. Öğrencilerin ondalık kesirler konusunda bilgiyi oluşturma süreçlerini RBC teorisini kullanarak incelemiş ve sınıf içi grup çalışmalarının soyutlama üzerine etkisini gözlemlenmiştir. Araştırmanın sonucuna göre bütün öğrenciler oluşturma eylemini gerçekleştirememiştir. Ancak bir öğrenci tarafından gerçekleştirilen tanıma eyleminin diğer bir öğrenci tarafından kullanıldığı, bu durumun diğer öğrencilerin bilgiyi oluşturmada da yol gösterici olduğu görülmüştür.

Yeşildere (2006), matematiksel gücü yüksek ve düşük seviyedeki öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini karşılaştırmıştır. Araştırmada ortaokul öğrencilerinin üçgen konusundaki soyutlama sürecini incelemiştir. RBC+C modeline dayalı olarak yapılan analizde farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin soyutlama süreçlerinde farklılıklar olduğu gözlemlenmiştir. Çalışmanın sonucunda düşük matematik güce sahip öğrencilerin bilgiyi oluşturmada daha yavaş oldukları ve süreçte daha fazla sorun yaşadıkları görülmüştür.

Hershowitz vd. (2001) yaptıkları çalışmada örnek olay yöntemi kullanılmışlardır. Çalışma dokuzuncu sınıfta öğrenim gören bir öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciye değişim oranları ile ilgili dört açık uçlu soru sorulmuştur. Veriler incelendiğinde bazı durumlar karşısında öğrencinin yeni bilgiye ihtiyaç duymadan eski bilgilerini kullandığı, eski bilgileriyle çözüme ulaşamadığında şaşkınlık yaşadığı ve uygun bir bilgiyle yeniden düzenlemeye gittiği, yeni bilgi yapıları inşa ederek değişim oranının fonksiyon biçiminde ifade edilebileceği sonucuna kısmen de olsa ulaştığı görülmüştür. Araştırmacılar, gözlemledikleri süreçte öğrencinin zihinsel eylemlerini tanıma, kullanma ve oluşturma epistemik eylemleri biçiminde tanımlamışlardır.

Prizmaların yüzey alanı ve hacmine yönelik çalışmalarda bu niteliklerin ve ölçmeye ait kavramların nasıl algılandığı, alan ve hacim bağıntılarının kullanımı ve bu konudaki kavram yanılgıları araştırılmıştır. Genel olarak öğrencilerin yüzey alanı ve hacmi anlamakta zorlandıkları görülmüştür. RBC+C teorisine ait çalışmalarda ise matematiksel bilginin oluşum süreçleri problem çözme etkinlikleri üzerinden incelenmiştir. Bu çalışmalarda bilginin oluşturulup oluşturulmadığı, bilgi oluşturma süreçlerinde karşılaşılan zorluklar ve sosyal öğrenmeye yönelik sonuçlar gözlemlenebilir epistemik eylemler açısından değerlendirilmiştir.

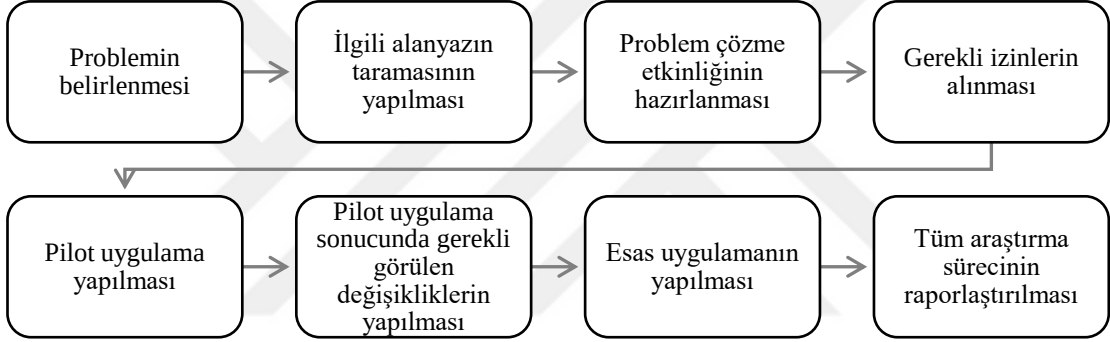
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. Yöntem

Bu bölümde araştırmanın dayandığı paradigma, çalışmanın birlikte yürütüldüğü grubun seçimi, verilerin hangi araçlarla ve nasıl toplandığı, uygulama süreci ve elde edilen verilerin çözümlenmesi hakkında bilgi verilmektedir. Araştırma sürecinin tamamı Şekil 3.1’de görülmektedir.

Şekil 3.1.

Araştırma Süreci



Araştırma süreci 2019 yılında problem durumunun belirlenmesiyle başlamıştır. İlgili alanyazın taraması yapıldıktan sonra yarı yapılandırılmış görüşmeler için problemler belirlenmiştir. Daha sonra süreç Tablo 3.1’de görülen planlama dahilinde sürdürülmüştür.

Tablo 3.1.

Araştırma Sürecinin Devamı

Ay	Yapılacak İşlem
Eylül – Ekim (2021)	Araştırma izinlerinin alınması
Kasım (2021)	Verilerin toplanması – Bulguların yazılması
Aralık (2021)	Sonuç, tartışma ve önerilerin yazılması
Ocak (2022)	Tez savunması

3.1. Araştırma Deseni

Araştırma desenleri, bilimsel araştırmalarda, araştırmacıya veri toplama, analiz etme, yorumlama ve raporlama esnasında hangi yöntemi kullanacağı konusunda yol gösteren yöntemlerdir (Creswell & Plano Clark, 2014, s. 61). Bu araştırmanın deseni nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması olarak belirlenmiştir. Nitel araştırmalar araştırmacıya, katılımcıların kendi gözünden duruma bakma imkanı sunar (Coşkun, 2019, s.1). Dey'e (1993) göre nitel araştırmalar kişilerin olaylara yükledikleri anlamlara ve olayları nasıl nitelediklerine odaklanır (Akt. Özdemir, 2010, s. 326). Nitel araştırmalarda az sayıda katılımcıdan konuyla ilgili derinlemesine bilgi elde edilmesi ve elde edilen verilerin belirli ölçütler dahilinde değerlendirilmesi amaçlanır. Bu yöntemlerden biri durum çalışmasıdır. Durum çalışmalarında bir sistem, birey, grup veya olgu, belirli sınırlar dahilinde derinlemesine betimlenir ve incelenir (Merriam, 2013, s. 583). McMillan'a (2000) göre durum çalışması, tek bir olayın veya birden fazla durumun birbirine bağlandığı olay örgüsünün de derinlemesine incelenmesine fırsat tanıyan bir modeldir (Akt. Büyüköztürk, vd., 2018, s. 22).

Nitel araştırmalardaki gibi katı genelleme anlayışına sahip olmaması, araştırmacıya derinlemesine inceleme fırsatı sunması ve araştırma esnasında karşılaşılan bazı durumlar karşısında esnek yapısı nedeniyle değişiklikler yapma imkanı tanınması araştırmada durum çalışması deseninin seçilmesinde etkin rol oynamıştır.

3.2. Çalışma Grubu

Bir araştırmanın katılımcıları belirli bir amaç doğrultusunda, zengin veri sunabilecek ve derinlemesine araştırma yapma olanağı sağlayan kişiler arasından seçilebilir (Büyüköztürk, vd., 2018, s. 92). Örneklemenin böyle bir bakış açısıyla oluşturulmasına amaçsal örnekleme denir. Amaçsal örnekleme özel durumların araştırılmasına olanak sağlar. Araştırmaya uygun öğrencilerden oluşan bir örneklem oluşturabilmek için, araştırmacının evreni çok iyi tanıyor olması gerekmektedir (Baltacı, 2018, s. 245).

Bu bağlamda çalışmanın katılımcıları amaçsal örnekleme yöntemlerinden biri olan maksimum çeşitlilik örnekleme yoluyla seçilmiştir. Çalışma Eskişehir ili, Odunpazarı ilçesinde MEB'e bağlı bir devlet ortaokulunda 2021-2022 eğitim öğretim yılının güz döneminde gerçekleştirilmiştir. Araştırmacının hâlihazırda bu okulda görev yapıyor olması okul seçiminde etkili olmuştur. Çalışma beşinci sınıf seviyesinde altı öğrenciyle gerçekleştirilmiştir. Araştırma öncesinde olası aksaklıkları ve eksikleri görebilmek adına beşinci sınıf seviyesinde iki öğrenciyle pilot çalışma yapılmıştır. Ayrıca

bilimsel araştırma etiği dikkate alınarak öğrencilerin isimleri gizli tutulmuştur. Pilot çalışmaya katılan öğrenciler P1 ve P2 olarak kodlanmıştır. Asıl uygulamaya katılan öğrencilere ise Ö1 ile Ö6 arasında bir kod atanmıştır. Kodlama yapılırken pilot ve asıl uygulamanın katılımcıları kendi aralarında değerlendirilmiş ve her iki uygulamada en yüksek matematik başarı düzeyine sahip öğrenciden başlanarak en düşük düzeye sahip öğrenciye doğru gidilmiştir. Öğrencilerin seçiminde birinci matematik yazılı notu ve 4.sınıf matematik not ortalamaları göz önünde bulundurulmuştur. Buna göre; pilot uygulama için yazılı not ortalaması 100 - 85 arasında olan bir öğrenci, 84 – 70 arasında olan bir öğrenci seçilmiştir (Bkz. Tablo 3.2.).

Tablo 3.2.

Pilot Uygulamaya Katılan Öğrenciler

Başarı Düzeyi (Yazılı Notu Ortalaması)	Öğrenci Adı
100 - 85	P1
84 - 70	P2

Asıl çalışma için notları 100 - 85 arasında olan iki öğrenci, 84 – 70 arasında olan iki öğrenci ve 69 – 45 arasında olan iki öğrenci seçilmiştir (Bkz. Tablo 3.3). Katılımcılar seçilirken öncelikle gönüllülük esasına göre hareket edilmiştir. Veli onayı şartı aranmıştır.

Tablo 3.3.

Asıl Uygulamaya Katılan Öğrenciler

Başarı Düzeyi (Yazılı Notu Ortalaması)	Öğrenci Adı
100 - 85	Ö1, Ö2
84 - 70	Ö3, Ö4
69 - 45	Ö5, Ö6

Katılımcıların düşüncelerini ifade edebilme becerileri göz önünde tutulmuş, derse katılımları dikkate alınmıştır. Daha düşük not ortalamasına sahip olan öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgi açısından eksiklerinin bulunması tercih edilmeme sebebi olmuştur. Öğrencilerin geçmiş öğrenmelerindeki eksikliklerin çok olmasının, tanıma ve

kullanma eylemlerinin gerçekleşmemesine buna bağlı olarak oluşturma ve pekiştirme basamaklarına erişilememesine neden olacağı düşünülmüştür. Bununla birlikte yeni bir bilginin oluşumunun gözlemlenebilmesi için öğrencilerin o konuyu ilk defa görüyor olması gerekir. Bu nedenle henüz prizmanın yüzey alanı ve hacmi konusuna ait kazanımları görmemiş olan beşinci sınıf öğrencileri araştırmaya dahil edilmiştir. Araştırmacının, katılımcıların öğretmeni olması örneklem seçiminde etkili olmuştur.

3.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmalarda çeşitli veri toplama yöntemlerinden faydalanma, çalışma sonuçlarının objektifliğini, geçerliliğini ve güvenilirliğini artırmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 91). Bu bölüm, araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılan ve öğrencilere yazılı biçimde yöneltilen sorulara verilmiş olan yazılı cevapların bulunduğu doküman, sözel olarak sorulan sorulara ve cevaplara ilişkin video kayıtları ile gözlem ve görüşme esnasında araştırmacının tuttuğu notlardan elde edilen verilerden oluşmaktadır.

Araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılan etkinlik kağıdı sekiz problem içermektedir. Problemler MDÖP’te yer alan kazanımlar ve bu kazanımlara ait açıklamalar dahilinde hazırlanmıştır. Bu problemlerin ilk ikisi dikdörtgenler prizmasının yüzey alanının hesaplanmasına, bir problem birim küplerden oluşturulmuş yapıların içerdiği birim küp sayısının belirlenmesine, iki problem dikdörtgenler prizmasının içine sığabilecek birim küp miktarının hesaplanmasına, iki problem dikdörtgenler prizmasının hacim formülünün kullanımına ve son problem alan ve hacim bilgisinin kullanılmasına yöneliktir.

Etkinliğin problem odaklı hazırlanmasının sebebi RBC+C modelinin gözlemlenebilir epistemik eylemleri olan tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerinin problem çözme etkinliklerinde daha rahat gözlemlenebilmesidir. Bu bağlamda birinci ve üçüncü problemler tanıma ve kullanma; ikinci, dördüncü, beşinci, altıncı ve yedinci problemler tanıma, kullanma ve oluşturma; sekizinci problem ise pekiştirme eylemine yönelik hazırlanmıştır. Ancak bu eylemlerin amaçlanan problemten önce veya sonra da gözlemlenebileceği göz ardı edilmemelidir. Epistemik eylemlerin iç içe geçmiş yapısı, öğrencilerin matematik başarısı ve öğrenme hızlarının bu süreçte etkili olacağı düşünülmektedir. Problemlerin künyesi Tablo 3.4.’te görülmektedir. Hazırlanan problemler alanında uzman iki bilim insanına incelenmiştir. İncelemelerden sonra problemlerin bağlam, dil ve anlatım, görsel öğelerinde tespit edilen hatalar düzeltilmiş ve eksiklikler giderilmiştir.

Tablo 3.4.

Problemlerin Künyesi

Prob- lem No	Konu	Epistemik Eylem	Kazanım
1	Yüzey Alanı	Tanıma, Kullanma	Dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer.
2	Yüzey Alanı	Tanıma, Kullanma, Oluşturma	Dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer.
3	Hacim	Tanıma, Kullanma	Dikdörtgenler prizmasının içine boşluk kalmayacak biçimde yerleştirilen birim küp sayısının o cismin hacmi olduğunu anlar, verilen cismin hacmini birim küpleri sayarak hesaplar.
4	Hacim	Tanıma, Kullanma, Oluşturma	Verilen bir hacim ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler prizmalarını birim küplerle oluşturur, hacmin taban alanı ile yüksekliğin çarpımı olduğunu gerekçesiyle açıklar.
5	Hacim	Tanıma, Kullanma, Oluşturma	Verilen bir hacim ölçüsüne sahip farklı dikdörtgenler prizmalarını birim küplerle oluşturur, hacmin taban alanı ile yüksekliğin çarpımı olduğunu gerekçesiyle açıklar.
6	Hacim	Tanıma, Kullanma, Oluşturma	Dikdörtgenler prizmasının hacim bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
7	Hacim	Tanıma, Kullanma, Oluşturma	Dikdörtgenler prizmasının hacim bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
8	Yüzey Alanı Hacim	Tanıma, Kullanma, Oluşturma Pekiştirme	Dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını hesaplamayı gerektiren problemleri çözer. Dikdörtgenler prizmasının hacim bağıntısını oluşturur, ilgili problemleri çözer.

3.4. Verilerin Toplanması

Görüşme yöntemi bireylerin çeşitli konulardaki bilgi, düşünce, tutum ve davranışları ile bunların olası nedenlerinin öğrenilmesinde en kestirme yol olarak kullanılagelmiştir (Karasar, 2005, s. 166). Görüşme belirli bir konuda yapılan araştırmada derinlemesine bilgi sağlayan, en az iki kişi arasındaki iletişime dayanan esnek bir yöntemdir (Büyüköztürk, vd., 2018, s.158). Bu çalışmada görüşülene kendini ifade etme fırsatı verdiği ve analizlerin kolay yapılmasına imkan tanıdığı (Büyüköztürk, vd., 2018, s.159) için görüşme türlerinden biri olan yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme tekniği, ana konuya bağlı açık uçlu sorulardan oluşur. Derinlemesine inceleme yapabilmek için görüşülen kişi yönlendirilir ve açık uçlu sorulara özgürce cevap vermesi sağlanır (Memnun, 2011, s. 103). Görüşmeler her grup için, salgın hastalık süreci dikkate alınarak, ayrı ayrı zoom programı üzerinden yapılmıştır. Görüşmeler gün içinde bir saat arayla iki bölüm olarak gerçekleştirilmiştir (Bkz. Tablo 3.5.).

Tablo 3.5.

Görüşme Süreleri

Grup Adı	1.Grup		2.Grup		3.Grup	
Bölüm Adı	1.Bölüm	2.Bölüm	1.Bölüm	2.Bölüm	1.Bölüm	2.Bölüm
Süre (Dakika)	33	23	36	32	40	37

Asıl uygulamada karşılaşılması muhtemel aksaklıkların tespit edilmesi ve araştırmacının araştırma sürecine yönelik tecrübe kazanması amacıyla pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. İki öğrenci ile görüşmeler yapılmıştır. Görüşmelerin ilk bölümü 38 dakika, ikinci bölümü 25 dakika sürmüştür. Elde edilen veriler değerlendirilmiş, öğrenci ifadeleri ve davranışları analiz edilmiştir. İlk bölümde beş probleme cevap veren öğrenciler ikinci bölümde üç problem çözmüştür. İlk bölümdeki problem sayısının fazlalığının öğrencilerin dikkatini dağıtacağı düşünülmüştür. Bu nedenle asıl uygulamada yapılacak görüşmelerde, her iki bölümde dört problem sorulması uygun görülmüştür. Pilot çalışmanın bir başka faydası, görüşmeler sırasında araştırmacının karşılaşacağı öğrenci cevapları ve sorularına yönelik deneyim kazanma fırsatı sunmasıdır Öğrencilere sözlü olarak yöneltilecek sorular öğrenci yanıtları ve pilot uygulamanın sonuçları doğrultusunda çeşitlendirilmiştir. Pilot uygulamada, araştırmada kullanılacak problemlerinin

araştırmanın amacına uygun olduğu ve öğrenciler tarafından anlaşıldığı görülmüştür. Bu bağlamda problem çözme etkinliğinin bütün öğrenciler için geçerliliği sağlanmıştır.

Görüşmeler esnasında soruların yazılı olduğu belge etkileşimli tahtada ekrana yansıtılarak öğrencilerin görmesi sağlanmıştır ve görüşme süresince ekran kaydı alınmıştır. Ayrıca öğrencilerden sorulara ait cevapları kendilerine verilen problem çözme kağıdına yazarak görüşmeden sonra araştırmacıya teslim etmeleri istenmiştir. Görüşmelerde öğrencilerin verdikleri cevaplara ve tepkilere göre yönlendirici sorular sorulmuştur. Bu sorular öğrencilerin düşüncelerini tam olarak ortaya çıkarabilmeleri ve süreçteki olası tıkanmaların açılabilmesi için kullanılmıştır. Görüşmelerin yarı yapılandırılmış olarak seçilmesinin amacı bu görüşme türünün esnek yapısının çalışmaya uygun olmasıdır.

Görüşmelerin sonucunda elde edilen videolar çözümlenmiştir. Elde edilen dökümler ve öğrenci cevaplarını içeren kâğıtlar bir bütün olarak değerlendirilmiştir. Verilerin çözümlenmesinde RBC+C'nin epistemik eylemleri göz önünde bulundurulmuştur.

3.5. Verilerin Çözümlenmesi

Her bir grupta yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerin video kayıtlarına ait dökümler yapılarak yazılı hale getirilmiştir. Elde edilen veriler RBC+C teorisinin epistemik eylemleri kapsamında betimsel analize tabi tutulmuştur. Bu bağlamda yarı yapılandırılmış görüşmelerden, gözlemlerden ve öğrencilerin cevap kâğıtlarından elde edilen veriler önceden belirlenen temalara göre değerlendirilmiştir. Analiz yapılırken öğrenci diyalogları doğrudan alıntılanmış ve öğrenci çözümlerinden görüntülere yer verilmiştir. Amaç elde edilen verilerin önceden belirlenmiş temalar altında düzenlenmesi, yorumlanması ve okuyucunun anlayabileceği şekilde sunulmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 240). Analizler belirli bir plan dahilinde gerçekleştirilmiştir. Plan hazırlanırken Yıldırım ve Şimşek'in (2016, s. 240) belirttiği aşamalar göz önünde bulundurulmuştur. Plan aşağıda verildiği şekliyle uygulanmıştır.

1. Betimsel analiz için bir çerçeve oluşturma: Araştırmanın kuramsal dayanağını oluşturan RBC+C teorisinin epistemik eylemleri soru bazında incelenmiştir.

2. Tematik çerçeveye göre verilerin işlenmesi: Veriler okunmuş, belirlenen temalar bağlamında anlamlı ve mantıklı bir bütün oluşturacak şekilde düzenlenmiştir.

3. Bulguların tanımlanması: Düzenli hale getirilen veriler anlaşılır bir biçimde temalara uygun olarak tanımlanmıştır. Doğrudan alıntılanan öğrenci diyaloglarına yer verilmiştir.

4. Bulguların yorumlanması: Bulgular açıklanmış, epistemik eylemlerle ilişkilendirilmiş ve bu bağlamda anlamlandırılmıştır.

Veriler analiz edilirken RBC+C teorisin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerini gözlemleyip açığa çıkarmak amacıyla bazı anahtar ifadeler belirlenmiştir. Birtakım söylemlerin farklı durumlarda farklı epistemik eylemleri işaret edebileceği göz önünde bulundurulmalıdır. Bu durum eylemlerin iç içe geçmiş yapısından kaynaklanmaktadır. Anahtar ifadeler öğrencilerin çözüm sürecindeki söylemlerinde ve davranışlarında hangi eylemlerin gerçekleştirildiğini tespit etmekte kullanılmıştır. Anahtar ifadeler ve işaret ettikleri epistemik eylemler Tablo 3.6.'da belirtilmiştir. Böylece bulguların yorumlanması kolay bir hale gelmiştir.

Tablo 3.6.

Epistemik Eylemleri Tespit Etmekte Kullanılan Anahtar İfadeler (Altaylı Özgül, 2018, s. 87)

Tanıma	Kullanma	Oluşturma	Pekiştirme
• Fark etme • Örneklendirme • Bir geometrik şeklin veya cismin özelliklerini ifade etme	• Problem çözme • Varsayımda bulunma • Bir öneriyi savunma • Akıl yürütme • Bir durumu açıklama • İlişki kurma	• İlişki kurma • Yeni yapı inşaat etme • Matematiksel dil geliştirme • Akıl yürütme	• Doğrudan kullanma • Özgüvenli olma

3.6. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği

Geçerlik ve güvenilirlik kavramları bir araştırmanın temel iki koşuludur. Nitel araştırmalar ile nicel araştırmalar arasındaki farklar bu iki kavramın nitel araştırmalarda farklı isimler almasına neden olmuştur. Guba ve Lincoln (1989) iç geçerlik için inandı-

ricılık, dış geçerlik için aktarılabilirlik, iç güvenilirlik için tutarlık ve dış güvenilirlik için teyit edilebilirlik kavramlarını kullanmıştır (Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 273).

Nitel bir araştırmada inandırıcılığı (iç geçerlik) sağlamanın birtakım yolları vardır. Lincoln ve Guba'ya göre (1985) bu yollar; araştırma boyunca sağlanan uzun süreli etkileşim, derin odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyididir (Akt. Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 277). Bu çalışmada hazırlanan etkinliklerin alan eğitimi uzmanları tarafından incelenmiş olması ve araştırma sürecinde gözlem, görüşme ve doküman inceleme gibi farklı yöntemlerin kullanılması ile araştırmanın inandırıcılığı (iç geçerlik) sağlanmıştır. Ayrıca araştırma için farklı matematiksel başarıya sahip katılımcıların seçilmiş ve elde edilen veriler ayrıntılı bir şekilde betimlenmiştir. Yıldırım ve Şimşek' e göre (2016, s. 281) verilerin betimsel olarak doğrudan alıntılanması ve amaçlı örneklem seçimi araştırmanın aktarılabilirlik (dış geçerlik) düzeyin artırmaktadır.

Bir araştırmanın tutarlığını (iç güvenilirlik) sağlamak için araştırmanın araştırmacıdan farklı bir uzman tarafından değerlendirilmesi gerekir (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 283). Bu nedenle araştırmadan elde edilen tüm veriler araştırmacı ve bir alan uzmanı tarafından incelenmiştir. Her iki incelemenin sonuçları karşılaştırılmış ve yapılan yorumların tutarlı olduğu görülmüştür. Son olarak nitel bir araştırmanın teyit edilebilir (dış güvenilirlik) olması gerekir. Guba ve Lincoln'e göre (1989) teyit edilebilirlik tarafsızlık demektir ve bu da araştırmacının öznel yargılarının en aza indirilmesi ile mümkündür (Akt. Aydın Çınar, 2019, s. 54). Bu nedenle araştırmacı ulaştığı sonuçları elde etmiş olduğu verilerle doğrulamalı ve mantıklı açıklamalar sunmalıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 283). Bu şekilde oluşturacağı delil zinciri araştırmanın güvenilirliğini artıracaktır. Bu araştırmada araştırmacının ulaştığı sonuçlar video dökümleri ve öğrenci kâğıtlarından elde edilen bulgularla sürekli olarak karşılaştırılmış ve teyit edilmiştir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. Bulgular

Bu bölümde uygulama sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Pilot uygulama bulguları değerlendirildikten sonra araştırmanın asıl uygulaması yapılmıştır. Her iki uygulamadan elde edilen bulgular farklı başlıklar altında sunulmuştur. Araştırmada prizmaların “yüzey alanı bilgisinin” ve “hacim bilgisinin” oluşturulma süreçlerinin incelenmesi amaçlanmış, bu amaca yönelik olarak açık uçlu sekiz sorudan oluşan etkinlik öğrencilere uygulanmıştır. Öğrencilerin sırasıyla yüzey alanı bilgisini, prizmanın içine sığabilecek birim küp miktarını bulma bilgisini, genel hacim formülünü oluşturmaları ve son olarak oluşturulan bilgileri pekiştirmeleri beklenmektedir. Çalışmaya katılan öğrencilerin matematik dersi başarıları ve öğretmen görüşleri dikkate alınarak üç grup oluşturulmuştur. Pilot uygulamada iki, araştırmanın esas uygulamasında altı katılımcı ile çalışılmıştır. Bulgularda elde edilen veriler RBC+C teorisine özgün epistemik eylemler aracılığıyla ele alınmış, soyutlama süreçleri bu teorinin bakış açısıyla ortaya konmuştur. Öncelikle pilot uygulamadan elde edilen bulgularına yer verilmiştir.

4.1. Pilot Uygulamadan Elde Edilen Bulgular

Video kaydı alınan görüşmelerin dökümü yapılmıştır. Dökümlerde soyutlama içeren araştırmacı-öğrenci diyalogları seçilerek bulgulara aktarılmıştır. Bulguların gösteriminde öğrencilerin grup olarak verdikleri cevaplar her soru için ayrı ayrı yazılmıştır. Öncelikle öğrencilerin pilot uygulamada birinci soruya verdikleri cevaplar incelenecektir.

4.1.1. Birinci problemten elde edilen bulgular

Açık hali verilmiş olan bir koliyi oluşturmak için gerekli karton miktarının sorulduğu birinci soruda öğrencilerden dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını dikdörtgenin alanı ile ilişkilendirip hesaplaması beklenmiştir. Grupta bulunan iki öğrenci soruyu okumuş ve biraz düşünüp anladıklarını söylemişlerdir. Daha sonra düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir.

1A: Soruyu anladınız mı?

2P2: Ben anladım hocam.

3P1: Anladım hocam.

4A: Kaç cm^2 karton gerektiğini nasıl buluruz?

5P2: Bir kenar sekiz cm öğretmenim karşısı da sekiz olur (Bir şeklin özelliğini ifade etme – Tanıma).

6A: Şekli kâğıda çizip gösterir misin?

7P1: Öğretmenim 20 cm yazanın karşısı da 20 olur. 35 cm yazanın karşısı da 35 olur. Bize alanını mı soruyor yoksa çevresini mi? (Bir şeklin özelliğini ifade etme – Tanıma)

P1 ve P2 karşılıklı kenarların aynı olacağına dair yorumlar yapmıştır (5P2, 7P1). Dikdörtgenler prizmasının ayrıt uzunluklarına ait özelliklerin hatırlandığı görülmektedir. Bu durum bize tanıma eyleminin gerçekleştiğini gösterir.

8A: Sence koli oluşturmak için alan mı hesaplamak gerekir çevre mi?

9P1: Alanı (Ölçülecek niteliği fark etme - Tanıma).

10A: Evet.

11P1: O zaman 20 ile 35 yazan yerin alanını bulmak için 20 ile 35'i çarpalım. Şu sekiz yazan yerde 20 ile 8'i çarpalım (Alan formülünü fark etme – Tanıma; Alanı hesaplama – Kullanma).

P1'in verdiği cevaplardan "alan niteliğini" ve "dikdörtgenin alan bağıntısını" tanıdığı anlaşılmaktadır (9P1, 11P1). Bir başka tanıma eyleminin gerçekleştiği görülmüştür. Ayrıca P1 tanıdığı bu bilgiyle iki dikdörtgenin alanını hesaplamış (11P1). Dolayısıyla kullanma eylemini gerçekleştirmiştir.

12A: Tamam. Bütün alanı nasıl buluruz?

13P2: Öğretmenim ben şöyle düşündüm. O alanların hepsini bulacağız. Çarparak bulacağız (Akıl yürütme - Kullanma).

14A: Evet buradaki bütün alanları bulmamız lazım. (öğrenciler bir süre düşündükten sonra cevap gelmediği için araştırmacı sorularla yönlendiriyor). Ayı ayrı düşünürseniz bu kartonda hangi şekiller var?

15P2: Dikdörtgenler ve kareler (Fark etme - Tanıma).

16P1: Hepsi dikdörtgen. (Fark etme - Tanıma).

17A: Burada bulunan dikdörtgenlerden iki tanesinin alanını buldunuz. Diğer dikdörtgenlerin alanını nasıl bulursunuz?

18P2: Küçük karenin bir kenarı sekiz diğer kenarı da sekiz. Diğer küçük karenin de altı üstü sekiz olur. Dört tane sekiz var. Çarparsak $4 \times 8 = 32$. İki tane de 35 vardı toplarsak 70 olur. 70 ile 32 toplarsak 102 olur. Böyle bütün şeyleri yaparak sonuca ulaşırız (Hatalı akıl yürütme).

19A: P1, sen sonuca ulaşabildin mi?

20P1: Hayır.

P2 doğru bir akıl yürütme ile gerekli karton miktarını bulmak için bütün dikdörtgenlerin alanlarının bulunması gerektiğini söylemiştir (13P2). Ancak bu bilgiyi kullanamamışlardır. P1 herhangi bir sonuca ulaşamazken P2 verdiği cevapta alanı hesaplamak yerine ayrıt uzunluklarını toplamıştır (18P2). P2 bilgiyi doğru bir şekilde kullanmış olsaydı dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı bilgisini oluşturabilirdi.

21A: Mavi bölgenin alanını bulmamız gerektiğini, bunun için de buradaki dikdörtgenlerin alanını bulmamız gerektiğini ifade ettiniz. Dikdörtgenin alanı nasıl bulunur?

22P1: Uzun kenar ile kısa kenar çarpılarak (Özellik söyleme – Tanıma).

23A: Tamam. Zaten burada 20 ile 35'i çarpmıştınız. En başta bulunan dikdörtgenin alanını kaç bulmuştunuz?

24P1: 160 (diğer dikdörtgenin alanını söyledi).

25P2: 700 çıkar.

26A: Şeklin altında ve üstünde duran iki dikdörtgenin alanını nasıl buluruz? Hiçbir uzunlukları verilmemiş.

27P2: Orada ki 8 cm yanındaki kenara eşit olur (uzunluğu verilmemiş dikdörtgenin kısa kenarını kastediyor). Ama üst kısmını bulamadım (uzun kenardan bahsediyor). 20'nin karşısı da 20 olduğuna göre o kenar da 20'ye eşit olabilir. (Özellik söyleme – Tanıma).

28A: Bence olamaz.

29P1: Oranın alanı da 700 olabilir (Akıl yürütme – Kullanma).

30A: Neden böyle düşünüyorsun?

31P1: Çünkü bu bir kolyeymiş. Kolinin alt tabanı ile üst tabanı eşit olur. Bir de üstteki dikdörtgenle alttaki eşit olur (Bir öneriyi savunma – Kullanma).

32P2: O zaman sekiz cm kenarlı dikdörtgenle sondaki dikdörtgenin alanı eşit olur (Akıl yürütme – Kullanma).

33A: Bu dikdörtgenlerin alanları eşit olduğuna göre kenar uzunlukları da eşit olur mu?

34P1: Evet.

35A: Tamam. O zaman alanı bulabilir misiniz?

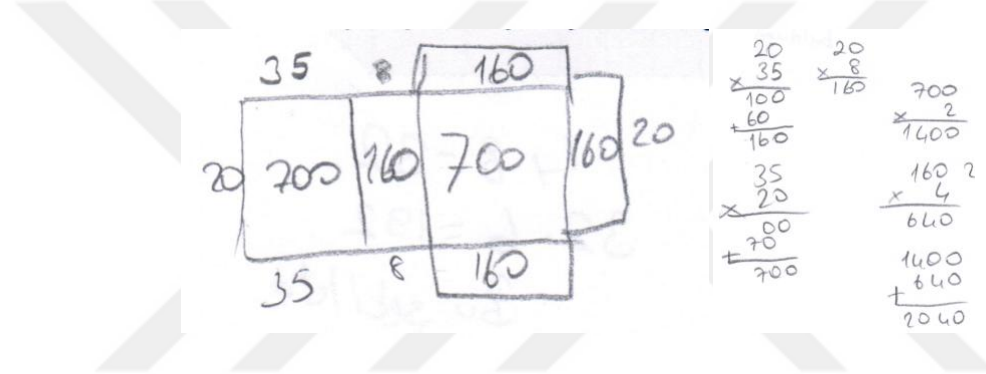
36P1: 2040 olabilir mi?

37P2: Ben de aynı buldum.

P1, doğru bir akıl yürütmeyeyle “kolinin üst tabanı ve alt tabanı eşit olur” diyerek istenen dikdörtgenin alanını bulmuştur. Daha sonra bu bilgiyi diğer yüzler için de kullanmıştır (29P1, 31P1). P1 bu problemin çözümünde alan ve prizmalara ait birçok bilgiyi tanımasına ve bu bilgilerden bazılarını kullanmasına rağmen sonuca ulaşamamıştır. P1’in soruya verdiği cevap Şekil 4.1’de görülmektedir. Öğrencinin çözümü eksik ve hatalı işlemler içermektedir. P1 kenar uzunlukları 8 cm ve 35 cm olan iki yüzü hesaba dahil etmemiştir. Ayrıca P1 problemi çözerken herhangi bir birim kullanmamıştır (Bkz. Şekil 4.1.).

Şekil 4.1.

P1’in Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler



P2, P1’in çözüme dair fikirlerini desteklemiştir. P2 dikdörtgenler prizmasının açılımında soldan ikinci sırada bulunan dikdörtgenin kısa kenarı ile üstte kalan dikdörtgenin kısa kenarının eşit uzunluğa sahip olduğunu bilgisini tanımıştır (27P2). Ancak aynı tanıma eylemini uzun kenarlar için gerçekleştirememiştir. Dolayısıyla Şekil 4.2.’de de görüldüğü gibi, geçmiş öğrenmelerine dayalı eksik bilgileri nedeniyle soruyu doğru bir şekilde çözmemiştir.

Şekil 4.2.

P2’nin Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler



P2'nin P1'e verdiği destek grup içi sosyal etkileşime bir örnek olarak gösterilebilir. Ancak öğrencilerin yüzey alanını hesaplarken eksik işlem yapmaları ve hatalı sonuç bulmaları oluşturma eyleminin gerçekleşmesini engellemiştir. Bu soruda öğrenciler tanıma eylemi basamağında kalmıştır.

4.1.2. İkinci problemde elde edilen bulgular

Kapalı hali verilen dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını bulmaya yönelik 2. soruda öğrencilerin bir önceki soruda tanıyıp kullandıkları bilgiyi bu soruda da kullanmaları beklenmiştir. Öğrencilerin yüzey alanı bilgisini oluşturmaları amaçlanmıştır. Soruyu okuyup biraz düşündükten sonra aşağıdaki yanıtları vermişlerdir.

1P2: *Bunun arka yüzü de var öğretmenim. Bu kısmı 4m olduğu için arka kısmında da 4m olacak. O kısım üç olacağı için yanı da üç olacak. Alt kısım iki olduğu için üstü de iki olur. Üç olanın karşısı da üç olacak çünkü eş dikdörtgenler. Toplam dört tane 3m var. 4m'nin üstü de 4m olur. Alt kısımla üst kısımda ikişer tane 4m olur (Özellik söyleme – Tanıma).*

2A: *Bu konteynır hangi şekillerden oluşmuş diyebiliriz?*

3P2: *Dikdörtgenler (Tanıma).*

4A: *Yaşar Usta boyaması gereken alanı nasıl bulur?*

5P1: *Önce dört ile üçü çarpalım. Ön yüzü buluruz (Bir süreci yansıma – Kullanma).*

6A: *Dört ile üçü çarparak neyi buluyoruz. Hangi nitelik?*

7P1: *Alan (Tanıma).*

8P2: *Alan (Tanıma).*

9P1: *Sonra onu da iki ile çarpalım. Çünkü arka yüzü var. 24 eder. Küçük yüzü bulmamız için ise küçük yüzün bir kenarı üç diğer kenarı da üç olur. Yoksa böyle olur (elini düz tutup sonra yan yapıyor). Buranın alanını bulabilmemiz için iki ile üçü çarpalım. Altı çıkıyor. Bir tane daha altı var. Çünkü diğer tarafı da var. Sonra üst kısmı bulmak için*

10P2: *İki ile dördü çarpalım. 8m'lik (alan birimini yanlış kullanıyor) bir bölüm daha çıkıyor.*

11A: *Kaç buldunuz?*

12P1: *Ben alanı 52 olarak buldum (Problem çözme – Kullanma).*

13P2: *Ben 45 buldum.*

Öğrenciler kapalı hali verilen dikdörtgenler prizmasının yüzeylerinin dikdörtgenlerden oluştuğunu (1P2, 3P2), alan niteliğinin ölçüldüğünü (7P1, 8P2) ve dikdörtgenler prizmasının karşılıklı yüzlerinin eş olacağını (9P1, 10P2) ifade ederek tanıma eylemini gerçekleştirmiştir. Ayrıca dikdörtgenin alan formülünü kullanarak dikdörtgenlerin alanlarını hesaplayabilmişlerdir. P1 kenar uzunluklarını ikişer ikişer çarpmış ve her bir sonuçtan iki tane alarak bunları toplamıştır (Bkz Şekil 4.3.). Doğru cevabı bulan P1'in yüzey alanı bilgisini oluşturduğu söylenebilir.

Şekil 4.3.

P1'in İkinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$\begin{array}{l}
 6 \cdot 3 = 12 \\
 12 \cdot 2 = 24 \\
 2 \cdot 3 = 6 \\
 6 \cdot 2 = 12 \\
 2 \cdot 4 = 8 \\
 8 \cdot 2 = 16 \\
 \hline
 12 + 24 + 6 + 12 + 8 + 16 = 52 \text{ m}
 \end{array}$$

P2 bir önceki problemde bahsettiği “bütün alanları bulma” bilgisini (1.soru - 13P2) bu problemde uygulamış ve kullanma eylemini gerçekleştirmiştir. Her ne kadar P2 cevabı yanlış bulmuş olsa da yüzey alanı bilgisini oluşturma yönünde ilerlediği düşünülmüştür.

4.1.3. Üçüncü problemde elde edilen bulgular

Birim küplerden oluşturulmuş yapıların kaç tane küp içerdiği ile ilgili sorulan üçüncü soruda, öğrencilerden dikdörtgenler prizmasının içine sığdırılabilecek birim küp sayılarını bulmaları istenmiştir.

1P2: Her bir kare bir küpü gösteriyor. Bir küpte dört tane yüz var.

2A: P2, bize soruda neyi soruyor?

3P2: Kaç tane küp olduğunu.

4A: Görünürde kaç tane küpümüz var?

5P1: Altı tane.

6A: İkinci şekilde kaç küp var P2?

7P2: Sekiz tane.

8A: Küp sayısını nasıl buldun P1?

9P1: Bu üç boyutlu bir şekil. Üstü de görünebilir Sayarak buldum (Ritmik sayma – Kullanma).

10A: Sen nasıl buldun P2?

11P2: Ben üst üste gelenleri topladım (Ritmik sayma – Kullanma). Orada bir kısımda iki küp var. İki kısmı topladım, sonra diğer kısmı topladım. 2, 4, 6, 8 olarak (Bir durumu açıklama – Kullanma).

12A: İkişer ikişer mi saydın?

13P2: Evet.

P2 problemdeki ilk şekil için verdiği cevapta (1P2) hata yapmıştır. Ancak P1 görünürde 6 küp olduğunu ifade ederek (6P1) sonuca ulaşmıştır. Öğrenci cismi oluşturan 6 küp olduğunu ifade etmiş bunu da sayarak bulduğunu söylemiştir (Bkz. Şekil 4.4.).

Şekil 4.4.

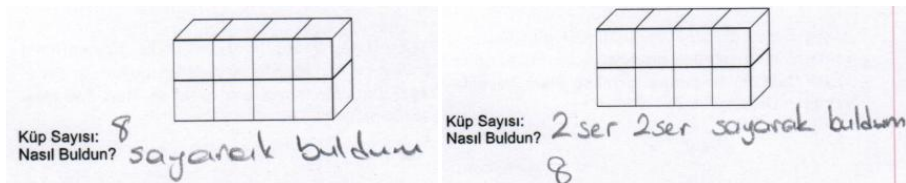
P1 ve P2'nin Üçüncü Problemde İlk Şekle Verdiği Cevap



P1 ve P2 küp sayısını sayarak bulmuşlardır (9P1, 11P2). İlk şekil için hatalı çıkarımda bulunup yorum yapmayan P2, ikinci şeklin sekiz küpten oluştuğunu söylemiştir (7P2). P2 ikinci şeklin tabakalı yapısını fark etmiş ve tabakalardaki küpleri ikişer saydığını ifade etmiştir (11P2, 13P2). P1 herhangi bir sayma yönteminden bahsetmemiştir. Bununla birlikte P1 cismin üç boyutlu olduğunu söyleyerek boyut kavramını tanıdığını göstermiştir. P1'in ilk şekle verdiği yanıtın P2'yi etkilediği ve sosyal öğrenmenin gerçekleştiği düşünülmektedir. Şekil 4.5.'te görüldüğü üzere P1 ve P2 verdiği cevaplarda ritmik sayma bilgisini kullanmıştır.

Şekil 4.5.

P1 ve P2'nin Üçüncü Problemde İkinci Şekle Verdiği Cevaplar



14A: Üçüncü şekilde nasıl buluruz?

15P1: Üç ile dördü çarparız (İlişki kurma – Kullanma)

16A: Kaç buldum?

17P1: 12 buldum.

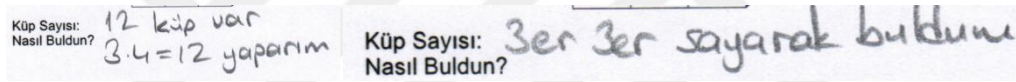
18A: P2, sen nasıl buldun?

19P2: Ben üçer üçer saydım (Ritmik sayma – Tanıma).

P1 küp sayısını çarpımsal muhakeme yardımıyla bulmuştur (15P1). P1 durumu dikdörtgenin alanıyla ilişkilendirmiş ve alan bilgisini birim küp sayısını bulmak için kullanmıştır. P2 ise sayarak küp sayısını bulmaya devam etmiştir (19P2). Bununla birlikte her iki öğrenci de cisimlerin tabakalı yapısının farkına varmıştır. Öğrencilerin cevapları Şekil 4.6.'da görüldüğü gibidir.

Şekil 4.6.

P1 ve P2'nin Üçüncü Problemde Üçüncü Şekle Verdiği Cevaplar



20A: Son şeklimiz. Buldun mu P1?

21P1: Önce saydım (prizmanın ayrıtları boyunca dizilmiş küplerden bahsediyor). 5 ile 6'yı çarptım. Bulduğumuz sonucu 3 ile çarparız (Akıl yürütme – Oluşturma).

22A: 5 ile 6'yı çarpınca neyi buldun?

23P1: Dikdörtgen buldum.

24A: Dikdörtgen biçimindeki tabakanın küp sayısını mı kastediyorsun?

25P1: Evet.

26A: Neden 3 ile çarptın?

27P1: Çünkü bulduğumuz yüzden art arda 3 tane sıralanmış. 30 tane küpü art arda 3 kere sıralamış (Akıl yürütme – Oluşturma).

28A: P2 senin fikrin nedir?

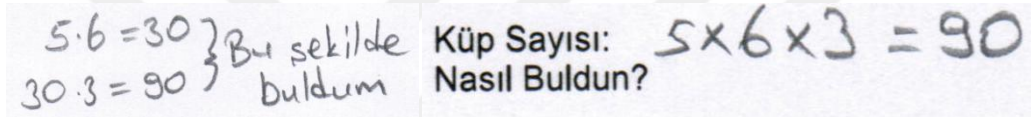
29P2: Alt alta saydım 5 tane, yan yana saydım 6, 5 ile 6'yı çarptım ön yüzü buldum. Sonra yan tarafını buldum. Çünkü 5 sıra 6 küpümüz olduğu için ön yüzde, onları çarpıp sonra 3 ile çarptım (Açıklama – Oluşturma).

Son şekildeki küp sayısını bulurken öğrenciler bütün küpleri saymak yerine sadece ayrıtlar boyunca yerleştirilen küpleri saymış ve küp sayılarını çarpmıştır. P1 ve P2

önce iki ayrıt boyunca yer alan küp sayılarını çarpmış daha sonra çıkan sonucu üçüncü ayrıt boyunca yer alan küp sayısı ile çarpmışlardır (21P1, 29P2). Öğrenciler cismi tabakalandırarak sonuca ulaşmıştır. P1 yaptığı açıklamada önce ön tabakada yer alan küp sayısını bulmuş daha sonra bu tabakadan üç tane olduğunu söyleyerek (27P1) üç ile çarpmıştır. Bu çözümlerden yola çıkarak öğrencilerin birim küp sayısını bulurken tabakalı yapıdan faydalandığı söylenebilir. Ayrıca P2'nin Şekil 4.7.'de kâğıt üzerinde yaptığı çözümde birim küp sayısını bulmak için en, boy ve yüksekliği çarptığı görülmektedir. Bu çözüm $Hacim = en \times boy \times yükseklik$ formülünün oluşumu için atılan bir adım olarak görülebilir.

Şekil 4.7.

P1 ve P2'nin Üçüncü Problemde Dördüncü Şekle Verdikleri Cevaplar



4.1.4. Dördüncü problemde elde edilen bulgular

Bu soruda prizmanın bir katmanındaki birim küp sayısı ve yüksekliği boyunca dizili birim küp sayısı verilmiştir. Cismin içine kaç tane birim küpün sığacağı sorulmuştur. Bu soruda verilen katmanda bulunan birim küp sayısı ile yükseklik boyunca dizili birim küp sayısının çarpılması beklenmektedir. Bu yolla, $hacim = taban alanı \times yükseklik$ formülünün ulaşmaları beklenmektedir.

1P2: *Bir sırada yanlış saymadıysam 8 tane küp var. Sonra 8 tane küp üst üste gelerek büyük küpü oluşturur (burada öğrenci yan yana 8 küpten oluşan yapıyı üst üste koyduğunu anlatmak istiyor ancak tam olarak ifade edemiyor). Burada çıkan bir yüzü 8 ekleyerek saydım (8'er sayma), sonucu 48 buldum. Daha sonra bundan arkaya uzanan 4 tane var. Birini bulmuştum 3 tane kaldı. O nedenle 3 ile çarptım (Tanıma - Kullanma).*

2A: *Neden 3 ile çarptın?*

3P2: *Birinciye tamamladım ve geriye dikilmesi gereken üç sıra kaldı.*

4A: *Ön sıra şekle dahil değil mi? Toplam kaç sıra var?*

5P1: *4 sıra.*

6A: *P1 nasıl düşündün?*

7P1: Ben önce tabanı buldum. 4 ile 8'i çarptım 32 buldum. Sonra dikey olarak 6 tane küp var. Bu 6 katı 32-32 üst üste çıkararak sonucu buldum. Yani 32 ile 6'yı çarptım 192 buldum. (Taban alanı $\times$ Yükseklik formülü - Tanıma – Kullanma - Pekiştirme).

8A: Peki neyi buldun?

9P1: İçine kaç tane küp sığacağını (Matematiksel dil geliştirme – Oluşturma).

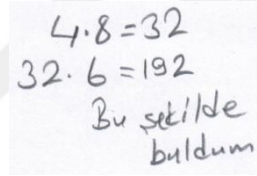
10A: İçine sığan küp sayısına bir isim verseydik ne derdik?

11P1: Alanı. (Hala yapılanın alandan farklı bir şey olduğunu anlamadı).

P1 Şekil 4.8.'de görüldüğü gibi önce tabanda yer alan birim küp sayısını 32 olarak bulmuş ve çıkan sonucu altı ile çarpmıştır. Sonucu 192 bulan P1 tanıma ve kullanma eylemlerini gerçekleştirmiş ve çözüme tam olarak ulaşmıştır. Öğrencinin çözüm esnasındaki özgüveni ve tabakalı yapıya yönelik olarak oluşturulmuş bilgiyi doğrudan kullanması birim küp sayısını bulma bilgisini pekiştirdiği yönünde değerlendirilmiştir.

Şekil 4.8.

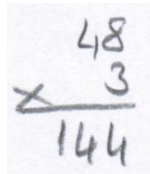
P1'in Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$\begin{array}{l} 4 \cdot 8 = 32 \\ 32 \cdot 6 = 192 \\ \text{Bu şekilde} \\ \text{buldum} \end{array}$$

P2 ön yüze bakan ve tabanda bulunan küpleri sayarak 8 bulmuş. Daha sonra 8'lik küpleri üst üste 6 kere koyarak ön yüzü oluşturan 48 birim küp olduğunu söylemiştir (1P2). Şekil 4.9.'da görüldüğü gibi bulduğu katmandan üç tane daha olduğunu ve 48'i üç ile çarptığını ifade etmiştir (3P2). P2 çözümü eksik yapmış *taban alanı $\times$ yükseklik* bilgisini tanımış olmasına rağmen tam olarak kullanamamıştır. Yaptığı hata P2'nin pekiştirme eylemini gerçekleştirmesini engellemiştir. İki öğrencinin soyutlama süreçlerinin farklı seviyede ve farklı hızlarda gerçekleştiği görülmektedir.

Şekil 4.9.

P2'nin Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 3 \\ \hline 144 \end{array}$$

4.1.5. Beşinci problemde elde edilen bulgular

Beşinci problemde öğrencilere ayrıtları boyunca birim küpler yerleştirilmiş bir dikdörtgen prizma verilmiştir. Öğrencilerden bu prizmanın içine sığabilecek birim küp miktarını bulmaları istenmiştir. Bu problemde *en x boy x yükseklik* formülü ile prizmanın içine sığabilecek birim küp miktarı arasındaki ilişkinin görülmesi amaçlanmıştır.

1P1: *Ben yine tabanını bulup katları ile çarpırım. Bir farkı yok (Dolaysızlık – Pekiştirme).*

2A: *Nasıl bulduğunu söyler misin?*

3P1: $4 \times 4 = 16$; $16 \times 10 = 160$ (Tanıma – Kullanma)

4P2: *Bir sırada dokuz tane olduğu için ben üç ile çarpıp 27 buldum. Yanını da 27 buldum. Toplam 56 buldum. Sonra... yanlış yapmışım öğretmenim.*

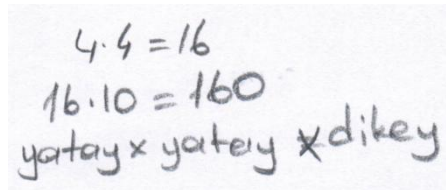
5A: *Tamam.*

6P2: *189 buldum.*

P1 daha önceden oluşturmuş olduğu genellemeyi bu problemde de kullanmıştır. Şekil 4.10.'da görüldüğü gibi önce tabana sığacak küp miktarını bulmuş daha sonra sonucu yükseklikle çarparak cismin alabileceği birim küp miktarını doğru bir biçimde hesaplamıştır (3P1). P1'in verdiği cevaptan tanıma, kullanma ve pekiştirme eylemlerini gerçekleştirdiği görülmektedir (1P1, 3P1). P2 ise bir önceki soruda olduğu gibi verilmiş olan birim küp sayılarını işleme dahil etmeden sadece boşlukları doldurmak istemiş yaptığı yanlış akıl yürütmeden dolayı doğru sonuca ulaşamamıştır (4P2, 6P2). P2 tanıma aşamasında kalmıştır.

Şekil 4.10.

P1'in Beşinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$\begin{array}{l} 4 \cdot 4 = 16 \\ 16 \cdot 10 = 160 \\ \text{yatay} \times \text{yatay} \times \text{dikey} \end{array}$$

7A: *Bu şeklin içine alabileceği küp sayısına ne diyebiliriz?*

8P1: *Alan diyebiliriz.*

9A: *Alan farklı bir şey. Alana kaplanan yüzey diyebiliriz. Mesela dikdörtgenin alanını bulmak için ne yaparız?*

10P1: Uzun kenar ile kısa kenarı çarparsınız (Örnek verme – Tanıma).

11A: İki uzunluğu çarpıyorsunuz. Peki, biz burada kaç uzunluk çarptık?

12P1: Üç.

13A: O zaman alandan farklı bir durum var. Bu soruda genel bir kural oluşturmak isteseydik ne yapardık? Bu kenarda dört küp, burada dört küp ve yukarıya doğru 10 küp var dediniz. Bu kenarlara isim verseydin ve bu durumla ilgili genel bir kural oluşturmak isteseydin ne yapardın?

14P1: Kendim mi isim vereceğim?

15A: Evet.

16P1: Dikey katlar, yatay katlar (Matematiksel dil geliştirme – Oluşturma).

17A: Dikey katlar dediğin hangi 4'lük?

18P1: Dört olan değil yukarıya doğru olan (eliyle yukarı hareketi yapıyor).

19A: Dikey ile neyi çarptın?

20P1: Yatayı çarptım.

21A: Hangi yatayı çarptın?

22P1: Her ikisini de (Akıl yürütme – Oluşturma).

23A: yatay $\times$ yatay $\times$ dikey mi demek istiyorsun?

24P1: Evet öğretmenim.

P1 araştırmacının yönlendirmesiyle yaptığı işlemi anlatmıştır. P1 taban ayrıtlarındaki birim küplere yatay katlar, yükseklik boyunca dizili olan birim küplere dikey katlar ismini vermiş (16P1) ve bu üç uzunluğu çarptığını ifade etmiştir (20P1, 22P1). Bu etkinliğin sonucunda P1 Cavalieri'nin hacim formülünü oluşturmayı başarmıştır.

4.1.6. Altıncı problemde elde edilen bulgular

Bu problemde öğrencilere ayrıtları belli olan bir prizma modeli verilmiştir. Dorsenin alabileceği yük miktarını bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin birim küplerden arındırılmış yapıda Cavalieri Formülü'nü kullanmaları beklenmektedir.

1P2: Sekizden dört tane var. Dört kere sekiz, 32 eder, üç kere dört, 12 eder ve iki kere dört, sekiz eder. Hepsini toplarsak 52 olarak buldum.

2A: Öncelikle soruyu doğru anlamamız gerekiyor. Bizden dorsenin nesini bulmamız isteniyor?

3P2: Kaç metreküp yük alabildiği.

4A: Bu soruyu bir önceki soru gibi düşünürsem, dorsenin kaç küp alacağını nasıl bulurum?

5P2: O zaman sekiz ile ikiyi çarpıp sonra tekrar iki ile mi çarpacağız?

6A: Hayır.

7P1: Alan bulma gibi mi yapacağız?

8A: Hayır. Alan bulma yapmıyoruz. Alan bulmada ne kadar karton gerektiğini veya ne kadar boya gerektiğini bulmuştuk. Bu farklı bir durum. Burada dorsenin içine ne kadar yük sığar buna bakacağız.

9P1: Ben şöyle yaptım. Sekiz ile ikiyi çarptım 16, tekrar iki ile çarptım 32. Üç ile ikiyi çarptım altı, altıyı iki ile çarptım 12. Sekiz ile üçü çarptım 24, 24'ü iki ile çarptım 48. Şimdi ise onları toplamayı düşünüyorum.

P1 dorsenin alabileceği madde miktarını yüzey alanıyla karıştırmıştır (9P1). P2 ise önce ayrıt uzunluklarını toplamış daha sonra yüzey alanı hesaplamıştır (1P2, 5P2). Bu aşamaya kadar her iki öğrencinin çözümü akıl yürütmeleri başarılı olmamıştır.

10A: Bir önceki soruda şeklin içine ne kadar küp sığar dediğinde ne yapmıştınız? Burada da dorsenin içine sığabilecek yük miktarını soruyor.

11P1: O zaman sekiz ile ikiyi çarpıp çıkan sonucu üç ile çarpacağım (Fark etme – Tanıma - Kullanma).

12A: Evet. Sonuç kaç çıkar?

13P1: 48 metreküp çıkıyor.

14A: Öyleyse dorsenin hangi niteliğini bulmuş oldun?

15P1: İçini kaplayan madde miktarını (Matematiksel dil geliştirme-Oluşturma).

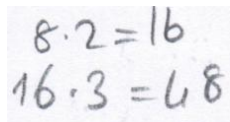
16A: P1'in ne yaptığını anladın mı P2?

17P2: Evet. Sekiz ile ikiyi çarptı sonra üç ile çarptı. İçine kaç miktar madde alabileceğini buldu.

Sürecin devamında hatasının farkına varan P1, içine sığabilecek birim küp = yatay $\times$ yatay $\times$ dikey formülünü kullanması gerektiğini düşünmüştür (11P1). P1 oluşturduğu genellemeyi farklı bir problemde kullanmıştır (13P1). Şekil 4.11.'de görüldüğü gibi önce iki ayrıt uzunluğunu, sonra çıkan sonucu üçüncü ayrıt uzunluğuyla çarpmıştır. İşlemleri doğru şekilde yapıp sonuca ulaşmıştır.

Şekil 4.11.

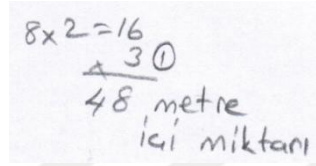
P1'in Altıncı Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$\begin{array}{l} 8 \cdot 2 = 16 \\ 16 \cdot 3 = 48 \end{array}$$

P1'in önceki problemde oluşturduğu birim küp hesaplama yöntemini bu problemin çözümüne uygulayarak kullanması, $hacim = taban\ alanı \times yükseklik$ formülünü oluşturmaya yönelik atılan adımlar olarak değerlendirilmiştir. P2 ise herhangi bir epistemik eylemi gerçekleştirememiştir. Buna rağmen P1'in yaptığı çözümü anladığını ifade etmiştir (17P2). Şekil 4.12'de görüldüğü gibi işlemleri yapmıştır.

Şekil 4.12.

P2'nin Altıncı Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler



Handwritten calculation: $8 \times 2 = 16$, then $16 \times 3 = 48$. The number 3 is circled. Below the calculation, it says "48 metre içi miktarı".

P2'nin P1'den etkilenecek çözüm yapması sosyal öğrenmeye örnek olarak gösterilebilir. Grubun baskın karakteri olan P1 yaptığı akıl yürütmelerle P2'nin de süreçten kopmamasını sağlamıştır. P1, P2'nin bilgi oluşturma sürecine katkı sunmaktadır.

4.1.7. Yedinci problemde elde edilen bulgular

Bu soruda öğrencilerden hacmi 27 br^3 olan bir dikdörtgenler prizması oluşturarak tanıma, kullanma ve oluşturma eylemlerini gerçekleştirmesi beklenmektedir.

1A: Soruyu anladınız mı?

2P2: Çok değil.

Araştırmacı soruyu kısaca özetleyip öğrencilerin anlamasına yardımcı olmuştur.

3P2: 4×27 yapsak olur mu? (Hatalı akıl yürütme)

4A: Olmaz. Kenarları 1 br olan bir kutu çizelim. Şimdi düşünelim. Bu kutulardan 27 tanesini bir koliye koyacağız. Bu kolinin kenar uzunlukları kaç br olur?

5P1: Üç, üç, yedi birim olur mu? (Hatalı akıl yürütme)

6A: Neden yedi?

7P1: Üç ile üçü çarparım. Sonra ... (hatasını anlıyor). Bu cevaptan vazgeçtim.

Üç, üç, üç olur.

8A: P2, arkadaşın neden $3 \times 3 \times 3$ yaptı?

9P2: Anlamadım soruyu. (soruyu tekrar okuyor). Mesela kenarı 1 br'lik kutulardan 3 tane üst üste koyarsak...

10A: Tamam. Yana ve arkaya doğru da 3'er kutu koysak?

11P2: 27 olur. 27, 27 daha 54 olur. (Hatalı akıl yürütme)

12A: $3 \times 3 \times 3$ 'den başka bir alternatif var mı?

13P2: Alt kısma 9 tane koysak, sonra 3 sıra çıkıp 27 kutuyu sığdırsak olur (Akıl yürütme – Kullanma).

14A: Tamam.

15P2: $9 \times 9 \times 9$ olur bu durumda.

16A: Başlangıçta çok güzel bir noktaya geldin ancak sonra karıştırdın. Söylediğine göre 9 kutuyu yan yana mı üst üste mi koydun?

17P2: Üst üste.

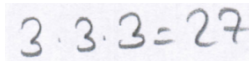
18A: Sonra aynısından 3 sıra yaptın.

19P2: Evet. Ama benim demek istediğim 3 sıra dizdim, $9 + 9 + 9$, 27 kutu oraya sığdı.

P1 önce 3, 3, 7'yi denemiş (5P1) daha sonra bunun yanlış olduğunu farkına vararak 7 yerine 3 kullanmıştır (7P1). P1 kolinin dikdörtgen prizması şeklindeki yapısını tanımış, kutularla birim küpler arasında ilişki kurmuş ve bu ilişkiyi kullanmıştır. Birim küp sayısı = yatay $\times$ yatay $\times$ dikey formülünü çözümüne uygulayarak pekiştirme eylemini gerçekleştirmiştir (Bkz. Şekil 4.13.).

Şekil 4.13.

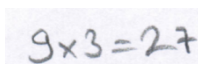
P1'in Yedinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler



P2 ise önce arkadaşının çözümünü anlamlandıramamış (9P2) daha sonra araştırmacının yönlendirmesiyle sonucu bulmuştur. Ancak hacmin iki katını alarak anlamsız bir işlem yapmıştır (11P2). Bir başka çözüm üretmesi istendiğinde ise 9 kutuyu tabana koyup üst üste 3 sıra aynı işlemi yaparak sonuca ulaşılacağını belirtmiştir (13P2, 19P2). Şekil 4.14.'de görüldüğü gibi tabana koyduğu küp sayısı ile üst üste koyduğu küp sayısını çarpmıştır. Hacmi *taban alanı* $\times$ *yükseklik* formülü ile hesapladığı görülmektedir.

Şekil 4.14.

P2'nin Yedinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler



P2 hatalı akıl yürütmeler ve hesaplamalar yapmıştır. Bu durum onun soyutlama süreçlerinde sorunlar yaşadığını göstermektedir. Ancak yine de sonradan yaptığı çözümde kutuları üst üste koyarak dikdörtgenler prizmasını elde etmiştir. Fakat çözümünde üçüncü boyuttan bahsetmemiştir.

4.1.8. Sekizinci problemde elde edilen bulgular

Dikdörtgen prizmanın yüzey alanı ve hacim bilgilerini pekiştirmeye yönelik bu problemde öğrencilere havuzun hacmi ve bir ayrıt uzunluğu verilmiş, diğer ayrıtlarına ve yüzey alanına dair akıl yürütmeleri istenmiştir.

1P1: *Uzun kenar 20 olduğuna göre karşısı da 20 olur. Toplarsak 40 eder.*

2P2: *Bu dikdörtgen, kenarları eşit olmayacak (Özellik söyleme – Tanıma).*

3A: *Eş olmak zorunda değil ancak olabilir.*

4P2: *Kenar zaten 20 verilmiş, karşısı da 20, 40 eder. Yan kısımları (kısa kenar) yarım olarak düşündüm. Yan kısımlara daha az verdim. 10 olarak düşündüm. Sonuç da 60 olur (Hatalı akıl yürütme).*

5A: *Biz bu soruda neyi bulacağız P2?*

6P2: *Eni ve derinliği. Ne kadar derin olacak?*

7A: *Bize ne verilmiş?*

8P2: 480 m^3 su.

9A: *Bu soruda yatay $\times$ yatay $\times$ dikey formülünü kullanamaz mıyız? Bize verilen uzunluk yatay-yatay-dikeyden hangisidir?*

10P2: *Dikey 20 verilmiş.*

11P1: *Yatayın biri verilmiş (Tanıma).*

12A: *Bir de çarpmanın sonucu verilmiş. Çarpmanın sonucu kaçmış?*

13P1: *480.*

14A: *O zaman en ve derinliği nasıl buluruz?*

15P1: *Ene kendimiz değer veririz (Akıl yürütme – Kullanma).*

16A: *Ene kaç verelim?*

17P1: *Beş dedim.*

18A: *Derinlik kaç olur?*

19P1: *Tam olarak bölünmüyor.*

20A: *Ene başka bir değer veremez misin?*

21P1: *Altıyı deneyelim. (bu denemede çarpmayı 120 buldu ve 480'ni 120'ye böldü). 480, 120'ye bölünür. Derinlik 4m olur (Problemi çözme – Kullanma).*

22A: *En ile derinliğin çarpımı kaç olur?*

23P1: *Dört ile altıyı çarparsak 24 olur.*

24A: *Çarpımları 24 olan sayılar bu soruya uygun olur diyebilir miyiz?*

25P1: *Evet (Bir durumu anlama – Kullanma).*

26A: *Üç ile sekiz olabilir mi?*

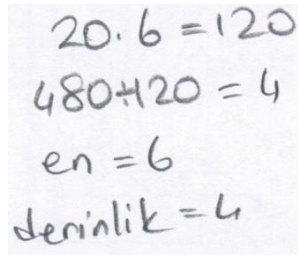
27P1: *Olabilir (Bir durumu anlama – Kullanma).*

28A: *Başka ne olabilir P2? Bir alternatif cevap da senden alalım (anlamalı bir cevap veremedi).*

P1 ayrıtları bulmaya yönelik bu bölümde kendi oluşturduğu hacim formülünü tanımıştır. Buradan yola çıkarak yaptığı akıl yürütmeye formülü kullanmış ve havuzun enini 6m, derinliğini ise 4m olarak bulmuştur (21P1). Önce enine bir değer vermiş sonra Şekil 4.15.'deki gibi en ile boyu çarpmıştır. Son olarak 480'i 120'ye bölerek derinliği hesaplamıştır. Öğrencinin problemi çözmüş olması bir başka kullanma eylemi olarak yorumlanmıştır. En ve boyun çarpımının 24 olacağını ifade etmiş (23P1) farklı uzunlukların da çözüm olabileceğini kabullenmiştir (25P1, 27P1). P1'in sorunun çözümündeki farkındalığı pekiştirme eylemine örnek olarak gösterilebilir.

Şekil 4.15.

P1'in Sekizinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$\begin{aligned} 20 \cdot 6 &= 120 \\ 480 \div 120 &= 4 \\ \text{en} &= 6 \\ \text{derinlik} &= 4 \end{aligned}$$

P2 herhangi bir çözüm geliştirememiş ve pekiştirme eylemini gerçekleştirememiştir. Bu nedenle etkinlik boyunca her zaman tereddütleri olan P2'nin yüzey alanı ve hacim bilgisini soyutlayamadığı düşünülmektedir.

4.2. Esas Uygulamadan Elde Edilen Bulgular

Bu bölümde araştırmanın esas uygulamasından elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular her soru için farklı başlık altında incelenmiş ve ikişer kişiden oluşturulmuş üç grup için ayrı ayrı değerlendirilmiştir.

4.2.1. Birinci problemde elde edilen bulgular

Bu problemde açık hali verilmiş dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını hesaplamaya yönelik olarak hazırlanmış bir soru öğrencilere yöneltilmiştir. Öğrencilerin prizmanın özelliklerini ve dikdörtgenin alanını tanıyıp kullanmaları beklenmektedir. Üç grubun vermiş olduğu cevaplar ve gerçekleştirmiş oldukları epistemik eylemlere ait bulgular aşağıda verilmiştir.

4.2.1.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular

Başarı düzeyi yüksek iki öğrenciden oluşan birinci grubun probleme verdiği cevaplar ve bu cevaplardan elde edilen epistemik eylemlere yönelik bulgular aşağıdaki gibidir.

1Ö1: *Bir bölge kesmiş dikdörtgen parçadan. Bu kestiği parça ile koli yapmak istiyormuş* (Fark etme - Tanıma).

2A: *Koliyi yapmak için nereden katlaması gerekir?*

3Ö1: *Burayı bu tarafa doğru yapmamız gerekiyor (şekil üzerine oklar çizerek kartonun katlanması gereken parçalarını gösteriyor).*

4Ö2: *Üst kapağı da olacak* (Özellik söyleme - Tanıma).

5A: *Katlama sonucunda oluşan bu cisme matematiksel olarak ne diyoruz?*

6Ö1: *Dikdörtgenler prizması deriz* (Fark etme - Tanıma).

7A: *Dikdörtgen prizmanın bazı özelliklerini söyleyebilir misiniz?*

8Ö1: *İki karşılıklı eş kenarları diğerlerine göre kısa boyutta ama ikisi de eş. Diğer iki eşler daha uzun* (Özellik söyleme - Tanıma).

Ö1 verilen şeklin dikdörtgenler prizmasının açılımı olduğunu, katlama sonucunda ortaya dikdörtgen prizma çıkacağını farkındadır (3Ö1, 6Ö1). Aynı zamanda Ö1 dikdörtgen prizmanın bazı özelliklerini de ifade edebilmiştir (8Ö1). Bu bağlamda Ö1'in tanıma eylemini gerçekleştirdiği söylenebilir. Ö2 ise bu aşamada fazla konuşmadan Ö1'in söylediklerini takip etmiştir.

9A: *Bize soruda ne soruyor?*

10Ö1: *Ne kadar karton gerektiğini.*

11A: *Nasıl bulabiliriz?*

12Ö1: *Bize kenar uzunluklarını vermiş. İki kenarın toplamı 35 cm 'miş.*

13A: *Toplamı mı verilmiş?*

14Ö2: *Ben üst katla alt katı buldum.*

15A: *Üst kat ve alt kat dediğin neresi?*

16Ö2: Tavanı ile tabanı.

17A: Kaç buldun?

18Ö2: 55 (35 ile 20'yi topladığı düşünülmüştür).

19A: Bize dikdörtgenin alanını sorduğuna göre, dikdörtgenlerin alanı nasıl bulunur?

20Ö1: Bir kenarıyla diğer kenarını çarparak. Uzun kenarla kısa kenarı yani (Özellik söyleme - Tanıma).

21A: Burada ki dikdörtgenlerin alanı nasıl bulunur?

22Ö1: Gösterdiğim dikdörtgenin bir kenarı 35 cm, diğer kenarı 20 cm; 35 ile 20'yi çarparsak o dikdörtgenin alanını bulabiliriz (Kullanma).

23A: Kaç olur?

24Ö2: 700 eder.

Ö2 soruda dikdörtgenlerin alanını bulması gerektiğini fark edememiş ve iki kenar uzunluğunun toplayıp tavanı ve tabanı bulduğunu iddia etmiştir (16Ö2, 18Ö2). Daha sonra Ö1 dikdörtgenin alanını bulmak için uzun kenar ve kısa kenar uzunluğunun çarpılması gerektiği bilgisini paylaşmıştır (20Ö1). 35 ile 20'yi çarparak sonuca ulaşmıştır (22Ö1, 24Ö2). Ö1'in dikdörtgenin alan bilgisini tanıdığı ve kullandığı görülmektedir. Ö2'nin ise çarpma işleminin sonucunu bulduğu görülmüştür. Bu nedenle sadece çarpma bilgisini kullandığı söylenebilir.

25Ö1: Yanındaki dikdörtgenin kısa kenarı 8 cm verilmiş uzun kenarı da diğer kenarla eşit olduğu için 20 cm olur (Özellik söyleme - Tanıma).

26A: Alanı kaç cm^2 olur?

27Ö1: 20×8 , 160 olur.

28A: Tam ortada kalan bu dikdörtgenin alanı ne olur?

29Ö1: Yine aynı şekilde bir kenarı 20 cm olur (Biraz düşünüyor). Bu dikdörtgen diğer dikdörtgenle aynı mı? (Akıl yürütme - Kullanma).

30Ö2: Bence aynı.

31Ö1: O zaman alanı 700 cm^2 .

32A: En sağda kalanın alanı kaç cm^2 olur?

33Ö1: O da 160 cm^2 olur (Akıl yürütme - Kullanma).

34A: Diğer iki dikdörtgenin alanı ne olur?

35Ö1: Bu dikdörtgenlerin uzun kenarı ortada kalan dikdörtgenle aynı olduğuna göre 35 cm olur. Kısa kenarı da sanırsam 8 cm olur. O zaman alanı 35×8 olur. (İşlem-

leri yaparken biraz bekliyor). 280 cm² olur. Üstteki de aynı olur (Bir durumu açıklama – Problem çözme - Kullanma).

36A: Bütün dikdörtgenlerin alanını bulduğumuza göre ne kadar karton gerektiğini bulabilir miyiz?

37Ö1: Bunların hepsini toplarsak ne kadar karton gerektiğini bulabiliriz. 2280 cm² olur (Akıl yürütme - Kullanma).

38A: 2280 cm² dikdörtgenler prizmasının nesi olur?

39Ö1: Bütün yüzeylerinin alanlarının toplamı (Matematiksel dil geliştirme - Oluşturma).

Son aşamada öğrenciler diğer dikdörtgenlerin alanlarını bulmaya yönelik işlemler yapmıştır (27Ö1, 31Ö1, 35Ö1). Bu işlemleri yaparken dikdörtgenler prizmasının karşılıklı yüzlerinin eş olduğunu göz önünde bulundurmuşlardır (29Ö1, 30Ö2). Bununla birlikte Ö1 kolinin alt ve üst tabanının alanını bulurken dikdörtgenler prizmasının açılımına ait özellikleri kullanmıştır (35Ö1). Tüm dikdörtgenlerin alanlarını toplayarak sonuca ulaşmış ve dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını hesaplamıştır. Ö1'in problemin çözümüne yönelik yaptığı işlemler Şekil 4.16.'da görülmektedir. Ö1 bazı bilgileri tanımış, akıl yürütme ve problem çözme eylemleriyle kullanma aşamasına geçtiğini göstermiştir. Ayrıca Ö1'in bir ifadesi (39Ö1) matematiksel dil geliştirme olarak düşünülmüş ve bu durum oluşturma eylemini gerçekleştirdiği biçiminde yorumlanmıştır.

Şekil 4.16.

Ö1'in Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 20 \\ \hline 700 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ \times 8 \\ \hline 160 \text{ cm}^2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 8 \\ \hline 280 \text{ cm}^2 \\ \hline \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 700 \\ \times 2 \\ \hline 1400 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 160 \\ \times 2 \\ \hline 320 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 280 \\ \times 2 \\ \hline 560 \\ \hline \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1400 \\ 320 \\ 560 \\ \hline 2280 \text{ cm}^2 \\ \hline \end{array}$$

Bu problemin çözümünde Ö2 sessiz kalmış ve çözüme yönelik fazla fikir sunmamıştır. Ö1 ile aynı düşüncede olduğunu ifade etmekle yetinmiştir. Ö2'nin sadece tanımaya yönelik tek bir ifadesi vardır.

4.2.1.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular

Başarı düzeyi orta olan iki öğrencinin birinci etkinliğe vermiş oldukları cevaplar ve elde edilen bulgular aşağıdaki gibidir.

1A: *Bu kartonu kestikten sonra siyah çizgilerin oluşturduğu şekiller hangi geometrik şekil olur Ö3?*

2Ö3: *Dikdörtgen (Fark etme - Tanıma).*

3A: *Bu soruda bize “ne kadar karton gerek?” dediğine göre neyi kastediyor?*

4Ö4: *Dikdörtgenin kaç cm'lik şeyden oluşacağını.*

5A: *Cm mi? Cm^2 mi?*

6Ö4: *Cm^2 .*

7A: *Cm^2 dediğine göre neyi hesaplamaya çalışıyoruz.*

8Ö4: *Alanını (Fark etme - Tanıma).*

Öğrenciler soruyu okuduktan sonra soruyla ilgili fikirlerini söylemişlerdir. Ö3 mavi zeminde oluşan şekillerin dikdörtgen (2Ö3) olduğunu ifade ederek tanıma eylemini gerçekleştirmiştir. Ö4 ise öncelikle bulacağımız niteliğin ne olduğunu fark etmiştir (8Ö4). Buna göre Ö4 dikdörtgenlerin karton zemininde kapladığı yerin alan niteliği olduğu bilgisini tanımıştır.

9A: *Dikdörtgenin alanı nasıl hesaplanır Ö3?*

10Ö4: *Etrafındaki verilen kenarların uzunluklarını toplayarak.*

11A: *Ama o alan mı oluyordu?*

12Ö3: *Dikdörtgenin kısa kenarındaki ve uzun kenarını çarparak (Fark etme - Tanıma).*

13A: *Çarparsak şu gösterdiğim dikdörtgenin alanı ne kadar olur?*

14Ö3: *Gösterdiğiniz dikdörtgenin alanı $700 cm^2$ (Problem çözme - Kullanma).*

15A: *Bunun yanındaki bu gösterdiğim küçük dikdörtgenin alanı ne kadar olur sizce? Nasıl bulabiliriz?*

16Ö3: *Öğretmenim alanı $700 cm^2$ olan dikdörtgenin kısa kenarı 20 cm, gösterdiğiniz dikdörtgenin uzun kenarı da 20 cm olacak. Kısa kenarı da 8 cm. 20 ile 8'i çarparsak $160 cm^2$ (Özellik söyleme – Tanıma) (Akıl yürütme - Problem çözme - Kullanma).*

17A: *Onun yanındaki dikdörtgenin alanı ne kadar olur?*

18Ö3: *Kısa kenarı 20 cm olur.*

Soruda dikdörtgenlerin alanı sorulmasına rağmen Ö4 dikdörtgenlerin çevre hesabını tarif etmiştir (10Ö4). Bu durum Ö4'ün dikdörtgenin alan bilgisini tanımadığını göstermektedir. Ö3 ise dikdörtgenin alanının kısa ve uzun kenarın çarpımı olduğunu farkındadır (12Ö3). Alan bilgisini tanımış ve bu bilgiyi kullanarak dikdörtgenlerin alanlarını hesaplamıştır (14Ö3, 16Ö3). Aynı zamanda akıl yürüterek diğer dikdörtgenlerin alanını da bulmuştur.

19A: *Bu kartonu katlayıp koli oluşturduğumuzda hangi geometrik cismi elde etmiş oluruz?*

20Ö3: *Küp mü?*

21Ö4: *Küp (Hatalı tanıma).*

22A: *Bütün uzunluklar aynı olsaydı küp elde etmiş olurduk.*

23Ö4: *Kare (Hatalı tanıma).*

24A: *Ama kare bir geometrik şekil. Bu ise bir cisim olacak. Kaldığımız yerden devam edelim. Buradaki kenar kaç cm olur?*

25Ö4: *20 ile 8'i toplarız 28 olur (Araştırmacının gösterdiği kenarı kastetmiyor. Prizmanın açınımında üstte ve altta kalan dikdörtgenlerin kısa kenar uzunluğunun 8 cm olduğunu şekil üzerinde göstermeye çalışıyor ve bunu ortada kalan dikdörtgenlerin yüksekliği ile topluyor).*

26A: *Bir koli hayal edelim. Özellikleri nelerdir? Alt ve üst yüzeyi nasıl olur?*

27Ö3: *Eşit olması lazım. O zaman uzun kenar 35 cm olur.*

28A: *Alan ne olur?*

29Ö3: *700 olur.*

30A: *O zaman en dışta kalan dikdörtgenin alanı ne olur?*

31Ö3: *Kenarları eşit olması lazım bu kolinin. Uzun kenar 20 cm kısa kenar 8 cm olur (Akıl yürütme - Kullanma).*

32A: *Alanı ne olur?*

33Ö3: *160 cm².*

34A: *Altta ve üstte kalan dikdörtgenlerin alanı ne olur?*

35Ö4: *35-35 diğerleri de 8-8 (Kenar uzunluklarını kastediyor) (Akıl yürütme - Kullanma).*

36A: *Tamam. Şimdi ne yapalım?*

37Ö4: *Çarpacağız. 280 olur.*

38A: Bu kartonun alanı ne kadar olur?

39Ö4: 1840.

40A: Sen kaç buldun Ö3? (Biraz düşünüyor. Ö3 düşünüürken Ö4 yanlış yaptığını fark ediyor).

41Ö4: Pardon ben şurayı toplamayı unutmuşum.

42A: Tamam. Düzeltebilirsin.

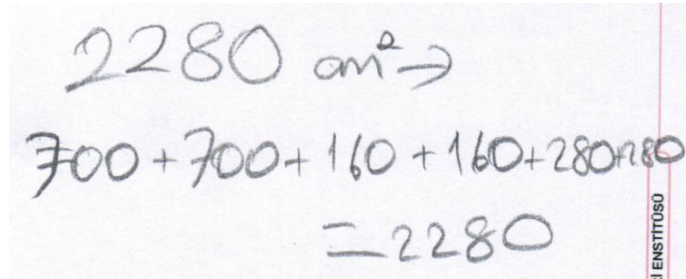
43Ö3: 2280 buldum (Problem çözme - Kullanma).

44Ö4: 2120 buldum.

Öğrenciler kartonun katlanması sonucunda ortaya çıkacak cismin dikdörtgenler prizması olduğunu fark edememişler ve küp veya kare oluşacağını düşünmüşlerdir (20Ö3, 21Ö4, 23Ö4). Araştırmacı bir koli hayal etmelerini istediğinde oluşan cismin karşılıklı yüzlerinin eş olacağını düşünmüşler böylece dikdörtgenler prizmasının bu özelliğini tanımışlar ve kullanmışlardır (27Ö3, 29Ö3, 31Ö3, 33Ö3, 35Ö4). Son olarak tüm dikdörtgenlerin alanını toplayarak kartonun alanını bulmuşlardır (43Ö3, 44Ö4). Sonucu Ö3 doğru (Bkz. Şekil 4.17.) Ö4 ise yanlış bulmuştur.

Şekil 4.17.

Ö3'ün Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$\begin{aligned} &2280 \text{ cm}^2 \rightarrow \\ &700 + 700 + 160 + 160 + 280 + 280 \\ &= 2280 \end{aligned}$$

Her iki öğrenci dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını bulduklarını ifade edememişlerdir. Ö3 işlemleri doğru yapmıştır ancak sonucu herhangi bir kavramla ilişkilendirememiştir. Dolayısıyla oluşturma eyleminin tam olarak gerçekleştiği söylenemez.

4.2.1.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular

Başarı durumu kötü olan Ö5 ve Ö6'dan oluşan üçüncü grubun birinci etkinliğe vermiş olduğu cevaplar ve elde edilen bulgular aşağıdaki gibidir.

1A: Problemden ne anladınız? Sizden ne istiyor?

2Ö5: Dikdörtgen şeklindeki kartondan koli yapacakmış. Bize de kaç cm^2 karton lazım olduğunu soruyor?

3A: Tamam (öğrencinin soruyu anladığı düşünülüyor).

4Ö5: Orada 20 cm var. Ortadaki de 20 cm olur? (Şekil üzerinde gösteriyor). Onun yanındaki de 20 cm. Karşısı da 20 cm. 35 cm var. Onun yukarısı da 35 cm (Fark etme - Tanıma).

5Ö6: 8'in altındaki....

6A: (Kenarı göstererek) Burası mı?

7Ö6: Hayır. Kenar değil tam köşeden. Yarı yarıya 35 cm orası?

8A: Bu nokta şekli ortadan ikiye böler mi demek istiyorsun?

9Ö6: Evet.

100A: 35 cm buraya kadar. Ancak Ö6'nın dediği gibi bu nokta şeklin tam ortası.

11Ö6: O zaman yarı yarıya 43'er cm (Fark etme - Tanıma).

12A: Tamam. Doğru oldu. Kenar uzunluklarına geri dönelim.

13Ö5: 35 cm'nin karşısı 35 cm. Ortada kalan büyük dikdörtgenin kenarları da 35 cm. En altta kalan ve üste kalan kenarlar sayılıyorsa eğer, onlar da 35 cm. 8'in karşısı 8, yanı da 8 olur.

14Ö5: Şimdi hepsini toplayacağız.

15A: Bizden neyi bulmamız isteniyor?

16Ö6: Bu koli için kaç cm^2 karton gerektiğini.

17A: Gerekli karton miktarını uzunlukları toplayarak mı buluruz?

18Ö5: Her bir dikdörtgen veya karedeki sayıları toplayarak bulabilir miyiz?

18Ö6: Kenar uzunluklarını topladığımızda neyi bulmuş oluruz? Kenar uzunluklarının toplamı neyi gösterir?

19Ö5: Bilmiyorum.

20Ö6: Ben de bilmiyorum.

21A: Kenar uzunluklarının toplamı şeklin çevresini gösterir. Ancak kullanılacak karton miktarının çevreyle bulamayız. Koli için kullanacağımız kısım hangi şekillerden oluşuyor?

22Ö5: Dikdörtgen. (Fark etme - Tanıma)

Ö5 soruda verilen şeklin dikdörtgenlerden oluştuğunun farkında ve bütün ayrıt uzunluklarını eksiksiz bir biçimde bulmuştur (4Ö5, 13Ö5, 22Ö5). Bu durum Ö5'in prizmanın açılımını tanıdığı şeklinde yorumlanmıştır. Ö6 ise şeklin alt tarafında küçük ve büyük iki yüz arasındaki köşenin şeklin tam ortası olduğunu düşünmektedir. Ancak

her iki öğrenci de dikdörtgenin alan niteliğini tanınamakta ve alanını nasıl bulacağını bilmemektedir (19Ö5, 20Ö6). Buna dayanarak alan bilgisine ait tanıma eyleminin gerçekleşmediği söylenebilir.

23A: *Dikdörtgenlerin çevresi işimize yaramıyorsa hangi niteliğini bulmamız gerekir? (Öğrenciler bir miktar düşündüler ancak bir sonuca varamadılar. Tıkanıklığı açmak için alan bulmaları gerektiği ve dikdörtgenin alanının nasıl bulunacağı söylenmiştir). Bu bilgilere göre en baştaki dikdörtgenin alanı ne olur?*

24Ö6: 55 cm.

25A: *Hani toplamayacaktık.*

26Ö5: 700 olur (Akıl yürütme - Kullanma).

27A: *Yanında ki kaç cm^2 olur?*

28Ö5: *Yanındaki değil, yanındakinin yanındaki 700 olur. Aynı işlemleri yaptık (Akıl yürütme - Kullanma).*

29A: *Bu küçük dikdörtgenin alanı ne olur Ö6? (Hangi dikdörtgen olduğu şekil üzerinde gösterildi).*

30Ö6: 160 olur (Sosyal öğrenme).

31Ö5: *O zaman en sonda kalan da 160 (Doğru çıkarımda bulunuyor). Aşağısı da 160 (Yanlış bir çıkarımda bulunuyor).*

32A: *Sence 160 mı olur?*

33Ö5: *Pardon, bir kenarı 35 cm'miş. 35 ile sekizi çarpacağız. 280 çıkar. Üst tarafta 280 (Akıl yürütme - Kullanma).*

34A: *Tüm karton ne kadar olur?*

35Ö5: *Hepsini toplayacağız, 2270 (yanlış hesap).*

36A: *2270'in birimi nedir? (Ö5 düşündü ancak cevap vermedi). Sence kaç olur Ö6?*

37Ö6: 2280.

Öğrenciler ancak kendilerine dikdörtgenin alanının nasıl bulunacağı hatırlatıldıktan sonra işlem yapabilmıştır. Araştırmacıdan edindikleri bilgiyi kullanarak prizmayı oluşturan yüzlerinin alanını teker teker hesaplamışlardır (26Ö5, 28Ö5, 30Ö6, 31Ö5). Daha sonra bütün dikdörtgenlerin alanlarını toplamış, çıkan sonucu gerekli karton miktarı ile ilişkilendirerek problemi çözmüşlerdir. Öğrenciler problemi çözerken grup olarak hareket etmiş ve birbirlerinin cevaplarından faydalanmışlardır. Bu durum bilgi oluşturma sürecinde sosyal öğrenmenin olumlu etkisine örnek olarak gösterilebilir. Ancak Ö5'in, bütün çarpma işlemlerini doğru yapmasına rağmen, sonucu yanlış bulduğu gö-

rılmaktadır (Bkz. Şekil 4.18.). Öğrencinin toplama işlemini yaparken hesap hatası yaptığı düşünülmektedir (35Ö5, 37Ö6).

Şekil 4.18.

Ö5'in Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 20 \\ \hline 00 \\ + 700 \\ \hline 700 \\ \times 2 \\ \hline 1400 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 8 \\ \hline 160 \\ \times 2 \\ \hline 320 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 8 \\ \hline 280 \\ \times 2 \\ \hline 560 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 1400 \\ 320 \\ + 560 \\ \hline 2280 \end{array}$$

Ö6 grup arkadaşından elde ettiği bilgiler ışığında doğru sonuca ulaşmıştır (37Ö6). Ancak sonucu bulurken toplama işleminde hata yapmıştır (Bkz. Şekil 4.19.). Ö6, zaman zaman Ö5'in yaptığı hatalı işlemleri düzeltmeye çalışmıştır. Ö6'nın grup içi iletişime yönelik bu gayreti sosyal öğrenme bağlamında düşünülebilir. Ayrıca Şekil 4.19.'da görüleceği gibi Ö6 elde ettiği sonuç için herhangi bir birim kullanmamıştır.

Şekil 4.19.

Ö6'nın Birinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$\begin{array}{r} 700 \\ 700 \\ 160 \\ 160 \\ 280 \\ 280 \\ \times \\ \hline 2880 \end{array}$$

4.2.2. İkinci problemde elde edilen bulgular

Bu problemde kapalı hali verilmiş dikdörtgenler prizması biçimindeki konteynırın yüzey alanını hesaplamaya yönelik olarak hazırlanmış bir soru öğrencilere yöneltil-

miştir. Öğrencilerden ilk problemin çözümündeki tanıma eylemlerinin yanı sıra yüzey alanı bilgisini oluşturmaları beklenmektedir. Üç grubun vermiş olduğu cevaplar ve gerçekleştirmiş oldukları epistemik eylemlere ait bulgular aşağıda verilmiştir.

4.2.2.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular

1Ö1: Yine yüzeylerinin alanlarını hesaplarsak ve toplarsak sonuca varabiliriz (Fark etme – Tanıma).

2Ö2: Ben de Ö1 gibi düşünüyorum.

3A: Hesaplayın. Bana da cevapları söyleyin. Gösterdiğim yüzün alanı ne olur?

4Ö1: 4 çarpı 3'ten 12 olur. Bundan iki tane var 24 eder (Bir süreci yansıtmaya - Kullanma).

5Ö2: Diğer 2 çarpı 3'ten 6 olur. Yukarı 4 çarpı 2'dir (Bir süreci yansıtmaya - Kullanma).

6A: Bütün alan ne olur?

7Ö1: 52 m^2 (Problemi çözme - Kullanma).

8Ö2: 52 (Problemi çözme - Kullanma).

9A: Burada neyi bulmuş olduk?

10Ö1: Konteynırın yüzeylerinin alanlarının toplamını.

Öğrenciler bir önceki problemde açık hali verilen dikdörtgenler prizmasının yüzey alanına ait bilgiyi tanımış (1Ö1, 2Ö2) sonra da kullanmıştır (4Ö1, 5Ö2, 7Ö1, 8Ö2). Konteynırın yüzey alanını doğru bir şekilde hesaplamayı başarmışlardır. Ö1'in yaptığı çözümün basamakları Şekil 4.20.'de görülmektedir. Ö2'nin çözümü de Ö1'in çözümünüle aynı işlemleri içermektedir.

Şekil 4.20.

Ö1'in İkinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$\begin{array}{l} 4 \cdot 3 = 12\text{m} \\ 2 \cdot 3 = 6\text{m} \\ 4 \cdot 2 = 8\text{m} \\ 2 \cdot 2 = 4\text{m} \end{array} \quad \begin{array}{l} 12 \cdot 2 = 24\text{m} \\ 6 \cdot 2 = 12 \\ 8 \cdot 2 = 16 \\ 4 \cdot 2 = 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 24 \\ 12 \\ 16 \\ 8 \\ \hline 60 \end{array} \text{ m}^2$$

Ö1 konteynırın yüzey alanını bulduklarını ifade etmiştir (10Ö1). Öğrencilerin açık ve kapalı halleri verilen dikdörtgenler prizmasının özelliklerini tanıyıp kullanmaları

ve “yüzeylerinin alanlarının toplamını” bulduklarını ifade etmeleri yüzey alanı bilgisini oluşturdıkları şekilde yorumlanabilir.

4.2.2.2. Ö3 ve Ö4’ten elde edilen bulgular

1A: Soruyu okuyun (Araştırmacı biraz bekliyor). Bu sorudan ne anladınız?

2Ö4: Alanları toplayacağız (Fark etme – Tanıma).

3A: Yine alanları toplayacağız. Peki, neyin alanı oluyor?

4Ö3:Konteynır.

5A: Konteynır hangi geometrik cisim?

6Ö4: Dikdörtgen.

7A: Bütün yüzler dikdörtgen ama cismin kendisi ne olabilir? (cevap gelmeyince çözüme geçildi). Bu konteynırın boyanacak alanını nasıl buluruz?

8Ö4: Bütün kenarlarıyla iki kere çarparım. Bir tane burada yüzü varsa (konteynırın sağ yüzü) bir tane de diğer tarafta var (Fark etme – Tanıma).

9A: Yani bu yüzden iki tane var.

10Ö4: Dört ile üçü çarparım, $12m^2$ (Bir süreci yansıtma - Kullanma).

11Ö3: Diğer tarafı da 12 olur (Bir süreci yansıtma - Kullanma)

12A: Buralar ne olur? (ön yüz)

13Ö3: $6 m^2$ olur (Bir süreci yansıtma - Kullanma).

14A: Alt ve üst yüzü ne olur?

15Ö4: Dört ile ikiyi çarparız (Bir süreci yansıtma - Kullanma).

16A: Boyamamız gereken alan ne kadar olur?

17Ö4: Bunun iki katı.

18A: Bunun iki katı nedir?

19Ö4: 12 ile 12’yi toplarsınız 24 olur; arka ve ön 6-6, 12 m olur; 8 ile 8 toplarsınız 16 olur. Ondan sonra 24 artı 12, 36. 16 eklersek 52 olur (Problemi çözme - Kullanma).

20A: Konteynırın hangi niteliğini bulduk?

21Ö3: Alanını.

22Ö4: Alanını.

23A: Ö3 sen kaç bulmuştun sonucu?

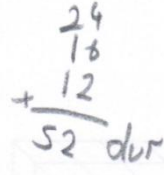
24Ö3: 52 buldum (Problemi çözme - Kullanma).

Öğrenciler bir önceki problemde kullandıkları dikdörtgenler prizmasının yüzey alanına ait bilgiyi tanımış (2Ö4) ve bu bilgiyi kapalı hali verilen dikdörtgenler prizması için de kullanmıştır (10Ö4, 13Ö3, 15Ö4, 19Ö4). Ancak öğrenciler yüzey alanını bul-

dukları cismin dikdörtgenler prizması olduğunun farkında varamamıştır (6Ö4, 7A). Tıpkı birinci sorudaki gibi dikdörtgenler prizmasını tanımamışlardır. Ö4 her yüzeyden iki tane olduğunu düşünerek çarpmadan elde ettiği sonuçların iki katını almış ve bunları toplamıştır (Bkz. Şekil 4.21.). Bununla birlikte Ö4 problemin sonucunda hangi niteliği ölçtüğüne dair bir birim kullanmamıştır (Bkz. Şekil 4.21.). Ö3 de Ö4 ile aynı çözüm basamaklarını takip etmiştir.

Şekil 4.21.

Ö4'ün İkinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$\begin{array}{r} 24 \\ 16 \\ + 12 \\ \hline 52 \text{ dur} \end{array}$$

Bütün aşamaları doğru bir biçimde yapan Ö3 ve Ö4 doğru cevaba ulaşmıştır (19Ö4, 24Ö3). Öğrencilerin konteynırın alanını bulduklarına dair ifadeleri oluşturma olarak değerlendirilebilir. Zihinlerinde mevcut olan dikdörtgenin alan bilgisini yeniden yapılandırarak geometrik bir cismin yüzey alanını bulmak için kullanmışlardır.

4.2.2.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular

1Ö5: *2m'nin üst tarafı (ön yüz üst ayırıt) da 2m. 4m'nin üzeri (sağ yüz üst ayırıt) 4m. 3m var (arka sağ ayırıt), orada aradaki kenar (ön sağ ayırıt) da 3m, onun karşısı (ön sol ayırıt) da 3m. Yukarıda, arkada bir yer var (ön yüzün üst ayırıtı) orası 4m. Aslında arkada da yerler var ama gözükmüyor (Fark etme – Tanıma).*

2A: *Evet, arkada görünmeyen yerler var.*

3Ö6: *Orası da sekiz olur.*

4A: *Tamam. Ne bulmamız isteniyor?*

5Ö5: *Yaşar Usta'nın boyaması gereken alanı.*

6A: *Nasıl bulabiliriz?*

7Ö5: *Üç ile ikiyi çarpacağız, altı. Dört ile üçü çarpacağız 16 (Problem çözme - Kullanma).*

8Ö6: *12 yapar (Sosyal öğrenme).*

9Ö5: Dört kere üç arkada da var. Üç kere ikiden de bir tane daha var yanda.
Altta ve üste dört kere iki var (Problem çözme - Kullanma).

10A: Alanı nasıl buluruz?

11Ö5: 6 ile 2; 12 ile 2 ve 8 ile 2'yi çarpabiliriz. 12, 24, burası da 16. Bunların hepsini toplayacağız (Problem çözme - Kullanma).

12A: Toplayın ve bana sonucu söyleyin.

13Ö5: 52 eder.

14Ö6: Solda yazılan sayıları mı çarpacağız? (Ö5'in bulduğu 12, 24 ve 16'yı kastediyor).

15A: Evet. Ö5 hepsinden ikişer tane var dedi ve hepsinin iki katını alıp topladı.

16Ö5: Bu yaptığımız birinci soruyla aynı (Farkına varma - Tanıma).

17A: Birinci soruyla benzerlik nedir?

18Ö5: İkisinde de kenarları bulup çarptık ve alan bulduk (Bir öneriyi savunma - Kullanma).

19A: Konteynırı açsak birinci sorudaki kartonu elde edebilir miyiz?

20Ö5: Evet. Tam olarak aynı şekil olurdu.

21A: Ö6 kaç buldun?

22Ö6: 56 buldum.

Uzun kenar ve kısa kenar uzunluklarını çarpan Ö5 alan bilgisini kullanmıştır (7Ö5, 9Ö5, 11Ö5). Ancak Ö5, çarpma işlemlerinden birini hatalı yapmıştır. Ö6 bu hatayı düzelterek arkadaşının çözümüne katkı sağlamıştır (8Ö6). Bu bağlamda sosyal öğrenmeden söz edilebilir. Daha sonra Ö5 elde edilen sonuçları toplamış (13Ö5) yüzey alanını doğru bir şekilde hesaplamıştır. Ancak herhangi bir birim kullanmamıştır (Bkz. Şekil 4.22.). Ayrıca Ö5 bu sorunun diğer soruya benzediğini fark etmiş ve bu önerisini savunmuştur (16Ö5, 18Ö5, 20Ö5). Ö5'in çözüm sürecinde tereddüt etmeden verdiği cevaplar, bir önceki problemle kurduğu ilişki ve akıl yürüterek dikdörtgenlerin alanlarını toplaması yüzey alanı hesaplama bilgisini oluşturduğu yönünde değerlendirilmiştir.

Şekil 4.22.

Ö5'in İkinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$\begin{array}{rcl} 2 \times 4 = 8 & \rightarrow & 16 \\ 2 \times 3 = 6 & \rightarrow & 12 \\ 3 \times 4 = 12 & \rightarrow & 24 \\ & + & \\ & & 52 \end{array}$$

Ö6'nın ise sonucu hatalı hesaplaması (22Ö6) ve çözüm sürecinde yeterli katkıyı sunamaması nedeniyle oluşturma basamağına ulaşamadığı düşünülmüştür. Ö6, Ö5'in yaptığı işlemlerin sonuçlarını toplamakla yetinmiştir.

4.2.3. Üçüncü problemde elde edilen bulgular

Bu problemde birim küplerden oluşturulmuş dikdörtgen prizması biçimindeki yapıların içerdiği birim küp sayılarının nasıl bulunacağı öğrencilere sorulmuştur. Bir cisim oluşturan birim küp sayısının o cismin hacmi olduğu bilgisinin keşfedilmesi amaçlanmıştır. Üç grubun vermiş olduğu cevaplar ve gerçekleştirmiş oldukları epistemik eylemlere ait bulgular aşağıda verilmiştir.

4.2.3.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular

1A: Birinci şekilde kaç tane küp var?

2Ö2: Altı.

3Ö1: Altı.

4A: Nasıl buldunuz?

5Ö2: Saydım (Akıl yürütme - Kullanma).

6Ö1: Sayarak buldum (Akıl yürütme - Kullanma).

7A: İkinci şekilde kaç küp var? Nasıl buldunuz?

8Ö2: Sekiz küp var.

9Ö1: Sekiz.

10Ö2: Yine sayarak (Akıl yürütme - Kullanma).

11Ö1: Saydık (Akıl yürütme - Kullanma).

12A: Nasıl saydınız?

13Ö2: İkişer ikişer.

14Ö1: Küpün şeklini bildiğimiz için her bir küpü sayarak. Ben de Ö2 gibi ikişer ikişer saydım.

15A: Başka nasıl sayabiliriz?

16Ö1: Dörder dörder.

Ö1 ve Ö2 küp biçimini tanımış ve ilk iki şekildeki birim küp sayısını doğru olarak bulmuşlardır. Öğrenciler ritmik sayma bilgisini kullanarak sonuca ulaşmıştır (5Ö2, 6Ö1, 10Ö2, 11Ö1). Ayrıca öğrenciler birim küplerin ikişer veya dörder gruplanarak sayılabileceğini belirtmiştir (13Ö2, 14Ö1, 16Ö1).

17A: Diğer şekle geçelim.

18Ö2: On iki. Çarpınız.

19Ö1: Benim aklıma bir çözüm geldi. Az önceki sorularda alanı bulmak için bir kenar uzunluğuyla diğer kenar uzunluğunu çarpmıştık. Burada da bir kenardaki küp sayısı ile diğer kenardaki küp sayısını çarparsak kaç küp olduğunu bulabiliriz (İlişki kurma – Kullanma) (Akıl yürütme – Oluşturma).

Üçüncü şekilde ise öğrenciler sayarak bulma yerine çarpımsal muhakeme kullanmıştır (18Ö2). Hatta Ö1 durumu dikdörtgenin alanını hesaplamayla ilişkilendirmiş, bu ilişkiyi kullanarak doğru bir akıl yürütmeyle iki ayrıt boyunca dizili küp sayılarını çarpmıştır (19Ö1).

20Ö2: Bu yaptığımız dördüncü şekilde daha çok işimize yarar.

21A: Nasıl buluruz Ö2?

22Ö2: Çarpınız. Şuradaki küp sayısı ile şuradaki küp sayısını (şeklin ön yüzünün iki kenarı boyunca dizilmiş küp sayıları) çarpıp önce öndeki küp sayısını buluruz. Sonra buradakini çarpınız (arkaya doğru dizili küp sayısını gösteriyor).

23A: Kaç çıkar sonuç?

24Ö2: Beş kere altı, 30. Arkası var 60 ikisinin toplamı. Üç kere beş, on beş. İki-si toplam otuz. Bir de tabanı var üç kere altı 18. İkisi 36 eder. Bunları toplarım (Yüzey alanı bulma ile karıştırdı).

25A: Kaç çıkar?

26Ö2: Yüz yirmi altı.

27Ö1: İlk sırada uzun kenarda altı küp var, kısa kenarda üç küp var. Bunları çarpığımızda ilk sırada çıkan küp sayısı 18 Burada 5 sıra var (sayarak söylüyor). 18 ile 5'i çarparsak 90 (Akıl yürütme – Oluşturma).

Ö1 keşfetmiş olduğu yöntemi Şekil 4.23.'te görüldüğü gibi bu kez üç boyutu belli olan dördüncü yapıda kullanmıştır. Kaç küp olduğunu bulmak için önce iki ayrıt boyunca dizili olan küp sayılarını çarpmış ve bir tabakadaki küp sayısını bulmuştur. Çıkan sonucu üçüncü ayrıttaki küp sayısı ile çarpmıştır (27Ö1).

Şekil 4.23.

Ö1'in Üçüncü Problemdeki Son Şekil İçin Verdiği Cevap

Küp Sayısı: 90
Nasıl Buldun? $6 \times 3 = 18$ $18 \times 5 = 90$
1 sıranın alanı $6 \times 3 = 18$ 5 sıra var
 $18 \cdot 5 = 90$

Ö1 işlemleri doğru yapmasına rağmen yaptıklarını “bir sıranın alanı” ve “beş sıranın alanı” olarak ifade etmiştir. Öğrenci bulduğu niteliğin hacim olduğunun henüz farkında değildir. Bu ifadelerden yola çıkarak Ö1’in birim küp sayısını bulmaya yönelik, kendisi için yeni olan bir yöntem oluşturduğu ancak henüz hacim kavramını oluşturamadığı söylenebilir. Ö2, Ö1’in yönteminin 4.şekilde işimize yarayacağını ifade etmesine rağmen bu bilgiyi birim küp sayısını bulurken yanlış bir şekilde kullanmıştır (24Ö2, 26Ö2).

4.2.3.2. Ö3 ve Ö4’ten elde edilen bulgular

1A: *Kaç küp var şekilde?*

2Ö3: *Altı.*

3A: *Nasıl buldunuz?*

4Ö4: *Toplayarak.*

5A: *Neleri topladın?*

6Ö4: *Yani hocam sayarak buldum (Akıl yürütme - Kullanma).*

7Ö3: *Sayarak (Akıl yürütme - Kullanma).*

8A: *İkinci şeklin küp sayısı kaç?*

9Ö3: *Sekiz küp.*

10Ö4: *Sekiz küp.*

11Ö3: *Yine sayarak buldum (Akıl yürütme - Kullanma).*

12Ö4: *Sayarak (Akıl yürütme - Kullanma).*

13A: *Kaçar kaçar sayarak buldunuz?*

14Ö4: *Dörder dörder veya birer birer.*

Ö3 ve Ö4 küpü tanımış ve doğru akıl yürütmeye ilk iki şekildeki birim küp sayısını bulmuşlardır. Öğrenciler ritmik sayma bilgisini kullanarak sonuca ulaşmıştır (2Ö3, 6Ö4, 7Ö3, 9Ö3, 10Ö4). Bununla beraber Ö4 küp sayısının dörder veya birer sayarak bulunabileceğini belirtmiştir (14Ö4).

15A: *Üçüncü şekilde kaç tane küp var?*

16Ö4: *12 küp.*

17A: *Burada nasıl buldunuz?*

18Ö4: *Dörder dörder sayarak.*

19Ö3: *Üçer üçer sayarak.*

20A: *Saymanın dışında başka bir yolla bulunabilir mi?*

21Ö4: *(Biraz düşündükten sonra) Toplayarak veya çarparak bulabiliriz.*

22Ö3: aaa.. Evet öğretmenim çarparak. Ö4'ünün dediği gibi.

23A: Çarparak nasıl bulabiliriz?

24Ö4: Ö3'ün dediği gibi burada üç tane sayı var. Dört ile çarparsak 12 olur ya da ben 4 buldum, dörder dörder sayarak buldum. Dört ile üçü çarparsak 12 (Bir öneriyi savunma – Kullanma).

25A: En ve boyu çarptın yani.

26Ö4: Evet öğretmenim. Ya da toplarsınız $4+4+4$ veya $3+3+3+3$ şeklinde (Bir öneriyi savunma – Kullanma).

27A: Bu şeklin yüksekliği nedir sizce?

28Ö3: Bir kat.

Üçüncü yapıda bulunan küp sayısını bulurken üçer üçer veya dörder dörder saymışlardır (18Ö4, 19Ö3). Ritmik sayma ile çarpma ve toplama işleminin arasında bir ilişki kurmuşlardır. Sonuca toplamsal veya çarpımsal muhakeme yaparak da ulaşılabilirliğini ifade etmişlerdir (21Ö4, 22Ö3). Çözüme yönelik bu öneriyi savunmuşlar ve bu bilgilerden yola çıkarak durumu açıklamışlardır (24Ö4, 26Ö4). Böylelikle kullanma eylemi gerçekleştirmişlerdir.

29A: Dördüncü şeklimizde kaç küp var?

30Ö4: 75 küp buldum. (biraz düşündükten sonra) pardon 75 değil 90 küp buldum. Yanlış yapmışım. Gözlerim yanıldı. Üç tane küp varmış. Altta beş tane (sayarak söyledi) küp var, üstte üç küp var çarparsak 15 küp eder. Yan yana sayarsak altı küp var (yine sayarak söyledi) 15 ile 6'yı çarparsak 90 küp (Akıl yürütme – Kullanma).

31A: Güzel bir çözüm oldu. Sence nasıl olur Ö3?

32Ö3: Bize bakan yüzeyde 30 küp var. Sağdaki yüzeyde 15 küp var. 30 ile 15'i çarpıp 450 küp buldum.

33A: Neden 15 ile 30'u çarptın?

34Ö3: Çünkü arkalarında da küpler var.

35A: En sonda kaç küp var?

36Ö3: 30 küp mü? (Emin değil).

37A: Ortada kaç o zaman?

38Ö3: 18 küp (Hatalı akıl yürütme).

39Ö4: Hepsinde 30 küp var (Arkadaşının hatasına müdahale ediyor – sosyal öğrenme).

40A: Niçin 18 küp olduğunu düşündün?

41Ö3: Kareleri saydım (Hatalı akıl yürütme).

42A: Burada bir genelleme yapmak isteseydik, bu tür cisimlerin içindeki küp sayısını bulduracak bir formülü nasıl yazardık?

43Ö4: Formül derken katını mı soruyorsunuz?

44A: Küplerden oluşan farklı bir yapıyla karşılaşsaydın küp sayısını bulmak için ne yapardın?

45Ö3: İlk katında kaç küp olduğunu bulmak için en ve boyu çarpıp katıyla (yüksekliği kastediyor) çarpardık.

46Ö4: Benim yaptığım gibi değil mi?

47A: Evet.Ö3 senin yaptığını genellemiş oldu. Bu genellemeyi kullanarak dördüncü şekildeki küp sayısını nasıl bulursun Ö3?

48Ö3: (biraz düşündükten sonra) 90 buldum.

Sürecin devamında Ö4 önceki şekilde kullandığı yöntemi dördüncü yapıyla ilişkilendirerek kullanmıştır. Doğru bir akıl yürütme ile iki ayrıt boyunca dizili olan birim küp sayılarını çarparak bir katmandaki birim küp sayısını bulmuştur. Sonra çıkan sonucu üçüncü ayrıt boyunca dizili olan birim küp sayısı ile çarpmıştır (Bkz. Şekil 4.24.). Bu yöntemle doğru sonuca ulaşan Ö4, dikdörtgenler prizması biçimindeki herhangi bir yapının içine sığabilecek birim küp miktarını hesaplayabileceği bir yöntem geliştirmiştir (30Ö4). Öğrencinin bu akıl yürütmesiyle yeni bir yapıya ulaşması oluşturma olarak nitelenebilir.

Şekil 4.24.

Ö4'ün Üçüncü Problemdeki Son Şekil İçin Verdiği Cevap

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 3 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ \times 6 \\ \hline 90 \end{array} \quad \text{çarparak}$$

Ö3 ise önce yanlış bir sonuca ulaşmıştır. Ö3 ön katmandaki birim küp sayısı ile sağ katmandaki birim küp sayısını çarpmıştır (32Ö3). Daha sonra bu hatasını düzelterek ön katman ile arka katmandaki birim küp sayılarını doğru bir şekilde bulmuştur. Ancak orta katmandaki küp sayısını hatalı bulmuştur (38Ö3). Ö3'ün verdiği cevaba Ö4 itiraz etmiş ve yaptığı hatayı düzeltebilmesi için onu yönlendirmiştir (39Ö4). Bu durum soyutlama sürecinde sosyal öğrenmenin gerçekleştiği yönünde değerlendirilmektedir. Gelinen noktada Ö3 doğru sonuca ulaşabilmiş ve bu tür durumlara yönelik bir genelleme

yapmıştır (45Ö3, 48Ö3). Ö3'ün birim küp sayısını bulmak için yeni bir yöntem geliştirdiği ve bu bağlamda oluşturma eylemini gerçekleştirdiği anlaşılmaktadır.

4.2.3.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular

1A: Kaç küp var birinci şekilde?

2Ö5: Ben altı tane küp var diyorum.

3A: Nasıl buldun Ö5?

4Ö5: Orada küp ve kare arasında, küp dört kenarı olan bir cisim. Kare ise direkt çiziyoruz. Oradan bakarsak altı küp var.

5A: Altı olduğunu nasıl buldun?

6Ö6: Ben ikişer ikişer topladım, saydım (Akıl yürütme – Kullanma).

7Ö5: Ben de sayarak buldum (Akıl yürütme – Kullanma).

8A: Ö5 sen kaçar saydın?

9Ö5: Üçer üçer saydım.

10A: Bu gösterdiğim şekilde kaç küp var?

11Ö5: Sekiz.

12Ö6: Sekiz var. Ben dörder dörder saydım.

13Ö5: Ben de dörder saydım.

14Ö6: Dördü iki ile çarptım (İlişki kurma – Kullanma).

15A: Tamam. Çok güzel. Sıradaki şekle geçelim.

Ö5 hatalı bir küp tarifi yapmıştır (4Ö5). İlk iki yapıdaki birim küp miktarını bulurken saymayı kullanmıştır (7Ö5, 13Ö5). Ö6 ise birinci yapıda sayarak sonuca ulaşmış, ikinci yapıda ise çarpımsal muhakeme kullanmıştır (6Ö6, 14Ö6). Ö5 ve Ö6 bu aşamada ritmik saymayı tanımış ve kullanmıştır. Ö6 ise farklı olarak ikinci yapıda ritmik saymayı çarpma ile ilişkilendirerek kullanmıştır.

16Ö5: 12 küp var. Dördü üç ile çarparak buldum.

17Ö6: Ben üçer üçer saydım 12 buldum.

18A: Tamam. Son şekle gelem.

19Ö5: Öndeki küp sayısı 30. Beş ile altıyı çarptım (Akıl yürütme – Kullanma).

20A: Tamamını bulmak için ne yaparız?

21Ö6: 90 buldum. Hepsini altışar altışar sayarak buldum.

22Ö5: Arkada da 30 var. Toplarsam 60. Ortada da 30 var. Toplarsam 90 (Akıl yürütme – Kullanma).

23A: Üç tane 30'u mu topladın?

24Ö5: *Evet. Hatta 3 ile 30'u çarparsak da olur.*

25A: *Tamam. Çözümün güzel. Böyle başka bir şekilde karşılaşırsaydın, sayma yapmadan sonuca nasıl ulaşırdın?*

26Ö5: *Boy ile eni çarpacağız.*

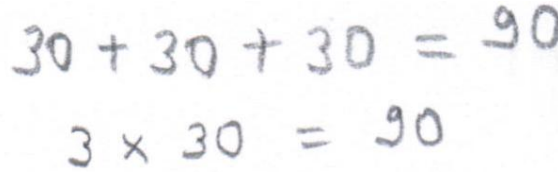
27A: *Sonra?*

28Ö5: *Yükseklikle hmmmm (biraz düşündükten sonra) çarpırım. Genel olarak çarpma işlemi yaparım (Yeni yapılarla ulaşma – Oluşturma).*

Ö5 dördüncü yapıdaki birim küp sayısını bulurken doğru bir akıl yürütmeye önce iki ayrıt boyunca uzanan birim küp sayılarını çarpmış ve ön katmandaki birim küp sayısını bulmuştur (19Ö5). Sonra aynı katmandan üç tane olduğunu söyleyerek toplama işlemi yapmış ve sonuca ulaşmıştır (22Ö5). Sonuca çarpma işlemi ile de ulaşılabilirliğini ifade etmiştir (24Ö5). Öğrencinin yaptığı işlemler Şekil 4.25.'te görülmektedir. Ö5 bu tür yapıların içine sığabilecek birim küp miktarına yönelik bir genelleme yapmayı başarmıştır (26Ö5, 28Ö5). Bu da onun yeni bir yapıya ulaşarak dikdörtgenler prizmasını oluşturan birim küp sayısını bulma bilgisini oluşturduğu anlamına gelir.

Şekil 4.25.

Ö5'in Üçüncü Problemdeki Son Şekil İçin Verdiği Cevap


$$30 + 30 + 30 = 90$$
$$3 \times 30 = 90$$

Ö6 oluşturduğu yöntemi üçüncü ve dördüncü yapı için kullanmayı tercih etmemiştir. Bunun yerine saymayı kullanarak sonuca ulaşmıştır (17Ö6, 21Ö6). Sonuç olarak Ö6 tanıma ve kullanma eylemini gerçekleştirdiği ancak oluşturma eylemine ulaşamadığı söylenebilir.

4.2.4. Dördüncü problemde elde edilen bulgular

Bu problemde taban katmanındaki ve yüksekliği boyunca dizili birim küp sayısı verilmiş bir dikdörtgen prizmanın içine, hiç boşluk kalmayacak biçimde, kaç küp sığdırılabileceği sorulmuştur. Öğrencilerin *birim küp sayısı = taban katmanındaki birim küp sayısı × yükseklik* formülünü kullanarak hacim bilgisine ulaşması ve *hacim = taban alanı × yükseklik* formülünü oluşturması beklenmektedir.

4.2.4.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular

1Ö1: *Bence az önce yaptığımız gibi, boy ile eni biliyoruz. Boyla eni ve yüksekliği çarparsak hem alanını hem de içine ne kadar küp sığacağını buluruz* (Fark etme - Tanıma).

2Ö2: *Ben de böyle düşünüyorum.*

3A: *Kaç buluruz sonucu?*

4Ö1: *Ben 192 buldum* (Bir süreci yansıtmaya – Kullanma).

5Ö2: *Ben 105 buldum.*

6A: *Nasıl buldunuz?*

7Ö2: *Burada 8 tane var, burada 4 tane var. Bunlardan bir tanesi yapıldığı için bir tane eksilttim* (üst üste altı küp var, en altta kalan kısım tamamlandığı için onu hesaba dahil etmiyor). *Durun biraz öyle değil. 160 çıkar.*

8A: *En altta kaç küp var?*

9Ö2: *Otuz iki.*

10A: *Nasıl buldun?*

11Ö2: *Dört ile sekizi çarparak. Burada bir tanesi tam olduğu için altı almadım. Beş aldım ve 32 ile çarptım. 160 buldum* (Bir süreci yansıtmaya – Kullanma).

12A: *Alt kısım bu cisme dahil değil mi?*

13Ö2: *Orayı saydım.*

14A: *Üzerine kaç kat koydun?*

15Ö2: *Beş kat. Hmm... o zaman 192 olur* (Akıl yürütme – Kullanma).

Ö1 soruyu çözmek için bir önceki problemde birim küp bulmaya yönelik oluşturduğu bilgiyi tanımış ve kullanmıştır. En, boy ve yüksekliği doğrudan çarparak cevabı bulmuştur (1Ö1, 4Ö1). Öğrencinin gerçekleştirdiği işlem Şekil 4.26.'da görülmektedir.

Şekil 4.26.

Ö1'in Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$8 \times 4 \times 6 = 192$$

Ö2 ise cevabı önce 105 (5Ö2), sonra 160 (7Ö2), son olarak 192 (15Ö2) bulmuştur. Ö2, 4 ile 8'i çarparak taban katmanındaki birim küp sayısını bulmuş ancak yüksekliği 5 olarak kabul etmiştir (7Ö2). Bu nedenle 32 ile beşi çarpmış ve sonucu 160 bul-

muştur (11Ö2). Daha sonra tabanın da cisme dahil olduğunu anlamış ve 160'a 32 eklemiştir (192). Ö2'nin *taban alanı* $\times$ *yükseklik* bilgisini oluşturduğu söylenemez.

4.2.4.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular

1A: *Bu soruyu nasıl çözeriz?*

2Ö3: *En - boy'dan gideceğiz. Yükseklik altı birim, dört birimde yanda var, altı da üstüyle aynı. (Altı ve dördü şekil üzerinde gösterdikten sonra) şurası da sekiz (cismin ön tarafını gösteriyor) (Bir süreci yansıtmı – Kullanma).*

3A: *Ne yapacağız o zaman?*

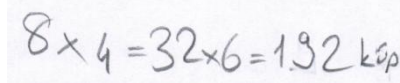
4Ö4: *Çarpacağız.*

5Ö3: *192 buldum ben.*

Ö3 bir önceki problemde oluşturduğu *birim küp sayısı* = *taban katmanındaki küp sayısı* $\times$ *yükseklik* formülü ile birim küp sayısını bulma bilgisini tanımış ve kullanmıştır (2Ö3). Ö3 işlemler Şekil 4.27.'de olduğu gibi yapmıştır. Çok hızlı bir şekilde sonuca ulaşan Ö3 (5Ö3) böylelikle birim küp sayısını bulmaya yönelik bilgi yapısını pekiştirmiştir.

Şekil 4.27.

Ö4'in Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$8 \times 4 = 32 \times 6 = 192 \text{ küp}$$

Ö4 ise birim küp sayısını bulmak için çarpmaları gerektiğini ifade etmiştir ve en, boy yükseklik boyunca dizili olan birim küp sayılarını çarpmıştır. Sonucu doğru olarak öğrencinin birim küp sayısını bulurken birim küp sayısını bulma bilgisini pekiştirdiği görülmektedir.

4.2.4.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular

1A: *Bu soruda ne yapabiliriz?*

2Ö5: *Tabanı bulmak için 4 ile 9'u çarptım. Otuz beş buldum (Hatalı işlem).*

3A: *Tabanda, önde bulunan küpleri tekrar sayar mısın?*

4Ö5: *8 tane (hatasını fark etti). Öbür taraf 4. Taban 31 olur (Hatalı işlem).*

5A: *4 kere 8, 31 mi? Diyelim ki 31 çıktı. Sonra ne yaparız?*

6Ö5: 32 hocam.

7Ö6: Evet 32.

8Ö5: Tabanı 32.

9A: Tabanda 32 küp var. Şeklin tamamını doldursaydık kaç küp olurdu?

10Ö5: En altı da sayarsak yukarıya doğru altı tane var. Altı ile 32'yi çarpacağız 192 eder (Bir süreci yansıtmaya – Kullanma).

11A: Sence Ö6?

12Ö6: Alttakileri saydım 32. Beş ile 32'yi çarpıp, sonra 32 ile toplarız.

13A: Kaç bulursun sonucu?

14Ö6: $160 + 32 = 192$

15Ö5: Ama kenarları (bir kenar boyunca dizili küp sayıları) bulmadı.

16A: Kenarları bulmadı çünkü tabanı sayarak buldu.

17Ö5: Dört ile beşi çarparak kenarları bulması gerekmez mi?

Öncelikle Ö5 taban katmanındaki birim küp miktarını bulmak için dört ile sekizi çarpmıştır (4Ö5). İki kere yanlış hesaplamasına (2Ö5, 4Ö5) rağmen sonucu bulmayı başarmıştır (6Ö5, 8Ö5). Çıkan sonuç ile yüksekliği yani 32 ile altıyı çarpmaları gerektiğini ifade etmiştir (10Ö5). Ancak “beş” ile çarpmıştır (Bkz. Şekil 4.28.). Buradan hareketle Ö5'in birim küp sayısını bulmak için önceki problemde oluşturduğu bir katmandaki küp sayısı ile katman sayısını çarparak birim küp sayısını bulma bilgisini tanıdığı ve kullandığı görülmektedir.

Şekil 4.28.

Ö5'in Dördüncü Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$\begin{aligned} 8 \cdot 4 &= 32 \\ 5 \cdot 32 + 32 &= 192 \end{aligned}$$

Ö6 ise bir katmandaki küp sayısını sayarak bulmuş ve beş ile çarpmıştır. Altıncı katmandaki küp sayısını sonuca eklemiştir. Öğrencinin birim küp sayısını bulmak için Ö5'in çözümüne benzer bir yol izlediği görülmektedir. Ancak *birim küp sayısı = taban alanı $\times$ yükseklik* bilgisini henüz tam olarak oluşturduğu söylenemez. Ö6'nın grup arkadaşının gösterdiği yöntemle işlemleri rahatlıkla yapması sosyal öğrenmeye örnek ola-

rak gösterilebilir. Ancak grup öğrencileri yaptıkları işlemlerini henüz herhangi bir kavramla ilişkilendirememiştir.

4.2.5. Beşinci problemde elde edilen bulgular

Bu problemde üç ayrıtı boyunca dizili birim küp sayıları verilen dikdörtgenler prizmasının içine boşluk kalmadan kaç küp sığabileceği sorulmuştur. Öğrencilerden ayrıtlar boyunca dizili birim küp sayılarını çarpmaları beklenmektedir. Henüz *birim küp sayısı = taban alanı × yükseklik* veya *birim küp sayısı = en × boy × yükseklik* genellemelerinden herhangi birine ulaşamamış grupların oluşturma eylemini; daha önce bu genellemelerden birine ulaşmış olan grupların ise pekiştirme eylemini gerçekleştirip gerçekleştiremediği gözlemlenebilecektir.

4.2.5.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular

1Ö1: *Bize enini, boyunu ve yüksekliğini vermiş. İçine kaç küp koyabiliriz diye soruyor.*

2A: *Cismin içine sığabilecek küp sayısı bize cismin hangi özelliğini gösterir?*

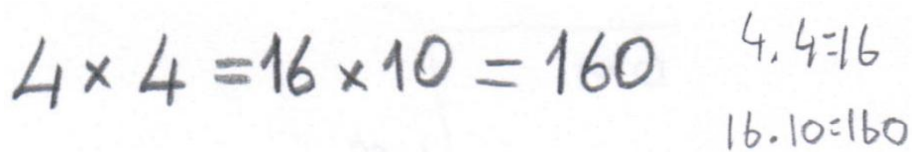
3Ö1: *Alan ya da hacim olabilir. (Hacim kavramı 4.sınıf fen bilgisi dersinde geçen bir kavram olduğu için buradan hatırlamış olabilir). Ama alanı bulmuş olsaydık yüzeylerinin alanlarını çarpardık. O yüzden hacim olabilir (Fark etme - Tanıma).*

4Ö2: *Az önceki gibi bir yöntem kullanacağız burada. Dört ile dördü çarpalım. Sonra yüksekliği çarpalım. 160 eder (Bir süreci yansıma - Kullanma).*

Ö1 en, boy, yükseklik kavramlarını tanımış (1Ö1) ve içine koyabileceğimiz birim küp sayısını hacim olarak adlandırmıştır (3Ö1). Ö2 ise birim küp sayısını bulmak için tabandaki küp sayısı ile yükseklik boyunca dizili küp sayısını çarpmış ve sonucu 160 bulmuştur (4Ö2). Her iki öğrencinin yaptığı işlemler Şekil 4.29.'da görülmektedir.

Şekil 4.29.

Ö1 ve Ö2'nin Beşinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$4 \times 4 = 16 \times 10 = 160$$
$$4 \times 4 = 16$$
$$16 \times 10 = 160$$

Bu problemde her iki öğrencinin cevapları birbirini tamamlar nitelikte olduğundan sosyal öğrenmeden bahsedilebilir. Grup olarak soruya özgüvenli ve doğrudan verdikleri cevap hacim formülünün oluşturulduğunu ve pekiştirme eyleminin başladığı yönünde değerlendirilebilir.

4.2.5.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular

1Ö3: İlk önce ilk kattaki küpleri bulmak için dört ile dördü çarptım 16 buldum. Bunun boyu da 10 katlı yani uzunluğu. Sonra 16 ile 10'u çarpıp 160 küp buldum (Bir süreci yansıtmak – Kullanma).

2Ö4: Her şey karşılıklı olacak. Dört küp karşısına dört küp. İki tane onun karşısına (biraz düşünüyor). 10 tane de yükseklik çıkacağız.

(Tekrar baştan alıyor) Dört tane oraya dört tane oraya 16 küp eder. İki tane yükseklik çıkarsak 20 küp eder. 16 ile 10'u çarparsak 160 küp eder. Bunları toplarsak 180 küp eder.

3A: Fazladan yazdığın 20 küpü nereden buldun?

4Ö4: Şu yandaki iki küp varya (herhangi bir cevap gelmedi).

Ö3 etkinliğindeki problemin çözümü için önceden edindiği bilgiyi kullanarak tabanda katmanında yer alan birim küp sayısını, her iki ayırıt boyunca dizili birim küp sayılarını çarparak bulmuştur. Daha sonra bir tabakada bulunan birim küp sayısını yükseklik boyunca dizili olan birim küp sayısı ile çarpıp hacme ulaşmıştır (1Ö3). Ö3'ün $\text{birim küp sayısı} = \text{taban katmanındaki birim küp sayısı} \times \text{yükseklik}$ genellemesini farklı bir bağlamda doğrudan kullanarak sonuca ulaşması (Bkz. Şekil 4.30.) bilgiyi pekiştirdiği anlamına gelir.

Şekil 4.30.

Ö3'ün Beşinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$4 \times 4 = 16 \times 10 = 160 \text{ küp}$$

Ö4 ise dikdörtgenler prizmasına dair bilgileri tanımış ancak kullanırken hata yapmıştır (3Ö4). Daha önce oluşturduğu $\text{birim küp sayısı} = \text{taban katmanındaki birim küp sayısı} \times \text{yükseklik}$ formülünü bu soruda doğru bir şekilde kullanamadığı için pekiştirme eylemini gerçekleştirememiştir.

4.2.5.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular

1Ö5: Yukarı doğru 10 tane küp var. Altta sol tarafta dört tane küp var. Ortada iki küp kalıyor. Boşlukları doldurmak için dört ile 10'u çarparım, 40. 10 ile ikiyi çarparım 20. Aynı şekilde yine dört ile 10'u, iki ile 10'u çarparım. $40 + 40 = 80$ olur. $20 + 20 = 40$ olur. Topladığımda 100 olur.

2A: 100 mü olur?

3Ö5: 120, yanlış toplamışım.

4A: Sen ne dersin Ö6?

5Ö6: Yapıyorum (Yaklaşık iki dakika düşündükten sonra). 92 buldum.

6A: Nasıl buldun 92'yi?

7Ö6: Dört kenarı var çarparak buldum.

8A: Burada genelleme yapabilir miyiz? Ne zaman böyle bir şekil görsek kullanabileceğimiz bir yöntem.

9Ö5: Ben ilk önce çok olanı sayarım. 10 ile dördü çarptım burada. Ben böyle yaparım.

10A: Bir önceki soruda yaptığın genelleme bu soruda kullanılabilir mi?

11Ö5: Kullanılabilir.

12A: Bu cismin eni ne olur?

13Ö5: Orası eni ama orada küp olmadığı için.

14A: Olduğunu düşünürsen kaç küp olurdu?

15Ö5: O bir tanenin yanına üç tane çizirdim toplam dört tane olurdu.

16A: Boyu ne olurdu?

17Ö5: Oraya doğru da dört.

18A: Yükseklik?

19Ö5: 10.

20A: Çarptığında kaç çıkar?

21Ö5: 4 ile 10'u çarparsam 40. 120 çıkar. Yine aynı sonuç olur.

Ö5 problemin çözümü için denediği ilk yöntemde yanlış bir akıl yürütme yaparak cevabı 120 bulmuştur (1Ö5, 3Ö5). Bir önceki problemde oluşturduğu ve kırılğan yapıda olan prizmanın içine sığabilecek birim küp sayısını hesaplama bilgisini tanımadığı görülmektedir. Öğrenci taban katmanında yer alan birim küplerin tamamının şekil üzerinde belli olmadığı problemde çözüme ulaşamamıştır. Bu durum Ö5'in hacim bilgisini tam oluşturamadığını düşündürmektedir. Ö6 ise cevabı 92 bulmuş (5Ö6) ve çözüm yoluna dair anlamlı bir ifade söylememiştir (7Ö6). Kâğıt üzerinde yaptığı işlemde ise

cevabı 100 olarak hesaplamıştır. Şekil 4.31.'de her iki öğrencinin yaptığı işlem adımları görülmektedir. Sürecin devamında öğrenciler araştırmacının tüm yönlendirmelerine rağmen doğru sonuca ulaşamamış dolayısıyla problemi çözememiştir (10A, 12A, 14A, 16A, 18A).

Şekil 4.31.

Ö5 ve Ö6'nın Beşinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$4 \cdot 10 = 40$
 $40 \cdot 2 = 80$
 $2 \cdot 10 = 20$
 $20 \cdot 2 = 40$
 $80 + 40 = 120$
 $3 \cdot 10 = 30$
 $2 \cdot 10 = 20$
 $30 + 30 = 60$
 $20 + 20 = 40$
 $60 + 40 = 100$
en = boy = yükseklik kullandım

4.2.6. Altıncı problemde elde edilen bulgular

Bu problemde öğrencilerden ayrıt uzunlukları verilmiş bir darsenin alabileceği yük miktarını bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin birim küplü yapılardan elde ettikleri bilgiyi birim küplerden arındırılmış bir soruda hatırlayıp kullanmaları beklenmektedir. Bu süreçte dikdörtgenler prizmasının hacim formülünü oluşturmaları amaçlanmıştır.

4.2.6.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular

1Ö2: Enini boyunu birde.... (düşünüyor)

2Ö1: Bir kenarı sekiz.

3Ö2: Hepsini çarpsak.

4Ö1: Enini, boyunu ve yüksekliğini çarpsak (Tanıma).

5A: Kaç olur?

6Ö2: Üç kere ikiyi çarparız altı. Altı ile sekizi çarparız 48 (Bir süreci yansıtmama - Kullanma).

7A: Birimi nedir?

8Ö2: Metreküp.

9Ö1: Tamam. Bence de böyle olur.

Ö1 ve Ö2 birim küplü yapılardaki birim küp sayısını bulurken oluşturdukları bilgiyi tanımışlardır. Bu bilgiyi sorunun çözümünde kullanmışlardır. En, boy ve yüksek-

liği çarparak bilgiyi farklı bir yapıya aktarmışlardır (3Ö2, 4Ö1). Sonucu her ikisi de 48 bulup biriminin de m³ olduğunu ifade etmişlerdir (6Ö2, 8Ö2). Şekil 4.32.'de öğrencilerin ayırt uzunluklarını çarptıkları görölmektedir. Birim küplü yapılardan elde edilen bilgi ayırt uzunlukları verilen dikdörtgenler prizmasına uygulanmıştır. Öğrenciler zihinlerinde var olan bilgiyi yeniden yapılandırmış ve birim küplerden bağımsız bir hacim formölü oluşturmuştur.

Şekil 4.32.

Ö2'nin Altıncı Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$3 \cdot 2 \cdot 8 = 48 \text{ m}^3$$

4.2.6.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular

1A: Bu problemi nasıl çözebiliriz.

2Ö3: Dorsenin alanını bulacağız.

3A: Ama dorseyi yapmak için ne kadar sac gerekir, ne kadar malzeme gerekir demiyor. İçine ne kadar yük girer diyor.

4Ö4: 3 m burada var diğer tarafta da 3 m var, 6 m; 2 m burada 2 m burada 4 m; 8 m yukarda 8 m aşağıda 16 m; bunların hepsini toplayarak. (biraz düşündükten sonra yaptığının yanlış olduğunu fark ediyor). Pardon hocam m³ demiş şuradaki çizgileri şey yaparız... (düşünüyor).

5A: m³ nedir, neyin birimidir?

6Ö4: Bir sayının küpü kadarını bulmak (doğal sayıların küpü ile karıştırıyor).

7A: Çözümüne devam eder misin?

8Ö4: O çubukların açısından gelen sütunları eşitleyerek buluruz. Mesela bu kenardan bir sütun geçerse aynı tarafta aynı sütun olur, böyle böyle sütunların hepsini toplayarak buluruz.

9A: Diyelim ki bu dorseyi küplerle doldursaydık...

10Ö4: Karşılıklı çarparak. 3 m karşısı da 3 m, tabanı 3 m, üst de 3 m çarparız.

11A: 3 m'nin karşısı da 3 m. Ayırt uzunluklarını buluyorsun ama bu içine alacağı malzeme miktarını bulmamıza yaramıyor.

12Ö3: Şöyle yapabilir miyiz? Üç ile ikiyi çarpıp sonra onu sekiz ile arpsak....

13A: Bunu nereden buldun?

14Ö3: Yandaki şekilden esinlenerek (bir önceki soruyu kastediyor).

15A: Yandaki şekilde bu formülü oluşturmuştuk zaten.

16Ö3: Kamyonun dorsesini dikdörtgen prizma gibi düşünerek bulabiliriz. 48 olur.

Ö3 bulunacak niteliği tanıyamamış olmasına rağmen daha önceki süreçlerde oluşturmuş olduğu *birim küp sayısı = taban katmanındaki birim küp sayısı × yükseklik* bilgisini tanımış ve bu probleme uyarlayarak sonuca ulaşmıştır (12Ö3, 16Ö3). 14Ö3 ve 16Ö3'te yer alan ifadelerden yola çıkarak öğrencinin bir önceki problemde oluşturduğu birim küp bulma bilgisini tanıyıp kullandığı ve pekiştirdiği, bu bilgiyi yeniden düzenleyerek ayrıt uzunlukları verilen bir prizmaya uyarladığı görülmektedir. Dolayısıyla Ö3 genel hacim formülü bilgisini oluşturmuştur. Şekil 4.33.'de öğrencinin en, boy ve yükseklik uzunluklarını çarptığı görülmektedir.

Şekil 4.33.

Ö3'ün Altıncı Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$3. 2 . 8 = 48 m^3$$

Önce dorsenin ayrıt uzunluklarını toplayan Ö4 yaptığıнын yanlış olduğunu kısa sürede fark etmiştir (4Ö4). Ancak yine de doğru bir şekilde akıl yürütememiş ve sonuca ulaşamamıştır (8Ö4, 10Ö4). Ö3'ün işlemleri yapmasından sonra onun yaptığıı taklit ederek üç ayrı uzunluğunu çarpmıştır. Bu durum Ö4'ün problemi çözdüğü veya epistemik eylemleri gerçekleştirdiği anlamına gelmez.

4.2.6.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular

1A: Dorsenin ne kadar yük alığını nasıl buluruz?

2Ö5: 2 m yazıyor. Karşısında da 2 m var. Onun da altında 2 m var. Karşısı da 2 m olur. 3 m yazıyor. 3 m'den de dört tane var. 8 m'den de dört tane var. Bunları dört ile çarpacağız. İki ile dördü; üç ile dördü; sekiz ile dördü.

3A: Bu şekilde neyi bulmuş olacağız?

4Ö5: Kenarını, çevresini.

5A: Soru şöyle olsaydı. "Bu dorsenin içine kaç tane birim küp sığar?"

6Ö5: Küplerin boyuna bağlı.

7A: Bir önceki soruda verilen dikdörtgen prizma bu dorseyle benzer değil mi?
Birim küp sayısını bulduğumuz gibi dorsenin alacağı yükü bulamaz mıyız?

8Ö5: $En \times boy \times yükseklik$ şeklinde bulabiliriz (Bir süreci yansıtmak – Kullanma).

9A: Nasıl yaparız?

10Ö5: Eni 2, boyu 3, pardon boyu 8, yüksekliği 3. Bunları çarpalım (Bir süreci yansıtmak – Kullanma).

11Ö6: Ne ile neyi çarpacağız ben anlamadım.

12A: Burada verilen üç uzunluğu çarpacak.

13Ö5: 3 ile 2'yi çarparsak 6 eder. 6 ile 8'i çarpalım 48 eder (Problemi çözme – Kullanma).

14A: 48'in birimi nedir?

15Ö5: Küp. 48 metreküp.

İlk başta Ö5 her ayrıttan dörder tane olduğu için her birini dört ile çarpmış ve çıkan sonuçları toplamıştır (2Ö5). Elde ettiği sonucun cismin çevresi olduğunu düşünmektedir (4Ö5). Ö5 önceki etkinliklerde oluşturduğu bilgileri tanıyamamıştır. Bu nedenle dorsenin alacağı yük miktarı bulamamıştır. Daha sonra öğretmenin yönlendirmesiyle önceki problemlerin bu problemle ilişkisini kurabilmiştir. En, boy ve yüksekliğe ait uzunlukları çarparak çözüme ulaşmıştır. Sonucu 48 m^3 olarak bulmuştur (12Ö5, 15Ö5, 17Ö5). Ö5 birim küp bulma bilgisini tanıyıp kullanmıştır ancak bunu araştırmacının yönlendirmesiyle yaptığı için genel hacim formülünü oluşturduğu söylenemez.

16A: 48 m^3 dorsenin nesi olur sizce?

17Ö5: Çevre.

18Ö6: Çevresi olabilir.

19Ö5: Ama kaç metreküp yük diyor. Alan mı acaba?

20A: Olabilir.

21Ö5: Ama alan bulmak için $en \times boy \times yükseklik$ kullanmıyorduk. Burada böyle yaptık.

22A: Doğru. Alan için $en \times boy \times yükseklik$ kullanmıyorduk.

23Ö5: En iki, boy üç, çarparsam altı, bu alan (Örnek verme – Kullanma).

24A: Tamam. Böyle alan bulursun. Bu kapağın alanını buldun. $En \times boy \times yükseklik$ ne olabilir? Çevre değil, alan değil. Bir kabın içine koyabildiğin madde miktarı nedir?

27Ö5: Bulamadım.

28A: *En azından bulduğumuz şeyin çevre veya alan olmadığına karar vermiş oldun.*

“48 m³ dorsenin nesi olur?” sorusuna önce her iki öğrenci de “çevre” cevabını vermiş (17Ö5, 18Ö6), Ö5 sonradan “alan” olacağını düşünerek fikrini değiştirmiştir. Son olarak bu durumu alan da olamayacağı kanaatine varmıştır (21Ö5). Ö5’in zihnindeki bu çekişmelerin sonucunda çevre ve alandan farklı olan, başka bir niteliğin farkına vardığı düşünülmektedir. Bu bağlamda zihninde daha önce var olmayan bir bilgiyi oluşturduğu söylenebilir. Ö6 ise bu soruda herhangi bir katkı sunamamış ve çözüme ulaşamamıştır. Dolayısıyla genel hacim formülünü oluşturamamıştır.

4.2.7. Yedinci problemde elde edilen bulgular

Bu problemde hacmi verilmiş olan bir dikdörtgenler prizmasının birim küpler yardımıyla oluşturulduğu süreçte tanıma ve kullanma eylemlerinin gerçekleşip gerçekleşmediği gözlemlenmiştir.

4.2.7.1. Ö1 ve Ö2’den elde edilen bulgular

1Ö1: *Ürettiklerini kutuya, o kutuları da başka bir kutuya koyuyormuş. 27 kutu olacakmış. Biz bir şeyin alanını bulurken eni ile boyunu, uzun kenarıyla kısa kenarını çarpıp buluyoruz. Sonucu 27 olacak bir şeyle bir şeyi çarparsak tasarlayacağımız şeyi bulabiliriz. Dokuz ile üçü çarparsak yirmi yedi eder (Eksik bilgi – Yükseklikten bahsetmedi).*

2A: *Dokuz ile üçü çarptığında kutuları nasıl dizmiş oldun? Üst üste mi? Yan yana mı?*

3Ö1: *Şöyle olur (Çizerek gösteriyor. Arka arkaya üç çizgi çiziyor ve bunların üzerine dokuz yazıyor. Yan taraftan bir çizgi daha çiziyor buna da üç yazıyor). Bunlar üst üste olmaz, tek sıra. Yüksekliği de olsaydı hacmini bulmuş olurduk. Biz dokuz ile üçü çarpıp direk içine alabileceği kutu sayını bulabiliriz.*

4A: *Tasarlamış olduğun bu kolide kutuları dokuzar dokuzar arka arkaya dizdin. Yükseklik ne olur? Uzunluk dokuz, genişlik üç ise yükseklik ne olur?*

5Ö1: *(Biraz düşünüyor) Yüksekliği bir olur o zaman (Fark etme – Tanıma).*

6A: *O zaman sadece dokuz ile üçün çarpımı yeterli değil. Ne olması gerekir?*

7Ö1: *$9 \times 3 \times 1$ (Akıl yürütme – Kullanma).*

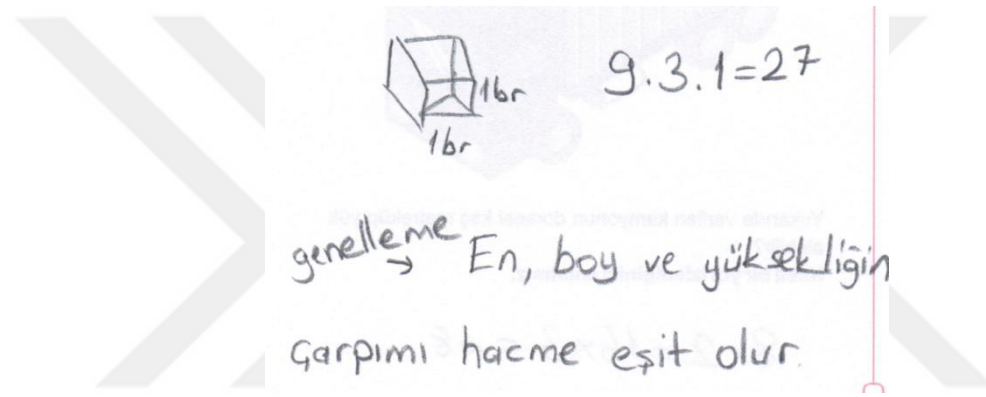
8A: *Tamam. Başka bir alternatifimiz var mı?*

9Ö2: *Aklıma gelmiyor.*

Ö1 çarpımları 27 olan iki sayının çözüm olabileceği yönünde akıl yürütmüştür (1Ö1). Ancak bu akıl yürütme üç yerine iki ayrıt içermesi bakımından eksiktir. Sonra kutuları nasıl dizdiğini göstermek için bir model çizmiş ve yaptığı çizimde yükseklikte olsaydı hacmi bulacağını söylemiştir (3Ö1). Araştırmacının yükseklikle ilgili sorduğu sorudan sonra eksik bilgisini tamamlamış ve yüksekliğin 1 br olduğu sonucuna varmıştır. Şekil 4.34'te düşüncesini bir genellemeyle ifade etmiştir. Öğrenci “en, boy ve yüksekliğin çarpımı hacme eşit olur” diyerek hacim bilgisini soyutladığını göstermiştir.

Şekil 4.34.

Ö1'in Yedinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler ve Genelleme



Ö2 bu problemde çözüme dair herhangi bir fikre varamamıştır. Herhangi bir işlem gerçekleştirememiştir. Ö2'nin bu tavrı hacim bilgisini tam olarak soyutlayamadığı şeklinde yorumlanmıştır.

4.2.7.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular

1Ö3: Kenar uzunluğu bir birimmiş. 27'ye eşitlememizi istemiş. Uzunluğu dokuz olsa, eni de 3 birim olsa 27'ye eşitlemiş oluruz.

2A: Boyu dokuz birim, eni üç birim dedin. Yükseklik ne olur?

3Ö3: İki birim yapsak....

4A: Yükseklik ne olursa çarpmanın sonucu 27 çıkar?

5Ö3: Bir ile.

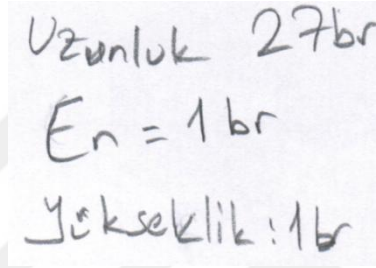
6A: Böyle bir kutu tasarlanabilir. Başka bir alternatif var mı?

7Ö4: Dokuz ile üçün yerini değiştiririz.

Ö3 kolinin alacağı 27 kutunun birim küp etkinlikleriyle olan bağıını tanımıştır. Kolinin boyunu ve enini belirlemiş ancak yüksekliğinden bahsetmemiştir (1Ö3). Bu durum bilgiyi tam olarak kullanamadığını göstermektedir. Görüşmenin devamında ise yüksekliğin bir birim olacağı yönünde akıl yürütmüş ve böylelikle üç ayrıtı tespit etmiştir. Şekil 4.35.'te öğrencinin alternatif olarak düşündüğü cevap görülmektedir. Öğrenci verdiği cevapta uzunluğu 27 br, en ve boyu birer birim olarak düşünmüştür. Verilen cevaplarda öğrenci herhangi bir işlem kullanmamış sadece tahminle sonuca ulaşmıştır.

Şekil 4.35.

Ö3'ün Yedinci Problemin Çözümü İçin Yaptığı İşlemler



Uzunluk 27br
En = 1br
Yükseklik: 1br

Ö4 ise eni dokuz, boyu üç olarak da aynı sonuca ulaşılabilirliğini ifade etmiştir (7Ö4). Bu durum Ö3'ün cevabından etkilendiği yönünde değerlendirilmektedir. Bu nedenle sosyal öğrenmenin oluşumuna bir örnek olarak düşünülebilir. Tanıma ve kullanmadaki eksiklikler soyutlamanın gerçekleşmediği şeklinde değerlendirilmiştir.

4.2.7.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular

1Ö5: Kutu dört kenardan oluşmakta.

2A: Sence Ö6?

3Ö6: Düşünüyorum.

4Ö5: Kutunun altı kenarı var ve hepsi bir birim. altı ile 27'yi çarpabiliriz.

4A: Bu çarpma ile ne bulmuş oluruz?

5Ö5: Kaç tane kutu olduğunu.

6A: 27 kutuyu bir koliye dizeceksiniz. Nasıl yapabilirsiniz?

7Ö5: Aklıma bir sonuç gelmedi.

8Ö6: Ben de bulamadım.

9A: Birim küpleri kutu olarak, cismi de koli olarak düşünsek nasıl bir dizilim yapabiliriz? Alt alta mı, üst üste mi, yan yana mı?

10Ö5: Ben kutuların kenarlarının bir birim olmasına takıldım.

11A: Bir küp şeker kutusunun içine küp şekerleri hiç boşluk kalmadan yerleştiriyorlar. Bunu nasıl yapmış olabilirler? Üst üste kaç şeker, yan yana kaç şeker, arka arkaya kaç şeker koymuş olabilirler? Bunu düşünüp probleme uyarlayabilirsiniz.

12Ö5: Üst üste iki kutu koymuş olabilirler. O zaman yükseklik iki olur.

13A: Diyelim ki yükseklik iki olsun.

14Ö5: O zaman her kenarı iki olur.

15A: Kenarlar eşit olmak zorunda mı?

16Ö5: Evet. Hepsinin birimi bir ve hepsi eşitmiş.

Ö5 ve Ö6 bu soruda doğru bir akıl yürütme yapamamıştır. Ö5 önce kolinin yüz sayısı ile 27'yi çarpmış (4Ö5). Sonra da bütün ayrıtlarının iki birim olması gerektiğini iddia etmiştir (12Ö5, 14Ö5, 16Ö5). Ö6 ise herhangi bir fikir sunamamıştır. Bu nedenle sonuca ulaşamadılar. Öğrenciler herhangi bir epistemik eylemi gerçekleştirememişlerdir.

4.2.8. Sekizinci problemde elde edilen bulgular

Öğrencilerin etkinlik başından beri oluşturdukları yapıları farklı bir bağlamda sorulan problemde uygulayarak pekiştirme eylemini gerçekleştirmeleri beklenmektedir. Bu nedenle hacmi ve ayrıt uzunluklarından biri verilen prizmanın diğer ayrıt uzunluklarının ve yüzey alanının bulunması beklenmektedir.

4.2.8.1. Ö1 ve Ö2'den elde edilen bulgular

1Ö2: Burada bir havuz var. Ne kadar su aldığı soruluyor. Sadece uzunluğu verilmiş. Bölme yapabiliriz.

2A: Neyi neye böleceğiz?

3Ö2: 480'ni 20'ye böleriz (Akıl Yürütme – Kullanma).

4A: 480 neye eşit?

5Ö1: $en \times boy \times yükseklik$ (Fark etme – Tanıma).

6A: 480'i 20'ye bölünce kaç buluruz?

7Ö2: 24.

8A: 24 bize neyi gösterir?

9Ö1: En ile yüksekliğin çarpımını (İlişki kurma – Kullanma).

10A: Böyle bir havuz tasarlamak isteseydiniz bu havuzun eni ve yüksekliğiyle ilgili ne söylerdiniz?

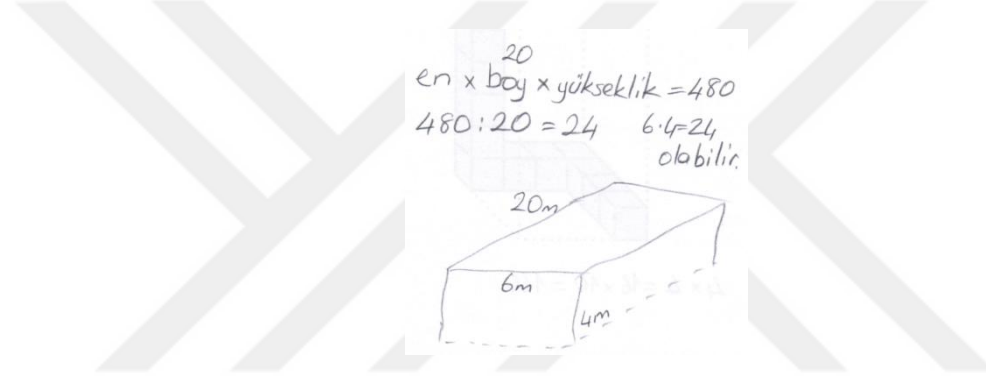
11Ö2: Üç ve sekiz olabilir (Problemi çözme – Kullanma).

12Ö1: Altı ile dört olabilir. (Problemi çözme – Kullanma).

Ö1 480'in hacim = $en \times boy \times yükseklik$ formülü ile elde edildiğinin farkındadır. Tanıma eylemini gerçekleştirdiği anlaşılmaktadır (5Ö1). 480'i 20'ye bölerek en ile yüksekliğin çarpımının 24 olacağını söylemişlerdir (7Ö2, 9Ö1). Buradan hareketle eni 6 m, yüksekliği 4 m olarak bulmuştur (Bkz. Şekil 4.36.). İşlemleri yaparken öğrencinin uzunluklar için metre birimini kullandığı ancak alan ve hacim birimlerini kullanmadığı Şekil 4.36.'da görülmektedir.

Şekil 4.36.

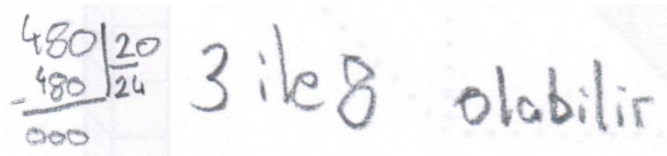
Ö1'in Sekizinci Problemin İlk Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler



Ö2 sorunun çözümünün bölme işlemi ile yapılabileceğini ifade etmiştir (1Ö2, 3Ö2). 480'i 20'ye bölerek 24 elde etmiştir. Bu sonucun en ile yüksekliğin çarpımı olduğunu grup arkadaşından öğrendikten sonra eni 3 m, yüksekliği 8 m olarak bulmuştur (Bkz. Şekil 4.37.).

Şekil 4.37.

Ö2'nin Sekizinci Problemin İlk Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler



Sonuç olarak her iki öğrencinin hacim formülünü bilgisini çok rahat tanıdığı ve kullandığı görülmektedir. Öğrencilerin soruyu çözerkenki özgüveni ve bilgiyi doğrudan kullanmaları pekiştirme yapıldığı anlamına gelmektedir.

13A: Sorunun ikinci kısmına geçelim. Kendi bulduğunuz havuz örneğine göre bu soruyu çözerseniz nasıl bir sonuç bulursunuz?

14Ö1: (biraz düşündükten sonra) Bize bu soruda $en \times boy \times yükseklik$ değil de ilk yaptığımız iki sorudaki gibi bir şeklin yani havuzun yüzeylerinin alanının toplamını soruyor (Fark etme – Tanıma).

15A: Soruyu çözüp nasıl yaptığınızı bana anlatabilir misiniz?

16Ö1: Önce altı ile dördü çarptım 24 buldum. Bundan da iki tane olduğu için 24 ile ikiyi çarptım, 48 buldum. Sonra 20 ile dördü çarptım 80 buldum. İki tane olduğu için iki ile çarpıp 160 buldum. 20 ile altıyı çarpı 120 buldum. Bundan bir tane var. Sadece alt kısmı var. Havuzun üst kısmı yok. Onu saymıyoruz. Hepsini topladım $328 m^2$ buldum (Problemi çözme – Kullanma).

17A: Sen ne buldun Ö2?

18Ö2: Ben bulamadım.

Sorunun ikinci bölümünde Ö1 soru ile ilk iki etkinlik arasında bağ kurmuştur (14Ö1). Oluşturduğu havuzun yüzey alanını hesaplaması gerektiğini fark etmiştir. Önceki problemlerde oluşturduğu yüzey alanı bilgisini tanımış ve problemin çözümünde kullanmıştır (16Ö1). Havuzun üst kısmının boşluk olduğunu söyleyerek burayı hesaba dahil etmemiştir (Bkz. Şekil 4.38.). Yüzey alanı bilgisine dair pekiştirmenin Ö1 tarafından gerçekleştirildiği görülmüştür. Ö2 ise çözüme dair bir düşünce geliştirememiştir (18Ö2).

Şekil 4.38.

Ö1'in Sekizinci Problemin İkinci Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$\begin{array}{r} 6 \times 4 = 24 \times 2 = 48 \\ 20 \times 4 = 80 \times 2 = 160 \\ 20 \times 6 = 120 \\ \hline 120 \\ 160 \\ + 48 \\ \hline 328 m^2 \end{array}$$

4.2.8.2. Ö3 ve Ö4'ten elde edilen bulgular

1Ö4: Hocam sonucu bulmadım ama nasıl yapılacağını söyleyebilirim. $480 m^3$ alan olacakmışız. Karşılıklı 20 olacak. 20 ile 20'yi çarparsak bir sonuç eder. 480'den çıkarıp ikiye böleriz (Yanlış akıl yürütme).

2A: 480 m³ havuzun hangi niteliğinin ölçümü olur?

3Ö4: Eni ve derinliği.

4A: Bu sorunun diğer sorularla bir benzerliği var mı?

5Ö4: Benzer. Burada uzunluklarını bulup 480'e eşitlememiz isteniyor?

6Ö3: en $\times$ boy $\times$ yüksekliği çarparsınız (Fark etme – Tanıma).

7Ö4: O zaman 20 m yükseklikse (havuzun uzunluğu ile karıştırıyor) eni ile boyunu buluruz.

8A: 20 m yükseklik değil, boyu olarak verilmiş.

9Ö3: Eni ve boyu çarpıp sonra yükseklikle çarparsınız.

10Ö4: Eni, boyu, yüksekliği çarpıp 480'e eşitlememizi istiyor. En yerine 20 yazarsınız (Akıl yürütme – Kullanma).

11A: Bu çarpmanın 480 olabilmesi için boy yerine ne konulmalı, yükseklik yerine ne konulmalı?

12Ö4: Boya 10 koyabiliriz. Yükseklik 200 olur. Ama çoğaltabiliriz. Mesela benim dediğim gibi; 20 $\times$ 20, 400 eder. Geri kalanı da 80 olur.

13A: Ama senin yaptığında bir hata var. 20 ile 20'yi çarpıp 80 ile topluyorsun. Tekrar bir çarpma yapıp, 400 ile bir sayıyı çarpıp, 480 elde etmen gerekiyor.

14Ö4: O zaman önce 480'i üçe bölerim. 160 eder.

15A: Tamam. Sonra ne olur?

16Ö4: Birisi üç, diğeri bir olur.

17A: Bunları çarptığında 480 eder mi?

18Ö3: Mesela boyuna 3 m desek. 20 ile üçü çarparsınız 60. Yüksekliği de sekiz olur. 60 ile 8, 480 eder.

19A: Güzel. Başka bir alternatifimiz var mı?

20Ö4: Ben de nasıl yapılacağını biliyorum ama hangi sayılar olduğunu bilemedim.

21A: Bu sayılara nasıl ulaştın Ö3?

22Ö3: 20 ile üçü çarptım 60. 480, 60'a bölünür.

23A: Başka bir alternatif var mı?

24Ö4: 480'in bölenlerinden seçebiliriz.

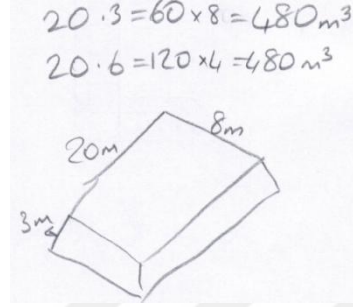
25Ö3: Boyunu 6 yapsak 120 olur (20 ile çarptı), onu da 4 ile çarpsak 480 olur.

Ö3 havuzun alacağı su miktarını en $\times$ boy $\times$ yükseklik çarpımı ile bulunacağını söylemiş ve hacim bilgisini tanımıştır (6Ö3, 9Ö3). Bu bilgiyi kullanarak havuzun boyunu 3 m olarak tahmin etmiş ve yüksekliği 8 m olarak hesaplamıştır (18Ö3, 22Ö3).

Ö3'ün çözüm yöntemi Şekil 4.39.'da görülmektedir. Bu sonuç hacim bilgisinin Ö3 tarafından pekiştirildiğini göstermektedir.

Şekil 4.39.

Ö3'ün Sekizinci Problemin İlk Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$20 \cdot 3 = 60 \times 8 = 480 \text{ m}^3$$
$$20 \cdot 6 = 120 \times 4 = 480 \text{ m}^3$$

Ö4 ise çözüme ilk başladığında yanlış bir akıl yürütme ile hatalı bir sonuç elde etmiştir (1Ö4). Ancak Ö3'ün cevaplarından sonra hacim hesaplama bilgisini tanımıştır (5Ö4, 10Ö4). Buna rağmen hatalı akıl yürütmeye devam etmiştir (12Ö4, 16Ö2). Bu durum Ö4'ün hacim hesaplama bilgisini tam olarak soyutlayamadığı şeklinde yorumlanabilir. Fakat öğrencinin ayırt uzunluklarının 480'in bölenleri olacağı yönündeki ifadesi (24Ö4) kayda değerdir. Netice olarak kullanma ve pekiştirme epistemik eylemlerini gerçekleştirilemediği söylenebilir. Sorunun ikinci bölümüne verilen yanıtlar aşağıdaki gibidir.

26Ö4: Hepsini çarparız. Hmm... Bu soru ilk çözdüğümüz sorulara benziyor (Fark etme – Tanıma).

27A: Bulduğunuz 20 m – 3 m – 8 m uzunluklarına göre bu soru nasıl çözülebilir?

28Ö4: Boyu ile 480'i çarpsak? (Hatalı akıl yürütme)

29A: Ama böyle yapmamıştık.

30Ö3: Yükseklik 3 m. Uzun kenarına fayans döşersek 20 ile 3'ü çarparız, kısa kenarına fayans döşersek 8 ile 3'ü çarparız. Bunların karşılıarı da olduğu için iki sonucu da kendileriyle toplarız (Bir süreci yansıtırma- Kullanma).

31A: Kaç yüzey var fayans döşenecek?

32Ö4: Dört.

33Ö3: Beş değil mi?

34A: Peki ne yapmamız gerekir?

35Ö4: Aynen kamyonun dorsesini bulduğumuz gibi (İlişki kurma – Kullanma).

36Ö3: O zaman 20 ile sekizi çarparız 160.

37A: Bu havuzun neresi?

38Ö3: Tabanı. Burayı da sonuca ekleriz.

39A: Bugün prizmanın hangi niteliğini anlamaya çalıştık?

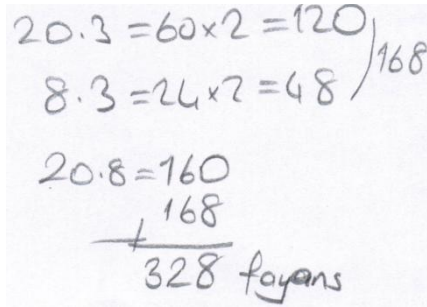
40Ö4: Alanı.

41Ö3: Farklı bir şeyini bulduk ama adı aklıma gelmiyor.

Ö3 ilk bölümdeki çözümden elde ettiği ayrıt uzunluklarını ikişer ikişer çarpmıştır. Sonra çıkan sonuçların iki katını alarak havuzun yan yüz alanlarının toplamını bulmuştur (30Ö3). Son olarak havuzun taban alanını hesaplayarak toplama ilave etmiştir (6Ö3, 38Ö3). Yüzey alanı hesaplarken havuzun tavanının fayans döşenecek alana dahil olmadığını fark etmiş ve bu yüzü hesaba dahil etmemiştir (33Ö3). Ö3'ün ilk iki problemde oluşturduğu yüzey alanı hesaplama bilgisini tanıdığı, doğru bir şekilde kullandığı Şekil 4.40.'da görülmektedir. Sorunun her iki bölümünde vermiş olduğu doğru cevaplar dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacmini hesaplama bilgisini pekiştirdiği şekilde yorumlanmıştır.

Şekil 4.40.

Ö3'ün Sekizinci Problemin İkinci Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler


$$\begin{array}{l} 20 \cdot 3 = 60 \times 2 = 120 \\ 8 \cdot 3 = 24 \times 2 = 48 \\ 20 \cdot 8 = 160 \\ + 168 \\ \hline 328 \text{ fayans} \end{array}$$

Ö4 problemin ilk iki probleme benzediğini ifade ederek tanıma eylemini gerçekleştirmiştir (26Ö4). Çözümü yaparken grup arkadaşının bulmuş olduğu ayrıt uzunluklarından yararlanmıştır. Daha sonra ayrıt uzunluklarını ikişer ikişer çarparak havuzun yüzlerinin alanını hesaplamıştır. Ancak havuzun karşılıklı yüzlerinin eş olacağı bilgisini atlamış ve her yüzden bir tanesinin alanlarını toplamıştır. Bu durum sorunun ilk bölümündeki bulgulara olduğu gibi öğrencinin bilgi oluşumunun kırılganlığını göstermektedir. Şekil 4.41.'de görüldüğü gibi öğrencinin çözümü eksiktir. Ö4 yüzey alanı bilgisini

pekiştirememiştir. Yine Şekil 4.41.'de öğrencinin herhangi bir birim kullanmadığı görülmektedir.

Şekil 4.41.

Ö4'ün Sekizinci Problemin İkinci Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$\begin{array}{l} 20 \cdot 3 = 60 \\ 8 \cdot 3 = 24 \\ 20 \cdot 8 = 160 \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 \\ 160 \\ \hline 220 \\ \text{240 olur} \end{array}$$

4.2.8.3. Ö5 ve Ö6'dan elde edilen bulgular

1Ö5: Bir kenar 20 ise bir kenarı daha 20'dir. Bunları çarparsak... Ama bu dikdörtgense 20 m'den biraz daha düşük olması gerekiyor.

2A: Bu şeklin ne olması gerekiyor ve 480'i nasıl bulmuş?

3Ö5: Uzunluğunu, derinliğini bulmuş, daha sonra enini de bulmuş. O zaman her tarafı 20 olur. 20 ile 20'yi çarparsak 400 eder. O zaman derinliği de 80 olur (Yanlış akıl yürütme).

4A: 480'den 400 çıkarınca 80 olur diye mi düşünüyorsun?

5Ö5: Evet. 80 m derinliğinde.

6A: Niçin çıkarma işlemi yaptın?

7Ö5: 400 bulduk. 480 m³ su alacağına göre geriye 80 kalıyor.

8A: Sence Ö6? Senin fikrin nedir?

9Ö6: Fikrim yok.

10A: 480 m³ bu havuzun nesidir? Havuzun aldığı su miktarı bize neyi gösterir?

11Ö5: Alan.

Ö5 havuzun eninin de 20m olması gerektiğini düşünerek 20 ile 20'yi çarpmış ve derinliği 80 olarak hesaplamıştır. (1Ö5, 3Ö5, 7Ö5). Ö5'in yanlış akıl yürütmeye dayalı olarak yaptığı işlemler Şekil 4.42.'de görülmektedir. Ayrıca Ö5 birim kullanmamıştır.

Şekil 4.42.

Ö5'in Sekizinci Problemin İkinci Bölümünün Çözümü İçin Yaptığı İşlemler

$$\begin{array}{l} 20 \cdot 20 = 400 \\ 480 - 400 = 80 \end{array} \quad \text{480}$$

Ö6 ise çözüme dair herhangi bir fikir sunamamıştır (9Ö6). Yanlış akıl yürütme-lerden ve eksik tanımalardan dolayı epistemik eylemlerin gerçekleştirilemediği görülmektedir. Bu bağlamda her iki öğrencinin hacim hesaplama bilgisini oluşturamadığı düşünülmektedir.

12A: *Problemin ikinci kısmına geçelim. Bulduğun ayrıtlar üzerinden düşünersen, en 20, boy 20 ve derinlik 80 demiştin, kaç m² fayans gerekir?*

13Ö5: *20 ile 80'i çarparım 1600.*

14A: *Sonra ne yaparız?*

15Ö5: *1600'ü iki ile çarparım 3200.*

16A: *Sonra?*

17Ö5: *Sekiz tane 20 var. Dört tane de 80 var. Bunlardan ikisini çarptım. Aklıma başka bir şey gelmiyor.*

18Ö6: *Benim de aklıma bir şey gelmiyor.*

Problemin ikinci kısmında Ö5 sadece tek bir yüzey için alan bilgisini doğru kullanmıştır (13Ö5, 15Ö5). Ancak problemin geriye kalan kısmında tamamen hatalı düşünmüş ve yanlış sonuçlara ulaşmıştır (17Ö5). Ö6'nın problemin ilk bölümünde olduğu gibi bu bölümde de herhangi bir fikri yoktur. Her iki öğrenci tanıma ve kullanma epistemik eylemlerini gerçekleştirememiştir. Buna bağlı olarak dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı bilgisini soyutlama sürecinde pekiştirme eylemine ulaşamamıştır.

BEŞİNCİ BÖLÜM

5. Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu kısımda araştırmanın bulgularına dayalı olarak elde edilen sonuçlara, bu sonuçların alanyazındaki çalışmalarla benzerlik ve farklılıklarına ve sonuçlar doğrultusundaki önerilere yer verilmiştir.

5.1. Sonuç

Beşinci sınıf öğrencilerinin dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacim bilgisini oluşturma süreçlerinin incelenmesi amacıyla 2021 – 2022 eğitim – öğretim yılında yürütülen bu çalışmanın sonuçları “yüzey alanı bilgisi oluşturma” ve “hacim bilgisi oluşturma” bağlamlarında incelemiştir. Bulgulardan elde edilen sonuçlar şu şekildedir.

Dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı bilgisinin oluşturulabilmesi için ölçülecek niteliğin, dikdörtgene ait alan bilgisinin ve dikdörtgenler prizmasının özelliklerinin daha önceki öğrenim süreçlerinden elde edilmiş olması gerekir. Bu durum öğrencinin tanıma ve kullanma eylemlerine ulaşabilmesi ve yeni bilgiyi oluşturmaya için önemlidir. Açık ve kapalı hali verilmiş olan dikdörtgenler prizmasının yüzey alanının hesaplanmasına yönelik olarak sorulan birinci ve ikinci problemlerde başarı düzeyi yüksek ve orta olan iki grup ölçülecek niteliği, prizmanın özelliklerini ve dikdörtgenin alan bağıntısı tanımıştır. Ancak başarı düzeyi düşük olan grup sadece prizmanın özelliklerini tanıyabilmiştir. Dikdörtgen alanı hesaplama bilgisini ise ancak öğretmenin yönlendirmesi ile tanımayı başarmışlardır. Bununla birlikte öğrenciler prizmaya ait elemanları doğru biçimde isimlendirmekte zorlanmışlardır. “Taban – tavan” yerine “alt kat – üst kat”, “uzunluk” yerine “boyut”, “ayrıt” yerine “kenar” kavramlarını kullanmaları bu tür yanlış isimlendirmelere örnek olarak gösterilebilir. Bu durum öğrencilerin tanıma eylemini kısmen gerçekleştirdiği şeklinde değerlendirilebilir.

Tanıma eylemlerini gerçekleştiren öğrencilerin neredeyse tamamı dikdörtgenlerin alanlarını prizmanın açık veya kapalı hali üzerinde hesaplayabilmiştir. Bütün öğrenciler dikdörtgenin alan bağıntısını kullanmayı başarmıştır. Sadece başarı düzeyi düşük olan Ö6 kapalı hali verilen prizmanın yüzlerini oluşturan dikdörtgenlerin alanlarını bulamamıştır. Ö5, öğretmenin yönlendirmesiyle tanıdığı dikdörtgenin alan formülü bilgisini işlem yaparken kullanmakta zorlanmamıştır. Bu nedenle bütün öğrencilerin prizma-

ların yüzey alanı bilgisini oluşturma sürecinde dikdörtgenin alan bilgisini kullanma eylemini gerçekleştirdiği düşünülmektedir.

Öğrenciler dikdörtgenlerin alanını bulurken kısa kenar uzunluğu ile uzun kenar uzunluğunun çarpılması gerektiğini ifade etmişlerdir. Ancak dikdörtgenlerin alanının ve yüzey alanının hesaplanması sürecinde zaman zaman hatalı veya eksik işlem yapıldığı gözlemlenmiştir. Birinci problemde her başarı düzeyinden toplam dört öğrenci (Ö2, Ö4, Ö5 ve Ö6) hata yapmışken, ikinci problemde sadece başarı düzeyi düşük olan Ö6 hata yapmıştır. Öğrencilerin kavramsal ve işlemsel düzeyde geçmiş öğrenmelerindeki eksikler bu duruma sebep olarak gösterilebilir. Bununla beraber birinci problemin çözüm sürecinde dikdörtgenler prizmasının özellikleri ve dikdörtgenin alanı bilgilerinin tanınmasının, kullanılmasının ve grup içinde tartışılmasının ikinci problemin çözümüne olumlu yansıdığı düşünülmektedir.

Sonuç olarak yüzey alanının hesaplanması için gerekli bilgilerin tanındığı fakat kullanma eyleminde bazı hatalar olduğu görülmüştür. Bununla birlikte Ö1, Ö3 ve Ö4 süreci sadece işlem olarak değil sözlü olarak da ifade etmiştir. Ö1'in "tüm yüzeylerin alanları toplamını" bulduğunu söylemesi oluşturma eylemini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Aynı biçimde Ö3 ve Ö4'ün "konteynırın alanını" hesapladıklarını ifade etmeleri oluşturma olarak düşünülebilir. Ö2 ve Ö5'in ikinci problemde yüzey alanını doğrudan, tereddütsüz bir şekilde hesaplamaları da işlemsel düzeyde yüzey alanı bilgisini oluşturdıkları şeklinde yorumlanabilir. Başarı düzeyi düşük Ö6 ise oluşturma aşamasına ulaşamamıştır. Ö6'nın alan niteliğinin ne olduğunu bilmediği ve geometrik şekillerin alanlarını hesaplamakla ilgili eksiklerinin olduğu düşünülmektedir. Bu durum Ö6'nın oluşturma aşamasına geçmesini engellemiştir.

Hacim kavramını anlamlandırabilmek için ölçmenin ne anlama geldiği, nasıl yapıldığı ve birimin nasıl kullanıldığı bilinmelidir. Dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplayabilmek için ise önceki öğrenme süreçlerinde; dikdörtgenler prizmasının özelliklerinin, boyut, en, boy, yükseklik, taban, yan yüz gibi kavramların anlamlarının öğrenilmiş olması önemlidir. Öğrencilerin dikdörtgenler prizmasını, küpü ve bu cisimlere ait bazı özellikleri tanıdığı ve kullandığı daha önceki problemlerde görülmüştür. Aynı şekilde öğrenciler bu bilgileri hacim bilgisini oluştururken de kullanmışlardır.

Birim küpler kullanılarak inşa edilen yapılardaki birim küp sayısını keşfetmeye yönelik soruda; öğrenciler önce birim küpleri saymış daha sonra çarpımsal muhakeme kullanarak cevabı bulmuştur. Çalışmaya katılan bütün öğrenciler birim küplerden oluşturulmuş prizmalardaki birim küp sayısını bulmakta zorlanmamış ve tabakalı yapıyı

fark etmiştir. Cismi oluşturan birim küp sayısını bulmak için bu tabakalı yapıyı kullanmışlardır. Öğrencilerin bir tabakadaki birim küp sayısını bulduğu, çıkan sonucu diğer boyut boyunca dizilmiş birim küp sayısı ile çarptığı veya her tabakadaki birim küpleri ardışık topladığı görülmüştür. Daha sonra bu bilgiyi bir prizmanın içine sığabilecek birim küp sayısını bulurken de kullanmışlardır.

Ortaokul matematik dersi programında “bir cismin içine boşluk kalmayacak şekilde yerleştirilebilen birim küp sayısı” o cismin hacmi olarak tanımlanmıştır. Öğrenciler taban katmanındaki ve yüksekliği boyunca dizili birim küp sayısı belli olan prizmanın hacmini bulurken zorlanmamıştır. Tabandaki küp sayısını bulup yükseklik boyunca dizili küp sayısı ile çarpmışlardır. Bu bağlamda öğrencilerin hacim bulmak için *taban alanı* $\times$ *yükseklik* bilgisini oluşturmaya başladıkları söylenebilir. Fakat Ö2 ve Ö6 taban katmanını yüksekliğe dahil etmeden birim küp sayısını bulmuştur. Yaptıkları çarpma işleminin sonucuna, tabandaki birim küp sayısını ekleyerek, yapıyı oluşturan birim küp miktarını bulmuşlardır. Cismin içine sığabilecek birim küp miktarının sorulduğu diğer soruda, üç ayrıtı boyunca dizili birim küp sayısı belli olan prizmanın hacmini matematik başarısı orta olan Ö4 ve başarısı düşük olan iki öğrenci (Ö5 ve Ö6) hesaplayamamıştır. Hacim bulunurken *taban alanı* $\times$ *yükseklik* yönteminin oluşturulup kullanıldığı görülmüştür. Öğrencilerin hacim bulmada *en* $\times$ *boy* $\times$ *yükseklik* yöntemini daha az tercih ettikleri gözlemlenmektedir. Ayrıca sadece başarı düzeyi yüksek olan Ö1’in hacmi kavramsal olarak adlandırdığı görülmektedir. Bu durum öğrencilerin matematiği işlemsel bir ders olarak görmelerinden kaynaklanıyor olabilir.

Hacim öğretimindeki amaçlardan birisi de birim küplerden arındırılmış, sadece boyutlarının ölçüsü verilmiş bir dikdörtgenler prizmasının hacminin hesaplanabilmesidir. Birim küplü yapılarla ilgili problemlerden sonra sadece ayrıt uzunlukları verilmiş dikdörtgenler prizmasının hacminin hesaplamasına yönelik problemde ölçülecek nitelik Ö3, Ö4 ve Ö5 tarafından tespit edilememiştir. Bu nedenle yüzey alanı ve hacmi birbirine karıştırmışlardır. Öğrencilerin birim küplerle inşa edilmiş bir yapıdan elde ettikleri hacim bilgisini bu gibi durumlara aktarması beklenir. Araştırmada elde edilen sonuçlara göre başarı düzeyi orta olan Ö4 ve düşük matematik düzeyine sahip Ö6 birim küplü ve birim küpsüz yapılar arasında ilişki kuramamıştır. Diğer öğrenciler ise etkinliğin üçüncü, dördüncü ve beşinci problemlerindeki yapılarla boyutlarının ölçüsü verilmiş dikdörtgenler prizması arasındaki bağı görmüş ve buradan elde ettikleri bilgiyi kullanmıştır. Bu bağlamda en, boy ve yüksekliğin ölçülerini çarparak prizmanın hacmini hesap-

lamışlardır. Ö4 ve Ö6 haricindeki bütün öğrencilerin hacmi hesaplamaya yönelik bilgiyi oluşturduğu görülmektedir.

Araştırmanın bir diğer sonucuna göre öğrencilerin çoğu hacmi verilen bir dikdörtgenler prizmasının boyutlarını bulamamıştır. Özellikle başarı düzeyi düşük öğrencilerin oluşturduğu grup bu durum hakkında herhangi bir fikir yürütememiştir. Bununla birlikte sonuca ulaşan Ö1 ve Ö3 prizmanın iki boyutunu düşünmüş, üçüncü boyut konusunda zorlanmışlardır. Yine de bu iki öğrencinin $hacim = en \times boy \times yükseklik$ bilgisini pekiştirdiği söylenebilir.

Bir başka sonuç ise öğrencilerin birim kullanmasıyla ilgilidir. Bazı durumlarda birim kullanıldığı, bazı durumlarda kullanılmadığı görülmüştür. Zaman zaman ise alan biriminin yerine uzunluk biriminin kullanıldığı görülmüştür. Öğrencilerin ölçülecek nitelik ile o niteliği ölçmede kullanılan birim arasındaki bağı kuramadıkları veya birim kullanmayı önemsemedikleri anlaşılmaktadır. Bunun nedeni öğrencilerin geçmiş dönem öğrenmelerinde ölçme konusunda eksikliklerinin olması olabilir.

RBC+C'nin oluşturma eyleminden sonra gözlemlenmek istenen epistemik eylemi pekiştirmedi. Öğrencilerin yeni oluşturdukları kırılmalı bilgi yapılarını sağlamlaştırmak için pekiştirme önemlidir. Etkinlik boyunca oluşturulan bilgilerin farklı bağlama sahip problemlerde doğrudan tereddütsüz bir şekilde kullanılmasıyla soyutlama süreci tamamlanmış olur. Soyutlamanın tam olarak gerçekleşip gerçekleşmediğini ortaya koymak amacıyla sorulan son problemde oluşturulmuş bilginin farklı bağlama sahip durumlarda doğrudan kullanılması beklenmektedir. Fakat öğrencilerden üst başarı düzeyine sahip Ö1 ve orta başarı düzeyine sahip Ö3 yüzey alanı ve hacim bilgisini pekiştirebilmiştir. Ö2'nin ise sadece hacim bilgisine yönelik pekiştirme eylemini gerçekleştirdiği dolayısıyla hacim bilgisine yönelik soyutlama sürecini tamamladığı görülmüştür. Diğer öğrenciler ise daha önce oluşturdukları ve çeşitli problemlerde kullandıkları hacim bilgisini farklı bir bağlama sahip problemde tanıyıp kullanamamışlardır.

Başarı düzeyi farklı gruplarla gerçekleştirilen bu çalışmada başarı düzeyi daha yüksek öğrencilerin bilgiyi daha hızlı tanıdığı, kullandığı, oluşturduğu ve pekiştirdiği görülmektedir. Başarı düzeyi düştükçe oluşturma ve pekiştirme eylemlerinin azaldığı anlaşılmaktadır.

RBC+C modelinde yer alan eylemler ardışık olarak gerçekleşmek zorunda değildir. Epistemik eylemler iç içe geçmiş durumda gözlemlenebilir. Bu çalışmada da bu durum zaman zaman gözlemlenmiştir. Özellikle, dikdörtgenin alanının hesaplanmasında en ve boyun çarpılması alan bilgisi açısından tanıma ve kullanma iken; aynı yöntemin

birim küp sayısını bulurken iki boyut boyunca dizili birim küp sayılarının çarpılması biçiminde kullanılması hacim bilgisi açısından oluşturma olarak değerlendirilebilir. Bununla birlikte $en \times boy \times yükseklik$ çarpımı önceki problemlerde oluşturma eylemini gösterirken daha sonraki problemlerde pekiştirme eylemini göstermektedir.

İkişer kişiden oluşan üç grupta yapılan bu çalışmada grup üyeleri arasındaki etkileşim de gözlemlenmiştir. Problemlerin çözümünde grup üyeleri bazı durumlarda birlikte hareket etmiş ve soyutlama süreçlerinde birbirlerini etkilemişlerdir. Bu durum daha çok tanıma ve kullanma eylemlerinde gözlemlenmektedir. Prizmaların özelliklerini birbirlerine hatırlatmaları veya yapılan işlem hatalarını düzeltmeleri bu tür durumlara örnek olarak gösterilebilir. Her öğrencinin kişisel geçmişi farklılıklar gösterdiği için oluşturma eylemi de öğrenciden öğrenciye değişebilir. Bazı öğrencilerin birim küpleri sayarken enine katmanları saydığı bazılarının ise boyuna katmanları saydığı görülmüştür. Yine bazı öğrenciler çarpma yaparken bazıları ardışık toplama yapmıştır. Bu bağlamda soyutlama süreçlerinde sosyal öğrenmenin olumlu katkılar sunduğu söylenebilir.

5.2. Tartışma

Bu bölümde araştırmanın bulgularından yola çıkılarak elde edilen sonuçlar alanyazında daha önce yapılan çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada araştırmanın 2021 – 2022 eğitim öğretim yılında 5. sınıf seviyesinde altı öğrenciyle gerçekleştirildiği göz önünde bulundurulmuştur. Ayrıca dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacmine yönelik tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleriyle sınırlı kalmıştır. Bu bağlamda aşağıdaki benzerliklere ve farklılıklara ulaşılmıştır.

Öğrenciler dikdörtgenler prizmasına ait birçok özelliğini tanımış olmasına rağmen prizmaya ait elemanları isimlendirirken hata yapmışlardır. Bu durumun önceki öğrenmelerden kaynaklı olduğu düşünülmüştür. Altaylı Özgül’ün (2018, s.189) Linchevsky, Vinner ve Karsenty’den aktardığına göre öğrencilerin matematiksel kavramları doğru biçimde kullanamamalarının sebebi kavramsal öğrenmenin eksik yapılmasıdır. Bu durum Güreffe ve Gültekin’in (2016, s. 445) yaptığı çalışmada “yükseklik” kavramının “uzaklık, çizgi, uzunluk, dikme, çizgi, dikey, kenar vb.” isimlerle tanımlanmasıyla benzerdir. Aynı şekilde araştırmanın bulgularında öğrencilerin çevre, alan ve hacim niteliklerini de karıştırdıkları görülmektedir. Bu durum birçok çalışmanın sonucuyla benzerlik göstermektedir. Dündar (2019, s. 118) yaptığı çalışmada öğrencilerin hacim ve alanı birbirine karıştırdığı sonucuna ulaşmıştır. Yekrek (2019, s. 34-35), Güreffe (2018, s. 431), Aydın Karaca (2014, s. 100) ve Dağlı (2010, s. 126) yaptıkları

çalışmalarda ise öğrencilerin alan ile çevreyi karıştırdıkları sonucunu elde etmişlerdir. Yapılan bazı çalışmalarda, bu çalışmada da görüldüğü gibi, yüzey alanı ile hacim birbirine karıştırılmıştır (Tekin-Sitrava ve Işıksal-Bostan, 2018, s. 28; Tan Şişman ve Aksu, 2015, s. 1302). Çalışmanın bulgularında öğrencilerin zaman zaman hacim yerine yüzey alanı hesapladıkları görülmektedir.

Birim küplerden oluşturulmuş yapılarda öğrenciler birim küp sayısını bulmak için sayma kullanmışlardır. Bazı durumlarda aynı sırada dizili küpleri katman olarak kabul edip toplamsal veya çarpımsal muhakeme kullanmışlardır. Öğrenciler kullandıkları yöntemlerle doğru sonuçlar elde etmişlerdir. Camci (2018, s. 256) ve Battista ve Clements'in (1998, s. 291) çalışmalarında da öğrenciler önce bir katmandaki küpleri saymışlar ve çıkan küp sayısını katman sayısıyla çarpmışlar ya da tekrarlı toplama yapmışlardır. Öğrencilerin prizmanın içine sığabilecek birim küp sayısını bulurken de katmanlı yapıyı tanıyıp kullandığı gözlemlenmiştir.

Olkun (2003) öğrencilerin hacim ile ilgili ilişkileri kendilerinin fark etmesi gerektiğini ve hacim formülünü kendilerinin oluşturmasının önemini vurgulamaktadır. Bu çalışmada öğrencilerin çarpımsal veya toplamsal muhakeme yoluyla oluşturdukları yüzey alanı ve hacim formüllerini rahatlıkla kullandıkları görülmektedir. Okuyucu'nun (2019, s. 104) yaptığı çalışmada öğrencilerin hacim formülünü uygulama sorularında genellikle doğru cevaba ulaştığı sonucuna varılmıştır. Altaylı Özgöl ve Kaplan'ın (2016, s. 359) yaptıkları çalışmada öğrencilerin silindirin yüzey alanı formülünü oluşturarak kullanmaları bu çalışmanın sonucuyla paralellik göstermektedir. Ancak bu formüllerin tanımlarla ve kavramlarla ilişkilendirilmesi söz konusu olduğunda başarı oldukça azalmaktadır.

Ölçmenin temel kavramlarından bir tanesi olan *birim* kavramının kullanımı, Tan-Şişman ve Aksu'nun (2009, s. 250) belirttiği gibi, öğrenciler tarafından genel olarak tercih edilmemekte veya birim kullanmak önemsenmemektedir. Bazı durumlarda ise farklı niteliklere ait birimler birbirlerinin yerine kullanılmaktadır. Bu duruma bu çalışmanın sonuçlarında da rastlanmıştır.

Soyutlama sürecinde oluşturulan yeni hassas yapıların sağımlaştırılması için pekiştirme yapılması önemlidir (Dreyfus, 2007, s. 6). Bu çalışmada öğrenciler dikdörtgenler prizmasının yüzey alanını hesaplarken bütün dikdörtgenlerin alanlarını toplamıştır. Yüzey alanını bulmak için oluşturdukları bu bilgiyi pekiştirme aşamasında sadece iki öğrenci kullanabilmiştir. Aynı şekilde üç ayrıt uzunluğunu çarparak hacim hesaplayabilen öğrenciler hacmi verilmiş bir prizmanın ayrıt uzunluklarını belirleyememiştir.

Dolayısıyla bazı öğrenciler hacim bilgisini de pekiştirememiştir. Pekiştirme eyleminin başarı düzeyi yüksek öğrenciler tarafından gerçekleştirildiği görülmektedir. Bu sonuç Ayanoğlu'nun (2012, s. 113), Aydın Çınar (2019, s. 161), Hasar (2019, s. 188), Temiz (2019, s. 140) ve Yenilmez ve Yüksel (2018, s. 88) gerçekleştirdiği çalışmaların sonuçlarıyla örtüşmektedir. Benzer şekilde Altaylı Özgül'ün (2018, s.196) çalışmada elde ettiği sonuçlara göre pekiştirme eylemini gerçekleştirebilen öğrenciler kavramsal bilgilerini, işlem yaparken rahatlıkla kullanabilmektedir. Pekiştirme eylemine dair bir başka bulgu da öğrencilerin birkaç pekiştirme yaptıktan sonra farklı bir problemde bilgiyi pekiştirememiş olmasıdır. Bu durum Yeşildere'nin (2006, s. 208) ifade ettiği gibi oluşturulmuş olan bilginin yeniden, tekrar tekrar pekiştirilmesi gerekliliğini gösterir. Pekiştirme sürekli bir eylemdir.

Öğrencilerin geçmiş öğrenmelerindeki farklılıklar bilgiyi oluşturma süreçlerinde de görülmektedir. Bu araştırmanın sonuçlarının da gösterdiği gibi matematik başarı düzeyi farklı olan öğrenciler RBC+C soyutlama modelinin epistemik eylemlerini farklı düzeyde ve hızda gerçekleştirmektedir. Bu durum Yenilmez ve Yüksel'in (2018, s. 90) asal sayı oluşturma süreçlerini incelediği çalışmanın sonucuyla örtüşmektedir. Ayanoğlu (2012, s. 116) iletişimin olduğu her ortamda öğrencilerin soyutlama yapabileceği ancak başarı düzeylerine bağlı olarak soyutlamanın farklılıklar gösterebileceği sonucuna ulaşmıştır. Başarı düzeyi düştükçe bilgiyi oluşturma ve pekiştirme eylemleri de azalış göstermektedir. Bu sonuç Memnun'un (2011, s. 290) yaptığı çalışmada başarı düzeyi düştükçe doğru denklemi kavramının soyutlanma başarısının da düştüğü sonucuyla örtüşmektedir. Öğrencilerin başarı düzeyleri ile soyutlamadaki başarıları arasındaki ilişki Temiz (2019, s. 140), Ulaş ve Yenilmez (2017, s. 103), Yeşildere ve Türnüklü (2008, s. 495) araştırmalarının sonuçları ile de benzerlik göstermektedir.

Epistemik eylemler iç içe geçmiş eş zamanlı gerçekleşebilen ve gözlemlenebilen eylemlerdir (Dreyfus, 2007; Dooley, 2007, s. 1658). Bu araştırmanın sonuçlarına göre öğrenciler tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemlerini bazı durumlarda sıralı olarak gerçekleştirirken, bazı durumlarda eş zamanlı olarak gerçekleştirmiştir. Bu sonuç Akkaya (2010, s. 237), Altaylı Özgül ve Kaplan (2016, s. 360), Dinç (2018, s. 83), Dreyfus (2007) ve Eldekçi (2019, s. 106) araştırmaları ile paralellik göstermektedir.

Araştırmanın uygulama sürecinde öğrencilerin grup arkadaşlarını etkiledikleri görülmüştür. Prizmaların özelliklerini tanıma, alan formülünü tanıma ve kullanma, yüzey alanı bilgisini ve hacim formülünü oluşturma gibi eylemlerin gerçekleşmesi sırasında öğrencilerin grup arkadaşlarına olumlu katkı yaptığı görülmüştür. Grup üyeleri bazı

durumlarda birbirleri uyararak hatalı işlemlerini düzeltmişlerdir. Bazen de bilgiyi oluşturma sürecinde bir grup üyesi diğer grup üyesini takip ederek onun gerçekleştirdiği tanıma ve kullanma eylemlerini tekrar etmiş, bu sayede soyutlamayı gerçekleştirmiştir. Bir bakıma kendi kişisel öğrenme geçmişinde bulunmayan bilgileri arkadaşının tecrübelerinden faydalanarak kullanma fırsatı yakalamıştır. Bu bağlamda grup içi etkileşimin bilgiyi oluşturma süreçlerine olumlu katkı yaptığı düşünülmüştür. Bu sonuç Akkaya (2010, s. 239), Bikner-Ahsbahs (2004, s. 125), Bulut (2018, s. 124), Dündar (2019, s. 118), Hershkowitz vd. (2007, s. 27), Özcan (2012, s. 232) ve Tunalı (2010, s. 90) çalışmalarındaki sonuçlarla uyumaktadır.

5.3. Öneriler

Bilginin kendisi kadar hangi süreçlerden geçilerek oluşturulduğu ve nasıl kalıcı hale getirildiği de önemlidir. Matematik eğitiminde soyutlama süreçlerini gözlemlemek amacıyla yapılan bu çalışmada, dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacmi konularında bilginin oluşumu gözlemlenebilir epistemik eylemler aracılığıyla ortaya konulmaya çalışılmıştır. Bu çalışmada elde edilen bulgular ve sonuçlardan yola çıkılarak öğretmenlere ve araştırmacılara aşağıdaki öneriler sunulmuştur.

Araştırma sonucunda öğrencilerin geçmiş öğrenmelerine dayalı olarak ölçme, birim, uzunluk, alan gibi bilgilerinde eksiklikler olduğu görülmektedir. Öğretmenler yüzey alanı ve hacim konusunun öğretilmesine başlamadan önce öğrencilerin bilgi eksikliklerini tespit edebilir. Dersin işlenişinin bu doğrultuda planlanarak henüz konunun başında yaşanabilecek sorunların önüne geçilmesi önerilmektedir.

Tanınan veya oluşturulan formül yapılarının öğrenciler tarafından rahatlıkla kullanılabilirdiği ancak işlemlerle kavramlar arasındaki bağın kurulamadığı görülmektedir. Yüzey alanı ve hacim öğretimi konusunda formülü kullanmaya yönelik çalışmaların yanında formül kullanmadan da yüzey alanı ve hacim hesaplamaya yönelik etkinliklere yer verilmelidir. İşlem yaptıktan sonra elde edilen ölçme sonucunun prizmanın hangi niteliğine ait olduğu üzerinde durulması önerilmektedir.

Öğrencilerin oluşturulan bilgiyi çoğunlukla pekiştirmekte zorluk yaşandığı görülmektedir. Bu nedenle bilgi yapıları oluşturulduktan sonra pekiştirme etkinliklerine belirli aralıklarla yer verilmesi önerilmektedir. Bu şekilde, oluşturulmuş bilginin kalıcı hale gelmesi sağlanabilir.

Araştırmada öğrencilerin grup olarak çalışması sosyal öğrenme ortamlarının soyutlama açısından olumlu olduğunu göstermiştir. Konuların işlenişinde grup içi veya gruplar arası etkileşimi sağlayacak öğrenme ortamları oluşturulabilir.

Ölçme konusu için önemli kavramlardan birisi *birimdir*. Bu çalışmada öğrencilerin birim kullanma konusunda sorun yaşadıkları görülmüştür. Herhangi bir birimin ölçülecek hangi niteliğe ait olduğuna dair kargaşa yaşamaktadırlar. Bu nedenle birim kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi bu tür sorunların giderilmesine ve ölçümle nitelik arasında öğrencilerin bağ kurmasına yardımcı olacaktır.

Bu araştırma ikişer kişiden oluşturulmuş homojen gruplarla gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın bir benzeri matematik düzeyi yüksek – orta – düşük olan üç kişilik heterojen gruplarla yapılabilir. Bu sayede başarı düzeyi farklı öğrencilerin birbirleri ile etkileşimi ve üçüncü kişinin dengeleyici rolünün soyutlama sürecine etkisi gözlemlenebilir.

Dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı ve hacim bilgisinin oluşturma süreçlerinin eylem araştırması şeklinde tasarlanmış bir öğretim ortamında gözlemlenmesi araştırmacılara tavsiye edilmektedir.

KAYNAKÇA

- Akgül, A. (2014). *Ortaokul 6, 7 ve 8. sınıflarda geometrik cisimlerin alan ve hacimlerinin öğretiminde cabri 3d yazılımının öğrenci başarısı ve tutumuna etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Fırat Üniversitesi.
- Akkaya, R. (2010). *Olasılık ve istatistik öğrenme alanındaki kavramların gerçekçi matematik eğitimi ve yapılandırmacılık kuramına göre bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi.
- Altaylı Özgül, D. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki soyutlama süreçlerinin incelenmesi: RBC+C modeli* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Atatürk Üniversitesi.
- Altaylı Özgül, D. ve Kaplan, A. (2011). 7.sınıf öğrencilerinin silindirin yüzey alanı konusundaki soyutlama süreçlerinin ve paylaşılan bilgilerinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 344-364.
- Altun, M. (2012). *Eğitim fakülteleri ve ilkökul öğretmenleri için matematik öğretimi*. (17. Baskı). Aktüel Alfa Yayınevi.
- Altun, M. ve Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 41(2), 237-271.
- Arar, S. (2019). *Üniversite öğrencilerinin fonksiyon ile ilgili işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Şeyh Edebali Üniversitesi.
- Ata Baran, A. ve Yenilmez, K. (2014). Öğretmen adaylarının olay çeşitlerine ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgilerinin incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 28, 465-480.
- Avgören, S. (2011). *Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin katı cisimler (prizma, piramit, koni, silindir, küre) ile ilgili sahip oldukları kavram imajı*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi.
- Aydın Karaca, Ö. (2014). *8.sınıf öğrencilerin uzunluk, alan ve hacim ölçme kavramlarını anlamaya ilişkin yeterliliklerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Ayanaoğlu, P. (2012). *7.sınıf öğrencilerinin birinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik grafiği bilgisi oluşturma süreçleri*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Kastamonu Üniversitesi.

- Aydın Çınar, B. (2019). *8.sınıf öğrencilerinin eğitim bilgisini oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi.
- Bacanlı, H. (2012). *Eğitim Psikolojisi*. Pegem Akademi
- Bal, A. P. (2012). Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik tutumları. *Eğitim Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 2(1), 17-34.
- Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7(1), 231-274.
- Batista, M. T. and Clements, D. H. (1998). Students' understanding of three dimensional arrays: Findings from a research and curriculum development project. In R. Lehrer and D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space*. LEA Publishers.
- Baykul, Y. (2004). *6.-8. Sınıflar İçin İlköğretimde Matematik Öğretimi*. PegemA Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi*. (2.baskı). Pegem Akademi.
- Ben-Haim, D., Lappan, G. ve Houang, R.T. (1985). Visualizing rectangular solids made of small cubes: Analyzing and effecting students' performance, *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 389-409.
- Bikner-Ahsbahs, A. (2004). Towards the emergence of constructing mathematical meanings. M. J. Hoines & A.B. Fuglesad (Ed.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* içinde Vol. 2. (s.119-126).
- Bulut, S. (2018). *Ortaokul 6.sınıf öğrencilerinin üçgende alan bilgisini oluşturma sürecinin $rbc+c$ modeline göre incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2018). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. (24. Baskı). Pegem Akademi
- Camcı, F. (2018). *Altıncı sınıf öğrencilerinin tahmini öğrenme yol haritası çerçevesinde tasarlanan bir öğretim deneyindeki matematiksel soyutlama süreçleri*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Anadolu Üniversitesi.
- Can, M. (2011). *Matematiksel soyutlama ve soyutlamanın indirgenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Yıldız Teknik Üniversitesi.

- Coşkun, R. (2019, Nisan). Türkçe nitel araştırmalarda nitelik sorunu: nitel araştırmalar ne kadar bilimsel?. 6. Uluslararası Multidisipliner Çalışmaları Kongresi'nde sunulan bildiri, Gaziantep, Türkiye.
- Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2014). Karma yöntem araştırmaları tasarımı ve yürütülmesi (Y. Dede ve S. B. Demir çev. ed.). Anı Yayıncılık.
- Çavuş Erdem, Z. ve Gürbüz, R. (2018). Matematik modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamında yedinci sınıf öğrencilerinin alan ölçme bilgi ve becerilerinin incelenmesi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, Özel Sayı, 86-115. DOI: <http://dx.doi.org/10.17984/adyuebd.468376>
- Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanlışları*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Afyon Kocatepe Üniversitesi.
- Delil, A. & Güleş, S. (2007). Yeni İlköğretim 6. Sınıf Matematik Programındaki Geometri ve Ölçme Öğrenme Alanlarının Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımı Açısından Değerlendirilmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20 (1) , 35-48. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/tr/pub/uefad/issue/16685/173382>
- Dinç, Y. (2018). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusunda bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Dooley, T. (2007). Construction of knowledge by primary pupils: The role of whole-class interaction. CERME-5, 1658-1668.
- Dreyfus, T. (2015). Constructing abstract mathematical knowledge in context. In *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 115-133). Springer, Cham.
- Dreyfus, T. (2007). Processes of abstraction in context the nested epistemic actions model. <https://pdfs.semanticscholar.org/d190/0be9d6a043ac815c81344caa8c2713dcc329.pdf> adresinden erişilmiştir.
- Dubinsky, E. (2000). Mathematical literacy and abstraction in the 21st century. *School Science and Mathematics*, 100(6), 289-296.
- Dündar, M. (2019). *Gerçekçi matematik eğitimi temelli öğrenme ortamında altıncı sınıf öğrencilerinin prizmanın hacmi kavramını oluşturma süreçleri*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Ondokuz Mayıs Üniversitesi.

- Eldekçi, S. (2019). *7.sınıf düzeyindeki ortaokul öğrencilerinin değişken kavramını soyutlama sürecinin rbc modeli ile ortaya çıkarılması*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Ercan, İ. ve Kan, İ. (2006). Ölçme ve ölçmede hata. *Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 7(1), 51-56.
- Ergin, A. S. (2014). *8.Sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler üzerindeki imgeleri ve sınıflama stratejileri*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Erçerman, B. (2008). *Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin lineer cebir bilgilerinin değerlendirilmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Yüzüncü Yıl Üniversitesi.
- Gökbulut, Y., Sidekli, S. ve Yangın, S. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının Van Hiele geometrik düşünce düzeylerinin bazı değişkenlere (lise türü, lise alanı, lise ortalaması, ÖSS puanları, lisans ortalamaları ve cinsiyet) göre incelenmesi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 8 (2), 375-396.
- Gökdağ, N. (2004). *İlköğretim 8.sınıf ve ortaöğretim 11.sınıf öğrencilerinin alan ve hacim konularındaki kavram yanlışları*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi.
- Gürefe, N. ve Gültekin, S. H. (2016). Yükseklik kavramına dair öğrenci bilgilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(2), 429-450.
- Güven, B. (2006). *Öğretmen adaylarının küresel geometri anlama düzeylerinin karakterize edilmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi.
- Hasar, B. (2019). *Farklı matematiksel motivasyon düzeylerine sahip 6.sınıf öğrencilerinin tam sayılar alt öğrenme alanındaki bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. B. & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in context: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195-222.
- İlhan, A. ve Aslaner, R. (2019). 2005'ten 2018'e ortaokul matematik dersi öğretim programlarının değerlendirilmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 46, 394-415. doi: 10.9779/pauefd.452646
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel Araştırma Yöntemi: Kavramlar-İlkeler-Teknikler*. Nobel Yayın Dağıtım.

- Katrancı, Y. (2010). *Olasılığın temel kuralları bilgisinin yapılandırmacı kurama göre oluşturulması sürecinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. O., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington DC: National Academy Press.
- Köroğlu, H. ve Yeşildere, S. (2002). İlköğretim II. kademede matematik konularının öğretiminde oyunlar ve senaryolar. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*. (16–18 Eylül 2002). Ankara: ODTÜ Kültür ve Kongre Merkezi.
- Kültür, N., Kaplan, A. ve Kaplan, N. (2002). İlköğretim okulları 4. ve 5. sınıflarda uzunluk, alan ve hacim ölçüleri konularının öğretiminin değerlendirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 10(2), 297-308.
- Memnun, D. S. ve Altun, M. (2012). RBC+ C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 1(1), 17-37.
- Memnun D. (2011). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin analitik geometrinin koordinat sistemi ve doğru denklemi kavramlarını yapılandırmacı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitime göre oluşturması süreçlerinin araştırılması*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Uludağ Üniversitesi.
- Merriam, S. B. (2013), *Nitel araştırma: desen ve uygulama için bir rehber* (S. Turan ve H. Özen, Çev.). Nobel Akademik Yayıncılık.
- Millî Eğitim Bakanlığı (2018). *İlkokul ve ortaokul matematik dersi 1-8. sınıflar öğretim programı*. Ankara.
- Mitchelmore, M. C. (2002). The Role of Abstraction and Generalisation in the Development of Mathematical Knowledge. *Proceedings of the 9th East Asia Regional Conference on Mathematics Education and the Southeast Asian Conference on Mathematics Education (EARCOME)*, 1, 157-167. Retrieved from <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED466962.pdf>
- Monaghan, J., & Özmantar, M. F. (2006). Abstraction and consolidation. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 233-258. Retrieved from <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2Fs10649-006-8753-x.pdf>
- Olkun, S. (2003). Öğrencilere hacim formülü ne zaman anlamlı gelir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 160-165.
- Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2014). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. (6. Baskı). Eğiten Kitap.

- Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan, E., Engin, Ö., ve Gökğün, C. (2014). Birim kare ve alan formülünün Türk öğrenciler için anlamı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, (29)1, 180-195.
- Okuyucu, Ü. (2019). *Ortaokul düzeyinde hacim kavramına giriş: somut materyal destekli bir öğretim örneği*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi.
- Okuyucu İ. ve Kurtuluş, A. (2019). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimlerin alanları ve hacimleri arasındaki ilişkiye dair algıları. 1. Uluslararası Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Sempozyumu'nda sunulan bildiri, İzmir, Türkiye.
- Özcan, B., N. (2012). *İlköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89–112.
- Özyıldırım Gümüş, F. (2015). *Problem çözme stratejileri öğretiminin çözümlerdeki işlemsel-kavramsal bilgi tercihine ve performansa etkisi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi.
- Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., & Hershkowitz, R. (2004). Teacher guidance of knowledge construction. M. J. Hoines & A. B. Fuglesad, (Eds.). Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Norveç: Bergen University College, 169-176. Retrieved from http://emis.ams.org/proceedings/PME28/RR/RR175_Schwarz.pdf
- Sierpinska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. Falmer.
- Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.
- Şener, Ş. (2010). *20.yüzyıl soyutlama sürecinde geometrik biçimlemenin türk resim sanatına yansımaları*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Trakya Üniversitesi.
- Tan Şişman, G. ve Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *İlköğretim Online*, 8(1), 243-253.
- Taştepe, M. (2018). *İşlemsel ve kavramsal bilginin gelişiminin cebirsel kesirleri içeren denklemler bağlamında incelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Anadolu Üniversitesi.

- Tekin-Sitrava, R., & Isiksal-Bostan, M. (2016). The nature of middle school mathematics teachers' pedagogical content knowledge: The case of volume of prisms. *International Journal of Educational Sciences*, 12(1), doi:10.1080/09751122.2016.11890409
- Temiz, D. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin aç konu su öğreniminde modelleme etkinliklerine dayalı bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçleri*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets – a process of abstraction: The case of ben. *Journal of Mathematical Behaviour*, 21, 00001-23.
- Tunalı K. Ö. (2010). *Açı kavramının gerçekçi matematik öğretimi ve yapılandırmacı kurama göre öğretiminin karşılaştırılması*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi.
- Ulaş, T. ve Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies*. 1(2). 103-117.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams, J.M. (2013). İlkokul ve ortaokul matematiği, gelişimsel yaklaşımla öğretim. (S. Durmuş, Çev.). Nobel.
- Van Oers, B. (2001). Contextualization for abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, 1, 279-305.
- Voulgaris, S, & Evangelidou, A. (2004). Volume conception in late primary school children in Cyprus. *Quaderni di ricerca in didattica*. (14), 1-32.
- Yekrek, E. (2019). *Alan ölçme konusunu 5.sınıf matematik ders kitabından çalışan öğrencilerin okuma stillerinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Mersin Üniversitesi.
- Yemen Karpuzcu, S., ve Işıksal Bostan, M. (2013). Geometrik cisimler: silindir, prizma, koni, piramit ve kürenin matematiksel anlamı. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbalı, H. Şandır, ve A. Delice (Edt.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar içinde* (1. Baskı, s. 278-279). Pegem Akademi.
- Yenilmez, K. ve Yüksel, F. K. (2018). Beşinci sınıf öğrencilerinin asal sayı oluşturma sürecinin $rbc+c$ ile incelenmesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*. 7(2), 80-91.

- Yeşildere İmre, S. ve Törnüklü, E. (2016). RBC soyutlama teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Edt.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* içinde (1. Baskı, s. 459-473). Pegem Akademi.
- Yeşildere, S. ve Törnüklü, E. B. (2008). İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma süreçlerinin matematiksel güçlerine göre incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 485-510.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (12. Baskı). Seçkin Yayınevi.
- Zembat, İ.Ö. (2013). Matematiksel analizi ile ölçme kavramı ve uzunluk, alan ve hacim nitelikleri. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Edt.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* içinde (1. Baskı, s. 139-152). Pegem Akademi.

EKLER

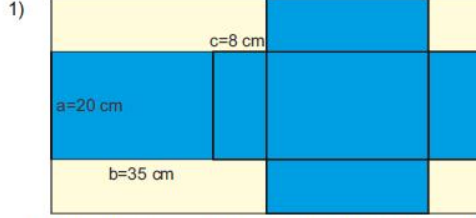
Ek Nu- marası	Başlık	Sayfa Numarası
EK 1	Uygulama Soruları	115
EK 2	Araştırma İzin Belgesi	119



EK-1

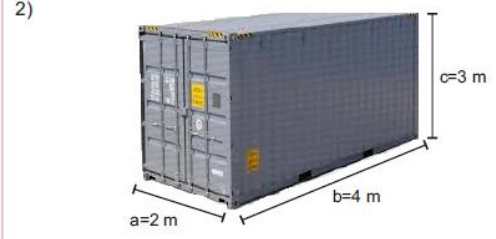
Uygulama Soruları

SORULAR



Murat dikdörtgen şeklindeki bir kartondan şekilde verildiği gibi mavi boyalı bir bölgeyi keserek çıkartıyor. Daha sonra elde ettiği karton parçasını katlayarak koli yapmak istiyor.

Bu koliyi oluşturmak için kaç cm^2 karton gerekir?



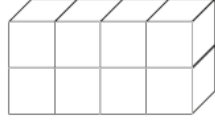
Yaşar Usta, uzunlukları şekildeki gibi verilmiş konteynırın her yüzünü mavi renge boyamak istiyor.

Yaşar Usta'nın boyaması gereken alanı hesaplayabilir misiniz?

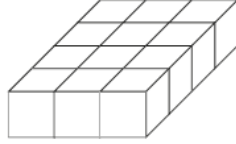
3) Aşağıda verilen yapılarda kaç tane küp olduğunu bulunuz.



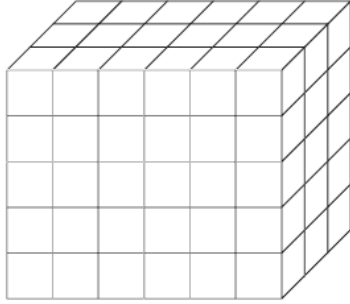
Küp Sayısı:
Nasıl Buldun?



Küp Sayısı:
Nasıl Buldun?

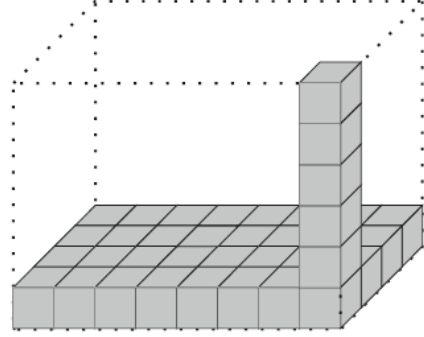


Küp Sayısı:
Nasıl Buldun?

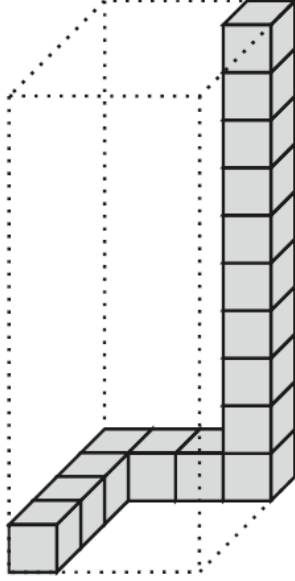


Küp Sayısı:
Nasıl Buldun?

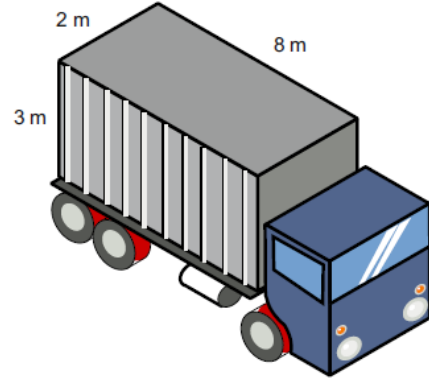
4) Şekilde verilen prizmanın içine hiç boşluk kalmayacak şekilde kaç tane birim küp sığdırılabilir?
Nasıl bir yol izlediğinizi anlatınız. Bu duruma uygun bir genelleme yapınız.



- 5) Şekilde verilen prizmanın içine hiç boşluk kalmayacak şekilde kaç tane birim küp sığdırılabilir?
Nasıl bir yol izlediğinizi anlatınız. Bu duruma uygun bir genelleme yapınız.



6)

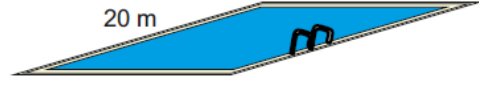


Yukarıda verilen kamyonun dorsesi kaç metreküp yük alabilir?

Nasıl bir yol izlediğinizi anlatınız.

- 7) Bir fabrika ürettiği malzemeleri önce kenar uzunlukları 1 br olan küp şeklindeki kutulara koyuyor. Daha sonra bu kutuları dikdörtgenler prizması şeklindeki kolilere koyarak sevk etmek istiyor. **İçinde hiç boşluk kalmamak şartıyla, 27 kutuyu içine alabilecek bir koli tasarlayabilir misiniz? Yaptığınız tasarımı anlatır mısınız?**

- 8) Mustafa Usta uzunluğu 20 metre olan ve aşağıda üstten görünümünün planı verilen bir havuz yapmak istiyor.



- a)Yapılmak istenen havuz tamamen doldurulduğunda 480 m^3 su alacağına göre bu havuzun eni ve derinliği hakkında ne söylenebilir?

- b) Bu havuzun iç kısmının tamamı fayans ile kaplanmak isteniyor. Bu iş için kaç m^2 fayans gerekir?

EK-2a
Araştırma İzin Belgesi 1



T.C.
ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı

Sayı : E-81922757-302.08.01-243998
Konu : Bilimsel ve Eğitim Amaçlı-İlhan OKUYUCU

02.11.2021

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : Eskişehir İl Milli Eğitim Müdürlüğünün 01.11.2021 tarihli ve E-88074293-605.01-35824791 sayılı yazısı.

Enstitünüz İlköğretim Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi İlhan OKUYUCU'nun araştırma izni hakkındaki ilgi yazı ekte gönderilmektedir.
Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof. Dr. Rifat EDİZKAN
Rektör a.
Rektör Yardımcısı

Ek: 8 Sayfa

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu : G2LkdA3J215

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/esogu-ebys>

Adres : Meşelik Kampüsü 26040 Odunpazarı
Telefon : 0222 2393750 Faks: 0222 2291418
İnternet Adresi : www.ogu.edu.tr
KEP adresi : esk.osmangaziunirek@hs01.kep.tr

Bilgi için : Süheyla ÖZGÜR
Telefon : 0222 2393750-5105
E-posta : suheyyla@ogu.edu.tr



EK-2b
Araştırma İzin Belgesi 2



T.C.
ESKİŞEHİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-88074293-605.01-35824791
Konu : İlhan OKUYUCU'nun Araştırma İzni

01.11.2021

ESKİŞEHİR OSMANGAZİ ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : a) Milli Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 1563890 (2020/2) sayılı "Araştırma Uygulama İzinleri" Genelgesi.
b) 22.10.2021 tarihli ve 240160 sayılı yazınız.
c) Valilik Makamının 29.10.2021 tarihli ve 35805875 sayılı oluru.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Ana Bilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi İlhan OKUYUCU'nun "Ortaokul Öğrencilerinin Dikdörtgenler Prizmasının Alan ve Hacim Bağlantılarını Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi" başlıklı yüksek lisans tez çalışmasına ilişkin ilgi (b) yazınız ile istenilen araştırma izni talebi incelenmiş, uygun görülmüş ve valilik makamından alınan ilgi (c) olur ekte gönderilmiş olup, Bakanlığımızın ilgi (a) Genelgesinin 25 inci maddesi gereği çalışmada ekteki imzalı ve mühürlü ölçme araçlarının kullanılması hususunda;

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Hakan CIRIT
İl Milli Eğitim Müdürü

Ek:

- 1-İlgi (c) Valilik Oluru (1 Sayfa)
- 2-Araştırma ve Değerlendirme Formu (2 Sayfa)
- 3-Ölçme Araçları (4 Sayfa)

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Büyükdere Mah. Atatürk Bulvarı No:247 Odunpazarı/ESKİŞEHİR

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Telefon No : 0 (222) 280 27 07

E-Posta: strateji26@meb.gov.tr

Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bilgi için: Cem Murat ERSOY

Unvan : Bilgisayar İşletmeni

İnternet Adresi: eskisehir@meb.gov.tr

Faks:2222802728

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden db6e-3441-3e14-be52-4cb3 kodu ile teyit edilebilir.

EK-2c
Araştırma İzin Belgesi 3



ARAŞTIRMA SAHİBİNİN

Adı Soyadı	İlhan OKUYUCU
Kurumu / Üniversitesi	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Araştırma Yapılacak Eğitim Kurumu ve Kademesi	Orgeneral Halil Sözer Ortaokulu
Araştırmanın Konusu	Ortaokul öğrencilerinin dikdörtgenler prizması alan ve hacim bağlantılarını oluşturma süreçlerinin incelenmesi
Üniversite / Kurum Onayı	Var
Araştırma / Proje / Ödev / Tez Önerisi	Yüksek Lisans Tezi
Veri Toplama Araçları	1. Başarı testi
Görüş İstenecek Birimler	-

KOMİSYON GÖRÜŞÜ

İlgi: Millî Eğitim Bakanlığının 21.01.2020 tarih ve 81576613 sayılı 2020/2 Nolu Genelge Kapsamında Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri Genelgesi. Genelgenin ilgili maddeleri gereğince yapılan incelemede 2021-2022 öğretim yılını aksatmayacak şekilde uygulanmasında sakınca yoktur.	
Komisyon Kararı	KABUL (oy birliği ile)
(Varsa) Muhalif Üyenin Adı ve Soyadı	Gerekçesi :

KOMİSYON

27/10/2021

Dr. Gökhan KAYIR
Öğretmen

Dr. Davut ATİŞ
Öğretmen

Ersen YOLDAÇ
Öğretmen

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı SOYADI : İlhan OKUYUCU

Eğitim Durumu

Lise	Ünye Mehmet Refik Güven AÖL	2000
Lisans	Dokuz Eylül Üniversitesi	2005
Yüksek Lisans	Eskişehir Osmangazi Üniversitesi	2022

Yabancı Dil Yabancı diller düzeyi de belirtilerek yazılmalıdır.

İngilizce: Okuma (Orta), Yazma (Orta), Konuşma (Orta)

Mesleki Geçmiş

Görev	Kurum	Çalışma Tarihleri
Matematik Öğretmeni	Millî Eğitim Bakanlığı	2005- Devam Ediyor

Seminer ve Çalıştaylar

Okuyucu, İ. ve Yenilmez, K. (2019, Mart). 8. Sınıf Matematik Uygulamaları Ders Kitabındaki Etkinliklerin Matematiksel Düşünmenin Bileşenleri Bağlamında Değerlendirilmesi. 3. Uluslararası Bilim ve Eğitim Kongresi'nde sunulan bildiri, Afyon, Türkiye.

Okuyucu, İ. ve Ev Çimen E. (2019, Mart). Sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusunda problem kurma becerilerinin incelenmesi. 3. Uluslararası Bilim ve Eğitim Kongresi'nde sunulan bildiri, Afyon, Türkiye.

Okuyucu, İ. ve Kurtuluş, A. (2019, Mayıs). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimlerin alanları ve hacimleri arasındaki ilişkiye dair algıları. 1. Uluslararası Bilim, Eğitim, Sanat ve Teknoloji Sempozyumu'nda sunulan bildiri, İzmir, Türkiye.