

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ ENERJİ ENSTİTÜSÜ

**KAYNAR SULU NÜKLEER REAKTÖRLERDE
EKSENEL AKI MODLARININ TERMALHİDROLİK
KARARSIZLIKLARLA ETKİLEŞMESİ**

DOKTORA TEZİ

Yük.Lis., Astr. Demirel AKTAŞ

**Anabilim Dalı: NÜKLEER ARAŞTIRMALAR
Programı: NÜKLEER ENERJİ**

MAYIS 2006

**KAYNAR SULU NÜKLEER REAKTÖRLERDE
EKSENEL AKI MODLARININ TERMALHİDROLİK
KARARSIZLIKLARLA ETKİLEŞMESİ**

DOKTORA TEZİ

**Yük.Lis., Astr. Demirel AKTAŞ
(301982002)**

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 14 Kasım 2006

Tezin Savunulduğu Tarih : 12 Mayıs 2006

Tez Danışmanı :

Prof.Dr. Melih GEÇKİNLİ

Diğer Jüri Üyeleri:

Prof.Dr. Hasan SAYGIN (İ.T.Ü.)

Prof.Dr. N. Aydın HIZAL (İ.T.Ü.)

Doç.Dr. Mehmet TOMBAKOĞLU (H.Ü.)

Doç.Dr. Niyazi SÖKMEN (H.Ü.)

MAYIS 2006

ÖNSÖZ

Danışman öğretmenim sayın Prof. Dr. Melih Geçkinli'ye göstermiş olduğu samimiyetinden ve sabrından ötürü çok teşekkür ediyorum. Maddi manevi desteklerini hiçbir zaman eksik etmeyen aileme de sevgilerimi sunuyorum. Kızlarım İrem ve Bilge'ye tezin hazırlanışı süresince yeterince zaman ayıramadığım için üzgünüm; fakat büyüdüklerinde anlayışla karşılayacaklarını umuyorum.

Mayıs 2006

Demirel AKTAŞ

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	ii
İÇİNDEKİLER	iii
SEMBOL LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	ix
TABLO LİSTESİ	xi
ÖZET	xii
SUMMARY	xiv
1. GİRİŞ	1
1.1. Ön Bilgiler ve Çalışmanın Amacı	1
1.2. Genel Bilgiler	5
1.2.1. BWR'lerin Özellikleri	5
1.2.2. Yoğunluk Dalgalarının Neden Olduğu Kararsızlıklar	7
1.2.3. Nötronik-Termalhidrolik Etkileşimler	9
1.2.4. Konum Bağımlı Güç Salınımları	10
1.3. BWR'ler İle İlgili Yapılmış Kararsızlık Çalışmaları	11
1.4. BWR Kararsızlıklarının Bazı Genel Özellikleri	21
1.5. Tezin Kapsam ve İçeriği	23
2. MODAL KİNETİK DENKLEMLER	26
2.1. Giriş	26
2.2. Statik λ - Modları İle Modal Kinetik Denklemlerin Elde Edilmeleri	26
2.2.1. Bir Enerji ve Bir Gecikmiş Nötron Öncü Grubu İçin Uzay Bağımlı Reaktör Kinetiği	26
2.2.2. Pertürbasyon Analizi ve Modal Kinetik Denklemler	27
3. BWR' DE FARKLI İKİ ÜNİFORM BÖLGE İÇİN STATİK AKILAR VE REAKTİVİTE ANALİZİ	36
3.1. Üniform Silindirik Reaktör İçin Statik Reaktivite Analizi	36
3.2. İki Farklı Üniform Bölge İçin Bir Enerji Gruplu Difüzyon Denkleminin Statik Öz Fonksiyonları	40
3.3. Statik Akı Harmonikleri	43
3.4. Kaynama Sınırı Pertürbasyonu için bir Reaktivite Analizi	47
4. BÖLGESEL BASINÇ DÜŞÜMLERİNİN LINEER ANALİZİ	52
4.1. Temel Denklemler	52
4.2. İki Fazlı Bölgede Akışkan Hızındaki Pertürbasyon İçin Transfer Fonksiyon	55
4.3. Kaynama Sınırındaki Pertürbasyon İçin Transfer Fonksiyonu	57
4.4. İki Fazlı Yoğunluğun Transfer Fonksiyonu	60
4.5. Bölgeler İçin Basınç Düşümü Transfer Fonksiyonu	64
4.5.1. İki Fazlı Bölge İçin Basınç Düşümü Transfer Fonksiyonu	64
4.5.2. Bir Fazlı Bölge İçin Basınç Düşümü Transfer Fonksiyonu	66

5. NÖTRONİK-TERMALHİDROLİK ETKİLEŞİMLERİN LINEERANALİZİ	68
5.1. Lineer Modal Kinetik Denklemler	68
5.2. Ani sıçrama Yaklaşımı İçin Lineer Modal Kinetik Denklemler	69
5.3. Lineer Nötronik-Termalhidrolik Kupkaj	71
5.4. Sistem Transfer Fonksiyonu Analizi ve Kararsızlıklar	76
6. BWR İÇİN BİRİNCİ EKSENEL MODUN FAZ SALINIMLARINA ETKİSİNİN ZAMAN BAĞIMLI ANALİZİ	84
6.1. İki Fazlı Kütleli Akı Ortalaması Hesabı	84
6.2. Momentum Denkleminin İntegrasyonu	87
6.3. Kaynama Sınırı Dinamiği	91
6.4. Kanal Çıkış Kalitesi Dinamiği	93
6.5. Yakıt Sıcaklığı Değişimi ve Nötron Dinamikleri	96
6.6. Geri Besleme Reaktivitelerinin Hesabı	97
6.7. Kanal Giriş Kütleli Akı Dinamiği	99
6.8. Sistem Diferansiyel Denklem Setinin Oluşturulması	100
6.9. Zaman Bağımlı Analiz sonuçları	102
7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	112
7.1. Yapılan Çalışmaya Genel Bir Bakış	112
7.2. Sonuçların Yorumlanması ve Tartışılması	114
7.3. İleride Konu Üzerinde Yapılacak Çalışmalar İçin Öneriler	115
KAYNAKLAR	117
EKLER	122
EK-A Silindirik Koordinatlarda Difüzyon Denkleminin Çözümü	122
EK-B Sistemin Çalışma Parametreleri	126
ÖZGEÇMİŞ	127

SEMBOL LİSTESİ

A_{ch}	: Akışkanın aktığı kesit alanı (m^2)
A_{fl}	: Yakıtın etkin kesit alanı (m^2)
$B_{i,j,k}^2$	: Modal geometrik akı bükümü (m^{-2})
$C(r,t)$	: Konum ve zaman bağımlı gecikmiş nötron öncüleri konsantrasyonu, (gecikmiş nötron öncüleri çekirdek sayısı. m^{-3})
C_0	: Akı boyutuna dönüştürülmüş sürekli rejim nötron öncüleri konsantrasyonu (gecikmiş nötron öncüleri çekirdek sayısı. $m^{-2}s^{-1}$)
$c_k(t)$	: k. moda ait nötron öncüleri konsantrasyonu için zamana bağımlı açılım katsayısı (gecikmiş nötron öncü çekirdek sayısı. $m^{-2}s^{-1}$)
c_{fl}	: Yakıt çubuğunun özgül ısı kapasitesi ($J kg^{-1}K^{-1}$)
C_{mk}	: Modal ortalama kalp boşluk oranı reaktivite katsayısı
$D(r,t)$	: Konum ve zaman bağımlı difüzyon sabiti, (m)
D_h	: Hidrolik çap (m)
f	: Sürtünmesel basınç kaybı katsayısı
f_{fr}	: Tanım, $f_{fr} \equiv \frac{f}{2D_h}$ alt bölüm (4.5.1)
$f_{pm}^{(l)}$	: Modal nodal güç dağılım faktörü (m. mod, l. nod)
Fr	: Boyutsuz Froude sayısı, $Fr \equiv \frac{V_{i0}^2}{gL_H}$, (4.77)
g	: Gravitasyonel ivme ($m s^{-2}$)
G	: Kütlesel akı ($kg m^{-2}s^{-1}$)
G_s	: Sistem transfer fonksiyonu
h	: Özgül entalpi ($J kg^{-1}$)
h_i	: Kalp girişindeki özgül entalpi ($J kg^{-1}$)
Ja	: Jacob sayısı; $Ja \equiv \frac{Z_{B0}}{V_{i0}} \Omega_0$, (4.36)
J_k	: Birinci tür k. mertebe Bessel fonksiyonu
K	: Vanalarda veya ani kesit daralmalarında, lokal süreksizlik basınç kaybı katsayısı
K_{mk}	: Modlar arası etkileşimden ortaya çıkan, kaynama sınırı modal geri besleme katsayısı (m^{-1})

L_H	: Aktif kalp uzunluğu (m)
N_0	: Sürekli rejimdeki nötron akısı ($m^{-2}s^{-1}$)
$n_k(t)$	: k. moda ait nötronlar için zaman bağımlı açılım katsayısı ($m^{-2}s^{-1}$)
Np	: Boyutsuz Zuber sayısı, faz değişimi sayısı, $Np \equiv \frac{\Omega_0 L_H}{V_{i0}}$ (4.76)
P	: Basınç ($Pa \equiv Nm^{-2}$)
P_{ch}	: Isıtılan kanalın çevresi (m)
q''	: Yakıt yüzeyindeki ısı akısı (Wm^{-2})
q'''	: Soğutucuya aktarılan ısı akısının soğutucu için hacimsel kaynak eşdeğeri (Wm^{-3})
$\dot{q}_{fl}^{(i)}(t)$	: Kanalın l . bölgesindeki yakıt gücü (W)
$\dot{Q}$	: Soğutucuya aktarılan güç (W)
s	: Laplace transformu bağımsız değişkeni (s^{-1})
s'	: Boyutsuz Laplace değişkeni
t	: Zaman (s)
t_∞	: Kanaldaki akışkanın sıcaklığı (K)
T	: Sıcaklık (K)
v	: Boyutsuz hız $v = V_0(z)/V_{i0}$, tanım (4.38)
V	: Akışkan hızı (ms^{-1})
$\mathcal{V}$	: Nötron hızı (ms^{-1})
x	: Akış kalitesi
z	: Eksenel koordinat değişkeni (m)
$Z_B(t)$	: Kaynama sınırı (m)

1. Yunan harfleri :

α	: Hacimsel boşluk oranı
α_f	: Yakıt ısı taşınım katsayısı ($Wm^{-2}K^{-1}$)
β	: Ortalama gecikmiş nötron kesri
β_i	: Gecikmiş i. grup nötron kesri
γ	: Doymuş su yoğunluğunun doymuş buhar yoğunluğuna oranı; $\gamma \equiv \frac{\rho_f}{\rho_g}$
Γ	: Özgül buhar-su hacmi farkının, özgül buhar-su entalpi farkına oranı; $\Gamma \equiv \frac{v_{fg}}{h_{fg}} (m^3 J^{-1})$
δ	: Bir değişken üzerindeki pertürbasyonu gösteren ön sembol
$\Sigma_a(r,t)$	: Konum ve zaman bağımlı makroskopik yutulma tesir kesiti, (m^{-1})
$\Sigma_f(r,t)$	: Konum ve zaman bağımlı makroskopik fisyon tesir kesiti, (m^{-1})

η	: İki fazlı bölgede lineer değişen entalpinin eğimi ($J\ kg^{-1}m^{-1}$)
λ^c	: Bir gruplu gecikmiş nötron öncüsünün bozunma sabiti (s^{-1})
λ_k^s	: k. moda ait boyutsuz statik öz değer
λ_k	: k. moda ait öz değer (boyutsuz)
Λ_m	: m. mod için nötron üreme zamanı
ν	: Fisyona başına ortaya çıkan ortalama nötron sayısı
ν_f	: Doymuş suyun özgül hacmi (m^3kg^{-1})
ν_g	: Doymuş buharın özgül hacmi (m^3kg^{-1})
ρ	: Yoğunluk (kgm^{-3})
ρ_m^s	: m. modun statik reaktivite değeri
$\rho_{mk}^d(t)$	: k. modun fisyon hızındaki değişimin m. mod ile etkileşiminden ortaya çıkan gecikmiş nötronlar için geri besleme reaktivite değeri
$\rho_{mk}^F(t)$	: k. modun fisyon hızındaki değişimin m. mod ile etkileşiminden ortaya çıkan ani nötronlar için geri besleme reaktivite değeri
τ	: Bir sıvı partikülünün $z = 0$ 'dan z 'ye kadar gitmesi için geçen süre (s)
τ_{fl}	: Yakıt zaman sabiti (s)
$\Phi(r,t)$	: Konum ve zaman bağımlı nötron akısı. (nötron sayısı. $m^{-2}s^{-1}$)
ϕ_k	: k. λ -öz fonksiyon (şekil fonksiyonu)
ϕ_k^*	: k. adjoint λ -öz fonksiyon (şekil fonksiyonu)
$\Omega(t)$	: Kaynama frekansı, $\Omega(t) \equiv \Gamma q_{2\phi}'''(t)$ (s^{-1})

Alt ve üst indisler :

ac	: İvmesel
B	: Kaynama sınırı
ch	: Kanal
e	: Isıtılan kanalın çıkışı
f	: Doymuş su fazı
fb	: Geri besleme
fl	: Yakıt
fr	: Sürtünmesel
g	: Doymuş gaz faz
gr	: Gravitasyonel
h	: Homojen karışım
H	: Isıtılmış bölge
i	: Isıtılmış bölgenin girişi
fg	: Bir termodinamik değişkenin doymuş buhar ve doymuş su için farkı, $A_{fg} = A_g - A_f$
o	: Denge durumu

- $\wedge$: Laplace transformu alınmış olan fonksiyon; $\mathcal{L}\{f(t)\} = \hat{f}(s)$
 $*$: Üst indis, N_0 ile normalize edilmiş $n_k(t)$, $c_k(t)$ değişkenleri; adjoint
 1ϕ : Su fazı (tek faz)
 2ϕ : Su-buhar fazı karışımı (iki faz)
 $1,2$: Üst indis, nodal bölgeler

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 1.1: BWR’lerde soğutucunun akış şeması (Van Bragt, 1998).....	7
Şekil 1.2: Yoğunluk dalga mekanizması tarafından oluşturulan bölgesel basınç düşümlerindeki gecikmelerin neden olduğu negatif basınç kaybı etkisi(March-Leubave Rey, 1993).....	8
Şekil 1.3: Lineerleştirilmiş BWR modeli için temel nötronik ve termalhidrolik geri besleme yolları(Rao ve diğ,995).....	9
Şekil 1.4: Homojen silindirik bir kalp için nötron akısının birinci azimutal harmoniği(March-Leuba ve Blakeman, 991).....	11
Şekil 3.1: Silindirik bir reaktörde homojen bir ve iki fazlı ölgeler.....	40
Şekil 3.2: Temel ve birinci eksenel akıların kaynama sınırına bağlı eğişiimi.....	44
Şekil 3.3: Harici uyarım nedeni ile ortaya çıkan yeni akı profilinin kritik reaktörün temel ve birinci eksenel modlarının bir süper pozisyonu şeklinde gösterilmesi.....	46
Şekil 3.4: Kaynama sınırının bir pertürbasyon sonucunda aşağıya ekilmesi.....	47
Şekil 3.5: Kaynama sınırının yükselmesine neden olan pertürbasyon.....	49
Şekil 3.6: $\rho_{00}^F(Z_B)$, $\rho_{11}^F(Z_B)$, $\rho_{10}^F(Z_B)$ ve $\rho_{01}^F(Z_B)$ modal reaktivitelerinin kaynama sınırına bağlı eğişiimi.....	50
Şekil 4.1: BWR’nin yakıt kanalları.....	53
Şekil 5.1: Basitleştirilmiş nötronik-termal hidrolik geri besleme ekanizması.....	68
Şekil 5.2: Bir BWR kanalında iki nod-iki mod yaklaşımı için nötronik-termalhidrolik etkileşimlerin blok diyagramı.....	78
Şekil 5.3: $Ja - Np$ düzleminde bir ve iki fazlı bölgeler bölgeler.....	79
Şekil 5.4: Temel modun kararlılık haritasına etkisi.....	80
Şekil 5.5: Birinci eksenel mod geri besleme katsayısının kararlılık haritasına etkisi.....	81
Şekil 5.6: Kaynama sınırı geri beslemesi varken Fr sayısının sistem kararlılığına Etkisi.....	81
Şekil 5.7: Kaynama sınırı geri beslemesi yokken Fr sayısının sistem kararlılığına etkisi.....	82
Şekil 5.8: Yakıt zaman sabitinin sistem kararlılığına etkisi.....	82
Şekil 5.9: Yakıt kanalı nod sayısının kararlılık haritası üzerindeki etkisi.....	83
Şekil 6.1: Farklı basınç değerleri için kalite ve boşluk ilişkisi(Duderstadt ve Hamilton, 1976).....	87
Şekil 6.2: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık kanal çıkış kalitesi ve kaynama sınırındaki değişim($Z_{B0} = 0.95m$, $x_{e,0} = 0.23$).....	102
Şekil 6.3: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık temel ve birinci eksenel mod genliklerinin değişimi.....	103
Şekil 6.4: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık kanal giriş kütleli akısındaki değişim.....	103

Şekil 6.5: Şekil 6.2 -4 için seçilen parametreler ile bulunan lineer kararlılık haritası üzerinde sistemin çalışma noktasının yeri, w.	104
Şekil 6.6: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık kanal çıkış kalitesi ve kaynama sınırındaki değişim ($Z_{B0} = 0.95m, x_{e,0} = 0.23$).....	104
Şekil 6.7: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık temel ve birinci eksenel mod genliklerinin değişimi ($\tau_{fl} = 3.5s$).....	105
Şekil 6.8: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık kanal giriş kütleli akısındaki değişim ($G_{i,0} = 510kg / m^2 s$).....	105
Şekil 6.9: Şekil 6.6 -8 için seçilen parametreler ile bulunan lineer kararlılık haritası üzerinde sistemin çalışma noktasının yeri, w.....	106
Şekil 6.10: Yalnızca temel mod kaynaklı birinci mertebe bir yaklaşım.....	106
Şekil 6.11: Küçük yakıt zaman sabitinin sistem kararlılığı üzerindeki etkisi ($\tau_{fl} = 0.5s$).....	107
Şekil 6.12: Kanal giriş kütleli akısındaki büyük bir pertürbasyon için kaynama sınırı ve kanal çıkış kalitesindeki değişim ($Z_{B0} = 0.95m, x_{e,0} = 0.23$).....	108
Şekil 6.13: Kanal giriş kütleli akısındaki büyük bir pertürbasyon için kaynama sınırı ve giriş kütleli akısının parametrik değişimi ($Z_{B0} = 0.95m, G_{i,0} = 510kg / m^2 s$).....	108
Şekil 6.14: Kanal çıkış kalitesindeki %4'lük bir pertürbasyon için kaynama sınırı ve kanal çıkış kalitesindeki değişim ($Z_{B0} = 0.95m, x_{e,0} = 0.23$)....	109
Şekil 6.15: Kanal çıkış kalitesindeki %4'lük bir pertürbasyon için kaynama sınırı ve kanal giriş kütleli akısının parametrik değişimi ($Z_{B0} = 0.95m, G_{i,0} = 510kg / m^2 s$).....	109
Şekil 6.16: Ani sıçrama yaklaşımı için kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık kanal çıkış kalitesi ve kaynama sınırındaki değişim ($Z_{B0} = 0.95m, x_{e,0} = 0.23$).....	110

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Tablo 1.1. Üç temel sınır koşulu ve salınımlarla ilişkileri(Francesca, 2004).....	23
Tablo 1.2. Yoğunluk dalga salınımlarının sınıflandırılması(Francesca, 2004).....	23
Tablo 3.1. Temel, birinci azimutal, birinci eksenel modlar ve geometrik akı bükümleri.....	38
Tablo 3.2. Silindirik bir reaktör için modal geometrik akı bükümleri ve statik reaktiviteler.....	39
Tablo 3.3. Nodlar için nötronik parametreler (Van Bragt, 1998; March-Leuba ve Blakeman,1991).....	43
Tablo 6.1. Dinamik Denklem Setinin Değişkenleri.....	100
Tablo 6.2. Bu çalışma ile referans alınan başka bir çalışmanın karşılaştırılması.	111

KAYNAR SULU NÜKLEER REAKTÖRLERDE EKSENEL AKI MODLARININ TERMALHİDROLİK KARARSIZLIKLARLA ETKİLEŞMESİ

ÖZET

Kaynar sulu reaktörlerde (BWR) üniform olmayan kaynama olayı bu sistemleri kararsızlıklara karşı hassas yapmaktadır. Nötronik-termalhidrolik etkileşimler de problemi ağırlaştırabilmektedir. BWR kararsızlıkları güçteki uzaysal salınım durumuna göre global (*in-phase oscillations*), ve zıt-fazlı (*out-of phase oscillations*) olarak sınıflandırılmaktadır. Global salınımlarda bütün bölgesel güç monitörlerinden alınan sinyaller hep birlikte salınım yapmaktadırlar; halbuki zıt-fazlı güç kararsızlıklarında monitörlerin kaydettiği sinyaller birbirilerine göre belirli bir faz ilişkisi içinde iken; ortalama güç monitörleri büyük boyutlardaki bu sapma olaylarını tespit edemezler. Reaktör operatörleri tarafından rapor edilen, çok sayıda beklenmedik güç salınım olayı vardır.

Mevcut nümerik kodlar bu kararsızlıkları olay bazında oldukça iyi tasvir etmektedir; fakat daha çok olayın genel fiziğinin anlaşılması analitik modeller yardımı ile kolayca sağlanmaktadır. İki fazlı akış, termalhidrolik doğası gereği kararsızdır. BWR'de böyle bir kararsızlığın, reaktivite için boşluk geri beslemsi üzerinden sistemi kötü yönde etkileyeceği beklenir. Probleme uygulanan ilk modellerden biri paralel kanal kararsızlığı olup; uygulanan hidrolik sınır koşullarından ismini almıştır ve global kararsızlıkların tasvirinde kullanılmaktadır. Global kararsızlıklarda kaynar kanallardan birinin kaynama sınırı herhangi bir pertürbasyondan etkilenecek hareket etmeye başlar. Bu hareketin sonucunda reaktör gücü değişecektir; bundan başka sisteme reaktivite geri beslemesi sağlayacaktır. Bu olaylar zinciri kesin durumlar altında eğer gözden kaçarsa, acil kontrol cubuğu düşürme ile sonuçlanan, artan bir kararsızlık durumuna götürebilir. Diğer yandan zıt-fazlı salınımlar genelde temel akı modunun uzaysal harmonikleriyle ilişkilendirilir ve tespit edilmeden kolayca gözden kaçabilir. Temel mod dışındaki tüm uzaysal harmonikler kritik altıdır. Temel prensiplerden başlayarak modal nokta kinetik denklemleri türetilir. Bu denklemler termalhidrolik pertürbasyonların bölgesel veya üniform olmayan davranışları nedeniyle kupledir. Kalbin çapı yüksekliğine yakınsa, birinci azimutal mod en küçük kritik altı akı harmoniğidir; halbuki ince uzun kalplerde birinci eksenel mod birinci azimutal moda göre kritikalite bakımından daha baskındır. Kaynama sınırı hareketinin herhangi bir durumda eksenel modu tetikleyeceği oldukça muhtemeldir.

Bu çalışmada paralel kanal modeli, temel akı modunun birinci eksenel harmoniğinin etkisi ilave edilerek genişletildi ve buradan yeni bir kararsızlık önerilerek üzerinde çalışıldı. Bir başka değişle bu çalışmada paralel kanal modeline ikinci mertebeye pertürbasyon analizi verilmiştir. Termalhidrolik, iki fazlı homejen denge modeli denklemleri ile verilmiştir. Modal nokta kinetik denklemler, gerçekte kalbi bir fazlı

doymamış sıvı içindeki kaynamalı bölge ve diğeri içinde kabarcıklı kaynamanın olduğu iki fazlı bölgeye ayıran kaynama sınırının hareketiyle oluşan modal etkileşimleri içerecek şekilde türetilmiştir. Bu yolla modal nokta kinetik denklemler aynı zamanda nodal bir karakter kazanmıştır.

Analiz, hem lineer olmayan denklemlerle zaman domeninde, hem de lineerleştirilmiş denklemlerle frekans domeninde gerçekleştirilmiştir. Kaynama sınırının hareketi, açıkça modal nokta kinetik denklemleri geri beslemektedir. Sonuçlar açıkça göstermişti ki, eksenel akı harmoniğinin ilavesi uygun parametre uzayında kararlı bölgeyi daraltmaktadır; bu yüzden yaklaşımımız, kalp kararlılığı göz önüne alındığında daha muhafazakar tahminler vermektedir.

AXIAL FLUX HARMONICS COUPLED WITH THERMAL-HYDRAULIC INSTABILITIES IN BOILING WATER REACTORS

SUMMARY

Existence of nonuniform boiling phenomenon in boiling water reactors makes these systems susceptible to instabilities. Furthermore neutronics coupled with the thermal-hydraulics may aggravate the problem. Customarily, BWR instabilities are classified as global (in-phase) and local (out-of-phase) according to the spatial dependency of the power fluctuations. In global oscillations, the output signals from all local power range monitors fluctuate in unison; whereas in out of phase power oscillations they record signals which are in a certain phase relation to each other while the average power range monitors maybe missing to detect any such anomaly of gross dimensions. There are several unexpected power oscillation events reported by the operators.

Present numerical codes can simulate these instabilities rather well on event basis; but more general physical insight can be gained readily through analytical modeling. Two-phase flow is inherently unstable due to its thermal-hydraulic nature. In BWR such instability is expected to be modified for the worse by the void feedback to reactivity mechanism. One of the earliest models applied to the problem is the parallel channel instability so called because of the applied hydraulic boundary conditions, which is used to account for global instability. In this case, the boiling boundary of a single hot channel begins to move, as affected by any perturbation. This action in turn will modify the reactor power which further provides the system with a feedback of reactivity. Under certain circumstances, if overlooked, this chain of events may lead towards an episode of growing instability resulting in a scram. On the other hand out of phase oscillations are usually thought to be linked with the spatial harmonics of the fundamental flux mode and can easily pass undetected. All spatial harmonics save the fundamental mode are subcritical. Starting from basic principles modal point kinetics equations can be derived. These equations are coupled due to the local or nonuniform behavior of the thermal-hydraulic perturbations. When the diameter of the core is close to its height, the first azimuthal mode is the least subcritical flux harmonic, whereas in a slender core the first axial mode dominates the first azimuthal mode with respect to criticality. The motion of the boiling boundary is quite likely to trigger the axial mode in any case.

In this work parallel channel model is extended by including the effect of the first axial harmonic of the fundamental flux mode, and hence a new type of instability is proposed and studied. In other words this study constitutes a second order perturbation analysis of the parallel channel model. Thermal-hydraulics is represented with two-phase homogeneous equilibrium model equations. Modal point kinetics equations are derived allowing for modal interactions through the motion of the boiling boundary which in fact separates the core into two nodes, one being single phase subcooled region and the other the two-phase region where nucleate

boiling takes place. In this way the modal point kinetics equations attain a nodal character as well.

Analysis is performed both with nonlinear equations in time domain and linearized equations in frequency domain. The motion of the boiling boundary explicitly feeds back to the modal point kinetics equations. The results clearly indicate that the inclusion of the axial flux harmonic narrows the region of stability on the appropriate parameter space, therefore our approach results in more conservative prediction regarding the core stability.

1. GİRİŞ

1.1 Ön Bilgiler ve Çalışmanın Amacı

Nükleer güç sistem işleticilerinin özellikle üzerinde durdukları kararsızlıklar, sistemden kaynaklanan doğal ve küçük pertürbasyonların, sistem değişkenlerinde neden olduğu, fakat tasarım esnasında seçilen enstrümantasyon yetersizliği nedeniyle henüz başlangıç aşamasındayken iyi gözlenemeyen veya gözden kaçabilen salınımlardır. Salınım genliği küçük ise salınımı kontrol altına alıp söndürmek mümkün olabilir, aksi halde işletim talimatı gereği yakıt bütünlüğünü zorlamamak amacıyla reaktörün derhal durdurulması (*scram*) şeklinde, birtakım olumsuz etkileri de olan bir denetim eylemi uygulanır.

Beklenmedik şekilde kararsızlık gösteren sistemlerin kendi kendilerini beslediklerinden şüphelenilir. Sistemin dinamik davranışını temsil eden denklemler lineerleştirilerek geri besleme çevriminin varlığı gösterilebilir, sistem parametrelerinin hangi değerleri için kararsızlığın ortaya çıkacağı incelenebilir; veya dinamik denklemler doğrudan integre edilerek, pertürbasyonlar karşısında sistemin gerçek davranışı zaman-ekseninde simüle edilebilir.

Kaynar suyla çalışan güç reaktörleri içinde moderatör ve soğutucu olarak kullanılan su yakıt kanalları boyunca akarken normal işletim koşullarında kaynama yoluyla ısı çeker ve doğrudan buhar üretilir. İçinde iki fazlı akış oluşan ısıtılmış kanallarda uygulanan sınır koşulları nedeniyle termalhidrolik kararsızlıklar oluşur. Kaynar sulu reaktörde bu duruma ilaveten yakıt sıcaklığı ve moderatör yoğunluğu geri beslemesi de etkin olur ve nötronik ile kuple termalhidrolik kararsızlıklar ortaya çıkar. Bu kararsızlıklar uzay modlarına göre iki grup altında toplanır: i) Global salınımlar(*core-wide, in-phase*); ii) Lokal zıt fazlı salınımlar(*out-of-phase*). İkinci tür kararsızlıklarda reaktörün bir bölgesinde güç artarken diğer bölgesinde azalır. Reaktör konsolundan güç salınım genliğinin sönüm oranı ölçülerek kararsızlığın önemi değerlendirilebilir. Sayısal modelleme ile çok detaylı yaklaşımlar yapılabilir ancak bu tür çalışmalar olayın fiziğinin anlaşılmasına kapalıdır ve sistemin etkin parametrelerinin bulunmasına fazla yardımcı olamazlar. Bu nedenle modal kinetik

esaslı modeller geliştirilmektedir. Birinci tür kararsızlıkların modellenmesinde yakıt kanalı için termalhidrolik denklemlerden yola çıkılır. Kaynama sınırının hareketini de göz önüne alacak şekilde bu kısmi diferansiyel denklemler kanal boyunca integre edilerek az sayıda nodal (*lumped*) model denklemi türetilir. Bu denklemler güç, moderatör yoğunluğu ve yakıt sıcaklığı üzerinden nokta kinetik denklemlerle birleştirilir. İkinci tür kararsızlıkları en basit şekilde modellemek için iki adet yakıt kanalı göz önüne alınır. Kararsızlığın olduğu anda güç bir kanalda azalırken ötekinde artmaktadır. Bu nedenle temel akı modunun asimetrik pertürbasyonu söz konusudur. Diğer bir deyişle, sürekli rejimde çalışan reaktör akısının birinci (asimetrik) azimutal harmonik modu uyarılır. Temel mod dışındaki harmonikler gittikçe artan değerlerde kritik altı oldukları için kolay sönerler; ancak bir kararsızlığa yol açabilecek güç salınımları esnasında özellikle birinci azimutal harmonik sürekli olarak uyarıldığı için sistemin dinamiğinde etkili bir rol oynamaya başlar. Bu durumu da modele ilave etmek için, yalnızca temel mod kullanılan nokta kinetik denklemleri yerine birbiriyle kuple nodal-modal kinetik denklemler türetilir; böylece sistemin nötronik tarafındaki denklemlerine yeni bir serbestlik derecesi ilave edilmiş olur. Birinci azimutal harmoniğin altında birinci asimetrik eksenel harmonik gelir, ve kritikalite bakımından ikisi birbirine çok yakındır.

Gözlenmiş BWR kararsızlıkları genel olarak kaynaklarına göre üç gruba ayrılabilir. Bunlar kontrol sistemi kararsızlığı, kanal termalhidrolik kararsızlığı ve nötronik-termalhidrolik kararsızlıklarıdır. Büyük hacimli reaktörlerde yüksek güçlerde ^{135}Xe birikiminin neden olduğu güç salınımları da görülebilir. Bu tür osilasyonların periyodu 24 saat civarındadır. BWR'ler ^{135}Xe salınımlarından muaftır çünkü bölgesel kaynama olayı, fisyon hızını ayarlayarak ^{135}Xe birikimini dengeler, ve salınımları söndürür (Henry, 1975).

Nötronik-termalhidrolik kararsızlıkların daha çok düşük-debi, yüksek-güç koşullarında ortaya çıktığı hem deneylerle ortaya konmuş, hem de bu çalışma rejiminde bizzat kaza koşulları olduğundan reaktörün güvenlik sistemleri devreye girmiştir.

Geçen yaklaşık onbeş yıl içerisinde kaynar sulu reaktörler (BWR) için kararlılık kodları geliştirilmiştir (Hennig, 1999). Nümerik hesaplamalarda çok önemli bir yol alınmıştır (Podowski ve diğ, 1997; Miro ve diğ, 2002). Fakat modellemenin doğrulanmasına ve hesap tekniğinin basitleştirilmesine, kararsızlıkların gerçeğe

uygun olarak ortaya konmasına hala ihtiyaç vardır. Kodların birçoğu fazla zaman harcanmasına ve karmaşık nümerik yöntemler kullanılmasına neden olduğu için, amaca tam olarak hizmet etmemektedir (Takigawa ve diğ, 1987). Bazı önemli zaman domeni kodları RAMONA, RELAP5, RETRAN-3D'dir . Frekans domeni kodlarına ise NUFREQ NP, LAPUR5, STAIF örnek gösterilebilir (Hanggi, 2001). Kodlarla ilgili belirtilen sıkıntılar nedeni ile bütün çabalar daha basitleştirilmiş modeller üzerine yoğunlaştırılmıştır. Bu tür modeller genelde sınırlı sayıda diferansiyel denklem setinden oluşmaktadır.

Analitik modellerde yöntem, sistem dinamiğinde baskın olan proseslerin ön plana çıkarılması ve az etkili olanların ise yaklaşımlarla basitleştirilmesi esasına dayanır (March-Leuba ve Rey, 1993). Bu analitik yaklaşım çok hızlı çalışan kodların oluşmasına imkan vermektedir (Karve ve diğ, 1997). Aynı zamanda sistem için geniş çalışma aralıklarında niteliksel olarak doğru sonuçlar vermektedir.

Birkaç ticari reaktörde yukarıda belirtilen türden kararsızlıkların rapor edilmesi, konu üzerine yoğun ilginin oluşmasını sağlamıştır. Teorik, nümerik ve deneysel araştırmalar yaklaşık yirmi yıldan beri bu konu üzerine yapılmaktadır. 1984'de İtalyan Caorsa reaktöründe, yol verme esnasında beklenmedik çok büyük güç salınımları meydana gelmiştir. Bundan dört yıl sonra 1988'de LaSalle-2 ünitesinde devridaim pompalarında hata meydana gelmesi kaza koşullarını oluşturmuştur (Uehiro ve diğ, 1996). BWR'lerde son zamanlarda meydana gelen iki önemli kararsızlık olayından biri Almanya'daki Philippsburg-1 nükleer güç santralında oluşmuştur. Kasım-2001'de besleme suyu sıcaklığındaki bir değişimden ötürü, reaktörde global güç salınımı oluşmuştur. Buna benzer bir olay İsveç'teki Oskarshamn-2 BWR reaktöründe Şubat 1999 meydana geldiği rapor edilmiştir. Her iki olayda da nötron salınımı söndürülemediği için acil kontrol çubuğu düşürme sistemi (*scram*) devreye girmiştir. Reaktörlerde acil eylem seviyesi tam gücün yaklaşık %120'sidir (Maqua ve diğ, 2004).

Kaynar sulu reaktörlerin işletimi sırasında oluşabilecek güç salınımlarına karşı sürekli gözetim altında tutulması sorumluluğu işleticiye aittir. Bu amaçla reaktör içindeki ortalama güç monitörlerine (APRM) ilaveten yerel güç monitörleri (LPRM) de yerleştirilir. Daha önce belirtildiği gibi kararsızlıklar nötronik ve termalhidrolik etkileşimler nedeniyle ortaya çıkar. Özellikle yüksek güçlerde ve soğutucu debisinin düşük olduğu durumlarda dikkatli olunması gerekir. Büyük hacimli ve gevşek

kuplajlı kalpler özellikle zıt fazlı olarak anılan azimutal güç kararsızlıklarına daha yatkındır. Doğal soğutucu dolaşımli reaktörler ise daha küçük hacimli olmakla beraber dolaşımı kolaylaştırmak için kalp ve çıkıcı bölümleri normal reaktörlere göre daha uzun tasarlanır(Van Bragt ve Van der Hagen,1998); bu nedenle eksenel harmoniklerin uyarılarak eksenel yönde zıt-fazlı salınımlar gözlenmesi kuvvetle olasıdır. Basınç düşümünde olan faz gecikmesinin artması da kararsızlığı artırır. Diğer taraftan kalp yükseklik çap oranı arttıkça geometrik akı bükümü değerleri kıyaslandığında, birinci eksenel modun azimutal moda göre daha az kritik-altı olduğu görülür (Takeuchi ve diğ, 1994b). Birinci eksenel harmonik doğal olarak kaynama sınırının hareketli olması nedeni ile biteviye tetiklenir. Dolayısıyla birinci eksenel harmonik modun, gene eksenel yönde zıt fazlı ve sürdürebilir güç salınımlarına ciddi bir katkısı olacağı öngörülebilir.

Bu çalışmadaki amaç, birinci tür kararsızlıklar esnasında oluşan kaynama sınırı hareketinin eksenel asimetrik harmonikleri biteviye tetiklemesinin modal kinetik denklemlerle modellenmesini yapmak, bu durumun sistemin kararlılığı üzerindeki olumlu veya olumsuz etkilerini araştırmaktır. Diğer çalışmalarda üniform bir bölge silindirik reaktörün antisimetrik azimutal modları kullanılmıştır. Bu çalışmada ise üniform olmayan, iki bölge reaktörün asimetrik eksenel modları kullanılacaktır. Reaktör için türetilen modal denklemler termalhidrolik denklemlerle beraber lineerleştirilerek global kararsızlık sınırları parametrik olarak çıkarılacaktır. Ayrıca bu denklemler sayısal olarak çözülerek sistemin lineer olmayan salınımları da incelenecektir. Model denklemleri analitik olarak türetilecektir. Nodal-modal kinetik denklemler için bir boyutlu ve faz sınırını da göz önüne alan basit bir reaktörün akı harmonikleri kullanılacaktır. Fiziksel model olarak reaktörün eksenel yönde hareketli kaynama sınırının ayırdığı 1-fazlı ve 2-fazlı olmak üzere iki noddan oluştuğu varsayılmıştır. Bu sistemin bir enerji guruplu difüzyon denklemleri için statik lambda modları hesaplanmıştır. Daha sonra modal kinetik denklemler türetilmiştir.

1.2 Genel Bilgiler

1.2.1 BWR'lerin Özellikleri

Dünya genelinde çalışmakta olan 93 tane BWR vardır. Isı nükleer reaksiyonlarla, reaktör kalbindeki 700'den fazla yakıt demeti içinde üretilmektedir. Her bir yakıt demeti içindeki yakıt çubukları 8x8 düzeninde dizilmişlerdir. Yakıt çubuklarının her biri yaklaşık 1 cm çapında, 4 metre uzunluğundadır ve zirkaloy ile kaplanmıştır. Bu zarf fisyonunda ortaya çıkan ürünlerin yakıtın dışına kaçmasını önler. Yakıtın kimyasal bileşimi UO_2 'dir.

Yakıt demetlerinde ortaya çıkan ısı, soğutucu akışkan su tarafından çekilir. Soğutucu akışkan kalbe yaklaşık 260 derece sıcaklıkta girmekte ve doyma sıcaklığına 286 derece civarında ulaşmaktadır. Yakıtlar boyunca yukarı doğru hareket eden akışkan giderek ısınmakta ve bir noktada kaynama başlamaktadır.

Kalp çıkışındaki buhar kalitesi en fazla %14 olabilir. Kalpten çıkan bu su-buhar karışımı buhar-ayırıcısından (*steam-separators*) ve kurutuculardan (*dryer*) geçerek buhar kalitesi artar.

Buhardan ayrıştırılan su türbinlerden yoğunlaşarak gelen su ile karışarak kazanın çevre bölgesinden (*dowcomer*) aşağı pompalanır.

Tipik bir BWR'nin termal gücü 3600 MW civarındadır. Bu büyük miktardaki güç yaklaşık olarak 65 metreküp gibi küçük bir hacimde üretilmektedir. Yani ortalama güç yoğunluğu 60 kW/lt dır. Demek oluyor ki her türlü olaya karşı kalbin soğutulması garanti altına alınmalı, yüksek yakıt sıcaklıklarından kaçınılmalıdır.

Kalp, içindeki suyun yoğunluk farklarının ortaya çıkardığı basınç farklarından ötürü kısmen doğal konveksiyon ile soğutulabilir. Yoğunluk farkları, en fazla buharın oluştuğu yakıt kanalları bölgesindeki kütle ile yoğunlaşmış su ile dolu olan inisi sistem içinden geri dönen akışkan arasında meydana gelir.

Bir BWR'de yaklaşık % 50 (1800 MWth) tam güçte, doğal sirkülasyon limiti yaklaşık 4000 kg/s'dir. Güç seviyesi artırılrsa dahi debide kayda değer bir artış gözlenmez. İşte bu sebeplerden ötürü yüksek güçlerde debiyi artırmak yani daha fazla soğutucuyu kalbe göndermek için pompa kullanmak gerekmektedir.

Şekil 1.1'de BWR'lerdeki soğutucunun akış şeması gösterilmiştir. Şekilde pompa reaktör kabının dışında yer almaktadır. Ama GE'nin yeni tasarlanan BWR'lerinde

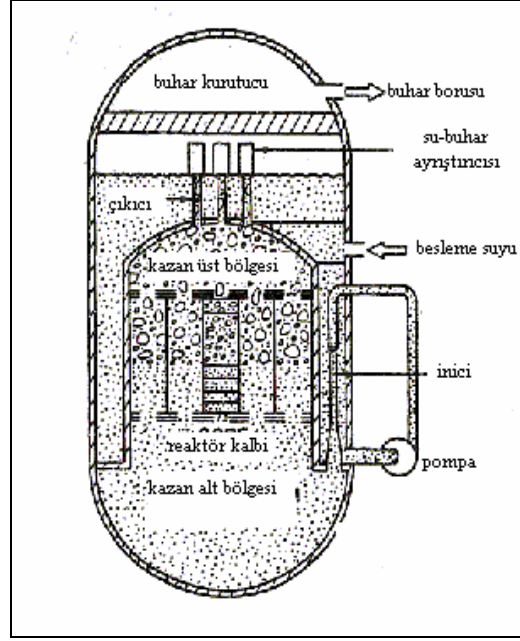
(ileri kaynar sulu reaktörler –ABWR) sirkülasyon sisteminin tümü reaktör kabı içine konmuştur.

BWR’lerde pasif güvenliğin önemi gitgide artmaktadır. Burada pasif güvenlik kasıt, reaktörün dışarıdan herhangi bir müdahaleye gerek kalmadan kendi güvenlik problemini tasarım aşamasında aşmasıdır (Van Bragt, 1998). Yaklaşık son on onbeş yıldan beri pasif güvenlik, nükleer reaktör tasarımlarında ortaya çıkan en önemli kavramdır. Pasif güvenlik sistemi doğal konveksiyon taşınımına dayalıdır. Aktif elemanlara (pompa ve vanalar gibi) veya aktif denetleyicilere (reaktör operatörleri veya elektronik kontrol donanımları) gereksinim duyulmamaktadır.

BWR’lerde nötron spektrumu üzerinden hem reaktivite kontrol altında tutulabilir hem de yakıt ekonomisi sağlanır. Yakıt çevrimi başında soğutucu akışkan debisi azaltılarak kaynama sınırı, nominal çalışma bölgesinin altına çekilir. Bu sayede kalp soğutucu akışkanındaki boşluk oranı yeterince büyük olur ve akışkanın moderasyon etkisi azalır. Bu durum, nötronların ^{238}U rezonansları tarafından yutularak fisil ^{239}Pu ’a dönüşmesini sağlar. Moderasyon kaybı taze yakıtın reaktivite etkisini azaltmaktadır. Eğer nötronlar ^{238}U tarafından yutulmasaydılar kontrol zehirleri tarafından yutulacaktı ki bu durum nötron ekonomisini olumsuz yönde etkileyecekti. Reaktör işletimi süresince yakıt tüketilir ve zehirli fisyon ürünleri birikir. Bundan sonra soğutucu akışkan debisi artırılır. Sonuçta kalp soğutucu boşluk oranı azalır, nötron spektrumu termal bölgeye kayar. Bu durum reaktivite artışına neden olur. Böylece reaktör işletimine devam edilir. Aynı zamanda önceden oluşmuş fisil plutonyum da çevrim sonuna doğru enerji üretmeye başlar (Glasstone ve Sesonske, 1994).

Yakın gelecekte kurulmak üzere henüz tasarım aşamasında olan 4. nesil reaktörler içerisinde süper kritik sulu reaktör (SCWR) suyla soğutulan tek reaktör tipidir. Bu reaktör BWR’nin son aşaması olarak düşünülebilir. Kaynamasız faz değişimi ve güç verimi nedeniyle tercih edilmiştir. Termal veya hızlı reaktör olarak çalışabilmektedir(Yi ve diğ, 2004).

RBMK reaktörleri termalhidrolik tasarım olarak buhar kazanlarına benzerler. Grafit moderatörlü olup, yakıtlar grafit içine yerleştirilen kanallar içinde su ile soğutulur. Soğutma kanalı içindeki koşullar BWR’lerin aynısıdır; ancak bu sistemlerde su



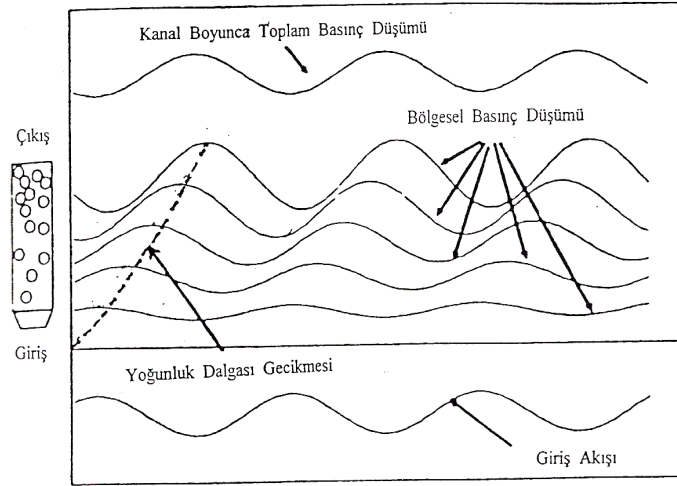
Şekil 1.1: BWR’lerde soğutucunun akış şeması(Van Bragt, 1998).

yoğunluğundaki azalma reaktivite artışına neden olur ki, böyle reaktör güvenlik prensiplerine aykırı bir tasarım Çernobil kazasının başlıca nedenidir (Stacey, 2001).

1.2.2 Yoğunluk Dalgalarının Neden Olduğu Kararsızlıklar

Daha önceki çalışmalar, BWR’lerde işletme esnasında ortaya çıkan kararsızlıkların tamamen termalhidrolik kaynaklı olmakla beraber hem nötronik hem de termalhidrolik olarak birlikte oluşabildiğini göstermiştir. Bu termalhidrolik kararsızlıklar soğutma kanallarındaki iki fazlı akışkanın yoğunluk-dalga özeliği nedeniyle ortaya çıkmaktadır. Alışlagelmiş olarak yoğunluk-dalga salınımlarının mekanizması Şekil 1.2’deki gibi gösterilmektedir. İçinde kaynamanın olduğu bir akış kanalının sabit bir güçle ısıtıldığını ve kanal giriş ve çıkışı arasındaki basınç düşümünün de sabit olduğunu düşünelim. Eğer giriş debisi düşürülürse kanal içinde kaynamadan ötürü daha fazla boşluklar oluşacaktır. Bu boşluklar paketler halinde yukarı doğru ilerleyecek ve yoğunluk-dalgasını üretecektir. İlerleyen yoğunluk-dalgaları lokal basınç düşümlerinde özellikle yüksek eksenel yerlerde değişimlere sebep olacaklardır. Üreyen boşluk paketlerinin hızları sonludur ve bunların ilerlemesi, basınç düşümünü etkilemesi girişteki debi değişimine göre bir gecikme ile meydana gelmektedir. Sürtünmesel basınç kayıplarının özellikle en büyük olduğu yerler buharın çok fazla olduğu bölgeler, yani reaktör kalbinin çıkışına yakın yerlerdir. Bu sebepten ötürü toplam basınç düşümünün büyük kısmı girişte debide

yapılan pertürbasyona (değişime) göre bir gecikme ile meydana gelecektir. Eğer giriş debisinde sinüzoidal bir değişim meydana gelirse Şekil 1.2'deki gibi kanal boyunca meydana gelen toplam basınç düşümünün (= gecikme ile meydana gelen lokal basınç düşümlerinin toplamı) bir gecikme ile oluştuğu görülür. Şekilde toplam basınç düşümünün girişteki orijinal debi değişime göre 180^0 gecikmiş olduğu görülmektedir.



Şekil 1.2: Yoğunluk dalga mekanizması tarafından oluşturulan bölgesel basınç düşümlerindeki gecikmelerin neden olduğu negatif basınç kaybı etkisi (March-Leuba ve Rey, 1993).

Giriş debisindeki artışın, toplam basınç düşümünde bir azalma meydana getirmesi (veya tam tersi) ilginç bir durumdur. Demek ki kararsızlığa neden olan bir frekansta giriş debisindeki pertürbasyon sürekli pozitif geri besleme alabilecek ve salınım gittikçe artacaktır. Son zamanlarda yapılmış detaylı çalışmalar, yoğunluk-dalga kararsızlıklarına sebep olan baskın geri besleme mekanizmasını ortaya çıkarmıştır (March-Leuba ve Rey, 1993).

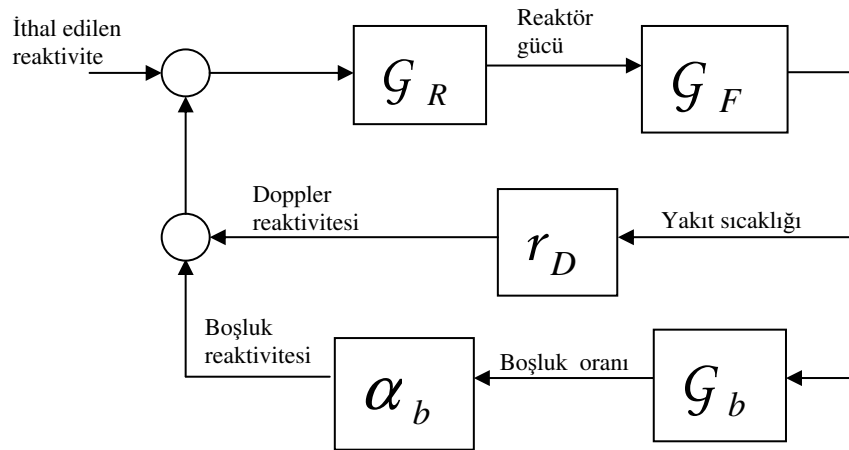
Termalhidrolik momentum denklemindeki basınç düşümü terimlerinin ağırlığı veya önemi bakımından iki tip kararsızlıktan söz edebiliriz. Düşük frekanslarda Tip-I kararsızlığı: Gravitasyonel basınç düşümü teriminden kaynaklanmaktadır; yüksek frekanslarda Tip-II kararsızlığı: Sürtünmesel basınç düşümünden kaynaklanmaktadır (Van der Hagen ve diğ, 1997).

Tip-II kararsızlığı (düşük-debi / yüksek-güç), reaktör kaza koşulları geçmişte üzerinde çokça çalışılmıştır. Yukarıda verilen örnek Tip-II kararsızlığı idi; çünkü yalnızca sürtünmesel basınç düşümünün değişimi göz önüne alındı.

Tip-I kararsızlığı mekanizması kısaca şöyle açıklanabilir: Düşük basınçlarda, küçük kalite artışına karşılık, boşluk oranı çok büyük değerler alır, gravitasyonel basınç kaybı azalır, bunu takiben debi artar. Bundan sonra boşluk oranı azalır, gravitasyonel basınç kaybı artar ve çevrim biteviye devam eder. Bu tür salınımların periyodu 2-10 saniye arasındadır.

1.2.3 Nötronik-Termalhidrolik Etkileşimler

Kaynamanın olduğu kanallarda kararsızlıkların yalnızca termalhidrolik kaynaklı olabileceği gibi BWR’lerde nötronik-termalhidrolik kaynaklı da olabileceğini gördük. Fisyondan oluşan nötronlar yavaşlarken belli olasılıklarla reaktör kalbinin dışına sızarak veya yakıt içinde yutulurlar. En önemli rezonans absorpsiyonuna ^{238}U sebep vermektedir. Nötronlar ne kadar yavaşlayabilirlerse bu yutulma rezonanslarından kurtulmaları olasılığı o kadar artar. Nötronların enerjilerini kaybetmeleri de moderatörün yoğunluğuna bağlıdır. Demek ki moderatör yoğunluğunun azalması yani kaynamayla birlikte boşlukların oluşması rezonans yutulmalarını artırır (Duderstadt ve Hamilton, 1976). Şekil 1.3’de temel nötronik ve termalhidrolik geri besleme yollarının reaktör gücünü nasıl etkilediği gösterilmiştir.



Şekil 1.3: Lineerleştirilmiş BWR modeli için temel nötronik ve termalhidrolik geri besleme yolları (Rao ve diğ., 1995).

Şekil 1.3 BWR’nin tüm kararlılığının nötronikler (sıfır-güç reaktör transfer fonksiyonu G_R), yakıt dinamikleri (G_F) ve termalhidrolikler (G_b) arasındaki etkileşimlerle belirlendiğini göstermektedir. Boşluk oranının reaktivite üzerindeki etkisi, boşluk reaktivite katsayısı α_b , karmaşık termalhidrolik alt-sistem G_b transfer

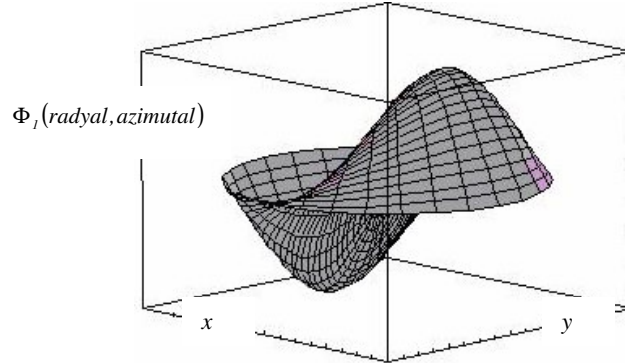
fonksiyonu ile gösterilmiştir. Örneğin dışarıdan bir pozitif reaktivite girilirse bu reaktörün gücünün (G_R vasıtası ile) artmasına neden olur. Gücün artması yakıt sıcaklığının (G_F vasıtası ile) ve boşluk oranının (G_b vasıtası ile) artmasını sağlar. Boşluk oranının artışı termal nötronların azalmasına neden olur. Bu da negatif boşluk reaktivite etkisi ($\alpha_b < 0$) doğurur. Üstelik yakıt sıcaklığının artması rezonansların genişlemesine neden olmaktadır. Bu durum rezonans yutulmalarını artırmaktadır. Bahsedilen olay *Doppler* etkisi olarak bilinir. Yukarıdaki blok diyagramda r_D olarak gösterilmiştir ve Doppler reaktivite katsayısının (r_D) negatif olduğu anlaşılmaktadır. Demek ki, sistemde oluşan pertürbasyonlar, termalhidrolik üzerinden reaktöre Doppler ve boşluk reaktivitelerini ithal eder. Reaktör de güç değişimi yaparak yine termalhidrolik üzerinden cevap verir. Eğer pertürbasyon pozitif ise yani reaktörün gücünde bir artışa neden olmuşsa, Doppler ve boşluk geri besleme reaktiviteleri bu değişimi azaltıcı yönde davranırlar. Bu negatif geri besleme mekanizması anlık küçük değişimlerde bir BWR'yi çok kararlı kılmaktadır. Fakat anlık yüksek frekanslarda (yaklaşık 0,5-2,5 Hz arası) bu negatif geri besleme (kararlı kılma etkisi), özellikle geri beslemede bir gecikme ile meydana gelirse BWR'de pozitif geri beslemeye (kararsız kılma etkisine) dönüşebilir. Geri besleme kazancı kritik bir değeri aşarsa nötronik ve termalhidrolik kararsızlıklar birlikte meydana gelebilir.

1.2.4 Konum Bağımlı Güç Salınımları

BWR'lerde nötronik ile kuple termalhidrolik kararsızlığın etkisini birlikte gösteren en iyi bir örnek, reaktör gücündeki zıt-fazlı salınımlardır (Hashimoto, 1993; Munoz-Cobo ve diğ, 1996; Verdu ve diğ, 1993; Cecenas-Falcon ve Edwards, 2003). Zıt fazlı salınım modunda reaktör kalbinin bir yarısında güç artarken diğer yarısında aynı oranda azalmaktadır. Zıt fazlı kararsızlık modunu süren akının azimutal birinci harmoniği Şekil 1.4'de gösterilmiştir.

Zıt fazlı kararsızlık modu birkaç Avrupa ülkesindeki BWR'lerde, örneğin Caorso güç santralında gözlenmesinin yanında İsveç Ringhals-1 reaktörünün kararlılık testlerinde de gözlenmiştir. Bu olayların rapor edilmesi konuya olan endişeyi oldukça artırmıştır; çünkü zıt fazlı kararsızlık modu salınımını ortalama güç dedektörleri ile tespit etmek çok güçtür ve sonucunda otomatik acil güvenlik kontrol çubukları

devreye girmez . Reaktör global olarak kararlı olsa bile, lokal olarak kararsız olabilir (March-Leuba ve Blakeman, 1991).



Şekil 1.4: Homojen silindirik bir kalp için nötron akısının birinci azimutal harmoniği(March-Leuba ve Blakeman, 1991).

2. 1.3 BWR'ler İle İlgili Yapılmış Kararsızlık Çalışmaları

Aşağıda BWR kararsızlıkları üzerine yapılmış ve özellikle modelimizi kurmamıza ışık tutacak olan çalışmaların günümüze kadar gelişimi üzerinde durulacaktır.

Temel prensiplerden ve ilgili deneysel korelasyonlardan yola çıkarak bir reaktör dinamiğinin modellenmesi, gittikçe geliştirilen nümerik yöntemlerle uzun yıllardan beri yapılmaktadır. Genel olarak nümerik çözümler için nodal yaklaşım kullanılır. Örneğin eksenel yönde 100 adet, radyal yönde ise amaca uygun olacak sayıda ve kanalları temsilen nodlar alınır. Ancak böyle kapsamlı bir çalışma, olayın fiziğini fazla aydınlatmaz. Bu nedenle çok daha az sayıdaki “süpernod” için yazılan denklemlerin parametreleri detaylı nümerik kodlarla yapılan deney sonuçlarıyla uyum sağlayacak şekilde seçilebilir; böylece nümerik detaylar geri plana atılırken reaktör dinamiği açısından olayın fiziği ön plana çıkarılmış olur (March-Leuba, 1986). Bu çalışmada nötronik iki, yakıt sıcaklığı (Doppler geri beslemesi) bir, ve boşluk reaktivite geri beslemesi (kanal termalhidroliği bağlamında) ise ikinci dereceden bir tane olmak üzere dört adet lineer adi diferansiyel kuple denklem ile temsil edilmiştir. Kurulan bu lineer model ile frekans domeninde geri besleme yollarının sistem kararlılığını nasıl etkileyeceği çalışılmıştır.

Caorsa limit çevrim test verilerinin zıt fazlı olması özel bir durum oluşturur (Takigawa ve diğ, 1987). Bu salınım genliği oldukça geniş bir bölgede kendini göstermektedir. Çalışmada bir enerji guruplu ve üç boyutlu difüzyon denklemi

reaktör kinetiğini modellemek için kullanılmıştır. Termalhidrolik ise kanal bazlı olarak bir boyutlu seçilmiştir. Model denklemleri olarak üç adet karışım denklemine (kütle, enerji, momentum) ilaveten buhar fazı için enerji ve süreklilik denklemi kullanılmıştır. Basınç düşümü bütün kanallar için aynı ve toplam kütsel debi sabit olacak şekilde sınır koşulları uygulanmıştır. Sonuçta kanalların uygun şekilde gruplanması ile yerel salınımların olabileceği gösterilmiştir.

Yapılan hesaplamalara göre yerel güçteki salınım genliği nominal değerin %70' ine varırken, global güçteki salınım %12'de kalmaktadır. Diğer bir deyişle reaktörün lokal kararlılığı göz ardı edilemez. Bölüm-3'de verilecek olan akı modları matematiksel olarak ortogonalite nedeniyle tamamen birbirinden bağımsızdır; bir mod diğer modu etkilemez. Gerçekte ise sistemde lineer olmayan etkileşimler vardır. Fakat lineer modelde bu durum ortadan kalkar. Zaman ve yer bağımlı akı, her bir modun $n_m(t)$ zaman kısmı ile $\phi_m(r, z, \theta)$ şekil fonksiyonları çarpımlarının toplamı olarak ifade edilebilir (March-Leuba ve Blakeman, 1991).

$$\Phi(t, r, z, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} n_m(t) \phi_m(r, z, \theta) \quad (1.1)$$

serinin zaman bağımlı katsayıları ise modal kinetik denklemlerini sağlar.

$$\frac{dn_m}{dt} = \frac{\alpha_m + \rho_m - \beta_m}{\Lambda_m} n_m + \lambda_m^c c_m \quad (1.2)$$

$$\frac{dc_m}{dt} = \beta_m n_m - \lambda_m^c c_m \quad (1.3)$$

Yukarıda m . mod için, c_m bir grup gecikmiş nötron öncüleri, λ_m^c bozunma sabitleri, β_m ise kesri ve α_m termalhidrolik tarafından ortaya çıkan geri besleme reaktivitesidir. Bir m modunun reaktivitesi:

$$\rho_m = D\Delta B^2 / v \sum_f \quad (1.4)$$

olarak tanımlanır, $\Delta B^2 = B_0^2 - B_m^2$, geometrik akı bükümüdür. Bu denklemlerde ortogonalite nedeniyle modlar arası etkileşim olmayacağı varsayımı yapılmıştır. Bölüm 2'de görüleceği gibi gerçekte bu özel durum sistemdeki pertürbasyonların

üniform olmasına karşılık gelir. Yazarın belirtmiş olduğu λ_m^c fiziksel bir ifadedir; dolayısı ile modlara bağlı olamaz.

Modal kinetik denklemler termalhidrolik üzerinden reaktivite geri beslemesi şeklinde uyarı alırlar, ve bu uyarının büyük değerlerinde kararsızlık başlayabilir. Kritik altı modların reaktivitesi sıfıra yaklaştıkça kararsızlık artar. Modların mertebeleri arttıkça daha kararlı olurlar. Modlar, reaktivitelerine bakılarak önem yönünden sıralanır. Azimutal kararsızlık modunda sabit toplam debi ve sabit basınç düşümü sınır koşulları geçerlidir. Radyal modun sınır koşulları da aynıdır. Eksenel moda gelince, reaktör hidrolik devresini kapalı bir çevrim olarak alırsak, inicideki sürtünmesel kayıplar ve atalet, salınımları kolaylıkla söndürür. Bu durum global salınım için (tüm kalp) geçerlidir. Eksenel modun burada etkili olabilmesi için akışta çok fazla salınım olması gerekir. İnici bunu frenler. Belirtilen nedenden ötürü eksenel yönde tüm kalp çok büyük değişimlere meydan vermez; ama tek bir kanalda eksenel yönde ciddi salınımlar olabilir ve asimetric eksenel akı modu uyarılabilir. Reaktör operatörleri için kararlılık haritası % güç - % debi düzleminde verilir. Zıt fazlı kararsızlıklar sistemin kararlı olduğu bölgeyi daraltır, yani sistem verilen bir güçte daha yüksek debi ile kararlı yapılabilir. Modal kritik altı reaktivite tanımı gereği: a) Yakıt çevriminin başlangıcında b) Geniş reaktörlerde azimutal harmonik modun reaktivitesinin mutlak değeri küçük olacağı için etkin modal kararsızlıklara dikkat etmek gerekir. Ayrıca temel modun eksenel profili de kararlılığı etkiler: Akı tepe noktasının bir fazlı bölgeye sarkması, bir kararsızlık ölçütü olarak kullanılan sönüm oranını artırır. (March-Leuba ve Blakeman, 1991). Aslında zıt-fazlı kararsızlık modunda iki etken birbiri ile rekabet halindedir. Bir taraftan nötronikler kritik altı olduğundan salınımları söndürme eğilimde iken, diğer taraftan ise zıt-fazlı kararsızlık modu termelhidrolik kısımdan, temel moda göre daha fazla geri besleme kazancı almaktadır. Bu iki etkinin göreceli önemi zıt-fazlı modun kritik altı değerine ve akışkanın termalhidrolik parametrelerine bağlıdır. Demek ki sistemin durum parametreleri uzayında öyle bir bölge bulunabilir ki temel mod kararlı olsa bile zıt-fazlı kararsızlık modu kararsız olabilir. Zıt-fazlı ve global mod salınımlarının oluşumları birbirilerine çok benzediğinden ikisinin de yakın frekanslarda olmaları beklenir. Gerçekten LAPUR kodu ile yapılan simülasyonlarda salınım frekanslarının her ikisi için de 0.4 Hz civarında olduğu tespit edilmiştir. Bu çalışma ile modal

kavram ortaya çıkmaya başlamış, ama modal geri beslemeler eksik ifade edilmiş ve modelleme tam yapılamamıştır.

Hashimoto (1993) temel mod kararlı bile olsa, zıt fazlı güç osilasyonlarının mümkün olabileceğini önermiştir. Bu durumu incelemek üzere birinci akı harmoniği için lineerleştirilmiş modal kinetik denklemleri bir kanal için termalhidrolik denklemlerle birleştirmiştir. Kanal için sabit basınç düşümü varsayımı yapılmıştır. Bu çalışmada, gelişen zıt fazlı kararsızlık jeneriktir, yani eksenel veya azimutal karakter gösterebilir. Sonuç olarak; a) birinci harmonik mod kritiklikliğe yaklaştıkça ve, b) negatif değerli boşluk geri beleme katsayısının mutlak değeri büyüdükçe sistem daha kararsız olmaktadır. Bu çalışmada temel mod ile birinci harmonik mod arasındaki etkileşme daha sonra göreceğimiz gibi, önemli olmakla beraber modeli basitleştirmek amacıyla ihmal edilmiştir.

BWR'lerdeki bölgesel kararsızlıkların niceliksel mekanizması üst mertebe harmonikler (kritik altı modlar) temel alınarak ortaya konmuştur (Takeuchi ve diğ., 1994a). Boşluk-güç transfer fonksiyonundaki kazanç düşmesi (*gain decrease*) üst mertebe harmoniklerin kritik altı reaktivitelerindeki artıştan kaynaklanmaktadır. Niceliksel araştırma için üç boyutlu yüksek mertebe harmonik analiz modeli geliştirilmiştir. Hesaplamalar birinci azimutal harmoniklerin bölgesel kararsızlıkların oluşumu esnasında, küçük kritik altı reaktivite (mutlak değerce) değerlerine sahip olduklarını göstermiştir. Kritik altı reaktivite değeri ve sürekli rejim güç dağılımının karşılaştırılması ile dağılımda birinci azimutal harmoniğin kritik altı reaktivite değerinin küçük olduğu görülmüştür. Global salınımların hemen hemen temel mod, bölgesel güç salınımların ise birinci azimutal harmonik mod kaynaklı olduğu gösterilmiştir. Bu çalışmada olayın termal hidrolik kısmı eksiktir. Güç dağılımı kavramının önerilmiş olması önemlidir.

BWR'lerin üç boyutlu harmonik lambda modları Verdu ve diğ (1994) tarafından araştırılmıştır. İki grup 3D nötron difüzyon denkleminde hareketle sürekli rejim için harmonik λ -modlarını hesaplayan bir algoritma geliştirilmiştir. BWR gibi heterojen, geniş reaktörlerde λ -modları hesabının karmaşık bir iş olduğu görülmüştür; çünkü problemin boyutu büyüktür ve λ -modlarının birbirilerine çok yakın olmalarından ötürü ayrıştırılmaları güçtür. Algoritmanın çok hızlı, kararlı, güvenilir ve diğer kodlar ile karşılaştırıldığında çok iyi sonuçlar ürettiği görülmüştür. Metodun test edilmesi için IAEA-2D Benchmark, Biblis-1300(2D)

Benchmark ve Confertes Nuclear Power Plant BWR'lerin yüksek merteye harmonik modları hesaplanmış ve sunulmuştur. 624 yakıt demetli geniş BWR kalplerinde ilginç sonuçlar elde edilmiştir. Kritik altı modların iki tanesi azimutal, bunları takip eden bir tanesi eksenel ve iki tanesi birbirine yakın azimutal (*rotating modes*) olarak tespit edilmiştir. Üstelik radyal modların temel moda çok uzak oldukları ama ilk iki azimutal modun çok yakın olduğu görülmüştür. Sonuç olarak uygulanan metodun zıt-fazlı kararsızlık modlarını araştırmak için faydalı bir araç olduğu ispatlanmıştır.

Birçok BWR'lerde gözlenmiş olan konum ve zaman bağımlı olaylar Takeuchi ve diğ (1994b) tarafından nötronik salınımlar ile sıkı bir şekilde ilişkilendirilmiştir. Bu olayların simülasyonunu yapabilmek için zaman bağımlı üç boyutlu anlık (*transient*) değişimleri veren kodlar kaçınılmaz olmaktadır. General Electric Company ve Toshiba Corporation arasında ortak bir çalışmanın sonucunda üç boyutlu nötron kinetiği termalhidrolik bir kod olan TRACG'a uyarlanmıştır. Konum bağımlı olayların açıklanabilmesi için geliştirilmiş TRACG kodu ve nötronik modelin uygulanabilirliği tartışılmıştır. Kodun geçerliliğinin ispatı için, reaktöre yol verme ve bölgesel çubuk indirme test simülasyonları yapılmıştır. Hem global hem de zıt-fazlı kararsızlık salınımları modellenmiştir. Sonuçlar geliştirilmiş TRACG kodunun konum bağımlı olayların anlık simülasyonlarında yeterli özelliklere sahip olduğunu ve bu anlık olayların altında yatan temel nedenlerin araştırılmasında faydalı olacağını göstermiştir.

Zıt fazlı kararsızlıklar için ilk kez iki bölge modeli sunan çalışma çok önemlidir. Şimdi bu araştırmanın özelliklerini ortaya koyalım. BWR kararlılık testlerinde ve reaktöre yol verme esnasında zıt-fazlı kararsızlık modu salınımlarının ortaya çıktığı gözlenmiştir (Munoz-Cobo ve diğ, 1996). Birçok araştırmacı bu konuda açıklamalarda bulunmuşlardır. Fakat yapılan yorumlar yeterli olmamıştır. Bu çalışmada hem zıt-fazlı hem de global kararsızlıkları açıklayan lineer olmayan bir model geliştirilmiştir. Nötronik çevrim λ modlarının açılımı üzerine kurulmuştur. Üstelik dinamik olayların yarı-niceliksel tanımı olan indirgenmiş mertebeli model kullanılmıştır. Böylece reaktördeki bölge, mod ve enerji grup sayısı azaltılmıştır. Bu yönüyle önerilen model niteliksel olarak bu salınımların dinamik davranışlarını açıklayabilmiştir. Eğer termalhidrolik kökenli dinamik reaktivite geri beslemesi, statik modun reaktivitesini sıfıra yaklaştırmıyorsa, modun sönümü hızlı bir şekilde gerçekleşecektir. Bölüm 2'de modal reaktivitelere açıklık getirilecektir. Geri

besleme, modu kritikliğe yaklaştırıyorsa o zaman modun sönümü yavaşlar ve sistemde etkisi artar. İki reaktör kalbinin farklı termalhidrolik özelliklerden ötürü, eğer modal reaktiviteler uygun geri besleme kazancına sahip iseler, kendi kendini devam ettiren zıt fazlı kararsızlık salınımları meydana gelebilir. Bu araştırmanın önemli özellikleri aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

- a) Statik λ -modları kullanılarak nötronik model için modal açılım metodu uygulanmıştır.
- b) Detaylı bir yakıt ısı transfer modeli ortaya konmuştur. Termalhidrolik kısım da iyi tasarlanmıştır.
- c) Boşluk ve Doppler geri besleme reaktiviteleri modal anlamda detaylı olarak modellenmiştir.
- d) İndirgenmiş mertebe model olarak iki grup, iki bölge ve iki mod yaklaşımı kullanılmıştır.
- e) Global ve zıt-fazlı salınımları açıklayabilmek için, temel modun simetri, birinci kritik altı modun ise antisimetri özelliğinden faydalanılarak, her iki kalp bölgesi için ısı katsayıları tanımlanmıştır. Bu katsayılar ait oldukları kalp bölgesi için enerji denklemlerinde kullanılmıştır.
- f) Sistem için zaman domeninde on iki tane denklem elde edilmiştir.
- g) Zıt-fazlı salınımların periyotları 2.4 saniye (0.43 Hz) olarak tespit edilmiştir.
- h) Modal reaktivitelerin termalhidrolik etkileşimlerle ilişkilendirilerek modellenmesi ve etkilerinin yorumlanması önemlidir.
- i) Zıt-fazlı salınım genliklerinin temel mod salınımindan daha büyük olduğu simülasyonlarda gösterilmiştir.
- j) Bu çalışma, daha sonra yapılan paralel kanal kararsızlıklarına temel oluşturmuştur.

Uehiro ve diğerleri (1996) tarafından BWR'lerde iki fazlı akış kararsızlıklarından olan global ve zıt-fazlı modlar için analitik model önerilmiştir. Modelde paralel kanalların birbirilerini boşluk reaktivitesi ile etkiledikleri varsayılmıştır. Frekans domeninde lineer kararlılık analizi yapılmıştır. Sistemin kararlılık sınırları daha sonra ileride açıklanacak olan $Ja(Jacob)-Np(Zuber)$ boyutsuz sayıları düzleminde elde edilmiştir. Kanallar arasındaki etkileşimin zıt-fazlı kararsızlık modunu etkilediği gösterilmiştir. Belirli bir boşluk reaktivite katsayısında, boşluk reaktivite geri

besleme çevriminin kararlılık haritasının belirli bir bölgesinde kararsız olduğu ve global modu etkilediği görülmüştür. $Fr(Froude)$ sayısının sistemin kararlılığı için önemli bir parametre olduğu ve özellikle global modun kararlılığını çok etkilediği tespit edilmiştir. Yapılan araştırmanın önemli yönlerini şöyle özetleyebiliriz.

- a) Bu çalışmada basit, fakat temel bir termalhidrolik model kullanılmıştır.
- b) Bütün hidrolik çevrim için basınç düşümü hesap edilmiştir. Paralel kanal basınç düşümü sabit alınmamıştır.
- c) Nötron dinamiği için nokta kinetik denklemleri kullanılmıştır.
- d) Sistemin karakteristik denklemi matris formundadır. Bu denklemin global ve zıt-fazlı kararsızlık modu ile alakalı olan iki kompleks kökü bulunmuştur.
- e) Kanallar arası etkileşimin göstergesi olan parametre, aynı zamanda kanallar arasındaki uzaklığın bir fonksiyonu olmaktadır. Bu parametrenin artması ile zıt-fazlı modun daha kararsız olduğu görülmüştür. Bu parametre sıfır olunca, zıt-fazlı modun kararlılık sınırı, boşluk reaktivite geri beslemesinin olmadığı durumdaki nümerik değerler ile tam bir uyum içinde olduğu görülmüştür. Yazar bu olayın sebebini açıklayamamıştır.
- f) Araştırmanın ortaya koyduğu önemli bir sonuç, Ja-Np düzleminde, March-Leuba (1991)'de olduğu gibi bir bölgede global modun kararlı olmasına karşılık aynı bölgede zıt-fazlı modun kararsız olduğunun tespitidir.

Modal kinetik denklemlerin en genel formunun türetilmesi için hayli çaba harcanmıştır. Hashimoto ve diğ (1997), birinci kritik altı nötronik mod için sistemin kapalı transfer fonksiyonunu elde etmişlerdir. Modal geri besleme katsayıları yazarın önceki çalışmalarında formüle edilememişken, burada çok açık bir şekilde ortaya konmuştur. Fakat değerleri hesaplanamamıştır. Modlar için bir dağılım faktörünün önerilmesi araştırmadaki önemli yönlerden biridir.

Modal analiz yoluyla BWR'lerdeki zıt-fazlı kararsızlıklar, düşük mertebe model olarak geliştirilmiştir (Turso ve diğ, 1997). Nötron difüzyon denkleminin temel ve birinci harmonik modu kullanılarak, modal kinetik denklemler türetilmiştir. BWR'lerin geri besleme karakteristiklerini tanımlayan transfer fonksiyonları katsayılarının tespiti için frekans domeni parametre kestirimi kullanılmıştır. Bu fonksiyonlar çok iyi bilinen lineer olmayan reaktör kinetiği ile birleştirilerek zıt-fazlı

termalhidrolik-nötronik kararsızlıkların temelindeki fiziksel olayların yorumu yapılabilmektedir. Bu araştırma özellikle LaSalle Unit-II BWR üzerine yapılmıştır. LaSalle BWR zıt-fazlı kararsızlık simülasyonu bu model ile başarılı bir şekilde açıklanmıştır. Modal reaktivite geri besleme değerleri LAPUR kodu kullanılarak hesaplanmıştır. Modelde paralel kanallarda sabit basınç düşümü sınır koşulu kullanılmıştır. Zıt-fazlı kararsızlıkların frekansları yaklaşık 0.4 Hz olarak bulunmuştur. Geliştirilen modal denklemlerde, modlar arası geri besleme etkileşimlerine yer verilmemiştir. Olayın termalhidrolik kısmı açık olarak verilmemiştir.

Çok modlu kinetik modelleme, paralel iki kanaldan oluşan bir sistem üzerine yapılandırılmıştır (Munoz-Cobo ve diğ., 2000). Sistemde karşılaşılan ilk problem üst mertebe modların reaktivite katsayılarının hesabıdır. Bu problem verilen reaktör bölgesi için ilgili modun dağılım faktörünün tanımlanması ile çözülmüştür. Aynı zamanda modelin sınır şartları ve temel ile birinci harmoniklerin geri besleme katsayıları değiştirilerek, birçok kararsızlık tiplerinin detaylı araştırılması mümkün olmuştur. Termalhidrolik kısım açık ve detaylıdır. Modların ağırlık katsayılarının hesaplanması için LAMBDA ve CASMO-SIMULATE kodları kullanılmıştır. Kanallar için sabit basınç düşümü sınır koşulu uygulanmıştır. Kritik altı modların uyarımı için boşluk oranında pertürbasyon yapılmıştır. Zıt-fazlı salınımlara ait genliklerin temel moda göre yaklaşık dört kat fazla olduğu gözlenmiştir. Global salınım için aşağıdaki şartların oluşması gerektiği bildirilmiştir.

- a) Reaktörün iki yarısını temsil eden kanallardaki basınç düşümü sabit olmalıdır.
- b) Kanallara giriş debisinde kısıtlama olmamalıdır.
- c) Temel mod için gerekli geri besleme reaktivitesi, kritik bir değerin üzerinde olmalıdır.

Yukarıdaki şartlar altında, başlangıç koşulları ne olursa olsun, bir süre sonra iki kanal global salınımına başlamaktadır. Zıt-fazlı salınının gerçekleşmesi için ise şartlar şöyledir. Belirtmek gerekir ki zıt-fazlı salınımlar toplam debide değişime ihtiyaç duymazlar. İki bölge birbirini dengeler ve basınç düşümü sabit kalır.

- a) Sabit basınç düşümü olmalıdır.
- b) Sabit debi olmalıdır.

- c) Kritik altı modlar yeterli geri besleme reaktivite değerleri (kritik değer üstünde) almalıdır.

Bu şartlarda zıt-fazlı salınım olayı meydana gelir. Termalhidrolik değişkenlerin genlikleri bir bölgede maksimum iken diğerinde minimum olmaktadır.

Hanggi, (2001) yapmış olduğu doktora çalışmasında hem global hem de bölgesel kararsızlıkları çok iyi açıklayan bir frekans metodu geliştirmiştir. Yaklaşık 650 yakıt demetinin her biri 25 eksenel noda ayrılmıştır. Her bir nod için 20 lineer denklem yazılmıştır. Sonuç olarak, kalp yaklaşık 325 000 denklem ile tanımlanmıştır. Araştırmacı hesaplamaların standart kişisel bilgisayarlarda birkaç dakika aldığını belirtmektedir.

Ticari BWR'lerde gözlenen bölgesel nötron akı salınımları için üç boyutlu zaman domeninde kalp analizi, nümerik simülasyon yöntemi ile yapılmıştır (İkada ve diğ., 2001). Lineer olmayan nötronik-termalhidrolik davranışların oluşabilme potansiyelleri incelenmiştir. Bu çalışmada, bölgesel salınımlarda temel ve birinci azimutal harmonikler arasında lineer olmayan etkileşimler olduğu ve salınım frekanslarının 0.6 Hz civarında bulunduğu görülmüştür. Simülasyonlarda önemli sonuçlar elde edilmiştir. Reaktörün gürültü spektrumu analizinde global salınımlarda rezonans frekansının çift, lokal salınımlarda ise tek katları gözlenmiştir. Ayrıca güçteki geniş kararsız salınımların olduğu lokal bölgelerde, çok güçlü nötronik-termalhidrolik lineer olmayan etkileşimlerin meydana geldiği belirlenmiştir.

BWR kararsızlıkları için en son yapılan çalışmalardan birini verelim (Munoz-Cobo ve diğ., 2002). Bu çalışmada paralel iki kanaldan oluşan bir sistemin modal kinetik denklemlerle birleştirilmesi ve zıt-fazlı salınımlar için sınır koşullarının tanımlanması yapılmıştır. Bundan önceki çalışmalarda kanallardaki basınç düşümü hep sabit alınmıştı. Ama gerçekte bu zamanla değişmekte, fakat paralel kanallar için basınç düşümü eşit olmaktadır. Bu fikir bizi, kanal momentum denkleminde zaman türevli teriminin analitik integrasyonunun götürür. Böylece her kanal giriş debisi için dinamik denklem elde edebiliriz. Bu dinamik denklemler ve uygun sınır koşulları ile bütün kanallar için zaman bağımlı genel basınç düşümü ifadesi elde edilmiştir. Sonuç olarak zıt-fazlı salınımların oluşması durumunda, basınç düşümü ve giriş kütle debisindeki salınım olayları araştırılmıştır. Yapılan araştırmanın önemli yönlerini şöyle sıralayabiliriz.

- a) Önceki araştırmalarda kanallarda sabit basınç düşümü kullanılmıştır. Bu durum kanallara giriş debisinde küçük değişimlere izin veriyordu. Yani gerçekçi değildi. Eşit basınç düşümü daha doğrudur.
- b) Modelin termalhidrolik kısmı daha detaylı tasarlanmıştır.
- c) Zıt-fazlı salınım için iki kanal giriş debisi toplamı sabit alınmıştır.
- d) Sistem on bir tane diferansiyel denklemden oluşmaktadır.
- e) Kritik altı modları uyarmak için, kanal çıkışındaki kalitede pertürbasyon yapılmıştır.
- f) Deneyssel olarak zıt-fazlı kararsızlık durumunda giriş debisinde büyük genlikli salınımların olduğu tespit edilmiştir. Bu da sabit basınç düşümü koşulunun tartışmalı olduğunu gösterir.

Zıt fazlı salınım için yapılan en son araştırmada paralel iki kanal, üçer noda ayrılmıştır (Munoz-Cobo ve diğ., 2004). Bu çalışmada doymamış sıvı içindeki kaynamaların zıt fazlı kararsızlığa etkisi araştırılmıştır. Önceki yapılan benzer araştırmalar ile karşılaştırıldığında, nod sayısı artırıldığı için limit çevrim salınımları daha küçük geri besleme değerlerinde gözlenmiştir. Fakat belirtmek gerekir ki salının frekansı önceki iki nodlu yapılan ile karşılaştırıldığında deneylerle bulunan değerden hayli düşük saptanmıştır. Bu durumun nedeni, yeni uyarlanan denklemlerin oluşturduğu aşırı karmaşa olabilir.

BWR'lerde kararsızlığın bir ölçüsü olarak salınımların sönüm oranı verilir. Van Der Hagen ve diğ. (2000) araştırmalarda bunun ne denli doğru olduğunu irdilemiştir. Kaynar sulu reaktörlerde sönüm oranının, kararlılıkların veya kararsızlıkların pratik bir ölçüsü olup olmadığı sorgulanmıştır. Yapılan deneylere dayanarak, reaktörün bazı durumlarda, küçük sönüm oranlarında büyük oranlara göre daha kararsız olabileceği gösterilmiştir. Reaktör kararsızlıklarının takip edilmesi için daha güvenli parametreler geliştirilmesi gerektiği belirtilmiştir.

Genel tasarım kriterlerine göre, işletici reaktör parametrelerinde herhangi bir salınım olamayacağını veya olursa hemen müdahale ederek salınımları söndürebileceğini ispatlamak zorundadır. Özellikle yeni yakıt yüklemekten sonra güce çıkarma sırasında sorunlar yaşanabilir. Bu durumların önceden çalışarak öngörülmesi ve hazırlıklı olunması gereklidir. Yapılan bir çalışmada reaktör kinetiği için bir nodal-modal yaklaşım önerilmiştir (Ginestar ve diğ., 2002). Bu amaçla reaktörün homojen nodal bölümlerden oluştuğu varsayılarak statik lambda modları

bulunmuştur. Daha sonra zaman bağımlı difüzyon denklemlerinin değişkenleri lambda modları yardımıyla katsayıları zaman bağımlı fonksiyonlar olan bir seri şeklinde tanımlanmıştır. Bu seri açılımlar gecikmiş nötron kaynaklarını da içeren difüzyon denkleminin modal kinetik denklemlere dönüştürülmesinde kullanılmıştır. Modlar arası kuplaj ise modal geri besleme reaktiviteleri ile ifade edilmiştir. O çalışmanın sonuçları benchmark olarak Ringhals 1 verileri ile kıyaslanmıştır. RAMONA'nın nötronik modülü 1 ½ enerji gurubu için 3 boyutlu olarak difüzyon denklemini çözerek statik lambda akı modlarını bulmaktadır. RAMONA'nın termalhidrolik modülü ise iki kütle balansı bir enerji ve bir momentum denkleminden oluşmaktadır(drift akısı modeli). Thermalhidrolik ve nötrötronik modüllerin kuplajı için tesir kesitleri interpolasyon yöntemi ile hesaplanmaktadır. Ayrıca nodal-modal kinetik denklem yaklaşımı için bir yazılım geliştirilmiştir. Kinetik denklemler için gereken tesir kesitleri RAMONA tarafından sağlanmaktadır. Nodal-modal yaklaşım RAMONA'ya göre daha hızlı sonuçlar vermektedir. Birinci eksenel harmoniğin, birinci azimutal harmonik tarafından uyarılabileceği öngörülmüştür.

1.4 BWR Kararsızlıklarının Bazı Genel Özellikleri

BWR'lerde meydana gelen kararsızlıkların genel karakteristiklerini yukarıda verilen araştırmalardan da faydalanarak özetleyelim.

- Kararsızlık olayları genelde düşük akış debisi şartlarında meydana gelmektedir. Kalpden geçen akışkan debisi normal değerin %40'nın altında ise kararsızlıklar gözükmemektedir.
- Kararsızlıkların gözlenmesi anında kalpdeki gücün normal değerinden daha az olduğu görülmüştür; çünkü kısmi kalp akış şartları (*partial core flow conditions*) oluşmuştur. Birçok durumda kalpdeki güç, kontrol çubukları ile düşürüldüğünde kalp daha kararlı olmaktadır. Bunların dışındaki durumlarda kalpteki güçte ortalama bir artış kararsız bir durum yaratabilir veya salınımların genliklerini daha da büyütebilir. Şu açıktır ki kalp gücünün yüksek olması düşük debilerde kalbin kararsızlıklara karşı daha duyarlı olması demektir.
- Nötron akısı salınımlarında, birçok kararsızlık limit-çevrim şartlarına varabilmektedir. Limit-çevrim genlikleri kalp şartlarının ne kadar kararsız olduğuna bağlıdır.

- Eksenel güç dağılımı, kararsızlığı önemli ölçüde etkilemektedir. Eksenel güç, kalbin alt bölgelerinde maksimum yapmış ise bu durum kararsızlığa sebep vermektedir. Yani kaynamanın kalbin alt bölgelerinde başlaması reaktör güvenliğini tehlikeye atmaktadır. Kararsızlıklara karşı kaynama sınırının BWR'lerde 1.2m ve üzerinde olması gerektiği belirtilmiştir (Mowry ve diğ., 1995). Eksenel güç dağılımı etkisini araştırmak için kalbin belli bölgelere ayrılması gerekmektedir. Tezin amacı da zaten eksenel güç değişiminin temel mod salınımlarına etkisini ortaya koymaktır. Yeni yakıt yüklemesi yapılmış BWR'lerde, moderatör etkisinden ötürü kaynama sınırının hayli aşağılarda tutulması gerekiyor. Bu şekilde termal nötronları idareli kullanabiliriz. Fakat bu durumda iki fazlı bölgenin reaktör kalbi içinde kapladığı hacim eksenel olarak arttığından bu bölgedeki basınç düşümü de artacaktır. Dolayısı ile yeni yakıt yüklemesinden sonra kararsızlıklara karşı daha dikkatli olmalıyız.
- Kalbin çevre bölgelerindeki yüksek güçlü kanalların, radyal modun zıt fazlı salınımlarına neden oldukları tespit edilmiştir.
- Basınç düşümü, kararsızlık üzerinde önemli ölçüde etkilidir. Kalp girişi ve bir fazlı bölgedeki basınç düşümleri kararlılık etkisi yaratmaktadır. Diğer şartların sabit tutulması ile kalp çıkışında ve iki fazlı bölgedeki basınç düşümlerinin artması kalbi kararsız yapmaktadır.
- Eğer kanal giriş entalpisi artırılırsa, kalp daha kararsız olacaktır; çünkü kaynama sınırı daha aşağılara inmektedir.
- BWR'lerde gözlenen bütün salınım frekanslarının 0.2-2.5 Hz arasında değiştiği tespit edilmiştir. Bu durum tipik yoğunluk dalga salınım frekansı aralığı ile uyum içindedir.
- BWR yakıt çubuğunun termal zaman sabiti 3-8 sn arasındadır. Bu zaman sabiti yakıtın, bölgesel sıcaklık değişimlerine karşı büyük genlikli salınım olaylarında reaktör kararlılığına katkı sağlamaktadır.

Özetlemek gerekirse bir kaynar kanalda iki fazlı basınç kaybının bir fazlı basınç kaybına oranı büyürse, geri besleme değeri artacak ve kanal daha az kararlı olacaktır. Düşük debi, yüksek güç, yüksek radyal güç maksimumları ve eksenel güç dağılımının kalbin alt bölgelerinde maksimum yapması gibi etkenler iki fazlı basınç düşümünü artırmakta, termalhidrolik kararsızlıklara neden olabilmektedir. Aşağıda

başlıca üç temel sınır koşulu ve bunların meydana getirebilecekleri salınımlar Tablo 1.1 ile yoğunluk dalga salınımlarının sınıflandırılması ise Tablo 1.2 ile verilmektedir.

Tablo 1.1: Üç temel sınır koşulu ve salınımlarla ilişkileri (Francesca, 2004).

Sabit basınç düşümü	Çok kararsızdır. Özellikle tek kanal salınımları için uygun ortam hazırlar.
Değişken basınç düşümü	Tüm kalbi etkileyen salınımlar için (global) zemin hazırlar; oluşmasına katkısı olur. Özellikle pompa arızaları ve düşük akış debileri durumlarında meydana gelir.
Kanal girişindeki sabit akış debisi	Çok kararlıdır.

Tablo 1.2: Yoğunluk dalga salınımlarının sınıflandırılması(Francesca, 2004).

FİZİKSEL MEKANİZMA	SALINIM MODU
Yalnızca termalhidrolik	Tek kanal kararsızlığı
	Paralel kanal kararsızlığı
Nötronik-termalhidrolik	Tek kanal salınımı
	Tüm kalbi etkileyen salınım (<i>in-phase</i>)
	Zıt-fazlı salınımlar (<i>out-of phase</i>)

1.5 Tezin Kapsamı ve İçeriği

Genelde büyük hacimli BWR’lerde temel mod ve birinci azimutal akı harmoniğinin neden olduğu nötronik-termalhidrolik kararsızlıkların olabileceğini gördük. Bu çalışmada birinci eksenel harmonik ile (doğal olarak kaynama sınırının hareketli olması nedeni ile daima mevcuttur) temel modun birlikte tetikleyebileceği olayların, sistemin kararsızlık haritasını nasıl etkileyeceği incelenecektir. Aynı zamanda lineer olmayan zaman bağımlı analiz de yapılarak hem lineer hem de lineer olmayan çözümlerin uyum içinde oldukları gösterilecektir.

Bölüm-2’de statik lambda modları kullanılarak, modal nokta kinetik denklemler elde

edilmiştir. Nötronların enerji dağılımlarının bir gruplu olduğu varsayılmıştır. Gecikmiş nötron kesri de bu grupta toplanmıştır. Konum ve zamana bağımlı nötron akısı statik problemin çözümü olan sonsuz öz fonksiyonların açılımı olarak ifade edilmiştir. Gecikmiş nötronların meydana getirdiği geri besleme reaktivite etkisi denklemlerde açıkça ortaya konmuştur.

Bölüm-3’de nötronik ve termodinamik özellikleri farklı iki homojen bölgeden oluşan reaktör kalbi için temel ve kritik altı statik akılar, düşey z-eksenine bağlı olarak elde edilmiştir. Reaktör kalbinde silindirik simetrisinin olduğu varsayılmıştır. Zaten bu çalışmanın amacı eksenel birinci kritik altı modun faz salınımlarına etkisini araştırmak olduğundan diğer iki boyuttaki değişim göz önüne alınmamıştır. Akı profilleri, temel ve birinci kritik altı mod için farklı kaynama sınırlarında *MATHEMATICA*[®] programı kullanılarak hesaplanmıştır. Bölüm-5’de kullanılan modal güç dağılım faktörü burada bulunan akı fonksiyonları kullanılarak elde edilmiştir.

Yine Bölüm-3’de statik ve dinamik olmak üzere iki türlü reaktivite analizi yapılmıştır. Silindirik reaktör için bulunan geometrik akı bükümü ile bunların kritik altı reaktivite değerleri arasında basit bir bağıntı vardır. Temel, birinci azimutal ve birinci eksenel modlara ait geometrik akı bükümleri ve bunların reaktiviteleri karşılaştırılmıştır. Seçilen bir model için birinci eksenel ile birinci azimutal modlara ait reaktivite değerlerinin yakın oldukları gösterilmiştir. Dinamik reaktivite analizinde iki farklı üniform bölgeden oluşan reaktör kalbi göz önüne alınarak, modal reaktiviteler ilk kez kaynama sınırına, yani z-eksenine bağlı olarak özgün bir şekilde tanımlanmıştır.

Bölüm-4’de sistemin basınç düşümü için lineer bir analiz yapılmıştır. Kaynama sınırından sonra kanal boyunca bir boyutlu homojen iki fazlı akışın olduğu varsayılmıştır. Tek fazlı bölgede doymamış su içindeki kaynamalar ihmal edilmiştir. Isı akısı, kanalın bir ve iki fazlı bölgelerinde ayrı ayrı eksenel olarak üniform alınmıştır. Akışkanın özellikleri sabit kabul edilmiştir. İlk önce iki fazlı bölge için akışkan hızı pertürbe edilmiştir. Bundan sonra önemli bir parametre olan kaynama sınırına ait transfer fonksiyonu elde edilmiş ve iki fazlı karışımın hız transfer fonksiyonunda kullanılmıştır. Böylece bu transfer fonksiyonu, soğutucuya aktarılan ısı akısı ile soğutucu akışkanın kanal giriş hızındaki pertürbasyona bağlı olarak elde edilmiştir. İki fazlı bölgelerdeki basınç düşümünü hesap etmede, iki fazlı yoğunluk

ifadesi kilit rol oynamaktadır. Bundan sonra iki fazlı bölgedeki basınç düşümü ile bir fazlı bölgedeki basınç düşümü kolayca hesaplanmıştır. Tüm denklemler boyutsuzlaştırılmıştır. Bu işlem denklemlerde olası hataları görmemizi sağlamaktadır. Aynı zamanda denklemler daha az sayıda değişken ile ifade edilebilmektedir.

Bölüm-5'deki amaç lineerleştirilmiş sistemin transfer fonksiyonunu elde ederek birinci eksenel modun güç salınımlarına etkisini göstermektir. Bunun için ilk olarak, modal kinetik denklemler lineerleştirilmiştir. Temel ve birinci eksenel modlar için denklemler türetilmiştir. Kanala aktarılan güçteki pertürbasyon ile yakıt sıcaklığındaki pertürbasyon arasındaki ilişkiden hareketle, kanaldaki güç değişimi ile yakıt gücündeki değişim arasındaki transfer fonksiyonu her iki nod için türetilmiştir. Güç dağılım faktörü ilk iki mod için elde edilmiştir. Modlardaki değişim reaktivitelere, reaktiviteleredeki değişim de kaynama sınırındaki değişime bağlanmış ve özgün bir türetim ortaya konmuştur. Basınç düşümündeki bütün değişkenler kanal giriş hızındaki pertürbasyona bağlı olarak elde edilmiştir. Kanal boyunca sabit basınç düşümü sınır koşulu varsayımı yapılarak modal sistem transfer fonksiyonu elde edilmiştir. Bu sistem transfer fonksiyonu kullanılarak sistemin kararlı-kararsız bölgeleri parametrik olarak elde edilmiştir. Aynı zamanda sistemin hangi parametrelere duyarlı olduğu da irdelenmiştir. En önemlisi tezin savunduğu düşüncenin, yani birinci eksenel kritik altı modun faz salınımlarına etkisinin olduğu ispatlanmıştır. Birinci eksenel kritik altı moda ait geri besleme reaktivite katsayısı artırıldığında kararsız bölgenin büyüdüğü görülmüştür.

Bölüm-6'da zaman bağımlı analiz yapılmıştır. Bölüm-5'de elde edilen sonuçların da ışığında, birinci eksenel kritik altı modun global salınımlara etkisi zaman bağımlı denklemlerle incelenmiştir. Sabit basınç düşümü sınır koşulu olarak kullanılmıştır. Nümerik olarak çözüm yapılacak sistem diferansiyel seti, dokuz tane denklemden oluşmuştur. Denklem setimiz *MATLAB*[®] altında, çetin (*stiff*) nümerik metot kullanılarak çözülmüştür. Geri besleme katsayıları artırılarak, sistemin kararsızlık durumlarında birinci eksenel kritik altı moddan nasıl etkilendiği ortaya konmuştur. Ayrıca ani sıçrama yaklaşımı da incelenmiştir.

Bölüm-7'de bulunan sonuçlar özetlenmiş, tezin getirdiği yenilikler üzerinde durulmuş ve ileride yapılacak muhtemel araştırma konularından söz edilmiştir.

2. MODAL KİNETİK DENKLEMLER

2.1 Giriş

Büyük hacimli reaktörlerde pertürbasyonlar nedeni ile akı şeklinin değişmesi ve güç kararsızlıklarının ortaya çıkması problemi üzerinde çok eskiden beri değişik bağlamlarda uzay-zaman kinetiği konusu altında çalışılmaktadır (Stacey, 2001). Örneğin PWR’lerde eksenel Xe osilasyonları iki noktalı kinetik denklemlerle çalışılmıştır(Marseguerra, 2003). Önerilen modellerden biri reaktörü kuple birkaç reaktörden oluşmuş gibi varsaymaktadır(Kobayashi, 1991a;1991b;1992). Bu varsayım altında sistemin nodal kuplaj katsayıları hesaplanmıştır. Aynı zamanda nodal ve modal yaklaşımlar arasında bir ilişki olduğu savunulmuştur(Kobayashi, 1997;1998). Belirtilen yaklaşımdan yola çıkarak ilgili kinetik denklemleri türetebiliriz. Ancak biz burada literatürde, daha çok kullanılan ve kabul görmüş fiziksel tanımlara dayanan yöntemi incelemeyi tercih ediyoruz. Bu bölümde kararlılık analizinde kullanacağımız modal kinetik denklemlerin türetilmeleri üzerinde durulacaktır.

2.2 Statik λ - Modları İle Modal Kinetik Denklemlerin Elde Edilmeleri

2.2.1 Bir Enerji ve Bir Gecikmiş Nötron Öncü Grubu İçin Uzay Bağımlı Reaktör Kinetiği

Bir enerji ve bir gecikmiş nötron öncü grubu için uzay bağımlı reaktör kinetiği aşağıda verilen denklem seti ile ifade edilebilir (Ott ve Neuhold, 1985; Verdu ve diğ, 1995; Hashimoto ve diğ, 1997; Farawila, 1998; Farawila ve Pruitt, 2003).

$$\frac{1}{\nu} \frac{\partial \Phi(r,t)}{\partial t} = -L(r,t)\Phi(r,t) + (1 - \beta)M(r,t)\Phi(r,t) + \lambda^c C(r,t), \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial C(r,t)}{\partial t} = \beta M(r,t)\Phi(r,t) - \lambda^c C(r,t). \quad (2.2)$$

Yukarıdaki denklemlerde $\Phi(r,t)$, konum ve zaman bağımlı nötron akısı, $C(r,t)$ nötron öncüleri konsantrasyonu, $L(r,t) = -\nabla \cdot D(r,t) \nabla + \Sigma_a(r,t)$ net kayıp operatörü, $M(r,t) = \nu \Sigma_f(r,t)$ fisyon üretim operatörü (makroskopik üretim tesir kesiti), $\Sigma_a(r,t)$ makroskopik yutulma tesir kesiti, $\Sigma_f(r,t)$ makroskopik fisyon tesir kesiti, $D(r,t)$ difüzyon sabiti, λ^c bir gruplu gecikmiş nötron öncüsünün bozunma sabiti, β ortalama gecikmiş nötron kesri, $\mathcal{V}$ nötron hızı ve ν fisyon başına üretilen, ortalama nötron sayısıdır.

2.2.2 Pertürbasyon Analizi ve Modal Kinetik Denklemler

Pertürbasyon analizi için net kayıp ve fisyon üretim operatörlerini sürekli rejim ile bunların değişim gösteren kısımlarının toplamı olarak yazalım.

$$L(r,t) = L_0(r) + \delta L(r,t), \quad (2.3a)$$

$$M(r,t) = M_0(r) + \delta M(r,t). \quad (2.3b)$$

Modal kinetik denklemleri türetebilmek için nötron akısı ve nötron öncüleri konsantrasyonunu akının modları yardımı ile serilere açabiliriz:

$$\Phi(r,t) = N_0 \phi_0(r) + \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r), \quad (2.4)$$

$$C(r,t) = \frac{I}{\mathcal{V}} C_0 \phi_0(r) + \frac{I}{\mathcal{V}} \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) \phi_k(r). \quad (2.5)$$

(2.4) ve (2.5) açılımında kullanılan terimlerin boyutu $[n_k(t) \phi_k(r)] = [c_k(t) \phi_k(r)] = m^{-2} s^{-1}$ olacak şekilde seçildiği için $[C(r,t)] = m^{-3}$ boyutunu sağlamak üzere (2.5) açılımının sağ tarafı $I/\mathcal{V}$ faktörü ile çarpılmıştır. N_0 (sürekli rejimdeki akı) ve C_0 (akı boyutuna dönüştürülmüş sürekli rejim nötron öncüleri konsantrasyonu) ilgili fonksiyonların sürekli rejim genlik katsayıları, $n_k(t)$ ve $c_k(t)$ ise zaman bağımlı açılım katsayıları veya uyarılan modların, değişim gösteren kısımlarının genlikleri olarak düşünülebilir.

Nötron akısının zaman ve konum bağımlı davranışının incelenmesinde akının $\Phi(r,t) = \phi(r)e^{\omega t}$ şeklinde bağımsız r ve t değişkenli fonksiyonların çarpımlarından olabileceği varsayımı kullanılabilir. Bu yaklaşımdan hareketle elde edilen şekil fonksiyonları, ω veya *inhour* modları olarak bilinir (Henry, 1975).

Doğal olarak transient olayların incelenmesinde ω -modlarının kullanılması gerekir. (Henry, 1975; Karve, 1998); fakat ω -modlarının hesaplanması statik- λ modlarının hesaplanması kadar kolay ve üzerinde çalışılmış olan bir konu değildir; dolayısı ile ω -modları yerine, bir yaklaşım olarak statik- λ modları kullanılmaktadır. Nötronik kodlara yapılan ufak bir değişiklikle yüksek mertebeden statik- λ harmonikleri kolayca elde edebilir. Buradaki kritik nokta, büyük hacimli reaktörlerde öz değerler birbirine çok yakın olduğundan bunları ayrıştırmada sorunlar yaşanmasıdır (Verdu ve diğ., 1994). Bu çalışmada literatürde en sık kullanılan ve kabul gören statik- λ modları kullanılarak modal denklemler elde edilecektir. ω -modları (öz fonksiyonları) aşağıdaki ikili diklik (biortagonalite) bağıntılarını sağlamaktadır (Henry, 1975).

$$\left\langle \phi_m^*, \frac{1}{\nu} \phi_k \right\rangle = 0, \quad m \neq k \quad (2.6)$$

(2.6) eşitliği, gecikmiş nötronların ani nötronlar gibi ortaya çıktığı ve operatörlerin (L, M) zamandan bağımsız olduğu varsayımı altında elde edilmiştir.

Yapılan varsayıma göre, kritikliğe çok yakın sistemlerde ω -modu öz fonksiyonları ile statik- λ modları öz fonksiyonlarının küçük harmonikler için aynı olduğu kabul edilir (Hashimoto ve diğ., 1997). $\lambda = 0$ için öz değer problemi sonsuz sayıda öz fonksiyona sahiptir. Kritik bir reaktörde $\omega = 0$, veya $\lambda = 1$ koşulu sağlanır. Yani bir adet öz fonksiyon vardır. λ modlarına ait öz fonksiyonlar, $\lambda = 0$ için sonsuz sayıdaki öz fonksiyonlar ile birlikte komple bir set oluşturmaktadır (Henry, 1975). (2.1) denklemini statik reaktör için düzenleyelim. Sistem λ ile kritik yapılmaktadır:

$$L_0 \phi_k = \frac{1}{\lambda_k} M_0 \phi_k \quad . \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

Yukarıdaki denklemde ϕ_k k. öz fonksiyon (şekil fonksiyonu) ve λ_k aynı moda ait öz değerdir. Fiziksel olarak ϕ_0 temel modu ϕ_k ($k > 0$) ise onun harmoniklerini temsil eder. Akı harmoniklerinin fiziksel anlamı yoktur. Yukarıda (2.4) ile

tanımlanan seri her noktada ve her an akıyı doğru olarak temsil etmeyebilir; ancak bu serinin integral altında doğru sonuçlar vereceğini varsaymaktayız. Reaktörler için λ modlarının yaklaşık ilk 20 adedi hesaplanabilmektedir. Yüksek mertebe modlar için λ değerleri birbirilerine çok yaklaşıp ve nümerik çözümlerin yakınsaması zorlaşır (Koclas,2003).

Statik- λ modları ve bunların adjointleri biortogonal set oluşturur. Bu sebepten ötürü daha sonra çözümleri kolaylaştırmak için (2.7) denklemiyle ilgili eşlenik (adjoint) probleme ihtiyaç duyulmaktadır:

$$L_0^* \phi_k^* = \frac{1}{\lambda_k^*} M_0^* \phi_k^* . \quad (2.8)$$

Yukarıdaki denklemde ϕ_k^* , eşlenik harmonic modudur. λ_k^* ise eşlenik öz değerdir; $\lambda_k^* = \lambda_k$ olur. Ayrıca bir enerji grubu için $\phi_k = \phi_k^*$ olur. Yukarıdaki (2.7) ve (2.8) eşitliklerinden hareketle aşağıdaki biortogonal bağıntılar kolayca gösterilebilir:

$$\langle \phi_m^*, M_0 \phi_k \rangle = \delta_{mk} , \quad (2.9)$$

$$\langle \phi_m^*, L_0 \phi_k \rangle = \frac{1}{\lambda_k} \delta_{mk} , \quad (2.10)$$

(2.3), (2.4) ve (2.5) ifadelerini (2.1) de kullanalım.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mathcal{V}} \frac{\partial}{\partial t} \left(N_0 \phi_0(r) + \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right) = & -(L_0(r) + \delta L(r,t)) \left(N_0 \phi_0(r) + \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right) + \\ & (1 - \beta)(M_0(r) + \delta M(r,t)) \left(N_0 \phi_0(r) + \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right) + \lambda^c \left(\frac{C_0 \phi_0(r)}{\mathcal{V}} + \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) \phi_k(r) \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Sürekli rejim için (2.11) denklemi aşağıdaki gibi olur:

$$0 = -L_0(r)(N_0 \phi_0(r)) + (1 - \beta)(M_0(r))(N_0 \phi_0(r)) + \lambda^c \left(\frac{C_0 \phi_0(r)}{\mathcal{V}} \right). \quad (2.12)$$

(2.12) denklemini (2.11)'de kullanarak denklemi basitleştirilelim. Bundan sonra amacımız uzay bağımlılığını uygun bir şekilde elimine ederek, zamana bağlı adi differansiyel modal kinetik denklemlerine ulaşmaktır. Denklemi ϕ_m^* ile çarpıp reaktör kalp hacmi üzerinden integre edelim:

$$\begin{aligned}
\left\langle \phi_m^*, \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right) \right\rangle &= \left\langle \phi_m^*, (M_0(r) - L_0(r)) \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right\rangle \\
&+ \left\langle \phi_m^*, (\delta M(r, t) - \delta L(r, t)) N_0 \phi_0(r) \right\rangle \\
&+ \left\langle \phi_m^*, (\delta M(r, t) - \delta L(r, t)) \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right\rangle \\
&- \left\langle \phi_m^*, \beta \delta M(r, t) (N_0 \phi_0(r)) \right\rangle - \left\langle \phi_m^*, \beta M_0(r) \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right\rangle \\
&- \left\langle \phi_m^*, \beta \delta M(r, t) \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right\rangle \\
&+ \left\langle \phi_m^*, \frac{\lambda^c}{V} \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) \phi_k(r) \right\rangle
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Şimdi (2.13) denklemindeki tüm ifadeleri teker teker düzenleyelim. Önce sol taraftaki ifadeyi basitleştirelim; (2.6) bağıntısının statik- λ modları için köşegen ile köşegen olmayan terimleri karşılaştırdığımızda, köşegen olmayan terimlerin çok küçük oldukları ve ihmal edilebilecekleri nümerik olarak gösterilmiştir (Munoz-Cobo ve diğ, 1996).

$$\left\langle \phi_m^*, \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right\rangle = \left\langle \phi_m^*, \frac{1}{V} \phi_m \right\rangle \frac{dn_m(t)}{dt}. \tag{2.14}$$

Şimdi (2.13) denkleminin sağ tarafındaki ilk skaler çarpım ifadesini sadeleştirilelim.

$$\begin{aligned}
\left\langle \phi_m^*, (M_0(r) - L_0(r)) \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right\rangle &= \left\langle \phi_m^*, -L_0(r) \phi_m + M_0(r) \phi_m \right\rangle n_m(t) \\
&= \left\langle \phi_m^*, \left(1 - \frac{1}{\lambda_m} \right) M_0(r) \phi_m \right\rangle n_m(t) \\
&= \left\langle \phi_m^*, M_0(r) \phi_m \right\rangle \rho_m^s n_m(t).
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Temel moda ait reaktivite tanımına öykünerek kritik altı m . modun statik reaktivite değeri aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\rho_m^s \equiv \left(1 - \frac{1}{\lambda_m}\right). \quad (2.16)$$

Bir diğer ifadeye geçmeden yeni bir tanım daha verelim (Farawila, 1998; Hashimoto ve diğ, 1991).

$$\rho_{mn}^F(t) \equiv \frac{\langle \phi_m^*, (\delta M(r, t) - \delta L(r, t)) \phi_n(r) \rangle}{\langle \phi_m^*, M_0 \phi_m \rangle}, \quad (2.17)$$

$\rho_{mn}^F(t)$ n . modun neden olduğu reaksiyon hızı değişikliğinin m . moda geri besleme şeklindeki uyarım reaktivitesi olarak yorumlanabilir (Hashimoto, 1993). (2.13) eşitliğinin sağ tarafındaki ikinci ifadeyi (2.17) tanımını kullanarak aşağıdaki şekle indirgeyebiliriz:

$$\langle \phi_m^*, (\delta M(r, t) - \delta L(r, t)) \phi_0(r) \rangle = \rho_{m0}^F(t) \langle \phi_m^*, M_0 \phi_m \rangle. \quad (2.18)$$

Yine (2.13) eşitliğinin sağ tarafındaki üçüncü ifade için (2.17) tanımını kullanalım.

$$\begin{aligned} & \left\langle \phi_m^*, (\delta M(r, t) - \delta L(r, t)) \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right\rangle \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \langle \phi_m^*, (\delta M(r, t) - \delta L(r, t)) \phi_k(r) \rangle n_k(t) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \rho_{mn}^F(t) \langle \phi_m^*, M_0 \phi_m \rangle n_k(t) \end{aligned} \quad (2.19)$$

(2.13) denkleminin sağ tarafındaki son dört ifade aşağıdaki şekilde kolayca düzenlenebilir.

$$\langle \phi_m^*, \beta \delta M(r, t) (N_0 \phi_0(r)) \rangle = \langle \phi_m^*, \delta M(r, t) \phi_0(r) \rangle \beta N_0, \quad (2.20)$$

$$\left\langle \phi_m^*, M_0(r) \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right\rangle \beta = \langle \phi_m^*, M_0 \phi_m \rangle n_m(t) \beta, \quad (2.21)$$

$$\left\langle \phi_m^*, \beta \delta M(r, t) \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \langle \phi_m^*, \delta M(r, t) \phi_k \rangle n_k(t) \beta. \quad (2.22)$$

Simdi son ifademizi düzenleyelim:

$$\left\langle \phi_m^*, \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) \phi_k(r) \right\rangle \lambda^c = \left\langle \phi_m^*, \frac{1}{\mathcal{V}} \phi_m \right\rangle c_m(t) \lambda^c. \quad (2.23)$$

(2.13) eşitliğinde yukarıdaki bulunan değerleri yerlerine koyarak elde edilen denklemi $\left\langle \phi_m^*, M_0 \phi_m \right\rangle$ ifadesine bölelim. Bunu yaparken aşağıdaki tanımı da göz önüne alalım:

$$\Lambda_m \equiv \left\langle \phi_m^*, \frac{1}{\mathcal{V}} \phi_m \right\rangle / \left\langle \phi_m^*, M_0 \phi_m \right\rangle, \quad (2.24)$$

Λ_m m. mod için nötron üreme zamanıdır.

$$\begin{aligned} \Lambda_m \frac{dn_m(t)}{dt} = & \rho_m^s n_m(t) - \beta n_m(t) + \rho_{m0}^F N_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \rho_{mk}^F n_k(t) + \Lambda_m \lambda^c c_m(t) - \\ & \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \left\langle \phi_m^*, \delta M(r, t) \phi_k \right\rangle n_k(t) \beta + \left\langle \phi_m^*, \delta M(r, t) \phi_0 \right\rangle \beta N_0}{\left\langle \phi_m^*, M_0 \phi_m \right\rangle} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Gecikmiş nötronların değişime katkısı aşağıdaki ifade ile belirlenir:

$$\rho_{mk}^d(t) \equiv \frac{\left\langle \phi_m^*, \delta M(r, t) \phi_k \right\rangle}{\left\langle \phi_m^*, M_0 \phi_m \right\rangle}, \quad (2.26)$$

$\rho_{mk}^d(t)$ m ve k. modların etkileşimlerinden ortaya çıkan gecikmiş nötronlar için geri besleme reaktivite değeridir. Bu son yapılan tanım ile denklemi yeniden düzenleyelim:

$$\begin{aligned} \Lambda_m \frac{dn_m(t)}{dt} = & \rho_m^s n_m(t) - \beta n_m(t) + \rho_{m0}^F N_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \rho_{mk}^F n_k(t) \\ & + \Lambda_m \lambda^c c_m(t) - \rho_{m0}^d(t) \beta N_0 - \sum_{k=0}^{\infty} \rho_{mk}^d(t) n_k(t) \beta \end{aligned} \quad (2.27)$$

Şimdi (2.2) denkleminin modal formunu oluşturalım. (2.1) denklemi için uyguladığımız aşamalara benzer işlemleri yapalım:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{C_0 \phi_0(r)}{\mathcal{V}} + \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) \phi_k(r) \right) &= \beta(M_0(r) + \delta M(r, t)) \left(N_0 \phi_0(r) + \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right) \\ &\quad - \mathcal{L}^c \left(\frac{C_0 \phi_0(r)}{\mathcal{V}} + \frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) \phi_k(r) \right). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Sürekli rejim için (2.28) denklemi aşağıdaki gibi olur:

$$0 = \beta M_0(r) N_0 \phi_0(r) - \mathcal{L}^c \left(\frac{C_0 \phi_0(r)}{\mathcal{V}} \right). \quad (2.29)$$

Yukarıdaki (2.29) denklemini (2.28)'de kullanarak oluşan ifadeyi yeniden düzenleyelim:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) \phi_k(r) \right) &= \beta \delta M(r, t) \left(N_0 \phi_0(r) + \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right) + \\ &\quad \beta M_0(r) \left(\sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right) - \mathcal{L}^c \left(\frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) \phi_k(r) \right). \end{aligned} \quad (2.30)$$

Şimdi (2.30) Denklemini ϕ_m^* ile çarpalım, daha sonra hacim üzerinden integral alalım.

$$\begin{aligned} \left\langle \phi_m^*, \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) \phi_k(r) \right) \right\rangle &= \left\langle \phi_m^*, \beta \delta M(r, t) N_0 \phi_0(r) \right\rangle \\ &\quad + \left\langle \phi_m^*, \beta \delta M(r, t) \sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right\rangle \\ &\quad + \left\langle \phi_m^*, \beta M_0(r) \left(\sum_{k=0}^{\infty} n_k(t) \phi_k(r) \right) \right\rangle \\ &\quad - \left\langle \phi_m^*, \mathcal{L}^c \left(\frac{1}{\mathcal{V}} \sum_{k=0}^{\infty} c_k(t) \phi_k(r) \right) \right\rangle, \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\Lambda_m \frac{dc_m(t)}{dt} = n_m(t)\beta - \Lambda_m c_m(t)\lambda^c + \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \langle \phi_m^*, \delta M(r,t) \phi_k(r) \rangle n_k(t)\beta + \langle \phi_m^*, \delta M(r,t) \phi_0(r) \rangle N_0 \beta}{\langle \phi_m^*, M_0(r) \phi_m(r) \rangle} \quad (2.32)$$

$$\Lambda_m \frac{dc_m(t)}{dt} = n_m(t)\beta - \Lambda_m c_m(t)\lambda^c + \rho_{m0}^d(t)\beta N_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \rho_{mk}^d(t)n_k(t)\beta. \quad (2.33)$$

Şimdi elde edilen modal kinetik denklemleri önce normalize edelim. Zaman bağımlı açılım katsayıları $n_m(t)$ ve $c_m(t)$ değerlerini N_0 büyüklüğünün kesri olarak verelim:

$$n_m^*(t) \equiv \frac{n_m(t)}{N_0}, \quad m=0,1,\dots \quad (2.34)$$

Benzer şekilde $c_m(t)$ için aşağıdaki ifade elde edilir,

$$c_m^*(t) \equiv \frac{c_m(t)}{N_0}. \quad (2.35)$$

(2.27) ve (2.33) denklemlerinde yukarıdaki (2.34), (2,35) tanımlarını yerlerine yazalım. Gecikmiş nötronların geri besleme katkılarını (ρ_{mk}^d) ihmal edebiliriz; çünkü geri besleme reaktivitesine katkıları, ani nötronlar ile kıyaslandığında çok küçüktür. Elde edilen denklemleri $m, k = 0,1$ için düzenleyelim. Aşağıdaki sonuçlar kolayca bulunur (Munoz-Cobo ve diğ, 2002). Temel mod için elde edilen denklemi verelim:

$$\frac{dn_0^*(t)}{dt} = \frac{\rho_{00}^F(t) - \beta}{\Lambda_0} n_0^*(t) + \frac{\rho_{00}^F(t)}{\Lambda_0} + \frac{\rho_{01}^F(t)}{\Lambda_0} n_1^*(t) + \lambda^c c_0^*(t), \quad (2.36)$$

$$\frac{dc_0^*(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda_0} n_0^*(t) - \lambda^c c_0^*(t). \quad (2.37)$$

Birinci kritik altı mod için elde edilen denklemi verelim:

$$\frac{dn_1^*(t)}{dt} = \frac{\rho_1^s + \rho_{11}^F(t) - \beta}{\Lambda_1} n_1^*(t) + \frac{\rho_{10}^F(t)}{\Lambda_1} + \frac{\rho_{10}^F(t)}{\Lambda_1} n_0^*(t) + \lambda^c c_1^*(t), \quad (2.38)$$

$$\frac{dc_1^*(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda_1} n_1^*(t) - \lambda^c c_1^*(t). \quad (2.39)$$

Bu bölümde modal kinetik denklemleri elde ettik. Bulunan (2.36-39) denklemleri (1.2-3) ile karşılaştırıldığında daha genel sonuçlar elde edildiği, modlar arası lineer olmayan etkileşimlerin varlığı görülmektedir. Yapılan temel varsayımları özetlersek: Uzay bağımlı reaktör kinetiği için bir enerji, bir gecikmiş nötron öncü grubu yaklaşımı kullanılmış, fisyon üretim ve net kayıp operatörleri için uzay, zaman bağımlılığı göz önüne alınmış, öne sürülen problemde modal açılım tekniği uygulanmış ve ω -modları yerine λ -modaları kullanılmış, λ -modalarının (2.6) şartını yaklaşık olarak sağlayacağı varsayımı yapılmıştır.

Lineer ve lineer olmayan analiz çerçevesinde (2.36-39) denklemlerini ileride kullanacağız. (2.18) ile verilen $\rho_{mm}^F(t)$ ani nötronlar için geri besleme reaktivite değeri Bölüm-3'de modal dinamik reaktivitelerin irdelenmesinde temel oluşturacaktır. (2.4) eşitliği reaktördeki zaman ve konum bağımlı nötron akısının, statik reaktöre ait baskın λ -modaları (λ -öz fonksiyonu) ile zaman bağımlı genlik fonksiyonlarının çarpımı olarak elde edileceğini göstermektedir. Demek ki, bu aşamadan sonra amacımız önce statik reaktöre ait λ -modalarını bulmak olacaktır. Eğer bunlar verilirse modal reaktiviteler hesaplanabilir.

3. BWR'DE FARKLI İKİ ÜNİFORM BÖLGE İÇİN STATİK AKILAR VE REAKTİVİTE ANALİZİ

Bu bölümdeki temel amaç, kaynama sınırındaki değişimi dinamik reaktivite olarak ifade etmektir. Önce bir tek üniform bölgeden oluşan silindirik reaktörde geometrik akı bükümü ile statik reaktiviteler arasındaki ilişki irdelenecektir. Daha sonra farklı iki üniform bölgeden oluşan kalp için bir enerji gruplu difüzyon denkleminin statik öz fonksiyonları elde edilecek ve kaynama sınırının bir fonksiyonu olarak statik akıların değişimi irdelenecektir. Aynı zamanda birinci eksenel akı modunun temel mod ile etkileşimi üzerinde durulacaktır. En son olarak kaynama sınırına bağlı reaktivite analizi yapılacaktır.

3.1 Üniform Silindirik Reaktör İçin Statik Reaktivite Analizi

Kritik altı modların reaktiviteleri reaktörün kararlılığını önemli ölçüde etkilemektedir. Bunlara kısaca modal reaktiviteler diyebiliriz. Modal reaktiviteler kaynama sınırı ve geometrik akı bükümüne bağlı olarak değişmektedir. Özellikle statik reaktiviteler ile geometrik akı bükümü arasında çok yakın bir ilişki bulunmaktadır.

Silindirik reaktör için bulduğumuz, geometrik akı bükümü ile bunların kritik altı reaktivite değerleri arasında bir bağıntı ortaya koyabiliriz. En basit statik difüzyon denklemi (2.7) bağıntısına göre aşağıdaki gibi verilir (Stacey, 2001):

$$\nabla^2 \phi_{i,j,k}(r,z) + \frac{\nu \Sigma_f - \Sigma_a}{D} \phi_{i,j,k}(r,z) = 0, \quad i, j, k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

(3.1) denklemini öz değer problemi formunda düzenleyelim:

$$\nabla^2 \phi_{i,j,k}(r,z) + B_{i,j,k}^2 \phi_{i,j,k}(r,z) = 0, \quad i, j, k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.2)$$

Bu denklem Helmholtz denklemi olup, $B_{i,j,k}^2$ geometrik akı bükümü olarak tanımlanır:

$$B_{i,j,k}^2 = \frac{\frac{\nu \Sigma_f}{\lambda_{i,j,k}} - \Sigma_a}{D} \quad (3.3)$$

Statik reaktivite m. mod için Bölüm 2’de (2.16) ile aşağıdaki gibi tanımlanmıştı:

$$\rho_{i,j,k}^s \equiv 1 - \frac{1}{\lambda_{i,j,k}} \quad (2.16)$$

(3.3) denkleminden $\frac{1}{\lambda_{i,j,k}}$ değeri çekilip $\rho_{i,j,k}^s$ ’de yerine yazılırsa aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$\rho_{i,j,k}^s = -\frac{DB_{i,j,k}^2}{\nu \Sigma_f} + 1 - \frac{\Sigma_a}{\nu \Sigma_f}. \quad (3.4)$$

Temel mod için kritik bir reaktörde $\lambda_{0,0,0} = 1$ olduğundan statik reaktivite değeri (2.16) tanımından sıfıra eşittir.

$$\rho_{0,0,0}^s = 0 \quad (3.5)$$

(3.5) sonucunun (3.4)’de kullanılması ile aşağıdaki ifadeye kolayca ulaşılır:

$$1 - \frac{\Sigma_a}{\nu \Sigma_f} = \frac{DB_{0,0,0}^2}{\nu \Sigma_f}. \quad (3.6)$$

(3.6) eşitliğinin (3.4)’de kullanılması ile ulaşmak istediğimiz sonuca varırız:

$$\rho_{i,j,k}^s = \frac{D}{\nu \Sigma_f} (B_{0,0,0}^2 - B_{i,j,k}^2). \quad (3.7)$$

Temel ve i,j,k modlara ait geometrik akı bükümlerinin farkları aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$\Delta B_{i,j,k}^2 \equiv B_{0,0,0}^2 - B_{i,j,k}^2. \quad (3.8)$$

$$\rho_{i,j,k}^s = \frac{D}{\nu \sum_f} \Delta B_{i,j,k}^2, \quad (3.9)$$

(3.9) eşitliği nükleer parametrelerin sabit alınması şartı ile modal statik reaktivitelerin yalnızca o modlara ait geometrik akı bükümü ile alakalı olduğunu göstermektedir. (3.9) statik reaktivite formülünden yararlanarak silindirik reaktör için önce birinci azimutal kritik altı modun statik reaktivite değerini hesap edelim. Silindirik reaktörde sırası ile temel, birinci azimutal, birinci eksenel mod ve bunlara ait geometrik akı bükümlerini EK-A'dan da faydalananarak Tablo 3.1 ile gösterelim.

Tablo 3.1: Temel, birinci azimutal, birinci eksenel modlar ve geometrik akı bükümleri.

$\Phi_{0,0,0}(r, \theta, z) \approx J_0\left(\frac{v_{0,1}}{\tilde{R}} r\right) \sin\left(\frac{\pi}{\tilde{L}} z\right)$	$B_{0,0,0}^2 = \left(\frac{v_{0,1}}{\tilde{R}}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\tilde{L}}\right)^2 \quad (3.10)$
$\Phi_{0,0,1}(r, \theta, z) \approx J_1\left(\frac{v_{1,1}}{\tilde{R}} r\right) \sin\left(\frac{\pi}{\tilde{L}} z\right) \sin(\theta)$	$B_{0,0,1}^2 = \left(\frac{v_{1,1}}{\tilde{R}}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\tilde{L}}\right)^2 \quad (3.11)$
$\Phi_{1,0,0}(r, \theta, z) \approx J_0\left(\frac{v_{0,1}}{\tilde{R}} r\right) \sin\left(\frac{2\pi}{\tilde{L}} z\right)$	$B_{1,0,0}^2 = \left(\frac{v_{0,1}}{\tilde{R}}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\tilde{L}}\right)^2 \quad (3.12)$

(3.10)'dan (3.11) çıkarılırsa aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$\Delta B_{0,0,1}^2 = \frac{v_{0,1}^2 - v_{1,1}^2}{\tilde{R}^2}, \quad (3.13)$$

(3.10)'dan (3.12) çıkarılırsa aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$\Delta B_{1,0,0}^2 = -3\left(\frac{\pi}{\tilde{L}}\right)^2 \quad (3.14)$$

(3.13) eşitliğinin (3.9)'da yerine konması ile birinci azimutal kritik altı reaktivite değeri hesaplanmış olur:

$$\rho_{0,0,1}^s = \frac{D}{\nu \sum_f} \left(\frac{v_{0,1}^2 - v_{1,1}^2}{\tilde{R}^2} \right). \quad (3.15)$$

Yarıçapı büyük olan reaktörlerde bu modun daha etkili olacağını (3.15) eşitliğinden görmekteyiz; çünkü yarıçap büyüdükçe reaktivite değeri artmaktadır. (3.14)

eşitliğinin (3.9)'da yerine konması ile birinci eksenel kritik altı reaktivite değeri hesaplanmış olur:

$$\rho_{1,0,0}^s = \frac{-3D}{v\Sigma_f} \left(\frac{\pi}{\tilde{L}} \right)^2. \quad (3.16)$$

Yükseklik/yarıçap oranı yeterince büyük reaktörlerde birinci eksenel reaktivite modu (3.15-16) bağıntılarına göre daha etkili olabilmektedir. Oran büyüdükçe reaktivite değeri de artmaktadır. Bu durumu daha açık ortaya koymak için $\rho_{0,0,1}^s \leq \rho_{1,0,0}^s$ eşitsizliğini düzenleyerek $\tilde{L} \geq 1.8241\tilde{R}$ şartını elde ederiz. Bu sonuç, birinci eksenel modun, birinci azimutal moda göre, kritiklite bakımından önde olma şartını vermektedir.

Silindirik bir reaktör için geometrik akı bükümleri ve ilgili statik reaktiviteler, kritiklite önem sırasına göre aşağıdaki Tablo 3.2 ile verilmiştir.

Tablo 3.2: Silindirik bir reaktör için modal geometrik akı bükümleri ve statik reaktiviteler.

m : mod indisi	i : eksenel indis	j : radyal indis	k : azimutal indis	$B_{i,j,k}^2, m^{-2}$	$\rho_{i,j,k}^s$	Açıklama
0	0	0	0	1.8245	0	Temel mod
1	0	0	1	3.5273	-0.0098	Birinci azimutal mod
2	1	0	0	3.9779	-0.0125	Birinci eksenel mod
3	1	0	1	5.6808	-0.0193	Eksenel-azimutal mod
4	0	0	2	5.7648	-0.0197	İkinci Azimutal mod
5	0	1	0	6.5488	-0.0236	Birinci radyal mod
6	2	0	0	7.5671	-0.0287	İkinci eksenel mod
7	1	0	2	7.9183	-0.0305	Birinci eksenel-ikinci azimutal mod
8	1	1	0	8.7023	-0.0344	Eksenel-radyal mod
9	2	0	1	9.2699	-0.0372	İkinci eksenel-birinci azimutal mod

Aşağıdaki BWR için tipik nükleer veriler alınarak (3.15) ve (3.16) hesap edilebilir:

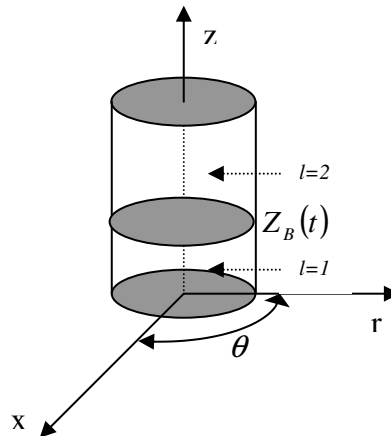
$$D = 0.01m, \quad v\Sigma_f = 2.0m^{-1}, \quad \tilde{R} = 2.286m, \quad \tilde{L} = 3.708m, \quad v_{0,1} = 2.4048 \quad \text{ve} \\ v_{1,1} = 3.8317 \quad (\text{Van Bragt, 1998; March-Leuba ve Blakeman, 1991}).$$

$$\rho_{0,0,1}^s = -0.0098, \quad (3.17)$$

$$\rho_{1,0,0}^s = -0.0125. \quad (3.18)$$

3.2 İki Farklı Üniform Bölge İçin Bir Enerji Gruplu Difüzyon Denkleminin Statik Öz fonksiyonları

Şekil 3.1’de silindirik simetriye sahip ve eksenel yönde iki üniform bölgeden oluşan basitleştirilmiş reaktör kalbi görülmektedir. Üniform bölgeler $Z_B(t)$ kaynama sınırı ile birbirinden ayrılmaktadır. Önce statik, temel ve kritik altı akı modlarını (öz fonksiyonları) elde etmekle işe başlayacağız; çünkü Bölüm 2’de türetilen modal reaktivitelerin hesap edilebilmeleri için statik öz fonksiyonları kullanmak gerekmektedir.



Şekil 3.1: Silindirik reaktörde homojen bir ve iki fazlı bölgeler

Aynı zamanda bu alt bölümde statik reaktörde kaynama sınırının farklı konumları için öz değerlerin, temel ve birinci kritik altı akı profillerinin nasıl etkilendiğini de inceleyeceğiz.

EK-A’da çıplak üniform silindirik reaktör için, tek enerji gruplu difüzyonla ilgili Helmholtz denkleminin öz değer ve öz fonksiyonları verilmiştir. Modelimiz için silindirik reaktörü bir ve iki fazlı olmak üzere iki üniform bölgeye ayırıyoruz. Burada

birinci eksenel mod $J_0\left(\frac{v_{0,1}}{\tilde{R}}r\right)Z_l^{(1)}(z)$ şeklinde olup silindirik simetriye sahiptir. Bu

nedenle reaktörün eksenel yönde iki üniform bölgeden oluştuğu göz önüne alınacaktır. Silindirik simetrisi olan çözümler istediğimiz için bir enerji gruplu

difüzyon denklemi azimut açısından (θ) bağımsız yazılacaktır (Henry, 1975; Duderstadt ve Hamilton, 1976). Bölüm 2'deki (2.7) denkleminde operatörler yerlerine koyulup gerekli düzenlemeler yapılırsa aşağıdaki bağıntı kolayca bulunur:

$$D^{(l)} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi(r, z)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi(r, z)}{\partial z^2} + (\lambda^{-l} \nu \Sigma_f^{(l)} - \Sigma_a^{(l)}) \Phi(r, z) = 0. \quad (3.19)$$

$$l = 1, 2$$

$\Phi(r, z)$ bir gruplu difüzyon denklemi için nötron akısını temsil etmektedir. Sırası ile $l=1$ ve $l=2$ üst indisleri bir ve iki fazlı bölgeleri temsil etmektedir. Radyal yönde (r) $\nu \Sigma_f^{(l)}$, $\Sigma_a^{(l)}$ ve $D^{(l)}$ değerleri üniform olduğundan $\Phi(r, z)$ fonksiyonunu değişkenlerine $\Phi(r, z) = R(r)Z(z)$ olarak ayrıştırabiliriz. EK-A'dan faydalananak aşağıdaki çözümleri kolayca yazabiliriz.

$$Z_i^{(l)}(z) = C_i^{(l)} \sin(B_{zi}^{(l)} z) + C_2^{(l)} \cos(B_{zi}^{(l)} z) \quad \begin{matrix} l = 1, 2 \\ i = 0, 1, 2, \dots \end{matrix} \quad (3.20)$$

$$R_{k,j}(r) \approx J_k \left(\frac{\nu_{k,j+1}}{\tilde{R}} r \right). \quad j, k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.21)$$

$C^{(1)}$, $C^{(2)}$, $C^{(3)}$, $C^{(4)}$ olmak üzere dört tane bilinmeyen bulunmaktadır. Problemimizin iki sınır, iki de arayüz olmak üzere dört tane koşulu vardır. Öz değer problemi homojen olduğundan bu dört bilinmeyenden $C_i^{(l)} = 1$ alarak, diğerlerini çözeceğiz. Problemin sınır koşulları:

$$a) \Phi_{i,j,k}^{(l)}(r, z) = 0; \quad z = 0 \text{ veya } r = \tilde{R} \quad (3.22)$$

$$b) \Phi_{i,j,k}^{(2)}(r, z) = 0; \quad z = \tilde{L} \text{ veya } r = \tilde{R} \quad (3.23)$$

Yukarıdaki ifadelerde kullanılan $\tilde{R}$ uzatılmış yarıçaptır, $\tilde{L}$ ise uzatılmış aktif kalp yüksekliğidir. İlk sınır koşulunun kullanılması ile bir fazlı bölgeyi temsil eden akı modları aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\Phi_{i,j,k}^{(l)}(r, z) = C_i^{(l)} J_k \left(\frac{\nu_{k,j+1}}{\tilde{R}} r \right) \sin(B_{zi}^{(l)} z). \quad 0 \leq z \leq Z_B \text{ ve } 0 \leq r \leq \tilde{R} \quad (3.24)$$

İkinci sınır koşulunun da kullanılması ile iki fazlı bölge için modal akılar elde edilir.

$$\Phi_{i,j,k}^{(2)}(r,z) = J_k \left(\frac{v_{k,j+1}}{\tilde{R}} r \right) \left(C_1^{(2)} \sin(B_{zi}^{(2)} z) + C_2^{(2)} \cos(B_{zi}^{(2)} z) \right);$$

$$Z_B \leq z \leq \tilde{L} \text{ ve } 0 \leq r \leq \tilde{R}, \quad (3.25)$$

$$C_2^{(2)} = -C_1^{(2)} \tan(B_{zi}^{(2)} \tilde{L}). \quad (3.26)$$

Yukarıdaki denklemlerde kullanılan parametreler aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$(B_{zi}^2)^{(l)} \equiv (B_i^2)^{(l)} - B^2, \quad (3.27)$$

$$(B_i^2)^{(l)} \equiv \frac{(\lambda_i^{-l} v \Sigma_f^{(l)} - \Sigma_a^{(l)})}{D^{(l)}}, \quad (3.28)$$

$$B^2 \equiv \left(\frac{v_{0,l}}{\tilde{R}} \right)^2. \quad (3.29)$$

Yukarıda (3.28) tanımında uygun nükleer malzeme için $(B_i)^{(l)} > 0$ varsayılmıştır.

Problemin ara yüz koşulları aşağıda verilmiştir. Ara yüz koşulları:

$$c) \quad \Phi_{i,j,k}^{(l)}(r, Z_B) = \Phi_{i,j,k}^{(2)}(r, Z_B); \quad z = Z_B, \quad 0 \leq r \leq \tilde{R} \quad (3.30)$$

$$d) \quad -D^{(l)} \frac{d^2 \Phi_{i,j,k}^{(l)}(r, z)}{dz^2} \Big|_{z=Z_B} = -D^{(2)} \frac{d^2 \Phi_{i,j,k}^{(2)}(r, z)}{dz^2} \Big|_{z=Z_B}; \quad 0 \leq r \leq \tilde{R} \quad (3.31)$$

(3.30) eşitliği akının, (3.31) ise akının sürekliliğini ifade etmektedir. Ara yüz koşullarının da kullanılması ile homojen denklem sisteminin sabit katsayılar matrisi aşağıdaki şekilde elde edilir. Denklem sistemi homojen bir yapıda olduğundan akı profillerinin şeklini elde ederiz. Genliklerin tespitinde ise reaktör gücünün bilinmesi gerekir.

$$\begin{bmatrix} \sin(B_{zi}^{(l)} Z_B) & -(\sin(B_{zi}^{(2)} Z_B) - \tan(B_{zi}^{(2)} \tilde{L}) \cos(B_{zi}^{(2)} Z_B)) \\ D^{(l)} B_{zi}^{(l)} \cos(B_{zi}^{(l)} Z_B) & -D^{(2)} B_{zi}^{(2)} (\cos(B_{zi}^{(2)} Z_B) + \tan(B_{zi}^{(2)} \tilde{L}) \sin(B_{zi}^{(2)} Z_B)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1^{(l)} \\ C_1^{(2)} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.32)$$

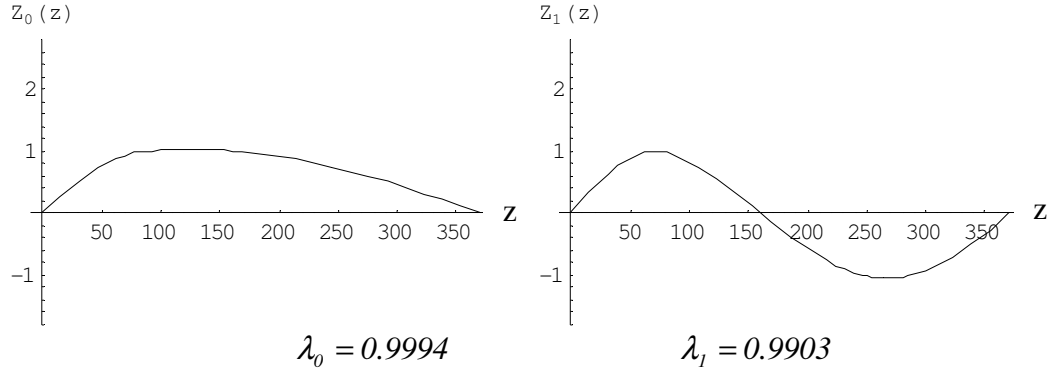
(3.32) denklemi homojen olduğundan katsayılar determinanı sıfır ise çözüm vardır. Determinanı sıfır yapan λ_i değerleri aranan öz değerlerdir.

3.3 Statik Akı Harmonikleri

Statik akı harmonikleri için *MATHEMATICA*[®]'da örnek bir uygulama yapılmıştır. Her iki bölge için kullanılan nükleer veriler Tablo 3.3 ile verilmiştir. Bu örnekte kaynama sınırı olan Z_B 'deki değişimin akı profilleri ve öz değerleri üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Homojen denklemin katsayılar determinanı sıfıra eşitlenerek, buradan kritik reaktör için öz değerler tespit edilmiştir. Öz değerlerin bulunmasından sonra $C_I^{(l)} = I$ alınarak akı fonksiyonları (harmonikleri) elde edilmiştir. Hesaplamalarda normalize edilmiş akı harmonikleri kullanılmıştır. Uzatılmış aktif kalp yüksekliği $\tilde{L} = 370.8cm$ alınmıştır. Akı şekil fonksiyonlarının hesaplanması için uzatılmış uzunluklar kullanıldı; ancak nötroniği termalhidrolik ile kuple olarak kullandığımız zaman gerçek fiziksel boyutlar da işin içine girecektir. Bu durumda iki farklı kanal uzunluğunun varlığı karışıklık yaratacaktır. Belirtilen sıkıntıyı önlemek için $\tilde{L} \cong L_H$ alınacaktır. Statik akı profilleri köşe fonksiyonları kullanılarak çok nodlu kalpler için kolayca elde edilebilir(Mikhailov ve Özışık, 1994). Bir enerji gruplu zaman bağımlı difüzyon denklemine ait çözümler, çok bölgeli reaktör kalbi varsayımı altında Nagaya ve Kobayashi (1995) tarafından yapılmıştır.

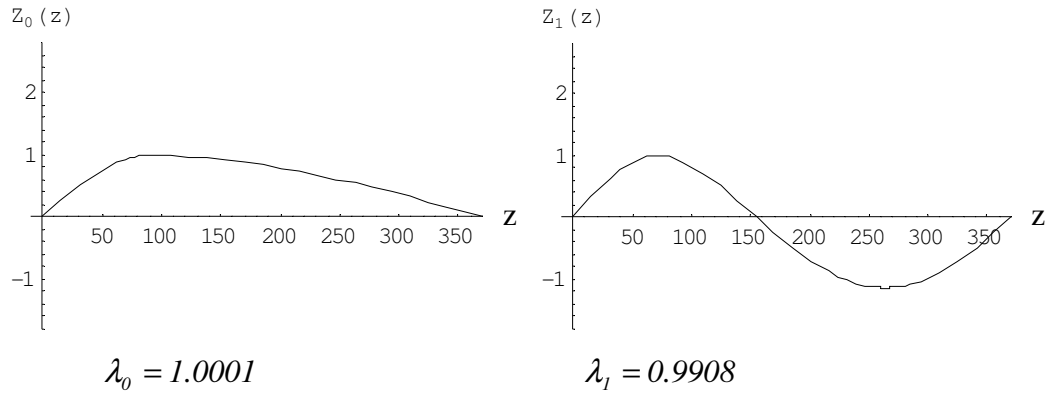
Tablo 3.3: Nodlar için nötronik parametreler (Van Bragt, 1998; March-Leuba ve Blakeman,1991).

Parametreler	$l=1(1.bölge)$	$l=2(2.bölge)$
$\nu \Sigma_f^{(l)} [m^{-1}]$	2.03000	1.99000
$\Sigma_a^{(l)} [m^{-1}]$	1.99000	1.98700
$D^{(l)} [m]$	0.01000	0.01001



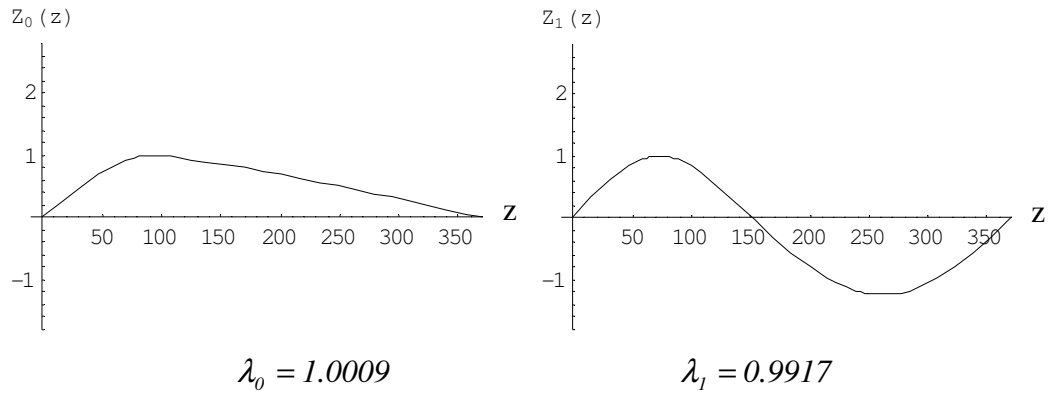
$$Z_B = 0.85 \text{ m}$$

(a)



$$Z_B = 0.95 \text{ m}$$

(b)



$$Z_B = 1.05 \text{ m}$$

(c)

Şekil 3.2: Temel ve birinci eksenel akıların kaynama sınırına bağlı değişimi.

Şekil 3.2 (a)'da kaynama sınırı $Z_B = 0.85 m$ için hesaplamalar yapılmış ve reaktörün kritik altı, yani temel moda ait öz değerin 1'den küçük olduğu belirlenmiştir. Birinci eksenel kritik altı moda ait öz değer temel moda göre daha küçüktür. Temel moda ait akı profilinde maksimum noktanın $z \cong 1.25 m$ civarlarında olduğunu görüyoruz. $Z_B = 0.85 m$ olduğundan iki fazlı bölge hacminin reaktörün daha büyük bir kısmını oluşturması nedeniyle temel moda ait akı profilindeki tepe noktası merkeze yakındır. Birinci eksenel kritik altı akı profilinin $z \cong 1.60 m$ 'de sıfır olduğuna dikkat edelim.

Şekil 3.2 (b)'de kaynama sınırı $Z_B = 0.95 m$ için hesaplamalar yapılmış ve öz değerlerin artarak değiştiği görülmüştür. Bir fazlı bölgenin hacmi arttığı için bu bölgede üretilen enerji miktarı da artacağından, temel moda ait akı profili maksimumu aşağıya doğru kaymıştır. Birinci eksenel kritik altı akı profili $z \cong 1.55 m$ 'de sıfır değerini almıştır. Temel mod için bulunan öz değerden, reaktörün $Z_B = 0.95 m$ civarında kritik sayılabileceğini söyleyebiliriz.

Şekil 3.2 (c)'de kaynama sınırı $Z_B = 1.05 m$ alınarak hesaplamalar yapılmış ve reaktörün kritik üstü olduğu görülmüştür. Enerji üretimi giderek bir fazlı bölgede yoğunlaştığından temel moda ait akı profili tepe noktasının $z \cong 1.00 m$ civarlarına düştüğünü görüyoruz.

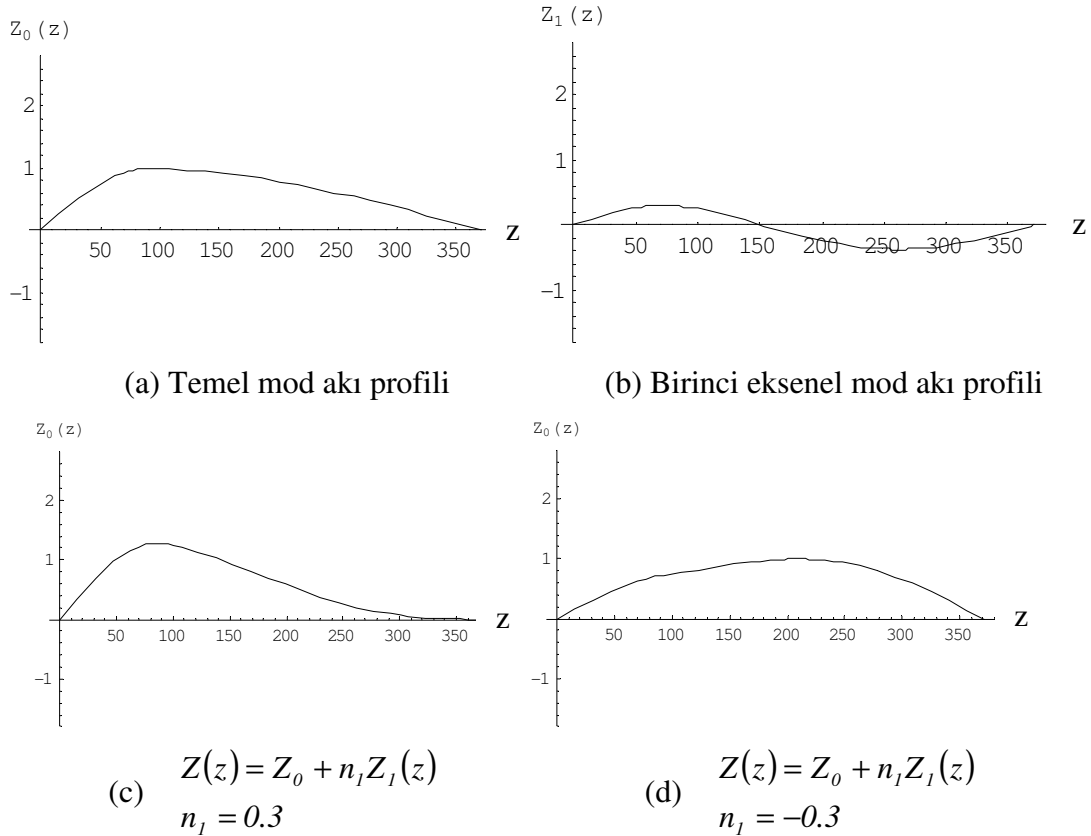
Reaktör kalbi, moderatörün bir ve iki fazlı olduğu iki bölgeye ayrıldığından; akının eksenel yöndeki profilinin simetrisi yoktur. Ayrıca kaynama sınırının hareketli olması global güç salınımlarında bile birinci eksenel akı harmonik modunun daima uyarılarak etkili olacağını göstermektedir. Bu nedenle reaktör kinetiğinin uzay bağımlılığını da modele katmak ve sistemi daha gerçekçi olarak temsil etmek üzere ilgili türetilen modal kinetik denklemlere ihtiyaç vardır.

Başlangıçta kritik olan reaktörün materyal kompozisyonunda, zaman bağımlılığı adım şeklinde, uzay bağımlı bir pertürbasyon yaparak, şekil değiştirmiş akıyı kritik reaktörün statik akı harmonikleri türünden ifade edebiliriz (Stacey, 2001). Ani sıçrama (*prompt jump*) ve gecikmiş tek grup nötron öncüleri yaklaşımı altında, kinetik denklemlerde önce pertürbasyon yapıp daha sonra modal öz fonksiyonlar

açılımı (*modal eigenfunction expansion*) ile $\phi(r, t \rightarrow \infty) = N_0 \phi_0(r) - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\rho_{i0}^F}{\rho_i^s} \phi_i(r)$

bağıntısının varlığı gösterilmiştir. Bu bağıntıya göre reaktör yeni bir kararlı rejime

geçtiğinde, oluşan akı profilini $\phi_i(r)$ öz fonksiyonları ile ρ_{io}^F ve ρ_i^s reaktivite değerleri belirleyecektir. Şimdi buradaki yaklaşımı grafik olarak göstermek için daha önce bulduğumuz akı profillerini kullanalım. Birinci kritik altı moddan sonraki yüksek merte harmoniklerin etkisini ihmal edelim. Bu durumda eksenel akı profilini, birinci mertebeden yaklaşımla eksenel temel mod ile, modüle edilmiş birinci kritik altı eksenel akı modunun toplamı belirler. Kritik altı harmonik modlara ait akı profilleri negatif işaretli de olabilir; çünkü $-\phi_i$, ($i \geq 1$) değerleri öz değer probleminin çözümleridir ve bu durum sonucu etkilemez çünkü $n_i^*(t)$ 'nin işareti $\phi_i(r)$ 'nin işaretine bağlıdır.



Şekil 3.3: Harici uyarım nedeni ile ortaya çıkan yeni akı profilinin kritik reaktörün temel ve birinci eksenel modlarının bir süperpozisyonu şeklinde gösterilmesi.

Şekil 3.3(a)'da eksenel temel akı, Şekil 3.3(b)'de birinci eksenel kritik altı akının uyarılması ile eksenel yönde hakim olan akı profili Şekil 3.3 (c)'deki gibi olacaktır. Burada reaktör gücünün daha aşağılarda yoğunlaştığını görüyoruz. Demek ki kritik altı birinci eksenel akı modunun uyarılması, baskın olan eksenel akı profili tepesinin

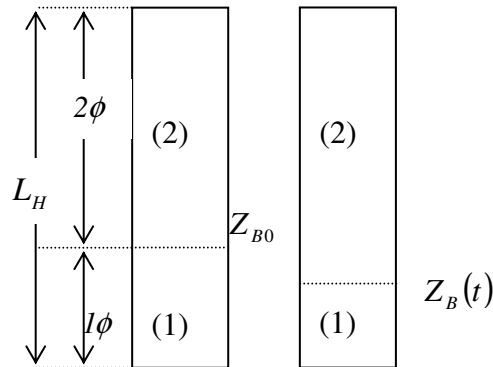
aşağılara çekilmesine, dolayısı ile kaynama sınırının da reaktörün daha alt bölgelerine doğru hareket etmesine sebep olmuştur. Bu durumun kararsızlık yarattığını Bölüm 1’de belirtmiştik. Birinci eksenel akı profili için ikinci durumu inceleyelim. Şekil 3.3(d)’de temel ve birinci eksenel akı profillerinin toplam etkisini Şekil 3.3(a) ile karşılaştırdığımızda akının yayvanlaştığını ve gücün iki fazlı bölgeye kaydığını görüyoruz. Demek ki birinci eksenel akı modu kararsız ise reaktörün alt ve üst kısımlarında güç bir artıp bir azalacak yani bir kararsızlık oluşacaktır. Bu kararsızlık zıt fazlı güç kararsızlığı olup tek bir kanal için modellenebilecektir. Oysa azimutal zıt fazlı güç kararsızlığını modellemek için en az iki kanala ihtiyaç duyulmaktadır.

Yukarıdaki şekillerden de kolayca anlaşılacağı üzere kritik altı akı modlarının reaktör kararsızlıkları üzerindeki etkisini araştırabilmek için modal analiz yapmamız gerekmektedir.

3.4 Kaynama Sınırı Pertürbasyonu için bir Reaktivite Analizi

Bu alt bölümde üniform iki bölgeden oluşan reaktörde kaynama sınırına bağlı eksenel modal reaktivite analizi yapılacaktır. Genel modal reaktivite tanımı Bölüm 2’de (2.17) ile yapılmıştı:

$$\rho_{mk}^F = \frac{\langle Z_m^*(z), (\delta M - \delta L) Z_k(z) \rangle}{\langle Z_m^*(z), M_0 Z_k(z) \rangle}. \quad (2.17)$$



Şekil 3.4: Kaynama sınırının bir pertürbasyon sonucunda aşağıya çekilmesi.

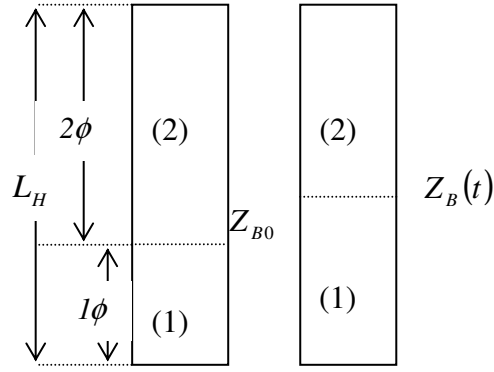
Tek enerji gruplu nötron difüzyon denkleminde yola çıktığımızdan ötürü eşlenik akılar için $Z_m^*(z) = Z_m(z)$ olacaktır. Bu öz fonksiyonlar (λ - modları) Bölüm 3.3’ de elde edilmişlerdi.

Eğer pertürbasyonda kaynama sınırı bulunduğu konumdan daha aşağılara çekilmiş ise bu durum bir reaktivite kaybı ile sonuçlanacaktır. Bu durum Şekil 3.4’de gösterilmiştir. Yukarıda Z_{B0} sürekli rejimdeki, $Z_B(t)$ ise herhangi bir “ t ” anındaki kaynama sınırını, 1ϕ ve 2ϕ sırası ile bir ve iki fazlı bölgeyi temsil etmektedir. Kolaylık olması yönünden bir ve iki fazlı bölgeyi “(1), (2)” üst indisler ile de göstereceğiz. L_H kanal veya aktif kalp uzunluğudur. Şimdi (2.17)’deki modal reaktivite ifadesini daha açık olarak verelim:

$$\rho_{mk}^F = \frac{\langle Z_m(z), (M - L)Z_k(z) \rangle - \langle Z_m(z), (M_0 - L_0)Z_k(z) \rangle}{\langle Z_m(z), M_0 Z_m(z) \rangle}, \quad (3.33)$$

(3.33) denklemindeki $\langle Z_m(z), (M_0 - L_0)Z_k(z) \rangle = \langle Z_m(z), M_0 Z_k(z) \rangle \rho_k^s \delta_{km}$ ’dir. Bu eşitlik (2.9) ile verilen biortagonalite kullanılarak elde edilmiştir. Şimdi yukarıdaki modal reaktiviteyi üniform bölgelerin ayrımlarını vurgulayarak tekrar yazalım:

$$\begin{aligned} \rho_{mk}^{(F)} = & \frac{\int_0^{Z_B(t)} Z_m^{(1)}(z) (M^{(1)} - L^{(1)}) Z_k^{(1)}(z) dz + \int_{Z_B(t)}^{Z_{B0}} Z_m^{(1)}(z) (M^{(2)} - L^{(2)}) Z_k^{(1)}(z) dz}{\int_0^{Z_{B0}} Z_m^{(1)}(z) M_0^{(1)} Z_m^{(1)}(z) dz + \int_{Z_{B0}}^{L_H} Z_m^{(2)}(z) M_0^{(2)} Z_m^{(2)}(z) dz} \\ & + \frac{\int_{Z_{B0}}^{L_H} Z_m^{(2)}(z) (M^{(2)} - L^{(2)}) Z_k^{(2)}(z) dz}{\int_0^{Z_{B0}} Z_m^{(1)}(z) M_0^{(1)} Z_m^{(1)}(z) dz + \int_{Z_{B0}}^{L_H} Z_m^{(2)}(z) M_0^{(2)} Z_m^{(2)}(z) dz} \\ & - \frac{\int_0^{Z_{B0}} Z_m^{(1)}(z) (M^{(1)} - L^{(1)}) Z_k^{(1)}(z) dz + \int_{Z_{B0}}^{L_H} Z_m^{(2)}(z) (M^{(2)} - L^{(2)}) Z_k^{(2)}(z) dz}{\int_0^{Z_{B0}} Z_m^{(1)}(z) M_0^{(1)} Z_m^{(1)}(z) dz + \int_{Z_{B0}}^{L_H} Z_m^{(2)}(z) M_0^{(2)} Z_m^{(2)}(z) dz} \end{aligned} \quad (3.34)$$



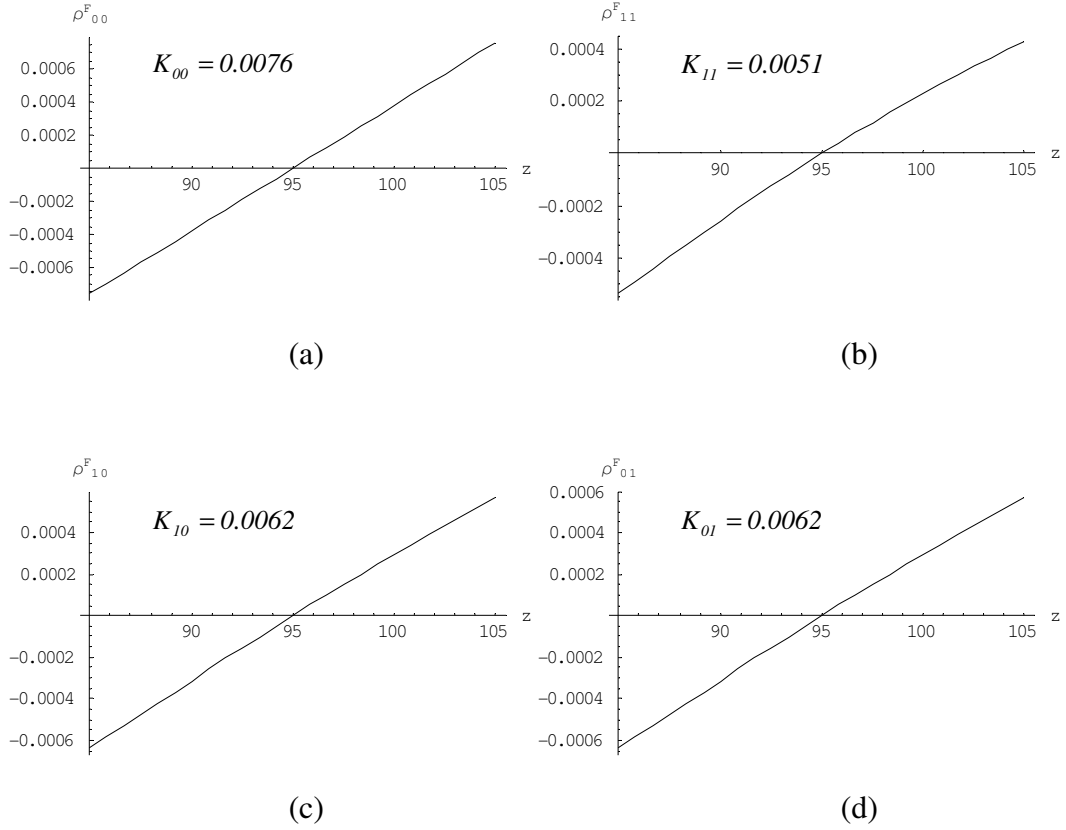
Şekil 3.5: Kaynama sınırının yükselmesine neden olan pertürbasyon.

Eğer pertürbasyonda kaynama sınırı bulunduğu konumdan daha yukarı çekilmiş ise bu olay bir reaktivite kazancı ile sonuçlanacaktır. Bu durum Şekil 3.5’de gösterilmiştir. Bunun için yukarıdakine benzer yolla modal reaktivite ifademiz aşağıdaki gibi olur. Sonuç olarak kaynama sınırında meydana gelebilecek pertürbasyondan ötürü oluşan reaktivite değişimi aşağıdaki gibi parçalı bir fonksiyon ile ifade edilmektedir:

$$\rho_{mk}^{(F)} = \begin{cases} \frac{\int_{z_B(t)}^{Z_{B0}} Z_m^{(1)}(z) (M^{(2)} - L^{(2)}) Z_k^{(1)}(z) dz - \int_{z_B(t)}^{Z_{B0}} Z_m^{(1)}(z) (M^{(1)} - L^{(1)}) Z_k^{(1)}(z) dz}{\int_0^{Z_{B0}} Z_m^{(1)}(z) M_0^{(1)} Z_m^{(1)}(z) dz + \int_{z_B(t)}^{L_H} Z_m^{(2)}(z) M_0^{(2)} Z_m^{(2)}(z) dz} ; 0 \leq Z_B(t) \leq Z_{B0} \\ \frac{\int_{Z_{B0}}^{z_B(t)} Z_m^{(2)}(z) (M^{(1)} - L^{(1)}) Z_k^{(2)}(z) dz - \int_{Z_{B0}}^{z_B(t)} Z_m^{(2)}(z) (M^{(2)} - L^{(2)}) Z_k^{(2)}(z) dz}{\int_0^{Z_{B0}} Z_m^{(1)}(z) M_0^{(1)} Z_m^{(1)}(z) dz + \int_{Z_{B0}}^{L_H} Z_m^{(2)}(z) M_0^{(2)} Z_m^{(2)}(z) dz} ; Z_{B0} \leq Z_B(t) \leq L_H \end{cases} \quad (3.35)$$

Tablo 3.3’teki veriler kullanılarak ilk iki mod için reaktivitelerin kaynama sınırına bağlı değişimleri *MATHEMATICA*® ile elde edilmiştir. Etkin kanal uzunluğu $L_H = 3.68m$ alınmıştır.

Kritiklik civarında kaynama sınırı hareket ettikçe tüm modal reaktivitelerde yaklaşık lineer bir değişim olduğu görülmektedir. En büyük değişim doğal olarak baskın olan temel moda ait $\rho_{00}(Z_B)$ reaktivite değerinde olmaktadır. Şekil 3.6’da sürekli rejim kaynama sınırı olan, $Z_{B0} = 0.95 m$ civarındaki eğimler $K_{00} = 0.0076$, $K_{11} = 0.0051$, $K_{10} = 0.0062$, $K_{01} = 0.0062$ olarak hesaplanmıştır.



Şekil 3.6: $\rho_{00}^F(Z_B)$, $\rho_{11}^F(Z_B)$, $\rho_{10}^F(Z_B)$ ve $\rho_{01}^F(Z_B)$ modal reaktivitelerinin kaynama sınırına bağlı değişimi.

Bu modal geri besleme katsayıları bundan sonraki lineer ve lineer olmayan analizlerde kullanacağımız geri besleme katsayıları hakkında bizlere bir fikir vermektedir. Fakat şu önemli nokta unutulmamalıdır. Pertürbasyon yaklaşımında küçük değişimlerden yola çıkarak yukarıdaki sabitleri elde ettik. İleride bu parametre uzayında kararsız bölgelerin varlığı aranacaktır. Reaktör kalbi iki noda (üniform bölgeye) ayrıldığı için kararsızlıkları gözlemleyebilmek amacı ile geri besleme katsayılarını artırmak gereklidir (Munoz-Cobo ve diğ, 2002). Ginestar ve diğ, (1999) eğer bu yapılmazsa sistem sönüm katsayısının (*dacay ratio*) olması gerekenden hayli küçük hesaplanacağını, bunun da bizi sanki sistem kararlıymış gibi bir yanılgıya sürükleyeceğini göstermiştir.

Kaynar sulu reaktörlerde reaktivitenin daha çok boşluk geri beslemesinden kaynaklandığını ve bu nedenle diğer etkilerin ihmal edildiğini yapılan bir çok çalışmada görmekteyiz. Reaktivite boşluk ilişkisi aşağıdaki şekilde verilmektedir (Henry, 1975; March-Leuba ve Rey, 1993; Rao ve diğ, 1995; Munoz-Cobo ve diğ, 2000).

$$\rho_{mk}^F(t) = C_{mk} \delta \langle \alpha(z, t) \rangle \quad (3.36)$$

(3.36) eşitliğindeki C_{mk} boşluk geri beslemesi katsayısıdır. Genelde BWR’lerde negatif değer almaktadır. Bu çalışmada amacımız kaynama sınırı dinamiğinin sistem üzerindeki etkisini ortaya koymak olduğundan modal reaktivite değişimlerini kaynama sınırındaki değişimden geri besleme almasını sağlamak üzere $\langle \alpha(z, t) \rangle$ ortalama boşluk oranı için aşağıdaki yaklaşımı yapabiliriz:

$$\langle \alpha(z, t) \rangle \propto \frac{L_H - Z_B(t)}{L_H}, \quad (3.37)$$

(3.37) ifadesini pertürbe edip (3.36)’de kullanırsak aşağıdaki sonuca kolayca ulaşırız.

$$\rho_{mk}^F(t) = -\frac{C_{mk}}{L_H} \delta Z_B(t) \quad (3.38)$$

veya

$$\rho_{mk}^F(t) = K_{mk} \delta Z_B(t). \quad (3.39)$$

(3.39) eşitlinde $K_{mk} (m^{-1})$ kaynama sınırı değişimine bağlı reaktivite geri besleme katsayısıdır ve reaktörün kararlı olduğu durumlarda uygun pozitif değerler almaktadır. Genelde boşluk geri besleme reaktivitesi yanında Doppler etkisi ihmal edilmektedir. Bu çalışmada da reaktivite geri besleme olayına en önemli katkının, kaynama sınırı hareketinden geldiği varsayılarak, modeli basitleştirmek için diğer etkiler ihmal edilmiştir.

Bundan sonraki bölümde lineer termalhidrolik analiz yapılacaktır. Reaktör iki bölgeye ayrılacak ve her bir bölge için temel denklemlerin pertürbasyonu sonucunda basınç düşümleri için transfer fonksiyonları elde edilecektir. Daha sonra bu analiz nötronik-termalhidrolik etkileşimleri modellemek için kullanılacaktır.

4. BÖLGESEL BASINÇ DÜŞÜMLERİNİN LİNEER ANALİZİ

Bu bölümde yakıt kanalları boyunca oluşan basınç düşümü hesaplanacaktır. Kanal girişinde soğutucu akışkan entalpisindeki değişim, hesap kolaylığı sağlaması ve sistem üzerindeki etkisinin az olmasından ötürü ihmal edilmiştir. Kanal boyunca toplam basınç düşümü sabit kalacak şekilde, kanal giriş ve çıkış basınçları değişebilir. Termalhidrolik sistemin transfer fonksiyonu kanala giren soğutucu ve moderatör olarak görev yapan, akışkan hızındaki pertürbasyona bağlanacaktır. Bu bölümde iki fazlı termalhidroliği temsil eden temel denklemler önce pertürbe edilecek daha sonra ilgili bölgeler üzerinden integre edilerek basınç düşümleri hesaplanacaktır. Eğer temel denklemler bölgeler üzerinden ortalama alındıktan sonra pertürbe edilirse toplam basınç düşümündeki gecikme terimlerinden bir çoğunun kaybolduğu görüldüğü için bu yöntem tercih edilmemiştir.

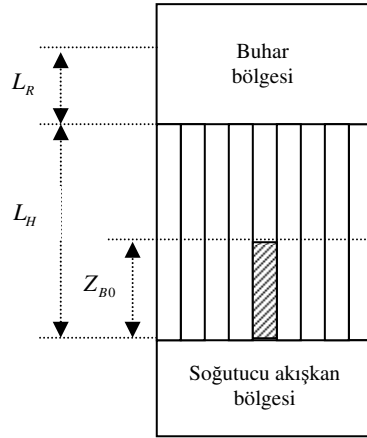
4.1 Temel Denklemler

Şekil 4.1’de bir BWR’nin yakıt kanalları ve soğutucu akışkan ile buhar bölgeleri görülmektedir. Sürekli rejimdeki kaynama sınırı Z_{B0} , aktif kalp uzunluğu L_H , kalpten sonra gelen çıkıcı (*riser*) bölgesinin uzunluğu L_R ’dir. Aktif kalp olarak belirtilen bölgede kanallar temsili olarak gösterilmiştir. Bu bölümün amacı aktif kalp olarak gösterilen bölgedeki kanallarda basınç düşümlerini hesap etmektir. Sistem kararlılık haritasının elde edilmesi için sabit basınç düşümü sınır koşulunu kullanacağımızdan, bu hesaplama gereklidir. Belirtilen amaç için önce içinde kaynamanın olduğu bir kanalda temel denklemlerimizi belli varsayımlar altında vereceğiz.

Yapılan temel varsayımlar:

- a) Hız profili kanal kesitinde üniform olan, bir boyutlu akış,
- b) Termodinamik dengede iki-fazlı homojen karışım,
- c) Akışkanın termalhidrolik özellikleri kanal boyunca sabit,
- d) Her bir nodal bölge içinde ısı akısı üniform,

- e) Tek fazlı bölgede, doymamış sıvı içindeki kaynamalar (*subcooled-boiling*) ihmal edilebilir.



Şekil 4.1: BWR'nin yakıt kanalları

Kanal içindeki toplam basınç düşümü, sistemin çalışma basıncından çok küçük olduğundan, iki fazlı bölgede akışkan fazlarının termodinamik özelliklerinin sabit olduğu düşünülebilir. Bu varsayım ile kütle-enerji denklemleri momentum denkleminde bağımsız olarak çözülebilmektedir. Isı akısının her iki bölgenin içinde üniform olması varsayımı Bölüm 3'de akıların üniform olmaması ile çelişki yaratmamaktadır; çünkü termalhidrolik olaylar daha çok bölgesel özellik göstermektedir. Fakat nötronik değişimler bütün gücü etkilemektedir. Kullanacağımız temel denklemler aşağıdaki şekildedir (Rao ve diğ, 1995; Todreas ve Kazimi,1990). Homojen karışım için kütle süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0, \quad (4.1)$$

veya

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \frac{\partial V}{\partial z} = 0. \quad (4.2)$$

Yukarıdaki denklemlerde ρ , iki fazlı karışımın yoğunluğu, G kütleli akısı, V ise hızıdır. Enerji denklemi; h akışkanın özgül entalpisi ve q''' soğutucuya aktarılan ısı akısının soğutucu için hacimsel kaynak eşdeğeri olmak üzere aşağıdaki şekilde verilir:

$$\frac{\partial(h\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(hG)}{\partial z} = q''' , \quad (4.3)$$

veya

$$\frac{\partial(h\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(h\rho V)}{\partial z} = q''' . \quad (4.4)$$

Homojen karışım için yoğunluk aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\rho = \rho_f (1 - \alpha) + \rho_g \alpha . \quad (4.5)$$

Karışımın birim hacmi için entalpi:

$$h.\rho = h_f \rho_f (1 - \alpha) + h_g \rho_g \alpha , \quad (4.6)$$

olarak hesaplanır. Yukarıdaki denklemlerde α hacimsel boşluk oranıdır. ρ_g , ρ_f sırası ile doymuş buhar ve su fazının yoğunluklarıdır. Sistem basıncında doymuş su ve buhar fazları için özgül entalpiler sırayla h_f , h_g ' dir. Şimdi (4.4) denkleminde (4.6) bağıntısını kullanalım,

$$\frac{\partial(h_f \rho_f (1 - \alpha) + h_g \rho_g \alpha)}{\partial t} + \frac{\partial((h_f \rho_f (1 - \alpha) + h_g \rho_g \alpha)V)}{\partial z} = q'''(t) . \quad (4.7)$$

Momentum denklemi aşağıdaki şekildedir (Lahey ve Moody,1993; Uehiro ve diğ,1996):

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G^2}{\rho} \right) + f \frac{G^2}{2D_h \rho} + \sum_j K_j \frac{G^2}{2\rho} \delta(z - z_j) + \rho g . \quad (4.8)$$

Momentum denkleminde f sürtünmesel basınç kaybı katsayısı, D_h kanal hidrolik çapı, K_j lokal süreksizlik basınç kaybı katsayısı, g yer çekimi ivmesidir, P basınç değişkenidir. (4.8) denklemi iki fazlı karışım için düzeltme faktörleri ile birlikte de verilebilir (Ginestar ve diğ, 1999). Süreklilik denkleminin (4.8)'de kullanılması ile aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial z} \right) + f \frac{G^2}{2D_h \rho} + \sum_j K_j \frac{G^2}{2\rho} \delta(z - z_j) + \rho g. \quad (4.9)$$

Yukarıdaki denklemin sağ tarafında gruplaşmış terimler sırası ile ivmesel, sürtünmesel, lokal süreksizlik ve yer çekimi etkisinden kaynaklanan basınç düşümlerini ifade etmektedir. Bir kanalın soğurduğu güç:

$$q''' A_{ch} L_H = q'' P_{ch} L_H = \dot{Q}, \quad (4.10)$$

$$V_{ch} = A_{ch} L_H, \quad (4.11)$$

V_{ch} kanal hacmi, A_{ch} kanalın kesit alanı ve L_H kanal veya yakıt boyudur. $\dot{Q}$ bir kanalın tamamına aktarılan güçtür. q'' yakıt yüzeyinden akışkana geçen ısı akısıdır.

4.2 İki Fazlı Bölgede Akışkan Hızındaki Pertürbasyon için Transfer Fonksiyonu

Homojen karışım için enerji ve kütle korunumu denklemlerinden hareketle iki fazlı bir boyutlu homojen akışkan hızının, kanal boyunca değişimi aşağıdaki şekilde bulunabilir (Lahey ve Moody,1993).

Termodinamik dengedeki doymuş su ve buhar fazları için özgül hacim farkları $v_{fg} = v_g - v_f$, olarak tanımlanır. Aynı şekilde $h_{fg} = h_g - h_f$, doymuş iki fazın özgül entalpi farklarıdır. Özgül hacim farklarının, özgül entalpi farklarına oranı Γ olarak tanımlanır,

$$\Gamma \equiv \frac{v_{fg}}{h_{fg}}. \quad (4.12)$$

$\Omega \equiv \Gamma q_{2\phi}'''$ ifadesi kaynama frekansı olarak tanımlanır ve iki fazlı akışkan hızının eksenel türevine eşittir; iki fazlı bölgede yakıt yüzeyinden soğutucu akışkana geçen ısı akısı $q_{2\phi}'''$ 'dir;

$$\frac{\partial V(z,t)}{\partial z} = \Omega(t). \quad (4.13)$$

(4.13) denklemini kaynama sınırı olan $Z_B(t)$ 'den herhangi bir z değerine kadar integre edersek iki fazlı akışkanın yerel hızını elde ederiz. Akışkan sıkıştırılmaz olduğundan, kaynama sınırında $V(Z_B(t), t) = V_i(t)$ 'dir.

$$V(z, t) - V(Z_B(t), t) = \Gamma q_{2\phi}''' \int_{Z_B(t)}^z dz \quad (4.14)$$

$$V(z, t) = V_i(t) + \Gamma q_{2\phi}''' \int_{Z_B(t)}^z dz. \quad (4.15)$$

Şimdi (4.15) denklemini pertürbe edelim:

$$\delta V(z, t) = \delta V_i(t) + \Gamma \delta \left(q_{2\phi}''' \int_{Z_B(t)}^z dz \right), \quad (4.16)$$

$$\delta V(z, t) = \delta V_i(t) + \Gamma \delta (q_{2\phi}''' (z - Z_B(t))), \quad (4.17)$$

$$\delta V(z, t) = \delta V_i(t) + \Gamma ((z - Z_{B0}) \delta q_{2\phi}''' - q_{2\phi,0}''' \delta Z_B(t)). \quad (4.18)$$

İki fazlı bölgede (4.18) denklemi, akışkan hızındaki değişimi vermektedir. Denklemin Laplace transformu aşağıdaki şekildedir ve iki fazlı bölgede akışkan hızı için bir transfer fonksiyonudur.

$$\delta \hat{V}(z, s) = \delta \hat{V}_i(s) + \Gamma ((z - Z_{B0}) \delta \hat{q}_{2\phi}''' - q_{2\phi,0}''' \delta \hat{Z}_B(s)) \quad (4.19)$$

(4.19) denklemimiz herhangi bir z noktasında, iki fazlı akışkan hızındaki pertürbasyonu diğer üç değişkenin pertürbasyonu ile dinamik olarak ilişkilendirir. Bu ifade $\hat{V}_i(s)$, $\hat{q}_{2\phi}'''$ ve $\hat{Z}_B(s)$ 'deki değişimlerin $\hat{V}(z, s)$ üzerindeki lineer etkisini gösteren bir transfer fonksiyonudur. Γ ise sistem basıncının belirlediği bir özelliktir. Amacımız sistemle ilgili bütün transfer fonksiyonlarını yalnızca giriş hızındaki değişime bağlamaktır.

4.3 Kaynama Sınırındaki Pertürbasyon için Transfer Fonksiyonu

Transfer fonksiyonları içinde ortaya çıkan ve sistemdeki pertürbasyonlardan etkilenen, önemli değişken terimlerinden biri de kaynama sınırıdır. Bu nedenle kaynama sınırına ait transfer fonksiyonunu ortaya koymamız gerekmektedir. Enerji denklemi (4.4) bir fazlı bölge için yazılırsa:

$$\rho_f \frac{\partial h}{\partial t} + \rho_f \frac{\partial(hV)}{\partial z} = q_{1\phi}''', \quad (4.20)$$

$$\rho_f \frac{\partial h}{\partial t} + \rho_f V \frac{\partial h}{\partial z} + \rho_f h \frac{\partial V}{\partial z} = q_{1\phi}'''. \quad (4.21)$$

Bir fazlı bölgede (4.2) süreklilik denkleminde:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (4.22)$$

aşağıdaki ifadeye ulaşırız:

$$\rho_f \frac{Dh}{Dt} = q_{1\phi}'''. \quad (4.23)$$

Yukarıda (4.23)'de:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial z}. \quad (2.24)$$

maddesel türev olarak tanımlanmaktadır. Bir partikülün, kanalın giriş kısmından herhangi bir z konumuna kadar gitmesi için gereken zaman τ olmak üzere, (4.23) denkleminin integrali:

$$\rho_f (h - h_i) = \int_{t-\tau}^t q_{1\phi}''' dt'. \quad (4.25)$$

Kanal girişinden itibaren τ süresinde bir partikülün almış olduğu yol kolayca bulunabilir (Rao ve diğ, 1995):

$$z = \int_{t-\tau}^t V_i(t') dt', \quad (4.26)$$

yukarıda (4.26)'da $V_i(t')$ akışkanın kanal giriş hızıdır. Şimdi (4.25) ve (4.26) denklemlerini pertürbe edelim:

$$\rho_f(\delta h - \delta h_i) = \int_{t-\tau_0}^t \delta q_{1\phi}''' dt' + q_{1\phi,0}''' \delta \tau, \quad (4.27)$$

$$\delta \tilde{z} = \int_{t-\tau_0}^t \delta V_i(t') dt' + V_{i0} \delta \tau, \quad (4.28)$$

δh_i 'deki değişimi ihmal edelim. (4.27) denkleminde $\delta \tau$ çekilip (4.28)'da yerine yazılırsa;

$$\delta \tilde{z} = \int_{t-\tau_0}^t \delta V_i(t') dt' + \frac{V_{i0}}{q_{1\phi,0}'''} \left(\rho_f \delta h - \int_{t-\tau_0}^t \delta q_{1\phi}''' dt' \right) \quad (4.29)$$

bulunur. Kaynama noktası $Z_B(t)$ 'nin pertürbasyonu için entalpi sınır koşullarını kullanalım. Lagrange koordinatlarında sıvı partikülü ile hareket eden gözlemci için

$$h(Z_B) = h_f \quad (4.30)$$

ve dolayısı ile,

$$\delta h(Z_B) = 0 \quad (4.31)$$

olur; ve

$$\delta Z_B = \int_{t-\tau_{B0}}^t \delta V_i(t') dt' - \frac{V_{i0}}{q_{1\phi,0}'''} \int_{t-\tau_{B0}}^t \delta q_{1\phi}''' dt' \quad (4.32)$$

İşlemleri kolaylaştırmak için türetmeyi frekans domeninde yapmaya devam edeceğiz. Bu amaçla (4.32) bağıntısına Laplace transformunu uygulayalım:

$$\mathcal{L} \left\{ \int_{t-\tau}^t f(t') dt' \right\} = \frac{1}{s} (1 - e^{-s\tau}) F(s), \quad (4.33)$$

bağıntısı yardımıyla,

$$\delta\hat{Z}_B = \frac{1}{s} (1 - e^{-s\tau_{B0}}) V_{i0} \left[\frac{\delta\hat{V}_i}{V_{i0}} - \frac{\delta\hat{q}_{1\phi}'''}{q_{1\phi,0}'''} \right] \quad (4.34)$$

(4.34) denklemi kaynama sınırı için bir transfer fonksiyonudur. Bu denklemi iki fazlı bölgede hız pertürbasyon denklemi (4.19)'da yerine yazalım:

$$\delta\hat{V}(z, s) = \delta\hat{V}_i(s) + \Gamma(z - Z_{B0}) \delta\hat{q}_{2\phi}''' - \Omega_0 \frac{1}{s} (1 - e^{-s\tau_{B0}}) V_{i0} \left[\frac{\delta\hat{V}_i}{V_{i0}} - \frac{\delta\hat{q}_{1\phi}'''}{q_{1\phi,0}'''} \right] \quad (4.35)$$

Şimdi (4.35) denklemini düzenlemek için bazı boyutsuz değişken tanımları yapacağız. Sürekli rejim kaynama frekansı $\Omega_0 \equiv \Gamma q_{2\phi,0}'''$ olmak üzere, Jacob sayısı:

$$Ja \equiv \frac{Z_{B0}}{V_{i0}} \Omega_0 \equiv \tau_{B0} \Omega_0, \quad (4.36)$$

boyutsuz Laplace değişkeni,

$$s' \equiv \frac{s}{\Omega_0} \quad (4.37)$$

boyutsuz hız,

$$v \equiv \frac{V_0(z)}{V_{i0}}. \quad (4.38)$$

$$\frac{\delta\hat{V}(z, s')}{V_{i0}} = \mathcal{G}_v \frac{\delta\hat{V}_i(s')}{V_{i0}} + (1 - \mathcal{G}_v) \frac{\delta\hat{q}_{1\phi}'''(s')}{q_{1\phi,0}'''} + \frac{\Omega_0 (z - Z_{B0})}{V_{i0}} \frac{\delta\hat{q}_{2\phi}'''(s')}{q_{2\phi,0}'''} \quad (4.39)$$

Herhangi bir z noktasındaki hız ile giriş hızı arasındaki gecikmeyi ifade eden transfer fonksiyonunu,

$$\mathcal{G}_v(s') \equiv 1 - \frac{1}{s'} (1 - e^{-Jas'}). \quad (4.40)$$

Şimdi (4.15) denklemini sürekli rejim için yazalım:

$$V_0(z) = V_{i0} + \Gamma(z - Z_{B0}) q_{2\phi,0}''', \quad (4.41)$$

$$\frac{V_0}{V_{i0}} = I + \frac{\Omega_0(z - Z_{B0})}{V_{i0}}, \quad (4.42)$$

$$\frac{\Omega_0(z - Z_{B0})}{V_{i0}} = v - I, \quad (4.43)$$

(4.43) denklemini (4.39)'da yerine yazalım. Sonuç olarak iki fazlı karışımın hız transfer fonksiyonunda, kaynama sınırındaki pertürbasyondan kurtulmuş oluruz,

$$\frac{\delta \hat{V}(z, s')}{V_{i0}} = G_v \frac{\delta \hat{V}_i(s')}{V_{i0}} + (v - I) \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}'''(s')}{q_{1\phi,0}'''} + (I - G_v) \frac{\delta \hat{q}_{2\phi}'''(s')}{q_{2\phi,0}'''}. \quad (4.44)$$

(4.44) denklemi daha önceki çalışmalarda bulunan ifadeler ile karşılaştırıldığında daha genel bir durumu vermektedir. Eğer kanalın tek bir nod olduğu varsayılırsa (4.44) denklemi Rao ve diğerlerinin(1995) bulmuş oldukları ile aynı olur. Yine (4.44)'de giriş hızı ile iki fazlı bölgede kanala aktarılan güçteki pertürbasyonların bir gecikmeyle iletildiklerini, bir fazlı bölgede kanala aktarılan güçteki değişimin bir gecikme ile karşılaşmadığını görüyoruz.

4.4 İki Fazlı Yoğunluk İçin Transfer Fonksiyonu

İlk olarak (4.2) süreklilik denkleminde (4.13) bağıntısını kullanarak işe başlıyoruz,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \Gamma q_{2\phi}''' = 0. \quad (4.45)$$

Şimdi (4.45) denklemini pertürbe edelim:

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + V_0 \frac{\partial \delta \rho}{\partial z} + \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \delta V + \rho_0 \Gamma \delta q_{2\phi}''' + \Gamma q_{2\phi,0}''' \delta \rho = 0 \quad (4.46)$$

Sürekli rejim için (4.2) denklemi yazılırsa aşağıdaki şekilde olur:

$$V_0 \frac{\partial \rho_0}{\partial z} + \rho_0 \frac{\partial V_0}{\partial z} = 0. \quad (4.47)$$

Sürekli rejim için (4.13) denklemi de yazılırsa:

$$\frac{\partial V_0}{\partial z} = \Omega_0 \quad (4.48)$$

olur. (4.48) eşitliğini (4.47)'de yerine yazalım:

$$V_0 \frac{\partial \rho_0}{\partial z} + \rho_0 \Omega_0 = 0, \quad (4.49)$$

ve (4.49) denklemini düzenleyelim:

$$\frac{\partial \rho_0}{\partial z} = -\frac{\rho_0 \Omega_0}{V_0}. \quad (4.50)$$

Bağıntı (4.50), (4.46) denkleminde yerine yazılır ve denklemin Laplace transformu alınır aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$s \delta \hat{\rho} + V_0 \frac{\partial \delta \hat{\rho}}{\partial z} - \frac{\rho_0 \Omega_0}{V_0} \delta \hat{V} + \rho_0 \Gamma \delta \hat{q}_{2\phi}''' + \Omega_0 \delta \hat{\rho} = 0. \quad (4.51)$$

(4.51) denklemi düzenlenirse aşağıdaki şekli alır:

$$(s + \Omega_0) \delta \hat{\rho} + V_0 \frac{\partial \delta \hat{\rho}}{\partial z} - \frac{\rho_0 \Omega_0}{V_0} \delta \hat{V} + \rho_0 \Gamma \delta \hat{q}_{2\phi}''' = 0. \quad (4.52)$$

Şimdi (4.52) denklemini yeniden düzenleyelim:

$$\frac{\partial \delta \hat{\rho}}{\partial z} + \frac{(s' + 1) \Omega_0}{V_0} \delta \hat{\rho} - \frac{\Omega_0 \rho_0 V_{i0}}{V_0^2} \frac{\delta \hat{V}}{V_{i0}} + \frac{\rho_0 \Omega_0}{V_0} \frac{\delta q_{2\phi}'''}{q_{2\phi,0}'''} = 0. \quad (4.53)$$

(4.44) denklemini (4.53)'de yerine yazıp düzenleyelim.

$$\frac{\partial \delta \hat{\rho}}{\partial z} + \frac{(s' + 1) \Omega_0}{V_0} \delta \hat{\rho} - \frac{\Omega_0 \rho_0 V_{i0}}{V_0^2} \left\{ \mathcal{G}_v \left(\frac{\delta \hat{V}_i(s')}{V_{i0}} - \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}'''}{q_{1\phi,0}'''} \right) + \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}'''}{q_{1\phi,0}'''} - \frac{\delta \hat{q}_{2\phi}'''}{q_{2\phi,0}'''} \right\} = 0. \quad (4.54)$$

Sürekli rejim için her iki bölgede de kütle akı aynıdır. Bu durumda:

$$G_0 = \rho_0 V_0 = \rho_f V_{i0}, \quad (4.55)$$

veya iki fazlı bölgedeki homojen yoğunluk ,

$$\rho_0 = \frac{\rho_f V_{i0}}{V_0} \quad (4.56)$$

olur. Bu sonucu (4.54)'de kullanalım:

$$\frac{\partial \delta \hat{\rho}}{\partial z} + \frac{(s' + I) \Omega_0}{V_0} \delta \hat{\rho} - \frac{\Omega_0 \rho_f V_{i0}^2}{V_0^3} \left\{ \mathcal{G}_v \left(\frac{\delta \hat{V}_i(s)}{V_{i0}} - \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}''''(s)}{q_{1\phi,0}''''} \right) + \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}''''(s)}{q_{1\phi,0}''''} - \frac{\delta \hat{q}_{2\phi}''''(s)}{q_{2\phi,0}''''} \right\} = 0, \quad (4.57)$$

$$\mathcal{G}_{vq}(s') \equiv \mathcal{G}_v \left(\frac{\delta \hat{V}_i(s')}{V_{i0}} - \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}''''(s')}{q_{1\phi,0}''''} \right) + \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}''''(s')}{q_{1\phi,0}''''} - \frac{\delta \hat{q}_{2\phi}''''(s')}{q_{2\phi,0}''''}. \quad (4.58)$$

Şimdi (4.41) denklemini ve (4.58) tanımını kullanarak (4.57)'yi yeniden yazalım:

$$\frac{\partial \delta \hat{\rho}}{\partial z} + \frac{(s' + I) \Omega_0}{V_{i0} + \Omega_0(z - Z_{B0})} \delta \hat{\rho} - \frac{\Omega_0 \rho_f V_{i0}^2}{(V_{i0} + \Omega_0(z - Z_{B0}))^3} \mathcal{G}_{vq} = 0 \quad (4.59)$$

Yukarıdaki (4.59) denkleminin integrasyon faktörü aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$\begin{aligned} e^{-\int \frac{s'+I}{V_0(z)} \Omega_0 dz} &= e^{-\int \frac{(s'+I)}{V_{i0} + \Omega_0(z - Z_{B0})} \Omega_0 dz} \\ &= e^{-(s'+I) \ln(V_0)} = V_0^{-(s'+I)}. \end{aligned} \quad (4.60)$$

Sonuç olarak (4.60)'daki integrasyon faktörünün kullanılması ile (4.59) denkleminin çözümü aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\delta \hat{\rho}(s', z) = c_I \cdot V_0^{-(s'+I)} + V_0^{-(s'+I)} \rho_f V_{i0}^2 \mathcal{G}_{vq} \int \Omega_0 (V_{i0} + \Omega_0(z - Z_{B0}))^{s'-2} dz, \quad (4.61)$$

$$\delta \hat{\rho}(s', z) = c_I \cdot V_0^{-(s'+I)} + V_0^{-(s'+I)} \rho_f V_{i0}^2 \mathcal{G}_{vq} \frac{V_0^{(s'-I)}}{s' - I}. \quad (4.62)$$

Yukarıda c_I 'in tespiti gerekmektedir. Bunun için önce iki homojen bölgeyi ayıran kaynama sınırı civarında debilerin eşitliği kullanacağız:

$$\rho(z, t) = \frac{\rho_f}{V(z, t)} V_i(t). \quad (4.63)$$

Şimdi (4.63)'ü önce pertürbe edelim,daha sonra Laplace transformunu alalım:

$$\delta\hat{\rho}(s',z)=\rho_f\left(\frac{I}{V_0}\delta\hat{V}_i(s)-\frac{V_{i0}}{V_0^2}\delta\hat{V}\right), \quad (4.64)$$

eğer (4.64), $z = Z_{B0}$ için yazılırsa aşağıdaki sonuç elde edilir,

$$\delta\hat{\rho}(s',Z_{B0})=\rho_f\left(\frac{I}{V_{i0}}\delta\hat{V}_i(s)-\frac{I}{V_{i0}}\delta\hat{V}\right). \quad (4.65)$$

Deklem (4.65)'de (4.19) denklemi $z = Z_{B0}$ için hesaplanıp yerine konursa aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$\delta\hat{\rho}(s',Z_{B0})=\rho_f\frac{\Omega_0}{V_{i0}}\delta\hat{Z}_B. \quad (4.66)$$

Son olarak (4.34) denklemi (4.66)'da yerine yazılır ve oluşan ifade düzenlenirse kaynama sınırındaki yoğunluk pertürbasyonu, giriş debisindeki ve ısı üretimindeki pertürbasyonlar ile ilişkilendirilmiş olur,

$$\delta\hat{\rho}(s',Z_{B0})=\rho_f(1-G_v)\left(\frac{\delta\hat{V}_i(s')}{V_{i0}}-\frac{\delta\hat{q}_{1\phi}''''(s')}{q_{1\phi,0}''''}\right). \quad (4.67)$$

Denklem (4.67) c_1 sabit değerinin tespiti için kullanılır ve (4.62)'de bulunan değer yerine yazılarak aranan bağıntı aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\frac{\delta\hat{\rho}(s',z)}{\rho_f}=\frac{G_\rho}{v^2}\left\{\frac{\delta\hat{V}_i(s')}{V_{i0}}-\frac{\delta\hat{q}_{1\phi}''''(s')}{q_{1\phi,0}''''}\right\}+G_{q12}\left\{\frac{\delta\hat{q}_{1\phi}''''(s')}{q_{1\phi,0}''''}-\frac{\delta\hat{q}_{2\phi}''''(s')}{q_{2\phi,0}''''}\right\}, \quad (4.68)$$

$$G_\rho(s')\equiv(1-G_v)v^{I-s'}+\frac{I-v^{I-s'}}{s'-I}G_v, \quad (4.69)$$

$$G_{q12}(s')\equiv\frac{I}{v^2}\left(\frac{I-v^{I-s'}}{s'-I}\right). \quad (4.70)$$

Yukarıda (4.68) denklemi iki fazlı karışım yoğunluğunun transfer fonksiyonudur ve daha önceki çalışmalar ile kıyaslandığında daha genel bir sonuçtur. Kanala giren

akışkan hızı ile kanala her iki bölgede aktarılan güç değişimlerinde gecikme terimleri göze çarpmaktadır. Bu da bize yoğunluk dalgalarının gecikmeden çok fazla etkilendiğini göstermektedir.

4.5 Bölgeler için Basınç Düşümü Transfer Fonksiyonu

Bu alt bölümde önce iki fazlı bölge için basınç düşümü hesap edilecektir. Momentum denklemi önce pertürbe edilip, Laplace transformları oluşturulduktan sonra ilgili bölgeler üzerinden, integrali alınacaktır. Bir fazlı bölgedeki basınç düşümü daha sonra hesaplanacaktır. Bu bölümde elde edilen basınç düşümleri sonraki bölümde kanal yakıt dinamiği ile birlikte ele alınacak ve modal kinetik denklemlerinin de kullanılması ile sistem transfer fonksiyonu oluşturulacak; buradan da birinci eksenel akı modunun sistemin kararlılık sınırlarını nasıl etkilediği ortaya konacaktır.

4.5.1 İki Fazlı Bölge İçin Basınç Düşümü Transfer Fonksiyonu

İlk olarak iki fazlı bölge için momentum denklemini pertürbe ederek işe başlayalım. Bunun için (4.9) denklemini kullanalım. Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra aşağıdaki sonuca ulaşılır:

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial \delta V}{\partial t} + \frac{\partial V_0}{\partial t} \delta \rho + \rho_0 V_0 \frac{\partial \delta V}{\partial z} + \rho_0 \frac{\partial V_0}{\partial z} \delta V + V_0 \frac{\partial V_0}{\partial z} \delta \rho + g \delta \rho + \frac{\partial \delta P}{\partial z} \\ + 2 f_{fr} V_0 \rho_0 \delta V + f_{fr} V_0^2 \delta \rho + \frac{K_e}{2} (V_0^2 \delta \rho + 2 V_0 \rho_0 \delta V) = 0 \end{aligned} \quad (4.71)$$

Yukarıda (4.71)'in düzenlenmesi yapılırken $\Omega_0 \equiv \Gamma q_{2\phi,0}''''$, $\frac{dV_0}{dt} = 0$, $\frac{dV_0}{dz} = \Omega_0$,

$\frac{\partial \delta V}{\partial z} = \Gamma \delta q_{2\phi}''''$ ve $\rho_0 = \frac{\rho_f V_{i0}}{V_0}$ eşitliklerinden faydalanılmıştır ve $f_{fr} \equiv \frac{f}{2D_h}$ tanımı

yapılmıştır. K_e kanal çıkışındaki lokal süreksizliğin neden olduğu basınç kaybı katsayısıdır. Şimdi (4.71) denkleminin Laplace transformunu alarak yeniden düzenleyelim:

$$\begin{aligned} \rho_f \frac{V_{i0}}{V_0} (s + \Omega_0 + 2 f_{fr} V_0 + K_e V_0 \delta(z - L_H)) V_{i0} \left(\frac{\delta \hat{V}}{V_{i0}} \right) \\ + V_0 \left(\frac{g}{V_0} + \Omega_0 + f_{fr} V_0 + K_e \frac{V_0}{2} \delta(z - L_H) \right) \delta \hat{P} + \Omega_0 \rho_f V_{i0} \left(\frac{\delta \hat{q}_{2\phi}''''}{q_{2\phi,0}''''} \right) + \frac{\partial \delta \hat{P}}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (4.72)$$

Şimdi (4.68) ve (4.44) denklemlerini (4.72)'de yerlerine yazalım ve gerekli düzenlemeleri yapalım. Kanalin iki fazlı bölgesindeki basınç düşümünü bulmak için elde edilen eşitliği, kaynama sınırı olan Z_{B0} 'dan kanal çıkışı olan L_H 'a kadar integre edelim. Ama önce sınırlarda değişken dönüşümü yapmamız gerekmektedir. Bunun için (4.43) denklemini z ve v değişkenlerine göre türetelim. Sonuç aşağıdaki şekildedir:

$$dz = \frac{V_{i0}}{\Omega_0} dv . \quad (4.73)$$

İntegral alınacak sınırlar $[Z_{B0}, L_H]$ yerine $[1, v_e]$ olarak değişmiştir. Belirtilen önemli durumlar dikkate alınarak aşağıdaki sonuca uzunca hesaplamalardan sonra ulaşılır:

$$\begin{aligned} \frac{\delta(\Delta \hat{P}_{2\phi})}{\rho_l V_{i0}^2} = & \left\{ \mathcal{G}_{2\phi} + \frac{K_e}{2} (\mathcal{G}_{\rho e} + 2\mathcal{G}_v) \right\} \left(\frac{\delta \hat{V}_i(s')}{V_{i0}} \right) \\ & + \left\{ -\mathcal{G}_{2\phi} + \mathcal{G}_{md1} + \frac{K_e}{2} (\mathcal{G}_{md2} + 2 - \mathcal{G}_{\rho e} - 2\mathcal{G}_v) \right\} \left(\frac{\delta \tilde{q}_{1\phi}'''(s')}{q_{1\phi,0}'''} \right), \\ & + \left\{ \mathcal{F}_{2\phi} - \mathcal{G}_{md1} + \frac{K_e}{2} (v_e - \mathcal{G}_{md2} - 2) \right\} \left(\frac{\delta \tilde{q}_{2\phi}'''(s')}{q_{2\phi,0}'''} \right) \end{aligned} \quad (4.74)$$

$$K_H = 2f_{fr} L_H . \quad (4.75)$$

K_H ısıtılan kanalda iki fazlı bölge basınç kaybı katsayısıdır. Np Zuber sayısı veya faz değişim sayısı olarak adlandırılır. Fr ise Froude sayısı olup doğal sirkülasyon kararsızlığı durumunda 0.0125 ile 0.1 arasında değişim göstermektedir (Van Bragt, 1998).

$$Np \equiv \frac{\Omega_0 L_H}{V_{i0}}, \quad (4.76)$$

$$Fr \equiv \frac{V_{i0}^2}{gL_H}, \quad (4.77)$$

$$\mathcal{G}_{\rho e}(s') \equiv (1 - \mathcal{G}_v) v_e^{1-s'} + \frac{1 - v_e^{1-s'}}{s' - 1} \mathcal{G}_v, \quad (4.78)$$

$$F_{2\phi}(s') \equiv (s' + 2)(v_e - l) + \frac{K_H}{2Np}(v_e^2 - l), \quad (4.79)$$

$$G_{2\phi}(s') \equiv \frac{G_0}{FrNp} + G_v(s' + l) \ln v_e + G_1 + \frac{K_H}{2Np}((2v_e - l)G_v + G_2), \quad (4.80)$$

$$G_k(s') \equiv \frac{l - G_v}{-s' + k}(v_e^{-s'+k} - l) + \frac{G_v}{s' - l} \left((k - l)(v_e^{-l+k} - l) + \ln v_e \delta_{kl} - \frac{l}{-s' + k}(v_e^{-s'+k} - l) \right),$$

$$k = 0, 1, 2 \quad (4.81)$$

$$G_{md1}(s') \equiv \sum_{i=1}^3 d_i, \quad (4.82)$$

$$d_1 = (s' + l) \ln v_e + \frac{K_H}{Np}(v_e - l), \quad (4.83)$$

$$d_2 = \frac{l}{(s' - l)} \left\{ -\frac{l}{FrNp}(v_e^{-l} - l) + \ln v_e + \frac{K_H}{2Np}(v_e - l) \right\}, \quad (4.84)$$

$$d_3 = -\frac{l}{(s' - l)} \left\{ -\frac{l}{s' FrNp}(v_e^{-s'} - l) + \frac{v_e^{-s'+1} - l}{-s' + l} + \frac{K_H}{2Np(-s' + 2)}(v_e^{-s'+2} - l) \right\}, \quad (4.85)$$

$$G_{md2}(s') \equiv \frac{l}{v_e^2} \left(\frac{v_e^{-s'+1} - l}{-s' + l} \right). \quad (4.86)$$

4.5.2 Bir Fazlı Bölge İçin Basınç Düşümü Transfer Fonksiyonu

Şimdi momentum denklemini bir fazlı bölge ($0 \leq z \leq Z_{B0}$) için yazalım:

$$\rho_f \frac{\partial V_i}{\partial t} + \rho_f g + \frac{\partial P}{\partial z} + f_{fr} \rho_f V_i^2 + K_i \frac{\rho_f V_i^2}{2} \delta(z) = 0. \quad (4.87)$$

K_i kanal girişindeki lokal süreksizlik basınç kaybı katsayısıdır. Yukarıdaki (4.87) denklemini pertürbe ettikten sonra Laplace transformunu alalım ve daha sonra $0 \leq z \leq Z_{B0}$ aralığında integre edelim:

$$\frac{\delta(\Delta \hat{P}_{l\phi})}{\rho_f V_{i0}^2} = \left(\frac{sZ_{B0}}{V_{i0}} + 2f_{fr}Z_{B0} + K_i \right) \left(\frac{\delta \hat{V}_i}{V_{i0}} \right), \quad (4.88)$$

$$\frac{\delta(\Delta\hat{P}_{1\phi})}{\rho_f V_{i0}^2} = (s'Ja + K_{Z_{B0}} + K_i) \left(\frac{\delta\hat{V}_i(s')}{V_{i0}} \right), \quad (4.89)$$

$$K_{Z_{B0}} \equiv 2f_{fr}Z_{B0}, \quad (4.90)$$

$$\frac{\delta(\Delta\hat{P}_{1\phi})}{\rho_f V_{i0}^2} = G_{1\phi} \left(\frac{\delta\hat{V}_i(s')}{V_{i0}} \right), \quad (4.91)$$

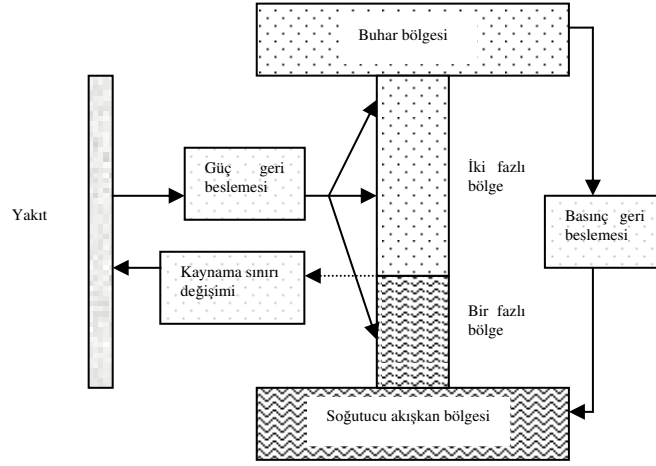
$$G_{1\phi}(s') \equiv s'Ja + K_{Z_{B0}} + K_i. \quad (4.92)$$

Bu bölümdeki analiz ile Bölüm 5'deki nötronik-termalhidrolik etkileşimler birleştirilerek sistem transfer fonksiyonu elde edilecektir. Sistem kararlılık haritasını elde etmek için bölgesel basınç düşümleri hesabı temel teşkil etmektedir.

5. NÖTRONİK-TERMALHİDROLİK ETKİLEŞİMLERİN LİNEER ANALİZİ

Bu bölümde, kanalın termalhidrolik davranışıyla yakıtın enerji üretim dinamiği arasındaki ilişki ortaya konarak, sistemin transfer fonksiyonu oluşturulacaktır. Daha sonra sistemin kararlılık haritası elde edilecektir. Özellikle birinci eksenel akı modunun sistem kararsızlığı üzerindeki etkisi araştırılacaktır.

5.1 Lineer Modal Kinetik Denklemler



Şekil 5.1: Basitleştirilmiş nötronik-termalhidrolik geri besleme mekanizması

Yukarıda Şekil 5.1 ile basitleştirilmiş nötronik-termalhidrolik geri besleme yolları bir kanal için verilmiştir. Kaynama sınırındaki değişim hem nötronik üzerinden güç geri beslemesi, hem de termalhidrolik kanal basınç geri beslemesi doğurmaktadır.

Daha önce Bölüm 2’de türetilen (2.36-39) denklemlerinde kullanılan $n_m^*(t)$, $c_m^*(t)$, $\rho_{mk}^F(t)$ değişimleri birinci mertebededir. Bunlardan herhangi ikisinin çarpımı, ikinci mertebeden olur ki; bu da ihmal edilecek kadar küçüktür. Şimdi lineer olmayan, yani ikinci mertebe terimleri ihmal edelim ve denklemlerin Laplace transformlarını alalım. Daha sonra denklemleri boyutsuz Laplace değişkenimizi kullanarak düzenleyelim. Sonuç aşağıdaki gibidir:

$$\hat{n}_o^*(s') = \mathcal{G}_o(s') \hat{\rho}_{oo}^F(s'), \quad (5.1)$$

$$G_0(s') = \frac{1}{s'\Omega_0 \left(\Lambda_0 + \frac{\beta}{s'\Omega_0 + \lambda} \right)}, \quad (5.2)$$

$$\hat{n}_I^*(s') = G_I(s') \hat{\rho}_{I0}^F(s'), \quad (5.3)$$

$$G_I(s') = \frac{1}{\left(s'\Omega_0 \Lambda_I - \rho_I^s + \frac{s'\Omega_0 \beta}{s'\Omega_0 + \lambda} \right)}. \quad (5.4)$$

Yukarıda bulunan modal kinetik transfer fonksiyonlarından (5.4) kompleks düzlemin sol tarafında kutuplara sahip olduğundan sisteme küçük değişimlerde kararlılık katmaktadır. Acaba ani sıçrama yaklaşımı altında elde edilecek transfer fonksiyonlarının yapısı nasıl ve sistem kararlılık analizinde kullanılabilir mi? Bu soruların yanıtı aşağıdaki bölümde araştırılmıştır.

5.2 Ani Sıçrama Yaklaşımı için Lineer Modal Kinetik Denklemler

Literatürde ani sıçrama yaklaşımı (*prompt jump approximation*) için lineer modal kinetik denklemlere yönelik bir uygulamaya rastlanmamıştır. Bu nedenle ani sıçrama yaklaşımı altında sistemin kararlılık haritasının incelenmesinde ve genel durum ile karşılaştırma yapılmasında yarar vardır. Kritik reaktörde bir pertürbasyon yapıldığında ani nötron nüfusunda çok kısa bir zaman dilimi içinde çok hızlı bir artış meydana gelmektedir. Ama bu durum uzun sürmemektedir; çünkü kritiklik için gereken nötron üretiminin bir kısmı gecikmiş nötronlar tarafından sağlanacağı için reaksiyon frenlenmekte ve nötron nüfusu gecikmiş nötron öncülerinin bozunumunu takip etmektedir. Kritik reaktörde, reaktivite girdisinde oluşan bu çok kısa süreli hızlı artış, adım şeklinde bir pertürbasyon olarak varsayıldığında (2.36) ve (2.38) denklemlerinin sol tarafındaki zaman türevleri ile nötron üreme zamanının çarpımı ihmal edilebilecek kadar küçük olmaktadır (Henry, 1975). Bu nedenle gecikmiş nötron öncüleri olayın kinetiğini (2.37) ve (2.39) denklemleri ile belirler. Ani sıçrama yaklaşımının getirdiği varsayımlarla (2.36) ve (2.38) denklemleri aşağıdaki cebrik denklemlere indirgenebilir:

$$(\rho_{00}^F(t) - \beta)n_0^*(t) + \rho_{00}^F(t) + \rho_{01}^F(t)n_1^*(t) + \lambda c_0^*(t)\Lambda_0 = 0, \quad (5.5)$$

$$(\rho_I^s + \rho_{I1}^F(t) - \beta)n_I^*(t) + \rho_{I0}^F(t) + \rho_{I0}^F(t)n_0^*(t) + \lambda c_I^*(t)\Lambda_I = 0. \quad (5.6)$$

Şimdi sırası ile (5.5) ve (5.6) cebrik bağıntılarında, lineer olmayan ikinci mertebe terimleri atarak, bunları yeniden yazalım:

$$-\beta n_0^*(t) = -\rho_{00}^F(t) - \lambda c_0^*(t)\Lambda_0, \quad (5.7)$$

$$(\rho_I^s - \beta)n_I^*(t) = -\rho_{I0}^F(t) - \lambda c_I^*(t)\Lambda_I = 0. \quad (5.8)$$

Denklem (5.7) ve (5.8)'den aşağıdaki sonuçlar kolayca yazılır:

$$n_0^*(t) = \frac{\rho_{00}^F(t) + \lambda c_0^*(t)\Lambda_0}{\beta}, \quad (5.9)$$

$$n_I^*(t) = \frac{\rho_{I0}^F(t) + \lambda c_I^*(t)\Lambda_I}{\beta - \rho_I^s}. \quad (5.10)$$

Yukarıda bulunan (5.9) eşitliğini (2.37)'de, (5.10)'u ise (2.39)'da yerlerine koyduktan sonra yeni oluşan denklemlerin Laplace transformlarını alarak düzenleyelim:

$$\hat{c}_0^*(s') = \frac{1}{\Lambda_0 \Omega_0 s'} \hat{\rho}_{00}^F(s'), \quad (5.11)$$

$$\hat{c}_I^*(s') = \frac{\beta}{(\beta - \rho_I^s)} \frac{1}{\left(\Lambda_I \Omega_0 s' - \frac{\Lambda_I \lambda^c}{(\beta - \rho_I^s)} \rho_I^s \right)} \hat{\rho}_{I0}^F(s'). \quad (5.12)$$

Bulduğumuz (5.11) ve (5.12) ifadelerini, (5.9) ve (5.10)'nun Laplace transformlarını oluşturduktan sonra bu denklemlerde yerlerine yazalım. Basit düzenlemelerden sonra aşağıdaki sonuçlara ulaşırız:

$$\hat{n}_0^*(s') = \frac{1}{\beta} \left(\frac{\Omega_0 s' + \lambda^c}{\Omega_0 s'} \right) \hat{\rho}_{00}^F(s'), \quad (5.13)$$

$$\hat{n}_l^*(s') = \frac{1}{(\beta - \rho_l^s)} \left(\frac{\Omega_0 s' + \lambda^c}{\Omega_0 s' - \frac{\lambda^c \rho_l^s}{(\beta - \rho_l^s)}} \right) \hat{\rho}_{l0}^F(s'). \quad (5.14)$$

Yukarıda (5.13) ve (5.14) ifadeleri, modal açılım katsayılarındaki pertürbasyon ile bunlarla ilgili geri besleme reaktiviteleri arasındaki transfer fonksiyonlarını vermektedir. Burada ve bir önceki 5.1 alt bölümünde bulunan transfer fonksiyonları ayrı ayrı kullanılarak, sistemin kararlılık haritası üzerindeki etkilerinin benzer veya ayrılıkları ortaya konacaktır.

5.3 Lineer Nötronik-Termalhidrolik Kuplaj

Bu aşamadan sonra yakıt dinamiği ile kanal arasındaki etkileşimi ortaya koymalıyız. Yakıttan kanala aktarılan güç miktarı $\dot{Q}(t)$ 'nin bir ve iki fazlı bölge için ifadesi aşağıdaki gibidir (Munoz-Cobo ve diğ, 2000):

$$\dot{Q}^{(l)}(t) = P_{ch,0}^{(l)} + (hA)_{ch}^{(l)} \delta t_{fl}^{(l)}(t), \quad l = 1, 2 \quad (5.15)$$

$P_{ch,0}^{(l)}$ l . bölgede kanala sürekli rejimde aktarılan güç miktarıdır. $(hA)_{ch}^{(l)}$ yakıt çubuğunun ısı taşınım katsayısı ile ısı akış alanı çarpımıdır. $\delta t_{fl}^{(l)}(t)$ ise yakıt çubuğu sıcaklığındaki değişimi temsil etmektedir. Kanala ısı aktaran yakıt çubuğunun sıcaklık değişimi aşağıdaki formül ile verilebilir :

$$(-I)^{(l)} (c_{fl} m_{fl})^{(l)} \left(\delta_{2l} - \frac{Z_B(t)}{L_H} \right) \frac{dt_{fl}^{(l)}(t)}{dt} = \dot{q}_{fl}^{(l)}(t) - (hA)_{ch}^{(l)} (t_{fl}^{(l)}(t) - t_{\infty}). \quad l = 1, 2 \quad (5.16)$$

Yakıt sıcaklığının nodlara göre değişimi için benzer bir yaklaşım Di Marco ve diğ, (1990) tarafından yapılmıştır. Yukarıdaki denklemde c_{fl} ilgili bölgedeki yakıtın özgül ısı kapasitesi, m_{fl} ise yakıtın kütlesidir. Yakıt gücündeki zamana bağlı değişimi ise $\dot{q}_{fl}^{(l)}(t)$ temsil etmektedir. Kanaldaki soğutucu akışkanın sıcaklığı t_{∞} ile verilmektedir. Şimdi (5.16) denklemi pertürbe edip bölgeler için ayrı ayrı yazalım:

$$(c_{fl} m_{fl})^{(l)} \left(\frac{Z_{B0}}{L_H} \right) \frac{d\delta t_{fl}^{(l)}(t)}{dt} = \delta \dot{q}_{fl}^{(l)}(t) - (hA)_{ch}^{(l)} \delta t_{fl}^{(l)}(t), \quad (5.17)$$

$$(c_{fl}m_{fl})^{(2)}\left(1-\frac{Z_{B0}}{L_H}\right)\frac{d\delta t_{fl}^{(2)}(t)}{dt}=\delta\dot{q}_{fl}^{(2)}(t)-(hA)_{ch}^{(2)}\delta t_{fl}^{(2)}(t). \quad (5.18)$$

Şimdi (5.17) ve (5.18) eşitliklerinin Laplace transformlarını alalım:

$$\left\{s(c_{fl}m_{fl})^{(1)}\left(\frac{Z_{B0}}{L_H}\right)+(hA)_{ch}^{(1)}\right\}\delta\hat{t}_{fl}^{(1)}(s)=\delta\hat{q}_{fl}^{(1)}(s), \quad (5.19)$$

$$\left\{s(c_{fl}m_{fl})^{(2)}\left(1-\frac{Z_{B0}}{L_H}\right)+(hA)_{ch}^{(2)}\right\}\delta\hat{t}_{fl}^{(2)}(s)=\delta\hat{q}_{fl}^{(2)}(s). \quad (5.20)$$

Kanala aktarılan güç pertürbasyonu ile yakıt sıcaklığındaki pertürbasyon ilişkisi (5.15) eşitliğinde tanımlanmıştı:

$$\delta\hat{Q}^{(l)}(s)=(hA)_{ch}^{(l)}\delta\hat{t}_{fl}^{(l)}(s). \quad l=1,2 \quad (5.21)$$

Kanaldaki güç değişimi ile yakıt gücündeki değişim arasındaki bağıntı, (5.21) ile (5.19-20) eşitlikleri kullanılarak, yakıt sıcaklığındaki pertürbasyonun elimine edilmesi ile elde edilir. Laplace değişkeni ve yakıt zaman sabiti boyutsuz olarak yazılırsa aşağıdaki eşitlik bulunur:

$$\delta\hat{Q}^{(1)}(s')=\frac{I}{1+s'\tau_{fl}^{(1)}}\delta\hat{q}_{fl}^{(1)}(s'), \quad (5.22)$$

$$\delta\hat{Q}^{(2)}(s')=\frac{I}{1+s'\tau_{fl}^{(2)}}\delta\hat{q}_{fl}^{(2)}(s'), \quad (5.23)$$

$$\tau_{fl}^{(1)}=\left(\frac{c_{fl}m_{fl}}{(hA)_{ch}}\right)^{(1)}\left(\frac{Z_{B0}}{L_H}\right)\Omega_0, \quad (5.24)$$

$$\tau_{fl}^{(2)}=\left(\frac{c_{fl}m_{fl}}{(hA)_{ch}}\right)^{(2)}\left(1-\frac{Z_{B0}}{L_H}\right)\Omega_0. \quad (5.25)$$

Sürekli rejim durumunda kanala aktarılan güç miktarı ile yakıtta üretilen güç eşit olacağından her iki bölge için aşağıdaki bağıntı verilebilir:

$$\dot{Q}_0^{(l)} = \dot{q}_{fl,0}^{(l)} = P_{ch,0}^{(l)} \cdot l = 1,2 \quad (5.26)$$

Munoz-Cobo ve diğerlerinin (2000) yaptığına benzer şekilde yakıt gücündeki değişim olan $\hat{\delta q}_{fl}^{(l)}(s)$, ilk iki mod için aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\left(\frac{\hat{\delta q}_{fl}(s')}{\dot{q}_{fl,0}} \right)^{(l)} = \sum_{m=0}^l f_{pm}^{(l)} \hat{n}_m^*(s'), \quad l = 1,2 \quad (5.27)$$

$$f_{pm}^{(l)} \equiv \frac{\int_0^{Z_{B0}} \sum_f^{(l)} \Phi_m^{(l)}(z) dz}{\int_0^{Z_{B0}} \sum_f^{(l)} \Phi_0^{(l)}(z) dz + \int_{Z_{B0}}^L \sum_f^{(2)} \Phi_0^{(2)}(z) dz}, \quad (5.28)$$

$$f_{pm}^{(2)} \equiv \frac{\int_{Z_{B0}}^L \sum_f^{(2)} \Phi_m^{(2)}(z) dz}{\int_0^{Z_{B0}} \sum_f^{(l)} \Phi_0^{(l)}(z) dz + \int_{Z_{B0}}^L \sum_f^{(2)} \Phi_0^{(2)}(z) dz}. \quad (5.29)$$

$f_{pm}^{(l)}$, $f_{pm}^{(2)}$ m. mod için sırayla bir ve iki fazlı bölgenin güç dağılım faktörü olarak tanımlanmıştır. Bu faktörün herhangi bir m. modda üretilen gücün temel modun üretmiş olduğu güce oranı olduğunu, yani temel mod tarafından üretilen güç ile normalize edildiğini görmekteyiz. $f_{pm}^{(l)}$ ilgili akı modunun l bölgesindeki yapısına göre tanım gereği pozitif veya negatif olabilmektedir. Birinci aksenal akının kararsızlıklara etkisinin araştırılması konusunda, bu dağılım faktörünün işareti ve normu üzerine, reaktör tasarımı esnasında detaylı bir araştırma yapılabilir. Yukarıda (5.29) tanımı iki homojen bölgeden oluşan reaktör için bir enerji gruplu nötronların olduğu varsayımı altında yazılmıştır. Daha önce Bölüm 3’de belirtildiği gibi yukarıda

kullanılan modal akı profilleri, $\int_0^{Z_{B0}} [\Phi_m^{(l)}(z)]^2 dz + \int_{Z_{B0}}^L [\Phi_m^{(2)}(z)]^2 dz = 1$ şeklinde normalize

edilmiştir. Bölüm 3’deki statik akı ve nükleer parametreler kullanılarak $f_{p0}^{(l)}$ ve $f_{p1}^{(l)}$ değerleri aşağıdaki şekilde hesap edilmiştir. Fisyon başına ortaya çıkan ortalama nötron sayısının her iki bölgede aynı olduğu varsayılmıştır.

$$f_{p0}^{(l)} = 0.2668, \quad (5.30)$$

$$f_{p0}^{(2)} = 0.7332, \quad (5.31)$$

$$f_{p1}^{(1)} = 0.2732, \quad (5.32)$$

$$f_{p1}^{(2)} = -0.5014. \quad (5.33)$$

Eğer kanal eksenel yönde tek bir nod olarak alınırsa, temel modun güç dağılım faktörü 1. olacaktır. Birinci eksenel mod için ise güç dağılım faktörü (5.32) ile (5.33)'ün toplamı olacaktır. Şimdi (5.1) ve (5.3) denklemlerini (5.27)'de kullanalım:

$$\left(\frac{\hat{\delta q}_{fl}(s')}{\dot{q}_{fl,0}} \right)^{(1)} = f_{p0}^{(1)} \mathcal{G}_0(s') \rho_{00}^F(s') + f_{p1}^{(1)} \mathcal{G}_1(s') \hat{\rho}_{10}^F(s'), \quad (5.34)$$

$$\left(\frac{\hat{\delta q}_{fl}(s')}{\dot{q}_{fl,0}} \right)^{(2)} = f_{p0}^{(2)} \mathcal{G}_0(s') \rho_{00}^F(s') + f_{p1}^{(2)} \mathcal{G}_1(s') \hat{\rho}_{10}^F(s'). \quad (5.35)$$

Modal geri besleme reaktivitelerinin kaynama sınırı hareketi ile doğrusal değiştiğini kabul etmekteyiz. Bu durum Bölüm 3'de (3.39) denklemi ile verilmişti:

$$\rho_{mk}^F(s') = K_{mk} \delta \hat{Z}_B(s'). \quad (5.36)$$

Şimdi (4.34) denklemini boyutsuz olarak yazalım:

$$\frac{\delta \hat{Z}_B(s')}{Z_{B0}} = \mathcal{G}_z(s') \left(\frac{\delta \hat{V}_i}{V_{i0}} - \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}'''}{q_{1\phi,0}'''} \right), \quad (5.37)$$

$$\mathcal{G}_z(s') = \frac{1}{s'Ja} (1 - e^{-Jas'}). \quad (5.38)$$

Şimdi (5.36) ve (5.37) denklemlerini (5.34), (5.35)'de kullanalım:

$$\left(\frac{\hat{\delta q}_{fl}(s')}{\dot{q}_{fl,0}} \right)^{(1)} = \mathcal{G}_{Q1}(s') \left(\frac{\delta \hat{V}_i}{V_{i0}} - \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}'''}{q_{1\phi,0}'''} \right), \quad (5.39)$$

$$\left(\frac{\hat{\delta q}_{fl}(s')}{\dot{q}_{fl,0}} \right)^{(2)} = \mathcal{G}_{Q2}(s') \left(\frac{\delta \hat{V}_i}{V_{i0}} - \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}'''}{q_{1\phi,0}'''} \right), \quad (5.40)$$

$$\mathcal{G}_{Q1}(s') = Z_{B0} (f_{p0}^{(1)} \mathcal{G}_0(s') K_{00} + f_{p1}^{(1)} \mathcal{G}_1(s') K_{10}) \mathcal{G}_z(s'), \quad (5.41)$$

$$G_{Q2}(s') = Z_{B0} (f_{p0}^{(2)} G_0(s') K_{00} + f_{p1}^{(2)} G_1(s') K_{10}) G_z(s'). \quad (5.42)$$

Şimdi (5.39), (5.40)'da kullanmak üzere (5.22) ve (5.23) denklemlerini (5.26) yardımıyla farklı bir şekilde ifade edelim:

$$\frac{\delta \hat{q}_{1\phi}'''}{q_{1\phi,0}'''} = \left(\frac{\delta \hat{Q}(s')}{\dot{Q}_0} \right)^{(1)} = \frac{1}{1 + s' \tau_{fl}^{(1)}} \left(\frac{\delta \hat{q}_{fl}(s')}{\dot{q}_{fl,0}} \right)^{(1)}, \quad (5.43)$$

$$\frac{\delta \hat{q}_{2\phi}'''}{q_{2\phi,0}'''} = \left(\frac{\delta \hat{Q}(s')}{\dot{Q}_0} \right)^{(2)} = \frac{1}{1 + s' \tau_{fl}^{(2)}} \left(\frac{\delta \hat{q}_{fl}(s')}{\dot{q}_{fl,0}} \right)^{(2)}. \quad (5.44)$$

Bir fazlı bölgede yakıt gücündeki değişimi, kanala aktarılan güçteki değişime bağlayalım. Bunun için (5.43) denklemini (5.39)'da kullanalım:

$$\frac{\delta \hat{q}_{1\phi}'''}{q_{1\phi,0}'''} = \frac{G_{qm1}}{1 + G_{qm1}} \left(\frac{\delta \hat{V}_i}{V_{i0}} \right), \quad (5.45)$$

$$G_{qm1}(s') \equiv \frac{G_{Q1}(s')}{(1 + s' \tau_{fl}^{(1)})}. \quad (5.46)$$

Benzer işlemi iki fazlı bölge için tekrarlayalım. Bunun için (5.44) denklemini (5.40)'da kullanalım:

$$\frac{\delta \hat{q}_{2\phi}'''}{q_{2\phi,0}'''} = G_{qm2}(s') \left(\frac{\delta \hat{V}_i}{V_{i0}} - \frac{\delta \hat{q}_{1\phi}'''}{q_{1\phi,0}'''} \right), \quad (5.47)$$

$$G_{qm2}(s') \equiv \frac{G_{Q2}(s')}{(1 + s' \tau_{fl}^{(1)})}. \quad (5.48)$$

İki fazlı bölgede kanala aktarılan güçteki değişimi de yalnızca, kanala giren akışkan hızındaki pertürbasyona bağlamak için (5.45) denklemini (5.47)'da kullanalım:

$$\frac{\delta \hat{q}_{2\phi}'''}{q_{2\phi,0}'''} = G_{qm2}(s') \left(1 - \frac{G_{qm1}}{1 + G_{qm1}} \right) \frac{\delta \hat{V}_i}{V_{i0}}. \quad (5.49)$$

Sistem transfer fonksiyonunu elde edebilmek için (4.74) ve (4.89) basınç düşümü denklemlerini taraf tarafa toplayarak sıfıra eşitleyelim; çünkü toplam basınç düşümünün sabit olduğu varsayılmıştı. (5.45) ve (5.47) ifadeleri de kullanılarak elde edilen fonksiyon kanala giren akışkan hızındaki pertürbasyona bağlı yazılmış olur,

$$\frac{\delta(\Delta\hat{P}_{2\phi}) + \delta(\Delta\hat{P}_{1\phi})}{\rho_l V_{i0}^2} = G_s \left(\frac{\delta\hat{V}_i}{V_{i0}} \right). \quad (5.50)$$

Toplam basınç düşümü $\delta(\Delta\hat{P}_{tot}) = \delta(\Delta\hat{P}_{2\phi}) + \delta(\Delta\hat{P}_{1\phi})$ olarak alınmış ve $\delta(\Delta\hat{P}_{tot}) = 0$ sınır koşulunun sağlandığı varsayılmıştır:

$$G_s = G_{1\phi} + G_{2\phi,v} + G_{2\phi,q1} \frac{G_{qm1}}{1 + G_{qm1}} + G_{2\phi,q2} \left(1 - \frac{G_{qm1}}{1 + G_{qm1}} \right), \quad (5.51)$$

$$G_{2\phi,v} = G_{2\phi} + \frac{K_e}{2} (G_{\rho e} + 2G_v), \quad (5.52)$$

$$G_{2\phi,q1} = -G_{2\phi} + G_{md1} + \frac{K_e}{2} (G_{md2} + 2 - G_{\rho e} - 2G_v), \quad (5.53)$$

$$G_{2\phi,q2} = \left\{ F_{2\phi} - G_{md1} + \frac{K_e}{2} (v_e - G_{md2} - 2) \right\} G_{qm2}(s). \quad (5.54)$$

5.4 Sistem Transfer Fonksiyonu Analizi ve Kararsızlıklar

G_s sistemin karakteristik denklemdir. Eğer sistemde nötronik geri besleme yoksa, bu durumda sistem dinamiği yalnızca termalhidrolik çevrim tarafından belirlenecektir. Yani sistemin kararlılığından $G_{1\phi}$, $G_{2\phi,v}$ transfer fonksiyonları sorumlu olacaktır.

Şimdi sistemde statik kararsızlık (*Ledinegg instability*) olup olmadığını araştıralım. Statik kararsızlık iki fazlı akışlarda debi artarken basınç düşümünün azalması olarak tanımlanmaktadır. Frekans domeninde ise bu durum $G_s(s \rightarrow 0) < 0$ olması ile eşdeğerdir. $(\delta(\Delta P_{tot})) \approx G(s) \delta\hat{V}$ ve $\delta\hat{V} \approx 1/s$ adım şeklinde bir pertürbasyon olsun. O zaman $\lim_{t \rightarrow \infty} \delta(\Delta P_{tot}) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G_s(s) 1/s = G_s(0)$ olur. Demek ki $G_s(0)$ değeri

basınç düşümündeki değişimin işareti hakkında bilgi vermektedir). Eğer sistemde nötronik geri besleme varsa yapılan analizde $G_s(s \rightarrow 0) > 0$ olduğu görülmüştür. Sonuç olarak kaynar sulu reaktörlerde nötronik geri besleme statik kararsızlığa, izin vermemektedir. Aynı sonuç kanalın bir nod olması durumunda da bulunmuştur (Rao ve diğ, 1995). Eğer sistemde nötronik geri besleme yoksa, sistem transfer fonksiyonu aşağıdaki şekilde olacaktır:

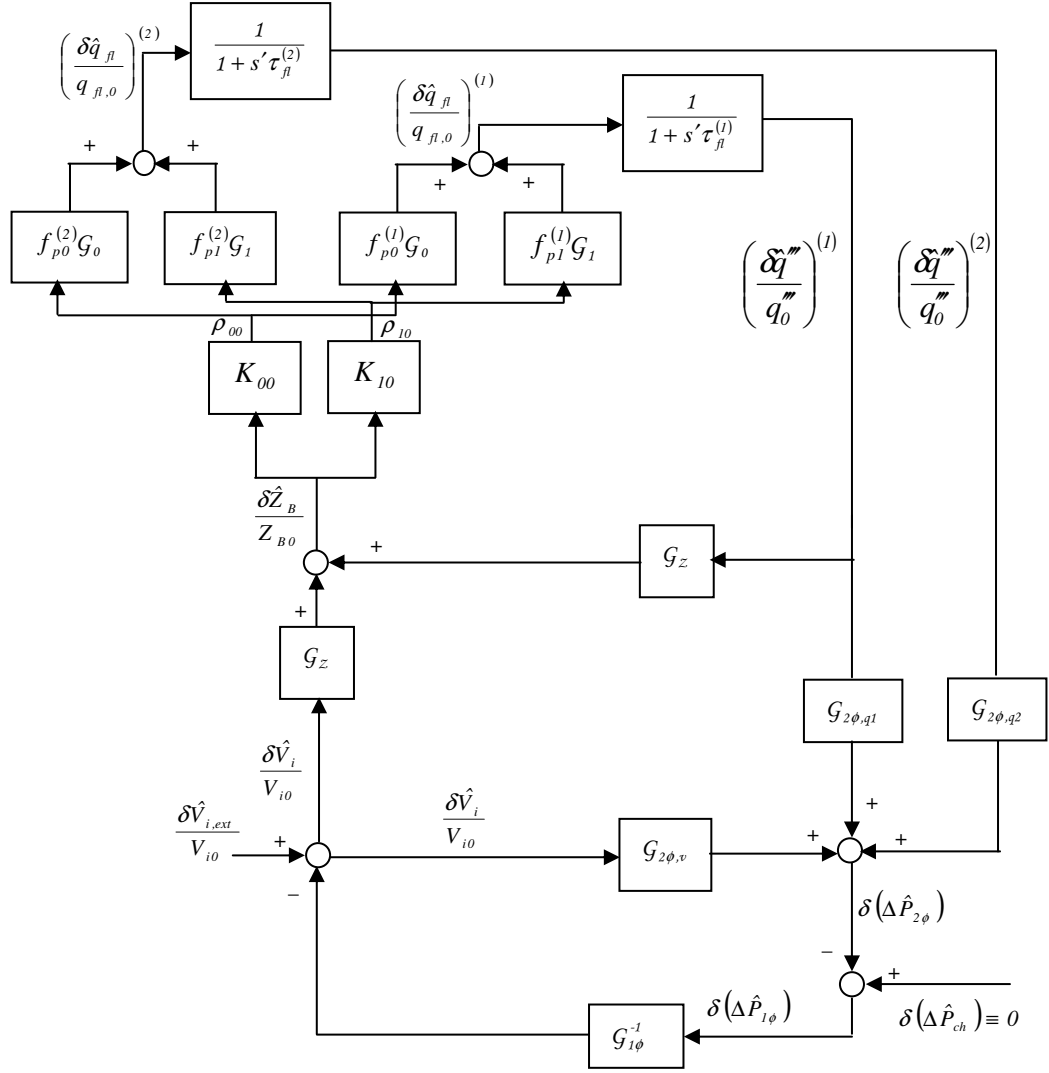
$$G_s(s \rightarrow 0) = K_{Z_{B0}} + K_i + \frac{\ln v_e + (Ja - 1)(1 - v_e^{-1})}{FrNp} + (2 - Ja)\ln v_e + v_e - 2 + \frac{K_H}{2Np} \left\{ (2v_e - 1)(1 - Ja) + \frac{v_e^2 - 1}{2} + (1 - Ja)(v_e - 1) \right\} \quad (5.55)$$

Yukarıda (5.55) ifadesinde büyük Ja ve K_H değerleri için $G_s(s \rightarrow 0) < 0$ olacağını, yani statik kararsızlığın oluşacağını görmekteyiz. Nötronik geri besleme varken elde edilen sonuç aşağıdadır:

$$G_s(s \rightarrow 0) = \left(\frac{K_e(v_e - 1)}{2v_e^2} + \frac{1}{NpFr} (\ln v_e + v_e^{-1} - 1) + \frac{K_H(v_e - 1)(v_e + 3)}{4Np} + K_{Z_{B0}} + K_i + K_e \right) \quad (5.56)$$

İki mod ve iki nod yaklaşımı altında (5.56)'dan nötronik-termalhidrolik etkileşimlerde statik kararsızlığın olmayacağını görmekteyiz; çünkü $G_s(s \rightarrow 0) > 0$ şartı sağlanmaktadır.

Sistemin transfer fonksiyonunun blok şeması Şekil 5.2'de verilmiştir. BWR kanalındaki nötronik-termalhidrolik etkileşim, iki nod-iki mod yaklaşımı altında incelenmiştir. Şekil 5.2'de kanala giren soğutucu akışkan hızındaki bir pertürbasyonun kaynama sınırında bir değişim meydana getirdiğini görmekteyiz. Kaynama sınırındaki değişim nötronik modları uyarmakta ve uyarılan modlar da reaktör gücünü değiştirmektedir. Güç değişimi kanala bir gecikmeyle iletilmektedir. Sistem, kaynama sınırı ve kanal basınç düşümü sınır koşulu üzerinden geri besleme almaktadır.



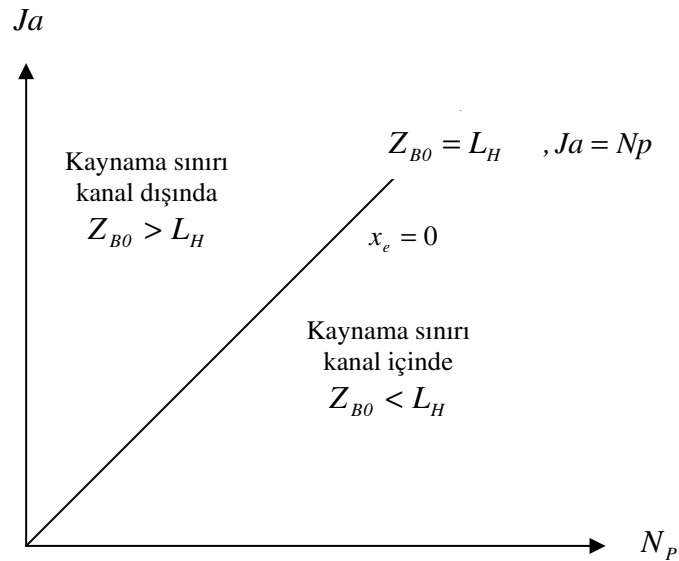
Şekil 5.2: Bir BWR kanalında iki nod-iki mod yaklaşımı için nötronik-termalhidrolik etkileşimlerin blok diyagramı.

Sistem transfer fonksiyonu her bir (Ja, Np) çifti için pozitif frekans eksenini üzerinden, sıfırdan başlanarak taranmıştır. Daha önce yapılan analizde $G_s(s \rightarrow 0) > 0$ bulunmuştur. Transfer fonksiyonunun değerini kompleks düzlemin soluna sürükleyen (Ja, Np) çiftlerinin sistemi kararsız kılacağı öngörülmüştür; çünkü bu durumda sistem transfer fonksiyonu sıfır değerini alabilecek ve bir kararsızlık oluşabilecektir. $\delta(\Delta \hat{P}_{tot}) = G_s(s) \delta \hat{V}$ bağıntısı gereği $G_s(s) = 0$ olduğu zaman her $\delta \hat{V}$, $\delta(\Delta \hat{P}_{tot}) = 0$ sınır koşulunu tam olarak sağlar ve bu durumda sistem kararsızdır. Böylece, sistem transfer fonksiyonunun her bir (Ja, Np) çifti için köklerini bulmak yerine daha basit bir kararlılık kriteri kullanmış olduk. Bu tarama işlemi $Ja-Np$ düzleminde *MATLAB*[®] altında yazılan bir program ile gerçekleştirilmiş ve sistem kararlılık haritası elde edilmiştir. Sistemin parametre değerleri EK-B verilmiştir. (4.43)

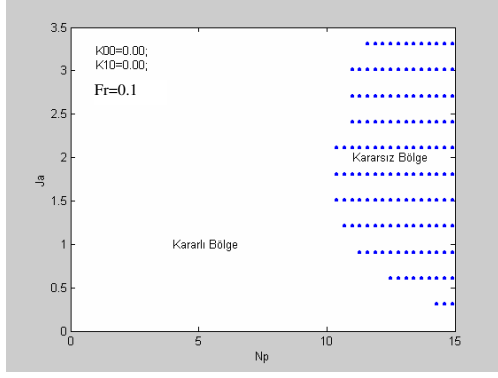
eşitliğinin $z = L_H$ için yazılması ile $v_e = I + Np - Ja$ değerine kolayca ulaşılır. Önceki bilgilerimizden v_e 'nin I 'den büyük olacağını biliyoruz. İşte bu sebepten ötürü $Ja - Np$ düzlemini oluştururken $Np > Ja$ şartını mutlaka dikkate almalıyız. Sistemde V, Ω, Z_B değişkenlerine karşı Ja, Np sayıları tanımlamıştır. Kararsızlık sınırı, $x = 0$ doğrusu boyunca uzanmaktadır; çünkü $Ja/Np = Z_{B0}/L_H$ ve Z_{B0} 'da $x_e = 0$ olmaktadır. Birinci aksenal ve temel moda ait geri besleme katsayıları değiştirilerek sistem sınırlarının bunlara bağlı değişimleri incelenmiştir. Kararsızlık sınırlarının, belli geri besleme değerlerinde birinci aksenal moddan önemli ölçüde etkilendiği görülmüştür.

Aşağıda farklı geri besleme değerleri için sistem kararlılık haritaları elde edilmiştir. Reaktör işletimcileri konsoldan sürekli Ja, Np değerlerinin belirtilen kararsız bölgelerde olup olmadığını tespit edebilirler. Basit bir programlama ile konsoldan okunan değerlerin kararsız bölgenin içinde olması durumunda otomatik olarak güvenlik sistemleri devreye sokulabilir.

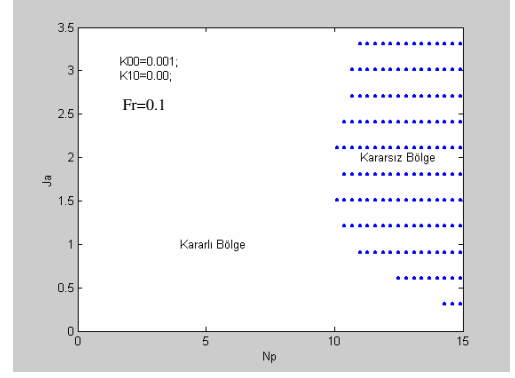
Şekil 5.3'te bir ve iki fazlı bölgeler $Z_{B0} = L_H$ doğrusu tarafından ayrılmaktadır. Doğrunun alt bölgesi kanalda iki fazlı karışımın olduğunu göstermektedir. Üst bölgesinde ise kaynama sınırı kanalın dışında olduğundan, kanal çıkışında doymamış bir fazlı akışkan bulunmaktadır.



Şekil 5.3: $Ja - Np$ düzleminde bir ve iki fazlı bölgeler.



(a) Termalhidrolik geri



(b) Termalhidrolik geri beslemeye temel modun nötronik etkisi de ilave edilmiştir.

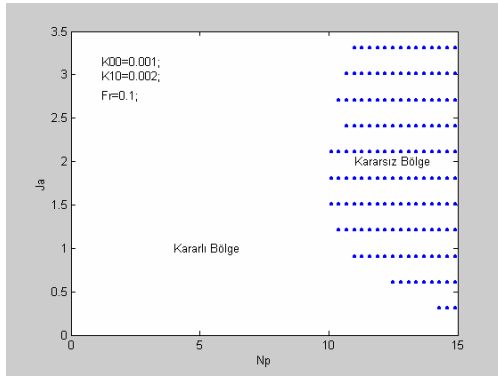
Şekil 5.4: Temel modun kararlılık haritasına etkisi

Yukarıda Şekil 5.4(a)'da nötronik geri beslemenin olmadığı, yani yalnızca termalhidroliğin etkili olduğu durum incelenmiştir. Sistemin, küçük pertürbasyonlar karşısında kararlı-kararsız olduğu bölgeler tespit edilmiştir.

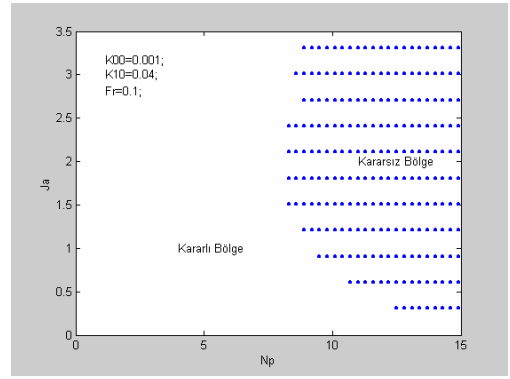
Doğal olarak BWR'lerde nötronik-termalhidrolik etkileşimler göz önüne alınmalıdır. Şekil 5.4(b)'de yalnızca temel mod akı profilinin etkin olduğu varsayımı altında kararlılık haritası oluşturulmuştur. Küçük bir geri besleme alan temel modun sistemi biraz daha kararsız kıldığını Şekil 5.4(b) ile Şekil 5.4(a)'yı karşılaştırarak görebiliriz.

Şekil 5.5(a)'da nötronik dinamikler temel ve birinci eksenel mod ile temsil edilmiştir. Şekil 5.5(b)'de birinci eksenel modun yeterli geri besleme alması için geri besleme katsayısı temel moda göre büyük alınmıştır. Şekil 5.5(b)'de kararsız bölgenin Şekil 5.5(a)'ya göre genişlediğini görüyoruz. Sonuç olarak eksenel harmonik mod ilavesinin, sistemin kararlılık haritasında, kararlı olduğu bölgeyi daralttığı gösterilmiştir.

Atalet kuvvetlerinin gravitasyon kuvvetlerine oranı olan Fr sayısı, kanala giren akışkan hızının karesi ile orantılıdır ve sistemin kararlılığını önemli ölçüde etkilemektedir. Şekil 5.6'da kaynama sınırı geri beslemesi varken Fr sayısının kararsızlık sınırlarını nasıl etkilediği gösterilmiştir. Küçük Fr sayıları için sistemin Şekil 5.6(b)'ye göre daha kararsız olduğu Şekil 5.6(a)'dan anlaşılmaktadır; çünkü küçük Fr sayısı, (düşük akışkan hızı) gravitasyon kuvvetlerinin daha etkili olması anlamına gelmektedir.

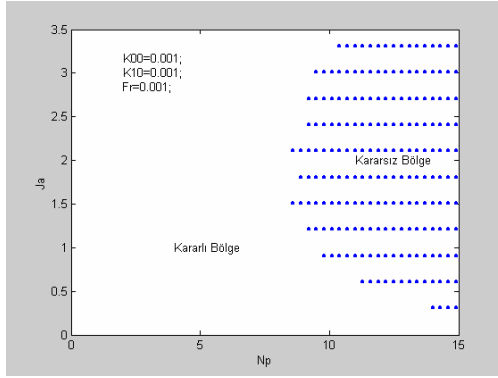


(a) $K_{00} = 0.001, K_{10} = 0.002$

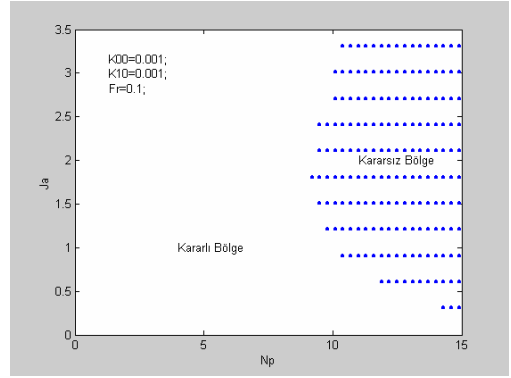


(b) $K_{00} = 0.001, K_{10} = 0.04$

Şekil 5.5: Birinci eksenel mod geri besleme katsayısının kararlılık haritasına etkisi.



(a) $Fr = 0.001$ alınmıştır.

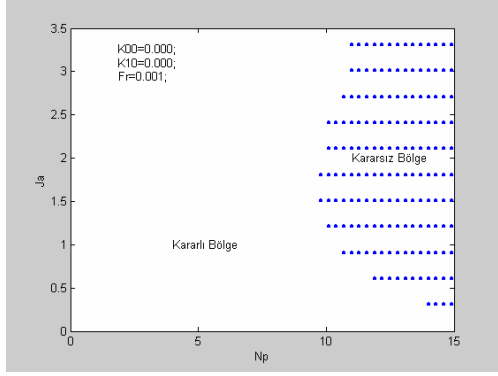


(b) $Fr = 0.1$ alınmıştır.

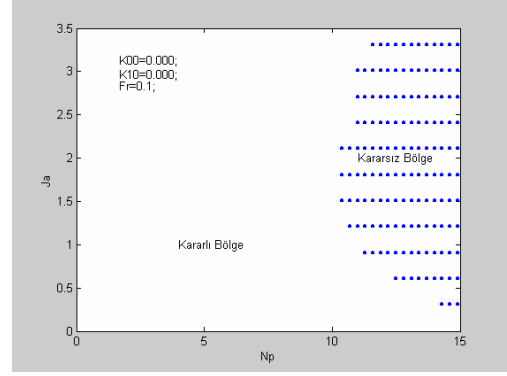
Şekil 5.6: Kaynama sınırı geri beslemesi varken Fr sayısının Sistem kararlılığına etkisi.

Eğer sistemde kaynama sınırı geri beslemesi yoksa kararsızlık sınırlarının Fr sayısından az etkilendiğini, yani kanal akış hızının sistem üzerinde etkisinin fazla olmadığını Şekil 5.7'den anlamaktayız. Sonuç olarak özel durumlarda Fr sayısı sistemin kararlılık sınırlarını tam tasvir etmemektedir; işte bu yüzden $Ja-Np$ kararlılık haritası önerilmiştir (Rao vd, 1995).

Yakıt dinamiği denklemindeki, yakıt zaman sabiti, lineer analizde sisteme birinci mertebeden gecikme katmaktadır. Yapılan çalışmada $\tau_{fl}^{(1)} = \tau_{fl}^{(2)}$ alınmıştır. Yoğunluk dalgaları salınımlarının, periyotları da aynı mertebede olduğundan, yakıt zaman sabitinin sistem kararlılığı üzerinde etkisi güçlü olmalıdır. BWR'lerde bu zaman sabiti 3 ile 7 saniye arasında değişmektedir.

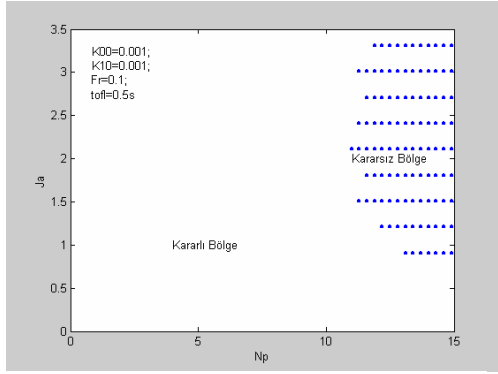


(a) $Fr = 0.001$ alınmıştır.

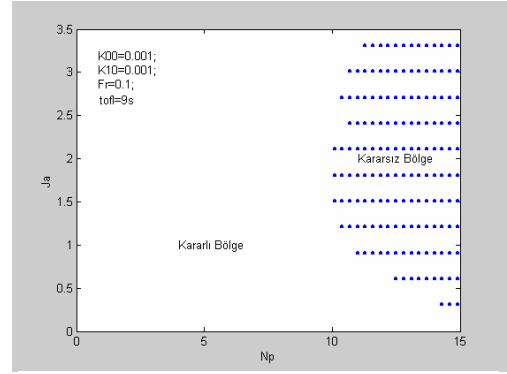


(b) $Fr = 0.1$ alınmıştır.

Şekil 5.7: Kaynama sınırı geri beslemesi yokken Fr sayısının sistem kararlılığına etkisi.



(a) yakıt zaman sabiti $0.5\ s$ olarak alınmıştır.

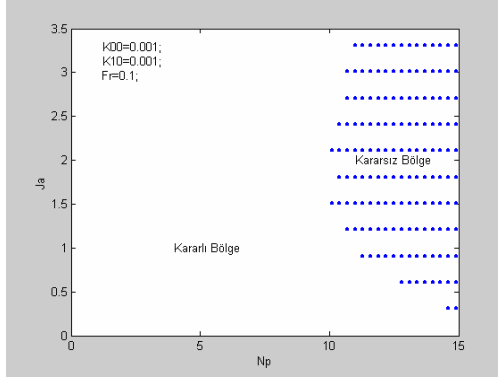


(b) yakıt zaman sabiti $9\ s$ olarak alınmıştır.

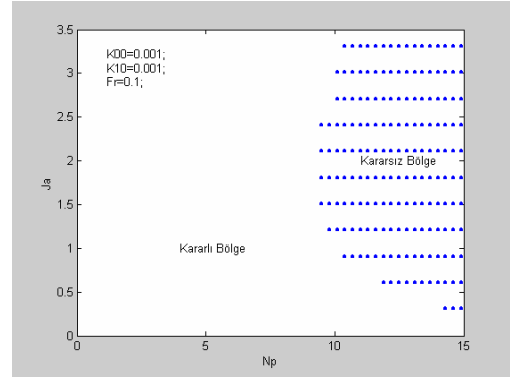
Şekil 5.8: Yakıt zaman sabitinin sistem kararlılığına etkisi.

Şekil 5.8(a)'da yakıt zaman sabiti $0.5\ s$ olarak alınmıştır. Çok küçük yakıt zaman sabitlerinde, pozitif kaynama sınırı geri besleme katsayıları için sistem çok kararlı olmaktadır; çünkü yoğunluk dalgalarının gelişimi engellenmektedir. Yüksek frekanslarda eğer yakıt zaman sabiti büyük ise bunun filtreleme nedeni ile sistemi kararlı kılma etkisi olur; fakat aynı zamanda geri beslemeye gecikme katacağından sistemi kararsızlığa sürüklemeye etkisi vardır (March-Leuba ve diğ, 1993). Bu nedenle yeni tasarımlarda yakıt çapı küçültülmektedir. Yine Şekil 5.8(b)'de yakıt zaman sabiti $9\ s$ alınarak kararlılık haritası elde edilmiştir. Eğer yakıt zaman sabiti daha da artırılırsa kararsızlık sınırları Şekil 5.7(b)'deki kaynama sınırı geri beslemesinin olmadığı durum ile eş olacak, fakat belli bir değerden sonra sistem sınırlarında değişim olmayacaktır.

Aşağıdaki Şekil 5.9(a)'da kanal tek nod olarak alınmıştır. Bunu iki noda bölünmüş kanal için elde edilen Şekil 5.9(b) ile karşılaştırdığımızda kararlı bölgenin daha geniş olduğunu görüyoruz. Fakat bu durumun aldatıcı olduğunu, gerçekte sistemin daha geniş kararsız bölgeyi kapladığı Şekil 5.9(b)'den görülmektedir. Sonuç olarak nod sayısı arttıkça, daha konservatif sonuçlara ulaşılmaktadır.



(a) Kanal tek nod olarak alınmıştır.



(b) Kanal iki noda bölünmüştür.

Şekil 5.9: Yakıt kanalı nod sayısının kararlılık haritası üzerindeki etkisi.

Ani sıçrama yaklaşımı için lineer modal nokta kinetik denklemler kullanılarak oluşturulan kararlılık haritalarının genel lineer analiz ile hemen hemen aynı sonuçları verdiği görülmüştür.

Bu bölümde yapılan lineer analiz Bölüm 6'daki lineer olmayan analiz ile karşılaştırılacaktır. Yapılan her iki incelemenin uyum içinde olması gerekmektedir. BWR'nin normal çalışma bölgesindeki konumunda yapılan küçük bir değişimin sistemde yeterli geri besleme alması ile ne gibi sonuçlar yaratacağı da tartışılacaktır.

6. BWR İÇİN BİRİNCİ EKSENEL MODUN FAZ SALINIMLARINA ETKİSİNİN ZAMAN BAĞIMLI ANALİZİ

Bölüm 5’de birinci eksenel kritik altı akı modunun yeterli geri besleme alması durumunda, sistemin kararsızlık haritasındaki sınırın önemli ölçüde değiştiğini göstermiştik. Zıt fazlı (azimutal) kararsızlıkları modellemek için en az iki kanal göz önüne almak gerekiyordu. Daha önce üzerinde çalışılmış olan paralel kanal kararsızlıklarının ikinci mertebeden bir yaklaşım ile incelenmesini gerekli buluyoruz. Bu bölümde temel ve birinci eksenel akı modları etkileşimleri için daha gerçekçi ve niceliksel, lineer olmayan analizler yapılacaktır. Kanal için sabit basınç düşümü sınır koşulu kullanılmıştır. Hesaplama kolaylığı sağlamasından ötürü sistemin konum bağımlı parametreleri gerekli durumlarda bir ve iki fazlı bölge uzunlukları üzerinden ortalananmıştır.

Lineer analizde kararsızlıkların nasıl başladıkları veya başladıktan sonra sistemin nasıl bir seyir izleyeceği konusunda herhangi bir fikir elde edemeyiz. Lineer olmayan analizde ise kararsızlıkların başlamadan ve başladıktan sonra sistem durumunu modelleyebiliriz.

6.1 İki Fazlı Bölgede Ortalama Kütlesel Akı Hesabı

Bu bölümde önce hesaplamalarda sıklıkla kullanılacak iki fazlı bölgedeki ortalama kütlesel akı hesabı yapılacaktır. Yukarıda belirtildiği gibi kanal için sabit basınç düşümü sınır koşulu varsayılmıştır. Birinci eksenel kritik altı akı modunun hidrolik kısımdan yeterli geri beslemeyi alması durumunda sistem kararsızlığı üzerinde çok ciddi etkiye sahip olduğu gösterilecektir. Problemimizde tek kanal ele alındığından ortaya çıkan kararsızlık, daha önce literatürde verilen paralel kanal kararsızlığı moduna ikinci mertebeden bir yaklaşım olacaktır. Bu bölümde Munoz-Cobo ve diğerlerinin (2002) azimutal kararsızlık için yapmış oldukları çalışmadan faydalanılacaktır. Yeni bir yaklaşım olarak eksenel yönde kanal, hareketli iki nod olarak alınmış ve paralel kanal problemine bir serbestlik derecesi daha ilave

edilmiştir. Her iki nod kaynama sınırı ile birbirinden ayrılmıştır. Kaynama sınırı değişikçe nodların hacimleri de değişecektir.

Homojen karışım için iki fazlı bölgede hızın aksenal değişimi aşağıdaki şekilde (4.13) ile verilmiştir. Denklemlerin takibini kolaylaştırmak için önceden verilenler arasından bazıları bu bölümde tekrar yazılacaktır:

$$\frac{\partial V(z,t)}{\partial z} = \Omega(t), \quad (4.13)$$

$$\Omega(t) = \frac{\dot{Q}^{(2)}(t)v_{fg}}{A_{ch} \cdot (L_H - Z_B(t)) \cdot h_{fg}}. \quad (6.1)$$

$\Omega(t)$ kaynama frekansı olarak bilinir. $\dot{Q}^{(2)}(t)$ ise kanalın iki fazlı bölgesinde yakıttan kanala aktarılan ısı gücüdür. Kanal boyunca her iki nodda ısı gücün üniform olduğunu kabul ediyoruz. L_H aktif kalp uzunluğu, $Z_B(t)$ kaynama sınırı yüksekliği, A_{ch} ise kanalın kesit alanıdır. Şimdi iki fazlı toplam hacimsel akı (homojen model için hız, $V(z,t)$) ile kütle akı ($G_{2\phi}(z,t)$) arasındaki bağıntıyı yazalım:

$$\rho_h(z,t)V(z,t) = G_{2\phi}(z,t), \quad (6.2)$$

$$\frac{I}{\rho_h} = (v_f + xv_{fg}), \quad (6.3)$$

$$\frac{I}{\rho_h} = \left(\frac{I}{\rho_f} + x \left(\frac{I}{\rho_g} - \frac{I}{\rho_f} \right) \right). \quad (6.4)$$

(6.4) bağıntısı (6.2)'de yerine koyulup düzenlenirse istenen ifade elde edilir:

$$V(z,t) = \left(\frac{x}{\rho_g} + \frac{I-x}{\rho_f} \right) G_{2\phi}(z,t). \quad (6.5)$$

Şimdi (4.13) denklemini kaynama sınırından herhangi bir z noktasına kadar integre edelim:

$$V(z,t) = V_i(t) + \Omega(t)(z - Z_B(t)). \quad (6.6)$$

(6.6) ve (6.3) eşitliklerini (6.2) de kullanarak iki fazlı bölge için kütleli akıyı kalite, giriş kütleli akısı, kaynama sınırı ve kaynama frekansı değişkenleri türünden ifade edebiliriz:

$$G_{2\phi}(z,t) = \frac{V_i(t) + \Omega(t)(z - Z_B(t))}{v_f + x(z,t)v_{fg}}, \quad z \geq Z_B(t) \quad (6.7)$$

veya,

$$G_{2\phi}(z,t) = \frac{\Omega(t)(z - Z_B(t)) + v_f G_i(t)}{v_f + x(z,t)v_{fg}}. \quad (6.8)$$

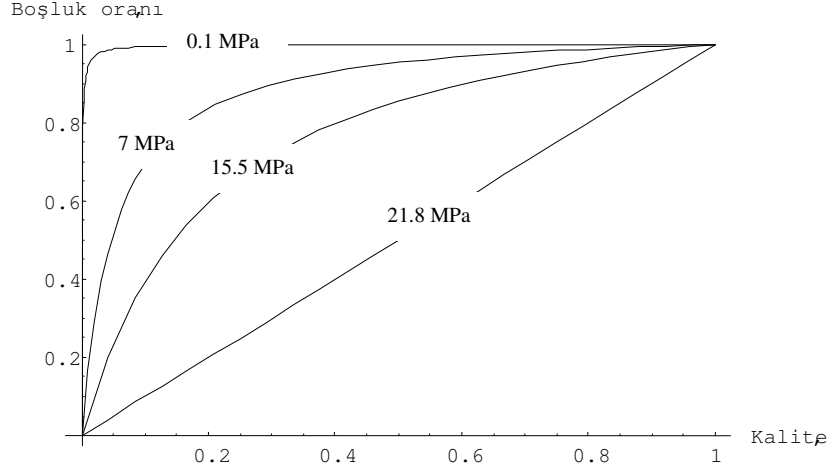
Eşitlik (6.8)'de $z = L_H$ değerini kullanırsak, kanal çıkışındaki kütleli akıyı elde ederiz:

$$G_e(t) = \frac{\dot{Q}^{(2)}(t)v_{fg}(L_H - Z_B(t))}{V_{ch}^{(2)}(t).h_{fg}(v_f + x_e(t)v_{fg})} + \frac{v_f G_i(t)}{v_f + x_e(t)v_{fg}}. \quad (6.9)$$

(6.9) bağıntısı bize giriş ile çıkış kütleli akıları arasındaki ilişkiyi vermektedir. $V_{ch}^{(2)}(t) = A_{ch} \cdot (L_H - Z_B(t))$, iki fazlı bölgenin hacmidir. Kanalın üniform ısıtılması varsayımından ve normal çalışma koşullarında kalitenin düşük olması nedeniyle, kanal boyunca kalitenin z eksenine ile lineer değiştiğini varsayabiliriz. Bu durumda kalitenin aksel değişimi aşağıdaki şekildedir:

$$x(z,t) = \frac{z - Z_B(t)}{L_H - Z_B(t)} x_e(t). \quad (6.10)$$

Şekil 6.1'de değişik basınç değerleri için kalite-boşluk oranı ilişkisi gösterilmiştir (7 MPa BWR, 15.5 MPa PWR çalışma basıncı, 21.8 MPa ise kritik basınçtır). Grafik için ileride verilecek olan (6.54) denklemi kullanılmış, boşluk oranı kalitenin fonksiyonu olarak alınmıştır. Yüksek basınçlarda kalite ile boşluk kesri arasında lineer bir ilişki olduğunu görüyoruz. Düşük basınçlarda ise küçük kalite değişimlerinin büyük boşluk oranı değişimine neden olduğu, bunun da Tip-I kararsızlığını doğurabileceği Bölüm 1'de belirtilmişti.



Şekil 6.1: Farklı basınç değerleri için kalite ve boşluk ilişkisi (Duderstadt ve Hamilton, 1976)

Şimdi iki fazlı bölge için ortalama kütleli akının tanımını verelim:

$$\langle G_{2\phi}(z,t) \rangle \equiv \frac{I}{L_H - Z_B(t)} \int_{Z_B(t)}^{L_H} G_{2\phi}(z,t) dz. \quad (6.11)$$

Denklem (6.10), (6.5)'de yerine koyulduktan sonra, elde edilen ifadeden $G_{2\phi}(z,t)$ çekilip (6.11) tanımında kullanılarak aşağıdaki sonuç kolayca elde edilir.

$$\langle G_{2\phi}(z,t) \rangle = \frac{I}{x_e(t)v_{fg}} \left\{ \Omega(t)(L_H - Z_B(t)) + v_f \left(G_i(t) - \frac{\Omega(t)(L_H - Z_B(t))}{x_e(t)v_{fg}} \right) \ln \left(1 + \frac{v_{fg}}{v_f} x_e(t) \right) \right\} \quad (6.12)$$

6.2 Momentum Denkleminin İntegrasyonu

Akışkanın sıkıştırılmaz olduğu varsayımı altında kanal içindeki iki fazlı akış için momentum dengesi daha önce (4.8) ile verilmişti:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G^2}{\rho_h} \right) - f \frac{G^2}{2\rho_h D_h} - \sum_j K_j \delta(z - z_j) \frac{G^2}{2\rho_h} - g\rho_h. \quad (4.8)$$

Şimdi (4.8) denklemini kanal boyunca z eksenini üzerinden integre edelim:

$$\int_0^{L_H} \frac{\partial G(z,t)}{\partial t} dz = \Delta P(t) - \Delta P_{ac} - \Delta P_{fr} - \Delta P_{gr}. \quad (6.13)$$

Toplam basınç düşümü aşağıdaki (6.14) tanımı ile basınç kaybı pozitif olacak şekilde verilmiştir:

$$\Delta P \equiv - \int_0^{L_H} \frac{\partial P}{\partial z} dz. \quad (6.14)$$

Gravitasyonel basınç düşümünü iki bölgenin toplamı olarak gösterelim:

$$\Delta P_{gr} = g \int_0^{L_H} \rho_h dz, \quad (6.15)$$

$$\Delta P_{gr} = g \left(\int_0^{Z_B(t)} \rho_f dz + \int_{Z_B(t)}^{L_H} \rho_h dz \right). \quad (6.16)$$

İki fazlı bölgede homojen yoğunluk için ortalama tanımını kullanalım,

$$\int_{Z_B(t)}^{L_H} \rho_h dz \equiv \langle \rho_h \rangle (L_H - Z_B(t)). \quad (6.17)$$

(6.17) tanımı (6.16)'da yerine yazılırsa aranan eşitlik kolayca elde edilir:

$$\Delta P_{gr} = g (\rho_f Z_B(t) + \langle \rho_h \rangle (L_H - Z_B(t))). \quad (6.18)$$

Ortalama homojen yoğunluk, ortalama boşluk oranına bağlı olarak aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$\langle \rho_h \rangle = (1 - \langle \alpha \rangle) \rho_f + \langle \alpha \rangle \rho_g. \quad (6.19)$$

Yukarıda (6.19) denkleminde $\langle \alpha \rangle$ ortalama boşluk oranı olup ileride (6.55) tanımı ile verilmiştir. Bu eşitlik (6.18)'de yerleştirilirse:

$$\Delta P_{gr} = g \{ \rho_f Z_B(t) + \{ (1 - \langle \alpha \rangle) \rho_f + \langle \alpha \rangle \rho_g \} (L_H - Z_B(t)) \}, \quad (6.20)$$

$$\Delta P_{ac} = \int_0^{L_H} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{G^2}{\rho_h} \right) dz, \quad (6.21)$$

$$\Delta P_{ac} = \frac{G_e^2(t)}{\rho_{h,e}} - \frac{G_i^2(t)}{\rho_f}. \quad (6.22)$$

Bağıntı (6.4) kanal çıkışı için yazılırsa,

$$\frac{I}{\rho_{h,e}} = \frac{x_e(t)}{\rho_g} + \frac{I - x_e(t)}{\rho_f}. \quad (6.23)$$

Böylece ivmesel basınç kaybını çıkış kalitesi ve giriş-çıkış kütleli akıları ile ilişkilendirebiliriz,

$$\Delta P_{ac} = \left(\frac{x_e(t)}{\rho_g} + \frac{I - x_e(t)}{\rho_f} \right) G_e^2(t) - \frac{G_i^2(t)}{\rho_f}. \quad (6.24)$$

Basınç kaybının sürtünmesel bileşenine gelince:

$$\Delta P_{fr} = \int_0^{L_H} \left(f \frac{G^2}{2\rho_h D_h} - K_k \delta(z - z_k) \frac{G^2}{2\rho_h} \right) dz, \quad (6.25)$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{fr} = & \int_0^{z_B(t)} \left(f \frac{G_i^2(t)}{2\rho_f D_H} - K_i \delta(z - z_i) \frac{G_i^2(t)}{2\rho_f} \right) dz + \\ & \int_{z_B(t)}^{L_H} \left(f \frac{G_{2\phi}^2}{2\rho_h D_h} - K_e \delta(z - z_e) \frac{G_{2\phi}^2}{2\rho_h} \right) dz \end{aligned} \quad (6.26)$$

Aşağıdaki varsayımı yapalım:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{G_{2\phi}^2}{\rho_h} \right\rangle & \equiv \frac{I}{L_H - Z_B(t)} \int_{Z_B(t)}^{L_H} \frac{G_{2\phi}^2}{\rho_h} dz \\ & \equiv \frac{\langle G_{2\phi} \rangle^2}{\langle \rho_h \rangle} \end{aligned} \quad (6.27)$$

Tanım (6.27), (6.26)'da kullanılırsa aranan sürtünmesel basınç kaybı elde edilir,

$$\Delta P_{fr} = \left(K_i + f \frac{Z_B(t)}{D_H} \right) \frac{G_i^2(t)}{2\rho_f} + f \left(\frac{L_H - Z_B(t)}{D_H} \right) \frac{\langle G_{2\phi} \rangle^2}{2\langle \rho_h \rangle} + \frac{K_e G_e^2(t)}{2\rho_{he}}. \quad (6.28)$$

Şimdi (6.13) eşitliğinin sol tarafındaki ifadenin değerini hesaplayalım. Bu terimi bir ve iki fazlı bölge için parçalayalım:

$$\int_0^{L_H} \frac{\partial G(z,t)}{\partial t} dz = \int_0^{Z_B(t)} \frac{dG_i(t)}{dt} dz + \int_{Z_B(t)}^{L_H} \frac{\partial G_{2\phi}(z,t)}{\partial t} dz. \quad (6.29)$$

Denklem (6.29)'un sağ tarafındaki ikinci integrali bulmak için Leibniz türev kuralını uygulayalım:

$$\frac{d}{dt} \int_{Z_B(t)}^{L_H} G_{2\phi}(z,t) dz = \int_{Z_B(t)}^{L_H} \frac{\partial G_{2\phi}(z,t)}{\partial t} dz + 0 - \frac{dZ_B(t)}{dt} G_i(t), \quad (6.30)$$

$$\int_{Z_B(t)}^{L_H} \frac{\partial G_{2\phi}(z,t)}{\partial t} dz = \frac{d}{dt} \int_{Z_B(t)}^{L_H} G_{2\phi}(z,t) dz + \frac{dZ_B(t)}{dt} G_i(t). \quad (6.31)$$

Denklem (6.31)'in (6.29)'da yerine konması ile elde edilen sonuç aşağıdadır:

$$\int_0^{L_H} \frac{\partial G(z,t)}{\partial t} dz = Z_B(t) \frac{dG_i(t)}{dt} + \frac{d}{dt} \int_{Z_B(t)}^{L_H} G_{2\phi}(z,t) dz + \frac{dZ_B(t)}{dt} G_i(t). \quad (6.32)$$

Denklem (6.32)'nin sağ tarafındaki ikinci ifade için (6.11) tanımını kullanalım:

$$\int_{Z_B(t)}^{L_H} G_{2\phi}(z,t) dz = \langle G_{2\phi}(z,t) \rangle (L_H - Z_B(t)). \quad (6.33)$$

Eğer (6.33)'de (6.12) eşitliğini kullandıktan sonra, yeni oluşan ifadenin türevini alıp, gerekli düzenlemeyi yaparsak aşağıdaki sonucu elde ederiz.

$$\frac{d}{dt} \int_{Z_B(t)}^{L_H} G_{2\phi}(z,t) dz = b_1 \frac{dZ_B(t)}{dt} + b_2 \frac{dx_e(t)}{dt} + b_3 \frac{dG_i(t)}{dt} + b_4 \frac{d\Omega(t)}{dt}, \quad (6.34)$$

$$b_1 = \frac{-2\Omega(t)(L_H - Z_B(t))}{x_e(t)v_{fg}} + \frac{v_f}{x_e(t)v_{fg}} \left(\frac{2\Omega(t)(L_H - Z_B(t))}{x_e(t)v_{fg}} - G_i(t) \right) \ln \left(1 + \frac{v_{fg}}{v_f} x_e(t) \right), \quad (6.35)$$

$$b_2 = \frac{-\Omega(t)(L_H - Z_B(t))^2}{x_e^2(t)v_{fg}} + \frac{v_f(L_H - Z_B(t))}{x_e^2(t)v_{fg}} \left(\frac{2\Omega(t)(L_H - Z_B(t))}{x_e(t)v_{fg}} - G_i(t) \right) \ln \left(1 + \frac{v_{fg}}{v_f} x_e(t) \right) + \frac{v_f(L_H - Z_B(t))}{x_e(t)(v_f + x_e(t)v_{fg})} \left(G_i(t) - \frac{\Omega(t)(L_H - Z_B(t))}{x_e(t)v_{fg}} \right) \quad (6.36)$$

$$b_3 = \frac{v_f(L_H - Z_B(t))}{x_e(t)v_{fg}} \ln \left(1 + \frac{v_{fg}}{v_f} x_e(t) \right), \quad (6.37)$$

$$b_4 = \frac{(L_H - Z_B(t))^2}{x_e(t)v_{fg}} \left(1 - \frac{v_f}{x_e(t)v_{fg}} \ln \left(1 + \frac{v_{fg}}{v_f} x_e(t) \right) \right). \quad (6.38)$$

Şimdi elde ettiğimiz sonuçları birleştirerek (6.13) denkleminde kullanalım. (6.34) eşitliği (6.32)'de kullanılır ve bulunan ifade (6.13)'de yerine koyulup düzenlenirse aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$(b_3 + Z_B(t)) \frac{dG_i(t)}{dt} = \Delta P(t) - \Delta P_{ac} - \Delta P_{gr} - \Delta P_{fr} - (G_i(t) + b_1) \frac{dZ_B(t)}{dt} - b_2 \frac{dx_e(t)}{dt} - b_4 \frac{d\Omega(t)}{dt} \quad (6.39)$$

(6.39) denklemi kanal giriş kütleli akısındaki değişimin kaynama sınırı, kanal çıkış kalitesi ve kaynama frekansı değişimleri türünden ifadesidir.

6.3 Kaynama Sınırı Dinamiği

Kaynama sınırı dinamiğinin kritik altı akı modlarını uyararak sistem kararlılığı üzerinde ciddi etki yaratacağı, savunulan temel düşünce olduğundan kaynama sınırının çok iyi modellenmesi gerekmektedir. Bunun için önce süreklilik ve enerji dengesi denklemlerini yazarak işe başlayalım:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial z} = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial(h\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(hG)}{\partial z} = \frac{\dot{Q}(t)}{V_{ch}}. \quad (6.40)$$

Denklem (4.1)'in (6.40)'da kullanılması ile daha basit bir ifade elde ederiz:

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + G \frac{\partial h}{\partial z} = \frac{\dot{Q}(t)}{V_{ch}}. \quad (6.41)$$

Denklem (6.41)'i kanal girişinden kaynama sınırına kadar integre edelim:

$$\rho_f \int_0^{Z_B(t)} \frac{\partial h}{\partial t} dz + G_i(t)(h_f - h_i) = \frac{\dot{Q}^{(I)}(t)}{V_{ch}^{(I)}} Z_B(t). \quad (6.42)$$

Yukarıda (6.42)'de sol taraftaki ilk terimi bulmaya çalışalım:

$$\frac{d}{dt} \int_0^{Z_B(t)} h dz = \int_0^{Z_B(t)} \frac{\partial h}{\partial t} dz + \frac{dZ_B(t)}{dt} h_f. \quad (6.43)$$

Şimdi ortalama tanımını kullanalım. Bir fazlı bölgedeki ortalama entalpi $\langle h \rangle$ olduğuna göre:

$$\langle h \rangle \equiv \frac{1}{Z_B(t)} \int_0^{Z_B(t)} h dz \cong \frac{h_f + h_i}{2} \quad (6.44)$$

varsayımını yaparak,

$$\int_0^{Z_B(t)} h dz \cong \frac{h_f + h_i}{2} Z_B(t) \quad (6.45)$$

aradığımız integralin yaklaşık değerini bulmuş oluruz. Şimdi (6.45) ifadesini (6.43)'de kullanalım:

$$\left(\frac{h_f + h_i}{2} \right) \frac{dZ_B(t)}{dt} = \int_0^{Z_B(t)} \frac{\partial h}{\partial t} dz + \frac{dZ_B(t)}{dt} h_f. \quad (6.46)$$

Denklem (6.46)'nın her iki tarafını ρ_f ile çarpıp (6.42) ile toplayalım. Sonuç olarak kaynama sınırı için dinamik denklemi aşağıdaki şekilde elde ederiz (Di Marco ve diğ, 1990):

$$\frac{dZ_B(t)}{dt} = \frac{2}{\rho_f} \left(G_i(t) - \frac{\dot{Q}^{(l)}(t)}{(h_f - h_i)V_{ch}^{(l)}(t)} Z_B(t) \right). \quad (6.47)$$

$$= b_8$$

Yukarıda bulunan (6.47) denklemi Van Bragt (1998) ile şekil olarak benzer olmakla beraber bir fazlı bölge hacminin $V_{ch}^{(l)}(t) = A_{ch} Z_B(t)$ olmasından dolayı denklemin sağ tarafı kaynama sınırı değişimi $Z_B(t)$ 'den bağımsızdır. $\dot{Q}^{(l)}(t)$ bir fazlı bölgede yakıttan kanala aktarılan ısı güç miktarıdır. Her iki nodda $\dot{Q}(t)$ için aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\dot{Q}^{(l)}(t) = P_{ch,0}^{(l)} + (hA)_{ch}^{(l)} \delta t_{fl}^{(l)}(t), \quad l = 1,2 \quad (6.48)$$

$$P_{ch,0}^{(l)} \equiv P_{ch,0} f_{p0}^{(l)}. \quad l = 1,2 \quad (6.49)$$

Modal-nodal güç dağılım faktörü (*m. mod, l. nod*) (5.28-29) ile tanımlanmıştır. $P_{ch,0}^{(l)}$, *l.* bölgede kanala sürekli rejimde aktarılan güç miktarıdır. $(hA)_{ch}^{(l)}$ yakıt çubuğunun ısı taşınım katsayısıyla ısı akış alanı çarpımıdır. $\delta t_{fl}^{(l)}(t)$ ise yakıt çubuğu sıcaklığındaki değişimi temsil etmektedir.

6.4 Kanal Çıkış Kalitesi Dinamiği

Boşluk kesri ve kalite arasındaki bağıntı faz hızlarının aynı kabul edilmesiyle aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$x(z,t) = \alpha(z,t) \frac{\rho_g}{\rho_h}, \quad (6.50)$$

$$\rho_h = (1 - \alpha)\rho_f + \alpha\rho_g. \quad (6.51)$$

Eğer (6.51) ifadesi (6.50)'de yerine koyulup boşluk oranı için denklem düzenlenirse aşağıdaki bağıntı elde edilir:

$$\alpha(z,t) = x(z,t) \frac{\rho_f}{\rho_g + x(z,t)(\rho_f - \rho_g)}, \quad (6.52)$$

$$\gamma \equiv \frac{\rho_f}{\rho_g}. \quad (6.53)$$

Tanım (6.53), (6.52)'de kullanılırsa boşluk oranı ve kalite arasındaki varmak istediğimiz eşitlik elde edilir:

$$\alpha(z,t) = \frac{x(z,t)\gamma}{1 + x(z,t)(\gamma - 1)}. \quad (6.54)$$

Ortalama boşluk oranı tanımında (6.54) eşitliği kullanılarak, (6.10) ile verilen lineer bağıntı yardımı ile de z eksenini için değişken dönüşümü yapılarak ortalama boşluk oranı aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\langle \alpha(z,t) \rangle = \frac{1}{x_e(t)} \int_0^{x_e(t)} \alpha(z,t) dx, \quad (6.55)$$

$$\langle \alpha(z,t) \rangle = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{1}{(\gamma - 1)x_e(t)} \ln(1 + (\gamma - 1)x_e(t)) \right). \quad (6.56)$$

Yukarıdaki (6.56) eşitliğini zamana göre türetelim:

$$\frac{d\langle \alpha(z,t) \rangle}{dt} = b_5 \frac{dx_e(t)}{dt}, \quad (6.57)$$

$$b_5 = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)^2 x_e(t)} \left(-\frac{(\gamma - 1)}{1 + (\gamma - 1)x_e(t)} + \frac{\ln(1 + (\gamma - 1)x_e(t))}{x_e(t)} \right). \quad (6.58)$$

Şimdi iki fazlı bölge için süreklilik denklemini integre edelim:

$$\int_{z_B(t)}^{L_H} \frac{\partial \rho_h}{\partial t} dz + \int_{z_B(t)}^{L_H} \frac{\partial G_{2\phi}}{\partial z} dz = 0, \quad (6.59)$$

$$\int_{z_B(t)}^{L_H} \frac{\partial G_{2\phi}}{\partial z} dz = G_e(t) - G_i(t). \quad (6.60)$$

Denklem (6.59)'un ilk terimin değerini hesap edebilmek için Leibniz türev kuralını uygulayalım:

$$\frac{d}{dt} \int_{Z_B(t)}^{L_H} \rho_h dz = \int_{Z_B(t)}^{L_H} \frac{\partial \rho_h}{\partial t} dz + 0 - \frac{dZ_B(t)}{dt} \rho_f, \quad (6.61)$$

(6.17)'de (6.19)'u kullanarak,

$$\int_{Z_B(t)}^{L_H} \rho_h dz = \{(1 - \langle \alpha \rangle) \rho_f + \langle \alpha \rangle \rho_g\} (L_H - Z_B(t)), \quad (6.62)$$

bulunur. Şimdi (6.62) eşitliğinin türevini alalım:

$$\frac{d}{dt} \int_{Z_B(t)}^{L_H} \rho_h dz = \frac{d\langle \alpha \rangle}{dt} (L_H - Z_B(t)) (\rho_g - \rho_f) - (\rho_f + \langle \alpha \rangle (\rho_g - \rho_f)) \frac{dZ_B(t)}{dt}. \quad (6.63)$$

Eğer (6.63)'de (6.61) yerine yazılır ve düzenlenirse aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$\int_{Z_B(t)}^{L_H} \frac{\partial \rho_h}{\partial t} dz = \frac{d\langle \alpha \rangle}{dt} (L_H - Z_B(t)) (\rho_g - \rho_f) - \langle \alpha \rangle (\rho_g - \rho_f) \frac{dZ_B(t)}{dt}. \quad (6.64)$$

Sırayla (6.60) ve (6.64) denklemleri (6.59)' da yerlerine konursa ortalama boşluk oranı değişimi ile kaynama sınırı değişimi arasındaki ilişkiyi bulmuş oluruz;

$$\frac{d\langle \alpha \rangle}{dt} = \frac{G_i(t) - G_e(t)}{(L_H - Z_B(t)) (\rho_g - \rho_f)} - \frac{\langle \alpha \rangle}{(L_H - Z_B(t))} \frac{dZ_B(t)}{dt}. \quad (6.65)$$

Şimdi (6.56) ve (6.57) denklemlerini kullanarak (6.65) denklemini ortalama boşluk oranı teriminden kurtarabilir ve çıkış kalitesi için bir denkleme dönüştürebiliriz.

$$b_5 \frac{dx_e(t)}{dt} = \frac{G_i(t) - G_e(t)}{(L_H - Z_B(t)) (\rho_g - \rho_f)} + \frac{b_8 \gamma}{(\gamma - 1) (L_H - Z_B(t))} \left(1 - \frac{1}{(\gamma - 1) x_e(t)} \ln(1 + (\gamma - 1) x_e(t)) \right) \quad (6.66)$$

Yukarıda (6.66) eşitliğindeki kanal çıkış kütleli akısından da kurtulmak istiyoruz. Bunun için (6.9) eşitliğini kullanıyoruz. Gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra aşağıdaki sonuca ulaşabiliriz:

$$\frac{dx_e(t)}{dt} = b_9, \quad (6.67)$$

$$b_9 = b_6 + b_7 b_8, \quad (6.68)$$

$$b_6 = \frac{G_i(t) v_{fg} x_e(t) - \Omega(t)(L_H - Z_B(t))}{(L_H - Z_B(t))(v_f + v_{fg} x_e(t)) \rho_{fg} b_5}, \quad (6.69)$$

$$b_7 = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)(L_H - Z_B(t)) b_5} \left(1 - \frac{1}{(\gamma - 1) x_e(t)} \ln(1 + (\gamma - 1) x_e(t)) \right). \quad (6.70)$$

6.5 Yakıt Sıcaklığı Değişimi ve Nötron Dinamikleri

Kanala ısı aktaran yakıt çubuğunun sıcaklık değişimi (5.16) ile aşağıdaki gibi verilmişti:

$$(-1)^{(l)} (c_{fl} m_{fl})^{(l)} \left(\delta_{2l} - \frac{Z_{B0}}{L_H} \right) \frac{d\delta_{fl}^{(l)}(t)}{dt} = \delta \dot{q}_{fl}^{(l)}(t) - (hA)_{ch}^{(l)} \delta_{fl}^{(l)}(t). \quad l = 1, 2 \quad (5.16)$$

Yukarıdaki denklemde l . bölgede c_{fl} yakıt çubuğunun özgül ısı kapasitesi, m_{fl} ise yakıtın kütlesidir. $\delta \dot{q}_{fl}(t)$ ise yakıt gücündeki değişimdir. Bu değişim modal ifade ile aşağıdaki şekilde verilebilir (Munoz-Cobo ve diğ, 2000):

$$\delta \dot{q}_{fl}^{(l)}(t) = \frac{P_0}{N_{ch}} \sum_{m=0}^{\infty} f_{pm}^{(l)} n_m^*(t). \quad l = 1, 2 \quad (6.71)$$

P_0 (6.71)'de reaktörün toplam sürekli rejim gücü, N_{ch} toplam kanal sayısı ve $f_{pm}^{(l)}$ ise l . bölgede m . moda ait güç dağılım faktörüdür. Bu faktör bir enerji gruplu nötron yaklaşımı için (5.28) ve (5.29) bağıntıları ile tanımlanmıştı. Bu bölümde kullanılan modal kinetik denklemler Bölüm-2' de verildiği gibidir:

$$\frac{dn_0^*(t)}{dt} = \frac{\rho_{00}^F(t) - \beta}{\Lambda_0} n_0^*(t) + \frac{\rho_{00}^F(t)}{\Lambda_0} + \frac{\rho_{01}^F(t)}{\Lambda_0} n_1^*(t) + \lambda^c c_0^*(t), \quad (2.36)$$

$$\frac{dc_0^*(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda_0} n_0^*(t) - \lambda^c c_0^*(t), \quad (2.37)$$

$$\frac{dn_l^*(t)}{dt} = \frac{\rho_l^s + \rho_{ll}^F(t) - \beta}{\Lambda_l} n_l^*(t) + \frac{\rho_{l0}^F(t)}{\Lambda_l} + \frac{\rho_{l1}^F(t)}{\Lambda_l} n_1^*(t) + \lambda^c c_l^*(t), \quad (2.38)$$

$$\frac{dc_1^*(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda_1} n_1^*(t) - \lambda^c c_1^*(t). \quad (2.39)$$

Daha önce Bölüm 5.2’de açıklanan ani sıçrama yaklaşımı altında modal kinetik denklemler aşağıdaki şekilde basitleştirilir:

$$a_{11}n_0^*(t) + a_{12}n_1^*(t) = a_{13}, \quad (6.72)$$

$$a_{21}n_0^*(t) + a_{22}n_1^*(t) = a_{23}. \quad (6.73)$$

Yukarıdaki (6.72), (6.73), (2.37) ve (2.39) denklemlerinden oluşan sistemin ilk ikisi cebrik, diğerleri ise diferansiyel denklemdir. Başlangıçtaki dört diferansiyel denklem, ani sıçrama yaklaşımı ile iki cebrik, iki diferansiyel denkleme dönüşmüştür. Nötron dinamiğini, nöron öncülerine ait (2.37) ve (2.39) denklemleri belirleyecektir. Kullanılan parametreler aşağıdaki gibidir:

$$a_{11} \equiv \rho_{00}^F(t) - \beta, \quad (6.74)$$

$$a_{12} \equiv \rho_{01}^F(t), \quad (6.75)$$

$$a_{13} \equiv -\rho_{00}^F(t) - \lambda^c \Lambda_0 c_0^*(t), \quad (6.76)$$

$$a_{21} \equiv \rho_{10}^F(t), \quad (6.77)$$

$$a_{22} \equiv \rho_1^s + \rho_{11}^F(t) - \beta, \quad (6.78)$$

$$a_{23} \equiv -\rho_{10}^F(t) - \lambda^c \Lambda_1 c_1^*(t). \quad (6.79)$$

6.6 Geri Besleme Reaktivitelerinin Hesabı

Reaktörde iki temel geri besleme reaktivite değerinden söz edilebilir. Bunlar boşluk geri beslemesi ve Doppler geri besleme reaktivitesidir. Doppler etkisini boşluk geri beslemesi ile kıyasladığımızda çok küçük olduğunu görürüz. Doppler etkisi burada olduğu gibi yapılan kaba modellerin hesaplamalarında göz önüne alınmaz. Bu çalışmada temel hedefimiz birinci eksenel kritik altı modun güç salınımlarına etkisini göstermek olduğundan, reaktivite için çok detaylı kodlarla hesap edilmiş verilere

ihtiyacımız yoktur. Bu sebepten ötürü modal reaktivitelerin kaynama sınırı hareketi ile lineer değiştiği daha önce (3.39)'da kestirmeden verilmişti. Şimdi ise modelimiz için bu nodal yaklaşımın bir çıkarımı yapılacaktır. Bunun için işe önce iki fazlı homojen karışım için entalpi ifadesini yazmakla başlayalım:

$$h(z, t) = h_f + x(z, t)h_{fg}. \quad (6.80)$$

Kanal çıkışında, $z = L_H$ için (6.80) denklemi yazılır ve pertürbe edilirse aşağıdaki sonuca kolayca ulaşılır,

$$\delta h_e(t) = h_{fg} \delta x_e(t). \quad (6.81)$$

Yukarıda $h_e(t)$ kanal çıkışındaki entalpidir. Kanalda bir ve iki fazlı bölgelerde ısı akılarının üniform olduğu varsayılmıştı; bundan ötürü entalpi bu bölgelerde lineer değişecektir. O zaman bu doğru üzerindeki kaynama sınırı ile kanal çıkışındaki noktalar arasındaki eğim için;

$$\eta = \frac{L_H - Z_B(t)}{h_e(t) - h_f} \quad (6.82)$$

yazılabilir. Şimdi (6.82) eşitliğini pertürbe edelim. Kanal çıkış kalitesi ile kaynama sınırı arasındaki pertürbasyon ilişkisi kolayca elde edilir:

$$\delta h_e(t) = -\eta^{-1} \delta Z_B(t). \quad (6.83)$$

Kanal çıkış kalitesi ile kaynama sınırındaki pertürbasyon arasındaki ilişki (6.81)'in (6.83)'de kullanılması ile elde edilir,

$$\delta x_e(t) = -\eta^{-1} h_{fg}^{-1} \delta Z_B(t). \quad (6.84)$$

Şimdi (6.56) ile verilen ortalama boşluk oranını pertürbe edelim:

$$\delta \langle \alpha \rangle = \mu \delta x_e(t), \quad (6.85)$$

$$\mu \equiv -\frac{\gamma}{(\gamma-1)^2} \frac{1}{x_{e,0}} \left\{ \frac{\gamma-1}{1+(\gamma-1)x_{e,0}} - \frac{1}{x_{e,0}} \ln(1+(\gamma-1)x_{e,0}) \right\}. \quad (6.86)$$

BWR için alışılagelen modal reaktivite tanımı (3.36) ile verilmişti:

$$\rho_{mk}^F(t) = C_{mk} \delta \langle \alpha \rangle . \quad (3.36)$$

Şimdi (6.84) eşitliğini (6.85)'de kullanır ve sonucu (3.36)'da yerine yazarsak kaynama sınırındaki pertürbasyon ile modal reaktiviteler arasındaki ilişkiyi elde ederiz;

$$\rho_{mk}^F(t) = K_{mk} \delta Z_B(t), \quad (3.39)$$

$$K_{mk} = -\mu \eta^{-1} h_{fg}^{-1} C_{mk} . \quad (6.87)$$

(6.87) eşitliğinde K_{mk} çarpanları modal geri besleme katsayılarıdır. Bunların değerleri artırılarak sistemin kararlılık durumları, kanal için sabit basınç düşümü sınır koşulu uygulanarak araştırılacaktır.

6.7 Kanal Girişindeki Kütlesel Akı Dinamiği

Son olarak kaynama frekansı $\Omega(t)$ 'nin zamana bağlı türevini elde edersek kanal girişindeki kütlesel akı için (6.39) eşitliğini kullanarak bir diferansiyel denkleme ulaşmış olacağız. Bunun için (6.48) eşitliğini $l=2$ için (6.1)'de kullanalım ve oluşan denklemin türevini alalım. Aşağıdaki sonuç kolayca elde edilir;

$$\frac{d\Omega(t)}{dt} = \frac{v_{fg}}{A_{ch} \cdot (H - Z_B(t)) \cdot h_{fg}} (hA)_{ch}^{(2)} \frac{d\delta_{fl}^{(2)}(t)}{dt} + \frac{\dot{Q}^{(2)}(t) v_{fg}}{A_{ch} \cdot (L_H - Z_B(t))^2 \cdot h_{fg}} \frac{dZ_B(t)}{dt} . \quad (6.88)$$

Yakıt sıcaklığındaki değişimin türevini de (5.16) denkleminde $l=2$ için çekip yerine koyalım,

$$\begin{aligned} \frac{d\Omega(t)}{dt} &= \frac{v_{fg} (hA)_{ch}^{(2)}}{A_{ch} \cdot (H - Z_B(t)) \cdot h_{fg} (c_{fl} m_{fl})^{(2)} \left(1 - \frac{Z_{B0}}{L_H}\right)} \left(\dot{\delta}_{fl}^{(2)}(t) - (hA)_{ch}^{(2)} \delta_{fl}^{(2)}(t) \right) \\ &\quad + \frac{\dot{Q}^{(2)}(t) v_{fg}}{A_{ch} \cdot (L_H - Z_B(t))^2 \cdot h_{fg}} b_8 . \quad (6.89) \\ &= b_{10} \end{aligned}$$

Artık kanal giriş kütleli akısını istediğimiz formda yazabiliriz; çünkü kaynama frekansının türevini (6.89)'dan, kaynama sınırı türevini (6.47)'den ve kanal çıkış kalitesinin türevini de (6.67)'den bilmekteyiz. Bu ifadelerin (6.39) denkleminde yerine konması ve düzenlenmesi ile aradığımız ifadeye ulaşırız:

$$(b_3 + Z_B(t)) \frac{dG_i(t)}{dt} = \Delta P(t) - \Delta P_{ac} - \Delta P_{gr} - \Delta P_{fr} - (G_i(t) + b_1)b_8 - b_2b_9 - b_4b_{10}, \quad (6.90)$$

$$\begin{aligned} \frac{dG_i(t)}{dt} &= \frac{\Delta P(t) - \Delta P_{ac} - \Delta P_{gr} - \Delta P_{fr} - (G_i(t) + b_1)b_8 - b_2b_9 - b_4b_{10}}{(b_3 + Z_B(t))} \\ &= b_{11} \end{aligned} \quad (6.91)$$

6. 8 Sistem Diferansiyel Denklem Setinin Oluşturulması

Nümerik olarak çözüm yapılacak sistem diferansiyel seti, dokuz tane denklemden oluşmaktadır:

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i(y) \quad i = 1, 2, \dots, 9 \quad (6.92)$$

Tablo 6.1:Dinamik Denklem Setinin Değişkenleri

i	y_i	Açıklama	Bağıntı
1	Z_B	kaynama sınırı	(6.47)
2	x_e	kanal çıkış kalitesi	(6.67)
3	c_0^*	temel moda ait nötron öncüleri için boyutsuz katsayı	(2.37)
4	c_1^*	birinci moda ait nötron öncüleri için boyutsuz katsayı	(2.39)
5	$\delta t_{fl}^{(2)}$	iki fazlı bölgede, yakıt sıcaklığındaki değişim	(5.16)
6	$\delta t_{fl}^{(I)}$	bir fazlı bölgede, yakıt sıcaklığındaki değişim	(5.16)
7	n_0^*	temel moda ait nötronlar için boyutsuz katsayı	(2.36)
8	n_1^*	birinci moda ait nötron için boyutsuz katsayı	(2.38)
9	G_i	kanal girişindeki kütleli akı	(6.91)

$$y = (y_1 = Z_B, y_2 = x_e, y_3 = c_0^*, y_4 = c_1^*, y_5 = \delta t_{fl}^{(2)}, y_6 = \delta t_{fl}^{(I)}, y_7 = n_0^*, y_8 = n_1^*, y_9 = G_i) \quad (6.93)$$

Değişkenler aşağıdaki şekildedir:

$f(y)$ vektörünün bileşenleri olan $f_i(y)$ fonksiyonları aşağıdaki şekilde tanımlanmışlardır:

$$f_1 = b_8, \quad (6.94)$$

$$f_2 = b_9, \quad (6.95)$$

$$f_3 = \frac{\beta}{\Lambda_0} y_7 - \lambda y_3, \quad (6.96)$$

$$f_4 = \frac{\beta}{\Lambda_0} y_8 - \lambda y_4, \quad (6.97)$$

$$f_5 = \frac{I}{(c_{fl} m_{fl})^{(2)} \left(1 - \frac{Z_{B0}}{L_H} \right)} \left(\delta \ddot{q}_{fl}^{(2)}(t) - (hA)_{ch}^{(2)} y_5 \right), \quad (6.98)$$

$$f_6 = \frac{I}{(c_{fl} m_{fl})^{(1)} \left(\frac{Z_{B0}}{L_H} \right)} \left(\delta \ddot{q}_{fl}^{(1)}(t) - (hA)_{ch}^{(1)} y_5 \right), \quad (6.99)$$

$$f_7 = \frac{\rho_{00}^F(t) - \beta}{\Lambda_0} y_7 + \frac{\rho_{00}^F(t)}{\Lambda_0} + \frac{\rho_{01}^F(t)}{\Lambda_0} y_8 + \lambda y_3, \quad (6.94)$$

$$f_8 = \frac{\rho_1^s + \rho_{11}^F(t) - \beta}{\Lambda_1} y_8 + \frac{\rho_{10}^F(t)}{\Lambda_1} + \frac{\rho_{10}^F(t)}{\Lambda_1} y_7 + \lambda y_4, \quad (6.95)$$

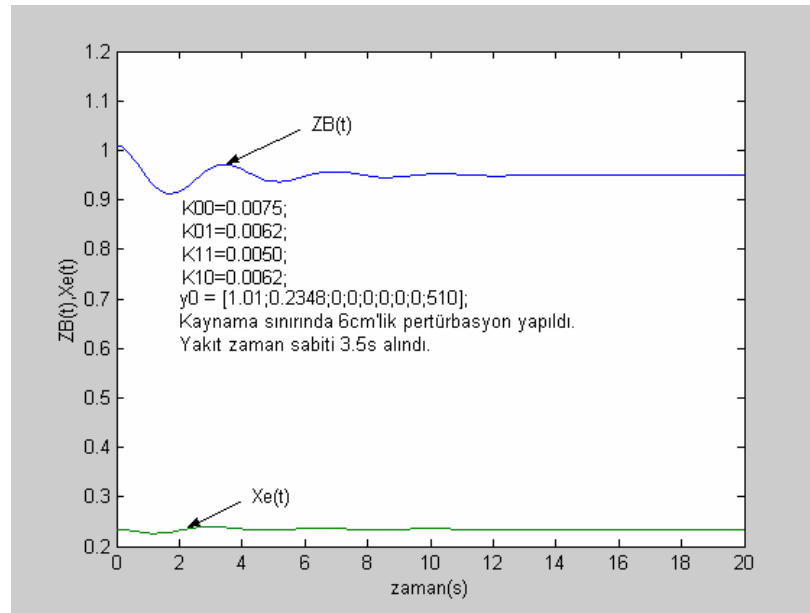
$$f_9 = b_{11}. \quad (6.96)$$

Denklem setimiz *MATLAB*[®] altında çetin (*stiff*) nümerik metot kullanılarak çözülecektir. Sistem diferansiyel denklem seti için başlangıç koşulu olarak kaynama sınırı $0.95m$, kanal çıkış kalitesi 0.23 , kanal giriş kütleli akısı $510kgm^{-2}s^{-1}$ ve diğer değişim ifade eden değişkenlere sıfır değeri atanmıştır. Bundan sonra verilen koşulları, sürekli rejim koşulları olarak sağlayacak basınç düşümü, denklemler iteratif çözülerek $0.38 MPa$ bulunmuştur.

Geri besleme katsayıları artırılarak sistemin kararsızlık durumlarında birinci eksenel kritik altı moddan nasıl etkilendiği ortaya konacaktır.

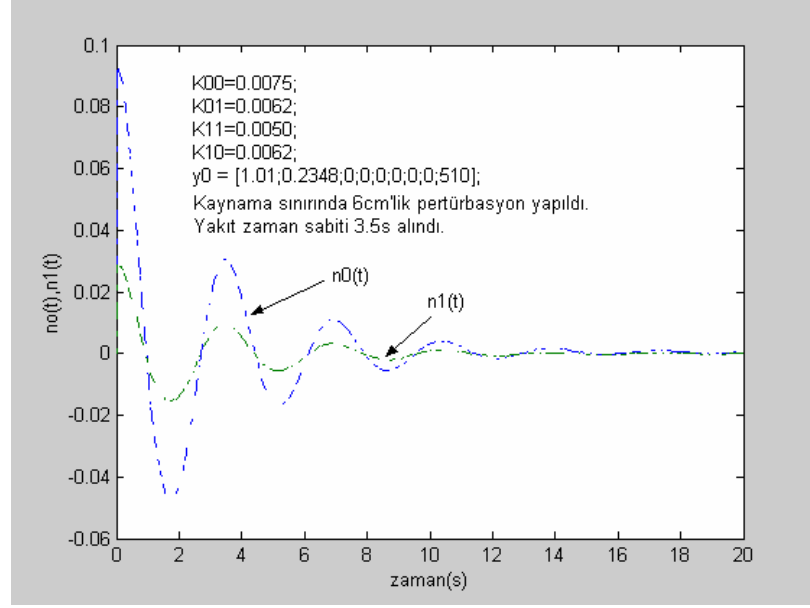
6.9 Zaman Bağımlı Analiz sonuçları

Aşağıdaki simülasyonlarda temel ve birinci eksenel akı moduna ait zaman bağımlı genlik değerleri, kaynama sınırı, kanal çıkış kalitesi ve girişteki kütleli akının, çeşitli geri besleme değerlerine karşı gösterdikleri davranışlar incelenmiştir.

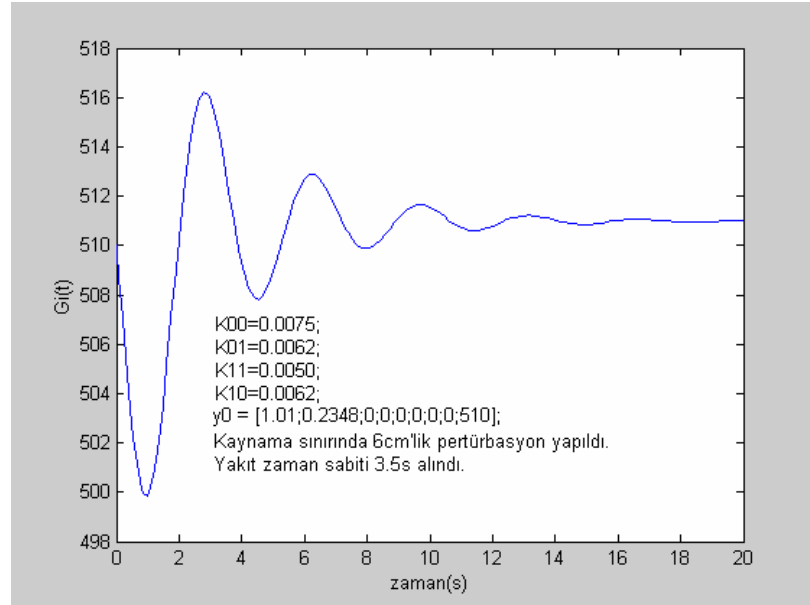


Şekil 6.2: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık kanal çıkış kalitesi ve kaynama sınırındaki değişim
($Z_{B0} = 0.95m$, $x_{e,0} = 0.23$).

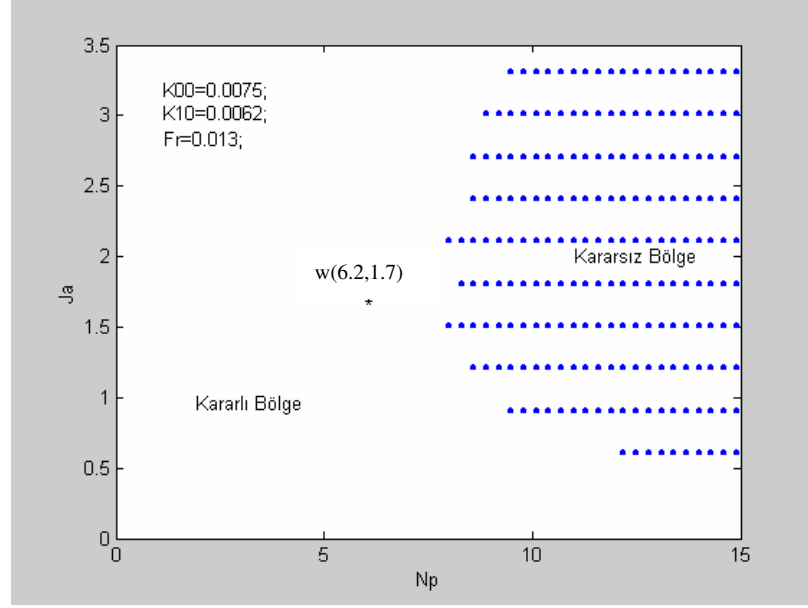
Şekil 6.2'de kaynama sınırındaki 6cm'lik değişime karşılık kanal çıkış kalitesi ve kaynama sınırı değişimi incelenmiştir. Geri besleme katsayıları sürekli rejimdeki kaynama sınırı değeri etrafındaki küçük değişimlerden elde edilmiştir. Modal reaktivite geri besleme değerleri yeterince etkin olmadığı için salınımlar sönmüştür. Şekil 6.3'de temel ve birinci eksenel mod genliklerinin, pertürbasyon karşısında yaklaşık 0.25 Hz'lik bir frekans ile söndüğünü görmekteyiz. Şekil 6.4'de giriş kütleli akısındaki değişimin de benzer şekilde söndüğünü görmekteyiz.



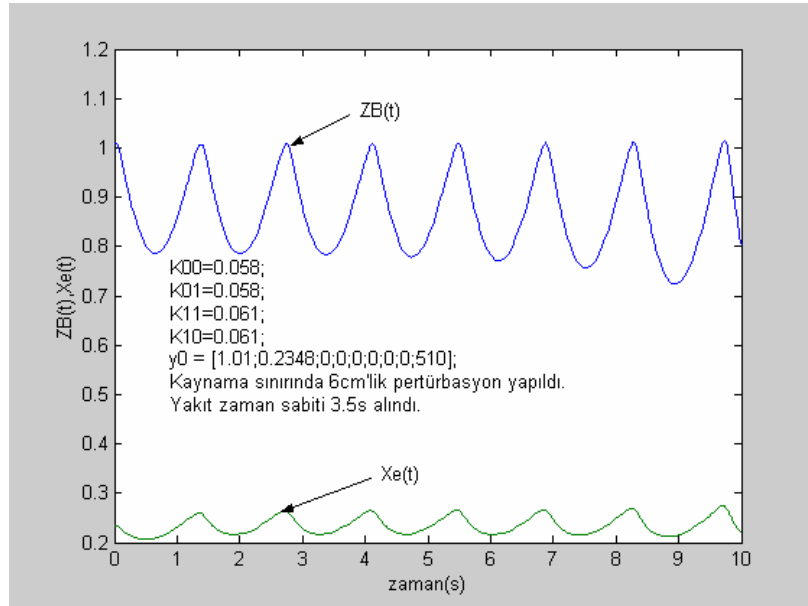
Şekil 6.3: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık temel ve birinci eksenel mod genliklerinin değişimi.



Şekil 6.4: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık kanal giriş kütleli akısındaki değişim
($G_{i,0} = 510 \text{ kg} / \text{m}^2 \text{ s}$).



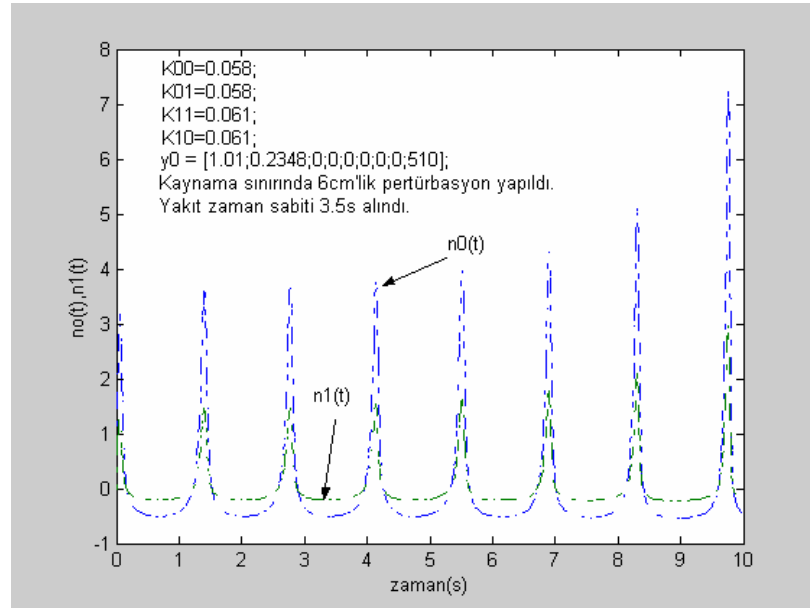
Şekil 6.5: Şekil 6.2 -4 için seçilen parametreler ile bulunan lineer kararlılık haritası üzerinde sistemin çalışma noktasının yeri, w.



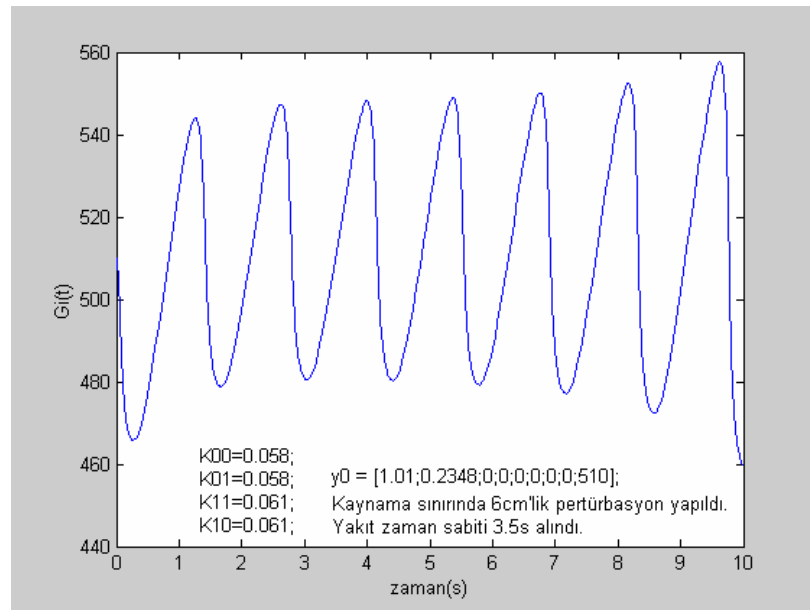
Şekil 6.6: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık kanal çıkış kalitesi ve kaynama sınırındaki değişim ($Z_{B0} = 0.95m$, $x_{e,0} = 0.23$).

Lineer olmayan kararlılık analizinde Şekil 6.2, 6.3 ve 6.4'de kullanılan reaktivite geri besleme katsayıları lineer analizde de kullanılarak sistem kararlılık haritası Şekil 6.5'deki gibi elde edilmiştir. Sistemin çalışma noktasının kararlı bölgede olması lineer ve lineer olmayan analizlerin birbirileri ile uyumlu olduklarını göstermektedir. Şekil 6.6'da kaynama sınırındaki 6cm'lik bir pertürbasyona karşılık kanal çıkış kalitesi ve kaynama sınırı değişimi incelenmiştir. Modal geri besleme katsayılarının

belirli eşik değerlerini aşması durumunda pertürbasyon gelişerek sistemin kararsızlığına neden olur.



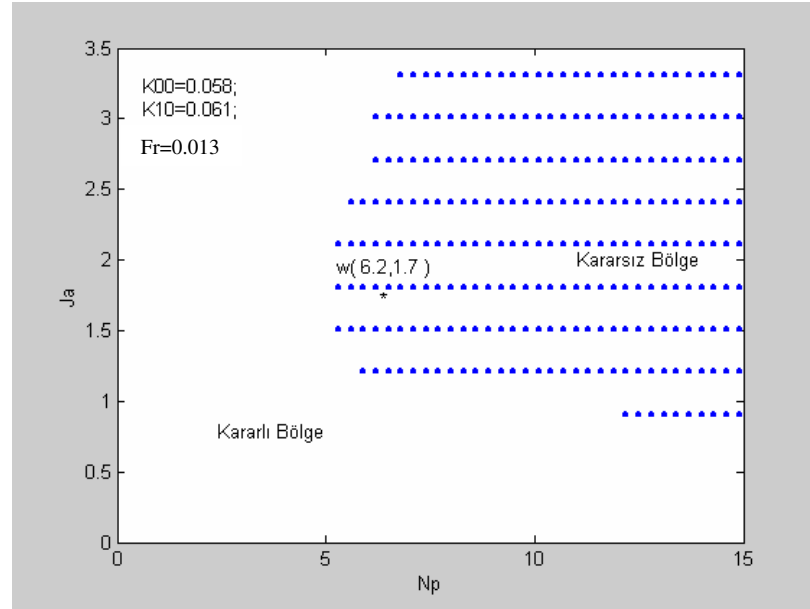
Şekil 6.7: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık temel ve birinci eksenel mod genliklerinin değişimi ($\tau_f = 3.5s$).



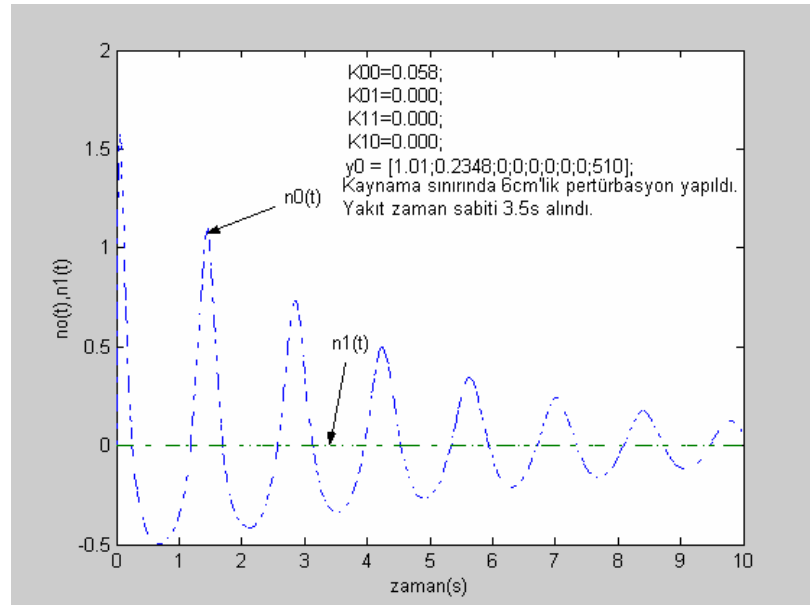
Şekil 6.8: Kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık kanal giriş kütleli akısındaki değişim ($G_{i,0} = 510kg / m^2 s$).

Şekil 6.7’de temel ve birinci eksenel mod genliklerinin pertürbasyon karşısında yaklaşık 0.66 Hz’lik bir frekans ile kararsız salınımlar oluşturduğu görülmektedir. Şekil 6.8’de giriş kütleli akısının da aynı frekansta kararsız salınım yapmaktadır.

Şekil 6.9’da aynı parametreler için verilen lineer kararlılık haritasında sistemin çalışma noktasının kararsız bölgede olduğu görülmüştür. Sistem çalışma noktasının kararsız bölgede olması lineer ve lineer olmayan analizlerin uyum içinde olduğunu kanıtlamaktadır.

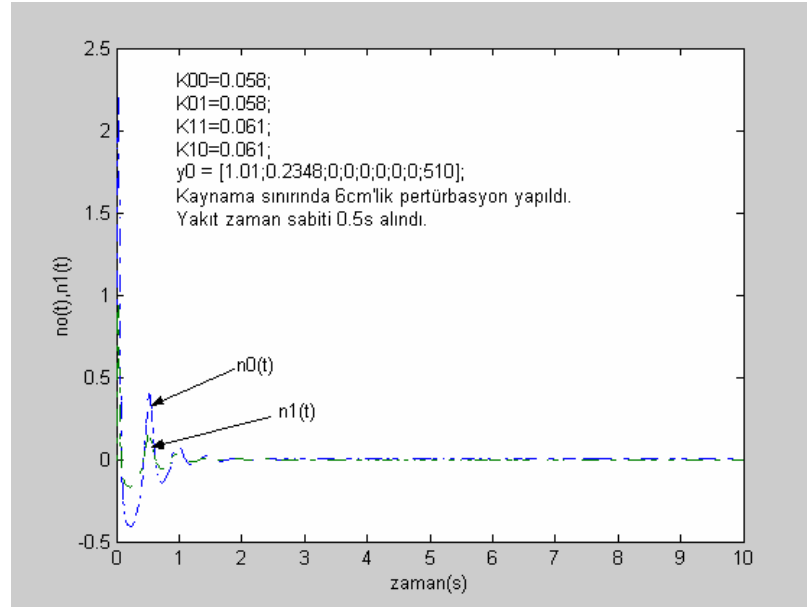


Şekil 6.9: Şekil 6.6 -8 için seçilen parametreler ile bulunan lineer kararlılık haritası üzerinde sistemin çalışma noktasının veri, w.



Şekil 6.10: Kaynama sınırındaki pertürbasyon için yalnızca temel mod kaynaklı birinci mertebe bir yaklaşım.

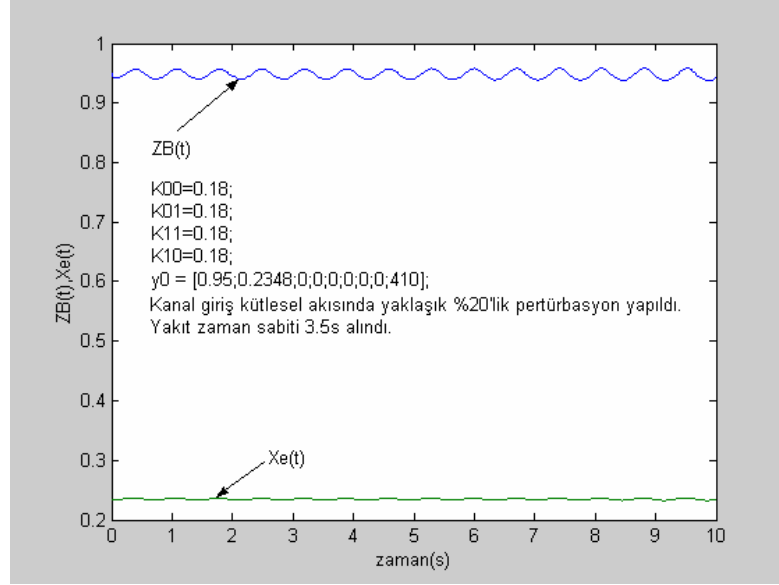
Şekil 6.10'da yalnızca temel mod kaynaklı birinci mertebe için çözüm yapılmıştır. Geri besleme katsayıları ve pertürbasyon değeri Şekil 6.3'deki kararsız salınımlar ile aynı olmasına karşı sistemin kararlıymış gibi davrandığı anlaşılmaktadır. Buradan şu önemli sonuca varabiliriz: Sistem kararlılığını daha sağlıklı ve temkinli bir şekilde analiz etmek için ikinci mertebe yaklaşım kaçınılmazdır.



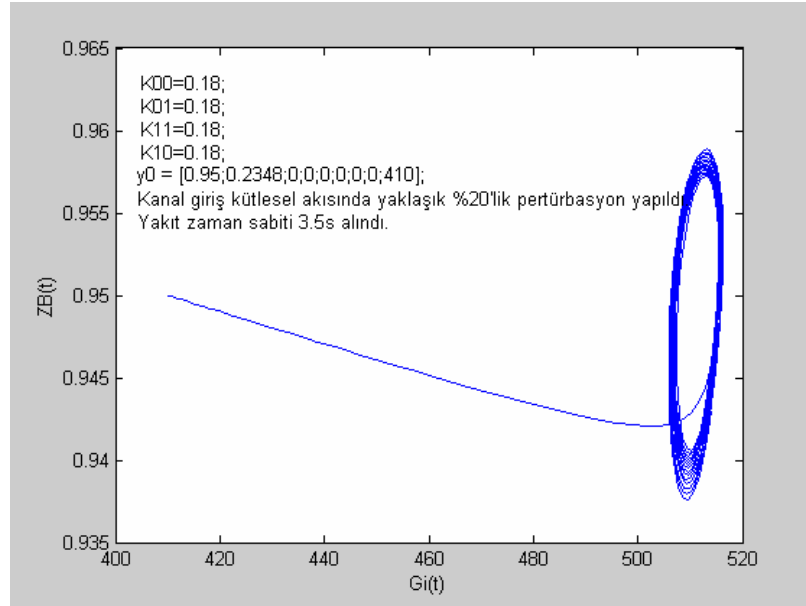
Şekil 6.11: Küçük yakıt zaman sabitinin sistem kararlılığı üzerindeki etkisi ($\tau_f = 0.5s$).

Bundan önceki uygulamalarda yakıt zaman sabiti $\tau_f = 3.5s$ olarak alınmıştı. Şekil 6.11'de ise yakıt zaman sabiti 0.5 saniyeye düşürülmüştür. Şekil 6.7'de verilen ve sistemi kararsız yapan parametre değerlerinin aynı alınmasına karşı, salımların çok ani olarak söndüğü görülmektedir. Yakıt zaman sabiti sistem kararlılığı üzerinde en önemli parametredir. Küçük yakıt zaman sabiti yoğunluk dalgalarının gelişmesini önleyerek reaktörü daha güvenilir kılmaktadır.

Kanal girişindeki kütleli akıda meydana gelen büyük genlikli (% 20) pertürbasyonların sistem kararlılığı üzerinde nasıl bir etki yapacağını Şekil 6.12'de görmekteyiz. Bu değişimin kararsızlık yönünden etkili olabilmesi için sistemin büyük modal geri besleme değerlerine sahip olması gerekmektedir. Sonuç olarak kanal giriş debisinde meydana gelen değişimlerin, kaynama sınırındaki değişimlere göre sistem üzerindeki kararsızlık etkisinin daha az olduğu anlaşılmaktadır. Bu durum sabit basınç düşümü sınır koşulunun bir sonucudur.



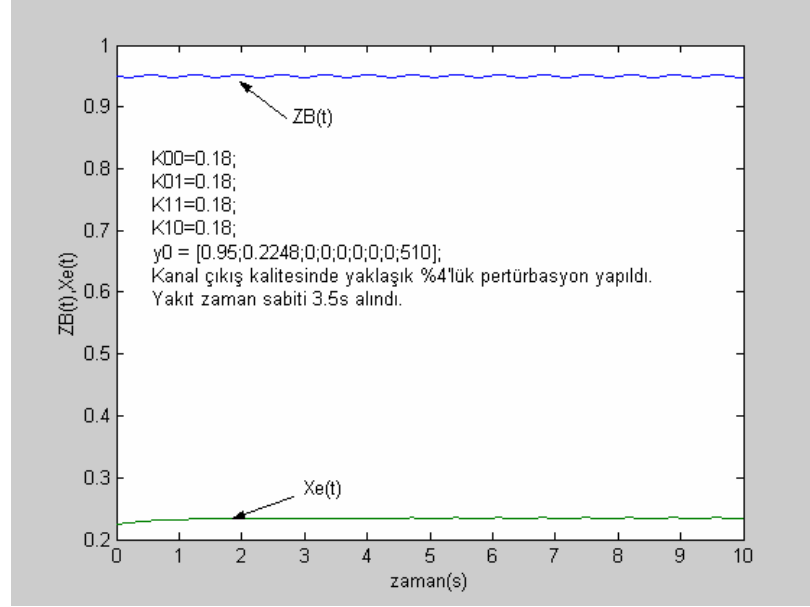
Şekil 6.12: Kanal giriş kütlelesel akısındaki büyük bir pertürbasyon için kaynama sınırı ve kanal çıkış kalitesindeki değişim ($Z_{B0} = 0.95m$, $x_{e,0} = 0.23$).



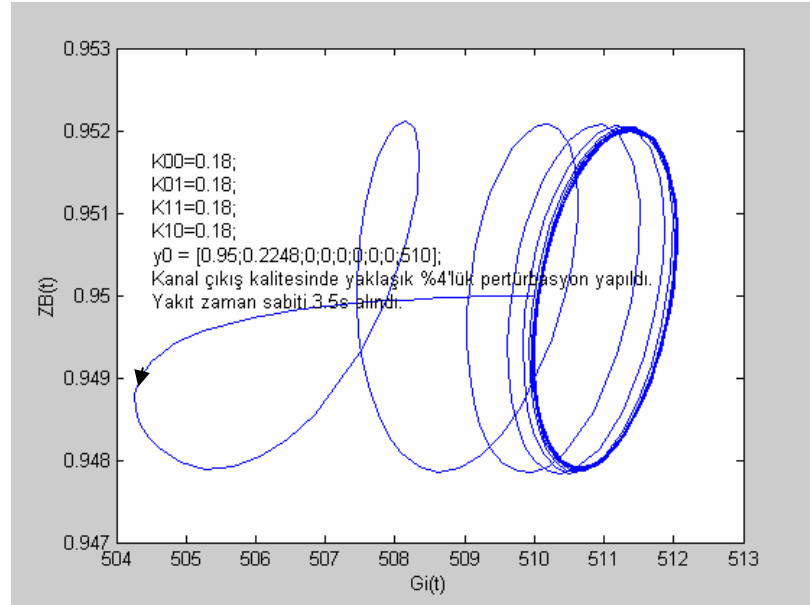
Şekil 6.13: Kanal giriş kütlelesel akısındaki büyük bir pertürbasyon için kaynama sınırı ve giriş kütlelesel akısının parametrik değişimi ($Z_{B0} = 0.95m$, $G_{i,0} = 510kg / m^2 s$)

Şekil 6.13’de kanal giriş kütlelesel akısındaki büyük bir pertürbasyon için kaynama sınırı ile kanal girişindeki kütlelesel akının limit çevrim sınırları yaptığı, oluşan kapalı eğrilerden anlaşılmaktadır. Sistem kararlılığı, çıkış kalitesi ve giriş kütlelesel akısındaki pertürbasyonlara göre kaynama sınırındaki değişimlere daha duyarlıdır. Şekil 6.14’de kanal çıkış kalitesinde % 4’lük bir pertürbasyon yapılmıştır. Şekil

6.12'deki aynı geri besleme değerleri kullanılmasına karşılık, küçük bir kalite değişimi ile limit çevrim salınımları meydana gelmiştir. Sonuç olarak kanal çıkış kalitesinde meydana gelecek değişimlerin sistemi, giriş kütle akısındaki değişimlere göre daha kararsız kıldığı anlaşılmaktadır.



Şekil 6.14: Kanal çıkış kalitesindeki %4'lük bir pertürbasyon için kaynama sınırı ve kanal çıkış kalitesindeki değişim ($Z_{B0} = 0.95m$, $x_{e,0} = 0.23$).

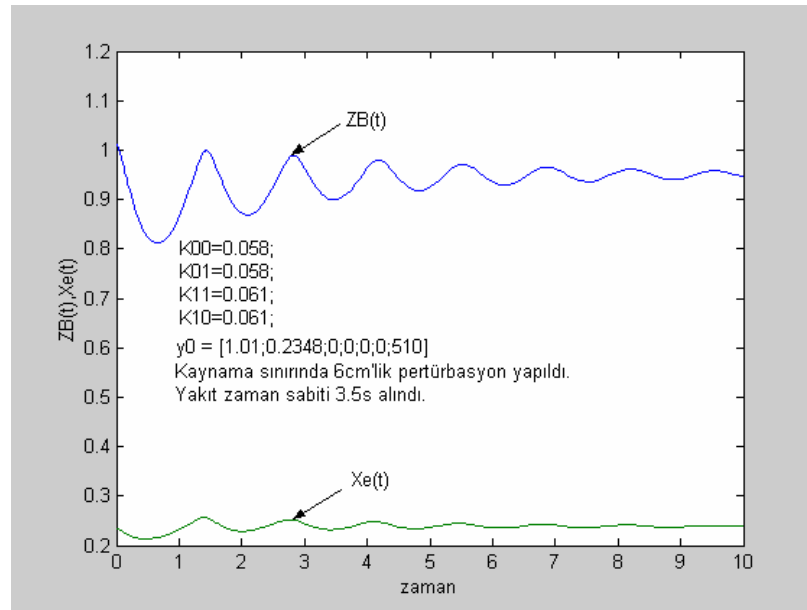


Şekil 6.15: Kanal çıkış kalitesindeki %4'lük bir pertürbasyon için kaynama sınırı ve kanal giriş kütle akısının parametrik değişimi ($Z_{B0} = 0.95m$, $G_{i,0} = 510kg / m^2 s$).

Fakat bu durum Şekil 6.6 ile karşılaştırıldığında, kaynama sınırında yapılan yaklaşık % 6'lık bir pertürbasyonun çok daha küçük modal reaktivite geri besleme katsayıları ile kararsız salınımlara neden olduğunu görmekteyiz. Bu durum modal reaktivitelerin doğrudan kaynama sınırına bağlı tanımlanması ile eksenel akıların ön plana çıkarılmasının bir sonucudur.

Şekil 6.15'de kanal çıkış kalitesindeki % 4'lük bir pertürbasyon için kaynama sınırı ile kanal girişindeki kütleli akının limit çevrim şeklinde salınımlar yaptığı görülmektedir.

En son olarak modal nokta kinetik denklemlerin ani sıçrama yaklaşımı altında lineer olmayan analizde nasıl bir sonuç verdiğini, genel çözüm ile karşılaştıralım. Aşağıdaki Şekil 6.16 ani sıçrama yaklaşımı altında Şekil 6.6'daki parametreler kullanılarak elde edilmiştir. Şekil 6.6'da kararsız salınımlar gözlenirken Şekil 6.16'da salınımlar sönmemektedir. Sonuç olarak ani sıçrama yaklaşımının modal lineer olmayan analizler için doğru sonuç vermediğini ve dolayısı ile kullanımının uygun olmadığını söyleyebiliriz.



Şekil 6.16: Ani sıçrama yaklaşımı için kaynama sınırındaki pertürbasyona karşılık kanal çıkış kalitesi ve kaynama sınırındaki değişim ($Z_{B0} = 0.95m$, $x_{e,0} = 0.23$).

Şimdi çalışmada bulunan sonuçlar ile Munoz-Cobo ve diğerlerinin (2002) yapmış oldukları çalışmayı karşılaştıralım ve aradaki temel farkları Tablo 6.2 ile ortaya koyalım.

Tablo 6.2: Bu çalışma ile referans alınan başka bir çalışmanın karşılaştırılması.

Bu çalışma	Munoz-Cobo ve diğerleri (2002)
Bir kanalda kaynama sınırı hareketinin eksenel asimetrik harmonikleri biteviye tetiklemesinin modal nokta kinetik denklemlerle modellenmesi yapılmıştır.	Reaktör kalbi iki kanal gibi düşünülmüş, zıt fazlı azimutal (antisimetrik) mod kararsızlığı modal nokta kinetik denklemlerle modellenmiştir.
Kanal için sabit basınç düşümü sınır koşulu kullanılmıştır.	İki kanalın basınç düşümleri eşit alınmış ve bunlar zamanla değişmektedir.
Kaynama sınırında yaklaşık %6'lık pertürbasyon yapılmış ve yeterli geri besleme ile kararsız salınımlara ulaşılmıştır.	Çıkış kalitesinde küçük bir perürbasyon yapılmış ve yeterli geri besleme değerleri ile kararsız zıt fazlı salınımlar elde edilmiştir.
Kararsız salınımlar esnasında kanal giriş kütleli akısında yaklaşık %14'lük değişimler oluşmuştur.	Kararsız zıt fazlı salınımlar esnasında kanal giriş kütleli akısında yaklaşık %5'lik değişimler oluşmuştur.
Eksenel global salınımların frekansı yaklaşık 0.66 Hz olarak bulunmuştur.	Zıt fazlı kararsız salınımların frekansı yaklaşık 0.454 olarak bulunmuştur.
Yapılan çalışma lineer analiz ile kıyaslamıştır.	--
Yapılan çalışma ani sıçrama yaklaşımı ile kıyaslanmıştır.	--
Çalışmada simetrik olmayan modal statik akılar kullanılmıştır.	Çalışmada simetrik-antisimetrik modal statik akılar kullanılmıştır.
Eksenel yönde iki nod alınmıştır.	İki nod radyal yönde alınmıştır.
Eksenel yönde iki bölgede farklı iki üniform ısıtmanın olduğu varsayılmıştır.	Eksenel yönde kanallardaki ısıl gücün üniform olduğu varsayılmıştır.

Bundan sonraki bölümde tez kapsamında elde edilen önemli sonuçlar tartışılıp, özetlenecek ve ileriye yönelik yapılabilecek çalışmalar önerilecektir.

7. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

7.1 Yapılan Çalışmaya Genel Bir Bakış

Bu bölümde yapılan çalışmanın bir özeti verildikten sonra, sonuçların yorumlanması ve tartışılması yapılacak, en son olarak ileriye dönük öneriler verilecektir.

Bölüm 1’de BWR kararsızlıklarının modellenmesi üzerine yapılan önemli çalışmalar tarihsel gelişim sırası ile ele alınmıştır. Yapılan bütün çalışmaların global ve zıt fazlı kararsızlıklar üzerine kurulduğu, eksenel kararsızlıklar için fazla bir çalışma olmadığı ortaya konmuştur.

Kritik altı modların sistem kararlılığı üzerindeki etkisini araştırmak için modal nokta kinetik denklemlerin türetilmesi gerekmektedir. Bölüm 2’de statik lambda modları kullanılarak modal nokta kinetik denklemler türetilmiştir. Uzun bağımlı reaktör kinetiği için bir enerji, bir gecikmiş nötron öncü grubu yaklaşımı kullanılmıştır. Öne sürülen problemde konum ve zamana bağımlı nötron akısı, statik problemin çözümü olan sonsuz öz fonksiyonların açılımı olarak ifade edilmiştir. Doğal olarak, kritik altı akı öz fonksiyonları temel moddan farklı olarak daima pozitif değerler almamaktadır; ancak bu fonksiyonlar akıdaki değişimlerin tasviri ve reaktivite tanımları için matematiksel anlamda kullanılmaktadır.

Bölüm 3’teki temel amaç, kaynama sınırındaki değişimin dinamik reaktivite olarak ifade edilmesidir. Önce bir tek üniform bölgeden oluşan silindirik reaktörde geometrik akı bükümü ile statik reaktiviteler arasındaki ilişki ortaya konmuştur. Daha sonra farklı iki üniform bölgeden oluşan kalp için bir enerji gruplu difüzyon denkleminin statik öz fonksiyonları elde edilmiş ve kaynama sınırındaki değişimlerin statik akılar üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Aynı zamanda birinci eksenel akı modunun temel mod ile etkileşimi üzerinde durulmuştur. Kaynama sınırı civarındaki küçük değişimlerin modal reaktivite değerleri elde edilmiştir.

Bölüm-4’de içinde kaynamanın olduğu bir yakıt kanalı sisteminin lineer analiz çerçevesinde basınç düşümü hesabı yapılmıştır. Temel denklemler önce pertürbe

edilmiş daha sonra ilgili bölgeler üzerinden integral alınmıştır. Eğer temel denklemler, bölgeler üzerinden ortalama alındıktan sonra pertürbe edilirse toplam basınç düşümündeki gecikme terimlerinden bir çoğunun kaybolduğu görüldüğü için bu yol tercih edilmemiştir. Kanal boyunca bir boyutlu homojen iki fazlı akış olduğu varsayılmıştır. Tek fazlı bölgede doymamış su içindeki kaynamalar ihmal edilmiştir. BWR lineer kararlılık analizinde ilk kez ısı akısı, kanalın bir ve iki fazlı bölgelerinde ayrı ayrı eksenel olarak üniform alınmıştır. Akışkanın özellikleri sabit kabul edilmiştir. İki fazlı bölgedeki basınç düşümü hesap edilirken, iki fazlı yoğunluk ifadesi kilit rol oynamaktadır. Bunun hesaplanmasından sonra iki fazlı bölgedeki basınç düşümü uzun ve dikkat gerektiren hesaplamalarla elde edilmiştir. Bir fazlı bölgedeki basınç düşümü ise kolayca hesaplanabilmektedir. Tüm denklemler boyutsuzlaştırılmıştır. Bu işlem denklemlerde olası hataları görmemizi sağlamaktadır. Aynı zamanda denklemler daha az sayıda değişken ile ifade edilebilmektedir.

Bölüm-5’de lineerleştirilmiş sistemin transfer fonksiyonu elde edilmiş ve birinci eksenel modun global salınımlara üzerindeki etkisi gösterilmiştir. Bunun için ilk olarak, modal kinetik denklemler lineerleştirilmiştir. Temel ve birinci eksenel modlar için denklemler türetilmiştir. Kanala aktarılan güçteki pertürbasyon ile yakıt sıcaklığındaki pertürbasyon arasındaki ilişkiden hareketle, kanaldaki güç değişimi ile yakıt gücündeki değişim arasındaki transfer fonksiyonu her iki nod için türetilmiştir. Güç dağılım faktörü ilk iki mod için elde edilmiştir. Modlardaki değişim reaktivitelere, reaktivitelerdeki değişim de kaynama sınırındaki değişime bağlanmış ve BWR için özgün bir üretim ortaya konmuştur. Basınç düşümündeki bütün değişkenler kanal giriş hızındaki pertürbasyona bağlı olarak elde edilmiştir. Kanal için sınır koşulu olarak, giriş-çıkış arasındaki basınç farklarının sabit kalması varsayımı yapılmıştır. Sistem transfer fonksiyonu kullanılarak sistemin kararlı-kararsız bölgeleri $Ja-Np$ düzleminde elde edilmiştir. Aynı zamanda sistemin hangi parametrelere duyarlı olduğu (yakıt zaman sabiti, geri besleme değerleri, Fr sayısı gibi) da irdelenmiştir. En önemlisi tezin savunduğu düşüncenin, yani birinci eksenel kritik altı modun global salınımlara etkisinin olduğu gösterilmiştir. Birinci eksenel kritik altı moda ait geri besleme reaktivite katsayısı artırıldığında kararsız bölgenin büyüdüğü görülmüştür. Lineer analizde ani sıçrama yaklaşımının genel durum ile aynı sonuçları verdiği anlaşılmıştır.

Bölüm-6'da zaman bağımlı genel analiz yapılmıştır. Bölüm-5'de elde edilen sonuçların da ışığında, birinci eksenel kritik altı modun global salınımlara etkisi zaman bağımlı denklemlerle incelenmiştir. Sabit basınç düşümü sınır koşulu olarak kullanılmıştır. Nümerik olarak çözümü yapılacak sistem diferansiyel seti, dokuz tane denklemden oluşmuştur. Denklem setimiz *MATLAB*[®] altında, çetin (*stiff*) nümerik metot kullanılarak çözülmüştür. Geri besleme katsayıları artırılarak, sistemin kararsızlık durumlarında birinci eksenel kritik altı moddan nasıl etkilendiği ortaya konmuştur. Ayrıca ani sıçrama yaklaşımı da incelenmiş ve sonuçların güvenilir olmadığı anlaşılmıştır. Son olarak çalışmada ulaşılan önemli noktalar referans bir kaynakla karşılaştırılmıştır.

7.2 Sonuçların Yorumlanması ve Tartışılması

Çalışma sonucunda varılan önemli noktalar aşağıda vurgulanmıştır:

- Modal reaktivitelerin kaynama sınırındaki küçük pertürbasyonlar ile lineer değiştiği gösterilmiştir.
- Eksenel birinci kritik altı akı modunun sistem üzerindeki kararsızlık etkisi ilgili modun geri besleme reaktivite katsayısının değerine bağlıdır. Bu modun geri besleme reaktivitesinin artması durumunda, sisteme ait kararsız bölgenin büyüdüğü görülmüştür. Lineer ile lineer olmayan analiz uyum içindedir.
- Birinci eksenel ile temel mod arasındaki kararsızlık yapan etkileşimi azaltmak için en iyi çözüm, kaynama sınırının aşırı hareketine izin vermemektir. Aksi durumda kaynama sınırındaki aşırı değişme, eksenel zıt fazlı kararsızlıkları tetiklemekte, bu durum da çapraz geri besleme katsayısı K_{10} nedeniyle temel mod salınımlarını etkilemektedir.
- Yeni yakıt yüklemesi yapıldığında, idareli kullanım için kaynama sınırı reaktör kalbinin hayli alt bölgelerinde tutulmaktadır. Ama bu durum yukarıda bahsedilen nedenden ötürü kararsızlık yaratabilmektedir.
- Lineer ve lineer olmayan analizde, sistemin kararlılığı üzerinde en önemli parametrenin yakıt zaman sabiti olduğu gösterilmiştir.
- BWR'lerde nötronik geri besleme varken statik kararsızlığın olamayacağı, iki nod-iki mod yaklaşımı altında da gösterilmiştir. Eğer nötronik geri besleme yoksa statik kararsızlık meydana gelebilmektedir.

- Kritik altı modlar da temel mod gibi ani sıçrama yaklaşımı(*PJ*) altında incelenebilirler. Modal lineer kararlılık analizinde ani sıçrama yaklaşımı, genel durum ile karşılaştırıldığında hemen hemen aynı sonuçları vermektedir. Lineer olmayan analizde ise ani sıçrama yaklaşımı genel çözüme göre kullanışlı değildir; çünkü aynı parametre değerlerine karşılık sistemi genel çözüme göre daha kararlı göstermektedir; bu da yanıltıcı bir sonuçtur.
- Yapılan simülasyon sonuçları kararsız salınım frekanslarının 0.66Hz civarında olduğunu göstermiştir. Bulunan bu değer diğer çalışmalar ile uyum içindedir.
- Temel ve birinci kritik altı akı modları, aynı geri besleme değerine sahip iken, temel modun zaman bağımlı genliği, birinci kritik altı eksenel modun genliğinin yaklaşık üç katı olduğu görülmüştür.
- Simülasyon sonuçlarında, bir zıt fazlı eksenel güç salınımının olması için, yalnızca eksenel birinci kritik altı moda ait geri besleme değerinin artmış olmasının yeterli olmadığı; aynı zamanda temel modun da belli bir kritik değere kadar geri besleme alması gerektiği tespit edilmiştir.

7.3 İleride Konu Üzerinde Yapılacak Çalışmalar İçin Öneriler

Bu çalışmada kaynama sınırındaki değişimler için modal reaktivitelerin lineer olarak etkilenebileceği yaklaşımı yapıldı; eksenel değişimlere duyarlı, detaylı reaktivite tanımları yapılabilir. İki nod yaklaşımının yeterli olmayacağı durumlarda, güç dağılım faktörü etkisinin kodlar kullanılarak ileri seviyede araştırılması önerilmektedir. BWR deneyleri ve hesapları yapılarak yakıt tasarrufu yöntemleri ve bunların beraberinde getirdikleri nötronik-termalhidrolik kararsızlıklar incelenebilir; çünkü yeni yakıt yüklemelerinde BWR’de uygulanan kaynama sınırı seviyesini aşağılarda tutarak yakıt tasarrufu sağlama yöntemi nötronik-termalhidrolik kararsızlıklara ortam hazırlayabilmektedir. Tasarladığımız model, modal boşluk reaktivite geri besleme tanımları için de incelenebilir ve kaynama sınırına bağlı yapılan reaktivite tanımı ile kıyaslanabilir. Hesaplamalar tüm çevrim üzerinden yapılırsa; sabit basınç düşümü yerine değişken basınç düşümünün kullanılması sistemin aşırı sınırlandırılmasını ortadan kaldırabilir ve daha doğal sonuçların elde edilmesine imkan verebilir. Lineer olmayan analiz, hem doğal taşınım ile soğutulan BWR’ler, hem de pompa kullanılanlar için uygulanarak daha gerçekçi sonuçlar elde edilebilir. İki fazı birbirinden ayıran kaynama sınırı hareketi üzerine kurulmuş daha

detaylı, Doppler etkisini de göz önüne alan modal reaktivite hesapları yapılabilir. İki fazlı bölgedeki basınç düşümlerinin sistem kararsızlığı üzerindeki etkisi çok büyüktür. İşte bu sebepten, iki fazlı bölgedeki basınç düşümünün gerçeğe çok yakın hesap edilmesi gerekmektedir. Reaktör kalbi iki homojen bölge yerine daha çok sayıda homojen alt bölgelere ayrılabilir. İki fazlı akış için homojen karışım modeli yerine, iki-akışkan modeli kullanılarak analiz daha genelleştirilebilir, sonuçlar üzerindeki etkileri araştırılabilir. Ayrıca birinci azimutal-birinci eksenel modların etkileşimleri üzerinde durulabilir. İleriye dönük IV. nesil reaktör projeleri kapsamında çalışılan ve süperkritik suyla soğutulan termal/hızlı reaktörlerin kararlılık analizleri üzerine araştırmalar yapılabilir.

KAYNAKLAR

- Akcasu, Z., Lellouche, G.S. and Shotkin L.M.**, 1971. Mathematical Methods in Nuclear Reactor Dynamics, Academic Press, New York And London.
- Cecenas-Falcon, M. and Edwards, R.M.**, 2000. Stability Monitoring Tests Using a Nuclear-Coupled Boiling Channel Model, *Nuclear Technology*, **131**, 1-11.
- Cecenas-Falcon, M. and Edwards, R.M.**, 2001. Application of a Reduced Order Model to BWR Corewide Stability Analysis, *Annals of Nuclear Energy*, **28**, 1219-1235.
- Cecenas-Falcon, M. and Edwards R.M.**, 2003. Out-of-Phase Boiling Water Reactor Stability Monitoring, *Nuclear Technology*, **143**, 125-131.
- Di Marco,P., Clausse, A., Lahey Jr, R.T and Drew, D.A.**, 1990. A Nodal Analysis of Instabilities in Boiling Channels, *Heat and Technology*, **8**, 125-141
- Duderstadt, J.J. and Hamilton, L.J.**, 1976. Nuclear Reactor Analysis, John Wiley & Sons, Inc.
- Farawila, Y.M. and Pruitt, D.W.**, 2003. Critical Power Response to Oscillations in Boiling Water Reactors, *Nuclear Science and Engineering*, **143**, 211-225.
- Farawila, Y.M.**, 1998. Application of Modal Neutron Kinetics to Boiling Water Reactor Oscillation Problems, *Nuclear Science and Engineering*, **261**, 272-225.
- Francesca, M.**, 2004. Contributions to Study Instability in BWR: Application to Peach Bottom-2 NPP, *Ph. D. Thesis, Universita di Pisa*.
- Ginestar, D., Miro, R., Verdu, G. and Hennig, D.**, 2002. A Transient Modal Analysis of a BWR Instability Event, *Journal of Nuclear Science and Technology*, **39**, 544-563.
- Ginestar, D., Verdu, G., March-Leuba, J.**, 1999. Thermohydraulics Oscillations and Numerical Integration, Ninth International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-9), *San Francisco, California, October 3-8*, **27**, 1345-1371.
- Glasstone, S., Sesonske, A.**, 1994. Nuclear Reactor Engineering, Volume 2, International Thomson Publishing Company.

- Hanggi, P.**, 2001. Investing BWR Stability with a New Frequency-Domain Method and Detailed 3D Neutronics *Ph. D. Thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zurich*, Switzerland: Dietschi AG, Olten
- Hashimoto K., Ohsawa T., Miki R. and Shibata T.**, 1991. Derivation of Consistent Reactivity Worth and Eigenvalue Separation from Space-Depended Rod Worths on the Basis of Modal Approach, *Annals of Nuclear Energy*, **18**, 317-325.
- Hashimoto K.**, 1993. Linear Modal Analysis of out-of-Phase Instabilities in Boiling Water Reactor Cores, *Annals of Nuclear Energy*, **20**, 789-797.
- Hashimoto K., Hotta A. and Takeda T.**, 1997. Neutronic Model for Modal Multichannel Analysis of out-of-Phase Instabilities in Boiling Water Reactor Cores, *Annals of Nuclear Energy*, **24**, 99-111.
- Hennig, D.**, 1999. A Study on Boiling Water Reactor Stability Behaviour, *Nuclear Technology*, **126**, 10-30.
- Henry, A.F.**, 1975. Nuclear Reactor Analysis, MIT.
- Huang, Z. and Edwards, R.M.**, 2003. Hybrid Reactor Simulation of Boiling Water Reactor Power Oscillations, *Nuclear Technology*, **143**, 132-142.
- Ikada, H., Ama, T., Hashimoto, K. and Takeda, T.**, 2001. Nonlinear Behavior Under Regional Neutron Flux Oscillations in BWR Cores, *Journal of Nuclear Science and Technology*, **38**, 312-323.
- Karve, A.A., Uddin, R. and Dorning J.J.**, 1997. Stability Analysis of BWR Nuclear-Coupled Thermal-Hydraulics Using a Simple Model, *Nuclear Engineering and Design*, **177**, 155-177.
- Karve, A.A.**, 1998. Nuclear-Coupled Thermal-Hydraulic Stability Analysis of Boiling Water Reactors, Ph. D. Thesis, University of Virginia ABD.
- Kobayashi, K.**, 1991a. Rigorous Derivation of Nodal Equations for Coupled Reactors, *Annals of Nuclear Energy*, **18**, 19-18.
- Kobayashi, K.**, 1991b. Rigorous Derivation of Static And Kinetics Nodal Equations for Coupled Reactors Using Transport Equation, *Journal of Nuclear Science and Technology*, **28**, 389-398.
- Kobayashi, K.**, 1992. Rigorous Derivation of Multi-Point Reactor Kinetics Equation With Explicit Dependence on Perturbation, *Journal of Nuclear Science and Technology*, **29**, 110-120.
- Kobayashi, K.**, 1997. Calculation of Coupling Coefficients of Coupled Reactors Theory Using the Generalized Perturbation Theory, *Journal of Nuclear Science and Technology*, **34**, 1047-1052.
- Kobayashi, K.**, 1998. A Relation of the Coupling Coefficient to the Eigenvalue Separation in the Coupled Reactors Theory, *Annals of Nuclear Energy*, **25**, 189-201.
- Koclas, J.**, 2003. Neutronic Analysis of Reactors, Ch.14 Modal Synthesis, <http://canteach.candu.org/library/20043615.pdf>

- Lahey, R.T. and Moody, F.J.**, 1993. The Thermal-Hydraulics of a BWR, ANS.
- Lamarsh, J.R.**, 1972. Introduction to Nuclear Reactor Theory, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Maqua, M., Katthoff, K. and Pointer, W.**, 2004. Neutron Flux Oscillations at German BWRs, <http://www.eurosafe-forum.org/>
- March-Leuba, J.**, 1986. A Reduce-Order Model of Boiling Water Reactor Linear Dynamics, *Nuclear Technology*, **75**, 15-22 .
- March-Leuba, J., Cacuci, D.G. and Perez, R.B.**, 1986. Nonlinear Dynamics and Stability of Boiling Water Reactors: Part 2-Quantitative Analysis, *Nuclear Science and Engineering*, **93**, 124-136.
- March-Leuba, J. and Blakeman E.D.**, 1991. A Mechanism for out-of-Phase Power Instabilities in Boiling Water Reactors, *Nuclear Science and Engineering*, **179**, 173-179.
- March-Leuba, J. and Rey, J.M.**, 1993. Coupled Thermohydraulic-Neutronic Instabilities in Boiling Water Nuclear Reactors: A Review of The State of the Art, *Nuclear Engineering and Design*, **145**, 97-111.
- Marseguerra, M., Zio, E. and Torri, G.**, 2003. Power Density Axial Oscillations Induced by Xenon Dynamics: Parameter Identification via Genetic Algorithms, *Progress in Nuclear Energy*, **43**, 365-372.
- Mikhailov, M.D. and Özişik, MN.**, 1994. Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion, Dover Publications, Inc. New York.
- Miro R., Ginestar D., Verdu G. and Hennig D.**, 2002. A Nodal Modal Method for Neutron Diffusion Equation. Application to BWR Instability Analysis, *Annals of Nuclear Energy*, **29**, 1171-1194.
- Mowry, C.M., Nir, I. and Newkirk, D.W.**, 1995. Operational Control of Boiling Water Reactor Stability, *Nuclear Technology*, **109**, 412-428.
- Munoz-Cobo, J.L., Perez R.B., Ginestar D., Escrive A. and G. Verdu.**, 1996. Nonlinear Analysis of out-of-Phase Oscillations in Boiling Water Reactors, *Annals of Nuclear Energy*, **23**, 1301-1335.
- Munoz-Cobo, J.L., Rosello, O., Miro, R., Escrive, A., Ginestar, D. and Verdu, G.**, 2000. Coupling of Density Wave Oscillations in Parallel Channels with High Order Modal Kinetics: Application to BWR out-of-Phase Oscillations, *Annals of Nuclear Energy*, **27**, 1345-1371.
- Munoz-Cobo, J.L., Podowski, M.Z. and Chiva, S.**, 2002. Parallel Channel Instabilities in Boiling Water Reactor Systems: Boundry Conditions for out-of-Phase Oscillations, *Annals of Nuclear Energy*, **29**, 1891-1917.
- Munoz-Cobo, J.L., Chiva, S and Sekhri, A.**, 2004. A Reduced Order Model of BWR Dynamics with subcooled Boiling and Modal Kinetics: Application to out-of-Phase Oscillations, *Annals of Nuclear Energy*, **31**, 1135-1162.

- Nagaya Y. and Kobayashi K.**, 1995. Solution of 1-D Multi-Group Time-Dependent Diffusion Equations Using the Coupled Reactors Theory, *Annals of Nuclear Energy*, **22**, 421-440.
- Ott, K.O. and Neuhold, R.J.**, 1985. Introductory Nuclear Reactor Dynamics, American Nuclear Society, La Grange Park, Illinois, USA.
- Podowski, M.Z. and Rosa, M.P.**, 1997. Modelling and Numerical Simulation of Oscillatory Two-Phase Flows, with Application to Boiling Water Nuclear Reactors, *Nuclear Engineering and Design*, **177**, 179-188.
- Rao, Y.F., Fukuda K. and Kaneshima, R.**, 1995 Analytical Study of Coupled Neutronic and Thermodynamic Instabilities in a Boiling Channel, *Nuclear Engineering and Design*, **154**, 133-144.
- Stacey, W.M.**, 2001. Nuclear Reactor Physics, John Wiley & Sons, Inc.
- Takeuchi, Y., Takigawa, Y. and Uematsu H.**, 1994a. A Study on Boiling Water Reactor Reginal Stability from Viewpoint of Higher Harmonics, *Nuclear Technology*, **106**, 300-314.
- Takeuchi, Y., Takigawa, Y., Uematsu, H., Ebata S., Shaug, J.C. and Shiralkar, B.S.**, 1994b. TRACG Transient Analysis Code-Three-Dimensional Kinetics Model Implementation and Applicability for Space Dependent Analysis, *Nuclear Technology*, **105**, 162-183.
- Takigawa, Y., Takeuchi, Y. and Tsunoyama, S.**, 1987. Caorsa Limit Cycle Oscillation Analysis with Three- Dimensional Transient Code Tosdyn-2, *Nuclear Technology*, **79**, 210-227.
- Todreas, N.E. and Kazimi, M.S.**, 1990. Nuclear Systems I, II Hemisphere Publishing Co.
- Turso, J. A., March-Leuba J. and Edwards, R.M.**, 1997. A Modal-Based Reduced-Order Model of BWR out-of-Phase Instabilities, *Annals of Nuclear Energy*, **24**, 921-934.
- Turso, J. A., Edwards, R.M. and March-Leuba J.**, 1995. Hybrid Simulation of Boiling Water Reactor Dynamics Using a University Research Reactor, *Nuclear Technology*, **110**, 132-144.
- Uehiro, M., Rao Y.F. and Fukuda K.**, 1996. Linear Stability Analysis on Instabilities of in-Phase and out-of-Phase Modes in Boiling Water Reactors, *Journal of Nuclear Science and Technology*, **33**, 628-635.
- Van Bragt, D.D.B. and Van der Hagen, T.H.J.J.**, 1998. Stability of Natural Circulation Boiling Water Reactors: Part II-Parametric Study of Coupled Neutronic-Thermohydraulic Stability, *Nuclear Technology*, **121**, 52-62.
- Van Bragt, D.D.B.**, 1998. Analytical Modelling of Boiling Water Reactor Dynamics, *Ph. D. Thesis*, Delft University.
- Van der Hagen, T.H.J.J. and Stekelenburg, A.J.C.**, 1997. The Low-Power Low-Pressure Flow Resonance in a Natural Circulation Cooled Boiling water Reactor, *Nuclear Engineering and Design*, **177**, 229-238.

- Van der Hagen, T.H.J.J., Van Bragt, D.D.B., Van der Kaa, F.J., Karuza J.Killian, D., Nissen, W.H.M., Stekelenburg, A.J.C. and Wouters, J.A.A.,**1997. Exploring The Dodewaard Type-I and Type-II Stability; from Start-up to Shut-Down, from Stable to Unstable, *Annals of Nuclear Energy*, **24**, 659-669.
- Van Der Hagen, T.H.J.J., Zboray, R. and De Kruijf, W.J.M.,** 2000. Questioning the Use of the Decay Ratio in BWR Stability Monitoring, *Annals of Nuclear Energy*, **27**, 727-732.
- Verdu, G., Munoz-Cobo J.L., Pereira C. and Ginestar D.,** 1993. Lambda Modes of The Neutron-Diffusion Equation : Application to BWRs out-of-Phase Instabilities, *Annals Of Nuclear Energy*, **20**, 477-501.
- Verdu, G., Ginestar D., Vidal, V. and Munoz –Cobo, J.L.,** 1994. 3D λ -Modes of the Neutron–Diffusion Equation, *Annals of Nuclear Energy*, **21**, 405-421.
- Verdu, G., Ginestar, D., Vidal, V. and Munoz-Cobo J.L.,** 1995. A Consistent Multidimensional Nodal Method for Transient Calculations, *Annals of Nuclear Energy*, **22**, 395-410 .
- Yi, T.T., Koshizuka, S and Oka, Y.,** 2004. A linear Stability Analysis of Supercritical Water Reactors, (I) Thermal-Hydraulic Stability, *Journal of Nuclear Science and Technology*, **41**, 1166-1175.

3. EK-A

3.1 Silindirik Koordinatlarda Difüzyon Denkleminin Çözümü

Silindirik koordinatlarda, üniform ve çıplak reaktör için bir enerji gruplu difüzyon modeline göre akı $\Phi(r, \theta, z)$, Helmholtz denklemini uygun sınır koşulları ile beraber sağlamak zorundadır. $\Phi(r, \theta, z)$, r ve z için homojen sınır koşullarına ilaveten θ için periyodik ve $r = 0$ için sonlu olma koşullarını sağlar (Akcasu, 1971).

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + B^2 \Phi = 0 \quad (\text{A-1})$$

$$0 < r < \tilde{R}, -\pi < \theta < \pi, 0 < z < \tilde{L}$$

$\Phi(r, \theta, z)$ bir enerji gruplu difüzyon denklemi için nötron akısını temsil etmektedir. B^2 geometrik akı bükümüdür. Yukarıda $\tilde{R}$ extrapolasyon yarıçapı, $\tilde{L}$ extrapolasyon uzunluğudur. (A-1) Helmholtz denklemi olarak bilinir. Değişkenlere ayrışım yöntemi ile kolayca çözülür,

$$\Phi(r, \theta, z) = R(r)T(\theta)Z(z). \quad (\text{A-2})$$

(A-2) eşitliğini (A-1) de yerine yazalım ve aynı zamanda denklemi $R(r)T(\theta)Z(z)$ ile bölelim. Aşağıdaki sonuca kolayca ulaşırız:

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{rR} \frac{dR}{dr} + \frac{1}{r^2 T} \frac{d^2 T}{d\theta^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + B^2 = 0. \quad (\text{A-3})$$

Eksenel kısım için τ^2 ayrıştırma sabitini kullanalım:

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\tau^2. \quad (\text{A-4})$$

(A-4) denkleminin $Z(z=0)=0$ ve $Z(z=\tilde{L})=0$ sınır koşulları ile çözümü aşağıdaki şekildedir:

$$Z_i(z) = \sin(\tau_i z), \quad \tau_i^2 = \left(\frac{(i+1)\pi}{\tilde{L}} \right)^2 \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A-5})$$

(A-4) de ki değer (A-3) de yerine konur ve denklem r^2 ile çarpılırsa aşağıdaki sonuç kolayca elde edilir:

$$\frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{r}{R} \frac{dR}{dr} + \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{d\theta^2} + \alpha^2 r^2 = 0, \quad (\text{A-6})$$

$$\alpha^2 = B^2 - \tau^2. \quad (\text{A-7})$$

şimdi azimutal kısım için k^2 ayrıştırma sabitini kullanalım. Azimutal özüm periyodik olmak zorundadır. Yani $T(\theta + 2\pi) = T(\theta)$.

$$\frac{1}{T} \frac{d^2 T}{d\theta^2} = -k^2 \quad (\text{A-8})$$

(A-8) denkleminin çözümü aşağıdaki şekildedir:

$$T_k(\theta) = C_1 \sin(k\theta) + C_2 \cos(k\theta), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A-9})$$

şimdi (A-6) denklemini R ile çarpalım ve (A-8) tanımını da kullanalım,

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + (\alpha^2 r^2 - k^2) R = 0. \quad (\text{A-10})$$

Uygun sınır koşulları ile $R(r = \tilde{R}) = 0$, (A-10) denklemi çözülebilir. Her bir “ k ” değeri için bu denklemin genel çözümü k . mertebeden birinci ve ikinci tür Bessel fonksiyonlarının lineer kombinasyonu olarak elde edilir. k . mertebeden birinci tür Bessel fonksiyonları şunlardır. $J_k(\alpha r)$ ve $J_{-k}(\alpha r)$ ve k . meretebe ikinci tür Bessel fonksiyonu $Y_k(\alpha r)$ dır. özüm aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$R(r) = C_3 Y_k(\alpha r) + C_4 J_k(\alpha r) + C_5 J_{-k}(\alpha r), \quad (\text{A-11})$$

k tam sayı olduğu zaman $J_k(\alpha r)$ ve $J_{-k}(\alpha r)$ lineer bağımlı olmaktadırlar. Bu durumda $C_5 = 0$ olmak zorunda. Üstelik $r \rightarrow 0$ iken, $Y_k(\alpha r) \rightarrow -\infty$ olduğu için de $C_3 = 0$ olması gerekir. O zaman çözüm aşağıdaki gibi basitleşir:

$$R(r) = C_4 J_k(\alpha r). \quad (\text{A-12})$$

şimdi (A-12) ye sınır koşulunu uygulayalım. $R(r = \tilde{R}) = 0$,

$$\alpha \tilde{R} = v_{k,j+1} \quad (\text{A-13})$$

(A-13) de $v_{k,j+1}$, k. derece Bessel fonksiyonunun (j+1). köküdür.

$$\alpha = \frac{v_{k,j+1}}{\tilde{R}} \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A-14})$$

Sonuç olarak denklemimiz aşağıdaki gibi olur:

$$R_{k,j}(r) = J_k \left(\frac{v_{k,j+1}}{\tilde{R}} r \right). \quad (\text{A-15})$$

(A-7) eşitliğinden faydalanarak geometrik akı bükümünü yazalım;

$$B_{i,j,k}^2 = \left(\frac{v_{k,j+1}}{\tilde{R}} \right)^2 + \left(\frac{(i+1)\pi}{\tilde{L}} \right)^2 \quad (\text{A-16})$$

i : i. harmonik aksenal,
 j : j. harmonik radyal,
 k : k. harmonik azimutaldır.

Çözümlerimizi şimdi birleştirelim ve üç boyutlu akı fonksiyonumuzu elde edelim.

$$\Phi_{i,j,k}(r, \theta, z) = J_k \left(\frac{v_{k,j+1}}{\tilde{R}} r \right) \sin \left(\frac{(i+1)\pi}{\tilde{L}} z \right) (C_1 \sin(k\theta) + C_2 \cos(k\theta)) \quad (\text{A-17})$$

Şimdi ilk üç modu yazalım:

Temel mod: (i,j,k)=(0,0,0),

$$\Phi_{0,0,0}(r, \theta, z) = J_0 \left(\frac{v_{0,1}}{\tilde{R}} r \right) \sin \left(\frac{\pi}{\tilde{L}} z \right). \quad (\text{A-18})$$

Birinci Azimutal mod: (i,j,k)=(0,0,1)

$$\Phi_{0,0,1}(r, \theta, z) = J_1 \left(\frac{v_{1,1}}{\tilde{R}} r \right) \sin \left(\frac{\pi}{\tilde{L}} z \right) (C_1 \sin(\theta) + C_2 \cos(\theta)) \quad (\text{A-19})$$

(A-19) da θ bağımlı fonksiyonlardan yalnızca sinüs olanını almak yeterlidir; çünkü bu fonksiyon “tam set” oluşturur;

$$\Phi_{0,0,1}(r, \theta, z) = J_1 \left(\frac{v_{1,1}}{\tilde{R}} r \right) \sin \left(\frac{\pi}{\tilde{L}} z \right) \sin(\theta) \quad (\text{A-20})$$

Birinci Eksenel mod: (i,j,k)=(1,0,0)

$$\Phi_{1,0,0}(r, \theta, z) = J_0 \left(\frac{v_{0,1}}{\tilde{R}} r \right) \sin \left(\frac{2\pi}{\tilde{L}} z \right). \quad (\text{A-21})$$

EK-B

SİSTEMİN ÇALIŞMA PARAMETRELERİ

Sistem basıncı: P	$7(MPa)$
Reaktör Gücü: P_0	$1648.2(MW)$
Akışkanın Termodinamik Özellikleri (çalışma basıncında):	
Doyma sıcaklığı: T	$285.88(C^o)$
Buharın Özgül Hacmi: v_g	$0.0274(m^3 / kg)$
Suyun Özgül Hacmi: v_f	$0.0014(m^3 / kg)$
Buharın Entalpisi : h_g	$2772.1(kJ / kg)$
Suyun Entalpisi : h_f	$1267.0(kJ / kg)$
Kanal Giriş Kütleli Akısı: G_i	$510(kg / m^2 s)$
Kanal Giriş Entalpisi: h_i	$1135.8(kJ / kg)$
Kanal Giriş Suyu Sıcaklığı: T_i	$260.55 C^o$
Kanal Kesit Alanı: A_{ch}	$0.0103(m^2)$
Reaktördeki Kanal Sayısı: N_{ch}	648
Hidrolik Çap: D_h	$0.012(m)$
Kanal Giriş Basınç Kaybı Katsayısı: K_i	62.22
Kanal Çıkış Basınç Kaybı Katsayısı: K_e	1.648
Yakıt zaman sabiti: $\tau_f = \frac{c_f m_f}{(hA)_{ch}}$	$3.5(s)$
Yakıt İçin $c_f m_f$ çarpımı:	$82119(J / K)$
Kanal İçin Sürtünme Sabiti: f	0.0266
Aktif Kalp Uzunluğu: L_H	$3.68(m)$
Kinetik Parametreler:	
Gecikmiş Grup Nötron Kesri: β	0.0057
Nötron Üreme Zamanı: $\Lambda = \Lambda_0 = \Lambda_1$	$3.971 \cdot 10^{-5}(s)$
Nötron Öncü Gruplarının Bozunma Sabiti: λ	$0.0846(s^{-1})$

ÖZGEÇMİŞ

1972’de Kars Arpaçay’da doğdu. 1989’da K.Çekmece Söğütluçeşme Lisesi’nden mezun oldu. Yüksek öğrenimini İstanbul Üniversitesi Astronomi ve Uzay Bilimleri’nde yaptı. 1993 yılında mezun oldu. 1998 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Nükleer Enerji Enstitüsü’nden mezun oldu. Evli ve iki çocuk babasıdır.