

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**MARS HELİKOPTERİNİN MATEMATİKSEL MODELLENMESİ,
SİMÜLASYONU VE KONTROLÇÜ PERFORMANS KARŞILAŞTIRMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Furkan SEYREKBASAN

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Mekatronik Mühendisliği Programı

HAZİRAN 2024

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**MARS HELİKOPTERİNİN MATEMATİKSEL MODELLENMESİ,
SİMÜLASYONU VE KONTROLCÜ PERFORMANS KARŞILAŞTIRMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Furkan SEYREKBASAN
(518201035)**

Mekatronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Mekatronik Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Doç Dr. İlker Üstoğlu

HAZİRAN 2024

ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY ★ GRADUATE SCHOOL

**MATHEMATICAL MODELING, SIMULATION AND CONTROLLER
PERFORMANCE COMPARISON OF MARS HELICOPTER**



M.Sc. THESIS

**Furkan SEYREKBASAN
(518201035)**

Department of Mechatronics Engineering

Mechatronics Engineering Programme

Thesis Advisor: Assoc. Prof. Dr. İlker ÜSTOĞLU

JUNE 2024

İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 518201035 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Furkan SEYREKBASAN, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “MARS HELİKOPTERİNİN MATEMATİKSEL MODELLENMESİ, SİMÜLASYONU VE KONTROLCÜ PERFORMANS KARŞILAŞTIRMASI” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Doç Dr. İlker Üstoğlu**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Şeref Naci Engin**
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Volkan Sezer
İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : 3 Mayıs 2024
Savunma Tarihi : 12 Haziran 2024





Sevgili Aileme,



ÖNSÖZ

Bu tezde, Dünya dışında bir gezegende otonom uçuş gerçekleştiren ilk robotik helikopter olma özelliğine sahip Mars Helikopteri'nin matematiksel modellenmesi, simülasyonu ve farklı kontrolcü yöntemlerinin bu simülasyon üzerinde test edilerek performans analizi gerçekleştirilmiştir.

Bu tez çalışması boyunca desteklerini esirgemeyen danışmanım Doç Dr. İlker Üstoğlu'na ve İstanbul Teknik Üniversitesi ailesine teşekkür ederim. Milli Teknoloji Hamlesi ışığında yanımda olan tüm arkadaşlarıma minnetlerimi iletirim. Aileme, bana vermiş oldukları sonsuz güven ve destekleri için şükranlarımı sunarım.

Haziran 2024

Furkan Seyrekbasan
(Mekatronik Mühendisi)



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xi
SEMBOLLER	xiii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xv
ŞEKİL LİSTESİ.....	xvii
ÖZET.....	xix
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Tezin Amacı	1
1.2 Literatür Araştırması	1
1.2.1 Döner kanat sistemleri	2
1.2.2 Mars Helikopteri – Ingenuity	3
1.2.3 Kontrol yöntemleri	5
1.2.3.1 Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü.....	7
1.2.3.2 Bozucu önleyen gözlemleyici destekli kontrolcü	8
1.3 Tez İçeriği	9
2. MATEMATİKSEL MODELLEME	11
2.1 Eksen Takımları	11
2.1.1 Atalet eksen takımı.....	12
2.1.2 Yer eksen takımı	12
2.1.3 Gövde eksen takımı.....	13
2.2 Eksen Dönüşümleri	14
2.3 Hareket Denklemleri	17
2.3.1 Öteleme hareketi	17
2.3.2 Dönel hareket	19
2.4 Yer Çekimi Modeli.....	20
2.5 Atmosfer Modeli	21
2.5.1 Hava yoğunluğu modeli	22
2.5.2 Ses hızı modeli	22
2.5.3 Rüzgar modeli	23
2.6 Pervane İtki Modeli	24
2.7 Aktüatör Sistemlerinin Modellenmesi	31
2.7.1 Kollektif kontrol.....	32
2.7.1.1 İrtifa kontrolü	32
2.7.1.2 Yönelim kontrolü	32
2.7.2 Döngüsel kontrol.....	32
2.7.2.1 Yatış ve dikilme kontrolü.....	32
2.7.3 RPM motorlarının matematiksel modellemesi	34
2.7.4 Kollektif ve döngüsel motorlarının matematiksel modellemesi	34

2.8 Aerodinamik Model.....	35
2.9 Kütle ve Atalet Modeli	36
3. KONTROLCÜ TASARIMLARI.....	39
3.1 Doğrusallaştırma ve Durum Uzay Modeli	40
3.1.1 Kontrol edilebilirlik ve gözlemlenebilirlik.....	44
3.2 Oransal - İntegral -Türevsel (PID) Kontrolcü	45
3.2.1 İç çevrim.....	46
3.2.1.1 Yatış açısal hız kontrolcüsü.....	47
3.2.1.2 Dikilme açısal hız kontrolcüsü	50
3.2.1.3 Yönelim açısal hız kontrolcüsü	51
3.2.1.4 Düşey hız kontrolcüsü	54
3.2.2 Dış çevrim	58
3.2.2.1 Yatış aç kontrolcüsü	58
3.2.2.2 Dikilme aç kontrolcüsü	61
3.2.2.3 Yönelme aç kontrolcüsü.....	62
3.2.2.4 İrtifa kontrolcüsü	65
3.3 Bozucu Önleyen Gözlemleyici Destekli Kontrolcü	69
3.3.1 Gözlemleyici ve kontrol yapılandırması	70
3.4 Geri Beslemeli Doğrusallaştırma Kontrolcüsü.....	73
4. SİMÜLASYON SONUÇLARI VE KARŞILAŞTIRMA	79
4.1 Klasik Kontrolcü Simülasyon Çıktıları	79
4.2 Bozucu Önleyen Gözlemleyici Destekli Kontrolcü Simülasyon Çıktıları	80
4.3 Doğrusal Olmayan Durumlara Karşı Kontrolcü Performansı	84
4.4 Kontrolcülerin Karşılaştırılması	88
4.5 Komut Üreticisi ve Görselleştirme	92
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	95
KAYNAKLAR.....	97
EKLER.....	101
ÖZGEÇMİŞ.....	105

KISALTMALAR

BÖGDK	: Bozucu Önleyen Gözlemleyici Destekli Kontrolcü
DCM	: Direction Cosine Matrix
GBDK	: Geri Beslemeli Doğrusallaştırma Kontrolcüsü
LQR	: Linear Quadratic Regulator
NASA	: National Aeronautics and Space Administration
PD	: Proportional Derivative
PID	: Proportional Integral Derivative
RPM	: Revolutions Per Minute



SEMBOLLER

H	: Açısal Momentum
ρ	: Hava Yoğunluğu
g	: Yer Çekimi İvmesi
ϕ	: Yatış Açısı – Yer Eksen
θ	: Dikilme Açısı – Yer Eksen
ψ	: Yönelim Açısı – Yer Eksen
p	: Yatış Açısal Hız – Gövde Eksen
q	: Dikilme Açısal Hız – Gövde Eksen
r	: Yönelim Açısal Hız – Gövde Eksen
w	: Düşey Hız – Gövde Eksen
V_z	: Düşey Hız – Yer Eksen
h	: İrtifa – Yer Eksen
x_d	: x Değişkenine Ait Komut Sinyali
I_{ij}	: i ve j Eksenlerine Ait Atalet Değeri
$R_{2/1}$	: 1 Numaralı Eksenden 2'ye Vektör Taşıyan Rotasyon Matrisi
s	: Laplace Uzayındaki Değişken
τ_s	: Oturma Süresi
τ_c	: Zaman Sabiti
ζ	: Sönüm Oranı
$\%OS$	: Komuta Göre Yüzde Aşım Miktarı
C_T	: Aerodinamik İtke Katsayısı
C_p	: Aerodinamik Güç Katsayısı
μ_b	: Boylamsal Eşlenik İtke Vektörü Açısı
μ_y	: Yansal Eşlenik İtke Vektörü Açısı
β	: Kollektif Hatve Açısı
tf_s	: s Sistemine Ait Transfer Fonksiyonu
e_{bb}	: Birim Basamak Komut Cevabının Zaman Sonsuzda Hata Değeri
w_n	: Doğal Frekans
d	: Bozucu Sinyali

$\hat{d}$	: Bozucu Sinyali Kestirimi
K_p	: Oransal Kontrolcü Kazancı
K_d	: Türevsel Kontrolcü Kazancı



ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 1.1 : Mars Helikopteri'nin teknik özellikleri [3].	4
Çizelge 1.2 : Mars ve Dünya nicelik karşılaştırması [5].	5
Çizelge 2.1 : Gövde eksen takımı göstergeleri.	14
Çizelge 2.2 : Mars ve Dünya atmosfer nicelik karşılaştırması [5].	21
Çizelge 2.3 : Kütle ve atalet değerleri.	36
Çizelge 3.1 : Kontrolcü performans parametreleri.	39
Çizelge 3.2 : Kontrol türevleri.	43
Çizelge 3.3 : Yatış açısız hız kontrolcüsü transfer fonksiyonları.	47
Çizelge 3.4 : Yatış açısız hız tasarım parametreleri.	48
Çizelge 3.5 : Yönelme açısız hız kontrolcüsü transfer fonksiyonları.	51
Çizelge 3.6 : Yönelme açısız hız tasarım parametreleri.	52
Çizelge 3.7 : Düşey hız kontrolcüsü transfer fonksiyonları.	55
Çizelge 3.8 : Düşey hız tasarım parametreleri.	55
Çizelge 3.9 : Yatış açısı kontrolcüsü transfer fonksiyonları.	59
Çizelge 3.10 : Yatış açısı kontrolcüsü tasarım parametreleri.	59
Çizelge 3.11 : Yönelim açısı kontrolcüsü transfer fonksiyonları.	63
Çizelge 3.12 : Yönelim kontrolcüsü tasarım parametreleri.	63
Çizelge 3.13 : İrtifa kontrolcüsü transfer fonksiyonları.	66
Çizelge 3.14 : Düşey hız tasarım parametreleri.	66
Çizelge 3.15 : İç ve dış kontrolcü kazanç tablosu.	68
Çizelge 3.16 : Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcü kazançları.	77
Çizelge 4.1 : BÖGDK performans incelemesi.	83



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 : Kararlılık tanımı.	2
Şekil 1.2 : Mars Helikopteri temel bileşenleri [3].	4
Şekil 1.3 : Mars Helikopteri kontrol mimarisi [3].	6
Şekil 1.4 : Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü.	7
Şekil 1.5 : Gözlemleyici tabanlı kontrolcü.	8
Şekil 2.1 : Uluslararası Astronomi Birliği'nin tanımladığı eksen takımları.	11
Şekil 2.2 : Mars Helikopteri'nin Mars yüzeyindeki yer eksenini gösterimi [3].	13
Şekil 2.3 : Mars Helikopteri üzerinde eksen gösterimi [4].	13
Şekil 2.4 : İki eksen arasında vektör taşıması.	15
Şekil 2.5 : Yer eksen takımı ile gövde eksen takımı açısız hız farkı.	16
Şekil 2.6 : Öteleme hareketi simülasyon modeli.	19
Şekil 2.7 : Dönel hareketin simülasyon modeli.	20
Şekil 2.8 : Ses hızı modeli.	23
Şekil 2.9 : Atmosfer modeli.	24
Şekil 2.10 : Disk momentum teorisi.	24
Şekil 2.11 : Mars Helikopteri pervane aerodinamik itki türevi [20].	26
Şekil 2.12 : Mars Helikopteri pervane aerodinamik güç türevi [20].	27
Şekil 2.13 : İtme dönüşüm modeli.	28
Şekil 2.14 : Pervane itme ve tork simülasyon modeli.	30
Şekil 2.15 : Mars Helikopteri aktüatör mekanizması [23].	31
Şekil 2.16 : Motor karıştırma modeli.	34
Şekil 2.17 : Aktüatör simülasyon modeli.	35
Şekil 2.18 : Genel simülasyon modeli.	37
Şekil 3.1 : Mars Helikopteri genel PID kontrolcü yapısı.	45
Şekil 3.2 : İç çevrim kontrolcüsü.	46
Şekil 3.3 : Yatış açısız hız kontrolcüsü.	47
Şekil 3.4 : Yatış açısız hız kök eğrisi.	48
Şekil 3.5 : Yatış açısız hız birim basamak cevabı.	49
Şekil 3.6 : Yatış açısız hız birim basamak simülasyon cevabı.	50
Şekil 3.7 : Dikilme açısız hız birim basamak simülasyon cevabı.	50
Şekil 3.8 : Yönelme açısız hız kontrolcüsü.	51
Şekil 3.9 : Yönelme açısız hız kök eğrisi.	52
Şekil 3.10 : Yönelme açısız hız birim basamak cevabı.	53
Şekil 3.11 : Yönelme açısız hız birim basamak simülasyon cevabı.	54
Şekil 3.12 : Düşey hız kontrolcüsü.	54
Şekil 3.13 : Düşey hız kök eğrisi.	56
Şekil 3.14 : Düşey hız birim basamak cevabı.	57
Şekil 3.15 : Düşey hız birim basamak simülasyon cevabı.	57
Şekil 3.16 : Yatış açısı kontrolcüsü.	58

Şekil 3.17 : Yatış açısı kök eğrisi.	60
Şekil 3.18 : Yatış açısı birim basamak cevabı.	60
Şekil 3.19 : Yatış açısı birim basamak simülasyon cevabı.	61
Şekil 3.20 : Dikilme açısı birim basamak simülasyon cevabı.	62
Şekil 3.21 : Yönelme açısı kontrolcüsü.	62
Şekil 3.22 : Yönelme açısı kök eğrisi.	64
Şekil 3.23 : Yönelme açısı birim basamak cevabı.	64
Şekil 3.24 : Yönelme açısı birim basamak simülasyon cevabı.	65
Şekil 3.25 : İrtifa kontrolcüsü.	65
Şekil 3.26 : İrtifa kök eğrisi.	67
Şekil 3.27 : İrtifa birim basamak cevabı.	68
Şekil 3.28 : İrtifa birim basamak simülasyon cevabı.	68
Şekil 3.29 : Bozucu önleyen gözlemleyici destekli kontrolcü yapısı.	71
Şekil 3.30 : BÖGDK simülasyon modeli.	72
Şekil 3.31 : Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcü blok diyagramı.	74
Şekil 3.32 : Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü Simulink modeli.	76
Şekil 3.33 : GBDK kazanç hesaplama diyagramı.	76
Şekil 4.1 : Oransal kontrolcü simülasyon grafik çıktıları.	79
Şekil 4.2 : Eyleyici arıza durumlarının modellenmesi.	80
Şekil 4.3 : BÖGDK simülasyon birim basamak cevabı.	81
Şekil 4.4 : BÖGDK yatış ve dikilme performansı.	82
Şekil 4.5 : BÖGDK yönelim ve irtifa performansı.	82
Şekil 4.6 : Kontrol sinyallerinin bozucu tespiti.	83
Şekil 4.7 : GBDK simülasyon birim basamak cevabı.	84
Şekil 4.8 : Klasik kontrolcü doğrusal olmayan durum performansı.	86
Şekil 4.9 : Doğrusal olmayan kaplin durumunun kontrolcü entegrasyonu.	86
Şekil 4.10 : GBDK doğrusal olmayan durum performansı.	87
Şekil 4.11 : Kontrolcü performanslarının karşılaştırılması.	89
Şekil 4.12 : Kontrolcüler arası geçişin simülasyon modeli.	90
Şekil 4.13 : Kumanda komutunun kontrolcülere uygulanması.	91
Şekil 4.14 : Simülasyon komut üretici modeli.	92
Şekil 4.15 : FlightGear veri paketinin oluşturulması.	93
Şekil 4.16 : Simülasyon görselleştirme.	93

MARS HELİKOPTERİNİN MATEMATİKSEL MODELLENMESİ, SİMÜLASYONU VE KONTROLCÜ PERFORMANS KARŞILAŞTIRMASI

ÖZET

Hava araçları, gerçekleştirilen ilk uçuştan bu yana sürekli olarak gelişim göstermektedir. Bilim ve teknolojinin gelişmesi ile birlikte yapılan her yenilik havacılık sektöründe ilerlemeye destek olmuştur. İlk zamanlarda askeri veya özel seyahat şeklinde olan havacılığın, sonrasında sivil sektöre yönelerek daha uyguna ve verimli uçabilme prensibi altında ulaşılabilirliği artmış ve günümüzde gökyüzünde anlık olarak binlerce uçak insanların ve kuruluşların seyahat ve taşımacılık isteklerini karşılamaktadır.

Havacılık terimi telafuz edilince ilk akla gelen sabit kanatlı sistemler olsa da döner kanatlı sistemler de artık havacılık sektöründe önemli bir yer edinmiştir. Özellikle küçük boyutlu döner kanat sistemleri görsel sanatlarda çok tercih edilen bir konuma gelmiştir. Bu tarz sistemler ilk başlarda eğlence amaçlı olarak kullanılsa da gün geçtikçe profesyonel iş sektörlerinde de kullanılmaya başlamıştır. Film, lojistik, sağlık, yangın söndürme, askeri gibi sektörler bunlardan bazılarıdır. Diğer yandan yakın zamanda şehir içerisinde uçan arabalar ile yolcu taşımacılığı yapılması için bu alanda yapılan çalışmalar gün geçtikçe artmaktadır.

Döner kanat sistemleri, sabit kanat sistemlerinden farklı olarak temelde itkiyi, sahip olduğu kanatları hava içerisinde döndürerek sağlamaktadır. Döner kanatlı sistemler doğası gereği kararsız sistemlerdir. Enerjilerini sönmüleyecek bir yapıya sahip değildir. Bu durum da onları sabit kanatlara göre verimsiz ve kontrolü zor bir araç haline getirmektedir. Fakat kalkış için bir piste gerek duymamaları, bulundukları yerden dikey olarak kalkış ve iniş yapabilmeleri de operasyon açısından çok önemli bir avantajdır.

NASA'nın geliştirmiş olduğu Ingenuity helikopteri de küçük bir döner kanat sistemidir. Bu sistem 1.8 kg ağırlığında, 1.2 m çapında ve 0.49 m yüksekliğinde olup iki adet koaksiyel pervane sistemine sahiptir. İlk uçuşunu 19 Nisan 2021 tarihinde yapmıştır. O tarihten bu yana toplamda 72 uçuş gerçekleştirmiş ve Mars'ta topladığı bilgileri Dünya ile paylaşmıştır. Son uçuşunu 18 Ocak 2024 tarihinde tamamlayan Mars Helikopteri, bu uçuşunda iniş sırasında alt kısımda bulunan pervanesinin yer ile teması sonucu kırılması sebebiyle görevini sonlandırmıştır.

Günümüzde kullanılan döner kanat sistemlerinin kontrolü üzerine birçok çalışma yapılmış olsa da Mars'ın atmosfer yapısı Dünya'daki bir helikopterin uçuşuna göre büyük zorluklar içermektedir. Bunlardan bazıları hava yoğunluğu, sıcaklık ve ses hızının farklı olmasıdır. Ses hızı, Mars'ta Dünya'ya göre yaklaşık %30 daha düşüktür. Bu durum, gereksiz titreşimlerden kurtulmak amacıyla pervane ucundaki azami ses hızı seviyesinin 0.7 Mach altında kalmak için gereken RPM değerini düşürmekte ve dolayısıyla erişilebilecek azami itkiyi azaltmaktadır [1].

Mars'taki hava yoğunluğu ise Dünya'nın yaklaşık yüzde biri kadardır. Bu durum elde edilebilecek itkiyi oldukça azaltmaktadır. Örnek vermek gerekirse Mars'ta Ingenuity'yi yerden 1m yukarıda asılı olarak tutmak, Dünya'da 30 km irtifada bunu gerçekleştirmek gibidir. Bu durumların aksine yer çekimi ivmesi yaklaşık 2.5 kat daha Mars'ta düşük olması sebebiyle gerekli itkiyi küçük de olsa azaltmaktadır.

Bu tezde Mars Helikopteri olarak adlandırılan Ingenuity'nin benzetim modeli yapılmış ve bu model üzerinden farklı kontrolcü yöntemleri kullanılarak performans analizi yapılmıştır. Performans kriterleri olarak komuta oturma zamanı, aşım yüzdesi, bozucu durumlarda kararlı kalabilme, doğrusal olmayan durumlara karşı sağlamlık gibi faktörler seçilmiştir.

Kontrolcülerin test edilmesi için MATLAB/SIMULINK ortamında bir nümerik simülasyon ile sistemin ve kontrolcülerin matematiksel benzetimi yapılmıştır. Mars ortamının modellenmesi, hava yoğunluğu, sıcaklık, yerçekimi ivmesi ve ses hızı gibi faktörler dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. Pervanelere ait itki ve tork hesaplamaları aerodinamik olarak modellenmiştir. Ingenuity'nin pervanelerinin hücum açısını kontrol eden servo sistemleri ve RPM üreten ana motorlar modellenmiştir. Newton ikinci hareket yasası temelinde 3 eksen duruş açısı ve 3 eksen pozisyon güncellemelerinin olduğu kinematik ve dinamik modeller geliştirilmiştir.

Mars Helikopteri'nde kontrolü test edilmek istenen çevrimler duruş açıları ve irtifa olarak belirlenmiştir. Yatış, dikilme ve baş açısı komutları yerine getirilirken irtifa komutlarının da takip edilmesi beklenmiştir. Kontrolcü yöntemleri olarak klasik PID, gözlemleyici ile tümleştirilmiş PID ve geribeslemeli doğrusallaştırma yöntemleri uygulanmıştır.

Modellenen Mars Helikopteri, Mars Atmosferi ve kontrolcü birleştirilerek kontrolcü testleri yapılmıştır. İlk olarak bozucu ve doğrusal olmayan durumların simülasyona uygulanmadığı durumlarda kontrolcü performansları incelenmiştir. Tasarım parametrelerine uygunluk gözlemlenmiştir. Sonrasında bozucu ve doğrusal olmayan durumlarda kontrolcülerin performansları incelenmiştir. Tasarım parametrelerini uyumluluk ve komut sinyalini takip etme performansları karşılaştırılmıştır.

Tüm testler yapıldıktan sonra simülasyon çıktıları analiz edilmiştir. Bozucu durumlarında bozucu önleyici gözlemleyici içeren kontrol sisteminin komut takibini içermeyen duruma göre daha iyi yaptığı gözlemlenmiştir. Doğrusal olmayan durumlarda ise klasik PID yönteminin yetersiz kaldığı ve tasarım parametrelerini sağlayamadığı gözlemlenmiştir. Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü ise komut takibindeki gereken tasarım parametrelerini sağlamış ve sistemin kararlılığını arttırmıştır.

Kontrolcüler karşılaştırıldığında bozucu ve doğrusal olmayan durumlara karşı kararlı ve tasarım parametrelerini sağlayan sistemin, bozucu önleyici gözlemleyici ve geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsünün birlikte kullanıldığı sistem olduğu kanısına varılmıştır.

Gelecek çalışmalarda, sistem gecikmeleri, modelleme hataları, ölçüm hataları gibi durumlarda göz önünde bulundurularak geliştirilen kontrolcülerin gerçek sistemler üzerinde uygulanabilirliğinin araştırılması planlanmaktadır.

MATHEMATICAL MODELING, SIMULATION AND CONTROLLER PERFORMANCE COMPARISON OF MARS HELICOPTER

SUMMARY

Air vehicles have been continuously evolving since the first flight. With the advancement of science and technology, every innovation has contributed to progress in the aviation sector. Initially, aviation was primarily military or private travel, but later it shifted towards the civilian sector, increasing accessibility under the principle of flying more affordably and efficiently. Today, thousands of aircraft fly in the sky, meeting the travel and transportation needs of individuals and organizations.

While fixed-wing systems are typically the first thing that comes to mind when aviation is mentioned, rotary-wing systems have also gained significant importance in the aviation sector. Especially, small-scale rotary-wing systems have become highly preferred in visual arts. Initially used for entertainment purposes, these systems have gradually been employed in professional sectors such as film, logistics, healthcare, firefighting, and military. Moreover, recent efforts in the development of flying cars for urban passenger transportation indicate increasing activities in this field.

Rotary-wing systems fundamentally generate thrust by rotating their wings within the air, unlike fixed-wing systems. Rotary-wing systems are inherently unstable and lack structures to dampen their energies, making them less efficient and more challenging to control compared to fixed-wing aircraft. However, their ability to take off without requiring a runway and perform vertical takeoff and landing from their current location are significant operational advantages.

NASA's Ingenuity, developed by NASA, is a small rotary-wing system. This system weighs 1.8 kg and has a diameter of 1.2 m and a height of 0.49 m, equipped with two coaxial propeller systems. It made its first flight on April 19, 2021. Since then, it has completed a total of 72 flights, sharing the information collected on Mars with Earth. The Mars Helicopter completed its last flight on January 18, 2024, concluding its mission due to the breaking of one of its rotors during the landing phase.

While numerous studies have been conducted on the control of rotary-wing systems used today, Mars' atmospheric structure presents significant challenges compared to the flight of a helicopter on Earth. Some of these challenges include differences in air density, temperature, and the speed of sound. The speed of sound on Mars is approximately 30% lower than on Earth. This situation reduces the maximum thrust that can be achieved by decreasing the RPM value required to keep the maximum sound velocity level at the propeller tip below 0.7 Mach, thereby reducing the maximum achievable thrust.

On Mars, the air density is approximately one percent of that on Earth. This significantly reduces the achievable thrust. For example, holding Ingenuity 1m above the ground on Mars is akin to achieving this at an altitude of 30 km on Earth.

Conversely, due to the gravitational acceleration being approximately 2.5 times lower on Mars, it slightly reduces the required thrust.

In this thesis, a simulation model of the Mars Helicopter, called Ingenuity, was created, and performance analysis was conducted using different control methods. Performance criteria such as command settling time, overshoot percentage, stability in disruptive conditions, and robustness against nonlinear situations were selected.

For testing the controllers, a numerical simulation of the system and controllers' mathematical simulation was conducted using the MATLAB/SIMULINK environment. The modeling of the Mars environment was carried out by considering factors such as air density, temperature, gravity acceleration, and the speed of sound. Propulsion and torque calculations for the propellers were modeled aerodynamically. Servo systems controlling the angle of attack of Ingenuity's propellers and main motors generating RPM were modeled. Kinematic and dynamic models updating the 3-axis attitude angles and 3-axis position based on Newton's second law were developed.

Flight maneuvers, defined as attitude angles and altitude commands, were set for testing the control of Ingenuity. While attempting to execute pitch, roll, and yaw angle commands, following altitude commands was expected. Controller methods such as classic PID, observer-integrated PID, and feedback linearization methods were applied.

The Mars Helicopter model, Mars atmosphere, and controller were integrated to conduct controller tests. Initially, the performance of the controllers was examined in scenarios where disruptive and nonlinear conditions were not applied to the simulation. Compliance with design parameters was observed. Subsequently, the performance of the controllers under disruptive and nonlinear conditions was evaluated. Their compliance with design parameters and command signal tracking performance were compared.

After all tests were completed, the simulation outputs were analyzed. It was observed that the control system with a disturbance observer performed better in command tracking than the system without it under disruptive conditions. The disturbance observer system detected the disturbance signals on the system, reconfigured the control signal, and mitigated the impact of the disturbances on the system. In nonlinear conditions, the classical PID method was found to be inadequate and did not meet the design parameters. However, the feedback linearization controller met the required design parameters for command tracking and increased the stability of the system. Nonlinear conditions that cannot be compensated by the classical controller are taken into account by the feedback linearization controller. By reflecting nonlinear conditions onto the system or input functions and making adjustments to the control signal, the controller's awareness of nonlinear conditions is enhanced.

When comparing the controllers, it was concluded that the system, which was stable against disruptive and nonlinear conditions and met the design parameters, was the one using a disturbance observer and feedback linearization controller together.

In future studies, it is planned to investigate the applicability of the developed controllers on real systems, taking into account conditions such as system delays, modeling errors, and measurement errors. Of course, incorporating these enhancements will affect controller performance. However, the motivation here is based on comparison. In other words, the performance of the classical controller and the observer-supported feedback linearization controller under the same conditions

and controller design parameters is being compared. Additionally, considering the crash during the last flight of the Mars Helicopter, development efforts are planned to use a disturbance observer-supported controller instead of a classical controller in the event of propeller damage. This aims to enable the continuation of the mission despite such damage.





1. GİRİŞ

Döner kanat sistemleri, doğrusal olmayışları ve küçük olanlarının sahip olduğu düşük ataletleri sebebiyle bozucu etkilere karşı doğal sönümlerinin zayıf olması nedeniyle sağlam ve dayanıklı kontrolcü yöntemleri ile kontrol edilme gereksinimi duymaktadırlar. Bununla birlikte doğrusal olmayan ve kaplin durumları için de doğrusal olmayan kontrolcü yöntemleri tercih edilebilmektedir.

Literatür incelendiğinde döner kanat sistemleri üzerinde kullanılan doğrusal ve doğrusal olmayan kontrolcü yöntemlerinin olduğu gözlemlenmektedir. Fakat Mars Helikopteri Ingenuity'nin yeni bir proje olması ve Dünya dışında uçuş için geliştirilmiş olması sebebiyle üzerinde yapılan çalışmalar geleneksel döner kanat sistemleri kadar fazla değildir.

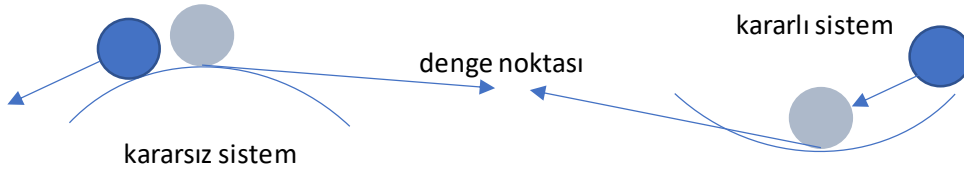
1.1 Tezin Amacı

Bu tezde bir döner kanat sistemi olan Mars Helikopteri'nin ve Mars ortamının matematiksel modelinin nümerik simülasyonu yapılmıştır. Farklı kontrolcülerin bu simülasyon üzerinden doğrusal olmayan durum ve bozuculara karşı kararlı kalabilme açısından tasarım parametrelerine uygun cevap verebilme koşulları göz önünde bulundurularak performanslarının karşılaştırılması hedeflenmektedir.

1.2 Literatür Araştırması

Döner kanat sistemleri ile ilgili literatürde birçok çalışma mevcuttur. Özellikle sistemin doğal olarak kararsız olması sebebiyle farklı kontrol yöntemleri geliştirilerek kararlılık arttırılmaya çalışılmaktadır. Kararlılığı temel olarak tanımlayacak olursak; bir sisteme bulunduğu durumu bozacak bir girdi verdiğimizde sistem bu bozulmadan sonra kendi denge noktasına tekrar gelme eğilimi gösteriyorsa bu sisteme kararlı olduğu tespiti yapılabilir. Şekil 1.1 üzerinden kararlılık ile ilgili basit bir örnek verilmiştir. Kararsız olan sistemde bir bozucu ile pozisyonu değiştirilen top, eski

konumuna gitmek yerine oradan uzaklaşmaktadır. Kararlı olan sistemde ise denge noktasından uzaklaştırılan top, tekrar o noktaya yönelmektedir.



Şekil 1.1 : Kararlılık tanımı.

Kararlılık tanımının bir diğeri de beklenen marj içerisinde beklenen performansı karşılayabilme olarak da yapılmaktadır. Beklenen performans parametrelerine uymayan sistem için kararsızlık durumu mevcuttur. Bu tez çalışmasında üzerinde çalışılan Mars Helikopteri de kendi doğası gereği kararsız bir sistemdir. Bu sebeple geliştirilen kontrolcüler ile kararsız olan bu sistem kararlı hale getirilmeye çalışılmıştır. Yapılan literatür araştırmasında, döner kanat sistemleri ve Mars Helikopteri'nin özelinde temel özellikleri ile bu sistemlere uygulanmış olan kontrolcü yöntemleri genel olarak incelenmiştir.

1.2.1 Döner kanat sistemleri

İnsansız hava aracı sistemleri sabit kanat, helikopterler ve multikopterler olarak sınıflandırılabilir. 2010 yılına kadar sabit kanat ve helikopterler tercih edilirken sonrasında multikopterler, kullanım kolaylığı, daha hafif olabilmeleri ve elektrikli çeşitlerinin daha yaygın olması sebebiyle farklı sektörlerde yoğun olarak kullanılmaya başlanmıştır [1]. Her ne kadar bu hava araçlarının kullanımı pilot açısından kolay olsa da multikopterler uçuş zamanı açısından verimli değildir. Sabit kanatlı sistemler saatler mertebesinde uçabilirken multikopter sistemler ise dakikalar seviyesinde havada kalabilmektedir. Bu sebeple verimlilik parametresi sabit kanatlı sistemlere göre daha önemli bir konu olmaktadır. Bunun yanında arıza durumunda da sistemin kendini kurtarabilmesi durumu multikopter sistemlerinde daha karmaşıktır. Kararsız bir sistem oldukları için motor arızası durumunda sabit kanat sistemler gibi süzülme durumları olmayacağı için itki sistemlerinin yedeklenmesi gerekmektedir. Örnek olarak vermek gerekirse yedeklilik olması açısından ve dengenin kontrol edilebilmesi için 4 motor yerine 8 motor seçilebilmektedir. Böylelikle motor arızalanması durumunda diğer motorlar ile bu denge sağlanabilmektedir. Aksi durumda daha az sayıda motorlu sistemde motor kayıpları ile hava aracının kontrolü kaybedilecektir.

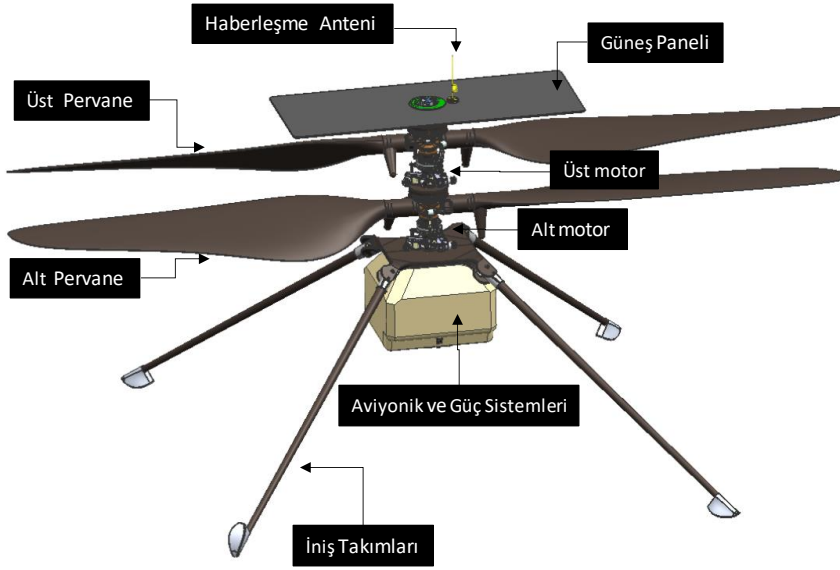
Multikopterler, 3, 4, 8, 12 ve daha fazla olacak şekilde yer eksenine dik konumlandırılan motorlara sahip, bu motorların döndürdükleri pervaneler ile yerçekimine karşı koyarak hava aracının ağırlığını taşıyan sistemler olarak özetlenebilir. Gövdeleri genellikle aerodinamik bir kaldırma oluşturmaz. Dolayısıyla kaldırma kuvveti sadece pervaneler, yani dönen kanatlar sayesinde oluşmaktadır. İtkinin sisteme yanlış beslendiği durumda denge sağlayıcı bir eyleyici ya da dinamik olmayacağı için kontrol kaybedilecektir. Bu sebep ile multikopterler kararsız sistemlerdir. Kontrolcüler tasarlanarak bu sistemler kararlı hale getirilebilir. Fakat kararsız olan bir sistemi kontrol etmek kararlı bir sistemi kontrol etmekten genellikle daha zordur. Doğrusal olmayan durumlar, bozucu etkiler, hatalı veya eksik modellemeler, değişken bilinmeyen parametreler gibi sistemin dengesini bozmaya çalışan faktörler sistemin kendisi tarafından değil tamamen kontrolcü tarafından kontrol edilmesi gerekmektedir.

2 adet motor ve itki sağlayan pervanelere sahip bir multikopter olan Mars Helikopteri de geleneksel döner kanat sistemlerinin zorluklarını içermektedir. Bunun yanında Mars ortamının zorlukları da sisteme dahil edilince güvenilir, kararlı ve dayanımlı kontrolcü yöntemleri kullanılması elzem duruma gelmektedir. Dünya ile Mars arasındaki iletişimin uzak mesafeler sebebiyle gecikmeli olmasından dolayı Mars Helikopteri'nin tüm görevini otonom şekilde yerine getirmesi gerekmektedir. Arıza durumlarına ve değişen ortam koşullarına karşı sistemin güvenilir olması yapılan görevin süresini ve başarısını arttırmaya katkı sağlayacaktır.

1.2.2 Mars Helikopteri – Ingenuity

Mars Helikopteri tasarımı ile bir multikoptere benzemektedir. Alt ve üst kısımda konumlandırılmış iki döner pervane ile itki sağlanırken pervanelerin üstündeki güneş enerjisi ve gövde altında bulunan bataryalar ile sistemin ihtiyacı olan elektriksel güç karşılanmaktadır. Navigasyonu, görsel işleme, lazer ve üzerinde bulunan ataletsel ölçüm üniteleri ile sağlamaktadır. Pervanelerin kollektif ve döngüsel kontrolünü küçük servolar ile kontrol etmektedir.

Mars Helikopteri'ne ait temel sistem bileşenleri, Şekil 1.2 ile gösterilmiştir. Burada haberleşme anteni, güneş paneli, alt ve üst eyleyici ve pervane sistemleri, iniş takımları, aviyonik ve güç sistemleri gösterilmiştir.



Şekil 1.2 : Mars Helikopteri temel bileşenleri [3].

Mars ortamının zorlu koşullarında hedeflenen görevlerin yerine getirilmesi için helikopterin tasarımındaki kısıtlar önemli bir yere sahiptir. Yoğunluğun az olması ve ses hızının düşük olması sebebiyle pervanelerden elde edilebilecek itki düşük olmaktadır. Bu sebeple helikopterin mümkün olduğunca hafif ve verimli olması için farklı tasarımlar üzerinde çalışılmıştır [2]. Yapılan tasarım çalışmalar ile geliştirilen nihai Mars Helikopteri'nin teknik özellikleri Çizelge 1.1 ile verilmiştir.

Çizelge 1.1 : Mars Helikopteri'nin teknik özellikleri [3].

Nicelik	Değer	Birim
Toplam Ağırlık	1.8	kg
Rotor Çapı	1.21	m
Rotor Aralık	0.1	m
Yer Etkinlik Mesafesi	0.3	m
İniş Takımı Alanı	0.36	m ²
İtki Ağırlık Oranı (yoğunluk bağımlı)	130 -160	%
Uçuş Süresi	≥ 1.5	dak
Rotor Hızı	≤ 2800	RPM
Kollektif Kontrol Açısı Limitleri	-4.5, +17.5	Deg
Döngüsel Kontrol Açısı Limitleri	± 10	Deg

Mars Helikopteri göreve gönderilmeden önce Dünya üzerinde oluşturulmuş sentetik Mars simülatörlerinde benzetilen ortam koşulları altında birçok teste maruz bırakılmıştır. Bu test koşullarında hava yoğunluğu, sıcaklık, yer çekimi ivmesi gibi önemli parametrelerin benzetimi yapılarak helikopter sisteminin bu parametreler altında çalışma durumu incelenmiştir [4]. Her ne kadar yer çekiminin Dünya'ya göre

az olması kaldırılması gereken ağırlığı azaltsa da hava yoğunluğu ve ses hızının düşük olması sebebiyle alınabilecek itki çok sınırlı kalmaktadır. Pervane uclarındaki ses hızının 0.7 Mach'ın altında olması gerektiği için pervanenin dönebileceği azami dönüş hızı RPM cinsinden denklem 1.1'de hesaplanarak gösterilmiştir [2].

$$V_{pervane\ ucu} = w_{pervane} * r_{pervane}$$

$$w_{max}(RPM) = \frac{0.7 * 233 \left(\frac{m}{s}\right)}{0.605 (m)} * \frac{180}{\pi} * \frac{60}{360} \approx 2575 \quad (1.1)$$

Denklem 1.1 incelendiğinde ses hızı, Dünya üzerinde standart atmosfer koşullarındaki ses hızından düşük olarak alınmıştır. Bunun dışında Mars'ın Dünya ile karşılaştırıldığında ortamsal başka farklılıkları da mevcuttur. Bu temel farklar Çizelge 1.2 ile verilmiştir.

Çizelge 1.2 : Mars ve Dünya nicelik karşılaştırması [5].

Nicelik	Dünya	Mars	Birim
Hava Yoğunluğu	1.225	0.017	kg/m ³
Yer Çekimi İvmesi	9.81	3.73	m/s ²
Ortalama Sıcaklık	15	-50	°C
Ses Hızı	340.3	233.1	m/s
Pervane Ucu Hızı [0.7 M]	238	163	m/s

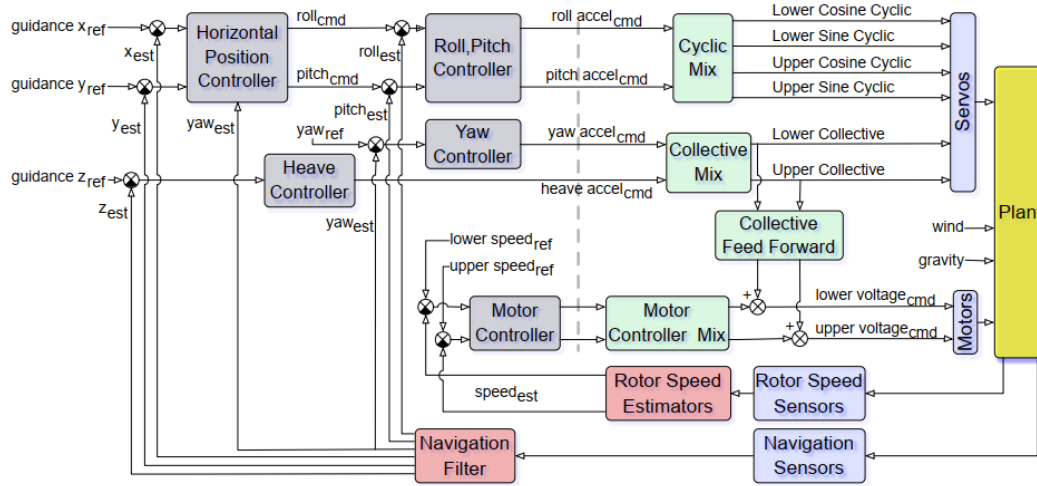
1.2.3 Kontrol yöntemleri

Mars Helikopteri için NASA, yapılan çalışmaları makale olarak yayınlamıştır. Uçuş dinamiği ve modelleme ile ilgili makale içerisinde motorların ve sensörlerin, itki pervanelerinin aerodinamik kuvvetlerinin yanı sıra sistem tanımlama ve kararlılık analizlerinden bahsedilmiştir. Ayrıca simülasyon çıktıları da paylaşılmıştır [4].

Güdümlü ve kontrol ile ilgili yapılan çalışmaların olduğu makalede iç ve dış çevrimlerin kontrol yapıları, kullanılan kontrolcü teknikleri ve kararlılık üzerinde durulmuştur. Dış çevrim olan pozisyon kısmında PID ve döngü şekillendirme kullanılırken iç çevrim olan açı kontrolünde PD ve döngü şekillendirme kullanılmıştır. Havada asılı kalma ve yönelme için ayrı olarak PID ve döngü şekillendirme kullanıldığından söz edilmiştir [6].

Üst otonomi ve görev kontrol yöntemlerinden bahsedilen makalede ise sistem parametrelerinden, uçuş alanı olan Mars gezegeninin atmosfer ve yerçekimi gibi Dünya'dan farklı olan parametrelerinden bahsedilmiştir. Kullanılan seyrüsefer

sensörleri ve özellikleri, aviyonik ve yazılım mimarisine ait tasarım şematikleri verilmiştir. Kalkış, iniş ve seyir modları üzerinde konsept tasarımları detaylı olarak anlatılmıştır. Şekil 1.3 ile kullanılan kontrol mimarisi gösterilmiştir.



Şekil 1.3 : Mars Helikopteri kontrol mimarisi [3].

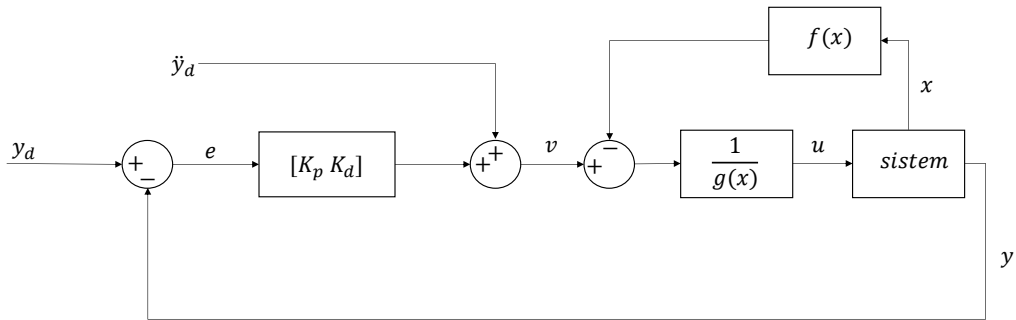
Mars Helikopteri hakkında yapılan çalışmalar her geçen yıl artış göstermektedir. NASA'nın yayınlarının yanı sıra bu helikopter üzerinde çalışmaların yapıldığını görülmektedir. [7]'de Mars Helikopteri'nin uçuş dinamiği modellenmiş ve koaksiyel motorlu yapının aerodinamik modellemesi üzerinde çalışmalar yapılmış, koaksiyel yapının Mars Helikopteri'ni verimli bir hale getirirse de kontrol anlamında stabil olmayan bir hale getirdiği ve kontrol kaplinleri oluşturduğunu belirtilmiştir. Multikopter sistemlerinin kontrolünde doğrusal ve doğrusal olmayan kontrolcü yöntemleri uygulanmaktadır. Sistemi doğrusallaştırılarak uygulanan doğrusal kontrol yöntemleri ile her ne kadar hava aracı askıda kalabilse de daha iyi performans için doğrusal olmayan kontrolcüler literatürde tercih edilmektedir. Bu kontrol yöntemlerinden bazıları geri adımli kontrolcü, kayar mod kontrolcü ve geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsüdür. [8]'de Mars Helikopteri'nin doğrusal olmayan modeli oluşturulmuş ve bu model üzerinden doğrusal olmayan kontrolcüler ile pozisyon ve duruş kontrolü yapılmıştır. [9]'da Mars Helikopteri akış simülasyonlarına tabi tutularak aerodinamik açıdan analiz edilmiştir. ANSYS akış analizlerinin sonucuna göre koaksiyel tasarımın tüm itkiyi arttırırken gereken RPM değerini de düşürdüğünü gözlemlenmiştir. Ayrıca PID kullanılarak yatış, dikilme ve yönelme açılarının kontrolü yapılmıştır. Pozisyon kontrolü için de PID kullanılmıştır.

Bu çalışmada Newton denklemleri kullanılarak 6 serbestlik dereceli numerik simülasyonu oluşturulan Mars Helikopteri'nin duruş açıları olan yatış, dikilme ve yönelme ile yere göre yüksekliği kontrol edilmiştir. Kontrol için 3 farklı yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemler klasik PID, bozucu gözlemleyici tabanlı PID ve geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü yöntemleridir. Normal koşullar altında bu kontrolcülerin çalışma performansları sunulduktan sonra bozucu ve doğrusal olmayan durumlarda kontrolcü performansları incelenerek karşılaştırılmıştır.

1.2.3.1 Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü

Doğrusal ve zamanla değişmeyen sistemler için doğrusal kuadratik regülatör(LQR), H sonsuz, adaptif kontrol gibi birçok kontrol yöntemi mevcuttur. Kapalı çevrimde sistemin başarılı olabilmesi için bu kontrolcü tekniklerinin tam durum geri beslemelerine ihtiyaçları bulunmaktadır. Fakat doğrusal olmayan sistemler daha karmaşıktır. Her sistem için ayrı bir tasarım gerekebilir. Diğer bir ifadeyle tüm doğrusal olmayan sistemler için tek bir kontrol tekniği mevcut değildir.

Geri Beslemeli Doğrusallaştırma Kontrolcüsü(GBDK) bu konuda geniş çaplı bir kullanıma sahiptir. Doğrusal olmayan problemleri doğrusal kontrol tasarım problemine çevirir. GBDK temel yapısı Şekil 1.4 ile gösterilmiştir [10]. Buradaki y_d komut sinyali, e komut ile durum arasındaki hata, $\ddot{y}_d$ komut sinyalinin ikinci türevi, v doğrusallaştırma öncesi kontrol çıkışı, $f(x)$ doğrusallaştırma fonksiyonu, $g(x)$ giriş tersleme fonksiyonu ve u 'da sisteme verilen nihai kontrol sinyalidir. K_p ve K_d kazançları da kapalı çevrim kazançlarıdır.



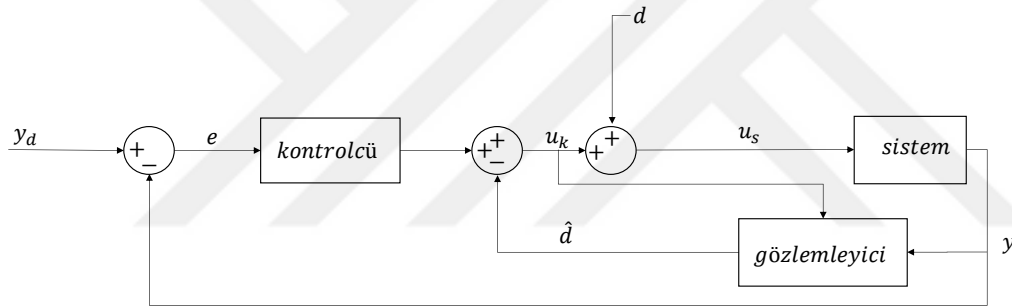
Şekil 1.4 : Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü.

[11]'de doğrusal kontrol yöntemi olan LQR (Linear Quadratic Regulator) kullanarak doğrusal olmayan kontrolcü yöntemi olan geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü ile karşılaştırılmıştır. LQR'in GBDK'ye göre daha yavaş kaldığı izah edilmiştir.

1.2.3.2 Bozucu önleyen gözlemleyici destekli kontrolcü

Bozucu Önleyen Gözlemleyici Destekli Kontrolcü(BÖGDK) tekniği kontrol etmek istenilen sistemleri bozucu etkenlere karşı korumak için tasarlanmaktadır. Temelinde artık sinyal hesabı yaparak bu artık sinyal için gerekli giriş sinyalini düzeltip istenen yörünge takibini sağlamayı hedeflemektedir. Eğer bozucu bir sinyal yok ise ve gerçek sistem ile modellenmiş sistem çıktıları benzer ise klasik şekilde kontrolcü çalışmaya devam edecektir.

Bozucu önleyen gözlemleyici destekli kontrolcüye ait temel blok gösterimi Şekil 1.5 ile verilmiştir. Buradaki d bozucu(artık) sinyali, $\hat{d}$ bozucu sinyalin gözlemleyici tarafından hesaplanan değeri, y_d referans komut , y sistem çıkışı, e komut ile çıkış arasındaki fark/hatayı, u_k gözlemleyici ile birlikte düzeltilen giriş komutu, u_s bozucu etkiler ile birlikte sistemi etkileyen giriş sinyalini temsil etmektedir [12].



Şekil 1.5 : Gözlemleyici tabanlı kontrolcü.

Gözlemleyici tabanlı kontrolcü sistemleri doğrusal veya doğrusal olmayan sistemlere uygulanabilmektedir. [13]'te doğrusal olmayan gözlemleyici kullanarak bir multikopterin duruş kontrolünü sağlamıştır. [14]'te ise doğrusal aktif bir gözlemleyici kullanarak multikopterin bozuculara karşı dayanıklılığının arttığı gösterilmiştir. Bilinmeyen dinamikler ve bozucular, kontrol sinyalinin takip edilme performansını azaltmanın yanı sıra kontrolün tamamen kaybedilmesine de sebebiyet verebilir. PID, LQR ve diğer klasik doğrusal kontrolcü yöntemleri ile bu belirsizliklere karşı zayıf kalmaktadır. Çünkü bu yöntemler bu bozucuları hesaba katmadan kontrol sinyali üretmektedir [12].

1.3 Tez İçeriği

Tez alışması 4 ana kısımda incelenmiştir. Bu kısımlar, sistemin matematiksel modellenmesi, kontroli tasarımları, simülasyon ve değerlendirme olarak belirtilmiştir.

Bölüm 2’de Mars Helikopteri’nin matematiksel olarak modellenmesi yapılmıştır. Mars Helikopteri modeli; ktle, atalet, hareket denklemleri, kuvvet ve momentler, motor ve pervane itkilerinin matematiksel modellerini içermektedir. Bununla birlikte Mars ortamı modellenmiştir. Bu model içerisinde yer çekimi, atmosfer, hava yoğunluğu ve sıcaklık ile ses hızı modelleri bulunmaktadır. Döngüsel ve kollektif motor modellemeleri de bu bölümde yapılmıştır.

Bölüm 3’te matematiksel modellemesi yapılmış olan Mars Helikopteri için geliştirilen kontroli yöntemleri anlatılmıştır. Kontroli yöntemlerinin tasarım özellikleri ve matematiksel ifadeleri verilmiştir.

Bölüm 4’te simülasyon sonuçları gösterilmiş, doğrusal olmayan durumlarda ve bozuculara karşı kullanılan kontrolilerin performansları karşılaştırılmıştır. Simülasyon ortamının genel yapısı, komut sinyal üretilmesi ve görselleştirme alt yapısının kurulmasından bahsedilmiştir.

Bölüm 5’te kontroli performansları değerlendirilmiş, uygulama alanları hakkında bilgiler verilmiş ve gelecek çalışmalar için geliştirilmesi gereken kısımlardan bahsedilmiştir.

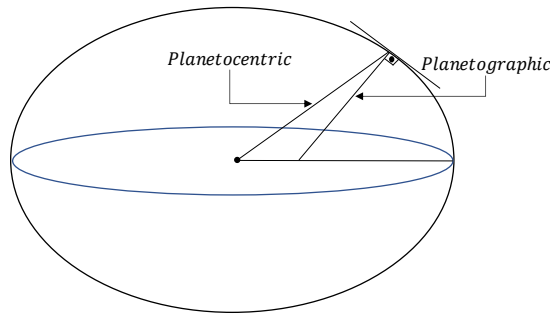


2. MATEMATİKSEL MODELLEME

Bu bölümde performansları karşılaştırılacak olan kontrolcülerin test edileceği ortam ve sistem alt bileşenlerine ait matematiksel modellemeler açıklanmıştır. Mars Helikopteri'nin kütle, atalet ve hareket denklemleri ile birlikte pervanelerin oluşturduğu aerodinamik itki ve eyleyiciler modellenmiştir. Mars ortamının yoğunluk, sıcaklık, ses hızı gibi atmosferik modellemesi de yapılmıştır. Her model kendi içerisinde aşağıdaki bölümlerde açıklanacaktır.

2.1 Eksen Takımları

Mars Helikopteri'nin uçuşunu yapacağı ortam olan Mars gezegeninde Uluslararası Astronomi Birliği'nin ifade ettiği şekilde iki çeşit eksen takımı tanımlanmıştır. İlki gezegen merkezli olan “planetocentric coordinates” isimli, merkezi gezegenin merkezinde kabul edilen polar bir koordinat sistemidir. Sağ el kuralının geçerli olduğu bu eksen takımında pozitif yönlü boylam yönünü doğu temsil ederken ekvatordan uzaklaştıkça pozitif yönlü enlem artışı olmaktadır. Bu eksen takımı genellikle kartografik çalışmalar için kullanılmaktadır. Diğer eksen takımı ise bulunan küre yüzeyinden ekvator düzlemine çizilen dik doğrunun açısı ile enlem bilgisini belirleyen “planetographic coordinates” isimli koordinat sistemidir. Bu eksen takımında pozitif yönlü boylam Mars gezegeninin dönüş yönünün tersi şeklindedir. Bu iki eksen takımı Şekil 2.1 ile gösterilmiştir [15].



Şekil 2.1 : Uluslararası Astronomi Birliği'nin tanımladığı eksen takımları.

Bu tezde Mars Helikopteri'nin ifade edileceği eksen takımları burada bahsedilen eksen takımlarından olmayacaktır. Çünkü pozisyon tanımlaması, coğrafi bir konumlama üzerinde değil helikopterin bulunduğu yer yüzeyine paralel izahi bir kartezyen koordinat sistemi üzerinde oluşturulacaktır. Merkezi yer yüzeyi olan ve bulunan yerdeki yüzeye çizilen paralel ile oluşturulan bu eksen takımı yer eksen takımı olarak belirtilmiştir. Newton hareket kanunlarının çalışacağı bu eksen takımı atalet eksen takımı olarak kabul edilecektir. Helikopterin gövde üzerinde bulunan eksen takımı ise gövde eksen takımı olarak isimlendirilmektedir. Bu eksen takımları detaylı olarak açıklanmıştır.

2.1.1 Atalet eksen takımı

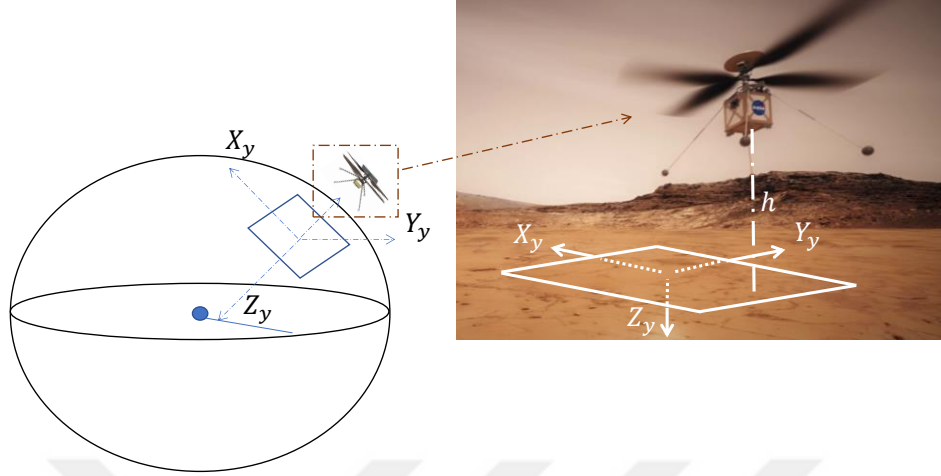
Newton kanunlarının geçerli olabilmesi için referans alınan eksen takımının sabit ve dönmeyen bir eksen takımı olması gerekmektedir. Tabi bu durum geliştirilen helikopter sisteminin ihtiyaçları doğrultusunda değişebilmektedir. Örnek olarak bir kara aracı için eğer sürati çok fazla değil ise atalet eksen takımı Dünya yüzeyinde bir nokta merkezli seçilebilir. Fakat Dünya hareket etmekte ve kendi eksenini etrafında da bir dönüş yapmaktadır. Dolayısıyla Dünya merkezinden çok uzakta olan bir yıldız göre Dünya üzerinde seçilen bir zahiri eksen takımında sabit olan bir cisim, aslında bu yıldızlardan bakan bir kişiye göre çok küçük de olsa teorik olarak hareket ediyor olacaktır. Atmosferik füze ve roket sistemlerinde Dünya'nın dönüşü de hesaba katılarak Coriolis etkisi ile güdüm hesaplamaları yapılmaktadır. Fakat düşük hızlarda bu etkiler ihmal edilebilir [16].

Mars Helikopteri'nin Newton hareket kanunlarının uygulanacağı referans eksen takımı yüzeye atanmış olan yer eksen takımı seçilmiştir. Nitekim helikopterin hızı çok düşük ve simülasyon alanı küçük bir alan olarak belirlenmiştir.

2.1.2 Yer eksen takımı

Helikopterin bulunduğu yerden yer yüzeyine bir dik doğru inildiğinde bu doğruya dik olan yüzeyin oluşturduğu eksen takımındır. Genellikle tasvir edilmesi kolay olduğu için tercih edilmektedir. Kartezyen bir koordinat sistemidir. Aşağı yönlü pozitif z , ileri yönlü pozitif x ve sağ el kuralına göre sağ yönlü pozitif y ile eksen işaretleri belirtilir. Dünya üzerinde seçilen bir yer eksen takımı için pozitif x yönü Kuzey'i ve pozitif y yönü Doğu'yu ifade etmektedir. Mars için de gezegenin kutbu pozitif x olarak seçilmiş

ve buna dik olacak şekilde gezegenin dönüş yönüne doğru pozitif y seçilmiştir. Yer ekseninin bileşenleri Şekil 2.2 ile gösterilmiştir.

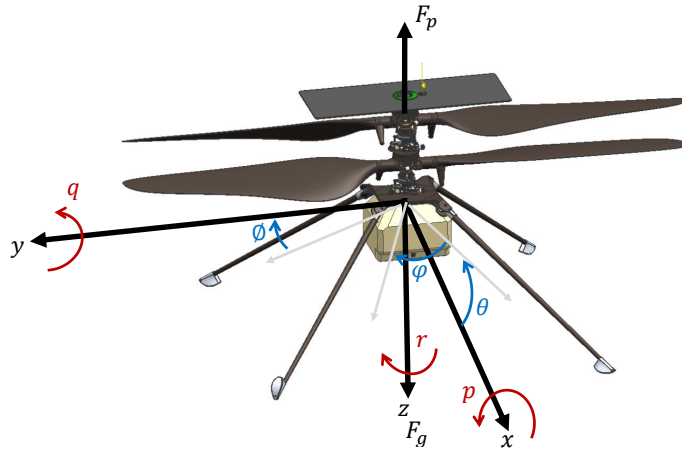


Şekil 2.2 : Mars Helikopteri'nin Mars yüzeyindeki yer eksen gösterimi [3].

Bu eksen takımı ile gövde eksen takımı arasındaki rotasyon, Euler açıları ile ifade edilmektedir.

2.1.3 Gövde eksen takımı

Kuvvet ve momentlerin hesaplandıktan sonra ivme ve hızların oluşturulduğu eksen takımıdır. Kartezyen bir koordinat sistemidir. Bu eksen takımına göre Helikopterin önü pozitif x , yer yüzeyine doğru olan kısmı pozitif z 'dir. Sağ el kuralına göre de helikopterin arkasından bakıldığında sağ kısım pozitif y 'yi temsil etmektedir. Pervanenin oluşturduğu itki ve tork bu eksen takımı üzerinde oluşmaktadır. Gövde eksen takımı ve üzerinde oluşan açı ve hız ifadeleri Şekil 2.3 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.3 : Mars Helikopteri üzerinde eksen gösterimi [4].

Gövde eksen takımı ile Mars yüzeyinde oluşturulan yer eksen takımı arasındaki açılar Euler açıları olarak ifade edilmiştir. Bu açıların zamana bağlı değişimi ile gövde ekseninde oluşan açısal hızlar birbirinden farklı açısal hızları ifade etmektedir. Bu farklılığa eksen takımlarının dönüşümleri olan bölümde değinilecektir. Helikopter üzerindeki notasyonların eksen bileşenlerindeki ifadeleri Çizelge 2.1 ile gösterilmiştir.

Çizelge 2.1 : Gövde eksen takımı göstergeleri.

Eksen	Doğrusal Hız	Pozisyon	Açısal Hız	Açı	Moment	Kuvvet	Atalet
Birim	$\frac{m}{sn}$	m	$\frac{rad}{sn}$	rad	Nm	N	kgm^2
X	u	x	p	$\emptyset$	L	F_x	I_{xx}
Y	v	y	q	θ	M	F_y	I_{yy}
Z	w	z	r	ψ	N	F_z	I_{zz}

2.2 Eksen Dönüşümleri

Üç boyutlu uzayda kartezyen bir eksen takımında bulunan bir vektörün başka bir eksen takımına taşınması rotasyon matrisleri ile yapılmaktadır. Bu rotasyon matrisleri bahsedilen iki eksenin birbirlerine göre olan rotasyon farklılıklarından oluşmaktadır. Özetle bir vektörün bulunduğu eksen takımından bir diğer eksen takımına olan izdüşümü rotasyon matrisleri kullanarak yapılmaktadır.

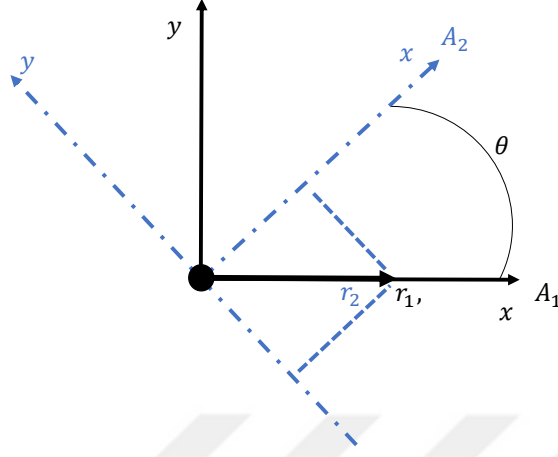
Eksenler arasındaki dönüşüm iki eksen üzerinde basitçe ifade edilebilir. r_1 , A_1 eksen takımında olan iki boyutlu derinliği olmayan bir vektör olsun. A_2 eksenini üzerinde bu vektörün iz düşümü (r_2) oluşturulmak istenirse denklem 2.1 kullanılır.

$$r_2 = R_{2/1} r_1$$

$$R_{2/1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Burada bulunan $R_{2/1}$ dönüşüm matrisidir. Bu matrisin içeriği iki eksen takımının birbirine göre olan açısı ile oluşmaktadır ve bu durum Şekil 2.4 ile gösterilmiştir. Burada r_1 vektörü $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ olarak tanımlanırsa r_2 vektörü denklem 2.2'deki gibi bulunur [16].

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$



Şekil 2.4 : İki eksen arasında vektör taşıması.

Bu dönüşüm 3 boyutlu eksen takımları üzerinde yapıldığında dönüşüm matrisi 3x3 boyutunda olur. Bu matrise rotasyon (DCM) matrisi ismi verilir. Rotasyon matrisleri ortogonal matrislerdir. Tersi transpozuna eşittir. Bu da dönüşümün tersinin rotasyon matrisinin transpozu alınarak kolaylıkla yapılmasına olanak sağlar.

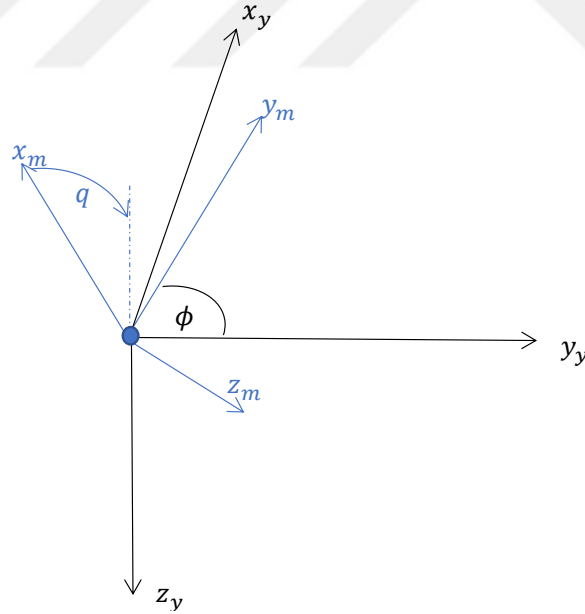
Matematiksel modeli oluşturulacak olan helikopterin gövde eksenini ile yer eksenini arasında rotasyon matrisi denklem 2.3'te verilmiştir. Buradaki rotasyon matrisi Euler açıları referans alınarak oluşturulmuştur. Helikopterin sağa ve sola dönel duruşu olan yatış (ϕ), ön kısmının aşağı yukarı dönel duruşu olan dikilme (θ) ve önünün baktığı yeri ifade eden yönelme (ψ) açıları ile bu rotasyon matrisi tanımlanmaktadır. Kosinüs ve sinüs terimleri baş harfleri olarak tanımlanmıştır. ($\cos(\theta) = c(\theta)$, $\sin(\theta) = s(\theta)$)

$$R_{G/Y} = \begin{bmatrix} c(\theta) c(\psi) & c(\theta) s(\psi) & -s(\theta) \\ s(\phi) s(\theta) c(\psi) - c(\phi) s(\psi) & s(\phi) s(\theta) s(\psi) + c(\phi) c(\psi) & s(\phi) c(\theta) \\ c(\phi) s(\theta) c(\psi) - s(\phi) s(\psi) & c(\phi) s(\theta) s(\psi) - s(\phi) c(\psi) & c(\phi) c(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Bu rotasyon matrisi ile yer eksen takımında bulunan bir vektör çarpılarak bu vektörün gövde eksen takımındaki izdüşümü hesaplanabilir. Yine aynı şekilde bu matrisin tersi ile gövde eksen takımında bulunan bir vektör yer eksen takımına taşınabilir. Bu çarpım işlemleri matris çarpım şeklinde yapılmaktadır. $R_{G/Y}$ matrisi yerden gövdeye, $R_{Y/G}$ matrisi ise gövdeden yere dönüşüm sağlamaktadır. Bu matrisler 3x3 boyutundadır. Çarpım işlemleri 2.4'teki denklemler ile gösterilmiştir [16].

$$\begin{aligned}
r_{G_{3x1}} &= R_{G/Y_{3x3}} * r_{Y_{3x1}} \\
R_{G/Y_{3x3}}^{-1} &= R_{G/Y'_{3x3}} = R_{Y/G_{3x3}} \\
r_{Y_{3x1}} &= R_{Y/G_{3x3}} * r_{G_{3x1}}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Gövde eksen takımında bulunan ataletsel ölçüm üniteleri ile helikopterin duruş kestirimi yapılabilmektedir. İvmeölçer sensörü ile helikopterin 3 eksen ivmesi ölçülürken jiroskop ile 3 eksenindeki dönel açısal hızlar ölçülmektedir. Sensörlerin yaptığı ölçümler Newton kanunları sonucu oluşan etkilerin sonucudur. Oluşturulan simülasyonda yer ekseninin atalet eksenini kabul edilmesi neticesinde jiroskop ölçümleri gövde eksen takımının açısal hızları olarak belirlenmiş olur. Bu açısal hızlar, helikopterin yere göre açısal hızlarına eşit değildir. Şekil 2.5 ile gösterildiği gibi yüksek bir yatış açısında bulunan helikopterin başını öne doğru hareket ettirmesi gövde eksen (xyz_m) takımında oluşturacağı q açısal hızını temsil ederken, yer eksen takımında (xyz_y) bulunan bir kişi için bu hareket ψ olarak gözlemlenecektir.



Şekil 2.5 : Yer eksen takımı ile gövde eksen takımı açısal hız farkı.

Gövde ve yer eksenindeki açısal hızlar bulundukları eksenden diğerine rotasyon matrisi kullanılarak taşınabilirler. Gövde ekseninde bulunan açısal hız vektörünü yer eksenine taşıyan rotasyon matrisi R_{w_y/w_g} şeklinde ifade edilecek olursa matrisin tersi

yani transpozu R_{w_g/w_y} olan matris de yer eksen takımındaki açıs al hızları gövde eksen takımına taşımaktadır. Bu matrisler ve çarpımları denklem 2.5'te gösterilmiştir [16].

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \cos(\theta) \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.3 Hareket Denklemleri

Hareket denklemleri yazılacak olan Mars Helikopteri'nin rijit bir gövde olduğu varsayımı yapılmıştır. Newton'un hareket kanunları üzerinden oluşturulan denklemler için sabit ve dönmeyen eksen takımı olarak Mars yüzeyine konuşlandırılan yer eksen takımı seçilmiştir. Mars'ın Güneş etrafında dönüşü neticesinden oluşan Coriolis etkileri ihmal edilerek bu seçim uygun görülmüştür. Nihayetinde helikopter düşük hızlarla hareket edecektir.

Hareket denklemleri 3 eksen öteleme ve 3 eksen dönel olacak şekilde oluşturulmuştur. İki eksen ifadesi için de Newton kanunları geçerlidir. Netwon 2. Kanunu doğrusal ve dönel eksenler için denklem 2.6'daki gibi gösterilmiştir.

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}\{m\mathbf{V}\}$$

$$\mathbf{M} = \frac{d}{dt}\{\mathbf{H}\} \quad (2.6)$$

Burada $\mathbf{F}$ helikopterin üzerindeki net kuvvet vektörü, m cismin kütlesi (sabit kabul edilecektir), $\mathbf{V}$ helikopterin hızı, $\mathbf{M}$ helikopterin üzerindeki net moment vektörü, $\mathbf{H}$ helikopterin açıs al momentumudur [17].

2.3.1 Öteleme hareketi

Helikopterin gövde eksen takımında oluşan kuvvetler, helikopterin ivmelenerek ötelenmesine sebep olmaktadır. Kuvvet neticesinde oluşan ivmenin bir kısmı dönel hareket ile indüklenirken diğ er kısmı kartezyen koordinatta hıza dönüşerek integrali neticesinde konum değ işimine sebep olmaktadır. Hareketli ve dönmeyen eksen takımı

yer eksen takımı olarak seçildiği için denklemlerin bu eksene göre yazılması gerekmektedir. Denklem 2.7’de bu ifade mevcuttur.

$$\frac{d}{dt}\{\mathbf{V}_Y\} = \left(\frac{d}{dt}\{\mathbf{V}_G\} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_G\right) \quad (2.7)$$

Denklem 2.7’deki $\boldsymbol{\omega}$, helikopterin gövde eksen takımındaki açısal hızının ifadesidir. Bu vektörün bileşenleri sırasıyla yatış, dikilme ve yönelme açısal hızları olup sembolleri P, Q, R ’dir. $\mathbf{V}_G$ ise helikopterin gövde eksen takımındaki hız vektörüdür. Bu vektörün bileşenleri sırasıyla ileri, sağa ve aşağı olup sembolleri U, V, W olarak gösterilir. Denklem 2.7’deki çapraz çarpım ifadesi denklem 2.8’de verilmiştir.

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_G = \begin{bmatrix} i & j & k \\ P & Q & R \\ U & V & W \end{bmatrix} = i(QW - RV) + j(RU - PW) + k(PV - QU) \quad (2.8)$$

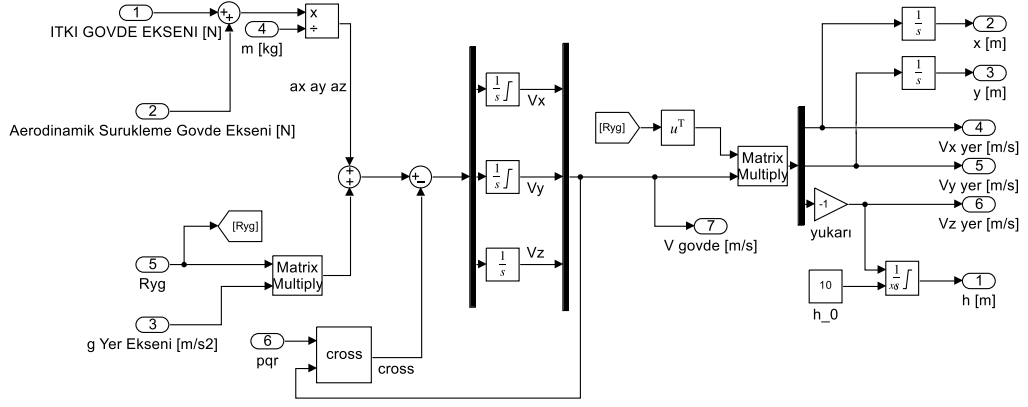
Denklem 2.7 ve 2.8 birleştirilip 3 eksen için ayrı ayrı yazılarak denklem 2.9 elde edilir.

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= (\dot{U} + QW - RV) \\ \ddot{y} &= (\dot{V} + RU - PW) \\ \ddot{z} &= (\dot{W} + PV - QU) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Denklem 2.9 ile de denklem 2.6 birleştirilir ise kuvvet denklemleri denklem 2.10’daki gibi yazılır.

$$\begin{aligned} F_x &= m\ddot{x} = m(\dot{U} + QW - RV) \\ F_y &= m\ddot{y} = m(\dot{V} + RU - PW) \\ F_z &= m\ddot{z} = m(\dot{W} + PV - QU) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Ötemele hareketinin oluşturulan simülasyon modeli Şekil 2.6 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.6 : Öteleme hareketi simülasyon modeli.

2.3.2 Dönel hareket

Helikopter için tanımlanan açısal momentum denklem 2.11’de verilmiştir [17]. Bu denklemde I atalet momenti matrisidir ve denklem 2.12’de gösterilmiştir. Bu matris içerisinde helikopterin atalet değerleri bulunmaktadır. Mars Helikopteri simetrik bir drone olduğu için $I_{xy} = I_{yx}$, $I_{xz} = I_{zx}$, $I_{yz} = I_{zy}$ ve tamamı 0 olarak kabul edilmiştir.

$$H = I \omega \quad (2.11)$$

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Denklem 2.7’deki öteleme denklemi gibi Newton hareket kanunu dönel hareket için denklem 2.13’teki gibi yazılır.

$$M = I \left(\frac{d}{dt} \{\omega\} + \omega \times \omega \right) + \omega \times H \quad (2.13)$$

Denklem 2.13’ün ikinci kısmı denklem 2.14’te verilmiştir. Buradaki h_x , h_y ve h_z denklem 2.11’de verilen açısal momentum bileşenleridir. $\omega \times \omega$ çarpımı 0 olarak kabul edilir.

$$\omega \times H = \begin{bmatrix} i & j & k \\ P & Q & R \\ h_x & h_y & h_z \end{bmatrix} = i(Qh_z - Rh_y) + j(Rh_x - Ph_z) + k(Ph_y - Qh_x) \quad (2.14)$$

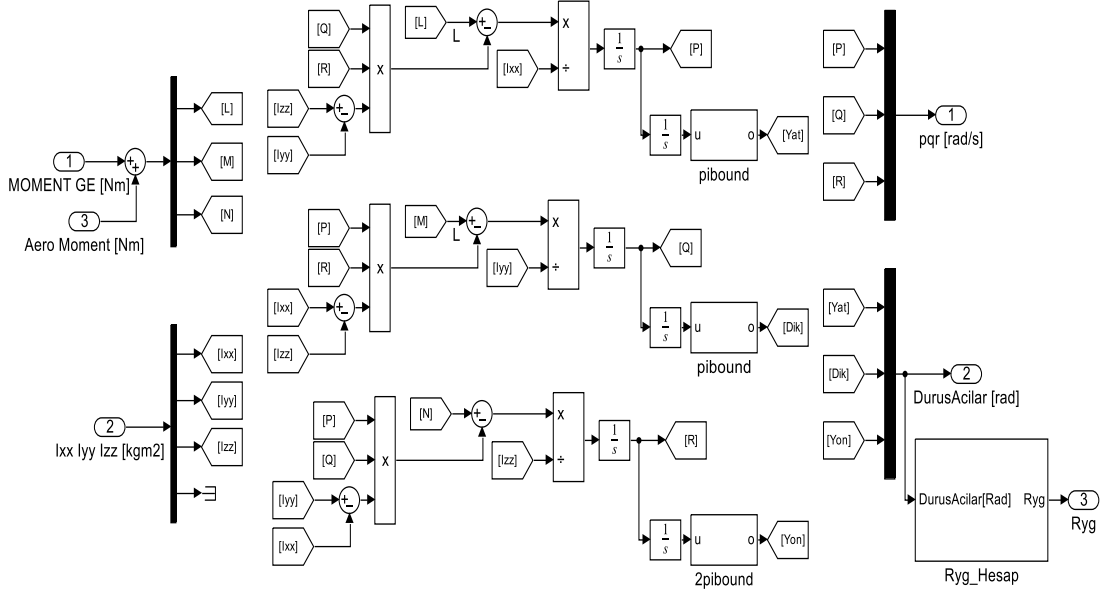
Denklem 2.14’e atalet matrisi entegre edilerek denklem 2.15 elde edilir.

$$(\omega \times H)_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} Q(I_{zz}R) - R(I_{yy}Q) \\ R(I_{xx}P) - P(I_{zz}R) \\ P(I_{yy}Q) - Q(I_{xx}P) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Denklem 2.15 ve 2.13 birleştirilip denklem 2.6'ya uygun yazılarak denklem 2.16 bulunur.

$$\begin{aligned} M_x = L &= I_{xx}\dot{P} + (I_{zz} - I_{yy})QR \\ M_y = M &= I_{yy}\dot{Q} + (I_{xx} - I_{zz})PR \\ M_z = N &= I_{zz}\dot{R} + (I_{yy} - I_{xx})PQ \end{aligned} \quad (2.16)$$

Dönel hareketin oluşturulan simülasyon modeli Şekil 2.7 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.7 : Dönel hareketin simülasyon modeli.

Yer eksenini ile gövde eksenindeki rotasyon matrisi de bu model içerisinde Mars Helikopteri'nin duruş açılarına bağlı olarak hesaplanmaktadır.

2.4 Yer Çekimi Modeli

Yer çekimi kuvveti döner kanat sisteminin havada asılı kalabilmesi için yenmesi gereken temel kuvvetlerdendir. Mars'taki yer çekimi ivmesi Dünya'dakinin yaklaşık %38'i kadardır [6]. Yer çekiminin Mars'ta az olması sebebiyle Mars Helikopteri'nin

ağırlığı az olacak ve pervanelerin helikopteri kaldırabilmesi için gereken kuvvet de azalmış olacaktır. Bu durum itki gereksinimini azaltan bir faktördür.

Dünya'daki yer çekimi ivmesi, bulunan konuma ve zamana göre küçük de olsa değişkenlik göstermektedir. Bu değişkenlikler farklı modelleme yöntemleri ile literatürde hesaplanmaktadır. Aynı şekilde Mars için de NASA tarafından oluşturulan Goddard Mars Modeli (GMM-3) yüksek doğruluklu yer çekimi verilerine sahiptir [18]. Bu çalışmada Mars Helikopteri gezegen yüzeyinde küçük bir alan içerisinde kontrol edileceği için detaylı modellemeye gerek duyulmamıştır. Sabit yer çekimi ivmesi denklem 2.17'deki gibi alınacaktır.

$$g_{mars} \left[\frac{m}{s^2} \right] = 3.73 \quad (2.17)$$

Burada hesaplanan ivme yer eksenini takımındadır. Hareket denklemlerinde bu ivmenin sisteme dahil edilmesi için denklem 2.3'teki dönüşüm matrisi ile çarpılarak gövde eksen takımındaki izdüşümü hesaplanmaktadır.

2.5 Atmosfer Modeli

Mars atmosferi sıcaklık, yoğunluk viskozite ve ses hızı gibi birçok yönden Dünya'dan farklıdır. Özellikle hava çok zayıftır. Yaklaşık olarak 0.01 ile 0.02 kg/m^3 arasındadır. Bu da Dünya'nın neredeyse yüzde biri kadar bir hava yoğunluğuna tekabül eder. Bu zayıf hava, Reynolds sayısının Dünya'dakine göre küçülmesine sebep olmaktadır. Mars ve Dünya'nın temel atmosfer parametre karşılaştırmaları Çizelge 2.2 ile gösterilmiştir.

Çizelge 2.2 : Mars ve Dünya atmosfer nicelik karşılaştırması [5].

Nicelik	Dünya($N_2 + O_2$)	Mars(CO_2)	Birim
Hava Yoğunluğu	1.225	0.017	kg/m^3
Sıcaklık	15	-50	der
Viskozite	0.0000175	0.0000113	Ns/m^2
Ses Hızı	340.3	233.1	m/s
Pervane Ucu Hızı ($M = 0.7$)	238	163	m/s
Reynold Sayısı ($M = 0.5$, chord = 0.1m)	1,297,000	19,100	-

Simülasyonun içeriğinde hava yoğunluğu ve ses hızı modellemeleri yapılmıştır. Bunun yanında rüzgar modeli de geliştirilmiştir.

2.5.1 Hava yoğunluğu modeli

Hava yoğunluğu pervaneler tarafından oluşturulan itki denkleminde bulunmaktadır. Bu sebeple sistem çıktısını direkt olarak etkilemektedir. Mars'ta 7 km'den düşük irtifalarda denklem 2.18 kullanılarak sıcaklık ve basınç hesaplamaları yapılmaktadır [19]. Buradaki h metre cinsinden helikopterin irtifası, T ise celsius cinsinden ortam sıcaklığı ve p kilo pascal cinsinden hava basıncını ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} p[KPa] &= 0.699 * e^{(-0.00009 * h)} \\ T[^{\circ}C] &= -31 - 0.000998 * h \end{aligned} \quad (2.18)$$

Denklem 2.19'da sıcaklık ve hava basıncı verileri kullanılarak hava yoğunluğu hesaplanmıştır.

$$\rho \left[\frac{kg}{m^3} \right] = \frac{p}{[0.1921 * (T + 273.1)]} \quad (2.19)$$

Örnek bir hesaplama, irtifanın 100 m olduğu Mars ortamında denklem 2.20'deki gibi hesaplanarak gösterilmiştir.

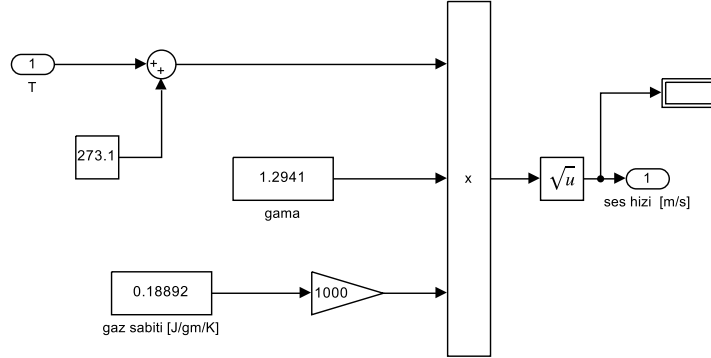
$$\rho_{h=100m} = \frac{0.69274}{[0.1921 * (-31.1 + 273.1)]} = 0.0149 \left[\frac{kg}{m^3} \right] \quad (2.20)$$

2.5.2 Ses hızı modeli

Ses hızının büyüklüğü pervane aerodinamik modelinde itkinin oluşumunu etkilemektedir. Hücum açısı ve ses hızının genliğine bağlı olarak itki azalma veya artma yönünde eğilim gösterebilmektedir. Ayrıca ses hızına yaklaştıkça akış teorisinde oluşan farklılıklar sebebiyle pervane itkisinde bozulmalar olabilmektedir. Bu sebeple pervanede bulunan en hızlı olan kısım pervane ucunun ses hızının 0.7 katını geçmemesine dikkat edilir [2]. Mars ortamında ses hızının hesaplaması denklem 2.21'de verilmiştir. Buradaki R gaz sabiti, T mutlak sıcaklık, γ ise spesifik sıcaklık oranıdır. Mars için, γ 1.2941, R ise 0.18892 J/gm/K değerine sahiptir.

$$a [m/s] = \sqrt{\gamma RT} \quad (2.21)$$

Ses hızı için oluşturulan model Şekil 2.8 ile gösterilmiştir. Simülasyonun çalıştırılması neticesinde ses hızı çıktısının Çizelge 2.2 ile verilen değere yakın olarak hesaplandığı görülmektedir. Aradaki fark, modeldeki ortam sıcaklığının -31 °C olarak alınması sebebiyle oluşmaktadır.



Şekil 2.8 : Ses hızı modeli.

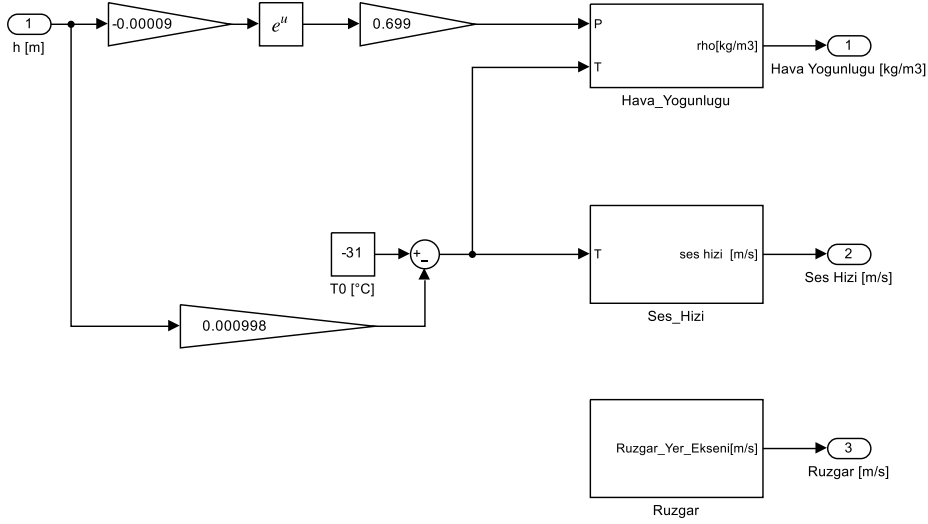
2.5.3 Rüzgar modeli

Mars Helikopteri'nin ve dış ortamın modelleneceği simülasyon içerisine rüzgar modellemesi de mevcuttur. Bu rüzgar modeli ile birlikte dinamik türbülans benzeri hava akışları oluşturulacak ve bu değişen hava hızı ile birlikte helikopterin üzerinde oluşan sürüklenme kuvvetleri hesaplanacaktır.

Mars Helikopteri azami olarak yatayda 9 m/s, dikeyde 2 m/s ve 3.5 m/s lik ani rüzgar koşullarında görevini yerine getirebilmektedir [4]. Rüzgarın bu nicelikleri modellenecek olup ani rüzgar değişimlerine karşı stabilizasyonun iyi sağlanıp sağlayamadığı farklı kontrolcüler ile test edilebilecek ve gözlemlenecektir.

Model girdileri yatayda ve dikeyde rüzgar şiddeti ve yönü, ani rüzgar için de rastgelelik oranı ve ani rüzgarın şiddeti ile yönü olarak ayarlanmıştır. Bu rüzgarların toplamı ile birlikte yer eksen takımında 3 eksende bir rüzgar vektörü oluşturulmuştur. Bu rüzgar vektörü denklem 2.3'teki yerden gövdeye dönüşüm matrisi ile çarpılarak gövde eksen takımındaki iz düşümleri hesaplanmıştır. Nihai olarak bulunan gövde eksen takımındaki rüzgar vektörü aerodinamik hesaplamalar için kullanılmıştır.

Hava yoğunluğu, ses hızı ve rüzgar hesaplamalarını içeren atmosfer modeli Şekil 2.9 ile gösterilmiştir. Ortam sıcaklığı -31 °C olarak alınmıştır. İlgili modeller içerisinde sıcaklık birimi Kelvin olarak dönüştürülmektedir.

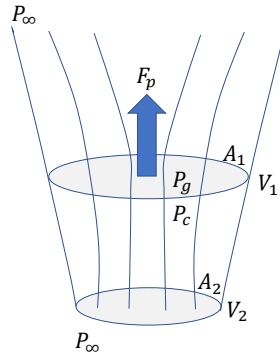


Şekil 2.9 : Atmosfer modeli.

2.6 Pervane İtke Modeli

Mars Helikopteri, döner kanatlı bir sistem olması sebebiyle itki gereksinimi sahip olduğu pervaneler tarafından karşılamaktadır. Pervaneler, aktüatörler ile döndürülerek itkiyi oluşturmaktadır. İtkinin oluşumu, pervanenin aerodinamik özelliğinden kaynaklanmaktadır. Aktüatörlerin dönüşü ile yatayda hız kazanan pervane palleri, havaya karşı bir hız kazandığı için tıpkı bir sabit kanat uçağın kanadı gibi kaldırma kuvveti oluşturmaktadır.

Pervane tarafından oluşturulan itki, aktüatör disk teorisi ile açıklanabilmektedir. Şekil 2.10 ile gösterildiği üzere, P_∞ basınçlı serbest dış hava ortamından A_1 alanlı pervane ile çekilen hava akışı P_g basıncında giriş yapıp P_c basıncında çıkış yapmaktadır. V_1 hızında hareket eden bu hava akışı A_2 alanına sahip bir alandan geçerken V_2 hızına sahip olmaktadır [21].



Şekil 2.10 : Disk momentum teorisi.

A_1 alanında basınç değişimi göz önüne alınırsa itki, denklem 2.22'deki gibi yazılabilir.

$$T = A_1(P_c - P_g) \quad (2.22)$$

Momentum değişimi açısından disk teorisi incelenirse itki, denklem 2.23'teki gibi yazılır.

$$(\dot{m}) V = T = (\rho A_1 V_1) V_2 \quad (2.23)$$

Bernoulli denklemi de itki hesabı için bu disk teorisinde uygulanabilmektedir. Pervanenin üst kısmı için eşitlik yazılırsa denklem 2.24'teki gibi ifade edilebilir.

$$P_\infty = P_g + \frac{1}{2} \rho V_1^2 \quad (2.24)$$

Benzer eşitlik alt kısım için denklem 2.25'teki gibi yazılır.

$$P_\infty + \frac{1}{2} \rho V_2^2 = P_c + \frac{1}{2} \rho V_1^2 \quad (2.25)$$

Diske giriş ve çıkış basınç farkı eşitsizliğini bulmak için denklem 2.24 ve 2.25'in farkları alınırsa denklem 2.26 elde edilir.

$$P_g - P_c = \frac{1}{2} \rho V_2^2 \quad (2.26)$$

Denklem 2.22'deki itki ifadesi kullanılmak için denklem 2.26 ile birleştirilir.

$$F_p = A_1 \left(\frac{1}{2} \rho V_2^2 \right) \quad (2.27)$$

Denklem 2.27'de V_2 terimini V_1 cinsinden yazmak gerekmektedir. Bunun için denklem 2.23 ile birleştirilir.

$$F_p = A_1 \left(\frac{1}{2} \rho V_2^2 \right) = (\rho A_1 V_1) V_2 \quad (2.28)$$
$$V_2 = (2) V_1$$

Denklem 2.28’de görüldüğü üzere pervaneden çıkış yapan hava A_2 alanında iki katı hızına ulaşmaktadır. Denklem 2.28’i, denklem 2.27’de kullanarak nihai itki denklemi elde edilir.

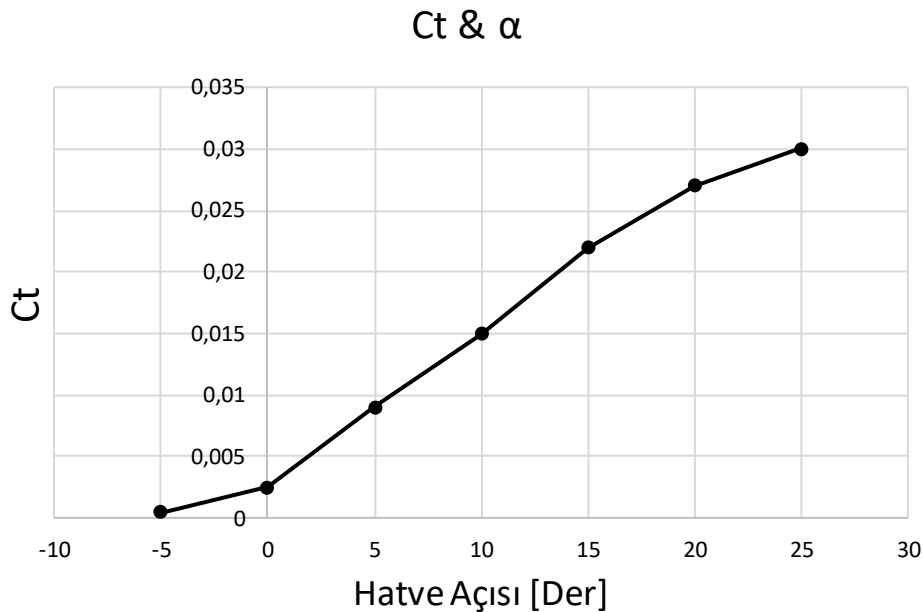
$$F_p = A_1(2\rho V_1^2) \quad (2.29)$$

Denklem 2.29, A_1 alanlı bir pervanenin ρ yoğunluklu bir hava içerisinde V_1 pervane ucu hava hızı ile dönerken oluşturacağı itkinin genel denklemidir. Fakat pervanenin yapısı, hatve açısı gibi faktörler bu denklemin genliğini değiştirebileceği için boyutsuz bir aerodinamik terim olan C_T de eşitliğe eklenerek denklem 2.30 elde edilir. Bu denklemdeki V_T terimi pervane ucundaki hava hızını temsil etmektedir. V_i ise induklenmiş hava hızını temsil etmekte olup denklem 2.29’daki V_1 hızı ile aynıdır. ω_T pervane açısal hızı ve, R ise parvane yarıçapını temsil etmektedir.

$$C_T = 4 \left(\frac{V_i}{V_T} \right)^2 \quad (2.30)$$

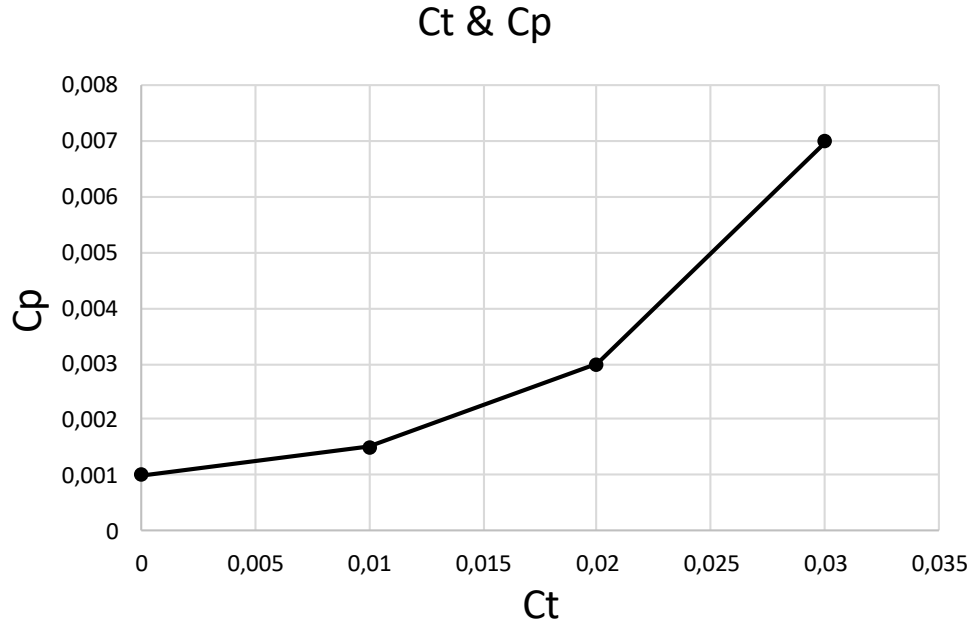
$$F_p = \frac{1}{2} (\rho V_T^2) A_1 C_T = \frac{1}{2} \rho \pi \omega_T^2 R^4 C_T$$

C_T terimi pervane pallerinin hatve açılara göre değişebilmektedir. Mars Helikopteri için hatve açısına bağlı yaklaşık aerodinamik türev grafiği Şekil 2.11 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.11 : Mars Helikopteri pervane aerodinamik itki türevi [20].

İtke türevinin güç denklemindeki karşılığı olan C_P terimi de C_T terimine bağlıdır. Mars Helikopteri C_P terimi grafiği Şekil 2.12 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.12 : Mars Helikopteri pervane aerodinamik güç türevi [20].

Güç denklemi, pervane ucundaki hava hızının itke ile çarpımı olarak denklem 2.31'deki gibi hesaplanabilir.

$$P = TV_1 = \tau_p \omega_p \quad (2.31)$$

Pervane torku (τ_p) hesaplaması ise güç denkleminde yola çıkılarak denklem 2.32'deki gibi hesaplanabilir. Bu denklemdeki ω_p pervanenin açısal hızını temsil etmektedir.

$$P = \frac{1}{2} \rho \pi \omega_p^3 R^5 C_p$$

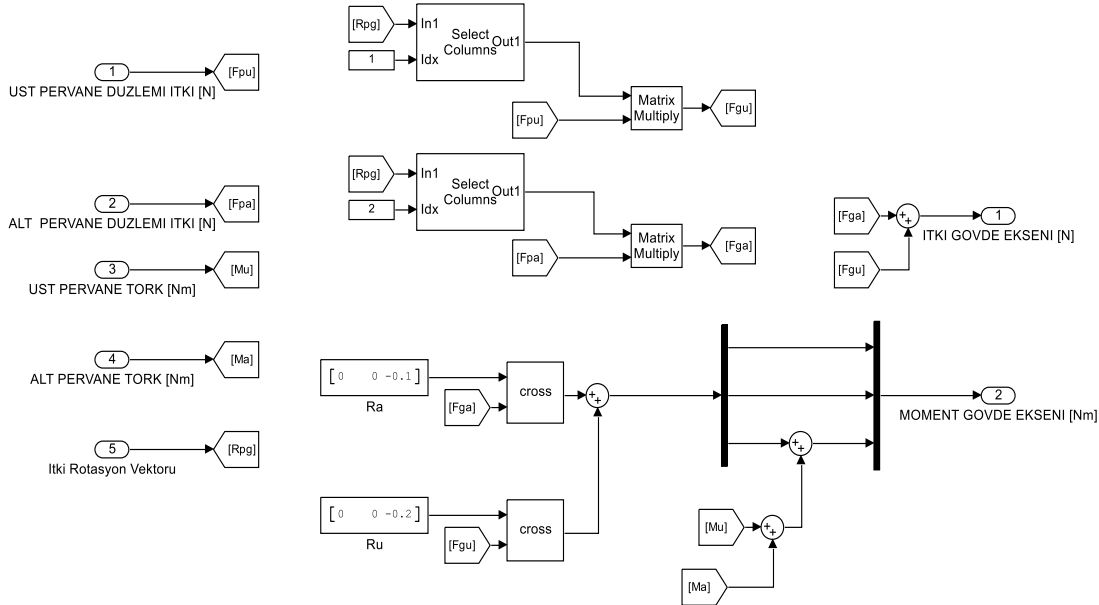
$$\tau_p = \frac{1}{2} \rho \pi \omega_p^2 R^5 C_p \quad (2.32)$$

Hesaplanan itke, pervane ekseninde olduğu için bu eksen takımından gövde eksen takımına taşınması gerekmektedir. Bu dönüşüm denklem 2.33'te gösterilmiştir. Buradaki θ_u ve θ_a ile ϕ_u ve ϕ_a , üst ve alt pervane itke vektörlerinin gövde eksenine göre oluşturdukları açılar ifadeleridir. F_u^p ve F_a^p , pervane ekseninde oluşan sırasıyla

üst ve alt pervanelere ait itkilerdir. F_x^g , F_y^g ve F_z^g ise gövde eksenine indirgemiş pervane kuvvet bileşenleridir.

$$\begin{bmatrix} F_x^g \\ F_y^g \\ F_z^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_u)\cos(\phi_u) & -\sin(\theta_a)\cos(\phi_a) \\ \sin(\phi_u) & \sin(\phi_a) \\ -\cos(\theta_u)\cos(\phi_u) & -\cos(\theta_a)\cos(\phi_a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_u^p \\ F_a^p \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Pervane eksen takımında oluşan kuvvetlerin gövde eksen takımına taşınması ve bu kuvvetlerin gövde eksen takımında oluşturacağı momentlerin hesabı da Şekil 2.13 ile gösterilen modelde uygulanmıştır. Bu modeldeki $R_{G/P}$, denklem 2.33'teki dönüşüm matrisidir.



Şekil 2.13 : İtki dönüşüm modeli.

Alt ve üst pervane tarafından oluşan itkinin sebep olacağı moment, denklem 2.33 ile pervane ekseninden gövde eksenine taşınan kuvvetlerin, Mars Helikopteri'nin dönme merkezi olan ağırlık merkezine olan mesafesi ile çapraz çarpımı sonucunda oluşmaktadır. İtkiden kaynaklı moment hesaplamaları denklem 2.34'te gösterilmiştir. Buradaki l_{zu} ve l_{za} alt ve üst pervane merkezleri ile helikopterin ağırlık merkezi arasındaki düşey mesafeyi belirtmektedir. Yatay düzlemde iki eksen çakışık kabul edilmiştir. M_x^g , M_y^g ve M_z^g ise gövde eksenine indirilmiş moment bileşenleridir.

$$\begin{bmatrix} M_x^g \\ M_y^g \\ M_z^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & l_{zu} \\ F_{xu}^g & F_{yu}^g & F_{zu}^g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & l_{za} \\ F_{xa}^g & F_{ya}^g & F_{za}^g \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

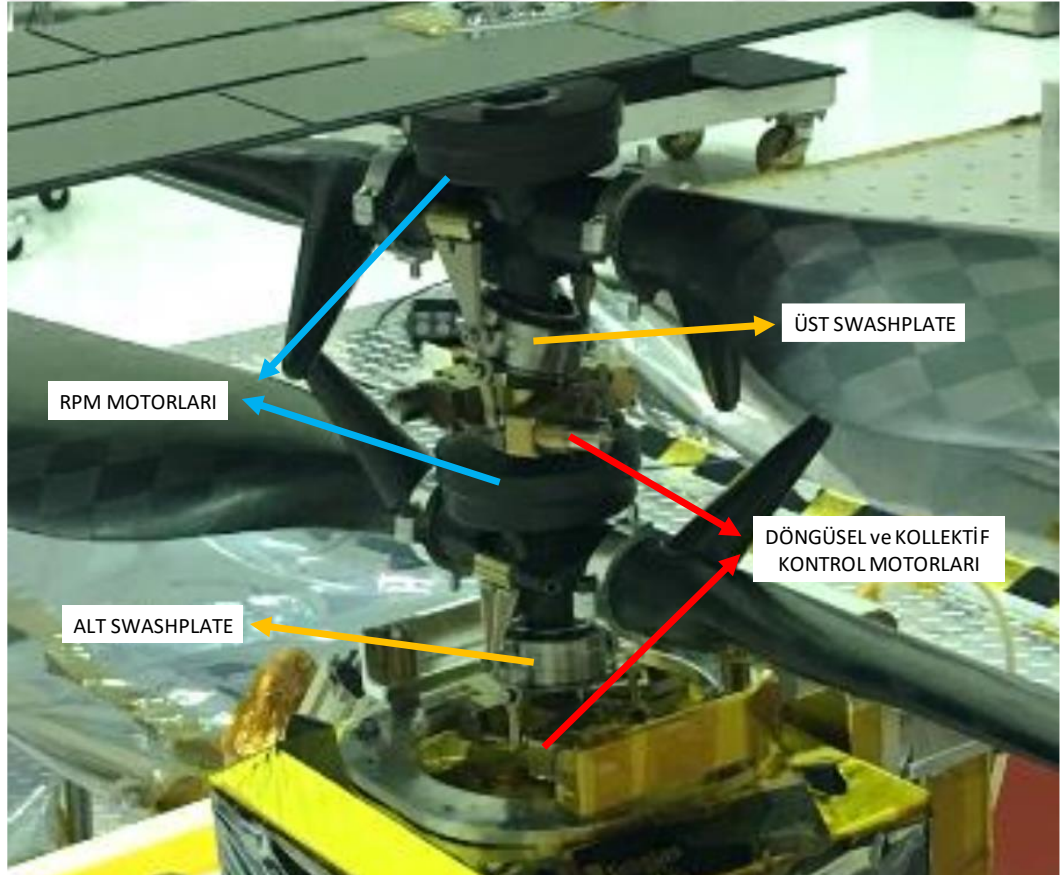
Pervane dönüş açısal hızı ve hatve açısına bağlı olarak oluşan aerodinamik itki ve tork, hava yoğunluğuna bağlı olacak şekilde üst ve alt pervane için ayrı ayrı modellenmiş ve bu model Şekil 2.14 ile gösterilmiştir. Bu model içerisinde pervane ucundaki Mach hızı da hesaplanmıştır.



2.7 Aktüatör Sistemlerinin Modellenmesi

Mars Helikopteri'nde toplamda 8 adet motor bulunmaktadır. Bunlardan iki tanesi fırçasız elektrik motoru olarak pervane bağlantılarına direkt bağlıdır. Fırçasız motorlar pervane RPM'ini kontrol etmek için kullanılmaktadır. Diğer 6 motor ise fırçalı servo motordur. Bunlar ise pervane pallerinin hatve açılarını kontrol etmek için kullanılmaktadır. Mars Helikopteri'nin duruş kontrolünü sağlayacak motorlar bu motorlardır.

Pervane pallerinin hatve açılarını kontrol eden swashplate mekanizması, kollektif ve döngüsel kontrol sağlayarak irtifa ve duruş açılarının kontrolünü sağlamaktadır. Tasarımın temel yapısı Şekil 2.15 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.15 : Mars Helikopteri aktüatör mekanizması [23].

Şekil 2.15 ile gösterilen döngüsel ve kollektif kontrol motorları aracılığıyla Swashplate mekanizmasının açısı ve konumu değiştirilerek pervane pallerinin hatve açıları kontrol edilmektedir.

Swashplate mekanizması, pervaneleri döndüren şaft ile birlikte dönmeyip bir açısal hıza sahip değildir. Pervaneler, RPM motorları ile dönüşünü sağlamaktadır.

2.7.1 Kollektif kontrol

Kollektif kontrol yönteminde pervane pallerinin hatve açısı, swashplate mekanizmasının yukarı ve aşağı yönlü hareket etmesi ile kontrol edilmektedir. Bu yöntemde pervaneler tam bir turu sabit hatve açısı ile tamamlamaktadır.

2.7.1.1 İrtifa kontrolü

İrtifa Kontrolü, kollektif kontrol ile sağlanmaktadır. İtkiyi arttırmak için pervane pallerinin hatve açılarının arttırılması gerekmektedir. Alt ve üst pervanenin hatve açılarının büyütülmesi itkiyi arttırmakta, azaltılması da itkiyi azaltmaktadır. Dolayısıyla alt ve üst swashplate mekanizmalarını kontrol eden 6 adet motor kollektif şekilde çalışarak itki vektörünün genliğini arttırmaktadır. Böylelikle itki vektörünün genliğinde değişiklik yapılarak irtifa kontrolü yapılabilmektedir.

2.7.1.2 Yönelim kontrolü

Yönelim yapmak için ise alt ve üst pervane arasındaki itki genliğinin farkı kullanılmaktadır. Üst pervane saat yönünün tersine dönerken alt pervane saat yönünde dönüş yapmaktadır. Bu sebeple eylemsizlik kanunu gereği alt pervane saat yönü tersine tork oluştururken üst pervane saat yönünde tork oluşturmaktadır. Alt ve üst pervanenin aynı RPM ve aynı hatve açısı ile dönmesi durumunda tork sıfırlanmaktadır. Üst pervane ile alt pervane hatve açılarının asenktron değiştirilmesi sağa ve sola yönelim için gerekli tork farkını oluşturmaktadır.

2.7.2 Döngüsel kontrol

Döngüsel kontrol kollektif kontrolden farklı olarak çalışmaktadır. Kollektif kontrol yönteminde pervane palleri bir tam turu sabit hatve açısı ile tamamlarken döngüsel kontrol yönteminde hatve açısı bir tam tur içerisinde sürekli değişken bir hatve açısına sahip olmaktadır.

2.7.2.1 Yatış ve dikilme kontrolü

Swashplate mekanizması, bağlı olduğu servolar kontrol edilerek gövde ile açı yapacak şekilde ayarlanır. Bu açı, sürekli olarak dönüş sağlayan pervane pallerinin hatve

açıların tam bir tur dönüşünde sinüs biçimli kontrol edilmesini sağlamaktadır. Denklem 2.35'te pervane palinin sahip olduğu hatve açısının (θ) denklemi verilmiştir [21].

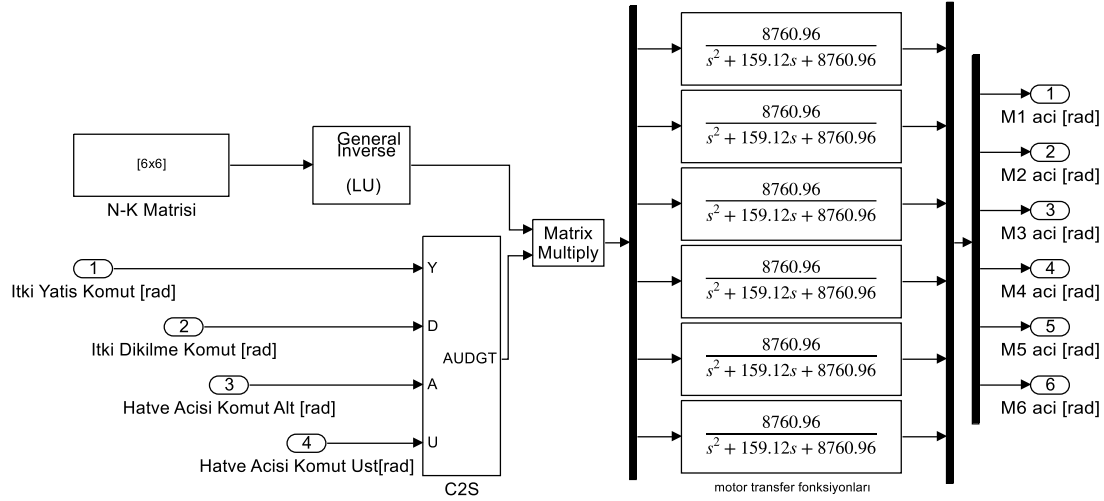
$$\theta = \theta_0 - A_1 \cos \psi - B_1 \sin \psi \quad (2.35)$$

Bu denklemdeki θ_0 , kollektif hatve açısı, ψ ise döngüsel hatve açısını temsil etmektedir. A_1 ve B_1 terimleri sırasıyla yansal ve boylamsal döngü katsayılarını ifade etmektedir. Nihai olarak döngüsel kontrolde itki vektörünün gövde eksenini ile olan açısı değiştirilmektedir. Bu şekilde doğrusal ekseninde ivme kazanılırken itki merkezinin ağırlık merkezi ile olan mesafesi neticesinde de helikopterin duruş açıları kontrol edilebilmektedir.

Mars Helikopteri'nde bulunan kollektif kontrol -4.5° ve $+17^\circ$ arasında hatve açısı kontrolü genliğine sahip iken döngüsel kontrol -10° ile $+10^\circ$ derece arasında genliğe sahiptir. Bu açılar ile itki vektörünün genliği ve gövde eksenini ile olan açısı kontrol edilmektedir. Alt ve üst pervanelerin hatve açısı ve itki vektörü açıları modelleme için durum değişkenleri olarak seçilmiştir. Toplamda 6 adet servonun giriş sinyali olduğu modelleme matrisi denklem 2.36'da verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \phi_{Fu} \\ \theta_{Fu} \\ \alpha_u \\ \phi_{Fa} \\ \theta_{Fa} \\ \alpha_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & -N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ N & N & -N & 0 & 0 & 0 \\ -K & -K & -K & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N & -N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N & N & -N \\ 0 & 0 & 0 & -K & -K & -K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Buradaki N ve K değişkenleri, hatve ve itki açıları ile eyleyiciler arasındaki dönüşüm matrisini oluşturmaktadır ve modeli Şekil 2.16 ile gösterilmiştir. Bu modelde hesaplanan servo açılarından tekrar itki vektörünün açısı ve hatve açlarına dönüşümde denklem 2.36'daki dönüşüm matrisi kullanılmaktadır. Bu matristeki N ve K parametrelerine ait değerler gerçek sistem üzerinde çalışırken önem kazanmaktadır. Burada geliştirilen simülasyon modelinde bu parametrelere ait değerler önem teşkil etmemektedir. Nitekim, itki vektörü bileşenleri ve hatve açılarından oluşan komut vektörü, dönüşüm matrisinin tersi ve kendisi ile çarpılarak tekrar komut vektörü olarak hesaplanmaktadır.



Şekil 2.16 : Motor karıştırma modeli.

İtke vektörünün modellenen açılarıyla Şekil 2.13 ile itke dönüşüm matrisinin girişleri oluşturulmaktadır. Bu dönüşüm matrisi Şekil 2.17 ile gösterilen rotasyon vektörü modeli içerisinde yapılmaktadır.

2.7.3 RPM motorlarının matematiksel modellemesi

RPM motorları, helikopter pervanelerinin açısal hız kazanmasını sağlamaktadır. Bu motorlar sabit bir RPM ile pervaneleri döndürmeye çalışmaktadır. Bu sabit RPM hava yoğunluğuna göre değişiklik gösterebilir. Duruş açılarını değiştirmek ya da irtifa kazanmak için bu motorlara komut verilmez.

RPM motorları için hazırlanan model, girişin RPM komut ve çıkışın RPM ölçüm olduğu düşünülerek 1.dereceden transfer fonksiyonu olarak tasarlanmıştır. Motorlara ait zaman sabiti $\tau_c = 0.01$ sn olacak şekilde seçilmiştir. RPM motorlarının transfer fonksiyonu denklem 2.37’de verilmiştir.

$$tf = \frac{out}{in} = \frac{RPM_{out}(s)}{RPM_{in}(s)} = \frac{\frac{1}{T_c}}{s + \frac{1}{T_c}} \quad (2.37)$$

2.7.4 Kollektif ve döngüsel motorlarının matematiksel modellemesi

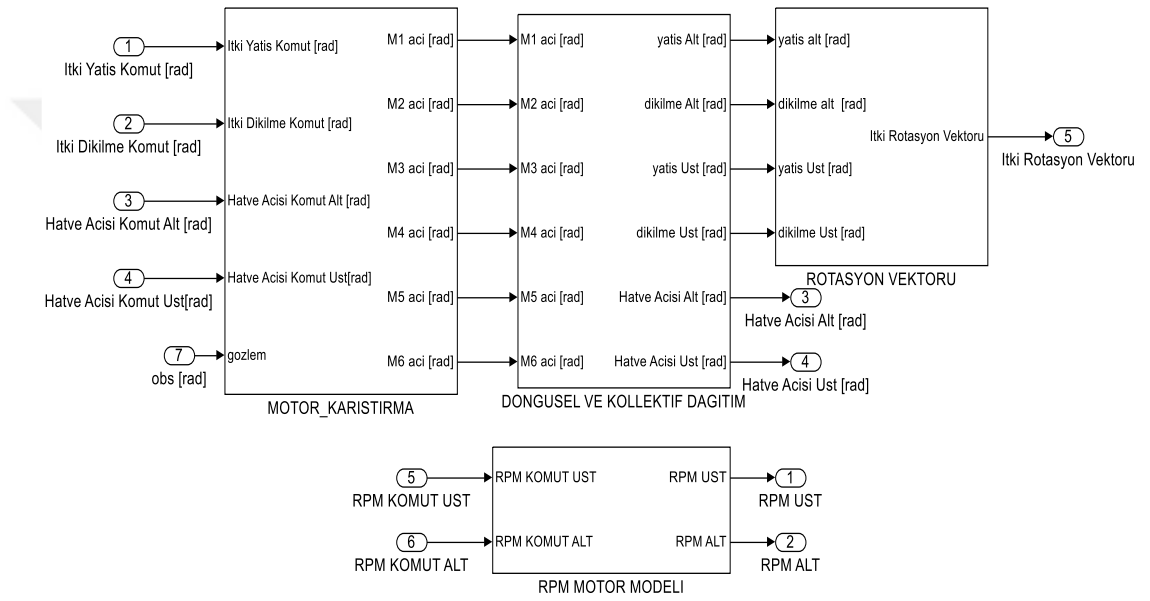
Mars Helikopteri’nin duruş ve irtifa kontrolünün eyleyicileri kollektif ve döngüsel motorlardır. Ağırlığı taşıması için ve yönelim kontrolü için kollektif kontrol motorları kullanılırken, yatış ve dikilme açıları için döngüsel kontrol motorları kullanılmaktadır.

Kollektif ve döngüsel motorları ikinci dereceden transfer fonksiyonu olarak tasarlanmıştır. Buradaki seçim kriteri ise oturma zamanı (τ_s) üzerinden sönüm oranı

(ζ) seçimi ile yapılmıştır. Sistem için az sönümlü olacak şekilde $\zeta = 0.85$ ve $\tau_s = 0.05$ saniye seçimleri yapılmıştır. Bu durumda w_n 93.6 rad/sn olarak bulunmaktadır [22]. Kollektif ve döngüsel motorlarda kullanılan ortak transfer fonksiyonu denklem 2.38’de gösterilmiştir. δ , servolara komutlanan açığı ifade etmektedir.

$$tf_{motor} = \frac{\delta_{çıkış}(s)}{\delta_{giriş}(s)} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} = \frac{8760.96}{s^2 + 159.12s + 8760.96} \quad (2.38)$$

Motor karıştırma matrisi, döngüsel ve kollektif dağılım, RPM kontrolü ve itki rotasyon vektör hesaplarının yapıldığı aktüatör modeli Şekil 2.17 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.17 : Aktüatör simülasyon modeli.

2.8 Aerodinamik Model

Mars Helikopteri’nin gövdesinden kaynaklı bir sürüklenme alanı oluşmaktadır. Bu alan helikopterin yatay hızı oluştuğunda veya rüzgar durumunda küçük de olsa bir kuvvet oluşumuna sebep olacaktır. Bu alan içerisinde gövde, iniş takımı ve güneş enerjisi panelleri bulunmaktadır. İniş takımı ve güneş enerjisi panellerinin yüzey alanları çok küçük olması sebebiyle aerodinamik alan olarak gövde alanı seçilmiştir. Gövde 13.6 x 19.5 x 16.3 santimetre boyutlarına sahiptir. Sürüklenme katsayısı 1.05 olarak alınmıştır.

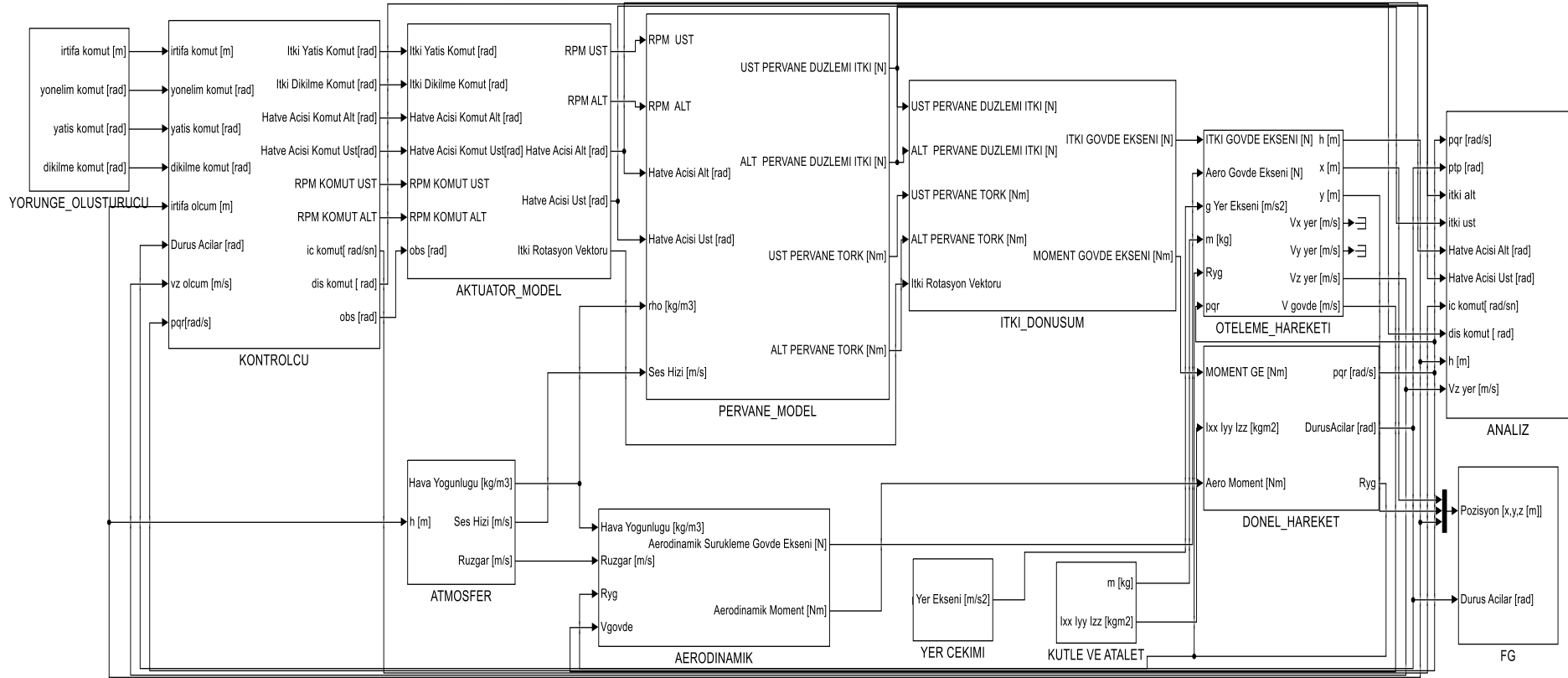
2.9 Kütle ve Atalet Modeli

Mars Helikopteri'nin ağırlığı ve atalet değerleri sabit olacak şekilde modellenmiştir. Nitekim bu değerleri değiştirecek bir etken, sistem üzerinde bulunmamaktadır. Kütle ve atalet değerleri Çizelge 2.3 ile verilmiştir. Mars Helikopteri simetrik kabul edilerek I_{xy}, I_{yz}, I_{xz} atalet değerleri sıfır olarak alınmıştır.

Çizelge 2.3 : Kütle ve atalet değerleri.

Nicelik	Değer	Birim
Kütle	1.8	kg
I_{xx}	0.068	kgm^2
I_{yy}	0.068	kgm^2
I_{zz}	0.028	kgm^2
I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}	0.0	kgm^2

Tüm modellemeler birleştirildiğinde oluşan nihai blok diyagramı Şekil 2.18 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.18 : Genel simülasyon modeli.



3. KONTROLCÜ TASARIMLARI

Döner kanat sistemleri kendi dinamiğinde sönümü olmayan dolayısıyla kararsız sistemlerdir. Bu sistemlerin kararlı olabilmesi için kontrolcü gerekmektedir. Tasarlanan kontrolcüler, Mars Helikopteri'nin 6 serbestlik dereceli modeli üzerinde test edilecek ve sonuçları karşılaştırılacaktır. Kontrol edilmesi hedeflenen parametreler duruş açıları ve irtifa olarak belirlenmiştir. Pozisyon ve doğrusal hız kontrolü yapılmayacaktır.

İlk bölümde PID kontrolü ile helikopterin istenen parametreleri kontrol edilmiştir. Bu bölümde klasik kontrolcü methodunun uygulanış şekli ve parametre ayarlaması gösterilecektir. İkinci bölümde bozuculara karşı dayanıklılığının artırılması için gözlemleyici tabanlı PID kontrolcü uygulaması yapılacaktır. Üçüncü bölümde ise doğrusal olmayan durumlara karşı daha dayanıklı olması beklenen geri beslemeli doğrusallaştırma methodu uygulanacaktır.

Geliştirilen kontrolcülerden beklenen performans kriterleri Çizelge 3.1 ile gösterilmiştir.

Çizelge 3.1 : Kontrolcü performans parametreleri.

Kontrol Eksen	Oturma Zamanı[sn]	Aşım[%]
<i>yatış açısı</i> [$\emptyset$]	<0.5	< 2
<i>dikilme açısı</i> [θ]	<0.5	< 2
<i>baş açısı</i> [ψ]	<1.5	< 5
<i>irtifa</i> [h]	<5	< 10

Burada belirlenen kriterler, yeterince büyük olmayan genlikte birim basamak komutlarına karşılık verilen cevapların karakteristiği olacak şekilde sunulmuştur. Baş açısı ve irtifa kontrolü, bu eksenlerde ani harekete ihtiyaç duyulmayacağı için diğer kritik eksen olan yatış ve dikilmeye göre daha yavaş seçilmiştir. Aşım oranlarında da irtifa için genlik diğer eksenlere göre büyük tutulmuştur. İrtifa için aşımın biraz daha büyük olması kontrol edilebilirlik açısından problem oluşturmayacaktır. Fakat bu aşım

toleransı sistem cevabının oturma zamanı için avantaj sağlayacaktır. Burada seçilen parametreler için kontrolcülerden yaklaşık cevapları vermesi beklenmektedir.

3.1 Doğrusallaştırma ve Durum Uzay Modeli

6 serbestlik dereceli Mars Helikopteri modeli için doğrusal olmayan dinamik denklemleri 3.1'deki gibi ifade edilebilir. Burada kontrolü sağlanmak istenen duruş açıları ve irtifa durum değişkenleri için gereken denklemler verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \dot{w} &\approx g + qu - pv + \frac{(\beta_{k_u} C_{T_u} \omega_u^2 + \beta_k C_{T_a} \omega_a^2) \frac{1}{2} \rho \pi R^4}{m} \\
 \dot{h} &\approx -w + u \sin(\theta_0) + v \sin(\phi_0) \\
 \dot{\phi} &\approx p + \sin(\phi_0) \tan(\theta_0) q + \cos(\phi_0) \tan(\theta_0) r \\
 \dot{\theta} &\approx \cos(\phi_0) q - \sin(\phi_0) r \\
 \dot{\psi} &\approx \sin(\phi_0) \sec(\theta_0) q + \cos(\phi_0) \sec(\theta_0) r \\
 \dot{p} &\approx \frac{(\mu_{y_u} \beta_{k_u} C_{T_u} \omega_u^2 + \mu_{y_a} \beta_{k_a} C_{T_a} \omega_a^2) \left(\frac{1}{2} \rho \pi R^4 d_z \right)}{I_{xx}} \\
 \dot{q} &\approx \frac{(\mu_{y_u} \beta_{k_u} C_{T_u} \omega_u^2 + \mu_{y_a} \beta_{k_a} C_{T_a} \omega_a^2) \left(\frac{1}{2} \rho \pi R^4 d_z \right)}{I_{yy}} \\
 \dot{r} &\approx \frac{(\beta_{k_u} C_{P_u} \omega_u^2 - \beta_{k_a} C_{P_a} \omega_a^2) \left(\frac{1}{2} \rho \pi R^5 \right)}{I_{zz}}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Doğrusallaştırılmış ve basitleştirilmiş model analizi için oluşturulacak durum uzay modeli denklem 3.2'deki gibi ifade edilmiştir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{3.2}$$

Buradaki x durum vektörü, u giriş veya kontrol vektörü, A ve B sırasıyla sistem ve giriş matrisi olarak isimlendirilmektedir. Durum uzay modellemesinin çıkış vektörü y için gösterimi de denklem 3.3'te verilmiştir.

$$y = Cx + Du \tag{3.3}$$

Buradaki C çıkış matrisi, D ise ileri besleme matrisidir. Denge durumunda $\phi_0, \theta_0, p, q, r, u, v, w = 0$ kabul edilerek Mars Helikopteri'nin durum uzay modeli için oluşturulan vektör ve matrisler denklem 3.4 ve 3.5'te verilmiştir. Üst ve alt pervane için RPM sabit ve 2400 olarak alınmıştır. Denklem 3.6'da denge koşulu verilmiştir. Helikopterin ağırlığını taşıması için gereken denge noktasındaki hatve açıları gösterilmiştir [18].

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{w} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \\ w \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{x_u} & M_{x_a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{y_u} & M_{y_a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{z_u} & M_{z_a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{z_u} & a_{z_a} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_{k_u} \\ \beta_{k_a} \\ \mu_{b_u} \\ \mu_{b_a} \\ \mu_{y_u} \\ \mu_{y_a} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \\ w \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \\ w \\ h \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$u_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_{k_{ueq}} \\ \beta_{k_{aeq}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Durum uzay modelinde ve denge koşulunda belirtilen kontrol türevlerinin ifade ve değerleri Çizelge 3.2 ile verilmiştir. Buradaki $C_{T_{um}}$, $C_{T_{am}}$, $C_{P_{um}}$ ve $C_{P_{am}}$ itki ve moment grafiklerine ait eğim değeridir. $C_{T_{ueq}}$ ve $C_{T_{aeq}}$ değeri ise havada asılı kalma durumundaki itki türevleridir. Denklem 3.4'te görüldüğü üzere sistem matrisinde durumlar üzerinde bir değişikliğe sebep olan matematiksel bir ifade bulunmamaktadır. Bunun sebebi yoğunluğun az olması sebebiyle sistem üzerinde oluşacak olan aerodinamik kuvvet ve momentlerin çok küçük olmasıdır. A matrisine bakılarak sistemin bir integratör gibi davrandığı söylenebilir.

Durum vektöründeki $\dot{q}$ teriminin oluşumu A matrisinin hıza bağlı terimlerin eklenmesiyle incelenebilir. Öne doğru ilerleme hızı u ile ifade edilir ise hıza bağlı dikilme moment türevi M_u olarak isimlendirilebilir. Nihai olarak dikilme açısı hız ivmesi denklem 3.7'deki gibi hesaplanabilir.

$$\dot{q} = M_u u + (M_{y_u} + M_{y_a}) \mu_b \quad (3.7)$$

Bu denklemdeki ilk ve ikinci kısımlar nicelik olarak karşılaştırılarak M_u ihmal edilebilirliği incelenebilir. Denklem 3.8'de ilerleme hızından kaynaklı oluşan moment denklemi verilmiştir.

$$M_{ru} = \frac{1}{2} \rho u^2 S_e C_d l_{aez} \quad (3.8)$$

M_u ifadesi denklem 3.9'daki gibi yazılabilir. Buradaki ρ , hava yoğunluğu, S_e , havanın temas ettiği gövde alanının referans değeri, C_d , sürüklenme katsayısı, l_{aez} , aerodinamik kuvvet ile ağırlık merkezinin arasındaki dik mesafeyi ifade etmektedir.

$$M_u = \frac{1}{2} \rho u S_e C_d l_{aez} \quad (3.9)$$

M_u ifadesindeki ifadelerin matematiksel karşılıkları yerine koyulduğunda denklem 3.10'daki sonuç bulunmaktadır. Burada hava yoğunluğu 0.015 kg/m³, hava hızı 5 m/s, referans alan gövde alanı ve aerodinamik sürüklenme türevi çarpımı 0.3 ve düşey mesafe 0.1 m olarak alınmıştır [16].

$$M_u = (0.5)(0.015)(5)(-0.3)(-0.1) = 0.001125 \quad (3.10)$$

Denklem 3.7'deki ikinci ifade ile birinci ifade eşitlenerek μ_b denklem 3.11'deki gibi hesaplanır. Buradan görüldüğü üzere 5 m/s'lik hızda oluşan momenti kompanze etmek için gereken boylamsal itki açısı 0.03 derece olarak hesaplanmıştır. Bu sebeple bu ve bunun benzeri türevler ihmal edilmiştir. Bunun temel nedeni yoğunluğun Dünya'ya göre yaklaşık yüzde biri dolayısıyla çok düşük olmasıdır.

$$\mu_b = \frac{M_u u}{(M_{y_u} + M_{y_a})} = 0.000527[rad] \quad (3.11)$$

Çizelge 3.2 ile doğrusal model için kullanılacak olan kontrol türevleri gösterilmiştir.

Çizelge 3.2 : Kontrol türevleri.

Değişken İfadesi	Değeri	Denklem	Birim
a_{z_u}	-6.2829	$-\frac{\frac{1}{2}\rho\pi\omega_u^2 R^4 C_{T_{um}}}{m}$	$\frac{m}{s^2 rad}$
a_{z_a}	-6.2829	$-\frac{\frac{1}{2}\rho\pi\omega_a^2 R^4 C_{T_{am}}}{m}$	$\frac{m}{s^2 rad}$
M_{z_u}	52.9925	$\frac{\frac{1}{2}\rho\pi\omega_u^2 R^5 C_{P_{um}}}{I_{zz}}$	$\frac{1}{s^2}$
M_{z_a}	-52.9925	$-\frac{\frac{1}{2}\rho\pi\omega_a^2 R^5 C_{P_{am}}}{I_{zz}}$	$\frac{1}{s^2}$
M_{y_u}	7.1158	$\frac{ma_{z_u} d_{z_u}}{I_{yy}}$	$\frac{1}{s^2}$
M_{y_a}	3.5579	$\frac{ma_{z_a} d_{z_a}}{I_{yy}}$	$\frac{1}{s^2}$
M_{x_u}	7.1158	$\frac{ma_{z_u} d_{z_u}}{I_{xx}}$	$\frac{1}{s^2}$
M_{x_a}	3.5579	$\frac{ma_{z_a} d_{z_a}}{I_{xx}}$	$\frac{1}{s^2}$

Çizelge 3.2 (devam): Kontrol türevleri.

Değişken İfadesi	Değeri	Denklem	Birim
$\beta_{k_{ueq}}$	0.197	$-\frac{1}{2}\frac{\rho\pi\omega_{u_0}^2 R^4 C_{T_{ueq}}}{m}$	rad
$\beta_{k_{aeq}}$	0.197	$-\frac{1}{2}\frac{\rho\pi\omega_{u_0}^2 R^4 C_{T_{aeq}}}{m}$	rad

3.1.1 Kontrol edilebilirlik ve gözlemlenebilirlik

Denklem 3.2 ve 3.3'te verilen bir sistemin gözlemlenebilir olma kontrolü, denklem 3.12'deki gözlemlenebilirlik matrisi incelenerek bulunabilir. Eğer bu matrisin rank değeri (n), durum vektörü boyutuna eşit ise sistem gözlemlenebilirdir. Matlab ortamında bu matrisin rank değeri incelenmiş ve 8 olarak bulunmuştur. Bu sebeple doğrusal sistem gözlemlenebilirdir.

$$O_M = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}_{32 \times 8} \quad (3.12)$$

Bir sistemin kontrol edilebilir olması için öncelikle gözlemlenebilir olması gerekmektedir. Mars helikopteri için yazılan doğrusal durum uzay sisteminin gözlemlenebilir olduğunun tespit edilmesinin ardından kontrol edilebilirliği incelenmiştir. x durum vektörü içerisindeki tüm durumların, u giriş vektörü ile kontrol edilebiliyor olması sistemin kontrol edilebilir aksi halde kontrol edilemez olduğunu göstermektedir.

Denklem 3.2'deki bir sistemin kontrol edilebilirliği denklem 3.13'teki C_M matrisinin rank değerine bakılarak bulunabilir. Buradaki C_M kontrol edilebilirlik matrisidir. C_M matrisinin rank değeri (n), durum vektörü boyutuna eşit ise bu matris kontrol edilebilirdir. Bu durum matrisin satır ve sütunların doğrusal olarak birbirinden bağımsız olduğunu belirtir. C_M matrisinin rank değeri Matlab ortamında kontrol edilmiş ve 8 olarak bulunmuştur. Bu sebeple doğrusal sistem kontrol edilebilirdir.

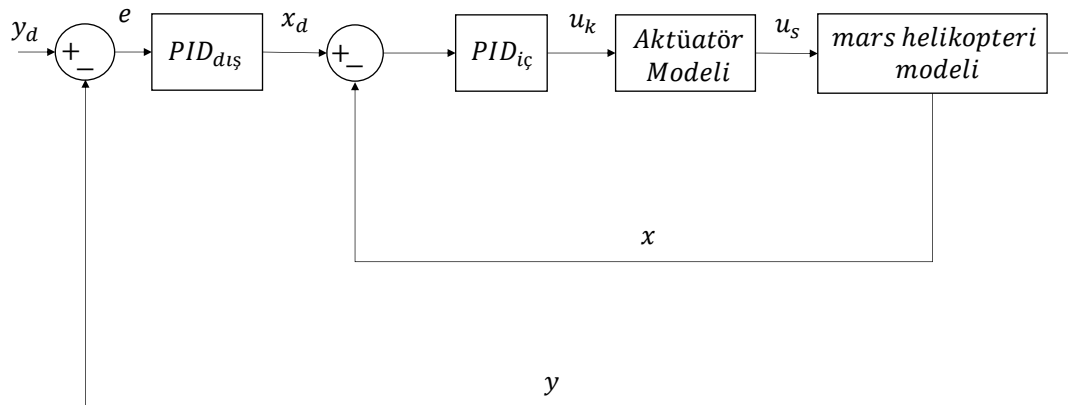
$$C_M = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]_{8 \times 64} \quad (3.13)$$

3.2 Oransal - İntegral -Türevsel (PID) Kontrolcü

Mars Helikopteri için geliştirilen kontrol yöntemlerinden ilki olan PID kontrolcüsü bu bölümde sunulmuştur. PID kontrolcü klasik kontrol yöntemlerindendir. Oransal, integral ve türev ifadelerinin baş harfleri ile isimlendirilen bu kontrolcü modern kontrol yöntemleri ile entegre edilerek günümüz teknolojilerinde de kullanılmaya devam etmektedir.

PID kontrolcüsü geri beslemeli kontrolcü olacak şekilde Mars Helikopteri'nde tercih edilmiştir. Kontrol edilmek istenen duruş açıları ve irtifa sistem çıkışını belirtmektedir. Sistem çıkışlarını kontrol etmek için kademeli olarak iki PID kontrolcüsü kullanılmıştır. İç kontrolcü durumları kontrol ederken, dış kontrolcü çıkışlar üzerinden gereken durumları oluşturmak için sinyal üretmektedir.

Mars Helikopteri'nin kontrol edilmek istenen 3 duruş açısı ve irtifa çıkışları ile toplamda 4 adet sistem çıkışı kontrol edilmek istenmektedir. Kontrol edilmek istenen sistem çıkışları için kontrolcüler ayrı olarak geliştirilmiştir. Bu kontrolcülerin parametre belirlemesi için de doğrusal ve basit helikopter modeli kullanılmıştır. Ayrıca aktüatör modeli de sistem analizine dahil edilmiştir. PID kontrolcüsünün genel yapısı Şekil 3.1 ile gösterilmiştir. Buradaki y , kontrol edilmesi istenen duruş açıları ve irtifa, y_d ise bunların komutlarıdır. x , durumları belirtirken x_d ise bu durumların komutlarını belirtmektedir. u_k , kontrolcü komutu ve u_s , kontrolcü çıkış sinyalidir.



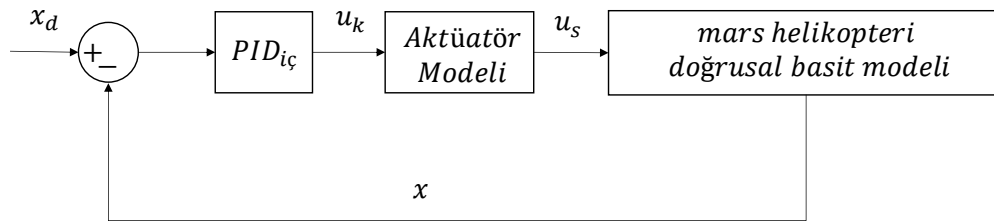
Şekil 3.1 : Mars Helikopteri genel PID kontrolcü yapısı.

Kontrol edilmek istenen 4 çıkış için geliştirilen kontrolcüler aynı temel yapıda olacaktır. Kazançların belirlenmesi için her çıkış için farklı tasarım parametreleri belirlenecek ve bunların yerine getirilmesi için gereken kazançlar analitik olarak bulunacaktır. Bulanan kazançlar ile sadeleştirilmiş doğrusal model ve numerik simülasyonu oluşturulan doğrusal olmayan modelin sistem cevapları karşılaştırılacaktır. Karşılaştırma, Çizelge 3.1 ile verilen tasarım parametrelerine uygunluk üzerinden yapılacaktır.

3.2.1 İç çevrim

Dış çevrimde oluşturulan açısal hız komutlarının oluşması için aktüatörlere komut oluşturan kısım iç çevrim kontrolcüsüdür. Burada da dış çevrime benzer şekilde PID kontrolcü kullanılmıştır. Yatış, dikilme, yönelme ve irtifa çıkışlarının hepsi için ayrı ayrı kontrolcüler burada da tasarlanmıştır. Kazançların belirlenmesinde kök eğrisi tekniği kullanılmıştır. Her kontrol çıkışı için tasarım parametleri kendi başlıkları içerisinde verilmiştir.

İç çevrim kontrolcüsü, sistem ile entegrasyonu ve genel yapısı ile Şekil 3.2 ile verilmiştir.



Şekil 3.2 : İç çevrim kontrolcüsü.

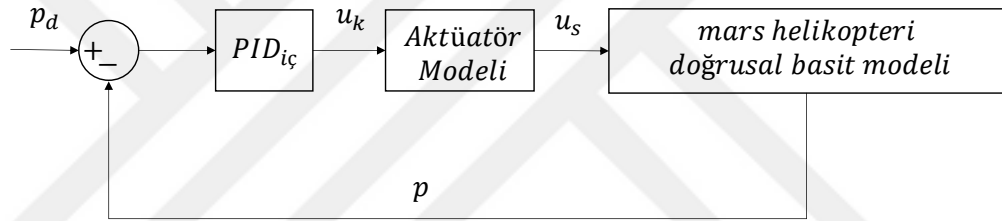
Buradaki x_d , dış kontrolcüden gelen duruş açısal hız ve düşey hız komutudur. x ise kontrol edilmesi istenen durumdur. u_k , kontrolcü sinyali komutu ve u_s , kontrolcü sinyalidir. Bu komutların direkt olarak itki açısına dönüşmesi mümkün değildir. Komutlar, itki açısına dönüşüne kadar ara elemanlar olan bağlantı elemanları ve swashplate mekanizması üzerinde değişikliklere sebep olmaktadır. Bu kısım 2.7 başlığında anlatılmaktadır. Fakat kontrolcü için bu dönüşümlerin etkili olmadığı kabul edilmiştir. Nitekim bağlantı mekanizmalarını döndüren servolar ve link bağlantıları doğrusal kabul edilmiş ve karıştırma ile ters karıştırma sonucunda nihai olarak tekrar komutlanan açı elde edildiği doğrusal koşullar altında varsayılmıştır. Buradaki

eyleyici sistemi, kollektif ve döngüsel motorlar için ikinci dereceden transfer fonksiyonu olarak modellenmiştir. Başlık 2.7.4'te bu transfer fonksiyonu verilmiş olup denklem 3.14'te tekrar gösterilmiştir.

$$t_{faktuatör} = \frac{\delta_{çıkış}(s)}{\delta_{giriş}(s)} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} = \frac{8760.96}{s^2 + 159.12s + 8760.96} \quad (3.14)$$

3.2.1.1 Yatış açısız hız kontrolcüsü

Yatış açısız hızı için geliştirilen kontrolcü genel yapısı Şekil 3.3 ile gösterilmiştir. Burada kontrolcü girişine yatış açısız hız farkı verilmektedir. Kontrolcünün çıkışı ise Mars Helikopteri için alt ve üst pervanelerin oluşturduğu itki vektörünün gövde eksenini ile yaptığı yansal açıyı temsil etmektedir. μ_{ya} , alt pervanede oluşan itkinin yansal açısını, μ_{yu} ise üst pervanede oluşan itkinin yansal açısını ifade etmektedir.



Şekil 3.3 : Yatış açısız hız kontrolcüsü.

Kontrolcüye ait aktüatör, sistem, açık çevrim ve kapalı çevrim transfer fonksiyonları Çizelge 3.3 ile verilmiştir. Buradaki μ_y terimi μ_s terimi yerine kullanılmıştır.

Çizelge 3.3 : Yatış açısız hız kontrolcüsü transfer fonksiyonları.

Model	Transfer Fonksiyonu
PID	K_p
Aktüatör	$\frac{\mu_s}{\mu_k} = \frac{8761}{s^2 + 159s + 8761}$
Sistem	$\frac{p}{\mu_y} = \frac{11}{s}$
Açık Çevrim	$\frac{96371(K_p)}{s(s^2 + 159s + 8761)}$
Kapalı Çevrim	$\frac{96371(K_p)}{(s^3 + 159s^2 + 8761s + (96371(K_p)))}$

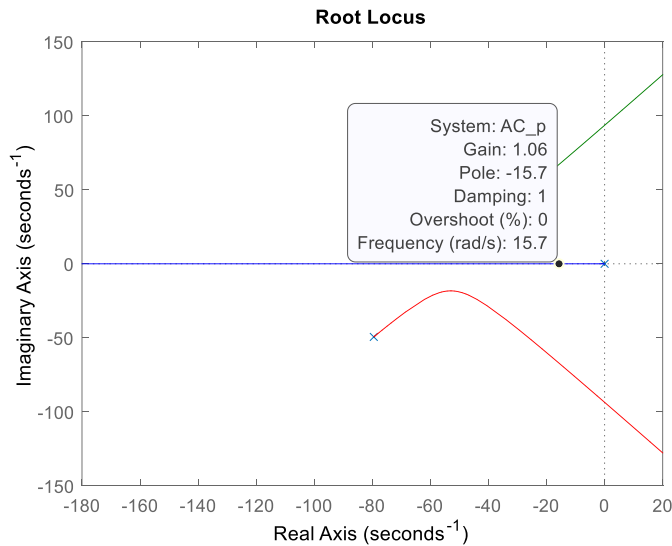
Kompanze edilmemiş sisteme kontrolcü entegre edilerek kompanze edilmiş bir sistem tasarlanmak istenmektedir. Çizelge 3.4 ile yatış açısal hızı için belirlenen tasarım parametrelerine ait değerler verilmiştir.

Çizelge 3.4 : Yatış açısal hız tasarım parametreleri.

Tasarım Parametresi	Değer	Birim
T_s	~ 0.2	sn
$e_{bb}(\infty)$	0	$\frac{deg}{sn}$
%OS	0	—
ζ	1	—

Kök eğrisi ile bu parametre değerlerini sağlamak için Matlab’de açık çevrim üzerinden çizim yapılmıştır. Kazancın 1.06 olduğu oransal kontrolcü, tasarım parametreleri için yeterli olacaktır. Kök eğrisi çizimi Şekil 3.4 ile verilmiştir. Açık çevrim transfer fonksiyonu denklem 3.15’te verilmiştir.

$$\frac{102153}{s(s^2 + 159s^2 + 8761)} \quad (3.15)$$



Şekil 3.4 : Yatış açısal hız kök eğrisi.

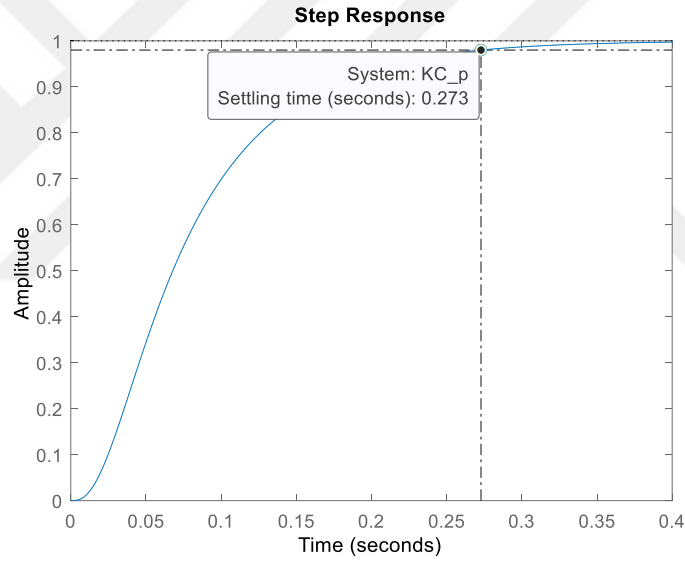
Açık çevrim üzerinden kalıcı hal hatası analizi yapılırsa saf integrator teriminin üssünün 1 olduğu görülmektedir. Bu da 1 tipinde bir sistem olup birim basamak komutlar için kalıcı hal hatasının 0 olacağı denklem 3.16’da gösterilmiştir.

$$e_{bb}(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{1}{1 + \infty} = 0 \quad (3.16)$$

K_p’nin 1.06 olarak seçildiği sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu denklem 3.17’de verilmiştir.

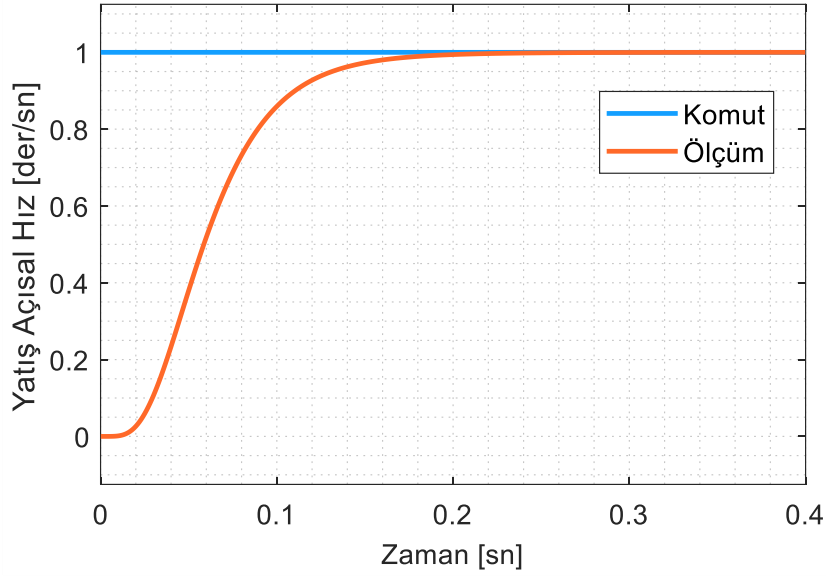
$$\frac{102153}{s^3 + 159s^2 + 8761s + 102153} \quad (3.17)$$

Birim basamak giriş sinyali için kapalı çevrimin cevabı Şekil 3.5 ile gösterilmiştir.



Şekil 3.5 : Yatış açısız hız birim basamak cevabı

Hesaplanan kazançlar, doğrusal olmayan simülasyona entegre edilmiştir. Simülasyonda birim basamak yatış açısız hız komutu verilmiş ve yatış açısız hızı kayıt edilmiştir. Şekil 3.6 ile bu cevap gösterilmiştir.

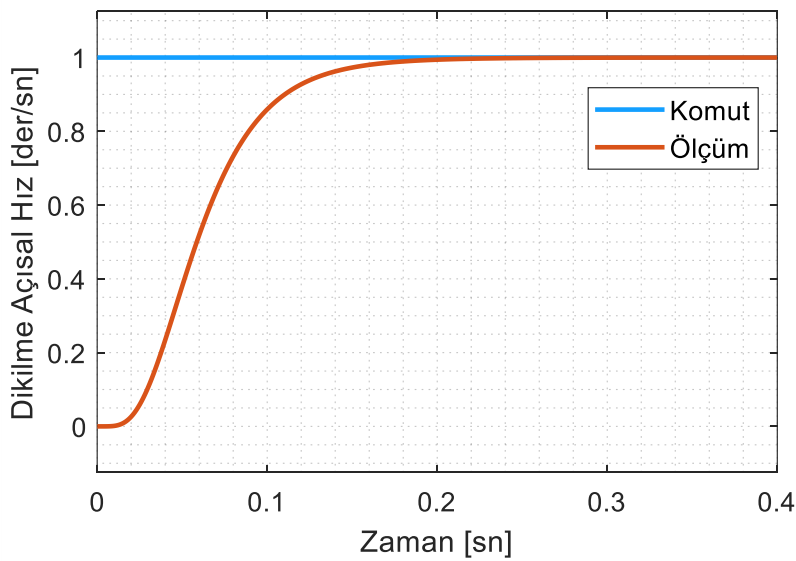


Şekil 3.6 : Yatış açısı hız birim basamak simülasyon cevabı.

Şekil 3.6 üzerinden inceleme yapıldığında tasarım ile simülasyon sonuçlarının uyduğu gözlemlenmiştir.

3.2.1.2 Dikilme açısı hız kontrolcüsü

Aktüatör modeli ve sistem modeline ait transfer fonksiyonları dikilme ve yatış eksenleri için aynıdır. Bu sebeple burada yatış kontrolcüsü ile aynı parametreler ve kazanç seçimi yapılmıştır. Hesaplanan kazançlar numerik simülasyona entegre edilmiştir. Simülasyonda birim basamak dikilme açısı hız komutu verilmiş ve dikilme açısı hızı kayıt edilmiştir. Şekil 3.7 ile bu cevap gösterilmiştir.

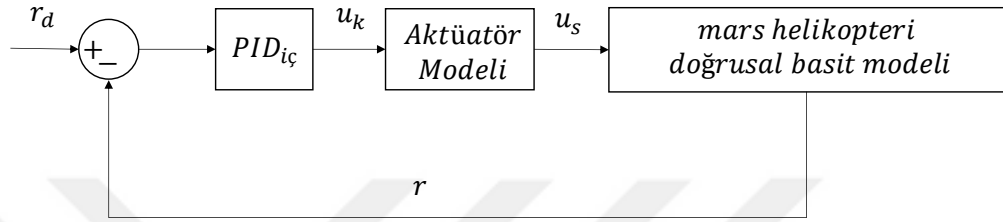


Şekil 3.7 : Dikilme açısı hız birim basamak simülasyon cevabı.

Şekil 3.7 üzerinden inceleme yapıldığında tasarım ile simülasyon sonuçlarının uyduğu gözlemlenmiştir.

3.2.1.3 Yönelim açısı hız kontrolcüsü

Yatış ve dikilme açısı ile benzer yapıya sahip olan yönelme kontrolcüsünün genel yapısı Şekil 3.8 ile gösterilmiştir. Burada istenilen yönelme açısına ulaşmak için üretilen yönelme açısı hız komutu r_d ile gösterilmiştir.



Şekil 3.8 : Yönelme açısı hız kontrolcüsü.

Kontrolcüye ait aktüatör, sistem, açık çevrim ve kapalı çevrim transfer fonksiyonları Çizelge 3.5 ile verilmiştir. Buradaki β_k terimi μ_s terimi yerine kullanılmıştır.

Çizelge 3.5 : Yönelme açısı hız kontrolcüsü transfer fonksiyonları.

Model	Transfer Fonksiyonu
PID	K_p
Aktüatör	$\frac{\mu_s}{\mu_k} = \frac{8761}{s^2 + 159s + 8761}$
Sistem	$\frac{r}{\beta_k} = \frac{106}{s}$
Açık Çevrim	$\frac{928666(K_p)}{s(s^2 + 159s + 8761)}$
Kapalı Çevrim	$\frac{928666(K_p)}{(s^3 + 159s^2 + 8761s + (928666(K_p)))}$

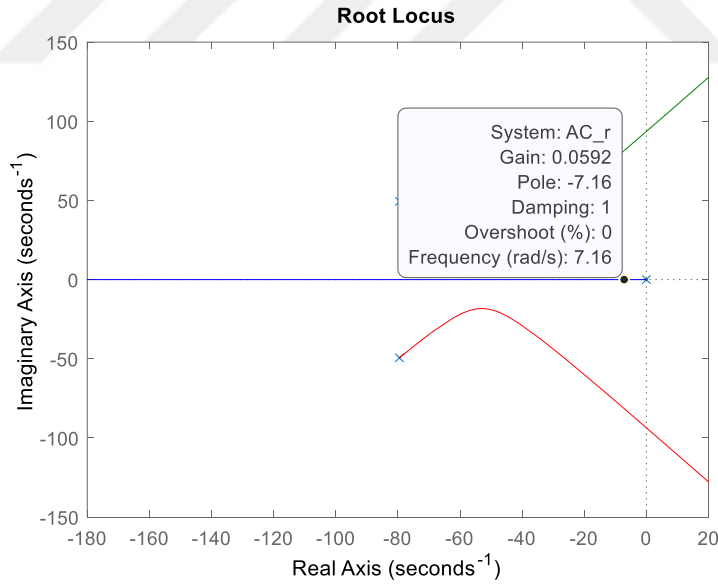
Çizelge 3.6 ile yönelme açısı hızı için belirlenen tasarım parametrelerine ait değerler verilmiştir.

Çizelge 3.6 : Yönelme açısal hız tasarım parametreleri.

Tasarım Parametresi	Değer	Birim
T_s	~ 0.5	sn
$e_{bb}(\infty)$	0	$\frac{deg}{sn}$
%OS	0	—
ζ	1	—

Kök eğrisi ile bu parametre değerlerini sağlamak için Matlab’de açık çevrim üzerinden çizim yapılmıştır. Kazancın 0.0592 olduğu oransal kontrolcü, tasarım parametreleri için yeterli olacaktır. Kök eğrisi çizimi Şekil 3.9 ile verilmiştir. Açık çevrim transfer fonksiyonu denklem 3.18’de verilmiştir.

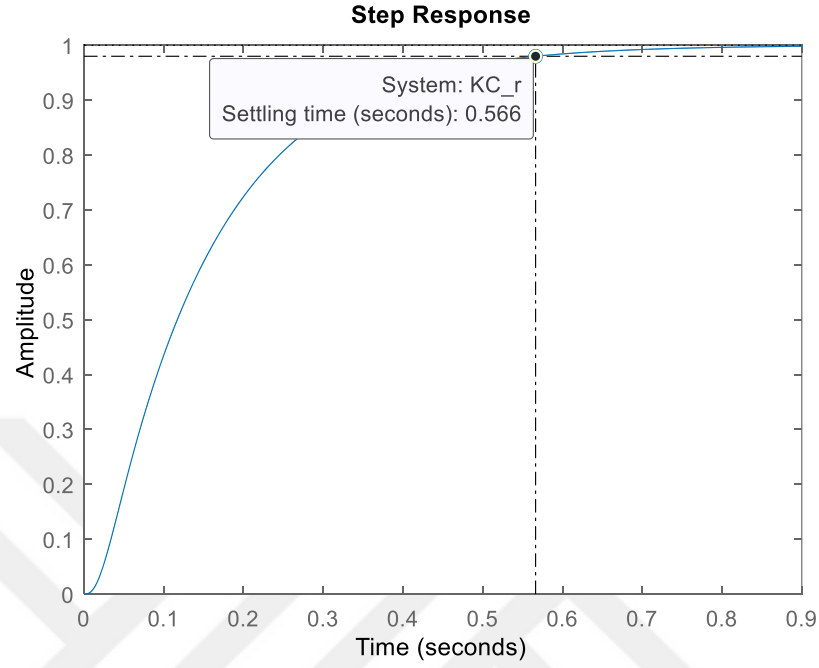
$$\frac{54977}{s(s^2 + 159s^2 + 8761)} \quad (3.18)$$



Şekil 3.9 : Yönelme açısal hız kök eğrisi.

Açık çevrim üzerinden kalıcı hal hatası analizi yapılırsa saf integrator teriminin üssünün 1 olduğu görülmektedir. Bu da 1 tipinde bir sistem olup birim basamak komutlar için kalıcı hatasın 0 olacağı denklem 3.19’da gösterilmiştir.

$$e_{bb}(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{1}{1 + \infty} = 0 \quad (3.19)$$

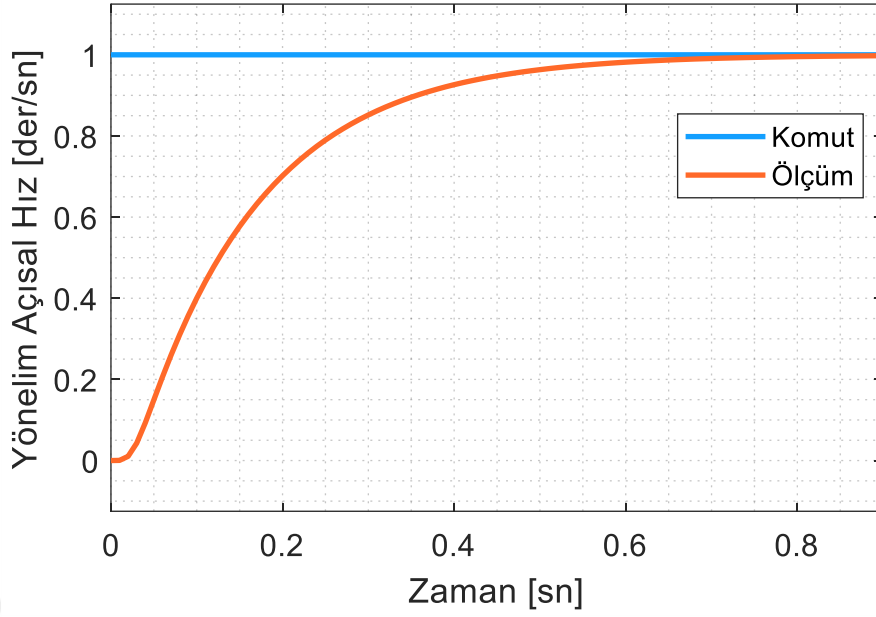


Şekil 3.10 : Yönelme açısal hız birim basamak cevabı.

K_p'nin 0.0592 olarak seçildiği sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu denklem 3.20'de verilmiştir. Birim basamak giriş sinyali için kapalı çevrimin cevabı Şekil 3.10 ile gösterilmiştir.

$$\frac{54977}{s^3 + 159s^2 + 8761s + 54977} \quad (3.20)$$

Hesaplanan kazançlar, doğrusal olmayan simülasyona entegre edilmiştir. Simülasyonda birim basamak yönelim açısal hız komutu verilmiş ve yönelim açısal hızı kayıt edilmiştir. Şekil 3.11 ile bu cevap gösterilmiştir.

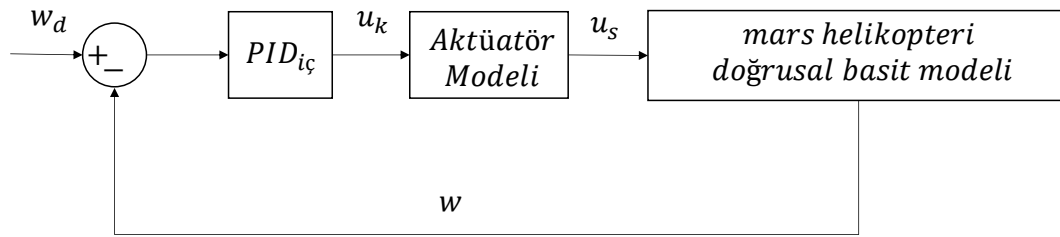


Şekil 3.11 : Yönelme açısal hız birim basamak simülasyon cevabı.

Şekil 3.11 üzerinden inceleme yapıldığında tasarım ile simülasyon sonuçlarının uyduğu gözlemlenmiştir.

3.2.1.4 Düşey hız kontrolcüsü

Duruş açıları ile benzer yapıya sahip olan irtifa kontrolcüsünün genel yapısı Şekil 3.12 ile gösterilmiştir. Burada istenilen irtifaya ulaşmak için üretilen hız komutu w_d ile gösterilmiştir.



Şekil 3.12 : Düşey hız kontrolcüsü.

Kontrolcüye ait aktüatör, sistem, açık çevrim ve kapalı çevrim transfer fonksiyonları Çizelge 3.7 ile verilmiştir. Buradaki β_k terimi μ_s terimi yerine kullanılmıştır.

Çizelge 3.7 : Düşey hız kontrolcüsü transfer fonksiyonları.

Model	Transfer Fonksiyonu
PID	K_p
Aktüatör	$\frac{\mu_s}{\mu_k} = \frac{8761}{s^2 + 159s + 8761}$
Sistem	$\frac{w}{\beta_k} = \frac{12.6}{s}$
Açık Çevrim	$\frac{110388(K_p)}{s(s^2 + 159s + 8761)}$
Kapalı Çevrim	$\frac{110388(K_p)}{(s^3 + 159s^2 + 8761s + (110388(K_p)))}$

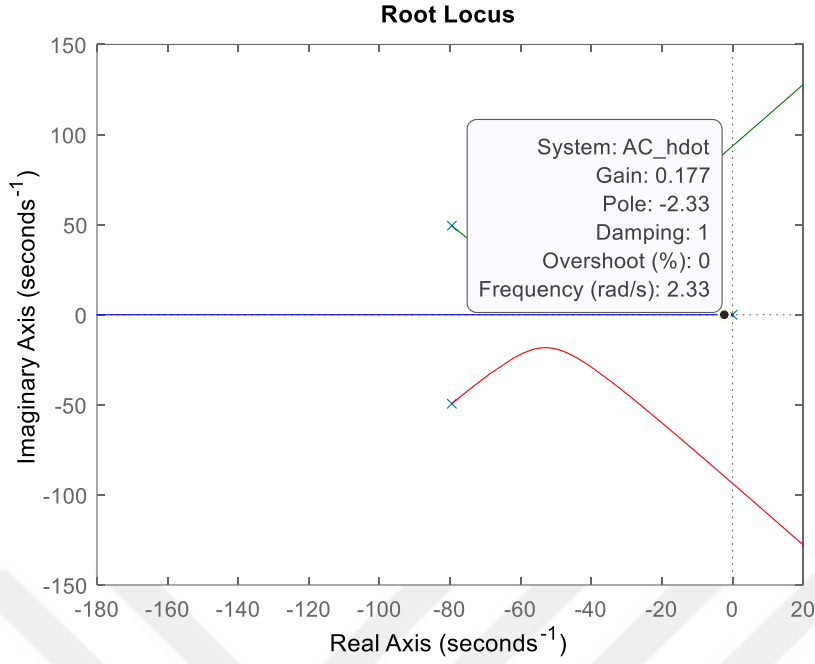
Kompanze edilmemiş sisteme kontrolcü entegre edilerek kompanze edilmiş bir sistem tasarlanmak istenmektedir. Çizelge 3.8 ile yönelme açısal hızı için belirlenen tasarım parametrelerine ait değerler verilmiştir.

Çizelge 3.8 : Düşey hız tasarım parametreleri.

Tasarım Parametresi	Değer	Birim
T_s	< 2	sn
$e_{bb}(\infty)$	0	$\frac{deg}{sn}$
%OS	0	—
ζ	1	—

Kök eğrisi ile bu parametre değerlerini sağlamak için Matlab’de açık çevrim üzerinden çizim yapılmıştır. Kazancın 0.177 olduğu oransal kontrolcü, tasarım parametreleri için yeterli olacaktır. Kök eğrisi çizimi Şekil 3.13 ile verilmiştir. Açık çevrim transfer fonksiyonu denklem 3.21’de verilmiştir.

$$\frac{19538}{s(s^2 + 159s^2 + 8761)} \quad (3.21)$$



Şekil 3.13 : Düşey hız kök eğrisi.

Açık çevrim üzerinden kalıcı hal hatası analizi yapılırsa saf integrator teriminin üssünün 1 olduğu görülmektedir. Bu da 1 tipinde bir sistem olup birim basamak komutlar için kalıcı hatasın 0 olacağı denklem 3.22’de gösterilmiştir.

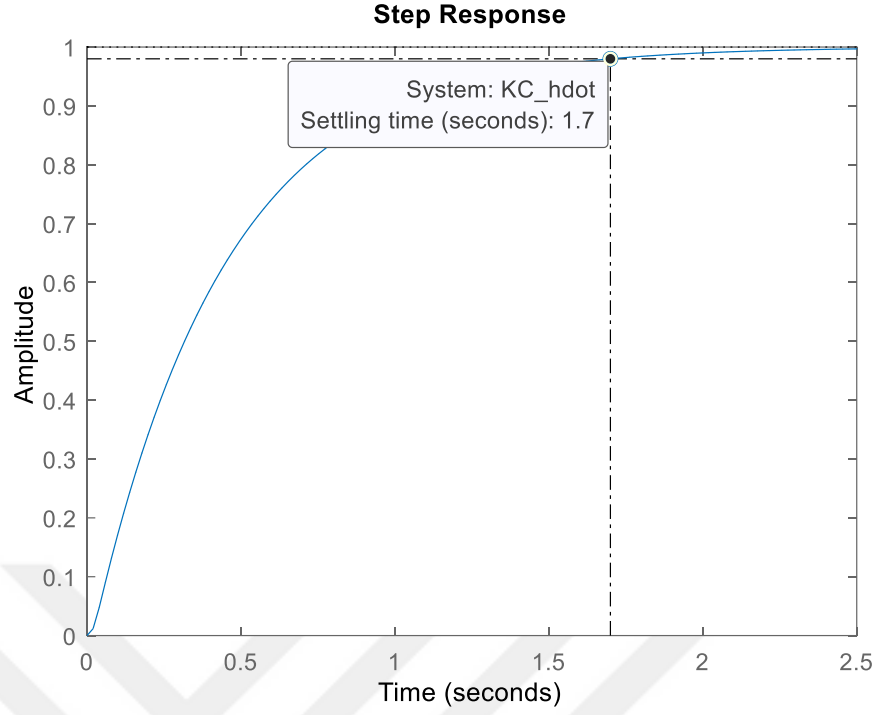
$$e_{bb}(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{1}{1 + \infty} = 0 \quad (3.22)$$

Burada trim hatvesi olarak Mars Helikopteri’nin ağırlığını taşıyacak hatve sabit ve biliniyor olarak seçilmiştir. Hesaplamalar bu trim koşulları altında yapılmıştır.

Kp’nin 0.177 olarak seçildiği sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu denklem 3.23’te verilmiştir.

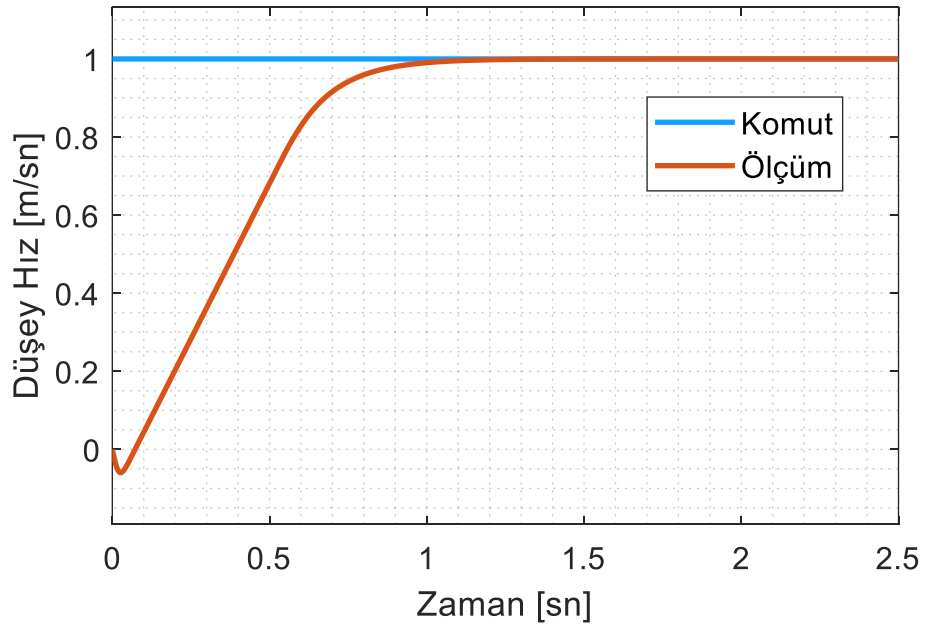
$$\frac{19538}{s^3 + 159s^2 + 8761s + 19538} \quad (3.23)$$

Birim basamak giriş sinyali için kapalı çevrimin cevabı Şekil 3.14 ile gösterilmiştir.



Şekil 3.14 : Düşey hız birim basamak cevabı.

Hesaplanan kazançlar numerik simülasyona entegre edilmiştir. Simülasyonda birim basamak düşey hız komutu verilmiş ve düşey hız kayıt edilmiştir. Şekil 3.15 ile bu cevap gösterilmiştir.



Şekil 3.15 : Düşey hız birim basamak simülasyon cevabı.

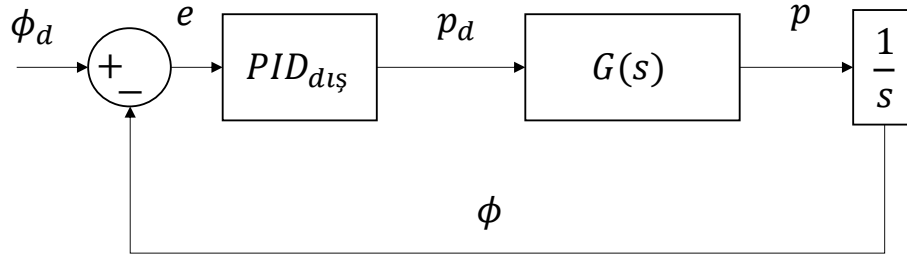
Şekil 3.15 üzerinden inceleme yapıldığında tasarım ile simülasyon sonuçlarının uyduğu gözlemlenmiştir.

3.2.2 Dış çevrim

Dış çevrimde, çıkışların kontrolünün sağlanması için istenen durumlar komutlanmaktadır. Bu durumlar sırasıyla yatış açısı, dikilme açısı, yönelim açısı ve irtifa olarak seçilmiştir. Sırasıyla bu çıkışlar için geliştirilen PID kontrolcü tasarımları açıklanacaktır. Birim geribesleme kapalı çevrim olan sisteme ait cevap karakteristiğinin tasarım parametreleri ile uyuşması için hesaplanması gereken kazanç parametreleri, kök eğrileri tekniği kullanılarak hesaplanmıştır [24].

3.2.2.1 Yatış açısı kontrolcüsü

Yatış açısı için geliştirilen kontrolcü genel yapısı Şekil 3.16 ile gösterilmiştir. Burada istenilen yatış açısına ulaşmak için üretilen yatış açısal hız komutu p_d ile gösterilmiştir. Açısal hız komutu, iç kontrolcü, aktüatör modeli ve sistem modelinin birleşimi olarak gösterilen $G(s)$ sistemine girmekte ve çıkış olarak açısal hız sinyali üretmektedir. Açısal hızın integrali olan yatış açısı dış kontrolcüye geri besleme verilerek burada hata üzerinden dış kontrolcü sürülmektedir.



Şekil 3.16 : Yatış açısı kontrolcüsü.

$G(s)$ sisteminin transfer fonksiyonu, denklem 3.24'te gösterilmiştir. Bu transfer fonksiyonu, tasarım isterlerine uygun cevabı verecek şekilde iç kontrolcü için denklem 3.17'de hesaplanmıştır. Transfer fonksiyonunun girişi yatış açısal hız komutu, çıkışı ise yatış açısal hızıdır.

$$\frac{102153}{s^3 + 159s^2 + 8761s + 102153} \quad (3.24)$$

Yatış açısı kontrolcüsü için transfer fonksiyonları Çizelge 3.9 ile verilmiştir.

Çizelge 3.9 : Yatış açısı kontrolcüsü transfer fonksiyonları.

Model	Transfer Fonksiyonu
PID	K_p
$G(s)$	$\frac{102153}{s^3 + 159s^2 + 8761s + 102153}$
Açık Çevrim	$\frac{102153(K_p)}{s(s^3 + 159s^2 + 8761s + 102153)}$
Kapalı Çevrim	$\frac{102153(K_p)}{s^4 + 159s^3 + 8761s^2 + 102153s + 102153(K_p)}$

Yatış açısı kontrolcüsü için beklenen performans parametreleri Çizelge 3.10 ile verilmiştir.

Çizelge 3.10 : Yatış açısı kontrolcüsü tasarım parametreleri.

Tasarım Parametresi	Değer	Birim
T_s	~ 0.5	sn
$e_{bb}(\infty)$	0	$\frac{deg}{sn}$
%OS	< 2	—
ζ	0.8	—

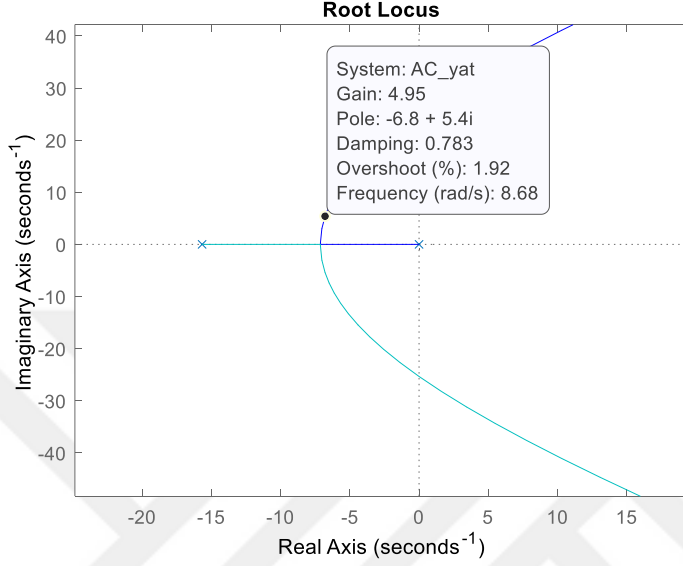
Yatış kontrolcüsü için %2'den düşük bir aşım beklenmektedir. Bunun için gereken sönüm oranı hesabı denklem 3.25'te verilmiştir. Buradan sönüm oranı yaklaşık 0.8 olarak hesaplanmıştır.

$$\zeta = -\frac{\ln\left(\frac{\%OS}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{\%OS}{100}\right)}} \quad (3.25)$$

Çizelge 3.1 ile verilen tasarım parametreleri, yatış açısı için referans alındığında, 0.5 saniyede sistemin istenilen komuta oturması için gereken doğal frekans değeri denklem 3.26'da hesaplanmıştır. Bu hesaptan doğal frekans yaklaşık 10 rad/s olarak bulunmuştur.

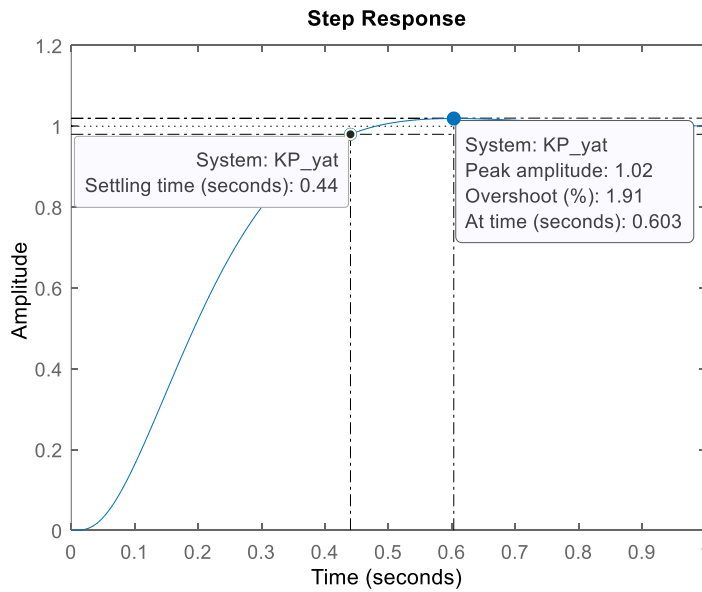
$$T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} \quad (3.26)$$

Kök eğrisi ile sistemin açık çevrim transfer fonksiyonu üzerinden istenen tasarım değerlerini sağlamak için Matlab’de açık çevrim üzerinden çizim yapılmıştır.



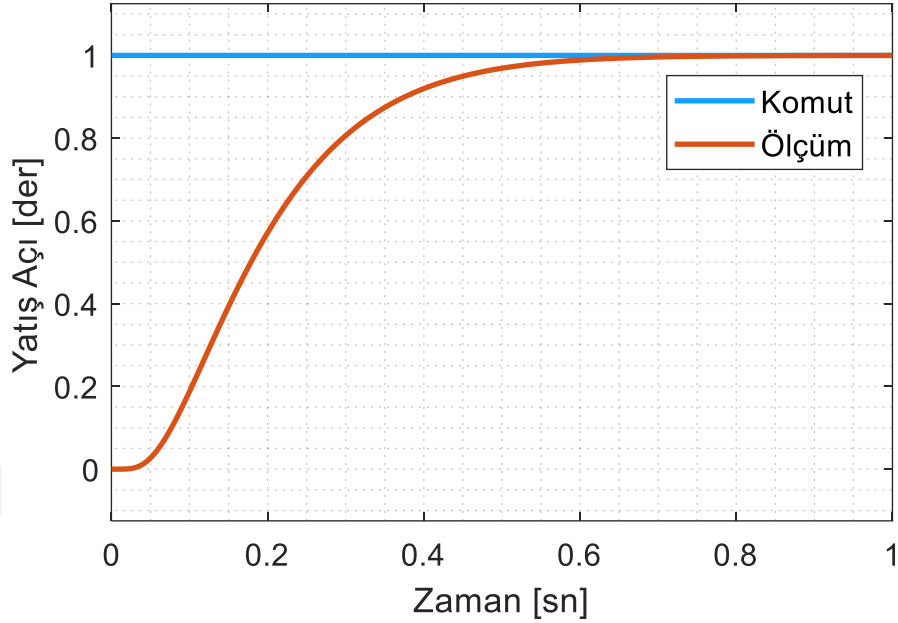
Şekil 3.17 : Yatış açi kök eğrisi.

Şekil 3.17 ile görüldüğü üzere kazancın 4.95 olduğu durumda istenilen parametreler sağlanmaktadır. Birim basamak giriş sinyali için kapalı çevrimin cevabı Şekil 3.18 ile gösterilmiştir.



Şekil 3.18 : Yatış açısı birim basamak cevabı.

Hesaplanan kazançlar doğrusal olmayan simülasyona entegre edilmiştir. Simülasyonda birim basamak yatış komutu verilmiş ve yatış açısının cevabı kayıt edilmiştir. Şekil 3.19 ile bu cevap gösterilmiştir.



Şekil 3.19 : Yatış açısı birim basamak simülasyon cevabı.

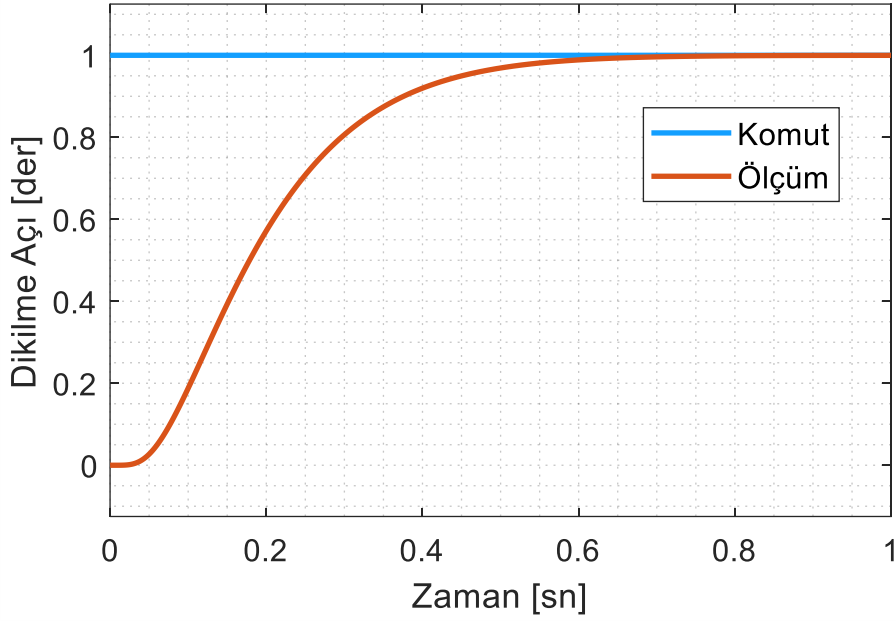
Şekil 3.19 üzerinden inceleme yapıldığında tasarım ile simülasyon sonuçlarının uyduğu gözlemlenmiştir.

3.2.2.2 Dikilme açısı kontrolcüsü

Aktüatör modeli ve sistem modeline ait transfer fonksiyonları dikilme ve yatış eksenleri için aynıdır. Bu sebeple burada yatış kontrolcüsü ile aynı parametreler ve kazanç seçimi yapılmıştır.

Yatış kontrolünde olduğu gibi hesaplanan kazançlar numerik simülasyona entegre edilmiştir. Simülasyonda birim basamak dikilme komutu verilmiş ve dikilme açısının cevabı kayıt edilmiştir. Şekil 3.20 ile bu cevap gösterilmiştir.

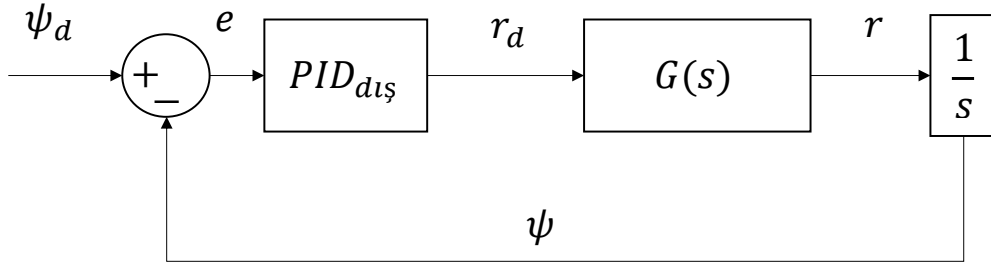
Şekil 3.20 üzerinden inceleme yapıldığında tasarım ile simülasyon sonuçlarının uyduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 3.20 : Dikilme açısı birim basamak simülasyon cevabı.

3.2.2.3 Yönelme açı kontrolcüsü

Yatış ve dikilme açısı ile benzer yapıya sahip olan yönelme kontrolcüsünün genel yapısı Şekil 3.21 ile gösterilmiştir. Burada istenilen yönelme açısına ulaşmak için üretilen yönelme açısal hız komutu r_d ile gösterilmiştir.



Şekil 3.21 : Yönelme açı kontrolcüsü.

$G(s)$ sisteminin transfer fonksiyonu, denklem 3.27’de gösterilmiştir. Bu transfer fonksiyonu, tasarım isterlerine uygun cevabı verecek şekilde iç kontrolcü için denklem 3.20’de hesaplanmıştır. Transfer fonksiyonunun girişi yönelim açısal hız komutu, çıkışı ise yönelim açısal hızıdır.

$$\frac{54977}{s^3 + 159s^2 + 8761s + 54977} \quad (3.27)$$

Yönelim açı kontrolcüsü için transfer fonksiyonları Çizelge 3.11 ile verilmiştir.

Çizelge 3.11 : Yönelim aç kontrolcüsü transfer fonksiyonları.

Model	Transfer Fonksiyonu
PID	K_p
$G(s)$	$\frac{54977}{s^3 + 159s^2 + 8761s + 54977}$
Açık Çevrim	$\frac{54977(K_p)}{s(s^3 + 159s^2 + 8761s + 54977)}$
Kapalı Çevrim	$\frac{54977(K_p)}{s^4 + 159s^3 + 8761s^2 + 54977s + 54977(K_p)}$

Yönelim aç kontrolcüsü için performans parametreleri Çizelge 3.12 ile verilmiştir.

Çizelge 3.12 : Yönelim kontrolcüsü tasarım parametreleri.

Tasarım Parametresi	Değer	Birim
T_s	<1.5	sn
$e_{bb}(\infty)$	0	$\frac{deg}{sn}$
%OS	<5	—
ζ	0.7	—

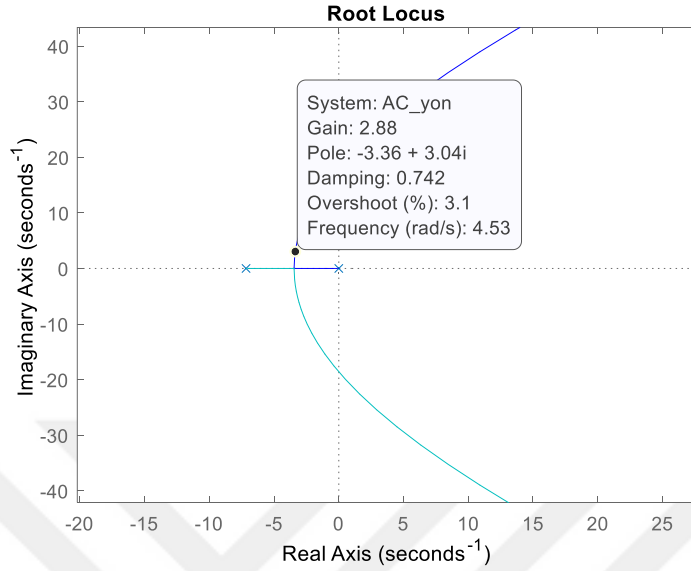
Yönelim kontrolcüsü için %5'den düşük bir aşım beklenmektedir. Bunun için gereken sönüm oranı hesabı denklem 3.28'de verilmiştir. Buradan sönüm oranı yaklaşık 0.7 olarak hesaplanmıştır.

$$\zeta = -\frac{\ln\left(\frac{\%OS}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{\%OS}{100}\right)}} \quad (3.28)$$

Çizelge 3.1 ile verilen tasarım parametreleri, yönelim açısı için referans alındığında, 1.2 saniyede sistemin istenilen komuta oturması için gereken doğal frekans değeri denklem 3.29'da hesaplanmıştır. Bu hesaptan doğal frekans yaklaşık 4.5 rad/s olarak bulunmuştur.

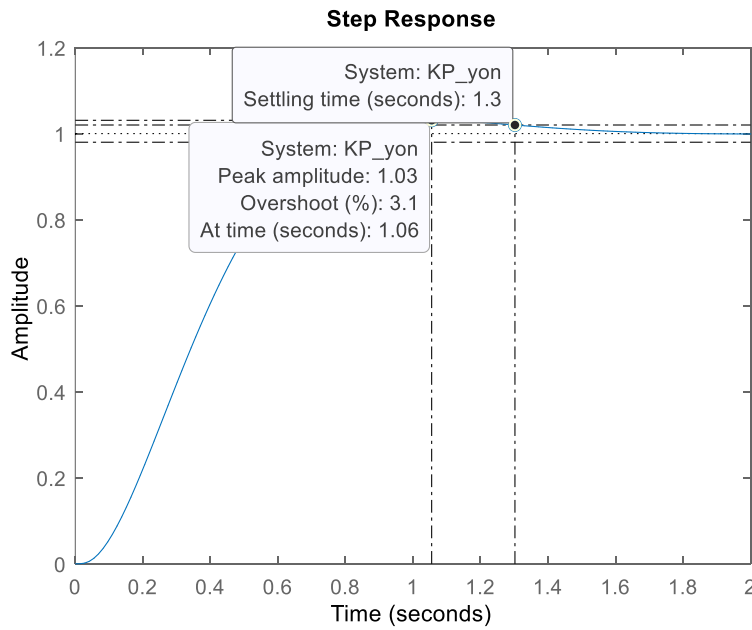
$$T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} \quad (3.29)$$

Kök eğrisi ile sistemin açık çevrim transfer fonksiyonu üzerinden istenen tasarım değerlerini sağlamak için Matlab’de açık çevrim üzerinden çizim yapılmıştır.



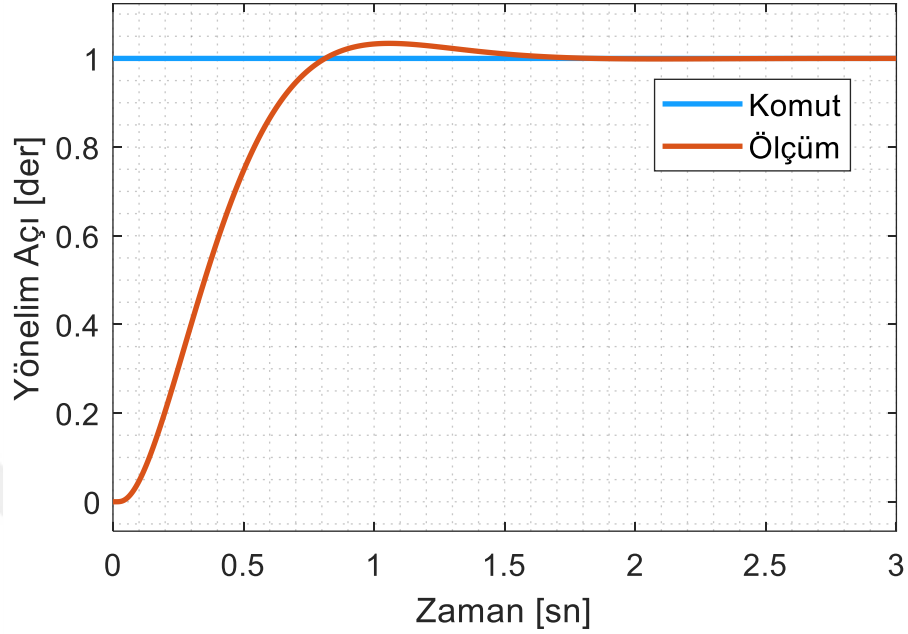
Şekil 3.22 : Yönelme açısı kök eğrisi.

Şekil 3.22 ile görüldüğü üzere kazancın 2.88 olduğu durumda istenilen parametreler sağlanmaktadır. Birim basamak giriş sinyali için kapalı çevrimin cevabı Şekil 3.23 ile gösterilmiştir.



Şekil 3.23 : Yönelme açısı birim basamak cevabı.

Hesaplanan kazançlar doğrusal olmayan simülasyona entegre edilmiştir. Simülasyonda birim basamak yönelim açısı komutu verilmiş ve yönelim açısının cevabı kayıt edilmiştir. Şekil 3.24 ile bu cevap gösterilmiştir.

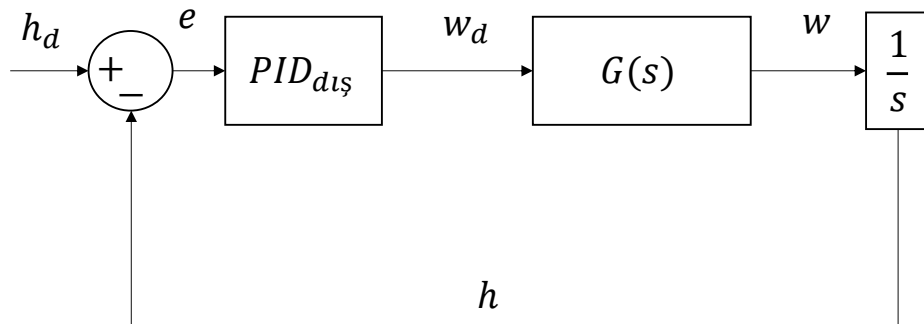


Şekil 3.24 : Yönelme açısı birim basamak simülasyon cevabı.

Şekil 3.24 üzerinden inceleme yapıldığında tasarım ile simülasyon sonuçlarının uyduğu gözlemlenmiştir.

3.2.2.4 İrtifa kontrolcüsü

Duruş açıları ile benzer yapıya sahip olan irtifa kontrolcüsünün genel yapısı Şekil 3.25 ile gösterilmiştir. Burada istenilen irtifaya ulaşmak için üretilen hız komutu w_d ile gösterilmiştir.



Şekil 3.25 : İrtifa kontrolcüsü.

$G(s)$ sisteminin transfer fonksiyonu, denklem 3.30'da gösterilmiştir. Bu transfer fonksiyonu, tasarım isterlerine uygun cevabı verecek şekilde iç kontrolcü için denklem 3.23'te hesaplanmıştır. Transfer fonksiyonunun girişi düşey hız komutu, çıkışı ise düşey hızdır.

$$\frac{19538}{s^3 + 159s^2 + 8761s + 19538} \quad (3.30)$$

İrtifa kontrolcüsü için transfer fonksiyonları Çizelge 3.13 ile verilmiştir.

Çizelge 3.13 : İrtifa kontrolcüsü transfer fonksiyonları.

Model	Transfer Fonksiyonu
PID	K_p
$G(s)$	$\frac{19538}{s^3 + 159s^2 + 8761s + 19538}$
Açık Çevrim	$\frac{19538(K_p)}{s(s^3 + 159s^2 + 8761s + 19538)}$
Kapalı Çevrim	$\frac{19538(K_p)}{s^4 + 159s^3 + 8761s^2 + 19538s + 19538(K_p)}$

İrtifa kontrolcüsü için performans parametreleri Çizelge 3.14 ile verilmiştir.

Çizelge 3.14 : Düşey hız tasarım parametreleri.

Tasarım Parametresi	Değer	Birim
T_s	<5	sn
$e_{bb}(\infty)$	0	$\frac{deg}{sn}$
%OS	<10	—
ζ	0.6	—

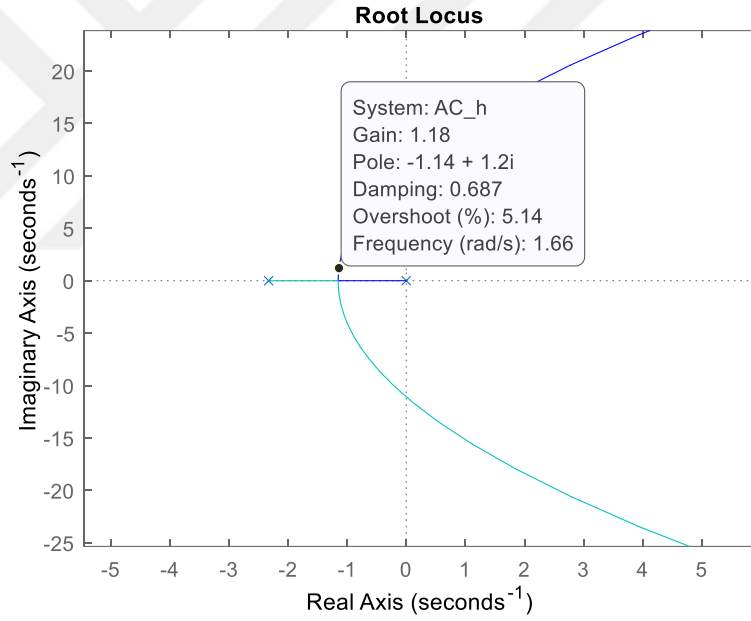
İrtifa kontrolcüsü için %10'dan düşük bir aşım beklenmektedir. Bunun için gereken sönüm oranı hesabı denklem 3.31'de verilmiştir. Buradan sönüm oranı yaklaşık 0.6 olarak hesaplanmıştır.

$$\zeta = -\frac{\ln\left(\frac{\%OS}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{\%OS}{100}\right)}} \quad (3.31)$$

Çizelge 3.1 ile verilen tasarım parametreleri, irtifa için referans alındığında, 3 saniyede sistemin istenilen komuta oturması için gereken doğal frekans değeri denklem 3.32’de hesaplanmıştır. Bu hesaptan doğal frekans yaklaşık 2.2 rad/s olarak bulunmuştur.

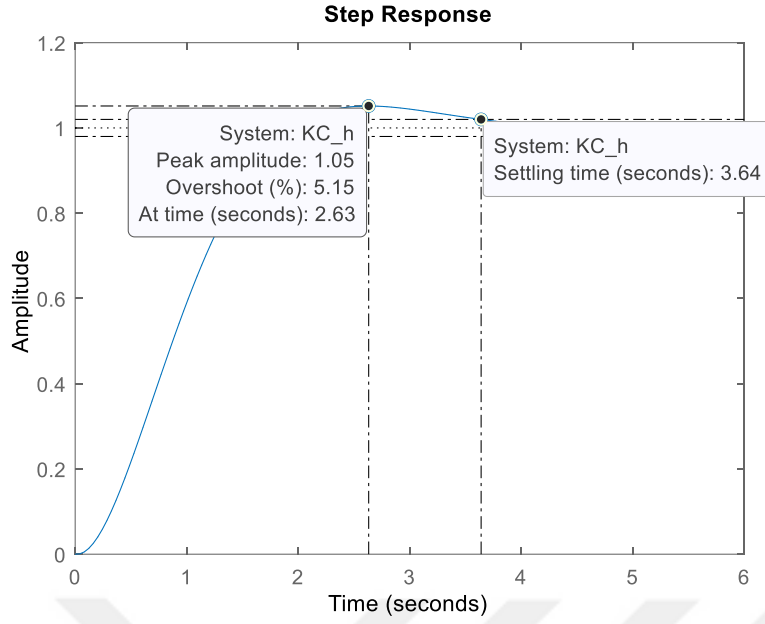
$$Ts = \frac{4}{\zeta \omega_n} \quad (3.32)$$

Kök eğrisi ile sistemin açık çevrim transfer fonksiyonu üzerinden istenen tasarım değerlerini sağlamak için Matlab’de açık çevrim üzerinden çizim yapılmıştır.

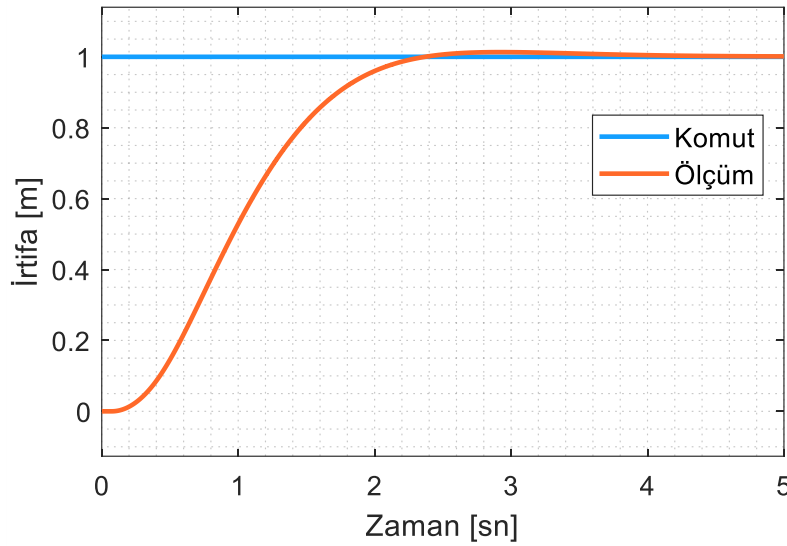


Şekil 3.26 : İrtifa kök eğrisi.

Şekil 3.26 ile görüldüğü üzere kazancın 1.18 olduğu durumda istenilen parametreler sağlanmaktadır. Birim basamak giriş sinyali için kapalı çevrimin cevabı Şekil 3.27 ile gösterilmiştir. Hesaplanan kazançlar doğrusal olmayan simülasyona entegre edilmiştir. Simülasyonda birim basamak irtifa komutu verilmiş ve irtifa cevabı kayıt edilmiştir. Şekil 3.28 ile bu cevap gösterilmiştir. Tasarım ile simülasyon sonuçlarının uyduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 3.27 : İrtifa birim basamak cevabı.



Şekil 3.28 : İrtifa birim basamak simülasyon cevabı.

Tüm kontrolcüler için nihai belirlenen kontrolcü kazançları Çizelge 3.15 ile verilmiştir.

Çizelge 3.15 : İç ve dış kontrolcü kazanç tablosu.

Kontrolcü	Kazanç	Dış	İç
YATIŞ & DİKİLME	K_p	4.95	1.06
YÖNELİM	K_p	2.88	0.06
YÜKSEKLİK	K_p	1.18	0.18

Çizelge 3.15 incelendiğinde iç ve dış kontrolcüler için oransal kazanç yeterli olmuştur. Bu durumun temel nedeni, sistemin transfer fonksiyonunun bir integrator gibi davranmasıdır. Genel olarak sistem matrislerinde, sönümlleme oranı ve yay katsayısı eşleniği olacak şekilde dinamik ifadeleri karşılayan matematiksel terimler bulunmaktadır. Döner kanat sistemler için bu durum hava sürüklemesi olarak örnek verilebilir. Ancak, Mars'ta hava yoğunluğunun çok düşük olması sebebiyle bu durum kontrol sinyalinin yanında ihmal edilebilecek kadar küçük kalmaktadır. Dolayısıyla Mars Helikopteri'ne ait sistem matrisinde durumlar arasında geçiş sağlayan matematiksel ifadeler mevcut değildir. Örnek olarak verilecek olursa yatış yapmak için oluşturulan açisal ivmeyi kontrol eden sadece kontrol sinyalidir. Bu sebeple oransal kazanç ile istenilen kontrolcü performansları sağlanabilmektedir.

3.3 Bozucu Önleyen Gözlemleyici Destekli Kontrolcü

Gözlemleyici yapıları, kontrol edilmek istenen sistem çıkışındaki sinyalleri izleyerek çıkarım yapmaktadır. Bu çıkarım üzerinden, sistem içerisindeki eyleyicilerin istenilen performansı yerine getirememesi ya da sisteme dışardan etkiyen bir bozucu ile sistem dinamiklerinde oluşan değişikliklerin tespiti ve bu tespitin sınıflandırılması gözlemleyici sistemleri tarafından yapılmaktadır. Bozucu olarak isimlendirilen bu durumlar, kontrolcü performansını etkilemektedir. Bu durum için genel olarak hata toleranslı kontrolcü sistemleri geliştirilmektedir. Bu sistemlerde öncelikle hata tespiti, sonrasında hatanın kaynağının belirlenmesi ve son olarak da bu hatanın giderilmesi için kontrolcünün yeniden yapılandırılması işlemleri uygulanmaktadır. Örnek olarak verilecek olursa Mars Helikopteri'nin pervanesinde oluşabilecek bir mekanik yorulma veya bozulma sistem çıktısını etkileyecek ve dolayısıyla kontrolcü performansını düşürecektir. Bu durumun tespiti ve kontrolcü sinyalinin bu bozulmaya karşı modifiye edilmesi ile kontrolcü performansı artırılabilir. Bozucu önleyici gözlemleyiciler de bu noktada bozucu sinyalinin tespiti ve bu sinyalin sistem üzerindeki etkisinin önlenmesi üzerine geliştirilmiş olan modern kontrol tekniklerinden biridir. Gözlemleyiciler doğrusal ve doğrusal olmayan sürekli ve ayrık zamanlı sistemlerde kullanılabilmektedir [25].

Bu çalışmada, Mars Helikopteri'nin eyleyicilerinde oluşabilecek bozulmalara karşı geliştirilen bozucu önleyici gözlemleyici destekli kontrolcü (BÖGDK) üzerinde

çalışılmıştır. Bu gözlemleyici artık sinyali tespit ederek kontrol sinyalini modifiye etmektedir. Böylelikle sistemin kararlılığı artırılmış olmaktadır.

3.3.1 Gözlemleyici ve kontrol yapılandırması

Üzerinde bozucu bir etkinin olduğu bir sistemin genel denklemi 3.33'te verilmiştir [26]. Buradaki y , kontrol edilmek istenen sistem çıkışı, $h(x)$ sistem durumları ile çıkış arasındaki geçiş fonksiyonu, x sistem durumları, u kontrol sinyali, $g_1(x)$ kontrol sinyali ile durum türevi arasındaki geçiş matrisi, d bozucu etki ve $g_2(x)$ de bozucunun sistem durumuna etki matrisini belirtmektedir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g_1(x)u + g_2(x)d \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3.33}$$

Gözlemleyici tarafından tespit edilen gözlemleyici ifadesi, $\hat{d}$ denklem 3.34'te verilmiştir. Buradaki z , gözlemleyici durumu ve $p(x)$ 'de doğrusal olmayan gözleyici fonksiyonudur.

$$\hat{d} = z + p(x)\tag{3.34}$$

Bozucu sinyali ve bu sinyalin kestirimi arasındaki hatanın e_d olarak ifade edildiği denklem 3.35'te gösterildiği üzere K kazancının pozitif olma durumunda zamanla $\hat{d}$ değeri d 'ye yakınsayarak eşit olacak ve eksponansiyel olarak e_d sıfır değerine ulaşacaktır.

$$\begin{aligned}e_d &= d - \hat{d} \\ \dot{e}_d &= -Ke_d\end{aligned}\tag{3.35}$$

Denklem 3.35'teki hata denkleminin türevi alınarak denklem 3.36 yazılır.

$$\dot{e}_d = \dot{d} - \dot{\hat{d}}\tag{3.36}$$

Bozucu sinyalin, sisteme göre daha durağan olması sebebiyle bu terimin zamanla değişimi sıfır kabul edilip denklem 3.34, 3.35 ve 3.36 birleştirilerek 3.37'deki eşitsizlik yazılır.

$$-\dot{z} - \frac{\partial p(x)}{\partial x} \dot{x} = -K(d - z - p(x)) \quad (3.37)$$

Denklem 3.37'ye denklem 3.33'deki sistem fonksiyonu entegre edilerek denklem 3.38 elde edilir.

$$\dot{z} = K(d - z - p(x)) - \frac{\partial p(x)}{\partial x} (f(x) + g_1(x)u + g_2(x)d) \quad (3.38)$$

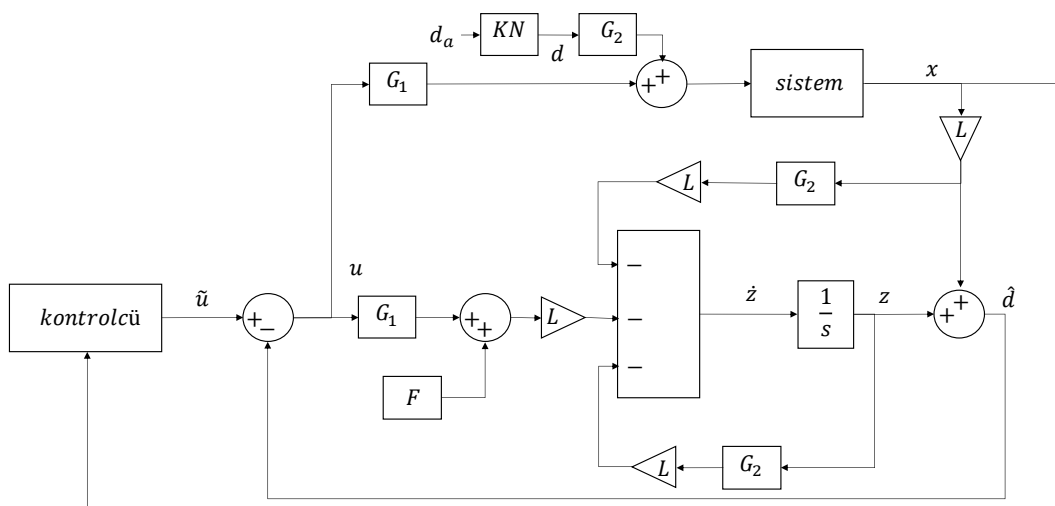
Denklem 3.39'daki gibi doğrusal olmayan gözlemleyici fonksiyonu, doğrusal olmayan gözlemleyici kazanç matrisi olarak ifade edilir.

$$l(x) = \frac{\partial p(x)}{\partial x} \quad (3.39)$$

Denklem 3.38'deki K ifadesi $K = l(x)g_2(x)$ olarak alınır ve denklem 3.38 ve 3.39'daki kullanılarak denklem 3.40 elde edilir [26].

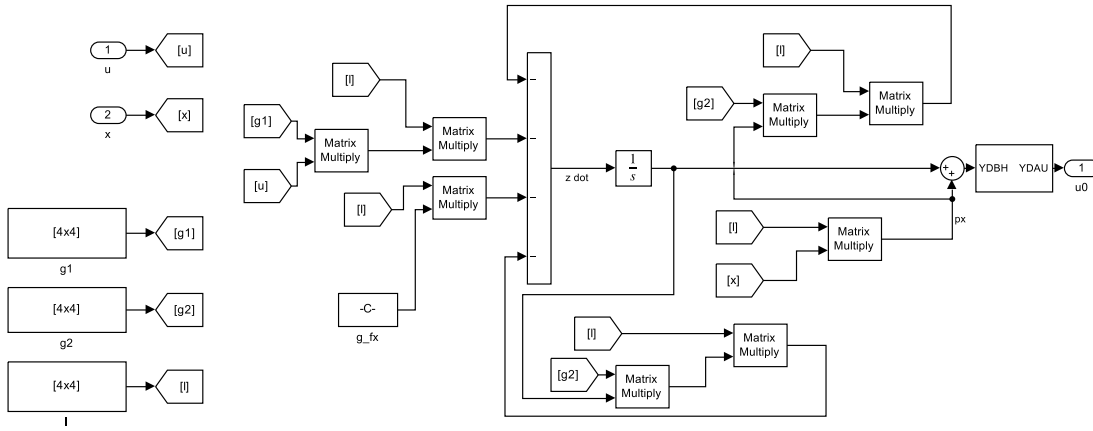
$$\dot{z} = -l(x)g_2(x)z - l(x)(f(x) + g_1(x)u + g_2(x)p(x)) \quad (3.40)$$

Bu denklemin blok diyagramı ve kontrolcü sinyali üzerindeki ileri besleme terimi Şekil 3.29 ile verilmiştir. Bozucu modeli sadece iç çevrim dinamikleri için oluşturulmuştur. KN ile belirtilen blok diyagramı, eyleyiciler ile kontrol sinyali arasındaki dönüşümü sağlayan matrisi ifade etmektedir.



Şekil 3.29 : Bozucu önleyen gözlemleyici destekli kontrolcü yapısı.

Şekil 3.29 ile gösterilen tasarım üzerinden geliştirilen BÖGDK'nin modeli Şekil 3.30 ile gösterilmiştir.



Şekil 3.30 : BÖGDK simülasyon modeli.

Mars Helikopteri için matris ifadeleri denklem 3.41’de oluşturulmuştur. Burada alt ve üst pervaneler için döngüsel kontrolde, kontrol sinyallerinin eş olduğu kabul edilmiştir. Dolayısıyla 6 adet kontrol sinyali 4 adet sinyale düşürülmüştür.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \ddot{h} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}}_{f(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} M_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{z_u} & -M_{z_a} \\ 0 & 0 & a_{z_u} & a_{z_a} \end{bmatrix}}_{g_1(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} \mu_y \\ \mu_b \\ \beta_{k_u} \\ \beta_{k_a} \end{bmatrix}}_u \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} M_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_z \end{bmatrix}}_{g_2(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} N & -N & 0 & N & -N & 0 \\ N & N & -N & N & N & -N \\ K & K & K & -K & -K & -K \\ K & K & K & K & K & K \end{bmatrix}}_{d} \underbrace{\begin{bmatrix} d_{\delta_1} \\ d_{\delta_2} \\ d_{\delta_3} \\ d_{\delta_4} \\ d_{\delta_5} \\ d_{\delta_6} \end{bmatrix}}_{d_a} \\
 l(x) &= \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_4 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

Bozucu etki, döngüsel ve kollektif kontrol sağlayan motorlar üzerinde oluşturulmuştur. Bölüm 2.7’de belirtilen eyleyici ve kontrol sinyalleri arasındaki geçiş sağlayan matris bozucu etkisinin durum üzerindeki etkisine dönüştürülmesinde kullanılmıştır. Son olarak kazanç matrisi olan $l(x)$ matrisi diagonal olarak oluşturulmuştur.

3.4 Geri Beslemeli Doğrusallaştırma Kontrolcüsü

Bu bölümde geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcü kullanılarak Mars Helikopteri üzerinde değişimi bilinen dinamiklerin kompanze edilerek kontrolcü performansının korunması üzerinde çalışılmıştır. Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsünün temel olarak iki yöntemi bulunmaktadır. İlki giriş durum beslemeli olandır. Bu yöntem karmaşık matematiksel yöntemler gerektirmektedir. İkincisi ise giriş çıkış geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemidir. Bu yöntem ise daha uygulanabilir [10]. Bu çalışmada ikinci yöntem kullanılacaktır. Sistem denklemleri 3.42’deki gibi ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= F(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3.42}$$

Çıkış sinyali denklem 3.43’teki gibi seçilir.

$$y(t) = Cx(t)\tag{3.43}$$

Çıkış sinyalinin türev ifadeleri denklem 3.44’teki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}\dot{y} &= C\dot{x} \\ \ddot{y} &= f(x) + g(x)u = v\end{aligned}\tag{3.44}$$

Denklem 3.44’deki $\ddot{y}$ ifadesi iki ayrı kısımda incelenebilir. İlk kısım girişten bağımsız olan ve durumlara bağlı $f(x)$, ikinci kısım ise girişe bağlı olan kısım $g(x)$ ’dir. Denklem 3.44 kullanılarak giriş sinyalinin fonksiyonu denklem 3.45’teki gibi yazılır.

$$u(t) = \frac{1}{g(x)} (-f(x) + v(t))\tag{3.45}$$

PD takipli kontrolcü için diferansiyel denklem 3.46’daki gibi yazılır.

$$v = \ddot{y}_d + K_d(\dot{e}) + K_p e$$

$$e = y_d(t) - y(t) \quad (3.46)$$

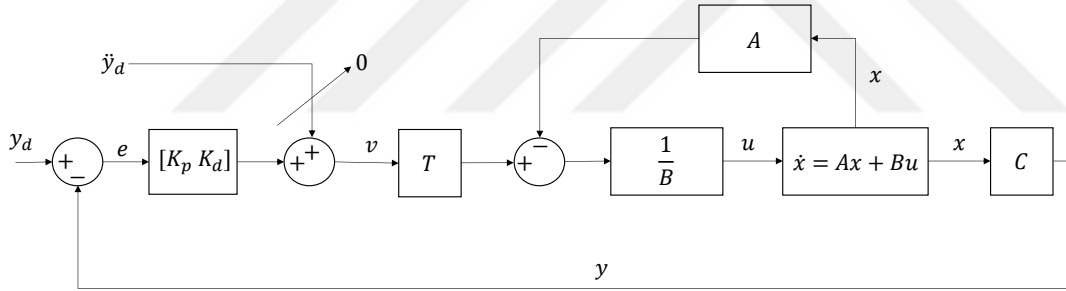
$$v = \ddot{y} \therefore \ddot{e} + K_d(\dot{e}) + K_p e = 0$$

Denklem 3.46 incelendiğinde K_d ve K_p kazançları pozitif olduğu takdirde hata sıfıra gidecektir. Ayrıca bu kazançlar sistemin yükselme zamanı ve yüzde aşımı tercihine göre seçilebilir.

Denklem 3.45 ve 3.46 birleştirilerek geri beslemeli doğrusallaştırma denklemi 3.47'deki gibi elde edilmiş olur [10].

$$u(t) = \frac{1}{g(x)} \left(-f(x) + \ddot{y}_d + K_d(\dot{e}) + K_p(e) \right) \quad (3.47)$$

Denklem 3.47 kullanılarak oluşturulan sistem blok diyagramı Şekil 3.31 ile gösterilmiştir. Komutun düşük frekanslı olması varsayımı ile $\ddot{y}_d = 0$ olarak alınmıştır.



Şekil 3.31 : Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcü blok diyagramı.

Blok diyagramında verilen sistem, durum ve çıkış matrisleri denklem 3.48'de gösterilmiştir.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \\ w \\ h \end{bmatrix}$$

$$y_d = \begin{bmatrix} \phi_d \\ \theta_d \\ \psi_d \\ h_d \end{bmatrix}$$

Denklem 3.47'deki $\frac{1}{g(x)}$ ifadesinin karşılığını bulmak için kontrol sinyali matrisi olan B matrisinin pseudo tersi alınmıştır ve denklem 3.49'da gösterilmiştir.

$$B_{pinv} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.009434 & -0.083333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.009434 & -0.083333 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.120687 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.051724 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.120687 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.051724 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

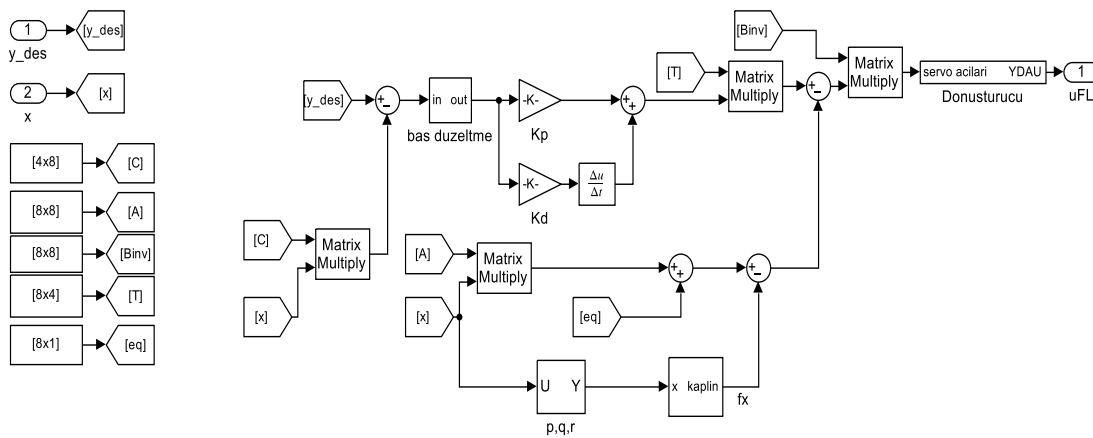
v sinyalini oluşturmak için T matrisi kullanılmıştır. T matrisi, hata sonrasındaki kontrolcü çıkışlarını 8x1'lik durum matrisi boyutuna eşitlemek için kullanılmıştır. Bu matris denklem 3.50'de verilmiştir.

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

$$\beta_{k_{ueq}} = \beta_{k_{aeq}} = -eq(7,1) * B_{inv}(2,7) \quad (3.51)$$

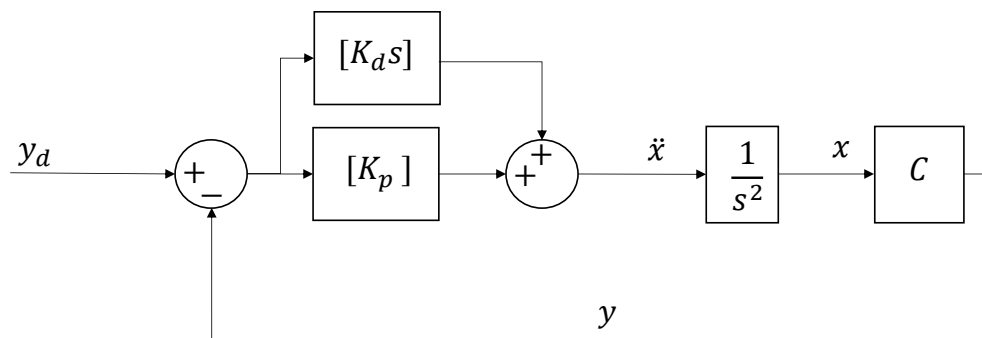
$$\beta_{k_{ueq}} = \beta_{k_{aeq}} = -eq(7,1) * B_{inv}(2,7) \quad (3.51)$$

$$eq = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 2.364 \quad 0]'$$

[illegible]

Şekil 3.32 : Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü Simulink modeli.

Kontrolcü kazançlarının hesaplanması için Şekil 3.31 ile gösterilen sistemin olduğu kısım $\frac{1}{s^2}$ gibi düşünülebilir. Bu durum Şekil 3.33 ile gösterilmiştir.



Şekil 3.33 : GBDK kazanç hesaplama diyagramı.

Şekil 3.33 ile gösterilen sistemin açık ve kapalı çevrim transfer fonksiyonu denklem 3.52’de verilmiştir. Bu transfer fonksiyonu üzerinden tasarım parametreleri ile örtüşecek kazanç hesaplamaları yapılabilir.

$$TF_{AC} = \frac{e(s)}{y_d(s)} = \frac{C(K_p + K_d s)}{s^2}$$

$$TF_{KC} = \frac{y(s)}{y_d(s)} = \frac{\frac{C(K_p + K_d s)}{s^2}}{1 + \frac{C(K_p + K_d s)}{s^2}} = \frac{CK_d s + CK_p}{s^2 + CK_d s + CK_p} \quad (3.52)$$

Diğer taraftan K_d ve K_p kazançları, denklem 3.46'daki eşitsizlik üzerinden de hesaplanabilir. Hatanın durum değişkeni olması sebebiyle, K_p ve K_d kazançları bu durum değişkenine ait ikinci dereceden transfer fonksiyonunun ξ ve ω_n değerlerini belirlemektedir. Denklem 3.53'te bu eşitsizlikler verilmiştir.

$$\ddot{e} + K_d(\dot{e}) + K_p e = 0$$

$$K_p = \omega_n^2$$

$$K_d = 2 \xi \omega_n \quad (3.53)$$

Denklem 3.52 ve 3.53 incelendiğinde karakteristik denklemdeki K_d ve K_p kazançlarının aynı olduğu görülmektedir. Çizelge 3.1 ile verilen tasarım parametreleri üzerinden denklem 3.53 ile kazançlar hesaplanmıştır. Sonuçlar Çizelge 3.16 ile verilmiştir.

Çizelge 3.16 : Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcü kazançları.

Kontrol Eksen	ξ	ω_n	K_p	K_d
<i>yatış açısı</i> [$\emptyset$]	0.78	10.3	105.2	16
<i>dikilme açısı</i> [θ]	0.78	10.3	105.2	16
<i>baş açısı</i> [ψ]	0.69	3.9	14.9	5.3
<i>irtifa</i> [h]	0.59	1.4	1.8	1.6

Çizelge 3.16'da belirlenen kontrolcü kazançları tasarım gerekliliklerine göre değişiklik gösterebilir. Fakat bu tez kapsamında kullanılan kontrolcülerin aynı performans kriterlerinde karşılaştırılması için kazanç hesaplamaları aynı tasarım parametreleri üzerinden hesaplanmıştır.

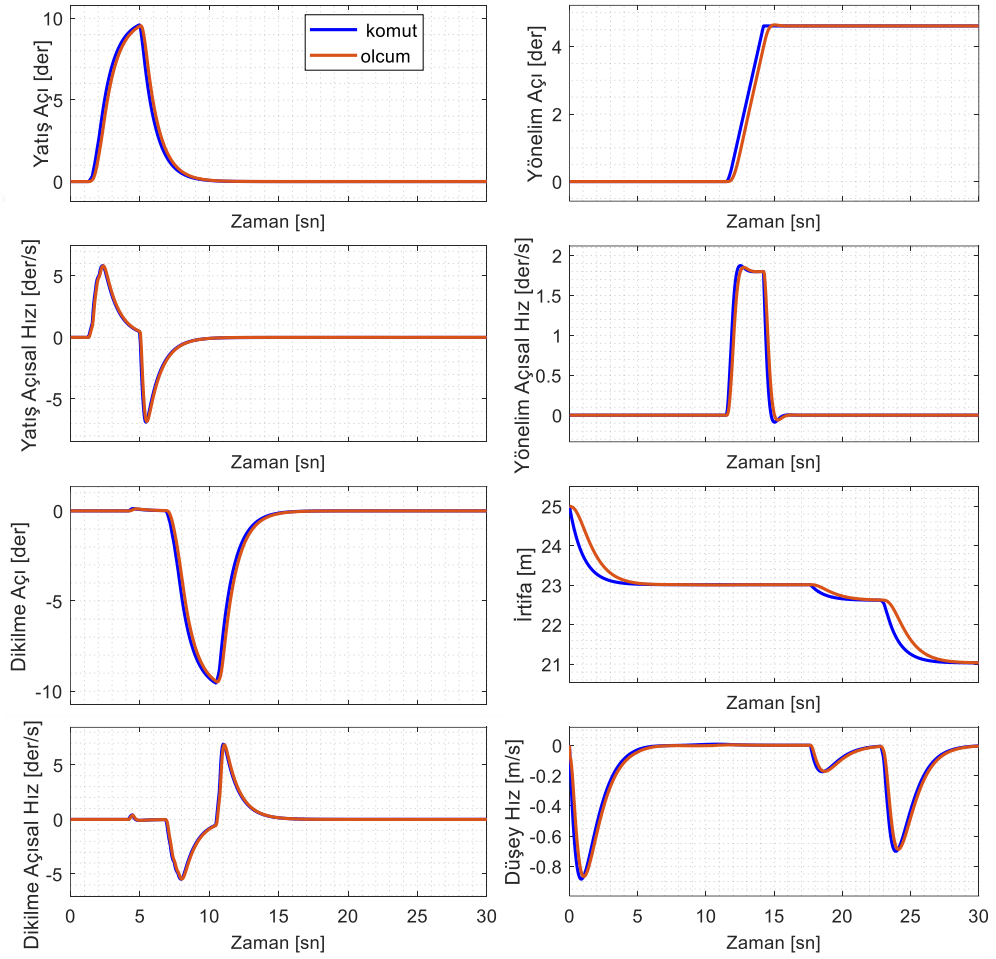


4. SİMÜLASYON SONUÇLARI VE KARŞILAŞTIRMA

Bu bölümde uçuş dinamiği ve kontrolcü tasarımları modellenen Mars Helikopteri'nin simülasyon çıktıları incelenecektir.

4.1 Klasik Kontrolcü Simülasyon Çıktıları

Çizelge 3.15 ile gösterilen klasik kontrolcü için hesaplanan kazanç parametreleri, doğrusal olmayan simülasyon modeline uygulanarak kumanda ile komutlanan komutlara karşılık vermiş olduğu cevapların grafiksel sonuçları Şekil 4.1 ile gösterilmiştir.

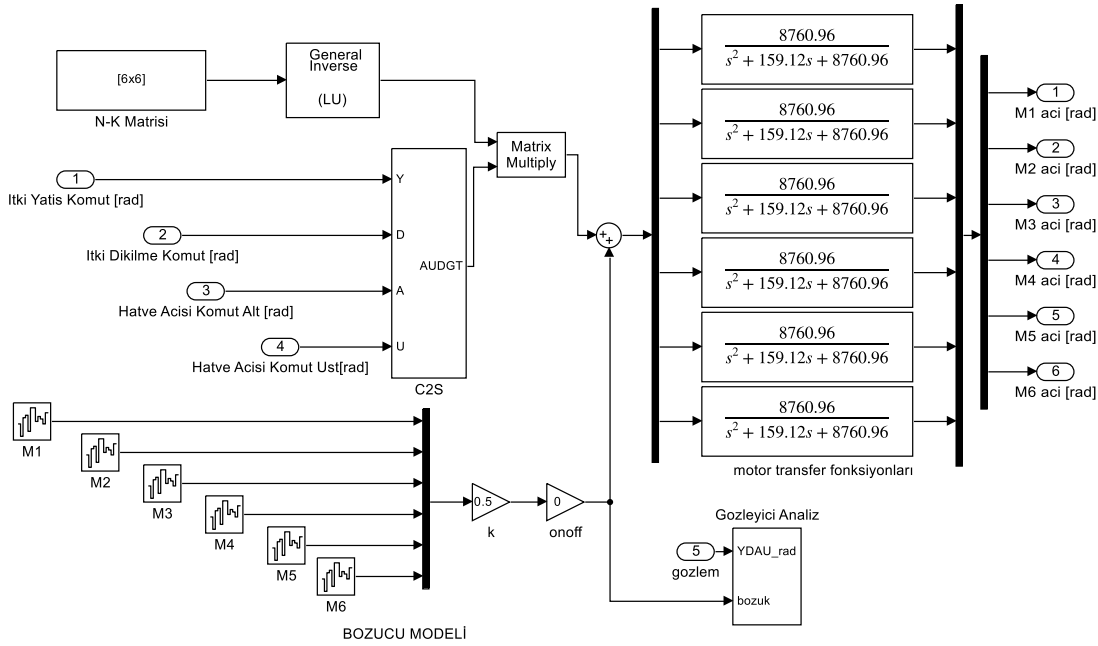


Şekil 4.1 : Oransal kontrolcü simülasyon grafik çıktıları.

Şekil 4.1 incelendiğinde komut takibinin bozucu ve doğrusal olmayan baskın terimlerin olmadığı durumlarda başarılı bir şekilde sağlandığı gözlemlenmektedir.

4.2 Bozucu Önleyen Gözlemleyici Destekli Kontrolcü Simülasyon Çıktıları

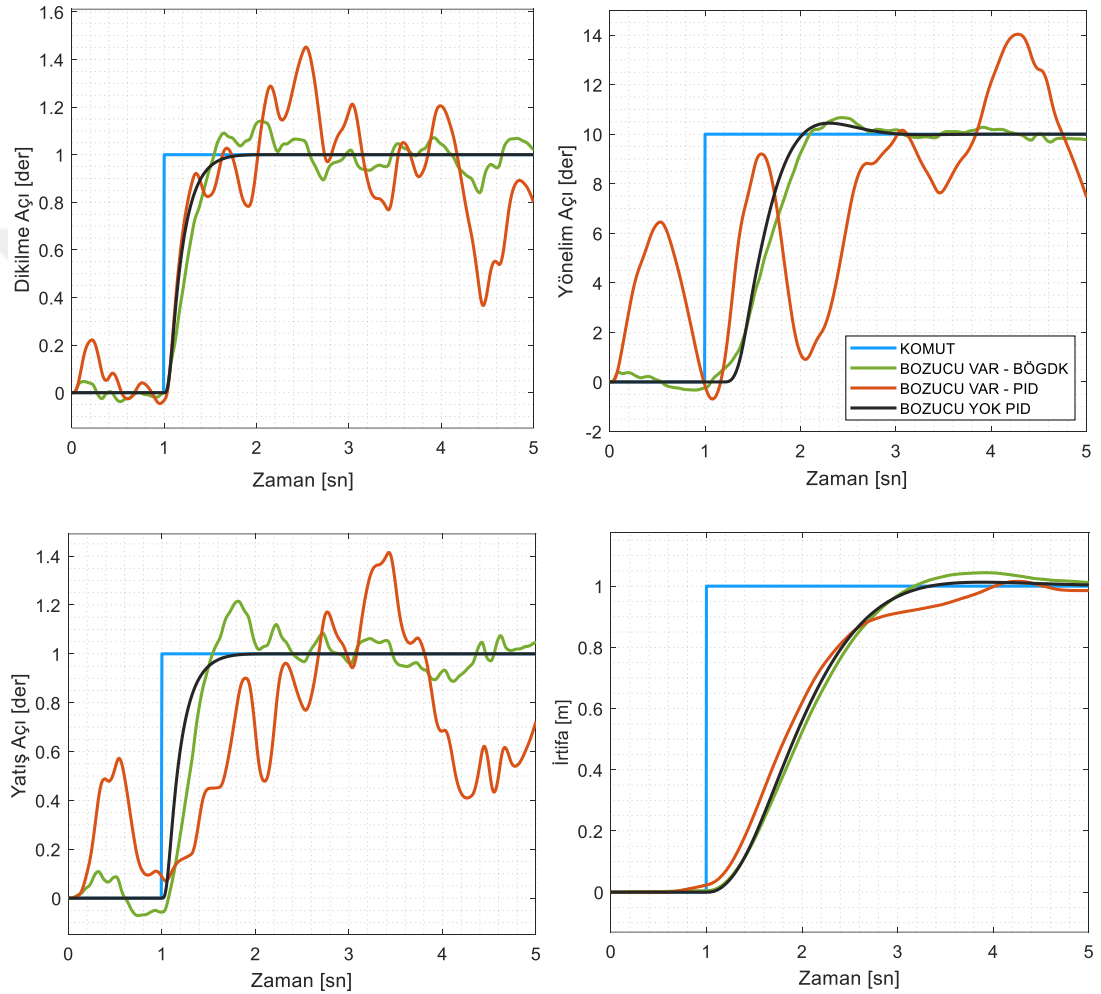
Bozucu önleyen gözlemleyici destekli kontrolcü, temel olarak arızalı eyleyici durumlarını tespit ederek bunu sönümleyecek komutlar üretmektedir. Bu komutlar ile PID kontrolcü çıkışları yenilenmektedir. Örnek olarak Şekil 4.2 ile gösterilen 6 adet servoya uygulanan gürültü formatında bozucu sinyallerin modellenmesi gösterilmiştir.



Şekil 4.2 : Eyleyici arıza durumlarının modellenmesi.

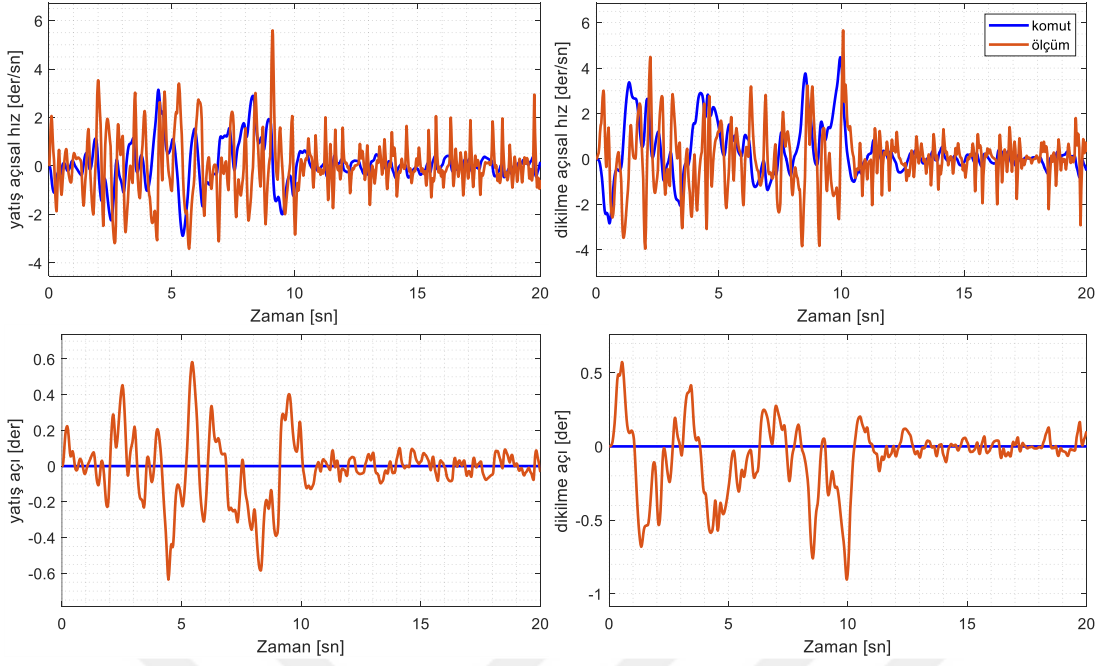
Şekil 4.3 ile doğrusal olmayan simülasyon ortamında, Mars Helikopteri'nin eyleyicilerine verilen bozucular neticesinde BÖGDK'nın bozuculara karşı oluşturduğu performans koruması gözlemlenmektedir. Bozucu durumunda klasik kontrolcü komut takibinde hata ve zaman sabiti olarak zayıf iken BÖGDK, zaman sabitini bozucu olmayan duruma yakın tutmuş ve hatayı asgari seviyeye düşürerek komut takibini iyi bir şekilde yapmayı sağlamıştır. Grafikler incelendiğinde oransal kontrolcünün bozucu etkileri önleyemediği gözlemlenmiştir. Oransal kontrolcüye ait kazanç değerinin artırılması bozuculara karşı sistemin direncini arttıracaktır. Fakat bu durum tasarım parametreleri dışında sistem cevabı alınmasını beraberinde getirir. Ayrıca her sistemin kararlı olduğu bir kazanç aralığı bulunmaktadır. Kazanç değeri her zaman istenildiği kadar arttırılamaz. Oransal kontrolcüye integral terimi eklenerek de sistemin

bozuculara karşı direnci artırılabilir. Fakat bunu yapmak ile yine tasarım parametrelerinden uzaklaşılacak, daha çok aşım ve daha uzun oturma süresi kaçınılmaz olacaktır. BÖGDK ise klasik kontrolcünün aksine direkt olarak bozucuyu kestirmekte ve bunun üzerinden kontrolcü sinyalini modifiye ederek istenilen tasarım parametrelerinde sistemin cevap vermesini sağlamakta ve bozuculara karşı hatayı asgari seviyeye düşürmektedir [12].



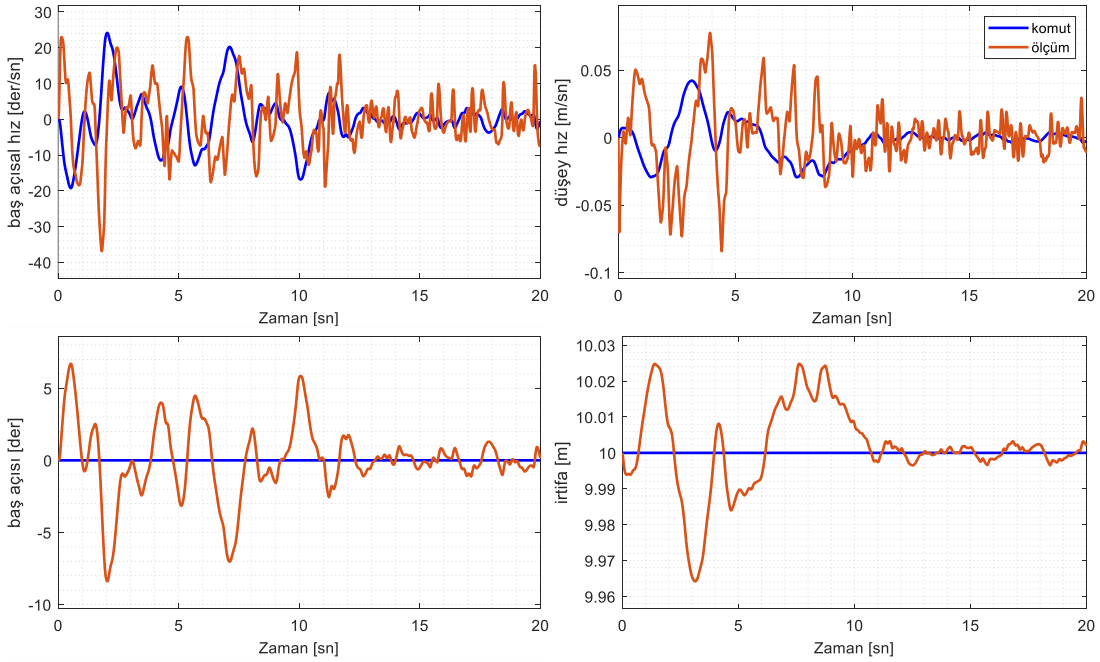
Şekil 4.3 : BÖGDK simülasyon birim basamak cevabı.

Komut takibindeki hata iyileşmesinin daha iyi analiz edilmesi için doğrusal olmayan simülasyon ortamında, gözleyicinin açık ve kapalı olma durumlarında performans karşılaştırması yapılmıştır. Başlangıçta gözleyici kapalıdır. 10. saniyede gözleyici açılmıştır. Sonuçlar Şekil 4.4 ve Şekil 4.5 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.4 : BÖGDK yatış ve dikilme performansı.

Şekil 4.4 incelendiğinde yatış ve dikilmeye 0.6 derece olan duruş açı hatası, gözlemleyici kontrolcüsü açıldığında 0.1 derecelere kadar düşmektedir.



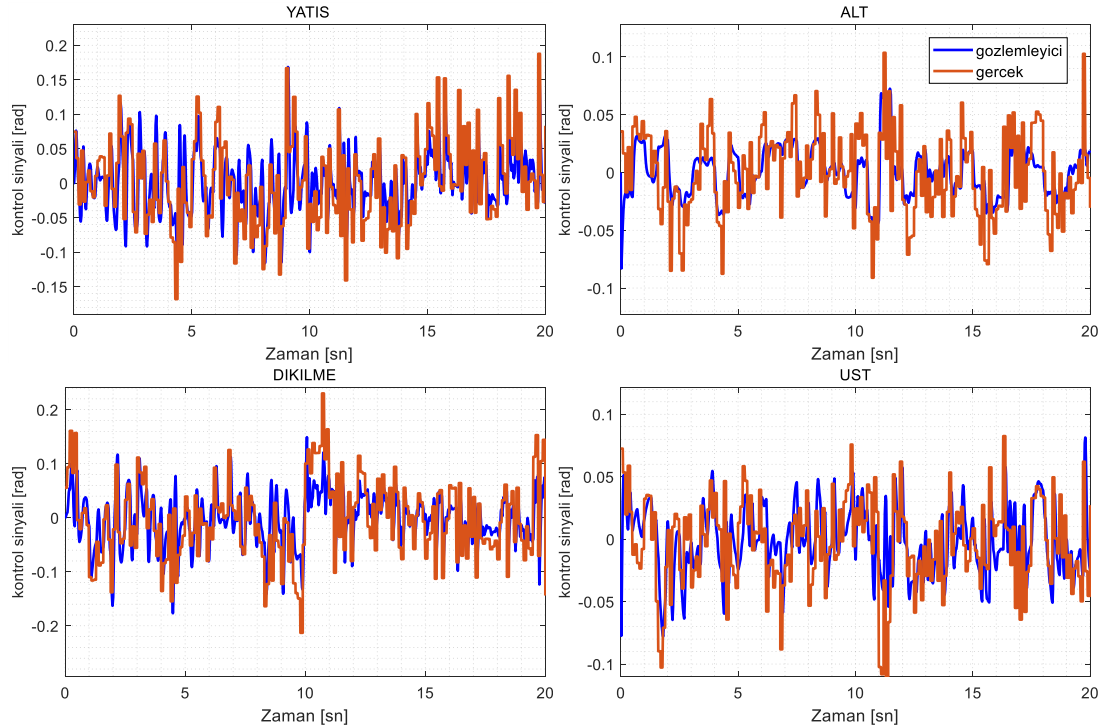
Şekil 4.5 : BÖGDK yönelim ve irtifa performansı.

Şekil 4.5 incelendiğinde irtifa kontrolünde 5 santimetre olan takip hatası, gözlemleyici kontrolcüsü açıldığında milimetre hassasiyetine inmiştir. Yönelmedeki 6 derece takip hatası da gözlemleyici kontrolcüsü açıldığında 1 derecelere kadar düşmüştür.

Çizelge 4.1 : BÖGDK performans incelemesi.

Değişken	Sinyal Genlik (Gözlemleyici Kapalı)	Sinyal Genlik (Gözlemleyici Açık)	Birim
p	~ 10	~ 3	$\frac{deg}{sn}$
q	~ 10	~ 3	$\frac{deg}{sn}$
r	~ 50	~ 15	$\frac{deg}{sn}$
V_z	~ 0.15	~ 0.04	$\frac{m}{sn}$
ϕ	~ 1.2	~ 0.1	deg
θ	~ 1.2	~ 0.1	deg
ψ	~ 10	~ 2	deg
h	~ 0.05	~ 0.005	m

Genel performans sonuçları Çizelge 4.1 ile verilmiştir. Gözleyicinin hesapladığı bozulma ve sentetik olarak simülasyonda oluşturulan bozulmanın kontrolcü sinyal karşılıklarına ait grafikler Şekil 4.6 ile verilmiştir. Gözlemleyici sinyallerinin bozucu sinyalleri takip ettiği görülmektedir.



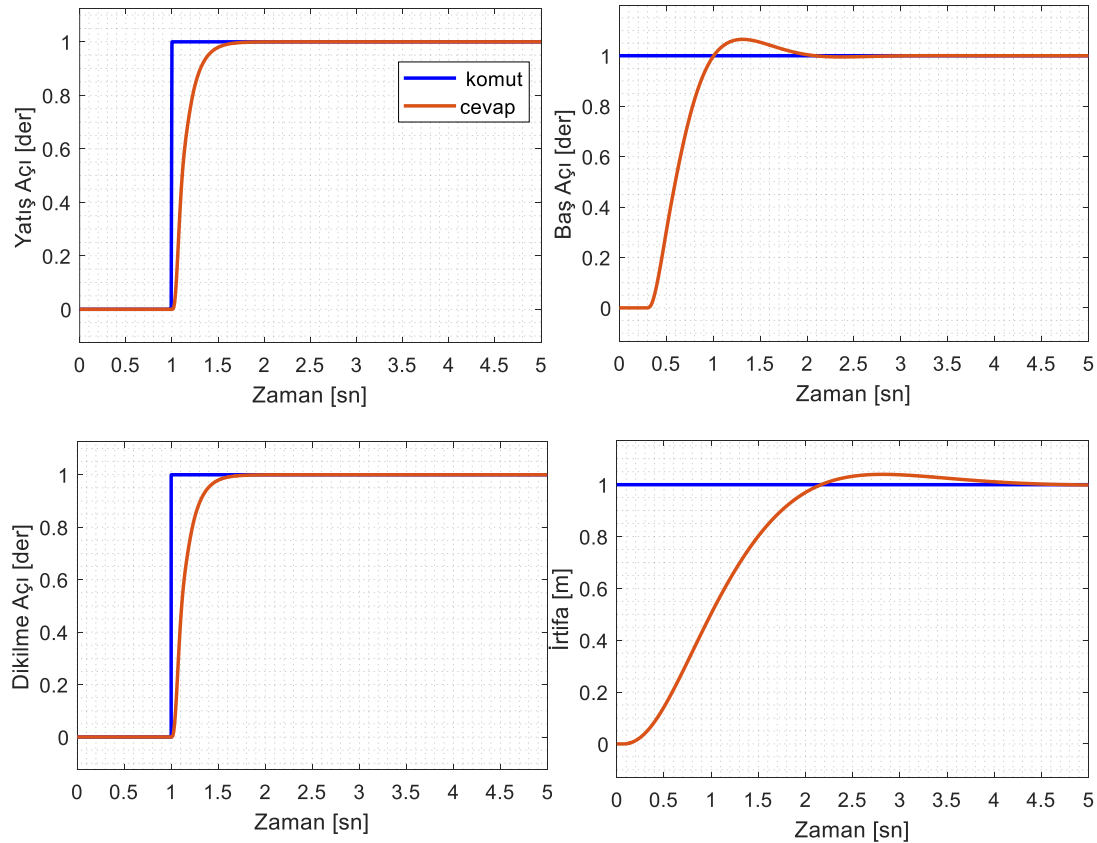
Şekil 4.6 : Kontrol sinyallerinin bozucu tespiti.

4.3 Doğrusal Olmayan Durumlara Karşı Kontrolcü Performansı

Çizelge 3.16 üzerinde gösterilen parametreler ile doğrusal olmayan modelin numerik simülasyonu üzerinde test yapılmıştır. Birim basamak komuta karşı sistemin cevabı Şekil 4.7 ile gösterilmiştir. Grafikler incelendiğinde oturma zamanı ve aşım değerlerinin Çizelge 3.1 ile verilen tasarım parametreleri ile uygun olduğu gözlemlenmektedir.

Kontrol edilmek istenen bir sistemde durum değişkenlerine bağlı olan doğrusal olmayan ifadeleri bulunabilir. Bu ifadelerin kontrolcü yapısına entegre edilmesi ve kontrolcünün bu ifadeleri göz önünde bulundurarak sinyal üretmesi sistem kararlılığını arttıracak bir etken olacaktır.

Klasik kontrol metodu olan PID ile bu dinamiklerin bastırılması kontrolcüdeki integrator terimi ile sağlanmaktadır. Fakat bazı durumlarda durum matrisindeki doğrusal olmayan kısım baskın gelebilmektedir. Bu durumda integrator doğası gereği yavaş çalışması sebebiyle nihayetinde istenilen komut takip performansında kayıplar olabilmektedir.



Şekil 4.7 : GBDK simülasyon birim basamak cevabı.

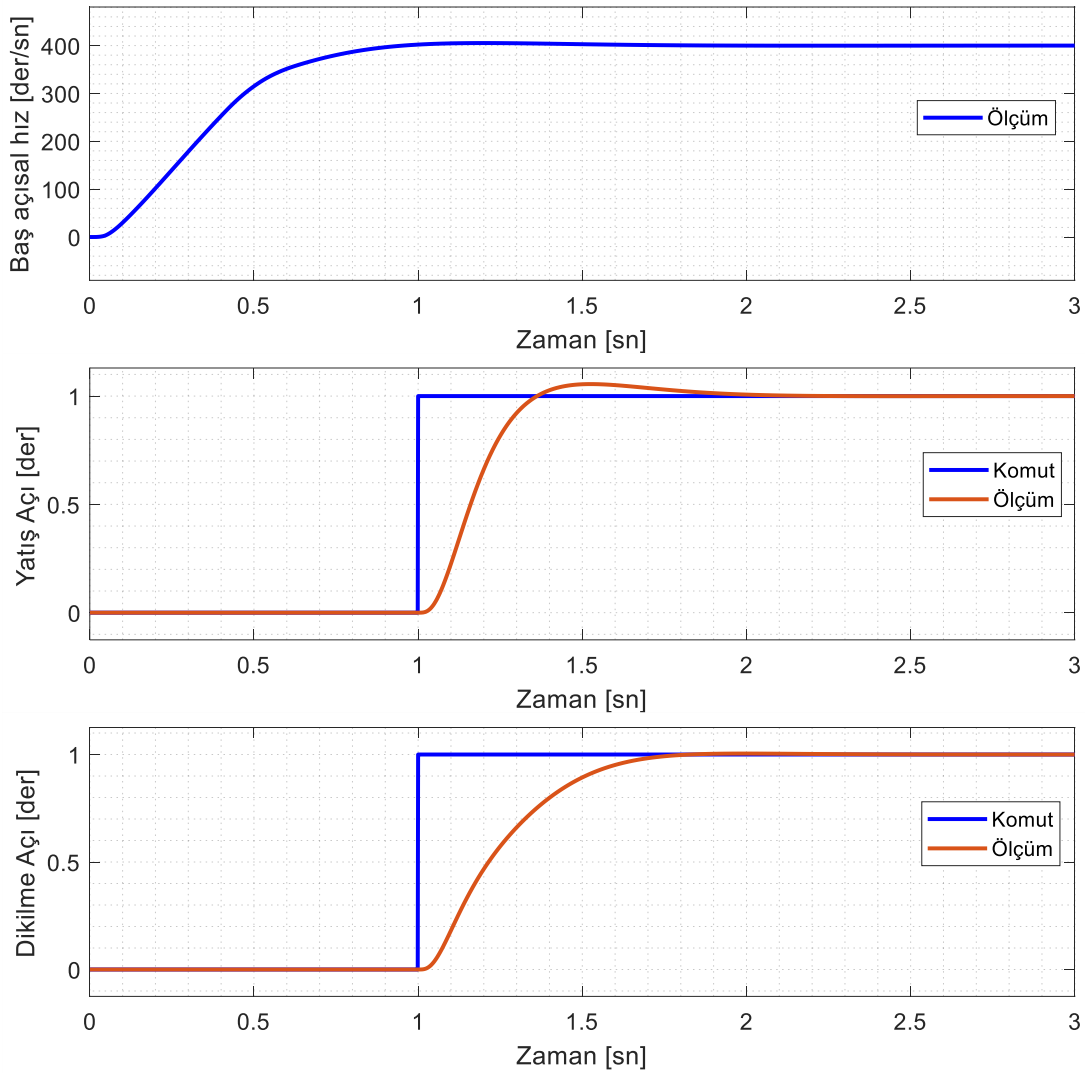
Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsünde durum matrisindeki doğrusal olmayan durumlar kontrolcü içerisine entegre edilebilmektedir. Şekil 3.32 ile gösterildiği üzere A matrisi ile x durumları çarpılarak kontrolcü girişine verilmektedir. Burada A matrisi doğrusal veya doğrusal olmayan terimler içerebilir.

Çalışılan Mars Helikopteri'nde durum denklemlerinde doğrusal olmayan ifadeler bulunmamaktadır. Bunun sebebi hava yoğunluğunun Mars ortamında çok düşük olması sebebiyle gövde hızları ile oluşabilecek sürüklenme kuvvet ve momentlerinin çok küçük olmasıdır. Simülasyon modelinde bu kuvvet ve momentler mevcut bulunmaktadır. Fakat değerleri çok küçüktür ve sistem dinamiğinde çok zayıf etkileri olmaktadır.

Giriş matrisinde ise atalet, kütle, yarıçap, pervane açısal hızı gibi sabit parametreler bulunmaktadır. Değişken parametreler ise yoğunluk ve pervane hatvesine bağımlı itki katsayısı bulunmaktadır. Şekil 2.11 ile incelendiğinde itki grafiğinin doğrusal olduğu gözlemlenmektedir. Yoğunluk ile itkinin doğrusal bir ilişkide olması sebebiyle de bu terimler geri beslemeli doğrusallaştırma yöntemi için seçilmemiştir.

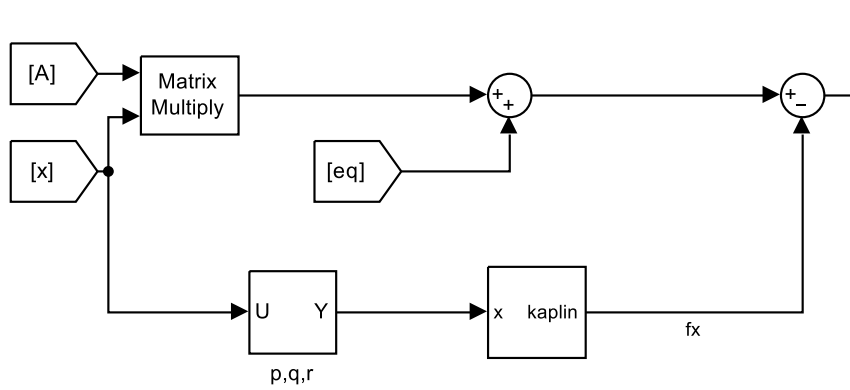
Denklem 2.16'da dönel hareketin denklemi içerisinde ikinci kısımda doğrusal olmayan ifadeler mevcuttur. PID kontrolcüsünde bu ifadeler ihmal edilmiştir. Mars Helikopteri'nin atalet değerlerini küçük olması sebebiyle bu ihmal kabul edilebilir. Fakat ikinci terimin genliğini büyütebilecek başka terimlerde mevcuttur. P, Q, R açısal hızlarının çarpımı kaplin oluşturmaktadır. Bu kaplin doğrusal olmayan bir karaktere sahiptir. Bu kaplinlerin sistem üzerindeki etkisini görmek için Mars Helikopterine, yönelme ekseninde yüksek açısal hız ile dönerken diğer eksenlerde açı komutlanmıştır.

Klasik kontrolcüde doğrusal olmayan kaplin durumları göz ardı edildiği için kontrolcü performansında azalma görülmüştür. Bu durum Şekil 4.8 ile gösterilmiştir. Grafikler incelendiğinde yatış açısında aşım olmakta ve dikilme açısının oturma süresinin 0.5 saniyeyi geçtiği gözlemlenmektedir. Sistem cevaplarının Çizelge 3.1 ile verilen tasarım parametrelerine uygun olmadığı gözlemlenmektedir.



Şekil 4.8 : Klasik kontrolcü doğrusal olmayan durum performansı.

Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsünde kaplin durumu modellenmiş ve kontrolcü blok diyagramına eklenmesi Şekil 4.9 ile gösterilmiştir.

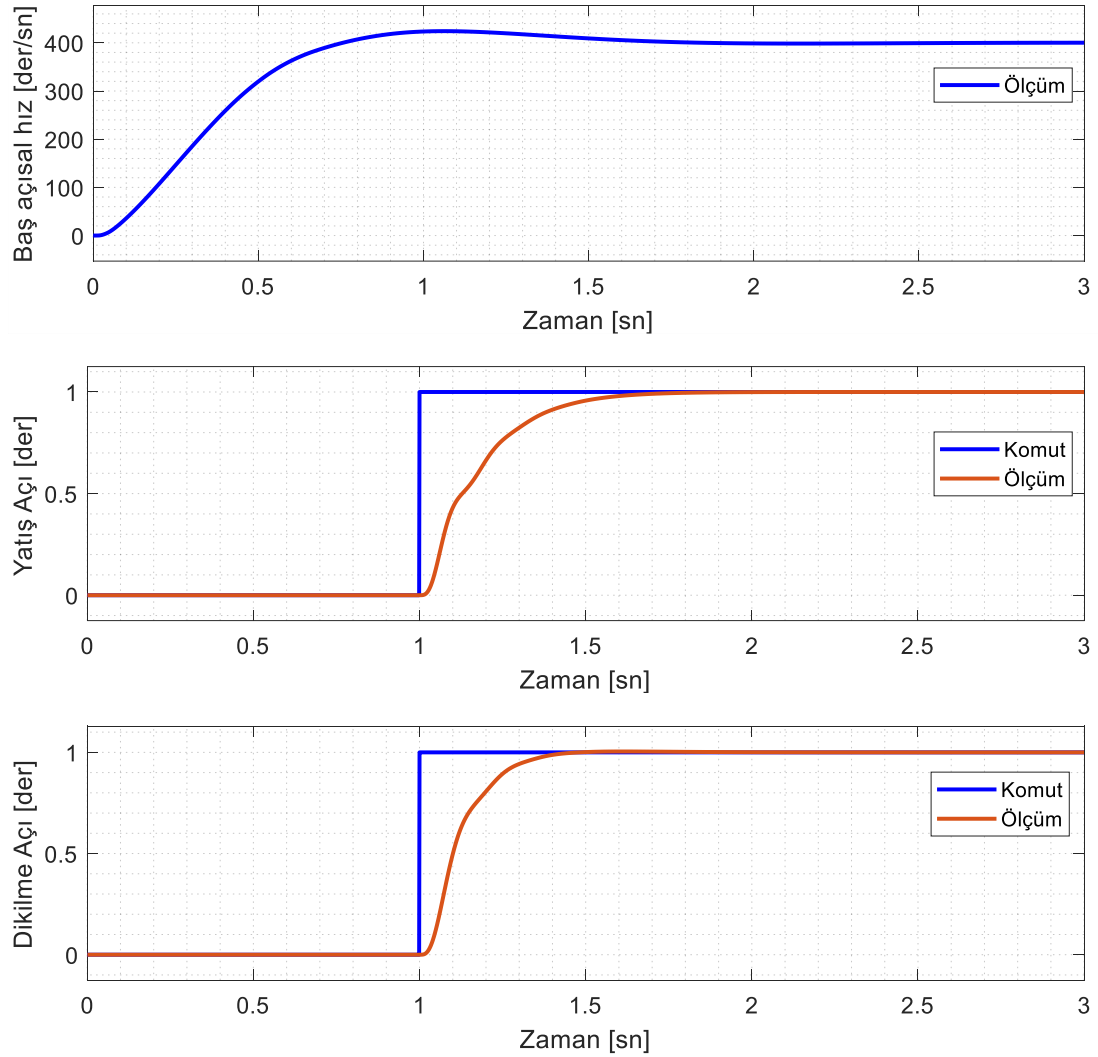


Şekil 4.9 : Doğrusal olmayan kaplin durumunun kontrolcü entegrasyonu.

Burada eklenen kaplin terimi denklem 2.16'daki ikinci terimin mevcut eksene ait ataletle bölünmesi ile hesaplanmaktadır. Durum matrisi ile durum çarpımı sonucuna bu hesaplama eklenmektedir. Model içerisinde çıkarılmasının sebebi kaplin durumlarının negatif olmasıdır. Denklem 4.1'te kaplin ifadeleri gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}\dot{P} &= \frac{L}{I_{xx}} - (I_{zz} - I_{yy})QR \\ \dot{Q} &= \frac{M}{I_{yy}} - (I_{xx} - I_{zz})PR\end{aligned}\tag{4.1}$$

Kaplin durumlarının doğrusal geri beslemeli kontrolcüye entegre edildikten sonra kontrolcü performansı Şekil 4.10 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.10 : GBDK doğrusal olmayan durum performansı.

Şekil 4.10 incelendiğinde, Şekil 4.8 ile gösterilen aşım ve gecikme problemlerinin çözüldüğü, aşım yüzdesi ve oturma sürelerinin Çizelge 3.1 ile verilen tasarım parametrelerine uygun olduğu gözlemlenmektedir.

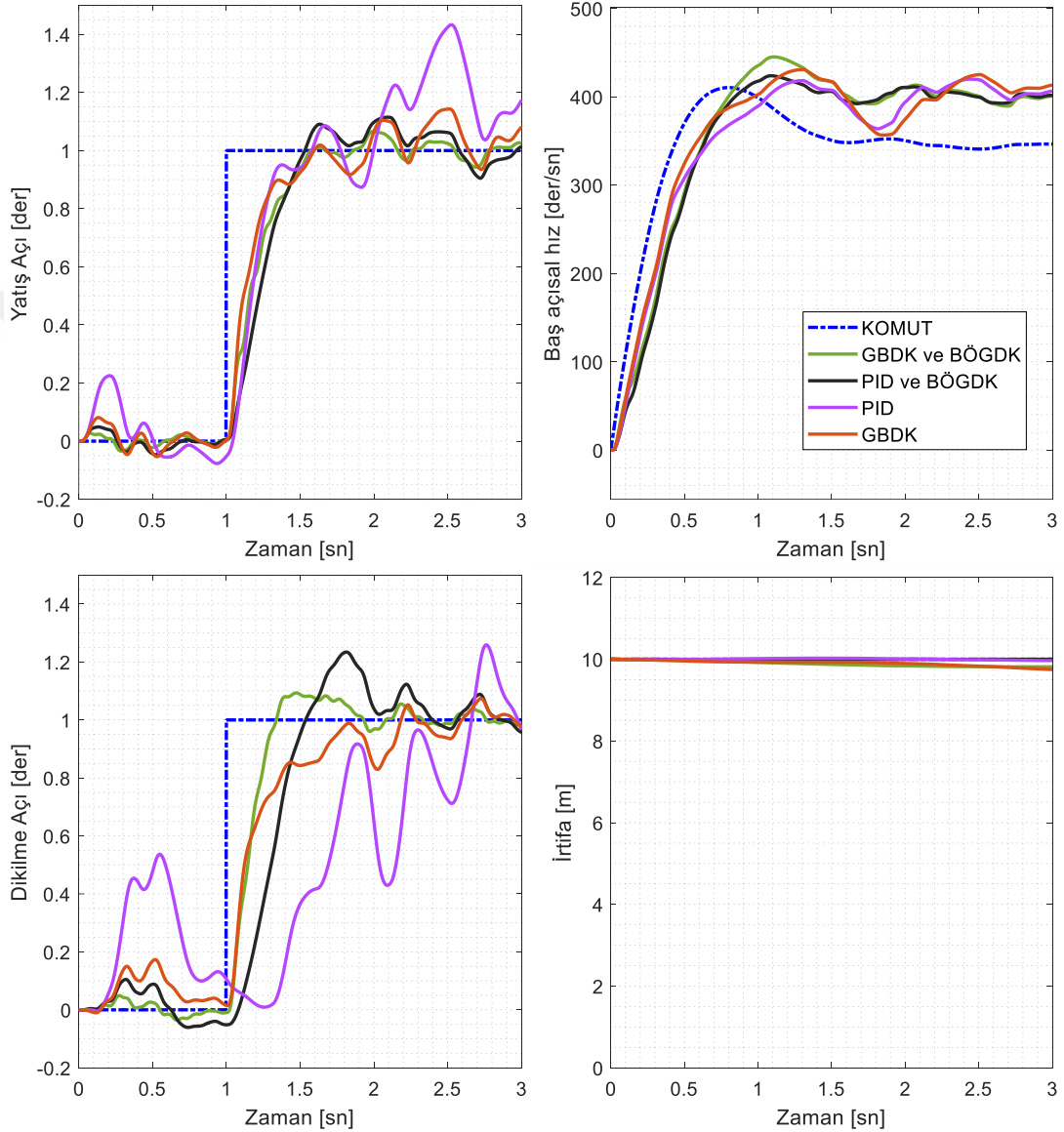
4.4 Kontrolcülerin Karşılaştırılması

Mars Helikopteri 6 serbestlik dereceli matematiksel modeli numerik simülasyon üzerinden 3 farklı kontrolcü yöntemi ile kontrol edilmiştir. İlk kontrolcü klasik kontrolcü seçilmiştir. Dış ve iç çevrim kademeli bir şekilde bu kontrolcüde entegre edilmiştir. Sistem matrisleri çıkartılarak istenilen tasarım parametrelerine uygun kazançlar seçilmiş ve birim basamak cevapları doğrusal olmayan numerik simülasyon üzerinde test edilmiştir. Sonuçlar beklenen tasarım parametrelerini karşılamıştır.

İkinci kontrolcü, sistem üzerinde bozucu etkilere karşı dayanımı arttırmak için bozucu gözlemleyici tabanlı oransal kontrolcü olarak seçilmiştir. Burada simülasyon modeli içerisinde pervanelerin oluşturduğu itki vektörünü kontrol eden 6 adet eyleyici üzerine rastgele bozucu sinyali eklenmiştir. Gözlemleyici tabanlı kontrolcünün bu bozucu sinyallerini tespit ettiği ve kontrol sinyaline bu bozucu etkisi eklendiğinde kontrolcünün performansını koruduğu gözlemlenmiştir. Gözlemleyici tabanlı kontrolcü olmadığı durumda ise komut takibinin zayıf olduğu görülmüş ve grafikler ile sunulmuştur.

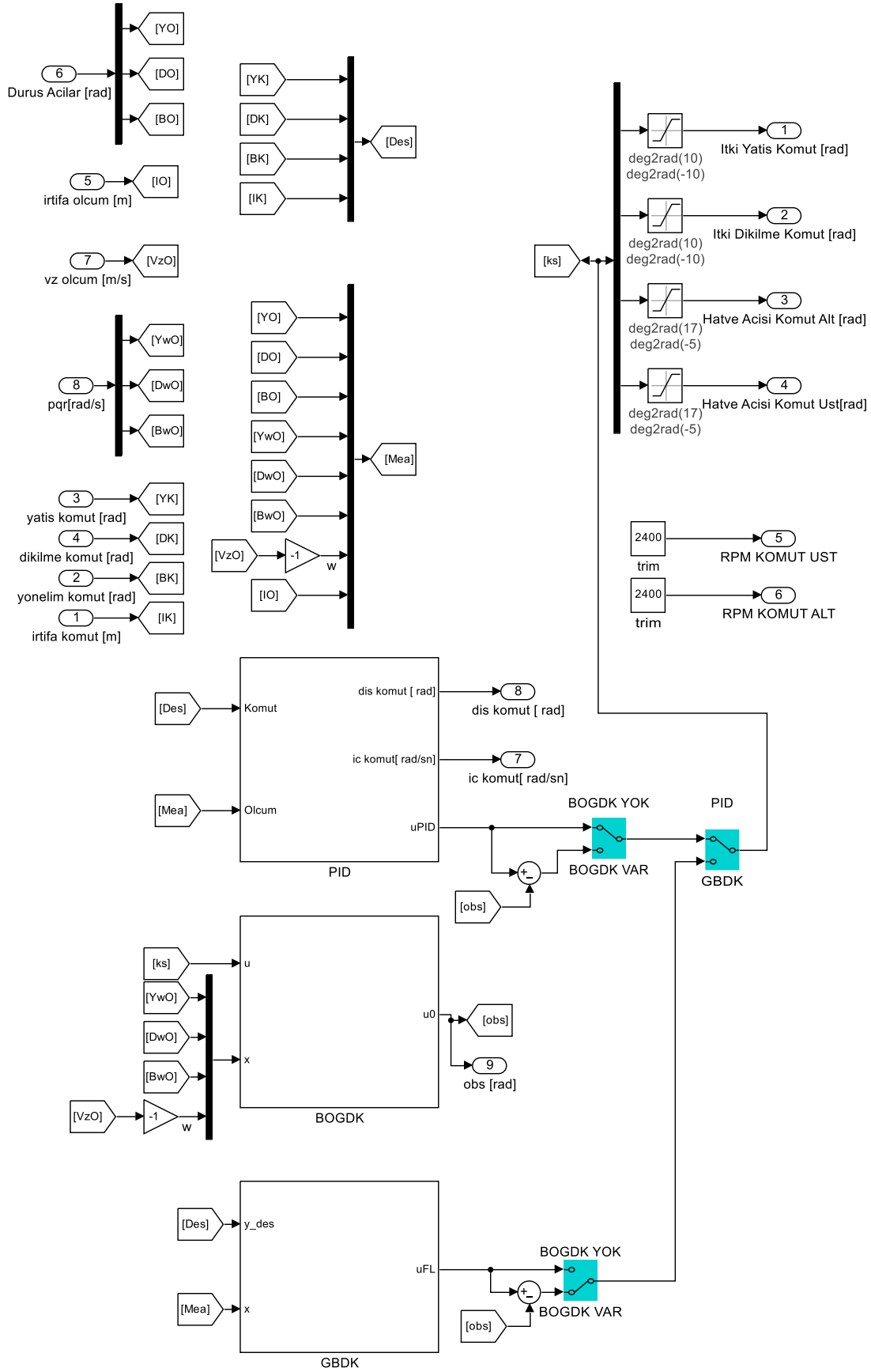
Son olarak geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü Mars Helikopteri modeli ile entegre edilmiştir. Bu kontrolcü, sistem matrisi ve giriş matrisi içerisindeki doğrusal olmayan durumları kontrolcü sinyaline tersinir şekilde ekleyerek sistemi doğrusal bir sistem gibi kontrol etmeyi sağlayan dayanıklı ve modern kontrol tekniklerinden biridir. Ek-A içerisinde de doğrusal olmayan bir sistem üzerinde tasarımı özet olarak gösterilmiştir [10]. Fakat Mars Helikopteri'nin sistem matrisinde doğrusal olmayan terimlerin sistem üzerindeki etkisinin küçük olması sebebiyle ihmal edilmiştir. Bunun temel nedeni hava yoğunluğunun çok düşük olmasıdır. Aynı şekilde giriş matrisinde de itki ve tork tabloları doğrusal kabul edilebilir şekildedir. Fakat sistem matrisinde bulunan ve doğrusal olmayan dinamik denklemlerinin bulundurduğu açısal hız sinyalleri (4.1) genlikleri büyüdükçe sistem dinamiği üzerinde etkili olabilmektedir. Bu durum özelinde geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü sisteme uygulanmış ve komut takibinin oransal kontrolcüye göre daha iyi olduğu ve tasarım parametreleri ile uyduğu gözlemlenmiştir.

Şekil 4.11 ile eyleyici üzerinde bozucu sinyallerinin açık olduğu ve doğrusal olmayan denklemde bulunan yönelim açısal hızının yüksek olduğu durumda sistemin duruş ve irtifa cevapları tez kapsamında uygulanan kontrolcüler için karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir. Sonuçlar incelendiği performans kriterlerini en iyi karşılayan seçimin GBDK ve BÖGDK'nın birlikte çalıştığı seçim olduğu gözlemlenmektedir.



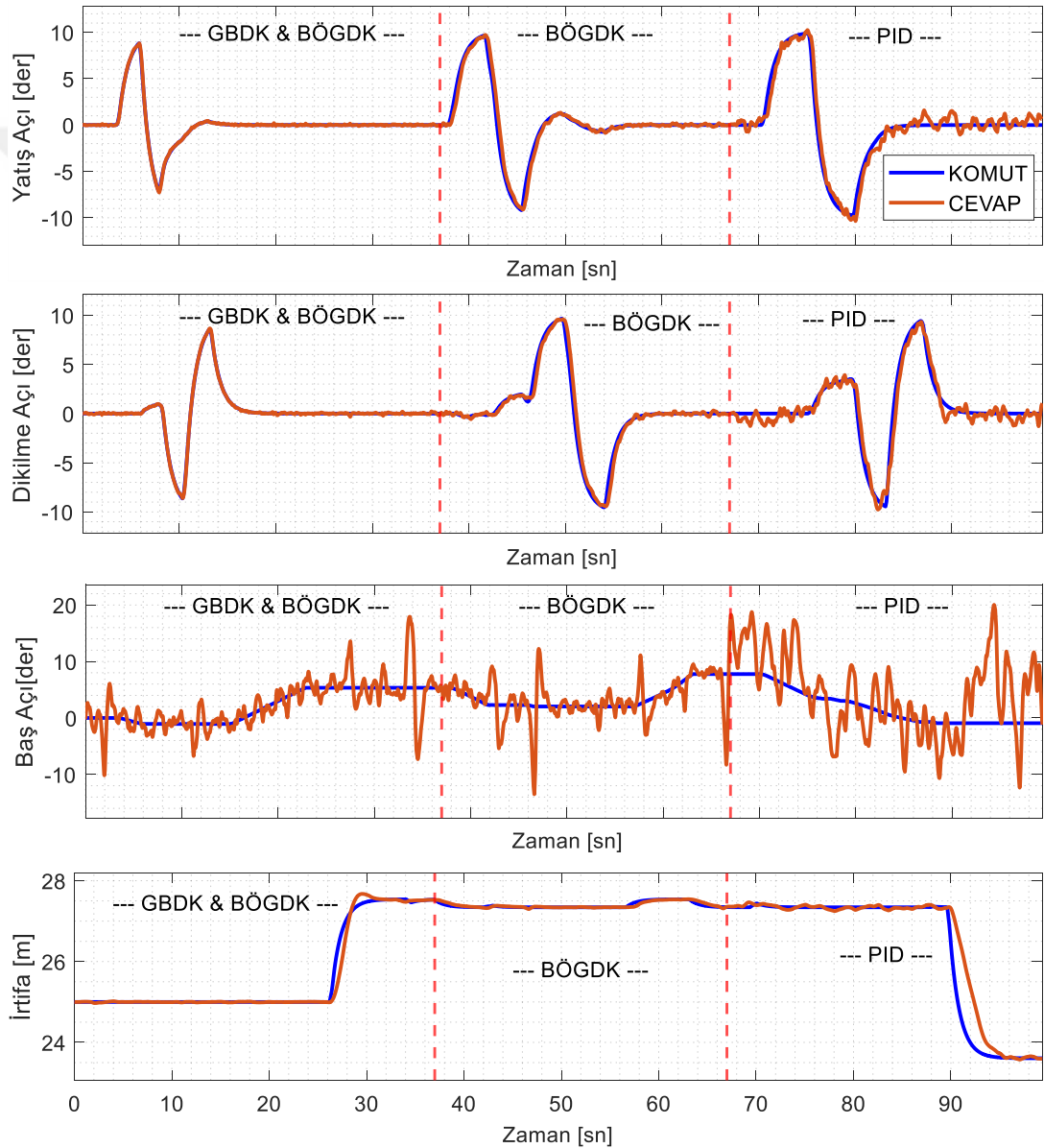
Şekil 4.11 : Kontrolcü performanslarının karşılaştırılması.

Şekil 4.12 ile kontrolcüler arasında geçişlerin sağlandığı, simülasyonda oluşturulan kontrolcü model yapısı gösterilmiştir. Simülasyon aktif şekilde çalışırken kontrolcüler arasında geçiş yapılabilir. Nihai olarak oluşturulan kontrol sinyalleri bu modelden çıkarak eyleyici modeline giriş olarak verilmektedir.



Şekil 4.12 : Kontrolcüler arası geçişin simülasyon modeli.

Şekil 4.13 ile simülasyon üzerinden kumanda komutu verilen kontrolcülerin performansları gösterilmiştir. Simülasyon esnasında eyleyiciler üzerindeki bozucu aktif edilmiştir. İlk kısımda BÖGDK ve GBDK kontrolcülleri aktif edilmiştir. Sonrasında PID ve BÖGDK aktif edilmiştir. Son olarak BÖGDK kapatılmış ve sadece PID ile sistem kontrol edilmiştir. Grafikler incelendiğinde BÖGDK ve GBDK aktif olduğu durumda komut sinyallerinin takibinin diğer seçimlere göre daha iyi olduğu gözlemlenmektedir. BÖGDK pasif edildiği durumda PID kontrolcüsünde komut takibinde duruş eksenlerinde hatanın arttığı gözlemlenmektedir.



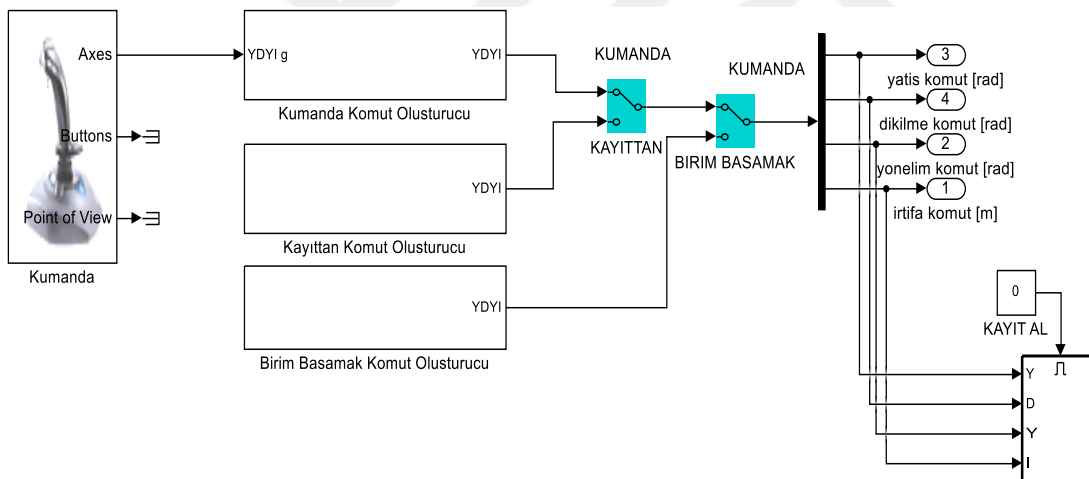
Şekil 4.13 : Kumanda komutunun kontrolcülere uygulanması.

4.5 Komut Üreticisi ve Görselleştirme

Mars Helikopteri'nin numerik simülasyonu Simulink ortamında yapılmıştır. Matematiksel modelleme ve kontrolcü tasarımları kısımlarında açıklanan çalışmalara ait modellemeleri kapsayan bu simülasyon ortamı aynı zamanda analiz ve grafiksel sonuçlar için de kullanılmıştır. Simülasyonun örnekleme zamanı 0.0001 sn olarak seçilmiştir.

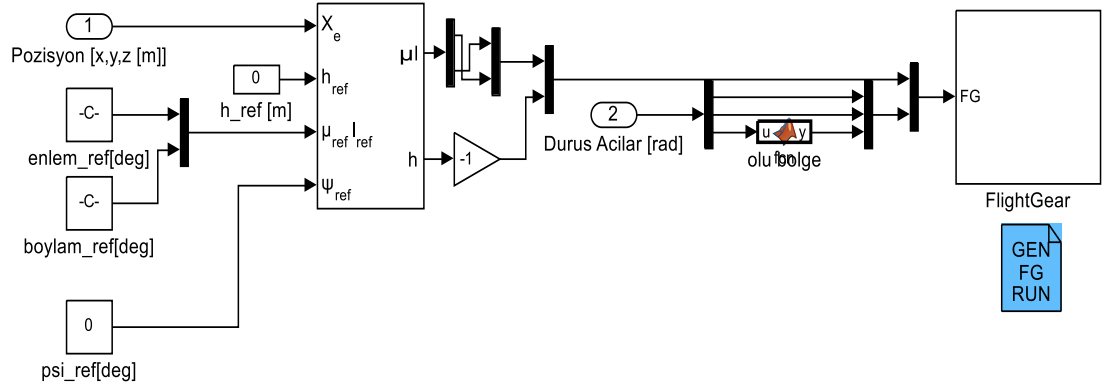
Simülasyon içerisinde kontrolcüye komut oluşturması için bir model geliştirilmiştir. Bu modelde kumandadan gelen komutlara göre yatış, dikilme, yönelim ve irtifa komutları oluşmaktadır.

Farklı kontrolcüler için aynı komutlar üzerinden performans karşılaştırılmasının yapılmasını sağlayan kayıttan komut oluşturma modeli geliştirilmiştir. Birim basamak komut oluşturuvcu modeli de burada oluşturulmuştur. Geliştirilen model Şekil 4.14 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.14 : Simülasyon komut üretici modeli.

Mars Helikopteri'nin öteleme ve dönme hareketlerinin matematiksel modelleri, pozisyon, hız ve duruş açılarını çıktı olarak vermektedir. Bu çıktılar neticesinde helikopteri görselleştirmek için FlightGear oyun simülatörü kullanılmıştır. Oyun simülatöründe Mars Helikopteri'nin objesine ait pozisyon ve duruş bilgileri toplamda 6 adet bilgi olmak üzere paketlenerek oyun simülatörüne gönderilmektedir. Bu bilgilerin hazırlandığı model Şekil 4.15 ile gösterilmiştir.



Şekil 4.15 : FlightGear veri paketinin oluşturulması.

FlightGear’da Mars Helikopteri’nin simülasyon modeli ile senkronize olarak pozisyon ve duruş bilgileri güncellenmektedir. Böylelikle oyun simülatörü üzerinden Mars Helikopteri joystick ile kontrol edilebilmektedir. FligthGear simülatöründe yüzey görseli Mars ortamına benzeyecek şekilde güncellenmiştir. Simülasyon görseli Şekil 4.16 ile örnek olarak verilmiştir.



Şekil 4.16 : Simülasyon görselleştirme.



5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Tez kapsamında Mars Helikopteri'nin kinematik ve dinamik model denklemleri çıkarılmış ve numerik simülasyonu Simulink ortamında oluşturulmuştur. Bu model ile birlikte Mars ortamının yer çekimi ve hava yoğunluk modelleri de oluşturulmuştur. Pervane itki, tork ve eyleyici mekanizma modelleri geliştirilmiş ve sisteme entegre edilmiştir. Nihayetinde kontrolcü tasarımlarının test edileceği 6 serbestlik dereceli doğrusal olmayan simülasyon modeli oluşturulmuştur.

Geliştirilen model üzerinden klasik ve modern kontrol yöntemleri sisteme uygulanarak performans karşılaştırılması yapılmıştır. Doğrusal olmayan durumlarda ve bozucu durumlara karşı klasik kontrolcünün zayıf kaldığı, modern kontrolcü yöntemlerinin performansı arttırdığı gözlemlenmiştir. Doğrusal olmayan geri beslemeli kontrolcünün bozucu önleyen gözlemleyici kontrolcü ile birlikte çalıştığı durumda, istenilen performans parametrelerine en uygun sistem cevabı elde edilmiştir. İlerleyen çalışmalarda, karşılaştırılan kontrolcü yöntemlerinin sistem dinamiğinde değişikliklere sebep olabilecek farklı problemler üzerinde analiz edilmesi üzerine çalışılması planlanmaktadır. Bunlardan biri de Mars Helikopteri'nin son uçuşunda yaşadığı kazadır. 18.01.2024 tarihinde son görevini yapan Mars Helikopteri, alt pervanesinin yer ile teması sonucu yapısal hasar görmüş ve tekrar görev icra etmek için kalkış yapamamıştır. Bozucu gözlemleyici tabanlı kontrolcü, pervane itki çıkış sinyalini gözlemleyip kontrolcü sinyalinin üzerinde değişiklik yaparak kaza sonrasında tekrar uçuşa imkan verebileceği düşünülmektedir. Bu durumda, tek pervane veya hasarlı pervanenin kontrol sinyal limitlerine takılmaması elzem durumdur. Hava yoğunluğunun düşük olması sebebiyle sistem matrisi üzerinde etkili olmayan sürüklenme kuvveti denklemleri Mars Helikopteri'nin farklı tasarımları için uygulanabilir. Yüzey alanı daha büyük olan ve sürüklenme kuvvetinin ihmal edilemeyecek kadar sistem dinamiğinde etkili olduğu durumlarda doğrusal olmayan aerodinamik denklemlerin geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsü ile kontrolcü sinyali üzerine yansıtılarak komut takip performansının arttığı gözlemlenebilir.

Gerçek sistemler üzerinde gecikme, modelleme hataları, ölçüm gürültü ve kayıklıkları gibi etkili parametreler bulunmaktadır. Sonraki çalışmalarda bu parametreler ile simülasyon modeli geliştirilerek kontrolcü tasarımlarında değişiklikler yapılması planlanmaktadır. Böylelikle gerçek sisteme benzerliğin artmış olduğu model üzerinde çalışılmış kontrolcüler geliştirilebilecektir.



KAYNAKLAR

- [1] **Quan, Q.** (2017). *Introduction to multicopter design and control*. Springer.
- [2] **Raja Roy,** (2022). Ingenuity of NASA: Designing the paradigm-changing Martian helicopter
- [3] **Grip, H. F., Lam, J., Bayard, D. S., Conway, D., Singh, G., Brockers, R., Delaune, J., Matthies, L., Malpica, C., Brown, T. L., Jain, A., Martin, A. M. S., & Merewether, G.** (2019). Flight control system for NASA's Mars helicopter. *AIAA Scitech 2019 Forum*. <https://doi.org/10.2514/6.2019-1289>
- [4] **Grip, Havard Fjaer; Johnson, Wayne; Malpica, Carlos; Scharf, Daniel P.; Mandic, Milan; Young, Larry; Allan, Brian; Mettler, Berenice; San Martin, Miguel,** (2017), "Flight Dynamics of Mars Helicopter", <https://hdl.handle.net/2014/47585>, *43rd European Rotorcraft Forum*, Milan, Italy, September 12-15, 2017, JPL Open Repository
- [5] **Withrow, S., Johnson, W., Young, L. A., Koning, W. J. F., Kuang, W., Malpica, C., Balaram, J., & Tzanetos, T.** (2020). Mars Science Helicopter Conceptual Design. *ASCEND 2020*. <https://doi.org/10.2514/6.2020-4029>
- [6] **Grip, H. F., Scharf, D. P., Malpica, C., Johnson, W., Mandić, M., Singh, G., & Young, L. A.** (2018). Guidance and control for a Mars helicopter. *2018 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. <https://doi.org/10.2514/6.2018-1849>
- [7] **Zhang, H., Ding, Z., Leng, G., & Li, J.** (2023). Flight dynamics modeling and analysis for a Mars helicopter. *Chinese Journal of Aeronautics/Chinese Journal of Aeronautics*, 36(9), 221–230. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2023.05.007>
- [8] **Sparasci, Marcello.** (2022). Nonlinear modeling and control of coaxial rotor UAVs with application to the Mars helicopter. 10.13140/RG.2.2.36194.20164.
- [9] **Akash Patel,** (2021). Design, Modelling and Control of a Space UAV for Mars Exploration, Lulea University of Technology
- [10] **Lewis, F. W., Jagannathan, S., & Yesildirak, A.** (1998). *Neural network control of robot manipulators and Non-Linear systems*. CRC Press.
- [11] **Sabatino, F.** (2015). Quadrotor control: modeling, nonlinear control design, and simulation.

- [12] **Li, S., Yang, J., Chen, W., & Chen, X.** (2016). *Disturbance Observer-Based Control: Methods and Applications*.
- [13] **Sun, H., Li, J., Wang, R., & Yang, K.** (2023). Attitude Control of the Quadrotor UAV with Mismatched Disturbances Based on the Fractional-Order Sliding Mode and Backstepping Control Subject to Actuator Faults. *Fractal and Fractional*, 7(3), 227. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7030227>
- [14] **Qiao, Z., Zhuang, K., Zhao, T., Xue, J., Zhang, M., Cui, S., & Gao, Y.** (2022). Simulation of a Quadrotor under Linear Active Disturbance Rejection. *Applied Sciences*, 12(23), 12455. <https://doi.org/10.3390/app122312455>
- [15] **Duxbury, T. C., Kirk, R. L., Archinal, B. A., & Neumann, G.** (2002). Mars Geodesy/Cartography Working Group recommendations on Mars cartographic constants and coordinate systems. *ISPRS*. <https://pubs.er.usgs.gov/publication/70201651>
- [16] **Allerton, D.** (2009). *Principles of flight simulation*. John Wiley & Sons.
- [17] **McLean, D.** (1990). *Automatic flight control systems*.
- [18] **Steigerwald, W.** (2023, August 21). New gravity map gives best view yet inside Mars - NASA. NASA. <https://www.nasa.gov/missions/new-gravity-map-gives-best-view-yet-inside-mars/>
- [19] *Mars Atmosphere Model - Metric Units*. (n.d.). <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmrm.html>
- [20] **Dull, Cuyler & Wagner, Lauren & Young, Larry & Johnson, Wayne.** (2022). Hover and Forward Flight Performance Modeling of Ingenuity.
- [21] **Seddon, J.** (1990). *Basic Helicopter Aerodynamics*. AIAA (American Institute of Aeronautics & Astronautics).
- [22] **Grip, H. F., Johnson, W., Malpica, C., Scharf, D. P., Mandić, M., Young, L. A., Allan, B. G., Mettler, B., Martin, M. S., & Lam, J.** (2020). Modeling and identification of Hover flight dynamics for NASA's Mars helicopter. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 43(2), 179–194. <https://doi.org/10.2514/1.g004228>
- [23] **Pipenberg, B., Keennon, M., Tyler, J. D., Hibbs, B. D., Langberg, S. A., Balaram, J., Grip, H. F., & Pempejian, J.** (2019). Design and fabrication of the Mars helicopter rotor, airframe, and landing gear systems. *AIAA Scitech 2019 Forum*. <https://doi.org/10.2514/6.2019-0620>
- [24] **Nise, & Nise, N. S.** (2011). *Control Systems Engineering, Sixth*. Wiley Global Education.

- [25] **Luenberger, D. G.** (1971). An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6), 596–602.
<https://doi.org/10.1109/tac.1971.1099826>
- [26] **Chen, W.** (2004). Disturbance observer based control for nonlinear systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 9(4), 706–710.
<https://doi.org/10.1109/tmech.2004.839034>





EKLER

EK A: Geri Beslemeli Doğrusallaştırma Denklemleri



EK A: Geri Beslemeli Doğrusallaştırma Denklemleri

Doğrusal olmayan bir sistem, denklem A.1.1'deki gibi ifade edilir. [10]

$$\begin{aligned}\dot{x} &= F(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{A.1.1}$$

Doğrusal olmayan durum denklemleri A.1.2'deki gibi yazılır.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1x_2 + x_3 \\ \dot{x}_2 &= -2x_2 + x_1u \\ \dot{x}_3 &= \sin x_1 + 2x_1x_2 + u\end{aligned}\tag{A.1.2}$$

Çıkış sinyali denklem A.1.3'teki gibi ifade edilir.

$$y(t) = x_1(t)\tag{A.1.3}$$

Çıkış sinyalinin türev ifadeleri denklem A.1.4'teki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}\dot{y} &= \dot{x}_1 = x_1x_2 + x_3 \\ \ddot{y} &= \sin x_1 + x_2x_3 + x_1x_2^2 + (1 + x_1^2)u\end{aligned}\tag{A.1.4}$$

Denklem A.1.4'teki $\ddot{y}$ ifadesi iki ayrı kısımda incelenebilir. İlk kısım girişten bağımsız olan durumlara bağlı $f(x)$, ikincisi ise girişe bağlı olan kısım $g(x)$ 'dir. Çıkış değişkeni bu kısımlar üzerinden denklem A.1.5'teki gibi indirgenir.

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= f(x) + g(x)u = v = \ddot{y}\end{aligned}\tag{A.1.5}$$

Denklem A.1.5 kullanılarak giriş sinyalinin fonksiyonu denklem A.1.6'daki gibi yazılır.

$$u(t) = \frac{1}{g(x)}(-f(x) + v(t))\tag{A.1.6}$$

PD takip kontrolcüsü için diferansiyel denklemler A.1.7'deki gibi yazılır.

$$\begin{aligned}v &= \ddot{y}_d + K_d(\dot{e}) + K_p e \\ e &= y_d(t) - y(t) \\ v &= \ddot{y} \therefore \ddot{e} + K_d(\dot{e}) + K_p e = 0\end{aligned}\tag{A.1.7}$$

Denklem A.1.7 incelendiğinde K_d ve K_p kazançları pozitif olduğu takdirde hata sıfıra gidecektir. Ayrıca bu kazançlar sistemin yükselme zamanı ve yüzde aşımı tercihine göre seçilebilir.

Denklem A.1.7, denklem A.1.6 içerisine yerleştirilerek geri beslemeli doğrusallaştırma kontrolcüsüne ait denklem, A.1.8'deki gibi elde edilmiş olur.

$$u(t) = \frac{1}{g(x)} \left(-f(x) + \ddot{y}_d + K_d(\dot{e}) + K_p(e) \right) \quad (\text{A.1.8})$$



ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Furkan Seyrekbasan

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2015, Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Mekatronik Mühendisliği

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- **Seyrekbasan F., Üstoğlu İ.** 2024. Mathematical Modeling, Simulation And Controller Performance Comparison Of Mars Helicopter. *3rd International Graduate Research Symposium (IGRS'24)*, May 8-10, 2024 İstanbul, Türkiye.