

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI**

BULANIK REGRESYON VE EKONOMETRİK BİR UYGULAMA

Tuğçe KAYA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA / 2014

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI**

BULANIK REGRESYON VE EKONOMETRİK BİR UYGULAMA

Tuğçe KAYA

Danışman: Doç. Dr. Gülsen KIRAL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA / 2014

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğüne;

Bu çalışma, jürimiz tarafından Ekonometri Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Doç. Dr. Gülsen KIRAL
(Danışman)

Üye: Prof. Dr. Seda ŞENGÜL

Üye: Prof. Dr. Dilek BOSTAN BUDAK

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim elemanlarına ait olduklarını onaylarım.

...../...../2014

Prof. Dr. Yıldırım Beyazıt ÖNAL

Enstitü Müdürü

NOT: Bu tezde kullanılan ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'ndaki hükümlere tabidir.

ÖZET

BULANIK REGRESYON VE EKONOMETRİK BİR UYGULAMA

Tuğçe KAYA

Yüksek Lisans Tezi, Ekonometri Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Gülsen KIRAL

Haziran 2014, 90 sayfa

Bu araştırma, çoğu kez farkına varılamayan fakat günlük yaşamda çoğu yerde kullanılan, Zadeh tarafından 1965 yılında ortaya atılmış olan bulanık mantık ve bundan yola çıkarak geliştirilen bulanık regresyon modellerini tanımlamak ve açıklamak amacıyla yapılmıştır. Klasik mantıkta, dilsel ifadeler yer verilmezken bulanık mantıkta birçok değer dilsel olarak ifade edilmektedir. Bu nedenle klasik mantık kümesi *kesin değerleri* içerirken bulanık mantık kümesi ise kesin değerler dışında *olabilir değerleri* de içerisine almaktadır.

İstatistik biliminde, klasik regresyonun bir bağımlı değişkenin bir ya da birden fazla bağımsız değişken tarafından açıklanmasını ifade ettiğini biliyoruz. Fakat sağlıklı bir analiz doğadan kesin bilgi toplamayı gerektirdiği için klasik regresyon ile elde edilen tahminler bazen gerçek yaşamla tutarlı sonuçlar vermemektedir. Yapılan araştırmalarda bazı durumlarda bulanık regresyonun klasik regresyondan daha iyi sonuçlar verdiğini ve gerçek yaşamla daha tutarlı sonuçlara ulaşılabilirdiği görülmüştür.

Bu bağlamda bu çalışmada bulanık regresyonun klasik regresyondan daha iyi sonuçlar verdiğini gösterilmeye çalışılmıştır. Uygulamanın ilk kısmında 2000-2012 dönemleri arasında TCMB'den alınan Tüketim miktarı ve GSYİH verileri ile tüketim fonksiyonu kurulmuş ve bulanık regresyon ile tahmin edilmeye çalışılmıştır. Uygulamanın ikinci kısmında ise 1994-2012 dönemleri arasında DPT'den alınan İthalat miktarı, GSYİH ve kur verileri ile ithalat fonksiyonu kurulmuş ve ithalat miktarının değişimi klasik regresyon ve bulanık regresyon yöntemleri ile modellenip, karşılaştırmalı olarak incelenmeye çalışılmıştır.

Anahtar kelimeler: Bulanık mantık, klasik mantık, bulanık regresyon, klasik regresyon.

ABSTRACT**FUZZY REGRESSION AND AN ECONOMETRIC APPLICATION****Tuğçe KAYA****Master Thesis, Department of Econometrics****Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Gülsen KIRAL****June 2014, 90 pages**

The initial purpose of the study is to define fuzzy logic which was suggested by Zadeh in 1965 and which covers a substantial part of a daily life, usually in an unconscious sense. Then, the latter purpose of the study is to explain fuzzy regression models which are developed due to fuzzy logic. While classical logic doesn't involve linguistic statements, many values are expressed as linguistically in fuzzy logic. Thus, classical logic set includes *certain values*, but fuzzy logic set includes *possible values* and also certain values.

As we know, in statistics, classical regression means explaining of one dependent variable by one or more than one independent variables. But because of a reliable analysis requires certain informations from nature, estimations of classical regression may not be consistent with the real life, occasionally. In researches, it is suggested that in some cases, fuzzy regression offers significant results than classical regression and it leads to more consistent results with the real life.

In this context, the study attempts to present that the results of fuzzy regression are better than the classical regression. Thus, in the first part of the econometric analysis, we set a consumption function by using the TCMB's data of quantity of consumption and GDP in 2000-2012 periods and made estimation with fuzzy regression. Then, in the second part of the econometric analysis, we set an import function by using the data of quantity of import, GDP and exchange rates and changes of the quantity of import are analysed comparatively by using both classical and fuzzy regression methods.

Keywords: Fuzzy logic, classical logic, fuzzy regression, classical regression.

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim ve tez çalışmamın başından beri yol gösteren, bilgi ve tecrübeleri ile beni aydınlatan değerli danışman hocam sayın Doç. Dr. Gülsen KIRAL'a, yüksek lisans öğrenimim boyunca hayatıma kattıkları için ve her şeyden önemlisi güveni için teşekkürlerimi sunarım.

Tez jürimde yer alan, eleştiri ve katkılarıyla tezimin şekillenmesine yardımcı olan, ayrıca bana her zaman destek ve moral veren, yaşadığı tecrübeleri benimle paylaşıp, ileriye daha sağlam adımlar atmamı sağlayan değerli hocam Prof. Dr. Dilek BOSTAN BUDAK'a teşekkürü bir borç bilirim.

Eleştiri ve katkılarıyla çalışmamın şekillenmesine yardımcı olan ve tez jürimde yer alan değerli hocam Prof. Dr. Seda ŞENGÜL'e teşekkür ederim.

Hayatta sonsuz saygı duyduğum, her sıkıntıda yanımda olan, hiçbir zaman desteğini ve sevgisini esirgemeyen, annem olmasından gurur duyduğum, elleri öpülesi O mükemmel insana, Annem Makbule KAYA'ya ve bütün kararlarımda yanımda olan, en önemlisi kardeş sevgisini daima hissettiren, Ablam Zerrin KAYA'ya çok çok teşekkür ederim.

Ayrıca yüksek lisans eğitimim boyunca bana her zaman destek ve moral veren arkadaşlarım Arş. Gör. Çiler SİGEZE'ye ve Arş. Gör. Mehmet Fatih TRAŞ'a teşekkürü bir borç bilirim.

Son olarak bu tezin oluşumunun her aşamasında yanımda olan, sevgisinin ve desteğinin her zaman yanımda olduğunu hissettiğim, zor anlarımda çalışma azmi ve moral veren değerli Eşim Mehmet Sedat UĞUR'un bu çalışmada emeği büyüktür, kendisine sonsuz teşekkürlerimi sunarım ve çalışmamı Eşime ithaf etmek isterim.

Tuğçe KAYA

Adana, 2014

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
ÖNSÖZ	v
KISALTMALAR LİSTESİ	ix
TABLolar LİSTESİ	x
ŞEKİLLER LİSTESİ	xi
EKLER LİSTESİ	xii

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Çalışmanın Önemi.....	1
1.2. Çalışmanın Kapsamı ve Kısıtları.....	2
1.3. Çalışmanın Amacı.....	2
1.4. Çalışmanın Planı.....	3

BÖLÜM II

BULANIK MANTIK VE BULANIK KÜME TEORİSİ

2.1. Bulanık Mantık Tanımı ve Uygulama Alanları.....	4
2.2. Bulanık Mantığın Avantajları ve Dezavantajları.....	8
2.3. Bulanık Küme Teorisi.....	9
2.4. Bulanık Kümelerde Üyelik Fonksiyonu.....	11
2.4.1. Üyelik Fonksiyonu Türleri ve Özellikleri.....	12
2.4.2. Üyelik Fonksiyonunun Özellikleri.....	16
2.4.2.1. Normallik.....	16
2.4.2.2. Monotonluk.....	17
2.4.2.3. Simetri.....	17
2.5. Bulanık Kümelerin Gösterimi.....	17

2.6. Bulanık Kümelerde İşlemler.....	17
2.6.1. Destek Kümesi.....	20
2.6.2. α Kesimi.....	20
2.6.3. Geçiş Noktası.....	20
2.6.4. Boş Küme.....	20
2.6.5. Kernel Kümesi.....	21
2.6.6. Düzey Kümesi.....	21
2.6.7. Alt Küme ve Eşit Kümeler.....	21
2.6.8. Dış Bükeylik.....	21
2.6.9. Bulanık Kümelerde Genişleme Prensipleri.....	22
2.7. Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler.....	23
2.7.1. Üçgensel Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler.....	23
2.7.2. Yamuksal Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler.....	24

BÖLÜM III

BULANIK DOĞRUSAL REGRESYON VE MODELLERİ

3.1. Basit ve Bulanık Regresyon Modellerine Giriş.....	26
3.2. Bulanık Regresyon ve Modelleri.....	29
3.2.1. Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık Doğrusal Regresyon (Tanaka Modeli)	29
3.2.1.1. Aralık Regresyon Analizi.....	32
3.2.1.2. Üstel Olabilirlik Regresyon Analizi (Genişletilmiş Tanaka M.)	34
3.2.1.3. Bulanık Bağımsız Gözlemler Kullanarak Bulanık Doğrusal Regresyon Analizi.....	36
3.2.1.4. Bulanık Aralıkları İçeren Bulanık Doğrusal Regresyon Analizi.....	38
3.2.1.5. Çok-Amaçlı Bulanık Regresyon Analizi (Özelkan ve Duckstein Modeli).....	39
3.2.2. Hojati-Bector-Smimou Modeli.....	40
3.2.3. Bulanık En Küçük Kareler Yöntemine Göre Bulanık Regresyon.....	42
3.3. Bulanık Doğrusal Regresyon Modellerinin Genel Değerlendirmesi.....	44

BÖLÜM IV

BULANIK REGRESYON UYGULAMALARI

4.1. Tüketim Fonksiyonu Shapiro Örneği.....	47
4.1.1. Tüketim Regresyon Modeli.....	47
4.1.1.1. Modelin Alt Sınır, Üst Sınır ve Yayılımlarının Belirlenmesi.....	50
4.1.1.2. Regresyon Denkleminin ve Katsayıların Yayılımının Elde Edilmesi.....	50
4.2. Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemleri.....	53
4.3. Tanaka (1982) Yöntemi ile Tahmin	58
4.4. Tanaka (2007)'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi ile Tahmin.....	61
4.5. Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon Yöntemi (1991) ile Tahmin.....	63
4.6. Aralık Regresyon Analizi (1995) Yöntemi ile Tahmin.....	65

BÖLÜM V

SONUÇ VE ÖNERİLER

5.1. Sonuç.....	70
5.2. Öneriler.....	71
KAYNAKÇA.....	72
EKLER.....	76
ÖZGEÇMİŞ.....	90

KISALTMALAR LİSTESİ

BDR: Bulanık Doğrusal Regresyon

DPT: Devlet Planlama Teşkilatı

EKK: En Küçük Kareler

GSYİH: Gayri Safi Yurt İçi Hasıla

HKO: Hata Kareler Ortalaması

JIT: Just in Time

KDP: Klasik Doğrusal Regresyon

MRP: Material Requirement Planning

R&D: Araştırma ve Geliştirme (Research and Development)

TCMB: Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası

TABLolar LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 1. Bulanık Mantık Uygulama Şekilleri.....	5
Tablo 2. Bulanık Mantık Uygulamaları.....	6
Tablo 3. Üyelik Fonksiyon Türleri ve Özellikleri.....	12
Tablo 4. Bulanık Küme İşlemleri.....	18
Tablo 5. Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler.....	23
Tablo 6. Bulanık Regresyon Örnek Verileri.....	27
Tablo 7. Normallik Testi Sonuçları.....	48
Tablo 8. Breusch-Godfrey Otokorelasyon LM Testi.....	49
Tablo 9. Chow Kırılma Noktası Testi: 2008.....	49
Tablo 10. White Değişen Varyans Testi.....	49
Tablo 11. Normal Regresyon Tahmin Değerleri ve Bulanık Regresyon ile Elde edilen Alt, Üst ve Tüketime Tahmin Değerleri.....	51
Tablo 12. Bulanık Regresyon Sonucu Elde Edilen Üst, Alt ve Tüketim Tahmin Değerleri...	52
Tablo 13. İthalat Miktarı için Regresyon Analizi Katsayılar Testi.....	54
Tablo 14. İthalat Anova Tablosu.....	54
Tablo 15. Normallik Testi Sonuçları.....	55
Tablo 16. Breusch-Godfrey Otokorelasyon LM Testi	55
Tablo 17. White Değişen Varyans Testi.....	55
Tablo 18. Gerçek ve Klasik Regresyon ile Tahmin Edilen Y_i (İthalat) Değerleri.....	57
Tablo 19. Bulanık Regresyon Sonuçlarının H Değerleri İçin Sistem Bulanıklığı Yönünden Karşılaştırılması.....	66
Tablo 20. Bulanık Regresyon Sonuçlarının $\bar{h}$ Yönünden Karşılaştırılması.....	67
Tablo 21. Bulanık Regresyon Sonuçlarının HKO Yönünden Karşılaştırılması.....	68

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1. Normal Bulanık Küme.....	16
Şekil 2. Normal Olmayan(Normalaltı) Bulanık Küme.....	16
Şekil 3. Bulanık Kümelerin Farklı α Düzeylerinde Kesilmesi.....	20
Şekil 4. Konveks ve Konveks Olmayan Kümelerin Gösterimi.....	22
Şekil 5. Alt ve Üst Sınırların Kavramsallaştırılması.....	28
Şekil 6. Bulanık Regresyon Aralığı.....	28
Şekil 7. Bulanık Katsayılar (a) ve Simetrik Bulanık Parametreler (b).....	31
Şekil 8. Bulanık Doğrusal Regresyon ve h-güvenilirlik Modeli.....	32
Şekil 9. Aralık Regresyon Modelleri.....	34
Şekil 10. a) Sakawa ve Yano ve b) Peters Modeli Analizi.....	38
Şekil 11. $\ln Y(\text{üst})$, $\ln Y(\text{alt})$ ve $\ln Y(\text{Tüketim})$ Eğrilerinin Birbirine Göre Konumları.....	52
Şekil 12. $Y(\text{üst})$, $Y(\text{alt})$ ve $Y(\text{Tüketim})$ Eğrilerinin Birbirine Göre Konumları.....	53

EKLER LİSTESİ

Sayfa

EK 1. Tanaka (1982) Yönteminin $H=0$ için LİNGO Paket Program Kodu.....	76
EK 2. Tanaka (1982) Yönteminin $H=0.5$ için LİNGO Paket Program Kodu.....	77
EK 3. Tanaka (1982) Yönteminin $H=0.7$ için LİNGO Paket Program Kodu.....	78
EK 4. Tanaka (2007)'nin Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yönteminin $H=0$ için LİNGO Paket Program Kodu.....	80
EK 5. Tanaka (2007)'nin Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yönteminin $H=0.5$ için LİNGO Paket Program Kodu.....	81
EK 6. Tanaka (2007)'nin Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yönteminin $H=0.7$ için LİNGO Paket Program Kodu.....	82
EK 7. Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık Regresyon Yöntemi (1991)'nin $H=0$ için LİNGO Paket Program Kodu.....	84
EK 8. Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık Regresyon Yöntemi (1991)'nin $H=0.5$ için LİNGO Paket Program Kodu.....	85
EK 9. Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık Regresyon Yöntemi (1991)'nin $H=0.7$ için LİNGO Paket Program Kodu.....	87
EK 10. Aralık Regresyon Analizi için LİNGO Paket Program Kodu.....	88

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Çalışmanın Önemi

Geçmişten günümüze kadar gelen ve Aristo mantığı olarak da bilinen klasik mantık, ikili mantık sistemine dayanmaktadır. Yani bir diğer ifade ile doğru- yanlış, iyi- kötü, güzel- çirkin, evet- hayır, sıcak- soğuk, siyah- beyaz gibi sadece ikili ifadeleri ele almaktadır. Fakat günlük yaşantımızda çoğu ifadeyi derecelendirerek kullanmaktayız. Gerçek yaşam, mutlak karar ortamları üzerine kurulu olmadığı için karar ortamlarında kesin siyah ve kesin beyaz yerine grinin tonlarının da olduğu veya kesin doğru ve kesin yanlışın yerine yaklaşık olarak doğru ya da yanlışın olduğu göz ardı edilmemelidir. Bu durumda da bulanık mantıktan söz etmek gerekir.

Bulanık mantığın ve aynı zamanda bulanık küme teorisinin temelleri 1960'lı yılların ortalarına doğru Azeri asıllı Prof. Lütfi A. Zadeh tarafından oluşturulmuştur. Bulanık mantık, insan düşüncesinin kullandığı sözel bilgileri / ifadeleri matematiksel verilere çevirir ve bunları bulanık küme teorisi ile ifade eder. Klasik küme teorisinde bir eleman o kümenin ya elemanıdır ya da değildir. Hiçbir zaman kısmi üyesi olamaz. Üyelik değeri "1" ise nesne o kümenin elemanıdır, "0" ise elemanı değildir. Klasik kümenin aksine bulanık kümelerde nesnenin $[0, 1]$ aralığında kümeye aidiyet derecesi vardır.

Klasik mantığın belirsizliklerini bulanık mantığın tamamladığı gibi klasik doğrusal regresyonun da eksikliklerini bulanık doğrusal regresyon tamamlamaktadır. Klasik regresyon, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki doğrusal ilişkinin var olduğunu ortaya koyan istatistiksel bir araçtır. Fakat sağlıklı bir analiz doğadan kesin bilgiyi toplamayı gerektirmektedir ve bu çoğu zaman imkânsız olduğundan, böyle durumlarda klasik regresyon analizinin eksiklikleri, bulanık regresyon ile telafi edilebilmektedir.

Özelkan ve Duckstein (2000)'e göre;

- i. Veri kümesi, klasik regresyon analizini gerçekleştirecek kadar yeterli değilse,
- ii. Klasik dağılım varsayımları ispat edilemezse,
- iii. Regresyon modelinin uygunluğu yeterli değilse,
- iv. İnsan yargıları modele dâhil olursa, bulanık regresyon, klasik regresyondan daha iyi sonuçlar vermektedir.

Regresyon analizinde bazen bağımlı değişkeni birden fazla bağımsız değişken açıklamaktadır. Fakat çoğu zaman bağımlı değişkeni açıkladığı düşünülen bağımsız değişkenlerin bazıları çeşitli sebeplerle modele dâhil edilememektedir. Dolayısıyla yapılan klasik regresyon analizi sağlıklı sonuçlar vermemektedir. Böyle durumlarda bulanık regresyon devreye girmekte ve klasik regresyon sonuçlarından daha sağlıklı sonuçlar elde etmemizi sağlamaktadır.

Bu bağlamda bu çalışma, yukarıda bahsedilen sebeplerden dolayı bulanık regresyon yöntemlerinin klasik regresyon sonucundan daha iyi sonuçlar verdiğini göstermek ve bulanık mantığın temellerini daha iyi anlayabilmek adına önem arz eder.

1.2. Çalışmanın Kapsamı ve Kısıtları

Çalışma öncelikle klasik regresyonun genel bir incelemesini kapsamaktadır. Ardından daha spesifik ve detaylı bir bulanık regresyon incelemesi sunmaktadır. Bu bağlamda çalışmada, bulanık regresyonun tanımları ve temel modelleri incelenmiştir. Klasik regresyon ile klasik regresyondan daha fazla uygulama alanı içerse de daha karmaşık bir yapıya sahip olan bulanık regresyon arasındaki temel farkları ifade etmeye çalışan bu çalışma, nihayetinde, toplanan veriler kullanılarak yapılan klasik regresyon ve bulanık regresyon analizleri sonucunda elde edilen bulguların karşılaştırılmasını içermektedir.

Bulanık mantık, verilerdeki bulanıklığa da bağlı olarak içerisinde bir takım kısıtlar barındırmaktadır. Öyle ki, bulanık sistemden bir model geliştirmek oldukça güçtür. Aynı zamanda bulanık regresyon aralığı hakkında kesinleşmiş yorumlar yapmak da çoğu kez mümkün olamamaktadır. Bunlar gibi, bulanık mantığa ilişkin bir takım dezavantajlar, çalışmanın da kısıtlarını ifade etmektedir.

1.3. Çalışmanın Amacı

Bu tez çalışmasının temel amacı, bağımlı değişkeni birden fazla bağımsız değişkenin belirlediği durumlarda ve bu bağımsız değişkenlerin modele bazen dâhil edilememesi durumunda bulanık regresyonun klasik regresyondan daha iyi sonuçlar verdiğini göstermektir.

Uygulamada ise Shapiro (2004)'nın makalesinden yola çıkarak 2000-2012 yılları arasında Gayrisafi Yurtiçi Hasıla (GSYİH)'nın tüketim miktarı üzerindeki etkisi bulanık regresyon ile incelenmeye çalışılmış, ayrıca 1994-2012 yılları arasında GSYİH

ve kur değerlerinin ithalat miktarı üzerindeki etkisini görmek için ithalat fonksiyonu kurulmuştur. Uygulamada ise bu değişkenlere önce klasik regresyon ardından da bulanık regresyon yöntemleri uygulanmış ve bu yöntemler karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

1.4. Çalışmanın Planı

Giriş ve sonuç bölümleri de dâhil olmak üzere, beş bölümden oluşan tez çalışmasının birinci bölümünü çalışmanın önemi, amacı, kapsam ve kısıtlarını içeren giriş kısmı oluşturmaktadır.

İkinci bölümde, bulanık mantığın tanımı, uygulama alanları, matematiksel özellikleri, avantajları ve dezavantajları ele alınmaktadır. Bu bağlamda bu bölümde, bulanık mantığın, psikoloji, ekonomi ve finans, çevre bilimi gibi farklı birçok alanda kendine uygulama alanı bulduğu görülmektedir. Yine aynı bölümde bulanık küme teorisi de incelenmeye çalışılmıştır.

Çalışmanın üçüncü bölümü, öncelikle basit ve bulanık regresyon modellerine ilişkin bir inceleme sunmakta, ardından bulanık regresyonun tercih edilme sebeplerini ve temel bulanık regresyon modellerini açıklamaya çalışmaktadır. Bu bağlamda kronolojik olarak incelenen çalışmaların (veya modellerin) çoğunda, bulanık doğrusal regresyon ve bulanık en küçük kareler yöntemine dayalı iki temel yaklaşımın söz konusu olduğu görülmektedir.

Çalışmanın dördüncü bölümü, bulanık regresyona dayalı bir ekonometrik uygulamayı içermektedir. İlk önce tüketim miktarı ile Gayrisafi Yurtiçi Hasıla (GSYİH) arasındaki ilişki bulanık regresyon ile modellenmeye çalışılmıştır. Ardından ithalat miktarı ile GSYİH ve Kur arasındaki ilişki bulanık regresyon modelleri ile tahmin edilmeye çalışılmış ve karşılaştırmalı olarak yorumlanmaya çalışılmıştır.

Son olarak çalışmanın beşinci bölümü, sonuç ve öneriler kısmını içermektedir. Bu bölümde, çalışmada ele alınan klasik regresyon ve bulanık regresyon tahminlerinde ne gibi sonuçlar elde edildiği ifade edilmiş ve bu bağlamda bulanık regresyonun klasik regresyondan daha iyi sonuçlar verdiği önerisi sunulmaya çalışılmıştır.

BÖLÜM II

BULANIK MANTIK

2.1. Bulanık Mantık Tanımı Ve Uygulama Alanları

İnsanların doğuştan beri kullandığı doğal bir mantık olarak da nitelendirebileceğimiz bulanık mantık; formülsüz, denklemsiz düşünerek bir takım kontrol mekanizmaları kurabilmek olarak tanımlanmıştır. Sözel mantık olarak da ifade edilen bulanık mantıkla uygulanan teknoloji, insan doğasına en yakın teknoloji olarak görülmektedir. Çağımızda uygulanan teknoloji klasik mantığa göre işlemekte olup, sözel değil, sayısal bir mantıktır. Elektronik devrelerindeki kolay uygulanabilmeleri nedeniyle, günümüz bilgisayarlarının neredeyse tamamında sayısal mantık kullanılmaktadır. İkili sayı sistemine dayanan sayısal mantıkta, klavyenin bir tuşuna bastığımız zaman, o tuş 0 ve 1 şeklinde mutlaka sayılarla kodlanmıştır. Sözel mantığa örnek olarak cep telefonlarını gösterebiliriz. Son teknoloji ile üretilen cep telefonlarında sesli komut programı bulunmaktadır. Aramak istediğimiz kişinin adını sesli olarak söyler söylemez telefon sesi tanıyıp o kişiyi arayabilmektedir. Sözel mantık teknolojisinin özelliği, içinde matematik ifadeler olmaması, mantıksal ve sözel belirsizlikleri içermesidir.

“Bulanıklık” kavramı ilk olarak Amerikalı filozof Black (1937) tarafından ortaya atıldı. “Bulanık Mantık” kavramı ilk kez 1965’te Azeri Prof. Lütü A. Zadeh tarafından “Bulanık Kümeler (Fuzzy Sets)” başlıklı makalesinde kullanıldı. Klasik mantıkta temel girdiler sabit sonuçlar doğururken bulanık mantıkta sayısı belli olmayan girdiler, girdilere ve varsayımlara göre değişen birden çok sonuç doğurabilmektedir. Bulanık mantık çok değişkenli bir mantık sistemidir, kesinliklerle değil belirsizliklerle ilgilenmektedir. Aslında bulanık mantığı, bir olasılık belirleme sistemi veya belirsiz ifadelerle yapılan belirsiz işlemler olarak düşünmek doğru değildir. Klasik mantıkta kesin doğrular, bulanık mantıkta ise doğruluğun dereceleri vardır. Bulanık mantığın amacı, değişkenliklerin ve kuralların esnek bir şekilde belirlenmesi ve yapısının korunarak değişen koşullara değişen cevaplar üretebilmesidir (Atlioğlu, 2008).

Bulanık mantığın ilk uygulaması, Mamdani tarafından 1974 yılında bir buhar makinesinin bulanık denetiminin gerçekleştirilmesi olmuştur. 1980 yılında bir Hollanda şirketi çimento fırınlarının denetiminde bulanık mantık uygulamıştır. 1987 yılında ise Hitachi takımının tasarladığı Japon Sendai metrosu bulanık mantık ile tasarlanmıştır.

Bulanık mantık ile tasarlanan metroda daha rahat bir seyahat, düzgün bir yavaşlama ve hızlanma sağlanmıştır (Elmas, 2003, s. 27).

Bulanık mantık uygulamalarının kullanılmaya başlandığı alanlar tablodaki gibi özetlenebilir (<http://matlabdersi.com>):

Tablo 1.

Bulanık Mantık Uygulama Şekilleri

Uygulanan Alan	Uygulama Şekli
Biyoloji ve Tıp Biliminde	Bulanık mantık tabanlı teşhis sistemleri, kanser araştırmaları, bulanık mantık tabanlı protez cihazlarının işlenmesi, bulanık mantık tabanlı hareket düzensizliklerinin analizinde.
Yönetim ve Karar Desteklerinde	Bulanık mantık tabanlı fabrika yeri seçimi, bulanık mantık yardımcı askeri karar yapımlarında, korkutucu sesler vb. bulanık mantık tabanlı market satış stratejilerinin belirlenmesinde.
Psikoloji	Bulanık mantık tabanlı insan davranışları analizinde, bulanık mantık tabanlı suç işleme ve önleme sebeplerinin araştırılmasında.
Ekonomi ve Finans	Kompleks satış sistemlerinin bulanık modellenmesinde, bulanık mantık tabanlı ticaret sistemlerinde, bulanık mantık tabanlı maliyet-fayda analizlerinde, bulanık mantık tabanlı yatırım değerlendirmesinde.
Çevre Bilimi	Bulanık mantık tabanlı hava tahmininde ve su kalite kontrolünde.

Tablo 1 (devam).

Bulanık Mantık Uygulama Şekilleri

Uygulanan Alan	Uygulama Şekli
Mühendislik ve Bilgisayar Bilimlerinde	Bulanık veri tabanı sistemlerinde, bulanık mantık tabanlı deprem tahminlerinde, bulanık mantık tabanlı nükleer işletmelerin otomasyonunun kontrolünde, bulanık mantık tabanlı bilgisayar ağları dizaynında, bulanık mantık tabanlı mimari dizaynların değerlendirilmesinde, bulanık mantık kontrol sistemlerinde.
Araştırma Çalışmalarında	Bulanık mantık tabanlı planlama ve modellemelerde, bulanık mantık tabanlı kaynak ayrışımında.
Kalıp Tanıma ve Sınıflandırılması	Bulanık mantık tabanlı konuşmaların tanınmasında, bulanık mantık tabanlı el yazısı tanımlarında, bulanık mantık tabanlı yüz karakterlerinin tanınmasında, bulanık mantık tabanlı askeri komut analizlerinde, bulanık resim araştırmasında.
Güvenilirlik ve Kalite Kontrolü	Bulanık mantık tabanlı hata tahmininde, üretim hattının izlenmesi ve denetiminde.

Bulanık mantık uygulamalarına bazı örnekler aşağıdaki çizelgede verilmiştir (Yaralıoğlu, 2007).

Tablo 2.

Bulanık Mantık Uygulamaları

Ürün	Firma	Bulanık Mantığın İşlevi
Asansör Denetimi	Fujitec –Toshiba Mitsubishi Hitachi	Yolcu trafiğini değerlendirir. Böylece bekleme zamanı azalır.

Tablo 2 (devam).

Bulanık Mantık Uygulamaları

Ürün	Firma	Bulanık Mantığın İşlevi
SLR Fotoğraf Makinesi	Sanyo –Fisher Canon	Ekranında birkaç obje olması durumunda en iyi odaklanmayı ve aydınlatmayı belirler.
Video Kayıt Cihazı	Panasonic	Cihazın elle tutulması nedeniyle çekim sırasında oluşan sarsıntıları ortadan kaldırır.
Çamaşır Makinesi	Matsushita	Çamaşırın kirliliğini, ağırlığını, kumaş cinsini sezer, ona göre yıkama programını seçer.
Elektrik Süpürgesi	Matsushita	Yerin durumunu ve kirlilik miktarını sezer ve motor gücünü uygun ayarlar.
Su Isıtıcısı	Matsushita	Isıtmayı kullanılan suyun miktar ve sıcaklığına göre ayarlar.
Çelik Endüstrisi	Nippon Steel	Geleneksel denetleyicilerin yerini alır.
Çimento Sanayi	Mitsubishi Chem	Değirmende ısı ve oksijen oranı denetimi yapar.
Klima	Mitsubishi	Ortam koşullarını değerlendirerek en iyi çalışma durumunu algılar, odaya birisi girerse soğutmayı artırır.
ABS Fren Sistemi	Nissan	Tekerleklerin kilitlenmeden frenlenmesini sağlar.
Sendai Metro Sistemi	Hitachi	Hızlanma ve yavaşlamayı ayarlayarak rahat bir yolculuk sağlanmasının yanı sıra durma konumunu iyi ayarlar, güçten tasarruf sağlar.
Televizyon	Sony	Ekran kontrastını, parlaklığını ve rengini ayarlar.
El Bilgisayarı	Sony	El yazısı ile veri ve komut girişine olanak tanır.

Kaynak: Yaraloğlu (2007).

Günlük hayatta farkında olmadan çok sık kullandığımız bulanık mantık, özellikle pek çok verinin gözlem yolu ile elde edilmesi, bilginin sağlıklı alınamaması veya yeterli olmaması nedeniyle yaşanan problemlere çözüm bulması açısından son derece önemli bir kavramdır. Bulanık mantık sayesinde gerçek hayattaki kavramlar konusunda yapmış olduğumuz sözel değerlendirmeleri rakamlara dökme yani bu değerlendirmeler üzerinden işlem yapabilme imkanı ortaya çıkmıştır. Bulanık mantık kavramını basit bir şekilde anlamak için, ‘biraz sıcak’, ‘hemen hemen doğru’, ‘çok hızlı’ vs. cümlelerine bakarsak bu cümlelerin matematiksel açıdan bir durum ifade etmemelerine karşın, bir problemi çözme açısından günlük hayatta kullanılan ve sıkça karşılaşılan örnekler olduğu görülür. Bulanık mantık bir insanın anlayabileceği ve çözüme ulaştırabileceği şekilde sistemlerin ya da cihazların çalışmasına izin verir. Kelime anlamı olarak, belirsiz bir durum içeriyor gibi gözükse de matematiksel uygulamalarda oldukça kullanışlı olmaktadır (Paksoy, T., Pehlivan Yapıcı, N. & Özceylan, E, 2013, s. 201).

Bulanık mantığın genel özellikleri Zadeh (1965) tarafından şu şekilde ifade edilmiştir (Elmas, 2003, s. 26):

- Bulanık mantıkta, kesin değerlere dayanan düşünme yerine, yaklaşık düşünme kullanılır.
- Bulanık mantıkta her şey $[0, 1]$ aralığında belirli bir derece ile gösterilir.
- Bulanık mantıkta bilgi büyük, küçük, çok az gibi dilsel ifadeler şeklindedir.
- Bulanık çıkarım işlemi dilsel ifadeler arasında tanımlanan kurallar ile yapılır.
- Her mantıksal sistem bulanık olarak ifade edilebilir.
- Bulanık mantık matematiksel modeli çok zor elde edilen sistemler için çok uygundur.
- Bulanık mantık tam olarak bilinmeyen veya eksik girilen bilgilere göre işlem yapma yeteneğine sahiptir.

2.2. Bulanık Mantığın Avantajları ve Dezavantajları

Japonya bulanık sistemler araştırma ve geliştirmesi, R&D (Araştırma ve Geliştirme / Research and Development) için yılda milyarlarca dolar harcamaktadır ve bu konu başta Amerika olmak üzere diğer ülkeler tarafından da önemsenmeye başlanmıştır. Bulanık mantık uygulamalarının avantaj ve dezavantajları aşağıda verilmiştir (Paksoy vd., 2013, s. 20).

Avantajları:

- Çok az değer, kural ve karar gerektirir.
- Gözlemlenen çok miktarda değişken değerlendirebilir
- Nümerik olmayan, dilsel değişkenler kullanılır. Bu insan düşünce yapısına çok benzer.
- Girdi ile çıktı arasında, bütün değişkenlerin anlaşılmasına gerek kalmadan bağlantı kurar, bilinen kontrol sistemlerine göre daha hassas ve durağan sistemler tasarımlanmasına olanak verir.
- Basitliği, daha önce çözüme kavuşmamış problemlerin çözümüne olanak sağlar.
- Sistem tasarımcısının, çalışmaya başlamadan önce sistem hakkında her şeyi öğrenmesine gerek olmadığı için prototip oluşturmayı çabuklaştırır.
- Tasarımlanması kolay olduğu için bilinen kontrol sistemlerine göre daha ucuzdur.
- Daha güçlüdür.
- Bilgi kazanımını ve gösterimini kolaylaştırır.
- Karmaşık durumlar için az sayıda kurallar vardır.

Dezavantajları:

- Bulanık sistemden bir model geliştirmek zordur.
- Bilinen sistemlerden daha kolay ve hızlı prototip oluşturur, ancak bulanık sistemler kullanılmadan önce ince ayarlar ve benzetimler yapılması gerekir.
- Belki en büyük zorluğu, Amerika'da, kültürel temayüllerin kontrol sistemleri için matematiksel hassasiyet veya kesin sistemler ve lineer sistemlerin olmasıdır.

2.3. Bulanık Küme Teorisi

Bulanık küme teorisi, L. A. Zadeh tarafından California Berkeley' de 1965 yılında ortaya atılmıştır. Zadeh'in önerisi, özellikle Uzak Doğu'da büyük ilgi görmüş ve başarılı uygulamaları sayesinde tüm dünyaya yayılarak bir ortak anlayış yaratmıştır. Bu paradigma, sınırları belirleyen kurallar ve talimatlar kümesidir. Bu sınırlar dahilinde problemleri çözmede başarılı olmak için ne yapılması gerektiğini söyler. Örneğin, MRP (Material Requirement Planning)'nin itme sistemi yerine, üretim yönetiminde JIT (Just in Time) ile çekme sisteminin kullanılması bir paradigma değişimidir. Bulanık Küme Teorisi, belirlilik adına yapılan varsayımlarla fazlaca basitleştirilen ve sanal bir ortamda

yaşatılan modellerin geliştirilmesi, böylece gerçek dünyanın karmaşık sistemlerinin çözümlenmesi için ortaya atılmıştır. Bu yeni paradigma, karar vericiye sadece, verilen kısıtlar altında alternatiflerin değerlendirilerek sistemin optimize edilmesinde değil, aynı zamanda yeni alternatiflerin geliştirilmesinde de yardımcı olur. Zadeh (1965), bulanık küme kavramını, bir küme içerisinde şekillendirerek reel bir doğrudaki aralıklar olarak tanımlamıştır. Bulanık kümeler, üyelik için yeterli kriterin olmadığı, yetersiz tanımlanmış nesneler kümesidir. Bu gibi toplulukların tanımlanmamış sınırları vardır. Öyle ki, topluluk içindeki bu nesnelerin topluluğa ait olup olmadığını tanımlamak imkansızdır. Bu tür bilgi eksiklikleri, matematiksel modellemeyi güçleştirmekte hatta imkansız hale getirmektedir. Gerçek hayatta karşılaşılan bazı nesne toplulukları, net olarak tanımlanmış üyelik kriterine sahip değildir. Örneğin, elemanları kartal, şahin, serçe olan kuşlar kümesine fasulye, fil ve yılanın girmeyeceği açıktır. Bununla birlikte yarası ve penguen için bunu söylemek o kadar kolay değildir. Elbette ki, 1’den çok daha büyük reel sayıların topluluğu, güzel kadınların topluluğu veya yakışıklı erkekler topluluğu bilinen matematiksel anlamda kümeler veya sınıflar oluşturmaz. Fakat gerçek yaşamda, kesin olmayan şekilde tanımlanan topluluklar veya kümeler, insan düşüncesinde önemli bir rol oynar. İşte bulanık mantık, yukarıdaki gibi kesin sınırları olmayan problemleri tanımlamak ve çözmek için geliştirilmiştir. Klasik mantıktan daha geniş bir çerçeve yaratan bulanık mantık teorisi, potansiyel olarak da daha geniş bir uygulama alanına sahiptir (Paksoy vd., 2013, s. 5-6).

Klasik Doğrusal Programlama (KDP) problemlerinde kesin sayılarla çalışılır ve bir belirlilik söz konusudur. Halbuki uygulamada modeli oluşturan parametrelere ilişkin net değerlere ulaşmak çoğu zaman mümkün olmamaktadır. Bu belirsizlik durumu, Zadeh (1965) tarafından önerilen “bulanık küme teorisi” ile dilsel olarak “az çok”, “biraz” gibi formlarda ifade edilebilir hale gelmiştir. Kesin olmayan bilginin sayısal gösterimi olan bulanık sayıların kullanılması ile gerçek dünya problemlerinin belirsiz yapısının modellenmesinde kullanılacak yeni matematiksel teknikler geliştirilmiştir. Bu belirsizlik içinde geliştirilen yöntemler, KDP’den oldukça farklıdır. Bazı durumlarda, amaç fonksiyonu maksimizasyon veya minimizasyon yerine, “maliyetin önemli ölçüde düşürülmesi” gibi belirsiz bir hedef olabilmektedir. Bazen de, teknoloji matrisinin elemanları veya sağ taraf sabitleri, tat, koku, ağrı gibi kesin tanımlanmayan duyuları ya da nitel özellikleri yansıttıkları için doğal yapıları gereği bulanık bir karakter taşıyabilirler. Son olarak, herhangi bir kısıttaki ihlalin mümkün olmayan çözüme sebep olduğu KDP’den farklı olarak Bulanık Doğrusal Programlamada (BDP), küçük ihlaller

kabul edilebilir. Tüm bu farklılıklardan anlaşılacağı üzere, BDP’de, KDP’nin aksine tek tip bir model yoktur ve modellenecek sistemin özelliklerine ve kabullerine bağlı olarak pek çok çeşitlilik mümkündür. Bu çeşitliliği karşılayabilmek için BDP çok sayıda yöntem önerir (Paksoy vd., 2013, s. 1-2).

2.4. Bulanık Kümelerde Üyelik Fonksiyonu

Üyelik fonksiyonu, X evrensel kümesine ait bir x ögesinin A klasik kümesine ya da $\tilde{A}$ bulanık kümesine ait olma derecesini gösteren fonksiyondur. Üyelik fonksiyonu $[0, 1]$ aralığında değer alır ve $\mu(X)$ ile gösterilir. Örneğin; $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0.3$ olduğunda, x elemanının $\tilde{A}$ bulanık kümesine ait olma derecesi 0.3’tür. Yani %30 olasılıkla $\tilde{A}$ ’nın elemanıdır demektir. Bu ifadeden de anlaşıldığı üzere, bulanık küme teorisinde herhangi bir x elemanı bulanık kümeye tamamen ait olmak zorunda değildir, her bir elemanın kendine ait bir üyelik derecesi vardır.

Üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi sezgisel, çıkarım, mertebelenme, açılı bulanık kümeler, yapay sinir ağları, genetik algoritmalar, çıkarımcı muhakeme gibi yöntemlere dayanabilir. Sezgi fazla yöntem bilim bilgisi gerektirmektedir. Burada her kişinin kendi anlayış, görüş ve olaya bakışı önemli rol oynar. Çıkarım ile üyelik fonksiyonlarının bulunması için mutlaka incelenen olay hakkında bazı temel bilgilere sahip olmak gereklidir. Üyelik fonksiyonu tayininde mertebelendirme yöntemi de kullanılır. Burada bir bulanık değişken hakkında anketler, soruşturmalar veya seçimler yapılarak üyelik derecelerinin tayinine çalışılır. Her zaman, verilen iki seçenek arasındaki tercihler sayılır veya bu tercihlere verilen puanlandırmalarla işlem yapılır. Bazı durumlarda, bulanık kümelere açılal üyelik derecelerinin belirlenmesi söz konusu olabilir. Açılal bulanık küme üyelik derecelerinin tayini yöntemi, değişkenlerin periyodik olması ile, karakteri icabı, polar koordinatlarda gösterilen değişkenler için kullanılır (Şen, 2001).

Çok çeşitli üyelik fonksiyonları vardır. Bunlar;

- Üçgen üyelik fonksiyonu
- Yamuk üyelik fonksiyonu
- Gaussian üyelik fonksiyonu
- Cauchy (Çan Şekli) üyelik fonksiyonu
- π üyelik fonksiyonu
- Sigmadial üyelik fonksiyonu

- S üyelik fonksiyonu

olmakla birlikte en çok bilinen türleri üçgen ve yamuk üyelik fonksiyonlarıdır.

2.4.1. Üyelik Fonksiyonu Türleri Ve Özellikleri

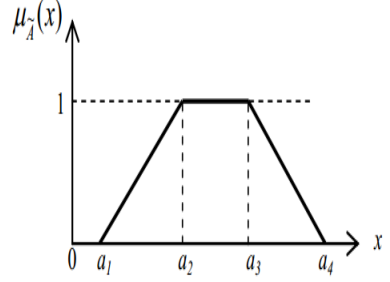
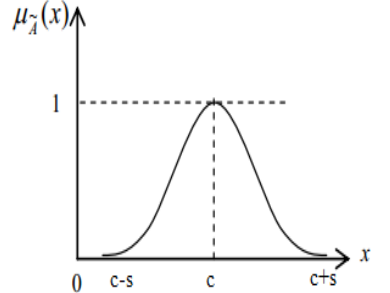
Tablo 3.

Üyelik Fonksiyon Türleri ve Özellikleri

Üyelik Fonksiyonu Türü	Fonksiyon	Grafik
Üçgen Üyelik Fonksiyonu	$\mu_{\tilde{A}}(X; a_1, a_2, a_3) = \begin{cases} \frac{X-a_1}{a_2-a_1} & , a_1 \leq X \leq a_2 \text{ ise} \\ \frac{a_3-X}{a_3-a_2} & , a_2 \leq X \leq a_3 \text{ ise} \\ 0 & , X > a_3 \text{ veya } X < a_1 \end{cases} \quad (2.1)$ Özellikleri; ❖ Bir üçgen üyelik fonksiyonu a_1, a_2 ve a_3 olarak üç parametre ile tanımlanır ❖ Üyelik fonksiyonu kullanılarak, X değişkeninin a_1 alt ve a_3 üst sınırları arasındaki her noktasına ayrı bir üyelik derecesi atanmış olur (Şen, 2001). ❖ Üçgensel üyelik fonksiyonunda, $\mu(X) = 1$ olan kısım “öz” olarak adlandırılır. Öz’ün sola ve sağa doğru olan ve alt ve üst sınırları aşmayan kısımlara sırayla sol yayılım ve sağ yayılım denir. Eğer üçgensel üyelik fonksiyonu simetrik ise, sol ve sağ yayılım denmez, bunun yerine yarı yayılım veya yarıçap ifadesi kullanılır. Alt sınırdan üst sınıra kadar olan ve üyelik değeri sıfırdan büyük olan noktaların kümesine ise “dayanak” (support) denir.	

Tablo 3 (devam).

Üyelik Fonksiyon Türleri ve Özellikleri

Üyelik Fonksiyonu Türü	Fonksiyon	Grafik
Yamuk Üyelik Fonksiyonu	$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3}, & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases}$ (2.2) Özellikleri; ❖ Bir üçgen üyelik fonksiyonu a_1, a_2, a_3 ve a_4 olarak 4 parametre ile tanımlanır. Üçgen üyelik fonksiyonu yamuk üyelik fonksiyonunun özel bir durumudur. Yamuk üyelik fonksiyonunda $a_2 = a_3$ olduğunda üçgen üyelik fonksiyonu elde edilir.	
Gaussian Üyelik Fonksiyonu	$\mu_{\tilde{A}}(x) = \exp \left(- \frac{(x - c)^2}{2s^2} \right)$ (2.3) Özellikleri; ❖ Gaussian üyelik fonksiyonu 2 parametreden oluşur. Bu parametreler c ve s'dir. "c" merkezi temsil ederken "s" ise merkezden sapmayı temsil etmektedir. Yani "s" ne kadar büyük olursa üyelik fonksiyonu o kadar genişlemiş olur.	

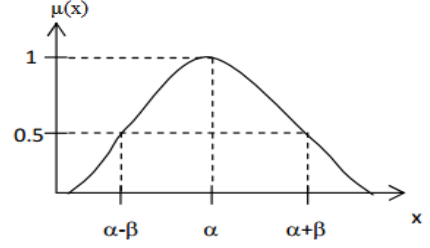
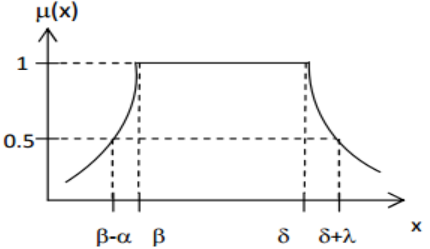
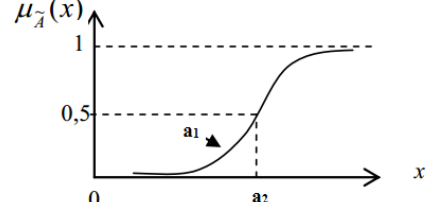
Tablo 3 (devam).

Üyelik Fonksiyon Türleri ve Özellikleri

Üyelik Fonksiyonu Türü	Fonksiyon	Grafik
Cauchy (Çan Şekli) Üyelik Fonksiyonu	$\mu_{\tilde{A}}(X; a_1, a_2, a_3) = \left\{ \frac{1}{1 + \left \frac{x - a_3}{a_1} \right ^{2a_2}} \right\} \quad (2.4)$ Özellikleri; ❖ Genelleştirilmiş çan eğrisi olarak da bilinir. ❖ Bu üyelik fonksiyonu a_1, a_2, a_3 olarak üç parametre ile tanımlanır. a_3: eğrinin merkezini, a_2: tepe genişliğini, a_1: taban genişliğini belirler.	
S Üyelik Fonksiyonu	$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a_1 \\ 2 \left[\frac{(x - a_1)}{(a_2 - a_1)} \right]^2, & a_1 \leq x \leq [(a_1 + a_2)/2] \\ 1 - 2 \left[\frac{(x - a_1)}{(a_2 - a_1)} \right], & [(a_1 + a_2)/2] \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \end{cases} \quad (2.5)$ Özellikleri; ❖ Bu üyelik fonksiyonu a_1 ve a_2 parametreleri ile tanımlanan düzgün bir üyelik fonksiyonudur. Bu fonksiyonun adı şeklinin S harfine benzemesinden gelmektedir (Baykal ve Beyan ,2004a).	

Tablo 3 (devam).

Üyelik Fonksiyon Türleri ve Özellikleri

Üyelik Fonksiyonu Türü	Fonksiyon	Grafik
π Üyelik Fonksiyonu	$\Pi_1 = \mu_{\tilde{A}}(X; \alpha, \beta) = \left\{ \frac{1}{(1 + \frac{ x-\alpha }{\beta})^2} \right\}$ (2.6)	Π_1 üyelik fonksiyonu; 
	$\Pi_2 = \mu_{\tilde{A}}(x; \alpha, \beta, \delta, \lambda) = \begin{cases} \frac{\alpha}{(\beta + \alpha - x)} & , x \leq \beta \text{ ise} \\ 1 & , \beta \leq x \leq \delta \text{ ise} \\ \frac{\lambda}{(x - \delta + \lambda)} & , x > \delta \end{cases}$ (2.7)	Π_2 üyelik fonksiyonu; 
Sigmodal Üyelik Fonksiyonu	Özellikleri; ❖ İki tip Π üyelik fonksiyonu vardır. İlki iki parametre ile ve ikincisi de dört parametre ile tanımlanır. S üyelik fonksiyonundan farklı olarak Π fonksiyonları iki taraflı olarak “0” değerine asimptotik olarak azalır (Baykal ve Beyan ,2004a).	
	$\mu_{\tilde{A}}(X; a_1, a_2) = \{1/e^{-a_1(x-a_2)}\}$ (2.8)	
Sigmodal Üyelik Fonksiyonu	Özellikleri; ❖ a_2 değeri tüm sigmodal üyelik fonksiyonlarında üye olma ile olmama arasında bir kırım noktası olup $\mu(a_2)$ değeri 0.5’ dir.	

2.4.2. Üyelik Fonksiyonunun Özellikleri

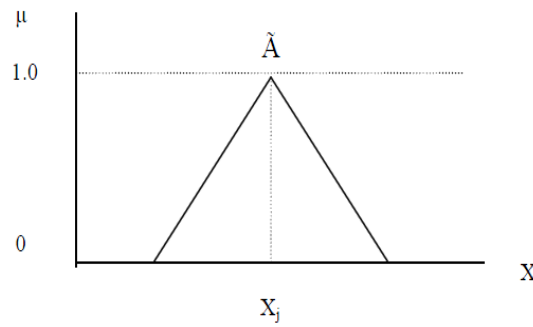
2.4.2.1. Normallik

Bulanık kümelerin normal olması demek, E evrensel kümesi üzerinde tanımlanan $\tilde{A}$ kümesinin en azından bir tane üyelik derecesi 1'e eşit olan kümedir [$\mu_{\tilde{A}}=1$]. Aksi takdirde küme normalaltı olarak adlandırılır (Baykal ve Beyan, 2004a).

$\sup \mu_{\tilde{A}}(x)=1$ ise normal bulanık küme,

$\sup \mu_{\tilde{A}}(x)<1$ ise normalaltı bulanık kümedir.

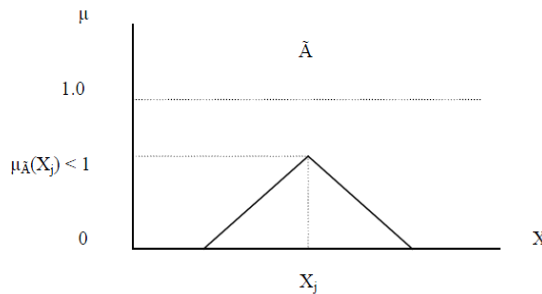
Bulanık kümenin yüksekliği (Sup), üyelik derecesinin en büyük olduğu öğeye karşılık gelir. Normal olmayan bulanık kümeleri normal hale dönüştürmek için (dışbükey olma şartı ile); kümenin üyelik derecesinin, en büyük üyelik derecesine bölünmesi gerekir (Baykal ve Beyan, 2004a).



Şekil 1. Normal bulanık küme

Kaynak: İşbilen Yücel (2005).

Şekil 1'deki küme normal bulanık kümedir, çünkü $\mu_{\tilde{A}}(X_j)=1$ dir.



Şekil 2. Normal olmayan (Normalaltı) bulanık küme

Kaynak: İşbilen Yücel (2005).

Şekil 2'deki küme normal altı bulanık kümedir, çünkü $\mu_{\tilde{A}}(X_j)<1$ dir.

2.4.2.2. Monotonluk

Üyelik derecesi 1 olan öğeye yakın, sağdaki ve soldaki öğelerinde üyelik dereceleri 1'e yakın oluyorsa bu durum üyelik fonksiyonunun monotonluğunu gösterir (Şen, 2001).

2.4.2.3. Simetri

Bir bulanık kümenin üyelik fonksiyonu belirli bir $x=c$ noktası için simetrik ise bulanık küme simetrik olarak tanımlanır. İstenen kriterin sağında veya solunda yer alan, eşit uzaklıktaki değerlerin üyelik dereceleri birbirine eşittir. Bu özellik, üyelik fonksiyonunun simetrikliği olarak adlandırılır ve şu şekilde gösterilir (Baykal ve Beyan, 2004a, s. 85):

$$\mu_{\tilde{A}}(x+c) = \mu_{\tilde{A}}(c-x) \quad (2.9)$$

2.5. Bulanık Kümelerin Gösterimi

Bulanık bir küme, bir nesne ve bu nesnenin ilgili kümeye üyelik derecesini gösteren sıralı çiftlerle ifade edilir. $\tilde{A} = (X, \mu_{\tilde{A}}(X))$ biçimindeki her bir çifte, bulanık teklik denir. Bulanık teklikler $\mu_{\tilde{A}}(X) / X$ şeklinde de gösterilebilirler (Özkan, 2003).

Evrensel kümenin sonlu olduğu durumda $\tilde{A}$ bulanık kümesinin gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$\tilde{A} = \sum_i \mu_{\tilde{A}}(X_i) / X_i = \mu_{\tilde{A}}(X_1) / X_1 + \mu_{\tilde{A}}(X_2) / X_2 + \dots + \mu_{\tilde{A}}(X_m) / X_m \quad (2.10)$$

Evrensel kümenin sonsuz olduğu durumda ise $\tilde{A}$ bulanık kümesinin gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$\tilde{A} = \int \mu_{\tilde{A}}(X_i) / X_i \quad (2.11)$$

Yukarıda verilen ifadelerde Σ , $\int$, $/$ ve $+$ işaretleri cebirsel anlamda sırasıyla toplam, integral alma, bölme ve toplama işlemlerini göstermez. Σ ve $\int$ işaretleri, bulanık tekliklerin sırasıyla kesikli ve sürekli evrenlerde bir araya getirilmesini ifade eder. $'/'$ simgesi bulanık teklikleri birbirinden ayırmaya yarayan bir ayıraçtır. $+$ işareti ise bulanık tekliklerin bir araya geldiğini göstermektedir (Şen, 2001).

2.6. Bulanık Kümelerde İşlemler

Bulanık kümelerde işlemler üyelik fonksiyonları yardımı ile tanımlanır. A ve B iki bulanık küme olmak üzere Zadeh (1965) tarafından tanımlanan cebirsel işlemler aşağıda verilmiştir.

Tablo 4.

Bulanık Küme İşlemleri

BULANIK KÜME İŞLEMLERİ	
A ve B iki bulanık küme olmak üzere;	
Cebirsel Çarpım	A x B nin üyelik fonksiyonu ile gösterimi; $\mu_{A.B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad , x \in X \quad (2.12)$
Cebirsel Toplam	A + B nin üyelik fonksiyonu ile gösterimi; $\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \times \mu_B(x) \quad , x \in X \quad (2.13)$
Cebirsel Fark	A - B nin üyelik fonksiyonu ile gösterimi; $\mu_{A-B}(x) = \min\{\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)\} \quad , x \in X \quad (2.14)$
Kesişim	A $\wedge$ B nin üyelik fonksiyonu; $\mu_{A \wedge B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad , x \in X \quad (2.15)$
	A $\vee$ B nin üyelik fonksiyonu; $\mu_{A \vee B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad , x \in X \quad (2.16)$
Birleşim	Genel olarak; $\mu_A(x_i) = \{x_i \mid i \in I, \mu_A(x_i) \in X\}$ bulanık alt kümeleri için, $\mu_{A \vee B}(x) = \bigcup_{i \in I} \mu_A(x_i)$ $= \sup \{\mu_A(x_i)\} \quad (2.17)$ $\mu_{A \wedge B}(x) = \bigcap_{i \in I} \mu_A(x_i)$ $= \inf \{\mu_A(x_i)\} \quad (2.18)$ olarak tanımlanır.

Tablo 4 (devam).

Bulanık Küme İşlemleri

Tümleme	A bir bulanık küme olmak üzere; A bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu ile tümleyen gösterimi; $\mu_A(x)' = 1 - \mu_A(x), x \in X \quad (2.19)$
Kapsama	A ve B iki bulanık küme olmak üzere; $A \subset B$ kümesinin üyelik fonksiyonu ile gösterimi; $\mu_A(x) \leq \mu_B(x), x \in X \quad (2.20)$
Eşitlik	A ve B iki bulanık küme olmak üzere; A ve B kümeleri eşit ise eşitliğin üyelik fonksiyonu ile gösterimi aşağıdaki gibidir (Zadeh, 1965): $\mu_A(x) = \mu_B(x), x \in X \quad (2.21)$
Kartezyen Çarpım	$\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ bulanık kümeleri $X_1, X_2, \dots, X_n$' de tanımlı olmak üzere $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ çarpım uzayında $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$' in kartezyen çarpımları da bir bulanık kümedir ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır (Tanaka, 1997): $\mu_{(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n)}(X) = \min_i \{ \mu_{\tilde{A}_i}(x_i) \mid x = (x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in X_i \} \quad (2.22)$
m. kuvvet	$\tilde{A}$ bulanık kümesinin m. kuvveti de bir bulanık kümedir ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır: $\mu_{\tilde{A}^m}(x) = [\mu_{\tilde{A}}(x)]^m, x \in X \quad (2.23)$

2.6.1. Destek Kümesi

E evrensel kümesinde tanımlı $\tilde{A}$ 'nın destek (support) kümesi, E'nin $\tilde{A}$ kümesinde 0'dan büyük üyelik derecesine sahip olan elemanlarının hepsini içermektedir (Amiri ve Nasseri, 2006). Destek kümesine dayanak kümesi de denmektedir.

$$\text{Supp}(\tilde{A}) = \{x \in E \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\} \quad (2.24)$$

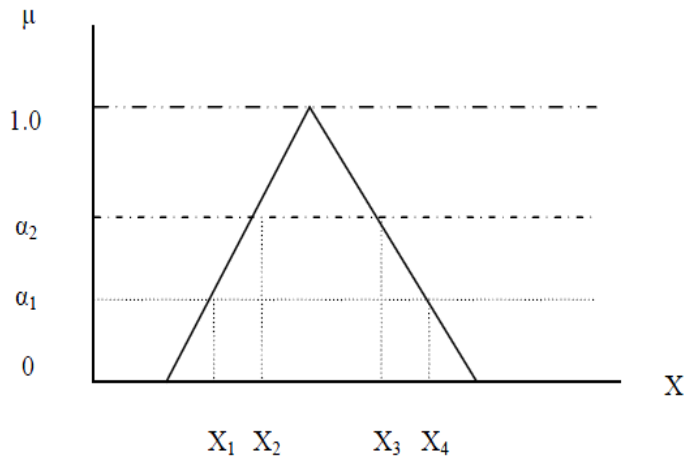
2.6.2. α Kesimi

E evrensel kümesinde tanımlı $\tilde{A}$ 'nın α -kesim kümesi, $\tilde{A}_\alpha$, üyelikleri α dan az olmayan üyelerden kurulmuştur. α keyfi bir değerdir. $\tilde{A}$ kümesinin α -kesim kümesi $\tilde{A}_\alpha$

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \in E \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (2.25)$$

ile gösterilir. Burada $\geq$ yerine $>$ olursa, buna güçlü α kesim kümesi adı verilir (Baykal ve Beyan, 2004a).

Bulanık kümeyi α seviyesinde kestiğimiz zaman elde ettiğimiz küme klasik bir kümedir. α sayısı, $\alpha \in (0, 1]$ koşuluyla tanımlanan gerçel bir sayıdır (Tanaka, 1997).



Şekil 3. Bulanık kümelerin farklı α düzeylerinde kesilmesi

Kaynak: İşbilen Yücel (2005).

2.6.3. Geçiş Noktası

$\tilde{A}$ bulanık kümesinin geçiş noktaları, üyelik derecesi 0.5 olan E evrensel kümesinin elemanlarıdır (Paksoy vd., 2013, s. 32).

2.6.4. Boş Küme

Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi, ancak ve ancak, $\forall x \in E$ için $\mu_{\tilde{A}}(x)=0$ ise boş küme olarak tanımlanabilir (Paksoy vd., 2013, s. 32).

2.6.5. Kernel Kümesi

Kernel kümesi, bulanık kümenin içerdiği elemanlar arasında, üyelik fonksiyonu 1'e eşit olan yani tamamen kümeye üye olan elemanların oluşturduğu bir kümedir. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\text{Ker } \tilde{A} = \{ x \in E \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \} \quad (2.26)$$

Eğer $\tilde{A}$ bulanık kümesi, boş olmayan bir kernel kümesine sahipse; $\tilde{A}$ bulanık kümesine normal bulanık küme denir (Ural, 2006).

2.6.6. Düzey Kümesi

Üyelik fonksiyonu değerini açıkça gösteren α değeri $[0, 1]$ aralığındadır. Düzey kümesi α ile elde edilebilir (Baykal ve Beyan, 2004a).

$$A_{\alpha} = \{ x \in E \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = \alpha, \alpha \geq 0, x \in E \} \quad (2.27)$$

2.6.7. Alt Küme ve Eşit Kümeler

A ve B bulanık kümeler olmak üzere; E evrensel kümesinin her elemanının A kümesindeki üyelik derecesi, B kümesindeki üyelik derecesinden küçük ya da eşitse A kümesi B kümesinin alt kümesidir (Elmas, 2003):

$$\mu_A(x) \leq \mu_B(x), x \in E, A \subseteq B \quad (2.28)$$

Yine A ve B bulanık kümeler olmak üzere; E evrensel kümesinin her elemanının A kümesindeki üyelik derecesi, B kümesindeki üyelik derecesine eşitse A kümesi B kümesine eşittir.

$$\mu_A(x) = \mu_B(x), x \in E, A = B \quad (2.29)$$

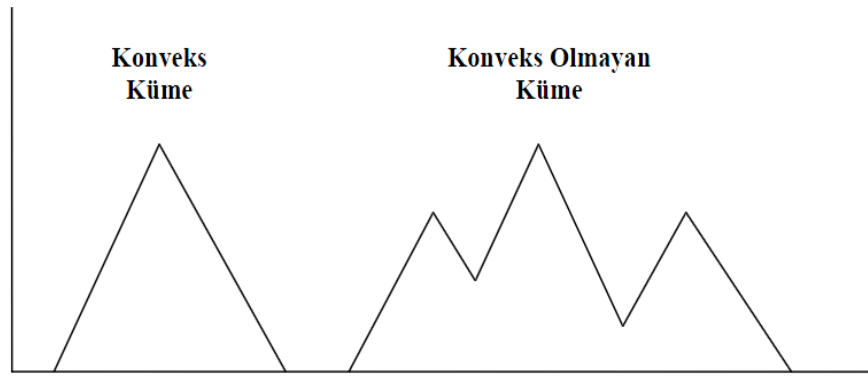
$A = B$ ise $A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ olur. Eğer herhangi bir $x \in E$ $\mu_A(x) \neq \mu_B(x)$ ise A ve B kümeleri eşit değildir.

2.6.8. Dışbükeylik (Konvekslik)

E evrensel kümesi üzerinde tanımlanan $\tilde{A}$ kümesi, E’de her x_1 ve x_2 nokta çiftleri için $\tilde{A}$ ’nın üyelik fonksiyonu aşağıdaki eşitsizliği sağlıyorsa dışbükeydir (Özkan, 2003):

$$\mu_{\tilde{A}}[\delta x_1 + (1-\delta) x_2] \geq \min[\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)] \quad x_1 \text{ ve } x_2 \in E \quad (2.30)$$

Burada, $\delta \in [0,1]$ ’dir. Alternatif olarak, bulanık bir küme eğer tüm α -kesim kümeleri dışbükey ise dışbükeydir. $\tilde{A}$ kümesi dışbükeyse tümleyeni içbükeydir. A ve B bulanık kümeleri için eğer A ve B dışbükeyse $A \cap B$ dışbükey A ve B içbükeyse $A \cup B$ kümesi de içbükeydir (Özkan, 2003).



Şekil 4. Konveks ve konveks olmayan kümelerin gösterimi

Kaynak: İşbilen Yücel (2005).

2.6.9. Bulanık Kümelerde Genişleme Prensibi

Genişleme kuralı, matematiksel kavram ve teorilerin bulanık ortamda kullanılmasını sağlayan bir yöntemdir. Genişleme kuralı aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır (Tanaka, 1997):

A bulanık kümesi X’te tanımlı ve B bulanık kümesi Y’de tanımlı olmak üzere,

$$f : X \rightarrow Y$$

bir fonksiyon ise;

$$\mu_{f(\tilde{A})}(y) = \begin{cases} \sup_{y=f(x)} \mu_{\tilde{A}}(x) & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad (2.31)$$

f fonksiyonu bire-bir bir ilişkidir ve $\mu_{f(\tilde{A})}(y) = \mu_{\tilde{A}}(X)$ ’tir.

Daha açık olarak;

$$B = f(\tilde{A}) = f(\mu_{\tilde{A}}(X_1) / X_1 + \mu_{\tilde{A}}(X_2) / X_2 + \dots + \mu_{\tilde{A}}(X_n) / X_n) \\ = \mu_{\tilde{A}}(X_1) / f(X_1) + \mu_{\tilde{A}}(X_2) / f(X_2) + \dots + \mu_{\tilde{A}}(X_n) / f(X_n) \quad (2.32)$$

'dir (Özkan, 2003).

2.7. Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler

Yaklaşık aritmetik işlemler, bulanık üçgensel sayılar ve bulanık yamuksal sayılar üzerinde gösterilmiştir.

Tablo 5.

Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler

Üçgensel Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler	$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ şeklinde iki üçgensel bulanık sayı olmak üzere;
Eşitlik	$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık sayılarının eşitliği karşılıklı bütün elemanlarının (üyelik fonksiyonlarının) eşitliği anlamına gelir. Matematiksel olarak; $\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow (a_1, a_2, a_3) = (b_1, b_2, b_3) \Leftrightarrow a_1=b_1, a_2=b_2, a_3=b_3 \quad (2.33)$ şeklindedir.
Toplama İşlemi	$\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3) \quad (2.34)$ şeklinde ifade edilir ve sonuç yine bir üçgensel bulanık sayıdır.
Çıkarma İşlemi	$\tilde{A} - \tilde{B} = (a_1-b_1, a_2-b_2, a_3-b_3) \quad (2.35)$ şeklinde ifade edilir ve sonuç yine bir üçgensel bulanık sayıdır.
Çarpma İşlemi	$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = (a_1.b_1, a_2.b_2, a_3.b_3) \quad (2.36)$ şeklinde ifade edilir ve sonuç üçgensel bulanık sayıdır.

Tablo 5 (devam).

Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler

Üçgensel Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler	$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ şeklinde iki üçgensel bulanık sayı olmak üzere;
Bölme işlemi	$\tilde{A} : \tilde{B} = \left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3} \right) \quad (2.37)$ Bu işlemin sonucu bir üçgensel bulanık sayıdır.
Simetrik Alma	$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ üçgensel bulanık sayı olmak üzere simetriği $-(\tilde{A}) = (-a_1, -a_2, -a_3) \quad (2.38)$ olacaktır. Çarpma ve bölme işlemleri sadece pozitif bulanık sayılar üzerinde tanımlanacaktır. Pozitif bulanık sayı alt sınır değeri pozitif olan sayıdır.
Üçgensel bulanık sayılarda aritmetik işlemlerin özellikleri; - İki üçgensel bulanık sayının toplanması ve çıkarılması yine bir üçgensel bulanık sayıdır. - Çarpma, tersini alma ve bölme işlemleri sonucu üçgensel bulanık sayı vermeyebilir. - Maksimum ve minimum işlemleri sonucu da bir bulanık üçgensel sayı olmak zorunda değildir.	
Yamuksal Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler	$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ şeklinde iki yamuksal bulanık sayı olsun.
Eşitlik	A ve B bulanık sayılarının eşitliği karşılıklı bütün elemanlarının (üyelik fonksiyonlarının) eşitliği anlamına gelir. Matematiksel olarak; $\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow (a_1, a_2, a_3, a_4) = (b_1, b_2, b_3, b_4) \Leftrightarrow a_1=b_1, a_2=b_2, a_3=b_3, a_4=b_4 \quad (2.39)$ şeklindedir.

Tablo 5 (devam).

Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler

Yamuksal Bulanık Sayılarda Yaklaşık İşlemler	$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ şeklinde iki yamuksal bulanık sayı olsun.
Toplama İşlemi	$\tilde{A} + \tilde{B} = (a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3, a_4+b_4)$ (2.40) şeklinde ifade edilir ve sonuç yine bir yamuksal bulanık sayıdır.
Çıkarma İşlemi	$\tilde{A} - \tilde{B} = (a_1-b_1, a_2-b_2, a_3-b_3, a_4-b_4)$ (2.41) şeklinde ifade edilir ve sonuç yamuksal bulanık sayıdır.
Çarpma İşlemi	$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = (a_1.b_1, a_2.b_2, a_3.b_3, a_4.b_4)$ (2.42) şeklinde ifade edilir. Bu işlemin sonucu yamuksal bulanık sayıdır.
Bölme İşlemi	$\tilde{A} : \tilde{B} = (\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \frac{a_4}{b_4})$ (2.43) Sonuç, bir yamuksal bulanık sayıdır.
Simetrik Alma	$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ yamuksal bulanık sayı olmak üzere simetriği $-(\tilde{A}) = (-a_1, -a_2, -a_3, -a_4)$ (2.44) olacaktır. Yamuksal bulanık sayılarda da çarpma ve bölme işlemleri pozitif reel sayılar üzerinde tanımlanacaktır.

Yamuksal bulanık sayılarda aritmetik işlemlerin özellikleri;

Üçgensel bir bulanık sayı, $a_2=a_3$ ile yamuksal bir bulanık sayının özel bir halidir. Üçgensel bulanık sayılar üzerindeki aritmetik işlemlerin bütün sonuçlarını yamuksal bulanık sayılara da genişletebiliriz.

- İki yamuksal bulanık sayının toplanması ve çıkarılması yine bir yamuksal bulanık sayıdır.
- Çarpma, ters alma ve bölme işlemleri sonucu yamuksal bulanık sayı vermek zorunda değildir. Maksimum ve minimum işlemleri de bir yamuksal bulanık sayı sonucu vermek zorunda değildir.

BÖLÜM III

BULANIK REGRESYON VE MODELLERİ

3.1. Basit ve Bulanık Regresyon Modellerine Giriş

İki değişken arasındaki ilişki çeşitli şekillerde ortaya çıkabilir. Bu ilişkiler arasında en bilineni, iki değişken arasında doğrusal ilişkinin olduğu *Basit Doğrusal Regresyondur*. Bir bağımlı ve bir bağımsız değişken arasındaki doğrusal ilişkinin var olduğu regresyon çözümlemesine *Basit Doğrusal Regresyon* çözümlemesi denir. Bir bağımlı ve bir bağımsız değişken olması durumunda doğrusal regresyon denklemi;

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.1)$$

ile verilir (Alpar, 2011, s. 412).

Çoklu doğrusal regresyon ise;

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilir. Burada y_i bağımlı değişkeni, x_{ij} bağımsız değişkenleri ifade ederken, β_j 'ler parametreleri göstermektedir. Regresyona ilişkin çeşitli hipotez testlerinin yapılabilmesi ve güven aralıklarının bulunabilmesi için *hataların 0 ortalama ve σ^2 varyansı ile normal ve birbirinden bağımsız dağıldığı varsayılır* ($\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$) (Alpar, 2011, s. 413).

Fakat hata terimleri bazen model yapısının veya özensiz elde edilmiş gözlemlerin belirsizliğine bağlıdır. Bu tür regresyon modellerindeki belirsizlik rastgeleliği değil, bulanıklığı ifade eder. Dolayısıyla, bulanık regresyon analizinde hataların, model yapısının bulanıklığından kaynaklandığı ifade edilir. Zadeh (1965), bulanık kümeleri önerdiğinden beri, bulanıklık çok daha fazla dikkat çekmekte ve bulanık veri analizi çok daha önemli hale gelmektedir. Regresyon analizinde, bulanıklığın ele alınmasında ilk olarak, Tanaka vd. (1982), *bulanık doğrusal regresyon (BDR) modelini* ortaya atmıştır. Bu çalışmada, modelin belirsizliği ve ayarlama derecesi olmak üzere iki faktöre bağlı olarak tahmin probleminin doğrusal programlamaya dönüştürülmesi konusu üzerinde durulmuştur. Ardından Diamond (1988), *bulanık en küçük kareler yaklaşımını* önermiştir. Bu çalışmada, bulanık sayılardan oluşan yeni tanımlanmış bir aralığa dayalı sıradan bir en küçük kareler yönteminin bulanık mantıkta genişletilmesi ile ilgilidir (Jinn vd., 2008, s. 1).

Klasik regresyon analizinin katı varsayımlarının sağlanamadığı durumlarda, bulanık regresyon analizinin birçok gerçek-yaşam problemine uygulanabilirliğinin ortaya çıkmasından sonra, bulanık regresyon analizinin birçok araştırmacı tarafından kullanımı yaygınlaşmıştır. Ancak bulanık regresyon analizi, özellikle Tanaka Modeli, bir takım eleştirilere maruz kalmıştır (Wang ve Tsaur, 2000a, s. 357; Shapiro, 2004, s. 11). Öyle ki;

- i. Girdi ve çıktı verileri her zaman kati ve doğrusal olmayabilir.
- ii. Orijinal Tanaka modeli, yığılmanın dışında kalan noktalara karşı oldukça hassastır.
- iii. Bulanık regresyon aralığı hakkında henüz uygun bir yorum bulunmamaktadır.
- iv. Tahmin konusunun dikkate alınması çok yenidir.
- v. Bulanık doğrusal regresyon, daha fazla bağımlı değişken toplandıkça çoklu-bağılanımlı olma eğilimindedir.
- vi. Tanaka'nın yönteminin, en-küçük kareler kavramı ya da hata terimlerine en iyi uyacak mevcut herhangi bir ölçüm ile ilişkisi açık değildir.

Bulanık regresyon modelinin oluşturulması için iki genel yöntem bulunmaktadır. İlki, değişkenler arasındaki ilişkinin bulanık olduğu modellerdir. Diğeri ise, değişkenlerin kendilerinin bulanık olduğu modellerdir (Shapiro, 2004, s. 4). Bulanık regresyon, Ishibuchi (1992)'nin verilerinden yararlanarak basit bir örnekle kavramsallaştırılabilir:

Tablo 6.

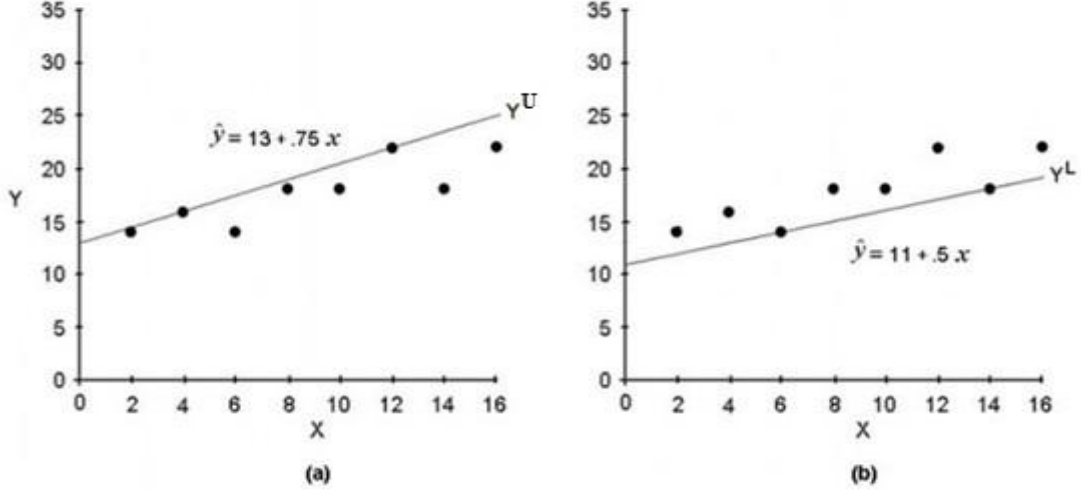
Bulanık Regresyon Örnek Verileri

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	2	4	6	8	10	12	14	16
y_i	14	16	14	18	18	22	18	22

Kaynak: Shapiro (2004).

Bu veriler kullanılarak, iki veya daha fazla veri noktasından geçen bir düz doğru oluşturulur. Sınırları sezgisel olarak belirlenen iki veya daha çok veri noktalarının üstünden geçecek şekilde Y^U doğrusal regresyon hattı oluşturulur. Aynı şekilde sınırları iki veya daha çok nokta boyunca veri noktalarının altından geçecek şekilde Y^L doğrusal regresyon hattı oluşturulur. Regresyon hatları üzerindeki seçilen gerçek veriler kullanılarak Y^U ve Y^L regresyon denklemleri elde edilir (Yurtcu ve İçağa, 2007, s. 38).

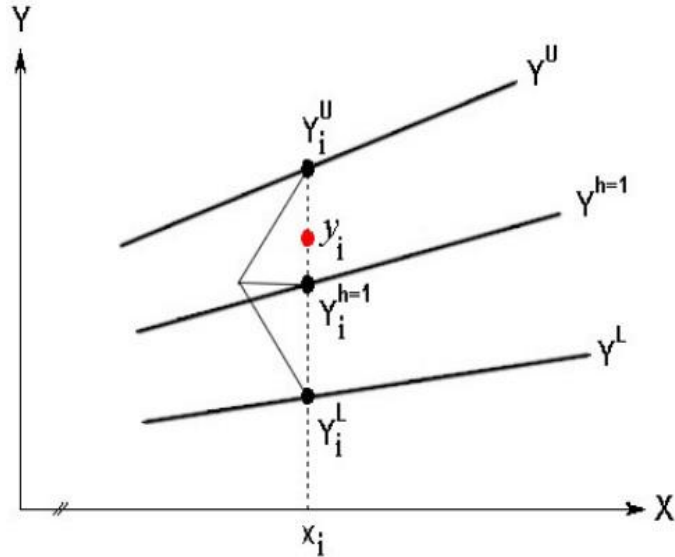
Burada, noktalar kendiliğinden belirlenmiş ve doğrular için belirlenen alt-üst sınırların parametrelerinin hesaplanmasında *En Küçük Kareler (EKK)* kullanılmıştır. Buna göre de, Y^U değeri $\hat{y} = 13 + 0.75x$ olarak, Y^L değeri ise $\hat{y} = 11 + 0.5x$ olarak bulunmuştur.



Şekil 5. Alt ve üst sınırların kavramsallaştırılması

Kaynak: Shapiro (2004).

Herhangi bir veri çifti (x_i, y_i) için, bulanık regresyon aralığı $[Y_i^L, Y_i^U]$ şeklindedir. Dolayısıyla tahmin edilecek veriler, bu iki doğru aralığı arasında olacaktır:



Şekil 6. Bulanık regresyon aralığı

Kaynak: Shapiro (2004).

O halde, simetrik üçgensel bulanık sayılar varsayımı altında $Y_i^{h=1} = \bar{Y}_i = (Y_i^U + Y_i^L)/2$ dir. Verilen parametreler (yani bulanık regresyon modelini

oluşturan $(Y^U, Y^L, Y^{h=1})$ parametreler) ve i 'inci veri çifti (x_i, y_i) , $(Y_i^U, Y_i^L, Y_i^{h=1})$ model parametreleri ile ilişkilidir (Shapiro, 2004, s. 5).

3.2. Bulanık Regresyon ve Modelleri

Bulanık (doğrusal) regresyon, uygulamacıların bağımlı değişkeni kesin olarak ölçemedikleri model durumlarının açıklanabilmesi için ilk olarak Tanaka vd.(1982) tarafından ortaya atılmıştır. Ardından bu konudaki çalışmalar oldukça hızlı bir şekilde yaygınlaşmıştır. Çalışmaların çoğunda, bulanık doğrusal regresyon ve bulanık en küçük kareler yöntemine dayalı iki temel yaklaşım söz konusudur (Pasha vd., 2007, s. 1716). Bu tezde, temel yaklaşımlarla birlikte, yeni tanımlanan yaklaşımlar da açıklanmaya çalışılmıştır.

3.2.1. Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık Doğrusal Regresyon (1982) (Tanaka Modeli)

Tanaka vd. (1982) ile birlikte istatistiksel modelin katı varsayımları gevşetilmiştir. Bu modelin avantajı, programlama ve hesaplamadaki basitliğidir. Burada, temel model, bulanık doğrusal fonksiyonu aşağıdaki şekilde varsayar:

$$\tilde{Y} = \tilde{A}_0 X_0 + \tilde{A}_1 X_1 + \dots + \tilde{A}_N X_N = \tilde{A}X \quad (3.3)$$

Burada; $X = [X_0, X_1, \dots, X_N]^T$ bağımsız değişkenlerin matrisi iken, $\tilde{A} = [\tilde{A}_0, \tilde{A}_1, \dots, \tilde{A}_N]^T$ ise, $\tilde{A}_j = (x_j, c_j)$ olarak ifade edilen ve,

$$\mu_{\tilde{A}_j}(a_j) = \begin{cases} 1 - \frac{|\alpha_j - a_j|}{c_j} & \alpha_j - c_j \leq a_j \leq \alpha_j + c_j, \\ 0 & \text{aksi halde} \end{cases} \quad \forall j = 1, 2, \dots, N \quad (3.4)$$

üyelik fonksiyonu ile tanımlanan simetrik üçgensel bulanık sayılar vektörüdür. α_j merkez değeri, c_j yayılım değeri iken, (3.3) numaralı eşitlik, yeniden aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\tilde{Y}_i = (\alpha_0, c_0) + (\alpha_1, c_1)X_1 + (\alpha_2, c_2)X_2 + \dots + (\alpha_N, c_N)X_N \quad (3.5)$$

Bu bulanık regresyon analizi, kesin girdi ve çıktı verilerinin varlığını varsayar. Girdi ve çıktı verileri arasındaki ilişki de parametrelerin dağılımının olasılık fonksiyonu olduğu bir bulanık fonksiyonla tanımlanır (Wang ve Tsaur, 2000a, s. 355-356).

Genişletme ilkesi ile $\tilde{Y}_i$ bulanık sayısının üyelik fonksiyonu (3.6) numaralı eşitlikte gösterilmektedir ve bağımlı değişkenin her değeri, $\tilde{Y}_i$ 'nin alt sınırı $Y_i^L = \sum_{j=0}^N (\alpha_j - c_j)X_{ij}$, $\tilde{Y}_i$ 'nin üst sınırı $Y_i^U = \sum_{j=0}^N (\alpha_j + c_j)X_{ij}$ ve $\tilde{Y}_i$ 'nin merkez

değeri $Y_i^{h=1} = \sum_{j=0}^N x_j X_{ij}$ eşitliği ile tanımlı iken, $\tilde{Y}_i = (Y_i^U, Y_i^L, Y_i^{h=1}), i = 1, 2, \dots, M$ bulanık sayısı olarak tahmin edilebilmektedir.

$$\mu(Y_i) = \begin{cases} 1 - \frac{|Y_i - X^t \alpha|}{c^t |X|} & X \neq 0 \\ 1 & X = 0, Y \neq 0, \forall i = 1, 2, \dots, M \\ 0 & X = 0, Y = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

Burada, $c^t = (c_0, c_1, \dots, c_N), \alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_N)$ olarak ifade edilmektedir. Minimize edilmiş bulanıklıkla, bulanık regresyonu elde etmek için amaç fonksiyonunun $\tilde{Y}_i$ bulanık sayısının toplam yayılımını minimize etmesi gerekir:

$$\min c^t |X| = \min \sum_{j=0}^N (c_j \sum_{i=1}^M |x_{ij}|) \quad (3.7)$$

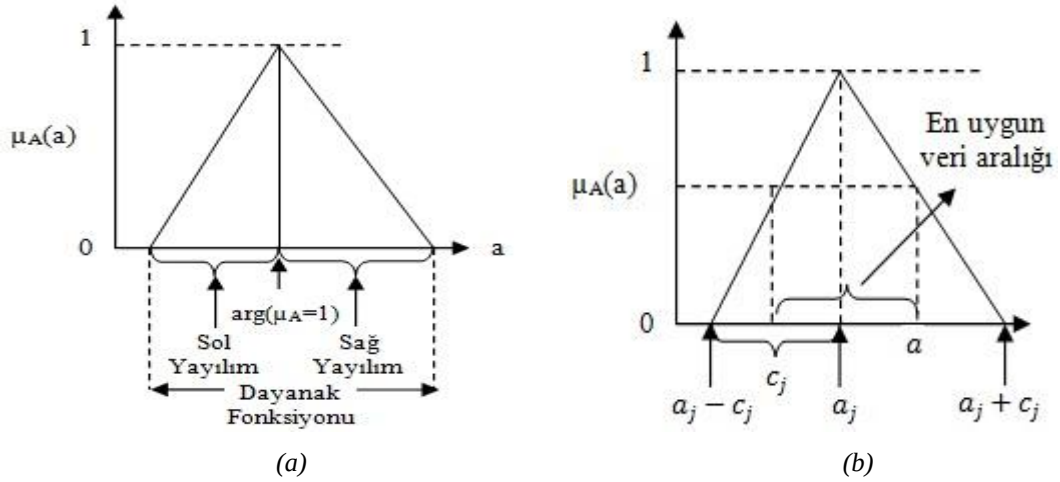
Burada, $\mu(Y_i) \geq h, (i = 1, 2, \dots, M)$ olarak, kısıtların her Y_i gözleminin en az h düzeyinde $\tilde{Y}_i$ 'ye ait olmasını sağlaması gerekir:

$$1 - \frac{|Y_i - X^t \alpha|}{c^t |X|} \geq h, \quad \forall i = 1, 2, \dots, M \quad (3.8)$$

Bu analizler sonucunda, aşağıdaki doğrusal programlama problemi elde edilmiş olur (Wang ve Tsaur, 2000a, s. 356):

$$\begin{aligned} & \min \sum_{j=0}^N (c_j \sum_{i=1}^M |x_{ij}|), \\ & \sum_{j=0}^N \alpha_j x_{ij} + (1-h) \sum_{j=0}^N c_j |x_{ij}| \geq Y_i, \quad \sum_{j=0}^N \alpha_j x_{ij} - (1-h) \sum_{j=0}^N c_j |x_{ij}| \leq Y_i \\ & c_j \geq 0, \quad \alpha \in R, \quad x_{i0} = 1 \quad (0 \leq h \leq 1; \forall i = 1, 2, \dots, M) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Burada, bulanık regresyonun katsayılarına ve özellikle önemli olan h -*güvenilirlik faktörüne* değinmek gerekir. Daha önce de belirtildiği gibi, üyelik fonksiyonu $\mu(A)$, Şekil 7.(a)'daki gibi ifade edilebilir. Sağ ve sol yayılım eşit olduğu takdirde, simetrik üçgensel bulanık sayılar olarak nitelendirilir. Çoğu kez, olabilirlik regresyonu olarak da bilinen Tanaka (1982) modelinin temel düşüncesi, bulanık katsayıların toplam yayılımını minimize ederek modelin bulanıklığının minimize edilmesidir (Shapiro, 2004, s. 2, 6).



Şekil 7. Bulanık katsayılar (a) ve simetrik bulanık parametreler (b)

Kaynak: Shapiro, 2004, s. 2,6.

Tanaka modelinin genel formülasyonu ve Şekil 7.(a) bir araya getirildiğinde; simetrik üçgensel bulanık sayılar kısıtı altında, j 'inci katsayının üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{A_j}(a) = \max \left\{ 1 - \frac{|a - a_j|}{c_j}, 0 \right\} \quad (3.10)$$

şeklinde ifade edilebilir. Şekil 7.(b)'de a_j merkez, c_j yayılımı ifade etmektedir.

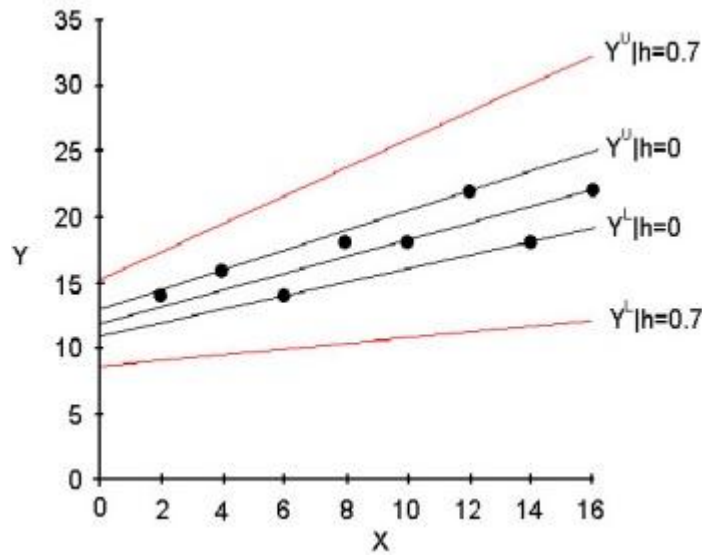
H -güvenilirlik faktörü için, y_i simetrik üçgensel bulanık bir sayı olarak ele alınırsa, $\bar{y}_i$ merkez noktasını ve e_i yarı-genişliği temsil eden ifadeler olur ($e_i \geq 0$). Verilen simetrik üçgensel bulanık bir sayı, y_i için, yalnızca y_i 'nin en azından h düzeyinde bir üyelik değerine sahip olduğu bir durumu incelemekteyse ($0 \leq h \leq 1$), $[\bar{y}_i - (1 - h)e_i, \bar{y}_i + (1 - h)e_i]$ aralığı (en uygun gözlemlenen veri aralığı) kullanılabilecektir. Burada h , kabul edilebilir minimum güvenilirlik derecesini ifade etmektedir (Hojati vd., 2005, s: 173). H , tahmin edilen çıktıların, gerçek çıktıları tahmin etmedeki miktarını belirler. H büyüdükçe aralık (yayılım) tahmini de büyüyecektir. Yüksek H -düzeyleri (≥ 0.5 gibi), gerçek verinin daha geniş aralıklarını içermekte ve aynı anda bulanık modelin ve gerçek verinin merkezi arasındaki sapmaları azaltmaktadır. Bu yüzden, yüksek H -düzeyleri, verinin merkez noktası için karar-vericinin daha yüksek güvenilirlik düzeyine sahip olduğunu gösterir (Chang ve Lee, 1994, s. 62).

H -güvenilirlik faktörü ile uyarlanmış tahmin edilen bulanık çıktı, H -güvenilirlik faktörü ile uyarlanmış gözlemlenen bulanık veriyi içermektedir (Shapiro, 2004, s. 10)¹. Öyle ki;

¹ Dolayısıyla gözlenen değerlerin, tahmin edilen çıktı içerisinde kalabilmesi için h -güvenilirlik değerinin 1'e fazla yakın olmaması gerekir.

$$\begin{aligned}
a_0 + \sum_{j=1}^N a_j x_{ij} + (1-h)[c_0 + \sum_{j=1}^N c_j |x_{ij}|] &> y_i + (1-h)e_i, \\
a_0 + \sum_{j=1}^N a_j x_{ij} - (1-h)[c_0 + \sum_{j=1}^N c_j |x_{ij}|] &< y_i - (1-h)e_i, \\
c_j > 0, \quad i = 0, 1, \dots, m, \quad j = 0, 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Şekil 8., $h=0$ ve $h=0.7$ için, h -faktörünün örneklem veri üzerindeki etkisini göstermektedir. H -faktörünün artırılması, güvenilirlik aralığını genişletmektedir ve böylece, modelde örneklem dışı değerlerin düşeceğinin olabilirliğini artırır.



Şekil 8. Bulanık doğrusal regresyon ve h -güvenilirlik modeli

Kaynak: Shapiro (2004, s. 10).

3.2.1.1. Aralık Regresyon Analizi (1995)

Olabilirlik regresyonunun (Tanaka modelinin (1982)) en basit şekli aralık regresyon analizidir. Klasik regresyonda, araştırmacılar bağımlı değişkenin tam değerini kesin olarak tahmin edebilmek için bir regresyon modeli kurar, ancak bulanık doğrusal regresyonda, bir aralık belirlenir ve aralığın yorumlayıcı bir anlam içermesi şart değildir. Aralık regresyon analizi, bağımlı değişken Y_i 'nin bilinmeyen değerini tahmin etmede, $\tilde{Y}_i$ aralığının kullanımını ifade eder. $\tilde{Y}_i$ aralığı, Y_i^L ile Y_i^U 'daki sonsuz farklı nokta arasından seçilir ve her noktanın bu aralığı temsil etme olabilirliği vardır (Wang ve Tsaur, 2000a, s. 357).

Aralık regresyon analizine göre, bulanık veri ve bulanık regresyon katsayıları, aralık sayılar olarak ifade edilir. Tüm bulanık çıktıların bir bulanık regresyon modelinin

içerisinde yer aldığı bulanık regresyon katsayıları belirlenir (Chang ve Ayyub, 2001, s. 191). Buna göre, aralık regresyonu:

$$Y = A_1x_1 + \dots + A_nx_n = Ax \quad (3.12)$$

eşitliği ile ifade edilir (Tanaka vd., 1995, s. 311).

Burada, x_i bir girdi değişkenini, A_i ise bir aralığı göstermektedir. A_i aralığı, $A_i = (a_{ci}, a_{wi})$ olarak gösterilir. Burada a_{ci} merkezi, a_{wi} ise yayılımı belirtmektedir. O halde;

$$A_i = \{a | a_{ci} - a_{wi} \leq a \leq a_{ci} + a_{wi}\} \quad (3.13)$$

En iyi bilinen aralık işlemi, aralık çıktısını aşağıdaki şekilde ifade eder:

$$\begin{aligned} Y &= (a_c^t x, a_w^t |x|) \\ a_c &= (a_{c1}, \dots, a_{cn})^t \\ a_w &= (a_{w1}, \dots, a_{wn})^t \\ |x| &= (|x_1|, \dots, |x_n|)^t \end{aligned} \quad (3.14)$$

Aralık regresyon analizinin formüle edilebilmesi için aşağıdakileri varsayalım:

- i. Veriler (y_j, x_j) olarak verilir, $j=1, \dots, m$.
- ii. Veri, (3.12) numaralı eşitlikle temsil edilmektedir.
- iii. Çıktı verisi y_j , tahmin aralığı $Y_j = (a_c^t x_j, a_w^t |x_j|)$ içerisinde yer almaktadır:

$$a_c^t x_j - a_w^t |x_j| \leq y_j \leq a_c^t x_j + a_w^t |x_j|, \quad j = 1, \dots, m \quad (3.15)$$

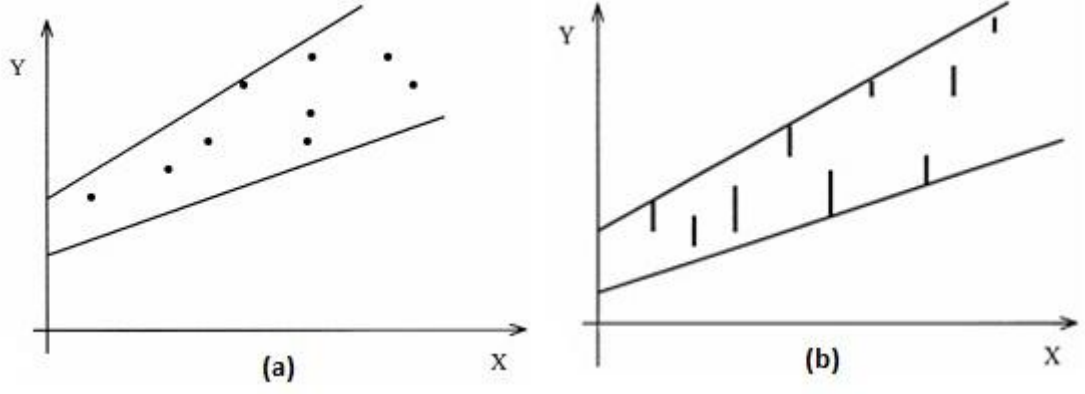
- iv. Aralık modelinin yayılım endeksi aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$J = \sum_{j=1}^m a_w^t |x_j| \quad (3.16)$$

Aralık regresyon analizi, (3.15) numaralı eşitliğe göre J 'yi minimize eden A_i , $i=1, \dots, n$, aralık katsayılarının belirlenmesi ile gösterilir. Bu da, aşağıdaki doğrusal programlama problemi ile ifade edilmektedir:

$$\begin{aligned} \min_{a_c, a_w} J &= \sum_{j=1}^m a_w^t |x_j| \\ a_c^t x_j - a_w^t |x_j| &\leq y_j \leq a_c^t x_j + a_w^t |x_j| \\ j &= 1, \dots, m \end{aligned} \quad (3.17)$$

Aralık regresyon analizi, doğrusal programlama problemine indirgenebildiği için, katsayılar için kısıt koşulları da tanımlanabilir (Tanaka vd., 1995, s. 312).



Şekil 9. Aralık regresyon modelleri

Kaynak: Chang ve Ayyub (2001, s.192).

Aralık regresyon modellerinin grafik üzerindeki ifadesi, Şekil 9’da gösterilmektedir. Buna göre, kesin X ve kesin Y için (a), kesin X ve bulanık Y için (b) aralık regresyon modelleri ifade edilmektedir (Chang ve Ayyub, 2001, s. 192).

3.2.1.2. Üstel Olabilirlik Regresyon Analizi (Genişletilmiş Tanaka Modeli (1995))

Tanaka’nın doğrusal regresyon modeli (1982), ilerleyen yıllarda geliştirilmiştir. Bunlardan bir tanesi bulanık doğrusal regresyona üstel bulanık kümeleri ekleyen Tanaka vd. (1995) tarafından tanımlanan modeldir. Bu model *Genişletilmiş Tanaka Modeli* olarak bilinir.

Tanaka’nın daha önceki çalışmalarında (1982, 1987, 1988, 1989) ele aldığı formülasyonları, doğrusal programlama problemi ile ilgilendiğinden, ilk çalışmalarında bazı katsayılar kesin olarak ifade edilmiştir. Celmins (1987)’nin eleştirileriyle Tanaka ve Ishibuchi (1991), ikinci dereceden (quadratic) üyelik fonksiyonları ile olabilirlik regresyon analizini formüle etmişler ve böylece elde edilen katsayılar birbirleriyle ilişkili hale gelmiştir (Tanaka vd., 1995, s. 305’den aktarıldığı üzere).

Daha sonra tanımlanan üstel olabilirlik regresyon analizinde ise, üstel olabilirlik dağılımına dayalı bir olabilirlik regresyon analizi yapılmaktadır. Burada regresyon modelinin katsayı vektörü, normal olabilirlik dağılımına benzer bir üstel olabilirlik dağılımı olarak varsayılır. İstatistiksel regresyon modellerinde, veri ile modelden elde edilen değer arasındaki fark, istatistiksel hata olarak ele alınır. Olabilirlik regresyon analizinde ise, veri ile model arasındaki boşluk, girdi-çıkı ilişkisinin olabilirliği olarak yorumlanır. Bu yüzden, üstel olabilirlik doğrusal sistemleri, regresyon modelleri

şeklinde kullanılmaktadır. O halde ilk önce bir olabilirlik doğrusal sistem tanımlanır (Tanaka vd., 1995, s. 313-315):

$$Y = A_1x_1 + \dots + A_nx_n = Ax \quad (3.18)$$

Burada $x = [x_0, x_1, \dots, x_n]^T$ girdi vektörünü ifade ederken, $A=(A_1, \dots, A_n)$ bir bulanık katsayı vektörünü; a_c merkez vektörünü ve D_A bir simetrik pozitif sonlu matrisini içeren üstel olabilirlik dağılımını tanımlamaktadır:

$$\Pi_A(a) = \exp\{-(a - a_c)^t D_A^{-1} (a - a_c)\}, \quad A = (a_c, D_A)_e \quad (3.19)$$

Eşitlik (3.17)'deki çıktının olabilirlik dağılımı $\Pi_Y(y)$, T yerine x^t yazılarak elde edilir:

$$\Pi_Y(y) = \exp\{-(y - x^t a_c)^2 (x^t D_A x)^{-1}\}, \quad Y = (x^t a_c, x^t D_A x)_e \quad (3.20)$$

Burada $x^t a_c$ ve $x^t D_A x$ sırasıyla eşitlik (3.18)'deki bulanık çıktının merkez ve yayılımını ifade etmektedir. Genişletme ilkesiyle; $\Pi_A(a)$ olabilirlik dağılımı $\Pi_Y(y)$ olabilirlik dağılımına dönüştürülmüştür. Modelin formüle edilebilmesi için, aralık regresyon analizinde yapılan varsayımlara benzer bir takım varsayımların yapılması gerekmektedir:

- i. Veriler (y_j, x_j) olarak verilir, $j=1, \dots, m$, y_j bir çıktı ve $x_j=(x_{j1}, \dots, x_{jn})^t$ ise bir girdi vektörünü ifade etmektedir. $m \gg n$ olarak varsayılırsa, $E=\{1, \dots, n\}$, verilen girdi vektörlerinden seçilen bağımsız vektörlerin $\{x_1, \dots, x_n\}$ alt-simgeler kümesini göstermektedir.
- ii. Veri, eşitlik (3.19)'daki üstel olabilirlik dağılımıyla birlikte eşitlik (3.18)'de ifade edilen doğrusal olabilirlik sistemiyle ifade edilir.
- iii. Verilen h_j eşiği altında, verilen çıktı y_j , tahmin edilen bulanık çıktı Y_j 'nin h_j -düzey kümesi içerisinde yer almaktadır:

$$[Y_j]_{h_j} = \{y | \Pi_{Y_j}(y) \geq h_j\} \ni y_j \quad (3.21)$$

- iv. Doğrusal olabilirlik modelinin yayılım endeksi aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$J = \sum_{j=1}^m x_j^t D x_j \quad (3.22)$$

Olabilirlik dağılımı $\Pi_A(a)$ 'nın bulunması için optimizasyon problemi ise;

$$\min_{D_A, a_c} J \quad (3.23)$$

$$\Pi_{Y_j}(y_j) \geq h_j \text{ ve } D_A > 0$$

şeklinde ifade edilir. İlk kısıt koşulları eşitlik (3.21)'in aynısıdır. Bu eşitlikte ilk kısıt koşulları aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir:

$$x_j^t D_A x_j \geq \frac{(y - a_c^t x_j)^2}{-\log h_j} \quad (3.24)$$

Bu ve $D_A > 0$ 'dan anlaşıldığı üzere eşitlik (3.23), doğrusal-olmayan bir optimizasyon problemidir. Bunun bir doğrusal programlama problemine dönüştürülmesi için iki-adımlı bir işlemin izlenmesi gerekmektedir: İlk olarak, aralık regresyonu veya geleneksel regresyon kullanılarak merkez vektör belirlenir. Eğer katsayılardaki bazı katsayı koşulları tanımlanabilirse, aralık regresyonu merkez vektörün bulunması için uygundur. Aksi halde, klasik regresyon kullanılabilir. İkinci olarak, elde edilen merkez vektör a_c^* , eşitlik (3.24)'de yerine yazılır ve aşağıdaki doğrusal programlama problemi çözülür.

$$\begin{aligned} \min_{D_A} J &= \sum_{j=1}^m x_j^t D_A x_j \\ x_j^t D_A x_j &\geq \frac{(y_j - a_c^{*t} x_j)^2}{-\log h_j} \quad x_j^t D_A x_j = 0 \quad \text{tüm } i \neq j \text{ ve } i, j \in E \end{aligned} \quad (3.25)$$

Dik açılı koşul olarak adlandırılan son koşul, D_A pozitif sonlu bir matris olarak elde edilebilir. İlk kısıttan $x_i^t D_A x_i > 0$ elde edilir. Dik açılı koşul ve bu birleştirilirse;

$$\begin{aligned} x^t D_A x &= (\lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_n x_n)^t D_A (\lambda_1 x_1 + \dots + \lambda_n x_n) \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 x_i^t D_A x_i > 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Bu da $D_A > 0$ olduğu anlamına gelir. Görüldüğü üzere, eşitlik (3.25)'deki optimizasyon probleminin, (y_j, x_j) , $j=1, \dots, m$ ve a_c^* sayısal değerler olarak verildiğinde, bir doğrusal programlama problemi olduğu görülür. Bu eşitliğin çözümüyle birlikte, simetrik katsayıların birbirleriyle ilişkili diğer bir deyişle etkileşimli olduğu olabilirlik dağılımını ifade eden D_A matrisi elde edilebilmektedir. Bu da Tanaka vd.'nin önceki çalışmalarından (1982- 1987- 1988- 1989) farklılık arz eder (Tanaka vd., 1995, s. 315).

3.2.1.3. Bulanık Bağımsız Gözlemler Kullanarak Bulanık Doğrusal Regresyon Analizi (1992)

Tüm Tanaka yöntemlerinde, bağımsız değişkenler kesin sayılardır. Sakawa ve Yano (1992), bulanık bağımsız değişkenleri modele katarak Tanaka modelini geliştirmişlerdir. Sakawa ve Yano (1992) ilk önce, bulanık regresyon katsayıları A_j 'nin beklenen aralık değerlerine bağlı olarak, bağımsız değişkenleri üç farklı grup altında toplamını;

$$\begin{aligned}
J_1 &= j'ler, j = 0, \dots, k, & \alpha_j - (1-h)c_j &\geq 0, \\
J_2 &= j'ler, j = 0, \dots, k, & \alpha_j - (1-h)c_j < 0 \quad ve \quad \alpha_j + (1-h)c_j &\geq 0, \\
J_3 &= j'ler, j = 0, \dots, k, & \alpha_j + (1-h)c_j < 0 & \quad (3.27)
\end{aligned}$$

Ardından, birleştirme problemini, $\min \sum_{i=1}^n (\hat{y}_{iU} - \hat{y}_{iL})$ şeklinde ifade etmişlerdir. Burada $\hat{y}_{iU}$ ve $\hat{y}_{iL}$ aşağıdaki şekilde tanımlıdır (Hojati vd., 2005, s. 176):

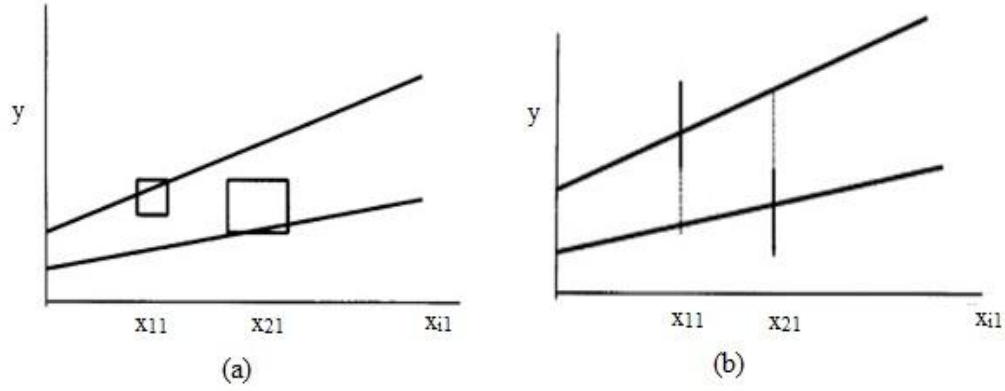
$$\begin{aligned}
\sum_{j \in J_1 \cup J_2} (\alpha_j + (1-h)c_j)(\bar{x}_{ij} + (1-h)f_{ij}) + \sum_{j \in J_3} (\alpha_j + (1-h)c_j)(\bar{x}_{ij} - (1-h)f_{ij}) &= \hat{y}_{iU} \\
i = 1, \dots, n, \quad \hat{y}_{iU} &\geq \bar{y}_i - (1-h)e_i \\
\sum_{j \in J_1} (\alpha_j - (1-h)c_j)(\bar{x}_{ij} - (1-h)f_{ij}) + \sum_{j \in J_2 \cup J_3} (\alpha_j - (1-h)c_j)(\bar{x}_{ij} + (1-h)f_{ij}) &= \hat{y}_{iL} \\
i = 1, \dots, n \quad \hat{y}_{iL} &\leq \bar{y}_i + (1-h)
\end{aligned} \tag{3.28}$$

$$\alpha_j = \text{serbest}, c_j \geq 0, e_i, j = 0, \dots, k$$

Sakawa ve Yano (1992), bu sistemden üç farklı bulanık doğrusal regresyon formülasyonu geliştirmiştir. Bunlardan ilki, Tanaka vd. (1989)'nin birleştirme problemini; diğerleri ise Tanaka (1987)'nin minimizasyon ve maksimizasyon probleminin genelleştirilmiş halidir. Elde edilen minimizasyon probleminin genelleştirilmiş hali aşağıdaki şekilde ifade edilir (Redden ve Woodall, 1996, s. 206):

$$\begin{aligned}
\min Z &= \sum_{i=1}^n (Y_{i0}^{U*} - Y_{i0}^{L*}) \\
Y_{ih}^{U*} &\geq \tilde{y}_i + (1-h)e_i, \quad -Y_{ih}^{L*} \geq -\tilde{y}_i + (1-h)e_i \quad i = 1, \dots, n
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Sakawa ve Yano (1992) yöntemlerinin detaylı incelenmesi sonucunda, çözümün yığılmanın dışında olan noktalardan etkilenebileceği ve sonsuz çözümlere bağlı olarak, model çözümlerinin her zaman iyi tanımlanamayabileceği ortaya konulmuştur (Redden ve Woodall, 1996, s. 209).



Şekil 10. (a) Sakawa ve Yano ve (b) Peters Modeli Analizi

Kaynak: Hojati vd. (2005, s. 176-178).

Şekil 10.(a)'da gösterilen Sakawa ve Yano (1992) modeline göre dikdörtgenler, gözlenen h -güvenilirlik alanlarıdır. Dikdörtgenlerin yanında çizilen doğrular, tanımlanan h -güvenilirlik aralığıyla ifade edilen x değerleri bulanık sayılardır. Bulanık ilişkiyi ve $x_1 \in J_1$ durumunu ifade ettiği için, yalnızca her dikdörtgenin alt sağ ve üst sol köşesi, Sakawa ve Yano (1992) modeli için tahmin edilen h -güvenilirlik alanının içerisinde yer almaktadır (Hojati vd., 2005, s. 175).

3.2.1.4. Bulanık Aralıkları İçeren Bulanık Doğrusal Regresyon Analizi (1994)

Peters (1994) modeli olarak da bilinen *Bulanık Aralıkları İçeren Bulanık Doğrusal Regresyon Analizi* modeli, Sakawa ve Yano (1992) modelinin geliştirilmiş halidir. Bağımlı değişkenin bulanık, bağımsız değişkenlerin kesin olduğu bir model ele alınmaktadır. $y_{iU}, \bar{y}_i, y_{iL}$ sırasıyla i . gözlemlenen aralığın üst, merkez ve alt noktaları $\hat{y}_{iU}, \hat{y}_{iL}$ ise sırasıyla i . tahmin edilen aralığın üst ve alt noktalarını ifade etmektedir. Peters (1994) modeli, $\hat{y}_{iL}$ 'nin y_{iL} 'den büyük ve y_{iU} 'dan küçük olmasına izin verirken, $\hat{y}_{iU}$ 'nun y_{iU} 'dan küçük ve y_{iL} 'den büyük olmasını şart koşar. O halde Peters (1994) modelinin basitleştirilmiş formülasyonu aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir (Hojati vd., 2005, s. 177):

$$\begin{aligned}
& \max \bar{\lambda} \\
& \sum_{j=0}^k (\alpha_j + c_j) x_{ij} \geq \bar{y}_i - (1 - \lambda_i) e_i, \quad i = 1, \dots, n \\
& \sum_{j=0}^k (\alpha_j - c_j) x_{ij} \leq \bar{y}_i + (1 - \lambda_i) e_i, \quad i = 1, \dots, n \\
& \bar{\lambda} = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n / n, \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^k c_j x_{ij} \leq P_0 (1 - \bar{\lambda}), \quad 0 \leq \lambda_i \leq 1
\end{aligned} \tag{3.30}$$

$$i = 1, \dots, n, \quad \bar{\lambda} \geq 0, \quad \alpha_j = \text{serbest}, \quad c_j \geq 0, \quad j = 0, \dots, k$$

Şekil 10. (b) de, gözlemlenen aralıkların (koyu dik çizgiler) bulanık alanla tipik ilişkisini ifade etmektedir. Peters (1994)'ün formülasyonu, tahmin edilen aralıkların, gözlemlenen aralıklardan farklı noktaları içermesine izin verse de, bunların gözlemlenen aralıkları kesmesi zorunludur. P_0 için iyi bir değer tahmin etmek güçtür ve çözüm bu değere karşı hassastır (Hojati vd., 2005, s. 177).

3.2.1.5. Çok-Amaçlı Bulanık Regresyon Analizi (Özelkan ve Duckstein Modeli (2000))

Özelkan ve Duckstein (2000), mevcut bulanık regresyon yaklaşımlarının noksanlarının üstesinden gelmek için çok amaçlı bir bulanık regresyon modeli tanımlamışlardır. Yaklaşımı izah etmek için yağış-boşaltım süreçlerini kullanarak belirsiz unsurlar üzerinde çalışmışlardır.

Özelkan ve Duckstein (2000: 637)'e göre Peters (1994)'ün modeli verinin dışarıda kalan noktalara karşı sağlam olmasına rağmen bazı parametrelerin karar verici tarafından belirlenmesi nedeniyle sağlıklı sonuç vermediğini ifade etmişlerdir. Bu bağlamda Peters (1994)'ün modeline benzer bir formülasyon kullanmış fakat tahmin edilen aralıkların gözlemlenen aralıkları kesmesini şart koşmamışlardır (Hojati vd., 2005, s. 177). Burada amaç fonksiyonu $\sum_{i=1}^n (d_{iU} + d_{iL})$ 'nin minimum olması istenir. Yani:

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{i=1}^n (d_{iU} + d_{iL}) \\
& \sum_{j=0}^k (\alpha_j + (1-h)c_j)x_{ij} \geq \bar{y}_i + (1-h)e_i - d_{iU}, \quad i = 1, \dots, n \\
& \sum_{j=0}^k (\alpha_j - (1-h)c_j)x_{ij} \leq \bar{y}_i - (1-h)e_i + d_{iL}, \quad i = 1, \dots, n \\
& \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^k c_j x_{ij} \leq v, \quad d_{iL}, d_{iU} \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \\
& \alpha_j = \text{serbest}, \quad c_j \geq 0, \quad j = 0, \dots, k
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Burada v parametresi, tahmin edilen aralıkların toplam yarı-genişliğinin olası tüm farklı değerlerini içermektedir d_{iL}, d_{iU} sırasıyla üst ve alt sapma değişkenleridir. Yaklaşımın sorunu, farklı v değerleri için formülün birkaç kez çözülmesi gerektiği ve hangi v değerinin en iyisi olduğunun belirlenmesi oldukça güç olması olarak bilinir (Hojati vd., 2005, s. 178).

3.2.1.6. Hojati-Bector-Smimou Modeli (2005)

Hojati vd. (2005), çalışmalarında önce bağımsız değişkenlerin kesin ve bağımlı değişkenin bulanık sayılar olduğu, Peters (1994) ve Özelken-Duckstein (2000) modellerine benzer ancak kullanımı daha basitleştirilmiş bir model kurmuşlardır. Ardından bu modeli genişleterek tüm gözlemlerin bulanık olduğu ikinci bir model kullanarak bunu Sakawa-Yano (1992) modeli ile karşılaştırıp bu model ile dengeli sonuçlara ulaşmışlardır. İlk durumdaki doğrusal programlama problemi aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir (Hojati vd., 2005, s. 178):

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{i=1}^n (d_{iU}^+ + d_{iU}^- + d_{iL}^+ + d_{iL}^-) \\
& \sum_{j=0}^k (\alpha_j + (1-h)c_j)x_{ij} + d_{iU}^+ - d_{iU}^- = \bar{y}_i + (1-h)e_i, \quad i = 1, \dots, n \\
& \sum_{j=0}^k (\alpha_j - (1-h)c_j)x_{ij} + d_{iL}^+ - d_{iL}^- = \bar{y}_i - (1-h)e_i, \quad i = 1, \dots, n \\
& d_{iU}^+ + d_{iU}^- + d_{iL}^+ + d_{iL}^- \geq 0
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$i = 1, \dots, n, \alpha_j = \text{serbest}, c_j \geq 0, j = 0, \dots, k$$

Burada, $|d_{iU}^+ + d_{iU}^-|$ tahmin edilen h-güvenilirlik aralığının üst noktası ile gözlemlenen h-güvenilirlik aralığının üst noktası arasındaki uzaklığı, $|d_{iL}^+ + d_{iL}^-|$ ise alt noktalar için aynı durumu ifade etmektedir. Amaç fonksiyonu ile bu iki uzaklığın toplamalarının minimize edilmesini amaçlamaktadır. Hojati vd. (2005) ile Özelkan-Duckstein (2000) ($v=25$)'in sonuçları karşılaştırıldığında oldukça dengeli sonuçlara ulaşılmaktadır (Hojati vd., 2005, s. 180).

Hojati vd. (2005)'nin ikinci durumda ele aldıkları modelde ise, tahmin edilen ve ortak gözlenen aralıkların üst noktalarının toplam sapması ile tahmin edilen ve ortak gözlenen aralıkların alt noktalarının sapmasının her bağımsız değişkeni hem alt noktalarında (sol) hem de üst noktalarında (sağ) minimize eden bulanık regresyon katsayıları seçilmiştir:

$$\begin{aligned}
& \min \sum_{i=1}^n (d_{iLU}^+ + d_{iLU}^- + d_{iLL}^+ + d_{iLL}^- + d_{iRU}^+ + d_{iRU}^- + d_{iRL}^+ + d_{iRL}^-) \\
& \sum_{j=0}^1 (\alpha_j + (1-h)c_j)(\bar{x}_{ij} - (1-h)f_{ij}) + d_{iLU}^+ - d_{iLU}^- = \bar{y}_i + (1-h)e_i \\
& \sum_{j=0}^1 (\alpha_j + (1-h)c_j)(\bar{x}_{ij} + (1-h)f_{ij}) + d_{iRU}^+ - d_{iRU}^- = \bar{y}_i + (1-h)e_i \\
& \sum_{j=0}^1 (\alpha_j - (1-h)c_j)(\bar{x}_{ij} - (1-h)f_{ij}) + d_{iLL}^+ - d_{iLL}^- = \bar{y}_i - (1-h)e_i \\
& \sum_{j=0}^1 (\alpha_j - (1-h)c_j)(\bar{x}_{ij} + (1-h)f_{ij}) + d_{iRL}^+ - d_{iRL}^- = \bar{y}_i - (1-h)e_i \\
& i = 1, \dots, n, \quad d_{iLU}^+ + d_{iLU}^- + d_{iLL}^+ + d_{iLL}^- + d_{iRU}^+ + d_{iRU}^- + d_{iRL}^+ + d_{iRL}^- \geq 0,
\end{aligned} \tag{3.33}$$

$$\alpha_j = \text{serbest}, c_j \geq 0, i = 1, \dots, n, j = 0, \dots, k$$

Burada “l”, bağımsız değişken aralıklarının sağ (alt) noktasını, “r” ise sol (üst) noktasını ifade ederken, “U”, gözlenen ve tahmin edilen aralıkların üst noktasını ve “L” de alt noktasını göstermektedir. Sakawa-Yano (1992) modeli ile karşılaştırılan sonuçlar oldukça dengelidir. Nihayetinde Hojati-Bector-Smimou (2005) modeli, hesaplamada x değişkenini üç farklı kategoriye ayırması nedeniyle, uygulaması Sakawa-Yano (1992) modelinden daha da basittir (Hojati vd., 2005, s. 183).

3.2.2. Bulanık En Küçük Kareler Yöntemine Göre Bulanık Regresyon

Bulanık regresyon modellerinin en sık kullanılan diğer bir yöntemi *Bulanık En Küçük Kareler Yöntemine Göre Bulanık Regresyon* yöntemidir (Pasha vd., 2007, s. 1716). Bu yöntem, tahmin edilen hata kareleri toplamını minimize etmek için kullanılır. Bulanık en küçük kareler yönteminin en büyük avantajı, gözlemlenen ve tahmin edilen değerler arasında minimum bulanıklık derecesini yansıtmasıdır. Öyle ki, Tanaka modeli (1982), tahmin edilen aralığın çok geniş olması nedeniyle eleştiriye uğrar. Bu nedenle de çoğu kez pratik uygulamalarda sorun yaratan bir modeldir. Bu bağlamda; Diamond (1988), bulanık parametreleri belirlemek için bulanık en küçük kareler yöntemini sunmuştur. Böylece, tek-değişkenli bir bulanık doğrusal regresyon modelinden bir minimum regresyon aralığı elde edilebilmektedir. Bu yöntem, klasik en küçük kareler yöntemine benzemektedir. Bu yüzden, verilen veri ile minimize edilmiş aralıktan elde edilen regresyon aralığı, Tanaka’nın yaklaşımından (1982) daha dar bir aralık verir. O halde, tahmin etme açısından bulanık en küçük kareler yöntemi daha üstünken, Tanaka yöntemi (1982) ancak hesaplama yöntemi açısından daha etkilidir denilebilir (Modarres vd., 2005, s. 978, 980).

Bulanık en küçük kareler yönteminin farklı uygulamaları, Celmins (1987), Savic ve Pedrycz (1991), Chang ve Ayyub (1993) tarafından yapılmıştır. Celmins (1987), bulanık veri ve model arasında bir uyum ölçümü tanımlar ve bu ölçümü bir model-uyarlama kriteri olarak kullanır. Savic ve Pedrycz (1991), minimum bulanıklık kriterini basit en küçük kareler yöntemine uyarlayarak bulanık en küçük kareler regresyon analizi için birleştirilmiş bir yaklaşım sunar. Chang ve Ayyub (1993) ise, standart hata ve korelasyon katsayısı gibi bulanık en küçük kareler regresyon analizinin güvenilirliğine ilişkin konularla ilgilenmektedir (Chang ve Ayyub, 2001, s. 189).

Tek bir açıklayıcı değişkenin olduğu durumda, bulanık doğrusal regresyon $\tilde{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 \tilde{X}_i + \tilde{e}_i$, $i = 1, 2, \dots, m$ olarak tanımlanır ve en küçük kareler yönteminin uygulanmasıyla problem aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Kao ve Chyu, 2003, s. 427):

$$\min \tilde{S} = \sum_{i=1}^n (\tilde{Y}_i - b_0 - b_1 \tilde{X}_i)^2 \quad (3.34)$$

İki bulanık nicelik $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ 'nin üyelik fonksiyonlarını $\mu_{\tilde{A}}(X)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(X)$ olarak tanımlayan Celmins (1987), $\gamma(\tilde{A}, \tilde{B})$ uyum ölçümünü aşağıdaki şekilde ifade eder:

$$\gamma(\tilde{A}, \tilde{B}) = \max_x \min\{\mu_{\tilde{A}}(X), \mu_{\tilde{B}}(X)\} \quad (3.35)$$

γ değeri, sıfır ile sonsuz arasında değişmektedir. Bu yaklaşıma göre, veriyararlanmanın amacı, veri ile uyarlanmış model arasındaki toplam uyumluluğun maksimumda olduğu bir model bulmaktır. Maksimum uyumluluk kriterini kullanarak hesaplanan bulanık en küçük kareler regresyonu nihai olarak aşağıdaki şekilde formüle edilmektedir:

$$\tilde{Y} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X = m_0 + m_1 X \mp \sqrt{c_0^2 + 2c_{01}X + c_1^2 X^2}. \quad (3.36)$$

Eşitliğin ilk tarafı $(m_0 + m_1 X)$, bulanık regresyon modelinin merkez doğrusunu ifade etmektedir. m_0 ve m_1 katsayıları ağırlıklandırılmış en küçük kareler regresyonu ile elde edilmiştir. Eşitliğin ikinci kısmı ise, regresyon modelinin alt ve üst bulanık dış sınırlarını göstermektedir. c_0 ve c_1 , $\tilde{A}_0$ ve $\tilde{A}_1$ katsayılarının bulanık yarı-genişliğidir. Buna göre, c_{01} ise, $\tilde{A}_0$ ve $\tilde{A}_1$ arasındaki bulanık uyuşmayı ifade etmektedir (Chang ve Ayyub, 2001, s. 190).

Diamond (1988) ise, bulanık parametreleri belirlemek için bulanık en küçük kareler yöntemini öne sürmüştür. Tahmin edilen bağımlı değer $\tilde{Y}_i$ ile toplanan veri $\tilde{Y}_i$ arasında minimum bulanıklık kavramı kabul edilerek, tek-değişkenli bulanık doğrusal regresyon modelinden bir minimum regresyon aralığı elde edilebilir. Öyle ki, $\tilde{A}_0 = (\alpha_0, c_0)$, $\tilde{A}_1 = (\alpha_1, c_1)$ katsayıları ile tanımlı model, α_0, α_1 merkez ve c_0, c_1 ise sırasıyla $\tilde{A}_0$ ve $\tilde{A}_1$ 'in yayılım değerleri olmak üzere; $\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1}$ ise, yöntem $\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1}$ ile $\tilde{Y}_i$ arasında bulanık aralığın minimize edilmesi ile tanımlıdır. $r(\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1}, \tilde{Y}_i) = \sum d(\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1}, \tilde{Y}_i)^2$ şeklinde tanımlanan bu yöntem aşağıdaki şekilde de genişletilebilir (Wang ve Tsaur, 2000b, s. 640):

$$\begin{aligned}
& r(\tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1}, \tilde{Y}_i) \\
& = (\alpha_0 + c_0 + \alpha_1 X_{i1} + c_1 X_{i1} - \bar{y}_i - e_i)^2 + (\alpha_0 + \alpha_1 X_{i1} - \bar{y}_i - e_i)^2 \\
& + (\alpha_0 - c_0 + \alpha_1 X_{i1} - c_1 X_{i1} - \bar{y}_i \\
& + e_i)^2
\end{aligned} \tag{3.37}$$

İlerleyen yıllarda, bulanık en küçük kareler yöntemi de çeşitli yazarlar tarafından (Chang ve Lee, 1996; Kao ve Chyu, 2003; Modarres vd., 2005) geliştirilmiştir. Öyle ki, Modarres vd. (2005)'nin modeline göre, Tanaka'nın modeli (1982) geliştirilmiş ve bulanık en küçük kareler yönteminin hesaplama karmaşıklığı azaltılmıştır. Bu modelin amaç fonksiyonu, gözlemlenen yayılım e_i ile tahmin edilen yayılım $\alpha|X_i|$ arasındaki toplam farkın karesini minimize edecek şekilde, yani $\sum_{i=1}^m (\alpha|X_i| - e_i)^2$ eşitliğinin minimize edilmesi ile tanımlıdır. Araştırmacı ardına karar verici $0 \leq h \leq 1$ için bir eşik değeri seçmelidir. Öyle ki; $a=(a_0, a_1, \dots, a_n)$ merkez noktalarını ve $\alpha=(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n)$ tahminlerin yayılımını ifade ederken, matematiksel model aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\begin{aligned}
\min Z(h) &= \sum_{i=1}^m (\alpha|X_i| - e_i)^2, \quad \alpha|X_i| \geq 0, \quad i = 0, 1, \dots, m \\
\sum_{j=0}^n a_j X_{ij} + |L^{-1}(h)| \sum_{j=0}^n \alpha_j |X_{ij}| &\geq \bar{y}_i - |L^{-1}(h)| e_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\
\sum_{j=0}^n a_j X_{ij} - |L^{-1}(h)| \sum_{j=0}^n \alpha_j |X_{ij}| &\leq \bar{y}_i + |L^{-1}(h)| e_i, \quad i = 1, 2, \dots, m
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Model, ikinci dereceden bir programlama problemidir ve nihayetinde bu yöntem, daha önceki modellerden daha iyi bir performans göstermektedir (Modarres vd., 2005, s. 988).

3.3. Bulanık Doğrusal Regresyon Modellerinin Genel Değerlendirmesi

Klasik regresyon, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki doğrusal ilişkinin var olduğunu ortaya koyan istatistiksel bir araçtır demiştik. Fakat sağlıklı bir analiz doğadan kesin bilgiyi toplamayı gerektirmektedir. Oysaki bu çoğu zaman imkânsız olduğundan, böyle durumlarda klasik regresyon analizinin eksikliklerini bulanık regresyon ile telafi edebiliriz. Bulanık veriler ile klasik regresyon analizi yapmak gerçekten uzak ve sapmalı sonuçlar verecektir. Bu nedenle gerek bulanık veriler, gerekse standart veriler kullanılarak yapılabilen bulanık regresyon analizi sayesinde anlamlı ve gerçek hayatla tutarlı ve minimum sapmalı sonuçlara ulaşılabilir (Düzyurt, 2008, s. 35).

Klasik regresyonda, kesin verilerin rastgele hatalar içerdiği varsayılırken bulanık verilerde bulanık hatalar söz konusudur. Bulanık regresyon analizi, gözlenen bulanık veriyi modellemek için bir yöntem oluşturulmasını sağlar. Dolayısıyla veri, bulanıklık içeriyorsa bulanık regresyonun kullanılması gerekir. Diğer taraftan, bulanık regresyon modelleri, veri bulanıklığının ve sistem bulanıklığının bir sonucudur. Bu yüzden de farklı uyarlama kriterlerinin kullanılmasını gerektirir (Chang ve Ayyub, 2001, s. 202).

Gözlenen değerler ile tahmin edilen değerler arasındaki sapmaların, sistem bulanıklığına bağlı olduğu varsayılır ve bulanık regresyon modeli, optimizasyonda sistem bulanıklığını minimize etmeyi amaçlar (He vd., 2007, s. 258). Dolayısıyla sistem bulanıklığı düştükçe, model daha iyi tahmin gücüne ulaşmış olacaktır.

Önceki çalışmalar aşağıdaki durumlarda bulanık regresyonun klasik regresyondan daha iyi sonuçlar verdiğini göstermiştir:

- i. Veri kümesi, klasik regresyon analizini gerçekleştirecek kadar yeterli değilse,
- ii. Klasik dağılım varsayımları ispat edilemezse,
- iii. Regresyon modelinin uygunluğu yeterli değilse,
- iv. İnsan yargıları modele dahil olursa (Özelkan ve Duckstein, 2000, s. 635).

Diğer yandan bulanık regresyon özellikle, tüm veri noktalarının tahmin edilen parametreleri etkilemesine izin vermediğinden, veri dışında kalan noktalara karşı hassas olduğundan ve daha fazla veri toplandıkça tahmin edilen aralıkların genişlediğinden dolayı eleştirilere maruz kalmıştır (Özelkan ve Duckstein, 2000, s. 636).

Basit Tanaka modelinin (1982) avantajı, programlama ve hesaplama basitliğinden, bulanık en küçük kareler yönteminin avantajı ise, toplanan veri ile tahmin edilen değerler arasındaki minimum düzey bulanıklıktan kaynaklanır (Wang ve Tsaur, 2000b, s. 637). Dolayısıyla hesaplama kolaylığı açısından en kolay yöntem Tanaka modeli (1982) iken, tahmin gücü bakımından en iyi yöntem bulanık en küçük kareler yöntemidir.

İlerleyen yıllarda Tanaka modeli (1982), gözden geçirilmiş ve geliştirilmiştir. Bu açıdan Tanaka ve arkadaşlarının ilerleyen yıllarda (1988, 1989, 1995) birçok çalışması mevcuttur. Tanaka vd. (1995) tarafından bulanık doğrusal regresyona üstel bulanık kümeler eklenmiş, böylece elde edilen katsayılar birbirleriyle ilişkili hale gelmiştir. Diğer yandan, Tanaka modelinde (1982), tahmin edilen $\tilde{Y}_i$ 'lerin dağılım toplamalarının minimize edilmesi ve modelin daha gerçekçi hale getirilmesi için He vd. (2007)

tarafından da bu model düzenlenmiştir. Bu amaçla $\bar{h}$ 'ları içeren bir başka amaç fonksiyonu modele eklenmiştir.

Hojati vd. (2005)'in modeli, bulanık doğrusal katsayıların belirlenmesinde basit bir yaklaşım sunmaktadır. Basitliğinin yanında, elde edilen sonuçlar, diğer modellerle dengeli sonuçlar vermektedir. Öyle ki, kabul edilebilir düzeyde dar bulanık alanlar sağlayarak, gözlenen ve tahmin edilen değerler iyi derecede eşleşmiştir. Ancak Hojati vd. (2005)'in yaklaşımında, tahmin edilen alan, gözlenen aralıkların son noktaları kullanarak tahmin edildiğinden, yalnızca bulanık regresyon katsayıları simetrik üçgensel sayılar (veya aralıklar) olarak varsayıldığında geçerli olur (Hojati vd., 2005, s. 183-184).

Son olarak Özelkan ve Duckstein (2000), yığılmanın dışında kalan noktalar ve tahmin belirsizliği arasındaki değiş tokuşu temel alarak, karar vericinin hakim-olmayan bir çözümü seçmesine olanak vererek bulanık regresyonun problemlerinin üstesinden gelmek için çok amaçlı bulanık regresyon modelleri geliştirmiştir ve sonuçlar mevcut bulanık regresyon tekniklerinden üstün sonuçlar vermiştir (Kahraman vd., 2006, s. 594). Aynı zamanda Nasrabadi vd. (2005)'in çalışmalarında, yığılmanın dışında kalan noktalara karşı hassas olduğuna ve model daha fazla veri içerdikçe tahmin edilen değerlerin daha geniş aralıklara sahip olduğuna yönelik bulanık doğrusal regresyon eleştirilerinden hareketle çok-amaçlı bulanık doğrusal regresyon modeli geliştirmişlerdir (Kahraman vd., 2006, s. 598).

Bulanık doğrusal ve bulanık en küçük kareler regresyonlarının bir dezavantajı, bulanık sayıların yayılımlarının merkez noktalarıyla ilişkisiz düşünülmesi, ancak girdi değişkenlerin miktarına bağlı olarak artmasıdır. Bir diğer dezavantajı ise, bu regresyonların bulanık üyelik fonksiyonunun genellikle yalnızca simetrik üçgensel olarak değil aynı zamanda $|L^{-1}(\alpha)| = 1 - \alpha$ fonksiyonu olarak varsayılmasıdır. Ne var ki, bu koşulların bu tür fonksiyonlara sahip bir gerçek probleme uygulanması oldukça zordur (Kim ve Bishu, 1998, s. 352).

BÖLÜM IV

BULANIK REGRESYON UYGULAMALARI

Bu bölümün ilk kısmında *Bölüm III*'de üzerinde durulan Shapiro (2004)'nın makalesi temel alınarak Tüketim miktarı ve GSYİH arasındaki ilişki 2000-2012 senelerindeki veriler kullanılarak modellenmiştir. Ayrıca 1994-2012 yılları arasındaki İthalat miktarının, GSYİH ve Kur'a bağlı olarak değişimi klasik regresyon ve bulanık regresyon yöntemleri ile modellenmeye çalışılmıştır. İthalat miktarının belirlenmesinde birçok faktör rol oynamasına rağmen bunların birçoğuna modelde yer verilemediği için ortaya çıkan bulanıklık nedeni ile bulanık regresyon yöntemleri ele alınmış ve tahminini sağlayan modeller oluşturulmuştur. İthalatın, GSYİH ve Kur arasında olan ilişkisi klasik regresyon analizinin yanı sıra Tanaka (1982) yöntemi, Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş yöntemi (2007), Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon (1991) yöntemi ve son olarak Aralık Regresyon Analizi (1995) yöntemi ile tahmin edilmiştir. Uygulamada, bu regresyon modelleri kullanılarak bulanık parametre değerleri, bulanık tahmin değerleri ve hata kareler ortalama (HKO) değerleri elde edilmiştir. Yöntemleri karşılaştırmada kullanılan hata kareler ortalaması değeri,

$$HKO(\tilde{y}_i, \tilde{e}_i) = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n (Y_i - \tilde{Y})_i^2 + (e_i - \tilde{e}_i)^2 \right] \quad (4.1)$$

eşitliğinden hesaplanmıştır. Çözüm sürecinde LINGO 11.0, SPSS 17.0 ve EXCEL 2007 programından yararlanılmıştır. Bulanıklık kriteri; H=0.00, H=0.50 ve H=0.70 olan 3 durum için elde edilen doğrusal programlama modeli, LINGO 11.0 paket programı ile çözülmüş ve farklı bulanıklık kriteri için elde edilen bulanık regresyon modelleri ayrı ayrı özetlenmiştir.

4.1. Tüketim Fonksiyonu Shapiro Örneği

4.1.1. Tüketim Regresyon Modeli

2000-2012 yılları arasındaki GSYİH ve tüketim verileri TCMB'den alınmıştır. Tüketim verileri, yerleşik ve yerleşik olmayan hane halklarının yurtiçi tüketim verilerini ifade eder.

$$\ln \text{Tüketim} = \beta_0 + \beta_1 \ln \text{GSYİH} \quad (4.2)$$

Y_i : Bulanık Tüketim değeri (2000-2012 yerleşik ve yerleşik olmayan hane halklarının yurtiçi tüketimi verileri)

X_0 : Sabit

X_1 : GSYİH (milyon \$)

biçimindedir. Oluşturulan bulanık doğrusal regresyon modeli ise aşağıdaki şekildedir:

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 X_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} \quad (i = 1, 2, \dots, 13) \quad (4.3)$$

$\tilde{A}_0$: Bulanık olarak tahmin edilen sabit

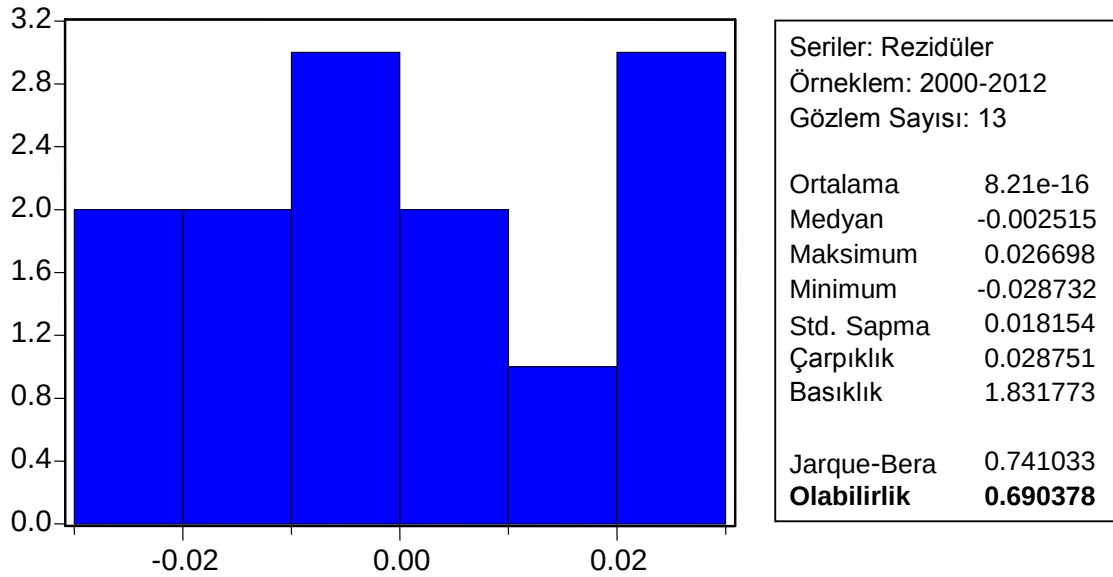
$\tilde{A}_1$: Bulanık olarak tahmin edilen GSYİH

Bölüm III'de bahsedilen analize geçmeden önce (Bkz: sayfa 27-28), bu değişkenlere Normallik, Otokorelasyon (LM testi), Yapısal Kırılma ve Değişen Varyans testleri uygulanarak modelin yeterliliği test edilmiştir.

Normallik Testi Sonuçları:

Tablo 7.

Normallik Testi Sonuçları



Normallik testi sonucunda bulunan olabilirlik değeri 0.690378'dir. Bu değer 0.05'ten büyük olduğundan, " **H_0 : Artıklar Normal Dağılmaktadır.**" hipotezi kabul edilir.

Otokorelasyon (LM Testi) Sonuçları:

Tablo 8.

Breusch-Godfrey Ardışık Korelasyon LM Testi:

F-istatistiği	2.410526	Prob. F(1,10)	0.151570
Göz.*R-kare	2.525021	Prob. Ki-kare(1)	0.112053

LM Testi sonucunda bulunan prob. değeri 0.151570'dir. Bu değer 0.05'ten büyük olduğundan, " **H_0 : Otokorelasyon Yoktur.**" hipotezi kabul edilir.

Yapısal Kırılmanın Sınanması (Chow Kırılma Noktası) Testi:

Tablo 9.

Chow Kırılma Noktası Testi: 2008

F-istatistiği	4.767885	Prob. F(2,9)	0.038730
Log. olabilirlik oranı	9.392213	Prob. Ki-kare(2)	0.009131

Chow kırılma testi sonucunda bulunan prob. değeri 0.038730'dur. Bu değer 0.05'ten küçük olduğundan, " **H_0 : 2008 Yılı Öncesi ve Sonrası Dönemler Arasında Yapısal Kararlılık Vardır**" hipotezi reddedilir.

Yapısal kırılma testinde özellikle 2008 yılının incelenmesinin sebebi, 2008 yılında ekonomik krizin olmasıdır.

Değişen Varyans Sınaması (White Değişen Varyans Testi):

Tablo 10.

White Değişen Varyans Testi

F-istatistiği	0.097144	Prob. F(2,10)	0.908271
Göz.*R-kare	0.247761	Prob. Ki-kare(2)	0.883485

Değişen varyans testi sonucunda bulunan prob. değeri 0.908271'dir. Bu değer 0.05'ten büyük olduğundan, " **H_0 : Değişen Varyans Yoktur**" hipotezi kabul edilir.

Model tüm testlerden başarıyla geçmiştir.

4.1.1.1. Modelin Alt Sınır, Üst Sınır ve Yayılımlarının Belirlenmesi

Bölüm III'de de belirtildiği üzere üst doğru sınırları sezgisel olarak belirlenip iki veya daha çok veri noktalarının üstünden geçecek şekilde Y^U doğrusal regresyon hattı oluşturulur. Aynı şekilde sınırları iki veya daha çok nokta boyunca veri noktalarının altından geçecek şekilde Y^L doğrusal regresyon hattı oluşturulur. Bu hatlar üzerindeki seçilen gerçek veriler kullanılarak Y^U ve Y^L regresyon denklemleri elde edilir.

Bulanık regresyon denklemi $Y_i^{h=1} = \frac{Y_i^U + Y_i^L}{2}$ şeklinde elde edilir.

Y_i^U : Üst doğrusal regresyon denklemi ($i = 1, 2, \dots, 13$)

Y_i^L : Alt doğrusal regresyon denklemi

Yayılımlar ise $e_i = \frac{Y_{i(üst)} - Y_{i(alt)}}{2}$ denklemi ile bulunur.

$Y_{i(üst)}$: Y_i^U bulanık regresyon denklemi kullanılarak elde edilen bulanık değerler

$Y_{i(alt)}$: Y_i^L bulanık regresyon denklemi kullanılarak elde edilen bulanık değerler
($i = 1, 2, \dots, 13$)

Üst doğru için 2000-2007 yıllarındaki noktaların biraz üzerinden geçen ve sezgisel olarak belirlenmiş noktalar kullanılmıştır. Alt doğru için 2001-2012 yıllarındaki noktaların biraz altından geçen ve sezgisel olarak belirlenmiş noktalar kullanılmıştır.

2000 için (18.032; 18) noktası ve 2007 için (18.387; 18.3) noktası seçilmiş ve iki noktası bilinen doğru denkleminde bulanık üst doğru için regresyon hattı oluşturulmuştur.

Aynı şekilde, 2001 için (18.098; 17.5) noktası ve 2012 için (18.559; 17.9) noktası seçilmiş ve iki noktası bilinen doğru denkleminde bulanık alt doğru için regresyon hattı oluşturulmuştur.

4.1.1.2. Regresyon Denkleminin ve Katsayıların Yayılımının Elde Edilmesi

Bulanık regresyon analizi ile $Y_i^{h=1} = \frac{Y_i^U + Y_i^L}{2}$ denklemi ile tahmin edilen ortalama değerler ve gerçek X değerleri arasında klasik regresyon analizi yapılarak genel bulanık regresyon denkleminin katsayıları elde edilir. Katsayıların yayılımını elde etmek için $e_i = \frac{Y_{i(üst)} - Y_{i(alt)}}{2}$ denkleminde elde edilen sonuçlar ile X gerçek değerleri arasında klasik regresyon analizi yapılarak genel bulanık regresyon denkleminin yayılımları elde edilir (Yurtcu ve İçağa, 2007, s. 39).

Sonucun alt ve üst doğru denklemleri aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned}
Y_i^U &= (a_0+c_0)+ (a_1+c_1)X_i \\
Y_i^L &= (a_0-c_0)+ (a_1-c_1)X_i \\
Y_i^U &= (2.280+0.475)+ (0.856+0.011)X_i \\
Y_i^L &= (2.280-0.475)+ (0.856-0.011)X_i
\end{aligned}
\tag{4.4}$$

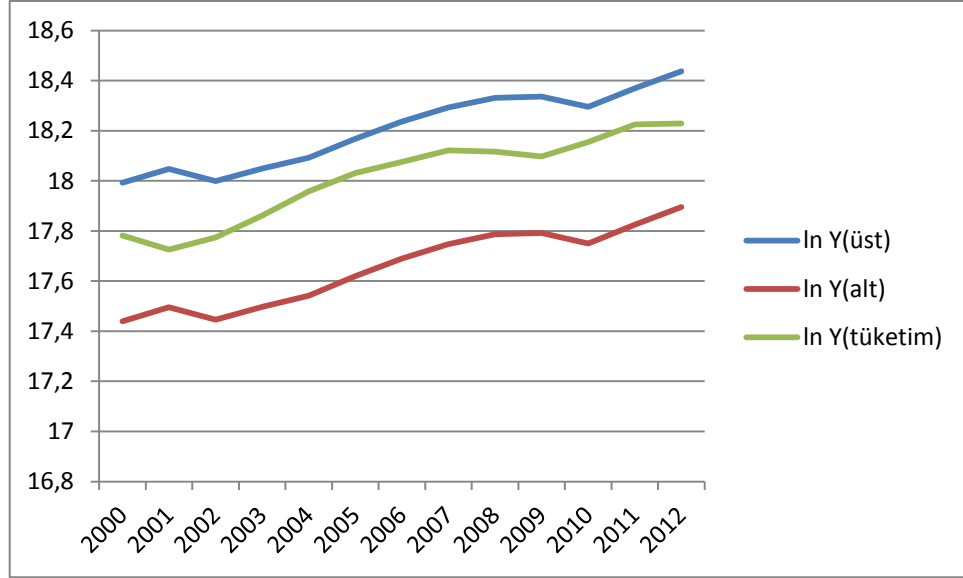
X değerlerini yerine koyarak bulduğumuz alt, üst tahmin değerlerini ve tüketim değerlerini aşağıdaki tabloda görebiliriz.

Tablo11.

Normal Regresyon Tahmin Değerleri ve Bulanık Regresyon ile Elde edilen Alt, Üst ve Tüketime Tahmin Değerleri

Normal Regresyon					
i	Yıllar	Tahmin Değerleri	ln Y(üst)	ln Y(alt)	Ln Y(Tüketim)
1	2000	17.777	17.993	17.439	17.782
2	2001	17.837	18.048	17.496	17.726
3	2002	17.783	17.998	17.445	17.774
4	2003	17.838	18.049	17.497	17.861
5	2004	17.885	18.092	17.542	17.958
6	2005	17.967	18.168	17.619	18.031
7	2006	18.042	18.236	17.689	18.075
8	2007	18.103	18.292	17.747	18.121
9	2008	18.145	18.331	17.787	18.117
10	2009	18.151	18.337	17.792	18.097
11	2010	18.105	18.295	17.749	18.155
12	2011	18.186	18.369	17.825	18.225
13	2012	18.261	18.438	17.896	18.230

Son olarak Y_i gerçek gözlem değerlerinin $Y(\text{üst})$ ve $Y(\text{alt})$ aralığına düşüp düşmediğini kontrol edelim.



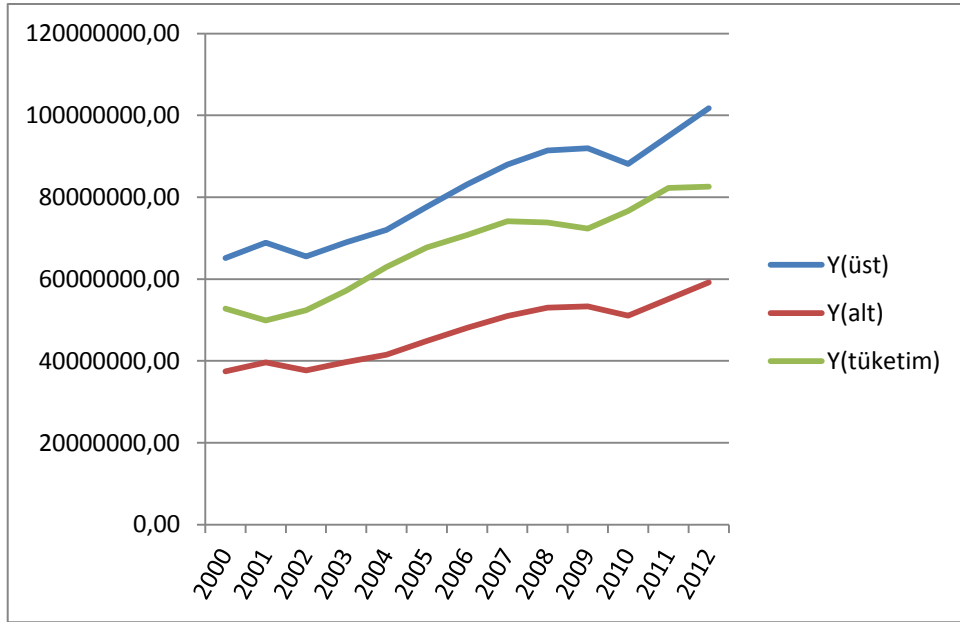
Şekil 11. lnY(üst) , lnY(alt) ve lnY(Tüketim) eğrilerinin birbirlerine göre konumları

Yapılan tahmin logaritmik değerler üzerindedir. İktisadi yorum yapılabilmesi için logaritmik değerlerin gerçek değerlere dönüştürülmesi gerekir. Söz konusu dönüşüm yapılması sonrası elde edilen veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Tablo 12.

Bulanık Regresyon Sonucu Elde Edilen Üst, Alt ve Tüketim Tahmin Değerleri

i	Yıllar	Y(üst)	Y(alt)	Y(Tüketim)
1	2000	65176331.9	37480288.6	52804768
2	2001	68888200.1	39672003.2	49911265
3	2002	65556693	37704730.7	52365143
4	2003	68955240.8	39711617	57160510
5	2004	72010889.9	41518221.5	62966589
6	2005	77668163.7	44868208.9	67704926
7	2006	83147320.1	48118794.5	70792711
8	2007	87965437	50981836.4	74106803
9	2008	91423293.5	53039110.5	73800314
10	2009	91932005.1	53341944.6	72348574.7
11	2010	88168853.9	51102803.1	76651526
12	2011	94944242.9	55136004.8	82242217
13	2012	101722623	59178498.9	82600128



Şekil 12. Y(üst) , Y(alt) ve Y(Tüketim) eğrilerinin birbirlerine göre konumları

Yukarıda da görüldüğü gibi alt ve üst regresyon doğruları gerçek gözlem değerlerini kapsamakta başarılı olmuştur.

4.2. Bulanık Doğrusal Regresyon Yöntemleri

1994-2012 yılları arasındaki ithalat verileri DPT'den, GSYİH verileri TCMB'den, kur verileri ise döviz alış fiyatı cinsinden TCMB'den alınmıştır. 1998 yılı temel alınarak yapılan dönüşümler sonucu regresyon tahmin sonuçları bulunmuştur.

$$\ln I_{\text{thalat}} = \beta_0 + \beta_1 \ln \text{GSYİH} + \beta_2 \ln \text{Kur} \quad (4.5)$$

Y_i : Bulanık İthalat Miktarı

X_0 : Sabit

X_1 : GSYİH (milyon \$)

X_2 : Kur (Döviz Alış Fiyatı)

biçimindedir. Oluşturulan bulanık doğrusal regresyon modeli ise aşağıdaki şekildedir:

$$\tilde{Y}_i = \tilde{A}_0 X_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \quad (4.6)$$

$\tilde{A}_0$: Bulanık olarak tahmin edilen sabit

$\tilde{A}_1$: Bulanık olarak tahmin edilen GSYİH

$\tilde{A}_2$: Bulanık olarak tahmin edilen Kur

Bulanık regresyon analizine geçmeden önce bu değişkenlere ANOVA, Normallik, Otokorelasyon (LM testi) ve Değişen Varyans testleri yapılmış ve model yeterliliği test edilmiştir.

Tablo 13.

İthalat Miktarı için Regresyon Analizi Katsayılar Testi

Katsayılar ^a					
Model	Standartlaştırılmamış Katsayılar		Standartlaştırılmış Katsayılar	t	p-değeri
	Beta	Std. Hata	Beta		
1 (Sabit)	-50,165	2,948		-17,016	,000
lnGSYİH	3,374	,161	1,063	20,921	,000
lnKur	-,050	,028	-,091	-1,783	,093

a. Bağımlı Değişken: ln İthalat

Regresyon eşitliğinin yanı sıra, güvenilirlik analizi de regresyon sonuçları için önemlidir. Kurulan regresyon modelindeki gözlem değerlerinin modele uyumunu gösteren belirlilik katsayısı $R^2 = 0.985$ olarak hesaplanmıştır. Bağımlı değişkendeki değişmelerin %98.5'inin bağımsız değişkenler tarafından açıklandığını, %1.5'inin hata terimine bağlı belirsiz sebeplerden kaynaklandığı söylenebilir.

Tablo 14.

İthalat için ANOVA tablosu

ANOVA ^b					
Model	Kareler Toplamı	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalaması	F	p-değeri
1 Regresyon	9,534	2	4,767	516,998	,000 ^a
Rezidü	,148	16	,009		
Toplam	9,681	18			

a. Tahminler: (Sabit), lnKur, lnGSYİH

b. Bağımlı Değişken: lnİthalat

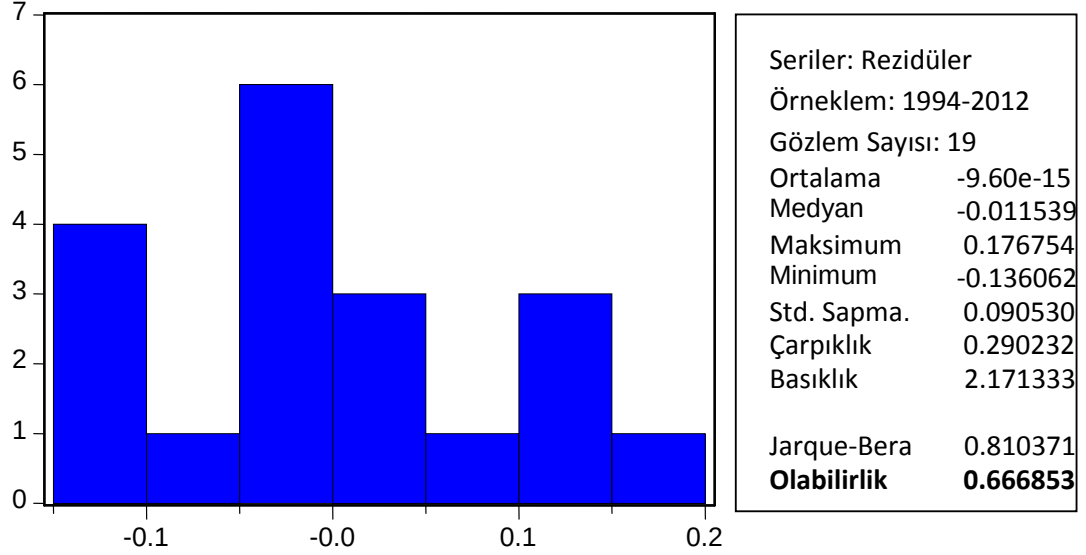
Tablo 15'de p-değeri.=0.00 olduğundan regresyon modelinin anlamlı olduğuna karar verilir. $x_1, x_2, \dots, x_k$ açıklayıcı değişkenlerinin herhangi biri veya birkaçı ile yanıt değişkeni y arasında doğrusal bir ilişkinin var olduğu söylenebilir. Kısaca elde edilen regresyon denklemi istatistiksel açıdan anlamlıdır.

Model için katsayıların anlamlılığı ve yüksek bir R^2 değeri ile düzgün bir model gibi görünse de bu iddianın doğrulanması için bir takım testlere ihtiyaç duyulmaktadır.

Normallik Testi (Jarque-Bera Testi)

Tablo 15.

Normallik Testi Sonuçları



Normallik testi sonucunda bulunan olabilirlik değeri 0.666853'dir. Bu değer 0.05'ten büyük olduğundan, " H_0 : Artıklar Normal Dağılmaktadır." hipotezi kabul edilir.

Otokorelasyon (LM Testi) Sonuçları:

Tablo 16.

Breusch-Godfrey Otokorelasyon LM Testi:

F-istatistiği	1.685138	Prob. F(1,15)	0.213849
Göz.*R-kare	1.918931	Prob. Ki-kare(1)	0.165975

Otokorelasyon testi sonucunda bulunan prob. değeri 0.213849'dur. Bu değer 0.05'ten büyük olduğundan, " H_0 : Otokorelasyon Yoktur." hipotezi kabul edilir.

Değişen Varyans Sınaması (White Değişen Varyans Testi):

Tablo 17.

White Değişen Varyans Testi:

F-istatistiği	0.287108	Prob. F(4,14)	0.881471
Göz.*R-kare	1.440425	Prob. Ki-kare(4)	0.837139

Değişen Varyans testi sonucunda bulunan prob. değeri 0.881471'dir. Bu değer 0.05'ten büyük olduğundan, " **H_0 : Değişen Varyans Yoktur.**" hipotezi kabul edilir.

Model tüm testlerden başarıyla geçmiştir.

Bulanık regresyon tahmin sonuçlarına geçmeden önce klasik regresyon ile tahmin sonuçlarına bakalım:

Klasik Regresyon ile Tahmin

1994 ve 2012 yılları arasında GSYİH ve Kur'un, İthalat üzerindeki etkisini belirlemek için çoklu regresyon modeli kurulmuştur.

Y_i : İthalat Miktarı ($i = 1, 2, \dots, 19$)

c_0 : Sabit

X_1 : GSYİH (milyon \$)

X_2 : Kur (Döviz Alış Fiyatı)

Yapılan araştırma sonucu elde edilen verilere uygun çoklu doğrusal regresyon modeli aşağıdaki gibidir:

$$Y_i = -50.165 + 3.374 X_{i1} - 0.05 X_{i2} \quad (4.7)$$

(4.7) nolu eşitlikten Kur fiyatı sabit olduğunda İthalat ile GSYİH arasında pozitif bir ilişkinin varlığı ve benzer şekilde GSYİH sabit iken Kur ile İthalat arasında ters yönlü (negatif) bir ilişkinin var olduğunu söyleyebiliriz.

Tablo 18.

Gerçek ve Klasik Regresyon ile Tahmin Edilen Y_i (İthalat) Değerleri

i	Yıllar	Gerçek Y_i Değerleri	Tahmin edilen Y_i Değerleri
1	1994	10.05492	10.15915
2	1995	10.48316	10.37204
3	1996	10.68343	10.5717
4	1997	10.79053	10.78538
5	1998	10.7347	10.86114
6	1999	10.61327	10.72185
7	2000	10.90601	10.92327
8	2001	10.63101	10.6916
9	2002	10.85039	10.88312
10	2003	11.14678	11.05668
11	2004	11.48802	11.36109
12	2005	11.668	11.63623
13	2006	11.84636	11.8579
14	2007	12.04392	12.0166
15	2008	12.21584	12.03909
16	2009	11.85601	11.86323
17	2010	12.13105	12.16039
18	2011	12.39189	12.43877
19	2012	12.37389	12.50995

4.3. Tanaka (1982) Yöntemi ile Tahmin

Bu modele göre her veri için 2 kısıt var dolayısıyla 1994-2012 yılları arasındaki 19 yıllık veri için 38 kısıt bulunmaktadır. Amaç fonksiyonumuz;

$$\min c_0 + c_1 + c_2 + \dots + c_i \quad (c_i: \text{Bulanık sayıların yayılım değerleri } i=1, 2, \dots, 19) \quad (4.8)$$

bulanık katsayıların, toplam bulanık genişliğini minimize etmek içindir. Böylece, doğrusal programlama formülasyonu, regresyon katsayılarının merkezi değerini ve yayılım değerlerini oluşturmak için çözülebilir. Minimum bulanıklık kriteri $H=0$, $H=0.5$ ve $H=0.7$ olan 3 durum için elde edilen doğrusal programlama modeli LİNGO 11.0 paket programı ile çözülmüş ve farklı minimum bulanıklık kriteri için elde edilen bulanık regresyon modelleri aşağıda özetlenmiştir;

H= 0 için inceleme;

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_i &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \\ &= (-48.49003; 0) + (3.284497; 0.007865) X_{i1} + (-0.018249; 0.001219) X_{i2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Bulanık regresyon tahminleri, doğrusal regresyon tahmin yöntemlerindeki nokta tahminleri yerine aralık tahminlerine dayandığını *Bölüm III*' de belirtmiştik. Sabit değer klasik regresyon sonucunda (*Bakınız s. 56*) -50.165, Tanaka (1982) yöntemi sonucunda 0 yayımlı, -48.49003 merkezli bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. GSYİH değeri için katsayı; klasik regresyonda 3.374, Tanaka (1982) yöntemi sonucunda 0.007865 yayımlı, 3.284497 merkezli bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. Aynı şekilde Kur değeri için katsayı; klasik regresyonda -0.05, Tanaka (1982) yöntemi sonucunda 0.001219 yayımlı, -0.018249 merkezli bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. Görüldüğü gibi Tanaka (1982) yöntemi sonuçları klasik regresyona nispeten yakın sonuçlar vermiştir. Klasik regresyon ile bulunan sonuçtan farklı olmasının sebebi İthalat değerini etkileyen birçok faktörün modelimize eklenmemesi sonucu oluşan bulanıklık olduğu söylenebilir.

Sistem bulanıklığı LİNGO 11.0 paket programında 2.710656 olarak hesaplanmıştır. Sistemin ortalama güvenilirlik derecesi $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19} = 0.42$; oldukça küçük bir değer olarak hesaplanmıştır. Bu da sonuçların nispeten iyi olduğunu göstermektedir. HKO

değeri 0.0297 olarak bulunmuştur. Bu değer de oldukça küçüktür ve tahminlerinde gerçeğe yakın değerler olduklarını göstermektedir.

Yapılan hesaplamaların LİNGO 11.0 paket programında gösterimi EK 1’de verilmiştir.

H= 0.50 için inceleme;

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_i &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \\ &= (-48.49003; 0) + (3.284497; 0.01573) X_{i1} + (-0.018249; 0.002439) X_{i2} \quad (4.10)\end{aligned}$$

Regresyon sonucunda sabit değer (-48.49003; 0), merkezi değeri -48.49003 ve yayılımı 0 olan bulanık aralık, GSYİH değeri için katsayı 3.284497 merkezli, 0.01573 yayımlı bulanık aralık, aynı şekilde Kur değeri için katsayı -0.018249 merkezli, 0.002439 yayımlı bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. H= 0.50’ de de sonuçlar klasik regresyona yakın sonuçlar vermiştir. H değerinin büyümesinden kaynaklı yayılım değerleri de az da olsa bir artış göstermiştir. Bu da bulanık regresyon ile elde edilen sonuçların klasik regresyon ile elde edilen sonuçlara daha da yaklaştığını göstermektedir.

Sistem bulanıklığı H değerinin artmasından dolayı artış göstermiş ve 5.421312 olarak hesaplanmıştır. Sistemin ortalama güvenilirlik derecesi $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19}$ ise, 0.50’den büyük bir değer olan 0.71; oldukça küçük bir değer olarak hesaplanmıştır. Bu da sonuçların nispeten iyi olduğunu göstermektedir. HKO değeri 0.091 olarak bulunmuştur. Bu değer de oldukça küçüktür ve tahminlerinde gerçeğe yakın değerler olduklarını göstermektedir.

Yapılan hesaplamaların LİNGO 11.0 paket programında gösterimi EK 2’de verilmiştir.

H= 0.70 için inceleme;

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_i &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \\ &= (-48.49003; 0) + (3.284497; 0.02621) X_{i1} + (-0.018249; 0.004065) X_{i2} \quad (4.11)\end{aligned}$$

Regresyon sonucunda sabit değer (-48.49003; 0), merkezi değeri -48.49003 ve yayılımı 0 olan bulanık aralık, GSYİH değeri için katsayı 3.284497 merkezli, 0.02621 yayımlı bulanık aralık, aynı şekilde Kur değeri için katsayı -0.018249 merkezli, 0.004065 yayımlı bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. H= 0.70’ de de sonuçlar klasik regresyona yakın sonuçlar vermiş olup, H değerinin büyümesinden kaynaklı yayılım

değerleri de az da olsa bir artış göstermiştir. Bu da bulanık regresyon ile elde edilen sonuçların klasik regresyon sonuçlarına daha da yaklaştığını göstermektedir.

Sistem bulanıklığı H değerinin artmasından dolayı artış göstermiş ve 9.035520 olarak hesaplanmıştır. Sistemin ortalama güvenilirlik derecesi $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19}$ ise, 0.70'den büyük bir değer olan 0.83 olarak hesaplanmış olup sonuçların nispeten iyi olduğu söylenebilir ve HKO değeri 0.236 olarak oldukça küçük bir değer olarak hesaplanmıştır. Yani tahminlerin gerçeğe yakın değerler olduğu görülmüştür.

Yapılan hesaplamaların LİNGO 11.0 paket programında gösterimi EK 3'te verilmiştir.

Tanaka (1982) yöntemi kullanılarak farklı minimum bulanıklık değerleri H=0, H=0.50 ve H=0.70 için elde edilen bulanık modellerin merkez değerine göre regresyon denklemi klasik regresyon modelinin sonuçlarından nispeten farklılık göstermiştir.

Klasik regresyon modeli ve Tanaka (1982) yöntemi kullanılarak H=0, H=0.50 ve H=0.70 değerleri için elde edilen yayılım kullanılmadan merkez değerlerine göre regresyon denklemi aşağıdaki gibidir:

Klasik Regresyon:

$$Y_i = -50.165 + 3.374 X_{i1} - 0.05 X_{i2} \quad (4.12)$$

Bulanık Regresyon H=0, H= 0.50 ve H= 0.70 için:

$$\tilde{Y}_i = -48.49003 + 3.284497 X_{i1} + -0.018249 X_{i2} \quad (4.13)$$

Seçilen H derecesine göre verinin güvenilirlik derecesi (h değeri), seçilen H derecesi ile 1 arasında dağılım göstermiştir. Farklı güvenilirlik derecesi için, yüksek güvenilirlik derecesi, bulanık regresyon modelini daha da bulanıklaştırmıştır. Güvenirlik derecesi H=0 olduğunda, bulanık regresyon modelindeki tüm h (modele uygunluk derecesi)'lar 0 ve 1 arasında en dar bulanık büyüklüklere sahip olur. H değeri arttıkça sistem bulanıklığı ve sistemde kullanılan verilerin ortalama güvenilirlik derecesinin ($\bar{h}$) artış gösterdiği görülmüştür.

Kısaca özetlersek; H ne kadar artarsa, başka bir ifadeyle model tahmin edilen verilerin gerçek değerlere ne kadar yakın olmasını isterse, aynı doğrultuda tahmin edilen $\tilde{Y}$ (ithalat miktarı) dağılımı ve dolayısıyla da sistem bulanıklığı artış gösterir. Bulanık doğrusal model, bulanıklığı ve daha geniş düşünmeyi sağlar. Bu da klasik regresyonu, bulanık doğrusal regresyondan ayıran en temel noktadır.

4.4. Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007)

Bu yöntem de her veri 2 kısıt şeklinde yazılır. Dolayısıyla 19 yıllık verimiz 38 kısıta dönüşmüş olur. Amaç fonksiyonu bulanık katsayıların toplam bulanık genişliğini ve $\tilde{Y}_i$ 'lerin merkezi değerlerinin uzaklıklarının toplamını minimize etmek içindir. Böylece doğrusal programlama formülasyonu regresyon katsayılarının merkezi değerini ve bulanık yarı genişliği oluşturmak için çözülebilir. Güvenirlilik $H=0$, $H=0.50$ ve $H=0.70$ olan 3 durum için çözülmüş ve bulanık regresyon modelleri aşağıda özetlenmiştir:

H= 0 için inceleme

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_i &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \\ &= (-55.27640; 0.19798) + (3.650851; 0) X_{i1} + (-0.1294033; 0.05634) X_{i2} \quad (4.14)\end{aligned}$$

Regresyon sonucunda sabit değer $(-55.27640; 0.19798)$, merkezi değeri -55.27640 ve yayılımı 0.19798 olan bulanık aralık, GSYİH değeri için katsayı 3.650851 merkezli, 0 yayılımlı bulanık aralık, aynı şekilde Kur değeri için katsayı -0.1294033 merkezli, 0.05634 yayılımlı bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. Sonuçlar Tanaka (1982) yönteminden biraz uzak sonuçlar vermiş olup, klasik regresyon sonuçlarından da az da olsa uzaklaştığı görülmüştür.

Sistem bulanıklığı 4.962904 olarak hesaplanmıştır. Sistemin ortalama güvenirlilik derecesi $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19} = 0.47$ olarak hesaplanmış ve bu da sonuçların nispeten iyi olduğunu göstermiştir. HKO değeri 0.048 bulunmuştur. HKO değerinin kabul edilebilir derecede küçük olmasına karşın Tanaka (1982) yöntemi sonuçlarına göre nispeten artış göstermiştir.

Yapılan hesaplamaların LİNGO 11.0 paket programında gösterimi EK 4'te verilmiştir.

H= 0.50 için inceleme;

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_i &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \\ &= (-49.84843; 0) + (3.358272; 0.01584) X_{i1} + (-0.03414; 0.08358) X_{i2} \quad (4.15)\end{aligned}$$

Regresyon sonucunda sabit değer $(-49.84843; 0)$, merkezi değeri -49.84843 ve yayılımı 0 olan bulanık aralık, GSYİH değeri için katsayı 3.358272 merkezli, 0.01584

yayımlı bulanık aralık, aynı şekilde Kur değeri için katsayı -0.03414 merkezli, 0.08358 yayımlı bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. Sonuçlar klasik regresyona yakın sonuçlar vermiştir. Hatta Tanaka (1982) yönteminden daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Sistem bulanıklığı H değerinin artmasından dolayı artış göstermiş ve 6.859777 olarak hesaplanmıştır. Sistemin ortalama güvenilirlik derecesi 0.50'den büyük bir değer olan $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19} = 0.72$ olarak hesaplanmış ve HKO değeri 0.082 bulunmuştur. HKO değerinin kabul edilebilir derecede küçük olmasına karşın Tanaka (1982) yöntemi sonuçlarına göre nispeten bir azalış göstermiştir. Bu da Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007)'nin, Tanaka (1982) yönteminden daha iyi sonuç verdiğini göstermiştir.

Yapılan hesaplamaların LİNGO 11.0 paket programında gösterimi EK 5'de verilmiştir.

H= 0.70 için inceleme;

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_i &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \\ &= (-47.68772; 0.5292110) + (3.241584; 0) X_{i1} + (-0.006148104; 0) X_{i2} \quad (4.16) \end{aligned}$$

Regresyon sonucunda sabit değer (47.68772; 0.5292110), merkezi değeri -47.68772 ve yayılımı 0.5292110 olan bulanık aralık, GSYİH değeri için katsayı 3.241584 merkezli, 0 yayımlı bulanık aralık, aynı şekilde Kur değeri için katsayı -0.006148104 merkezli, 0 yayımlı bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. Sonuçlar klasik regresyona yakın sonuçlar vermiştir. Hatta Tanaka (1982) yönteminden daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Sistem bulanıklığı H değerinin artmasından dolayı artış göstermiş ve 11.74848 olarak hesaplanmıştır. Sistemin ortalama güvenilirlik derecesi 0.50'den büyük bir değer olan $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19} = 0.83$ olarak hesaplanmış ve HKO değeri 0.29 bulunmuştur. HKO değerinin kabul edilebilir derecede küçük olmasına karşın Tanaka (1982) yöntemi sonuçlarına göre nispeten bir azalış göstermiştir. Bu da Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007)'nin, Tanaka (1982) Yönteminden daha iyi sonuç verdiğini göstermiştir.

Yapılan hesaplamaların LİNGO 11.0 paket programında gösterimi EK 6'da verilmiştir.

Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007), Tanaka (1982) yöntemi ile karşılaştırıldığında aynı H güvenilirlik dereceleri için; Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007) ile elde edilen sistem bulanıklığı ile sistemde kullanılan verilerin ortalama güvenilirlik derecesi ($\bar{h}$), Tanaka (1982) yöntemine göre artış göstermiştir.

4.5. Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon Yöntemi (1991) ile Tahmin

Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon Yöntemi (1991)'de katsayıları hesaplamak için 2 adım vardır. İlk olarak bulanık merkez değerleri, en küçük kareler regresyonundan elde edilir. İkinci olarak elde edilen bulanık merkezi değerler doğrusal programlama probleminde yerine konularak ve regresyon katsayılarının bulanık değerleri hesaplanır. İlk adımın sonuçları, bulanık regresyon katsayılarının merkezi değeri olarak kullanılır (Düzyurt, 2008, s. 33). Güven derecesi $H=0$, $H=0.50$ ve $H=0.70$ olan 3 durum için çözülmüş ve bulanık regresyon modelleri aşağıda özetlenmiştir:

H= 0 için inceleme;

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_i &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \\ &= (-50.20; 0) + (3.4; 0.03) X_{i1} + (-0.05; 0.01283) X_{i2}\end{aligned}\quad (4.17)$$

Regresyon sonucunda sabit değer $(-50.20; 0)$, merkezi değeri -50.20 ve yayılımı 0 olan bulanık aralık, GSYİH değeri için katsayı 3.4 merkezli, 0.03 yayımlı bulanık aralık, aynı şekilde Kur değeri için katsayı -0.05 merkezli, 0.01283 yayımlı bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. Sonuçların klasik regresyon sonuçlarına çok yakın değerler çıktığı gözlemlenmiştir.

Sistem bulanıklığı 0.01834 olarak istenilen değerde bulunmuştur. Bu değer gayet küçük bir değerde bulunması, sonuçların gerçeğe yakın değerler olduğunu göstermiştir. Sistemin ortalama güvenilirlik derecesi $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19} = 0.2$ olarak hesaplanmış ve bu da sonuçların nispeten iyi olduğunu göstermiştir. HKO değeri 0.5 bulunmuştur. HKO değerinin kabul edilebilir derecede küçüktür.

Yapılan hesaplamaların LİNGO 11.0 paket programında gösterimi EK 7'de verilmiştir.

H= 0.50 için inceleme;

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_i &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \\ &= (-50.20; 0) + (3.4; 0.06014) X_{i1} + (-0.05; 0.00256) X_{i2}\end{aligned}\quad (4.18)$$

Regresyon sonucunda sabit değer (-50.20; 0), merkezi değeri -50.20 ve yayılımı 0 olan bulanık aralık, GSYİH değeri için katsayı 3.4 merkezli, 0.06014 yayımlı bulanık aralık, aynı şekilde Kur değeri için katsayı -0.05 merkezli, 0.00256 yayımlı bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. Sonuçların klasik regresyon sonuçlarına çok yakın değerler çıktığı, fakat yayılım değerlerinde nispeten bir artış gözlemlenmiştir.

Sistem bulanıklığı 0.01834 olarak hesaplanmıştır. Sistemin ortalama güvenilirlik derecesi $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19}$ ise, 0.50'den büyük bir değer olan 0.60 olarak hesaplanmış ve HKO değeri 1.396442 bulunmuştur.

Yapılan hesaplamaların LİNGO 11.0 paket programında gösterimi EK 8'de verilmiştir.

H= 0.70 için inceleme;

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_i &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \\ &= (-50.20; 0) + (3.4; 0.1002) X_{i1} + (-0.05; 0.004279) X_{i2}\end{aligned}\quad (4.19)$$

Regresyon sonucunda sabit değer (-50.20; 0), merkezi değeri -50.20 ve yayılımı 0 olan bulanık aralık, GSYİH değeri için katsayı 3.4 merkezli, 0.1002 yayımlı bulanık aralık, aynı şekilde Kur değeri için katsayı -0.05 merkezli, 0.004279 yayımlı bulanık aralık olarak hesaplanmıştır. Sonuçların klasik regresyon sonuçlarına çok yakın değerler çıktığı gözlemlenmiştir.

Sistem bulanıklığı 0.01834 olarak hesaplanmıştır. Sistemin ortalama güvenilirlik derecesi $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19}$ ise, 0.50'den büyük bir değer olan 0.76 olarak hesaplanmış ve HKO değeri 3.53 bulunmuştur.

Yapılan hesaplamaların LİNGO 11.0 paket programında gösterimi EK 9'da verilmiştir.

H=0, H=0.5 ve H=0.7 için elde edilen eşitliklerin sonuçları, klasik regresyon ile karşılaştırılırsa, bulanık modellerin merkez değerlerine göre regresyon denklemi klasik regresyon ile aynıdır.

$$Y_i = -50.165 + 3.374 X_{i1} - 0.05 X_{i2} \quad (4.20)$$

Bu yöntemde en küçük bulanıklık kriteri kullanıldığından, yüksek H güvenirlik derecesi modelin bulanıklığını değiştirmemiştir. H'nin 0'a yaklaşması, regresyon sonuçlarını klasik regresyon sonuçlarına yaklaştırmıştır.

4.6. Aralık Regresyon Analizi (1995) Yöntemi ile Tahmin

Bu yöntemin amacı modelde, bütün veri noktalarını kapsayan en küçük bulanık aralıkları bulmaktır. Hesaplamalar sonucu aralık regresyon modeli aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_i &= \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 X_{i1} + \tilde{A}_2 X_{i2} \\ &= (-48.49003; 0) + (3.284497; 0.007865) X_{i1} + (-0.018249; 0.001219) X_{i2} \quad (4.21)\end{aligned}$$

Sistem bulanıklığı 2.710656 olarak hesaplanmıştır. Sistemin ortalama güvenirlik derecesi $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19}$ ise 0.42 olarak hesaplanmış ve HKO değeri 0.029 bulunmuştur.

Yapılan hesaplamaların LİNGO 11.0 paket programında gösterimi EK 10'da verilmiştir.

Aralık Regresyon Analiz yöntemi, Tanaka (1982) yönteminin H=0 için bulunan sonuçlar ile aynı sonuçları vermiştir. Sonuçlara bakılınca Aralık Regresyon Analizi, Tanaka (1982) yönteminin özel bir sonucu olduğu görülmüştür.

Yapılan analiz sonuçlarını tek tabloda aşağıdaki şekilde özetleyebiliriz:

Tablo 19.

Bulanık Regresyon Sonuçlarının H Değerleri İçin Sistem Bulanıklığı Yönünden Karşılaştırılması

	H değerleri	Tanaka (1982) Yöntemi	Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007)	Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon Yöntemi (1991)
H Değerleri İçin Sistem Bulanıklığı	0	2.71	4.96	0.01834
	0.50	5.42	6.86	
	0.70	9.04	11.75	

	H değerleri	Aralık Regresyon Analizi Yöntemi (1995)
H Değerleri İçin Sistem Bulanıklığı	0	2.71

Tablo 20.

Bulanık Regresyon Sonuçlarının $\bar{h}$ Yönünden Karşılaştırılması

	H değerleri	Tanaka (1982) Yöntemi	Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007)	Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon Yöntemi (1991)
$\bar{h}$	0	0.42	0.47	0.20
	0.50	0.71	0.72	0.60
	0.70	0.83	0.83	0.76

	H değerleri	Aralık Regresyon Analizi Yöntemi (1995)
$\bar{h}$	0	0.42

Tablo 21.

Bulanık Regresyon Sonuçlarının HKO Yönünden Karşılaştırılması

	H değerleri	Tanaka (1982) Yöntemi	Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007)	Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon Yöntemi (1991)
HKO	0	0.029	0.048	0.5
	0.50	0.091	0.082	1.4
	0.70	0.236	0.29	3.53

	H değerleri	Aralık Regresyon Analizi Yöntemi (1995)
HKO	0	0.0297

Farklı H değerleri için sonuçlara bakıldığında, yüksek güvenilirlik derecesinin bulanık regresyon modelini daha da bulanıklaştırdığı görülmüştür. H değeri arttıkça Tanaka (1982) yöntemi için sistem bulanıklığı değeri artmıştır. Fakat Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon yöntemi (1991)'nde sistem bulanıklığı H'nin değişen değerleri için sabit kaldığı görülmüştür. Fakat Tanaka (1982) yöntemi, Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007) ve Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon (1991) yöntemlerinde HKO değerleri farklılık göstermiştir. Yöntemleri tek tek ele alırsak Tanaka (1982) yönteminde minimum HKO değeri $H=0$ için 0.031 bulunmuştur. Aynı şekilde Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007) ve Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon (1991) yöntemlerini ele alırsak bu iki modelde de HKO'da en iyi sonucun $H=0$ iken verdiği görülmüştür. H derecesi ne kadar artarsa diğer bir ifade ile model, tahmin edilen verilerin gerçek değerlere ne kadar yakın olmasını isterse, Tanaka (1982) yöntemi için, aynı doğrultuda tahmin edilen (İthalat Miktarı) yayılım değerleri ve dolayısıyla da sistem bulanıklığı değerleri artış göstermiştir. Diğer yöntemler içinde aynı durumun geçerli olduğu gözlemlenmiştir. Uygulamada yapılan bütün bulanık regresyon tahminleri, klasik regresyon tahminlerine göre daha iyi sonuçlar vermiştir.

Aralık Regresyonu (1995), Tanaka (1982) yönteminde minimum bulanıklık kriteri $H=0$ için elde edilen sonuçlarla aynı sonuçları üretmiştir. Böylece, Aralık Regresyon (1995) Analizi, Tanaka (1982) yönteminde $H=0$ için özel bir durumudur denilebilir.

Sonuç olarak bu yöntemlerden Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık EKK Regresyon Analizi (1991) yönteminin en iyi sonucu verdiği ve sıra ile Tanaka'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yöntemi (2007) ve Tanaka (1982) yönteminin klasik regresyon sonuçlarına yakın sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

BÖLÜM V

SONUÇ

5.1. Sonuç

Bulanık mantığa ilişkin regresyon analizi, iki temel yaklaşımdan hareketle gelişme göstermiştir. Uygulamacıların bağımlı değişkeni kesin olarak ölçemedikleri model durumlarının açıklanabilmesi için ilk olarak Tanaka vd.(1982) tarafından ortaya atılan bulanık doğrusal regresyon, bu tarihten itibaren birçok farklı uygulamacı tarafından kullanılmıştır ve ardından bu çalışmalar oldukça hızlı bir şekilde yaygınlaşmıştır. Ardından Diamond (1988), bulanık en küçük kareler yaklaşımını önermiştir. Bu modele göre, verilen veri ile minimize edilmiş aralıktan elde edilen regresyon aralığı, Tanaka vd. (1982)'nin yaklaşımından daha dar bir aralık vermektedir. Diğer yandan, basit Tanaka modelinin (1982) avantajı, programlama ve hesaplama üzerindeki basitliğinden, bulanık en küçük kareler yönteminin avantajı ise, toplanan veri ile tahmin edilen değerler arasındaki minimum düzey bulanıklıktan kaynaklanır. Buna göre, tahmin etme açısından bulanık en küçük kareler yöntemi daha üstünken, Tanaka vd. (1982)'nin yöntemi ancak hesaplama yöntemi açısından daha etkilidir denilebilir (Modarres vd., 2005, s. 978, 980; Wang ve Tsaur, 2000b, s. 637).

Çalışmada, basit Tanaka modeline (1982) göre, Tanaka'nın bulanık doğrusal modelinin yeniden gözden geçirilmiş yöntemine (2007) göre ve minimum bulanıklık ölçütüne göre bulanık en küçük kareler yöntemine (1991) göre olmak üzere farklı H değerleri için sistem bulanıklığı, $\bar{h}$ ve HKO değerleri hesaplanmıştır. Basit Tanaka modelinin $H=0$ için özel bir durumu olan aralık regresyonu analiz yöntemine (1995) göre ise yine sistem bulanıklığı, $\bar{h}$ ve HKO değerleri hesaplanmıştır. Uygulamada yapılan bütün bulanık regresyon tahminleri, klasik regresyon tahminlerine göre daha iyi sonuçlar vermekle birlikte, elde edilen sonuçlar, teorik uygulamalarda elde edilen bulgularla da uyumaktadır. Öyle ki, sonuçta bu yöntemlerden minimum bulanıklık ölçütüne göre bulanık en küçük kareler regresyon analizi (1991) yöntemi en iyi sonucu verirken, sıra ile Tanaka'nın bulanık doğrusal modelinin yeniden gözden geçirilmiş yöntemi (2007) ve Tanaka (1982) yönteminin, ekonometrik olarak anlamlı ve klasik regresyon sonuçlarına yakın sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

Burada, sistem bulanıklığı değeri LINGO 11.0 paket programında, sistemde kullanılan verilerin ortalama güvenilirlik derecesi ise $\bar{h} = \sum_{i=1}^{19} \frac{h_i}{19}$ olarak hesaplanmıştır. Spesifik olarak bulanık doğrusal regresyon modelleri için H değeri ne kadar artarsa, başka bir ifadeyle model tahmin edilen verilerin gerçek değerlere ne kadar yakın olmasını isterse, aynı doğrultuda tahmin edilen $\tilde{Y}$ (ithalat miktarı) dağılımı ve dolayısıyla da sistem bulanıklığının artış gösterdiği görülmektedir. Yine $\bar{h}$ değerleri de anlamlı çıkmakla birlikte, bulanık en küçük kareler yöntemine göre elde edilen sonuçların, bulanık doğrusal regresyon modellerinden daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmektedir.

5.2. Öneriler

Bulanık regresyonun, regresyon modelinin uygunluğunun yeterli olmadığı veya insan yargılarının modele dâhil olduğu gibi durumlarda klasik regresyondan daha iyi sonuçlar verdiği daha önceki bölümlerde ifade edilmişti. Dolayısıyla bulanık verileri içeren bulanık mantığın ve bulanık regresyonun, klasik mantık ve klasik regresyondan daha üstün olduğu açıktır. Ancak bulanık analiz yöntemi oldukça yeni bir uğraş alanıdır. Dolayısıyla bazı sonuçları ve yorumlamaları tartışmalıdır. Wang ve Tsaur, 2000a, s. 357’de de belirtildiği üzere bulanık doğrusal regresyon modelleri yeni olmasıyla ilişkili bir takım eleştirilere maruz kalmaktadır. Öyle ki, bulanık regresyon aralığı hakkında henüz uygun bir yorum bulunmamaktadır. Yine tahmin konusunun dikkate alınması da çok yenidir. Ayrıca ele alınan modellerde belirtildiği gibi, girdi ve çıktı verileri her zaman kati ve doğrusal olmayabilir. Dolayısıyla, bulanık regresyon modellerinin daha fazla genişletilmesi gerekmektedir. Bu sayede yapılan analizlerin açıklayıcılığı ve doğruluğu daha da artacaktır.

KAYNAKÇA

- Alpar, R. (2011). *Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemler*. Detay Yayıncılık: İstanbul.
- Amiri, N.M. & Nasseri, S.H. (2006). Duality in Fuzzy Number Linear Programming By Use Of A Certain Linear Ranking Function. *Apmac. Vol. 180, Issue 1*, s. 207-208.
- Atlıoğlu, Y. (2008). Uluslararası İlişkilerde Bulanık Mantık Kuramı. *TASAM Yayını*. http://www.tasam.org/tr-TR/Icerik/905/uluslararasi_iliskilerde_bulanik_mantik_kurami (Erişim Tarihi: 07.04.2012).
- Batuhan, H. & Grunberg, T. (1997). *Modern Mantık*, ODTÜ Fen Edebiyat Fakültesi: Ankara.
- Baykal, N. & Beyan T. (2004a). *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri*. Bıçaklar Kitabevi: Ankara.
- Baykal, N. & Beyan T. (2004b). *Bulanık Mantık Uzman Sistem ve Denetleyiciler*. Bıçaklar Kitabevi: Ankara
- Bulanık Mantık (2012). İnternet kaynağı. <http://matlabdersi.com/?p=157> (Erişim Tarihi: 14.08.2012).
- Celmins, A. (1987). Least squares model fitting to fuzzy vector data, *Fuzzy Sets and Systems. No. 22*, s. 245-269.
- Chang, P. & Lee, E. S. (1994). Fuzzy linear regression with spreads unrestricted in sign. *Computers Math. Applications. Vol. 28, No. 4*, s. 61-70.
- Chang, P. & Lee, E. S. (1996). A generalized fuzzy weighted least-squares regression. *Fuzzy Sets and Systems. Vol. 82, Issue 3*, s. 289-298.
- Chang, Y. O. & Ayyub, B. M. (1993). Reliability analysis in fuzzy regression. *Proc. Annual Conf. of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS'93)*. Allentown, PA, USA, s. 93-97.
- Chang, Y. O. & Ayyub, B. M. (2001). Fuzzy regression methods - a comparative assessment. *Fuzzy Sets and Systems. Vol. 119, Issue 2*, s. 187-203.
- Diamond, P. (1988). Fuzzy least squares. *Information Sciences. Vol. 46/3*, s. 141-157.
- Düzyurt, S. (2008). Bulanık Regresyon ile Tahmin ve Bir Uygulama. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi*. Gazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü: Ankara.
- Elmas, Ç. (2003). *Bulanık Mantık Denetleyiciler: Kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık*. Seçkin Yayıncılık San. ve Tic. A.Ş.: Ankara.

- Ergün E. (2011). Bulanık Regresyon ve Yapıparametrik Toplamsal Regresyon Üzerinde Bir Örnek Uygulama Çalışması. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi*. Muğla Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü: Muğla.
- Hojati, M., Bector, C. R. & Smimou, K. (2005). A simple method for computation of fuzzy linear regression. *European Journal of Operational Research*. Vol. 166, Issue 1, s. 172-184.
- He, Y.Q. & Chan, L.K. & Wu, M.L. (2007). Balancing productivity and consumer satisfaction for profitability: statistical and fuzzy regression analysis. *European Journal of Operational Research*. Vol. 176, Issue 1, s. 252-263.
- Ishibuchi, H. (1992). Fuzzy regression analysis. *Fuzzy Theory and Systems*. Nr. 4, s. 137-148.
- İşbilen Yücel, L. (2005). Bulanık regresyon: Türkiye’de 1980-2004 döneminde kayıt dışı ekonominin bulanık yöntemlerle tahminine ilişkin bir uygulama. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi*. İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü: İstanbul.
- Jinn, J., Song, C. & Chao, J. C. (2008). A Study of Fuzzy Linear Regression. *InterStat*. <http://interstat.statjournals.net/YEAR/2008/articles/0807006.pdf> (Erişim Tarihi: 14.08.2013).
- Kader, A. & Dugdale, D. (2001). Evaluating Investment in Advanced Manufacturing Technology: A Fuzzy Set Theory Approach. *Br. Account Rev*. Nr. 33, s. 455-489.
- Kahraman, C., Beşkese, A. & Bozbura, F. T. (2006). Fuzzy regression approaches and applications. *StudFuzz*. Nr. 201, s. 589-615.
- Kao, C & Chyu, C. (2003). Least squares estimates in fuzzy regression analysis. *European Journal of Operational Research*. Vol. 148, Issue 2, s. 426-435.
- Kim, B. & Bishu, R. R. (1998). Evaluation of fuzzy linear regression models by comparing membership functions. *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 100, Issues 1–3, s. 343-352.
- Modarres, M., Nasrabadi, E. & Nasrabadi, M. M. (2005). Fuzzy linear regression models with least square errors. *Applied Mathematics and Computation*. Nr. 163, s. 977-989.
- Özelkan, E. C. & Duckstein, L. (2000). Multi-objective fuzzy regression: a general framework. *Computers & Operations Research*. Nr. 27, s. 635-652.
- Özkan, M. M. (2003). *Bulanık Hedef Programlama*. Ekin Kitabevi: Bursa.

- Paksoy, T., Pehlivan Yapıcı, N. & Özceylan, E. (2013). *Bulanık Küme Teorisi*. Nobel Yayınevi: İstanbul.
- Pasha, E., Razzaghnia, T., Allahviranloo, T., Yari, G. & Mostafaei, H. R. (2007). Fuzzy linear regression models with fuzzy entropy. *Applied Mathematical Sciences*. Vol. 1, Issue: 35, s. 1715-1724.
- Peters, G. (1994). Fuzzy linear regression with fuzzy intervals. *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 63, Issue 1, s. 45-55.
- Redden, D. T. & Woodall, W. H. (1996). Further examination of fuzzy linear regression. *Fuzzy Sets and Systems*. Nr.79, s. 203-211.
- Sakawa, M. & Yano, H. (1992). Multiobjective fuzzy linear regression analysis for fuzzy input-output data. *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 47, Issue 2, s. 173-181.
- Savic, D. A. & Pedrycz, W. (1991). Evaluation of fuzzy linear regression models. *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 39, Issue 1, s. 51-63.
- Shapiro, A. (2004). Fuzzy regression and the term structure of interest rates revisited. *Proceedings of the 14th International AFIR Colloquium*. Vol. 1, s. 29-45.
- Şen, Z. (2001). *Bulanık Mantık ve Modelleme İlkeleri*. Bilge Kültür Sanat Kitabevi: İstanbul.
- Tanaka, H. (1987). Fuzzy data analysis by possibilistic linear models. *Fuzzy Sets and Systems*. Nr. 24, s. 363-375.
- Tanaka, H. (1997). *An Introduction to Fuzzy Logic for Practical Applications*. Rassel Inc.: New York.
- Tanaka, H., Uejima, S. & Asai, K. (1982). Fuzzy Linear Regression Model. *IEEE Trans. Systems Man Cybernet*. Nr. 12, s. 903-907
- Tanaka, H. & Watada, J. (1988). Possibilistic linear systems and their application to the linear regression model. *Fuzzy Sets and Systems*. Nr. 27, s. 275-289.
- Tanaka, H., Hayashi, I. & Watada, J. (1989). Possibilistic linear regression analysis for fuzzy data. *European J. Oper. Res*. No. 40, s. 389-396.
- Tanaka, H. & Ishibuchi, H. (1991). Identification of possibilistic linear systems by quadratic membership functions. *Fuzzy Sets and Systems*. No. 41, s. 145-160.
- Tanaka, H., Ishibuchi, H. & Yoshikawa, S. (1995). Exponential possibility regression analysis. *Fuzzy Sets and Systems*. Nr. 69, s. 305-318.
- Ural, G. F., (2006). Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemi Kullanılarak Bir Sanayi Kuruluşunda Üretim Planlama Çalışmasının Gerçekleştirilmesi. *Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi*. Kocaeli Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü: Kocaeli.

- Wang, H. & Tsaur, R. (2000a). Insight of a fuzzy regression model. *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 112, Issue 3, s. 355-369.
- Wang, H. & Tsaur, R. (2000b). Resolution of fuzzy regression model. *European Journal of Operational Research*. Vol. 126, Issue 3, s. 637-650.
- Wu, B. & Tseng, N. (2002). A new approach to fuzzy regression models with application to business cycle analysis. *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 130, s. 33-42.
- Yang, M. & Lin, T. (2002). Fuzzy least-squares linear regression analysis for fuzzy input-output data. *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 126, Issue 3, s. 389-399.
- Yaralıoğlu, K. (2007). *Bulanık Mantık*. Ders Notları. Dokuz Eylül Üniversitesi. http://www.deu.edu.tr/userweb/k.yaralioglu/dosyalar/bul_man.doc, (Erişim Tarihi: 14.11.12).
- Yurtcu, Ş. & İçağa, Y. (2007). Bulanık Doğrusal Regresyona Genel Bir Bakış. *Yapı Teknolojileri Elektronik Dergisi*. Sayı. 2, s. 37-43.
- Zadeh L.A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*. Nr. 8, s. 338-353.

EKLER

EK 1. Tanaka (1982) Yönteminin $H = 0$ için LİNGO Paket Program Kodu

```

min=19*c0+346.0462*c1-9.19663*c2;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2+c0+17.82671*c1-3.51364*c2 >=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2+c0+17.89616*c1-3.08481*c2 >=10.48315804;
a0+17.96386*a1-2.50855*a2+c0+17.96386*c1-2.50855*c2 >=10.6834315;
a0+18.03645*a1-1.88341*a2+c0+18.03645*c1-1.88341*c2 >=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2+c0+18.0669*c1-1.34333*c2 >=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2+c0+18.03267*c1-0.8672*c2 >=10.61327059;
a0+18.09822*a1-0.47208*a2+c0+18.09822*c1-0.47208*c2 >=10.90601103;
a0+18.03956*a1+0.203277*a2+c0+18.03956*c1+0.203277*c2 >=10.631012;
a0+18.09937*a1+0.409351*a2+c0+18.09937*c1+0.409351*c2 >=10.85038508;
a0+18.15068*a1+0.400833*a2+c0+18.15068*c1+0.400833*c2 >=11.14677722;
a0+18.24018*a1+0.352304*a2+c0+18.24018*c1+0.352304*c2 >=11.48801783;
a0+18.32086*a1+0.293259*a2+c0+18.32086*c1+0.293259*c2 >=11.66799572;
a0+18.38752*a1+0.35845*a2+c0+18.38752*c1+0.35845*c2 >=11.84636453;
a0+18.43315*a1+0.263525*a2+c0+18.43315*c1+0.263525*c2 >=12.04392424;
a0+18.43972*a1+0.256895*a2+c0+18.43972*c1+0.256895*c2 >=12.21584474;
a0+18.39025*a1+0.436356*a2+c0+18.39025*c1+0.436356*c2 >=11.8560115;
a0+18.47787*a1+0.405705*a2+c0+18.47787*c1+0.405705*c2 >=12.13104733;
a0+18.56196*a1+0.512824*a2+c0+18.56196*c1+0.512824*c2 >=12.39189;
a0+ 18.58411*a1+ 0.583611*a2+c0+ 18.58411*c1+ 0.583611*c2 >=12.39189;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2-c0-17.82671*c1+3.51364*c2 <=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2-c0-17.89616*c1+ 3.08481*c2 <=10.48315804;
a0+17.96386*a1-2.50855*a2-c0-17.96386*c1+ 2.50855*c2 <=10.6834315;
a0+18.03645*a1-1.88341*a2-c0-18.03645*c1+ 1.88341*c2 <=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2-c0-18.0669*c1+ 1.34333*c2 <=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2-c0-18.03267*c1+ 0.8672*c2 >=10.61327059;
a0+18.09822*a1-0.47208*a2-c0-18.09822*c1+ 0.47208*c2 <=10.90601103;
a0+18.03956*a1+0.203277*a2-c0-18.03956*c1-0.203277*c2 <=10.631012;
a0+18.09937*a1+0.409351*a2-c0-18.09937*c1-0.409351*c2 <=10.85038508;
a0+18.15068*a1+0.400833*a2-c0-18.15068*c1-0.400833*c2<=11.14677722;
a0+18.24018*a1+0.352304*a2-c0-18.24018*c1-0.352304*c2 <=11.48801783;

```

```

a0+18.32086*a1+0.293259*a2-c0-18.32086*c1-0.293259*c2 <=11.66799572;
a0+18.38752*a1+0.35845*a2-c0-18.38752*c1-0.35845*c2 <=11.84636453;
a0+18.43315*a1+0.263525*a2-c0-18.43315*c1-0.263525*c2 <=12.04392424;
a0+18.43972*a1+0.256895*a2-c0-18.43972*c1-0.256895*c2 <=12.21584474;
a0+18.39025*a1+0.436356*a2-c0-18.39025*c1-0.436356*c2 <=11.8560115;
a0+18.47787*a1+0.405705*a2-c0-18.47787*c1-0.405705*c2 <=12.13104733;
a0+18.56196*a1+0.512824*a2-c0-18.56196*c1-0.512824*c2 <=12.39189;
a0+ 18.58411*a1+ 0.583611*a2-c0-18.58411*c1-0.583611*c2 <=12.39189;
@free(a0);
@free(a1);
@free(a2);
c0>=0;c1>=0; c2>=0;
end

```

EK 2. Tanaka (1982) Yönteminin H= 0.5 için LİNGO Paket Program Kodu

```

min=19*c0+346.0462*c1-9.19663*c2;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2+0.5*c0+17.8267*0.5*c1-3.51364*0.5*c2>=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2+0.5*c0+17.89616*0.5*c1-3.08481*0.5*c2 >=10.4831580
a0+17.96386*a1-2.50855*a2+0.5*c0+17.96386*0.5*c1-2.50855*0.5*c2>=10.6834315;
a0+18.0364*a1-1.88341*a2+0.5*c0+18.03645*0.5*c1-1.88341*0.5*c2>=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2+0.5*c0+18.0669*0.5*c1-1.34333*0.5*c2 >=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2+0.5*c0+18.03267*0.5*c1-0.8672*0.5*c2 >=10.61327059;
a0+18.09822*a1-0.47208*a2+0.5*c0+18.0982*0.5*c1-0.47208*0.5*c2>=10.90601103;
a0+18.03956*a1+0.203277*a2+0.5*c0+18.0395*0.5*c1+0.20327*0.5*c2>=10.631012;
a0+18.09937*a1+0.409351*a2+0.5*c0+18.0993*0.5*c1+0.40935*0.5*c2>=10.850385;
a0+18.15068*a1+0.400833*a2+0.5*c0+18.1506*0.5*c1+0.40083*0.5*c2>=11.146777;
a0+18.24018*a1+0.3523*a2+0.5*c0+18.24018*0.5*c1+0.352304*0.5*c2>=11.488017;
a0+18.32086*a1+0.293259*a2+0.5*c0+18.320*0.5*c1+0.293259*0.5*c2>=11.667995;
a0+18.38752*a1+0.35845*a2+0.5*c0+18.387*0.5*c1+0.35845*0.5*c2>=11.84636453;
a0+18.43315*a1+0.263525*a2+0.5*c0+18.43315*0.5*c1+0.2635*0.5*c2>=12.043924;
a0+18.43972*a1+0.256895*a2+0.5*c0+18.439*0.5*c1+0.2568*0.5*c2>=12.21584474;
a0+18.39025*a1+0.436356*a2+0.5*c0+18.390*0.5*c1+0.4363*0.5*c2 >=11.8560115;
a0+18.47787*a1+0.405705*a2+0.5*c0+18.477*0.5*c1+0.4057*0.5*c2>=12.13104733;
a0+18.56196*a1+0.512824*a2+0.5*c0+18.56196*0.5*c1+0.5128*0.5*c2 >=12.39189;

```

```

a0+18.58411*a1+0.583611*a2+0.5*c0+18.58411*0.5*c1+0.583611*0.5*c2>=12.3918;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2-0.5*c0-17.8267*0.5*c1+3.51364*0.5*c2<=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2-0.5*c0-17.89616*0.5*c1+3.084*0.5*c2 <=10.48315804;
a0+17.96386*a1-2.50855*a2-0.5*c0-17.96386*0.5*c1+2.508*0.5*c2 <=10.6834315;
a0+18.03645*a1-1.88341*a2-0.5*c0-18.03645*0.5*c1+1.883*0.5*c2 <=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2-0.5*c0-18.0669*0.5*c1+ 1.34333*0.5*c2 <=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2-0.5*c0-18.03267*0.5*c1+ 0.8672*0.5*c2 >=10.61327059;
a0+18.09822*a1-0.47208*a2-0.5*c0-18.09822*0.5*c1+0.472*0.5*c2 <=10.90601103;
a0+18.03956*a1+0.203277*a2-0.5*c0-18.03956*0.5*c1-0.2032*0.5*c2 <=10.631012;
a0+18.09937*a1+0.409351*a2-0.5*c0-18.0993*0.5*c1-0.4093*0.5*c2<=10.85038508;
a0+18.15068*a1+0.400833*a2-0.5*c0-18.150*0.5*c1-0.4008*0.5*c2 <=11.14677722;
a0+18.24018*a1+0.352304*a2-0.5*c0-18.240*0.5*c1-0.3523*0.5*c2 <=11.48801783;
a0+18.32086*a1+0.293259*a2-0.5*c0-18.320*0.5*c1-0.2932*0.5*c2 <=11.66799572;
a0+18.38752*a1+0.35845*a2-0.5*c0-18.38752*0.5*c1-0.358*0.5*c2 <=11.84636453;
a0+18.43315*a1+0.263525*a2-0.5*c0-18.433*0.5*c1-0.2635*0.5*c2 <=12.04392424;
a0+18.43972*a1+0.256895*a2-0.5*c0-18.439*0.5*c1-0.2568*0.5*c2 <=12.21584474;
a0+18.39025*a1+0.436356*a2-0.5*c0-18.390*0.5*c1-0.4363*0.5*c2 <=11.8560115;
a0+18.47787*a1+0.405705*a2-0.5*c0-18.477*0.5*c1-0.4057*0.5*c2 <=12.13104733;
a0+18.56196*a1+0.512824*a2-0.5*c0-18.56196*0.5*c1-0.5128*0.5*c2 <=12.39189;
a0+18.58411*a1+0.583611*a2-0.5*c0-18.58411*0.5*c1-0.5836*0.5*c2 <=12.39189;
@free(a0);
@free(a1);
@free(a2);
c0>=0;c1>=0; c2>=0;
end

```

EK 3. Tanaka (1982) Yönteminin H= 0.7 için LİNGO Paket Program Kodu

```

min=19*c0+346.0462*c1-9.19663*c2;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2+0.3*c0+17.82671*0.3*c1-3.513*0.3*c2 >=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2+0.3*c0+17.89616*0.3*c1-3.08481*0.3*c2 >=10.4831580
a0+17.96386*a1-2.50855*a2+0.3*c0+17.96386*0.3*c1-2.508*0.3*c2 >=10.6834315;
a0+18.03645*a1-1.88341*a2+0.3*c0+18.03645*0.3*c1-1.883*0.3*c2 >=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2+0.3*c0+18.0669*0.3*c1-1.34333*0.3*c2 >=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2+0.3*c0+18.03267*0.3*c1-0.8672*0.3*c2 >=10.61327059;

```

$a_0+18.09822*a_1-0.47208*a_2+0.3*c_0+18.09822*0.3*c_1-0.472*0.3*c_2 \geq 10.90601103;$
 $a_0+18.03956*a_1+0.203277*a_2+0.3*c_0+18.039*0.3*c_1+0.2032*0.3*c_2 \geq 10.631012;$
 $a_0+18.09937*a_1+0.409351*a_2+0.3*c_0+18.099*0.3*c_1+0.4093*0.3*c_2 \geq 10.85038508;$
 $a_0+18.15068*a_1+0.400833*a_2+0.3*c_0+18.150*0.3*c_1+0.4008*0.3*c_2 \geq 11.14677722;$
 $a_0+18.24018*a_1+0.352304*a_2+0.3*c_0+18.240*0.3*c_1+0.3523*0.3*c_2 \geq 11.48801783;$
 $a_0+18.32086*a_1+0.293259*a_2+0.3*c_0+18.320*0.3*c_1+0.2932*0.3*c_2 \geq 11.66799572;$
 $a_0+18.38752*a_1+0.35845*a_2+0.3*c_0+18.387*0.3*c_1+0.358*0.3*c_2 \geq 11.84636453;$
 $a_0+18.43315*a_1+0.263525*a_2+0.3*c_0+18.433*0.3*c_1+0.2635*0.3*c_2 \geq 12.04392424;$
 $a_0+18.43972*a_1+0.256895*a_2+0.3*c_0+18.439*0.3*c_1+0.2568*0.3*c_2 \geq 12.21584474;$
 $a_0+18.39025*a_1+0.436356*a_2+0.3*c_0+18.390*0.3*c_1+0.4363*0.3*c_2 \geq 11.8560115;$
 $a_0+18.47787*a_1+0.405705*a_2+0.3*c_0+18.477*0.3*c_1+0.4057*0.3*c_2 \geq 12.13104733;$
 $a_0+18.56196*a_1+0.512824*a_2+0.3*c_0+18.56196*0.3*c_1+0.5128*0.3*c_2 \geq 12.39189;$
 $a_0+18.58411*a_1+0.583611*a_2+0.3*c_0+18.58411*0.3*c_1+0.5836*0.3*c_2 \geq 12.39189;$
 $a_0+17.82671*a_1-3.51364*a_2-0.3*c_0-17.82671*0.3*c_1+3.513*0.3*c_2 \leq 10.05492026;$
 $a_0+17.89616*a_1-3.08481*a_2-0.3*c_0-17.89616*0.3*c_1+3.084*0.3*c_2 \leq 10.48315804;$
 $a_0+17.96386*a_1-2.50855*a_2-0.3*c_0-17.96386*0.3*c_1+2.50855*0.3*c_2 \leq 10.6834315;$
 $a_0+18.03645*a_1-1.88341*a_2-0.3*c_0-18.03645*0.3*c_1+1.883*0.3*c_2 \leq 10.79053483;$
 $a_0+18.0669*a_1-1.34333*a_2-0.3*c_0-18.0669*0.3*c_1+1.34333*0.3*c_2 \leq 10.73469958;$
 $a_0+18.03267*a_1-0.8672*a_2-0.3*c_0-18.03267*0.3*c_1+0.8672*0.3*c_2 \geq 10.61327059;$
 $a_0+18.09822*a_1-0.47208*a_2-0.3*c_0-18.098*0.3*c_1+0.47208*0.3*c_2 \leq 10.90601103;$
 $a_0+18.03956*a_1+0.203277*a_2-0.3*c_0-18.039*0.3*c_1-0.203277*0.3*c_2 \leq 10.631012;$
 $a_0+18.09937*a_1+0.409351*a_2-0.3*c_0-18.099*0.3*c_1-0.4093*0.3*c_2 \leq 10.85038508;$
 $a_0+18.15068*a_1+0.400833*a_2-0.3*c_0-18.15068*0.3*c_1-0.4008*0.3*c_2 \leq 11.14677722;$
 $a_0+18.24018*a_1+0.352304*a_2-0.3*c_0-18.2401*0.3*c_1-0.352304*0.3*c_2 \leq 11.48801783;$
 $a_0+18.32086*a_1+0.293259*a_2-0.3*c_0-18.320*0.3*c_1-0.2932*0.3*c_2 \leq 11.66799572;$
 $a_0+18.38752*a_1+0.35845*a_2-0.3*c_0-18.38752*0.3*c_1-0.358*0.3*c_2 \leq 11.84636453;$
 $a_0+18.43315*a_1+0.263525*a_2-0.3*c_0-18.433*0.3*c_1-0.2635*0.3*c_2 \leq 12.04392424;$
 $a_0+18.43972*a_1+0.256895*a_2-0.3*c_0-18.439*0.3*c_1-0.2568*0.3*c_2 \leq 12.21584474;$
 $a_0+18.39025*a_1+0.436356*a_2-0.3*c_0-18.390*0.3*c_1-0.4363*0.3*c_2 \leq 11.8560115;$
 $a_0+18.47787*a_1+0.405705*a_2-0.3*c_0-18.477*0.3*c_1-0.4057*0.3*c_2 \leq 12.13104733;$
 $a_0+18.56196*a_1+0.512824*a_2-0.3*c_0-18.56196*0.3*c_1-0.5128*0.3*c_2 \leq 12.39189;$
 $a_0+18.58411*a_1+0.583611*a_2-0.3*c_0-18.58411*0.3*c_1-0.5836*0.3*c_2 \leq 12.39189;$

@free(a0);

@free(a1);

```
@free(a2);
c0>=0;c1>=0; c2>=0;
end
```

EK 4. Tanaka (2007)'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yönteminin H= 0 için LİNGO Paket Program Kodu

```
MIN = 19*c0 + 346.0462*c1 -9.19663*c2 + d1 + d2 + d3 + d4 + d5 + d6+ d7 + d8 + d9
+ d10 + d11 + d12 + d13 + d14 + d15 + d16 + d17 + d18 + d19;

d1 / (c0 + 17.82671*c1 -3.51364*c2) <=1;
d2 / (c0 + 17.89616*c1 -3.08481*c2) <=1;
d3 / (c0 + 17.96386*c1 -2.50855*c2) <=1;
d4 / (c0 + 18.03645*c1 -1.88341*c2) <=1;
d5 / (c0 + 18.0669*c1 -1.34333*c2) <=1;
d6 / (c0 + 18.03267*c1 -0.8672*c2) <=1;
d7 / (c0 + 18.09822*c1 -0.47208*c2) <=1;
d8 / (c0 + 18.03956*c1 + 0.203277*c2) <=1;
d9 / (c0 + 18.09937*c1 + 0.409351*c2) <=1;
d10 / (c0 + 18.15068*c1 + 0.400833*c2) <=1;
d11 / (c0 + 18.24018*c1 + 0.352304*c2) <=1;
d12 / (c0 + 18.32086*c1 +0.293259*c2 ) <=1;
d13 / (c0 + 18.38752*c1 + 0.35845*c2) <=1;
d14 / (c0 + 18.43315*c1 +0.263525*c2) <=1;
d15 / (c0 + 18.43972*c1 + 0.256895*c2) <=1;
d16 / (c0 + 18.39025*c1 + 0.436356*c2) <=1;
d17 / (c0 + 18.47787*c1 + 0.405705*c2 ) <=1;
d18 / (c0 + 18.56196*c1 + 0.512824*c2) <=1;
d19 / (c0 + 18.58411*c1 + 0.583611*c2) <=1;

d1 = @ABS(10.05492026- a0 - 17.82671*a1 +3.51364*a2);
d2 = @ABS(10.48315804- a0 - 17.89616*a1+3.08481*a2);
d3 = @ABS(10.6834315- a0 -17.96386*a1 +2.50855*a2);
d4 = @ABS(10.79053483- a0 - 18.03645*a1 +1.88341*a2);
d5 = @ABS(10.73469958- a0 - 18.0669*a1 +1.34333*a2);
d6 = @ABS(10.61327059- a0 - 18.03267*a1 +0.8672*a2);
d7 = @ABS(10.90601103- a0 - 18.09822*a1 +0.47208*a2);
```

```

d8 = @ABS(10.631012- a0 - 18.03956*a1 - 0.203277*a2);
d9 = @ABS(10.85038508- a0 - 18.09937*a1 - 0.409351*a2);
d10 = @ABS(11.14677722- a0 - 18.15068*a1 - 0.400833*a2);
d11 = @ABS(11.48801783 - a0 - 18.24018*a1 - 0.352304*a2);
d12 = @ABS(11.66799572 - a0 - 18.32086*a1 - 0.293259*a2);
d13 = @ABS(11.84636453 - a0 - 18.38752*a1 - 0.35845*a2);
d14 = @ABS(12.04392424 - a0 - 18.43315*a1 -0.263525*a2);
d15 = @ABS(12.21584474 - a0 - 18.43972*a1 - 0.256895*a2);
d16 = @ABS(11.8560115 - a0 - 18.39025*a1 - 0.436356*a2);
d17 = @ABS(12.13104733 - a0 - 18.47787*a1 - 0.405705*a2);
d18 = @ABS(12.39189 - a0 - 18.56196*a1 - 0.512824*a2);
d19 = @ABS(12.39189 - a0 - 18.58411*a1 - 0.583611*a2);
@FREE(a0);
@FREE(a1);
@FREE(a2);
end

```

EK 5. Tanaka (2007)'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yönteminin H= 0.5 için LİNGO Paket Program Kodu

```

MIN = 19*c0 + 346.0462*c1 -9.19663*c2 + d1 + d2 + d3 + d4 + d5 + d6+ d7 + d8 + d9
+ d10 + d11 + d12 + d13 + d14 + d15 + d16 + d17 + d18 + d19;
d1 / (c0 + 17.82671*c1 -3.51364*c2) <=0.5;
d2 / (c0 + 17.89616*c1 -3.08481*c2) <=0.5;
d3 / (c0 + 17.96386*c1 -2.50855*c2) <=0.5;
d4 / (c0 + 18.03645*c1 -1.88341*c2) <=0.5;
d5 / (c0 + 18.0669*c1 -1.34333*c2) <=0.5;
d6 / (c0 + 18.03267*c1 -0.8672*c2) <=0.5;
d7 / (c0 + 18.09822*c1 -0.47208*c2) <=0.5;
d8 / (c0 + 18.03956*c1 + 0.203277*c2) <=0.5;
d9 / (c0 + 18.09937*c1 + 0.409351*c2) <=0.5;
d10 / (c0 + 18.15068*c1 + 0.400833*c2) <=0.5;
d11 / (c0 + 18.24018*c1 + 0.352304*c2) <=0.5;
d12 / (c0 + 18.32086*c1 +0.293259*c2 ) <=0.5;
d13 / (c0 + 18.38752*c1 + 0.35845*c2) <=0.5;

```

```

d14 / (c0 + 18.43315*c1 + 0.263525*c2) <=0.5;
d15 / (c0 + 18.43972*c1 + 0.256895*c2) <=0.5;
d16 / (c0 + 18.39025*c1 + 0.436356*c2) <=0.5;
d17 / (c0 + 18.47787*c1 + 0.405705*c2 ) <=0.5;
d18 / (c0 + 18.56196*c1 + 0.512824*c2) <=0.5;
d19 / (c0 + 18.58411*c1 + 0.583611*c2) <=0.5;
d1 = @ABS(10.05492026- a0 - 17.82671*a1 +3.51364*a2);
d2 = @ABS(10.48315804- a0 - 17.89616*a1+3.08481*a2);
d3 = @ABS(10.6834315- a0 -17.96386*a1 +2.50855*a2);
d4 = @ABS(10.79053483- a0 - 18.03645*a1 +1.88341*a2);
d5 = @ABS(10.73469958- a0 - 18.0669*a1 +1.34333*a2);
d6 = @ABS(10.61327059- a0 - 18.03267*a1 +0.8672*a2);
d7 = @ABS(10.90601103- a0 - 18.09822*a1 +0.47208*a2);
d8 = @ABS(10.631012- a0 - 18.03956*a1 - 0.203277*a2);
d9 = @ABS(10.85038508- a0 - 18.09937*a1 - 0.409351*a2);
d10 = @ABS(11.14677722- a0 - 18.15068*a1 - 0.400833*a2);
d11 = @ABS(11.48801783 - a0 - 18.24018*a1 - 0.352304*a2);
d12 = @ABS(11.66799572 - a0 - 18.32086*a1 - 0.293259*a2);
d13 = @ABS(11.84636453 - a0 - 18.38752*a1 - 0.35845*a2);
d14 = @ABS(12.04392424 - a0 - 18.43315*a1 -0.263525*a2);
d15 = @ABS(12.21584474 - a0 - 18.43972*a1 - 0.256895*a2);
d16 = @ABS(11.8560115 - a0 - 18.39025*a1 - 0.436356*a2);
d17 = @ABS(12.13104733 - a0 - 18.47787*a1 - 0.405705*a2);
d18 = @ABS(12.39189 - a0 - 18.56196*a1 - 0.512824*a2);
d19 = @ABS(12.39189 - a0 - 18.58411*a1 - 0.583611*a2);
@FREE(a0);
@FREE(a1);
@FREE(a2);
End

```

EK 6. Tanaka (2007)'nın Bulanık Doğrusal Regresyon Modelinin Yeniden Gözden Geçirilmiş Yönteminin H= 0.7 için LİNGO Paket Program Kodu

```

MIN = 19*c0 + 346.0462*c1 -9.19663*c2 + d1 + d2 + d3 + d4 + d5 + d6+ d7 + d8 + d9
+ d10 + d11 + d12 + d13 + d14 + d15 + d16 + d17 + d18 + d19;

```

$d1 / (c0 + 17.82671*c1 - 3.51364*c2) \leq 0.3;$
 $d2 / (c0 + 17.89616*c1 - 3.08481*c2) \leq 0.3;$
 $d3 / (c0 + 17.96386*c1 - 2.50855*c2) \leq 0.3;$
 $d4 / (c0 + 18.03645*c1 - 1.88341*c2) \leq 0.3;$
 $d5 / (c0 + 18.0669*c1 - 1.34333*c2) \leq 0.3;$
 $d6 / (c0 + 18.03267*c1 - 0.8672*c2) \leq 0.3;$
 $d7 / (c0 + 18.09822*c1 - 0.47208*c2) \leq 0.3;$
 $d8 / (c0 + 18.03956*c1 + 0.203277*c2) \leq 0.3;$
 $d9 / (c0 + 18.09937*c1 + 0.409351*c2) \leq 0.3;$
 $d10 / (c0 + 18.15068*c1 + 0.400833*c2) \leq 0.3;$
 $d11 / (c0 + 18.24018*c1 + 0.352304*c2) \leq 0.3;$
 $d12 / (c0 + 18.32086*c1 + 0.293259*c2) \leq 0.3;$
 $d13 / (c0 + 18.38752*c1 + 0.35845*c2) \leq 0.3;$
 $d14 / (c0 + 18.43315*c1 + 0.263525*c2) \leq 0.3;$
 $d15 / (c0 + 18.43972*c1 + 0.256895*c2) \leq 0.3;$
 $d16 / (c0 + 18.39025*c1 + 0.436356*c2) \leq 0.3;$
 $d17 / (c0 + 18.47787*c1 + 0.405705*c2) \leq 0.3;$
 $d18 / (c0 + 18.56196*c1 + 0.512824*c2) \leq 0.3;$
 $d19 / (c0 + 18.58411*c1 + 0.583611*c2) \leq 0.3;$
 $d1 = @ABS(10.05492026 - a0 - 17.82671*a1 + 3.51364*a2);$
 $d2 = @ABS(10.48315804 - a0 - 17.89616*a1 + 3.08481*a2);$
 $d3 = @ABS(10.6834315 - a0 - 17.96386*a1 + 2.50855*a2);$
 $d4 = @ABS(10.79053483 - a0 - 18.03645*a1 + 1.88341*a2);$
 $d5 = @ABS(10.73469958 - a0 - 18.0669*a1 + 1.34333*a2);$
 $d6 = @ABS(10.61327059 - a0 - 18.03267*a1 + 0.8672*a2);$
 $d7 = @ABS(10.90601103 - a0 - 18.09822*a1 + 0.47208*a2);$
 $d8 = @ABS(10.631012 - a0 - 18.03956*a1 - 0.203277*a2);$
 $d9 = @ABS(10.85038508 - a0 - 18.09937*a1 - 0.409351*a2);$
 $d10 = @ABS(11.14677722 - a0 - 18.15068*a1 - 0.400833*a2);$
 $d11 = @ABS(11.48801783 - a0 - 18.24018*a1 - 0.352304*a2);$
 $d12 = @ABS(11.66799572 - a0 - 18.32086*a1 - 0.293259*a2);$
 $d13 = @ABS(11.84636453 - a0 - 18.38752*a1 - 0.35845*a2);$
 $d14 = @ABS(12.04392424 - a0 - 18.43315*a1 - 0.263525*a2);$
 $d15 = @ABS(12.21584474 - a0 - 18.43972*a1 - 0.256895*a2);$


```

d16 = @ABS(11.8560115 - a0 - 18.39025*a1 - 0.436356*a2);
d17 = @ABS(12.13104733 - a0 - 18.47787*a1 - 0.405705*a2);
d18 = @ABS(12.39189 - a0 - 18.56196*a1 - 0.512824*a2);
d19 = @ABS(12.39189 - a0 - 18.58411*a1 - 0.583611*a2);
@FREE(a0);
@FREE(a1);
@FREE(a2);
End

```

EK 7. Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık Regresyon Yöntemi (1991)'nin H= 0 için LİNGO Paket Program Kodu

```

min=19*c0+346.0462*c1-9.19663*c2;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2+c0+17.82671*c1-3.51364*c2 >=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2+c0+17.89616*c1-3.08481*c2 >=10.48315804;
a0+17.96386*a1-2.50855*a2+c0+17.96386*c1-2.50855*c2 >=10.6834315;
a0+18.03645*a1-1.88341*a2+c0+18.03645*c1-1.88341*c2 >=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2+c0+18.0669*c1-1.34333*c2 >=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2+c0+18.03267*c1-0.8672*c2 >=10.61327059;
a0+18.09822*a1-0.47208*a2+c0+18.09822*c1-0.47208*c2 >=10.90601103;
a0+18.03956*a1+0.203277*a2+c0+18.03956*c1+0.203277*c2 >=10.631012;
a0+18.09937*a1+0.409351*a2+c0+18.09937*c1+0.409351*c2 >=10.85038508;
a0+18.15068*a1+0.400833*a2+c0+18.15068*c1+0.400833*c2 >=11.14677722;
a0+18.24018*a1+0.352304*a2+c0+18.24018*c1+0.352304*c2 >=11.48801783;
a0+18.32086*a1+0.293259*a2+c0+18.32086*c1+0.293259*c2 >=11.66799572;
a0+18.38752*a1+0.35845*a2+c0+18.38752*c1+0.35845*c2 >=11.84636453;
a0+18.43315*a1+0.263525*a2+c0+18.43315*c1+0.263525*c2 >=12.04392424;
a0+18.43972*a1+0.256895*a2+c0+18.43972*c1+0.256895*c2 >=12.21584474;
a0+18.39025*a1+0.436356*a2+c0+18.39025*c1+0.436356*c2 >=11.8560115;
a0+18.47787*a1+0.405705*a2+c0+18.47787*c1+0.405705*c2 >=12.13104733;
a0+18.56196*a1+0.512824*a2+c0+18.56196*c1+0.512824*c2 >=12.39189;
a0+ 18.58411*a1+ 0.583611*a2+c0+ 18.58411*c1+ 0.583611*c2 >=12.39189;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2-c0-17.82671*c1+3.51364*c2 <=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2-c0-17.89616*c1+ 3.08481*c2 <=10.48315804;
a0+17.96386*a1-2.50855*a2-c0-17.96386*c1+ 2.50855*c2 <=10.6834315;

```

```

a0+18.03645*a1-1.88341*a2-c0-18.03645*c1+ 1.88341*c2 <=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2-c0-18.0669*c1+ 1.34333*c2 <=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2-c0-18.03267*c1+ 0.8672*c2 >=10.61327059;
a0+18.09822*a1-0.47208*a2-c0-18.09822*c1+ 0.47208*c2 <=10.90601103;
a0+18.03956*a1+0.203277*a2-c0-18.03956*c1-0.203277*c2 <=10.631012;
a0+18.09937*a1+0.409351*a2-c0-18.09937*c1-0.409351*c2 <=10.85038508;
a0+18.15068*a1+0.400833*a2-c0-18.15068*c1-0.400833*c2 <=11.14677722;
a0+18.24018*a1+0.352304*a2-c0-18.24018*c1-0.352304*c2 <=11.48801783;
a0+18.32086*a1+0.293259*a2-c0-18.32086*c1-0.293259*c2 <=11.66799572;
a0+18.38752*a1+0.35845*a2-c0-18.38752*c1-0.35845*c2 <=11.84636453;
a0+18.43315*a1+0.263525*a2-c0-18.43315*c1-0.263525*c2 <=12.04392424;
a0+18.43972*a1+0.256895*a2-c0-18.43972*c1-0.256895*c2 <=12.21584474;
a0+18.39025*a1+0.436356*a2-c0-18.39025*c1-0.436356*c2 <=11.85601115;
a0+18.47787*a1+0.405705*a2-c0-18.47787*c1-0.405705*c2 <=12.13104733;
a0+18.56196*a1+0.512824*a2-c0-18.56196*c1-0.512824*c2 <=12.39189;
a0+ 18.58411*a1+ 0.583611*a2-c0-18.58411*c1-0.583611*c2 <=12.39189;
a0=(-50.2);
a1=(3.4);
a2=(-0.05);
@FREE(a0);
@FREE(a1);
@FREE(a2);
End

```

EK 8. Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık Regresyon Yöntemi (1991)'nin H= 0.5 için LİNGO Paket Program Kodu

```

min=19*c0+346.0462*c1-9.19663*c2;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2+0.5*c0+17.826*0.5*c1-3.51364*0.5*c2 >=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2+0.5*c0+17.89616*0.5*c1-3.084*0.5*c2 >=10.48315804;
a0+17.96386*a1-2.50855*a2+0.5*c0+17.96386*0.5*c1-2.508*0.5*c2 >=10.6834315;
a0+18.03645*a1-1.88341*a2+0.5*c0+18.03645*0.5*c1-1.883*0.5*c2 >=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2+0.5*c0+18.0669*0.5*c1-1.34333*0.5*c2 >=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2+0.5*c0+18.03267*0.5*c1-0.8672*0.5*c2 >=10.61327059;
a0+18.09822*a1-0.47208*a2+0.5*c0+18.09822*0.5*c1-0.472*0.5*c2 >=10.90601103;

```

$a_0+18.03956*a_1+0.203277*a_2+0.5*c_0+18.039*0.5*c_1+0.2032*0.5*c_2 \geq 10.631012;$
 $a_0+18.09937*a_1+0.409351*a_2+0.5*c_0+18.099*0.5*c_1+0.4093*0.5*c_2 \geq 10.85038508;$
 $a_0+18.15068*a_1+0.400833*a_2+0.5*c_0+18.150*0.5*c_1+0.4008*0.5*c_2 \geq 11.14677722;$
 $a_0+18.24018*a_1+0.352304*a_2+0.5*c_0+18.240*0.5*c_1+0.3523*0.5*c_2 \geq 11.48801783;$
 $a_0+18.32086*a_1+0.293259*a_2+0.5*c_0+18.320*0.5*c_1+0.2932*0.5*c_2 \geq 11.66799572;$
 $a_0+18.38752*a_1+0.35845*a_2+0.5*c_0+18.387*0.5*c_1+0.358*0.5*c_2 \geq 11.84636453;$
 $a_0+18.43315*a_1+0.263525*a_2+0.5*c_0+18.433*0.5*c_1+0.2635*0.5*c_2 \geq 12.04392424;$
 $a_0+18.43972*a_1+0.256895*a_2+0.5*c_0+18.439*0.5*c_1+0.2568*0.5*c_2 \geq 12.21584474;$
 $a_0+18.39025*a_1+0.436356*a_2+0.5*c_0+18.390*0.5*c_1+0.4363*0.5*c_2 \geq 11.8560115;$
 $a_0+18.47787*a_1+0.405705*a_2+0.5*c_0+18.477*0.5*c_1+0.4057*0.5*c_2 \geq 12.13104733;$
 $a_0+18.56196*a_1+0.512824*a_2+0.5*c_0+18.56196*0.5*c_1+0.5128*0.5*c_2 \geq 12.39189;$
 $a_0+18.58411*a_1+0.583611*a_2+0.5*c_0+18.58411*0.5*c_1+0.5836*0.5*c_2 \geq 12.39189;$
 $a_0+17.826*a_1-3.51364*a_2-0.5*c_0-17.82671*0.5*c_1+3.51364*0.5*c_2 \leq 10.05492026;$
 $a_0+17.89616*a_1-3.08481*a_2-0.5*c_0-17.89616*0.5*c_1+3.084*0.5*c_2 \leq 10.48315804;$
 $a_0+17.96386*a_1-2.50855*a_2-0.5*c_0-17.96386*0.5*c_1+2.508*0.5*c_2 \leq 10.6834315;$
 $a_0+18.03645*a_1-1.88341*a_2-0.5*c_0-18.03645*0.5*c_1+1.883*0.5*c_2 \leq 10.79053483;$
 $a_0+18.0669*a_1-1.34333*a_2-0.5*c_0-18.0669*0.5*c_1+1.34333*0.5*c_2 \leq 10.73469958;$
 $a_0+18.03267*a_1-0.8672*a_2-0.5*c_0-18.03267*0.5*c_1+0.8672*0.5*c_2 \geq 10.61327059;$
 $a_0+18.09822*a_1-0.47208*a_2-0.5*c_0-18.09822*0.5*c_1+0.472*0.5*c_2 \leq 10.90601103;$
 $a_0+18.03956*a_1+0.203277*a_2-0.5*c_0-18.03956*0.5*c_1-0.2032*0.5*c_2 \leq 10.631012;$
 $a_0+18.09937*a_1+0.409351*a_2-0.5*c_0-18.099*0.5*c_1-0.4093*0.5*c_2 \leq 10.85038508;$
 $a_0+18.15068*a_1+0.400833*a_2-0.5*c_0-18.15068*0.5*c_1-0.4008*0.5*c_2 \leq 11.14677722;$
 $a_0+18.24018*a_1+0.352304*a_2-0.5*c_0-18.240*0.5*c_1-0.3523*0.5*c_2 \leq 11.48801783;$
 $a_0+18.32086*a_1+0.293259*a_2-0.5*c_0-18.320*0.5*c_1-0.2932*0.5*c_2 \leq 11.66799572;$
 $a_0+18.38752*a_1+0.35845*a_2-0.5*c_0-18.38752*0.5*c_1-0.358*0.5*c_2 \leq 11.84636453;$
 $a_0+18.43315*a_1+0.263525*a_2-0.5*c_0-18.433*0.5*c_1-0.2635*0.5*c_2 \leq 12.04392424;$
 $a_0+18.43972*a_1+0.256895*a_2-0.5*c_0-18.439*0.5*c_1-0.2568*0.5*c_2 \leq 12.21584474;$
 $a_0+18.39025*a_1+0.436356*a_2-0.5*c_0-18.390*0.5*c_1-0.4363*0.5*c_2 \leq 11.8560115;$
 $a_0+18.47787*a_1+0.405705*a_2-0.5*c_0-18.477*0.5*c_1-0.4057*0.5*c_2 \leq 12.13104733;$
 $a_0+18.56196*a_1+0.512824*a_2-0.5*c_0-18.56196*0.5*c_1-0.5128*0.5*c_2 \leq 12.39189;$
 $a_0+18.58411*a_1+0.583611*a_2-0.5*c_0-18.58411*0.5*c_1-0.5836*0.5*c_2 \leq 12.39189;$
 $a_0=(-50.2);$
 $a_1=(3.4);$
 $a_2=(-0.05);$

```

@free(a0);
@free(a1);
@free(a2);
c0>=0;c1>=0; c2>=0;
end

```

EK 9. Minimum Bulanıklık Ölçütüne Göre Bulanık Regresyon Yöntemi (1991)'nin H= 0.7 için LİNGO Paket Program Kodu

```

min=19*c0+346.0462*c1-9.19663*c2;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2+0.3*c0+17.82671*0.3*c1-3.513*0.3*c2 >=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2+0.3*c0+17.89616*0.3*c1-3.084*0.3*c2 >=10.48315804;
a0+17.96386*a1-2.50855*a2+0.3*c0+17.96386*0.3*c1-2.508*0.3*c2 >=10.6834315;
a0+18.03645*a1-1.88341*a2+0.3*c0+18.03645*0.3*c1-1.883*0.3*c2 >=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2+0.3*c0+18.0669*0.3*c1-1.34333*0.3*c2 >=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2+0.3*c0+18.03267*0.3*c1-0.8672*0.3*c2 >=10.61327059;
a0+18.09822*a1-0.47208*a2+0.3*c0+18.09822*0.3*c1-0.472*0.3*c2 >=10.90601103;
a0+18.03956*a1+0.203277*a2+0.3*c0+18.0395*0.3*c1+0.2032*0.3*c2 >=10.631012;
a0+18.09937*a1+0.409351*a2+0.3*c0+18.099*0.3*c1+0.4093*0.3*c2>=10.85038508;
a0+18.15068*a1+0.400833*a2+0.3*c0+18.150*0.3*c1+0.4008*0.3*c2>=11.14677722;
a0+18.24018*a1+0.352304*a2+0.3*c0+18.240*0.3*c1+0.3523*0.3*c2>=11.48801783;
a0+18.32086*a1+0.293259*a2+0.3*c0+18.320*0.3*c1+0.2932*0.3*c2>=11.66799572;
a0+18.38752*a1+0.35845*a2+0.3*c0+18.38752*0.3*c1+0.358*0.3*c2>=11.84636453;
a0+18.43315*a1+0.263525*a2+0.3*c0+18.433*0.3*c1+0.2635*0.3*c2>=12.04392424;
a0+18.43972*a1+0.256895*a2+0.3*c0+18.439*0.3*c1+0.2568*0.3*c2>=12.21584474;
a0+18.39025*a1+0.436356*a2+0.3*c0+18.390*0.3*c1+0.4363*0.3*c2>=11.85601115;
a0+18.47787*a1+0.405705*a2+0.3*c0+18.477*0.3*c1+0.4057*0.3*c2>=12.13104733;
a0+18.56196*a1+0.512824*a2+0.3*c0+18.56196*0.3*c1+0.5128*0.3*c2>=12.39189;
a0+18.58411*a1+0.583611*a2+0.3*c0+18.58411*0.3*c1+0.5836*0.3*c2>=12.39189;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2-0.3*c0-17.82671*0.3*c1+3.5136*0.3*c2<=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2-0.3*c0-17.8961*0.3*c1+ 3.0848*0.3*c2<=10.48315804;
a0+17.96386*a1-2.50855*a2-0.3*c0-17.96386*0.3*c1+ 2.5085*0.3*c2<=10.6834315;
a0+18.03645*a1-1.88341*a2-0.3*c0-18.03645*0.3*c1+ 1.883*0.3*c2<=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2-0.3*c0-18.0669*0.3*c1+ 1.34333*0.3*c2 <=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2-0.3*c0-18.03267*0.3*c1+ 0.8672*0.3*c2 >=10.61327059;

```

```

a0+18.09822*a1-0.47208*a2-0.3*c0-18.09822*0.3*c1+ 0.472*0.3*c2<=10.90601103;
a0+18.03956*a1+0.203277*a2-0.3*c0-18.03956*0.3*c1-0.2032*0.3*c2<=10.631012;
a0+18.09937*a1+0.409351*a2-0.3*c0-18.099*0.3*c1-0.4093*0.3*c2<=10.85038508;
a0+18.15068*a1+0.400833*a2-0.3*c0-18.150*0.3*c1-0.4008*0.3*c2<=11.14677722;
a0+18.24018*a1+0.352304*a2-0.3*c0-18.240*0.3*c1-0.3523*0.3*c2<=11.48801783;
a0+18.32086*a1+0.293259*a2-0.3*c0-18.320*0.3*c1-0.2932*0.3*c2<=11.66799572;
a0+18.38752*a1+0.35845*a2-0.3*c0-18.387*0.3*c1-0.35845*0.3*c2<=11.84636453;
a0+18.43315*a1+0.263525*a2-0.3*c0-18.433*0.3*c1-0.2635*0.3*c2<=12.04392424;
a0+18.43972*a1+0.256895*a2-0.3*c0-18.439*0.3*c1-0.2568*0.3*c2<=12.21584474;
a0+18.39025*a1+0.436356*a2-0.3*c0-18.390*0.3*c1-0.436356*0.3*c2<=11.8560115;
a0+18.47787*a1+0.405705*a2-0.3*c0-18.477*0.3*c1-0.4057*0.3*c2<=12.13104733;
a0+18.56196*a1+0.512824*a2-0.3*c0-18.56196*0.3*c1-0.512824*0.3*c2<=12.39189;
a0+18.58411*a1+0.583611*a2-0.3*c0-18.58411*0.3*c1-0.583611*0.3*c2<=12.39189;
a0=(-50.2);
a1=(3.4);
a2=(-0.05);
@free(a0);
@free(a1);
@free(a2);
c0>=0;c1>=0; c2>=0;
end

```

EK 10. Aralık Regresyon Analizi için LİNGO Paket Program Kodu

```

min=19*c0+346.0462*c1-9.19663*c2;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2+c0+17.82671*c1-3.51364*c2 >=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2+c0+17.89616*c1-3.08481*c2 >=10.48315804;
a0+17.96386*a1-2.50855*a2+c0+17.96386*c1-2.50855*c2 >=10.6834315;
a0+18.03645*a1-1.88341*a2+c0+18.03645*c1-1.88341*c2 >=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2+c0+18.0669*c1-1.34333*c2 >=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2+c0+18.03267*c1-0.8672*c2 >=10.61327059;
a0+18.09822*a1-0.47208*a2+c0+18.09822*c1-0.47208*c2 >=10.90601103;
a0+18.03956*a1+0.203277*a2+c0+18.03956*c1+0.203277*c2 >=10.631012;
a0+18.09937*a1+0.409351*a2+c0+18.09937*c1+0.409351*c2 >=10.85038508;
a0+18.15068*a1+0.400833*a2+c0+18.15068*c1+0.400833*c2 >=11.14677722;

```

```

a0+18.24018*a1+0.352304*a2+c0+18.24018*c1+0.352304*c2 >=11.48801783;
a0+18.32086*a1+0.293259*a2+c0+18.32086*c1+0.293259*c2 >=11.66799572;
a0+18.38752*a1+0.35845*a2+c0+18.38752*c1+0.35845*c2 >=11.84636453;
a0+18.43315*a1+0.263525*a2+c0+18.43315*c1+0.263525*c2 >=12.04392424;
a0+18.43972*a1+0.256895*a2+c0+18.43972*c1+0.256895*c2 >=12.21584474;
a0+18.39025*a1+0.436356*a2+c0+18.39025*c1+0.436356*c2 >=11.8560115;
a0+18.47787*a1+0.405705*a2+c0+18.47787*c1+0.405705*c2 >=12.13104733;
a0+18.56196*a1+0.512824*a2+c0+18.56196*c1+0.512824*c2 >=12.39189;
a0+ 18.58411*a1+ 0.583611*a2+c0+ 18.58411*c1+ 0.583611*c2 >=12.39189;
a0+17.82671*a1-3.51364*a2-c0-17.82671*c1+3.51364*c2 <=10.05492026;
a0+17.89616*a1-3.08481*a2-c0-17.89616*c1+ 3.08481*c2 <=10.48315804;
a0+17.96386*a1-2.50855*a2-c0-17.96386*c1+ 2.50855*c2 <=10.6834315;
a0+18.03645*a1-1.88341*a2-c0-18.03645*c1+ 1.88341*c2 <=10.79053483;
a0+18.0669*a1-1.34333*a2-c0-18.0669*c1+ 1.34333*c2 <=10.73469958;
a0+18.03267*a1-0.8672*a2-c0-18.03267*c1+ 0.8672*c2 >=10.61327059;
a0+18.09822*a1-0.47208*a2-c0-18.09822*c1+ 0.47208*c2 <=10.90601103;
a0+18.03956*a1+0.203277*a2-c0-18.03956*c1-0.203277*c2 <=10.631012;
a0+18.09937*a1+0.409351*a2-c0-18.09937*c1-0.409351*c2 <=10.85038508;
a0+18.15068*a1+0.400833*a2-c0-18.15068*c1-0.400833*c2 <=11.14677722;
a0+18.24018*a1+0.352304*a2-c0-18.24018*c1-0.352304*c2 <=11.48801783;
a0+18.32086*a1+0.293259*a2-c0-18.32086*c1-0.293259*c2 <=11.66799572;
a0+18.38752*a1+0.35845*a2-c0-18.38752*c1-0.35845*c2 <=11.84636453;
a0+18.43315*a1+0.263525*a2-c0-18.43315*c1-0.263525*c2 <=12.04392424;
a0+18.43972*a1+0.256895*a2-c0-18.43972*c1-0.256895*c2 <=12.21584474;
a0+18.39025*a1+0.436356*a2-c0-18.39025*c1-0.436356*c2 <=11.8560115;
a0+18.47787*a1+0.405705*a2-c0-18.47787*c1-0.405705*c2 <=12.13104733;
a0+18.56196*a1+0.512824*a2-c0-18.56196*c1-0.512824*c2 <=12.39189;
a0+ 18.58411*a1+ 0.583611*a2-c0-18.58411*c1-0.583611*c2 <=12.39189;
@free(a0);
@free(a1);
@free(a2);
c0>=0;c1>=0; c2>=0;
end

```

ÖZGEÇMİŞ

Tuğçe KAYA

Çukurova Üniversitesi Ziraat Fakültesi Tarım Ekonomisi Bölümü

Balcalı/Adana

tkaya@cu.edu.tr

Eğitim Geçmişi

2012- : *Yüksek Lisans*, Çukurova Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Tarım Ekonomisi Bölümü.

2010-2014: *Yüksek Lisans*, Çukurova Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü.

2006-2010: *Lisans*, Çukurova Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü.

İş Deneyimi

2013- ... : *Araştırma Görevlisi*, Çukurova Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Tarım Ekonomisi Bölümü, Adana.

Yabancı Dil ve Paket Program Bilgisi

İngilizce, MS Office (*temel*), SPSS 17.0 (*temel*).