

**TAM ARAÇ MODELİNE UYGULANAN DEĞİŞKEN SÖNÜMLÜ
YARI-AKTİF ASKI SİSTEMİNİN OPTİMİZASYONU**

Erdinç YAZ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**HAZİRAN 2006
ANKARA**

Erdirinç YAZ tarafından hazırlanan TAM ARAÇ MODELİNE UYGULANAN DEĞİŞKEN SÖNÜMLÜ YARI-AKTİF ASKI SİSTEMİNİN OPTİMİZASYONU adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Yücel ERCAN

Tez Yöneticisi

Prof. Dr. Nizami AKTÜRK

Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından Makina Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: : Prof.Dr. Mehmet EROĞLU

Üye : Prof.Dr. Nizami AKTÜRK

Üye : Prof.Dr. Yavuz YAMAN

Üye : Doç.Dr. Şefaattin YÜKSEL

Üye : Yrd.Doç.Dr. Metin U. SALAMCI

Tarih : 09 / 06 / 2006

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Erdinç YAZ

**TAM ARAÇ MODELİNE UYGULANAN DEĞİŞKEN SÖNÜMLÜ
YARI-AKTİF ASKI SİSTEMİNİN OPTİMİZASYONU
(Yüksek Lisans Tezi)**

Erdoğan YAZ

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Haziran 2006**

ÖZET

Bu çalışmada, tam taşıt modeline uygulanan değişken sönümlü yarı-aktif askı sisteminin optimizasyonu yapılmıştır. Tanımlanan performans kriteri; asıl kütle, düşey ve açısal hareketleri sonucunda oluşan ivme değerlerinin karelerinin ortalamalarını, askı sistemi esnemelerinin karelerinin ortalamalarını ve asıl olmayan kütlelerin yere göre esnemelerinin karelerinin ortalamalarını ağırlıklı olarak içermektedir. Pontryagin prensibi uygulanarak, sönüm katsayılarının optimum değerlerini veren kapalı çevrim optimum kontrol elde edilmiştir. Optimum olarak kontrol edilen sistemin ölçülmüş yol girişleri ve başlangıç koşullarına göre performansı belirlenmiştir. Ölçülmüş yol girişleri için asıl kütle ivmesi ile askı sisteminin esneme değerleri arasındaki optimum uzlaşma eğrileri elde edilmiştir. Çalışma sonucunda, yarı-aktif askı sisteminin sönüm oranının kontrolüyle hem asıl kütle ivme değerlerinin, hem de askı sistemi esnemelerinin önemli ölçüde azaltılabileceği ortaya konmuştur.

Bilim Kodu : 914.1.084
Anahtar Kelimeler : taşıt askı sistemi, yarı-aktif süspansiyon sistemi, bilineer sistem, optimum sistem
Sayfa Adedi : 78
Tez Yöneticileri : Prof.Dr. Yücel Ercan, Prof. Dr. Nizami Aktürk

**OPTIMIZATION OF A SEMI-ACTIVE SUSPENSION SYSTEM WITH A
VARIABLE DAMPER FOR A FULL CAR MODEL**

(M.Sc. Thesis)

Erdoğan YAZ

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY**

June 2006

ABSTRACT

In this study, optimization of semi-active suspension system with a variable damper which is used in a full car model was considered. A suitable set of state variables were defined and systems' state equations were obtained. Then a performance index was defined using the closed loop optimal control law. Performance index is involving a weighted combination of square sprung mass accelerations for movement of sprung mass as heave, pitch and roll, mean square suspensions deflection and mean square unsprung mass deflections with respect to ground. Optimal values of damping coefficients of damper were obtained by using pontryagin principles. Performances of an optimally controlled vehicle were calculated for step input in road elevations, as well as for measured road profiles. For the case of measured road profile input, trade-off curves were obtained between the sprung mass accelerations and suspension's deflections of optimally controlled system. It is observed that sprung mass acceleration and suspension deflection can be reduced considerably by controlling the damping coefficients as compared to the passive suspension system.

Science Code : 914.1.084

Key Words :semi-active suspension system, bilinear system, optimum system, vehicle suspension system

Page Number: 78

Advisers : Prof. Dr. Yücel Ercan, Prof. Dr. Nizami Aktürk

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren Hocam Prof. Dr. Yücel ERCAN'a, ilgisini esirgemeyen Prof. Dr. Nizami AKTÜRK'e ve destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan Ailem'e ve TÜRKİYE CUMHURİYETİ'ne TEŞEKKÜR'ü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	ix
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR	xii
1. GİRİŞ	1
2. SİSTEMİN MATEMATİKSEL MODELİ VE OPTİMUM KONTROLÜN BULUNMASI	7
2.1 Sistemin Modeli	7
2.2 Sistemin Dinamik Denklemlerinin Elde Edilmesi	8
2.3 Performans Kriterinin Belirlenmesi	18
2.4 Optimum Kontrolün Türetilmesi	19
2.4.1 Yardımcı durum denklemlerinin ve yardımcı durum denklemlerine ait katsayı matrislerinin elde edilmesi	26
2.4.2 Durum denklemlerine ait katsayı matrislerinin elde edilmesi	37
2.4.3 Riccati denkleminin elde edilmesi	43
3. OPTİMUM YARI-AKTİF ASKI SİSTEMİNİN PERFORMANSININ DEĞERLENDİRİLMESİ	48
3.1 Sistem Parametreleri ve Çözüm Yöntemi	48
3.2 Yol Profili	49
3.3 Pasif Askı Sisteminin Performansı	50
3.4 Yarı-Aktif Askı Sisteminin Performansı	56

	Sayfa
3.4.1 Uzlaşma Eğrileri	56
3.4.2 Minimum yunuslama açısal ivmesi veren pasif ve yarı-aktif sistemlerin başlangıç koşullarına cevapları	66
3.5 Kontrol Girişinin Uygulanmasında Gecikmenin Performansa Etkisi	69
4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	73
KAYNAKLAR	76
ÖZGEÇMİŞ	78

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. Pasif askı sisteminde $\ddot{\theta}_{rms}$ ivmesini minimum yapan parametre değerleri.....	52
Çizelge 3.2. Pasif askı sisteminde $\ddot{y}_{rms}$ ivmesini minimum yapan parametre değerleri.....	53
Çizelge 3.3. Yarı-aktif akı sisteminin ivme ve askı sistemi esneme değerleri ($\rho_1 = 1$)	58
Çizelge 3.4. Yarı-aktif askı sisteminin ivme ve askı sistemi esneme değerleri ($\rho_1 = 0,01$)	59
Çizelge 3.5. Yarı-aktif askı sisteminin ivme ve askı sistemi esneme değerleri ($\rho_1 = 100$)	60
Çizelge 3.6. Yarı-aktif ve pasif sisteme ait performans değerleri.....	64

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. Pasif askı sistemi.....	1
Şekil 1.2. Aktif askı sistemi	2
Şekil 1.3. İdeal uzay-kanca sönümleyici.....	4
Şekil 1.4. İdeal uzay-kanca sönümleyicinin uygulaması	4
Şekil 2.5. Tam taşıt modeli	6
Şekil 3.6. Pasif askı sisteminde taşıt ivmesinin sönüm oranıyla değişimi	40
Şekil 3.7. Pasif askı sisteminde yunuslama eksenine göre açısal ivmesinin sönüm oranıyla değişimi.	41
Şekil 3.8. Pasif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin sönüm oranıyla değişimi (asılı kütle - sol ön teker).....	44
Şekil 3.9. Pasif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin sönüm oranıyla değişimi (asılı kütle - sağ ön teker)	44
Şekil 3.10. Pasif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin sönüm oranıyla değişimi (asılı kütle - sol arka teker)	45
Şekil 3.11. Pasif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin sönüm oranıyla değişimi (asılı kütle - sağ arka teker)	45
Şekil 3.12. Yarı-aktif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin ρ_1 ve ρ_2 değerleriyle değişimi (sol ön teker)	51
Şekil 3.13. Yarı-aktif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin ρ_1 ve ρ_2 değerleriyle değişimi (sol arka teker)	51
Şekil 3.14. Yarı-aktif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin ρ_1 ve ρ_2 değerleriyle değişimi (sağ arka teker).....	52
Şekil 3.15. Yarı-aktif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin ρ_1 ve ρ_2 değerleriyle değişimi (sağ ön teker)	52
Şekil 3.16. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde sönüm oranının zamanla değişimi (sol ön).....	54

Şekil	Sayfa
Şekil 3.17. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde sönüm oranının zamanla değişimi (sol arka)	54
Şekil 3.18. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan pasif askı sisteminde asılı kütlenin konumunun zamanla değişimi	56
Şekil 3.19. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde asılı kütlenin konumunun zamanla değişimi	56
Şekil 3.20. $\ddot{\theta}_{rms}$ 'i minimum yapan pasif askı sisteminde asılı kütlenin yunuslama eksenine göre konumunun zamanla değişimi	56
Şekil 3.21. $\ddot{\theta}_{rms}$ 'i minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde asılı kütlenin yunuslama eksenine göre konumunun zamanla değişimi	56
Şekil 3.22. $\ddot{\theta}_{rms}$ 'i minimum yapan pasif askı sisteminde asılı kütlenin konumunun zamanla değişimi (sol ön)	57
Şekil 3.23. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde asılı olmayan kütle konumunun zamanla değişimi (sol ön)	57
Şekil 3.24. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde asılı olmayan kütle konumunun zamanla değişimi (sol ön)	57
Şekil 3.25. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan pasif askı sisteminde asılı olmayan kütle konumunun zamanla değişimi (sağ ön)	57
Şekil 3.26. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde ivme değerlerinin zaman gecikmesiyle değişimi	59
Şekil 3.27. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde asılı kütle-teker kütlesi dinamik esnemelerinin zaman gecikmesiyle değişimi	60
Şekil 3.28. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde sönüm oranının zamanla değişimi (sol ön)	61
Şekil 3.29. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde sönüm oranının zamanla değişimi (sol arka)	61

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
b_{fl2}	Asılı kütle ile asılı olmayan kütle arasındaki sönüm sabiti (ön sol) (N·s/m)
b_{fr2}	Asılı kütle ile asılı olmayan kütle arasındaki sönüm sabiti (ön sağ) (N·s/m)
b_{rl2}	Asılı kütle ile asılı olmayan kütle arasındaki sönüm sabiti (arka sol) (N·s/m)
b_{rr2}	Asılı kütle ile asılı olmayan kütle arasındaki sönüm sabiti (arka sağ) (N·s/m)
b_{fl1}	Asılı kütle ile yol arasındaki sönüm sabiti (ön sol) (N·s/m)
b_{fr1}	Asılı kütle ile yol arasındaki sönüm sabiti (ön sağ) (N·s/m)
b_{rl1}	Asılı kütle ile yol arasındaki sönüm sabiti (arka sol) (N·s/m)
b_{rr1}	Asılı kütle ile yol arasındaki sönüm sabiti (arka sağ) (N·s/m)
I_{G1}	1-1 Eksenine göre atalet momenti ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)
I_{G2}	2-2 Eksenine göre atalet momenti ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)
k_{f2}	Asılı kütle ile asılı olmayan kütle arasındaki yay sabiti(ön) (N/m)
k_{r2}	Asılı kütle ile asılı olmayan kütle arasındaki yay sabiti(arka) (N/m)
k_{f1}	Asılı kütle ile yol arasındaki yay sabiti (ön) (N/m)
k_{r1}	Asılı kütle ile yol arasındaki yay sabiti (arka) (N/m)
M	Asılı kütle (kg)
M_f	Asılı olmayan teker kütlesi (ön) (kg)
M_r	Asılı olmayan teker kütlesi (arka) (kg)
P	Performans kriteri
R	Riccati matrisi

Simgeler	Açıklama
r_{ij}	Riccati matrisi elemanları
u	Kontrol girişi
u_{1s}	Sönüm değişkeni (ön sol) (N·s/m)
u_{2s}	Sönüm değişkeni (arka sol) (N·s/m)
u_{3s}	Sönüm değişkeni (ön sağ) (N·s/m)
u_{4s}	Sönüm değişkeni (arka sağ) (N·s/m)
t	Zaman (s)
t_d	Gecikme süresi (s)
t_i	Başlangıç Zamanı (s)
t_f	Son zaman (s)
z_{fl1}	Yol yükseltisi (ön sol) (m)
z_{fr1}	Yol yükseltisi (ön sağ) (m)
z_{rl1}	Yol yükseltisi (arka sol) (m)
z_{rr1}	Yol yükseltisi (arka sağ) (m)
y_{fl1}	Asılı olmayan kütle konumu (ön sol) (m)
y_{fr1}	Asılı olmayan kütle konumu (ön sağ) (m)
y_{rl1}	Asılı olmayan kütle konumu (arka sol) (m)
y_{rr1}	Asılı olmayan kütle konumu (arka sağ) (m)
y_{fl2}	Asılı kütle konumu (ön sol) (m)
y_{fr2}	Asılı kütle konumu (ön sağ) (m)
y_{rl2}	Asılı kütle konumu (arka sol) (m)
y_{rr2}	Asılı kütle konumu (arka sağ) (m)
X	Durum değişkeni vektörü
x_1	Asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki uzaklığın dinamik değişimi (sol ön) (m)
x_2	Asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki hızın dinamik değişimi (sol ön) (m/s)
x_3	Asılı olmayan kütle konumu (ön sol) (m)
x_4	Asılı olmayan kütle hızı (ön sol) (m/s)
x_5	Asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki uzaklığın dinamik değişimi (sol arka) (m)

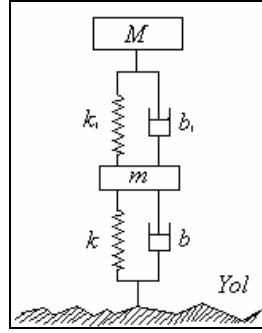
Simgeler	Açıklama
x_6	Asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki hızın dinamik değişimi (sol arka) (m/s)
x_7	Asılı olmayan kütle konumu (sol arka) (m)
x_8	Asılı olmayan kütle hızı (sol arka) (m/s)
x_9	Asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki uzaklığın dinamik değişimi (sağ ön) (m)
x_{10}	Asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki hızın dinamik değişimi (sağ ön) (m/s)
x_{11}	Asılı olmayan kütle konumu (sağ ön) (m)
x_{12}	Asılı olmayan kütle hızı (sağ ön) (m/s)
x_{13}	Asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki uzaklığın dinamik değişimi (sağ arka) (m)
x_{14}	Asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki hızın dinamik değişimi (sağ arka) (m/s)
λ	Yardımcı durum değişkeni
λ_i	i'inci yardımcı durum değişkeni
ρ	Ağırlık katsayısı
Φ	Güç spektral yoğunluk katsayısı
ω	Dairesel frekans (s^{-1})
V	Taşıt hızı (km/s)
θ	Taşıtın yunuslama hareketine göre yer değiştirmesi (rad)
$\ddot{\theta}$	Taşıtın yunuslama hareketine göre açısal ivmesi (rad/s^2)
φ	Taşıtın yuvarlanma hareketine göre yer değiştirmesi (rad)
$\ddot{\varphi}$	Taşıtın yunuslama hareketine göre açısal ivmesi (rad/s^2)

1.GİRİŞ

Bir taşıtta askı sisteminin temel görevi, yol tarafından uygulanan girdiler sonucunda taşıt gövdesinde oluşan ivmeleri kabul edilebilir düzeylerde tutmaktır. Ancak askı sistemi bu işlemi sağlarken aynı zamanda asılı kütle (yolcu kabini) ile asılı olmayan kütle (aks, teker) arasındaki mesafenin sınırlı kalmasını ve asılı olmayan kütle ile yol arasındaki esnemelerin aracın yol tutuşunu etkilemeyecek düzeylerde olmasını da sağlamalıdır.

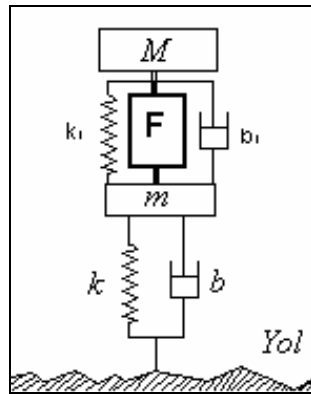
Genel olarak askı sistemleri üç ana türe ayrılır. Bunlar pasif, yarı-aktif ve aktif askı sistemleridir.

Pasif askı sistemleri günümüzde en yaygın bir şekilde kullanım sahası bulmaktadır. Bununla birlikte yatırım maliyetlerinin çok düşük olması, yapılarının karmaşık olmaması, arıza oranlarının düşük olması, istenilen bir sistemde uygulanabilirliği için sadece birkaç sistem parametresinin değiştirilmesiyle en uygun performansa getirilebilir olmasıdır. Buna karşılık pasif askı sistemlerinin dezavantajları da vardır. Bunların en önemlisi, gelişen teknolojiyle birlikte yüksek hızlara ulaşabilen taşıtlarda veya kötü yol koşullarında yolcu konforu ve yol tutuş kabiliyetlerinin oldukça düşük olmasıdır. Pasif sistem en basit olarak çeyrek taşıt modeli olarak da adlandırılan Şekil 1.1'deki gibi modellenenir. Burada M yolcu kabini kütlesini m , aks ve teker kütlesini, k_1 ve b_1 sırasıyla süspansiyon yayını ve sönümleyicisini göstermektedir. Yol ile teker arasında yer alan k ve b ise teker lastiğinin yay ve sönüm sabitleridir.



Şekil 1.1. Pasif askı sistemi (çeyrek taşıt modeli)

Süspansiyon sistemleri içerisinde karmaşık yapıları ve performans değerleri bakımından en üst kademede bulunan sistemler aktif sistemlerdir. Aktif sistemlerin maliyetleri yapılarının karmaşık olması sebebiyle yüksektir. Bu sistemler asılı kütle ile asılı olmayan kütle arasına yerleştirilen bir kuvvet servomekanizması yardımıyla sistem performansını optimum yapmaya çalışırlar. Bu kuvvet servomekanizmasının çalışabilmesi için dışarıdan bir güç sağlanması gereklidir. Servomekanizma tarafından uygulanan kuvvet bazı sistem değişkenlerinin ölçülerek geri beslenmesi ve bir kontrol algoritmasının uygulanmasıyla belirlenir. Daha sonra bir servomekanizma tarafından kontrol kuvvetinin uygulanması gereklidir. Bunlar ise sistemi karmaşıklaştıran elemanlardır. Aktif askı sistemleri, asılı olan kütlenin ivme değerlerini pasif askı sistemine göre çok düşük değerlere getirmelerine ve bu alanda bir çok çalışma yapılmasına rağmen, yüksek maliyetleri ve sistem karmaşıklığı dolayısıyla çok az kullanım alanı bulmuştur.



Şekil 1.2. Aktif askı sistemi (çeyrek taşıt modeli)

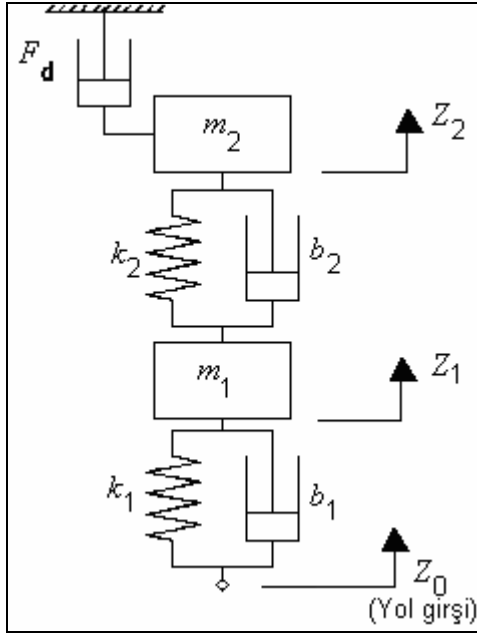
Yarı-aktif askı sistemlerinde asılı olan kütleyle asılı olmayan kütle arasındaki yay veya sönümleyiciden birinin, genelde de sönümleyicinin, sabiti uygun şekilde değiştirilerek sistem performansı iyileştirilmeye çalışılır. Yani, asılı kütlenin ivme değerini ve askı sistemi esnemelerini minimum yapan sönüm veya yay sabiti elde edilir. Yarı-aktif askı sistemlerinde, aktif sistemlerde olduğu gibi bir kuvvet üreticine gerek yoktur. Bunun sonucunda sistemin güç gereksinimi ortadan kalkar ve sistem yapısı oldukça basitleşir. Optimize edilen sönüm ya da yay sabitini en iyi performansı verecek biçimde değiştirmek için elbette güç gereksinimi vardır, ancak bu güç aktif sistemin gerektirdiği güce göre ihmal edilecek kadar azdır.

Ayrıca yarı-aktif askı sistemlerinin ilk yatırım maliyetleri de çok fazla olmadığı için kullanım alanları gün geçtikçe artmakta, çoğu lüks ve askeri taşıtlar olmak üzere, bazı taşıtlarda opsiyonel olarak kullanılmaktadır.

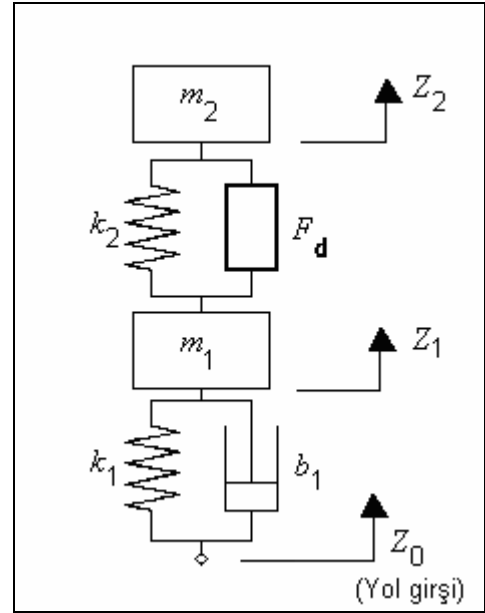
Askı sistemlerindeki titreşimlerin azaltılması üzerine yapılan çalışmaların temelinde sistem enerjisinin herhangi bir şekilde sistemden atılması vardır. Yarı-aktif sistemlerde yay sabitinin değiştirildiği sistemler üzerine yapılan çalışmalar oldukça az olmasına karşın, değişken sönümleyicilerin kullanıldığı sistemlerle ilgili çalışmalar oldukça fazladır.

Yarı-aktif sistemde değişken sönümleyicilerin kullanılmasıyla titreşimlerin azaltılabileceği fikrini 1970'li yıllarda Karnopp [1] ortaya atmış, bunu izleyen yıllarda ise Hrovat [2, 3] tarafından yapılan çalışmada değişken sönüm oranlı çeyrek taşıt modeli kabul edilerek Lineer Karesel Gauss (LKG) optimum kontrol uygulanarak, değişken sönüm oranlı bir sistemin optimizasyonu yapılmıştır. Hac ve Youn [4, 5] tarafından aynı yöntemle çeyrek ve yarım taşıt modeli için yarı aktif askı sistemi optimizasyonu yapılmıştır. Kawabe [6] tarafından yapılan çalışmada, yarım taşıt modeli için aktif askı sistemi ve değişken sönüm oranlı yarı-aktif askı sisteminin karşılaştırmalı bir çalışması gerçekleştirilmiştir. Karakaş ve Liu'nun [7] yaptığı bir çalışmada yarı-aktif bir askı sisteminin yaygın bir yöntem olan uzay kanca (sky-hook) algoritmasıyla kontrolü teorik olarak incelenmiştir.

Uzay-kanca sönümleyicinin kullanıldığı bir başka çalışma ise Karnopp ve Valášek [8] tarafından yapılmıştır. Bu yöntemde asılı kütlenin hayali bir sönümleyici ile referansa (uzay, sky) bağlı olduğu kabul edilerek (Şekil 1.3 ve Şekil 1.4) bir kontrol algoritması türetilir. Ancak yöntemin pratikte uygulanması; asılı kütle ile asılı olmayan kütle arasına yerleştirilen bir sönümleyici yardımıyla, taşıt gövdesinin düşey ve açısal hareketlerini minimize etme prensibine dayanır. Şekil 1.3 ve Şekil 1.4'te de görüldüğü gibi, uzay-kanca sönümleyici F_d kuvvetini üretir ve taşıt kütlesinin hareketlerini optimize etmeye çalışır.



Şekil 1.3. İdeal uzay-kanca sönümleyici



Şekil 1.4. Uzay-kanca sönümleyicinin uygulaması

Jeung [9] tarafından yapılan diğer bir çalışmada, yarı-aktif askı sistemi optimizasyonu için H_∞ kontrol yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde, oluşturulan modelin veya modeldeki parametrelerin kendi fizikinden kaynaklanan belirsizlikler de dikkate alınarak bir kontrol mekanizması oluşturulmaktadır.

Askı sistemi optimizasyonunda kullanılan diğer bir yöntem de lineer karesel durum regülatörü (LKR) ya da lineer karesel Gauss regülatörü (LKG) probleminin çözümünden elde edilen kontrol algoritmasının uygulanmasıdır. Beyaz gürültü

girişler için LKG probleminin çözümü, LKR probleminin çözümüyle aynıdır. Bu yaklaşımda sistem performansına etki eden parametreleri belirli ağırlık oranlarına göre içeren bir performans indisi tanımlanarak sistemi bir başlangıç durumundan, durum uzayının orijinine getiren optimum kapalı çevrim kontrol çözümü elde edilir. Bu yöntem, yarı-aktif ve aktif askı sistemlerinin optimizasyonunda oldukça sık kullanılır.

Bu konuda yapılan çalışmalara örnek olarak, ElMadany ve Abduljabbar'ın [10] çeyrek taşıt modeli için yaptığı yarı-aktif askı sistemi optimizasyonunu, Hrovat ve Krtolica'ın [11] yarım taşıt modeli için yaptıkları çalışmalar verilebilir.

LKR/LKG yönteminin uygulandığı diğer bir çalışma Ercan [12] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada; değişken sönümlü çeyrek taşıt modeli ele alınmış, tanımlanan performans kriteri için kapalı çevrim optimum kontrol uygulanarak, optimize edilen sistemin ölçülmüş yol girişleri için performansları ve kontrol girişinin uygulanmasında olabilecek zaman gecikmelerinin performans üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Tam taşıt modeli üzerinde literatürde fazla çalışma yoktur. Mevcut çalışmalar arasında, Ikenaga ve Lewis [13], Yoshimura ve Emoto [16] yaptıkları çalışmalarda tam-taşıt modeli için aktif süspansiyon sistemi kontrolüyle sürüş performansındaki iyileşmeleri incelemişlerdir. Yoshida ve Smith'in de [14] tam-taşıt modelinde, aktif süspansiyon sisteminin kontrol parametrelerinin belirlenmesiyle ilgili bir çalışması bulunmaktadır.

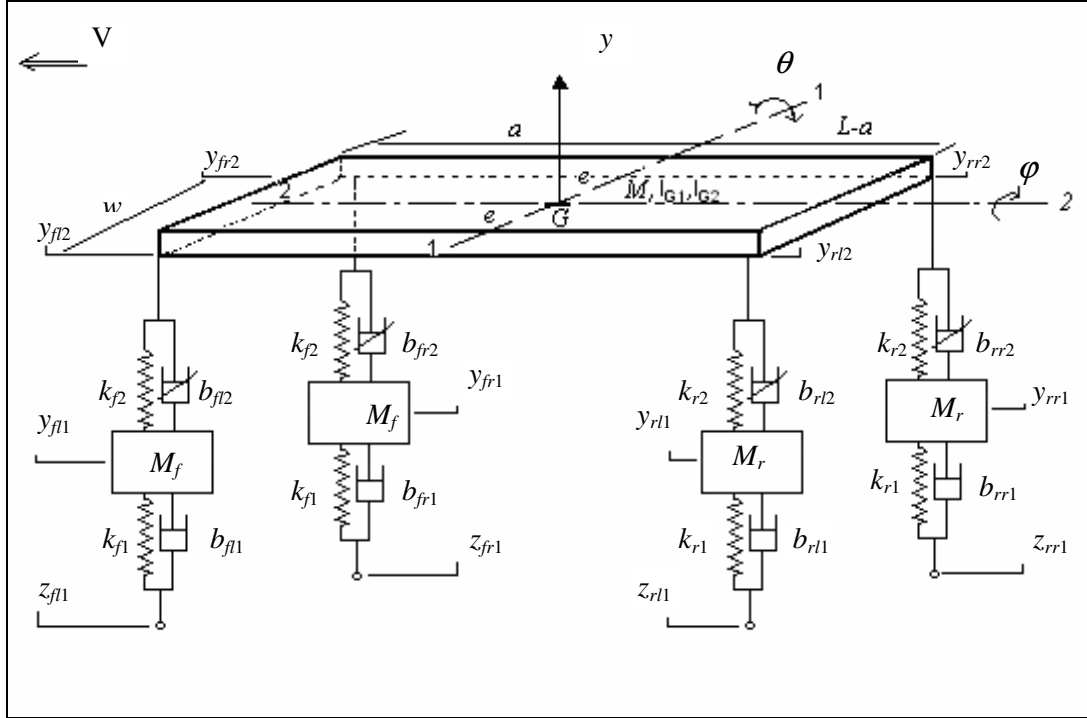
Bu tezde sunulan çalışmanın amacı tam-taşıt modeline uygulanan değişken sönüm oranlı, yarı-aktif bir askı sisteminin kapalı çevrim optimum kontrolünü incelemek, pasif askı sistemine göre performansının ne ölçüde iyileştirildiğini göstermek ve kontrol girişinin uygulanmasında, yani istenen sönüm oranının gerçekleşmesinde bir gecikme varsa, bunun sistem davranışına etkisini belirlemektir.

Bunun için dört köşesinden askıya alınmış bir asılı kütle (taşıt gövdesi), her bir köşenin altında asılı kütle ile asılı olmayan kütle arasında bir yay ve sönümleyici, asılı olmayan kütleler ile yol arasında da teker lastiklerini modelleyen birer yay ve sönümleyici kabul edilmiştir. Asılı olmayan kütlelerin sadece düşey yönde hareket ettikleri, asılı kütlelerin ise hem düşey yönde hareket ettiği hem de yuvarlanma ve yunuslama yönlerinde açısal hareketler yaptığı kabul edilmiştir.

Bu tezde Bölüm 2’de sistemin modeli oluşturularak sistemin dinamik denklemleri elde edilmiş, performans kriteri belirlenerek optimum kontrolün türetilmesi için gerekli olan yardımcı durum ve durum denklemlerine ait katsayı matrisleri elde edilmiştir. Bölüm 3’de ise optimum yarı-aktif sistemin performansını değerlendirebilmek için uzlaşma eğrileri elde edilmiş, sistemin herhangi bir başlangıç koşuluna cevabı gözlenmiş ve kontrol girişinin uygulanmasındaki gecikmenin performansa etkisi incelenmiştir. Son olarak 4. Bölümde ise tezde yapılan çalışmalara ilişkin sonuçlar tartışılmıştır.

2. SİSTEMİN MATEMATİKSEL MODELİ VE OPTİMUM KONTROLÜN BULUNMASI

2.1. Sistemin Modeli



ve taşıt uzunluğunun belirlediği bir zaman farkı vardır. Aynı durum ön sağ ve arka sağdan da uygulanan yol girişleri için de geçerlidir. Öndeki asılı olmayan kütlelerin, ağırlık merkezinden geçen yunuslama eksenine (1-1 eksen) olan uzaklıkları a , yuvarlanma eksenine (2-2 eksen) olan uzaklıkları e ; taşıtın eni $2e$ ve taşıtın toplam boyu ise L' dir.

Şekil 2.5'deki θ ve φ sırasıyla taşıt gövdesinin küçük olduğu varsayılan yunuslama ve yuvarlanma açılarıdır. Taşıt gövdesinin ağırlık merkezinin düşey konumu y ile, gövdenin süspansiyonlara bağlı olduğu köşe noktalarının konumları ve asılı olmayan kütlelerin düşey konumları ise sırasıyla y_{f12} , y_{fr2} , y_{r12} , y_{rr2} , y_{f11} , y_{fr1} , y_{r11} ve y_{rr1} ile gösterilmiştir. Ayrıca kontrol girişleri $u_1 = b_{f12}$, $u_2 = b_{r12}$, $u_3 = b_{fr2}$, $u_4 = b_{rr2}$ olarak tanımlanmıştır.

2.2. Sistemin Dinamik Denklemlerinin Elde Edilmesi

Asılı olmayan kütlelerin serbest cisim diyagramları çizilerek Newton'un 2. Yasası uygulanırsa aşağıdaki dört denklem elde edilir.

$$M_f \ddot{y}_{f1} = -b_{f1}(\dot{y}_{f1} - \dot{z}_{f1}) - k_{f1}(y_{f1} - z_{f1}) + u_1(\dot{y}_{f2} - \dot{y}_{f1}) + k_{f2}(y_{f2} - y_{f1}) \quad (2.1)$$

$$M_r \ddot{y}_{r1} = -b_{r1}(\dot{y}_{r1} - \dot{z}_{r1}) - k_{r1}(y_{r1} - z_{r1}) + u_2(\dot{y}_{r2} - \dot{y}_{r1}) + k_{r2}(y_{r2} - y_{r1}) \quad (2.2)$$

$$M_f \ddot{y}_{fr1} = -b_{f1}(\dot{y}_{fr1} - \dot{z}_{fr1}) - k_{f1}(y_{fr1} - z_{fr1}) + u_3(\dot{y}_{fr2} - \dot{y}_{fr1}) + k_{f2}(y_{fr2} - y_{fr1}) \quad (2.3)$$

$$M_r \ddot{y}_{rr1} = -b_{r1}(\dot{y}_{rr1} - \dot{z}_{rr1}) - k_{r1}(y_{rr1} - z_{rr1}) + u_4(\dot{y}_{rr2} - \dot{y}_{rr1}) + k_{r2}(y_{rr2} - y_{rr1}) \quad (2.4)$$

Taşıt gövdesinin düşey yöndeki hareketi, yunuslama yönündeki dönme hareketi ve yunuslama yönündeki dönme hareketi için Newton'un 2. Yasası uygulanırsa, sırasıyla aşağıdaki üç denklem bulunur.

$$M \ddot{y} = -u_1(\dot{y}_{f2} - \dot{y}_{f1}) - k_{f2}(y_{f2} - y_{f1}) - u_2(\dot{y}_{r2} - \dot{y}_{r1}) - k_{r2}(y_{r2} - y_{r1}) \\ - u_3(\dot{y}_{fr2} - \dot{y}_{fr1}) - k_{f2}(y_{fr2} - y_{fr1}) - u_4(\dot{y}_{rr2} - \dot{y}_{rr1}) - k_{r2}(y_{rr2} - y_{rr1}) \quad (2.5)$$

$$I_{G1} \ddot{\theta} = a [-u_1(\dot{y}_{f2} - \dot{y}_{f1}) - k_{f2}(y_{f2} - y_{f1}) - u_3(\dot{y}_{fr2} - \dot{y}_{fr1}) - k_{f2}(y_{fr2} - y_{fr1})] \\ -(L-a)[-u_2(\dot{y}_{r2} - \dot{y}_{r1}) - k_{r2}(y_{r2} - y_{r1}) - u_4(\dot{y}_{rr2} - \dot{y}_{rr1}) - k_{r2}(y_{rr2} - y_{rr1})] \quad (2.6)$$

$$I_{G2} \ddot{\phi} = e [-u_1(\dot{y}_{f2} - \dot{y}_{f1}) - k_{f2}(y_{f2} - y_{f1}) - u_2(\dot{y}_{r2} - \dot{y}_{r1}) - k_{r2}(y_{r2} - y_{r1})] \\ - e [-u_3(\dot{y}_{fr2} - \dot{y}_{fr1}) - k_{r2}(y_{fr2} - y_{fr1}) - u_4(\dot{y}_{rr2} - \dot{y}_{rr1}) - k_{r2}(y_{rr2} - y_{rr1})] \quad (2.7)$$

Eş. 2.1 - Eş. 2.7 bir arada sistemin dinamik davranışını tamamıyla tanımlarlar. Bu eşitlikler uygun durum değişkenleri tanımlayarak durum denklemlerine dönüştürülebilir. Burada durum değişkenleri olarak; asılı kütle ile asılı olmayan kütleler arasındaki açıklıklar ve bunların hızları, asılı olmayan kütlelerin konumları ve hızları kabul edilmiş ve aşağıdaki bağımsız durum değişkenleri tanımlanmıştır.

Sol ön asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki mesafe:

$$x_1 = y_{f2} - y_{f1} \quad (2.8)$$

Sol ön asılı olmayan kütlenin asılı kütleye göre hızı:

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{y}_{f2} - \dot{y}_{f1} \quad (2.9)$$

Sol ön asılı olmayan kütle konumu:

$$x_3 = y_{f1} \quad (2.10)$$

Sol ön asılı olmayan kütle hızı:

$$x_4 = \dot{x}_3 = \dot{y}_{f1} \quad (2.11)$$

Sol arka asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki mesafe:

$$x_5 = y_{r2} - y_{r1} \quad (2.12)$$

Sol arka asılı olmayan kütlenin asılı kütleye göre hızı:

$$x_6 = \dot{x}_5 = \dot{y}_{r2} - \dot{y}_{r1} \quad (2.13)$$

Sol arka asılı olmayan kütle konumu:

$$x_7 = y_{r1} \quad (2.14)$$

Sol arka asılı olmayan kütle hızı:

$$x_8 = \dot{x}_7 = \dot{y}_{rl1} \quad (2.15)$$

Sağ ön asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki mesafe:

$$x_9 = y_{fr2} - y_{fr1} \quad (2.16)$$

Sağ ön asılı olmayan kütlenin asılı kütleye göre hızı:

$$x_{10} = \dot{x}_9 = \dot{y}_{fr2} - \dot{y}_{fr1} \quad (2.17)$$

Sağ ön asılı olmayan kütle konumu:

$$x_{11} = y_{fr1} \quad (2.18)$$

Sağ ön asılı olmayan kütle hızı:

$$x_{12} = \dot{x}_{11} = \dot{y}_{fr1} \quad (2.19)$$

Sağ arka asılı olmayan kütle ile asılı kütle arasındaki mesafe:

$$x_{13} = y_{rr2} - y_{rr1} \quad (2.20)$$

Sağ arka asılı olmayan kütlenin asılı kütleye göre hızı:

$$x_{14} = \dot{x}_{13} = \dot{y}_{rr2} - \dot{y}_{rr1} \quad (2.21)$$

Durum Denklemlerini yukarıda tanımlanan durum değişkenleri cinsinden, Eş. 2.1-2.7'den elde edebilmek için aşağıda aşamaları verilen bazı matematiksel işlemlerin yapılması gerekmektedir.

Açısal hareketlerin küçük olduğu kabul edilirse asılı kütlenin yukarı yöndeki konumu y ile, yunuslama ve yuvarlanma açıları θ ve φ için aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$y = y_{fl2} - a\theta - e\varphi \quad (2.22)$$

$$\theta = \frac{1}{L}(y_{fl2} - y_{rl2}) \quad (2.23)$$

$$\varphi = \frac{1}{2e}(y_{fl2} - y_{fr2}) \quad (2.24)$$

Yukarıdaki eşitliklerde durum değişkenleri yerine koyulursa aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\theta = \frac{1}{L} (x_1 + x_3 - x_5 - x_7) \quad (2.25)$$

$$\varphi = \frac{1}{2e} (x_1 + x_3 - x_9 - x_{11}) \quad (2.26)$$

$$y = x_1 + x_3 - a\theta - e\varphi \quad (2.27)$$

Eş. 2.25 ve Eş. 2.26'dan θ ve φ alınarak Eş. 2.13'te yerine koyulursa y için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$y = \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{L}\right)x_1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{L}\right)x_3 + \frac{a}{L}x_5 + \frac{a}{L}x_7 + \frac{1}{2}x_9 + \frac{1}{2}x_{11} \quad (2.28)$$

Eş. 2.1, Eş. 2.10 ve Eş. 2.11'den durum değişkenleri cinsinden aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (2.29)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{k_{f2}}{M_f}x_1 + \frac{1}{M_f}x_2u_1 - \frac{k_{f1}}{M_f}x_3 - \frac{b_{f1}}{M_f}x_4 + \frac{k_{f1}}{M_f}z_{f1} + \frac{b_{f1}}{M_f}\dot{z}_{f1} \quad (2.30)$$

Eş. 2.2, Eş. 2.14 ve Eş. 2.15'den aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\dot{x}_7 = x_8 \quad (2.31)$$

$$\dot{x}_8 = \frac{k_{r2}}{M_r}x_5 + \frac{1}{M_r}x_6u_2 - \frac{k_{r1}}{M_r}x_7 - \frac{b_{r1}}{M_r}x_8 + \frac{k_{r1}}{M_r}z_{r1} + \frac{b_{r1}}{M_r}\dot{z}_{r1} \quad (2.32)$$

Eş. 2.3, Eş. 2.18 ve Eş. 2.19'dan aşağıdaki iki eşitlik elde edilir.

$$\dot{x}_{11} = x_{12} \quad (2.33)$$

$$\dot{x}_{12} = \frac{k_{f2}}{M_f} x_9 + \frac{1}{M_f} x_{10} u_3 - \frac{k_{f1}}{M_f} x_{11} - \frac{b_{f1}}{M_f} x_{12} + \frac{k_{f1}}{M_f} z_{fr1} + \frac{b_{f1}}{M_f} \dot{z}_{fr1} \quad (2.34)$$

Eş. 2.20'den aşağıdaki eşitlik elde edilir,

$$y_{rr1} = y_{rr2} - x_{13} \quad (2.35)$$

Küçük açısal hareketler kabul edilirse, $y_{rr2} = y_{rl2} - 2\varphi e$ olacağından,

$$y_{rr1} = y_{rl2} - 2\varphi e - x_{13} \quad (2.36)$$

Eş. 2.12 ve Eş. 2.14'den y_{rl2} çözülürse ve Eş. 2.26 kullanılırsa,

$$y_{rr1} = -x_1 - x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + x_{11} - x_{13} \quad (2.37)$$

$$\ddot{y}_{rr1} = -\dot{x}_2 - \dot{x}_4 + \dot{x}_6 + \dot{x}_8 + \dot{x}_{10} + \dot{x}_{12} - \dot{x}_{14} \quad (2.38)$$

Eş. 2.37, Eş. 2.38 ve Eş. 2.4'den aşağıdaki ifade elde edilir.

$$M_r(-\dot{x}_2 - \dot{x}_4 + \dot{x}_6 + \dot{x}_8 + \dot{x}_{10} + \dot{x}_{12} - \dot{x}_{14}) = -b_{r1}(-x_2 - x_4 + x_6 + x_8 + x_{10} + x_{12} - x_{14}) + b_{r1} \dot{z}_{rr1} - k_{r1}(-x_1 - x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + x_{11} - x_{13}) + k_{r1} z_{rr1} \quad (2.39)$$

Eş. 2.5, Eş. 2.9, Eş. 2.11, Eş. 2.13, Eş. 2.15 ve Eş. 2.28'den aşağıdaki ifade bulunur.

$$M \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{L} \right) \dot{x}_2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{L} \right) \dot{x}_4 + \frac{a}{L} \dot{x}_6 + \frac{a}{L} \dot{x}_8 + \frac{1}{2} x_{10} + \frac{1}{2} x_{12} \right] = -k_{f2} x_1 - u_1 x_2 - k_{r2} x_5 - u_2 x_6 - k_{f2} x_9 - u_3 x_{10} - k_{r2} x_{13} - u_4 x_{14} \quad (2.40)$$

Eş. 2.6, Eş. 2.9, Eş. 2.11, Eş. 2.13, Eş. 2.15 ve Eş. 2.25'den aşağıdaki ifade bulunur.

$$\frac{I_{G1}}{L} (\dot{x}_2 + \dot{x}_4 - \dot{x}_6 - \dot{x}_8) = -ak_{f2} x_1 - au_1 x_2 + (L-a)k_{r2} x_5 + (L-a)u_2 x_6 - ak_{f2} x_9 - au_3 x_{10} + (L-a)k_{r2} x_{13} + (L-a)u_4 x_{14} \quad (2.41)$$

Eş. 2.7, Eş. 2.9, Eş. 2.10, Eş. 2.11, Eş. 2.17 ve Eş. 2.19'dan aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{I_{G2}}{2e} (\dot{x}_2 + \dot{x}_4 - \dot{x}_{10} - \dot{x}_{12}) = -ek_{f2} x_1 - eu_1 x_2 - ek_{r2} x_5 - eu_2 x_6 + ek_{f2} x_9 + eu_3 x_{10} + ek_{r2} x_{13} + eu_4 x_{14} \quad (2.42)$$

Eş. 2.41'den $\dot{x}_6$, Eş. 2.42'den $\dot{x}_{10}$ çözümlenerek Eş. 2.40'da yerine konulursa ve Eş. 2.30, Eş. 2.32 ve Eş. 2.34 kullanılırsa, $\dot{x}_2$ için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}
\dot{x}_2 = & -\left(\frac{a^2 k_{f2}}{qI_{G1}} + \frac{e^2 k_{f2}}{qI_{G2}} + \frac{k_{f2}}{M_f} + \frac{k_{f2}}{qM}\right)x_1 - \left(\frac{1}{M_f} + \frac{a^2}{qI_{G1}} + \frac{e^2}{qI_{G2}} + \frac{1}{qM}\right)u_1 x_2 \\
& + \left(\frac{k_{f1}}{M_f}\right)x_3 + \left(\frac{b_{f1}}{M_f}\right)x_4 + \left[\frac{a(L-a)k_{r2}}{qI_{G1}} - \frac{e^2 k_{r2}}{qI_{G2}} - \frac{k_{r2}}{qM}\right]x_5 \\
& + \left[\frac{a(L-a)}{qI_{G1}} - \frac{e^2}{qI_{G2}} - \frac{1}{qM}\right]u_2 x_6 - \left(\frac{a^2 k_{f2}}{qI_{G1}} - \frac{e^2 k_{f2}}{qI_{G2}} + \frac{k_{f2}}{qM}\right)x_9 \\
& - \left(\frac{a^2}{qI_{G1}} - \frac{e^2}{qI_{G2}} + \frac{1}{qM}\right)u_3 x_{10} + \left[\frac{a(L-a)k_{r2}}{qI_{G1}} + \frac{e^2 k_{r2}}{qI_{G2}} - \frac{k_{r2}}{qM}\right]x_{13} \\
& + \left[\frac{a(L-a)}{qI_{G1}} + \frac{e^2}{qI_{G2}} - \frac{1}{qM}\right]u_4 x_{14} - \left(\frac{k_{f1}}{M_f}\right)\dot{z}_{f1} - \left(\frac{b_{f1}}{M_f}\right)\dot{z}_{f1}
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Burada, Eş. 2.44 aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$q = \left(d + \frac{a}{L} + \frac{1}{2}\right) \tag{2.44}$$

Eş. 2.30, Eş. 2.32 ve Eş. 2.43, Eş. 2.42 ile birleştirilirse, $\dot{x}_6$ için aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned}
\dot{x}_6 = & \left(\frac{aLk_{f2}}{I_{G1}} - B_1 + B_3\right)x_1 + \left(\frac{aL}{I_{G1}} - B_2 + \frac{1}{M_f}\right)u_1 x_2 - \left[\frac{L(L-a)k_{r2}}{I_{G1}} - B_5 + \frac{k_{r2}}{M_r}\right]x_5 \\
& - \left[\frac{L(L-a)}{I_{G1}} - B_6 + \frac{1}{M_r}\right]u_2 x_6 + \left(\frac{k_{r1}}{M_r}\right)x_7 + \left(\frac{b_{r1}}{M_r}\right)x_8 + \left(\frac{aLk_{f2}}{I_{G1}} - B_9\right)x_9 \\
& + \left(\frac{aL}{I_{G1}} - B_{10}\right)u_3 x_{10} - \left[\frac{L(L-a)k_{r2}}{I_{G1}} - B_{13}\right]x_{13} - \left[\frac{L(L-a)}{I_{G1}} - B_{14}\right]u_4 x_{14} \\
& - \left(\frac{k_{r1}}{M_r}\right)\dot{z}_{r1} - \left(\frac{b_{r1}}{M_r}\right)\dot{z}_{r1}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Eş. 2.30, Eş. 2.34 ve Eş. 2.43, Eş. 2.42 ile birleştirilirse, $\dot{x}_{10}$ için aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{10} = & \left(\frac{2e^2 k_{f2}}{I_{G2}} - B_1 + \frac{k_{f2}}{M_f} \right) x_1 + \left(\frac{2e^2}{I_{G2}} - B_2 + \frac{1}{M_f} \right) u_1 x_2 + \left(\frac{2e^2 k_{r2}}{I_{G2}} - B_5 \right) x_5 \\
 & + \left(\frac{2e^2}{I_{G2}} + B_6 \right) u_2 x_6 - \left(\frac{2e^2 k_{f2}}{I_{G2}} + B_9 + \frac{k_{f2}}{M_f} \right) x_9 - \left(\frac{2e^2}{I_{G2}} + B_{10} + \frac{1}{M_f} \right) u_3 x_{10} \\
 & + \left(\frac{k_{f1}}{M_f} \right) x_{11} + \left(\frac{b_{f1}}{M_f} \right) x_{12} - \left(\frac{2e^2 k_{r2}}{I_{G2}} - B_{13} \right) x_{13} - \left(\frac{2e^2}{I_{G2}} + B_{14} \right) u_4 x_{14} \\
 & + \left(\frac{k_{f1}}{M_f} \right) z_{fr1} + \left(\frac{b_{f1}}{M_f} \right) \dot{z}_{fr1}
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Eş. 2.23, Eş. 2.30, Eş. 2.34, Eş. 2.39, Eş. 2.41, Eş. 2.43, Eş. 2.45 ve Eş. 2.46 kullanılarak $\dot{x}_{14}$ için aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_{14} = & \left(\frac{aLk_{f2}}{I_{G1}} - J_1 - \frac{k_{r1}}{M_r} \right) x_1 + \left(\frac{aL}{I_{G1}} + J_2 \right) u_1 x_2 - \frac{b_{r1}}{M_r} x_2 - \frac{k_{r1}}{M_r} x_3 - \frac{b_{r1}}{M_r} x_4 \\
 & - \left[\frac{L(L-a)k_{r2}}{I_{G1}} - J_5 + \frac{k_{r1}}{M_r} \right] x_5 - \left[\frac{L(L-a)}{I_{G1}} - J_6 \right] u_2 x_6 + \frac{b_{r1}}{M_r} x_6 - \frac{k_{r1}}{M_r} x_7 \\
 & + \frac{b_{r1}}{M_r} x_8 + \left(\frac{aLk_{f2}}{I_{G1}} - J_9 + \frac{k_{r1}}{M_r} + \frac{k_{f2}}{M_f} \right) x_9 + \left(\frac{aL}{I_{G1}} - J_{10} + \frac{1}{M_f} \right) u_3 x_{10} \\
 & + \frac{b_{r1}}{M_r} x_{10} + \left(\frac{k_{r1}}{M_r} + B_3 - \frac{k_{f1}}{M_f} \right) x_{11} + \left(\frac{b_{r1}}{M_r} + B_4 - \frac{b_{f1}}{M_f} \right) x_{12} \\
 & - \left[\frac{L(L-a)k_{r2}}{I_{G1}} - J_{13} + \frac{k_{r1}}{M_r} + \frac{k_{r2}}{M_r} \right] x_{13} - \left[\frac{L(L-a)k_{r2}}{I_{G1}} - J_5 + \frac{k_{r1}}{M_r} \right] u_4 x_{14} \\
 & - \frac{b_{r1}}{M_r} x_{14} - \frac{k_{r1}}{M_r} z_{rr1} - \frac{b_{r1}}{M_r} \dot{z}_{rr1}
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

Yukarıda elde edilen durum denklemleri yeni katsayı terimleri tanımlanarak aşağıda toplu olarak verilmiştir.

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & -B_1 x_1 - B_2 u_1 x_2 + B_3 x_3 + B_4 x_4 + B_5 x_5 + B_6 u_2 x_6 - B_9 x_9 - B_{10} u_3 x_{10} + B_{13} x_{13} \\ & + B_{14} u_4 x_{14} - B_3 z_{fl1} - B_4 \dot{z}_{fl1} \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (2.50)$$

$$\dot{x}_4 = D_1 x_1 + D_2 u_1 x_2 - B_3 x_3 - B_4 x_4 + B_3 z_{fl1} + B_4 \dot{z}_{fl1} \quad (2.51)$$

$$\dot{x}_5 = x_6 \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 = & F_1 x_1 + F_2 u_1 x_2 - F_5 x_5 - F_6 u_2 x_6 + F_7 x_7 + F_8 x_8 + F_9 x_9 + F_{10} u_3 x_{10} - F_{13} x_{13} \\ & - F_{14} u_4 x_{14} - F_7 z_{rl1} - F_8 \dot{z}_{rl1} \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\dot{x}_7 = x_8 \quad (2.54)$$

$$\dot{x}_8 = H_5 x_5 + H_6 u_2 x_6 - F_7 x_7 - F_8 x_8 + F_7 z_{fl1} + F_8 \dot{z}_{fl1} \quad (2.55)$$

$$\dot{x}_9 = x_{10} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{10} = & J_1 x_1 + J_2 u_1 x_2 + J_5 x_5 + J_6 u_2 x_6 - J_9 x_9 - J_{10} u_3 x_{10} + B_3 x_{11} + B_4 x_{12} - J_{13} x_{13} \\ & - J_{14} u_4 x_{14} - B_3 z_{fr1} - B_4 \dot{z}_{fr1} \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\dot{x}_{11} = x_{12} \quad (2.58)$$

$$\dot{x}_{12} = D_1 x_9 + D_2 u_3 x_{10} - B_3 x_{11} - B_4 x_{12} + B_3 z_{fr1} + B_4 \dot{z}_{fr1} \quad (2.59)$$

$$\dot{x}_{13} = x_{14} \quad (2.60)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{14} = & N_1 x_1 + N_2 u_1 x_2 - N_4 x_2 - N_3 x_3 - N_4 x_4 - N_5 x_5 - N_6 u_2 x_6 + N_3 x_7 + N_4 x_8 + N_9 x_9 \\ & + N_4 x_{10} + N_{10} u_3 x_{10} + N_{11} x_{11} + N_{12} x_{12} - N_{13} x_{13} - N_4 x_{14} - N_{14} u_4 x_{14} - N_3 z_{rr1} \\ & - N_4 \dot{z}_{rr1} \end{aligned} \quad (2.61)$$

Bu eşitlikler uygun biçimde tanımlanan matrisler cinsinden kısaca aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\dot{x} = f(x, y, z) \quad (2.62)$$

Eş. 2.48 – Eş. 2.61deki katsayılar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$B_1 = \frac{a^2 k_{f2}}{qI_{G1}} + \frac{e^2 k_{f2}}{qI_{G2}} + \frac{k_{f2}}{M_f} + \frac{k_{f2}}{qM}; \quad B_2 = \frac{1}{M_f} + \frac{a^2}{qI_{G1}} + \frac{e^2}{qI_{G2}} + \frac{1}{qM}$$

$$B_3 = \frac{k_{f1}}{M_f}; \quad B_4 = \frac{b_{f1}}{M_f}; \quad B_5 = \frac{a(L-a)k_{r2}}{qI_{G1}} - \frac{e^2 k_{r2}}{qI_{G2}} - \frac{k_{r2}}{qM}$$

$$B_6 = \frac{a(L-a)}{qI_{G1}} - \frac{e^2}{qI_{G2}} - \frac{1}{qM}; \quad B_9 = \frac{a^2 k_{f2}}{qI_{G1}} - \frac{e^2 k_{f2}}{qI_{G2}} + \frac{k_{f2}}{qM}$$

$$B_{10} = \frac{a^2}{qI_{G1}} - \frac{e^2}{qI_{G2}} + \frac{1}{qM}; \quad B_{13} = \frac{a(L-a)k_{r2}}{qI_{G1}} + \frac{e^2 k_{r2}}{qI_{G2}} - \frac{k_{r2}}{qM}$$

$$B_{14} = \frac{a(L-a)}{qI_{G1}} + \frac{e^2}{qI_{G2}} - \frac{1}{qM}$$

$$D_1 = \frac{k_{f2}}{M_f}; \quad D_2 = \frac{1}{M_f}$$

$$F_1 = \frac{aLk_{f2}}{I_{G1}} - B_1 + \frac{k_{f2}}{M_f}; \quad F_2 = \frac{aL}{I_{G1}} - B_2 + \frac{1}{M_f}; \quad F_5 = \frac{L(L-a)k_{r2}}{I_{G1}} - B_5 + \frac{k_{r2}}{M_r}$$

$$F_6 = \frac{L(L-a)}{I_{G1}} - B_6 + \frac{1}{M_r}; \quad F_7 = \frac{k_{r1}}{M_r}; \quad F_8 = \frac{b_{r1}}{M_r}; \quad F_9 = \frac{aLk_{f2}}{I_{G1}} - B_9$$

$$F_{10} = \frac{aL}{I_{G1}} - B_{10}; \quad F_{13} = \frac{L(L-a)k_{r2}}{I_{G1}} - B_{13}; \quad F_{14} = \frac{L(L-a)}{I_{G1}} - B_{14}$$

$$H_5 = \frac{k_{r2}}{M_r}; \quad H_6 = \frac{1}{M_r}$$

$$J_1 = \frac{2e^2 k_{f2}}{I_{G2}} - B_1 + \frac{k_{f2}}{M_f}; \quad J_2 = \frac{2e^2}{I_{G2}} - B_2 + \frac{1}{M_f}; \quad J_5 = \frac{2e^2 k_{r2}}{I_{G2}} - B_5$$

$$J_6 = \frac{2e^2}{I_{G2}} + B_6; \quad J_9 = \frac{2e^2 k_{f2}}{I_{G2}} + B_9 + \frac{k_{f2}}{M_f}; \quad J_{10} = \frac{2e^2}{I_{G2}} + B_{10} + \frac{1}{M_f}$$

$$J_{13} = \frac{2e^2 k_{r2}}{I_{G2}} - B_{13}; \quad J_{14} = \frac{2e^2}{I_{G2}} + B_{14}$$

$$N_1 = \frac{aLk_{f2}}{I_{G1}} - J_1 - \frac{k_{r1}}{M_r}; \quad N_2 = \frac{aL}{I_{G1}} + J_2; \quad N_3 = \frac{k_{r1}}{M_r}; \quad N_4 = \frac{b_{r1}}{M_r}$$

$$\begin{aligned}
N_5 &= \frac{L(L-a)k_{r2}}{I_{G1}} - J_5 + \frac{k_{r1}}{M_r}; N_6 = \frac{L(L-a)}{I_{G1}} - J_6; N_9 = \frac{aLk_{f2}}{I_{G1}} - J_9 + \frac{k_{r1}}{M_r} + \frac{k_{f2}}{M_f} \\
N_{10} &= \frac{aL}{I_{G1}} - J_{10} + \frac{1}{M_f}; N_{11} = \frac{k_{r1}}{M_r} + B_3 - \frac{k_{f1}}{M_f}; N_{12} = \frac{b_{r1}}{M_r} + B_4 - \frac{b_{f1}}{M_f} \\
N_{13} &= \frac{L(L-a)k_{r2}}{I_{G1}} - J_{13} + \frac{k_{r1}}{M_r} + \frac{k_{r2}}{M_r}; N_{14} = \frac{L(L-a)k_{r2}}{I_{G1}} - J_5 + \frac{k_{r1}}{M_r}
\end{aligned}$$

Eş. 2.48 – Eş. 2.61’de görüldüğü gibi durum denklemlerinde durum değişkenleri ve kontrol girişlerinin çarpanlar halinde olduğu terimler de bulunmaktadır. Bu tür sistemlere “Bi-linear Sistem” denir.

2.3. Performans Kriterinin Belirlenmesi

Optimum kontrol probleminin çözümünde, oluşturulan sistem üzerinde optimum kontrolün uygulanabilmesi için uygun bir performans kriterinin belirlenmesi gereklidir. Sistem performansına etki eden parametrelerin dahil edildiği performans kriteri, sistem parametreleri için optimum değerin bulunmasını sağlar.

Askı sistemlerinde asılı kütle (taşıt gövdesi, yolcu kabini) ivmelerinin yanı sıra, asılı ve asılı olmayan kütleler arasındaki, asılı olmayan kütleler ile yol arasındaki uzaklıkların dinamik değişimlerinin de minimum yapılması istenir. Bu üç kriterin her birinin minimum yapılması, sistem üzerine farklı ve birbirleriyle çelişen şartlar getirdiğinden, her üç terimin aynı anda minimum yapılması mümkün değildir.

Bu sebepten uygulamalarda, minimum yapılması istenen terimlerin ağırlıklı olarak dahil edildiği performans kriterleri kullanılır. Ağırlık katsayılarının değerlerinin değiştirilmesi suretiyle, minimum yapılması istenen performans parametreleri arasında optimum uzlaşma eğrileri elde edilir.

Bu çalışmada; asılı kütlenin düşey ve yunuslama açısal ivmelerini, asılı kütlenin açısal konum değişikliklerini, asılı kütle ile asılı olmayan kütleler arasındaki

uzaklıkları, asılı olmayan kütleler ile yol arasındaki uzaklıkları içeren aşağıdaki gibi bir performans kriteri kullanılmıştır.

$$PI = \int_0^{tf} \{ \ddot{y} + \rho_1 \ddot{\theta}^2 + \rho_2 (x_1^2 + x_5^2 + x_9^2 + x_{13}^2) + \rho_3 \theta^2 + \rho_4 \varphi^2 + \rho_5 (x_3^2 + x_7^2 + x_{11}^2) \} dt \quad (2.63)$$

2.4. Optimum Kontrolün Türetilmesi

Lineer sistemlerde durum regülatörü probleminin (lineer karesel durum regülatörü, LKR problemi) çözümü, yani sistemi bir başlangıç durumundan, durum uzayının orijinine getirmeye çalışan optimum kontrolün çözümü Pontryagin'in minimum prensibini uygulayarak bulunabilir. Yöntem matris Riccati denkleminin çözümünü gerektirir ve sonuçta kapalı çevrim kontrol elde edilir. Beyaz gürültü girişi uygulanan lineer sistemler için lineer karesel Gauss probleminin çözümü ile lineer karesel durum regülatörü (LKR) probleminin çözümü aynıdır [12].

Diğer yandan, bilineer sistemler için lineer karesel durum regülatörü probleminin çözümü de yine Pontryagin'in minimum prensibi ve Riccati denklemi yardımıyla kapalı çevrim kontrol olarak elde edilir [12]. Bu hususlar dikkate alınarak Eş. 2.48-Eş. 2.61 ile tanımlanan bilineer sistem de yol girişleri sıfır kabul edilerek, lineer durum regülatörü problemi olarak çözülecektir. Daha sonra, bu şekilde bulunan kontrol algoritmasının uygulandığı sistemin performansı, ölçülmüş yol girişleri uygulanarak değerlendirilecektir.

Optimum kontrolün amacı performans kriterini minimum yapacak kontrol girişlerini (u_1, u_2, u_3, u_4 değişken sönümleyicilerin sönüm sabitleri) bir kontrol yasası biçiminde, yani ölçülerek geri beslenen durum değişkenleri cinsinden elde etmektir. Bunun için Pontryagin'in Minimum prensibinden yararlanılacaktır [18].

Eş. 2.63'deki entegranta kısaca L denirse bu problem için Pontryagin fonksiyonu,

$$H = L + \lambda f \quad (2.64)$$

olarak elde edilir. Bu ifade de λ Lagrange çarpanları fonksiyonlarının (yardımcı durum değişkenleri) oluşturduğu vektör, f ise Eş. 2.48 – Eş. 2.61'deki eşitliklerin sağ taraflarının oluşturduğu vektördür.

Pontryagin'in Minimum Prensibine göre optimum kontrol H' 'yi minimum yapar ve u üzerinde bir sınırlama yoksa,

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (2.65)$$

ifadesinden elde edilir. Burada u kontrol değişkenleri vektörüdür. Eş. 2.48 – Eş. 2.61 ve Eş. 2.63'den f 'in elemanları ve L alınarak, Eş. 2.65'de yerine koyulursa ve böylece elde edilen ifadenin sırasıyla u_1 , u_2 , u_3 ve u_4 'e göre kısmi türevleri alınarak türevler sıfıra eşitlenirse aşağıdaki ifadeler bulunur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial u_1} = & \frac{2}{M^2} [k_{f2} x_1 + u_1 x_2 + k_{r2} x_5 + u_2 x_6 + k_{f2} x_9 + u_3 x_{10} + k_{r2} x_{13} + u_4 x_{14}] x_2 \\ & + \frac{2\rho_1}{I_{G1}^2} (-ax_2) [-ak_{f2} x_1 - au_1 x_2 + (L-a) k_{r2} x_5 + (L-a) u_2 x_6 - ak_{f2} x_9 - au_3 x_{10} \\ & + (L-a) k_{r2} x_{13} + (L-a) u_4 x_{14}] - \lambda_2 B_2 x_2 + \lambda_4 D_2 x_2 + \lambda_6 F_2 x_2 + \lambda_{10} J_2 x_2 \\ & + \lambda_{14} N_2 x_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.66)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial u_2} = & \frac{2}{M^2} [k_{f2} x_1 + u_1 x_2 + k_{r2} x_5 + u_2 x_6 + k_{f2} x_9 + u_3 x_{10} + k_{r2} x_{13} + u_4 x_{14}] x_6 \\ & + \frac{2\rho_1}{I_{G1}^2} (L-a)x_6 [-ak_{f2} x_1 - au_1 x_2 + (L-a)k_{r2} x_5 + (L-a)u_2 x_6 - ak_{f2} x_9 - au_3 x_{10} \\ & + (L-a)k_{r2} x_{13} + (L-a)u_4 x_{14}] + \lambda_2 B_6 x_6 - \lambda_6 F_6 x_6 + \lambda_8 H_6 x_6 + \lambda_{10} J_6 x_6 \\ & - \lambda_{14} N_6 x_6 = 0 \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial u_3} = & \frac{2}{M^2} [k_{f2} x_1 + u_1 x_2 + k_{r2} x_5 + u_2 x_6 + k_{f2} x_9 + u_3 x_{10} + k_{r2} x_{13} + u_4 x_{14}] x_{10} \\
& + \frac{2\rho_1}{I_{G1}^2} (-a x_{10}) [-a k_{f2} x_1 - a u_1 x_2 - a k_{f2} x_9 - a u_3 x_{10} + (L-a) k_{r2} x_5 \\
& + (L-a) u_2 x_6 + (L-a) k_{r2} x_{13} + (L-a) u_4 x_{14}] - \lambda_2 B_{10} x_{10} + \lambda_6 F_{10} x_{10} \\
& - \lambda_{10} J_{10} x_{10} + \lambda_{12} D_2 x_{10} + \lambda_{14} N_{10} x_{10} = 0
\end{aligned} \tag{2.68}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial u_4} = & \frac{2}{M^2} [k_{f2} x_1 + u_1 x_2 + k_{r2} x_5 + u_2 x_6 + k_{f2} x_9 + u_3 x_{10} + k_{r2} x_{13} + u_4 x_{14}] x_{14} \\
& + \frac{2\rho_1}{I_{G1}^2} (L-a) x_{14} [-a k_{f2} x_1 - a u_1 x_2 + (L-a) u_2 x_6 + (L-a) k_{r2} x_5 - a k_{f2} x_9 - a u_3 x_{10} \\
& + (L-a) k_{r2} x_{13} + (L-a) u_4 x_{14}] + \lambda_2 B_{14} x_{14} - \lambda_6 F_{14} x_{14} - \lambda_{10} J_{14} x_{14} \\
& - \lambda_{14} N_{14} x_{14} = 0
\end{aligned} \tag{2.69}$$

Eş. 2.66, Eş. 2.67, Eş. 2.68 ve Eş. 2.69 yeniden düzenlenerek aşağıdaki gibi yazılabilir. Eş. 2.66'dan,

$$\begin{aligned}
u_1 x_2 \left[\frac{2}{M^2} + \frac{2\rho_1 a^2}{I_{G1}^2} \right] + u_2 x_6 \left[\frac{2}{M^2} - \frac{2\rho_1 a(L-a)}{I_{G1}^2} \right] + u_3 x_{10} \left[\frac{2}{M^2} + \frac{2\rho_1 a^2}{I_{G1}^2} \right] \\
+ u_4 x_{14} \left[\frac{2}{M^2} - \frac{2\rho_1 a(L-a)}{I_{G1}^2} \right] = -\frac{2}{M^2} [k_{f2} x_1 + k_{r2} x_5 + k_{f2} x_9 + k_{r2} x_{13}] \\
+ \frac{2\rho_1 a}{I_{G1}^2} [-a k_{f2} x_1 - a k_{f2} x_9 + (L-a) k_{r2} x_5 + (L-a) k_{r2} x_{13}] + \lambda_2 B_2 - \lambda_4 D_2 - \lambda_6 F_2 - \lambda_{10} J_2 \\
- \lambda_{14} N_2
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Eş. 2.67'den,

$$\begin{aligned}
& u_1 x_2 \left[\frac{2}{M^2} - \frac{2\rho_1 a(L-a)}{I_{G1}^2} \right] + u_2 x_6 \left[\frac{2}{M^2} + \frac{2\rho_1 (L-a)^2}{I_{G1}^2} \right] + u_3 x_{10} \left[\frac{2}{M^2} - \frac{2\rho_1 a(L-a)}{I_{G1}^2} \right] \\
& + u_4 x_{14} \left[\frac{2}{M^2} + \frac{2\rho_1 (L-a)^2}{I_{G1}^2} \right] = -\frac{2}{M^2} [k_{f2} x_1 + k_{r2} x_5 + k_{f2} x_9 + k_{r2} x_{13}] \\
& - \frac{2\rho_1 (L-a)}{I_{G1}^2} [-a k_{f2} x_1 + (L-a) k_{r2} x_5 - a k_{f2} x_9 + (L-a) k_{r2} x_{13}] - \lambda_2 B_6 + \lambda_6 F_6 \\
& - \lambda_8 H_6 - \lambda_{10} J_6 + \lambda_{14} N_6
\end{aligned} \tag{2.71}$$

Eş. 2.68'den,

$$\begin{aligned}
& u_1 x_2 \left[\frac{2}{M^2} + \frac{2\rho_1 a^2}{I_{G1}^2} \right] + u_2 x_6 \left[\frac{2}{M^2} - \frac{2\rho_1 a(L-a)}{I_{G1}^2} \right] + u_3 x_{10} \left[\frac{2}{M^2} + \frac{2\rho_1 a^2}{I_{G1}^2} \right] \\
& + u_4 x_{14} \left[\frac{2}{M^2} - \frac{2\rho_1 a(L-a)}{I_{G1}^2} \right] = -\frac{2}{M^2} [k_{f2} x_1 + k_{r2} x_5 + k_{f2} x_9 + k_{r2} x_{13}] \\
& + \frac{2\rho_1 a}{I_{G1}^2} [-a k_{f2} x_1 + (L-a) k_{r2} x_5 - a k_{f2} x_9 + (L-a) k_{r2} x_{13} + \lambda_2 B_{10} - \lambda_6 F_{10} + \lambda_{10} J_{10} - \lambda_{12} D_2 \\
& - \lambda_{14} N_{10}
\end{aligned} \tag{2.72}$$

Eş.2.69'dan,

$$\begin{aligned}
& u_1 x_2 \left[\frac{2}{M^2} - \frac{2\rho_1 a(L-a)}{I_{G1}^2} \right] + u_2 x_6 \left[\frac{2}{M^2} + \frac{2\rho_1 (L-a)^2}{I_{G1}^2} \right] + u_3 x_{10} \left[\frac{2}{M^2} - \frac{2\rho_1 a(L-a)}{I_{G1}^2} \right] \\
& + u_4 x_{14} \left[\frac{2}{M^2} + \frac{2\rho_1 (L-a)^2}{I_{G1}^2} \right] = -\frac{2}{M^2} [k_{f2} x_1 + k_{r2} x_5 + k_{f2} x_9 + k_{r2} x_{13}] \\
& - \frac{2\rho_1 (L-a)}{I_{G1}^2} [-a k_{f2} x_1 + (L-a) k_{r2} x_5 - a k_{f2} x_9 + (L-a) k_{r2} x_{13}] - \lambda_2 B_{14} + \lambda_6 F_{14} \\
& + \lambda_{10} J_{14} + \lambda_{14} N_{14} x_{14}
\end{aligned} \tag{2.73}$$

Bu eşitlikler incelenirse, Eş.2.70 ve Eş.2.72'nin sol taraflarının aynı, sağ taraflarının farklı olduğu; benzer şekilde Eş.2.71 ve Eş.2.73'ün de sol taraflarının aynı, sağ taraflarının farklı olduğu görülür. u değerlerinin tespitinde belirsizlik yaratan bu durum, bu sistemde gereğinden fazla kontrol değişkeni tanımlanmış olmasından kaynaklanmaktadır. Sol tarafları aynı olan Eş.2.70 ve Eş.2.72'nin elde edilmesinde Pontryagin fonksiyonunun sırasıyla u_1 ve u_3 'e göre kısmi türevleri alındığından, ya u_1 , ya da u_3 kontrol değişkeni olarak seçilmelidir. Benzer biçimde, sol tarafları aynı olan Eş.2.71 ve Eş.2.73'ün elde edilmesinde Pontryagin fonksiyonunun sırasıyla u_2 ve u_4 'e göre kısmi türevleri alındığından, ya u_2 , ya da u_4 kontrol değişkeni olarak seçilmelidir.

Bu çalışmada u_1 ve u_2 kontrol değişkenleri olarak, u_3 ve u_4 ise sırasıyla u_{3s} ve u_{4s} sabit parametreler olarak kabul edilmiştir. Bu durumda optimum kontrol u_{1o} ve u_{2o} 'un çözümü aşağıdaki gibi elde edilir.

Eş.2.70 ve Eş.2.71 kullanılarak,

$$\Gamma_1 u_{1o} x_2 + \Gamma_2 u_{2o} x_6 = S_1 \quad (2.74)$$

$$\Gamma_2 u_{1o} x_2 + \Gamma_3 u_{2o} x_6 = S_2 \quad (2.75)$$

$$u_{1o} = \frac{\gamma_2 S_2 - \gamma_3 S_1}{x_2} \quad (2.76)$$

$$u_{2o} = \frac{\gamma_2 S_1 - \gamma_1 S_2}{x_6} \quad (2.77)$$

Eş.2.74 – Eş. 2.77'deki katsayılar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\Gamma_1 = \frac{2}{M^2} + \frac{2\rho_1 a^2}{I_{G1}^2}, \quad \Gamma_2 = \frac{2}{M^2} - \frac{2\rho_1 a(L-a)}{I_{G1}^2}, \quad \Gamma_3 = \frac{2}{M^2} + \frac{2\rho_1 (L-a)^2}{I_{G1}^2}$$

$$\gamma_1 = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2^2 - \Gamma_1 \Gamma_3}, \quad \gamma_2 = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_2^2 - \Gamma_1 \Gamma_3}, \quad \gamma_3 = \frac{\Gamma_3}{\Gamma_2^2 - \Gamma_1 \Gamma_3}$$

$$\begin{aligned}
S_1 = & M_{11} x_1 + M_{15} x_5 + M_{19} x_9 + M_{110} x_{10} + M_{113} x_{13} + M_{114} x_{14} + A_{12} \lambda_2 + A_{14} \lambda_4 \\
& + A_{16} \lambda_6 + A_{110} \lambda_{10} + A_{114} \lambda_{14}
\end{aligned} \tag{2.78}$$

$$\begin{aligned}
S_2 = & R_{21} x_1 + R_{25} x_5 + R_{29} x_9 + R_{210} x_{10} + R_{213} x_{13} + R_{214} x_{14} + V_{22} \lambda_2 + V_{26} \lambda_6 \\
& + V_{28} \lambda_8 + V_{210} \lambda_{10} + V_{214} \lambda_{14}
\end{aligned} \tag{2.79}$$

$$M_{11} = -\Gamma_1 k_{f2}, M_{15} = -\Gamma_2 k_{r2}, M_{19} = -\Gamma_1 k_{f2}, M_{110} = -\Gamma_1 u_{3S}, M_{113} = -\Gamma_2 k_{r2},$$

$$M_{114} = -\Gamma_2 u_{4S}, A_{12}=B_2, A_{14} = -D_2, A_{16} = -F_2, A_{110} = -J_2, A_{114} = -N_2,$$

$$R_{21} = -\Gamma_2 k_{f2}, R_{25} = -\Gamma_3 k_{r2}, R_{29} = -\Gamma_2 k_{f2}, R_{210} = -\Gamma_2 u_{3S}, R_{113} = -\Gamma_3 k_{r2},$$

$$R_{114} = -\Gamma_2 u_{4S}, V_{22} = -B_6, V_{26} = F_6, V_{28} = -H_6, V_{210} = -J_6, V_{214} = N_6$$

Eş.2.76 ve Eş.2.77'den elde edilen optimum kontrol değişkenleri u_{1o} ve u_{2o} Pontryagin fonksiyonunda yerine konulursa optimum Pontryagin fonksiyonunu H_o için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\begin{aligned}
H_o = & \frac{1}{M^2} Q_1^2 + \frac{\rho_1}{I_{G1}^2} Q_2^2 + \rho_2 (x_1^2 + x_5^2 + x_9^2 + x_{13}^2) + \frac{\rho_3}{L^2} (x_1 + x_3 - x_5 - x_7)^2 \\
& + \frac{\rho_4}{4e^2} (x_1 + x_3 - x_9 - x_{11})^2 + \rho_5 (x_3^2 + x_7^2 + x_{11}^2) + \lambda_1 x_2 + \lambda_2 (-B_1 x_1 \\
& - B_2 \gamma_2 S_2 + B_2 \gamma_3 S_1 + B_3 x_3 + B_4 x_4 + B_5 x_5 + B_6 \gamma_2 S_1 - B_6 \gamma_1 S_2 - B_9 x_9 \\
& - B_{10} u_{3S} x_{10} + B_{13} x_{13} + B_{14} u_{4S} x_{14}) + \lambda_3 x_4 + \lambda_4 (D_1 x_1 + D_2 \gamma_2 S_2 - D_2 \gamma_3 S_1 \\
& - B_3 x_3 - B_4 x_4) + \lambda_5 x_6 + \lambda_6 (F_1 x_1 + F_2 \gamma_2 S_2 - F_2 \gamma_3 S_1 - F_5 x_5 - F_6 \gamma_2 S_1 \\
& + F_6 \gamma_1 S_2 + F_7 x_7 + F_8 x_8 + F_9 x_9 + F_{10} u_{3S} x_{10} - F_{13} x_{13} - F_{14} u_{4S} x_{14}) \\
& + \lambda_7 x_8 + \lambda_8 (H_5 x_5 + H_6 \gamma_2 S_1 - H_6 \gamma_1 S_2 - F_7 x_7 - F_8 x_8) + \lambda_9 x_{10} \\
& + \lambda_{10} (J_1 x_1 + J_2 \gamma_2 S_2 - J_2 \gamma_3 S_1 + J_5 x_5 + J_6 \gamma_2 S_1 - J_6 \gamma_1 S_2 - J_9 x_9 \\
& - J_{10} u_{3S} x_{10} + B_3 x_{11} + B_4 x_{12} - J_{13} x_{13} - J_{14} u_{4S} x_{14}) + \lambda_{11} x_{12} + \lambda_{12} (D_1 x_9 \\
& + D_2 u_{3S} x_{10} - B_3 x_{11} - B_4 x_{12}) + \lambda_{13} x_{14} + \lambda_{14} (N_1 x_1 + N_2 \gamma_2 S_2 - N_2 \gamma_3 S_1 - N_4 x_2 \\
& - N_3 x_3 - N_4 x_4 - N_5 x_5 - N_6 \gamma_2 S_1 + N_6 \gamma_1 S_2 + N_4 x_6 + N_3 x_7 + N_4 x_8 + N_9 x_9 \\
& + N_4 x_{10} + N_{10} u_{3S} x_{10} + N_{11} x_{11} + N_{12} x_{12} - N_{13} x_{13} - N_4 x_{14} - N_{14} u_{4S} x_{14}) \quad (2.80)
\end{aligned}$$

Eş. 2.80’de tanımlanan yeni katsayılar aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
Q_1 = & Q_{11} x_1 + Q_{12} x_5 + Q_{13} x_9 + Q_{14} x_{10} + Q_{15} x_{13} + Q_{16} x_{14} + Q_{17} \lambda_2 + Q_{18} \lambda_4 \\
& + Q_{19} \lambda_6 + Q_{110} \lambda_8 + Q_{111} \lambda_{10} + Q_{112} \lambda_{14} \quad (2.81)
\end{aligned}$$

$$Q_{11} = k_{j2} - \Gamma_1 k_{j2}(\gamma_2 - \gamma_3) - \Gamma_2 k_{j2}(\gamma_2 - \gamma_1),$$

$$Q_{12} = k_{r2} - \Gamma_2 k_{r2}(\gamma_2 - \gamma_3) - \Gamma_3 k_{r2}(\gamma_2 - \gamma_1),$$

$$Q_{13} = k_{j2} - \Gamma_1 k_{j2}(\gamma_2 - \gamma_3) - \Gamma_2 k_{j2}(\gamma_2 - \gamma_1),$$

$$Q_{14} = u_{3S} - \Gamma_1 u_{3S}(\gamma_2 - \gamma_3) - \Gamma_2 u_{3S}(\gamma_2 - \gamma_1),$$

$$Q_{15} = k_{r2} - \Gamma_2 k_{r2}(\gamma_2 - \gamma_3) - \Gamma_3 k_{r2}(\gamma_2 - \gamma_1),$$

$$Q_{16} = u_{4S} - \Gamma_2 u_{4S}(\gamma_2 - \gamma_3) - \Gamma_3 u_{4S}(\gamma_2 - \gamma_1), \quad Q_{17} = B_2(\gamma_2 - \gamma_3) - B_6(\gamma_2 - \gamma_1)$$

$$Q_{18} = -D_2(\gamma_2 - \gamma_3), \quad Q_{19} = -F_2(\gamma_2 - \gamma_3) + F_6(\gamma_2 - \gamma_1), \quad Q_{110} = -B_6(\gamma_2 - \gamma_1),$$

$$Q_{111} = -J_{10} (\gamma_2 - \gamma_3) - J_6 (\gamma_2 - \gamma_1), \quad Q_{112} = -N_2 (\gamma_2 - \gamma_3) + N_6 (\gamma_2 - \gamma_1),$$

$$Q_2 = Q_{21} x_1 + Q_{22} x_5 + Q_{23} x_9 + Q_{24} x_{10} + Q_{25} x_{13} + Q_{26} x_{14} + Q_{27} \lambda_2 + Q_{28} \lambda_4 \\ + Q_{29} \lambda_6 + Q_{210} \lambda_8 + Q_{211} \lambda_{10} + Q_{212} \lambda_{14}$$

$$Q_{21} = -a k_{f2} - \Gamma_1 k_{f2} [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2] + \Gamma_2 k_{f2} [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1],$$

$$Q_{22} = (L-a) k_{r2} - \Gamma_2 k_{r2} [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2] + \Gamma_3 k_{r2} [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1],$$

$$Q_{23} = -a k_{f2} - \Gamma_1 k_{f2} [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2] + \Gamma_2 k_{f2} [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1],$$

$$Q_{24} = -a u_{3S} - \Gamma_1 u_{3S} [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2] + \Gamma_2 u_{3S} [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1],$$

$$Q_{25} = (L-a) k_{r2} - \Gamma_2 k_{r2} [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2] + \Gamma_3 k_{r2} [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1],$$

$$Q_{26} = (L-a) u_{4S} - \Gamma_2 u_{4S} [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2] + \Gamma_3 u_{4S} [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1],$$

$$Q_{27} = B_2 [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2] + B_6 [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1], \quad Q_{28} = -D_2 [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2]$$

$$Q_{29} = -F_2 [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2] - F_6 [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1],$$

$$Q_{210} = H_6 [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1], \quad Q_{211} = -J_2 [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2] + J_6 [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1],$$

$$Q_{212} = -N_2 [a \gamma_3 + (L-a) \gamma_2] - N_6 [a \gamma_2 + (L-a) \gamma_1]$$

2.4.1. Yardımcı durum denklemlerinin elde edilmesi

Eş.2.80'de verilen H_o 'ı kullanarak;

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H_o}{\partial x} \quad (2.82)$$

ifadesi yazılırsa yardımcı durum denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir. Burada λ yardımcı durum değişkenleri matrisidir.

$$\dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial H_o}{\partial x_1} \quad (2.83)$$

veya,

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_1 = & T_{1,1} x_1 + T_{1,3} x_3 + T_{1,5} x_5 + T_{1,7} x_7 + T_{1,9} x_9 + T_{1,10} x_{10} + T_{1,11} x_{11} + T_{1,13} x_{13} \\ & + T_{1,14} x_{14} + P_{1,2} \lambda_2 + P_{1,4} \lambda_4 + P_{1,6} \lambda_6 + P_{1,10} \lambda_{10} + P_{1,12} \lambda_{12} + P_{1,14} \lambda_{14}\end{aligned}\quad (2.84)$$

$$\dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial H_o}{\partial x_2} \quad (2.85)$$

veya,

$$\dot{\lambda}_2 = P_{2,1} \lambda_1 + P_{2,14} \lambda_{14} \quad (2.86)$$

$$\dot{\lambda}_3 = -\frac{\partial H_o}{\partial x_3} \quad (2.87)$$

veya,

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_3 = & T_{3,1} x_1 + T_{3,3} x_3 + T_{3,5} x_5 + T_{3,7} x_7 + T_{3,9} x_9 + T_{3,11} x_{11} + P_{3,2} \lambda_2 + P_{3,4} \lambda_4 \\ & + P_{3,14} \lambda_{14}\end{aligned}\quad (2.88)$$

$$\dot{\lambda}_4 = -\frac{\partial H_o}{\partial x_4} \quad (2.89)$$

veya,

$$\dot{\lambda}_4 = P_{4,2} \lambda_2 + P_{4,3} \lambda_3 + P_{4,4} \lambda_4 + P_{4,14} \lambda_{14} \quad (2.90)$$

$$\dot{\lambda}_5 = -\frac{\partial H_o}{\partial x_5} \quad (2.91)$$

veya,

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_5 = & T_{5,1} x_1 + T_{5,3} x_3 + T_{5,5} x_5 + T_{5,7} x_7 + T_{5,9} x_9 + T_{5,10} x_{10} + T_{5,13} x_{13} \\ & + T_{5,14} x_{14} + P_{5,2} \lambda_2 + P_{5,4} \lambda_4 + P_{5,6} \lambda_6 + P_{5,8} \lambda_8 + P_{5,10} \lambda_{10} + P_{5,14} \lambda_{14}\end{aligned}\quad (2.92)$$

$$\dot{\lambda}_6 = -\frac{\partial H_o}{\partial x_6} \quad (2.93)$$

veya,

$$\dot{\lambda}_6 = P_{6,5} \lambda_5 + P_{6,14} \lambda_{14} \quad (2.94)$$

$$\dot{\lambda}_7 = -\frac{\partial H_o}{\partial x_7} \quad (2.95)$$

veya,

$$\dot{\lambda}_7 = T_{7,1} x_1 + T_{7,3} x_3 + T_{7,5} x_5 + T_{7,7} x_7 + P_{7,6} \lambda_6 + P_{7,8} \lambda_8 + P_{7,14} \lambda_{14} \quad (2.96)$$

$$\dot{\lambda}_8 = -\frac{\partial H_o}{\partial x_8} \quad (2.97)$$

veya,

$$\dot{\lambda}_8 = P_{8,6} \lambda_6 + P_{8,7} \lambda_7 + P_{8,8} \lambda_8 + P_{8,14} \lambda_{14} \quad (2.98)$$

$$\dot{\lambda}_9 = -\frac{\partial H_o}{\partial x_9} \quad (2.99)$$

veya,

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_9 = & T_{9,1} x_1 + T_{9,3} x_3 + T_{9,5} x_5 + T_{9,9} x_9 + T_{9,10} x_{10} + T_{9,11} x_{11} + T_{9,13} x_{13} + T_{9,14} x_{14} \\ & + P_{9,2} \lambda_2 + P_{9,4} \lambda_4 + P_{9,6} \lambda_6 + P_{9,8} \lambda_8 + P_{9,10} \lambda_{10} + P_{9,12} \lambda_{12} + P_{9,14} \lambda_{14} \end{aligned} \quad (2.100)$$

$$\dot{\lambda}_{10} = -\frac{\partial H_o}{\partial x_{10}} \quad (2.101)$$

veya,

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_{10} = & T_{10,1} x_1 + T_{10,5} x_5 + T_{10,9} x_9 + T_{10,10} x_{10} + T_{10,13} x_{13} + T_{10,14} x_{14} + P_{10,2} \lambda_2 \\ & + P_{10,4} \lambda_4 + P_{10,6} \lambda_6 + P_{10,8} \lambda_8 + P_{10,9} \lambda_9 + P_{10,10} \lambda_{10} + P_{10,12} \lambda_{12} + P_{10,14} \lambda_{14}\end{aligned}\quad (2.102)$$

$$\dot{\lambda}_{11} = -\frac{\partial H_o}{\partial x_{11}} \quad (2.103)$$

veya,

$$\dot{\lambda}_{11} = T_{11,1} x_1 + T_{11,5} x_3 + T_{11,9} x_9 + T_{11,11} x_{11} + P_{11,10} \lambda_{10} + P_{11,12} \lambda_{12} + P_{11,14} \lambda_{14} \quad (2.104)$$

$$\dot{\lambda}_{12} = -\frac{\partial H_o}{\partial x_{12}} \quad (2.105)$$

veya,

$$\dot{\lambda}_{12} = P_{12,10} \lambda_{10} + P_{12,11} \lambda_{11} + P_{12,12} \lambda_{12} + P_{12,14} \lambda_{14} \quad (2.106)$$

$$\dot{\lambda}_{13} = -\frac{\partial H_o}{\partial x_{13}} \quad (2.107)$$

veya,

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_{13} = & T_{13,1} x_1 + T_{13,5} x_5 + T_{13,9} x_9 + T_{13,10} x_{10} + T_{13,13} x_{13} + T_{13,14} x_{14} + P_{13,2} \lambda_2 \\ & + P_{13,4} \lambda_4 + P_{13,6} \lambda_6 + P_{13,8} \lambda_8 + P_{13,10} \lambda_{10} + P_{13,14} \lambda_{14}\end{aligned}\quad (2.108)$$

$$\dot{\lambda}_{14} = -\frac{\partial H_o}{\partial x_{14}} \quad (2.109)$$

veya,

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_{14} = & T_{14,1} x_1 + T_{14,5} x_5 + T_{14,9} x_9 + T_{14,10} x_{10} + T_{14,13} x_{13} + T_{14,14} x_{14} + P_{14,2} \lambda_2 \\ & + P_{14,4} \lambda_4 + P_{14,6} \lambda_6 + P_{14,8} \lambda_8 + P_{14,10} \lambda_{10} + P_{13,10} \lambda_{13} + P_{13,14} \lambda_{14}\end{aligned}\quad (2.110)$$

Eş. 2.84 – Eş. 2.110’da verilen yardımcı durum denklemleri uygun katsayı matrisleri tanımlanarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{\lambda} = T_1 x + T_2 \lambda \quad (2.111)$$

Eş. 2.111’deki katsayı matrisleri aşağıdaki gibidir.

$$T_1 = \begin{bmatrix} T_{1,1} & 0 & T_{1,3} & 0 & T_{1,5} & 0 & T_{1,7} & 0 & T_{1,9} & T_{1,10} & T_{1,11} & 0 & T_{1,13} & T_{1,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{3,1} & 0 & T_{3,3} & 0 & T_{3,5} & 0 & T_{3,7} & 0 & T_{3,9} & 0 & T_{3,11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{5,1} & 0 & T_{5,3} & 0 & T_{5,5} & 0 & T_{5,7} & 0 & T_{5,9} & T_{5,10} & 0 & 0 & T_{5,13} & T_{5,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{7,1} & 0 & T_{7,3} & 0 & T_{7,5} & 0 & T_{7,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{9,1} & 0 & T_{9,3} & 0 & T_{9,5} & 0 & 0 & 0 & T_{9,9} & T_{9,10} & T_{9,11} & 0 & T_{9,13} & T_{9,14} \\ T_{10,1} & 0 & 0 & 0 & T_{10,5} & 0 & 0 & 0 & T_{10,9} & T_{10,10} & 0 & 0 & T_{10,13} & T_{10,14} \\ T_{11,1} & 0 & T_{11,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_{11,9} & 0 & T_{11,11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_{13,1} & 0 & 0 & 0 & T_{13,5} & 0 & 0 & 0 & T_{13,9} & T_{13,10} & 0 & 0 & T_{13,13} & T_{13,14} \\ T_{14,1} & 0 & 0 & 0 & T_{14,5} & 0 & 0 & 0 & T_{14,9} & T_{14,10} & 0 & 0 & T_{14,13} & T_{14,14} \end{bmatrix} \quad (2.112)$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 0 & P_{1,2} & 0 & P_{1,4} & 0 & P_{1,6} & 0 & P_{1,8} & 0 & P_{1,10} & 0 & 0 & 0 & P_{1,14} \\ P_{2,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{2,14} \\ 0 & P_{3,2} & 0 & P_{3,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{3,14} \\ 0 & P_{4,2} & P_{4,3} & P_{4,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{4,14} \\ 0 & P_{5,2} & 0 & P_{5,4} & 0 & P_{5,6} & 0 & P_{5,8} & 0 & P_{5,10} & 0 & 0 & 0 & P_{5,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{6,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{6,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{7,6} & 0 & P_{7,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{7,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{8,6} & P_{8,7} & P_{8,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{8,14} \\ 0 & P_{9,2} & 0 & P_{9,4} & 0 & P_{9,6} & 0 & P_{9,8} & 0 & P_{9,10} & 0 & P_{9,12} & 0 & P_{9,14} \\ 0 & P_{10,2} & 0 & P_{10,4} & 0 & P_{10,6} & 0 & P_{10,8} & P_{10,9} & P_{10,10} & 0 & P_{10,12} & 0 & P_{10,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{11,10} & 0 & P_{11,12} & 0 & P_{11,14} \\ 0 & P_{12,2} & 0 & P_{12,4} & 0 & P_{12,6} & 0 & P_{12,8} & 0 & P_{12,10} & P_{12,11} & P_{12,12} & 0 & P_{12,14} \\ 0 & P_{13,2} & 0 & P_{13,4} & 0 & P_{13,6} & 0 & P_{13,8} & 0 & P_{13,10} & 0 & 0 & 0 & P_{13,14} \\ 0 & P_{14,2} & 0 & P_{14,4} & 0 & P_{14,6} & 0 & P_{14,8} & 0 & P_{14,10} & 0 & 0 & P_{14,13} & P_{14,14} \end{bmatrix} \quad (2.113)$$

Eş. 2.112 ve Eş. 2.113’de yer alan katsayılar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$T_{1,1} = \alpha_1 Q_{1,1} + \beta_1 Q_{2,1} - 2\rho_2 - \frac{2\rho_3}{L^2} - \frac{2\rho_4}{4e^2}, \quad T_{1,3} = -\frac{2\rho_3}{L^2} - \frac{2\rho_4}{4e^2},$$

$$T_{1,5} = \alpha_1 Q_{1,2} + \beta_1 Q_{2,2} - \frac{2\rho_3}{L^2}, \quad T_{1,7} = \frac{2\rho_3}{L^2}, \quad T_{1,9} = \alpha_1 Q_{1,3} + \beta_1 Q_{2,3} + \frac{2\rho_4}{4e^2},$$

$$T_{1,10} = \alpha_1 Q_{1,4} + \beta_1 Q_{2,4}, \quad T_{1,11} = \frac{2\rho_4}{4e^2}, \quad T_{1,13} = \alpha_1 Q_{1,5} + \beta_1 Q_{2,5},$$

$$T_{1,14} = \alpha_1 Q_{1,6} + \beta_1 Q_{2,6},$$

$$T_{3,1} = -\frac{2\rho_3}{L^2} - \frac{2\rho_4}{4e^2}, \quad T_{3,3} = -\frac{2\rho_3}{L^2} - \frac{2\rho_4}{4e^2} - 2\rho_5, \quad T_{3,5} = \frac{2\rho_3}{L^2}, \quad T_{3,7} = \frac{2\rho_3}{L^2},$$

$$T_{3,9} = \frac{2\rho_4}{L^2}, T_{3,11} = \frac{2\rho_4}{L^2},$$

$$T_{5,1} = \alpha_5 Q_{1,1} + \beta_5 Q_{2,1} + \frac{2\rho_3}{L^2}, T_{5,3} = \frac{2\rho_3}{L^2},$$

$$T_{5,5} = \alpha_5 Q_{1,2} + \beta_5 Q_{2,2} - 2\rho_2 - \frac{2\rho_3}{L^2}, T_{5,7} = -\frac{2\rho_3}{L^2},$$

$$T_{5,9} = \alpha_5 Q_{1,3} + \beta_5 Q_{2,3}, T_{5,10} = \alpha_5 Q_{1,4} + \beta_5 Q_{2,4}, T_{5,13} = \alpha_5 Q_{1,5} + \beta_5 Q_{2,5},$$

$$T_{5,14} = \alpha_5 Q_{1,6} + \beta_5 Q_{2,6},$$

$$T_{7,1} = \frac{2\rho_3}{L^2}, T_{7,3} = \frac{2\rho_3}{L^2}, T_{7,5} = -\frac{2\rho_3}{L^2}, T_{7,7} = -\frac{2\rho_3}{L^2} - 2\rho_5$$

$$T_{9,1} = \alpha_9 Q_{1,1} + \beta_9 Q_{2,1} + \frac{2\rho_4}{4e^2}, T_{9,3} = \frac{2\rho_4}{4e^2},$$

$$T_{9,5} = \alpha_9 Q_{1,2} + \beta_9 Q_{2,2}, T_{9,9} = \alpha_9 Q_{1,3} + \beta_9 Q_{2,3} - 2\rho_2 - \frac{2\rho_4}{4e^2},$$

$$T_{9,10} = \alpha_9 Q_{1,4} + \beta_9 Q_{2,4}, T_{9,11} = -\frac{2\rho_4}{4e^2}, T_{9,13} = \alpha_9 Q_{1,5} + \beta_9 Q_{2,5},$$

$$T_{9,14} = \alpha_9 Q_{1,6} + \beta_9 Q_{2,6},$$

$$T_{10,1} = \alpha_{10} Q_{1,1} + \beta_{10} Q_{2,1}, T_{10,5} = \alpha_{10} Q_{1,2} + \beta_{10} Q_{2,2}, T_{10,9} = \alpha_{10} Q_{1,3} + \beta_{10} Q_{2,3},$$

$$T_{10,10} = \alpha_{10} Q_{1,4} + \beta_{10} Q_{2,4}, T_{10,13} = \alpha_{10} Q_{1,5} + \beta_{10} Q_{2,5}, T_{10,14} = \alpha_{10} Q_{1,6} + \beta_{10} Q_{2,6},$$

$$T_{11,1} = \frac{2\rho_4}{4e^2}, \quad T_{11,3} = \frac{2\rho_4}{4e^2}, \quad T_{11,9} = -\frac{2\rho_4}{4e^2}, \quad T_{11,11} = -\frac{2\rho_4}{4e^2} - 2\rho_5,$$

$$T_{13,1} = \alpha_{13} Q_{1,1} + \beta_{13} Q_{2,1}, \quad T_{13,5} = \alpha_{13} Q_{1,2} + \beta_{13} Q_{2,2}, \quad T_{13,9} = \alpha_{13} Q_{1,3} + \beta_{13} Q_{2,3}$$

$$T_{13,10} = \alpha_{13} Q_{1,4} + \beta_{13} Q_{2,4}, \quad T_{13,13} = \alpha_{13} Q_{1,5} + \beta_{13} Q_{2,5} - 2\rho_2,$$

$$T_{13,14} = \alpha_{13} Q_{1,6} + \beta_{13} Q_{2,6},$$

$$T_{14,1} = \alpha_{14} Q_{1,1} + \beta_{14} Q_{2,1}, \quad T_{14,5} = \alpha_{14} Q_{1,2} + \beta_{14} Q_{2,2}, \quad T_{14,9} = \alpha_{14} Q_{1,3} + \beta_{14} Q_{2,3},$$

$$T_{14,10} = \alpha_{14} Q_{1,4} + \beta_{14} Q_{2,4}, \quad T_{14,13} = \alpha_{14} Q_{1,5} + \beta_{14} Q_{2,5}, \quad T_{14,14} = \alpha_{14} Q_{1,6} + \beta_{14} Q_{2,6},$$

$$P_{1,2} = \alpha_1 Q_{1,7} + \beta_1 Q_{2,7} + B_1 + B_2 \gamma_2 S_{21} - B_2 \gamma_3 S_{11} - B_6 \gamma_2 S_{11} + B_6 \gamma_1 S_{21},$$

$$P_{1,4} = \alpha_1 Q_{1,8} + \beta_1 Q_{2,8} - D_1 - D_2 \gamma_2 S_{21} + D_2 \gamma_3 S_{11},$$

$$P_{1,6} = \alpha_1 Q_{1,9} + \beta_1 Q_{2,9} - F_1 - F_2 \gamma_2 S_{21} + F_2 \gamma_3 S_{11} + F_6 \gamma_2 S_{11} - F_6 \gamma_1 S_{21},$$

$$P_{1,8} = \alpha_1 Q_{1,10} + \beta_1 Q_{2,10} - H_6 \gamma_2 S_{11} + H_6 \gamma_1 S_{21},$$

$$P_{1,10} = \alpha_1 Q_{1,11} + \beta_1 Q_{2,10} - J_1 - J_2 \gamma_2 S_{21} + J_2 \gamma_3 S_{11} - J_6 \gamma_2 S_{11} + J_6 \gamma_1 S_{21},$$

$$P_{1,14} = \alpha_1 Q_{1,12} + \beta_1 Q_{2,12} - N_1 - N_2 \gamma_2 S_{21} + N_2 \gamma_3 S_{11} + N_6 \gamma_2 S_{11} - N_6 \gamma_1 S_{21},$$

$$P_{2,1} = -1, \quad P_{2,14} = N_{14}$$

$$P_{3,2} = -B_3, \quad P_{3,4} = B_3, \quad P_{3,14} = N_3,$$

$$P_{4,2} = -B_4, \quad P_{4,3} = -1, \quad P_{4,4} = B_4, \quad P_{4,14} = N_4,$$

$$P_{5,2} = \alpha_5 Q_{1,7} + \beta_5 Q_{2,7} - B_5 + B_2 \gamma_2 S_{25} - B_2 \gamma_3 S_{15} - B_6 \gamma_2 S_{15} + B_6 \gamma_1 S_{25},$$

$$P_{5,4} = \alpha_5 Q_{1,8} + \beta_5 Q_{2,8} - D_2 \gamma_2 S_{25} + D_2 \gamma_3 S_{15},$$

$$P_{5,6} = \alpha_5 Q_{1,9} + \beta_5 Q_{2,9} + F_5 - F_2 \gamma_2 S_{25} + F_2 \gamma_3 S_{15} + F_6 \gamma_2 S_{15} - F_6 \gamma_1 S_{25},$$

$$P_{5,8} = \alpha_5 Q_{1,10} + \beta_5 Q_{2,10} - H_5 - H_6 \gamma_2 S_{15} + H_6 \gamma_1 S_{25},$$

$$P_{5,10} = \alpha_5 Q_{1,11} + \beta_5 Q_{2,10} - J_5 - J_2 \gamma_2 S_{25} + J_2 \gamma_3 S_{15} - J_6 \gamma_2 S_{15} + J_6 \gamma_1 S_{25},$$

$$P_{5,14} = \alpha_5 Q_{1,12} + \beta_5 Q_{2,12} + N_5 - N_2 \gamma_2 S_{25} + N_2 \gamma_3 S_{15} + N_6 \gamma_2 S_{15} - N_6 \gamma_1 S_{25},$$

$$P_{6,5} = -1, \quad P_{6,14} = -N_4$$

$$P_{7,6} = -F_7, \quad P_{7,8} = F_7, \quad P_{7,14} = -N_3,$$

$$P_{8,6} = -F_8, \quad P_{8,7} = -1, \quad P_{8,8} = F_8, \quad P_{8,14} = -N_4,$$

$$P_{9,2} = \alpha_9 Q_{1,7} + \beta_9 Q_{2,7} + B_9 + B_2 \gamma_2 S_{29} - B_2 \gamma_3 S_{19} - B_6 \gamma_2 S_{19} + B_6 \gamma_1 S_{29},$$

$$P_{9,4} = \alpha_9 Q_{1,8} + \beta_9 Q_{2,8} - D_2 \gamma_2 S_{29} + D_2 \gamma_3 S_{19},$$

$$P_{9,6} = \alpha_9 Q_{1,9} + \beta_9 Q_{2,9} - F_9 - F_2 \gamma_2 S_{29} + F_2 \gamma_3 S_{19} + F_6 \gamma_2 S_{19} - F_6 \gamma_1 S_{29},$$

$$P_{9,8} = \alpha_9 Q_{1,10} + \beta_9 Q_{2,10} - H_6 \gamma_2 S_{19} + H_6 \gamma_1 S_{29},$$

$$P_{9,10} = \alpha_9 Q_{1,11} + \beta_9 Q_{2,11} + J_9 - J_2 \gamma_2 S_{29} + J_2 \gamma_3 S_{19} - J_6 \gamma_2 S_{19} + J_6 \gamma_1 S_{29}, \quad P_{9,12} = -D_1,$$

$$P_{9,14} = \alpha_9 Q_{1,12} + \beta_9 Q_{2,12} - N_9 - N_2 \gamma_2 S_{29} + N_2 \gamma_3 S_{19} + N_6 \gamma_2 S_{19} - N_6 \gamma_1 S_{29},$$

$$P_{10,2} = \alpha_{10} Q_{1,7} + \beta_{10} Q_{2,7} + B_{10} u_{3S} + B_2 \gamma_2 S_{210} - B_2 \gamma_3 S_{110} - B_6 \gamma_2 S_{110} + B_6 \gamma_1 S_{210}$$

$$P_{10,4} = \alpha_{10} Q_{1,8} + \beta_{10} Q_{2,8} - D_2 \gamma_2 S_{210} + D_2 \gamma_3 S_{110},$$

$$P_{10,6} = \alpha_{10} Q_{1,9} + \beta_{10} Q_{2,9} - F_{10} u_{3S} - F_2 \gamma_2 S_{210} + F_2 \gamma_3 S_{110} + F_6 \gamma_2 S_{110} - F_6 \gamma_1 S_{210}$$

$$P_{10,8} = \alpha_{10} Q_{1,10} + \beta_{10} Q_{2,10} - H_6 \gamma_2 S_{110} + H_6 \gamma_1 S_{210}, \quad P_{10,9} = -1,$$

$$P_{10,10} = \alpha_{10} Q_{1,11} + \beta_{10} Q_{2,11} + J_{10} u_{3S} - J_2 \gamma_2 S_{210} + J_2 \gamma_3 S_{110} - J_6 \gamma_2 S_{110} + J_6 \gamma_1 S_{210}$$

$$P_{10,12} = -D_2 u_{3S},$$

$$P_{10,14} = \alpha_{10} Q_{1,12} + \beta_{10} Q_{2,12} - N_{10} u_{3S} - N_4 - N_2 \gamma_2 S_{210} + N_2 \gamma_3 S_{110} + N_6 \gamma_2 S_{110} \\ - N_6 \gamma_1 S_{210},$$

$$P_{11,10} = -B_3, \quad P_{11,12} = B_3, \quad P_{11,14} = -N_{11}$$

$$P_{12,10} = -B_4, \quad P_{12,11} = -1, \quad P_{12,12} = B_4, \quad P_{12,14} = -N_{12},$$

$$P_{13,2} = \alpha_{13} Q_{1,7} + \beta_{13} Q_{2,7} - B_{13} + B_2 \gamma_2 S_{213} - B_2 \gamma_3 S_{113} - B_6 \gamma_2 S_{113} + B_6 \gamma_1 S_{213},$$

$$P_{13,4} = \alpha_{13} Q_{1,8} + \beta_{13} Q_{2,8} - D_2 \gamma_2 S_{213} + D_2 \gamma_3 S_{113},$$

$$P_{13,6} = \alpha_{13} Q_{1,9} + \beta_{13} Q_{2,9} + F_{13} - F_2 \gamma_2 S_{213} + F_2 \gamma_3 S_{113} + F_6 \gamma_2 S_{113} - F_6 \gamma_1 S_{213},$$

$$P_{13,8} = \alpha_{13} Q_{1,10} + \beta_{13} Q_{2,10} - H_6 \gamma_2 S_{113} + H_6 \gamma_1 S_{213},$$

$$P_{13,10} = \alpha_{13} Q_{1,11} + \beta_{13} Q_{2,11} + J_{13} - J_2 \gamma_2 S_{213} + J_2 \gamma_3 S_{113} - J_6 \gamma_2 S_{113} + J_6 \gamma_1 S_{213},$$

$$P_{13,14} = \alpha_{13} Q_{1,12} + \beta_{13} Q_{2,12} + N_{13} - N_2 \gamma_2 S_{213} + N_2 \gamma_3 S_{113} + N_6 \gamma_2 S_{113} - N_6 \gamma_1 S_{213}$$

$$P_{14,2} = \alpha_{14} Q_{1,7} + \beta_{14} Q_{2,7} - B_{14} u_{4S} + B_2 \gamma_2 S_{214} - B_2 \gamma_3 S_{114} - B_6 \gamma_2 S_{114} + B_6 \gamma_1 S_{214}$$

$$P_{14,4} = \alpha_{14} Q_{1,8} + \beta_{14} Q_{2,8} - D_2 \gamma_2 S_{214} + D_2 \gamma_3 S_{114},$$

$$P_{14,6} = \alpha_{14} Q_{1,9} + \beta_{14} Q_{2,9} + F_{14} u_{4S} - F_2 \gamma_2 S_{214} + F_2 \gamma_3 S_{114} + F_6 \gamma_2 S_{114} - F_6 \gamma_1 S_{214}$$

$$P_{14,8} = \alpha_{14} Q_{1,10} + \beta_{14} Q_{2,10} - H_6 \gamma_2 S_{114} + H_6 \gamma_1 S_{214},$$

$$P_{14,10} = \alpha_{14} Q_{1,11} + \beta_{14} Q_{2,11} + J_{14} u_{4S} - J_2 \gamma_2 S_{214} + J_2 \gamma_3 S_{114} - J_6 \gamma_2 S_{114} + J_6 \gamma_1 S_{214}$$

$$P_{14,10} = -1, P_{14,14} = \alpha_{14} Q_{1,12} + \beta_{14} Q_{2,12} + N_{14} u_{4S} + N_4 - N_2 \gamma_2 S_{214} + N_2 \gamma_3 S_{114} \\ + N_6 \gamma_2 S_{114} - N_6 \gamma_1 S_{214}$$

$$\alpha_1 = -\frac{2}{M^2} Q_{1,1}, \beta_1 = -\frac{2\rho_1}{I_{G1}^2} Q_{1,1}, S_{11} = -\Gamma_1 k_{f2}, S_{21} = -\Gamma_2 k_{f2},$$

$$\alpha_5 = -\frac{2}{M^2} Q_{1,5}, \beta_5 = -\frac{2\rho_1}{I_{G1}^2} Q_{2,5}, S_{15} = -\Gamma_2 k_{r2}, S_{21} = -\Gamma_3 k_{r2},$$

$$\alpha_9 = -\frac{2}{M^2} Q_{1,9}, \beta_9 = -\frac{2\rho_1}{I_{G1}^2} Q_{2,9}, S_{19} = -\Gamma_1 k_{f2}, S_{29} = -\Gamma_2 k_{f2},$$

$$\alpha_{10} = -\frac{2}{M^2} Q_{1,10}, \beta_{10} = -\frac{2\rho_1}{I_{G1}^2} Q_{2,10}, S_{110} = -\Gamma_1 u_{3S}, S_{210} = -\Gamma_2 u_{3S},$$

$$\alpha_{13} = -\frac{2}{M^2} Q_{1,13}, \beta_{13} = -\frac{2\rho_1}{I_{G1}^2} Q_{2,13}, S_{113} = -\Gamma_2 k_{r2}, S_{213} = -\Gamma_3 k_{r2},$$

$$\alpha_{14} = -\frac{2}{M^2} Q_{1,14}, \quad \beta_{14} = -\frac{2\rho_1}{I_{G1}^2} Q_{2,14}, \quad S_{113} = -\Gamma_2 u_{4S}, \quad S_{213} = -\Gamma_3 u_{4S},$$

2.4.2. Durum denklemlerine ait katsayı matrislerinin elde edilmesi

Eş. 2.48-2.61’de tanımladığımız durum denklemlerinde, Eş. 2.76 ve Eş. 2.77’de tanımlanan optimum kontrol girişleri u_{1o} ve u_{2o} yerlerine koyularak gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\dot{x}_1 = H_{1,2} x_2 \quad (2.114)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & H_{2,1} x_1 + H_{2,3} x_3 + H_{2,4} x_4 + H_{2,5} x_5 + H_{2,9} x_9 + H_{2,10} x_{10} + H_{2,13} x_{13} + H_{2,14} x_{14} \\ & + G_{2,2} \lambda_2 + G_{2,4} \lambda_4 + G_{2,6} \lambda_6 + G_{2,8} \lambda_8 + G_{2,10} \lambda_{10} + G_{2,14} \lambda_{14} \end{aligned} \quad (2.115)$$

$$\dot{x}_3 = H_{3,4} x_4 \quad (2.116)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_4 = & H_{4,1} x_1 + H_{4,3} x_3 + H_{4,4} x_4 + H_{4,5} x_5 + H_{4,9} x_9 + H_{4,10} x_{10} + H_{4,13} x_{13} + H_{4,14} x_{14} \\ & + G_{4,2} \lambda_2 + G_{4,4} \lambda_4 + G_{4,6} \lambda_6 + G_{4,8} \lambda_8 + G_{4,10} \lambda_{10} + G_{4,14} \lambda_{14} \end{aligned} \quad (2.117)$$

$$\dot{x}_5 = H_{5,6} x_6 \quad (2.118)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 = & H_{6,1} x_1 + H_{6,5} x_5 + H_{6,7} x_7 + H_{6,8} x_8 + H_{6,9} x_9 + H_{6,10} x_{10} + H_{6,13} x_{13} + H_{6,14} x_{14} \\ & + G_{6,2} \lambda_2 + G_{6,4} \lambda_4 + G_{6,6} \lambda_6 + G_{6,8} \lambda_8 + G_{6,10} \lambda_{10} + G_{6,14} \lambda_{14} \end{aligned} \quad (2.119)$$

$$\dot{x}_7 = H_{7,8} x_8 \quad (2.120)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_8 = & H_{8,1} x_1 + H_{8,5} x_5 + H_{8,7} x_7 + H_{8,8} x_8 + H_{8,9} x_9 + H_{8,10} x_{10} + H_{8,13} x_{13} + H_{8,14} x_{14} \\ & + G_{8,2} \lambda_2 + G_{8,4} \lambda_4 + G_{8,6} \lambda_6 + G_{8,8} \lambda_8 + G_{8,10} \lambda_{10} + G_{8,14} \lambda_{14} \end{aligned} \quad (2.121)$$

$$\dot{x}_9 = H_{9,10} x_{10} \quad (2.122)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{10} = & H_{10,1} x_1 + H_{10,5} x_5 + H_{10,9} x_9 + H_{10,10} x_{10} + H_{10,11} x_{11} + H_{10,12} x_{12} + H_{10,13} x_{13} \\ & + H_{10,14} x_{14} + G_{10,2} \lambda_2 + G_{10,4} \lambda_4 + G_{10,6} \lambda_6 + G_{10,8} \lambda_8 + G_{10,10} \lambda_{10} + G_{10,14} \lambda_{14} \end{aligned} \quad (2.123)$$

$$\dot{x}_{11} = H_{11,12} x_{12} \quad (2.124)$$

$$\dot{x}_{12} = H_{12,9} x_9 + H_{12,10} x_{10} + H_{12,11} x_{11} + H_{12,12} x_{12} \quad (2.125)$$

$$\dot{x}_{13} = H_{13,14} x_{14} \quad (2.126)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{14} = & H_{14,1} x_1 + H_{14,2} x_2 + H_{14,3} x_3 + H_{14,4} x_4 + H_{14,5} x_5 + H_{14,6} x_6 + H_{14,7} x_7 + H_{14,8} x_8 \\ & + H_{14,9} x_9 + H_{14,10} x_{10} + H_{14,11} x_{11} + H_{14,12} x_{12} + H_{14,13} x_{13} + H_{14,14} x_{14} + G_{14,2} \lambda_2 \\ & + G_{14,4} \lambda_4 + G_{14,6} \lambda_6 + G_{14,8} \lambda_8 + G_{14,10} \lambda_{10} + G_{14,14} \lambda_{14} \end{aligned} \quad (2.127)$$

Eş. 2.114 – Eş. 2.127 ile verilen durum denklemleri uygun katsayı matrisleri tanımlanarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{x} = H_1 x + H_2 \lambda \quad (2.128)$$

Eş. 2.128'deki katsayı matrisleri aşağıdaki gibidir.

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & H_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{2,1} & 0 & H_{2,3} & H_{2,4} & H_{2,5} & 0 & 0 & 0 & H_{2,9} & H_{2,10} & 0 & 0 & H_{2,13} & H_{2,14} \\ 0 & 0 & 0 & H_{3,4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{4,1} & 0 & H_{4,3} & H_{4,4} & H_{4,5} & 0 & 0 & 0 & H_{4,9} & H_{4,10} & 0 & 0 & H_{4,13} & H_{4,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{5,6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{6,1} & 0 & 0 & 0 & H_{6,5} & 0 & H_{6,7} & H_{6,8} & H_{6,9} & H_{6,10} & 0 & 0 & H_{6,13} & H_{6,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{7,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{8,1} & 0 & 0 & 0 & H_{8,5} & 0 & H_{8,7} & H_{8,8} & H_{8,9} & H_{8,10} & 0 & 0 & H_{8,13} & H_{8,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{9,10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{10,1} & 0 & 0 & 0 & H_{10,5} & 0 & 0 & 0 & H_{10,9} & H_{10,10} & H_{10,11} & H_{10,12} & H_{10,13} & H_{10,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{11,12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{12,9} & H_{12,10} & H_{12,11} & H_{12,12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{13,14} \\ H_{14,1} & H_{14,2} & H_{14,3} & H_{14,4} & H_{14,5} & H_{14,6} & H_{14,7} & H_{14,8} & H_{14,9} & H_{14,10} & H_{14,11} & H_{14,12} & H_{14,13} & H_{14,14} \end{bmatrix} \quad (2.129)$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{2,2} & 0 & G_{2,4} & 0 & G_{2,6} & 0 & G_{2,8} & 0 & G_{2,10} & 0 & 0 & 0 & G_{2,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{4,2} & 0 & G_{4,4} & 0 & G_{4,6} & 0 & G_{4,8} & 0 & G_{4,10} & 0 & 0 & 0 & G_{4,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{6,2} & 0 & G_{6,4} & 0 & G_{6,6} & 0 & G_{6,8} & 0 & G_{6,10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{8,2} & 0 & G_{8,4} & 0 & G_{8,6} & 0 & G_{8,8} & 0 & G_{8,10} & 0 & 0 & 0 & G_{8,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{10,2} & 0 & G_{10,4} & 0 & G_{10,6} & 0 & G_{10,8} & 0 & G_{10,10} & 0 & 0 & 0 & G_{10,14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{14,2} & 0 & G_{14,4} & 0 & G_{14,6} & 0 & G_{14,8} & 0 & G_{14,10} & 0 & 0 & 0 & G_{14,14} \end{bmatrix} \quad (2.130)$$

Eş. 2.129 ve Eş. 2.130'da bulunan matrislerdeki katsayılar aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$H_{1,2} = 1,$$

$$H_{2,1} = -B_1 - B_2 \varphi_1 + B_6 \eta_1, H_{2,3} = B_3, H_{2,4} = B_4, H_{2,5} = -B_2 \varphi_5 + B_5 + B_6 \eta_5,$$

$$H_{2,9} = -B_2 \varphi_9 - B_9 - B_6 \eta_9, H_{2,10} = -B_{10} u_{3S} - B_2 \varphi_{10} + B_6 \eta_{10},$$

$$H_{2,13} = -B_2 \varphi_{13} + B_{13} + B_6 \eta_{13}, H_{2,14} = -B_2 \varphi_{14} + B_6 \eta_{14} + B_{14} u_{4S},$$

$$H_{3,4} = 1,$$

$$H_{4,1} = D_1 + D_2 \varphi_1, H_{4,3} = -B_3, H_{4,4} = -B_4, H_{4,5} = D_2 \varphi_5, H_{4,9} = D_2 \varphi_9,$$

$$H_{4,10} = D_2 \varphi_{10}, H_{4,13} = D_2 \varphi_{13}, H_{4,14} = D_2 \varphi_{14},$$

$$H_{5,6} = 1,$$

$$H_{6,1} = F_1 + F_2 \varphi_1 - F_6 \eta_1, H_{6,5} = F_2 \varphi_5 + F_6 \eta_5 - F_5, H_{6,7} = F_7, H_{6,8} = F_8,$$

$$H_{6,9} = F_2 \varphi_9 + F_9 - F_6 \eta_9, H_{6,10} = F_{10} u_{3S} + F_2 \varphi_{10} - F_6 \eta_{10}$$

$$H_{6,13} = F_2 \varphi_{13} - F_{13} - F_6 \eta_{13}, H_{6,14} = F_2 \varphi_{14} - F_6 \eta_{14} - F_{14} u_{4S},$$

$$H_{7,8} = 1,$$

$$H_{8,1} = H_6 \eta_1, H_{8,5} = H_5 - H_6 \eta_5, H_{8,7} = -F_7, H_{8,8} = -F_8, H_{8,9} = H_6 \eta_9,$$

$$H_{8,10} = H_6 \eta_{10}, H_{8,13} = H_6 \eta_{13}, H_{8,14} = H_6 \eta_{14},$$

$$H_{9,10}=1,$$

$$H_{10,1}=J_1+J_2\varphi_l+J_6\eta_l, \quad H_{10,5}=J_2\varphi_5+J_5+J_6\eta_5, \quad H_{10,9}=J_2\varphi_9-J_9+J_6\eta_9,$$

$$H_{10,10}=-J_{10}u_{3S}+J_2\varphi_{l0}+J_6\eta_{l0}, \quad H_{10,11}=B_3, \quad H_{10,12}=B_4,$$

$$H_{10,13}=J_2\varphi_{l3}-J_{13}+J_6\eta_{l3}, \quad H_{10,14}=J_2\varphi_{l4}+J_6\eta_{l4}-J_{14}u_{4S},$$

$$H_{11,12}=1,$$

$$H_{12,9}=D_1, \quad H_{12,10}=D_2u_{3S}, \quad H_{12,11}=-B_3, \quad H_{12,12}=-B_4,$$

$$H_{13,14}=1,$$

$$H_{14,1}=N_1+N_2\varphi_l-N_6\eta_l, \quad H_{14,2}=-N_4, \quad H_{14,3}=-N_3, \quad H_{14,4}=-N_4,$$

$$H_{14,5}=N_2\varphi_5-N_5-N_6\eta_5, \quad H_{14,6}=N_4, \quad H_{14,7}=N_3, \quad H_{14,8}=N_4,$$

$$H_{14,9}=N_2\varphi_9+N_9-N_6\eta_9, \quad H_{14,10}=N_{10}u_{3S}+N_2\varphi_{l0}-N_6\eta_{l0}+N_4,$$

$$H_{14,11}=N_{11}, \quad H_{14,12}=N_{12}, \quad H_{14,13}=N_2\varphi_{l3}-N_{13}-N_6\eta_{l3},$$

$$H_{14,14}=N_2\varphi_{l4}-N_6\eta_{l4}-N_{14}u_{4S}-N_4,$$

$$G_{2,2}=-B_2\varepsilon_2+B_6\sigma_2, \quad G_{2,4}=-B_2\varepsilon_4+B_6\sigma_4, \quad G_{2,6}=-B_2\varepsilon_6+B_6\sigma_6,$$

$$G_{2,8}=-B_2\varepsilon_8+B_6\sigma_8, \quad G_{2,10}=-B_2\varepsilon_{10}+B_6\sigma_{10}, \quad G_{2,14}=-B_2\varepsilon_{14}+B_6\sigma_{14},$$

$$G_{4,2}=D_2\varepsilon_2, \quad G_{4,4}=D_2\varepsilon_4, \quad G_{4,6}=D_2\varepsilon_6, \quad G_{4,8}=D_2\varepsilon_8, \quad G_{4,10}=D_2\varepsilon_{10},$$

$$G_{4,14} = D_2 \varepsilon_{14} ,$$

$$G_{6,2} = F_2 \varepsilon_2 - F_6 \sigma_2, G_{6,4} = F_2 \varepsilon_4 - F_6 \sigma_4, G_{6,6} = F_2 \varepsilon_6 - F_6 \sigma_6,$$

$$G_{6,8} = F_2 \varepsilon_8 - F_6 \sigma_8, G_{6,10} = F_2 \varepsilon_{10} - F_6 \sigma_{10}, G_{6,14} = F_2 \varepsilon_{14} - F_6 \sigma_{14}, G_{8,2} = H_6 \sigma_2,$$

$$G_{8,4} = H_6 \sigma_4, G_{8,6} = H_6 \sigma_6, G_{8,8} = H_6 \sigma_8, G_{8,10} = H_6 \sigma_{10}, G_{8,14} = H_6 \sigma_{14}$$

$$G_{10,2} = J_2 \varepsilon_2 + J_6 \sigma_2, G_{10,4} = J_2 \varepsilon_4 + J_6 \sigma_4, G_{10,6} = J_2 \varepsilon_6 + J_6 \sigma_6,$$

$$G_{10,8} = J_2 \varepsilon_8 + J_6 \sigma_8, G_{10,10} = J_2 \varepsilon_{10} + J_6 \sigma_{10}, G_{10,14} = J_2 \varepsilon_{14} + J_6 \sigma_{14},$$

$$G_{14,2} = N_2 \varepsilon_2 - N_6 \sigma_2, G_{14,4} = N_2 \varepsilon_4 - N_6 \sigma_4, G_{14,6} = N_2 \varepsilon_6 - N_6 \sigma_6,$$

$$G_{14,8} = N_2 \varepsilon_8 - N_6 \sigma_8, G_{14,10} = N_2 \varepsilon_{10} - N_6 \sigma_{10}, G_{14,14} = N_2 \varepsilon_{14} - N_6 \sigma_{14},$$

$$\varphi_1 = \gamma_2 R_{21} - \gamma_3 M_{11}, \varphi_5 = \gamma_2 R_{25} - \gamma_3 M_{15}, \varphi_9 = \gamma_2 R_{29} - \gamma_3 M_{19},$$

$$\varphi_{10} = \gamma_2 R_{210} - \gamma_3 M_{110}, \varphi_{13} = \gamma_2 R_{213} - \gamma_3 M_{113}, \varphi_{14} = \gamma_2 R_{214} - \gamma_3 M_{114},$$

$$\varepsilon_2 = \gamma_2 V_{22} - \gamma_3 A_{12}, \varepsilon_4 = -\gamma_3 A_{14}, \varepsilon_6 = \gamma_2 V_{26} - \gamma_3 A_{16}, \varepsilon_8 = \gamma_2 V_{28},$$

$$\varepsilon_{10} = \gamma_2 V_{210} - \gamma_3 A_{110}, \varepsilon_{14} = \gamma_2 V_{214} - \gamma_3 A_{114}, \eta_1 = \gamma_2 M_{11} - \gamma_1 R_{21},$$

$$\eta_5 = \gamma_2 M_{15} - \gamma_1 R_{25}, \eta_9 = \gamma_2 M_{19} - \gamma_1 R_{29}, \eta_{10} = \gamma_2 M_{110} - \gamma_1 R_{210},$$

$$\eta_{13} = \gamma_2 M_{113} - \gamma_1 R_{213}, \eta_{14} = \gamma_2 M_{114} - \gamma_1 R_{214}, \sigma_2 = \gamma_2 A_{12} - \gamma_1 V_{22},$$

$$\sigma_4 = \gamma_2 A_{14}, \sigma_6 = \gamma_2 A_{16} - \gamma_1 V_{26}, \sigma_8 = \gamma_1 V_{28}, \sigma_{10} = \gamma_2 A_{110} - \gamma_1 V_{210}$$

$$\sigma_{14} = \gamma_2 V_{214} - \gamma_1 A_{114}$$

2.4.3. Riccati denkleminin elde edilmesi

Yardımcı durum ve durum denklemleri aşağıdaki gibi iki matris eşitliği haline getirilmiştir.

$$\dot{\lambda} = T_1 x + T_2 \lambda \quad (2.131)$$

$$\dot{x} = H_1 x + H_2 \lambda \quad (2.132)$$

Eşitliklerinin sınır şartları $t=t_i=0$ ve $t=t_f$ 'deki sabit ve serbest sınır şartlarından aşağıdaki gibi elde edilir [18].

$$t_i = 0 \quad x(t_i) = K_i \text{ (sabit)} \quad (2.133)$$

$$\begin{aligned} t_f = \text{sabit} \quad x(t_f) &= \text{serbest} \\ \lambda(t_f) &= 0 \end{aligned} \quad (2.134)$$

Eğer simetrik kesin pozitif bir $R(t)$ matrisi cinsinden,

$$\lambda = R x \quad (2.135)$$

olduğu kabul edilirse, Eş. 2.131 ve Eş. 2.132'den

$$\dot{R}x + R\dot{x} = T_1 x + T_2 R x \quad (2.136)$$

$$\dot{x} = H_1 x + H_2 R x \quad (2.137)$$

Eş. 2.137'den $\dot{x}$ alınarak Eş. 2.136'da yerine koyulur ve gerekli düzenlemeler yapılırsa, R 'yi çözmek için kullanabilecek aşağıdaki Riccati denklemi elde edilir.

$$\dot{R} + RH_1 + RH_2R - T_1 - T_2R = 0 \quad (2.138)$$

Bu eşitliğin çözümünde kullanılacak sınır şartı ise Eş. 2.134 ve Eş. 2.135'den aşağıdaki gibi bulunur.

$$R(t_f) = 0 \quad (2.139)$$

Eğer $t_f = \infty$ ise, $R(t) = R_o$ gibi sabit bir matrise; Riccati denklemi ise aşağıdaki cebirsel, ya da indirgenmiş Riccati denklemine dönüşür.

$$R_o H_1 + R_o H_2 R_o - T_1 - T_2 R_o = 0 \quad (2.140)$$

Optimum kontrol girişlerinin durum değişkenleri cinsinden elde edilmesi için optimum λ değerlerinin ($\lambda_{2o}, \lambda_{4o}, \lambda_{6o}, \lambda_{10o}, \lambda_{12o}, \lambda_{14o}$) bulunması gereklidir. Optimum λ değerleri; Riccati denkleminin çözümünden elde edilen simetrik ve pozitif R matrisinin elemanları r_{ij} cinsinden Eş. 2.135 kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \lambda_{2o} = & r_{12} x_1 + r_{22} x_2 + r_{23} x_3 + r_{24} x_4 + r_{25} x_5 + r_{26} x_6 + r_{27} x_7 + r_{28} x_8 + r_{29} x_9 + r_{210} x_{10} \\ & + r_{211} x_{11} + r_{212} x_{12} + r_{213} x_{13} + r_{214} x_{14} \end{aligned} \quad (2.141)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{4o} = & r_{14} x_1 + r_{24} x_2 + r_{34} x_3 + r_{44} x_4 + r_{45} x_5 + r_{46} x_6 + r_{47} x_7 + r_{48} x_8 + r_{49} x_9 + r_{410} x_{10} \\ & + r_{411} x_{11} + r_{412} x_{12} + r_{413} x_{13} + r_{414} x_{14} \end{aligned} \quad (2.142)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{6o} = & r_{16} x_1 + r_{26} x_2 + r_{36} x_3 + r_{46} x_4 + r_{56} x_5 + r_{66} x_6 + r_{67} x_7 + r_{68} x_8 + r_{69} x_9 + r_{610} x_{10} \\ & + r_{611} x_{11} + r_{612} x_{12} + r_{613} x_{13} + r_{614} x_{14} \end{aligned} \quad (2.143)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{8o} = & r_{18} x_1 + r_{28} x_2 + r_{38} x_3 + r_{48} x_4 + r_{58} x_5 + r_{68} x_6 + r_{78} x_7 + r_{88} x_8 + r_{89} x_9 + r_{810} x_{10} \\ & + r_{811} x_{11} + r_{812} x_{12} + r_{813} x_{13} + r_{814} x_{14} \end{aligned} \quad (2.144)$$

$$\begin{aligned}\lambda_{10o} = & r_{110} x_1 + r_{210} x_2 + r_{310} x_3 + r_{410} x_4 + r_{510} x_5 + r_{610} x_6 + r_{710} x_7 + r_{810} x_8 + r_{910} x_9 \\ & + r_{1010} x_{10} + r_{1011} x_{11} + r_{1012} x_{12} + r_{1013} x_{13} + r_{1014} x_{14}\end{aligned}\quad (2.145)$$

$$\begin{aligned}\lambda_{14o} = & r_{114} x_1 + r_{214} x_2 + r_{314} x_3 + r_{414} x_4 + r_{514} x_5 + r_{614} x_6 + r_{714} x_7 + r_{814} x_8 \\ & + r_{914} x_9 + r_{1014} x_{10} + r_{1114} x_{11} + r_{1214} x_{12} + r_{1314} x_{13} + r_{1414} x_{14}\end{aligned}\quad (2.146)$$

Optimum λ 'lar Eş. 2.76'da yerlerine konulursa;

$$\begin{aligned}u_{1o} x_2 = & (\varphi_1 + \varepsilon_2 r_{21} + \varepsilon_4 r_{41} + \varepsilon_6 r_{61} + \varepsilon_{10} r_{101} + \varepsilon_{12} r_{121} + \varepsilon_{14} r_{141}) x_1 \\ & + (\varepsilon_2 r_{22} + \varepsilon_4 r_{42} + \varepsilon_6 r_{62} + \varepsilon_{10} r_{102} + \varepsilon_{12} r_{122} + \varepsilon_{14} r_{142}) x_2 \\ & + (\varepsilon_2 r_{23} + \varepsilon_4 r_{43} + \varepsilon_6 r_{63} + \varepsilon_{10} r_{103} + \varepsilon_{12} r_{123} + \varepsilon_{14} r_{143}) x_3 \\ & + (\varepsilon_2 r_{24} + \varepsilon_4 r_{44} + \varepsilon_6 r_{64} + \varepsilon_{10} r_{104} + \varepsilon_{12} r_{124} + \varepsilon_{14} r_{144}) x_4 \\ & + (\varphi_5 + \varepsilon_2 r_{25} + \varepsilon_4 r_{45} + \varepsilon_6 r_{65} + \varepsilon_{10} r_{105} + \varepsilon_{12} r_{125} + \varepsilon_{14} r_{145}) x_5 \\ & + (\varepsilon_2 r_{26} + \varepsilon_4 r_{46} + \varepsilon_6 r_{66} + \varepsilon_{10} r_{106} + \varepsilon_{12} r_{126} + \varepsilon_{14} r_{146}) x_6 \\ & + (\varepsilon_2 r_{27} + \varepsilon_4 r_{47} + \varepsilon_6 r_{67} + \varepsilon_{10} r_{107} + \varepsilon_{12} r_{127} + \varepsilon_{14} r_{147}) x_7 \\ & + (\varepsilon_2 r_{28} + \varepsilon_4 r_{48} + \varepsilon_6 r_{68} + \varepsilon_{10} r_{108} + \varepsilon_{12} r_{128} + \varepsilon_{14} r_{148}) x_8 \\ & + (\varphi_9 + \varepsilon_2 r_{29} + \varepsilon_4 r_{49} + \varepsilon_6 r_{69} + \varepsilon_{10} r_{109} + \varepsilon_{12} r_{129} + \varepsilon_{14} r_{149}) x_9 \\ & + (\varphi_{10} + \varepsilon_2 r_{210} + \varepsilon_4 r_{410} + \varepsilon_6 r_{610} + \varepsilon_{10} r_{1010} + \varepsilon_{12} r_{1210} + \varepsilon_{14} r_{1410}) x_{10} \\ & + (\varepsilon_2 r_{211} + \varepsilon_4 r_{411} + \varepsilon_6 r_{611} + \varepsilon_{10} r_{1011} + \varepsilon_{12} r_{1211} + \varepsilon_{14} r_{1411}) x_{11} \\ & + (\varepsilon_2 r_{212} + \varepsilon_4 r_{412} + \varepsilon_6 r_{612} + \varepsilon_{10} r_{1012} + \varepsilon_{12} r_{1212} + \varepsilon_{14} r_{1412}) x_{12} \\ & + (\varphi_{13} + \varepsilon_2 r_{213} + \varepsilon_4 r_{413} + \varepsilon_6 r_{613} + \varepsilon_{10} r_{1013} + \varepsilon_{12} r_{1213} + \varepsilon_{14} r_{1413}) x_{13} \\ & + (\varphi_{14} + \varepsilon_2 r_{214} + \varepsilon_4 r_{414} + \varepsilon_6 r_{614} + \varepsilon_{10} r_{1014} + \varepsilon_{12} r_{1214} + \varepsilon_{14} r_{1414}) x_{14}\end{aligned}\quad (2.147)$$

Fiziksel kısıtlamalar dikkate alınarak bu çalışmada kontrol girişlerinin

$$U_{min} < u_i < U_{max} \quad (i=1, 2)$$

ifadesine göre sınırlandırıldığı kabul edilmiştir. Dolayısıyla, bu şart Eş. 2.147'den elde edilen u_{1o} değerine uygulanarak, kontrol girişi aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} u_{1o} &> U_{max} \text{ ise,} \\ u_{1o} &= U_{max}; \end{aligned} \quad (2.148)$$

$$\begin{aligned} u_{1o} &< U_{min} \text{ ise,} \\ u_{1o} &= U_{min}; \end{aligned} \quad (2.149)$$

$$\begin{aligned} U_{min} &< u_{1o} < U_{max} \text{ ise,} \\ u_{1o} &= u_{1o} \end{aligned} \quad (2.150)$$

Benzer işlemler Eş.2.77 için yapılırsa,

$$\begin{aligned} u_{2o} x_6 = & (\eta_1 + \sigma_2 r_{21} + \sigma_4 r_{41} + \sigma_6 r_{61} + \sigma_{10} r_{101} + \sigma_{12} r_{121} + \sigma_{14} r_{141}) x_1 \\ & + (\sigma_2 r_{22} + \sigma_4 r_{42} + \sigma_6 r_{62} + \sigma_{10} r_{102} + \sigma_{12} r_{122} + \sigma_{14} r_{142}) x_2 \\ & + (\sigma_2 r_{23} + \sigma_4 r_{43} + \sigma_6 r_{63} + \sigma_{10} r_{103} + \sigma_{12} r_{123} + \sigma_{14} r_{143}) x_3 \\ & + (\sigma_2 r_{24} + \sigma_4 r_{44} + \sigma_6 r_{64} + \sigma_{10} r_{104} + \sigma_{12} r_{124} + \sigma_{14} r_{144}) x_4 \\ & + (\eta_5 + \sigma_2 r_{25} + \sigma_4 r_{45} + \sigma_6 r_{65} + \sigma_{10} r_{105} + \sigma_{12} r_{125} + \sigma_{14} r_{145}) x_5 \\ & + (\sigma_2 r_{26} + \sigma_4 r_{46} + \sigma_6 r_{66} + \sigma_{10} r_{106} + \sigma_{12} r_{126} + \sigma_{14} r_{146}) x_6 \\ & + (\sigma_2 r_{27} + \sigma_4 r_{47} + \sigma_6 r_{67} + \sigma_{10} r_{107} + \sigma_{12} r_{127} + \sigma_{14} r_{147}) x_7 \\ & + (\sigma_2 r_{28} + \sigma_4 r_{48} + \sigma_6 r_{68} + \sigma_{10} r_{108} + \sigma_{12} r_{128} + \sigma_{14} r_{148}) x_8 \\ & + (\eta_9 + \sigma_2 r_{29} + \sigma_4 r_{49} + \sigma_6 r_{69} + \sigma_{10} r_{109} + \sigma_{12} r_{129} + \sigma_{14} r_{149}) x_9 \\ & + (\eta_{10} + \sigma_2 r_{210} + \sigma_4 r_{410} + \sigma_6 r_{610} + \sigma_{10} r_{1010} + \sigma_{12} r_{1210} + \sigma_{14} r_{1410}) x_{10} \\ & + (\sigma_2 r_{211} + \sigma_4 r_{411} + \sigma_6 r_{611} + \sigma_{10} r_{1011} + \sigma_{12} r_{1211} + \sigma_{14} r_{1411}) x_{11} \\ & + (\sigma_2 r_{212} + \sigma_4 r_{412} + \sigma_6 r_{612} + \sigma_{10} r_{1012} + \sigma_{12} r_{1212} + \sigma_{14} r_{1412}) x_{12} \\ & + (\eta_{13} + \sigma_2 r_{213} + \sigma_4 r_{413} + \sigma_6 r_{613} + \sigma_{10} r_{1013} + \sigma_{12} r_{1213} + \sigma_{14} r_{1413}) x_{13} \\ & + (\eta_{14} + \sigma_2 r_{214} + \sigma_4 r_{414} + \sigma_6 r_{614} + \sigma_{10} r_{1014} + \sigma_{12} r_{1214} + \sigma_{14} r_{1414}) x_{14} \end{aligned} \quad (2.151)$$

ya da Eş. 2.148 dikkate alınarak,

$$\begin{aligned} u_{2o} &> U_{max} \text{ ise,} \\ u_{2o} &= U_{max}; \end{aligned} \tag{2.152}$$

$$\begin{aligned} u_{2o} &< U_{min} \text{ ise,} \\ u_{2o} &= U_{min}; \end{aligned} \tag{2.153}$$

aksi takdirde;

$$\begin{aligned} U_{min} &< u_{2o} < U_{max} \text{ ise,} \\ u_{2o} &= u_{2o} \end{aligned} \tag{2.154}$$

3. OPTİMUM YARI-AKTİF ASKI SİSTEMİNİN PERFORMANSININ DEĞERLENDİRİLMESİ

3.1. Sistem Parametreleri ve Çözüm Yöntemi

Şekil 2.5'te görülen modelin fiziksel sistemine ait parametre değerleri aşağıdaki gibi seçilmiş ve bu değerler doğrultusunda problem çözümlenmiştir.

$$M = 7000 \text{ kg}$$

$$M_r = 300 \text{ kg}$$

$$M_f = 150 \text{ kg}$$

$$I_{G1} = 27000 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$I_{G2} = 2000 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

$$b_{f1} = 7000 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

$$b_{r1} = 13000 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

$$k_{r2} = 225000 \text{ N/m}$$

$$k_{f2} = 125000 \text{ N/m}$$

$$k_{r1} = 1125000 \text{ N/m}$$

$$k_{f1} = 625000 \text{ N/m}$$

$$a = 4,5 \text{ m}$$

$$L = 7,01 \text{ m}$$

$$e = 1,25 \text{ m}$$

$$U_{min} = 2000 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

$$U_{max} = 20000 \text{ N}\cdot\text{s/m}$$

Problemin çözümünde $t_f = \infty$ kabul edilmiştir. Bu durumda R matrisinin R_o gibi sabit bir matrise indirgeneceği ve Riccati denkleminin Eş. 2.140'daki gibi cebirsel bir matris denklemine dönüşeceği gösterilmiştir. Ancak problemin çözüm aşamasında; yüksek mertebeli cebirsel denklemlerin nümerik yöntemlerle kökleri bulunurken, köklerin değerlerine bağlı olarak kararsızlıklar olabilmekte ve kökler yeterli doğrulukta bulunamamaktadır. Bu sebeple R_o matrisi Eş. 2.138'in durağan çözümü

olarak elde edilmiştir. Bunun için Eş. 2.138, Eş. 2.139'da ifade edilen son zaman sınır şartından başlayarak negatif zaman yönünde yaklaşık sabit bir R matrisi elde edilinceye kadar nümerik olarak integre edilmiştir. Matematiksel işlemler MATLAB programı yardımıyla yapılmıştır.

3.2. Yol Profili

Çeşitli araştırmacılar tarafından daha önce yapılan yol pürüzlülüğü ölçümleri yol profillerinin yaklaşık olarak;

$$\Phi(\Omega) = \frac{A}{\Omega^2} \quad (2.155)$$

gibi bir güç spektral yoğunluk fonksiyonuna sahip olduğunu göstermektedir [17],[19]. Burada Ω dalga sayısı, A ise istatistiksel pürüzlülük katsayısıdır. Bir yolun diğer bir yoldan farkını sadece A parametresinin değeri belirlemektedir. Bu sebeple eğer askı sistemi lineer olsaydı, herhangi bir yol için elde edilen sonuçlar sadece A parametresini orantılayarak diğer yollar için de kullanılabilirdi. Ancak bu tezdeki sisteme ait durum denklemlerinde, durum ve kontrol değişkenlerinin çarpım halinde olması ve optimum kontrolün sağlanmasında Eş. 2.149 – Eş. 2.151 ve Eş. 2.153 – Eş. 2.155'deki gibi sınırlamaların olması buna imkan vermemektedir.

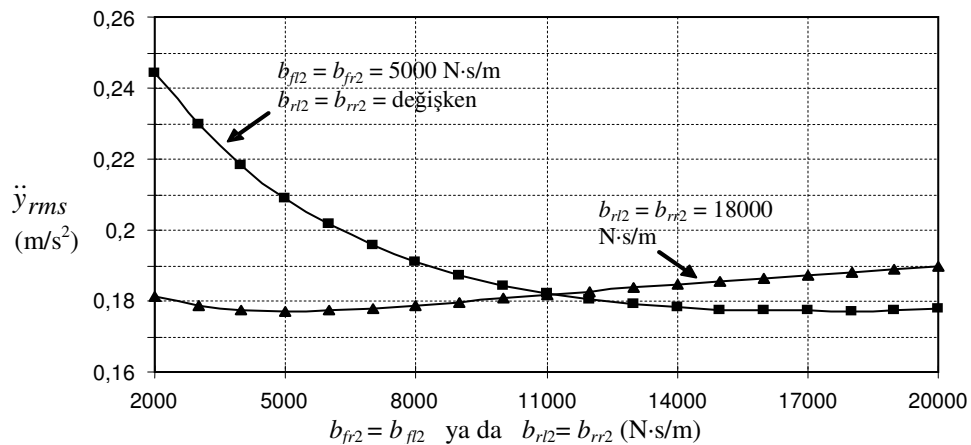
Yapılan yol pürüzlülüğü ölçümleri, ölçümleri yapan firmaların sadece kendi çalışmalarında kullanılmak üzere gizli tutulmaktadır. Bu sebeple bu çalışmada elde edilen optimum sistemin değerlendirilmesinde, Michigan Üniversitesi Ulaşım Bölümü'nün web sitesinde yayımlanan yol profil verilerinden yararlanılmış ve TX90030602 kod numaralı yol profili rasgele seçilerek kullanılmıştır. Veri bankasında profilin sağ ve sol tekerlek izleri üzerinde 0,1524 m aralıklarla 1000 noktaya ait yol yükseklikleri yer almaktadır. Yol profilinden taşıta uygulanan girişler bulunurken; taşıtın yol boyunca ilerleme hızı 90 km/saat olarak alınmıştır.

3.3. Pasif Askı Sisteminin Performansı

Yarı-aktif askı sisteminin performansını değerlendirirken karşılaştırma yapabilmek için öncelikle pasif askı sisteminin performansı elde edilmiştir. MATLAB ortamında hazırlanan programlar yardımıyla sistem denklemleri nümerik olarak entegre edilerek sistem performansı elde edilmiştir.

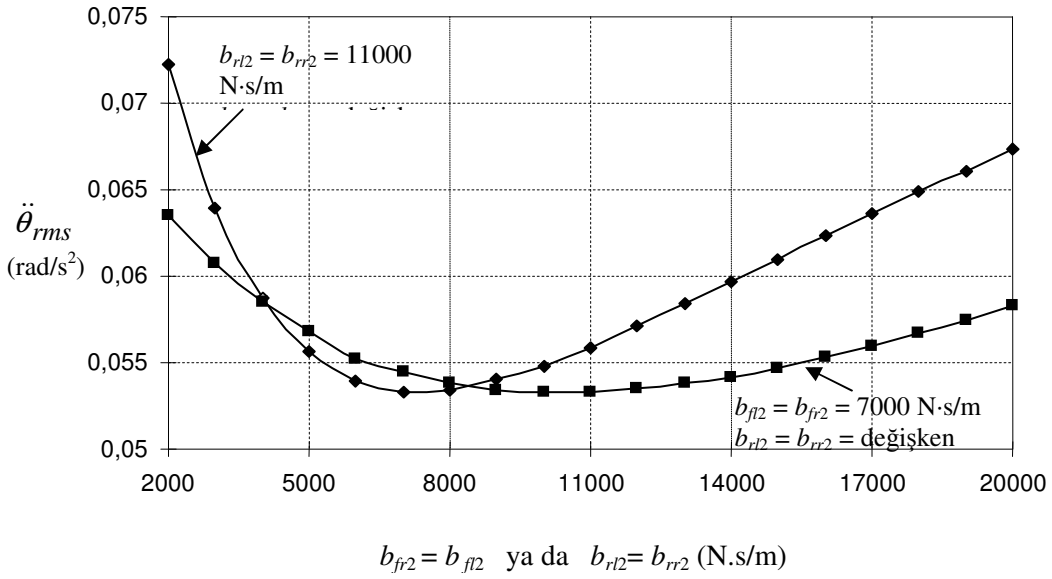
Pasif sistemden elde edilebilecek en iyi performansı belirlemek amacıyla, parametrik bir optimizasyon yapılmıştır. Parametrik optimizasyon çalışmasında sağ ve sol taraflar arasında simetri olduğu kabul edilerek sağ ön ve sol ön sönüm sabitleri aynı, sağ arka ve sol arka sönüm sabitleri aynı alınmıştır. Daha sonra ön ve arkada kullanılan sönümleyicilerin sabitlerine 2000-20000 N·s/m aralığında değerler verilmiş; her değer kombinezonu ve kısım 3.1’de sözü edilen ölçülmüş yol girişleri için sistem performansını belirleyen düşey ve açısall ivmeler, askı sistemi esnemeleri gibi parametreler hesaplanmıştır. Yapılan çalışmanın sonuçları aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Taşıt gövdesinin düşey yöndeki rms ivmesi $\ddot{y}_{rms}$ ’in minimum değeri, $b_{rl2}=b_{rr2}=18000$ N·s/m ve $b_{fl2}=b_{fr2}=5000$ N·s/m olduğunda elde edilmekte ve $0,1772 \text{ m/s}^2$ değerinde olmaktadır. Sönüm sabiti değerleri minimum nokta etrafında sırasıyla değiştirilirse, elde edilen $\ddot{y}_{rms}$ değerleri Şekil 3.6’da görülmektedir.



Şekil 3.6. Pasif askı sisteminde taşıt ivmesinin sönüm sabitleriyle değişimi

Taşıt gövdesinin yunuslama eksenini etrafındaki rms ivmesi $\ddot{\theta}_{rms}$ 'in minimum değeri $b_{fr2} = b_{fl2} = 7000$ N·s/m ve $b_{rl2} = b_{rr2} = 11000$ N·s/m olduğunda elde edilmekte ve bu değer $0,0533$ rad/s² olmaktadır. Sönüm sabitleri sırasıyla bu minimum nokta etrafında değiştirildiğinde, $\ddot{\theta}_{rms}$ 'in değerleri Şekil 3.7'deki gibi değişmektedir.



Şekil 3.7. Pasif askı sisteminde yunuslama eksenine göre açılal ivmesinin sönüm oranıyla değişimi

$\ddot{\theta}_{rms}$ ve $\ddot{y}_{rms}$ 'in minimum değerlerini veren durumlar için diğer performans parametrelerinin değerleri Çizelge 3.1 ve Çizelge 3.2'de sunulmuştur. Bu çizelgelerdeki açılal ivme ve düşey ivme değerleri incelendiğinde; $\ddot{\theta}_{rms}$ ivmesinin minimum değeri ($0,0533$ rad/s²) için $\ddot{y}_{rms}$ ivme değeri $0,1805$ m/s² olmakta, $\ddot{y}_{rms}$ ivmesinin minimum değeri ($0,1772$ m/s²) için $\ddot{\theta}_{rms}$ ivmesi $0,0607$ rad/s² olmaktadır. Bu durumda sistem parametreleri olarak $\ddot{\theta}_{rms}$ ivmesini minimum yapan değerlerin seçilmesiyle, düşey ivme değerinde % 2'lik bir artış olmasına karşın, yunuslama açılal ivmesinde %12'lik bir azalma sağlanabilmektedir. Yunuslama eksenini etrafındaki açılal ivmenin, taşıtın ön ve arka kısımlarında sebep olacağı düşey ivmeler de göz önünde bulundurulduğunda, sistemin performansının belirlenmesinde $\ddot{\theta}_{rms}$ ivmesini minimum yapan parametrelerin kullanılması tercih edilmelidir. Bu

çizelgelerden görüldüğü gibi, $\ddot{\theta}_{rms}$ 'nin minimum olduğu noktadaki askı sistemi dinamik esnemelerinin rms değerleri; asılı kütle ile sol ön teker için 0,0024 m ile 0,0012 m arasında, asılı kütle ile sağ ön teker için 0,0022 m ile 0,0010 m , asılı kütle ile sol arka teker için 0,0024 m ile 0,0012 m ve asılı kütle ile sağ arka teker için 0,0026 m ile 0,0013 m arasında değişmektedir. Bu değerler kabul edilebilir düzeylerdedir.

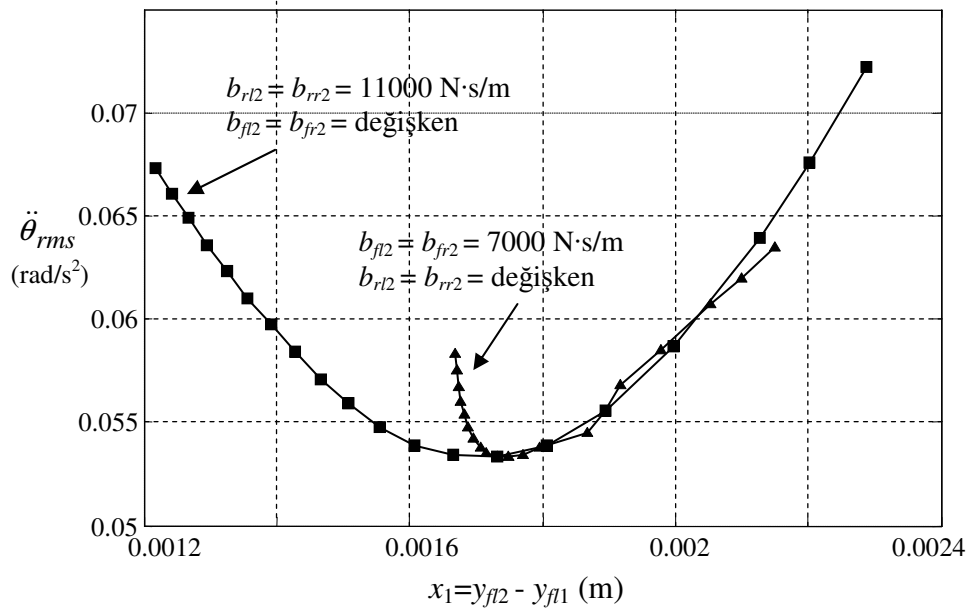
Çizelge 3.1. Pasif sistemde $\ddot{\theta}_{rms}$ ivmesini minimum yapan parametre değerleri

Parametre	Değer
Sağ ve sol öndeki sönüm sabitleri $b_{fl2}=b_{fr2}$	7000 N·s/m
Sağ ve sol arkadaki sönüm sabitleri $b_{rl2}=b_{rr2}$	11000 N·s/m
Taşıt gövdesi ağırlık merkezi düşey ivmesi, $\ddot{y}_{rms}$	0,1805 m/s ²
Taşıt gövdesi yunuslama açısal ivmesi, $\ddot{\theta}_{rms}$	0,0533 rad/s ²
Asılı kütle - sol ön asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{fl2}-y_{fl1})_{rms}$	1,732×10 ⁻³ m
Asılı kütle - sağ ön asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{fr2}-y_{fr1})_{rms}$	1,487×10 ⁻³ m
Asılı kütle -sol arka asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{rl2}-y_{rl1})_{rms}$	1,605×10 ⁻³ m
Asılı kütle-sağ arka asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{rr2}-y_{rr1})_{rms}$	1,740×10 ⁻³ m
Sol ön asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{fl1}-z_{fl1})_{rms}$	6,899×10 ⁻³ m
Sağ ön asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{fr1}-z_{fr1})_{rms}$	8,589×10 ⁻³ m
Sol arka asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{rl1}-z_{rl1})_{rms}$	6,852×10 ⁻³ m
Sağ arka asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{rr1}-z_{rr1})_{rms}$	7,845×10 ⁻³ m

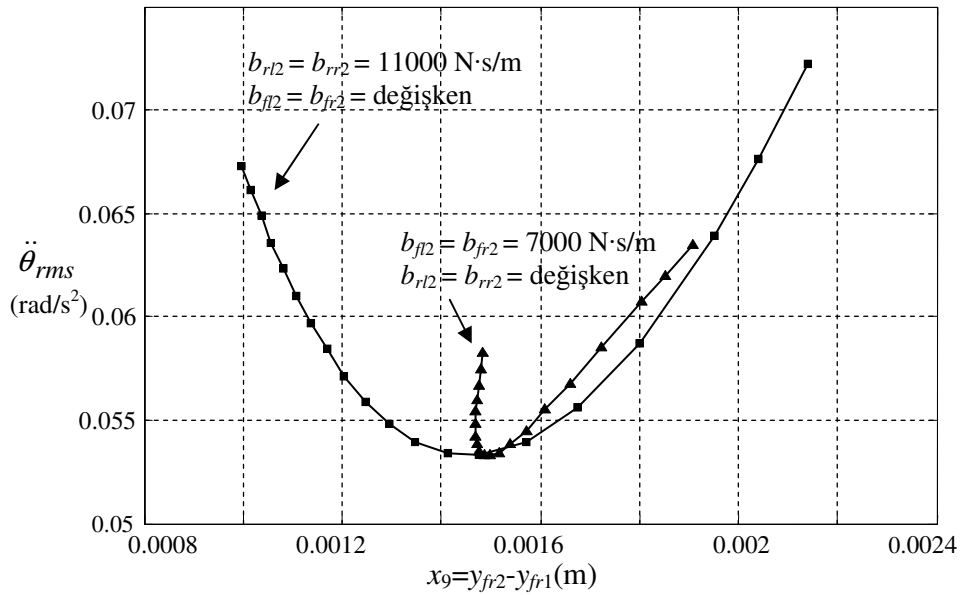
Çizelge 3.2. Pasif askı sisteminde $\ddot{y}_{rms}$ ivmesini minimum yapan parametre değerleri

Parametre	Değer
Sağ ve sol öndeki sönüm sabitleri $b_{fl2}=b_{fr2}$	5000 N·s/m
Sağ ve sol arkadaki sönüm sabitleri $b_{rl2}=b_{rr2}$	18000 N·s/m
Taşıt gövdesi ağırlık merkezi düşey ivmesi, $\ddot{y}_{rms}$	0,1772 m/s ²
Taşıt gövdesi yunuslama açısal ivmesi, $\ddot{\theta}_{rms}$	0,0607 rad/s ²
Asılı kütle - sol ön asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{fl2}-y_{fl1})_{rms}$	1,826×10 ⁻³ m
Asılı kütle - sağ ön asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{fr2}-y_{fr1})_{rms}$	1,657×10 ⁻³ m
Asılı kütle -sol arka asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{rl2}-y_{rl1})_{rms}$	1,310×10 ⁻³ m
Asılı kütle-sağ arka asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{rr2}-y_{rr1})_{rms}$	1,446×10 ⁻³ m
Sol ön asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{fl1}-z_{fl1})_{rms}$	6,899×10 ⁻³ m
Sağ ön asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{fr1}-z_{fr1})_{rms}$	8,589×10 ⁻³ m
Sol arka asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{rl1}-z_{rl1})_{rms}$	6,852×10 ⁻³ m
Sağ arka asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{rr1}-z_{rr1})_{rms}$	7,845×10 ⁻³ m

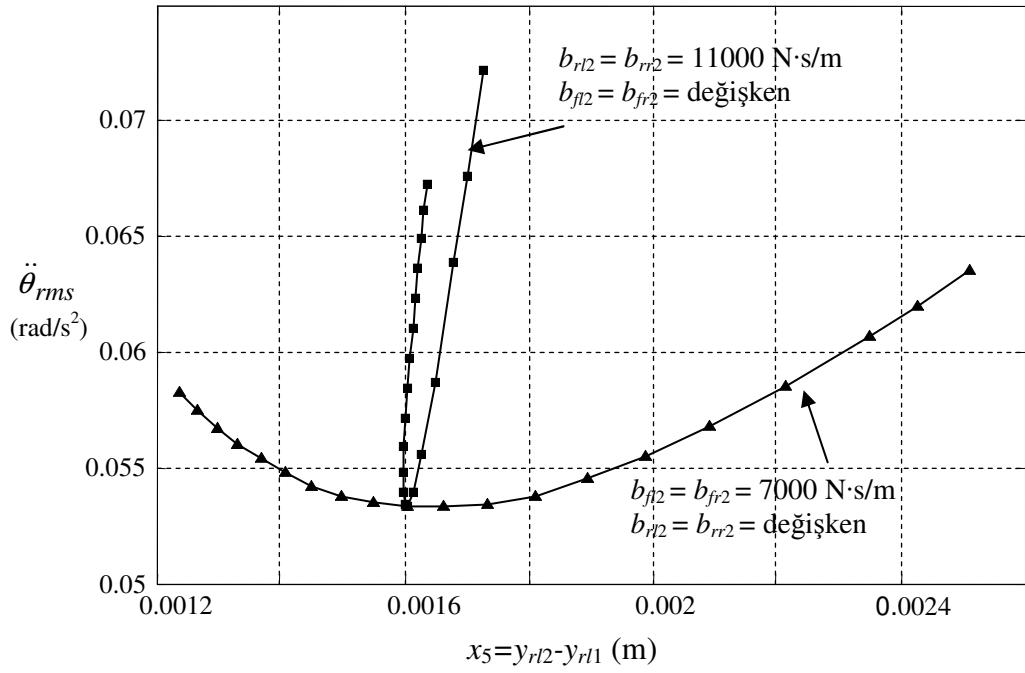
Taşıt gövdesinin yunuslama eksenini etrafındaki rms ivmesini minimum yapan nokta etrafında ön ve arkadaki sönümleyicilerin sönüm sabitleri değiştirildiğinde elde edilen ivme ve askı sistemi esnemelerinin karşılıklı olarak verildiği eğriler ise Şekil 3.8 – Şekil 3.11’de görülmektedir



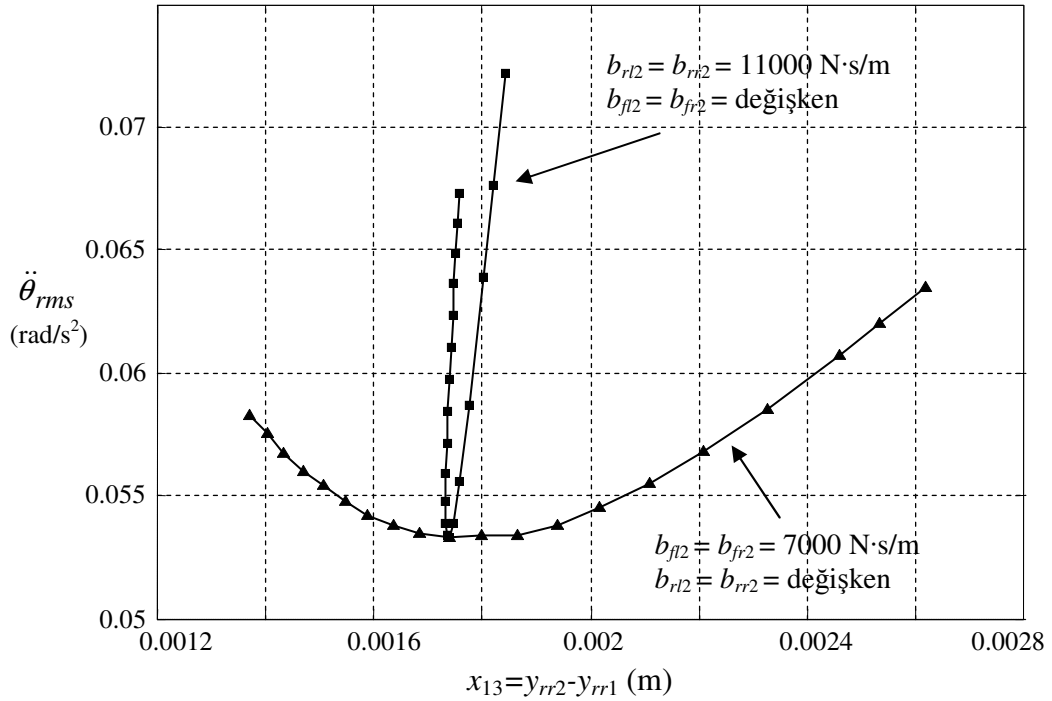
Şekil 3.8. Pasif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin sönüm oranıyla değişimi (asılı kütle - sol ön teker)



Şekil 3.9. Pasif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin sönüm oranıyla değişimi (asılı kütle - sağ ön teker)



Şekil 3.10. Pasif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin sönüm oranıyla değişimi (asılı kütle - sol arka teker)



Şekil 3.11. Pasif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin sönüm oranıyla değişimi (asılı kütle - sağ arka teker)

3.4. Yarı-Aktif Askı Sisteminin Performansı

3.4.1. Uzlaşma eğrileri

Yarı-aktif sistemin performans hesaplamaları MATLAB ortamında hazırlanan programlar yardımıyla yapılmıştır. Bu amaçla bir ana program ve bunun altında çalışan iki alt program geliştirilmiştir. Ana programda önce sistem parametreleri girilmektedir. Alt programların birinde, ana programda belirtilen sistem parametreleri için Riccati denklemi negatif zaman yönünde integre edilmekte; durağan çözüme erişildiğinde elde edilen R_0 -matrisi elemanlarının değerleri ana program tarafından kullanılmaktadır. İkinci alt program ise kontrol edilmiş sistemin ölçülmüş yol girişleri karşısında sergilediği davranışı belirlemek için geliştirilmiştir. Bu alt program sistem denklemlerinin nümerik olarak integralini almaktadır. İntegrasyonun her zaman adımında, R_0 -matrisinin elemanları ve durum değişkenlerinin değerleri kullanılarak optimum sönümleyici sabitleri bulunmakta ve bunlar denklemlere kontrol girişleri olarak girilmektedir. Alt programlardan elde edilen sonuçlar ana program tarafından kullanılarak performansa ilişkin diğer parametreler hesaplanmakta ve grafiksel işlemler gerçekleştirilmektedir.

Performans kriterinde geçen ağırlık katsayılarından $\rho_3 = 0$, $\rho_4 = 0$, $\rho_5 = 0$ seçilmiş, ρ_1 'in sabit değerleri için ρ_2 'ye farklı değerler verilerek analizler yapılmıştır. Böylece taşıt gövdesinin yunuslama yönündeki rms ivmesini minimum yapan ρ_1 ve ρ_2 ağırlık katsayıları belirlenmiştir. Çözümlerde $\rho_3 = \rho_4 = \rho_5 = 0$ kabul edildiğinden, performans kriterinde bu terimlerin çarptıkları yunuslama ve yuvarlanma açısal değişimler ile asılı olmayan kütlelerin yer değiştirmelerine ait terimlere bir ceza uygulanmamıştır. Buna rağmen sonuçlar elde edilen değerlerinin kabul edilebilir sınırlar içinde olduğunu göstermektedir. Ancak sıfır alınan ρ_3 , ρ_4 ve ρ_5 katsayılarının performans kriterinde çarptıkları terimlerin değerleri belli bir uygulama için büyük görülürse, ilerideki çalışmalarda sıfırdan farklı ρ_3 , ρ_4 ve ρ_5 değerleri de kullanılabilir.

$\rho_1=1$, $\rho_1=100$ ve $\rho_1=0,01$ ve farklı ρ_2 değerleri için elde edilen taşıt gövdesi rms ivme değerleri ve askı sistemi rms esneme değerleri örnek olarak izelge 3.3, izelge 3.4 ve izelge 3.5'te verilmiştir.

Çizelge 3.3 Yarı-aktif askı sisteminin ivme ve askı sistemi esneme değerleri ($\rho_1 = 1$)

ρ_2	$\ddot{y}_{rms}$ (m/s ²)	$\ddot{\theta}_{rms}$ (rad/s ²)	$(y_{fl2}-y_{fl1})_{rms}$ (m)	$(y_{fr2}-y_{fr1})_{rms}$ (m)	$(y_{rl2}-y_{rl1})_{rms}$ (m)	$(y_{rr2}-y_{rr1})_{rms}$ (m)	$(y_{fl1}-z_{fl1})_{rms}$ (m)	$(y_{fr1}-z_{fr1})_{rms}$ (m)	$(y_{rl1}-z_{rl1})_{rms}$ (m)	$(y_{rr1}-z_{rr1})_{rms}$ (m)
1	$1,601 \times 10^{-1}$	$5,01 \times 10^{-2}$	$2,238 \times 10^{-3}$	$1,345 \times 10^{-3}$	$2,129 \times 10^{-3}$	$1,636 \times 10^{-3}$	$6,898 \cdot 10^{-3}$	$8,588 \times 10^{-3}$	$6,851 \times 10^{-3}$	$7,843 \times 10^{-3}$
5	$1,561 \times 10^{-1}$	$4,91 \times 10^{-2}$	$2,135 \times 10^{-3}$	$1,310 \times 10^{-3}$	$2,021 \times 10^{-3}$	$1,602 \times 10^{-3}$	$6,894 \cdot 10^{-3}$	$8,59 \times 10^{-3}$	$6,852 \times 10^{-3}$	$7,841 \times 10^{-3}$
10	$1,540 \times 10^{-1}$	$4,88 \times 10^{-2}$	$2,072 \times 10^{-3}$	$1,296 \times 10^{-3}$	$1,942 \times 10^{-3}$	$1,583 \times 10^{-3}$	$6,894 \times 10^{-3}$	$8,589 \times 10^{-3}$	$6,851 \times 10^{-3}$	$7,841 \times 10^{-3}$
50	$1,507 \times 10^{-1}$	$4,95 \times 10^{-2}$	$1,968 \times 10^{-3}$	$1,289 \times 10^{-3}$	$1,745 \times 10^{-3}$	$1,545 \times 10^{-3}$	$6,894 \times 10^{-3}$	$8,588 \times 10^{-3}$	$6,85 \times 10^{-3}$	$7,84 \times 10^{-3}$
10^2	$1,504 \times 10^{-1}$	$4,97 \times 10^{-2}$	$1,925 \times 10^{-3}$	$1,293 \times 10^{-3}$	$1,674 \times 10^{-3}$	$1,533 \times 10^{-3}$	$6,893 \times 10^{-3}$	$8,59 \times 10^{-3}$	$6,851 \times 10^{-3}$	$7,84 \times 10^{-3}$
5×10^2	$1,516 \times 10^{-1}$	$5,15 \times 10^{-2}$	$1,815 \times 10^{-3}$	$1,349 \times 10^{-3}$	$1,513 \times 10^{-3}$	$1,513 \times 10^{-3}$	$6,893 \times 10^{-3}$	$8,591 \times 10^{-3}$	$6,851 \times 10^{-3}$	$7,84 \times 10^{-3}$
103	$1,522 \times 10^{-1}$	$5,19 \times 10^{-2}$	$1,727 \times 10^{-3}$	$1,367 \times 10^{-3}$	$1,453 \times 10^{-3}$	$1,512 \times 10^{-3}$	$6,894 \times 10^{-3}$	$8,59 \times 10^{-3}$	$6,85 \times 10^{-3}$	$7,84 \times 10^{-3}$
5×10^3	$1,539 \times 10^{-1}$	$5,24 \times 10^{-2}$	$1,597 \times 10^{-3}$	$1,377 \times 10^{-3}$	$1,412 \times 10^{-3}$	$1,532 \times 10^{-3}$	$6,895 \times 10^{-3}$	$8,588 \times 10^{-3}$	$6,849 \times 10^{-3}$	$7,841 \times 10^{-3}$
104	$1,555 \times 10^{-1}$	$5,29 \times 10^{-2}$	$1,564 \times 10^{-3}$	$1,367 \times 10^{-3}$	$1,416 \times 10^{-3}$	$1,547 \times 10^{-3}$	$6,894 \times 10^{-3}$	$8,589 \times 10^{-3}$	$6,85 \times 10^{-3}$	$7,84 \times 10^{-3}$
3×10^4	$1,564 \times 10^{-1}$	$5,41 \times 10^{-2}$	$1,506 \times 10^{-3}$	$1,378 \times 10^{-3}$	$1,419 \times 10^{-3}$	$1,576 \times 10^{-3}$	$6,891 \times 10^{-3}$	$8,592 \times 10^{-3}$	$6,852 \times 10^{-3}$	$7,839 \times 10^{-3}$
5×10^4	$1,571 \times 10^{-1}$	$5,51 \times 10^{-2}$	$1,467 \times 10^{-3}$	$1,365 \times 10^{-3}$	$1,426 \times 10^{-3}$	$1,594 \times 10^{-3}$	$6,891 \times 10^{-3}$	$8,594 \times 10^{-3}$	$6,852 \times 10^{-3}$	$7,838 \times 10^{-3}$
10^5	$1,603 \times 10^{-1}$	$5,58 \times 10^{-2}$	$1,410 \times 10^{-3}$	$1,371 \times 10^{-3}$	$1,423 \times 10^{-3}$	$1,628 \times 10^{-3}$	$6,891 \times 10^{-3}$	$8,594 \times 10^{-3}$	$6,852 \times 10^{-3}$	$7,839 \times 10^{-3}$
3×10^5	$1,723 \times 10^{-1}$	$5,70 \times 10^{-2}$	$1,300 \times 10^{-3}$	$1,424 \times 10^{-3}$	$1,358 \times 10^{-3}$	$1,704 \times 10^{-3}$	$6,893 \times 10^{-3}$	$8,596 \times 10^{-3}$	$6,855 \times 10^{-3}$	$7,84 \times 10^{-3}$
5×10^5	$1,761 \times 10^{-1}$	$5,72 \times 10^{-2}$	$1,272 \times 10^{-3}$	$1,441 \times 10^{-3}$	$1,344 \times 10^{-3}$	$1,728 \times 10^{-3}$	$6,893 \times 10^{-3}$	$8,597 \times 10^{-3}$	$6,855 \times 10^{-3}$	$7,84 \times 10^{-3}$
1×10^6	$1,797 \times 10^{-1}$	$5,76 \times 10^{-2}$	$1,249 \times 10^{-3}$	$1,460 \times 10^{-3}$	$1,332 \times 10^{-3}$	$1,750 \times 10^{-3}$	$6,893 \times 10^{-3}$	$8,597 \times 10^{-3}$	$6,856 \times 10^{-3}$	$7,84 \times 10^{-3}$
5×10^6	$1,813 \times 10^{-1}$	$5,82 \times 10^{-2}$	$1,236 \times 10^{-3}$	$1,469 \times 10^{-3}$	$1,336 \times 10^{-3}$	$1,763 \times 10^{-3}$	$6,894 \times 10^{-3}$	$8,596 \times 10^{-3}$	$6,855 \times 10^{-3}$	$7,841 \times 10^{-3}$

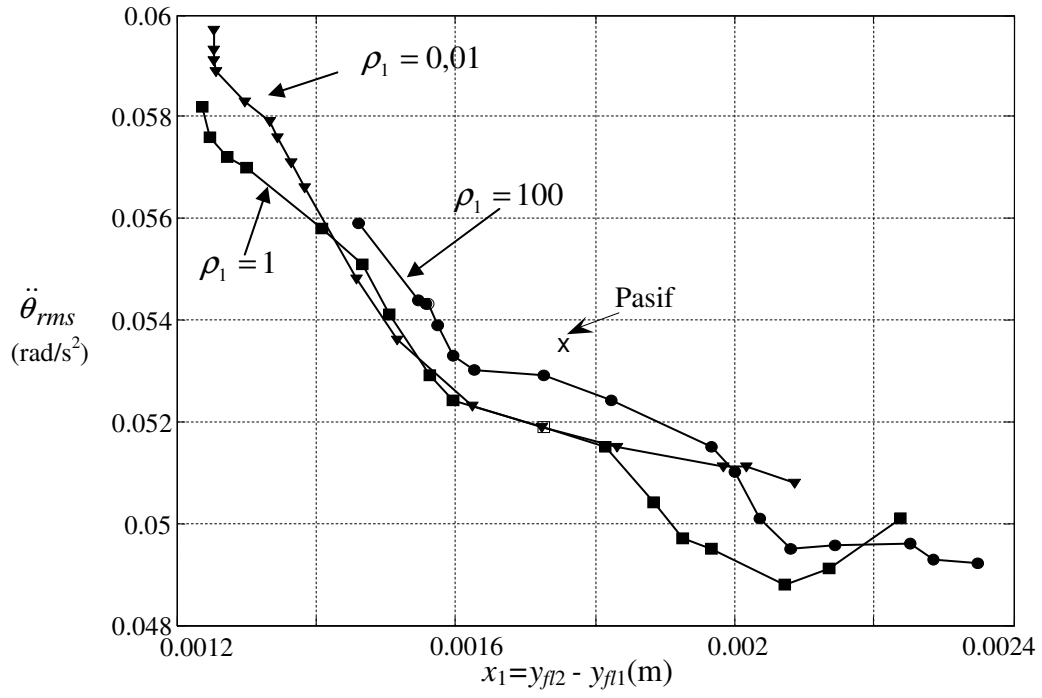
Çizelge 3.4. Yarı-aktif askı sisteminin ivme ve askı sistemi esneme değerleri ($\rho_1 = 0,01$)

ρ_2	$\ddot{y}_{rms}$ (m/s ²)	$\ddot{\theta}_{rms}$ (rad/s ²)	$(y_{fl2}-y_{fl1})_{rms}$ (m)	$(y_{fr2}-y_{fr1})_{rms}$ (m)	$(y_{rl2}-y_{rl1})_{rms}$ (m)	$(y_{rr2}-y_{rr1})_{rms}$ (m)	$(y_{fl1}-z_{fl1})_{rms}$ (m)	$(y_{fr1}-z_{fr1})_{rms}$ (m)	$(y_{rl1}-z_{rl1})_{rms}$ (m)	$(y_{rr1}-z_{rr1})_{rms}$ (m)
1	1,628×10 ⁻¹	5,08×10 ⁻²	2,087×10 ⁻³	1,363×10 ⁻³	2,010×10 ⁻³	1,657×10 ⁻³	6,891×10 ⁻³	8,596×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,839×10 ⁻³
5	1,610×10 ⁻¹	5,11×10 ⁻²	2,018×10 ⁻³	1,362×10 ⁻³	1,916×10 ⁻³	1,638×10 ⁻³	6,890×10 ⁻³	8,597×10 ⁻³	6,856×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
10	1,605×10 ⁻¹	5,11×10 ⁻²	1,984×10 ⁻³	1,365×10 ⁻³	1,880×10 ⁻³	1,633×10 ⁻³	6,889×10 ⁻³	8,598×10 ⁻³	6,856×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
50	1,599×10 ⁻¹	5,15×10 ⁻²	1,831×10 ⁻³	1,371×10 ⁻³	1,807×10 ⁻³	1,631×10 ⁻³	6,890×10 ⁻³	8,597×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
1×10 ²	1,589×10 ⁻¹	5,19×10 ⁻²	1,724×10 ⁻³	1,373×10 ⁻³	1,731×10 ⁻³	1,619×10 ⁻³	6,890×10 ⁻³	8,597×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
5×10 ²	1,588×10 ⁻¹	5,36×10 ⁻²	1,517×10 ⁻³	1,386×10 ⁻³	1,578×10 ⁻³	1,612×10 ⁻³	6,890×10 ⁻³	8,596×10 ⁻³	6,854×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
1×10 ³	1,583×10 ⁻¹	5,48×10 ⁻²	1,459×10 ⁻³	1,390×10 ⁻³	1,544×10 ⁻³	1,619×10 ⁻³	6,891×10 ⁻³	8,596×10 ⁻³	6,854×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
5×10 ³	1,589×10 ⁻¹	5,66×10 ⁻²	1,383×10 ⁻³	1,373×10 ⁻³	1,514×10 ⁻³	1,626×10 ⁻³	6,889×10 ⁻³	8,597×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,839×10 ⁻³
1×10 ⁴	1,590×10 ⁻¹	5,71×10 ⁻²	1,365×10 ⁻³	1,363×10 ⁻³	1,518×10 ⁻³	1,632×10 ⁻³	6,889×10 ⁻³	8,598×10 ⁻³	6,856×10 ⁻³	7,837×10 ⁻³
3×10 ⁴	1,596×10 ⁻¹	5,75×10 ⁻²	1,344×10 ⁻³	1,350×10 ⁻³	1,521×10 ⁻³	1,645×10 ⁻³	6,891×10 ⁻³	8,597×10 ⁻³	6,856×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
5×10 ⁴	1,604×10 ⁻¹	5,79×10 ⁻²	1,335×10 ⁻³	1,351×10 ⁻³	1,515×10 ⁻³	1,654×10 ⁻³	6,890×10 ⁻³	8,598×10 ⁻³	6,856×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
1×10 ⁵	1,670×10 ⁻¹	5,83×10 ⁻²	1,297×10 ⁻³	1,378×10 ⁻³	1,461×10 ⁻³	1,696×10 ⁻³	6,895×10 ⁻³	8,597×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,841×10 ⁻³
3×10 ⁵	1,781×10 ⁻¹	5,89×10 ⁻²	1,258×10 ⁻³	1,429×10 ⁻³	1,416×10 ⁻³	1,765×10 ⁻³	6,894×10 ⁻³	8,596×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,840×10 ⁻³
5×10 ⁵	1,804×10 ⁻¹	5,91×10 ⁻²	1,254×10 ⁻³	1,437×10 ⁻³	1,418×10 ⁻³	1,780×10 ⁻³	6,895×10 ⁻³	8,596×10 ⁻³	6,856×10 ⁻³	7,841×10 ⁻³
1×10 ⁶	1,805×10 ⁻¹	5,93×10 ⁻²	1,254×10 ⁻³	1,436×10 ⁻³	1,424×10 ⁻³	1,783×10 ⁻³	6,895×10 ⁻³	8,596×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,841×10 ⁻³
5×10 ⁶	1,805×10 ⁻¹	5,97×10 ⁻²	1,255×10 ⁻³	1,432×10 ⁻³	1,433×10 ⁻³	1,785×10 ⁻³	6,894×10 ⁻³	8,595×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,841×10 ⁻³

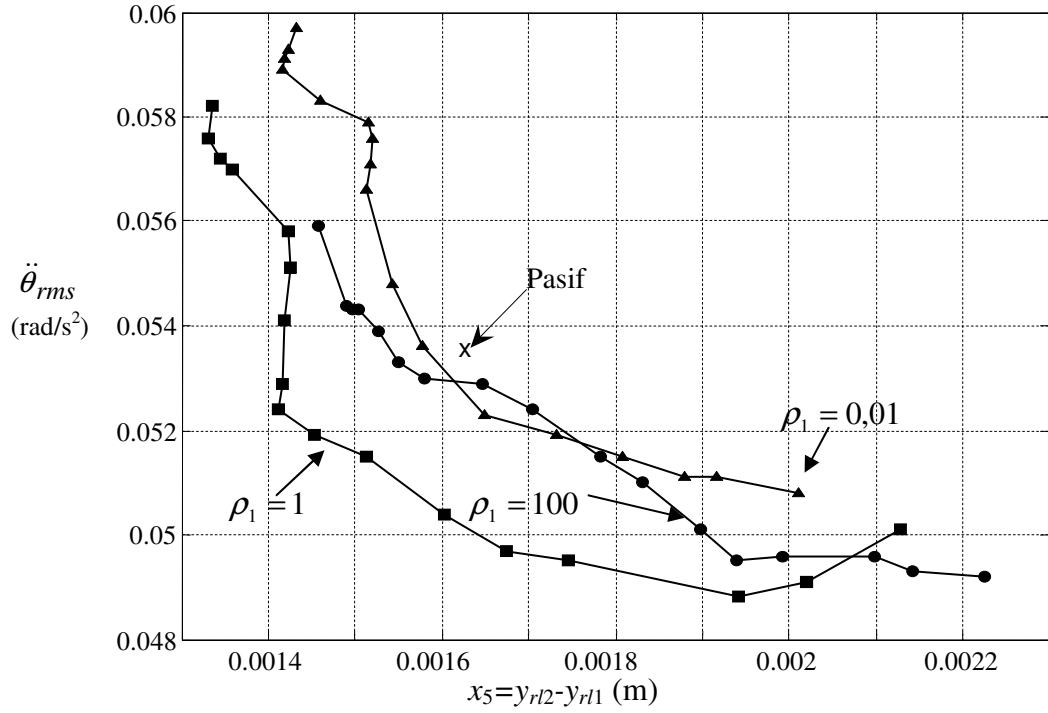
Çizelge 3.5. Yarı-aktif askı sisteminin ivme ve askı sistemi esneme değerleri ($\rho_1 = 100$)

ρ_2	$\ddot{y}_{rms}$ (m/s ²)	$\ddot{\theta}_{rms}$ (rad/s ²)	$(y_{fl2}-y_{fl1})_{rms}$ (m)	$(y_{fr2}-y_{fr1})_{rms}$ (m)	$(y_{rl2}-y_{rl1})_{rms}$ (m)	$(y_{rr2}-y_{rr1})_{rms}$ (m)	$(y_{fl1}-z_{fl1})_{rms}$ (m)	$(y_{fr1}-z_{fr1})_{rms}$ (m)	$(y_{rl1}-z_{rl1})_{rms}$ (m)	$(y_{rr1}-z_{rr1})_{rms}$ (m)
1	1,672×10 ⁻¹	4,92×10 ⁻²	2,349×10 ⁻³	1,402×10 ⁻³	2,224×10 ⁻³	1,682×10 ⁻³	6,898×10 ⁻³	8,591×10 ⁻³	6,854×10 ⁻³	7,844×10 ⁻³
5	1,637×10 ⁻¹	4,93×10 ⁻²	2,286×10 ⁻³	1,400×10 ⁻³	2,142×10 ⁻³	1,652×10 ⁻³	6,897×10 ⁻³	8,590×10 ⁻³	6,854×10 ⁻³	7,845×10 ⁻³
10	1,625×10 ⁻¹	4,96×10 ⁻²	2,251×10 ⁻³	1,396×10 ⁻³	2,099×10 ⁻³	1,644×10 ⁻³	6,896×10 ⁻³	8,592×10 ⁻³	6,854×10 ⁻³	7,841×10 ⁻³
50	1,606×10 ⁻¹	4,96×10 ⁻²	2,143×10 ⁻³	1,374×10 ⁻³	1,993×10 ⁻³	1,626×10 ⁻³	6,890×10 ⁻³	8,593×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,840×10 ⁻³
1×10 ²	1,595×10 ⁻¹	4,95×10 ⁻²	2,080×10 ⁻³	1,363×10 ⁻³	1,939×10 ⁻³	1,614×10 ⁻³	6,890×10 ⁻³	8,597×10 ⁻³	6,856×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
5×10 ²	1,568×10 ⁻¹	5,10×10 ⁻²	2,000×10 ⁻³	1,344×10 ⁻³	1,830×10 ⁻³	1,589×10 ⁻³	6,891×10 ⁻³	8,596×10 ⁻³	6,856×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
1×10 ³	1,557×10 ⁻¹	5,15×10 ⁻²	1,966×10 ⁻³	1,338×10 ⁻³	1,783×10 ⁻³	1,575×10 ⁻³	6,893×10 ⁻³	8,594×10 ⁻³	6,854×10 ⁻³	7,839×10 ⁻³
5×10 ³	1,529×10 ⁻¹	5,29×10 ⁻²	1,823×10 ⁻³	1,294×10 ⁻³	1,704×10 ⁻³	1,572×10 ⁻³	6,891×10 ⁻³	8,595×10 ⁻³	6,854×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
1×10 ⁴	1,518×10 ⁻¹	5,29×10 ⁻²	1,727×10 ⁻³	1,264×10 ⁻³	1,647×10 ⁻³	1,574×10 ⁻³	6,892×10 ⁻³	8,591×10 ⁻³	6,853×10 ⁻³	7,841×10 ⁻³
3×10 ⁴	1,523×10 ⁻¹	5,30×10 ⁻²	1,626×10 ⁻³	1,253×10 ⁻³	1,579×10 ⁻³	1,591×10 ⁻³	6,891×10 ⁻³	8,593×10 ⁻³	6,853×10 ⁻³	7,840×10 ⁻³
5×10 ⁴	1,536×10 ⁻¹	5,33×10 ⁻²	1,596×10 ⁻³	1,265×10 ⁻³	1,551×10 ⁻³	1,601×10 ⁻³	6,894×10 ⁻³	8,593×10 ⁻³	6,852×10 ⁻³	7,841×10 ⁻³
1×10 ⁵	1,552×10 ⁻¹	5,39×10 ⁻²	1,575×10 ⁻³	1,290×10 ⁻³	1,527×10 ⁻³	1,605×10 ⁻³	6,893×10 ⁻³	8,591×10 ⁻³	6,853×10 ⁻³	7,841×10 ⁻³
3×10 ⁵	1,579×10 ⁻¹	5,43×10 ⁻²	1,561×10 ⁻³	1,337×10 ⁻³	1,503×10 ⁻³	1,609×10 ⁻³	6,893×10 ⁻³	8,592×10 ⁻³	6,852×10 ⁻³	7,841×10 ⁻³
5×10 ⁵	1,591×10 ⁻¹	5,43×10 ⁻²	1,558×10 ⁻³	1,358×10 ⁻³	1,497×10 ⁻³	1,612×10 ⁻³	6,893×10 ⁻³	8,593×10 ⁻³	6,854×10 ⁻³	7,841×10 ⁻³
1×10 ⁶	1,607×10 ⁻¹	5,44×10 ⁻²	1,547×10 ⁻³	1,384×10 ⁻³	1,489×10 ⁻³	1,616×10 ⁻³	6,889×10 ⁻³	8,598×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³
5×10 ⁶	1,665×10 ⁻¹	5,59×10 ⁻²	1,461×10 ⁻³	1,446×10 ⁻³	1,458×10 ⁻³	1,648×10 ⁻³	6,890×10 ⁻³	8,598×10 ⁻³	6,855×10 ⁻³	7,838×10 ⁻³

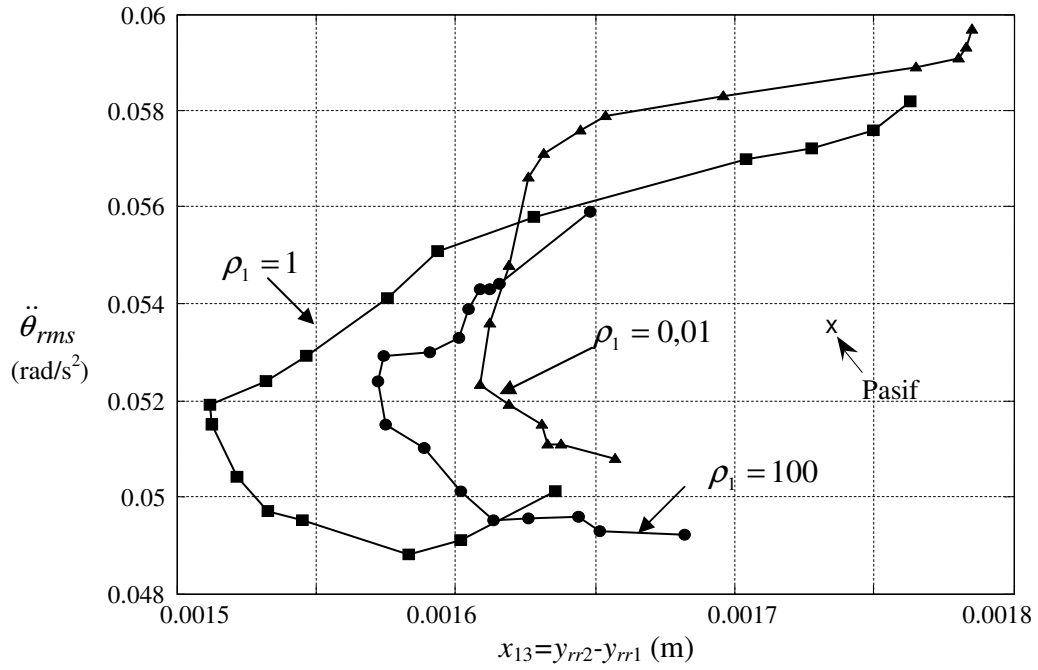
Şekil 3.12, Şekil 3.13, Şekil 3.14 ve Şekil 3.15'te ise rms ivmeye karşı askı sistemi esnemeleri, değişen ρ_2 değerleri için çizilmiştir. Uzlaşma eğrisi denilen bu tür eğriler lineer, kontrol girişinin sınırlanmadığı ve bozucu girişin beyaz gürültü olduğu sistemlerde, verilen azami bir askı sistemi esneme değeri için elde edilebilecek en düşük ivme değerini, ya da verilen azami bir ivme değeri için elde edilebilecek en düşük askı sistemi rms esneme değerini verir. Uzlaşma eğrilerinde bu değerlerden biri artarken diğeri azalır. Ancak bu tezde incelenen sistem bilineer; kontrol girişleri sınırlandırılmış ve sisteme uygulanan giriş beyaz gürültü olmadığından eğriler farklı özellikler göstermektedir. Eğriler üzerinde dalgalanmalar görülmekte, hatta eğrilerin uçları ters yönde kıvrılmaktadır. Eğrilerinin tersine kıvrılan bu uç kısımları sistem optimizasyonu yönünden anlamsız olduğundan dikkate alınmamalıdır. Dikkate alınmaması gereken noktalar şekillerde içi boş olarak gösterilmiştir. Şekil 3.12-Şekil 3.15'te sonuçların karşılaştırılması amacıyla yarı-aktif sistemin performansının yanı sıra, $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan pasif sistemin performansı da gösterilmiştir. Yarı-aktif sistemde elde edilen minimum yunuslama rms ivme değeri ($0,0488 \text{ rad/s}^2$), pasif sistemde elde edilen minimum yunuslama rms ivme değerinin ($0,533 \text{ m/s}^2$) %9 altındadır. Aynı zamanda yarı-aktif sistemde düşey rms ivme değeri ($0,1540 \text{ m/s}^2$), pasif sistemdeki düşey rms ivmesinden ($0,1805 \text{ m/s}^2$) %15 daha düşüktür. Bu ivmelere karşılık gelen askı sistemi rms dinamik esnemeleri ise yarı-aktif sistemde pasif sisteme göre, sağ ön tarafta %12, sağ arka tarafta % 9 daha az, sol ön tarafta % 17 ve sol arka tarafta ise %16 daha fazladır. Görüldüğü gibi yarı-aktif sisteminin uygulanması sonucu taşıtın asılı kütlelerinin ivme değerlerinde önemli bir azalma sağlanmaktadır. Askı sistemi esnemeleri ise kabul edilebilir düzeyde olup, yarı-aktif sönümleyicilerin uygulandığı sol ön ve sol arka tarafta artarken, pasif sönümleyicilerin kullanıldığı sağ ön ve sağ arka tarafta azalmaktadır. Diğer yandan Çizelge 3.1 - Çizelge 3.5 incelendiğinde, asılı olmayan kütleler ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirmelerin yarı-aktif ve pasif uygulamalardan etkilenmediği görülmektedir.



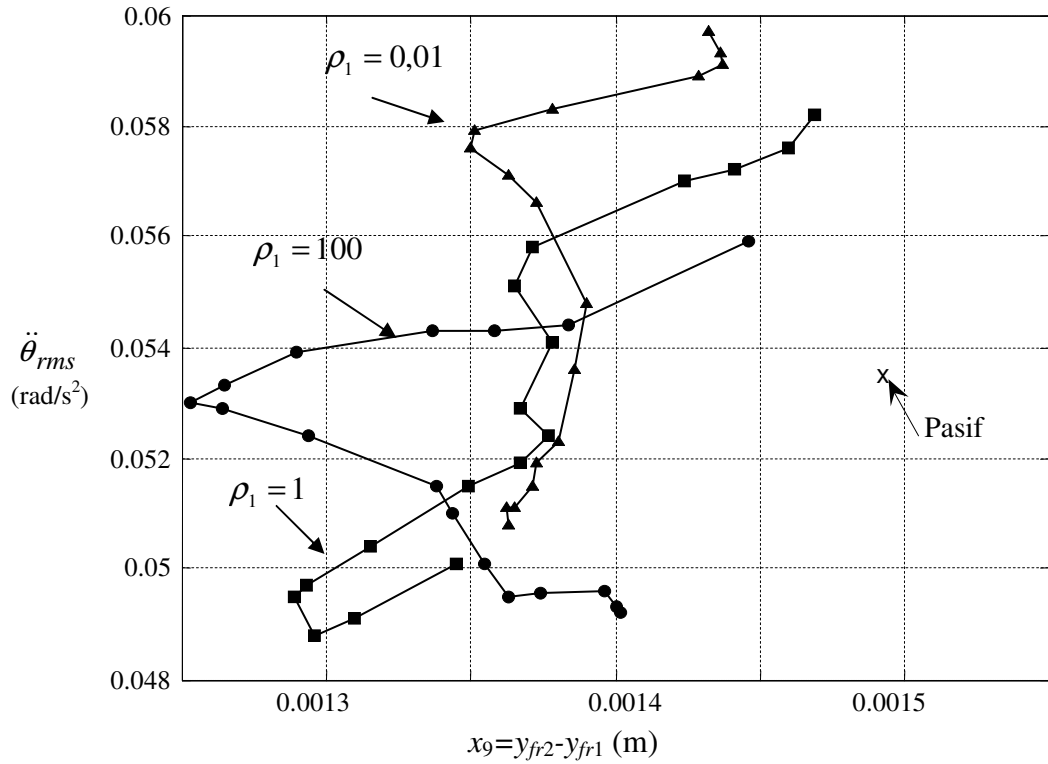
Şekil 3.12. Yarı-aktif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin ρ_1 ve ρ_2 değerleriyle değişimi (sol ön teker)



Şekil 3.13. Yarı-aktif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin ρ_1 ve ρ_2 değerleriyle değişimi (sol arka teker)



Şekil 3.14. Yarı-aktif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin ρ_1 ve ρ_2 değerleriyle değişimi (sağ arka teker)



Şekil 3.15. Yarı-aktif askı sisteminde ivmeye karşı askı sistemi esnemesinin ρ_1 ve ρ_2 değerleriyle değişimi (sağ ön teker)

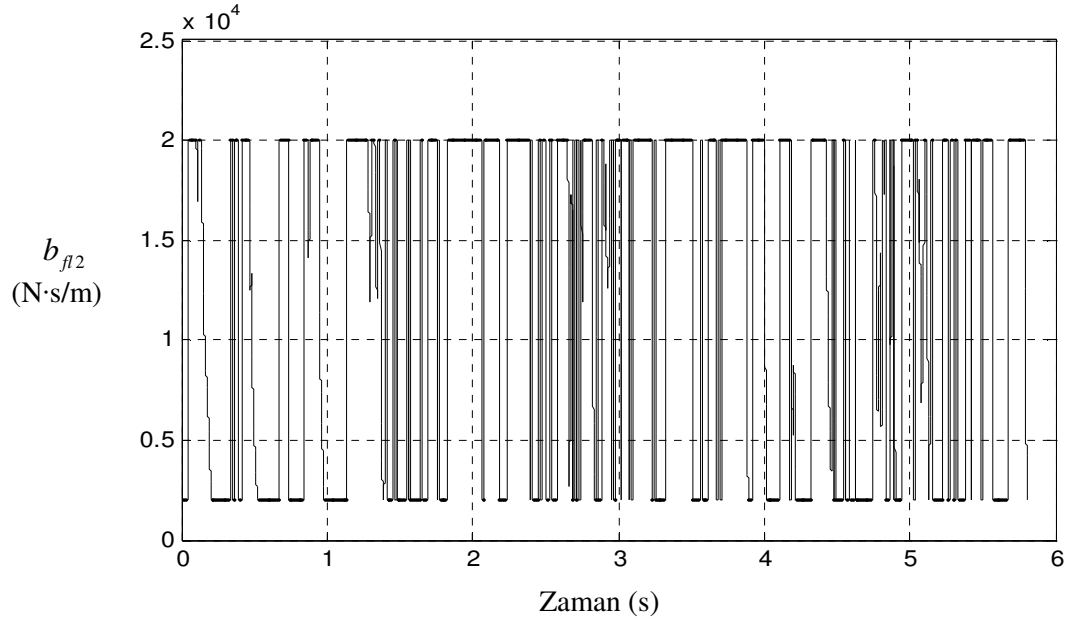
Taşıt gövdesi yunuslama rms ivmesini minimum yapan yarı-aktif askı sistemin performansına ilişkin değerlerin tümü, minimum ivme veren pasif askı sistemine ait değerlerle birlikte karşılaştırmalı olarak Çizelge 3.6’te özetlenmiştir.

Çizelge 3.6.Yarı-aktif ve pasif sisteme ait performans değerleri

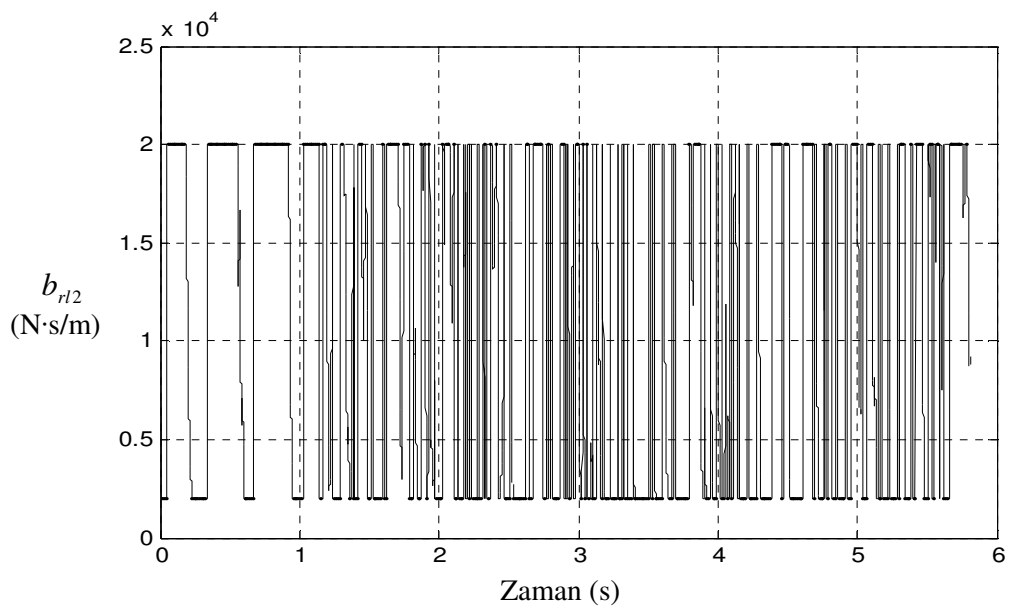
PARAMETRE	Minimum Yunuslama İvmesi Veren Yarı-Aktif Askı Sistemi	Minimum Yunuslama İvmesi Veren Pasif Askı Sistemi
Taşıt gövdesi ağırlık merkezi düşey ivmesi, $\ddot{y}_{rms}$	0,1540 m/s ²	0,1805 m/s ²
Taşıt gövdesi yunuslama açısal ivmesi, $\ddot{\theta}_{rms}$	0,0488 rad/s ²	0,0533 rad/s ²
Asılı kütle-sol ön asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{fl2}-y_{fl1})_{rms}$	2,072×10 ⁻³ m	0,1732×10 ⁻³ m
Asılı kütle-sağ ön asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{fr2}-y_{fr1})_{rms}$	1,296×10 ⁻³ m	1,487×10 ⁻³ m
Asılı kütle-sol arka asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{rl2}-y_{rl1})_{rms}$	1,942×10 ⁻³ m	1,605×10 ⁻³ m
Asılı kütle-sağ arka asılı olmayan kütle arası dinamik askı sistemi esnemesi $(y_{rr2}-y_{rr1})_{rms}$	1,583×10 ⁻³ m	1,740×10 ⁻³ m
Sol ön asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{fl1}-z_{fl1})_{rms}$	6,894×10 ⁻³ m	6,899×10 ⁻³ m
Sağ ön asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{fr1}-z_{fr1})_{rms}$	8,589×10 ⁻³ m	8,589×10 ⁻³ m
Sol arka asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{rl1}-z_{rl1})_{rms}$	6,851×10 ⁻³ m	6,852×10 ⁻³ m
Sağ arka asılı olmayan kütle ile yol yüzeyi arasındaki dinamik yer değiştirme $(y_{rr1}-z_{rr1})_{rms}$	7,841×10 ⁻³ m	7,845×10 ⁻³ m

Pasif sistemde öndeki sönümleyicilerin sönüm sabitleri 7000 N·s/m arkadaki sönümleyicilerin sabitleri ise 11000 N·s/m olup bunlar sabittir. Yarı-aktif askı sisteminde sağ ön sönümleyicinin sönüm sabiti 7000 N·s/m, sağ arka sönümleyicinin

sönüm sabiti 11000 N·s/m olmasına karşılık sol ön ve sol arka sönümleyicilerin sönüm sabitleri zamanla Şekil 3.17 ve Şekil 3.18'deki gibi değişmektedir. Bu şekillerden görüldüğü gibi sönüm oranları 2000-20000 N·s/m sınır değerler arasında performans kriterini minimum yapacak biçimde değişmektedir.



Şekil 3.16. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde sönüm oranının zamanla değişimi (sol ön)



Şekil 3.17. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde sönüm oranının zamanla değişimi (sol arka)

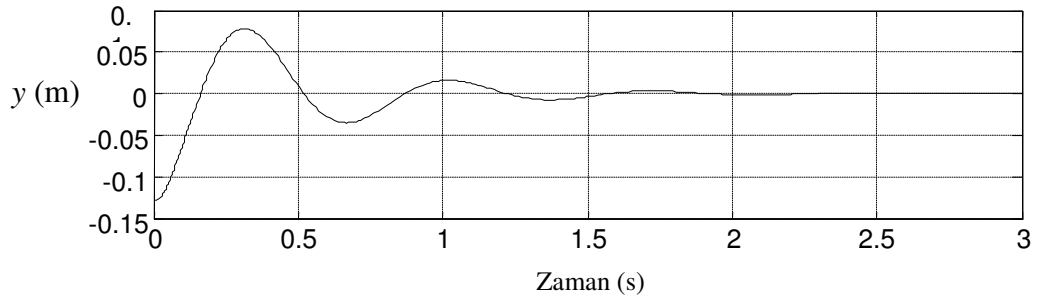
3.4.2. Minimum yunuslama açısal ivmesi veren pasif ve yarı-aktif sistemlerin başlangıç koşullarına cevapları

Pasif ve yarı-aktif askı sistemlerinin başlangıç koşullarına cevabını incelemek için MATLAB ortamında programlar hazırlanmıştır. Bu bölümde örnek olarak rastgele seçilen,

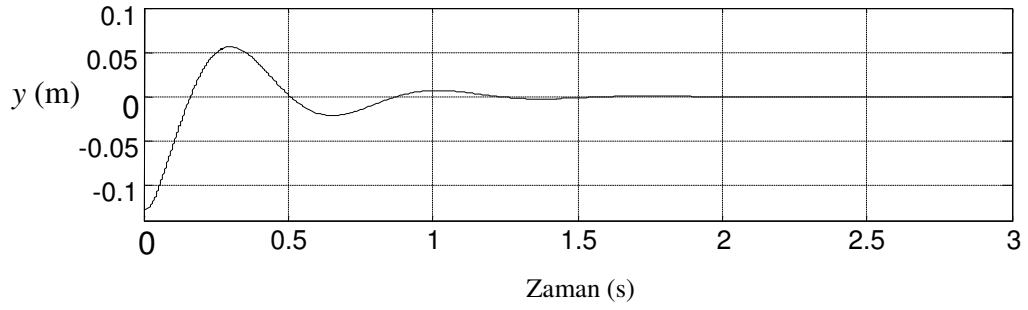
$$x^T = [0,1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0,1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0,1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0,1 \ 0 \ 0 \ 0];$$

şeklinde tanımlanan bir başlangıç koşulu kabul edilmiştir. Minimum yunuslama ivmesi veren pasif ve yarı-aktif askı sistemlerinin bu başlangıç koşulu karşısındaki davranışları elde edilmiştir. Taşıt gövdesinin düşey ve açısal yer değiştirmeleri ile, örnek olarak seçilen sol ön askı sistemi esnemesi ve sol ön asılı olmayan kütle ile yol arasındaki uzaklığın zamanla değişimi Şekil 3.18 - Şekil 3.25'te sunulmuştur.

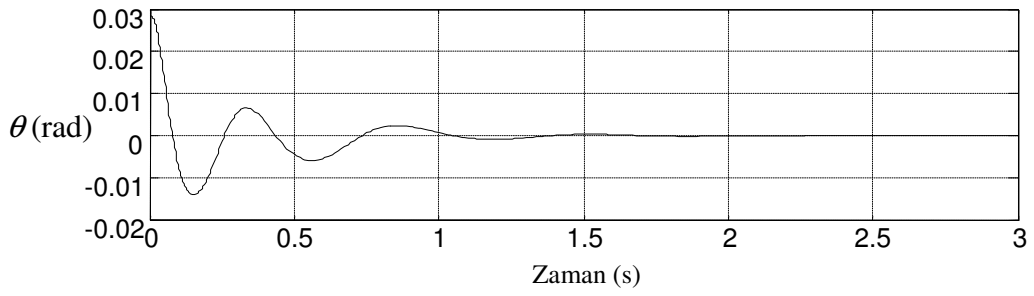
Bu grafikler incelendiğinde yarı-aktif sistemde aşma yüksekliklerinin pasif sisteme göre bazı grafiklerde yaklaşık % 50'ye varan oranlarda azaldığı, salınımların daha hızla sönümlendiği açıkça görülmektedir. Asılı olmayan kütleler ile yol arasındaki uzaklıklardaki dinamik değişimlerin yarı-aktif kontrol uygulamasından etkilenmediği daha önce kısım 3.4.1'de belirtilmişti. Nitekim Şekil 3.24 ve Şekil 3.25'te sol ön asılı olmayan kütle ile yol arasındaki uzaklık değişiminde bir iyileşme görülmemekte, hatta aşmalarda bazı artışlara rastlanmaktadır.



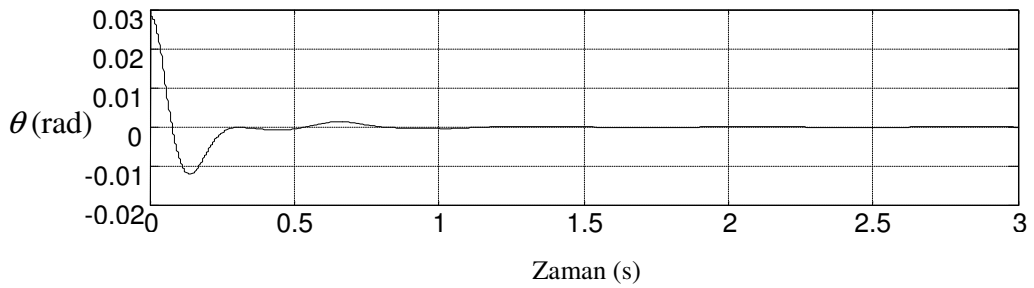
Şekil 3.18. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan pasif askı sisteminde asılı kütlenin konumunun zamanla değişimi



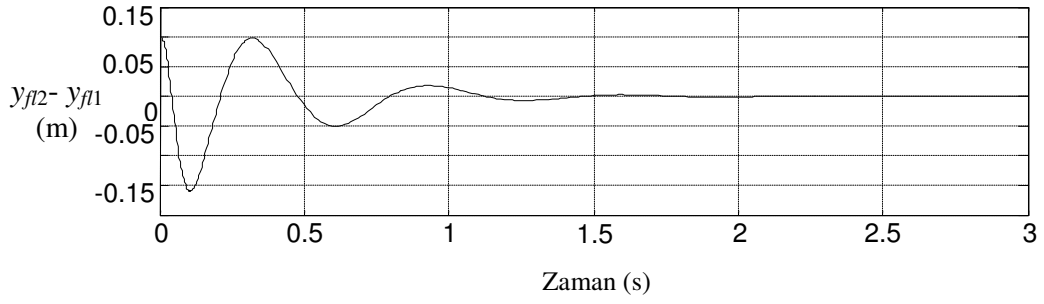
Şekil 19. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde asılı kütlenin konumunun zamanla değişimi



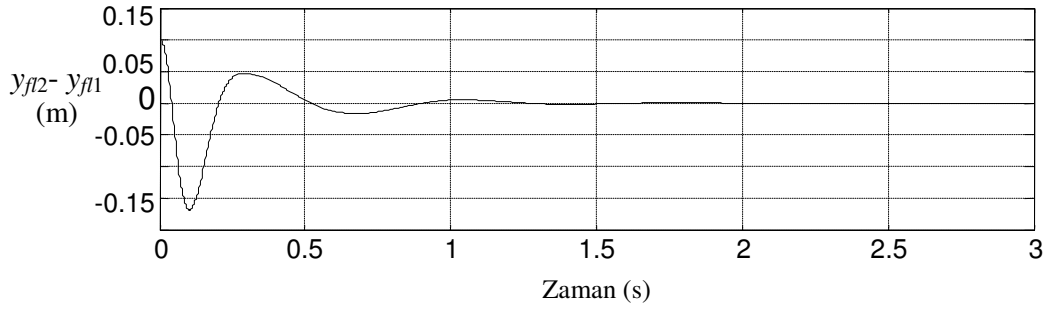
Şekil 3.20. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan pasif askı sisteminde asılı kütlenin yunuslama eksenine göre konumunun zamanla değişimi



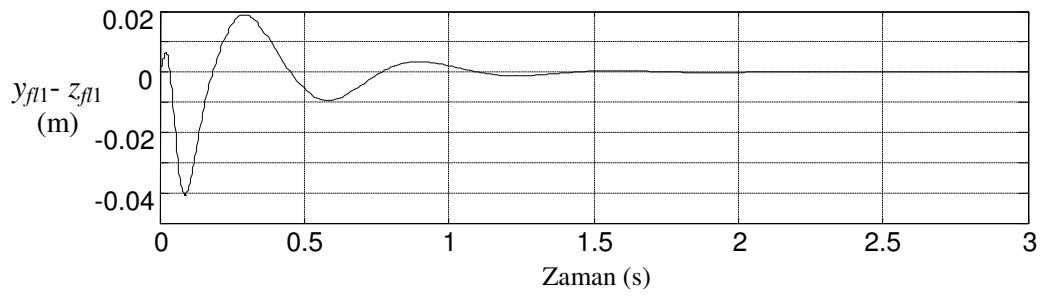
Şekil 3.21. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde asılı kütlenin yunuslama eksenine göre konumunun zamanla değişimi



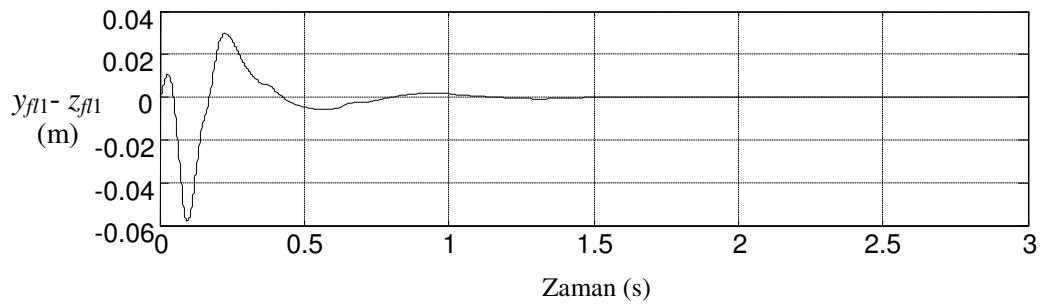
Şekil 3.22. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan pasif askı sisteminde asılı kütlelin konumunun zamanla değişimi (sol ön)



Şekil 3.23. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde asılı olmayan kütle konumunun zamanla değişimi (sol ön)



Şekil 3.24. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan pasif askı sisteminde asılı olmayan kütle konumunun zamanla değişimi (sol ön)



Şekil 3.25. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde asılı olmayan kütle konumunun zamanla değişimi (sol ön)

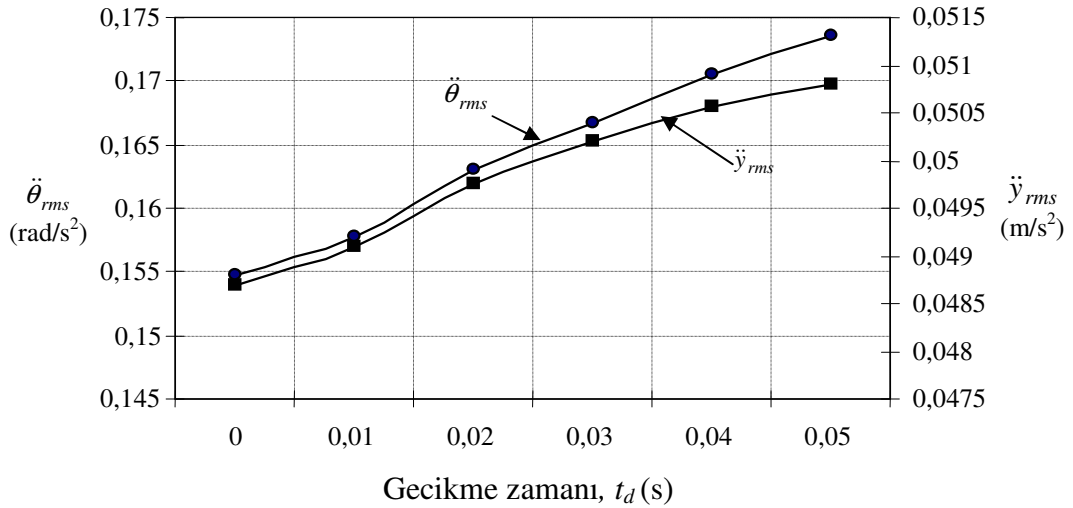
3.5. Kontrol Girişinin Uygulanmasında Gecikmenin Performansa Etkisi

Bu tezde yapılan analizlerde yarı-aktif sönümleyicilerin kendi dinamik davranışları dikkate alınmamıştır. Bunun temel nedeni sistemin matematiksel modelini basitleştirmek ve çözülebilir bir model elde etmektir. Eğer sönümleyicinin davranışı birinci mertebeden basit bir modelle dahi tanımlanmış olsaydı, elde edilecek sistem bi-lineer olmayacaktı. Bu durumda ise optimum kontrolün Riccati denklemiyle elde edilmesi mümkün olmayacak ve iki-uçlu sınır değer probleminin çözülmesi gerekecekti. Bu tür problemlerin çözümleri oldukça karmaşık ve zordur. Diğer yandan, bu şekilde elde edilen çözümler sınır koşullarına bağlı olup, elde edilecek çözüm kapalı çevrim kontrol sistemi vermez [12]. Bu sebeplerden dolayı, yapılan analizlerde yarı-aktif sönümleyicilerin dinamikleri ihmal edilmiş, bunun yerine elde edilen sisteme sönüm sabitinin gecikmeyle uygulanmasının sistem davranışını nasıl etkilediği bu bölümde incelenmiştir.

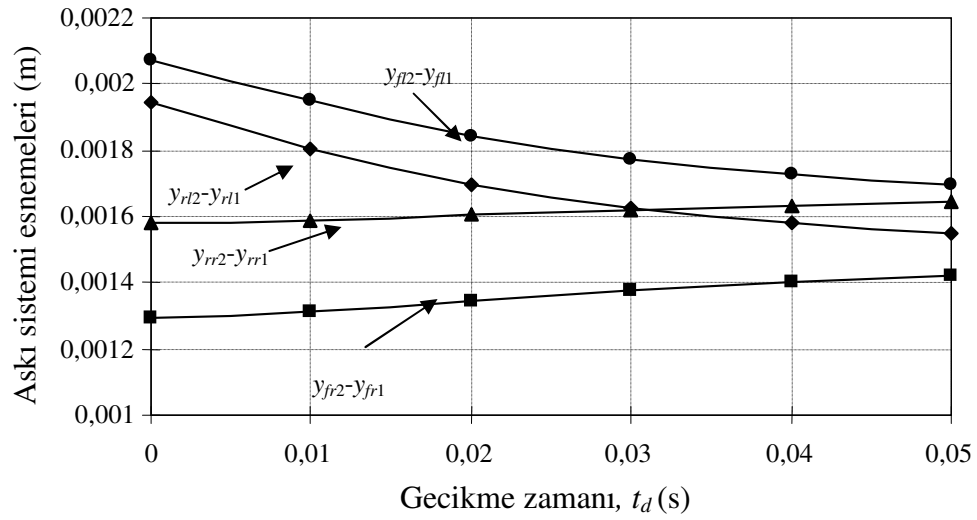
Yarı-aktif taşıt askı sistemlerinde günümüzde en yaygın olarak kullanılan eleman manyetoreolojik sönümleyicilerdir. Bu elemanın kullanıldığı sistemlerde, sönümleyicinin cevap süresi, ölçüm sistemlerinin cevap süreleri ve dijital ortamda yapılan işlemler dolayısıyla, sönüm değeri 30 ms kadar bir gecikmeyle uygulanabilmektedir [12]. Bu gecikmenin sistem üzerindeki etkilerini görmek için sistem modelinde sönümleyici dinamiğinin birinci mertebeden bir transfer fonksiyonuyla tanımlandığı kabul edilmiş ve bu şekilde elde edilen sistem, Eş. 2.148 – Eş. 3.150 ve Eş. 2.152 – Eş. 2.154’deki algoritmalara göre kontrol edilmiştir.

Yapılan analizler, sönümleyici dinamiğini tanımlayan birinci mertebe sistemin zaman sabiti t_d ’nin 0,01 s, 0,02 s, 0,03 s, 0,04 s ve 0,05 s olmak üzere beş değeri için yürütülmüştür. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif sistemin düşey ve yunuslama açısal ivme değerlerinin ve askı sistemi esneme değerlerinin gecikme zamanı t_d ile değişimini gösteren eğriler Şekil 3.26 ve Şekil 3.27’de görülmektedir.

Şekillerdeki eğriler incelendiğinde, kontrol girişinin uygulanmasındaki gecikmeler sonucunda yarı-aktif askı sistemi ivme değerlerinin $t_d = 0$ için en düşük değerlerde olduğu ve gecikme zamanı arttırıldıkça hem düşey ivme değerinin, hem de yunuslama açısai ivme değerinin bu artışa paralel olarak arttığı görülmektedir. Örneğin tipik bir değer olan $t_d = 0,03$ s kadar bir gecikme zamanı için açısai ivmenin rms değeri $0,0504 \text{ rad/s}^2$ değerine, sistemin düşey ivmesinin rms değeri ise $0,1615 \text{ m/s}^2$ değerine ulaşmaktadır. Bu değerler $t_d = 0$ s için daha önce elde edilen yunuslama açısai ivme değeri $0,0488 \text{ rad/s}^2$ 'ye göre %3, düşey ivme değeri $0,1540 \text{ m/s}^2$ 'ye göre %5 fazla olmasına rağmen pasif askı sistemiyle elde edilebilen en düşük açısai ivme değerinin ($0,533 \text{ rad/s}^2$) %6 ve en düşük düşey ivme değerinin ($0,1805 \text{ m/s}^2$) %11 altındadır. Asılı kütle ile teker kütleleri arasındaki esnemelerin dinamik değişimleri incelendiğinde; yarı-aktif sönümleyicilerin bulunduğu sol ön ve sol arkadaki esnemelerin gecikme zamanı artışıyla ters orantılı bir şekilde azaldığı görülmekte, buna karşılık pasif sönümleyicilerin bulunduğu sağ ön ve sağ arkada ise dinamik esnemelerin arttığı gözlenmektedir.

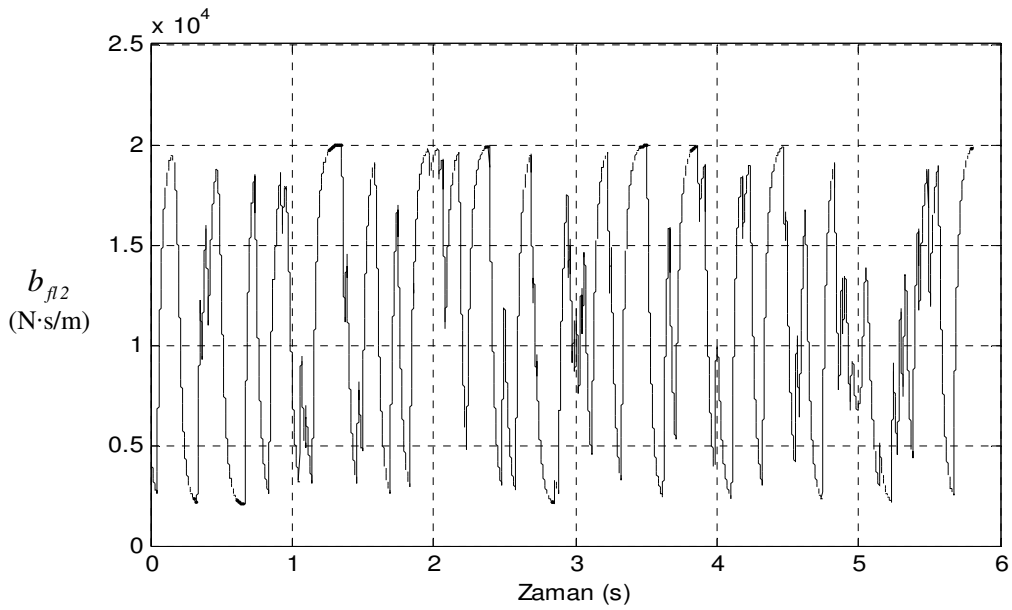


Şekil 3.26. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde ivme değerlerinin zaman gecikmesiyle değişimi

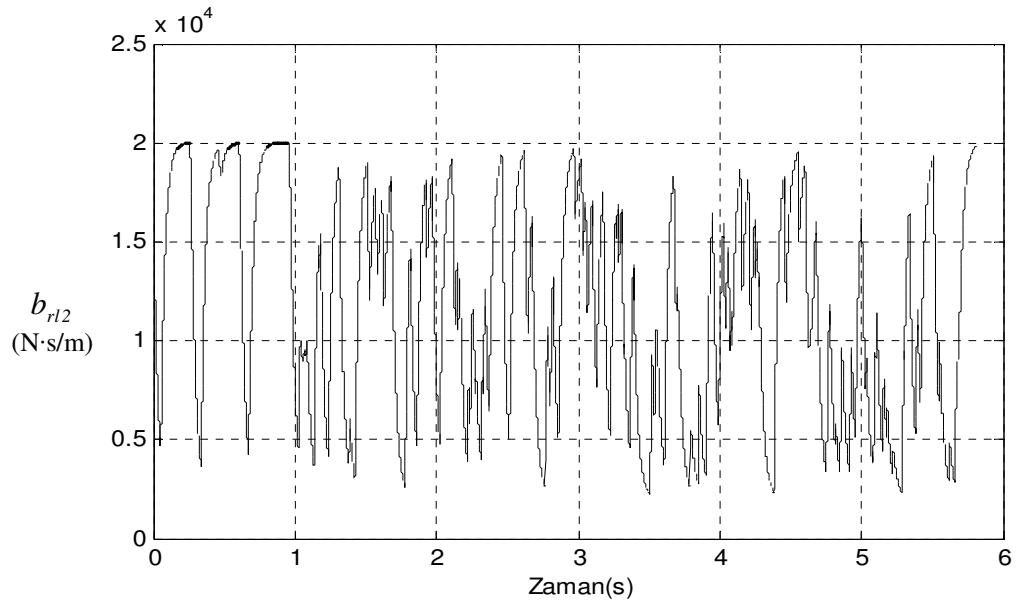


Şekil 3.27. $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde asılı kütle-teker kütlesi dinamik esnemelerinin zaman gecikmesiyle değişimi

$\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan yarı-aktif askı sisteminde sönüm oranları zaman gecikmesi ile uygulandığında, bunların değerleri yine 2000-20000 N·s/m sınır değerler arasında değişmekte, ancak Şekil 3.16 ve Eş. 3.17’de görülen ani değişimler yerine birinci mertebe sistem cevabının eksponansiyel özellikleri görülmektedir.



Şekil 3.28 $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan Yarı-aktif askı sisteminde sönüm oranının zamanla değişimi (sol ön)



Şekil 3.29 $\ddot{\theta}_{rms}$ değerini minimum yapan Yarı-aktif askı sisteminde sönüm oranının zamanla değişimi (sol arka)

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tezde tam taşıt modeline uygulanan değişken sönümlü yarı-aktif askı sistemlerinin performansları optimize edilmiş ve sonuçlar optimum pasif askı sistemlerinin performanslarıyla karşılaştırılmıştır. Yarı-aktif sistemin kontrol girişleri asılı ve asılı olmayan kütleler arasındaki sönümleyici sabitleridir. Sistem performanslarının bulunmasında literatürde yer alan ölçümlerden elde edilmiş bir yol profili kullanılmıştır.

Örnek olarak alınan bir taşıt üzerinde yapılan çalışmalar hem pasif, hem de yarı-aktif sistemde yunuslama yönündeki açısal rms ivmesi $\ddot{\theta}_{rms}$ 'in minimize edilmesinin daha uygun olacağını ortaya koymuştur. Pasif sistemde taşıt gövdesinin yunuslama yönündeki minimum açısal rms ivmesi $\ddot{\theta}_{rms}$, $b_{rl2} = b_{rr2} = 11000 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ ve $b_{fl2} = b_{fr2} = 7000 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ olduğunda elde edilmekte ve bu değer $0,0533 \text{ rad/s}^2$ olmaktadır. Buna karşılık yarı-aktif askı sisteminde minimum yunuslama açısal rms ivmesi $\ddot{\theta}_{rms}$, $0,0488 \text{ rad/s}^2$ olarak elde edilmiştir. Ayrıca pasif sistemde minimum açısal rms ivme değeri için elde edilen asılı kütle düşey rms ivme değeri $0,1805 \text{ m/s}^2$ olurken, yarı-aktif sistemde bu değer $0,1540 \text{ m/s}^2$ olmaktadır. Bu durumda yarı-aktif askı sisteminin kullanılmasıyla açısal ivme değerinde %9'luk bir iyileşme, düşey ivme değerinde ise % 15'lik bir iyileşme sağlanmaktadır. Minimum yunuslama açısal ivmesi veren yarı-aktif ve pasif askı sistemlerinin rms dinamik askı sistemi esnemeleri yarı-aktif sistemde pasif sisteme göre sağ ön tarafta %12, sağ arka tarafta % 9 daha az, sol ön tarafta % 17 ve sol arka tarafta ise %16 daha fazladır. Görüldüğü gibi yarı-aktif sisteminin uygulanması sonucu ivme değerlerinde önemli bir azalma sağlanmaktadır. Askı sistemi esnemeleri ise kabul edilebilir düzeyde olup, yarı-aktif sönümleyicilerin uygulandığı tarafta artarken, pasif sönümleyicilerin kullanıldığı tarafta azalmaktadır. Diğer yandan, asılı olmayan kütleler ile yol arasındaki dinamik yer değiştirmelerde pasif ve yarı-aktif sistemler arasında hemen hemen hiçbir farklılık olmadığı göze çarpmaktadır.

Minimum ivme veren pasif ve yarı-aktif askı sistemlerinin başlangıç koşullarına cevapları incelendiğinde; yarı-aktif askı sisteminde aşma yüksekliklerinin pasif sisteme göre %50'ye varan oranlarda azaldığı, salınımların daha kısa sürede sönümlendiği açıkça görülmektedir. Fakat asılı olmayan kütleler ile yol arasındaki uzaklıkların değişimlerinde ise bir iyileşme görülmemekte, aksine aşma yüksekliklerinde bazı artışlar gözlenmektedir.

Değişken sönümlü yarı-aktif askı sistemlerinde genelde manyetik akışkanlı sönümleyiciler kullanılmaktadır. Sistemden geri beslenecek değişkenlerin okunması, kontrol algoritmasının hesaplanması, kontrol çıkışının sönümleyiciye uygulanması için geçen süreler ve sönümleyicilerin cevap zamanları dolayısıyla, geri beslemenin okunmasıyla kontrol işleminin gerçekleşmesi arasında 30 ms kadar bir gecikme olmaktadır. Bu gecikmenin sistemin performansı üzerindeki etkisini görebilmek için yarı-aktif değiştirilen sönümleyici birinci mertebe bir sistemle modellenmiş ve gecikme zamanı t_d 'nin 0,01 s, 0,02 s, 0,03 s, 0,04 s ve 0,05 s değerleri için sistem performansı incelenmiştir. Kontrol sisteminin gecikmeyle uygulanması sonucunda taşıt gövdesinin hem düşey ivme değerinde, hem de yunuslama açısız ivme değerinde artışlar görülmüştür. Örnek olarak alınan sistemde $t_d = 0,03$ s kabul edildiğinde taşıt gövdesinin düşey ve yunuslama ivmelerinin $t_d = 0$ olan duruma göre sırasıyla %5 ve %3 oranında daha fazla olduğu görülmüştür. Ancak bu değerler pasif sisteme ait değerlerin hala önemli oranda altındadır. Ayrıca asılı kütle ile teker kütleleri arasındaki esnemelerin dinamik değişimlerinde; yarı-aktif sönümleyicilerin bulunduğu sol ön ve sol arkada zaman gecikmesinin artışıyla ters orantılı bir şekilde azalmalar görülmekte, buna karşılık pasif sönümleyicilerin bulunduğu sağ ön ve sağ arkada ise artışlar gözlenmektedir. Sonuç olarak, kontrol girişinin makul bir gecikmeyle uygulanması halinde dahi, yarı-aktif askı sistemin performansının pasif askı sistemine göre daha iyi olduğu görülmektedir.

Bu tezde incelenen yarı-aktif sistemin uygulamada karşılaşılabilecek en önemli sorun, on dört adet durum değişkeninin ölçülmesini gerektirmesidir. Bu değişkenlerden olan, asılı ve asılı olmayan kütleler arasındaki uzaklığın dinamik değişim miktarları ve bunların hızları nispeten kolaylıkla ölçülebilir. Ancak asılı olmayan kütlelerle yer

arasındaki uzaklıkların değişimlerinin ve bunların hızlarının ölçölmesi uygulamada büyük problemlere yol açabilir. Bu yüzden bundan sonra yapılacak çalışmalarda, ölçölmesi zor olan bu değişkenlerin uygun filtreleme yöntemleriyle (Kalman filtresi gibi) ya da gözleyicilerle, ölçöllebilen değişken değerlerini kullanarak kestirilmesi öncelikle incelenmelidir.

KAYNAKLAR

1. Karnopp, D., "Design Principles for Vibration Control Systems Using Semi-Active Dampers", *ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, 112(3) : 448-453 (1990).
2. Hrovat, D., "Applications of Optimal Control to Advanced Automotive Suspension Design", *Transaction of ASME Journal of Dynamic Systems*, 16: 115-328 (1997).
3. Hrovat, D., "Survey of Advanced Suspension Development and Related Optimal Control", *Automatica*, 32 : 1418-1780 (1997), 33: 1780-1811 (1997).
4. Hac, A. ve Youn, I., "Optimal Semi-Active Suspension with Preview Based on a Quarter Car Model", *Journal of Vibration, Acoustics Stress and Reliability in Design*, 114 : 82-92 (1992).
5. Hac, A. ve Youn, I., "Optimal Design of Semi-Active Suspension Including Time Delays and Preview", *Journal of Vibration and Acoustics*, 115 : 498-508 (1993).
6. Kawabe, T., "New Semi Active Suspension Controller Design", *Nissan Motor Co.Ltd & Faculty of Engineering University of Ryukyus*, 2 : 25-51 (1998).
7. Karakaş, S. ve Liu, Y., "Active Suspension Design of a Full Car Model Using Fuzzy Reasoning Based on Single Input Rule Modules with Dynamic Absorber", *Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering*, 5056 : 1158-1197 (1999).
8. Karnopp, D.C., Valasek, M., "Vibration Control Using Semi-Active Force Generators", *Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry*, 4: 619-626 (1974).
9. Jeung, T., "Multiobjective Optimisation of Active and Semi-Active Suspension Systems with Application of Evolutionary Algorithm", *Vehicle Dynamics*, 1: 115-129 (1997).
10. ElMadany, M.M ve Abduljabbar, Z., "Alternative Control Laws for Active and Semi-Active Automotive Suspensions", *Computers and Structures*, 39:623-632(1991).
11. Hrovat, D., Krtolica, "Optimal Semi-Active Suspension Control Based on A Half-Car Model", *Journal of Vibration and Control*, 3: 461-471 (2004).

12. Ercan, Y., “Değişken Sönümlü ve Yarı-Aktif Bir Taşıt Askı Sisteminin Optimum Kontrolünün Teorik İncelenmesi”, *12.Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu*, Kayseri, 1-12 (2005).
13. Ikenaga, S., ve Lewis, F.L., “Active Suspension Control of Ground Vehicle Based on Full-Vehicle Model”, *Automation and Robotic Research Institute*, 1: 3-9 (1999).
14. Yoshida, K., “Bilinear Disturbance-Accommodating Optimal Control of Semi-Active Suspension for Automobiles”, *Vehicle Design*, 31: 22-40 (2003).
15. Yoshimura, T., Watanabe, K. “Active Suspension Design of A Full Car Model Using Fuzzy Reasoning Based on Single Input Rule Modules With Dynamic Absorber”, *Journal of Vehicle Dynamics*, 16 : 23-97 (2000).
16. Yoshimura, T. Emoto, Y., “Steering and Suspension System Of a Full car Model Using Fuzzy Reasoning Based on Single Input Rule Modules”, *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, 1: 237-255 (2003).
17. Thompson, W.E., “Measurements and Power Spectra of Roughness at Airport in Countries in NATO”, Report : *NACA Technical Code TN 4304*, 1-80 (1958).
18. Shultz, D.G., Melsa, J.L., “State Functions and Linear Control Systems”, *McGraw-Hill Co.*, 23 – 96 (1967).
19. Craggs,A., “Assessment of Pave Test Track Loads Using Random Vibration Analysis”, *Advances in Automobile Engineering, Pergamon Press*, 7: 3-56 (1965).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : YAZ, Erdinç
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 27.10.1979 Eskişehir
 Medeni hali : Bekar
 Telefon : 0 (228) 314 24 97
 e-mail : erdincyaz@hotmail.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi /Makine Mühendisliği Bölümü	2006
Lisans	Gazi Üniversitesi /Makine Mühendisliği Bölümü	2003
Lise	Y.D.A Şehit Zafer İpek Lisesi	1998

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2005-2006	Köylüoğlu Mak. San.	Üretim Mühendisi

Yabancı Dil

İngilizce

Hobiler

Bilgisayar teknolojileri, Basketbol