

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

(YÜKSEK LİSANS TEZİ)

**GÖRSEL SUNUM VE İSPAT YÖNTEMLERİNİN GEOMETRİ
KONULARININ ALGILANMASI VE ÖĞRENİLMESİ
ÜZERİNDEKİ ETKİLERİ**

Turgut ANIL

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Bahadır TANTAY

Matematik Anabilim Dalı

Bilim Dalı Kodu : 403.02.01

Sunuş Tarihi : 14.06.2011

**Bornova-İZMİR
2011**

Turgut ANIL tarafından yüksek lisans tezi olarak sunulan “görsel sunum ve ispat yöntemlerinin geometri konularının algılanması ve öğrenilmesi üzerindeki etkileri” başlıklı bu çalışma E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile E.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 14/06/2011 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:**İmza**

| | | |
|---------------------|---------------------------------|-------|
| Jüri Başkanı | : Yrd. Doç. Dr. Bahadır TANTAY | |
| Raportör Üye | : Yrd. Doç. Dr. İlhan KARAKILIÇ | |
| Üye | : Prof.Dr. Ali ÇALIŞKAN | |

ÖZET
GÖRSEL SUNUM VE İSPAT YÖNTEMLERİNİN GEOMETRİ
KONULARININ ALGILANMASI VE ÖĞRENİLMESİ ÜZERİNDEKİ
ETKİLERİ

ANIL, Turgut

Yüksek Lisans Tezi, Matematik Bölümü
Tez Danışmanı: Yrd.Doç. Dr. Bahadır TANTAY
Haziran 2011, 37 sayfa

Bu tez ile dinamik geometri yazılımlarının geometrinin algılanmasını kolaylaştırdığı ve öğrencilerin geometriye olan ilgilerini pozitif yönde artırdığı konusunda bulgular ortaya konmuştur. Tez iki bölümden oluşmaktadır. 1. Bölümde geometrik şekil ve cisimlerin matrisler konusu yardımıyla nasıl hareketlendirileceği ifade edilmiştir. 2. Bölümde ise, bu olayların bilgisayardaki yansımalarını, dinamik geometri yazılımlarının geometrinin algılanmasını nasıl kolaylaştıracağı ifade edilmiştir. Milli Eğitim Bakanlığına bağlı bir lisede beş öğretmen tarafından yapılan uygulamada öğrenci ve öğretmenlere google sketch up programı tanıtılmış ve öğrencilerin öğrenmekte zorluk çektikleri bir takım geometri problemleri konusunda uygulamalar yapmaları istenmiştir. Bu sayede algılamaların kolaylaştığı öğrenci ve öğretmenlerce ifade edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Dinamik Geometri Yazılımı, bilgisayarla geometri

ABSTRACT

EFFECTS OF VISUAL PRESENTATION AND PROOF METHODS IN THE PERCEPTION OF GEOMETRIC SUBJECTS AND LEARNING

ANIL, Turgut

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Bahadır TANTAY

June 2011, 37 pages

In this thesis it is explained that the dynamic geometric softwares facilitate students' perception of geometry and positively increase their interests in geometry. The thesis consist two parts. In the first part, it is explained how geometric shapes and objects can be moved by means of matrix algebra. In the second one how dynamic geometry softwares, the reflection of these operations in computer, enable the perception of geometry is implied. The application made by five teachers at a high school, google sketch up program was introduced to the students and the teachers and they were asked to perform some geometric problems, which are diffucult to solve through traditional methods, by the help of above mentioned way. It is revealed that their perception of geometric structure can be understood easily by the students.

Key words: Dynamic Geometry Software, computer geometry

TEŞEKKÜR

Bu alıőmanın yapılması esnasında benim için gstermiő olduğu tm emek, aba, anlayıőı için sayın danıőman hocam Yrd.Do.Dr. Bahadır TANTAY'a ve sayın hocam Prof. Dr. Ali ALIŐKAN' a ayrıca bu tezin hazırlanmasında katkıları olan ok değerli arkadaőlarım Konak Anadolu Lisesi matematik ğretmenlerine en iten teőekkrlerimi sunarım.

Bornova-İZMİR

Turgut ANIL

İÇİNDEKİLER

| | | |
|--|-----|----|
| ÖZET..... | V | |
| ABSTRACT..... | Vİİ | |
| TEŞEKKÜR..... | IX | |
| SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ..... | XIV | |
| 1.BÖLÜM | | |
| 1.GİRİŞ | 1 | |
| 1.1.DÖNÜŞÜMLER..... | 2 | |
| 1.2.MATRİSLER | 3 | |
| 2.BÖLÜM | | |
| 2.1.1. Geometrik Operatörler Olarak Matrisler | 5 | |
| 2.1.2. Ölçekleme Konum Vektörleri..... | 5 | |
| 2.1.3. Konum Vektörlerinin Eksenlerde Yansıması..... | 9 | |
| 2.1.4. Konum Vektörlerini Orijin Etrafında Döndürme..... | 10 | |
| 2.1.5. Döndürülen Çokgenler..... | 13 | |
| 3.BÖLÜM..... | | 16 |
| 3.1 DÜZLEMDE HAREKET..... | 17 | |

İÇİNDEKİLER(Devam)

| | |
|---|----|
| 3.2 DÖNÜŞÜMLERİN KENDİNE ÖZGÜ BİLEŞİMLERİ..... | 17 |
| 3.3.BİR YANSIMAYI İZLEYEN DÖNDÜRME..... | 19 |
| 3.4.DÖNDÜRMEYİ İZLEYEN ÖLÇEKLEME..... | 21 |
| 3.5. ÖTELEME..... | 22 |
| 3.6 BİR DÜZLEMDE DÖNÜŞÜM YAPMAK İÇİN 3X3 TİPİNDEKİ MATRİSLER..... | 25 |
| 4. BÖLÜM..... | 24 |
| 4.1DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMLARININ GEOMETRİ SUNUMLARINDA KULLANILMASI..... | 24 |
| 4.2. YÖNTEM..... | 26 |
| 4.3. BULGULAR..... | 26 |
| 4.3.1 Üç Dikme Teoremi..... | 26 |
| 4.3.2. Kesik Silindir..... | 27 |
| 4.3.3. Koni İle Düzlemin Kesişmesi..... | 29 |
| 4.3.4. Dikdörgen Prizma İçindeki Üçgen..... | 30 |

| | |
|---|----|
| 4.3.5. Kp İçinde Oluşturulan gen | 31 |
| 4.3.6. Kürenin Düzlemle Kesişmesi | 32 |
| 4.3.7. SONUÇ VE ÖNERİLER | 34 |
| KAYNAKLAR: | 35 |
| ZGEMİş..... | 37 |

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

| <u>Simgeler</u> | <u>Açıklama</u> |
|-----------------|---------------------------|
| <i>DGY</i> | Dinamik Geometri Yazılımı |
| <i>MEB</i> | Milli Eğitim Bakanlığı |

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Eğitim tüm dünyada insanların bilim, teknoloji ve sanatta gelişmelerinde en önemli faktördür. Günümüz dünyasında tüm ülkelerde akılcı ve ileriye dönük düşünen insanlar bu konuya önem vermektedirler. Eğitimin tanımını Ertürk (1997) şöyle yapmaktadır. “Eğitim bireyde kendi yaşantısı yolu ile kasıtlı ve istendik davranış değişikliği meydana getirme sürecidir.” Bu anlamda bireyin eğitim sürecinde kendi davranışlarıyla istendik değişim süreci vurgulanmıştır. Geometri öğretiminin söz konusu olduğu tüm ortamlarda bilgisayarın kullanılması gerekliliği belirtilmiştir. Bu tezin birinci bölümünde matematiğin çok önemli konularından biri olan matrisleri inceleyeceğiz. Matrislerin şekil ve 3 boyutlu cisimlerin yer ve konumlarını nasıl değiştireceğini incelenecek. 2. Bölümde ise matrislerle yapılan bu işlemlerin Dinamik Geometri Yazılımları yardımıyla bilgisayar ekranında yapılması ve bununla ilgili olarak öğrenciler tarafından bazı yapıların kolayca anlaşılabilmesi konusundaki bulguları değerlendirilecektir. Öğrencilerin yapılandırarak öğrenmeleri konusunda fikirler ve bulgular ortaya konacaktır.

1.1.DÖNÜŞÜMLER

Günlük hayatımızda kullandığımız eşyaların yada nesnelerin köşe ve kenarları ile ilgili geometrik özelliklerin bilgisayarda tanımlanmasını ve matematiksel kavramlarla ilgili yaklaşım geliştirmeyi ve bütün bu bilgileri numaralara dönüştürmeyi biliyoruz. Bilgisayarda eğriler doğrular, açılar için yön doğrultu, konum, uzaklık ifadelerini inceleyebiliyoruz. Günümüzde bununla ilgili bir çok yazılım programı vardır. Vektörler teorisi yardımıyla 3-boyutlu nesnelerin bilgisayar ekranına taşınmasını sağlayabiliriz. Bununla beraber bilgisayara aktarılan geometrik şekil veya nesnelerin, cisimlerin döndürülmesi, büyüklüğünün oranlarının değiştirilmesi konumunun değiştirilmesi, ötelenmesi durumlarını inceleyeceğiz.

Bir eksene göre yansıtma, bir eksenin etrafında döndürme, bir çizgi boyunca küçültme, büyütme operasyonlarına dönüşüm adını veriyoruz.

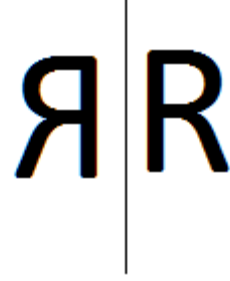
Bilgisayardaki nesne dönüşümlerinin uygulanmasını nümeriksel (sayısal) bir yolla tanımlayabiliriz. Bunu matematiksel olarak tek ve bağımsız yapılar olan matrisleri kullanarak gerçekleştiririz. Matrisler nesnelerin bilgisayarda depo edilmesini vektör durumlarına göre yaparlar.

a)



Eksen etrafında döndürme

b)



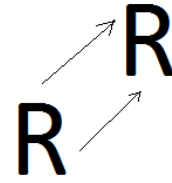
Yansıma

c)



Ölçekleme

d)



öteleme

1.1.2 MATRİSLER

Şimdi öncelikle matrislerin neler olduklarını, nerelerde kullanıldıklarını , nasıl toplanıp çarpıldığını yani temel özelliklerini inceleyelim.

Bir matris sayıların bir kümesinin dikdörtgen şeklin içine yerleştirilmesi ile olur. Bu dikdörtgen biçimindeki şekil boyutları ile sınıflandırılır.

$$\begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

2 satır ve 3 sütuna sahip 2×3 tipinde bir matris gösterilmiştir. Matrisler büyük harflerle gösterilir. Matris içindeki sayılar matrislerin elemanları diye ifade edilir. Matrislerin içinde tüm sayıları kullanabiliriz. Bir matris ile satır ve sütunları yer değiştirdiğinde elde edilen matris birbirinin transpozesi veya devriği diye adlandırılır. A^T ile gösterilir.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \quad A^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

Tüm elemanları sıfır olan matrise sıfır matrisi denir. Her farklı boyuttaki matris türü için farklı bir sıfır matrisi ifade edilir. Bir matrisin satır ve sütun sayıları eşit ise bu matrise kare matris denir. Çeşitli boyutlarda kare matrisler vardır. Kare matrisin köşegen elemanları, matrisin sol üst köşesinden sağ alt köşesine inen çizgi üzerindeki elemanlardır.

Bir kare matrisin köşegenleri dışındaki tüm elemanları sıfır ise bu matris diagonal matris diye adlandırılır. Bir diagonal matrisin köşegenleri 1 ise bu matrise birim matris denir ve I ile gösterilir.

MATRİSLERDE İŞLEMLER

1.3. Matrislerde Toplama İşlemi

Toplama işlemi aynı tip matrislerde mümkündür. Karşılıklı elemanların toplanmasıyla gerçekleştirilir.

1.3.1 ÖRNEK:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 8 \\ 2 & 6 & 14 \end{bmatrix}$$

Matrislerde toplama işleminin değişme özelliği vardır. Matrislerin birim elemanı vardır. Matrislerde her elemanın toplamaya göre tersi vardır.

1.4. Matrislerde Çıkarma İşlemi

Matrislerde çıkarma işlemi de toplamada olduğu gibi karşılıklı elemanların çıkarılmasıyla yapılır. Çıkarma işleminde değişme özelliği yoktur. Dolayısı ile birim ve ters eleman da yoktur.

1.5. Matrislerde Çarpma İşlemi

Matrislerde çarpma işlemi iki farklı şekilde yer almakta. Birincisi bir k sayısı ile bir matris çarpılırken matrisin tüm elemanları tek tek çarpılır. İkincisi ise iki matrisin çarpılmasıdır. İki matris çarpılırken birinci matrisin sütun sayısı ile ikinci matrisin satır sayısı aynı olmalıdır. Yani $m \times n$ ile $n \times k$ tipindeki iki matris çarpılır sonuçta ise $m \times k$ tipinde bir matris elde edilir.

Genel olarak çarpma işlemi birinci matrisin birinci satırındaki elemanlar ile ikinci matrisin birinci sütunundaki elemanların karşılıklı çarpılarak elde edilen çarpımların toplamının sonuç matrisin birinci satır birinci sütun elemanı olarak yazılması şeklinde başlar. Bu şekilde devam eder. Genel terimde ise birinci matrisin p. satırı ile ikinci matrisin q. sütunundaki elemanların karşılıklı çarpılıp sonuç matrisin pq. Elemanı olarak yazılmasıdır. Çarpma işleminde sıra kesinlikle önemlidir. Birinci matrisin sütunları ile ikinci matrisin satırlarının çarpılması kesinlikle doğru değildir. Çarpma işleminin değişme özelliği yoktur. Hatta sıra değiştiğinde çarpma mümkün olmayabilir. İki matris kare matris olursa

matrislerin sırası değiştiğinde çarpım yine mümkündür. Genel olarak yerlerini değiştirerek çarptığımızda sonuçlar farklı olur. Matrislerin birisi birim matris olduğunda ya da ikisi de birim matris olduğunda çarpımın sırası değişse de sonuç aynı kalır.

İki matrisin çarpımı birim matrisi veriyorsa bu matrisler çarpmaya göre birbirinin tersidir. Bundan sonraki bölümlerde matrislerin dönüşümlerde nasıl kullanılacağı incelenecek.

BÖLÜM 2

2.1. DÜZLEMDE BAZI DÖNÜŞÜMLER

(ÖLÇEKLEME, YANSIMA DÖNDÜRME)

2.1.1. Geometrik Operatörler Olarak Matrisler

Önceki bölümlerde matrisler ve matrislerle ilgili genel özellikleri tanıttık. Matrisler sayesinde vektörleri dönüştürebiliriz. Düzlemdeki bir noktanın 2-boyutlu konum vektörlerinde, ölçekleme, yansıma, döndürme veya bunların çeşitli kombinasyonlarını yaparken 2x2 tipindeki matrisler geometrik operatörler olarak kullanılabilirler.

Bir matrisin ve bir vektörün sayısal işlemlerde nasıl birlikte kullanılacağını açıklayarak başlayalım. P konum vektörü ile bir p noktası alınsın.

$$P=3i+2j$$

Bu $p=(3,2)$ biçiminde gösterilebilir. M gibi bir matris bu satır vektörüne uygulanabilir.

$$M=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Standart matris çarpımından sonucu bularak yeni konum vektörünü P^* şöyle bulunabilir.

$$P^*=P.M=(3,2)\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad (a>0)$$

Böylece bir noktanın konum vektörünü alıp dönüşüm matrisi ile çarparsak dönüşüme uğrayan noktanın konum vektörünü elde etmiş oluruz.

2.1.2. Ölçekleme Konum Vektörleri

Pozitif yönde ölçekleme yapmak için

$$M=\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix}=(3a,2a)=P^*$$

Bulunur. Buradaki P^* a pozitif sayısıyla ölçeklenmiş orijinal konum vektörüdür. Eğer burada a değerini 1 olarak alırsa matris

$$M=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

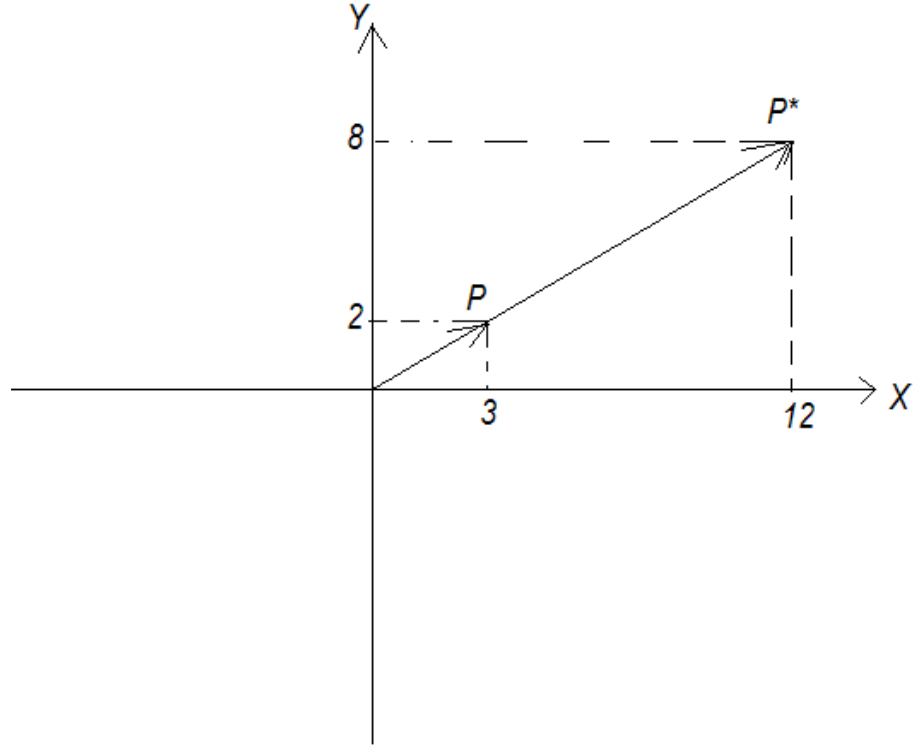
olur. Bu 2x2 tipindeki birim matris olup herhangi bir konum vektörüne bunu uygulandığında vektörde bir değişiklik olmayacaktır. Burada a=4 alırsa

$$(3,2) \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = (12,8)$$

Sonucu bulunur. Bu ise (3,2) vektörünün kendi doğrultusu boyunca büyüyeceği anlamına gelir. Ölçekleme x-eksenleri ve y-eksenleri boyunca aynı dengede olmuştur. Herhangi bir şeklin tüm köşelerinin konum vektörlerine ayrı ayrı ölçeklendirme uygularsak şeklin biçimini değiştirmeden büyütmiş veya küçültmüş oluruz. Sonuç olarak dengeli ölçekleme ile şekil korunur fakat büyüklük değişir.

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Bu matriste b ve c sıfır alınmak üzere a ve d farklı sayılar alınırsa bu kez x eksenini ve y eksenini boyunca büyütme ve küçültmeler farklı oranlarda olacağı için şeklin yapısı bozulur.

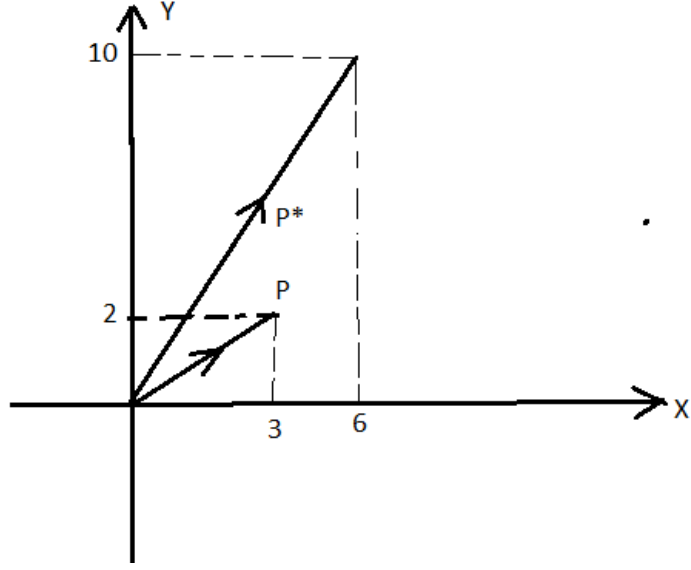


2.1.3.ÖRNEK:

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

matrisini P (3,2) konum vektörüne uygulayacak olursak ;

$$(3, 2) \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = (6,10)$$



olup P konum vektörü doğrultusu değişecektir.

2.1.4. ÖRNEK:

P (2,1) vektörüne

a) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

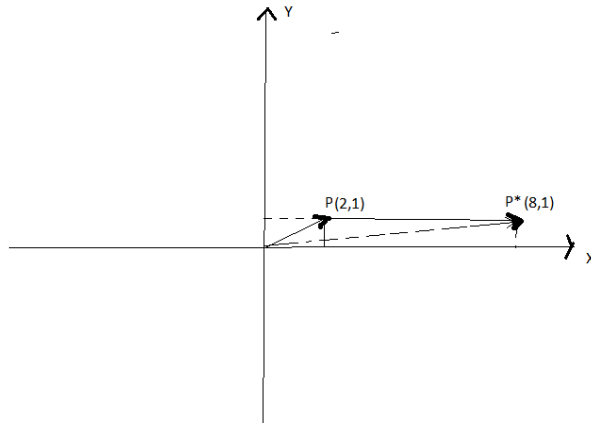
c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

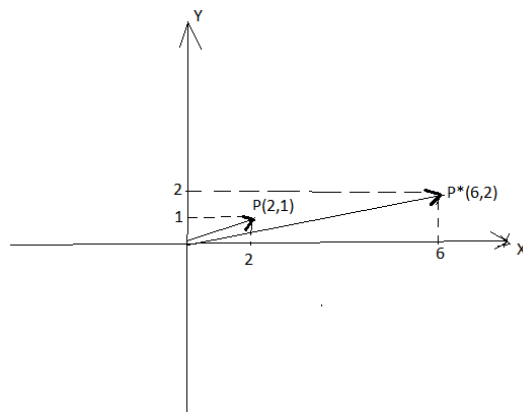
d) $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

Vektörlerinin her birini uyguladığımızda oranlar değiştikçe şeklin daha da bozulduğunu görülür. Ne kadar dengesiz ölçekleme uygulanırsa şekil o kadar bozulur.

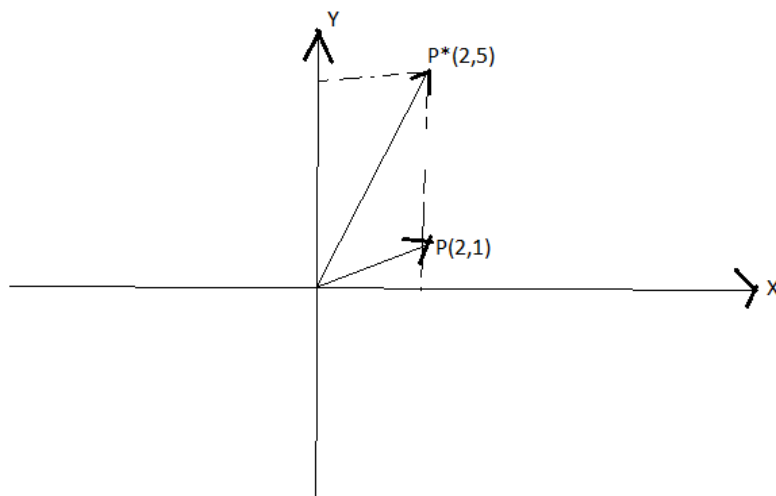
a)



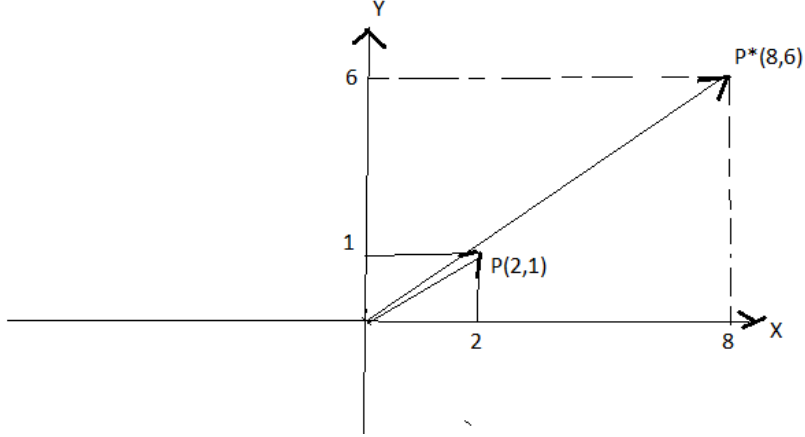
b)



c)



d)



2.1.3. Konum Vektörlerinin Eksenlerde Yansımaları

2-boyutlu uzayda bir konum vektörü x ekseninde yansıtmak istenirse;

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Matrisi ile çarpılması yeterlidir.

Y ekseninde yansıtmak istenirse;

$$M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matrisini kullanırız.

$$M_3 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ile bir konum vektörünü çarptığımızda her iki eksene göre de yansıtmış oluruz.

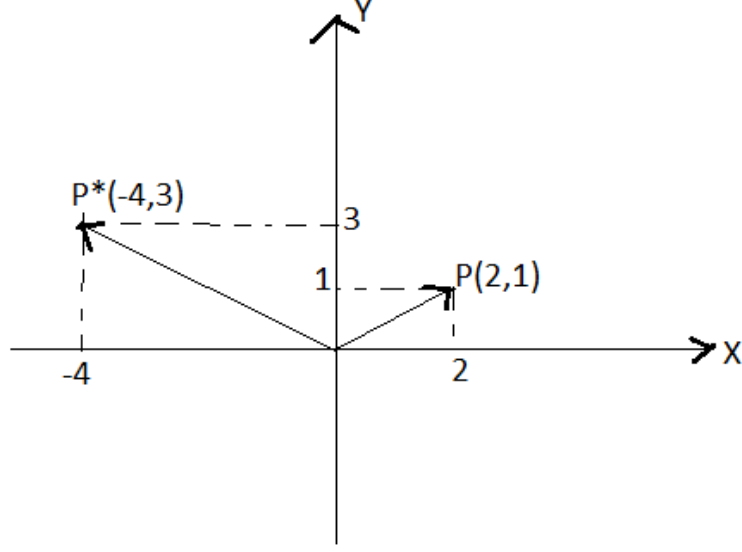
$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

matrisinde a ve d sayılarından ikisi veya herhangi biri negatifse o zaman yansıma ile ölçekleme birleşir. Bunu örnekleyelim;

$$P = (2, 1) \quad \text{vektörüne} \quad M = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Matrisini uygulayalım.

$$P^* = (2, 1) \cdot \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = (-4, 3)$$



2.1.4. Konum Vektörlerini Orijin Etrafında Döndürme

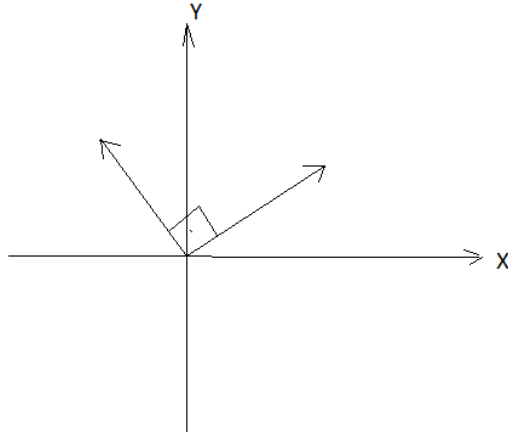
2 boyutlu eksenler etrafında ölçekleme yansıma ve aynı zamanda orijinde döndürme işlemi, bir 2x2 tipindeki matrisle çarpılarak kesin bir yöntemle formül haline getirilir ve kolayca yapılır. Önceki bölümlerde “M” matrisini

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Kullandık. Önce a,b,c,d genel sayılarını tanımlarız ve aralarında ilişki kurarız. Matrislerin birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü dik açılar etrafında neden oldukları dönmelere bakarız. (Burada pozitif yön saat yönünün tersi olarak kabul edilmiştir.)

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Bu matris 90 derecelik açı kadar dönmeye neden olur.



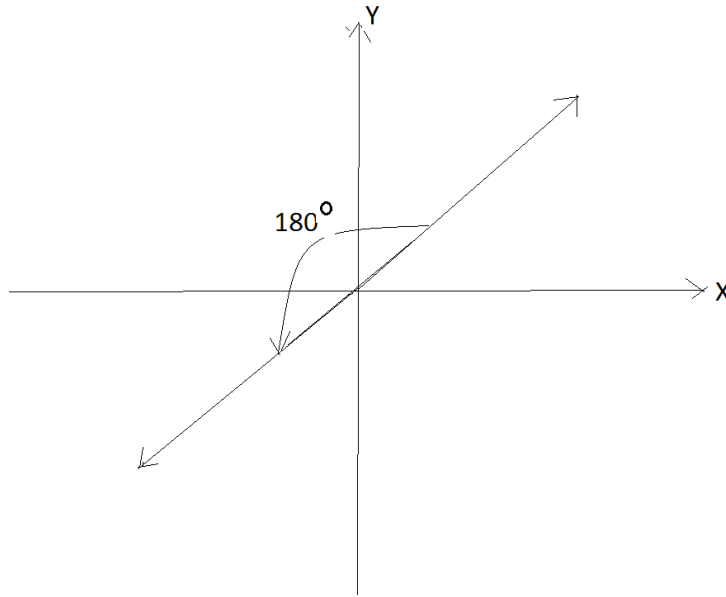
$$(3,4) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = (-4,3)$$

$$M = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Bu matris ise bir konum vektörünü 180 derece döndürecektir.

2.1.4.1.ÖRNEK:

$$(3,4) \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = (-3,-4)$$

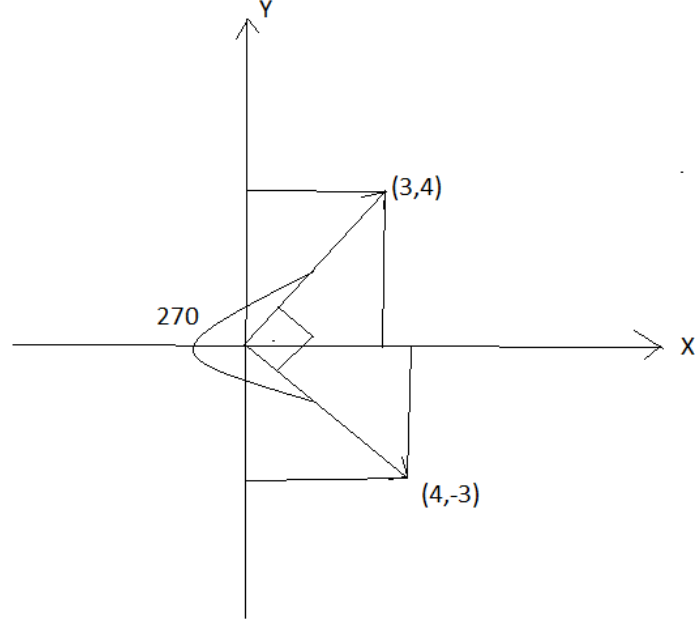


$$M = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Bu matrisi bir konum vektörünü 270 derecelik açı kadar döndürür.

2.1.4.2.ÖRNEK:

$$(3,4) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = (4,-3)$$



$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bu matris bir konum vektörünü 360 derece döndürür. Aynı zamanda etkisiz birim matris olarak bilinir.

Daha genel olarak dönme matrislerinin elemanlarının temellerini oluşturan şekilleri oluşturalım. Konum vektör orijin etrafında saat yönünde θ açısı kadar döndürüldüğünde matris,

$$M = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

olur.

2.1.4.3.ÖRNEK:

P(3,4) konum vektörünü θ kadar döndürürsek konum vektörünü bulalım.

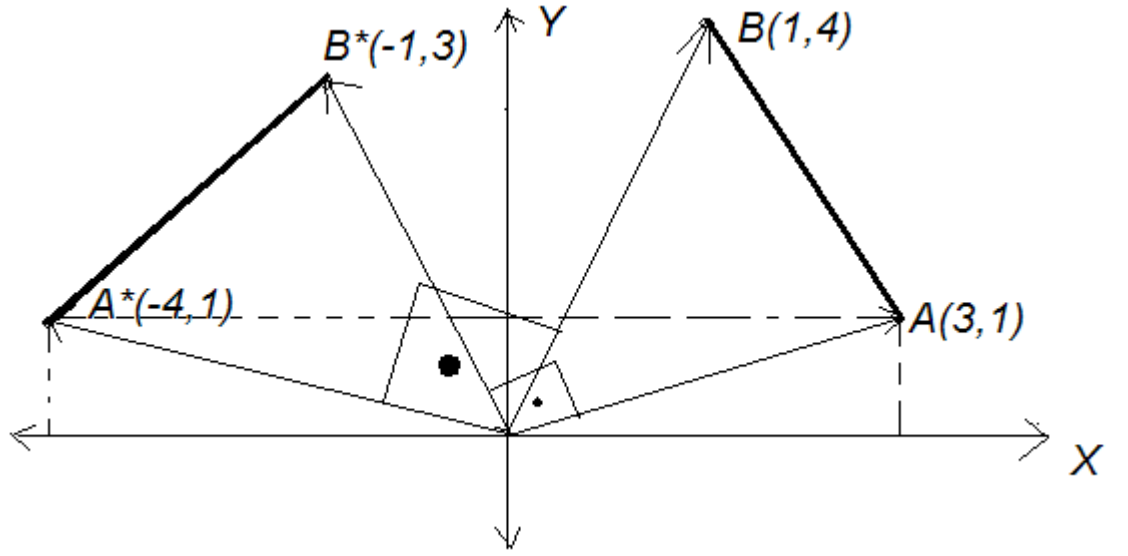
$$(3,4) \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = (3\cos \theta - 4\sin \theta, 3\sin \theta + 4\cos \theta)$$

olur. Burada θ ya özel değerler vererek örnekler artırılabilir.

2.1.5. Döndürülen Çokgenler

Buradan önceki bölümlerde iki boyutlu konum vektörünün değişimine özellikle değinildi. Onların nasıl ölçekleneceği, eksenlerde nasıl yansıtılacağı ve orjin etrafında nasıl döndürüleceği gösterildi.

Çokgenleri döndürürken kritik noktalar olan köşeleri önceki metotlarla döndürülür. Elde edilen konum vektörlerinin uç noktalarının birleştirilmesiyle çokgen de döndürülmüş olunur. Doğru parçasını döndürme şekil 2.1.5.1 de gösterilmiştir.

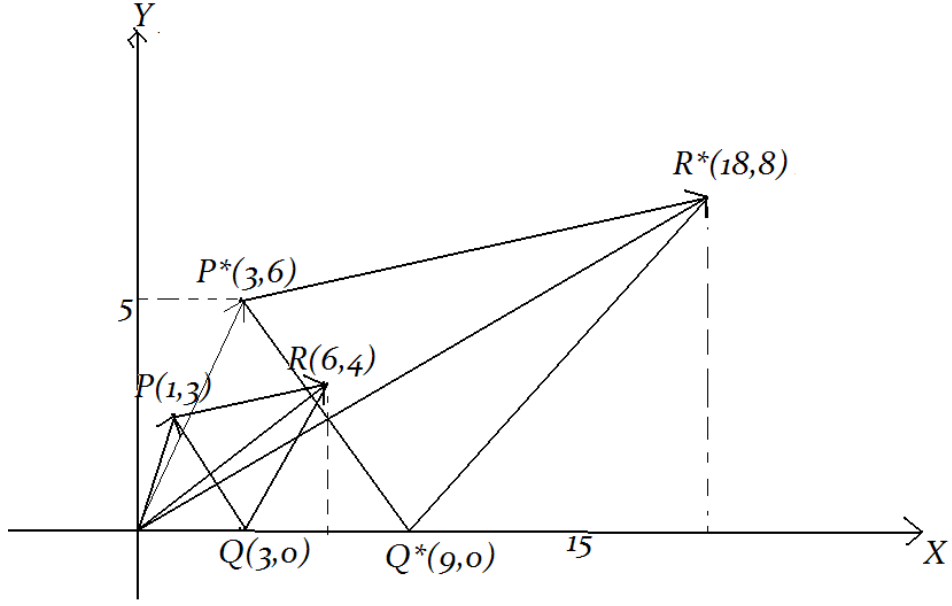


şekil 2.1.5.1

Doğruyu parçasını döndürmek için doğru parçasının uç noktalarının konumlarına dönüşüm uygulamak gerekir. Daha sonra yeni uç noktalar birleştirildiğinde doğru parçası döndürülmüş olur. Şimdi köşeleri $P(1,3)$, $Q(3,0)$ ve $R(6,4)$ olan bir üçgeni alalım. Bu üçgene

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Ölçekleme matrisi uygulanırsa yeni üçgenin köşeleri P^* , Q^* , R^* olur.



Şekil2.12

Dönüşümler noktaların veya şekillerin yer değiştirmesidir. Konum vektörlerinin bileşik olarak dönme, öteleme ve ölçeklenmesi sıralamaları oldukça farklı sonuçlara götürür. Yani bu operasyonlarda değişme özelliği yoktur.

R \longrightarrow **R**

Dengeli ölçekleme

R \longrightarrow **R**

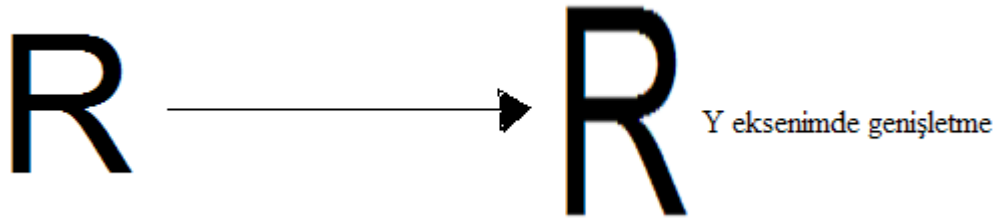
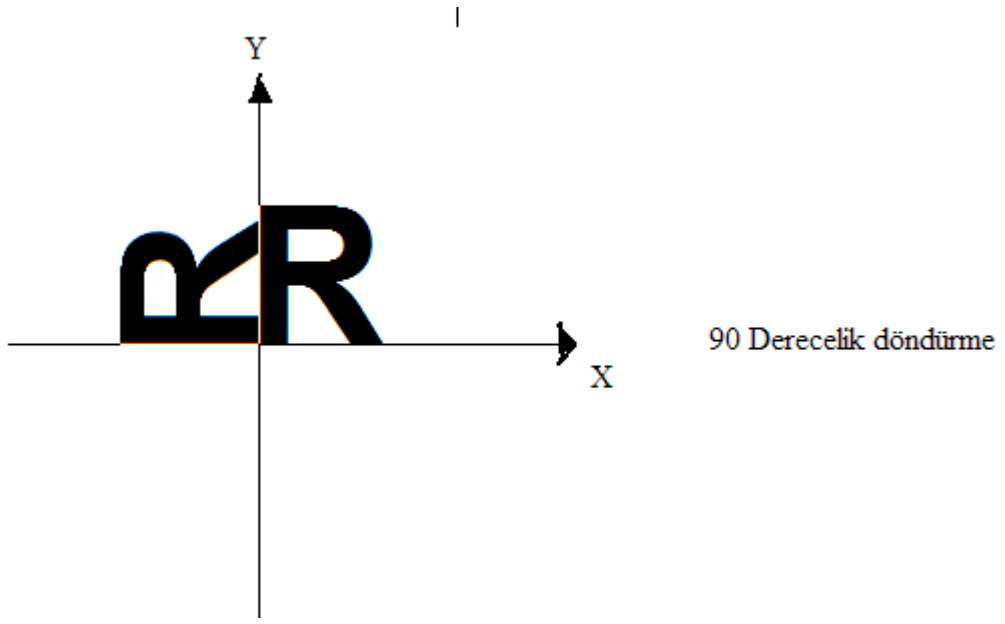
X- ekseninde genişletme

R

\longrightarrow

X- ekseninde yansıma

B



BÖLÜM 3

DÜZLEMDE HAREKET

3.1 Dönüşümlerin Birleşmesinde Sıralama

Bölüm 2 de düzlemde ölçeklemenin, yansımanın ve döndürmenin basit durumlarını ele aldık. Matrisleri kullanarak dönüşümlerin verilebileceğini gördük. Matrisleri ve matrislerin çarpılmasının ifade ettiği dönüşümleri birden çok kez uygulamak mümkün.

Farklı matris operasyonları yapmak da mümkün fakat kesinlikle sıranın çok önemli olduğunu vurgulamalıyız. Örneğin yansıtma ve döndürme şekliyle sıralama yaparsak matris

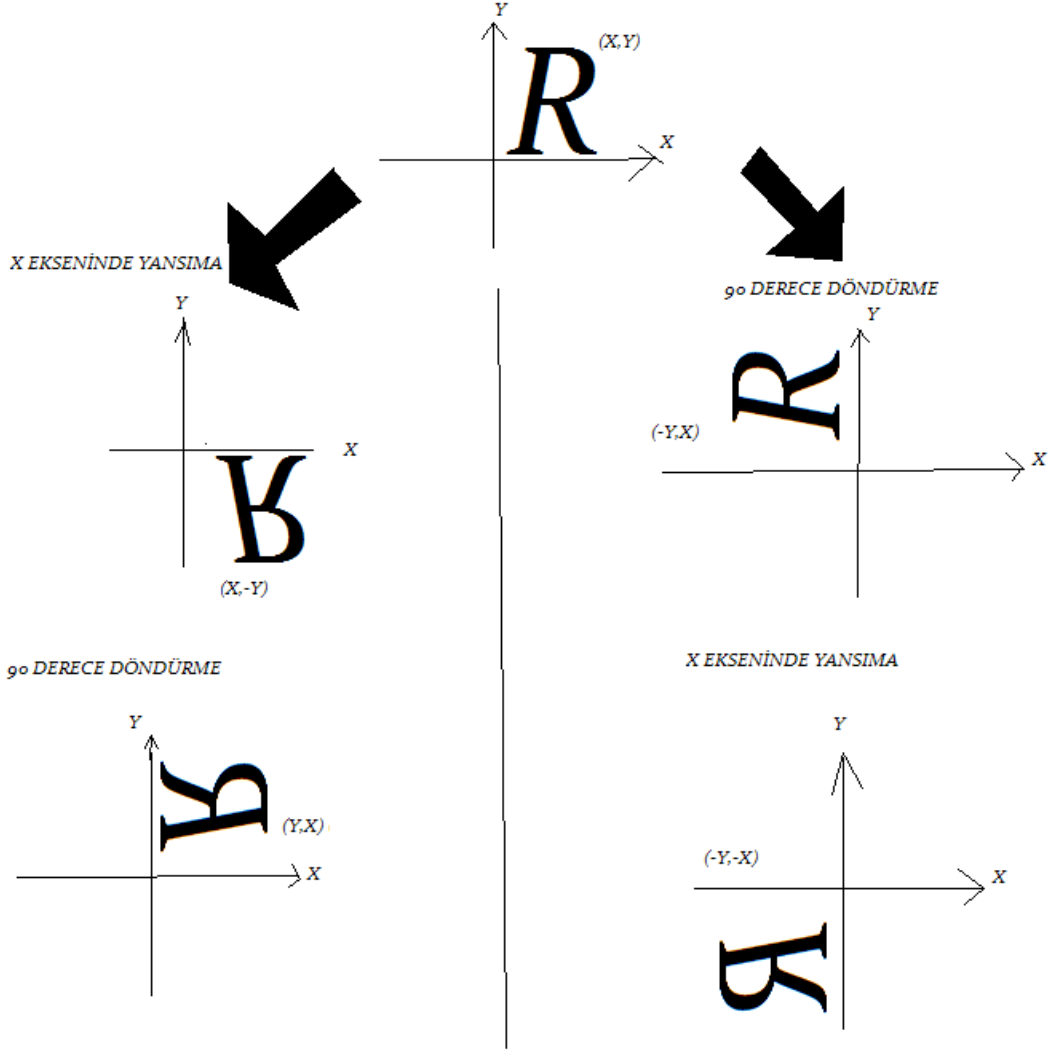
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

olur.

Döndürme ve yansıtma sırasıyla yaptığımızda ise bileşik olarak burada kullanacağımız çarpım matrisi

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Bunları şekiller ile ifade edelim. Şekil 3.2 de bunlar gösterilmiştir.



Şekil 3.2

3.2 Dönüşümlerin Kendine Özgü Bileşimleri

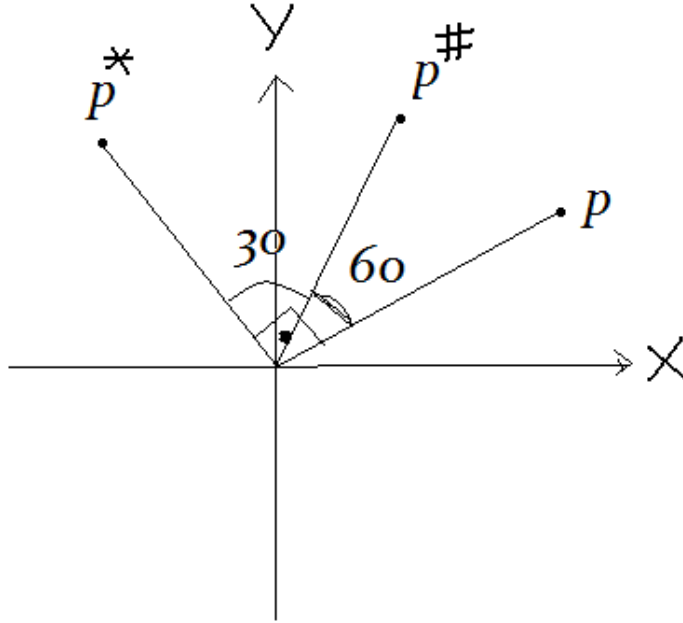
Ardışık iki (veya daha fazla) ölçkleme veya eksenlerde iki (veya daha fazla) yansıma veya orijin etrafındaki düzlemde iki (veya daha fazla) döndürme yapılacağında bunlar uygulanmaz. Bu olağan dışı durumlar ne toplam sonuç ne de birleştirilen dönüşüm matrisi operasyonların sırasının hiçbirine bağlı değildir.

3.2.1. ÖRNEK:

Bir dönüşüm bir değerinin izlemesi orijinde önce 60 derecelik bir açı ile sonra 30 derecelik bir açı ile döndürülen matrisi hesaplayalım.

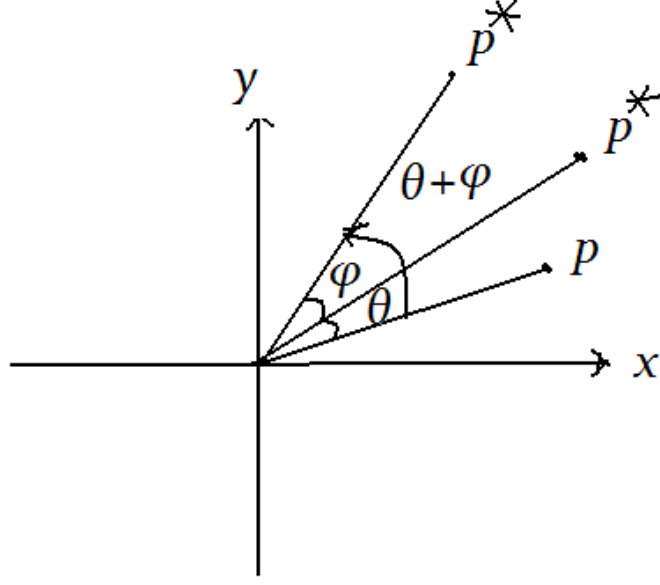
60 derecelik döndürme matrisi ile 30 derecelik döndürme matrisini çarpalım.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \cos 60 & \sin 60 \\ -\sin 60 & \cos 60 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 30 & \sin 30 \\ -\sin 30 & \cos 30 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0.5 & 0.87 \\ -0.87 & 0.5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.87 & 0.5 \\ -0.5 & 0.87 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 90 & \sin 90 \\ -\sin 90 & \cos 90 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$



Genel olarak önce θ ve φ derecelik dönüşümün formülünü edelim.

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta + \varphi) & \sin(\theta + \varphi) \\ -\sin(\theta + \varphi) & \cos(\theta + \varphi) \end{bmatrix}$$



3.3 Bir Yansımayı İzleyen Döndürme

3.3.1. ÖRNEK:

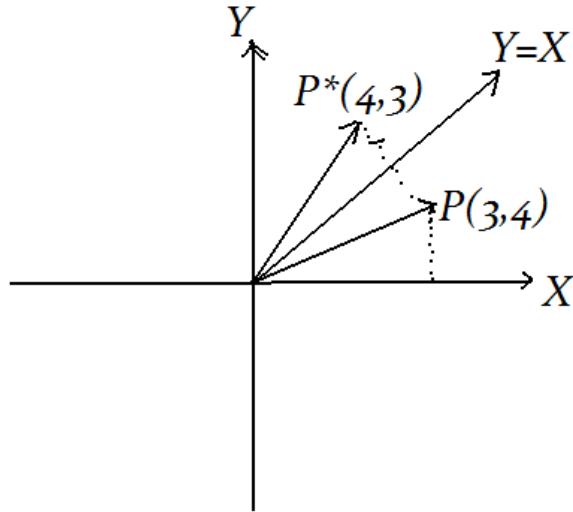
Bir tek matrisin $y=x$ doğrusunda yansıtılması ve sonrada orjin etrafında 60 derece döndürülmesini belirleyelim.

$Y=x$ doğrusuna göre yansıma yapmak için kullanılan matris

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

olur. $(3,4)$ vektörüne uygularsak;

$$(3,4) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = (4,3)$$



Verilen dönüşümlerin birleşim matrisini belirlemek için matrisleri aşağıdaki sırada çarpalım.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 60 & \sin 60 \\ \sin 60 & \cos 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin 60 & \cos 60 \\ \cos 60 & \sin 60 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0.87 & 0.5 \\ 0.5 & 0.87 \end{bmatrix}$$

Dönüşümlerin ters sırada yapılması gereken durumlarda matrislerin de yerleri değiştirilerek çarpılır. Böylece farklı bir sonuç bulunur.

3.4.Döndürmeyi İzleyen Ölçekleme

3.4.1.ÖRNEK:

Aldığımız matris önce θ açısıyla orijin etrafında döndürelim. Daha sonra ise 3 ölçekleme faktörü X yönünde ve 2 ölçekleme faktörüyle Y yönünde ölçekleyelim. Önceden biliyoruz ki θ lık döndürme için

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Matrisi ve ölçekleme için

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Matrisi kullanalım. Buradan

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cos \theta & 2 \sin \theta \\ -3 \sin \theta & 2 \cos \theta \end{bmatrix}$$

Matrisler farklı sırada çarpılırsa farklı sonuçlar elde edilir.

3.4.2.ÖRNEK:

Orjinden geçen bir doğruya göre yansıma pozitif X- eksenine ile θ açısı yapan L doğrusuna göre bir yansıtma yapan basit matrisi belirleyelim. Şekil 3.6 daki gibi (x,y) konum vektörüne sahip P noktasının yansıması $P^*(x^*,y^*)$ konum vektörü ile P ve $P^* L$ doğrusuna eşit uzaklıkta ve birbirine zıttır.

Burada ilk olarak L doğrusunu ve P noktasını θ açısıyla saat yönünde orijin etrafında döndürülür. Böylece L X eksenine boyunca hizalanır sonra noktayı X ekseninde yansıtılır. Son olarak L doğrusunu ve noktaları geriye doğru θ açısıyla saat yönünün tersinde orijin etrafında döndürülür. Buradaki işlemlerin bileşik olarak yapılması ile orjinden geçen doğruya göre yansıma için çarpım matrisi bulunur.

Matris operatörleri kullanılırsa;

$$\begin{bmatrix} \cos(-\theta) & \sin(-\theta) \\ -\sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{bmatrix}$$

İle ilk döndürmeyi yapılır sonra X- ekseninde yansınan

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

matrisini gerektirir ve son dönüşüm için

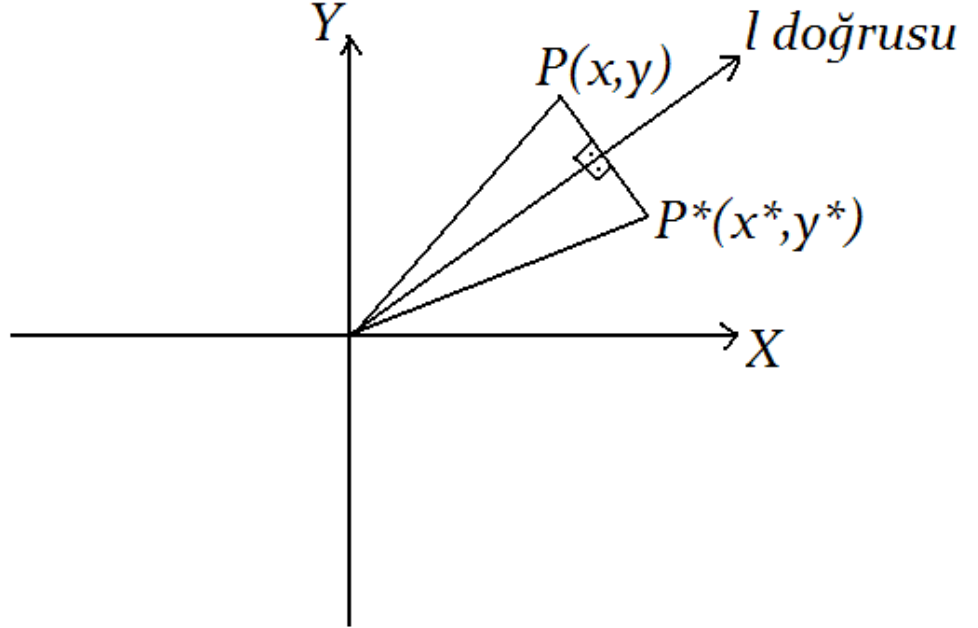
θ açısıyla saat yönünün tersi yön (pozitif yön) için aşağıdaki matris kullanılır.

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Bu üç matrisi doğru sırada çarparak;

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & \sin(-\theta) \\ -\sin(-\theta) & \cos(-\theta) \end{bmatrix}$$

Saat yönünde yansıma saatin tersi yönde döndürme



Şekil 3.6.

3.5 Öteleme

Öteleme değiştirme olarak bilinir. Bu işlemin vektörlerin yardımıyla çok kolay bir yöntemi vardır. Mesela konum vektörümüz(3,1) ise ve bunu (3,4) kadar değiştirmek istiyorsak P* noktasını şöyle buluruz;

$$(x^*,y^*)= (3,1) + (3,4) = (6,5)$$

Bu metot vektörlerin toplamına dayanır ve bundan dolayı matrislerin çarpımı kullanılarak diğer dönüşümlerle değinilen metoda doğrudan uyumlu değildir. Matrisler kullanılarak tüm dönüşümlerin tekrar sistemde tanımlanabilmesi ve gerekli olduğunda birleştirilebilmesi çok daha caziptir.

Ancak bu yöntem 2- boyutlu ötelemeler için mümkün değildir. Bunu kolayca görebilmek için sıfır vektörünü herhangi bir 2x2 tipinde matrisle çarpmak yeterlidir.

$$(0,0). \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = (0,0)$$

Böylece matris içindeki elemanlar ne olursa olsun sonuç sıfır vektörüdür. Yani orjindeki vektör hareket etmez.

Tüm dönüşümleri yapmakta, matris çarpımlarını kullanabilmek için iki boyutlu uzaydaki konum vektörlerini düşünmeniz gereklidir. Çarpımla ötelemeyi yapmak için her noktanın konum vektörüne 3. bileşen olarak 1 elemanı yazılır. Yani (x,y) vektörü (x,y,1) olarak yazılır. Buna homojen vektör denir. şimdi yeni bir matris alınır. (3,1,1) homojen matrisi 3 birim ileri 4 birim yukarı hareket ettirilir. Bu 3x3 tipinde bir matristir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Bu matris aşağıda gösterildiği gibi çarpma işlemi ile değiştirilebilir. Homojen vektör alınır ve bu vektör değiştirme matrisi ile çarpılır.

$$(3,1,1) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} = (6,5,1)$$

Bu yeni sistem homojen vektörleri kullanarak bir düzlemdeki noktaları tanımlar ve dönüşüme uğratar. Homojen vektörler bazen homojen koordinatların sistemi olarak adlandırılır.

3.6. Bir Düzlemde Dönüşüm Yapmak İçin 3x3 Tipindeki Matrisler

Homojen vektörler kullanılırken, bütün düzlemsel dönüşümler (3x3) tipindeki matrislerle simgelenirler ve dönüşümler birleştirilirken matrislerin çarpılması gerekir. Bu (3x3) tipindeki matrislerle birkaç örnek yaparak bu konu burada bitirilecek.

(2x2) tipindeki matrisleri bu forma sokmak oldukça kolaydır. Sistemin sol üst köşesine (2x2) tipindeki matris elemanlarını yazıyoruz. Kalan kısma sıfır koyup son satır sütun elemana 1 yazılır.

İki boyutlu homojen vektörleri dönüştürmek için aşağıdaki çarpım matrisleri kullanılır.

1. A(3x3) matrisini X yönünde a kat , Y yönünde b kat genişletmek için,

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. A(3x3) matrisinde X eksenine göre yansıma için,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. A(3x3) matrisinde y eksenine yansıtma için,

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. A(3x3) matrisini θ açısıyla orijin etrafına döndürmek için,

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. A(3x3) matrisini X yönünde h birim ve y yönünde k birim öteleme için,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ h & k & 1 \end{bmatrix}$$

matrisleri kullanılır.

4. BÖLÜM

4.1 DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMLARININ GEOMETRİ SUNUMLARINDA KULLANILMASI

Bilgisayarların etkili hesaplama aleti olarak kullanılabilmesinden ziyade en önemli özelliği onun soyut kavramları ekrana taşıyıp somutlaştırarak öğrenmeyi kolaylaştırmayı sağlamasıdır (Baki, 2002). Bilgisayarların matematik eğitiminde kullanılmaya başlamasıyla birlikte matematik eğitiminin yeni boyutlar kazanacağı ve geleneksel matematik öğretimini önemli ölçüde değiştirebileceği ifade edilmektedir (Baki, Güven ve Karataş, 2004). Ancak bu değişimin sağlanmasında bilgisayarların öğrenme ortamında kullanılma biçimi oldukça önemli olduğu, bilgisayarların tepegöz, slayt, video gibi dersi anlatan bir araç olarak kullanılmasının geleneksel öğrenme ve öğretme etkinliklerini değiştirmeyeceği vurgulanmaktadır. Bu nedenle bilgisayarların yalnızca bazı program dillerinden veya hesaplama becerilerinden ziyade öğrencilerin matematiksel konu ve kavramları anlama düzeylerini artırmak için bir araç olarak kullanılmasını gerektirmektedir, (Dede ve Argün, 2003).

Bilgisayar matematik eğitiminde giderek artan bir şekilde kullanılmaktadır. Geometri eğitiminde yeniliklerin ve reformların gündeme alındığı bütün ortamlarda özellikle bilgisayarın etkin bir şekilde kullanılmasının gerekliliği vurgulanmaktadır, (Heid 1997). Ancak diğer tüm araçlarda olduğu gibi bilgisayarda da önemli olan bilgisayarın potansiyel gücünden çok kullanıcıların hangi amaçlarla ve ne şekilde kullanacağı önemlidir. Bu konu henüz netliğe ulaşmamış fakat çalışmalar bu yönde yoğunlaşmıştır.

Bilgisayarın geometri eğitiminde kullanılmasıyla birlikte bu konuda gelişmelerin olacağı umutları geliştirdi, (Baki 2001). Bu yeni teknoloji ile öğrenciler matematiği kendi başlarına keşfedebilecekler bilgiyi kendi içlerinde yapılandırabileceklerdi. Öğrenciler ezbercilikten uzaklaşarak kendileri yapılar oluşturacaklardı. Fakat bu beklentiler gerçekleşmedi. Öğrencilerin matematiği daha düzeyli öğrenmeleri için eğitimcilere bilgisayarın nasıl kullanılacağı konusunda önemli fırsatlar sunuldu. Buna rağmen elde edilen başarısızlık temel olarak iki nedene bağlandı.

1. Bu şekildeki yazılımların sınıf ortamında kullanılması öğretmenlerin sınıfta daha az etkinlik yapması biçiminde algılandı.

2. Bilgisayarın sınıflarda açıklama yapan, alıştırma çözen, gerektiğinde geri dönüt veren bir araç olarak kullanılması geleneksel matematik öğretimini

değiştirmedir. Sadece bilgisayara öğretmenin, geleneksel rolü yüklendi, (Smid 1998).

Bilgisayarın, sayma, hesaplama, grafik çizme gibi zihinsel bakımdan düşük düzey uygulamalar için kullanılması öğrencinin düşüncesini sınırlamakta ve bilgisayarın eğitim alanında hayat bulamaması anlamına gelmektedir. Çünkü yapılan araştırmalar bilgisayarın genellikle düşük düzey beceriler için kullanılmasının öğrencilerde zararlı etkilere neden olabileceğini ortaya çıkarmıştır. Matematik eğitiminde bilgisayar kullanımı; araştırma yapma, yapı içerisindeki değişkenleri değiştirip yeni duruma uygun düzenleri yapabilmek, deneyimlerden yararlanarak çıkarımlara ulaşabilmek, yapı içerisindeki sabit ilişkileri bulup bunların nedenlerini sistematik biçimde araştırabilmek, sözel veya görsel sunulan bilgileri birbirine dönüştürebilmek , yapı içindeki ilişkileri formal veya informal olarak sunabilmek, varsayımda bulunabilmek genelleme yapabilmek, görselliği kullanabilmek,(Goldenberg, 1999). Bazılarını ifade ettiğimiz bu düşünme alışkanlıklarının öğrencilere kazandırılabilmesi için genelde bilgisayarın özeldir ise DGY(Dinamik Geometri Yazılımı) lerin önemli bir role sahip olduğunu belirtmektedir.

Sonuç olarak bilgisayarın geometri eğitiminde kullanımından kasıt , bilgisayarın öğrencilerin yüksek düzey bilişsel beceriler geliştirmelerini sağlamalarına yardımcı olması ve bir matematikçinin yaşamış olduğu deneyimleri öğrencilere yaşatarak kendi matematiklerini kurmalarını sağlamasıdır.

Bilgisayar teknolojisinde yaşanan hızlı gelişmelerin geometri sınıflarına yansımaları olan DGY ler , matematik eğitiminin bu amaçlara ulaşabilmesi için umut vaat etmektedir. DGY lerin en önemli ve onları diğer geometri yazılımlarından ayıran özellikleri oluşturulan şekillerin çeşitli dönüşümler altında taşınabilmesi, değiştirilebilmesi ve hareket ettirilebilmesidir, (Goldenberg 1999, Hazzn ve Goldenberg 1997).

Geleneksel okul geometrisinde kağıt , kalem , cetvel ve pergel ile oluşturulan şekiller sabittir ve bu sabitlik geometrik nesnelerin üzerinde araştırma yapma imkanlarını sınırlamaktadır. DGY lerin getirdiği bu yeni yaklaşım sabit olan geometrik nesneleri bilgisayar ekranında hareketli hale getirmektedir.

Matematiksel yapı içerisindeki değişmeyen ilişkileri araştırmak geliştirilen bir çok teoremin temelini oluşturur. Karput' a göre (1992) matematiksel düşüncenin en önemli özelliği yapı içerisindeki sabit ilişkileri soyutlayabilmektir. Bununla birlikte yapı içerisindeki değişmeyen ilişkileri ortaya çıkarabilmek için bir değişime farklı bir bakışa ihtiyaç vardır. Bu değişim ve farklı bakış ihtiyacı DGY lerin nesneleri ekranda hareket ettirebilme özellikleri sayesinde karşılanabilir. Kullanıcı DGY ler aracılığı ile yapısını oluşturduktan sonra yapı içerisindeki bazı geometrik nesneleri serbestçe hareket ettirerek bu nesneye bağlı olan yapının değişimini gözlemleyebilir. Bu hareket sonucunda yazılım geometrik yapısını görüntüsünü değiştirirse de nesneler arasındaki matematiksel ilişkileri

korur, (Goldenberg ve Couco 1998) Bu ise yapının altındaki matematiksel ilişkileri soyutlayabilmek için elverişlidir. Yani öğrenci yapının bir takım özelliklerini değiştirirken değişmeyen matematiksel ilişkileri gözleyerek keşfedebilir. Bu keşif öğrenciye çok güçlü bir varsayımda bulunma imkanı sağlar. Ardından öğrenci bu varsayımını birçok örnekle destekleyebilir veya reddedebilir. Sketch up programı ile ekranda geometrik bir cisim oluşturulabilmekte ve bu cismin çeşitli yönlerden incelenmesi hatta cismin içine girilerek oradaki yapıların incelenebilmesi mümkün olabilmektedir. Bu program bize tüm bu ilişkileri dinamik olarak inceleme fırsatını verir. Öğrenci google sketch up programı ile ekranda bir yapı oluşturabilir. Oluşturduğu bu yapı içerisindeki mevcut sabit ilişkileri araştırabilir. Öğrenci şeklin farklı konumları için birçok örnek görürken bazı ilişkilerin bu değişimden etkilenmediğini görmesi ona oldukça güçlü bir varsayımda bulunma imkanı sağlar. Ardından öğrenci ortaya koyduğu varsayımını programın el verdiği ölçüde test eder.

Bu çalışma ile matematikçinin matematiksel sonuçlara varırken attığı adımların Dinamik Geometri Yazılımı Google Sketch up ile bilgisayar destekli bir ortamda nasıl atılabileceği ve bu yolla matematikçilerin yaptıkları matematik ile öğrencilerin kullandıkları matematik arasında köprülerin nasıl kurulabileceği örneklenmeye çalışılmıştır. Bu bağlamda aşağıdaki etkinliklere yer verilmiştir.

1. Üç boyutlu cisimlerin üzerinde ve iç kısmında oluşturulan uzunlukların bulunması. Buralarda oluşturulan dik üçgenlerde dikliğin hangi açıda olduğunun tespit edilmesi.
2. Konilerin bir düzlemlerle kesişmesiyle oluşan arakesitlerin tanımlanması.
3. Kürenin merkezinden belli bir uzaklıkta küreyi kesen düzlem verildiğinde arakesit bölgenin tanımlanıp alanının bulunması.
4. Kesik silindirin yüzey alanının bulunması.

4.2. YÖNTEM

Çalışmanın örneklemini beş matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Seçilen bu örnekleme bir hafta süre ile google sketch up yazılımının teknik özellikleri tanıtıldıktan sonra etkinliklere geçilmiştir.

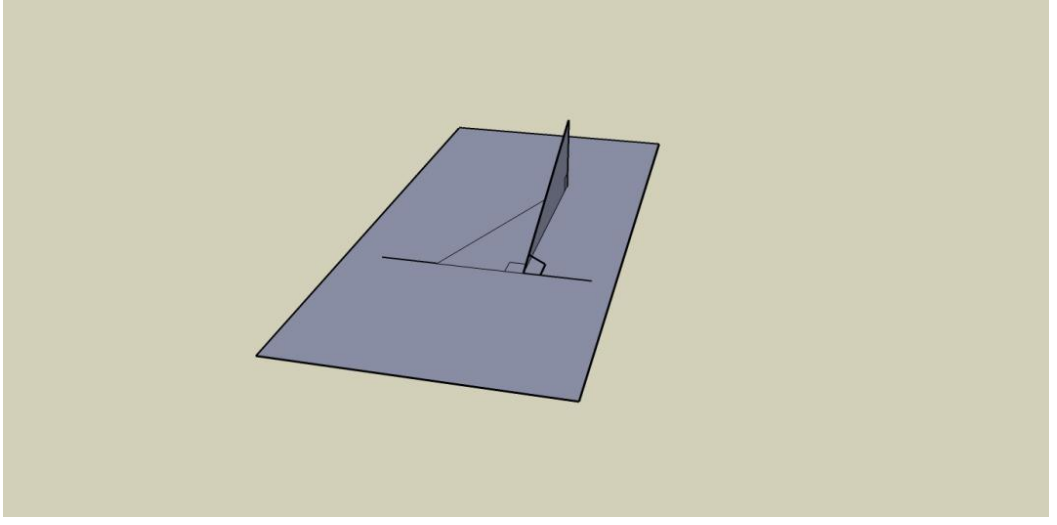
Bu öğretmenlerle öğrencilerde uygulanacak olan katı cisim konularıyla ilgili kazandırılacak davranışlar belirlendi. Özellikle öğrencilerin geleneksel yöntemlerle algılamakta zorluk çektikleri yapılar belirlendi.

4.3. BULGULAR

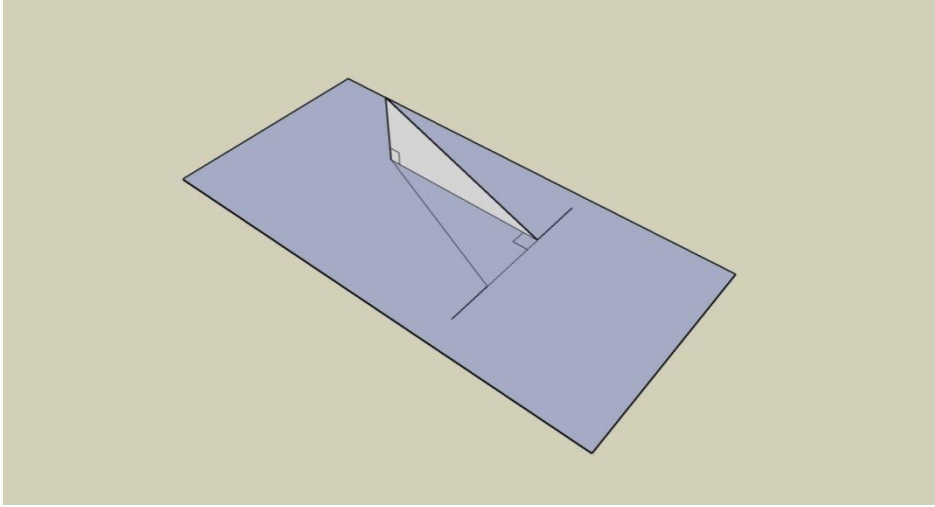
4.3.1 Üç Dikme Teoremi

Tüm ders kitaplarımızda yer alan üç dikme teoremini öğrencilere gösterdiğimizde öğrenciler hangi açıların 90° olduğunu hangi doğrunun düzleme

dik olduğunu görmekte zorluk çektiler. Sketch up programına yazdığımız yapı ile öğrencilere durumu gösterdiğimizde yapının öğrenciler tarafından oldukça iyi anlaşıldığı görüldü.



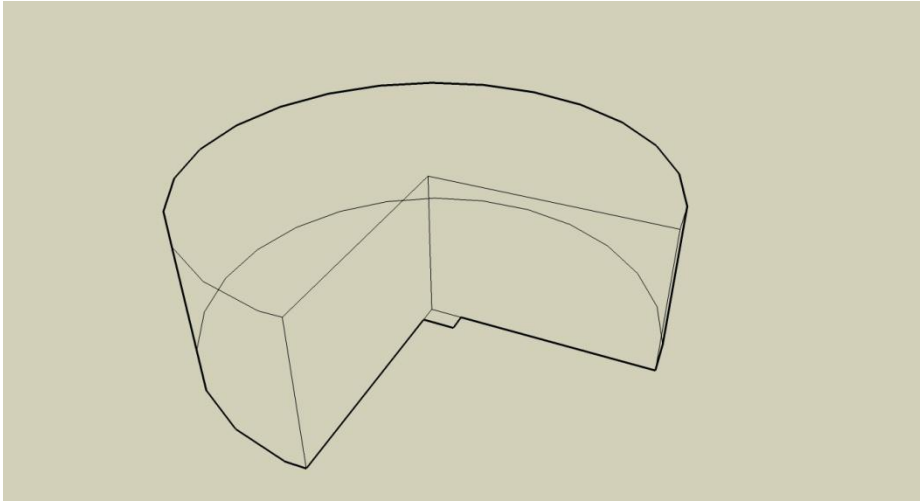
Üç dikme şekil1



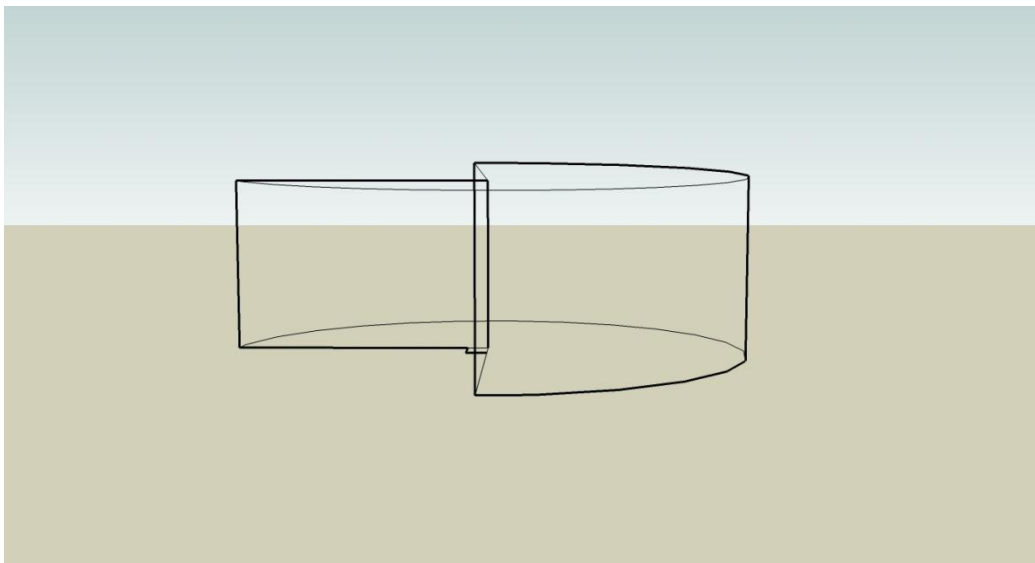
Üç dikme şekil 2

4.3.2. Kesik Silindir

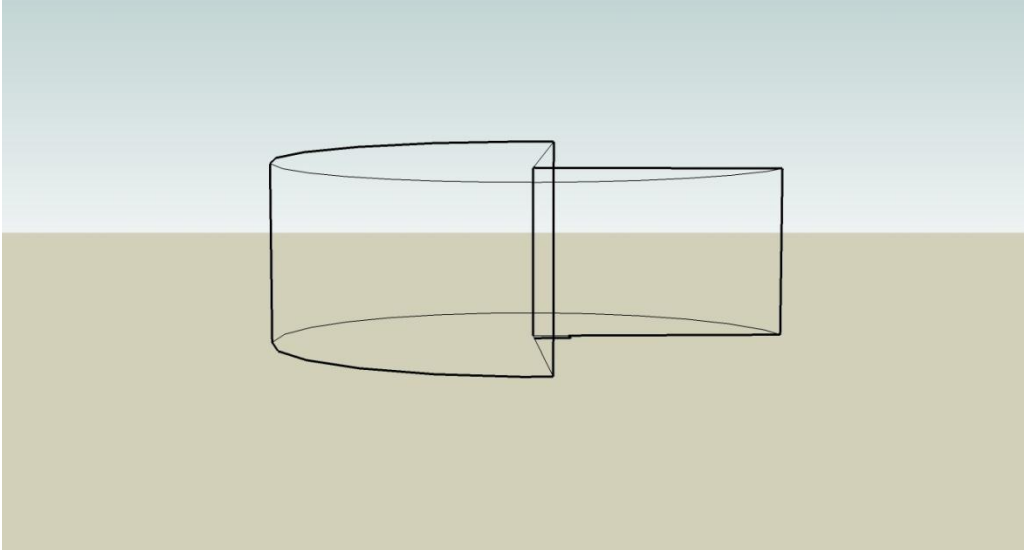
Silindirin yüzey alanının hesaplanmasında kesilmiş olan yüzeylerin dikdörtgen oldukları bu programla oldukça net olarak öğrenciler tarafından görüldü.



Kesik silindir 1



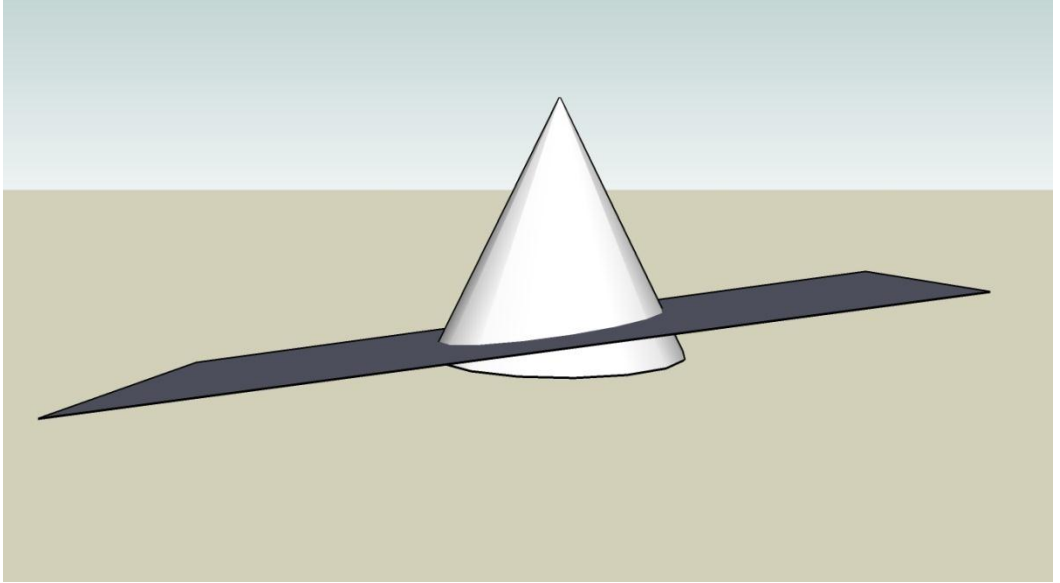
Kesik silindir 2



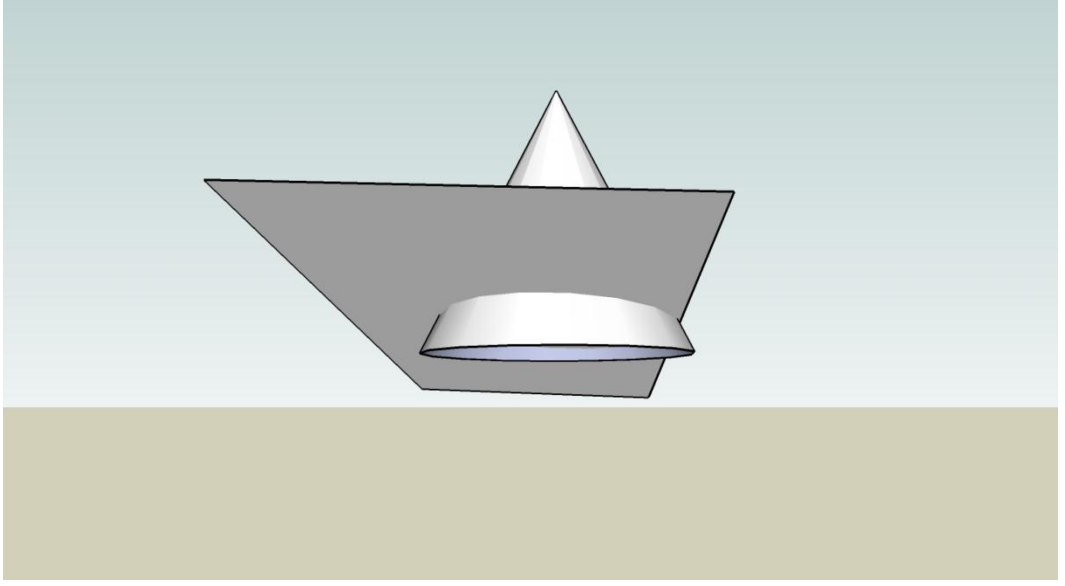
Kesik silindir 3

4.3.3. Koni ile Düzlemin Kesişmesi

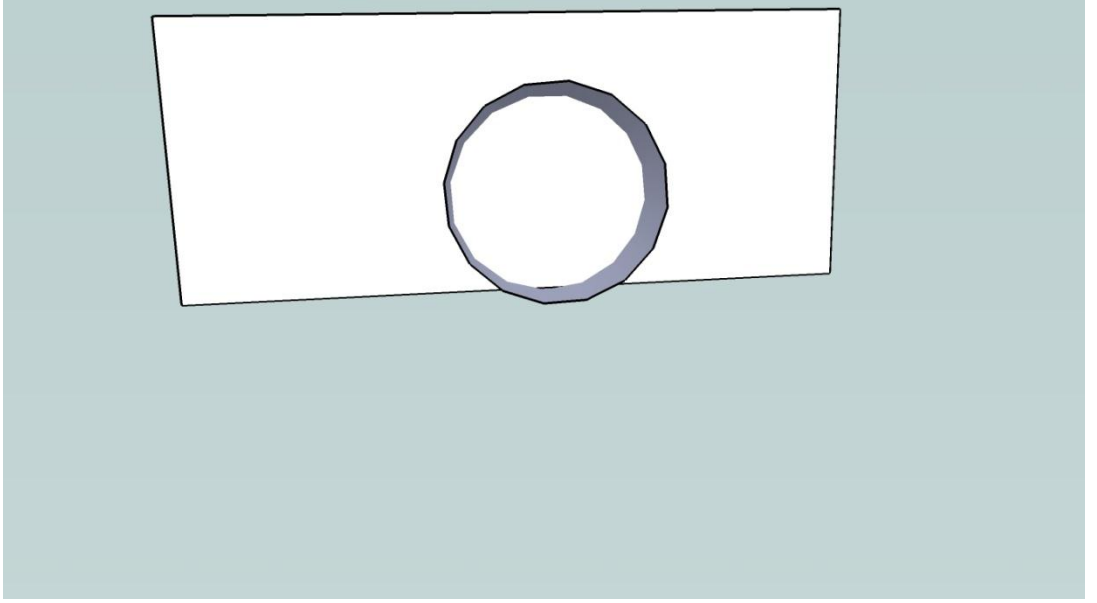
Koni ile düzlemin kesişmesi durumunda arakesitin ne olacağı durumu öğrencilere soruldu. Öğrenciler bu soruya çok farklı cevaplar verdiler. Koninin tabanıyla paralel kesim yapıldığında öğrencilerin çoğu bir daire oluşacağını doğru olarak öngördü. Ancak silindirin tabanı ile düzlemin farklı ölçek açıları ile kesişmesi durumunda arakesitin ne olacağını çoğu öğrenci kestiremedi. Burada öğrencilerden bu yapıyı oluşturmamız istendiğinde kolayca bu yapıyı oluşturdular. Farklı yönlerden baktıklarında arakesit yüzeyin bir elips olduğunu farklı ölçek açılarında da yine elips olduğunu görüp ifade ettiler.



Koni şekil 1



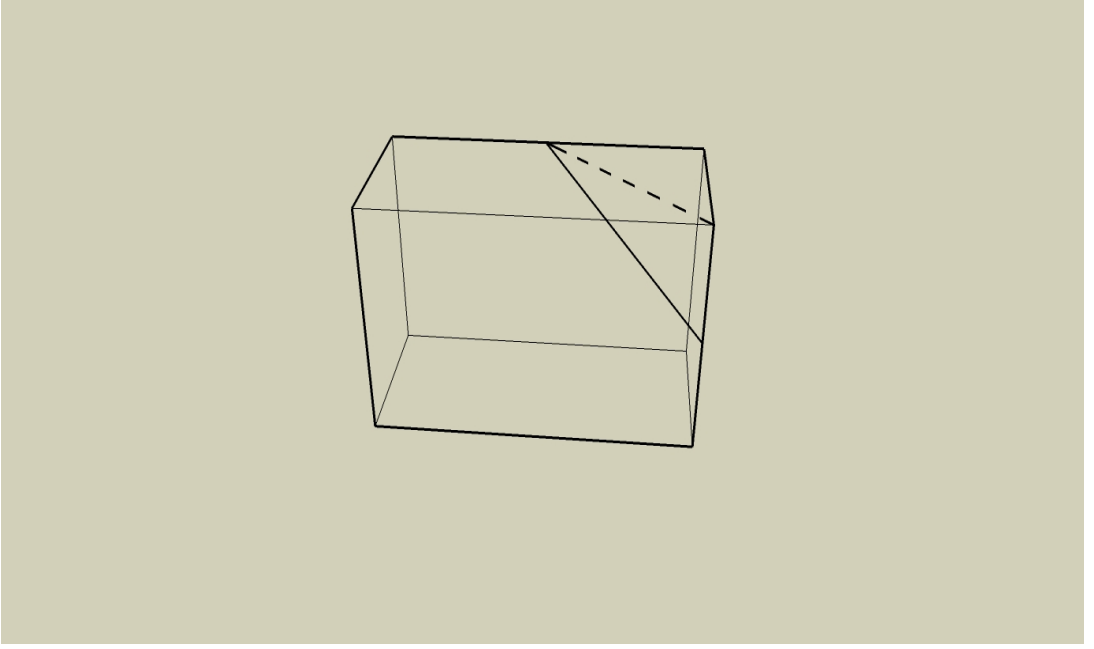
Koni şekil 2



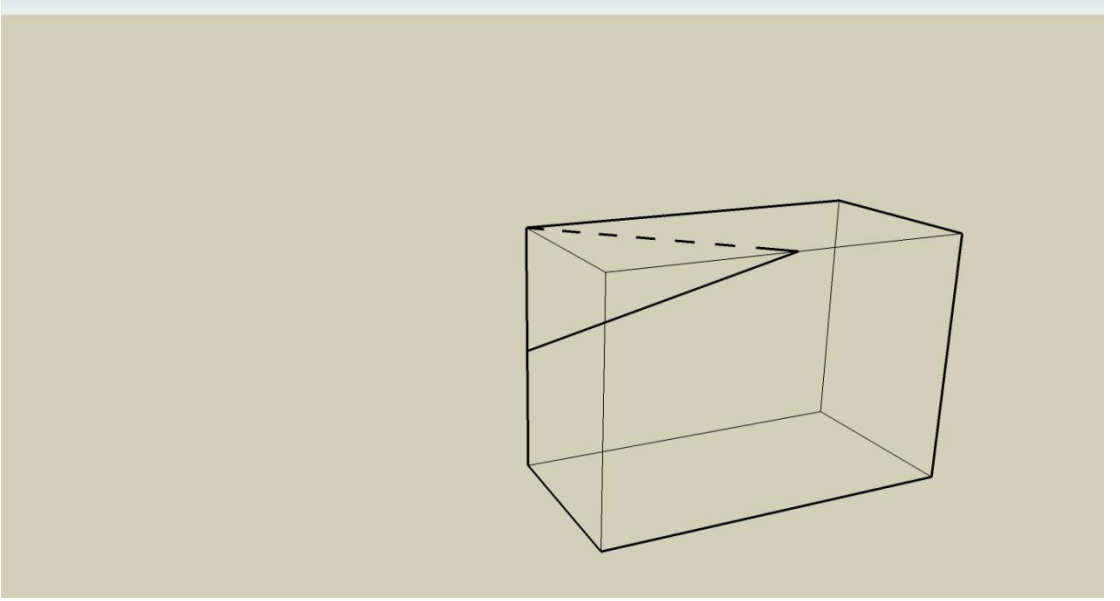
Koni şekil 3

4.3.4. Dikdörtgen Prizma içindeki Üçgen

Öğrencilerden dikdörtgen prizma içinde oluşturulmuş olan üçgenin alanının hesaplanması istendi. Bu soruda da geleneksel yöntemler kullanıldığında öğrenciler dik açının hangisi olduğunu fark edemiyorlardı. Soruya uygun yapının sketch up programıyla yapılması istendiğinde öğrenciler dik açının neresi olduğunu kolayca farkettiler. Alanı hesapladılar.



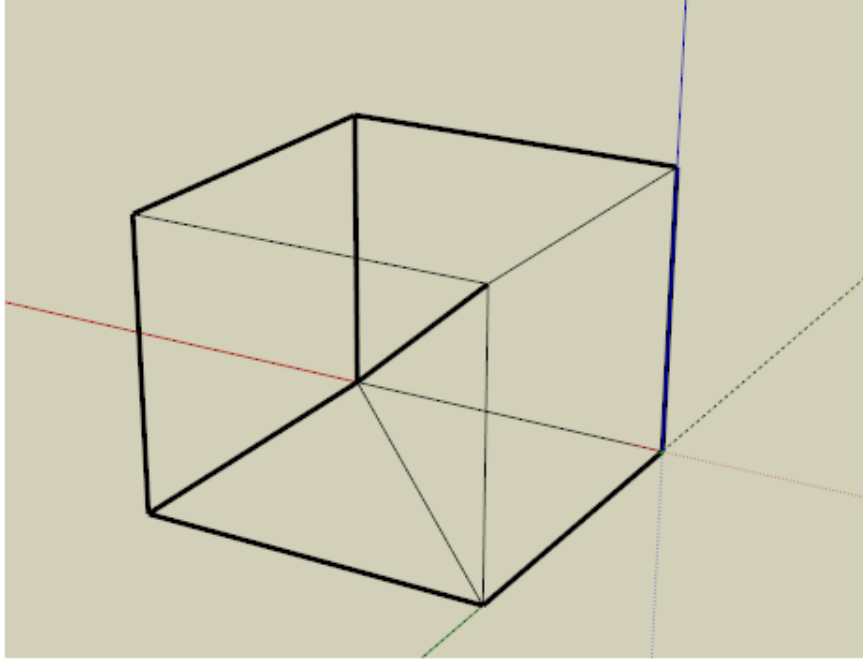
Dikdörtgen prizma şekil 1



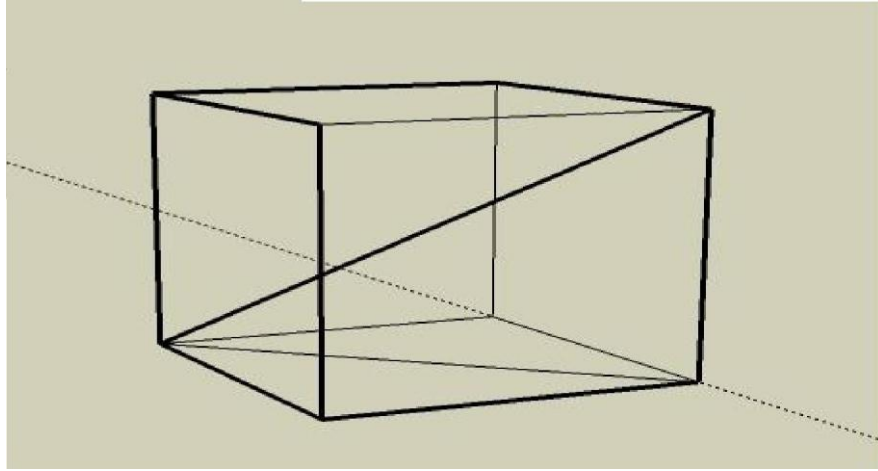
Dikdörtgen prizma şekil 2

4.3.5. Küp İçinde Oluşturulan Üçgen

Öncelikle öğrencilerden tahtada bir küp içine üçgen yerleştirilerek oluşturulan alanın hesaplanması istendi. Burada yine öğrenciler pratik bir biçimde yapıyı bilgisayar programında oluşturdular. Dik açının neresi olduğunu kolayca görerek istenen alanı hesaplayabildiler. Buna benzer yapılar konide oluşturulduğunda da öğrenciler bu yöntemle alanları kolaylıkla hesaplayabildiler.



Küp şekil 1



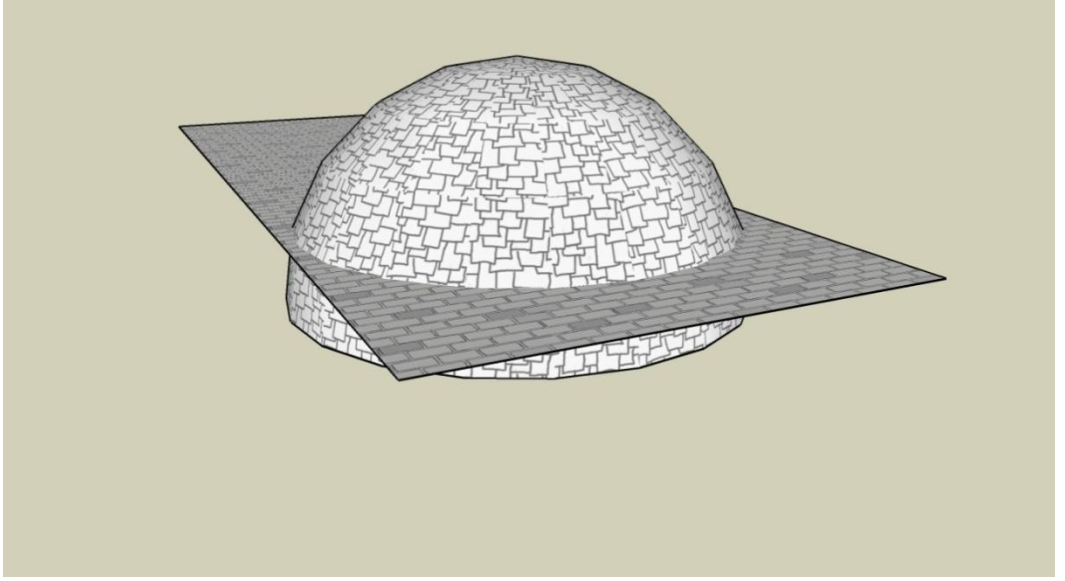
Küp şekil 2

4.3.6. Kürenin Düzlemle Kesişmesi

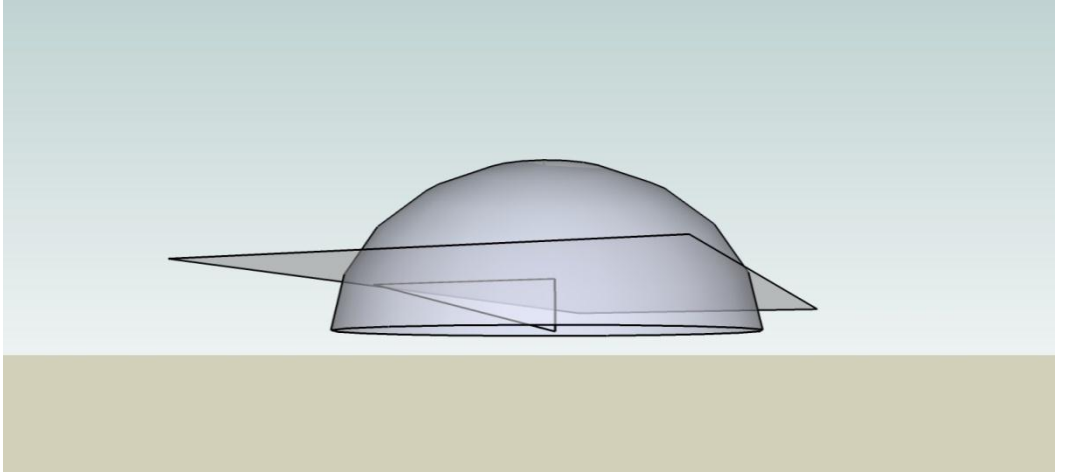
Öğrencilere bir kürenin merkezinden belli bir uzaklıkta bir düzlemle kesilmesi ile oluşan geometrik şeklin alanının hesaplanması istendi. Öncelikle öğrenciler bu alanın ne olduğunu göremediler. İçlerinden arakesitin ne olduğunu doğru tahmin edenler oldu. Ancak doğru tahmin edenler oldukça azdı. Doğru

tahmin edenlerde bundan emin olamıyorlardı. İlgili yapıyı programda oluşturmaları istendi. Öğrenciler kolayca bu yapıyı programda oluşturabildiler. Farklı açılardan yapıyı incelediklerinde arakesitin bir daire olduğunu kolayca görüp bu alanı hesaplayabildiler.

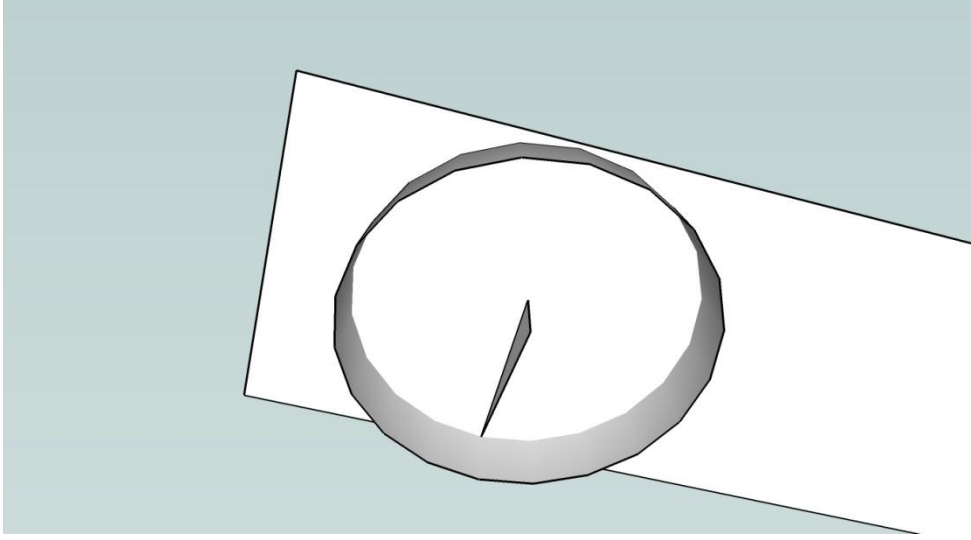
Burada yapılanlar gösterdi ki öğrencilerin bu programı kullanarak geometriyi öğrenmeleri hem daha kolay oluyor hem de öğrenciler dinamik bir biçimde öğreniyorlar. Yani burada öğrenci merkezli bir eğitimin söz konusu olduğu görülüyor. Öğrencilerin derse olan ilgileri artıyor.



Küre şekil 1



Küre şekil 2



Küre şekil 3

4.3.7. Sonuç Ve Öneriler

Burada sunulan örnekler daha da arttırılabilir. Bu örneklerde görüldüğü gibi DGY ler aracılığıyla iyi bir şekilde oluşturulmuş bilgisayar destekli ortamlar matematikçi ile öğrenciler arasında çok güçlü köprüler kurulmasını sağlayabilir. Hatta öğrenciler bu yolla matematikte yeni bulgular keşfedebilirler. Bu yöntemle öğrenciler matematiği kendilerinden uzak görmeyecekler. Öğrenciler kendilerini matematiksel etkinlikler içerisine sokarak, varsayımda bulunma, genelleme, test etme, reddetme gibi yüksek düzey zihinsel çalışmalara katılacaklardır. Bu ise doğrudan öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişmesini sağlayacaktır. Bulgular da bilgisayarın öğrenciye matematikçi gibi davranma fırsatı vererek işlevsel öğrenme deneyimi kazandırabileceğini göstermektedir.

Öğretmenler dinamik geometri yazılımlarını sadece lise ve üniversitelerde , ileri derecede matematik gerektiren konuların öğretimi sırasında değil daha ilköğretim çağlarında geometrik kavramların buluş yoluyla öğretimi için kullanabilirler. Bu şekilde öğrenmeler daha kalıcı, işlevsel ve diğer alanlara transfer edilebilir olacaktır. Öğrenciler aynen eğitimin tanımında olduğu gibi kendi yaşantısı yoluyla öğreneceklerdir. Bu tür programlar daha da geliştirilebilir. Mevcut programlar dahi geometrinin öğrenilmesini oldukça kolaylaştırmıştır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Bedir, D.**,2005, Bilgisayar Destekli Matematik Öğretiminin İlköğretimde Geometri Öğretiminde Yeri ve Öğrenci Başarısı Üzerindeki Etkisi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir,43
- Baki, A., Kösa, T. ve Berigel,M.**, 2007, Bilgisayar Destekli Materyal Kullanımının Öğrencilerin Matematik Tutumlarına Etkisi. The Proceedings of 7th International Educational Technology Conference, 3–5 May 2007, Near East University –NorthCyprus. 5s
- Baki, A.**,2002, Öğrenen ve Öğretenler için Bilgisayar Destekli Matematik. Ankara, Ceren Yayın-Dağıtım,15s
- Assaf, S.A.** ,1986, The Effects of Using Logo Turtle Graphics in Teaching Geometry on Eight Grade Students' Level of Thought, Attitudes Toward Geometry and Knowledge of Geometry. Dissertation Abstract Index, 46 (10), 282A.
- Ceylan, A.**,2007,Bilgisayar Grafiklerine Geçişte Kullanılan Matematiksel Kavramlar, proje Çalışması, 38s
- Arslan, B.**, 2003, Bilgisayar Destekli Eğitime Tabi Tutulan Ortaöğretim Öğrencileriyle Bu Süreçte Eğitici Olarak Rol Alan Öğretmenlerin BDE'e İlişkin Görüşleri, The Turkish Online Journal of Educational Technology, 2(4), Makale No:10.
- J. Sinclair**, Collins Cobuild Essential Dictionary, Metro Kitap Yayın,İstanbul

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Karakuş,Ö.,2008,Bilgisayar Destekli Dönüşüm Geometrisi Öğretiminin Öğrenci Erişimine Etkisi,Eskişehir, 75s.

Gürbüz,R.,2007, Bilgisayar Destekli Öğretimin Öğrencilerin Kavramsal Gelişimine Etkisi,Eğitim Araştırmaları Dergisi,28s

Özdemir A.Ş. ve Tabuk,M.,2004Matematik Dersinde Bilgisayar Destekli Öğretimin Öğrenci Başarısı ve Tutumlarına Etkisi,Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi3(5)

Dede, Y. ve Argün, Z.,2003, Matematik Öğretiminde Elektronik Tabloların Kullanımı, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 2(14), 113-131.

ÖZGEÇMİŞ

1974 Yılında Isparta' da doğdum ilk ve orta öğrenimimi İzmir'de tamamladım 1992 Yılında Erzurum Atatürk Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümüne girdim. 1996 yılında bu üniversiteden mezun oldum. 1997 Yılında Milli Eğitim Bakanlığında Matematik öğretmeni olarak göreve başladım. Halen Konak Anadolu Lisesinde matematik öğretmeni olarak görev yapmaktayım.