



T.C.
NECMETTİN ERBAKAN ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi Bilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

**LİSE MATEMATİK DERS KİTAPLARINDAKİ OLASILIK ÖĞRENME ALANINA AİT
SORULARIN PISA MATEMATİK YETERLİK DÜZEYLERİNE GÖRE İNCELENMESİ**

Şerife Nur ORHAN
ORCID: 0000-0002-1638-1923

Danışman
Prof. Dr. Bünyamin AYDIN
ORCID: 0000-0002-0133-9386

Konya – 2024

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca bana profesyonel olarak yol gösteren, bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde beni destekleyen değerli danışmanım Prof. Dr. Bünyamin AYDIN'a çok teşekkür ederim. Tez konumu belirlememde bana yardımcı olan, lisans ve yüksek lisans eğitimimde önemli katkıları bulunan kıymetli hocam Doç. Dr. İbrahim ÇETİN'e ve tez çalışması boyunca ihtiyaç duyduğum bilgileri benimle paylaşan matematik öğretmeni Arif Emre TOYOĞLU'na teşekkür ederim.

Hayatım boyunca benim yanımda olan, cesaretlendiren ve motive eden anneme, babama, ablama ve kardeşime sonsuz şükranlarımı sunar ve teşekkür ederim.

Şerife Nur ORHAN

Temmuz 2024

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU	v
BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ	vi
KISALTMALAR.....	vii
ÖZET.....	viii
ABSTRACT	ix
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı	3
1.3. Araştırmanın Önemi	3
1.4. Sınırlılıklar.....	4
1.5. Tanımlar	4
2. ALAN YAZIN.....	5
2.1. PISA	5
2.2. Matematik Okuryazarlığı	12
2.3. PISA 2022 Sorularının Matematik Yeterlik Düzeyleri	15
2.4. Olasılık	24
2.5. İlgili Araştırmalar	27
2.5.1. PISA ve Matematik Okuryazarlığı ile İlgili Araştırmalar	27
2.5.2. Öğrencilerin Olasılık Öğrenimi Sırasında Yaşadığı Zorluklar ile İlgili Araştırmalar	30
3. YÖNTEM.....	33
3.1. Araştırmanın Modeli	33
3.2. Araştırmanın Örneklemi.....	33
3.3. Verilerin Toplanması.....	33
3.4. Verilerin Analizi.....	34
4. BULGULAR	36
4.1. 10. Sınıf Matematik Ders Kitaplarından Elde Edilen Bulgular.....	36
4.2. 11. Sınıf Matematik Ders Kitaplarından Elde Edilen Bulgular.....	38
4.3. Ders Kitaplarından Soru Örnekleri.....	40
4.3.1. 10. Sınıf Matematik Ders Kitabında Yer Alan Soru Örnekleri	40
4.3.2. 11. Sınıf Matematik Ders Kitabında Yer Alan Soru Örnekleri	47
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	55
5.1. Tartışma ve Sonuç	55

5.3. Öneriler.....	59
KAYNAKLAR.....	61



TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Lise Matematik Ders Kitaplarındaki Olasılık Öğrenme Alanına Ait Soruların PISA Matematik Yeterlik Düzeylerine Göre İncelenmesi başlıklı tez çalışmamın toplam **61** sayfalık kısmına ilişkin, 17/07/2024 tarihinde tez danışmanım tarafından **Turnitin** adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı **%17** olarak belirlenmiştir.

Uygulanan filtrelemeler:

1. Tez çalışması orijinallik raporu sayfası hariç
2. Bilimsel etik beyannamesi sayfası hariç
3. Önsöz hariç
4. İçindekiler hariç
5. Simgeler ve kısaltmalar hariç
6. Kaynaklar hariç
7. Alıntılar dahil
8. 7 kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

Necmettin Erbakan Üniversitesi Tez Çalışması Orijinallik Raporu Uygulama Esaslarını inceledim ve tez çalışmamın, bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranının (%30) altında olduğunu ve intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

19/07/2024

Şerife Nur ORHAN

Prof. Dr. Bünyamin AYDIN

BİLİMSEL ETİK BEYANNAMESİ

Bu tezin tamamının kendi çalışmam olduğunu, planlanmasından yazımına kadar tüm aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle riayet edildiğini, tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez hazırlama kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel kurallara uygun olarak atıf yapıldığını ve bu kaynakların kaynaklar listesine eklendiğini beyan ederim.

19/07/2024

Şerife Nur ORHAN

KISALTMALAR

Kısaltmalar

LGS: Liselere Geçiş Sistemi

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics

OECD: Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı)

PISA: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)

SBS: Seviye Belirleme Sınavı

TEOG: Temel Eğitimden Ortaöğretime Geçiş Sistemi

TIMMS: Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (Trends in International Mathematics and Science Study)

ÖZET

Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

LİSE MATEMATİK DERS KİTAPLARINDAKİ OLASILIK ÖĞRENME ALANINA AİT SORULARIN PISA MATEMATİK YETERLİK DÜZEYLERİNE GÖRE İNCELENMESİ

Şerife Nur ORHAN

PISA sınavı farklı ülke öğrencilerinin matematik yeterliklerinin hangi düzeyde olduğunu göstermektedir. Okullarımızda temel öğretim materyali olarak kullanılan ders kitaplarındaki soruların PISA’da belirlenen matematik yeterliklerine göre nasıl dağılım gösterdiğini tespit etmek önemlidir. Bu çalışmada lise matematik ders kitaplarının olasılık öğrenme alanındaki soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi hedeflenmiştir. Araştırmada bu hedefe yönelik olarak 10. ve 11. sınıf matematik ders kitaplarındaki olasılık öğrenme alanına ait sorular incelenmiştir.

Çalışmada yöntem olarak nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi kullanılmıştır. 2023-2024 öğretim yılında okulların 10. ve 11. sınıflarında matematik ders kitabı olarak kullanılan kitaplardan ikisi üzerinden veriler toplanmıştır. Araştırmanın verileri olan 10. ve 11. sınıf matematik ders kitaplarındaki olasılık öğrenme alanındaki sorular, araştırmacının kendisi ve bir uzman matematik eğitimcisi tarafından ayrı ayrı analiz edilmiştir. Araştırmacı ve alan eğitimi uzmanının analizlerinin benzerliği Miles ve Huberman formülü kullanılarak tespit edilmiştir. Veriler analiz edilirken araştırmacı ve alan eğitimi uzmanının farklı düzeylerde buldukları sorular tartışılmış ve ortak sonuca varılmıştır.

Araştırmanın birinci alt probleminin sonucuna göre 10. sınıf matematik ders kitabında bulunan olasılık öğrenme alanına ait soruların çoğunluğunun 2. ve 3. düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Araştırmanın ikinci alt probleminin sonucuna göre 11. sınıf matematik ders kitabında bulunan olasılık öğrenme alanına ait soruların çoğunluğunun 3. ve 4. düzeyde olduğu bulunurken 6. düzeyde sorular bulunamamıştır. İncelenen iki matematik ders kitabında da olasılık konusunda en fazla 3. düzeyde soru bulunduğu görülmüştür. Araştırmanın sonucunda incelenen kitaplardaki soruların ağırlıklı olarak alt ve orta düzeyde yer aldığı tespit edilmiştir. Üst düzey olarak kabul edilen 5. ve 6. düzeyde yok denecek kadar az soru bulunmuştur. Ülkemiz matematik ders kitaplarındaki soruların matematik okuryazarlık düzeylerinin daha dengeli, çeşitli ve uygulamaya dönük olacak şekilde düzenlemeler yapılması yararlı olacaktır. Araştırmanın ders kitabı yazarlarına ve eğitimcilere faydalı olabileceğine inanılmaktadır.

Anahtar Kelimeler: PISA, Matematik okuryazarlığı, Matematik ders kitabı, Olasılık

ABSTRACT

Necmettin Erbakan University, Graduate School of Educational Sciences
Department of Mathematics and Sciences Education
Mathematics Education Program
Master Thesis

EXAMINATION OF QUESTIONS RELATED TO PROBABILITY LEARNING AREA IN HIGH SCHOOL MATHEMATICS TEXTBOOKS ACCORDING TO PISA MATHEMATICS PROFICIENCY LEVELS

Şerife Nur ORHAN

The PISA exam shows the level of mathematics proficiency of students from different countries. It is important to determine how the questions in the textbooks used as basic teaching materials in our schools are distributed according to the mathematics competencies determined in PISA. In this research, it was aimed to examine the questions in the field of probability learning in high school mathematics textbooks according to PISA mathematics proficiency levels. Towards this goal, in the research, questions related to the probability learning area in the 10th and 11th grade mathematics textbooks were examined.

Document analysis, one of the qualitative research methods, was used as the method in the study. Data was collected from two of the books used as mathematics textbooks in the 10th and 11th grades of schools in the 2023-2024 academic year. The questions in the field of probability learning in the 10th and 11th grade mathematics textbooks, which are the data of the research, were analyzed separately by the researcher himself and an expert mathematics educator. The similarity of the analyzes of the researcher and the field education expert was determined using the Miles and Huberman formula. While analyzing the data, the questions that the researcher and the field education expert found at different levels were discussed and a common conclusion was reached.

According to the results of the first sub-problem of the research, it was determined that the majority of the questions related to the probability learning area in the 10th grade mathematics textbook were at the 2nd and 3rd levels. According to the results of the second sub-problem of the research, it was found that the majority of the questions related to the probability learning area in the 11th grade mathematics textbook were at the 3rd and 4th levels, while no questions were found at the 6th level. It was observed that in the two mathematics textbooks examined, the most questions on probability were at the 3rd level. As a result of the research, it was determined that the questions in the books examined were mainly at the lower and middle level. There were almost no questions at the 5th and 6th levels, which are considered to be upper levels. It would be useful to make arrangements to ensure that the mathematical literacy levels of the questions in our country's mathematics textbooks are more balanced, diverse and practical. It is believed that the research may be useful to textbook authors and educators.

Key Words: PISA, Mathematics literacy, Mathematics textbook, Probability

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

Bu bölümde; problem durumu, problem cümlesi, alt problemler, araştırmanın amacı, araştırmanın önemi, sayıltı, sınırlamalar ve tanımlar üzerinde durulmuştur.

1.1. Problem Durumu

Ülkeler eğitim sistemlerini geliştirmek ve başka ülkelerle aralarında benzerlik ve farklılıkları tespit etmek amacıyla PISA gibi büyük ölçekli araştırmalara katılmaktadır (Sarıkaya, 2022). Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı (OECD) tarafından yapılan PISA (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı), üç yılda bir, 15 yaş grubundaki öğrencilerin okuma, matematik ve fen alanlarındaki bilgi birikimlerini ve becerilerini değerlendirmektedir (Kabael vd., 2018; MEB, 2022). PISA öğrencilerin okulda öğrendikleri bilgi ve becerileri günlük hayatta kullanabilme derecesini de incelemektedir (OECD, 2023a).

PISA araştırmasında okuma, matematik ve fen alanlarındaki okuryazarlığı ölçülmektedir. PISA’da matematiksel okuryazarlığı, öğrencilerin formülleştirebilme, matematiği günlük hayatta kullanabilme yeteneği olarak tanımlanabilir (MEB, 2022). Matematik okuryazarlığı, öğrencilerin iyi bir öğrenme ortamında gelişmesinin önemini desteklemektedir. Öğrencilerin matematiği bağlam içinde kullanma kapasitelerini geliştirme ve yaşamlarında zengin deneyimlere sahip olmalarını matematik okuryazarlığı güçlü bir şekilde vurgulamaktadır (OECD, 2019).

Ders kitapları ülkelerin uluslararası sınavlardaki başarı farklarını anlamak için önemli veri kaynaklarından biridir (Bacakoğlu, 2022). Ders kitaplarının incelenip değerlendirilmesi bu kitaplarda istenen gelişimi sağlamak için büyük bir öneme sahiptir (Tarku, 2022). Öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin daha derin bir kavramsal anlayış kazanmalarına yardımcı olmak için matematik öğretimine okuryazarlığın dahil edilmesi önemlidir (Foster, 2020).

PISA sınavı ilk olarak 2000 yılında yapılmıştır. PISA sınavına Türkiye ilk defa 2003 yılında dahil olmuştur. 2022 yılında yapılan PISA sınavında ağırlıklı alan matematik okuryazarlığıdır (OECD, 2023b). PISA sınavında OECD tarafından belirlenen altı matematik yeterlik düzeyi bulunmaktadır. PISA matematik yeterlik düzeylerinden ilk üç düzey temel matematik yeterlikleri içerirken 4, 5 ve 6. düzey üst düzey matematiksel yeterlikler içermektedir (OECD, 2023a). PISA 2022 sonuçlarına göre matematik alanında ülkemiz öğrencilerinin %61’i

asgari performans göstermiştir (OECD, 2023b). Bu sonuçlara göre Türkiye’de bulunan her on öğrenciden altısı temel matematik yeterliklerine sahiptir.

PISA 2022 sınavında okul müfredatının ana unsurlarını oluşturan dört matematik içerik alanları bulunmaktadır. Bunlar: sayılar, işlemler ve ölçme ile ilgili hesaplamalar içeren nicelik, değişen durumları ve ilişkileri matematiksel olarak modelleyen değişim ve ilişkiler, uzamsal ve geometrik durumları içeren uzay ve şekil, olasılık ve istatistik verilerini içeren belirsizlik ve veri alanından oluşmaktadır (OECD, 2023a). PISA 2022 sonuçlarına göre Türkiye’de öğrenciler matematik içerik alanlarından belirsizlik ve veri kategorisinde diğer kategorilere oranla daha başarılıdır. Bu durum OECD ülkelerinde de benzerlik göstermektedir (MEB, 2023). Belirsizlik ve veri kategorisi olasılık konusunun ana teması olarak verilmektedir (Kabael vd., 2018).

Olasılık konusunun önemi ülkelerin son yirmi yılda yeni reform hareketlerinde okul öncesi ve ortaokul düzeyinden başlayarak matematik müfredatlarında göz önüne alınmıştır (NCTM, 2000; Yetim, 2019). Olasılık konusunun günlük yaşamımızda öneminden ötürü pek çok ülke matematik programında yer vermiştir (Şafak, 2016). Olasılık konusu ülkemizde 1960’lı yıllardan beri lise programlarında yer almaktadır. Matematik programında 1990 ve 1992 yıllarında yapılan değişiklikler sonucu olasılık konusu ile ilgili birçok kazanım programa eklenmiş ve yeni ders kitaplarında yer almıştır (Yaman, 2015). Ülkemizde ortaöğretim matematik programlarına bakıldığında olasılık konusu 2005 yılında 10.sınıf müfredatı, 2011 yılında ise 11. sınıf müfredatında yer almaktadır (MEB, 2011). 2013 ve 2018 ortaöğretim matematik programında olasılık konusu basit olayların olasılıkları ve koşullu olayların olasılıkları olmak üzere iki ayrı sınıf müfredatında öğretilmektedir (MEB, 2011, 2013, 2018).

Olasılık konusu günlük yaşamımızda genel olarak belirsiz olaylarla karşılaştığımızda kullanılmaktadır. Olasılık, bir haftalık hava durumunu tahmin etme ve elde edilen sonucun kanıtlarla desteklenmesi gibi birçok durumda belirsizlik ile karşılaştığımızda faydalanılan bir konudur (Kazak, 2015). PISA belirsizliğin, sadece olasılık ve istatistik için değil pek çok problemin de önemli yapı taşı olduğunu vurgulamaktadır. Öğretim programımızda olasılık konusu, PISA matematiksel içerik kategorilerinden biri olan belirsizlik ve veri başlığı altında bulunmaktadır (Kabael vd., 2018).

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı lise matematik ders kitaplarındaki olasılık öğrenme alanına ait soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesidir.

Alt Problemler

1. 10. sınıf matematik ders kitabındaki olasılık öğrenme alanına ait sorular PISA matematik yeterlik düzeylerinin hangi seviyesinde yer almaktadır?
2. 11. sınıf matematik ders kitabında bulunan olasılık öğrenme alanına ait sorular PISA matematik yeterlik düzeylerinin hangi seviyesinde yer almaktadır?

1.3. Araştırmanın Önemi

21. yüzyılın modern eğitime yönelik temel zorunluluklarından biri, tüm öğrencilerin matematik okuryazarlığı düzeylerinin daha yüksek seviyelerine ulaşmasıdır (Yusupova ve Skudareva, 2020). PISA sınavında 2018 yılında 2015 yılındaki matematik okuryazarlığı düzeylerinde artış gözlenmiştir. Türkiye son yıllarda matematik okuryazarlık düzeyinde gelişme göstermektedir (MEB, 2019).

Alan yazında matematik ders kitabı incelemesi çalışmalarına bakıldığında ortaokul matematik ders kitapların PISA matematik yeterlik ölçeğindeki altı düzeye göre incelenmiştir (Aydoğdu İskenderoğlu ve Baki, 2011; Baltacı, 2021; Sarıkaya, 2022; Şaban, 2019; Şahin, 2022). Ülkemizde yapılan sınavlarla ilgili çalışmalara bakıldığında ise SBS ve LGS sınavlarındaki soruların PISA matematik yeterlik ölçeği ve PISA temsil yeterliği düzeyleri bakımından incelenmesi, PISA sınavında yer alan matematik soruları arasındaki benzerlik ve farklılıkları tespit etmeye yönelik çalışmalara rastlanmıştır (Aydoğdu İskenderoğlu vd., 2013; Ayyıldız ve Cansız Aktaş, 2021; Özbal, 2022; Öztürk, 2020; Yaprakgöl, 2019).

Literatürde konu ile ilgili farklı araştırmalar yapılmış olsa da özellikle lise kademesinde yapılan ders kitabı inceleme çalışmaların sayısının oldukça az olduğu görülmektedir (Karataş, 2019; Tarku, 2022). Bu araştırmanın, lisede okutulan matematik ders kitaplarını içermesi ve olasılık öğrenme alanına ait soruların matematik yeterlik düzeylerinin belirlenmesi açısından alan yazına önemli bir fayda sağlayacağı düşünülmektedir. Yapılan literatür taraması sonucunda araştırmaların genel olarak ortaokul kademesinde arttığı gözlenmiştir. Ders kitaplarında bulunan olasılık öğrenme alanının ayrıntılı olarak incelendiği çalışmalara

rastlanmadığı belirlenmiştir. Araştırma sonucunda lise matematik ders kitaplarının olasılık öğrenme alanında matematiksel yeterlik düzeyleri tespit edilmiştir. Çalışmanın ders kitabı yazarlarına ve eğitimcilere faydalı olabileceğine inanılmaktadır.

1.4. Sınırlılıklar

Bu araştırma;

1. 2023-2024 öğretim yılında okutulan lise matematik MEB ders kitapları,
2. Olasılık öğrenme alanındaki sorular,
3. Soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi ile sınırlı kalmaktadır.

1.5. Tanımlar

Matematik Okuryazarlığı: Matematik dersindeki konuları günlük hayatla ilişkilendirilmesi ve günlük hayattaki problem durumunun da matematiksel ifadeler yardımıyla açıklanması süreci.

PISA matematik yeterlik düzeyleri: PISA'ya katılan öğrencilerin başarısını belirlemek amacıyla geliştirilen ölçekte yer alan 6 yeterlik düzeyidir. Bu yeterlik düzeylerine göre sahip olunması gereken yeterlikler bulunmaktadır.

BÖLÜM 2

2. ALAN YAZIN

2.1. PISA

Son dönemlerde değişen ve gelişen teknolojiye toplumların uyum sağlayabilmesi için önemli koşulların başında eğitim programlarının yenilenmesi, düzenlenmesi gelmektedir (Sarıkaya, 2022). Ülkelerin eğitim programlarını gözden geçirebilmeleri için uluslararası sınavlara katılımları önemlidir. PISA dünya çapında çeşitli eğitim programlarına sahip ülkelerin katılımcı olduğu sınavdır (Şaban, 2019).

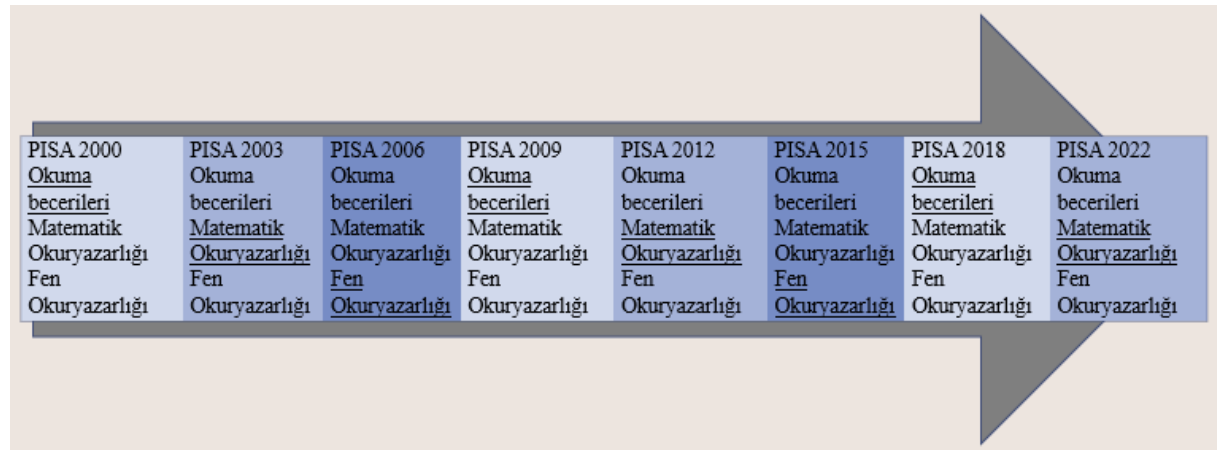
PISA (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı), Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı (OECD) tarafından üçer yıllık dönemler hâlinde, 15 yaş grubundaki öğrencilerin okuma, matematik ve fen alanlarındaki bilgi birikimlerini ve becerilerini değerlendiren bir araştırmadır (Kabael vd., 2018; MEB, 2022). PISA, bilgi ve becerilerdeki eğilimleri sürekli izleyen bir programdır (OECD, 2019). PISA aynı zamanda başarı düzeylerine göre öğrencilerin oranını, cinsiyet açısından dağılımını, erkek-kız öğrenciler arasındaki puan farklılığı ile ilgili değişkenleri de göstermektedir (Özmusul ve Kaya, 2020).

PISA, bireylerin yenilikçi bir alandaki yeterliliğini de değerlendirmektedir. Değerlendirme sadece öğrencilerin bilgiyi yeniden üretebilmesi üzerine değil; aynı zamanda öğrencilerin ne kadar iyi sonuç çıkarabildiklerini de incelemektedir. Öğrenciler okulun hem içerisinde hem de dışarısında öğrenirler ve bu bilgiyi uygulayabilirler (OECD, 2019). Birleşmiş milletler tarafından onaylanan Eğitimde Sürdürülebilir Kalkınma Hedefinin amaçlarından biri de her çocuğun okuma ve matematik alanlarında temel yeterlik göstermesidir (MEB, 2023).

Dünyanın dört bir yanındaki politika yapıcılar, kendi ülkelerindeki öğrencilerin diğer katılımcı ülkelerdeki öğrencilerle karşılaştırılmak, bilgi ve becerileri ölçmek için PISA bulgularını kullanmaktadır. Ülkelerin bu bulgular sayesinde kendi eğitim sistemlerindeki öğrenme sonuçlarında ve öğrenme programlarının güçlü ve zayıf yönlerini anlaması daha pratik hale gelmektedir (OECD, 2019).

PISA, aşağıdaki özellikleri nedeniyle benzersizdir:

- Öğrencilerin öğrenme sonuçlarına ilişkin verileri sayesinde okul içinde ve dışında öğrenmelerini şekillendiren temel unsurları tespit eder.
- PISA performanstaki farklılıkları vurgulayabilir ve iyi performans gösteren öğrencilerin, okulların ve eğitim sistemlerinin özelliklerini belirleyebilir.
- Öğrencilerin bilgi ve becerilerini temel alanlarda uygulama ve analiz etme kapasitelerini ifade eden yenilikçi öğrenci yeterliliği kavramı sayesinde öğrenciler çeşitli durumlardaki sorunları belirlerken, yorumlarken ve çözerken etkili bir şekilde akıl yürütebilir.
- PISA öğrencilerden öğrenme motivasyonları, kendileri hakkındaki inançları ve öğrenme stratejileri hakkında rapor vermelerini istediği için yaşam boyu öğrenmeyle uygunluk ve düzenlilik hakkında bilgi sahibi olur ve bu da ülkelerin temel öğrenme hedeflerine ulaşmadaki ilerlemelerini izlemesini sağlar.
- PISA 2022'de 37 OECD ülkesini ve 44 ortak ülke ve ekonomiyi içerir (OECD, 2023b).



PISA 2000	PISA 2003	PISA 2006	PISA 2009	PISA 2012	PISA 2015	PISA 2018	PISA 2022
Okuma	Okuma	Okuma	Okuma	Okuma	Okuma	Okuma	Okuma
<u>becerileri</u>	<u>becerileri</u>	<u>becerileri</u>	<u>becerileri</u>	<u>becerileri</u>	<u>becerileri</u>	<u>becerileri</u>	<u>becerileri</u>
Matematik	Matematik	Matematik	Matematik	Matematik	Matematik	Matematik	Matematik
Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı
Fen	Fen	Fen	Fen	Fen	Fen	Fen	Fen
Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı	Okuryazarlığı

*Ağırlıklı alanlar kalın yazılmış ve altı çizilmiştir.

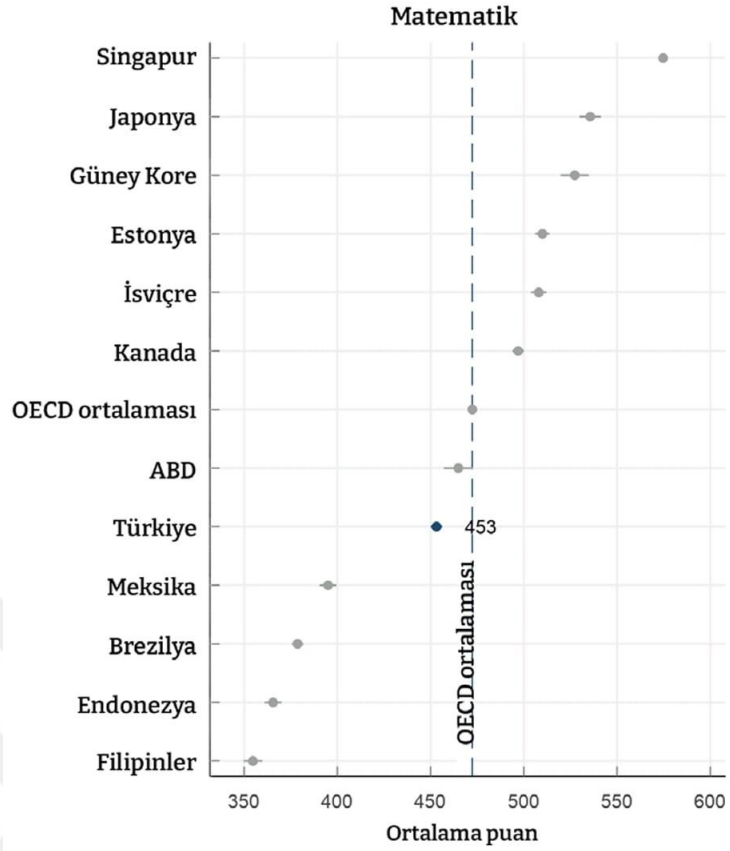
Şekil 2.1. PISA Döngülerinde Temel ve Yenilikçi Alanlar (MEB, 2022).

PISA sınavında yıllara göre matematik okuryazarlığı, fen okuryazarlığı ve okuma becerileri alanlarından biri ağırlıklı alan olarak seçilmektedir. Şekil 2.1’de yıllara göre ağırlıklı alanlar gösterilmiştir. 2022 yılında yapılan PISA sınavında ağırlıklı alan matematik

okuryazarlığıdır. Matematik okuryazarlığı değerlendirme çerçevesi geçmiş yıllardan farklı olarak öğrencilerin gelecekteki yaşamlarında kendilerine ve topluma katkı sağlayacak alışılmadık fikirler bulan, teknolojik gelişimlere ayak uyduran bireyler olmasına dikkat çekmektedir (OECD, 2023a). PISA 2022 araştırması yaratıcı, katılımcı ve karşılaştığı problemlere rutin olmayan çözümler üreten öğrencileri tespit etmektedir. Günden güne değişen dünyadaki yeniliklere karşı matematiksel değerlendirmeler yapmasını amaçlamaktadır (OECD, 2023b).

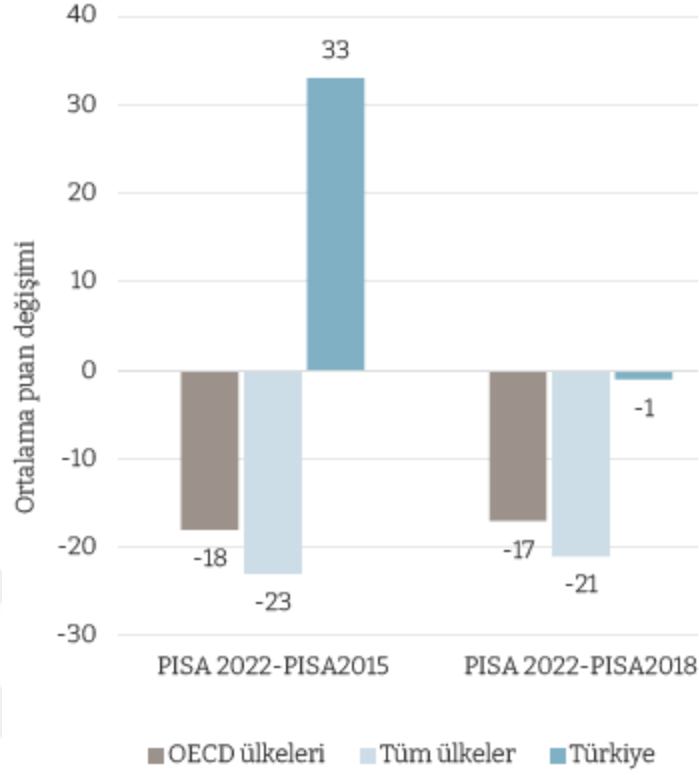
Çeşitli yöntemlerle toplanan bilgiler birleştirilerek PISA değerlendirmesi üç ana türde sonuç sağlar:

- Öğrencilerin bilgi ve becerilerinin profiline dayanak sağlayan temel göstergeler,
- Öğrencilerin demografik, sosyal, ekonomik ve eğitimsel değişkenler ile nasıl ilişkili olduğunu gösteren anketlerden elde edilen göstergeler,
- Sonuçlardaki ve bunların dağılımlarındaki değişiklikleri gösteren eğilimlere ilişkin göstergeler ve öğrenci, okul ve sistem düzeyindeki arka plan değişkenleri arasındaki ilişkiler ve sonuçlar (OECD, 2019).



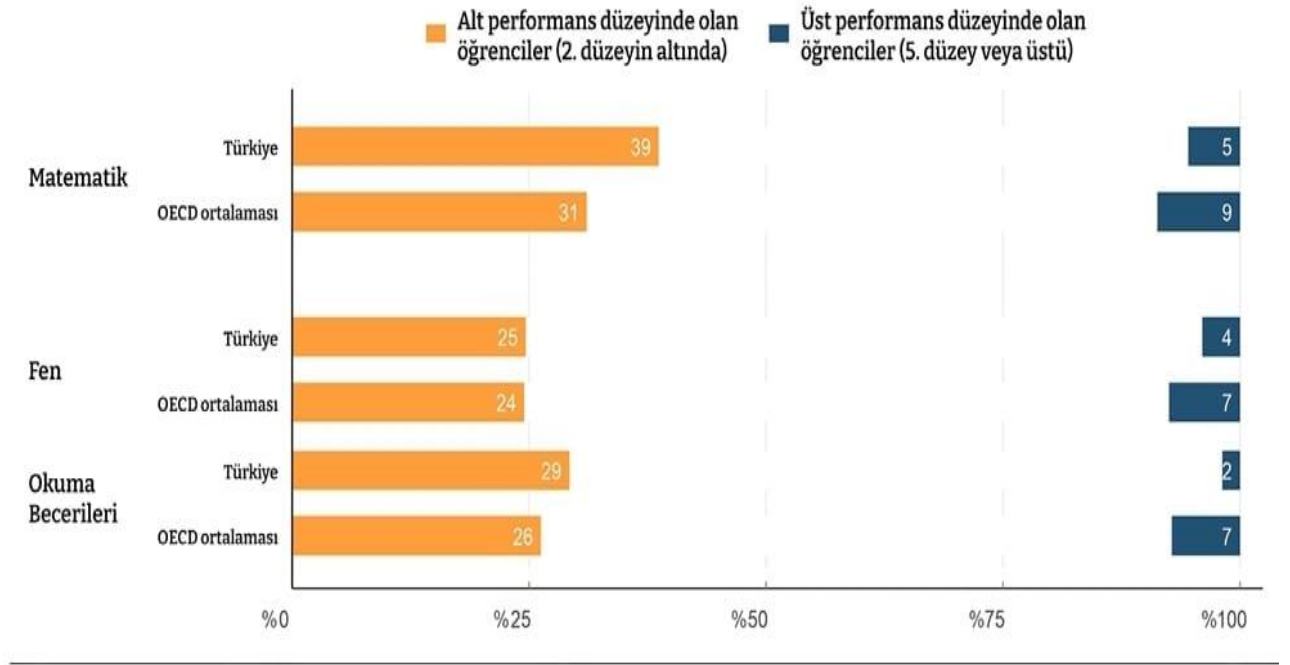
Şekil 2.2. PISA 2022’de matematik alanındaki ortalama performans (MEB, 2023)

Şekil 2.2’de PISA 2022 sınavında matematik alanındaki ortalama performansı sunulmuştur. PISA 2022 sınavında Singapur, Japonya ve Güney Kore başta olmak üzere birçok ülke matematik alanında OECD ortalamasının üstünde başarı göstermiştir. Türkiye’deki öğrenciler matematik alanında 453 puan alarak OECD ortalamasının altında performans sergilemiştir (MEB, 2023). PISA sınavında 453 puan öğrenciler 3. matematik yeterlik düzeyine kadar olan becerilere sahip olmaktadır (OECD, 2023a). PISA 2022 sınavında Türkiye’nin matematik alanında temel matematik yeterliklerine sahip olduğu gözlenmiştir.



Şekil 2.3. PISA sınavının ortalama matematik performansının yıllara göre değişimi (MEB, 2023)

2015 yılı ile 2022 yılında yapılan PISA sınavlarındaki ortalama matematik performansı Türkiye’de 35 puan artarken OECD ülkelerinde 18 puan azalmış, tüm ülkelerde 23 puan azalma tespit edilmiştir. 2018 yılı ile 2022 yılında yapılan PISA sınavlarındaki ortalama matematik performansında düşüş gözlenmiştir. Türkiye’de 1 puan azalırken OECD ülkelerinde 17 puan azalmış, tüm ülkelerde 21 puan azalma tespit edilmiştir. Türkiye’deki öğrencilerin matematik performanslarında anlamlı bir fark görülmemiştir. OECD ülkeleri ve tüm ülkelerde yıllara göre matematik performanslarında anlamlı bir fark görülmüştür (MEB, 2023). Bu farkın sebeplerinden biri olarak da COVID-19 salgını görülmektedir.



Şekil 2.4. PISA sınavının farklı alanlarında alt ve üst performans düzeylerinde olan öğrenciler (MEB, 2023)

Şekil 2.4'e göre PISA 2022 uygulamasında matematik okuryazarlık düzeylerinden 2. düzeyin altında olan öğrencilerin oranı %39'dur. Bu öğrenciler önceden öğrendiği bir biçimde açıkça verilen durumları ayırt edebilir ve tanıyabilir. Türkiye'de PISA matematik testinde 5. veya 6. düzeye ulaşan öğrencilerin oranı %5'tir. OECD ülkelerinde matematik okuryazarlık düzeylerinde üst performans düzeyinde olan öğrenciler %9 oranındadır (MEB, 2023).

PISA 2022 sonuçlarına göre ülkemizde matematik alanında %61 oranında düşük performans gösteren öğrenciler bulunmaktadır. Bazı eğitim sistemlerinde ise matematikte düşük performans gösteren öğrenci sayısı az bulunmuştur. Estonya, Çin Taipei, Hong Kong [Çin], Japonya, Makao ve Singapur ülke ve ekonomilerinde bulunan öğrencilerin yaklaşık %15 oranı matematik okuryazarlık düzeylerinden seviye 2'nin altında performans göstermektedir. Bu ülkelerin matematikte evrensel temel yeterliliğe ulaşmaya yakın olduğu görülmektedir. OECD ülkeleri ortalamasında öğrencilerin %69'u seviye 2 veya üzerinde puan almıştır (OECD, 2023b).

PISA matematik yeterlik düzeyi 5. veya 6. düzeye ulaşan öğrenciler PISA 2022’de "en iyi performans gösterenler" olarak anılmaktadır. Sadece sekiz ülke ve ekonomi arasında matematik yeterlik düzeyi 5'te %10'un üzerinde puan alan öğrencilerin payı bulunmaktadır. Çoğu ülke veya ekonomide (81 üzerinden 46), yeterlik düzeyi 5'te puan alan öğrencilerin payı %5'ten düşük bulunmuştur. Düzey 6'da puan alan öğrencilerin payı yalnızca Hong Kong (Çin), Makao (Çin) Singapur ve Çin Taipei’de %10'un üzerinde tespit edilmiştir. Ülkelerin veya ekonomilerin büyük çoğunluğunda (81 üzerinden 75), en iyi puanı alan öğrencilerin payı %5'ten düşüktür. 46 ülke veya ekonomide öğrencilerin yalnızca %1'i veya daha azı matematikte 6. düzeyde puan almıştır (OECD, 2023b).



2.2. Matematik Okuryazarlığı

PISA araştırması ülkelere 15 yaşında olan bireylerin daha sonraki yaşamlarında nasıl tepki verebileceklerine dair erken bir gösterge sağlamaktadır. Matematik okuryazarlık becerileri gelişen bireyler hem matematiği içeren hem de karşılaşacakları matematiğe dayanan çeşitli durumlarda akıl yürütme (tumdengelim ve tümevarım) ve anlamlandırmak için problem çözme gibi metotları kullanabilmektedir (OECD, 2023a). 2018 Ortaöğretim Matematik Öğretim Programının genel amaçlarından biri matematik okuryazarlık becerilerini kullanmak ve iletme (MEB, 2018). Matematik okuryazarlığı, öğrencilerin çeşitli bağlamlarda matematiği formüle etme, kullanma ve yorumlama kapasitesi olarak tanımlanmaktadır. Matematik okuryazarlığı akıl yürütmeyi, tanımlamaları ve açıklamaları yapmak için matematiksel kavramları, prosedürleri, gerçekleri ve araçları kullanmayı içermektedir (OECD, 2019).

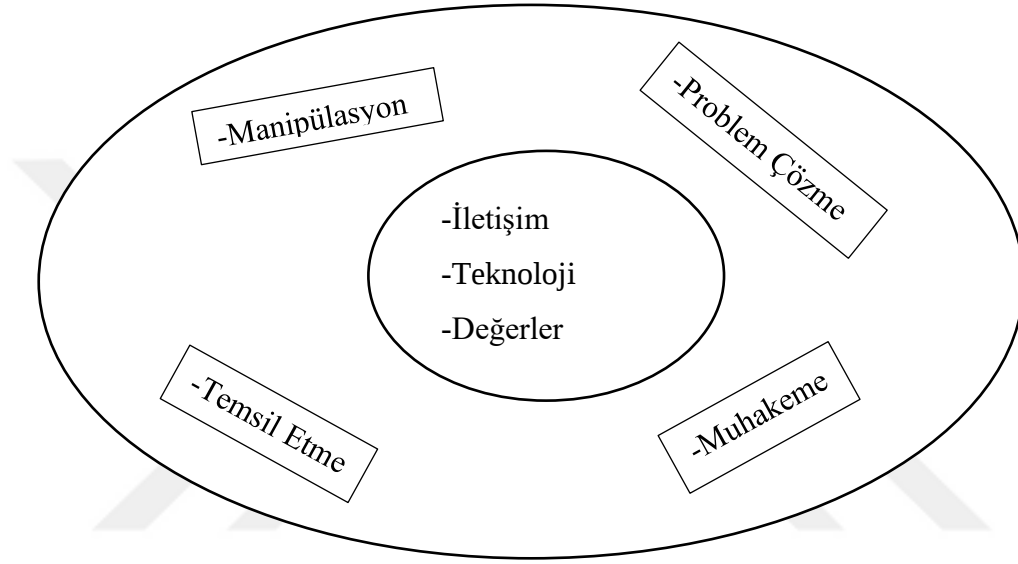
Matematik hayatlarının çeşitli yönlerinde sorunlar ve zorluklarla karşı karşıya kalan gençler için kritik bir araçtır. Örneğin yolculuk için mesafeyi, zamanı ve maliyeti hesaplamak, alışveriş, yemek yapmak için kullanılan malzemelerin oranlarını bulmak gibi günlük yaşamda karşılaşılan birçok problemi çözebilmek için belirli düzeyde matematik anlayışı gerekmektedir. Ülkemizde 2024 yılı itibariyle uygulanacak olan ortaöğretim matematik dersi öğretim programı içeriğinde de matematik okuryazarlığı önemslenmiştir. Öğrencilerin okuryazarlık becerilerini matematik alan becerileri ile bir bütün olarak ele alması gerektiği belirtilmektedir. Matematik dersi öğretim ortam ve imkanlarının okuryazarlık becerilerini geliştirecek şekilde yapılandırılması gerektiği ifade edilmektedir (MEB, 2024).

PISA araştırmasında öğrencilerin günlük hayatlarında karşılaşacakları engellere karşı ne derece hazır olduğunu ölçmektedir (Gürbüz ve Altun Murat, 2019). Matematik alanı PISA anketinde süreç, içerik ve bağlam boyutları yer almaktadır. Süreç yönü şu anlama gelir: Matematik okuryazarlığının tanımı, kişinin matematiği formüle etme, kullanma ve yorumlama yeteneği olarak ifade edilmiştir (Taufik vd., 2019).

Dijital çağda matematik eğitime yönelik herhangi bir araştırma gündemi, sadece matematik okuryazarlığına yönelik mevcut ve gelecekteki taleplere değil, aynı zamanda matematik öğretme ve öğrenme konusundaki tartışmaların nasıl yapıldığına ve yapılabileceğine de dikkat edilmesini gerektirmektedir (Kılıpatrick, 2002). Dijital çağda matematik okuryazarlığını anlamaya çalışırken hem bu okuryazarlığa ilişkin daha uygun bir anlayış geliştirmek hem de okulda bunun nasıl başarıldığı ve başarılacağı hususunda daha iyi bir

kavrayış geliştirmek amaçlanmaktadır (Kılıpatrick, 2002). Öğrencilerimizin matematik yeterliliğini geliştirmek için neler yapmalı sorusu son on yılda büyük ilgi gören sorulardandır (Pugalee, 1999).

Literatürde okulda ve günlük hayatta öğrencilerin matematik yapabilme kapasitelerini görmek için matematik okuryazarlığı kritik bir öneme sahip olduğu belirtilmiştir (De Lange, 2003; Pugalee, 1999). Matematik okuryazarlığı kavramının literatürde farklı modellemeleri bulunmaktadır.



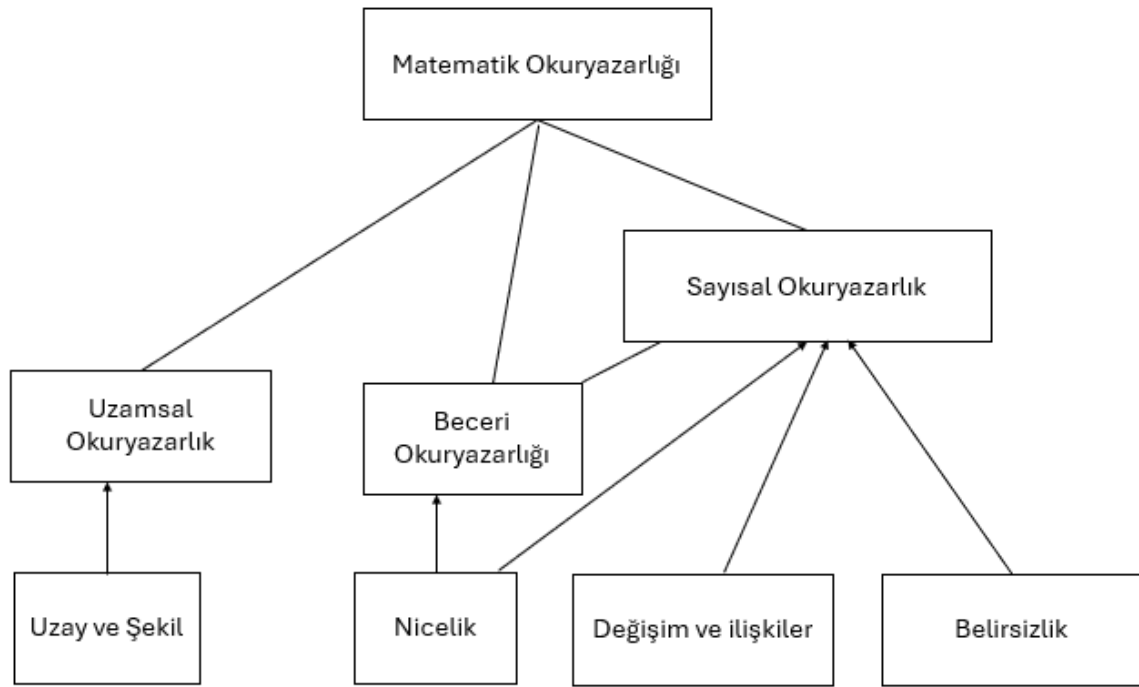
Şekil 2.5. Pugalee'nin Matematik Okuryazarlık Modeli (Gürbüz ve Altun Murat, 2019)

Pugalee'nin matematik okuryazarlık modelinde bileşenleri tasvir etmek için iki eş merkezli daire kullanmıştır. Pugalee (1999)'nin tanımına göre dış çember matematik yaparken kritik olan dört süreçten oluşmaktadır: temsil etme, manipöl etme, akıl yürütme ve problem çözme. Bu dört süreç içerisinde NCTM (1989) beş maddesi gömülü halde bulunmaktadır. İç dairede ise matematik yapmayı kolaylaştıran unsurlar yer almaktadır: iletişim, teknoloji ve değerler. Bu iki çember matematik okuryazarlığı gelişiminde, süreçlerin ve olanakların ilişkisini ortaya çıkarmaktadır. Burada tanımlanan dört süreç ve üç kolaylaştırıcı, matematik okuryazarlığının karmaşıklığını anlamak için bir çerçeve görevi görmektedir. Her ne kadar model matematik okuryazarlığının kısa ve öz bir tanımına yol açmasa da bizi bu modelin temelini oluştıran bileşenlerin olduğunun farkına varmaya yaklaştırmaktadır (Pugalee, 1999).

Pugalee (1999) matematik okuryazarlığı modelinin sahip olduğu üç özellik bulunmaktadır. Model ilk olarak öğrencilerin matematiksel bilgilerini elde ettiği ve kullandığı

NCTM (1989) tarafından belirlenen beş süreci içermektedir: matematiğe değer vermek, kişinin matematik yapma becerisine güvenmek, problem çözücü olmak, matematiksel olarak iletişim kurmak ve matematiksel olarak akıl yürütmek. İkinci olarak model, matematik okuryazarlığının geliştirilmesinde esas olan çeşitli süreçler arasındaki ilişkileri göstermektedir. Üçüncü olarak model, beş sürecin gelişimini kolaylaştırmaktadır (Pugalee, 1999).

Matematik okuryazarlığı ile ilgili De Lange (2003) tarafından akış diyagramı şu şekilde gösterilmiştir:



Şekil 2.6. Matematik Okuryazarlığı Akış Diyagramı (De Lange, 2003)

De Lange (2003) matematik okuryazarlığını PISA perspektifinden üç başlık altında toplamıştır. Bunlar; uzamsal, beceri ve sayısal okuryazarlıklardan oluşmaktadır. Bu üç başlığı da Şekil 2.6'da görüldüğü gibi alt dallara ayırmıştır. De Lange (2003) bu diyagram ile matematik alanında tanımlı diğer okuryazarlık türleri ile matematik okuryazarlığı arasındaki ilişkiyi açıklamıştır. Sayısal okuryazarlık başlığı altında bulunan belirsizlik konu alanında rastgelelik ve şans kavramları temel alınmıştır.

2.3. PISA 2022 Sorularının Matematik Yeterlik Düzeyleri

Bu bölümde PISA 2022 sınavında yayınlanan sorulardan bazılarına yer verilmiştir. Soruların sahip olduğu yeterlikler ve hangi düzeyde oldukları OECD (2023a) tarafından belirlenmiştir. Bu araştırmada incelenen soruların hangi matematik yeterlik düzeyinde olduğu belirlenirken de PISA 2022 sınavında yer alan soruların sahip olduğu becerilere göre düzeylerin değişimi dikkate alınmıştır. Aşağıda PISA 2022 sınavında yer alan bazı soruların hangi yeterliklere sahip olduğu ve PISA matematik yeterlik ölçeğinde hangi düzeyde olduğuna yer verilmiştir (OECD, 2023a).

PISA

SAYI
Soru 1 / 1

Sağdaki "SAYI"dan yararlanınız. Soruyu cevaplamak için seçeneklerden birine tıklayınız ve sonra bir açıklama yazınız.

Bu sezon için ortalama başarı marjına bakıldığında bu takımın herhangi bir maçı 19 sayı fark olmadan kazanmamış olması mümkün müdür?

☐ Evet
☐ Hayır

Cevabınızı açıklayınız.

SAYI

Yerel bir gazetede Zed basketbol takımı ile ilgili aşağıdaki manşet yer almıştır.

ZED HABER

Basketbol Takımı Şampiyonayı Kazandı!

- Bu sezon bütün maçları kazandı.
- Bu sezondaki ortalama başarı marjı 19 sayıdır.

Başarı marjı, bir maçta kazanan takımın aldığı sayı ve kaybeden takımın aldığı sayı arasındaki farktır.

Şekil 2.7. PISA 2022 sınavında yer alan bir soru (OECD, 2022)

Bu soruda öğrencilere yerel bir basketbol takımıyla ilgili bir gazete manşeti verilmiştir. Bu manşette takımın bu sezonki tüm maçları kazandığı belirtilmektedir. Bu sezon ortalama başarı marjı 19 sayı bulunmuştur. Başarı marjının tanımı öğrencinin aşına olmadığı bir kavram olduğu için sorunun altında belirtilmiştir. Sorulan soru bu takımın herhangi maçı 19 sayı fark olmadan kazanıp kazanmadığının tespit edilmesidir. Bu soruda öğrencilerden bir varsayım ileri sürerek kavramsal çıkarımlarına dayalı olarak değerlendirmelerini gerektiren soyut bir akıl yürütme yapmaları istenmektedir.

Soruya doğru cevap vermek için ortalamanın (yani aritmetik ortalamanın) anlaşılması önemlidir. Öğrencilerin “Evet” veya “Hayır”ı seçip seçimlerini destekleyecek açıklamalar vermeleri gerekmektedir. Sorunun doğru seçimi "Evet"tir; takımın aslında hiçbir maçı 19 sayı farkla kazanmamış olması mümkündür. 19 sayısı ortalama başarı marjıdır. Öğrenciler 19 sayısının veri kümesinin bir üyesi olabileceğini veya ortalaması 19 olan ancak 19 numarasını içermeyen örnek bir veri kümesi sağlayabileceğini düşünebilirler. Bu ikinci yaklaşım için öğrencilerin aynı zamanda bir değere dayalı karşı örnek de sağlamaları gerekmektedir. Örneğin, aritmetik 10 veri setinin bir üyesi olmamasına rağmen 6, 9 ve 15 numaralı veri setlerinin ortalaması 10'dur.

Ortalama hesabında veri setindeki bazı değerler daha büyük, bazı değerler ise daha küçük olabilmektedir. Hesaplanan ortalama sonucunun veri setinin bir üyesi olmasına gerek yoktur. Bu soru zorluğu dolayısı ile 6. seviyededir. Bu sorunun soyut olması zorluğa katkıda bulunmaktadır. Öğrencinin soruyu çözebilmesi için kendi düşüncelerine dayanarak mantık yürütmesi istenmektedir. Öğrencinin soruyu açıklayabilmesi için ortalama kavramını iyi anlamış olması gerekmektedir.

PISA

Ormanlık Alan
Giriş

Giriş okuyunuz. Sonra **İLERİ** ok tuşuna tıklayınız.

Bu ünite, aşağıdaki durumda ilgili soruları cevaplamak için kullanacaksınız:

Orman, çeşitli ağaçların, bitkilerin ve hayvanların bulunduğu bir ekosistemdir.

Bir ülkedeki ormanlık alanın miktarı zaman içinde değişebilir.

Bir sonraki ekranda, verilen tabloyu kullanarak deneme yapacaksınız.

ORMANLIK ALAN

Aşağıdaki tabloda, bu veri setindeki 15 ülkenin her birinde bulunan ormanlık alanın o ülkedeki toplam alana oranı yüzde olarak gösterilmektedir. Tabloda 2005, 2010 ve 2015 yıllarına ait veriler bulunmaktadır.

A Sütunu	B Sütunu	C Sütunu	D Sütunu	E Sütunu	F Sütunu	G Sütunu
Ülke	2005	2010	2015	↺ X	↺ X	↺ X
Almanya	32,66	32,73	32,76			
Amerika Birleşik Devletleri	33,26	33,7	33,85			
Cezayir	0,64	0,81	0,82			
Ermenistan	11,77	11,74	11,77			
Güney Kore	64,42	64,06	63,69			
Hindistan	22,77	23,47	23,77			
Kazakistan	1,24	1,23	1,23			
Kolombiya	54,26	52,85	52,73			
Lübnan	13,34	13,36	13,42			
Panama	64,33	63,21	62,11			
Peru	59,01	58,45	57,79			
Portekiz	36,52	35,89	35,25			
Senegal	45,05	44,01	42,97			
Tayland	31,51	31,61	32,1			
Yunanistan	29,11	30,26	31,45			

Hesapla

Sütun İşlem Sütun Çalıştır

Ortalama Sütun Çalıştır Tümüü Temizle

Şekil 2.8. PISA 2022 sınavında yer alan bir soru (OECD, 2022)

PISA 2022 sınavında Ormanlık Alan ünitesi, 5. ve 6. yeterlik seviyesindeki görevlerden örnekler sağlamaktadır. Ünite, soruları çözmeyi kolaylaştırmak için bir giriş vardır. Giriş ekranında ünitenin içeriği hakkında bilgi sağlamak için öğrencilere soruları yanıtlamada yardımcı olacak bir elektronik tablo aracı kullanacakları bildirilmektedir. Giriş ekranından sonra öğrenciler, elektronik tablonun işlevselliğine alışmak için farklı eylemleri gerçekleştirmeleri gereken uygulama ekranına gelirler. Uygulama ekranından sonra öğrenciler, kullanım talimatlarını bilmelerini sağlayan bir talimat ekranına gelirler. Elektronik tablo her soruda mevcuttur. Bu ünite, tüm sorular için kullanılan veriler ormanlık alan miktarını içermektedir.

PISA 2022

ORMANLIK ALAN

Soru 1 / 4

► Tablo Nasıl Kullanılır?

Sağdaki "Ormanlık Alan"dan yararlanınız. Aşağıdaki soruyu cevaplamak için sağdaki tabloyu kullanınız. Her bir soruyu cevaplamak için açılan menülerden seçim yapınız.

Aşağıdaki tabloda, ilgili açılan menüden bir ülke seçerek her bir soruyu cevaplayınız.

Soru	Ülke
2005-2015 yılları arasında yüzdesinde en fazla artış olan ülke hangisidir?	Seçiniz
2005-2015 yılları arasında hangi ülkede geniş kapsamlı bir değişiklik olmamıştır?	Seçiniz
2005-2015 yılları arasında yüzdesinde en fazla düşüş olan ülke hangisidir?	Seçiniz

ORMANLIK ALAN

Aşağıdaki tabloda, bu veri setindeki 15 ülkenin her birinde bulunan ormanlık alanın o ülkedeki toplam alana oranı yüzde olarak gösterilmektedir. Tabloda 2005, 2010 ve 2015 yıllarına ait veriler bulunmaktadır.

A Sütunu	B Sütunu	C Sütunu	D Sütunu	E Sütunu	F Sütunu	G Sütunu
Ülke	2005	2010	2015			
Yunanistan	29,11	30,28	31,45	2,34		
Hindistan	22,77	23,47	23,77	1,00		
Amerika Birleşik Devletleri	33,26	33,7	33,85	0,59		
Tayland	31,51	31,81	32,1	0,59		
Cezayir	0,64	0,81	0,82	0,18		
Almanya	32,66	32,73	32,76	0,10		
Lübnan	13,34	13,38	13,42	0,08		
Ermenistan	11,77	11,74	11,77	0,00		
Kazakistan	1,24	1,23	1,23	-0,01		
Güney Kore	64,42	64,08	63,69	-0,73		
Paru	59,01	58,45	57,79	-1,22		
Portekiz	36,52	35,89	35,25	-1,27		
Kolombiya	54,26	52,85	52,73	-1,53		
Senegal	45,05	44,01	42,97	-2,08		
Panama	64,33	63,21	62,11	-2,22		

Hesapla

D Sütunu Çıkar B Sütunu Çalıştır

Ortalama Sütun Çalıştır Tümünü Temizle

Şekil 2.9. PISA 2022 sınavında yer alan bir soru (OECD, 2022)

Ormanlık Alan ünitesindeki 1. soru 5. seviye yeterli düzeyindedir. Soru öğrencilerden 2005-2015 yılları arasında ormanlık alan yüzdesinde en çok yükseliş elde eden, en büyük kaybı yaşayan veya genel olarak değişmeyen ülkeleri belirlemelerini istemektedir. Bu soruyu cevaplamak için öğrencilerin hangi hesaplamaları yapacaklarını, hesaplamaları nasıl kullanacaklarını belirlemeleri gerekmektedir. Bunları gerçekleştirmek için elektronik tabloyu kullanmak ve son olarak sonuçları bağlama göre yorumlamak gerekmektedir.

PISA 2022

Ormanlık Alan
Soru 3 / 4

► Tablo Nasıl Kullanılır?

Sağdaki "Ormanlık Alan"dan yararlanınız. Aşağıdaki soruyu cevaplamak için sağdaki tabloyu kullanınız. Soruyu cevaplamak için açılan menülerden seçim yapınız.

Şu iki zaman aralığını dikkate alınız: 2005-2010 ve 2010-2015.

Yüzdelere dikkate alındığında, bir zaman aralığından diğer zaman aralığına kadar ormanlık alan yüzdesinde en büyük değişimi geçiren iki ülke hangileridir?

Cevaplar: ve

ORMANLIK ALAN

Aşağıdaki tabloda, bu veri setindeki 15 ülkenin her birinde bulunan ormanlık alanın o ülkedeki toplam alana oranı yüzde olarak gösterilmektedir. Tabloda 2005, 2010 ve 2015 yıllarına ait veriler bulunmaktadır.

A Sütunu	B Sütunu	C Sütunu	D Sütunu	E Sütunu	F Sütunu	G Sütunu
Ülke	2005	2010	2015	↺ X	↺ X	↺ X
Hindistan	22,77	23,47	23,77	0,70	0,30	0,40
Amerika Birleşik Devletleri	33,26	33,7	33,85	0,44	0,15	0,29
Cezayir	0,64	0,81	0,82	0,17	0,01	0,16
Paru	59,01	58,45	57,79	-0,56	-0,66	0,10
Güney Kore	64,42	64,08	63,69	-0,34	-0,39	0,05
Almanya	32,66	32,73	32,76	0,07	0,03	0,04
Portekiz	36,52	35,89	35,25	-0,63	-0,64	0,01
Tayland	31,51	31,81	32,1	0,30	0,29	0,01
Yunanistan	29,11	30,28	31,45	1,17	1,17	0,00
Senegal	45,05	44,01	42,97	-1,04	-1,04	0,00
Lübnan	13,34	13,38	13,42	0,04	0,04	0,00
Kazakistan	1,24	1,23	1,23	-0,01	0,00	-0,01
Panamá	64,33	63,21	62,11	-1,12	-1,10	-0,02
Ermenistan	11,77	11,74	11,77	-0,03	0,03	-0,06
Kolombiya	54,26	52,85	52,73	-1,41	-0,12	-1,29

Hesapla

E Sütunu Çıkar F Sütunu Çalıştır

Ortalama Sütun Çalıştır Tümünü Temizle

Şekil 2.10. PISA 2022 sınavında yer alan bir soru (OECD, 2022)

Ormanlık Alan ünitesindeki 3. soru, 6. seviye yeterlikte bir görevdir (Şekil 2.10.). Soruda veriler 2005 - 2010 ve 2010 – 2015 olmak üzere iki zaman dilimine göre verilmiştir. Yüzdelere dikkate alındığında, ormanlık alan yüzdesinde bir dönemden diğerine en büyük değişiklik yaşayan iki ülke sorulmaktadır. Bu soruyu cevaplamak için öğrencilerin her zaman dilimindeki ormanlık alan yüzdesinin değişimini hesaplamaları ve iki zaman dilimi arasındaki ormanlık alan yüzdesinin değişim hesaplamalarını yapmaları gerekmektedir.

Öğrencilerin bir strateji belirlemesi önemlidir. Sonuçları değerlendirmeden önce birden fazla işlemin gerçekleştirilmesini gerektirmektedir. Sorunun zor olmasına sebep olan şeylerden biri, "en büyük değişikliğin" yalnızca bir artma anlamına gelmediğini tespit edebilmektir. Sadece artış anlamına geldiği gibi dönemler arası ormanlık alan yüzdesinde azalma anlamına da gelebilir.

PISA

Güneş Sistemi
 Soru 1 / 2

Sağdaki "Güneş Sistemi"nden yararlanınız. Soruyu cevaplamak için sürükleyip-bırak özelliğini kullanınız.

Aşağıdaki modelde üç gezegen arasındaki ortalama uzaklıklar gösterilmektedir. (Gezegenler ve model ölçeklendirilmemiştir.)

Verilen uzaklıklara göre hangi gezegenler bu modele aittir? Doğru üç gezegeni uygun yerlere sürükleyiniz. Bir cevabı değiştirmek için öncelikle seçtiğiniz bu gezegeni dışarı sürükleyiniz.

Merkür

Venüs

Dünya

Mars

Jüpiter

Satürn

Uranüs

Neptün

GÜNEŞ SİSTEMİ

Aşağıdaki tablo, Güneş'in ana gezegenlere olan ortalama uzaklığını Astronomik Birimler (AB) cinsinden göstermektedir.

1 AB yaklaşık 150 milyon kilometredir.

Gezegen	Güneş'ten ortalama uzaklık (AB)
Merkür	0,39
Venüs	0,72
Dünya	1,00
Mars	1,52
Jüpiter	5,20
Satürn	9,58
Uranüs	19,20
Neptün	30,05

Şekil 2.12. PISA 2022 sınavında yer alan bir soru (OECD, 2022)

PISA 2022 sınavında 3. yeterli düzeyinde bir soruya örnek olarak Güneş Sistemi ünitesindeki ilk soru verilebilir. Öğrencilerin soruya yanıt vermesi için bir tabloda sunulan verileri kullanma kapasitesi gerekmektedir. Soruda verilen modele göre Astronomik Birim (AB) cinsinden gösterilen uzaklıkların hangi gezegenlere ait olduğunu bulmaları istenmektedir. Sorunun çözümü için öğrencilerin Güneş'in gezegenlere olan ortalama uzaklığı tablosunu kullanmaları ve gezegenlerin ortalama uzaklıklarını birbiri ile kıyaslaması gerekmektedir.

PISA

Üçgen Deseni
Soru 1 / 3

Sağdaki "Üçgen Deseni"nden yararlanınız. Soruyu cevaplamak için seçeneklerden birine tıklayınız.

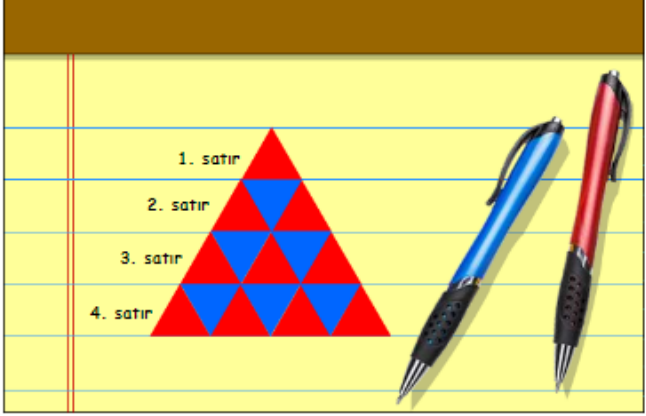
Ali'nin deseninin ilk dört satırındaki üçgenlerin yüzde kaçını mavi renklidir?

☐ %37,5
☐ %50,0
☐ %60,0
☐ %62,5

ÜÇGEN DESENİ

Ali, kırmızı ve mavi üçgenlerden oluşan aşağıdaki deseni çizmiştir.

Desenin ilk dört satırı aşağıda gösterilmektedir.



Şekil 2.13. PISA 2022 sınavında yer alan bir soru (OECD, 2022)

Üçgen Deseni ünitesindeki 1. soru, 1. matematik yeterlik seviyesinde kolay bir sorudur. Öğrencilerin, gösterilen tüm bilgilerle birlikte açıkça formüle edilmiş bir soruyu çözmek için basit bir algoritma kullanmaları gerekmektedir. Soru kırmızı ve mavi üçgenlerin kullanıldığı satırlardan oluşan bir model ile sunulmaktadır. Desenin ilk dört satırı verilmiştir. Öğrencilerden bu dört satırda gösterilen mavi üçgenlerin yüzdesini hesaplamaları istenmektedir. Bu soru, süreçlerden matematiksel kavramların, gerçeklerin ve prosedürlerin kullanılması alt ölçeğini ve matematiksel içerik kategorisinden miktarı ölçmektedir.

PISA

Üçgen Deseni
Soru 2 / 3

Sağdaki "Üçgen Deseni"nden yararlanınız. Soruyu cevaplamak için seçeneklerden birine tıklayınız.

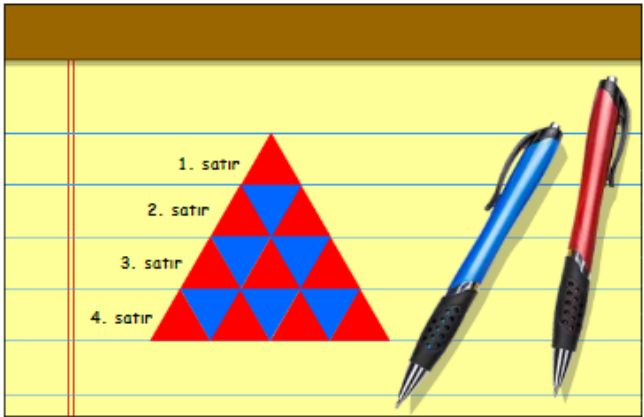
Ali, desenine beşinci bir satır eklerse desenin beş satırının tümünde mavi üçgenlerin yüzdesi kaç olacaktır?

☐ %40,0
☐ %50,0
☐ %80,0
☐ %86,7

ÜÇGEN DESENİ

Ali, kırmızı ve mavi üçgenlerden oluşan aşağıdaki deseni çizmiştir.

Desenin ilk dört satırı aşağıda gösterilmektedir.



Şekil 2.14. PISA 2022 sınavında yer alan bir soru (OECD, 2022)

Üçgen Deseni ünitesindeki 2. soru 2. matematik yeterlik düzeyindedir. (Şekil 2.14.). İlk soruda olduğu gibi öğrencilerden mavi üçgenlerin yüzdesini hesaplamalarını istenmiştir ancak bu sefer desenin 5. satırını eklemesi gerekmektedir. Beşinci sıra gösterilmediği için öğrenciler kaç tane kırmızı ve mavi üçgen olduğunu tahmin etmelidir. Bu beşinci satır, önceki dört satırda oluşturulan modele göre çizilecektir. Bu soru, desenin gösterilenin ötesine genişletilmesini gerektirir. Bu soru, matematiksel olarak formüle edilen durumların süreç ve değişimini ve içerik kategorisindeki ilişkileri ölçmektedir.

2.4. Olasılık

Matematik, insan düşüncesinin gelişmesinde, özellikle problem çözme ve akıl yürütmenin geliştirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır. Matematik, bilim de dahil olmak üzere çeşitli alanlarda problem çözme aracı haline gelmiş olsa da olasılık ve daha spesifik olarak olasılık teorisi konuları farklı niteliklere sahiptir (Hendricks ve Olawale, 2023). Olasılık, olayların olma ihtimallerini sayılar ile ifade etmektir. Gerçek yaşamda; biyoloji alanında kalıtım sonuçlarının anlamlandırılması, bir futbol maçında elde edilebilecek sonuçların tahmini, bir hastanın belli hastalıklara yakalanma olasılıkları vb. birçok alanda olasılık konusu karşımıza çıkmaktadır (Yaman, 2015).

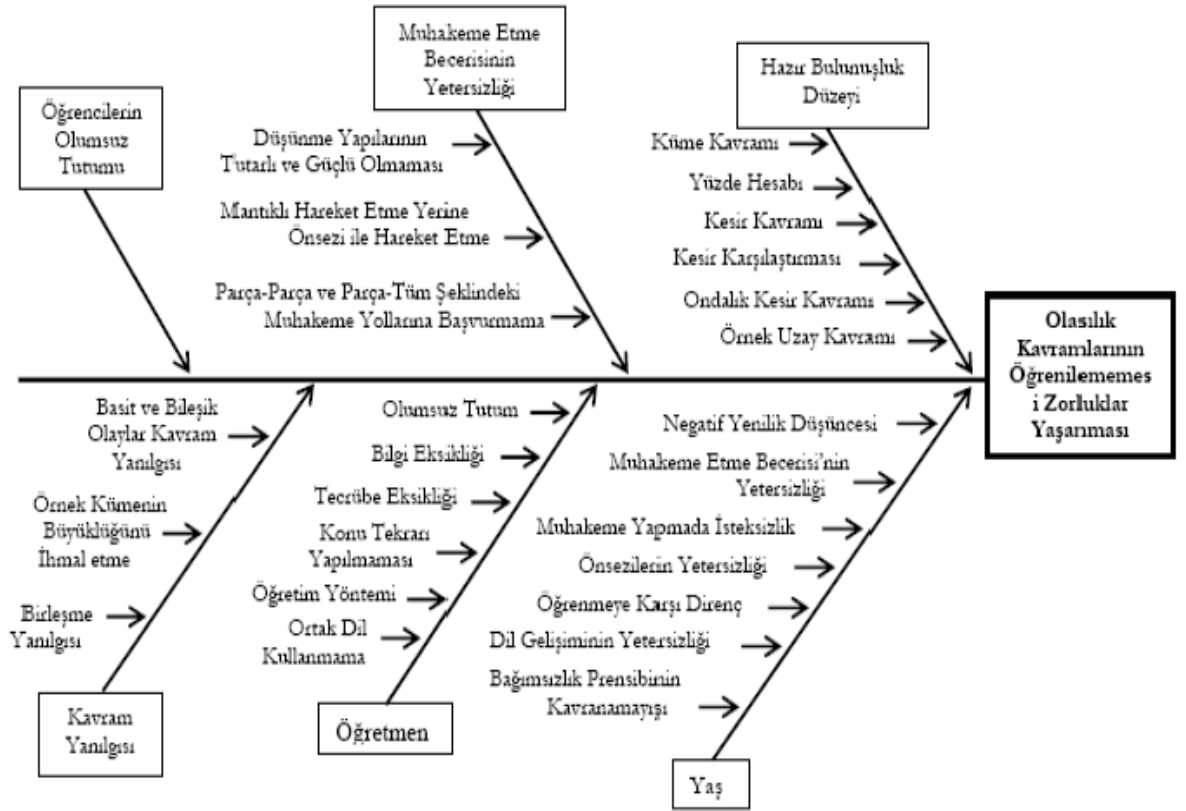
Belirsizlik ve veri içeriği olasılık konusunun kalbinde yer almaktadır. Belirsizlik ve veri içeriği kategorisi gerçek dünyadaki çeşitliliğin yerini tanımayı içerir. Aynı zamanda belirsizliğin bulunduğu durumlarda ulaşılan sonuçların oluşturulmasını, yorumlanmasını ve değerlendirilmesini içerir. Günlük hayatımızdaki ekonomik tahminler, anket sonuçları ve hava durumu tahminlerinin tümü değişkenlik ve belirsizlik ölçümlerini içerir (OECD, 2023a). Hızla değişen endüstriyel çevre ve iş piyasasında mühendislik mesleği becerilerinden biri de belirsizlik altında karar vermeyi gerektirmektedir (Kaplar vd., 2021). Eğitim alanında elde edilen test puanlarının ve anket bulgularının sonuçlarında farklılıklar bulunur ve şans esastır. (OECD, 2023a).

Günümüzde bilgiyi tanımlamak ve yorumlamak için veriyi okumak ve yorumlamak gereklidir (Yaldız, 2022). Günlük hayatımızda belirsiz olayların kararlarını verirken çoğunlukla olasılık kavramı kullanılmaktadır. Olasılık bilgisi şans oyunları, risk analizleri, meteoroloji ve genetik gibi hayatın birçok alanında bireylerin kararlarını etkilemektedir (Kazak, 2015; Şafak, 2016). Öğrencilerin olayları doğru değerlendirebilmesi ve olası riskleri tahmin edebilmesi, olasılık konusuna hakimiyetiyle gözlemlenebilmektedir (Yaldız, 2022). İstatistiklerin temeli olarak öğrenciler olasılık konusunu kullanmaktadır (Astuti vd., 2020).

Ortaöğretim matematik öğretim programlarında olasılık konusuna ait kazanımlar 2005 yılında sadece 10.sınıfta bulunmaktayken 2011 yılında 11.sınıfta bulunmaktadır. 2013 ortaöğretim matematik programında 9. sınıfta basit olayların olasılıkları, 11. sınıfta ise koşullu olayların olasılıkları yer almaktadır. 2018 ortaöğretim matematik programında 10. sınıfta basit olayların olasılıkları, 11. sınıfta ise koşullu olayların olasılıkları yer almaktadır.

2018 ortaöğretim matematik öğretim programında olasılık konusuna ait kazanımlar ilk olarak 10.sınıfta başlamakta ve 11.sınıf ileri düzey matematikte devam etmektedir. Programda 10. sınıfta örnek uzay, olay, deney, çıktı, kesin olay, imkansız olay, ayırık olay, ayırık olmayan olay, bir olayın tümleyeni kavramlarına dikkat çekilirken 11. sınıf ileri düzey matematikte koşullu olasılık, bağımlı olay, bağımsız olay ve bileşik olay kavramlarına dikkat çekilmiştir (MEB, 2018).

Öğrenciler olasılık konusunu anlamakta zorluk yaşamaktadır (Astuti vd., 2020; NCTM, 2000). Olasılık, öğrenciler için soyut olan matematiksel kavramlardan biridir. Ülkemizde, olasılık konusuna yönelik öğretmenlerin gerek alan bilgisi gerekse de pedagojik alan bilgilerini zenginleştirebilecek yeterli kaynak bulunmamaktadır (Akkoç ve Yeşildere İmre, 2015). Olasılık konusunun öğretimine ve öğrenimine ilişkin çalışmalar halen devam etmektedir (Hendricks ve Olawale, 2023; Yetim, 2019). Olasılık konusunun öğretim programındaki yeri ve kazanımların ders içeriğinde nasıl öğretileceği konularında yapılacak reformların olasılık konusunda öğrencilerin yaşadığı zorlukları azaltacağı ve konuyu anlamlandırmasını kolaylaştıracağı düşünülmektedir.



Şekil 2.15. Olasılık kavramlarının öğrenilememe ve öğrenilmesinde zorluk yaşanmasının sebeplerini içeren balık kılıçlı diyagramı (Memnun, 2008)

Literatürde araştırmacılar, öğretmenlerin olasılık konusunun öğretilmesinde çeşitli nedenlerden dolayı zorlanmakta ve öğretimi verimli bir şekilde gerçekleştiremediğini bulmuştur (Hendricks ve Olawale, 2023; Memnun, 2008; Yetim, 2019). Memnun (2008) olasılık konusunun öğrenilmesinde yaşanan zorlukların nedenlerini yukarıda verilen Şekil 2.15'te Ishikawa Diyagramı ile göstermiştir. Bu diyagramda olasılık kavramlarının öğrenilememe ve öğrenilmesinde zorluk yaşanmasının sebepleri altı kategoriye ayrılmış ve her bir kategorinin alt kategorilerine de yer verilmiştir.

2.5. İlgili Araştırmalar

2.5.1. PISA ve Matematik Okuryazarlığı ile İlgili Araştırmalar

Özbal (2022) tarafından yapılan araştırmanın amacı LGS sınavında bulunan matematik soruları ile PISA sınavında bulunan matematik soruları arasındaki benzerlik ve farklılıkları belirlemektir. Araştırmanın modeli doküman incelemesidir. Araştırmanın verilerinin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda verilerin anlama ve çözümleme basamaklarına dağılım oranları bakımından LGS ve PISA sınavlarında farklılık gösterdiği ortaya çıkmıştır.

Topuz (2022) tarafından yapılan çalışmada Türkiye’de kullanılan ortaokul matematik ders kitaplarında PISA 2018 Matematik Okuryazarlığı Çerçevesinde geometrik nesneler konusu görevleri için potansiyel matematik okuryazarlığı gereksinimlerine ne ölçüde yer verildiği tespit edilmiştir. Çalışmada yöntem olarak içerik analizi kullanılmıştır. Araştırma bulgularına göre, görev alanlarının dağılımının sınıf düzeylerine göre değiştiği tespit edilmiştir. Araştırmadan elde edilen çarpıcı bulgu, ders kitaplarının PISA tarafından belirlenen altı yeterlik düzeyi ve bağlamlarının tamamını içermemesidir.

Tarku (2022) tarafından yapılan çalışmada Milli Eğitim Bakanlığı tarafından öğrencilere dağıtılan 9. sınıf matematik ders kitaplarındaki sorularının; PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada doküman incelemesi tekniği kullanılmıştır. Araştırmada kullanılan veriler incelendiğinde PISA matematik yeterlik düzeylerine göre üst düzeydeki soruların çok az bulunduğu tespit edilmiştir.

Sarıkaya (2022) tarafından yapılan araştırmanın amacı ortaokul kademesinde matematik uygulamaları dersinde kullanılan kitaplardaki soruların PISA matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğine göre değerlendirilmesidir. Bu araştırmanın modeli, doküman analizi olarak düşünülmüştür. Araştırmanın sonucunda incelenen tüm sınıf kademelerinde bütün düzeylerin olduğu görülmüştür. Düzeylere göre sınıf kademelerinde farklılıklar tespit edilmiştir.

Şahin (2022) tarafından yapılan çalışmada 7. ve 8. sınıfa ait matematik ve matematik uygulamaları ders kitaplarındaki geometri ve ölçme öğrenme alanına ait soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmanın yöntemi olarak doküman inceleme tekniği seçilmiştir. Araştırmanın sonuçlarına göre sınıf kademelerine göre soruların düzeylerinin ağırlıkları farklılık göstermektedir.

Ayyıldız ve Cansız Aktaş (2021) tarafından yapılan çalışmada 8.sınıf matematik ders kitaplarında bulunan sorular ve etkinlikler ile LGS sınavındaki matematik soruları PISA temsil yeterliği düzeyleri bakımından incelenmiştir. Araştırmanın yönteminde doküman incelemesi tekniği seçilmiştir. Çalışmanın sonucunda temsil yeterliği açısından alt düzeyde bulunan soru ve etkinliklerin daha az olduğu tespit edilmiştir. LGS matematik sınav soruları incelendiğinde ise üst düzeylerin daha az olduğu bulunmuştur.

Baltacı (2021) tarafından yapılan çalışmada Türkiye’de ve Singapur’da kullanılan 7. ve 8. sınıf matematik ders kitaplarında yer alan geometri ve ölçme öğrenme alanına ait soruların PISA matematik yeterlik ölçeğine göre incelemek amaçlanmıştır. Bu çalışmada doküman analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda, Türk ders kitaplarında incelenen soruların düzeylerinin Singapur ders kitaplarındaki soruların düzeylerine göre dengeli olduğu tespit edilmiştir.

Öztürk (2020) tarafından yapılan araştırmanın amacı, LGS sınavında sorulan matematik sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğine göre sınıflandırılmasıdır. Bu çalışmada doküman analizi tekniği kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda incelenen matematik sorularında PISA matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğinde yer alan düzeylerin farklılık gösterdiği tespit edilmiştir.

Karataş (2019) tarafından yapılan çalışmada 11. ve 12. sınıf temel düzey matematik ders kitaplarının içerik ve ölçme değerlendirme sorularının PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın yöntemi durum çalışmasıdır. Araştırma sonucunda incelenen soruların matematik yeterlik düzeylerinin orta düzeyde olduğu tespit edilmiştir.

Şaban (2019) yapılan çalışmada ortaokul matematik ve matematik uygulamaları ders kitaplarındaki cebir konularına ait soruların PISA matematik yeterlik ölçeğine göre incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada doküman analizi tekniği kullanılmıştır. Çalışmanın bulgularına göre incelenen soruların çoğunluğunun PISA matematik yeterlik ölçeğine göre temel düzeyde bulunduğu gözlenmiştir. Üst düzey sorulara sadece matematik uygulamaları ders kitabında rastlanmıştır.

Yaprakgöl (2019) tarafından yapılan çalışmanın amacı, TEOG, LGS sınavları ile PISA ve TIMSS de yer alan matematik sorularının matematiksel ve matematik eğitimi değerlerini ne derece barındırdığını, hangi değerlerin ön plana çıktığını belirlemektir. Araştırmanın örnekleme amaçlı örnekleme olarak belirlenmiştir. Araştırmada doküman incelemesi tekniği kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda LGS sınavı ile PISA, TIMSS sınavları karşılaştırıldığında genel olarak matematiksel değer çiftlerinden aynı değerleri ön plana çıkardıkları, matematik eğitimi değerlerinden ise erişebilirlik-özellik, değerlendirme-mantıksal düşünme değer çiftleri hariç aynı değerlerin vurgulandığı tespit edilmiştir.

Aydoğdu İskenderoğlu ve Erkan (2013) tarafından yapılan araştırmada 2008-2013 yılları arasında yapılan SBS sınavında öğrencilere yöneltilen soruların ve problemlerin PISA matematik yeterlik ölçeğine göre hangi düzeyde olduklarını ve nasıl bir değişim gösterdiklerini incelemek amaçlanmıştır. Araştırmanın yöntemi olarak doküman analizi tekniği belirlenmiştir. Araştırmada incelenen sorulara bakıldığında genel olarak 1, 2, 3 ve 4. düzeylerdeki sorular bulunmaktadır. Bu düzeylerden ağırlıklı olarak 3. düzeyde soruların var olduğu tespit edilmiştir.

Aydoğdu İskenderoğlu ve Baki (2011) tarafından yapılan araştırmada Trabzon İli merkezinde kullanılan 8. sınıf matematik ders kitabında yer alan soruları, problemleri, alıştırmaları ve örnekleri PISA matematik yeterlik ölçeğindeki altı düzeye göre inceleyerek sınıflamak ve ünitelere göre nasıl bir değişim gösterdiğini ortaya koymak amaçlanmaktadır. Araştırmada doküman incelemesi tekniği kullanılmıştır. Araştırmada kullanılan kitapta temel ve orta düzey soruların bulunduğu tespit edilmiştir.

Özetle, ülkemizde yapılan LGS ve SBS gibi sınavların, okul müfredatında okutulan matematik ders kitaplarında yer alan soruların PISA ve matematik okuryazarlığı konularına ne derece uygun olduğunu inceleyen çalışmalar vardır. Bu araştırmanın konusu itibarıyla yapılan araştırmalar rehber niteliğinde olmuştur. Araştırmaların ayrı ayrı verdiği sonuçların okul müfredatının gelişmesine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

2.5.2. Öğrencilerin Olasılık Öğrenimi Sırasında Yaşadığı Zorluklar ile İlgili

Araştırmalar

Yaldız (2022) tarafından yapılan araştırmada Türkiye’de olasılık ve istatistik alanında yapılan yüksek lisans tezlerinin genel yönelimi incelenmiştir. Çalışmanın yöntemi doküman incelemesidir. Verilerin analizi için tez inceleme formu kullanılmıştır. Araştırmada incelenen tezlerin yayınlanma yıllarına göre belli bir düzen olmadığı görülmüştür. Yayınlanan tezlerin dillerinin çoğunlukla Türkçe olduğu gözlenmiştir. İncelenen çalışmalarda anahtar kelime olarak en çok “olasılık” kelimesi kullanılmıştır. İncelenen tezler en çok öğretim çalışmalarının başarı, tutum vb. etkisini incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırmada öğretim çalışmalarında teknoloji destekli ortamların diğer ortamlara kıyasla daha çok kullanıldığı tespit edilmiştir.

Memnun (2008) tarafından yapılan araştırmanın amacı olasılık konusunun öğrenilmesinde karşılaşılan güçlükleri, öğrenme eksiklerinin sebepleri araştırmak ve çözüm önerileri sunmaktır. Araştırmanın sonuçları dikkate alınarak olasılık konusunun öğrenilmesinde yaşanan zorlukların nedenleri Ishikawa Diyagramı ile gösterilmiştir.

Şafak (2016) tarafından yapılan araştırma sekizinci sınıf öğrencilerinin istatistik ve olasılık öğrenme alanındaki olası güçlüklerini ve kavram yanlışlarını belirlemek ve bu güçlükler ile kavram yanlışlarının altında yatan nedenleri tespit etmeyi amaçlamaktadır. Çalışmada yöntem olarak karma yöntem modeli kullanılmıştır. Araştırmanın veri toplama aracını olasılık testi ve öğrencilerle yapılan görüşmeler oluşturmaktadır. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin başarı seviyelerinin düşük olduğu tespit edilmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilerin olasılık konusunun hangi alt başlıklarında kavram yanlışlarının olduğu bulunmuştur.

Hendricks ve Olawale (2023) tarafından yapılan çalışma, Güney Afrika’nın Doğu Cape Eyaleti’nde seçilmiş bir okulda öğrencilerin olasılığın öğretilmesi ve öğrenilmesindeki kavram yanlışlarını araştırmaktadır. Post-pozitivist bir paradigmayla desteklenen çalışmada nicel bir araştırma yaklaşımı ve 10-12. sınıflardaki matematik öğrencilerinden verilerin toplandığı bir anket tasarımı kullanılmıştır. Bulgular, kavram yanlışlarının sıklığının sınıf düzeylerine göre değişmesine rağmen, olasılığa ilişkin kavram yanlışlarının nasıl değiştiğini açıklamamanın zor olduğunu ortaya çıkarmıştır. Bulgular ayrıca olasılıkla ilgili yanlış türlerinin cinsiyete göre önemli ölçüde farklılık göstermediğini tespit etmiştir.

Kaplar ve diğerleri (2021) tarafından yapılan çalışmanın temel amacı, mühendislik lisans öğrencilerinin olasılıkla ilgili kavram yanlışlarını araştırmaktır. Araştırmada beş kavram yanlışlığı araştırılmıştır. Bu kavram yanlışlıkları; örneklem büyüklüğüne duyarsızlık, temel oranın ihmal edilmesi, şansın yanlış anlaşılması, yanıltıcı korelasyon, birleştirici ve ayırıcı olayların değerlendirilmesidir. Araştırma Sırbistan'daki iki üniversitenin elektrik mühendisliği bölümlerinde lisans öğrenimine devam eden 587 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin verilen cevaplara ilişkin açıklamaları ile test puanları arasındaki ilişki incelenmiştir. Bu çalışmanın sonucu elektrik mühendisliği öğrencilerinin olasılık konusunda kavram yanlışlarına yatkın olduklarını göstermektedir. Örneklemdeki öğrencilerin önemli bir yüzdesi kendi cevaplarını gerekçelendiremeye bile doğru seçeneği seçmişlerdir. Olasılık kavramlarının anlaşılmasının olanak sağlayan çalışma aynı zamanda öğrencilerin cevaplarını doğrulamak için yeterliklerinin geliştirilmesi ihtiyacı ve cevaplarını açıklamalarının önemini vurgulamaktadır. Çünkü bunlar, doğru cevabı işaretleyen öğrencilerin bazı kavram yanlışlarına sahip olup olmadıklarını veya kavram yanlışlarına yatkın olup olmadıklarını keşfetmemizi sağlamaktadır. Seçimlerini açıklamada başarısız olan öğrencilerin çok daha düşük test puanlarına sahip olduğu görülmüştür.

Hokor ve diğerleri (2021) tarafından yapılan çalışmanın amacı kültürün ve sosyal ortamın, Ghana'da bir eğitim fakültesindeki öğretmen adaylarının olasılığa dayalı kavram yanlışlıkları ve muhakemelerine etkisini araştırmaktır. Bu çalışma öğretmen adaylarının olasılıksal problemlerdeki kavram yanlışlıkları ve yaşadıkları zorlukları incelemektedir. Öğretmenlerin hizmet öncesi eğitimi onların kavram yanlışlıkları, etkili öğrenme için derslerin planlanması ve hayata geçirilmesinde bir referans noktası oluşturacaktır. Çalışmada açıklayıcı sıralı karma yöntem araştırma tasarımı kullanılmıştır. Bu çalışmada katılımcı olarak 200 kadın öğretmen adayı yer almıştır.

Araştırmada veri toplamak için teşhis testi ve yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır. Toplanan veriler betimsel olarak analiz edilmiştir ayrıca toplanan verilerin bazı kısımlarını analiz etmek için içerik analizinden yararlanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre öğretmen adaylarının kavramsal zorluklar, yorumlama zorlukları ve işlemsel zorluklar gibi bazı zorlukları bulunmuştur. Benzer şekilde çalışma, öğretmen adaylarının üniversiteye olasılıkla ilgili bazı kavram yanlışlıkları ile girdiğini bulmuştur. Bunlar; olasılık yanlışlığı, temsil edilebilirlik yanlışlığı, negatif ve pozitif güncellik etkileri, sonuç yönelim önyargısı ve inanç önyargısıdır. Bu çalışma, öğretme ve öğrenme etkinliklerine odaklanma ihtiyacını

göstermektedir. Öğretmen adaylarının olasılıksal muhakemelerini geliştirmek için olasılık yanlışlarını ve zorluklarını ele almak etkili olacaktır.

Astuti ve diğerleri (2020) tarafından yapılan çalışmanın amacı öğrencilerin olasılık problemlerinin çözümünde kavram yanlışlarını tespit etmektir. Araştırmada betimsel yöntem kullanılmıştır. Bu çalışmadaki katılımcılar Universitas Ahmad Dahlan Programı C Sınıfı Matematik Eğitimi Çalışması'nın dördüncü dönem öğrencileridir. Bu çalışmanın sonucunda öğrencilerin olasılık problemlerini çözerken yaptığı dört kavram yanlışlığı olduğu tespit edilmiştir. Bu kavram yanlışları; soruların yorumlanması, öğrencilerin olasılık teoremlerini ispatlama işlemindeki hataları, öğrenciler problemleri çözerken Bayes kurallarının uygulanmasında kavram yanlışları, öğrencilerin bir olayın olasılığını hesaplamadaki hatasıdır.

Yetim (2019) tarafından yapılan çalışma ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusuyla ilgili hata ve kavram yanlışlarını tespit etmek amacıyla yapılmıştır. Araştırmanın katılımcılarını ortaokul 8. sınıfta öğrenim gören 22 öğrenci oluşturmaktadır. Verileri toplamak için olasılık konusuna ilişkin iki kavram haritası hazırlanmıştır. Araştırmada hazırlanan kavram haritaları uzman görüşleri doğrultusunda yenilenmiştir. Olasılık konusu ilk kavram haritasıyla iki derste özetlenmiş ve öğrencilere kavram haritaları hakkında bilgi verilmiştir. Daha sonra öğretmenlerin ve araştırmacıların rehberliği ile ikinci kavram haritası 22 kişilik bir sınıfa uygulanmıştır. Değerlendirmeler sonucunda olasılık konusuna ilişkin hata ve kavram yanlışlığı olan beş öğrenci ile görüşmeler yapılmış ve hataları bulunmaya çalışılmıştır. Araştırma sonucuna göre öğrencilerin büyük çoğunluğunun ilgili olasılık türlerine gelince kavram yanlışlarına sahip olduğu görülmüştür. Öğrencilerin özellikle teorik olasılık ve deneysel olasılıklar konularında kavram yanlışlarına sahip olduğu bulunmuştur.

Özetle, olasılık öğrenimi sırasında rastlanılan zorluklar ve kavram yanlışlarını ortaya çıkarmayı amaçlayan çalışmalar yapılmıştır. Bu araştırmada matematik ders kitaplarında incelenen sorular olasılık konusundan seçilmiştir. Olasılık ile ilgili yukarıda verilen araştırmalar olasılık konusunun öğretimi ve olasılık sorularına öğrencilerin nasıl yaklaştığını anlamada katkı sağlamıştır.

BÖLÜM 3

3. YÖNTEM

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırma yöntemi, betimlemelerin sözel ifadelerle yapılması olarak tanımlanabilir (Büyüköztürk vd., 2020, s. 256). Araştırmada, lise matematik ders kitaplarının olasılık öğrenme alanı kapsamındaki soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelemek üzere doküman analizi tekniği kullanılmıştır. Doküman analizi, araştırılması hedeflenen olgu ve olgular hakkındaki yazılı materyallerin analizini kapsamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021).

3.2. Araştırmanın Örneklemi

Araştırmanın örneklemini MEB Talim Terbiye Kurulu başkanlığı tarafından onaylanan 2023-2024 eğitim öğretim yılı içinde okutulan 10. ve 11.sınıf matematik ders kitaplarından oluşmuştur. Araştırmada incelenen kitapların hangi sınıf düzeyinde ve hangi yayınevine ait olduğu Tablo 3.1.'de belirtilmiştir.

Tablo 3.1. Araştırmada kullanılan ders kitapları

Sınıf Düzeyi	Yayınevi
10.sınıf	Miray Yayınları
11.sınıf	Milli Eğitim Yayınları

3.3. Verilerin Toplanması

Araştırmanın amacı doğrultusunda toplanacak veriler, 10. ve 11. sınıf matematik kitapları olarak belirlenmiştir. Verilerin toplanması sırasında ilk olarak kitaplardaki olasılık öğrenme alanındaki soruların Matematik Yeterlik Ölçeğinde yer alan düzeylerdeki frekanslarını tespit etmek amacıyla frekans ve yüzdeleri içeren çetele tabloları yapılmıştır.

3.4. Verilerin Analizi

Uluslararası olarak yapılan PISA sınavında belirlenen okuryazarlık türlerinden biri de matematik okuryazarlık düzeyidir. Bu sınavda matematiksel problemlerin çözümünde gerçek dünya bağlamlarının hangi ölçüde kullanıldığını matematik yeterlik düzeyleri belirlemektedir. Öğrencilerin sahip olması gereken bilgi ve beceriler ifade edilmiştir.

Araştırmada 2023-2024 öğretim yılında okutulmakta olan 10. ve 11. sınıf matematik ders kitaplarındaki olasılık öğrenme alanındaki sorular, MEB (2022)'de bulunan PISA Matematik Yeterlik Ölçeğine göre incelenmiştir. Kitaplarda bulunan sorular araştırmacının kendisi ve bir uzman matematik eğitimcisi tarafından ayrı ayrı analiz edilmiştir. Araştırmada soruların düzeylerinin belirleme kısmında araştırmacının yanı sıra alan eğitimi uzmanı tarafından da soru düzeyleri incelenmiştir.

Miles ve Huberman'a göre kodlamalar arası tutarlılık en az %80 olması gerekmektedir (Baltacı, 2017). Araştırmacı ve alan eğitimi uzmanının analizlerinin benzerliği Miles ve Huberman formülü kullanılarak tespit edilmiştir (Miles ve Huberman, 1994). Güvenirlilik = $\left[\frac{\text{Görüş Birliği}}{\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı}} \right] \times 100$ formülü kullanılarak araştırmanın analizlerini yapan değerlendiriciler arası güvenilirliği %89.9 olarak bulunmuştur. Bu sonuç ile araştırmacının ve alan eğitimi uzmanının analizlerinin büyük oranda benzemekte olduğu tespit edilmiştir. Daha sonra araştırmacı ve alan eğitimi uzmanının farklı düzeylerde buldukları sorular tartışılmış ve ortak sonuca varılmıştır. Bu sayede araştırmada incelenen her bir örnek ve sorunun PISA matematik yeterlik düzeyi ölçeğinde hangi düzeyde yer aldıkları gösterilmiştir. Araştırmanın veri analizi yapılırken kullanılan PISA Matematik Yeterlik Ölçeği Tablo 3.2'de verilmiştir.

Tablo 3.2. PISA Matematik Yeterlik Ölçeği ve Özellikleri

Düzy	Bu düzeyde öğrenciler neler yapabilir?
6	Bu düzeydeki öğrenciler; elde ettikleri bilgileri kavramlaştırabilir, genelleeyebilir ve kullanabilir. Farklı bilgi kaynaklarını ve gösterimlerini ilişkilendirebilir. Bunları esnek bir şekilde birbirine dönüştürebilir. İleri düzeyde matematiksel düşünme ve akıl yürütme kapasitesine sahiptir. Yeni durumlarla başa çıkmaya yönelik yeni yaklaşımlar ve stratejiler geliştirmede kendi bakış açılarını kullanabilir. Kendi bulgularına, yorumlarına, argümanlarına ulaşabilir. Eylemlerini ve tepkilerini formüle edebilir ve bunlar arasındaki iletişimi tam olarak sağlayabilir.
5	Bu düzeydeki öğrenciler; kısıtlamaları ve varsayımları belirleyerek karmaşık durumlar için modeller geliştirebilir ve bu modellerle çalışabilir. Bu modellerle ilişkili karmaşık problemlerle uğraşmaya yönelik uygun problem çözme stratejilerini seçebilir, karşılaştırabilir ve değerlendirebilir. Geniş ve iyi yapılandırılmış düşünme ve akıl yürütme becerilerini, ilişkilendirilmiş uygun gösterimleri, sembolik ve formel tanımlamaları ve bu durumlara yönelik bakış açılarını kullanarak stratejik bir şekilde çalışabilir. Kendi eylemlerini ve formüllemelerini yansıtabilir. Kendi yorumları ve akıl yürütmelerine bağlı olarak elde ettiği çıkarımları arasında bağ kurabilir.
4	Bu düzeydeki öğrenciler; varsayımların sağlanmasını gerektiren ya da sınırlılıklar içeren karmaşık durumlarda etkili bir şekilde çalışabilir. Gerçek problem durumları ve farklı gösterimler arasındaki ilişkiyi kurabilir. Kendi becerilerinden ve sezgilerinden yararlanarak basit bağlamlarda akıl yürütebilir. Kendi yorumlarına, argümanlarına ve eylemlerini açıklayabilir ve ilişkilendirebilir.
3	Bu düzeydeki öğrenciler; aşamalı kararların verilmesini içeren açıkça tanımlanmış işlemleri yürütebilir. Basit bir model oluşturabilir veya basit problem stratejilerini seçerek uygulayabilir. Farklı bilgi kaynaklarını kullanabilir ve bu kaynaklardan doğrudan çıkarımlar yapabilir. Yüzdelik, kesirler, ondalık sayıları kullanabilir ve oran-orantı ile işlem yapabilir. Kişisel yorumları, sonuçları ve akıl yürütme sonucu elde ettiği çıkarımları arasındaki ilişkileri sınırlı şekilde kurabilir.
2	Bu düzeydeki öğrenciler; ilk bakışta görüldenden fazlasını gerektirmeyen durumları fark edebilir ve yorumlayabilir. Tek bir kaynağa sahip bilgileri ortaya çıkarabilir ve bu bilgileri tek bir gösterimde kullanabilir. Tam sayıların yer aldığı problemleri çözmek için temel algoritma, formül, işlem ve temel kuralları kullanabilir. Sonuçları sınırlı bir şekilde yorumlayabilir.
1	Bu düzeydeki öğrenciler; tüm gerekli bilginin verildiği ve soruların açıkça tanımlandığı durumları içeren soruları yanıtlayabilir. Açık durumlar için verilen yönergeleri takip ederek bilgiyi tanıyabilir ve rutin işlemleri gerçekleştirebilir. Bir materyalden (metin, grafik, tablo gibi) hemen sonra açıkça istenen işlemleri yapabilir.

BÖLÜM 4

4. BULGULAR

Bu bölümde araştırmanın konusu olan 10. ve 11.sınıf matematik ders kitaplarındaki olasılık öğrenme alanına ait soruların PISA matematik yeterlik ölçeğine göre incelenmesi sonucunda elde edilen bulgular sunulmaktadır. Öncelikle, araştırma problemine yönelik olarak kitapların genel değerlendirmesi yapılmaktadır. Sonrasında her sınıf düzeyine ait alt araştırma problemlerine paralel bulgular verilmektedir.

4.1. 10. Sınıf Matematik Ders Kitaplarından Elde Edilen Bulgular

Bu araştırmada Miray yayınları 10. sınıf matematik ders kitabındaki olasılık konusuna ait; örnekler, öğrendiğimizi uygulayalım ve konu değerlendirme bölümleri incelenmiştir. Kitapta bulunan soruların matematik yeterlik ölçeğine göre incelenmesi sonucu elde edilen bilgiler Tablo 4.1.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.1. 10. Sınıf Matematik Ders Kitabında Bulunan Olasılık Sorularının PISA Matematik Yeterlik Ölçeğine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

Yeterlik düzeyi		Kitaplarda yer alan soru sayısı		Toplam
		<i>f</i>	%	%
1	Alt düzey	9	%12	%40
2		21	%28	
3	Orta düzey	30	%40	%56
4		12	%16	
5	Üst düzey	2	%2	%4
6		2	%2	
Toplam		76	%100	%100

Tablo 4.1.'deki bilgilere bakıldığında; 10. sınıf matematik ders kitabında bulunan olasılık öğrenme alanına ait 76 sorunun %12'sinin birinci düzey, %28'inin ikinci düzey, %40'ının üçüncü düzey, %16'sının dördüncü düzey, %2'sinin beşinci düzey ve %2'sinin altıncı düzey olduğu tespit edilmiştir. 10. sınıf matematik ders kitabında olasılık konusunda en fazla 3. düzeyde soru bulunduğu görülmüştür. Kitaptaki soruların %40'ı PISA'nın matematik yeterlik düzeylerinden 1. ve 2. düzeyi kapsayan alt düzeyde olduğu görülmüştür. Kitaptaki soruların %56'sı 3. ve 4. düzeyi kapsayan orta düzeyde, soruların %4'ü ise 5. ve 6. düzeyi

kapsayan üst düzeyde olduğu gözlenmiştir. 10. sınıf matematik ders kitabında olasılık konusunda en fazla orta düzeyde soru bulunduğu tespit edilmiştir.



4.2. 11. Sınıf Matematik Ders Kitaplarından Elde Edilen Bulgular

Bu araştırmada Milli Eğitim yayınları 11. sınıf matematik ders kitabındaki olasılık konusuna ait; örnekler, sıra sizde, ölçme ve değerlendirme bölümleri incelenmiştir. Kitapta bulunan soruların matematik yeterlik ölçeğine göre incelenmesi sonucu elde edilen bilgiler Tablo 4.2.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.2. 11. Sınıf Matematik Ders Kitabında Bulunan Olasılık Sorularının PISA Matematik Yeterlik Ölçeğine Göre Frekans ve Yüzde Dağılımları

Yeterlik düzeyi		Kitaplarda yer alan soru sayısı		Toplam
		<i>f</i>	%	%
1	Alt düzey	7	%13	%28
2		8	%15	
3	Orta düzey	22	%42	%70
4		15	%28	
5	Üst düzey	1	%2	%2
6		0	%0	
Toplam		53	%100	%100

Tablo 4.2.'deki bilgilere bakıldığında; 11. sınıf matematik ders kitabında bulunan olasılık öğrenme alanına ait 53 sorunun %13'ünün birinci düzey, %15'inin ikinci düzey, %42'sinin üçüncü düzey, %28'inin dördüncü düzey, %2'sinin beşinci düzey olduğu bulunmuştur. 11. sınıf matematik ders kitabında olasılık konusunda 6. düzey soruya rastlanmamıştır. 11. sınıf matematik ders kitabında olasılık konusunda 10.sınıf matematik kitabındaki gibi en fazla 3. düzeyde soru bulunduğu görülmüştür. Kitaptaki soruların %28'i PISA'nın matematik yeterlik düzeylerinden 1. ve 2. düzeyi kapsayan alt düzeyde olduğu görülmüştür. Kitaptaki soruların %70'i 3. ve 4. düzeyi kapsayan orta düzeyde, soruların %2'si ise 5. ve 6. düzeyi kapsayan üst düzeyde olduğu gözlenmiştir. 11. sınıf matematik ders kitabında olasılık konusunda belirgin bir farkla en fazla orta düzeyde soru bulunduğu tespit edilmiştir.

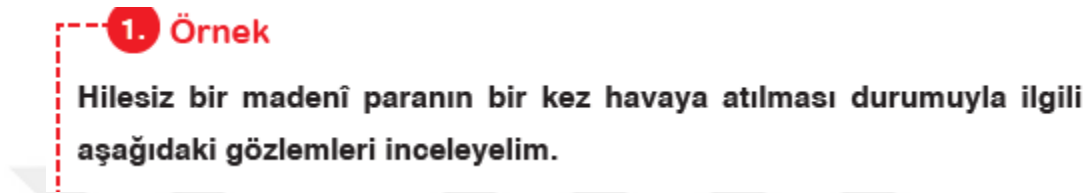
Araştırmadan elde edilen bulgular ışığında 10. ve 11. sınıf matematik ders kitaplarında bulunan olasılık öğrenme alanına ait 129 sorunun %12'sinin birinci düzey, %22'sinin ikinci düzey, %40'ının üçüncü düzey, %21'inin dördüncü düzey, %3'ünün beşinci düzey ve %2'sinin altıncı düzey olduğu tespit edilmiştir. Matematik ders kitaplarında olasılık konusunda en fazla 3. düzeyde soru bulunduğu görülmüştür. Kitaptaki soruların %34'ünün PISA'nın matematik yeterli düzeylerinden 1. ve 2. düzeyi kapsayan alt düzeyde olduğu görülmüştür. Kitaptaki soruların %61'inin 3. ve 4. düzeyi kapsayan orta düzeyde, soruların %5'inin ise 5. ve 6. düzeyi kapsayan üst düzeyde olduğu gözlenmiştir. İncelenen matematik ders kitaplarında olasılık konusunda en fazla orta düzeyde soru bulunduğu tespit edilmiştir.



4.3. Ders Kitaplarından Soru Örnekleri

10. ve 11. sınıf matematik ders kitaplarındaki olasılık konusuna ait; örnekler, öğrendiğimizi uygulayalım, sıra sizde, ölçme ve değerlendirme bölümleri incelenmiştir. Araştırmada incelenen sorulardan bazıları bu bölümde bulunmaktadır. Soruların sahip olduğu yeterliğe göre PISA matematik yeterlik ölçeğinde hangi düzeyde olduğuna yer verilmiştir

4.3.1. 10. Sınıf Matematik Ders Kitabında Yer Alan Soru Örnekleri



Şekil 4.1. 10. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Aydın ve Biberoğlu Abazaoğlu, 2023, s. 40)

Bu soru örnek uzay, deney, çıktı kavramlarını açıklar kazanımı ve olasılık konusunda yer almaktadır. Öğrencilerden hilesiz madeni bir paranın bir kez atılması durumunda olası tüm sonuçlar istenmiştir. Sorunun çözümü için olasılık konusu ile ilgili temel bilgilerin bilinmesi gerekmektedir. Soruda öğrencilerin önceden öğrendiği bir biçimde basit ve soru açık bir metinle tanımlanmıştır. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle birinci matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

d. Hilesiz iki zar atıldığında örnek uzayın eleman sayısını bulalım:

İki zar birlikte atılırsa örnek uzay, tabloda görülen ikililer olur. Buna göre $E = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), \dots, (6, 6)\}$ 'dir. O hâlde örnek uzayın eleman sayısı 36'dır.

2. Zar	1	2	3	4	5	6
1. Zar	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Şekil 4.2. 10. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Aydın ve Biberoğlu Abazaoğlu, 2023, s. 41)

Ders kitabının inceleyelim bölümünde yer alan soruda iki zar birlikte atıldığında oluşan sıralı ikililerin bulunması gerekmektedir. Öğrenci soruyu yandaki gibi bir tablo haline getirerek yorumlamalı ve akıl yürütmelidir. Soruda öğrenciden aşamalı karar verip çözüm için basit bir

planlama yapması istenmektedir. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle üçüncü matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

11. Örnek

9 Sibirya kurdu, 8 kangal ve 7 çoban köpeğinin katıldığı bir yarışmada en güzel köpek seçilmek isteniyor. 4 Sibirya kurdu, 3 kangal ve 5 çoban köpeği kızıl, diğerleri gridir. Buna göre birinci seçilecek köpeğin;

- a. Sibirya kurdu veya çoban köpeği olma olasılığını bulalım.
- b. Sibirya kurdu veya gri olma olma olasılığını bulalım.

Şekil 4.3. 10. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Aydın ve Biberoglu Abazoğlu, 2023, s. 47)

Sorunun çözümü için öğrenci, soruda verilen köpek cinsleri ve renklerinden oluşan bir tablo oluşturmalıdır. Bu soruyu cevaplamak için öğrencilerin hangi hesaplamaları yapacaklarını, hesaplamaları nasıl kullanacaklarını belirlemeleri gerekmektedir. Öğrencilerden matematiksel becerilerden tablo kullanma ve sonuçları bağlama göre yorumlaması istenmektedir. Soruda yer alan günlük hayat problemi ve çözüm için gereken yeterlikler nedeniyle sorunun 5. matematik yeterlik düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

12. Örnek

Bir koşuda Tuna'nın koşuyu kazanma olasılığı, Doruk'un kazanma olasılığının 2 katıdır. Onur'un koşuyu kazanma olasılığı da Tuna'nın kazanma olasılığının üçte biridir.

Buna göre koşuyu Tuna'nın kazanma olasılığını bulalım.

Çözüm

Tuna'nın koşuyu kazanması olayı T, Doruk'un koşuyu kazanması olayı D, Onur'un koşuyu kazanması olayı O olsun.

Bu üç olay ayrık olaylar olup birleşimleri örnek uzayı oluşturacağından (koşuyu üçünden biri kazanacağından),

$$P(T) + P(D) + P(O) = 1 \dots \text{(I)} \text{dir.}$$

Tuna'nın koşuyu kazanma olasılığı, Doruk'un kazanma olasılığının 2 katı olduğundan $P(D) = x$ ise $P(T) = 2x \dots \text{(II)}$ olur.

Onur'un koşuyu kazanma olasılığı, Tuna'nın kazanma olasılığının üçte biri olduğundan $P(T) = 2x$ ise $P(O) = \frac{2x}{3} \dots \text{(III)}$ olur.

I, II ve III'ten,

$$\begin{aligned} P(T) + P(D) + P(O) = 1 &\Rightarrow 2x + x + \frac{2x}{3} = 1 \\ &\Rightarrow x = \frac{3}{11} \text{ olur. O hâlde,} \end{aligned}$$

$$P(T) = 2x = 2 \cdot \frac{3}{11} = \frac{6}{11} \text{ bulunur.}$$

Şekil 4.4. 10. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Aydın ve Biberoglu Abazoglu, 2023, s. 48)

Yukarıda verilen örnekte bir koşudaki Tuna, Doruk ve Onur isimli kişilerin koşuyu kazanma olasılıklarının bulunması istenmektedir. Bu üç olayın ayrık olay olduğunun bulunması gerekmektedir. Koşuyu üç kişiden biri kazanacağından birleşimleri örnek uzayı oluşturmaktadır. Sorunun çözümü için Tuna, Doruk ve Onur'un koşuyu kazanma olasılıklarının birbiri cinsinden cebirsel olarak ifade edilebilmesi istenmektedir. Öğrenciler kendi becerilerinden ve sezgilerinden yararlanarak akıl yürütebilir. Yeterliklerle ilgili bu durum nedeniyle sorunun dördüncü matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

2. Örnek

Hilesiz bir zarın masaya atılması deneyinde üste gelen sayının;

a. Çift sayı olma b. En az 4 olma c. 7 olma

ç. { 1, 2, 3, 4, 5, 6 } kümesinin elemanlarından biri olma

olaylarını inceleyelim.

Çözüm

Bir hilesiz zarın masaya atılması deneyinde örnek uzay $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olur.

a. Çift sayı gelme olayı A olsun. E kümesinin elemanları arasında çift sayı olanlar 2, 4 ve 6'dır.

O hâlde $A = \{2, 4, 6\}$ olur.

b. En az 4 gelme olayı B olsun. E kümesinin elemanları arasında 4 ve 4'ten büyük sayılar 4, 5 ve 6'dır.

$B = \{4, 5, 6\}$ olur.

c. 7 gelme olayı C olsun. E kümesinin elemanları arasında 7 olmadığından C olayının olması imkânsızdır. O hâlde $C = \emptyset$ olur.

ç. Örnek uzay $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olduğundan deneyin sonucunun $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ elemanlarından birisi olması kesin olaydır.

Şekil 4.5. 10. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Aydın ve Biberoğlu Abazaoğlu, 2023, s. 42)

Bu soru örnek uzay, deney, çıktı, bir olayın tümleyeni, kesin olay, imkansız olay, ayrık olay ve ayrık olmayan olay kavramlarını açıklar kazanımıyla ilgili olup olasılık öğrenme alanına aittir. Sorunun çözümü için öğrenciler, “ilk bakışta görülenden fazlasını gerektirmeyen durumları fark edebilir ve yorumlayabilir” becerilerini sergileyebilirler. Soruda çözüme ulaşabilmek için basit bir çıkarsama yapmak gerekmektedir. Öğrencinin soruda verilen bir hilesiz zarın masaya atılması deneyinde elde edilen bir bilgi sayesinde basit oranlama yapması gerekmektedir. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle ikinci matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

9. Örnek

A olayı, E örnek uzayında bir olay olsun. A olayının olma ve olmama olasılıkları arasında $2 \cdot P(A) = 3 \cdot P(A')$ eşitliği bulunduğuna göre A olayının olma olasılığını bulalım.

Çözüm

$$2 \cdot P(A) = 3 \cdot P(A') \Rightarrow P(A') = \frac{2 \cdot P(A)}{3} \text{ tür.}$$

Tümleyen olayların olasılıklarının toplamı 1 olacağından,

$$\begin{aligned} P(A) + P(A') &= 1 \Rightarrow P(A) + \frac{2 \cdot P(A)}{3} = 1 \\ &\Rightarrow \frac{5P(A)}{3} = 1 \\ &\Rightarrow P(A) = \frac{3}{5} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Şekil 4.6. 10. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Aydın ve Biberoglu Abazaoğlu, 2023, s. 46)

Bu açık uçlu soru örnek uzay, deney, çıktı, bir olayın tümleyeni, kesin olay, imkansız olay, ayrık olay ve ayrık olmayan olay kavramlarını açıklar kazanımıyla ilgili olup olasılık öğrenme alanına aittir. Sorunun çözümü için öğrencilerin tümleyen olayların olasılıklarının toplamının 1 olduğunu bilmesi gerekmektedir. Öğrenciler soruda farklı gösterimler arasında ilişki kurabilir. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle dördüncü matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

13. Örnek

Bir zar, yüzlerindeki her bir sayının gelme olasılığı bu sayıyla ters orantılı olacak şekilde düzenlenerek hileli bir hâle dönüştürülüyor.

Bu zar ile oynanan bir oyunda en az 5 atmak, oyunu kazanmak anlamına geliyorsa oyunu kazanma ve kazanamama olasılıklarını bulalım.

Çözüm

Orantı sabitini k alıp her bir sayının gelme olasılıklarını altlarına yazalım.

1	2	3	4	5	6
↓	↓	↓	↓	↓	↓
$\frac{k}{1}$	$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$	$\frac{k}{4}$	$\frac{k}{5}$	$\frac{k}{6}$

Zar atıldığında kesinlikle 1, 2, 3, 4, 5 ya da 6 sayılarından biri geleceğinden eş olasılı olmayan bu olayların olma olasılıklarının toplamı 1 olacaktır.

Buna göre,

$$\begin{aligned}\frac{k}{1} + \frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{4} + \frac{k}{5} + \frac{k}{6} &= 1 \Rightarrow \frac{k}{\frac{1}{120}} + \frac{k}{\frac{2}{60}} + \frac{k}{\frac{3}{40}} + \frac{k}{\frac{4}{30}} + \frac{k}{\frac{5}{24}} + \frac{k}{\frac{6}{20}} = 1 \\ &\Rightarrow \frac{120k}{120} + \frac{60k}{120} + \frac{40k}{120} + \frac{30k}{120} + \frac{24k}{120} + \frac{20k}{120} = 1 \\ &\Rightarrow \frac{294k}{120} = 1 \\ &\Rightarrow k = \frac{120}{294} = \frac{20}{49} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Buna göre zarın üst yüzüne sırasıyla 5 ve 6 gelme olasılıkları,

$$\frac{k}{5} = \frac{\frac{20}{49}}{5} = \frac{4}{49} \text{ ve } \frac{k}{6} = \frac{\frac{20}{49}}{6} = \frac{10}{147} \text{ bulunur.}$$

O hâlde oyunu kazanma olasılığı,

$$\begin{aligned}P(A) &= \frac{4}{49} + \frac{10}{147} = \frac{4}{\frac{49}{(3)}} + \frac{10}{147} \\ P(A) &= \frac{22}{147} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Oyunu kazanma ve kazanamama durumları tümleyen olaylar olup olasılıklarının toplamı 1 olacağından zarı atan kişinin oyunu kazanamama olasılığı,

$$\begin{aligned}P(A) + P(A') &= 1 \Rightarrow \frac{22}{147} + P(A') = 1 \\ &\Rightarrow P(A') = 1 - \frac{22}{147} \\ &\Rightarrow P(A') = \frac{125}{147} \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

Şekil 4.7. 10. sınıf matematik ders olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Aydın ve Biberoğlu Abazaoğlu, 2023, s. 49)

10. sınıf matematik ders kitabında yer alan soruda bir zarın yüzlerindeki her bir sayının gelme olasılığı bu sayı ile ters orantılı olduğu belirtilmektedir. Oyunu kazanmanın anlamı zarda

en az 5 atmak anlamına gelmektedir. Bu soruyu cevaplamak için öğrencilerin hangi hesaplamaları yapacaklarını, hesaplamaları nasıl kullanacaklarını belirlemeleri gerekmektedir. Öğrencilerin soruda yeni durumlarla başa çıkmaya yönelik yeni strateji kullanması önemlidir. Öğrenci öncelikle orantı sabiti olarak k olarak belirleyip her bir sayının ayrı ayrı gelme olasılıklarını cebirsel olarak yazabilmesi gerekmektedir. Zar atıldığında tüm olayların olma olasılığı 1 olduğundan oluşturulan denklemden k sabitinin hangi sayıya eşit olduğunun bulunması gerekmektedir. Sonra oyunu kazanmak anlamına gelen zarın üst yüzeyinde en az 5 gelmesinin, zarın üst yüzeyinde 5 ve 6 gelme olasılığı olduğunu görmesi önemlidir. Öğrencilerden daha sonra zarın üst yüzeyine 5 ve 6 gelme olasılıklarının k sabiti yardımıyla bulunması istenmektedir. Son olarak oyunu kazanma ve kazanamama durumları tümleyen durumlar olup olasılıkları toplamı 1 olacağından zarı atan kişinin oyunu kazanamama olasılığı bulunacaktır. Öğrencilerin günlük hayattaki bir problemi yorumlaması ve çeşitli gösterim biçimleri arasında geçiş yapması gerekmektedir. Sorunun çözümü yapılırken elde edilen bilgiler genelleştirilebilir ve kullanılabilir. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle altıncı matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

4.3.2. 11. Sınıf Matematik Ders Kitabında Yer Alan Soru Örnekleri

ÖLÇME VE DEĞERLENDİRME



A) Aşağıda verilen cümlelerde boş bırakılan yerleri uygun ifadelerle doldurunuz.

1. Bir deneyde elde edilen tüm çıktılardan kümesine denir.
2. Bir deneyin sadece bir çıktısından oluşan kümeye denir.
3. A ve B olayları ise $P(A \cap B)$, A ile B olaylarının olma olasılıklarının çarpımına eşittir.
4. E örnek uzayının herhangi iki olayı A ve B olsun. B olayının gerçekleşmesi hâlinde A olayının gerçekleşmesi olasılığına A olayının B ye bağlı denir.

Şekil 4.8. 11. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Seymen vd., 2023, s. 273)

11. sınıf matematik ders kitabının ölçme ve değerlendirme sorularında yer alan sorunun çözümü için örnek uzay, basit olay, bağımsız olay ve koşullu olasılık kavramlarının tanımları bilinmelidir. Verilen soru açık ve bilinen bir bağlamda yer almaktadır. Öğrenciler bu soruda açıkça verilmiş tanımları ve yönergeleri takip ederek sorunun çözümünü yapabilirler. Soru rutin işlem gerektirmektedir. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle birinci matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

1. Örnek

E örnek uzayında A ve B olayları verilsin.

$P(B) = \frac{1}{3}$ ve $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ olduğuna göre A olayının B olayına bağlı koşullu olasılığını bulunuz.

Şekil 4.9. 11. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Seymen vd., 2023, s. 262)

Bu örnek soruda öğrenci koşullu olasılık formülünü bilmeli ve formülü uygulamalıdır. Öğrencilerin soruda ilk bakışta gördükleri dışında başka bir beceriye ihtiyaç duymamaktadır. Öğrenciler temel formül ve işlemleri bilip kullanabilmelidirler. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle ikinci matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

19. Örnek

Sekizinci sınıf öğrencilerinden rastgele seçilen 3 öğrenciye liseye geçiş sınavlarıyla ilgili fikirleri sorulmuştur. Öğrencilerin bir kısmı sınavların gerekliliğini savunmuş, diğer kısmı sınavlara karşı çıkmıştır.

Bir ağaç diyagramı çizerek

- En az ikisinin sınavı savunma olayını,
- Üçünün de sınava karşı çıkma olayını,
- Yalnız birinin sınavı savunma olayını bulunuz.

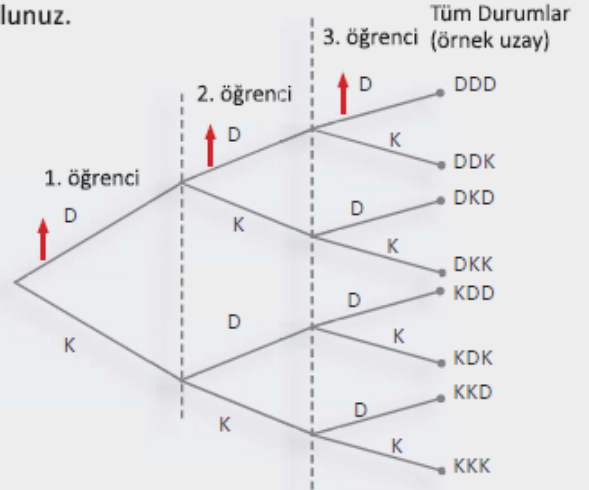
Çözüm

D = Sınavı savunuyor.

K = Sınava karşı çıkıyor.

Yandaki ağaç diyagramına göre

- $A = \{KDD, DKD, DDK, DDD\}$
- $B = \{KKK\}$
- $C = \{KKD, KDK, DKK\}$



Şekil 4.10. 11. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Seymen vd., 2023, s. 271)

Bu soru örnek uzay, deney, çıktı, bir olayın tümleyeni, kesin olay, imkansız olay, ayrık olay ve ayrık olmayan olay kavramlarını açıklar kazanımıyla ilgili olup olasılık öğrenme alanına aittir. Soruda çözüme ulaşabilmek için basit bir çıkarsama yapmak gerekmektedir. Öğrencinin soruda verilen olaylar sayesinde basit oranlama yapması gerekmektedir. Sorunun çözümü için öğrenciler basit stratejiler geliştirmeleri gereken problemleri tanıyabilirler. Soru bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle ikinci matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

4. Örnek

Bir çift zarın atılması deneyinde üst yüze gelen sayıların toplamının 8 olduğu biliniyor. Buna göre bu sayıların her ikisinin de asal olma olasılığını bulunuz.



Çözüm

Zarlar atıldığında üst yüze gelen sayıların toplamının 8 olma olayı S_8 , asal olma olayı A , üst yüze gelen sayıların toplamının 8 ve asal olma olayı $S_8 \cap A$ olsun. Buradan

$S_8 = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$ olduğundan $s(S_8) = 5$ olur.

Bir zarın üst yüzüne gelebilecek asal sayılar 2, 3, 5 olacağından

$A = \{(2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 5), (5, 2), (5, 3)\}$ olur.

İki zarın üst yüzüne gelebilecek ve toplamı 8 olan asal sayılar (3, 5) ya da (5, 3) biçimindedir.

Buradan $S_8 \cap A = \{(3, 5), (5, 3)\}$ ve $s(S_8 \cap A) = 2$ olur.

O hâlde üst yüze gelen sayıların asal olma olasılığı $P(A|S_8) = \frac{s(S_8 \cap A)}{s(S_8)} = \frac{2}{5}$ olur.

Şekil 4.11. 11. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Seymen vd., 2023, s. 263)

11. sınıf ders kitabında yer alan yukarıdaki örnekte ardışık olarak karar vermesi gereken açıkça tanımlanmış işlemleri yapması istenmektedir. Öğrencilerin ilk olarak zarın üst yüzeyine sayıların toplamının 8 olma olayını sonra zarın üst yüzeyine sayıların toplamının asal olma olayını yazması istenmektedir. Daha sonra zarın üst yüzeyine sayıların toplamının 8 ve asal olma olayını iki olayı karşılaştırır. Son olarak zarın üst yüzeyine gelen sayıların asal olma olasılığını bulur. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle üçüncü matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

7. Örnek

Bir turist kafilesinde 5 Alman, 3 Yunan, 2 İngiliz turist vardır. Kafileden rastgele seçilecek iki turist Sultan Ahmet Camisi'ne götürülecektir. Ziyarete götürülecek iki turistin aynı ülke vatandaşı olduğu bilindiğine göre iki turistin de Alman vatandaşı olma olasılığını bulunuz.

Çözüm

Turist kafilesinden 2 Alman, 2 Yunan veya 2 İngiliz seçilecektir. Bu kümenin eleman sayısı kombinasyon yardımı ile bulunur. İki turist, aynı ülke vatandaşı olacaktır ve 5 Alman, 3 Yunan ya da 2 İngiliz vatandaşı arasından seçilecektir.

Seçilecek iki turistin aynı ülke vatandaşı olma olayı A olsun. Bu durumda

$$s(A) = \binom{5}{2} + \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = 10 + 3 + 1 = 14 \text{ olur.}$$

Alman vatandaşı olma olayı B olsun. Bu durumda

seçilen iki turistin Alman vatandaşı ve aynı ülke vatandaşı olma olayı $A \cap B$ olmak üzere

$$s(A \cap B) = \binom{5}{2} = 10 \text{ olur. Buradan}$$

$$P(B|A) = \frac{s(A \cap B)}{s(A)} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7} \text{ olur.}$$

Şekil 4.12. 11. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Seymen vd., 2023, s. 264)

Yukarıda verilen örnekte turistlerden oluşan kafiye verilmiştir. Kafilde Alman, Yunan ve İngiliz olmak üzere farklı ülkelere turistler bulunmaktadır. Soruda bu kafileden seçilen iki turistin aynı ülkeden olduğu bilindiğine göre iki turistin de Alman olma olasılığı sorulmaktadır. Öğrencinin soruyu çözebilmesi için öncelikle seçme işlemlerinde kombinasyon yapılacağını daha sonra koşullu olasılık kavramını öğrenip formülleri uygulaması gerekmektedir. Sorunun çözümü için ardışık kararların verilmesi gerekmektedir. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle üçüncü matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

2. Örnek

E örnek uzayında A ve B olayları verilsin. $P(A') = \frac{2}{3}$, $P(B') = \frac{1}{2}$ ve $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ olduğuna göre B olayının A olayına bağlı koşullu olasılığını ($P(B|A)$) bulunuz.

Çözüm

$P(A) + P(A') = 1$ olduğundan $P(A) = 1 - P(A') \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ ve

$P(B) + P(B') = 1$ olduğundan $P(B) = 1 - P(B') \Rightarrow P(B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ olur.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ olur. Buradan

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{4}$ olur.

Şekil 4.13. 11. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Seymen vd., 2023, s. 262)

Yukarıdaki soruda öğrenciler problemi iyi anlamalı, tümleyen olayların olasılıklarının toplamının 1 olduğunu hatırlayabilmelidir. İki olayın birleşiminin olasılıklarının formülünü kullanabilmelidir. Sembol veya grafik gibi farklı gösterim biçimlerini ayırt edip entegre edebilmelidir. Öğrenci ayrıca kendi yorumlarına ve akıl yürütmelerine dayanan açıklamalar ve argümanlar oluşturup iletebilir. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle dördüncü matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

3. Örnek

25 kişilik bir sınıfta her öğrenci futbol ve voleybol oyunundan en az birini oynamaktadır. Futbol oynayan 15, voleybol oynayan 18, her iki oyunu oynayan 8 öğrenci vardır. Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin voleybol oynadığı bilindiğine göre bu öğrencinin futbol da oynuyor olma olasılığını bulunuz.

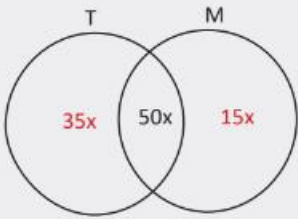
Şekil 4.14. 11. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Seymen vd., 2023, s. 262)

Bu sorunun çözümü için öncelikle öğrenci futbol ve basketbol oynayanlardan oluşan kümeyi venn şeması ile göstermesi gerekmektedir. Öğrencinin verilen problemde ne istendiğini anlaması ve yorumlaması önemlidir. Sembol veya grafik gibi farklı gösterim biçimlerini ayırt edip entegre edebilirler ve onları doğrudan günlük yaşamdaki durumların yönlerine bağlar. Öğrenci ayrıca kendi yorumlarına, akıl yürütmelerine ve temellerine dayanan açıklamalar ve

argümanlar oluşturup iletebilir. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle dördüncü matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

5. Örnek

Bir okuldaki öğrencilerin tamamı matematik ve Türkçe derslerinin en az birinden kurs kaydı yaptırmıştır. Bu öğrencilerin %65 i matematik, %85 i Türkçe ve %50 si her iki dersten kurs kaydı yaptırmıştır. Okuldan rastgele seçilen bir öğrencinin Türkçe dersinden kurs kaydı yaptırdığı bilindiğine göre bu öğrencinin matematik dersinden de kurs kaydı yaptırmış olma olasılığını bulunuz.



Çözüm

Okuldaki öğrenci sayısı $100x$ olsun. Seçilen öğrencinin matematikten kayıt yaptırmış olması olayı M ise $s(M) = 65x$, Türkçeden kayıt yaptırmış olması olayı T ise $s(T) = 85x$, her iki dersten kayıt yaptırmış olması olayı $M \cap T$ ise $s(M \cap T) = 50x$ olur.

Seçilen öğrencinin Türkçeden kurs kaydı yaptırdığı bilindiğine göre bu öğrencinin matematik dersinden de kurs kaydı yaptırmış olma olasılığı

$$P(M|T) = \frac{s(M \cap T)}{s(T)} = \frac{50x}{85x} = \frac{10}{17} \text{ olarak bulunur.}$$

Şekil 4.15. 11. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Seymen vd., 2023, s. 263)

11. sınıf matematik ders kitabında yer alan yukarıdaki örnekte okuldaki öğrenci sayısı cebirsel olarak x e bağlı bir sayı olarak belirlenmelidir. Sonra seçilen öğrencinin matematikten, türkçeden ve her iki dersten kayıt yaptırmış olması olaylarını birbiri cinsinden ifade edilmesi gerekir. Bu sorunun çözen öğrenciler farklı gösterimler arasında ilişki kurabilir, basit model oluşturabilir. Kendi becerilerinden ve sezgilerinden yararlanarak akıl yürütebilir. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle dördüncü matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

18. Örnek

İçerisinde turuncu, mavi ve kırmızı özdeş bilyelerin bulunduğu torbadan çekilen bilyenin mavi olma olasılığının $\frac{1}{6}$ ve turuncu olma olasılığının $\frac{1}{3}$ olduğu biliniyor. Torbada 6 kırmızı bilye bulunduğuna göre toplam bilye sayısını bulunuz.

Çözüm

Torbada 6 kırmızı, a tane mavi, b tane turuncu bilye olsun. Bu durumda $s(E) = 6 + a + b$ olur.

$$\begin{aligned} \text{Bilyenin mavi olma olasılığı } P(M) &= \frac{a}{6 + a + b} = \frac{1}{6} \\ &\Rightarrow 5a - b = 6 \text{ olur.} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Bilyenin turuncu olma olasılığı } P(T) &= \frac{b}{6 + a + b} = \frac{1}{3} \\ &\Rightarrow 2b - a = 6 \text{ olur.} \quad (2) \end{aligned}$$

1 ve 2. denklem ortak çözüldüğünde

$$\begin{array}{rcl} 2/ & 5a - b = 6 & \Rightarrow \quad 10a - 2b = 12 \\ & 2b - a = 6 & \Rightarrow \quad 2b - a = 6 \\ \hline & & 9a = 18 \Rightarrow a = 2 \text{ olur.} \end{array}$$

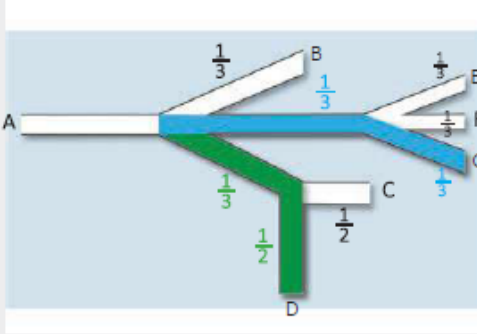
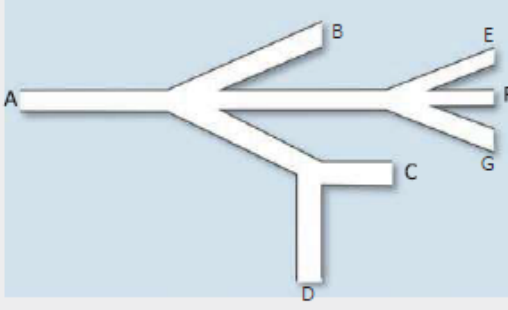
Bulunan a değeri denklemlerin birinde yerine yazıldığında $b = 4$ olur.

O hâlde torbada $6 + 2 + 4 = 12$ bilye bulunur.

Şekil 4.16. 11. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Seymen vd., 2023, s. 270)

Bu soruda içerisinde turuncu, mavi ve kırmızı özdeş bilyelerin bulunduğu torbada 6 tane kırmızı bilye bulunmaktadır. Bu torbada bulunan mavi ve turuncu bilye sayılarını cebirsel olarak a ve b olarak isimlendirmektedir. Bilyenin mavi olma olasılığı ve turuncu olma olasılığını içler dışlar işlemleri yardımıyla da bulur. Daha sonra ulaştığı iki denklemin ortak çözümüyle a ve b sayılarına ulaşır. Bu soruda öğrenciler sembol ve formül içeren ifadeleri değişikliğe uğratması istenmektedir. Soruda yer alan günlük hayat problemi ve çözüm için gereken yeterlikler nedeniyle sorunun 5. matematik yeterlik düzeyi veya daha üst düzeylerde olduğu düşünülmektedir.

17. Örnek



Şekildeki labirentte A noktasından yürümeye başlayan bir kişi yol ayrımlarının tümünde rastgele bir yol seçmiş ve seçtiği hiçbir yoldan dönmemiştir. Buna göre bu kişinin G veya D noktasından çıkmış olma olasılığını bulunuz.

Çözüm

Şekildeki labirente göre bu kişinin D noktasından çıkmak için yeşil yolu, G noktasından çıkmak için mavi yolu takip etmesi gerekir. Bu durumda bu kişinin

D noktasından çıkma olasılığı $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ olur.

G noktasından çıkma olasılığı $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ olur.

Kişinin aynı anda hem G den hem de D den çıkması imkânsız olduğundan $P(D \cap G) = 0$ olur.

Buradan D veya G noktasından çıkma olasılığı $\frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{5}{18}$ olur.

Windows'u Etkin

Şekil 4.17. 11. sınıf matematik ders kitabı olasılık öğrenme alanına ait bir örnek (Seymen vd., 2023, s. 270)

Örnek soruda öğrenci öncelikle labirente göre D noktasından çıkmak için hangi yolu, G noktasından çıkmak için hangi yolu takip edeceğini belirlemesi gerekmektedir. D noktasından çıkması için öncelikle 3 yoldan birini seçmelidir. Daha sonra karşısına çıkan 2 yoldan birini tercih etmelidir. G noktasından çıkması için öncelikle 3 yoldan birini seçmelidir. Daha sonra karşısına çıkan 3 yoldan birini tercih etmelidir. En son bu iki olayların imkansız olduğunu tespit edip iki olayın olma olasılığını toplanması gerektiğini akıl yürüterek bulabilmelidir. Bu düzeye erişmiş bir öğrenci sorunun çözümü için hangi yolları takip etmesi gerektiğini yordayabilmeli ve ardışık kararlar verebilmelidir. Öğrenci, soru üzerinde sıralı karar verip çözüm için planlama yapabilir. Öğrenci, farklı bilgi kaynaklarına dayalı temsilleri yorumlayabilip ve kullanabilir. Soru, bu matematiksel becerileri içermesi sebebiyle üçüncü matematik okuryazarlığı düzeyinde olduğu düşünülmektedir.

BÖLÜM 5

5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmanın bu bölümünde elde edilen bulgular tartışılmış ve sonuçlar elde edilmiştir. Araştırma sırasında elde edilen bulgular göz önüne alınarak ileriki araştırmalar ve matematik ders kitaplarının içeriği ile ilgili öneriler sunulmuştur.

5.1. Tartışma ve Sonuç

Araştırmada, 10. ve 11. sınıf matematik ders kitaplarındaki olasılık öğrenme alanına ait sorular PISA matematik okuryazarlığı yeterlik ölçeğine göre incelenmiş ve PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeylerine göre hangi oranda bulundukları tespit edilmiştir.

Araştırmanın birinci alt probleminin sonucuna göre 10. sınıf matematik ders kitabında bulunan olasılık öğrenme alanına ait incelenen soruların çoğunluğunun orta ve alt düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Kitapta incelenen soruların en çok 3. düzey sorular olduğu görülmüştür. Bu çalışma ile benzer sonuçlara ulaşan çalışmalarda matematik ders kitaplarında en fazla 3. düzey sorular bulunmuş ve sorular ağırlıklı olarak orta ve alt düzey sorulardan oluşmuştur (Karataş, 2019; Şahin, 2022). Araştırmada incelenen 10. sınıf matematik ders kitabında bulunan sorulardan 5. ve 6. düzey sorulara oldukça az yer verildiği görülmüştür. Benzer şekilde Aydoğdu İskenderoğlu ve Erkan (2013) tarafından yapılan çalışmada SBS sınavlarında sorulan sorular içerisinde 6. düzeyde sorulara rastlanmamıştır. 125 soru içerisinde 52 soru 3. düzey ve 42 soru 2. düzeyde olduğu bulunmuştur.

2003 yılından 2022 yılına kadar uygulanan PISA sınavlarında Türkiye'nin matematik okuryazarlığı alanında ortalama 423 ile 454 puanlar arasında bulunduğu belirtilmiştir. Geçmişten günümüze PISA matematik okuryazarlığı puanlarında 2003 yılından 2012 yılına kadar yükselme gözlenirken 2015 yılında azalma gözlenmiştir. Türkiye'nin en fazla matematik puanı 2018 PISA sınavında aldığı görülürken 2022 PISA sınavında bir önceki sınava göre 1 puan azalma görülmüştür (MEB, 2023). Türkiye, PISA sınavlarında matematik okuryazarlığında 2. düzeyde performans göstermektedir. Ders kitaplarında yeterli üst düzey soruların yer almamasının PISA sonuçlarını etkilediği söylenebilir.

Araştırmanın ikinci alt probleminin sonucuna göre 11. sınıf matematik ders kitabında bulunan olasılık öğrenme alanına ait 53 sorunun çoğunluğunun orta ve alt düzeyde olduğu tespit edilmiştir. İncelenen sorularda en fazla 3. ve 4. düzeyde sorular bulunurken 6. düzeyde sorular bulunmamaktadır. Bu çalışma ile paralel sonuçlara ulaşan çalışmalarda matematik ders kitaplarında en fazla 3. düzey sorular bulunmuş ve sorular ağırlıklı olarak orta ve alt düzey sorulardan oluşmuştur (Aydoğdu İskenderoğlu vd., 2013; Karataş, 2019; Şahin, 2022). Karataş (2019) tarafından yapılan araştırmada matematik ders kitaplarında 1. ve 6. düzey sorular çok azken 3. ve 4. düzey sorular çoğunlukta bulunmaktadır. Bu bilgiler araştırmayı destekleyici veriler sunmaktadır.

Bu araştırmada elde edilen sonuçlardan farklı olarak bazı araştırmalar inceledikleri matematik ders kitaplarında PISA matematik yeterlik düzeylerinden en fazla 2. düzey sorular olduğunu tespit etmişlerdir (Aydoğdu İskenderoğlu ve Baki, 2011; Baltacı, 2021; Öztürk, 2020; Şaban, 2019). Aydoğdu İskenderoğlu ve Baki (2011) çalışmasında 8. sınıf matematik ders kitabındaki sorular PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelendiğinde en fazla 2. düzeyde sorularla karşılaşırken 5. ve 6. düzey sorular görülmemiştir. Şaban (2019) tarafından yapılan araştırmada ortaokul matematik ve matematik uygulamaları ders kitaplarında cebir öğrenme alanında ağırlıklı olarak ikinci düzey sorular bulunduğu tespit edilmiştir. Öztürk (2020), LGS sorularını PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelediği çalışmasında, LGS sınavlarında en fazla 2. düzey sorular sorulduğunu, 5. ve 6. düzey soruların olmadığını tespit etmiştir. Baltacı (2021), Türkiye ve Singapur'da ortaokul matematik ders kitaplarındaki geometri ve ölçme konusuna ait soruları incelediği çalışmada PISA matematik yeterlik düzeylerinden en fazla 2. düzey soru olduğunu belirlemiştir. Singapur matematik ders kitaplarındaki soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre analizi sonucu en fazla 3. düzeyde sorular yer alırken daha sonra 2. ve 4. düzey sorular yer almaktadır. Bu bilgiler doğrultusunda literatürde bazı araştırmalarda incelenen soruların en fazla 2. düzey sorular olduğu görülmüştür. Bu araştırma ile sonuçların farklılık göstermesinin sebeplerinden biri incelenen sorulardaki konuların, sınıf seviyelerinin aynı olmaması gösterilebilir.

Araştırmada incelenen matematik ders kitaplarındaki soruların farklı sınıf kademesindeki düzeylerinin nasıl değiştiğine bakıldığında, 10. ve 11.sınıf ders kitaplarının her ikisinde de en fazla orta düzey sorulara rastlanmıştır. Sınıf seviyesi değişse de orta düzey soruların oranında değişim çok az olduğu görülmüştür. 10. sınıf ve 11. sınıf matematik ders kitaplarındaki olasılık sorularında PISA matematik yeterlik düzeyleri karşılaştırıldığında 10. sınıf ders kitaplarında en çok 2. ve 3. düzey sorular yer alırken 11. sınıf ders kitaplarında en çok 3. ve 4. düzey sorular yer almıştır. Sınıf seviyesinin artması ile konuların karmaşık hale gelmesi bu farklılığa sebep olarak gösterilebilir. Sarıkaya (2022) tarafından yapılan çalışmada, 6. sınıf matematik uygulamaları kitabında en fazla 1. ve 2. düzey sorulara en az ise 6. düzey sorulara rastlanılmıştır. Arslan ve Özpınar (2009) tarafından yapılan çalışmada da 6. sınıf matematik ders kitapları ile ilgili benzer bulgular elde edilmiştir. Sarıkaya (2022) tarafından yapılan çalışmada, 8. sınıf matematik uygulamaları ders kitabının ağırlıklı olarak 5. düzey sorular içerdiği bulunmuştur. Bu sonuca paralel olarak, yapılan çalışmalarda matematik ders kitaplarında sınıf seviyesi arttıkça PISA matematik yeterlik düzeylerinde yükselme olduğu gözlenmiştir (Baltacı, 2021; Sarıkaya, 2022; Seis, 2011; Şaban, 2019).

Araştırmada elde edilen sonuçlardan biri de 10. ve 11. sınıf matematik ders kitaplarında olasılık konusuna ait PISA matematik yeterlik düzeylerinden 5. ve 6. düzeylerde çok az soru bulunmasıdır. 11. sınıf matematik ders kitabında olasılık konusuna ait 6. düzeyde soruya rastlanmamıştır. Literatürde benzer bulgular elde eden araştırmalar tespit edilmiştir (Şaban, 2019; Şahin, 2022). Şaban (2019) araştırmasında matematik ders kitaplarında 5. ve 6. düzey sorulara rastlanmamıştır. Matematik uygulamaları kitaplarında ise bu seviyedeki sorular az miktarda bulunmuştur. Benzer şekilde Baltacı (2021) tarafından yapılan araştırmada da Türkiye’de okutulan matematik ders kitaplarında 5. ve 6. düzey sorular bulunmamıştır.

Araştırmanın genel sonucuna göre 10. ve 11. sınıf matematik ders kitaplarında olasılık öğrenme alanına ait 129 sorunun bütün matematik yeterlik düzeylerini dengeli olarak içermediği tespit edilmiştir. İncelenen matematik ders kitaplarında olasılık konusunda en fazla 3. düzeyde soru bulunduğu görülmüştür. Sarıkaya (2022) tarafından yapılan çalışmada bu çalışma ile benzer sonuçlara ulaşılmıştır. Araştırmada 5. sınıf matematik uygulamaları kitabında en çok 3. ve 4. düzey sorulara, en az ise 5. ve 6. düzey sorulara rastlanmıştır. Bu çalışmada 10. ve 11. sınıf matematik ders kitaplarında olasılık konusuna ait orta düzey soruların ağırlıklı olarak bulunduğu tespit edilmiştir. Orta düzey soruların çoğunlukta olmasının

sebeplerinden birinin olasılık konusunun konu itibariyle anlaşılmasının ve sorularının çözülmesinin daha zor olması gösterilebilir.



5.3. Öneriler

Kanada ve Singapur gibi PISA sınavında başarılı ülkelerin matematik ders kitaplarındaki soruların bağlam açısından daha çeşitli ve günlük hayatla daha fazla ilişkilendirildiği tespit edilmiştir (Baltacı, 2021; Çetmili Çankal, 2024). Literatürde matematik dersindeki başarısızlığın sebeplerinden biri olarak ders kitaplarındaki soruların gerçek hayatla ilişkisinin kurulmaması gösterilmiştir (Işık, 2008; Özgen, 1993). Ülkelerin matematik ders programlarını günlük hayatla ilişkilendirerek hazırlaması önem arz etmektedir (Lee, 2012).

Ders kitaplarının önemli amaçlarından biri de birey ve toplumların ihtiyaçlarını karşılamaktır (Işık, 2008). Ders kitaplarındaki sorular, öğrencilerin kendini ifade etme ve karşılaştığı problem durumlarını yorumlama becerilerini geliştirebilmelidir. Matematik ders kitabında yer alan sorular, öğrencileri birçok temsil biçimini ve farklı çözüm yollarını kullanmaya yönlendirmelidir (Baltacı, 2021).

Matematik ders kitaplarının matematiğin öğretilmesi ve öğrenilmesi üzerinde büyük etkisi vardır. Matematik ders kitabı, öğrencilerin matematik öğrenme fırsatlarını ölçmek için iyi bir gösterge olarak kabul edilmektedir (Yang vd., 2017). Ders kitapları tüm ülkelerin matematik kültürünü ortaya çıkarmaktadır (Işık, 2008). Ders kitapları istenen düzeyde soru ve öğrenme imkanı sunduğunda öğrencilerin matematik okuryazarlık becerilerinin gelişmesine imkan sunmaktadır (Çetmili Çankal, 2024). Matematik ders kitaplarındaki yetersiz sorular, öğrencilerin kavram yanlışlarının sebebini oluşturabileceği gibi becerilerinin gelişmesini de engellemektedir (Işık, 2008). Bu araştırmanın ve literatürde yer alan diğer araştırmaların sonuçlarına bakıldığında, Türkiye’de okutulan matematik ders kitaplarında yer alan sorular çoğunlukla bilgi düzeyi ile sınırlı alt ve orta düzey sorular bulunurken kavrama, uygulama vb. üst düzey alanlarda daha az soru bulunduğu görülmüştür. Matematik ders kitaplarındaki olasılık konusuna ait soruların düzeyleri artırılarak PISA matematik yeterlik düzeylerinde denge sağlanabilir.

Olasılık konusunun iyi öğretilmesi için kavram yanlışları ve hatalar tespit edilip kavram haritası gibi materyallerle öğrencilerin konuyu anlamlandırması kolaylaşabilir (Yetim, 2019). Olasılık konusunda öğrencilerin hazır bulunuşluluğu gözetilmelidir. Bunun için ise kesirler, kümeler, ondalık kesir ve örnek uzay gibi konularda öğrencilerin bilgilerinin tazelenmesi gerekmektedir (Memnun, 2008). Olasılık konusu öğretilirken sürekli diğer konularla ilişki kurularak anlatılması faydalı olacaktır.

Olasılık konusu ile ilgili ders kitaplarında aktif öğrenmeyi sağlamak için öğrencilerin yaparak yaşayarak bilgileri keşfetmelerini sağlayacak etkinlikler planlanabilir. Öğrenciler günlük yaşam ile bağdaştırarak öğrendikleri konuyu daha iyi anlamlandırabilir ve özümseyebilirler (Baltacı, 2021). Öğrencilerin olasılık konusunda başarılı olabilmesi için muhakeme becerilerinin gelişmiş olması gerekmektedir. Muhakeme etme becerilerinin gelişimi için zaman faktörü de etkili olduğu göz önüne alınarak öğrencilerin ilerlemesi için neler yapılabileceği araştırılmalıdır (Memnun, 2008).

Araştırmada PISA'nın belirsizlik ve veri içerik alanından olasılık konusuna ait sorular incelenmiştir. Gelecek araştırmalarda PISA'nın diğer içerik alanlarındaki sorular incelenebilir. PISA'da üst düzeyde başarı gösteren ülkelerin ders kitapları ile Türkiye'deki ders kitaplarının karşılaştırıldığı araştırmaların artması ülkemizde eksik kalan kısımların tespiti açısından yararlı olacaktır.

KAYNAKLAR

- Akkoç, H., ve Yeşildere İmre, S. (2015). Olasılık ve istatistik konularına yönelik pedagojik alan bilgisi. İçinde *Teknolojik pedagojik alan bilgisi temelli olasılık ve istatistik öğretimi: C. 1. Baskı* (ss. 17-32). Pegem Akademi.
- Arslan, S., ve Özpinar, İ. (2009). İlköğretim 6. sınıf matematik ders kitaplarının öğretmen görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 97-113.
- Astuti, D., Anggraeni, L., & Setyawan, F. (2020). Mathematical probability: Student's misconception in higher education. *Journal of Physics: Conference Series*, 1613(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1613/1/012009>
- Aydın, N., ve Biberoglu Abazaoğlu, B. (2023). *Ortaöğretim Matematik 10 Ders Kitabı*. Miray Yayınları.
- Aydoğdu İskenderoğlu, T., ve Baki, A. (2011). İlköğretim 8. sınıf matematik ders kitabındaki soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre sınıflandırılması. *Eğitim ve Bilim*, 36(161), 287-301.
- Aydoğdu İskenderoğlu, T., Erkan, İ., ve Serbest, A. (2013). 2008- 2013 yılları arasındaki SBS matematik sorularının PISA matematik yeterlik düzeyine göre sınıflandırılması. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(2), 147-168.
- Ayyıldız, H., ve Cansız Aktaş, M. (2021). 8. sınıf matematik ders kitaplarının ve LGS matematik sorularının PISA temsil yeterliği açısından incelenmesi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 12(1), 475-489. <https://doi.org/10.24315/tred.910569>
- Bacakoğlu, T. Y. (2022). *Türkiye ve Singapur ilkokul matematik dersi öğretim programlarının ve ders kitaplarının karşılaştırmalı olarak incelenmesi* [Doktora Tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Baltacı, A. (2017). Nitel Veri Analizinde Miles-Huberman Modeli. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 3(1), 1-15.
- Baltacı, M. (2021). *Türkiye ve Singapur matematik ders kitaplarının PISA matematik yeterlik ölçeğine göre karşılaştırmalı analizi* [Yüksek Lisans Tezi]. Kastamonu Üniversitesi.

- Büyüköztürk, Ş., Çakmak Kılıç, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2020). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Çetmili Çankal, G. (2024). *Türkiye ve Kanada 8. sınıf matematik ders kitaplarının PISA matematik çerçevesine göre karşılaştırmalı analizi* [Yüksek Lisans Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- De Lange, J. (2003). Mathematics for literacy. *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, 75-89.
- Foster, K. (2020). *The effects of math literacy utilizing a reading apprenticeship framework on math achievement of analytic geometry students* [Doctor of Philosophy]. Mercer University.
- Gürbüz, M. Ç., ve Altun Murat. (2019). Matematik Okuryazarlığı. İçinde S. Çepni (Ed.), *PISA ve TIMSS Mantığını ve Sorularını Anlama* (2. baskı, ss. 185-231). Pegem Akademi.
- Hendricks, W., & Olawale, B. E. (2023). Mathematical probability learner's misconception in a selected south african school. *Journal of Mathematics Education*, 12(1), 165-178.
- Hokor, E. K., Apawu, J., Owusu-Ansah, N. A., & Agormor, S. (2021). Preservice teachers' misconceptions in solving probabilistic problems. *Pedagogical Research*, 7(1), 1-16. <https://doi.org/10.29333/pr/11441>
- Işık, C. (2008). İlköğretim ikinci kademesinde matematik öğretmenlerinin matematik ders kitabı kullanımını etkileyen etmenler ve beklentileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 16(1), 163-176.
- Kabael, T., Ata Baran, A., Kızıltoprak, F., Deniz, Ö., Ev Çimen, E., ve Güler, H. K. (2018). *Matematik Okuryazarlığı ve PISA* (T. Kabael, Ed.; 1. baskı). Anı Yayıncılık.
- Kaplar, M., Lužanin, Z., & Verbić, S. (2021). Evidence of probability misconception in engineering students—why even an inaccurate explanation is better than no explanation. *International Journal of STEM Education*, 8(1), 1-15. <https://doi.org/10.1186/s40594-021-00279-y>
- Karataş, Z. (2019). *11. ve 12. sınıf temel düzey ders kitaplarındaki örnek ve soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi.

- Kazak, S. (2015). Öğrencilerin Olasılık Konularındaki Kavram Yanılgıları ve Öğrenme Zorlukları. İçinde M. F. Özmentar, E. Bingölbalı, ve H. Akkoç (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (4. baskı). Pegem Akademi.
- Kılpatrick, J. (2002). Understanding mathematical literacy: The contribution of research. *Educational Studies in Mathematics*, 101-116.
- Lee, J. E. (2012). Prospective elementary teachers' perceptions of real-life connections reflected in posing and evaluating story problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(6), 429-452. <https://doi.org/10.1007/s10857-012-9220-5>
- Memnun, D. S. (2008). Olasılık kavramlarının öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar, bu kavramların öğrenilememe nedenleri ve çözüm önerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 89-101.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis an expanded source book*. Sage Publications.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2011). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (9,10,11 ve 12. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (9,10,11 ve 12. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (9,10,11 ve 12. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2019). *PISA 2018 ulusal ön raporu*. https://www.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2019_12/03105347_PISA_2018_Turkiye_On_Raporu.pdf
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2022). *Uluslararası öğrenci değerlendirme programı*. https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2022_01/26105818_PISA_2022_TanYtYm_KitapcYYY.pdf
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2023). *2022 PISA Türkiye raporu*. https://pisa.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2024_01/26152640_pisa2022_rapor.pdf

- Milli Eğitim Bakanlığı. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*.
<https://tymm.meb.gov.tr/upload/program/2024programmath9101112Onayli.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standarts for school mathematics*.
- OECD. (2019). PISA 2018 Assessment and Analytical Framework. İçinde *OECD Publishing*.
<https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- OECD. (2022). *PISA 2022 Mathematics Test Questions*. [oecd.org/pisa/test/pisa-2022-mathematics-test-questions.htm](https://www.oecd.org/pisa/test/pisa-2022-mathematics-test-questions.htm)
- OECD. (2023a). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework (PISA)*. OECD.
<https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>
- OECD. (2023b). *PISA 2022 Results (Volume I) (PISA)*. OECD.
<https://doi.org/10.1787/53f23881-en>
- Özbal, M. (2022). *Liselere Geçiş Sistemi (LGS) matematik soruları ile PISA matematik sorularının karşılaştırmalı incelenmesi* [Yüksek lisans tezi]. Gaziantep Üniversitesi.
- Özgen, B. (1993). Türkiye’de ders kitapları sorunu ve çözüm yolları. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 87(1), 17-22.
- Özmuş, M., ve Kaya, A. (2020). Türkiye’nin PISA 2009 ve 2012 sonuçlarına ilişkin karşılaştırmalı bir analiz. *Journal of European Edication*, 4(1), 23-40.
- Öztürk, N. (2020). *Liselere geçiş sistemi kapsamında gerçekleştirilen merkezi sınav matematik sorularının PISA matematik okuryazarlığı yeterlik düzeyleri açısından sınıflandırılması* [Yüksek lisans tezi]. Sakarya Üniversitesi.
- Pugalee, D. K. (1999). Constructing a model of mathematical literacy. *JSTOR*, 73(1), 19-22.
- Sarıkaya, B. K. (2022). *Ortaokul matematik uygulamaları ders kitaplarının PISA yeterlik düzeyleri açısından incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.

- Seis, A. (2011). *6-8. sınıf matematik ders kitaplarının PISA 2003 belirsizlik ölçeğine göre incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Seymen, E., Gazioğlu, G., Yıldırım, S., ve Meral, Y. (2023). *Ortaöğretim Matematik II Ders Kitabı*. Milli Eğitim Yayınları.
- Şaban, İ. H. (2019). *Matematik ders kitapları cebir öğrenme alanındaki soruların PISA matematik yeterlik düzeylerine göre incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- Şafak, C. (2016). *8. sınıf öğrencilerinin olasılık konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi.
- Şahin, N. (2022). *Ortaokul matematik kitaplarındaki geometri sorularının PISA matematik yeterliliklerine göre incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Giresun Üniversitesi.
- Tarku, H. (2022). *9. sınıf matematik ders kitaplarındaki soruların PISA matematik okuryazarlığı çerçevesinde incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Çukurova Üniversitesi.
- Taufik, A. R., Pagiling, S. L., & Dadi, O. (2019). The process of formulating in mathematical literacy in solving PISA-like problems viewed from cognitive style. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 343(1). <https://doi.org/10.1088/1755-1315/343/1/012217>
- Topuz, Z. B. (2022). *Ortaokul matematik ders kitaplarında geometrik cisimler görevlerinin PISA 2018 matematik okuryazarlığı çerçevesinde analizi* [Yüksek Lisans Tezi]. Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- Yaldız, A. (2022). *Türkiye’de istatistik ve olasılık öğrenme alanına ilişkin hazırlanan lisansüstü tezlerin incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi.
- Yaman, N. (2015). *Öğrencilerin olasılık konularındaki kavram yanlışları, öğrenme zorlukları ve çözüm önerileri*. <https://prezi.com/s0dfc-fxhpkq/ogrencilerin-olasilik-konularindaki-kavram-yanilgilari-ogre/>
- Yang, D. C., Tseng, Y. K., & Wang, T. L. (2017). A comparison of geometry problems in middle-grade mathematics textbooks from Taiwan, Singapore, Finland, and the United

States. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(7), 2841-2857. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00721a>

Yaprakgöl, S. (2019). *Ortaöğretime geçiş sınavları (TEOG, LGS) ile PISA, TIMSS sınavları matematik sorularının matematiksel ve matematik eğitimi değerleri açısından incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi.

Yetim, S. (2019). Ortaokul öğrencilerinin olasılıkla ilgili hata ve kavram yanılgıları. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(1), 54-81. <https://doi.org/10.14686/buefad.427971>

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (12.baskı). Seçkin Yayıncılık.

Yusupova, N., & Skudareva, G. N. (2020). Quality accordingly PISA: from math teachers' continuing education to students' mathematical literacy. *VI International Forum on Teacher Education*, 1, 2817-2831. <https://doi.org/10.3897/ap.2.e2817>