

**FAKTÖR ANALİZİ YÖNTEMLERİ
VE
BİR UYGULAMA**

NAZİRE BULAM

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**FAKTÖRLERİ BELİRLEMEDE KULLANILAN
YÖNTEMLER VE BİR UYGULAMA**

NAZİRE BULAM

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI**

**DANIŞMAN:
Yrd. Doç. Dr. YÜKSEL ÖNER**

SAMSUN – 2005

T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Bu çalışmada jürimiz tarafından/....../2005 tarihinde yapılan sınav İstatistik Anabilim Dalı'nda YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan :

Üye :

Üye :

ONAY:

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

**FAKTÖRLERİ BELİRLEMEDE
KULLANILAN YÖNTEMLER
VE
BİR UYGULAMA
ÖZET**

Bu çalışmada çok değişkenli istatistiksel analizin önemli konularından olan faktör analizi ve faktör bulma yöntemleri incelendi. Bu yöntemler günümüzün önemli hastalıklarından olan kronik böbrek yetmezliği tanısı konan hastalara ait veriler üzerinde uygulandı.

Kronik böbrek yetmezliği olan hastalarda önemli bir tedavi yöntemi hemodiyalizdir. Ancak; hasta üzerinde bu yöntemin uygulanabilmesine karar verebilmek için bir çok tahlillerin yapılması gereklidir. bu tahlil sonuçlarından hangilerinin daha öncelikli olduğunu tespit etmede faktör analizi önem taşımaktadır.

Çalışmamızın birinci bölümünde, genel olarak faktör analizi tartışılmış ve bu konu üzerinde yapılan çalışmalara yer verilmiştir. İkinci ve üçüncü bölümlerde faktör bulma yöntemleri ile faktör döndürme yöntemleri üzerinde durulmuştur. Uygun faktör sayısı belirlemesine ilişkin kriterler dördüncü bölümde incelenmiştir.

Çalışmada tartışılan yöntemlerin uygulaması gerçek veri üzerinde yapıldı. Uygulama verileri Samsun Diyaliz Merkezi'nden tedarik edildi. Bu verilere faktör analizi yöntemleri uygulanarak, hastaya hemodiyaliz tedavi yönteminin önerilmesinde önemli faktörler belirlendi. Ayrıca; faktör analizi yöntemlerine göre uygun faktörleşme modelleri oluşturuldu.

Son bölümde ise, bulunan sonuçların bir tartışılması yapıldı.

Anahtar Kelimeler: Faktör analizi, faktör modeli korelasyon matrisi, faktör yükleri, faktör skoru, Kronik böbrek yetmezliği, hemodiyaliz.

**METHODS USED IN THE DETERMINATION OF FACTORS
AND
AN APPLICATION
ABSTRACT**

In this study, factor analysis and factor introduction methods, which are one of the important fields of statistical analysis, were studied. These methods were applied on the data which belong to patients suffering chronic kidney failure, which is a considerable illness of our time.

Hemodialysis is a considerable way of treatment on patients with chronic kidney failure. However, a lot of analyses are essential to be able to decide to use this method on patients. Factor analysis is very important in the determination of the precedences of the results of these analyses.

In the first part of our study, in general, factor analysis was discussed and studied on this subject were included. In the second and third parts, factor introduction methods and factor rotation methods were dwelt on. Criteria related to the determination of appropriate factor number were studied in the fourth part.

Methods discussed in this study were applied on real data. Application data were obtained from Samsun Dialysis Centre. Applying factor analysis on these data, factors which are important in the suggestion of hemodialysis treatment method were determined. Besides, appropriate factorialization models according to factor analysis methods were formed.

In the last part, results were discussed.

Key Words: Factor analysis, correlation matrix of factor model, factor loading, factor score, Chronic kidney failure, hemodialysis.

TEŞEKKÜR

Yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyen kıymetli hocam Yrd. Doç. Dr. Yüksel Öner'e, arkadaşım Turan Aktaş' a ve aileme saygılarımla.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
1. GİRİŞ	1
2. FAKTÖR MODELLERİ	4
2.1. Dik Faktör Modeli	4
2.2. Eğik Faktör Modeli	6
2.3. Model Tahmini	7
2.3.1. Temel Bileşenler Faktör Analizi (TBFA)	8
2.3.2. En Çok Olabilirlik Faktör Analizi (EOFA)	13
2.3.3. Temel Eksenler Faktör Analizi (TEFA)	18
2.3.4. Alfa Faktör Analizi (AFA)	20
2.3.5. İmaj Faktör Analizi (İFA)	23
2.4. Faktör Skorları	26
3. FAKTÖR DÖNDÜRME	29
3.1. Faktör Döndürme Türleri	29
3.1.1. Dik Döndürme ve Yöntemleri	30
3.1.1.1. Quartimax Yöntemi	31
3.1.1.2. Varimax Yöntemi	33
3.1.2. Eğik Döndürme ve Yöntemleri	34
3.1.2.1. Oblimax Yöntemi	35
3.1.2.2. Qartimin Yöntemi	35
3.1.2.3. Oblimin Yöntemi	36
3.1.2.4. Direkt Oblimin Yöntemi	38
4. FAKTÖR SAYISININ BULUNMASINA İLİŞKİN YÖNTEMLER	40
4.1. Scree Testi	40
4.2. Ortak Varyansların İncelenmesi	40
4.3. Özdeğer Belirleme	41
4.4. Olabilirlik Oran Testi	41
5. BULGULAR	42
6. UYGULAMA	44
6.1. TBFA Sonuçları ve Değerlendirme	48

6.2. EOFA Uygulama	52
6.3. TEFA Uygulaması	56
6.4. AFA Uygulaması	59
6.5. İFA Uygulaması	61
7. SONUÇ VE TARTIŞMA	65
8. KAYNAKLAR	68
9. EKLER	70

SİMGELER VE KISALTMALAR

A	Faktör yükleri matrisi
A'	A matrisinin traspozu
ε	Epsilon
μ	Mü
$E(\underline{X})$	X vektörünün beklenen değeri
$V(\underline{X})$	X vektörünün varyansı
Ψ	Psi
δ, Δ	Delta
ρ	Ro
λ, Λ	Lamda
Σ, σ	Sigma
$L(\mu, \Sigma)$	Olabilirlik fonksiyonu
$\exp$	Üstel
φ	Theta
γ	Gamma
β	Beta
α	Alpha
H_0	Yokluk hipotezi
H_1	Alternatif hipotez
$N(\mu, \sigma^2)$	Normal dağılım
χ^2	Ki-kare
Σ	Toplam
Π	Çarpım
$\in$	Elemanıdır
$>$	Büyük

TABLOLAR LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 6.1. Uygulama Değişkenlerine ait Pearson Korelasyonlar	44
Tablo 6.2. Faktör analizinin uygulandığı değişkenlere ait tasarım istatistiği	45
Tablo 6.3. Örneklem Uygunluğu Testi	47
Tablo 6.4. TBFA'ye göre komünalite ve özel varyansa ait değerler	50
Tablo 6.5. TBFA ve döndürme yöntemlerine göre birlikte açıklama oranı	50
Tablo 6.6. EOFA'ne ait komünalite değerleri	53
Tablo 6.7. EOFA'ne göre varyans açıklama oranı	54
Tablo 6.8. TEFA'ne ait komünalite değerleri	57
Tablo 6.9. TEFA'ne göre varyans açıklama oranı	57
Tablo 6.10. AFA'ne ait komünalite değerleri	59
Tablo 6.11. AFA'ne göre varyans açıklama oranı	60
Tablo 6.12. İFA'ne ait komünalite değerleri	62
Tablo 6.13. İFA'ne ait varyans açıklama oranı	63
Tablo 7.1. Beş yönteme göre % açıklama Oranı	65
Tablo 7.2. Faktör Döndürme Yöntemlerine % Birikimli Açıklama Oranları	66

ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 1.1. Faktör Analizinin Şekilsel İfadesi	2
Şekil 6.1. Faktör sayısının scree plot yöntemi ile bulunması	48

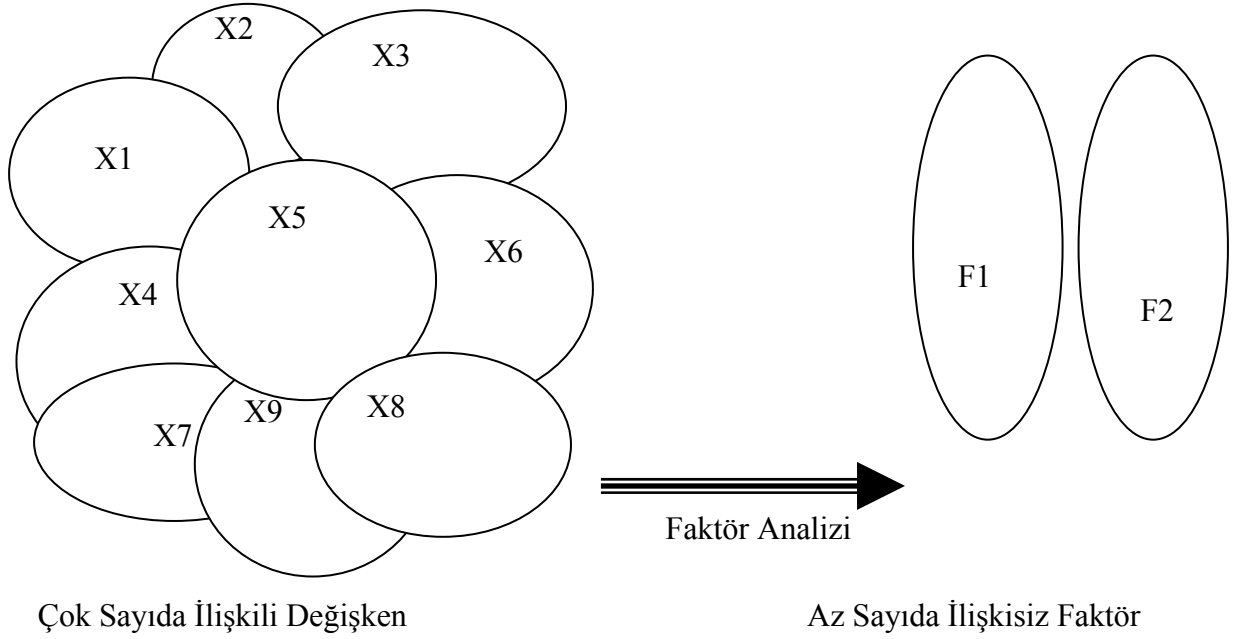
1. GİRİŞ

Faktör analizi istatistiksel bilimin bir dalıdır. İnsan davranışlarını inceleyen psikoloji teorisinin matematiksel model ile izah edilmesini ele alır. Sperman, Burt, Kelley, Thurstone, Holzinger, ve Thomsen bu teorisinin gelişmesini sağlayanlardır. (Harman, 1967).

Siyasal bilimciler ulusların özelliklerini, sosyo-ekonomik değişkenlikler ve çeşitliliğine göre karşılaştırmak, karakteristiklerini saptayıp sınıflandırmak için faktör analizlerine başvurumaktadırlar (Rummel , 1979). Son olarak ta ekonomistler, müşteri davranışları üzerinde çalışırken faktör analizini kullanmışlardır (Schnorre 1966).

Çok değişkenli istatistiksel analizler n tane bireye ait p tane özelliğin incelenmesi ile ilgilenirler. $X_1, X_2, \dots, X_p$ ile gösterilen bu özelliklerden bazılarının birbiriyle ilişkili olması durumunda analizlerde sorunlar ortaya çıkabilmektedir. Örneğin; bu değişkenlerle regresyon analizi yaparken çoklu bağlantı sorununun ortaya çıkması, bu değişkenlerin bağımsız olması varsayımını bozar. Ayrıca çok sayıda değişkenle çalışmak hem işlem yükünü artırır, hem de elde edilen sonuçların yorumlanmasında güçlükler çıkartabilir. Bu tür sorunların giderilmesinde başvurulacak tekniklerden en önemlisi faktör analizidir (Akgül , 2003).

Faktör analizinin ana amacı, veri setini küçülterek daha kolay açıklanabilir hale getirmektir. Bazen araştırmacının elinde birbiri ile ilişkili birçok değişken olabilir. Söz konusu değişkenler, faktör veya genel bir değişkenin değişik biçimlerindeki ölçümleri olan bir değişkenler seti olabilir. Bu yönü ile ele alındığında faktör analizi, birçok değişkenin birkaç başlık altında toplanması tekniği olarak düşünülebilir. Meselâ, bir ankette 100 madde olsun. Söz konusu anket sonucunda deneklerin; sözel, matematiksel ve analitik kabiliyetlerinin her birisi için bir “faktör skoru” elde edilebilir.



Şekil 1.1 Faktör Analizinin Şekilsel İfadesi

Faktör analizi uygulamadan önce, değişkenlerin korelasyon matrisi incelenir. Faktörlerin, bütün değişkenlerin varyansına dayandığı varsayıldığından, herhangi bir değişkenin diğer değişkenler ile mutlak olarak 0,4’ ten daha az korelasyonu olması durumunda değişkenin analize dahil edilmesi uygun olmayabilir (Akgül, 2003).

Faktör analizinin diğer bir amacında doğrudan gözlenen değişkenlere dayanarak, doğrudan gözlenmeyen faktörleri belirlemektir. Meselâ, “sevgi” in varlığını tespit etmek maksadıyla bir anket düzenlendiğinde,

“Bana çiçek gönderir”

“Problemlerimi dinler”

“Çalışmalarımı okur”

“Şakalarım güler”

sorularına “çok katılıyorum” diye cevaplar verilmesi, sevginin varlığının göstergesi olur.

Faktör analizinin matematiksel yapısı, çoklu doğrusal regresyona benzer. Her değişken, gerçekte gözlenemeyen faktörlerin bir doğrusal fonksiyonu olarak ifade edilir.

Faktör analizi modelini oluşturan bu doğrusal fonksiyonlar, her bir gözlenen p değişkeni için m tane ortak faktörü ($m \leq p$) ve özel faktörleri kapsar.

Bir şehrin “gelişmişlik” düzeyi, öğrencilerin “zekâ” seviyeleri gibi isimlendirebileceğimiz kavramları nasıl ölçeriz? Bunlar doğrudan ölçemediğimiz ve gözlemleyemediğimiz kavramlardır. Fakat bu kavramlara bir yaklaşım geliştirilebilir. Bir şehrin gelişmişlik düzeyi bir değişkenle ölçebildiğimiz bir olgu değildir. Bunu, şehrin yüzölçümü, nüfus artış hızı, okur-yazarlık oranı, okullaşma oranı, işyeri sayısı, işsizlik oranı, istihdamın aktif nüfusa oranı, kişi başına düşen banka mevduatı miktarı, gibi daha da çoğaltabileceğimiz gözlemleyebildiğimiz ve ölçebildiğimiz değişkenlerden elde edebiliriz. Başlangıçta, çok sayıda değişkenle bir yorum yapmak zor iken, analiz sonucunda bütün değişkenlerin ağırlıklarından etkilenen bir ölçüm elde edebiliriz. İşte gözlemlenemeyen bu ölçümlere faktör denir (Emirosman 1996).

Ortak faktörler, değişkenler arasındaki ilişkinin sebebini açıklarken özel faktörler o değişkenin kalan varyansının sebebini açıklar.

Faktör analizi yöntemi ile ilgili olarak birçok anlamlı çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan biri 1990 yılında Addigton ve arkadaşları tarafından, şizofren hastalarda depresyonun varlığını ve şiddetini belirlemek amacıyla şizofreni tanısı konan 73 hasta üzerinde Kısa Psikiyatrik Değerlendirme Ölçeği (KPDÖ), Hamilton Depresyon Değerlendirme Ölçeği (HDDÖ) ve Calgary Depresyon Ölçeği (CDÖ) uygulanmıştır. Yapılan faktör analizinde, özdeğerri 1’den büyük olan (5,2) tek bir faktör saptanmıştır. Bu tek faktörlü yapı, toplam varyansın %58’ni açıklamaktadır. Yapısal geçerliliğe bakıldığında CDÖ’nün ortak faktör tarafından açıklama oranının yüksek olduğundan dolayı CDÖ’nin depresyon tanısı almış hastalarda depresif belirtilerin değerlendirilmesinde kullanılabilecek geçerli bir ölçek olduğu kararı faktör analizi uygulanarak değerlendirilmiştir (Oksay ve arkadaşları 2000).

2. FAKTÖR MODELLERİ

Genel olarak faktör analizi modellerini iki grupta toplamak mümkündür.

- i) Dik faktör modeli
- ii) Eğik faktör modeli

2.1. Dik faktör modeli

$\underline{X}$ gözlenebilir $p \times 1$ boyutlu rasgele vektör olsun,

$$E(\underline{X}) = \underline{0}$$

$$V(\underline{X}) = \Sigma$$

olsun. Burada $\underline{X}' = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ $\underline{X}'$ in her bir elemanının, ortak faktör adı verilen az sayıdaki gözlenemeyen $F_1, F_2, \dots, F_m$ rasgele değişkenleri ve hata (errors) yada bazen özel faktör adı verilen p tane $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p$ ek değişim kaynakları ile doğrusal bağımlı olduğunu kabul edelim. Buna göre faktör analizi modeli;

$$\underline{X} = A\underline{F} + \underline{\mu} + \underline{\varepsilon} \quad (2.1)$$

şeklinde verilir. Burada

$$A = [a_{jk}] : (p \times m) \text{ boyutlu, faktör yükleri matrisi}$$

$$\underline{F} : (m \times 1) \text{ boyutlu ortak faktörler vektörü}$$

$$\underline{F}' = [F_1 F_2 \dots F_m]$$

$$\underline{\mu} : p \times 1 \text{ boyutlu olup } \underline{X} \text{ rasgele vektörüne ait ortalama vektörü}$$

$$\underline{\varepsilon} : (p \times 1) \text{ boyutlu özel faktör ya da hata vektörü}$$

$$\underline{\varepsilon}' = [\varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_p]$$

anlamında kullanılmaktadır.

Eşitlik (2.1) ile verilen faktör analizi modeli için ;

$$i) \quad E(\underline{F}) = \underline{0}$$

$$ii) \quad Cov(\underline{F}) = E[\underline{F} \underline{F}'] = I_m$$

$$iii) \quad E(\underline{\varepsilon}) = \underline{0}$$

- iv) $Cov(\underline{\varepsilon}) = E(\underline{\varepsilon} \underline{\varepsilon}') = \Psi$ öyle ki
 $\Psi = k\ddot{o}\ddot{s}[\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_p]$
- v) $Cov(\underline{\varepsilon}, \underline{F}) = E[\underline{\varepsilon} \underline{F}'] = [0]_{p \times m}$

anlamında sağlanıyorsa, bu modele dik faktör modeli adı verilir.

Bu varsayımlardan ikincisi ortak faktörlerin ilişkisiz ve birim varyanslı, dördüncü özel faktörlerin ilişkisiz olduğunu göstermektedir. Beşinci varsayım ise ortak faktörler ile özel faktörlerinde ilişkisiz olduğunu anlamına gelmektedir.

Dik faktör modeli ile $\underline{X}$ rasgele vektörünün kovaryans yapısı açıklanabilmektedir. Gerçekten;

$$\begin{aligned}
 \Sigma_{p \times p} &= Cov(\underline{X}) = E(\underline{X} - \underline{\mu})(\underline{X} - \underline{\mu})' \\
 &= E[\underline{A}\underline{F} + \underline{\varepsilon}][\underline{A}\underline{F} + \underline{\varepsilon}]' \\
 &= E[\underline{A}\underline{F} + \underline{\varepsilon}][(\underline{A}\underline{F})' + \underline{\varepsilon}'] \\
 &= E\left[\underline{A}\underline{F}(\underline{A}\underline{F})' + \underline{A}\underline{F}\underline{\varepsilon}' + \underline{\varepsilon}(\underline{A}\underline{F})' + \underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'\right] \\
 &= E[\underline{A}\underline{F}\underline{F}'\underline{A}'] + E[\underline{A}\underline{F}\underline{\varepsilon}'] + E[\underline{\varepsilon}\underline{F}'\underline{A}'] + E[\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'] \\
 &= \underline{A}E[\underline{F}\underline{F}']\underline{A}' + \underline{A}E[\underline{F}\underline{\varepsilon}'] + E[\underline{\varepsilon}\underline{F}']\underline{A}' + E[\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'] \\
 &= \underline{A}\underline{A}'_{p \times p} + [0]_{p \times p} + [0]_{p \times p} + \Psi_{p \times p} \\
 &= \underline{A}\underline{A}' + \Psi
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

şeklinde ifade edilir.

Bunlara ilave olarak; $\underline{X}$ rasgele vektörü ile $\underline{F}$ ortak faktörler vektörü için de kovaryans matrisi bulunabilir,

$$\begin{aligned}
 Cov(\underline{X} - \underline{\mu}) &= E[\underline{X} - \underline{\mu}][\underline{F} - E(\underline{F})]' \\
 E(\underline{F}) &= 0 \\
 &= E[\underline{X} - \underline{\mu}]\underline{F}', \text{ (birinci varsayım gereğince)} \\
 &= E[\underline{A}\underline{F} + \underline{\varepsilon}]\underline{F}' = E[\underline{A}\underline{F}\underline{F}' + \underline{\varepsilon}\underline{F}']
 \end{aligned}$$

$$= AE[\underline{F} \underline{F}'] + E[\underline{\varepsilon} \underline{F}'] \text{ (ikinci varsayım gereğince)}$$

$$= A = [a_{jk}]_{p \times m}$$

dir.

Eğer p tane cevap değişkenini kapsayan $\underline{X}$, vektörü gerçekte bilinen faktörle ilişkili değil ise $AA' + \Psi$ kovaryans yapısı elverişli olmayabilir. Bu açıdan doğrusallık varsayımı faktör modelinin temelini oluşturur. Böylece eşitlik (2.2) ile verilen kovaryansın yapısına göre, X_j ($j=1,2,\dots,p$) değişkenine ait varyansın m tane ortak faktör tarafından açıklanabilen kısmına komünalite ve varyansın özel faktörlere bağımlı olan (ortak faktörler tarafından açıklanamayan) kısmına ise özel varyans denir. Bu durumda j . inci komünalite h_j^2 ile gösterilirken özel varyans ψ_j ile gösterilir.

$$\sigma_{jj} = a_{j1}^2 + a_{j2}^2 + \dots + a_{jm}^2 + \Psi_j \quad \text{olup}$$

$$h_j^2 = a_{j1}^2 + a_{j2}^2 + \dots + a_{jm}^2 \quad \text{olmak üzere;}$$

$$\sigma_{jj} = h_j^2 + \psi_j, \quad (j=1,2,\dots,p) \quad (2.3)$$

şeklinde yazılabilir .

j . nci komünalite m tane ortak faktör üzerinde j . inci değişkenin faktör yüklerinin kareleri toplamına eşittir.

2.2. Eğik faktör modeli

Bazı durumlarda faktörlerin dik olduğuna dair inanmayı gerektiren hiçbir neden yoktur. Genelde kabul edilen durum faktörlerin dik olmadıkları ya da eğik olduklarıdır. Dik döndürmede faktörler ilişkisiz olmasına karşın, eğik döndürmede ilişkili olmasına izin verilmiştir.

Eğik döndürme, faktörler arasındaki korelasyon miktarı hakkında ilave bilgi sağlar. Bu korelasyonlar veriyi dik faktörlere yaklaştıran belli bir bilgiyi kapsar.

Örneğin belirgin bir tip otomobil satın alanların sosyo-ekonomik düzeylerini ortaya koyan faktörler düşünelim. Sonraki faktörler birbirinden farklı olarak, alıcıya

yönelik yararlı bazı karmaşık yollara bağlıdır. Onun içindir ki; faktör yapısı tamamen ilişkilendirilmiş faktörlerle birleştirilmiş durumdadır. Faktörler değişim ölçüleri ile tahmin edildiklerinde değişmezlik gösterirler. Bunun için, keyfi olarak korelasyon matrisine yönelik faktörlere gereksinim duyulur. Bu durum:

$$L(F) = N(0, R) \quad R > 0,$$

şeklinde ifade edilir.

$R: m \times m$ f' nin korelasyon matrisi anlamına gelir. Böylece bütün faktörler standardize edilmiş olarak ifade edilir .

Eğik faktör modeli de dik faktör modeli ile aynı özellikler gösterir. Eğik faktör modelindeki A , R ve $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_p$ için en çok olabilirlik eşitlikleri şöyledir.

$$\hat{R}\hat{A}'(\hat{A}\hat{A}' + \hat{\Psi})^{-1} \left[I_p - S(\hat{A}\hat{A}' + \hat{\Psi})^{-1} \right] \quad (2.4)$$

$$= \hat{R}\hat{A}' \left[I_p - (\hat{A}\hat{A}' + \hat{\Psi})^{-1} S \right] \hat{\Psi}^{-1};$$

$$\hat{\Psi} = k\hat{\sigma}_s^2 (S - \hat{A}\hat{R}\hat{A}'); \quad (2.5)$$

$$\hat{R}\hat{A}'\hat{\Psi}'\hat{A} + I_m = (\hat{A}\hat{\Psi}^{-1}\hat{A})^{-1} (\hat{A}\hat{\Psi}^{-1}S\hat{\Psi}^{-1}\hat{A}) \quad (2.6)$$

şeklinde verilir.

Burada $\hat{A}$, $\hat{R}$, ve $\hat{\Psi}$ A , R ve Ψ 'nin en çok olabilirlik tahminleridir.

2.3. MODEL TAHMİNİ

Dik ve eğik faktör modeline göre tahmin yöntemleri şunlardır.

1. Temel bileşenler faktör analizi
 2. En çok olabilirlik faktör analizi
 3. Temel eksenler faktör analizi
 4. Alfa faktör analizi
 5. İmaj faktör analizi
- olarak bilinir.

2.3.1 Temel Bileşenler Faktör Analizi (TBFA)

TBFA, $\underline{X}$ rasgele vektörünün bileşenleri olan $(X_1, X_2, \dots, X_p)$ değişkenlerine ait varyans kovaryans yapısını, bu değişkenlerin doğrusal yapısı olan temel bileşenlerin, temel bileşen katsayıları yardımıyla açıklamakla ilgilenir. Diğer bir ifadeyle TBFA orijinal p tane değişkenin varyans yapısını daha az sayıda ve bu değişkenlerin doğrusal fonksiyonları olan yeni değişkenlerden yararlanarak ifade etme yöntemidir.

Aralarında korelasyon bulunan p tane değişkenin açıkladığı yapıyı, daha az sayıda ($m < p$), orijinal değişkenlerin doğrusal bileşenleri olan değişkenlerle ifade etme yöntemine ise temel bileşenler analizi (TBA) denir.

TBFA'ın amaçları,

- i) Değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını yok etmek,
 - ii) Boyut indirgemesi yapmak,
 - iii) Başka istatistiksel analizler için veri hazırlamak,
- şeklinde ifade edilir.

Bir oluşumu yada istatistiksel olayı ifade etmek üzere p tane değişken tanımlanmışsa, bu değişkenlerin açıkladığı toplam varyansı açıklamak üzere m sayıda temel bileşen bulmak ve böylece p boyutlu uzay yerine m uzay ($m < p$) bir uzayda çalışmak, yani boyut indirgemek amaçlanır.

İstatistiksel analizlerde genellikle değişkenler arasında önemli düzeyde yüksek kovaryans yada korelasyon olması arzu edilmez. Veri setinin, kovaryans ve korelasyonlardan arındırılarak kullanılması daha uygun olur. p tane ilişkili değişkeni, bu değişkenlerin doğrusal bileşenleri olan ve aralarında korelasyon bulunmayan yeni yapay değişkenlerle ifade etmek mümkündür. Böylece değişkenlerin bağımlılık yapısı ortadan kaldırılabilir.

TB'ler bizzat kendileri bir sonuç olmaktan ziyade, sonuç almayı sağlayıcı özelliğe sahiptirler. Çünkü TB'ler daha geniş incelemeler için bir ara adım özelliği taşırlar. Orijinal değişkenlerin ölçüm değerlerinin, değişim aralıklarının ve ölçüm birimlerinin (cm, m², kg, v.s) çok farklı olduğu durumlarda, değişken sayısının birim sayısından çok fazla ($n < p$) olduğu durumlarda kovaryans yada korelasyon matrisleri

singüler olabileceklerdir. Bu matrisleri singüler olmayan matrisler haline getirmek için boyut indirgemesi yapmak ve temel bileşen skorlarını hesaplayabilmek için TBFA' dan yararlanılır.

$X_1, X_2, \dots, X_p$ değişkenleri üzerinde n - defa gözlem yapıldığını kabul edelim.

Bu taktirde i . nci gözlem vektörü, $\underline{X}_i' = [x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}]$ $i=1,2,\dots,n$ olmak üzere böyle gözlem vektörlerinden türetilen örneklem veri matrisi:

$$\underline{X}' = [X_1, X_2, \dots, X_n]_{p \times n} \quad (2.7)$$

şeklinde düzenlenir.

Her bir X_i , ($i=1,2,\dots,n$) gözlemi p boyutlu uzayda bir noktayı göstereceğinden, veri matrisi uzayda çok sayıda noktadan oluşan bir topluluk olarak ifade edilebilir. Değişkenler arasında tam bağımsızlık söz konusu olamayacağı için bu topluluğun oluşturduğu geometrik şeklin eksenleri birbirine dik olmayacak ve açıklayıcı bilgide vermeyecektir.

Eğer bu noktalar, eksenleri birbirine dik olan bir elipsoit içerisine almak mümkün olursa, bu durumda daha ayrıntılı ve açıklayıcı bilgi elde edilir. Bu amaçla uygulanacak olan dönüştürmede noktaların ilk eksenler boyunca sahip oldukları toplam varyans değişmediği gibi yeni eksenler birbirine dik olacaktır.

X_j , $j=1,2,\dots,p$ değişkenlerinin doğrusal fonksiyonları;

$$Y_1 = \underline{a}_1' \underline{X} = a_{11}X_1 + a_{21}X_2 + \dots + a_{p1}X_p$$

$$Y_2 = \underline{a}_2' \underline{X} = a_{12}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{p2}X_p$$

.....

$$Y_p = \underline{a}_p' \underline{X} = a_{1p}X_1 + a_{2p}X_p + \dots + a_{pp}X_p \quad (2.8)$$

$X_1, X_2, \dots, X_p$ değişkenlerinin oluşturduğu sistemden üretilecek olan temel bileşenler (2.8)' deki gibi tanımlanan $(Y_1, Y_2, \dots, Y_p)$ doğrusal fonksiyonlarıdır. Öyle ki

bu doğrusal fonksiyonlar birbirleri ile ilişkisiz, yani $Cov(Y_j, Y_k) = 0 \quad j \neq k = 1, 2, \dots, p$ olduğu gibi bunların varyansları da olabildiğince büyük yani olmalıdır. Buna göre birinci TB en büyük varyansa sahip doğrusal fonksiyon olmalıdır. Bu durumda $\underline{a}_1' \underline{a}_1 = 1$ kısıtı altında

$Var(Y_1) = \underline{a}_1' \Sigma \underline{a}_1$ değeri maksimum yapan $Y_1 = \underline{a}_1' \underline{X}$ doğrusal fonksiyonu birinci temel bileşen olacaktır.

İkinci TB ise; $\underline{a}_2' \underline{a}_2 = 1$ ve $\underline{a}_2' \underline{a}_1 = 0$ kısıtları altında

$Var(Y_2) = \underline{a}_2' \Sigma \underline{a}_2$ değerini maksimum yapan $Y_2 = \underline{a}_2' \underline{X}$ doğrusal fonksiyonudur. Bu şekilde devam ederek

k. ncı TB ise; $\underline{a}_k' \underline{a}_k = 1$ ve $\underline{a}_k' \underline{a}_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, p \quad j \neq k$

$Var(Y_k) = \underline{a}_k' \Sigma \underline{a}_k$ değerini maksimum yapan $Y_k = \underline{a}_k' \underline{X}$ doğrusal fonksiyonu elde edilir. Böylece $k = 1, 2, \dots, p$ için $Y_k = \underline{a}_k' \underline{X}$ temel bileşeni belirtilen kısıtlar altında Langrange çarpanları yöntemi ile elde edilebilir (Tatlidil 1992).

Şimdi $X_1, X_2, \dots, X_p$ değişkenlerinin meydana getirdiği sisteme ait varyans - kovaryans matrisi Σ olsun. ayrıca bu matrisinin öz değer-öz vektör çiftleri,

$$|\Sigma - \lambda I_p| = 0 \text{ polinomundan elde edilen özdeğerleri } \lambda_1 \geq \lambda_2 \dots \geq \lambda_p > 0$$

olmak üzere $\lambda_k, k = 1, 2, \dots, p$ özdeğerlerine karşılık gelen özvektörler, $(\Sigma - \lambda_k I_p) \underline{a}_k = \underline{0}$ homojen lineer denklem sisteminin çözüm vektörü olan $\underline{a}_k$ vektörü normlanmak suretiyle λ_k özdeğerine karşılık gelen birim normal özvektör elde edilebilir. Bu durumda λ_k 'ya karşılık gelen birim normal özvektör :

$$\underline{e}_k = \frac{1}{\sqrt{\underline{a}_k' \underline{a}_k}} \underline{a}_k \quad k=1,2,\dots,p \quad (2.9)$$

olacaktır. Böylece Σ matrisine ait özdeğerler ve özvektörler sırası ile $\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p]$ ve $P = [\underline{e}_1, \underline{e}_2, \dots, \underline{e}_p]$ ile yazılabilir. Burada,

$$\underline{e}_j' \underline{e}_k = \begin{cases} 1, j = k \\ 0, j \neq k \end{cases}$$

dır. Sonuç olarak eşitlik (2.8) ile verilen temel bileşen için k . ncı temel bileşen:

$$Y_k = \underline{e}_k' \underline{X} = e_{1k} X_1 + e_{2k} X_2 + \dots + e_{pk} X_p \quad k = 1, \dots, p \quad (2.10)$$

olarak bulunur. Bu şekilde elde edilen doğrusal bileşenler için varyans ve kovaryans sırası ile :

$$Var(Y_k) = \underline{e}_k' \Sigma \underline{e}_k = \lambda_k \underline{e}_k' \underline{e}_k = \lambda_k, \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (2.11)$$

$$Cov(Y_j, Y_k) = \underline{e}_k' \Sigma \underline{e}_j = \lambda_k \underline{e}_j' \underline{e}_k = 0 \quad j \neq k \quad (2.12)$$

olacaktır. Σ matrisinin Spectral Ayırışımı dikkate alındığında

$$\begin{aligned} \Sigma &= P \Lambda P' = \sum_{k=1}^p \lambda_k \underline{e}_k \underline{e}_k' \\ &= \lambda_1 \underline{e}_1 \underline{e}_1' + \lambda_2 \underline{e}_2 \underline{e}_2' + \dots + \lambda_p \underline{e}_p \underline{e}_p' \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} e_1 & \sqrt{\lambda_2} e_2 & \dots & \sqrt{\lambda_p} e_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} e_1' \\ \sqrt{\lambda_2} e_2' \\ \dots \\ \sqrt{\lambda_p} e_p' \end{bmatrix} = AA' \quad (2.13)$$

yazılabilir. Burada $A = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} e_1 & \sqrt{\lambda_2} e_2 & \dots & \sqrt{\lambda_p} e_p \end{bmatrix}$ olup, faktör yükleri matrisidir.

Böylece eşitlik (2.1) ile verilen faktör analizi modeli için Σ matrisine göre temel bileşenler yöntemi ile elde edilen faktörleşme yapısı

$$\Sigma = AA' + \Psi \quad (2.14)$$

eşitliği ile TBFA' ne göre elde edilen model tahmini

$$\underline{X} - \overline{X} = AF \quad (2.15)$$

eşitliği ile verilir. Burada $\overline{X} : p \times 1$ boyutlu, örneklem ortalama vektörüdür.

Eşitlik (2.14) faktör analizi modeli için verilen kovaryans yapısının değişken sayısı kadar faktöre ($m=p$) sahip olduğunu gösterir. Bu taktirde $\Psi = [0]$ olmak zorundadır. Eğer $m < p$ olursa, yani kovaryans yapısını açıklayan faktör sayısı değişken sayısından az olursa, o zaman $\Psi \neq [0]$ bir köşegen matrisi olacaktır.

Temel bileşenlerin elde edilmesinde ve böylece TBFA modeli için faktör yükleri matrisinin bulunmasında $\underline{X} : p \times 1$ rasgele vektörü ya da $X : p \times n$ veri matrisi direk olarak kullanılabildiği gibi $\underline{Z} : p \times 1$ standartlaştırılmış değişkenler vektörü veya $Z : p \times n$ standartlaştırılmış veri matrisi de kullanılabilir.

Burada $V^{1/2} = köş[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p]$ olmak üzere

$$\underline{Z} = (V^{1/2})^{-1}(\underline{X} - \underline{\mu}) \text{ olup,}$$

$$\text{Cov}(\underline{X}) = \Sigma \text{ iken}$$

$$\text{Cov}(\underline{Z}) = \text{Corr}(\underline{X}) = R$$

olacaktır. Bu durumda benzer işlemler R matrisi üzerinde uygulanarak hem temel bileşenler hem de temel bileşenler yöntemi ile elde edilen faktörleşme yapısı kurulabilir. R matrisine göre faktörleşme yapısı

$$R = AA' + \Psi \quad (2.16)$$

olup, TBFA ile elde edilen model tahmini ise

$$\underline{Z} = A\underline{F} \quad (2.17)$$

şeklindedir. Burada $A = [\sqrt{\lambda_1} \underline{e}_1 \ \sqrt{\lambda_2} \underline{e}_2 \ \dots \ \sqrt{\lambda_m} \underline{e}_m]$, $(m \leq p)$ faktör yükleri matrisi olup, $(\lambda_k, \underline{e}_k)$, $k = 1, 2, \dots, m$ ikilileri R ' nin özdeğer-özvektör ikilileridir.

2.3.2. En Çok Olabilirlik Faktör Analizi (EOFA)

EOFA' nin amacı; gözlenen korelasyona en iyi uyan faktör çözümünü bulmaktır. Burada, değişkenlerin çok değişkenli normal dağılıma uygun olduğu varsayımı altında, bu verilere faktör modeli uygulanabilir. Amaç, verilen hipotez altında gözlenen korelasyonu üreten en büyük olabilirliğe sahip yığın parametrelerini bulmaktır.

EOFA Metodu faktör analizinde, temel bileşenler analizinden sonra en çok tercih edilen ve özellikle istatistikçilerin tercih ettiği bir yöntemdir. EOFA metodu asimtotik özelliğe sahiptir ve geniş çaplı örneklerde daha iyi sonuçlar verir. EOFA

çözümleri, Rao'nun kanonik faktör çözümüne denktir. Daha sonraki yıllarda ise "Confirmatory Maximum Likelihood Factor Analysis" başlığı altında Jörekog (1969) tarafından farklı alanlarda uygulamaları yapılmıştır. Lawley ve Maxwell (1971)' in bu konuda önemli çalışmaları olmuştur.

Lawley ve Maxwell (1971) A ve Ψ elemanlarının tahminlerinin belli bir matris çözümü olarak ifade edebileceğini göstermişlerdir. Bu denklemi geliştirmek için, n tane bağımsız gözlem vektörleri $X_1, X_2, \dots, X_n$ ' den oluşan bir örneklemin ortalama vektörü $\underline{\mu}$ ve kovaryans matrisi Σ olan çok değişkenli normal dağılımdan çekildiği varsayılır. Bu durumda söz konusu örneklem için;

$$\text{Örneklem ortalama vektörü: } \underline{\bar{X}}' = [\bar{X}_1 \bar{X}_2 \dots \bar{X}_p] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{Örneklem kovaryans matrisi: } S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(x_i - \bar{X})'$$

olacaktır.

Örneklem kovaryans matrisi S ' nin örnekleme dağılımı Wishart dağılımı gösterir (Jahson ve Wichern, 1982). $\Sigma = I$ olduğunda bu dağılım Ki-Kare dağılımının genel bir şeklidir.

$\underline{X}' = [X_1 X_2 \dots X_p]$ rasgele değişkenler vektörünün çok değişkenli normal sahip olduğu varsayıldığından, EOFA' de eşitlik (2.1) ile verilen faktör analizi modeli için $\underline{F}$ ortak faktörler vektörü ile $\underline{\varepsilon}$ özel faktör vektörünün de normal dağılım gösterdiği kabul edilir.

$$X_j = AF_j + \mu_j + \varepsilon_j \text{ de olasılık yoğunluk fonksiyonu;}$$

$$f(X_j; \mu_j, \sigma_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_j}} e^{-\left(\frac{1}{2\sigma_j^2}\right)(X_j - \mu_j)^2} \text{ şeklinde ifade edilir.}$$

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{-1/2 \sum_{i=1}^n (\underline{x}_i - \underline{\mu})' \Sigma^{-1} (\underline{x}_i - \underline{\mu})}$$

$$\sum_{i=1}^n (\underline{x}_i - \underline{\mu})' \Sigma^{-1} (\underline{x}_i - \underline{\mu}) = \sum_{i=1}^n iz \left[(\underline{x}_i - \bar{X})' + (\bar{X} - \underline{\mu})' \right] \Sigma^{-1} \left[(\underline{x}_i - \bar{X}) + (\underline{x}_i - \underline{\mu}) \right]$$

$$= \sum_{i=1}^n iz \left[(\underline{x}_i - \bar{X})' \Sigma^{-1} (\underline{x}_i - \bar{X}) + n (\bar{X} - \underline{\mu})' \Sigma^{-1} (\bar{X} - \underline{\mu}) \right]$$

$$= (n-1) iz (\Sigma^{-1} S) + n (\bar{X} - \underline{\mu})' \Sigma^{-1} (\bar{X} - \underline{\mu}) \text{ buna göre}$$

$$L(\underline{\mu}, \Sigma) = (2\pi)^{-np/2} |\Sigma|^{-n/2} e^{-1/2 \left(-\frac{1}{2} (n-1) iz (\Sigma^{-1} S) + n (\bar{X} - \underline{\mu})' \Sigma^{-1} (\bar{X} - \underline{\mu}) \right)}$$

$$= (2\pi)^{\frac{-(n-1)p}{2}} |\Sigma|^{-\left(\frac{n-1}{2}\right)} e^{-\left(\frac{1}{2}\right) iz \left[\Sigma^{-1} \left(\left(\sum x_j - \bar{X} \right) (\underline{x}_j - \bar{X})' \right) \right]} \times (2\pi)^{\frac{-1}{2}} |\Sigma|^{-\frac{1}{2}} e^{-\left(\frac{n}{2}\right) (\bar{X} - \underline{\mu})' \Sigma^{-1} (\bar{X} - \underline{\mu})}$$

Burada Σ yerine faktörleşme yapısını veren $AA' + \Psi$ yazılırsa örneklem için olabilirlik fonksiyonunun logaritması ;

$$\ell n L(A, \Psi) = \ell n(C) + \frac{1}{2} (n - p - 1) \ell n |AA' + \Psi| - \frac{1}{2} n \ell n |AA' + \Psi| - \frac{1}{2} n \left[iz (AA' + \Psi)^{-1} S \right] \quad (2.16)$$

şeklinde ifade edilir. C yalnız n ve p ' yi kapsayan bir sabittir. $\hat{A}$ ve $\hat{\Psi}$ ise (2.16) de verilen fonksiyonu maksimize eden A ve Ψ değerleridir. Bu tahminler ediciler $\ell n L(A, \Psi)$ fonksiyonunun A ve Ψ ' ya göre türevleri alındıktan sonra sıfıra eşitlenerek elde edilen denklem sisteminin çözümünden bulunur. Böylece Σ, A ve Ψ parametrelerinin tahmin edicileri sırası ile:

$$\hat{\Sigma} = \hat{A}\hat{A}' + \hat{\Psi} \quad (2.17)$$

$$\hat{A} = R^{-1}\hat{A} \quad (2.18)$$

$$\hat{\Psi} = K\delta_S[\hat{\Sigma} - \hat{A}\hat{A}'] \quad (2.19)$$

olarak elde edilir.

Eşitlik (2.17) EOFA için kovaryans matrisinin faktörleşme yapısını göstermektedir. Bu eşitliğe göre $j=1,2,\dots,p$ olmak üzere X_j değişkenine ait varyansın ortak faktör tarafından açıklanabilen kısmını veren h_j^2 komünalitesinin en çok olabilirlik tahmin edicisi, m faktörlü bir modelde:

$$\hat{h}_j^2 = \hat{a}_{j1}^2 + \hat{a}_{j2}^2 + \dots + \hat{a}_{jm}^2 \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.20)$$

şeklinde ifade edilir.

$$k.ncu \text{ faktörün toplam varyans açıklama oranı} = \frac{\hat{a}_{1j}^2 + \hat{a}_{2j}^2 + \dots + \hat{a}_{pj}^2}{s_{11} + s_{22} + \dots + s_{pp}} \quad (2.21)$$

olur.

Eğer veriler standartlaştırılmış ise $\underline{Z} = V^{-1/2}(\underline{X} - \underline{\mu})$ olup,

Burada $Cov(\underline{Z}) = Corr(\underline{X}) = \rho$ korelasyon matrisidir. Bu matris $p \times p$ boyutludur. ρ ile Σ matrisleri arasında varolan

$$\rho = V^{-1/2}\Sigma V^{-1/2}$$

bağıntısı ve eşitlik (2.14) dikkate alındığında

$$\rho = (V^{-1/2} A)(V^{-1/2} A)' + V^{-1/2} \Psi V^{-1/2} \quad (2.22)$$

eşitliği yazılabilir. Bu eşitliğe göre, faktör analizi modeli standartlaştırılmış veriler kullanılarak kurulmak istendiğinde, model için gerekli olan faktör yükleri matrisi ile özel faktörlere ait varyans matrisi,

$$\begin{aligned} A_{\underline{z}} &= V^{-1/2} A \\ \Psi_{\underline{z}} &= V^{-1/2} \Psi V^{-1/2} \end{aligned} \quad (2.23)$$

olur. Burada A ve Ψ ham veriler kullanılarak elde edilen faktör modeline ait faktör yükleri matrisi ile özel faktörlere ait varyans matrisidir.

En çok olabilirlik tahminin edicilerin değişmezlik özelliği dikkate alındığında ρ , $A_{\underline{z}}$ ve $\Psi_{\underline{z}}$ parametrelerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri:

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= (\hat{V}^{-1/2} \hat{A})(\hat{V}^{-1/2} \hat{A})' + \hat{V}^{-1/2} \hat{\Psi} \hat{V}^{-1/2} \\ &= \hat{A}_{\underline{z}} \hat{A}_{\underline{z}}' + \hat{\Psi}_{\underline{z}} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\hat{A} = \hat{V}^{1/2} \hat{A}_{\underline{z}} \quad \text{ya da} \quad \hat{a}_{jk} = (\hat{a}_{jk})_{\underline{z}} \hat{\sigma}_j, \quad j=1,2,\dots,p \quad k=1,2,\dots,m \quad (2.25)$$

$$\hat{\Psi} = \hat{V}^{1/2} \hat{\Psi}_{\underline{z}} \hat{V}^{1/2} \quad \text{ya da} \quad \hat{\psi}_j = (\hat{\psi}_j)_{\underline{z}} \hat{\sigma}_{jj}, \quad j=1,2,\dots,p \quad (2.26)$$

eşitlikleri elde edilir. Ayrıca standartlaştırılmış verilerde j . nci değişkene ait komünalite, $j=1,2,\dots,p$ için $\hat{h}_j^2 = (\hat{a}_{j1})_{\underline{z}}^2 + (\hat{a}_{j2})_{\underline{z}}^2 + \dots + (\hat{a}_{jm})_{\underline{z}}^2$ olacağından, j .nci değişkene ait özel faktör varyansı:

$$\hat{\psi}_j = 1 - \hat{h}_j^2 \quad (2.27)$$

şeklinde ifade edilir.

EOFA verilen bir korelasyon matrisi için direkt çözüme götüren bir yöntemdir. Bu metotla elde edilen faktör çözümleri diğer direkt çözümlere alternatif olarak düşünülebilir.

2.3.3. Temel Eksenler Faktör Analizi (TEFA)

TEFA faktör, analizi modelini oluştururken R^{-1} korelasyon matrislerini kullanılır. İlk olarak; korelasyon matrislerinin köşegen elemanları yerine, TBFA ile elde edilen h_j^2 , $j = 1, 2, \dots, p$ komünaliteyi alınır. Yani $r_{jj} = 1 \longrightarrow h_j^2$, $j = 1, 2, \dots, p$ yazılır. Eşitlik (2.4)' e göre $h_j^2 = a_{j1}^2 + a_{j2}^2 + \dots + a_{jm}^2$, ($m < p$) olup, herhangi bir a_{jk}^2 terimi Z_j standart değişkeninin komünalitesine F_k faktörünün katkısını gösterir. TEFA' nin ilk aşaması, birinci faktörün (F_1) toplam komünaliteye en büyük katkıyı yapacak olan a_{j1} katsayısının seçimidir (Harman, 1967).

Birinci faktörün toplam komünaliteye katkısı :

$$V_1 = a_{11}^2 + a_{21}^2 + \dots + a_{p1}^2 \quad (2.28)$$

şeklinde ifade edilir.

Örnekleme ait R korelasyon matrisi köşegen elemanları yerine komünaliteyi alınmak suretiyle oluşturulacak olan yeni korelasyon matrisi R^* olsun. Bu taktirde :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \dots & r_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{p1} & r_{p2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{iken} \quad R^* = \begin{bmatrix} h_1^2 & r_{12} & \dots & r_{1p} \\ r_{21} & h_2^2 & \dots & r_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{p1} & r_{p2} & \dots & h_p^2 \end{bmatrix}$$

olur. R^* matrisi yardımı ile m - ortak faktörlü faktör analizi modelinin elde edilmesine TEFA yöntemi adı verilir. bu yöntemle modelin kurulmasında R^* matrisinin sadece ilk m tane ($m < p$) özdeğeri ve bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörler yeterlidir. Kabul edelim ki ilk m tane özdeğer $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ ve karşılık gelen özvektörler $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \dots, \underline{a}_m$ ile gösterilsin. Bu durumda bu özvektörlerin oluşturduğu $A = [\underline{a}_1 \ \underline{a}_2 \ \dots \ \underline{a}_m]$ matrisi, TEFA için faktör yükleri matrisi olacaktır. A faktör yükleri matrisi ile ilgili olarak

$$A'A = AA' = \Lambda = \text{Köş}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]$$

eşitliği yazılabilir.

TEFA ile birinci faktörün katsayılar vektörü olan $\underline{a}_1$ vektörü bulunduktan sonra, birinci faktör atığı olarak tanımlanan artık korelasyon matrisi elde edilebilir. Bu matrisi R_1 ile gösterelim. O zaman

$$R_1 = R^* - R_1^+ \quad (2.29)$$

olacaktır. Burada $R_1^+ = \underline{a}_1 \underline{a}_1'$ olup, $p \times p$ boyutlu bir simetrik matristir. Ayrıca R_1 matrisinin elemanları artık korelasyon olup;

$$\begin{aligned} {}_1r_{jk} &= r_{jk} - a_{j1} a_{k1}, & j \neq k = 1, 2, \dots, p \\ {}_1r_{jj} &= h_j^2 - a_{j1}^2, & j = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

biçimindedir.

Şimdi $k=1,2,...,m$ olmak üzere $R_1 \underline{a}_k = \left(R^* - \underline{a}_1 \underline{a}_1' \right) \underline{a}_k$ eşitliğini ele alalım. Bu takdirde iki durum söz konusudur.

i) $k=1$ olduğunda, $\underline{a}_1' \underline{a}_1 = \lambda_1$ olacağından

$$R_1 \underline{a}_1 = \underline{0}$$

elde edilir. Bu ise R^* matrisinin özdeğerine karşılık gelen $\underline{a}_1$ özvektörünün aynı zamanda R_1 matrisinde özvektörü olması fakat R_1 ' in ilgili özdeğerinin sıfır olması demektir.

ii) $k \neq 1$ olduğunda $\underline{a}_1' \underline{a}_k = 0$ olacağından

$$R_1 \underline{a}_k = \lambda_k \underline{a}_1 - \underline{a}_1 0 = \lambda_k \underline{a}_k$$

elde edilir. Buna göre λ_1 hariç, R_1 matrisinin diğer özdeğerleri R^* matrisinin özdeğerleri ile özdeş ve her iki matrisin özvektörleride aynıdır.

2.3.4. Alfa Faktör Analizi (AFA)

Faktör analizi psikometrik yorum ve istatistiksel yorum arasında farkın olduğunu araştırmak için yapılır. Faktörlemenin temel bir istatistiksel yöntemi olan Rao'nun kanonik faktör analizinden sonra, genellenebilirliğin psikometrik kavramı üzerine dayalı yeni bir faktör analizi yöntemi geliştirilmiştir. Alfa faktör analizi (AFA) adı verilen bu yeni yöntem, maksimum genelleştirilebilirliğe sahip olan faktörleri belirler.

AFA ortak faktörlerin ölçümlerinde kullanılır ve bireysel kitleyi veren parametrelerle ilgilenir. Fakat hataya maruz kalır. Çünkü p değişkenli bir kitleden

seçilmiş verilerin kitlenin tüm özelliklerini yorumlamaya sahip olmayışından dolayı hatalar ortaya çıkmaktadır (Kaiser ve Caffrey, 1965).

AFA' de k .ncı ortak faktör için faktör skoru, f_k gözlenebilir Z_j , ($j = 1, 2, \dots, p$) değişkenlerine ait ortak faktörlerin bir doğrusal fonksiyonu olarak ;

$$f_k = \sum_{j=1}^p w_{kj} c_j \quad (2.30)$$

şeklinde yazılır. Burada w_{kj} , c_j nin ağırlığı olup, A faktör yükleri olmak üzere, $(A'A)^{-1} A'$ faktör katsayıları matrisinin k .ncı satırının elemanlarıdır. c_j ise $\underline{Z} = A\underline{F} + \underline{\varepsilon}$ modelinde ortak kısmı veren $A\underline{F}$ vektörünün j .nci satırındır.

Cronbach ve arkadaşları (1963), f_k ' lar arasındaki korelasyon için genellenebilirlik terimi kullanılır. Bir güvenilebilirlik katsayısı için bir çok türetimler verilmektedir. Bu türetimlerden Cronbach ve arkadaşlarına ait olanında, eşitlik (2.30)' da yer alan c_j ' lerin arasındaki hipotetik ortalama ağırlıklı kovaryansın, gözlenebilir ortalama ağırlıklı kovaryansın geometrik ortalamasına eşit olduğu varsayımına dayanır. Genelleştirilmiş Kuder- Richardson güvenilebilirlik katsayısı, Cronbach'ın α – katsayısı ya da genellenebilirlik katsayısı adı ile tanımlanan α - için

$$\alpha = \left(\frac{p}{p-1} \right) \left(1 - \frac{\underline{w}' H^2 \underline{w}}{\underline{w}' (R - \Psi^2) \underline{w}} \right) \quad (2.31)$$

eşitliği yazılabilir. Burada H^2 komünalitelerin bir köşegen matrisi ve $\underline{w}$ ise bilinmeyen katsayılar vektörüdür. AFA'de genellenebilirlik katsayısının maksimum olması istenir. Eşitlik (2.31) ile verilen genellenebilirlik katsayısını maksimize etmek için, iki karesel formun oranı olarak ifade edilen

$$\lambda^2 = \frac{\underline{w}'(R - \Psi^2)\underline{w}}{\underline{w}'H^2\underline{w}}$$

denkleminin maksimize edilmesi yeterli olur. Bu durumda,

$$\frac{d\lambda^2}{2d\underline{w}} = \frac{(R - \Psi^2)\underline{w} - \lambda^2 H^2 \underline{w}}{\underline{w}' H^2 \underline{w}} = \underline{0}$$

eşitliğinden

$$[(R - \Psi^2) - \lambda^2 H^2]\underline{w} = 0$$

ve böylece

$$[H^{-1}(R - \Psi^2)H^{-1} - \lambda^2 I]\underline{d} = \underline{0}$$

sonucunu yazabiliriz. Burada $H\underline{w} = \underline{d}$ dir. Böylece $\lambda^2 H^{-1}(R - \Psi^2)H^{-1}$ matrisinin özdeğerleri olup bu özdeğerler ile eşitlik (2.31) de verilen genellenebilirlik katsayısı α_k (k . faktör için) arasındaki ilişki,

$$\alpha_k = \left(\frac{p}{p-1} \right) \left(1 - \frac{1}{\lambda_k^2} \right), \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (2.31)$$

olarak ifade edilir.

Ortak faktörlerin kovaryans matrisi $E(\underline{F}\underline{F}') = R - \Psi^2 = R - I + H^2$ olduğundan $H^{-1}(R - \Psi^2)H^{-1}$ matrisi yerine $H^{-1}(R - I)H^{-1} + I$ yazılabilir. Bu şekilde türetilen kovaryans matrisi için temel yükler matrisi,

$$A = P\Lambda^2$$

olacaktır. Burada $P: p \times m$ matrisi $H^{-1}(R-I)H^{-1} + I$ matrisinin en büyük m tane özdeğerine karşılık gala birim uzunluklu kolon özvektörlerinin bir matrisi ve Λ^2 ise bu özdeğerinlern bir köşegen matrisidir.

2.3.5.İmaj Faktör Analizi (İFA)

İFA, genellikle sosyal bilimlerde uygulanan bir faktör analizi yöntemidir. Bu yöntemde p tane nicel değişken göz önüne alınır. İmaj faktör analizinin amacı bu değişkenin istatistiksel iç ilişkilerinin yapısını analiz etmeye yardımcı olmaktır. Bir değişkenin imajı ile, o değişkenin analiz edilecek olan diğer tüm değişkenler üzerindeki çoklu regresyonu kastedilir. Hatanın tahmini ise ilgili değişkenin anti imajı olacaktır.

İmajlar ve anti imajlar herhangi iki değişkenin birbiri ile ilişkili olma nedenini açıklamada ya da örneklemin ve kitlenin iç ilişkilerinin yapısını açıklamada kullanılabilmektedir (Gutmann, 1953).

Nicel veriler kümesinden oluşan $X_1, X_2, \dots, X_p$ değişkenlerinin iç ilişkilerinin nedenini açıklamak, çoklu korelasyon ya da kısmi korelasyonlara dayandırılmaktadır. İmaj analizinde bir $X_j, j = 1, 2, \dots, p$ değişkenin geriye kalan $p - 1$ değişkenle olan çoklu korelasyonu kullanılmaktadır. Söz konusu bu korelasyonlar r_j ile gösterilir. Bu durumda X_j değişkeninin kalan değişkenlere göre çoklu belirtme katsayısı r_j^2 olacaktır. Bu katsayı X_j değişkeninin diğer değişkenlerle ortaklığının bir ölçüsü olarak kalan kullanılmaktadır. Eğer:

$r_j^2 = 0$ ise X_j nin diğer değişkenlerle ortaklığı yoktur.

$r_j^2 = 1$ ise X_j nin diğer değişkenlerle lineer bağımlıdır. Bu durumda X_j değişkeni ile yapılabilecek olan herşey X_j değişkeni olmadan da yapılabilir.

$0 < r_j^2 < 1$ olduğunda ise X_j değişkeni ile kalan değişkenler arasındaki ortaklığın derecesinin orta düzeyde olduğu söylenir (Guttman, 1953).

Verilen bir veri kümesinde X_j değişkeninin imajı X_j^* , X_j değişkenin kalan $(p - 1)$ tane değişken üzerindeki çoklu regresyondan tahmini anlamındadır. Eğer X_j nin tahmini için X_k değişkenine ait çoklu regresyon katsayısı w_{jk} ile gösterilirse X_j^* imajı:

$$X_j^* = \sum_{k=1}^p w_{jk} X_k, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.33)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $j = 1, 2, \dots, p$ için $w_{jj} = 0$ dır. X_j değişkeninin anti - imajı ise hatanın tahmini olarak tanımlanır ve e_j ile gösterilir. Bu taktirde hatalar ya da anti-imajlar:

$$e_j = X_j - X_j^*, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.34)$$

olarak tahmin edilir.

Bundan başka herbir değişken için kısmi imajlar ve toplam imajlar tanımlanabilir. Bir X_j değişkeni için kısmi imaj, geriye kalan $(p-1)$ değişkenlerden onun tahmini değerleri olup $X_{ji}^{*(p)}$ ile gösterilir.

$$X_{ji}^{*(p)} = \sum_{k=1}^p w_{jk}^{(p)} X_{ki}, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.35)$$

biçiminde yazılır. Burada $j = 1, 2, \dots, p$ için $w_{jj}^{(p)} = 0$ dır. Bu durumda tahminin hatasına kısmî anti-imaj adı verilir ve $e_{ji}^{(p)}$ ile gösterilir. X_j değişkeninin toplam imajı ise $p \rightarrow \infty$ iken X_j nin kısmi imajlarının limiti olup:

$$X_{ji}^{*(\infty)} = \lim_{p \rightarrow \infty} X_{ji}^{*(p)}, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.36)$$

şeklinde ifade edilir.

Gözlenmemiş bir veri kümesinden $X_{ji}^{*(p)}$ değerlerini hesaplayabilmek için önce $w_{jk}^{(p)}$ katsayılarının tahmin edilmesi gerekir. Bu katsayılar, X_j nin tahmini için çoklu regresyon denkleminde $X_k, (k \neq j)$ değişkenlerin ağırlıkları olup,

$$w_{jk}^{(p)} = \frac{-\Delta_{jk}^{(p)}}{\Delta_{jj}^{(p)}}, \quad j \neq k = 1, 2, \dots, p \quad (2.37)$$

dir. Burada $\Delta_{jk}^{(p)}$, R_p matrisinin r_{jk} elemanlarına ait kofaktör ve $\Delta_{jj}^{(p)}$ ise R_p matrisinin r_{jj} elemanına ait kofaktördür. Ayrıca R_p matrisi p değişkenli ve n örnek birimli bir örneklemden hesaplanan korelasyon matrisidir. Öyle ki; burada $j = 1, 2, \dots, p$ için $E(X_j) = 0$ ve $E(X_j^2) = 1$ ve $E(X_j, X_k) = r_{jk}$, ($k = 1, 2, \dots, p$) dir. Bu şekilde elde edilen R_p korelasyon matrisine Gramian matris adı verilir (Guttman, 1953).

İmaj analizi ile r_{jk} korelasyon katsayılarını hesaplamak mümkündür. Bu amaçla aşağıdaki teorem kullanılabilir.

Teorem: 2.1 Her biri birim varyansa sahip olan p tane değişkenden herhangi iki farklı değişken X_j ve X_k olsun. Bu iki değişkenler arasındaki korelasyon bu değişkenlerin kısmi imajlarının kovaryansı ile kısmi anti-imajlar arasındaki kovaryansı arasındaki farktır. Diğer bir deyişle $g_{jk}^{(p)} = E[X_{ji}^{*(p)} - X_{ki}^{*(p)}]$ ve $\mathfrak{g}_{jk}^{(p)} = E[e_{ji}^{(p)} e_{ki}^{(p)}]$ sırası ile X_j ve X_k için kısmi imajlar ve kısmi anti-imajlar arasındaki kovaryans olmak üzere;

$$r_{jk} = g_{jk}^{(p)} - \mathfrak{g}_{jk}^{(p)} \quad (j \neq k = 1, 2, \dots, p) \quad (2.38)$$

dir.

İspat: (Guttman, 1953).

Son olarak, imaj ve anti-imajlar matris düzeninde verilebilir. $\underline{Z} = p \times 1$ standartlaştırılmış değişkenler vektörü olmak üzere, imaj ve anti-imaj vektörleri sırası ile $\underline{X}^* = (\mathbf{I} - S^2 R^{-1}) \underline{Z}$ ve $\underline{E} = \underline{Z} - \underline{X}^* = S^2 R^{-1} \underline{Z}$ olarak verilir. Burada $S^2 = [R^{-1}]^{-1}$ dir.

İmaj analizi de AFA'nde olduğu gibi değişkenleri sonsuz boyutlu bir evrenden seçilen örnekler olarak kabul eder, bu yönüyle psikometrik bir yaklaşımdır. Eğer değişkenlerimizin tamamının potansiyel olarak bir evreni oluşturduğunu düşünürsek bir değişkenin imajının karesi; ortak faktör analizinde tanımlanan bir değişkenin komünalitesine, ve anti-imajın karesi de tekin varyansına eşittir (Emirosman, 1996 Kim ve Mueller, 1978).

2.4. Faktör Skorları

Faktör analizinde ilgi, eşitlik (2.1) ile verilen faktör modelindeki parametreler üzerinde yoğunlaşır. Bununla birlikte, faktör skorları olarak adlandırılan, ortak faktörlerin F_k , $k=1,2,...,m$ tahmin değerleri de gerekli olabilir. Faktör skorları genel anlamda bilinmeyen parametrelerden tahmin edilmezler. Faktör skorları, gözlenmemiş $\underline{F}_i$, $i = 1,2,...,n$ rasgele faktör vektörleri için tahmin değerleridir. Öyle ki;

$$\underline{F}_i' = [F_{1i} F_{2i} \dots F_{mi}] \quad i = 1,2,...,n$$

dir. i.nci birim ait faktör skorunun tahmini için ağırlıklı en küçük kareler (EKK) yöntemi uygulanabilir. Eşitlik (2.1) ile verilen faktör analizi modelinde hatalar olarak tanımlanan $\underline{\varepsilon}' = [\varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_p]$ özel faktörleri için $V(\varepsilon_j) = \psi_j$ $j = 1,2,...,p$ olup bunların eşit olması gerekmez. Bu durumda ortak faktör değerlerini tahmin etmek için ağırlıklı EKK yönteminin kullanılabileceği önerilmektedir. (Bartlett, (1937)'de Johson ve Wichern, 1982).

Bu yönteme göre hataların karelerinin kendi varyansları ile ağırlıklandırılmış kareler toplamı,

$$\sum_{j=1}^p \frac{\varepsilon_j^2}{\psi_j} = \underline{\varepsilon}' \Psi^{-1} \underline{\varepsilon} = (\underline{X} - \underline{\mu} - A\underline{F})' \Psi^{-1} (\underline{X} - \underline{\mu} - A\underline{F}) \quad (2.39)$$

şeklinde yazılır. Eşitlik (2.39) minimize edilerek $\underline{F}$ faktör vektörünün tahmini:

$$\underline{\hat{f}} = (A' \Psi^{-1} A)^{-1} A' \Psi^{-1} (\underline{X} - \underline{\mu}) \quad (2.40)$$

olarak bulunur. $\hat{A}$, $\hat{\Psi}$ ve $\hat{\underline{\mu}} = \overline{\underline{X}}$ tahminleri alınır ve i. nci birey için faktör skorları,

$$\underline{\hat{f}} = \left(\hat{A}' \hat{\Psi}^{-1} \hat{A} \right)^{-1} \hat{A}' \hat{\Psi}^{-1} \left(\underline{X}_i - \overline{X} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.41)$$

olarak elde edilir.

Eğer faktör yükleri matrisi A ile özel varyans matrisi Ψ nin tahminleri olan $\hat{A}$ ve $\hat{\Psi}$ matrisleri EÇO yöntemi ile belirlenmiş ise bu tahminler $\hat{A}' \hat{\Psi}^{-1} \hat{A} = \hat{\Lambda}$ bir köşegen matrisi olacak şekilde ifade edilen teklik şartını sağlamalıdır. Bu durumda eşitlik (2.41) ile verilen faktör skorları

$$\underline{\hat{f}}_i = \hat{\Lambda}^{-1} \hat{A}' \hat{\Psi}^{-1} \left(\underline{X}_i - \overline{X} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

şeklinde yazılabilir. Eğer faktörleşme de korelasyon matrisi kullanılacaksa; o zaman i . ci birime ait faktör skoru,

$$\underline{\hat{f}}_i = \left(\hat{A}_z' \hat{\Psi}^{-1} \hat{A}_z \right)^{-1} \hat{A}_z' \hat{\Psi}^{-1} \underline{Z}_i = \hat{\Lambda}_z^{-1} \hat{A}_z' \hat{\Psi}^{-1} \underline{Z}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

olur.

Eğer faktör yükleri matrisi TBA yöntemi ile tahmin edilirse faktör skorlarını elde etmek için ağırlıklandırılmamış EKK yöntemi kullanılır. Çünkü, bu durumda ψ_j varyansları eşit veya hemen hemen eşit olacaktır. Bu yöntemle göre elde edilen faktör skorları;

$$\begin{aligned} \underline{\hat{f}}_i &= \left(\hat{A}' \hat{A} \right)^{-1} \hat{A}' \left(\underline{X}_i - \overline{X} \right) \\ \underline{\hat{f}}_i &= \left(\hat{A}_z' \hat{A}_z \right)^{-1} \hat{A}_z' \underline{Z}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2.42)$$

olacaktır. Burada; $\hat{A} = \left[\sqrt{\hat{\lambda}_1} \hat{e}_1 \quad \sqrt{\hat{\lambda}_2} \hat{e}_2 \quad \dots \quad \sqrt{\hat{\lambda}_m} \hat{e}_m \right]$ olduğundan i .nci bireye ait faktör skorunu,

$$\underline{\hat{f}}_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\hat{\lambda}_1}} \hat{e}_1' \\ \frac{1}{\sqrt{\hat{\lambda}_2}} \hat{e}_2' \\ \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{\hat{\lambda}_m}} \hat{e}_m' \end{bmatrix} (\underline{X}_i - \overline{X}) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

olarak verebiliriz. Bu faktör skorları için örneklem ortalama vektörü ve kovaryans matrisi sırasıyla;

$$\overline{\underline{\hat{f}}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \underline{\hat{f}}_i = \underline{0}$$

ve

$$Cov(\underline{\hat{f}}_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n \underline{\hat{f}}_j \underline{\hat{f}}_j' = \mathbf{I}$$

olur.

3. FAKTÖR DÖNDÜRME

Faktör döndürmesi, elde edilen faktörleri daha iyi yorum verebilecek biçimde yeni faktörlere çevirme olarak ifade edilebilir. Döndürmedeki amacı daha somut bir biçimde ifade edebilmek için Thurstone tarafından geliştirilen basit yapı için önerilen beş koşul aşağıdaki gibidir (H. Tatlıdil, 1992).

- i) Faktör matrisinin her bir satırında en az bir tane sıfır değeri olmalıdır.
- ii) Faktör matrisinde m tane ortak faktör var ise her bir sütunda en az m tane sıfır değeri bulunmalıdır.
- iii) Faktör matrisindeki her bir faktör çiftinin birinde yük değeri görülürken ötekinde görülmemelidir.
- iv) Faktör matrisindeki her bir faktör çifti için değişkenlerin büyük çoğunluğunun yük değeri sıfır olmalıdır.
- v) Faktör matrisindeki her faktör çifti için sadece az sayıda değişkenin yük değeri olmalıdır.

Bu beş koşuldan aşağıdaki gibi hipotetik bir matrise ulaşılmaktadır.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & & & & & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & & & & & . \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & & & & . \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & . \\ \dots & \dots & & & & . \end{bmatrix}$$

3.1 Faktör Döndürme Türleri

Faktör döndürmede iki yöntem kullanılmaktadır

1. Dik döndürme
 2. Eğik döndürme
- dir.

3.1.1 Dik Döndürme ve Yöntemleri

Faktörleşme yöntemlerinden biri kullanılarak diklik koşulu altında $A[a_{jk}]$ ile tanımlanan faktör yüklerinin eksenlerinin konumlarını değiştirmeden 90° 'lik açı ile döndürmedir. $T = [t_{tk}]$: $m \times m$ boyutlu dik dönüşüm matrisi olmak üzere dik döndürme sonunda elde edilecek olan yeni faktör yükleri matrisi;

$$B = AT$$

olacaktır. Burada $B = [b_{jk}]$, $p \times m$ boyutludur.

Dik döndürme sonucunda her bir değişken için komünaliter değişmez. Yani komünaliter dik dönüşümlerden etkilenmezler. Buna göre j . nci değişken için komünalite

$$\sum_{k=1}^m b_{jk}^2 = \sum_{k=1}^m a_{jk}^2 = h_j^2 \quad j = 1, 2, \dots, m$$

olacaktır.

Dik faktör döndürme yöntemleri arasında en sık kullanılanları;

1. Quartimax yöntemi
2. Varimax yöntemi

dir.

3.1.1.1. Quartimax Yöntemi

Eğer tek faktör çözümü mümkünse her bir değişkenin varyansı bir faktör yükü ile sonuçlanacaktır. İki faktör olması durumunda en iyi sonucu veren yöntemlerden olan quartimax yönteminde basit yapıya ulaşmada faktör yükleri matrisinin satırları göz

önünde bulundurulur. Yani her satırdaki herhangi bir değer büyütülüp 1' e yaklaşırken öteki değerler küçültülerek 0' a yaklaştırılır.

p değişkenli ve m faktörlü bir yapıda, dik döndürme sonucunda elde edilen B faktör yükleri matrisine ait b_{jk} faktör yükleri karelerinin ortalaması ve varyansı sırası ile,

$$\overline{b^2} = \frac{1}{mp} \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m b_{jk}^2 \quad (3.1)$$

$$s_{b^2}^2 = \frac{1}{pm} \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m (b_{jk}^2 - \overline{b^2})^2 \quad (3.2)$$

şeklinde ifade edilir. Quartimax yöntemi ile yapılacak olan faktör döndürmelerinde, maksimize ve minimize edilebilen kriterler vardır.

Maksimize olabilen quartimax kriterleri Neuhaus ve Wrigley (1954), tarafından tanımlamıştır. Bu eşitliklerden birisi eşitlik (3.2) elde edilen

$$M = \frac{1}{pm} \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m b_{jk}^4 - (\overline{b^2})^2 \quad (3.3)$$

M değerinin maksimize edilmesidir. $\overline{b^2}$ dik dönüşümler yönteminde sabitleri içerir ve maksimize yönteminde sabit terimler etkili değildir. Dördüncü dereceden faktör yüklerinin maksimizasyonu kolaydır ve parsimony ölçümüne eşittir.

Minimize yöntemlerine bir örnek olarak, sonuç faktör yapı matrisinin kolonlarını iç çarpım fonksiyonu olan ;

$$N = \sum_{k < t=1}^m \sum_{j=1}^p b_{jk}^2 b_{jt}^2 \quad (3.4)$$

ifadesinin minimize edilmesi verilebilir (Harman, 1970).

Eşitlik (3.3)'ün maksimum ve eşitlik (3.4)'ün minimum olduğu çözümler en iyi çözümlerdir.

Ayrıca ; Saunders (1960), basıklık katsayısının maksimize edilmesi Quartimax kriteri olarak önermiştir. Söz konusu basıklık katsayısı:

$$K = \frac{\sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m b_{jk}^4}{\left(\sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m b_{jk}^2 \right)^2} \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlıdır.

X_j değişkenlerinin her biri, k ve t faktör düzleminde φ açısı sayesinde dik döndürülür.

Yeni koordinatlar;

$$\begin{aligned} b_{jk} &= a_{jk} \cos \varphi + a_{jt} \sin \varphi \quad j = 1, 2, \dots, p \\ b_{jt} &= -a_{jk} \sin \varphi + a_{jt} \cos \varphi, \quad k < t = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (3.6)$$

şeklinde ifade edilir.

Dördüncü dereceden yeni yükün toplamı döndürülmüş iki faktörle belirlenir ve φ parametresine bağımlı olan bu toplam;

$$Q_{kt}(\varphi) = \sum_{j=1}^p (b_{jk}^4 + b_{jt}^4)$$

ile verilir. Burada toplam $\sum_{k < t=1}^m Q_{kt}$ değerini maksimum yapacak olan her bir k ve t faktör çifti için φ açısı

$$\tan 4\varphi = \frac{2 \sum_{j=1}^p (2a_{jk} a_{jt}) (a_{jk}^2 - a_{jt}^2)}{\sum_{j=1}^p [(a_{jk}^2 - a_{jt}^2)^2 - (2a_{jk} a_{jt})^2]} = \frac{v}{\delta} \quad (3.7)$$

şeklinde bulunur.

Q_{kt} 'nin maksimum olması için gerekli olan φ nin bir kritik değeri eşitlik (3.7) in herhangi bir çözümünü verirken, aynı zamanda, böyle bir kritik değer Q_{kt} nin minimum ya da kararlı bir değerini ortaya çıkarabilir. Maksimumluk için yeterli şart $Q_{kt}(\varphi)$ fonksiyonunun ikinci türevinin negatif olmasıdır.

$$\begin{aligned} \frac{dQ_{kq}}{d\varphi} &= v \cos 4\varphi - \delta \sin 4\varphi = 0 \\ \frac{d^2 Q_{kq}}{d^2 \varphi^2} &= -4\delta \cos 4\varphi - 4v \sin 4\varphi < 0 \end{aligned}$$

Dönüşüm matrisi;

$$T_{kq} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

dir.

3.1.1.2 Varimax Yöntemi

Kaiser (1956), tarafından geliştirilen varimax yöntemi quartimax yönteminin değiştirilmiş bir modeli olup, uygulaması daha anlaşılır ve kolay olduğundan daha çok tercih edilen bir yöntemdir (Harman, 1970).

Yüklerin kareleri varyansı tanımlar ve sırasıyla;

$$s_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^p (b_{jk}^2)^2 - \frac{1}{n^2} \left(\sum_{j=1}^p b_{jk}^2 \right)^2 \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (3.8)$$

Eşitlik (3.8) ifadesinin her iki tarafından $k=1, 2, \dots, m$ aralığında toplam alınırsa faktör yükleri bileşenlerinin maksimum kriteri kolaylıkla tanımlanır (Kaiser, 1958).

$$s^2 = \sum_{j=1}^m s_k^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^p b_{jk}^4 - \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^m \left(\sum_{j=1}^p b_{jk}^2 \right)^2$$

olarak ifade edilir.

Basit yapıya ulaşmada faktör yükleri matrisinin sütunlarına öncelik veren bu yöntemde her sütundaki bazı yük değerleri 1' e yaklaştırılırken geriye kalan yük değerleri 0' a yaklaştırılır.

Varimax yönteminde de diğer yöntemlerde olduğu gibi faktör varyanslarının daha iyi yorum yapabilmesi için maksimum olmasını sağlayacak biçimde döndürme yapılır (Tatlıldil, 1992). Bu amaçla V ile tanımlı sonuç matrisinin maksimum olması tanımlanır.

$$V = n \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^p (b_{jk} / h_j)^4 - \sum_{k=1}^m \left(\sum_{j=1}^p b_{jk}^2 / h_j^2 \right)^2$$

şeklinde ifade edilir.

3.1.2 Eğik Döndürme ve Yöntemleri

Eğik döndürme son yıllarda çok kullanılan ve daha iyi sonuç veren yöntemlerdir. Değişkenleri gösteren her bir noktanın döndürülmüş eksenler üzerindeki izdüşümlerinin yorumlanmasında verilen noktaların eksenler üzerindeki izdüşümleri eksenlere paralel doğrularla bulunur. Eğik döndürme yöntemleri arasında en çok kullanılanları

1. Oblimax yöntemi
2. Quartimin yöntemi
3. Oblimin yöntemi

4. Direk oblmin yöntemi
olarak bilinirler (Harman, 1970).

3.1.2.1 Oblimax Yöntemi

Saunders tarafından geliştirilen bu yöntemde dik dönüşümlerde kullanılan ve eşitlik (3.5) ile verilen K –nın maksimize edilmesi yerine,

$$K = \frac{\sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m v_{jk}^4}{\left(\sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m v_{jk}^2 \right)^2} \quad (3.9)$$

şeklinde verilen basıklık katsayısının maksimize edilmesi tercih edilmektedir. Burada v_{kj} ' lar sonuç yapı matrisi olarak tanımlanan V matrisinin elemanlarıdır. A ilk faktör yükleri matrisi ve T dönüşüm matrisi olmak üzere

$$V = AT \quad (3.10)$$

dir. Eğik ve dik dönüşümler arasındaki ayırım formüllerde kullanılan simgelerin farklılığıdır.

3.1.2.2 Quartimin Yöntemi

Bir eğik çözüm için faktörlerin dönüşümü çözümünde ortogonal olduğu kısıtı olmaksızın, eşitlik (3.4) ile verilen N değerinin minimize edilmesidir. Bu yöntem faktör yüklerinin karşılıklı çarpımları toplamını, yani dördüncü dereceden terimleri minimize etmeyi kapsadığından quartimin yöntemi olarak adlandırılmıştır (Carroll, 1953). Bu yöntemde eşitlik (3.10) ile verilen sonuç yapı matrisi olan V matrisinin v_{jk} elemanlarına dayalı olarak tanımlanan;

$$N = \sum_{k < t}^m \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 v_{jt}^2 \quad (3.11)$$

ifadesinin minimize edilmesi amaçlanır.

3.1.2.3 Oblimin Yöntemi

Basit yapılı çözüme bir yaklaşım dördüncü derecedeki terimleri kapsayan ve quartimin kriteri olarak bilinen $N = \sum_{k < t}^m \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 v_{jt}^2$ ifadesinin minimize edilmesi ile bulunabilmekte idi. Carroll (1960), basit yapıya ulaşma da belirli ifadelerin minimize edilmesini kapsayan kendisine ait olan quartimin kriterini eğik dönüşümler için verilen tüm kriterlere genelleştirmiştir. Eğik faktörleri kapsayan ve bir minimize etme kriteri olan bu kriterler sınıfına Oblimin yöntemi adı verilir.

Eğik faktörlerin oblmin yöntemi ile elde edilmesinde kullanılan bir kriter covarimin kriteri olarak bilinen

$$C^* = \sum_{k < t=1}^m \left(p \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 v_{jt}^2 - \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 \sum_{j=1}^p v_{jt}^2 \right), \quad (3.12)$$

fonksiyonunun minimize edilmesidir.

Kaiser (1958), eşitlik (3.12) ile verilen covarimin kriteri yerine normalleştirilmiş yükleri kapsayan

$$C = \sum_{k < t=1}^m \left[p \sum_{j=1}^p \left(\frac{v_{jk}^2}{h_j^2} \right) \left(\frac{v_{jt}^2}{h_j^2} \right) - \sum_{j=1}^p \frac{v_{jk}^2}{h_j^2} \sum_{j=1}^p \frac{v_{jt}^2}{h_j^2} \right], \quad (3.13)$$

fonksiyonunun minimize edilmesini önermiştir.

Yapılan deneysel çalışmalarda hem Carroll hem de Kaiser quartimin küçük covarimin kriterlerinin iyi sonuç vermediğini ortaya çıkarmışlardır. Bunun üzerine yeni bir kriter olarak biquartimin kriteri önerilmiştir (Carroll, 1957). Biquartimin kriterinde, quartimin ve covarimin kriterlerinde kullanılan fonksiyonlara dayalı olarak tanımlanan

$$B^* = N + \frac{C^*}{p} \quad (3.14)$$

ifadesinin minimize edilmesidir.

Carroll (1960), quartimin ve covarimin bileşenlerinin değişen ağırlıklarını dikkate almak suretiyle biquartimin kriterini genelleştirmiş ve

$$B^* = \alpha N + \frac{\beta C^*}{p} \quad (3.15)$$

değerlerini minimize etmeyi amaçlamıştır. Burada α ve β değişen parametrelerdir. Eşitlik (3.11) ve eşitlik (3.12) ile verilen N ve C^* değerleri, eşitlik (3.15) de yerine yazılırsa, yeni kriter

$$B^* = \sum_{k < l = 1}^m \left\{ \alpha \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 v_{jl}^2 + \beta \left[\frac{p \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 v_{jl}^2 - \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 \sum_{j=1}^p v_{jl}^2}{p} \right] \right\} \quad (3.16)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitliği diğer bir şekilde

$$B^* = \sum_{k < l = 1}^m \left[(\alpha + \beta) \left(p \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 v_{jl}^2 \right) - \beta \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 \sum_{j=1}^p v_{jl}^2 \right] \quad (3.17)$$

olarak yazabiliriz. Eşitlik (3.17) ağırlıklar toplamına bölündükten sonra $\gamma = \frac{\beta}{\alpha + \beta}$

alınırsa, genel oblimin kriteri denkleminde yerine yazıldığında genel oblimin kriteri

$$B^* = \sum_{k < l = 1}^m \left(p \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 v_{jl}^2 - \gamma \sum_{j=1}^p v_{jk}^2 v_{jl}^2 \right) \quad (3.18)$$

olarak elde edilir. Analiz işlemi normalleştirilmiş yükler üzerine taşındığında eşitlik (3.18) ile genel oblimin kriterine denk olarak

$$B = \sum_{k < t=1}^m \left[p \sum_{j=1}^p \left(\frac{v_{jk}^2}{h_j^2} \right) \left(\frac{v_{jt}^2}{h_j^2} \right) - \gamma \sum_{j=1}^p \frac{v_{jk}^2}{h_j^2} \sum_{j=1}^p \frac{v_{jt}^2}{h_j^2} \right] \quad (3.19)$$

genel oblimin kriteri verilebilir.

Eşitlik (3.12) ile verilen covarimin kriteri eşitlik (3.18) ile verilen genel oblimin kriterinin $\gamma = 1$ değerine karşılık gelen özel halidir. Benzer şekilde eşitlik (3.11) deki quartimin kriteri de eşitlik (3.18) deki genel oblimin kriterinin $\gamma = 0$ iken bir diğer özel halidir. Aynı zamanda $\alpha = \beta = 1$ veya $\gamma = 0,5$ iken genel oblimin kriteri biqartimin kriterine dönüşür. Genel oblimin kriterinin bu özel durumları aşağıdaki gibi özetlenir.

$\gamma = 0 \Rightarrow$ quartimin kriteri; en çok eğik

$\gamma = 0,5 \Rightarrow$ biqartimin kriteri; az eğik

$\gamma = 1 \Rightarrow$ covarimin kriteri; en az eğik

3.1.2.4 Direkt Oblimin Yöntemi

Direkt oblimin yöntemi Jennrich ve Sampson tarafından geliştirilmiştir. Bu yöntemde temel faktör modeline doğrudan ulaşılır.

Basit yapısal çözümün elde edilmesi için minimum veya maksimum değerlerin kullanılması gerekir. Buradaki amaç temel faktör modelinin basit yapısal yöntemlere uygun olmasını sağlamaktır.

Jennrich ve Sampson (1966); nun geliştirdiği yaklaşımda temel faktör modelinin katsayıları minimize edilir. Bu yaklaşımda, yapı değerlerini kapsayan ve eşitlik (3.18) ile verilen kriterin yerine direkt oblimin yöntemi için karşılık gelen fonksiyon

$$F(B) = \sum_{k < t=1}^m \left(\sum_{j=1}^p b_{jk}^2 b_{jt}^2 - \frac{\delta}{p} \sum_{j=1}^p b_{jk}^2 \sum_{j=1}^p b_{jt}^2 \right) \quad (3.20)$$

olarak ifade edilebilir.

Burada, B b_{jk} elemanları ile başlangıç faktör örüntü matrisidir. Oblimin metodlarıyla karıştırmamak için γ parametresinin yerine δ kullanılmıştır.

Direkt oblmin çözümü, eşitlik (3.20)' deki $F(B)$ fonksiyonunun minimize edilmesiyle;

$$B = A(T')^{-1} \quad (3.21)$$

olarak bulunur. Bu durumda problem; $Köş(T'T)=I$ yan şartı altında $F(A(T')^{-1})$ fonksiyonunu minimize edecek şekilde bir T dönüşüm matrisi bulunmasına dönüşür.

4. FAKTÖR SAYISININ BULUNMASINA İLİŞKİN YÖNTEMLER

Faktör analizinde faktör sayısını belirlenmesi de önemli bir sorundur. Faktör sayısını belirlemede çeşitli kurallar vardır. Bunlardan bazıları birbirini tanımlayıcı olurken bazılarının farklı alternatifleri vardır.

4.1. Scree Testi

Catell (1965), tarafından geliştirilen bu kural özdeğerlerin grafiğinin incelenmesi ve özdeğerlerin hemen hemen yatay eğimli düz bir çizgi şeklini almaya başladığı noktada faktörleşmeyi durdurmayı önerir.

4.2. Ortak Varyansların İncelenmesi

A ile gösterilen faktör yükleri bulunduktan sonra her bir değişken için h_j^2 , $j = 1, 2, \dots, p$ eşitliğinden ortak varyans komünalite değerleri hesaplanır. Bulunan h_j^2 değerlerinin tümü 1'e yakın ise korelasyon matrisinin faktörleşmesinin iyi olduğu söylenir. Bu durumda A matrisinin kolonlarının sayısı en uygun faktör sayısı olacaktır.

Optimal faktör sayısını belirlemede kullanılan başka bir kriter de ;

$$\sum_{j=1}^p \frac{h_j^2}{p} \geq \frac{2}{3} \quad (4.1)$$

biçiminde tanımlanan oran değeridir. Bu oran değerinin $\frac{2}{3}$ 'den büyük olması faktörleşmenin iyi olduğu anlamına gelir, aksi durumda daha başka faktörlere ihtiyaç duyulur. Böyle durumlarda faktör sayısını bir artırarak tüm hesaplamalar yeniden yapılır ve işlem koşul sağlanıncaya kadar sürdürülür.

4.3. Özdeğer Belirleme

Faktör sayısını belirlemek için bilinen kriterlerden birisi, faktör analizinin korelasyon matrisi üzerinde uygulandığı durumlarda, korelasyon matrisinin 1'den büyük olan özdeğer sayısını dikkate almaktır. Bu basit kriter araştırmacını beklentileriyle uyumlu sonuç verir.

4.4. Olabilirlik Oran Testi

Veri matrisi X ya da Z 'nin normal dağıldığı varsayıldığında ve en çok olabilirlik yöntemi kullanıldığında, uygun faktör sayısının belirlenmesinde olabilirlik oran testinden yararlanılmaktadır. (Andersen ve Rubin , 1952).

Bu amaçla test edilecek hipotezler;

$$H_0 : \Sigma = AA' + \Psi$$

$$H_1 : \Sigma > 0$$

şeklinde kurulur. Burada $A = p \times m$ tam kolon ranklı faktör yükleri matrisi olup, H_0 hipotezi uygun faktör sayısının m tane olduğunu ifade ederken H_1 hipotezi bu sayının m 'den farklı olabileceği anlamına gelmektedir. H_1 hipotezine karşı H_0 hipotezini test etmek için kullanılacak olan test istatistiği olabilirlik oran istatistiği olarak bilinir ve λ ile gösterilir. Böylece eşitlik (2.16)'dan olabilirlik oran istatistiği

$$-2 \ln \lambda = n \left\{ \ln |\hat{\Sigma}| + \text{tr} \left(S \hat{\Sigma}^{-1} \right) - \ln |S| - p \right\}$$

olarak elde edilir. Bu eşitlikte $\text{tr} \left(S \hat{\Sigma}^{-1} \right) = \text{tr} \left(I_p \right) = p$ olduğundan

$$-2 \ln \lambda = n \left\{ \ln |\hat{\Sigma}| - \ln |S| \right\} = n \log_e \frac{|\hat{\Sigma}|}{|S|} = U_m \quad (4.2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada m faktör sayısını göstermektedir. Eşitlik (4.2)' de verilen test istatistiğinin örnekleme dağılımının, büyük örneklem için ki-kare dağılımına yaklaştığı bilinmektedir (Wilks 1938). Yani;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} U_m = n \ln \frac{|\hat{\Sigma}|}{|S|} \sim \chi_{(r)}^2 \quad (4.3)$$

dir. Burada

$$r = \frac{1}{2} \left[(p - m)^2 - p - m \right] \quad (4.4)$$

olup, dağılımın serbestlik derecesidir.

Eğer U_m değeri $\chi_{(r)}^2$ için istenilen anlamlılık düzeyini aşarsa m faktörlü bir faktör analizi modelini belirtilen H_0 hipotezi red edilir. Aksi takdirde kabul edilir.

Eğer H_0 hipotezi red edilir ise daha fazla sayıda faktörü belirten alternatif hipotezin gözlenen korelasyonu açıklayacağı kabul edilebilir. Bu durumda faktör sayısı artırılarak test işlemi H_0 hipotezi kabul edilene kadar devam ettirilir.

5. BULGULAR

Ülkemizde son yıllarda böbrek hastası sayısı atmaktadır. Günümüzün en önemli hastalıklarından olan kronik böbrek yetmezliği tanısı konan hastalarda, hayat kurtarıcı bir tedavi yöntemi olan hemodiyaliz oldukça önemlidir. Hemodiyaliz işlemi esnasında dengesizlik sendromu, aritmi, kalp tamponadı, kanama, konvülsiyon, hemoliz, hava embolisi, sıvı-elektrolit metabolizması bozuklukları, hipoksemi gibi hayatı ciddi anlamda tehdit edebilen komplikasyonlar gelişebilir. Bu komplikasyonları en aza indirmek ve kısa sürede hekimin tedaviye karar vermesinde biyokimya ve CBS sonuçlarına göre faktör analizi yöntemi ile ilişkili değişkenleri bir arada toplayarak ilişkisiz değişkenleri bulmak gereklidir.

Kronik böbrek yetmezliği sürecindeki hastalarda bir süre sonra son dönem böbrek yetmezliği gelişir ve bu hastalar diyaliz tedavisine ihtiyaç duyarlar. Kronik diyaliz tedavisine başlamak için en objektif parametre glomerüler filtrasyon değeridir. Glomerüler filtrasyon değerinin ölçülmesinde pratikte en sık kullanılan yöntem kreatin değeridir.

Böbreğin ilk bozulan fonksiyonlarından birisi idrarı konsantre etme yeteneğinin azalmasıdır. Kronik böbrek yetmezliği olan hastalarda son dönem böbrek yetmezliğine kadar su sodyum ve potasyum dengesi normal koşullarda korunur. Ancak alt ve üst sınır limitleri azalmıştır.

Kreatin değeri 0,1-0,15 ml/dk/kg düzeyine inince (70 kg bir hasta) kronik diyalize başlanmalıdır.

Üremik anemi hipoproliferatif bir anemi örneği olup ön planda fonksiyonel renal kitle kaybı nedeniyle eritroprotein üretimindeki azalmadan kaynaklanır. Diğer nedenler arasında kan kaybı, yetersiz beslenme, vitamin eksikliği, eritrosit ömrünün azalmış olması, üremik toksinlerin kemik iliği üzerindeki inhibitör etkisi sayılabilir.

Üre günümüzde kronik böbrek yetmezliği olgularında üremik solit retansiyonunun ve diyaliz olgularında bu solütlerin eliminasyonunun göstergesi olmak bakımından yararlı bir belirteç olarak kullanılmaktadır.

Diyaliz, yarı geçirgen bir zar aracılığıyla temasa geçen kan ve diyalizat sıvıları arasında, temel mekanizma olarak, konsantrasyon esasına göre çalışan difüzyon fiziksel olayı ile sağlanan madde geçişi ile gerçekleştirilen bir işlemdir. Hemodiyalizde, kan vücut dışına alınıp, ekstrakorporeal olarak, diyalizör olarak adlandırılan bir yapı

içindeki sentetik bir yarı geçirgen membran vasıtasıyla diyazilat ile karıştırılmakta ve diyaliz işlemini takiben kan tekrar vücut içine iade edilmektedir.

Samsun Diyaliz Merkezi'nden rasgele 80 hastanın biyokimya ve CBS sonuçları alınmıştır. Hastalar diyalize girmeden önce önemli ilişkili değişkenleri saptamak ve ekonomik yönden daha az masrafla hekimin tedavisine karar vermesini sağlamak amacıyla değişkenlere faktör analizi yöntemi uygulanmıştır. Değişkenlerimiz aşağıda tanımlanmıştır.

- X_1 : Üre
- X_2 : Kreatin
- X_3 : Sgot
- X_4 : Sgpt
- X_5 : Albumin
- X_6 : Ürikasit
- X_7 : Calsiyum(Ca)
- X_8 : Fosfor
- X_9 : Amilaz
- X_{10} : Sodyum(Na)
- X_{11} : Potasyum
- X_{12} : Eritrosit
- X_{13} : Hemoglobin
- X_{14} : Hemotokrit
- X_{15} : İndirekibilurubin
- X_{16} : Totalprotein

6. UYGULAMA

Bu bölümde ilk olarak, Samsun Diyaliz Merkezi'nden alınan ve 80 böbrek hastasına ait biyokimya ve CBS sonuçlarına ilişkin 16 değişken üzerinde ölçümler kullanılarak, bu değişkenlerin birbiri ile olan ilişkileri incelenmiştir. Söz konusu ilişkiler Pearson korelasyon katsayısı ile ölçülmüş ve sonuçlar Tablo 6.1' de verilmiştir. Değişkenler (X_j, X_k) ile korelasyon (r_{X_j, X_k}) ile verilmiştir.

Tablo: 6.1 Uygulama değişkenlerine ait Pearson korelasyonlar

X_j, X_k	r_{X_j, X_k}	X_j, X_k	r_{X_j, X_k}	X_j, X_k	r_{X_j, X_k}	X_j, X_k	r_{X_j, X_k}
X_1, X_2	0,610	X_3, X_5	0,067	X_5, X_{12}	0,058	X_8, X_{15}	0,053
X_1, X_3	0,109	X_3, X_6	-0,117	X_5, X_{13}	0,034	X_8, X_{16}	-0,035
X_1, X_4	0,070	X_3, X_7	0,071	X_5, X_{14}	0,068	X_9, X_{10}	0,061
X_1, X_5	-0,051	X_3, X_8	-0,087	X_5, X_{15}	-0,009	X_9, X_{11}	-0,112
X_1, X_6	0,399	X_3, X_9	-0,002	X_5, X_{16}	0,207	X_9, X_{12}	0,179
X_1, X_7	-0,281	X_3, X_{10}	-0,066	X_6, X_7	-0,268	X_9, X_{13}	0,143
X_1, X_8	0,319	X_3, X_{11}	-0,011	X_6, X_8	0,263	X_9, X_{14}	0,172
X_1, X_9	0,195	X_3, X_{12}	-0,041	X_6, X_9	-0,092	X_9, X_{15}	-0,041
X_1, X_{10}	-0,098	X_3, X_{13}	0,146	X_6, X_{10}	0,045	X_9, X_{16}	0,285
X_1, X_{11}	0,148	X_3, X_{14}	-0,010	X_6, X_{11}	0,120	X_{10}, X_{11}	0,076
X_1, X_{12}	0,265	X_3, X_{15}	-0,078	X_6, X_{12}	0,126	X_{10}, X_{12}	-0,109
X_1, X_{13}	0,178	X_3, X_{16}	-0,091	X_6, X_{13}	0,100	X_{10}, X_{13}	-0,122
X_1, X_{14}	0,204	X_4, X_5	0,027	X_6, X_{14}	0,098	X_{10}, X_{14}	-0,146
X_1, X_{15}	0,006	X_4, X_6	-0,072	X_6, X_{15}	0,021	X_{10}, X_{15}	-0,164
X_1, X_{16}	-0,069	X_4, X_7	0,037	X_6, X_{16}	-0,155	X_{10}, X_{16}	-0,250
X_2, X_3	-0,136	X_4, X_8	-0,070	X_7, X_8	-0,111	X_{11}, X_{12}	0,049
X_2, X_4	-0,031	X_4, X_9	-0,130	X_7, X_9	0,091	X_{11}, X_{13}	0,008
X_2, X_5	-0,068	X_4, X_{10}	0,022	X_7, X_{10}	-0,103	X_{11}, X_{14}	0,032
X_2, X_6	0,425	X_4, X_{11}	-0,042	X_7, X_{11}	-0,002	X_{11}, X_{15}	-0,022
X_2, X_7	-0,055	X_4, X_{12}	-0,125	X_7, X_{12}	0,166	X_{11}, X_{16}	0,052
X_2, X_8	0,328	X_4, X_{13}	-0,038	X_7, X_{13}	0,26	X_{12}, X_{13}	0,821
X_2, X_9	0,161	X_4, X_{14}	-0,145	X_7, X_{14}	0,178	X_{12}, X_{14}	0,928
X_2, X_{10}	-0,061	X_4, X_{15}	-0,037	X_7, X_{15}	0,058	X_{12}, X_{15}	0,084
X_2, X_{11}	0,054	X_4, X_{16}	0,015	X_7, X_{16}	0,466	X_{12}, X_{16}	0,282
X_2, X_{12}	0,191	X_5, X_6	-0,215	X_8, X_9	-0,102	X_{13}, X_{14}	0,876
X_2, X_{13}	0,201	X_5, X_7	0,078	X_8, X_{10}	-0,024	X_{13}, X_{15}	0,133
X_2, X_{14}	0,260	X_5, X_8	0,008	X_8, X_{11}	0,211	X_{13}, X_{16}	0,367
X_2, X_{15}	0,146	X_5, X_9	0,132	X_8, X_{12}	0,096	X_{14}, X_{15}	0,152
X_2, X_{16}	-0,045	X_5, X_{10}	0,09	X_8, X_{13}	0,052	X_{14}, X_{16}	0,301
X_3, X_4	0,784	X_5, X_{11}	-0,022	X_8, X_{14}	0,109	X_{15}, X_{16}	0,088

Tablo 6.1 incelendiğinde bazı değişkenlere ait korelasyonların mutlak değerce 0.4' den daha küçük olduğu, yani değişkenlerin zayıf ilişkili olduğu tespit edildi. Böyle değişkenlerin, faktör analizinde faktörlerin belirlenmesinde etkili olmayacağı

düşünüldüğünden, bu değişkenler analiz işleminden çıkartıldı. Böylece analize giren değişkenleri yeniden tanımlayacağız. Bu değişkenler

X_1 : Hemotokrit

X_2 : Eritrosit

X_3 : Hemoglobin

X_4 : Sgot

X_5 : Sgpt

X_6 : Üre

X_7 : Kreatin

X_8 : Ürikasit

olup, değişkenler vektörü $\underline{X}' = [X_1 \ X_2 \ X_8]$ olacaktır. Bu değişkenlere ait tasarım istatistikleri (ortalama, standart sapma ve gözlem değerleri Tablo 6.2’de verildi.

Tablo: 6.2. Faktör analizinin uygulandığı değişkenlere ait tasarım istatistikleri

Değişken X_j	Ortalama $\overline{X_j}$	S.Sapma S_j	Gözlem Sayısı n
X_1	31,9063	4,4905	80
X_2	3.6800	0,5913	80
X_3	10,7063	1,4931	80
X_4	14,0625	7,3971	80
X_5	15,450	10,1207	80
X_6	157,8625	41,1646	80
X_7	10,4913	3,2550	80
X_8	6,6837	1,3219	80

Söz konusu değişkenler için korelasyon matrisi ve bu matrisin özdeğerleri ile özvektörler matrisi aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0,928 & 0,826 & -0,078 & -0,145 & 0,204 & 0,260 & 0,098 \\ 0,928 & 1 & 0,821 & -0,041 & -0,125 & 0,265 & 0,191 & 0,126 \\ 0,876 & 0,821 & 1 & -0,01 & 0,038 & 0,178 & 0,201 & 0,100 \\ -0,078 & -0,041 & -0,010 & 1 & 0,784 & 0,109 & -0,136 & -0,117 \\ -0,145 & -0,125 & -0,038 & 0,784 & 1 & 0,07 & -0,031 & -0,072 \\ 0,204 & 0,265 & 0,178 & 0,109 & 0,070 & 1 & 0,610 & 0,399 \\ 0,260 & 0,191 & 0,208 & -0,136 & -0,31 & 0,610 & 1 & 0,425 \\ 0,098 & 0,126 & 0,100 & -0,117 & -0,072 & 0,399 & 0,425 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda = K\ddot{o}\ddot{s}[3,067; 1,799; 1,685; 0,628; 0,414; 0,194; 0,163; 0,163; 0,005105]$$

$$P = \begin{bmatrix} 0,5229 & -0,006 & -0,2643 & 0,0035 & 0,0748 & -0,184 & 0,1721 & 0,7664 \\ 0,5129 & -0,031 & -0,2531 & -0,0446 & -0,1918 & -0,1882 & 0,5123 & -0,5788 \\ 0,4898 & -0,069 & -0,2834 & -0,0798 & 0,1547 & 0,4188 & -0,6553 & -0,1994 \\ -0,091 & -0,685 & -0,1273 & -0,066 & -0,1675 & -0,5957 & -0,3423 & -0,036 \\ -0,113 & -0,681 & -0,0555 & -0,0808 & 0,3202 & 0,49904 & 0,3993 & 0,052 \\ 0,276 & -0,236 & 0,4851 & 0,3669 & -0,6389 & 0,2762 & -0,0313 & 0,111 \\ 0,291 & -0,068 & 0,5216 & 0,3854 & 0,6283 & -0,2715 & -0,0294 & -0,1415 \\ 0,202 & -0,007 & 0,5089 & -0,8351 & -0,0125 & -0,0355 & -0,0027 & 0,034621 \end{bmatrix}$$

Bu örneklemin uygunluğu Kaiser-Mayer-Olkin (KMO) örneklem uygunluğu testi ile ve örnekleme FA'nin uygulanmasının gerekli olup olmadığı Bartlett'in küresellik testi ile incelendi. KMO örneklem uygunluk testi için kriter;

$$MSA = \frac{\sum_{j \neq k} \sum r_{jk}^2}{\sum_{j \neq k} \sum r_{jk}^2 + \sum_{j \neq k} \sum q_{jk}^2}$$

olup, burada $j, k = 1, 2, \dots, 8$ r_{jk} , lar R matrisinin elemanlarıdır. Ayrıca $K = K\ddot{o}\ddot{s}[R^{-1}]^{\frac{1}{2}}$ ve $Q = KR^{-1}K$ olmak üzere $q_{jk} \in Q$ dur.

Bartlett küresellik testi için test istatistiği;

$$\chi^2 = -\left[(n-1) - \frac{1}{6}(2p+5)\right] \ln|R| \propto \chi^2_{p(p-1)}$$

dir. Elde edilen sonuçlar Tablo 6.3’de verilmiştir. $|R| = 0.003904$ olarak bulunmuştur.

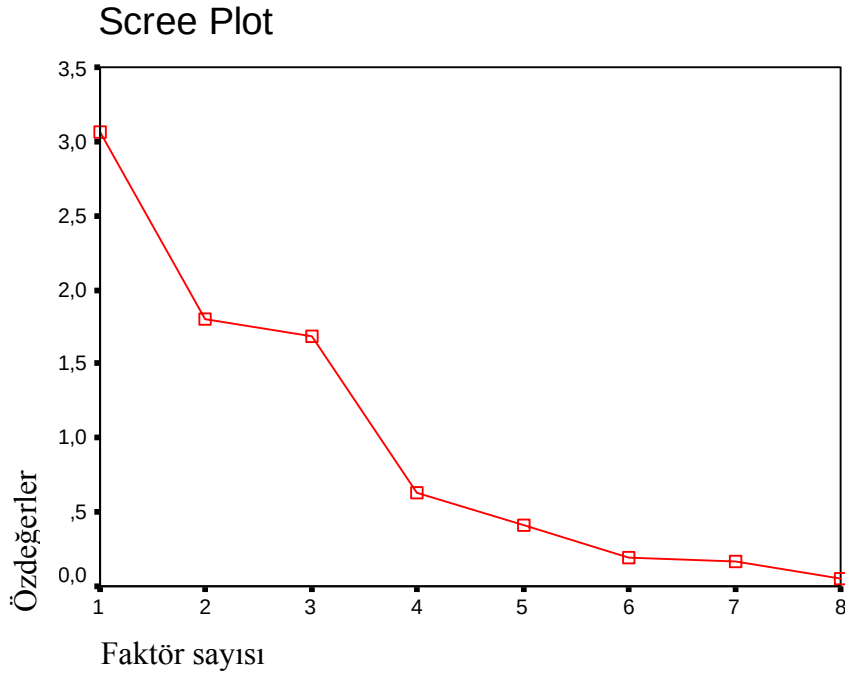
Tablo 6.3. Örneklem Uygunluğu ve Küresellik Testi

KMO Örneklem Uygunluğu Testi	0,605
Bartlett’in Küresellik Testi Serbestlik derecesi	418,705 28

Tablo 6.3’e göre; MSA=0,605 olduğundan faktör analizi uygulanması için örneklemin uygun olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca $\chi^2_{28} = 418,705$ olup $\alpha = 0,05$ önem seviyesinde anlamlı bulunmuştur. Bu sebeple söz konusu verilere faktör analizinin uygulanması gereklidir.

Faktör sayısı belirlemede araştırmacıya en uygun çözümü veren Scree Plot grafik yöntemi olup bu grafik Şekil 6.1’de verilmiştir. Diğer tercih edilen bir faktör sayısı bulma yöntemi ise, birden büyük özdeğer sayısıdır.

$\Lambda = K\ddot{o}\ddot{s}[3,067; 1,799; 1,685; 0,628; 0,414; 0,194; 0,163; 0,163; 0,005105]$ 1’ den büyük özdeğer sayısı üç tane olduğundan dolayı uygun faktör sayısı $m = 3$ olarak bulunur. Şekil 6.1’ de bu kararı desteklemektedir.



Şekil 6.1. Faktör sayısının scree plot yöntemi ile bulunması

Çalışmamızın bundan sonraki kısmında birbiriyle ilişkili olan ve faktör analizi uygulanması gereken yeniden belirlenmiş 8 değişkene göre, sırası ile TBFA, EOFA, TEFA, AFA, ve İFA uygulanarak faktörleşme yapısı karşılaştırılmalı olarak verildi. Böylece faktörleşmenin hangi yöntem ya da yöntemlerde daha iyi olduğu belirlenmeye çalışıldı.

Daha sonra faktör döndürme yöntemleri ile faktörleşme yapısında herhangi bir değişme olup olmadığı belirlenerek faktör döndürmenin gerekliliği ya da gereksizliği tartışıldı.

6.1. TBFA Sonuçları ve Değerlendirme

Temel bileşenler varyansların büyüklüklerine göre sıralanır. İlk temel bileşen en büyük varyansa sahip olup diğerleri varyansların büyüklüklerine göre sıralanır. İnceleme konusu veriye TBFA uygulandığında faktör yükleri matrisi

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0,918} & 0,0818 & -0,343 \\ \mathbf{0,898} & 0,0426 & -0,329 \\ \mathbf{0,858} & 0,09246 & -0,368 \\ -0,160 & \mathbf{0,919} & -0,165 \\ -0,199 & \mathbf{0,913} & -0,07204 \\ 0,511 & 0,09202 & \mathbf{0,677} \\ 0,354 & 0,009275 & \mathbf{0,661} \\ 0,483 & 0,318 & \mathbf{0,630} \end{bmatrix}$$

olarak bulunur. Bu matrisiye göre TBFA modeli, $j = 1, 2, \dots, 8$ için Z_j değişkeni X_j değişkeninin standartlaştırılmış değişkeni olmak üzere;

$$\begin{aligned} Z_1 &= 0,918F_1 + 0,0818F_2 - 0,343F_3 \\ Z_2 &= 0,898F_1 + 0,0426F_2 - 0,0329F_3 \\ Z_3 &= 0,858F_1 + 0,09246F_2 - 0,368F_3 \\ Z_4 &= -0,160F_1 + 0,919F_2 - 0,165F_3 \\ Z_5 &= -0,199F_1 + 0,913F_2 - 0,07204F_3 \\ Z_6 &= 0,511F_1 + 0,09202F_2 + 0,677F_3 \\ Z_7 &= 0,354F_1 + 0,009275F_2 + 0,661F_3 \\ Z_8 &= 0,483F_1 + 0,318F_2 + 0,630F_3 \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir.

Faktör yükleri matrisine göre (Z_1, Z_2, Z_3) değişkenleri birinci ortak faktörü, (Z_4, Z_5) değişkenleri ikinci ortak faktörü ve (Z_6, Z_7, Z_8) değişkenleri de üçüncü ortak faktörü oluşturmaktadır. Bu faktörleşme yapısına göre, ilk üç değişken kan değerleri ile ilgili olduğundan birinci ortak faktör kan değeri faktörü, Z_4 ile Z_5 değişkenleri karaciğer fonksiyonları ile ilgili olduğundan ikinci ortak faktör karaciğer fonksiyonu faktörü ve son üç değişken böbrek fonksiyonları ile ilgili olduğundan üçüncü ortak faktör böbrek fonksiyonu faktörü olarak tanımlanır.

TBFA başlangıçta komünaliteyi 1 olarak alır. TBFA uygulandıktan sonra faktör yükleri kareleri toplamı komünalite değerini verir. Tablo 6.4’de komünalite değerleri verilmiştir.

Tablo 6.4. TBFA' ya göre komünalite ve özel varyansa ait değerler

Değişken Z_j	TBA Öncesi h_j^2	TBA Sonrası h_j^2	$\psi_j = 1 - h_j^2$
Z_1	1	0,956	0,044
Z_2	1	0,917	0,083
Z_3	1	0,880	0,12
Z_4	1	0,989	0,011
Z_5	1	0,879	0,121
Z_6	1	0,731	0,269
Z_7	1	0,728	0,272
Z_8	1	0,562	0,438

TBFA yöntemi ile elde edilen bu sonuçlara, faktör döndürmenin etkisini belirlemek için, dik döndürme yöntemlerinden Varimax döndürme yöntemi ve eğik döndürme yöntemlerinden Direkt oblimin uygulandı. Döndürme sonrası sonuçlar ile döndürmeden önceki TBFA sonuçlarının birbiri ile örtüştüğü görüldü. Bu sebeple, elde edilen üç faktörün toplam varyansı açıklama oranları, döndürmeden önce ve döndürme yöntemlerine göre Tablo 6.5'de sunuldu.

Tablo 6.5. TBFA ve döndürme yöntemlerine göre birlikte açıklama oranı

Faktörler	TBFA (%)	TBFA birikimli (%)	Varimax birikimli (%)	Direkt oblimin birikimli (%)
1	38,332	38,332	34,183	35,95
2	22,485	60,817	59,097	58,88
3	21, 61	81,878	81,878	82,33

Tablo 6.5'e göre, kronik böbrek yetmezliği tanısı ile hemodiyalize giren hastaların ilgili 8 değişken bakımından toplam varyansın, TBFA çözümüne göre %38,332 si, varimax yöntemine göre %34,183 ile direkt oblimin ile %35,95'i kan değeri faktörü ile açıklanmaktadır. Ayrıca üç faktör birlikte gerek döndürmeden önce gerekse varimax yöntemine göre döndürmeden sonra toplam varyansın %81,878' ini

açıklarken, Direkt oblimin yöntemi ile %82,33'ünü açıklamaktadır. Bu ise TBFA yöntemi üzerine döndürme yöntemlerinin bir avantajı olmadığını göstermektedir.

Varimax döndürme yöntemine göre elde edilen faktör yükleri matrisi ve dönüşüm matrisi aşağıdaki gibidir.

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0,968} & 0,114 & -0,07869 \\ \mathbf{0,948} & 0,125 & -0,0442 \\ \mathbf{0,934} & 0,08102 & 0,01535 \\ 0,140 & \mathbf{0,839} & -0,06645 \\ 0,153 & \mathbf{0,825} & 0,165 \\ 0,0038 & \mathbf{0,739} & -0,123 \\ -0,001966 & -0,0549 & \mathbf{0,946} \\ -0,0798 & 0,00825 & \mathbf{0,934} \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0,881 & 0,451 & -0,141 \\ 0,068 & 0,176 & 0,982 \\ -0,468 & 0,875 & -0,125 \end{bmatrix}$$

Direkt oblimin yöntemine göre faktör yükleri matrisi;

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0,972} & -0,0535 & 0,008295 \\ \mathbf{0,951} & -0,0192 & 0,02204 \\ \mathbf{0,943} & 0,03626 & -0,02 \\ 0,02701 & \mathbf{0,946} & -0,0402 \\ -0,0596 & \mathbf{0,934} & 0,00325 \\ 0,06988 & 0,185 & \mathbf{0,826} \\ 0,04936 & -0,0465 & \mathbf{0,838} \\ -0,0798 & -0,109 & \mathbf{0,750} \end{bmatrix}$$

olarak verilir.

Faktörler arası korelasyon matrisi bize her bir faktörün aralarında ilişki olmadığını göstermektedir. Çünkü sözkonusu matris

$$Kor(\underline{F}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

şeklinde elde edilir.

TBFA yönteminde faktör skorlarını bulmak için; R matrisinin özdeğerleri ve bu özdeğerlere karşılık gelen özvektörleri belirledikten sonra $\underline{f}_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \times \underline{e}'_k \quad k = 1, 2, 3$ dönüşümü ile faktör skorları katsayı matrisi bulunur.

$$F = \begin{bmatrix} 0,229 & 0,293 & 0,280 & -0,052 & -0,065 & 0,158 & 0,167 & 0,115 \\ 0,05 & 0,024 & 0,051 & 0,511 & 0,508 & 0,117 & 0,051 & 0,005 \\ -0,204 & -0,195 & -0,218 & -0,098 & -0,043 & 0,374 & 0,402 & 0,392 \end{bmatrix}$$

Böylece eşitlik (2.42), $F = (\hat{A}'_Z \hat{A}_Z)^{-1} \hat{A}'_Z$ için uygulamak suretiyle $i = 1, 2, \dots, 80$ için her bir hastaya ait faktör skorları bulunarak EK. B'de verilmiştir.

6.2.EOFA Uygulaması

Uygulama verisine EOFA uygulanırken $\underline{X} \sim N_s(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$ dağılımlı olduğu ve böylece $\underline{Z} \sim N_s(0, R)$ dağılımlı olduğu varsayıldı. Uygulama sonucunda EOFA için faktör yükleri matrisi,

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0,993} & -0,105 & -0,004431 \\ \mathbf{0,928} & -0,06641 & 0,0191 \\ \mathbf{0,879} & -0,03481 & -0,01489 \\ -0,02706 & \mathbf{0,959} & -0,0000856 \\ -0,230 & \mathbf{0,787} & 0,06136 \\ 0,221 & 0,103 & \mathbf{0,766} \\ 0,248 & -0,142 & \mathbf{0,744} \\ 0,008946 & -0,120 & \mathbf{0,516} \end{bmatrix}$$

olarak bulundu. Bu matristen yararlanarak EOFA yöntemini için faktör analiz modeli;

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= 0,993F_1 - 0,105F_2 - 0,004431F_3 \\
 Z_2 &= 0,928F_1 - 0,06641F_2 + 0,0191F_3 \\
 Z_3 &= 0,879F_1 - 0,03481F_2 - 0,01489F_3 \\
 Z_4 &= -0,02706F_1 + 0,959F_2 - 0,0000856F_3 \\
 Z_5 &= -0,230F_1 + 0,787F_2 + 0,06136F_3 \\
 Z_6 &= 0,221F_1 + 0,103F_2 + 0,766F_3 \\
 Z_7 &= 0,248F_2 - 0,142F_2 + 0,744F_3 \\
 Z_8 &= 0,008946F_1 - 0,120F_2 + 0,516F_3
 \end{aligned}$$

biçiminde verilir. Faktör yükleri matrisi incelendiğinde faktörleşme yapısının TBFA yönteminden elde edilen yapı ile aynı olduğu görülmektedir. Yani,

- 1.faktör: Z_1, Z_2, Z_3 kan değeri faktörü ile belirlendi.
- 2.faktör: Z_4 ve Z_5 ile belirlenen karaciğer fonksiyon faktörü
- 3.faktör: Z_6, Z_7 ve Z_8 ile belirlenen böbrek fonksiyonu faktörü

dür.

EOFA göre ortak faktörler tarafından açıklanan varyanslar Tablo 6.6 da verilmiştir.

Tablo 6.6. EOFA'ne ait komünalite değerleri

Değişken Z_j	EOFA öncesi h_j^2	EOFA sonrası h_j^2
Z_1	0,917	0,976
Z_2	0,883	0,886
Z_3	0,778	0,774
Z_4	0,658	0,999
Z_5	0,647	0,627
Z_6	0,537	0,646
Z_7	0,509	0,635
Z_8	0,236	0,289

Faktör döndürmenin EOFA sonuçları üzerindeki etkisini görebilmek için burada da Varimax ve Direkt oblimin yöntemleri uygulandığında Tablo 6.7'deki sonuçlar gözlenmiştir.

Tablo:6.7. EOFA'ne göre varyans açıklama oranı

Faktör	EOFA (%)	EOFA birikimli(%)	Varimax birikimli (%)	Direkt Oblimin birikimli (%)
1	34,278	34,278	32,90	34,458
2	20,987	55,265	53,667	55,587
3	17,629	72,894	72,894	76,81

Tablo 6.7'ya göre kronik böbrek yetmezliği olan hastaların hemodiyalize girmesine karar verilmesi noktasında 8 değişkene ait toplam varyansın; EOFA çözümüne göre %34,278'i, Varimax yöntemine göre %32,90 nı ve direkt oblimin yöntemine göre %34,458 kan değerleri faktörü ile açıklanmaktadır. Üç faktör birlikte toplam varyansın; EOFA'inde döndürmeden önce %72,894'ü, dik döndürme yönteminden Varimax yöntemi ile %72,984'nü açıklarken eğik döndürme yöntemi %76,81 ile daha iyi açıklamaktadır. Bu durumda Direkt oblimin metoduna göre faktörleşme yapısı tercih edilmelidir. Uygulanan döndürme yöntemlerine göre dönüşüm matrisi ve yapı matrisi sırası ile:

Varimax yöntemi için,

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0,987} & -0,0764 & 0,125 \\ \mathbf{0,920} & -0,03861 & 0,138 \\ \mathbf{0,874} & -0,01002 & 0,09611 \\ 0,006477 & \mathbf{0,997} & -0,0628 \\ -0,08552 & \mathbf{0,787} & 0,0009746 \\ 0,121 & 0,158 & \mathbf{0,779} \\ 0,158 & -0,08792 & \mathbf{0,776} \\ 0,02662 & -0,0845 & \mathbf{0,530} \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} -0,020 & 0,098 & -0,066 \\ 0,992 & 0,028 & 0,124 \\ -0,125 & 0,063 & 0,99 \end{bmatrix}$$

olarak verilebilir.

Direkt oblimin yöntemine göre faktör matrisi;

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0,997} & -0,188 & 0,247 \\ \mathbf{0,930} & -0,0780 & 0,251 \\ \mathbf{0,879} & -0,0466 & 0,203 \\ -0,0395 & \mathbf{0,998} & -0,08702 \\ -0,1140 & \mathbf{0,789} & -0,0295 \\ 0,255 & -0,113 & \mathbf{0,792} \\ 0,211 & 0,134 & \mathbf{0,784} \\ -0,09539 & 0,09838 & \mathbf{0,531} \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

Faktör skorları katsayı matrisi,

$$F = \begin{bmatrix} 0,015 & 0,104 & -0,001 & 0,962 & 0,027 & 0,002 & 0,003 & 0,00 \\ 0,00 & 0,995 & 0,02 & -0,026 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ -0,014 & -0,019 & 0,036 & -0,245 & 0,031 & 0,4747 & 0,446 & 0,159 \end{bmatrix}$$

olarak verilir. $i = 1,2,...,80$ hastaya ait faktör skorları EK.C de verilmiştir.

Döndürülmüş faktör korelasyon matrisi yine bize her bir faktör arasındaki ilişkinin önemsenmeyecek kadar az olduğunu gösterir.

$$Kor(\underline{F}) = \begin{bmatrix} 1 & -0,0796 & -0,0544 \\ -0,0796 & 1 & 0,246 \\ 0,246 & -0,0544 & 1 \end{bmatrix}$$

6.3. TEFA Uygulaması

TEFA’de ilk faktör eksen faktör yüklerinin karelerini maksimum yapacak şekilde çözülür. Buna göre faktör yükleri matrisi;

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0,959} & 0,05278 & -0,270 \\ \mathbf{0,901} & 0,00817 & -0,232 \\ \mathbf{0,834} & 0,125 & -0,250 \\ -0,158 & \mathbf{0,961} & -0,0655 \\ -0,183 & \mathbf{0,786} & 0,0263 \\ 0,430 & 0,000563 & \mathbf{0,675} \\ 0,402 & 0,199 & \mathbf{0,647} \\ 0,255 & -0,04724 & \mathbf{0,470} \end{bmatrix}$$

olarak verilir. A matrisine göre kan değerleri faktörü birinci faktörde, karaciğer fonksiyonları ikinci faktörde, böbrek fonksiyonları üçüncü faktörde tanımlanır.

A matrisi elde edildikten sonra TEFA göre faktör analizi modeli;

$$\begin{aligned} Z_1 &= 0,959F_1 + 0,05278F_2 - 0,270F_3 \\ Z_2 &= 0,901F_1 + 0,00817F_2 - 0,232F_3 \\ Z_3 &= 0,834F_1 + 0,125F_2 - 0,250F_3 \\ Z_4 &= -0,158F_1 + 0,961F_2 - 0,0655F_3 \\ Z_5 &= -0,183F_1 + 0,786F_2 + 0,0263F_3 \\ Z_6 &= 0,430F_1 + 0,000563F_2 + 0,675F_3 \\ Z_7 &= 0,402F_1 + 0,199F_2 + 0,647F_3 \\ Z_8 &= 0,255F_1 - 0,04724F_2 + 0,470F_3 \end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir.

TEFA modelinde, TB analizindeki korelasyon matrisinde “bir” lerin yerine komünalitelerin yazılması ile çözüme başlanır. TEFA’ne göre ortak faktörler tarafından açıklanan komünalite değerleri Tablo 6.8’de verilmiştir.

Tablo 6.8. TEFA ait komünalite değerleri

Değişken Z_j	TEFA öncesi h_j^2	TEFA sonrası h_j^2
Z_1	0,917	0,995
Z_2	0,883	0,872
Z_3	0,778	0,774
Z_4	0,658	0,953
Z_5	0,647	0,652
Z_6	0,509	0,620
Z_7	0,537	0,640
Z_8	0,236	0,288

TEFA’ de özdeğer $\lambda_1 = \sum_{j=1}^p a_{j1}^2$ ile hesaplanır. Döndürülme yöntemi

uygulanmadan önce ve döndürme yöntemi uygulandıktan sonraki varyans açıklama oranları Tablo 6.9’da verilmiştir.

Tablo 6.9. TEFA göre varyans açıklama oranı

Özdeğer	Faktör	TEFA (%)	TEFA birikimli (%)	Varimax birikimli (%)	Direkt oblimin birikimli (%)
2,898	1	36,225	36,225	32,845	34,587
1,608	2	20,103	56,328	53,269	54,954
1,290	3	16,121	72,449	72,449	76,241

Tablo 6.9’a göre TEFA uygulandığında üç faktör birlikte toplam varyansın %72,449 ‘nu açıklamaktadır. TEFA içinde Varimax ve Direkt oblimin döndürme yöntemleri uygulandığında üç faktörle birlikte toplam varyansı açıklama oranları sırasıyla %72,449 ve %76,241 olarak bulunmuştur. Toplam varyansın açıklama oranı en iyi Direkt oblimin yöntemi verdiğinden dolayı faktörleşme yapısında tercih edilebilir. Uygulanan döndürme yöntemlerine göre dönüşüm matrisi ve faktör yükleri matrisi aşağıda verilmiştir.

Varimax yöntemi için;

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0,986} & -0,08088 & 0,128 \\ \mathbf{0,922} & -0,04467 & 0,143 \\ \mathbf{0,874} & 0,007728 & 0,102 \\ 0,003461 & \mathbf{0,974} & -0,06141 \\ -0,07774 & \mathbf{0,804} & 0,002258 \\ 0,126 & -0,0655 & \mathbf{0,788} \\ 0,136 & 0,135 & \mathbf{0,764} \\ 0,0410 & -0,08651 & \mathbf{0,528} \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0,910 & -0,414 & 0,389 \\ 0,127 & 0,990 & 0,063 \\ -0,394 & -0,008 & 0,919 \end{bmatrix}$$

Direkt oblimin yöntemi için;

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0,996} & -0,118 & 0,256 \\ \mathbf{0,934} & -0,007987 & 0,262 \\ \mathbf{0,879} & -0,02487 & 0,214 \\ -0,03726 & \mathbf{0,975} & -0,08626 \\ -0,104 & \mathbf{0,806} & -0,02909 \\ 0,229 & -0,0892 & \mathbf{0,799} \\ 0,230 & 0,111 & \mathbf{0,771} \\ 0,112 & -0,101 & \mathbf{0,531} \end{bmatrix}$$

olarak bulunur.

TEFA'ne göre faktör skorları katsayı matrisi;

$$F = \begin{bmatrix} 0,894 & 0,013 & -0,006 & -0,123 & 0,037 & 0,174 & 0,047 & 0,065 \\ -0,017 & 0,05 & 0,089 & 0,913 & 0,080 & 0,005 & 0,097 & 0,009 \\ -0,578 & 0,085 & 0,001 & -0,069 & 0,006 & 0,385 & 0,505 & 0,140 \end{bmatrix}$$

TEFA'ne göre elde edilen faktör analizi modelinde faktörler arasındaki korelasyon matrisi

$$Kor(\underline{F}) = \begin{bmatrix} 1 & 0,258 & -0,0721 \\ 0,258 & 1 & -0,0551 \\ -0,07218 & -0,0516 & 1 \end{bmatrix}$$

bize faktörler arasındaki ilişkinin olmadığını gösterir.

6.4. AFA Uygulaması

AFA'ne göre faktör yükleri matrisi;

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0,803} & -0,574 & 0,156 \\ \mathbf{0,767} & -0,505 & 0,171 \\ \mathbf{0,696} & -0,490 & 0,217 \\ \mathbf{0,634} & 0,479 & -0,06810 \\ \mathbf{0,601} & 0,495 & 0,117 \\ 0,403 & 0,340 & -0,101 \\ -0,182 & 0,157 & \mathbf{0,972} \\ -0,167 & 0,212 & \mathbf{0,742} \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir.

AFA'de A matrisine göre tüm değişkenler ortak faktör tarafından açıklanamadığından dolayı faktör yükleri üzerinde döndürme yapılmıştır. Döndürme yöntemlerinden en iyi cevap veren dik döndürme yöntemlerinden Varimax ve eğik döndürme yöntemlerinden Direkt oblimin yöntemi uygulanmıştır.

AFA' ne göre komünalite değerleri Tablo 6.10'da verilmiştir.

Tablo 6.10. AFA ait komünalite değerleri

Değişken Z_j	AFA öncesi h_j^2	AFA sonrası h_j^2
Z_1	0,917	0,998
Z_2	0,883	0,874
Z_3	0,778	0,772
Z_4	0,658	1,000
Z_5	0,647	0,623
Z_6	0,509	0,619
Z_7	0,537	0,636
Z_8	0,236	0,289

AFA yöntemine göre döndürme öncesi ve döndürme sonrası üç faktörün birlikte varyans açıklama oranı Tablo 6.11’de verilmiştir.

Tablo 6.11. AFA’ ne göre varyans açıklama oranı

Faktör	AFA(%)	AFA öncesi birikimli (%)	Özdeğer	AFA sonrası birikimli (%)	Varimax birikimli (%)	Direkt oblimin (%)
1	38,332	38,332	2,705	33,808	33,808	34,60
2	22,485	60,817	1,485	52,365	52,365	55,875
3	21,061	81,878	1,624	72,666	72,666	76,735

Tablo 6.11’e göre döndürme yöntemleri uygulamadan önce ve döndürme yöntemleri uygulandıktan sonra toplam varyansın açıklama oranları sırasıyla %75,666- %72,666 ve %76,735 dir. Döndürme uygulandıktan sonraki faktör yükleri matrisi aşağıda verilmiştir.

Varimax yöntemine göre faktör yükleri ve dönüşüm matrisi;

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0,988} & -0,08159 & 0,122 \\ \mathbf{0,922} & -0,04787 & 0,146 \\ \mathbf{0,872} & 0,01030 & 0,106 \\ 0,003967 & \mathbf{0,999} & -0,06079 \\ -0,0768 & \mathbf{0,786} & 0,001319 \\ 0,125 & -0,0591 & \mathbf{0,786} \\ 0,136 & 0,128 & \mathbf{0,765} \\ 0,04198 & -0,08658 & 0,529 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0,717 & -0,144 & 0,683 \\ -0,653 & 0,204 & 0,729 \\ 0,244 & 0,968 & -0,053 \end{bmatrix}$$

olarak hesaplanır.

Direkt oblmin yöntemine göre;

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0,996} & 0,251 & -0,119 \\ \mathbf{0,934} & 0,266 & -0,0838 \\ \mathbf{0,887} & 0,218 & -0,0296 \\ 0,226 & \mathbf{0,796} & -0,0827 \\ 0,230 & \mathbf{0,772} & 0,104 \\ 0,113 & \mathbf{0,532} & -0,101 \\ -0,0381 & -0,0860 & \mathbf{1,00} \\ -0,103 & -0,0292 & \mathbf{0,788} \end{bmatrix}$$

olarak bulunur. AFA’de döndürme sonucu elde edilen faktör yükleri matrisleri incelendiğinde Varimax yönteminin faktörleşme yapısında daha etkili olduğu görülmektedir.

AFA’ ne göre faktör skorları katsayı matrisi aşağıda verilmiştir.

$$F = \begin{bmatrix} 0,593 & 0,080 & 0,004 & -0,162 & 0,050 & 0,297 & 0,216 & 0,109 \\ -0,961 & 0,151 & 0,068 & 0,159 & -0,028 & 0,282 & 0,490 & 0,104 \\ 0,110 & 0,025 & 0,111 & 1,022 & -0,029 & -0,078 & 0,068 & -0,04 \end{bmatrix}$$

Böylece eşitlik (2.30)’da $i=1,2,...,80$ için her bir hastaya ait faktör skorları bulunarak EK.D’ de verilmiştir.

6.5. İFA Uygulaması

İFA’de $j = 1,2,...,8$ için, değişkeninin geriye kalan $p-1$ değişkenle olan çoklu korelasyonu kullanılmaktadır. X_j ve X_k için kısmi imajlar ve kısmi anti imajlar arasındaki kovaryans matrisi;

$$R^* = \begin{bmatrix} 0,917 & 0,851 & 0,803 & -0,0881 & -0,122 & 0,254 & 0,190 & 0,130 \\ 0,851 & 0,883 & 0,818 & -0,04051 & -0,124 & 0,186 & 0,268 & 0,09508 \\ 0,803 & 0,818 & 0,778 & 0,005236 & -0,08319 & 0,175 & 0,225 & 0,07378 \\ -0,0881 & -0,04051 & 0,005236 & 0,658 & 0,511 & 0,008678 & -0,0279 & -0,08027 \\ -0,122 & -0,124 & -0,08319 & 0,511 & 0,647 & 0,117 & -0,11 & -0,06869 \\ 0,254 & 0,186 & 0,175 & 0,008678 & 0,117 & 0,509 & 0,327 & 0,295 \\ 0,190 & 0,268 & 0,225 & -0,0279 & -0,110 & 0,327 & 0,537 & 0,284 \\ 0,130 & 0,09508 & 0,07378 & -0,08027 & -0,06869 & 0,295 & 0,284 & 0,236 \end{bmatrix}$$

İFA'ne göre faktör yükleri matrisi;

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0,945} & -0,00297 & -0,0298 \\ \mathbf{0,925} & 0,02448 & -0,0239 \\ \mathbf{0,866} & 0,0744 & -0,04888 \\ -0,0769 & \mathbf{0,762} & -0,0309 \\ -0,141 & \mathbf{0,748} & 0,02603 \\ 0,263 & -0,0530 & \mathbf{0,606} \\ 0,252 & 0,124 & \mathbf{0,588} \\ 0,134 & -0,07937 & \mathbf{0,438} \end{bmatrix}$$

olarak elde edilen A matrisinden yararlanarak İFA için faktör analizi modeli;

$$Z_1 = 0,945F_1 - 0,00297F_2 - 0,0298F_3$$

$$Z_2 = 0,925F_1 + 0,02448F_2 - 0,0239F_3$$

$$Z_3 = 0,866F_1 + 0,0744F_2 - 0,04888F_3$$

$$Z_4 = -0,0769F_1 + 0,762F_2 - 0,0309F_3$$

$$Z_5 = -0,141F_1 + 0,748F_2 + 0,02603F_3$$

$$Z_6 = 0,263F_1 - 0,0530F_2 + 0,606F_3$$

$$Z_7 = 0,252F_1 + 0,124F_2 + 0,588F_3$$

$$Z_8 = 0,134F_1 - 0,07937F_2 + 0,438F_3$$

olarak ifade edilir.

İFA'göre ortak faktörleri açıklayan komünalite değerleri Tablo 6.12 de verilmiştir.

Tablo 6.12.İFA'ya ait komünalite değerleri

Değişken Z_j	İFA öncesi h_j^2	iFA sonrası h_j^2
Z_1	0,917	0,894
Z_2	0,883	0,857
Z_3	0,778	0,758
Z_4	0,658	0,588
Z_5	0,647	0,580
Z_6	0,509	0,425
Z_7	0,537	0,439
Z_8	0,236	0,216

İFA'ne göre döndürme yöntemi öncesi ve döndürme yöntemi sonrası varyans açıklama oranları tablo 6.13'te verilmiştir.

Tablo 6.13. İFA'ne ait açıklama oranları

Faktör	İFA (%)	İFA öncesi birikimli (%)	Özdeğer	İFA sonrası birikimli(%)	Varimax birikimli (%)	Direkt oblimin (%)
1	38,332	38,332	2,676	33,444	30,992	33,000
2	22,485	60,817	1,171	48,076	45,890	45,15
3	21,061	81,878	0,911	59,461	59,461	61,48

Tablo 6.13'e göre diğer faktör analiz yöntemlerinde olduğu gibi İFA'de uygulamış olduğumuz döndürme yöntemlerinden direkt oblimin yönteminde toplam açıklama oranında artma olduğu görülmektedir.

Döndürme öncesi ve döndürme sonrası faktör matris aşağıda verilmiştir.

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0,929} & -0,08213 & 0,158 \\ \mathbf{0,910} & -0,05297 & 0,160 \\ \mathbf{0,862} & 0,001127 & 0,123 \\ -0,003717 & \mathbf{0,765} & -0,0496 \\ -0,07881 & \mathbf{0,767} & -0,00638 \\ 0,133 & -0,06129 & \mathbf{0,646} \\ 0,141 & 0,116 & \mathbf{0,626} \\ 0,0373 & -0,08046 & \mathbf{0,456} \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0,997 & -0,083 & 0,198 \\ 0,086 & 0,996 & -0,005 \\ -0,197 & 0,022 & 0,980 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0,944} & -0,121 & 0,303 \\ \mathbf{0,925} & -0,09163 & 0,301 \\ \mathbf{0,870} & -0,0347 & 0,256 \\ -0,04059 & \mathbf{0,766} & -0,0754 \\ -0,108 & \mathbf{0,760} & -0,04424 \\ 0,235 & -0,0849 & \mathbf{0,661} \\ 0,233 & 0,0924 & \mathbf{0,636} \\ 0,111 & -0,0950 & \mathbf{0,459} \end{bmatrix}$$

şeklindedir.

Faktör skorları katsayı matrisi;

$$F = \begin{bmatrix} 0,477 & 0,333 & 0,164 & -0,009 & -0,017 & 0,022 & 0,024 & 0,007 \\ -0,007 & 0,041 & 0,065 & 0,431 & 0,411 & 0,049 & -0,022 & -0,020 \\ -0,103 & -0,059 & -0,063 & -0,026 & 0,021 & 0,343 & 0,375 & 0,164 \end{bmatrix}$$

olarak verilir.

Diğer faktör analizi uygulamalarında olduğu gibi İFA yönteminde de her bir faktör arasındaki ilişkinin olmadığını

$$Kor(\underline{F}) = \begin{bmatrix} 0,918 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,650 & -0,000 \\ 0,000 & -0,000 & 0,510 \end{bmatrix}$$

şeklinde gösterebiliriz.

7. SONUÇ VE TARTIŞMA

Kronik böbrek yetmezliği tanısı konan hastalarda, yaşamlarını hemodiyalize bağlı olarak sürdürmek zorunda olan 80 hastaya ait 16 değişkenden oluşan veri setimizde hesapladığımız pearson korelasyon matrisi ile değişken sayısını 8'e indirdik. Böylece gerek işlemsel kolaylığı, gerekse zaman tasarrufunu sağlamış olduk.

Bu sonuçların faktör analizinin beş yöntemine göre karşılaştırdık. Bu yöntemlere göre ortak varyansları belirleyen komünalite değerleri TBFA'de başlangıçta 1,00 olarak almaktadır. EOFA, TEFA, ve AFA yöntemleri komünalite değerlerini hesaplarken R^2 'yi kullanır. İFA ise artık çoklu korelasyonu dikkate alır.

Başlangıçta bütün yöntemlerde kullanılan özdeğerler aynı olduğundan yüzde birikimli açıklama oranları özdeştir. Buna göre aynı faktör sayısı bütün faktör yöntemlerinde değişmez.

Faktör analizi yöntemleri uygulandıktan sonra yüzde birikimli oranları değişmiştir. Çünkü faktör yükleri kareleri toplamaları bize komünalite değerlerini verir. İkinci bölümde açıkladığımız beş yönteme göre açıklama oranlarını karşılaştırmak için gerekli değerler Tablo 7.1'de verilmiştir.

Tablo 7.1 Beş yönteme göre % açıklama Oranı

TBFA	EOFA	TEFA	AFA	İFA
38,332	34,278	36,225	33,808	33,444
60,817	55,265	56,328	52,365	48,076
81,878	72,894	72,449	72,666	59,461

Tablo 7.1' e göre üç faktör birlikte açıklama oranı en yüksek olan TBFA olduğundan istatistiki yorum açısından araştırmacı tarafından tercih edilebilir. Ancak EOFA'inde değişkenler çok değişkenli normal dağılım gösterdiği varsayıldığından ve geniş örneklerde daha iyi istatistiksel yorum yapılabilirdiğinden dolayı EOFA'ninde diğer uygulama yöntemlerine göre avantajlı olduğu söylenebilir.

Faktör analiz yöntemleri üzerinde faktör döndürme uygulandığında TBFA dışında diğer yöntemlerde daha iyi faktörleşme yapısının elde edildiği gözlenmiştir. İlgili değerler Tablo 7.2' de verilmiştir.

Tablo 7.2. Faktör Döndürme Yöntemlerine % Birikimli Açıklama Oranları

FAKTÖR YÖNTEMLERİ	VARİMAX	DİREKT OBLİMİN
TBFA	81,878	82,33
EOFA	75,894	76,81
TEFA	72,449	76,241
AFA	72,666	76,235
İFA	59,461	61,48

Tablo 7.2’te göre dik döndürme yöntemlerinden varimax yönteminin faktör yöntemlerinde döndürmeden önceki değerlerle özdeş olduğundan dolayı varimax yöntemi uygulamasının yapılmasının gerekli olmadığı görülmektedir. Fakat varimax yöntemi özellikle AFA’ de iyi bir faktörleşmeye cevap verdiğiinden dolayı tercih edilebilir.

Tezde kullanılan veriler yerine benzer şekilde ameliyat sonrası hastalarda gelişen hastane enfeksiyonları önlenmesinde önemli kriterleri belirlemek amacı ile de faktör analizi uygulanabilir. Yine farklı alanlarda da verilerin seçilmesi mümkündür. Sonuç olarak istatistiksel analiz yöntemlerinden faktör analizi tercih edilmesi önerilir.

ÖZGEÇMİŞ

1975 yılında Kahramanmaraş'ın ilçesi Afşin'de doğdum. İlk öğrenimi Kemal Özalper İlkokulu'nda, Orta öğrenimi İnönü Orta okulunda, Lise öğrenimi Malatya lisesinde tamamladım. 1996 yılında İnönü Üniversitesi Hemşirelik Bölümü'nü tamamladım.

1997 yılında Samsun Ondokuz Mayıs Üniversitesi Hastanesi'nde Hemşire olarak göreve başladım.

1997 yılında Ondokuz Mayıs Üniversitesi İstatistik Bölümünü kazandım.

2001 yılında Lisans diploması aldım. 2003 yılında Ondokuz Mayıs Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalında Yüksek Lisans Eğitimi'ne başladım.

Halen Ondokuz Mayıs Üniversitesi Hastanesinde Hemşire olarak çalışmaktayım.

KAYNAKLAR

1. **Anderson T.W and Rubin 1956.** Statistikal inference in factor analysis
Proc. of the Third Berkeley Symp. on Math. Statistich and Probabiliyy
2. **Akgül A. 2003.** Tıbbi Araştırmalarda İstatistiksel Analiz Teknikleri, Ankara
2. Baskı Emek Ofset. 440-452
3. **Asher JJ. Price BS. 1976.** The learning strategy of the total phsical
response some age differecesc child Dev.1219-27
4. **Bartlett, M.S. 1938.** “Further A spect of The Theory of Multiple
Regression” Proceddigs of the Cambridge, philosophical Society, 33-40
5. **Carroll, John B. 1957.** Biquartimin criterion for rotation to oblique simple
sctructure in factor analysis. Science, 126 (Nov. 29) 1114-15
6. **Carroll, Jonh B. 1960.** IBM 704 program for generalized analytic rotation
solution in factor analysis. Unpublished manuscript, Harvard Univesity, Pp.9
7. **Cattell, Raymond B. 1965.** An. intraduction to Essentials. Biometrics, 21.
190-215, 405-435
8. **Cronbach, L.J Rajaratnam, N., and Gliser G.C 1963.** Theory of
generalizability: a liberalization of reliability. Brit. J. statist. Psychol., 137-
163
9. **Emirosman B. 1996.** Faktör Analizi Yöntemleri ve Karşılaştırması. Gazi
Üniversitesi Yayınlanmamış Yüksek lisans Tezi
10. **Guttman, Louis 1953.** Image theory for the structure of quantitative
variates. Psych., 18 277-99
11. **Guttman, L. 1960.** The matrices of linear least squares image analysis. BJ.
Stat. Psych., 13, 109-18
12. **Harman, H. H. 1967.** Modern Factor Analysis. Second Editation The
University of Chicago Pres
13. **Harman, H.H. 1970.** Modern Factor Analysis.Third impression. Printed in
the United States of The America
14. **Jennrich, R. I. and P.F. Sampson 1966.** Rotation for simple loadig.
Psych., 31, 313-23

- 15. Johson, R. A. and Wichern, D.W. 1982.** Applied Multivariate Statistical Analysis. Prentice-Hall, Inc.
- 16. Kaiser, Henry F. 1958.** The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. Psych., 23, 187-200
- 17. Kaiser H.F and Carrey J. 1965.** "Alpha Factor Analysis." Psikometrika vol.30 no.1
- 18. Kim, J. and Mueller , C.W. 1978.** Introduction to Factor Analysis: What it is and How to do it, Sage University Press 14
- 19. Lawley, D.N. and Maxwell A.E., 1971.** Factor Analysis as a Statistical Method
- 20. Neuhaus, Jack O., and Charles Wrigley. 1954** The quartimax method: An analytical approach to orthogonal simple structure. B.J stat. Psych., 7, 81-9
- 21. Özdamar K. 2000.** Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi 4. Baskı, Eskişehir
- 22. Oksay ve arkadaşları 2000.** Türk Psikiyatri Dergisi
- 23. Polat T. Utaş C. 2001.** Hemodiyaliz Hemşiresi El kitabı
- 24. Rao, C. R. 1955.** Estimation and test significance in factor analysis Psych, 93-111
- 25. Saunders, D.R. 1960.** A computer program to find the best-fitting orthogonal factor for a given hypothesis. Psych., 25, 199-205
- 26. Tathdil, H. 1991** Çok Değişkenli İstatistik Analizi, Ankara
- 27. Thurstone, L.L , 1961.** Multiple Faktör Analysis. The University of Chicago Press
- 28. Wilks, S.S. (1938).** Weighting systems for linear functions of correlated variables when there is no dependent variable. Psych., 3, 23-40 .

EK-A Hemodiyalize giren hastaların hemodiyalize girmeden önceki laboratuvar sonuçları

Üre	Kreatin	Sgot	Sgpt	Albumin	Ürik Asit	Ca	Fosfor	Amilaz	Na
145	9,7	12	15	675	5	8,2	8,8	34	132
154	12,8	17	10	205	6,7	9	3,9	155	131
147	14,7	10	12	211	7,3	10,7	6,2	122	137
117	11,5	5	9	172	5,9	9,5	2,9	59	124
217	13	25	38	187	5,7	7,7	2,3	103	136
135	13,1	6	10	230	7	8,6	5,6	144	138
227	14,5	5	9	512	7,2	10,1	6,7	189	129
171	17,9	12	10	81	8,5	10,3	6,7	61	120
147	8,7	9	13	267	6,4	8	6,7	41	132
97	5,2	8	9	70	5,1	8	4,3	46	135
128	8,5	15	9	79	5,9	9,4	5,9	93	136
95	8	20	42	173	8,1	9,2	4,1	75	134
103	10,1	10	10	643	5,8	7,7	5	140	138
184	10,3	16	15	144	6,6	8,7	3,9	108	132
115	11,2	20	21	215	6,7	12,5	4,4	46	137
179	13,9	6	11	187	8,2	8,5	5,1	217	120
178	16,7	11	24	336	8,3	9,1	8,6	87	135
64	4,2	7	7	259	2,2	10,5	2,1	128	121
132	7,4	12	24	182	6,3	8	8	59	141
185	11,7	19	17	411	6,7	9,7	5,7	222	131
185	11,7	13	21	133	5,6	9,3	5,8	150	131
139	9,1	12	13	231	4,6	9,2	5,9	47	121
185	10,4	14	9	143	5,7	7,8	6,3	187	132
139	7,6	12	11	261	6,8	8	5,2	92	136
182	11,5	9	9	197	8,2	8,1	6,8	138	133
168	12,5	15	8	241	7,5	8,2	6,2	126	135
176	13,5	31	49	220	6,3	7,8	3,2	110	136
170	10,5	5	10	343	6,9	7,8	2,4	151	134
201	13,5	13	9	223	5,4	8,4	7,8	127	130
99	3,4	8	4	213	5,6	8,5	1,5	145	130
114	8	10	10	192	8	9,5	6,3	102	134
209	14,1	12	16	248	8,2	7,7	8,1	56	131
138	6,2	9	7	386	6	8,4	3,6	86	132
158	7,2	37	38	376	6,8	9	8,5	139	134
114	8,6	22	20	277	6,6	8,2	3,7	57	136
191	11,9	14	22	186	6,2	8,8	7,8	47	116
210	15,4	18	10	228	8,2	8,8	4,6	180	128
170	9,6	16	20	353	7,1	8,7	2,8	63	131
182	15	6	4	172	10,1	7,9	8	89	136
135	4,8	11	6	220	7,6	8,9	4,8	106	132
116	11,2	10	10	191	6,3	9	8,2	77	120
78	5,3	18	11	204	2,9	10	3,5	144	129
236	11,5	16	16	179	7,7	7,9	7,6	81	120
287	13,2	15	15	256	7,8	9,4	8,1	72	131
163	11,9	7	9	163	6,7	7,8	4,3	66	134

175	9,1	22	17	307	5,9	8,1	6,6	230	119
128	6,8	10	12	278	5,3	8,2	3,5	63	136
156	11,5	13	15	196	7,4	8,9	4,9	71	114
191	13,4	18	22	264	6,1	8,8	5,1	101	135
147	9,7	9	11	215	6,9	7,1	7,9	55	137
144	10,1	14	45	160	6,6	8,4	6,5	78	133
174	7,1	14	10	346	6,4	8,1	6,1	121	132
101	6,6	17	13	267	7,6	8	5,6	53	133
205	8,1	35	39	147	6,7	8	5,1	49	132
163	11	14	11	160	6,3	8	7,4	86	136
172	10,2	12	11	387	6,4	8,4	4,4	86	135
114	11,1	11	9	145	8	8,4	5,8	92	118
200	11,1	13	11	226	7,8	8,7	8,7	59	136
213	9,5	12	12	369	8,3	8,3	5,7	122	122
120	2,4	21	17	164	6,8	9,1	4,1	67	133
157	8,6	51	53	422	5,9	9,5	4,1	69	118
76	6,3	19	23	547	2,3	13,9	3,5	123	132
157	8,8	17	22	145	7,2	8,2	5,1	148	135
195	12,2	7	8	194	8,7	8,2	5,7	33	133
139	11,5	14	9	328	6,4	9,3	6,7	135	135
175	10,3	12	8	301	6,4	10	5,6	75	137
98	10,6	10	19	386	7,5	8	6	49	137
213	16,2	7	8	125	7,6	9,6	3,3	146	135
211	11,1	14	13	180	5,7	7,9	8,2	92	119
151	8,3	12	17	411	5,2	8,5	6,1	91	131
200	12,7	13	10	437	6,8	6,4	2,7	95	136
202	13,6	24	28	164	6,6	7	4,8	95	133
116	9,1	9	11	131	6	8	4,8	32	133
171	13,1	14	13	142	6,6	9,1	9,6	99	134
137	13,6	9	10	344	6,6	9,3	8,1	90	137
146	14,1	13	11	313	7,1	7,3	6,2	60	125
97	2,2	11	11	227	8,2	8,5	4,2	43	130
161	14,7	8	12	241	7,3	9,2	4,7	80	122
192	13,1	11	8	342	6,4	6,7	6,3	142	132
167	10,8	17	15	263	9,3	9,1	4,2	66	129

K	Eritrosit	Hemoglob	hemotok	İ.bilirubin	Totalprotein
11,5	2,98	9,3	27,7	0,47	6,5
5	3,37	10	30,4	0,41	6,2
5,8	3,79	11,9	34,7	0,42	6,2
6	3,58	10,2	30,7	0,31	6,1
5,2	3,35	10,2	29,2	0,38	5,8
8	4,27	12,1	36,4	0,43	5,7
7,4	4,43	12,7	36,3	0,43	6,2
7,1	3,64	10,2	31,7	0,44	6,3
9,7	4,1	12	34,9	0,53	6,5
6,5	2,69	7,4	23,1	0,23	4,9
7	3,78	11,3	32,7	0,34	5,7
7	2,17	8,4	23,4	0,47	7
5,6	2,57	7,9	24,5	0,52	6,1
9,5	4,18	12,8	36,8	0,41	5,6
6,7	4,18	11,2	34	0,65	6,4
6,7	3,65	11,4	32,8	0,51	8,4
7,7	4,1	13,1	38,7	0,33	6,2
4	2,99	9,2	26,3	0,38	6,9
6,8	3,55	10,3	29,1	0,41	6,1
7,9	3,6	9,8	29,5	0,34	5,7
7,8	3,79	11,9	34,1	0,95	7
6,9	3,57	10,8	33,7	0,37	6
7,6	3,78	11,8	34,9	0,43	6,3
6,7	3,37	9,4	30,5	0,35	6,7
4,9	2,97	9	26,2	0,33	6,4
5,2	3,95	10,7	32,5	0,37	6,5
8	4,07	12,1	33,3	0,38	6
6,6	4,16	12	36,3	0,37	6,3
5,6	3,51	10,4	31,4	0,35	5,8
5,8	3,24	8,6	25,3	0,39	5,5
5,3	3,79	11,4	32,9	0,58	5,8
7,9	4,56	12,6	37,5	0,45	5,8
6,1	4,41	11,5	33,4	0,45	6,7
6,1	3,59	10,8	31,2	0,67	6,6
5,9	3,85	11,8	33,4	0,41	5,9
8,8	3,99	10,9	33	0,37	7
10,1	5,01	13,9	41	0,43	6,6
8,8	3,6	10	31	0,32	6,1
8,4	4,23	11,4	34,4	0,27	6,6
6,6	4,7	12,9	38,3	0,28	6,6
5,5	3,74	10	31,9	0,33	6,5
5	3,61	11,4	34	0,4	7,2
8,4	3,59	10,4	31,4	0,33	6,5
6	3,88	10,5	30,1	0,49	7
6,3	2,97	10,3	29,2	0,41	6
5,6	3,7	9,8	29,7	0,41	7,7

5,5	3,4	9,2	26,7	0,35	6,4
10,7	4,22	13,6	39,2	0,39	6,5
6,6	2,79	7,7	23,2	0,32	5,8
6,1	2,9	9,3	27,9	0,31	5,9
6,9	3,35	9,1	27,4	0,26	5,3
7,4	3,81	11,7	32,1	0,33	7,1
6,3	2,01	6	18,6	0,48	5
7,1	3,35	9,6	28,9	0,03	5,7
6	3,07	10,3	29,9	0,42	5,8
7	3,11	8,9	27,5	0,34	6
7,2	3,14	10	30,3	0,46	6,5
136	3,79	10,4	29,4	0,38	6,6
7,9	4,05	10,9	34,9	0,34	5,7
7,7	4,93	13,4	38,7	0,51	7
8,1	3,62	11,2	31,9	0,45	6,7
7,4	4,46	13,3	38,9	0,49	9,8
6	3,12	9,3	26,5	0,52	6,3
8,8	3,6	10,5	31,6	0,43	6,3
8,4	3,83	11	34,5	0,48	6,3
7,2	3,21	9,7	30,8	0,33	5,8
6,4	4,05	12,4	35,1	0,52	6,6
10,9	3,74	11,2	32,1	0,38	7,1
7,7	4,23	12,2	34,9	0,32	5,8
5,5	3,76	11,4	32,8	0,56	5,7
5,9	3,64	11,6	33,5	0,4	6,1
7,7	3,12	8,8	26,7	0,46	5,7
7,7	3,38	10,1	30	0,28	5,3
9,1	4,04	11,1	35,2	0,33	6,4
6	3,93	11,6	34,4	0,34	6,4
10,6	3,2	9,9	29,3	0,33	5,9
4,7	3,43	10,4	31,1	0,4	6,3
6	4,11	12,4	37,8	43	6,8
7,1	5,54	9,9	46,4	0,41	6,1
8,8	3,87	10,7	30,8	0,27	6,3

EK-B TBFA'ne göre döndürülmeden önceki ve döndürülmeden sonraki faktör skorları değerleri

f_1	f_2	f_3	f_1^*	f_2^*	f_3^*	f_1^{**}	f_2^{**}	f_3^{**}
-1,01506	-0,22558	-0,17605	-0,9761	-0,14433	-0,37232	-1,01617	-0,09679	-0,51463
-0,39228	-0,12016	0,30899	-0,45425	-0,08029	0,22584	-0,40985	-0,06975	0,15496
0,52991	-0,37259	0,35239	0,41624	-0,40742	0,45229	0,49719	-0,43569	0,52511
-0,23637	-0,86056	-0,24455	-0,25657	-0,84316	-0,28195	-0,26526	-0,82441	-0,28971
-0,53698	1,58003	0,78434	-0,54325	1,63615	0,65414	-0,49598	1,63564	0,50576
0,992	-0,64663	-0,05413	0,92405	-0,72783	0,14675	0,96268	-0,76588	0,31339
1,20017	-0,61113	0,86105	0,95029	-0,68948	1,08483	1,13412	-0,75582	1,24227
-0,01707	-0,42826	1,21376	-0,29229	-0,39837	1,1886	-0,08702	-0,42153	1,14142
0,68751	-0,31034	-0,48406	0,74011	-0,37701	-0,33672	0,69202	-0,39452	-0,20443
-1,91917	-0,82563	-0,86621	-1,77479	-0,68237	-1,22462	-1,91746	-0,57954	-1,46215
0,18097	-0,1856	-0,64523	0,2878	-0,21424	-0,59564	0,19886	-0,20746	-0,53597
-2,10451	1,15257	-0,15887	-1,92528	1,31958	-0,57846	-2,041	1,40701	-0,9155
-1,74419	-0,69408	-0,21128	-1,72149	-0,55132	-0,54873	-1,76394	-0,47029	-0,79103
1,04259	0,24632	-0,07211	1,05361	0,15721	0,13442	1,05489	0,11367	0,2914
0,5248	0,56761	-0,40102	0,64018	0,51303	-0,29219	0,56647	0,49698	-0,20618
0,21667	-0,64481	0,72893	0,01285	-0,64427	0,7608	0,15645	-0,66615	0,77491
1,27721	0,24789	0,81381	1,10854	0,15892	1,04923	1,25239	0,08673	1,20302
-1,248	-0,85946	-1,79572	-0,93924	-0,79241	-2,00268	-1,21058	-0,69813	-2,09646
-0,4663	0,20042	-0,49984	-0,33987	0,22733	-0,58332	-0,43549	0,25676	-0,63648
-0,3863	0,3333	0,45449	-0,43814	0,37422	0,36724	-0,38912	0,37954	0,28166
0,43577	0,2599	0,1347	0,42139	0,22573	0,21693	0,44127	0,20339	0,27211
0,11401	-0,20714	-0,60787	0,21321	-0,22931	-0,57216	0,1295	-0,2204	-0,52389
0,51387	-0,16749	-0,04416	0,49621	-0,21053	0,05933	0,50703	-0,2306	0,14296
-0,48841	-0,38121	-0,35971	-0,43894	-0,3472	-0,44726	-0,49005	-0,31737	-0,49811
-1,14894	-0,67208	0,78251	-1,33381	-0,55683	0,5431	-1,21003	-0,52204	0,3474
0,25046	-0,24423	0,35815	0,15318	-0,25619	0,40193	0,22392	-0,27332	0,42933
0,47338	2,44032	0,33136	0,6065	2,39931	0,4056	0,5707	2,3621	0,41353
0,90834	-0,65567	-0,05332	0,8414	-0,72987	0,13104	0,87873	-0,76437	0,28508
-0,13369	-0,29735	0,57823	-0,26988	-0,27234	0,54188	-0,17105	-0,27768	0,50217
-1,24427	-0,93478	-1,16064	-1,06704	-0,85369	-1,37904	-1,23665	-0,77269	-1,49861
0,22426	-0,47696	-0,54911	0,28617	-0,50599	-0,49131	0,22471	-0,50186	-0,42334
1,36262	0,0496	0,74312	1,18886	-0,0473	0,9979	1,33148	-0,12078	1,17183
0,6325	-0,53944	-0,8844	0,74551	-0,60957	-0,73881	0,64321	-0,61533	-0,59266
-0,20581	2,27147	-0,37542	0,06776	2,27184	-0,42075	-0,08562	2,27897	-0,48181
0,31989	0,66605	-0,70909	0,50912	0,62131	-0,63525	0,37924	0,62001	-0,56893
0,32659	0,32734	0,32829	0,28246	0,30627	0,38472	0,32738	0,28417	0,41339
2,14381	0,23033	0,68815	1,97815	0,06666	1,09772	2,12174	-0,0394	1,38939
-0,22705	0,27688	0,11136	-0,21991	0,29719	0,06274	-0,21853	0,30326	0,01763
0,74564	-0,92421	1,00766	0,45065	-0,9604	1,14021	0,66002	-1,00934	1,22834
1,46708	-0,40852	-1,08097	1,61056	-0,55281	-0,76696	1,49035	-0,59021	-0,48771
-0,04915	-0,53336	-0,28803	-0,03708	-0,53369	-0,28923	-0,06158	-0,52329	-0,27322
0,16076	0,06891	-1,82597	0,52228	0,01485	-1,75834	0,23934	0,04638	-1,65508
-0,08761	0,18733	0,92119	-0,25078	0,21432	0,88461	-0,11704	0,19776	0,82701
-0,00858	0,16245	1,55248	-0,29997	0,19695	1,51917	-0,06549	0,1638	1,44639
-0,69981	-0,73928	0,36766	-0,81928	-0,67028	0,22574	-0,74764	-0,64541	0,11803
-0,34128	0,53271	-0,05244	-0,2773	0,55792	-0,12179	-0,31401	0,57122	-0,18231

-0,91657	-0,44283	-0,62823	-0,80956	-0,37898	-0,7949	-0,90909	-0,32514	-0,89793
1,41071	0,05157	-0,15011	1,41178	-0,06912	0,13187	1,4166	-0,12574	0,35231
-1,7385	0,34522	0,95263	-1,85582	0,50944	0,58776	-1,75884	0,56128	0,27409
-1,0168	-0,59501	0,08188	-1,06026	-0,50654	-0,11789	-1,04555	-0,46284	-0,26427
-0,90149	1,0968	0,0944	-0,80495	1,16971	-0,09174	-0,85336	1,2012	-0,25552
0,19433	-0,12614	-0,36161	0,25014	-0,14982	-0,31531	0,20317	-0,14986	-0,26726
-2,92686	-0,28231	-0,15523	-2,85228	-0,04161	-0,7301	-2,92777	0,08648	-1,16339
-0,68604	2,18172	0,24356	-0,53079	2,23603	0,09138	-0,59472	2,25073	-0,0682
-0,59012	-0,23214	0,16819	-0,62938	-0,17854	0,04926	-0,60662	-0,1562	-0,0433
-0,97476	-0,38851	0,28046	-1,04056	-0,2999	0,08399	-1,00235	-0,26303	-0,06891
-0,54948	-0,58195	-0,0148	-0,58369	-0,53449	-0,12021	-0,57452	-0,50853	-0,19142
-0,19658	-0,21523	0,61347	-0,3312	-0,18451	0,56354	-0,23152	-0,18828	0,51104
0,5872	-0,18301	0,43264	0,47266	-0,22152	0,54129	0,55974	-0,2547	0,61546
1,63326	0,66813	-1,64664	1,97656	0,49352	-1,29422	1,72907	0,45657	-0,98671
-0,10858	3,71724	-0,38775	0,2892	3,70391	-0,42123	0,07827	3,70116	-0,49635
1,35165	0,74737	-2,05688	1,78905	0,58677	-1,7525	1,46865	0,57005	-1,47149
-1,06983	0,34825	0,10397	-1,03547	0,43812	-0,11173	-1,05611	0,47965	-0,28634
-0,03569	-0,72589	0,78919	-0,25245	-0,70275	0,77033	-0,10166	-0,7149	0,74501
0,39938	-0,27125	-0,17603	0,40144	-0,30731	-0,09205	0,39347	-0,31933	-0,01796
-0,47225	-0,47072	0,19162	-0,53934	-0,4255	0,09682	-0,50089	-0,40764	0,02605
0,70769	-0,08314	-0,54463	0,79124	-0,15367	-0,3933	0,72511	-0,1717	-0,25989
0,20609	-0,67569	1,20839	-0,0945	-0,66353	1,22883	0,12459	-0,69497	1,22091
0,8237	0,0693	0,19994	0,7711	0,00506	0,35868	0,81702	-0,03425	0,47397
0,18855	0,0063	-0,54079	0,29113	-0,02136	-0,49278	0,21091	-0,01792	-0,44044
0,29458	-0,21592	0,54204	0,16252	-0,22758	0,59077	0,26164	-0,25058	0,61624
-1,06698	1,00758	0,96177	-1,14493	1,11378	0,72615	-1,05859	1,1343	0,5009
-0,46059	-0,54964	-0,48657	-0,40125	-0,52013	-0,5652	-0,46475	-0,48809	-0,60282
0,62619	-0,06711	0,26697	0,55329	-0,11295	0,38601	0,61084	-0,14477	0,47104
0,53134	-0,50874	0,06051	0,4634	-0,54965	0,16719	0,50447	-0,57125	0,25582
-0,60504	-0,35157	0,50391	-0,72027	-0,28885	0,37601	-0,64091	-0,27248	0,26887
-0,33341	-0,42731	-1,21612	-0,12297	-0,42498	-1,25577	-0,30195	-0,38339	-1,24448
1,1048	-0,43351	0,35237	0,9725	-0,51586	0,5664	1,06818	-0,56817	0,72804
2,55268	-0,38314	0,06322	2,44784	-0,59235	0,56935	2,52759	-0,6999	0,96322
0,00742	0,13644	0,43182	-0,06603	0,14488	0,42401	-0,00424	0,13487	0,40341

EK-C EOFA'ne göre döndürülmeden önceki ve döndürülmeden sonraki faktör skorları değerleri

f_1	f_2	f_3	f_1^*	f_2^*	f_3^*	f_1^{**}	f_2^{**}	f_3^{**}
-0,25198	-0,97706	-0,24898	-0,93288	-0,29491	-0,35055	-0,24946	-0,95739	-0,45477
0,40299	-0,30037	0,31978	-0,34618	0,41366	0,25283	0,42062	-0,32747	0,1978
-0,56461	0,56131	0,36553	0,52255	-0,52419	0,46865	-0,55556	0,59612	0,54245
-1,21383	-0,39631	-0,36098	-0,32319	-1,24499	-0,32602	-1,22303	-0,31394	-0,3314
1,49281	-0,4424	1,09448	-0,60622	1,54575	0,93018	1,54517	-0,54393	0,80905
-1,1135	0,89088	-0,09436	0,9182	-1,09141	0,09036	-1,12846	0,96286	0,23016
-1,24741	0,87524	1,18833	0,74491	-1,14444	1,36731	-1,20581	0,95163	1,47712
-0,27837	-0,07222	1,38491	-0,23926	-0,1923	1,38075	-0,21642	-0,0585	1,34539
-0,69957	0,59986	-0,55438	0,67866	-0,71582	-0,42847	-0,73121	0,64673	-0,32356
-0,76382	-2,05608	-1,16353	-1,87831	-0,894	-1,3555	-0,78631	-1,99702	-1,55258
0,12013	0,19031	-0,78015	0,28395	0,07599	-0,75688	0,08325	0,18468	-0,718
0,85552	-1,83592	-0,40912	-1,78736	0,77535	-0,68854	0,86141	-1,88702	-0,92225
-0,5033	-1,72422	-0,42788	-1,6465	-0,57821	-0,60336	-0,4983	-1,68567	-0,78597
0,23147	1,11978	-0,00281	1,10637	0,26262	0,12024	0,21602	1,10203	0,2484
0,78692	0,5567	-0,48256	0,59654	0,7704	-0,46112	0,75745	0,50514	-0,40389
-1,09151	0,08873	0,84036	0,00511	-1,03328	0,91529	-1,05473	0,15775	0,93502
-0,45157	1,46075	0,9433	1,34013	-0,34932	1,14435	-0,42943	1,4841	1,30872
-0,91775	-1,35709	-2,20995	-1,05089	-1,09375	-2,29503	-0,99535	-1,28574	-2,37805
-0,25889	-0,64436	-0,58173	-0,56108	-0,31335	-0,63846	-0,27543	-0,6238	-0,69431
0,67901	-0,45621	0,60915	-0,5426	0,70286	0,50181	0,71113	-0,50222	0,41335
-0,15472	0,4735	0,24493	0,44219	-0,1254	0,31126	-0,1502	0,48184	0,36627
-0,28817	0,34834	-0,76648	0,44732	-0,32597	-0,69679	-0,32615	0,36931	-0,62809
-0,02719	0,65712	-0,0097	0,65359	-0,00902	0,07338	-0,03643	0,65751	0,15325
-0,2696	-0,36009	-0,53716	-0,28447	-0,31313	-0,5585	-0,288	-0,3396	-0,58103
-0,6484	-1,3386	0,87892	-1,42456	-0,62945	0,74779	-0,59117	-1,29587	0,58307
0,12062	0,15533	0,44323	0,09615	0,15274	0,45006	0,13782	0,14547	0,45442
2,27713	0,5685	0,58258	0,44458	2,32464	0,4963	2,29261	0,4147	0,48773
-1,24679	0,84942	-0,05649	0,87505	-1,22318	0,13155	-1,25939	0,93017	0,26909
-0,14105	-0,12914	0,75641	-0,21987	-0,09662	0,74232	-0,10601	-0,12217	0,71194
-0,77818	-1,54912	-1,44756	-1,33961	-0,91184	-1,57314	-0,81994	-1,48922	-1,70192
-0,55393	0,16399	-0,75278	0,26816	-0,59547	-0,68841	-0,58854	0,20288	-0,63489
-0,31143	1,23371	0,99574	1,1055	-0,21267	1,15895	-0,28408	1,24812	1,29092
-0,69193	0,28534	-0,96689	0,41814	-0,74321	-0,87628	-0,73742	0,33383	-0,79911
3,0956	0,16316	-0,3807	0,14637	3,06876	-0,56173	3,07346	-0,04049	-0,61752
1,05987	0,44528	-0,86161	0,5279	1,01559	-0,86826	1,015	0,37725	-0,82249
-0,01362	0,25167	0,4949	0,18798	0,02483	0,52201	0,00469	0,25029	0,54033
0,47345	2,10194	0,96899	1,95407	0,59336	1,18777	0,48711	2,06265	1,40313
0,26724	-0,17768	0,13099	-0,19809	0,26981	0,09005	0,27509	-0,19541	0,05815
-1,10318	0,45961	1,17239	0,33169	-1,01341	1,29063	-1,05684	0,52743	1,34699
-0,45223	1,38895	-1,27559	1,54658	-0,49216	-1,06145	-0,52636	1,42025	-0,85071
-0,54803	-0,06429	-0,42984	0,00119	-0,57569	-0,39726	-0,56542	-0,02642	-0,37931
0,51712	0,49738	-2,23654	0,7627	0,38879	-2,18725	0,41187	0,46992	-2,08628
0,26419	-0,08266	1,18321	-0,23544	0,33593	1,14382	0,31688	-0,10407	1,09734
0,13695	-0,35656	2,10004	-0,61927	0,2591	2,02619	0,23364	-0,37217	1,92759
-0,93524	-0,71262	0,36334	-0,73327	-0,93034	0,33363	-0,90874	-0,65051	0,2647
1,08175	-0,3698	0,02825	-0,3924	1,07041	-0,08934	1,08684	-0,44059	-0,16407

-0,51599	-1,20433	-0,73398	-1,09224	-0,59539	-0,84136	-0,53139	-1,16502	-0,95362
-0,18684	1,60103	-0,19382	1,61617	-0,15304	0,01826	-0,2167	1,61054	0,22039
0,58328	-1,87543	1,18102	-2,01997	0,60306	0,89904	0,65967	-1,91399	0,62864
-0,6578	-0,97882	-0,01946	-0,95507	-0,68532	-0,09665	-0,64478	-0,93312	-0,19566
0,02456	-0,99966	0,12605	-1,00787	0,004	-0,00033	0,04352	-0,99953	-0,12414
-0,01033	0,05484	-0,34557	0,09785	-0,03057	-0,3347	-0,0262	0,05661	-0,31927
0,47467	-2,93603	-0,41053	-2,87065	0,364	-0,80065	0,49572	-2,95954	-1,15596
2,84076	-0,37677	0,40513	-0,48235	2,84879	0,16651	2,8606	-0,56514	0,03341
0,00302	-0,46111	0,14834	-0,47601	-0,00075	0,08971	0,01573	-0,46082	0,03059
-0,25175	-1,01529	0,30618	-1,04028	-0,26071	0,19439	-0,22439	-0,99749	0,07181
-0,40401	-0,41938	-0,21284	-0,38113	-0,42842	-0,23581	-0,40726	-0,39101	-0,26981
-0,12915	-0,54602	0,83544	-0,64352	-0,09163	0,76828	-0,08505	-0,5392	0,68557
-0,29583	0,63392	0,54052	0,5672	-0,24294	0,63309	-0,28037	0,6502	0,7039
0,89328	1,62632	-1,87418	1,82951	0,81908	-1,71389	0,78831	1,57025	-1,49668
4,97823	0,51441	-0,33114	0,45019	4,96	-0,59391	4,95156	0,18537	-0,66034
0,62444	1,61751	-2,39545	1,89148	0,51771	-2,21331	0,49702	1,58105	-1,97687
0,42908	-1,15729	0,11534	-1,17113	0,40239	-0,05719	0,44927	-1,18351	-0,21074
-0,95014	-0,16549	0,91009	-0,25867	-0,8951	0,94356	-0,90703	-0,1055	0,92718
-0,02534	0,5642	-0,27242	0,59425	-0,02642	-0,19835	-0,04485	0,56559	-0,12317
-0,27189	-0,29576	0,16108	-0,30798	-0,26949	0,14095	-0,26057	-0,2777	0,1089
-0,56566	0,65714	-0,72482	0,75407	-0,59136	-0,59902	-0,60567	0,69562	-0,48667
-0,95348	-0,0413	1,50688	-0,21009	-0,8572	1,55003	-0,88588	0,01656	1,53385
-0,02667	0,68318	0,41991	0,62567	0,01936	0,50193	-0,01744	0,68198	0,57428
-0,28218	0,17019	-0,59818	0,24943	-0,31443	-0,55257	-0,31039	0,19056	-0,50958
-0,15349	0,33809	0,68755	0,25246	-0,10007	0,73269	-0,12775	0,34509	0,76045
1,3709	-1,01547	1,21697	-1,18751	1,41555	0,98873	1,43647	-1,10811	0,79911
-0,67064	-0,5022	-0,66388	-0,40139	-0,72526	-0,67497	-0,69227	-0,45445	-0,70044
-0,0288	0,7275	0,32563	0,68146	0,01255	0,4142	-0,0243	0,72667	0,49426
-0,69775	0,48477	0,03762	0,49037	-0,6799	0,14333	-0,7019	0,52969	0,21972
-0,12867	-0,59996	0,51963	-0,65752	-0,11263	0,44889	-0,09769	-0,59195	0,36751
-0,40765	-0,23921	-1,62962	-0,02505	-0,5164	-1,6161	-0,47542	-0,20605	-1,59327
-0,85213	1,21725	0,37464	1,17793	-0,79177	0,57774	-0,85121	1,2696	0,73794
-0,5002	3,14061	0,01257	3,12389	-0,40878	0,43357	-0,54142	3,16674	0,82401
0,40119	-0,18545	0,52337	-0,25763	0,428	0,46873	0,4262	-0,21339	0,4225

EK-D TEFA'ne göre döndürme uygulamadan önce ve döndürme uyguladitan sonraki faktör skorları değerleri

f_1	f_2	f_3	f_1^*	f_2^*	f_3^*	f_1^{**}	f_2^{**}	f_3^{**}
-0,96349	-0,42314	0,03705	-0,94525	-0,28324	-0,36742	-0,97492	-0,2414	-0,47847
-0,35481	0,32489	0,44146	-0,45583	0,36818	0,2881	-0,42665	0,37641	0,21713
0,65382	-0,33028	0,30936	0,43149	-0,42168	0,51795	0,50902	-0,44893	0,58021
-0,31081	-1,18463	-0,08806	-0,39819	-1,12818	-0,27633	-0,3926	-1,10665	-0,29531
-0,40427	1,55582	1,05109	-0,58527	1,58887	0,90652	-0,51557	1,5852	0,78113
0,97198	-0,84459	-0,19622	0,85524	-0,9717	0,14475	0,89894	-1,00382	0,27942
1,38478	-0,87269	0,94865	0,77633	-1,0669	1,35579	0,98125	-1,12611	1,4723
0,22639	-0,0961	1,50039	-0,3973	-0,13905	1,46098	-0,19926	-0,16132	1,40081
0,58901	-0,59911	-0,68747	0,73125	-0,67072	-0,44031	0,68996	-0,68441	-0,32452
-2,09669	-1,22472	-0,51773	-1,8597	-0,91245	-1,36859	-1,99003	-0,81389	-1,57205
-0,0752	0,03757	-0,7713	0,24023	0,05396	-0,73577	0,14067	0,06381	-0,69987
-1,9481	0,63726	0,01065	-1,69695	0,90567	-0,70812	-1,80401	0,9807	-0,94456
-1,72124	-0,80387	0,15744	-1,73069	-0,55418	-0,57554	-1,77119	-0,47995	-0,77877
1,0465	0,38202	-0,36803	1,14604	0,23346	0,09294	1,13991	0,19153	0,23356
0,17779	0,8581	-0,53861	0,4827	0,8287	-0,37189	0,40221	0,82053	-0,32846
0,5053	-0,88097	0,8406	0,01724	-0,95013	0,91378	0,16769	-0,97242	0,93325
1,68919	0,04176	0,54464	1,3284	-0,20135	1,16041	1,47389	-0,27551	1,32677
-1,74839	-1,29635	-1,64727	-1,10661	-1,0235	-2,27569	-1,35784	-0,92835	-2,37133
-0,66676	-0,30948	-0,39571	-0,49022	-0,20914	-0,64256	-0,56223	-0,17623	-0,69458
-0,4204	0,60916	0,69555	-0,57968	0,65681	0,51398	-0,52973	0,66348	0,41743
0,55101	0,01698	0,07498	0,4742	-0,06154	0,28436	0,50892	-0,08481	0,3446
0,17643	-0,34258	-0,84144	0,44881	-0,35732	-0,72622	0,36242	-0,35452	-0,65263
0,63555	-0,00257	-0,23729	0,67174	-0,09033	0,02903	0,67247	-0,11407	0,1177
-0,37958	-0,47677	-0,46109	-0,2242	-0,41475	-0,60142	-0,28637	-0,39182	-0,61408
-0,8929	-0,77451	1,21645	-1,39021	-0,65044	0,72189	-1,26203	-0,61986	0,5538
0,19312	0,14376	0,44192	0,01986	0,11155	0,49032	0,07963	0,09866	0,48566
0,22513	2,5583	0,33671	0,3961	2,49817	0,55787	0,3811	2,46854	0,53781
1,07196	-1,05729	-0,27607	0,9508	-1,19573	0,09689	0,99494	-1,22976	0,25022
0,05251	-0,12773	0,78129	-0,27623	-0,14009	0,73045	-0,17414	-0,14849	0,69224
-1,66283	-1,20383	-0,93132	-1,29912	-0,94969	-1,57859	-1,46055	-0,86519	-1,70703
0,08864	-0,5678	-0,73499	0,29843	-0,56875	-0,6767	0,22693	-0,5618	-0,6173
1,50441	0,04095	0,62703	1,12762	-0,17674	1,16419	1,27459	-0,2441	1,304
0,18293	-0,72283	-0,96827	0,45658	-0,73366	-0,86416	0,36483	-0,72738	-0,77839
-0,48064	2,91488	-0,61898	0,17533	2,95837	-0,57265	0,00002	2,96383	-0,62353
-0,03455	1,02882	-0,95098	0,4735	1,03095	-0,82278	0,32773	1,03405	-0,78198
0,38524	0,12058	0,38642	0,21369	0,06193	0,51261	0,27627	0,04187	0,53404
2,1071	0,87627	0,39393	1,87386	0,56701	1,23696	1,99856	0,47152	1,45254
-0,13568	0,20739	0,10865	-0,14008	0,22359	0,0601	-0,13851	0,22672	0,03561
0,93293	-0,84668	1,11347	0,30334	-0,9787	1,33311	0,50663	-1,02116	1,38655
1,16855	-0,42449	-1,65123	1,6607	-0,57195	-1,0896	1,52335	-0,60166	-0,85106
-0,1357	-0,56826	-0,2792	-0,08545	-0,54118	-0,34512	-0,11133	-0,52924	-0,33878
-0,26874	0,28884	-2,27128	0,68691	0,34198	-2,17384	0,38683	0,3717	-2,07556
0,26325	0,2654	1,02973	-0,13252	0,21738	1,06548	-0,00022	0,19545	1,0334
0,26816	0,2266	1,99935	-0,51504	0,17054	1,95609	-0,26202	0,13982	1,86825

-0,41636	-0,95553	0,57579	-0,72686	-0,89179	0,30712	-0,65045	-0,87357	0,23448
-0,54754	0,90331	0,07477	-0,41357	0,97091	-0,08753	-0,4538	0,98643	-0,16578
-1,22983	-0,74657	-0,33439	-1,0823	-0,56288	-0,83276	-1,16178	-0,5046	-0,95001
1,51038	0,092	-0,63394	1,63639	-0,11699	0,01082	1,62693	-0,17344	0,2246
-1,62846	0,40122	1,65662	-2,08443	0,61377	0,91414	-1,96745	0,66235	0,62145
-0,78799	-0,81955	0,24482	-0,91754	-0,70209	-0,13311	-0,90296	-0,66661	-0,23152
-0,85573	0,1055	0,35045	-0,90374	0,22239	-0,00423	-0,90359	0,25338	-0,1265
0,02361	-0,08236	-0,41311	0,17385	-0,08157	-0,37566	0,12622	-0,07821	-0,34785
-2,97507	-0,1471	0,39947	-2,88433	0,27099	-0,79965	-2,97123	0,38969	-1,1714
-0,69565	2,62356	0,22981	-0,39174	2,69355	0,10546	-0,46494	2,702	-0,01732
-0,41629	-0,09885	0,25421	-0,49165	-0,04115	0,06545	-0,47732	-0,02581	0,00265
-0,82323	-0,43932	0,55705	-1,02453	-0,32319	0,16404	-0,9831	-0,29171	0,03922
-0,41305	-0,4894	-0,02432	-0,42838	-0,42601	-0,21383	-0,43797	-0,40562	-0,25585
-0,2521	-0,13553	0,95215	-0,62184	-0,10619	0,76847	-0,51283	-0,10368	0,68452
0,92299	-0,26216	0,21875	0,72085	-0,39151	0,54368	0,7981	-0,42937	0,64219
0,98864	0,86703	-2,35291	1,93689	0,73759	-1,72329	1,67076	0,71285	-1,4784
-0,54722	4,82203	-0,71303	0,39319	4,85653	-0,5651	0,15316	4,8526	-0,63831
0,72173	0,70089	-2,70667	1,81229	0,6136	-2,1627	1,49436	0,60409	-1,92676
-1,1096	0,25604	0,37454	-1,12528	0,40705	-0,07141	-1,13805	0,44716	-0,22652
0,30889	-0,88026	0,91485	-0,19073	-0,92231	0,90565	-0,04039	-0,93728	0,89767
0,41632	-0,0122	-0,3654	0,52143	-0,0679	-0,1746	0,49631	-0,08147	-0,10413
-0,16435	-0,4157	0,18928	-0,27682	-0,38985	0,08388	-0,25033	-0,38205	0,05783
0,50685	-0,35041	-0,77358	0,72187	-0,41224	-0,53579	0,65959	-0,42347	-0,42722
0,48809	-0,71477	1,544	-0,25456	-0,78878	1,564	-0,02261	-0,81792	1,53854
0,77847	0,11526	0,18236	0,6514	0,0028	0,47773	0,70747	-0,0314	0,55741
0,08281	-0,27375	-0,64366	0,29437	-0,27756	-0,57655	0,22613	-0,2732	-0,52627
0,52596	-0,05902	0,5459	0,25622	-0,137	0,70265	0,34978	-0,16303	0,73318
-0,93206	1,28137	1,38935	-1,23376	1,38895	0,99479	-1,14002	1,40559	0,79041
-0,54686	-0,76615	-0,43403	-0,42378	-0,67783	-0,65984	-0,4829	-0,64636	-0,69072
0,74273	0,09349	0,14631	0,63031	-0,01342	0,42933	0,68084	-0,04568	0,50714
0,51466	-0,51325	0,03775	0,38867	-0,58102	0,20267	0,43099	-0,59887	0,26638
-0,50223	-0,13696	0,76535	-0,77611	-0,07082	0,49938	-0,70185	-0,05639	0,39696
-0,43209	-0,69349	-1,60247	0,15032	-0,61278	-1,68447	-0,04928	-0,57583	-1,63424
1,36803	-0,52999	0,10679	1,1362	-0,71856	0,5971	1,22762	-0,77173	0,75731
3,11847	-0,30093	-0,87904	3,14713	-0,73093	0,38653	3,19343	-0,84806	0,80792
-0,09379	0,40748	0,55193	-0,25129	0,41222	0,49638	-0,19838	0,40824	0,44877

EK-E AFA göre döndürmeden önceki ve sonraki faktör skorları

-0,89486	0,27335	-0,50694	-0,94355	-0,3066	-0,38496	-0,97463	-0,49551	-0,26369
-0,20736	0,6113	0,37114	-0,45746	0,514	0,28454	-0,43379	0,20941	0,52261
0,71025	0,01524	-0,28845	0,42858	-0,37817	0,51108	0,50419	0,57195	-0,40545
-0,29988	-0,15796	-1,20534	-0,40581	-1,15639	-0,25651	-0,39601	-0,27635	-1,13476
-0,01993	1,35098	1,26747	-0,58776	1,50611	0,90454	-0,51604	0,78109	1,50315
0,86056	-0,64403	-0,76592	0,85056	-0,99674	0,15823	0,89749	0,29298	-1,02961
1,66069	0,28452	-1,00062	0,75986	-1,14923	1,39355	0,97377	1,50978	-1,20914
0,72027	1,33036	-0,20031	-0,4021	-0,02567	1,47188	-0,2058	1,40771	-0,04771
0,33369	-0,94263	-0,51804	0,72864	-0,74206	-0,43209	0,69107	-0,31463	-0,75636
-2,12449	0,02738	-1,30573	-1,85885	-0,95382	-1,36163	-1,98671	-1,56496	-0,85413
-0,34471	-0,64565	0,2367	0,23266	0,14683	-0,71835	0,13193	-0,68585	0,15618
-1,8342	0,68804	0,36616	-1,67454	0,75839	-0,76975	-1,78549	-0,99941	0,83547
-1,56766	0,59478	-0,8839	-1,72768	-0,5094	-0,59012	-1,77141	-0,79491	-0,4337
0,84333	-0,63637	0,5132	1,14536	0,24593	0,08485	1,13758	0,22571	0,20336
-0,01839	-0,37077	1,00894	0,47533	0,90392	-0,33581	0,39635	-0,29518	0,89464
0,77413	0,44942	-1,00737	0,01518	-0,99483	0,90893	0,16746	0,92909	-1,01679
1,75937	-0,12497	-0,00738	1,34054	-0,28523	1,11026	1,48272	1,28133	-0,35938
-2,18862	-1,11922	-1,16023	-1,12005	-1,03788	-2,2488	-1,36735	-2,34667	-0,94227
-0,72489	-0,19254	-0,42405	-0,49709	-0,34588	-0,61288	-0,56059	-0,6627	-0,31302
-0,15408	0,92422	0,51953	-0,58755	0,71395	0,5412	-0,53609	0,44176	0,72064
0,54466	-0,14163	-0,04001	0,47306	-0,14585	0,27065	0,50899	0,33327	-0,169
-0,1451	-0,94813	-0,21618	0,46283	-0,38214	-0,77878	0,37021	-0,70211	-0,37891
0,48961	-0,45351	0,11895	0,67621	-0,04772	-0,0026	0,67134	0,08608	-0,07138
-0,52584	-0,42621	-0,4379	-0,20515	-0,4356	-0,6466	-0,27264	-0,65603	-0,41209
-0,40835	1,30653	-1,00916	-1,39264	-0,65176	0,7266	-1,26301	0,55735	-0,62008
0,33132	0,41866	0,19374	0,01111	0,22554	0,52114	0,0712	0,5121	0,21213
0,33318	0,68539	2,42333	0,38227	2,43876	0,5997	0,37357	0,57981	2,40833
0,92606	-0,83638	-1,03552	0,95739	-1,30649	0,07689	1,00334	0,2343	-1,34083
0,30559	0,69364	-0,19015	-0,28069	-0,08634	0,72418	-0,18084	0,68384	-0,0942
-1,84484	-0,45206	-1,16502	-1,31084	-0,95562	-1,52759	-1,46525	-1,65859	-0,87111
-0,16297	-0,79766	-0,43392	0,29856	-0,5597	-0,66986	0,2277	-0,61071	-0,5532
1,64367	0,08291	-0,00281	1,12291	-0,22175	1,18256	1,27432	1,32321	-0,29009
-0,11689	-1,01877	-0,59209	0,43746	-0,76463	-0,79127	0,35652	-0,70772	-0,75984
-0,70437	0,07838	3,02551	0,18243	3,04685	-0,58261	0,00073	-0,63398	3,05195
-0,37735	-0,65996	1,25601	0,46738	1,13563	-0,80461	0,31948	-0,767	1,13794
0,51308	0,2363	-0,00736	0,21145	-0,03252	0,52286	0,27875	0,54647	-0,05278
2,1022	-0,143	1,06878	1,86061	0,70396	1,27458	1,98565	1,48547	0,60658
-0,08943	0,15202	0,13452	-0,13059	0,17414	0,0427	-0,12979	0,02087	0,17752
1,28076	0,61043	-0,91378	0,29584	-0,94404	1,3672	0,50353	1,41829	-0,98719
0,5416	-1,98849	-0,10246	1,66246	-0,58307	-1,07433	1,52727	-0,83473	-0,61455
-0,21908	-0,29865	-0,5013	-0,08416	-0,51497	-0,3409	-0,11021	-0,33527	-0,50316
-1,07234	-1,96459	0,71994	0,69108	0,44986	-2,20179	0,38255	-2,10504	0,4793
0,59501	0,87921	0,09481	-0,12502	0,18595	1,04203	0,00552	1,01188	0,16455
0,96887	1,83096	-0,11702	-0,53076	0,12154	2,00208	-0,26924	1,91279	0,09085
-0,1996	0,4932	-1,06622	-0,72551	-0,90309	0,27926	-0,65165	0,20676	-0,88362
-0,49045	0,44834	0,91411	-0,42132	1,04714	-0,05601	-0,46057	-0,13749	1,06236
-1,23134	0,02543	-0,81399	-1,09759	-0,60627	-0,77922	-1,16839	-0,89837	-0,54797
1,1769	-1,11573	0,2931	1,64391	-0,11299	-0,02529	1,6295	0,1904	-0,17005
-0,94767	2,18343	0,04507	-2,09482	0,6256	0,94225	-1,97435	0,64679	0,67549

-0,66199	0,31975	-0,91812	-0,90735	-0,72872	-0,17057	-0,8964	-0,26723	-0,69196
-0,62935	0,56321	-0,31926	-0,89691	-0,10379	-0,0023	-0,88549	-0,1155	-0,07211
-0,1116	-0,37166	-0,00431	0,16184	-0,06405	-0,34685	0,11737	-0,32122	-0,06116
-2,66365	1,36975	-0,3054	-2,87824	0,36639	-0,80377	-2,96925	-1,17843	0,48698
-0,60421	0,85832	2,51855	-0,37918	2,70085	0,08088	-0,4575	-0,03979	2,7097
-0,32993	0,34709	-0,09965	-0,48754	0,02175	0,03302	-0,47953	-0,03086	0,03805
-0,58087	0,71265	-0,57073	-1,02119	-0,32373	0,15293	-0,9809	0,02809	-0,2913
-0,41911	0,01944	-0,42817	-0,41751	-0,35047	-0,24942	-0,43422	-0,292	-0,32935
0,12118	1,00806	-0,28554	-0,64157	-0,08802	0,83249	-0,52426	0,7446	-0,08585
0,93952	-0,21588	-0,30083	0,74087	-0,47026	0,49977	0,8153	0,60353	-0,50816
0,12848	-2,33469	1,28869	1,93217	0,75263	-1,68175	1,66974	-1,43706	0,72538
-0,8285	0,34797	4,99691	0,39842	5,02871	-0,57441	0,14809	-0,64999	5,0242
-0,266	-2,63004	1,1464	1,80777	0,61116	-2,15883	1,48916	-1,92234	0,60014
-0,90085	0,7741	0,09293	-1,12866	0,37741	-0,05557	-1,13851	-0,21089	0,4181
0,61397	0,57482	-1,02436	-0,18566	-0,96267	0,8919	-0,03487	0,8854	-0,97719
0,24034	-0,48645	0,15827	0,52871	0,01941	-0,19883	0,49733	-0,12926	0,0057
-0,11622	0,11278	-0,42093	-0,2597	-0,36789	0,02499	-0,2415	0,00087	-0,35904
0,22522	-0,93803	-0,23775	0,71631	-0,45413	-0,5175	0,65788	-0,40846	-0,46616
1,00496	1,17517	-0,90694	-0,26914	-0,78249	1,59021	-0,03277	1,56208	-0,81141
0,8053	-0,04732	0,12031	0,63733	-0,00876	0,50889	0,69812	0,58706	-0,04367
-0,13383	-0,6815	-0,23732	0,29151	-0,34977	-0,57563	0,22582	-0,52373	-0,34554
0,66371	0,31267	-0,06451	0,25552	-0,09389	0,68435	0,34556	0,71386	-0,11961
-0,40621	1,82705	1,02005	-1,23602	1,41921	1,00087	-1,14286	0,79506	1,43674
-0,6555	-0,34389	-0,73657	-0,42473	-0,68938	-0,65942	-0,48321	-0,69045	-0,6576
0,73463	-0,11265	0,1498	0,63657	0,01659	0,41148	0,68381	0,48974	-0,01592
0,49804	-0,20394	-0,44491	0,38156	-0,54397	0,21469	0,42464	0,27643	-0,56216
-0,22174	0,88222	-0,18678	-0,78096	0,03114	0,50151	-0,70957	0,39535	0,04623
-0,95951	-1,50626	-0,5137	0,17136	-0,66732	-1,72589	-0,03225	-1,67112	-0,63029
1,30892	-0,4902	-0,46461	1,14484	-0,73791	0,56058	1,23267	0,72305	-0,79126
2,58922	-2,10249	-0,04136	3,21909	-0,84113	0,23708	3,24939	0,67322	-0,95933
0,11545	0,66443	0,368	-0,26164	0,47547	0,54377	-0,20466	0,49271	0,47086

EK-F İFA'ne göre döndürmeden önce ve döndürmeden sonraki faktör skorları

f_1	f_2	f_3	f_1^*	f_2^*	f_3^*	f_1^{**}	f_2^{**}	f_3^{**}
-1,01506	-0,22558	-0,17605	-0,9761	-0,14433	-0,37232	-1,01617	-0,09679	-0,51463
-0,39228	-0,12016	0,30899	-0,45425	-0,08029	0,22584	-0,40985	-0,06975	0,15496
0,52991	-0,37259	0,35239	0,41624	-0,40742	0,45229	0,49719	-0,43569	0,52511
-0,23637	-0,86056	-0,24455	-0,25657	-0,84316	-0,28195	-0,26526	-0,82441	-0,28971
-0,53698	1,58003	0,78434	-0,54325	1,63615	0,65414	-0,49598	1,63564	0,50576
0,992	-0,64663	-0,05413	0,92405	-0,72783	0,14675	0,96268	-0,76588	0,31339
1,20017	-0,61113	0,86105	0,95029	-0,68948	1,08483	1,13412	-0,75582	1,24227
-0,01707	-0,42826	1,21376	-0,29229	-0,39837	1,1886	-0,08702	-0,42153	1,14142
0,68751	-0,31034	-0,48406	0,74011	-0,37701	-0,33672	0,69202	-0,39452	-0,20443
-1,91917	-0,82563	-0,86621	-1,77479	-0,68237	-1,22462	-1,91746	-0,57954	-1,46215
0,18097	-0,1856	-0,64523	0,2878	-0,21424	-0,59564	0,19886	-0,20746	-0,53597
-2,10451	1,15257	-0,15887	-1,92528	1,31958	-0,57846	-2,041	1,40701	-0,9155
-1,74419	-0,69408	-0,21128	-1,72149	-0,55132	-0,54873	-1,76394	-0,47029	-0,79103
1,04259	0,24632	-0,07211	1,05361	0,15721	0,13442	1,05489	0,11367	0,2914
0,5248	0,56761	-0,40102	0,64018	0,51303	-0,29219	0,56647	0,49698	-0,20618
0,21667	-0,64481	0,72893	0,01285	-0,64427	0,7608	0,15645	-0,66615	0,77491
1,27721	0,24789	0,81381	1,10854	0,15892	1,04923	1,25239	0,08673	1,20302
-1,248	-0,85946	-1,79572	-0,93924	-0,79241	-2,00268	-1,21058	-0,69813	-2,09646
-0,4663	0,20042	-0,49984	-0,33987	0,22733	-0,58332	-0,43549	0,25676	-0,63648
-0,3863	0,3333	0,45449	-0,43814	0,37422	0,36724	-0,38912	0,37954	0,28166
0,43577	0,2599	0,1347	0,42139	0,22573	0,21693	0,44127	0,20339	0,27211
0,11401	-0,20714	-0,60787	0,21321	-0,22931	-0,57216	0,1295	-0,2204	-0,52389
0,51387	-0,16749	-0,04416	0,49621	-0,21053	0,05933	0,50703	-0,2306	0,14296
-0,48841	-0,38121	-0,35971	-0,43894	-0,3472	-0,44726	-0,49005	-0,31737	-0,49811
-1,14894	-0,67208	0,78251	-1,33381	-0,55683	0,5431	-1,21003	-0,52204	0,3474
0,25046	-0,24423	0,35815	0,15318	-0,25619	0,40193	0,22392	-0,27332	0,42933
0,47338	2,44032	0,33136	0,6065	2,39931	0,4056	0,5707	2,3621	0,41353
0,90834	-0,65567	-0,05332	0,8414	-0,72987	0,13104	0,87873	-0,76437	0,28508
-0,13369	-0,29735	0,57823	-0,26988	-0,27234	0,54188	-0,17105	-0,27768	0,50217
-1,24427	-0,93478	-1,16064	-1,06704	-0,85369	-1,37904	-1,23665	-0,77269	-1,49861
0,22426	-0,47696	-0,54911	0,28617	-0,50599	-0,49131	0,22471	-0,50186	-0,42334
1,36262	0,0496	0,74312	1,18886	-0,0473	0,9979	1,33148	-0,12078	1,17183
0,6325	-0,53944	-0,8844	0,74551	-0,60957	-0,73881	0,64321	-0,61533	-0,59266
-0,20581	2,27147	-0,37542	0,06776	2,27184	-0,42075	-0,08562	2,27897	-0,48181
0,31989	0,66605	-0,70909	0,50912	0,62131	-0,63525	0,37924	0,62001	-0,56893
0,32659	0,32734	0,32829	0,28246	0,30627	0,38472	0,32738	0,28417	0,41339
2,14381	0,23033	0,68815	1,97815	0,06666	1,09772	2,12174	-0,0394	1,38939
-0,22705	0,27688	0,11136	-0,21991	0,29719	0,06274	-0,21853	0,30326	0,01763
0,74564	-0,92421	1,00766	0,45065	-0,9604	1,14021	0,66002	-1,00934	1,22834
1,46708	-0,40852	-1,08097	1,61056	-0,55281	-0,76696	1,49035	-0,59021	-0,48771
-0,04915	-0,53336	-0,28803	-0,03708	-0,53369	-0,28923	-0,06158	-0,52329	-0,27322
0,16076	0,06891	-1,82597	0,52228	0,01485	-1,75834	0,23934	0,04638	-1,65508
-0,08761	0,18733	0,92119	-0,25078	0,21432	0,88461	-0,11704	0,19776	0,82701
-0,00858	0,16245	1,55248	-0,29997	0,19695	1,51917	-0,06549	0,1638	1,44639
-0,69981	-0,73928	0,36766	-0,81928	-0,67028	0,22574	-0,74764	-0,64541	0,11803
-0,34128	0,53271	-0,05244	-0,2773	0,55792	-0,12179	-0,31401	0,57122	-0,18231
-0,91657	-0,44283	-0,62823	-0,80956	-0,37898	-0,7949	-0,90909	-0,32514	-0,89793

1,41071	0,05157	-0,15011	1,41178	-0,06912	0,13187	1,4166	-0,12574	0,35231
-1,7385	0,34522	0,95263	-1,85582	0,50944	0,58776	-1,75884	0,56128	0,27409
-1,0168	-0,59501	0,08188	-1,06026	-0,50654	-0,11789	-1,04555	-0,46284	-0,26427
-0,90149	1,0968	0,0944	-0,80495	1,16971	-0,09174	-0,85336	1,2012	-0,25552
0,19433	-0,12614	-0,36161	0,25014	-0,14982	-0,31531	0,20317	-0,14986	-0,26726
-2,92686	-0,28231	-0,15523	-2,85228	-0,04161	-0,7301	-2,92777	0,08648	-1,16339
-0,68604	2,18172	0,24356	-0,53079	2,23603	0,09138	-0,59472	2,25073	-0,0682
-0,59012	-0,23214	0,16819	-0,62938	-0,17854	0,04926	-0,60662	-0,1562	-0,0433
-0,97476	-0,38851	0,28046	-1,04056	-0,2999	0,08399	-1,00235	-0,26303	-0,06891
-0,54948	-0,58195	-0,0148	-0,58369	-0,53449	-0,12021	-0,57452	-0,50853	-0,19142
-0,19658	-0,21523	0,61347	-0,3312	-0,18451	0,56354	-0,23152	-0,18828	0,51104
0,5872	-0,18301	0,43264	0,47266	-0,22152	0,54129	0,55974	-0,2547	0,61546
1,63326	0,66813	-1,64664	1,97656	0,49352	-1,29422	1,72907	0,45657	-0,98671
-0,10858	3,71724	-0,38775	0,2892	3,70391	-0,42123	0,07827	3,70116	-0,49635
1,35165	0,74737	-2,05688	1,78905	0,58677	-1,7525	1,46865	0,57005	-1,47149
-1,06983	0,34825	0,10397	-1,03547	0,43812	-0,11173	-1,05611	0,47965	-0,28634
-0,03569	-0,72589	0,78919	-0,25245	-0,70275	0,77033	-0,10166	-0,7149	0,74501
0,39938	-0,27125	-0,17603	0,40144	-0,30731	-0,09205	0,39347	-0,31933	-0,01796
-0,47225	-0,47072	0,19162	-0,53934	-0,4255	0,09682	-0,50089	-0,40764	0,02605
0,70769	-0,08314	-0,54463	0,79124	-0,15367	-0,3933	0,72511	-0,1717	-0,25989
0,20609	-0,67569	1,20839	-0,0945	-0,66353	1,22883	0,12459	-0,69497	1,22091
0,8237	0,0693	0,19994	0,7711	0,00506	0,35868	0,81702	-0,03425	0,47397
0,18855	0,0063	-0,54079	0,29113	-0,02136	-0,49278	0,21091	-0,01792	-0,44044
0,29458	-0,21592	0,54204	0,16252	-0,22758	0,59077	0,26164	-0,25058	0,61624
-1,06698	1,00758	0,96177	-1,14493	1,11378	0,72615	-1,05859	1,1343	0,5009
-0,46059	-0,54964	-0,48657	-0,40125	-0,52013	-0,5652	-0,46475	-0,48809	-0,60282
0,62619	-0,06711	0,26697	0,55329	-0,11295	0,38601	0,61084	-0,14477	0,47104
0,53134	-0,50874	0,06051	0,4634	-0,54965	0,16719	0,50447	-0,57125	0,25582
-0,60504	-0,35157	0,50391	-0,72027	-0,28885	0,37601	-0,64091	-0,27248	0,26887
-0,33341	-0,42731	-1,21612	-0,12297	-0,42498	-1,25577	-0,30195	-0,38339	-1,24448
1,1048	-0,43351	0,35237	0,9725	-0,51586	0,5664	1,06818	-0,56817	0,72804
2,55268	-0,38314	0,06322	2,44784	-0,59235	0,56935	2,52759	-0,6999	0,96322
0,00742	0,13644	0,43182	-0,06603	0,14488	0,42401	-0,00424	0,13487	0,40341