

**ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**PLAZMA FİZİĞİNDE MAGNETİK AYNA PROBLEMİ VE NÖTR
PARÇACIK TRANSPORTU**

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM BAKANLIĞI
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

R. Gökhan Türeci

FİZİK ANABİLİM DALI

104546

**ANKARA
2001**

Her Hakkı Saklıdır.

Prof. Dr. Cevdet TEZCAN danışmanlığında **R. Gökhan TURECİ** tarafından hazırlanan bu çalışma 14/09/2001 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **FİZİK** Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS** tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Sinan BİLİKMEN

İmza : 



Prof.Dr. Satılmış ATAĞ

Prof.Dr. Cevdet TEZCAN

Yukarıdaki sonucu onaylarım

Prof. Dr. Esmâ KILIÇ
Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

PLAZMA FİZİĞİNDE MAGNETİK AYNA PROBLEMİ VE NÖTR PARÇACIK TRANSPORTU

R. Gökhan Türeci

**Ankara Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı**

Danışman : Prof. Dr. Cevdet Tezcan

Bu çalışma, iki bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde Plazma Fiziğine genel bir giriş yapılarak füzyon enerjisinin elde edilmesi için gereken şartlar ve ilk füzyon araçlarından Magnetik Ayna incelenmektedir. İkinci bölümde plazma içinde nötr parçacık transportu, nötron transport teorisindeki F-N ve H-N metodları ile çalışılmaktadır.

2001, Sayfa 59

ANAHTAR KELİMLER : Lawson Kriteri, Füzyon, Magnetohidrodinamik yaklaşımı, Alfven teoremi, Magnetik Reynolds Sayısı, Magnetik Basınç, Plazma fiziği Yaklaşımı, Magnetik Ayna, Kayıp Koni Dağılımı, F-N metodu, Hermite Polinomu Açılımı, Albedo

ABSTRACT

Master Thesis

MAGNETIC MIRROR PROBLEM IN PLASMA PHYSICS AND NEUTRAL PARTICLE TRANSPORT

R. Gökhan Türeç

**Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department Of Physics**

Supervisor : Prof. Dr. Cevdet Tezcan

This study contains two chapters. In the first chapter, Plasma physics is introduced, the conditions required for fusion energy and the first fusion machine magnetic mirror is investigated. In the second chapter, Neutral particle transport in plasma physics is studied by F-N and H-N methods in neutron transport theory

2001, Sayfa 59

KEY WORDS : Lawson Criterion, Fusion, Magnetohydrodynamic approximation, Alfven Theorem, Magnetic Reynolds Number, Magnetic Pressure, Plasma Physics Approximation, Magnetik Mirror, Lose Cone Distrubition, F-N method, Hermite Polinom Extansion, Albedo

TEŞEKKÜR

Bu konuda bana çalışma olanağı sağlayan, çalışmamın her safhasında yakın ilgi gösteren ve önerileri ile beni yönlendiren sayın danışmanım Prof. Dr. Cevdet TEZCAN (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi)'a çalışmalarım sırasında yardımlarını esirgemeyen sayın Doç. Dr. Fatma ERDOĞAN (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi), Doç. Dr. Ayşe KAŞKAŞ (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi) ve Dr. Mustafa GÜLEÇYÜZ (Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi)'e, yardımlarını ve manevi desteklerini esirgemeyen annem Zekiye METE, kardeşim Gülçin TÜRECİ, yakın arkadaşlarım Arş. Gör. Hamdi DAĞISTANLI (Ankara Üniversitesi Mühendislik Fakültesi), Afşar KABAŞ, Arş. Gör. Abdurrahman ÇETİN, Arş. Gör. Erdal ARAS, Sevinç YAŞAR, Şükrü Hanif TANYILDIZI, Ahmet Berat BEGÜN, Ahmet PATİR, Bayram ÖZTÜRK, Hanifi KILIÇ ve Derya BAYPAZAR'a teşekkürlerimi sunarım.

R. Gökhan Türeci
Ankara, Eylül 2001

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	iv
SİMGELER DİZİNİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
TABLolar DİZİNİ.....	ix

I. BÖLÜM

1. MADDENİN DÖRDÜNCÜ HALİ OLARAK PLAZMA...	1
1.1. Plazmanın Tanımı.....	1
1.2. Plazma Fiziğinin Çalışma Alanları.....	3
1.3. Termonükleer Füzyon ve Lawson Kriteri.....	4
2. ELEKTRİK VE MAGNETİK ALAN İÇİNDE PLAZMANIN DURUMU.....	8
2.1. Magnetohidrodinamik Denklemleri.....	8
2.2. Elektrik ve Magnetik Alan içinde Tek Parçacık Hareketi	11
2.2.1. Düzenli $\vec{E}$ ve $\vec{B}$ Alanları.....	11
2.2.2. Düzensiz $\vec{B}$ Alanı.....	15
2.2.2.1. $\vec{V}B \perp \vec{B}$, Grad B Sürüklenmesi ve Eğrisel Sürüklenme.....	15
3.1. PLAZMANIN HAPSEDİLMESİ.....	20
3.1. Magnetik Ayna.....	20
3.1.1. Kayıp Koni ve Yüksek Frekans Kararsızlıkları.....	25
3.2. Magnetik Reynolds Sayısı, Magnetohidrodinamik Denge Durumu ve Pinch.....	29
3.3. Tokamak Ve Stellarator.....	34

II. BÖLÜM

1. PLAZMA İÇİNDE NÖTR PARÇACIK TRANSPORTU.....	36
1.1. Giriş.....	36
2. SİNGÜLER ÖZFONKSİYONLARIN KURULMASI.....	40
3. F-N ÇÖZÜM METODU.....	44

4. SABİT PLAZMA SICAKLIĞI.....	46
5. HERMİTE POLİNOMU AÇILIMI.....	50
TARTIŞMA VE SONUÇ.....	56
KAYNAKLAR.....	57
ÖZGEÇMİŞ.....	59

SİMGELER DİZİNİ

D: Döteron, Döteryum çekirdeği

T: Tritiyum çekirdeği

He: Helyum çekirdeği

Li: Lityum çekirdeği

B: Bohr çekirdeği

n: nötron

p: proton

t: zaman

m: Elektron kütlesi, kg

M: İyon kütlesi, kg

q: elektronun yükü, C

τ : plazmanın hapsedilme süresi, s

τ_c : İki çarpışma arasındaki açı, s

c: ışık hızı, m/s

σ : Özdirenç katsayısı

ρ : Birim hacimdeki parçacık sayı yoğunluğu, $1/\text{cm}^3$

η : vizkozite sabiti

$\vec{g}$: yerçekimi ivmesi, m/s^2

$\vec{E}$: Elektrik alan vektörü, N/C

$\vec{B}$: Magnetik alan vektörü, Gauss

$\vec{V}$: Hız vektörü, m/s

E_x : x eksenine yönündeki elektrik alan vektörü

E_y : y eksenine yönündeki elektrik alan vektörü

E_z : z yönündeki elektrik alan vektörü

B_x : x yönündeki magnetik alan vektörü

B_y : y yönündeki magnetik alan vektörü

B_z : z yönündeki magnetik alan vektörü

V_x : x yönündeki hız vektörü

V_y : y yönündeki hız vektörü

V_z : z yönündeki hız vektörü

$V_{\perp}$: magnetik alana dik hız vektörü

$V_{\parallel}$: magnetik alana paralel hız vektörü

$\vec{r}$: Konum vektörü, m

W: Plazma parçacıklarının toplam enerjisi, Joule

$W_{\perp}$: Magnetik alana dik doğrultuda hareket eden parçacıkların enerjisi

W_H : Magnetik alana paralel doğrultuda hareket eden parçacıkların enerjisi

$\vec{J}$: Akım yoğunluğu vektörü, C/m²s

μ : Magnetik dipol momenti, Joule/Gauss

θ : Kayıp koni tepe açısı, derece

L : Plazma sisteminin boyutu, m

R_m^{-1} : Magnetik reynolds sayısı

ω_c : Larmor Frekansı, Hertz

r_1 : Larmor yarıçapı, m

$\vec{F}_v$: Vizkozite kuvvet vektörü, Newton

B_{max} : Magnetik ayna içinde magnetik alanın maximum değeri

B_0 : Magnetik ayna içinde magnetik alanın minimum değeri

ds : Magnetik alan doğrultusundaki yol elemanı

p : Parçacık basıncı, N/m²

$V_{\perp gc}$: Magnetik alana dik yönde parçacıkların klavuz merkez sürüklenmesi

V_f : Genel bir F kuvvet vektörünün etkisinde parçacıkların sürüklenme hız vektörü

$\vec{\nabla}|\vec{B}| = \vec{\nabla}B$: Magnetik alan gradyenti

$\vec{\nabla} \times \vec{B}$: Magnetik alanın rotasyoneli

$\vec{\nabla} \times \vec{E}$: Elektrik alanın rotasyoneli

R_m : Ayna oranı

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Doğada var olan maddenin dört haline örnek.....	2
Şekil 1.3.1. Döteryum-Trityum füzyon reaksiyonu.....	5
Şekil 1.3.2. Füzyon tepkimesi sonucu ortaya çıkan yüksek enerjili nötronların ısı çevrimi	5
Şekil 2.2.1. Düzenli magnetik alanda Larmor hareketi.....	12
Şekil 3.1. Magnetik ayna geometrisi.....	21
Şekil 3.1.1.1 Kayıp koni.....	29
Şekil 3.2.1. (a) Z pinch ve (b) θ pinch.....	33
Şekil 3.3.1. Tokamak geometrisi.....	34
Şekil 3.3.2. Stellarator geometrisi.....	35

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1. F-N metodu ile elde edilen nümerik sonuçlar	49
Çizelge 2. F-N ve H-N metodu ile elde edilen albedo değerleri	55

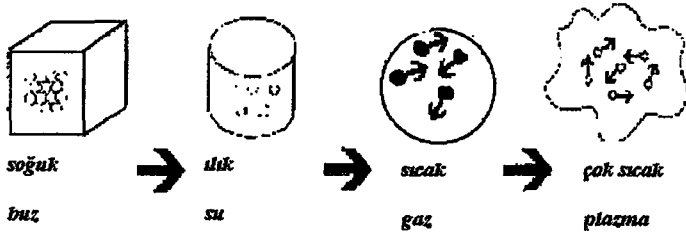


1. MADDENİN DÖRDÜNCÜ HALİ OLARAK PLAZMA

1.1 Plazmanın Tanımı

Plazma katı, sıvı ve gaz halinden sonra doğada var olan maddenin dördüncü halidir. Maddenin atomik yapısı düşünüldüğünde bilinen ilk üç hal için şu söylenebilir. Katı haldeki madde; atomların birbirlerine sıkı bir şekilde bağlanması ile oluşturulmuştur. Atomlar arasındaki bağ o derece kuvvetlidir ki günlük yaşantıda yapay etki olmaksızın katı haldeki madde üzerinde değişiklik yapmak için atomlar arasındaki bağları bozacak kadar kuvvet uygulanmalıdır. Bilindiği gibi katı madde amorf ve kristal olmak üzere ikiye ayrılır. Kristal yapısı üç boyutta düşünüldüğünde simetrisinin söz konusu olduğu yapıdır. Amorf katılar ise simetri olmaksızın var olan katılardır. Sıvı hal söz konusu olduğunda atomlar arasındaki bağ katı haldekine nazaran daha zayıftır. Dolayısı ile sıvı haldeki madde örneğin kolayca bulunduğu kabın hacmini alabilir. Çünkü atomlar arasındaki bağ sıvı maddeyi bir arada tutabilecek kadar kuvvetli değildir. Gaz halinde atomlar arasındaki bağlar gittikçe zayıflamıştır ve madde sıvı haldeki durumundan daha serbest bir yapıya kavuşmuştur. Tüm bu üç halde de maddeyi oluşturan atomlar nötralliklerini korurlar ve hatta atomlar arasında kurulan bağlar tümü ile bu ilke çerçevesinde kurulur.

Dünyada her üç halde kolayca bulmak mümkündür. Ancak uzayın derinliklerinde ilerledikçe karşılaşılan yıldızların, gaz nebulalarının yapısının; katı, sıvı yada gaz halinden oldukça farklı bir yapıya sahip olduğu gözlenir. Dolayısı ile bu yapının fiziksel incelemesinde diğer hallerin yapısından farklı olmalıdır. Maddenin bu hali plazmadır. Katı, sıvı ve gaz halinden farkı ise şu şekilde açıklanabilir. Plazma halindeki madde serbest halde pozitif ve negatif elektrik yüklerine sahiptir. Sıcaklık atomların iyonlaşmalarını sağlayacak kadar yüksektir. Bu sebeple atomun atomik yapısı kolayca bozulur. Atomik yapının bozulmasıyla oluşan serbest elektrik yüklerinin sıcaklıktan dolayı sahip olacakları termal hareketlilikte o kadar etkindir ki elektrik yüklerinin elektirksel etkileşimleri plazma halindeki maddenin parçacıkları arasında baskın bir rol üstlenemez. Daha doğrusu elektirksel çekim kuvvetleri ile elektronların tekrar atom çekirdeğine bağlanmaları olanaksız olur.



Şekil 1.1 Doğada var olan maddenin 4 haline örnek

Evrendeki maddenin % 99' u yukarıda bahsedilen yapısı ile plazma halindedir. Bilinen ve yaşadığımız uzay bölgesi ise evrenin plazma olmayan % 1' lik kısmını teşkil etmektedir. Plazmanın maddenin diğer üç halinden oldukça farklı özellikleri vardır. Çünkü serbest elektrik yüklerinden oluşmuştur. Katı, sıvı ve gaz hali nötr haldedirler ve elektromagnetik etkileşmelere cevap vermezler. Ancak plazma elektromagnetik etkileşmelere cevap vermektedir. Çünkü serbest elektrik yüklerinden oluşmuştur. Plazma halindeki madde tüm sisteme bu sistemin dışındaki bir gözlem noktasından bakıldığında toplam yükü sıfır olan nötr bir madde gibi görünür. Sistem elektromagnetik etkileşmelerden ise bu kuvvetlerin uzun erişimli olması ve parçacıklar arasındaki elektromagnetik çekim kuvvetlerinin etkisinin düşük olması nedeniyle etkilenir. Plazmanın bu nötral yapısına *yarı nötrallik* adı verilir. "Sistemin tümüne sistemin dışından bakıldığında nötürdür ve sistem dış kaynaklı uygulanan elektromagnetik kuvvetlerle etkileşmeye girer."

Plazmanın bir diğer özelliğide plazmayı oluşturan serbest haldeki elektrik yüklerinin *toplu davranışlar* göstermesidir. Bu özellik plazmanın "diyamagnetik" özelliğinin bir sonucudur. Diyamagnetiklik, tanımı ile birlikte kullanılırsa, plazma parçacıkları, dışarıdan uygulanan etkilere ters yönde yani bu etkiyi dışarlayacak şekilde davranarak bu dış kaynaklı etkiyi perdelemeye çalışır. Plazma içinde yerel bölgeler düşünülürse plazmayı oluşturan plazma parçacıklarının yerel dağılımları bu etkiyi gösterecek şekilde yeterli sayıda olmalıdır.

Kısaca değinilen bu iki durum iyonlaşmış her gaz sistemine plazma adının verilip verilmemesi ile ilgili şartlar belirtir. Yarı nötrallik sistemin boyutları

ile elektromagnetik etkileşme bölgesinin boyutları üzerine bir kısıtlama getirir. Sistemin boyutları, elektromagnetik etkinin perdelendiği bölgeden büyük olmalıdır. Toplu davranışlar yerel bölgelerde birden çok fazla sayıda serbest parçacık olmasını gerekli kılar. Dolayısı ile plazma parçacıklarının yoğunluğu bir birim değerden yüksek olmalıdır.

1.2 Plazma Fiziğinin Çalışma Alanları

Plazma halindeki madde ile ilk çalışmalar 1920' li yıllarda Langmuir, Tonks ve çalışma arkadaşları tarafından *gaz boşalma* deneyleri sırasında yapılmıştır. Bu deneylerde vakum tüpleri geliştirmek amacı ile bu tüplerin içinden büyük akımlar geçirilir ve tüp içindeki gazın iyonlaşması sağlanır.

Önemli diğer bir uygulama *kontrollü termonükleer füzyon* ile ilgili olarak yapılan çalışmalardır. Modern Plazma fiziği çalışmaları 1952 yılında hidrojen bombasının patlatılması ile başlamıştır. Hidrojen bombası, füzyon ile ilgili yapılan ve kontrollü olarak gerçekleşmeyen bir demedir. *Füzyon küçük atom çekirdeklerinin birleşerek daha büyük bir atom çekirdeği oluşturması olayıdır*. Bu olay gerçekleşirken enerji açığa çıkar ve yıldızların enerji kaynağı füzyon tepkimeleridir. Hidrojen bombasının denemesinden sonra termonükleer füzyon ile ilgili çalışmaların amacı kontrollü olarak bu enerji kaynağından insan hayatının günlük yaşamında kullanılmasına yönelik olmuştur. 1952 yılından günümüze kadar bu çalışma hala başarıya ulaşamamıştır. Bunun sebebi ise plazmanın hapsedilmesi ile ilgili olarak karşılaşılan sorunlardır.

Plazma fiziğinin diğer bir uygulama alanında *uzay fiziği* ile ilgili yapılan çalışmalardır. Bu dal güneş rüzgarları olarak adlandırılan ve güneşin çekiminden kurtularak uzaya savrulan yükler ya da daha doğru deyiimi ile kozmik parçacıklar ile dünyanın magnetik alanı tarafından oluşturulan ve magnetosfer olarak adlandırılan bölge ile etkileşimini inceler. Güneş rüzgarlarını oluşturan parçacıklar magnetosfer tarafından hapsedilir ve magnetik alanın zayıf olduğu kutup bölgelerinden dünya atmosferi ile karşılaşarak *aurora* yada *kutup ışıkları* adı verilen gökyüzü olaylarına sebep verir.

Diğer bir uygulama galaksi ve yıldızların yapısını inceleyen bir dal olan astrofizik alanında plazma fiziği bilgilerinin kullanılmasıdır. Astronomi açısından bu yaklaşım yıldızların ve karadeliklerin oluşumu ve yaşamları açısından önemli ip uçları taşımaktadır.

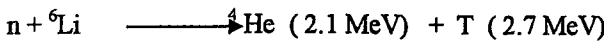
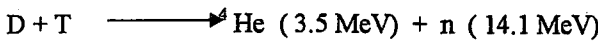
Bir diğer çalışma alanı *Magnetohidrodinamik enerji çevrimi* uygulamalarıdır. Bu çalışma alanı plazmanın serbest elektrik yüklü yapısından yararlanarak plazmanın içinden bir elektrik akımının geçirilmesini öngörür.

Böyle bir çalışmada iki önemli uygulama vardır. Birincisi plazmanın dış bir magnetik alan ile elektrik yüklerine ayrılması ve bir akım elde edilerek bu akımın kullanılmasına yöneliktir. İkincisi plazma içinden bir akım geçirilerek plazmanın sistemden atılmasını sağlamaktır. Bu çalışma uzay boşluğunda uzay gemilerinin hareketlilikleri konusunda fikirler vermiştir. Bu amaçla güneş rüzgarlarını oluşturan parçacıkların kullanılması öngörülerek NASA tarafından bir uzay gemisi inşa edilmiştir.

Bir diğer uygulamada *katı hal fiziği* dalında olan çalışmalardır. Bu dal ise metal ve yarı iletkenlerdeki elektron ve boşluk akımlarının ve etkilerinin araştırılmasına yönelik çalışmalar yapılmaktadır.

1.3 Termonükleer Füzyon ve Lawson Kriteri

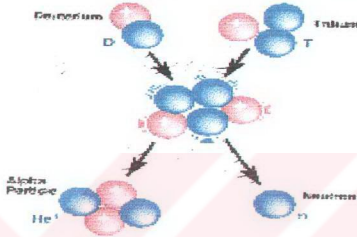
Füzyon küçük çekirdeklerin kendilerinden daha büyük bir çekirdek oluşturacak şekilde birleştikleri bir çekirdek tepkimesidir. Bu tepkime sonunda tıpkı fisyon tepkimesinde olduğu gibi kütleinin enerjiye dönüşmesinden dolayı bir enerji açığa çıkar. Üzerinde ilk çalışılan reaksiyonlar,



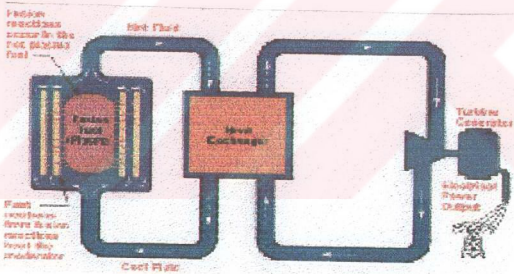
reaksiyonlarıdır. Bu tepkimelerin öncelikli tercih sebebi en düşük aktivasyon sıcaklığı ve en düşük hapsedme koşullarına sahip olmasıdır. Tepkimelerde enerjinin büyük kısmı 14.1 MeV' lik enerjiye sahip

nötronların bir ısı çevriminde kullanılmasıyla elde edilir. Füzyon Reaksiyonu ve ısı çevrimi şekil (1.3.1) ve şekil (1.3.2)' de gösterilmiştir.

Deuterium-Tritium Fusion Reaction



Şekil 1.3.1 Döteryum-Trityum Füzyon Reaksiyonu



Şekil 1.3.2 Füzyon tepkimesi sonucu ortaya çıkan yüksek enerjili nötronların ısı çevrimi

Plazma fiziğinin araştırma ve uygulama alanı içine giren Termonükleer füzyonun başarı ile sağlanabilmesi için bazı teknik olanaksızlıklar bulunmaktadır. Bunlardan en önemlisi milyon santigrad mertebesindeki bir sıcaklıkta bulunan maddenin dağılmadan nasıl bir arada tutulabileceği ile ilgilidir. Plazmayı oluşturan parçacıkların bu kadar yüksek bir sıcaklıkta sahip olacakları termal hareketlilik sebebi ile plazma parçacıklarının büyük bir kısmı ortamdan kaçma eğilimi gösterecektir. Bu kadar yüksek bir sıcaklıktaki maddeyi herhangi bir maddesel yapı içinde tutmak olanaksızdır. Bu sebeple 1960' lı yılların başında "*Magnetik Hapsetme*" olarak adlandırılan yöntemler geliştirilmeye başlanmıştır. Magnetik hapsetme yönteminde milyon santigrad mertebesindeki sıcaklığa sahip plazma parçacıkları, magnetik alan kullanılarak oluşturulacak magnetik alanlar içinde plazmayı hapsetmeyi öngörür. Bu konum detayları üzerinde bir sonraki bölümde durulacaktır.

Magnetik alan kullanılarak plazmanın hapsedilmesi ve termonükleer füzyonun oluşması ile ilgili olarak Lawson Kriteri olarak adlandırılan bir parametre vardır. Bu parametre plazmanın hapsedilme süresi ve hapsedilen parçacık sayı yoğunluğu ile ilgili bir parametredir. n hapsedilen parçacık sayı yoğunluğu ve τ hapsedilme süresi olmak üzere; $n \cdot \tau$ çarpımı "*Lawson kriteri*" olarak tanımlanır. Bu çarpımın fiziksel anlamı birim hacimde hapsedilmiş toplam parçacık sayısını vermesidir ve füzyon reaksiyonunun gerçekleşebilmesi için bu çarpımın belirli bir değerin üzerinde olması gerekmektedir.

D-T reaksiyonu için $n \cdot \tau$ çarpımının minimum değeri $10^{14} \text{ cm}^{-3} \cdot \text{s}$ ve D-D reaksiyonu için $n \cdot \tau$ çarpımının $10^{16} \text{ cm}^{-3} \cdot \text{s}$ değerinde olması gerekir. Eğer bu kriter sağlanabilirse maddeyi plazma haline getirmek ve plazmayı hapsedecek kadar güçlü magnetik alan elde etmek için kullanılan enerjiden fazlası alınabilir. Değişik çalışma prensiplerindeki tüm füzyon reaktörlerinde elde edilmeye çalışılan ilk şart Lawson kriteridir.

2. ELEKTRİK ve MAGNETİK ALAN İÇİNDE PLAZMANIN DURUMU

Plazma serbest halde pozitif ve negatif yüklere sahiptir. Dolayısı ile plazma dış kaynaklı bir alan içine konulduğunda elektrik kuvvetler yüklerin işaretine bağlı olduğundan zıt işaretli yükler farklı davranışlar gösterirler. Örneğin plazma düzenli bir dış elektrik alan içine konulduğunda zıt işaretli yükler farklı yönlerde ayrılmalara gösterirler ve bu ayrılma nedeniyle plazma içinde ikincil bir elektrik alan kurulur. Bu iki elektrik alanının etkisindeki yükler salınım yapmaya başlarlar. Bu salınımlara “*Plazma Salınımları*” adı verilir. Bununla beraber parçıklar arasında meydana gelen çarpışmaların frekansı plazmanın incelenmesi için keskin bir sınır çizer. Eğer bu çarpışma frekansı küçük ise bu durumda plazma serbest elektrik yüklerini içinde barındıran bir akışkan gibi davranır. Plazmayı bu durumu ile inceleyen dal “*Magnetohidrodinamik*” olarak adlandırılır. Magnetohidrodinamik, elektrik ve magnetik alan içindeki plazmayı akışkan denklemleri ile elektrik ve magnetik alan denklemleri birleştirilerek plazmanın bu davranışını açıklamaya çalışılır. Çarpışma frekansının değeri eğer belli bir değerin üzerinde ise bu durumdaki plazma ile çalışan dalda “*Plazma Fiziği*”dir ve gazların kinetik teorisi ile birlikte elektrik ve magnetik alan denklemleri kullanılarak plazmanın bu davranışı açıklanmaya çalışılır.

2.1. Magnetohidrodinamik Denklemleri

Olağan hidrodinamik denklemleri;

Süreklilik denklemi,

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.1.1)$$

Kuvvet denklemi,

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla} p + \frac{1}{c} (\vec{J} \times \vec{B}) + \vec{F}_v + \rho \vec{g} \quad (2.1.2)$$

olarak tanımlıdır. Kuvvet denklemi basınç gradyanti, elektromagnetik etkileşmeden kaynaklanan Lorentz kuvveti katkısı, vizkozite ve gravitasyonel etkileşme terimlerini içerir.

Olağan bir sıvı için vizkoziteden kaynaklanan kuvvet terimi katkısı,

$$\vec{F}_v = \eta \nabla^2 \vec{V} \quad (2.1.3)$$

olarak tanımlıdır. Bu ifadede η vizkozite sabitidir. *Vizkozite bir akışkanın hareketine dik doğrultuda taşınan momentumun ölçüsüdür.* Denklem (2.1.2)'nin sol tarafında bulunan türev “konvektif türev” olarak adlandırılır. Konvektif türev,

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \quad (2.1.4)$$

olarak tanımlıdır. Bu türev ifadesinde; ilk terim sabit bir noktadaki değişimi, ikinci terim ise akışkanın $\vec{V}$ hızı ile akıyor olmasından dolayı $\vec{r}$ ile $\vec{r} + d\vec{r}$ noktaları arasındaki değişimi tanımlar. Eşitliğin sol tarafı ise toplam değişimi tanımlar.

Akışkan elektriksel özelliklere sahip olduğundan Maxwell denklemleride geçerlidir. Diverjansla ilgili ilk iki Maxwell denklemi, rotasyonla ilgili diğer iki Maxwell denkleminde elde edilebildiğinden bu iki denklemle ilgilenilir. Bu denklemler,

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (2.1.5.a)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.1.5.b)$$

denklemleridir. Sonuç olarak bu denklemlerin birleştirilmesi ile Magnetohidrodinamik denklemleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

Madde yoğunluğuna ait süreklilik denklemi;

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.1.1)$$

Kuvvet Denklemi;

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla} p + \frac{1}{c} (\vec{J} \times \vec{B}) + \vec{F}_v + \rho \vec{g} \quad (2.1.2)$$

Faraday Yasası;

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (2.1.5.a)$$

Ampere Yasası;

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.1.5.b)$$

Ohm Yasası;

$$\vec{J} = \sigma \left(\vec{E} + \frac{1}{c} (\vec{V} \times \vec{B}) \right) \quad (2.1.6)$$

Elektrik Yüklerine ait Süreklilik Denklemi;

$$\frac{\partial}{\partial t} \sigma + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad (2.1.7)$$

2.2 Elektrik ve Magnetik Alan İçinde Tek Parçacık Hareketi

Plazma salınım frekansının belirli bir değerden sonrasında plazmanın yapısı ile plazma fiziği ilgilenir. Termodinamik yasaları ile birlikte dışarıdan uygulanan elektrik ve magnetik alanın etkisinde hesaplara katılmak zorundadır. Bu sebeple öncelikle elektrik ve magnetik alanın varlığında tek başlarına serbest elektrik yüklerinin davranışları hakkında bilgiler gözden geçirilmelidir.

2.2.1 Düzenli $\vec{E}$ ve $\vec{B}$ Alanları

En basit durumdan başlanırsa ve elektrik alanın sıfır olduğu durum düşünülürse $\vec{V}$ hızına sahip bir parçacık magnetik alana dik yönde hız bileşenine sahipse, Lorentz kuvveti etkisi ile parçacık basit bir siklatron dönmesi hareketi yapar.

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = q\vec{V} \times \vec{B} \quad (2.2.1)$$

Eğer magnetik alanın x ve y bileşenleri sıfır ise parçacık z eksenini simetri eksenini olarak görenek dairesel bir yörünge izler. $B_x=B_y=0$ ise bileşenleri ile hareket denklemleri;

$$\begin{aligned} m \frac{\partial V_x}{\partial t} &= qV_y B_z, \\ m \frac{\partial V_y}{\partial t} &= -qV_x B_z, \\ m \frac{\partial V_z}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

olarak elde edilir. z doğrultusunda parçacığa etkiyen kuvvet yoktur ve parçacık x-y düzleminde dairesel hareket yapar. Buna Larmor dönmesi adı verilir. Larmor dönmesi için frekans;

$$\omega_c = \frac{|q|B}{m} = \frac{|q|B_G}{m.c} \quad (2.2.3)$$

olarak tanımlıdır. Dönme hareketinin yarıçapı ise

$$r_l = \frac{V_{\perp}}{\omega_c} = \frac{m.V_{\perp}.c}{|q|B_G} \quad (2.2.4)$$

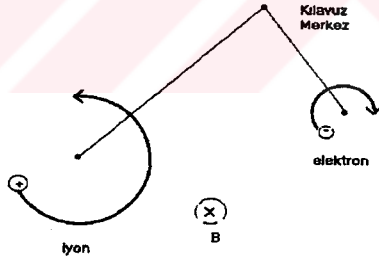
olarak tanımlıdır. Denklem(2.1.2.2)'nin çözümleri dairesel hareketin özelliklerini tanımlar. Hızlar;

$$V_x = V_{\perp} e^{i\omega_c t}, V_y = \pm i V_{\perp} e^{i\omega_c t} \quad (2.2.5)$$

olarak tanımlıdır ve konumlar;

$$x - x_0 = r_l \sin \omega_c t, y - y_0 = \pm r_l \cos \omega_c t \quad (2.2.6)$$

olarak tanımlıdır. Elektron ve pozitif yüklü parçacıklar düzenli bir magnetik alan içinde en basit şekli ile bu tip bir Larmor hareketi yaptıkları görülür.



Şekil 2.2.1 Düzenli Magnetik alanda Larmor Hareketi

Elektron ve pozitif yüklü iyonların her ikisinde magnetik alandan dolayı bir dönme hareketi yaptıklarından iki yük grubunu ayrı ayrı göstermek yerine bir kılavuz merkez tanımlaması yapılmıştır. Böylece tek bir merkez ile her iki yük grubunda hareketlerine ait bir merkez tanımı yapılmış olur. Gösterimde basitlik olması amacı ile böyle bir tanım kullanılır.

Larmor hareketinde parçacıkların yükleri önemlidir çünkü parçacıkların dönme yönleri daima magnetik alan etkisini azaltacak yöndedir. Bu özellik *diyamagnetizma* özelliğidir. Bu durumda plazma parçacıkları dışarıdan uygulanan magnetik alanı dışarlayacak şekilde davranır. Parçacık magnetik alana paralel bir hız bileşenine sahipse bu durumda parçacık yine z eksenini simetri eksenini olarak görerek magnetik alana paralel olan doğrultuda da hareket ederek helisel bir yörünge izleyecektir.

Elektrik alanın sıfır olmadığı durumda Lorentz kuvvet denkleminde bu elektrik alan terimide eklenecektir.

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \quad (2.2.7)$$

Eğer elektrik alanın y bileşeninin sıfır olduğu düşünülürse yani alanın sadece x-z düzleminde değer aldığı düşünülürse ve yine magnetik alanın sadece z bileşeninin var olduğu düşünülürse bu durumda elektrik alandan gelen terimlerle kuvvet ifadesi;

$$\frac{dV_z}{dt} = \frac{q}{m} E_z, \quad V_z = \frac{q}{m} V_z + V_{z,0} \quad (2.2.8)$$

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{q}{m} E_x \pm \omega_c V_y, \quad (2.2.9)$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \pm \omega_c V_x \quad (2.2.10)$$

olarak tanımlanır. Bu özel durum için $-y$ yönünde parçacıkların sürüklendikleri gözlenir. Parçacıklar yine magnetik alanın etkisini sıfırlayacak şekilde diyamagnetiklik özelliğinden dolayı Larmor hareketi yaparlar ancak bir tam dönme gerçekleşmeden $-y$ yönündeki sürüklenmeden dolayı parçacıklar x - y düzleminde sürüklenme gösterirler.

Bu sonuç $\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} = 0$ şartı yardımı ile bulunabilir. $m \frac{d\vec{V}}{dt}$ terimi dönmeye ait terimleri verdiğinden önemsizdir. Bu durumda elektrik alanın varlığında meydana gelecek olan sürüklenme için,

$$\vec{V}_{\perp gc} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} = \vec{V}_E \quad (2.2.11)$$

şeklinde bir tanım elde edilir. Bu hız ifadesi düzenli bir elektrik alanın varlığında parçacıkların gösterecekleri elektrik alan sürüklenmesi olarak tanımlanır.

Denklem (2.1.2.11) herhangi bir $\vec{F}$ kuvveti için genelleştirilebilir. Buna bir örnek olarak gravitasyonel kuvvet düşünülürse denklem (2.1.2.11) için en genel formda;

$$\vec{V}_f = \frac{1}{q} \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2} \quad (2.2.12)$$

olarak yazılabilir. Bu ifadede kuvvet yerine gravitasyonel kuvvet ifadesi kullanılabilir.

$$\vec{V}_g = \frac{m}{q} \frac{\vec{g} \times \vec{B}}{B^2} \quad (2.2.13)$$

formunda bir hız ifadesi elde edilir. Bu ifade gravitasyonel alandan dolayı plazma parçacıklarının etkisi altında olacakları sürüklenme hızı ifadesi olacaktır. Bu ifadenin diğer bir özelliğide hızın yüke bağlı olmasıdır. Elektronlar ve iyonlar zıt yönlerde sürüklenme gösterirler. Zıt yönlerdeki bu sürüklenme plazma içinde;

$$\vec{J} = n.(M + m) \frac{\vec{g} \times \vec{B}}{B^2} \quad (2.2.14)$$

ifadesi ile tanımlı bir akım yoğunluğu oluşacağını gösterir. Bu sürüklenme büyüklük olarak ihmal edilebilir bir değere sahiptir ancak alan geometrileri eğrisel olduğunda merkezkaç etkisinde gündeme gelecektir. Dikkat edilirse bu sürüklenme kütleye bağımlıdır ve bu özelliği itibari ile bu sürüklenme, eğrisel geometrilere önemli bir kararsızlığa sebep olur.

2.2.2. Düzensiz $\vec{B}$ Alanı

Alanların düzenli oldukları durumda çözümler yukarıda anlatıldığı şekilde tam olarak elde edilebilir ancak alanların düzensiz oldukları durumda düzensizlik için bir yaklaşımda bulunmak gerekir. Söz konusu yaklaşım

düzensizliğin boyutu ile Larmor yarıçapı ile ilgilidir. Eğer $\frac{r_l}{L} \ll 1$ olacak

şekilde Larmor yarıçapı ile düzensizliğin boyutları karşılaştırıldığında, düzensizliğin boyutları Larmor yarıçapına kıyasla büyük boyutlarda ise Larmor hareketinin bu düzensizlikten etkilenmediği yaklaşımı altında parçacıkların izleyecekleri yörünge incelenir.

2.2.2.1. $\vec{\nabla} B \perp \vec{B}$, Grad B Sürüklenmesi ve Eğrisel Sürüklenme

Gradyent, vektörel bir alan içinde yoğunluğun belirli bir yönde artıyor veya azalıyor olması durumudur ve bu vektörün yönü yoğunluğun az olduğu taraftan yoğunluğun yüksek olduğu tarafa doğrudur. Bu aşamada bir magnetik alan gradyentinin var olduğu düşünülecektir. Bu durum için basitlik amacıyla magnetik alanın z yönünde olduğu ve magnetik alan kuvvet çizgileri yoğunluğunun da y yönünde değiştiği düşünülün.

Plazma parçacıkları z yönündeki magnetik alan yöneliminden dolayı yine z doğrultusundaki eksenler etrafında Larmor dönmesi yaparlar. Bu dönme x-y düzleminde kalacaktır. Ancak y yönünde de bir magnetik alan gradyentinin olması parçacıkların Larmor dönmesi hareketini bozar. Çünkü Larmor yarıçapının daha büyük y değerlerinde parçacığın içinde bulunacağı

magnetik alan y' nin daha düşük değerleri için daha şiddetli olacaktır. Bu durum matematiksel olarak şu şekilde incelenebilir.

Parçacığa etki eden Lorentz kuvvetinin bir dönme üzerinden ortalamasına bakılabilir. Öyleki $\frac{r_l}{L} \ll 1$ yaklaşımı altında düşünülecek olursa magnetik

alan gradyenti bir Larmor yarıçapı için sabit kabul edilebilir. Bu durumda parçacığa etkiyen kuvvetin x bileşeninin ortalaması sıfır olacaktır. Çünkü parçacık Larmor dönmesi yaparken bir tam yukarı çıkarken harcadığı zaman kadar aşağı inerken aynı zamanı harcayacaktır. Bu nedenle

parçacığa alan gradyenti varken ve $\frac{r_l}{L} \ll 1$ yaklaşımı söz konusu iken etkiyen kuvvetin x bileşeninin ortalaması sıfır olacaktır. Parçacığa etkiyen kuvvetin y bileşeninin ortalaması ise alan gradyentinin sebep olacağı etkiyi tanımlayacaktır. Lorentz kuvvetinin y bileşeni bu durum için;

$$F_y = -qV_x B_z(y) \quad (2.2.15)$$

Magnetik alanın z bileşeni için $x_0=0$, $y_0=0$ noktasın civarında Taylor serisine açılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + (\vec{r} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + \dots$$

$$B_z = B_0 + y \left(\frac{\partial B}{\partial y} \right) \quad (2.2.16)$$

Denklem (2.1.2.5)'in reel kısmı kullanılacak olursa ve $\frac{r_l}{L} \ll 1$ yaklaşımı altında denklem (2.1.2.14) , denklem (2.1.2.12)'de kullanılırsa Lorentz kuvvetinin y bileşeni için

$$F_y = -qV_{\perp} (\cos \omega_c t) (B_0 \pm r_l (\cos \omega_c t) \left(\frac{\partial B}{\partial y} \right)) \quad (2.2.17)$$

ifadesi elde edilir. bu kuvvet ifadesinin bir Larmor dönmesi üzerinden ortalamasına bakılırsa ilk terimin ortalamasının sıfır olacağı ve ikinci terimin ortalamasının da;

$$\overline{F}_y = \pm q V_{\perp} r_l \frac{1}{2} \left(\frac{\partial B}{\partial y} \right) \quad (2.2.18)$$

olarak elde edildiği görülür. Bu kuvvet ifadesi olağan bir sürüklenme için tanımlanan Denklem (2.1.2.12)' de kullanılacak olursa magnetik alan gradyentinden kaynaklanacak kılavuz merkez sürüklenmesi bulunabilir.

$$\vec{V}_{gc} = \frac{1}{q} \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2} = \frac{1}{q} \frac{\overline{F}_y}{|\vec{B}|} \hat{x} = \pm \frac{V_{\perp} r_l}{B} \frac{1}{2} \frac{\partial B}{\partial y} \hat{x} \quad (2.2.19)$$

Bu ifade seçilmiş olan özel durum için geçerlidir. Parçacıklar $\pm x$ yönünde sürüklenirler. Bu sonuç genellenirse;

$$\vec{V}_{\nabla B} = \pm \frac{1}{2} V_{\perp} r_l \frac{\vec{B} \times \nabla B}{B^2} \quad (2.2.20)$$

ifadesi elde edilir. Böylece alan gradyentinin varlığında parçacıkların olağan Larmor yörüngelerinin nasıl değiştiği görülmüş olur. Bu sürüklenmenin özelliği homojen olmayan alanlar içinde parçacıklar ile magnetik alanın etkileşimini tanımlamasıdır. Bunun önemli bir uygulaması "*magnetik ayna*"nın temelini oluşturmaktadır ve detaylı olarak bir sonraki kesimde incelenecektir.

Eğrisel magnetik alan çizgilerinin bir R_c eğrilik yarıçapına sahip olarak dairesel şekilde uygulandığı ve alanın yarıçap doğrultusu boyunca sabit olarak kabul edildiği durum düşünülürse ki böyle bir alan geometrisinde daha sonra ilgilenecek olan Tokamak sistemlerinin temelini oluşturmaktadır. Bu noktada plazma parçacıkları eğrilmiş bu alan çizgileri boyunca Larmor dönmeleri yaparak ilerleyeceklerdir. Bu noktada plazma parçacıklarına merkezkaç kuvveti etki edecek ve parçacıklar bu kuvvetin etkisi altında sürüklenme eğiliminde olacaklardır.

Parçacıklara etkiyecek olan merkezkaç etkisi;

$$\vec{F}_{cf} = \frac{mV_n^2}{R_c} \hat{r} = mV_n^2 \frac{\vec{R}_c}{R_c^2} \quad (2.2.21)$$

olarak tanımlanır. Bu kuvvet ifadesi Denklem (2.1.2.12)' de kullanılacak olursa bu kuvvetten kaynaklanan sürüklenme etkisi için genel bir ifade elde edilebilecektir.

$$\vec{V}_R = \frac{1}{q} \frac{\vec{F}_{cf} \times \vec{B}}{B^2} = \frac{mV_n^2}{qB^2} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2} \quad (2.2.22)$$

ifadesi en genel formda merkezkaç etkisinden kaynaklanan sürüklenmeyi tanımlar. Ancak fiziksel bir gerçek göz ardı edilmemelidir. Böyle bir alan elde edebilmek mümkün değildir. Maxwell denklemleri ile de bunu görebilmek mümkündür. Çünkü alanın bir R_c eğrilik yarıçapına sahip olduğu ve merkez etrafında alanın yarıçap doğrultusunda sabit olduğu kabul edildi. Fiziksel gerçek yarıçap doğrultusunda bir alan gradyentinin olacağıdır. Boşlukta $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$ şartının sağlanması gerekliliği ile bu geometrideki alan için magnetik alan gradyentinin katkısı hesaba katılabilir. Silindiriksel koordinatlara göre düşünülecek olursa magnetik alanın sadece θ bileşenine ve magnetik alan gradyentinde sadece r bileşenine sahip olduğu düşünülecek olursa;

$$(\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) = 0, B_\theta \propto \frac{1}{r} \quad (2.2.23)$$

olarak tanımlıdır. Bu hesaplamalar yapılırsa magnetik alan gradyenti için bu geometride;

$$\vec{\nabla} B = \left| \vec{B} \right| \left(-\frac{\vec{R}_c}{R_c^2} \right) \quad (2.2.24)$$

ifadesi elde edilir. Denklem (2.1.2.20)' de bu ifade kullanılacak olursa magnetik alan gradyentinden kaynaklanan sürüklenme için;

$$\vec{V}_{\nabla B} = \pm \frac{1}{2} \frac{V_{\perp} r_l}{B^2} \vec{B} \times \left| \vec{B} \right| \frac{\vec{R}_c}{R_c^2} \quad (2.2.25)$$

ifadesi elde edilir. Bu sürüklenme etkisi ile Denklem (2.1.2.22) bağıntısı birleştirilecek olursa bu geometrideki alan için en genel şekli ile sürüklenme hızına ait ifade elde edilecektir.

$$\vec{V}_R + \vec{V}_{\nabla B} = \frac{m}{q} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2} (V_{\parallel} + \frac{1}{2} V_{\perp}^2) \quad (2.2.26)$$

Bu ifade eğrisel alana sahip bir geometride parçacıkların sürüklenmesini tanımlayan ifadesidir. Torus şekilli geometriler içinde hapsedilmek istenen plazma parçacıkları bu sürüklenmeyi gösterirler ve bu hapsedilemek istenen plazma için olumsuz bir etki vermekte ve plazmanın yarıçap doğrultusunda kaybına sebep olmaktadır.

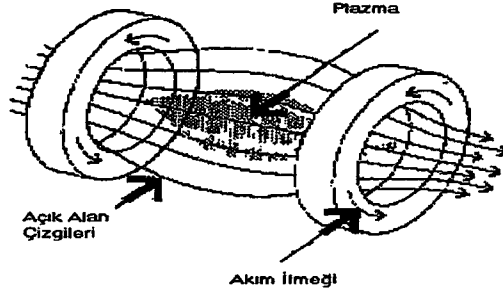
3. PLAZMANIN HAPSEDİLMESİ

Plazma milyon santigrad mertebesinde sıcaklıkta bulunan ve bu sıcaklıkta serbest halde elektrik yüklerine sahip bir maddedir. Termonükleer füzyon çalışmalarının gerçekleşebilmesi için plazmanın ve açığa çıkan enerjinin kontrol altına alınması gerekmektedir. Bu sebeple hem plazmanın hapsedilmesini sağlayan hem de açığa çıkan enerjinin kontrollü olarak santrallerde değerlendirilmesini amaçlayan sistemlere ihtiyaç duyulur. Bu aşamada sadece plazmanın hapsedilmesi için uygun nitelikteki sistemler düşünülecektir. Plazmanın hapsedilmesi için iki farklı yöntem kullanılmaktadır. Bu sistemler *açık sistemler* ve *kapalı sistemler* olarak adlandırılır. *Kapalı sistemlerde plazmayı hapsetmek için kullanılan magnetik alan hapsetme bölgesi içinde kalır. Açık sistemlerde ise magnetik alan plazmanın hapsedildiği bölge dışında kalır.*

Açık sistemler kendi içlerinde uygulanma tekniklerine göre ikiye ayrılırlar. Pinch ve magnetik ayna olmak üzere. İkisi arasındaki temel fark plazmanın akışkan olarak incelendiği durum ve tek parçacık bakışı altında incelendiği durumdur. Yukarıda bahsedildiği gibi çarpışma frekansı eğer küçük ise bu durumdaki plazma ile magnetohidrodinamik bakışı altında plazma incelenir. Eğer çarpışma büyükse bu durumda da plazma fiziği ile tek parçacık hareketi çerçevesinde plazma fiziği bakışı altında plazma incelenir. Akışkan yaklaşımında plazmanın hapsedilmesi için *pinch* adı verilen sistemler kullanılır. Bu sistemlerde amaç magnetik basınç ile parçacık basıncının dengelenerek plazmanın hapsedilmesi amaçlanır. Pinch içinde plazmanın hapsedilmesi bir sonraki bölümde incelenecektir.

3.1. Magnetik Ayna

Magnetik ayna 1952’li yıllarda yüksek sıcaklıktaki plazmayı hapsetmek amacı ile tasarlanan bir magnetik araçtır. Magnetik ayna şekil 3.1’ de gösterildiği gibi sabit bir eksene paralel olarak yönlendirilmiş magnetik alan çizgileri, magnetik aynanın sonları olarak adlandırılan bölgelerde şiddeti artırılarak şişe şekilli bir geometriye sahiptir.



Şekil 3.1 Magnetik Ayna Geometrisi

Magnetik aynanın temel düşüncesi fiziksel bir değişmez olan magnetik momentten dolayı plazmayı terk etmek isteyen parçacıkların magnetik alanın şiddetli olduğu son bölgelerden yansıtılmasıdır. Ayrıntıları ile bu özellik aşağıda incelenecektir.

z eksenini yönünde yönelmiş alan çizgilerinin yine z eksenini doğrultusunda bir magnetik alan gradyentine sahip olduğu düşünölsün, şekil 3.1' de olduğu gibi. Genel hali itibari ile alan çizgileri, z eksenine göre eksen simetrisine sahiptir. Silindirik koordinatlara göre düşünölecek olursa magnetik alan radyal yönde de bir bileşene sahiptir. Bu radyal bileşen magnetik alanın diverjansının sıfır olması şartından bulunabilir.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.1.1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (3.1.2)$$

Eğer ikinci terim $r=0$ noktası civarında düşünöülür ve r ile çok fazla değişmiyorsa bu durumda;

$$r B_r = - \int_0^r r \frac{\partial B_z}{\partial z} dr \Rightarrow B_r = - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial B_z}{\partial z} \right]_{r=0} \quad (3.1.3)$$

olarak bulunur. r ile magnetik alanın büyüklüğünün değişmesi kılavuz merkezlerin simetri eksenini etrafında grad B sürüklenmesine sebep olur.

$\frac{\partial B}{\partial \theta} = 0$ olduğundan radyal yönde grad B sürüklenmesi yoktur. Lorentz kuvvetinin bileşenleri;

$$\begin{aligned} F_r &= q(V_\theta B_z - V_z B_\theta) \\ F_\theta &= q(-V_r B_z + V_z B_r) \\ F_z &= q(V_r B_\theta - V_\theta B_r) \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

$B_\theta=0$ olmasından dolayı kuvvet ifadesinde r bileşenindeki ikinci terim ve z bileşenindeki ilk terim sıfır olacaktır. Kuvvet ifadesindeki r bileşeninin ilk terimi ve θ bileşeninin ilk terimi olağan Larmor dönmesini tanımlayacaktır. Kuvvet ifadesinde θ bileşenindeki 2. terim eksen üzerinde sıfır olur. z bileşeninin 2. Terimi ise ilgilenilecek olan terimdir. Denklem (3.1.3)' ün kullanılmasıyla yukarıda verilen Lorentz kuvvetinin z bileşeninin;

$$F_z = \frac{1}{2} q V_\theta r \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} \right) \quad (3.1.5)$$

olacağı görülür. Bu ifadenin bir dönme üzerinden ortalamasının alınması gerekir ve basitlik olması amacıyla kılavuz merkezi eksen üzerinde olan bir parçacık düşünölsün. Bu durumda V_θ dönme hareketi boyunca sabittir. $r = r_l$ olduğundan ortalama kuvvet;

$$\overline{F_z} = \pm \frac{1}{2} q V_\perp r_l \frac{\partial B_z}{\partial z} = \pm \frac{1}{2} q \frac{V_\perp^2}{\omega_c} \frac{\partial B_z}{\partial z} = - \frac{1}{2} \frac{m V_\perp^2}{B} \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (3.1.6)$$

olarak bulunacaktır. Bu ifade, magnetik ayna düşüncesinin temelini oluşturan bir özelliği içermektedir.

Dönme hareketi yapan bir parçacık,

$$\mu \equiv \frac{1}{2} \frac{mV_{\perp}^2}{B} \quad (3.1.7)$$

ile tanımlanan bir *magnetik momente* sahiptir. Dolayısı ile bir dönme boyunca parçacık üzerindeki ortalama kuvvet ,

$$F_z = -\mu \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (3.1.8)$$

olarak tanımlanabilecektir. Magnetik moment, magnetik aynanın temel prensibidir çünkü dönme hareketi yapan bir parçacık, magnetik alanın şiddetinin değiştiği bölgelerde hareket ederken Larmor yarıçapı değişecektir ancak μ magnetik momentini sabit kalacaktır.

B magnetik alanı doğrultusunda parçacığın hareket denklemi;

$$m \frac{dV_{\parallel}}{dt} = -\mu \frac{\partial B}{\partial s} \quad (3.1.9)$$

olarak tanımlansın. Burada $V_{\parallel}$ parçacığın magnetik alana paralel doğrultuda olan hız bileşenidir. Bu ifade $V_{\parallel}$ ile çarpılırsa;

$$mV_{\parallel} \frac{dV_{\parallel}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} mV_{\parallel}^2 \right) = -\mu \frac{\partial B}{\partial s} \frac{ds}{dt} = -\mu \frac{dB}{dt} \quad (3.1.10)$$

ifadesi elde edilir. Burada $\frac{dB}{dt}$ parçacık tarafından görülen B'deki değişimdir, B'nin kendisi sabittir. Enerjinin korunumu ilkesine göre parçacığın toplam enerjisi korunmak zorundadır.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} mV_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} mV_{\perp}^2 \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} mV_{\parallel}^2 + \mu B \right) = 0 \quad (3.1.11)$$

Bu durumda;

$$-\mu \frac{dB}{dt} + \frac{d}{dt}(\mu B) = 0 \text{ ifadesine göre;}$$

$$\frac{d}{dt} \mu = 0 \quad (3.1.12)$$

bağıntısı elde edilir. Denklem (3.1.12) bağıntısı magnetik momentin bir hareket değişmezi olduğu anlamına gelir. Parçacığın hareketi boyunca $\vec{B}$ alanında değişimler meydana gelse dahi parçacığın magnetik momentini sabit kalacaktır. Bu düşünce magnetik ayna prensibinin temelidir. Bunun sebebi ise şu şekilde açıklanabilir:

Bir parçacık magnetik ayna içinde zayıf bir magnetik alan bölgesinden kuvvetli bir magnetik alan bölgesine termal hareketliliği sonucunda hareket edecek olursa, $\vec{B}$ alanında artma olacağından parçacığın magnetik dipol momentinin sabit kalabilmesi için parçacığın alana dik olan hız bileşeninde de artma olmak zorundadır. Parçacığın toplam enerjisi korunmak zorunda olduğundan parçacığın $\vec{B}$ magnetik alanına paralel hız bileşeninde azalmak zorunda olacaktır. Şekil 3.1' de verilen ayna geometrisi düşünülecek olursa temel düşünce plazma parçacıklarının magnetik alanın şiddetinin daha büyük olduğu bölgelerden parçacıkların yansıtılması ve magnetik alanın şiddetinin daha zayıf olduğu orta bölgelerde plazmanın hapsedilmesine dayanmaktadır. Bunun yanında tuzaklama hem iyonlar hemde elektronlar için geçerlidir.

Plazmanın magnetik ayna içindeki tuzaklanması uzaysal olarak iki boyutta incelenebilir. Magnetik alana dik olan doğrultu ve magnetik alana paralel olan doğrultu olmak üzere. Ayna geometrisine göre düşünüldüğünde; magnetik alana dik yönde parçacıkların aynanın dışına doğru difüzyonu önlenir. Magnetik alana paralel doğrultuda ise şiddeti giderek artan magnetik alanın varlığı parçacıkların yansıtılmasını sağlar.

Ancak hedeflenen tuzaklama kusursuz bir tuzaklama değildir. Gerek parçacıklar arasındaki çarpışmalar ve gereksede *yüksek frekans kararsızlığı* olarak adlandırılan etkiler ile öngörülen ideal tuzaklama gerçekleşemez.

İdeal tuzaklamanın olabilmesi için magnetik alana paralel olan hız bileşeninin sıfır olması gerekmektedir. Magnetik alana paralel hız bileşeni sıfır olmayan parçacıklar *kayıp koni* olarak adlandırılan bir dağılıma sahip olarak magnetik ayna sistemini terkederler.

3.1.1. Kayıp Koni ve Yüksek Frekans Kararsızlıkları

Magnetik ayna içindeki parçacığın toplam kinetik enerjisi W ile gösterilsin ve magnetik alana dik ve paralel olan doğrultular için toplam kinetik enerjinin $W = W_{\perp} + W_{\parallel}$ şeklinde tanımlandığı düşünölsün. Toplam kinetik enerjinin bir hareket sabiti olduğu göz önüne alınır ve alan çizgisi boyunca konuma göre değışimi incelenirse;

$$\frac{dW}{ds} = 0 = \frac{dW_{\perp}}{ds} + \frac{dW_{\parallel}}{ds} \quad (3.1.1.1)$$

sonucu elde edilir. Magnetik momentin korunumu ve magnetik momentin denklem (3.1.7) tanımına göre ;

$$\frac{d\mu}{ds} = 0 = \frac{1}{B} \frac{dW_{\perp}}{ds} - \frac{W_{\perp}}{B^2} \frac{dB}{ds} \quad (3.1.1.2)$$

sonucu elde edilir. Denklem (3.1.1.1) ve denklem (3.1.1.2)' nin birleřtirilmesiyle

$$\frac{dW_{\parallel}}{ds} = -\mu \frac{dB}{ds} \quad (3.1.1.3)$$

sonucu elde edilir. $W_{\parallel} = \frac{1}{2} m V_{\parallel}^2$ ve $V_{\parallel} = \frac{ds}{dt}$ tanımları düşünölrse Newton'un ikinci kanununa göre;

$$\frac{dW_{\parallel}}{dt} = V_{\parallel} \frac{d(mV_{\parallel})}{dt} \Rightarrow \frac{d(mV_{\parallel})}{dt} = F_{\parallel} \quad (3.1.1.4)$$

$$F_{\parallel} = -\mu \frac{dB}{ds} = -\frac{d}{ds}(\mu B)$$

sonucu elde edilir. İfadeye dikkat edildiğinde μB niceliğinin alan çizgileri boyunca parçacıkların hareketi için hapsedici bir potansiyel olarak davrandığı görülür. Bu durumda hapsedici bu potansiyel ve parçacıkların toplam kinetik enerjisi kıyaslanarak magnetik ayna içindeki hapsedilme incelenebilir.

Aynanın sonlarında alan şiddetinin $B_{\max}$ olduğu düşünülürse;

$$\mu B_{\max} > W \quad (3.1.1.5)$$

şartını sağlayan parçacıkların yukarıda tanımlanan potansiyel içinde tuzaklanacağı sonucu elde edilir. Bu şartı sağlayan tüm parçacıklar magnetik ayna içinde tuzaklanacaklardır. Bu tanım yardımı ile bu şartı sağlamayan ve magnetik ayna sisteminden kaçacak olan parçacıklar için kayıp koni tanımına geçilebilir. Denklem (3.1.7), denklem (3.1.1.5) bağıntısında kullanılacak olursa ;

$$V_{\perp} \left(\frac{B_{\max}}{B} \right) > W \quad (3.1.1.6)$$

bağıntısı elde edilir. Ayna sisteminde magnetik alanın en düşük değeri B_0 olarak tanımlanırsa ve $R_m = \frac{B_{\max}}{B}$ "ayna oranı" tanımı yapılsa ;

$$\frac{W_{\perp}(0)}{W} > \frac{1}{(R_m)} \quad (3.1.1.7)$$

bağıntısı elde edilir. Toplam kinetik enerji ve magnetik alana dik doğrultudaki harekete ait kinetik enerjinin tanımları kullanılırsa

$$\frac{V_{\perp}(0)}{V(0)} = \sin \theta(0) > \frac{1}{(R_m)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.1.1.8)$$

sonucu elde edilir. Burada $\theta(0)$, $B=B_0$ ' da parçacığın helisel yörüngesinin tepe açısıdır. Bundan dolayı tuzaklama şartı $\theta(0)$ üzerindedir.

$$\theta(0) > \text{Arc sin} \left(\frac{1}{R_m^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (3.1.1.9)$$

olarak elde edilir. Denklem (3.1.19) ile tanımlanan şartı sağlayan parçacıklar magnetik ayna içinde tuzaklanacaklardır. Helisel yörüngesinin tepe açısı bu şartı sağlayamayacak kadar küçük olan parçacıklarsa magnetik ayna sisteminden kaçacaklardır. Kaçan parçacıklar $\theta(0)$ açısı tepe açısı olmak üzere hız uzayında bir koni dağılımı gösteriler ve bu sebepten dolayı kaçan bu parçacıklar için kayıp koni dağılımı tanımı kullanılır.

Elektronlar, iyonlara göre daha yüksek çarpışma frekansına sahip olduklarından kayıp koni dağılımı içindeki parçacıkların büyük çoğunluğu elektronlardan oluşmaktadır. Plazmanın elektronları, iyonların enerjilerinden daha küçük ya da karşılaştırılabilir bir büyüklüğe sahip olmadıkça kayıp koni içine daha fazla sayıda saçılacaklardır. Bu durumda aynalar arasında elektronların büyük çoğunluğunun kaybedildikleri sonucu ortaya çıkar. Magnetik ayna içinden daha fazla sayıda kaçan elektronlardan dolayı plazma içinde e ϕ gibi bir potansiyelin oluşacaktır. Dolayısı ile enerjinin korunumu ifadesi ve tuzaklama şartı değişecektir. Bu şartlar altında toplam enerji;

$$E = W_{\perp} + W_{\parallel} + e\phi \quad (3.1.1.10)$$

olarak tanımlanır ve denklem (3.1.7)'deki magnetik moment tanımı kullanılırsa

$B=B_{\max}$ 'da $\phi=0$ ve

$B=B_0$ 'da $\phi=\phi_0$ olarak alınır, toplam enerji,

$$E = \mu B_0 + W_{\parallel}(0) + e\phi_0, \quad B = B_0$$
$$E = \mu B_{\max}, \quad B = B_{\max} \quad (3.1.1.11)$$

sonucu elde edilir. Bu durumda bu iki enerji ifadesinin eşitlenmesiyle;

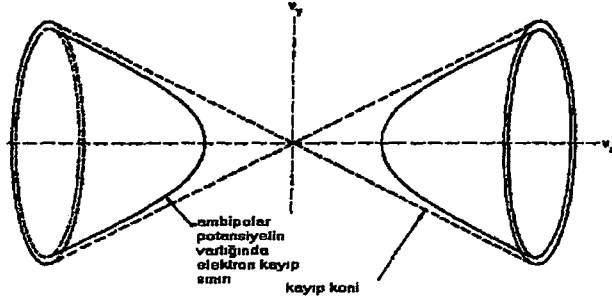
$$W_{\perp}(0)[R_m - 1] = W_{\parallel}(0) + e\phi_0 \quad (3.1.1.12)$$

sonucuna ulaşılır. $W_{\parallel}(0) = W_0 + W_{\perp}(0)$ olarak tanımlanırsa ve bunun denklem (3.1.1.12) ile birleştirilmesi ile

$$R_m \sin^2 \phi_c = 1 + \frac{e\phi_0}{W_0} \Rightarrow \phi_c = \text{Arc sin} \left[\sqrt{\frac{1 + \frac{e\phi_0}{W_0}}{R_m}} \right] \quad (3.1.1.13)$$

sonucu elde edilir. W_0 burada $B=B_0$ 'daki toplam kinetik enerjidir. Elektronların ayna sistemini daha kolay terk edebilmelerinden dolayı iyonlar için düşünüldüğünde kayıp koniyi tanımlayan açrıya ek bir terim gelmiştir. Bu ek terimin yani elektrik potansiyelinin yokluğunda denklem ilk bulunan değere indirgenecektir.

Plazmanın elektronları düşünülürse, elektronun yükünden dolayı denklem (3.1.1.13)' e göre tüm elektronlar plazma içinde oluşan elektrik potansiyeli tarafından $W_0 < e\phi_0$ şartı sağlanırsa elktrostatik olarak tuzaklanır. Yükin elektron için negatif olmasından dolayı denklem (3.1.1.13) ile verilen açrıyı sağlayacak daha yüksek enerjili elektronlarda magnetik ayna içinde tuzaklanabilecektir. Şekil 3.1.1.1' de kayıp koni dağılımı gösterilmiştir.



Şekil 3.1.1.1. Kayıp Koni

Magnetik ayna içinde plazmanın kaybı, hapsedilmeye çalışılan plazma içinde dalgalanmaların oluşmasına neden olur. Bu durumda iyonlar hız uzayında difüzyona uğrarlar ve plazmanın kayıp oranında bir artış meydana gelir. Bu kayba *yüksek frekans kararsızlığı* adı verilir. Gerek hız uzayındaki kayıp koni dağılımı, gereksede plazma içinde oluşan bu kararsızlık ve bu kararsızlığın sonucunda da plazmanın kaybedilmesi magnetik ayna prensibinin aşılmayı bekleyen problemleridir. Magnetik ayna içinde plazmanın bu iki şekilde kaybı Lawson Kriterinin yakalanmasında büyük engel teşkil etmektedir. (Post, 1978, 1980, 1987), (Franchis, 1976)

3.2 Magnetik Reynolds Sayısı, Magnetohidrodinamik Denge Durumu ve Pinch

Pinch etkisi plazma parçacıklarının akışkan olarak hareket etmesinden dolayı ve parçacıklar arasındaki çarpışmanın düşük olmasından kaynaklanan magnetohidrodinamik bakışı altında plazmanın hapsedilmesini öngören bir sistemdir. Temel düşünce magnetik basınç ile parçacık basıncının dengelenmesidir. Matematiksel olarak bu düşüncenin temelini incelemesi aşağıdaki gibidir.

Elektrik yüklerinin akışından dolayı Ohm kanunu ;

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \frac{1}{c}(\vec{V}_x \vec{B})) \quad (3.2.1)$$

olarak tanımlıdır. Magnetik alanın zamana göre değişimini tanımlayan Maxwell denklemi düşünülürse;

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -c(\vec{\nabla}_x \vec{E}) \quad (3.2.2)$$

ve (3.2.1) tanımı bu denklemde yerine konulursa

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{c}{\sigma} \vec{\nabla}_x \vec{J} + \vec{\nabla}_x (\vec{V}_x \vec{B}) \quad (3.2.3)$$

formuna döner. Ampere yasasının kullanılması ile magnetik alanın zamana göre değişimi son şekli ile

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla}_x (\vec{V}_x \vec{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla^2 B \quad (3.2.4)$$

olarak elde edilir.

Plazmanın durağan olduğu durum için yani hızında değişimin meydana gelmediği durum için (3.2.4) denkleminin ilk terimi sıfır olur ve denklem (3.2.5) difüzyon denklemine indirgenir.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla^2 B \quad (3.2.5)$$

Bu durumda magnetik alanın denklem (3.2.6) ile verilen difüzyon zamanı içinde difüzyona uğradığı görülür.

$$\tau = \frac{4\pi}{c^2} \sigma L^2 \quad (3.2.6)$$

L, B magneti alanının uzaysal değişim uzunluğudur. τ zamanı ile karşılaştırılabilen kısa zaman dilimleri için (3.2.4) denklemi denklemini *Alfven teoremi* olarak bilinen duruma döndürür.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{V} \times \vec{B}) \quad (3.2.7)$$

Bu denklem ilk olarak 1942 yılında Alfven tarafından elde edilerek yorumlanmıştır. Denklemin fiziksel yorumu “Akışkan ile birlikte hareket eden ilmekten geçen magnetik akı sıfırdır.” şeklindedir. Bu durum magnetik alanın difüzyona uğradığı bölgenin haricinde olan iç bölgelerdeki durumu ifade eder. Akışkan ile birlikte hareket eden çevrimdeki magnetik akı sabit olduğundan bu alan “donmuş magnetik alan” olarak yorumlanır. Difüzyona uğrayan magnetik alan ile donmuş magnetik alan çizgilerinin oranı “*Magnetik Reynolds Sayısı*” olarak tanımlanır. Magnetik Reynolds sayısı ;

$$R_m^I = \frac{V \cdot \tau}{L} \quad (3.2.8)$$

olarak tanımlanır. V hızı ile hareket eden ve L içinde donmuş magnetik alan çizgileri sayısının oranıdır.

$R_m^I \gg 1$ ise Alfven Teoremi geçerlidir ve magnetik akı plazma içinde sabittir. Yüksek iletkenliğe karşı gelir.

$R_m^I \ll 1$ ise magnetik alan difüzyona uğrar. Düşük iletkenliğe karşı gelir. (Chorlton,1963)

Magnetohidrodinamik denge durumu V akışkan hızının sıfır olduğu durumu kapsar. Bu durumda da magnetohidrodinamik kuvvet denklemi aşağıdaki duruma indirgenir.

$$\vec{J} \times \vec{B} = c \vec{\nabla} p \quad (3.2.9)$$

Bu denge durumu incelenirse $\vec{J} \times \vec{B}$ vektörünün, magnetik alan ve akım yoğunluğu vektörüne dik olduğundan şu sonuç elde edilir. $\vec{J} \cdot \vec{\nabla} p = 0$ ve $\vec{B} \cdot \vec{\nabla} p = 0$ olmalıdır. Bu durumda magnetohidrodinamik denge durumu için $\vec{\nabla} p$ 'nin bulunduğu düzleme magnetik alan vektörü ve akım yoğunluğu vektörü dik olmalıdır. Dolayısı magnetik alanın ve akım yoğunluğunun, basıncın sabit olduğu yüzeylerde bulunması gerekir. Bu etki *pinch etkisi* olarak bilinir. Ampere kanunundan $\vec{J}$ akım yoğunluğunun (3.2.9) denkleminde kullanılmasıyla ve

$$\vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = -(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + \frac{1}{2} \vec{\nabla} (\vec{B} \cdot \vec{B}) \quad (3.2.10)$$

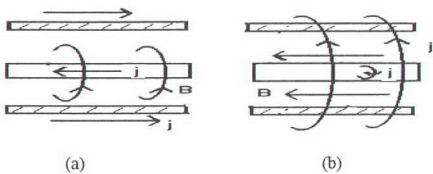
özdeşliğinin kullanılması ile

$$\vec{\nabla} p = \frac{c^2}{8\pi} \vec{\nabla} B^2 \quad (3.2.11)$$

bağıntısı elde edilir. Bu magnetohidrodinamik denge durumunda parçacık ve magnetik basıncın dengelenmesini veren ifadedir.

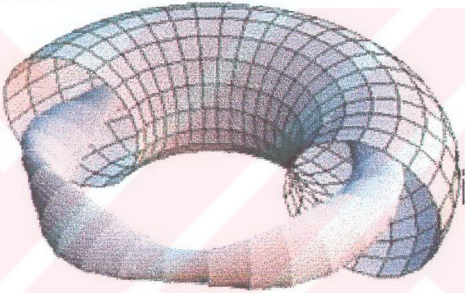
$$p + \frac{c^2}{8\pi} B^2 = \text{sabit} \quad (3.2.12)$$

Magnetohidrodinamik denge durumunda bu şekilde parçacık ve magnetik basıncın dengelenmesi planlanmış ve bu amaçla pinch ismi ile anılan magnetik hapsedme sistemleri tasarlanmıştır. θ pinch ve Z pinch olarak adlandırılan iki pinch vardır. Her ikisinde de amaç plazma içinden bir akım geçirebilmek yolu ile hem artan dirençten dolayı plazmayı ısıtmak hemde parçacık akımından dolayı oluşan magnetik alan içinde plazmayı hapsedebilmektir. Bu düşünce füzyon araştırmalarının en önemli iki sorunu teşkil etmektedir. Şekil 3.2.1 a ve b ' de sırasıyla θ pinch ve Z pinch gösterilmiştir.



Şekil 3.2.1 (a) Z pinch ve (b) θ pinch

Merkezkaç etkisini gidermek amacıyla toroidal yönde helisel bir geometriye sahip olacak şekilde stellarator isimli hapsedme sistemleri tasarlanmıştır. Amaç toroidal doğrultuda helisel geometriye sahip alan çizgileri boyunca parçacıkların Larmor dönmesi yaparak vakum odası içinde hapsedilmesidir. Ancak bu seferde parçacıklar arasında bir elektrik alan oluşur ve parçacıklar için etkin bir $\vec{E} \times \vec{B}$ sürüklenmesi meydana gelir. Bu sürüklenme nedeniyle istenilen sıcaklıkta istenilen parçacık yoğunluğuna ulaşma konusunda önemli kararsızlıklar meydana gelir. Bunun yanında magnetik alan simetrisinden dolayı simetriyi bozan asimetric etkiler oluşur. Ve sonuç olarak Lawson kriteri sağlanamaz. Stellarator geometrisi şekil 3.3.2’de gösterilmiştir.



Şekil 3.3.2 Stellarator Geometrisi

Yukarıda plazmanın hapsedilmesi için tasarlanan magnetik ayna, pinch, tokamak ve stellarator gibi sistemlerin her biri için tüm çalışmalar Lawson Kriterinin sağlanmasına yönelik olarak devam etmektedir.

değerde ise uygun durağan durum transport denklemi denklem (1.1) olarak tanımlanır.

$$\begin{aligned} & \vec{V} \cdot \vec{\nabla} f_0(\vec{r}, \vec{V}) + \\ & \int d\vec{V}' |\vec{V} - \vec{V}'| \left[\sigma_e \left(|\vec{V} - \vec{V}'| \right) f_e(\vec{r} - \vec{V}') + \sigma_x \left(|\vec{V} - \vec{V}'| \right) f_i(\vec{r} - \vec{V}') \right] f_0(\vec{r}, \vec{V}) \\ & = \int d\vec{V}' |\vec{V} - \vec{V}'| \sigma_x \left(|\vec{V} - \vec{V}'| \right) f_0(\vec{r}, \vec{V}') f_i(\vec{r}, \vec{V}) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Bu denklemde f_0 , f_e ve f_i sırasıyla nötr atomların, elektronların ve iyonların dağılım fonksiyonlarıdır. σ_e ve σ_x 'de sırasıyla elektron iyonizasyonu ve karşılıklı yük değişimi tesir kesitleridir. Denklem (1.1) deneysel olarak 1974' te Freeman ve Jones (Freeman and Jones, 1974) tarafından elde edilmiştir ki karşılıklı yük değişimi tesir kesiti iyi bir yaklaşıklıkla hız ile ters orantılıdır. Elektron ve nötr atomların kütle farkından dolayı da iyonizasyon oranı nötr atomların hızından bağımsızdır. Bu durumda denklem (1.1) denklem (1.2) formunda yazılabilir.

$$\begin{aligned} & \vec{V} \cdot \vec{\nabla} f_0(\vec{r}, \vec{V}) + N_i(\vec{r}) [< \sigma_x, V > + < \sigma_e, V >] f_0(\vec{r}, \vec{V}) \\ & = N_i(\vec{r}) < \sigma_x, V > f'_i(\vec{r}, \vec{V}) \int d\vec{V}' f_0(\vec{r}, \vec{V}') \end{aligned} \quad (1.2)$$

Bu denklemde f'_i uzaysal olarak normalize edilmiş iyon dağılımına karşı gelmektedir.

$f'_i = \frac{f_i}{N_i}$ olarak tanımlıdır. Denklem (1.2)' deki N_i niceliği

çarpışmalardan dolayı elektron yoğunluğuna eşit olarak alınan iyon yoğunluğudur. Ve $< >$ notasyonu göz önüne alınan iyon elektron dağılımı üzerinde bir ortalamadır.

Problemi z değişkeni ile düzlemsel geometride incelemek ve iyon dağılımının $T_i(z)$ sıcaklığı ile bir Maxwell dağılımına uygun bir dağılıma sahip olduğu düşünülürse denlem V_x ve V_y hızlarından bağımsız olacaktır.

Bu durumda denklem (1.2)' de bazı düzenlemeler yapılabilir. Denklem (1.2) V_x ve V_y üzerinden integre edilirse ;

$$\begin{aligned}
 & V_z \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_0(\vec{r}, \vec{V}) dV_x dV_y + \\
 & N_i(z) [\langle \sigma_x, V \rangle + \langle \sigma_e, V \rangle] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_0(\vec{r}, \vec{V}) dV_x dV_y \\
 & = N_i(z) \langle \sigma_x, V \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_i'(\vec{r}, \vec{V}) \int dV' f_0(\vec{r}, \vec{V}') dV_x dV_y
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

Bu denklemde ;

$$\Psi(\tau, u) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_0(\vec{r}, \vec{V}) dV_x dV_y \tag{1.4}$$

tanımı yapılırsa denklem (1.3) aşağıdaki forma sahip olur.

$$\begin{aligned}
 & V_z \frac{\partial \Psi(\tau, u)}{\partial z} + N_i(z) [\langle \sigma_x, V \rangle + \langle \sigma_e, V \rangle] \Psi(\tau, u) \\
 & = N_i(z) \langle \sigma_x, V \rangle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_i'(\vec{r}, \vec{V}) \int dV' f_0(\vec{r}, \vec{V}') dV_x dV_y
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

Denklem (1.5)'in her iki tarafı $N_i(z) [\langle \sigma_x, V \rangle + \langle \sigma_e, V \rangle]$ ile bölünürse;

$$\begin{aligned}
 & \frac{V_z}{N_i(z) [\langle \sigma_x, V \rangle + \langle \sigma_e, V \rangle]} \frac{\partial \Psi(\tau, u)}{\partial z} + \Psi(\tau, u) \\
 & = \frac{N_i(z) \langle \sigma_x, V \rangle}{N_i(z) [\langle \sigma_x, V \rangle + \langle \sigma_e, V \rangle]} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_i'(\vec{r}, \vec{V}) \int dV' f_0(\vec{r}, \vec{V}') dV_x dV_y
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

formuna dönüşür. Bu son ifade de boyutsuz olan iki nicelik tanımlanırsa ;

$$u = \frac{V_z}{V} ; \quad \tau = \frac{1}{V} \int_0^z dz' N_i(z') [\langle \sigma_x, V \rangle + \langle \sigma_e, V \rangle] \tag{1.7}$$

ve $V_i = \left(\frac{2kT_i}{m_i} \right)^{\frac{1}{2}}$ olmak üzere ;

$$c(\tau, u) = \frac{\langle \sigma_x, V \rangle \exp \left(-\frac{u^2 \bar{V}^2}{V_i^2(z)} \right)}{[\langle \sigma_x, V \rangle + \langle \sigma_e, V \rangle] V_i(z) \sqrt{\pi}} \quad (1.8)$$

tanımı yapılırsa (1.2) denklemi ;

$$u \frac{\partial \Psi(\tau, u)}{\partial \tau} + \Psi(u, \tau) = c(\tau, u) \int_{-\infty}^{\infty} du' \Psi(\tau, u') \quad (1.9)$$

formuna dönüşür. Bu denklem düzlem geometride hidrojen atomlarının transportu için ilgilenilecek denklemdir. Şimdi bu denklemin çözümü ile ilgilenilecektir.

2. SİNGÜLER ÖZFONKSİYONLARIN KURULMASI

Denklem (1.9)'daki $c(\tau, u)$ teriminin herhangi bir $L(t, u)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü olduğu düşünülürse $c(\tau, u)$ ve $L(t, u)$ arasında aşağıdaki bağıntı geçerli olacaktır.

$$c(\tau, u) = \int_0^{\infty} dt L(t, u) e^{-\tau/t} \quad (2.1)$$

bu durum için denklem (1.9) Mullikin ve Siewert'in (Mullikin and Siewert, 1980) incelemeleri sonucu

$$\Psi_v(\tau, u) = \delta(v - u) e^{-\tau/u} + \Phi_v(\tau, u) \quad (2.2)$$

şeklinde bir çözüme sahiptir. Φ_v için aşağıdaki ifade ile verilen şart geçerli olmalıdır. Bu şart ile çözümün limit değerlerde tanımlı olması şartı yüklenmiş olur.

$$\int_{-\infty}^{\infty} du \Phi_v(\tau, u) = 0 \quad (2.3)$$

Bu şartın yüklenmesi ile denklem (1.9) aşağıdaki gibi forma sahip olacaktır.

$$u \frac{\partial \Phi_v(\tau, u)}{\partial \tau} + \Phi_v(\tau, u) = \int_0^{\infty} dt L(t, u) e^{-\tau/w} \quad (2.4)$$

Bu ifadede $\frac{1}{w} = \frac{1}{t} + \frac{1}{v}$ olarak tanımlıdır. Bu düşüncelerin sonrasında denklem (2.4)'e denklem (2.5) formunda çözüm aranmaktadır.

$$\Phi_v(\tau, u) = \int_0^{\infty} dt K_v(t, u) e^{-\tau/w} \quad (2.5)$$

Bu tanımlı yapılan $\Phi_v(\tau, u)$ denklem (2.3)'de verilen şartı sağlamalıdır. Bu durumda $K_v(\tau, u)$ 'nin de sağlaması gereken bir şart elde edilir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} du K_v(t, u) = 0 \quad (2.6)$$

Şu şekilde bir çözüm aranmaktadır. Eğer

$$(w - u)K_v(t, u) = wL(t, u) \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlanan bir $K_v(\tau, u)$ fonksiyonu

$$K_v(t, u) = \frac{w}{w - u} L(t, u) - \lambda(t, w) \delta(w - u) \quad (2.8)$$

formunda olan bir çözüme sahip olarak bulunabilirse denklem (2.5), denklem (2.4) denkleminin bir çözümü olacaktır. Denklem (2.6) ile verilen şartla $\lambda(t, w)$ fonksiyonunun sahip olması gereken form elde edilebilir. Denklem (2.8) denklem (2.6)'da kullanılacak olursa $\lambda(t, w)$ 'nin;

$$\lambda(t, w) = \int_{-\infty}^{\infty} du \left(\frac{w}{w - u} \right) L(t, u) \quad (2.9)$$

formunda bir yapıya sahip olması gerektiği bulunur. Amaç denklem (2.8)'deki singülerliği kaldırmaktır. Bu sonuçlar birlikte kullanılırsa denklem (1.9)'un denklem (2.10) ile tanımlanan şekli ile singüler çözümler içerdiği görülür.

$$\Psi_v(v, u) = \delta(v - u) e^{-\tau/v} + \int_0^{\infty} dt \left[\left(\frac{w}{w - u} \right) L(t, u) - \lambda(t, w) \delta(w - u) \right] e^{-\tau/w} \quad (2.10)$$

Yukarıdaki düşüncelerin bakış açısı altında denklem (1.9), denklem (2.10) formunda bir çözüme sahip olmalıdır. Denklem (1.9)'un adjointinin düşünülmesi yoluyla denklem (2.10) ile verilen çözümün adjointi

Denklem (1.9)'un adjoint formu denklem (2.11) ile tanımlıdır. Adjoint denklem ile denklem (1.9)'un çözümü arasında bir diklik bağıntısı kurulabilir. Bu yöntem singüler özfonsiyonlar arasında kolay bir şekilde diklik bağıntısı tanımlayabilmek için kullanılan bir çözüm tekniğidir.

$$-u \frac{\partial \Psi^*(\tau, u)}{\partial \tau} + \Psi^*(\tau, u) = \int_{-\infty}^{\infty} du' c(\tau, u') \Psi^*(\tau, u') \quad (2.11)$$

denklem (1.9)'un ve son deklemler ile bunların çözümlerinin u üzerinden integralinin τ 'ya göre olan türevlerinin sıfır olması gerektiği düşünülür.

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-\infty}^{\infty} u \Psi(\tau, u) \Psi^*(\tau, u) du = 0 \quad (2.12)$$

Ya da τ 'nın bazı değerlerinde örneğin $\tau = \infty$ değerlerinde $\Psi \Psi^*$ çarpımı sıfıra gitmesi gerektiği düşünülür. Bu durumda aşağıdaki form elde edilir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} u \Psi(\tau, u) \Psi^*(\tau, u) du = 0 \quad (2.13)$$

Ancak şu belirtilmelidir ki denklem (2.13) eğer Ψ ve Ψ^* için aynı u değerine karşı gelen çözümler değilse, bu ifade bir diklik bağıntısı değildir. Şimdi denklem (2.11) ile verilen adjoint denklem için adjoint özfonsiyonun yani çözümün durumu incelenebilir. Adjoint denklemin çözümü;

$$\Psi_v^*(\tau, u) = \delta(v + u) e^{-\tau/u} + \Phi_v^*(\tau, u) \quad (2.14)$$

Bu çözüm için denklem (2.3)'de olduğu gibi bir şart yüklenmelidir. Ancak yüklenecek şart denklem (2.3)'den farklı olarak;

$$\int_{-\infty}^{\infty} du c(\tau, u) \Phi_v^*(\tau, u) = 0 \quad (2.15)$$

Cebirsel detayların üzerinde durmaksızın adjoint denklemin çözümü ;

$$\Psi_v^*(\tau, u) = \delta(v + u)e^{-\tau/v} + \int_0^\infty dt \left[\left(\frac{w}{w + u} \right) L(t, -v) - \eta(t, w) \delta(w + u) \right] e^{-\tau/w} \quad (2.16)$$

$L(t, -v)$ ve w için denklem (2.1) ve $\frac{1}{w} = \frac{1}{t} + \frac{1}{v}$ tanımları yine geçerlidir.

Özel bir durum olarak $c(\tau, u)$ 'nin $c(\tau, u) = c(\tau)f(u^2)$ formunda değişkenlerine ayrılabilirdiği düşünülebilir. Bu durumda adjoint denklemin çözümü;

$$\Psi_v^*(\tau, u) = (\text{sabit}) \frac{\Psi_v(\tau, -u)}{f(u^2)} \quad (2.17)$$

olduğu sonucu elde edilir ve denklem (2.13) ile verilen diklik bağıntısı

$$\int_{-\infty}^{\infty} u \Psi_v(\tau, u) \frac{\Psi_v(\tau, -u)}{f(u^2)} du = 0 \quad (2.18)$$

formuna dönüşür. Yine τ 'nin bazı değerlerinde $\Psi_v \Psi_v^*$ çarpımının sıfır olduğu düşünülür.

3. F-N ÇÖZÜM METODU

Bu bölümde $\tau=0$ ' da yansıtılan parçacık olmayacak şekilde $\Gamma(u)$ içeri giren parçacık akısıyla bir yarı uzay problemi düşünülecektir. Denklem (1.9) için sınır şartları aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$\begin{aligned}\Psi(0, u) &= \Gamma(u), u > 0 \\ \Psi(\infty, u) &= 0\end{aligned}\quad (3.1)$$

Singüler özfonksiyonlar $0 \leq u < \infty$ aralığında $\tau = \infty$ ' da sıfıra gitmeleri şartıyla bir önceki kesimden bulunur ve denklem (3.2) ile önerilen çözüm yapılır.

$$\Psi(\tau, u) = \int_0^{\infty} d\nu A(\nu) \Psi_{\nu}(\tau, u) \quad (3.2)$$

Denklem (2.13) ile verilen diklik bağıntısının kullanılmasıyla aşağıdaki diklik şartı elde edilir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} u \Psi_{\nu}^{*}(\tau, u) \Psi(\tau, u) du = 0 \quad , \quad 0 \leq \nu < \infty \quad (3.3)$$

Denklem (3.1) ile verilen sınır şartlarının kullanılması ile denklem (3.3) $\tau=0$ ' da Aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\int_0^{\infty} u \Phi_{\nu}^{*}(-u) \Psi(0, -u) du = \int_0^{\infty} u \Phi_{\nu}^{*}(u) \Gamma(u) du \quad (3.4)$$

Burada $\Phi_{\nu}^{*}(u) \equiv \Psi_{\nu}^{*}(0, u)$.olarak tanımlıdır. Denklem (3.4) $u>0$ için $\Psi(0, -u)$ dışarı çıkan akı için çözölen bir singöler integral denklemdir. Denklem (3.4)' ün bir çözöüm tekniğı olarak nötron transport problemleri için Grandjean ve Siewert (Grandjean and Siewert, 1979) tarafından

önerilen F-N metodu kullanılır. Özellikle dışarı çıkan dağılım için N tane açışal dağılım fonksiyonunun bir lineer kombinasyonu olduğu düşünülür.

$$\Psi(0, -u) = \sum_{n=1}^N A_n g_n(u) \quad , \quad u > 0 \quad (3.5)$$

Burada A_n belirlenecek olan katsayıdır.

Denklem (3.4)' de denklem (3.5)' in kullanılmasıyla ve N tane sıralı v_m noktası için hesaplama yapılırsa

$$\sum_{n=1}^N C_{mn} A_n = S_m \quad , \quad m=1,2,3,\dots,N \quad (3.6)$$

Bu denklem A_n için çözülecektir. Öyleki;

$$S_m = \int_0^{\infty} u \Phi_{v_m}^*(u) \Gamma(u) \quad ;$$

$$C_{mn} = \int_0^{\infty} u \Phi_{v_m}^*(-u) g_n(u) \quad (3.7)$$

olarak tanımlıdır. Gelecek kesimde bu metot baz alınarak elde edilen nümerik sonuçlar gösterilmiştir.

4. SABİT PLAZMA SICAKLIĞI

Daha önce tartışılmış olan düşüncelerin bir uygulaması olarak uzaysal olarak T_i sıcaklığından bağımsız bir plazma düşünelim. Bu durumda $\bar{V}$ karakteristik hızının V_i iyon hızına eşit olduğu düşünülür. Bu durum için denklem (1.9) ile verilen transport denklemi;

$$u \frac{\partial \Psi(\tau, u)}{\partial \tau} + \Psi(\tau, u) = \frac{ce^{-u^2}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\tau, u') du' \quad (4.1)$$

formuna sahip olur. Burada c aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$c = \frac{\langle \sigma_x, V \rangle}{\langle \sigma_x, V \rangle + \langle \sigma_e, V \rangle} \leq 1 \quad (4.2)$$

Daha önce türetilmiş olan özfonksiyonlar düşünülerek transport denkleminin çözümü aşağıdaki şekilde verilir.

$$\Psi_v(\tau, u) = \left[\frac{c}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{v}{v-u} \right) e^{-u^2} + [1 - \Lambda(c, v)] \delta(v-u) \right] e^{-\tau/v} \quad (4.3)$$

$$\Psi_v^*(\tau, u) = e^{u^2} \Psi_v(\tau, -u) \quad (4.4)$$

Burada $\Lambda(c, v)$ aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$\Lambda(c, v) = \frac{c}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{v}{v-u} \right) e^{-u^2} du \quad (4.5)$$

Eğer denklem (2.18) ile verilen diklik bağıntısında $\Phi_v(u) = \Psi_v(0, u)$ olarak alınarak kullanılırsa bu durumda;

$$\int_{-\infty}^{\infty} u e^{u^2} \Phi_v(u) \Phi_v(u) du = 0, v \neq v' \quad (4.6)$$

olarak tanımlı bir bağıntı elde edilir. Bu ifadenin elde edilmesinde $\Phi_v(u) = \Phi_v(-u)$ özdeşliği kullanılmıştır. Bulunan son denklem singüler özfonksiyonlar için aşağıdaki şekilde tanımlanan bir diklik bağıntısı önerilmesini olanaklı kılar.

$$\int_{-\infty}^{\infty} u e^{u^2} \Phi_v(u) \Phi_{v'}(u) du = N(v) \delta(v - v') \quad (4.7)$$

Case ve Zweifel (Case and Zweifel, 1967)' in nötron transport denklemi için yaptıkları çalışmalara göre;

$$N(v) = v e^{v^2} \left[\bar{\Lambda}^2(c, v) + \left(\sqrt{\pi} c v e^{-v^2} \right)^2 \right] \quad (4.8)$$

olarak tanımlıdır ve burada $\bar{\Lambda} \equiv 1 - \Lambda$ olarak tanımlıdır. Bu singüler özfonksiyonların sabit plazma sıcaklığı durumu için yarı-bölge tanımlığı Burrell (Burrell, 1978) ve Connor (Connor, 1977) ispat edilmiştir.

Şu aşamada içeri giren akı ;

$$\Gamma(u) = \delta(u - u_0), u_0 > 0 \quad (4.9)$$

olarak kabul edilerek son kesimde tanımlanan F-N metodu kullanılarak sabit iyon sıcaklığı albedo problemini üzerinde çalışılabilir.

Albedo bir yüzey için bu yüzeyden yansıtılan parçacık sayısının yüeye giren parçacık sayısına oranı olarak tanımlanır. Sonsuz bir ortam için $c=1$ dir. Denklem (4.1) ile verilmiş olan transport denkleminin bir çözümü;

$$\Psi(\tau, u) = (\text{sabit}) e^{-u^2} \quad (4.10)$$

şeklindedir ve $\Psi(0, -u)$ dışarı çıkan akı Grandjean ve Siewert (Grandjean and Siewert, 1979)'in nötron transport problemlerindeki uygulamalarından yapılan seçimlerin kıyaslaması ile aşağıdaki şekilde seçilir.

$$\Psi(0, -u) = \sum_{n=1}^N A_n e^{-u^2} u^{n-1}, u > 0 \quad (4.11)$$

Bu durumda S_m kaynak terimleri ve F-N matris denklemindeki C_{mn} matris elemanları

$$S_m = \frac{c v_m}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{u_0}{v_m + u_0} \right); C_{mn} = C_n(v_m) \quad (4.12)$$

olarak tanımlıdır. Burada;

$$C_{n+1}(v) = v C_n(v) - \frac{c v}{2\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right), n \geq 0 \quad (4.13)$$

olarak tanımlıdır ve $\Gamma(z)$ olağan gamma fonksiyonudur. Bunun yanında;

$$C_0(v) = 1 - \frac{c}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left(\frac{1}{v+u} \right) e^{-u^2} du \quad (4.14)$$

olarak tanımlıdır. Öncelikle A_n bulunmalıdır ve Albedo denklem (4.15) ile verilen şekliyle tanımlıdır.

$$A = \frac{1}{2u_0} \sum_{n=1}^N A_n \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) \quad (4.15)$$

Sonuç olarak bilinen A_n 'ler tüm u 'lar için $\Psi(0, u)$ yüzey çözümlerini verir ve denklem (4.7) ile verilmiş olan tüm bölge diklik bağıntısından sabit plazma sıcaklığı için tanımlanmış olan transport denkleminin çözümü;

$$\Psi(\tau, u) = \int_0^\infty A(v) \Phi_v(u) e^{-\tau/v} dv \quad (4.16)$$

olarak tanımlıdır. Burada $A(v)$ aşağıdaki şekliyle tanımlıdır.

$$A(\nu) = \frac{1}{N(\nu)} \int_{-\infty}^{\infty} u e^{u^2} \Phi_{\nu}(u) e^{-\frac{1}{2}u^2} du \quad (4.17)$$

Bu sonuçlar ışığında 2N. mertebeden Hermite polinomlarının kökleri kullanılarak aşağıda tablo 1'de verilmiş olan nümerik sonuçlar elde edilmiştir.

Çizelge 1. F-N metodu ile elde edilen nümerik sonuçlar

N	c=0.94	c=0.96	c=0.98	c=0.99
1	0.64450	0.70549	0.77591	0.81537
2	0.52060	0.63089	0.97128	1.99971
3	0.49809	0.50634	0.33358	-0.11117
4	0.52337	0.63554	0.42510	-9.72386
5	0.52203	0.57702	0.28300	-1.08401
6	0.51944	0.58393	0.02229	-3.69549
8	0.51964	0.58647	0.72259	-3.14020
10	0.51969	0.58615	0.68273	-3.65952

Elde edilen sonuçlar şunları göstermektedir:

- (a) F-N metodunun yakınsaması c, 1 değerine yaklaşırken bozulmaktadır. Görüldüğü gibide c değeri 1 değerine yaklaştıkça sonuçların iyi olmadığı kolayca görülmektedir.
- (b) u_0 azalırken yakınsama bozulmaktadır.
- (c) Yakınsayan çözüm doğru çözümdür.

5. HERMİTE POLİNOMU AÇILIMI

Denklem (4.1) ile verilen “sabit iyon sıcaklığı transport denklemine” denklemin homojenliğini bozacak olan ve kaynak terimine karşı gelecek olan bir terim ekleyerek elde edilecek olan denklem (5.1) üzerinde düşünülün.

$$u \frac{\partial \Psi(u, z)}{\partial z} + \Psi(u, z) = \frac{ce^{-u^2}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} du' \Psi(z, u') + S(u, z) \quad (5.1)$$

Nötron transport teorisinde kullanılan F-N metodunun kıyaslaması ile $\Psi(u, z)$ dağılım fonksiyonu için denklem (5.2) ile verilen çözüm önerisi yapılabilir.

$$\Psi(u, z) = e^{-u^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{h_n} \Psi_n(z) H_n(u) \quad (5.2)$$

Denklem (5.2)'de kullanılan $H_n(x)$ fonksiyonu h_n normalizasyon sabitiyle tanımlı Hermite polinomudur. Rodrigues formülü olarak Hermite Polinomu

$$H_n(x) = e^{x^2} \frac{\partial^n e^{-x^2}}{\partial x^n}; h_n = 2^n n! \sqrt{\pi} \quad (5.3)$$

olarak tanımlıdır ve diklik bağıntısı;

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx = \begin{cases} 0, m \neq n \\ \sqrt{\pi} 2^n n!, m = n \end{cases} \quad (5.4)$$

olarak tanımlıdır. Denklem (5.2)'nin $H_m(u)$ ile çarpıldığı ve diklik bağıntısının uygulandığı düşünülürse açılım katsayıları $\Psi_n(z)$ 'leri verir. Böylece denklem (5.2) ile önerilen çözüm bulunmuş olur. $S(u, z)$ kaynak terimide aynı düşünce ile Hermite polinomları cinsinden seriye açılabilir.

$$S(u, z) = e^{-u^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{h_n} S_n(z) H_n(u) \quad (5.5)$$

Denklem (5.1) ifadesi $H_m(u)$ ile çarpılır ve Hermite polinomları için geçerli olan diklik bağıntısı kullanılacak olursa $\Psi_n(z)$ için aşağıdaki tekrarlama bağıntıları elde edilir.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} \frac{\partial \Psi_1}{\partial z} + (1-c) \Psi_0 &= S_0 \\ -n \frac{\partial \Psi_{n-1}}{\partial z} + \Psi_n - \frac{1}{2} \frac{\partial \Psi_{n+1}}{\partial z} &= S_n \end{aligned} \quad (5.6)$$

Nötron transport teorisindeki F-N metodunun kıyaslaması olarak H-N yaklaşımında da N tek ise $\Psi_{N+1} = 0$ ayarlaması yapılır. Bir transport sınır şartı olarak sol yarı için

$$\Psi(0, u) = \Gamma(u), \quad u > 0 \quad (5.7)$$

sınır şartı kabul edilir. P-N metodundaki Marshak sınır şartının kıyaslaması ile H-N yaklaşımı için $\left(\frac{N+1}{2} \right)$ tane sınır şartının olduğu sonucu elde edilir. Bu durumda;

$$\Gamma_m = \sum_{n=0}^N C_{mn} \Psi_n = 0, \quad m=1,3,5,\dots,N \quad (5.8)$$

olarak tanımlanır. Denklem (5.8)'de kullanılan terimler denklem (5.9) ile tanımlıdır.

$$\Gamma_m = \int_0^{\infty} u^m \Gamma(u) du; \quad C_{mn} = \frac{1}{h_n} \int_0^{\infty} u^m e^{-u^2} H_n(u) du \quad (5.9)$$

Bu sınır şartları düzlem geometri için sağ tarafta da geçerli olacaktır. Bunun yanında denklem (5.6) N'nin tüm değerleri için süreklilik denklemidir.

$$\frac{\partial J}{\partial z} + (1-c)\rho = S_0 \quad (5.10)$$

N=1 için yani en düşük mertebe için difüzyon ya da akışkan tanımı bulunur. Denklem (5.6)'dan $S_1=0$ ise,

$$J = -\frac{1}{2} \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (5.11)$$

sonucu elde edilir. Bu difüzyon denklemdir ve difüzyon katsayısı $\frac{1}{2}$ 'dir. Nötron transport teorisinde bu katsayı $\frac{1}{3}$ 'dür. Difüzyon yaklaşımında sol taraf için sınır şartı $m=n=1$ için denklem (5.8)'den

$$J_{giren} = \left(\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \right) \rho(0) - \frac{1}{4} \frac{\partial \rho(0)}{\partial z} \quad (5.12)$$

olarak tanımlıdır. Eğer içeri giren akı sıfır olarak alınırsa bu durumda lineer extrapolasyon uzaklığı bulunur.

$$\frac{\rho}{\frac{\partial \rho}{\partial z}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0,886 \quad (5.13)$$

Eğer uzaysal olarak sıcaklığa bağlı bir plazma düşünülürse denklem (5.1) aşağıdaki forma dönüşür,

$$u \frac{\partial \Psi(u, z)}{\partial z} + \Psi(u, z) = \frac{c(z) e^{-\frac{u^2}{a^2(z)}}}{\sqrt{\pi} a(z)} \int_{-\infty}^{\infty} du' \Psi(z, u') + S(u, z) \quad (5.14)$$

Bu ifade de $a^2(z)$ iyonlar için boyutsuz bir sıcaklık dağılım fonksiyonudur. Bu durum için $\Psi(u, z)$ yerel bir Maxwelyen dağılım civarında seriye açılabilir.

$$\Psi(u, z) = e^{-\frac{u^2}{a^2(z)}} \sum_{n=0}^N \Psi_n(z) u^n \quad (5.15)$$

Bu tanımda N tektir ve denklem (5.7)'nin ilk N+1 tane terimini içerir. Bu yaklaşım $a=1$ için Hermite polinomu açılımına eşittir. Örneğin N=1 için difüzyonun Fick kanunu elde edilir.

$$J = -\frac{1}{2} \frac{\partial(a^2 \rho)}{\partial z} \quad (5.16)$$

Bu ifade genel durumda nötr atomların akımının iyon sıcaklığının gradyenti ile orantılı olduğunu gösterir.

H-N yaklaşımının kesinliğinin denemesi amacıyla denklem (4.9) ile verilmiş olan giriş delta fonksiyonu ve sabit iyon sıcaklığı durumunda yarı uzay albedo problemi düşünülebilir. Sonuçlar P-10 yaklaşımı sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

H-1 yaklaşımında ki bu yaklaşım daha önce değinildiği üzere akışkan tanımı ile uyur, aşağıdaki albedo sonucu bulunur.

Kaynak teriminin olmadığı yani $S_0=0$ ve $S_1=0$ olduğu düşünülür ve denklem (5.6) ile tanımlanan tekrarlama bağıntıları kullanılacak olursa,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \Psi_1}{\partial z} + (1-c) \Psi_0 &= 0 \\ \frac{\partial \Psi_0}{\partial z} + \Psi_1 &= 0 \end{aligned} \quad (5.17)$$

Bu denklemlerin beraber çözülmesi ile;

$$\begin{aligned} \Psi_0 &= A_0 e^{-\sqrt{2(1-c)}z} \\ \Psi_1 &= \sqrt{2(1-c)} A_0 e^{-\sqrt{2(1-c)}z} \end{aligned} \quad (5.18)$$

sonuçları elde edilir. Bu çözümlere ulaşıldıktan sonra denklem (5.2) ile verilmiş olan tam çözüme geçilebilir.

$$\Psi(u, z) = e^{-u^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Psi_0(z) + \frac{u}{\sqrt{\pi}} \Psi_1(z) \right\} \quad (5.19)$$

Elde edilen bu sonuçlardan sonra albedonun hesabına geçilebilir. Albedo bir yüzeye giren ve çıkan akının oranı şeklinde matematiksel olarak aşağıdaki şekilde tanımlıdır.

$$A = \frac{\int_0^{\infty} u \Psi(0, -u) du}{\int_0^{\infty} u \Psi(0, u) du} \quad (5.20)$$

olarak tanımlıdır. Elde edilen sonuçlara göre H-1 yaklaşımı için;

$$A = \frac{\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} u e^{-u^2} A_0 du - \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{2(1-c)}}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} A_0 du}{\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} u e^{-u^2} A_0 du + \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{2(1-c)}}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} A_0 du} = \frac{2 - \sqrt{2\pi(1-c)}}{2 + \sqrt{2\pi(1-c)}} \quad (5.21)$$

sonucu elde edilir. Ancak bu ifadenin iki önemli eksikliği vardır. Bunlardan birincisi u_0 'dan bağımsız olması ve diğeri de $c < 0.36$ değeri için negatif bir albedo tanımlamasıdır. Bu iki eksiklik parçacıklar arasında meydana gelen çarpışmaların da göz önüne alınmasıyla düzeltilir. Çarpışmalarda göz önüne alındığında H-1 yaklaşımı için albedo için (5.22) nolu ile verilen denklem elde edilir.

$$A = \frac{2c}{\left[2 + \sqrt{2\pi(1-c)} \right] \left[1 + u_0 \sqrt{2(1-c)} \right]} \quad (5.22)$$

Tablo'2 de elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Üstten alta doğru (1) H-1, (2) H-3, (3) H-1, ilk çarpışma (4) F-10 (tam) sonuçları gösterilmiştir. Tüm c ve u_0 parametreleri için ilk çarpışma yaklaşımı oldukça iyi sonuçlar vermiştir.

Çizelge 2. F-N ve H-N metodu ile elde edilen albedo değerleri

u_0	$c=0.5$	$c=0.9$	$c=0.96$
1.0	0.0603	0.432	0.599
1.0	0.106	0.450	0.608
1.0	0.133	0.445	0.598
1.0	0.119	0.428	0.586
10.0	0.0603	0.432	0.599
10.0	2.147	-3.285	-3.856
10.0	0.0241	0.118	0.200
10.0	0.0219	0.112	0.194
100.	0.0603	0.432	0.599
100.	206.	-377.	-450.
100.	0.00262	0.0141	0.0262
100.	0.00241	0.0135	0.0254

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışma iki bölüm halinde yapılmıştır. İlk bölümde plazma fiziğinin esas çalışma konularından olan *Füzyon* enerjisi üzerinde durulmuş ve plazmanın hapsedilmesi esasları incelenmiştir. İncelemede ilk hapsedme sistemlerinden olan *Magnetik Ayna* incelenmiştir. Magnetik Ayna sistemleri içinde plazmanın hapsedilme esasları ayrıntılı olarak işlenmiştir. Plazmayı oluşturan parçacıklar arasındaki çarpışmalar ve plazma içindeki kararsızlıklar nedeniyle parçacıkların hız uzayında *kayıp koni dağılımı* göstererek magnetik ayna sistemini terkettikleri ve bu sebepten dolayı Lawson kriterinin sağlanamadığı sonucu incelenmiştir. Lawson Kriteri sağlanamadığı için magnetik ayna sistemlerinde kontrollü olarak füzyon tepkimelerinin elde edilemediği sonucuna varılmıştır.

Magnetik ayna sistemlerinin bu başarısızlığından dolayı Lawson Kriterinin sağlanması amacıyla dizayn edilen tokamak, stellarator ve pinch gibi diğer sistemlerde kısaca değinilmiştir.

İkinci bölümde bir hidrojen plazması içine nötr hidrojen atomlarının gönderilmesi incelenmiştir. Nötr hidrojen atomlarına ait transport denklemi deneysel sonuçlar yardımıyla ve iyon dağılımının bir Maxwell dağılımı sergilediği yaklaşımıyla düzlem geometride yazılmıştır. Düzlem geometride yazılmış nötr atom transport denkleminin denklemin nötron transport teorisindeki integro diferansiyel denklemden farklı olarak $(-1,+1)$ aralığında olan integral aralığının hidrojen plazması için $(-\infty,+\infty)$ aralığında olduğu görülmüştür. Daha sonraki aşamada düzlem geometride elde edilen nötr atom transport denklemine nötron transport denkleminin incelenmesinde kullanılan özfonksiyonlar aranmıştır. Sabit plazma sıcaklığı yaklaşımı ile özfonksiyonlar ve bu özfonksiyonlar arasındaki diklik bağıntılarının elde edilmesinden sonra nötron transport teorisindeki F-N metodu kullanılarak yarı uzay albedo değerleri hesaplanmıştır. F-N metodu yardımıyla elde edilen değerlerde c'nin 1'e yakın değerleri için albedonun negatif değerler aldığı görülmüştür. Bu sebeple integro diferansiyel denklemin aralığının $(-\infty,+\infty)$ aralığında tanımlı olmasından dolayı Hermite polinomları ile yarı uzay albedo hesabı yapılmıştır. Hermite polinomlarının kullanılmasıyla elde edilen albedo değerlerinin F-N metodu ile elde edilen değerlere oldukça yakın olduğu ve c'nin 1'e yaklaşan değerlerinde sorun çıkarmadığı görülmüştür.

KAYNAKLAR

BURRELL K.H. (1978) *Phys. Fluids*, 21, 2202-2207

BURRELL K.H. , AND CHU C. (1979) *Phys. Fluids*, 22, 263-265

CASE K.M. ve Zweifel P.F. (1967) *Linear Transport Theory*, Sec. 4.5. (Addison-Wesly Publishing Company)

CHORLTON Frank (1963) *Textbook Of Fluid Dynamics*, Sec. 9. (D. Van Nostrand Company)

CONNOR J.W. (1967) *Plasma Physics*, 19, 853-873

FRANCIS F. Chen (1977) *Introduction to Plasma Physics* (Plenum Press)

FREEMAN R.L. AND JONES E.M. (1974) Culhalm Laboratory Report, CLM-R137, Abingdon, Oxon, United Kingdom.

GARCIA R.D.M. , POMRANING G.C. , SIEWERT C.E. (1982) On The Transport Of Neutral Hydrogen Atoms In A hydrogen Plasma (*Plasma Physics*, Vol. 24, No. 8, pp 903-922)

GARCIA R.D.M. AND SIEWERT C.E. (1979) "Radiative Transfer in Finite Inhomogeneous Atmospheres," *J. Quant. Spectros. Rad. Transfer*

GARCIA R.D.M. AND SIEWERT C.E. (2000) The Transport Of Neutral Hydrogen Atoms in A Hydrogen Plasma (*Nuclear Science And Engineering*: 136, 140-149)

GRANDJEAN P. AND SIEWERT C.E. (1979) *Nucl. Sci. and. Eng.*, 69, 161-168

MULLIKIN T. W. AND SIEWERT C.E. (1980) *Ann. Nucl. Energy*, 7, 205

POMRANING G.C. (1981) Neutral Particle Transport , *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 8, pp 215-226

POST R.F. (1978) The Physics Of Field Reversed Mirrors (Commision Of The European Communities Fourth International Conference On Driven

POST R.F. (1980) Magnetic Mirror Fusion-Status and Prospects (The 20th American Society of Mechanical Engineers Symposium on "Fusion Energy Production: The Potential and the Problems")

POST R.F. (1987) Magnetic Mirror Fusion Systems; Characteristics and Distinctive Features (The Course and Workshop on Physics of Mirrors, Reversed Field Pinches and Compact., Tori, Verenna, Italy.)

RECEIVED
2000 01 10 10:00 AM
FUSION ENERGY

ÖZGEÇMİŞ

Lüleburgaz'da 1976 yılında doğdu. İlk öğrenimini Erzincan, Orta ve lise öğrenimini Lüleburgazda tamamladı. 1993 yılında girdiği Ankara Üniversitesi Fizik Bölümünden 1997 yılında mezun oldu. 1998 yılında Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde Yüksek Lisans eğitimine başladı.

Halen yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
ATILIM MERKEZİ