



**VERİ ZARFLAMA ANALİZİNDE ETKİSİZLİK SIKLIĞI TAHMİNİ
İÇİN BAYESCİ ÖNSELLER**

Mehmet Güray ÜNSAL

**DOKTORA TEZİ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

KASIM 2014

Mehmet Güray ÜNSAL tarafından hazırlanan VERİ ZARFLAMA ANALİZİNDE ETKİNSİZLİK SIKLIĞI TAHMİNİ İÇİN BAYESÇİ ÖNSELLER adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalında DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. İhsan ALP

İstatistik Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

.....

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum

Başkan : Prof. Dr. Ayşen APAYDIN

İstatistik Anabilim Dalı, Ankara Üniversitesi

.....

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye : Prof. Dr. Hülya BAYRAK

İstatistik Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

.....

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye : Prof. Dr. Bilal TOKLU

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

.....

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum

Üye : Doç. Dr. Hacı Hasan ÖRKÇÜ

İstatistik Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

.....

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Doktora Tezi olduğunu onaylıyorum

Tez Savunma Tarihi: 19/11/2014

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Doktora Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....

Prof. Dr. Şeref SAĞIROĞLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Mehmet Güray ÜNSAL

19/11/2014

VERİ ZARFLAMA ANALİZİNDE ETKİNSİZLİK SIKLIĞI TAHMİNİ İÇİN BAYESCI ÖNSELLER

(Doktora Tezi)

Mehmet Güray ÜNSAL

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Kasım 2014

ÖZET

Veri Zarflama Analizi (VZA), Charnes, Cooper ve Rhodes tarafından açıklandığı üzere, bazı çıktıları üretmek için bazı girdileri kullanan karar verme birimlerinin (KVB'ler) bir setinin göreceli etkinliklerini ölçen doğrusal programlama yöntemidir. VZA parametrik olmayan bir yöntemdir, bu nedenle VZA'nın istatistiksel özelliklerini çalışmak zordur. Literatürde ilk olarak, etkin olmayan (etkinsiz) KVB'lerin etkinlik skorlarının dağılım yapıları incelenmiştir. İstatistik teorisi ve VZA'nın birlikte incelendiği ikinci konu, VZA tahminlerinin regresyon modelinde bağımlı değişken olarak kullanılmasıdır. İstatistik teorisi & VZA üzerine olan çalışmalar sadece regresyon modelleri ve etkinlik skorlarının dağılımları ile sınırlı değildir. VZA'nın bir başka istatistiksel özelliği “etkinsizlik sıklığı” (etkinsiz KVB'ler sayısının, analizdeki toplam KVB'ler sayısına oranı) konusu olarak Friesner ve diğerleri (2013) tarafından incelenmiştir. Friesner ve diğerleri (2013) çalışmalarında etkinsizlik sıklığının bayesci tahminini elde ederlerken bazı önsel dağılımlar kullanmışlardır. Bu tez çalışmasında, öncelikle etkinsizlik sıklığının tanımı verilmekte, daha sonra etkinsizlik sıklığının önsel dağılım yapısı deneysel dağılımlar kullanılarak incelenmektedir. Deneysel dağılımların sonuçlarına göre farklı yapılarıdaki dağılımların etkinsizlik sıklığının önsel dağılımları olarak kullanılabileceği önerilmektedir. Bununla birlikte, gizli değişken düzeltmesinin tahmin edici üzerindeki etkisini incelemek için, tahmin edicilerin gizli değişken ve gizli olmayan değişken durumlarının performansları da karşılaştırılmaktadır.

Bilim Kodu : 205.1.148
Anahtar Kelimeler : Etkinsizlik sıklığı, Bayesci yaklaşım, Deneysel dağılım, Bayesci
önseller
Sayfa Adedi : 147
Danışman : Prof. Dr. İhsan ALP

INCIDENCE OF INEFFICIENCY AND BAYESIAN PRIORS FOR ESTIMATORS OF
DATA ENVELOPMENT ANALYSIS

(Ph. D. Thesis)

Mehmet Güray ÜNSAL

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

November 2014

ABSTRACT

Data envelopment analysis (DEA), as introduced by Charnes, Cooper and Rhodes, is a linear programming method for the assessment of relative efficiency of a set of decision making units (DMUs) that use several inputs to produce several outputs. DEA is a nonparametric method, so it is difficult to study of statistical properties of DEA. Firstly, distribution structure of efficiency scores of inefficient DMUs was investigated in the literature. The second subject, which investigated the statistical theory and DEA together, is using of DEA estimates as a dependent variable in a regression model. The studies on statistical theory & DEA is not limited only about the regression models and the distribution of efficiency scores issues. Another statistical feature of DEA was investigated by Friesner et. al. (2013) as “incidence of inefficiency” (a ratio of number of inefficient DMUs of total number of DMUs in the analysis) subject. In their study, Friesner et. al. (2013) used several prior distributions when they obtained a bayesian estimator for incidence of inefficiency. In this thesis study, firstly, it is given that a description for incidence of inefficiency, then investigated the prior distribution structure of incidence of inefficiency by using the empirical distributions. According to empirical distributions’ results, it is proposed that the distributions which have different structures can be used as prior distributions of incidence of inefficiency. Furthermore, to investigate the contribution of latent variable adjustment upon the estimators, the performances of latent and non latent version of estimators are compared.

Science Code : 205.1.148

Key Words : Incidence of inefficiency, Bayesian approach, Empirical
distribution, Bayesian priors

Page Number : 147

Supervisor : Prof. Dr. Ihsan ALP

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince desteğini ve akademik bilgisini benden esirgemeyen danışman hocam, Sayın Prof. Dr. İhsan ALP'e teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca öğrencilik yıllarımdan beri benim için hem bir hoca hem de bir abi olan, çalışmalarım süresince desteği ve fikirleriyle akademik çalışmalarına ve tezime katkı sağlayan Sayın Doç Dr. Hacı Hasan ÖRKÜ'ye, yine akademik hayatta bana her zaman yol gösterici ve destekçi olan Sayın Prof. Dr. Reşat KASAP ve Sayın Prof. Dr. Salih ÇELEBİOĞLU hocalarıma teşekkür ederim. Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Ekonometri Bölümü öğretim üyesi olan Sayın Doç. Dr. Murat ATAN'a tez sürecimdeki desteğinden dolayı teşekkür ederim. İncelemem için verdiği makale ile tez konumu belirlememi sağlayan Prof. Dr. Hasan BAL'a, tez içersindeki simülasyon ve uygulama çalışmalarını yaptığım MATLAB paket programının temelini bölüm içerisindeki verdiği dersle almamızı sağlayan Sayın Doç. Dr. Fikri GÖKPINAR'a teşekkür ederim. Ayrıca, yurtdışındaki tez çalışmalarımı ve akademik araştırmalarımı beraber yürüttüğüm Sayın Prof. Dr. Ali EMROUZNEJAD ve Aston Üniversitesi Yöneylem Araştırması ve Bilgi Yönetimi Grubu üyelerine teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	x
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xi
1. GİRİŞ	1
2. VERİ ZARFLAMA ANALİZİ VE TEMELLERİ.....	5
2.1. Temel Veri Zarflama Analizi Modelleri	5
2.1.1. Charnes Cooper Rhodes (CCR) modeli.....	6
2.1.2. Banker Charnes Cooper (BCC) modeli	11
2.1.3. Süper etkinlik modeli	13
2.1.4. Temel VZA modelleri genişlemeleri	13
2.2. VZA Tahminleri, Sınır Modelleri ve İktisadi Notasyonlarla Etkinlik Skoru	17
2.2.1. Deterministik sınır modelleri ve tahmini	18
2.2.2. Stokastik sınır modelleri ve tahmini	19
2.2.3. VZA Tahminleri genişlemeleri	20
3. İSTATİSTİK TEORİSİNDE BAYESCİ YAKLAŞIM TEMELLERİ.....	23
4. ETKİNSİZLİK SIKLIĞI KAVRAMI	29
4.1. Etkinsizlik Sıklığı ve Bayesci Önseller.....	29
4.1.1. Gizli olmayan etkinsizlik sıklığının çıkarımı	31

Sayfa

4.1.2. Gizli bir değişken olarak etkinsizlik sıklığının çıkarımı	38
4.2. Etkinsizlik Sıklığının Deneysel Dağılımı	44
4.2.1. Tek ışınli teknolojiler (CCR Modeli) için deneysel dağılımın oluşturulması	46
4.2.2. İki veya çok ışınli teknolojiler (BCC Modeli) için deneysel dağılımın oluşturulması	53
5. YENİ ÖNSELLER VE BAYESCİ TAHMİN EDİCİLER	65
5.1. $N \rightarrow \infty$ ve Yerine Koyarak Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanması Durumu)	69
5.2. $N \rightarrow \infty$ ve Yerine Koymadan Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanması Durumu)	71
5.3. $N \rightarrow \infty$ ve Yerine Koyarak Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanmaması Durumu)	71
5.4. $N \rightarrow \infty$ ve Yerine Koymadan Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanmaması Durumu)	72
5.5. $N < \infty$ ve Yerine Koyarak Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanması Durumu)	73
5.6. $N < \infty$ ve Yerine Koymadan Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanması Durumu)	74
5.7. $N < \infty$ ve Yerine Koyarak Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanmaması Durumu)	75
5.8. $N < \infty$ ve Yerine Koymadan Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanmaması Durumu).....	76
6. SİMÜLASYON VE UYGULAMA ÇALIŞMALARI	79
6.1. Simülasyon Çalışması	80
6.1.1. Tek ışınli teknolojiler için simülasyon sonuçları	81
6.1.2. İki veya çok ışınli teknolojiler için simülasyon sonuçları	86
6.2. Uygulama Çalışmaları	91

6.2.1. Uygulama 1	91
6.2.2. Uygulama 2.....	93
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	97
KAYNAKLAR	103
EKLER	109
Ek 1. CCR modeli için oluşturulan MATLAB program parçası	110
Ek 2. BCC modeli için oluşturulan MATLAB program parçası	111
Ek 3. Etkinsizlerin sayısını saydıran ve 20 KVB'lik deneysel dağılıma ait beklenen değer, varyans, çarpıklık ve basıklık katsayılarını bulduran MATLAB program parçası	112
Ek 4. Önerilen 5.5 ile Freisner v.d.'ne ait tahmin edici değerini hesaplayan MATLAB program parçası	113
Ek 5. Önerilen 5.6 ile Freisner v.d.'ne ait tahmin edici değerini hesaplayan MATLAB program parçası	114
Ek 6. Önerilen 5.7 ile Freisner v.d.'ne ait tahmin edici değerini hesaplayan MATLAB program parçası	115
Ek 7. Önerilen 5.8 ile Freisner v.d.'ne ait tahmin edici değerini hesaplayan MATLAB program parçası	116
Ek 8. Kombinasyon elemanlarının sıfır yada negatif değerlerine karşı MATLAB program parçası	117
Ek 9. Gizli değişken varsayımında etkinsiz KVB'lerin sayısını bulduran MATLAB program parçası	118
Ek 10. Yerine koymadan yöntemiyle N tane KVB'lik yığından n tane KVB örnek çeken MATLAB program parçası (CCR model için).....	119
Ek 11. Yerine koymadan yöntemiyle N tane KVB'lik yığından n tane KVB örnek çeken MATLAB program parçası (BCC model için)	120
Ek 12. Tek ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu.....	121

Sayfa

Ek 13. Tek ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu	127
Ek 14. İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu	133
Ek 15. İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu	139
ÖZGEÇMİŞ	145

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 4.1. Tek Işınlı Teknoloji (CCR Modeli) için deneysel dağılım sonuçları	52
Çizelge 4.2. İki veya çok ışınlı teknolojiler (BCC Modeli) için deneysel dağılım sonuçları	59
Çizelge 5.1. Freisner v.d.'nin etkinsizlik sıklığı ile ilgili durum sınıflandırması	66
Çizelge 5.2. Freisner v.d.'nin etkinsizlik sıklığı ile ilgili kullandığı önsel dağılımlar ve örnek bilgileri	66
Çizelge 5.3. Etkinsizlik sıklığı ile ilgili durum sınıflandırması	67
Çizelge 5.4. Etkinsizlik sıklığı ile ilgili kullanılan önsel dağılımlar ve örnek bilgileri..	68
Çizelge 6.1. Tek ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edici değerleri	81
Çizelge 6.2. Tek ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri	82
Çizelge 6.3. Tek ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edici değerleri	83
Çizelge 6.4. Tek ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri	83
Çizelge 6.5. Tek ışınlı teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edici değerleri	84
Çizelge 6.6. Tek ışınlı teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri	84
Çizelge 6.7. Tek ışınlı teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edici değerleri.....	85
Çizelge 6.8. Tek ışınlı teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri	86
Çizelge 6.9. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edici değerleri	87

Çizelge	Sayfa
Çizelge 6.10. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri	87
Çizelge 6.11. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edici değerleri	88
Çizelge 6.12. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri	88
Çizelge 6.13. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edici değerleri	89
Çizelge 6.14. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmakkuralı olması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri	89
Çizelge 6.15. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edici değerleri	90
Çizelge 6.16. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri	90
Çizelge 6.17. Uygulama 1 için çıktı ve girdi değişkenleri	91
Çizelge 6.18. Uygulama 2 için çıktı ve girdi değişkenleri.....	93

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 4.1. Tek ışınlı üretim teknolojisi ile VZA.....	39
Şekil 4.2. Çok ışınlı üretim teknolojisi ile VZA	42
Şekil 4.3. KVB Sayısı=20, $g=1$, $\phi=2$ için CCR modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	47
Şekil 4.4. KVB Sayısı=20, $g=2$, $\phi=2$ için CCR modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	47
Şekil 4.5. KVB Sayısı=20, $g=2$, $\phi=3$ için CCR modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	48
Şekil 4.6. KVB Sayısı=20, $g=3$, $\phi=3$ için CCR modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	48
Şekil 4.7. KVB Sayısı=20, $g=3$, $\phi=4$ için CCR modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	49
Şekil 4.8. KVB Sayısı=20, $g=4$, $\phi=4$ için CCR modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	49
Şekil 4.9. KVB Sayısı=20, $g=4$, $\phi=5$ için CCR modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	50
Şekil 4.10. KVB Sayısı=20, $g=5$, $\phi=5$ için CCR modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	50
Şekil 4.11. KVB Sayısı=20, $g=5$, $\phi=6$ için CCR modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	51
Şekil 4.12. KVB Sayısı=20, $g=6$, $\phi=6$ için CCR modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	51
Şekil 4.13. KVB Sayısı=20, $g=1$, $\phi=2$ için BCC modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	54
Şekil 4.14. KVB Sayısı=20, $g=2$, $\phi=2$ için BCC modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	54
Şekil 4.15. KVB Sayısı=20, $g=2$, $\phi=3$ için BCC modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	55

Şekil	Sayfa
Şekil 4.16. KVB Sayısı=20, $g=3$, $\phi=3$ için BCC modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	55
Şekil 4.17. KVB Sayısı=20, $g=3$, $\phi=4$ için BCC modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	56
Şekil 4.18. KVB Sayısı=20, $g=4$, $\phi=4$ için BCC modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	56
Şekil 4.19. KVB Sayısı=20, $g=4$, $\phi=5$ için BCC modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	57
Şekil 4.20. KVB Sayısı=20, $g=5$, $\phi=5$ için BCC modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	57
Şekil 4.21. KVB Sayısı=20, $g=5$, $\phi=6$ için BCC modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	58
Şekil 4.22. KVB Sayısı=20, $g=6$, $\phi=6$ için BCC modele göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımı	58
Şekil 4.23. CCR ve BCC Modellerine göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımının beklenen değerleri	60
Şekil 4.24. CCR ve BCC Modellerine göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımın varyansları.....	61
Şekil 4.25. CCR ve BCC Modellerine göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımının çarpıklık katsayıları	62
Şekil 4.26. CCR ve BCC Modellerine göre etkisizlik sıklığı deneysel dağılımının basıklık katsayıları	63

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler

Açıklamalar

kw

kilowatt

✓

incelendi

✗

incelenmedi

Kısaltmalar

Açıklamalar

VZA

Veri Zarflama Analizi

KVB

Karar Verme Birimi

CCR

Charnes-Cooper-Rhodes

BCC

Banker-Charnes-Cooper

SSA

Stokastik Sınır Analizi

SDB

Serbest Düzenleme Bölgesi

VÜS

Veri Üretim Süreci

GB

Güven Bölgesi

MSKR

Minimum Sonsal Karesel Risk

MSY

Maksimum Sonsal Yoğunluk

TL

Türk Lirası

1. GİRİŞ

Veri Zarflama Analizi (VZA), ilk olarak Charnes, Cooper ve Rhodes (1978) tarafından geliştirilen karar verme birimlerinin tümünün karşılaştırılması ve etkin ile etkin olmayan (etkinsiz) şeklinde iki gruba ayrılması yaklaşımlarının bütünüdür. Veri Zarflama Analizi metodu girdiye ve çıktıya yönelik olarak iki yönlü kullanılabilme özelliğine sahiptir. Veri Zarflama Analizinde tüm modellerin ortak yanı, hangi karar verme birimlerinin (KVB'lerin) etkinlik sınırını oluşturduklarını, böylece etkinlik sınırının oluşturulmasıyla, etkin ve etkin olmayan KVB'lerin tespit edilmesidir. Modeller arasındaki fark, kullanılan modele göre bu yüzeyin geometrisinde ortaya çıkmaktadır. Sınırın oluşturulmasıyla birlikte sınırın altında kalan etkin olmayan KVB'ler için kullanılmayan girdi/çıktı tanımlanabilir.

VZA kullanarak etkinliğin belirlenmesinin bazı avantajları vardır. Çünkü VZA parametrik yöntemler gibi bir çok varsayımı bulundurmaz, araştırmacı sadece ilgili Karar verme birimlerine (KVB) ait girdi ve çıktı verilerine ihtiyaç duyar. Bu nedenle herhangi bir üretim fonksiyonu varsayımına sahip değildir. Etkinlik sınırı tamamen gözlemlenmiş veriler üzerinden belirlenir. Ayrıca Stokastik Sınır Analizi (Stochastic Frontier Analysis-SFA) gibi diğer alternatiflerinin aksine çoklu çıktı durumlarında da kullanılabilir (Friesner v.d, 2006).

Ancak VZA, sınıflama bazında bir takım dezavantajlara sahiptir. Sonlu örneklerde yanlış etkinlik ölçümü eğilimindedir. Çünkü rastgele derlenen örnekte etkin üretim sınırını (yüzey geometrisini) belirlemeye yetecek kadar gerçek etkin KVB olmayabilir. Böylesi bir durumda, örnekteki en etkin KVB'ler gerçek üretim sınırı üzerinde yer almayabilirler. Bu durumda gerçekte etkin değillerken örnekten elde edilen bilgiye göre çizilen etkin sınıra göre etkin KVB'ler olarak nitelendirilebilirler. Bu durumla ilgili çözüm önerisi VZA'nın sadece büyük örnek çapları söz konusu olduğunda uygulanması şeklindedir. Bu yaklaşım genelde çok kullanışlı değildir, çünkü araştırmacı geniş bir veri setine ulaşmada sıkıntı çekebilir. Bu VZA'nın uygulama alanını oldukça daraltır (Friesner ve diğerleri, 2006).

VZA'nın bir başka dezavantajı ise istatistiksel bulguların oldukça karmaşık olmasıdır (Schmidt, 1985). Araştırmacılar etkinlik ile değişkenler seti arasındaki ilişkiyi belirleme amacıyla iki aşamalı deneysel bir analiz kullanırlar. İlk aşamada VZA tahminleri

hesaplanır, ikinci aşamada bu tahminler birer çıktı olarak regresyondaki bağımlı değişken şeklinde değişkenlerin etkinliği nasıl etkilediğine ilişkin kullanılır (Simar ve Wilson, 2005). Ancak bu iki aşamalı yaklaşım regresyonun parametrik bir yöntem olmasından dolayı, araştırmacıyı bazı ek varsayımlar yapmaya zorlamaktadır. Bir olası varsayım VZA skorlarının belli bir dağılım izlediğinin düşünülmesidir, bu durum araştırmacının standart maksimum en çok olabilirlik regresyon tekniklerini kullanmasına izin vermektedir. Geçmiş çalışmalar normal dağılımı (Ray,1991;Stanton,2002;Gajewski ve diğerleri,2009), truncated normal ve tobit dağılımı (Chilingerian,1995; Rosenman ve Friesner, 2004), Beta dağılımı (Sengupta,1998) ve Beta- binomiyal dağılım (Sohn ve Choi, 2006) içerecek şekilde farklı dağılım varsayımları altında yapılmıştır. Bu çalışmalardaki dezavantaj, eğer yanlış bir dağılım varsayımı yapılmışsa, bu yaklaşımla yapılan katsayı tahminlerinin genelde sapmalı ve tutarsız olmasıdır (Friesner v.d, 2006).

Etkinlik skorlarının istatistiksel özelliklerine yönelik bir başka çalışmada, Banker (1993) VZA skorlarının dağılımlarının mevcut olduğunu göstermiştir, ve bir çıktılı durumda VZA skorlarının dağılım yakınsamasını vermiştir. Gijbels ve diğerleri (1999) tek girdi ve tek çıktılı durumda VZA skorlarının asimtotik dağılımını elde etmişlerdir. Kneip ve diğerleri (2003) Gijbels'in bulgularını çoklu girdi-çıkıtı durumu için genişletmişlerdir. Genelde bu yaklaşımlar bazı varsayımlara dayanmaktadır. Örneğin, tüm çalışmalar girdi ve çıktılar bağımsız ve aynı dağılımlı rastgele vektörler olduğu varsayar. Ancak, eğer araştırmacılar sonlu bir yığından yerine koymadan örnekleme yaparsa, bu varsayım sağlanmaz. Ek olarak, Gijbels (1999) ve Kneip ve diğerleri (2003) üretim sınırının düz ve ikinci dereceden diferansiyellenebilir olduğunu varsayar. Üretim teknolojisinin girdi ve çıktılar ikame edilemeyeceği veya ikame derecesinin değişmesinin sergilendiği yapılar için bu varsayım uygun değildir (Arnade ve Pick,2000; Friesner ve diğerleri,2006; Zofio ve Prieto, 2007; Antony, 2010).

VZA ile İstatistik Teorisinin ortak kullanıldığı çalışmalar sadece etkinlik skorlarının regresyonla modellenmesi ve etkinlik skorlarının dağılımı konuları ile sınırlı kalmamıştır. VZA'nın bir başka istatistiksel özelliği Friesner ve diğerleri (2013) tarafından ortaya atılan "etkinsizlik sıklığı" veya "etkinsizlik oranı" (bir başka deyişle VZA sonucunda etkinsiz olarak sınıflanan KVB'lerin sayısının, toplam KVB sayısına oranı) konusudur. Friesner ve diğerleri 2006 yılında ilk olarak bir çalışma notu şeklinde düzenledikleri bu konuyu daha sonra çalışma notlarındaki bazı hataları düzelterek ve bazı ek bilgiler ekleyerek 2013

yılında makaleleştirmişlerdir. Freinsner v.d (2013) çalışmalarında KVB'ler yığınındeki etkinsizliğin sıklığını incelemişlerdir. Etkinsizliğin sıklığı ile ilgili önsel bir dağılım ile birlikte, etkinsizliğin sıklığı için sonsal bir dağılım elde etmişlerdir. Friesner ve diğerleri (2013) çalışmalarında öncelikle, sonlu bir KVB yığınınde etkinsizliğin sıklığı için VZA tahminlerinden yerine koymadan örnekleme yöntemiyle rastgele örnek temelli uygun sonsal bir olasılık dağılımı tanımlamışlardır. İdeal yaklaşım örnek sonuçlarının doğru bir şekilde etkinsiz olarak sınıflanıp sınıflanmadığını doğrulamaktır. Sonsal dağılım, yığındaki etkinsizliğin oranı ile ilgili bir önsel dağılım kullanılarak elde edilmiştir.

Friesner ve diğerleri (2013) çalışmalarında bayesci teori tabanlı tahmin edici oluştururken önsel dağılım olarak tekdüze (düzgün) dağılımın sonsuz ve sonlu yığın çapları için sırasıyla sürekli ve kesikli versiyonlarını kullanmışlardır. Bunun istatistiksel olarak anlamı etkinsizliğin sıklığının tanımlı olduğu (0,1) aralığındaki her bir değeri alabilme olasılığının eşit olarak alınmasıdır. Bu durumda etkinsizliğin sıklığı teriminin bu durumun dışında herhangi bir karakteristik yapıya sahip olabileceği göz ardı edilmiştir. Bu yönüyle Friesner ve diğerleri'nin (2013) çalışması yeni bir kavram ortaya koyma yönünden önemli olsa da yukarıda bahsedildiği yönüyle çok yüzeysel kalmıştır. Bu araştırmada etkinsizliğin sıklığının deneysel dağılımının oluşturularak, bu dağılımın bir karakteristiği olduğu ve önsel bir dağılım belirlenirken bu karakteristiğin göz önünde bulundurulması gerektiği önerilmektedir.

Bayesci teoride önsel dağılımın önemi özellikle örnek çapı küçük iken çok fazladır. Bayesci tahmin değeri sonsal dağılımın beklenen değeri veya bir başka deyişle ortalamasıdır. Bu sonsal dağılımı iki ana unsur oluşturur. Birisi önsel dağılım, bir diğeri ise örnekten gelen bilgidir. Bu tez çalışmasında örnekten gelen bilginin metodolojisi üzerinde oynamadan, önsel dağılımında koşullara göre bir karakteristiği olabileceği düşüncesiyle önsel dağılımın farklı durumlarda düzgün dağılım almak yerine yapısının değiştirilmesi gerektiği öne sürülmektedir. Yapılan simülasyon çalışmaları ile etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımları oluşturularak VZA literatüründe VZA yönteminin ayırt etme gücünü (discrimination power) belirleyen parmak kuralı durumunun mevcut olması yada olmaması durumlarının ayrı ayrı incelenmesi gerektiği öne sürülmektedir. Buna göre yapılan simülasyon çalışmalarında etkinsizliğin sıklığının dağılımının yapısı VZA'nın ayırt etme gücünün düşmesiyle (parmak kuralı durumunun sağlanmaması) ilişkili olarak incelenecektir.

Bu durumlar dikkate alınarak öncelikle etkinsizliğin sıklığının deneysel dağılımının simülasyon sonuçlarıyla oluşturulması hedeflenmektedir. Bu deneysel çalışmalarla belirlenen deneysel dağılımların karakteristik yapısına göre önsel dağılımlar kullanılacaktır. Kullandığımız bu önsellerle oluşturulan sonsal dağılımların beklenen değerleri (Minimum sonsal karesel risk (MSKR) bayesci tahminleri), Friesner ve diğerleri(2013)'nin önsel olarak düzgün dağılımı kullanarak oluşturdukları sonsal dağılım beklenen değerlerine (MSKR bayesci tahminleri) göre parametre değerine daha yakın sonuç vermesi bir başka deyişle, önerdiğimiz tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerlerinin daha düşük olması, önerilen metodolojinin daha iyi olduğunun bir göstergesi olarak kabul edilecektir. Kullanılan önsellerin avantajlarının, özellikle örnek çapı küçük olduğu durumlarda bayesci istatistiğin doğası gereği, daha belirgin olarak görülmesi beklenmektedir.

2. VERİ ZARFLAMA ANALİZİ VE TEMELLERİ

Veri Zarflama Analizi (VZA) uygulamada ve teoride geliştirilen ve halen geliştirilmekte olan, parametrik olmaması sebebiyle de geniş kullanım alanına sahip bir doğrusal programlama yöntemidir. Bu başlık altında temel VZA modelleri, bu modellerin dezavantajlarını gidermek için geliştirilen alternatif yaklaşımlar ve VZA modellerinin genişlemeleri, özellikle VZA tahmini konusunda matematiksel model gösterimlerinin yeterli olmadığı durumlar için kullanılan iktisadi notasyonlar ile VZA tahmini konusu ve VZA tahmini üzerine literatürde yapılmış çalışmalar ve genişlemeleri ele alınmaktadır.

2.1. Temel Veri Zarflama Analizi Modelleri

Veri Zarflama Analizi (VZA) yönetim süreçlerinde şirket, firma, kurum veya şubelerin performanslarının değerlendirilmesinde kullanılan popüler bir araçtır. Karar verme birimi herhangi bir süreçte girdisi ve /veya çıktısı olan banka, banka şubeleri, hastane, üniversiteler, ülkeler, makinalar v.b. somut ve /veya soyut birimlerdir. VZA, ilgili birimleri hem etkin yada etkin olmayan olarak sınıflar hem de etkin olmayan birimlerin nasıl etkin hale gelebileceğini dolayısıyla etkinsizlik durumunu çözüm yollarında da önerilerde bulunur. Bu yönüyle giderek rakabetin arttığı bir piyasada kuruluşlar için pratik ve kullanışlı sonuçlar üretir. Herhangi bir üretim fonksiyonuna bağlı olmaması sebebiyle, VZA çok geniş bir kullanım alanına sahip bir performans değerlendirme yöntemidir.

Etkinlik ölçümü mantığı ilk olarak Debreu (1951) tarafından önerilse de, VZA, ilk olarak Charnes, Cooper ve Rhodes (1978) tarafından geliştirilen karar verme birimlerinin tümünün karşılaştırılması ve etkin ve etkin olmayan şeklinde iki gruba ayrılması yaklaşımlarının bütünüdür. VZA karar vericiye etkin olmayan birimler için etkinsizliğin kaynaklarının ve derecesinin belirlenmesi konusunda yardımcı olur.

Veri Zarflama Analizi metodu girdiye ve çıktıya yönelik olarak iki yönlü kullanılabilme özelliğine sahiptir. Girdiye yönelik Veri Zarflama Analizi modelleri; belirli bir çıktı bileşimini en etkin bir şekilde üretebilmek amacıyla kullanılacak en uygun girdi bileşiminin nasıl olması gerektiğini araştırır. Çıktıya yönelik Veri Zarflama Analizi modelleri ise belirli bir girdi bileşimi ile en fazla ne kadar çıktı bileşimi elde

edilebileceğini araştırır.

Veri Zarflama Analizinde tüm modellerin ortak yanı, hangi KVB'lerin etkinlik sınırını oluşturduklarını, böylece etkinlik sınırının oluşturulmasıyla, etkin ve etkin olmayan KVB'lerin tespit edilmesidir. Modeller arasındaki fark, kullanılan modele göre bu yüzeyin geometrisinde ortaya çıkmaktadır. Sınırın oluşturulmasıyla birlikte sınırın altında kalan etkin olmayan KVB'ler için kullanılmayan kaynaklar tanımlanabilir.

2.1.1. Charnes Cooper Rhodes (CCR) modeli

Veri Zarflama Analizinin ilk geliştirilen modeli olan CCR modeli, Charnes, Cooper ve Rhodes (1978) tarafından önerilmiştir. Bu model ölçeğe göre sabit getiri varsayımı altında teknik etkinliği ölçmektedir. Bu tip Veri Zarflama Analizi modellerinde etkinlik sınırı orijinden başlayıp, etkin olan karar verme birim(ler)inden geçen bir doğru ile temsil edilmektedir.

Girdileri çıktılarına dönüştüren n tane karar verme birimi olsun. Matematiksel gösterimle j . karar verme birimi s boyutlu çıktı vektörü y_{rj} ($r=1,2, \dots, s$) üretmek üzere m boyutlu girdi vektörü x_{mi} ($i=1,2, \dots, m$) kullanır.

Girdi ve çıktı değişkenleriyle ilişkilendirilen etkinlik ölçüsü aşağıdaki eşitlikte verildiği gibi tanımlanabilir (Cooper vd., 2000).

$$\text{Etkinlik} = \frac{\text{Çıktıların ağırlıklı toplamı}}{\text{Girdilerin ağırlıklı toplamı}} \quad (2.1)$$

Değerlendirilecek karar verme birimi o indisi ile diğerleri ise j indisi ile gösterilsin. Etkinlik skorları oran formunda,

$$\max h_o = \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} / \sum_{i=1}^m v_i x_{io}$$

Kısıtlar:

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} / \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 1 \\ v_i &\geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ u_r &\geq 0 \quad r = 1, 2, \dots, s \\ j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2.2)$$

biçiminde tanımlanabilir.

Burada v_i ve u_r sırasıyla girdi ve çıktı ağırlıklarını göstermektedir. $\sum u_r y_{rj}$ çıktı toplamını, $\sum v_i x_{ij}$ girdi toplamını göstermektedir. Çıktı/Girdi oranı h_o , optimal girdi-çıktı ağırlıklarını seçerek maksimum yapılacak amaç fonksiyonudur. Eşitsizlik kısıtı aynı ağırlıklarla tüm karar verme birimlerinin etkinlik oranlarının birim büyüklükten fazla olmasını garanti eder. Çözüm sonunda elde edilen etkinlik dereceleri $h_o = 1$ ise o indisi ile gösterilen karar verme birimi, KVB_o tam etkin demektir.

Kesirli formda verilen model yaklaşımı anlatım bakımından uygun olmakla birlikte hesaplama açısından zorluklar içerir. Bu nedenle, daha uygun bir yapıya dönüştürmek için Charnes ve Cooper tarafından gerçekleştirilen dönüşümle CCR modeli,

$$\max w_o = \sum_{r=1}^s u_r y_{ro}$$

Kısıtlar:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m v_i x_{io} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \\ v_i &\geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ u_r &\geq 0 \quad r = 1, 2, \dots, s \end{aligned} \quad (2.3)$$

biçiminde önerilmiştir.

Böylece geleneksel doğrusal programlama modeli elde edilmiş ve hesaplama avantajları doğmuştur. Bu model doğrusal programlama bilgisayar yazılımları ile kolayca çözülecek durumdadır.

Eş. 2.3'te verilen CCR modelinde sırasıyla her bir KVB'nin çıktıların ağırlıklı toplamı maksimum yapılmaya çalışılır. Kısıtlarda ise ilgilenilen KVB'nin girdilerinin ağırlıklı toplamı 1'e eşitlenmiştir, böylece girdilerin ağırlıklı toplamı her bir KVB için 1 olmaktadır. Daha sonraki kısıt çıktıların ağırlıklı toplamının girdilerin ağırlıklı toplamından küçük olmasını sağlamaktadır. Bu sayede Çıktı/Girdi oranı her bir karar verici için en fazla 1 olabilir. Bu bilgilerin ışığında bir karar verici için bulunabilecek optimum çıktı ortalaması en fazla 1 olabilir ve bu ise karar vericinin etkin olduğu anlamına gelir. Etkin olmayan, yani etkinlik sınırının altında kalan KVB'ler için çıktıların ağırlıklı ortalaması, yani etkinlik değeri 1'den küçük olacaktır.

Ayrıca Eş. 2.3'te ki CCR modelinin ek kullanım ve yorumlara imkan sağlayan dual biçimi de Girdi Yönlü CCR Dual model

$$\min z_o = \theta_o - \varepsilon \sum_{i=1}^m s_i^- - \varepsilon \sum_{r=1}^s s_r^+$$

Kısıtlar:

$$\theta_o x_{io} - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - s_i^- = 0 \quad (2.4)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro}$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad s_i^- \geq 0, \quad s_r^+ \geq 0, \quad \varepsilon > 0$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \quad r = 1, 2, \dots, s, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

olarak verilebilir.

Eş. 2.4'te de o indisi etkinliği hesaplanacak karar verme birimini, x_{ij} ve y_{rj} sırasıyla j . karar verme birimi i . girdi ve r . çıktısını, v_i ve u_r her karar verme biriminin etkinlik değerini maksimum yapacak şekilde ve sırasıyla girdi-çıktı ağırlıklarını gösterir. Doğrusal programlama teorisine göre;

$$\min z_o = \max w_o \quad (2.5)$$

dir. ε sıfırdan büyük, küçük bir sayıdır.

Etkinlik için referans noktaları $\sum u_r y_{rj} / \sum v_i x_{ij} = 1$ olan karar birimleridir. KVB_o 'ya atanan performans katsayısı w_o , tüm diğer karar vericilerin performansları üzerinden hesaplanır ve v_i^* , u_r^* ağırlıkları bu değeri maksimum yapan ağırlıklardır. Başka v_i , u_r ağırlıkları bu sonucu daha iyi oluşturamaz. $w_o^* = 1$ olduğunda KVB_o diğer karar verme birimlerine göre tam etkin sayılır.

Etkinlik şartları

$$\theta_o^* = 1, \quad \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ = 0 \quad (2.6)$$

olarak verilir.

Bu şartları yorumlamak gerekirse; $\theta_o^* < 1$ olması demek diğer karar verme birimlerinin performanslarını göstermektedir. Böylece KVB_o girdilerini $(1 - \theta_o^*)$ oranında azaltabilir. Aylak değişkenler (s_i^-, s_r^+) üzerindeki şart, tümü sıfır olduğunda gerçekleşir. Aylak değişkenler ile ilgili şunlar söylenebilir; diğerlerini azaltmadan veya artırmadan $s_i^{-*} > 0$ ise x_{io} girdisi azaltılabilir. $s_r^{+*} > 0$ ise y_{ro} çıktısı artırılabilir.

Tüm bu ifadelere dayanarak şu sonuçlara ulaşılabilir:

$\theta_o^* = 1$, $\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ = 0$ şartlarının sağlanması durumunda KVB_o tam etkindir ve bu KVB_o için bir kısım girdi ve çıktıyı değiştirmeden diğerlerini iyileştirmek mümkün değildir. Tersine bu şartlardan biri veya her ikisi sağlanmadığında KVB_o tam etkin değildir denir. θ^* ve aylak değişkenler üzerindeki şartlar performans azlığını ve kaynağını belirler. Eğer bir karar vericinin herhangi bir s^{+*} değeri sıfırdan farklıysa KVB için ilgili çıktıyı artırarak etkin duruma ulaşabileceği, benzer olarak s^{-*} değeri sıfırdan farklıysa KVB için ilgili girdiyi azaltarak etkin duruma gelebileceği söylenir.

Bazı durumlarda problemin çözümünde $\theta_o^* = 1$ olmasına rağmen, aylak değişkenlerin sıfır

olması koşulu sağlanmayabilir. Bir ya da daha fazla aylak değişken sıfırdan farklı olabilir. Genellikle, incelenen karar verme biriminin bir ya da birkaç girdisinin çok az kullanılması veya birkaç çıktısının çok fazla üretilmesi nedeniyle ilgili girdi ya da çıktılara yüksek ağırlık atanması sonucunda ortaya çıkabilen bu gibi durumlardaki karar verme birimlerine zayıf etkin adı verilir.

Çıktı yönlü CCR modelinin yapısı ve yorumu da girdi yönlü modele benzemektedir. Dual modelden de görüleceği üzere ağırlıklı girdi toplamı minimum yapılmaya çalışılmaktadır.

Çıktı yönlü CCR Dual Modeli

$$\max z_o = \phi_o + \varepsilon \sum_{i=1}^m s_i^- + \varepsilon \sum_{r=1}^s s_r^+$$

Kısıtlar:

$$\phi_o y_{ro} - \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_r^+ = 0 \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (2.7)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda, s_r^+, s_i^- \geq 0, \varepsilon > 0$$

ve bu modelin duali,

CCR Primal Modeli

$$\min q_o = \sum_{i=1}^m v_i x_{io}$$

Kısıtlar:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} = 1 \quad (2.8)$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu, v \geq 0$$

biçimindedir.

Eş. 2.7 ve Eş. 2.8’de s çıktı, m girdi ve n karar verme birimleri sayılarını ifade eder.

Primal modelde ilgili KVB’nin girdilerinin ağırlıklı toplamının minimum yapılması amaçlanmaktadır. Karar vericinin çıktılarının ağırlıklı toplamı 1’e eşitlenmektedir. Ayrıca

her KVB için ağırlıklı çıktı toplamlarının, ağırlıklı girdi toplamlarından küçük olması bir diğer şarttır. Bu şarta göre etkinlik değeri hesaplanmak istenen KVB'nin girdilerinin ağırlıklı toplamı minimum 1 olmaktadır. Böylece etkin bir karar verici için etkinlik değeri 1, etkin olmayan bir karar verici için bu değer 1'den büyük olmaktadır.

2.1.2. Banker Charnes Cooper (BCC) modeli

Banker, Charnes ve Cooper (1986) tarafından önerilen BCC modeli, ölçeğe göre değişen getiri varsayımı altında karar verme birimlerinin etkinliğini ölçmektedir. Banker, Farrell tarafından tanımlanan ve CCR modeli ile bulunan teknik etkinliğin, ölçek etkinliği ile karışmış olduğunu belirlemiş, teknik etkinliğin ölçek etkinliği ve saf teknik etkinlik olarak ayrılması gerektiğini göstermiştir. Bu nedenle ölçeğe göre değişen getiri varsayımı altında BCC modeli ile saf teknik etkinlik bulunabilmektedir (Cooper ve diğerleri, 2000).

Girdi yönlü BCC Dual

$$\min z_0 = \theta_0 - \varepsilon \sum_{i=1}^m s_i^- - \varepsilon \sum_{r=1}^s s_r^+$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro} \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (2.9)$$

$$\theta_0 x_{io} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i^- = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0, \quad \varepsilon > 0$$

Girdi yönlü BCC Primal

$$\max q_0 = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} + u_0$$

Kısıtlar:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \quad (2.10)$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + u_0 \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu, v \geq 0, \quad u_0 \text{ serbest}$$

Dikkat edilirse modeller CCR modellerine oldukça benzemektedir. Dual modeldeki fark, λ ' ların toplamının 1'e eşit olmasıdır. Primal modele ise yeni bir değişken (u_0)

eklenmiştir. Bu değişikliklerle etkin sınırın yapısı değişmiştir. CCR modelinde orijinden geçen etkinlik doğrusu BCC modelinde orijinden geçmek zorunda değildir. Bu yapıyla BCC modeli CCR modelinden ayrılmaktadır. Modellerin diğer değişkenler açısından yorumunda bir farklılık yoktur.

Çıktı yönlü BCC Dual

$$\max z_0 = \phi_o + \varepsilon \sum_{i=1}^m s_i^- + \varepsilon \sum_{r=1}^s s_r^+$$

Kısıtlar:

$$\phi_o y_{ro} - \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_r^+ = 0 \quad r=1, 2, \dots, s \quad (2.11)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = x_{io} \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda, s^+, s^- \geq 0, \quad \varepsilon > 0$$

Çıktı yönlü BCC Primal

$$\min q_o = \sum_{i=1}^m v_i x_{io} - v_o$$

Kısıtlar:

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{ro} = 1 \quad (2.12)$$

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - v_o \leq 0 \quad j=1, 2, \dots, n$$

$$\mu, v \geq 0, \quad v_o \text{ serbest}$$

Girdi yönlü BCC modelinde olduğu gibi burada da model CCR modeline benzemektedir. Çıktı yönlü CCR modelinden farklı olarak dual modelde λ 'ların toplamı 1'e eşittir. Primal modelde ise v_o değişkeni kullanılmaktadır. Buradaki amaç ölçeğe göre sabit olmayan getiri sağlamaktır.

2.1.3. Süper etkinlik modeli

Süper etkinlik yöntemi Andersen ve Petersen (1993) tarafından geliştirilmiştir. Bu yöntemdeki temel fikir, incelenen karar verme birimini tüm diğer karar verme birimlerinin doğrusal kombinasyonları ile karşılaştırmaktır. Bu amaçla, incelenen karar verme birimi referans kümeden çıkartılır. Elde edilen süper etkinlik skorunun değeri en yüksek olan karar verme birimi birinci sırada yer alacaktır. CCR modeli için süper etkinlik modeli :

$$z_p = \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rp}$$

Kısıtlar:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ip} = 1 \quad (2.13)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j=1, \dots, n; \quad j \neq p$$

$$u_r \geq 0, \quad r=1, \dots, s$$

$$v_i \geq 0, \quad i=1, \dots, m$$

biçimindedir. Süper Etkinlik yöntemi çoğu durumda çözümsüz olabilmektedir.

2.1.4. Temel VZA modellerinin genişlemeleri

VZA çok geniş bir kullanım alanına sahip olmasına rağmen, kullanımında bazı problemlere sahiptir. Bunlardan ilki etkin ve etkin olmayan karar verme birimlerinin ayrılmalarıyla ilgilidir. Zayıf ayırt edilebilme gücü problemi, çoğunlukla değerlendirme altındaki karar verme birimlerinin (KVB) sayısının, girdi ve çıktıların toplam sayısı ile mukayese edildiğinde yeterli büyüklükte olmamasından meydana gelir. Özellikle parmak kuralı durumunun sağlanmaması olarak nitelendirilen karar verme birimlerinin sayısının girdi ve çıktı değişken sayısının belli bir orandan fazla olmaması durumunda klasik CCR ve BCC modellerinin çok sayıda etkin karar verme birimi vermeleri durumu yukarıda bahsedilen ilk problemin ortaya çıktığı durumlardır.

Bir başka problem ise gerçekçi olmayan ağırlıklandırma problemidir. Klasik VZA bazı değişkenlere çok büyük ağırlıklar atarken bazı değişkenlere sıfıra çok yakın yada sıfır ağırlık atar. Bu da üretim sürecinde düşük ağırlık atanan girdi yada çıktının önemini azaltır ve ya hiç dikkate almaz. Bu değişken gerçekte üretim süreci için çok önemli bir değişkenken böylesi bir durumda etkinlik değerlendirmesinde çok önemsiz bir değişken olarak kabul edilebilir (Mecit, 2012).

Literatürdeki bir başka problem ise etkin karar verme birimlerinin ağırlıkları için bulunan çoklu çözüm durumlarıdır. Diğer bir deyişle etkin bir karar verme birimin aldığı etkinlik skoru değerini farklı ağırlık kombinasyonlarıyla da alabilmesi durumudur. Bu durum etkin KVB'nin ağırlıklarının çoklu çözüme sahip olması demektir. Yukarıda bahsedilen bu problemlere literatürde izleyen çözüm yöntemleri önerilmiştir.

VZA yönteminin barındırdığı dezavantajlara yönelik literatürde bir çok alternatif yaklaşım geliştirilmiştir. Çarpraz etkinlik yöntemi yukarıda bahsedilen problemlerden kaçınmak için önerilen yöntemlerden biridir. Yöntem “çarpraz etkinlik skorları” hesaplanırken her bir KVB ile etkileşimli olarak hesaplanmasına dayalı olduğundan en iyi KVB'lerini tanımlayabilmektedir (Anderson vd., 2002). Çarpraz değerlendirmenin ana fikri öz değerlendirme yerine eş değerlendirme modülünü kullanmaktır. “Eş değerlendirme” yapısı her bir KVB için atanan etkinlik skorunun diğer KVB'ler için klasik VZA'da bulunan ağırlık değerlerinin kullanılmasıyla elde edilmesidir. Klasik VZA ile elde edilen optimal ağırlıkların çoğu durumda çoklu optimal olması, klasik VZA ağırlıkları yardımıyla hesaplanan çarpraz etkinlik skorlarının tutarlılığını olumsuz yönde etkilemektedir. Bu nedenle bu durumu çözmeye yönelik yöntemler yine literatürde mevcuttur. Lam (2010) lineer diskriminant analizi ve süper etkinlik modeli temelli olan kesikli-doğrusal programlama modelini önermiştir.

VZA'da işlenen konulardan bir tanesi de değişkenlerin ağırlıklandırılması ile ilgili olan güven bölgesi (GB) konusudur. CCR modeli ile BCC modeli her bir KVB için maksimum etkinlik skorunu elde etmek amacıyla geliştirildiği için her bir KVB için çözüldüğünde farklı ağırlık değerleri vermesi doğaldır. Bu aslında etkinlik ölçümü sürecinde değişkenlere ağırlık atama bakış açılarından bir tanesi olan bireysel ağırlık atama fikrinin temelini oluşturmaktadır. Her bir değişken için farklı ağırlık kümesi kullanımı VZA literatürü

içerisinde çok sık başvurulmuş bir ağırlık atama sürecidir. Bu modeller aynı zamanda ağırlık esnekliğine izin verdiği için ve ağırlıklar üzerinden her hangi bir güven bölgesi (GB) içermediği için etkinlik sürecinde KVB'ler için çok önemli olabilecek bazı girdi ve çıktılara "0" ağırlıkları yada sıfıra çok yakın ağırlıklar atayarak söz konusu girdi yada çıktının etkinlik sürecinde gerektiği kadar dikkate alınmamasına sebep olabilir. Bu şekilde yanlış ağırlıklandırmadan kaynaklı gerçekçi olmayan etkinlik skorları bulunabilir. Güven bölgesi (GB) tercih edilen ağırlıklara kısıtlamalar konularak ağırlıklar üzerinde doğru sınırlandırmayı yapmak için geliştirilen bir yaklaşımdır. Güven bölgesi olarak adlandırılmasının sebebi, ağırlık bölgesini belirli bir alan ile sınırlayan kısıtlayıcılardan dolayıdır. Güven bölgesini küçültmek, VZA'nın sınıflandırma gücünü artırmaktadır (Mecit, 2012).

Literatürde ilk olarak, Thompson ve diğerleri (1986) sadece 6 mekan alternatifinin mevcut olduğu kurulacak bir laboratuvar için en iyi mekan seçimi probleminde, VZA'nın ayırma gücünü artırıcı olması için ağırlık kısıtlaması yapılmasını önermişlerdir. Dyson ve Thanassoulis (1988) çalışmalarında etkinlik skorunda bazı girdi ve çıktıların ihmal edilmesi için sıfır ağırlık atanmasını önermişlerdir. Charnes ve diğerleri (1990) önceden uzmanlar tarafından etkin KVB'ler olarak tanımlanmış olan KVB'lere ait girdi çıktı düzeyleri esas alınarak ağırlık kısıtlaması yapılmasını önermişlerdir. Mutlak ağırlık kısıtlamalar sorununu önlemek için, Wong ve Beasley (1990), sanal ağırlık kısıtlamalarını yüzde değerler üzerinden orantılı sanal ağırlık kullanımı yoluyla karar verici için daha kolay hale getirici şekilde ağırlık sınırlaması kullanılmasını önermişlerdir. Thompson ve diğerleri (1990) mutlak ağırlık kısıtlamasını için basit mutlak ağırlık kısıtlaması ve güven bölgesi sınıflamasını önermiştir. Allen ve diğerleri (1997) ağırlık kısıtlaması problemi üzerine karşılaştırmalı bir literatür taraması yapmışlardır. Chilingerian ve Sherman'ın (1997) GB/Koni oran modeliyle ağırlık kısıtlamaları faktörlere atanacak ağırlık değerlerini esas alacak şekilde tanımlanmıştır. Podinovski ve Athahassoulouos (1998), CCR modeline ağırlık kısıtlamaları eklemenin KVB'lerin göreceli etkinliğini düşük tahmin ettiğini ve bu durumun etkin olmayan KVB'ler için yanıltıcı referans kümesi belirlenmesine sebep olacağını savunmuşlardır (Podinovski ve Athanassopoulos, 1998; Podinovski, 1999). Bu durumdan kaçınmak için Podinovski ve Athanassopoulos (1998) max/min VZA modeline ağırlık kısıtlamaları eklemeyi önermişlerdir. Sarrico ve Dyson (2004) Wong ve Beasley'in çalışmalarında önerdikleri ARI ve ARII üzerinde sanal ağırlık kullanımını tartışmışlardır.

Mecit ve Alp (2012) korelasyon kasayıları temelli bir ağırlık kısıtlama modeli ile ARIII yaklaşımını önermişlerdir.

Literatürde bir başka bakış açısı olarak, bütün KVB'leri ortak bir ağırlık kümesi kullanmak zorunda bırakan yaklaşımlar da vardır. Roll ve Golany (1993), KVB'lerin ortalama etkinliğini maksimum yapmak için ağırlıkların ortak bir kümesini bulan modeller önermişlerdir. Kao ve Hung (2005), KVB'lerin ağırlıklarının ortak bir kümesini elde eden bir model geliştirmişlerdir. Halme ve diğerleri (1999) VZA'ya tercih bilgisini katmak için farklı bir yaklaşım geliştirmişlerdir ve etkinlik kavramı olarak karar vericilerin değerlerini içeren, "değer etkinliği" terimini tanıtmışlardır. Bu model, bütün KVB'lere ortak ağırlıklar üzerinden kısıtların bir kümesini oluşturmada faydalı olmuştur. Korhonen ve diğerleri (2001) araştırma ve geliştirme enstitülerinde ve üniversitelerde akademik araştırmaların performans analizi için değer etkinliğinden yararlanarak sistematik bir yaklaşımı tanıtmışlardır.

VZA uygulamada çok geniş bir kullanım alanına sahip olmakla beraber bir çok teknikle birlikte de kullanılmakta ve geliştirilmektedir. Çok girdi ve çok çıktı bir süreçte sahip olduğundan dolayı çok değişkenli istatistiksel yöntemlerle de kullanılmaktadırlar. VZA'nın Temel Bileşenler Analizi, Kanonik Korelasyon ve Diskriminant Analizi ile birlikte kullanımı bazı çalışmalarda gösterilmiştir (Zhu, 1998; Premachandra,2001; Rossi ve Tomas, 2001; Azadeh ve diğerleri, 2007).

VZA'da bazen karar vericiler, KVB'lerin sıralanışından çok en etkin KVB'nin belirlenmesiyle ilgilenirler. Örneğin robot seçimi (Khouja,1995; Baker ve Talluri,1997), esnek üretim sistemi seçiminde (Shang ve Sueyoshi, 1995) ve bilgisayar sayısal kontrolü makine sistemi seçimi (Sun, 2002) gibi VZA uygulamalarında olduğu gibi. En etkin KVB'nin belirlenmesinde VZA literatüründe bazı çalışmalar yapılmıştır. Amin ve Toloo (2007) kesikli-doğrusal programlama modeline VZA modelinin entegre edilmesiyle oluşturulan ve iki aşamada en etkin KVB'yi belirleyen bir model önermişlerdir. Daha sonra bu model ölçeğe göre değişken getiri durumu için Toloo ve Nalchigar (2009) tarafından genişletilmiştir. Amin (2009) birden fazla etkin KVB üretebilecek bir model önermiş ve kesikli-doğrusal olmayan bir model geliştirmiştir. Ancak Foroughi (2011) bazı durumlarda bu modelin uygun olmadığını göstermiş ve bu problemi çözmek için süper etkinlik bakış açısıyla bir kesikli-doğrusal programlama modeli önermiştir. VZA'nın

literatürde çözüm bulmaya çalıştığı problemlere ve kullanıldığı geniş boyuttaki alanlara yönelik yukarıda belirtilmiş olan yaklaşımlarla ilgili ayrıntılı bilgi tez konusu kapsamı dışında olduğu için burada değinilmeyecektir.

2.2. VZA Tahminleri, Sınır Modelleri ve İktisadi Notasyonlarla Etkinlik Skoru

Bu bölümde, etkinlik ve etkinlik skoru yapısının daha iyi anlaşılması için bu terimler iktisadi notasyonlar çerçevesinde ele alınacaktır. Önceki bölümde VZA model yapıları, doğrusal programlama mantığı çerçevesinde yapılmıştı. Bu bölümde anlatımlar iktisadi terimler ve notasyonlar üzerinden, Simar ve Zelenyuk (2008) ile Simar ve Wilson (2008) çalışmaları kapsamı içerisinde ve çıktı yönlü model durumu üzerinden yapılacaktır. Benzer anlatımlar girdi yönlü durum içinde yapılabilir. Farzedelim ki üretici $x \in R_+^p$ girdi vektörünü kullanarak $y \in R_+^q$ çıktı vektörü üretiyor olsun. Üretim olabilirlik kümesi aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$\psi = \{(x, y) \in R_+^{p+q} \mid x, y \text{ yi üretebilir}\} \quad (2.14)$$

Üretim olabilirlik kümesi için, serbest bölge, konvekslik, ölçeğe göre getiri gibi çeşitli varsayımlar yapılmıştır. Girdi ve çıktıların serbest bölgede olmasının anlamı, eğer $(x, y) \in \psi$ ise, buradan $x' \geq x$ ve $y' \leq y$ olacak şekilde (x', y') 'de ψ içerisinde. Bu varsayımın dışında ψ 'nün konveksliği varsayımı vardır. Ölçeğe göre getiri varsayımı için bu bölümde değişken getiri varsayımı göz önüne alınacaktır, ancak sunum herhangi ölçeğe göre getiri varsayımına da adapte edilebilir.

Farrell-Debreu çıktı etkinlik skoru (Debreu, 1951 ve Farrell, 1957) firma faaliyetinin (x, y) düzeyinde aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\lambda(x, y) = \sup \{\lambda \mid (x, \lambda y) \in \psi\} \quad (2.15)$$

$\lambda(x, y) = 1$ değerinin anlamı üretici faaliyeti (x, y) düzeyinde çıktı etkin, $\lambda(x, y) > 1$ değerinin ise etkinsizliği işaret eder, bu durum etkin sınıra ulaşmak için tüm

$\lambda(x, y)$ çıktılarının oransal artışa sahip olması ile mümkün olduğu anlamındadır. Verilen bir girdi-çıktı karışımı için, çıktının etkin düzeyi aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$y^o(x, y) = \lambda(x, y)y \quad (2.16)$$

Serbest bölge durumu varsayımı altında, Farrell ve Debreu çıktı etkinliği aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\lambda(x, y) = \sup \{ \lambda \mid H_{x,y}(x, \lambda y) > 0 \} \quad (2.17)$$

Burada, $H_{x,y}(x, y) = \text{Prob}(X \leq x, Y \geq y)$ değeri (x, y) firmasının etkin olma olasılığıdır (Cazals ve diğerleri, 2002).

Üretim olabilirlik kümesi ψ bilinmediğinde, üretim kümesinin sınırı $y^o(x, y)$ ve çıktı etkinlik skoru $\lambda(x, y)$ 'dir. Burada yapılması gereken (X, Y) 'nin marjinal olasılık ölçüsüne göre üretilen birbirinden bağımsız ve aynı dağılımlı $X = \{(X_i, Y_i) \mid i = 1, \dots, n\}$ gözlemlerinin bir örneğinden bu nicelikleri tahmin etmektir.

Çıkarsama yapmak için, hangi rastgele örnek (X_i, Y_i) 'nin üretileceği yaklaşımı altında istatistiksel model belirleme gibi bir veri üretim süreci (VÜS) tanımlamaya ihtiyacımız vardır. Veri üretim süreci konusu tez konusu kapsamı dışında olduğu için ayrıntılı bilgi verilmeyecektir. Konu ile ilgili geniş bilgiler Kocakoç (2003), Simar ve Wilson (2008) ve Simar ve Zelenyuk (2008) çalışmalarından edinilebilir.

2.2.1. Deterministik sınır modelleri ve tahmini

Parametrik olmayan sınır ile ilgili en güncel literatür “deterministik sınır modelleri”nin çatısında geliştirilmiştir. Burada $\text{Prob}((X_i, Y_i) \in \psi) = 1$ olduğu varsayılır. Bu çatı içerisinde sadece girdiler ve çıktıların serbest bölge durumlarının olduğu ve Farrell (1954) tarafından geliştirilme süreci başlatılan VZA tahmin edicisinin elde edilebilir (mümkün) setinin

konveksliği varsayımları altında SDB (Serbest Düzenleme Bölgesi) tahmin edicisi Deprins ve diğerleri (1984) tarafından önerilmiştir.

SDB, yukarıdaki deneysel versiyonu $\hat{H}_{x,y,n}(x,y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Gamma(X_i \leq x, Y_i \geq y)$ ile bilinmeyen $H_{x,y}(x,y)$ 'nin yer değiştirmesiyle elde edilen parametrik olmayan tahmin edicidir. Burada $\Gamma(\cdot)$ gösterge fonksiyondur. Cazals ve diğerleri(2002) üretim olabilirlik kümesine karşılık gelen uygun tahmin ediciyi izleyen şekilde vermektedirler:

$$\hat{\psi}_{FDH,n} = \left\{ (x,y) \in R_+^{p+q} \mid X_i \leq x, Y_i \geq y, \text{ tüm } (X_i, Y_i) \in X \text{ için} \right\} \quad (2.18)$$

VZA tahmin edicisi örnek noktalarının konveks bir bölgesidir ve aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\hat{\psi}_{DEA,n} = \left\{ (x,y) \in R_+^{p+q} \mid \sum_{i=1}^n \gamma_i X_i \leq x, \sum_{i=1}^n \gamma_i Y_i \geq y, \gamma_i \geq 0, i=1, \dots, n \text{ ve } \sum_{i=1}^n \gamma_i = 1 \right\} \quad (2.19)$$

Etkinlik skorlarının tahmin edicileri sonuçları Eş. 2.19'da ki ψ nin tahminleri ile elde edilmektedir. Bu sonuçlar $\hat{\lambda}_{FDH,n}(x,y)$ hesaplaması için sıralama algoritması sonuçları ve $\hat{\lambda}_{DEA,n}(x,y)$ elde etmek için önceki bölümde bahsedildiği gibi doğrusal programlama çözümüdür. Deterministik sınır modelleri (i) Veri Üretim Süreci (VÜS)'nde ki rastgele gürültüye izin vermeme, (ii) uç ve aykırı gözlemlere çok fazla hassas olma problemlerine sahiptir.

2.2.2. Stokastik sınır modeli ve tahmini

Stokastik sınır modeli içerisinde gürültü terimi tanımlanırken, tüm gözlemlerin gerçekten üretim olabilirlik kümesi içerisinde olduğundan, bir başka deyişle veri zarflama tahmin edicilerinin gürültü verilerini de zarfladığından emin olamayız. Bu analizi ve sınır tahminini karmaşıktırır, çünkü veri noktasından sınırın ne kadar uzaklıkta olduğunu analiz ederken gürültü değeri ve etkinsizliği tanımlamak gereklidir. Gürültüye izin veren modellerin bu ailesi “stokastik sınır modelleri” olarak bilinir ve modellerin kompleksliğine bağlı olarak, literatür ilk olarak basit parametrik yapıda geliştirilmiştir.

Bu çatıdaki öncü çalışmalar Aigner, Lovell ve Schmidt (1977) ve Meeusen ve van den Broek (1977)'a aittir. Yaklaşımlarında (ve varolan tüm türevlerinde), ψ üretim olabilirlik kümesine ait sınırın şekli için ve etkinlik dağılımlarının ve gürültünün dağılım yapısı için özel bir parametrik analitik form gereklidir. Tipik olarak modeller log-lineer form alırlar:

$$Y_i = \beta_0 + \beta' X_i + v_i - u_i, i = 1, \dots, n \quad (2.20)$$

Burada, girdiler ve çıktılar genelde logaritmik ölçümdedir. Rastgele etkinsizlik terimi $u_i \stackrel{iid}{\square} \text{Exp}(\lambda)$ veya $u_i \stackrel{iid}{\square} N(0, \sigma_u^2)$ ve gürültü terimi $v_i \stackrel{iid}{\square} N(0, \sigma_v^2)$ 'dir. Genel olarak, v 'nin (u, X) 'den bağımsız ve u 'nun da X 'den bağımsız olduğu farzedilir. Bu yaklaşımlar uygulama ve işleyiş yönünden iyi özelliklere sahiptir ancak tüm bu parametrik hipotezlerin kısıtlamalarıyla sınırlandırılmışlardır.

2.2.3. VZA Tahminleri ve Genişlemeleri

Günümüzde çokdeğişkenli parametrik sınır modelleri için yeni yaklaşımlar geliştirilmektedir. Simar (2007) Atkinson ve Primont'un (2002), Gstach (1998) Land, Lovell ve Thore (1993) ile Petersen ve Olesen (1995)'in çalışmalarını içeren farklı yaklaşımları, sorunlarını açıklamış ve ilk girişim olarak, çok değişkenli tamamen parametrik olmayan yapıda gürültü tanımlamaya izin veren bir VÜS önermiştir. Simar ve Wilson (2008), Hall ve Simar (2002)'da ki sonuçlar kullanılarak, tam parametrik olmayan VÜS'ün kullanım durumunu incelemişlerdir. Simar (2007) VÜS'de gürültü varlığında veri zarflama tahmin edicilerinden daha iyi performans gösteren ve gürültü olmadığı durumlarda da onun kadar iyi olan VZA/SDB'in stokastik versiyonunu önermiştir. Ayrıca bu tahmin edicilerin orjinal VZA/SDB tahmin edicilerinden uç değerlere ve aykırı gözlemlere daha dayanıklı (robust) olduğunu belirtmiştir. Bu yaklaşımda küçük gürültü boyutu olduğu koşullarda iyi olduğu için halen sınırlıdır.

Kumbhakar ve diğerleri (2007) parametrik olmayan stokastik sınır modelleri için yerel en çok olabilirlik yaklaşımını önermişlerdir. Bu yaklaşım ancak tek boyutlu yanıt değişkeni (girdi-çıktı) ile sınırlıdır.

VZA tahminleriyle ilgili olarak literatürde bu tahmin edicilerin istatistiksel özellikleri de incelenmiştir. Banker (1993) VZA tahmin edicilerinin sapmalı olduğunu göstermiştir.

Ölçeğe göre sabit getiri varsayımı ele alınırsa, analize alınmış olan her hangi bir KVB için θ^{CCR} tek ışınli teknoloji (ölçeğe göre sabit getiri) için hesaplanan etkinlik skoru, θ^{BCC} iki veya çok ışınli teknoloji (ölçeğe göre değişken getiri) için hesaplanan etkinlik skoru olmak üzere $\theta^{CCR} \leq \theta^{BCC}$ özelliği her zaman sağlanır. Ayrıca analize alınmış olan her hangi bir KVB için $\theta^{CCR} \leq \theta^{BCC}$ özelliği yine aynı şekilde her zaman sağlanır (Kocakoç, 2003). Bu durum aslında ilerleyen bölümlerde tez konusu kapsamında edinilecek bazı bulguları doğrular niteliktedir. İki veya daha fazla ışından oluşan teknolojilere ait etkinlik skoru değerlerinin tek ışınli teknolojilere göre daha yüksek olması, iki veya çok ışınli teknolojilerde analiz sonucunda etkin KVB sayısının daha fazla çıkmasına, dolayısı ile etkinsizlik sıklığının iki veya çok ışınli teknolojilerde tek ışınli teknolojilere göre daha düşük çıkmasını doğrulamaktadır. Ayrıca, VZA tahminlerinin genel bir özelliği olarak Kittelsen (1999) simülasyon çalışmasıyla örnek hacminin artmasıyla gerçek etkinlik skoru ile VZA tahminleri arasındaki sapmanın azaldığını göstermiştir (Kocakoç, 2003). Tez çalışması içerisindeki Bölüm 4'te 4.2 başlığı altındaki ve Bölüm 6'da ki bulguları bu durumlar ışığında incelemek daha bilgilendirici olacaktır.

VZA tahminleri ile ilgili istatistiksel bir başka konu hipotez testleridir. Bunlardan biri, iki grubun etkinsizliğinin eşit olup olmadığının testidir. Bu konu ele alınırken dağılım varsayımlarını kolaylaştırmak amacıyla çıktı yönlü modellerde etkinsizlik tahminleri kullanılmıştır. Etkinsizlik skoru $(1, \infty)$ aralığında değişmektedir ve etkinsizlik skorunun dağılımı için yapılan varsayımlara göre Banker ve diğerleri (1986), Banker (1993), Banker ve Chang (1995), Banker (1996) ve Kittelsen (1999) tarafından farklı testler önerilmiştir (Kocakoç, 2003).

Hipotez testlerinin kullanıldığı diğer bir konu ise ölçeğe göre getirinin sabit olup olmadığı (üretim teknolojisinin tek ışınli yada iki veya çok ışınli olması) durumunun test edilmesidir. Bu konudaki Banker (1996) tarafından geliştirilen hipotez testlerinde kullanılan test istatistiklerinin yapısı oluşturulurken yokluk hipotezi olarak ölçeğe göre sabit getiri alınmaktadır (Kocakoç, 2003).

Belirli bir üretim sürecinde girdi ve çıktılar arasında üretim açısından bir ilişki bulunmaktadır. İşte bu ilişkiyi karakterize etmek üzere Banker ve diğerleri (1995) testler geliştirmişlerdir (Kocakoç, 2003).

3. İSTATİSTİK TEORİSİNDE BAYESCI YAKLAŞIM TEMELLERİ

Bu bölümde, Bayesci yaklaşım bazlı tahmin ediciler üretmeden önce, istatistik teorisinde Bayesci yaklaşım ile ilgili bilgi verilecektir. θ bilinmeyen parametresinin (veya parametreler vektörü) tahmini için en çok olabilirlik yöntemi gibi bir klasik yaklaşımda θ bir sabit gibi düşünülür. Bayesci yaklaşımda farklı olarak tahmin edilen θ parametresinin rassal bir değişken olarak düşünülerek bir dağılımının olduğu varsayılır. Bu farklı yönüyle bayesci yaklaşım ilgi gören bir yaklaşım olarak istatistik teorisinde yer almaktadır (Berger, 1985; Congdon, 2003). Burada θ parametresinin sahip olduğu düşünülen dağılım yapısı iki temelden oluşur. Bu iki temel yapıdan birisi “önsel dağılım” bir diğeri ise “örnekten gelen bilgi”dir. Bir başka deyişle bayesci çıkarım, Y gözlemlenmiş veri setine ve θ ’nın önsel dağılımına dayanır (Murat, 2012). Bu iki temelden oluşturulacak olan “sonsal dağılım” üzerinden bayes tahmin edicisi bulunur.

Bayesci yaklaşımın farkı, θ ’nın önsel dağılımı $\pi(\theta)$ olan bir rassal değişken şeklinde alınarak başlanmasıdır. Bu önsel dağılımın yapısı parametre hakkındaki geçmiş deneyimlere dayanarak elde edilebilir. İlgilendiğimiz θ parametresinin bayesci tahmini ($\tilde{\theta}$) sürekli bir değişken ise, bu tahminin önsel ve sonsal dağılımları sürekli ve olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Burada $\pi(\theta)$ ’dan seçilen belirli bir değer θ ve $f(y;\theta)$ ortak olasılık yoğunluk fonksiyonundan gözlemlenmiş veri Y olsun. Olasılık teorisinden bilindiği üzere, bir rassal değişkenin koşullu olasılık (yoğunluk) fonksiyonu, ikinci rassal değişken ile olan ortak olasılık (yoğunluk) fonksiyonunun ikinci rassal değişkenin marjinal olasılık (yoğunluk) fonksiyonuna oranı şeklinde verilebilir. Sürekli bir durum için, θ bilindiğinde Y ’nin koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(y|\theta)$ yazılabilir (Hogg ve Craig, 2006; Boss ve Hulman,2013):

$$f(y|\theta) = \frac{f(y, \theta)}{\pi(\theta)} \quad (3.1)$$

Bir çok problemde istatistiksel çıkarımların geliştirilmesi için, ilgilenilen rastgele değişkenin sürekli olduğu varsayılır (Friesner v.d, 2006). Yukarıdaki gösterimler bu duruma uygun şekildedir. Bunun aksine θ ’nın kesikli değerler alabildiği durum için, bir başka deyişle $\tilde{\theta}$ ’nın kesikli bir değişken olduğu durum için önsel dağılımı $p(\theta)$ şeklinde

ifade edersek, kesikli durum gösterimi olarak θ bilindiğinde Y 'nin koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu $P(y|\theta)$ şeklinde yazılabilir:

$$P(y|\theta) = \frac{P(y, \theta)}{p(\theta)} \quad (3.2)$$

Burada Eş. 3.1'de sürekli durum için verilen koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(y|\theta)$ ve Eş. 3.2'de kesikli durum için verilen koşullu olasılık fonksiyonu $P(y|\theta)$ “örnekten gelen bilgi”yi temsil etmektedir. Yukarıdaki Eş. 3.1 ve Eş. 3.2'nin pay kısmında olan ortak olasılık fonksiyonu çoğu zaman bilinmez, genellikle sadece “önsel dağılım” ve “örnekten gelen bilgi” mevcuttur. Gerekli olan ortak olasılık fonksiyonu önsel dağılım ve örnekten gelen bilgi terimleri cinsinden aşağıdaki şekillerde sırasıyla sürekli ve kesikli durumlar için yazılabilir:

$$\begin{aligned} f(y, \theta) &= f(y|\theta) \pi(\theta) \\ P(y, \theta) &= P(y|\theta) p(\theta) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Klasik ve Bayesci yaklaşımların amacı aynıdır: elimizdeki veriden üretilmiş tek bir θ değeri vardır, ve amacımız Y gözlemlenmiş verisi üzerinden bu değeri elde etmektir. Ancak Bayesci yaklaşımın artısı, θ 'nin orjinal rassal yapısından dolayı avantajlı olmasıdır ve θ ile Y 'nin ortak dağılımını kullanarak verilen Y için θ 'nin koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu elde edilir. Bu sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu bir başka deyişle “sonsal dağılım”dır. Sürekli durum için θ 'nin koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu, sonsal olasılık yoğunluk fonksiyonu yada sonsal dağılımı Eş. 3.1 ve Eş. 3.2 durumlarına benzer şekilde aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\pi(\theta|Y = y) = \frac{f(y, \theta)}{f(y)} \quad (3.4)$$

Burada $f(y)$ marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonu önsel dağılım ve örnekten gelen bilgi cinsinden aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$f(y) = \int f(y, \theta) d\theta = \int f(y|\theta) \pi(\theta) d\theta \quad (3.5)$$

Eş. 3.4 gösterimindeki sonsal dağılım Eş. 3.1 ve Eş. 3.5'den yararlanarak izleyen şekilde yazılabilir:

$$\pi(\theta|Y=y) = \frac{f(y|\theta)\pi(\theta)}{\int f(y|\theta)\pi(\theta)d\theta} \quad (3.6)$$

Kesikli durum için aynı yollar izlenerek Eş. 3.6'ya benzer şekilde sonsal dağılım aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$p(\theta|Y=y) = \frac{P(y,\theta)p(\theta)}{\sum P(y,\theta)p(\theta)} \quad (3.7)$$

Eş. 3.6 ve Eş. 3.7 aynı zamanda sırasıyla sürekli ve kesikli değişkenler için Bayes Teoremi'dir. Bayes teoremi sürekli durumda aşağıdaki şekilde de ifade edilebilir (Winkler,1972):

$$\text{sonsal olasılık} = \frac{(\text{önsel olasılık})(\text{örnek bilgisi})}{\int (\text{önsel olasılık})(\text{örnek bilgisi})} \quad (3.8)$$

Kesikli durum için:

$$\text{sonsal olasılık} = \frac{(\text{önsel olasılık})(\text{örnek bilgisi})}{\sum (\text{önsel olasılık})(\text{örnek bilgisi})} \quad (3.9)$$

Eş. 3.6 incelenirse, $f(y,\theta)$ ve $\pi(\theta)$ olasılık yoğunluk fonksiyonları, sırasıyla sonsal ve önsel dağılımları temsil etmektedir, $f(y|\theta)$ örnekten gelen bilgiyi temsil etmektedir. Ayrıca burada $f(y|\theta)$ örnek çapına bağlı iken, $\pi(\theta)$ örnek çapına bağlı değildir. Örnek çapı keyfi olarak büyük alınırsa, $f(y|\theta)$ örnekten gelen bilgi sonsal dağılım üzerinde daha çok etkili olur. Bu durumda sonsal dağılım olasılık yoğunluk fonksiyonu $\pi(\theta|Y=y)$, $f(y|\theta)$ fonksiyonuna yakınsar (Murat,2012).

Örnek çapı küçük veya makul düzeyde olduğunda, $\pi(\theta)$ önsel dağılımı, θ 'nın sonsal dağılımı belirlenirken önemli rol oynar. Dolayısıyla, örnek çapının küçük veya orta derecede olduğu araştırma problemlerinde önsel dağılımın etkisi Bayesci analiz içerisinde önemli bir durumdur (Murat,2012).

θ 'nın sonsal dağılımı, θ hakkında çıkarım yapmak için temel oluşturur. Sonsal dağılımın ortalaması yada bir başka deyişle sonsal dağılımın beklenen değeri Bayes tahmin edicisidir. Bayes tahmin edicisi sürekli değişkenler için aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\tilde{\theta} = \int \theta \pi(\theta|Y) d\theta \quad (3.10)$$

Yada beklenen değer gösterimi ve Eş. 3.6'daki açık formda ifade edilirse:

$$E(\theta) = \frac{\int \theta f(y|\theta) \pi(\theta) d\theta}{\int f(y|\theta) \pi(\theta) d\theta} \quad (3.11)$$

Yada kesikli durum için Eş. 3.7'deki açık formda aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$E(\theta) = \frac{\sum \theta f(y|\theta) \pi(\theta)}{\sum f(y|\theta) \pi(\theta)} \quad (3.12)$$

Bayes tahmin edicisi literatürde, minimum sonsal karesel risk (MSKR) olarak adlandırılır. Eş. 3.6'da $\tilde{\theta}$ 'nin sürekli bir değişken olduğu kabul edilir. Diğer taraftan örnekten gelen bilgide örnek istatistiği kesikli yada sürekli olabilir. Örneğin ilgilenilen rassal değişken p , Bernoulli sürecindense ve örnek bilgisi belirli sayıda denemede başarı sayısı x 'i içeriyorsa, x kesiklidir, halbuki p 'nin önsel dağılımı kesikli yada sürekli olabilir. “Kesikli olasılık modelleri için Bayes teoremi” ve “Sürekli olasılık modelleri için Bayes teoremi” terminolojisi önsel ve sonsal dağılımların formunu (ilgilenilen $\tilde{\theta}$ rassal değişkeninin kesikli yada sürekli varsayılmasını) ifade etmektedir. Örneğin $\tilde{\theta}$ rassal değişkenine ait önsel dağılım sürekli iken, örnekten gelen bilgi kesikli bir dağılım cinsinden ifade edilmekte olsun. Burada θ 'nın sonsal dağılımı sürekli (Winkler, 1972). Buradaki açıklama, “etkinsizlik sıklığı” terimi ile ilgili Bayesci yaklaşımın kullanıldığı ilerleyen bölümlere açıklayıcı olması amacıyla verilmektedir.

Örnek çapı küçük veya makul düzeyde olduğunda, önsel dağılımın bayesci yaklaşım daki önemi belirtilmişti. Bayesci yaklaşımda temel olarak, iki çeşit önsel dağılım vardır. Bunlar objektif (bilgilendirmeyen) önsel dağılımlar ve subjektif (bilgilendirici) önsel dağılımlardır. Bilgilendirici olmayan önsel dağılım parametreler hakkındaki önsel bilginin az olması durumunda kullanılır ve sonsal dağılım üzerinde az bir rol oynar. Bu önsel dağılımlara örnek olarak; düzgün (tekdüze) dağılım verilebilir. Subjektif önsel dağılımlar, parametreler hakkında önsel bilgiye sahip olunması durumunda bu önsel bilginin

formülasyonu ile elde edilir. Önsel bilgi, konu ile ilgili uzman görüşlerine ya da aynı konu hakkındaki geçmiş deneyimlere dayanarak elde edilebilir (Murat,2012).

Yaygın şekilde önsel dağılım olarak kullanılan bir dağılım ve sonsal dağılımın hesaplanma durumu, örnek teşkil etmesi açısından aşağıda verilmektedir:

Farzedelim ki $Y \sim Binom(n, p)$

Örnekten gelen bilgi aşağıdaki şekilde temsil edilsin:

$$f(y|p) = \binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y} \quad y = 0, 1, \dots, n \quad (3.13)$$

Önsel dağılım olarak $Beta(\alpha, \beta)$ dağılımı öngörölsün:

$$\pi(p) = \frac{\int \alpha + \beta}{\int \alpha \int \beta} p^{\alpha-1} (1-p)^{\beta-1} \quad (3.14)$$

Burada $\int$ Gamma fonksiyonudur. Ortak olasılık fonksiyonu cinsinden iki fonksiyon çarpılırsa:

$$\binom{n}{y} p^y (1-p)^{n-y} \frac{\int \alpha + \beta}{\int \alpha \int \beta} p^{\alpha-1} (1-p)^{\beta-1} = c(\alpha, \beta, y) p^{y+\alpha-1} (1-p)^{n-y+\beta-1} \quad (3.15)$$

Sonsal dağılım bilindiğı üzere ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun, Y 'nin marjinaline bölünmesiyle elde edilir:

$$\begin{aligned} m(y) &= \int_0^1 c(\alpha, \beta, y) p^{y+\alpha-1} (1-p)^{n-y+\beta-1} dp \\ &= \frac{B(y+\alpha, n-y+\beta) \binom{n}{y}}{B(\alpha, \beta)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

Burada $B(\alpha, \beta) = \int \alpha \int \beta / \int \alpha + \beta$ şeklinde belirtilen Beta fonksiyonudur. Bu Beta-Binomiyal olasılık yoğunluk foksiyonu, p 'nin binomiyal olasılık yoğunluk fonksiyonu üzerinde bir başka içerik ortaya çıkarır. Bu durumda marjinal olasılığa ihtiyacımız olmaz,

çünkü $p^{y+\alpha-1}(1-p)^{n-y+\beta-1}$ kernel ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu özelliğinden sonsal dağılım $Beta(y+\alpha, n-y+\beta)$ olmak zorundadır. Eğer sonsal dağılım buradaki gibi önsel dağılımla aynı dağılım ailesinden olursa, önsel dağılımlara eşlenik önsel denir (Boss ve Hulman, 2013). Eşlenik önsel dağılımlar, sonsalın belirlenmesini basit bir hale getirmelerinden ötürü Bayes yaklaşımında yaygın olarak kullanılırlar. Beta, Gamma, Pareto, Normal dağılım eşlenik önsellere örnek olarak verilebilirler.

4. ETKİNSİZLİK SIKLIĞI KAVRAMI

Bölüm 1’de belirtildiği gibi VZA’nın istatistiksel olarak incelenmesi sadece etkinlik skorlarının dağılımı ve regresyon modellemesi konuları ile sınırlı kalmamıştır. Bir başka ve çok önemli bir istatistiksel bakış Friesner ve diğerleri tarafından ortaya atılan “etkinsizlik sıklığı” konusudur. Literatürde etkinsizlik sıklığı kavramı ilk kez üniversiteleri tarafından basılmış resmi bir çalışma notu olarak Friesner ve diğerleri 2006 yılında ele alınmış, daha sonra aynı yazarlar tarafından 2013 yılında konu ile ilgili bir makale yayınlanmıştır. Etkinsizlik sıklığı kavramı bu yönüyle hem çok güncel hem de üzerine çok az çalışma yapılmış İstatistik ile VZA’nın beraber kullanıldığı yeni bir konu olma özelliğindedir.

Bölüm 4’te etkinsizliğin sıklığının teorik tanımı, kesikli ve sürekli bir değişken olarak ele alındığı durumlar, literatürde Friesner ve diğerleri tarafından etkinsizlik sıklığı tahmini için Bayesci tahmin edicileri oluştururlarken kullanılan önsel dağılım, etkinsizlik sıklığının tanımlanmasında belirlenen gizli değişken varsayımı ve tahmin için kullanılan örnekleme yönteminin yapısına göre değişen örnekten gelen bilgi, 4.1 başlığı içerisinde Friesner ve diğerleri (2006) ve Friesner ve diğerleri (2013) çalışmalarının bir derlemesi olarak incelenmektedir. Ayrıca bu tez konusu kapsamında geliştirilen ve Bölüm 5’te önerilen alternatif Bayesci tahmin edicilerin geliştirilmesinde kullanılan önsel dağılımların temel karakteristiklerini belirleme fikri için yol gösterici olacak etkinsizlik sıklığına ait deneysel dağılımlar 4.2 başlığı altında ele alınmaktadır.

4.1. Etkinsizlik Sıklığı ve Bayesci Önseller

Bu kısımda “etkinsizlik sıklığı” teriminin teorik yapısından bahsedilecek ve daha önce etkinsizlik sıklığı ile ilgili literatürde kullanılmış olan önsel dağılım yapıları hakkında bilgi verilecektir.

N birimlik yığındaki bilinmeyen etkinsizlik sıklığı oranı (π), önsel olarak (0,1) aralığındadır. Bu aralık Π ’nin herhangi bir önsel dağılımını kapsayan bir aralıktır. KVB’ler yığınının sonsuz olduğu yaklaşımı altında, (0,1) aralığında yada bunun bir alt kümesinde tanımlı ve sürekli herhangi bir önsel dağılım kabul edilebilir. Sonlu yığın çapı N için, π doğal olarak kesiklidir ($\pi \in \Omega = \left\{ \frac{\gamma}{N}, \gamma = 0, 1, \dots, N \right\}$).

N birimlik bir KVB yığnında K tane etkin olmayan KVB bulunsun. Burada π 'nin değerinin $\pi = \frac{K}{N}$ olduğu açıktır. Burada π 'nin önsel bilgisini temsil etmek için sürekli ve kesikli beta dağılımları sırasıyla sonsuz ve sonlu yığınlar için kullanılacaktır. Bu dağılımlar hem π 'nin tanım aralığını kapsamaktadır hem de π değeri için yüksek derecede esnek ve büyük oranda ki yayılımları ifade edebilmeye uygundur. Önsel dağılım varsayımımızı aşağıdaki şekilde tanımlayabiliriz:

N tane KVB'den oluşan yığındaki, etkinsiziliğin sıklığı için önsel bilgi, π , bazı sürekli ve kesikli Beta ailesi olasılık yoğunluk fonksiyonları cinsinden izleyen şekilde ifade edilebilir;

$$\begin{aligned}
 N = \infty: f(\pi|\alpha, \beta) &= \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \pi^{\alpha-1}(1-\pi)^{\beta-1} \quad 0 < \pi < 1 \\
 N < \infty: f_d(\pi|\alpha, \beta, N) &= \tau^{-1} \int_{\pi - \frac{1}{2N}}^{\pi + \frac{1}{2N}} f(\pi_d|\alpha, \beta) d\pi_d \quad \pi \in \Omega = \left\{ \frac{\gamma}{N}, \gamma = 1, \dots, N-1 \right\}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Şu anki önsel dağılım için beliren problem, Ω 'da desteklenen kabul edilebilir herhangi bir olasılık dağılımı seçilmesidir. Pearson (1925) ve Skellam (1948) referans alınır, eğer π hakkında herhangi bir önsel bilgi bulunmuyorsa, önselin bir “bilinmeyen” olduğuna inanılır, böylesi durumlarda en uygun olan seçim düzgün dağılımdır. π 'nin tahmini için hangi koşullarda KVB'lerin bir örneğinin kullanılacağı konusuna daha sonra değinilecektir. Bayesci yaklaşımın olmadığı bir durumda, etkinsizlik sıklığı tahmin edilirken VZA'nın sadece örnekteki birimlerden bir etkinlik ölçümü yapmasıdır. Böylesi bir durumda eğer tüm etkin birimler (gerçek etkinlik sınırını yansıtamayacak şekilde) örnekte yetersiz şekilde bulunursa, π yanlış tahmin edilebilir.

Yukarıda Beta ailesi olasılık yoğunluk fonksiyonu ifade edilirken kullanılan parametre değerlerinden ve fonksiyon yapılarından bahsedilecek olunursa:

$$\alpha, \beta > 0 \text{ ve } \Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} z^{\alpha-1} e^{-z} dz \text{ gama fonksiyonudur, ve } \tau = \int_{\frac{1}{2N}}^{\pi + \frac{1}{2N}} f(\pi_d|\alpha, \beta) d\pi_d \text{ 'dir.}$$

Ayrıca tüm KVB'lerin etkin olmaları olasılığı ile tüm KVB'lerin etkin olmama olasılığı önsel olarak sıfır kabul edilmektedir. Yukarıda da bahsedildiği gibi, eğer π hakkında herhangi bir önsel bilgi bulunmuyorsa, önselin bir “bilinmeyen” olduğuna inanılır. Bu durumda Bölüm 3'te Bayesci yaklaşımla ilgili verilen konu anlatımında bahsedilen objektif yapıdaki bir önsel dağılımın kullanılması uygundur. Böylesi bir durum için, Friesner ve diğerleri(2006) ve Friesner ve diğerleri (2013) çalışmalarında en uygun seçimin düzgün dağılım olduğunu ifade etmişlerdir. Etkinsizliğin sıklığı için Bayesci yaklaşım üzerinden bir sonsal dağılım elde ederken önsel dağılım olarak düzgün dağılımı kullanmışlardır.

Bu durumda yukarıdaki Beta dağılımına ait fonksiyonlarda $\alpha=\beta=1$ alınırsa fonksiyonlar düzgün dağılıma dönüşürler. Beta dağılımı farklı dağılım şekillerine dönüşebilecek özellikte esneklik. Örneğin, Beta $\alpha>\beta$ durumunda sola çarpık, $\alpha<\beta$ durumunda sağa çarpık olur. $(\alpha-1)(\beta-1)<0$ olduğunda J-biçimli, $\alpha<1, \beta<1$ iken U-biçimli'dir.

Şimdiye kadar ki kısımda “etkinsizlik sıklığı” ve önsel dağılım yapısı hakkında genel olarak Friesner ve diğerleri (2006) kaynağı çerçevesinde oluşturulan temel bilgiler verildi. Buradan sonra etkinsizlik sıklığı ile ilgili hem örnekten gelen bilginin yapısı ve hangi durumlarda bu yapının nasıl değiştiği, hem de önsel dağılımın bu örnek bilgisi ile harmanlanarak nasıl bir sonsal dağılım ve bayesci tahmin edici elde edildiği İstatistik teorisi bilgileri ışığında açıklanacaktır. Ancak tüm bunlardan, yine Friesner ve diğerleri (2006) kaynağı çerçevesinde etkinsizlik sıklığının tanımlanmasında kullanılan iki temel çatı altında söz edilecektir. Bu iki temel çatı “gizli olmayan etkinsizlik sıklığı” ve “gizli bir değişken olarak etkinsizlik sıklığı”dır.

4.1.1. Gizli olmayan etkinsizlik sıklığının çıkarımı

Bu bölümde öncelikle, örnek VZA tahminlerinin herhangi bir KVB'yi gerçekten etkin olup olmadığı konusunda doğru bir şekilde karakterini tahmin etmesi durumu çalışılacaktır. Böylesi bir durumda örnek içerisindeki etkin olmayan KVB'lerin oranı gözlemlenebilir ve gizli olmadığı varsayılır. Bu VZA tahminlerinin gerçek üretim sınırını referans olarak hesaplandığı varsayımıyla eşdeğerdir. Friesner ve diğerleri'ne göre π 'nin sonsal dağılımının fonksiyonel formu istatistiksel açıdan ele alındığında KVB'lerin rastgele örneğinin yerine koyarak yada yerine koymadan olup olmasına ve yığının sonlu

yada sonsuz birimden oluşup oluşmamasına bağlıdır. Bu nedenle bu farklı durumlara yönelik olarak örnekten gelen bilginin karakterizasyonu alt başlıklar halinde verilecektir.

Yerine koyarak örnekleme

Farzedelim ki, yerine koyarak rastgele örnekleme, etkin ve etkin olmayan KVB'lerin rastgele örnekleri, Bernolli sürecinin bağımsız ve aynı dağılımlı çıktıları olsun, burada etkin olmayan bir gözlemin olasılığı π 'dir. Bu yorum KVB'ler yığını sonlu ve sonsuzken geçerlidir. Etkin olmayan KVB'lerin sayısı olan X 'in olasılığı (verilen bir π ve n için) binomiyal olasılık dağılımı tarafından elde edilebilir;

$$f(x|\pi, n) = \frac{n!}{x!(n-x)!} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \quad (4.2)$$

Burada ki $f(x|\pi, n)$ fonksiyonu Bölüm 3'te Bayesci yaklaşım konu anlatımında bahsedilen Eş. 4.1'de ifade edilen örnek bilgisidir. Parametre gösteriminde θ yerine etkinsizlik sıklığı parametre değeri olarak π gösterilmektedir.

Bayesci metodoloji çerçevesinde π 'nin sonsal dağılımını araştırılabilir. X ve π 'nin ortak olasılık fonksiyonu bir koşullu ve marjinal dağılımın ürünü olarak izleyen şekilde ifade edilir:

$$f(x, \pi|\alpha, \beta, n) = f(x|\pi, n) f(\pi|\alpha, \beta) \quad (4.3)$$

Bu noktada, türetilen π 'nin sonsal dağılımı yığın sonlu ve sonsuz olsada türevlenebilir, ve bu nedenle Eş. 4.1'deki önsel form Eş. 4.3'ün $f(\pi|\alpha, \beta)$ dağılım bileşenini ifade etmede kullanılır.

$N \rightarrow \infty$ durumu

Eş. 4.1'de ki sürekli durum için ele alınan önsel dağılımı kullanarak Eş. 4.3'de ortak olasılık dağılımından π 'nin çıkarılması, X 'in marjinal olasılık dağılımını verir:

$$f(x|\alpha, \beta, n) = \binom{n}{x} \frac{\Gamma(\alpha + \beta)\Gamma(x + \alpha)\Gamma(n - x + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(n + x + \beta)} \quad (4.4)$$

Bu dağılım Beta binomiyal dağılım olarak geçmektedir (Schuckers,2003; Philips, 2001). Dağılımın ilk iki momentini aşağıdaki gibi verilir:

$$E(X) = n \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad \text{ve} \quad V(X) = n \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right) \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \right) C \quad (4.5)$$

$$C = \frac{\alpha + \beta + n}{\alpha + \beta + 1}$$

C'nin değeri $(1, n)$ aralığında bir değerdir ve gözlemlenen etkinsizlik frekansının değişebileceği aralığı gösterir ve sadece pür bir binomiyal modelle hesaplanamaz. Eğer C değeri 1'e yakınsa, geleneksel ikili model için ve veri üretim süreci (VÜS) için basit binomiyal dağılım kullanılır. Büyük C değerleri ise beta binomiyal dağılım gibi bir sürekli dağılım gösterimine uygunluğu işaret eder.

Verilen bir X için π 'nin sonsal (sonsal dağılımı) Eş. 4.4 ve Eş. 4.5'in oranı olarak verilebilir:

$$f(\pi|x, \alpha, \beta, n) = \frac{f(x, \pi|\alpha, \beta, n)}{f(x|\alpha, \beta, n)} = \frac{\Gamma(n + \alpha + \beta)}{\Gamma(x + \alpha)\Gamma(n - x + \beta)} \pi^{x + \alpha - 1} (1 - \pi)^{n - x + \beta - 1} \quad (4.6)$$

Bu parametreleri $\alpha_* = x + \alpha$ ve $\beta_* = n - x + \beta$ olan $Beta(\alpha_*, \beta_*)$ dağılımıdır. π 'nin sonsal dağılımının beklenen değeri ve π 'nin değeri maksimum sonsal yoğunluk (MSY) ağırlıklandırmasıyla ilişkilidir. Burada π 'nin Bayesci tahmin ile ilgili iki alternatifi vardır. Bunlardan birisi minumum sonsal karesel risk (MSKR) tahmin edicisi, diğeri ise maksimum sonsal yoğunluk (MSY) ağırlıklandırması tahminidir. Bu tahmin edicilerin ayrıntıları tez çalışması konusu kapsamı dışındadır. Bu tez çalışmasında Bayesci tahmin olarak minumum sonsal karesel risk (MSKR) tahmin edicisi kabul edilecektir. Eş. 4.6'da π 'nin sonsal dağılımı Beta'dır, MSKR tahmin edicisi Eş. 4.6'u minimize eder:

$$E(\pi) = \frac{x + \alpha}{\alpha + \beta + n} \quad (4.7)$$

Eğer $\alpha=\beta=1$ olarak alınırsa, beta önseli sürekli tekdüze dağılıma dönüşür. Eş. 4.4'e bu kısıtı uygulayarak, X 'in marjinal dağılımı (n ve x tamsayıdır) :

$$f(x|1,1,n) = \binom{n}{x} \frac{\Gamma(x+1)\Gamma(n-x+1)}{\Gamma(n+2)} = \binom{n}{x} \frac{x!(n-x)!}{(n+1)!} \quad (4.8)$$

π 'nin sonsal dağılımı aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\begin{aligned} f(\pi|x,1,1,n) &= \frac{\Gamma(n+2)}{\Gamma(x+1)\Gamma(n-x+1)} \pi^x (1-\pi)^{n-x} = \frac{(n+1)!}{x!(n-x)!} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \\ &= \frac{\pi^x (1-\pi)^{n-x}}{\int_0^1 \pi^x (1-\pi)^{n-x}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

π için MPQR tahmini aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$E(\pi) = \frac{x+1}{2+n} \quad (4.10)$$

$N < \infty$ durumu

Bu başlık altında etkinsizlik sıklığının analizini yerine koyarak örnekleme ile sonlu yığın için yapılmaktadır. Verilen π ve n için etkin olmayan KVB'ler X 'in olasılığı, $f(x|n,\pi)$, Eş. 4.2'deki binomiyal olasılık dağılımıdır. Yığının sonlu olması durumu verildiğinde, Eş. 4.1'deki kesikli Beta dağılımı π 'nin önseli olarak adapte edilebilir. Eş. 4.1 α ve β tamsayı olmadıkça olasılık için cebirsel işlemlerde zorluğa götürür. Her hangi bir durumda Eş. 4.1'deki integral ise sayısal olarak hesaplama için kolaydır, ve hesap edilen olasılıkların sayısal değerleri yalındır.

π ve X 'in ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunun genel tanımı Eş. 4.3'e benzer şekilde aşağıdaki gibi verilebilir;

$$P(x,\pi|\alpha,\beta,n,N) = P(x|\pi,n)p(\pi|\alpha,\beta,N) \quad \pi \in \Omega \quad (4.11)$$

Burada fonksiyon gösterimleri Bölüm 3'teki Bayesci konu anlatımıyla eşleştirilirse açıktır ki, $P(x, \pi | \alpha, \beta, n, N)$ ortak olasılık fonksiyonu olarak gösterilen $P(y, \theta)$ ile, $P(x | \pi, n)$ örnekten gelen bilgi $P(y | \theta)$ ile, $p(\pi | \alpha, \beta, N)$ önsel dağılımı $p(\theta)$ ile eşdeğerdir. π için sonsal dağılım, verilen bir x değeri için, X 'in marjinal olasılık fonksiyonu olarak Eş. 4.11'den aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$P(x | \alpha, \beta, n, N) = \sum_{\pi \in \Omega} P(x | \pi, n) p(\pi | \alpha, \beta, N) \quad (4.12)$$

ve Eş. 4.11 ile Eş. 4.12'nin oranından :

$$f(\pi | x, \alpha, \beta, n, N) = \frac{f(x | \pi, n) f_d(\pi | \alpha, \beta, N)}{f(x | \alpha, \beta, n, N)} \quad \pi \in \Omega \quad (4.13)$$

Bir önceki bölümde de kullanılabilecek bir somut örnek vermek için, $\alpha = \beta = 1$ alınsın.

$$p(\pi | \alpha, \beta, N) = \frac{1}{N-1} \quad \pi \in \Omega \quad (4.14)$$

Bu form kesikli düzgün dağılımdır. Buradan X ve π 'nin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu:

$$P(x, \pi | 1, 1, n, N) = P(X = x | \pi, n) p(\pi | 1, 1, N) = \frac{1}{N-1} \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \quad (4.15)$$

π 'nin tüm olası değerlerinin toplamı ile X 'in marjinal dağılımı:

$$f(x | 1, 1, n, N) = \frac{1}{N-1} \binom{n}{x} \sum_{\pi \in \Omega} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \quad (4.16)$$

ve verilen bir X için π 'nin sonsal dağılımı Eş. 4.15 ve Eş. 4.16'nın oranından:

$$f(\pi | x, 1, 1, n, N) = \frac{\pi^x (1-\pi)^{n-x}}{\sum_{\pi \in \Omega} \pi^x (1-\pi)^{n-x}} \quad \pi \in \Omega \quad (4.17)$$

elde edilir.

Bu dağılım Eş. 4.9'daki sürekli sonsal dağılımın kesikli durumudur. π 'nin MSKR tahmin edicisi Eş. 4.17'deki dağılımın ortalamasıdır.

$$E(\pi) = \frac{\sum_{\pi \in \Omega} (\pi)^{x+1} (1-\pi)^{n-x}}{\sum_{\pi \in \Omega} (\pi)^x (1-\pi)^{n-x}} \quad (4.18)$$

Bu yöntemler π hakkında bilgi sağlasa bile, VZA'nın bir çok uygulamasında sonlu yığından (yerine koyarak yapılan örnekleme ile) birimlerin aynı örnek içersinde birden çok kez seçilmesine izin vermez. Bu nedenle, sonlu bir yığından yerine koymadan örnekleme durumunda diğer varsayımlar sabitken, etkin ve etkin olmayan birimlerin sayısını karakterize eden bir parametrik aile tanımlanması ile ilgilenilmiştir. Sonraki bölüm bu konuyu incelemektedir.

Yerine koymadan rastgele örnekleme

Yerine koymadan rastgele örnekleme durumunun analizinde, sonlu bir yığın deneysel duruma odaklanılabilir. Zaten istatistiksel olarak düşünüldüğünde eğer yığın sonsuz birimden oluşuyorsa yerine koyarak yada yerine koymadan örnekleme arasında bir farklılık öngörülmemektedir. Bu durumda yerine koyarak örnekleme başlığı altında zaten incelenmiş olan $N \rightarrow \infty$ durumunun, tekrar yerine koymadan rastgele örnekleme başlığı altında verilmesine gerek yoktur. Bu başlık altında sadece $N < \infty$ durumu ele alınacaktır. Verilen yerine koymadan bir rastgele örneklemede, etkinsizlik sıklığı hipergeometrik dağılım ile karakterize edilebilir. Özel olarak, bir yığında K tane etkin olmayan KVB olsun, ve x, n çaplı yerine koymadan seçilmiş rastgele bir örnek içersinde etkin olmayan KVB'lerin sayısı olsun, burada $\pi = \frac{K}{N}$ 'dir. Buradan, x tane etkin olmayan KVB'nin seçilme olasılığı izleyen şekilde verilebilir:

$$P(x|N, \pi, n) = \begin{cases} \frac{\binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}}{\binom{N}{n}} & \max[0, n - (N - K)] \leq x \leq \min[n, K] \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (4.19)$$

π için destek kümesi kesikli değerler içerirken, destek kümesi sürekli değildir ve yine Eş. 4.1'deki kesikli tekdüze dağılım π 'nin önsel dağılımı için kullanılabilir. π ve X 'in ortak olasılık fonksiyonu:

$$P(x, \pi | 1, 1, N, n) = P(x | N, \pi, n) p(\pi | 1, 1, N) = \frac{1}{N-1} \left\{ \frac{\binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}}{\binom{N}{n}} \right\} \quad (4.20)$$

Somut olması açısından π için önselliği kabul etmediğimizi varsayalım, buradan sonra olasılık dağılımlarının fonksiyonel tanımları için destek kümelerinin tanımları yapılmayacaktır. π üzerinden toplam aldığımızda X 'in marjinal dağılımını elde ederiz. Daha önce olduğu gibi, bu marjinal olasılık X 'in koşullu olasılığının bir karışımıdır.

$$f(x | 1, 1, N, n) = \left(\frac{1}{N-1} \right) \left(\frac{1}{\binom{N}{n}} \right) \sum_{\pi \in \Omega} \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x} \quad (4.21)$$

Eşitlik Eş. 4.21 hipergeometrik dağılımın bileşimidir. Verilen bir X için π 'nin koşullu sonsalı Eş. 4.20 ve Eş. 4.21'in oranları alınarak bulunabilir:

$$f(\pi | x, 1, 1, N, n) = \frac{f(x, \pi | 1, 1, N, n)}{f_d(x | 1, 1, N, n)} = \frac{\binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}}{\sum_{\pi \in \Omega} \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}} \quad (4.22)$$

Beklenen değer olarak π 'nin MSKR tahmin edicisi izleyen şekilde tanımlanabilir:

$$E(\pi) = \frac{\sum_{\pi \in \Omega} \pi \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}}{\sum_{\pi \in \Omega} \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}} \quad (4.23)$$

4.1.2. Gizli bir değişken olarak etkinsizlik sıklığının çıkarımı

Etkinsizlik sıklığı ile ilgili şimdiye kadar yapılan incelemelerde yığın ile örnekteki etkinsizlik sınırının farklılık göstermesi durumu göz ardı edilmiştir. Friesner ve diğerleri (2013) etkinsizlik sıklığını gizli bir değişken olarak tanımlayarak konuya yeni bir boyut kazandırmışlardır. Bu başlık altında etkinsizlik sıklığını gizli bir değişken olarak kabul edilen yapıdan bahsedilecektir.

Deneysel analizlerde, üretim sınırı genelde bilinmez, bu nedenle örnek tabanlı bir analiz olarak VZA ile KVB'lerin etkinsiz şeklinde sınıflandırılmaları sırasında etkinsiz birimlerin sayılarının sapmalı olması, ya da bir başka deyişle yığındaki etkinsiz birimlerin oranının tahmininin sapmalı olması potansiyeli vardır. Ancak, etkinsizlik sıklığıyla ilgili sonsallara uygun bayesci bir düzeltme elde etmek için önceki başlıktaki analizleri genişletmek mümkündür.

Bir başka deyişle yığındaki tüm KVB'ler ile yapılan VZA analizi sonucunda belirlenen gerçek etkin sınırı aynen yansıtabilecek şekilde örnekten gelen KVB'ler ile yapılan VZA analizinde bir etkin sınır oluşturulamayabilir. Bu durumda yığından ölçülen VZA sonuçlarına göre sınıflaması yapılmış bir KVB, örnekten elde edilen VZA sonuçlarına göre aynı sınıflamayı vermeyebilir. Bu durumda etkinsizlik sıklığı değişkeni üzerinden yapılacak bir düzeltme söz konusu olacaktır.

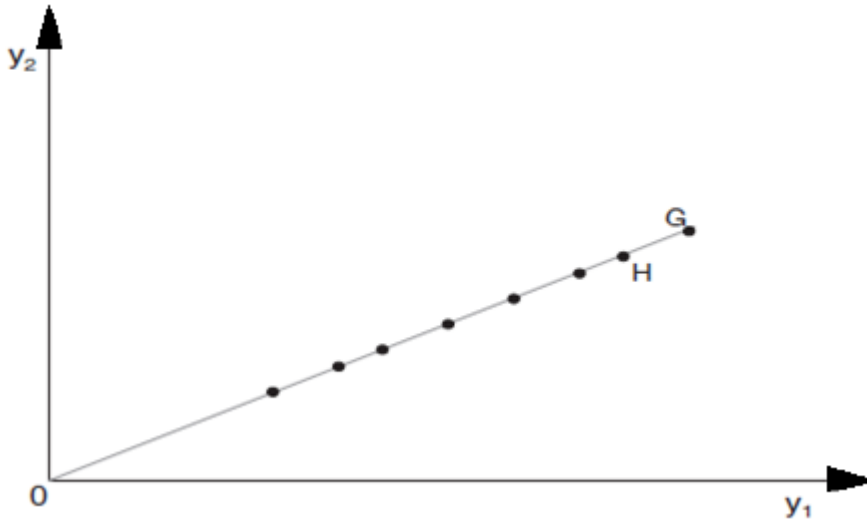
Önceki kısımda gizli olmayan bir değişken olarak etkinsizlik sıklığı incelenirken yığının sonsuz ve sonlu olma durumlarıyla, örnekleme yerine koyarak ve yerine koymadan yöntemleriyle yapılma durumları incelenmişti. Yığının sonsuz olma durumunda herhangi bir parametre değeri hesaplamak olanaksızdır. Bu nedenle burada sonlu bir yığından yerine koymadan rastgele örnekleme durumuna göz önüne alınacaktır, çünkü bu durum deneysel bir çalışma için en yaygın durumdur.

Çıktıların tek bir belirli oranla üretildiği basit bir üretim teknolojisi ile başlayalım. Bu durum klasik CCR modelindeki yapıyı işaret etmektedir. CCR modelde etkin sınır koordinat sisteminde etkin birimleri gösteren nokta veya noktalar ve orijin üzerinden geçen düz bir çizgidir. Daha sonra analizler, etkin sınırın birden fazla doğru parçasıyla oluştuğu daha komplike durumlara (BCC modeli) genişletilebilir, ve görülebilir ki sonsal

dağılımların tanımları daha basit teknoloji durumlarına benzer şekilde kalır, ancak dağılımların destek kümeleri daha kapsamlı hale gelir.

Tek ışınlı teknoloji (CCR modeli) için yerine koymadan örnekleme:

Farzedelim ki N tane KVB'den oluşan sonlu bir yığın tek bir belirli oranda y_1 ve y_2 şeklinde iki çıktı ürettiyor olsun. Sonlu bir yığından yerine koymadan örnekleme ile ilgili tüm varsayımların geçerliliği altında, KVB yığınının tümünün Şekil 4.1'de gösterildiği orijinden geçen tek bir çizgi üzerinden uzandığını düşünelim. Kavramsal olarak, bu KVB'lerden $N-K$ tanesi gerçek etkin olarak düşünülürse, bu KVB'ler G noktası üzerinde uzanacaklardır, kalan K tane KVB ise orijin ve $N-K$ tane etkin KVB'nin arasında yer alacaklardır.



Şekil 4.1. Tek ışınlı üretim teknolojisi ile VZA (Friesner ve diğerleri 2006)

Şimdi farzedelim ki yığından çekilen n KVB'lik bir örnek olsun, VZA doğru etkin sınırı tahmin etmede kullanılır. Burada önemli problem tamamlanmamış ışın problemidir. Eğer $N-K$ tane gerçek etkin KVB'den G noktasında üretilen en az birini örnek içeriyorsa, örnek VZA gerçek etkin sınırı doğru şekilde yansıtacaktır ve tüm KVB'ler etkin ve etkin olmayan şeklinde doğru sınıflandırılacaktır. Burada tek ışınlı teknolojiye bir başka değişle CCR model yapısını kapsayan durumlardan bahsedildiği unutulmamalıdır. Diğer bir taraftan, $N-K$ etkin KVB'den hiç birisi örnekte bulunmazsa, örnek verilerinden yapılan analiz sonucunda etkin olmayan şeklinde sınıflanan herhangi bir KVB gerçekte de etkin değildir ancak etkin olarak sınıflanan herhangi bir KVB yanlış sınıflanmıştır. Örneğin,

örnekteki hiçbir KVB G noktasında üretmiyorsa, ancak en az bir KVB H noktasında üretim yapıyorsa, örnekteki diğer tüm KVB'ler H noktasından geçen ışının altında kalıyorsa doğru olarak etkinsiz şekilde sınıflanırken, H noktasındaki KVB yanlış bir şekilde etkin olarak sınıflanacaktır.

Örnekteki doğru olarak etkinsiz şeklinde sınıflandırılan KVB'lerin sayısı $x_* = x + e$ ile ifade edilsin. Burada x örnek VZA metodolojine göre etkinsiz (etkin olmayan) şeklinde sınıflanan KVB sayısını ve e sınıflamadaki gözlemlenemeyen hatayı göstermektedir. Bu yapı içerisinde, x_* gözlemlenemeyen bir gizli değişkendir, ve x ise gözlemlenebilen, örnek tabanlı bir tahmindir ve gizli değişkenle aralarında $x_* \geq x$ ilişkisi vardır. Eğer N-K tane gerçek etkin KVB'den bir yada daha fazlası rastgele örnek içerisinde yer alırsa, burada $e=0$ ve $x_* = x$ 'dir. Eğer örnek sadece etkin olmayan KVB'leri içerirse, burada örnek içerisindeki en etkin KVB, etkin olarak yanlış şekilde sınıflandırılacaktır ve diğer tüm KVB'ler etkin olmayan şekilde doğru sınıflandırılacaktır. Böylece $e = n_E$ ve $x_* > x$ olacaktır. Burada, n_E örnek tabanlı VZA analizi sonucunda etkin olarak yanlış şekilde sınıflandırılan KVB'lerin sayısıdır. Bu basit teknolojide, e iki değer alan (ikili) rastgele değişkendir, ve ya 0 yada n_E değerini alabilir.

Friesner ve diğerlerinin (2006) amacı, sadece gözlemlenmiş veriye bağlı bilinmeyen π için uygun sonsal dağılımı elde etmektir. Buradan gözlemlenemeyen x_* ve π ortak olasılık fonsiyonu ile başlanarak π 'nin önseli düzgün dağılım olarak kabul edilsin.

$$f(x_*, \pi | N, n) = \frac{1}{N-1} \left\{ \frac{\binom{N(1-\pi)}{n-x_*} \binom{N\pi}{x_*}}{\binom{N}{n}} \right\} \quad (4.23)$$

Burada, kesikli Beta dağılımında $\alpha = \beta = 1$ notasyonu işaret edilmektedir. Ortak olasılık fonsiyonu, pek tabi ki, Eş. 4.20'nin bir kopyası şeklindedir, sadece gözlemlenebilir x yerine, örnekteki doğru şekilde etkin olmayan olarak sınıflandırılmış KVB sayısını temsil eder şekilde, gözlemlenemeyen x_* gelecektir.

Şimdi örnek tabanlı VZA analizi sonucunda $\{x, n_E\}$ çıktılarını gözlemlediğimizi düşünelim, böylece x tane KVB etkinsiz olarak sınıflanacaktır, ve n_E tane KVB ise örnek ışının sonunda yer alacak, ve bu yüzden VZA analizi sonucu etkin olarak sınıflanacaktır. Bu konseptte ya $x_* = x$ yada $x_* = x + n_E$ durumuyla karşılaşılabılır. Buradan, $\{x_*, \pi\}$ 'in ortak olasılık fonksiyonu, $\{x, n_E\}$ koşulunda aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$f(x_*, \pi | N, n, x, n_E) = \frac{f(x_*, \pi | N, n)}{\sum_{x_* \in \psi} \sum_{\pi \in \Omega} f(x_*, \pi | N, n)} = \frac{\binom{N(1-\pi)}{n-x_*} \binom{N\pi}{x_*}}{\sum_{x_* \in \psi} \sum_{\pi \in \Omega} \binom{N(1-\pi)}{n-x_*} \binom{N\pi}{x_*}} \quad \{x_*, \pi\} \in \psi \times \Omega \quad (4.24)$$

Burada, $\psi = \{x_*, x + n_E\}$ ve Ω (4.1)'de tanımlandığı gibidir.

π 'nin sonsal dağılımı, Eş. 4.23'ten gözlemlenemeyen gizli değişken x_* üzerinden toplam alınmasıyla aşağıdaki gibi elde edilir:

$$f(\pi | N, n, x, n_E) = \sum_{x_* \in \psi} f(x_*, \pi | N, n, x, n_E) = \frac{\sum_{x_* \in \psi} \binom{N(1-\pi)}{n-x_*} \binom{N\pi}{x_*}}{\sum_{x_* \in \psi} \sum_{\pi \in \Omega} \binom{N(1-\pi)}{n-x_*} \binom{N\pi}{x_*}} \quad (4.25)$$

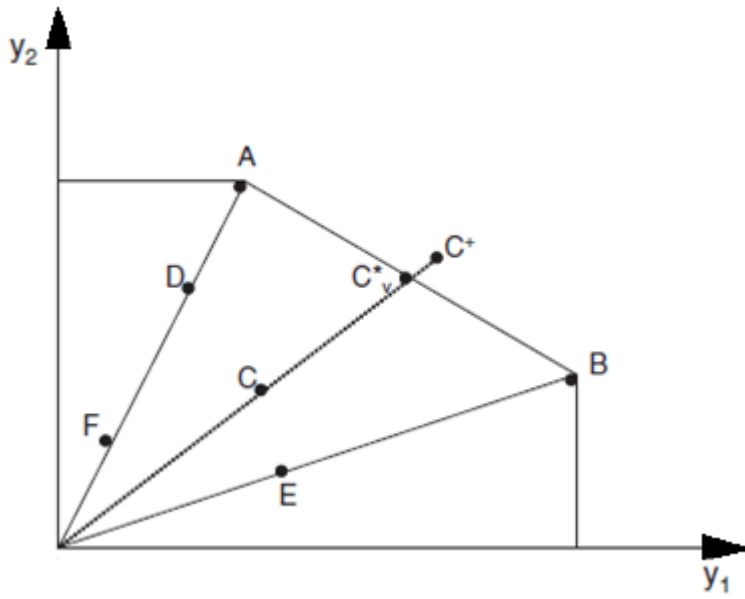
Bu sonsal daha sonra MSKR tahmini $E(\pi)$ 'yi elde ederken kullanılabilir.

İki ve çok ışınlı (BCC modeli) genel teknolojiler için yerine koymadan örnekleme:

Üretim teknolojisi her zaman sabit bir getiride olmayabilir, bir başka deyişle üretim sınırı tek bir doğru parçasından oluşmayabilir. Bu durumlarda KVB'ler birden fazla ışın üzerinde uzanabilirler. Bu duruma Bölüm 2'de de verilen BCC modeli uygundur. BCC modelde üretim teknolojisi iki veya daha fazla etkin sınırdan meydana gelebilir. Bu da ölçüye göre değişken getiri durumunun geometrik bir sonucudur. Öncelikle sonuçlar, iki ışınlı durum için genişletilecektir. Daha sonra sonlu sayıda ışın için sonuçları genelleştirilebilir.

İki ışın durumu

Şekil 4.2’de çıktılar belirli iki farklı oranda üretiliyor olsun. Burada OC^+ ‘yi içeren ışın göz ardı edilsin. Daha önceki varsayımların haricinde ek bir varsayım bulunmamaktadır, örneğin yığındaki kaç KVB’nin her bir ışın üzerinde bulunduğu bilindiği varsayımı yoktur. N tane KVB’nin tümü sadece OA yada OB doğru parçaları (çizgileri) üstünde yer alsın. Kavramsal olarak bu karar verme birimlerinin N-K tanesi gerçekten etkindir, ve bu KVB’ler iki ışının son noktalarından birinde uzanmaktadır. Kalan K tane KVB orijin ile N-K etkin KVB arasında iki çizgi boyunca, D, E ve F gibi çeşitli noktalara yayılmışlardır.



Şekil 4.2. Çok ışınlı üretim teknolojisi ile VZA (Friesner ve diğerleri 2006)

Şekil 4.2’de A ve B noktalarındaki iki KVB verilen bir girdi düzeyinde maksimum çıktı üretirler, dolayısıyla etkin KVB’lerdir. VZA, bu etkin KVB’lerin tüm mümkün konveks kombinasyonlarını inceleyerek etkinlik sınırını oluşturur. Bu sınırın altındaki her bir etkinsiz (etkin olmayan) KVB için orijinden başlayıp bu KVB üzerinden geçerek etkinlik sınırına ulaşan bir ışın aracılığıyla da etkinlik skoru hesaplanabilir. Örneğin C noktasındaki bir KVB’nin etkinlik skoru OC/OC^+ ’dir. Buradaki C^+ , C’nin referans noktasıdır. Bu yorumlar daha etkin olan C^+ noktasında KVB olmadığı durumlarda geçerlidir.

Örnek VZA sonucu üretim sınırında bir ışın diğerlerine göre daha baskın olabilir veya her ışın (üretim teknolojisi) üretim sınırını tanımlamak için katkıda bulunabilir. Friesner ve

diğerleri'ne (2006) göre eğer örnek ışınlarından (üretim teknolojilerinden) birisi diğerine göre daha baskınsa, önceki kısımda belirtilen tek ışın analizi baskın olan ışın üzerinden uygulanabilir. VZA tarafından etkin şeklinde sınıflanan KVB sayısını n_E ile gösterelim. Böylece baskın ışının son noktasında bulunma, etkin olmayan KVB'lerin gerçek sayısını $x_* = x$ yada $x_* = x + n_E$ şeklinde tek ışınlı durumdaki gibi yazılabilir.

Friesner ve diğerleri'ne göre (2006) eğer hiçbir ışın (üretim teknolojisi) baskın değilse ve bir yada daha fazla KVB her bir, iki çizgili segmentin bitiş noktaları üzerindeyse, daha sonra tüm örnek KVB'leri VZA tarafından etkin yada etkin olmayan şeklinde doğru olarak sınıflanır, bu nedenle $x_* = x$ ve $e = 0$ olur. Eğer örnek sadece doğru etkin olmayan KVB'leri içeriyorsa içlerinden en etkin olan KVB yanlış olarak etkin şeklinde sınıflandırılır, ve böylece $e = n_E$ ve $x_* = x + n_E$ olur.

Eğer Şekil 4.2'de verilen örnek, sadece F,D ve E noktalarını içerirse, $e = 2$ ve $x_* = 3$ 'tür. Etkin olmayan KVB'ler etkin olarak sınıflanmasında ek olarak iki tip hata daha mevcuttur. Bu durumları betimlemek için, örnekteki OA ve OB ışınlarını son noktalarında bulunan KVB'lerinin sayısı n_E^A ve n_E^B olarak kabul edelim, burada $n_E = n_E^A + n_E^B$ dir. Burada, OA'da bulunan n_E^A tane KVB etkin şeklinde yanlış sınıflandırılırken, OB üzerindeki n_E^B tane KVB etkin şeklinde doğru sınıflanmıştır. Yada tam terside geçerlidir. x ile x_* arasındaki ilişki göz önüne alındığında olası durumlar seti aşağıdaki gibi olur:

$$x_* = x + e, e \in \text{Unique}(0, n_E^A, n_E^B, n_E) \quad (4.26)$$

Burada $\text{Unique}\{.\}$ teklik operatörüdür. Eğer $n_E^A = n_E^B$ ise, buradan sadece 3 farklı yanlış değer olasıdır, gereksiz değerlerinden birisi bu operatör tarafından olası durumlar listesinden silinecektir.

Bilinmeyen önsel varsayımına devam edilirse, (x_*, π) için ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu Eş. 4.23 olarak daha önce verilmişti. VZA analizinin $\{x, n_E^A, n_E^B\}$ çıktısı, (x_*, π) ortak yoğunluğunu $\{x, n_E^A, n_E^B\}$ koşulunda verir ($f(x_*, \pi | N, n, x, n_E^A, n_E^B)$). Eş. 4.24'de sağ el tarafında, x_* 'ın boyutu, bu olasılık fonksiyonunun destek kümesi haricinde şimdi

$\psi = \text{Unique}\{x, x + n_E^A, x + n_E^B, x + n_E\}$ şeklinde verilmektedir. Son olarak, π için sonsal dağılım, yine destek kümesi ψ 'nin hemen önceki tanımını kullanılarak Eş. 4.25'deki gibi tanımlanabilir. Tahminler buna göre oluşturulabilir.

Çoklu ışın durumu

Şimdi $m > 2$ tane ışın durumu için karakterize edilen teknoloji göz önünde bulundurulacaktır. N tane KVB'li bir yığında, $N-K$ tanesi gerçek (doğru) etkin ve m tane uygun çizgi segmentinden herhangi birinin son noktalarında yer alırlar. Kalan K tane KVB m tane ışınının içerisinde, orijin ve $N-K$ tane noktanın arasında çeşitli noktalara dağılmıştır.

(x_*, π) nin ortak dağılımı, bilinmeyen önsel varsayımıyla Eş. 4.23'te daha önce verilmişti. VZA analizi örnek sonucundan gözlemlendiğinden, m tane ışının üretim sınırı örnekte bulunan gözlemlerle ortaya konur. Üretim sınırını oluşturan noktalar $I_E \subset \{1, 2, \dots, m\}$ olsun, gözlemlerin ürünleri $\{x \text{ ve } n_E^i, i \in I_E\}$ dir. Burada n_E^i , i örnek ışınının üzerinde bulunan, VZA tarafından örnekten etkin olarak belirlenen, KVB'lerin sayısıdır. (x_*, π) ortak olasılık fonksiyonu, $\{x \text{ ve } n_E^i, i \in I_E\}$ koşulunda $f(x_*, \pi | N, n, x, n_E^i, i \in I_E)$ şeklinde tanımlanabilir.

Eş. 4.24'de sağ el tarafında, x_* 'in boyutu, bu olasılık fonksiyonunun destek kümesi haricinde şimdi $\psi = \text{Unique}\left\{x + \sum_{i \in j} n_E^i, \forall j \subset I_E\right\}$ şeklinde verilmektedir. $j \subset I_E, j = \emptyset$ olduğundan, burada ψ daha öncede olduğu gibi x 'i içerir. Son olarak, π nin sonsal dağılımı, tamamen gözlemlenebilir veriler şartı altında, yine destek kümesi ψ nin hemen önceki tanımını kullanarak Eş. 4.25'deki gibi tanımlanabilir. Tahminler buna göre oluşturulabilir.

4.2. Etkinsizlik Sıklığının Deneysel Dağılımı

Bölüm 4'te 4.1 başlığı altında literatürde şimdiye kadar Bayesci yaklaşıma göre elde edilen sonsal dağılımların oluşturulmasında etkinsizlik sıklığı π 'ye ait öngörülen önsel dağılım

yapısından bahsedilmişti. Friesner ve diğerleri (2006) çalışmalarında yığının sonsuz yada sonlu olma durumlarına göre bu önsel dağılımı sırasıyla sürekli ve kesikli tekdüze (düzgün) dağılım olarak almışlardır. Buradan yola çıkarak, örnekten gelen bilgi (yerine koyarak örnekleme için binom dağılımı ve yerine koymadan örnekleme için hipergeometrik dağılım) ile bu önseli birleştirerek sonsal dağılımlar elde etmişlerdir.

Sürekli yada kesikli düzgün dağılımın, Bölüm 3'te Bayesci yaklaşımda önsel dağılım olarak kullanılmalarında ki durumdan bahsedilmişti. Bölüm 3'te belirtildiği gibi düzgün dağılım önsel dağılımlar içerisinde objektif (bilgilendirmeyen) önsel dağılım olarak tanımlanmaktadır. Bu durumda, Friesner ve diğerleri (2006) ve Friesner ve diğerleri (2013) çalışmalarında etkinsizlik sıklığına dair ellerinde bilgilendirici bir bilgi olmadığından sonsal dağılımın yapısında az etkili olan ve örnekten gelen bilginin etkisini tahmin edici üzerine baskın olarak yansıtmasına izin veren yapıdaki bir önselle çalışmışlardır. Unutulmamalıdır ki Bayesci tahmin edicinin üzerindeki örnekten gelen bilginin etkisi aynı zamanda örnek çapına da bağlıdır, ancak buradaki yapı bunun dışındaki bir baskınlık durumundan bahsetmektedir. Friesner ve diğerleri'nin çalışmalarında Bayesci yaklaşımı kullanmalarındaki sebep tahmin ediciyi oluştururken sadece örnekten gelen bilgiyi kullanmayıp önsel bir dağılımında kullanılması sağlamaktır. Ancak bu önseli objektif bir dağılım olarak almak tahmin ediciye katılan bu önsel dağılım avantajını azaltmaktadır.

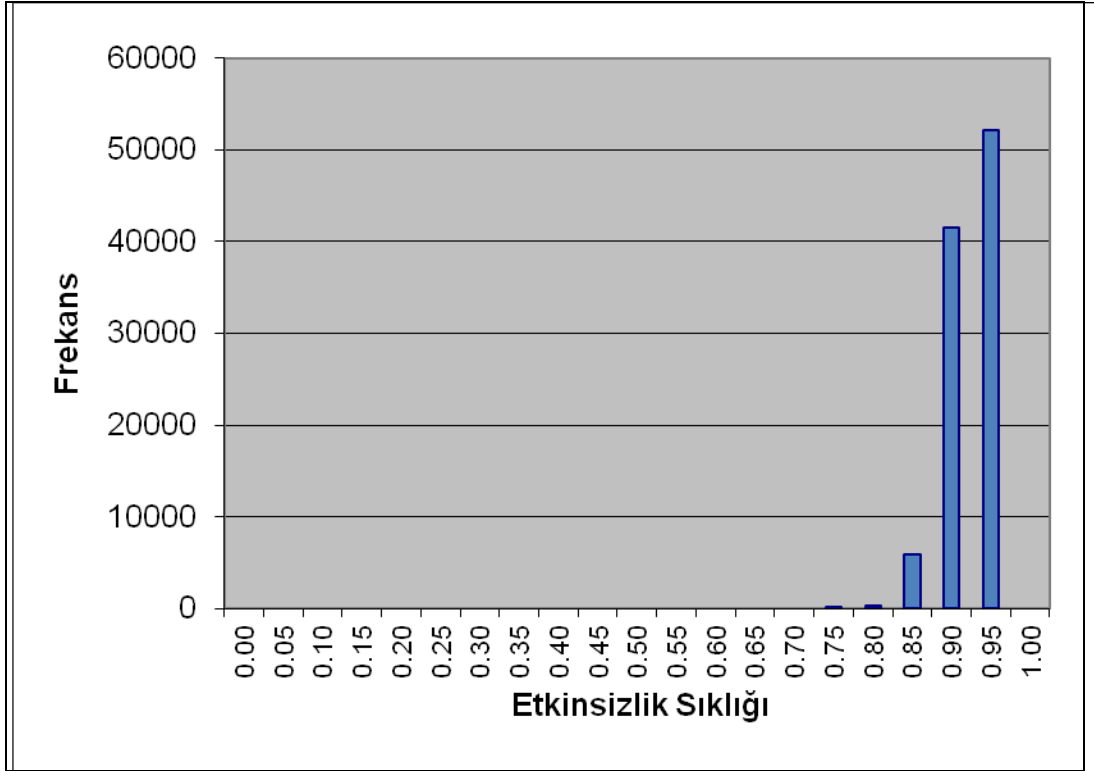
Burada ortaya çıkan soru şudur: etkinsizlik sıklığı için objektif bir önselin dışında ilgilenilen parametrenin yapısını yansıtacak subjektif bir önsel dağılım öngörülemez mi? Bir başka deyişle önsel dağılımında kendine özgü bir karakteristiği olabileceği durumu göz önüne alınarak önsel dağılım yapısının belirlenmesi, ve sonsal dağılımın üzerine önsel yardımıyla bu yapının yansıtılması durumu söz konusu olabilir mi? Bu sorulara cevap bulabilmek amacıyla tez çalışmasının bu bölümünde etkinsizlik sıklığı için deneysel dağılım oluşturularak belirli durumlarda kendisine özgü bir karakteristik sergileyip sergilemediği araştırılacaktır. Farklı KVB-girdi-çıktı sayısı durumları için bu deneysel dağılımlar oluşturulacaktır. Buna göre bu tez çalışmasında yapılan simülasyon deneyleri ile etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımları oluşturularak VZA yönteminin ayırt etme gücünü belirleyen parmak kuralı durumunun mevcut olması yada olmaması durumları ayrı ayrı incelenecektir. Yapılan simülasyon çalışmalarında etkinsizlik sıklığının dağılımının yapısı VZA'nın ayırt etme gücünün düşmesiyle (parmak kuralı durumunun olmaması)

ilişkili olarak ve parmak kuralı durumu dahilindeki durumlarla ilişkili olarak incelenecektir.

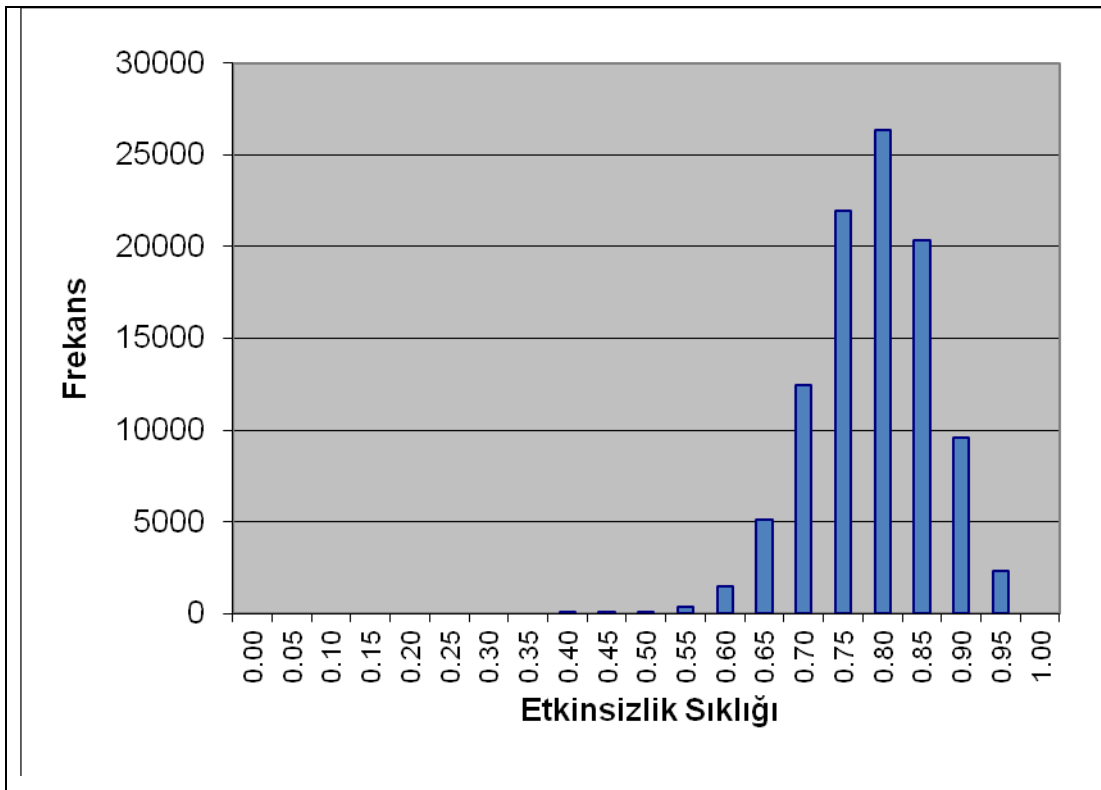
Parmak kuralı durumu kısaca şu şekilde açıklanabilir: eğer KVB sayısı belirli bir oranda girdi ve çıktı değişkenlerinin toplamından fazla değilse klasik VZA modellerinin ayırt etme gücü düşer. Farklı yaklaşımlarda olmakla beraber genellikle bu oran KVB sayısının en az, girdi ve çıktı değişkenleri toplamının üç katından bir fazla olması durumu olarak belirtilir. Eğer KVB sayısı belirli bir oranda girdi ve çıktı değişkenlerinin toplamından az ise, yapılan VZA’da ayırt etme gücünü düşürücü olan parmak kuralının sağlanmaması durumunun olduğu söylenebilir. Parmak kuralı durumu mevcut değil ise, bu durumda klasik VZA modelleri bir çok karar verme birimini etkin KVB olarak sınıflama eğilimindedir, dolayısıyla ayırt etme gücü zayıftır denir. Bu durumlar dikkate alınarak etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımının simülasyon sonuçlarıyla oluşturulması hedeflenmektedir. Bunun için KVB sayısı, girdi ve çıktı sayıları belirlenerek oluşturulan deneysel durumlar t tekrar sayısı olmak üzere $t = 100\ 000$ kez tekrarlanmaktadır. Bu Monte Carlo simülasyon deneyleri ile KVB-girdi-çıkıtlı sayısı kombinasyonları için deneysel frekans dağılımları oluşturulmakta ve dağılımların karakteristiklerinin anlaşılması için beklenen değer, varyans, çarpıklık ve basıklık katsayıları hesaplanmaktadır.

4.2.1. Tek ışınli teknolojiler (CCR Modeli) için deneysel dağılımın oluşturulması

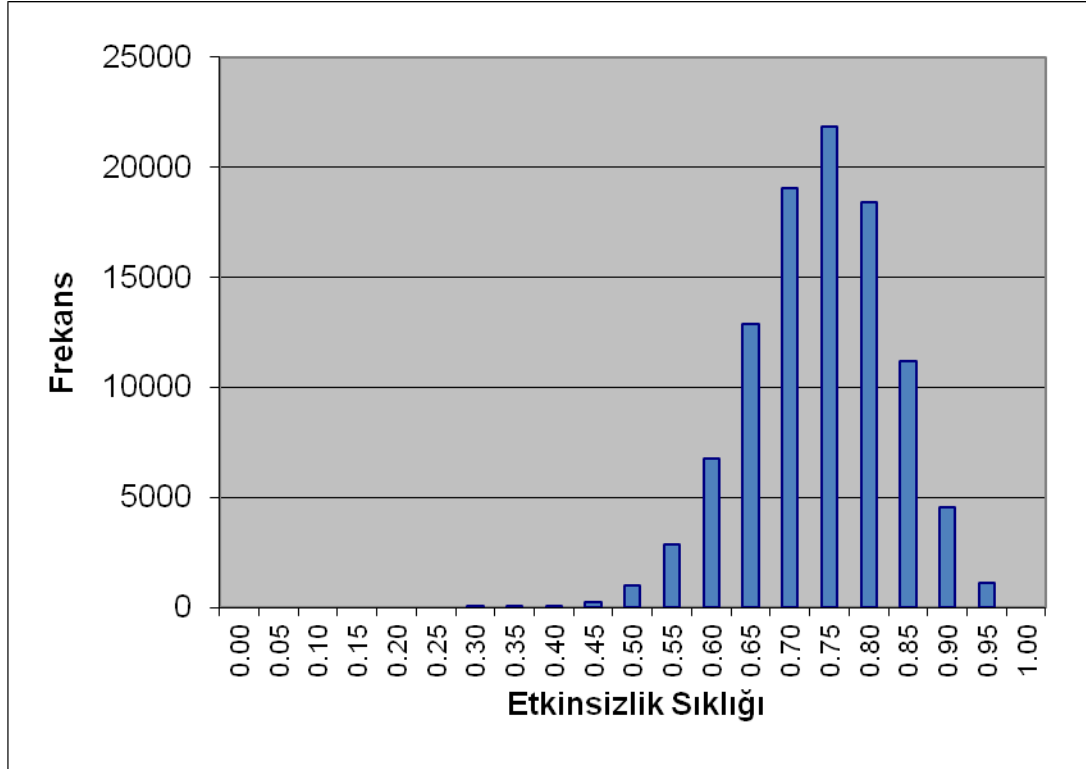
Bölüm 2’de temel Veri Zarflama Analizi (VZA) modelleri anlatılırken CCR modeli için etkinlik sınırı, orijinden geçen düz bir çizgi olarak tanımlanmıştı. Bu nedenle grafiksel gösterimde tek ışınli teknolojilere CCR matematiksel modeli karşılık gelmektedir. Benzer şekilde bir sonraki başlık altında da iki veya çok ışınli teknolojilere BCC matematiksel modeli karşılık gelmektedir. Bu bilgilere göre, tek ışınli teknolojiler için deneysel dağılım oluşturulurken CCR, iki veya çok ışınli teknolojiler için deneysel dağılımın oluşturulması BCC matematiksel modelleri üzerinden analizler yapılacaktır. Tek ışınli teknolojiler (CCR Modeli) için etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımı 20 KVB üzerinden sırasıyla g girdi sayısı ve ç çıktı sayısı olmak üzere (1,2), (2,2), (2,3), (3,3), (3,4), (4,4), (4,5), (5,5), (5,6), (6,6) şeklinde farklı (g,ç) kombinasyonları üzerinden hesaplanmaktadır. Tek ışınli teknoloji durumu için deneysel frekans dağılımlarının grafikleri Şekil 4.3-4.12’de verilmektedir.



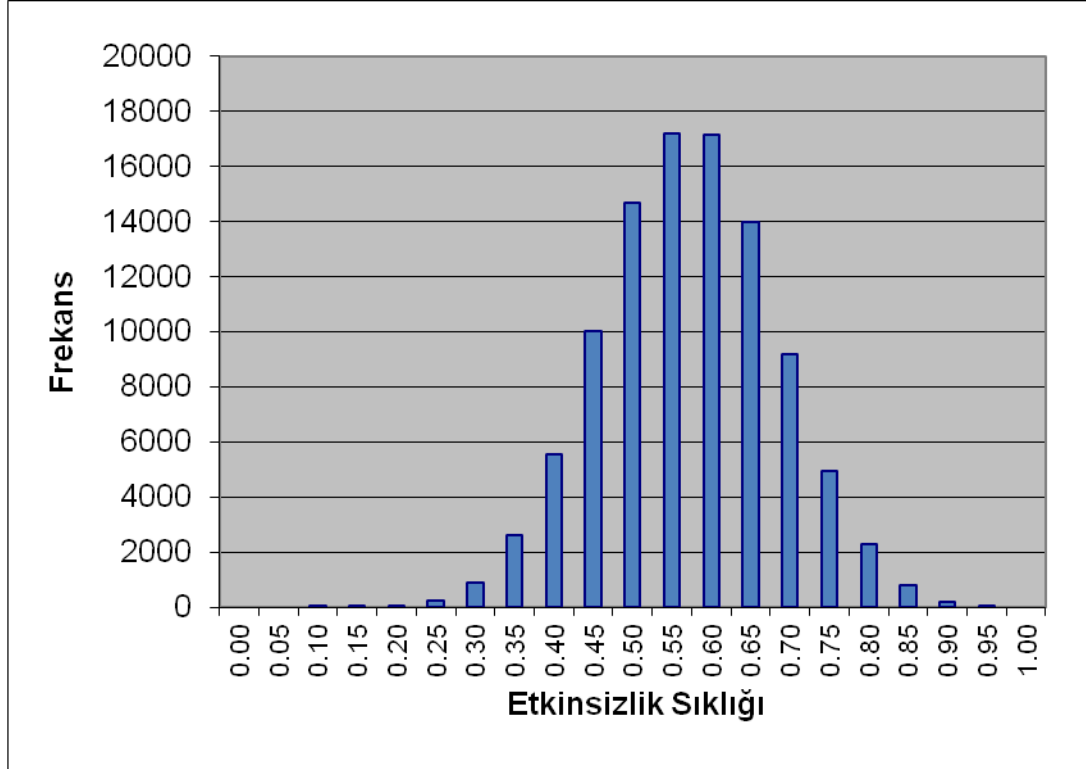
Şekil 4.3. KVB Sayısı=20, $g=1$, $\phi=2$ için CCR modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



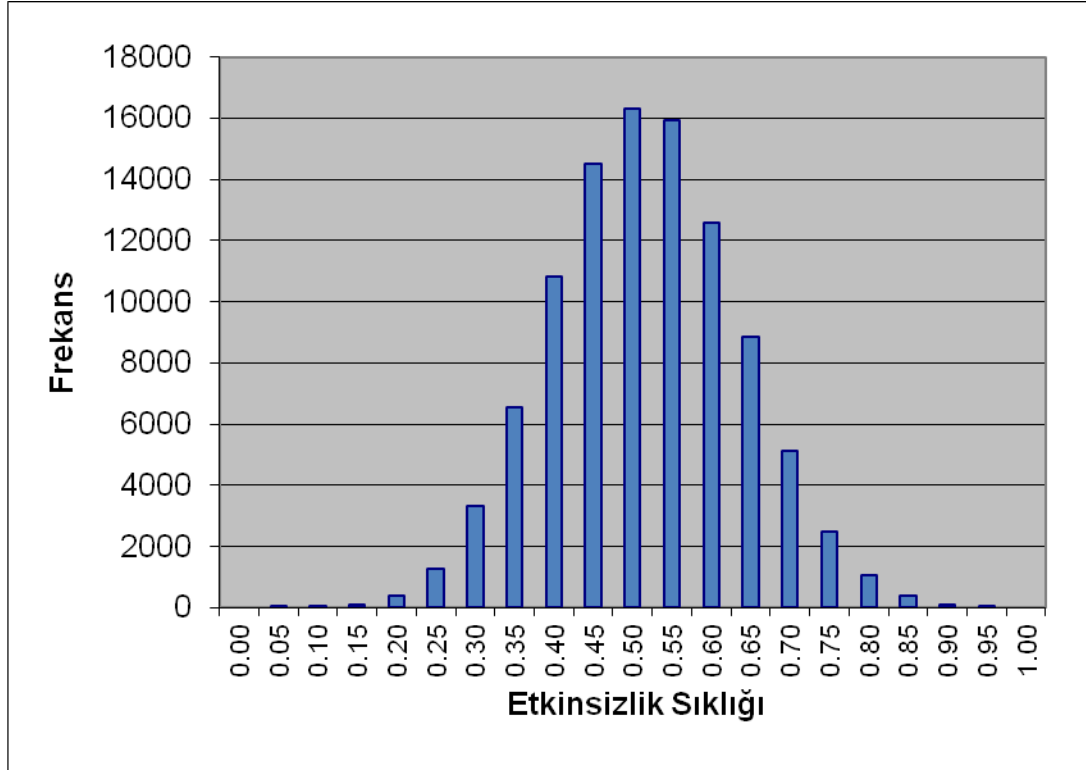
Şekil 4.4. KVB Sayısı=20, $g=2$, $\phi=2$ için CCR modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



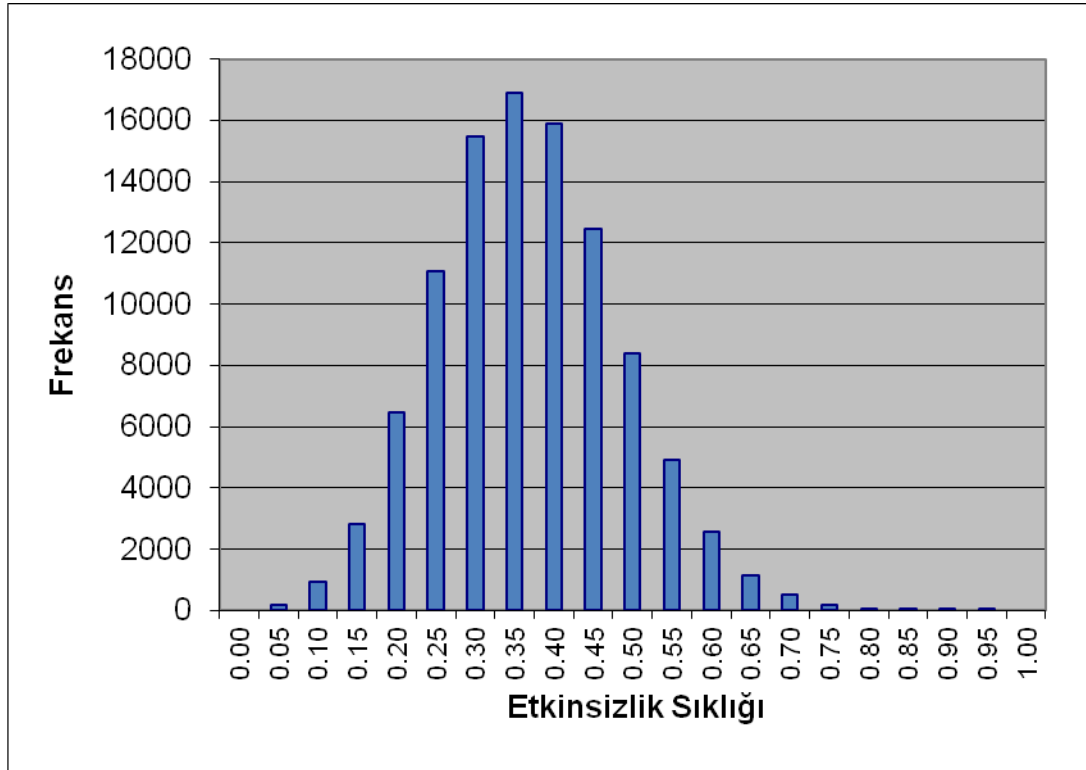
Şekil 4.5. KVB Sayısı=20, g=2, $\zeta=3$ için CCR modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



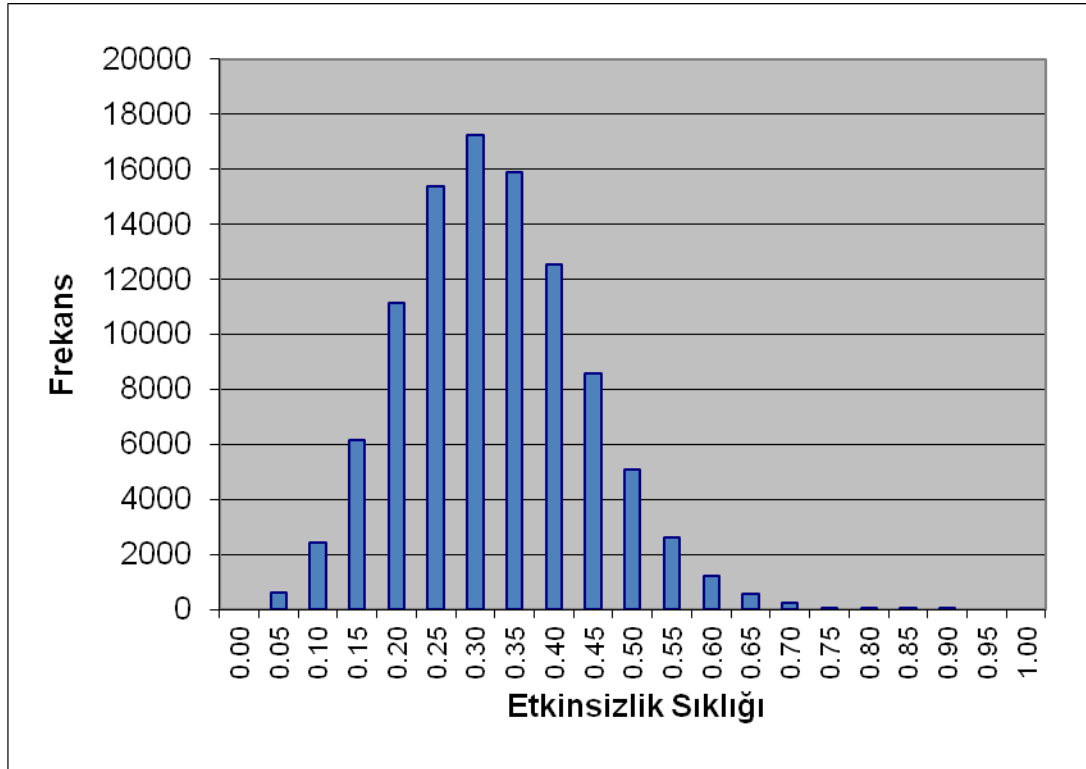
Şekil 4.6. KVB Sayısı=20, g=3, $\zeta=3$ için CCR modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



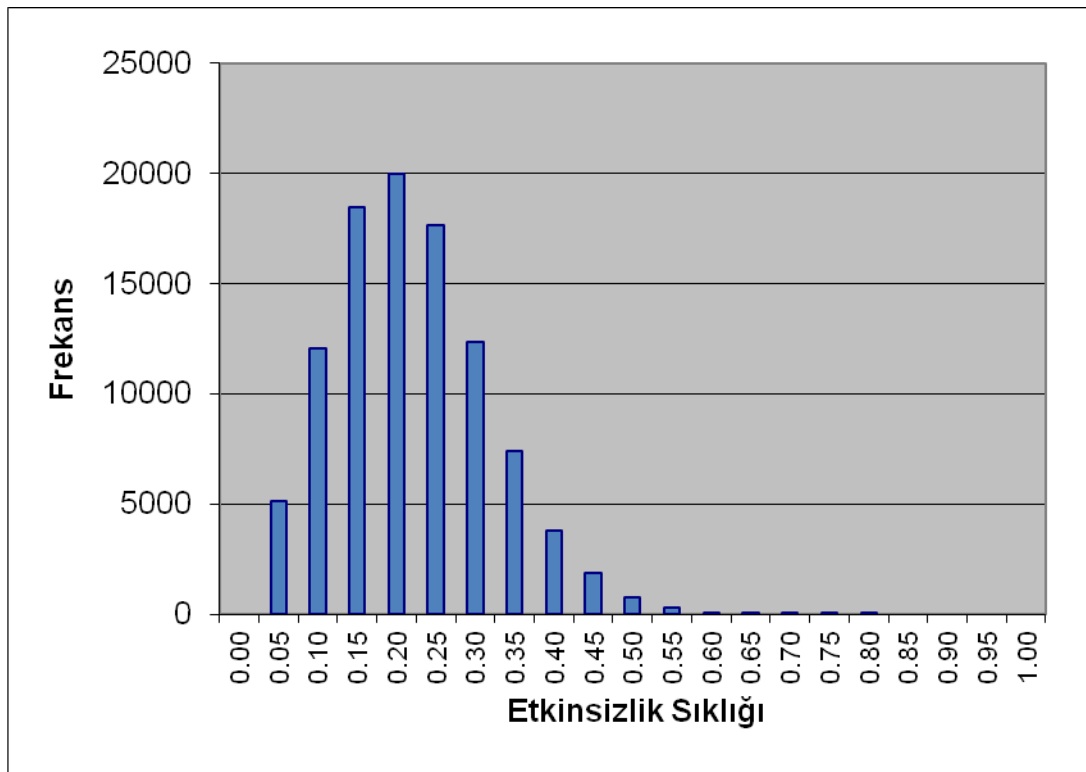
Şekil 4.7. KVB Sayısı=20, $g=3$, $\phi=4$ için CCR modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



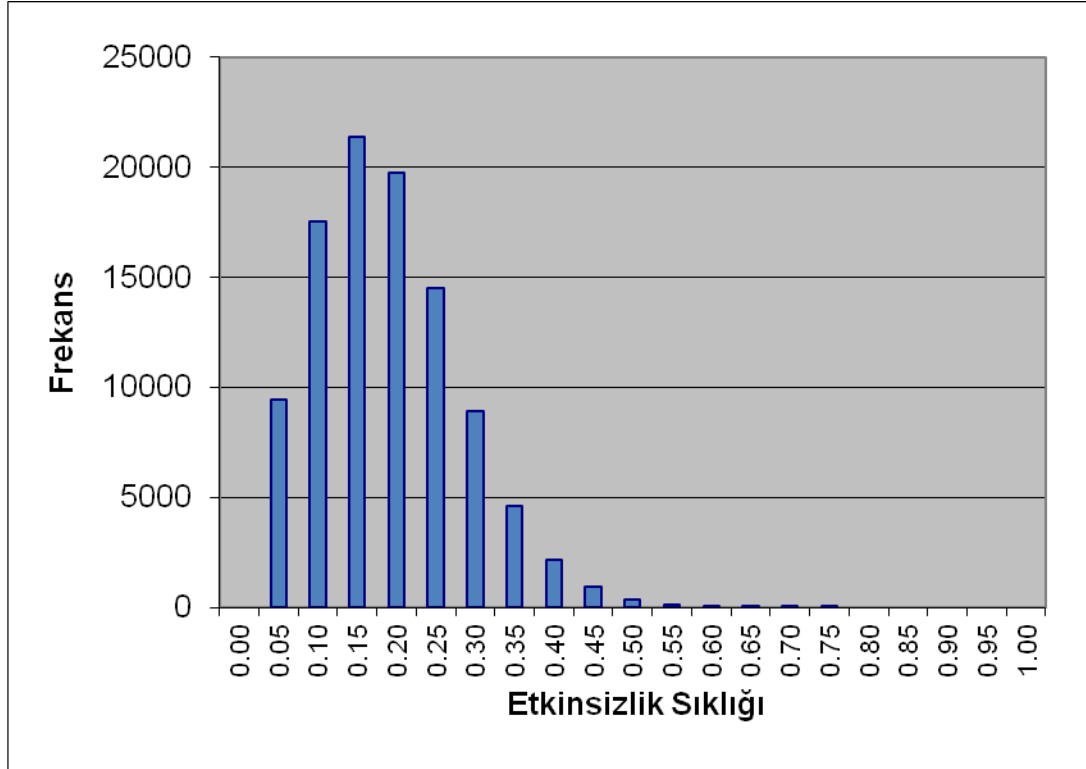
Şekil 4.8. KVB Sayısı=20, $g=4$, $\phi=4$ için CCR modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



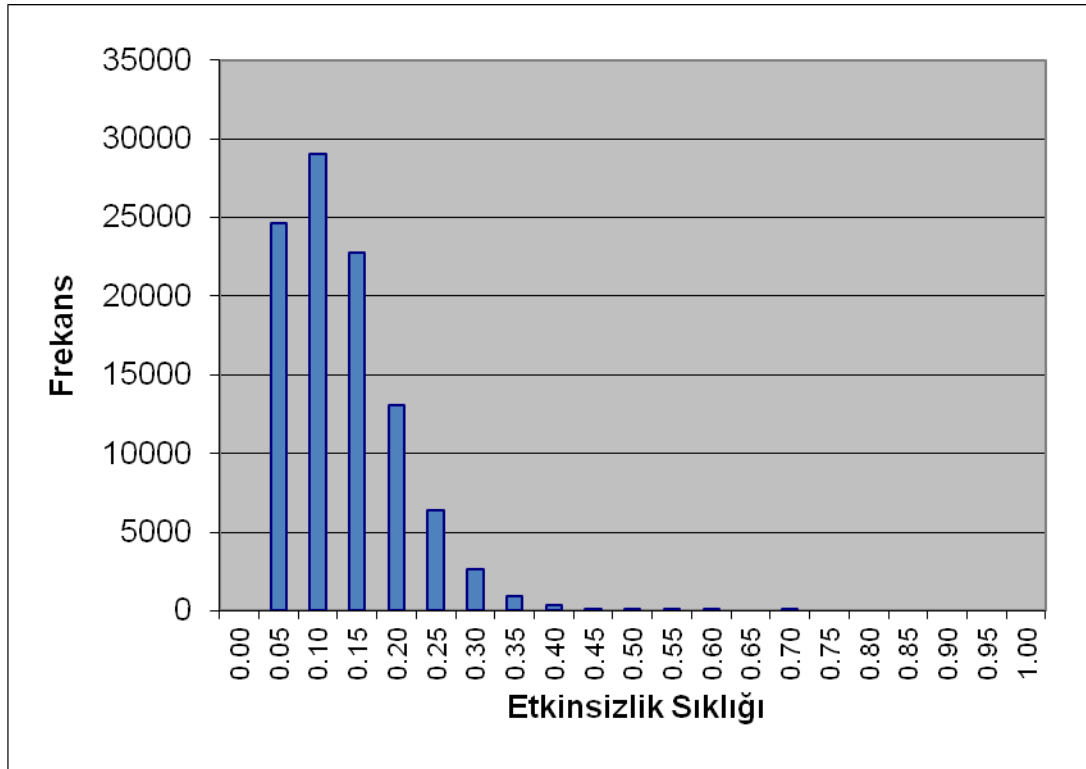
Şekil 4.9. KVB Sayısı=20, $g=4$, $\chi=5$ için CCR modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



Şekil 4.10. KVB Sayısı=20, $g=5$, $\chi=5$ için CCR modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



Şekil 4.11. KVB Sayısı=20, g=5, ç=6 için CCR modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



Şekil 4.12. KVB Sayısı=20, g=6, ç=6 için CCR modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı

Deneysel dağılımlar oluşturulurken Friesner ve diğerleri (2006)'ne benzer şekilde tüm KVB'lerin etkin olmama olasılığını önsel olarak sıfır kabul edilmesine dikkat edilmiştir. Benzer durum tüm KVB'lerin etkin olma olasılığı içinde geçerlidir. Deneysel durumlar göz önünde alındığında görülmektedir ki parmak kuralı durumuna sahip olmayan bazı durumlar da incelenmektedir. Bu durumlar söz konusu iken bazı denemelerde VZA analizi sonucunda tüm KVB'ler bilgisayar programının yuvarlama özelliğinden dolayı etkin olarak sınıflanabilmektedir. Bu duruma önlem almak amacıyla frekans dağılımları oluşturulurken bir düzeltme ile etkinsizlik sıklığına sıfır değerini atayan frekans değeri diğer mümkün durumların frekanslarına dağıtılmıştır. Bu durum yardımıyla tüm KVB'lerin etkin olmaları olasılığı da yine Friesner ve diğerleri (2006)'ne benzer şekilde sıfır kabul edilmiştir.

Şekil 4.3-4.12'de verilen deneysel dağılımlara ilişkin deneysel beklenen değer, varyans, çarpıklık ve basıklık değerleri Çizelge 4.1'de verilmektedir.

Çizelge 4.1. Tek Işınlı Teknoloji (CCR Modeli) için deneysel dağılım sonuçları

KVB Sayısı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Oran	Beklenen Değer	Varyans	Çarpıklık	Basıklık
20	1	2	5,00	0,9228	0,0009	-0,8026	3,1492
20	2	2	4,00	0,7882	0,0057	-0,2663	2,9712
20	2	3	3,33	0,7376	0,0083	-0,2451	2,9628
20	3	3	2,86	0,5712	0,0125	0,0062	2,9233
20	3	4	2,50	0,5158	0,0143	0,0660	2,9292
20	4	4	2,22	0,3684	0,0137	0,2582	3,0444
20	4	5	2,00	0,3226	0,0135	0,3545	3,1187
20	5	5	1,82	0,2197	0,0099	0,6496	3,4377
20	5	6	1,67	0,1895	0,0088	0,8488	3,7208
20	6	6	1,54	0,1311	0,0053	1,4740	4,8703

Bu sonuçlara göre tek ışınlı teknolojilerde etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımına ilişkin bazı genellemelerde bulunulabilir. Şekil 4.3-4.5 ve Çizelge 4.1'den görüldüğü üzere parmak kuralı durumunun olduğu deneysel durumlarda (($g=1, \zeta=2$), ($g=2, \zeta=2$), ($g=2, \zeta=3$)) etkinsizliğin sıklığının deneysel dağılımı sola çarpık bir durum sergilemektedir. Bu durum ilgili deneysel dağılımların çarpıklık katsayıları değerleri üzerinden de gözlemlenebilmektedir. $g=1, \zeta=2$ durumunda çarpıklık katsayısı -0,8026 olarak bulunmuştur. Negatif değer alan bir çarpıklık katsayısı sola çarpık bir dağılım

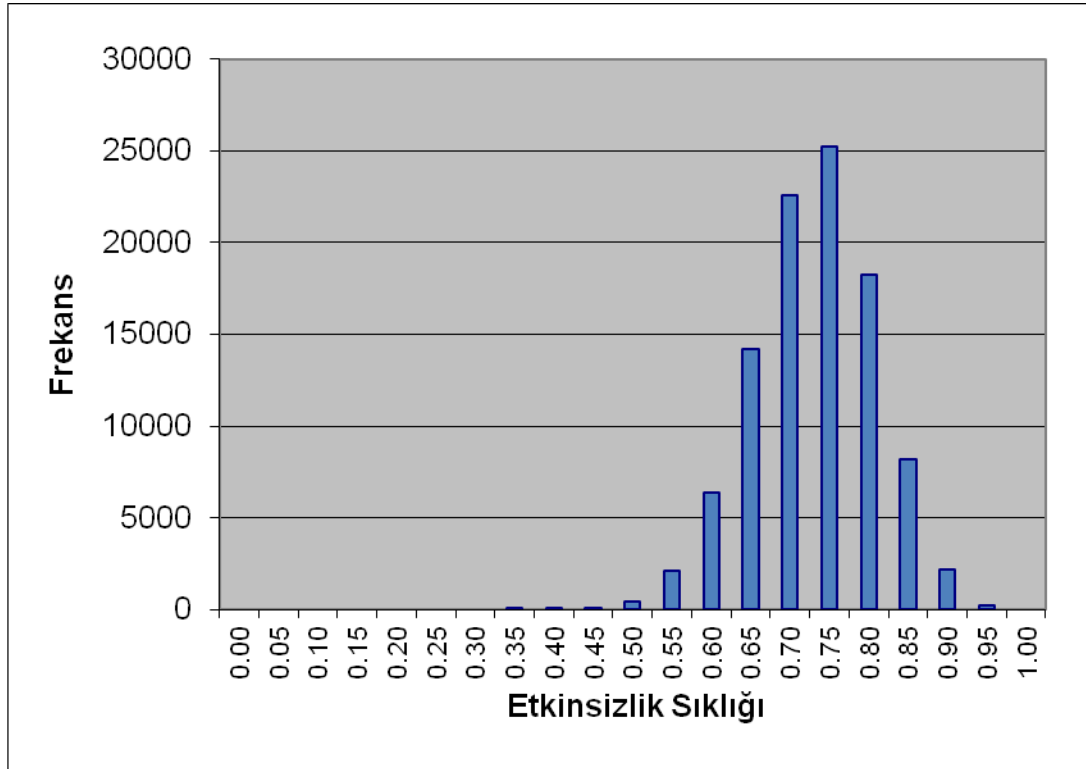
göstergesidir. Aynı şekilde $g=2, \zeta=2$ ve $g=2, \zeta=3$ durumları için çarpıklık katsayıları sırasıyla -0,2663 ve -0,2451'dir. Oran sütunu KVB sayısı/(girdi sayısı+çıkı sayısı+1) formülüyle elde edilmektedir.

Çizelge 4.1'den etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımlarına ait beklenen değerler değişken sayıları arttıkça azalma eğilimindedir. Bu durum CCR modelin ayırıştırma gücünün parmak kuralı durumundan uzaklaştıkça zayıfladığının bir göstergesidir. Çarpıklık katsayıları sola çarpık bir durumdan gittikçe sağa çarpık bir duruma gidişatı işaret etmektedir. Parmak kuralı durumu sağlanırken ve parmak kuralı durumundan uzaklaştıkça çarpıklık katsayısındaki artış devam etmektedir. Oran değeri azaldıkça, bir başka değişle girdi ve çıkı değişkenlerinin toplamı KVB sayısına yaklaştıkça deneysel dağılımlar sağa çarpık dağılıma yönelik çarpıklık katsayısı değerleri sergilemektedir.

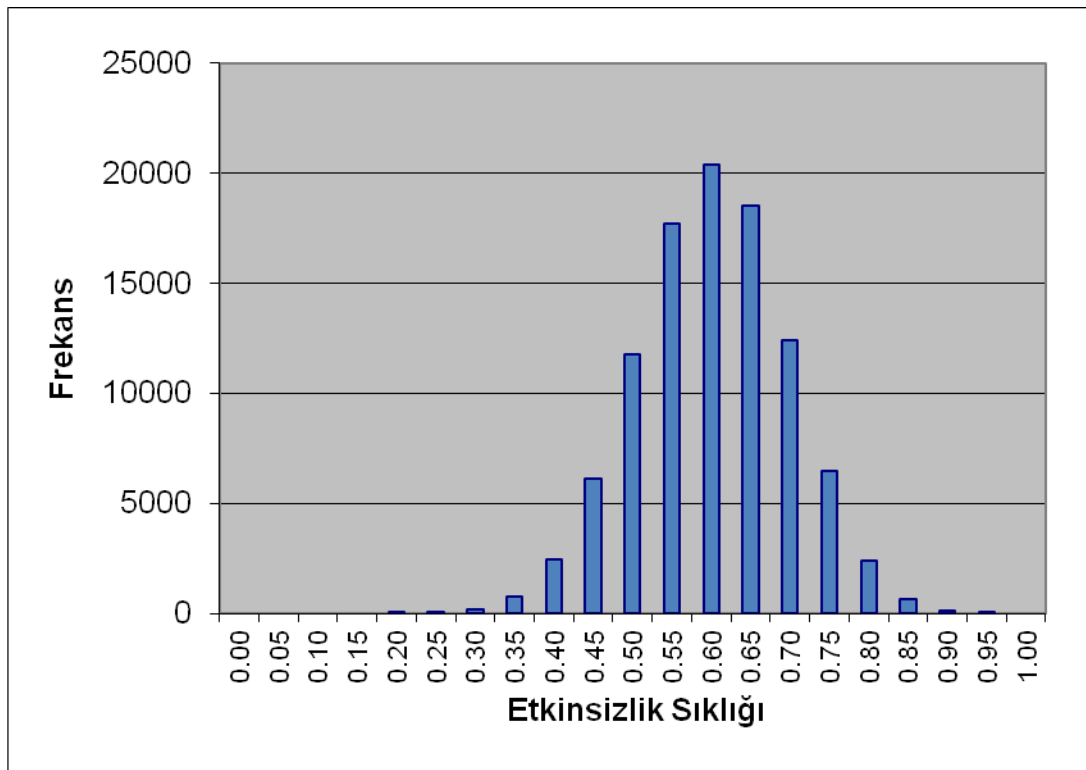
Diğer bulgular: varyans değeri için değişken sayıları toplamı az ve çok olduğu durumlarda düşük değerler sergilemektedir. Basıklık katsayıları değişken sayıları toplamı az ve çok olduğu durumlarda yüksek değerler sergilemektedir. Tek ışınli teknoloji (CCR modeli) ile ilgili simülasyon çalışmasıyla elde edilen deneysel dağılım sonuçlarına göre genel olarak, etkinsizlik sıklığının parmak kuralı sağlandığı durumlarda sola çarpık, parmak kuralı olmadığı durumlarda sağa çarpık dağılım yapısı sergilediği sonucuna varılmaktadır.

4.2.2. İki veya çok ışınli teknolojiler (BCC Modeli) için deneysel dağılımın oluşturulması

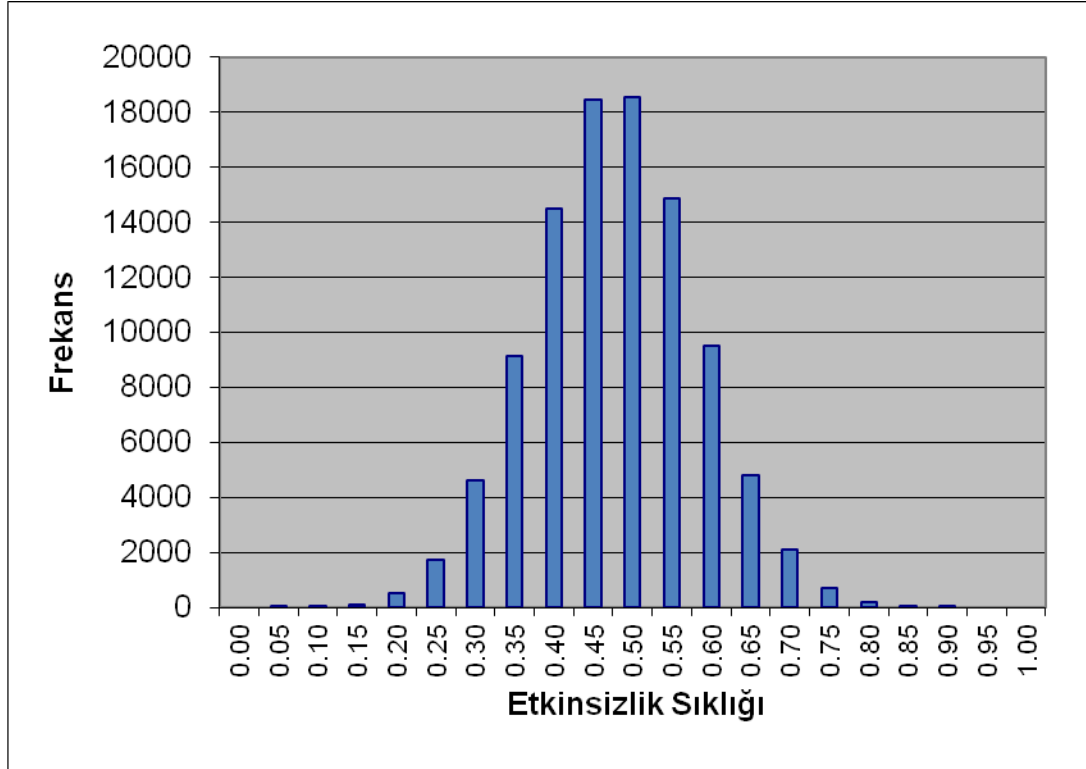
İki veya çok ışınli teknolojiler için etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımı 20 KVB üzerinden sırasıyla g girdi sayısı ve ζ çıkı sayısı olmak üzere (1,2), (2,2), (2,3), (3,3), (3,4), (4,4), (4,5), (5,5), (5,6), (6,6) şeklinde farklı (g, ζ) kombinasyonları üzerinden hesaplanmaktadır. İki veya çok ışınli teknoloji durumu için deneysel frekans dağılımlarının grafikleri Şekil 4.13-4.22'de verilmektedir.



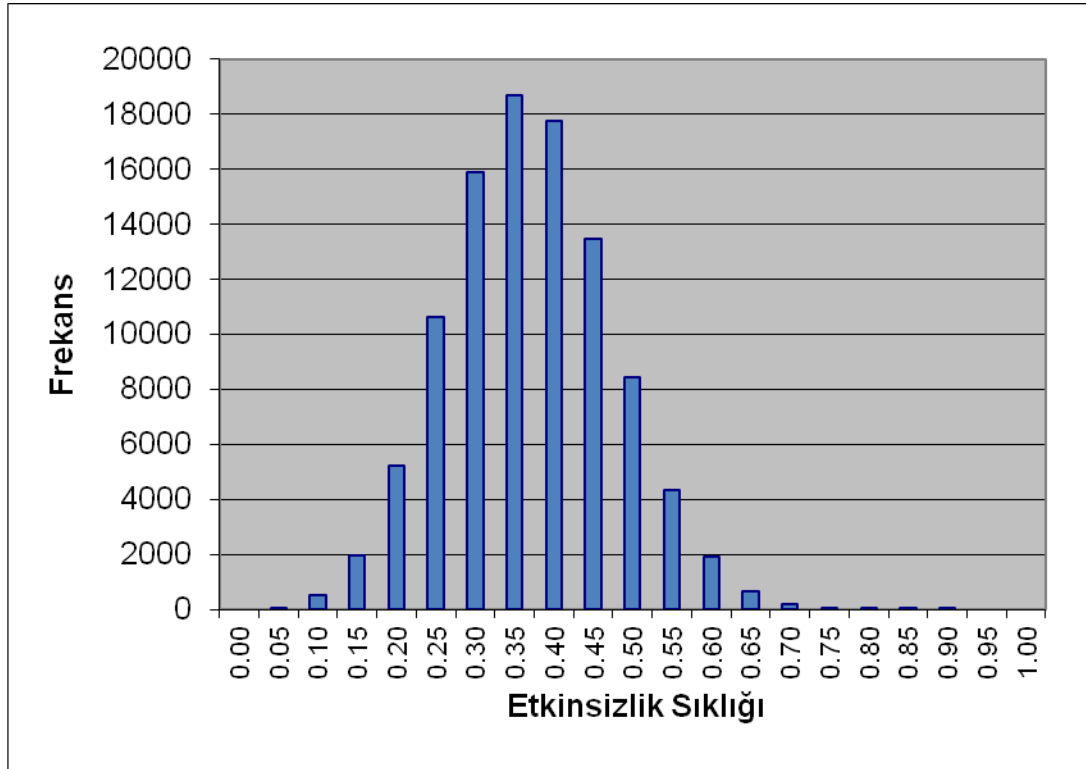
Şekil 4.13. KVB Sayısı=20, $g=1$, $\phi=2$ için BCC modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



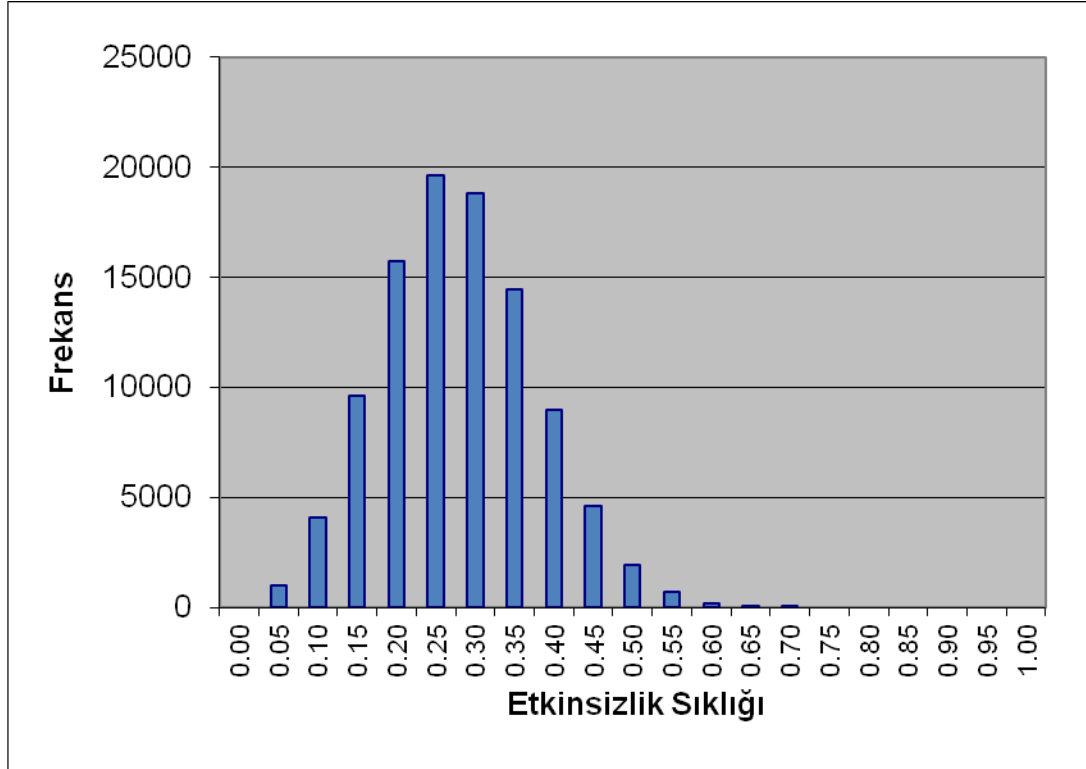
Şekil 4.14. KVB Sayısı=20, $g=2$, $\phi=2$ için BCC modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



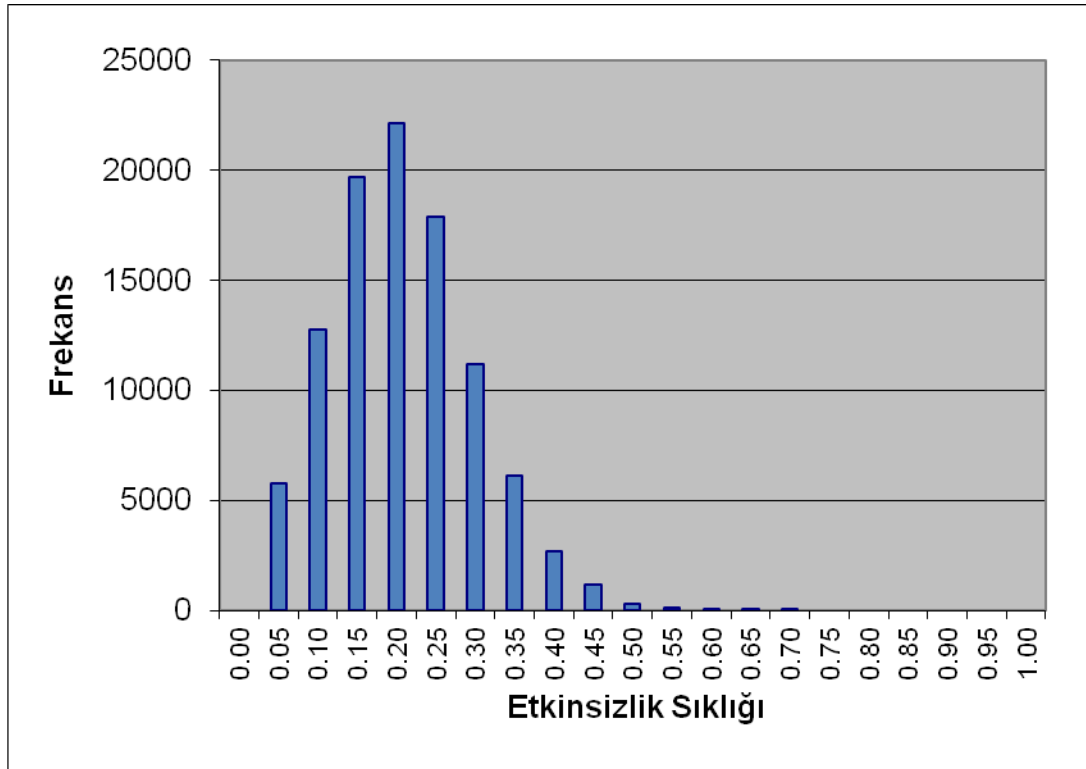
Şekil 4.15. KVB Sayısı=20, $g=2$, $\varphi=3$ için BCC modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



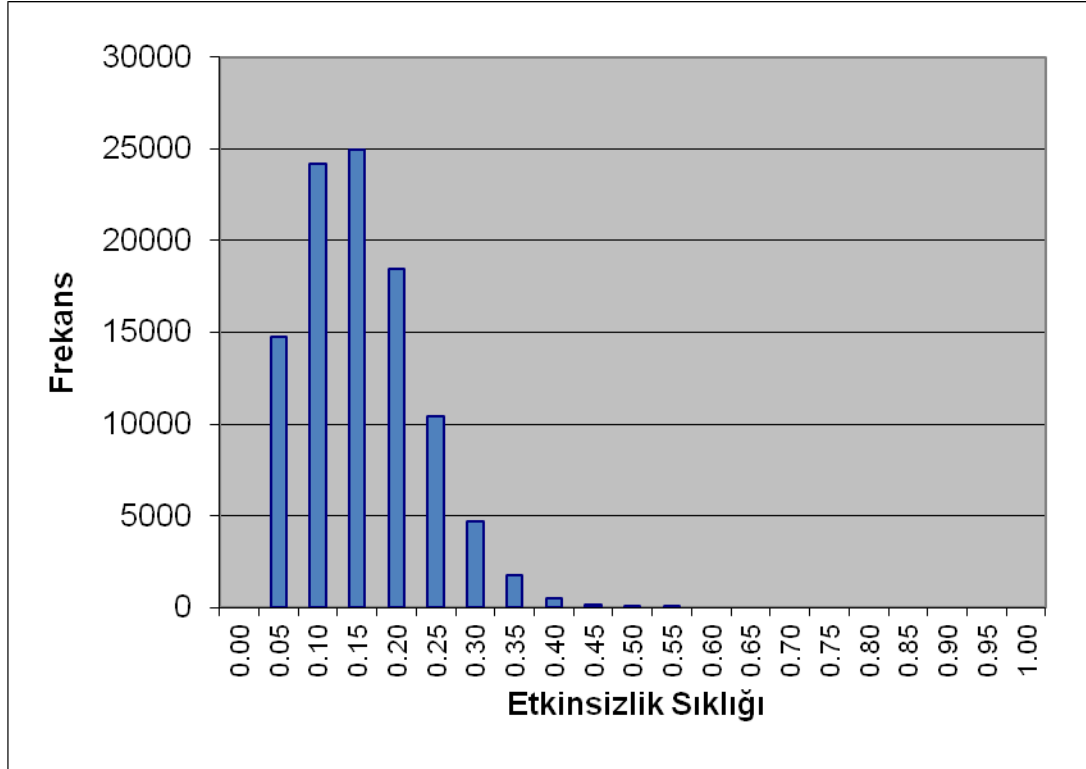
Şekil 4.16. KVB Sayısı=20, $g=3$, $\varphi=3$ için BCC modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



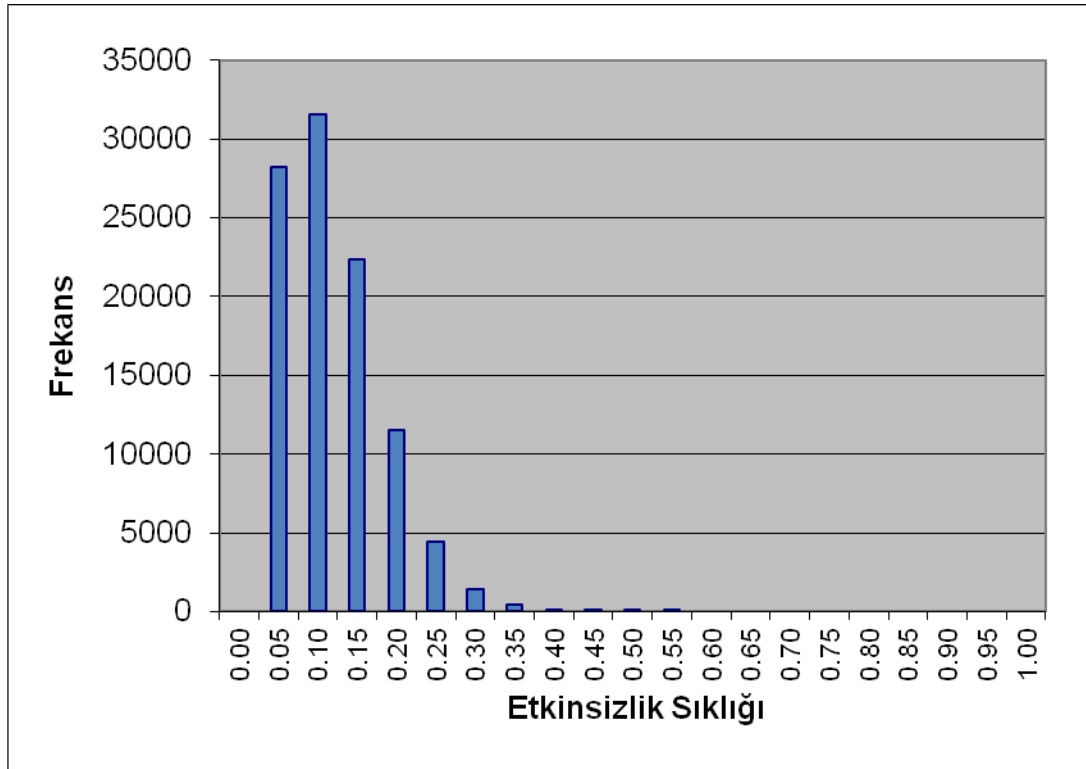
Şekil 4.17. KVB Sayısı=20, $g=3$, $\phi=4$ için BCC modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



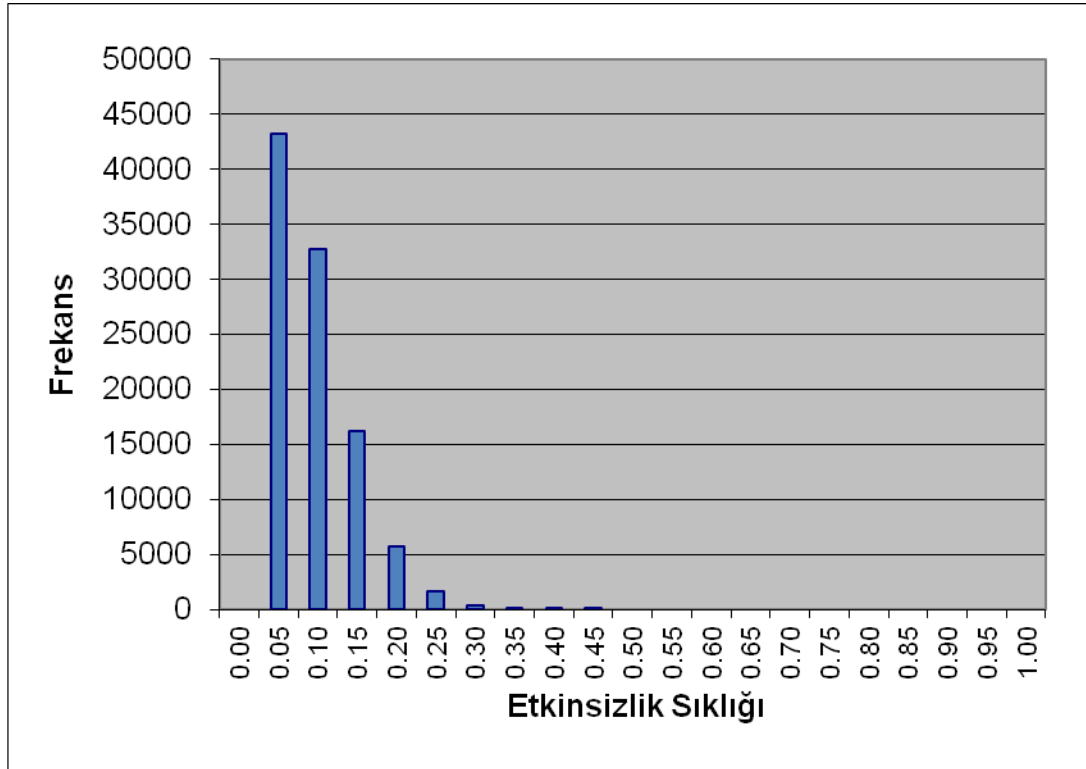
Şekil 4.18. KVB Sayısı=20, $g=4$, $\phi=4$ için BCC modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



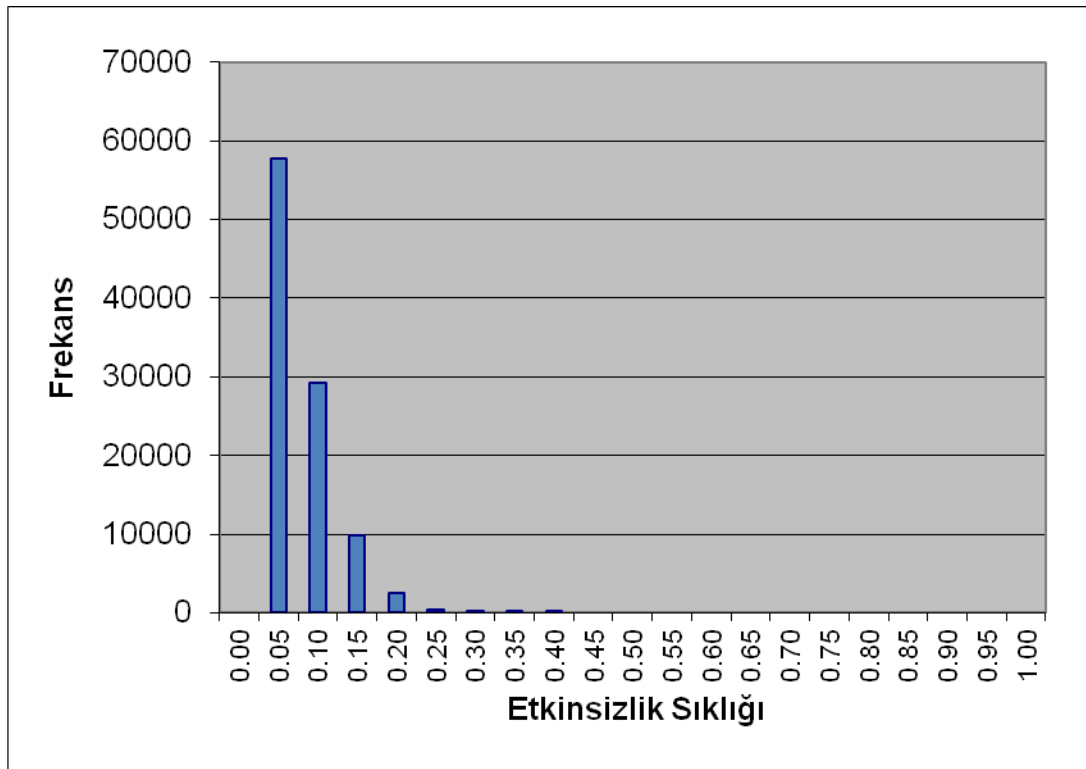
Şekil 4.19. KVB Sayısı=20, g=4, ç=5 için BCC modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



Şekil 4.20. KVB Sayısı=20, g=5, ç=5 için BCC modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



Şekil 4.21. KVB Sayısı=20, g=5, ç=6 için BCC modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı



Şekil 4.22. KVB Sayısı=20, g=6, ç=6 için BCC modele göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımı

Tek ışınli teknolojilerde etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımına benzer şekilde yapısal olarak etkinsizlik sıklığının 0 ve 1 değerlerini alması olasılığı sıfır olacak şekilde deneysel dağılımlar oluşturulmuştur. Etkinsizlik sıklığı teriminin değeri hesaplanırken bu değerler için tek ışınli teknolojideki duruma benzer şekilde frekans dağılımları üzerinden bir düzeltmeye gidilmekte ve buna göre beklenen değer, varyans, çarpıklık ve basıklık katsayıları hesaplanmaktadır.

Şekil 4.13-4.22’de verilen deneysel dağılımlara ilişkin deneysel beklenen değer, varyans, çarpıklık ve basıklık değerleri Çizelge 4.2’de verilmektedir.

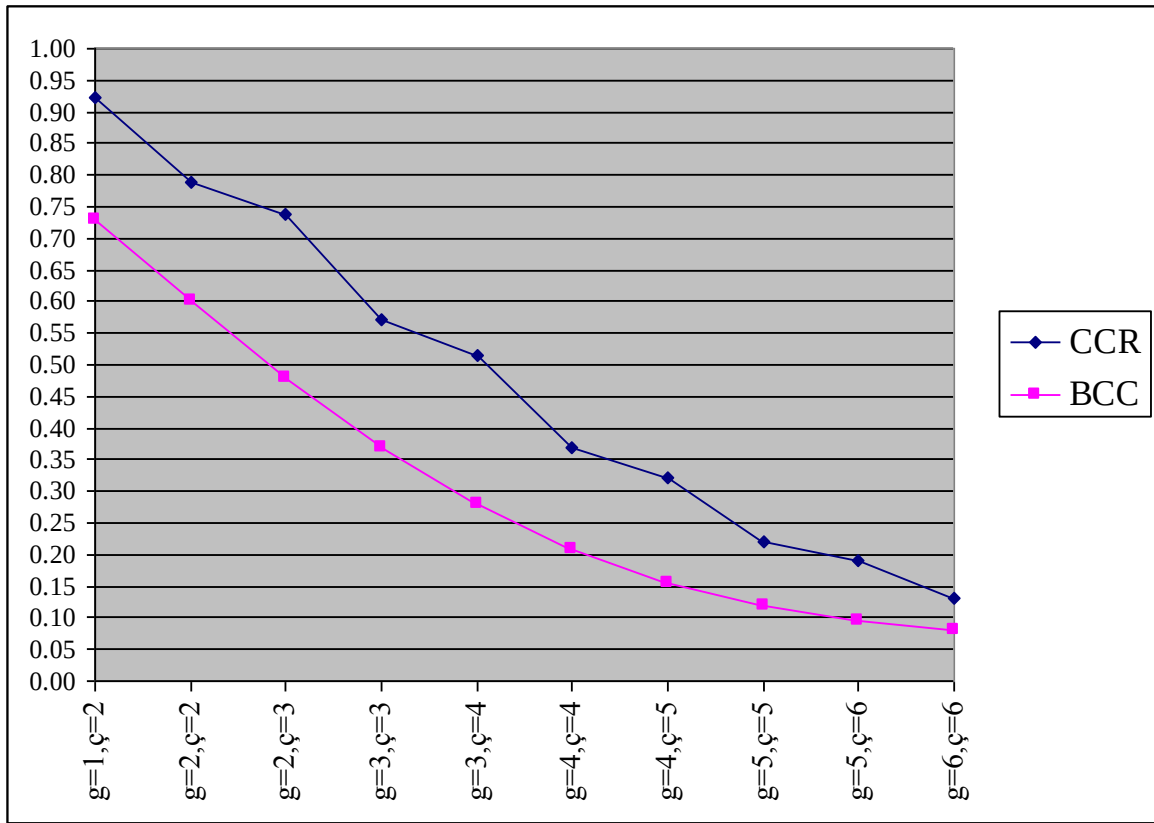
Çizelge 4.2. İki veya çok ışınli teknolojiler (BCC Modeli) için deneysel dağılım sonuçları

KVB Sayısı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Oran	Beklenen Değer	Varyans	Çarpıklık	Basıklık
20	1	2	5,00	0,7303	0,0061	-0,1859	2,9775
20	2	2	4,00	0,6008	0,0093	-0,0662	2,9650
20	2	3	3,33	0,4777	0,0110	0,0483	3,0068
20	3	3	2,86	0,3698	0,0111	0,1727	2,9999
20	3	4	2,50	0,2788	0,0099	0,2825	2,9805
20	4	4	2,22	0,2080	0,0083	0,5666	3,2835
20	4	5	2,00	0,1552	0,0059	0,9000	3,4854
20	5	5	1,82	0,1195	0,0041	1,4565	4,4637
20	5	6	1,67	0,0957	0,0030	1,9649	5,4686
20	6	6	1,54	0,0796	0,0025	2,1957	5,9932

Şekil 4.13-4.22 ve Çizelge 4.2’den görüldüğü üzere etkinsizliğin sıklığının deneysel dağılımı tek ışınli teknolojiye benzer şekilde başlangıçtaki durumlarda sola çarpık bir dağılım yapısı sergilerken değişken sayısı arttıkça sağa çarpık bir hale gelmektedir. Bu durum ilgili deneysel dağılımların çarpıklık katsayıları değerleri üzerinden gözlemlenebilmektedir.

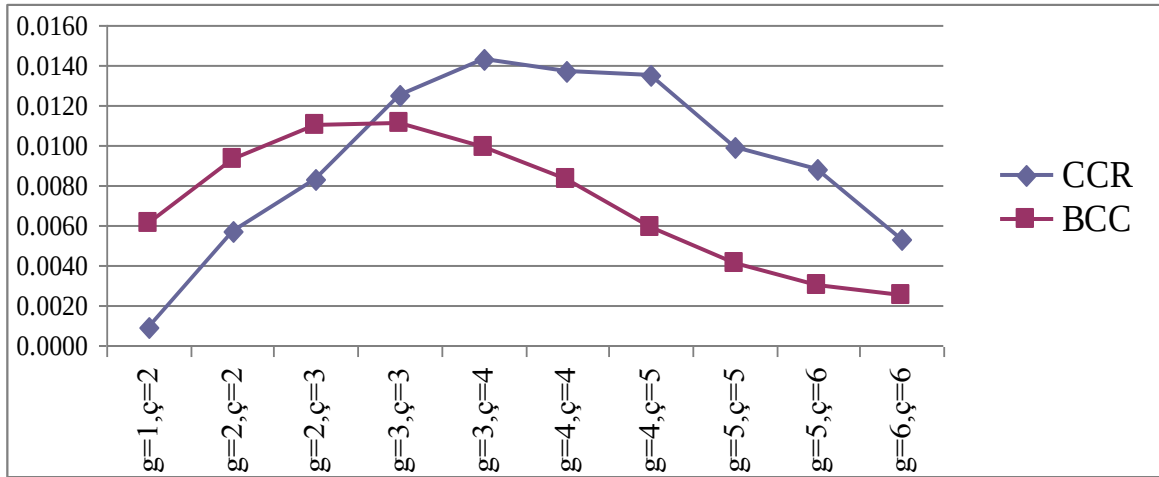
Yine tek ışınli teknolojiye benzer şekilde Çizelge 4.2’de etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımlarına ait beklenen değerler değişken sayıları arttıkça azalma eğilimindedir. Bu durum CCR modelinde olduğu gibi BCC modelinde de ayırıştırma gücünün parmak kuralı durumundan uzaklaşıldıkça zayıfladığının bir göstergesidir. Oran değeri azaldıkça, bir başka deyişle girdi ve çıktı değişkenlerinin toplamı KVB sayısına yaklaştıkça deneysel dağılımlar sağa çarpık dağılıma yönelik çarpıklık katsayısı değerleri sergilemektedir.

Varyans değeri için girdi-çıktı değişkenleri sayıları toplamı düşük veya yüksek olduğu durumlarda düşük değerler sergilemektedir. Basıklık katsayıları değişken sayıları toplamı az ve çok olduğu durumlarda yüksek değerler sergilemektedir. İki veya çok ışınlı teknoloji (BCC modeli) ile ilgili simülasyon çalışmasıyla elde edilen deneysel dağılım sonuçlarına göre genel olarak, tek ışınlı teknolojiye benzer şekilde etkinsizlik sıklığının parmak kuralı olduğu durumlarda sola çarpık, parmak kuralı durumundan uzaklaştıkça ve parmak kuralı durumu sağlanmıyorken sağa çarpık dağılım yapısı sergilediği sonucuna varılmaktadır. Çizelge 4.1 ve Çizelge 4.2’de sırasıyla tek ışınlı ve iki veya çok ışınlı teknolojiler için deneysel dağılım sonuçları ayrı ayrı verildi. İki teknoloji durumunu birlikte gözlemleme ve sonuçların karşılaştırılabilmesi açısından deneysel dağılım katsayı değerleri grafiklerle verilmektedir.



Şekil 4.23. CCR ve BCC Modellerine göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımının beklenen değerleri

Şekil 4.23’de hem CCR hem de BCC Modellerine Göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımının beklenen değerleri değişken sayısı arttıkça azalmaktadır. Bu durum değişken sayısı arttıkça modellerin ayırıştırma güçlerinin düştüğünü göstermektedir.

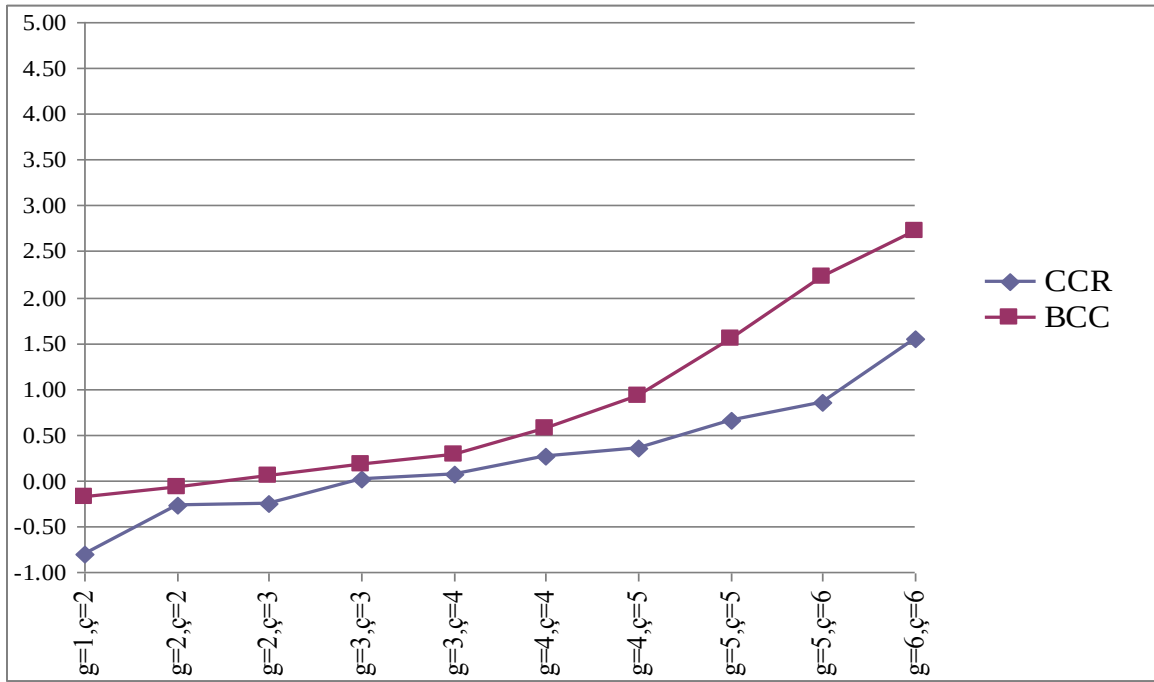


Şekil 4.24. CCR ve BCC Modellerine göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımın varyansları

CCR ve BCC modellerine göre etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımına ait varyans grafiğine göre hem CCR modeli için hemde BCC modeli için değişken sayısı arttıkça varyans değerleri önce artan sonra azalan parabolik bir yapı göstermektedir. CCR modeli için bu kırılma ($g=3, \varphi=4$) durumunda, BCC modeli için bu kırılma ($g=3, \varphi=3$) durumunda gerçekleşmektedir.

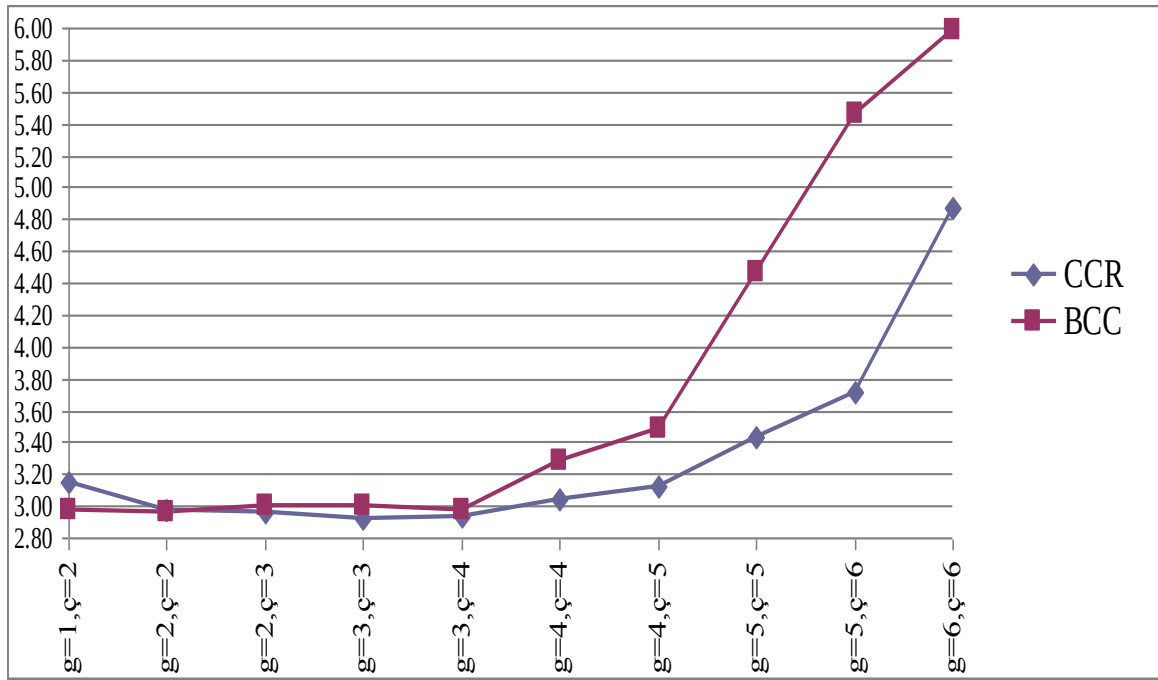
Beklenen değerler bakımından her durumda CCR model BCC modele göre daha yüksek değerler vermektedir. Bunun sebebi CCR modele göre etkin olan bir KVB'nin aynı zamanda BCC modelde de etkin olmasıdır. Ancak tersi geçerli değildir. Varyans değerlerinde ise başlangıçta CCR modele göre daha yüksek varyans değerleri veren BCC modelinin kırılma noktası olan ($g=3, \varphi=3$) durumundan itibaren CCR modeline ait deneysel dağılımın varyans değerleri BCC modeline ait varyans değerlerinden daha büyüktür.

Deneysel dağılımları oluşturduktan sonra birinci ve ikinci momentler ile ilgili bilgileri barındıran beklenen değer ve varyans değerleri hakkında edinilen bilgiler deneysel dağılımların yapısı ile ilgili önemli ipuçları sağlar. Bu dağılım özelliklerinin yanı sıra üçüncü ve dördüncü momenti kapsayan çarpıklık ve basıklık ölçüleri de dağılım yapısı hakkında önemli bilgiler vereceklerdir.



Şekil 4.25. CCR ve BCC Modellerine göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımının çarpıklık katsayıları

Şekil 4.25'e göre, etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımının çarpıklık katsayıları bakımında hem CCR hem de BCC modele ait çarpıklık katsayıları değerleri artan bir fonksiyon grafiği vermektedir. BCC model aynı koşullarda CCR modelden daha yüksek çarpıklık katsayıları vermiştir. CCR model ($g=3, c=3$) ile toplam 6 değişkenin olduğu durumda, BCC model ise ($g=2, c=3$) ile toplam 5 değişkenin olduğu durumda sola çarpık bir yapıdan sağa çarpık bir yapıya geçiş yapmaktadır. Parmak kuralı durumu sonrasındaki durumlardan görülmektedir ki değişken sayısı arttıkça çarpıklık katsayıları bakımından CCR ve BCC modelleri aralarındaki fark artmaktadır.



Şekil 4.26. CCR ve BCC Modellerine göre etkinsizlik sıklığı deneysel dağılımının basıklık katsayıları

Şekil 4.26'e göre, basıklık katsayıları bakımından her iki model grafiğinde konveks bir yapı sergilemiştir, iki modelde değişken sayısı arttıkça önce azalan daha sonra artan bir yapıya sahiptir. Çarpıklık katsayıları için geçerli olan duruma benzer olarak, parmak kuralı durumu sonrasında değişken sayısı arttıkça basıklık katsayıları bakımından da CCR ve BCC modelleri aralarındaki fark artmaktadır. Farkın artış gösterdiği durumlarda, BCC modeline ait etkinsizlik sıklığı teriminin deneysel dağılımında, CCR modele göre heterojen yapının artış sergilediği söylenebilir.

5. YENİ ÖNSELLER VE BAYESÇİ TAHMİN EDİCİLER

Bölüm 4'te ayrıntılı olarak bahsedildiği gibi Friesner ve diğerleri (2006) ve Friesner ve diğerleri(2013) çalışmalarında etkinsizlik sıklığının tahmini için bayesci bir yaklaşım önermektedirler. Bölüm 3'te açıklandığı üzere, Bayesci yaklaşımda örnekten gelen bilgi uygun bir önsel ile birleştirilerek sonsal dağılım elde edilmekte ve bu sonsal dağılımın beklenen değeri de bayesci metodolojiye göre bayes tahmin edicisini vermektedir.

Burada uygun bir önsel kavramı karşımıza çıkmaktadır. Önsel dağılım iki kategori altında objektif (bilgilendirici olmayan) ve subjektif (bilgilendirici) önseller şeklinde sınıflanmaktadır. Friesner ve diğerleri çalışmalarında etkinsizlik sıklığı ile ilgili bir sonsal oluştururken objektif (bilgilendirici olmayan) önsel dağılım ailesinden olan tekdüze (düzgün) dağılım kullanmışlardır. Bölüm 4'te açıklandığı üzere düzgün dağılımın, yığının sonlu yada sonsuz olma durumuna göre sırasıyla kesikli ve sürekli formları kullanılmıştır. Burada düzgün dağılım, etkinsizlik sıklığı ile ilgili bir önsel bir bilginin bulunmaması sebebiyle seçilmekte ve kullanılan önselin sonsal dağılımın üzerinde fazla bir rol oynamamasına sebep olmaktadır. Bu durum, Bayesci yaklaşımın klasik yaklaşımdan ayıran önsel dağılımın tahmin edici üzerindeki katkısını çok sınırlamaktadır. Bayesci bir yaklaşımın etkinsizliğin sıklığının tahmininde kullanılmasının önerilmesi, ancak Bayesci yaklaşımın klasik yaklaşımdan ön plandaki farkı olan önsel dağılımın tahmin edici üzerinde etkisinin sınırlı veya düşük tutulması birbiriyle örtüşmeyen durumlardır. Ancak düzgün dağılımın kullanılmasına sebep tahmin edilen etkinsizlik sıklığı parametresi hakkında gerçekten bilgilendirici bir ön bilginin bulunmamasıdır.

Bölüm 4'te 4.2 başlığı altında yapılan deneysel dağılım simülasyonları, dikkat edilecek olursa bu durumu çözme amacıyla derlenmektedir. KVB ve toplam değişken sayısına göre tercih edilmeyen bir durum olarak parmak kuralı sağlanmaması durumunda hesaba katılarak hem Friesner ve diğerlerinin bulguları genişletilmekte hem de etkinsizlik sıklığı için karakteristik bir yapının varlığı ortaya koyulmaya çalışılmaktadır.

Öncelikle Friesner ve diğerlerinin (2006) yaptıkları çalışmada sınıflandırdığı etkinsizlik sıklığı durumları hatırlanırsa, yığının hem sonlu hem de sonsuz olma varsayımı ile yığından çekilen örnek için yerine koyarak veya yerine koymadan örnekleme durumları

üzerinden incelenme yapılmaktadır. Bu durumlar özet bir şekilde Çizelge 5.1’de verilmektedir.

Çizelge 5.1. Friesner ve diğerlerinin etkinsizlik sıklığı ile ilgili durum sınıflandırması

Yığın Çapı	Örnekleme Yöntemi	İncelenme Durumu
$N \rightarrow \infty$	Yerine koyarak	✓
	Yerine koymadan	✗
$N < \infty$	Yerine koyarak	✓
	Yerine koymadan	✓

Bilindiği gibi İstatistik teorisinde yığın çapı sonsuz iken yerine koyarak örnekleme ve yerine koymadan örnekleme arasında bir farklılık yoktur. Bu durumda Friesner ve diğerleri (2006) çalışmalarında yine Bölüm 4’ten görüleceği üzere yığın çapının sonsuz olduğu durumda sadece yerine koyarak örnekleme durumunu incelemiştir. Önsel dağılım olarak sürekli düzgün dağılım kullanmışlardır. Ancak yığın çapı sonlu olduğunda hem yerine koyarak örnekleme hem de yerine koymadan örnekleme durumları için ayrı ayrı çıkarsamalar yapmışlardır. Her iki durumda da önsel dağılım olarak kesikli düzgün dağılım kullanmışlardır. Bölüm 4’te ki bulgular özetlenecek olursa, yerine koyarak örneklemede örnekten gelen bilgi Binom dağılımı ile, yerine koymadan örnekleme durumunda ise örnekten gelen bilgi Hipergeometrik dağılım ile temsil edilmektedir. Bu durumlar Çizelge 5.2’de aşağıdaki gibi özetlenmektedir.

Çizelge 5.2. Friesner ve diğerlerinin etkinsizlik sıklığı ile ilgili kullandığı önsel dağılımlar ve örnek bilgileri

Yığın Çapı	Örnekleme Yöntemi	Önsel Dağılım	Örnek Bilgisi
$N \rightarrow \infty$	Yerine koyarak	Sürekli Düzgün Dağılım	Binom Dağılımı
$N < \infty$	Yerine koyarak	Kesikli Düzgün Dağılım	Binom Dağılımı
	Yerine koymadan	Kesikli Düzgün Dağılım	Hipergeometrik Dağılım

Bu tez çalışmasında, Bölüm 4'te 4.2 başlığı altında yapılan deneysel dağılım oluşturma çalışması ışığında, parmak kuralı durumu da dikkate alınarak etkinsizlik sıklığı kavramı yeniden incelenmektedir. Buna göre yığın çapı ve örnekleme yöntemi durumlarının dışında parmak kuralı durumunun sağlanmaması ve sağlanması durumları ile sınıflama genişletilmektedir. Böylece Çizelge 5.1'de yapılan sınıflama aşağıda Çizelge 5.3'teki gibi yeniden düzenlenmektedir.

Çizelge 5.3. Etkinsizlik sıklığı ile ilgili durum sınıflandırması

Parmak Kuralı Durumu	Yığın Çapı	Örnekleme Yöntemi	İncelenme Durumu
YOK	$N \rightarrow \infty$	Yerine koyarak	✗
		Yerine koymadan	✗
	$N < \infty$	Yerine koyarak	✓
		Yerine koymadan	✓
VAR	$N \rightarrow \infty$	Yerine koyarak	✓
		Yerine koymadan	✗
	$N < \infty$	Yerine koyarak	✓
		Yerine koymadan	✓

Parmak kuralı olmaması durumu değişken sayısının KVB sayısına göre belli bir orandan fazla olması durumunda ortaya çıkan bir durumdur. Yığındaki birim sayısı sonsuz iken, parmak kuralı durumunun olmaması mümkün olmadığı için bu durum ile deneysel bir yapıda karşılaştırılması mümkün değildir. Yığındaki birim sayısı sonsuz iken yerine koyarak örnekleme ile yerine koymadan örnekleme arasında İstatistik teorisinde bir farklılık gözlemlenmemektedir, bu nedenle yığın çapı sonsuz iken yerine koymadan yöntemi hem parmak kuralı olması hem de olmaması durumlarında incelenmemektedir.

İncelenecek olan durumlar, parmak kuralı olması durumunda yığın çapı sonlu iken yerine koyarak ve yerine koymadan örnekleme durumları, parmak kuralı olmaması durumunda yığın çapı sonlu iken yerine koyarak ve yerine koymadan örnekleme durumları ve parmak kuralı olması durumunda yığın çapı sonsuz iken yerine koyarak örnekleme durumudur.

Bu durumlar göz önüne alındığında Friesner ve diğerleri (2006) tarafından üç kısımda incelenen etkinsizlik sıklığı beş farklı duruma genişletilmektedir. İncelenecek olan durumlar ve bu durumlar için varsayılacak olan önsel dağılımlar ve örnekten gelen bilgi için kullanılacak olan dağılımlar Çizelge 5.4’de verilmektedir.

Çizelge 5.4. Etkinsizlik sıklığı ile ilgili kullanılan önsel dağılımlar ve örnek bilgileri

Parmak Kuralı Durumu	Yığın Çapı	Örnekleme Yöntemi	Önsel Dağılım	Örnek Bilgisi
VAR	$N \rightarrow \infty$	Yerine koyarak	Sürekli Sola Çarpık Dağılım	Binom Dağılımı
	$N < \infty$	Yerine koyarak	Kesikli Sola Çarpık Dağılım	Binom Dağılımı
		Yerine koymadan	Kesikli Sola Çarpık Dağılım	Hipergeometrik Dağılım
YOK	$N < \infty$	Yerine koyarak	Kesikli Sağa Çarpık Dağılım	Binom Dağılımı
		Yerine koymadan	Kesikli Sağa Çarpık Dağılım	Hipergeometrik Dağılım

Çizelge 5.4’ten görüleceği üzere, parmak kuralı durumu mevcut iken etkinsizlik sıklığının önsel dağılımı olarak sola çarpık bir dağılım kullanılmaktadır. Yığın çapının sonsuz yada sonlu olma durumuna göre sırasıyla sürekli ve kesikli versiyonları önsel dağılım olarak alınmaktadır. Bölüm 4’te 4.2 başlığı altındaki deneysel simülasyon çalışmalarından hem tek ışınlı hem de iki veya çok ışınlı teknolojilerde parmak kuralı durumunun olduğu deney biçimlerinde etkinsizliğin sıklığının deneysel dağılımı çarpıklık katsayıları göz önüne alındığında sola çarpık olan dağılım yapıları sergilemektedir. Bu bilgi ile, önsel dağılımın yapısı birleştirildiğinde parmak kuralı olmaması durumu mevcut değilken sola çarpık bir dağılım kullanılmasının bayesci tahmin değerlerinde parametreye daha yakın değerler verebilme noktasındaki durumu incelenmek istenmektedir.

Yine Çizelge 5.4’te parmak kuralı olmaması durumunda etkinsizlik sıklığının önsel dağılımı olarak sağa çarpık bir dağılım kullanılmaktadır ve yine yığın çapının sonsuz yada

sonlu olma durumuna göre sırasıyla sürekli ve kesikli versiyonları önsel dağılım olarak alınmaktadır. Bunun sebebi olarak Bölüm 4'te 4.2 başlığı altındaki deneysel simülasyon çalışmalarından hem tek ışınlı hem de iki veya çok ışınlı teknolojilerde parmak kuralı durumunun mevcut olmadığı deney biçimlerinde etkinsizliğin sıklığının deneysel dağılımı çarpıklık katsayıları göz önüne alındığında sağa çarpık olan dağılım yapıları sergilemeleridir. Bu durumda önsel dağılım olarak sağa çarpık dağılımın kullanılmasının bayesci tahmin değerlerinde parametreye daha yakın değerler verebilme noktasındaki durumu incelenmek istenmektedir.

Dikkat edilirse sadece önsel dağılım bilgisi üzerinde farklı bir yaklaşıma gidilmekte, örnekten gelen bilgi metodolojisi, yerine koyarak örnekleme yöntemi için binom dağılımı, yerine koymadan örnekleme yöntemi için hipergeometrik dağılım kullanılarak değiştirilmemektedir. Şimdi, Çizelge 5.4'te verilen durumlar ayrıntılı olarak Bayesci metodoloji çerçevesinde inceleyerek, önsel dağılımın ve örnekten gelen bilginin bayes tahmin edicisi oluşturma işlemindeki kullanımı ve bazı matematiksel işlemlerini inceleyelim.

5.1. $N \rightarrow \infty$ ve Yerine Koyarak Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanması Durumu)

Eğer önsel dağılımı olarak “üçgensel olasılık yoğunluk fonksiyonu” varsayımı yapılırsa;

$$f(x) = \begin{cases} 2x/b^2 & 0 < x < b \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (5.1)$$

şeklinde üçgensel dağılımın sürekli durum için olasılık yoğunluk fonksiyonu verilebilir. Eğer π 'nin alabileceği değerleri hatırlanırsa, etkinsizlik sıklığı (0,1) aralığında değer alabildiğinden dağılım π için aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$f(\pi) = \begin{cases} 2\pi & 0 < \pi < 1 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (5.2)$$

Yine Bölüm 4'ten hatırlanacağı üzere: etkin ve etkin olmayan KVB'lerin rastgele örnekleri, Bernolli sürecinin bağımsız ve aynı dağılımlı çıktıları olsun, burada etkin olmayan bir gözlemin olasılığı π 'dir. Bu yorum KVB'ler yığını sonlu ve sonsuzken geçerlidir. Etkin olmayan KVB'lerin sayısı olan X 'in olasılığı (verilen bir π ve n için) binomiyal olasılık dağılımı tarafından elde edilebilir.

Eğer buradan örnekten gelen bilgiyi (yerine koyarak yöntemiyle) Binom dağılımı ile ifade edilirse:

$$f(x|\pi, n) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \quad (5.3)$$

Buradan Bayesci yaklaşımla sonsal dağılım aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$f(\pi|x, n) = \frac{2\pi \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x}}{\int_0^1 2\pi \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} d\pi} = \frac{\pi^{x+1} (1-\pi)^{n-x}}{\int_0^1 \pi^{x+1} (1-\pi)^{n-x} d\pi} \quad (5.4)$$

Buradan *MSKR* tahmin edicisi;

$$E(\pi) = \frac{\int_0^1 \pi \pi^{x+1} (1-\pi)^{n-x} d\pi}{\int_0^1 \pi^{x+1} (1-\pi)^{n-x} d\pi} = \frac{\int_0^1 \pi^{x+2} (1-\pi)^{n-x} d\pi}{\int_0^1 \pi^{x+1} (1-\pi)^{n-x} d\pi} = \frac{\frac{(x+3)}{(n+4)}}{\frac{(x+2)(n-x+1)}{(n+3)}} = \frac{x+2}{n+3} \quad (5.5)$$

şeklinde elde edilir. Friesner ve diğerleri (2006) ve Friesner ve diğerleri (2013) çalışmalarında bu değer Bölüm 4'ten hatırlanacağı üzere Eş. 4.10'da ki gibi elde edilmekteydi.

5.2. $N \rightarrow \infty$ ve Yerine Koymadan Örneklem Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanması Durumu)

Burada $N \rightarrow \infty$ olduğundan yerine koyarak örneklem ile yerine koymadan örneklem arasında İstatistik Teorisinde bir farklılık gözlemlenmemektedir.

5.3. $N \rightarrow \infty$ ve Yerine Koyarak Örneklem Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanmaması Durumu)

Öncelikle belirtilmelidir ki bu durumunun gerçekleşmesi mümkün değildir. Ancak tahmin edicide nasıl bir değişikliğe sebep olduğu noktasında bilgi vermesi açısından sadece matematiksel olarak hesaplanacaktır. Eğer π 'nin önsel dağılımı olarak “üçgensel olasılık yoğunluk fonksiyonu”nun farklı bir biçimi olarak alınırsa;

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (5.6)$$

şekildeki bir olasılık fonksiyonu ters üçgensel dağılım olarak tanımlayalım. Yine benzer şekilde yukarıdaki dağılım π için aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$f(\pi) = \begin{cases} 2(1-\pi) & 0 < \pi < 1 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (5.7)$$

Eğer buradan örnekten gelen bilgiyi (yerine koyarak) Binom dağılımı ile ifade edilirse:

$$f(x|\pi, n) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \quad (5.8)$$

Buradan Bayesci yaklaşımla sonsal dağılım aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$f(\pi|x, n) = \frac{f(\pi) f(x|\pi)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(\pi) f(x|\pi) d\pi} = \frac{2(1-\pi) \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x}}{\int_0^1 2(1-\pi) \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} d\pi} \quad (5.9)$$

Buradan *MSKR* tahmin edicisi;

$$E(\pi) = \frac{\int_0^1 \pi \pi^x (1-\pi)^{n-x+1} d\pi}{\int_0^1 \pi^x (1-\pi)^{n-x+1} d\pi} = \frac{\int_0^1 \pi^{x+1} (1-\pi)^{n-x+1} d\pi}{\int_0^1 \pi^x (1-\pi)^{n-x+1} d\pi} = \frac{\frac{(x+2)(n-x+2)}{(n+4)}}{\frac{(x+1)(n-x+2)}{(n+3)}} = \frac{x+1}{n+3} \quad (5.10)$$

Burada 4.1. başlığı altında bulunan tahmin edici ve Friesner ve diğerleri (2006)'nin önerdiği Eş. 4.10'da ki tahmin edici ile kıyaslanırsa kullanılan önsel dağılımların tahmin edicilerin sayısal büyüklükleri üzerinde nasıl etkili oldukları görülmektedir. Ancak daha öncede belirtildiği üzere $N \rightarrow \infty$ ve *parmak kuralının sağlanmama durumu* aynı anda olamayacağına göre bu durumla pratikte karşılaşılması mümkün değildir.

Sayısal büyüklükler hakkında önerilen tahmin edicilerin Friesner v.d'ne ait olan tahmin edici üzerinde parmak kuralı düşüncesinin nasıl bir değişime sebep olduğu aşağıdaki eşitsizlikten görülebilmektedir. Her zaman n ve x değerleri pozitif tam sayı değeri alacağından:

$$\frac{x+1}{n+3} < \frac{x+1}{n+2} < \frac{x+2}{n+3} \quad (5.11)$$

eşitsizliği her zaman geçerlidir. Bu durum, parmak kuralının geçerli olduğu durumlarda, Friesner ve diğerleri'ne ait olan tahmin ediciden daha büyük, parmak kuralının geçerli olmadığı durumlarda da sayısal olarak daha küçük tahmin edici değerlerinin önerilmekte olduğunu göstermektedir.

5.4. $N \rightarrow \infty$ ve Yerine Koymadan Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanmaması Durumu)

Burada $N \rightarrow \infty$ olduğundan yerine koyarak örnekleme ile yerine koymadan örnekleme arasında istatistik teorisinde bir farklılık gözlemlenmemektedir.

5.5. $N < \infty$ ve Yerine Koyarak Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanması Durumu)

π 'nin önsel dağılımı olarak aşağıdaki sola çarpık dağılım alınsın:

$$P(\pi) = \begin{cases} 2n\pi / n(n-1) & \frac{1}{n} \leq \pi < 1 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (5.12)$$

Örnekten gelen bilgiyi (yerine koyarak) Binom dağılımı ile ifade edilsin:

$$f(x|\pi, n) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \quad (5.13)$$

Bayesci yaklaşımla sonsal dağılım aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$f(\pi|x, n) = \frac{P(\pi) f(x|\pi)}{\sum P(\pi) f(x|\pi)} = \frac{\frac{2\pi}{(n-1)} \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x}}{\sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \frac{2\pi}{(n-1)} \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x}} \quad (5.14)$$

Buradan *MSKR* tahmin edicisi;

$$E(\pi) = \frac{\sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \pi^{x+2} (1-\pi)^{n-x}}{\sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \pi^{x+1} (1-\pi)^{n-x}} \quad \pi = \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n} \quad (5.15)$$

şeklinde elde edilir. Etkinsizlik sıklığını gizli değişken olarak kabul ettiğimizde bu tahmin aşağıdaki gibi olur:

$$E(\pi) = \frac{\sum_{x_* \in I/\pi} \sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \binom{n}{x_*} \pi^{x_*+2} (1-\pi)^{n-x_*}}{\sum_{x_* \in I/\pi} \sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \binom{n}{x_*} \pi^{x_*+1} (1-\pi)^{n-x_*}} \quad \pi = \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n} \quad x_* = \{x, x+n_e\} \quad n_e = 1, 2, \dots, n-x \quad (5.16)$$

5.6. $N < \infty$ ve Yerine Koymadan Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanması Durumu)

π 'nin önsel dağılımı olarak aşağıdaki sola çarpık dağılım alınsın;

$$P(\pi) = \begin{cases} 2n\pi / n(n-1) & \frac{1}{n} \leq \pi < 1 \\ 0 & dh \end{cases} \quad (5.17)$$

Örnekten gelen bilgi (yerine koymadan) Hipergeometrik dağılımı ile ifade edilirse, Bölüm 4'ten de hatırlanacağı üzere: bir yığında K tane etkin olmayan KVB olsun, x ise n çaplı yerine koymadan seçilmiş rastgele bir örnek içerisinde etkin olmayan KVB'lerin sayısı olsun, burada $\pi = \frac{K}{N}$ 'dir. Buradan, x tane etkin olmayan KVB'nin seçilme olasılığı izleyen şekilde verilebilir:

$$f(x|N, \pi, n) = \begin{cases} \frac{\binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}}{\binom{N}{n}} & \max[0, n-(N-K)] \leq x \leq \min[n, K] \\ 0 & diğ er durumlarda \end{cases} \quad (5.18)$$

Bayesci yaklaşımla sonsal dağılım aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$f(\pi|x, N, n) = \frac{P(\pi) f(x|\pi)}{\sum_{\pi \in \Omega} P(\pi) f(x|\pi)} = \frac{\frac{2\pi}{(n-1)} \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}}{\sum_{\pi \in \Omega} \frac{2\pi}{(n-1)} \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}} \quad (5.19)$$

Buradan MSKR tahmin edicisi;

$$E(\pi) = \frac{\sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \pi^2 \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}}{\sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \pi \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}} \quad \pi = \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n} \quad (5.20)$$

şeklinde elde edilir. Etkinsizlik sıklığını gizli değişken olarak kabul ettiğimizde bu tahmin aşağıdaki gibi olur:

$$E(\pi) = \frac{\sum_{x_e \in \mathcal{W}} \sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \pi^2 \binom{N(1-\pi)}{n-x_e} \binom{N\pi}{x_e}}{\sum_{x_e \in \mathcal{W}} \sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \pi \binom{N(1-\pi)}{n-x_e} \binom{N\pi}{x_e}} \quad \pi = \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n} \quad x_e = \{x, x+n_e\} \quad n_e = 1, 2, \dots, n-x \quad (5.21)$$

5.7. $N < \infty$ ve Yerine Koyarak Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanmaması Durumu)

π 'nin önsel dağılımı olarak aşağıdaki sağa çarpık dağılım alınsın;

$$P(\pi) = \begin{cases} 2n(1-\pi)/n(n-1) & \frac{1}{n-1} \leq \pi < 1 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (5.22)$$

Örnekten gelen bilgiyi (yerine koyarak) Binom dağılımı ile ifade edilsin:

$$f(x|\pi, n) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \quad (5.23)$$

Bayesci yaklaşımla sonsal dağılım aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$f(\pi|x, n) = \frac{P(\pi) f(x|\pi)}{\sum P(\pi) f(x|\pi)} = \frac{\frac{2(1-\pi)}{(n-1)} \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x}}{\sum_{1/n}^{(n-1)/n} \frac{2(1-\pi)}{(n-1)} \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x}} \quad (5.24)$$

Buradan *MSKR* tahmin edicisi;

$$E(\pi) = \frac{\sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \pi^{x+1} (1-\pi)^{n-x+1}}{\sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \pi^x (1-\pi)^{n-x+1}} \quad \pi = \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n} \quad (5.25)$$

şeklinde elde edilir. Etkinsizlik sıklığını gizli değişken olarak kabul ettiğimizde bu tahmin aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$E(\pi) = \frac{\sum_{x_e \in \mathcal{V}} \sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \binom{n}{x_*} \pi^{x+1} (1-\pi)^{n-x+1}}{\sum_{x_e \in \mathcal{V}} \sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \binom{n}{x_*} \pi^{x+1} (1-\pi)^{n-x+1}} \quad \pi = \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n} \quad x_* = \{x, x+n_e\} \quad n_e = 1, 2, \dots, n-x \quad (5.26)$$

5.8. $N < \infty$ ve Yerine Koymadan Örnekleme Yöntemi (Parmak Kuralının Sağlanmaması Durumu)

π 'nin önsel dağılımı olarak aşağıdaki sağa çarpık dağılım alınsın;

$$P(\pi) = \begin{cases} 2n(1-\pi)/n(n-1) & \frac{1}{n-1} \leq \pi < 1 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (5.27)$$

Örnekten gelen bilgiyi (yerine koymadan) Hipergeometrik dağılımı ile ifade edilsin:

$$f(x|N, \pi, n) = \begin{cases} \frac{\binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}}{\binom{N}{n}} & \max[0, n-(N-K)] \leq x \leq \min[n, K] \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (5.28)$$

Bayesci yaklaşımla sonsal dağılım aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$f(\pi|x, n) = \frac{P(\pi) f(x|\pi)}{\sum P(\pi) f(x|\pi)} = \frac{\frac{2(1-\pi)}{(n-1)} \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}}{\sum_{1/n}^{(n-1)/n} \frac{2(1-\pi)}{(n-1)} \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}} \quad (5.29)$$

Buradan *MSKR* tahmin edicisi;

$$E(\pi) = \frac{\sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \pi(1-\pi) \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}}{\sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} (1-\pi) \binom{N(1-\pi)}{n-x} \binom{N\pi}{x}} \quad \pi = \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n} \quad (5.30)$$

şeklinde elde edilir. Etkinsizlik sıklığını gizli değişken olarak kabul edildiğinde bu tahmin aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$E(\pi) = \frac{\sum_{x_e \in \mathcal{V}} \sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} \pi(1-\pi) \binom{N(1-\pi)}{n-x_e} \binom{N\pi}{x_e}}{\sum_{x_e \in \mathcal{V}} \sum_{\pi=1/n}^{(n-1)/n} (1-\pi) \binom{N(1-\pi)}{n-x_e} \binom{N\pi}{x_e}} \quad \pi = \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, \frac{n-1}{n} \quad x_e = \{x, x+n_e\} \quad n_e = 1, 2, \dots, n-x \quad (5.31)$$

Böylece literatürde daha önce üç temel deneysel durum üzerinden incelenen etkinsizlik sıklığı Çizelge 5.4'te belirtildiği üzere yukarıda verilen 5.1, 5.5, 5.6, 5.7 ve 5.8 durumlarıyla beş farklı deneysel duruma genişletilmiştir. Bu elde edilen tahmin ediciler Friesner ve diğerleri (2006) ve Friesner ve diğerleri (2013)'nin önerdiği tahmin edicilere alternatif tahmin edicilerdir. Hem Friesner ve diğerlerinin hem de bu tez çalışmasında önerilen tahmin edicilerin ortak yönleri Bayesci yaklaşım kullanarak oluşturulmalarıdır. Örnekten gelen bilgi Friesner ve diğerlerinin önerdiği çerçevede yerine koyarak yöntemi için Binom dağılımı, yerine koymadan yöntemi için Hipergeometrik dağılım olarak kalmaktadır. Ancak önsel dağılım parmak kuralı sağlanmaması fikrinde hesaba katılmasıyla genişletilen durumlarda çarpık dağılımlar seçilerek oluşturulmaktadır. Tabi ki burada yine Friesner ve diğerleri (2006) tarafından literatüre kazandırılan etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olarak kabul edilmesi bakış açısına uygun şekilde, tahmin

edicilerin gizli değişken yapıları sonlu yığın durumlarını kapsayan 5.5, 5.6, 5.7 ve 5.8 durumlarındaki tahmin ediciler üzerinden de teorik olarak elde edilmektedir.

Deneysel dağılımlara göre çıkarsama yapılarak varılan bu sonuç çerçevesinde sonraki bölümde oluşturulan alternatif tahmin edicilerin performansları, Friesner ve diğerlerine ait tahmin edicilerin performansları ile karşılaştırılacaktır. Bu karşılaştırma deneyleri ve kriteri ile ilgili ayrıntılı bilgi gelecek bölümde verilecektir.

6. SİMÜLASYON VE UYGULAMA ÇALIŞMALARI

Bu bölümde, Bölüm 5’te teorik olarak oluşturulan yeni tahmin edicilerin, Friesner ve diğerlerine ait tahmin ediciler ile karşılaştırılması hem farklı deneysel durumları içeren Monte Carlo simülasyon çalışmaları üzerinden hem de gerçek veri kullanılarak uygulama çalışması üzerinden yapılacaktır.

Friesner ve diğerleri (2013) yaptıkları çalışmalarda kendi ürettikleri tahmin edici performansını ölçerken oluşturulan tahmin edici ile parametre değeri arasındaki farkın mutlak değerini veren mutlak sapma değerini kullanmışlardır. Örnek bilgisi dağılımının üzerinden bulunan beklenen değerle, kendi sonsal dağılımlarının beklenen değerleri birer tahmin edici olmaktadır. Yığından VZA analizi sonucu elde edilen etkinsizlik sıklığının gerçek parametre değerinin bu tahmin edicilerle arasındaki farkın mutlak değerin ölçüldüğü durumda daha küçük mutlak farkı veren tahmin edicinin daha iyi performansa sahip olduğunu savunmuşlardır. Bu yoldan elde ettikleri tahmin edicinin iyi olduğunu göstermişlerdir.

Bu bölümde gerçekleştirilecek olan karşılaştırmalar yine mutlak sapma değeri üzerinden yapılacaktır. Mutlak sapmanın hesaplanması için belirli bir parametre değerinin olabilmesi gerektiğinden sadece sonlu yığınlar ait durumlar ele alınabilecektir. Çünkü yığın çapının sonsuz olduğu durumlar için böylesi bir deneysel karşılaştırma mümkün değildir. Karşılaştırmalarda aynı durumları temsil eden Friesner ve diğerleri’ne ait sonlu yığın için ve yerine koyarak örnekleme durumunda elde edilen tahmin edici ile Bölüm 5’te bu tez çalışması kapsamında oluşturulan sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme için sırasıyla parmak kuralı olması ve parmak kuralı olmaması durumlarını gösteren ve teorik olarak elde edilmiş olan tahmin ediciler karşılaştırılacaktır. Bir başka karşılaştırma, Friesner ve diğerlerine ait sonlu yığın için ve yerine koymadan örnekleme durumunda elde edilen tahmin edici ile Bölüm 5’te bu tez çalışması kapsamında oluşturulan sonlu yığın ve yerine koymadan örnekleme için sırasıyla parmak kuralı olması ve parmak kuralı olmaması durumlarını gösteren ve teorik olarak elde edilmiş olan tahmin ediciler üzerinden yapılacaktır.

Ayrıca etkinsizlik sıklığının gizli değişken olarak tanımlanması sonucunda elde edilen tahmin edicilerde karşılaştırmanın kapsamındadır. Bunun dışında tek ışınlı ve iki veya çok ışınlı teknolojiler için bu karşılaştırmalar ayrı ayrı incelenecektir. Deneysel simülasyon (benzetim) çalışmalarında yığın çapı, parametre değeri, örnek çapı ve değişken sayısı değerleri sırasıyla parmak kuralı olması ve parmak kuralı olmaması durumlarını ifade edebilecek şekilde belirlenmektedir.

6.1. Simülasyon Çalışması

Simülasyon çalışmasında hem Friesner ve diğerlerine ait tahmin ediciler hem de bu tez çalışmasında oluşturulan alternatif tahmin ediciler üzerinden 1000 denemede hesaplanan ortalama mutlak sapma değerleri elde edilecek ve bu değerler üzerinden hangi durumda hangi tahmin edicilerin daha küçük ortalama mutlak sapma değerlerine sahip olduğu tartışılacaktır. Simülasyon çalışması temel olarak tek ışınlı teknolojiler ve iki veya çok ışınlı teknolojiler çerçevesinde iki ana başlık etrafında toplanacaktır. Her bir simülasyon çalışmasında etkinsizlik sıklığının hem gizli olmayan değişken olarak hem de gizli bir değişken olarak kabul edildiği teorik çerçevede hesaplanan tahmin edici değerleri üzerinden karşılaştırmalar yapılacaktır. Belirtildiği gibi deneysel durumlar, parametre değeri, örnek çapı ve değişken sayısı değerleri parmak kuralı olmaması ve parmak kuralı olması durumlarını ifade edebilecek şekilde belirlenmektedir.

Oluşturulacak tahmin edici değerleri ile ilgili çizelgelerde, ilk sütunlar deneysel durumu gösteren örnek çapı ve girdi-çıktı değişken sayılarını vermektedir. İkinci sütun, oluşturulan deneysel durumda yığından elde edilen etkinsizlik sıklığı değerini veren parametre değeri sütunudur. Her deneysel karşılaştırma için farklı durumlarında birbirleriyle karşılaştırılabilir olması açısından örnek çapları değişse bile yığından elde edilen parametre değeri aynı alınarak deney aynı koşullarda tekrarlanmaktadır. Üçüncü ve dördüncü sütunlar etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olmadığı durumda sırasıyla bu tez çalışmasında ve Friesner ve diğerleri'nin çalışmalarında önerilen tahmin edicilere ait değerlerdir. Bu değerler sonsal dağılımlara ait beklenen değerlerin bir başka deyişle Bayes tahminlerinin 1000 denemede her defasında hesaplanan değerlerinin ortalamasıdır. Başka bir ifadeyle, tahmin edicilerin 1000 denemedeki ortalama değerleridir. Etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olarak kabul edildiği deneysel çalışmalara yönelik benzer sonuçlar, bu tez çalışmasında ve Friesner ve diğerlerinin çalışmalarında önerilen tahmin

ediciler için sırasıyla beşinci ve altıncı sütunlarda verilmektedir. Tahmin edici değerleri ile ilgili çizelgeleri incelerken açıklayıcı olması açısından bu verilen bilgilere dikkat edilmesi gerekmektedir.

Ortalama mutlak sapma değerleriyle ilgili çizelgelerde, ilk sütunlar deneysel durum oluşturulurken 1000 denemede hangi koşullarda VZA analizi sonuçlarının alınacağını gösteren örnek çapı ve girdi-çıkı değişken sayılarını vermektedir. İkinci ve üçüncü sütunda etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olmadığı durumdaki tahmin edici değerleri ile parametre değerindeki farkların 1000 denemdeki ortalaması bir başka deyişle ortalama mutlak sapma değerleri verilmektedir. Dördüncü ve beşinci sütunlar etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olduğu durumdaki ortalama mutlak sapma değerlerini vermektedir.

6.1.1. Tek ışınli teknolojiler için simülasyon sonuçları

Simülasyon sonuçlarını vermeden önce belirtmelidir ki hem Bölüm 4'te Friesner ve diğerlerine ait tahmin edicilerin hem de Bölüm 5'te oluşturulan yeni Bayesci tahminlerin tek ışınli teknolojilere uyarlanmış halleri üzerinden analizler yapılmaktadır.

Sonlu yığın için ve yerine koyarak örnekleme durumu

Tek ışınli teknoloji durumunda öncelikle Friesner ve diğerlerine ait sonlu yığın için ve yerine koyarak örnekleme durumunda elde edilen tahmin edici ile Bölüm 5'te bu tez çalışması kapsamında oluşturulan sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme için sırasıyla parmak kuralı olması ve olmaması durumlarında teorik olarak elde edilmiş olan tahmin edici karşılaştırılacaktır. Sonuçlar Çizelge 6.1 ve Çizelge 6.2'de verilmektedir.

Çizelge 6.1. Tek ışınli teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edici değerleri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Parametre Değeri	Gizli Olmayan Değişken		Gizli Değişken	
		Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=1,ç=2	0,9996	0,6200	0,6027	0,8769	0,8748
n=40,g=1,ç=2	0,9996	0,7916	0,7867	0,9282	0,9265
n=60,g=1,ç=2	0,9996	0,8570	0,8547	0,9623	0,9618
n=80,g=1,ç=2	0,9996	0,8886	0,8872	0,9743	0,9741
n=100,g=1,ç=2	0,9996	0,9096	0,9087	0,9806	0,9805

Çizelge 6.2. Tek ışınli teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değeri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Gizli Olmayan Değişken		Gizli Değişken	
	Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=1,ç=2	0,3796	0,3969	0,1227	0,1248
n=40,g=1,ç=2	0,2080	0,2129	0,0714	0,0731
n=60,g=1,ç=2	0,1426	0,1449	0,0373	0,0378
n=80,g=1,ç=2	0,1110	0,1124	0,0253	0,0255
n=100,g=1,ç=2	0,0900	0,0909	0,0190	0,0191

Tasarlanan deneysel durumda VZA analizi sonucunda etkinsizliğin sıklığı parametre değeri 0,9996 olarak hesaplanmıştır. Çizelge 6.1’de, üçüncü sütun Eş. 5.15’deki tahmin edici için ortalama beklenen değer, dördüncü sütun Friesner ve diğerlerine ait Eş. 4.18’deki tahmin edici için ortalama beklenen değerdir. Beşinci sütun Eş. 5.16 için ortalama beklenen değerdir. Altıncı sütun ise Eş. 4.18’in gizli değişken tanımına sahip versiyonuna ait ortalama beklenen değerdir. Çizelge 6.2’de ikinci, üçüncü, dördüncü ve beşinci sütunlarda sırasıyla eşitlik Eş. 5.15, Eş. 4.18, Eş. 5.16 ve Eş. 4.18’in gizli değişken tanımının olduğu versiyonuna ait ortalama mutlak sapma değeri verilmektedir. Çizelge 6.1 ve Çizelge 6.2 verilerine göre tüm farklı örnek çapları için en iyi performansı gösteren tahmin edici Eş. 5.16’dır. Buna göre, parmak kuralının olduğu bu verilen deneysel durumda, tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olduğu ve önsel dağılım olarak sola çarpık dağılımın kullanıldığı tahmin edici en iyi performansı göstermektedir.

Yapılan deneysel çalışmada dikkat edilirse hem yığın hem de örnek çapları göz önüne alındığında parmak kuralı olması durumuna ilişkin yapılar seçilmiştir. Yığın parametre değerinin 0,9996 olduğu bir durum ayırıştırma gücünü düşürebilecek bir yapı değildir. Aynı şekilde 1 girdi ve 2 çıktı değişkeninin olduğu bir VZA analizinde 100, 80, 60, 40 ve 20 birimlik örnek çapları içinde aynı durum geçerlidir. Bu nedenle burada önsel dağılımın sola çarpık dağılımın kabul edildiği Eş. 5.15 ve Eş. 5.16 tahmin edicilerinin performansları sınanmıştır.

Benzer şekilde yine sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme için parmak kuralı olmaması durumunun sağlandığı bir deneysel yapı üzerinden tahmin edici performanslarını

kıyaslanacaktır. Tez çalışmasında bu duruma yönelik önerilen tahmin ediciler Eş. 5.25 ve Eş. 5.26'dır. Simülasyon sonuçları Çizelge 6.3 ve Çizelge 6.4'de verilmektedir.

Çizelge 6.3. Tek ışınli teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edici değeri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Parametre değeri	Gizli olmayan değişken		Gizli değişken	
		Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=8,ç=8	0,0333	0,0500	0,0526	0,0832	0,0858
n=22,g=8,ç=8	0,0333	0,0455	0,0477	0,0777	0,0800
n=24,g=8,ç=8	0,0333	0,0422	0,0441	0,0722	0,0742
n=26,g=8,ç=8	0,0333	0,0400	0,0419	0,0671	0,0688
n=28,g=8,ç=8	0,0333	0,0394	0,0411	0,0631	0,0646

Çizelge 6.4. Tek ışınli teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değeri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Gizli olmayan değişken		Gizli değişken	
	Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=8,ç=8	0,0167	0,0193	0,0499	0,0525
n=22,g=8,ç=8	0,0122	0,0144	0,0444	0,0467
n=24,g=8,ç=8	0,0089	0,0108	0,0389	0,0409
n=26,g=8,ç=8	0,0067	0,0086	0,0338	0,0355
n=28,g=8,ç=8	0,0061	0,0078	0,0298	0,0313

Tasarlanan deneysel durumda VZA analizi sonucunda etkinsizliğin sıklığı parametre değeri 0,0333 olarak hesaplanmıştır. Görülmektedir ki parmak kuralının olmaması durumuna sahip bir deneysel yapıda ayrıştırma gücündeki düşüşten dolayı çok sayıda KVB etkin olarak sınıflanarak etkinsizlik sıklığı parametre değeri oldukça küçük çıkmıştır. Önerilen tahmin ediciler Çizelge 6.3'de üçüncü sütunda Eş. 5.25 ve beşinci sütunda eşitlik Eş. 5.26'e aittir. Dördüncü ve altıncı sütunlar yine sırasıyla Friesner ve diğerlerinin eşitlik Eş. 4.18'deki ve örnekten gelen bilginin binom dağılımı, önsel dağılımında kesikli düzgün dağılım alınarak hesaplanan ve sırasıyla gizli olmayan ve gizli değişken varsayımları altında geliştirilen tahmin edici değerlerine ait değerlerdir. Çizelge 6.4'te bu tahmin değerlerine ilişkin ortalama mutlak sapma değeri vardır.

Deneysel çalışmada hem yığın hem de örnek çapları göz önüne alındığında parmak kuralı olmaması durumuna ilişkin yapılar seçilmiştir. Aynı şekilde 8 girdi ve 8 çıktı değişkeninin olduğu bir VZA analizinde 20, 22, 24, 26 ve 28 birimlik örnek çapları ayrıştırma gücünü

düşürebilecek bir yapıdır. Bu nedenle, önsel dağılımın sağa çarpık dağılımın kabul edildiği eşitlik Eş. 5.25 ve Eş. 5.26 tahmin edicilerinin performansları sınanmıştır. Çizelge 6.3 ve Çizelge 6.4 verilerine göre tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olmadığı ve önsel dağılım olarak sağa çarpık dağılımın kullanıldığı tahmin edici Eş. 5.25 parametreye en yakın değerleri vermektedir.

Sonlu yığın için ve yerine koymadan örnekleme durumu

Bu başlık altında öncelikle Friesner ve diğerlerine ait sonlu yığın için ve yerine koymadan örnekleme durumunda elde edilen tahmin edici ile Bölüm 5'te bu tez çalışması kapsamında oluşturulan sonlu yığın ve yerine koymadan örnekleme için parmak kuralı olması durumunda teorik olarak elde edilmiş olan tahmin edici karşılaştırılacaktır. Tahmin ediciler arasında karşılaştırma yapılabilmesi için tahmin edici değerleri ve tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri sonuçları sırasıyla Çizelge 6.5 ve Çizelge 6.6'de verilmektedir.

Çizelge 6.5. Tek ışınli teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edici değerleri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Parametre Değeri	Gizli Olmayan Değişken		Gizli Değişken	
		Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=1,ç=2	0,9992	0,5312	0,5100	0,8766	0,8746
n=40,g=1,ç=2	0,9992	0,7438	0,7377	0,9282	0,9265
n=60,g=1,ç=2	0,9992	0,8242	0,8213	0,9622	0,9617
n=80,g=1,ç=2	0,9992	0,8649	0,8633	0,9745	0,9741
n=100,g=1,ç=2	0,9992	0,8883	0,8872	0,9804	0,9803

Çizelge 6.6. Tek ışınli teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Gizli Olmayan Değişken		Gizli Değişken	
	Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=1,ç=2	0,4680	0,4892	0,1226	0,1246
n=40,g=1,ç=2	0,2554	0,2615	0,0710	0,0727
n=60,g=1,ç=2	0,1750	0,1779	0,0370	0,0375
n=80,g=1,ç=2	0,1343	0,1359	0,0247	0,0251
n=100,g=1,ç=2	0,1109	0,1120	0,0188	0,0189

Çizelge 6.5’den görüldüğü üzere parametre değeri 0,9992’dir. Gizli olmayan değişken varsayımının olduğu sütunlarda sırasıyla Eş. 5.20 ve Eş. 4.23 tahmin edici değerleri yer almakta, gizli değişken varsayımının olduğu sütunlarda ise sırasıyla Eş. 5.21 ve Eş. 4.25’teki sonsal dağılımdan elde edilen tahmin edici (Eş. 4.23’ün gizli değişken tanımlı versiyonu) değerleri yer almaktadır. Çizelge 6.5 ve Çizelge 6.6’dan görüleceği üzere en iyi performans Eş. 5.21 tahmin edicisidir. Eş. 5.21 tahmin edicisini hatırlarsak etkinsizliğin sıklığının gizli bir değişken olarak kabul edildiği ve önsel dağılım yapısını sola çarpık bir dağılım olarak alınarak oluşturulan bir tahmin edicidir. Sola çarpık önsel dağılım bilgisi, parmak kuralı durumunun sağlandığı bir deneysel durum mevcut olduğu için kullanılmaktadır. Dolayısıyla bu deneysel durumda yığın ve örnek çapları ile değişken sayıları göz önüne alındığında parmak kuralı olması durumuna ilişkin yapılar seçilmiştir.

Bu başlık altında ikinci olarak, parmak kuralı olmaması durumuna ilişkin yapılar seçilmiştir. Friesner ve diğerlerine ait sonlu yığın için ve yerine koymadan örnekleme durumunda elde edilen gizli olmayan değişken varsayımı ve gizli değişken varsayımı için elde edilmiş olan sırasıyla Eş. 4.23 ve Eş. 4.25 tahmin edicileri ile Bölüm 5’te tez çalışması kapsamında parmak kuralı olmaması durumunda elde edilen ve yine gizli olmayan değişken varsayımı ve gizli değişken varsayımı için ayrı ayrı oluşturulmuş olan sırasıyla Eş. 5.30 ve Eş. 5.31 tahmin edicileri karşılaştırılmaktadır. Sonuçlar Çizelge 6.7 ve Çizelge 6.8’de verilmektedir.

Çizelge 6.7. Tek ışınli teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edici değerleri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Parametre değeri	Gizli olmayan değişken		Gizli değişken	
		Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=8,ç=8	0,0333	0,0668	0,0676	0,0734	0,0744
n=22,g=8,ç=8	0,0333	0,0571	0,0576	0,0602	0,0608
n=24,g=8,ç=8	0,0333	0,0526	0,0531	0,0554	0,0561
n=26,g=8,ç=8	0,0333	0,0444	0,0447	0,0457	0,0460
n=28,g=8,ç=8	0,0333	0,0375	0,0376	0,0379	0,0380

Çizelge 6.8. Tek ışınli teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değeri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Gizli olmayan değişken		Gizli değişken	
	Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=8,ç=8	0,0335	0,0343	0,0401	0,0411
n=22,g=8,ç=8	0,0237	0,0242	0,0269	0,0275
n=24,g=8,ç=8	0,0193	0,0198	0,0221	0,0228
n=26,g=8,ç=8	0,0111	0,0113	0,0124	0,0127
n=28,g=8,ç=8	0,0042	0,0043	0,0046	0,0047

Deneysel çalışmada yığın ve örnek çapları ile değişken sayıları göz önüne alındığında parmak kuralı olmaması durumuna ilişkin yapılar seçilmiştir. Daha öncede belirtildiği üzere, 0,0333 parametre değeri ayrıştırma gücünün düştüğü bir yapıyı işaret etmektedir, ayrıca 8 girdi ve 8 çıktı değişkeninin olduğu bir VZA analizinde 20, 22, 24, 26 ve 28 birimlik örnek çapları aynı şekilde ayrıştırma gücünü düşürebilecek bir yapıdır. Bu nedenle burada önsel dağılımın sağa çarpık dağılımın kabul edildiği eşitlik Eş. 5.30 ve Eş. 5.31 tahmin edicilerinin performansları sınanmıştır. Verilen deneysel durumda Çizelge 6.7 ve Çizelge 6.8 verilerine göre tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koymadan örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olmadığı ve önsel dağılım olarak sağa çarpık dağılımın kullanıldığı tahmin edici olan Eş. 5.30 parametreye en yakın değeri vermektedir.

6.1.2. İki veya çok ışınli teknolojiler için simülasyon sonuçları

Bu başlık altındaki simülasyon sonuçlarını vermeden önce belirtilmelidir ki hem Bölüm 4'te Friesner ve diğerlerine ait tahmin edicilerin hem de Bölüm 5'te oluşturulan yeni Bayesci tahmin edicilerin iki veya çok ışınli teknolojilere uyarlanmış halleri üzerinden analizler yapılmaktadır. Alt başlıklar içerisinde de bu bilgiye gerektiği yerlerde değinilmektedir.

Sonlu yığın için ve yerine koyarak örnekleme durumu

Friesner ve diğerlerine ait sonlu yığın için ve yerine koyarak örnekleme durumunda elde edilen tahmin edicinin iki veya çok ışınli teknoloji duruma uyarlanmış hali ile Bölüm 5'te bu tez çalışması kapsamında oluşturulan sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme için

parmak kuralı olması durumunda teorik olarak elde edilmiş olan tahmin edicinin iki veya çok ışınlı teknoloji duruma uyarlanmış hali karşılaştırılacaktır. Sonuçlar Çizelge 6.9 ve Çizelge 6.10'de verilmektedir

Çizelge 6.9. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edici değerleri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Parametre Değeri	Gizli Olmayan Değişken		Gizli Değişken	
		Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=1,ç=2	0,9969	0,6626	0,6473	0,8741	0,8725
n=40,g=1,ç=2	0,9969	0,7581	0,7524	0,9272	0,9254
n=60,g=1,ç=2	0,9969	0,8200	0,8171	0,9600	0,9592
n=80,g=1,ç=2	0,9969	0,8466	0,8448	0,9728	0,9723
n=100,g=1,ç=2	0,9969	0,8753	0,8741	0,9789	0,9787

Çizelge 6.10. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Gizli Olmayan Değişken		Gizli Değişken	
	Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=1,ç=2	0,3343	0,3496	0,1228	0,1244
n=40,g=1,ç=2	0,2388	0,2445	0,0697	0,0715
n=60,g=1,ç=2	0,1769	0,1798	0,0369	0,0377
n=80,g=1,ç=2	0,1503	0,1521	0,0241	0,0246
n=100,g=1,ç=2	0,1216	0,1228	0,0180	0,0182

Buna göre, verilen deneysel durumda tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olduğu ve önsel dağılım olarak sola çarpık dağılımın kullanıldığı Eş. 5.16 tahmin edicisi en küçük ortalama mutlak sapma değerlerini vermektedir.

Benzer şekilde yine sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme için parmak kuralı durumunun sağlanmadığı bir deneysel yapı üzerinden tahmin edici performanslarını kıyaslanacaktır. Tez çalışmasında bu duruma yönelik önerilen tahmin ediciler Eş. 5.25 ve Eş. 5.26'dir. Ancak tabi ki burada iki veya çok ışınlı teknoloji durumuna uygun şekildeki durumları kullanılacaktır. Simülasyon sonuçları Çizelge 6.11 ve Çizelge 6.12'de verilmektedir.

Çizelge 6.11. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edici değerleri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Parametre değeri	Gizli olmayan değişken		Gizli değişken	
		Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
$n=20, g=8, \varphi=8$	0,0333	0,0743	0,0762	0,0836	0,0863
$n=22, g=8, \varphi=8$	0,0333	0,0787	0,081	0,0778	0,0801
$n=24, g=8, \varphi=8$	0,0333	0,0645	0,066	0,0716	0,0736
$n=26, g=8, \varphi=8$	0,0333	0,064	0,0655	0,0675	0,0693
$n=28, g=8, \varphi=8$	0,0333	0,0638	0,0653	0,0640	0,0656

Çizelge 6.12. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koyarak örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri

yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	gizli olmayan değişken		gizli değişken	
	Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
$n=20, g=8, \varphi=8$	0,0410	0,0429	0,0503	0,0530
$n=22, g=8, \varphi=8$	0,0454	0,0477	0,0445	0,0468
$n=24, g=8, \varphi=8$	0,0312	0,0327	0,0383	0,0403
$n=26, g=8, \varphi=8$	0,0307	0,0322	0,0342	0,0360
$n=28, g=8, \varphi=8$	0,0305	0,0320	0,0307	0,0323

Deneysel çalışmada yığın ve örnek çapları ile değişken sayıları göz önüne alındığında parmak kuralı olmaması durumuna ilişkin yapılar seçilmiştir. Bu nedenle burada önsel dağılımın sağa çarpık dağılımın kabul edildiği eşitlik Eş. 5.25 ve Eş. 5.26 tahmin edicilerinin iki veya çok ışınlı teknolojilere uygun versiyonlarının performansları sınanmıştır. Verilen deneysel durumda Çizelge 6.11 ve Çizelge 6.12 verilerine göre tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olmadığı ve önsel dağılım olarak sağa çarpık dağılımın kullanıldığı Eş. 5.25 tahmin edicisi en küçük ortalama mutlak sapma değerlerini vermektedir.

Sonlu yığın için ve yerine koymadan örnekleme durumu

Bu başlık altında öncelikle Friesner ve diğerlerine ait sonlu yığın için ve yerine koymadan örnekleme durumunda elde edilen tahmin edici ile Bölüm 5'te bu tez çalışması kapsamında oluşturulan sonlu yığın ve yerine koymadan örnekleme için parmak kuralı olması

durumunda teorik olarak elde edilmiş olan tahmin edici iki veya çok ışınli teknoloji teorisi çerçevesinde karşılaştırılacaktır. Sonuçlar Çizelge 6.13 ve Çizelge 6.14’de verilmektedir.

Çizelge 6.13. İki veya çok ışınli teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olması durumunda tahmin edici değeri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Parametre Değeri	Gizli Olmayan Değişken		Gizli Değişken	
		Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=1,ç=2	0,9976	0,6422	0,6259	0,8748	0,8730
n=40,g=1,ç=2	0,9976	0,7663	0,7608	0,9277	0,9260
n=60,g=1,ç=2	0,9976	0,8294	0,8267	0,9618	0,9613
n=80,g=1,ç=2	0,9976	0,8588	0,8571	0,9736	0,9733
n=100,g=1,ç=2	0,9976	0,8784	0,8772	0,9797	0,9796

Çizelge 6.14. İki veya çok ışınli teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmakkuralı olması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değeri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Gizli Olmayan Değişken		Gizli Değişken	
	Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=1,ç=2	0,3554	0,3717	0,1228	0,1246
n=40,g=1,ç=2	0,2313	0,2368	0,0699	0,0716
n=60,g=1,ç=2	0,1682	0,1709	0,0358	0,0363
n=80,g=1,ç=2	0,1388	0,1405	0,0240	0,0243
n=100,g=1,ç=2	0,1192	0,1204	0,0179	0,0180

Çizelge 6.13’den görüldüğü üzere parametre değeri 0,9976’dır. İki veya çok ışınli teknoloji terminolojisine uygun ve gizli olmayan değişken varsayımının olduğu sütunlarda sırasıyla eşitlik Eş. 5.20 ve Eş. 4.23 tahmin edici değeri yer almakta, gizli değişken varsayımının olduğu sütunlarda ise sırasıyla Eş. 5.21 ve Eş. 4.25’teki sonsal dağılımdan elde edilen tahmin edici değeri yer almaktadır. Çizelge 6.13 ve Çizelge 6.14’den görüleceği üzere en iyi performans Eş. 5.21 tahmin edicisidir. Eş. 5.21’de ki tahmin edici hatırlanacak olursa etkinsizliğin sıklığının gizli bir değişken olarak kabul edildiği ve önsel dağılım yapısını sola çarpık bir dağılım olarak alınarak oluşturulan bir tahmin edicidir. Sola çarpık önsel dağılım bilgisi, parmak kuralı durumunun olduğu bir deneysel durum mevcut olduğu için kullanılmaktadır. Çünkü bu deneysel durumda yığın ve örnek çapları ile değişken sayıları göz önüne alındığında parmak kuralı olması durumuna ilişkin yapılar seçilmiştir.

Bu başlık altında ikinci olarak, parmak kuralı olmaması durumuna ilişkin yapılar üzerinden simülasyon çalışmaları yapılmaktadır. Friesner ve diğerlerine ait sonlu yığın için ve yerine

koymadan örnekleme durumunda elde edilen gizli olmayan değişken varsayımı ve gizli değişken varsayımı için elde edilmiş olan sırasıyla Eş. 4.23 ve Eş. 4.25 tahmin edicileri ile Bölüm 5'te tez çalışması kapsamında parmak kuralı olmaması durumunda elde edilen ve yine gizli olmayan değişken varsayımı ve gizli değişken varsayımı için ayrı ayrı oluşturulmuş olan sırasıyla eşitlik Eş. 5.30 ve Eş. 5.31 tahmin edicileri karşılaştırılmaktadır. Tabi ki yine bu tahmin edicilerin hesaplanması iki veya çok ışınlı teknolojiler için genişletilerek simülasyon sonuçları alınmaktadır. Sonuçlar Çizelge 6.15 ve Çizelge 6.16'de verilmektedir.

Çizelge 6.15. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edici değerleri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Parametre değeri	Gizli olmayan değişken		Gizli değişken	
		Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=8,ç=8	0,0333	0,0708	0,0717	0,0733	0,0743
n=22,g=8,ç=8	0,0333	0,0577	0,0583	0,0604	0,0611
n=24,g=8,ç=8	0,0333	0,0505	0,051	0,0552	0,0559
n=26,g=8,ç=8	0,0333	0,0433	0,0435	0,0457	0,046
n=28,g=8,ç=8	0,0333	0,0374	0,0375	0,0378	0,0379

Çizelge 6.16. İki veya çok ışınlı teknolojiler için yerine koymadan örnekleme ve parmak kuralı olmaması durumunda tahmin edicilere ait ortalama mutlak sapma değerleri

Yığın çapı, örnek çapı ve değişken sayıları	Gizli olmayan değişken		Gizli değişken	
	Önerilen	Friesner v.d.	Önerilen	Friesner v.d.
n=20,g=8,ç=8	0,0375	0,0384	0,0400	0,0410
n=22,g=8,ç=8	0,0244	0,0250	0,0271	0,0278
n=24,g=8,ç=8	0,0172	0,0177	0,0219	0,0226
n=26,g=8,ç=8	0,0100	0,0102	0,0124	0,0127
n=28,g=8,ç=8	0,0041	0,0042	0,0045	0,0046

Daha önceki ayrıştırma gücünün düşük olduğu deneysel çalışmalara benzer olarak yine parmak kuralı olmaması durumuna ilişkin yapılar seçilmiştir. Bu nedenle burada önsel dağılımın sağa çarpık dağılımın kabul edildiği eşitlik Eş. 5.30 ve Eş. 5.31 tahmin edicilerinin performansları sınanmıştır. Verilen deneysel durumda Çizelge 6.15 ve Çizelge 6.16 verilerine göre tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koymadan örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olmadığı ve önsel dağılım olarak sağa çarpık

dağılımın kullanıldığı tahmin edici olan Eş. 5.30 tahmin edicisi en küçük ortalama mutlak sapma değerlerini vermektedir.

6.2. Uygulama Çalışmaları

Simülasyon çalışmasına benzer olarak bu başlık altında yine tez çalışması doğrultusunda önerilen ve literatürde daha önce Friesner ve diğerleri tarafından önerilmiş olan tahmin edicilerin performansları karşılaştırılacaktır. Uygulama çalışması gerçek hayat verileri üzerinden yapılacağı için göz önünde bulundurulacak durumlarda gerçek hayatta en çok karşılaşılabilecek deneysel durumlar olacaktır. Bunlar sonlu bir yığında yerine koymadan örnekleme durumu için oluşturulan deneysel yapılar olacaktır. Tez çalışmasında önerilen tahmin edicilerin performanslarını görebilmek için hem parmak kuralının sağlanmaması durumunda önerilen Eş. 5.30 tahmin edicisi, hem de parmak kuralının sağlandığı durumunda önerilen eşitlik Eş. 5.20 tahmin edicisi sırasıyla Uygulama 1 ve Uygulama 2 çalışmalarında performansları yönünden sonlu bir yığında yerine koymadan örnekleme durumu için Friesner ve diğerlerinin önerdiği Eş. 4.23 tahmin edicisi ile karşılaştırılacaklardır. Karşılaştırmalarda bu tahmin edicilerin gizli değişkenli versiyonları olan Eş. 5.21 , Eş. 5.31 ve Eş. 4.25’de kullanılacaktır.

6.2.1. Uygulama 1

Türkiye’nin 81 ilinin bazı sosyo-ekonomik verileri üzerinden VZA analizi yapılacaktır. Analizde kullanılacak girdi ve çıktı değişkenleri Çizelge 6.17’de verilmektedir.

Çizelge 6.17. Uygulama 1 için çıktı ve girdi değişkenleri

Çıktılar:
y_1 : Okur-yazar Nüfus Oranı, %
y_2 : Onbin kişiye Düşen Hastane Yatak Sayısı
y_3 : Fert Başına Gayri Safi Yurt içi Hâsıla, TL
Girdiler:
x_1 : Bebek Ölüm Oranı, %
x_2 : Fert Başına Belediye Giderleri, TL
x_3 : Fert Başına Kamu Yatırımları Miktarı, TL

Elimizdeki veriler üzerinden 3 çıktı ile 3 girdi olmak üzere toplam 6 değişkenin olduğu bir deneysel yapı mevcuttur. Bu durumda parmak kuralı sağlanmakta, dolayısıyla eldeki deneysel yapı ayrıştırma gücü açısından bir problem teşkil etmemektedir.

Öncelikle tek ışınlı teknoloji üzerinden analiz yapılacaktır. CCR model üzerinden yapılan VZA analizi sonucunda 67 il etkinsiz çıkmıştır, bu durumda etkinsizlik sıklığı parametre değeri 0,8272'dir. Yerine koymadan yöntemi ile seçilen 20 il üzerinden yapılan analiz sonucuna göre etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olarak kabul edilmediği durumda, sonlu yığın için yerine koymadan örnekleme durumunda Friesner ve diğerleri tarafından önerilen tahmin edici 0,6398 ile bu tez çalışmasında aynı koşullar altında ve bu koşullara ek olarak parmak kuralı olması durumunda önerilen tahmin edici 0,6519 ile parametre değerini tahmin etmiştir. Aynı koşullar için parametre değeri, etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olarak alındığı durumda, Friesner ve diğerlerine ait tahmin edici tarafından 0,6865 ile tahmin edilirken, be tez çalışmasında önerilen tahmin edici ile 0,6970 olarak tahmin etmiştir. Bu sonuçlara göre gerçek parametre değerine en yakın tahmini sonlu yığın için yerine koymadan örnekleme yönteminde tez çalışmasında parmak kuralı olması durumunda önerilen etkinsizlik sıklığının gizli değişken olduğu varsayımına dayalı olan Eş. 5.21'deki tahmin edici vermektedir.

İki veya çok ışınlı teknoloji için BCC model üzerinden yapılan VZA analizi sonucunda 52 il etkinsiz çıkmıştır, bu durumda etkinsizlik sıklığı parametre değeri 0,6420'dir. Yerine koymadan yöntemi ile seçilen 20 il üzerinden yapılan analiz sonucuna göre etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olarak kabul edilmediği durumda, sonlu yığın için yerine koymadan örnekleme durumunda Friesner ve diğerleri tarafından önerilen tahmin edici 0.5466 ile bu tez çalışmasında aynı koşullar altında ve bu koşullara ek olarak parmak kuralı olmaması durumunda önerilen tahmin edici 0,5618 ile parametre değerini tahmin etmiştir. Aynı koşullar için parametre değeri, etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olarak alındığı durumda, Friesner ve diğerlerine ait tahmin edici tarafından 0,5932 ile tahmin edilirken, be tez çalışmasında önerilen tahmin edici ile 0,6068 olarak tahmin etmiştir. Bu sonuçlara göre gerçek parametre değerine en yakın tahmini sonlu yığın için yerine koymadan örnekleme yönteminde tez çalışmasında parmak kuralı olmaması durumunda önerilen etkinsizlik sıklığının gizli değişken olduğu varsayımına dayalı dolayısıyla sola çarpık bir önsel dağılımla üretilmiş olan Eş. 5.21'daki tahmin edici vermektedir.

Özet olarak hem tek ışınlı hem de iki veya çok ışınlı teknoloji durumlarında parametreye mutlak değerce en yakın sonucu, sonlu yığın için yerine koymadan örnekleme yönteminde tez çalışmasında parmak kuralı olması durumunda önerilen, sola çarpık bir önsel dağılım kullanılarak üretilmiş ve gizli değişken varsayımına dayalı tahmin edici vermektedir.

6.2.2. Uygulama 2

İkinci uygulama olarak parmak kuralı olmamasına uygun olan bir uygulama verisi üzerinden sonlu yığın durumu ve yerine koymadan örnekleme yöntemi için çalışma yapılacaktır. Uygulama verisinde yine 81 ile ait üç girdi ve onüç çıktı olmak üzere toplam onaltı değişken vardır. Analizde kullanılan girdi-çıkı değişkenleri Çizelge 6.18’de gösterilmektedir. İkinci uygulama çalışmasına ilişkin sayısal veriler Ek-12’de verilmektedir.

Çizelge 6.18. Uygulama 2 için çıktı ve girdi değişkenleri

Çıktılar:
y_1 : Şehirleşme Oranı, %
y_2 : Tarım İşkolunda Çalışanların Toplam İstihdama Oranı,
y_3 : Sanayi İşkolunda Çalışanların Toplam İstihdama Oranı,
y_4 : Ticaret İşkolunda Çalışanların Toplam İstihdama Oranı,
y_5 : Ücretli Çalışanların Toplam İstihdama Oranı, %
y_6 : İşverenlerin Toplam İstihdama Oranı, %
y_7 : Okur-yazar Nüfus Oranı, %
y_8 : Onbin kişiye Düşen Hastane Yatak Sayısı
y_9 : Gayri Safi Yurt İçi Hâsıla İçindeki Payı, %
y_{10} : Fert Başına Gayri Safi Yurt içi Hâsıla, TL
y_{11} : Banka Şubesi Sayısı
y_{12} : Onbinkişiye Düşen Özel Otomobil Sayısı
y_{13} : Fert Başına Elektrik Tüketim Miktarı, kw
Girdiler:
x_1 : Bebek Ölüm Oranı, %
x_2 : Fert Başına Belediye Giderleri, TL
x_3 : Fert Başına Kamu Yatırımları Miktarı, TL

Tek ışınlı teknoloji varsayımı üzerinden yapılan CCR modelli VZA analizi sonucunda 28 il etkinsiz çıkmıştır, bu durumda etkinsizlik sıklığı parametre değeri 0,3457’dir. Bir önceki

uygulamaya göre KVB birim sayısı aynı iken toplam değişken sayısının artması ayırıştırma gücünü düşürmüştür. Uygulama 1’de ki yapıya göre 0,6420 olan etkinsizlik sıklığı parametre değeri, Uygulama 2’de 0,3457’ya düşmüştür. Bu nedenle 16 değişkenli bu deneysel yapı parmak kuralı olmaması durumu için örnek olarak kullanılacaktır. Yerine koymadan yöntemi ile seçilen 60 hastane üzerinden yapılan analiz sonucuna göre etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olarak kabul edilmediği durumda, sonlu yığın için yerine koymadan örnekleme durumunda Friesner ve diğerleri tarafından önerilen tahmin edici 0,3592 ile bu tez çalışmasında aynı koşullar altında ve bu koşullara ek olarak parmak kuralı olmaması durumunda önerilen tahmin edici 0,3578 ile parametre değerini tahmin etmiştir. Aynı koşullar için parametre değeri, etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olarak alındığı durumda, Friesner ve diğerlerine ait tahmin edici tarafından 0,3772 ile tahmin edilirken, be tez çalışmasında önerilen tahmin edici ile 0,3754 olarak tahmin etmiştir. Bu sonuçlara göre gerçek parametre değerine en yakın tahmini sonlu yığın için yerine koymadan örnekleme yönteminde tez çalışmasında parmak kuralı olmaması durumunda önerilen etkinsizlik sıklığının gizli değişken olmadığı varsayımına dayalı olan Eş. 5.30’deki tahmin edici vermektedir.

İki veya çok ışınlı teknoloji için BCC model üzerinden yapılan VZA analizi sonucunda 11 il etkinsiz çıkmıştır, bu durumda etkinsizlik sıklığı parametre değeri 0,1358’dir. Yerine koymadan yöntemi ile seçilen 60 il üzerinden yapılan analiz sonucuna göre etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olarak kabul edilmediği durumda, sonlu yığın için yerine koymadan örnekleme durumunda Friesner ve diğerleri tarafından önerilen tahmin edici 0,1580 ile bu tez çalışmasında aynı koşullar altında ve bu koşullara ek olarak parmak kuralı olmaması durumunda önerilen tahmin edici 0,1573 ile parametre değerini tahmin etmiştir. Aynı koşullar için parametre değeri, etkinsizlik sıklığının gizli bir değişken olarak alındığı durumda, Friesner ve diğerlerine ait tahmin edici tarafından 0,1740 ile tahmin edilirken, be tez çalışmasında önerilen tahmin edici ile 0,1733 olarak tahmin etmiştir. Bu sonuçlara göre gerçek parametre değerine en yakın tahmini sonlu yığın için yerine koymadan örnekleme yönteminde tez çalışmasında parmak kuralı olmaması durumunda önerilen etkinsizlik sıklığının gizli değişken olmadığı varsayımına dayalı olan Eş. 5.30’daki tahmin edici vermektedir.

Özet olarak hem tek ışınlı hem de iki veya çok ışınlı teknoloji durumlarında parametreye mutlak değerce en yakın sonucu, sonlu yığın için yerine koymadan örnekleme yönteminde

tez çalışmasında parmak kuralı olmaması durumunda önerilen etkinsizlik sıklığının gizli değişken olarak kabul edilmediği tahmin edici vermektedir.

Simülasyon ve uygulama çalışmaları sonuçlarına göre tez çalışması kapsamında önerilen yeni tahmin ediciler iyi performanslar göstermişlerdir. Önsel dağılımında parmak kuralı olduğu durumlara yönelik olarak sola çarpık dağılım kullanılan tahmin ediciler Friesner ve diğerlerinin tahmin edicilerine göre parametreye daha yakın, bir başka deyişle daha küçük mutlak sapma değerleri vermektedir. En küçük mutlak sapma değeri hem yerine koyarak hem de yerine koymadan örnekleme yönteminde gizli değişken varsayım çerçevesinden yapılan Eş. 5.21’de ki tahmin ediciye aittir. Önsel dağılımında parmak kuralı olmadığı durumlara yönelik olarak sağa çarpık dağılım kullanılan tahmin ediciler Friesner ve diğerlerinin tahmin edicilerine göre daha iyi sonuçlar vermektedir. En küçük mutlak sapma değeri hem yerine koyarak hem de yerine koymadan örnekleme yönteminde gizli değişken varsayımının olmadığı çerçevede geliştirilen Eş. 5.30 tahmin edicisine aittir.

Tahmin edici değerleri performansları parmak kuralının sağlandığı durumlar için daha kapsamlı olarak tablolastırılmış şekilde tek ışınlı ve iki veya çok ışınlı teknoloji durumlarında yerine koyarak ve koymadan örnekleme yöntemlerine göre Ek-12, Ek-13, Ek-14 ve Ek 15’te verilmektedir. Bu tablolar, belirli yığın çapı ve parametre değerlerine sahip deneysel durumlarda, (1,1), (1,2), (2,1) ve (2,2) girdi-çıkı (g,ç) kombinasyonlarında, örnek çapı $5*(g+ç)$ ile $5*(g+ç)+30$ değerleri arasında örnek çapları için oluşturulmuştur. Tablolar ayrıca, 1000 tekrarda elde edilen tahmin edici değerlerinin ve ortalama etkin KVB sayısı, ortalama etkinsiz KVB sayısı ve Bölüm 4’teki deneysel dağılım mantığı çerçevesinde oluşturulan Monte Carlo tahmin (ortalama etkinsizlik sıklığı) değerlerini içermektedir.

Bu tez çalışmasındaki simülasyon verileri $\ln Y_i = \ln \beta + \sum_{j=1}^m \alpha_j \ln X_j - u_i + v_i$ Cobb-

Douglas üretim fonksiyonu kullanılarak üretilmiştir. Burada Y_i , i . çıktı, $i=1, \dots, s$. X_j j . girdi, $j=1, \dots, m$. $u_i \sim N(\mu, \sigma)$, $v_i \sim N^+(\mu, \sigma)$ ve β bir sabittir. İki veya çok ışınlı teknoloji için α_j ’lerin toplamı 1 olmalıdır ($\sum_{j=1}^m \alpha_j = 1$). Tablolarda tahmin edici, etkin KVB sayısı,

etkinsiz KVB sayısı sütunları 1000 denemedeki ortalama değerleri vermektedir. Belirli girdi-çıkı, parametre değeri ve örnek çapı durumlarında, hangi tahmin edicilerin gerçek

parametre değerine ne kadar yakın ve yüksek performanslı sonuçları verdiği noktasında tabloların uygulamacılar için kolaylık sağlaması hedeflenmektedir. Tablolar tek ışınlı teknoloji için Ek-12 ve Ek-13, iki veya çok ışınlı teknoloji için Ek-14 ve Ek-15’de verilmektedir.

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bölüm 3'te açıklandığı üzere, Bayesci yaklaşımda örnekten gelen bilgi uygun bir önsel ile birleştirilerek sonsal dağılım elde edilmekte ve bu sonsal dağılımın beklenen değeri de bayesci metodolojiye göre bayes tahmin edicisini vermektedir. Bölüm 4'te Friesner ve diğerleri (2013) çalışmalarında bayesci teori tabanlı tahmin edici oluştururken önsel dağılım olarak tekdüze (düzgün) dağılımın sonsuz ve sonlu yığın çapları için sırasıyla sürekli ve kesikli versiyonlarını kullanmışlardır. Ancak düzgün dağılımın kullanılmasına sebep tahmin edilen etkinsizlik sıklığı parametresi hakkında bilgilendirici bir ön bilginin bulunmamasıdır.

Önsel dağılım olarak düzgün dağılımın kullanılmasının istatistiksel olarak anlamı, etkinsizlik sıklığının tanımlı olduğu $(0,1)$ aralıktaki her bir değeri eşit olasılıkla almasıdır. Bu durumda etkinsizliğin sıklığı teriminin bu durumun dışında her hangi bir karakteristik yapıya sahip olabileceği göz ardı edilmiştir. Bu yönüyle Friesner ve diğerlerinin (2013) çalışması yeni bir kavram ortaya koyma yönünden çok kaliteli olsa da yukarıda bahsedildiği yönüyle de çok yüzeysel kalmıştır. Bu araştırmada etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımı oluşturularak, bu dağılımında bir karakteristiği olduğu ve önsel bir dağılım belirlenirken bu karakteristiğin göz önünde bulundurulması gerektiği önerilmektedir.

Etkinsizlik sıklığı terminolojisi çerçevesinde Bölüm 4'te 4.2 başlığında yapılan deneysel dağılım çalışmaları ile farklı durumları barındıran farklı deneysel yapılar üzerinden Monte Carlo simülasyon tekniği ile etkinsizlik sıklığının deneysel dağılımları oluşturulmaktadır. Elde edilen bulgular hem tek ışınlı hem de iki veya çok ışınlı teknolojiler için genellenebilir sonuçlardır. Buna göre, genel olarak, etkinsizlik sıklığının ayırıştırma gücünün iyi olduğu durumlarda sola çarpık, iyi olmadığı durumlarda sağa çarpık dağılım yapısı sergilediği sonucuna varılmaktadır.

Deneysel dağılımların durumlarına göre çıkarsama yapılarak varılan bu sonuç çerçevesinde Bölüm 5'te önsel dağılım olarak parmak kuralı olmaması durumunda sağa çarpık, olması durumunda ise sola çarpık dağılımlar kullanılarak yeni Bayesci tahmin ediciler oluşturulmaktadır. Bu tezin ve Friesner ve diğerlerinin ortak yönü ise örnekten

gelen bilginin yerine koyarak yönteminde Binom dağılımı ile, yerine koymadan yönteminde Hipergeometrik dağılım ile temsil edilmeleridir. Oluşturulan yeni tahmin edicilerin performansları Bölüm 6’da hem simülasyon hem de uygulama çalışmaları ile gözlemlenmektedir.

Bölüm 6’dan elde edilen simülasyon sonuçlarına göre; öncelikle tek ışınlı teknolojiler için sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme başlığı altında analizler yapılmıştır. Sonuçlara göre, parmak kuralı olması durumunda sonlu yığın çapı ve yerine koyarak örnekleme için verilen deneysel durumda tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olduğu durumlarda, önsel dağılım olarak sola çarpık dağılımın kullanıldığı tahmin edici en iyi performansı göstermektedir. Benzer şekilde yine sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme için parmak kuralı olmaması durumunun sağlandığı bir deneysel yapı üzerinden tahmin edici performansları kıyaslanmıştır. Tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olmadığı durumlarda, önsel dağılım olarak sağa çarpık dağılımın kullanıldığı tahmin edici en küçük mutlak sapma değerini vermiştir.

Daha sonra yine tek ışınlı teknolojiler için sonlu yığın ve yerine koymadan örnekleme başlığı altında analizler yapılmıştır. Friesner ve diğerlerine ait sonlu yığın için ve yerine koymadan örnekleme durumunda elde edilen tahmin edici ile Bölüm 5’te bu tez çalışması kapsamında oluşturulan sonlu yığın ve yerine koymadan örnekleme için parmak kuralı olması durumunda teorik olarak elde edilmiş olan tahmin edici karşılaştırılmıştır. Sonuçlara göre en iyi performans etkinsizliğin sıklığının gizli bir değişken olarak kabul edildiği ve önsel dağılım yapısını sola çarpık bir dağılım olarak alınarak oluşturulan tahmin edicininidir. Bu başlık altında ikinci olarak, parmak kuralı olmaması durumuna ilişkin yapılar seçilmiştir. Sonuçlara göre tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koymadan örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olmadığı ve önsel dağılım olarak sağa çarpık dağılımın kullanıldığı tahmin edici en küçük mutlak sapma değerini vermiştir.

İki veya çok ışınlı teknoloji durumunda ve yerine koyarak örnekleme için parmak kuralı olması durumunda Friesner ve diğerlerinin kapsamında oluşturulan ve tez çalışması kapsamında önerilen tahmin edicilerin performansları kıyaslanmıştır. Buna göre, verilen deneysel durumda tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olduğu ve önsel dağılım olarak sola çarpık dağılımın

kullanıldığı tahmin edici en iyi performansı göstermektedir. Benzer şekilde yine sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme için parmak kuralı olmaması durumunun sağlandığı bir deneysel yapı üzerinden tahmin edici performansları kıyaslanmıştır. Tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koyarak örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olmadığı ve önsel dağılım olarak sağa çarpık dağılımın kullanıldığı tahmin edici en küçük mutlak sapma değerini vermiştir.

Daha sonra yine iki veya çok ışınlı teknolojilerde Friesner ve diğerlerinin ve bu tez çalışmasının önerdiği terminoloji çerçevesinde oluşturulan tahmin ediciler parmak kuralı olması durumunda sonlu yığın ve yerine koymadan örnekleme için kıyaslanmışlardır. En iyi performans etkinsizliğin sıklığının gizli bir değişken olarak kabul edildiği ve önsel dağılım yapısını sola çarpık bir dağılım olarak alınarak oluşturulan tahmin ediciye aittir. Ayrıca, bu başlık altında parmak kuralı olmaması durumuna ilişkin yapılar üzerinden simülasyon çalışmaları yapılmıştır. Sonlu yığın için ve yerine koymadan örnekleme durumunda tüm örnek çaplarında sonlu yığın ve yerine koymadan örnekleme durumu için gizli değişken yaklaşımının olmadığı ve önsel dağılım olarak sağa çarpık dağılımın kullanıldığı tahmin edici en küçük mutlak sapma değerini vermiştir.

Gizli değişken varsayımının yapılan analizde nasıl bir değişime sebep olduğu, gizli değişken tanımına bakıldığında daha iyi anlaşılmaktadır. Bölüm 4'ten hatırlanacağı üzere, ister tek ışınlı ister iki veya çok ışınlı teknoloji durumu olsun gizli değişken kavramı temel olarak aynı mantığa dayanmaktadır. Gizli değişken tanımı, Örnek VZA sonuçlarına göre gerçek etkin KVB'lerin tek ışınlı teknoloji için hiçbirinin seçilen örnekte olmaması durumunda yanlış sınıflamaya önlem olarak bir düzeltme olarak düşünülebilir. İki veya çok ışınlı teknolojilerde ise gerçek etkin sınırı oluşturacak kadar gerçek etkin KVB'nin örnekte olmaması durumunda yanlış sınıflamaya önlem olarak bir düzeltme olarak düşünülebilir. Yine Bölüm 4'ten hatırlanacağı üzere, bu düzeltme hem tek ışınlı hem de iki veya çok ışınlı durumda sınıflamadaki gözlemlenemeyen hatayı örnekten elde edilen etkin olmayan KVB'lerin sayısına ekleyerek yapılmaktadır. Burada gözlemlenemeyen hata olarak belirtilen e terimi sıfır yada sıfırdan büyük bir sayı değeri almaktadır. Bu durumda gizli değişken fikri örnekten elde edilen etkin olmayan KVB sayısını arttırır yada sabit tutar. Bu durumda sonsal olasılık değerleri üzerinden hesaplanan Bayesci tahmin değerlerinde (sonsal dağılımın beklenen değeri) arttırıcı yönde değişime sebep olur. İşte bu durum parmak kuralının olduğu durumlarda parametre değerine yakınsamayı sağlarken, parmak

kuralının olmadığı durumlarda bu düzeltme parametre değerinden tahmin ediciyi uzaklaştırır.

Uygulama çalışmalarına ait sonuçlarda simülasyon çalışmalarındaki bulguları destekler nitelikte çıkmaktadır. Simülasyon ve uygulama çalışmaları sonuçlarına göre tez çalışması kapsamında önerilen yeni tahmin ediciler daha küçük mutlak sapma değerleri vermişlerdir. Önsel dağılımında parmak kuralının olduğu durumlara yönelik olarak sola çarpık dağılım kullanılan tahmin ediciler Friesner ve diğerlerinin tahmin edicilerine göre daha iyi sonuçlar vermektedir. En küçük mutlak sapma değeri hem yerine koyarak hem de yerine koymadan örnekleme yönteminde gizli değişken varsayım çerçevesinden yapılan tahmin edicilere aittir. Önsel dağılımında parmak kuralının olmadığı durumlara yönelik olarak sağa çarpık dağılım kullanılan tahmin ediciler Friesner ve diğerlerinin tahmin edicilerine göre daha iyi sonuçlar vermektedir. En küçük mutlak sapma değeri hem yerine koyarak hem de yerine koymadan örnekleme yönteminde gizli değişken varsayımının olmadığı çerçevede geliştirilen tahmin edicilere aittir.

Açıklanan simülasyon ve uygulama çalışmaları sonuçlarına göre tüm bulgular şu şekilde özetlenebilir;

Hem tek ışınlı hem iki veya çok ışınlı teknolojiler için parmak kuralı olması durumunda önsel dağılımı sola çarpık kabul edilen tahmin ediciler Friesner ve diğerlerinin metodolojisine göre oluşturulan tahmin edicilerden gerçek parametre değerine daha yakın sonuçlar vermiştir. Bu durum etkinsizlik sıklığı hem gizli değişken olarak kabul edildiğinde hem de edilmediğinde de geçerlidir. Genel olarak parmak kuralı olmaması durumunda sola çarpık önsel dağılım ve gizli değişken varsayımı aynı anda kullanıldığında iyi performans gözlenmektedir. Bu durumlar hem yerine koyarak örnekleme hem de yerine koymadan örnekleme durumları içinde geçerlidir.

Hem tek ışınlı hem iki veya çok ışınlı teknolojiler için parmak kuralı olmaması durumunda önsel dağılımı sağa çarpık kabul edilen tahmin ediciler Friesner ve diğerlerinin metodolojisine göre oluşturulan tahmin edicilerden gerçek parametre değerine daha yakın sonuçlar vermiştir. Bu durum etkinsizlik sıklığı hem gizli değişken olarak kabul edildiğinde hem de edilmediğinde de geçerlidir. Genel olarak parmak kuralı olduğu durumlarda sağa çarpık önsel dağılım ve gizli olmayan değişken varsayımı aynı anda

kullanıldığında iyi performans gözlenmektedir. Bu durumlar hem yerine koyarak örnekleme hem de yerine koymadan örnekleme durumları içinde geçerlidir.

Bayesci metodolojinin doğası gereği örnek çapı arttıkça önsel dağılımın etkisi azalmakta ve örnekten gelen bilginin etkisi artmaktadır. Bunun bir sonucu olarak örnek çapı arttıkça bu tez çalışmasında önerilen tahmin ediciler ile Friesner ve diğerlerinin önerdiği tahmin edicilerin değerleri gittikçe birbirlerine yakınsamaktadır. Gizli değişken varsayımının yapılan analizde nasıl bir değişime sebep olduğu yukarıda bahsedilmiştir. Buna göre, gizli değişken varsayımı parmak kuralının olduğu durumlarda parametre değerine daha yakınsamayı sağlarken, parmak kuralının olmadığı durumlarda parametre değerinden tahmin ediciyi uzaklaştırır. Bu durumda, uygulamada ve gerçek hayatta daha sıkça karşılaşılabilecek olan parmak kuralının olduğu durumlarda gizli değişken tanımının kullanılması, uygulamada ve gerçek hayatta daha az olasılıkla karşılaşılabilecek olan parmak kuralının olmadığı durumlarda gizli değişken tanımının kullanılmaması önerilebilir.

Ayrıca, Ek-12, Ek-13, Ek-14 ve Ek-15 tablolarına göre, tablolardaki belirli parametre ve girdi-çıktı değerlerine sahip deneysel bir durumda, uygulamacıların hangi tahmin ediciyi kullanmaları gerektiğine ilişkin çıkarsamalar yapılabilir. Buna göre Monte Carlo tahmin edicileri tek ışınli teknolojilerde bazı deneylerde iyi performans göstermekteyken, değişken sayısı arttığında performansı bayesci tahminlerle karşılaştırıldığında düşmüştür. İki veya çok ışınli teknolojiler için oluşturulan tablolara göre söylenebilir ki; özellikle gizli değişken varsayımıyla Bayesci yaklaşımla oluşturulan tahmin ediciler daha iyi performans göstermektedirler. Tabloların, bu yönleriyle uygulamacılara yol gösterici olmaları hedeflenmiştir.

KAYNAKLAR

- Aigner, D.J., Lovell, C.A.K. and Schmidt P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier models. *Journal of Econometrics*, 6, 21-37.
- Allen, R., Athanassopoulos, A., Dyson, R.G., Thanassoulis, E. (1997). Weights restrictions and value judgements in Data Envelopment Analysis: Evolution, development and future directions. *Annals of Operations Research*, 73, 13-34.
- Amin, G.R., Toloo, M. (2007). Finding the most efficient DMUs in DEA: An improved integrated model, *Computers and Industrial Engineering*, 52 (1), 71-77.
- Andersen, P., Petersen, N. (1993). A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, 39 (10), 1261–1264.
- Andersen, T.R., Hollingsworth, K.B., Inman, L.B. (2002). The Fixed Weighting Nature of a Cross Evaluation Model. *Journal of Productivity Analysis*, 18 (1), 249–255.
- Antony, J. (2010). A class of changing elasticity of substitution production functions. *Journal of Economics*, 100, 165–183.
- Arnade, C., Pick, D. (2000). Seasonal oligopoly power: the case of the US fresh fruit market. *Applied Economics*, 32, 969–977.
- Atkinson, S.E., Primont, D. (2002). Primont Stochastic estimation of firm technology, and productivity growth using shadow cost and distance function. *Journal of Econometrics*, 108, 203–225
- Azadeh, A., Amalnick, M.S., Ghaderi, S.F., Asadzadeh, S.M. (2007). An integrated DEA PCA numerical taxonomy approach for energy efficiency assessment and consumption optimization in energy intensive manufacturing sectors. *Energy Policy*, 35, 3792–3806.
- Baker, R. C., Talluri, S. (1997). A closer look at the use of data envelopment analysis for technology selection. *Computers and Industrial Engineering*, 32 (1), 101-108.
- Banker, R.D., Chang, H. (1995). A simulation study of hypothesis tests for differences in efficiencies. *International Journal of Production Economics*, 39, 37-54
- Banker, R.D., Charnes, A., Cooper, W.W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30 (19): 1078-1092.
- Banker R.D., Conrad, R.F., Strauss, R.P. (1986). A comparative application of data envelopment analysis and translog methods: An illustrative study of hospital production. *Management Science*, 32(1), 30-44.
- Banker, R.D., Devaraj, S., Sinha, K.K. (1995). Some tests of model specification in data envelopment analysis. *Research Paper*.

- Banker, R. D. (1993). Maximum likelihood, consistency and data envelopment analysis: a statistical foundation. *Management Science*, 39, 1265–1273
- Banker, R.D. (1996). Hypothesis tests using data envelopment analysis. *The Journal of Productivity Analysis*, 7, 139-159.
- Berger, J.O. (1985). *Statistical decision theory and bayesian analysis*. Springer-Verlang.
- Bolstad, W.M. (2007). *Introdution to Bayesian Statistics*. A John Wiley & Sons Inc., New Jersey.
- Boos, D.D., Stefanski, L.A. (2010). *Essential Statistical Inference: Theory ad Methods*, Springer.
- Cazals, C., Florens, J.P., Simar L. (2002). Nonparametric frontier estimation: a robust approach. *Journal of Econometrics*, 106, 1–25.
- Charnes, A., Cooper, W., Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429–444.
- Charnes, A., Cooper, W.W., Huang, Z.M., Sun, D.B. (1990). Polyhedral cone-ratio DEA models with an illustrative application to large commercial banks. *Journal of Econometrics*, 46, 73-91.
- Chilingerian, J. (1995). Evaluating physician efficiency in hospitals: a multivariate analysis of best practices. *European Journal of Operational Research*, 80, 548–574.
- Chilingerian, J.A., Sherman, H.D. (1997). DEA and primary care physician report cards: Deriving preferred practice cones from managed care service concepts and operating strategies. *Annals of Operations Research*, 73: 35-66.
- Congdon, P. (2003). *Applied bayesian modelling*. Wiley Series in Probabillity and Statistics, John Wiley&Sons, London.
- Cooper, W.W., Seiford, L.M. and Tone, K. (2000). Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver software. *Kluwer Academic Publishers*, Boston, USA.
- Debreu, G. (1951). The coefficient of resource utilization. *Econometrica*, 19, 273–292.
- Deprins, D., Simar, L., Tulkens, H. (1984). Measuring labor inefficiency in post offices. In *The Performance of Public Enterprises: Concepts and measurements*. M. Marchand, P. Pestieau and H. Tulkens (eds.), Amsterdam, North-Holland, 243–267.
- Dyson, R.G., Thanassoulis, E. (1988). Reducing weight flexibility in data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 39 (6), 563-576.
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society A*, 120, 253–281.

- Foroughi, A. A. (2011). A new mixed integer linear model for selecting the best decision making units in data envelopment analysis. *Computers and Industrial Engineering*, 60 (4): 550-554.
- Friesner, D., Mittelhammer, R., Rosenman, R. (2006). Inferring the latent incidence of inefficiency from DEA estimates and bayesian priors, *Washington State University Working Paper Series*, WP 2006-8.
- Friesner, D., Mittelhammer, R., Rosenman, R. (2013). Inferring the incidence of industry inefficiency from DEA estimates. *European Journal of Operational Research*, 224, 414–424.
- Gajewski, B., Lee, R., Bott, M., Piamjariyakul, U., Taunton, R. (2009). On estimating the distribution of data envelopment analysis efficiency scores: an application of nursing homes' care planning process. *Journal of Applied Statistics*, 36, 933–944.
- Gijbels, I., Mammen, E., Park, B., Simar, L. (1999). On estimation of monotone and concave frontier functions. *Journal of the American Statistical Association*, 94, 220–228.
- Gstach, D. (1998). Another approach to data envelopment analysis in noisy environments: DEA+. *Journal of Productivity Analysis*, 9, 161–176.
- Hall, P. and L. Simar (2002). Estimating a Changepoint, boundary or frontier in the presence of observation error. *Journal of the American Statistical Association*, 97, 523–534.
- Halme, M., Joro, T., Korhonen, P., Salo, S., Wallenius, J. (1999). A value efficiency approach to incorporating preference information in data envelopment analysis. *Management Science*, 45 (1), 103-115.
- Hogg, R.V., McKean, J. W., Craig A. (2006). *Introduction to Mathematical Statistics*: 6th Edition.
- Kao, C., Hung, H.T. (2005). Data envelopment analysis with common weights: the compromise solution approach. *Journal of the Operational Research Society*, 56 (10), 1196-1203.
- Khouja, M. (1995). The use of data envelopment analysis for technology selection. *Computers and Industrial Engineering*, 28 (1), 123-132.
- Kittelsen, S.A.C. (1999). Monte Carlo simulations of DEA efficiency measures and Hypothesis tests. *University of Oslo Department of Economics*, Memorandum, 09-99.
- Kneip A, Simar L, Wilson P. (2003). Asymptotics for DEA estimators in non-parametric frontier models. *Institut de Statistique, Universit'e Catholique de Louvain*, Discussion Paper no. 317.

- Kocakoç, İ.D. (2003). *Veri zarflama analizinde tahminleyicilerin özellikleri üzerine bir araştırma*, Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Korhonen, P., Tainio, R., Wallenius, J. (2001). Value efficiency analysis of academic research. *European Journal of Operational Research*, 130 (1), 121-132.
- Kumbhakar, S.C. , Park, B.U., Simar, L., Tsionas E.G. (2007). Nonparametric stochastic frontiers: a local likelihood approach. *Journal of Econometrics*, 137 (1), 1–27.
- Lam, K.F. (2010). In the determination weight sets to compute cross-efficiency ratios in DEA. *Journal of Operational Research Society*, 61, 134–143.
- Land, K.C., Lovell, C.A.K., Thore, S. (1993). Chance-constrained data envelopment analysis. *Managerial and Decision Economics*, 14 (6), 541–554.
- Mecit, E.D. (2012). *Veri zarflama analizinde homojen ağırlıklandırma üzerine yeni bir yaklaşım*, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Mecit, E.D., Alp, İ. (2012). A new restricted model by using correlation coefficients as an alternative to the cross-efficiency evaluation in data envelopment analysis. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, 41(2), 321-335.
- Meeusen, W., van den Broek, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production function with composed error. *International Economic Review*, 8, 435-444.
- Murat, N. (2012). *Yapısal eşitlik modeller parametre tahminlerinde klasik ve bayesci bir yaklaşım*, Doktora Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- Pearson, E. (1925). Bayes' theorem, examined in the light of experimental sampling. *Biometrika*, 17, 388-442.
- Petersen, N.C., Olesen, O.B. (1995). Chance-constrained efficiency evaluation, *Management Science*, 41, 442–457.
- Phillips, K. (2001). Testing Microbiologic Response to Anti-Infective Medications with Incomplete Data. *Journal of Biopharmaceutical Statistics*, 11(4), 237-252.
- Podinovski, V.V., Athanassopoulos, A.D. (1998). Assessing the relative efficiency of decision making units using DEA models with weight restrictions. *Journal of the Operational Research Society*, 49 (5), 500-508.
- Podinovski, V.V. (1999). Side effects of absolute weight bounds in DEA models. *European Journal of Operational Research*, 115 (3), 583-595.
- Premachandra, I.M. (2001). A note on DEA vs principal component analysis: An improvement to Joe Zhu's approach. *European Journal of Operational Research*, 132: 553–560.

- Ray, S. (1991). Resource-use efficiency in public schools: a study of connecticut data. *Management Science*, 37, 1620–1628.
- Roll, Y., Golany, B. (1993). Alternate Methods of treating factor weights in DEA. *Omega*, 21 (1): 99-109.
- Rosenman, R., Friesner, D. (2004). Scope and scale inefficiencies in physician practices. *Health Economics*, 13, 1091–1116.
- Rossi, F., Tomas, A.A. (2001). Analysis of the beverage data using cluster analysis, rotated principal components analysis and LOESS curves. *Food Quality and Preference*, 12: 437–445.
- Sarrico, C.S., Dyson, R.G. (2010). Restricting virtual weights in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 207(3), 1564-1572.
- Schmidt, P. (1985). Frontier production functions. *Econometric Reviews*, 4, 289–328.
- Schuckers, M. (2003). Using the beta-binomial distribution to assess performance of a biometric identification device. *International Journal of Image and Graphics*, 3(3), 523-529.
- Shang, J., Sueyoshi, T. (1995). A unified framework for the selection of flexible manufacturing system. *European Journal of Operational Research*, 85 (2): 297-315.
- Sengupta, J. (1998). The efficiency distribution in a production cost model. *Applied Economics*, 30, 125–132.
- Simar, L., Wilson, P. (2005). Estimation and inference in two-stage, semiparametric models of production processes. *Journal of Econometrics*, 136, 31–64.
- Simar, L. (2007). How to Improve the Performances of DEA/FDH Estimators in the Presence of Noise. *Journal of Productivity Analysis*, 28, 183–201.
- Simar, L. and Wilson P.W. (2008). *Statistical Inference in Nonparametric Frontier Models: recent Developments and Perspectives in The Measurement of Productive Efficiency*. 2nd Edition, Oxford University Press.
- Simar, L. Zelenyuk, V. (2008). Stochastic FDH/DEA estimators for frontier analysis, *Discussion Paper Series, Kyiv School of Economics*, 8, 2-39.
- Skellam, J. (1948). A Probability Distribution Derived from the Binomial Distribution by Regarding the Probability of Success as a Variable between the Sets of Trials,” *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 10, 257-261.
- Sohn, S., Choi, H. (2006). Random effects logistic regression model for data envelopment analysis with correlated decision making units. *Journal of the Operational Research Society*, 57, 552–560.

- Stanton, K. (2002). Trends in relationship lending and factors affecting relationship lending efficiency. *Journal of Banking and Finance*, 26, 127–152.
- Sun, S. (2002). Assessing computer numerical control machines using data envelopment analysis. *International Journal of Production Research*, 40 (9), 2011-2039.
- Thompson, R.G., Singleton F.D., Thrall R.M., Smith, B.A. (1986). Comparative site evaluations for locating a high-energy physics lab in Texas. *Interfaces*, 16 (6), 35-49.
- Thompson, R.G., Langemeier, L.N., Lee, C.T., Lee, E., Thrall, R.M. (1990). The role of multiplier bounds in efficiency analysis with application to Kansas farming. *Journal of Econometrics*, 46, 93-108.
- Toloo, M., Nalchigar, T. (2009). A new integrated DEA model for finding most BCC-efficient DMU. *Applied Mathematical Modelling*, 33(1), 597-604.
- Winkler, R.L. (1972). *Introduction to Bayesian Inference and Decision*. Holt, Rinehart and Winston Inc., USA.
- Wong, T.H.B., Beasley, J.E. (1990). Restricting weight flexibility in Data Envelopment Analysis. *Journal of the European Research Society*, 41 (9), 829-835.
- Zhu, J. (1998). Data envelopment analysis vs principal component analysis: An illustrative study of economic performance of Chinese cities. *European Journal of Operational Research*, 111: 50-61.
- Zofio, J., Prieto, A. (2007). Measuring productive efficiency in input-output models by means of data envelopment analysis. *International Review of Applied Economics*, 21, 519–537.

EKLER

EK-1. CCR modeli için oluşturulan MATLAB program parçası

```

N=...; % KVB sayısı
g=...; % Girdi sayısı
c=...; % Çıktı sayısı
d=g+c; % Değişken sayısı

DG=unifrnd(1,100,N,g);
DC=unifrnd(1,100,N,c);
DEX=[DC -DG];

A=DEX;
b=zeros(n,1);
beq=[1];

for i=1:d
    Ib(i)=zeros(1);
end

%CCR KLASİK ETKİNLİK ANALİZİ
for j=1:n
    CCRSKOR(j)=0;
    Q1=A([j:j],[c+1:d]);
    Q1=-Q1;
    Aeq=[zeros(1,c) Q1];

    Q2=A([j:j],[1:c]);
    Q2=-Q2;
    f=[Q2 zeros(1,g)];
    y1=linprog(f,A,b,Aeq,beq,Ib);
    CCRSKOR(j)=-1*f*y1;
    for k=1:d
        CCRWEIGHT(j,k)=y1(k);
    end
end
CCR=CCRSKOR'
```

EK-2. BCC modeli için oluşturulan MATLAB program parçası

```

N=...; % KVB sayısı
g=...; % Girdi sayısı
c=...; % Çıktı sayısı
d=g+c; % Değişken sayısı

DG=unifrnd(1,100,N,g);
DC=unifrnd(1,100,N,c);

DEX=[DC -DG ones(n,1)];
A=DEX;
b=zeros(n,1);
beq=[1];
for i=1:d
    Ib(i)=zeros(1);
end
Ib(d+1)=-inf;
%bcc KLASİK ETKİNLİK ANALİZİ
for j=1:n
    bccSKOR(j)=0;
    Q1=A([j:j],[c+1:d]);
    Q1=-Q1;
    Aeq=[zeros(1,c) Q1 0];

    Q2=A([j:j],[1:c]);
    Q2=-Q2;
    f=[Q2 zeros(1,g) -1];
    y1=linprog(f,A,b,Aeq,beq,Ib);
    bccSKOR(j)=-1*f*y1;
    for k=1:d
        bccWEIGHT(j,k)=y1(k);
    end
end
bcc=bccSKOR'
```

EK-3. Etkinsizlerin sayısını saydıran ve 20 KVB'lik deneysel dağılıma ait beklenen değer, varyans, çarpıklık ve basıklık katsayılarını bulduran MATLAB program parçası

```

etk(t)=0;
for i=1:n
    if CCR(i)>0.9999
        etk(t)=etk(t)+1;
    else
        etk(t)=etk(t)+0;
    end
end
etk(t)=n-etk(t);
psample(t)=etk(t)/n;
topsample=topsample+psample(t);
for i=1:n
    if psample(t)==i/n
        a(i)=a(i)+1;
    end
end
ortpsample=topsample/den;
for i=1:n
    z(i)=i^2
end
ort=ortpsample;
m(1)=0.05
for i=1:19
    m(i+1)=m(i)+0.05
end
mark=m
orty=(mark*a)/den
vary=(( (mark-ort).^2)*a)/den
sy=(( (mark-ort).^3)*a)/den/((( (mark-ort).^2)*a)/den)^(3/2)
ky=(( (mark-ort).^4)*a)/den/((( (mark-ort).^2)*a)/den)^2
[orty vary sy ky]

```

EK-4. Önerilen 5.5 ve Friesner ve diğerlerine ait tahmin edici değerini hesaplayan MATLAB program parçası

```

psample(t)=etkszt)/n;

pi=1/n:1/n:(n-1)/n
x(t)=etkszt);
parameter=x(t)/n;

mpqrbenle(t)=sum(pi.^(x(t)+2).*(1-pi).^(n-
x(t)))/sum(pi.^(x(t)+1).*(1-pi).^(n-x(t)))
mpqrFriesnerle(t)=sum(pi.^(x(t)+1).*(1-pi).^(n-
x(t)))/sum(pi.^(x(t)).*(1-pi).^(n-x(t)))

mean(mpqrbenle)
mean(mpqrFriesnerle)

```

**EK-5. Önerilen 5.6 ve Friesner ve diğerlerine ait tahmin edici değerini hesaplayan
MATLAB program parçası**

```

psample(t)=etksz(t)/n;
x(t)=etksz(t);
parameter=x(t)/n
toppayben1f(t)=0;
toppaydaben1f(t)=0;
toppayFriesner1f(t)=0;
toppaydaFriesner1f(t)=0;
m=zeros(n-1,3);
pi=1/n:1/n:(n-1)/n
m([1:n-1],1)=pi'
m([1:n-1],2)=fix(N*(1-pi'))
m([1:n-1],3)=fix(N*pi')
for i=1:n-1
payben1f(i)=(pi(i)^(2))*(nchk(m(i,2),(n-
x(t))))*(nchk(m(i,3),x(t))));
toppayben1f(t)=toppayben1f(t)+payben1f(i);
paydaben1f(i)=(pi(i)^(1))*(nchk(m(i,2),(n-
x(t))))*(nchk(m(i,3),x(t))));
toppaydaben1f(t)=toppaydaben1f(t)+paydaben1f(i);
payFriesner1f(i)=(pi(i)^(1))*(nchk(m(i,2),(n-
x(t))))*(nchk(m(i,3),x(t))));
toppayFriesner1f(t)=toppayFriesner1f(t)+payFriesner1f(i);
paydaFriesner1f(i)=(pi(i)^(0))*(nchk(m(i,2),(n-
x(t))))*(nchk(m(i,3),x(t))));
toppaydaFriesner1f(t)=toppaydaFriesner1f(t)+paydaFriesner1f(i);

if toppaydaFriesner1f(t)==0
    toppaydaFriesner1f(t)=1;
end

if toppaydaben1f(t)==0
    toppaydaben1f(t)=1;
end
end
ben1f(t)=toppayben1f(t)/toppaydaben1f(t);
Friesner1f(t)=toppayFriesner1f(t)/toppaydaFriesner1f(t);

mean(ben1f)
mean(Friesner1f)

```

EK-6. Önerilen 5.7 ve Friesner v.d.'ne ait tahmin edici değerini hesaplayan MATLAB program parçası

```

psample(t)=etkszt)/n;

pi=1/n:1/n:(n-1)/n
x(t)=etkszt);
parameter=x(t)/n

mpqrbenlg(t)=sum(pi.^(x(t)+1).*(1-pi).^(n-
x(t)+1))/sum(pi.^(x(t)).*(1-pi).^(n-x(t)+1))
mpqrFriesnerle(t)=sum(pi.^(x(t)+1).*(1-pi).^(n-
x(t)))/sum(pi.^(x(t)).*(1-pi).^(n-x(t)+1))

mean(mpqrbenlg)
mean(mpqrFriesnerle)

```

EK-7. Önerilen 5.8 ve Friesner v.d.'ne ait tahmin edici değerini hesaplayan MATLAB program parçası

```

psample(t)=etkszt)/n;
x(t)=etkszt);
parameter=x(t)/n
toppaybenlh(t)=0;
toppaydabenlh(t)=0;
toppayFriesnerlft)=0;
toppaydaFriesnerlft)=0;
m=zeros(n-1,3);
pi=1/n:1/n:(n-1)/n
m([1:n-1],1)=pi'
m([1:n-1],2)=fix(N*(1-pi'))
m([1:n-1],3)=fix(N*pi')
for i=1:n-1
paybenlh(i)=(pi(i)*(1-pi(i))*(nchk(m(i,2),(n-
x(t))))*(nchk(m(i,3),x(t)))));
toppaybenlh(t)=toppaybenlh(t)+paybenlh(i);
paydabenlh(i)=( (1-pi(i))*(nchk(m(i,2),(n-
x(t))))*(nchk(m(i,3),x(t)))));
toppaydabenlh(t)=toppaydabenlh(t)+paydabenlh(i);
payFriesnerlft)=( (pi(i)^(1))*(nchk(m(i,2),(n-
x(t))))*(nchk(m(i,3),x(t)))));
toppayFriesnerlft)=toppayFriesnerlft)+payFriesnerlft(i);
paydaFriesnerlft)=( (pi(i)^(0))*(nchk(m(i,2),(n-
x(t))))*(nchk(m(i,3),x(t)))));
toppaydaFriesnerlft)=toppaydaFriesnerlft)+paydaFriesnerlft(i);

if top paydaFriesnerlft)==0
    top paydaFriesnerlft)=1;
end

if top paydabenlh(t)==0
    top paydabenlh(t)=1;
end
end
benlh(t)=toppaybenlh(t)/toppaydabenlh(t);
Friesnerlft)=toppayFriesnerlft)/toppaydaFriesnerlft(t);

mean(benlh)
mean(Friesnerlft)

```

EK-8. Kombinasyon elemanlarının sıfır yada negatif değerlerine karşı MATLAB program parçası

```
function c = nchk(v,k)
if v<k
    c=0
else c=nchoosek(v,k)
end
```

EK-9. Gizli değişken varsayımında etkinsiz KVB'lerin sayısını bulduran MATLAB program parçası

```

for i=1:n
    B(i,[1:d+1])=DEX(r(i),[1:d+1])
end
B
b=zeros(n,1);
beq=[1];
for i=1:d
    Ib(i)=zeros(1);
end

for j=1:n
    CCRSKO(j)=0;
    Q1=B([j:j],[c+2:d+1]); %
    Q1=-Q1;
    Beq=[zeros(1,c) Q1];
    Q2=B([j:j],[2:c+1]); %
    Q2=-Q2;
    f=[Q2 zeros(1,g)];
    y1=linprog(f,B(:,[2:d+1]),b,Beq,beq,Ib); %
    CCRSKO(j)=-1*f*y1;

    for k=1:d
        CCRWEIGHT(j,k)=y1(k);
    end
end
CCR=CCRSKO';
KCCRSKOR=[B(:,1) CCR] %
KKCCRSKOR(:,2)=zeros(1,N)';
for i=1:n
    KKCCRSKOR(B(i,1),2)=KCCRSKOR(i,2);
end
KKCCRSKOR;
etkszt=0;ee(t)=0;
for i=1:N
    if KKCCRSKOR(i,1)<0.9999 && KKCCRSKOR(i,2)<0.9999 &&
KKCCRSKOR(i,2)>0.0001
        etkst=etkst+1;
    else
        etkst=etkst+0;
    end
    if KKCCRSKOR(i,1)<0.9999 && KKCCRSKOR(i,2)>0.9999
        ee(t)=ee(t)+1;
    else
        ee(t)=ee(t)+0;
    end
end
end

pi=1/n:1/n:(n-1)/n
x(t)=etkst(t)+ee(t);

```

EK-10. Yerine koymadan yöntemiyle N tane KVB'lik yığından n tane KVB örnek çeken MATLAB program parçası (CCR model için)

```

n=...;
r=randsample(1:1:N,n,'true');
B=zeros(n,d);
for i=1:n
    B(i,[1:d])=DEX(r(i),[1:d])
end
B
b=zeros(n,1);
beq=[1];
for i=1:d
    Ib(i)=zeros(1);
end
%CCR KLASİK ETKİNLİK ANALİZİ
for j=1:n
    CCRSKOR(j)=0;
    Q1=B([j:j],[c+1:d]);
    Q1=-Q1;
    Beq=[zeros(1,c) Q1];

    Q2=B([j:j],[1:c]);
    Q2=-Q2;
    f=[Q2 zeros(1,g)];
    y1=linprog(f,B,b,Beq,beq,Ib);
    CCRSKOR(j)=-1*f*y1;
    for k=1:d
        CCRWEIGHT(j,k)=y1(k);
    end
end
CCR=CCRSKOR'
```

EK-11. Yerine koymadan yöntemiyle N tane KVB'lik yığından n tane KVB örnek çeken MATLAB program parçası (BCC model için)

```

n=...;
for t=1:...
r=randsample(1:1:N,n);
B=zeros(n,d+2); %
for i=1:n
    B(i,[1:d+2])=DEX(r(i),[1:d+2]) %
end
B;
b=zeros(n,1);
beq=[1];
for i=1:d
    Ib(i)=zeros(1);
end
Ib(d+1)=-inf;
%bcc KLASİK ETKİNLİK ANALİZİ
for j=1:n
    bccSKO(j)=0;
    Q1=B([j:j],[c+2:d+1]); %
    Q1=-Q1;
    Beq=[zeros(1,c) Q1 0];

    Q2=B([j:j],[2:c+1]); %
    Q2=-Q2;
    f=[Q2 zeros(1,g) -1];
    y1=linprog(f,B(:,[2:d+2]),b,Beq,beq,Ib); %
    bccSKO(j)=-1*f*y1;
    for k=1:d
        bccWEIGHT(j,k)=y1(k);
    end
end
end
bcc=bccSKO'
```

EK-12. Tek ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
10	1	1	0,9960	0,8661	0,8606	0,8290	0,8178	9	1	0,9000
11	1	1	0,9960	0,8766	0,8719	0,8418	0,8321	10	1	0,9091
12	1	1	0,9960	0,8851	0,8809	0,8525	0,8440	11	1	0,9167
13	1	1	0,9960	0,8924	0,8887	0,8619	0,8545	12	1	0,9231
14	1	1	0,9960	0,8994	0,8961	0,8703	0,8637	13	1	0,9286
15	1	1	0,9960	0,9053	0,9024	0,8777	0,8719	14	1	0,9333
16	1	1	0,9960	0,9100	0,9073	0,8842	0,8790	15	1	0,9375
17	1	1	0,9960	0,9150	0,9125	0,8900	0,8853	16	1	0,9412
18	1	1	0,9960	0,9191	0,9168	0,8954	0,8911	17	1	0,9444
19	1	1	0,9960	0,9229	0,9209	0,9002	0,8963	18	1	0,9474
20	1	1	0,9960	0,9266	0,9247	0,9046	0,9010	19	1	0,9500
21	1	1	0,9960	0,9293	0,9275	0,9088	0,9055	20	1	0,9524
22	1	1	0,9960	0,9326	0,9310	0,9123	0,9093	21	1	0,9545
23	1	1	0,9960	0,9347	0,9333	0,9158	0,9130	22	1	0,9565
24	1	1	0,9960	0,9375	0,9361	0,9189	0,9164	23	1	0,9583
25	1	1	0,9960	0,9400	0,9388	0,9219	0,9195	24	1	0,9600
26	1	1	0,9960	0,9415	0,9402	0,9245	0,9223	25	1	0,9615
27	1	1	0,9960	0,9436	0,9425	0,9272	0,9251	26	1	0,9630
28	1	1	0,9960	0,9456	0,9445	0,9296	0,9276	27	1	0,9643
29	1	1	0,9960	0,9470	0,9460	0,9317	0,9299	28	1	0,9655
30	1	1	0,9960	0,9489	0,9479	0,9338	0,9321	29	1	0,9667
31	1	1	0,9960	0,9501	0,9492	0,9358	0,9342	30	1	0,9677
32	1	1	0,9960	0,9518	0,9510	0,9376	0,9361	31	1	0,9688

EK-12. (devam) Tek ışınlu teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
33	1	1	0,9960	0,9530	0,9523	0,9394	0,9380	32	1	0,9697
34	1	1	0,9960	0,9541	0,9534	0,9411	0,9397	33	1	0,9706
35	1	1	0,9960	0,9558	0,9551	0,9426	0,9413	34	1	0,9714
36	1	1	0,9960	0,9565	0,9558	0,9441	0,9428	35	1	0,9722
37	1	1	0,9960	0,9576	0,9569	0,9455	0,9443	36	1	0,9730
38	1	1	0,9960	0,9584	0,9578	0,9468	0,9457	37	1	0,9737
39	1	1	0,9960	0,9596	0,9590	0,9480	0,9470	38	1	0,9744
40	1	1	0,9960	0,9604	0,9599	0,9493	0,9483	39	1	0,9750
15	1	2	0,9960	0,9051	0,9021	0,8711	0,8647	14	1	0,9333
16	1	2	0,9960	0,9104	0,9077	0,8775	0,8718	15	1	0,9375
17	1	2	0,9960	0,9145	0,9121	0,8833	0,8781	16	1	0,9412
18	1	2	0,9960	0,9195	0,9173	0,8886	0,8839	17	1	0,9444
19	1	2	0,9960	0,9232	0,9211	0,8945	0,8902	18	1	0,9474
20	1	2	0,9960	0,9263	0,9244	0,8987	0,8947	19	1	0,9500
21	1	2	0,9960	0,9298	0,9281	0,9027	0,8991	20	1	0,9524
22	1	2	0,9960	0,9324	0,9308	0,9068	0,9035	21	1	0,9545
23	1	2	0,9960	0,9351	0,9337	0,9107	0,9077	21	2	0,9130
24	1	2	0,9960	0,9373	0,9359	0,9147	0,9119	22	2	0,9167
25	1	2	0,9960	0,9400	0,9387	0,9164	0,9137	24	1	0,9600
26	1	2	0,9960	0,9417	0,9404	0,9204	0,9180	24	2	0,9231
27	1	2	0,9960	0,9437	0,9426	0,9229	0,9206	26	1	0,9630
28	1	2	0,9960	0,9455	0,9444	0,9256	0,9234	27	1	0,9643
29	1	2	0,9960	0,9473	0,9463	0,9275	0,9255	28	1	0,9655

EK-12. (devam) Tek ışınli teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değeri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
30	1	2	0,9440	0,9161	0,9146	0,5744	0,5627	17	13	0,5667
31	1	2	0,9440	0,9143	0,9120	0,7054	0,6975	22	9	0,7097
32	1	2	0,9440	0,9155	0,9133	0,7720	0,7661	25	7	0,7813
33	1	2	0,9440	0,9219	0,9207	0,6943	0,6868	23	10	0,6970
34	1	2	0,9440	0,9209	0,9190	0,7568	0,7510	26	8	0,7647
35	1	2	0,9440	0,9231	0,9212	0,7356	0,7294	26	9	0,7429
36	1	2	0,9440	0,9236	0,9219	0,7948	0,7903	29	7	0,8056
37	1	2	0,9440	0,8008	0,7964	0,7251	0,7191	27	10	0,7297
38	1	2	0,9440	0,9284	0,9269	0,8050	0,8009	31	7	0,8158
39	1	2	0,9440	0,9307	0,9292	0,7862	0,7818	31	8	0,7949
40	1	2	0,9440	0,9089	0,9070	0,7432	0,7381	30	10	0,7500
41	1	2	0,9440	0,8189	0,8154	0,6806	0,6744	28	13	0,6829
42	1	2	0,9440	0,9238	0,9231	0,7333	0,7283	31	11	0,7381
43	1	2	0,9440	0,9256	0,9248	0,7391	0,7344	32	11	0,7442
44	1	2	0,9440	0,8952	0,8933	0,7877	0,7838	35	9	0,7955
45	1	2	0,9440	0,8554	0,8528	0,7497	0,7454	34	11	0,7556
15	2	1	0,9120	0,8795	0,8740	0,4977	0,4699	7	8	0,4667
16	2	1	0,9120	0,8425	0,8344	0,5243	0,5000	8	8	0,5000
17	2	1	0,9120	0,8004	0,7906	0,5486	0,5265	9	8	0,5294
18	2	1	0,9120	0,8976	0,8937	0,6168	0,5990	11	7	0,6111
19	2	1	0,9120	0,8195	0,8115	0,4982	0,4764	9	10	0,4737
20	2	1	0,9120	0,8706	0,8651	0,5192	0,4991	10	10	0,5000
21	2	1	0,9120	0,9109	0,9079	0,4146	0,3912	8	13	0,3810

EK-12. (devam) Tek ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
22	2	1	0,9120	0,9150	0,9123	0,5179	0,5000	11	11	0,5000
23	2	1	0,9120	0,8466	0,8411	0,5371	0,5203	12	11	0,5217
24	2	1	0,9120	0,7778	0,7701	0,4799	0,4622	11	13	0,4583
25	2	1	0,9120	0,7881	0,7811	0,4984	0,4820	12	13	0,4800
26	2	1	0,9120	0,8282	0,8227	0,5838	0,5706	15	11	0,5769
27	2	1	0,9120	0,9298	0,9279	0,5653	0,5520	15	12	0,5556
28	2	1	0,9120	0,8064	0,8008	0,7093	0,7007	20	8	0,7143
29	2	1	0,9120	0,8127	0,8074	0,5923	0,5807	17	12	0,5862
30	2	1	0,9120	0,8484	0,8442	0,6358	0,6258	19	11	0,6333
31	2	1	0,9120	0,8847	0,8815	0,5277	0,5153	16	15	0,5161
32	2	1	0,9120	0,8292	0,8249	0,6270	0,6174	20	12	0,6500
33	2	1	0,9120	0,8060	0,8012	0,4981	0,4857	16	17	0,4848
34	2	1	0,9120	0,9039	0,9027	0,6473	0,6388	22	12	0,6471
35	2	1	0,9120	0,9031	0,9012	0,5776	0,5679	20	15	0,5714
36	2	1	0,9120	0,8461	0,8427	0,6399	0,6317	23	13	0,6389
37	2	1	0,9120	0,9010	0,8988	0,6242	0,6160	23	14	0,6216
38	2	1	0,9120	0,9040	0,9019	0,7317	0,7260	28	10	0,7368
39	2	1	0,9120	0,8817	0,8793	0,6179	0,6101	24	15	0,6154
40	2	1	0,9120	0,7906	0,7863	0,6504	0,6434	26	14	0,6500
41	2	1	0,9120	0,8418	0,8387	0,5673	0,5590	23	18	0,5610
42	2	1	0,9120	0,8667	0,8642	0,6209	0,6136	26	16	0,6190
43	2	1	0,9120	0,8271	0,8238	0,6293	0,6226	27	16	0,6279
44	2	1	0,9120	0,7446	0,7401	0,6369	0,6303	28	16	0,6364
45	2	1	0,9120	0,8343	0,8314	0,6443	0,6382	29	16	0,6444

EK-12. (devam) Tek ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
20	2	2	0,9120	0,8649	0,8592	0,5483	0,5277	11	9	0,5500
21	2	2	0,9120	0,8698	0,8645	0,5541	0,5347	10	11	0,4762
22	2	2	0,9120	0,8725	0,8675	0,5640	0,5459	10	12	0,4545
23	2	2	0,9120	0,8745	0,8697	0,5752	0,5582	12	11	0,5217
24	2	2	0,9120	0,8723	0,8676	0,5888	0,5730	15	9	0,6500
25	2	2	0,9120	0,8757	0,8713	0,5922	0,5771	11	14	0,4400
26	2	2	0,9120	0,8776	0,8734	0,6017	0,5875	16	10	0,6154
27	2	2	0,9120	0,8779	0,8739	0,6085	0,5950	18	9	0,6667
28	2	2	0,9120	0,8797	0,8758	0,6163	0,6035	16	12	0,5714
29	2	2	0,9120	0,8796	0,8758	0,6255	0,6134	21	8	0,7241
30	2	2	0,9120	0,8816	0,8780	0,6293	0,6177	19	11	0,6333
31	2	2	0,9120	0,8823	0,8788	0,6360	0,6500	21	10	0,6774
32	2	2	0,9120	0,8853	0,8820	0,6397	0,6291	21	11	0,6563
33	2	2	0,9120	0,8850	0,8818	0,6468	0,6367	22	11	0,6667
34	2	2	0,9120	0,8874	0,8844	0,6506	0,6409	26	8	0,7647
35	2	2	0,9120	0,8871	0,8841	0,6590	0,6498	22	13	0,6286
36	2	2	0,9120	0,8884	0,8855	0,6638	0,6550	21	15	0,5833
37	2	2	0,9120	0,8887	0,8859	0,6678	0,6593	27	10	0,7297
38	2	2	0,9120	0,8909	0,8882	0,6761	0,6681	25	13	0,6579
39	2	2	0,9120	0,8880	0,8853	0,6787	0,6709	24	15	0,6154
40	2	2	0,9120	0,8915	0,8890	0,6837	0,6762	25	15	0,6500
41	2	2	0,9120	0,8904	0,8879	0,6908	0,6836	28	13	0,6829
42	2	2	0,9120	0,8926	0,8901	0,6913	0,6843	28	14	0,6667
43	2	2	0,9120	0,8911	0,8887	0,6932	0,6863	28	15	0,6512

EK-12. (devam) Tek ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
44	2	2	0,9120	0,8916	0,8892	0,7003	0,6938	31	13	0,7045
45	2	2	0,9120	0,8939	0,8916	0,7058	0,6995	31	14	0,6889
46	2	2	0,9120	0,8929	0,8907	0,7078	0,7017	32	14	0,6957
47	2	2	0,9120	0,8949	0,8928	0,7124	0,7066	35	12	0,7447
48	2	2	0,9120	0,8937	0,8916	0,7145	0,7088	34	14	0,7083
49	2	2	0,9120	0,8939	0,8918	0,7178	0,7122	37	12	0,7551
50	2	2	0,9120	0,8965	0,8945	0,7225	0,7172	37	13	0,7400

EK-13. Tek ışınli teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değeri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
10	1	1	0,9960	0,8671	0,8619	0,8298	0,8188	9	1	0,9000
11	1	1	0,9960	0,8779	0,8735	0,8435	0,8342	10	1	0,9091
12	1	1	0,9960	0,8866	0,8827	0,8544	0,8464	11	1	0,9167
13	1	1	0,9960	0,8934	0,8898	0,8637	0,8567	12	1	0,9231
14	1	1	0,9960	0,9013	0,8982	0,8723	0,8661	13	1	0,9286
15	1	1	0,9960	0,9068	0,9040	0,8792	0,8737	14	1	0,9333
16	1	1	0,9960	0,9116	0,9091	0,8864	0,8815	15	1	0,9375
17	1	1	0,9960	0,9168	0,9145	0,8922	0,8878	16	1	0,9412
18	1	1	0,9960	0,9210	0,9190	0,8975	0,8935	17	1	0,9444
19	1	1	0,9960	0,9242	0,9223	0,9023	0,8987	18	1	0,9474
20	1	1	0,9960	0,9281	0,9264	0,9072	0,9039	19	1	0,9500
21	1	1	0,9960	0,9313	0,9298	0,9108	0,9079	20	1	0,9524
22	1	1	0,9960	0,9337	0,9322	0,9148	0,9121	21	1	0,9545
23	1	1	0,9960	0,9367	0,9354	0,9181	0,9156	22	1	0,9565
24	1	1	0,9960	0,9390	0,9378	0,9215	0,9192	23	1	0,9583
25	1	1	0,9960	0,9417	0,9406	0,9253	0,9232	24	1	0,9600
26	1	1	0,9960	0,9435	0,9424	0,9270	0,9251	25	1	0,9615
27	1	1	0,9960	0,9448	0,9438	0,9297	0,9278	26	1	0,9630
28	1	1	0,9960	0,9472	0,9463	0,9317	0,9300	27	1	0,9643
29	1	1	0,9960	0,9491	0,9482	0,9342	0,9326	28	1	0,9655
30	1	1	0,9960	0,9502	0,9494	0,9360	0,9345	29	1	0,9667
31	1	1	0,9960	0,9521	0,9514	0,9387	0,9372	30	1	0,9677
32	1	1	0,9960	0,9538	0,9531	0,9404	0,9390	31	1	0,9688

EK-13.(devam) Tek ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
33	1	1	0,9960	0,9545	0,9537	0,9418	0,9406	32	1	0,9697
34	1	1	0,9960	0,9558	0,9551	0,9438	0,9427	33	1	0,9706
35	1	1	0,9960	0,9568	0,9562	0,9451	0,9440	34	1	0,9714
36	1	1	0,9960	0,9583	0,9577	0,9462	0,9452	35	1	0,9722
37	1	1	0,9960	0,9597	0,9592	0,9484	0,9474	36	1	0,9730
38	1	1	0,9960	0,9604	0,9598	0,9494	0,9484	37	1	0,9737
39	1	1	0,9960	0,9613	0,9608	0,9509	0,9501	38	1	0,9744
40	1	1	0,9960	0,9620	0,9615	0,9522	0,9513	39	1	0,9750
15	1	2	0,9920	0,9052	0,9022	0,8480	0,8402	13	2	0,8667
16	1	2	0,9920	0,9098	0,9071	0,8546	0,8475	14	2	0,8750
17	1	2	0,9920	0,9149	0,9125	0,8621	0,8557	15	2	0,8824
18	1	2	0,9920	0,9191	0,9169	0,8671	0,8613	16	2	0,8889
19	1	2	0,9920	0,9223	0,9202	0,8732	0,8679	17	2	0,8947
20	1	2	0,9920	0,9263	0,9244	0,8789	0,8741	19	1	0,9500
21	1	2	0,9920	0,9292	0,9275	0,8827	0,8782	20	1	0,9524
22	1	2	0,9920	0,9315	0,9299	0,8882	0,8841	21	1	0,9545
23	1	2	0,9920	0,9347	0,9332	0,8917	0,8880	20	3	0,8696
24	1	2	0,9920	0,9368	0,9355	0,8951	0,8916	22	2	0,9167
25	1	2	0,9920	0,9403	0,9391	0,8998	0,8965	21	4	0,8400
26	1	2	0,9920	0,9411	0,9399	0,9020	0,8990	24	2	0,9231
27	1	2	0,9920	0,9426	0,9415	0,9056	0,9027	25	2	0,9259
28	1	2	0,9920	0,9455	0,9444	0,9066	0,9039	25	3	0,8929
29	1	2	0,9920	0,9473	0,9464	0,9097	0,9072	27	2	0,9310

EK-13.(devam) Tek ışınli teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değeri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
30	1	2	0,9920	0,9482	0,9473	0,9132	0,9108	28	2	0,9333
31	1	2	0,9920	0,9496	0,9487	0,9160	0,9137	28	3	0,9032
32	1	2	0,9920	0,9518	0,9511	0,9175	0,9154	30	2	0,9375
33	1	2	0,9920	0,9525	0,9518	0,9201	0,9182	31	2	0,9394
34	1	2	0,9920	0,9537	0,9529	0,9225	0,9206	32	2	0,9412
35	1	2	0,9920	0,9546	0,9539	0,9500	0,9232	33	2	0,9429
36	1	2	0,9920	0,9562	0,9556	0,9254	0,9237	34	2	0,9444
37	1	2	0,9920	0,9574	0,9567	0,9277	0,9261	34	3	0,9189
38	1	2	0,9920	0,9580	0,9574	0,9295	0,9280	36	2	0,9474
39	1	2	0,9920	0,9591	0,9586	0,9318	0,9304	36	3	0,9231
40	1	2	0,9920	0,9602	0,9597	0,9337	0,9324	38	2	0,9500
41	1	2	0,9920	0,9611	0,9605	0,9341	0,9328	39	2	0,9512
42	1	2	0,9920	0,9618	0,9614	0,9349	0,9337	40	2	0,9524
43	1	2	0,9920	0,9624	0,9620	0,9374	0,9362	42	1	0,9767
44	1	2	0,9920	0,9640	0,9635	0,9380	0,9369	43	1	0,9773
45	1	2	0,9920	0,9639	0,9634	0,9406	0,9396	42	3	0,9333
15	2	1	0,9720	0,8940	0,8900	0,7438	0,7297	12	3	0,8000
16	2	1	0,9720	0,9009	0,8975	0,7535	0,7406	12	4	0,7500
17	2	1	0,9720	0,9043	0,9010	0,7632	0,7516	14	3	0,8235
18	2	1	0,9720	0,9082	0,9052	0,7699	0,7593	15	3	0,8333
19	2	1	0,9720	0,9118	0,9090	0,7825	0,7729	16	3	0,8421
20	2	1	0,9720	0,9160	0,9135	0,7878	0,7789	15	5	0,7500
21	2	1	0,9720	0,9184	0,9161	0,7935	0,7854	17	4	0,8095

EK-13.(devam) Tek ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
22	2	1	0,9720	0,9218	0,9196	0,8025	0,7949	19	3	0,8636
23	2	1	0,9720	0,9243	0,9223	0,8073	0,8003	19	4	0,8261
24	2	1	0,9720	0,9255	0,9235	0,8117	0,8051	21	3	0,8750
25	2	1	0,9720	0,9281	0,9262	0,8191	0,8131	21	4	0,8400
26	2	1	0,9720	0,9306	0,9289	0,8226	0,8169	24	2	0,9231
27	2	1	0,9720	0,9318	0,9301	0,8500	0,8196	23	4	0,8519
28	2	1	0,9720	0,9328	0,9312	0,8302	0,8252	25	3	0,8929
29	2	1	0,9720	0,9353	0,9339	0,8351	0,8303	24	5	0,8276
30	2	1	0,9720	0,9356	0,9342	0,8381	0,8336	27	3	0,9000
31	2	1	0,9720	0,9380	0,9367	0,8417	0,8374	28	3	0,9032
32	2	1	0,9720	0,9389	0,9376	0,8447	0,8408	28	4	0,8750
33	2	1	0,9720	0,9391	0,9378	0,8479	0,8441	29	4	0,8788
34	2	1	0,9720	0,9424	0,9412	0,8515	0,8479	31	3	0,9118
35	2	1	0,9720	0,9428	0,9417	0,8559	0,8525	28	7	0,8000
36	2	1	0,9720	0,9421	0,9410	0,8569	0,8537	33	3	0,9167
37	2	1	0,9720	0,9454	0,9444	0,8601	0,8570	31	6	0,8378
38	2	1	0,9720	0,9449	0,9439	0,8617	0,8588	31	7	0,8158
39	2	1	0,9720	0,9466	0,9456	0,8666	0,8638	34	5	0,8718
40	2	1	0,9720	0,9474	0,9465	0,8689	0,8662	37	3	0,9500
41	2	1	0,9720	0,9491	0,9482	0,8718	0,8692	37	4	0,9024
42	2	1	0,9720	0,9481	0,9472	0,8719	0,8696	36	6	0,8571
43	2	1	0,9720	0,9496	0,9488	0,8726	0,8703	38	5	0,8837
44	2	1	0,9720	0,9505	0,9497	0,8757	0,8734	38	6	0,8636
45	2	1	0,9720	0,9513	0,9506	0,8784	0,8763	40	5	0,8889

EK-13.(devam) Tek ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
20	2	2	0,9160	0,8686	0,8634	0,5207	0,5006	11	9	0,5500
21	2	2	0,9160	0,8676	0,8626	0,5303	0,5116	7	14	0,3333
22	2	2	0,9160	0,8734	0,8688	0,5414	0,5242	12	10	0,5455
23	2	2	0,9160	0,8740	0,8696	0,5505	0,5342	12	11	0,5217
24	2	2	0,9160	0,8761	0,8719	0,5573	0,5421	14	10	0,5833
25	2	2	0,9160	0,8814	0,8776	0,5637	0,5491	13	12	0,5200
26	2	2	0,9160	0,8793	0,8756	0,5741	0,5606	12	14	0,4615
27	2	2	0,9160	0,8802	0,8765	0,5795	0,5666	12	15	0,4444
28	2	2	0,9160	0,8806	0,8772	0,5853	0,5731	16	12	0,5714
29	2	2	0,9160	0,8801	0,8767	0,5916	0,5801	14	15	0,4828
30	2	2	0,9160	0,8839	0,8807	0,6009	0,5900	18	12	0,6000
31	2	2	0,9160	0,8836	0,8805	0,6034	0,5930	21	10	0,6774
32	2	2	0,9160	0,8825	0,8795	0,6143	0,6044	22	10	0,6875
33	2	2	0,9160	0,8855	0,8827	0,6166	0,6071	21	12	0,6364
34	2	2	0,9160	0,8845	0,8817	0,6224	0,6134	21	13	0,6176
35	2	2	0,9160	0,8867	0,8840	0,6279	0,6193	22	13	0,6286
36	2	2	0,9160	0,8847	0,8822	0,6353	0,6271	24	12	0,6667
37	2	2	0,9160	0,8874	0,8849	0,6397	0,6318	25	12	0,6757
38	2	2	0,9160	0,8882	0,8858	0,6463	0,6388	23	15	0,6053
39	2	2	0,9160	0,8872	0,8848	0,6528	0,6457	24	15	0,6154
40	2	2	0,9160	0,8879	0,8856	0,6543	0,6475	26	14	0,6500
41	2	2	0,9160	0,8886	0,8864	0,6623	0,6558	26	15	0,6341
42	2	2	0,9160	0,8868	0,8847	0,6653	0,6590	23	19	0,5476
43	2	2	0,9160	0,8889	0,8868	0,6683	0,6622	29	14	0,6744

EK-13.(devam) Tek ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
44	2	2	0,9160	0,8886	0,8866	0,6720	0,6661	30	14	0,6818
45	2	2	0,9160	0,8909	0,8890	0,6748	0,6692	31	14	0,6889
46	2	2	0,9160	0,8936	0,8918	0,6786	0,6731	31	15	0,6739
47	2	2	0,9160	0,8900	0,8882	0,6850	0,6799	34	13	0,7234
48	2	2	0,9160	0,8924	0,8907	0,6882	0,6831	31	17	0,6458
49	2	2	0,9160	0,8913	0,8896	0,6896	0,6848	29	20	0,5918
50	2	2	0,9160	0,8933	0,8916	0,6971	0,6924	34	16	0,6800

EK- 14. İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
10	1	1	0,9680	0,8543	0,8471	0,6551	0,6263	6	4	0,6000
11	1	1	0,9680	0,8661	0,8599	0,6774	0,6526	8	3	0,7273
12	1	1	0,9680	0,8727	0,8670	0,6876	0,6652	8	4	0,6667
13	1	1	0,9680	0,8796	0,8744	0,7057	0,6861	9	4	0,6923
14	1	1	0,9680	0,8862	0,8815	0,7192	0,7017	10	4	0,7143
15	1	1	0,9680	0,8931	0,8890	0,7355	0,7199	12	3	0,8000
16	1	1	0,9680	0,8969	0,8929	0,7401	0,7256	12	4	0,7500
17	1	1	0,9680	0,9010	0,8974	0,7528	0,7398	14	3	0,8235
18	1	1	0,9680	0,9049	0,9016	0,7653	0,7536	14	4	0,7778
19	1	1	0,9680	0,9082	0,9050	0,7700	0,7591	15	4	0,7895
20	1	1	0,9680	0,9122	0,9093	0,7797	0,7696	16	4	0,8000
21	1	1	0,9680	0,9146	0,9119	0,7845	0,7752	18	3	0,8571
22	1	1	0,9680	0,9176	0,9150	0,7937	0,7851	18	4	0,8182
23	1	1	0,9680	0,9209	0,9185	0,7982	0,7901	18	5	0,7826
24	1	1	0,9680	0,9229	0,9207	0,8043	0,7967	20	4	0,8333
25	1	1	0,9680	0,9245	0,9223	0,8108	0,8038	20	5	0,8000
26	1	1	0,9680	0,9259	0,9238	0,8165	0,8100	22	4	0,8462
27	1	1	0,9680	0,9273	0,9253	0,8196	0,8134	23	4	0,8519
28	1	1	0,9680	0,9294	0,9275	0,8240	0,8182	23	5	0,8214
29	1	1	0,9680	0,9317	0,9299	0,8295	0,8240	23	6	0,7931
30	1	1	0,9680	0,9332	0,9315	0,8346	0,8295	25	5	0,8333
31	1	1	0,9680	0,9334	0,9317	0,8391	0,8342	26	5	0,8387
32	1	1	0,9680	0,9359	0,9344	0,8426	0,8380	26	6	0,8125

EK- 14. (devam)İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
33	1	1	0,9680	0,9370	0,9355	0,8436	0,8392	27	6	0,8182
34	1	1	0,9680	0,9377	0,9363	0,8479	0,8437	28	6	0,8235
35	1	1	0,9680	0,9403	0,9390	0,8522	0,8482	31	4	0,8857
36	1	1	0,9680	0,9388	0,9374	0,8545	0,8507	31	5	0,8611
37	1	1	0,9680	0,9407	0,9394	0,8552	0,8514	32	5	0,8649
38	1	1	0,9680	0,9425	0,9412	0,8610	0,8575	32	6	0,8421
39	1	1	0,9680	0,9428	0,9416	0,8645	0,8612	33	6	0,8462
40	1	1	0,9680	0,9439	0,9428	0,8665	0,8633	37	3	0,9500
15	1	2	0,9560	0,8811	0,8758	0,5808	0,5561	11	4	0,7333
16	1	2	0,9560	0,8832	0,8782	0,5949	0,5724	9	7	0,5625
17	1	2	0,9560	0,8902	0,8857	0,6094	0,5888	8	9	0,4706
18	1	2	0,9560	0,8945	0,8903	0,6167	0,5975	11	7	0,6111
19	1	2	0,9560	0,8965	0,8925	0,6284	0,6107	13	6	0,6842
20	1	2	0,9560	0,8996	0,8959	0,6414	0,6251	12	8	0,6000
21	1	2	0,9560	0,9028	0,8994	0,6451	0,6297	16	5	0,7619
22	1	2	0,9560	0,9048	0,9015	0,6566	0,6423	13	9	0,5909
23	1	2	0,9560	0,9079	0,9048	0,6628	0,6493	16	7	0,6957
24	1	2	0,9560	0,9110	0,9081	0,6727	0,6602	19	5	0,7917
25	1	2	0,9560	0,9105	0,9077	0,6797	0,6678	18	7	0,7200
26	1	2	0,9560	0,9140	0,9113	0,6852	0,6740	18	8	0,6923
27	1	2	0,9560	0,9155	0,9129	0,6979	0,6874	16	11	0,5926
28	1	2	0,9560	0,9167	0,9142	0,7005	0,6905	20	8	0,7143
29	1	2	0,9560	0,9180	0,9157	0,7097	0,7003	21	8	0,7241

EK- 14. (devam)İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
30	1	2	0,9560	0,9186	0,9163	0,7166	0,7077	24	6	0,8000
31	1	2	0,9560	0,9202	0,9180	0,7248	0,7164	25	6	0,8065
32	1	2	0,9560	0,9219	0,9199	0,7216	0,7134	23	9	0,7188
33	1	2	0,9560	0,9219	0,9199	0,7311	0,7234	25	8	0,7576
34	1	2	0,9560	0,9246	0,9227	0,7361	0,7288	29	5	0,8529
35	1	2	0,9560	0,9243	0,9224	0,7417	0,7347	25	10	0,7143
36	1	2	0,9560	0,9247	0,9229	0,7482	0,7416	29	7	0,8056
37	1	2	0,9560	0,9275	0,9258	0,7533	0,7469	29	8	0,7838
38	1	2	0,9560	0,9257	0,9240	0,7577	0,7516	31	7	0,8158
39	1	2	0,9560	0,9282	0,9266	0,7608	0,7550	33	6	0,8462
40	1	2	0,9560	0,9292	0,9277	0,7650	0,7594	31	9	0,7750
41	1	2	0,9560	0,9304	0,9289	0,7705	0,7652	31	10	0,7561
42	1	2	0,9560	0,9307	0,9293	0,7703	0,7651	29	13	0,6905
43	1	2	0,9560	0,9304	0,9290	0,7763	0,7714	35	8	0,8140
44	1	2	0,9560	0,9315	0,9301	0,7801	0,7753	37	7	0,8409
45	1	2	0,9560	0,9336	0,9322	0,7875	0,7830	38	7	0,8444
15	2	1	0,9240	0,8478	0,8399	0,4531	0,4210	4	11	0,2667
16	2	1	0,9240	0,8557	0,8485	0,4676	0,4381	7	9	0,4375
17	2	1	0,9240	0,8519	0,8448	0,4778	0,4504	7	10	0,4118
18	2	1	0,9240	0,8595	0,8531	0,4927	0,4673	7	11	0,3889
19	2	1	0,9240	0,8600	0,8538	0,4986	0,4747	8	11	0,4211
20	2	1	0,9240	0,8626	0,8568	0,5150	0,4929	8	12	0,4000
21	2	1	0,9240	0,8669	0,8615	0,5223	0,5015	13	8	0,6190

EK- 14. (devam)İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değeri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
22	2	1	0,9240	0,8669	0,8617	0,5266	0,5069	12	10	0,5455
23	2	1	0,9240	0,8684	0,8634	0,5417	0,5233	13	10	0,5652
24	2	1	0,9240	0,8711	0,8663	0,5456	0,5281	13	11	0,5417
25	2	1	0,9240	0,8736	0,8691	0,5537	0,5372	11	14	0,4400
26	2	1	0,9240	0,8773	0,8731	0,5612	0,5455	17	9	0,6538
27	2	1	0,9240	0,8754	0,8712	0,5701	0,5553	16	11	0,5926
28	2	1	0,9240	0,8761	0,8721	0,5781	0,5640	17	11	0,6071
29	2	1	0,9240	0,8782	0,8744	0,5844	0,5710	19	10	0,6552
30	2	1	0,9240	0,8768	0,8730	0,5922	0,5795	18	12	0,6000
31	2	1	0,9240	0,8810	0,8775	0,5962	0,5840	17	14	0,5484
32	2	1	0,9240	0,8844	0,8811	0,6057	0,5941	20	12	0,6500
33	2	1	0,9240	0,8794	0,8760	0,6069	0,5957	20	13	0,6061
34	2	1	0,9240	0,8825	0,8793	0,6154	0,6048	20	14	0,5882
35	2	1	0,9240	0,8840	0,8809	0,6193	0,6091	22	13	0,6286
36	2	1	0,9240	0,8841	0,8811	0,6285	0,6187	23	13	0,6389
37	2	1	0,9240	0,8835	0,8805	0,6313	0,6218	28	9	0,7568
38	2	1	0,9240	0,8847	0,8819	0,6370	0,6280	25	13	0,6579
39	2	1	0,9240	0,8872	0,8845	0,6426	0,6339	23	16	0,5897
40	2	1	0,9240	0,8890	0,8864	0,6470	0,6386	27	13	0,6750
41	2	1	0,9240	0,8862	0,8836	0,6483	0,6401	22	19	0,5366
42	2	1	0,9240	0,8888	0,8863	0,6552	0,6473	29	13	0,6905
43	2	1	0,9240	0,8878	0,8853	0,6603	0,6528	29	14	0,6744
44	2	1	0,9240	0,8896	0,8872	0,6667	0,6595	29	15	0,6591
45	2	1	0,9240	0,8897	0,8874	0,6674	0,6603	32	13	0,7111

EK- 14. (devam)İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
20	2	2	0,7920	0,7562	0,7452	0,3493	0,3198	6	14	0,3000
21	2	2	0,7920	0,7618	0,7514	0,3616	0,3339	8	13	0,3810
22	2	2	0,7920	0,7579	0,7478	0,3666	0,3402	5	17	0,2273
23	2	2	0,7920	0,7595	0,7499	0,3689	0,3436	8	15	0,3478
24	2	2	0,7920	0,7604	0,7512	0,3835	0,3598	10	14	0,4167
25	2	2	0,7920	0,7583	0,7493	0,3886	0,3660	10	15	0,4000
26	2	2	0,7920	0,7572	0,7485	0,3946	0,3730	10	16	0,3846
27	2	2	0,7920	0,7611	0,7529	0,4028	0,3822	13	14	0,4815
28	2	2	0,7920	0,7670	0,7592	0,4068	0,3871	12	16	0,4286
29	2	2	0,7920	0,7662	0,7587	0,4166	0,3978	9	20	0,3103
30	2	2	0,7920	0,7662	0,7589	0,4217	0,4036	12	18	0,4000
31	2	2	0,7920	0,7659	0,7588	0,4255	0,4081	11	20	0,3548
32	2	2	0,7920	0,7647	0,7578	0,4340	0,4173	11	21	0,3438
33	2	2	0,7920	0,7649	0,7581	0,4372	0,4211	9	24	0,2727
34	2	2	0,7920	0,7669	0,7604	0,4456	0,4302	17	17	0,5000
35	2	2	0,7920	0,7682	0,7619	0,4497	0,4348	18	17	0,5143
36	2	2	0,7920	0,7667	0,7606	0,4556	0,4412	17	19	0,4722
37	2	2	0,7920	0,7699	0,7640	0,4610	0,4472	14	23	0,3784
38	2	2	0,7920	0,7679	0,7621	0,4665	0,4531	20	18	0,5263
39	2	2	0,7920	0,7672	0,7615	0,4728	0,4600	17	22	0,4359
40	2	2	0,7920	0,7715	0,7660	0,4747	0,4622	20	20	0,5000
41	2	2	0,7920	0,7700	0,7646	0,4838	0,4718	20	21	0,4878
42	2	2	0,7920	0,7751	0,7700	0,4872	0,4755	21	21	0,5000
43	2	2	0,7920	0,7716	0,7665	0,4906	0,4793	18	25	0,4186

EK- 14. (devam)İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koyarak yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
44	2	2	0,7920	0,7734	0,7685	0,4997	0,4888	21	23	0,4773
45	2	2	0,7920	0,7720	0,7671	0,5016	0,4910	20	25	0,4444
46	2	2	0,7920	0,7734	0,7687	0,5072	0,4969	24	22	0,5217
47	2	2	0,7920	0,7722	0,7676	0,5125	0,5026	24	23	0,5106
48	2	2	0,7920	0,7754	0,7709	0,5146	0,5049	23	25	0,4792
49	2	2	0,7920	0,7764	0,7720	0,5214	0,5121	26	23	0,5306
50	2	2	0,7920	0,7775	0,7732	0,5212	0,5120	24	26	0,4800

EK-15. İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
10	1	1	0,9840	0,8684	0,8634	0,6123	0,5818	6	4	0,6000
11	1	1	0,9840	0,8794	0,8751	0,6423	0,6162	7	4	0,6364
12	1	1	0,9840	0,8883	0,8846	0,6647	0,6420	8	4	0,6667
13	1	1	0,9840	0,8952	0,8919	0,6872	0,6674	9	4	0,6923
14	1	1	0,9840	0,8725	0,8663	0,7046	0,6872	10	4	0,7143
15	1	1	0,9840	0,8795	0,8740	0,7781	0,7657	12	3	0,8000
16	1	1	0,9840	0,8864	0,8815	0,7902	0,7791	13	3	0,8125
17	1	1	0,9840	0,9186	0,9166	0,7501	0,7378	13	4	0,7647
18	1	1	0,9840	0,9227	0,9208	0,7134	0,7001	13	5	0,7222
19	1	1	0,9840	0,9259	0,9241	0,7734	0,7634	15	4	0,7895
20	1	1	0,9840	0,9073	0,9040	0,8270	0,8196	17	3	0,8500
21	1	1	0,9840	0,8753	0,8705	0,7916	0,7834	17	4	0,8095
22	1	1	0,9840	0,9356	0,9343	0,7601	0,7510	17	5	0,7727
23	1	1	0,9840	0,8854	0,8812	0,8077	0,8007	19	4	0,8261
24	1	1	0,9840	0,9216	0,9193	0,8528	0,8476	21	3	0,8750
25	1	1	0,9840	0,9437	0,9426	0,8238	0,8179	21	4	0,8400
26	1	1	0,9840	0,9454	0,9444	0,8282	0,8227	22	4	0,8462
27	1	1	0,9840	0,9468	0,9459	0,8004	0,7943	22	5	0,8148
28	1	1	0,9840	0,9491	0,9483	0,8387	0,8340	24	4	0,8571
29	1	1	0,9840	0,9508	0,9501	0,8444	0,8399	25	4	0,8621
30	1	1	0,9840	0,9361	0,9346	0,8176	0,8126	25	5	0,8333
31	1	1	0,9840	0,9387	0,9373	0,8847	0,8815	28	3	0,9032
32	1	1	0,9840	0,9557	0,9550	0,8292	0,8249	27	5	0,8438

EK-15. (devam) İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
33	1	1	0,9840	0,9419	0,9407	0,8904	0,8877	30	3	0,9091
34	1	1	0,9840	0,9577	0,9571	0,8659	0,8626	30	4	0,8824
35	1	1	0,9840	0,9231	0,9212	0,8164	0,8121	29	6	0,8286
36	1	1	0,9840	0,9602	0,9597	0,8461	0,8427	31	5	0,8611
37	1	1	0,9840	0,9484	0,9474	0,8513	0,8481	32	5	0,8649
38	1	1	0,9840	0,9494	0,9485	0,8547	0,8516	33	5	0,8684
39	1	1	0,9840	0,9630	0,9626	0,8342	0,8308	33	6	0,8462
40	1	1	0,9840	0,9638	0,9634	0,8614	0,8586	35	5	0,8750
15	1	2	0,9440	0,8795	0,8740	0,4977	0,4699	7	8	0,4667
16	1	2	0,9440	0,9137	0,9114	0,6296	0,6105	10	6	0,6500
17	1	2	0,9440	0,8925	0,8881	0,5990	0,5794	10	7	0,5882
18	1	2	0,9440	0,8574	0,8509	0,7134	0,7001	13	5	0,7222
19	1	2	0,9440	0,9025	0,8989	0,5435	0,5236	10	9	0,5263
20	1	2	0,9440	0,9073	0,9040	0,6519	0,6372	13	7	0,6500
21	1	2	0,9440	0,7916	0,7834	0,5818	0,5651	12	9	0,5714
22	1	2	0,9440	0,8409	0,8348	0,5577	0,5412	12	10	0,5455
23	1	2	0,9440	0,8854	0,8812	0,6917	0,6806	16	7	0,6957
24	1	2	0,9440	0,8904	0,8865	0,5530	0,5378	13	11	0,5417
25	1	2	0,9440	0,8238	0,8179	0,6797	0,6688	17	8	0,6800
26	1	2	0,9440	0,8633	0,8589	0,7932	0,7866	21	5	0,8077
27	1	2	0,9440	0,9268	0,9259	0,6999	0,6906	19	8	0,7037
28	1	2	0,9440	0,9291	0,9283	0,6766	0,6670	19	9	0,6786
29	1	2	0,9440	0,9076	0,9050	0,6555	0,6457	19	10	0,6552

EK-15. (devam) İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
30	1	2	0,9440	0,9161	0,9146	0,5744	0,5627	17	13	0,5667
31	1	2	0,9440	0,9143	0,9120	0,7054	0,6975	22	9	0,7097
32	1	2	0,9440	0,9155	0,9133	0,7720	0,7661	25	7	0,7813
33	1	2	0,9440	0,9219	0,9207	0,6943	0,6868	23	10	0,6970
34	1	2	0,9440	0,9209	0,9190	0,7568	0,7510	26	8	0,7647
35	1	2	0,9440	0,9231	0,9212	0,7356	0,7294	26	9	0,7429
36	1	2	0,9440	0,9236	0,9219	0,7948	0,7903	29	7	0,8056
37	1	2	0,9440	0,8008	0,7964	0,7251	0,7191	27	10	0,7297
38	1	2	0,9440	0,9284	0,9269	0,8050	0,8009	31	7	0,8158
39	1	2	0,9440	0,9307	0,9292	0,7862	0,7818	31	8	0,7949
40	1	2	0,9440	0,9089	0,9070	0,7432	0,7381	30	10	0,7500
41	1	2	0,9440	0,8189	0,8154	0,6806	0,6744	28	13	0,6829
42	1	2	0,9440	0,9238	0,9231	0,7333	0,7283	31	11	0,7381
43	1	2	0,9440	0,9256	0,9248	0,7391	0,7344	32	11	0,7442
44	1	2	0,9440	0,8952	0,8933	0,7877	0,7838	35	9	0,7955
45	1	2	0,9440	0,8554	0,8528	0,7497	0,7454	34	11	0,7556
15	2	1	0,9120	0,8795	0,8740	0,4977	0,4699	7	8	0,4667
16	2	1	0,9120	0,8425	0,8344	0,5243	0,5000	8	8	0,5000
17	2	1	0,9120	0,8004	0,7906	0,5486	0,5265	9	8	0,5294
18	2	1	0,9120	0,8976	0,8937	0,6168	0,5990	11	7	0,6111
19	2	1	0,9120	0,8195	0,8115	0,4982	0,4764	9	10	0,4737
20	2	1	0,9120	0,8706	0,8651	0,5192	0,4991	10	10	0,5000
21	2	1	0,9120	0,9109	0,9079	0,4146	0,3912	8	13	0,3810

EK-15. (devam) İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
22	2	1	0,9120	0,9050	0,9023	0,5179	0,5000	11	11	0,5000
23	2	1	0,9120	0,8466	0,8411	0,5371	0,5203	12	11	0,5217
24	2	1	0,9120	0,7778	0,7701	0,4799	0,4622	11	13	0,4583
25	2	1	0,9120	0,7881	0,7811	0,4984	0,4820	12	13	0,4800
26	2	1	0,9120	0,8282	0,8227	0,5838	0,5706	15	11	0,5769
27	2	1	0,9120	0,9098	0,9079	0,5653	0,5520	15	12	0,5556
28	2	1	0,9120	0,8064	0,8008	0,7093	0,7007	20	8	0,7143
29	2	1	0,9120	0,8127	0,8074	0,5923	0,5807	17	12	0,5862
30	2	1	0,9120	0,8484	0,8442	0,6358	0,6258	19	11	0,6333
31	2	1	0,9120	0,8847	0,8815	0,5277	0,5153	16	15	0,5161
32	2	1	0,9120	0,8292	0,8249	0,6270	0,6174	20	12	0,6500
33	2	1	0,9120	0,8060	0,8012	0,4981	0,4857	16	17	0,4848
34	2	1	0,9120	0,9039	0,9027	0,6473	0,6388	22	12	0,6471
35	2	1	0,9120	0,9031	0,9012	0,5776	0,5679	20	15	0,5714
36	2	1	0,9120	0,8461	0,8427	0,6399	0,6317	23	13	0,6389
37	2	1	0,9120	0,9010	0,8988	0,6242	0,6160	23	14	0,6216
38	2	1	0,9120	0,9040	0,9019	0,7317	0,7260	28	10	0,7368
39	2	1	0,9120	0,8817	0,8793	0,6179	0,6101	24	15	0,6154
40	2	1	0,9120	0,7906	0,7863	0,6504	0,6434	26	14	0,6500
41	2	1	0,9120	0,8418	0,8387	0,5673	0,5590	23	18	0,5610
42	2	1	0,9120	0,8667	0,8642	0,6209	0,6136	26	16	0,6190
43	2	1	0,9120	0,8271	0,8238	0,6293	0,6226	27	16	0,6279
44	2	1	0,9120	0,7446	0,7401	0,6369	0,6303	28	16	0,6364
45	2	1	0,9120	0,8343	0,8314	0,6443	0,6382	29	16	0,6444

EK-15. (devam) İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
20	2	2	0,8200	0,6956	0,6829	0,4754	0,4536	9	11	0,4500
21	2	2	0,8200	0,6659	0,6526	0,3724	0,3474	7	14	0,3333
22	2	2	0,8200	0,7601	0,7510	0,5179	0,5000	11	11	0,5000
23	2	2	0,8200	0,6534	0,6409	0,3431	0,3194	7	16	0,3043
24	2	2	0,8200	0,8150	0,8086	0,4799	0,4622	11	13	0,4583
25	2	2	0,8200	0,5696	0,5553	0,2803	0,2557	6	19	0,2400
26	2	2	0,8200	0,5838	0,5706	0,3071	0,2849	7	19	0,2692
27	2	2	0,8200	0,6325	0,6213	0,4981	0,4827	13	14	0,4815
28	2	2	0,8200	0,7387	0,7340	0,3194	0,2993	8	20	0,2857
29	2	2	0,8200	0,7187	0,7107	0,3090	0,2893	8	21	0,2759
30	2	2	0,8200	0,8176	0,8126	0,4524	0,4373	13	17	0,4333
31	2	2	0,8200	0,7847	0,7815	0,5277	0,5153	16	15	0,5161
32	2	2	0,8200	0,6270	0,6174	0,3982	0,3826	12	20	0,3750
33	2	2	0,8200	0,7778	0,7723	0,3859	0,3707	12	21	0,3636
34	2	2	0,8200	0,7842	0,7790	0,4847	0,4727	16	18	0,4706
35	2	2	0,8200	0,6564	0,6485	0,4449	0,4321	15	20	0,4286
36	2	2	0,8200	0,7435	0,7378	0,5108	0,5000	18	18	0,5000
37	2	2	0,8200	0,7251	0,7191	0,4476	0,4356	16	21	0,4324
38	2	2	0,8200	0,7317	0,7260	0,4861	0,4755	18	20	0,4737
39	2	2	0,8200	0,7862	0,7818	0,4499	0,4387	17	22	0,4359
40	2	2	0,8200	0,8145	0,8107	0,4394	0,4282	17	23	0,4500
41	2	2	0,8200	0,8189	0,8154	0,4061	0,3947	16	25	0,3902
42	2	2	0,8200	0,6662	0,6599	0,4434	0,4328	18	24	0,4286
43	2	2	0,8200	0,7391	0,7344	0,4542	0,4442	19	24	0,4419

EK-15. (devam) İki veya çok ışınlı teknoloji için yerine koymadan yöntemi ve parmak kuralının sağlanması durumunda tahmin edici değerleri tablosu

Örnek Çapı	Girdi Sayısı	Çıktı Sayısı	Parametre Değeri	Önerilen (Gizli)	Friesner (Gizli)	Önerilen (Gizli olmayan)	Friesner (Gizli olmayan)	Etkin KVB	Etkinsiz KVB	Monte Carlo Tahmin
44	2	2	0,8200	0,7446	0,7401	0,5085	0,5000	22	22	0,5000
45	2	2	0,8200	0,7918	0,7882	0,5619	0,5544	25	20	0,5556
46	2	2	0,8200	0,7345	0,7299	0,4273	0,4174	19	27	0,4130
47	2	2	0,8200	0,6997	0,6948	0,4174	0,4077	19	28	0,4043
48	2	2	0,8200	0,7450	0,7409	0,4885	0,4805	23	25	0,4792
49	2	2	0,8200	0,8082	0,8051	0,5751	0,5684	28	21	0,5714
50	2	2	0,8200	0,7179	0,7137	0,4500	0,4421	22	28	0,4400

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : Ünsal, Mehmet Güray
 Uyruğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 15.09.1985
 Medeni hali : Bekar
 Telefon : 0537 330 85 08
 e-posta : mgunsal@gazi.edu.tr



Eğitim Derecesi	Okul/Program	Mezuniyet yılı
Yüksek Lisans	Gazi Üni. Fen Fakültesi İstatistik B.	2010
Lisans	Gazi Üni. Fen Fakültesi İstatistik B.	2007
Lise	Dr. Binnaz Rıdvan Ege Anadolu Lisesi	2003
İş Deneyimi, Yıl	Çalıştığı Yer	Görev
2007-2010	Uşak Üniversitesi	Araştırma Görevlisi
2010-2014	Gazi Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

Yabancı Dili

İngilizce

Yayınlar

Makaleler

UNSAL, M.G., KASAP, R., (2014) Cases of Residual Types In Diagnostic Checking for ARMA Model, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics 43(3):1-10.

UNSAL, M.G., ALP. İ., BAL H., (2014) Empirical Distribution of Incidence of Inefficiency, Journal of Selcuk University Natural and Applied Sciences, Vol 3 (2) : 46-50.

UNSAL, M.G., (2013) Comparing of The Deterministic Simulated Annealing Methods For Quadratic Assignment Problem, Uludag U. Faculty of Engineering and Arcitecture Journal, 18 (2): 37-46.

UNSAL, M. G., KASAP, R., (2012) Residual Types in Time Series and Their Applications, G. U. Journal of Science, 25 (2):409-416.

NAJJARI, V., UNSAL, M. G., (2012) A Fit Family of Archimedean Copulas for Meteorological Data, G. U. Journal of Science 25 (2):417-424.

Konferans Bildirileri

UNSAL M.G., ORKCU, H.H., BAL H., KASAP, R., (2013) Incidence of Inefficiency and Bayesian Approaches, 11. International Conference on Data Envelopment Analysis Samsun; TÜRKİYE

UNSAL M.G., ORKCU, H.H., BAL H., (2013) Alternative Approach for Data Envelopment Analysis Cross Efficiency Evaluation, 11. International Conference on Data Envelopment Analysis Samsun, TÜRKİYE

BAL H., UNSAL M. G., (2012) Data Envelopment Analysis Type Linear and Goal Programming Models For Measuring Energy Efficiency Performance of OECD Countries, 10. International Conference on Data Envelopment Analysis, Natal, Brazil.

UNSAL M. G., BAL H., ORKCU H. H., (2012) A New Approach to Cross Efficiency Evaluation Based on MILP Model And Measurement of Energy Efficiency, 10. International Conference on Data Envelopment Analysis, Natal, Brazil.

UNSAL, M. G., KASAP, R., (2012) A Simulation Study For Comparing of Conditional and Normalized Residuals in Diagnostic Checking, 25. European Conference on OR (Recent Advances in Statistics Session), Vilnius, Lithuania.

BAL H., ORKCU H. H., UNSAL M. G., (2011) Efficiency Analysis of Public and Private Turkish Banks Based on DEA and Malmquist Index, 12. International Congress on Econometrics, Operations Research and Statistics, Denizli, Turkey.

BAL H., ORKCU H. H., UNSAL M. G., (2011) An Analysis Of Technical Efficiency And Productivity Changes In Turkish Airports Using The Malmquist Index, International Congress on Knowledge, Economy and Management, Sarejevo, Bosnia Herzigovina.

BAL H., ORKCU H. H., UNSAL M. G., (2011) The Energy And Electricity Efficiency Evaluation Of Balkan Countries By Data Envelopment Analysis Method, International Congress on Knowledge, Economy and Management, Sarejevo, Bosnia Herzigovina.

BAL H., UNSAL M. G., (2011) Integrating Of Multidimensional Scaling Algorithm To PCA-DEA and Energy Efficiency Evaluation Of OECD Countries, 9. International Conference on Data Envelopment Analysis, Thessaloniki, Greece.

UNSAL M. G., ORKCU H. H., BAL H., (2011) Benchmarking Of OECD Countries By Different Energy Efficiency Measurement Approaches, 10. International Conference on Sustainable Energy Technology, İstanbul, Turkey.

UNSAL, M.G., KASAP, R., (2010) Analysis Of The Matrices Used For Computing Of Residuals Types For ARMA(1,1) Model, 19. Statistical Research Symposium, TUIK, Ankara, Turkey.

Kitaplar

M G Unsal R Kasap, (2013) Residual Types in Time Series Analysis. Germany. Lambert Academic Publishing.

Hakemlikler

Journal of Applied Statistics (SCI)

Neural Computing & Applications (SCI)

International Journal of Energy Sector Management

Gazi University Journal of Science