

**DÜZLEMSEL ORTAMLARDA ELEKTROMANYETİK
DALGALARIN YAYILIMININ FDTD İLE
ANALİZİ**

Gökhan ÖZTÜRK

**Yüksek Lisans Tezi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı
Yrd. Doç. Dr. Saffet Gökçen ŞEN
2014
Her hakkı saklıdır**

**ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**DÜZLEMSEL ORTAMLARDA ELEKTROMANYETİK
DALGALARIN YAYILIMININ FDTD İLE ANALİZİ**

Gökhan ÖZTÜRK

ELEKTRİK ve ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

**ERZURUM
2014**

Her hakkı saklıdır



T.C.
ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



TEZ ONAY FORMU

**DÜZLEMSEL ORTAMLARDA ELEKTROMANYETİK DALGALARIN
YAYILIMININ FDTD İLE ANALİZİ**

Yrd. Doç. Dr. Saffet Gökçen ŞEN danışmanlığında, Gökhan ÖZTÜRK tarafından hazırlanan bu çalışma 18/02/2014 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak **oybirliği/oy çokluğu (3/0)** ile kabul edilmiştir.

Başkan : Yrd. Doç. Dr. Saffet Gökçen ŞEN

İmza :

Üye : Yrd. Doç. Dr. Emin Argun ORAL

İmza :

Üye : Yrd. Doç. Dr. Tolga AYDIN

İmza :

Yukarıdaki sonucu onaylıyorum

Prof. Dr. İhsan EFEOĞLU
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaklardan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak olarak kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

DÜZLEMSEL ORTAMLARDA ELEKTROMANYETİK DALGALARIN YAYILIMININ FDTD İLE ANALİZİ

Gökhan ÖZTÜRK

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Danışman : Yrd. Doç. Dr. Saffet Gökçen ŞEN

Bu tezde, literatürde ismini Finite–Difference Time Domain Method (FDTD Method) olarak alan Sonlu Fark Zaman Kümesi Metodu yardımı ile 1 boyutta elektromanyetik dalgaların düzlemsel ortamlardaki davranışları MATLAB kullanılarak bilgisayar ortamında incelenmiştir. Kayıpsız ortamların dielektrik geçirgenlik katsayılarının değiştirilmesiyle dalgaın verdiği tepkiler, TASA kullanılarak, FDTD yöntemi ile bilgisayar ortamında çözümlenmiştir.

2014, 86 sayfa

Anahtar Kelimeler: FDTD Metodu, Düzlemsel Ortamlar, Toplam Alan Saçılan Alan

ABSTRACT

Master Thesis

PROPOGATION ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY FDTD IN
THE PLANAR MEDIUM

Gökhan ÖZTÜRK

Atatürk University
Faculty of Engineering
Department of Electric and Electronic Engineering

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Saffet Gökçen ŞEN

In this thesis, the propagation of electromagnetic waves in one dimension is studied by means of the Finite Difference Time Domain Method (FDTD) using MATLAB. The reactions of waves to the changes in dielectric constants of lossless media are analysed using Total-Field/Scattered-Field (TFSF) concept of the FDTD.

2014, 86 pages

Keywords: FDTD Method, Planar Medias, Total-Field/Scattered-Field

TEŞEKKÜR

Tez danışmanlığımı yürüten Sayın Yrd. Doç. S. Gökçen ŞEN’e vermiş olduğu destekten ötürü çok teşekkür ederim.

Yüksek Lisans eğitimim boyunca yardımlarını esirgemeyen ve beni bu günlere getiren aileme teşekkür ederim.

Gökhan ÖZTÜRK

Şubat, 2014

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
SİMGELER ve KISALTMALAR LİSTESİ.....	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
2. KURAMSAL TEMELLER.....	8
2.1. Türevin Sonlu Farklar İfadesi.....	8
2.2. Bir Boyutta Skalar Dalga Denklemi.....	9
2.1.1. Dalga Denkleminin Çözümü.....	9
2.1.2. Skalar Dalga Denklemine Sonlu Farklar Yaklaşımı.....	11
3. MATERYAL ve YÖNTEM.....	16
3.1. FDTD.....	16
3.1.1. Maxwell Denklemlerinin 1 Boyutta FDTD için Özelleştirilmesi.....	16
3.1.2. Bir Boyutta FDTD Algoritmaları.....	18
3.1.3. FDTD Kararlılık Kriteri.....	22
3.1.4. Bir Boyutta FDTD'in Bilgisayar Uygulaması.....	26
3.1.5. FDTD'de Kaynak Seçimi.....	28
3.1.6. PEC veya PMC Sınır Şartları için FDTD Uygulamaları.....	42
3.1.6.a. PEC – PEC ile Çevrili Ortamda Elektrik ve Manyetik Alanlar.....	43
3.1.6.b. PEC – PMC ile Çevrili Ortamda Elektrik ve Manyetik Alanlar.....	45
3.1.7. Yutucu Sınır Koşulları (Absorbing Boundary Conditions-ABC).....	48
4. ARAŞTIRMA BULGULARI.....	51
4.1. Homojen Olmayan Ortamlar için FDTD Simülasyonu.....	51
4.1.1. Dielektrik Ortamda Tek Boyutlu Dalga Simülasyonu.....	51
4.1.2. İki Dielektrik Ortamda Tek Boyutlu Dalga Simülasyonu.....	56
5. SONUÇ.....	63
KAYNAKLAR.....	64

EKLER.....	67
EK 1.....	67
ÖZGEÇMİŞ	86

SİMGELER ve KISALTMALAR LİSTESİ

Simgeler

c	Işık hızı
$\vec{E}$	Elektrik alan şiddeti vektörü
E_x, E_y, E_z	Elektrik alanın x, y ve z yönündeki bileşenleri
ϵ_0	Boşluğun elektriksel geçirgenliği
ϵ_r	Malzemenin bağıl elektriksel geçirgenliği
f	Frekans
$\vec{H}$	Manyetik alan şiddeti vektörü
H_x, H_y, H_z	Manyetik alanın x, y ve z yönündeki bileşenleri
ρ	Hacimsel yük yoğunluğu
σ	İletkenlik
μ_0	Boşluğun manyetik geçirgenliği
μ_r	Malzemenin bağıl manyetik geçirgenliği
η_0	Boşluğun karakteristik empedansı
η_r	Malzemenin karakteristik empedansı
n	FDTD hücre sayısı
t	Zaman
m	FDTD ızgara konumu
q	FDTD ızgara zaman adımı
Δt	Zaman adımı
Δx	x yönündeki FDTD hücre boyutu

Kısaltmalar

ABC	Absorbation Boundary Condition (Yutucu Sınır Koşulu)
EM	Elektromanyetik
FDTD	Finite Difference Time Domain Method

MRI	Magnetic Rezonans Images
NFFF	Near Field to Far Field(Yakın alan uzak alan)
PEC	Perfect Electric Conductor(Mükemmel Elektrik İletken)
PMC	Perfect Magnetic Conductor(Mükemmel Manyetik İletken)
PML	Perfectly Matched Layer (Mükemmel Uyumlu Tabaka)
RSY	Radar Saçılma Yüzeyi
SAR	Specific Absorption Rate
TASA	Toplam Alan Saçılan Alan

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. 1989-2013 yılları arasında FDTD metodu kullanılarak yapılan makale sayıları.....	3
Şekil 3.1. Örneklenmiş konum-zaman uzayında Faraday kanununun sonlu farklarla yazıldığı nokta gösteriliyor	19
Şekil 3.2. Örneklenmiş konum-zaman uzayında Amper kanununun yazıldığı nokta gösteriliyor.	21
Şekil 3.3. a) $q=50$. zaman adımında kararlılık kriterinin, Sc 'nin, 0.5 olması durumunda kare dalga işaretinin yayılması b) $q=50$. zaman adımında kararlılık kriterinin, Sc 'nin, 0.5 olması durumunda Gaussian işaretinin yayılması	23
Şekil 3.4. a) $q=50$. zaman adımında kararlılık kriterinin, Sc 'nin, 1 olması durumunda Gaussian işaretinin yayılması b) $q=50$. zaman adımında kararlılık kriterinin, Sc 'nin, 1 olması durumunda kare dalga işaretinin yayılması.....	24
Şekil 3.5. a) $q=50$. zaman adımında kararlılık kriterinin, Sc 'nin 1,003 olması durumunda Gaussian işaretinin yayılması b) $q=50$. zaman adımında kararlılık kriterinin, Sc 'nin, 1,003 olması durumunda kare dalga işaretinin yayılması	25
Şekil 3.6. FDTD algoritmalarının kabaca akış şeması	28
Şekil 3.7. a) Program 3.1 ile FDTD ızgarasında $q = 50$. ve 90. zaman adımlarında Gaussian işaretli elektrik ve manyetik alanların yayılımı b) Program 3.1 ile FDTD ızgarasında $q = 50$. ve 90. zaman adımlarında kare dalga işaretli elektrik ve manyetik alanların yayılımı	30
Şekil 3.8. $m = 0$ noktasına sert kaynak konulan FDTD ızgarasının, zaman adımı birer birer ilerletildikçe her zaman adımı ile Gaussian işaretinin konumda ilerleyişi	31
Şekil 3.9. a) Program 3.2 ile FDTD ızgarasında $m = 100$ 'e yerleştirilen Gaussian işaretli yumuşak kaynak ile $q = 10.$, $20.$, $30.$, $40.$, 50 . ve 60 . zaman adımlarında elektrik alanının FDTD ızgarasındaki yayılımı b) FDTD ızgarasında $m = 100$ 'e yerleştirilen kare dalga işaretli yumuşak	

kaynak ile $q = 10., 20., 30., 40., 50.$ ve $60.$ zaman adımlarında elektrik alanının FDTDMD ızgarasındaki yayılımı	35
Şekil 3.10. Bir boyutta TASA sınırı	37
Şekil 3.11. Program 3.3 ile $m = 50$ 'ye yerleştirilen TASA kaynağının $q = 50.$ ve $q = 80.$ zaman adımları için elde edilen elektrik ve manyetik alanların konumları	40
Şekil 3.12. $m = 50$ noktasına yerleştirilen sert, yumuşak ve TASA kaynaklarının $q = 50$ zaman adımıdaki konumları	41
Şekil 3.13. $m = 50$ noktasına yerleştirilen sert, yumuşak ve TASA kaynaklarının $q = 80$ zaman adımıdaki konumları	42
Şekil 3.14. Sağ ve sol sınırları PEC-PEC malzemeye kaplı FDTDMD ızgarasındaki sert kaynağın q_{son} zaman adımı süresince FDTDMD ızgarasında ilerleyişi.....	43
Şekil 3.15. Program 3.5 ile FDTDMD kullanılarak sağlanılan Şekil 3.14 ortamında sağa doğru yayılan elektrik alanının FDTDMD ızgarasında, $q = 50., 250., 450., 650.$ ve $850.$ zaman adımlarında sınır bölgelerdeki PEC malzemelerden yansımış halleri	44
Şekil 3.16. Program 3.6 ile FDTDMD kullanılarak sağlanılan Şekil 3.14 ortamında sağa doğru yayılan manyetik alanının FDTDMD ızgarasında, $q = 50., 250., 450., 650.$ ve $850.$ zamanlarında sınır bölgelerdeki PEC malzemelerden yansımış halleri	45
Şekil 3.17. Sağ sınırı PEC ve sol sınırı PMC malzemeye kaplı FDTDMD ızgarasındaki sert kaynağın q_{max} zaman adımı süresince $m\Delta x$ sınırlı ızgarasında ilerleyişi.....	46
Şekil 3.18. Program 3.7 ile FDTDMD kullanılarak sağlanılan Şekil 3.17 ortamında sağa doğru yayılan elektrik alanının FDTDMD ızgarasında, $q = 50., 250., 450., 650.$ ve $850.$ Zamanlar adımlarında sınır bölgelerdeki PEC-PMC malzemelerden yansımış halleri	47
Şekil 3.19. Program 3.8 ile FDTDMD kullanılarak sağlanılan Şekil 3.17 ortamında sağa doğru yayılan manyetik alanının FDTDMD ızgarasında, $q = 50,$	

250., 450., 650. ve 850. zaman adımlarında sınır bölgelerdeki PEC-PMC malzemelerden yansımış halleri	48
Şekil 3.20. Program 3.9 ile tasarlanan FDTD simülasyonu $m = 200$ konum ızgarasına sahiptir. $m = 1$ ve $m = 200$ konumlarına ABC konulduğu için bu düğümlerde işaret soğurulmaktadır.	49
Şekil 4.1. Dielektrik ortam modellemesi	52
Şekil 4.2. FDTD ile Program 4.1'in modellediği ortam.....	53
Şekil 4.3. Elektrik alan $q = 50, 100$ ve 160 . zaman adımları için sağa doğru ilerleyen elektrik alanın konumları	54
Şekil 4.4. Program 4.1 ile hazırlanan FDTD simülasyonunda elektrik alanların $q = 180, 220$ ve 260 . zaman adımları için konumları.	55
Şekil 4.5. Program 4.2'nin FDTD ile modellediği, iki farklı dielektrik ortama TASA kaynağının gönderilmesi.....	57
Şekil 4.6. Program 4.2 ile hazırlanan FDTD simülasyonunda elektrik alanların $q = 50, 100, 150$ ve 200 . zaman adımları için konumları.	58
Şekil 4.7. Program 4.2 ile hazırlanan FDTD simülasyonunda elektrik alanların $q = 150, 200, 250$ ve 330 . zaman adımları için konumları.	59
Şekil 4.8. Program 4.2 ile hazırlanan FDTD simülasyonunda elektrik alanların $q = 330, 380, 430$ ve 500 . zaman adımları için konumları.	60

1. GİRİŞ

FDTD yöntemi ilk kez Yee (1966) tarafından sonlu farklar yönteminin EM(Elektromanyetik) dalga problemlerine uygulanması ile literatürde yerini almıştır. Kullanılan yöntemin ismi Finite Difference Time Domain Method olup, metodun baş harfleri kısaltılarak zamanla FDTD olarak genel bir kavram haline gelmiştir. FDTD, uzayın üç noktasında seçilen 3 manyetik alan ve 3 elektrik alanın uzayın ayrık konumlarında ayrık zaman aralıklarında hesaplanması temeline dayanır (Sevgi 1999). Yapı istenildiği kadar eş hücrelere bölünerek zamanda iteratif hesaplamalar yapılır. Kaynak olarak genellikle Gaussian veya sinüs kaynaklar kullanılır. Bu yöntemin etkin bir şekilde kullanılması için hızlı ve yüksek hafızalı bilgisayarlara ihtiyaç duyulduğu için, bu yöntem üzerine 1980 lere kadar çok fazla araştırma olmamıştır. Bilgisayar teknolojisinde meydana gelen gelişmeler ile FDTD'ye olan ilgi 1980'lerden itibaren giderek artmaktadır (Chew *et al.* 2001).

FDTD, iletken malzemeler ve iletken olmayan malzemelerde EM dalganın ilerleyiş analizi; dalga kılavuzu, radar saçılma yüzeyi (RSY) modelleme; rezonatör tasarımı; mikroşerit anten tasarımı; açık ya da kapalı dalga kılavuzlarında dalga iletimi ve süreksizlikler; biyolojik dokularda elektromanyetik yutulma hesapları, mikrodalga fırın simülasyonu; aktif ve pasif mikrodalga devre analizi gibi alanlarda kullanılmaktadır (Erol 2007).

FDTD, Yee'nin çalışmaları ile elde edilen sonuçlar zamanla geliştirilerek, elektromanyetik problemlerinin çözümünde sıkça kullanılan bir metod haline gelmiştir.

Yee, FDTD'de kaynak olarak başlangıç koşulları yaklaşımını kullanmıştır. Bu yaklaşım, FDTD'de bazı kısıtlamalara sebep olmaktadır. Bu kısıtlamaları kaldırmak için kaynak üretiminde Toplam Alan Saçılan Alan (TASA) kavramı, ilk kez Merewether and Smith (1980) tarafından kullanılmıştır.

Umashankar and Taflove (1982), uzak alan yakın alan dönüşümlerini kullanarak, yakın saçılan alanları elde etmek için, kompleks objelerden saçılımı FDTD ile analiz etmiştir.

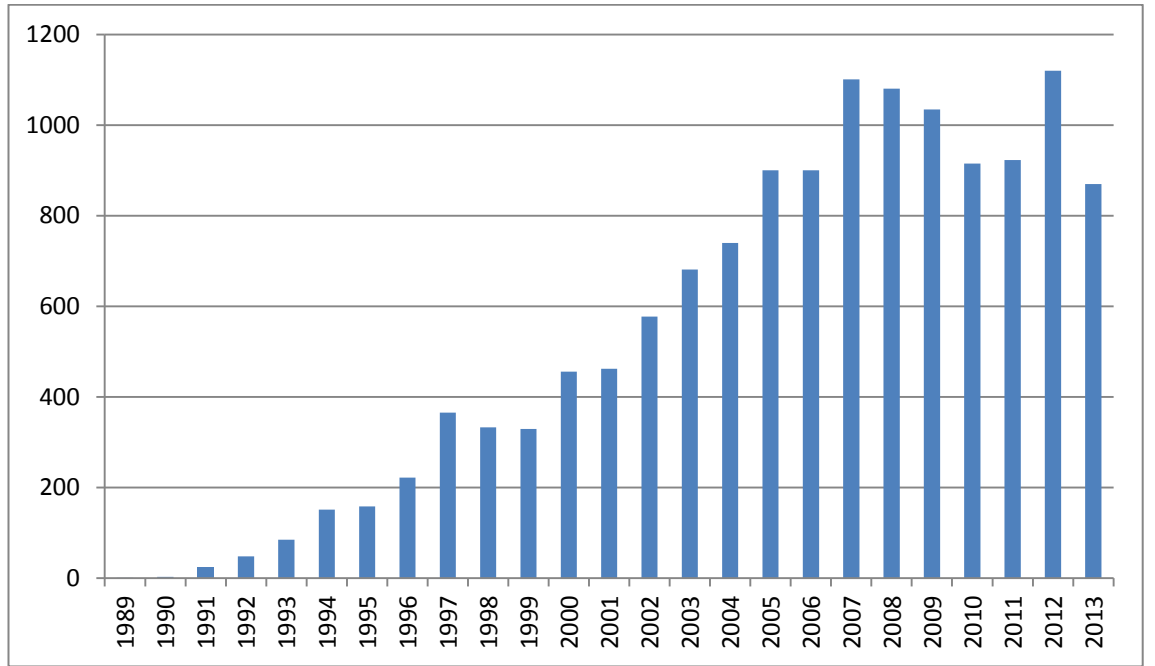
Bilgisayarların kısıtlı depolama alanlarından dolayı, FDTD yalnızca sınırlı alanlarda kullanılır. FDTD’de açık sınır elektromanyetik alan yayılımı sağlamak için Absorbing Boundary Condition (ABC) yani yutucu sınır koşulları tanımlanmalıdır. Böylece ızgara sınırlarında elektromanyetik dalgalar yansımamış olacaktır. Bayliss and Turkel (1980) tarafından ilk kez yutucu sınır koşulları tanımlanmıştır. Yutucu sınır koşullarının FDTD’de uygulanması ise Mur (1981) tarafından gerçekleştirilmiştir. Higdon (1986) tarafından çok boyutlu dalga denklemi için, FDTD ile yutucu sınır şartları sağlanmıştır. Higdon (1987), ek olarak bir boyuttaki diferansiyel operatörleri ayırtlaştırmış ve bunları sınır şartlarının ayırtlaştırılmasında kullanmıştır. Ramahi (1997), FDTD simülasyonunda hesaplama kümesinin bitiminde sanal sınırlarda oluşan yansımaları yok etmek için metod geliştirmiştir.

Yutucu sınır koşullarının geliştirilmesine yönelik Berenger (1994) tarafından, PML (Mükemmel Uyumlu Tabaka) yutucu sınır koşulları ilk kez ortaya atılmıştır. PML tabakası, FDTD hesap uzayının her tarafını kaplayan sanal bir yutucu tabakadır. PML tabakası ile her açı ve frekansta dalgaların yutulması sağlanmaktadır. PML, FDTD ızgarasından yansıyan dalgaları eksponansiyel olarak azaltabildiği için, çok daha iyi sonuçlar vermektedir. Çalışmalarına devam eden Berenger (1996), boşluk koşulları için PML tasarlamıştır. Bu çalışmanın devamı olarak Berenger(1996) üç boyutlu bir PML tasarlamıştır. Teixeira and Chew (1997), FDTD ile silindirik ve küresel koordinatlar için PML tasarlamışlardır. Gedney (1996) tarafından ilk kez tanıtılan UPML (Tek eksenli mükemmel uyumlu tabaka) ile Berenger’in PML yöntemi daha da geliştirilmiştir. UPML ile PML yönteminin modelleyemediği, kayıplı dağıtıcı ortamlar da modellenmiştir.

FDTD simülasyonlarında sınır koşulları hesaplamalarında, sınırlar uzun süre dik koordinat sistemlerinde ifade edilebilir olarak kabul edilmiştir. Böyle olmayan FDTD

sınır yapıları için dik olmayan grid (nonorthogonal grid) yapısı ilk kez Holland (1983) tarafından tasarlanmıştır. Sheen (1991) tarafından, sözde düzgün olmayan grid (quasi-nonuniform) FDTD algoritmaları tanıtılmıştır. Bu yöntemle grid boyutu üçte birine indirilmiştir. Tulintseff (1992), bu yöntemi mikrodalga akım ve anten problemlerine uygulamıştır. Zivanovic *et al.* (1991), FDTD ızgarası için alt ızgara tanımlayarak (subgridding) bilgisayarda fazla yer kaplayan grid alanı, daha küçük ızgaralama yaparak azaltmıştır.

FDTD'in gelişen teknoloji ve düşen bilgisayar fiyatları ile popüler hale gelmesini, 1989 yılından itibaren FDTD metodu kullanılarak yapılan makale (SCI ve SCIE) sayılarına bakarak anlayabiliriz.



Şekil 1.1. 1989-2013 yılları arasında FDTD metodu kullanılarak yapılan makale sayıları

FDTD ile birçok alanda uygulamalar yapılmıştır. En çok uygulama, biyomedikal ve yeraltı nüfuslu radar(YNR) alanlarındadır.

Biyomedikal alanında FDTD ile iki temel amaç üzerinde araştırmalar yapılmıştır. Bunlardan birincisi elektromanyetik alana maruz kalan vücut dokularının zarar görebileceği elektromanyetik alan eşik değerı ile alakalı güvenlik değerlendirmesidir. Dünya genelinde RF (Radyo Frekansı) güvenlik standartlarının belirlediği değerler, dokuların elektromanyetik alan enerjisini absorbe etme değerlerini belirten SAR (Specific Absorption Rate) açısından, elektromanyetik alana maruz kalma sınırlarını aşmamalıdır. Uzak alan ya da yakın alana maruz kalma şartları açısından insan bazlı dokuları etkileyen SAR oranlarını hesaplamak için FDTD kullanılmaktadır. 100 kHz'e kadar düşük frekanslar için SAR'lar genellikle göz ardı edilir ve biyolojik uygunluk için indüklenen akım yoğunluğuna bakılır (Taflov 1998).

Gandhi (1995) yakın ve uzak alanlar için vücudun maruz kaldığı akım yoğunluğunu FDTD ile doz ölçümleri yaparak hesaplamıştır.

Biyomedikal alanında FDTD'nin ikinci en yaygın kullanım alanı kanser tedavisinde hipertermi sistemleri gibi fiziksel elektromanyetik alan sistem dizaynıdır. Son yıllarda yapılan çalışmalarla tümörlü ve kanserli vücut dokularının yüksek sıcaklıkla ilerlemesinin durdurulduğu hatta bu şekilde kanserin tedavisinin tamamen yapıldığı ispatlanılmıştır. İnsan vücudu heterojen yapıya sahip olduğu için sadece kanserli dokuların gerekli manyetik alan ile doyurulması işlemi oldukça zordur. Kötü huylu kanser olarak adlandırılan kanserlerin X-ray görüntüleme tekniği olan mamaogram ile fark edilmesi oldukça zordur. Ayrıca MRI (Magnetic Rezonans Images) in maliyetli olması ve tedavi sürecinde hastanın X-ray ışınlarına maruz kalması kanser tedavisi için alternatif yöntemlerin arayışına sebep olmuş, FDTD ile bu doğrultuda birçok araştırma yapılmıştır (Karp 2009).

Converse *et al.* (2006), mikrodalga hipertermi'de dar band ve ultra geniş band mikrodalğanın hangisinin meme kanseri için daha etkili olduğu üzerine çalışmışlardır. Göğüs üzerine yerleştirilen iki anten dar band ve geniş band sinyalleri göğse gönderip sonuçları FDTD ve MRI ile kıyaslamışlardır. Sonuç olarak geniş bandlı mikrodalgaların dar bantlıya göre daha iyi odaklandığı ve sıcak noktaları azalttığı

görülmüştür. Miyazaki and Kouno (2009), bilgisayarlı görüntü işlemenin medikal uygulaması üzerine çalışıp FDTD ile optik dalgaların göğüs içindeki dokulardaki yayılımını simüle etmiştir.

Tofighi (2009), FDTD kullanarak biyolojik dokular için 0,5-30 GHz frekans aralığı için Cole-Cole dağılım modelinin rahatlatma zamanının simülasyonunu yapmıştır. Rahatlatma zaman dağılımı, tek terimli cole cole bağıntısında çok terimli cole cole bağıntısına göre daha iyi sonuç vermiştir. Costen and Bérenger (2009), kablosuz ağların insan vücuduna olan etkisini görmek istemiş ve FDTD ile Huygens tekniğini kullanarak elektromanyetik dalganın dokulardaki dağılımını gözlemlemiştir.

Drezek *et al.* (2000), biyolojik dokuların ışık saçım özelliklerini hesaplamak için pulse cevap teknikleri ile FDTD'yi birleştirmiştir. Elde edilen veriler ile Mie çözümlerinden daha iyi sonuçlar elde etmiştir.

Sullivan (1990), hipertermi için kaynak tasarlamış ve bu kaynak ile derin yerlere nüfuz eden kanser için FDTD ile nümerik sonuçlar elde etmiştir.

Hagness *et al.* (1998) tarafından yapılan çalışmada FDTD ile dokuların heterojenliğine rağmen zamanda süzülme tekniği ve ortak odak noktası sistemi kullanılarak 2mm'den daha küçük tümörün algılanması sağlanmıştır. Li and Hagness (2001) bu çalışmanın devamı olarak FDTD ile modellenen yapı üzerine yapay bir odak noktası koyarak kötü huylu kanserlerin teşhisini kolaylaştırmıştır. Bu çalışmalara yakın çalışmalar Fear *et al.* (2002) tarafından düzlemsel ve silindirik antenler kullanılarak hastanın sırtüstü veya yüzüstü durumlarına göre enine ve boyuna görüntü kesitleri alınarak 1cm'den küçük tümörün tespiti sağlanmıştır.

Sağlıklı dokular ile tümörlü dokular mikrodalgaya maruz bırakıldığında farklı elektriksel özellikler göstermektedir. Bindu *et al.* (2006) dokuların bu özelliğinden yararlanarak dokulara gönderilen elektromanyetik dalgaların ölçülen ve yansıyan işaretlerini kullanarak FDTD ile tümör tespiti yapmıştır.

FDTD ile YNR (Yeraltı Nüfuzlu Radar) alanlarında yapılan ilk çalışmalar Bourgeois and Smith (1998)'e aittir. Yapılan bu çalışmalar mayın tespit amaçlıdır. FDTD ile simülasyonu yapılan bölgenin altındaki mayının konumu elde edilir.

Teixeira *et al.* (1998) tarafından homojen olmayan, dispersiyon içeren, iletken toprak yapısında üç boyutlu bir YNR sistemi simülasyonu tasarlanmıştır. Toprak, Lorentz ve Debye modelleriyle modellenmiştir.

Gürel ve Oğuz (2001), homojen olmayan, kayıplı ve pürüzlü bir zemin simülasyonu tasarlayıp, simülasyonda zemin içerisinde gömülü nesnelerin konumunu FDTD ile hesaplamıştır.

Gürel ve Oğuz (2003), 2001'de homojen olmayan kayıplı ortam için yapmış oldukları simülasyon üzerinden giderek, ortam üzerinde 2 verici anten ve 1 alıcı anten koyarak yer altında bulunan cisim tespiti etmeye çalışmışlardır. Antenler arası açıklığın etkileri, farklı YNR'ler üzerinde incelenmiştir.

Uduwawala *et al.* (2005), Debye modeli ile bow-tie anteni kullanarak kayıplı ve dağınık YNR ortamı tasarlamıştır.

Bu tezde, FDTD ile düzlemsel, homojen ve kayıpsız ortamlara gönderilen bir boyutlu elektromanyetik alanın, düzlemsel ortamlardaki hareketlerinin MATLAB ile simülasyonu yapılmıştır. Birinci kısımda, FDTD'nin gelişimi ve uygulama alanları ile alakalı literatür taraması verilmiştir. İkinci kısımda, bir boyutlu skalar dalga denklemi tanıtılıp, sonlu farklar açılımı yapılmıştır ve sonlu farklar yönteminin bir boyutlu dalga denklemini tam olarak çözdüğü gösterilmiştir. Üçüncü kısımda, Sonlu farkların Maxwell denklemlerine uyarlanmış hali olan FDTD tanıtılıp, bir boyuttaki elektromanyetik dalgaların FDTD çözümü yapılmıştır. FDTD'de kullanılan kaynak tipleri de tanıtılıp, her biri için MATLAB'ta program yazılarak simülasyonları yapılmıştır. Ayrıca sert kaynak kullanılarak, elektromanyetik dalgaların PEC ve PMC tabakalarından nasıl yansındıkları gözlemlenmiştir. Dördüncü kısımda, dielektrik

malzemeleri farklı olan birden fazla düzlemsel, homojen ve kayıpsız ortamlara bir boyutlu elektromanyetik dalga gönderilerek, bir boyutta FDTD simülasyonu ile elektromanyetik dalgaların ortamlardaki hareketleri gözlemlenmiştir.

2. KURAMSAL TEMELLER

FDTD, Maxwell denklemlerindeki türev operatörünün sayısallaştırılması ile oluşturulur. Sayısallaştırma işlemi sonlu farklar algoritmaları ile yapılır. Bu kısımda, bahsi geçen sonlu farklar algoritmaları tanıtılıp, 1 boyutta dalga denklemi çözümü anlatılacaktır. Dalga denkleminin sonlu farklar açılımı yapılacak ve FDTD'nin bir boyutta dalga denklemini sağladığı gösterilecektir.

2.1. Türevin Sonlu Farklar İfadesi

f fonksiyonun $x = x_0$ merkezli Taylor serisi açılımının $x_0 + \delta/2$ ve $x_0 - \delta/2$ noktalarında yapılmış hali aşağıdaki gibidir:

$$f\left(x_0 + \frac{\delta}{2}\right) = f(x_0) + \frac{\delta}{2}f^{(1)}(x_0) + \frac{1}{2!}\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 f^{(2)}(x_0) + \frac{1}{3!}\left(\frac{\delta}{2}\right)^3 f^{(3)}(x_0) + \dots \quad (2.1)$$

$$f\left(x_0 - \frac{\delta}{2}\right) = f(x_0) - \frac{\delta}{2}f^{(1)}(x_0) + \frac{1}{2!}\left(\frac{\delta}{2}\right)^2 f^{(2)}(x_0) - \frac{1}{3!}\left(\frac{\delta}{2}\right)^3 f^{(3)}(x_0) + \dots \quad (2.2)$$

$f^{(n)}(x_0)$, f fonksiyonun n . dereceden x 'e göre türevinin $x = x_0$ 'da hesaplanmasını temsil eder. (2.1)'den (2.2) çıkarılırsa

$$f\left(x_0 + \frac{\delta}{2}\right) - f\left(x_0 - \frac{\delta}{2}\right) = \delta f^{(1)}(x_0) + \frac{2}{3!}\left(\frac{\delta}{2}\right)^3 f^{(3)}(x_0) + \dots \quad (2.3)$$

Eşitlik δ ile bölünürse;

$$\frac{f\left(x_0 + \frac{\delta}{2}\right) - f\left(x_0 - \frac{\delta}{2}\right)}{\delta} = f^{(1)}(x_0) + \frac{1}{3!} \frac{\delta^2 f^{(3)}(x_0)}{2^2} + \dots \quad (2.4)$$

(2.4)'ün sol tarafındaki terim, fonksiyonun x_0 noktasındaki türevi, δ^2 li bir terim ve gösterilmeyen sonsuz sayıda terimin toplamına eşittir. Sonraki gösterilmeyen ilk terim δ^4 'e bağlıdır ve tüm sıradaki gösterilmeyen terimler δ 'nın daha yüksek dereceden terimlerine bağlıdır. Küçük bir düzenleme ile bu ilişki aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f\left(x_0 + \frac{\delta}{2}\right) - f\left(x_0 - \frac{\delta}{2}\right)}{\delta} + O(\delta^2) \quad (2.5)$$

Büyük O sembolü, gösterilmeyen tüm terimleri temsil eder ve parantez içindeki δ^2 , bu gizli terimlerde δ 'nın en büyük katkısını gösterir. Eğer δ 'nın yeterince küçükse, türeve uygun bir yaklaşım, büyük O terimi tarafından temsil edilen tüm terimler yok sayılarak elde edilebilir (Schneider 2012).

$$\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} \cong \frac{f\left(x_0 + \frac{\delta}{2}\right) - f\left(x_0 - \frac{\delta}{2}\right)}{\delta} \quad (2.6)$$

2.2. Bir Boyutta Skalar Dalga Denklemi

Bu kısımda 1 boyutta skalar dalga denkleminin, dalga hareketini tanımlayan basit kısmi diferansiyel eşitliğin FDTDDM çözümü incelenecek. İlk olarak dalga denklemi elde edilip, daha sonra sonlu farklar uygulanacaktır. Bir boyutta skalar dalga denkleminin FDTDDM çözümü ağırlıklı olarak, Taflove and Hagness (2005)'dan refans alınarak açıklanmıştır.

2.1.1. Dalga Denkleminin Çözümü

Bir boyutta skalar dalga denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.7)$$

burada $u = u(x, t)$ 'dir. t zamanı; x konumu temsile eder. c ışığın serbest uzayda yayılma hızıdır. Bu denklemin dalga denklemi olduğunu ve çözümün de dalga fonksiyonları olduğunu göstermek için $u(x, t)$ 'yi aşağıdaki gibi ifade edelim.

$$u(x, t) = F(x + ct) + G(x - ct) \quad (2.8)$$

$F(x + ct)$, $-x$ yönünde c hızıyla yayılan skalar dalgayı; $G(x - ct)$ de $+x$ yönünde c hızıyla yayılan skalar dalgayı temsil eder.

(2.7)'de $u(x, t)$ ile ilgili ifade yerine konursa

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{dF(x + ct)}{d(x + ct)} \frac{\partial(x + ct)}{\partial t} + \frac{dG(x - ct)}{d(x - ct)} \frac{\partial(x - ct)}{\partial t} \\ &= cF^{(1)}(x + ct) - cG^{(1)}(x - ct) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= c \frac{dF^{(1)}(x + ct)}{d(x + ct)} \frac{\partial(x + ct)}{\partial t} - c \frac{dG^{(1)}(x - ct)}{d(x - ct)} \frac{\partial(x - ct)}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= c(c)F^{(2)}(x + ct) - c(-c)G^{(2)}(x - ct) \\ &= c^2 F^{(2)}(x + ct) + c^2 G^{(2)}(x - ct) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{dF(x + ct)}{d(x + ct)} \frac{\partial(x + ct)}{\partial x} + \frac{dG(x - ct)}{d(x - ct)} \frac{\partial(x - ct)}{\partial x} \\ &= F^{(1)}(x + ct) + G^{(1)}(x - ct) \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{dF^{(1)}(x + ct)}{d(x + ct)} \frac{\partial(x + ct)}{\partial x} + \frac{dG^{(1)}(x - ct)}{d(x - ct)} \frac{\partial(x - ct)}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= F^{(2)}(x + ct) + G^{(2)}(x - ct) \end{aligned} \quad (2.12)$$

elde edilir. (2.7)'de sırasıyla yerine yazılırsa,

$$c^2 F^{(2)}(x + ct) + c^2 G^{(2)}(x - ct) = c^2 [F^{(2)}(x + ct) + G^{(2)}(x - ct)] \quad (2.13)$$

elde edilir. Böylece (2.7)'nin bir dalga denklemi olduğu, $u(x, t)$ 'nin de bir dalga fonksiyonu olduğu gösterilmiş olur (Taflove and Hagness 2005).

2.1.2. Skalar Dalga Denklemine Sonlu Farklar Yaklaşımı

(x, t) uzayının (x_i, t_n) noktası etrafında $u(x, t)$ 'nin x 'e göre Taylor açılımı aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} u(x_i + \Delta x)|_{t_n} &= u|_{x_i, t_n} + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}|_{x_i, t_n} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}|_{x_i, t_n} + \frac{(\Delta x)^3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}|_{x_i, t_n} \\ &+ \frac{(\Delta x)^4}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}|_{\xi_1, t_n} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Burada en son terim olan hata terimindeki ξ_1 , $(x_i, x_i + \Delta x)$ aralığında herhangi bir yerde konumlanmış x noktasıdır. Benzer şekilde $(x_i - \Delta x)$ noktası etrafında x 'e göre Taylor serisi açılımı yapılırsa,

$$\begin{aligned} u(x_i - \Delta x)|_{t_n} &= u|_{x_i, t_n} - \Delta x \frac{\partial u}{\partial x}|_{x_i, t_n} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}|_{x_i, t_n} - \frac{(\Delta x)^3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}|_{x_i, t_n} \\ &+ \frac{(\Delta x)^4}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}|_{\xi_2, t_n} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Hata terimindeki ξ_2 , $(x_i, x_i - \Delta x)$ aralığında konumlanmış herhangi bir x noktasıdır. Bu iki denklemi toplanırsa

$$u(x_i + \Delta x)|_{t_n} + u(x_i - \Delta x)|_{t_n} = 2u|_{x_i, t_n} + (\Delta x)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} |_{x_i, t_n} + \frac{(\Delta x)^4}{12} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} |_{\xi_3, t_n} \quad (2.16)$$

Elde edilir. Ortalama değeri teoremine göre ξ_3 , $(x_i - \Delta x, x_i + \Delta x)$ aralığında konumlanmış herhangi bir x noktasıdır. Terimler tekrar düzenlenirse,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} |_{x_i, t_n} = \left[\frac{u(x_i + \Delta x) - 2u(x_i) + u(x_i - \Delta x)}{\Delta x^2} \right]_{t_n} + O[(\Delta x)^2] \quad (2.17)$$

elde edilir. $O[(\Delta x)^2]$ terimi hatayı göstermektedir ve küçük bir Δx için, çok küçük olduğundan ihmal edilir. Bu denklem aşağıda daha kısa ve genel formda ifade edilmiştir.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} |_{x_i, t_n} = \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} + O[(\Delta x)^2] \quad (2.18)$$

Bu sonlu farklar ifadesinde u_i^n , $n\Delta t$ zamanında ve $i\Delta x$ konumunda hesaplanan dalgayı gösterir.

(x, t) uzayının (x_i, t_n) noktası etrafında $u(x, t)$ 'nin t 'ye göre Taylor açılımı aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} u(t_n + \Delta t)|_{x_i} &= u|_{x_i, t_n} + \Delta t \frac{\partial u}{\partial t} |_{x_i, t_n} + \frac{(\Delta t)^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} |_{x_i, t_n} + \frac{(\Delta t)^3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} |_{x_i, t_n} \\ &+ \frac{(\Delta t)^4}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial t^4} |_{x_n, \xi_1} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Burada en son terim olan hata terimindeki $\xi_1, (t_n, t_n + \Delta t)$ aralığında herhangi bir zamanda konumlanmış t noktasıdır. Benzer şekilde $(x_i - t_n)$ noktası etrafında t 'ye göre Taylor serisi açılımı yapılırsa,

$$\begin{aligned}
u(t_n - \Delta t)|_{x_i} &= u|_{x_i, t_n} - \Delta t \frac{\partial u}{\partial t}|_{x_i, t_n} + \frac{(\Delta t)^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}|_{x_i, t_n} - \frac{(\Delta t)^3}{6} \frac{\partial^3 u}{\partial t^3}|_{x_i, t_n} \\
&+ \frac{(\Delta t)^4}{24} \frac{\partial^4 u}{\partial t^4}|_{x_n, \xi_2}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

(2.19) ve (2.20) toplanırrsa,

$$u(t_n + \Delta t)|_{x_i} + u(t_n - \Delta t)|_{x_i} = 2u|_{x_i, t_n} + (\Delta t)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}|_{x_i, t_n} + \frac{(\Delta t)^4}{12} \frac{\partial^4 u}{\partial t^4}|_{\xi_3, t_n} \tag{2.21}$$

elde edilir. Ortalama değeri teoremine göre ξ_3 , $(t_n - \Delta t, t_n + \Delta t)$ aralığında konumlanmış herhangi bir t noktasıdır. Terimler tekrar düzenlerse,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}|_{x_i, t_n} = \frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2} + O[(\Delta t)^2] \tag{2.22}$$

elde edilir.

(2.18) ve (2.22)'deki iki merkezi farklar ifadesi bir boyutta skalar dalga eşitliğinde yerlerine yazılırsa,

$$\left[\frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2} + O[(\Delta t)^2] \right] = c^2 \left[\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} + O[(\Delta x)^2] \right] \tag{2.23}$$

elde edilir. Bu denklem, u_i^{n+1} için çözülürse

$$u_i^{n+1} = (c\Delta t)^2 \left[\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right] + 2u_i^n - u_i^{n-1} + O[(\Delta t)^2] + O[(\Delta x)^2] \tag{2.24}$$

elde edilir. Burada $O[(\Delta t)^2]$ ve $O[(\Delta x)^2]$ terimleri hatalar olup ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Dolayısıyla u_i^{n+1} ifadesi

$$u_i^{n+1} \cong (c\Delta t)^2 \left[\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right] + 2u_i^n - u_i^{n-1} \quad (2.25)$$

olarak düzenlenebilir. u_i^{n+1} 'i elde etmek için n-1 ve n.'ci zamanlardaki değerlere ihtiyaç vardır. Bu denklem, skalar dalga eşitliğinin FDTD çözümünde problem uzayı boyunca kullanılır.

$c\Delta t/\Delta x = 1$ olduğu durum için yani sihirli(magic) zaman adımı durumu için (2.25)'in sağ tarafı tekrar düzenlerse

$$u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n + 2u_i^n - u_i^{n-1} = u_{i+1}^n + u_{i-1}^n - u_i^{n-1} \quad (2.26)$$

elde edilir.

$u(x, t) = F(x + ct) + G(x - ct)$ eşitliği (2.26)'da kullanılırsa

$$\begin{aligned} &= u_{i+1}^n + u_{i-1}^n - u_i^{n-1} \\ &= [F(x_{i+1} + ct_n) + G(x_{i+1} - ct_n)] + [F(x_{i-1} + ct_n) + G(x_{i-1} - ct_n)] - \\ &F[(x_i + ct_{n-1}) + G(x_i - ct_{n-1})] \end{aligned} \quad (2.27)$$

elde edilir. Sağ tarafın açılmış hali,

$$\begin{aligned} &[F((i+1)\Delta x + nc\Delta t) + G((i+1)\Delta x - nc\Delta t)] + [F((i-1)\Delta x + nc\Delta t) + \\ &G((i-1)\Delta x - nc\Delta t)] - [F(i\Delta x + (n-1)c\Delta t) + G(i\Delta x - (n-1)c\Delta t)] \end{aligned} \quad (2.28)$$

şeklinde dir. Sihirli adım özelliğinin, $c\Delta t = \Delta x$, (2.28)'de kullanılması

$$\begin{aligned} & [F((i+1)\Delta x + n\Delta x) + G((i+1)\Delta x - n\Delta x)] + [F((i-1)\Delta x + n\Delta x) + \\ & G((i+1)\Delta x - n\Delta x)] - [F((i\Delta x + (n-1)\Delta x) + G(i\Delta x - (n-1)\Delta x)] \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} & = [F((i+1+n)\Delta x) + G((i+1-n)\Delta x)] + [F((i-1+n)\Delta x) + G((i-1-n)\Delta x)] \\ & - [F((i+n-1)\Delta x) + G((i-n+1)\Delta x)] \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$= [F((i+1+n)\Delta x) + G((i-1-n)\Delta x)] \quad (2.31)$$

ile sonuçlanır. u_i^{n+1} fonksiyonunun matematiksel ifadesi aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$u_i^{n+1} = [F(x_i + ct_{n+1}) + G(x_i - ct_{n+1})]$$

$$= F((i\Delta x + (n+1)\Delta x) + G(i\Delta x - (n+1)\Delta x)$$

$$= [F((i+1+n)\Delta x) + G((i-1-n)\Delta x)] \quad (2.32)$$

(2.31) ile (2.32) yani, (2.31) ile u_i^{n+1} tamamen aynıdır (Taflove and Hagness 2005). Yani sihirli adımda, FDTD eşitliği, yani (2.25), skalar dalga denklemini yaklaşık olarak değil de tam doğru olarak çözer.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

Bu kısımda, Yee'nin Maxwell denklemlerine uyarladığı ve ismi literatürde FDTD olarak geçen yöntem, Maxwell denklemleri üzerinden anlatılacaktır. Bu tezde 1 boyutta çalışıldığı için, Maxwell denklemlerinin 1 boyutlu halleri dikkate alınacaktır. 1 boyutlu düzlem için elde edilen elektrik ve manyetik alan ifadelerine FDTD açılımı uygulanacaktır. FDTD'in kararlı çalışabilmesi için kararlılık kriteri ve FDTD'de kullanılan kaynak tipleri anlatılacaktır. Bu bölümün hazırlanmasında ağırlıklı olarak Schneider (2012)'den yararlanılmıştır.

3.1. FDTD

FDTD elektromanyetik problemleri çözmek için kullanılan tam dalga teknikleri arasında uygulama açısından tartışmasız en basit ve popülerlerinden biridir. FDTD ile yalnızca bir simülasyonla geniş frekans aralığındaki EM dalgalarını zaman kümesinde doğrudan analiz etmek mümkündür (Schneider 2012).

FDTD türev operatörünün sayısallaştırılmasına dayanır. Bu metodla Maxwell'in eşitliklerinde belirtilen konumsal ve zamansal türevlerin her ikisi de sayısallaştırılır (Sevgi 1999).

3.1.1. Maxwell Denklemlerinin 1 Boyutta FDTD için Özelleştirilmesi

Maxwell denklemlerinden Faraday ve Amper Kanunları, σ iletkenliğine sahip kaynaksız bir ortam için

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{E} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{\sigma}{\varepsilon} \vec{E} \quad (3.2)$$

şeklindedir.

Faraday ve Amper kanunlarının Kartezyen koordinatlarda yazılmış hali aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left[\hat{x} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \right] \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} & \left[\hat{x} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \hat{y} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) + \hat{z} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \right] \\ & - \frac{\sigma}{\varepsilon} (\hat{x} E_x + \hat{y} E_y + \hat{z} E_z) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Karşılıklı bileşenler birbirine eşitlendiğinde aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (3.10)$$

Bu 6 denklem, FDTD'nin iskeletini oluşturur. Yalnızca x yönünde değişimin olduğu 1-boyutlu uzayı dikkate alalım ve elektrik alanın sadece z yönünde bir bileşene sahip olduğunu varsayalım. Faraday kanunu yeniden yazılırsa, sadece $\partial/\partial x$ operatörü ve E_z elektrik alanının sıfır olmadığı durum ile

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (3.11)$$

elde edilir. Böylece H_y , manyetik alanın sıfır olmayan bileşeni olmak zorundadır. Yine sadece $\partial/\partial x$ operatörünün ve H_y manyetik alan bileşeninin sıfır olmadığı durum için Ampere kanunu yazılırsa,

$$\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (3.12)$$

elde edilir (Taflove and Hagness 2005).

3.1.2. Bir Boyutta FDTD Algoritmaları

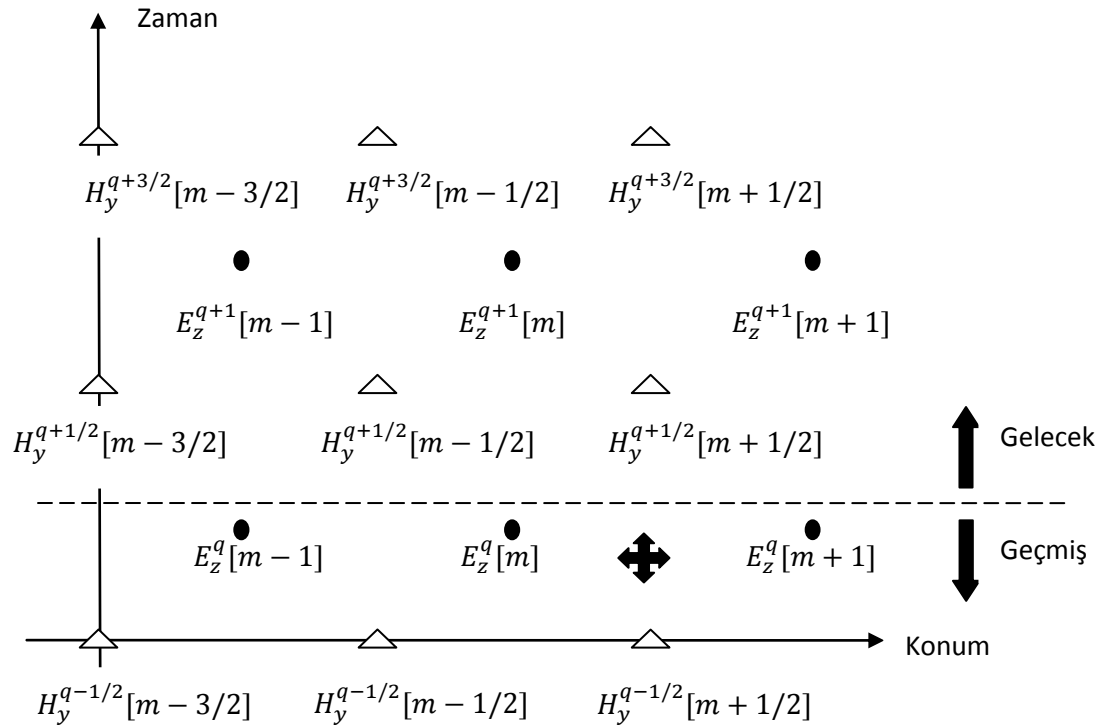
Denklem (3.11), elektrik alanın konum türevini, manyetik alanın zamansal türevini içerir. Denklem (3.12), manyetik alanın konumsal türevini, elektrik alanın zamansal türevini içerir. İlk eşitlik manyetik alanın ve ikinci eşitlik de elektrik alanın zamanda ilerletilmesi için kullanılabilir. Önce bir alan daha sonra diğer alan iteratif olarak ilerletilir ve bu metoda leap-frog metodu denir.

Bir sonraki adım bu denklemlerde türev operatörleri ile sonlu farkların yer değiştirmesidir. Bunu yapmak için zaman ve konum kümelerinde ayırıklaştırmaya ihtiyaç vardır.

Elektrik ve manyetik alanların bir boyutta zaman ve konum kümesinde örneklenmiş hali Şekil 3.1’de görülebilir. Şekil 3.1’de kullanılan semboller aşağıdaki gibi tanımlanır (Schneider 2012).

$$E_z(x, t) = E_z(m\Delta x, q\Delta t) = E_z^q[m] \quad (3.13a)$$

$$H_y(x, t) = H_y(m\Delta x, q\Delta t) = H_y^q[m] \quad (3.13b)$$



Şekil 3.1. Örneklenmiş konum-zaman uzayında Faraday kanununun sonlu farklarla yazıldığı nokta gösteriliyor

Δx , konum eksenindeki örnekleme periyodu, Δt ise zaman eksenindeki örnekleme periyodudur. m indeksi, konum adımını, q indeksi de zaman adımını ifade eder. Şekil 3.1’de kesikli çizginin altındaki alanlar geçmiş yani hesaplanmış alanları, kesikli çizginin üstündeki alanlar ise gelecek alanları yani henüz hesaplanmayan alanları gösterir. FDTD algoritmaları geçmiş alanlardan gelecek alanların bulunmasını sağlar. Şekil 3.1’de geçmiş alan bölgesinde işaretlenen $((m + 1/2)\Delta x, q\Delta t)$ koordinatlı noktada Faraday kanunu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \Big|_{(m+\frac{1}{2})\Delta x, q\Delta t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \Big|_{(m+\frac{1}{2})\Delta x, q\Delta t} \quad (3.14)$$

Zamansal türev operatörü ve konumsal türev operatörü sonlu farklar ile yer değiştirirse,

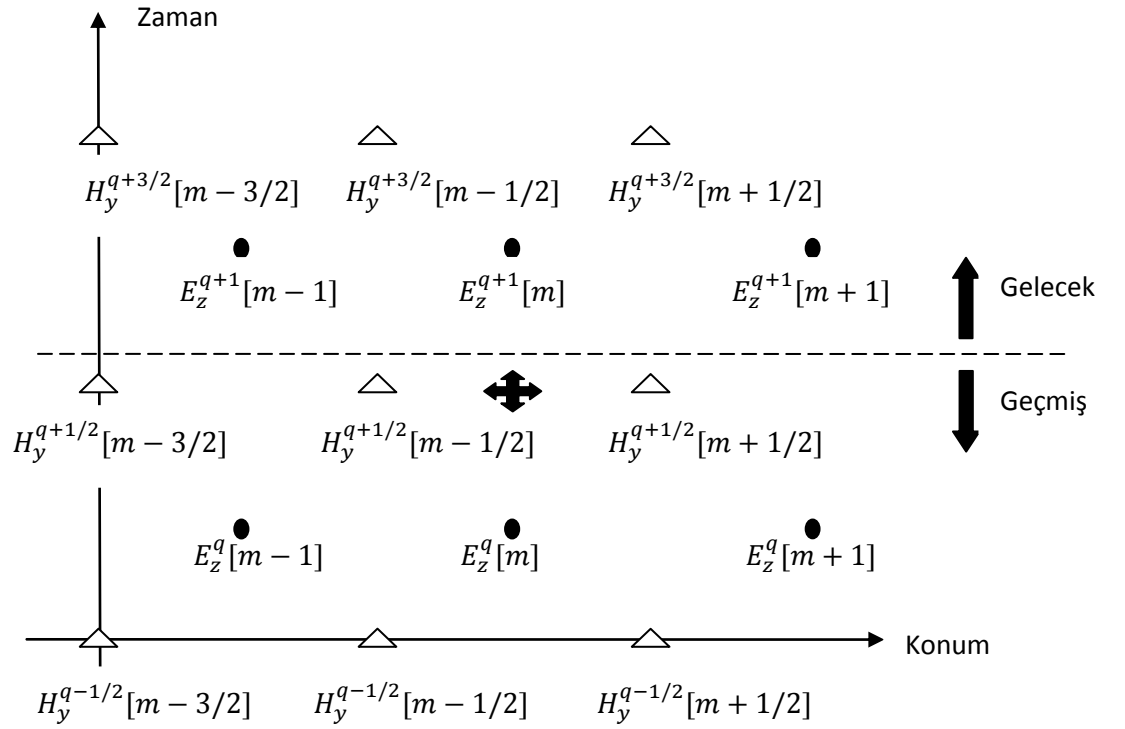
$$\mu \frac{H_y^{q+1/2} \left[m + \frac{1}{2} \right] - H_y^{q-1/2} \left[m + \frac{1}{2} \right]}{\Delta t} = \frac{E_z^q [m + 1] - E_z^q [m]}{\Delta x} \quad (3.15)$$

denklemini ortaya çıkar. $H_y^{q+1/2} \left[m + \frac{1}{2} \right]$ için denklemini çözersek,

$$H_y^{q+1/2} \left[m + \frac{1}{2} \right] = H_y^{q-1/2} \left[m + \frac{1}{2} \right] + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} (E_z^q [m + 1] - E_z^q [m]) \quad (3.16)$$

bulunur (Schneider 2012). Bu denklem, H_y nin gelecek bir zaman anında bulunabilmesi için geçmişteki H_y ve E_z değerlerine ihtiyaç olduğunu gösterir. İteratif olarak tüm düğümlere, yarım zaman adımı ilerletilerek denklemler uygulanır.

Sonraki aşamada, Ampere kanunu, Şekil 3.2’de gösterilen kesikli çizginin altında bulunan, yani geçmiş zaman bölgesinde gösterilen nokta için yazılır.



Şekil 3.2. Örneklenmiş konum-zaman uzayında Amper kanununun yazıldığı nokta gösteriliyor

$$\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \Big|_{m\Delta x, (q+\frac{1}{2})\Delta t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \Big|_{m\Delta x, (q+\frac{1}{2})\Delta t} \quad (3.17)$$

denklemini elde edilir. Zamansal türev operatörü ve konumsal türev operatörü sonlu farklar ile yer değiştirirse,

$$\varepsilon \frac{E_z^{q+1}[m] - E_z^q[m]}{\Delta t} = \frac{H_y^{q+\frac{1}{2}}[m+\frac{1}{2}] - H_y^{q+\frac{1}{2}}[m-\frac{1}{2}]}{\Delta x} \quad (3.18)$$

denklemini ortaya çıkar. $E_z^{q+1}[m]$ için denklemini çözersek,

$$E_z^{q+1}[m] = E_z^q[m] + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} \left[H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[m + \frac{1}{2} \right] - H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[m - \frac{1}{2} \right] \right] \quad (3.19)$$

bulunur (Schneider 2012). Bu denklemden anlaşılacağı üzere E_z nin bulunabilmesi için geçmiş zamanlardan elde edilen E_z ve H_y lerin bilinmesi gerekir.

Şekil 3.2'deki kesikli çizgiye en yakın, gelecek zaman kümesindeki alanlar, $q+1$ zamanında bulunan elektrik alanlardır. Denklem (3.19) $q+1$ zamanı için her düğüme uygulanır ve elektrik alanlar hesap edilir. Bu işlemden sonra kesikli çizgi $q+1$ ile $q+3/2$ arasına gelecek şekilde yarım adım ilerletilir. Son durumda kesikli çizgiye en yakın gelecek zaman kümesindeki alanlar, $q+3/2$ zamanında bulunan manyetik alanlardır ve bu zaman boyunca tüm alanlar denklem (3.16) kullanılarak hesap edilir. Belirlenen zaman boyunca zamanda yarım adım ilerletilerek, ızgara yapısındaki FDTD modelinde bulunan tüm elektrik ve manyetik alanlar hesap edilir.

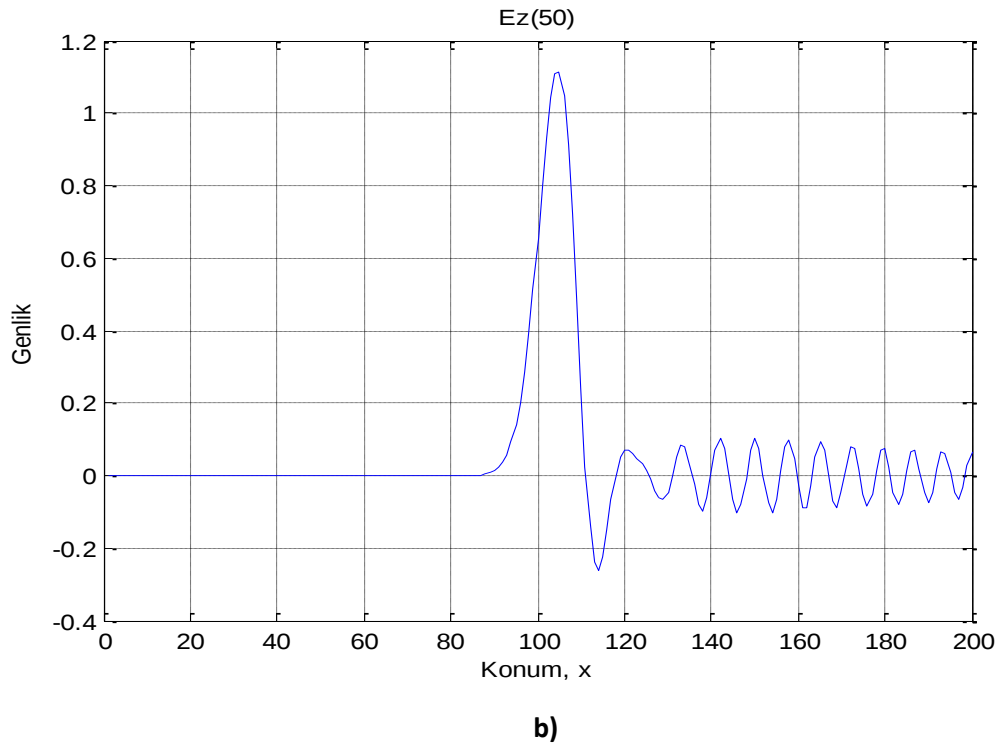
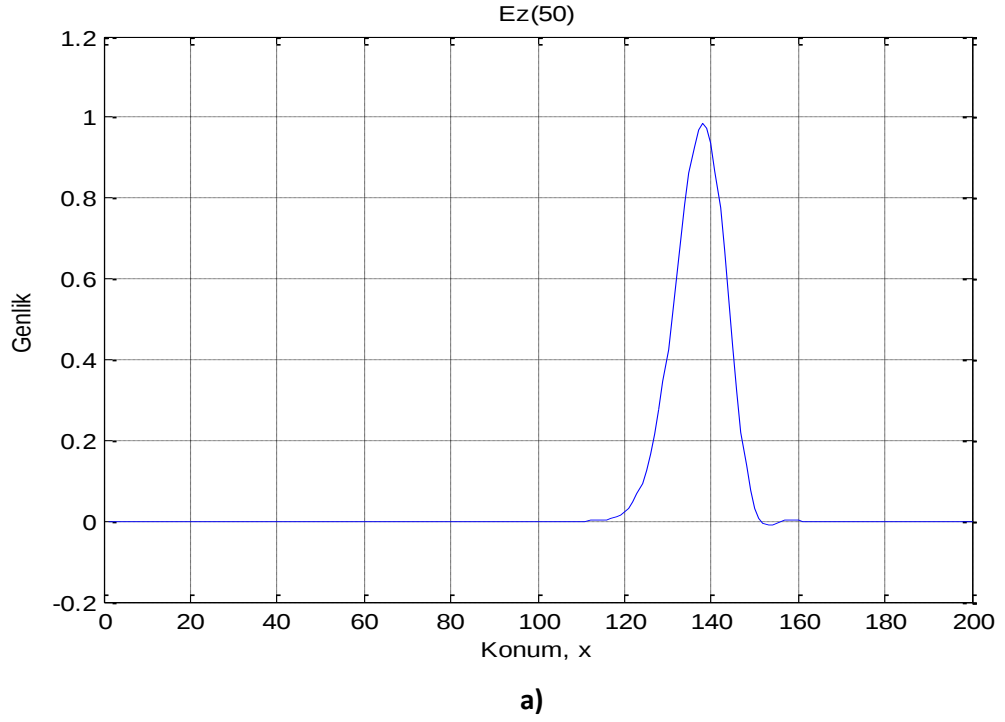
3.1.3. FDTD Kararlılık Kriteri

(2.7) ile belirtilen skalar dalga denklemi, eğer sınırlı girişe karşı sınırlı çıkış üretebiliyorsa, (2.7)'nin (2.25)'deki gibi sayısal çözümü kararlıdır.

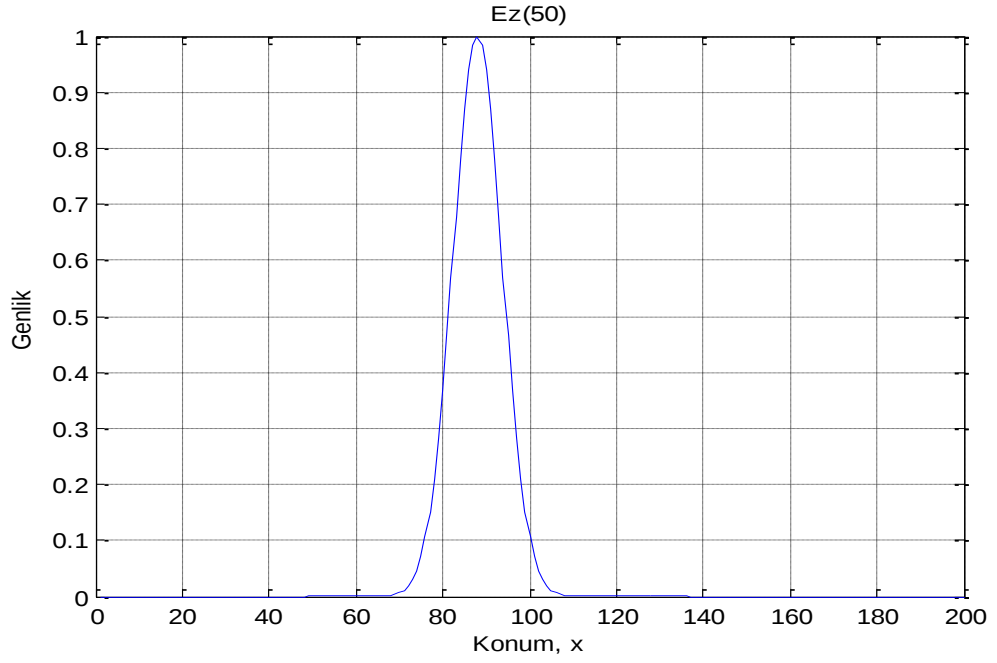
Uzayda yayılan dalga ışık hızından daha hızlı yayılamaz. Dolayısıyla FDTD ızgarasında elektromanyetik dalga minimum hücre mesafesini $\Delta t = \Delta x/c$ zamanında alır. Yani, Δt 'nin maksimum değeri, $\Delta x/c$ 'dir. Bir FDTD simülasyonunun kararlı olabilmesi için aşağıdaki koşulun sağlanması gerekir (Taflove and Hagness 2005).

$$S_c = \frac{c \Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (3.20)$$

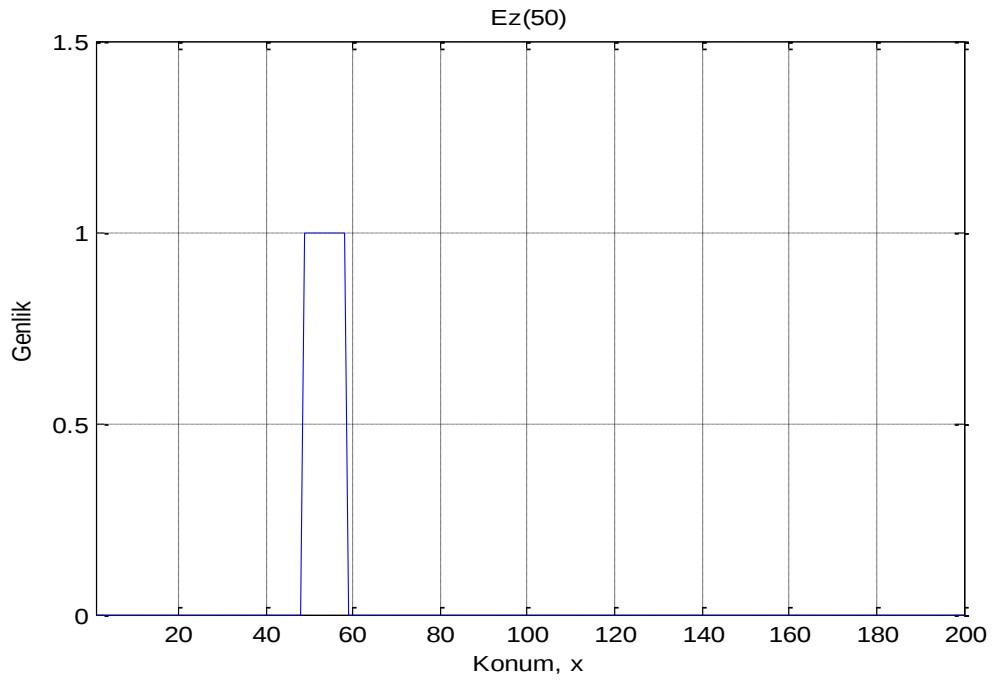
S_c ile gösterilen ifadeye Courant sabiti adı verilir. Courant sabitinin kararlılık kriterini sağladığı ve sağlamadığı durumlar için Gaussian işareti, Şekil 3.3, Şekil 3.4 ve Şekil 3.5'de gösteriliyor.



Şekil 3.3. a) $q=50$. zaman adımında kararlılık kriterinin, S_c 'nin, 0.5 olması durumunda kare dalga işaretinin yayılması **b)** $q=50$. zaman adımında kararlılık kriterinin, S_c 'nin, 0.5 olması durumunda Gaussian işaretinin yayılması

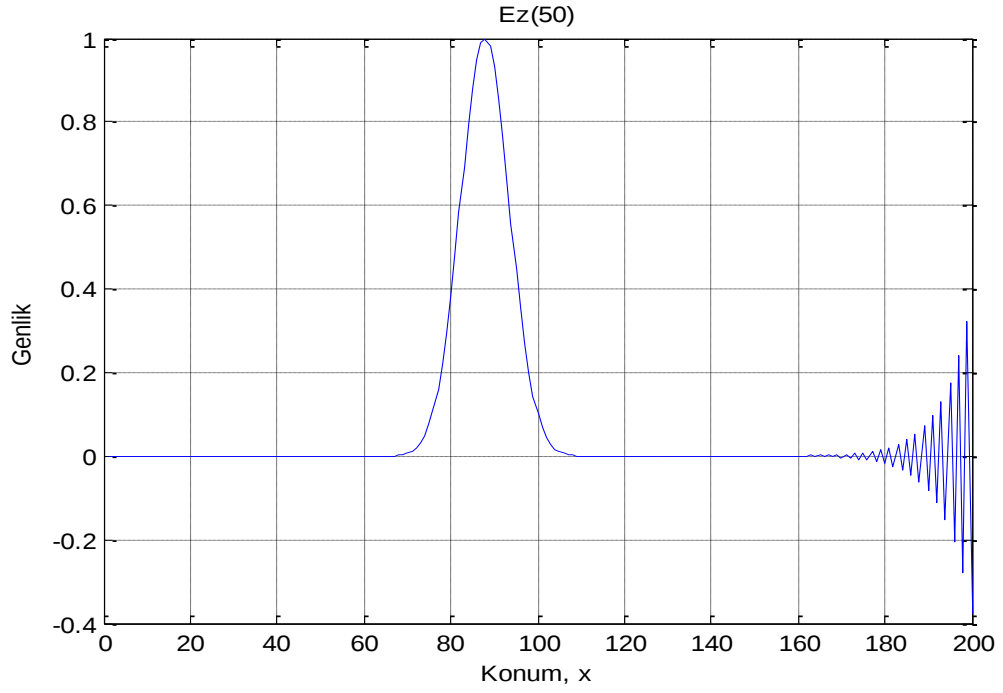


a)

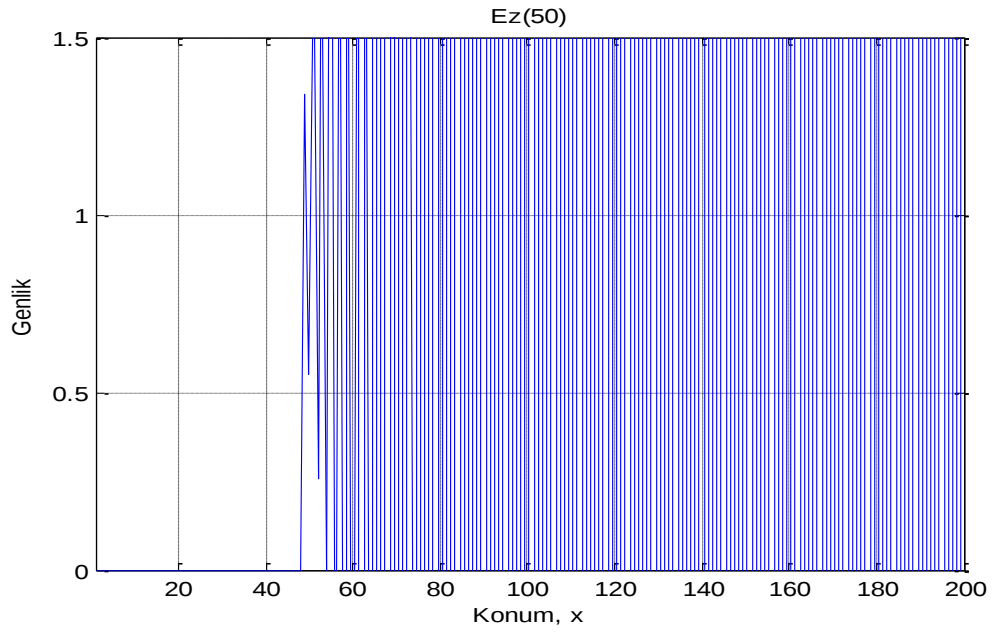


b)

Şekil 3.4. a) $q=50$. zaman adımında kararlılık kriterinin, S_c 'nin, 1 olması durumunda Gaussian işaretinin yayılması **b)** $q=50$. zaman adımında kararlılık kriterinin, S_c 'nin, 1 olması durumunda kare dalga işaretinin yayılması



a)



b)

Şekil 3.5. a) $q=50$. zaman adımı kararlılık kriterinin, S_c 'nin, 1,003 olması durumunda Gaussian işaretinin yayılması **b)** $q=50$. zaman adımı kararlılık kriterinin, S_c 'nin, 1,003 olması durumunda kare dalga işaretinin yayılması

Sayısal kararsızlık, sayısal diferansiyel eşitlik çözücülerini için istenilmeyen durumdur. Zaman ilerlerken, hesaplamaların aşırı olarak düzensiz biçimde artmasına sebep olur (Taflove and Hagness 2005).

Şekil 3.3, Courant sabiti, $S_c = 0.5$ durumu için FDTD simülasyonudur. Kare dalga işareti ile Gaussian işaretinin spektrumları farklı olduğu için, bozucu unsurlardan kare dalga işareti Gaussian işaretine nazaran daha fazla etkilenmiştir.

Şekil 3.4'te Courant sabiti, $S_c = 1$ olduğu durum için FDTD simülasyonudur. Kararlılık kriterinin tam olarak sağlandığı durum olduğu için, hem kare dalga hemde Gaussian işareti bozulmadan yayılmaktadır.

Şekil 3.5'de Courant sabiti, $S_c > 1$ için, FDTD simülasyonunu gösterir. $S_c = 1.003$ için, zaman adımı ilerletildikçe kare dalga ve Gaussian işaretinin gürültü ve osilasyonlarla kirletildiği görülmektedir.

3.1.4. Bir Boyutta FDTD'in Bilgisayar Uygulaması

Öncelikle denklem (3.16) ve (3.19) 'daki $\Delta t/(\mu\Delta x)$ ve $\Delta t/(\varepsilon\Delta x)$ sabitleri S_c cinsinden yazılır. $\mu = \mu_0\mu_r$, $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$, ve $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ olmak üzere,

$$\frac{\Delta t}{\mu\Delta x} = \frac{\Delta t}{\mu\Delta x} = \frac{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\Delta t}{\mu_0\mu_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\Delta x} = \frac{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}c\Delta t}{\mu_0\mu_r\Delta x} = \frac{1}{\mu_r} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{c\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{\mu_r\eta_0} S_c \quad (3.21)$$

$$\frac{\Delta t}{\varepsilon\Delta x} = \frac{\Delta t}{\mu\Delta x} = \frac{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\Delta t}{\varepsilon_0\varepsilon_r\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\Delta x} = \frac{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}c\Delta t}{\varepsilon_0\varepsilon_r\Delta x} = \frac{1}{\varepsilon_r} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{c\Delta t}{\Delta x} = \frac{\eta_0}{\varepsilon_r} S_c \quad (3.22)$$

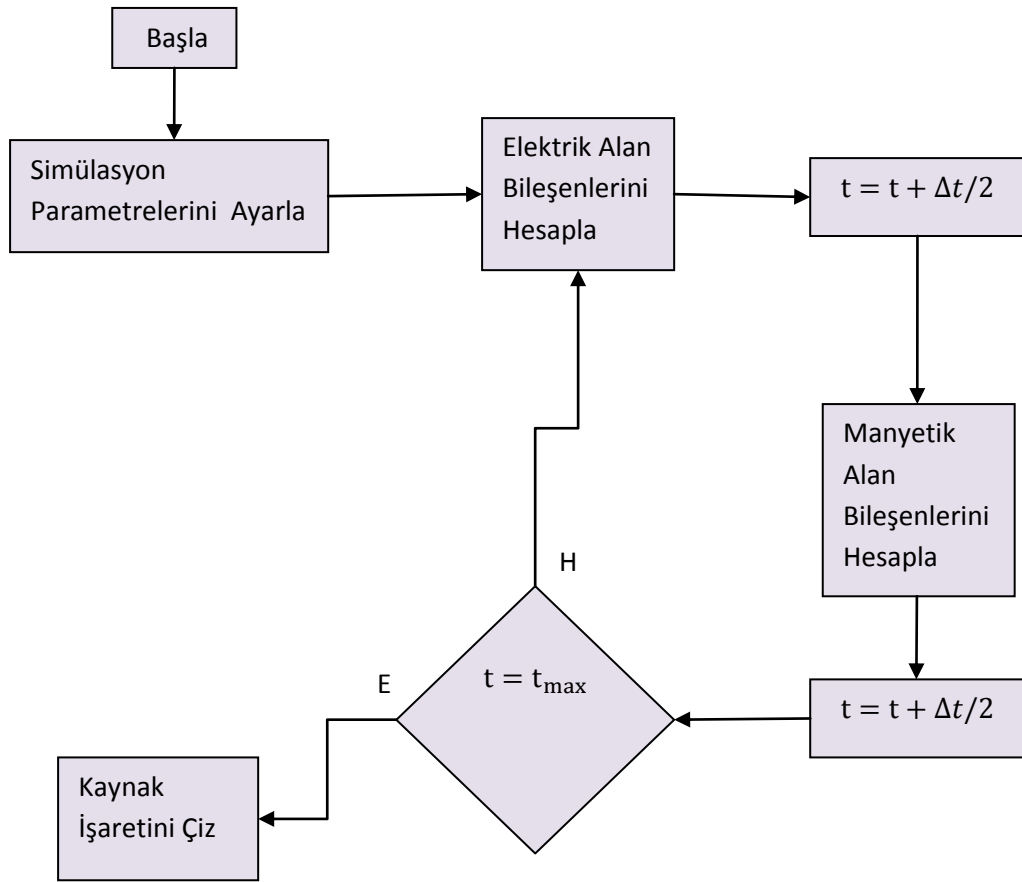
elde edilir. Denklem(3.21) ve (3.22)'de çıkarılan ifadeler kullanılarak, denklem (3.16) ve (3.19) bilgisayarın anlayacağı formata aşağıdaki gibi dönüştürülür (Schneider 2012).

$$hy[m] = hy[m] + (ez[m + 1] - ez[m]) * \frac{S_c}{\mu_r * \eta_0} \quad (3.23)$$

$$ez[m] = ez[m] + (hy[m] - hy[m - 1]) * \frac{S_c * \eta_0}{\epsilon_r} \quad (3.24)$$

Programın ilk kısmında, hesaplanan manyetik ve elektrik alanların bilgisayarda kayıt edilmesi için, 1×200 'lük tüm değerleri sıfır olan matrisler oluşturulur. (3.23) ve (3.24) denklemleri, MATLAB'ta $q_{ilk} = 0$ anından itibaren döngüler kullanılarak her zaman adımı için, tüm konum adımlarındaki elektrik ve manyetik alanlar hesaplanır. Kaynağın konulduğu düğüm noktasından itibaren datalar hesaplanır. Zaman adımı q_{son} anına ulaştığında bütün elektrik ve manyetik alanlar hesap edilir. MATLAB'ta 1×200 'lük matrislere depolanan elektrik ve manyetik alan dataları grafiğe dökülerek kaynak olarak kullandığımız işaret gözlemlenilir.

Temel FDTD simülasyon programının kabaca akış şeması aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.6. FDTD algoritmalarının kabaca akış şeması

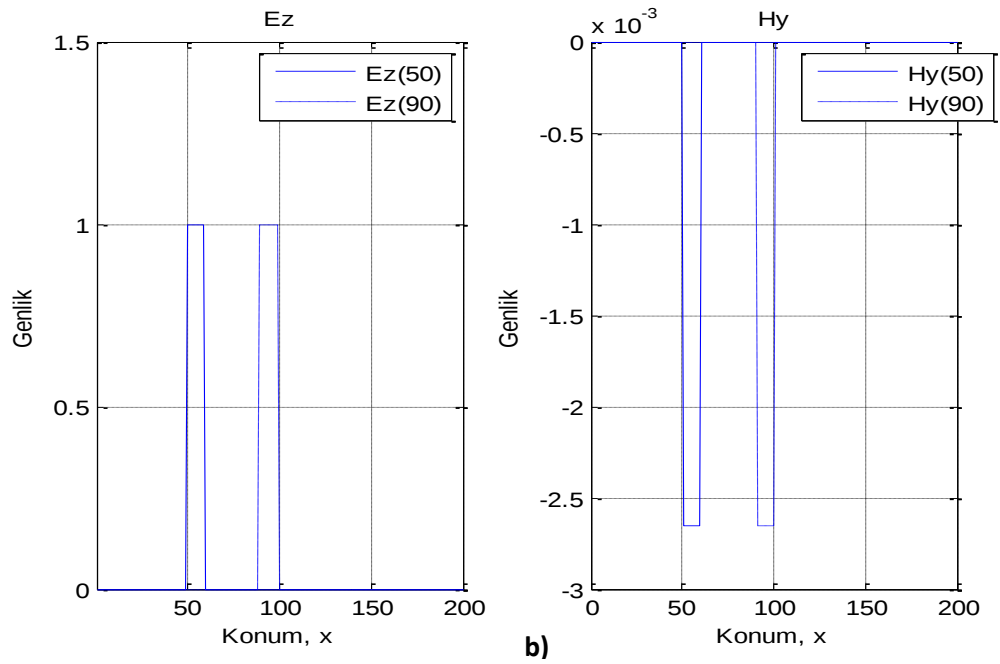
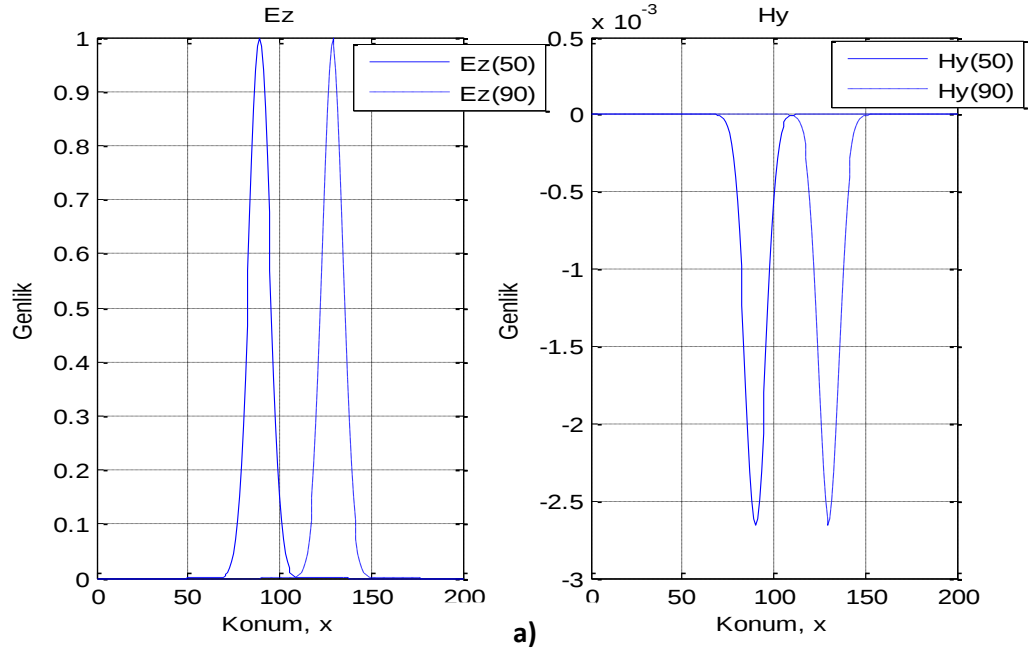
Şekil 3.6’da gösterilen akış şeması FDTD algoritmasının temel yapısını oluşturur. Kaynağın tipi, konulacağı düğüm noktası ve sınır parametreleri değiştirilerek probleme uygun hale getirilir.

3.1.5. FDTD’de Kaynak Seçimi

Elektromanyetik enerjiyi FDTD ızgarasında bir noktadan yaymak için iki tip kaynak kullanılır. Bunlar sert kaynak ve yumuşak kaynaktır.

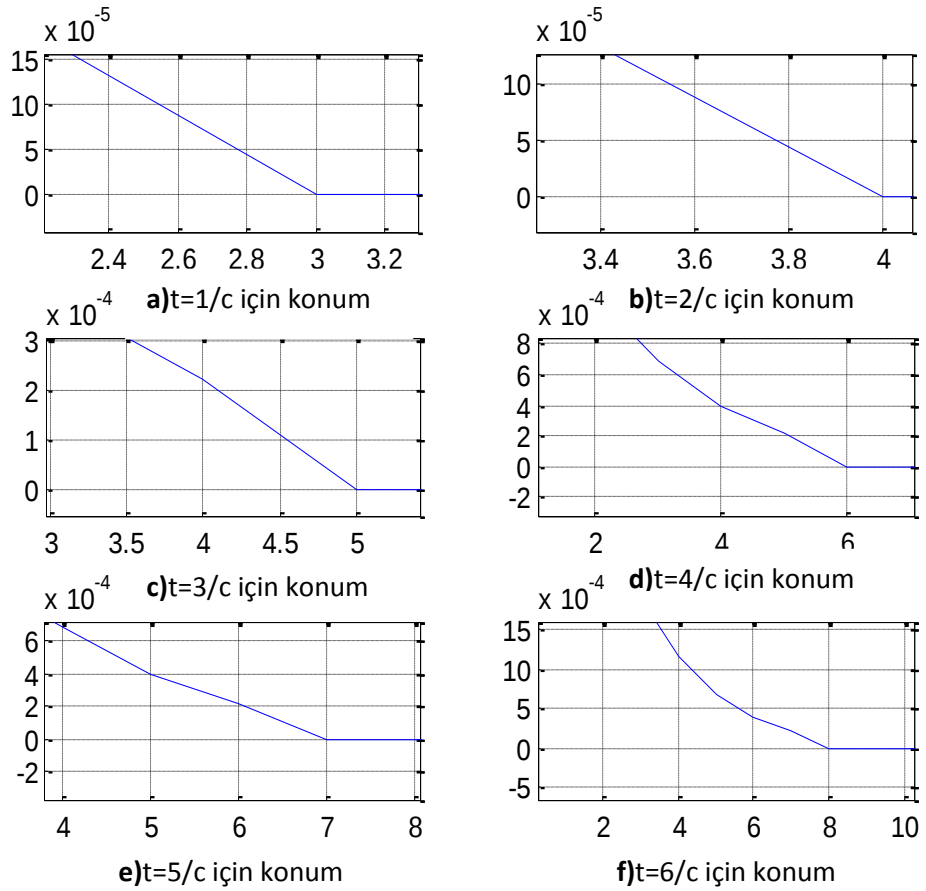
Sert kaynak ile bir boyutta FDTDMD çözümlerinde, kaynağın elektrik alan başlangıç değeri bir düğüme yerleştirilir ve elektrik alan bu düğümden itibaren +z yönünde hareket eder.

$\Delta t = 1/c$ ve $\Delta x = 1$, $q_{son} = 200$ ve $m = 200$ olan bir boyutta FDTDMD ızgarasının, $\Delta x = 1$ noktasına yerleştirilen Gaussian ve kare dalga işaretli sert kaynağın $m = 50$.ve 90.'cı konumundaki elektrik ve manyetik alanlarının şekilleri, MATLAB'ta **Ek 1 Program 3.1** kullanılarak Şekil 3.8'deki gibi elde ediliyor. (Ek 1'de Program 3.1, Program 3.2, Program 3.3, Program 3.4, Program 3.5, Program 3.6, Program 3.7, Program 3.8, Program 3.9, Program 4.1 ve Program 4.2 bulunmaktadır.)



Şekil 3.7. a) Program 3.1 ile FDTD ızgarasında $q = 50$. ve 90 . zaman adımlarında Gaussian işaretli elektrik ve manyetik alanların yayılımı **b)**Program 3.1 ile FDTD ızgarasında $q = 50$. ve 90 . zaman adımlarında kare dalga işaretli elektrik ve manyetik alanların yayılımı

Program 3.1’de for döngüsü ile FDTD modelinin zaman adımı tamamlanıyor. Zaman döngüsünün içerisine yerleştirilen 2 for döngüsü ile elektrik ve manyetik alanların her bir zaman için konumda ilerletilmesi sağlanıyor. FDTD ızgarasının $\Delta x = 1$ noktasına konulan Gaussian sert kaynak işareti, her zaman adımında, konumda sağa doğru bir adım ilerleyecektir. Zaman adımı ilerledikçe konumdaki ilerleyişi Şekil 3.8 ile gösterilmiştir.



Şekil 3.8. $m = 0$ noktasına sert kaynak konulan FDTD ızgarasının, zaman adımı birer birer ilerletildikçe her zaman adımı ile Gaussian işaretinin konumda ilerleyişi

Şekil 3.8’deki gibi zaman adımı ile sağa doğru ilerleyiş, tüm ızgara boyunca $q_{son} = 200$ ’e kadar sürecektir.

Yumuşak kaynak, FDTD ızgarasında herhangi bir konum düğümüne akım yoğunluğu konularak elde edilir. Amper Kanunu akım yoğunluğu, $\vec{J}$, olduğu koşullar için aşağıdaki gibidir.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{1}{\varepsilon} \vec{J} \quad (3.26)$$

Amper Kanunu'nun, (3.26) denklemi için kartezyen koordinatlarda yazılmış hali aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - J_x \right) \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - J_y \right) \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - J_z \right) \quad (3.29)$$

Denklem (3.12)'nin elde edilmesine benzer şekilde, yalnızca x yönünde değişimin olduğu 1-boyutlu uzayda, elektrik alanın sadece z yönünde bir bileşene sahip olduğu varsayılır. Bu koşul için, yani sadece $\partial/\partial x$ operatörü ve H_y manyetik alan bileşeninin sıfır olmadığı durum için Amper kanunu aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - J_z \right) \quad (3.30)$$

Denklem (3.30)'u FDTD algoritmaları için uygun forma dönüştürmek için konumsal türevler sonlu farklar cinsinden yazılır ve geçmiş zamanlar cinsinden gelecek zamanlar hesap edilir.

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} \Big|_{m\Delta x, (q+\frac{1}{2})\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial H_y}{\partial x} \Big|_{m\Delta x, (q+\frac{1}{2})\Delta t} - \frac{1}{\varepsilon} J_z \Big|_{m\Delta x, (q+\frac{1}{2})\Delta t} \quad (3.31)$$

$$\frac{E_z^{q+1}[m] - E_z^q[m]}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[m + \frac{1}{2} \right] - H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[m - \frac{1}{2} \right]}{\Delta x} - \frac{1}{\varepsilon} J_z^{q+\frac{1}{2}}[m] \quad (3.32)$$

$$E_z^{q+1}[m] = E_z^q[m] + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} \left[H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[m + \frac{1}{2} \right] - H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[m - \frac{1}{2} \right] \right] - \frac{\Delta t}{\varepsilon} J_z^{q+\frac{1}{2}}[m] \quad (3.33)$$

Denklem (3.19)'da verilen $E_z^{q+1}[m]$, ortamdaki elektrik alanın yayılımı ile elde edilir.

$$E_z^{q+1}[m] = E_z^q[m] + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} \left[H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[m + \frac{1}{2} \right] - H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[m - \frac{1}{2} \right] \right]$$

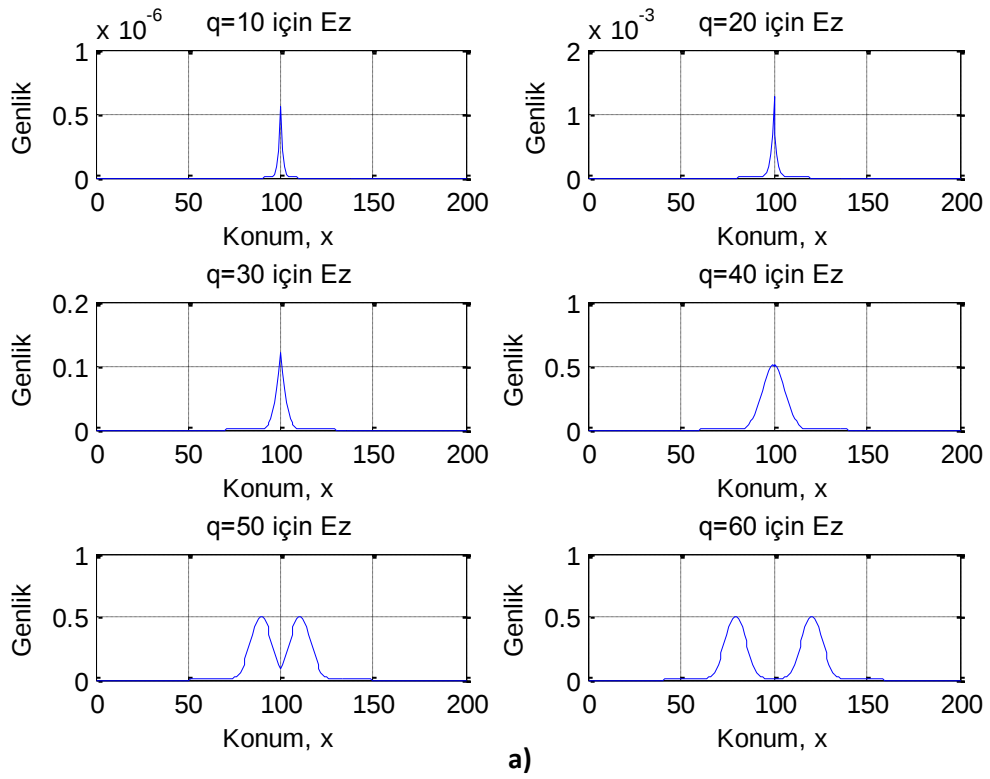
eşitliği denklem (3.33)'te yerine konulursa aşağıdaki eşitlik elde edilir. (Schneider 2012)

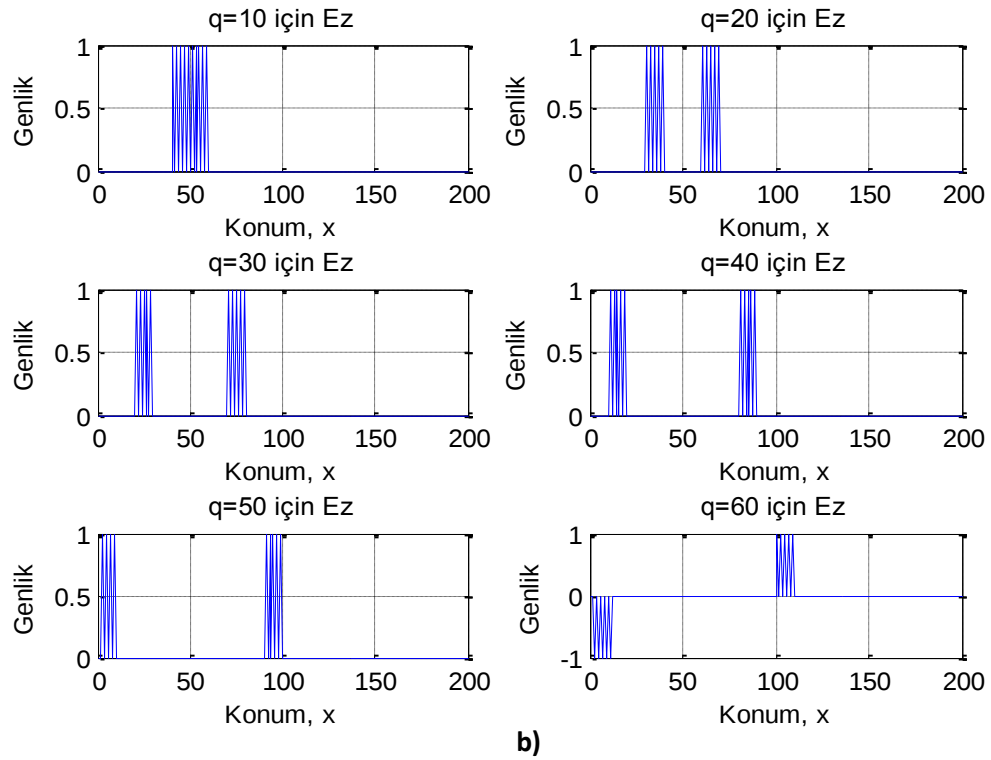
$$E_z^{q+1}[m] = E_z^{q+1}[m] - \frac{\Delta t}{\varepsilon} J_z^{q+\frac{1}{2}}[m] \quad (3.34)$$

Denklem (3.34), J akım kaynağı ile yayılan alanın, (3.19)'da elde edilen elektrik alan ifadesinden farklı olarak her zaman ve konum adımı için $\frac{\Delta t}{\varepsilon} J_z^{q+\frac{1}{2}}[m]$ kadar negatif etki oluşturduğunu gösterir.

Denklem (3.34) ile yumuşak kaynak eşitliği, FDTD algoritmaları için uygun forma sokulmuştur. $\Delta x = 1$ ve $\Delta t = 1/c$, $q_{son} = 200$ ve $m = 200$ olan bir boyutta FDTD

ızgarasının, $m = 100$ noktasına yerleştirilen Gaussian ve kare dalga işaretli yumuşak kaynağın $t = 10/c$, $t = 20/c$, $t = 30/c$, $t = 40/c$, $t = 50/c$ ve $t = 60/c$ zamanlarındaki elektrik ve manyetik alanların görünüşleri, MATLAB'ta **Ek 1 Program 3.2** kullanılarak alttaki gibi elde ediliyor.





Şekil 3.9. a) Program 3.2 ile FDTD ızgarasında $m = 100$ 'e yerleştirilen Gaussian işaretli yumuşak kaynak ile $q = 10., 20., 30., 40., 50.$ ve $60.$ zaman adımlarında elektrik alanının FDTD ızgarasındaki yayılımı **b)** FDTD ızgarasında $m = 100$ 'e yerleştirilen kare dalga işaretli yumuşak kaynak ile $q = 10., 20., 30., 40., 50.$ ve $60.$ zaman adımlarında elektrik alanının FDTD ızgarasındaki yayılımı

Şekil 3.9'da $m = 100$ konumuna yerleştirilen Gaussian ve kare dalga işaretli yumuşak kaynak ile $q = 10., 20., 30., 40., 50.$ ve $60.$ zaman adımlarında elektrik alanların konumlarını göstermektedir. Yumuşak kaynaktan itibaren $-z$ ve $+z$ yönünde ikiye ayrılır. Şekil 3.9.a'da Gaussian işaretli yumuşak kaynağın genliği yarıya düşerek kaynak noktasından itibaren sağa ve sola doğru 2'ye bölünmüştür. Şekil 3.9.b'de 10 birimlik 1'lerle oluşturulan kare dalganın, 5'erli olarak 1'lere sahip kare dalga olarak kaynak noktasından itibaren sağa ve sola doğru 2'ye bölünmüştür.

FDTD’de kaynak üretmek için kullanılan kavramlardan biri de Toplam Alan Saçılan Alan (TASA)’dır.

TASA kullanılarak, sadece bir yöne yayılan yumuşak kaynak elde edilecektir. İlk önce zaman ve konumun bir fonksiyonu olarak iletilen alan belirlenecektir. Kaynak fonksiyonu Gaussian işareti için argüman olarak t kullanılır ve denklem aşağıdaki gibi elde edilir (Schneider 2012).

$$f(t) = f(q\Delta t) = e^{-\left(\frac{q\Delta t - 40\Delta t}{8\Delta t}\right)^2} = e^{-\left(\frac{q-40}{8}\right)^2} = f[q] \quad (3.35)$$

$+x$ yönünde yayılan alanı elde etmek için, argümanı $t-x/c$ olan dalga fonksiyonunu kullanabiliriz. $S_c = 1$ için:

$$q\Delta t - \frac{m\Delta x}{c} = \Delta t \left(q - \frac{m\Delta x}{c\Delta t} \right) = \Delta t(q - m) \quad (3.36)$$

$$\frac{\Delta x}{c\Delta t} = \frac{1}{S_c} = \frac{1}{1} = 1 \text{ 'dir.}$$

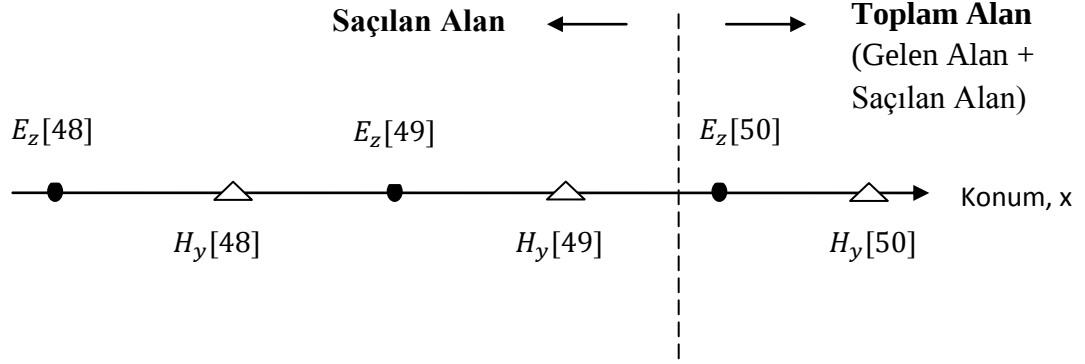
$$E_z^{inc}[m, q] = e^{-\left(\frac{(q-m)\Delta t - 40\Delta t}{8\Delta t}\right)^2} = e^{-\left(\frac{(q-m)-40}{8}\right)^2} \quad (3.37)$$

(3.37)’e benzer şekilde $H_y^{inc}[m, q]$ aşağıdaki gibidir.

$$H_y^{inc}[m, q] = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_z^{inc}[m, q] = -\frac{1}{\eta} e^{-\left(\frac{(q-m)-40}{8}\right)^2} \quad (3.38)$$

Burada $E_z^{inc}[m, q]$ gelen alanı temsil etmektedir. TASA sınır formülasyonunu göstermek için rastgele bir şekilde sınır belirlenilir. Belirlenilen TASA sınırı, yalnızca saçılan alanı temsil eden saçılan alan bölgesi ve gelen alan ile herhangi saçılan alanı temsil eden toplam alan bölgesi olarak hesaplama kümesini ikiye ayırır. Gelen alan,

toplam alan ve saçılan alan bölgesi arasındaki sınırdan tanımlanılır. Gelen alan ile saçılan alanın birleşimi toplam alanı vermektedir.



Şekil 3.10. Bir boyutta TASA sınırı

Şekil 3.10'da gösterildiği gibi toplam alan bölgesi sınırın sağında, saçılan alan bölgesi gridin solunda yer alır. $H_y[49]$ indeksi, konum olarak $\Delta x(49 + 1/2)$ 'yi gösterir.

TASA hesaplamalarında alanlar güncellenirken sürekli olmalıdır. Saçılan alan bölgesindeki alan güncellemelerinde yalnızca saçılan alanlar, toplam alan bölgesindeki alan güncellemelerinde yalnızca toplam alanlar olmak zorundadırlar (Schneider 2012).

$m = 50$ 'de konumlanan elektrik alan eşitliği, denklem (3.19)'dan yararlanılarak aşağıdaki gibi yazılır.

$$E_z^{q+1}[50] = E_z^q[50] + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} \left(H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[50 + \frac{1}{2} \right] - H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[50 - \frac{1}{2} \right] \right) \quad (3.39)$$

Denklem (3.39)'da $E_z^{q+1}[50]$, $H_y^{q+1/2}[50 + 1/2]$, toplam alanlar olup $H_y^{q+1/2}[50 - 1/2]$ düğümü saçılan alan bölgesinde olduğu için, saçılan alanı temsil etmektedir. $H_y^{q+1/2}[50 - 1/2]$ 'ye gelen alan eklenerek toplam alana dönüştürülmüş olur.

$$E_z^{q+1}[50] = E_z^q[50] + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} \left(H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[50 + \frac{1}{2} \right] - \left\{ H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[50 - \frac{1}{2} \right] + \left(-\frac{1}{\eta} E_z^{inc} \left[50 - \frac{1}{2}, q + \frac{1}{2} \right] \right) \right\} \right) \quad (3.40)$$

Denklem (3.19) yardımı ile (3.40) aşağıdaki gibi düzenlenilir.

$$E_z^{q+1}[50] = E_z^{q+1}[50] + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} \frac{1}{\eta} E_z^{inc} \left[50 - \frac{1}{2}, q + \frac{1}{2} \right] \quad (3.41)$$

$$\frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} = \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \Delta x} = \frac{\sqrt{\mu_0}}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r} \Delta x} \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{\eta_0 S_c}{\varepsilon_r} \text{ ve}$$

$$\frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} \frac{1}{\eta} = \frac{\eta_0 S_c}{\varepsilon_r} \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{\eta_0 \sqrt{\mu_r}} = \frac{S_c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = 1 \text{ olarak bulunur. } (S_c = 1, \varepsilon_r = 1, \mu_r = 1)$$

Denklem (3.41), bilgisayar index formunda aşağıdaki gibi yazılır.

$$E_z(50) = E_z(50) + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x} \frac{1}{\eta} e^{-\left(\frac{(q+\frac{1}{2}) - (50-\frac{1}{2}) - 40}{8} \right)^2}$$

$$E_z(50) = E_z(50) + e^{-\left(\frac{(q-89)}{8} \right)^2} \quad (3.42)$$

Denklem (3.16) yardımı ile $H_y^{q+1/2}[50 - 1/2]$ aşağıdaki gibi elde edilir.

$$H_y^{q+\frac{1}{2}} \left[50 - \frac{1}{2} \right] = H_y^{q-1/2} [50 - 1/2] + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} (E_z^q[50] - E_z^q[49]) \quad (3.43)$$

Denklem (3.43)'de $H_y^{q+1/2}[50 - 1/2]$, $H_y^{q-1/2}[50 - 1/2]$, $E_z^q[49]$ saçılan alan olup, $E_z^q[50]$ düğümü, toplam alan bölgesine denk geldiği için toplam alandır. Toplam alandan gelen alan çıkartılarak saçılan alan elde edilir.

$$H_y^{q+\frac{1}{2}}\left[50 - \frac{1}{2}\right] = H_y^{q-1/2}[50 - 1/2] + \frac{\Delta t}{\mu\Delta x} (E_z^q[50] - E_z^{inc}[50, q] - E_z^q[49]) \quad (3.44)$$

Denklem (3.16) yardımıyla (3.44) aşağıdaki gibi düzenlenir.

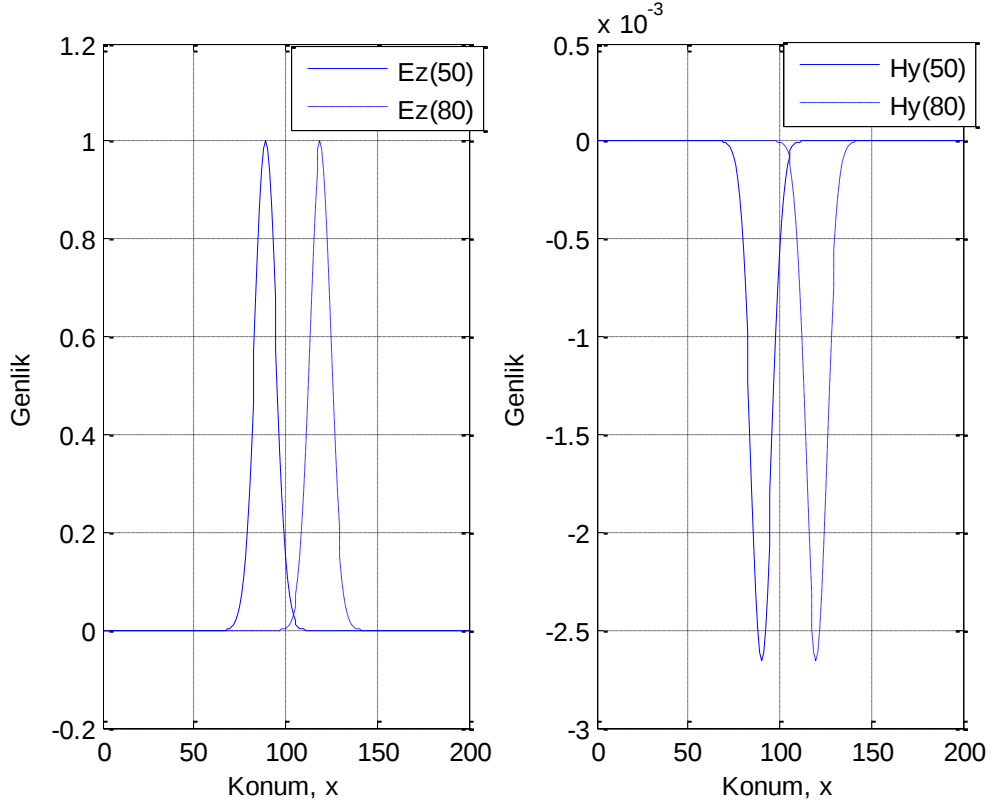
$$H_y^{q+\frac{1}{2}}\left[50 - \frac{1}{2}\right] = H_y^{q+1/2}[50 - 1/2] - \frac{\Delta t}{\mu\Delta x} E_z^{inc}[50, q] \quad (3.45)$$

$$\frac{\Delta t}{\mu\Delta x} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sqrt{\varepsilon_0}} \frac{1}{\mu_0\mu_r} \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{\sqrt{\mu_0}} \frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{c\Delta t}{\eta_0\Delta x} = \frac{1}{\eta_0} \text{ olarak elde edilir.}$$

$$H_y^{q+\frac{1}{2}}\left[50 - \frac{1}{2}\right] = H_y^{q+1/2}[50 - 1/2] - \frac{1}{\eta_0} E_z^{inc}[50, q] \quad (3.46)$$

Denklem (3.45), bilgisayar index formunda aşağıdaki gibi yazılır.

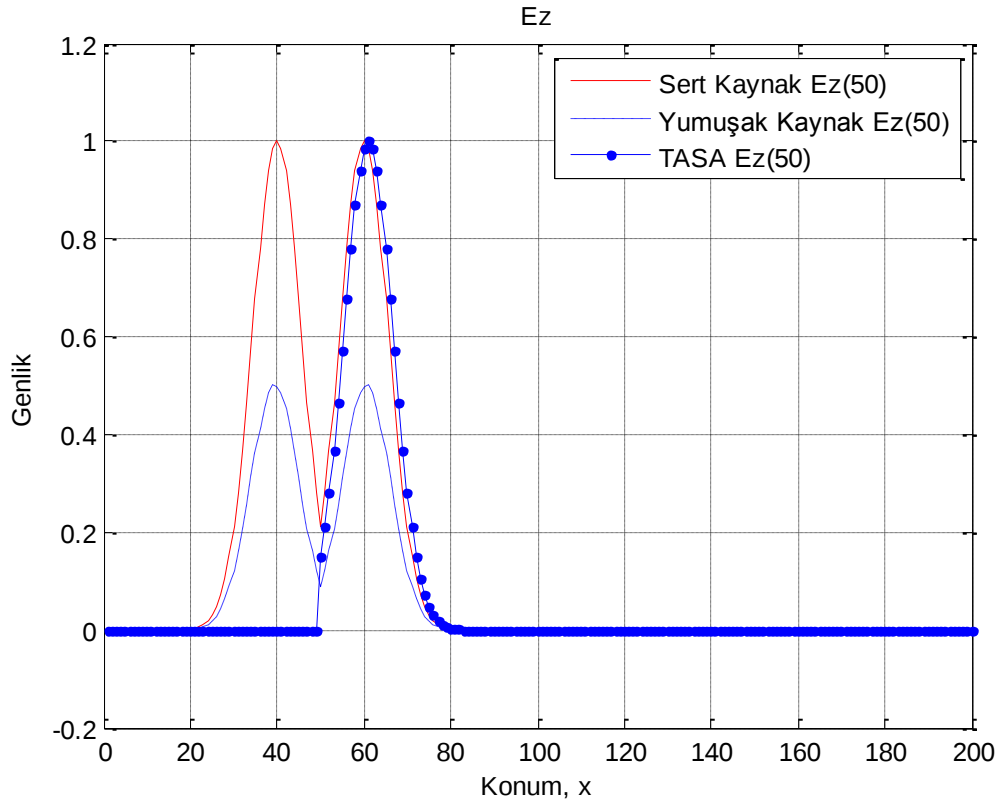
$$Hy(49) = Hy(49) - \frac{1}{\eta_0} e^{-\left(\frac{((q-50)-40)}{8}\right)^2} = Hy(49) - \frac{1}{\eta_0} e^{-\left(\frac{(q-90)}{8}\right)^2} \quad (3.47)$$



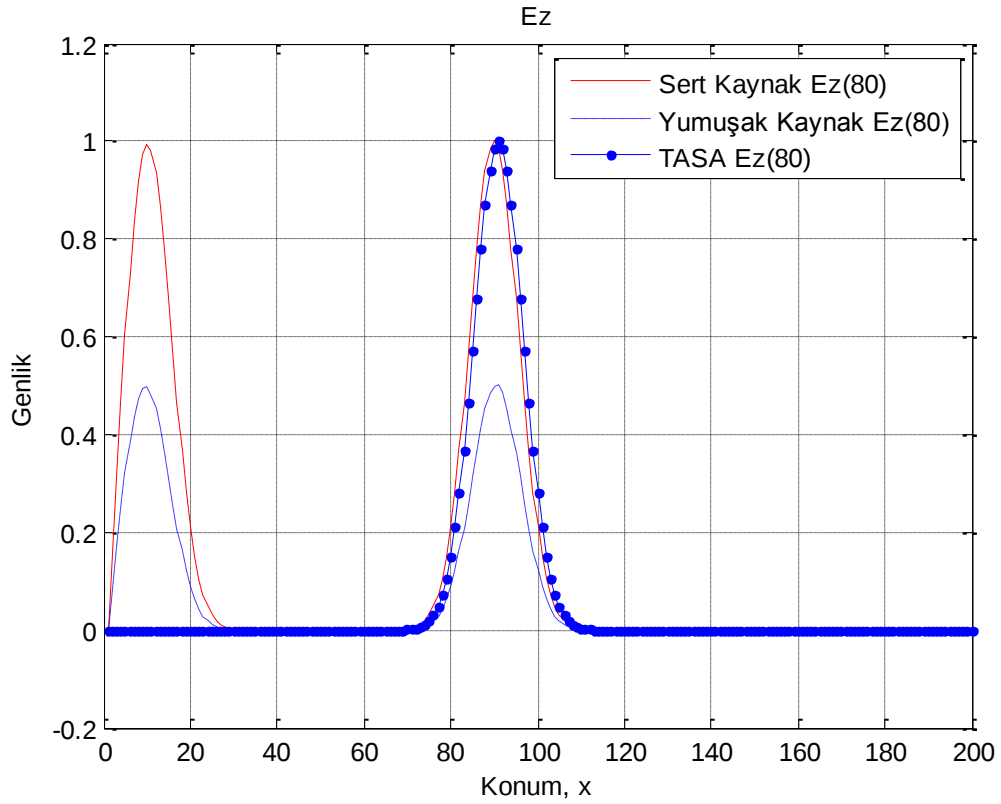
Şekil 3.11. Program 3.3 ile $m = 50$ 'ye yerleştirilen TASA kaynağının $q = 50$. ve $q = 80$. zaman adımları için elde edilen elektrik ve manyetik alanların konumları

Denklem (3.42) ve (3.47) TASA simülasyonu için, **Ek 1 Program 3.3**'te kullanılmıştır. Program 3.3 çalıştırıldığı zaman $m = 50$ 'ye konulan TASA kaynağının $q = 50$. ve 80. zaman adımlarındaki elektrik ve manyetik alanlar Şekil 3.11'deki gibi elde edilmiştir. Şekil 3.11'de görüldüğü gibi tek yöne ve genliği ikiye bölünmeyen yumuşak kaynak elde edilmiştir.

Sert kaynak, yumuşak kaynak ve TASA, $q_{son} = 200$ ve $m = 200$ 'lük FDTD ızgarasının $m = 50$ konum noktasına yerleştirilsin. Bu durumda her bir kaynağın ızgarada nasıl hareket ettiği $q = 50$. ve $q = 80$. zaman adımları için Şekil 3.12 ve Şekil 3.13'de görülmektedir.



Şekil 3.12. $m = 50$ noktasına yerleştirilen sert, yumuşak ve TASA kaynaklarının $q = 50$ zaman adımındaki konumları



Şekil 3.13. $m = 50$ noktasına yerleştirilen sert, yumuşak ve TASA kaynaklarının $q = 80$ zaman adımındaki konumları

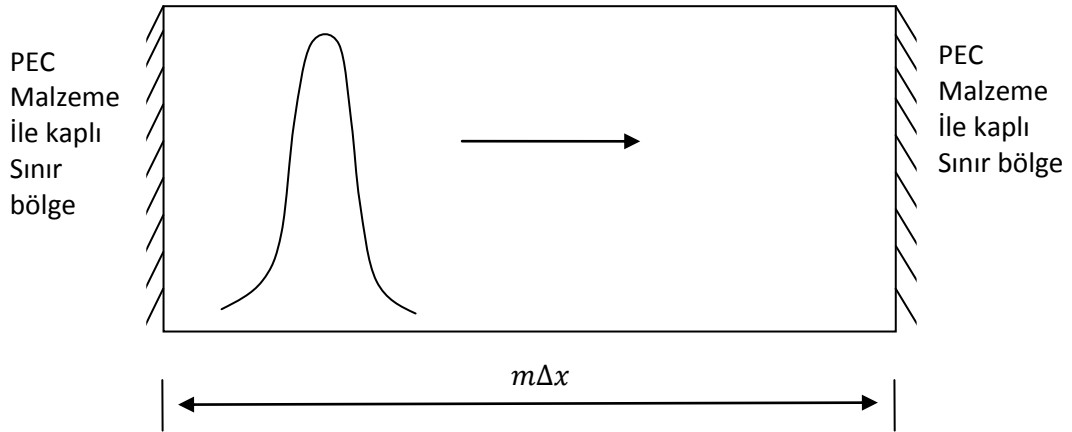
Ek 1 Program 3.4 ile sert, yumuşak ve TASA kaynakları FDTD ızgarasının $m = 50$ konumuna yerleştirilmiştir. $q = 50$ ve $q = 80$ zaman adımlarında, kaynakların FDTD ızgarasındaki yayılımı Şekil 3.12 ve Şekil 3.13'te gösterilmiştir. Sert ve yumuşak kaynaklar, zaman adımı ilerledikçe sağa ve sola doğru yayılmaktadır. Sert kaynağın genliği değişmeden yayılırken, yumuşak kaynak genliği yarıya düşerek yayılmaktadır. TASA kaynağı ise sağa doğru (+z yönünde) genliği değişmeden yayılmaktadır.

3.1.6. PEC veya PMC Sınır Şartları için FDTD Uygulamaları

Sağ ve sol sınırları PEC(Mükemmel Elektrik İletken) veya PMC(Mükemmel Manyetik İletken) özelliklere sahip malzemelerle kaplı FDTD ızgarasında, elektrik ve manyetik alanın hareketi sınır malzemesine bağlı olarak değişmektedir. PEC'nin elektrik alana karşı ve PMC'nin manyetik alana karşı yansıma katsayısı -1'dir.

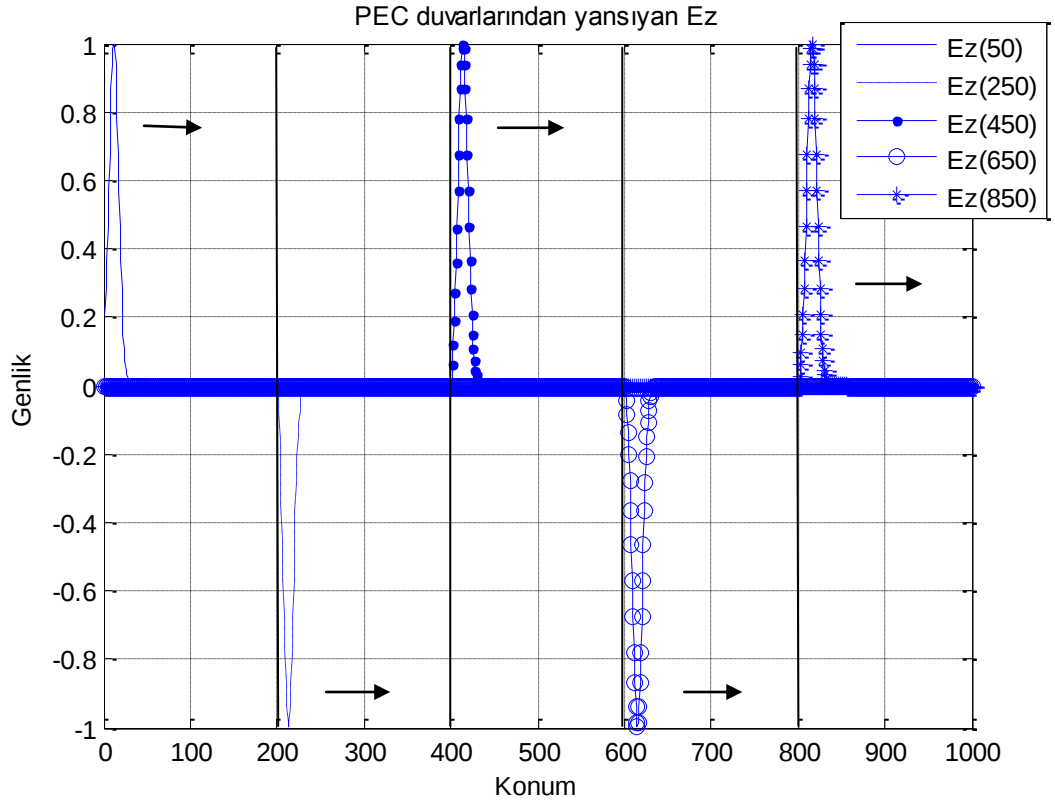
3.1.6.a. PEC – PEC ile Çevrili Ortamda Elektrik ve Manyetik Alanlar

Sağ ve sol sınır bölgeleri Şekil 3.15’deki gibi PEC malzeme ile kaplı $m = 200$ konum adımlı ve $q_{son} = 1000$ zaman adımlı FDTD ızgarasının $m = 1$ noktasına, Gaussian sert kaynak yerleştiriliyor.



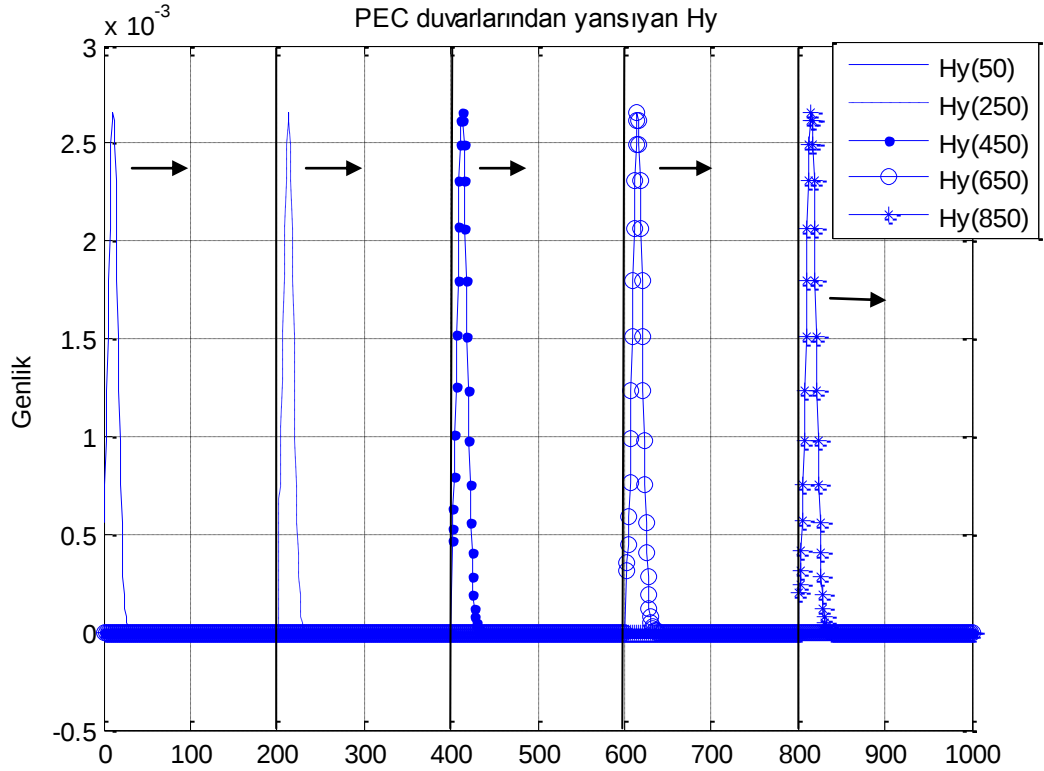
Şekil 3.14. Sağ ve sol sınırları PEC-PEC malzemeyle kaplı FDTD ızgarasındaki sert kaynağın q_{son} zaman adımı süresince FDTD ızgarasında ilerleyişi

Ek 1 Program 3.5, Şekil 3.14’de gösterilen ortam FDTD ile sağlanılarak, $m = 50$ konumundaki elektrik ve manyetik alanların sınır bölgelerinden nasıl yansıdığını göstermektedir. Elektrik ve manyetik alanların $q_{son} = 1000$ zaman adımı elektrik ve manyetik alanlar Program 3.5 ile Şekil 3.15 ve Şekil 3.16’da gösterildiği gibi elde edilmiştir. Program 3.5. çalıştırıldığında, 200 elemente sahip x ızgarasının sonunda bulunan, $ez(200)$, sıfır değerini aldığı için, FDTD ızgarasının sonunda PEC duvarı varmış gibi davranacaktır. Aynı şekilde, ızgaranın sol duvarı olan $ez(1)$ değeri sıfır değeri aldığı için, FDTD’in sol sınırı da PEC duvarıymış gibi davranacaktır. PEC’nin elektrik alan için yansımaya katsayısı -1 olduğu için, elektrik alanı gösteren Gaussian işareti FDTD ızgarasının sağ ve sol sınırlarına ulaştığı zamanlarda yön değiştirerek yansımacaktır. PEC’nin manyetik alan için yansımaya katsayısı 1 olduğu için, manyetik alanı gösteren Gaussian işareti, FDTD ızgarasının sağ ve sol sınırlarına ulaştığı zaman yön değiştirmeden yansımacaktır.



Şekil 3.15. Program 3.5 ile FDTD kullanılarak sağlanan Şekil 3.14 ortamında sağa doğru yayılan elektrik alanın FDTD ızgarasında, $q = 50.$, $250.$, $450.$, $650.$ ve $850.$ zaman adımlarında sınır bölgelerdeki PEC malzemelerden yansımış halleri

Ek 1 Program 3.6, FDTD ile Şekil 3.14’de gösterilen sağa doğru yayılan Gaussian işaretinin, manyetik alan bileşeninin hareketi için düzenlenmiştir. Manyetik alan PEC-PEC duvarlarından Şekil 3.16’da gösterildiği gibi yansımıştır.

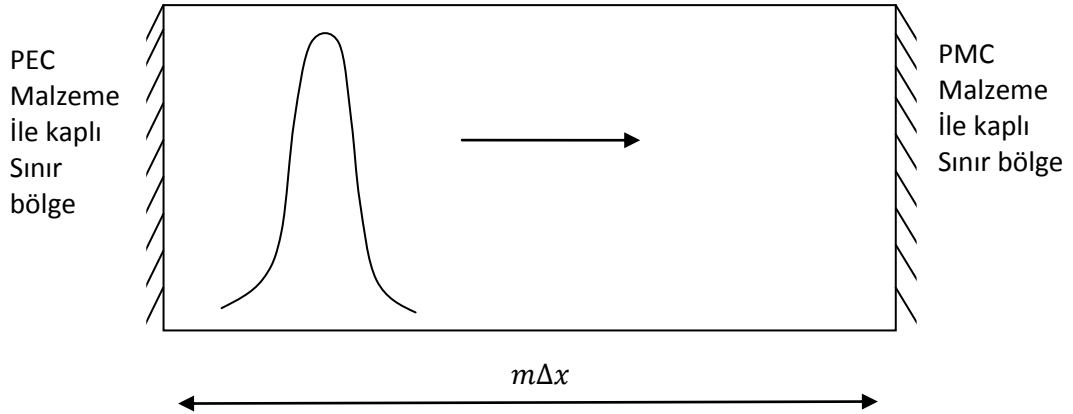


Şekil 3.16. Program 3.6 ile FDTD kullanılarak sağlanan Şekil 3.14 ortamında sağa doğru yayılan manyetik alanın FDTD ızgarasında, $q = 50.$, $250.$, $450.$, $650.$ ve $850.$ zamanlarında sınır bölgelerdeki PEC malzemelerden yansımış halleri

Şekil 3.16’da görüldüğü gibi manyetik alan yansıma katsayısı 1 olan PEC duvarlarına çarptığı zaman yön değiştirmeden yansıyacaktır.

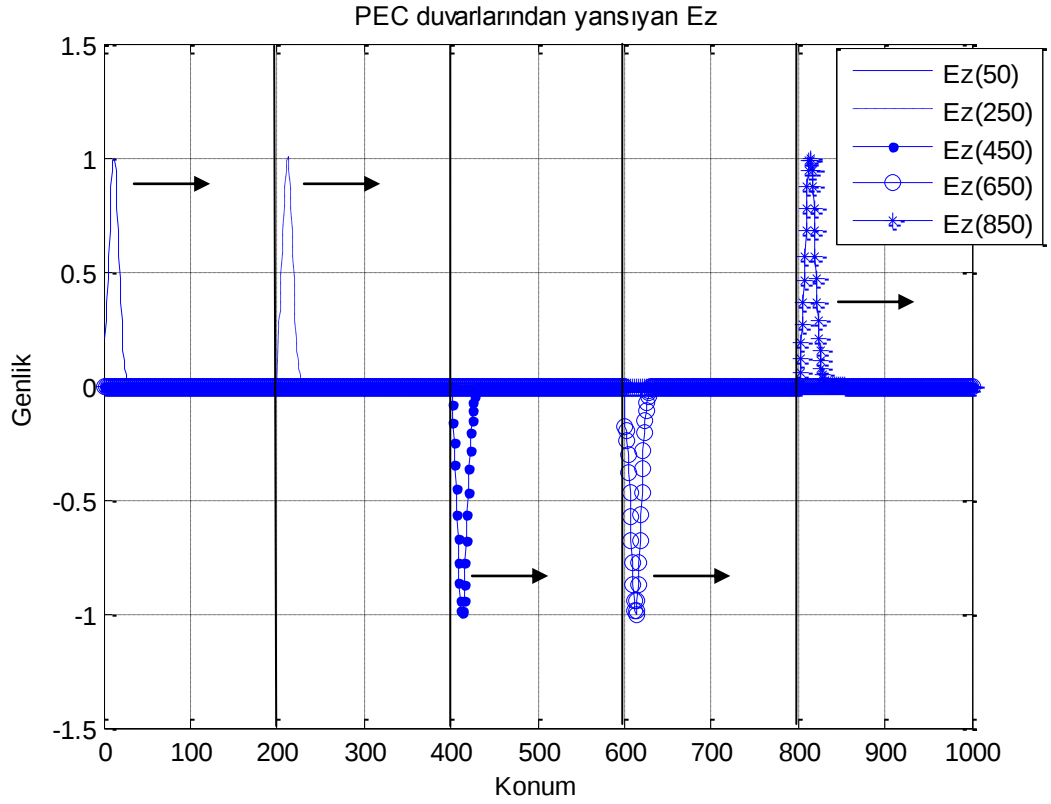
3.1.6.b. PEC – PMC ile Çevrili Ortamda Elektrik ve Manyetik Alanlar

Ek 1 Program 3.7 ve **Ek 1 Program 3.8** ile Şekil 3.17’de gösterilen ortam sağlanılarak, elektrik ve manyetik alanların sınır bölgelerinden nasıl yansıdığını göstermektedir. Elektrik ve manyetik alanların $q_{max} = 1000$ zaman adımı sonunda, ızgara boyunca yansımaları, Program 3.7 ve Program 3.8 ile Şekil 3.18 ve Şekil 3.19’daki gibi elde edilmiştir.



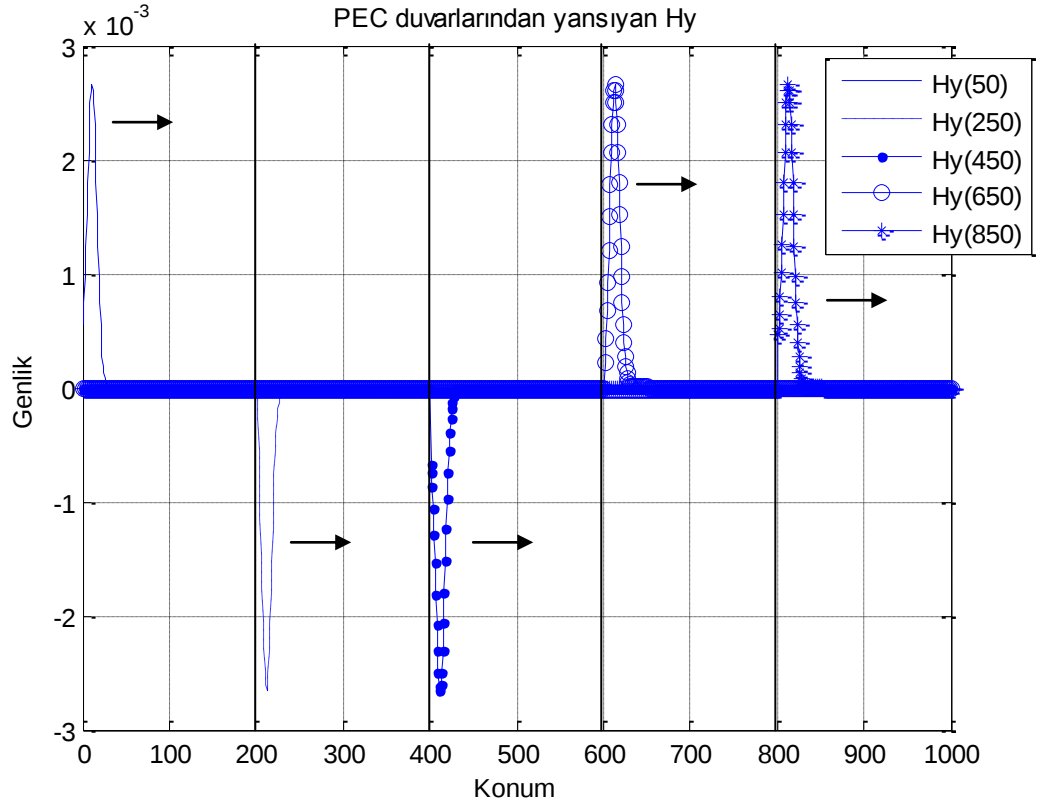
Şekil 3.17. Sağ sınırı PEC ve sol sınırı PMC malzemeyle kaplı FDTD ızgarasındaki sert kaynağın q_{max} zaman adımı süresince $m\Delta x$ sınırlı ızgarasında ilerleyişi

Program 3.7 çalıştırıldığında, 200 konum adımına sahip ızgaranın sonunda bulunan, $H_y(200)$, sıfır değerini aldığı için, FDTD konum ızgarasının sağ sınırı PMC duvarıymış gibi davranacaktır. Konum ızgarasının sol duvarı olan $ez(1)$ değeri sıfır değeri aldığı için, FDTD'nin konum ızgarasının sol sınırı da PEC duvarıymış gibi davranacaktır. PEC'nin elektrik alan için yansımaya katsayısı -1 olduğu için, elektrik alanı gösteren Gaussian işareti FDTD konum ızgarasının sol sınırına ulaştığı zamanlarda yön değiştirerek yansıyacaktır. PMC'nin manyetik alan için yansımaya katsayısı -1 olduğu için, manyetik alanı gösteren Gaussian işareti FDTD konum ızgarasının sağ sınırına ulaştığı zamanlarda yön değiştirerek yansıyacaktır. PMC'nin elektrik alan için ve PEC'nin manyetik alan için yansımaya katsayısı 1 olduğu için, elektrik alanı gösteren Gaussian işareti FDTD konum ızgarasının sağ sınırına ulaştığı zaman, manyetik alanı gösteren Gaussian işareti FDTD konum ızgarasının sol sınırına ulaştığı zaman yön değiştirmeden yansıyacaktır.



Şekil 3.18. Program 3.7 ile FDTD kullanılarak sağlanılan Şekil 3.17 ortamında sağa doğru yayılan elektrik alanın FDTD ızgarasında, $q = 50.$, $250.$, $450.$, $650.$ ve $850.$ Zamanlar adımlarında sınır bölgelerdeki PEC-PMC malzemelerden yansımış halleri

Şekil 3.18’de görüldüğü gibi FDTD ızgarasında sağa doğru yayılan elektrik alanlar PMC duvarına çarpmış ve yön değiştirmeden yansımıştır. Sol duvara çarpan elektrik alanlar ise PEC duvarına çarpmış ve yön değiştirerek yansımışlardır.



Şekil 3.19. Program 3.8 ile FDTD kullanılarak sağlanan Şekil 3.17 ortamında sağa doğru yayılan manyetik alanın FDTD ızgarasında, $q = 50, 250., 450., 650.$ ve $850.$ zaman adımlarında sınır bölgelerdeki PEC-PMC malzemelerden yansımış halleri

Şekil 3.19’da görüldüğü gibi $m = 200$ konum ızgarasındaki PMC duvarına çarpan manyetik alanlar yön değiştirerek yansımışlardır. $m = 1$ konum ızgarasındaki PEC duvarına çarpan manyetik alanlar ise yön değiştirmeden yansımışlardır.

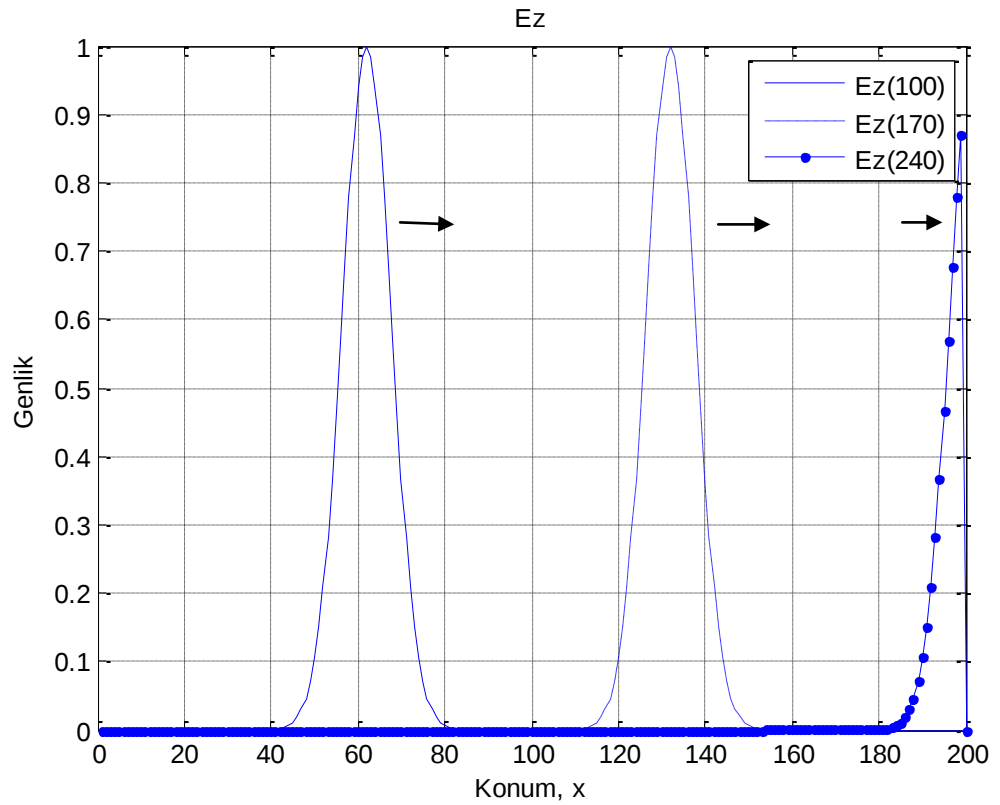
3.1.7. Yutucu Sınır Koşulları (Absorbing Boundary Conditions-ABC)

FDTD’de sınır ortamlarının PEC veya PMC olmasına göre elektrik ve manyetik alanlar, ızgara sınırlarının başlangıç ve bitiş noktalarından yansımaktadır. Sınırlı FDTD ızgarası ile yapılan simülasyonlar, ızgaraya geri yansıyan alanlardan dolayı yanlış sonuçlara neden olabilir. FDTD ızgarasının sınırsız bir ortammış gibi davranması için konum sınırlarının başlangıç ve bitiş kısımlarına yutucu sınır koşulları

tanıtılmalıdır. Yutucu sınır koşulları kabaca, m konum adımlı FDTD ızgarası için aşağıdaki gibi tanımlanabilir. ($m = i, i + 1, i + 2, \dots \dots m_{max}$)

$$ex[i] = ex[i + 1], \quad ex[m_{max} - 1] = ex[m_{max}] \quad (3.47)$$

Denklem (3.47)'de belirtilen koşul, **Ek 1 Program 3.9**'a uygulanırsa Şekil 3.20'deki gibi sonuçlar elde edilir.



Şekil 3.20. Program 3.9 ile tasarlanan FDTD simülasyonu $m = 200$ konum ızgarasına sahiptir. $m = 1$ ve $m = 200$ konumlarına ABC konulduğu için bu düğümlerde işaret soğurulmaktadır.

Şekil 3.20’de $m = 1$ noktasına sert kaynak yerleştirilen kaynağın $q = 100.$, $q = 170.$ ve $q = 240.$ zaman adımlarındaki elektrik alanın konumları gösterilmektedir. Sağa doğru ilerleyen elektrik alan, $m = 200.$ düğüme denk geldiği zaman Şekil 3.20’de gösterildiği gibi yansıma yapmadan soğurulmaktadır. Elektrik alan sonsuza giden alanmış gibi davranıp, sınırsız bir ızgara modellenmiş olunur.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

FDTD'in kaynak cinsine ve ızgara sınır bölgelerinin PEC veya PMC özellik göstermelerine göre simülasyonları yöntem kısmında anlatılmıştı. Aynı zamanda homojen, $\mu_r = 1$ ve $\varepsilon_r = 1$ ortamda (boşlukta) dalga yayılım hızının ışık hızında olduğu görülmüştü. Bu kısımda dalganın farklı karakteristik empedansa sahip ortamlara geçişi ve bu ortamlarda nasıl ilerlediği FDTD simülasyonları ile anlatılacaktır.

4.1. Homojen Olmayan Ortamlar için FDTD Simülasyonu

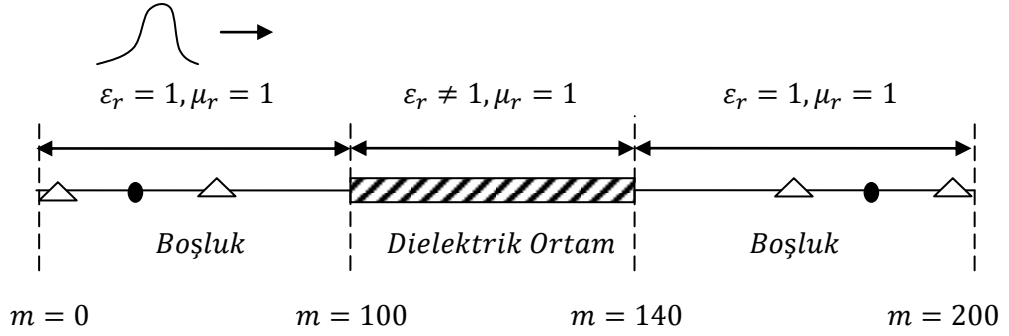
TASA sınırı ile elde edilen kaynak bazı kısımlarda kendi içinde homojen olan fakat bütün olarak homojen olmayan bir ortama gönderilecektir. Dalga farklı karakteristik empedansa sahip her ortama denk geldiği zaman, yansıyan ve iletilen alanların toplamı toplam alana eşit olacak şekilde yansımalar ve diğer ortama iletilmeler olacaktır. İletilen alanlar ise ortamın karakteristiğine göre, ortam içinde farklı hız, genlik ve genişlikle (Gaussian işaretinin genişliği) ilerleyecektir.

4.1.1. Dielektrik Ortamda Tek Boyutlu Dalga Simülasyonu

Bağıl dielektrik sabiti 1'den farklı olan ortamların modellenmesi, 1 boyutta kaynaksız bir ortam için Maxwell denklemlerinde, ε yerine $\varepsilon_0\varepsilon_r$ ve μ yerine $\mu_0\mu_r$ yazılarak elde edilir. Denklem (3.16) ve (3.19) bu duruma göre tekrar aşağıdaki gibi güncellenirler.

$$H_y^{q+\frac{1}{2}}\left[m + \frac{1}{2}\right] = H_y^{q-1/2}[m + 1/2] + \frac{\Delta t}{\mu_0\mu_r\Delta x}(E_z^q[m + 1] - E_z^q[m]) \quad (4.1)$$

$$E_z^{q+1}[m] = E_z^q[m] + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0\varepsilon_r\Delta x}\left[H_y^{q+\frac{1}{2}}\left[m + \frac{1}{2}\right] - H_y^{q+\frac{1}{2}}\left[m - \frac{1}{2}\right]\right] \quad (4.2)$$



Şekil 4.1. Dielektrik ortam modellemesi

Şekil 4.1'deki gibi kayıpsız dielektrik ortamda $m = 50$ 'de TASA sınır kaynağı ile Gaussian işareti gönderiliyor. İşaret, dielektrik ortamla FDTD ızgarasının $m = 100$ konumunda karşılaşmaktadır. Bu noktada işaretin bir kısmı dielektrik ortama iletilirken, bir kısmı ise geri yansımaktadır. İletilen dalganın hızı, kayıpsız dielektrik ortamın μ_r 'sine bağımlı bir şekilde değişecektir. Dielektrik ortam içerisinde artan zaman adımları ile ilerleyen iletilen alan, $m = 140$ konumunda boşluk ile karşılaşacaktır. $m = 140$ 'da, $m = 100$ 'de iletilen dalganın bir kısmı boşluğa iletilecek, bir kısmı da dielektrik ortama geri yansıyacaktır. İletilen ve yansıyan dalgaların yönü ve genliği aşağıdaki gibi hesaplanır (Schneider 2012).

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad (4.3)$$

$$T = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \quad (4.4)$$

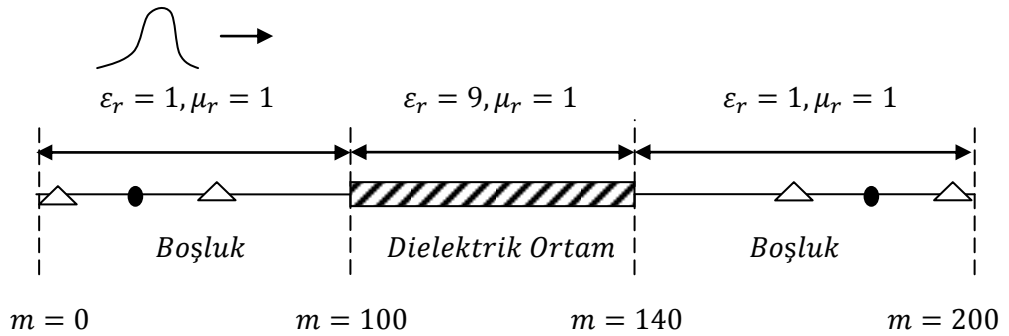
Denklem (4.3) ve (4.4)'de Γ yansıma katsayısını, T iletim katsayısını ifade eder. η_2 ikinci ortamın karakteristik empedansını ve η_1 birinci ortamın karakteristik empedansını gösterir. Şekil 4.2'deki birinci ortamın, yani boşluğun, karakteristik empedansı $\eta_1 = \eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ 'dır. Dielektrik malzemeyi modelleyen ikinci ortam için $\epsilon_r = 9$ ve $\mu_r = 1$

olsun. Bu durumda ikinci ortamın karakteristik empedansı $\eta_2 = \sqrt{\mu_0/(9\varepsilon_0)} = \eta_0/3$ olarak elde edilir. Denklem (4.3) ve (4.4) η_1 ve η_2 'ler η_0 cinsinden yazılıp çözülürse,

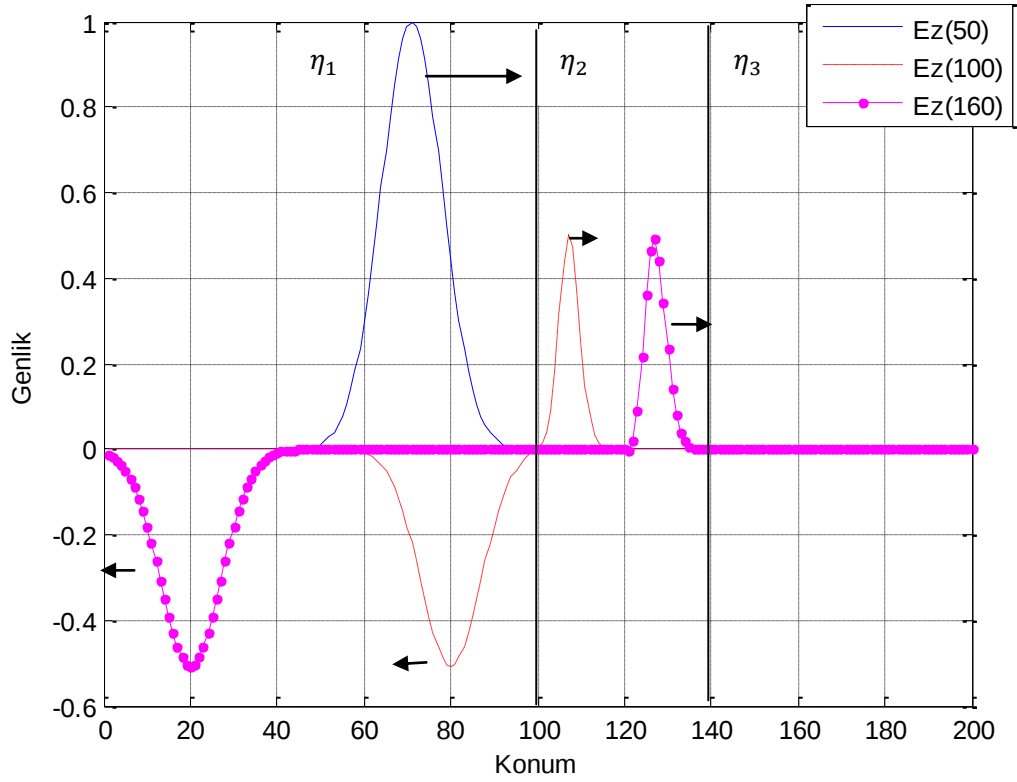
$$\Gamma_{21} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{\frac{\eta_0}{3} - \eta_0}{\frac{\eta_0}{3} + \eta_0} = -\frac{1}{2} = -0.5 \quad (4.5)$$

$$T_{12} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{\frac{2\eta_0}{3}}{\frac{\eta_0}{3} + \eta_0} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad (4.6)$$

Γ_{21} , 2. ortamdan 1. ortama yansıyan dalgayı ve T_{12} , 1.ortamdan 2. ortama iletilen dalgayı temsil eder. Şekil 4.2'de gösterilen ortamın FDTD ile simülasyonu, **Ek 1 Program 4.1** ile gerçekleştiriliyor. Program 4.1 çalıştırıldığı zaman, (4.5) ve (4.6) ile elde edilen sonuçlar doğrultusunda, kaynağın ortamlar boyunca hareketi Şekil 4.3'teki gibi elde edilmiştir.



Şekil 4.2. FDTD ile Program 4.1'in modellediği ortam



Şekil 4.3. Elektrik alan $q = 50, 100$ ve 160 . zaman adımları için sağa doğru ilerleyen elektrik alanın konumları

Şekil 4.3'te de görüldüğü gibi, $m = 100$ konumunda dielektrik ortama çarpan dalga, Denklem (4.5) ve (4.6)'da hesaplanıldığı gibi, iletilmiş ve yansımıştır. Boşlukta c hızıyla ilerleyen dalganın hızı, dielektrik ortamda 3 kat azalmıştır.

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \text{ ve } c_1 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_0}} \text{ olduğuna göre } \epsilon_r = 9 \text{ için } c_1 = \frac{c_0}{3} \text{ olur.} \quad (4.7)$$

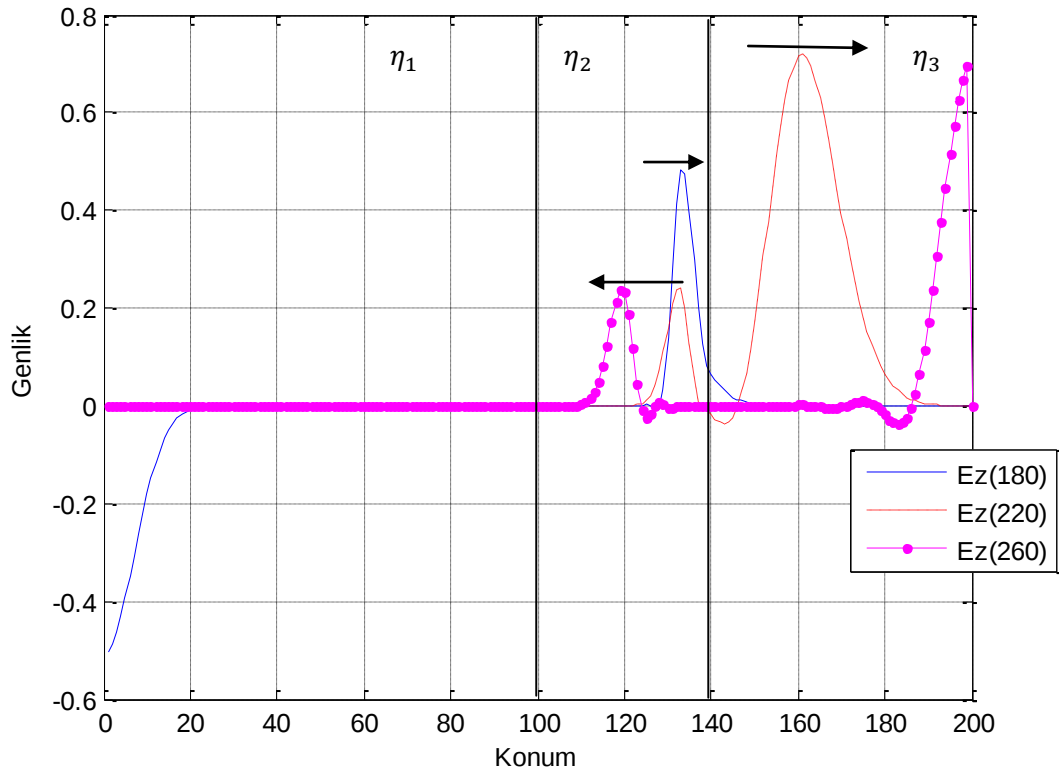
Şekil 4.3'te FDTD ızgarasında iletilen $E_z(50)$ dalgası η_2 ortamında $E_z(80)$ olacak şekilde 30 zaman adımı sağa doğru ilerlerken, $m = 100$ konumundan $m = 120$ konumuna gelmiştir. Yansıyan $E_z(50)$ dalgası ise η_1 ortamında sola doğru ilerleyerek, 30 zaman adımı sonrasında $m = 100$ konumundan $m = 40$ konumuna gelmiştir. İletilen dalga, η_2 ortamında 20 birim yol alırken, yansıyan dalga η_1 ortamında 60 birim yol almıştır. Yani boşluğa göre η_2 ortamında ilerleyen dalganın hızı 3 kat azalmıştır.

Dielektrik malzeme içerisinde ilerleyen, iletilen dalga, $m = 140$ 'ta boşluk ortamına geçmek ister. Bu durum için $\eta_3 = \eta_0$ 'dır ve 3. ortamdan yansıyan ve 3. ortama iletilen dalgaların genliği ve yönü aşağıdaki gibidir.

$$\Gamma_{32} = (0.5) \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2} = (0.5) \frac{\eta_0 - \frac{\eta_0}{3}}{\eta_0 + \frac{\eta_0}{3}} = \frac{1}{4} = 0.25 \quad (4.8)$$

$$T_{23} = (0.5) \frac{2\eta_3}{\eta_3 + \eta_2} = (0.5) \frac{2\eta_0}{\eta_0 + \frac{\eta_0}{3}} = \frac{3}{4} = 0.75 \quad (4.9)$$

Denklem (4.8) ve (4.9)'de bulduğumuz teorik sonuçları, Program 4.1'in $q = 180, q = 220$ ve $q = 260$ zaman adımları için $E_z(180)$, $E_z(220)$ ve $E_z(260)$ elektrik alanları Şekil 4.4'teki gibi elde edilmiştir.



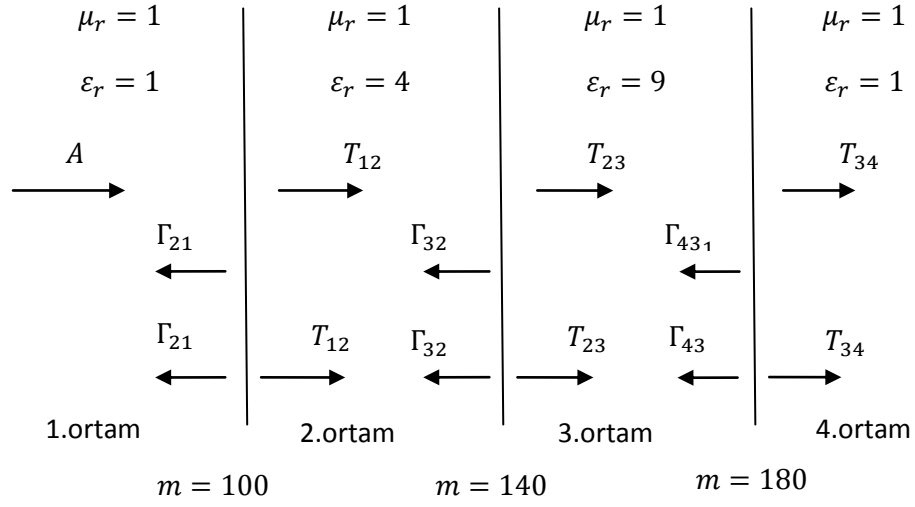
Şekil 4.4. Program 4.1 ile hazırlanan FDTD simülasyonunda elektrik alanların $q = 180, 220$ ve 260 . zaman adımları için konumları.

Şekil 4.4'te de görüldüğü gibi, $m = 140$ konumunda dielektrik ortama çarpan dalga, Denklem (4.8) ve (4.9)'de hesaplanan genlik katsayılarına yakın değerler ile iletilmiş ve yansımıştır. Dielektrik ortamda $c_0/3$ hızıyla ilerleyen dalganın hızı, denklem (4.7)'yi doğrulayacak şekilde, boşluk ortamına geçince 3 kat artmış ve c_0 hızına ulaşmıştır.

Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te dielektrik malzemeye $q\Delta t = 100$ anında ve $m = 100$ konumunda kaynak tarafından iletilen elektrik alan, sürekli sağ ($m = 140$) ve sol ($m = 100$) sınırlara çarparak genliğinin yarısına inmektedir. Zaman adımı istenildiği kadar artırılırsa, elektrik alanın kayıpsız dielektrik alan içerisinde FDTD algoritması ile sönümlenmesi sağlanacaktır. Program 4.1.'te zaman adım sayısını ifade eden n sayısı deneysel olarak 6435'e ulaştığı zaman elektrik alanın dielektrik malzeme içerisinde sönümlendiği gözlenmiştir.

4.1.2. İki Dielektrik Ortamda Tek Boyutlu Dalga Simülasyonu

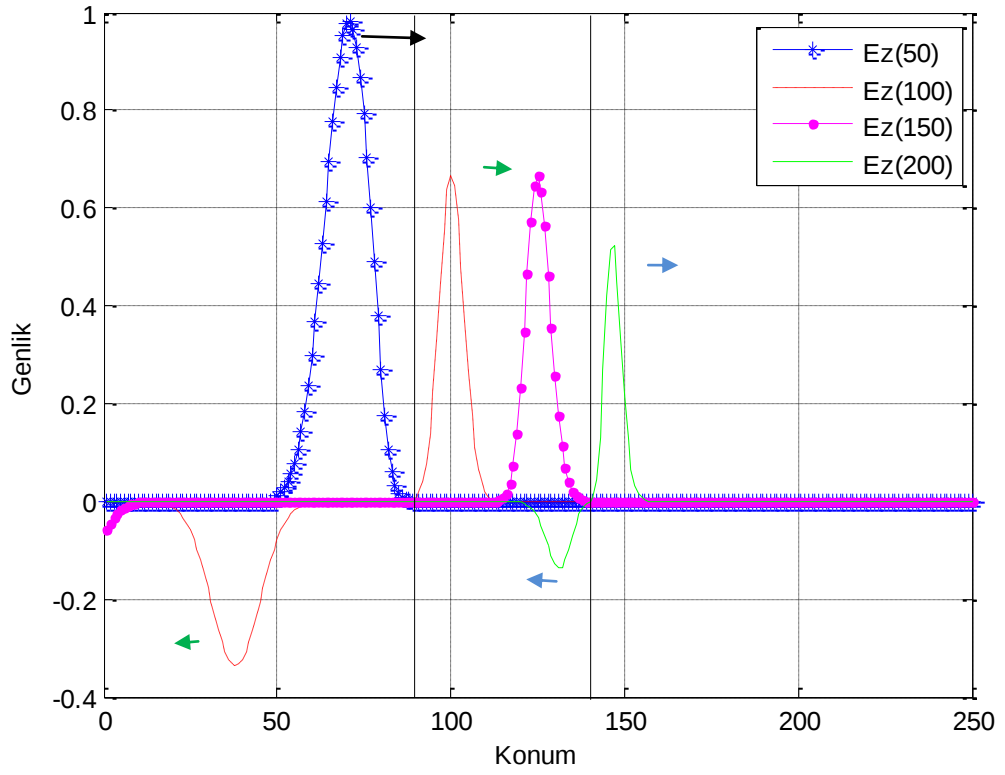
Şekil 4.5'deki gibi modellenen kendi içinde homojen, kayıpsız, $\epsilon_r = 4$ ve $\epsilon_r = 9$ olan iki farklı dielektrik ortama gönderilen TASA kaynağı ortam değiştirirken, ortamların geçiş sınır yüzeylerine çarparak iletilen ve yansıyan şekilde dalgalara bölünüyor. Şekil 4.5'te genlik büyüklüğü A olan dalganın gönderilmesiyle başlayan çarpma ve yansımalar, dielektrik malzemeler içerisinde dalga genliğinin ihmal edilir derecede azaldığı ana kadar devam edecektir.



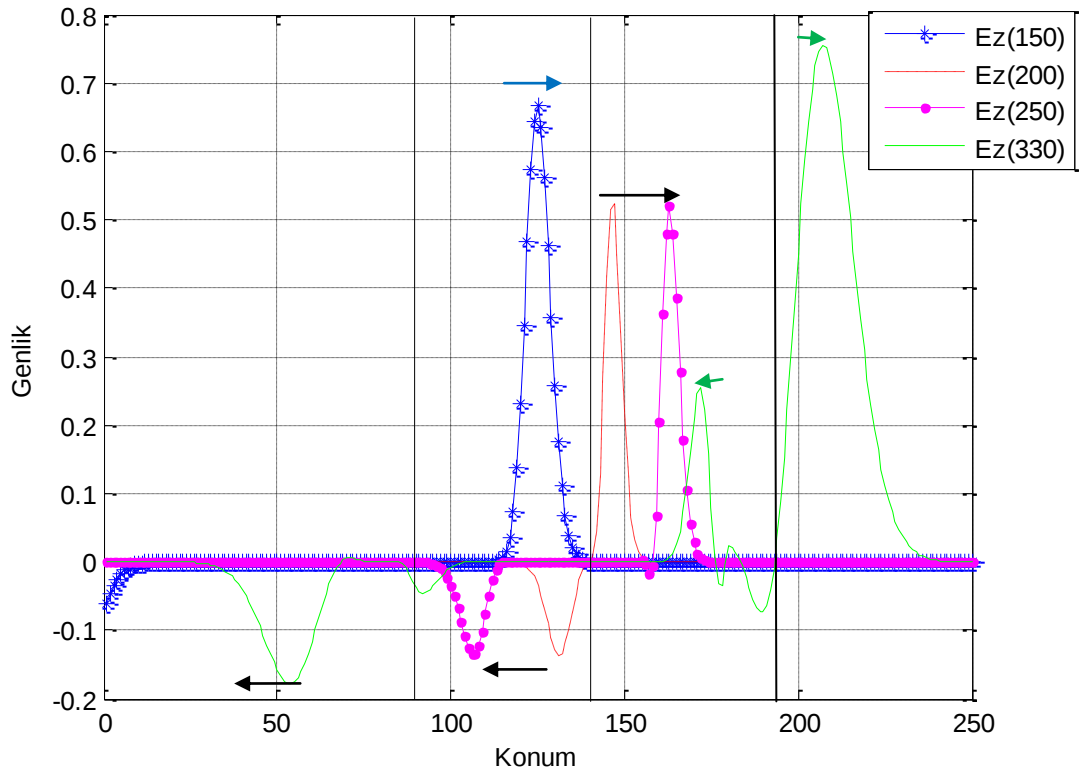
Şekil 4.5. Program 4.2'nin FDTD ile modellediği, iki farklı dielektrik ortama TASA kaynağının gönderilmesi

Şekil 4.5'teki ortamın Şekil 4.2'dekinden farkı, konum ızgarasının 250 adıma bölünmüş olmasıdır. Boşluktan gelen TASA kaynak işareti, $m = 100$ 'de $\epsilon_r = 4$ olan 1.dielektrik ortam sınırı ile karşılaşır. Bu sınırda kaynak işaretinin bir kısmı 2.ortama iletilecektir ve bir kısmı ise 1.ortama geri yansımaktadır. 2. ortama iletilen dalga, $m = 140$ 'da 2.dielektrik ortam sınırı ile karşılaşacaktır. İletilen dalga bu sınıra çarpınca, bir kısmı 3.ortama iletilecek ve bir kısmı ise 2.ortama geri yansımaktadır. 3.ortama iletilen dalga $m = 180$ 'de bulunan 4.ortam sınırı ile karşılaşacaktır. Bu sınıra çarpan 3. ortamın iletilen dalgasının bir kısmı 4.ortama iletilecektir ve bir kısmı da 3. ortama geri yansımaktadır.

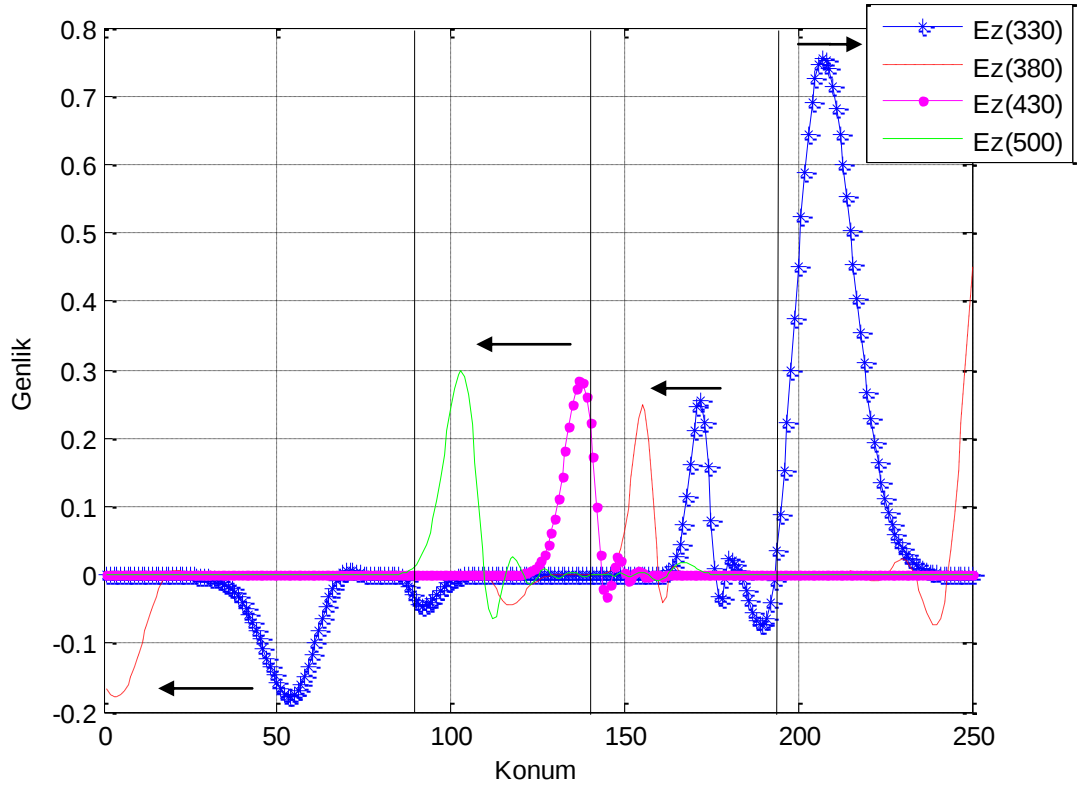
Sınır yüzeylerine çarpan dalgaların nasıl yansıma yapacağı, FDTD ile **Ek 1 Program 4.2** çalıştırılarak Şekil 4.6, Şekil 4.7 ve Şekil 4.8'de gösterildiği gibi elde edilmiştir.



Şekil 4.6. Program 4.2 ile hazırlanan FDTD simülasyonunda elektrik alanların $q = 50, 100, 150$ ve 200 . zaman adımları için konumları.



Şekil 4.7. Program 4.2 ile hazırlanan FDTD simülasyonunda elektrik alanların $q = 150, 200, 250$ ve 330 . zaman adımları için konumları.



Şekil 4.8. Program 4.2 ile hazırlanan FDTD simülasyonunda elektrik alanların $q = 330, 380, 430$ ve 500 . zaman adımları için konumları.

Program 4.2'nin doğruluğu, yansıyan ve iletilen dalgaların genlikleri hesaplanarak sağlanır. Tüm yansıyan ve iletilen dalgaların hesabı çok uzun süreceği için, her sınır yüzeyine 2 kez çarpan dalgaların genliği denklem (4.10) ve (4.11)'lerde hesaplanmıştır. Bulunan sonuçlar Şekil 4.6, Şekil 4.7 ve Şekil 4.8'deki dalga genlikleriyle uyushmaktadır. $A = 1$ ve $\eta_1 = \eta_0$, $\eta_2 = \eta_0/2$, $\eta_3 = \eta_0/3$, $\eta_3 = \eta_0$ olmak üzere, yansıyan ve iletilen dalgaların formülasyonu aşağıdaki gibi olacaktır.

$$T_{12} = A \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = \frac{2 * 1/2}{1 + 1/2} = 0,66 \quad (4.10. a)$$

$$\Gamma_{21} = A \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{2} + 1} = -0,333 \quad (4.10. b)$$

$$T_{23} = T_{12} \frac{2\eta_3}{\eta_2 + \eta_3} = \frac{2}{3} * \frac{2 * 1/3}{\frac{1}{2} + 1/3} = 0,528 \quad (4.10. c)$$

$$\Gamma_{32} = T_{12} \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2} = \frac{2}{3} * \frac{\frac{1}{3} - 1/2}{\frac{1}{3} + 1/2} = -0,133 \quad (4.10. d)$$

$$T_{34} = T_{23} \frac{2\eta_4}{\eta_3 + \eta_4} = 0,533 * \frac{2 * 1}{\frac{1}{3} + 1} = 0,792 \quad (4.10. e)$$

$$\Gamma_{43} = T_{23} \frac{\eta_4 - \eta_3}{\eta_4 + \eta_3} = 0,533 * \frac{1 - 1/3}{1 + 1/3} = 0,266 \quad (4.10. f)$$

3. ortamdan yansıyan dalganın 1. ortam sınırındaki ve 4. ortamdan yansıyan dalganın 2.ortam sınırındaki yansıma ve iletilmeleri, yani sınır yüzeylerine ikinci kez çarpan dalgaların iletim ve yansımaları dikkate alınırsa, formülasyon aşağıdaki gibi olur.

$$T_{21} = \Gamma_{32} \frac{2\eta_1}{\eta_1 + \eta_2} = (-0,133) * \frac{2 * 1}{1 + \frac{1}{2}} = -0,177 \quad (4.11. a)$$

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{32} \frac{\eta_1 - \eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = (-0,133) * \frac{1 - 1/2}{1 + 1/2} = -0,044 \quad (4.11. b)$$

$$T_{32} = \Gamma_{43} \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_3} = 0,266 * \frac{2 * 1/2}{\frac{1}{2} + 1/3} = 0,316 \quad (4.11. c)$$

$$\Gamma_{23} = \Gamma_{43} \frac{\eta_2 - \eta_3}{\eta_2 + \eta_3} = 0,2665 * \frac{\frac{1}{2} - 1/3}{\frac{1}{2} + 1/3} = 0,052 \quad (4.11. d)$$

Program 4.2 ile elde edilen verilerle, yukarıdaki teorik sonuçlar birbirini doğrulamaktadır.

5. SONUÇ

Bu çalışmada bir boyutta FDTD ile düzlemsel ortamlarda elektromanyetik alanların nasıl hareket ettiği MATLAB kullanılarak simüle edildi.

Kaynak olarak TASA sınır kaynağı kullanıldı. Bu amaçla TASA sınır kaynağı boşlukta yumuşak kaynaktan elde edildi. TASA sınır kaynağı ile tek yönde yayılımı sağlanan elektromanyetik dalgaların, kendi içinde homojen, kayıpsız dielektrik bölgede nasıl hareket ettiği FDTFM ile MATLAB'ta simüle edildi. Kayıpsız dielektrik bölgenin sınırlarından sürekli yansıyan dalgaların zamanla sönümlendiği belirlendi.

Dielektrik ortam sayısı artırılarak, ortamların sınır yüzeyine çarparak yansıyan ve iletilen dalgaların hareketi simüle edilmiş ve bu hareketin doğruluğu, her sınır yüzeyine 2 kez çarpan dalgalar için teorik olarak ispatlanmıştır. Sonuç olarak FDTD ile dalganın, dielektrik sabitleri farklı olan ortamlarda nasıl ilerlediği simüle edilmiştir.

KAYNAKLAR

- Abdijalilov K., Schneider J. B., 2006. Analytic Field Propagation TFSF Boundary for FDTD Problems Involving Planar Interfaces: Lossy Material and Evanescent Fields. *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.* 5(1), 454–458.
- Bayliss A., Turkel E., 1980. Radiation Boundary Conditions for Wave-Like Equations. *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol. 33(6), 707-725.
- Berenger J. P., 1994. A perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves. 1. *Computational Physics*, 114(2), 185-200.
- Berenger J. P., 1996. A Perfectly Matched Layer for Free-Space Simulations in Finite-Difference Computer Codes. *Annales des Telecommunications*, 51, 39-46.
- Berenger J. P., 1996. Three-Dimensional Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves. 1. *Computational Physics*, 127(2), 363-379.
- Bindu G., Lonappan A., Thomas V., Aanandan C. K., Mathew K. T., 2006. Active Microwave Imaging for Breast Cancer Detection. *Progress in Electromagnetics Research, PIER* Vol. 58, P. 149–169.
- Bourgeois J. M., Smith G. S., 1998. A Complete Electromagnetic Simulation of the Separated-Aperture Sensor for Detecting Buried Land Mines. *IEEE Trans. Antennas Propagation*, Vol. 46(10), 1419–1426.
- Chew, W.C., Jin, J.M., Michielssen, E., Song, J., 2001. *Fast and Efficient Algorithms in Computational Electromagnetics*. Artech House, Norwood, MA, 931p.
- Converse M., Bond E.J., Van Veen B.D., Hagness S.C., 2006. A Computational Study of Ultra-Wideband Versus Narrowband Microwave Hyperthermia for Breast Cancer Treatment. *IEEE Transactions on Microwave Theory And Techniques*, 54(5), 2169-2180.
- Costen F., Bérenger J.P., 2009. Extension of the FDTD Huygens Subgridding to Frequency Dependent Media. *Ann. Telecommun.*, 65(3-4), 211-217.
- Drezek R., Dunn A., Kortum R.R., 2000. A Pulsed Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Method for Calculating Light Scattering from Biological Cells over Broad Wavelength Ranges. *Optics Express*, 6(7), 147-157.
- Erol Y., 2007. FDTD ile Mikrodalga Devre Analizine Yeni Bir Yaklaşım: Özyinelemeli Alt İzgaralama. *Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, 117s.
- Fear E. C., Li X., Hagness S. C., Stuchl M. A., 2002. Confocal Microwave Imaging for Breast Cancer Detection: Localization of Tumors in Three Dimensions. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 49(8), 812-822.
- Gandhi O.P., 1995. Some Numerical Methods for Dosimetry: Extremely Low Frequencies to Mikrowave Frequencies. 30(1), 161-177.
- Gedney S.D., 1996. An Anisotropic PML Absorbing Media for FDTD Simulation of Fields in Lossy Dispersive Media. *Electromagnetics*, 16, 399-415.
- Gürel L., Oğuz U., 2001. Simulations of Ground Penetrating Radars over Lossy and Heterogeneous Grounds. *IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing*, 39(6), 1190-1197.
- Gürel L., Oğuz U., 2003. Optimization of the Transmitter-Receiver Separation in the Ground-Penetrating Radar. *IEEE Trans on Antennas and Propagat.*, 51(3), 362-370.

- Hagness S. C., Taflove A., Bridges J. E., 1998. Two-Dimensional FDTD Analysis of a Pulsed Microwave Confocal System for Breast Cancer Detection: Fixed Focus and Antenna-Array Sensors. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 45(12), 1470-1479.
- Higdon R. L., 1986. Absorbing Boundary Conditions for Difference Approximations to the Multidimensional Wave Equation. *Mathematics of Computation*, 47, 437-459.
- Higdon R. L., 1987. Numerical Absorbing Boundary Conditions for the Wave Equation. *Mathematics of Computation*, 49, 65-90.
- Holland R., 1983. Finite-difference Solution of Maxwell's Equations in Generalized Nonorthogonal Coordinates. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 30, 4589-4591.
- Karpat E., 2009. Gömülü ve/veya Örtülü Nesnelerin Algılanmasında Yeni Yaklaşımlar. Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Bursa, 126s.
- Li X., Hagness S. C., 2001. A Confocal Microwave Imaging for Breast Cancer Detection. *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, 11(3), 130-132.
- Merewether D.E., Smith F.W., 1980. On Implementing a Numeric Huygen's Source Scheme in a Finite Difference Program to Illuminate Scattering Bodies. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 27(6).
- Miyazaki Y., Kouno K., 2009. FDTD Analysis of Spatial Filtering of Scattered Waves for Optical Ct of Medical Diagnosis. *Progress in Electromagnetics Research Symposium*, Beijing, China, March 23-27.
- Mur G., 1981. Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic Field Equations. *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 23, 377-382.
- Ramahi O. M., 1997. The Complementary Operators Method in FDTD Simulations. *IEEE Antennas Propagat. Magazine*, 39(6), 33-45.
- Schnieder, J.B., 2012. Understanding the Finite-Difference Time-Domain Method. <http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd/ufdtd.pdf>
- Sevgi L., 1999. Elektromanyetik Problemler ve Sayısal Yöntemler. Birsen Yayınevi, İstanbul, 214s.
- Sheen D., 1991. Numerical Modeling of Microstrip Circuits and Antennas. Ph.D. diss., MIT, Cambridge, MA.
- Sullivan D., 1990. Three-Dimensional Computer Simulation in Deep Regional Hyperthermia Using the Finite-Difference Time-Domain Method, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique*, 38(2), 204-211.
- Taflove A., Hagness S. C., 2005. *Computational Electrodynamics : The Finite Difference Time-Domain Method*. Artech House, 997s.
- Taflove A., 1998. *Advanced in Computational Electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, 735s.
- Teixeira F. L., Chew W. C., 1997. PML-FDTD in Cylindrical and Spherical Coordinates. *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, Vol. 7, P. 285-287.
- Teixeira F. L., Chew W. C., Straka M., Oristaglio M. L., Wang T., 1998. Ground Penetrating Radar on Dispersive, Inhomogeneous, and Conductive Soils. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(6), 1928-1937.
- Tofighi M.R., 2009. Modeling of Biological Tissues Cole–Cole Dispersion for 0.5–30 GHz Using Relaxation Time Distribution Samples—Novel and Improved

- Implementations. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 57(10), 2588-2596.
- Tulintseff A., 1992. The Finite-Difference Time-Domain Method and Computer Program Description Applied to Multilayered Microstrip Antenna and Circuit Configurations. AMT: 336.5-92-041, Tech. Rpt., Jet Propulsion Laboratory.
- Uduwawala D., Norgren M., Fuks M., 2005. A Complete FDTD Simulation of a Real GPR Antenna System Operating Above Lossy and Dispersive Grounds. Progress in Electromagnetics Research, PIER 50, 209–229.
- Umashankar K. R., Taflove A., 1982. A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 24(4).
- Yee K.S., 1966. Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 14(3), 302-307.
- Zivanovic S.S., Yee K. S., Mei K.K., 1991. A Subgridding Method for the Time-Domain Finite Difference Method to Solve Maxwell's Equations. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 39, 471-479.

ÖZGEÇMİŞ

Gökhan ÖZTÜRK 1984 yılında Erzurum’da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Erzurum’da tamamladı. 2004-2009 yılları arasında Fırat Üniversitesi Elektrik&Elektronik Mühendisliği bölümünde lisans derecesini aldı. Mezuniyetinin ardından 2009 yılında Atatürk Üniversitesinde yüksek lisans eğitimine başladı. 2010-2012 yılları arasında Iğdır Üniversitesi Elektrik&Elektronik Mühendisliği Telekomünikasyon bilim dalında araştırma görevlisi olarak çalıştı. 2012 yılında Kafkas Üniversitesi Elektrik&Elektronik Mühendisliği Elektromanyetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Bilim dalında araştırma görevlisi olarak göreve başladı ve halen bu görevi sürdürmektedir.