

ANKARA ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ  
ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI

MESLEK LİSESİ ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK  
CİSİMLERİN İKİ BOYUTLU TEMSİLLERİNİ  
YORUMLAMA VE OLUŞTURMA SÜREÇLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MELDA ÇAVUŞOĞLU

ANKARA  
MAYIS, 2024



ANKARA ÜNİVERSİTESİ  
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ  
ANABİLİM DALI  
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI

MESLEK LİSESİ ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK  
CİSİMLERİN İKİ BOYUTLU TEMSİLLERİNİ  
YORUMLAMA VE OLUŞTURMA SÜREÇLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MELDA ÇAVUŞOĞLU

DANIŞMAN: DR. ÖĞRETİM ÜYESİ ZEYNEP AKKURT DENİZLİ

ANKARA  
MAYIS, 2024

Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Melda ÇAVUŞOĞLU adlı öğrencinin hazırladığı “Meslek Lisesi Öğrencilerinin Geometrik Cisimlerin İki Boyutlu Temsillerini Yorumlama ve Oluşturma Süreçleri” başlıklı bu çalışma Matematik ve Fen Bilimleri Anabilim Dalı / Matematik Eğitimi Programı’nda jüri üyelerince oy birliği / oy çokluğu ile **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan	Prof. Dr. Sinan OLKUN	.....
Üye	Dr. Öğr. Üyesi Zeynep AKKURT DENİZLİ	.....
Üye	Doç. Dr. Elçin Emre AKDOĞAN	.....

ONAY

Bu tez Ankara Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Öğretim Yönetmeliği’nin ilgili maddeleri uyarınca, jüri üyeleri tarafından 28/05/2024 tarihinde, Enstitü Yönetim Kurulu tarafından ise .../.../20... tarihinde kabul edilmiştir.

.....  
Prof. Dr. Mehmet İkbal YETİŞİR  
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

## **ETİK İLKELERE UYGUNLUK BİLDİRİMİ**

Tez içindeki bütün bilgileri akademik yazım kurallarına uygun biçimde raporlaştırdığımı ve bunları etik ilkelere (atıfta bulunulan tüm yapıtlara kaynaklarda yer verilmesi, tezde kullanılan bilgi ve belgelere resmi yollarla ulaşılması ve bunların aslı bozulmadan kullanılması vb.) uygun olarak elde ettiğimi ve sunduğumu bildiririm.

Melda ÇAVUŞOĞLU

## ÖZET

### MESLEK LİSESİ ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK CİSİMLERİN İKİ BOYUTLU TEMSİLLERİNİ YORUMLAMA VE OLUŞTURMA SÜREÇLERİ

ÇAVUŞOĞLU, Melda

Yüksek Lisans Tezi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Dr. Öğretim Üyesi Zeynep AKKURT DENİZLİ

Mayıs, 2024, 146

Bu çalışmada, meslek lisesi öğrencilerinin geometrik cisimleri, iki boyutlu temsilleri ile anlama süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Nitel araştırma yönteminin kullanıldığı çalışmada yarı yapılandırılmış görüşmeler ile öğrencilerin geometrik cisimlere ait kâğıt üzerindeki çizim temsillerini yorumlama ve oluşturma süreçleri detaylı bir şekilde incelenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla üç akademisyen, iki matematik öğretmeni ve bir makina tasarım ve teknoloji öğretmeninin uzman görüşü alınarak bir görüşme formu hazırlanmıştır. Bu form bir büyükşehirde bir meslek lisesinin makina tasarım ve teknolojisi alanındaki 11. sınıf düzeyinde dokuz öğrenciye uygulanmış ve yapılan bire bir görüşmeler video kaydına alınmıştır. Verilerin içerik analizi sonucunda elde edilen kodlara dayalı olarak sırasıyla kategoriler ve temalar oluşturulmuştur. Çalışmada görsel düşünme, çizimi geometrik cismin özellikleri ile ilişkilendirme ve geometrik nesne ile adını ilişkilendirme temalarına ulaşılmıştır. Bu temalardan görsel düşünme temasının altında; yaşam örnekleri ile ilişkilendirme, kritik olmayan özelliklerle ilişkilendirme ve çizim ile cismin boyutunu ilişkilendirme kategorileri yer almaktadır. Çizimi, geometrik cismin özellikleri ile ilişkilendirme temasının altında çizimi geometrik cismin tek özelliği ile ilişkilendirme, geometrik cisim prototipin özellikleri ile ilişkilendirme, sınıflama yoluyla ilişkilendirme, parçalar arası ilişkilendirme, temilde görünen ile görünmeyeni ilişkilendirme kategorileri yer almaktadır. Geometrik nesne ile adını ilişkilendirme teması altında; temsil edilen geometrik cisim ile adını ilişkilendirme ve geometrik cismin temsil edilen bir parçası ile o parçanın adını ilişkilendirme kategorileri yer almaktadır.

Çalışmanın sonucunda öğrencilerin bazı durumlarda geometrik cismin yalnızca kritik olmayan özelliklerini dikkate aldıkları, bazı durumlarda ise geometrik cismin kritik özellikleri ön planda tuttıkları bazı durumlarda ise geometrik cismin bir veya birkaç kritik özelliği ile temsilindeki görsel özellikleri birlikte ele alarak yorumlama ve oluşturma yaptıkları gözlemlenmiştir. Geometrik cismin kritik özelliklerinin dışında temsilindeki görsel özelliklerine odaklanan öğrencilerin yorumlama ve oluşturma yaparken prototiple sınırlı düşündükleri, hatalı genellemelerle sınıflama yaptıkları ve parça bütün ilişkisini geliştiremedikleri belirlenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin geometrik cisim ile kendisinin veya bazı parçaları ile onların adı arasında ilişkilendirmede zorlandıkları ve yaşadıkları bu zorluğun diğer becerileri de olumsuz etkilediği gözlemlenmiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Geometrik cisimler, iki boyutlu temsiller, oluşturma ve yorumlama, meslek lisesi öğrencileri.

## **ABSTRACT**

# **VOCATIONAL HIGH SCHOOL STUDENTS' INTERPRETATION AND CONSTRUCTION PROCESSES OF TWO-DIMENSIONAL REPRESENTATIONS OF THREE-DIMENSIONAL GEOMETRIC OBJECTS**

CAVUSOGLU, Melda

Master's Degree, Department of Mathematics and Science Education

Supervisor: Asst. Prof. Zeynep AKKURT DENİZLİ

May, 2024, 146 Pages

This study aims to examine the understanding processes of vocational high school students regarding three-dimensional geometric objects and their two-dimensional representations. Using a qualitative research method, semi-structured interviews were conducted to explore students' decoding and coding processes related to paper-based drawings of geometric objects. For this purpose, an interview form was prepared based on the expert opinions of three academics, two mathematics teachers, and one machine design and technology teacher. This form was administered to nine students in the 11th grade of a vocational high school in a metropolitan area, and one-on-one interviews were recorded on video. Based on the content analysis of the data, categories, and themes were identified. The study revealed themes related to visual thinking, linking drawings to the properties of three-dimensional geometric objects, and associating three-dimensional geometric objects with their names. Under the theme of visual thinking, subcategories included relating to real-life examples, non-critical features, and associating drawings with the dimensions of the object. Within the theme of linking drawings to the properties of geometric objects, subcategories included associating drawings with a single feature of the geometric object, linking it to the prototype's features, classifying it, relating parts, and connecting visible and invisible aspects in representation. The theme of associating three-dimensional geometric objects with their names included subcategories such as linking the represented geometric object with its name and associating a part of the geometric object with the name of that part.

The study found that students sometimes focused only on non-critical features of three-dimensional geometric objects, while other times they emphasized critical features.

Some students combined critical features with visual aspects in their interpretation and creation of geometric representations. Students who focused on visual features tended to think narrowly in terms of prototypes, make erroneous generalizations, and struggle with the whole-part relationship. During this process, students faced challenges in associating the three-dimensional geometric object with its own name or the names of specific parts, and this difficulty negatively impacted other skills as well.

**Key Words:** Three-dimensional geometric objects, two-dimensional representations, coding and decoding, vocational high school students.



## ÖNSÖZ

Geometri anlamlandırılması ve akıl yürütülmesi en zor alanlardan biridir. Bu duruma sebep olan etkenlerin başında ise kavram öğrenimi gelmektedir. Bu zorluğu da diğer tüm alanlarda olduğu gibi müthiş bir ön görüş ile tespit edip cephede verdiği savaşı cehalete karşı eğitim alanında da devam ettirmek için yazdığı “Geometri” kitabı ve bu kitapla alana kazandırdığı anlaşılır kavramlar, bilime ve gelişime verdiği önemde kadınları her zaman desteklediği ve yolumuzu açtığı için ulu önder Mustafa Kemal ATATÜRK’e minnet ve saygılarımı sunarım.

Tezin her aşamasında değerli görüş ve önerileriyle beni aydınlatan, her çıkmaza girdiğimde sabırla ve titizlikle bana yol gösteren ve beni yüreklendiren, bu tezi bitirme sürecinde üzerimde en çok emeği olan çok değerli danışmanım, kıymetli hocam Dr. Öğretim Üyesi Zeynep AKKURT DENİZLİ’ye teşekkürlerimi sunarım. Yüksek lisans eğitimimde kendisinden ders alma şansı bulduğum, enerjisini, bilgisini ve duruşunu hayranlıkla izlediğim, tezin en çıkmaz döneminde beni doğru şekilde yönlendiren değerli hocam Prof. Dr. Seniye Renan SEZER’e teşekkürü borç bilirim. Tez jürimde yer alan, yapıcı eleştirileri, pozitif tutumları ve değerli görüşleriyle tezime katkıda bulunan değerli hocalarım Prof. Dr. Sinan OLKUN ve Doç. Dr. Elçin Emre AKDOĞAN’a çok teşekkür ederim.

Tez çalışmamın yürütüldüğü meslek lisesinde görüşmelerimin rahatlıkla yapılmasına destek olan okul idaresine ve Deniz Hanım’a, fikirleri ile çalışmama destek olan öğretmen arkadaşlarıma, çalışmaya katılan öğrenci ve öğrenci velilerime teşekkür ederim.

Bu süreçte zorlandığım anlarda beni cesaretlendiren, destekleyen ve beni ben yapan aileme, hayatımı güzelleştiren arkadaşlarıma, yüksek lisansın hem ders hem de tez döneminde ne zaman ihtiyacım olsa bana destek olan kardeşim Ezgi’ye sonsuz teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

	<b>Sayfa</b>
ETİK İLKELERE UYGUNLUK BİLDİRİMİ.....	iii
ÖZET .....	iv
ABSTRACT .....	vi
ÖNSÖZ.....	viii
İÇİNDEKİLER.....	ix
TABLolar DİZİNİ.....	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	xii
GÖRSELLER DİZİNİ.....	xiii
KISALTMALAR .....	xvi
BÖLÜM 1.....	1
GİRİŞ.....	1
Kavram Tanımı-Kavram İmajı ve Şekilsel Kavram.....	2
Geometrik Cisimlerin Temsilleri .....	4
Geometrik Cisimlerin Düzlem Temsilini Yorumlama .....	11
Geometrik Cisimlerin Düzlem Temsilini Oluşturma .....	12
Uzay Geometride Temsil Yorumlama ve Oluşturma Becerisinin Matematik Öğretimindeki Yeri .....	13
İlgili Çalışmalar .....	16
Amaç .....	20
Önem.....	20
Sayıtlar.....	23
Sınırlılıklar .....	23
Tanımlar.....	23
BÖLÜM 2.....	24
YÖNTEM.....	24
Araştırmanın Modeli.....	24
Çalışma Grubu .....	24
Verilerin Toplanması .....	26
Görüşme Formu.....	26
İşlem .....	29
Verilerin Çözümlemesi .....	29
Geçerlik ve Güvenirlik .....	30
BÖLÜM 3.....	32
BULGULAR VE YORUMLAR .....	32
Görsel Düşünme .....	34
Yaşam Örnekleri ile İlişkilendirme .....	34
Kritik Olmayan Özelliklerle İlişkilendirme.....	38
Çizim ile Geometrik Cismin Boyutunu İlişkilendirme.....	44
Çizimi, Geometrik Cismin Özellikleri ile İlişkilendirme .....	46

Çizimi, Geometrik Cismin Tek Özelliği ile İlişkilendirme .....	47
Geometrik Cismi Prototipin Özellikleri ile İlişkilendirme .....	51
Sınıflama Yoluyla İlişkilendirme .....	54
Parçalar Arası İlişkilendirme .....	59
Temsilde Görünen ile Görünmeyeni İlişkilendirme .....	75
Geometrik Nesne ile Adını İlişkilendirme .....	80
Temsil Edilen Geometrik Cisim ile Adını İlişkilendirme .....	80
Geometrik Cismin Temsil Edilen Bir Parçası ile O Parçanın Adını İlişkilendirme .....	85
<b>BÖLÜM 4</b> .....	87
<b>SONUÇLAR VE ÖNERİLER</b> .....	87
Sonuçlar .....	87
Öneriler .....	96
<b>KAYNAKLAR</b> .....	98
<b>EKLER</b> .....	103
EK 1. Görüşme Formu .....	104
EK 2. Etik Kurul Onayı .....	124
EK 3. Millî Eğitim Bakanlığı Araştırma İzni .....	125
EK 4. Aydınlatılmış Onam Formu .....	126
<b>BENZERLİK BİLDİRİMİ</b> .....	127
<b>ÖZGEÇMİŞ</b> .....	128

## TABLolar DİZİNİ

<b>Tablo</b>	<b>Sayfa</b>
Tablo 1 Geometrik Cisimlere İlişkin Konuların Lise Düzeyindeki Dağılımı .....	15
Tablo 2 Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Matematik ve Mesleki Alan Derslerindeki Akademik Başarı Düzeyleri, Araştırmada Kullanılan Kod Adları ve Cinsiyet Bilgileri .....	26
Tablo 3 Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerdeki Görev Türleri ve İlgili Soru Örnekleri.....	27



## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1. Bir Ders Kitabında Yer Alan Dik Prizma Çizimi.....	5
Şekil 2. Kare Piramit, Koni ve Kare Prizmaya Ait Perspektif Çizimler.....	8
Şekil 3. Teknik Resim Kitabından Alınan Ortogonal Çizim Örneği.....	9
Şekil 4. Ders Kitabından Alınan Küre Yaklaşık Açınımı ile Silindir, Dikdörtgen Piramit ve Beşgen Prizma Açınımı .....	10
Şekil 5. Çalışmada Ulaşılan Tema, Kategori ve Alt Kategoriler.....	33



## GÖRSELLER DİZİNİ

Görsel	Sayfa
Görsel 1. Birinci Soruda Yer Alan Şekil 3, Şekil 4, Şekil 6 ve Şekil 12 .....	35
Görsel 2. Öğrencilerin Silindir ve Koni için Yorumladıkları Temsiller (1. Soru, Şekil 14, 15, 16, 17, 20, 22).....	37
Görsel 3. Yusuf'un Peçete Kutusuna Benzettiği Açınım Çizimi (5. Soru, Şekil 7).....	38
Görsel 4. Birinci Soruda Yer Alan Silindir Temsilleri.....	39
Görsel 5. Birinci Soru, Şekil 1, Şekil 2 ve Şekil 3 .....	40
Görsel 6. Dördüncü Soruda Yer Alan Dikdörtgen Prizmaya Ait Açınım Temsili.....	40
Görsel 7. Altıncı Soruda Mehmet'in Yorumladığı Ortogonal Görünümler .....	41
Görsel 8. Ayşe'nin Yorumladığı Üçgen Prizma Temsilleri ve Neşe'nin Yorumladığı Dikdörtgen Prizma Temsilleri.....	42
Görsel 9. Yedinci Sorudaki İki Koni Temsili ve Neşe'nin Bu Koniler İçin Oluşturduğu Açınımlar .....	43
Görsel 10. Ayşe'nin 11. Soru için Üçgen Prizma ve Silindir Çizimleri .....	44
Görsel 11. Mehmet, Neşe ve Zehra'nın İki Boyutlu Olarak Yorumladığı Çizimler .....	44
Görsel 12. Birinci Soruda Ayşe'nin 2B-3B Karmaşası Yaşadığı Şekiller.....	45
Görsel 13. Dördüncü Sorudaki 10. ve 14. Şekiller .....	46
Görsel 14. Zehra'nın Silindire Ait Perspektif Çizimi.....	46
Görsel 15. Öğrencilerin 1. Sorudaki Üçgen Prizma Seçimleri .....	48
Görsel 16. Birinci Sorudaki İki Dikdörtgen Prizma Temsili ile Şekil 21 .....	49
Görsel 17. Birinci Soruda Sezen'in Koni Seçimleri .....	49
Görsel 18. Dördüncü Soruda Kemal'in üçgen piramit seçimleri ile Sezen'in Dikdörtgen Piramit seçimleri .....	50
Görsel 19. Dördüncü Sorudaki Şekil 15, Şekil 17 ve Şekil 18.....	51
Görsel 20. 3. Soruda Küp için Verilen Açınım Çizimleri.....	52
Görsel 21. Beşinci Soruda Küp Açınımı.....	53
Görsel 22. Öğrencilere Gösterilen Üçgen Prizma Temsili ve Öğrencilerin Açınım Çizimleri.....	53
Görsel 23. Birinci Soruda Hiyerarşik Sınıflama İlişkisi Kurulan Dikdörtgen Piramit ve Koni Temsilleri .....	55
Görsel 24. Birinci Soruda Yer Alan Küp Temsili.....	57

Görsel 25. İkinci Soruda Ayşe'nin Birlikte Yorumladığı Beşgen Piramit, Üçgen Prizma ve Kare Prizma Temsilleri .....	58
Görsel 26. Öğrencilerin 7. Soruda Parça Şekillerine Dikkat Etmeden Çizdiği Açınımlar.....	60
Görsel 27. Yedinci Soruda Perspektif Çizimle Verilen Koni ve Silindir Temsilleri ve Bu Geometrik Cisimler için Ayşe'nin Açınım Çizimleri.....	61
Görsel 28. Melek'in Kare Prizma için Ortogonal Görünüm Çizimi.....	62
Görsel 29. Öğrencilerin 4. Soruda Silindir için Değerlendirdiği Şekil 15, 17 ve 18 (soldan sırasıyla).....	63
Görsel 30. Neşe'nin Verilen Şekilleri Zihnindeki Silindir Açınımına Göre Düzenlemesi .....	63
Görsel 31. Öğrencilerin Üçgen Piramit İçin Değerlendirdiği Şekil 1 ve Şekil 6.....	64
Görsel 32. Mehmet, Kemal ve Sezen'in 7. Soruda Açınım Çizimleri.....	66
Görsel 33. Kemal ve Sezen'in 9. Soruda Silindir ve Kare Piramide Ait Açınım Temsilleri.....	67
Görsel 34. Melek'in 7. Soruda Üçgen Prizma İçin İlk ve Sonraki Çizimleri .....	68
Görsel 35. Sezen ve Neşe'nin 7. Soruda Üçgen Prizma İçin Açınım Çizimleri.....	68
Görsel 36. Mehmet ve Sezen'in 8. Soruda Silindir Tamamlama Sorusuna Cevabı .....	69
Görsel 37. Beşinci Soruda Küp İçin Fazla Yüz Sayısına Sahip Olan Şekil 5.....	70
Görsel 38. Beşinci Soruda Üçgen Prizma İçin Fazla Yüz Sayısına Sahip Şekiller .....	71
Görsel 39. Beşinci Soruda Yamuk Prizma İçin Fazla Yüz Sayısına Sahip Şekil 3 .....	71
Görsel 40. Öğrencilerin Dikdörtgen Prizma İçin Değerlendirdiği Şekil 11 .....	72
Görsel 41. Sekizinci Sorudaki Sekizgen Prizma Açınımına Tamamlanması Beklenen Çizim .....	73
Görsel 42. Zehra'nın 7. Soruda Çizdiği Küp Açınımı.....	73
Görsel 43. Sezen ve Neşe'nin 7. Soruda Çizdiği Üçgen Prizma ve Üçgen Piramit Açınımları.....	74
Görsel 44. Öğrencilerin Üçgen Prizmada Ayrıtlar için Verdikleri Farklı Cevaplar.....	76
Görsel 45. Mehmet, Melek, Kemal, Yusuf ve Sezen'in 11. Soru için Üçgen Prizma Çizimleri.....	78
Görsel 46. Ayşe'nin 11. Soru için Beşgen Piramit Çizimi .....	79
Görsel 47. Öğrencilerin 14. Soruda Beşgen Piramit için Ortogonal Görünüm Çizimi .....	80
Görsel 48. Birinci Soruda Mehmet'in Silindir İçin Karşılaştırdığı Çizimler.....	81

Görsel 49. Mehmet'in Koni ve Silindir Çizimleri ve Koni Seçimi .....	82
Görsel 50. Mehmet'in 9. Soruda Silindir İçin Çizdiği Açınım Temsili.....	82
Görsel 51. Üçüncü Soruda Üçgen Prizma İçin Verilen Perspektif Çizim Temsili .....	83
Görsel 52. Ahmet'in Perspektif Çizimi Verilen Cisimlere Ait Açınım Çizimleri.....	84
Görsel 53. Zehra'nın 8. Soruda Dikdörtgen Prizma Açınımını Tamamlaması .....	84
Görsel 54. İkinci Soruda Verilen Silindir ve Koniye Ait Perspektif Çizimler .....	86



## KISALTMALAR

MEB	Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	The National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)
PISA	Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
TIMMS	Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)



# BÖLÜM 1

## GİRİŞ

Matematik ile uğraşmak bireye; öz disiplin oluşturma, problem çözme becerisi ve farklı bakış açıları geliştirme gibi katkılar sağlamaktadır. Bu süreçte birey günlük hayat durumları üzerine düşünüp fikir yürüterek ilerler. Matematiğin alt dallarına bakıldığında ise günlük hayat ve doğa ile en somut şekilde etkileşimde olan alanın geometri olduğu söylenebilir. Parzysz (1991), geometrinin, matematiğin içinde fiziksel uzayın modellenmiş bir hâli olduğunu belirtmiştir. Diğer matematik alanlarının aksine, ele alınan nesnelerin duyuşsal olarak doğrudan algılandığını, bileşenleri ile görüldüğünü ve bu bileşenlere dayandırılarak oluşturulduğunu vurgulamıştır. Geometri bu aşamada fiziksel gerçeklik ile kuramsal model arasında ilişki kurma işlemleri ile kendini gösterir.

Ubuz (1999), çocukların buldukları ortamı görmeleri ve anlamaları ile başlayan geometri öğreniminin mantıksal çıkarım ve matematiksel düşünmelerle desteklenen bir sistemde iyileştirilmiş ileri düzeyde geometriksel düşünme ile devam ettiğini belirtmiştir. Çocukların çevrelerinde gördükleri nesnelerin esasında soyut olan geometrik kavramlara ait temsiller olduğu göz önüne alındığında, onların ilk olarak geometrik kavramların üç boyutlu temsilleri ile tanıştıkları söylenebilir. Sonrasında ise okul öncesi ve okul döneminde bu kavramlara dair kâğıt-kalem ortamında (kitap, defter) ve sanal ortamları yansıtan ekranlarda düzlem temsilleri ile uğraşmaya başlarlar. Esasında soyut olan geometrik nesnelerin ister üç, ister iki boyutlu temsilleri ele alınsın; her iki durum da geometrik nesnenin sahip olduğu soyutluk ve ideallığı bozar, sınırlı ve kusurlu bir yapı ortaya koyar (aktaran Tapan-Broutin, 2014, s. 257). Diğer taraftan verilen bir temsili okumak ve yorumlamak da yansıtılan geometrik nesneyi düşünmek için temsilin soyutlanması işlemidir (Dreyfus,2002). Bu nedenle temsil etme ve soyutlama zıt yönlerde ama birbirini tamamlayan süreçlerdir. Dreyfus (2002), öğrenme sürecinde öğrencinin soyut kavramı temsil yardımıyla anlaması için sırasıyla şu süreçlerden geçtiğini ileri sürmüştür:

- Tek bir temsil kullanma,
- Aynı cisme ait birden fazla temsili paralel olarak kullanma,
- Paralel temsiller arasında bağlantı kurma,

- Temsilleri birleştirme ve aralarında geçiş yapma.

Belirtilen süreçler neticesinde öğrenci soyut kavrama ait bir problemle karşılaştığında somut temsillerinden birine geri döner ve bu temsilden faydalanır (Dreyfus, 2002). Öğrenci geometrik nesneye ait soyut kavram ile somut temsili arasında ne kadar iyi ve kontrollü geçiş yapılabiliyorsa öğrenmenin o kadar iyi gerçekleştiği düşünülebilir. Bu noktada, nesneye ilişkin soyut kavramın “kavram tanımı”ndan, temsilin ise “kavram imajı”ndan (görünüştünden) ayrı düşünülmemeyeceği açıktır. Bu aşamada; kavram tanımı, kavram imajı ve ikisini birlikte içeren “şekilsel kavram” tanımlarına yer verilmesi faydalı olacaktır.

### **Kavram Tanımı-Kavram İmajı ve Şekilsel Kavram**

Kavram ismi görüldüğünde veya duyulduğunda zihinde bir şeyler çağırır (Vinner, 1991); fakat ilk etapta zihinde oluşan bu şey genellikle kavramın tanımı değil; “kavram imajı”dır. Kavram imajı (concept image); tüm zihinsel görselleri, bununla ilişkili özellikleri, süreçleri içeren bilişsel yapıdır ve kavrama ait görsel temsil veya bir deneyim olabilir. Kavram tanımı (concept definition) ise bireye doğrudan verilen veya bireyin kendi oluşturduğu kavram imajına ilişkin kullanılan kelimeler formudur (Tall ve Vinner, 1981). Örneğin, küre kavramından bahsedildiğinde akla ilk olarak, Dünya, kar küresi, top ve buna benzer nesnelerin görselleri gelebilir ya da zihinde belirli bir rengi olan (örneğin siyah) bir küre veya kişisel deneyimlere dayalı “Dünya’nın dönüşü” gibi soyut kavramlar belirebilir. Bunlar küre kavramı için kavram imajı oluşturur. “Bir yüzey tarafından sınırlandırılan ve uzayda bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesi” (Beman ve Smith, 1899) fadesi ise küreyenin özellik ve bileşenlere dayandırılarak oluşturulmuştur ve bir kavram tanımı belirtir.

Tall ve Vinner (1981), kavram tanımı ile kavram imajının birbirlerinden etkilenebilmelerine rağmen ayrı tutulmaları gerektiğini düşünürken Fischbein (1993) ikisinin ayrılmaz olduğunu ileri sürerek “şekilsel kavram (figural concept)” ifadesini kullanmaktadır. “Şekilsel kavram”; şekil, konum, büyüklük gibi uzamsal özelliklerin yanı sıra; soyutluk, ideallik, genellik ve mükemmellik gibi kavramsal nitelikleri de yansıtan zihinsel bir imgenin oluşumudur. Fischbein’a göre bu zihinsel imge genellikle geometrik figürün maddeleşmiş temsidir. Küp, küre gibi gerçekte var olmayan zihinsel yapılar bile üç boyutlu olarak ele alınır ve somut veya soyut sembolik temsili ile kullanılır (Fischbein, 1993). Yukarıda kavram imajı ve kavram tanımı verilen küre düşünüldüğünde zihinde

küre figürü için soyut bir temsil oluşur. Fischbein'a göre bu figür zihinde temsile dönüştüğü an bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktalardan oluşan bir yüzey ve bu yüzeyle merkezdeki nokta arasında kalan yarı çap gibi özelliklerle birlikte düşünülür. Bu durumda küreye ait şekilsel kavram elde edilir ki bu şekilsel kavram, kavram tanımından gelen ideallik, soyutluk ve mükemmellikten uzaklaşmaz aksine bu niteliklere dayandırılarak oluşturmuştur ve onlardan bağımsız düşünülemez. Fischbein, şekilsel kavramın formal kavram tanımı ve imajına dayanarak oluşturulduğunu ifade ederken Fujita ve Jones (2007) bireyin kendi kavram imajına sahip olabileceğini ve şekillerin kişisel kavram tanımlamalarına kendi geometri öğrenme deneyimleri yoluyla ulaşabileceği böylece "kişisel şekilsel kavram"larının oluşturabileceğini öne sürmüştür. Buradan hareketle öğrencilerin kendi kişisel şekilsel kavramlarının, imgeleri ve şekilleri tanımlamaya/sınıflandırmaya çalışmalarında güçlü bir etkiye sahip olduğu belirtilmiştir. Aksi durumda öğrencilerin formal şekilsel kavramları ile kişisel şekilsel kavramları arasında boşluk (*gap*) olduğu söylenebilir (Fujita ve Jones, 2007).

Bir zihinsel imgenin kullanımı diyagramlara, kavramların temsilinin diğer görsel yollarına, hatta metinsel veya sembolik bilgilere dayanır (Gutierrez,1996). Zihinsel imge ile dış temsilin iyi bir etkileşimde olması ise görselleştirmeyi meydana getirir (Zimmermann ve Cunningham, 1991; akt. Gutierrez,1996). Bir figür düzlem geometrisine aitse iki boyutta çizilerek temsil edilebilir ama uzay geometrisine aitse iki veya üç boyutlu modellerle temsili mümkündür (Parzys,1988). Bu durumda üç boyutlu geometrik figürler için gerçek hayatta karşılaşılan nesnelere, üç boyutlu; düzlem üzerindeki gösterimler ise iki boyutlu temsillerdir. Üç boyuttan iki boyuta geçiş daha yoğun zihinsel eylem gerektirdiği için iki boyutlu temsiller üzerinde çalışırken öğrencilerin daha fazla güçlük yaşadıkları bilinmektedir (Gutierrez,1996). Cooper ve Sweller (1989) öğrencilerin nesne ile iki boyutlu düzlemsel temsili arasında geçiş yaparken hangi temsil modlarını daha kolay yorumladıklarını gösteren bir çalışma ortaya koymuştur. Bu çalışmada ilk olarak gerçek hayat temsillerini, ortogonal ve koordinat düzleminde çizilen temsillerine göre daha başarılı yorumladıkları sonucunu elde etmişlerdir. Gerçek hayat temsilleri içerisinde yer alan prototip çizim, perspektif çizimler ve sözel tanımlama arasında öğrencilerin perspektif çizim temsilini sözel tanım temsillerine göre daha kolay yorumladıklarını ortaya koymuşlardır. Bu durumda, daha kolay anlayabildikleri temsillere yönelen öğrencilerin kullandıkları temsiller de farklılık göstermektedir (Cooper ve Sweller, 1989).

Bu çalışmada, öğrencilerin geometrik cisimleri iki boyutlu temsilleriyle anlama biçimlerinin incelenmesi amaçlandığı için bundan sonraki kısımlarda; “Geometrik cisimler” ifadesi ile geometrik nesnenin kendisi, “İki boyutlu temsiller” ile nesnenin iki boyutlu düzlemsel temsili kastedilmiştir.

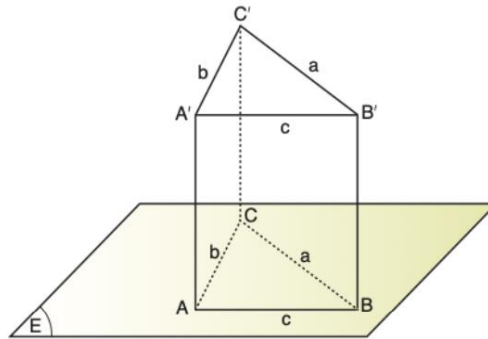
### **Geometrik Cisimlerin Temsilleri**

Geometrik düşünmede nesne; akıl yürütme sürecinde üzerinde işlem yapılan şeydir. Bir nesneyi veya bir kavramı göstermek içinse temsil kullanılır (Goldin ve Kaput,1996, Akt. Battista, 2005). Matematikte geometrik cisimlere doğrudan erişim yoktur ama temsillerine vardır. Biz bir modeli fotoğrafıyla veya çizilmiş görüntüsüyle karşılaştırabiliyorken, matematiksel bir nesneyi temsilleriyle karşılaştırırız. Bu karşılaştırma bilgiyi analiz etmek için epistemolojik kalıplara bağlı kalır ve matematik ve matematik öğretimi ile ilgili olamaz (Duval, 1999).

Öğrenciler, geometrik cisimler ve iki boyutlu temsilleri arasında geçiş yaparken arada ilişki kurmakta çoğunlukla zorlanmaktadırlar. Gerçekte üç boyutlu olan cisimlerin temsil edilmesinde kullanılan düzlemsel figürlerin iki boyutlu olması, temsilin, cismin gerçek yapısından daha da uzaklaşmasına ve dolayısıyla bazı sınırlılıklar taşımaya sebep olmaktadır. Ayrıca, iki boyutla sınırlandırılan düzlem temsillerinin yalnızca görüldüğü gibi olmaması, içinde bulunduğumuz uzayda konum ve pozisyonumuza göre farklı şekilde yorumlanabilmesi de düzlem temsillerinin yorumlanmasında öğrencilerde kafa karıştırıcı durumlar ortaya çıkarabilmektedir (Mesquita, 1998).

“Geometrik uzay”ı geometrik nesnelerin evreni olarak, “temsili uzay”ı (*representative space*) ise algı ve temsillerin evreni olarak ele alan Poincare (1902; Akt. Mesquita, 1998); iki uzayın da sürekli ve sonsuz olmasına rağmen bazı noktalarda ayrıştığını savunmaktadır. Mesquita (1998) da doğada bu iki uzayın birbirinden farklı olduğunu ve dolayısıyla farklı özelliklere sahip olduklarını öne sürmektedir. Geometrik uzay; farklı boyutlara sahip, homojen (Tüm noktalar aynı öneme sahiptir.) ve izotropik (Özellikler yönler bağımlı değildir.) iken kâğıt üzerinde oluşturulan temsil uzayı; yalnızca iki boyutlu, homojen olmayan ve anizotropik (Özel statüye sahip noktalar ve yönler vardır.) özelliklere sahiptir (Poincare, 1902; Akt. Mesquita, 1998). Örneğin; üçgenlerin üç kenar yerine, biri tabanda ve ikisi eğik olan üç kenara, küplerin ise altı yüz yerine iki taban ve dört yan yüze sahip olduğunu düşünmek ve düzlem temsillerinde bu şekilde sunmak anizotropik olma durumu için örnek olarak verilebilir (Mesquita, 1991; Akt. Mesquita,1998).

Düzlem uzayında kullanılan temsiller, geometrik uzaydaki cisimlerin özelliklerini taşıyıcı ve sınırlı bir şekilde de olsa cismin yapısından gelen bilgiyi yansıtır. Mesquita'ya (1998) göre temsil; her ne kadar üzerinde çalışılan ve sınırları olan somut bir çizim olsa da aslında ideal dünyada var olan, soyut geometrik bir kavramı ifade etmektedir. Bu noktada, matematikçiler temsilin, cismin özelliklerini yansıttığını ve cisme ait bilgilerin kodlanarak oluşturulduğunu bilir. Bu bağlamda hem temsili oluşturmada hem de yorumlamada geometrik uzaydan gelen özelliklerin bilincinde olarak çalışırlar. Öğrenciler ise bu iki uzayı ayırtmakta ve cisim ile düzlem temsili arasında kurulması gereken bağlantıyı kurmakta güçlük çekerler (Mesquita, 1998). Bu durum öğrencilerin temsil oluştururken bazı özellikleri göz ardı etmesine veya temsili yanlış yorumlamalarına sebep olmaktadır. Düzlem temsillerini bir görsel aracı olarak ele alan Emre-Akdoğan (2015) öğretmenlerin sınıf içinde sözcük kullanımına ve söylemsel şeffaflığa önem vermesi gerektiğini vurgulamış aksi takdirde oluşabilecek iletişim hatalarının öğrenme gelişimini olumsuz etkileyeceğini belirtmiştir (Emre-Akdoğan, 2015). Üstelik geometrik cisimlere ait özelliklerin söylemsel ifadelerle aktarımında farklı düzlem temsillerinin kullanılması öğrenmeyi daha anlamlı ve etkin hâle getirme potansiyeli taşıyıcı (Stylianou, 2003). Örneğin, bir prizmanın transparan perspektif çiziminde alt veya üst tabana ait ayrıtlardan biri prizmanın dik ayrıtlarından birini kesiyor gibi görünebilir ve öğrenci temsili bu şekilde yorumlayabilir. Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018) tarafından kullanılan 10. sınıf ders kitabından alınan Şekil 1'deki dik prizma çiziminde CC' ayrıtı A'B' ayrıtını kesiyormuş gibi görünmektedir. Öğrencilerin yapabileceği böyle bir yorum, öğrenme ortamında cisme ait özelliklerin sözlü olarak desteklenmemesinden kaynaklı iletişimsizliğin ve nihayetinde özellikleri içselleştirememenin bir sonucu olarak ortaya çıkar.



Şekil 1. Bir Ders Kitabında Yer Alan Dik Prizma Çizimi

Kaynak. MEB, 2018, s.283.

Cf. Hayward ve Sparkes'ın "bir metin ile tanımlanmış geometrik nesne" ifadesi yerine "figür" kavramını kullanan Parzysz (1988), iki tip temsil olacağını savunmaktadır. Bunlardan biri figür ile temsil arasında boyut farkı olmadığına elde edilen yakın temsil; diğeri ise figür ile temsilin farklı boyutlara sahip olduğu uzak temsildir (Parzysz, 1988). Uzak temsil oluşturulurken yakın temsile göre daha çok bilgi kaybı olduğunu ifade eden Parzysz; bazı durumlarda boyut farklılığı olsun ya da olmasın başka unsurların da oldukça kafa karıştırıcı bir durum ortaya koyduğunu belirtmiştir (Parzysz, 1988). Bunlardan ilk akla geleni sonsuzluk kavramıdır. Örneğin; bir doğrunun sonsuzluğu bir çizginin iki ucuna koyulan oklarla temsil edilmeye çalışılmaktadır. Benzer şekilde düzlem temsil edilirken paralelkenardan faydalanılmakta, perspektif bir çizimle yine sonsuzluk algısı oluşturulmaya çalışılmaktadır (Parzysz, 1988). Düzlem temsili oluşturulurken bilgi kaybı olmasının yanı sıra sonsuzluğun ifade edilmesindeki sınırlılık sebebiyle de Parzysz, temsilin yanında figürü betimleyen metnin de olması gerektiğini savunmaktadır. Böylece sunulan temsilin düzlemsel bir şekle mi; tanımsız bir nesneye mi, yoksa bir geometrik cisme mi ait olduğunu ve figürün doğasına dair vurgulanmak istenen özelliği belirtmek için aydınlatıcı bir rehber olacağını öne sürmektedir (Parzysz, 1988).

İki boyutlu temsiller uzayı; nesnelere temsil etmek için görsel benzetim yapmak adına oluşturulan görsellerden ziyade "geliştirilmiş çizimler" olarak düşünülebilir (Parzysz, 1991). Stylianou (2011) da benzer şekilde temsil oluşturmanın sadece görünenin kopya edilmesi demek olmadığını, belli bir amaç için bir temsil sisteminin temüllerini düşünmenin ve bu temüllere adapte olabilmenin önemini vurgulamıştır. Uzman matematikçilerin ve ortaokul öğrencilerinin standart olmayan problemleri çözmeye temsili nasıl kullandıklarını ve temsilin işlevini incelediği çalışmada; matematikçilerin bilgileri adım adım yansıttıkları, böylece her bilgiyi akıllarında tutmanın getireceği bilişsel yükü azalttıkları görülmüştür. Sonrasında uzmanların çözüme başladıklarında temsili önce detaylandırdıkları, sonra yeni ön görüşler yardımıyla indirgedikleri ve en son soyutlama yaparak yeni temsillere geçtikleri belirtilmiştir (Stylianou, 2011). Ortaokul öğrencilerinin de aynı kategoriler içerisinde değerlendirildiğinde benzer süreçlerden geçtiği görülmüştür. Bununla birlikte bazı öğrencilerin temsili oluştururken problemde yer almayan ya da önemsiz olan detayları da çizdikleri ve kritik olmayan özelliklere yönelerek güçlü bağlanma gerçekleştirdikleri görülmüştür. Yani; problemin altında yatan matematiksel yapıdan uzaklaştıkları, bilgiyi aktarmada ve yeni temsile geçmede olumsuzluklar yaşadıkları gözlemlenmiştir

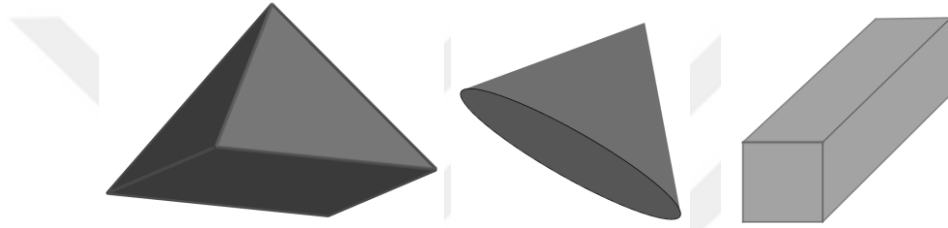
(Stylianou, 2011). Güçlü bağlanma problemi yaşamayan öğrencilerin ise problemdeki somut durumlardan ayrılıp geometrik temsillerle soyut anlamlandırmaya geçebildikleri, buna uygun bir dil kullandıkları ve farklı durumlara geçildiğinde daha iyi bağlantı kurarak yeni problemlere daha çabuk adapte olabildikleri fark edilmiştir (Stylianou, 2011). Bu bulgulara göre; okuldaki matematik derslerinde temsil oluşturma ve yorumlamaya ilişkin uygulamalara yer verilmesinin zamanla öğrencilerde bu becerileri geliştireceği söylenebilir.

Stylianou'nun (2003) çalışmalarında dikkat çeken bir diğer nokta da şudur: Öğrenciler farklı temsiller kullanırken belirli bir tanesini merkeze alarak onun üzerinde çalışma, onu keşfetme, genelleme ve ondan soyutlama alışkanlığı geliştirmişler ve hatta diğer temsil türlerini kullanmaları gerektiğinde alıştıkları temsil tipini sıçrama tahtası olarak kullanarak yeni temsile geçmişlerdir. Bu durum, öğretmenlerin öğrencilerini farklı temsil türlerini bilmeye ve kullanmaya teşvik etmeleri gerektiğini gösteren bir kanıt olarak sunulmaktadır (Stylianou, 2011).

Geometrik cisimler için kullanılacak farklı temsil tipleri bulunmaktadır. Field (1922) geometrik cisimler için düzlemsel temsilinin “Resimsel Çizim” ve “Ortografik Çizim” olmak üzere iki şekilde olabileceğini ifade etmiştir. Resimsel çizim başlığı altında “Perspektif, İzometrik ve Eğik Çizim” yer alırken; ortografik çizimi tek başlık olarak ele almıştır (Field, 1922). Okuldaki öğretim süreci göz önünde bulundurulduğunda öğrencilerin geometrik cisimleri iki boyut üzerinden anlamlarını gerektiren, dolayısıyla üç boyut-iki boyut arasında geçiş yapmalarını gerektiren iki çizim temsil türü ön plana çıkmaktadır: perspektif çizim, ortogonal çizim.

1. **Perspektif Çizim:** Düzlemde üç boyutu da görünecek şekilde izdüşüm kurallarına uyularak belirli koşullar altında oluşturulan çizimlerdir (Onat, 2015). Perspektif çizim; reklamcılık, mobilyacılık, makinecilik, katalog hazırlama, sanat ve mimaride kullanılmakla birlikte öğretim kitaplarında da en sık başvurulan temsil türüdür. Günlük hayatta ele alınan bir nesnenin karşı tarafa bir görselle aktarılmasında ve bir nesnenin herhangi bir görsel üzerinden anlaşılması gerektiğinde genellikle perspektif çizimden faydalanılır. Bir temsil tipinin bu kadar sık kullanılması deneyim faktöründen dolayı nesne ve görsel arasında daha rahat ilişki kurulmasını da beraberinde getirir. Paralel ve konik olmak üzere iki ana başlığa ayrılır. Paralel perspektif oluşturulurken çizimde cismin ayrıtları koordinat eksenleri ile belli bir açı yapar (MEB, 2020). Paralel perspektif, bir geometrik cisim hakkında gerçekte bildiklerimizden farklı bazı durumlar içerse de (kare piramidin gerçekte kare olan bir yüzünün, perspektif çiziminde kare

olmayan bir paralelkenar olarak çizilmesi gibi) cismin elemanlarındaki paralellik, eşlik gibi özelliklerini de korumaktadır. Konik perspektifte ise insan gözünün görüş açısına göre bir çizim gerçekleştirilir ve paralellik ya da eşlik gibi özellikler bu çizimde korunmaz. Örneğin, konik perspektife göre çizilmiş tren rayları gerçekte paralel olmalarına rağmen çizim üzerinde birbirine yaklaşıyor gibi görünürler. Öğretim programları ve ders kitaplarında bu tip bir yanılsamanın geometrik cisimlerin öğreniminde sorun oluşturabileceği düşünüldüğünden konik perspektif yerine paralel perspektif çizimler kullanılmaktadır. Bu nedenle, bu çalışmada paralel perspektif çizim temsilinin oluşturulması ve yorumlanması ele alınmaktadır. Bazı geometrik cisimlerin paralel perspektif çizimleri Şekil 2’de verilmiştir.

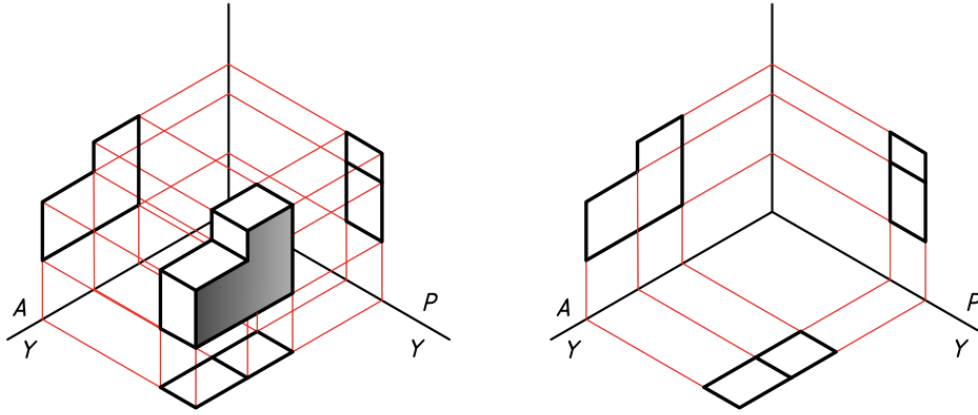


Şekil 2. Kare Piramit, Koni ve Kare Prizmaya Ait Perspektif Çizimler

**2. Ortogonal Görünüm Çizimi:** Geometrik cisimler temsil etmenin teknik alanda kullanılan en yaygın yöntemlerinden biridir. Nesnenin çizim düzlemine dik olan her bir yüzünün paralel çizgiler boyunca düzlem üzerine düşürüldüğünde elde edilen görüntünün çizimidir. Örneğin, bir evin ortogonal tipik çizimi bir üstten görünümü, bir önden görünümü ve bir de yandan görünümünden oluşur (Brittanica, 2024). Bir geometrik cismin anlaşılması, o cismin özelliklerinin fark edilmesinin yanında, farklı yönlerden nasıl görüldüğünün de anlaşılmasını içermektedir. Bir cismin ortogonal çiziminin anlaşılması, onu oluşturan tüm parçalarla birlikte, cisme bakış açısının da dikkate alındığı bir zihinsel işlem gerektirdiğinden cisimlerin gösteriminde kullanılan önemli bir temsil türüdür.

Ortogonal çizimler, günlük hayatta bot-tekne tasarımlarında, mimaride cephe temsilinde sıklıkla kullanılır. Öğrencilerinse, bu temsillerden anlam türetmeyi öğrenmeye ihtiyaçları vardır (Cooper ve Sweller, 1989). Örneğin, gerçek hayatta mimarlar üç boyutlu ev tasarımlarını sunmak için perspektif ve ortogonal çizimlerini birleştirirler. Makina, makina parçaları ve endüstriyel kalıp tasarımlarında, üretim planlarını yorumlama ve oluşturma süreçlerinde de parçaların farklı yönlerden ortogonal çizimleri kullanılmaktadır. Bu sektörde çalışmak üzere yetiştirilen meslek lisesi öğrencileri meslek

derslerinde ortogonal görünüm çizimi üzerine teorik ve pratik olarak sıklıkla pratik yapmaktadırlar. Şekil 3'te meslek lisesi öğrencilerinin teknik resim dersinde ortogonal görünüm çizimi ile ilgili yaptıkları bir alıştırmaların örneği verilmiştir. Aynı şekilde geometride üç boyutlu bir cismin görüntüsünü elde etmek için bir temsilden diğerine geçerek kavramı anlamak önemlidir (Ho, Eastman, 2006; Wu, Ma, Chen, 2006).

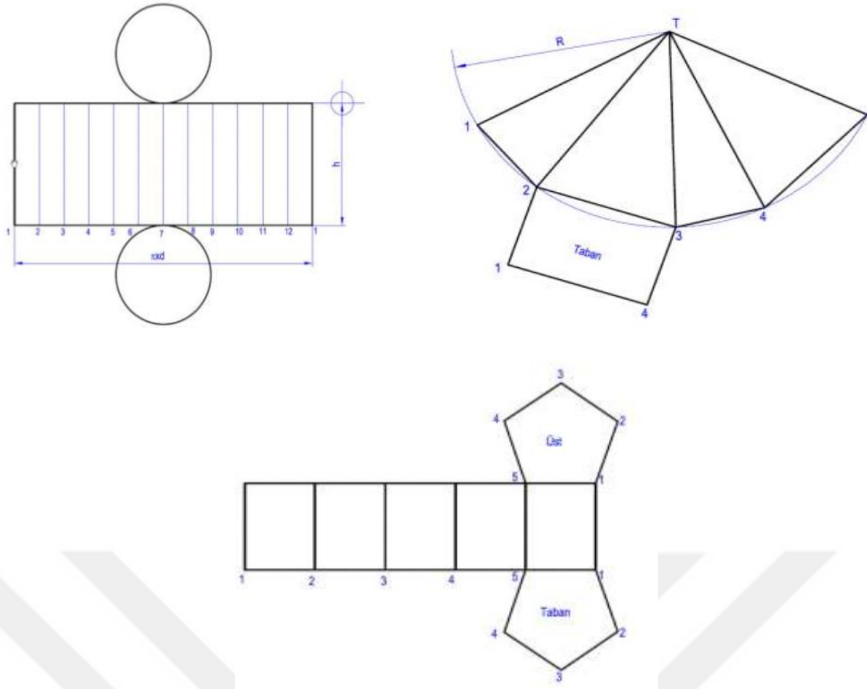


Şekil 3. Teknik Resim Kitabından Alınan Ortogonal Çizim Örneği

Kaynak. MEB, 2012, s. 124.

Geometrik cisimlerin iki boyutlu çizim temsilleri olan perspektif çizim ve ortogonal çizimlerin, gerçekte üç boyutlu olan geometrik cisimlerin iki boyutta temsil edilmesinden kaynaklı üç boyut - iki boyut arasında geçiş yapmayı gerektirdiği söylenebilir. Bunun yanında geometrik cisimlerin iki boyutlu açınımlarının anlaşılması da üç boyut - iki boyut arasında bir geçiş gerektirmekte, cismin zihinde açılması ve kapatılması eylemlerini içermektedir. Geometrik cisimlerin anlaşılması sürecinde, önemli bileşenlerden biri de cisimlerin açınımların fark edilmesi ve yapılandırılmasıdır (Pittalis ve Christou, 2010). Bu çalışmada öğrencilerin geometrik cisimleri iki boyutlu temsilleri ile nasıl anladıkları araştırıldığından öğrencilerin açınım çizimlerini nasıl yorumladıkları ve oluşturduklarını, cismin çizimi ile açınım çizimini nasıl ilişkilendirdikleri incelemek de gerekli görülmüştür.

**Açınımlar:** Bir cismi meydana getiren bütün yüzeylere ait gerçek büyüklüklerin, ait oldukları ayrıtlara yerleştirilerek bir düzlem üzerine serilmesi ile elde edilen düzlemsel şekle açınım denir (MEB, 2013). Tam boy ve gerçek büyüklükteki parçaların ayrıtlarının düzlemsel bir levha üzerine açındırılmasına açınım denir. Aşağıda “MEB Makina Teknolojisi Açınımlar ve Ara kesitler” kitabından alınan küre, silindir, dikdörtgen piramit ve beşgen prizmaya ait açınımlar Şekil 4’te verilmiştir.



Şekil 4. Ders Kitabından Alınan Küre Yaklaşık Açınımı ile Silindir, Dikdörtgen Piramit ve Beşgen Prizma Açınımı

Kaynak.MEB, s. 214.

Mariotti (1989), bir ağ açınımları oluşturmak için geometrik nesneyi bir bütün olarak düşünme, zihinsel manipülasyonlarla bileşenlerine ayırma ve bu bileşenleri tekrar birleştirme arasında iyi bir koordinasyonun gerekli olduğunu savunmuştur. (Mariotti, 1989). Açınım oluşturma sürecinde öğrenciler her iki temsil modunda da cisimlerin bileşenlerine odaklanarak üç boyut ve iki boyut arasında geçiş yaparlar. Nesnenin üç boyutlu temsilinden açınım temsiline geçiş, nesnenin farklı yönlerden görünüşünü koordine eden uygun bir zihinsel eylemin etkinleştirilmesi ile mümkün olabilir. Bu nedenle, açınımları oluşturma ve yorumlama deneyimleri, öğrencilerin sahip olmayabileceği, ancak uygun öğretim yoluyla geliştirebilecekleri beceriler kazandırabilir.

Geometrik uzay ile temsil uzayı arasında başarılı bir ilişki kurmanın bir diğer şartı ise cisimlerin temsilini kavramsallaştırabilmektir. Bu durum uzamsal yapı oluşturma, ölçme, matematiksel özellikleri kavramsallaştırma gibi diğer akıl yürütme tiplerini de etkilemektedir (Pittalis ve Christou, 2013). Ubuz (1999) 10. ve 11. sınıf öğrencileri ile yapmış olduğu bir çalışmada öğrencilerin geometri konularında hata yapmalarının en önemli nedeninin geometrik şekilleri bir bütün olarak görmeleri ve özelliklerine dikkat etmemeleri olduğunu söylemektedir. Bu çalışma, Mesquita'nın (1998), kavramsallaştırmanın sağlam kurulmadığı durumlarda öğrencilerin geometrik uzay ile

temsil uzayı arası geçişlerde yeni problemler yaşadığı görüşünü desteklemektedir (Mesquita, 1998). Mesquita'ya göre bu süreçte öğrencilerin iki uzay arasındaki bağlantıyı net görememeleri, temsil üzerinde işlem yaparken özelliklerin nesneden yani geometrik uzaydan geldiğini anlayamamalarından kaynaklanmaktadır (Mesquita,1998). Bu sebeple geometrik cisimlerin temsiller ile öğretimi sürecinde, öğrencilerin cismin özelliklerini fark etmeleri, cisme ait tanımı ekonomik ve doğru şekilde yapılandırabilmeleri gerekmektedir. Böylece cisim ile temsili arasında tanım ve kavramlardan oluşan bir köprü kurulur.

Geometrik cisimle temsili arasında tanım ve özelliklerle desteklenen bu köprünün kurulması sürecinde çift yönlü ilerleyen kodlama ve kod çözme (*coding and decoding*) işlemleri bulunmaktadır (Parzys, 1988; Lawrie, 2012 akt. Pittalis ve Christou, 2013). Bu çalışmada “kodlama” yerine “temsili oluşturma”, “çözme” yerine ise “temsili yorumlama” ifadeleri kullanılmıştır.

### **Geometrik Cisimlerin Düzlem Temsilini Yorumlama**

"Figür" terimini, geometride bir kavramın veya bir konumun dışsal ve ikonik temsili ile eş anlamlı olarak kullanan Mesquita (1998), kökenleri ve doğaları gereği geometrik cisimlerin figürlerle temsil edildiğini ve figürlerin kullanılırken nasıl yorumlandığının incelenmeye değer olduğunu ifade etmiştir. Bir geometrik nesneye ait figürler yorumlanırken aslında o geometrik nesnenin özellikleri okunur. Bu okuma sürecinde bir temsilden faydalanarak üç boyutlu bir cismi ve o cismin bileşenlerini gözlemlemek, cismin özellikleri hakkında akıl yürütmek ve bu özellikler yardımıyla çıkarımlar yapmak; temsili “yorumlama” becerisi altında yer almaktadır (Parzys, 1988; Pittalis ve Christou, 2013). Bu durumda temsil süreci doğrudan öğrencinin birleştirme ve analiz etme becerileri ile ilişkilidir; çünkü öğrenci bir figürü önce bileşenlerine ayırır ve sonra bu parçaları yeni bir durumda tekrar birleştirir.

Öğrencilerin bir temsili yorumlarken belli kural ve teamülleri bilmesi gerektiği, bunun da öğrencilere sistemli bir şekilde öğretilerek mümkün olacağı araştırmacılarca savunulmaktadır (Ben Haim vd.; 1985, Stringer, 1975, akt. Ben Haim vd.,1985; Parzys, 1988). Özellikle nesne ve temsil arasında boyut farkı varsa öğrenciler iki boyutlu düzlem temsili farklı yanlısamlarla değerlendirip nesneye dair yanlış düşünceler oluşturabilmektedir. Parzys (1988) altıncı sınıf öğrencileri ile yaptığı geometrik cisimlere ait iki boyutlu düzlem temsillerini kodlama ve çözme çalışmasında;

öğrencilerin çizimin özelliklerini nesnenin özellikleri olarak görme eğiliminde olduklarını söylemiştir. Örneğin; bir kare piramit temsilinde öğretmenlerinin daha önce nesnenin tabanında bir kare bulunduğunu söylemesine rağmen perspektif çizimin etkisiyle öğrencilerin bu şekli paralelkenar (muhtemelen eşkenar dörtgen) olarak düşündüklerini belirtmiş ve bu tip yanılsamaların özellikle lise düzeyinde uzay geometrisinde oluşmaması için temsil yorumlama ilkelerinin öğretimi üzerinde çalışmalar yapılması gerektiğini ileri sürmüştür (Parzysz, 1988).

İki boyutlu temsilleri yorumlama becerisinin en sık kullanıldığı alanlardan biri de tıp eğitiminin radyoloji, anatomi ve cerrahi dallarıdır. Başkent Üniversitesi'nde klinik öncesi öğrencilerinin mental rotasyon yetenekleri ile kendi branşlarındaki ders başarıları arasındaki ilişkiyi incelemek için 2013-2014 eğitim öğretim yılında yapılan bir çalışmada öğrencilere mental rotasyon testi (MRT) belli aralıklarla uygulanmış ve sene içindeki ders başarıları ile karşılaştırılmıştır. Burada mental rotasyon testinde referans alınan bir küp dizilimi ile yalnızca bir tanesi eşleşecek şekilde üç küp dizilimi daha verilmiş, öğrencilerin eşleştirmeleri hem doğru cevaplamalarına göre hem de sonucu elde etme sürelerine göre değerlendirilmiş ve analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre erkeklerde anlamlı bir sonuç elde edilmemekle birlikte kız öğrencilerin ders başarıları ile MRT sonuçlarının uyumlu olduğu görülmüş, yapılacak daha uzun süreli ve detaylı çalışmalarda cinsiyet gözetmeksizin aynı anlamlı sonucun elde edileceği ön görülmüştür (Kızıltan ve diğerleri, 2013).

Bu çalışmada yorumlama becerisi; paralel perspektif çizimi (opak ve şeffaf) verilen cisimlerin özelliklerini açıklama, ortogonal görüntü çizimi verilen cisimlerin özelliklerini açıklama ve açınım çizimleri verilen cisimlerin özelliklerini açıklama bileşenlerini içermektedir.

### **Geometrik Cisimlerin Düzlem Temsilini Oluşturma**

Çizim kuralları kullanılarak üç boyutlu cisimlerin kodlanması “temsili oluşturma” anlamına gelmektedir (Pittalis ve Christou, 2013). Stylianou (2011), temsilin öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinde ne gibi işlevi olduğu ve bu işlevin uzmanların problem çözme süreçlerindeki ve genel olarak matematikteki işleviyle nasıl karşılaştırılabileceğinin dikkate alınması gerektiğini savunmaktadır. Temsilin problemi anlama ve bilişsel yükü azaltmak için kaydetme gibi amaçlarla kullanılması sürecinde,

geometrik nesne, sahip olduğu özellikleri kodlanarak düzleme elle veya sanal uygulamalar yardımıyla aktarılmaya çalışılır.

Stringer (1975), çizim üzerine eğitim ile uzamsal beceri arasında bir korelasyon olup olmadığını görmek için bir çalışma yapmıştır. Mimarlık eğitimlerinin ilk yılındaki 51 öğrenci rastgele iki gruba ayrılmış ve bu gruplardan birincisi çizim eğitimi alırken ikinci gruptaki öğrenciler tipik bir birinci yıl tasarım projesi tamamlamıştır. Her iki grubun beş uzamsal yetenek testindeki son test puanları ile ön test puanları kontrol edilerek karşılaştırılmıştır. Uygulanan bu iki test içeriği, çizim eğitiminde yer alan görevler ile uyumlu olup uzamsal becerilere yönelik bileşenler içermektedir.. Yapılan analizler, çizim eğitimi alan grubun test sonrası hata anlamlı bir düşüş olduğunu ortaya koymuştur. Sonuçlar, uzamsal yetenek testi puanlarındaki eğitim sonrası iyileşmelerin, testin ve eğitim görevinin belirgin bir etkisi olduğu yönündedir (Stringer, 1975; Ben Haim vd., 1985).

Bu çalışmada oluşturma becerisi; geometrik cismin perspektif çizimini yapma (opak ve şeffaf), geometrik cisme ait ortogonal çizim yapma, geometrik cismin açılımını çizme bileşenlerini içermektedir.

### **Uzay Geometride Temsil Yorumlama ve Oluşturma Becerisinin Matematik Öğretimindeki Yeri**

Matematiksel kavramları anlama, bu kavramları günlük hayatta kullanabilme, farklı temsil biçimleri ile ifade edebilme gibi beceriler Türk Milli Eğitimi Matematik Öğretim Programı'nın özel amaçları arasında yer almaktadır (MEB, 2018, sf.9). Harita okuma, sağlıkta tomografi görüntülerini inceleme, mimarlık ve sanatta fikirleri düzlemsel olarak sunma, sunulanı anlama gibi beceriler bireylerin temsil yorumlama oluşturmaya sıklıkla kullandığı alanlardan sadece birkaçıdır. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) tarafından geometri alt alanında belirlenen dört standart arasında da “iki ve üç boyutlu şekillerin karakterleri ve özelliklerini analiz etme ve geometrik ilişkiler hakkında matematiksel argüman geliştirme” ve “problemleri çözmek için görselleştirme, uzamsal akıl yürütme ve geometrik modelleme” yeterlilikleri yer almaktadır. Bu yeterlilikler uzamsal görselleştirme becerisi, ölçme becerisi, model oluşturma, nesneye farklı yönlerden bakma, nesnenin dik kesitini analiz etme, zihinde nesneyi manipüle edebilme ve yönlendirebilme becerilerini içermektedir (NCTM, 2000).

Parzysz (1988), uzay figürlerini açıkça çizmek için kurallar koymanın gerekliliğini vurgulamaktadır. Bu kurallar öğretilmeden teamüllerin doğrudan kullanılmaları istendiğinde; öğrencilerin üç boyutlu bir cisim hakkında bildikleri ile gördükleri çelişir hâle gelmektedir. Bu yüzden üç boyutlu cisimlerin gizli kısımlarını göstermeye çalışmak, cismin aslında çiziminden daha kolay anlaşılabilir özelliklerini tahmin etmede öğrenciler için bazı zorluklar yaratabilir (Parzysz, 1988). Vinner (1991) da benzer şekilde teknik bağlamda anlamlı bir şekilde oluşturulan kavram tanımlarının, kavram imajında oluşabilecek birçok yanlış yorumlama ve tuzaklara karşı kurtarıcı rol üsteleneceğini ifade etmiştir. Bu noktada, teknik bağlamda kavram öğreniminden önce, günlük hayatın düşünme alışkanlıklarından faydalanılarak örnek olan ve olmayan somut nesnelere işe başlanması gerektiğini savunmaktadır (Vinner, 1991). Böylece öğrencide bir kavram imajının oluşması sağlanır ve sonrasında kavram imajı ile tanım arasında oluşan çelişkiler öğrencilerin ihtiyaç ve düzeyine göre tartışılıp anlamlı bir teknik bağlama ulaşılması sağlanmaya çalışılır. Sonuç olarak matematiğin diğer alt öğrenme alanlarında olduğu gibi geometri öğretiminde de kavramların, eğer doğaları izin veriyorsa, öncelikle günlük yaşam bağlamında temsil edilmesi yoluyla öğrenilmesinin ve daha sonra teknik bağlamda ele alınmasının formal kavrama ulaşma sürecinde yardımcı olacağı söylenebilir (Vinner, 1991).

Türkiye’de Matematik Öğretim Programı’ndaki “Geometrik Cisimler” konusunun işlenişine ilköğretim ve ortaöğretim düzeylerinde bakıldığında; öğretim sürecinin birbirlerine benzer şekilde başladığı ve konunun farklı sınıf düzeylerinde farklı açılardan ele alındığı görülmektedir (MEB, 2018). İlkokulda geometrik cisimler konusu içerik olarak sırasıyla; adlandırma, sınıflama (görsel düzeyde ve parçalı), tanımlama, cisme ait temel elemanları belirleme ve açınım yapma becerileriyle ele alınmaktadır. Ortaokulda ise dikdörtgenler prizması ağırlıklı olmak üzere geometrik cisimleri tanıma, temel elemanları belirleme, açınım yapma, farklı yönlerden görünüm çizme ve alan hacim hesaplamaya ilişkin kazanımlarına yer verilmiş olup bu kazanımlar ortaöğretim programında yer alan “Uzay Geometri” ünitesi için temel oluşturmaktadır. Lise düzeyine geçildiğinde geometrik cisimler konusu “Uzay Geometri” ya da “Katı Cisimler” adlı alt öğrenme alanları içerisinde işlenmektedir. Araştırmada, çalışma grubunun yer aldığı lise düzeyine ait matematik öğretim programındaki ilgili konuya verilen ağırlık yüzdesi bilgileri; sınıf düzeyleri, alt öğrenme alanları, konular, kazanım sayıları ve ders saatine göre Tablo- 1’de sunulmaktadır (MEB, 2018).

Tablo 1

*Geometrik Cisimlere İlişkin Konuların Lise Düzeyindeki Dağılımı*

Ders Adı- Düzey	Alt Öğrenme Alanı	Konu	Kazanım Sayısı	Ağırlık Yüzdesi
Matematik-10	Uzay Geometri	Katı Cisimler	1	9
Seçmeli Matematik-11	Uzay Geometri	Katı Cisimler	1	14
Seçmeli Temel Matematik-12	Katı Cisimler	Küre ve Silindir	1	17

Tablo 1’de yer alan Seçmeli Matematik ve Seçmeli Temel Matematik dersi için Matematik Dersi Öğretim Programı’nda (2018) şu şekilde bir açıklama bulunmaktadır:

Matematik Dersi Öğretim Programı... 11 ve 12. sınıflarda öğrencilerin ihtiyaç, hedef, kariyer planları gibi durumlarını dikkate alarak iki farklı seçenek sunmaktadır. 11 ve 12. sınıflarda yer alan Seçmeli Matematik, öğrencinin ilgi ve istekleri ile hedefledikleri yükseköğretim programları doğrultusunda Anadolu Liselerinde seçilen, Seçmeli Temel Matematik ise Mesleki ve Teknik, Güzel Sanatlar ve Spor Liseleri ile Anadolu Liselerinde matematik ağırlıklı bir programı tercih etmeyen öğrenciler (sözel-dil) tarafından seçilebilir (MEB, 2018).

Öğretim programlarına bakıldığında Tablo 1’de verilen ağırlık yüzdelerinin 10, 11 ve 12. sınıf düzeylerinde sırasıyla %9, %14 ve %17 olduğu görülmekte olup, bu oranların yıl içerisinde oldukça düşük düzeyde kaldığı söylenebilir. Ayrıca, bahsi geçen kazanımlara genellikle eğitim-öğretim senesinin son zamanlarında yer veriliyor oluşu da dikkat çekmektedir.

Diğer liselerden farklı olarak meslek lisesinde, öğrencilerin geometrik cisimleri iki boyutlu düzlemde temsil becerilerini geliştirmelerini sağlayan uygulamalar 9. sınıfta “Teknik Resim” dersi ile başlayıp ileriki yıllarda alanları doğrultusunda daha derinlemesine çalışma yaptıkları konu ve derslerle devam etmektedir. Bu derslerde öğrenciler geometrik çizimler yapma, nesnelere ait görünüş çıkarma, ölçülendirme/yüzey sembollerini kullanma gibi beceriler üzerine eğitsel faaliyetlere yer verilmektedir.

Öğretim programında tanımlanan Türkiye Yeterlilikler Çerçevesinde öğrencilerin; kişisel, sosyal, akademik ve iş hayatlarında ihtiyaç duyacakları beceriler tanımlanmıştır. Bunlardan biri de matematiksel ve bilgi teknolojisinde yetkinliktir. Bu beceride matematiksel yetkinlik; günlük hayat problemlerini çözmek için sağlam bir aritmetik beceri üzerine inşa edilen mantıksal ve uzamsal düşünme tarzı geliştirmeyi ve bu süreçte formül, grafik, tablo ve gösterimleri hem sunmayı hem de etkin bir şekilde yorumlayabilmeyi kapsamaktadır. Delice ve Sevimli’nin (2010) çalışmasında, 11. sınıf öğrencilerinin özellikle iki boyuta kıyasla üç boyutu, görsel temsile kıyasla sözel temsili,

boyut içi geçişe kıyasla boyutlar arası geçişi içeren problemlerde daha düşük performans gösterdiklerinin gözlemlenmesi ve buna paralel olarak; matematik ders kitaplarında geometri alt öğrenme alanları için yapılan doküman incelemelerinde, sözel, cebirsel sembolik ve günlük hayat bağlamındaki temsillere az sayıda yer verilmesi, problem çözümlerinde sözel temsile yer verilmemesi bu sınırlılığı desteklemektedir (Eroğlu ve Akkuş, 2021; Aytekin, 2021). Bu bağlamda Matematik Öğretim Programı ve ders kitapları incelendiğinde, geometrik cisimlere ait temsilleri oluşturma ve yorumlama becerilerini geliştirmek adına etkin uygulamaların olmadığı fark edilmiştir (MEB, 2018, MEB, 2019a, MEB,2019b).

### İlgili Çalışmalar

Geometrinin anlaşılmasının ancak temsiller yoluyla mümkün olduğu göz önünde bulundurulduğunda öğretim sürecinde temsillerin nasıl ele alındığının oldukça önemli olduğu söylenebilir. Öğrencilerin geometrik cisimleri nasıl anladıkları, onların bu nesnelere ait temsilleri nasıl yorumladıklarını ve oluşturduklarını incelemekle mümkün olabilir. Bu bağlamda, geometrik cisimlerin temsilini oluşturma, verilen temsili yorumlama ve uzamsal görselleştirme becerilerine ilişkin farklı sınıf düzeylerine uygulanan farklı öğretim süreçlerinin etkisinin incelendiği çeşitli araştırmalar bulunmaktadır. Konuyla ilgili yapılan ilk araştırmalarda, uygulanan bazı öğretim süreçlerinin öğrencilerin ilgili konudaki öğrenme süreçlerine olumlu etkide bulunduğu, bazılarının ise bir etkisinin olmadığı görülmüş ve ilgili becerilerin nasıl geliştirilebileceğine ilişkin bir fikir birliğine varılamamıştır (Mendicino,1958; Stringer,1975; Sedwick,1961; Blade ve Watson,1955; Brinkman,1966; Wolfe,1970, akt. Ben Haim, D. Lappan ve R. T. Houang,1985).

Ben Haim, D. Lappan ve R. T. Houang (1985), başlarda izometrik çizim temsilleriyle eş küplerden oluşan yapıları ilişkilendirmekte zorlanan 5. ve 8. sınıf öğrencileri ile yaptıkları uzamsal görselleştirmeye dayalı üç haftalık ders sürecinden sonra öğrencilerin performanslarında önemli ölçüde iyileşme olduğunu belirtmişlerdir. Bu noktada; eş küplerle farklı yapılar inşa etme, bu tür yapıları çizimle iki boyutta temsil etme ve bu tür çizimleri yorumlama gibi somut deneyimlerin öğrencilerin performansını artırmada yardımcı olduğunun altını çizmektedirler.

Benzer şekilde Meng ve Idris (2012), öğrencilerin geometrik cisimlere ilişkin geometrik düşünme ve başarılarının faz temelli eğitim ve Sketchpad uygulaması ile

geliştirilmesinin mümkün olup olmadığını araştırmışlardır. Üç oturumdan oluşan çalışmanın 1. aşamasında araştırmacı van Hiele seviyelerini belirlemek amacıyla ön görüşmeler yapmış ve geometrik cisimlere ilişkin başarılarını ölçmek için ön test uygulamıştır. Üç haftalık faz temelli eğitim ve Sketchpad uygulamasından sonra öğrencilerin geometrik cisimlere ilişkin düşünme ve başarılarında bir değişiklik olup olmadığını görmek için tekrar bir görüşme yapmış ve son test uygulamıştır. Elde edilen sonuçlarda 12-13 yaş grubu öğrencilerine uygulanan faz temelli eğitimin hem van Hiele seviyelerinin ilerlemesine hem de geometrik cisimlere ilişkin başarılarının artmasına katkı sağladığı görülmüştür.

Diğer taraftan Gutierrez (1996) ilkökul ve ortaokul öğrencilerinden, üç adet geometrik cismin, dinamik yazılım uygulamalarıyla ilk pozisyonlarından kâğıt üzerinde gösterilen son pozisyona dönüştürülmelerini istemiş ve bu süreçte öğrencilerin kullandığı görselleştirme becerileri ile çözüm yollarını analiz etmiştir. Gutierrez, teknoloji yardımıyla her ne kadar yeni deneyimler sunulsa da bilgisayar ekranında olmasından dolayı sonuçta bir düzlem temsili ile uğraşıldığını, bu sebeple bilgisayar ortamında da diğer düzlemlerde bilinen zorluklara rastlandığını ifade etmiştir. Zorlukların kaynağını; zihinsel rotasyon yeteneğinin, uzamsal ilişkilerin veya konumların algılanması gibi belirli görselleştirme yeteneklerinin eksikliği olarak belirlemiştir.

Pittalis ve Christou (2013), yaptıkları bir çalışmada öğrencilerin geometrik cisimlerin düzlem temsillerini oluşturma ve yorumlama becerilerini incelemeyi ve geometrik cisimleri temsil etmede farklı türdeki davranışları sınıflamayı amaçlamışlardır. Bunun için 5. ve 9. sınıf düzeyinden 279 öğrenciye test uygulamışlar ve bunlar arasından seçtikleri 40 öğrenci ile görüşme yapmışlardır. Sonuç olarak geometrik cisimlerin temsiline iki bilişsel beceri olan “Coding ve decoding” (*kodlama ve kod çözme*) işlemleri ile oluşturduğu yapılan faktör analizi ile doğrulanmıştır. Araştırmanın ikinci katmanında ise bulgular geometrik cisimleri temsil etmede öğrencilerin davranış tipine göre dört kategori oluşturduğunu göstermiştir. Birinci tip kategorideki öğrenciler kavramsallaştırma ve uzamsal ilişki kurmada başarısız oldukları için oluşturma ve yorumlamada da problem yaşamışlardır. Yalnızca somut manipülatiflerle kodlama yapabilen bu grup; diğer durumlarda geometrik cisimleri iki boyutlu gibi düşünmüştür. İkinci tip kategoride yer alan öğrencilerin önceki bilgilerini ve sezgilerini kullanarak oluşturma ve yorumlama yapma eğiliminde oldukları gözlemlenmiştir. Bu öğrenciler geometrik cisim temsillerini yorumlarken zihinde düzenleme ve yönlendirmede ise başarısız olmuşlardır. Üçüncü tip

kategoride yer alan öğrenciler temsil oluşturma ve yorumlamada uygulanması gereken teamülleri gizil bir şekilde kullanarak başarılı bir performans sergilemişler, ancak bir temsilden diğerine geçiş için yeterli düzeye erişememişlerdir. Dördüncü tip kategoride yer alan öğrenciler ise tüm görevleri teamüllerine uygun, açık, bilinçli olarak yapmış ve geometrik cisimleri düzlemde temsil etmiş, açınım oluşturmuş, dönüştürmüş ve çizebilmişlerdir.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler üzerindeki imgeleri ile uzamsal ve geometrik düşünme ile ilişkisini inceleyen Ergin ve Türnüklü (2014), bu öğrencilerde cisimleri şekillerden ayıramama, cisimlerin tanımını oluşturamama, görsel olarak tanıyamama ve temel elemanları saptayamama gibi sorunlar gözlemlemişlerdir. Çalışmada, öğrenciler uzamsal beceri gerektiren açınım sorularının yarısında başarılı olmuşlardır. Elde edilen bu bulguyu uzamsal beceri ile geometrik cisimler arasında bir ilişki olduğu yönünde yorumlamışlardır.

Türkiye’de 2002-2020 yılları arasında temsil bağlamında yapılan ve YÖK Ulusal Tez Merkezi, Google Akademik arama motoru, YÖK Akademik, TÜBİTAK-ULAKBİM DergiPark ve EBSCO host-ERIC veri tabanlarında yer alan 41 makale ve 53 lisansüstü tez bütüncül bir bakış açısıyla incelendiğinde; ilk çalışmanın 2002 yılında yapıp, 2016-2020 yılları çalışmalara en yoğun rastlanan dönem olarak belirlenmiştir (Ayyıldız ve Cansız Aktaş, 2021). İncelenen çalışmalardan iki tanesi ilkököl öğrencileriyle, 31 tanesi ortaokul öğrencileriyle, 12 tanesi lise öğrencileriyle, 39 tanesi öğretmen adaylarıyla ve yedi tanesi öğretmenlerle yürütülmüştür. Lise düzeyinde geometri alanında temsil ile ilgili az sayıda çalışma yapılmış olmasının yanı sıra geometrik cisimlerin iki boyutlu temsilleri ile ilişkilerini gözlemleyen nitel bir çalışmaya rastlanmaması alan yazında bu konuda bir boşluk olduğunu göstermektedir (Ayyıldız ve Cansız Aktaş, 2021). Öğrenme alanı olarak incelendiğinde ise en fazla cebir alanında çalışmaya rastlanırken, geometri ve ölçme alanında ise geometrik cisimlerin iki boyutlu temsil konusuna dair bir çalışmaya rastlanmamıştır (Ayyıldız ve Cansız Aktaş, 2021).

Kedikli ve Katrancı’nın (2021) yaptığı geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili tezlerin betimsel içerik analizinde de benzer şekilde çalışmaların yoğunlukla ilköğretim düzeyinde yapıldığı görülmüştür. 2005-2019 yılları arasında “geometrik düşünme düzeyleri”, “geometrik anlama”, “van Hiele” anahtar kelimeleri ile erişime açık 71 tez incelendiğinde geometrinin spesifik bir konudan ziyade bir bütün olarak ele alındığı belirtilmiştir. Çoğunlukla yüksek lisans tezlerinde nicel araştırma tercih edildiği

görülmüştür. Yapılan analizde geometri alt konu alanı dağılımına bakıldığında “Geometrik Cisimler” konusuna %10,71, “Cisimlerin farklı yönlerden görünüşleri” konusuna ise %1,16 oranında yer verildiği ifade edilmiştir.

Yapılan araştırmaların haricinde Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanında “temsil” ve “geometrik cisimler” anahtar kelimeleri ile 2020 başlangıç tarihli bir tarama yapılmıştır. Bu tarama sonucunda “temsil” filtresi ile 15 çalışma bulunmuş ve bu çalışmaların çoğunun cebir alanında, bir tanesinin geometri alanında yapılmış olduğu görülmüştür. “Geometrik cisimler” filtresi sonucu elde edilen üç çalışma arasında ise öğrencilerin bilişsel becerileriyle ilgili bir çalışmaya rastlanmıştır.

Alan yazın incelendiğinde, geometrik cisimler ve temsillerine ilişkin lise düzeyindeki öğrencilerin düşüncelerinin derinlemesine incelendiği çalışmaların oldukça az sayıda olduğu söylenebilir. Oysaki bir alana ilişkin problemler bazı durumlarda çizimle ya da farklı bir temsille daha kolay çözülebilmektedir (Olkun, 2003). Geometrideki problemler de bu çözüm yönteminin fark edilip rahatlıkla kullanılabilmesi için öğrencilerin geometrik düşünmeye dair bilgi ve becerilerini geliştirmeleri gerekmektedir. Olkun (2003) bu gelişimin; geometrik cisim ve şekillerin sınıflandırılması, yeni şekillerin oluşturulması, bilgisayar veya kâğıt-kalem ortamında temsiller çizilmesi yoluyla mümkün olacağını ifade etmiştir. Bu durum göz önüne alındığında; temsil oluşturma ve yorumlama becerilerindeki gelişimin diğer becerileri de olumlu etkileyeceği açıktır. Sağlık, mühendislik, mimarlık gibi teknik alanların yanı sıra resim, heykel ve dijital sanat alanlarında da öğrencilerin öğrenim hayatı boyunca edindikleri düzlem temsili yorumlama-oluşturmaya ilişkin beceri ve deneyimlerini ortaya koymaları gerekmektedir. Örgün mesleki eğitimin öncelikli hedefi ulusal ve uluslararası standartlarda nitelik ve yeterliliklere sahip, önceki öğrenmelerini hayata, istihdama ve yükseköğretime uyarlayabilen bireyler yetiştirmektir. Bu hedef doğrultusunda hazırlanan öğretim program ve modüllerinin uygulandığı meslek liselerinde öğrenim gören öğrencilerin lise sonrası mesleki ve yüksek öğrenim alanlarında kendilerinden beklenen bilişsel becerileri edinmiş olmaları gerekmektedir. Tüm bu sebeplerle örgün öğrenimde geometri eğitimini tamamlamak üzere olan ve bu zamana kadar öğretim programlarına göre birçok geometrik cisme ilişkin yorumlama-oluşturma süreçlerini deneyimlemiş öğrencilerin, geometrik cisimlere ait düzlem temsillerini nasıl yorumladıkları, oluşturdukları ve bu süreçte neler düşündükleri dikkatle incelenmeli ve derinlemesine ele alınmalıdır.

## Amaç

Okullardaki matematik derslerinde, kitap, yazı tahtası veya dinamik yazılımlarda kullanılan geometrik cisimlerin iki boyutlu temsillerini yorumlama becerileri uzamsal görselleştirmenin bir parçasıdır ve cisimi zihinde yönlendirme, döndürme, katlama veya açma bileşenlerini içerir (McGee, 1979, akt. Ben-Haim vd., 1985). Bunun yanında öğrencilerin yorumladıkları geometrik cisimlerin iki boyutlu temsillerini nasıl oluşturdukları ve cisimlerin özelliklerinin ne kadarını temsile yansıtabildikleri de önem kazanmaktadır.

Geometrik bir cisim ile iki boyutlu temsili arasında cismin özelliklerine dayalı ne kadar sağlam bir köprü kurulursa temsili yorumlama ve oluşturma işlemlerinin o kadar verimli ve anlamlı yürütüleceği düşünülmektedir. Bu bağlamda, yapılan bu çalışma meslek lisesi öğrencilerinin geometrik cisimlerin iki boyutlu temsillerini nasıl yorumladıklarını ve bu temsilleri nasıl oluşturduklarını incelemeyi amaçlamaktadır.

Bu amaç doğrultusunda araştırmada aşağıdaki sorulara cevap aramaktadır:

1. Meslek lisesi öğrencilerinin geometrik cisimlerin iki boyutlu temsillerini yorumlama sürecindeki düşünceleri nasıldır?
2. Meslek lisesi öğrencilerinin geometrik cisimlerin iki boyutlu temsillerini oluşturma sürecindeki düşünceleri nasıldır?

## Önem

Görselleştirme becerisine ilişkin bir çalışma başlatıldığında; görsel akıl yürütme, hayal etme, uzamsal düşünme, imge, zihinsel imge, temsil, çizim gibi birçok terim ön plana çıkmaktadır. Özellikle geometrik cisimlerin temsiline ihmal edilen bir alan olduğunu ileri süren Gutierrez (1996), veri tabanında bu terimlere ilişkin bir araştırma yapıldığında öne çıkan çalışmaların çoğunun psikoloji dergilerinde yayımlandığını belirtmiştir (Gutierrez, 1996). Mühendislik, sanat, tıp, ekonomi, kimya gibi alanlarda da neredeyse eğitim alanında rastlanıldığı kadar yayın bulunmaktadır (Gutierrez, 1996). Gutierrez'in 1996'da dikkat çektiği bu durum günümüzde Türkiye için geçerliliğini hâlâ korumaktadır. Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanında "temsil" ve "görselleştirme" terimleri için benzer bir inceleme yapıldığında farklı bir sonuç elde edilmemekte, mühendislik, mimarlık, gazetecilik, genetik gibi alanların ön plana çıktığı görülmektedir (Yüksek Öğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi, 2024).

Yüksek öğretimden çalışmalarından ilk ve orta öğretim düzeyine geçildiğinde yurt içinin yanısıra yurt dışında yapılan bağımsız değerlendirmeler de uzay geometrisi ve temsilleri konusundaki duruma ilişkin bilgiler sunmaktadır. Türkçe açılımı Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı olan PISA’da matematik okuryazarlığına ait değerlendirme çerçevesinin boyutlarından biri matematiksel içerik alanlarıdır. PISA 2018 test maddelerinin dâhil olduğu dört içerik alanından biri “Uzay ve Şekil”dir (MEB, 2019). Uzay ve şekiller konusu, perspektif çizimleri, harita çizimleri ve diğer şekillerin çizilmesi ve dönüştürülmesi, üç boyutlu görünümünün belirlenmesi gibi eylemleri içermektedir (MEB, 2019, sf.60). Bu eylemlerin değerlendirilmesi aşamasında 2018 PISA raporuna göre matematik okuryazarlığı kapsamında altı yeterlilik düzeyi belirlenmiştir. Bu yeterlilik düzeylerinin alt puan limitlerine göre 2. Düzey 420 puandan, 1. Düzey ise 358 puandan başlamaktadır. Bu tanımlamalara göre Türkiye’de meslek liselerinin matematik okuryazarlık düzeyi 2012’de (319) ve 2015’te (319) 1. düzeyin altında, 2018’de ise (409) 1. düzeyde kalmaktadır (MEB, 2019).

Türkçe açılımı Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması olan TIMMS 2019 ön raporunda ise; Türkiye’deki öğrencilerin cebir ve geometri alanlarında matematiğin diğer alt alanlarına göre daha düşük performans gösterdikleri belirtilmiştir (MEB, 2020). TIMMS-2019 değerlendirmesinde her ne kadar 8. sınıf geometri öğrenme alanı yalnızca “Geometrik şekiller ve ölçme” konusunu içeriyor olsa da söz edilen konunun geometrik cisimlerin iki boyutlu temsillerinin oluşturulmasında ve yorumlanmasında bir temel oluşturması sebebiyle rapor sonucu dikkate değer bir bulgu olarak ele alınmıştır (MEB, 2020).

Bireyler matematik becerilerini günlük yaşantılarında kişisel durumlarda, meslek hayatında, toplumsal durumlarda ve bilimsel düşünme süreçlerinde kullanabilmektedir. (OECD, 2019a, akt.MEB, 2020). Mesleki alana bakıldığında hem ulusal hem de uluslararası program ve uygulamalar; bireylerin diğer matematik konularında olduğu gibi geometrik cisimler ve bu cisimlerin iki boyutlu temsillerine ilişkin bilgiyi de günlük hayatta kullanabilmelerini beklemektedir. Bu beklentiyi karşılamak adına MEB Matematik Öğretim Programı (2018) genel amaçları doğrultusunda bireyin; başta teknolojik gelişmeler olmak üzere hayatının herhangi bir alanında yaşadığı değişim sürecinde karşılaştığı problemleri öğrenim sürecinde edindiği bilgi ve beceriler yardımıyla çözebilmesini hedeflemektedir. Bu noktada öğrencilerin matematiksel modelleme ve düşünme gücünü geliştirmelerini, var olan durumu temsiller yardımıyla

ifade edebilmelerini ve bu becerileri problem çözüme sürecinde hem kendi akıl yürütmelerini ifade ederken hem de başkalarının kullandığı temsil ve akıl yürütmeleri yorumlarken kullanabilmelerini destekleyen bir program sunmayı amaçlamıştır. Bu amaçlara ulaşma süreci uzun yıllar süren bir yolculuktur ve mevcut durumda öğrencilerin nasıl düşündükleri, nasıl bir düşünme biçimine sahip oldukları, hangi noktalarda gelişime ihtiyaç duydukları ortaya konmalıdır. Böylece sahip olunması beklenen yetkinlik ve beceriler için uygun planlama, uygulanabilir yöntem ve doğru uyarlanmış bir değerlendirme belirlenebilir.

Meslek lisesi öğrencileri, kendi alanlarında mesleğe başladıklarında teknik işlerle uğraşacak olmaları sebebiyle onlardan üst düzey teknik becerilerin gelişmiş olmasının yanı sıra öğrenme kapasitelerini sürekli olarak arttıracak, farklı görevleri başarı ile yerine getirmelerini sağlayacak bilişsel becerilerle de donatılmış olmaları beklenmektedir (TÜSİAD, 2020). Meslek lisesi öğrencileri, devinişsel (psikomotor) becerilerin ağırlıklı olduğu mesleki ve teknik eğitim sürecinden geçmektedir. Buna rağmen edindikleri bilgi ve tecrübeleriyle meslek hayatlarında üretime sağlayacakları katkının, geometri öğrenimlerinde geliştirdikleri bilişsel ve uzamsal becerilerden ayrı olmaları düşünülemez.

Bu çalışmada, Türkiye’de 12 yıllık eğitim-öğretim sürecini tamamlamak üzere olan meslek lisesi 11. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimlerin iki boyutlu temsillerini (çizim temsilini) oluşturma ve yorumlama süreçlerinde nasıl düşündükleri incelenmiştir. Öğrencilerin bu zihinsel işlemleri yaparken düşünme biçimlerinin gözlemlenmesi; üç boyuta sahip geometrik cisim ile iki boyutlu temsilleri arasında nasıl ilişki kurduklarını ve bu ilişkinin anlamlı olmasına engel olabilecek güçlükleri ve yanılgıları hakkında bir bakış açısı sunacağı düşünülmektedir. Bu noktada görselleştirme, temsil oluşturma ve yorumlama becerilerinin yalnızca geometri alanında kullanılmadığı hem okuldaki derslerdeki hem de günlük yaşamdaki problemlerin çözümünde sık sık başvurulan bir yöntem olduğu da göz önünde bulundurulmalıdır. Bu çalışmada öğrenci davranışlarının altında yatan sebeplere odaklanmanın özellikle öğrencilerin düşünmeleri ve bu düşüncelerin gelişimini incelendiği alan yazına önemli katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Çalışmanın ayrıca Matematik Öğretimi Programının düzenleme ve değerlendirme aşamaları için de bir bakış açısı sunması açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Temsil oluşturma ve yorumlama becerisinin doğrudan ya da dolaylı kullanıldığı matematiğin diğer alanları ile diğer derslerin öğrenme alanlarının içeriklerinin bu bağlamda oluşturulmasında da çalışmanın bir fikir kaynağı olabileceği ön görülmektedir.

## Sayıtlar

Yapılan araştırmada öğrenciler ile gerçekteştirilen yarı yapılandırılmış gürüşmelerde; öğrencilerin çalışmaya odaklanmış, bilgi ve tecrübelerini kullanmada, düşüncelerini aktarmada şeffaf ve net oldukları varsayılmaktadır. Bu süreçte araştırmacının gözlem ve gürüşmelerini açık ve tarafsız bir şekilde yaptığı ön gürülmüştür.

## Sınırlılıklar

Araştırmada, 2023-2024 eğitim öğretim yılı içerisinde Türkiye'deki bir büyükşehirde bulunan bir meslek lisesinin makine ve tasarım teknolojisi alanında bulunan 11. sınıf düzeyinde dokuz öğrenci ile yarı yapılandırılmış gürüşmeler gerçekteştirilmiştir. Çalışmada farklı lise türleri ve farklı sınıf düzeyleri için bir genelleme hedeflenmemektedir.

## Tanımlar

**İki Boyutlu Temsil:** Geometrik cisimlerin özelliklerine bağlı oluşturulan ortogonal, perspektif, izometrik çizimler ile cisimlerin bir düzleme açınımı ile yapılan gösterimlerdir.

**Oluşturma:** Geometrik bir cisim, özelliklerini yansıtacak şekilde düzlemde iki boyutlu bir temsille gösterme.

**Yorumlama:** Düzlemde temsili verilen geometrik cisimler hakkında akıl yürütme. Geometrik cisimlerin düzlemsel temsillerine dayalı olarak yapısal ve geometrik özelliklerinin yorumlanması.

## BÖLÜM 2

### YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplanması ve verilerin analizi hakkında bilgi verilmiştir.

#### Araştırmanın Modeli

Meslek lisesi öğrencilerinin geometrik cisimleri iki boyutlu temsilleri ile anlama süreçlerini derinlemesine incelemeyi ve mevcut durumun ortaya konmasını amaçlayan bu çalışma nitel bir araştırmadır. Öğrencilerle yapılan çalışmada araştırmanın inceliklerine inilmesi, ayrıntılara yer verilmesi, öğrencilerin nasıl düşündüklerinin detaylarıyla anlaşılabilmesi ve anlamlı çıkarımlar yapılabilmesi için betimsel verilere ihtiyaç duyulmuştur. Bu sebeple çalışmanın ürün veya sonuç değil süreç odaklı ilerlemesine dikkat edilmiş ve bu bağlamda dokuz öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşme gerçekleştirilmiştir. Herhangi bir hipotez ispatı gayesi barındırmadan toplanan ayrıntıların gruplandırıldıkça soyutlanıp ortak noktalar keşfedilmesi amaçlandığından çalışma nitel araştırma olarak yürütülmüştür (Creswell, 1998; Bogdan ve Biklen, 2022).

#### Çalışma Grubu

Çalışma grubu, 2023-2024 eğitim öğretim yılında Türkiye'deki bir büyükşehirde bulunan bir meslek lisesinin Makine Tasarım ve Teknoloji alanında öğrenim gören 11. sınıf düzeyindeki dokuz öğrenciden oluşmaktadır. Matematik Dersi İlköğretim ve Orta Öğretim Programı incelendiğinde "Katı Cisimler" ve "Uzay Geometri" ünitelerine dokuzuncu sınıf hariç tüm sınıf seviyelerinde yer verildiği görülmektedir (MEB, 2018). Bununla birlikte Makine Tasarımı ve Teknolojisi alanında öğrenim gören öğrencilerden, kayıtlı oldukları alanın ders içerikleri gereği bahsi geçen geometri ünitelerini de kapsayacak şekilde geometrik cisimlerin ortogonal ve perspektif görünümleri ile açınımlarını çizmeleri, verilen çizimleri doğru bir şekilde yorumlamaları beklenmektedir. Meslek lisesinden seçilen bu öğrencilerin geometrik cisimleri iki boyutlu düzlemde temsil becerilerini geliştirmelerini sağlayan dersler dokuzuncu sınıfta "Teknik Resim"

dersi ile başlayıp ileriki yıllarda alanları doğrultusunda daha detaylı ve yoğun uygulama yaptıkları konu ve modüllerle devam etmektedir. Dahası, kendi alanlarında mesleğe başladıklarında iş ortamında onlardan bu becerinin gelişmiş olması beklenmektedir. Bu bağlamda araştırma kapsamındaki konuların tamamını gördüğü düşünülen Makine ve Tasarım Teknolojisi 11. sınıf öğrencileri ile çalışılmasının araştırmanın amacına uygun olduğu düşünülmüştür. Araştırma, amacına uygun belirli bir grupta gerçekleştirilmek istendiği için amaçlı örnekleme yöntemi seçilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). Amaçlı örnekleme yöntemlerinden “Önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan bütün durumların çalışılması”nı amaçlayan ölçüt örnekleme ile bir meslek lisesinin 11. sınıf düzeyinde bulunan dokuz öğrenci görüşmeler gerçekleştirilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Görüşmelere, öğrencilerin temel matematik dersinin yanı sıra Makine Teknolojisi alanında aldıkları “Bilgisayar Destekli Tasarım” ile “Katı Modelleme ve Animasyon” derslerindeki başarıları da göz önünde bulundurularak orta, düşük ve yüksek başarı düzeyinde olan üç öğrenci ile başlanmıştır. Bu süreçte hem temel matematik hem de alan dersleri için öğrencilerin başarı durumları hakkında ders öğretmenlerinden görüş alınmıştır. Sırasıyla her başarı düzeyinden birer öğrenci alınarak görüşmelere devam edilmiştir. Bu süreçte, kodlama esnasında artık yeni bir bilginin ortaya çıkmaması, yani, veride yeni özellikler, boyutlar, koşullar, eylemler/etkileşimler ya da sonuçların görülmemesi neticesinde doyumluğa ulaşmak amaçlanmıştır (Strauss ve Corbin, 1998). Her düzeyden üçer öğrenci ile görüşmeler tamamlandığında yani toplamda dokuz öğrenciye ulaşıldığında verilerin birbirini tekrar ettiği gözlemlenmiş ve görüşmeler tamamlanmıştır.

Çalışmanın uygulaması, geometri ve ölçme konuları tamamlandıktan sonra yapılmıştır. Araştırmaya katılan öğrencilerin cinsiyetleri, başarı düzeyleri ve araştırmada kullanılan kod isimleri Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2

*Araştırmaya Katılan Öğrencilerin Matematik ve Mesleki Alan Derslerindeki Akademik Başarı Düzeyleri, Araştırmada Kullanılan Kod Adları ve Cinsiyet Bilgileri*

Akademik Başarı düzeyi	Cinsiyet	
	Kız	Erkek
Düşük	1 (Sezen)	2(Mehmet, Ahmet)
Orta	3 (Ayşe, Neşe, Zehra)	-
Yüksek	1(Melek)	2 (Yusuf, Kemal)
Toplam	5	4

### Verilerin Toplanması

Çalışma, nitel araştırma olarak gerçekleştirildiğinden verilerin “Ne?, Nerede?, Kim?, Nasıl?” sorularına cevap olacak şekilde elde edilmesine özen gösterilmiştir. Böylece araştırılan durumu anlama, sonuçta elde edilecek gerçekliği olduğu gibi tanımlayabilme hedeflerine nitel veriler yardımıyla ulaşılabilmektedir. Nitel veri, bu veriyi oluşturmak için kullanılacak araçlara göre çeşitlilik gösterebilir. (Kümbetoğlu, 2005). Yapılan bu çalışmada veriler, öğrencilerle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilmiştir. Veriler, bu görüşmelerde araştırmacının video kayıt cihazı ile yaptığı kayıtlar, gözlemleri ve öğrencilerin çizimlerinin yer aldığı kağıtlar yoluyla en nesnel hali ile elde edilmeye çalışılmıştır.

### Görüşme Formu

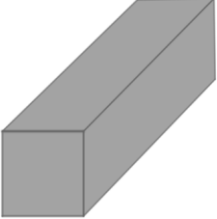
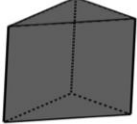
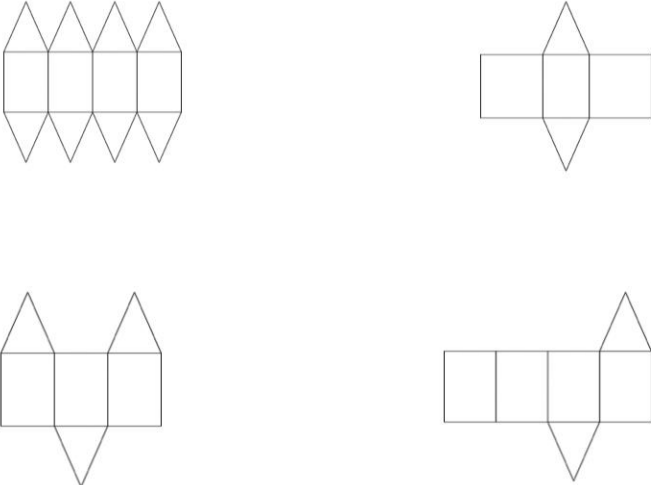
Görüşmelerdeki “yorumlama” soruları; açınımi verilen geometrik cisimi fark etme ve yorumlama perspektif çizimi verilen geometrik cisimleri tanıma ve yorumlama, geometrik cisimlerin ortogonal görünümünü fark etme ve yorumlama becerilerine; “oluşturma” soruları ise verilen geometrik cisim için açınımi oluşturma, eksik bırakılan açınımi tamamlama, açınımi verilen geometrik cismin perspektif çizimini oluşturma, sözlü temsille verilen geometrik cisme ait perspektif çizim oluşturma, belli bir yönden ortogonal görünümü verilen üç boyutlu bir yapının başka bir yönden ortogonal görünümünü çizme, üç boyutlu yapılara ait farklı yönlerden ortogonal görünümünü çizme becerilerine yöneliktir.

Öğrencilerin bu soruları yanıtlama sürecindeki düşünceleri detaylarıyla incelenmeye çalışılmıştır.

Hazırlanan görüşme formunda 14 sorunun yedisi yapılan çalışmalardan alınmış (2., 3., 6. ve 8. sorular Akkurt Denizli'nin (2016) çalışmasından; 4., 13. ve 14. sorular Pittalis ve Christou (2013) tarafından yapılan çalışmadan alınmıştır. ), diğer yedi soru ise araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Görüşme sürecinde, görüşme formundaki sorular sözlü sorulmuş, öğrencilere sunulan kağıt üzerinde sadece sorulara ilişkin çizimlere yer verilmiştir. Yapılan görüşmelerde yer alan görevlerin türü ve her birine ilişkin birer soru ve ilgili çizim örneği Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3

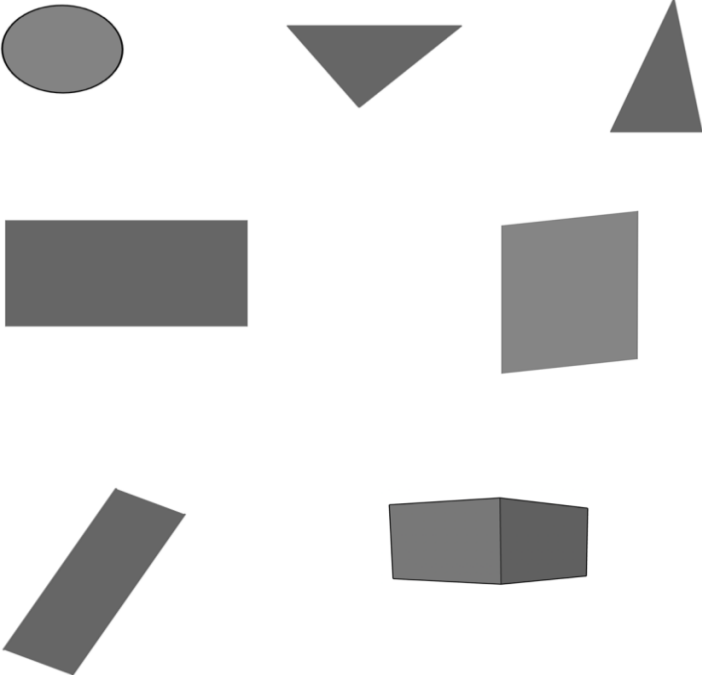

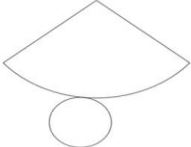
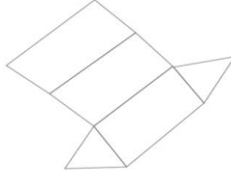
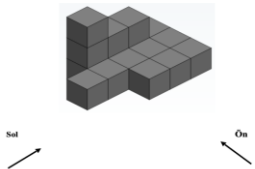
*Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerdeki Görev Türleri ve İlgili Soru Örnekleri*

Görev Türü	Soru Örneği
Bir geometrik cisme ait verilen perspektif temsili yorumlama	<p>Aşağıda çizimi verilen cismin özellikleri hakkında neler söyleyebilirsin?</p> <p>a) Cismin ismini söyler misin?</p> <p>b) Cismin köşe sayısı hakkında bilgi verir misin? Köşelerini gösterir misin?</p> <p>c) Cismin ayrıt sayısı hakkında bilgi verir misin? Ayrıtı gösterir misin?</p> <p>d) Cismin yüzleri ve yüz sayısı hakkında bilgi verir misin? Yüzlerini gösterir misin?</p> 
Bir geometrik cisme ait verilen açınım temsili yorumlama	<p>Aşağıda verilen şekillerden hangisi ya da hangileri yanda çizimi verilen prizmanın açınımına aittir? Neden seçtiğin şeklin yanda çizimi verilen prizmaya ait olduğunu düşündün? Açıklar mısın?</p>  

(Devam ediyor)

Tablo 3 (Devamı)

*Yarı Yapılandırılmış Görüşmelerdeki Görev Türleri ve İlgili Soru Örnekleri*

<p>Bir geometrik cisme ait verilen ortogonal temsili yorumlama</p>	<p><b>Bir üçgen prizmanın herhangi bir yüzüne tam karşıdan bakıldığında aşağıdaki şekillerden hangisi ya da hangilerini görmek mümkün olabilir? Neden?</b></p> 
<p>Bir geometrik cisme ait açınım temsili oluşturma</p>	<p><b>Yanda temsili verilen geometrik cisme ait düzlem açınımlarını oluşturur musun? Şimdi bu cismin farklı bir açınımlarını çizer misin? Şimdi aynı cismin farklı bir açınımlarını çizer misin?</b></p> 
<p>Açınımı verilen bir geometrik cisme ait perspektif temsil oluşturma</p>	<p><b>Aşağıda açınımı verilen geometrik cisimleri çizer misin? :Bu açınımı ve çizimini açıklar mısın?</b></p> <p>Şekil 1</p>  <p>Şekil 2</p> 
<p>Bir geometrik cisme ait ortogonal temsili oluşturma</p>	<p><b>Yanda perspektif görünümü verilen eş prizmalardan oluşan yapının sağdan, soldan, alttan, üstten, önden ve arkadan görünümünü çizer misin?</b></p> 

Tabloda bazı örnekleri sunulan görüşmede kullanılan sorular, yarı yapılandırılmış görüşme sürecinde öğrencilerin yanıtlarına göre derinleştirilmiş, soruların öğrencilerin oluşturma ve yorumlama süreçlerinde nasıl düşündüklerini incelemeye olanak sağlayacak nitelikte olması amaçlanmıştır. Bu bağlamda geometri alanında çalışan akademisyenlerden, meslek lisesinde çalışan matematik dersi ve makine tasarım ve teknoloji alanı ders öğretmenlerinden sorular hakkında uzman görüşü alınıp yapılan geri dönüşlere göre yarı yapılandırılmış görüşme formu düzenlenmiştir. Formda toplam on dört soru bulunmaktadır.

## **İşlem**

Araştırmada görüşmelere başlanmadan önce katılımcılardan ve katılımcı velilerinden (Ek-4) ve MEB'den (Ek-3) gerekli izinler alınmıştır. Öğrencilerle gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşme formu Ek- 1'de verilmiştir. Görüşmeler, okulun toplantı odasında okul yönetimi ile planlanan zamanlarda öğrenim sürecini aksatmayacak şekilde gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerin hemen öncesinde katılımcı öğrencilere çalışmanın amacı hakkında bilgi verilmiş ve çalışmaya gönüllü katılım sağlaması yönünde kendilerinden hem sözlü hem de yazılı izin alınmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşmelerde, öğrencilerden yanıtlarını nedenleriyle açıklamaları beklenmiş ve yapılan açıklamalara göre görüşmeler şekillenmiştir. Bu noktada öğrenci yanıtları ve açıklamalarında derinleşebilmek amacıyla “Nasıl yaptın?”, “Neden bu şekilde düşündün?”, “Farklı bir şekilde çizebilir misin?”, “Çizimini açıklar mısın?”, “Neden olmayacağını düşünüyorsun?” gibi sorular yöneltilmiştir. Video kaydına alınan görüşmeler, her biri 40 dakika süren iki oturumda, öğrencilerle birebir gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde öğrencilerin yanıtlarını yazdıkları ve çizim yaptıkları kağıtlar araştırmacı tarafından toplanmıştır.

## **Verilerin Çözümlemesi**

Nitel araştırmada karmaşık, belirsiz bir veri yığını gibi duran anlatıların içinden anlamlı temalar, kategoriler ve eğilimlere ulaşılmaktadır. Bu bağlamda nitel veri ile bireyler arası ilişkilerin yansıttığı bilgi yorumlanır (Kümbetoğlu, 2005) ve elde edilen verilerin kategorilere ayrılması sağlanır (Özdemir, 2010). Nitel araştırmada veri analizi araştırma sürecinin kalbidir (Yıldırım ve Şimşek, 2013). İçerik analizi, nitel veri analiz

türleri arasında en sık kullanılan yöntemlerden biri olup yazılı ve görsel verilerin analiz edilmesinde kullanılırken nitel verinin sistematik ve tarafsız bir şekilde analiz edilip sunulması hedefler (Koçak ve Arun, 2013). Bu çalışmada elde edilen verilerin de nesnel ve sistematik bir şekilde analiz edilip raporlanabilmesi için tümevarımcı içerik analizi kullanılmıştır. Tümevarımcı içerik analizinde verinin içinden çıkan kavram ve temalar ön planda olur (Yıldırım ve Şimşek, 2013).

Görüşme formunda soru ve temsil çeşitleri kategorize edilerek hazırlanmış ve sonuçlar bu kategorizasyondan elde edilmiştir. Çalışmada araştırmacı ile dokuz öğrenci arasında gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmelerdeki etkileşimler neticesinde oluşan veriler, öncelikle transkript edilmiş, sonrasında detaylıca tekrar gözden geçirilip görüşme formları ve görüşmelere ait video kayıtları, görüşmeler sırasında yapılan gözlemler ışığında incelenmiş ve verilerin çözümlenmesine başlanmıştır. Yapılan bu değerlendirmeler neticesinde elde edilen bulgulara dair önce kodlar oluşturulmuştur. Sonrasında bu kodlara ait alt kategori ve kategorilere ulaşılmıştır. Yapılan kodlamalarda anlamlı olanlar değerlendirilmiş ve ilgili diğer kodlarla birleştirilerek yeni kategoriler altında birleştirilmiştir. Ulaşılan kategorilerden çalışmanın bütünselliğine uygun temalar elde edilmiştir.

### **Geçerlik ve Güvenirlik**

Okuyucuyu problemin çözümünün doğru araştırma kapsamında sunulduğuna inandırmak araştırmanın gücünü arttıran en önemli unsurdur (Baltacı, 2019). Bu noktada araştırmacının kullanılan veri toplama araçlarının, araştırma deseninin ve veri analizinin geçerliği ve güvenirliliğinin belirlenmesi, araştırmanın inandırıcılığını etkilemektedir.

Güvenirlik hem yeniden kullanılabilir hem de tutarlı sonuçlar elde etmek amacıyla araştırma ortamındaki her verinin dikkatli bir şekilde kaydedilmesini içerir (Thanasegaran, 2009). Bu çalışmada güvenirliliği sağlamak amacıyla elde edilen verilerin yaklaşık %40'ı matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlamış bir uzman tarafından kodlanmıştır. Benzerlik oranı Miles ve Huberman (1994, s.64) formülü ile hesaplanmış ve güvenilirlik %87 bulunmuştur. Böylece yapılan kodlamalar geçerli sayılmıştır. Kodlamanın döngüsel olduğunu ifade eden Saldana (2009), verilerin tek seferde mükemmel bir şekilde kodlamanın nadiren mümkün olduğunu ileri sürmüştür. Bu süreç hem görsel hem de sözel verilerin titizlikle incelenmesini ve bireylerin deneyimlerine ilişkin ortaya çıkan anlam ve örüntüler üzerinde derinlemesine düşünülmesini gerektirir

(Saldana, 2009). Bu bağlamda yapılan çalışmada araştırmacı 2. kodlayıcıdan bağımsız iç tutarlılığı sağlamak adına kodlama - yeniden kodlama ile kategori ve temalara ulaşmıştır.

Geçerlik ise ölçme aracının ölçülmek istenen özelliği diğer özelliklerle karıştırmadan ne ölçüde doğru ölçtüğüyle ilgilidir; yani amaçlanan ölçmenin gerçekleştirilebilme derecesidir (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2017). Görüşmelerde kullanılan soruların geçerliği için bir matematik öğretmeni ve üç akademisyenden uzman görüşü alınmıştır. Hazırlanan soruların; sınıf düzeyine, geometrik cisimlere ait perspektif çizim temsillerinin,, ortogonal çizim temsillerinin ve açınımların yorumlanması ve oluşturulması becerilerine uygunluğuna ve sorularda kullanılan çizimlerin uygunluğuna ilişkin uzman görüşüne başvurulmuştur. Sunulan görüşler doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmış ve bir öğrenci ile pilot görüşme gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma sonrası elde edilen veriler incelenmiş, anlaşılması güç olan çizimler ve soru ifadeleri yeniden düzenlenmiştir. Katılımcılarla gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşmeler neticesinde elde edilen veriler doğrudan yapılan alıntı ve görsellerle desteklenmiştir.

Bu çalışmada yarı yapılandırılmış görüşmelerde, araştırmacının gözlemleri ve notları, görüşmede elde edilen yanıt kağıtları video kayıtları ile desteklenmiş, yeniden kodlama sürecinde nesnellikten uzaklaşmamak ve tutarlılığı sağlamak amacıyla her bir kod ve kategori oluşumunda bu görsel kayıtlara başvurulmuştur. Araştırmanın raporunun farklı bir uzman tarafından okunması ve yorumlarda alan yazındaki araştırmalardan atıflara yer verilmesiyle dış geçerlik, araştırmacının kodlama-yeniden kodlama yapmasıyla iç tutarlık arttırılmıştır.

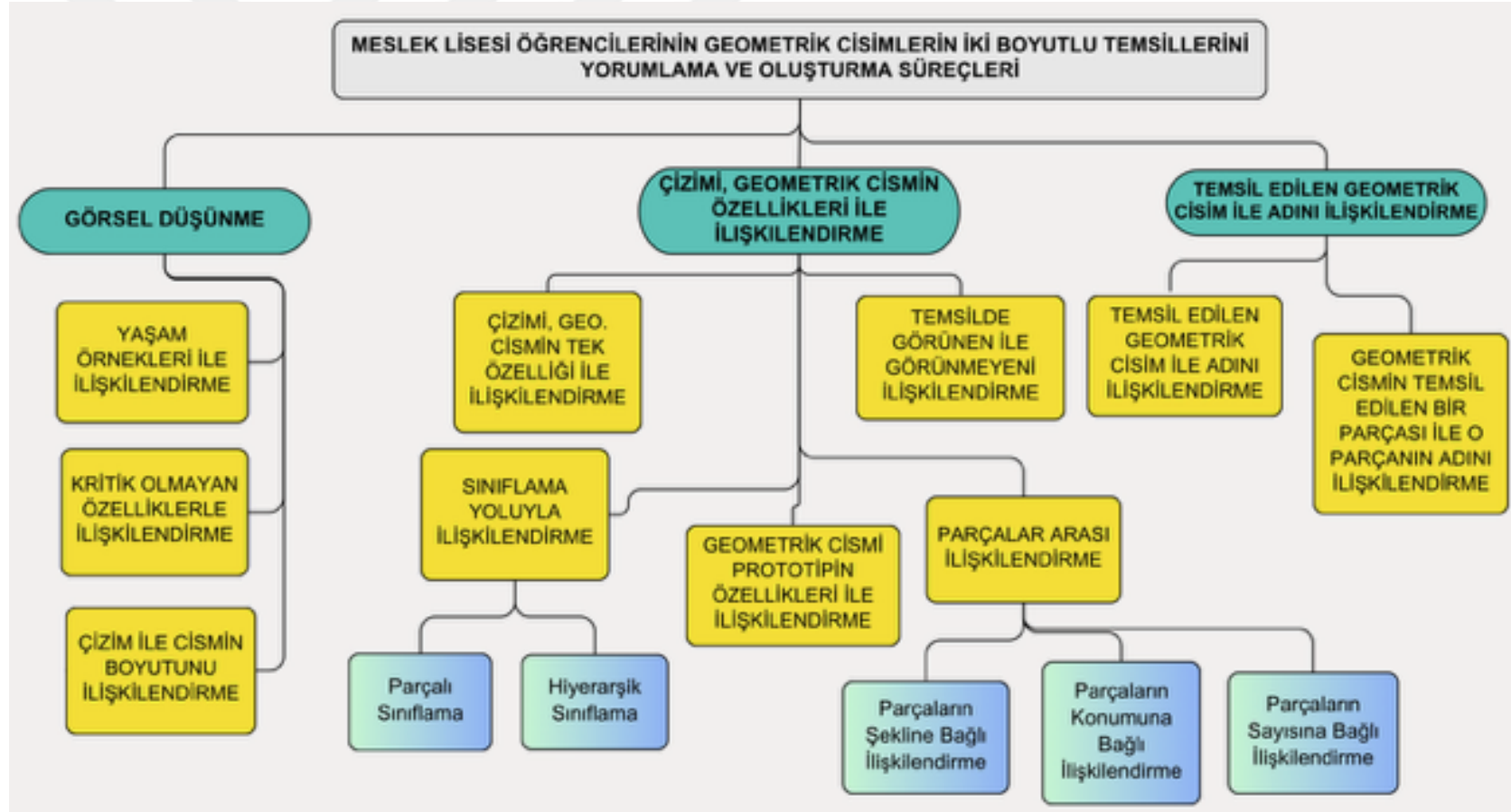
## BÖLÜM 3

### BULGULAR VE YORUMLAR

Bu başlık altında çalışmaya katılan meslek lisesi öğrencilerinin düşüncelerini derinlemesine incelemek adına yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

Araştırmada meslek lisesi öğrencilerinin geometrik cisimleri iki boyutlu temsilleriyle nasıl yorumladıkları ve nasıl oluşturduklarına dair iki alt probleme cevap aranmıştır. Yapılan içerik analizi sonucunda oluşturma ve yorumlamaya ilişkin bazı ortak düşünme biçimlerine ulaşılmıştır. Bu nedenle, bulgular sunulurken oluşturma ve yorumlama süreçlerine ilişkin elde edilen ortak bulgular da dikkate alınarak ilgili başlıklar altında yeri geldiğinde açıklanarak sunulmuştur.

Yapılan tümevarımsal içerik analizi sonucunda; görsel düşünme, çizimi, geometrik cismin özellikleri ile ilişkilendirme ve temsil edilen geometrik cisim ile adını ilişkilendirme temaları elde edilmiştir. Görsel düşünme teması; yaşam örnekleri ile ilişkilendirme, kritik olmayan özelliklerle ilişkilendirme ve çizim ile cismin boyutunu ilişkilendirme kategorilerinden oluşmuştur. Çizimi, geometrik cismin özellikleri ile ilişkilendirme teması; çizimi geometrik cismin tek özelliği ile ilişkilendirme, sınıflama yoluyla ilişkilendirme, geometrik cismi prototipin özellikleri ile ilişkilendirme, temsilde görünen ile görünmeyeni ilişkilendirme ve parçalar arası ilişkilendirme kategorilerinden oluşmuştur. Burada sınıflama yoluyla ilişkilendirme kategorisi altında; parçalı sınıflama ve hiyerarşik sınıflama, parçalar arası ilişkilendirme kategorisi altında ise parçaların şekline bağlı ilişkilendirme, parçaların konumuna bağlı ilişkilendirme ve parçaların sayısına bağlı ilişkilendirme alt kategorileri yer almaktadır. Temsil edilen geometrik nesne ile adını ilişkilendirme teması; temsil edilen geometrik cisim ile adını ilişkilendirme ve geometrik cismin temsil edilen bir parçası ile o parçanın adını ilişkilendirme kategorilerinden oluşmuştur. Elde edilen alt kategori, kategori ve temalar Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 5. Çalışmada Ulaşılan Tema, Kategori ve Alt Kategoriler

## Görsel Düşünme

Bu tema, öğrencilerin, geometrik cisimlere ait temsilleri yorumlarken ve oluştururken cisimlerin kritik özelliklerinden ziyade görsel özelliklerine odaklandıkları durumlardan elde edilmiştir. Bu temaya ilişkin bulgular, cismi perspektif çizim üzerinden fark etme, açınının temsilden fark etme, verilen açınının hangi cisme ait olduğunu tanıma, ortogonal temsili verilen cismi tanıma, açınının temsili tamamlama, açınının temsili oluşturma ve perspektif temsil oluşturma becerilerinin gözlemlenmesi sürecinde elde edilmiştir. Görsel düşünme teması; yaşam örnekleri ile ilişkilendirme, kritik olmayan özelliklerle ilişkilendirme ve çizim ile geometrik cismin boyutunu ilişkilendirme kategorilerinden oluşmaktadır.

### Yaşam Örnekleri ile İlişkilendirme

Bu kategori, öğrencilerin verilen bir temsili yorumlama ve oluşturma sürecindeki düşüncelerinde yaşam örneklerini kullanarak görsel özelliklere odaklandıkları durumlardan elde edilmiştir.

Perspektif ve ortogonal görünüm temsilden ve açınının çiziminden cismi fark etme ve tanıma becerileri üzerine yöneltilen sorulara öğrencilerin sıklıkla yaşam örnekleri ile benzetimler yaparak cevaplar verdiği görülmüştür. Soru formundaki 1. soruda çeşitli geometrik cisimlere ait 23 çizim temsili sunulmuş ve öğrencilerden bu temsiller arasından silindir, üçgen prizma, koni, üçgen piramit, dikdörtgen prizma ve dikdörtgen piramit temsillerini seçmeleri istenmiştir. Burada öğrencilerin neden bu temsilleri seçtikleri sorulduğunda yaşam örnekleri ile bağlantı kurup bir seçim ya da eleme yaptıkları gözlemlenmiştir. Bu soruda Ayşe'den üçgen piramitleri seçmesi istendiğinde Görsel 1'de verilen Şekil 3, 4 ve 6 ile ilgili aşağıdaki diyalog gerçekleşmiştir:

Ayşe: Şekil 3'ten kesinlikle eminim.

Araştırmacı: Neden?

Ayşe: Tam bir piramide benziyor. Tabanı kare ve üçgenler geliyor böyle. Tam uç var sivri ucu... Sonra aslında şekil 4 de benziyor ama ucu sivri değil. Immm...

Aslında... Siz üçgen piramit mi sormuştunuz?

Araştırmacı.: Evet, üçgen piramit sordum.

Ayşe: Hımm, ben normal piramitleri düşünerek cevaplamıştım. Bunun tabanı (Görsel 1'deki şekil 6'daki çizimi gösterir.) sadece üçgen ama diğerlerinin tabanı kareydi.

Araştırmacı: Evet?

Ayşe: Üçgen piramit olunca böyle mi oluyordu acaba? (Görsel 1’deki Şekil 6’daki çizimi gösterir)

Araştırmacı: Sen neyi düşünerek yorumlamıştın?

Ayşe: Mısır Piramitlerini düşünerek cevaplamıştım.

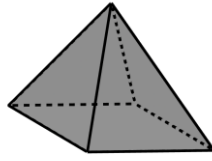
Araştırmacı: Peki, şu an farklı mı düşünüyorsun?

Ayşe: Yani sorguladım bir şimdi kendimi.

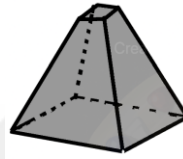
Araştırmacı: Sorgulayınca ne düşündün?

Ayşe: Üçgen piramit deyince tabanı kare olan değil, o da üçgen olan olması lazım. Kararsızım... Aslında iki tür var bir tabanı kare olanlar bir de üçgenler olanlar. Bir tanesinden emin olsam ona göre karar vereceğim hangisinin üçgen piramit olduğuna.

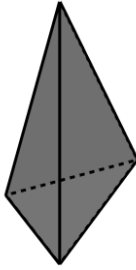
Şekil 3



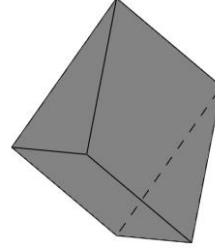
Şekil 4



Şekil 6



Şekil 12



Görsel 1. Birinci Soruda Yer Alan Şekil 3, Şekil 4, Şekil 6 ve Şekil 12

Bu soruda benzer şekilde üçgen piramit için “Mısır piramitleri gibi düşündüm.” ifadesini Ahmet, Zehra ve Sezen de kullanmış ve üçgen piramitleri belirlerken dikdörtgen piramitleri de üçgen piramit olarak seçmişlerdir.

Ayşe 1. soruda üçgen prizma temsili için Şekil 12’yi (Görsel 1’de verilmiştir.) üçgen prizma olarak seçtiğinde ona neden bu şeklin üçgen prizma olduğunu düşündüğü sorulmuştur. Ayşe’nin “Çünkü böyle öğrendim, böyle... Çatı gibi. O sayede tanıdım.” ifadesi, çizim temsili verilen geometrik cisim, yaşam örneklerinden faydalanarak tanımaya çalıştığı fikrini vermektedir.

Birinci soruda verilen temsiller arasından konileri seçmesi istenen Kemal ise Görsel 2’deki Şekil 15’e ilişkin seçimini aşağıdaki gibi gerekçelendirmiştir.

Araştırmacı: Burada gördüğün temsilden hangisi ya da hangileri koni temsilidir?

Kemal: Şekil 15

Araştırmacı: Neden bu şekli seçtin?

Kemal: Bu bir parti şapkasına benziyor.

Koni seçimini Kemal gibi Ayşe de “*Tabanı zaten yuvarlak, üçgen de var. Kûlah gibiler.*” cümlesiyle, Neşe ise “*Huniye benziyor diye.*” ifadesiyle açıklamıştır.

Kemal ve Ayşe 1. soruda silindir temsillerini seçmeleri istendiğinde de verilen perspektif çizimler arasından şekil 17’yi (Görsel 2’de verilmiştir.) yorumlarken yaşam örneğinden faydalanmış ve tekerleğe benzettiklerini ifade etmişlerdir.

Ayşe: Silindir biraz daha yuvarlak ve böyle uzun gövdesi var. Bu da (Şekil 17’yi gösterir) yuvarlak, tekerlek gibi diğerleri de tekerleğe benziyor ama şekil 17 daha basık.

Kemal: Benim bildiğim kadarıyla daire gibi olan bu dışı (silindirin yanal yüzeyini gösterir) silindiriktir. O yüzden Şekil 14 ve 16 silindir (Görsel 2’de verilmiştir.) Şekil 17 normal bir daire, çember. Tekerlek falan...

On birinci soruda öğrencilerden sözlü temsil ile ifade edilen geometrik cisimlerin perspektif çizimlerini yapmaları istenmiştir. Bu geometrik cisimler üçgen piramit, silindir, üçgen prizma ve beşgen piramittir. Neşe bir silindir temsili oluştururken çizimini görsel özelliklerle ilişkilendirerek şu şekilde açıklamıştır:

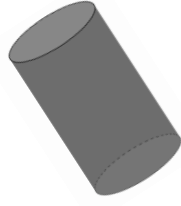
Araştırmacı: Bu silindir çizimini bana açıklar mısın?

Neşe: Daha çok uzun gibi hani tepesinde yuvarlaklar, hani pipet gibi düşündüm yani.

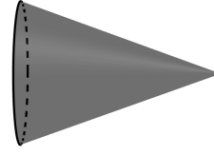
Araştırmacı: Peki pipeti düşünürsek? Silindir ile aynı mı?

Neşe: Hayır, silindirde yuvarlaklar daha dolu.

Şekil 14



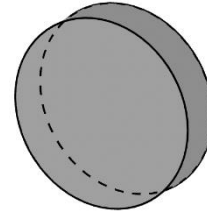
Şekil 15



Şekil 16



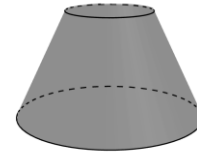
Şekil 17



Şekil 20

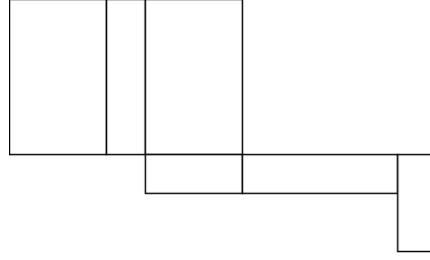


Şekil 22



Görsel 2. Öğrencilerin Silindir ve Koni için Yorumladıkları Temsiller (1. Soru, Şekil 14, 15, 16, 17, 20, 22)

Verilen açılımın hangi geometrik cisme ait olduğunu fark etme becerisini incelemek için sorulan Görsel 3'teki 5. soruda dikdörtgen prizma açılımı için Yusuf "Az önce de bunun gibi bir soru sormuştunuz, onu seçmişim ama hatırlamadım ismini." şeklinde cevaplamıştır. Zihninde kapatıp kapatamadığı sorulduğunda ise "Yani dikdörtgen gibi... Peçete kutuları oluyor, onun gibi." cevabını vermiştir.



Görsel 3. Yusuf'un Peçete Kutusuna Benzettiği Açınım Çizimi (5. Soru, Şekil 7)

Sorularda yer alan temsilin çeşidinden ve incelenmek istenen görselleştirme becerisinden bağımsız olarak beş öğrencinin temsil hakkında düşüncelerini zaman zaman yaşam örnekleri ile ilişkilendirerek ifade ettikleri görülmüştür. Bu öğrenciler, bazen cisimlerin bazı özelliklerinden bahsetseler de onları yorumlarken görünüşlerine ve neye benzediklerine yoğunlaşmışlardır. Buna bağlı olarak yaşam örnekleri ile ilişkilendirme yapmışlar ve cisimlerin özellikleri ile bu örnekleri ilişkilendirmede güçlük yaşamışlardır.

### **Kritik Olmayan Özelliklerle İlişkilendirme**

Bu kategori, öğrencilerin temsili yorumlarken ve oluştururken geometrik cisme ait kritik olmayan özelliklerle ilişkilendirerek verdikleri yanıtlardan elde edilmiştir. Öğrencilerin büyük bir kısmı zaman zaman hem yorumlama hem de oluşturma eylemlerinde temsilin; yön, uzunluk, sivrilik, genişlik ve konum gibi kritik olmayan özelliklerine odaklanıp kritik özelliklerini göz ardı etmişlerdir. Bu durumlarla daha çok perspektif temsilden geometrik cisme ait bileşenleri tanıma, ortogonal görünüm temsilinden cismi tanıma, açınım oluşturma becerilerinin incelenmesini hedefleyen sorularda karşılaşmıştır.

Yapılan görüşmelerde öğrencilerden 1. soruda verilen 23 perspektif çizim arasından silindire ait temsilleri seçmeleri istenmiştir. Altı öğrenci silindiri “uzun, yuvarlak” bir geometrik cisim olarak tanımlamış ve bu tanıma göre Görsel 4’teki şekil 14 ve 16’yı silindir olarak kabul etmişlerdir. Bu noktada şekil 17’deki çizimi, kısa olması sebebiyle kabul etmemişler, silindirin daire yüzleri arasındaki yan yüzün belirgin bir şekilde uzun olması gerektiğini düşünmüşlerdir.

Bu öğrencilere Şekil 17 ile ilgili düşünceleri sorulduğunda şu cevapları vermişlerdir.

Ayşe: Silindir biraz daha yuvarlak ve böyle uzun gövdesi var. Bu da (Şekil 17’yi gösterir) yuvarlak, diğerlerine benziyor ama şekil 17 daha basık. O yüzden silindir olmaz bence.

Neşe: İlkokuldan beri bize silindiri yuvarlak, uzun bir şey olarak öğrettiler. Şekil 14 ve 16 o şekilde ama Şekil 17 silindir olmaz. O daha kısa.  
Ahmet: Şekil 14 ve 16 uzun ve yuvarlağımsı bir yapısı olduğu için silindirdir. Şekil 17'nin pek uzun bir yapısı yok.  
Zehra: Yuvarlak ve uzun olduğu için Şekil 14 ve 16 olur. Şekil 17 sadece yuvarlak ama kısa, uzun değil.



Görsel 4. Birinci Soruda Yer Alan Silindir Temsilleri

Geometrik cisimleri perspektif temsilleri ile tanıma becerisini inceleyen 1. soruda bir kısım öğrenci yuvarlak bir yapıya sahip olmasını yeterli bularak silindire ait olmayan diğer temsillerin de silindir olabileceğine kanaat getirmiştir. Bu öğrencilerden biri olan Mehmet, bu soruda hem Görsel 4'teki şekil 14, 16 ve 17'deki üç silindir temsili hem de Görsel 2'deki Şekil 15 ve 20'deki koni temsillerini silindir olarak almıştır. Görsel 2'deki Şekil 22'yi ise “*Bu şekli daha önce görmedim. Bilmiyorum.*” demiş ve silindir temsili olarak almamıştır.

Neşe ise 1. soruda yer alan farklı görünümlere sahip iki koni olan Görsel 2'deki Şekil 15 ve Şekil 20 ile bir kesik koni olan Şekil 22'yi koni olarak kabul etmiştir. Neden bu şekilleri seçtiği sorulduğunda “*Çünkü aşağı kısımları daire şeklinde ve yukarı doğru inceliyor.*” ifadesi ile koninin tanımına değil görsel olarak aşağıdan yukarıya doğru incelmeye odaklandığı görülmektedir. Konideki dairenin farkında olsa da kararını verirken koninin kritik özelliklerinin farkında olmadığına işaret eden açıklamalar yapmıştır. İki koni temsili ile birlikte kesik koniyi de alan Sezen de benzer şekilde “*Üstü dar, altı yuvarlak şekilde gidiyor. Bu da (Şekil 22'yi gösterir.) dar ve uzun şekilde gittiği için bunlar gibi konidir.*” cevabını vermiştir.

Ayşe'nin 1. soruda üçgen piramit temsilleri için verdiği cevap yanlış olmakla birlikte görsel odaklı bir düşünme biçimine dayanmaktadır. Aşağıdaki diyalogda, Görsel 5'teki şekillere ilişkin Ayşe'nin açıklamaları yer almaktadır.

Ayşe: Şekil 3'ten eminim. Mesela bu 1 ve 2. şekil, Şekil 3'tekine benziyor ama bunlar çok uzuyor.

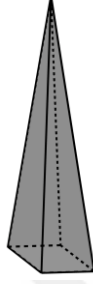
Araştırmacı: Peki sence bu piramit olmalarına engel mi?

Ayşe: Evet.

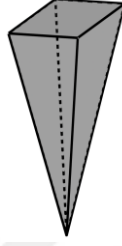
Araştırmacı: Neden?

Ayşe: Piramidin görüntüsü öyle değil çünkü daha kısa olması gerekiyor.

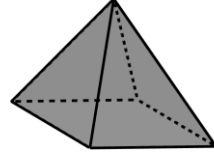
Şekil 1



Şekil 2



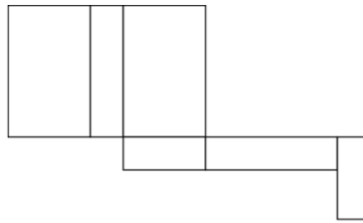
Şekil 3



Görsel 5. Birinci Soru, Şekil 1, Şekil 2 ve Şekil 3

Öğrenciler yalnızca perspektif çizim temsillerinde değil açınımlarda da benzer şekilde görsel özelliklere odaklanarak yorumlama yapmışlardır. Dördüncü soruda, verilen açınım temsilleri arasından dikdörtgen prizmaya ait açınımları bulması istendiğinde Mehmet'in Görsel 6'daki açınım temsili için, "Şekil 5 olmaz. Çünkü şuraları (küçük dikdörtgenlerin kısa kenarları) çok kısa. Daha uzun olsaydı olurdu." şeklindeki cevabı, temsil edilen cismin kritik özelliklerini, dolayısıyla açımında yer alan yüzlerin özelliklerini dikkate almadığını, temsili görsel olarak yorumladığını göstermektedir.

Şekil 5



Görsel 6. Dördüncü Soruda Yer Alan Dikdörtgen Prizmaya Ait Açınım Temsili

Mehmet'in açınım temsili yorumlamadaki bu düşünme biçimine 6. soruda ortogonal temsili yorumlamada da sahip olduğu görülmüştür. Bir üçgen prizmanın

herhangi bir yüzüne tam karşıdan bakıldığında elde edilebilecek görünümleri seçmesi istenen Mehmet ile Görsel 7’deki şekillere ilişkin şu şekilde bir mülakat gerçekleşmiştir.

Mehmet: Şekil 2 görünmez ters durduğu için. Şekil 3 görünür, çünkü bunu üç tanesiyle birleştirince sizin dediğiniz şey çıkıyor. Her yanında bu şekil üçgen var.

Araştırmacı: Şekil 2 de üçgen değil mi?

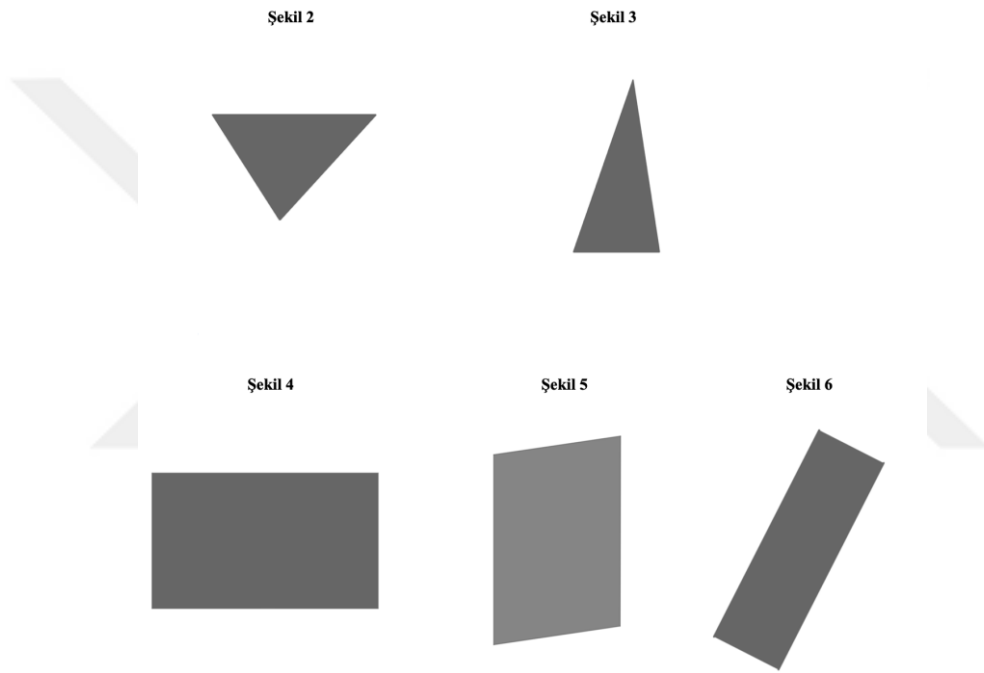
Mehmet: O ters. Bir de şekil 3 daha sivri.

Araştırmacı: Peki, başka?

Mehmet: Şekil 4 de görünmez, kare ve büyük çünkü. Şekil 5 de Şekil 4’e benziyor, hem de biraz yamuk. Şekil 6 da olmaz, ters durduğu için.

Sezen de bu soruda Mehmet ile benzer şekilde Şekil 2’yi eğik, Şekil 5’i ve şekil

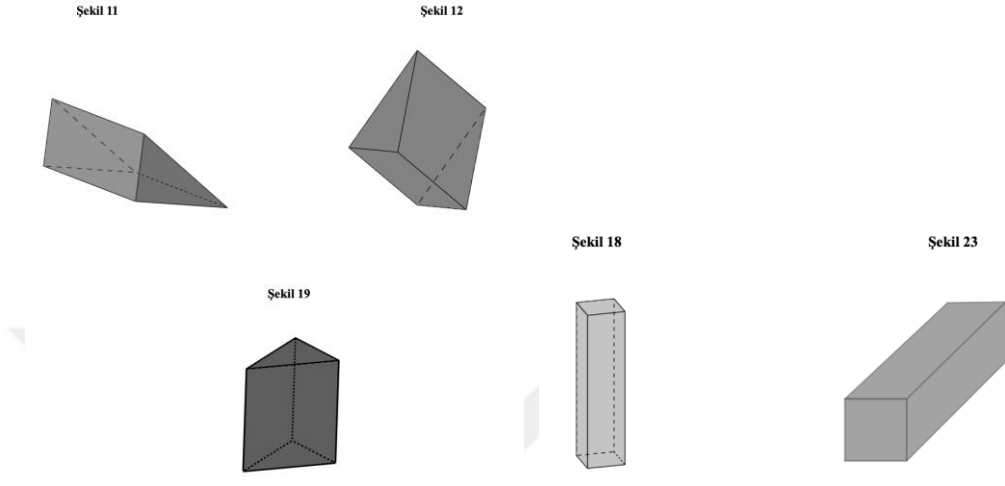
6’yı yamuk gelmesi sebebi ile seçmediğini söylemiştir.



Görsel 7. Altıncı Soruda Mehmet’in Yorumladığı Ortogonal Görünümler

Ayşe ve Neşe ise bazı geometrik cisimler hakkında yorumlamada görsel özelliklere odaklı düşünürken (örneğin, üçgen piramit seçiminde uzunluğu dikkate alma) bazılarında bu tip özelliklerden etkilenmemişlerdir. Ayşe 1. soruda üçgen prizma için önce Görsel 8’deki Şekil 12’yi seçmiş, sonrasında Şekil 11 ve Şekil 19’u da eklemiştir. Neden bunları seçtiği sorulduğunda ise “*Bunlar da şekil 12 ile aynı, sadece konumları değişik.*” cevabını vermiştir. Aynı soruda bazı piramit temsillerini de belirleyebilmiş ve “*Şekil 6 ve şekil 7, Şekil 9 da bunlarla aynı sadece ters dönmüş hâli.*” yorumunda bulunmuştur. Neşe ise dikdörtgen prizma seçiminde Görsel 8’deki şekillere ilişkin, “*Şekil 18 de olur şekil 23 de. 23 sadece 18’in yan yatmış hâli.*” ifadesini kullanmıştır. Burada Ayşe ve Neşe’nin bu temsilleri yorumlarken sivrilik, uzunluk, genişlik gibi özelliklerden

etkilenirken yön ve konum değişikliğinden etkilenmedikleri söylenebilir. Diğer taraftan, bazı üçgen piramit temsillerini tanıma, aynı sınıfa dâhil etme ve bir kare piramit temsilini de belirlediği bu üçgen piramit sınıfına dâhil etme gibi davranışları, temsilleri yorumlarken hâlâ kritik özelliklere bağlı düşünmediklerini açıkça göstermektedir.



Görsel 8. Ayşe'nin Yorumladığı Üçgen Prizma Temsilleri ve Neşe'nin Yorumladığı Dikdörtgen Prizma Temsilleri

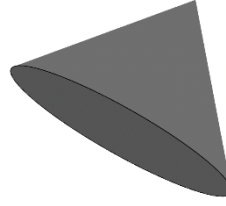
Temsilleri yalnızca yorumlarken değil oluştururken de öğrencilerin görsel özellik farklılıklarının etkisinde kaldığı gözlemlenmiştir. Temsillerin konumundan etkilenmeyen fakat kritik olmayan özelliklerini dikkate alarak yorum yapan Neşe, Görsel 9'da yer alan 7. sorudaki perspektif temsilleri (Şekil 3 ve şekil 5) verilen iki koninin açınımı için aşağıdaki (sırasıyla şekil a ve şekil b) çizimleri yapmıştır.

Burada Neşe'nin görüşme formunda verilen farklı konilerden kendisine göre dairesel yüzü yukarıda bulunan koni (Şekil 3) için bu yüzü yukarıda çizdiği; dairesel yüzü aşağıda bulunan koni (Şekil 5) için ise bu yüzü aşağıda olacak şekilde çizdiği, yani açınımlarını perspektif temsilin yönlerini dikkate alarak oluşturduğu görülmektedir. Diğer taraftan açınımı oluşturan parçaların koni oluşturmak için uygun olmadığı da çizimlerinden anlaşılmaktadır.

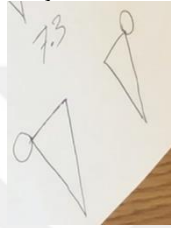
Şekil 3



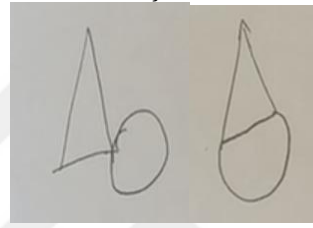
Şekil 5



Şekil a



Şekil b

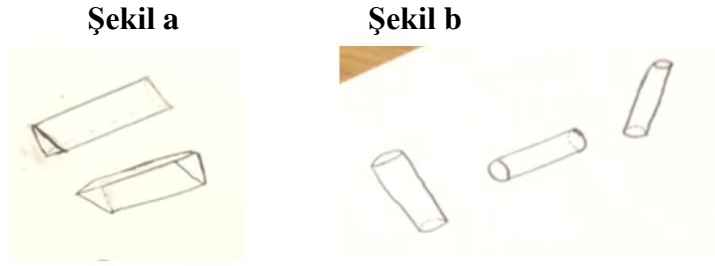


Görsel 9. Yedinci Sorudaki İki Koni Temsili ve Neşe'nin Bu Koniler İçin Oluşturduğu Açınımlar

On birinci soruda öğrencilerden isimleri verilen dört farklı geometrik cisme ait perspektif temsilleri çizmeleri, bu çizimlerini çeşitlendirmeleri ve açıklamaları istenmiştir. Neşe gibi Ayşe de temsilleri yorumlamada yön ve konumdan etkilenmemesine rağmen temsil oluşturmada cisimlerin sadece yönünü değiştirerek farklı çizimler sunmuştur. Görsel 10'da üçgen prizma ve silindir için Ayşe'nin oluşturduğu çizimler yer almaktadır. Ayşe, silindirleri çizerken önce kendisine göre dikey bir silindir çizmiş, ikincisinde bu silindiri yatay, üçüncüsünde ise eğik bir konumda çizmiştir. Ayşe'den çizimlerini çeşitlendirmesi ve bu çizimlerini açıklaması istendiğinde şu açıklamalarda bulunmuştur:

Ayşe: Burada üçgen prizma çizdim, sonra baş aşağı çevirip çizdim (Görsel 10, Şekil a).

Ayşe: Burada önce bir silindir çizdim, sonra bunu yan çevirip çizdim. En son da böyle biraz daha eğik çizdim (Görsel 10, Şekil b).



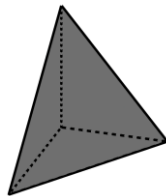
Görsel 10. Ayşe'nin 11. Soru için Üçgen Prizma ve Silindir Çizimleri

### Çizim ile Geometrik Cismin Boyutunu İlişkilendirme

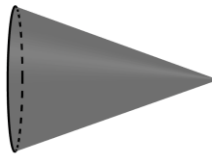
Yarı yapılandırılmış görüşmelerde öğrencilerin bir kısmının çizim temsillerini yorumlarken geometrik cismin boyutunu temsil üzerinden açıklamaya çalıştıkları ve temsilin görünüşüne göre nesnenin boyutuna karar verdikleri görülmüştür. Bazı öğrenciler geometrik bir cismin temsili çizirken de bu ilişkiyi kurmakta güçlük yaşamış, geometrik cisimler için iki boyutlu şekil temsilleri çizmişlerdir.

Perspektif çizim temsillerin yer aldığı 1. soruda Mehmet, üçgen prizma seçimlerini üçgen yüze sahip cisim temsillerinden yana yapmıştır. Bu seçimler arasında Görsel 11'deki şekil 7'nin neden üçgen prizma temsili olmadığı sorulduğunda “Siz üçgen prizma dediniz, burada sadece üçgen var. Üç boyutlu durmuyor.” şeklinde cevaplar. Benzer biçimde Neşe, şekil 15 için “Altı üç boyutlu göstermişler, ama diğer tarafları üç boyutlu değil.” diyerek görseldeki koninin dairesel yüzüne bakınca üç boyuta sahip olduğunu fakat geriye kalan kısmına bakınca üç boyuta sahip olmadığını düşündüğünü ifade etmiştir. Aynı soruda Zehra, koni temsillerini belirlerken Şekil 7 ve 9 dışındaki tüm koni ve piramit temsillerini seçmiştir. Bu iki temsili neden seçmediği sorulduğunda “Bunlar (Şekil 7 ve 9) daha çok üçgen gibi, diğerlerinde olduğu gibi bütün uçlar tek bir noktaya gelmiş gibi durmuyor.” cevabını vermiştir.

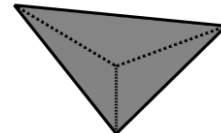
Şekil 7



Şekil 15



Şekil 9



Görsel 11. Mehmet, Neşe ve Zehra'nın İki Boyutlu Olarak Yorumladığı Çizimler

Verilen perspektif çizim temsilleri arasından dikdörtgen prizmaya ait olanların seçilmesinin beklendiği 1. soruda Ayşe, Görsel 12’de verilen Şekil 13’ü dikdörtgen prizma olarak alırken Şekil 18 ve Şekil 23’ü ise “Normal dikdörtgen” olarak yorumlamıştır. Neden bu şekilde ifade ettiği sorulduğunda araştırmacı ile arasında şu şekilde bir diyalog geçmiştir:

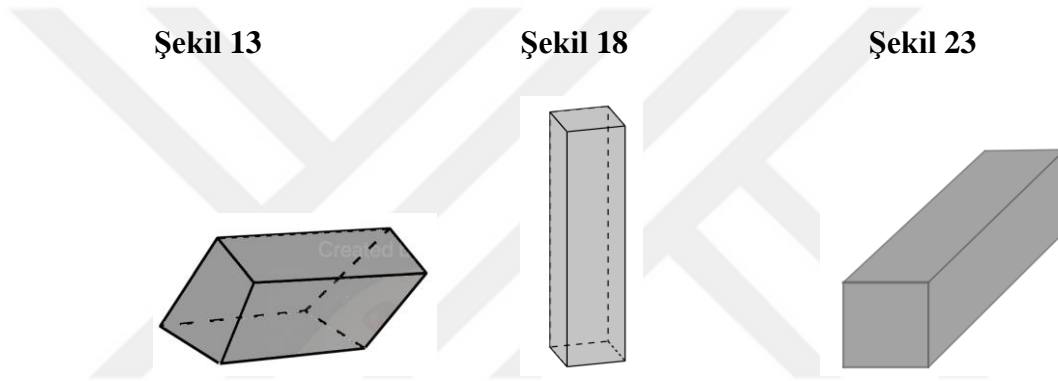
Ayşe: Şekil 18 ve 23 dikdörtgen prizma değiller. Dikdörtgenler normal.

Araştırmacı: Neden dikdörtgen prizma olmadıklarını düşünüyorsun?

Ayşe: Bir tık biraz farklı hani, tam dikdörtgen gibi olmuyor, prizma hani nasıl desem...

Araştırmacı: Şekil 13’ü neden dikdörtgen prizma olarak aldın?

Ayşe: Şeklinden dolayı. Dikdörtgenlerle yapılmış ama duruşlarından dolayı... şekil 13 yamuk olmasa tam düz olsa diğerleri (şekil 18 ve 23) ile aynı olurdu, o yüzden dikdörtgen değil.

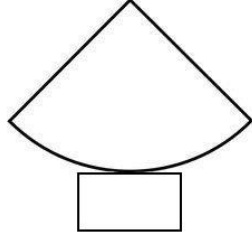


Görsel 12. Birinci Soruda Ayşe’nin 2B-3B Karmaşası Yaşadığı Şekiller

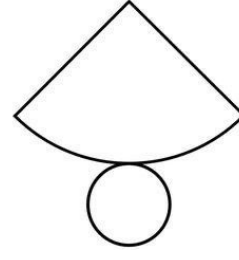
Ayşe 1. soruda Şekil 18 ve Şekil 23 için prizma yerine dikdörtgen kavramını kullanmıştır. Perspektif çizimle verilen bu temsillerin üç boyutlu derinlik algısını Şekil 12’deki yapı kadar hissettirememesinin bu hataya yol açtığı düşünülmüştür.

Benzer düşünme biçiminin açınım temsillerinin yorumlanmasında da olduğu gözlemlenmiştir. Neşe ve Sezen 4. soruda koniye ait açınım için yorum yapmaları istendiğinde bu soruya ait Görsel 13’teki şekil 10 ve 14’teki daire dilimlerinin zaten kapalı hâlde olduklarını ve sadece alt kısımdaki yüzlerin kapatılmasının yeterli olduğunu söylemişlerdir.

**Şekil 10**

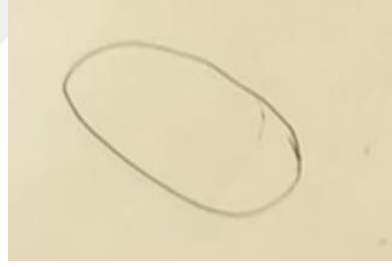


**Şekil 14**



*Görsel 13. Dördüncü Sorudaki 10. ve 14. Şekiller*

İsimleri verilen farklı geometrik cisimlere ait perspektif temsil çizimleri istenen 11. soruda Zehra, silindire ait bir perspektif temsil çizmesi istendiğinde de Görsel 14'teki çizimi yapmış ve “Normal yuvarlak değil de biraz daha şey... şöyle. Yani biraz daha basık, normal yuvarlak değil de biraz daha basık. Bu şekilde hatırlıyorum, yuvarlak bir silindir.” şeklinde açıklama yapmıştır. Zehra'nın üç boyutlu olan bir geometrik cismin temsilini iki boyutlu bir şeklin çiziminden farklılaştırmaya çalıştığı anlaşılmaktadır ancak Zehra iki boyutlu bir şekle ait gibi görünen bir çizim yapmış, dolayısıyla geometrik cismin boyutlarını temsiline yansıtamamıştır.



*Görsel 14. Zehra'nın Silindire Ait Perspektif Çizimi*

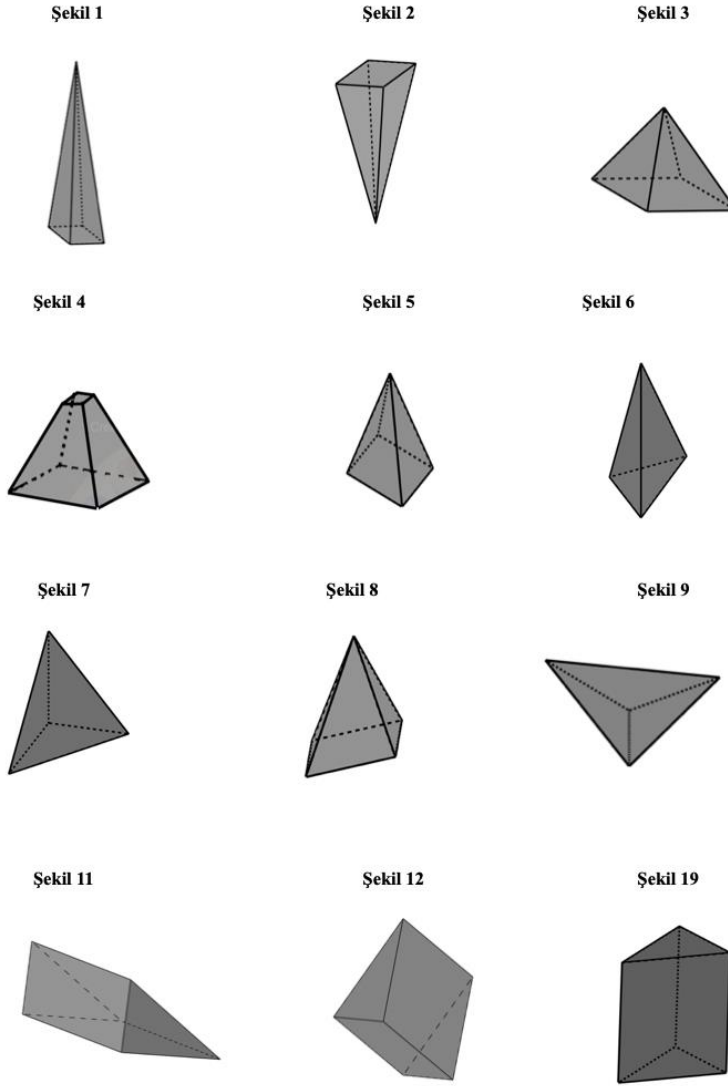
### **Çizimi, Geometrik Cismin Özellikleri ile İlişkilendirme**

Bu tema, öğrencilerin, geometrik cisimlerin özelliklerini dikkate aldıkları, cisimleri oluşturan parça ve elemanların da etkisi ile yorumlama ve oluşturma yaptıkları durumlardan elde edilmiştir. Bu tema altındaki kategoriler, öğrencilerin; geometrik cisme ait yalnızca bir özelliği ön planda tuttıkları, prototip cisimle ilişki kurdukları, sınıflama yoluyla yorumlama ve oluşturma yaptıkları, parçalar arası ilişkilendirmeler yaptıkları ve temsilde görünen kısımları ile görünmeyen kısımlarını ilişkilendirdikleri durumları içermektedir.

## Çizimi, Geometrik Cismin Tek Özelliği ile İlişkilendirme

Bazı öğrencilerin, geometrik cisme ait temsiller için yorumlama yaparken cismin özelliklerine dikkat ettiği, ancak formal tanımına bağlı değil de geometrik cismin tek özelliğine bağlı kaldıkları görülmüştür.

Birinci soruda öğrencilerden, verilen 23 perspektif çizimi arasından üçgen prizma temsilleri seçmeleri istendiğinde Mehmet, Neşe, Ahmet ve Melek üçgen prizma temsili seçimlerinin nedenleri için benzer gerekçeler sunmuşlardır. Seçilen temsiller incelendiğinde Neşe ve Melek üçgen prizma ile birlikte piramit çeşitlerini de üçgen bir yüze sahip olduğu için alırlarken, Mehmet ve Ahmet yalnızca piramit çeşitlerini üçgen prizma olarak almışlardır. Neden bu şekilleri seçtikleri sorulduğunda ise Neşe “Üç köşesi olan ve daha hani nasıl diyeyim böyle kalın, üçgen şekli geliyor aklıma, ama hani üç boyutlu.”, Melek “Yüzeylerine göre seçtim.” cevabını vermiştir. Ahmet ve Mehmet’e, Görsel 15’deki Şekil 11, 12 ve 19’da bulunan üçgen prizma temsilleri gösterilerek bu şekilleri neden seçmedikleri sorulduğunda, Ahmet, “Çünkü bu kısmı (Şekil 12’nin öndeki dikdörtgen yüzü gösterir.) öyle değil sadece burası (Şekil 12’nin öndeki üçgen yüzü gösterir.), buralarda üçgen var.” şeklinde yanıtlarken Mehmet “Burası (Şekil 19’un önde duran dikdörtgen yüzü) üçgen değil altı dikdörtgen.” yanıtını vermiştir.

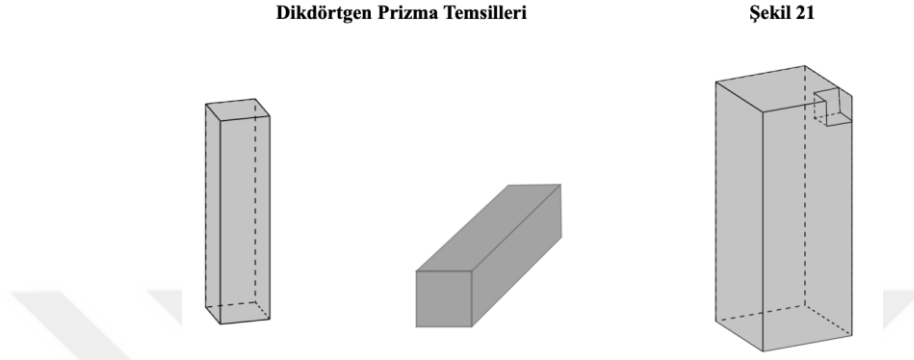


Görsel 15. Öğrencilerin 1. Sorudaki Üçgen Prizma Seçimleri

Perspektif temsiller arasından belirtilen bir cisme ait temsili tanıma görevinin olduğu 1. soruda, dikdörtgen prizma için Zehra, Neşe ve Sezen, Görsel 16’da verilen Şekil 21’i diğer iki dikdörtgen prizma temsilleriyle birlikte seçmiştir. Bu öğrencilerin üçü de Şekil 21’de temsili verilen cismin yapısının bozulmuş olduğunu belirtmelerine rağmen bu durumun dikdörtgen prizma olmasına engel olmadığını ve seçtikleri şekillere baktıklarında dikdörtgen bir yüz bulundurduğu için bu şekilleri seçtiklerini ifade etmişlerdir. Geometrik cismin formal tanımına odaklanmaksızın Şekil 21’i de dikdörtgen prizma olarak seçen bu dört öğrencilerin temsilde en az bir dikdörtgen yüz bulunmasının, dikdörtgen prizma olmak için yeterli olduğunu düşündükleri anlaşılmaktadır.

Kemal ve Melek ise Şekil 21’in bozulmuş kısmını “eksik, boşluk” olarak yorumlamışlar ve bu sebeple şekil 21’in dikdörtgen prizma olamayacağını ifade

etmişlerdir. Melek “Şekil 21’de, bir parçası eksik, üstteki dikdörtgen yüzü tamamlanmamış. O yüzden tam tamamlanmadığını düşünüyorum.”, Kemal ise “Köşesinde kare boşluk olmasa dikdörtgen prizma olabilirdi, çünkü bana bakan yüzü dikdörtgen olurdu diye düşünüyorum. Buradaki hâliyle dikdörtgen tamamlanmıyor, eksik. O yüzden olmaz.” ifadesi ile neden Şekil 21’i seçmediklerini açıklamışlardır.



Görsel 16. Birinci Sorudaki İki Dikdörtgen Prizma Temsili ile Şekil 21

Birinci soruda Sezen, Görsel 17’de verilen koni seçimlerini aşağıdaki konuşma ile açıklamıştır:

Sezen: Şekil 20 ve Şekil 22.

Araştırmacı: Neden bunları seçtin?

Sezen: Hocam koni, üstü yuvarlak şekilde olduğu için. Şekil 22 de öyle.

Araştırmacı: Bu kadar mı?

Sezen: Bir de Şekil 15 var.

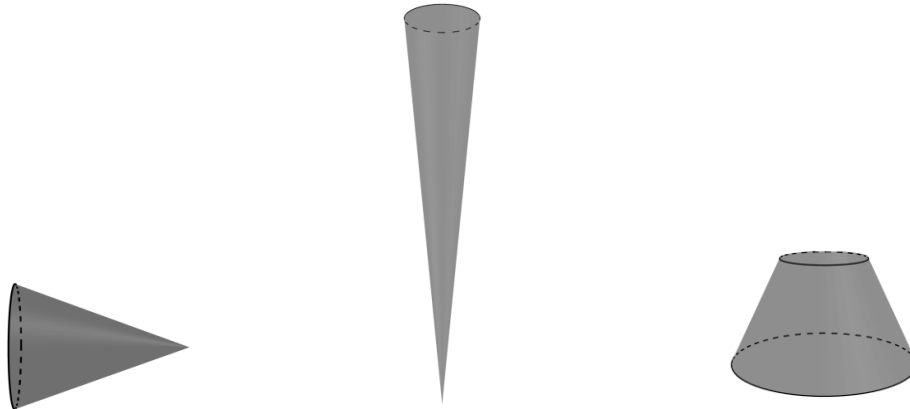
Araştırmacı: Şekil 15’i neden ekledin?

Sezen: Onun da altı yuvarlak.

**Şekil 15**

**Şekil 20**

**Şekil 22**



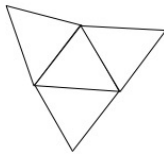
Görsel 17. Birinci Soruda Sezen’in Koni Seçimleri

Bu konuşma Sezen’in, koniye dair kavram imajının yalnızca dairesel yüze sahip olmak olarak düzenlediğini ve koni seçimlerini de bu kavram imajına göre

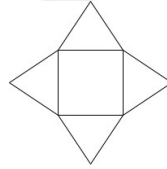
gerçekleştirdiğini göstermiştir. Sezen'in Şekil 15, 20 ve 22'yi üstü yuvarlak olduğu için seçtiğini söylemesi tek bir yüze, yani bir özelliğe odaklanarak yanıt verdiğini ve bu düşünmesinin koni temsili olan ve olmayan şekilleri birlikte seçmesine sebep olduğunu göstermektedir.

Verilen açınım temsillerinin hangi geometrik cisme ait olduğunu fark etme becerisini incelemek için yöneltilen 4. soruda Neşe, Sezen ve Kemal açınımlarda yer alan yüzlerin şekillerine odaklanarak seçim yapmışlardır. Neşe, üçgen piramit, dikdörtgen piramit ve üçgen prizmaya ait açınımları "Üçgen var." açıklamasıyla üçgen piramit için seçmiştir. Kemal'in üçgen piramit seçiminde Görsel 18'deki temsiller için "Şekil 1, Şekil 4, Şekil 2 ve Şekil 3'te oluşturur. Şekil 7 bir de. Bunları birleştirmeye çalıştım. Birleştirtince üçgen bir şekil olduğu için üç boyutlu bir şekilde olduğunu düşündüm." ifadesi de benzer şekilde düşündüğünü göstermektedir. Sezen ise Şekil 4 ve Şekil 13'ü, dikdörtgen yüzlerini dikkate alarak yorumlamış, "Yanlardan kapatınca şekli dikdörtgene benziyor. Birbirine bakarak benzemiyor belki ama hani benzer noktaları var gibi duruyor." diyerek dikdörtgen piramit olarak almıştır.

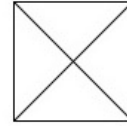
Şekil 1



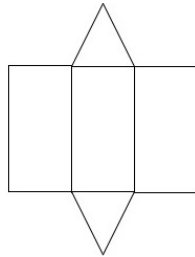
Şekil 2



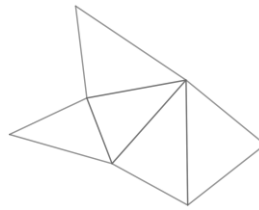
Şekil 3



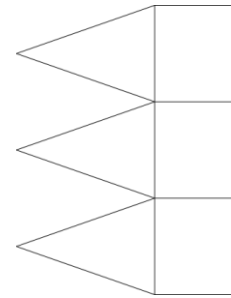
Şekil 4



Şekil 7



Şekil 13

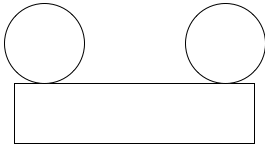


Görsel 18. Dördüncü Soruda Kemal'in üçgen piramit seçimleri ile Sezen'in Dikdörtgen Piramit seçimleri

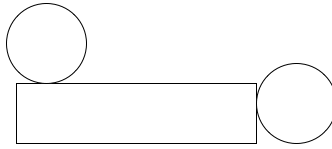
Dördüncü soruda silindire ait açınımları seçmeleri istenen Mehmet ve Yusuf bu sorudaki görsellere baktıklarında Şekil 15, 17 ve 18'in (Görsel 19'da verilmiştir.) silindiri açınımı belirttiğini, çünkü bu şekillerde "iki yuvarlak ve bir kare" olduğunu ifade etmişler

ve açınımında yüzlerin konumuna ilişkin bir yorum yapmamışlardır. Burada Mehmet ve Yusuf bir silindir açınımında bulunması gereken parçalara odaklanmışlar ve bu parçaların konumunu göz ardı etmişlerdir.

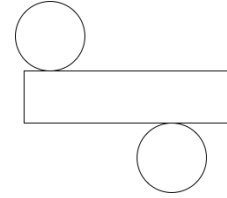
Şekil 15



Şekil 17



Şekil 18



Görsel 19. Dördüncü Sorudaki Şekil 15, Şekil 17 ve Şekil 18

Öğrenciler yalnızca farklı temsilleri karşılaştırıp bunların arasından geometrik cisimleri tanımaya çalışırken değil yalnız bir temsili yorumlarken de tek özellik üzerinden geometrik cisimleri tanımaya çalışmışlardır. Örneğin, bir silindir açılımı verilip hangi geometrik cisme ait olduğu sorulduğunda Neşe'nin *“Silindir olabilir, ama nasıl kapatılır, onu da bilmiyorum. İki tane yuvarlak kısmı olduğu için silindir olduğunu düşünüyorum.”* cevabı, aslında verilen açılımı zihninde tam olarak kapatamadığını, açınımında yer alan daire yüzlere odaklandığını göstermiştir. Öğrencilerin bu şekilde farklı çizim temsillerinden geometrik cisimleri yorumlarken tek özelliğine odaklanıp diğer özelliklerini göz ardı etmeleri, onları bazı durumlarda yanlış yanıtta, bazı durumlarda ise tahmin yoluyla doğru yanıtta götürmüştür.

### Geometrik Cismi Prototipin Özellikleri ile İlişkilendirme

Öğrenciler, geometrik cisimlere ait temsilleri yorumlarken ve oluştururken bazı durumlarda geometrik cismin özelliklerini sadece prototipinin özellikleri üzerinden değerlendirmişlerdir. Bu durumda prototip cisim temsilinin dışına çıkamayan öğrenciler, uç örneklerle karşılaştıklarında temsil edilen geometrik cismi tanımakta güçlük yaşamışlardır. Bu öğrenciler formal tanımdan uzaklaşarak verilen temsilin geometrik cisim ile ilişkilendirilmesinde problem yaşamışlar ve buna paralel olarak kendilerinden bir cisim temsili çizmeleri istendiğinde de prototip görsel çizmekten öteye gidememişlerdir. Bu noktada, öğrencilerin geometrik cisme ait şekilsel kavramlarında kavram imajının kavram tanımı ile yeterince desteklenmemiş olduğu düşünülmüştür.

Perspektif temsili verilen geometrik cisme ait açınımları tanımayı gerektiren 3. soruda, küp için yöneltilen altı açınımdan üçü doğru, üçü yanlış idi (Görsel 20’de verilmiştir.). Bu soruda beş öğrenci daha sık karşılaştıkları Şekil 4’teki prototip açınımı kabul etmiş, diğer iki açınımı ise yanlış bulmuş veya görmezden gelmişlerdir. Bu noktada, Mehmet düşünme biçimini aşağıdaki konuşma ile aktarmıştır.

Mehmet: Şekil 4 birleşir; şu dört tane kare birleştirilince yukardan da üstünü kapatınca bunun gibi (soruda perspektif çizimi verilen küpü gösterir) olur. Şekil 6 olmaz.

Araştırmacı.: Neden?

Mehmet: Olmaz çünkü şunlarda (şekil 4’ü gösterir) dört parça yan yana iken bunda üç parça yan yana. Katlanamaz çok saçma bir şey çıkar, ama katlayalım yine de zihinden, yok çıkmaz.

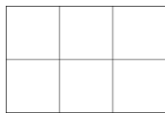
Aynı soruda Şekil 4’ü seçen Ahmet, “Şekil 2 uyuşmaz, katlanırsa garip bir şekil çıkar şurası (sağdaki üst üste olan iki kareyi gösterir).” ifadesini kullanmıştır. Neşe ise yalnızca 4. şekli doğru açınım olarak kabul etmiş, doğru olan diğer iki cevabın küp oluşturmayacağını söylemiştir. Sezen ise şekil 4’ün yanı sıra şekil 6’yı da kabul etmiş olsa da şekil 2’yi küp açınımı olarak almamış ve araştırmacı ile öğrenci arasında aşağıdaki konuşma geçmiştir.

Sezen: Bu da olur. Şekil 2 olmaz hocam, buradaki (sağ üst yüz) başka yerde olsaydı olabilirdi.

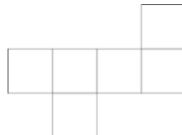
Araştırmacı: Nerede olsaydı mesela?

Sezen: Bu tarafta (en alt satırdaki yüzün hizasını gösterir) olsaydı olabilirdi.

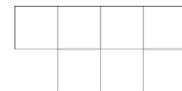
Şekil 1



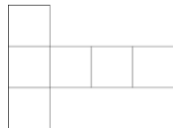
Şekil 2



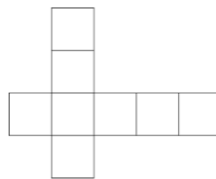
Şekil 3



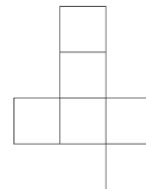
Şekil 4



Şekil 5



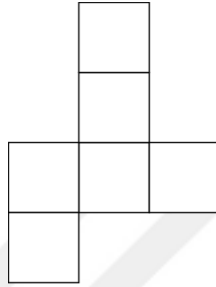
Şekil 6



Görsel 20. 3. Soruda Küp için Verilen Açınım Çizimleri

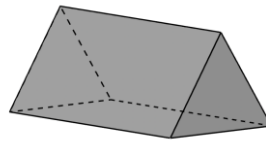
Sezen'in küp açılımında dört kare yan yana veriliyorsa geriye kalan iki karenin karşılıklı yer alması gerektiğini ifade etmesi, düşünme sürecinde prototipin baskın olduğuna işaret etmektedir.

Açınımı verilen geometrik cismin tanınmaları beklenen 5. soruda Ahmet buradaki düşüncesine paralel olarak verilen küp açılımı (Görsel 21'de verilmiştir.) tanıyamamış ve "Şu en alttaki kare ortada olsaydı bu küp oluşturabilirdi. Bu hâliyle olmaz." açıklamasını yapmıştır.

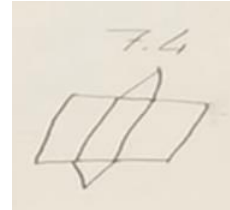


Görsel 21. Beşinci Soruda Küp Açılımı

Yorumlama sorularında olduğu gibi oluşturma sorularında da öğrencilerin çoğu prototipe bağlı kalıp prototip temsil çizmişlerdir. Perspektif temsili verilen geometrik cisimlere ait açınım çizimleri ve bu çizimlerini çeşitlendirmeleri istendiğinde Ahmet ve Ayşe'nin prototip açınım çizdikleri, fakat bu çizimlerini çeşitlendiremedikleri görülmüştür. Aşağıda bu iki öğrencinin 7. soru için oluşturduğu üçgen prizma açınımına ait örneklerle yer verilmiştir.



Ahmet'in Çizimi



Ayşe'nin Çizimi

Görsel 22. Öğrencilere Gösterilen Üçgen Prizma Temsili ve Öğrencilerin Açınım Çizimleri

Bu çizimleri oluştururken Ahmet önce Görsel 22'deki açınımında ortadaki dikdörtgeni çizmiştir. Bu dikdörtgenin kısa kenarlarına birer üçgen, uzun kenarlarına da

birer dikdörtgen çizmiştir. “*Bu şekilde olur hocam.*” yanıtını verdiğinde farklı bir şekilde çizip çizemeyeceği sorulmuştur. “*Başka şekilde çizilmez, karelerin (İki yandaki dikdörtgen yüzleri göstermiştir.) üçgeni tutması lazım.*” yanıtını vermiştir. Görsel 22’deki çizimini tamamlayan Ayşe’ye bu çizimi farklı bir şekilde çizip çizemeyeceği sorulduğunda ise “*Bu şekilde üç dikdörtgen ve iki üçgen olur yine. Daha farklı nasıl çizilir ki? Çizemem.*” yanıtı alınmıştır. Bu noktada Ahmet ve Ayşe’nin görsel düşünme temasındaki prototip üzerinde düşünen öğrencilerden farklı olarak üçgen prizmanın açınımına ait özelliklerden bahsettikleri görülmüş ve üçgen prizma açınımı için prototipe bağlı bir oluşturma gerçekleştirdikleri anlaşılmıştır.

### **Sınıflama Yoluyla İlişkilendirme**

Bu kategoride, öğrencilerin temsilleri yorumlama ve oluşturma süreçlerinde cismin özelliklere dayalı sınıflama becerisini kullandığı durumlara yer verilmiştir. Yapılan sınıflamalarda bir geometrik cisim sınıfını sahip olduğu özelliklere dayanarak başka bir geometrik cisim sınıfının altında olarak düşünme hiyerarşik sınıflama ile; bir grup geometrik cismin sahip oldukları birtakım ortak özelliklerine göre aynı sınıfta yer alması ise parçalı sınıflama ile ifade edilmiştir.

**Hiyerarşik Sınıflama.** Öğrenciler geometrik nesnelere ait temsilleri yorumlarken görüşlerini ve özelliklerini dikkate alarak bazı durumlarda verilen temsillerin, başka bir cisim grubunun da özelliklerini taşıdığını düşünmüşler ve hiyerarşik sınıflama yoluna gitmişlerdir. 23 perspektif temsilin verildiği 1. soruda öğrencilerden bazı geometrik cisimlere ait temsilleri seçmeleri istenmiş ve bu seçimlerinin gerekçesi sorulmuştur. Ayşe bu 23 temsil arasından koniye ait olanları seçerken Görsel 23’te verilen Şekil 1, 2, 3, 5 ve 8’deki dikdörtgen piramit temsillerini de almıştır ve araştırmacı ile arasında şu konuşma geçmiştir.

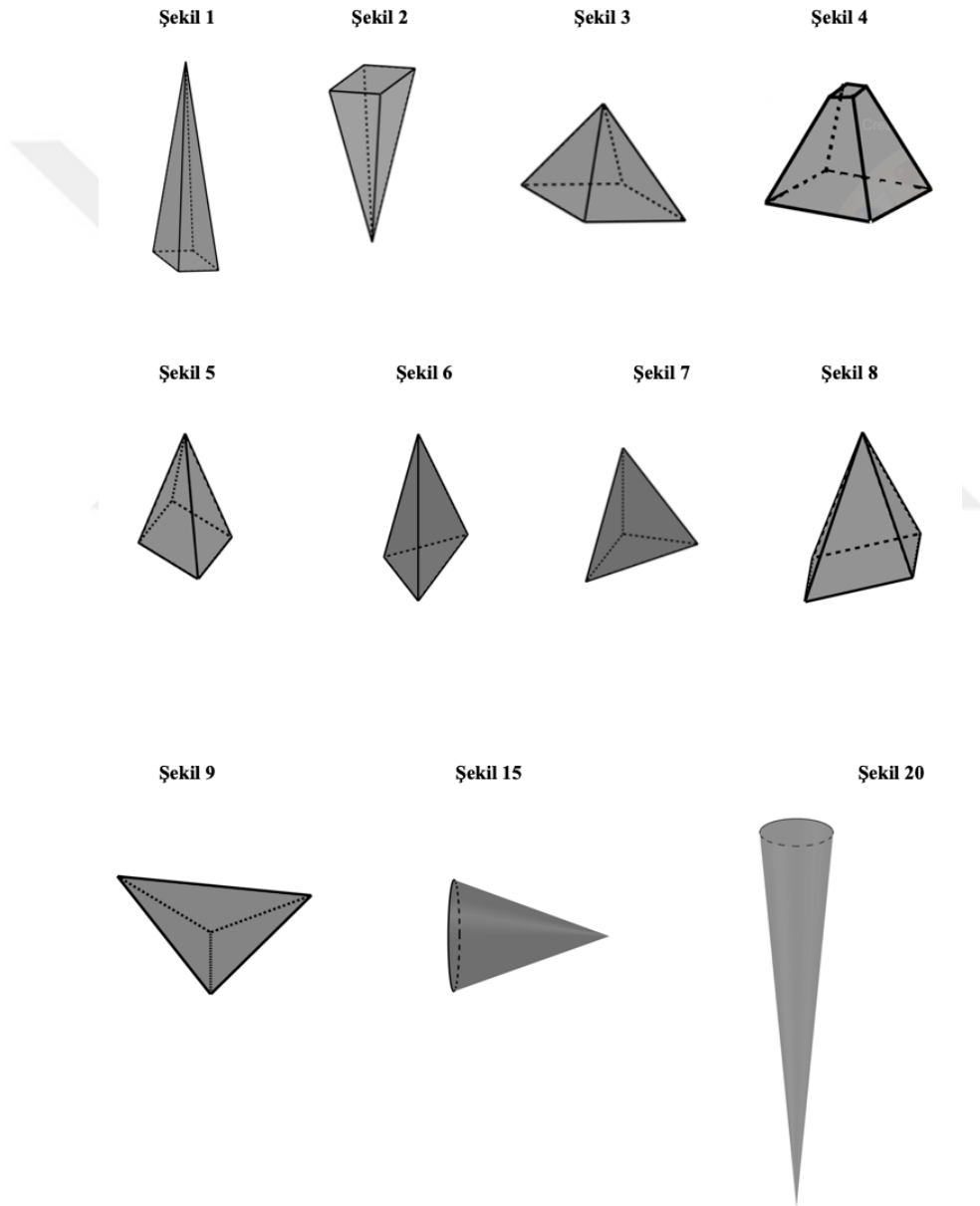
Ayşe: Şekil 15 (Koni) kesin ama şekil 8 (dikdörtgen piramit) de olabilir (Görsel 23te verilmiştir.). Şekil 5 de var (Görsel 23’teki) ama dörtgen tabanlı.

Araştırmacı.: Neden? İkisinin ortak özelliğini ya da farklılığını söyler misin?

Ayşe: Üst kısımları sebebiyle. İkisi de koni bunların ama biri yuvarlağımsı diğeri karemsi. Şekil 1 ve 2 de (Görsel 23’teki) şekil 8’e göre daha dar geliyor ama onlar da koni.

Burada Ayşe her iki temsilde de bir tepe noktası ve bir taban olduğunu düşünmüş, yalnızca piramidin tabanında kare, koninin tabanında ise “yuvarlak” olduğunu dile getirmiştir. Sonuç olarak tepe noktası ile birleştirilen yüzü taban kabul ederek temelde bir

koni oluşacağını, bu sebeple piramidi de koni sınıfına dâhil ettiğini ifade etmiştir. Buna göre formal bir tanım yapmasa da Ayşe, Görsel 23'te verilen Şekil 1, 2, 3, 5 ve 8'deki dikdörtgen piramitleri hiyerarşik sınıflama ile koni sınıfına almıştır. Burada Ayşe'nin yalnızca dikdörtgen piramitleri koni sınıfına aldığı, Görsel 23'te verilen Şekil 6, 7 ve 9'daki üçgen piramitleri bu sınıflamaya dâhil etmediği görülmüştür. Bu durum Ayşe'nin bazı cisimler için hiyerarşik sınıflama yoluyla ilişkilendirme yaptığı ve bu sınıflama becerisini her geometrik cisim için aynı ortaya koyamadığı düşünülebilir.



Görsel 23. Birinci Soruda Hiyerarşik Sınıflama İlişkisi Kurulan Dikdörtgen Piramit ve Koni Temsilleri

Birinci soruda Zehra'nın koni seçimlerine bakıldığında Şekil 15 ve 20'deki koni temsillerinin yanı sıra kare piramit temsili olan şekil 1, 2, 3, 5, 6 ve 8'i de "*Bunların hepsi bir noktada birleşiyor. Bu mantıkla bakarsak bu saydıklarımın hepsi koni olur.*" diyerek koni sınıfına almıştır (Görsel 23'te verilmiştir.). Burada, bir yüzün bir nokta ile birleştirilmesini ifade ederek buna uygun seçimler yapan Zehra'nın bazı temsiller üzerinden düşünürken hiyerarşik sınıflama yaptığı söylenebilir. "Görsel Düşünme" başlıklı temanın "Çizim ile Nesnenin Boyutunu İlişkilendirme" başlıklı kategorisinde de bahsedildiği gibi piramit olmasına rağmen koni sınıfına alınmayan şekil 7 ve 9'u neden seçmediği sorulduğunda ise "Bunlar daha çok üçgen gibi. Bunlar pek tek bir noktada birleşmiş piramit gibi durmuyor." cevabını vererek üç boyutlu gibi görünmediğini ifade etmiştir. Bu duruma, temsilden iki boyut üç boyut ilişkisini kuramamanın sebep olabileceği düşünülmüştür. Kemal'in 1. soruda koni seçimine bakıldığında da şekil 1, 2, 3, 5, 6, 8'de yer alan dikdörtgen ve üçgen piramitleri şekil 15 ve Şekil 20'deki konilerin bir çeşidi olarak gördüğünü, tabanının daire olmayan hâli olarak düşündüğünü ve bu şekillerin de üçgen ya da dikdörtgen taban ile yapılmış olduğunu söylemiştir. Kemal'in verdiği cevap ile piramitleri açıkça koninin alt sınıfı olarak kabul ettiği görülmüştür.

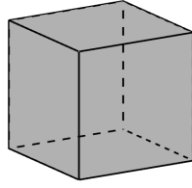
Birinci soruda Neşe, üçgen prizma temsili için "*Silindir üçgen. Çünkü silindir gibi uzuyor.*" yorumunu yaparken kare prizma için "*Dikdörtgen silindir mi desem? Evet evet dikdörtgen silindir. Buraya gelmeden önce benim zihnimde silindir sadece yuvarlakta ama şimdi daha farklı.*" şeklinde bir cevap vermiştir. Burada Neşe'nin cismin görsel özelliklerine odaklanmakla birlikte kritik özelliklerinin de farkında olduğu, ele alınan bu cisimler için ortak özellikler arasında bir ilişki kurarak hiyerarşik sınıflama yaptığı söylenebilir.

Bazı geometrik cisimler arasında ilişki kurup birini diğerinin alt sınıfa dâhil etmelerine rağmen öğrencilerden hiçbiri 1.soruda yer alan küp temsili (Görsel 24'te verilmiştir.) dikdörtgen prizma sınıfına dâhil etmemiştir. Dikdörtgen prizma temsili seçmeleri gereken soruda küp temsili seçmeyen öğrencilere bu şekil hakkında ne düşündükleri sorulduğunda öğrencilerden şu cevaplar alınmıştır.

Zehra: Bir küptür. Dikdörtgen prizma değil.

Kemal: Kare bu çünkü. Tüm kenarları eşit diye düşündüm.

Melek: Dikdörtgen prizma değildir. O kare.

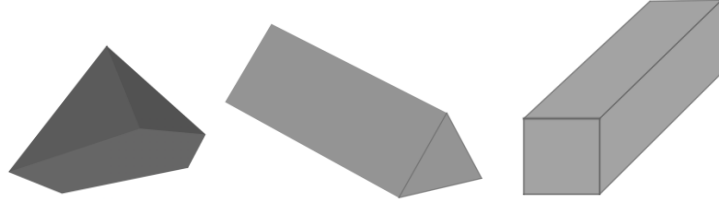


Görsel 24. Birinci Soruda Yer Alan Küp Temsili

Perspektif temsili yorumlarken küpün dikdörtgen prizmanın özel bir durumu ve alt sınıfı olarak alınmamasına paralel olarak; verilen açınım temsilleri arasından istenen cisme ait olanlarının belirlenmesini gerektiren 4. soruda da küp açınımının bir dikdörtgen prizma açınımı olduğunu düşünen bir öğrenci çıkmamıştır.

**Parçalı Sınıflama.** Öğrenciler geometrik cisimlere ait temsilleri yorumlarken bir grup geometrik cismin sahip oldukları birtakım ortak özelliklerine birlikte odaklanarak parçalı sınıflama yapmışlardır. Verilen perspektif temsiller arasından istenilen geometrik cisme ait olanların belirlenmesini gerektiren 1. soruda Ayşe üçgen piramide ait temsilleri seçerken de benzer bir davranış sergilemiş; piramide ait bir tepe noktası ve bir tabana sahip olma kritik özelliğini göz önünde bulundurarak tabanları farklı çokgenle verilen bütün piramitleri değerlendirmiştir. Burada Şekil 6, 7 ve 9’u tabanları üçgen olduğu için bir sınıfa, tabanlarının kare olduğunu belirttiği şekil 3, 4, 5 ve 8’i başka bir sınıfa almıştır (Görsel 23’te verilmiştir.) Yaptığı bu sınıflamaya göre iki grubun da piramit belirttiğini, üçgen piramidi temsil eden grubun bunlardan yalnızca birisi olduğunu fakat hangi grubun üçgen piramidi temsil eden grup olduğu konusunda kararsız olduğunu ifade etmiştir. Piramit olmayan Şekil 4’ü de piramit sınıfına alması, Ayşe’nin bu sınıflamayı yaparken hâlâ bazı kritik özellikleri göz ardı ettiğini göstermektedir.

Geometrik cisimlerin perspektif temsilleri üzerinden özellikleri hakkında soruları içeren 2. soruda beşgen piramidin ismi sorulduğunda Ayşe 1. soruda olduğu gibi burada da parçalı sınıflama yapmış ve Görsel 25’teki beşgen piramit temsili için “*Bu da piramit ama tabanı beşgen. Beşgen piramit diyebiliriz.*” cevabını vermiştir. Aynı soruda kare prizma temsili gösterilip ismi sorulduğunda Görsel 25’teki kare prizma için “*Bir önceki sorudaki üçgen prizmaydı, üç köşesi vardı, üçgenler birleşiyordu. Burada da kareler var aslında kare prizma diyebilirim.*” şeklinde benzer bir yorum yapmıştır. Bu soruda Ayşe’nin Görsel 25’teki üç temsilin ait olduğu cisimlerin özelliklerini birlikte düşünerek ilişkili yorumlarda bulunup parçalı sınıflama yaptığı görülmüştür.



Görsel 25. İkinci Soruda Ayşe'nin Birlikte Yorumladığı Beşgen Piramit, Üçgen Prizma ve Kare Prizma Temsilleri

Bunların yanında cisimlerin açınım temsilini yorumlarken de öğrencilerin sınıflamadan yararlandığı gözlemlenmiştir. Açınım temsilinin verilip bu temsilin hangi geometrik nesneye ait olduğunu tanımları beklenen 5. Soruda, Yusuf, ayrı ayrı gösterilen altıgen piramit ve üçgen piramit temsillerinin ikisi için de yanlarında üçgen olduğunu ve kapanınca uçlarının sivri olacağını bu sebeple verilen açınımların piramide ait olduklarını söylemiştir. Her ikisi için de piramit cevabını veren Yusuf, “*Birinde daha fazla üçgen var, birinde daha az. Birinin altındaki üçgen, öbürünün altındaki altıgen.*” açıklamasını yapmıştır.

Kemal de bu soruda altıgen piramit için Yusuf gibi düşünmüş ve “*Üçgen piramit gibi, kare piramit gibi... kaçgen? Altıgen. Altıgen bir piramit bu da onun gibi.*” yorumunu yapmıştır. Her iki öğrenci de bir açınımda çokgenin kenarlarına yerleştirilen üçgenlerle bir piramit oluşabileceğini ifade etmiştir. Bu çıkarımı; açınım kapatılırken çokgenin kenarlarına yerleştirilen üçgenlerin tepede bir noktada birleşeceğini ve piramidin zihinlerindeki kavram imajına ulaşabileceklerini ön görerek yaptıkları düşünülmüştür. Böylece, bu öğrenciler bu açınımların ait oldukları cisimlerin özellikleri hakkında parçalı sınıflama yöntemiyle doğru çıkarımlarda bulunmuşlardır.

Beşgen prizma açınımı için Ahmet’in “*Dikdörtgen prizma gibi bu da aslında. Beşgen hâli sadece.*” cevabı geometrik cismin ismini net bir şekilde vermese de gösterilen temsili belli bir sınıfa dâhil ettiğini göstermektedir. Ahmet de burada Kemal ve Yusuf gibi parçalı sınıflama ile akıl yürütmüştür.

Öğrencilerden geometrik cisimlere ait açınım temsillerini çizmelerinin istendiği 9. Soruda, Neşe ve Zehra da bu şekilde düşünerek altıgen piramit açınımı çizmişlerdir. İlk olarak altıgen piramit için altıgen prizma açınımı çizen Neşe, kare piramit çizdikten sonra geriye dönüp altıgen piramit için verdiği yanlış cevabı düzeltmiştir. Neden cevabını değiştirdiği sorulduğunda “*Oraya (kare piramide) baktığımda üstleri üçgen şeklindeydi. Ben de o yüzden altıgen piramidi de öyle yaptım.*” cevabını vermiştir. Aynı soruda Zehra’dan da bir altıgen piramit çizmesi istendiğinde önce kalemin ucuyla havada bir

altıgen çizmiş ve “*Dikdörtgen piramidi düşünüyorum, onun gibi bir şey kafamda canlanıyor. Bunun da bu köşelerine (kenarlarına) benzer üçgen olabilir. Bunları tekrardan böyle kapatıp (elleriyle üçgenleri tepede bir noktada kapatır) öyle olabilir. Bunlar (üçgen yüzler) böyle kapanır, bu şekilde.*” şeklinde açıklama yapmıştır.

## **Parçalar Arası İlişkilendirme**

Bu kategori, öğrencilerin, geometrik cisimler oluşturan parçaların şekillerine, sayılarına ve konumlarına bağlı yaptıkları ilişkilendirmelerden oluşmaktadır.

**Parçaların Şekline Bağlı İlişkilendirme.** Bu başlık öğrencilerin geometrik cisimler için düzlem temsili oluştururken geometrik nesneye ait parça şekillerinin (biçimlerinin) çizimlerdeki şekiller ile ilişkilendirilmesi sürecinde ortaya çıkan düşünme biçimlerinden oluşmuştur.

Perspektif çizim temsili verilirken açınım temsili çizimleri beklenen 7. soruda öğrencilerin çizimleri incelendiğinde özellikle koni ve silindir açınımlarında bazı parça şekillerinin geometrik nesne ile uyuşmadığı görülmüştür. Bu problemin en yoğun görüldüğü çizim koni açınım temsildir. Çoğu öğrencinin, koni açınımlarında daire dilimi şeklinde olması gereken yüzeyi üçgen olarak çizdiği, bazı öğrencilerin ise konideki bu eğri yüzü açınımında daire dilimindeki yayı ters yönde (içe doğru) olacak şekilde yanlış çizdiği gözlemlenmiştir (Görsel 26’da verilmiştir.). Dolayısıyla koniyi oluşturan eğri yüzün çizdikleri biçimde daire olan yüzü kavrayacağını düşünmüşlerdir. Burada koni için açınım çizimini Melek aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Melek: Burada yuvarlağı istediğimiz yere alabiliriz. Fark etmez. Yani sadece sen yuvarladığın zaman yuvarlağın kenarlarını boş bırakma yeterli.

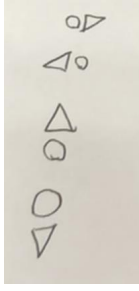
Araştırmacı: Boş bırakma derken ne demek istedin?

Melek: Yani nasıl desem bu üçgeni kapatınca daireyi tam yapıştır oraya (üçgeni bir köşesinden sarıyor gibi gösterir.).

Araştırmacı: Başka nasıl çizebilirsin bu koni açınımlarını?

Melek: Yani dediğim gibi bu daireyi istediğimiz kadar sürükleyebiliriz (Daireyi bulunduğu kenarın üstünde sürükler gibi yapar.). Kare olsa (bir kare ve altına daire çizer) olmaz. Çünkü şu köşelerinden biri şöyle şu şekilde çıkar (bir çıkıntı oluşur). Başka yok.

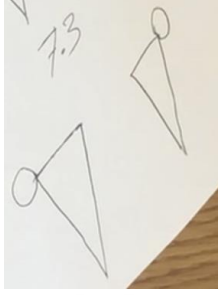
Burada Melek üçgenin, kapatıldığında koninin yüzeyini oluşturarak daire olan yüzünü kavrayacağını düşünmektedir.



Mehmet'in Çizimi



Melek'in Çizimi



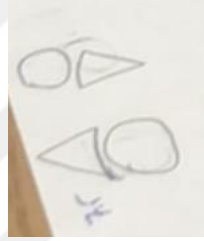
Neşe'nin Çizimi



Ahmet'in Çizimi



Zehra'nın Çizimi



Kemal'in Çizimi



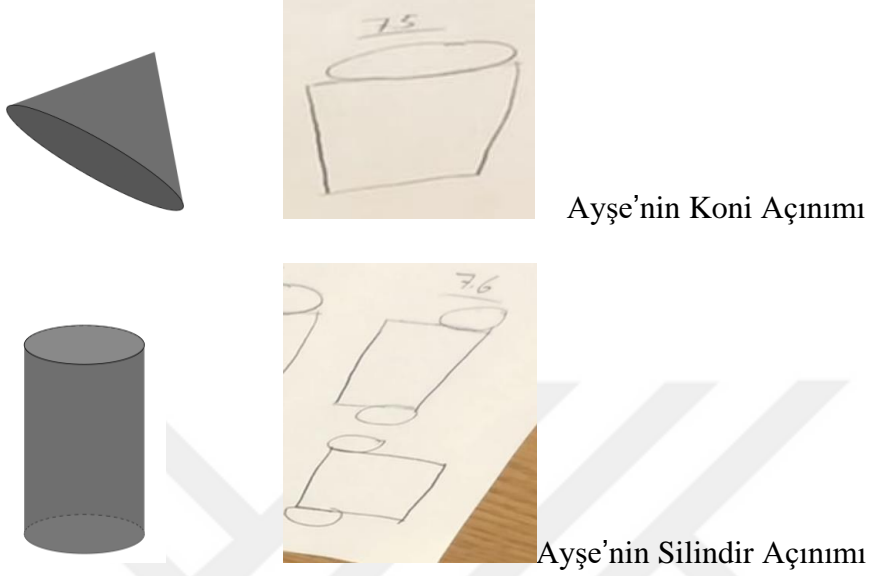
Sezen'in Çizimi

**Görsel 26. Öğrencilerin 7. Soruda Parça Şekillerine Dikkat Etmeden Çizdiği Açınımlar**

Ayşe'nin 7. soruda perspektif çizimle verilen koni ve silindir için oluşturduğu açınım çizimleri Görsel 27'de verilmiştir. Burada Ayşe'nin peş peşe çizdiği koni ve silindir açınımlarında dairesel yüzleri, bu geometrik cisimlerin yüzeyleri ile bir noktada değil, belli bir uzunluk boyunca kesiştirdiği görülmüştür. Bunun sebebi sorulduğunda aşağıdaki gibi bir açıklama yapmıştır.

Araştırmacı: Peki sana bir şey soracağım, bu daire ve dikdörtgenin birleşim yerlerini özellikle mi böyle uzatarak çiziyorsun?

Ayşe: Yapacağım iş silindirin koninin boyutuna bağlı. O konide daire genişti o yüzden geniş çizdim. Birlikte çizdiğim yerler değişiyor, geriye kalan dışarıdaki kısım dairenin etrafını dolanıyor.



Görsel 27. Yedinci Soruda Perspektif Çizimle Verilen Koni ve Silindir Temsilleri ve Bu Geometrik Cisimler için Ayşe'nin Açınım Çizimleri

Verilen geometrik nesnenin uzamsal boyutu ile ilgili düşüncelerini oluşturduğu çizime yansıtan Ayşe, geometrik cisimleri oluşturan parçaların çizdiği şekli ile birbirlerini kavrayacağını düşünmektedir.

Perspektif çizim temsilinin verilir açınım temsilinin çizilmesinin istendiği 7. soruda Kemal'in koni için yaptığı açınım çizimi Görsel 26'da verilmiştir. Kemal'in bir daire dilimi yerine içeri doğru eğri bir yüz çizmeye çalıştığı Görsel 26'da görülmektedir. Bu çizimin iki boyutlu bir açınım olduğunu ve kapandığında eğri yüze üç boyut görüntüsünü kazandırmak istediğini aşağıdaki konuşma ile ifade etmiştir.

Araştırmacı: Bunu bana açıklayabilir misin?

Kemal: Bu şimdi (koni yüzeyini gösterir.) üç boyutlu üçgen olsun burada, iki boyutlu ama silindir yani daire hâlini düşünürsek bu daire ile birleştirince şu kenarları bu şekil oluşur.

Burada Kemal'in üç boyutlu bir geometrik cisim için açınım çizimi oluşturduğunda iki boyutlu bir temsil oluşacağını ifade ettiği ancak eğri bir yüzü iki boyutlu çizmesi gerektiğinin farkında olmasına rağmen bu parçayı düzlemde nasıl göstermesi gerektiği konusunda bir kafa karışıklığı yaşadığı cismin parçalarını, biçimlerini yanlış belirleyerek ilişkilendirdiği gözlemlenmiştir.

Görsel 26’da perspektif çizim temsili verilen silindir için Ahmet’in çizdiği açınımına bakıldığında silindiri oluşturan yan yüzün şekli hakkında Ahmet’in farklı bir düşünme biçimine sahip olabileceği görülmüştür. Yapılan görüşmede araştırmacı ile Ahmet arasında aşağıdaki gibi bir konuşma geçmiştir.

Ahmet: Hocam biz bunun (silindir) açınımını yaptığımızda yuvarlak bir kâğıdı mı açıyoruz yoksa kare dümdüz bir yüzeye mi dönüşüyor pek anlamadım.

Araştırmacı: Bu cismin parçalarının kâğıdın üzerine tekrar kapanacak şekilde açılacağını düşünebilirsin.

Ahmet: O zaman (Görsel 26’daki açınımı çizer.) buradaki parçalar yuvarlanarak katlanır birleşir, bunu (silindiri) oluşturur.

Verilen karşılıklı konuşmada Görsel 26’daki silindir açınımını çizen Ahmet, silindir yüzeyinin üç parça hâlinde dikdörtgenden oluştuğunu ve bu parçaların eğrilip birleşerek silindir yüzeyini oluşturduğunu ifade etmiştir.

İsimleri verilen geometrik cisimler için öğrencilerden ortogonal görünüm temsili oluşturmaları beklenen 14. soruda “Bir kare prizmanın her bir yüzüne ayrı ayrı tam karşıdan bakınca ne görürüz? Her biri için ne göreceğini çizer misin?” sorusu için Melek, yalnızca kare görünebileceğini ifade etmiş ve Görsel 28’deki çizimi gerçekleştirmiştir. Bu çizimde Melek kare prizma için “*Yalnızca kare görünür. Her yüzünde kare vardır. Başka hiçbir şey görünmez gibi geliyor bana.*” cevabını vermiştir.



Görsel 28. Melek’in Kare Prizma için Ortogonal Görünüm Çizimi

**Parçaların Konumuna Bağlı İlişkilendirme.** Bu başlık öğrencilerin geometrik cisimler için sahip oldukları kavram imajlarını çizim temsiline dönüştürürken veya verilen bir çizim temsilini yorumlarken geometrik nesneyi oluşturan parçaların konumlarına ilişkin düşünme biçimlerinden elde edilen örneklerden oluşmuştur.

Açınım temsili olan ve olmayan 18 çizim arasından ismi verilen geometrik cisimlere ait açınımalarının seçilmesini gerektiren 4. soruda Ayşe, Neşe ve Kemal, silindir açınımında dairesel yüzlerin yerlerinin Görsel 29’daki şekil 15, 17 ve 18’de şekillerin konumlarına bakarak yorum yapmışlardır. Bu görsellerdeki dairesel yüzlerin ikisinin de dikdörtgenin kısa kenarlarına yerleştirilmesi gerektiğini düşünmüş ve hiçbirini silindir açınımı olarak kabul etmemiştir. Bu konuda Ayşe düşüncelerini aşağıdaki gibi açıklamıştır.

Araştırmacı.: Peki sen hangilerine bakıyorsun?

Ayşe.: Şekil 15, 17 ve 18'e. Ee ben buraya (Şekil 17) Şimdi katlasam ayarlasam aslında oluyor ama bunu bu tarafa getirmesi (üstteki daireyi boş kısa kenara) sıkıntı. O yüzden olmuyor. Bir kenarı oluyor bir kenarı olmuyor (kısa kenardaki daireyi oluyor uzun kenardaki daireyi olmuyor diye gösterir). Şekil 18 de aynı. Yanlış konumlarda oldukları için.

Araştırmacı.: Nerelerde olmalıydı?

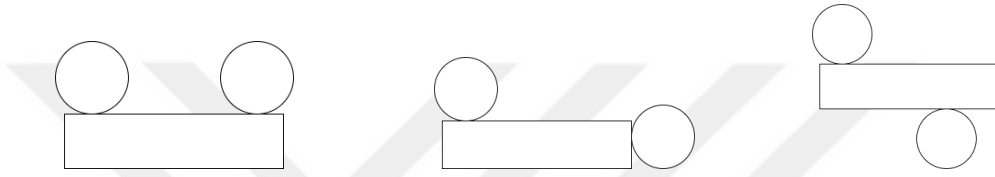
Ayşe.: Katlasak Şey yapsak... Yuvarlakları Şu iki kenara (iki kısa kenarı gösterir) denk getirmeye çalıştım için hani öyle düşünsem hiç denk gelmiyor.

Araştırmacı.: Bu yuvarlak dediklerin nerelerde olmalı (Şekil 15'teki daireler gösterilir)?

Öğrenci iki kısa kenara daire çizer ve "Böyle" der.

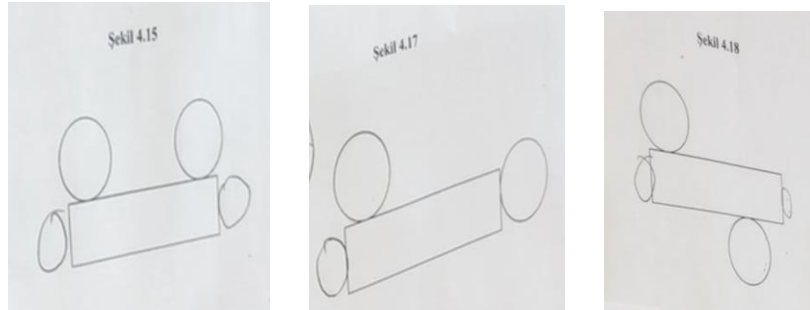
Ayşe: Bu Şekilde olsaydı silindir olur muydu?

Araştırmacı.: Yani evet.



Görsel 29. Öğrencilerin 4. Soruda Silindir için Değerlendirdiği Şekil 15, 17 ve 18 (soldan sırasıyla)

Neşe de Şekil 15, 17 ve 18 ile ilgilenmiş, hiçbirinin bir silindir açılımını temsil etmediğini söylemiş ve o da Ayşe gibi dairelerin yerlerinin yanlış konumlandırıldığını ifade etmiştir. Neşe'ye Şekil 15, 17 ve 18'de silindir açılımını oluşması için nasıl bir değişiklik yapılması gerektiği sorulduğunda; "Şekil 18'de bunu ve bunu (Dikdörtgenin altında ve üstünde bulunan daireyi) yana alırdım, Şekil 17'de de aynı Şekilde bu daireyi buraya kaydırırdım (Dikdörtgenin üstünde bulunan daireyi dikdörtgenin yanına kalemle kaydırır gibi yapar.). Şekil 15'tekileri de yanlara koyardım." Neşe verdiği cevabı, Görsel 30'daki gibi daireleri dikdörtgenlerin kısa kenarlarına çizerek desteklemiştir.



Görsel 30. Neşe'nin Verilen Şekilleri Zihnindeki Silindir Açılımına Göre Düzenlemesi

Kemal de Ayşe ve Neşe gibi verilen şekiller arasında silindir açılımı göremediğini, şekil 15, 17 ve 18 için ise “Yuvarlakları kısa kenarlarda aradım.” ifadesini kullanmıştır.

Melek silindir açılımı yapıldığında yüzlerinin konumunun önemini farkındadır ve 4. soruda silindir açınımları (Görsel 29) hakkındaki düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

Melek: Şekil 18 olur. Şekil 15 olamaz.

Araştırmacı.: Şekil 15 neden olamaz?

Melek: Hani hem üstten hem alttan kapanması gerekiyor ya, bunlardan birinin (dairelerden birinin) alt tarafta olması daha makul.

Araştırmacı.: Şekil 18 nasıl oluyor?

Melek: Şekil 18’de (yine elleriyle gösterir) şöylemesine büktüğümüz zaman her türlü geliyor. Şekil 17’yi düşünüyorum, ama şekil 17 de olamaz.

Araştırmacı.: 17 neden olamıyor?

Melek: Şimdi yukarıdan kapatabilirsiniz ya da böylemesine (sağ-sol doğrultusunda) sarabilirsiniz ama o (daire) orda olduğu için hani şey olmaz. Yani nasıl diyeyim size; bu (üstteki daire) yukarıdan böyle kapanacak ya o da (yandaki daire) yanlamasına gelecek şekil 18 gibi, o yüzden.

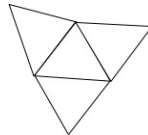
Sezen 4. soruda üçgen piramit açılımı için şekil 1 ve şekil 6’yı seçmiştir (Görsel 31). Burada şekil 1 ve 6’nın ortak noktası, ikisinin de dört üçgenden oluşmasıydı ancak aralarında bir fark bulunmaktaydı: Şekil 1 kapandığında bir üçgen piramit oluşturabiliyorken şekil 6 üçgenlerin konumları gereği kapanamamakta ve bir üçgen piramit oluşturamamaktaydı. Bu noktada, iki şekli de değerlendirip Şekil 6’nın kapanamadığını üç öğrenci fark etmiş ve şu şekilde düşüncelerini ifade etmişlerdir:

Neşe: Şekil 6 kapanmıyor. Yoo kapanıyor aslında ama. Kararsız kaldım. Kapalı hâlini çizsem? (Düşünür)Yok kapatamıyorum ve çizemiyorum. Bu kapanmaz.

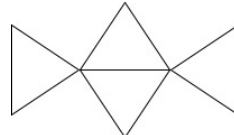
Ahmet: Şekil 6’yı kafamda birleştiremedim.

Zehra: Şekil 6’da bunun da altı açık kalıyor gibi. Yani arasında mesafe bırakmadan kapatırsak eğer altı sivri bir şey oluyor sanki, uzamıyor.

**Şekil 1**



**Şekil 6**



*Görsel 31. Öğrencilerin Üçgen Piramit İçin Değerlendirdiği Şekil 1 ve Şekil 6*

Bir geometrik nesnenin sözel temsili veya perspektif çizim temsili ifade edildiğinde öğrenciler tarafından açılım çizimlerinin nasıl oluşturulduğu incelenmiştir. Her iki durumda da öğrencilerden Mehmet, Kemal ve Sezen’in koni, silindir ve üçgen

prizma açınımlarında verdikleri cevaplara bakıldığında, bu öğrencilerin oluşturdukları açınımlarda yüzlerin konumunu dikkate alarak çizdikleri ancak bu yüzleri birleştirmedikleri gözlemlenmiştir. Görsel 32’de Mehmet, Kemal ve Sezen’in 7. soruda perspektif temsili verilen koni ve silindire ait oluşturduğu açınım temsilleri yer almaktadır. Mehmet’in oluşturduğu bu açınım çizimlerinden silindir için yüzlerin birbirinden ayrı çizilmesi hakkında araştırmacı ile arasında aşağıdaki gibi bir konuşma geçmiştir.

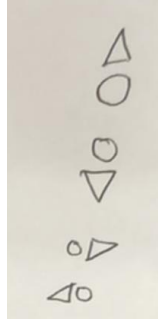
Araştırmacı: Bu çizdiğin açınımı açıklayabilir misin? (Silindir açınım çizimi gösterilir)

Mehmet: Bunlar (Daireleri gösterir.) silindir altı ve üstü, bu da (Dikdörtgeni gösterir.) silindirin yanı.

Araştırmacı: Peki bana şu aradaki (Daireler ile dikdörtgen arasındaki boşluk gösterilir.) boşluğu açıklayabilir misin?

Mehmet: Orası birleşik değil, silindire dâhil değil. Eğer olursa kapatırken orası (daireleri gösterir) yamulur. Düz olmaz.

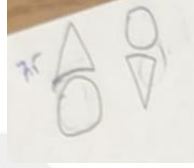
Burada Mehmet silindirin yüzeyi kapatılırken dairesel yüzünün de eğileceğini ve dairesel yüzün, yüzeyden ayrı tutulmazsa, şeklinin bozulacağını ifade etmiştir. Mehmet’in koni açınımları da benzer şekilde oluşturduğu görülmüştür. Mehmet’in perspektif çizim verildiğinde çizdiği koni ve silindir açınımları ile Kemal ve Sezen’in açınım çizimleri karşılaştırıldığında benzer sonuçlar gözlemlenmiştir. Yalnızca Sezen’de koni ve silindire ek olarak üçgen prizmada da yüzlerin birleştirilmediği, ayrıca iki üçgen çiziminde, üçgenlerin konumlarını kendi aralarında da ilişkilendirmediği tespit edilmiştir.



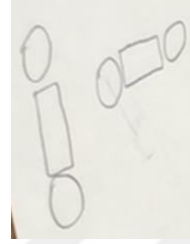
**Mehmet'in Koni Açınımı**



**Mehmet'in Silindir Açınımı**



**Kemal'in Koni Açınımı**



**Kemal'in Silindir Açınımı**



**Sezen'in Koni Açınımı**



**Sezen'in Silindir Açınımı**

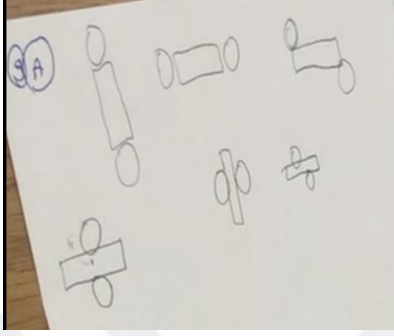


**Sezen'in Üçgen Prizma Açınımı**

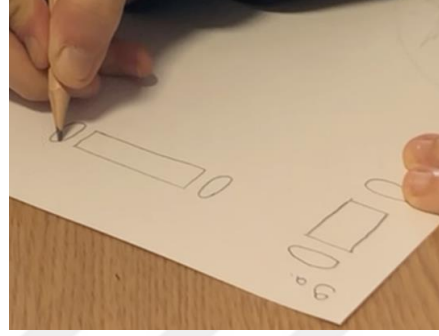
*Görsel 32.* Mehmet, Kemal ve Sezen'in 7. Soruda Açınım Çizimleri

“Bir silindir açınımı çizer misin?” şeklinde sözlü sorulan 9. soruda Kemal'in çizdiği silindirlere bakıldığında (Görsel 33) 7. soruda olduğu gibi tüm temsillerde yüzlerin birleştirilmemesi söz konusu değildir. Burada daire çizimi ile dikdörtgen çizimi arasındaki mesafenin önemsenmediği, daire ile dikdörtgenin bazı temsillerde birden fazla noktada kesiştiği, bazı temsillerde hiç kesişmediği, bazılarında ise bir noktada birbirlerine değdikleri görülmüştür. Diğer taraftan Sezen'in 7. soruda olduğu gibi yüzleri birleştirmeden açınım çizimlerine devam etmiştir. Sezen'e 9. soruda silindire ait açınım

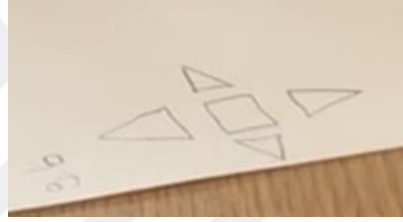
temsillerinde bu açınımı nasıl kapatacağı sorulduğunda “*Ama o kısımlar (dairesele yüzler) bağılı değıl. Önce dikdörtgeni böyle (Elleriyle kâğıdı kıvrırır.) sararım, sonra daireleri kapatırım.*” cevabını vermiştir. Öğrencilerin geometrik cisimlere ait yüz ve yüzeyleri ayrı ayrı çizip, kapatma eyleminde bu parçaları ayrı ayrı işleme almaları; geometrik nesne ile parçalarının açınım temsiliinde konumlarına ilişkin zorluk yaşadığını göstermektedir.



**Kemal'in Silindir Açınımı**



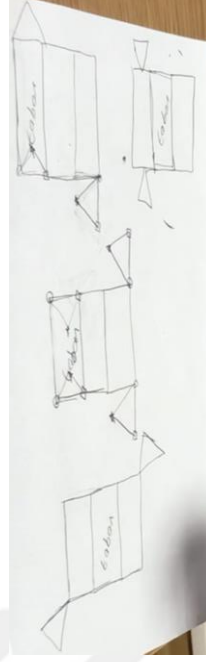
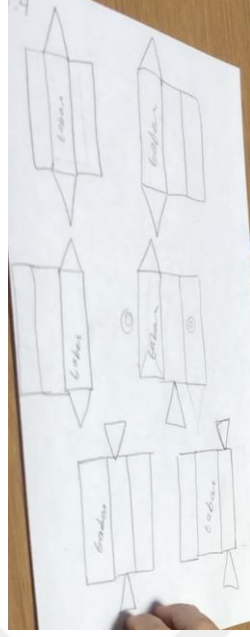
**Sezen'in Silindir Açınımı**



**Sezen'in Kare Piramit Açınımı**

**Görsel 33.** Kemal ve Sezen'in 9. Soruda Silindir ve Kare Piramide Ait Açınım Temsilleri

Öğrencilerin açınım temsillerinin yorumlanmasına ilişkin 4. sorudaki üçgen prizma yanıtları ile perspektif çizimi verilen geometrik cisimlerin açınım temsillerinin oluşturulmasına ilişkin 7. sorudaki üçgen prizma açınımı oluşturma süreçleri incelendiğinde, birbirine paralel cevaplar verdikleri görülmektedir. Mehmet, Ayşe ve Yusuf üçgen prizma açınımı için yüzlerin konumuna dikkat ederek her iki soruda da doğru cevaplar vermişlerdir. Zehra ve Melek üçgen prizma açınımı için özelliklerine uygun yorumlama yaparken ikisi de oluşturma sürecinde eksik ve hatalı çizimler yapmıştır. Özellikle Melek'in cevabı, temsil oluşturma sürecinde yüzlerin konum ve yerleşiminin göz ardı edilmesine önemli bir örnektir (Görsel 34). Melek çizdiği ilk açınımlarda doğru çizimler yapmış olsa da sonrasında bu çizimlere eklediği yeni temsillerde hatalı çizimler yapmaya başlamıştır.

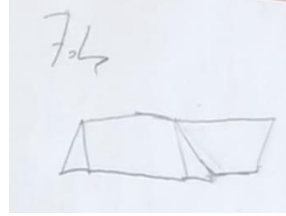


Görsel 34. Melek'in 7. Soruda Üçgen Prizma İçin İlk ve Sonraki Çizimleri

Neşe ve Sezen ise 4. soruda üçgen prizma için açınımları doğru yorumlayamamış ve buna paralel olarak 7. soruda da yüzlerin konumuna bağlı olarak kapanamayan çizimler oluşturmuşlardır. Sezen'in ve Neşe'nin üçgen prizma açınımı için 7. soruda çizdiği açınımlar Görsel 35'te verilmiştir.



Sezen'in çizimi



Neşe'nin çizimi

Görsel 35. Sezen ve Neşe'nin 7. Soruda Üçgen Prizma İçin Açınım Çizimleri

Verilen eksik açınımların tamamlanması istenen 8. soruda silindir için verilen açınımı Yusuf, Kemal, Melek ve Ayşe silindire tamamlayabilmiştir. Mehmet ve Sezen ise dairenin konumunu dikkate almaksızın bu açınının bir koni oluşacağını düşünmüş ve dikdörtgene tamamlanması gereken doğru parçalarını, üçgen oluşturacak şekilde Görsel 36'daki gibi birleştirmişlerdir. Ahmet, Neşe ve Zehra ise anlamadıklarını ifade ederek soruyu cevapsız bırakmışlardır.



Mehmet'in çizimi



Sezen'in çizimi

*Görsel 36. Mehmet ve Sezen'in 8. Soruda Silindir Tamamlama Sorusuna Cevabı*

Öğrencilerin sunduğu bu görseller onların geometrik cisimlerin açınımlarını tüm unsurlarıyla düşünüp çizemediklerini göstermektedir. Öğrencilerin, yüzlerin sayı ve konumlarının farkında olmalarına rağmen bu yüzleri birleştiremedikleri cisimlerin genellikle silindir ve koni olmasının sebebinin; bu cisimlerin perspektif temsillerinde düzleme açılmış hâllerinin açıkça görülememesi, dolayısıyla açınımlarını oluşturmanın daha fazla zihinden eylem gerektirmesi, olduğu düşünülmektedir.

**Parçaların Sayısına Bağlı İlişkilendirme.** Bu kısım öğrencilerin geometrik cisimler ile onların temsillerinde yer alan yüz sayıları ile ilgili düşünme biçimlerinden elde edilmiştir.

Öğrencilerin temsilleri yorumlama ve oluşturma işlemlerini yaparken dikkate aldıkları bir diğer husus da zihinlerindeki geometrik nesne ile çizim temsillerinde verilen yüz sayılarının uyumlu olup olmamasıdır. Bu noktada öğrenciler yüz ve yüzeylerin sayılarını sayma işlemini; temsilleri yorumlarken seçme ya da eleme yapmak için, oluştururken ise yeni bir yüz eklemek için sıklıkla kullanmışlardır.

Perspektif temsili verilen geometrik cisimlere ait açınım temsili tanıma becerisini incelemek için yöneltilen 3. soruda öğrencilerin hepsi bu verilen perspektif temsil ile açınım temsiliindeki yüzleri sayarak karşılaştırma yönteminden faydalanmıştır. Soruda perspektif temsili verilen ilk geometrik cisim küp idi. Küp için sunulan altı adet açınım arasında Şekil 5'te (Görsel 37) altı değil sekiz yüz vardı. Bu soruda dokuz öğrenciden sekizi 5. şekil için fazla yüz sayısına sahip olduğundan küp olarak kapanmayacağını ifade etmiştir.

Mehmet: Şekil 5'in olma şansı yok. Buranın (*Küp çizimini gösterir.*) dediğim gibi altı parçası var buranın (*Şekil 5'teki açınımların*) kaç parçası var? Bir, iki, üç, dört, beş, altı, yedi, sekiz parçası var.

Ayşe: Burada (Şekil 5) fazladan kare var. Bu olmaz.

Ahmet: Şekil 5'te fazla kare var.

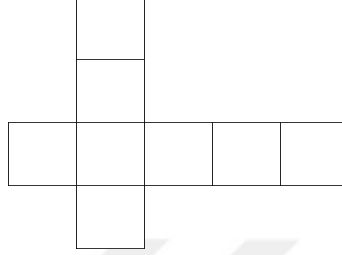
Yusuf: Şekil 5 olmuyor, çünkü sayısı (kare sayısı) fazla.

Melek: Şekil 5'te mesela yana geldi, üste geldi... yok bu zaten olmaz, çok fazladan şey (kare) var.

Sezen: Bir, iki, üç... fazla geliyor. Burayı kapatsak? Tamam bir taraftan alt kısımları, bu taraftan iki tanesi fazla gelebilir ya da son kısımları. Ya da gelmez mi? Yok geliyor, şekil 5 olmaz.

Zehra: Şekil 5'te bu sol tarafı kapatıyor, alt tarafı kapatıyor, üst, ön... Fazladan (kare) kalıyor burada.

Kemal: Şekil 5'i öyle yaparsak üst üste olacak yani aynı şekilde olur ama bir tane kartondan yaptığımızı düşünürsek yani şurayı (sağ kare) ellemeyip şuradan (bir yan yüzden) kapatıp yükseltirsek burayla (üst yüzle) eşit olacağı için iki tane üst üste binmiş olacak. Şekil 5 olmaz.



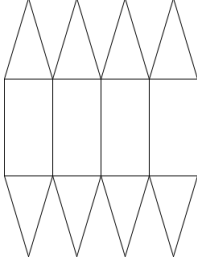
Görsel 37. Beşinci Soruda Küp İçin Fazla Yüz Sayısına Sahip Olan Şekil 5

Bu soruda öğrencilere sorulan 2. geometrik cisim üçgen prizmadır. Küpte olduğu gibi burada da aynı sekiz öğrenci perspektif temsille uyuşmayan ve fazladan yüzü olan açınımları belirleyip bu sebeple Görsel 38'de verilen şekilleri elemişlerdir. Bu süreçte üçgen prizmanın hem üçgen hem de dikdörtgen yüzlerini saymışlar ve bu parçalardan hangilerinin fazla olduğunu şekillerde belirtmişlerdir. Aşağıda bazı öğrencilerin konu ile ilgili yorumları verilmiştir.

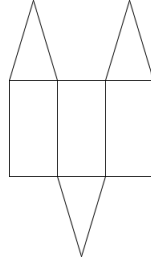
Ayşe: Şekil 1'de çok üçgen var bir de kenarları boşta kalır gibi. Olmaz ama yine de bu açınımlı sağdan böyle alıp atsam bile üçgenin şeklini bozup katlamam gerek. Bu ikisini kenarlara kullansam bile (1. ve 3. dikdörtgeni gösterir) üçgenler içe doğru girer ya da dışa doğru çıkacağı için içte sıkıntı çıkar, katlanmaz bu. Şekil 3'te üçgenler çakışıyor yine, burası olmuyor. Ben burada (Şekil 4) katlasam şuradaki dikdörtgenle buradaki dikdörtgen üst üste binmiş oluyor. Katlanır ama tabanı iki kat olur.

Melek: Şekil 3 olmaz, zaten iki tane (üçgen) mevcut burada. Ekstra bir tanesine daha gerek yok diye düşünüyorum. Şekil 1'de zaten fazla, çok fazla. Üçgenler de fazla dikdörtgenler de fazla. Bunda da (Şekil 4) artan bir tane fazla geliyor. Bir tanesi (dikdörtgen) fazla geliyor. Yani şimdi şöyle katladım diyelim. Hani bir tanesini buraya sardık, bir tanesi fazladan oluyor (Dikdörtgen yüzleri gösterir.), tekrar buraya saracağız.

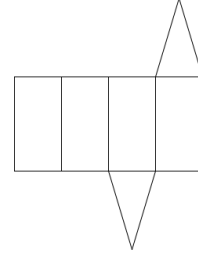
Şekil 1



Şekil 3



Şekil 4



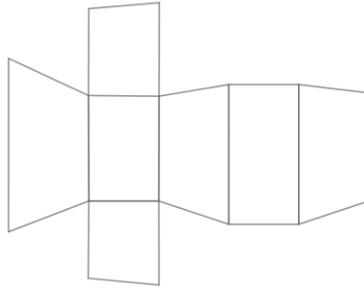
Görsel 38. Beşinci Soruda Üçgen Prizma İçin Fazla Yüz Sayısına Sahip Şekiller

Beşinci soruda öğrencilere verilen 3. geometrik cisim yamuk prizmadır ve verilen dört açınımdan yalnızca bir tanesinde (Görsel 39’da verilmiştir.) fazladan yüz bulunmaktaydı. Bu açınımda fazladan yüz olduğunu fark eden üç öğrenci; Yusuf, Zehra ve Ahmet idi. Bu üç öğrencinin yamuk prizma açınımlarını tanıma üzerine yorum yaptığı bu soruda şekil 3’ün fazla yüze sahip olduğunu ifade ederken gösterdiği gerekçeler farklılık göstermekteydi. Zehra ve Yusuf Şekil 3’te verilen açınım temsillerini zihinlerinde kapattıkları zaman üst üste binen yüzler olduğunu belirtmişler ve en sağda yer alan yüzün fazlalık olacağını ifade etmişlerdir. Ahmet ise açınımları kapatma işlemi yapmadan yalnızca perspektif çizim ile açınım çizimindeki yüzleri sayıp karşılaştırmış ve Şekil 3’ün verilen yamuk prizmanın açınımlarını olamayacağı sonucuna varmıştır.

Zehra: Şekil 3’te bunları bu şekilde düşünersek (alt ve üst yüzleri kaldırır). Bunun pek alakası yok gibi. Hani kapanıyor gibi hepsi, sadece şu (en sağdaki yüz) fazlalık gibi. Bunda olmuyor.

Ahmet: Şekil 3’ün de alakası yok. Fazlalık var çünkü. Burada daha fazla yüzey var, burada daha az yüzey var.

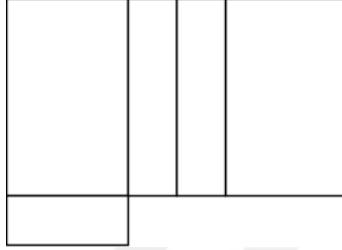
Yusuf: Şekil 3 olmaz. Bu bir tane yüzey fazla geliyor. Bu yine alt olsa sağ sol bu olsa bir tane fazla kalıyor.



Görsel 39. Beşinci Soruda Yamuk Prizma İçin Fazla Yüz Sayısına Sahip Şekil 3

Açınım temsillerinin yorumlandığı 4. soruda silindir ve üçgen piramitte olduğu gibi dikdörtgen prizma için de öğrenciler kapanabilir ve kapanamaz şekilleri değerlendirmişlerdir. Burada Mehmet ve Zehra Şekil 11’in (Görsel 40’te verilmiştir.)

kapanabileceğini ancak bu kapanmada alt kısımlarının açıkta kalmasından dolayı bir dikdörtgen prizma oluşmayacağını söylemişlerdir. Şeklin kapanınca dikdörtgen prizması olmayacağını, parça sayısını dikkate alarak söyleyen bu öğrenciler, parçalarının konumlarında da bir sorun olduğunu fark etmemişlerdir. Dikdörtgen prizmanın doğru çizilmiş prototip olmayan bir açılımını ise Mehmet kapanabilir bir açılım olarak almazken Zehra kapanabilir bir açılım olarak kabul etmiştir.

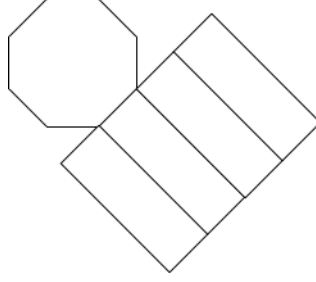


Görsel 40. Öğrencilerin Dikdörtgen Prizma İçin Değerlendirdiği Şekil 11

Bu bulgular, öğrencilerin açınımları değerlendirirken başarı düzeylerine göre neleri ön planda tuttukları hakkında fikir vermektedir. Yüksek ve orta başarı düzeyindeki öğrenciler açınımları kapatmaya ya da geometrik cisimleri düzleme açmaya odaklanırken daha düşük başarı düzeyinde olan öğrenciler, açılım ile perspektif temsilin yüzlerini eşleme ve yüz sayısına odaklanmayı ön planda tutan davranışlarda bulunmuşlardır. Burada verilen bulgulardan edinilen diğer bir çıkarım ise verilen geometrik nesnenin karmaşıklığı arttıkça öğrencilerin açılımı tanımları ve açılımındaki yüz sayısını dikkate almaları da o kadar güçleşmiştir. Küp ve üçgen prizma açınımları hem öğrencilerin daha sık karşılaştığı hem de düzlem açınımlarını düşünmelerinin daha kolay olduğu cisimlerken yamuk prizma belki de bazı öğrencilerin ilk defa karşılaştıkları bir temsildir.

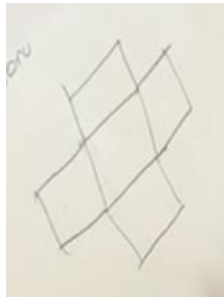
Yorumlamada olduğu gibi oluşturmada da öğrencilerin yüz sayılarını göz önünde bulundurdukları görülmüştür. Eksik biçimde verilen açınımların tamamlanması istenen 8. soruda altı öğrenci Şekil 3'ün bir sekizgen prizma açılımını temsil edebilmesi için dikdörtgen yüzlerden dört tane eklenmesi gerektiğini belirtmiştir (Görsel 41'de verilmiştir). Sebebi sorulduğunda ise eksik açınımda verilen şeklin bir sekizgen olduğunu ve sekiz kenarı olduğundan her tarafının kapanabilmesi için toplamda sekiz dikdörtgenin olması gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu altı öğrenci arasında yer alan Zehra ve Melek verilen sekizgenin her bir kenarı ile eşleşecek şekilde dikdörtgenler eklemiştir. Toplamda kaç tane dikdörtgen olacağını belirtmeden bu eşleşmeyi yapmış olsalar da

sekizgenin her bir kenarına dikdörtgen bir yüz getirmeleri, açınımına dair özellikleri, parça sayısını dikkate alan bir oluşturmaya yaptıklarını göstermektedir.

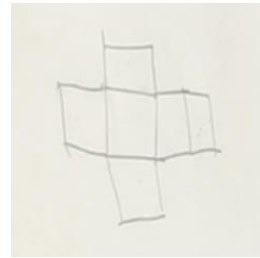


#### Görsel 41. Sekizinci Sorudaki Sekizgen Prizma Açınımına Tamamlanması Beklenen Çizim

Zehra 7. soruda küp için perspektif temsili verilip bir açınım çizmesi istendiğinde de önce beş tane kare yüz çizmiştir (Görsel 42, Şekil a). Bu işlemi yaparken; “İstediğimi yönden bakabilirim değil mi? O zaman bu (bir tane kare çizer.) arka kısmı oldu, bu (Alta 2. Kareyi çizer) alt kısmı oldu, bu (ilk çizdiği karenin soluna bir kare daha çizer.) sol kısmı, bu (ilk çizdiği karenin üstüne kare yüz ekler.) üst kısmı, bu da (ilk çizdiği karenin sağına bir kare yüz ekler) sağ kısmı. Kapattığımız zaman kapanıyor ama. Bu bir tane eksik kalıyor.” dedikten sonra çizdiği açınımdaki kare yüzler ile perspektif küp temsiline yüzlerini tek tek sayarak karşılaştırmış ve bir tane eksik yüz çizdiğini fark etmiş, bir kare yüz daha eklemiştir (Görsel 42, Şekil b). Zehra'nın hem 8. soruda hem de 7. soruda benzer davranışı tekrarlaması açınımı oluştururken parça sayısını dikkate aldığını düşündürmüştür.



Şekil a



Şekil b

#### Görsel 42. Zehra'nın 7. Soruda Çizdiği Küp Açınımı

Perspektif çizim temsili verilip açınımları çizmeleri istenen 7. Soruda Sezen ve Neşe'nin çizimlerine bakıldığında (Görsel 43'te verilmiştir.) ise üçgen prizma ve üçgen piramit açınımlarında nesnenin yüz sayısını dikkate almadıkları göze çarpmaktadır. Sezen'in çizimlerinde üçgen prizma için yalnızca bir dikdörtgen yüz, üçgen piramit için

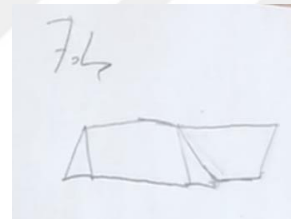
ise yalnızca bir tane üçgen yüz bulunmaktadır. Benzer durum Neşe'nin çizimlerinde de göze çarpmaktadır. Neşe'nin üçgen prizma ve üçgen piramit için nesnenin tüm yüzlerini açınım temsilinde çizmediği ve eksik yüzler olduğu görülmektedir. Neşe'nin perspektif temsiller üzerinden nesnenin parça ve elemanları hakkında sorular yöneltildiği 2. soruda da üçgen prizma için “Bir, iki, üç, dört. Dört tane yüzü var.” cevabını vermiştir. Neşe'nin aynı soruda dikdörtgen prizma için de altta kalan yüzü saymadığı görülmüştür. Neşe'nin perspektif temsilde nesnenin altta kalan yüzünü saymaması ile 7. soruda çizdiği üçgen prizma açınımında bir dikdörtgen yüzü eksik çizmesi birbiri ile ilişkili eylemler olarak yorumlanmıştır.



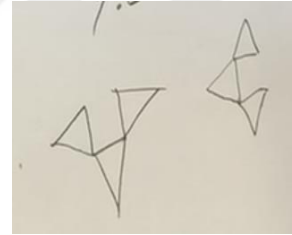
Sezen'in Üçgen Prizma Açınımı



Sezen'in Üçgen Piramit Açınımı



Neşe'nin Üçgen Prizma Açınımı



Neşe'nin Üçgen Piramit Açınımı

Görsel 43. Sezen ve Neşe'nin 7. Soruda Çizdiği Üçgen Prizma ve Üçgen Piramit Açınımaları

Perspektif çizim temsili ile verilen geometrik cisimlerin bileşenleri hakkında bilgi verilmesi istenen 2. soruda geometrik cisimlerin yüzleri hakkında bilgi verilmesi istendiğinde Sezen ve Neşe'nin cevapları incelenmiş bu sorularda da sadece görünen yüzleri saydıkları, bazılarını ise soruyu cevapsız bıraktıkları görülmüştür. Açınım oluşturma işleminin cisimleri zihinde döndürme, manipüle etme becerilerine dayanan zihinsel bir eylem olduğu göz önüne alındığında Sezen ve Neşe'nin bu iki sorudaki davranışı arasında bir ilişki olduğu ve açınımaları eksik yüz ile oluşturmalarının sebebinin bu zihinsel eylemi başarılı şekilde gerçekleştirilememeleri, olduğu söylenebilir.

## Temsilde Görünen ile Görünmeyi İlişkilendirme

Görüşmelerde, öğrencilerin iki boyutlu temsiller üzerinde düşünürken hangi çizim yöntemi kullanılırsa kullanılsın nesneye ait zihinlerinde bir temsil oluşturmaları, bu temsili zihinlerinde manipüle ederek nesneye ilişkin özellikler hakkında yorum yapmaları gerekmiştir. Bu noktada, cisimlerin temsilden görünmeyen özelliklerinin fark edilmesi kritiktir. Bu kategori, öğrencilerin yorumlama ve oluşturma sürecinde cisimlerin temsilde görünen ve görünmeyen özelliklerini ilişkilendirme süreçlerindeki düşüncülerinden elde edilmiştir.

İkinci soruda öğrencilerden silindir, kare piramit, üçgen prizma, kare prizma, koni ve beşgen piramit için perspektif temsilleri üzerinden köşeleri, ayrıtları ve yüzleri hakkında bilgi vermeleri istenmiştir. Bu soruda öğrenciler, bu geometrik cisimlerin köşeleri hakkında doğru cevaplar verirken ayrıt ve yüzleri hakkında sıklıkla yanılığa düşmüşlerdir. Buna paralel olarak bu geometrik cisimlere ait köşe, ayrıt, yüz ve yüzey ile ilgili yöneltilen sorularda da yanlış cevaplar verdikleri görülmüştür. Koni ve silindiri zihinde döndürme ve yönlendirme işlemini başarılı bir şekilde gerçekleştirememenin sonucu olarak yüz ve yüzeyleri zihinlerinde canlandırmakta zorlanmışlardır. Üçgen prizmaya dair öğrencilerden köşe, ayrıt ve yüzleri hakkında bilgi istendiğinde Sezen hariç tüm öğrenciler köşeleri doğru şekilde göstermişlerdir. Ancak ayrıtları hakkında bilgi istendiğinde dokuz öğrenci arasından yalnızca Ayşe, Zehra, Yusuf ve Kemal doğru şekilde gösterip saymıştır. Bu dört öğrenci arasından geometrik nesnenin ayrıtlarını zihindeki temsili yönlendirerek doğru şekilde sadece Kemal'in saydığı “Üç, altı, dokuz. Dokuz tane.” cevabından yola çıkılarak söylenebilir. Bu cevabına karşılık “Peki bu ayrıtları gösterebilir misin?” diye sorulduğunda Kemal tüm ayrıtları doğru bir şekilde göstermiştir (Görsel 44'te verilmiştir.). Ayşe'nin bu temsile ilişkin araştırmacı ile arasında geçen aşağıdaki diyalog, onun geometrik nesneyi zihinden yönlendirmede kısmen zorluk yaşadığını düşündürmektedir.

Araştırmacı: Burada gördüğün nesnenin ayrıtları için ne söyleyebilirsin?

Ayşe: Bir, iki, üç, dört, beş, altı, yedi.

Araştırmacı: Peki bu ayrıtları çizerek de gösterebilir misin?

Ayşe: Bir, iki, üç, dört, beş, altı, yedi, sekiz, dokuz. Hımm dokuzmuş (Çizerken görünmeyen ayrıtları da alır.).

Burada Ayşe'nin ayrıtları zihinden ilk sayımında hatalı, ikinci sayımında tek tek çizerek doğru sonuç elde etmesinin sebebinin dikkatsizlik olduğu düşünülse de temsil üzerinde işaretleme yapmadığında hatalı sonuç bulmasının geometrik nesneyi zihinde yönlendirmede kısmen problem yaşadığı varsayımını düşündürmüştür (Görsel 44'te

verilmiştir.). Yusuf ve Zehra arkada kalan ve görünmeyen ayrıtların olduğunu belirtmişlerdir. Yusuf bu ayrıtları sayıp saymamakta kararsız kalırken Zehra'nın, aşağıdaki konuşmalarından tüm ayrıtların farkında olmasına rağmen görünmeyenleri saymayı tercih etmediği anlaşılmaktadır.

Araştırmacı: Burada çizimi verilen geometrik cismin ayrıtları için ne söyleyebilirsin?

Zehra: Şurasıydı, şunlardı. (Ön yüzdeki üçgenin kenarlarını çizer, dikdörtgen yüzün sadece görünen kenarlarını çizer.)

Araştırmacı.: Peki kaç tane ayrıtı var?

Zehra: Burayı saymıyorum.

Araştırmacı.: Nereyi saymıyorsun gösterebilir misin?

Zehra: Şu gözükmeyen kısmı saymadım.

Araştırmacı.: Peki nereyi saymadın? Neden saymadın?

Zehra: Gözükmediği için. Yani gözükmeyen, gözüken. Bu düşüncelerim derslerden, meslek derslerinden dolayı. Sürekli üç boyutlu düşündüğüm için o yüzden bu şekilde düşünüyorum. Nasıl bilgisayarda bir parçayı tutup sağa sola çeviriyoruz, bu şekilde parçaların köşelerini görebiliyoruz aklımda da o şekilde canlanıyor. Yani gözükmeyen kısımları da böyle gözükyor yani baktığımda o yüzden.

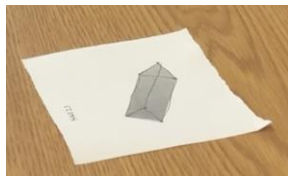
Araştırmacı.: Hangileri saymadın? Gösterebilir misin saydıklarını?

Zehra: Saydıklarım altı tane. Şurası üç (ön yüzdeki üçgenin ayrıtları) dört, beş, altı (Sadece görünen ayrıtları saymıştır.).

Araştırmacı.: Ben sana kaç ayrıtı vardır diye sorduğumda sen nasıl anlıyorsun?

Zehra: Yani burada kaç ayrıtı gözükyorsa o kadarını söylüyorum. Ama aslında öyle değil üç ayrıtı daha var, gözükmüyor.

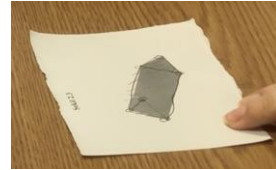
Sezen ise "Üçgen prizmanın ayrıtları hakkında ne söyleyebilirsiniz?" sorusuna cevap olarak Görsel 44'teki gibi düzlem temsili üzerinde yalnızca görünen ayrıtları çizmiş ve o ayrıtları saymış, altı ayrıtı olduğunu ifade etmiştir.



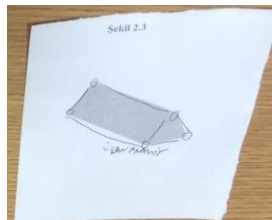
Kemal'in Çizimi



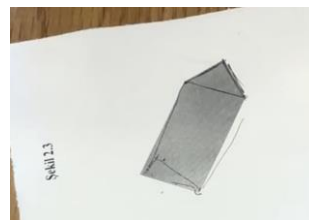
Ayşe'nin Çizimi



Zehra'nın Çizimi



Sezen'in Çizimi



Neşe'nin Çizimi

Görsel 44. Öğrencilerin Üçgen Prizmada Ayrıtlar için Verdikleri Farklı Cevaplar

Üçgen prizmanın yüzleri hakkında bilgi vermeleri istendiğinde ise “İki üçgen ve üç dikdörtgen toplamda beş yüzü var.” doğru cevabını Yusuf, Kemal ve Melek vermiştir. “İki üçgen ve üç dikdörtgen” ifadesini kullanan ve temsil üzerinde gösteren Mehmet, Ayşe, Neşe, Ahmet ve Zehra ise bu şekillerin birer yüz olduğunu kabul etmemişlerdir. Mehmet, Ayşe ve Neşe altta kalan kısmın yüzey, diğer kısımların yüz olduğunu söylerken Ahmet; üçgenlerin yüz, dikdörtgenlerin yüzey olduğunu ifade etmiştir. Zehra ise ayrıtlar için olan düşüncelerini yüzler için de devam ettirmiş ve arkada görünmeyen bir üçgen olduğunu, ancak arkada olduğu için saymadığını, bu yüzden üç dikdörtgen ve bir üçgen yüzü olduğunu söylemiştir. Zehra burada görünmeyen üçgen yüzü bilip de saymamasına rağmen altta kalan dikdörtgen yüzleri saymıştır. Sezen üçgen prizmanın yüzleri için “Bir şey söyleyemem. Yüzler zihnimde canlanmadı.” cevabını vermiştir. Sezen burada aslında görünmeyen kısımları zihinde canlandırdığına işaret eden açıklamalar yaparken temsilde görülene odaklı yanıt vermiştir.

Öğrencilerin verilen üçgen prizma temsili üzerine yaptıkları yorumlardan sonra üçgen prizma temsili oluşturmalarını gerektiren 11. sorudaki çizimleri incelendiğinde genellikle yorumları ile uyumlu çizimler sundukları görülmüştür (Görsel 45’te verilmiştir.). Üçgen prizmada dikdörtgen yüzlerin ara kesiti olan bir ayrıtı saymayan ancak yüzleri doğru şekilde belirleyen Mehmet ve Melek ilk çizimlerinde iki üçgen ve üç dikdörtgenden oluşan ancak ayrıtları net bir şekilde ayırt edilemeyen birer üçgen prizma çizmişlerdir (Görsel 45, Mehmet Şekil a, Melek Şekil b). Melek 3. çiziminde ayrıtları da açık ve doğru şekilde görünen üçgen prizma çizmeyi başarmıştır (Görsel 45, Şekil c). Üçgen prizmaya dair köşe, ayrıt ve yüzler hakkında cismin özelliklerine uygun yorumlarda bulunan Kemal ve Yusuf’un 11. sorudaki üçgen prizma çizimlerinin de bileşenler açısından tam ve doğru olduğu görülmüştür (Görsel 45, Kemal Şekil d, Yusuf Şekil e). Köşe, ayrıt ve yüzleri hakkında doğru bilgi veremeyen Sezen, üçgen prizma çiziminde de uygun bir temsil oluşturamamıştır (Görsel 45, Şekil f).

**Şekil a, Mehmet**



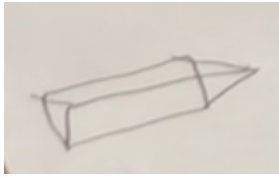
**Şekil b, Melek 1. Çizim**



**Şekil c, Melek 2. Çizim**



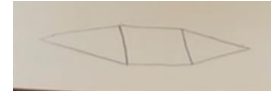
**Şekil d, Kemal**



**Şekil e, Yusuf**



**Şekil f, Sezen**



**Görsel 45.** Mehmet, Melek, Kemal, Yusuf ve Sezen'in 11. Soru için Üçgen Prizma Çizimleri

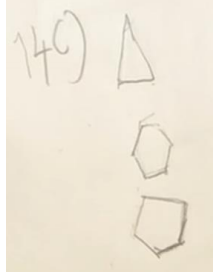
Perspektif çizim temsili üzerinden öğrencilerin geometrik cisimlerin özelliklerini nasıl yorumladıklarını incelemeyi amaçlayan 2. soruda öğrencilerden beşgen piramit için köşe, ayrıt ve yüzleri hakkında bilgi vermeleri istenmiştir. Beşgen piramidin üç bileşeni için de eksiksiz belirleyebilen Ayşe, buna paralel olarak 11. soruda beşgen piramidi temsil eden Görsel 46'daki çizimi yapmıştır. Beşgen piramit temsili yorumlarken köşeleri doğru sayan; ancak ayrıt ve yüzlerin sayısını sadece görünenleri dikkate alarak belirleyen Zehra ve Yusuf ise zihinlerinde bir beşgen piramit oluşturduklarını, ancak bunu çizemedikleri söylemişlerdir. Onlardan zihinlerindeki beşgen piramidi anlatmaları istendiğinde “Alta bir beşgen çizerim, üstüne de üçgenler eklerdim.” gibi açıklamalar yapmışlardır. Açıkladıkları beşgen piramit çizme stratejileri, doğru bir çizim yapabileceklerini düşündürse de 2. soruda yaptıkları yorumlar göz önüne alındığında görünmeyen ayrıt ve yüzlerin sayısını zihinlerinde canlandıramamalarının, geometrik cisim zihinlerinde döndürememelerinin bir sonucu olarak bu geometrik cisme ait bir temsil oluşturamamışlardır. İkinci soruda beşgen piramit için köşe ve ayrıtlarını hatalı veya eksik açıklayan Mehmet ve Sezen ile yüzlerinin hangi şekillerde olduğunu düşünemeyen Ahmet, 11. soruda beşgen piramit temsili çizemeyeceklerini söylemişlerdir.



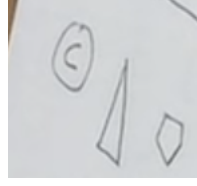
*Görsel 46. Ayşe'nin 11. Soru için Beşgen Piramit Çizimi*

Öğrencilerin perspektif temsili yorumlama ve oluşturma sorularına verdikleri cevaplar karşılaştırıldığında geometrik cisim zihinlerinde döndürememenin bir sonucu olarak temsilde görünmeyen kısımlar hakkında yanılgılara kapıldıkları, geometrik cismin bileşenlerini yanlış yorumladıkları görülmüştür. Bu öğrencilerin bu geometrik cisimlere ait temsilleri oluştururken zorlanmalarının altında da aynı sebebin yattığını düşünülmektedir.

Perspektif çizim temsiline yanı sıra ortogonal temsil oluşturma becerisini incelemek adına yöneltilen 14. soruda öğrencilerde beşgen piramidin yüzlerini çizmeleri istenmiştir. Verdikleri cevaplar değerlendirildiğinde perspektif temsille uyumlu olarak Sezen beşgen piramit için yüzleri çizemeyeceğini söylerken Ayşe'nin ise bu temsili oluşturabildiği görülmüştür (Görsel 47'de verilmiştir). Mehmet, Yusuf ve Ahmet'in beşgen piramit için ortogonal temsilleri perspektif temsillere göre daha başarılı şekilde oluşturdukları görülmüştür (Görsel 47'de verilmiştir.). Bu duruma öğrencilerin geometrik cisimlerin yüzlerini ayrı ayrı zihinlerinde daha kolay canlandırabilmelerinin ve bu yüzleri birleştirmede, cisimleri zihinlerinde döndürüp manipüle ederek yüz ve ayrıtları birlikte düşünme işlemini daha zor gerçekleştirmelerinin sebep olduğu düşünülmüştür.



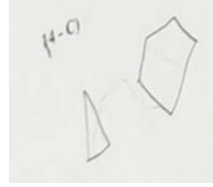
**Mehmet'in Çizimi**



**Ayşe'nin Çizimi**



**Ahmet'in Çizimi**



**Yusuf'un Çizimi**

Görsel 47. Öğrencilerin 14. Soruda Beşgen Piramit için Ortogonal Görünüm Çizimi

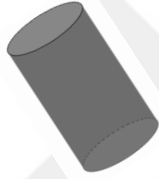
### **Geometrik Nesne ile Adını İlişkilendirme**

Bu tema, öğrencilerin geometrik nesnelerin kavram adlarına bağlı yorumlama ve oluşturma süreçlerindeki düşüncelerini içermektedir. Öğrencilerin temsil edilen bir geometrik cismin kendisi veya bir parçasını adı ile ilişkilendirme durumlarına göre iki kategoriden elde edilmiştir. Bunlar, temsil edilen geometrik cisim ile adını ilişkilendirme ve geometrik cismin temsil edilen bir parçası ile o parçanın adını ilişkilendirme kategorileridir.

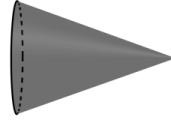
### **Temsil Edilen Geometrik Cisim ile Adını İlişkilendirme**

Öğrencilerin bazılarının, farklı cisimlerin adlarını karıştırmalarından kaynaklı cisim-temsil ilişkisi kurmada güçlük yaşadıkları görülmüştür. Adı verilen geometrik cisme ait açınımı, farklı açınım çizimleri arasından seçmeleri beklenen 4. soruda öğrenciler, prizma ve piramiti karıştırdığı için doğru ve net cevaplar vermekte zorlanmışlardır. Katlandığında üçgen prizma oluşturacak açınımları seçmesi istendiğinde bu konuda yaşadığı kavram karmaşasını Melek; “*Yani, üçgen piramitte seçtiğim şekillerle yine aynısını seçeceğim. Benim bildiğim, çizdiğimizde dikdörtgene sahip olanlar ayrı kategorilerde, ama isim konusunda kötüyüm ben.*” ifadesi ile aktarmıştır.

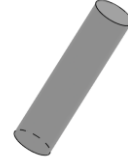
Mehmet: Benim silindir bilgim Şekil 15'teki gibi (Görsel 48'de verilmiştir).  
Araştırmacı: Neden bu şekil silindir?  
Mehmet: Çünkü silindir deyince aklıma hep böyle bu şekil geliyor, bunu görüyorum silindir deyince.  
Araştırmacı: Ne geliyor yani aklına?  
Mehmet: Böyle bu şekilde (*koninin sivri ucunu gösterir*) böyle uzaması geliyor aklıma. Yani burası (*Koninin tepe noktası*) ince ya, ince uç yukarıya doğru çıkıyor. Filmlerde silindir deyince ilk bu çıkıyor görsellerde. Bu olmazsa da şu da (Görsel 48'de Şekil 16) silindir olabilir.  
Araştırmacı: ikisi de silindir olabilir mi peki?  
Mehmet: Olabilir.  
Araştırmacı: Peki, Şekil 15 ile Şekil 16'nın neden silindir olabileceğini söylemişsin? İkisini de neden silindir olarak seçtiğini tekrar açıklayabilir misin?  
Mehmet: İkisi de silindire benziyor, aklımdaki silindir onlardan birisi işte. Bu (Şekil 16) olmazsa budur (Şekil 15), bu (Şekil 15) olmazsa budur (Şekil 16). Zaten silindir kare olamaz. O yüzden bunlar altı kare olanlar silindir olamaz. Yuvarlak olmalı yani. O yüzden bu aşağıdaki dört tanesi (*Görsel 48'deki Şekil 14, 15, 16,17'yi gösterir.*) olabilir. Çünkü hepsi kare, ama bu dördü farklı. Şekil 14,15, 16, 17, 20 silindiridir.



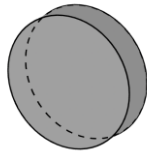
Şekil 14



Şekil 15



Şekil 16



Şekil 17

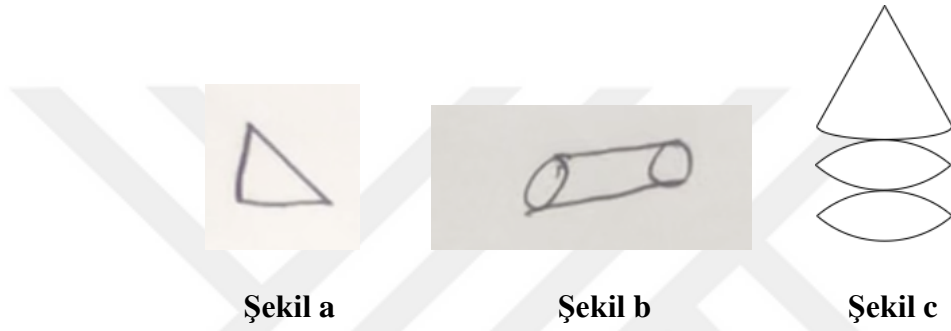


Şekil 20

#### Görsel 48. Birinci Soruda Mehmet'in Silindir İçin Karşılaştırdığı Çizimler

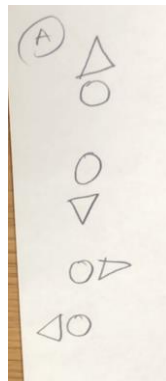
Mehmet birinci soruda koni sorulduğunda ise tekrar düşünmüş, Görsel 48'de verilen çizim temsillerini karşılaştırmış ve “Şekil 15 ve Şekil 20 konidir. Diğerleri silindir.” doğru cevabını vermiştir. Perspektif çizim temsili verilir adı ve özellikleri sorulan 2. soru yöneltildiğinde ise yine silindir temsili için koni, koni temsili için silindir cevabını vermiş ve iki nesne adını karıştırmıştır. Görüşme formunun 4. sorusunda verilen farklı açınım temsilleri arasından silindir ve koni açınımlarını seçmesi istendiğinde de önce silindir için; “Benim bildiğim üçgen, uzun, altı küçük olması gerekiyor. Yani benim

*bildiğim silindir şurası yuvarlak* (Öğrenci çizdiği Görsel 49’daki Şekil a’da bulunan üçgenin tabanını gösterir.), *şurası da üçgen* (Öğrenci çizdiği Görsel 49’daki Şekil a’da üçgenin iç bölgesini gösterir.) ... (*Duraksar*) *Hocam, yoksa bu muydu silindir* (Görsel 49 Şekil b’yi çizer.)” cevabını verir. Mehmet kişisel kavram imajına göre silindir hakkında bilgi verirken Görsel 49’daki önce Şekil a’yı sonra Şekil b’yi çizmiş ve bu çizimleri üzerinden bilgi vermeye devam etmiştir. Koni seçimlerini de bu tartışmaya göre yönlendiren Mehmet “*Üçgen ve yuvarlak yok. Sadece şekil 16* (Görsel 49, Şekil c) *olabilir.*” ifadesi ile koninin formal tanımından uzak bir kavram imajı ile koni seçimini yapmıştır (Görsel 49, Şekil c).



*Görsel 49.* Mehmet’in Koni ve Silindir Çizimleri ve Koni Seçimi

Yorumlama sorularında olduğu gibi açınım temsili oluşturulması istenen bir başka soruda (9. soru) Mehmet’in silindir için çizdiği açınım temsilleri Görsel 50’de verilmiştir. Görüşme boyunca Mehmet silindir ile koniyi karıştırdığı için burada da aynı karmaşayı yaşamış ve silindir yerine koni için bir açınım oluşturmaya çalışmıştır.



*Görsel 50.* Mehmet’in 9. Soruda Silindir İçin Çizdiği Açınım Temsili

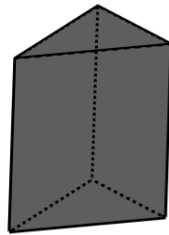
Geometrik cisimler ve parçaları ile ilgili düşüncelerini ifade ederken öğrencilerin koni yerine huni, daire yerine yuvarlak, dikdörtgen yerine uzun kare ifadesini kullandığı durumlar da gözlemlenmiştir. Bu ifadelerden birkaçı aşağıda verilmiştir.

Melek: Çünkü huni, kendisinden böyle yuvarlak gibi de değil, ama hani ovallik var (4. soru, koni açılımını tanıma).

Ahmet: Şuradakiler yuvarlak, bunlar yüzdür (2. soru, silindirin yüz ve yüzeyini belirleme).

Mehmet: Yüzleri üçgen şeklinde, yüzeyler de kareye benziyor ama hani uzun kare vardır ya, ondan (2. soru, üçgen prizmanın yüzlerini belirleme).

Yapılan çalışma, öğrencilerin geometrik cisimlerin iki boyutlu düzlemde temsillerini oluşturma ve yorumlama becerilerini derinlemesine incelemeyi amaçladığından sözlü temsil sorularının yanı sıra çizim temsili ile verilen geometrik cisimlerin başka bir çizim temsilinin yorumlaması ya da oluşturulması da istenmiştir. Bu duruma örnek olarak öğrencilerin verilen açınım çizimleri arasından üçgen prizmaya ait olanları seçmesi iki tipte yöneltilen soru ile istenmiştir. 4. soruda üçgen prizma çizimi verilmeden sadece adı söylenerek öğrencilerden üçgen prizmaya ait olan açınımları fark etmeleri beklenirken 3. soruda üçgen prizmanın perspektif temsili (Görsel 51’de verilmiştir.) verilip uygun açınımları belirlemeleri beklenmiştir. Burada öğrencilerin davranışları karşılaştırıldığında dokuz öğrencinin de 4. soruyu cevaplarırken daha çok kafa karışıklığı yaşadığı gözlemlenmiştir. 4. soruda üçgen prizmaya ait açınımları fark etmesi beklenen Melek “İsim konusunda kötüyüm ben.” ifadesi ile bu soruda yaşadığı kavram karmaşasını aktarırken 3. soruda üçgen prizmaya ait doğru açınım seçimlerini gerekçeleriyle açıklamıştır.



Görsel 51. Üçüncü Soruda Üçgen Prizma İçin Verilen Perspektif Çizim Temsili

Oluşturma sorularında da yorumlama sorularında olduğu gibi öğrencilere sadece perspektif çizim temsili ve sadece adı verilen geometrik cisimlere ait açınım temsili çizimleri istenmiştir. Öğrenci çizimleri incelendiğinde yorumlama sorularında olduğu gibi burada da geometrik cisimler için perspektif çizim temsili verildiğinde açınım temsili daha kolay oluşturdukları gözlemlenmiştir. Ahmet, perspektif temsil ile sunulan

küp, üçgen piramit ve üçgen prizma için açınım çizimini doğru bir şekilde oluşturabilirken (Görsel 52) çizim temsili verilmeyen cisimleri adları ile ilişkilendirmede güçlük yaşamış; kare piramit, kare prizma ve altıgen piramit için “*Bilmiyorum.*”, “*Piramidi bilmiyorum.*”, “*Çizemem.*” cevaplarını vermiştir.



**Küp Açınımı**



**Üçgen Piramit Açınımı**



**Üçgen Prizma**

*Görsel 52. Ahmet'in Perspektif Çizimi Verilen Cisimlere Ait Açınım Çizimleri*

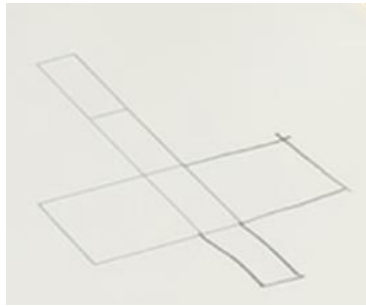
Öğrencilerden verilen eksik açınımları tamamlamaları istenen 8. soruda Zehra, dikdörtgen prizma açınımını tamamlamak için gerekli işlemleri yapmış, bir küçük dikdörtgen ve bir kare yüz eklemiştir (Görsel 53'te verilmiştir). Yaptığı işlemleri açıklamasından zihninde dikdörtgen prizma oluşturmak için doğru bir katlama yaptığını anlaşılmaktadır, ancak sonuç olarak bir kare elde edeceğini ifade etmiştir ve devamında Zehra ile araştırmacı arasında şu şekilde bir konuşma geçmiştir:

Araştırmacı: Nasıl? Kare oluyor derken ne demek istedin?

Zehra: Kare oluşuyor, küp değil.

Araştırmacı: Neden küp değil?

Zehra: Yani o kadar şey değil, ee, o kadar geniş değil, küp olacak kadar. Daha ince- ince bir kare.



*Görsel 53. Zehra'nın 8. Soruda Dikdörtgen Prizma Açınımını Tamamlaması*

Zehra'nın, prototip olmayan bu kare prizma açınımını zihninde katladığında oluşan cismin ince olmasına odaklandığı anlaşılmaktadır. Katlanınca küp olmayacağını fark ettiği bu cisme, prizma değil de kare adını vermesi, onun prototip etkisiyle cismin temsili ile adını ilişkilendiremediğini, uygun terimi bulamadığını göstermektedir.

### **Geometrik Cismin Temsil Edilen Bir Parçası ile O Parçanın Adını İlişkilendirme**

Perspektif temsil üzerinden geometrik cisimlerin özellikleri hakkında bilgi verilmesini gerektiren 2. soruda öğrencilerin bazıları “Şekildeki geometrik nesnenin ayrıtları hakkında bilgi verir misin?” maddesini yanıtlamaya “Ayrıtlar nedir?” sorusu ile başlamışlardır. Altı farklı geometrik cisim temsiline verildiği soruda, ilk olarak dikdörtgen piramit için ayrıtlar sorulduğunda Mehmet dışındaki sekiz öğrenci “*Ayrıtlar nedir? / Ayrıtlar nedir? / Nasıl yani ayrıtlar?*” biçiminde sorular yöneltmişler, buna karşılık ayrıtların ne olduğu bir çizim üzerinden gösterildikten sonra temsili verilen diğer beş geometrik cismin ayrıtları hakkında yorum yapmaya başlamışlardır. Öğrenciler, ayrıtlar ile temsiline ilişkilendirmeye başladıktan sonra diğer geometrik cisimler hakkında yöneltilen “Ayrıtları hakkında bilgi verir misin?” sorusunu yanıtsız bırakmamışlar ve ayrıtları eksik ya da tam sayarak yorumlama yapmışlardır.

Geometrik cisimlerin parça ve özelliklerinin sorulduğu 2. sorunun bir başka maddesinde, cismin yüz ve yüzeyi hakkında bilgi istenmiştir. Bu soruda da dokuz öğrencinin tamamının yüz ve yüzey kavramları hakkında eksik bilgiye sahip olmaları bu sebebiyle karışık cevaplar verdiği gözlemlenmiştir. Görsel 54’te verilen silindirin yüz ve yüzeyi hakkında Mehmet ile araştırmacı arasında aşağıdaki gibi bir konuşma geçmiştir.

Araştırmacı: Verilen geometrik nesnenin yüz ve yüzeyi hakkında bilgi verir misin?

Mehmet: Yüzü vardır.

Araştırmacı: Gösterir misin? (*Öğrenci silindirin sağındaki dairesel yüzü gösterir.*)

Peki bu yüz nasıl bir şekilde?

Mehmet: Yuvarlak.

Araştırmacı: Kaç tane peki?

Mehmet: İki tane.

Araştırmacı: Başka yüzü var mı?

Mehmet: Yok.

Araştırmacı: Peki yüzeyi için bir şey söyleyebilir misin?

Mehmet: Bence tam tersi. Şurası yüzey (*Dairesel yüzleri gösterir.*) şurası da yüz (*Silindirin yan yüzünü gösterir.*).

Araştırmacı: Biraz açıklar mısın?

Mehmet: Bilemiyorum.

Araştırmacı: Peki o yüz nasıl bir şekilde canlandı zihninde? Gösterebilir misin?

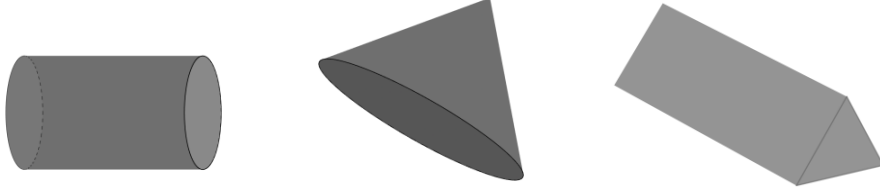
Mehmet: Yok, cismin zaten kendisi yuvarlak. O yüzden gösteremem.

(Sonrasında kâğıdı silindir gibi kıvrarak üzerinde gösterir.)

Mehmet: Hocam yüzü şurası arka ve önde (Dairesel yüzleri gösterir), şurası da (Silindirin yan yüzünü gösterir) yüzey.

Araştırmacı: Şekil üzerinde burasının yüz, buraların yüzey olduğunu söylemiştin?

Mehmet: İşte hocam karıştırıyorum.



Görsel 54. İkinci Soruda Verilen Silindir ve Koniye Ait Perspektif Çizimler

İkinci soruda koninin yüzey ve yüzleri hakkında bilgi vermesi istendiğinde Ayşe ile araştırmacı arasında, şu şekilde bir diyalog geçmiştir.

Ayşe: Yüz bu kısımları (Koninin yan yüzünü gösterir.). Yüzey tabanı.

Araştırmacı: Neden orası yüz, tabanı yüzey?

Ayşe: Huniyi görsek ilk bu kısmını (Koninin yan yüzünü gösterir.) görüyoruz.

Burası (Koninin daireysel yüzünü gösterir.) altta kalıyor, huniyi kaldırıp bakmamız gerekiyor.

Ayşe koni için “*Yan taraflar yüz, taban yüzeydir.*” cevabındaki anlayışı; prizma ve piramit olan diğer geometrik cisimlerde de devam etmiştir. Örneğin, üçgen prizma için “*Bunlar yüz (Üçgen yüzleri gösterir.). Burada da iki tane yüz var (Dikdörtgen yüzleri gösterir). Ama altta kalan tabandaki yüzey. Bir tane de yüzeyi var. Bunlar aynı üçgen şeklinde iki tane. Bunlar da dikdörtgen şeklinde. Aslında bu da (tabanda kalan dikdörtgen yüz) yüz olarak sayılabilir ama... Gördüğümüz taraflar yüz oluyor, diğer taraf yüzey olarak sayılıyor.*” ifadesini kullanmıştır.

Silindirin yüz ve yüzeyleri hakkında bilgi vermesi istendiğinde Neşe “*İki tane yuvarlak var, bir de hani ön taraf var genel olarak (Silindirin yüzeyini çevreleyen bir çember çizer). Üç yüzeyi var... Hmm belki de iki tane yüzü bir tane yüzeyi var ama. Karışık bir şey. Bence bu (Silindirin yüzeyini gösterir.) yüz, bunlar da (Dairesel yüzleri gösterir.) yüzey. Ama neden diye sorarsanız söyleyemem.*” Cevabını vererek yüz ve yüzeyler hakkında net bir tanım ve düşünceye sahip olmadığı izlenimini vermiştir.

## BÖLÜM 4

### SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Meslek lisesi öğrencilerinin geometrik cisimleri iki boyutlu temsillerini yorumlama ve oluşturma süreçlerini incelemek amacıyla yapılan yarı yapılandırılmış görüşmelerin bulguları “Bulgular ve Yorumlar” bölümünde değerlendirilmiştir. Bu bölümde, bulgulara dayanarak elde edilen sonuçlar, ilgili alan yazın ışığında tartışılarak sunulmuştur. Ayrıca gelecek çalışmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

#### Sonuçlar

Bu çalışmada, meslek lisesi öğrencilerinin geometrik cisimleri iki boyutlu düzlem temsilleri ile nasıl yorumladıkları ve bu cisimlere ait iki boyutlu düzlem temsillerini nasıl oluşturdukları derinlemesine incelenmiştir. Hem Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı hem de Makine Teknolojisi Çerçeve Öğretim Programı dikkate alındığında öğrencilerin, geometrik cisimlerin temsili yorumlama ve oluşturma becerilerine ilişkin teorik ve pratik eğitsel deneyimlerden uzak olmadığı bilinmektedir. Buna rağmen iki farklı uzayda bulunan cisim ile düzlem temsili arasında zihinsel eylemler yoluyla geçiş yapmaları gerektiğinde çeşitli düşüncelerinin olduğu, buna bağlı olarak çeşitli güçlükler yaşadıkları tespit edilmiştir.

Çalışmada geometrik cisimlerin perspektif ve ortogonal görüntü çizim temsillerinin yanında açınım çizimleri de kullanılmış, öğrencilerin cisimlere ilişkin düşünceleri bu temsiller üzerinden incelenmiştir. Öğrencilerin bu temsiller üzerinden cisimleri yorumlamaları ve cisimlerin temsillerini oluşturma süreçleri incelendiğinde genellikle bir temsil türüne ilişkin düşüncelerinin diğer temsillere ilişkin düşünceleri ile uyumlu olduğu görülmüştür. Örneğin; perspektif çizim temsili verilen bir geometrik cismin açınımını oluşturma görevlerinde, öğrencilerin perspektif çizim temsili yorumlamaları, zihinlerinde manipüle edebilmeleri; zihinde geometrik cismin her bir yüzünü canlandırmaları ve cisim açmaları gerekiyordu. Öğrencilerin böyle yoğun bir zihinsel süreçten geçerken bir temsilde işlem yaparken yaşadığı problemin, diğer temsilde yapacağı işlemleri etkilediği sonucuna varılabilir.

Çalışma sonucunda, meslek lisesi öğrencilerinin geometrik cisimler ile iki boyutlu temsilleri arasında ilişki kurarken genel olarak görsel uyaranlara dayalı, cismin özelliklerine dayalı ve cismin adına bağlı temel düşüncelerinin olduğu belirlenmiştir. Bu düşünceler; görsel düşünme, çizimi geometrik cismin özellikleriyle ilişkilendirme ve geometrik nesne ile adını ilişkilendirme başlıklı üç temaya ulaştırmıştır. Bu düşünceler her ne kadar farklı temalarda işlenmiş olsa da birbirini etkileyen zihinsel eylem ve becerilerle inşa edilmiştir.

Öğrencilerin bir geometrik cismi farklı temsiller üzerinden yorumlama ve oluşturma süreçleri incelendiğinde, düzlem temsilleri ile geometrik cisim arasında ilişki kurarken sıklıkla yaşam örneklerinden faydalandıkları görülmüştür. Örneğin, verilen farklı perspektif çizim temsilleri arasında üçgen piramide ait olanları seçmeleri istendiğinde, öğrenciler üçgen piramit ile “Mısır Piramitleri”ni ilişkilendirmiş ve buna bağlı olarak ona benzeyen dikdörtgen piramitleri de seçmişlerdir. Diğer taraftan koni için “Külâh gibi.”, “Huniye benziyor.” ve üçgen prizma için “Çatı gibi. Bu sayede tanıdım.” ifadelerini kullanmaları, yaşam örneklerinin temsili verilen geometrik cisim tanımlarında etkili olduğunu göstermiştir. Öğrenciler, geometrik cisimlerin özelliklerinden bahsederken silindir için “tekerlek” ve “pipet”, dikdörtgen prizma için “peçete kutusu” benzetmeleri yapmışlardır. Görsel düzeyde kurulan her benzetme ilişkisi gibi bu çalışmada gözlemlenen yaşam örneği ilişkisi de bazen cisim tanıma ve ait olduğu sınıfı belirlemeye yardımcı olsa da genellikle öğrencilerin düzlem temsili bütüne odaklandığı ve geometrik cisimle ait olan özellikleri göz ardı ettiği durumlar ortaya koymuştur. van Hiele, bu tip davranış gösteren öğrencilerin düzeyini Düzey- 0 olarak belirlemiştir. Görselleştirme adını verdiği bu düzeydeki öğrenciler, şekillerin görünümüne bakıp birbirlerine ya da aşına oldukları yaşam örneklerine benzeyip benzemediklerine odaklanarak şekilleri sınıflandırmakta ya da birbirlerinden ayırt etmektedirler (van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2019). Vinner (1981), matematiğin günlük yaşamdan öğrenilmesi gerektiğini savunurken kavrama ait örnek olan ve örnek olmayan durumlara detaylı şekilde yer verilmesi gerektiğini ifade etmiştir. Kavrama ilişkin verilen yaşam örneklerinin, öğrenmeyi daha kalıcı hale getirmekte; ancak kavramların idealliği, genelliği ve mükemmelliği bu örneklerle elde edilemediğinden yanılsamalara ve hatalı genellemelere sebep olabilmektedir. Matematik ders kitapları (MEB, 2019) ve Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2018) incelendiğinde “Geometrik Cisimler” konusunun öğrencilere ilk olarak yaşam örnekleri kullanılarak tanıtıldığı görülmektedir. Bununla birlikte, verilen örneklerin cisimler ile yeterince

ilişkilendirilmediği söylenebilir. Bu bağlamda, öğretim sürecinde kullanılan yaşam örneklerinin, kavramsallaştırmada bir köprü rolünde olabilmesi için cisimlerin özellikleri ile ilişkisinin kurularak ele alınmasının önemli olduğu düşünülmektedir.

Yaşam örneklerini hatalı yorumlayan ve buna bağlı genellemeler yapan öğrencilerin, geometrik cisimlerin kritik özelliklerine ve formal tanımına odaklanmayıp kritik olmayan özellikleri ön planda tuttıkları sonucuna varılmıştır. Üç boyutlu geometrik uzayda cisimler öncelikle görsel bilgi ile algılanır, zihinde buna göre manipüle edilir. Geometrik nesnenin zihinsel manipülasyonu, bir kişinin zihninde geometrik nesneyi döndürme, yansıtma veya ölçeklendirme gibi çeşitli yollarla değiştirebilme sürecidir. Bu süreç, bir nesnenin farklı açılardan nasıl görüneceğini hayal etmeyi, bir nesnenin farklı uzamsal boyutlarda nasıl olacağını düşünmeyi ve bir nesnenin farklı temsillere nasıl dönüşebileceğini görselleştirmeyi içerir. Çalışmaya katılan öğrencilerin düzlem temsillerini yorumlarken çizimde sivrilik, kısalık, genişlik gibi kritik olmayan özelliklerine ve çizimin yönüne, konumuna odaklandıkları görülmüştür. Bazı öğrencilerin temsilleri yorumlarken çizimin uzunluğu, sivriliği, genişliği gibi özellikleri dikkate alırken yön ve konumdan etkilenmedikleri; ancak bir geometrik nesneye ait çizim temsili oluştururken yön ve konum değişikliğinden etkilendikleri görülmüştür. Bir başka öğrencinin, yorumlama yaparken diğer uzamsal özelliklerin hiçbirinden etkilenmediği, fakat çizim temsili oluşturmada çizimin yönü ve konumundan etkilendiği görülmüştür. Bu durumlar, öğrencilerin yorumlama becerilerinin oluşturmaya göre daha gelişmiş olduğunu, kritik olmayan özelliklerden daha az etkilendiklerini göstermektedir. Parzys (1988), yorumlama (*decoding*) becerisi ve oluşturma (*coding*) becerisi arasında doğrudan bir karşılaştırma yapmanın zor olduğunu; çünkü her ikisinin de farklı zihinsel süreçler ve beceri setleri gerektirdiğini ileri sürmüştür. Diğer taraftan oluşturma becerisinin yorumlama becerisini de kapsayan bir zihinsel süreç olduğu göz önüne alındığında; öğrencilerin düzlem temsillerini yorumlarken yaşadığı güçlükleri, bu temsilleri oluştururken de yaşamaları anlamlı bir sonuç olarak bulunmuştur.

Düzlem temsilleri yorumlanırken geometrik nesnenin kritik özelliklerini dikkate almanın yanı sıra nesneyi bu özelliklerle içselleştirip zihinde manipüle edebilme becerisinin de iyi bir şekilde kullanılması gerekmektedir. Aksi takdirde geometrik nesne hakkında bilinenlerle temsillerini zihinde manipüle etme becerisi arasında kopma ve boşluk oluşabilir. Çalışmada bazı öğrenciler, bazı iki boyutlu düzlem temsillerini yorumlarken çizimin üç boyutlu geometrik bir nesneyi ya da nesnenin bir parçasını temsil ettiğini fark edememiştir. Nesnenin boyutuna ilişkin bu yanılsamalara, öğrencilerin nesneye ilişkin

sahip olduğu bilgi ile nesnenin zihinsel manipölasyonu arasında yaşanan kopma ve boşlukların sebep olduğu düşünölmektedir.

Öğrencilerin geometrik cisme ait temsili zihinde manipöle edebilme becerisi; düzlem temsilini yorumlama ve oluşturma süreçlerini doğrudan etkilemektedir. Yapılan görüşmelerde öğrencilere perspektif çizim temsili üzerinden geometrik nesnenin bileşenleri hakkında sorular sorulduğunda çizimin alt ve arka kısımlarında kalan parçaları düşünmekte zorlandıkları görölmüştür. Burada perspektif çizim temsilini yorumlama sürecinde öğrencilerin yaşadığı güçlüklerin, yine perspektif çizim temsili oluşturma ve başka bir çizim temsili olan ortogonal görünüm temsiline geçiş sürecine yansımaları dikkat çekmiştir. Öğrencilerin perspektif çizim temsilini yorumlama ve oluşturma sorularına verdikleri cevaplar karşılaştırıldığında geometrik cisim zihinlerinde döndürememenin bir sonucu olarak temsilde görünmeyen kısımlar hakkında yanılgıların olduğu, geometrik cismin bileşenlerini yanlış yorumlayıp kendi oluşturdukları temsili de hatalı oluşturdukları görölmüştür. Bu öğrencilerin, sözlü temsille adları ifade edilen geometrik cisimlerin ortogonal görünömleri hakkında sorular iletildiğinde geometrik cismin ortogonal görünöme ilişkin bilgi vermekte benzer şekilde zorlandıkları tespit edilmiştir. Sözlü temsil ile ifade edilen geometrik cisimlerin ortogonal görünömleri ile ilgili düşünme süreçlerini inceleyen soru ile verilen ortogonal görünüm temsilini yorumlama sürecini inceleyen soru bulguları karşılaştırıldığında geometrik nesneye ait bir düzlem temsilinin zihinde yönlendirilememesi sonucu farklı tip bir düzlem temsilinin yorumlanmasına geçişte ya da farklı tip bir temsil oluşturmada güçlük yaşanmasına sebep olduğu düşünölmüştür. Bu durum; Mesquita'nın (1988) temsili oluşturma ve yorumlamada geometrik uzaydan gelen özelliklerin bilincinde olarak çalışılması gerektiği düşüncesi ile ilişkili bulunmuştur. Bir geometrik cisim üç boyutlu uzay temsilinden kağıt üzerine alındığında iki boyutlu bir düzlem temsiline geçtiği için bilgi kaybına uğrar ve kendi gerçekliğinden uzaklaşır. Aslına en uygun düzlem temsilinin oluşması için ise geometrik cisme ait özelliklerin yansıtılması gerekir ve bu durum yoğun zihinsel eylemler gerektirir (Parzys,1988; Gutierrez,1996).

Geometrik cismin özellikleri hakkında detaylı bilgiye sahip olunması, o cismin kavram tanımını, dolayısıyla kişisel kavram imajını güçlendiren, formal tanım ve imaja yaklaştıran bir durumdur. Elde edilen bulgularda öğrencilerin bir kısmının formal tanıma uygun biçimde cismin tüm özelliklerine odaklanmadığı, temsilleri yorumlama ve oluşturmada tek bir özellik üzerinden genelleme yaptığı görölmüştür. Farklı geometrik cisimlerin farklı özelliklerinin yanı sıra benzer özellikleri de bulunmaktadır. Öğrencilerin

bu farklılık ve benzerlikleri tek taraflı uyguladıkları durumlarla; perspektif çizim temsilleri arasından isten bir geometrik cisme ait olanları fark etme, açınım temsilleri arasından bir geometrik nesneye ait olanı fark etme ve açınım temsilinden geometrik nesneyi tanıma sorularında daha sık karşılaşılmıştır. Perspektif çizim temsilinin yorumlanmasını inceleyen soruda, bir çizimde tamamlanmamış parçalar bulunmasına rağmen bazı öğrenciler bu geometrik nesneyi dikdörtgen prizma olarak almış, sebebini de diğer yüzlerinde tamamlanmış dikdörtgenlerin bulunması ile açıklamışlardır. Diğer taraftan açınım temsilinden geometrik cisim tanıma sorusunda verilen bir silindir açınımı için “*Bunu zihnimde kapatamam ama iki daire ve bir dikdörtgen olduğu için silindire ait bir açınım olduğunu düşünüyorum.*” ifadesini kullanan bir öğrenci, cismin açınımını kapatma eylemini açıklayamasa da açınımındaki özellikleri silindirin özellikleri ile ilişkilendirilmiştir. Geometrik cisimlerin yüzlerini esas alarak yorumlama yapan öğrencilerin; fark ettikleri tek özelliği kullanarak hatalı genellemelere ulaşmakla birlikte, bu özellikten yola çıkarak doğru çıkarımlar yaptıkları durumlar da olmuştur. Batista'nın van Hiele düzeylerine alternatif geliştirdiği düzeylerden analitik düzeyin ilk aşmasında, öğrencilerin özellikleri fark ettiği, ancak parçalar arası ilişki kurulamadığı belirtilmektedir (Battista, 2007). Yukarıda bahsedilen tek özelliğe odaklı düşünme biçiminin bu düzeyde bir düşünme biçimi olduğu söylenebilir. Diğer taraftan, çalışmadaki aynı öğrencilerin farklı cisimlere ya da sorulara ilişkin farklı düzeylerde düşünme biçimlerinin olması önemlidir. Bu durumun, anlık bilişsel sıçramalar nedeni ile gerçekleşen öğrenmelerden (Battista, 2004) veya farklı kavramların doğasının getirdiği farklı güçlüklerden kaynaklanabileceği düşünülmektedir.

Yapılan görüşmeler neticesinde elde edilen başka bir bulgu, öğrencilerin geometrik cisim, cismin prototipinin özellikleri üzerinden yorumlamaları ve oluşturmalarıdır. Perspektif çizim temsillerinin yorumlanmasını gerektiren sorularda en çok silindirin, açınım çizimlerinin yorumlanmasını gerektiren sorularda ise küp açınımının öğrencilerde güçlü bir prototipe bağlı ele alındığı görülmüştür. Matematik dersi öğretim programında en sık karşılaşılan geometrik kavramların silindir ve küp oluşu (MEB, 2018), öğrencilerin bu cisimlere ilişkin oluşturma ve yorumlama deneyimlerinin fazla olabileceğini düşündürse de öğretim sürecinde ve ders kitaplarında genellikle bu cisimlerin tek görünüşteki prototip temsillerine yer verilmiş olması (MEB, 2019), deneyimlerin daha çok bu prototipler üzerinden gerçekleşmiş olabileceğine işaret etmektedir.

Öğrencilerin geometrik cisimleri yorumlarken ve oluştururken hiyerarşik ve parçalı olmak üzere iki tipte sınıflama yaptıkları gözlemlenmiştir. Öğrencilerin yaptığı iki tip sınıflamada da bazı durumlarda görsel düşünmeye bazı durumlarda ise özellikle ilişkilendirmeye rastlanmıştır. Hiyerarşik sınıflamada bir tepe noktası ve bir tabana sahip olmaları sebebiyle piramitleri koni sınıfına özellikleriyle ilişkilendirerek alan öğrencilerin yanında prizmaları silindir gibi uzadıkları için silindir sınıfına alıp görsel özellikleri dikkate alan öğrenciler de bulunmaktadır. Bununla birlikte öğrencilerin büyük çoğunluğu çizim temsilleri verilen geometrik cisimleri hiyerarşik sınıflama yapacak kadar özellik belirtmemişler ve belirttiklerinde de prototip baskınlığından çok fazla uzaklaşmamışlardır. Matematik öğretmen adayları ile dörtgenlerin sınıflandırılması üzerine yapılan bir çalışmada (Özdemir-Erdoğan ve Dur, 2014), benzer şekilde öğretmen adaylarının dörtgenleri en belirgin özelliklerine göre ele aldıkları, bunun da öğretmen adaylarının prototip baskınlığından kurtulamamaları ile ilişkili olduğu ifade edilmiştir.

Perspektif çizim temsilleri ve açınım temsilleri arasından cisme ait olanları tanıma becerisinin incelendiği sorularda hiyerarşik sınıflama yaparken ister özellikle ister görsel düşünme ile ilişkilendirsin küp temsili dikdörtgen prizma sınıfında kabul eden bir öğrenci çıkmamıştır. Ayrıca düzlem temsili oluşturma becerilerinde hiyerarşik sınıflama yaptığı yönünde bulgu sunan bir öğrenciye de rastlanılmamıştır. Parçalı sınıflama yapan öğrencilerin yalnızca özellikle ilişkilendirerek sınıflama yaptığına dair bulgular elde edilmiştir. Öğrenciler, *“Bir piramit, ama tabanı beşgen, beşgen piramit diyebiliriz.”*, *“Birinde daha fazla üçgen var, birinde daha az. Birinin altındaki üçgen, öbürünün altındaki altıgen. İkisi de piramit.”* ifadelerini kullanarak parçalı sınıflama yaptıklarını hem perspektif çizim temsili hem de açınım temsili yorumlama sorularında göstermişlerdir. Öğrencilerle yapılan görüşmeler dikkate alındığında en çok geometrik cisimlerin yüzüne odaklanarak parçalı sınıflama yaptıkları sonucu elde edilmiştir. Hiyerarşik sınıflamadan farklı olarak parçalı sınıflama bulgularıyla oluşturma sorularında da karşılaşılmıştır. Bunun sebebinin oluşturma sürecinin doğasından kaynaklı olduğu düşünülmektedir. Cismin açınımın çizimi, perspektif ya da ortogonal görünümünün çizimlerinden hangisini yapıyor olursa olsun öğrencinin geometrik nesneyi önce zihninde yönlendirmesi ve her bir yüzünün nasıl görüneceğini belirlemesi gerekmektedir. Bu sebeple geometrik nesneyi parçalarıyla ele alması dolayısıyla bir karşılaştırma ve sınıflama yapacaksa parçaları üzerinden düşünerek yapması gerekmektedir. Öğrencilerin geometrik cisimleri parçalarıyla ele alarak sınıflaması demek özelliğe dayalı bir

düşünmenin baskın olması demek olduğu için parçalı sınıflamada görsel bir düşünme ile de karşılaşılmamıştır.

Çalışmada elde edilen bulgular karşılaştırıldığında yaşam örnekleri ile ilişkilendirme, kritik olmayan özelliklerle ilişkilendirme, sınıflama yoluyla ilişkilendirme, nesneyi prototipi ile ilişkilendirme ve çizimi nesnenin tek özelliği ile ilişkilendirme kategorileri birbiri ile anlamlı sonuçlar sunmuştur. Prototip düşünmeye bağlı olarak düzlem temsillerini yorumlayan ve oluşturan öğrencilere yaptıkları işlem ve eylemlerin gerekçeleri sorulduğunda geometrik nesne temsillerinde bir ya da birkaç özelliğe odaklandıkları, kavramı oluşturan formal tanımdan ziyade kritik olmayan özelliklere odaklandıkları görülmüştür. Prototipe bağlı düşünme ve bu düşünmeye sahip öğrencilerin kritik olmayan özellikleri dikkate alması durumu, Stylianou'nun (2011) ortaokul öğrencileri ile yaptığı bir çalışmanın sonucu ile örtüşmektedir. Stylianou (2011) ortaokul öğrencilerinin temsili kullanım biçimini, temsilin genel işlevi ile karşılaştırmış ve prototip ile güçlü bağlanma kuran öğrencilerin yüzeysel özelliklere yöneldikleri sonucunu elde etmiştir. Benzer bir ortak düşünmenin sınıflama yoluyla ilişkilendirme kategorisiyle tek özellikle ilişkilendirme, nesneyi prototip ile ilişkilendirme ve kritik olmayan özelliklerle ilişkilendirme kategorileri arasında da bulunduğu görülmüştür. Herhangi bir çizimi verilmeden, bir üçgen prizmanın bir yüzüne tam karşıdan bakıldığında yüzlerin nasıl görüneceğini verilen şekil çizimleri arasından seçmelerinin istendiği soruda, öğrencilerin bazıları yüzlerin konumunu da dikkate alarak cevaplar vermiştir. Örneğin, *“Bu üçgen ters duruyor, üçgen prizmanın yüzünün yukarı doğru dik durması gerekir.”* ifadesini kullanan öğrencinin geometrik nesneye ait parçayı konumundan bağımsız düşünmekte zorlandığı gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin oluşturduğu çizim temsilleri incelendiğinde çizimdeki parçaların şekilleri, konumları ve sayıları ile geometrik nesneye ait parçaların uyuşmadığı yönünde bulgular elde edilmiştir. Açınım oluştururken öğrencilerin eğrisel yüzü cisimlerin yüz ve yüzeyleri için düzlem temsili çiziminde zorluk yaşandığı gözlemlenmiştir. Öğrencilerin perspektif çizim temsili verilen geometrik cisimler için oluşturduğu açınımlar incelendiğinde yüzlerinin düzlemde çizilmesinde en çok sorun yaşanan geometrik nesnenin koni ve silindir olduğu görülmüştür. Öğrencilerin verdikleri cevaplarla bu cevapların gerekçeleri incelenirken eğrisel yüze sahip olan koni ve silindirin tüm yüzleri düz olan prizma ve piramitlere göre ayrı değerlendirilmesi gerektiği tespit edilmiştir. Koniye ait yan yüzü üçgen biçiminde, silindire ait daire yüzü ise elips biçiminde ve

silindirin yan yüzünü üç parça dikdörtgenin birleşimi biçiminde çizen öğrenciler olmuştur.

Perspektif temsili üzerinden cisimlerin parçaları hakkında sorular yöneltilen soruda da öğrenciler, bu cisimlerin yüz ve yüzeyi hakkında sıklıkla yanılığa düşmüşlerdir. Koni ve silindirin yan yüzleri hem perspektif çizimde hem de üç boyutlu temsillerinde, iki boyutlu düzleme açıldığında hangi şekli oluşturacağı görünemeyen bir yapıdadır. Bu sebeple öğrencilerin bu cisimleri zihinlerinde döndürüp yönlendirmede; yüz ve yüzey açınımlarını tahayyül etmede zorlandıkları düşünülmektedir. Cohen (2003) öğretmen adayları ile yaptığı eğri yüzlü katıların açınım temsillerini oluşturma ve çeşitlendirme çalışmasında, öğretmen adaylarının ilk çiziminden sonraki çizimlerinde bir çocuk gibi düşündüklerini ve sıfırdan yeni bir açınım çizmekte zorlandıkları sonucunu elde etmiştir. Bu çizimlerde öğretmen adaylarının en çok eğri yüzlü geometrik cisimleri çizerken problem yaşadıklarını belirlenmiştir. Meslek lisesi öğrencilerinin de açınım oluşturmada en fazla zorlandıkları geometrik cisimlerin silindir ve koni olması Cohen'in çalışmasının sonuçları ile uyumludur.

Perspektif çizim temsili üzerinden geometrik cismin özellikleri hakkında yorum yapmaları istendiğinde öğrenciler, yüzlerin sayısı ve konumları ile ilgili zaman zaman yanılığa düşmüşlerdir. Katlanınca bir geometrik cisim oluşturan ve oluşturamayan şekiller arasından verilen geometrik cisme ait olan açınımın seçilmesinin beklendiği soruda, üçgen piramit açınımı için kapanması mümkün olmayan dört üçgenden oluşan çizimi seçen öğrenciler, perspektif temsili verilen geometrik cisim yorumlama sorusunda da yüzlerin sayısını belirlemede problem yaşamışlardır. Dördüncü soruda açınımında parçalarının konumu hakkında en çok problem yaşanan geometrik cisim silindirdir. Burada silindirin daire yüzlerinin yan yüzün düzlem açınımında kısa kenarlarına çizilmesi gerektiğini düşünen öğrenciler (aslında uzun kenara çizilince kapanabiliyor); eksik açınımlarının tamamlanması istenen soruda da silindir açınımı için ya "Bilmiyorum." cevabını vermişler ya da iki doğru parçasının dik kesişiminden oluşan eksik açınımdaki doğru parçalarının iki ucunu bir çizgi ile birleştirerek bir koni açınımı (kapandığında koni oluşturmayan) yapmaya çalışmışlardır.

Yorumlama sorularının yanı sıra perspektif çizim, açınım ve ortogonal temsil oluşturma sorularında da geometrik nesnenin parçalarını konumlandırma ve sayısını belirlemede öğrencilerin zorlandığı görülmüştür. Perspektif çizim temsili verilen geometrik nesne için açınım temsili oluşturmaları gereken soruda parçaların birbirine göre konum ve yerleşimlerinde problem yaşayanların, açınım temsili üzerinden aynı

geometrik cisimleri yorumlarken de zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu durumun yanı sıra açınım temsillerinin yorumlandığı soruda silindire ait açınım çizerken dairesel yüzleri yan yüz ile birleştirmeden arada boşluk bırakarak çizen (teğet çizmeyen) öğrenciler olmuştur. Bu öğrencilerin geometrik nesneye ait parçaları ortogonal görünümüleriyle zihinlerinde oluşturup düzlemde gösterebildikleri, ancak bu parçaların birleştirilip açınım temsili yoluyla gösterilmesinde zorluk yaşadıkları sonucuna varılmıştır.

Bu çalışmadaki önemli bir bulgu, beşgen piramidi parçaları ile düşünen ve bunu sözlü olarak anlatabilen, ancak kağıt - kalem ile düzlemde gösteremeyen öğrencilerde gözlenmiştir. Bu öğrencilerin kavrama ilişkin sözlü ifadelerinin, kavramın tanımı ile uyumlu olduğu, ancak kavrama ilişkin çizim temsili oluşturamadıkları görülmüştür. Bireylerin kendi kavram imajlarına ilişkin kişisel kavram tanımlarına sahip olduklarını ve bunların kendi geometri öğrenme deneyimleriyle inşa edildiğini ifade eden Fujita ve Jones (2007), kavram tanımı ile kavram imajlarının arasındaki boşluğun (*gap*) ne kadar az olursa kişisel kavram imajının o kadar başarılı kurulacağını ifade etmiştir. Buna göre öğrencilerin beşgen piramit için sahip oldukları kişisel kavram imajına ilişkin çizim temsili oluşturamamalarının sebebi kişisel kavram tanımları ile kişisel kavram imajları arasındaki boşluktan kaynaklanabilir. Kavrama ilişkin özelliklerle iyi desteklenmeyen bir üç boyuttan iki boyuta geçiş süreci zihinsel temsilden çizim temsiline geçişte çatışmaya sebep olmuş olabilir. Alan yazın incelendiğinde kavram tanımı ve kavram imajı ilişkisinin, genellikle öğrencilerin kavram tanımları ve çizim temsillerinden yola çıkılarak incelendiği görülmektedir (Tall ve Vinner, 1981; Bayram ve Duatepe, 2018; Akkaş ve Gündoğdu- Alaylı, 2022). Bu açıdan bakıldığında öğrencilerin kişisel kavram imajlarına ait sözlü ifadeler ile çizim temsili karşılaştırılmasının; kişisel kavram imajının derinlemesine incelenmesi sürecine farklı bir bakış kazandırdığı düşünülmektedir.

Öğrencilerin düzlem temsillerini yorumlama ve oluşturma becerilerinin incelenmesi amacıyla yöneltilen sorulardan bazıları hem sözlü temsil ile hem de perspektif çizim temsili ile öğrenciye sunulmuştur. Örneğin, açınım temsili cisimleri tanıma becerisini gözlemlemek amacıyla, geometrik cisimler öğrenciye 3. soruda perspektif çizim temsili ile sunulurken 4. soruda sözlü temsil ile ifade edilmiştir. Öğrencilerin çizim temsili oluşturma sürecini de incelemek amacıyla iki soruda sözlü temsil kullanılırken bir soruda perspektif çizim temsili oluşturmaları için açınım temsili, bir başka soruda açınım temsili oluşturmaları için perspektif çizim temsili sunulmuştur. Öğrencilerin yorumlama ve oluşturma süreçleri incelendiğinde kavram bilgi eksikliği ve kavram yanlışları

sebebiyle özellikle prizma ve piramidi karıştırdıkları, sözlü temsille ifade edilen soruların yorumlama ve oluşturulmasında başka bir çizim temsili kullanılan sorulara göre daha çok zorluk yaşadıkları gözlemlenmiştir. Bu sonuç Delice ve Sevimli'nin (2010) ortaöğretim 11. sınıf öğrencilerinin 24 geometri problemini görselleme becerilerini incelediği çalışmasında öğrencilerin, görsel temsillerle verilen problemlerde sözel temsillerle verilen problemlere göre daha yüksek performans göstermesi sonucu ile örtüşmektedir.

Ayrıca, perspektif çizim temsilleri üzerinden geometrik nesneye ait eleman ve bileşenler hakkında bilgi istenen soruda öğrencilerin “ayrıt, yüz, yüzey” kavramları hakkında eksik ve yanlış bilgiye sahip oldukları görülmüştür. Bu durumun geometrik nesneye ilişkin kavram tanımının oluşturulmasında ve geometrik nesnenin özelliklerinin içselleştirilmesinde bir engel teşkil ettiği düşünülmektedir. Yapılan bu çıkarım, Battista'nın (2004) matematiksel bir konuda öğrencilerin istenilen bilişsel gelişime ve akıl yürütme düzeyine ulaşabilmesi için kavramsal ve bilişsel yapılandırmanın güçlü olması gerektiği görüşünü desteklemektedir.

## Öneriler

Araştırmanın sonuçlarına dayalı geliştirilen öneriler aşağıda sunulmuştur.

- Geometrik cisimlere ilişkin Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan ve “Katı Cisimler” konusunun temelinde yer alan “Geometrik Kavramlar ve Şekiller” konusunu da kapsayan bir çalışma, bu araştırmanın konusunu daha geniş bir bakış açısıyla ele alabilir.

- Öğrenciler, geometrik cisimlerin kağıt - kalem ile elde edilen iki boyutlu temsillerini yorumlarken bilgisayar destekli etkinlikler yaptıkları derslere ilişkin de fikirlerini sunmuşlar ve buna bağlı cevaplar vermişlerdir. Bu nedenle geometrik cisimlerin sanal ortamda iki boyutlu temsillerin yorumlanması ve oluşturulması süreçlerinin incelenmesinin literatüre farklı bir bakış açısı sunacağı düşünülmektedir.

- Geometrik cisimlerin yorumlanması ve oluşturulması süreçlerinde öğrencilerin sözlü temsili kullanırken bazı problemler yaşadığı bulunmuştur. Buna bağlı olarak geometrik cisimlerin sözlü temsilleri ile ilişkisinin bir başka çalışmada ele alınmasının faydalı olacağı ön görülmektedir.

- Geometrik cisimleri yorumlarken ve oluştururken öğrencilerin bazı durumlarda elleri veya yakınlarında bulunan farklı eşya ve materyallere gösterim yapma ihtiyacı duyduğu görülmüştür. Bu sebeple geometrik cisimlerin yorumlanması ve

oluşturulması süreçlerini üç boyutlu temsilleriyle de ele alan ve farklı temsillerin kullanım durumlarını karşılaştıran bir çalışmanın yürütülmesinin farklı bir bakış açısı sunacağı düşünülmektedir.

- Bu çalışma, meslek lisesi öğrencileriyle gerçekleştirilmiş ve çalışmada öğrencilerin; görsel odaklı düşündüğü, kavram tanımı ile kavram imajı arasında güçlü bir bağ kuramadığı ve kavram bilgisi eksikliği sonucunda geometrik nesneye ilişkin özellikler hakkında akıl yürütmede zorluklar yaşadığı sonucuna varılmıştır. Bu sebeple öğretim sürecinde formal tanımlara bağlı kalınarak doğru terminolojinin kullanılmasının, konunun anlamlandırılmasında ve kalıcılığında olumlu etkisinin olacağı düşünülmektedir. Bu süreçte öğretmenlerin, öğrencilerinin düşünme biçimlerini dikkate alarak bireysel farklılıkları göz önünde bulundurmaları önerilmektedir.

- Elde edilen sonuçlar, sadece meslek lisesi özelinde değil diğer ortaöğretim kurumlarında bulunan öğrencilerin de yaşayabileceği durumlar olduğundan benzer bir çalışmanın farklı türde liselerde öğrenim gören öğrencilerle de gerçekleştirilmesi önerilmektedir.

- Yapılan çalışma, bir meslek lisesinin Makine Teknolojisi Alanında okuyan öğrencilerle gerçekleştirilmiş, görüşmeler yalnızca matematik öğretmeni tarafından gerçekleştirilmiş ve analiz edilmiştir. Öğrencilerin düzlem temsillerini yorumlama ve oluşturma becerilerini, mesleki hayatlarında da yoğun bir şekilde kullanacakları göz önünde bulundurulduğunda sonraki çalışmaların mesleki alandan öğretmenlerin de dâhil edilerek disiplinler arası bir yaklaşımla ele alınıp değerlendirilmesinin, geometrik düşünmeye ilişkin farklı bakış açıları ve daha zengin sonuçlar sunacağı düşünülmektedir.

## KAYNAKLAR

- Akkaş, E.N., & Gündoğdu-Alaylı, F. (2022). Matematik öğretmen adaylarının geometrik cisimlere yönelik tanım ve çizimlerinin incelenmesi. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(1), 506-528. <https://dx.doi.org/10.17240/aibuefd.2022..-1001803>
- Ayyıldız, H. ve Cansız Aktas,M. (2022). Tendencies of representation studies in mathematics education in Turkey: A thematic content analysis, *Cumhuriyet International Journal of Education*, 11(1): 127-144.
- Aytekin, G. (2021). Ortaöğretim 10. Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Geometri Alt Öğrenme Alanının Duval'ın Bilişsel Modeli Çerçevesinde İncelenmesi.Yüksek Lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Battista, M. T. (2003a, July). *Levels of sophistication in elementary students' reasoning about length*. Paper presented at the 27th annual conference of the International Group for.
- Battista, M.T. (2004) Applying Cognition-Based Assessment to Elementary School Students' Development of Understanding of Area and Volume Measurement, *Mathematical Thinking and Learning*, 6:2, 185-204, DOI: 10.1207/s15327833mtl0602\_6
- Bayram, G., & Duatepe Paksu, A. (2018). Sekizinci sınıf öğrencilerinin paralelkenara ilişkin oluşturdukları örnekler bağlamında kavram imajları ve yaptıkları tanımlar,[Sözlü Bildiri]. *In 27th International Conference on Educational Sciences*, Antalya, Türkiye.
- Beman, W. W., & Smith, D. E. (1899). *New plane and solid geometry*. Boston, MA: Ginn & Company.
- Ben-Haim,D., Lappan,G. ve Houang, R. T. (1985).Visualizing rectangular solids made of small cubes: Analyzing and effecting students' performance, *Educational Studies in Mathematics*, 16, 389-409.
- Bishop, A. J. (1980). Spatial Abilities and Mathematics Education: A review. *Educational Studies in Mathematics*, 11(3), 257-269.
- Bogdan, R.C. ve Biklen, S. K. (2022). *Eğitimde Nitel Araştırma* (1.Baskı). (B.Ahi - S.Balcı, Çev.) Ankara: Pegem Akademi.
- Britannica, T. Editors of Encyclopaedia (2024, March 15). orthographic projection. *Encyclopedia Britannica*. <https://www.britannica.com/technology/orthographic-projection-engineering>.
- Cooper, M. ve Sweller, J. (1989). Secondary school students 'representations of solids. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(2), 202–212.

- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions*. ThousandOaks, CA: Sage Publications.
- Delice,A. ve Sevimli,E. (2010). *M.Ü. Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, (31), 83-102.
- Denizli, Z.A., & Erdoğan, A. (2018). Development of a Three Dimensional Geometric Thinking Test for Early Graders. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 213-226.
- Dreyfus, T. (2002). Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (ss. 25–41). Dordrecht: Kluwer.
- Duval R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Twenty-first Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Mexico, (1), 3-26.
- Emre-Akdoğan, E. (2015). *Lise öğrencilerinin geometrik dönüşümlerle ilgili matematiksel söylemlerinin gelişiminin incelenmesi*. (Doktora Tezi). <https://tez.yok.gov.tr/> sayfasından erişilmiştir.
- Ergin,A.S. ve Türnüklü,E.(2015). Ortaokul öğrencilerinin cisim imgelerinin incelenmesi: Geometrik ve uzamsal düşünme ile ilişkiler. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*,4 (2), 188-199.
- Eroğlu, D. ve Akkuş, B.(2021). 9.Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Üçgenler Ünitesinin Çoklu Temsiller Bağlamında İncelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12(2), 786-804.
- Fischbein, E. (1993).The theory of figural concepts.*Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139–162.
- Field, W. (1922). *Architectural Drawing*. McGraw-Hill.
- Fujita, T. and Jones, K. (2007), Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing, *Research in Mathematics Education*, 9(1&2), 3-20. ISSN: 1479-4802; ISBN: 0953849880
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In L. Puig, & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, Vol. 1 (pp. 3–19). Valencia: Universidad de Valencia.
- Ho, C. H., & Eastman, C. (2006). An investigation of 2D and 3D spatial and mathematical abilities. *Design Studies*, 27(4), 505–524.
- Karpuz, Y., Koparan, T., & Güven, B. (2014). Geometride Öğrencilerin Şekil ve Kavram Bilgisi Kullanımı. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 5(2), 108-118. <https://doi.org/10.16949/turcomat.16832>

- Kedikli, D. ve Katrancı, Y. (2021). Geometrik düşünme düzeyleri ile ilgili tezlerin betimsel içerik analizi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 4 (2) , 251-273.
- Kızıltan E, Yazıcı AC, Aktaş G, Aladağ A, Ergene M, Turanoğlu MA, Yılmaz MS. Klinik Öncesi Eğitim Sürecinde Mental Rotasyon Becerilerinin Değerlendirilmesi: Başkent Üniversitesi Örneği. *TED*. 2013;37(37):1-14.
- Koçak, A., & Arun, Ö. (2013). İçerik Analizi Çalışmalarında Örneklem Sorunu. *Selçuk İletişim*, 4(3), 21-28.
- Kurcan, G., Boylas, H. , Akbal. O. ve Bozkurt, Z. (2020). *Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi Teknik Resim 9*. Ankara: Devlet Kitapları.
- Kümbetoğlu, B. (2005). *Sosyolojide ve Antropolojide Niteliksel Yöntem ve Araştırma* (1. Baskı). İstanbul: Bağlam Yayıncılık.
- Lawrie, C., Pegg, J., & Gutierrez, A. (2000). Coding the nature of thinking displayed in responses on nets of solids. In T. Nakahara, & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th international conference for the psychology of mathematics education*, Vol. 3. Hiroshima, Japan, (pp. 215–222).
- Mariotti, M. A. (1989). Mental images: some problems related to the development of solids. In G. Vergnaud, J. Rogalski, & M. Artique (Eds.), *Proceedings of the 13rd international conference for the psychology of mathematics education*, vol. 2. Paris, France, (pp. 258-265).
- Millî Eğitim Bakanlığı (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı*. M.E.B., Ankara, Türkiye.
- Millî Eğitim Bakanlığı.(2019). *Pisa 2018 Türkiye Ön Raporu*. M.E.B. Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi, Ankara, Türkiye.
- Millî Eğitim Bakanlığı (2018). *Ortaöğretim Matematik Dersi (9.10.11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı*. M.E.B., Ankara, Türkiye.
- Millî Eğitim Bakanlığı.(2020). *TIMMS 2019 Türkiye Ön Raporu*. M.E.B. , Ankara, Türkiye.
- Millî Eğitim Bakanlığı.(2020). *Makine ve Tasarım Teknolojileri Alanı Çerçeve Öğretim Programı*. M.E.B. , Ankara, Türkiye.
- Meng, C.C. ve Idris, N. (2012). Enhancing students' geometric thinking and achievement in solid geometry. *Journal of Mathematics Education*, 5 (1), 15-33.
- Mesquita, A. L. (1998). On conceptual obstacles linked with external representation in geometry. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 183–195
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42 (2), 179-196.

- National Council of Teachers of Mathematics (t.y.) *Geometry*. Eklenme tarihi 08.08.2022 şu bağlantıdan: <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Geometry/>
- Olkun, S. (2003). Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (TIMSS) nedir. *Neyi Sorgular*.
- Onat, E. (2015). S, 1-11, Perspektif ve Perspektifte Gölge Çizimi, Ankara:Efil Yayınevi.
- Özdemir, M. (2010). Nitel Veri Analizi: Sosyal Bilimlerde Yöntembilim Sorunsalı Üzerine Bir Çalışma. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11 (1),323-343. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ogusbd/issue/10997/131612>
- Ozdemir Erdogan, E., & Dur, Z. (2014). Preservice Mathematics Teachers' Personal Figural Concepts and Classifications About Quadrilaterals. *Australian Journal of Teacher Education*, 39(6).
- Parzysz, B. (1991). Representation of Space and Students 'Conceptions at High School Level. *Educational Studies in Mathematics*, 22(6), 575–593.
- Parzysz, B. (1988). Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, 19(1), 79–92.
- Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 191-212.
- Pittalis, M. ve Christou, C. (2013).Coding and decoding representations of 3D shapes. *Journal of Mathematical Behavior*, 32 , 673–689.
- Strauss, A. L., & Corbin, J. (1990). *Basics of Qualitative Research:Grounded Theory Procedures and Techniques*. Nwebury Park,CA:Sage Publications
- Stylianou, D. A. (2011). An examination of middle school students 'representation practices in mathematical problem solving through the lens of expert work: towards an organizing scheme. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 265-280.
- Tall,D. ve Vinner,S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Tapan-broutın, M. S. (2014). Matematiksel Nesnelere Yapısı ve Temsiller: Klasik Semiyotik Üçgenin Geometri Öğretimine Yansımalarının Analizi.*Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 255-282.
- Thanasegaran, G. (2009). Reliability and validity issues in research. *Integration and Dissemination Research Bulletin*, 4, 5-40.
- TÜSİAD. (2020). *Mesleki ve Teknik Liselerde Sanayi 4.0 İçin STEM Eğitimi*. TÜSİAD, İstanbul, Türkiye

- Ulusal Tez Merkezi, (2024). *Tez Merkezi*. Eklenme tarihi 08.08.2024 Şu bağlantıdan: <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezSorguSonucYeni.jsp>  
Yüksek Öğretim Kurulu.
- Ubuz, B. (1999) 10. ve 11. sınıf öğrencilerinin temel geometri konularındaki hataları ve kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 16(17),95-104.
- Wu, D. B., Ma, H. L., & Chen, D. C.(2006).The developmental stages of representations of simple regular space figures of elementary school students. In J. Novotna (Ed.), Proceedings of the 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education, Vol. 1 Prague, Czech Republic, (p.430).
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S. ve Bay-Williams, J. M. (2019). *İlkokul ve Ortaokul Matematiği* (Çeviri Editörü: Prof. Dr. Soner Durmuş) (7. Basımdan Çeviri). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.
- Vinner,S.(1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. D.Tall(Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, (ss. 65-81).
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*.Ankara: Seçkin Yayıncılık.

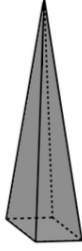


## EK 1. Görüşme Formu

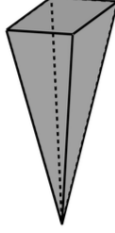
1.

- I. Aşağıdaki cisimlerden hangisi ya da hangilerinin silindir olduğunu gösterir misin? Neden silindir olduğunu düşünüyorsun?
- II. Aşağıdaki cisimlerden hangisi ya da hangileri üçgen prizmadır? Neden üçgen prizma olduğunu düşünüyorsun?
- III. Aşağıdaki cisimlerden hangisi ya da hangileri konidir? Neden koni olduğunu düşünüyorsun?
- IV. Aşağıdaki cisimlerden hangisi ya da hangileri üçgen piramittir? Neden üçgen piramit olduğunu düşünüyorsun?
- V. Aşağıdaki cisimlerden hangisi ya da hangileri dikdörtgen prizmadır? Neden dikdörtgen prizma olduğunu düşünüyorsun?
- VI. Aşağıdaki cisimlerden hangisi ya da hangileri dikdörtgen piramittir? Neden dikdörtgen piramit olduğunu düşünüyorsun?

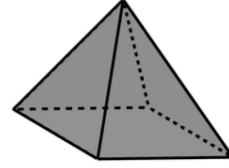
Şekil 1.1



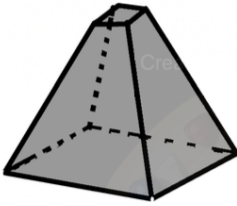
Şekil 1.2



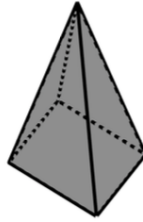
Şekil 1.3



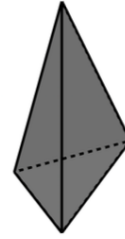
Şekil 1.4



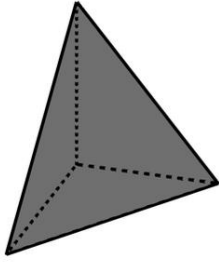
Şekil 1.5



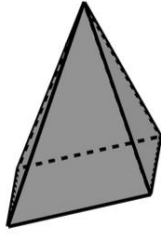
Şekil 1.6



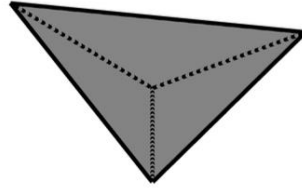
Şekil 1.7



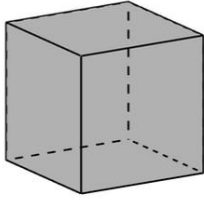
Şekil 1.8



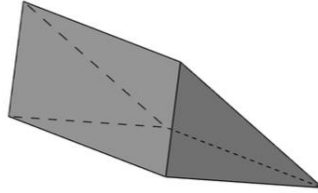
Şekil 1.9



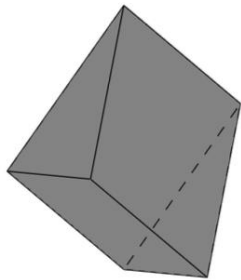
Şekil 1.10



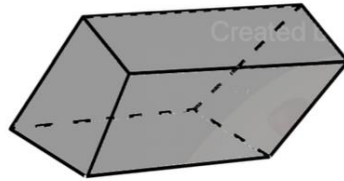
Şekil 1.11



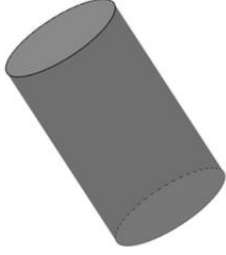
Şekil 1.12



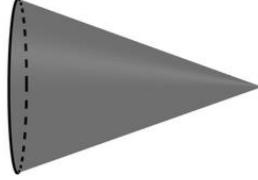
Şekil 1.13



Şekil 1.14



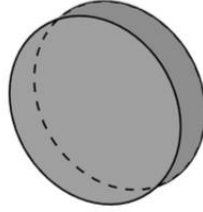
Şekil 1.15



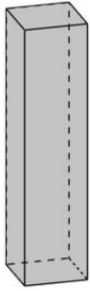
Şekil 1.16



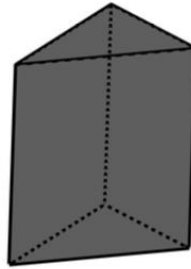
Şekil 1.17



Şekil 1.18



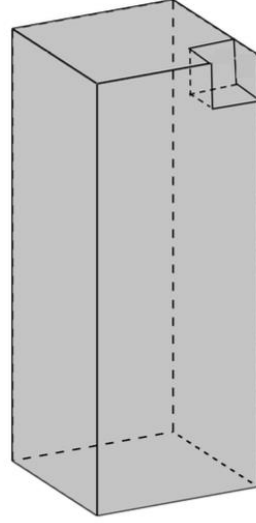
Şekil 1.19



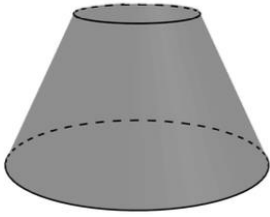
Şekil 1.20



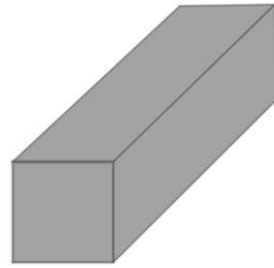
Şekil 1.21



Şekil 1.22



Şekil 1.23



2)

Aşağıda çizimi verilen cismin özellikleri hakkında neler söyleyebilirsiniz?

- Cismin ismini söyler misin?
- Cismin köşe sayısı hakkında bilgi verir misin? Köşelerini gösterir misin?
- Cismin ayrıt sayısı hakkında bilgi verir misin? Ayrıtlarını gösterir misin?
- Cismin yüz/yüzey sayısı hakkında bilgi verir misin? Yüz/yüzeylerini gösterir misin?

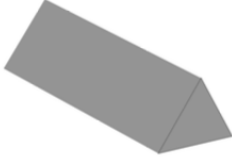
Şekil 2.1



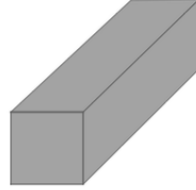
Şekil 2.2



Şekil 2.3



Şekil 2.4



Şekil 2.5



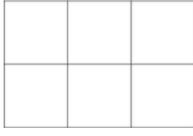
Şekil 2.6



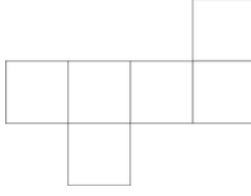
3- A) Aşağıda verilen şekillerden hangisi ya da hangileri yanda çizimi verilen küpün açınıma aittir? Neden seçtiğin şeklin çizimi verilen küpe ait olduğunu düşündün? Açıklar mısın?



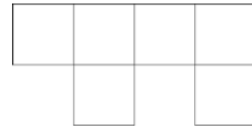
Şekil 1



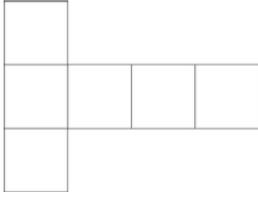
Şekil 2



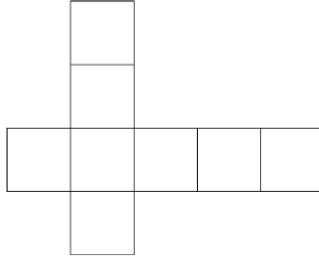
Şekil 3



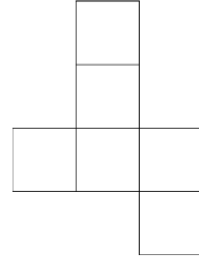
Şekil 4



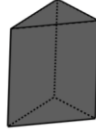
Şekil 5



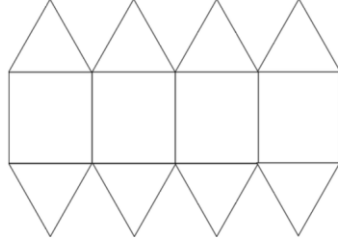
Şekil 6



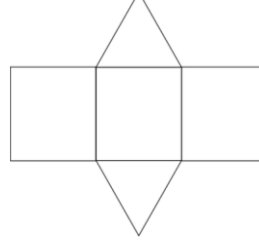
3- B) Aşağıda verilen şekillerden hangisi ya da hangileri yanda çizimi verilen prizmanın açılımına aittir? Neden seçtiğin şeklin yanda çizimi verilen prizmaya ait olduğunu düşündün? Açıklar mısın?



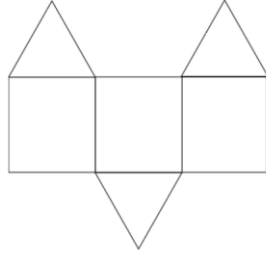
Şekil 3.B.1



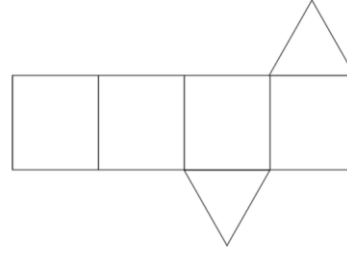
Şekil 3.B.2



Şekil 3.B.3



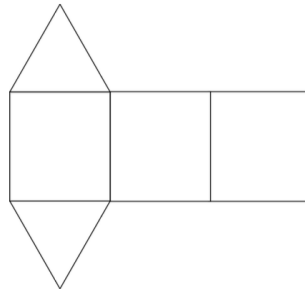
Şekil 3.B.4



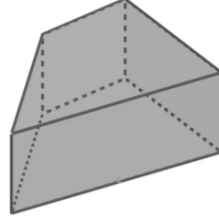
Şekil 3.B.5



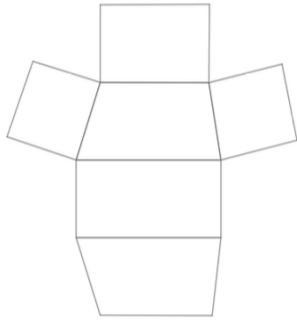
Şekil 3.B.6



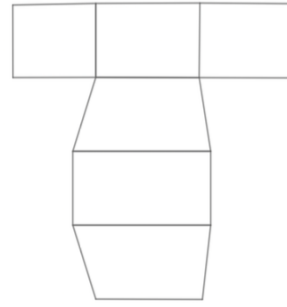
3- C) Aşağıda verilen şekillerden hangisi ya da hangileri yanda verilen prizmanın açılımına aittir? Neden, açıklar mısın?



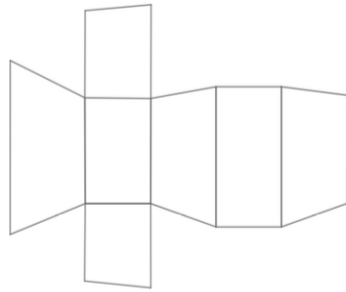
Şekil 3.C.1



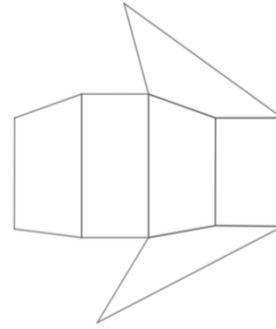
Şekil 3.C.2



Şekil 3.C.3



Şekil 3.C.4



4)

A) Aşağıda verilen şekillerden hangisi ya da hangileri üçgen piramidin açınımına aittir? Neden bu şeklin üçgen piramidin açınımına ait olduğunu düşündün?

B) Aşağıda verilen şekillerden hangisi ya da hangileri üçgen prizmanın açınımına aittir? Neden bu şeklin üçgen prizmanın açınımına ait olduğunu düşündün?

C) Aşağıda verilen şekillerden hangisi ya da hangileri dikdörtgen piramidin açınımına aittir? Neden bu şeklin dikdörtgen piramidin açınımına ait olduğunu düşündün?

D) Aşağıda verilen şekillerden hangisi ya da hangileri dikdörtgen prizmanın açınımına aittir? Neden bu şeklin dikdörtgen prizmanın açınımına ait olduğunu düşündün?

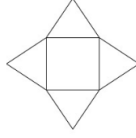
E) Aşağıda verilen şekillerden hangisi ya da hangileri silindirin açınımına aittir? Neden bu şeklin dikdörtgen silindirin açınımına ait olduğunu düşündün?

F) Aşağıda verilen şekillerden hangisi ya da hangileri koninin açınımına aittir? Neden bu şeklin koninin açınımına ait olduğunu düşündün?

Şekil 4.1



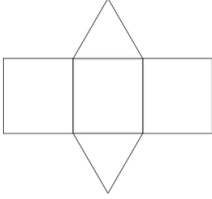
Şekil 4.2



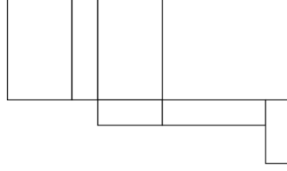
Şekil 4.3



Şekil 4.4



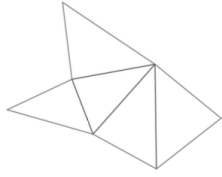
Şekil 4.5



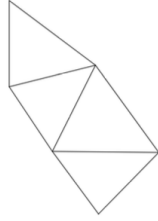
Şekil 4.6



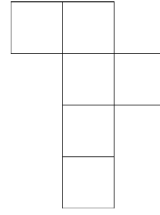
Şekil 4.7



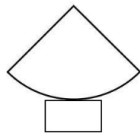
Şekil 4.8



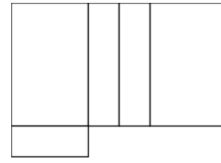
Şekil 4.9



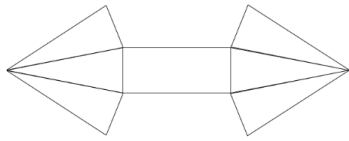
Şekil 4.10



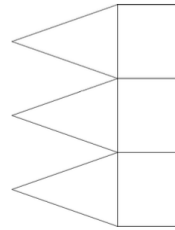
Şekil 4.11



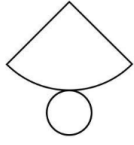
Şekil 4.12



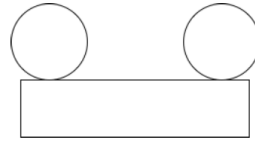
Şekil 4.13



Şekil 4.14



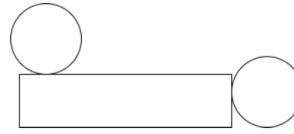
Şekil 4.15



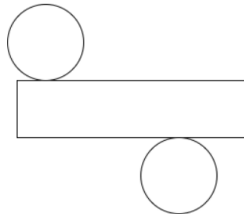
Şekil 4.16



Şekil 4.17

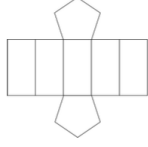


Şekil 4.18

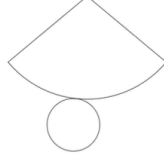


5) Aşağıda temsilleri (çizimleri) verilen açınımların hangi cisimlere ait olduğunu söyler misin? Neden söylediğin cisme ait olduğunu düşündüğünü açıklar mısın?

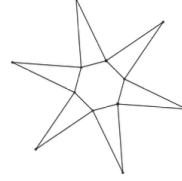
Şekil 5.1



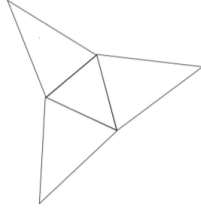
Şekil 5.2



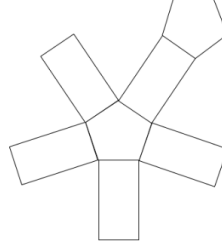
Şekil 5.3



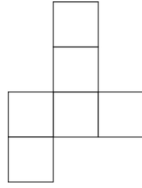
Şekil 5.4



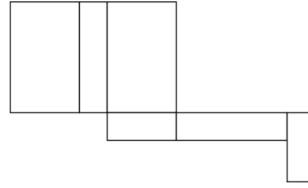
Şekil 5.5



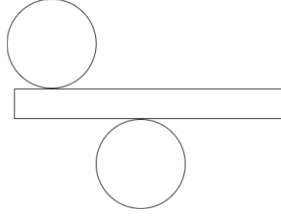
Şekil 5.6



Şekil 5.7

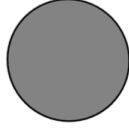


Şekil 5.8



6) Bir üçgen prizmanın herhangi bir yüzüne tam karşıdan bakıldığında aşağıdaki şekillerden hangisi ya da hangilerini görmek mümkün olabilir? Neden?

Şekil 6.1



Şekil 6.2



Şekil 6.3



Şekil 6.4



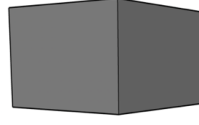
Şekil 6.5



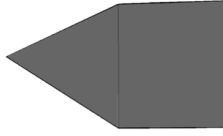
Şekil 6.6



Şekil 6.7

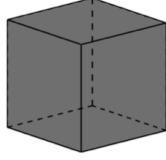


Şekil 6.8

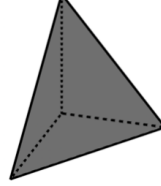


7)  
Aşağıda temsili verilen geometrik cisme ait düzlem açınımlarını oluşturur musun? Şimdi bu cismin farklı bir açınımlarını çizer misin? Şimdi aynı cismin farklı bir açınımlarını çizer misin?

Şekil 7.1



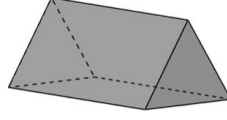
Şekil 7.2



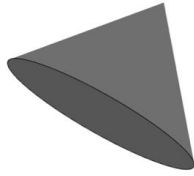
Şekil 7.3



Şekil 7.4



Şekil 7.5

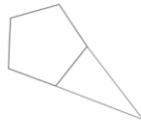


Şekil 7.6

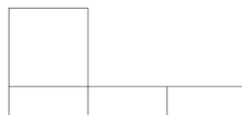


8) Aşağıda verilen şekil bir cismin tamamlanmamış açılımına aittir. Bu açılım nasıl tamamlanmalıdır? Çizerek gösterir misin? Bu çizimini açıklar mısın?

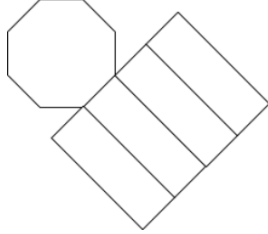
Şekil 8.1



Şekil 8.2



**Şekil 8.3**



**Şekil 8.4**



9) A) Bir silindir açılımını çizer misin? Şimdi farklı bir silindir açılımını temsili çizer misin? Farklı bir silindir açılımını temsil daha çizer misin?

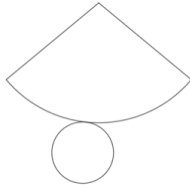
9) B) Bir kare piramit açılımını çizer misin? Şimdi farklı bir piramit açılımını daha çizer misin? Farklı bir piramit açılımını daha çizer misin?

9) C) Bir kare prizma açılımını çizer misin? Şimdi farklı bir kare prizma açılımını daha çizer misin? Farklı bir kare prizma açılımını daha daha çizer misin?

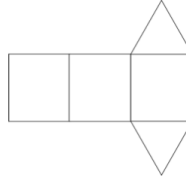
9) D) Bir altıgen piramit açılımını çizer misin? Şimdi farklı bir altıgen piramit açılımını daha çizer misin? Farklı bir altıgen piramit açılımını daha çizer misin?

10) Aşağıda açılımı verilen geometrik cisimleri çizer misin? :Bu açılımı ve çizimini açıklar mısın?

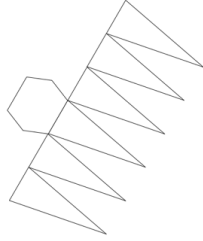
Şekil 10.1



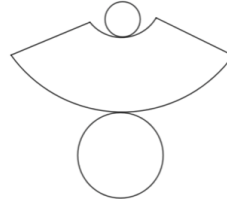
Şekil 10.2



Şekil 10.4



Şekil 10.3



11)

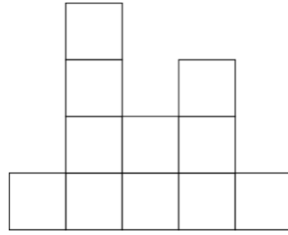
11- A) Bir üçgen prizma temsili çizer misin? Şimdi farklı bir üçgen prizma daha çizer misin? Farklı bir üçgen prizma daha çizer misin?

11 - B) Bir silindir temsili çizer misin? Şimdi farklı bir silindir daha çizer misin? Farklı bir silindir daha çizer misin?

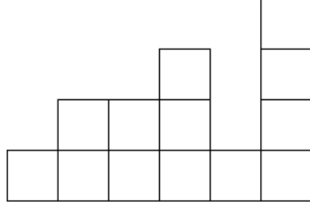
11 - C) Bir üçgen piramit temsili çizer misin? Şimdi farklı bir üçgen piramit daha çizer misin? Farklı bir üçgen piramit daha çizer misin?

11 - D) Bir beşgen piramit temsili çizer misin? Şimdi farklı bir beşgen piramit daha çizer misin? Farklı bir beşgen piramit daha çizer misin?

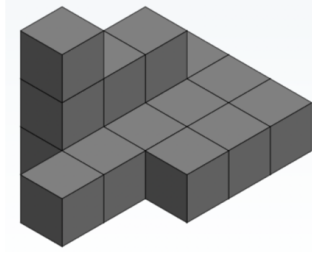
12) A) Aşağıda eş küplerden oluşan bir yapının önden görünümü verilmiştir. Bu yapının arkadan görünümünü çiziniz.



12- B) Aşağıda eş küplerden oluşan bir yapının sağdan görünümü verilen verilmiştir. Bu yapının soldan görünümünü çizin.



13) Aşağıda perspektif görünümü verilen eş prizmalardan oluşan yapının;



Sol



Ön



a) Soldan görünümünü çizer misin?

b) Önden görünümünü çizer misin?

c) Alttan görünümünü çizer misin?

d) Sağdan görünümünü çizer misin?

e) Arkadan görünümünü çizer misin?

f) Üstten görünümünü çizer misin?

14)14) A) Bir kübün her bir yüzüne ayrı ayrı tam karşıdan bakınca ne görürüz? Her biri için ne göreceğini çizer misin?

14) B) Bir kare prizmanın her bir yüzüne ayrı ayrı tam karşıdan bakınca ne görürüz? Her biri için ne göreceğini çizer misin?

14) C) Bir beşgen piramidin her bir yüzüne ayrı ayrı tam karşıdan bakınca ne görürüz? Her biri için ne göreceğini çizer misin?

## EK 2. Etik Kurul Onayı



T.C  
ANKARA ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ  
Etik Kurulu Başkanlığı

Sayı : 85434274-050.04.04 / 1150365  
Konu : Etik Kurul Kararı Hakkında

10.11.2023

Sayın Melda ÇAVUŞOĞLU

İlgi: 16/10/2023 tarihli başvurunuz.

“Meslek Lisesi Öğrencilerinin Üç Boyutlu Cisimleri İki Boyutlu Temsilleriyle Anlama Biçimleri” başlıklı teziniz ile ilgili olarak Ankara Üniversitesi Etik Kurulunun 06/11/2023 tarihli toplantısında alınan 25/218 sayılı kararın bir örneği ilişikte gönderilmektedir.

Bilgilerinizi saygılarımla rica ederim.

Prof. Dr. Orhan ÇELİK  
Rektör a.  
Rektör Yardımcısı

EKLER:  
Karar Örneği (1 sayfa)

## EK 3. Millî Eğitim Bakanlığı Araştırma İzni



T.C.  
İSTANBUL VALİLİĞİ  
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-59090411-44-89378266  
Konu : Anket ve Araştırma İzni (Melda ÇAVUŞOĞLU)

09.11.2023

ANKARA ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE  
(Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü)

İlgi : a) Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarihli ve 2020/2 sayılı genelgesi.  
b) Valilik Makamının 09.11.2023 tarihli ve E-59090411-20-89296486 sayılı oluru.

Valilik Makamının Anket ve Araştırma İzni konulu ilgi (b) oluru ve kullanılması uygun görülen ölçme araçlarının Müdürlüğümüzce mühürlenmiş örnekleri ekte gönderilmiştir.

İlgi (a) genelgenin 28. maddesinde; "Araştırma uygulama izni alan kamu kurum ve kuruluşları, uluslararası kuruluşlar, üniversiteler, sivil toplum kuruluşları ve araştırmacılar tamamladıkları bilimsel araştırma ile ilgili sonuç raporlarını, izni aldıkları ilgili birime çalışma bitiminden itibaren 30 gün içerisinde göndereceklerdir." ifadesi yer almaktadır.

Olur gereğince işlem yapılması ve araştırma sonuç raporunun ekte sunulan örneğe göre Müdürlüğümüz Strateji Geliştirme Şubesine gönderilmesi hususlarında gereğini arz ederim.

Dilek MADEN  
İl Millî Eğitim Müdürü a.  
Şube Müdürü

Ek:  
1- Valilik Oluru (1 Sayfa)  
2- Rapor Örneği  
3- Ölçekler

**Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.**

Adres : Binbirdirek Mah. İmran Öktem Cad. No: 1 Sultanahmet Fatih İstanbul Belge Doğrulama : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>  
Telefon : 0212 384 36 32 Bilgi İçin : Aykut ÇELİK  
E-posta : [stratejigelistirme34@meb.gov.tr](mailto:stratejigelistirme34@meb.gov.tr) Unvanı : Büro Hizmetleri  
Kep Adresi : [meb@hs01.kep.tr](mailto:meb@hs01.kep.tr) İnternet Adresi : <http://istanbul.meb.gov.tr/>

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 013d-c262-3062-bb46-d25b kodu ile teyit edilebilir.

## EK 4. Aydınlatılmış Onam Formu

### Aydınlatılmış Onam Formu

Sayın Veli,

Bu onay formu Dr. Öğrt. Üyesi Zeynep AKKURT DENİZLİ danışmanlığında Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Programına ait "Meslek Lisesi Öğrencilerinin Üç Boyutlu Cisimleri İki Boyutlu Temsilleriyle Anlama Biçimleri" adlı yüksek lisans tezi kapsamında planlanmış olan araştırmaya çocuğunuzun katılımına izin vermek üzere tarafınıza sunulmaktadır. Çocuğunuzun bu araştırmada yer almasını kabul etmeden önce, araştırmanın ne amaçla yapılmak istendiğini anlamanız ve kararınızı bu bilgilendirme çerçevesinde özgürce vermeniz gerekmektedir. Aşağıdaki bilgileri lütfen dikkatlice okuyunuz, sorularınız olursa sorunuz ve açık yanıtlar isteyiniz.

Yukarıda adı geçen çalışma, meslek lisesi öğrencilerinin geometrik cisimleri iki boyutlu temsilleri ile birlikte nasıl anlamlandırdıklarını, bu temsilleri nasıl oluşturduklarını ve yorumladıklarını incelemeyi amaçlamaktadır. Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Öğretim Programında geometrik cisimler konusuna ait kazanımlar meslek lisesinde on birinci sınıf düzeyine kadar yer almaktadır. Bu sebeple çalışmaya dokuz (9) adet meslek lisesi öğrencisinin katılımı uygun bulunmuştur. Bu bağlamda her bir katılımcı ile okul ders saatleri içerisinde 60 dakikalık bireysel görüşme yapılacak ve video kaydı oluşturulacaktır.

Bu araştırmada yer almak tümüyle sizin ve katılımcının isteğine bağlıdır. Araştırmada yer almayı reddedebilirsiniz ya da başladıktan sonra yarıda bırakabilirsiniz. Bu araştırmanın sonuçları bilimsel amaçlarla kullanılacaktır. Araştırmadan çekilmeniz ya da araştırmacı tarafından araştırmadan çıkarılmanız halinde, sizle ilgili veriler kullanılmayacaktır. Ancak veriler bir kez anonimleştikten sonra araştırmadan çekilmeniz mümkün olmayacaktır. Sizden elde edilen tüm bilgiler gizli tutulacak, araştırma yayınlandığında da varsa kimlik bilgilerinizin gizliliği korunacaktır.

Çocuğunuza bu araştırma hakkında anlayacağı şekilde bilgilendirme yapılacak ve araştırmaya katılımı için rızası alınacaktır. Çalışmanın çocuğunuza doğrudan olumlu ya da olumsuz herhangi bir etkisi olamayacaktır. Araştırmaya katılımı onaylıyorsanız lütfen aşağıda size ait olan kısımları çocuğunuz ile birlikte doldurup imzalayınız.

Saygılarımla

*Yukarıda yer alan ve araştırmaya başlanmadan önce gönüllülere verilmesi gereken bilgileri içeren metni okudum. Eksik kaldığımı düşündüğüm konularda sorularımı araştırmacılara sordum ve doyurucu yanıtlar aldım. Yazılı ve sözlü olarak tarafıma sunulan tüm açıklamaları ayrıntılarıyla anladığım kanısındayım. Bu koşullar altında, araştırma kapsamında elde edilen çocuğuma ait bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını, gizlilik kurallarına uyulmak kaydıyla sunulmasını ve yayınlanmasını, hiçbir baskı ve zorlama altında kalmaksızın, kendi özgür irademle kabul ettiğimi beyan ederim.*

Veli Adı-Soyadı:  
Tarih:  
İmza:

Katılımcı Adı-Soyadı:  
Tarih:  
İmza:

Araştırmacı Adı- Soyadı: Melda ÇAVUŞOĞLU  
Tarih:  
İmza:

## BENZERLİK BİLDİRİMİ

“MESLEK LİSESİ ÖĞRENCİLERİNİN GEOMETRİK CİSİMLERİN İKİ BOYUTLU TEMSİLLERİNİ YORUMLAMA VE OLUŞTURMA SÜREÇLERİ” başlıklı tezimin ana bölümü (ön bölüm, kaynaklar ve ekler hariç) Turnitin İntihal Tespit Programı aracılığıyla incelenmiş ve ilgili rapor danışmanım tarafından da kontrol edilmiştir. Kontrol sırasında (1) “Yedi sözcükten daha az olan benzeşmeler” (2) “Kaynaklar” (3) “Doğrudan alıntılar” ve (4) “Lisansüstü tezim ile ilgili yapmış olduğum kendi yayınlarım ve yararlandığım mevzuat metinleri gibi kaynaklar” dışında tutulmuştur. Benzerlik kontrolüne ilişkin rapordan elde edilen sonuçlar aşağıda sunulmuştur.

<b>Rapor Tarihi</b>	:15.07.2024
<b>Gönderim Numarası</b>	:2417166776
<b>Sayfa Sayısı</b>	:146
<b>Sözcük Sayısı</b>	:23422
<b>Karakter Sayısı</b>	:163155
<b>Benzerlik Oranı</b>	:%2
<b>Savunma Tarihi</b>	:28.05.2024

Yukarıda belirtilen sonuçları gösteren Turnitin İntihal Tespit Programı’na ilişkin orijinal raporu, sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmaksızın bu beyanım ekinde Enstitüye teslim ettiğimi, tezimin %10’dan fazla benzerlik oranı içerdiğinin, tek bir kaynakla eşleşme oranının ise %2’den fazla olduğunun belirlenmesi durumunda, bundan doğabilecek tüm yasal sorumluluğu kabul ettiğimi bildirir, saygılarımı sunarım.

**Öğrencinin Adı Soyadı:** MELDA ÇAVUŞOĞLU

**Tarih:** 16.07.2024

**İmza:** .....

## ÖZGEÇMİŞ

### Kişisel Bilgiler

Adı ve Soyadı : MELDA ÇAVUŞOĞLU

E-Posta Adresi :

İş Deneyimi :

Unvan	Görev Yeri	Yıl
Öğretmen	Cide Birol Durası Anadolu Lisesi/Cide/KASTAMONU	2013 - 2017
Öğretmen	Alibeyköy MTAL / Eyüpsultan / İSTANBUL	2017- 2022
Öğretmen	Vatan Anadolu Lisesi / Eyüpsultan / İSTANBUL	2022 - Hâlen

### Akademik Bilgiler

Öğrenim Durumu:

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Yıl
Lisans	Matematik	Uludağ Üniversitesi	2012
Yüksek Lisans	Matematik ve Fen Bilimleri Bölümü/Matematik Eğitimi	Ankara Üniversitesi	2021 - 2024