

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BİR HELİKOPTERİN YER REZONANSINA KARŞI İLERİ-GERİ  
SÖNÜMLEYİCİ TASARIMI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Fatih ÖZBAKIŞ**

**Anabilim Dalı : Makine Mühendisliği**

**Programı : Makine Dinamiği, Titreşim ve Akustiği**

**HAZİRAN 2011**



**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BİR HELİKOPTERİN YER REZONANSINA KARŞI İLERİ-GERİ  
SÖNÜMLEYİCİ TASARIMI**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
Fatih ÖZBAKIŞ  
(503081405)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 06 Mayıs 2011**

**Tezin Savunulduğu Tarih : 03 Haziran 2011**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Kenan Yüce ŞANLITÜRK (İTÜ)  
Diğer Jüri Üyeleri: Prof. Dr. Metin GÜRGÖZE (İTÜ)  
Prof. Dr. Alim Rüstem Aslan (İTÜ)**

**HAZİRAN 2011**



## **ÖNSÖZ**

Öncelikle, hayatım boyunca yanımda olan aileme şükranlarımı sunarım. Tez çalışmamın her aşamasında bana yardımcı olan tez danışmanım saygı değer hocam Prof. Dr. Kenan Yüce Şanlıtürk'e özellikle teşekkür ederim.

Tez çalışmalarım boyunca beraber çalıştığım Deniz Yazgaç'a, ihtiyaç duyduğumda yardımlarını esirgemeyen Hasan Körük'e ve ROTAM'daki çalışma arkadaşlarıma ve hocalarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Haziran 2011

Fatih Özbakış

Makina Mühendisi



## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

<b>ÖNSÖZ</b> .....	<b>iii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>v</b>
<b>KISALTMALAR</b> .....	<b>vii</b>
<b>ÇİZELGE LİSTESİ</b> .....	<b>ix</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	<b>xi</b>
<b>SEMBOL LİSTESİ</b> .....	<b>xv</b>
<b>ÖZET</b> .....	<b>xvii</b>
<b>SUMMARY</b> .....	<b>xix</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
1.1 Tezin Amacı .....	6
1.2 Literatür Özeti .....	6
<b>2. MAFSALLI ROTORA SAHİP HELİKOPTERLER İÇİN YER REZONANSI MODELİ</b> .....	<b>11</b>
2.1 Dört Palalı Helikopterin Yer Rezonansı Modeli .....	11
2.2 Özdeğer Analizi.....	24
2.3 Gerekli Sönümün Belirlenmesi .....	28
2.4 Gerileyen ve İlerleyen İleri-Geri Titreşim Modunun Karşılaştırılması.....	31
<b>3. MAFSALSIZ ROTORLU HELİKOPTERİN YER REZONANSI MODELİ</b> .....	<b>35</b>
3.1 Palaların hareket denklemleri .....	37
3.1.1 Palanın düzlem dışı hareketi .....	41
3.1.2 Palanın düzlem içi hareketi .....	44
3.2 Gövdenin hareket denklemleri .....	47
3.3 Aerodinamik kuvvetler.....	53
<b>4. İTÜ-HTH YER REZONANSI ANALİZLERİ</b> .....	<b>57</b>
4.1 Mafsallı Rotor Sahip Helikopter Modelinin Yer Rezonansı Analizleri .....	57
4.1.1 Gövdenin eşdeğer parametreleri .....	57
4.1.2 Palanın eşdeğer parametreleri .....	59
4.2 İTÜ-HTH'nin Mafsallı Rotor Kabulüyle Yer Rezonansı Analizleri.....	63
4.3 Mafsalsız Rotor Sahip Helikopter Modelinin Yer Rezonansı Analizleri .....	77
<b>5. İLERİ-GERİ TİTREŞİM DAMPERİNİN TASARIMI</b> .....	<b>85</b>
5.1 Sönümün Ölçülmesi .....	86
5.1.1 Logaritmik azalma yöntemi .....	86
5.1.2 Histeritik çevrim yöntemi .....	88
5.2 Önerilen Damper Konseptleri .....	89
<b>6. SONUÇ VE ÖNERİLER</b> .....	<b>103</b>
<b>KAYNAKLAR</b> .....	<b>105</b>
<b>EKLER</b> .....	<b>109</b>



## **KISALTMALAR**

<b>ROTAM</b>	: Rotorlu Hava Araçları Tasarım ve Mükemmeliyet Merkezi
<b>İTÜ</b>	: İstanbul Teknik Üniversitesi
<b>HTH</b>	: Hafif Ticari Helikopter
<b>SE</b>	: Sonlu Elemanlar



## ÇİZELGE LİSTESİ

### Sayfa

Çizelge 4.1 : İTÜ-HTH palasının doğal frekansları. ....	61
Çizelge 4.2 : Rotor hızı ile değişen palanın düzlem içi birinci modunun frekansı....	61
Çizelge 4.3 : Palanın eşdeğer mafsal ve eşdeğer kütleli atalet değerleri. ....	62
Çizelge 4.4 : İTÜ-HTH palasının kütle dağılımı. ....	63
Çizelge 4.5 : Deutsch kriterine göre hesaplanan pala ve gövde sönüm oranlarının çarpım değerleri.....	67
Çizelge 4.6 : Done kriterine göre hesaplanan pala ve gövde sönüm oranlarının çarpım değerleri.....	70
Çizelge 5.1 : Palaya hidrolik damperle sönüm eklendiğinde elde edilen viskoz sönüm oranları.....	93
Çizelge 5.2 : Farklı sönüm katsayılarıyla elde edilen viskoz sönüm oranları. ....	94
Çizelge B. 1: Hidrolik damper kademelerinin, 5 ve 10 mm yer değiştirme durumunda sönüm katsayıları.....	116



## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 1.1 : Helikopter palasındaki mafsalların şematik görünümü.....	1
Şekil 1.2 : Helikopter rotor çeşitleri (a) Mafsallı rotor (b) Menteşesiz rotor (c) Mafsalsız rotor (d) Tahterevallı rotor.....	3
Şekil 1.3 : Coleman'ın üç palalı helikopter için kurduğu fiziksel model.....	6
Şekil 2.1 : Rotorun kütle merkezinin, rotorun dönme ekseninden kaymadığı mod şekilleri a) Rotorun müşterek modu b) Rotorun makaslama modu.....	12
Şekil 2.2 : Rotor kütle merkezinin, rotorun dönme ekseninden kaydığı mod şekilleri a) Rotorun ilerleyen b) Rotorun gerileyen düzlem içi modu.....	13
Şekil 2.3 : Dört serbestlik dereceli yer rezonansı modeli [3].	14
Şekil 2.4 : Helikopter palasının kütle merkezi.....	14
Şekil 2.5 : Mafsalsız düzlem içi yumuşak rotorun dönme hızına göre düzlem içi frekansları.....	17
Şekil 2.6 : Mafsallı bir rotorun dönme hızına göre düzlem içi frekansları.....	18
Şekil 2.7 : Helikopter palasının fiziksel modeli.....	19
Şekil 2.8 : Pala üzerinde gövde hareketinden kaynaklanan atalet kuvveti.....	21
Şekil 2.9 : Yer rezonansı modelinin kararsızlık sınırları [10].	26
Şekil 2.10 : Pala sönümü ile gövde sönümünün oranlarının yer rezonansı kararlılık sınırına olan etkisi.....	29
Şekil 2.11 : Yer rezonansı kararlılık-kararsızlık sınırları [22].	30
Şekil 2.12 : Yer rezonansının kararlılık sınırı.....	31
Şekil 2.13 : Palanın düzlem içi modu frekansının kararlılık için gerekli sönüme etkisi.....	34
Şekil 3.1 : Mafsalsız helikopterin yer rezonansı modeli.....	36
Şekil 3.2 : Palanın kanat çırpma hareketi.....	37
Şekil 3.3 : Palanın düzlem içi hareketi.....	38
Şekil 3.4 : P noktasının koordinatlar üzerinde gösterimi. $X_1Y_1Z_1$ :dönmeyen eksen takımı, xyz: Rotor ile beraber dönen eksen takımı.....	39
Şekil 3.5 : Helikopter gövdesinin hareket denklemleri.....	48
Şekil 3.6 : Pala kesidi üzerinde ortaya çıkan aerodinamik kuvvet bileşenleri.....	54
Şekil 4.1 : Eşdeğer kütle ve direngenlik hesabı.....	58
Şekil 4.2 : Helikopter gövdesinin deneysel ve SE sonuçlarının karşılaştırılması (a)Yunuslama modu (b)Yuvarlanma modu.....	59
Şekil 4.3 : İTÜ-HTH palası.....	59
Şekil 4.4 : Palanın esnek kökü: a)yan görünüş, b)üst görünüş c)elastik kökün bileşenleri.....	60
Şekil 4.5 : Mafsalsız palanın eşdeğer mafsallı pala olarak modellenmesi.....	60
Şekil 4.6 : Gövde ve rotor frekansları üst üste.....	64
Şekil 4.7 : İTÜ-HTH boşken yer rezonansı modelinin frekansları.....	65
Şekil 4.8 : İTÜ-HTH boşken hesaplanan özdeğerlerin reel kökleri.....	65
Şekil 4.9 : İTÜ-HTH doluyken yer rezonansı modelinin frekansları.....	66
Şekil 4.10 : İTÜ-HTH doluyken hesaplanan özdeğerlerin reel kökleri.....	66

<b>Şekil 4.11</b> : İTÜ-HTH boşken Deutsch kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri.....	68
<b>Şekil 4.12</b> : İTÜ-HTH doluyken Deutsch kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri. ....	69
<b>Şekil 4.13</b> : İTÜ-HTH boşken Done kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri.....	70
<b>Şekil 4.14</b> : İTÜ-HTH doluyken Done kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri. ....	71
<b>Şekil 4.15</b> : İTÜ-HTH'nin boşken yunuslama gövde modunda ortaya çıkacak yer rezonansının kararlılığı için gerekli olan gövde ve pala sönümleri.....	72
<b>Şekil 4.16</b> : İTÜ-HTH'nin boşken yuvarlanma gövde modunda ortaya çıkacak yer rezonansının kararlılığı için gerekli olan gövde ve pala sönümleri. ....	72
<b>Şekil 4.17</b> : Yer rezonansında kararlılık için gerekli sönümü belirleyen kriterlerin karşılaştırılması (1.mod). ....	73
<b>Şekil 4.18</b> : Yer rezonansında kararlılık için gerekli sönümü belirleyen kriterlerin karşılaştırılması (2.mod). ....	74
<b>Şekil 4.19</b> : Farklı pala sönümleri için İTÜ-HTH yer rezonansı modelinin reel kökleri (Pala sönüm miktarı: Kırmızı%0,sarı%1,siyah%2,mor%3, yeşil%4 ve turkuaz%5 ). ....	75
<b>Şekil 4.20</b> : Farklı gövde sönümleri için İTÜ-HTH yer rezonansı modelinin reel kökleri (Gövde sönüm miktarı: kırmızı%0,sarı%1,siyah%2, mor%3, yeşil%4 ve turkuaz %5). ....	75
<b>Şekil 4.21</b> : Çarpımları aynı oranları farklı gövde ve pala sönüm oranları (kırmızı:%1 pala%12 gövde sönümü, yeşil:%2 pala%6 gövde sönümü, mor:%6 pala %2 gövde sönümü, siyah:%12 pala %1 gövde sönümü). ..	76
<b>Şekil 4.22</b> : Rotor hızı ile değişen palanın düzlem dışı modlarının frekansları.....	77
<b>Şekil 4.23</b> : Aerodinamik parametreler.....	77
<b>Şekil 4.24</b> : Gövde ve rotor frekansları üst üste.....	78
<b>Şekil 4.25</b> : İTÜ-HTH boşken yer rezonansı modelinin frekansları.....	79
<b>Şekil 4.26</b> : İTÜ-HTH boşken hesaplanan özdeğerlerin reel kökleri. ....	79
<b>Şekil 4.27</b> : İTÜ-HTH doluyken yer rezonansı modelinin frekansları. ....	80
<b>Şekil 4.28</b> : İTÜ-HTH doluyken hesaplanan özdeğerlerin reel kökleri. ....	80
<b>Şekil 4.29</b> : İTÜ-HTH boşken Deutsch kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri. ....	81
<b>Şekil 4.30</b> : İTÜ-HTH boşken Done kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri.....	82
<b>Şekil 4.31</b> : Aerodinamik etkiler.....	82
<b>Şekil 4.32</b> : İTÜ-HTH'nin boşken yunuslama gövde modunda ortaya çıkacak yer rezonansının kararlılığı için gerekli olan gövde ve pala sönümleri.....	83
<b>Şekil 5.1</b> : Sistemin zaman cevabı kullanılarak Logaritmik Azalma Yöntemi ile sönüm miktarının hesaplanması.....	87
<b>Şekil 5.2</b> : Sönümlü tek serbestlik dereceli sistem (a) zorlanmış (b) histeritik çevrim grafiği.....	88
<b>Şekil 5.3</b> : İTÜ-HTH palasının düzlem içi serbest titreşimleri.....	89
<b>Şekil 5.4</b> : Damperin palalar arası bağlantısı. ....	90
<b>Şekil 5.5</b> : İTÜ-HTH palaları arasına damper bağlantısı. ....	91
<b>Şekil 5.6</b> : Önerilen elastomerik damper modeli. ....	92
<b>Şekil 5.7</b> : Helikopter palasının esnek kökü ile rotor göbeği arasına hidrolik damper bağlanması.....	92
<b>Şekil 5.8</b> : Hidrolik sönümleyicinin palaya bağlantısı. ....	94

<b>Şekil 5.9</b> : Hidrolik sönümleyiciler rotor göbeğine oluşturulan çıkıntılara bağlı.....	94
<b>Şekil 5.10</b> : Palanın düzlem içi hareketinin sürtünme kuvvetleriyle sönümlenmesi.	95
<b>Şekil 5.11</b> : Sürtünmeli damper test düzeneği. ....	96
<b>Şekil 5.12</b> : Kuru sürtünmeli tek serbestlik dereceli bir sistemin serbest titreşimleri	97
<b>Şekil 5.13</b> : Sürtünmeli damperde yaylar 2mm sıkıştırılmışken palanın ağırlık merkezinden alınan düzlem içi serbest titreşim hareketi... ..	97
<b>Şekil 5.14</b> : Sürtünmeli damperde yaylar 2mm sıkıştırıldığında elde edilen sönüm oranlarının genliklere bağlı olarak değişimi.....	98
<b>Şekil 5.15</b> : Sürtünmeli damperde yaylar 4mm sıkıştırıldığında elde edilen sönüm oranlarının genliklere bağlı olarak değişimi.....	99
<b>Şekil 5.16</b> : Sürtünmeli damperde yaylar 6mm sıkıştırıldığında elde edilen sönüm oranlarının genliklere bağlı olarak değişimi.....	100
<b>Şekil 5.17</b> : Sürtünmeli damperde yaylar 8mm sıkıştırıldığında elde edilen sönüm oranlarının genliklere bağlı olarak değişimi.....	100
<b>Şekil 5.18</b> : Düzlem içi damper konsepti.....	101
<b>Şekil 5.19</b> : Sürtünmeli damper tasarımının palaya bağlantısı. ....	102
<b>Şekil 5.20</b> : Sürtünmeli damperin kök kısmı. ....	102
<b>Şekil A.1</b> : Dönmeyen eksen takımında rotorun düzlem içi modları (a) $\xi_0$ , (b) $\xi_{1c}$ , (c) $\xi_{1s}$ ,(d) $\xi_d$ .....	112
<b>Şekil A.2</b> : Dönmeyen eksen takımında rotorun düzlem dışı modları (a) $\beta_0$ , (b) $\beta_{1c}$ , (c) $\beta_{1s}$ ,(d) $\beta_d$ .....	113
<b>Şekil B.1</b> : Hidrolik damper test düzeneği. ....	116
<b>Şekil B.2</b> : 3. Kademe 5mm yer değişimi için elde edilen histeritik çevrim ve ortalama sönüm katsayıları.....	117
<b>Şekil B.3</b> : 3. Kademe 5mm yer değişimi için elde edilen histeritik çevrim ve ortalama sönüm katsayıları.....	117
<b>Şekil C.1</b> : P noktasının koordinatlar üzerinde gösterimi. $X_1Y_1Z_1$ :dönmeyen eksen takımı, xyz: Rotor ile beraber dönen eksen takımı.....	119



## SEMBOL LİSTESİ

$a$	: İki boyutlu pala profili taşıma eğrisi eğimi
$b$	: Pala sayısı
$c$	: Pala veter uzunluğu
$c_{gx}, c_{gy}$	: Helikopter gövdesinin eşdeğer sönüm katsayısı
$c_{\xi}$	: Helikopter palasının eşdeğer sönüm katsayısı
$C_X, C_Y$	: Helikopter gövdesinin eşdeğer sönüm katsayısı
$[C]$	: Sönüm matrisi
$dM_x, dM_y$	: Helikopter palasının diferansiyel kesitine gelen diferansiyel moment
$D$	: Dissipasyon/sönüm fonksiyonu
$e$	: Eşdeğer mafsal mesafesi
$EI_x, EI_z$	: Pala kesidinin eğilme rijitlikleri
$f_x, f_z$	: Helikopter palasının diferansiyel kesitine gelen aerodinamik yükler
$F_X, F_Y$	: Rotorun helikopter gövdesine aktardığı kuvvet
$F_X^{(A)}, F_Y^{(A)}$	: Rotordan helikopter gövdesine aktarılan aerodinamik kuvvet
$g$	: Yer çekimi ivmesi
$h$	: Rotor ağırlık merkezinin pivot noktasına uzaklığı
$I$	: Pala kütleli atalet momenti
$k_{\xi}$	: Palanın düzlem içi eşdeğer direngenlik katsayısı
$K_X, K_Y$	: Helikopter gövdesinin eşdeğer direngenlik katsayısı
$[K]$	: Direngenlik matrisi
$L$	: Hareketli eksen takımının sabit eksen takımına göre konumunun vektörel büyüklüğü
$m$	: Birim pala uzunluğunun kütlesi
$m_b$	: Pala kütlesi
$M_{eff}$	: Helikopter gövdesinin pivot noktasına göre eşdeğer kütlesi
$M_{gx}, M_{gy}$	: Helikopter gövdesinin eşdeğer kütlesi
$M_x(r), M_z(r)$	: Pala üzerinde ortaya çıkan moment
$M_x, M_y$	: Helikopter palasının diferansiyel kesitine gelen toplam moment
$M_X, M_Y$	: Rotorun helikopter gövdesine aktardığı moment
$M_X^{(A)}, M_Y^{(A)}$	: Rotordan helikopter gövdesine aktarılan aerodinamik moment
$[M]$	: Kütle matrisi
$\{q\}$	: Genelleştirilmiş koordinat vektörü
$r_p$	: Dönen eksen takımına göre konum
$R$	: Rotor yarıçapı
$S_{\xi}$	: Palanın eşdeğer mafsala göre ilk kütleli eylemsizlik momenti
$T$	: Sistemin kinetik enerjisi
$U_p$	: Rotor düzlemine dik akış hızı
$U_T$	: Rotor düzlemine teğet akış hızı

$V$	: Sistemin potansiyel eneji
$x$	: Helikopter gövdesinin sabit eksen takımına göre konumu
$x_k, y_k$	: $k$ . palanın ağırlık merkezinin dönen eksen takımına göre konumu
$x_r, y_r$	: Rotor kütle merkezinin konumu
$x(r, t)$	: Pala kesitinin dönen eksen takımına göre konumu
$y$	: Helikopter gövdesinin sabit eksen takımına göre konumu
$z(r, t)$	: Pala kesitinin dönen eksen takımına göre konumu
$\alpha$	: Etkin hücum açısı
$\alpha_X, \alpha_Y$	: Rotor göbeğinin X ve Y eksenleri etrafındaki dönme miktarı
$\beta$	: Esnek palanın düzlem dışı serbestlik derecesi
$\beta_p$	: Pala koniklik açısı
$\beta_c, \beta_s$	: Palanın düzlem dışı hareketinin sabit eksen takımına göre koordinatları
$\delta U_p$	: Rotor düzlemine dik akış hızının pertürbasyonu
$\delta U_T$	: Rotor düzlemine teğet akış hızının pertürbasyonu
$\xi$	: Esnek palanın düzlem içi serbestlik derecesi
$\xi_c, \xi_s$	: Palanın düzlem içi hareketinin sabit eksen takımına göre koordinatları
$\xi_k$	: $k$ . palanın dönen eksen takımına göre düzlem içi serbestlik derecesi
$\xi_p$	: Pala süpürme (sweep) açısı
$\eta_\xi, \eta_\beta$	: Esnek palanın düzlem içi ve düzlem dışı mod şekli
$\theta$	: Pala yunuslama açısı
$\lambda$	: İçe akış oranı
$\zeta$	: Palanın düzlem içi sönüm oranı
$\zeta_c$	: Helikopter gövdesinin sönüm oranı
$\zeta_v$	: Vizkos sönüm oranı
$\rho$	: Havanın yoğunluğu
$\sigma$	: Palanın katılığı
$\phi$	: İçe akış nedeniyle toplam akış hızının sapma açısı
$\psi_k$	: $k$ . palanın azimut açısı
$\omega$	: Dönen eksen takımına göre dönme hızı
$\omega_g$	: Helikopter gövdesinin frekansı
$\omega_\xi, \omega_\beta$	: Palanın düzlem içi ve düzlem dışı frekansı
$\Omega$	: Rotor hızı

# BİR HELİKOPTERİN YER REZONANSINA KARŞI İLERİ-GERİ SÖNÜMLEYİCİ TASARIMI

## ÖZET

Bu tez kapsamında helikopterlerde ortaya çıkan yer rezonansı kararsızlığı incelenmiştir. Yer rezonansı, mafsallı ve düzlem içi yumuşak rotorlu helikopterlerde görülebilen, helikopter palalarının düzlem içi hareketlerinin helikopter göbeğinin düzlem içindeki hareketi ile birbirlerine bağlanması sonucu ortaya çıkan bir dinamik kararsızlık türüdür. Helikopter palalarının düzlem içi modlarının bazılarında rotorun kütle merkezi rotorun dönme ekseninden kaçır ve bu kaçıklık helikopter gövdesini helikopter gövdesinin doğal frekansında tahrik eder. Bu durum ortaya çıktığında helikopter gövdesinin hareketi de rotoru tahrik ederek büyük genliklerin oluşmasına neden olur ve helikopter kısa sürede hasar görebilir.

Bu tezde, literatür araştırmasının ardından helikopterlerde ortaya çıkan yer rezonansı kararsızlığını inceleyen dört serbestlik dereceli bir yer rezonansı modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan modelde helikopter palaları rijit kabul edilmiştir. Dört serbestlik dereceli yer rezonansı modelinde iki serbestlik derecesi palaların düzlem içi hareketlerini, diğer iki serbestlik derecesi de gövdenin hareketlerini temsil etmektedir. Kurulan yer rezonansı modeli yardımıyla özdeğer analizleri yapılarak Coleman diyagramı elde edilmiştir. Devamında yer rezonansını ortadan kaldırmak için pala ve gövdeye eklenmesi gereken sönüm oranları hesaplanmıştır.

Tez çalışmasının bir sonraki aşamasında helikopter palası esnek olarak modellenmiş ve altı serbestlik dereceli bir yer rezonansı modeli kurulmuştur. Kurulan modelde iki serbestlik derecesi palanın düzlem içi hareketlerini, iki serbestlik derecesi palanın düzlem dışı hareketlerini ve diğer iki serbestlik derecesi de gövdenin hareketlerini içermektedir. Ayrıca kurulan model, pala üzerine gelen aerodinamik kuvvetlerin etkilerini de içermektedir.

Kurulan modeller kullanılarak İTÜ’de geliştirilmekte olan Hafif Ticari Helikopterin (İTÜ-HTH)- yer rezonansı analizleri gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizlerde İTÜ-HTH’de yer rezonansı kararsızlığının ortaya çıktığı rotor devirleri ve eklenen sönümlerin yer rezonansına olan etkileri incelenmiştir.

Son olarak, İTÜ-HTH palası için düzlem içi ileri-geri damper tasarımları önerilmiş ve önerilen tasarımların palaya sağladığı sönüm oranları deneysel olarak hesaplanıp sonuçlar tartışılmıştır.



# **DESIGN OF LEAD-LAG DAMPER TO AVOID GROUND RESONANCE OF A HELICOPTER**

## **SUMMARY**

In this thesis, the ground resonance instability of helicopters is analyzed. Helicopters with lead-lag hinges or soft in-plane rotors suffer from ground resonance which is a dynamic instability involving the coupling of the blade lead-lag motion with the in-plane motion of the rotor. Some in-plane modes of the can cause eccentricity of the center of gravity of the rotor from rotating axis. This eccentricity excites the helicopter fuselage at helicopter fuselage frequency. When this happens, the helicopter fuselage also excites the rotor and large displacements occur and this may lead to the failure of the helicopter in a short time.

In this thesis, following the literature survey, a model with four degrees of freedom is built to analyze the ground resonance of a helicopter. Helicopter blades are assumed rigid in this model. Two degrees of freedom of this model represent the in-plane motions of the rotor and the other two degrees of freedom of the model represent the fuselage motion. By calculating eigen values of the model, Coleman diagram is obtained. Then, in order to avoid ground resonance related instability, the amount of damping that need to be added to both blades and the fuselage are estimated .

In the next step of this thesis, helicopter blades are considered elastic and a model with six degrees of freedom is built. Two degrees of freedom of this model represent the in-plane motions of the rotor, other two degrees of freedom of the model represent the out-of-plane motions of the rotor and the last two degrees of freedom of the model represent the motion of the fuselage. The effects of the aerodynamic forces are also taken into account in this model.

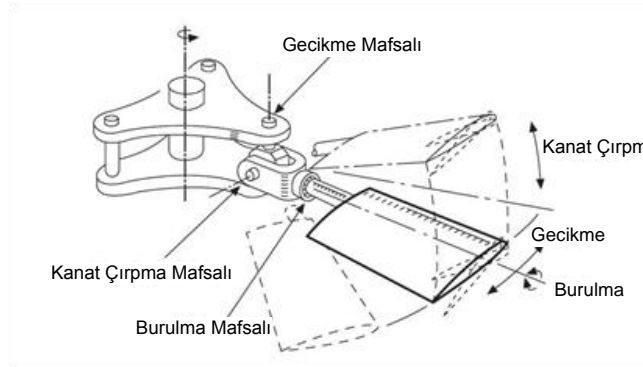
The models developed in this thesis are used to analyze the ground resonance characteristics of the helicopter developed in ITU (also referred to as ITU-HTH). The rotor speeds at which ground resonance may occur and the effects of the damping of the blades and fuselage are examined in the analysis.

Finally some lead-lag damper designs are recommended for the ITU-HTH and damping levels provided by these different design options are determined experimentally and results are discussed.



## 1. GİRİŞ

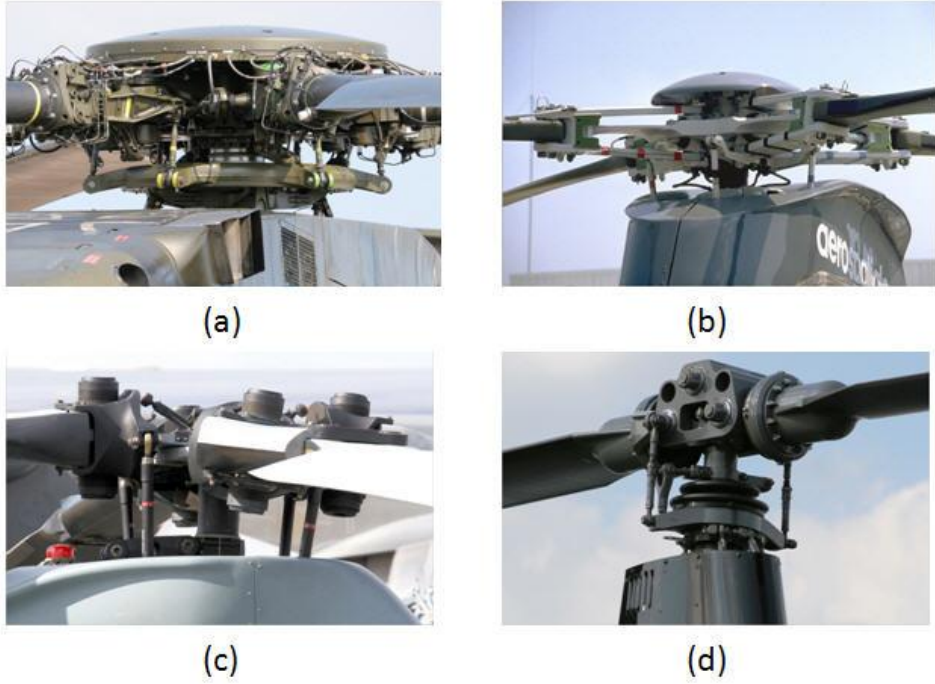
Helikopterler dönen kanatlara sahip, askıda kalabilen ve dönen kanatların düzleminin değiştirilmesi ile ileri, geri ve yana manevralar yapabilen hava araçlarıdır. Helikopterlerin dönen kanatları mekanik, dinamik ve aerodinamik problemler ortaya çıkarmaktadır. İlk helikopterlerde helikopterlerin palaları helikopter göbeğine mafsalsız olarak bağlanmış ve bu tür helikopterlerin palalarının köklerinde yüksek eğilme momentleri ortaya çıkmıştır. Bu durumu iyileştirmek için Renard tarafından 1904 yılında palaların kök kısmına mafsal koyulması önerilmiştir ve 1920'lerin başında ilk mafsalı helikopter üretilmiştir. Kanat çırpma mafsalı sayesinde helikopter palası rahatça kanat çırpma hareketi (flap) yapabilmektedir ve bu sayede palanın kökünde yüksek eğilme momentlerinin oluşmasının önüne geçilmiştir.. Kanat çırpma yönündeki serbestlik, palaların dönen rotor sisteminde hareket edebilmesini sağlamış ve büyük coriolis kuvvetlerinin ortaya çıkmasına sebep olmuştur. Bunun sonucu olarak pala köklerine, rotorun dönme düzleminde harekete serbestlik verebilecek bir mafsala ihtiyaç duyulmuştur. Böylece palaların köklerinde düzlem içi (lag) mafsalı kullanılmaya başlanmıştır. Ayrıca kanatlara hücum açısı verebilmek için üçüncü eksende dönme serbesliğini sağlayan burulma mafsalı pala köklerine eklenmiştir [1]. Şekil 1.1'de şematik olarak mafsallar gösterilmiştir.



**Şekil 1.1** : Helikopter palasındaki mafsalların şematik görünümü.

Helikopterlerde temel olarak dört çeşit rotor kullanılmaktadır. Helikopterlerin rotorlarındaki yataklamalara göre rotor çeşitleri isimlendirilmektedir. Bunlar mafsallı (articulated) rotorlar, menteşesiz (hingless) rotorlar, yataksız (bearingless) rotorlar ve tahterevalli (teetering) rotorlardır [2]. Kanat çırpma, düzlem içi ve burulma mafsallarının üçünün de kullanıldığı rotorlar mafsallı rotorlar olarak isimlendirilir. Günümüzde birçok helikopterde mafsallı rotor kullanılmaktadır (Şekil 1.2.a). Mafsallı rotarlarda kullanılan yataklar oldukça karmaşık ve fazla bakım gerektiren tasarımlar ortaya çıkarmaktadır. Bu yüzden son yıllarda rotarlarda kullanılan yatakları ortadan kaldıracabilecek tasarımlar geliştirilmeye çalışılmaktadır. Palaların helikopter göbeğine kanat çırpma ve düzlem içi mafsalı olmadan, sadece burulma mafsalı kullanılarak bağlandığı rotorlar menteşesiz rotorlar olarak isimlendirilir. Bu tip rotarlarda kanat çırpma ve düzlem içi mafsalının görevini elastik esneyebilen bir yapısal çubuk üstlenir (Şekil 1.2.b). Bu rotorların avantajı rotor göbeklerinin mekanik olarak basit bir yapıda olması, rotor göbeğinde kullanılan parça sayısını ve hava kaynaklı dirençleri azaltması ve nispeten daha rijit olan helikopter rotoru sayesinde helikopter manevra kabiliyetini artırmasıdır [2]. Mafsalsız rotarlarda, menteşesiz rotarlarda kullanılan burulma mafsalı da ortadan kaldırılmaktadır (Şekil 1.2.c). Kanat çırpma, düzlem içi ve burulma mafsalı görevlerinin tamamını, helikopter göbeğinde kullanılan eğilme ve burulma hareketi yapan bir kompozit çubuk üstlenir. Böylece rotor göbeği çok daha basitleştirilmiş olur. Ancak sağladığı avantajların yanında mafsalsız bir rotor tasarımı oldukça zordur ve detaylı analizler gerektirmektedir [2]. Tahterevalli rotorlar iki kanatlı helikopterlerde kullanılırlar. Rotor dönme ekseninde bir yatak ile yataklanırlar ve ve iki kanat birbirinden bağımsız olarak kanat çırpma ve rotor düzleminin içinde hareket edemezler (Şekil 1.2.d).

Helikopter palalarının artan serbestlik dereceleri çeşitli kararsızlık problemlerini ortaya çıkarmaktadır. Bu kararsızlık problemlerinden bir kısmı yalıtılmış bir palanın kararsızlık problemleri olarak ele alınırken, bir kısmı da bağlı rotor gövde kararsızlık problemleri olarak ele alınabilir [3]. Yalıtılmış rotor kararsızlıkları rotor yunuslama-düzlem içi (pitch-lag) kararsızlığı, rotor yunuslama-kanat çırpma çırpınması (pitch-flap flutter), rotor tutunma kaybı çırpınması (stall flutter), rotor pala dalgalanması (blade weaving), rotor kanat çırpma-düzlem içi (flap-lag) kararsızlığı olarak ele alınabilir [1].



**Şekil 1.2 :** Helikopter rotor çeşitleri (a) Mafsalı rotor (b) Menteşesiz rotor (c) Mafsalsız rotor (d) Tahterevalli rotor.

Rotor yunuslama-düzlem içi kararsızlığı, palanın yunuslama ve düzlem içi hareketlerinin birbirine kinematik olarak bağlanması sonucu ortaya çıkan bir kararsızlıktır. Mafsalsız rotorlarda düzlem içi hareketi, mafsalı rotora göre daha az olduğundan bu kararsızlık mafsalsız rotorlarda daha az görülmektedir [1]. Rotor yunuslama-kanat çarpma çarpınması sabit kanatlarda ortaya çıkan eğilme burulma çarpınmasına benzeyen bir kararsızlıktır. Helikopter palının veter uzunluğu boyunca olan kütle merkezinin, normal şartlarda veter uzunluğunun 1/4'üne çakışık olan burulma ekseninden ters tarafa kayması ile ortaya çıkar. Dengeleme kütleleri yardımıyla kütle merkezi ayarlanarak, kontrol rijitliği artırılarak ve helikopter palasına burulma yönünde sönüm sağlanarak kararsızlık durumu iyileştirilebilir [4]. Rotor tutunma kaybı çarpınması, palanın burulma salınımlarını içeren bir kararsızlıktır. Yüksek dinamik tutunma açısına sahip pala profili kullanmak kararsızlığı ortadan kaldırmak için en uygun çözümdür. Pala dalgalanması, pala açıklığı boyunca oldukça rijit ve belli bir koniklik açısına sahip olan tahterevalli rotorlarda görülen hava kaynaklı bir kararsızlık türüdür[1]. Kanat çarpma-düzlem içi kararsızlığı, kanat çarpma hareketi ile düzlem içi hareketinin coriolis ve hava kaynaklı kuvvetler sebebiyle birbirine bağlanması sonucunda ortaya çıkar. Coriolis

veya hava kaynaklı kuvvetlerden herhangi biri olmadığında bu kararsızlık ortaya çıkmaz. Bu yüzden dönmeyen kanatlarda bu kararsızlık görülmez [4]. Bu kararsızlığın ortaya çıkması için, helikopter palasının düzlem içi frekansının dönme hızının %95'inden fazla olması gerekmektedir. Bu yüzden düzlem içi frekansları genellikle bu değerin altında olan mafsallı ve mafsalsız rotorlarda bu kararsızlık problemi pek görülmez. Sabit palalara sahip helikopterler ve genellikle dönme hızının frekansından daha fazla düzlem içi frekansına sahip olan kuyruk rotorlarında ortaya çıkmaktadır [1].

Bağlı (akuple) rotor gövde kararsızlık problemleri, helikopter palalarının hareketlerinin helikopterin gövdesinin hareketleri ile birbirine bağlanması sonucu ortaya çıkan kararsızlıklardır. Helikopterlerde görülen yer rezonansı ve hava rezonansı kararsızlık problemleri bu türden kararsızlık problemleridir. Bu iki kararsızlık problemi palaların düzlem içi modlarının helikopterin gövde modları ile çakışması sonucu ortaya çıkar ve büyük bir benzerlik göstermektedir. Hava rezonansı mafsallı rotorlarda genellikle ortaya çıkmaz. Çünkü palalardaki düşük kanat çırpma direngenliğine bağlı olarak havada asılı duran helikopterin gövde modlarının frekansları da oldukça düşük olur. Böylece hava rezonansının oluşmasında etkili olan palaların düzlem içi modunun doğal frekansları, havada asılı duran helikopterin gövde frekanslarından daha yüksek değerlerde olur ve pala ile gövdenin frekanslarında herhangi bir çakışma meydana gelmez. Helikopter palasının helikopter göbeğine bağlantısı düzlem içinde fazla direngen ise yer rezonansı veya hava rezonansı problemi görülmez. Düzlem içi yumuşak (soft in-plane) rotorlarda diğer bir deyişle düzlem içi frekanslarının dönme hızından düşük olduğu palalara sahip rotorlarda yer rezonansı ve hava rezonansı problemleri görülebilir [5]. Hava rezonansında, yer rezonansından farklı olarak palaların düzlem dışı hareketlerinin gövde hareketleri üzerinde ciddi bir etkisi vardır.

Yer rezonansı, mafsallı ve düzlem içi yumuşak rotorlarda ortaya çıkan, helikopter palalarının düzlem içi hareketlerinin helikopter göbeğinin düzlem içindeki hareketi ile birbirlerine bağlanması sonucu ortaya çıkan bir dinamik kararsızlık türüdür. Kararsızlık probleminin helikopter yerdeyken gerçekleşmesinden dolayı bu kararsızlık yer rezonansı olarak adlandırılmıştır. Merkezkaç etkilerden dolayı rotor hızına bağlı olarak değişen palaların gerileyen düzlem içi modu frekansının, helikopter yerdeykenki gövde modlarının frekansları ile çakışması sonucu ortaya

çıkarak. Helikopterin yer ile teması ortadan kalktığında, yer rezonansının ortaya çıktığı sistem de ortadan kalkmış olur.

Palaların düzlem içi modunun frekansı rotor hızına bağlı olarak değiştiğinden çakışma belli bir rotor devrinde ortaya çıkar. Helikopter rotorunun nominal dönme devrinin %120 yukarısında veya %40 aşağısında olan çakışmalar kabul edilebilir çakışma aralıklarıdır [6]. Düşük devirlerde rotorun kinetik enerjisi daha az olduğundan, büyük genlikli hareketler oluşmadan, düşük frekanslarda rezonansın ortaya çıkması daha uygun olabilir [6]. Mafsallı rotorlarda ortaya çıkan aerodinamik kuvvetlerin yer rezonansına etkisi yapısal kuvvetler ve atalet kuvvetleri ile karşılaştırıldığında çok az bir etkiye sahiptir. Bu yüzden yer rezonansı analizlerinde aerodinamik kuvvetlerin etkisi dikkate alınmayabilir. Aerodinamik etkiler palanın doğal frekansını değiştirirse dikkate alınmalıdır. Ancak mafsalsız rotora sahip helikopterlerde aerodinamik etkileri ve palanın düzlem dışı hareketlerini de içeren daha karmaşık bir model gereklidir [6].

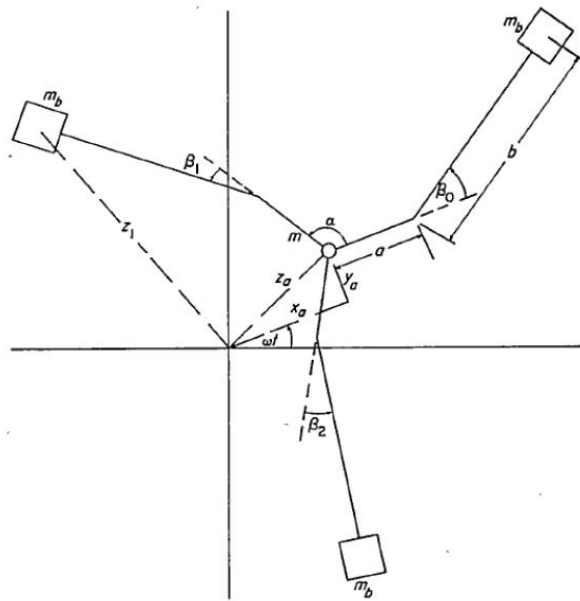
Yer rezonansı kendi kendini besleyen titreşimler grubunda da ele alınmaktadır [7]. Kendi kendini besleyen sistemlerin ortak özelliği sistemin enerji alabileceği bir dış kaynağın varlığı ve sistemin bu kaynaktan enerji alış düzeninin bizzat kendi titreşimlerinde belirleniyor olmasıdır [8]. Yer rezonansı probleminde sistemin hareket denklemleri incelendiğinde sistemi tahrik eden herhangi bir dış kuvvet bulunmazken, sistemin kendi hareketini besleyen kuvvet terimleri hareketin kendisi tarafından meydana gelmektedir [3] ve sistemin enerjisini aldığı kaynak helikopter rotorunu döndüren kaynaktır. Ancak kendi kendini besleyen titreşimlerde olduğu gibi yer rezonansı probleminde sistemin enerjiyi alış düzenini helikopterin gövdesinin ve palalarının hareketleri belirlemektedir. Burada önemli olan bir başka nokta ise yer rezonansının gerçekleşeceği koşullar oluştuğunda, yani helikopter gövdesinin düzlem içi mod şeklinin hareketi ile palaların gerileyen düzlem içi modunun hareketi birbirine bağlandığında, yer rezonansını tetikleyecek uygun bir başlangıç koşulunun ortaya çıkması gerekmesidir. Pratikte bunlar helikopterin maruz kalabileceği bir darbe veya helikopterin eğimli bir yerde çalışmaya başlaması olabilir [9].

## 1.1 Tezin Amacı

Bu çalışmanın iki temel amacı vardır. Bunlardan bir tanesi, literatürde yapılan yer rezonansı çalışmalarını inceleyerek, yer rezonansı matematik modelini mafsallı ve mafsalsız helikopterler için oluşturmaktır. İkinci ana amaç ise geliştirilen modeller yardımıyla ROTAM bünyesinde tasarlanan İTÜ-Hafif Ticari Helikopterin (HTH) yer rezonansı analizlerini yapmak ve helikopter palasında kullanılacak bir sönüm mekanizması tasarlamaktır.

## 1.2 Literatür Özeti

Helikopterlerde yer rezonansı problemi palalarında mafsalların kullanılmaya başlamasıyla ortaya çıkmıştır. İlk başlarda helikopterlerde görülen yer rezonansı kararsızlıklarının hava kaynaklı olduğu düşünülmüştür. Daha sonra mafsallı rotorlarda görülen yer rezonansı R.P. Coleman ve A.M. Feingold tarafından geliştirilmiştir [10]. Coleman ve Feringold çalışmalarında helikopteri, rotor dönüş düzleminde basit bir şekilde modellemişlerdir (Şekil 1.3). Yapılan çalışmada helikopter gövdesinin düzlem içi hareketi için eşdeğer kütle ve direngelik değerleri belirlenmiş, pala ve gövde hareketleri üstel fonksiyonlarla ifade edilerek Lagrange denklemleri yardımıyla sistemin hareket denklemleri elde edilmiştir. Elde edilen hareket denklemlerinin rotor hızına bağlı özdeğerleri elde edilmiştir.



Şekil 1.3 : Coleman'ın üç palalı helikopter için kurduğu fiziksel model.

Daha sonra Deustch [11] yaptığı çalışmalarda Coleman'ın ortaya koyduğu modeli incelemiştir. Sistemin hareketlerinin reel kısımlarının sıfır olduğu zamanki frekans denklemini elde etmiştir. Elde ettiği frekans denklemindeki real ve sanal olan terimleri bir araya toplayarak iki denklem ortaya çıkarmıştır. Bu iki denklemi de sağlayan frekans değerlerinin sistemin kararsızlık bölgesinin sınırlarını oluşturduğunu belirtmiştir. Çalışmasında kararsızlık bölgesinin, sistemin gövdesindeki ve palalarındaki sönüm değerlerinin çarpımları belli bir değerin üstünde olduğunda ortadan kalktığını ortaya koymuştur. Benzer bir çalışmayı daha sonra Horvay gerçekleştirmiştir [12]. Horvay çalışmasında kararsızlık sırasında ortaya çıkacak hareketin genlikleri hakkında da tahminde bulunmuştur.

Bu çalışmaların ardından Hooper da Coleman'ın çalışmasını referans alarak gövde sönümü ile palalardaki sönümün oranlarının kararlılık üzerine olan etkisini incelemiştir [13]. Hooper da sistemin hareketlerinin reel kısımlarının sıfır olduğu zamanki frekans denklemini elde etmiştir. Elde ettiği frekans denklemindeki real ve sanal olan terimleri bir araya toplayarak iki denklem ortaya çıkarmıştır. Bu iki denklemi de sağlayan frekans değerlerinin sistemin kararsızlık bölgesinin sınırlarını oluşturduğunu belirterek, çakışma noktalarının gövde ile palanın sönüm oranlarına da bağlı olduğunu göstermiştir. Hooper yaptığı çalışmanın sonunda palalara eklenen sönümün her zaman kararlılığa olumlu etki yaptığını ancak gövdeye eklenen sönümün sistemdeki kararsızlığı azaltıcı etki yapmasına rağmen kararsızlığın ortaya çıktığı rotor devri aralığının genişlemesine yol açtığı sonucuna ulaşmıştır. Hooper, en iyi sonucun paladaki ve gövdedeki sönüm oranı değerlerinin birbirine yakın olduğunda ortaya çıktığını belirtmiştir.

İlerleyen zamanlarda Donham, Cardinale ve Sachs düzlem içi yumuşak mafsalsız bir rotorda yer ve hava rezonansını incelemiştir [5]. Yapılan çalışmada hava kaynaklı kuvvetler de dikkate alınmış ve bu kuvvetlerin kararsızlık bölgesini değiştirdiğini ortaya koymuşlardır. Hava kaynaklı kuvvetlerin kararsızlık seviyesini iyileştirirken, kararsızlığın ortaya çıktığı rotor hızı aralığını genişlettiği belirtilmiştir. Elde edilen teorik sonuçlar deneysel sonuçlarla örtüşmüştür. Ayrıca mafsalsız rotorun yunuslama-düzlem içi ve yunuslama-kanat çırpma hareketleri arasındaki mekanik bağlılık incelenmiş ve bu bağlılıklardan yararlanarak palalarda mekanik bir sönümleyici kullanmadan hava kaynaklı sönümlerden yararlanarak kararsızlık durumunun iyileştirilebileceği belirtilmiştir. Genel bir sonuç olarak kararsızlığın iki

yolla ortadan kaldırılabileceğine dikkat çekmişlerdir. Bunlardan birincisi mekanik bir damper ya da hava kaynaklı kuvvetlerin yardımıyla helikopter palalarında yeterli sönümün sağlanması, ikincisi ise helikopterin gövde frekansları ile rotorun tahrik frekanslarının birbirinden olabildiğince uzak konumlandırılmasıdır. Donham, Cardinale ve Sachs'ın yaptığı çalışmanın ardından Lytwyn, Miao ve Woitsch de benzer bir çalışma yapmışlar ve mafsalsız bir rotorun hava ve yer rezonansını incelemişlerdir [14]. Bu çalışmanın sonunda da hava kaynaklı sönüm sayesinde yer rezonansının önlenebileceği belirtilmiştir. Bununla beraber helikopterin gövdesinin dikey yöndeki direngenliğini düşürerek yer rezonansı için daha kararlı bir helikopter gövdesi elde edilebileceğini belirtmişlerdir.

Nahas yaptığı çalışmada helikopter gövdesini altı serberbestlik dereceli bir sistem olarak modellemiştir [7]. Çalışmasında mafsallı bir helikopter için hareket denklemlerini hesaplamış, devamında Ellis'in kurduğu menteşesiz rotora sahip bir helikopter modelinin [15] hareket denklemlerini hazır olarak alarak menteşesiz rotora sahip helikopterin yer ve hava rezonansını incelemiştir.

Jang ve Chopra yaptıkları çalışmada mafsalsız bir helikopterin yer ve hava rezonansını incelemişlerdir [16]. Mafsalsız rotor palası sonlu elemanlar formülasyonu ve helikopter gövdesi beş serbestlik derecesi ile modellenmiştir. Yer rezonansını etkileyen en önemli parametrenin palanın düzlem içi frekansı olduğunu ve palanın yunuslama-düzlem içi bağıllığı ile palaya yunuslama hareketi veren çubukların da hava rezonansında önemli etkiye sahip olduklarını belirtmişlerdir.

Ormiston daha önceden yaptığı çalışmaları tekrar gözden geçirerek mesnetsiz rotorlu bir helikopterin yer ve hava rezonansını incelemiştir [17]. Ormiston çalışmasında rotorun kanat çırpma hareketi ile helikopter gövdesinin hareketi arasındaki bağıllıktan dolayı rotor aerodinamiğinin yer rezonansı ve hava rezonansında önemli bir etkiye sahip olduğunu belirtmiştir. Çalışmasında yer rezonansı ile hava rezonansının benzerliğine dikkat çekmiş iki model arasında sadece helikopter gövdesinin direngenliğinin farklı ele alındığını göstermiştir. Ayrıca palanın üzerindeki aerodinamik ve atalet kuvvetlerinin oranını gösteren Lock sayısının artmasının yer rezonansı kararsızlığını iyileştirdiği, vakum ortamında mafsalsız rotolarda gerileyen düzlem içi modu ile gerileyen kanat çırpma modunun

çakışmasının çok küçük bir kararsızlık yarattığını, ancak bu kararsızlığın hava kaynaklı sönümler sayesinde kolaylıkla ortadan kalktığı sonucuna ulaşmıştır.

Smith ve Chopra mafsalsız kompozit palalı bir helikopterin hava ve yer rezonansı üzerine yaptıkları çalışmalarda palanın elastik bağlılığının yer rezonansı üzerine olan etkisini araştırmışlardır [18]. Helikopter palasındaki negatif yunuslama-kanat çırpma bağlılığının yer rezonansına olumsuz etkisi olduğunu, bununla birlikte yunuslama kanat-çırpma ve kanat boyunca uzama-burulma (extension-torsion) bağlılığı olan rotorlarda taşımanın artırılmasının yer rezonansına olumlu bir etkisinin olduğunu göstermişlerdir. Rotordaki yunuslama-düzlem içi bağlılığının ise hem kararsızlığı hem de kararsızlığın olduğu rotor hızı aralığını arttırdığı belirlenmiştir.

King ise herhangi bir damper kullanmadan esnek pala kökünün nonlineerliği sayesinde yer rezonansı kararsızlığının önlenebileceğini göstermiştir [19]. Helikopter pala frekansının genliklerle değişmesinden yararlanarak yaptığı çalışmada, palanın genlikler arttıkça değişen düzlem içi frekansı gerileyen titreşim modunun frekansını da değiştirerek çakışma olmasını önlemektedir. Bu çalışmada dinamik hareketlerde herhangi bir sönümlenme yapılmamıştır. Frekans çakışması ortaya çıktığı sırada, frekansları kaydırarak palaya ya da helikopter gövdesine zarar verecek genliklerin oluşmasının önlenebileceği gösterilmiştir.

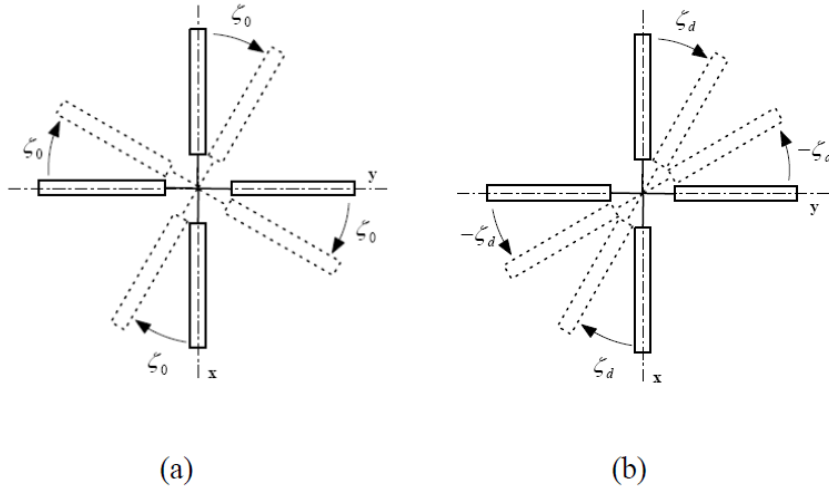


## **2. MAFSALLI ROTORA SAHİP HELİKOPTERLER İÇİN YER REZONANSI MODELİ**

Bu bölümde öncelikle iki gövde serbestlik derecesine sahip dört palli bir rotorun yer rezonansı modeli kurulmuştur. Devamında kurulan yer rezonansı modelinin özdeğer analizi için yöntemler anlatılmıştır. Ardından yer rezonansı modelinin kararsız olduğu durumlarda gerekli sönümün belirlenmesiyle ilgili bilgiler verilmiş ve son olarak da helikopter rotor sisteminin gerileyen ve ilerleyen düzlem içi modlarının yer rezonansı açısından birbiriyle farkı açıklanmıştır.

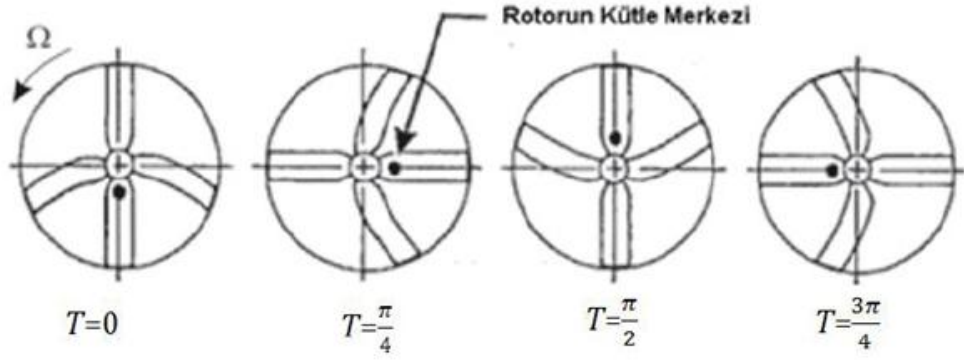
### **2.1 Dört Palalı Helikopterin Yer Rezonansı Modeli**

Pala sayısı üç veya üçün üzerinde olan ve rotorun düzlem içindeki düzlem içi frekansı rotor dönme hızının ( $1\Omega$ 'nın) altında olan helikopterlerde yer rezonansı kararsızlığı görülebilir. Mafsallı rotora sahip bir helikopterin basit bir yer rezonansı modeli oluşturulduğunda, modelin serbestlik dereceleri rotorun dönme düzleminin içindeki bazı rotor modları ile helikopter gövdesinin düzlem içindeki modlarından meydana gelir [20]. Helikopter gövdesinin rotorun dönme düzlemindeki modları düşünüldüğünde gövdenin hareketleri aslında gövdenin yunuslama ve yuvarlanma hareketlerinden kaynaklanmaktadır. Rotorun modları ele alınacak olursa, modlardan bazıları rotorun kütle merkezinin rotorun dönme ekseninden kaymasına neden olduğu görülür. Eğer palaların düzlem içi hareketleri aynı fazda ise veya faz farkının olduğu bazı durumlarda rotor sisteminin kütle merkezinde herhangi bir kaçıklık oluşmaz (Şekil 2.1).

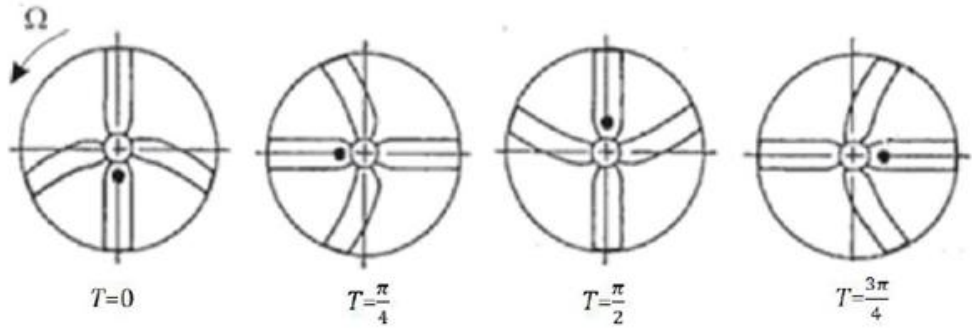


**Şekil 2.1 :** Rotorun kütle merkezinin, rotorun dönme ekseninden kaymadığı mod şekilleri a) Rotorun müşterek modu b) Rotorun makaslama modu.

Palaların düzlem içi hareketindeki faz kaymaları bazı durumlarda rotorun kütle merkezinin dönme ekseninden kaymasına neden olabilir (Şekil 2.2). Bu durumda palaların atalet kuvvetleri helikopter gövdesi üzerine salınımlı kuvvetler uygulamış olur. Rotorun kütle merkezinin rotorun dönme eksenini etrafındaki dönüş hareketi, rotorun dönme yönü ile aynı yönde ise rotorun bu moduna ilerleyen düzlem içi modu denir (Şekil 2.2.a). Rotorun kütle merkezinin rotorun dönme eksenini etrafındaki dönüş hareketi, rotorun dönme yönü ile ters yönde ise rotorun bu moduna da gerileyen düzlem içi modu denmektedir (Şekil 2.2.b). Bu iki mod şeklinden gerileyen düzlem içi modunun frekansı ile helikopter gövdesinin frekansının çakıştığı rotor hızında kararsızlık ortaya çıkabilmektedir. Bununla beraber frekansların çakıştığı rotor hızında palanın düzlem içi frekansı rotor hızından daha yüksek olduğunda veya helikopter gövdesinin frekansı ile rotorun ilerleyen düzlem içi modunun frekansı çakıştığında herhangi bir kararsızlık durumu ortaya çıkmaz.



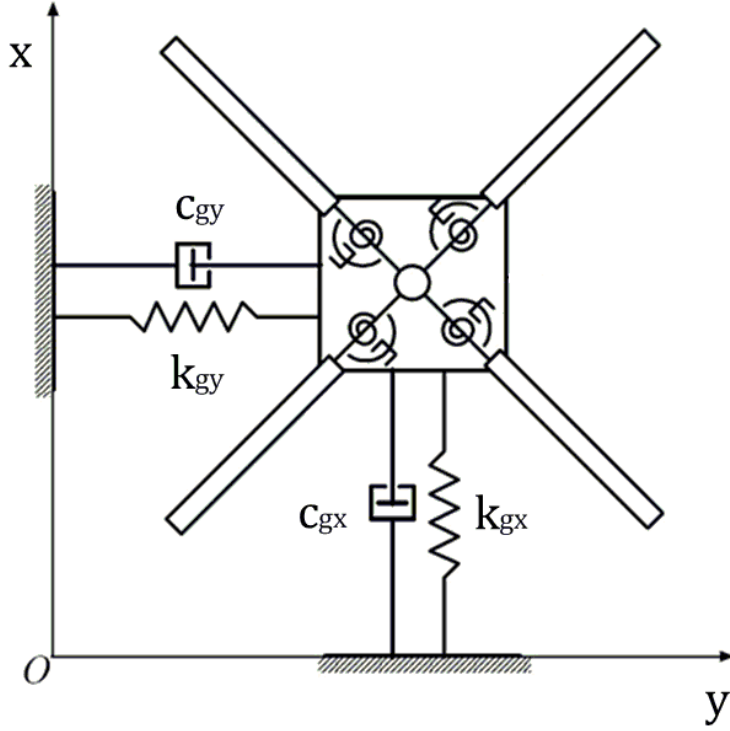
(a)



(b)

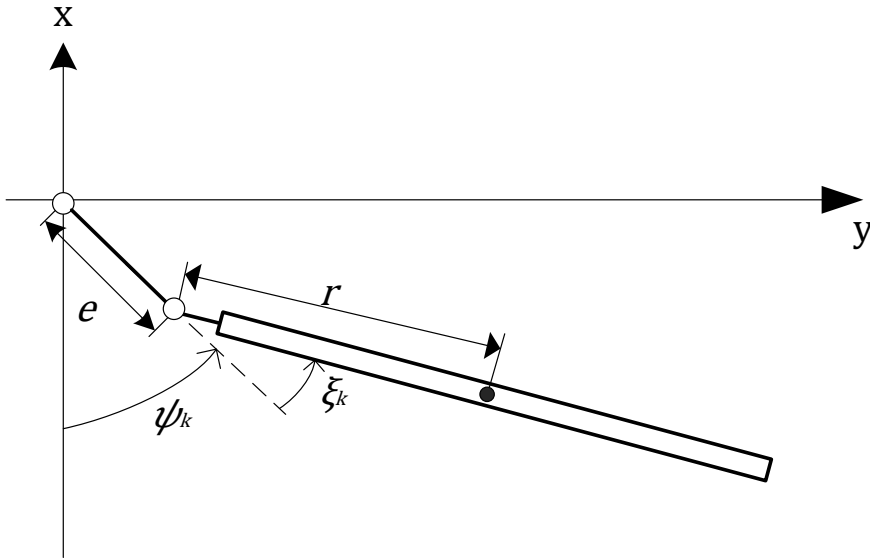
**Şekil 2.2 :** Rotor kütle merkezinin, rotorun dönme ekseninden kaydığı mod şekilleri  
a) Rotorun ilerleyen b) Rotorun gerileyen düzlem içi modü.

Yer rezonansının iki gövde serbestliği içeren basit bir modeli Şekil 2.3'te gösterilmiştir. Modelde gösterilen  $k_x$  ve  $k_y$  değerleri helikopter gövdesinin iki modu için eşdeğer direngenlik katsayısı değerlerini,  $c_x$  ve  $c_y$  değerleri ise aynı modlar için eşdeğer sönüm katsayısı değerlerini temsil etmektedir.



Şekil 2.3 : Dört serbestlik dereceli yer rezonansı modeli [3].

Yer rezonansında tahrik kuvvetini oluşturan kuvvetlerin daha iyi anlaşılabilmesi ve sistemin hareket denklemlerini çıkarabilmek için ilk olarak izole bir palanın hareketine bakılabilir (Şekil 2.4). Burada ilk olarak helikopter palalarının düzlem içindeki hareketleri sonucunda ortaya çıkan kütle kaçıklığının, düzlem içindeki hareketi incelenecektir. Daha sonra helikopter palasının hareket denklemleri ve ardından Şekil 2.3'teki yer rezonansı modelinin hareket denklemleri elde edilecektir.



Şekil 2.4 : Helikopter palasının kütle merkezi.

Helikopterin  $k$ . palasının kütle merkezinin yeri (2.1) ve (2.2) denklemleriyle gösterilebilir. Burada  $e$  düzlem içi mafsalsının rotorun dönme ekseninden uzaklığını,  $r$  palanın kütle merkezinin düzlem içi mafsalsından olan mesafesini,  $\psi_k$  azimut açısını,  $\xi_k$  palanın düzlem içi mafsalı etrafındaki küçük açısal hareketini göstermektedir.

$$x_k = -e \cos\psi_k - r \cos(\psi_k + \xi_k) \quad (2.1)$$

$$y_k = e \sin\psi_k + r \sin(\psi_k + \xi_k) \quad (2.2)$$

$\xi_k$  değerinin çok küçük olduğu kabulüyle (2.1) ve (2.2) denklemlerini düzenleyerek tekrar yazarsak:

$$x_k = -(e + r)\cos\psi_k + r\xi_k\sin\psi_k \quad (2.3)$$

$$y_k = (e + r)\sin\psi_k + r\xi_k\cos\psi_k \quad (2.4)$$

Pala sayısı  $b$  olan bir rotor sisteminin kütle merkezinin koordinatları, her palanın kütle merkezi koordinatlarının toplamının pala sayısına bölünmesi ile hesaplanabilir. Böylece rotorun kütle merkezinin  $x$  koordinatı,

$$x_r = -\frac{e + r}{b} \sum_{k=1}^b \cos\psi_k + \frac{r}{b} \sum_{k=1}^b \xi_k \sin\psi_k \quad (2.5)$$

(2.5) denlemindeki ilk terim, palalar arasında  $90^\circ$  faz farkı olduğu düşünülürse, sıfıra eşit olur ve

$$x_r = (r/b) \sum_{k=1}^b \xi_k \sin\psi_k \quad (2.6)$$

Benzer şekilde rotorun kütle merkezinin  $y$  koordinatı,

$$y_r = (r/b) \sum_{k=1}^b \xi_k \cos\psi_k \quad (2.7)$$

şeklinde hesaplanabilir.

Palanın düzlem içindeki salınım frekansının  $\kappa\Omega$  olduğu düşünülürse, (bu durumda  $\kappa$  rotor hızına göre normalize edilmiş palanın düzlem içi frekansı olur) palanın düzlem içindeki hareketi denklem (2.8)'deki gibi olur.

$$\xi_k = \xi_0 \cos \kappa \psi_k \quad (2.8)$$

(2.8) denklemindeki ifade (2.6) denkleminde yerine konup düzenlenirse (2.9) denklemini elde edilir.

$$\begin{aligned} x_r &= \left(\frac{r\xi_0}{b}\right) \sum_{k=1}^b \cos \kappa \psi_k \sin \psi_k = \\ &= (r\xi_0/2b) \sum_{k=1}^b [\sin(\kappa + 1) \psi_k - \sin(\kappa - 1) \psi_k] \\ &= \frac{r\xi_0}{2b} \left[ A_1 \sin \left( (\kappa + 1) \left( \psi + \frac{b-1}{b} \pi \right) \right) \right. \\ &\quad \left. - A_2 \sin \left( (\kappa - 1) \left( \psi + \frac{b-1}{b} \pi \right) \right) \right] \quad (2.9) \end{aligned}$$

Burada  $A_1$  ve  $A_2$  ifadeleri şu şekildedir:

$$A_1 = \frac{\sin(\kappa + 1)\pi}{\sin[(\kappa + 1)\pi/b]}$$

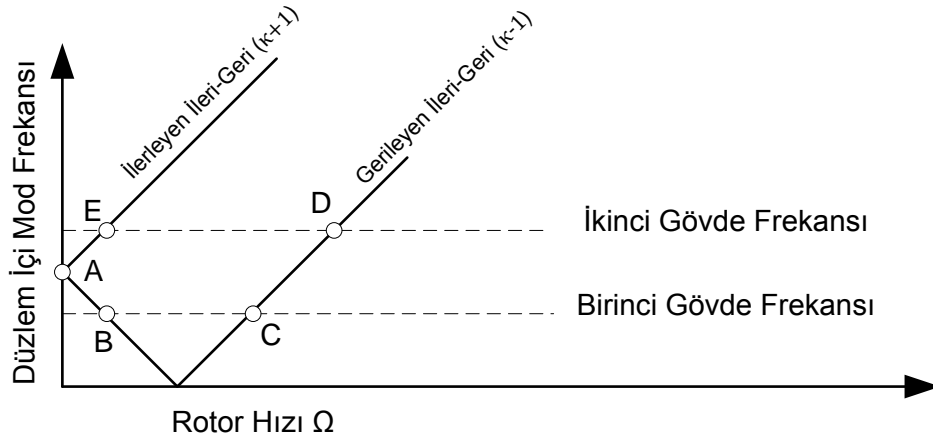
$$A_2 = \frac{\sin(\kappa - 1)\pi}{\sin[(\kappa - 1)\pi/b]}$$

Benzer şekilde rotor kütle merkezinin  $y$  koordinatı (2.10) denkleminde verilmiştir gibidir.

$$\begin{aligned} y_r &= \frac{r\xi_0}{2b} \left[ A_1 \cos \left( (\kappa + 1) \left( \psi + \frac{b-1}{b} \pi \right) \right) \right. \\ &\quad \left. + A_2 \cos \left( (\kappa - 1) \left( \psi + \frac{b-1}{b} \pi \right) \right) \right] \quad (2.10) \end{aligned}$$

(2.9) ve (2.10) denklemlerinden görüldüğü gibi helikopter rotorunun kütle merkezinin, helikopter gövdesi etrafındaki hareketi iki mod içerir. Bunlardan

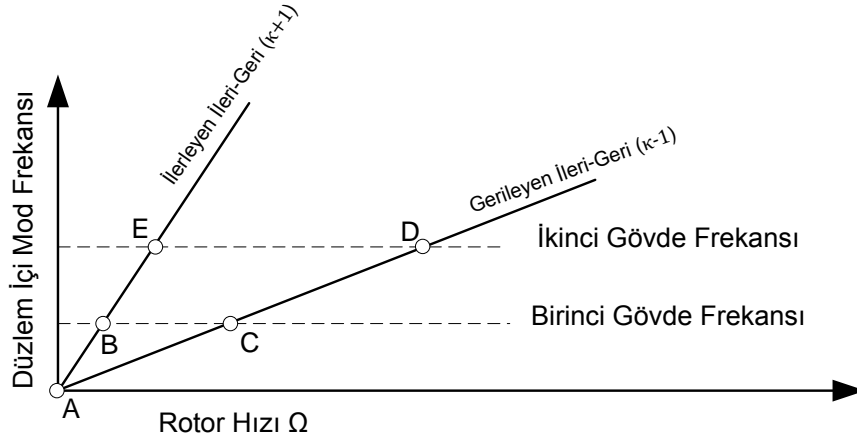
birincisinin genliği  $r\xi_0 A_1/2b$  ve frekansını  $(\kappa+1)\Omega$  değerinin genliği  $r\xi_0 A_2/2b$  ve frekansını  $(\kappa-1)\Omega$ 'dir. Frekansını değerine göre daha büyük olan  $(\kappa+1)\Omega$  frekansına sahip moda ilerleyen düzlem içi modu, daha küçük olan  $(\kappa-1)\Omega$  frekansına sahip moda gerileyen düzlem içi modu denir. İlerleyen düzlem içi modunun hareketine bakıldığında her zaman dönme frekansının üstünde bir frekansa sahiptir ve rotorun dönüş yönü ile aynı yöndedir. Diğer modun hareketine bakıldığında ise rotorun dönüş yönü ile aynı yönde veya farklı yönde olabilir. Bu ikinci modun hareket yönü  $(\kappa-1)$  değerinin negatif veya pozitif olmasına bağlıdır.  $(\kappa-1)$  değerinin negatif olduğu durumda, modun hareketinin dönme yönü rotorun dönüş yönünün tersi yönde olur. Şekil 2.5'te mafsalsız bir rotor için, Şekil 2.6'da ise mafsallı bir rotor için gerileyen düzlem içi ve ilerleyen düzlem içi modlarının frekansları rotor hızına bağlı olarak çizilmiştir.



**Şekil 2.5 :** Mafsalsız düzlem içi yumuşak rotorun dönme hızına göre düzlem içi frekansları.

Şekil 2.5'teki gibi mafsalsız bir rotor incelendiğinde A noktasındaki frekans rotorda herhangi bir dönme hareketi yokken, palanın kendi direngenliğinden kaynaklanan düzlem içi frekansıdır. Bu değer helikopter gövdesinin frekansından düşük ya da daha yüksek olabilir. Burada iki durum hakkında da bilgi verebilmek için helikopter gövde modunun frekanslarından bir tanesi, palanın düzlem içi frekansından yüksek diğer daha düşük seçilmiştir. Paların ilerleyen düzlem içi modunun frekansını ile helikopter gövde modu frekanslarından ikincisi ile E noktasında çakışması herhangi bir kararsızlık problemi oluşturmaz. Paların gerileyen düzlem içi modunun frekansını ile helikopter gövde modu frekanslarından birincisi ile B noktasında çakışması da herhangi bir sorun oluşturmazken C ve D noktalarındaki akışmalarda yer rezonansı ortaya çıkar. Gerileyen düzlem içi moduna bakıldığında ilk başta rotorun dönüş yönü

ile aynı yönde, belli bir rotor hızında sıfıra düşüyor ve ondan sonra ters yönde dönmeye başladığı anlaşılabilir. Grafikte görülen gerileyen düzlem içi modunun frekansındaki artış aslında rotor yönünün tersi yönde bir hareketin frekansının artışıdır.



**Şekil 2.6 :** Mafsallı bir rotorun dönme hızına göre düzlem içi frekansları.

Şekil 2.6'daki gibi mafsallı bir rotor incelendiğinde, rotor hızı olmadığında helikopter palasındaki mafsallardan dolayı, pala kökünde herhangi bir direngenlik ortaya çıkmaz. Dolayısıyla mafsalsız rotordakinin aksine, rotorun sıfır devir hızında palaların düzlem içi modlarının doğal frekansları da sıfırdır. Rotor hızı arttıkça merkezkaç kuvvetler palanın düzlem içi hareketine bir direngenlik kazandırır ve rotor hızıyla beraber palaların, dolayısıyla rotorun, düzlem içi modlarının frekansları artar. Rotorun düzlem içi modlarından ilerleyen düzlem içi modunun frekansı ile helikopter gövdesinin frekansının çakışması herhangi bir kararsızlık yaratmazken, gerileyen düzlem içi modunun gövde frekansı ile çakışması kararsızlık yaratır. Şekil 2.6 ele alındığında B ve E noktalarında kararsızlık durumu gözükmezken C ve D noklarında yer rezonansı görülebilir.

Yer rezonansını incelemek amacıyla kurulan modelin, hareket denklemlerinin elde edilmesine, helikopter palalarının hareket denklemlerinin elde edilmesi ile başlanabilir. Şekil 2.7'deki gibi palanın mafsallandığı noktada  $k_{\xi}$  yay katsayısına sahip bir yay ve  $c_{\xi}$  sönüm katsayısına sahip bir sönüm elemanı içeren helikopter palasının hareket denklemlerini çıkarmak için, sistemin enerji fonksiyonları elde edilerek Lagrange formülasyonu kullanılabilir.

Sistemin enerji fonksiyonlarını elde etmek için palanın kütle merkezinin konumunu yazacak olursak,



$$T = \frac{1}{2}m_b \left[ e^2\Omega^2 + r^2(\Omega + \dot{\xi}_k)^2 + 2er\Omega(\Omega + \dot{\xi}_k)\cos\xi_k \right] + \frac{1}{2}I_m(\Omega + \dot{\xi}_k)^2 \quad (2.14)$$

(2.14) denklemindeki  $(\Omega + \dot{\xi}_k)^2$  ifadelerini bir araya toplarsak (2.15) denklemini elde edilir.

$$T = \frac{1}{2}m_b \left[ e^2\Omega^2 + 2er\Omega(\Omega + \dot{\xi}_k)\cos\xi_k \right] + \frac{1}{2}(I_m + m_b r^2) (\Omega + \dot{\xi}_k)^2 \quad (2.15)$$

(2.15) denklemindeki  $(I_m + m_b r^2)$  ifadesine dikkat edilecek olursa, palanın mafsal noktasına göre kütleli ataleti olduğu görülür. Böylece kinetik enerji denklemi (2.16) şeklinde ifade edilebilir. Burada  $I$  palanın mafsal noktasına göre kütleli atalet momentini göstermektedir.

$$T = \frac{1}{2}m_b \left[ e^2\Omega^2 + 2er\Omega(\Omega + \dot{\xi}_k)\cos\xi_k \right] + \frac{1}{2}I (\Omega + \dot{\xi}_k)^2 \quad (2.16)$$

(2.16) denklemindeki  $(\Omega + \dot{\xi}_k)^2$  ifadesini açarak yazarsak (2.17) ifadesi elde edilir.

$$T = \frac{1}{2}m_b \left[ e^2\Omega^2 + 2er\Omega(\Omega + \dot{\xi}_k)\cos\xi_k \right] + \frac{1}{2}I(\Omega^2 + 2\Omega\dot{\xi}_k + \dot{\xi}_k^2) \quad (2.17)$$

Sistemin potansiyel enerjisi ise (2.18) denklemini ile ifade edilebilir.

$$V = \frac{1}{2}k_\xi \xi_k^2 \quad (2.18)$$

Sistemin dissipasyon/sönüm fonksiyonu da aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$D = \frac{1}{2}c_\xi \dot{\xi}_k^2 \quad (2.19)$$

(2.17), (2.18) ve (2.19) denklemleri (2.20) ifadesindeki Lagrange denkleminde yerine koyularak sistemin hareket denklemi (2.21) elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial \xi_k} + \frac{\partial V}{\partial \xi_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\xi}_k} = 0 \quad (2.20)$$

$$I\ddot{\xi}_k + c_\xi \dot{\xi}_k + (k_\xi + m_b e r \Omega^2) \xi_k = 0 \quad (2.21)$$

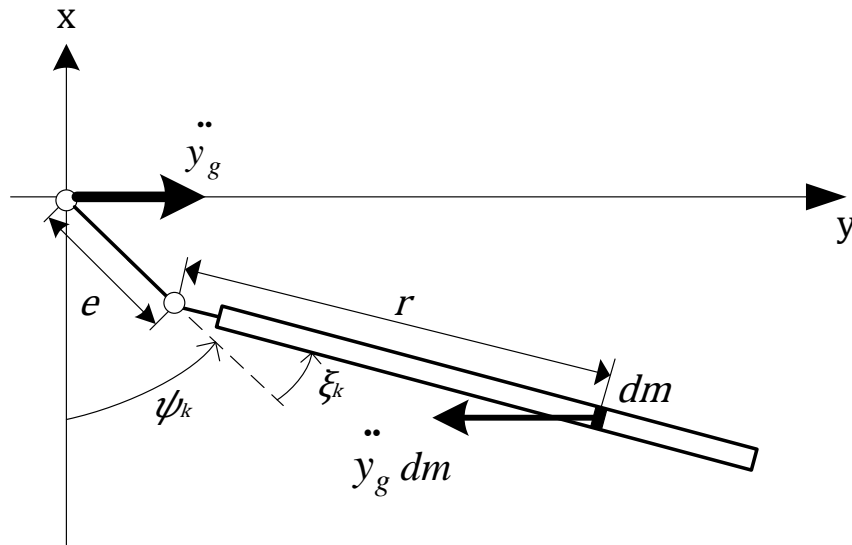
Helikopterin sadece gövdesi düşünüldüğünde sistemin hareket denklemleri, Şekil 2.3'teki yer rezonansı modelindeki gibi x ve y yönünde serbestlik derecesine sahip basit kütle yay damper sisteminin hareket denklemleri gibi yazılabilir. (2.22) ve (2.23) denklemlerinde helikopter gövdesinin hareket denklemleri yazılmıştır. Burada  $M_{gx}$  helikopter gövdesinin x yönündeki eşdeğer kütlesi,  $M_{gy}$  y yönündeki eşdeğer kütesini göstermektedir.

$$M_{gx}\ddot{x} + c_{gx}\dot{x} + k_{gx}x = 0 \quad (2.22)$$

$$M_{gy}\ddot{y} + c_{gy}\dot{y} + k_{gy}y = 0 \quad (2.23)$$

Yer rezonansı modelinde gövdenin hareketlerinin palaların hareketlerine olan etkisi, palaların hareketlerinin ise gövdenin hareketlerine olan etkisi incelenmelidir. Aynı ayrı düşünülen helikopter gövde ve pala modelleri, rotor dönme ekseninden birbirine bağlanırsa ve (2.21) ifadesinin sağ tarafına gövdenin hareketinden dolayı palaya gelen yükler, (2.22) ve (2.23) denklemlerinin sağ taraflarına ise paladan dolayı helikopter gövdesine gelen yükler eklenirse yer rezonansı modeli kurulmuş olur.

İlk olarak kurulan modelde gövdenin y yönündeki hareketinin pala üzerine olan etkisi incelenecektir. Şekil 2.8'de gövdenin ivmesinin, pala üzerindeki bir elemanda meydana getirdiği  $y_g dm$  atalet kuvveti gösterilmektedir [1].



Şekil 2.8 : Pala üzerinde gövde hareketinden kaynaklanan atalet kuvveti.

Helikopter gövdesinin y yönündeki hareketinden dolayı ortaya çıkan atalet kuvvetlerinin, mafsal noktasında ortaya çıkaracağı moment (2.24) denklemindeki gibidir (Bu denklemde  $\xi_k$  küçük olduğundan  $\dot{y}\xi_k$  çarpımı ihmal edilmiştir).

$$M_y = \int_{eR}^R r\dot{y} \cos(\psi_k + \xi_k) dm = -m_b r\dot{y} \cos\psi_k \quad (2.24)$$

Benzer şekilde helikopter gövdesinin x yönündeki hareketinden dolayı ortaya çıkan atalet kuvvetlerinin, mafsal noktasında ortaya çıkaracağı moment aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$M_x = \int_{eR}^R r\dot{x} \sin(\psi_k + \xi_k) dm = m_b r\dot{x} \sin\psi_k \quad (2.25)$$

(2.21) denkleminin sağ tarafına (2.24) ve (2.25) denklemleri eklenerek  $k$ . palanın hareket denklemi elde edilmiş olur.

$$I\ddot{\xi}_k + c_\xi \dot{\xi}_k + (k_\xi + m_b er\Omega^2)\xi_k = -m_b r\dot{y} \cos\psi_k + m_b r\dot{x} \sin\psi_k \quad (2.26)$$

Bir pala için elde edilmiş (2.26) denklemi bütün palaları içine katarak daha genel bir halde (2.28)'deki gibi yazılabilir.

$$\sum_{k=1}^b [I\ddot{\xi}_k + c_\xi \dot{\xi}_k + (k_\xi + m_b er\Omega^2)\xi_k] = \sum_{k=1}^b [-m_b r\dot{y}(\cos\psi_k) + m_b r\dot{x}(\sin\psi_k)] \quad (2.27)$$

Rotor sisteminin kütle merkezinin hareketi (2.6) ve (2.7) denklemlerinde hesaplanmıştı. (2.22) denkleminin sağ tarafına rotor sisteminin uyguladığı x yönündeki atalet kuvvetini, (2.23) denkleminin sağ tarafına ise rotor sisteminin y yönünde uyguladığı atalet kuvvetlerini yazarsak (2.28) ve (2.29) denklemleri elde edilir.

$$M_{gx}\ddot{x} + c_{gx}\dot{x} + k_{gx}x = -bm_b\ddot{x}_r$$

$$\begin{aligned}
M_{gx}\ddot{x} + c_{gx}\dot{x} + k_{gx}x \\
= rm_b \sum_{k=1}^b [\ddot{\xi}_k \sin\psi_k + 2\Omega\dot{\xi}_k \cos\psi_k - \Omega^2\xi_k \sin\psi_k] \quad (2.28)
\end{aligned}$$

$$M_{gy}\ddot{y} + c_{gy}\dot{y} + k_{gy}y = -bm_b\ddot{y}_r$$

$$\begin{aligned}
M_{gy}\ddot{y} + c_{gy}\dot{y} + k_{gy}y \\
= rm_b \sum_{k=1}^b [\ddot{\xi}_k \cos\psi_k - 2\Omega\dot{\xi}_k \sin\psi_k - \Omega^2\xi_k \cos\psi_k] \quad (2.29)
\end{aligned}$$

(2.27), (2.28) ve (2.29) denklemlerine aslında yer rezonansı modelinin hareket denklemleri olarak bakılabilir. Ancak denklemler zamanla periyodik olarak değişen terimler içermektedir. Bu yüzden denklemlere Fourier koordinat dönüşümü uygulanır. Fourier koordinat dönüşümü ve kullanımıyla ilgili ayrıntılı bilgi EK A.1’de verilmiştir.

Uygulanan Fourier dönüşümü sonucunda yer rezonansı modelinin hareket denklemleri (2.30), (2.31), (2.32) ve (2.33) denklemlerindeki gibi elde edilir. Burada  $\xi_c$  ve  $\xi_s$  Fourier dönüşümü sonrasında elde edilen modal düzlemde rotorun kütle merkezinin serbestlik derecelerini gösterir.

$$M_{gx}\ddot{x} + c_{gx}\dot{x} + k_{gx}x - \frac{m_b r b}{2} \ddot{\xi}_s = 0 \quad (2.30)$$

$$M_{gy}\ddot{y} + c_{gy}\dot{y} + k_{gy}y + \frac{m_b r b}{2} \ddot{\xi}_c = 0 \quad (2.31)$$

$$\frac{b}{2} [I\ddot{\xi}_c + c_\xi \dot{\xi}_c + (k_\xi + \Omega^2(m_b e r - I))\xi_c + 2I\Omega\dot{\xi}_s + c_\xi \Omega \xi_s + m_b r \ddot{y}] = 0 \quad (2.32)$$

$$\frac{b}{2} [I\ddot{\xi}_s + c_\xi \dot{\xi}_s + (k_\xi + \Omega^2(m_b e r - I))\xi_s + 2I\Omega\dot{\xi}_c + c_\xi \Omega \xi_c + m_b r \ddot{x}] = 0 \quad (2.33)$$

Elde edilen denklemlere bakıldığında iki adet gövde için ve dört adet de rotor sistemi için olmak üzere toplam altı serbestlik dereceli model, Fourier koordinat dönüşümü sonrasında modal düzlemde dört serbestlik derecesi ile aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} M_{gx} & 0 & 0 & -\frac{mrb}{2} \\ 0 & M_{gy} & \frac{mrb}{2} & 0 \\ 0 & \frac{mrb}{2} & \frac{b}{2}I & 0 \\ -\frac{mrb}{2} & 0 & 0 & \frac{b}{2}I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\xi}_c \\ \ddot{\xi}_s \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} c_{gx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{gy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b}{2}c_\xi & \frac{b}{2}(2I\Omega) \\ 0 & 0 & -\frac{b}{2}(2I\Omega) & \frac{b}{2}c_\xi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\xi}_c \\ \dot{\xi}_s \end{Bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} k_{gx} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{gy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{b}{2}[k_\xi + \Omega^2(mer - I)] & \frac{b}{2}c_\xi\Omega \\ 0 & 0 & -\frac{b}{2}c_\xi\Omega & \frac{b}{2}[k_\xi + \Omega^2(mer - I)] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ \xi_c \\ \xi_s \end{Bmatrix} = \{0\}
\end{aligned} \tag{2.34}$$

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{0\} \tag{2.35}$$

## 2.2 Özdeğer Analizi

Elde edilen denklemler incelendiğinde matrislerin rotorun dönme hızına bağlı olduğu kolaylıkla görülebilmektedir. Her bir rotor hızında sistemin özdeğerlerini hesaplayarak sistemin kararlı veya kararsız olduğu anlaşılabilir ve sistemin doğal frekansları elde edilebilir. Özdeğerlerin reel kısımlarının pozitif olduğu durumlarda sistemin kararsız, negatif olduğu durumlarda ise sistemin kararlı olduğu bilinmektedir. Bununla birlikte özdeğerlerin sanal kısımları sistemin doğal frekans bilgisini içermektedir.

Colemanın [10], yaptığı çalışmada hareket denklemi (2.35)'deki gibi olan bir sistem için önerdiği genel çözüm (2.36)'deki gibidir.

$$\{q\} = \{q_0\}e^{\lambda t} \tag{2.36}$$

Burada  $\lambda = re + i\mu$  gibi reel ve sanal kısımdan oluşan, sistemin özdeğerleridir.  $re$  değeri sistemin kararlı olup olmadığının bir göstergesi,  $\mu$  ise sönümlü doğal frekansdır. Coleman bu noktada şöyle bir çözüme gitmiştir: Sistemin özdeğerlerinin

reel kısmının negatif olduğu yerde sistem kararlıyken, pozitif olduğu yerde kararsızdır. Reel kısmın negatiften pozitive geçtiği durum sistemin kararlılık durumundan kararsızlık durumuna geçtiğinin göstergesidir. Aynı şekilde özdeğerlerin reel kısmının pozitiften negatife geçtiği durum ise sistemin kararsız durumdan kararlı duruma geçtiğinin göstergesidir. Bu sınırları belirlemek için reel kısım sıfır alınarak sistemin karakteristik denklemi (2.37)'daki gibi hesaplanır.

$$(-M\mu^2 + iC\mu + K)\{q_0\} = \{0\} \quad (2.37)$$

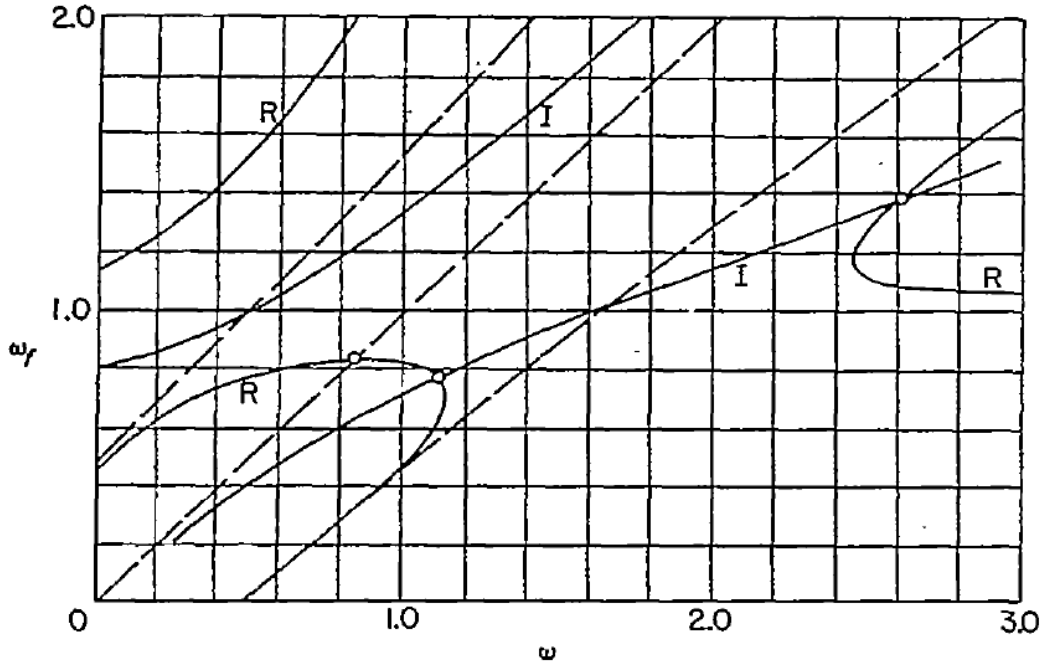
(2.37) denkleminin bir çözümünün olabilmesi için (2.38) determinantının sıfıra eşit olması gerekmektedir.

$$|-M\mu^2 + iC\mu + K| = \{0\} \quad (2.38)$$

(2.38) denkleminin reel ve sanal kısımlarının determinantları sıfıra eşitlenirse aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$|-M\mu^2 + K| = 0 \quad |iC\mu| = 0 \quad (2.39)$$

(2.39)'daki denklemler sistemin doğal frekanslarına ve rotorun dönme hızına bağlıdır. Bu iki denkleminde çözümünün aynı anda sağlanması gerekmektedir. Bu yüzden (2.39)'deki ifadeler rotor hızına bağlı olarak hesaplanıp çizildiğinde kesiştikleri noktalar özdeğerin reel kısmının sıfır olduğu noktalardır ve kararsızlık sınırlarını gösterir. Şekil 2.9'da örnek bir şekil gösterilmiştir. Burada I ile gösterilen eğriler sanal denklemin rotor hızına bağlı çözümleri, R ile gösterilen eğriler ise reel denklemin rotor hızına bağlı çözümleridir.



Şekil 2.9 : Yer rezonansı modelinin kararsızlık sınırları [10].

Coleman'ın kurdurğu üç serbestlik dereceli modelin özdeğer problemini, O'nunda yaptığı gibi kuadratik özdeğer problemi olarak çözmek serbestlik dereceleri arttığında zor bir hal almaktadır. Reel kısımların sifıra eşit olmadığı durumlar hakkında daha fazla fikir sahibi olabilmek için özdeğer analizinde durum değişkenleri yöntemi kullanılması daha uygun bir yöntem olabilir. Bu yöntemde (2.35) denklem takımı (2.40)'daki gibi değişken dönüşümü kullanılarak birinci mertebeden diferansiyel denklem takımına dönüştürülür.

$$\{q\} = \{u_1\}$$

$$\{\dot{q}\} = \{u_2\}$$

(2.40)

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

Sonuca gitmek için hazırlık olarak (2.35) denklemini soldan  $M^{-1}$  ile çarpıp (2.41) denklemindeki gibi yazabiliriz.

$$\{\ddot{q}\} = -[M]^{-1}[C]\{\dot{q}\} - [M]^{-1}[K]\{q\}$$

(2.41)

Buna ek olarak I yer rezonansı modelinin serbestlik derecesi boyutunda bir kare matris olacak şekilde  $\dot{q} = I\dot{q}$  ifadesi yazılabilir. Bu durumda (2.42) denklemi elde

edilebilir. Burada  $[0]_{n \times n}$  sistemin serbestlik derecesi boyutunda bir sıfır kare matristir.

$$\{\dot{u}\} = \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0(n * n) & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

Böylece özdeğer problemi (2.43) denklemine dönüşür. Burada A matrisine sistem matrisi adı verilir.

$$\{\dot{u}\} = [A]\{u\} \quad (2.43)$$

Bu birinci mertebeden matris diferansiyel denklemi için (2.44)'deki gibi bir çözüm kabulü yapılabilir.

$$\{u\} = e^{\lambda t}\{u_0\} \quad (2.44)$$

Yapılan çözüm kabulünün zamana göre türevi alınıp (2.43)'de yerine koyulursa (2.45) denkleminde gelinir.

$$\lambda e^{\lambda t}\{u_0\} = [A]e^{\lambda t}\{u_0\} \quad (2.45)$$

(2.45) denkleminde sadeleştirmeler yapılarak (2.46) özdeğer problemine gelinmiş olur:

$$[A]\{u_0\} = \lambda\{u_0\} \quad (2.46)$$

Bu özdeğer problemini çözen ve sıfırdan farklı olan özvektörlerin bulunması için (2.47) denkleminin sağlanması gerekmektedir:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.47)$$

Yukarıdaki denklem  $\lambda$ 'ya göre çözüldüğünde serbestlik derecesinin iki katı kadar çözüm elde edilir ve bu çözümler birbirinin eşleniğidir. Hesaplanan özdeğerlerin sanal kısımları frekansları ifade ederken gerçel kısımlar sistemin sönüm ile ilgilidir. Özdeğerlerin gerçel kısımlarının pozitif çıkması, negatif sönüme işaretler ve sistemin kararsız olduğunu, gerçel kısımlarının negatif çıkması ise pozitif sönüme işaretler ve sistemin kararlı olduğunu göstermektedir.

### 2.3 Gerekli Sönümün Belirlenmesi

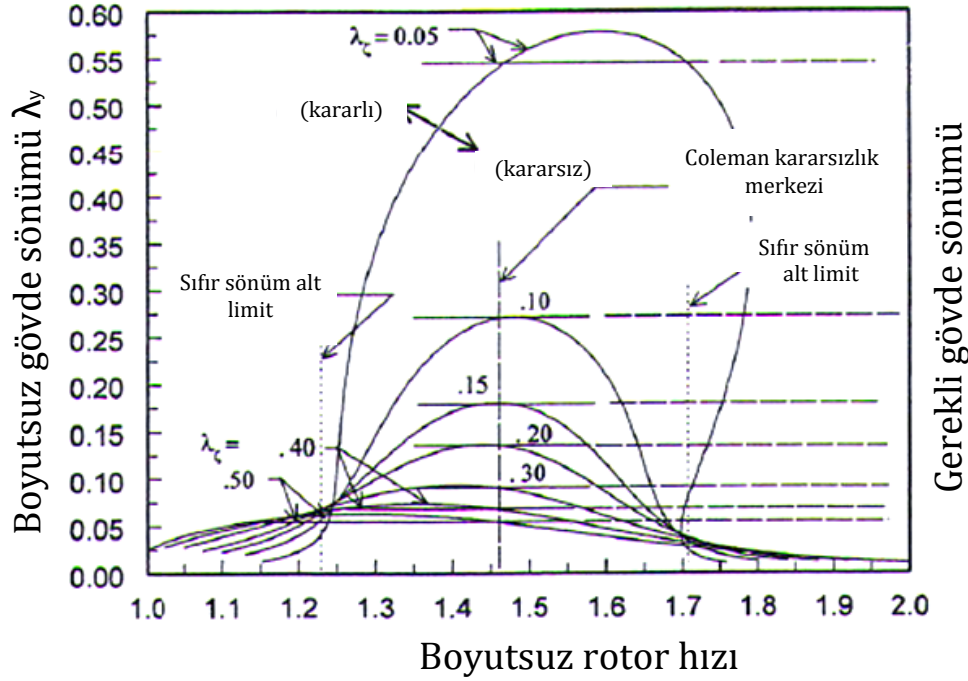
Yer rezonansında kararlılığı elde edebilmek için rotor ve helikopter gövdesinde yeterli sönümün sağlanması gerekmektedir. Yer rezonansını önleyebilmenin bir diğer yolu da helikopter gövdesinin frekansını, kararsızlığın ortaya çıkmayacağı kadar yukarı taşımaktır. Ancak, yapısal olarak çeşitli kısıtlamaların ortaya çıkmasından dolayı bu durum çoğu zaman pek mümkün değildir [6]. Bu yüzden helikopterlerde gövdeye ve palaya sönümleyiciler eklenerek gerekli sönüm sağlanmaya çalışılır.

Gerekli sönümün belirlenmesi ile ilgili ilk yıllarda yapılan çalışmalarda Deutsch [11] yer rezonansı modelinin karakteristik denklemini elde etmiştir. Elde ettiği karakteristik denklemin reel ve sanal kısımlarını bir araya toplayarak iki tane cebrik denklem elde etmiş, elde ettiği bu iki denklemi rotor hızına bağlı olarak çizdirmiştir. Denklemlerin kesiştiği noktaların kararsızlık sınırının başlangıç ve bitişi olduğu daha önce belirtilmişti. Eklenen sönüm değerleri ile sanal kısımlardan elde edilen denklemin çok değişmediğini ancak reel kısımlardan elde edilen denklemin pala ve gövdeye sönümler eklendikçe birbirine yaklaştığını belirtmiştir. Bu yaklaşma kararsızlık bölgesinin daralmasını ve birleştiğinde kararsızlığın ortadan kalkmasını sağlayacaktır. Elde edilen reel denklem, helikopter gövdesinin ve palasının sönüm değerlerinin çarpımını içermektedir. Kararsızlığı etkileyen denklemin reel kısımlardan oluşan denklem olmasından dolayı, yer rezonansının kararlılığında helikopter gövdesinin ve palasının sönümlerinin çarpımının önemli olduğunu belirtmiş ve yaklaşık analitik ifadeler çıkarmıştır.

Daha sonra Hooper[13] problemi aynı şekilde ele alarak çarpımları aynı olduğu halde bölümleri farklı olan helikopter gövde ve kanat sönümlerinin kararsızlık sınırını değiştirdiğini göstermiştir. Sanal kısımlardan elde edilen denklemler sönümlerin oranına bağlıdır. Eklenen sönüm değerlerinin çarpımları aynıyken, yani Şekil 2.10'da görüldüğü gibi reel denklemin sonuçlarını çok değiştirmezken, sanal denklemin sonuçlarını değiştirerek kesişme noktalarını, doğal olarak da kararsızlık sınırlarını değiştirirler. Böylece, yer rezonansında helikopterin gövde ve palasındaki sönüm oranlarının da belirleyici olduğu anlaşılır. Yapılan çalışma sonucunda, palaya eklenen sönümün kararsızlık derecesini azalttığı ve kararsızlığın görüldüğü rotor hızı aralığını daralttığı, diğer yandan gövdeye eklenen sönümlerin kararsızlık derecesini azaltırken kararsızlığın görüldüğü rotor hızı aralığını genişlettiği görülmüştür.

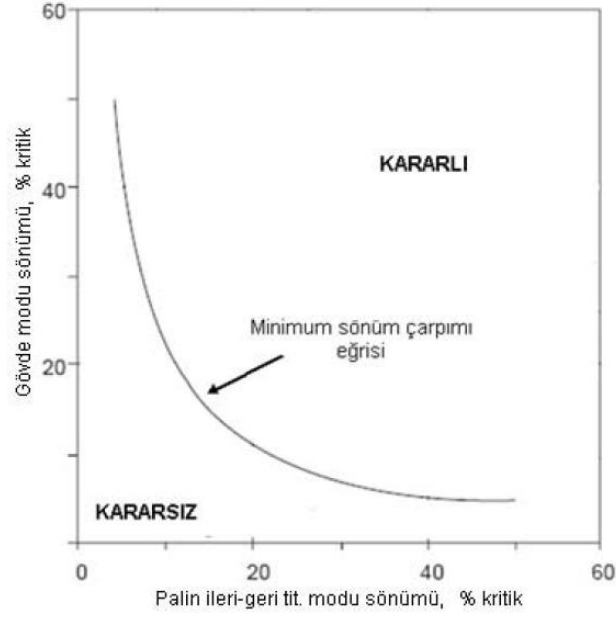


Gabel ve Capurso'un [22] yaptıkları çalışmalarda olduğu gibi, boyutsuz parametrelerle çalışarak da kararlılık sınırları çeşitli grafiklerle gösterilebilir. Boyutsuz parametrelerle çalışılmasından dolayı, grafikler oldukça kullanışlıdır (Şekil 2.11). Şekil 2.11'de alt taraftaki yatay eksen boyutsuz rotor hızını, sol taraftaki dikey eksen boyutsuz gövde sönümünü ve sağ taraftaki dikey eksen gerekli olan gövde sönümünü göstermektedir.



Şekil 2.11 : Yer rezonansı kararlılık-kararsızlık sınırları [22].

Günümüzde bilgisayar programlarının gelişmesi ile birlikte Şekil 2.12'te görüldüğü gibi bir grafiği elde etmek oldukça kolaylaşmıştır. Genelleştirilmiş özdeğer problemi yöntemini kullanarak sistemin reel kökleri belirli bir rotor dönme hızında gövdenin ve palaların sönüm değerleri taranarak hesaplanır, sistemin kararsız olduğu sönüm kombinasyonları işaretlenir. Daha sonra her bir rotor hızında bu işlem uygulanarak kararlı ve kararsız bölgenin sınırı Şekil 2.12'teki gibi elde edilebilir.



Şekil 2.12 : Yer rezonansının kararlılık sınırı.

#### 2.4 Gerileyen ve İlerleyen İleri-Geri Titreşim Modunun Karşılaştırılması

Mil'in [23] çalışmasında gösterdiği ve Bramwel'in de [1] tekrardan ele aldığı şekilde bir yaklaşımla helikopterlerde gövde frekansı ile rotorun gerileyen düzlem içi modu ile çakıştığında ortaya bir kararsızlığın çıkmasına rağmen, ilerleyen düzlem içi modu ile çakıştığında ortaya herhangi bir kararsızlığın çıkmamasının nedeni açıklanabilir.

Helikopterin gövde modunun düzlem içindeki hareketi (2.49) denkleminde olduğu gibi düşünülebilir.

$$y = y_o \sin \omega_g t \quad (2.49)$$

(2.21)'deki palanın hareket denkleminde gövdenin sadece  $y$  yönündeki hareketi dikkate alınarak düzenlenirse (2.50) denklemi yazılabilir. Burada  $\zeta$  palanın sönüm oranını,  $\kappa\Omega$  ise palanın sönümsüz doğal frekansını göstermektedir.

$$\kappa = (k_\xi + m_b e r) / \Omega^2$$

$$\ddot{\xi}_k + 2\kappa\Omega\zeta\dot{\xi}_k + \kappa^2\Omega^2\xi_k = -(m_b r \ddot{y} \cos\psi_k) / I \quad (2.50)$$

(2.49) denklemin (2.50)'de yerine koyup  $L = I/m_b r$  dönüşünü yaparsak (2.51) denklemi elde edilmiş olur.

$$\ddot{\xi}_k + 2\kappa\Omega\zeta\dot{\xi}_k + \kappa^2\Omega^2\xi_k = \frac{y_0}{L}\omega_g^2 \sin\omega_g \cos\psi_k \quad (2.51)$$

(2.51) ifadesindeki  $\sin\omega_g \cos\psi_k$  çarpımını (2.52) denklemindeki gibi yazarsak ve  $\psi_k = \Omega t + (2\pi k/b)$  dönüşümünü uygularsak (2.53) denklemi elde edilmiş olur.

$$\sin\omega_g \cos\psi_k = \frac{\sin(\omega_g + \psi_k) + \sin(\omega_g - \psi_k)}{2} \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{\xi}_k + 2\kappa\Omega\zeta\dot{\xi}_k + \kappa^2\Omega^2\xi_k \\ &= \frac{1}{2} \frac{y_0}{L} \left[ \left\{ \sin(\omega_g + \Omega)t + \frac{2\pi k}{b} \right\} + \left\{ \sin(\omega_g - \Omega)t - \frac{2\pi k}{b} \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.53)$$

Böylece ikinci dereceden homojen olmayan bir diferansiyel denklemin çözümü problemine gelinmiş olur. Bu denklemin çözüm formu (2.54) şeklindedir.

$$\xi_k = \xi_1 \sin[(\omega_g + \Omega)t + \psi_1] + \xi_2 \sin[(\omega_g - \Omega)t - \psi_2] \quad (2.54)$$

Palanın hareketinin  $\xi_1$  ve  $\xi_2$  genliklerine sahip,  $(\omega_g + \Omega)$  ve  $(\omega_g - \Omega)$  frekasında iki periyodik fonksiyonun toplamı olarak ifade edilebildiği çıkarılmış olur. Eğer palaya kendi frekansına ( $\kappa\Omega$ ) yakın bir frekansta tahrik gelirse sistem o frekansta büyük genlikler oluşturur ve diğer frekanslardaki hareketleri ihmal edilebilir. İlk olarak tahrik frekansının  $(\omega_g - \Omega) = \kappa\Omega$  olduğunu düşünülürse, bu durumda (2.54) denklemindeki ilk ifadenin harekete katkısı çok az olacaktır. Buna göre pala hareketi tekrar yazılırsa pala denklemi (2.55) denklemindeki gibi olur. Burada  $\xi_0 = -y_0\omega_g^2/4\zeta\kappa\Omega(\omega_g - \Omega)$  şeklindedir.

$$\xi_k = \xi_0 \cos[(\omega_g - \Omega)t - 2\pi k/b] \quad (2.55)$$

(2.7) denkleminde  $\xi_k$  terimi (2.55) denklemindeki gibi yazılırsa (2.56) denkleme gelinmiş olur.

$$y_r = r\xi_0 \sum_{k=1}^b [\cos\omega_g t + \cos\{(2\Omega - \omega_g)t + 4\pi k/b\}] \quad (2.56)$$

(2.56) denklemindeki

$$\sum_{k=1}^b [\cos \{(2\Omega - \omega_g)t + 4\pi k/b\}]$$

ifadesi sifira eşittir [1].

Böylece (2.56) denklemini (2.57) denklemindeki gibi yazılabilir.

$$y_r = \frac{1}{2} r \xi_0 \cos \omega_g t \quad (2.57)$$

Rotorun kütlelerinin yer değişimi bu durumdayken (2.29)'deki birinci denkleminde (2.57) ifadesini yerine koyarsak (2.58) ifadesine gelinmiş olur.

$$M_{gy} \ddot{y} + c_{gy} \dot{y} + k_{gy} y = b m_b \left( \frac{1}{2} r \xi_0 \omega_g^2 \cos \omega_g t \right) \quad (2.58)$$

(2.58) denklemini düzenleyerek,  $\xi_0$ 'ı açık halde yazarsak (2.59) denkleminde gelinir.

$$\ddot{y} + 2\zeta_c \kappa_c \Omega \dot{y} + \kappa_c^2 \Omega^2 y = \frac{b m_b y_0 \omega_g^2 r}{8\zeta_c L \kappa_c \Omega (\omega_g - \Omega)} \frac{1}{M_{gy}} \cos \omega_g t \quad (2.59)$$

(2.59) denkleminde  $\zeta_c$  helikopter gövdesinin sönüm oranını,  $\kappa_c \Omega$  helikopter gövdesinin frekansını göstermektedir. (2.59) denkleminde (2.49) denklemindeki  $y = y_0 \sin \omega_g t$  ifadesi yerine koyulursa (2.60) denkleminde elde edilir.

$$\begin{aligned} (-\omega_g^2 + \kappa_c^2 \Omega^2) y_0 \sin \omega_g t + 2\zeta_c \kappa_c \Omega \omega_g y_0 \cos \omega_g t \\ = \frac{b m_b y_0 \omega_g^2 r}{8\zeta_c L \kappa_c \Omega (\omega_g - \Omega)} \frac{1}{M_{gy}} \cos \omega_g t \end{aligned} \quad (2.60)$$

Burada  $\omega_g = \kappa_c \Omega$  olduğu rahatlıkla görülebilmektedir. Bu ifadeden de yararlanarak  $\cos \omega_g t$  katsayılı terimleri birbirine eşitlersek (2.61) denkleminde ulaşılır.

$$\zeta_c \zeta_c = \frac{\Gamma \kappa_c^2}{8\kappa(1 - \kappa_c)} \frac{r}{L} \quad (2.61)$$

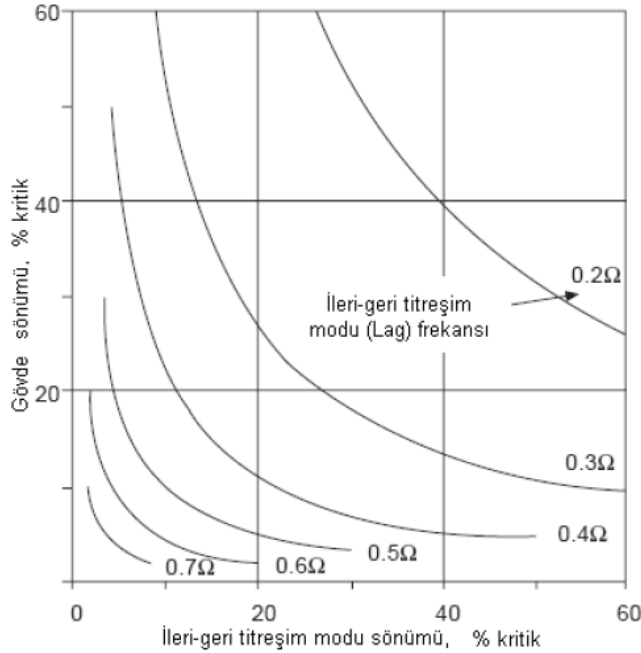
(2.61) denkleminde  $\Gamma = b m_b / 2(M_{gy} + b m_b)$  şeklindedir. Ayrıca ilk baştaki varsayımda  $(\omega_g - \Omega) = \kappa \Omega$  olduğunu düşünülüyordu. Bu durumda  $\omega_g = |\kappa - 1| \Omega$  şeklinde yazılabilir.  $\omega_g = \kappa_c \Omega$  ifadesi de dikkate alınarak (2.62) yazılabilir.

$$\kappa\Omega = |\kappa_c - 1| \quad (2.62)$$

(2.61) denkleminde  $\kappa_c$ 'nin birden büyük olduğu durumlarda sönüm oranlarının çarpımı negatif çıkmaktadır. Gövde frekansı ile palanın frekansının çakışması  $|\kappa - 1|\Omega$  frekansında gerçekleştiğinde ve bu frekans rotorun dönme hızından küçük olduğunda (bu durum düzlem içi yumuşak rotorlarda geçerlidir) kararsızlık görülebilmektedir. Baştaki varsayımı  $(\omega_g + \Omega) = \kappa\Omega$  şeklinde yazarsak (2.61) denklemini (2.63) denklemindeki gibi elde edilir ve bu durumda sönüm oranlarının çarpımının negatif çıkma ihtimali bulunmamaktadır. Bu da rotorun ilerleyen düzlem içi modu ile helikopter gövde modunu çakışmasında ortaya bir kararsızlığın neden çıkmadığını açıklamaktadır.

$$\zeta\zeta_c = \frac{\Gamma \kappa_c^2}{8\kappa(1 + \kappa_c)} \frac{r}{L} \quad (2.63)$$

Ayrıca yer rezonansını ortadan kaldırmak için gerekli olan sönüm, büyük ölçüde düzlem içi modunun frekansına bağlı olduğu unutulmamalıdır. Şekil 2.13'te gösterildiği gibi düzlem içi modunun frekansı, rotorun dönme hızına ne kadar yakınsa gerekli olan sönüm değeri de o kadar düşük olur.



**Şekil 2.13 :** Palanın düzlem içi modu frekansının kararlılık için gerekli sönüme etkisi.

### 3. MAFSALSIZ ROTORLU HELİKOPTERİN YER REZONANSI MODELİ

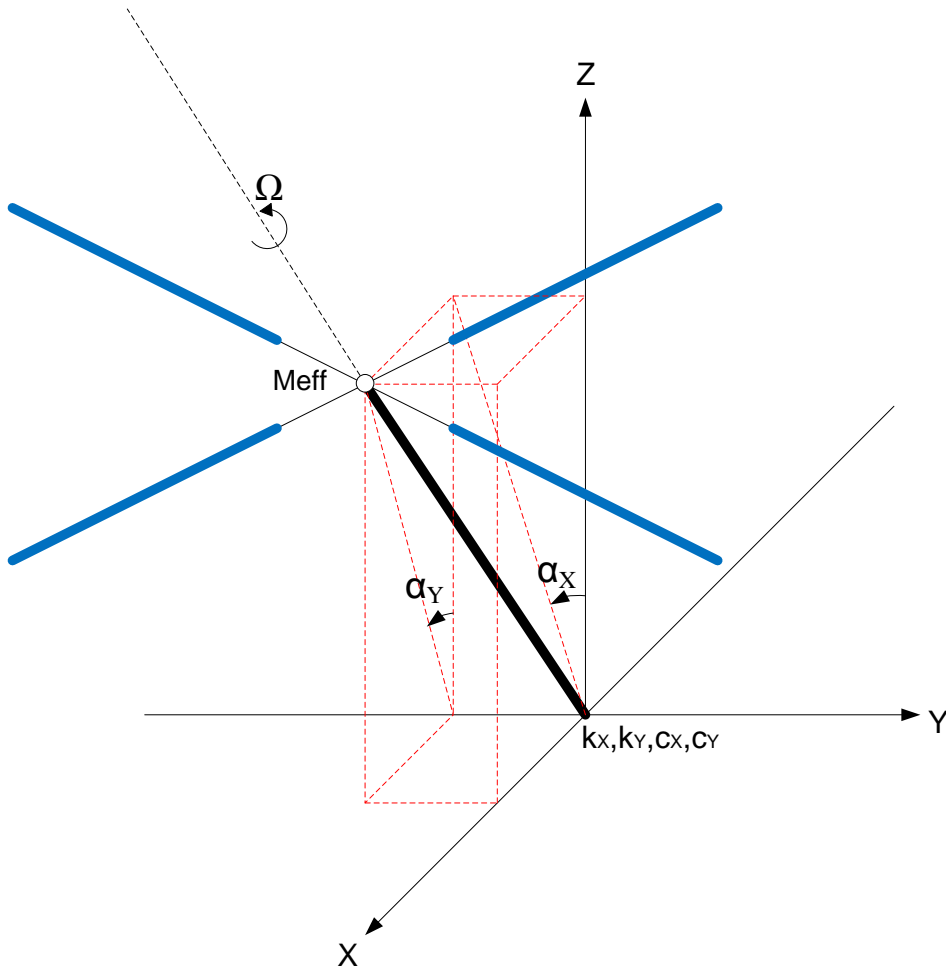
Menteşesiz rotorlar ve menteşesiz rotorların daha özel bir durumu mafsalsız rotorların 1960’larda yeni bir rotor konsepti olarak çıkması helikopter teknolojisinin gelişiminde bir mihenk taşı niteliğindedir. Palaların kompozit malzemeden imal edilen elastik kökleri mafsallı rotorlardaki mafsalların görevlerini üstlenmişlerdir. Mafsalların ortadan kalkması daha basit, bakımı daha kolay ve sonuç olarak daha ekonomik rotor sistemlerinin ortaya çıkmasını sağlayabilmektedir. Mafsalsız rotorların tasarımında iki tür yaklaşım mevcuttur. Bunlardan birinci yaklaşım, düzlem içi sert yani palanın düzlem içi frekansının rotorun dönme frekansından yüksek olduğu rotorlar içindir. Bu rotorların en büyük avantajı yer rezonansı ve hava rezonansı kararsızlıklarının gözükmemesidir. İkinci yaklaşım ise düzlem içi yumuşak yani palanın düzlem içi frekansının rotorun dönme frekansından düşük olduğu rotorlar içindir. Bu rotorların avantajı ise daha düşük titreşimler oluşturması ve daha hafif olmasıdır [21].

Bu kısımda yer rezonansı modelinde pala elastik olarak ele alınmıştır. Kurulan yer rezonansı modeline düzlem içi hareketin etkisi ve aerodinamik kuvvetlerin etkileri de dahil edilmiştir.

Modelde palaların sadece düzlem içi ve düzlem dışı hareketi yaptığı ve bu hareketlerin birbirine herhangi bir bağıllığının olmadığı kabul edilmiştir.

Mafsalsız rotora sahip bir helikopterin yer rezonansını incelemek için Şekil 3.1’deki gibi bir model kurulabilir. Daha önce yapılan çalışmalarda Donham, Cardinale ve Sachs [5] düzlem içi yumuşal mafsalsız bir rotorda yer ve hava rezonansını incelemiş ve hava kaynaklı kuvvetlerin kararsızlık seviyesini düşürdüğünü belirtmişlerdir. Benzer sonuçları Lytwyn, Miao ve Woitsch [14] ve Nahas da [7] çalışmalarında elde etmiştir. Ayrıca Ormiston [17] yaptığı çalışmada mafsalsız rotora sahip bir helikopterin yer ve hava rezonansını ayrıntılı bir şekilde incelemiştir. Bu tez kapsamında kurulan modelin benzerini Kay [24] deneysel bir modelin hava rezonansını incelemek için kullanmıştır. Modelde  $\Omega$  hızıyla dönen bir rotor ve bu

rotorun göbeğinde helikopter gövdesinin eşdeğer kütlesi( $M_{eff}$ ) gösterilmiştir. Bununla birlikte rotorun dönme eksenine sabitlenmiş gövdenin eşdeğer kütlesi sabit eksen takımının X ve Y eksenleri etrafında, merkezi eksen takımının merkezi olacak şekilde,  $\alpha_X$  ve  $\alpha_Y$  kadar dönmektedir. h rotor merkezinin, sabit eksen takımının merkezine olan uzaklığıdır. Sabit eksen takımının merkezinde X eksenindeki dönme hareketine karşı koyan  $k_X$  direngenliğine sahip bir yay (bu direngenlik gövdenin eşdeğer direngenliğine denk gelir) ve  $c_X$  sönüm katsayısına sahip bir sönüm elemanı bulunmaktadır. Benzer şekilde  $k_Y$  yayı ve  $c_Y$  sönüm elemanı da Y eksenini etrafındaki dönme hareketine karşı koymaktadır.



**Şekil 3.1** : Mafsalsız helikopterin yer rezonansı modeli.

Bununla birlikte helikopterin palaları da kanat çırpma ve düzlem içi hareketlerini elastik olarak yapabilmektedir. Palanın, radyal yönde yaptığı yer değiştirmeler çok küçük olduğundan palanın bu yöndeki serbestlik derecesi ihmal edilmiştir. Ancak palanın düzlem içi ve düzlem dışı hareketlerinden dolayı palanın pala boyunca olan hareketi dikkate alınmıştır.

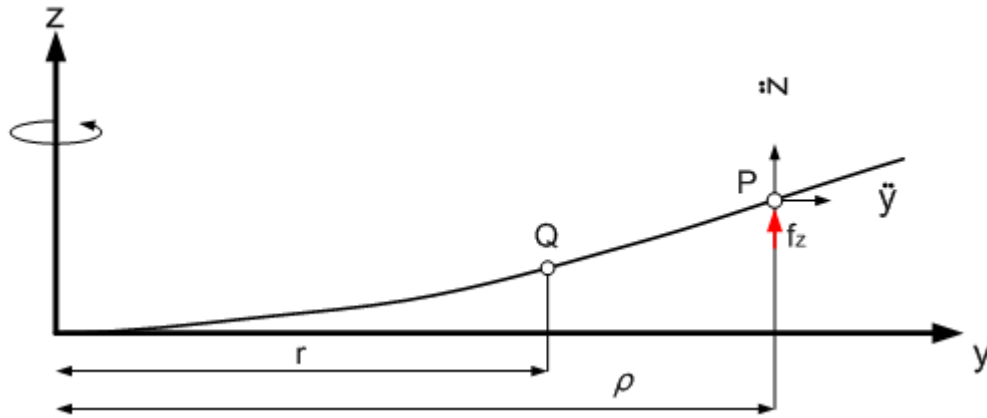
Modelin hareket denklemlerini belirlemek için rotorun ve gövdenin hareket denklemlerini elde etmemiz gerekmektedir.

### 3.1 Palaların hareket denklemleri

İlk olarak palanın kanat çırpma yönündeki hareket denklemini elde edecek olursak, Şekil 3.2'deki gibi bir modeli ele alabiliriz.

Burada palanın dönme ekseninden  $r$  uzaklıktaki Q noktasındaki  $dr$  kesitinde P noktasındaki  $d\rho$  kesitinin hareketinden dolayı oluşan  $x$  eksenine etrafındaki momenti yazılacak olursa (3.1) denklemini elde ederiz. Denklem (3.1)'deki  $f_z$  ifadesi aerodinamik kuvveti,  $m$  ise birim uzunluk başına kütleyi göstermektedir [6].

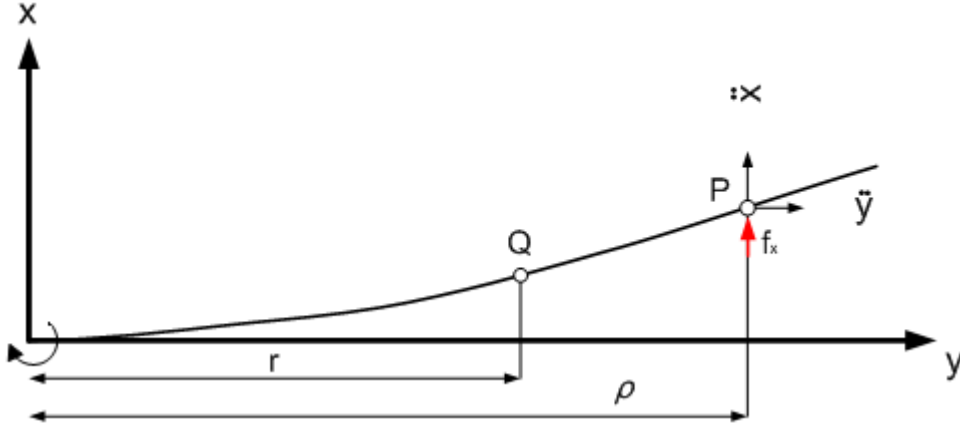
$$M_x = m\ddot{y}(z(\rho) - z(r))d\rho - m\ddot{z}(\rho - r)d\rho + f_z(\rho - r)d\rho \quad (3.1)$$



Şekil 3.2 : Palanın kanat çırpma hareketi.

Benzer şekilde palanın düzlem içi hareketi dikkate alınır Şekil 3.3'teki gibi bir model kurulabilir. Palanın düzlem içi hareketini incelerken Q noktasındaki  $dr$  kesitinde P noktasındaki  $d\rho$  kesitinin hareketinden dolayı oluşan  $z$  eksenine etrafında oluşan momenti yazılırsa (3.2) denklemi elde edilir [6].  $f_x$  pala üzerine gelen aerodinamik kuvveti göstermektedir.

$$M_z = -m\ddot{y}(x(\rho) - x(r))d\rho + m\ddot{x}(\rho - r)d\rho - f_x(\rho - r)d\rho \quad (3.2)$$



**Şekil 3.3** : Palanın düzlem içi hareketi.

Mühendislik kiriş teorisine göre kiriş üzerinde ortaya çıkan momentler (3.3) ve (3.4) denklemlerindeki gibidir [24].

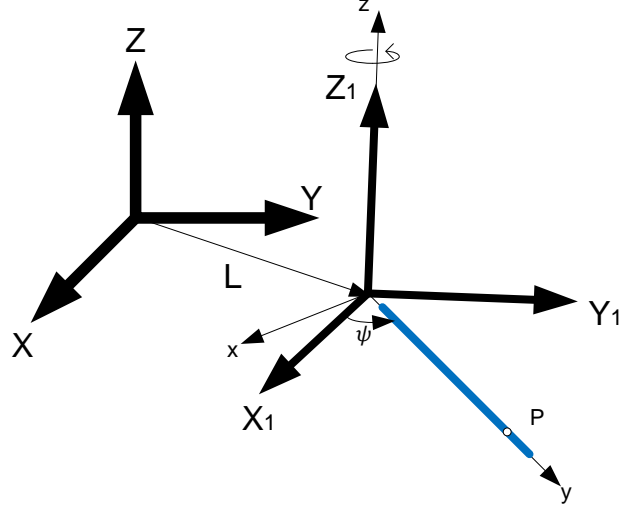
$$dM_x = EI_x \frac{\partial^2 z}{\partial r^2} \quad (3.3)$$

$$dM_z = -EI_z \frac{\partial^2 x}{\partial r^2} \quad (3.4)$$

Ayrıca hareket denklemlerini elde edebilmek için pala üzerindeki P noktasının ivmesini hesaplamak gerekmektedir. Bir noktanın ivmesi birbirine göre ötelenmiş iki sabit eksen takımı için aynıdır. Şekil 3.4'te pala üzerindeki bir P noktasının konumu gösterilmiştir.

Şekil 3.4'te  $L, X_1Y_1Z_1$  eksen takımının orjininin  $XYZ$  eksen takımının orjinine göre konumunu gösteren vektördür.  $X_1Y_1Z_1$  eksen takımı rotor göbeğine sabitlenmiş ve herhangi bir dönme hareketi yapmayan  $XYZ$  eksen takımına göre sadece öteleme hareketi yapan eksen takımındır.  $xyz$  eksen takımının  $x$  eksenine pala boyunca olan eksenle çakışmıştır ve  $X_1Y_1Z_1$  eksen takımına göre dönme hareketleri yapmaktadır. P noktasının mutlak ivmesi (3.5) denklemiyle hesaplanabilir.

$$\mathbf{a}_p = \ddot{\mathbf{L}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}_p + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_p) + \ddot{\mathbf{r}}_p + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_p \quad (3.5)$$



**Şekil 3.4 :** P noktasının koordinatlar üzerinde gösterimi.  $X_1Y_1Z_1$ : dönmeyen eksen takımı,  $xyz$ : Rotor ile beraber dönen eksen takımı.

Gerekli işlemler yapıldıktan sonra (3.5) denklemi (3.6) denklemindeki hale gelir. Yapılan işlemlerin detayları için EK C kontrol edilebilir.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_p = & (\ddot{\alpha}_{xL}h - x\Omega^2 + \ddot{x} - 2\Omega\dot{\rho})\mathbf{i} + (\ddot{\alpha}_{yL}h - \rho\Omega^2 + \ddot{\rho} + 2\dot{x}\Omega)\mathbf{j} \\ & + (\ddot{\alpha}_{x\rho} + \rho\Omega\dot{\alpha}_y + \ddot{z})\mathbf{k} \end{aligned} \quad (3.6)$$

İvme denklemi hesaplandıktan sonra Şekil 3.2 ve Şekil 3.3 de görülen P noktasındaki diferansiyel küçüklükteli parçanın hareketinden dolayı Q noktasındaki diferansiyel küçük parçada oluşan momentler yazılacak olursa (3.7) ve (3.8) denklemleri elde edilmiş olur [6].

$$\begin{aligned} dM_x = & m(\ddot{\alpha}_{yL}h - \rho\Omega^2 + \ddot{\rho} + 2\Omega\dot{x})(z(\rho) - z(r))d\rho \\ & - m(\ddot{\alpha}_{x\rho} + \rho\Omega\dot{\alpha}_y + \ddot{z})(\rho - r)d\rho + f_z(\rho - r)d\rho \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} dM_z = & -m(\ddot{\alpha}_{yL}h - \rho\Omega^2 + \ddot{\rho} + 2\Omega\dot{x})(x(\rho) - x(r))d\rho \\ & + m(\ddot{\alpha}_{xL}h - x\Omega^2 + \ddot{x} - 2\dot{\rho}\Omega)(\rho - r)d\rho - f_x(\rho - r)d\rho \end{aligned} \quad (3.8)$$

Bu denklemlerin Q noktasından pala ucuna kadar integraleri alınarak Q noktasındaki diferansiyel küçüklükteki parçada oluşan toplam moment elde edilir.

$$M_x = \int_r^R [m(\ddot{\alpha}_{yL}h - \rho\Omega^2 + \ddot{\rho} + 2\Omega\dot{x})(z(\rho) - z(r)) - m(\ddot{\alpha}_{x\rho} + \rho\Omega\dot{\alpha}_y + \ddot{z})(\rho - r) + f_z(\rho - r)]d\rho \quad (3.9)$$

$$M_z = \int_r^R [-m(\ddot{\alpha}_{yL}h - \rho\Omega^2 + \ddot{\rho} + 2\Omega\dot{x})(x(\rho) - x(r)) + m(\ddot{\alpha}_{xL}h - x\Omega^2 + \ddot{x} - 2\rho\Omega)(\rho - r) - f_x(\rho - r)]d\rho \quad (3.10)$$

(3.9) ve (3.10) ifadelerinde  $M_x$  yerine (3.3) ve  $M_z$  yerine (3.4) ifadelerini koyarak iki kere  $r$ 'ye göre türevleri alırsa, (3.11) ve (3.12) denklemlerine gelinir.  $\ddot{\rho}$  terimi diğer terimlere göre çok küçük olduğundan ihmal edilmiştir [6].

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ EI_x \frac{\partial^2 z}{\partial r^2} \right] = -m\ddot{z} - m\ddot{\alpha}_{x\rho} - m\rho\Omega\dot{\alpha}_y + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\Omega^2\rho d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{\alpha}_{yL}hd\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] \quad (3.11)$$

$$- \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega\dot{x}d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] + f_z - \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ EI_z \frac{\partial^2 x}{\partial r^2} \right] = m\ddot{x} - mx\Omega^2 - 2m\rho\Omega + m\ddot{\alpha}_{xL}h + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega\dot{x}d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] \quad (3.12)$$

$$- \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\Omega^2\rho d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{\alpha}_{yL}hd\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] - f_x$$

(3.11) ve (3.12) denklemleri düzenlenirse (3.13) ve (3.14) denklemlerine gelinir.

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ EI_x \frac{\partial^2 z}{\partial r^2} \right] + m\ddot{z} - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\Omega^2\rho d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] = -m\ddot{\alpha}_{x\rho} - m\rho\Omega\dot{\alpha}_y - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega\dot{x}d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{\alpha}_{yL}hd\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] + f_z \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ EI_z \frac{\partial^2 x}{\partial r^2} \right] + m\ddot{x} - mx\Omega^2 - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\Omega^2 \rho d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] \\
& = 2m\dot{\rho}\Omega - m\ddot{\alpha}_{xL}h - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega\dot{x}d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] \\
& - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{\alpha}_{yL}hd\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] + f_x
\end{aligned} \tag{3.14}$$

(3.13) denkleminin sol tarafındaki ifadelerle bakıldığında yere sabitlenmiş ve sadece z eksenini etrafında dönen bir palanın düzlem dışı serbest titreşim hareketinin denklemi olduğu görülebilir. Benzer şekilde (3.14) denkleminin sol tarafındaki ifadelerin ise yere sabitlenmiş ve sadece z eksenini etrafında dönen bir palanın düzlem içi serbest titreşim hareketinin denklemi olduğu görülebilir. Sağ taraftaki terimler ise dönen çubuğu tahrik eden terimler gibi düşünülebilir. Ayrıca elde edilen hareket denklemlerinin palanın diferansiyel küçüklükteki parçasının hareket denklemleri olduğu unutulmamalıdır (Şekil 3.2 ve Şekil 3.3'teki Q noktasındaki diferansiyel küçüklükteki parçanın hareket denklemleri). Dönen palanın diferansiyel küçüklükteki parçasının düzlem dışı ve düzlem içi serbest hareket denklemleri (3.15) ve (3.16) denklemlerinde ifade edildiği gibidir.

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ EI_x \frac{\partial^2 z}{\partial r^2} \right] + m\ddot{z} - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\Omega^2 \rho d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] = 0 \tag{3.15}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ EI_z \frac{\partial^2 x}{\partial r^2} \right] + m\ddot{x} - mx\Omega^2 - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\Omega^2 \rho d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] = 0 \tag{3.16}$$

### 3.1.1 Palanın düzlem dışı hareketi

Palanın düzlem dışı hareketinin modal çözümü için (3.17) denklemindeki gibi bir çözüm önerilebilir [6]. Burada  $R$  rotor yarıçapını,  $\eta_{\beta_j}(r)$  palanın  $j$ . düzlem dışı mod şeklini,  $\beta_j(t)$  ise  $j$ . düzlem dışı modun genelleştirilmiş koordinatını göstermektedir.

$$z(r, t) = \sum_{j=1}^{\infty} R\eta_{\beta_j}(r)\beta_j(t) = \sum_{j=1}^{\infty} R\eta_{\beta_j}(r)e^{i\omega_{fj}t} \tag{3.17}$$

(3.17) denklemini (3.15) denkleminde yerine konularak (3.18) denklemini elde edilir.

$$\sum_{j=1}^{\infty} \omega^2_{\beta j} m R \eta_{\beta j} \beta_j = \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ E I_x \frac{\partial^2 R \eta_{\beta j}}{\partial r^2} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m \Omega^2 \rho d\rho \frac{\partial R \eta_{\beta j}}{\partial r} \right] \right) \right\} \beta_j \quad (3.18)$$

(3.17) ve (3.18) denklemleri dikkate alınarak (3.13) denklemi yazılacak olursa (3.19) denklemi elde edilir.

$$\sum_{j=1}^{\infty} \omega^2_{\beta j} m R \eta_{\beta j} \beta_j + \sum_{j=1}^{\infty} m R \eta_{\beta j} \ddot{\beta}_j + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m \Omega \dot{x} d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] + m \ddot{\alpha}_x \rho + m \rho \Omega \dot{\alpha}_y + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m \ddot{\alpha}_{yL} h d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] - f_z = 0 \quad (3.19)$$

Palanın ilk modunu dikkate alacak olursak (3.19) denkleminin palanın birinci moduyla çarpılabilir. Hareket denklemi palanın diferansiyel bir küçüklükteki parçası içindi. Bütün palayı temsil edebilmek için ayrıca  $r$ 'ye göre integre edilirse (3.20) denklemi elde edilir. Burada  $\eta_{\beta 1}$  birinci düzlem dışı hareketin modunun mod şeklindedir ve bundan sonra  $\eta_{\beta}$  ile gösterilecektir.

$$\int_0^R R \eta_{\beta 1} \sum_{j=1}^{\infty} m R (\omega^2_{\beta j} \eta_{\beta j} \beta_j + \eta_{\beta j} \ddot{\beta}_j) dr + \int_0^R R \eta_{\beta 1} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m \Omega \dot{x} d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] dr + \int_0^R R \eta_{\beta 1} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m \ddot{\alpha}_{yL} h d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] dr + \int_0^R R \eta_{\beta 1} (m \ddot{\alpha}_x \rho + m \rho \Omega \dot{\alpha}_y) dr = \int_0^R R \eta_{\beta 1} f_z dr \quad (3.20)$$

(3.20) denkleminde çeşitli işlemler uygulanarak (3.21) denkleminde gelinir. (3.20) denklemi üzerinde yapılan işlemlerin ayrıntıları EK D'den kontrol edilebilir.

$$\begin{aligned}
& \int_0^R mR^2(\eta_\beta^2 \ddot{\beta} + \omega_\beta^2 \eta_\beta^2 \beta) dr - 2\Omega R^2 \beta_p \dot{\xi} \int_0^R \eta_\beta \eta_\xi m dr \\
& - \ddot{\alpha}_{yL} h R \beta_p \int_0^R \eta_\beta m dr + \int_0^R R \eta_\beta (m \ddot{\alpha}_x \rho + m \rho \Omega \dot{\alpha}_y) dr \\
& = \int_0^R R \eta_\beta f_z dr
\end{aligned} \tag{3.21}$$

EK C'de hesaplanan  $\ddot{\alpha}_x$ ,  $\ddot{\alpha}_{yL}$  ve  $\dot{\alpha}_y$  terimlerini açık hali ile yazarak (3.21) denklemini yeniden düzenlenirse (3.22) denklemine gelinir. Burada  $\beta$  palanın birinci düzlem dışı modunun genelleştirilmiş koordinatını,  $\eta_\beta$  palanın birinci düzlem dışı modunun mod şeklini ve  $\omega_\beta$  palanın birinci düzlem dışı modunun frekansını göstermektedir.

$$\begin{aligned}
& \ddot{\beta} R^2 \int_0^R m \eta_\beta^2 dr + \beta \omega_\beta^2 R^2 \int_0^R m \eta_\beta^2 dr + 2\Omega R^2 \beta_p \dot{\xi} \int_0^R \eta_\xi \eta_\beta m dr \\
& + R \int_0^R \eta_\beta (m r \Omega \dot{\alpha}_x - m r \ddot{\alpha}_y - m \ddot{\alpha}_y h R \beta_p) \cos \psi dr \\
& + R \int_0^R \eta_\beta (m r \Omega \dot{\alpha}_y + m r \ddot{\alpha}_x + \ddot{\alpha}_x h R \beta_p) \sin \psi dr \\
& = \int_0^R R \eta_\beta f_z dr
\end{aligned} \tag{3.22}$$

(3.22) denklemindeki terimler için bazı tanımlamalar yapılırsa;

$$I_{\beta\beta} = R^2 \int_0^R m \eta_\beta^2 dr \tag{3.23}$$

$$I_{\beta\xi} = R^2 \int_0^R m \eta_\beta \eta_\xi dr \tag{3.24}$$

$$S_{\beta r} = R \int_0^R mr\eta_\beta dr \quad (3.25)$$

$$S_\beta = R \int_0^R m\eta_\beta dr \quad (3.26)$$

(3.22) denkleminde periyodik terimlerin olduğu görülmektedir. (3.23), (3.24), (3.25) ve (3.27) tanımlamalarını da dikkate alarak (3.22) denklemini  $\cos\psi$  ile çarpılıp Fourier Koordinat Dönüşümü yapılırsa (3.27) denklemini elde edilir. Benzer şekilde (3.22) denklemini  $\sin\psi$  ile çarpılıp Fourier Koordinat Dönüşümü yapılırsa (3.28) denklemini elde edilir. (3.27) ve (3.28) palanın düzlem dışı hareket denklemleridir.

$$I_{\beta\beta}(\ddot{\beta}_c + 2\Omega\dot{\beta}_s + (\omega_\beta^2 - \Omega^2)\beta_c) - 2I_{\beta\xi}\beta_p\Omega(\dot{\xi}_c + \Omega\xi_s) + S_{\beta r}(\Omega\dot{\alpha}_x - \ddot{\alpha}_y) - S_\beta h\beta_p\ddot{\alpha}_y = M_{\beta c} \quad (3.27)$$

$$I_{\beta\beta}(\ddot{\beta}_s - 2\Omega\dot{\beta}_c + (\omega_\beta^2 - \Omega^2)\beta_s) - 2I_{\beta\xi}\beta_p\Omega(\dot{\xi}_s - \Omega\xi_c) + S_{\beta r}(\Omega\dot{\alpha}_y + \ddot{\alpha}_x) + S_\beta h\beta_p\ddot{\alpha}_x = M_{\beta s} \quad (3.28)$$

### 3.1.2 Palanın düzlem içi hareketi

Düzlem dışı hareketin elde edilmesine benzer bir yolda düzlem içi hareket için izlenebilir. (3.14)'ün palanın düzlem içi hareket denklemini olduğu hatırlanarak, denklemin solundaki terimler dönen bir palanın hareket denklemini, sağındaki terimler ise palayı tahrik eden terimler olarak ele alınabilir. (3.14) denkleminin sağ tarafındaki terimler ele alınırsa,

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ EI_z \frac{\partial^2 x}{\partial r^2} \right] + m\ddot{x} - mx\Omega^2 - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\Omega^2 \rho d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] = 0 \quad (3.29)$$

Palanın düzlem içi hareketi için (3.30) denklemindeki gibi düzlem dışı hareketine benzer bir çözüm önerisi getirilebilir [6]. Burada R rotor yarıçapını,  $\eta_{\xi j}(r)$  palanın j. düzlem içi mod şeklini,  $\xi_j(t)$  ise j. düzlem içi modun genelleştirilmiş koordinatını göstermektedir.

$$x(r, t) = \sum_{j=0}^{\infty} R\eta_{\xi j}(r)\xi_j(t) = \sum_{j=0}^{\infty} R\eta_{\xi j}(r)e^{i\omega_{\xi j}t} \quad (3.30)$$

Palanın düzlem içi hareketi için (3.30) denklemindeki çözüm önerisini dikkate alarak bu çözüm önerisi (3.29) denkleminde yerine koyularak (3.31) denklemini elde edilir.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\infty} \omega_{\xi j}^2 m R \eta_{\xi j} \xi_j \\ & = \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ E I_z \frac{\partial^2 R \eta_{\xi j}}{\partial r^2} \right] - m R \eta_{\xi j} \Omega^2 - \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m \Omega^2 \rho d\rho \frac{\partial R \eta_{\xi j}}{\partial r} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.31)$$

(3.30) ve (3.31) denklemleri dikkate alınarak (3.14) denklemini yeniden yazılırsa (3.32) denklemini elde edilir.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\infty} \omega_{\xi j}^2 m R \eta_{\xi j} \xi_j + \sum_{j=1}^{\infty} m R \eta_{\xi j} \ddot{\xi}_j - 2m\dot{\rho}\Omega + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega \dot{x} d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] \\ & + m\ddot{a}_{xL}h + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{a}_{yL}h d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] = f_x \end{aligned} \quad (3.32)$$

Palanın ilk modu dikkate alınacak olursa (3.32) denklemini palanın birinci moduyla çarpılabilir. Hareket denklemini palanın diferansiyel bir küçüklükteki parçası içindir. Bütün palayı temsil edebilmek için ayrıca  $r$ 'ye göre integre edilirse (3.33) denklemini elde edilir. Burada  $\eta_{\xi 1}$  birinci düzlem içi hareketin modunun mod şeklindedir ve bundan sonra  $\eta_{\xi}$  ile gösterilecektir.

$$\begin{aligned} & \int_0^R R \eta_{\xi 1} \sum_{j=1}^{\infty} m R (\omega_{\xi j}^2 \eta_{\xi j} \xi_j + \eta_{\xi j} \ddot{\xi}_j) dr - \int_0^R R \eta_{\xi 1} 2m\dot{\rho}\Omega dr \\ & + \int_0^R R \eta_{\xi 1} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega \dot{x} d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] dr + \int_0^R R \eta_{\xi 1} m\ddot{a}_{xL}h dr \\ & + \int_0^R R \eta_{\xi 1} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{a}_{yL}h d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] dr = \int_0^R R \eta_{\xi 1} f_x dr \end{aligned} \quad (3.33)$$

Modların birbirine ortogonal olduğunu dikkate alarak (3.33) denklemini tekrardan düzenlenirse (3.34) denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \int_0^R mR^2(\omega_\xi^2 \eta_\xi^2 \xi + \eta_\xi^2 \ddot{\xi}) dr - \int_0^R R\eta_\xi 2m\dot{\rho}\Omega dr \\
& + \int_0^R R\eta_\xi \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega \dot{x} d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] dr + \int_0^R R\eta_\xi m\ddot{\alpha}_{xL} h dr \\
& + \int_0^R R\eta_\xi \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{\alpha}_{yL} h d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] dr = \int_0^R R\eta_\xi f_x dr
\end{aligned} \tag{3.34}$$

(3.34) denkleminde çeşitli işlemler uygulanarak (3.35) denkleminde gelinir. (3.34) denkleminde yapılan işlemlerin ayrıntıları EK D'den kontrol edilebilir.

$$\begin{aligned}
& \int_0^R mR^2 \eta_\xi^2 (\omega_\xi^2 \xi + \ddot{\xi}) dr + 2R^2 \Omega \beta_p \dot{\beta} \int_0^R \eta_\beta \eta_\xi m dr \\
& + Rh\ddot{\alpha}_{xL} \int_0^R \eta_\xi m dr - \ddot{\alpha}_{yL} Rh\xi_p \int_0^R \eta_\xi m dr = \int_0^R R\eta_\xi f_x dr
\end{aligned} \tag{3.35}$$

(3.35) denkleminde  $\ddot{\alpha}_{xL}$  ve  $\ddot{\alpha}_{yL}$  EK C'deki gibi daha açık şekilde yazılırsa,

$$\begin{aligned}
& \omega_\xi^2 \xi \int_0^R mR^2 \eta_\xi^2 dr + \ddot{\xi} \int_0^R mR^2 \eta_\xi^2 dr + 2 \Omega \beta_p \dot{\beta} R^2 \int_0^R \eta_\beta \eta_\xi m dr \\
& + \left[ (\ddot{\alpha}_X - \ddot{\alpha}_Y \xi_p) h R \int_0^R \eta_\xi m dr \right] \cos \psi \\
& + \left[ (\ddot{\alpha}_Y + \ddot{\alpha}_X \xi_p) h R \int_0^R \eta_\xi m dr \right] \sin \psi = \int_0^R R\eta_\xi f_x dr
\end{aligned} \tag{3.36}$$

(3.36) denklemindeki terimler için bazı tanımlamalar yapılırsa,

$$I_{\xi\xi} = R^2 \int_0^R m\eta_\xi^2 dr \tag{3.37}$$

$$S_{\xi} = R \int_0^R m \eta_{\xi} dr \quad (3.38)$$

(3.36) denkleminde periyodik terimlerin olduğu görülmektedir. (3.23), (3.24), (3.25), (3.26), (3.37) ve (3.38) tanımlamalarını da dikkate alarak (3.36) denklemi ilk önce  $\cos\psi$  ile çarpılıp Fourier Kordinat Dönüşümü yapılırsa (3.39),  $\sin\psi$  ile çarpıp Fourier Kordinat Dönüşümü yapılırsa (3.40) palanın düzlem içi hareket denklemleri elde edilmiş olur.

$$I_{\xi\xi}(\ddot{\xi}_c + 2\Omega\dot{\xi}_s + (\omega_{\xi}^2 - \Omega^2)\xi_c) + 2I_{\beta\xi}\beta_p\Omega(\dot{\beta}_c + \Omega\beta_s) + S_{\xi}h(\ddot{\alpha}_X - \xi_p\ddot{\alpha}_Y) = M_{\xi c} \quad (3.39)$$

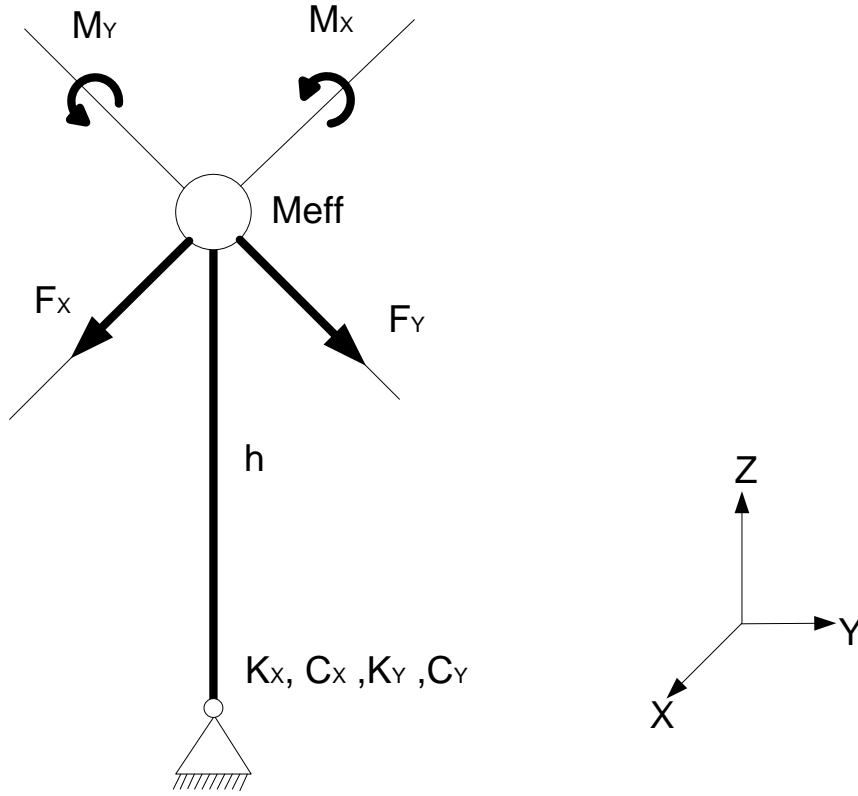
$$I_{\xi\xi}(\ddot{\xi}_s - 2\Omega\dot{\xi}_c + (\omega_{\xi}^2 - \Omega^2)\xi_s) + 2I_{\beta\xi}\beta_p\Omega(\dot{\beta}_s - \Omega\beta_c) + S_{\xi}h(\ddot{\alpha}_Y + \alpha_X\xi_p) = M_{\xi s} \quad (3.40)$$

(3.27), (3.28), (3.39) ve (3.40) denklemleri palanın düzlem içi ve düzlem dışı hareket denklemleridir. Palaya düzlem içi sönüm eklendiğinde (3.39) ve (3.40) denklemlerine sırasıyla  $I_{\xi\xi}c_{\xi}(\dot{\xi}_c + \Omega\xi_s)$  ve  $I_{\xi\xi}c_{\xi}(\dot{\xi}_s - \Omega\xi_c)$  terimleri eklenebilir [21].  $c_{\xi}$  düzlem içi harekete eklenen damperin eşdeğer sönüm katsayısını göstermektedir.

### 3.2 Gövdenin hareket denklemleri

Helikopter gövdesinin hareket denklemlerinin çıkartılması için Şekil 3.5'teki gibi bir model ele alınabilir. Şekil 3.5'te helikopter gövdesinin rotor düzlemindeki efektif kütlesi  $M_{eff}$ , bu noktaya gelen kuvvetler  $F_X$  ve  $F_Y$ , momentler ise  $M_X$  ve  $M_Y$ 'dir. Helikopter gövdesinin döndüğü mafsal noktasında ise helikopterin gövdesinin X eksenini etrafında dönme yönündeki hareketine karşı gelen  $K_X$  helikopter gövdesinin eşdeğer direngenliği ve  $C_X$  helikopter gövdesinin eşdeğer sönüm katsayısı bulunmaktadır. Benzer şekilde helikopter gövdesinin Y eksenini etrafında dönme yönündeki hareketine karşı gelen  $K_Y$  helikopter gövdesinin eşdeğer direngenliği ve  $C_Y$  helikopter gövdesinin eşdeğer sönüm katsayısı bulunmaktadır.  $h$  helikopterin efektif kütlelerinin dönme noktasına olan uzaklığıdır.  $\alpha_X$  helikopterin efektif kütlelerinin

X eksenini etrafındaki dönme hareketini,  $\alpha_Y$  helikopterin efektif kütesinin Y eksenini etrafındaki dönme hareketini göstermektedir.



Şekil 3.5 : Helikopter gövdesinin hareket denklemleri.

Şekil 3.5'teki modelin hareket denklemini elde etmek için dönme noktasına göre moment dengesi yazılırsa,

$$-M_{eff}h^2\ddot{\alpha}_X - C_X\dot{\alpha}_X - (K_X - ghM_{eff})\alpha_X + M_X - F_Yh = 0 \quad (3.41)$$

$$-M_{eff}h^2\ddot{\alpha}_Y - C_Y\dot{\alpha}_Y - (K_Y - ghM_{eff})\alpha_Y + M_Y + F_Xh = 0 \quad (3.42)$$

(3.41) ve (3.42) denklemlerinde  $M_{eff}$ ,  $C_X$ ,  $C_Y$ ,  $K_X$ ,  $K_Y$  helikopter gövdesine bağlı parametrelerdir.  $M_X$ ,  $M_Y$ ,  $F_X$  ve  $F_Y$  ise palaların rotor göbeğine uyguladığı sabit eksen takımına göre momentler ve kuvvetlerdir. Bu moment ve kuvvetler ilk önce dönen eksen takımına göre elde edilerek ve ardından Fourier Koordinat Dönüşümü kullanılarak sabit eksen takımındaki ifadeleri elde edilebilir.

Bir palanın kesitinin hareketlerinden ve o pala kesitine gelen aerodinamik yüklerden dolayı rotor göbeğinde ortaya çıkan kuvvetler yazılacak olursa,

$$F_{rxk} = (f_x - m\ddot{x})dr \quad (3.43)$$

$$F_{ryk} = -m\ddot{y}dr \quad (3.44)$$

$$F_{rzk} = (f_z - m\ddot{z})dr \quad (3.45)$$

(3.43), (3.44), ve (3.45) denklemlerinde  $F_{rxk}$ ,  $F_{ryk}$  ve  $F_{rzk}$  dönen eksen takımına göre palanın diferansiyel büyüklükteki bir kesitin üzerine gelen x, y ve z eksenlerindeki kuvvetleri ifade etmektedir [6].  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$  ve  $\ddot{z}$  pala üzerindeki kesitin x, y ve z yönündeki ivmelerini,  $f_x$  ve  $f_z$  pala kesiti üzerindeki aerodinamik kuvvetleri göstermektedir.

(3.6) denkleminde pala kesitinin ivmeleri gösterilmiştir. Böylece (3.41) ve (3.42) denklemleri pala boyunca integre edilerek tekrar yazılacak olursa,

$$F_{rx} = - \int_0^R [f_x - m(\ddot{\alpha}_{xL}h - x\Omega^2 + \ddot{x} - 2\Omega\dot{r})]dr \quad (3.46)$$

(3.46) denkleminde Coriolis terimi  $2\dot{r}\Omega$  çok küçük olduğundan ihmal edilebilir [6].

$$F_{rx} = \int_0^R [f_x - m(\ddot{\alpha}_y h \sin\psi + \ddot{\alpha}_x h \cos\psi)] dr + (\Omega^2 R \xi - R \ddot{\xi}) \int_0^R m \eta_\xi dr \quad (3.47)$$

$$F_{ry} = - \int_0^R m(\ddot{\alpha}_{yL}h - r\Omega^2 + 2\Omega\dot{x}) dr \quad (3.48)$$

$$F_{ry} = -(\ddot{\alpha}_y h \cos\psi - \ddot{\alpha}_x h \sin\psi - r\Omega^2) \int_0^R m dr - 2\Omega R \dot{\xi} \int_0^R m \eta_\xi dr \quad (3.49)$$

$$F_{rz} = \int_0^R [f_z - m(\ddot{\alpha}_x r + r\Omega\dot{\alpha}_y + \ddot{z})]dr \quad (3.50)$$

$$F_{rz} = \int_0^R \{f_z - m[(\ddot{\alpha}_x \sin\psi - \ddot{\alpha}_y \cos\psi)r + r\Omega(\dot{\alpha}_x \cos\psi + \dot{\alpha}_y \sin\psi)]\} dr - \ddot{\beta} R \int_0^R m\eta_\beta dr \quad (3.51)$$

Hesaplanan kuvvetler rotor merkezine taşınırken, birer kuvvet ve birer moment bileşeni olarak taşınabilir. Rotor merkezinde oluşan moment yazılacak olursa [6],

$$M_{rx} = \int_0^R r F_{rz} dr \quad (3.52)$$

Yukarıdaki kuvvet ve moment denklemleri bir pala için yazılmıştır. Dört palanın rotor merkezinde ortaya çıkaracağı kuvvet ve momentler sabit eksen takımına göre yazılırsa,

$$F_{rxT} = \sum_{b=1}^4 (F_{rx} \sin\psi_b + F_{ry} \cos\psi_b) \quad (3.53)$$

$$F_{ryT} = \sum_{b=1}^4 (-F_{rx} \cos\psi_b + F_{ry} \sin\psi_b) \quad (3.54)$$

$$M_{rxT} = \sum_{b=1}^4 (M_{rx} \sin\psi_b) \quad (3.55)$$

$$M_{ryT} = \sum_{b=1}^4 (-M_{rx} \cos\psi_b) \quad (3.56)$$

şeklinde olur. (3.53), (3.54), (3.55) ve (3.56) denklemleri elde edildikten sonra Fourier koordinat dönüşümünü kullanarak hesaplanan kuvvet ve moment değerleri bütün rotoru temsil edecek şekilde modal koordinatlarda yazılırsa,

$$F_X = -\frac{b}{2} S_\xi \ddot{\xi}_s - b m_b h \ddot{\alpha}_Y + F_X^{(A)} \quad (3.57)$$

$$F_Y = \frac{b}{2} S_{\xi} \ddot{\xi}_c + b m_b h \ddot{\alpha}_x - F_Y^{(A)} \quad (3.58)$$

$$M_X = -\frac{b}{2} S_{\beta r} (\ddot{\beta}_s - 2\Omega \dot{\beta}_c - \Omega^2 \beta_s) - \frac{b}{2} \ddot{\alpha}_x \int_0^R m r^2 dr - \frac{b}{2} \Omega \dot{\alpha}_y \int_0^R m r^2 dr + M_X^{(A)} \quad (3.59)$$

$$M_Y = \frac{b}{2} S_{\beta r} (\ddot{\beta}_c + 2\Omega \dot{\beta}_s - \Omega^2 \beta_c) - \frac{b}{2} \ddot{\alpha}_y \int_0^R m r^2 dr + \frac{b}{2} \Omega \dot{\alpha}_x \int_0^R m r^2 dr - M_Y^{(A)} \quad (3.60)$$

(3.57), (3.58), (3.59) ve (3.60) denklemleri (3.41) ve (3.42) denklemlerinde yerine koyulursa gövdenin hareket denklemleri elde edilir. Hesaplanan hareket denklemleri matris formunda yazılırsa,

$$M_m \ddot{q} + C_m \dot{q} + K_m q = F^{(A)} \quad (3.61)$$

$$q = \{\xi_c, \xi_s, \beta_c, \beta_s, \alpha_x, \alpha_y\}^T \quad (3.62)$$

$$F^{(A)} = \{M_{\xi c}, M_{\xi s}, M_{\beta c}, M_{\beta s}, M_{g x}, M_{g y}\}^T \quad (3.63)$$

$$M_m = \begin{bmatrix} I_{\xi\xi} & 0 & 0 & 0 & hS_\xi & -h\xi_p S_\xi \\ 0 & I_{\xi\xi} & 0 & 0 & h\xi_p S_\xi & hS_\xi \\ 0 & 0 & I_{\beta\beta} & 0 & 0 & -(S_{\beta r} + h\beta_p S_\beta) \\ 0 & 0 & 0 & I_{\beta\beta} & (S_{\beta r} + h\beta_p S_\beta) & 0 \\ -\frac{b}{2}hS_\xi & 0 & 0 & -\frac{b}{2}S_{\beta r} & -(M_{eff}h^2 + \frac{b}{2}I + bh^2m_b) & 0 \\ 0 & -\frac{b}{2}hS_\xi & \frac{b}{2}S_{\beta r} & 0 & 0 & -(M_{eff}h^2 + \frac{b}{2}I + bh^2m_b) \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$C_m = \begin{bmatrix} I_{\xi\xi}c_\xi & 2\Omega I_{\xi\xi} & 2\Omega\beta_p I_{\beta\xi} & 0 & 0 & 0 \\ -2\Omega I_{\xi\xi} & I_{\xi\xi}c_\xi & 0 & 2\Omega\beta_p I_{\beta\xi} & 0 & 0 \\ -2\Omega\beta_p I_{\beta\xi} & 0 & 0 & 2\Omega I_{\beta\beta} & \Omega S_{\beta r} & 0 \\ 0 & -2\Omega\beta_p I_{\beta\xi} & -2\Omega I_{\beta\beta} & 0 & 0 & \Omega S_{\beta r} \\ 0 & 0 & b\Omega S_{\beta r} & 0 & -C_x & -\frac{b}{2}\Omega I \\ 0 & 0 & 0 & b\Omega S_{\beta r} & \frac{b}{2}\Omega I & -C_y \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

$$K_m = \begin{bmatrix} -I_{\xi\xi}(\Omega^2 - \omega_\xi^2) & I_{\xi\xi}c_\xi\Omega & 0 & 2\Omega^2\beta_p I_{\beta\xi} & 0 & 0 \\ -I_{\xi\xi}c_\xi\Omega & -I_{\xi\xi}(\Omega^2 - \omega_\xi^2) & -2\Omega^2\beta_p I_{\beta\xi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2\Omega^2\beta_p I_{\beta\xi} & -I_{\beta\beta}(\Omega^2 - \omega_\beta^2) & 0 & 0 & 0 \\ 2\Omega^2\beta_p I_{\beta\xi} & 0 & 0 & -I_{\beta\beta}(\Omega^2 - \omega_\beta^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (b/2)\Omega^2 S_{\beta r} & -(K_x - ghM_{eff}) & 0 \\ 0 & 0 & -(b/2)\Omega^2 S_{\beta r} & 0 & 0 & -(K_y - ghM_{eff}) \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

$M_m$ ,  $C_m$  ve  $K_m$  sırasıyla mafsalsız yer rezonansı modelinin kütle, sönüm ve direnç matrisleridir.  $q$  serbestlik derecelerini ve  $F^{(A)}$  aerodinamik kuvvetlerin oluşturduğu etkileri göstermektedir.  $M_{\xi c}, M_{\xi s}, M_{\beta c}, M_{\beta s}$  terimleri daha önceden tanımlanmıştır.  $M_{gx}, M_{gy}$  terimleri ise,

$$M_{gx} = -(M_X^{(A)} + hF_Y^{(A)}) \quad (3.67)$$

$$M_{gy} = (M_Y^{(A)} - hF_X^{(A)}) \quad (3.68)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

(3.67) ve (3.68) denklemleri,

$$F_X^{(A)} = \sum_{k=1}^b \left[ \sin\psi_k \int_0^R f_x dr \right] \quad (3.69)$$

$$F_Y^{(A)} = \sum_{k=1}^b \left[ \cos\psi_k \int_0^R f_x dr \right] \quad (3.70)$$

$$M_X^{(A)} = \sum_{k=1}^b \left[ \sin\psi_k \int_0^R r f_z dr \right] \quad (3.71)$$

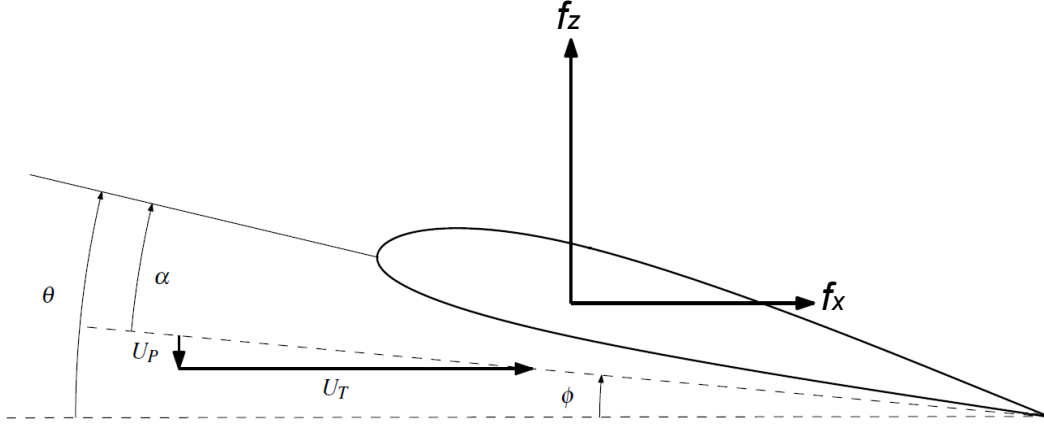
$$M_Y^{(A)} = \sum_{k=1}^b \left[ \cos\psi_k \int_0^R r f_z dr \right] \quad (3.72)$$

ifadeleri yardımıyla hesaplanabilir.

### 3.3 Aerodinamik kuvvetler

Hem gövdenin hem de palaların hareket denklemlerinin içerisinde aerodinamik kuvvet terimleri mevcuttur. Bu yüzden aerodinamik kuvvetleri de hesaba katmak gerekmektedir. Pala üzerine gelen aerodinamik kuvvetler [4] kaynağından alınmıştır. Palanın birim uzunluktaki kesiti üzerine gelen kuvvetler, daimi ve bozucu kuvvetler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Dinamik analizlerde daimi kuvvetleri dikkate alınmadan, sadece dinamik kuvvetleri kullanılarak analiz yapılabilir. Şekil 3.1’de bir

pala kesidinin üzerine gelen aerodinamik kuvvetler gösterilmiştir.  $U_T$  palanın düzlem içi hareketinden dolayı pala yüzeyinden akan havanın hızı,  $U_P$  rotor düzlemine dik akan havanın hızını göstermektedir.  $\theta$  pala kesidinin yunuslama açısını,  $\alpha$  ise etkin hücum açısını göstermektedir.



**Şekil 3.6 :** Pala kesidi üzerinde ortaya çıkan aerodinamik kuvvet bileşenleri.

Şekil 3.6'da gösterilen  $f_x$  ve  $f_z$  dinamik kuvvet terimleri, küçük hücum açısı kabulüyle (3.73) ve (3.74) denklemlerindeki gibi ifade edilebilir [4]. Burada  $\rho$  havanın yoğunluğunu,  $c_l$  taşıma katsayısı,  $c_d$  sürüklenme katsayısı,  $\lambda$  içe akış oranını,  $a$  iki boyutlu pala profilinin taşıma eğrisinin eğimini göstermektedir.

$$f_x = \frac{1}{2} \rho c a \left\{ \left[ U_{P_0} \theta + \frac{2c_d}{a} U_{T_0} \right] \delta U_T + \left[ U_{T_0} \theta - 2U_{P_0} - \frac{c_{dn}}{a} n U_{T_0} \left( \theta - \frac{U_{P_0}}{U_{T_0}} \right) \left| \theta - \frac{U_{P_0}}{U_{T_0}} \right|^2 \right] \delta U_P \right\} \quad (3.73)$$

$$f_z = \frac{1}{2} \rho c a \{ (2U_{T_0} \theta - U_{P_0}) \delta U_T - U_{T_0} \delta U_P \} \quad (3.74)$$

(3.73) ve (3.74) denklemlerinde,

$$U_{T_0} = \Omega R \quad (3.75)$$

$$U_{P_0} = \Omega R \lambda(r) \quad (3.76)$$

$$\delta U_T = -R\eta_\xi \dot{\xi} - h(\dot{\alpha}_X \cos\psi_m + \dot{\alpha}_Y \sin\psi_m) \quad (3.77)$$

$$\delta U_P = R\eta_\beta \dot{\beta} + r(\dot{\alpha}_X \sin\psi_m - \dot{\alpha}_Y \cos\psi_m) \quad (3.78)$$

$$\lambda(r) = \frac{\sigma a}{16} \left[ \sqrt{1 + \frac{32\theta}{\sigma a} r} - 1 \right] \quad (3.79)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Gerekli denklemler yerine koyulduktan sonra ikinci bölümde anlatıldığı gibi değişken dönüşümü yardımıyla sistemin özdeğerlerine bakılarak, sistemin kararlılık kararsızlık durumu incelenebilir. Ayrıca sistemin kararsız olduğu durumları ortadan kaldırmak için gerekli sönüm gene ikinci bölümde anlatıldığı gibi tahmin edilebilir.



## **4. İTÜ-HTH YER REZONANSI ANALİZLERİ**

Bu bölümde İTÜ-HTH'in yer rezonansı karakteristiği incelenmiştir. İlk olarak yer rezonansı modelinde kullanılacak eşdeğer parametreler elde edilmiş ve devamında elde edilen bu parametrelerle İTÜ-HTH'in yer rezonansı analizleri gerçekleştirilmiştir. Yer rezonansı analizlerinde ilk olarak durum değişkenleri yöntemiyle yer rezonansı modelinin özdeğerleri hesaplanmıştır. Bu hesaplar helikopterin hem boş hem de dolu olması durumlarında yapılmıştır. Bunun ardından, helikopter gövdesine ve palasına eklenen sönümlerin yer rezonansı kararsızlığına olan etkileri incelenmiş ve yer rezonansında kararlılığı sağlamak için gerekli olan sönüm tahminleri yapılmıştır.

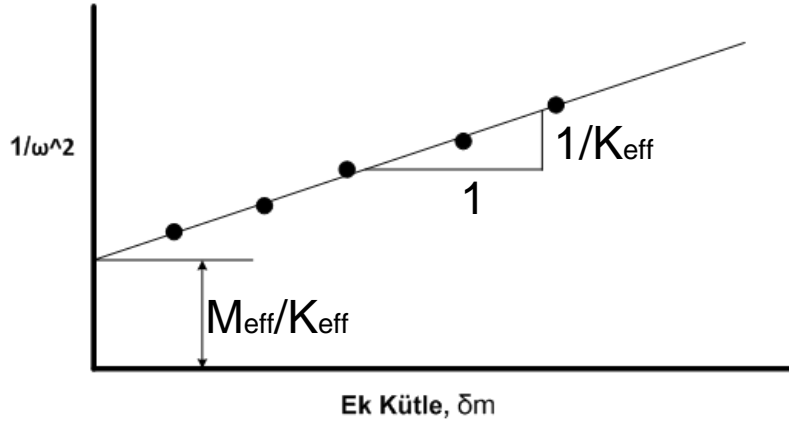
### **4.1 Mafsallı Rotoru Sahip Helikopter Modelinin Yer Rezonansı Analizleri**

Yer rezonansında kullanılacak parametreleri gövde parametreleri ve rotor parametreleri olarak iki gruba ayırabiliriz. Gövde parametreleri gövdenin eşdeğer kütle ve eşdeğer direngenlik değerlerinden oluşmaktadır. Rotor parametreleri ise palanın eşdeğer mafsal mesafesi, palanın kütle merkezinin eşdeğer mafsal mesafesine olan uzaklığı, eşdeğer mafsal mesafesindeki burulma yayının yay katsayısı ve palanın kütle ataletinden.

#### **4.1.1 Gövdenin eşdeğer parametreleri**

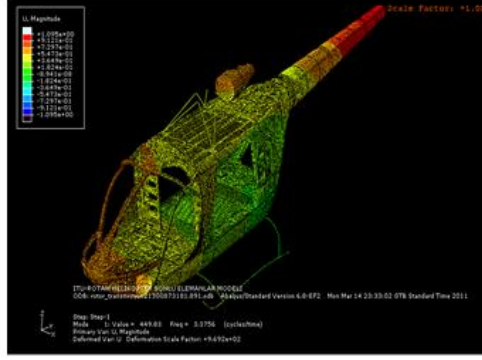
Yer rezonansı, rotorun dönme frekansından daha düşük frekanslarda gerçekleşir. Bu nedenle kızıak üzerindeki helikopter gövdesinin hareketi rijit cisim hareketi gibi ele alınabilir [21]. Helikopterin yer rezonansı matematik modelinde kullanılmak üzere helikopter gövdesinin eşdeğer kütle ve eşdeğer direngenlik değerlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Helikopter gövdesinin eşdeğer kütle ve eşdeğer direngenliğinin hesaplanabilmesi için, helikopter Sonlu Elemanlar (SE) modelinde rotor merkezine belirli miktarda kütleler eklenerek doğal frekansın değişimi incelenir ve buradan yola çıkarak gövdenin eşdeğer kütle ve direngenlik değerleri hesaplanabilir [21]. Helikopterin seçilen bir modunun doğal frekansı  $\omega$  ve rotor merkezindeki eşdeğer

kütlesi  $M_{eff}$  olsun. Rotor merkezine  $\delta m$  kadar bir ek kütle eklendiğinde helikopterin gövdesinin yeni doğal frekansının  $\omega_2$  olduğunu düşünürsek yeni eşdeğer kütlenin  $(M_{eff2}) = (M_{eff} + \delta m)$  olduğu düşünülebilir. Aynı işlem başka bir ek kütle için tekrarlanarak Şekil 4.1'deki grafik elde edilebilir. Şekil 4.1'deki eğimden  $K_{eff}$  hesaplanır.  $K_{eff}$  helikopter gövdesinin seçilen mod için rotor merkezindeki eşdeğer direngenliktir.



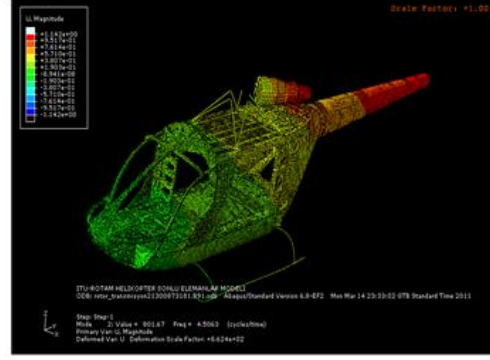
**Şekil 4.1 :** Eşdeğer kütle ve direngenlik hesabı.

İTÜ-HTH'in gövdesinin doğal frekansları ve mod şekilleri daha önceden yapılan bir çalışma kapsamında ayrıntılı olarak hem teorik (sonlu eleman) hem de deneysel olarak tespit edilmiştir [25]. [25] çalışmasında kullanılan Sonlu Eleman (SE) modeli deneysel veriler kullanılarak doğrulanmıştır. Daha sonra [25] çalışmasındaki modelden farklı olarak, helikopter gövdesi üzerine dişli kutusu, palalar, kuyruk mili ve kuyruk dişli kutusu bağlanmıştır. Bu yapısal parçalar, noktasal kütlelerle temsil edilecek şekilde, [25] çalışmasında doğrulanmış olan SE modeline eklenerek, helikopterin SE modeli güncellenmiş ve deneysel sonuçlar SE model sonuçlarıyla da karşılaştırılmıştır [26]. Şekil 4.2'de sonlu elemanlar modeli ile deneysel modelin karşılaştırılması verilmiştir. Elde edilen sonuçlar daha önce anlatıldığı gibi eşdeğer kütle ve direngenlik hesabının yapılabileceği güvenilir bir SE modeli olduğunu göstermektedir. Şekil 4.1'de şematik olarak gösterilen ve anlatılan yöntemler yardımıyla helikopterin yunuslama modu için eşdeğer kütle ve direngenlik değerleri helikopter boşken sırasıyla 582 kg ve 203214 N/m, helikopter doluyken 913 kg 211186N/m olarak hesaplanmıştır. Benzer şekilde, helikopterin yuvarlanma modu için eşdeğer kütle ve direngenlik değerleri helikopter boşken sırasıyla 534 kg ve 419785N/m, helikopter doluyken 886 kg 473168N/m olarak hesaplanmıştır.



SEM Frekansı = 3.38Hz  
Ölçüm Frekansı = 3.68 Hz

(a)



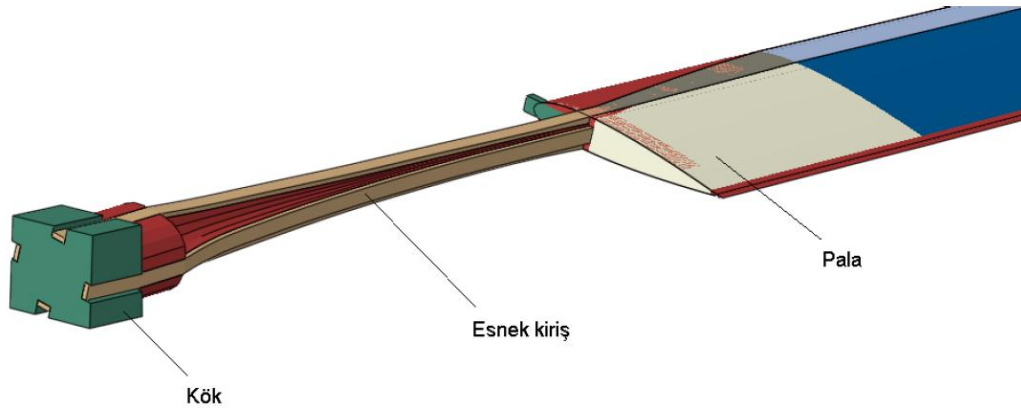
SEM Frekansı = 4.51Hz  
Ölçüm Frekansı = 4.38 Hz

(b)

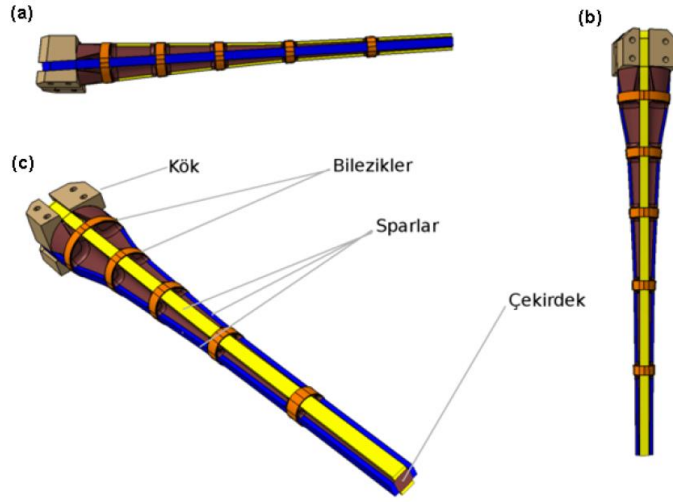
Şekil 4.2 : Helikopter gövdesinin deneysel ve SE sonuçlarının karşılaştırılması  
(a)Yunuslama modu (b)Yuvarlanma modu.

#### 4.1.2 Palanın eşdeğer parametreleri

İTÜ-HTH palaları kompozit malzemeden imal edilmiş mafsalsız palalardır (Şekil 4.3). Mafsallı rotorlardaki mafsalların görevini Şekil 4.4 te gösterilen pala kökündeki esnek kiriş sağlamaktadır.



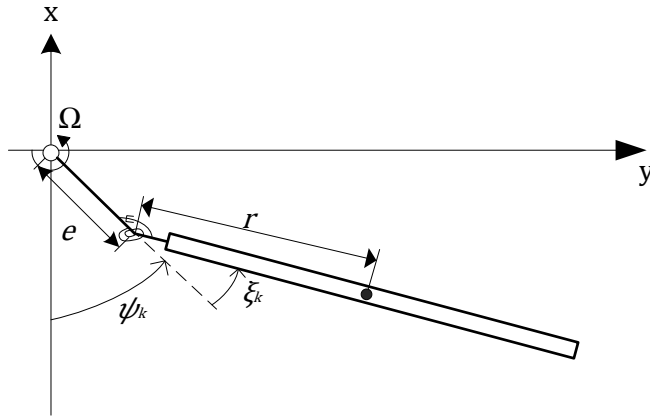
Şekil 4.3 : İTÜ-HTH palası.



**Şekil 4.4 :** Palanın esnek kökü: a)yan görünüş, b)üst görünüş c)elastik kökün bileşenleri.

Mafsalsız bir palanın düzlem içi hareketi Şekil 4.5'teki gibi eşdeğer bir mafsallı pala modeli ile temsil edilebilir. Böyle bir palanın hareket denklemi (2.11) ifadesinde belirtilmiştir. Böylece palanın ileri-geri titreşim modunun doğal frekansı (4.1) denklemi yardımıyla hesaplanabilir. (4.1) denkleminde  $\omega_\xi$  palanın ileri-geri titreşim modunun frekansını,  $k_\xi$  palanın eşdeğer mafsal mesafesine yerleştirilmiş burulma yayının direngenliğini,  $I$  palanın eşdeğer mafsal mesafesine göre kütle ataletini,  $m_b$  palanın kütleliğini,  $e$  eşdeğer mafsal mesafesini,  $r$  palanın kütle merkezinin eşdeğer mafsal mesafesine olan uzaklığını ve  $\Omega$  rotorun dönüş hızını göstermektedir [6].

$$\omega_\xi = \frac{k_\xi}{I} + \frac{m_b e r \Omega^2}{I} \quad (4.1)$$



**Şekil 4.5 :** Mafsalsız palanın eşdeğer mafsallı pala olarak modellenmesi.

(4.1) denklemindeki  $\omega_{\xi}$  palanın ileri-geri titreşim modunun doğal frekansını göstermektedir. Daha önce yapılan çalışmalarda bu değer dönme hızının olmadığı durumda gerek deneysel olarak [27], gerekse sonlu elemanlar modeli yardımıyla elde edilmiştir. Sonlu elemanlar modeli yardımıyla hesaplanan doğal frekans değerleri ile deneysel olarak hesaplanan doğal frekans değerlerinin karşılaştırılması Çizelge 4.1’de verilmiştir.

**Çizelge 4.1 :** İTÜ-HTH palasının doğal frekansları.

Mod	Ölçülen Doğal Frekanslar [Hz]	SE Modeli Doğal Frekanslar [Hz]	% Fark
Birinci mod	0.73	0.71	% 2.74
İkinci mod	0.90	0.93	% 3.33
Üçüncü mod	5.81	5.88	% 1.21
Dördüncü mod	10.81	11.49	% 6.29
Beşinci mod	17.81	18.12	% 1.74
Altıncı mod	23.50	26.56	% 12.02

Palanın farklı devir hızlarındaki doğal frekansları için hali hazırda deneysel bir çalışma bulunmamaktadır. Bu yüzden farklı devir hızlarındaki doğal frekanslarını hesaplamak için devir hızının olmadığı durumda doğrulanmış sonlu elemanlar modeli kullanılmıştır. Paların düzlem içi birinci modunun farklı rotor hızlarındaki doğal frekansları Çizelge 4.2’de verilmiştir.

**Çizelge 4.2 :** Rotor hızı ile değişen palanın düzlem içi birinci modunun frekansı.

Rotor Hızı (P=33.33rad/sn)	İleri-geri titreşim modu frekansı[Hz]
0P	0.93
0.1P	0.97
0.2P	1.02
0.3P	1.11
0.4P	1.23
0.5P	1.36
0.6P	1.50
0.7P	1.65
0.8P	1.79
0.9P	1.94
1P	2.08
1.1P	2.23
1.2P	2.37

Bir palanın kütlesi 18.5 kg ve toplam uzunluğu 5.492 m’dir. Ancak, bunun 2.5 kg’ı rotor göbeğine bağlanan alüminyum malzemedan yapılmış pala köküne aittir.

Dolayısıyla düzlem içi harekette palanın bu kısmını dikkate almaya gerek yoktur. Palanın esnek kökünün uzunluğu ise 0.812 m'dir ve palanın kütle merkezinin yeri pala kökünden itibaren 2.816 metredir. Rotorun dönme ekseninden olan uzaklığı ise pala kökünün rotor eksenine olan 0.19 metre uzaklığından dolayı 3.006 metredir. Palanın eşdeğer mafsal mesafesi ve eşdeğer mafsal mesafesine göre I kütleli atalet momenti birbirine bağlı parametrelerdir. Yani seçilen bir eşdeğer mafsal mesafesine karşılık eşdeğer mafsal mesafesine göre kütleli atalet momentinin tek bir değeri vardır. Farklı eşdeğer mafsal mesafesi ve eşdeğer mafsal mesafesine bağlı farklı kütleli atalet momenti değerleri (4.1) denkleminde yerine konularak palanın seçilen bir rotor hızındaki doğal frekansı hesaplanabilir. Seçilmesi gereken eşdeğer mafsal mesafesi ve eşdeğer atalet kütleli değeri, mafsalsız rotorun gerçek kabul edilen ve sonlu elemanlarla elde edilen doğal frekanslarını sağlayan değerlerdir. Bu şekilde rotor hızına bağlı olarak hesaplanan eşdeğer mafsal ve eşdeğer kütleli atalet değerleri Çizelge 4.3'te verilmiştir. Ayrıca eşdeğer mafsal mesafesinin palanın köküne göre değil, rotorun dönme eksenine göre hesaplandığı unutulmamalıdır.

**Çizelge 4.3 :** Palanın eşdeğer mafsal ve eşdeğer kütleli atalet değerleri.

Rotor Hızı (P=33.33rad/sn)	Eşdeğer Mafsal Mesafesi [m]	Eşdeğer Kütleli Atalet [kg- m <sup>2</sup> ]
0P	0.573	167.3
0.1P	0.573	167.3
0.2P	0.573	167.3
0.3P	0.568	167.7
0.4P	0.555	168.9
0.5P	0.543	170.0
0.6P	0.530	171.1
0.7P	0.518	172.2
0.8P	0.505	173.4
0.9P	0.493	174.4
1P	0.481	175.5
1.1P	0.470	176.5
1.2P	0.455	177.9

Kütleli atalet momentlerini hesaplamada kullanılan palanın kütle dağılımı Çizelge 4.4'te verilmiştir. Çizelge 4.4'te birinci sütundaki istasyonlar pala kökünden itibaren olan uzaklık aralıklarını, ikinci sütun ise o istasyondaki kesitin kütleli göstermektedir.

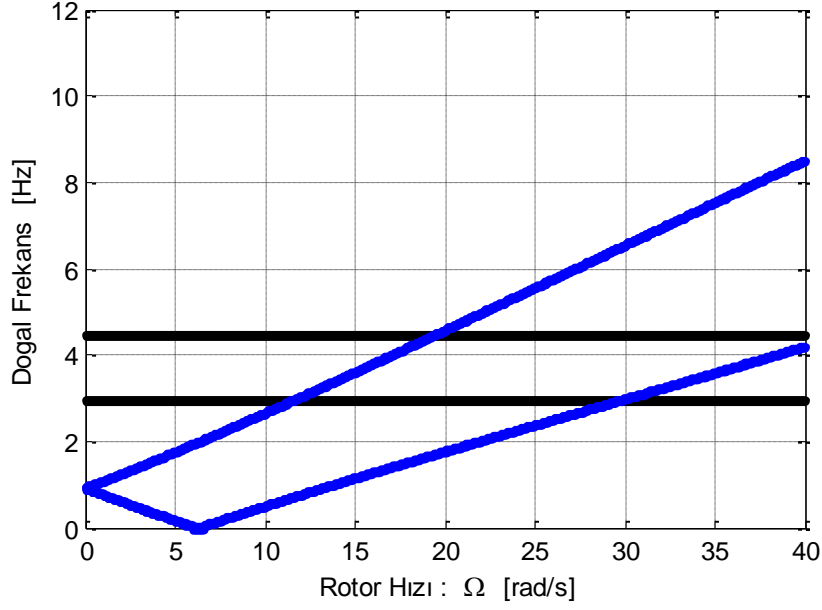
**Çizelge 4.4 : İTÜ-HTH palasının kütle dağılımı.**

İstasyon [m]	Palanın Birim Uzunluğunun Kütlesi [kg/m]
0.000-0.555	2.01
0.555-0.610	1.55
0.610-0.809	1.34
0.809-0.971	1.22
0.971-1.046	3.43
1.046-1.121	3.24
1.121-1.195	2.94
1.195-1.270	2.60
1.270-1.377	2.28
1.377-5.172	2.26
5.172-5.457	13.79
5.457-5.492	6.60

#### **4.2 İTÜ-HTH'nin Mafsallı Rotor Kabulüyle Yer Rezonansı Analizleri**

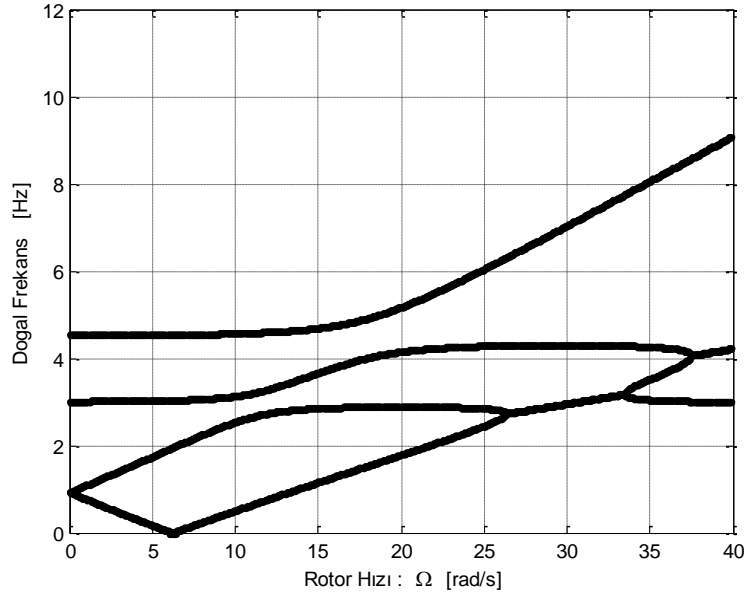
2. bölümde yer rezonansı modelinin hareket denklemleri elde edilmiş ve elde edilen hareket denklemlerinin özdeğerlerinin hesabı anlatılmıştı. Gerekli parametreler hesaplandıktan sonra her bir rotor hızı için özdeğer analizi yapılarak İTÜ-HTH'in yer rezonansı incelenebilir.

Sadece rotor sisteminin ilerleyen ve gerileyen ileri-geri titreşim modunun frekansları ile helikopter boşken gövde frekansları üst üste çizdirildiğinde Şekil 4.6'daki gibi bir grafik elde edilir. Rotor frekansları, rotorun sabit eksen takımında elde edilmiş iki tane hareket denklemi yardımıyla özdeğerlerinin hesaplanması ile elde edilir. Bu iki denklemin her bir rotor hızında hesaplanan özdeğerlerinden bir tanesi ilerleyen ileri-geri titreşim modunun frekansı diğeri ise gerileyen ileri-geri titreşim modunun frekansını göstermektedir. Görüldüğü gibi gerileyen ileri-geri titreşim modunun frekansı gövde frekansı ile rotor hızı 30 rad/sn olduğunda çakışmaktadır.

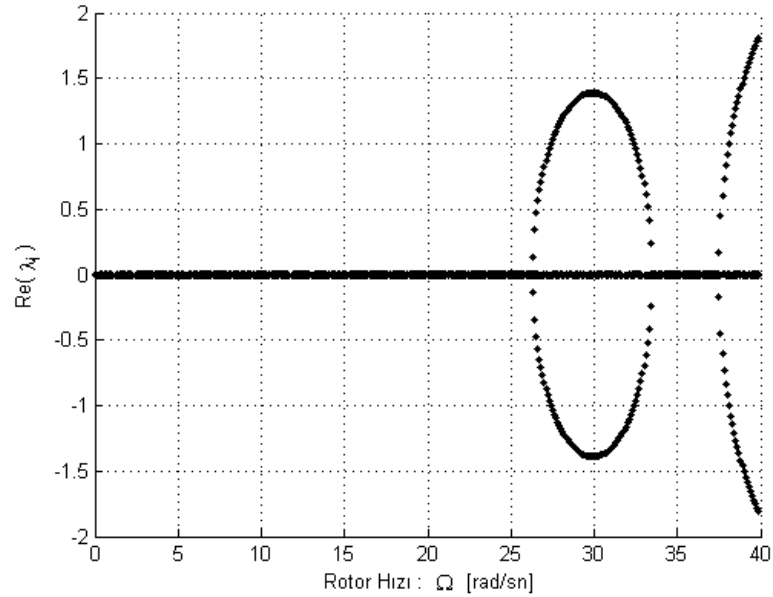


**Şekil 4.6 :** Gövde ve rotor frekansları üst üste.

Ancak, yer rezonansı probleminde helikopterin rotoru ile helikopterin gövdesinin hareketleri ayrı ayrı düşünülemez. İTÜ-HTH boş durumda iken ve gövde ile palada herhangi bir sönüm yokken yer rezonansı modelinin özdeğer analizi yapıldığında Şekil 4.7'deki sonuçlar elde edilmiştir. Görüldüğü gibi belli bir rotor hızı aralığında helikopterin gövdesinin modu ve rotor sisteminin gerileyen ileri-geri modu birbirine bağlanmaktadır. Hesaplanan özdeğerlerin reel kısımları rotor hızına olarak Şekil 4.8'de gösterilmiştir. Modların birbirine bağlandığı rotor hızlarında reel köklerin pozitif olduğu, yani sistemin kararsız olduğu anlaşılmaktadır. Bunun yanında ilerleyen ileri-geri titreşim modunun frekansı ile gövde modlarının frekansları çakıştığında reel kökler pozitif değildir, yani helikopterde bu çakışmalardan dolayı herhangi bir kararsızlık yaşanmaz.



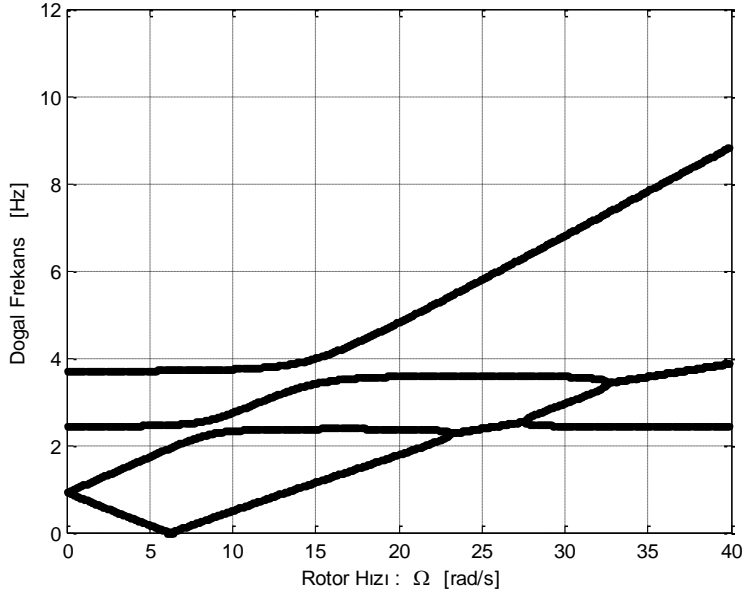
Şekil 4.7 : İTÜ-HTH boşken yer rezonansı modelinin frekansları.



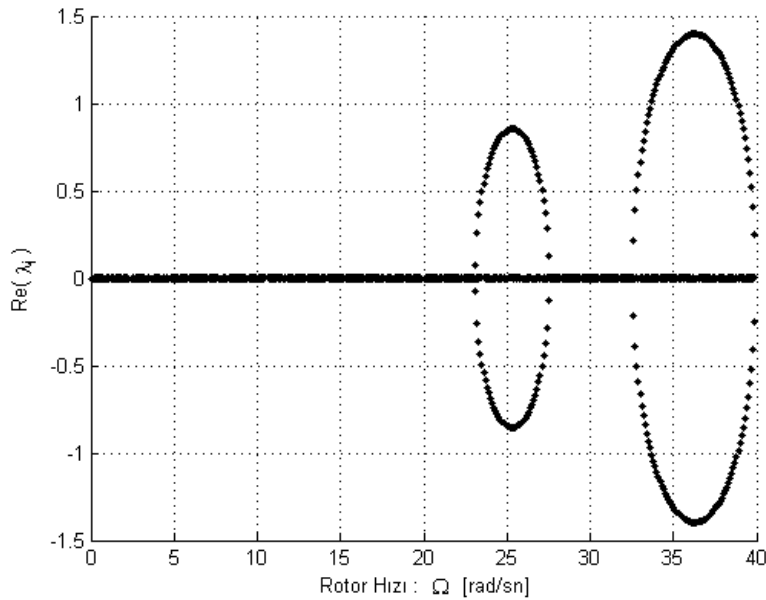
Şekil 4.8 : İTÜ-HTH boşken hesaplanan özdeğerlerin reel kökleri.

Benzer analizler helikopter doluyken tekrarlanmış, yer rezonansı modelinin frekanslarının, rotor hızına göre değişimi elde edimiş ve sonuçlar Şekil 4.9'da sunulmuştur. Beklendiği üzere gövde frekansları kütle artmasıyla bir miktar azalmıştır. Ancak gövde frekanslarının ne kadar azaldığını tahmin ederken boş ve dolu haldeki ağırlıkları direkt olarak oranlamak doğru sonuç vermez. Çünkü gövdeye yüklenen kütlelerin, gövdenin o modu üzerinde ne kadar etki yaratacağı, eklenen kütle konumuyla doğrudan alakalıdır. Örneğin helikopterin yuvarlanma modu

düşünülürse, rotor düzlemine yakın konumlandırılmış kütleler helikopterin yuvarlanma modu üzerinde oldukça etkili olurken, kızak bölgesine yakın konumlandırılmış kütlelerin yuvarlanma modu üzerindeki etkisi çok daha azdır.



**Şekil 4.9 :** İTÜ-HTH doluyken yer rezonansı modelinin frekansları.



**Şekil 4.10 :** İTÜ-HTH doluyken hesaplanan özdeğerlerin reel kökleri.

Şekil 4.10'da İTÜ-HTH doluyken yer rezonansı modelinin özdeğer çözümü ile elde edilen özdeğerlerin pozitif kısımlarının rotor hızının değişimi ile nasıl değiştiği gösterilmektedir. Helikopter gövdesinin frekanslarının düşmesi, gerileyen ileri-geri

titreşim modu ile gövde modlarının çakıştığı rotor hızlarını bir miktar düşürmektedir. Şekil 4.10'de daha düşük rotor hızlarında ortaya çıkan kararsızlığın yüksek rotor hızlarında ortaya çıkan kararsızlığa göre daha zayıf olduğu görülmektedir.

Yer rezonansı kararsızlığını engellemek için gerekli olan sönüm değerleri Deutsh kriterine göre belirlenebilir. (4.2) denkleminde Deutsh kriterinin ifadesi görülmektedir.

$$\zeta\zeta_c = \frac{b}{4} \left( \frac{\frac{\omega}{\Omega}}{\left(1 - \frac{\omega}{\Omega}\right)} \right) S_\xi^2 \omega^2 \quad (4.2)$$

Burada  $b$  pala sayısını,  $\omega$  gövdenin doğal frekansını (bu frekans değeri aynı zamanda çakışmanın olduğu rotor hızındaki gerileyen ileri-geri titreşim frekansına eşittir),  $\Omega$  çakışmanın olduğu rotor hızını,  $\delta$  palanın sönüm oranını ve  $\delta_c$  helikopter gövdesinin sönüm oranını göstermektedir.  $S_\xi$  palanın eşdeğer mafsal mesafesine göre birinci kütleli atalet momenti olarak ifade edilir ve (4.3) denklemi yardımıyla Çizelge 4.3 ve Çizelge 4.4 verilerini kullanarak hesaplanabilir. (4.3) denkleminde  $m$  palanın birim uzunluğunun kütleliğini,  $e$  eşdeğer mafsal mesafesini,  $r$  pala üzerindeki birim uzunluğun eşdeğer mafsal mesafesine olan uzaklığını göstermektedir.

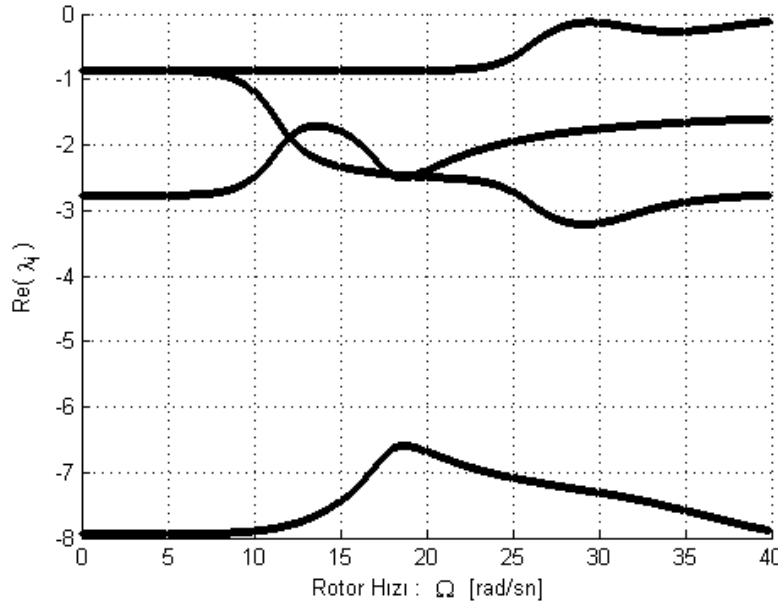
$$S_\xi = \int_e^R m(r - e) dr \quad (4.3)$$

Deutsch kriterine göre belirlenen helikopter palasının ve gövdesinin sönüm oranlarının çarpımı İTÜ-HTH için hesaplanmıştır. İTÜ-HTH'in boş ve dolu haldeki gerekli sönüm değerlerinin çarpımı Çizelge 4.5 te gösterilmiştir.

**Çizelge 4.5 :** Deutsch kriterine göre hesaplanan pala ve gövde sönüm oranlarının çarpım değerleri.

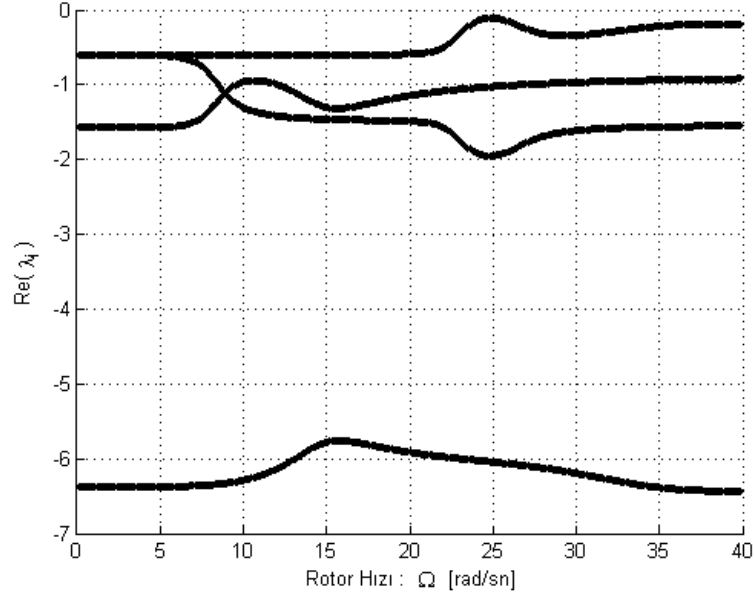
Gövde Modu	Gövde ve Pala Sönüm Oranlarının (%) Çarpımı
I. Gövde Modu (boş)	0.0226
II. Gövde Modu (boş)	0.0436
I. Gövde Modu (dolu)	0.0110
II. Gövde Modu (dolu)	0.0295

Çizelge 4.5'te belirlenen sönümlerin çarpım değerleri sağlanarak yer rezonansı modelinin reel kökleri tekrar hesaplanarak sistemin gerçekten kararlı olup olmadığı kontrol edilebilir. İlk olarak helikopter boşken helikopter palasına ve helikopterin gövdesinin yunuslama moduna  $\sqrt{0.0226} = 0.15$  oranında, helikopter gövdesinin yuvarlanma moduna  $0.0436/0.15 = 0.29$  oranında sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri Şekil 4.11'de rotor hızına bağlı olarak çizilmiştir. Bütün reel köklerin negatif olduğu, dolayısıyla modelin kararlı olduğu görülmektedir.



**Şekil 4.11 :** İTÜ-HTH boşken Deutsch kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri.

Helikopter doluyken gerekli olan sönümün daha az olacağı Çizelge 4.5'te verilen sonuçlardan anlaşılmaktadır. Yani, helikopter boşken kararlılığı sağlayan sönüm değerleri helikopter doluyken kararlılığı zaten sağlayabilecektir. Ancak Deutsch kriteriyle hesaplanan sönümlerin çarpımlarının sınır değerlerini helikopter doluyken de kontrol amacıyla benzer hesaplar tekrar yapılabilir. Benzer şekilde İTÜ-HTH doluyken helikopter palasına ve helikopterin gövdesinin yunuslama moduna  $\sqrt{0.0110} = 0.104$  oranında, helikopter gövdesinin yuvarlanma moduna  $0.0295/0.104 = 0.28$  oranında sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri Şekil 4.12'de rotor hızına bağlı olarak çizilmiştir. Bütün reel köklerin negatif olduğu dolayısıyla bu durumda modelin kararlı olduğu görülmektedir.



**Şekil 4.12 :** İTÜ-HTH doluyken Deutsch kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri.

Yer rezonansı kararsızlığını ortadan kaldırmak için helikopterin gövdesine ve palasına eklenmesi gereken sönümü belirlemede Done [20] kaynağında Deutsch kriterine benzer (4.4) denklemindeki gibi bir önermede bulunulmuştur.

$$\zeta\zeta_c = \mu\kappa_c^2/8\kappa(1 - \kappa_c) \quad (4.4)$$

(4.4) denkleminde,

$$\mu = \frac{b}{2}m_b/(M_{eff} + bm) \quad (4.5)$$

$$\kappa_c = \omega/\Omega \quad (4.6)$$

$$\kappa = 1 - \kappa_c \quad (4.7)$$

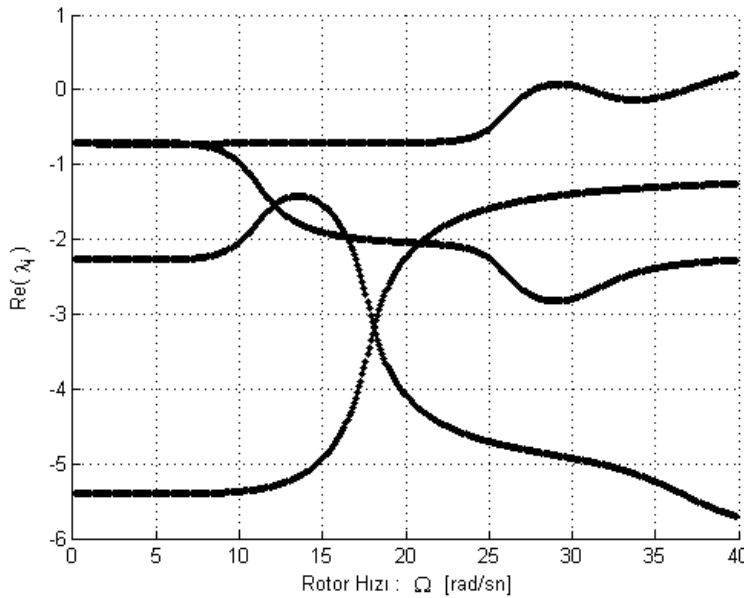
şeklindedir. Burada  $b$  pala sayısını,  $m_b$  palanın kütesini,  $M_{eff}$  helikopter gövdesinin efektif kütesini,  $\omega$  gövdenin frekansını ve  $\Omega$  rotor hızını göstermektedir. Bu durumda  $\kappa_c$  helikopter gövdesinin rotor hızına göre normalize edilmiş doğal frekansını,  $\kappa$  ise helikopter palasının rotor hızına göre normalize edilmiş doğal frekansını göstermektedir. Hesaplanan sönüm oranlarının çarpım değerleri Çizelde 4.6 da gösterilmiştir. Deutsch kriterine göre hesaplanan değerlerle karşılaştırıldığında denklem (4.4) daha düşük sönüm değerleri tahmin etmektedir. Hesaplanan değerlerin

kararlılığı sağlayıp sağlamadığının kontrol edilmesi için uygun sönüm değerleri kullanılarak yer rezonansı modelinin özdeğerleri hesaplanıp reel kısımları kontrol edilmiştir.

**Çizelge 4.6 :** Done kriterine göre hesaplanan pala ve gövde sönüm oranlarının çarpım değerleri.

Gövde Modu	Gövde ve Pala Sönüm Oranlarının (%) Çarpımı
I. Gövde Modu (boş)	0.0152
II. Gövde Modu (boş)	0.0243
I. Gövde Modu (dolu)	0.0082
II. Gövde Modu (dolu)	0.0127

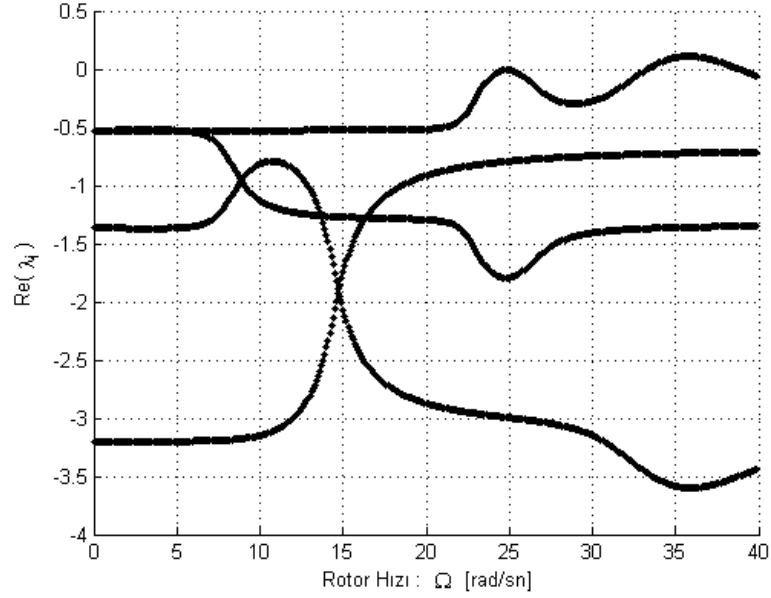
İlk olarak helikopter boşken helikopter palasına ve helikopterin gövdesinin yunuslama moduna  $\sqrt{0.0152} = 0.1233$  oranında, helikopter gövdesinin yuvarlanma moduna  $0.0243/0.1233 = 0.1971$  oranında sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri tahmin edilmiş ve sonuçlar Şekil 4.13’de verilmiştir. Reel köklerin çakışmanın olduğu rotor hızlarında pozitif değerler aldığı, ancak bu değerlerin oldukça küçük olduğu, yani kararsızlığın çok az olduğu görülmektedir.



**Şekil 4.13 :** İTÜ-HTH boşken Done kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri.

Benzer şekilde helikopter doluyken helikopter palasına ve helikopterin gövdesinin yunuslama moduna  $\sqrt{0.0082} = 0.0906$  oranında, helikopter gövdesinin yuvarlanma moduna  $0.0127/0.0906 = 0.1402$  oranında sönüm eklendiğinde elde edilen

sonuçlar Şekil 4.13’de rotor hızına bağlı olarak sunulmuştur. İTÜ-HTH boşken yapılan analizlerde olduğu gibi reel köklerin çakışmanın olduğu rotor hızlarında pozitif değerler aldığı ancak bu değerlerin oldukça kuk olduğu yani kararsızlığın çok az olduğu görülmektedir.

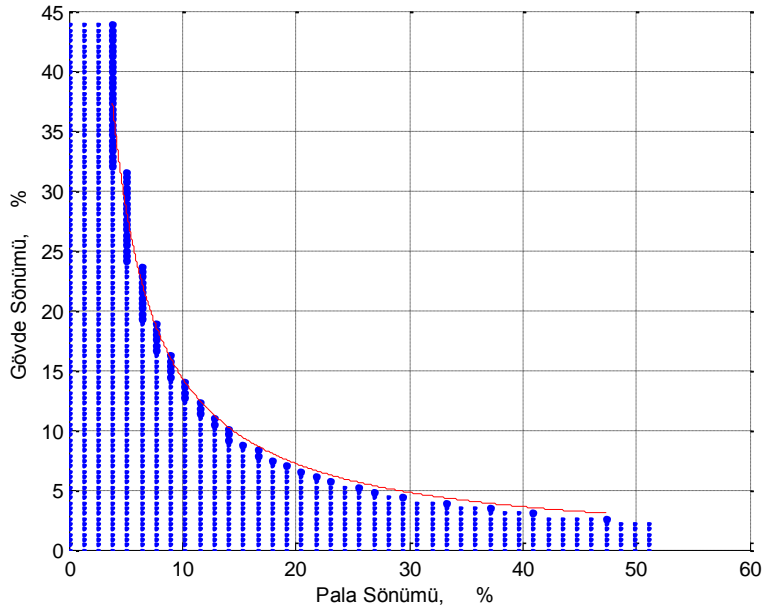


**Şekil 4.14 :** İTÜ-HTH doluyken Done kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri.

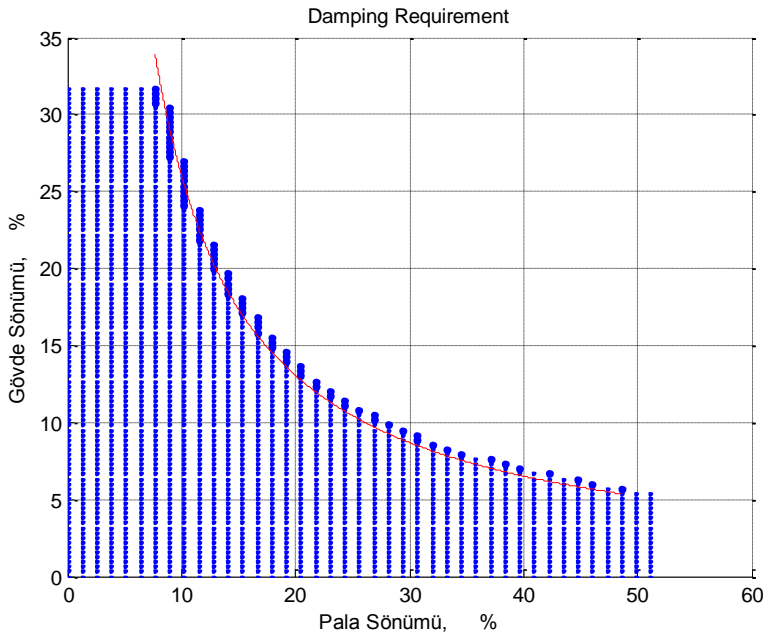
Gerekli sönümün belirlenmesinde daha fazla hesaplama ve zaman gerektirmesine rağmen daha doğru sonuçlar veren bir diğer yöntem ise palaya ve helikopter gövdesine eklenen sönüm değerlerinin her kombinasyonunun her bir rotor hızında denenerek sistemin kararlı olup olmadığının kontrol edilmesidir. Şekil 4.15’te İTÜ-HTH boşken helikopter gövdesinin yunuslama modu için yapılmış bir analiz görülmektedir. Her bir sönüm oranı için sistemin her bir rotor hızında kararlı olup olmadığı incelenmiş ve kararsız olduğu durumda sönüm kombinasyonları iŐaretlenmiŐtir. Böylece sistemin kararlılık (veya kararsızlık) sınırları elde edilmiştir.

Şekil 4.16’da helikopter gövdesinin yuvarlanma modu için elde edilmiş kararlılık sınırları gzlmektedir. Helikopterin yuvarlanma modunda ortaya çıkan yer rezonansı kararsızlığı daha yüksek hızlarda gerçekleştiği için kararlılığı sağlamak için daha fazla sönüm gerekmektedir. Bu durum Şekil 4.15 ile Şekil 4.16’nın karşılaştırılması ile kolaylıkla görülebilmektedir.

Helikopter doluyken gerekli olan sönüm oranları daha düşük olacağından, helikopterin dolu hali için ayrıca bir analize gerek yoktur. Ancak yer rezonansının gerçekleştiği rotor hızlarının önemli olduğu durumlarda yer rezonansının hangi rotor hızlarında ortaya çıktığını kontrol etmek için helikopter hem dolu hem de boş haldeki durumları için yer rezonansı analizi yapılmalıdır.



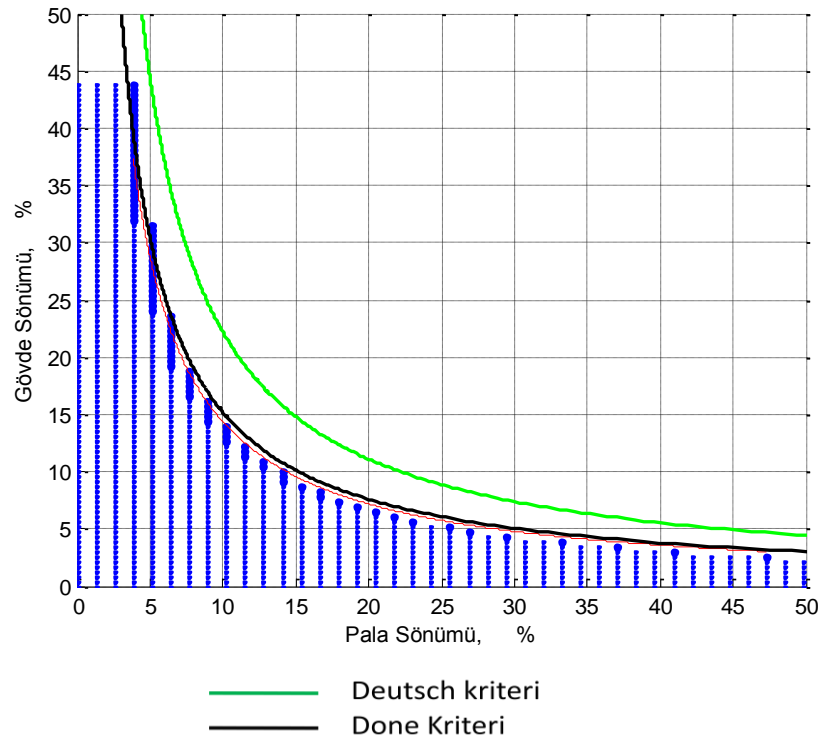
**Şekil 4.15 :** İTÜ-HTH'nin boşken yunuslama gövde modunda ortaya çıkacak yer rezonansının kararlılığı için gerekli olan gövde ve pala sönümleri.



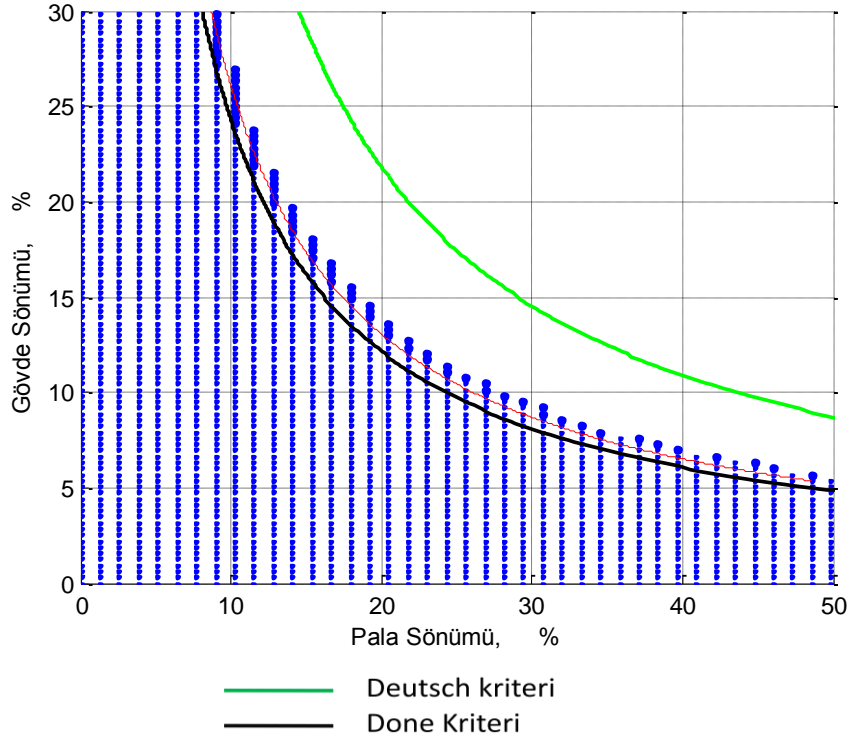
**Şekil 4.16 :** İTÜ-HTH'nin boşken yuvarlanma gövde modunda ortaya çıkacak yer rezonansının kararlılığı için gerekli olan gövde ve pala sönümleri.

Gerekli sönümü belirlemede kullanılan yöntemlerin karşılaştırılması için değişik yöntemlerle elde edilen sonuçlar aynı grafikte sunulabilir. Şekil 4.17’de gerileyen ileri-geri titreşim frekansının helikopter boşken helikopter gövdesinin yunuslama modu ile çakışmasıyla ortaya çıkan yer rezonansı kararsızlığının ortadan kaldırılması için gerekli olan sönüm oranları grafikleri üst üste çizdirilmiştir. Görüldüğü gibi Deutsch kriterine göre hesaplanan sönüm değerleri gerçekte gerekli olan sönüm oranı değerinden bir miktar fazladır. Done kriterine göre hesaplanan sönüm oranı değerleri ise gerçekte gerekli olan sönüm oranı değerine daha yakın değerler vermektedir. Ancak Done kriteriyle yapılan hesaplamada, gövde ve palalardaki sönüm oranları arasındaki fark açıldıkça gerekli olan sönümden bir miktar daha az sönüm değeri hesaplanmaktadır.

Benzer şekilde Şekil 4.18’de helikopter boş durumda ilen gerileyen ileri-geri titreşim frekansının helikopter gövdesinin yuvarlanma modu ile çakışmasıyla ortaya çıkan yer rezonansı kararsızlığının ortadan kaldırılması için gerekli olan sönüm oranları grafikleri üst üste çizdirilmiştir. Deutsch kriteriyle hesaplanan sönüm oranları yine gerçekte gerekli olandan daha fazladır. Done kriteriyle hesaplanan sönüm oranları ise gerçekte gerekli olandan daha düşüktür.



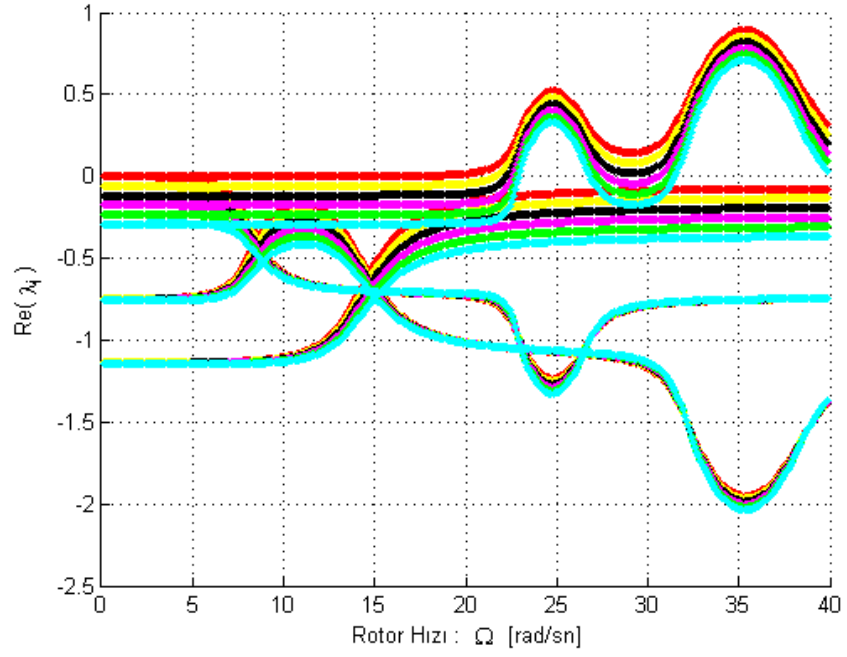
**Şekil 4.17 :** Yer rezonansında kararlılık için gerekli sönümü belirleyen kriterlerin karşılaştırılması (1.mod).



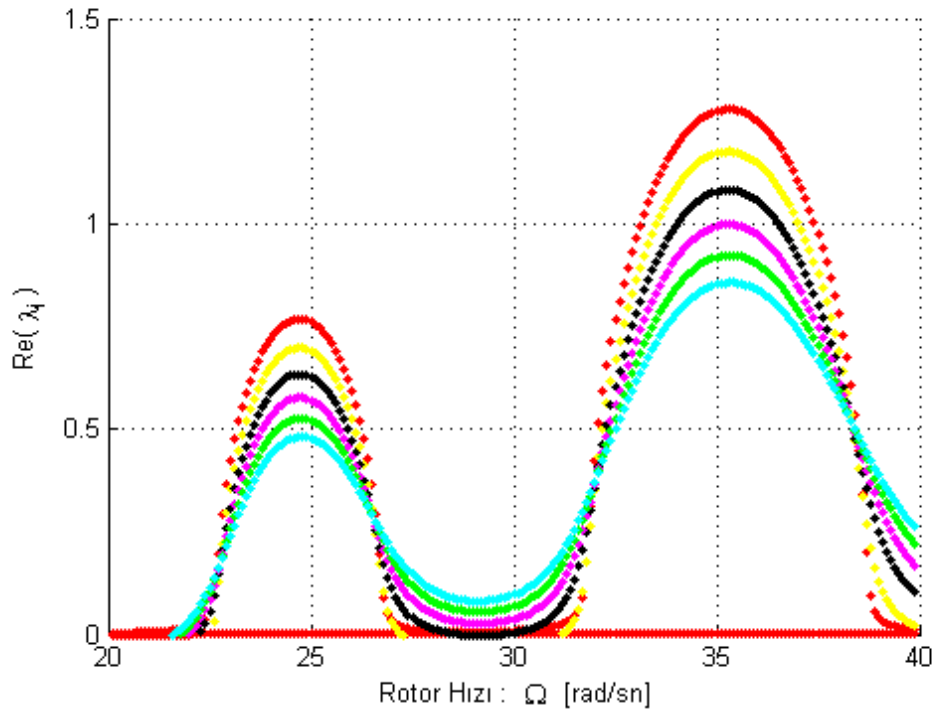
**Şekil 4.18 :** Yer rezonansında kararlılık için gerekli sönümü belirleyen kriterlerin karşılaştırılması (2.mod).

Şekil 4.19’da, İTÜ-HTH dolu iken, gövdedeki sönüm miktarı sabit tutulup (%5), palaya eklenen sönüm oranı değiştirilmiş ve kararlılık durumu incelenmiştir. Görüldüğü gibi palaya eklenen sönüm her zaman kararsızlığı azaltmakta, aynı zamanda kararsızlığın ortaya çıktığı rotor hızı aralığını da daraltmaktadır. Elde edilen bu sonuç [13] kaynağında elde edilen sonuçla örtüşmektedir.

Benzer şekilde Şekil 4.20’de gövdeye eklenen sönüm oranı miktarı incelenmiştir. İTÜ-HTH dolu halde iken yer rezonansı modelinde helikopter palasına %1 sönüm verilmiş, helikopter gövdesine farklı sönüm oranı değerleri ekleyerek reel kökleri karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi gövdeye eklenen sönüm her zaman kararsızlığı azaltmakta, ancak kararsızlığın gerçekleştiği rotor hızı aralığını genişletmektedir. Elde edilen bu sonuç yine [13] kaynağında elde edilen sonuçla örtüşmektedir.



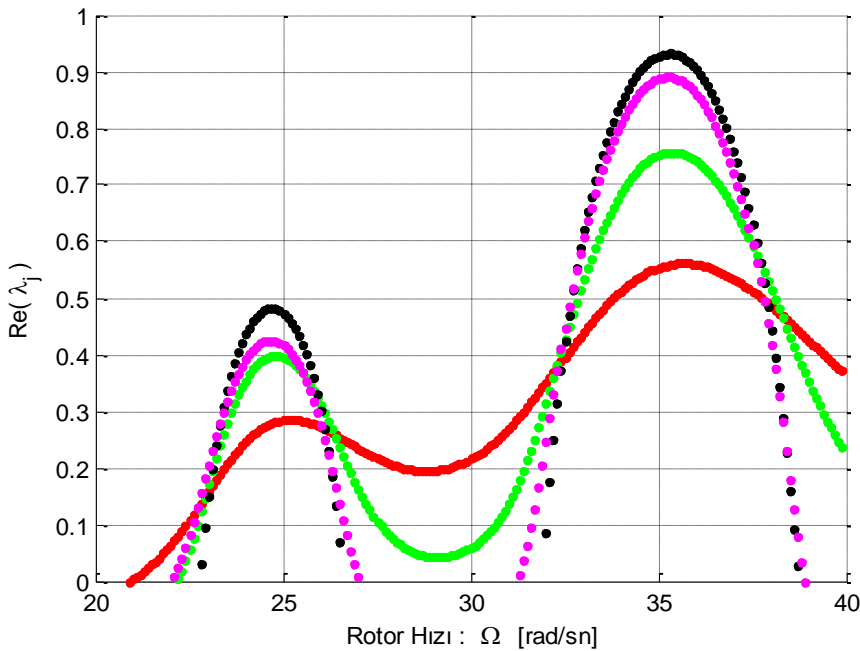
**Şekil 4.19 :** Farklı pala sönümleri için İTÜ-HTH yer rezonansı modelinin reel kökleri (Pala sönüm miktarı: Kırmızı%0,sarı%1,siyah%2,mor%3, yeşil%4 ve turkuaz%5 ).



**Şekil 4.20 :** Farklı gövde sönümleri için İTÜ-HTH yer rezonansı modelinin reel kökleri (Gövde sönüm miktarı: kırmızı%0,sarı%1,siyah%2, mor%3, yeşil%4 ve turkuaz %5).

Sönüm oranlarının çarpımları belli bir değerin üstündeysen kararlılık sağlanmıştır. Bu durumda gövde ile pala sönüm oranlarının aynı mertebelerde olması gerektiği göz önünde bulundurularak sönüm oranlarının pek bir önemi yoktur. Ancak sönüm oranlarının çarpımı sistemi kararlı hale getirmeye yetmiyorsa bu durumda helikopter palasındaki ve helikopter gövdesindeki sönüm oranlarının oranları önemli olur.

Bu durumu incelemek için İTÜ-HTH dolu haldeyken helikopter palasının sönüm oranı ile helikopter gövdesinin sönüm oranı çarpımı % 0.12 seçilmiş, farklı gövde ve pala sönüm oranı kombinasyonları için yer rezonansı analizleri yapılmıştır. Sonuçlar Şekil 4.21 elde sunulmuştur. Görüldüğü gibi gövdeye eklenen sönüm yer rezonansı kararsızlığının ortaya çıktığı rotor hızı aralığını arttırmakta ancak kararsızlığı azaltmaktadır. Palaya eklenen sönüm kararsızlığı düşürmede daha az etkili olmasına rağmen yer rezonansının ortaya çıktığı rotor hızı aralığını daraltmaktadır. Sonuçlara yer rezonansı kararsızlığı ortadan kaldırılamadığında, yani palada ve gövdede yeterli sönüm oranı sağlanamadığında palaya eklenen sönüm, kararsızlığın ortaya çıktığı rotor hızı aralığını daraltarak yer rezonansı kararsızlığının ortaya çıkma ihtimalini düşürmektedir. Bununla birlikte gövdeye eklenen sönüm kararsızlığı düşürse de yer rezonansı kararsızlığının ortaya çıktığı rotor hızı aralığını genişlettiğinden yer rezonansının ortaya çıkma ihtimalini arttırmaktadır.



**Şekil 4.21** : Çarpımları aynı oranları farklı gövde ve pala sönüm oranları (kırmızı:%1 pala%12 gövde sönümü, yeşil:%2 pala%6 gövde sönümü, mor:%6 pala %2 gövde sönümü, siyah:%12 pala %1 gövde sönümü).

### 4.3 Mafsalsız Rotora Sahip Helikopter Modelinin Yer Rezonansı Analizleri

Yer rezonansı modelinde kullanılacak gövdenin eşdeğer kütleleri bir önceki bölümde belirlenmişti. İlk olarak henüz belirlenmeyen ve mafsalsız rotora sahip helikopter modelinin yer rezonansı analizlerinde kullanılacak parametreler belirlenecektir.

Mafsalsız pala modelinde kullanılacak olan mod şekilleri ROTAM bünyesinde modellenmiş pala modelinden elde edilmiştir. Gerekli olan palanın düzlem dışı modunun farklı dönme hızlarındaki frekansları Çizelge 4.22’de verilmiştir. Bu veriler kullanılarak yer rezonansı modelinde palanın düzlem içi ve düzlem dışı hareketlerinin hareket denklemleri aerodinamik terimler dışında elde edilebilir.

**Şekil 4.22 :** Rotor hızı ile değişen palanın düzlem dışı modlarının frekansları.

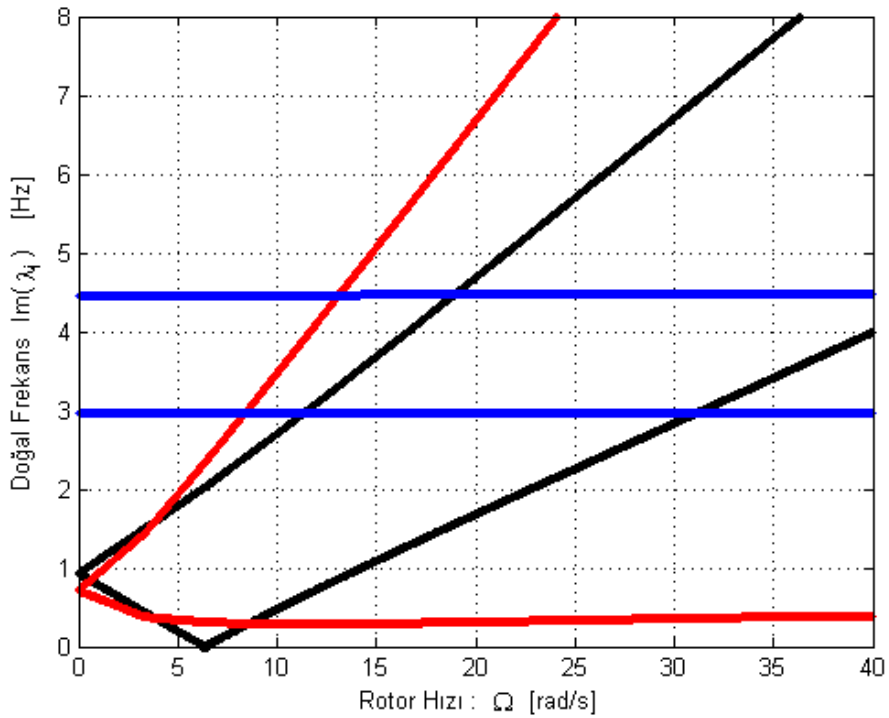
Rotor Hızı (P=33.33rad/sn)	Düzlem dışı mod frekansı[Hz]
0P	0.71
0.1P	0.91
0.2P	1.37
0.3P	1.88
0.4P	2.41
0.5P	2.95
0.6P	3.50
0.7P	4.04
0.8P	4.59
0.9P	5.13
1P	5.68
1.1P	6.22
1.2P	6.76

Aerodinamik terimleri hesaplamak için palanın  $c_l$  taşıma katsayısının,  $c_d$  sürüklenme katsayısının ve  $\sigma$  palanın katılığının bilinmesi gerekmektedir. İTÜ-HTH palası NACA 0015 tipinde paladır. Gerekli terimler Çizelge 4.23’te verilmiştir.

**Şekil 4.23 :** Aerodinamik parametreler.

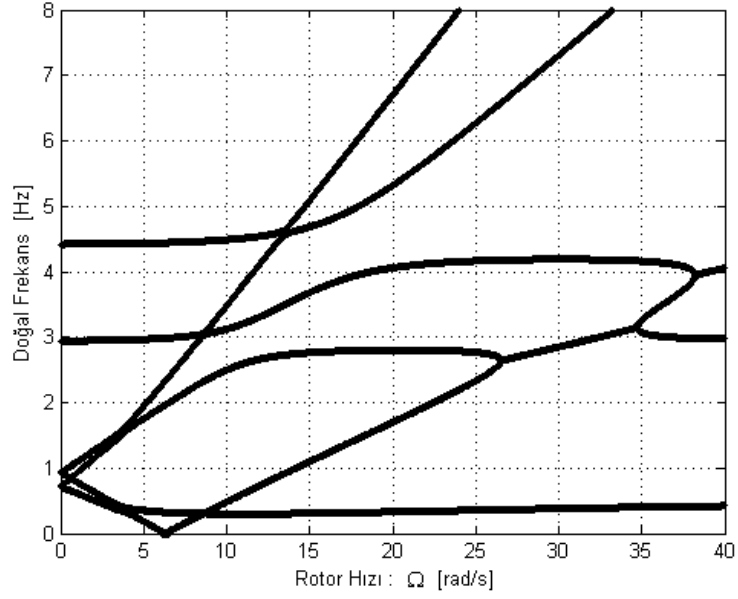
Aerodinamik hesaplamalarda kullanılacak parametreler	
$c_l$	6.1313 $\theta$
$c_d$	0.19 $\theta^2 - 0.0148\theta + 0.0072$
$\sigma$	0.082636

Sadece rotor sisteminin ilerleyen ve gerileyen düzlem içi modlarının frekansları, ilerleyen ve gerileyen düzlem dışı modlarının frekansları ve helikopter boşken gövde frekansları üst üste çizdirildiğinde Şekil 4.24'teki grafik elde edilir. Rotor frekansları, rotorun sabit eksen takımında elde edilmiş dört tane hareket denklemi yardımıyla özdeğerlerinin hesaplanması ile elde edilir. Şekil 4.24'ten de görüldüğü gibi bazı rotor hızlarında helikopter gövdesinin frekansları ile rotor frekansları çakışmaktadır. Bu çakışmaların herhangi bir kararsızlık yaratıp yaratmadığı yapılan analizler ile incelenmiştir.

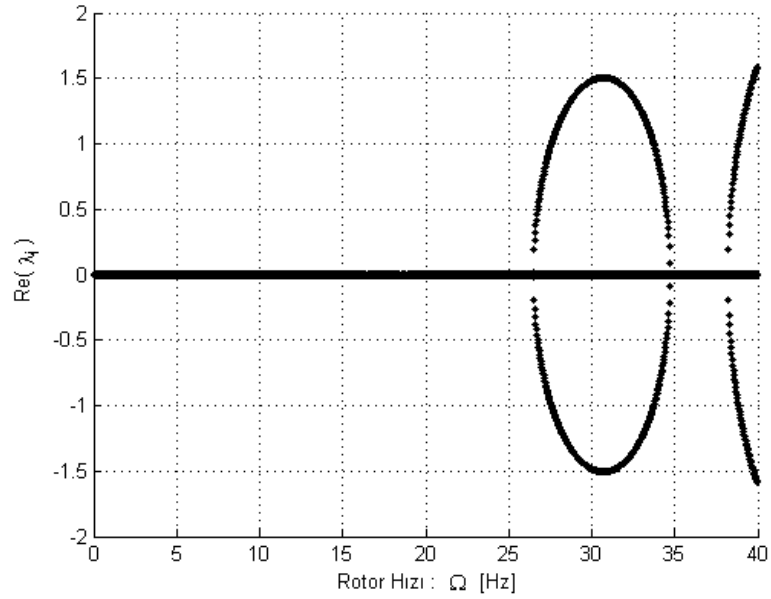


**Şekil 4.24 :** Gövde ve rotor frekansları üst üste.

Elde edilen verileri kullanarak gerekli aerodinamik terimler hesaplanabilir. İlk olarak aerodinamik terimler dikkate alınmadan İTÜ-HTH'in mafsalsız yer rezonansı modeli analiz edilmiştir. Helikopter boşken ve gövde ve palaya herhangi bir sönüm eklenmemişken yer rezonansı modelinin rotor hızına bağlı özdeğer analizi yapıldığında Şekil 4.25'teki sonuçlar elde edilir. Şekil 4.26'da da özdeğerlerin pozitif kısımları rotor hızına bağlı olarak çizdirilmiştir.



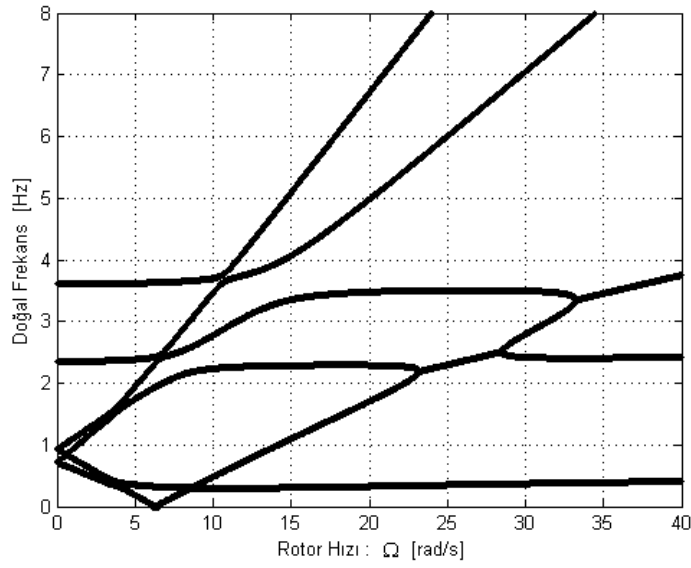
Şekil 4.25 : İTÜ-HTH boşken yer rezonansı modelinin frekansları.



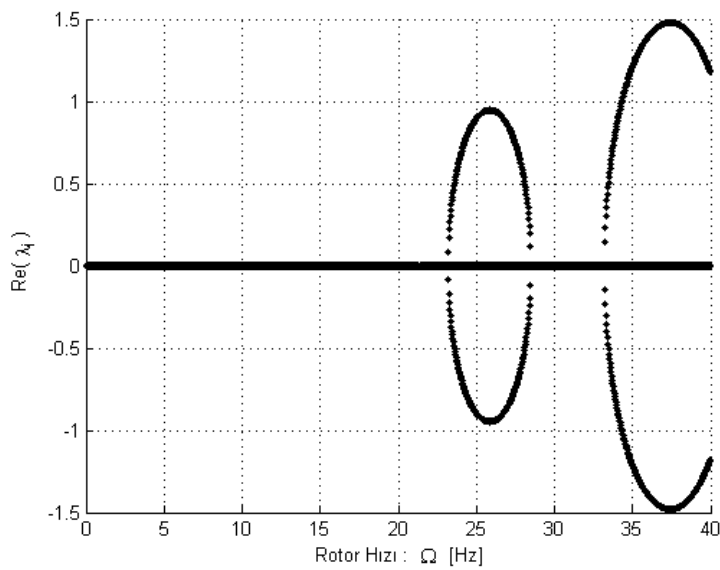
Şekil 4.26 : İTÜ-HTH boşken hesaplanan özdeğerlerin reel kökleri.

Görüldüğü gibi palanın gerileyen düzlem içi modu ile gövde modları belli rotor hızlarında birbirlerine bağlanmakta ve kararsızlık oluşturmaktadır. Reel köklerin pozitif olduğu rotor hızlarının kararsızlığın ortaya çıktığı rotor hızları olduğu daha önceden belirtilmişti. Palanın düzlem dışı modlarının gövde modları ile çakışması herhangi bir kararsızlık oluşturmamaktadır.

Benzer analiz helikopter doluyken tekrarlandığında yer rezonansı modelinin frekanslarının rotor hızına göre değişimi Şekil 4.27'deki gibidir. Helikopterin gövde modlarının frekanslarının düşmesi ile gövde frekansı ile rotorun gerilen düzlem içi frekansının çakışması daha düşük rotor hızlarında ortaya çıkmaktadır. Şekil 4.28'de ise yer rezonansı modelinin doluken hesaplanan özdeğerlerinin reel kökleri gösterilmiştir. Boş haldeki sonuçlara benzer şekilde palanın ilerleyen düzlem dışı modunun frekansı ile gövde modlarının frekanslarını çakıştığı hızlarda herhangi bir kararsızlık problemi görülmemektedir.

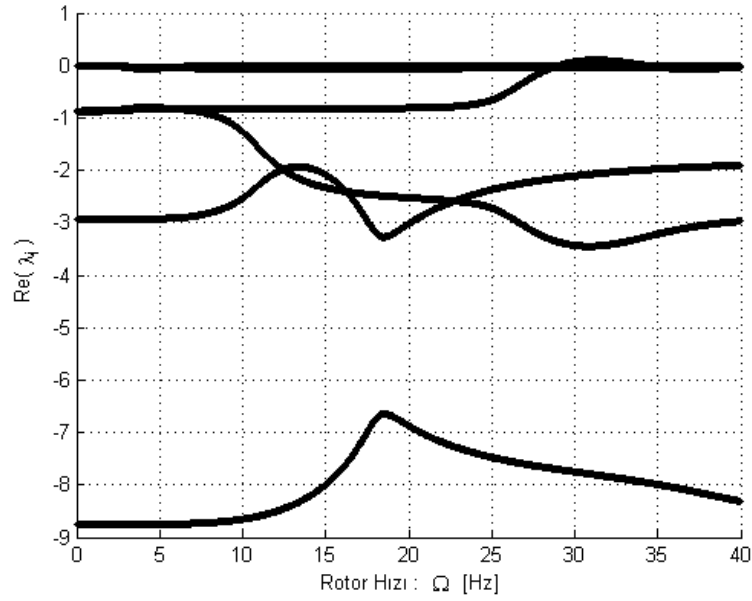


Şekil 4.27 : İTÜ-HTH doluyken yer rezonansı modelinin frekansları.



Şekil 4.28 : İTÜ-HTH doluyken hesaplanan özdeğerlerin reel kökleri.

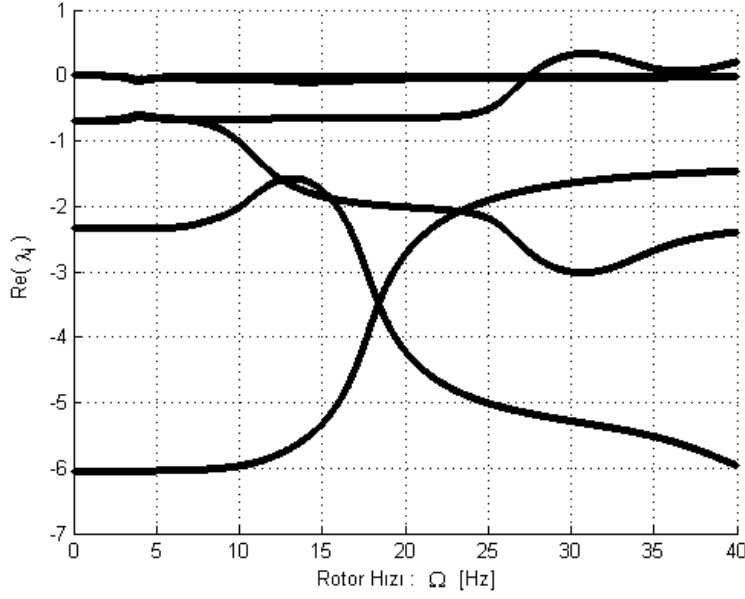
Daha önceden Deutsch kriterine göre hesaplanan ve helikopter boşken kararlılığı sağlamak için gerekli olan sönüm oranı değerlerini mafsalsız rotora sahip helikopter modeline ekleyerek analiz yapıldığında Şekil 4.29'daki grafik elde edilir. Şekil 4.29'dan da görüldüğü gibi mafsallı rotor kabulüyle kurulan modelde elde edilen sonuçlarla mafsalsız rotora sahip helikopter modelinde elde edilen sonuçlar birbiri ile örtüşmektedir.



**Şekil 4.29 :** İTÜ-HTH boşken Deutsch kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri. ..

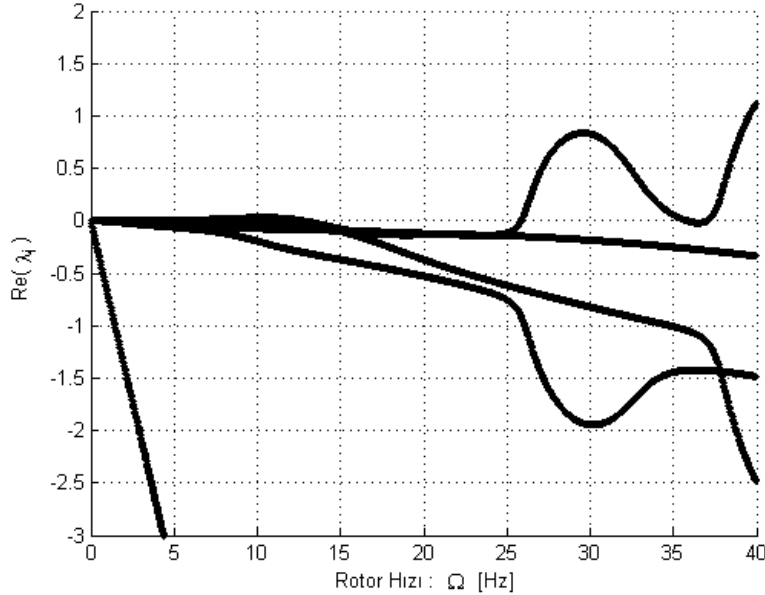
Benzer şekilde daha önceden Done kriterine göre hesaplanan ve helikopter boşken kararlılığı sağlamak için gerekli olan sönüm oranı değerlerini mafsalsız rotora sahip helikopter modeline ekleyerek analiz yapıldığında Şekil 4.30'daki grafik elde edilir. Şekil 4.30 incelendiğinde mafsallı rotor kabulüyle kurulan modelde elde edilen sonuçlarla mafsalsız rotora sahip helikopter modelinde elde edilen sonuçların birbiri ile uyumlu olduğu görülmektedir.

Helikopter boşken gerekli olan sönümler helikopter doluyken gerekli olan sönümlere göre daha yüksek olduğundan, gerekli olan sönümü belirlerken helikopterin boş haldeki durumu dikkate alınacaktır. Bu yüzden helikopter doluyken gerekli sönüm eklendiğindeki sonuçlar tekrar verilmemiştir. Helikopter boşken gerekli olan sönüm oranları eklendiğinde, helikopter doluyken de kararlı olacaktır.



**Şekil 4.30 :** İTÜ-HTH boşken Done kriterini sağlayan sönüm eklendiğinde yer rezonansı modelinin reel kökleri.

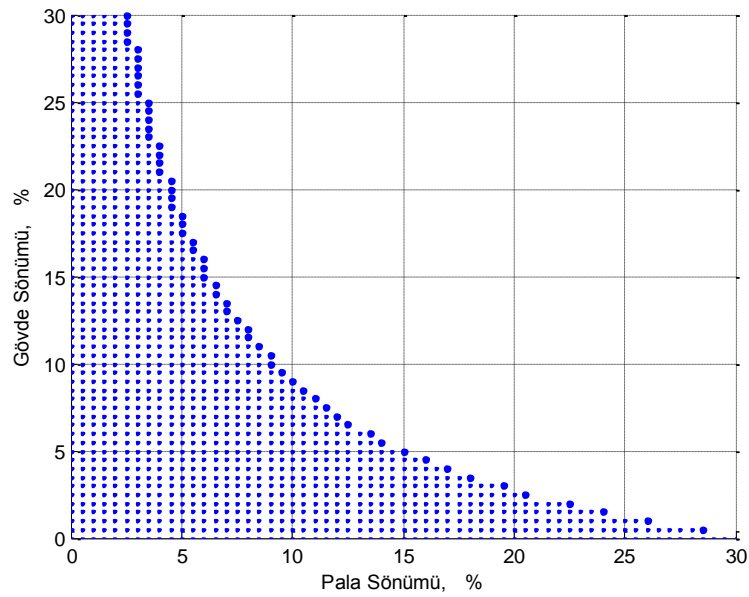
Mafsalsız rotora sahip helikopter modeline herhangi bir sönüm eklenmemişken aerodinamik etkiler dahil edildiğinde Şekil 4.31 elde edilir. Şekil 4.31 palaya 1 derecelik hücum açısı verildiğinde pala üzerinde oluşan aerodinamik kuvvetler dikkate alınarak ve helikopter boşken elde edilmiştir.



**Şekil 4.31 :** Aerodinamik etkiler.

Görüldüğü gibi aerodinamik etkiler kararsızlık seviyelerini düşürürken kararsızlığın ortaya çıktığı rotor hızı aralığını arttırmıştır. Elde edilen sonuçlar Donham, Cardinale ve Sachs'ın [5] bulduğu sonuçlarla tutarlıdır.

Helikopter boşken yer rezonansı kararsızlığını ortadan kaldırmak için gerekli olan sönüm oranı değerleri helikopter doluyken gerekli olan sönüm oranı değerlerinden daha fazladır. Bu yüzden kararlılık için gerekli olan sönüm oranlarını hesaplarken helikopterin boş halini dikkate almak yeterli olacaktır. Ayrıca helikopter gövdesinin ikinci modunun frekansı ile rotorun gerileyen düzlem içi modunun frekansının çakıştığı rotor hızı aralığı rotorun dönme devri 33.33 rad/sn'den daha yukarıdadır. Böylece helikopterin birinci modu olan yunuslama modunun frekansı ile rotorun gerileyen düzlem içi modunun frekanslarının çakışması sonucunda ortaya çıkacak yer rezonansı kararsızlığın dikkate alınması yeterli olacaktır. Aerodinamik etkiler sisteme dahil edildikten sonra gerekli sönüm oranı değerleri Şekil 4.32'de gösterilmiştir. Gerekli olan sönüm oranı değerleri aerodinamik etkiler dikkate alındığında belirgin bir şekilde düşmüştür.



**Şekil 4.32 :** İTÜ-HTH'nin boşken yunuslama gövde modunda ortaya çıkacak yer rezonansının kararlılığı için gerekli olan gövde ve pala sönümleri.



## 5. İLERİ-GERİ TİTREŞİM DAMPERİNİN TASARIMI

Helikopterler palalarında bütün uçuş koşulları için gerekli sönüm ileri-geri titreşim damperleriyle sağlanır. Söz konusu damperler helikopter rotor sisteminin çok önemli bir bileşeni olup, bakım maliyeti de oldukça yüksektir [28]. Bu yüzden ileri-geri titreşim damperlerinin tamamen kaldırılması için çalışmalar yapılmasına rağmen henüz hem hava hem de yer rezonansını ortadan kaldıracabilecek dampersiz bir tasarım geliştirilememiştir.

Helikopterlerde ileri-geri titreşim damperi olarak hidrolik damperler, elastomerik damperler ve sıvı esaslı damperler kullanılmaktadır. Bunun yanında helikopter palasının aeroelastik bağılıklarının da kararlılık üzerine olan etkisi incelenmektedir. Hidrolik damperlerde sönüm kuvvetleri genliklerin artması ile artar. Bununla birlikte hidrolik damperlerde sızıntı önemli bir dezavantaj oluşturur. Ayrıca hareketli parçaların fazla olması ve sızdırmazlık elemanlarındaki aşınmalar yüksek bakım maliyeti oluştururlar [29].

Elastomerik damperler hidrolik damperlere göre daha hafif ve daha basit damperlerdir ve hidrolik damperde olduğu gibi hareketli parçalar içermezler. Ayrıca toz ve kum hidrolik damperlerde sorun olabilirken elastomerik damperleri etkilemezler. Bu yüzden son yıllarda elastomerik damper kullanımı oldukça artmıştır. Boeing AH-64 Apache, Sikorsky RAH-66 Comanche, Bell 412 elastomerik damperlerin kullanıldığı bazı helikopter modelleridir. Elastomerik damperlerin en büyük dezavantajı sıcaklığa ve yükleme koşullarına çok bağlı olmasıdır.

Sıvı esaslı damperlerde sıvı ile elastomerik yapı birleştirilerek yeni bir tasarım ortaya çıkmıştır. Sıvı esaslı damperlerde bağıl hareket elastomerin esnemesiyle sağlanır. Sızdırmazlık elemanlarına gerek duyulmaması sayesinde çok daha uzun ömürlü damperler elde edilir. Bununla birlikte basit bir yapıda olmaları, hafiflikleri, yüksek enerji depolama kapasiteleri ve bakım gerektirmemeleri sıvı esaslı damperleri avantajlı kılar [28].

Helikoter rotorlarında kullanılan ileri-geri titreşim damperlerinin yanında aeroelastik bağılıkları kullanarak da hava ve yer rezonansı kararsızlıkları iyileştirilmeye çalışılmaktadır [30].

Bu çalışma kapsamında İTÜ-HTH için yer rezonansındaki kararsızlığı gidermek için palaya sönüm sağlamak amaçlanmıştır ve bunun için çeşitli damper konseptler önerilmiştir. Daha sonra bazı konseptler üzerinde deneyler yapılarak elde edilen sönüm değerleri hesaplanmıştır. İTÜ-HTH palasının tasarımı daha önceden yapıldığından varolan palaya sönüm eklenmeye çalışılmış, pala tasarımına herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır.

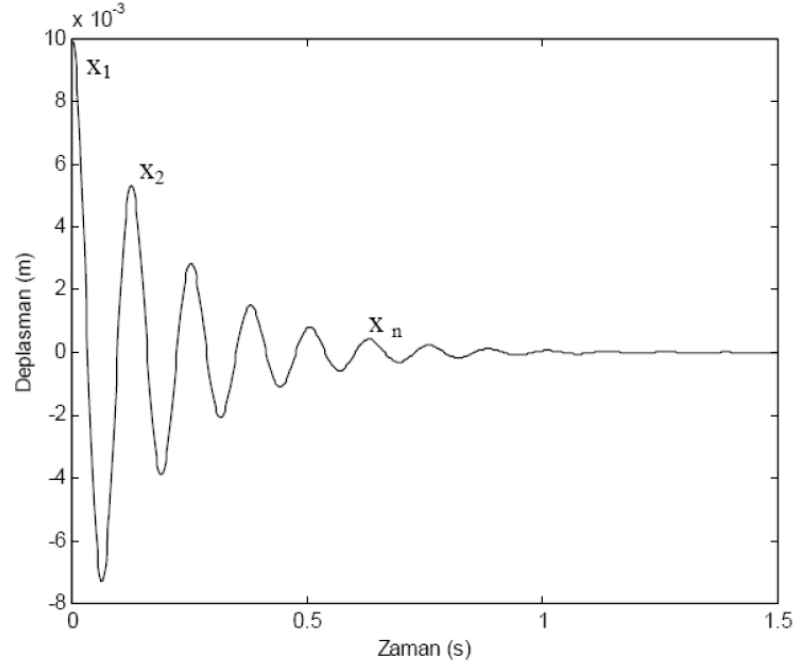
## **5.1 Sönümün Ölçülmesi**

Bir sistemin sönümünün ölçülmesi esas olarak zaman cevabı yöntemleri ve frekans cevabı yöntemleri diye ikiye ayrılabilir. İsimlendirmeden de anlaşılacağı gibi zaman cevabı yöntemlerinde sönümü hesaplamak için sistemin zaman cevabı kullanılırken, frekans cevabı yönteminde sönümü hesaplamak için sistemin frekans cevabı kullanılır.

Logaritmik azalma (logarithmic decrement) yöntemi, basamak cevabı (step-response) yöntemi ve histeritik çevrim yöntemi zaman cevabı yöntemleridir. Büyütme faktörü (magnification-factor) yöntemi ve band kalınlığı (bandwidth) yöntemleri de frekans cevabı yöntemlerine örnektir. Bunlara ilave olarak, özellikle deneysel nodal analiz kullanılan daha gelişmiş yöntemlerde mevcuttur [31]. Aşağıda bu tez kapsamında kullanılan logaritmik azalma ve histeritik çevrim yöntemleri anlatılmıştır.

### **5.1.1 Logaritmik azalma yöntemi**

Logaritmik azalma yöntemi, bir sistemin sönüm miktarını belirlemek için sistemin zaman cevabını kullanan ve en çok tercih edilen yöntemlerden biridir. Logaritmik azalma yönteminde sisteme bir başlangıç şartı verilip, sistemin serbest titreşimleri ölçülür. Sönümlü bir sistemin zaman cevabının genliklerine bakıldığında logaritmik olarak azaldığı görülmektedir (Şekil 5.1). Ölçülen serbest titreşimlerin zaman cevabı analiz edilerek sönüm miktarı hesaplanır.



**Şekil 5.1 :** Sistemin zaman cevabı kullanılarak Logaritmik Azalma Yöntemi ile sönüm miktarının hesaplanması.

Sönümlü bir sistemin zaman cevabındaki logaritmik azalma (5.1) ifadesindeki gibidir.  $X_{i+n}$ ,  $(i+1)$ . tepenin genliğini,  $X_i$ ,  $i$ . tepenin genliğini ve  $\delta_l$  logaritmik azalmayı göstermektedir.

$$\delta_l = \frac{1}{n} \ln \frac{X_i}{X_{i+n}} \quad (5.1)$$

Buradan hareketle  $\zeta_v$  viskoz sönüm oranını göstermek üzere aşağıdaki (5.2) ifadesi yazılabilir. Burada  $\omega_n$  sistemin sönümsüz doğal frekansını,  $\omega_d$  sistemin sönümlü doğal frekansını göstermektedir.

$$\frac{X_{i+n}}{X_i} = e^{(-2\pi\zeta_v \frac{\omega_n}{\omega_d})} = e^{-\frac{2\pi n \zeta_v}{\sqrt{1-\zeta_v^2}}} \quad (5.2)$$

Sönümün küçük olması (genellikle sönüm oranı %10'dan küçük olduğu durumlar) durumunda (5.2) denklemi (5.3) denklemindeki gibi yazılabilir.

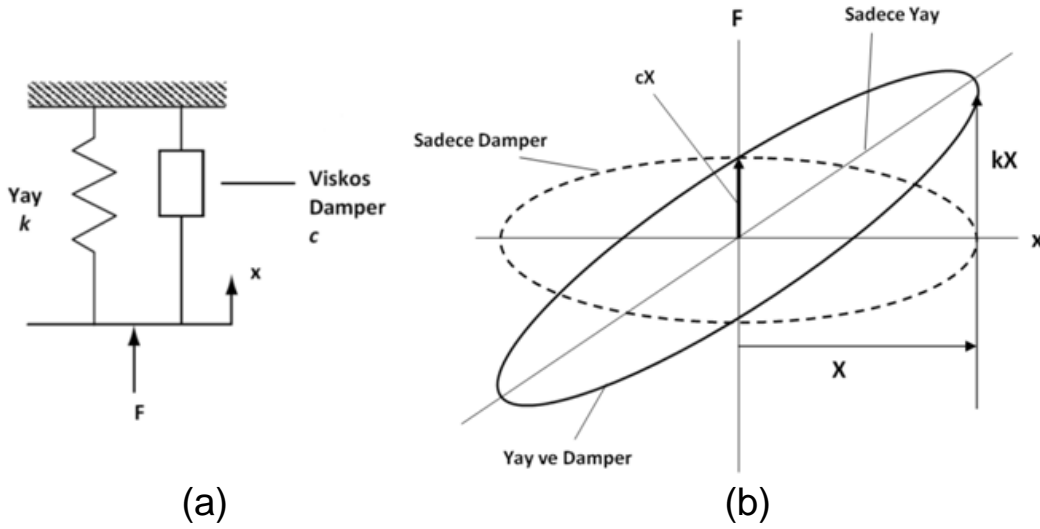
$$\frac{X_{i+n}}{X_i} = e^{(-2\pi n \zeta_v)} \quad (5.3)$$

(5.3) denkleminden viskoz sönüm çekilirse (5.4) denklemine gelinir.

$$\zeta_v = \frac{\ln \left( \frac{X_i}{X_{n+i}} \right)}{2\pi n} \quad (5.4)$$

### 5.1.2 Histeritik çevrim yöntemi

Sönüm içeren bir sistemin histeritik çevrim diyagramından yararlanarak, sistemin sönüm miktarı belirlenebilir. Örnek olarak, Şekil 5.2.(a)'daki gibi yere paralel bağlanmış yaylı ve viskoz sönümleyicili kütlesiz bir sistem ele alınsın. Sisteme belli bir frekans ve genlikte kuvvet uygulanıp elde edilen deplasman değeri uygulanan kuvvet ile eş zamanlı olarak kayıt edilip bu veriler grafiksel olarak çizdirildiğinde Şekil 5.2.(b)'deki gibi bir sonuç elde edilir.



**Şekil 5.2 :** Sönümlü tek serbestlik dereceli sistem (a) zorlanmış (b) histeritik çevrim grafiği.

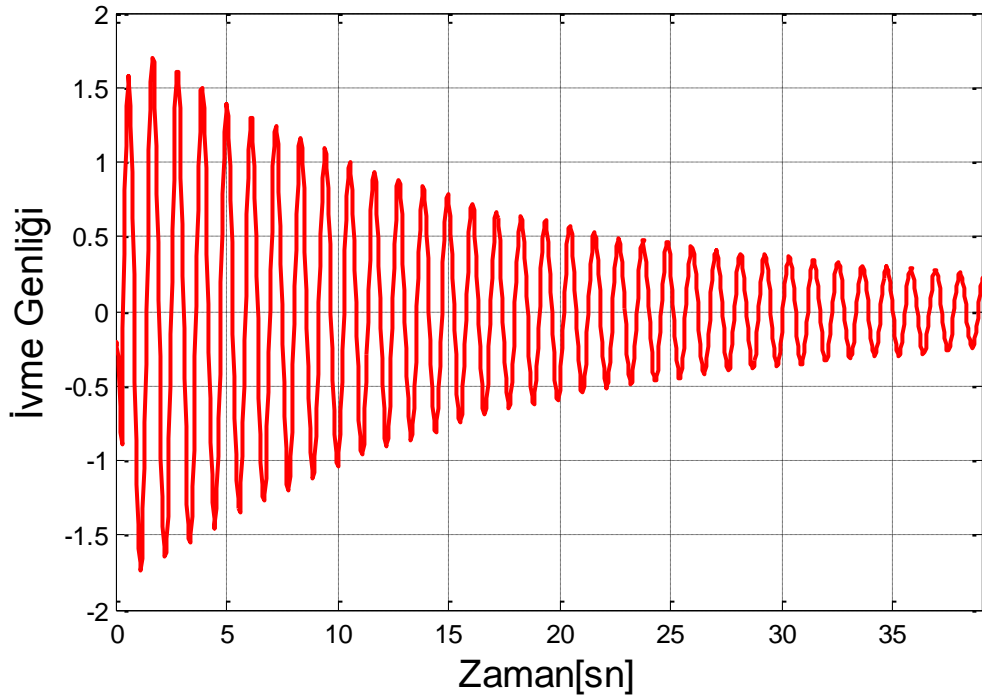
Şekil 5.2.(b) grafiğinde elde edilen kapalı çevrimin alanı, sönümlü sistemin bir tur salınımı sonucunda ısıya çevrilen enerjiye eşittir ve (5.5) denklemi ile hesaplanabilir.

$$Alan = \pi c X^2 \omega \quad (5.5)$$

(5.5) denkleminde  $c$  viskos sönüm katsayısını,  $X$  yer değiştirme genliğini ve  $\omega$  tahrik frekansını temsil etmektedir.. Tahrik frekansı ve yer değiştirmenin genliği bilindiğinde ölçülen kapalı çevrimin alanı (sönümlenen enerji) ve sistemde depolanan maksimum gerinim enerjisi hesaplanarak sönüm belirlenebilir.

## 5.2 Önerilen Damper Konseptleri

İTÜ-HTH palasında gerekli olan sönümü sağlamak için palaya bağlanacak olan damperlerle ilgili ilk olarak çeşitli konseptler belirlenmiştir. Bir tarafından ankastre olarak bağlanan İTÜ-HTH palasının düzlem içi ve düzlem dışı modları kolaylıkla tahrik edilebilmektedir. Örneğin birinci düzlem içi modunu tahrik etmek için, palaya başlangıç şartı olarak düzlem içinde belirli bir deplasman verilebilir ve serbest titreşim hareketi ölçüldüğünde birinci frekansın oldukça baskın olduğu bir zaman sinyali ölçülebilmektedir. Şekil 5.3'te kök kısmından ankastre olarak bağlanmış bir palanın ölçülen düzlem içi serbest titreşimleri görülmektedir. Ölçülen serbest titreşim hareketi, logaritmik azalma yöntemini kullanarak sönümü hesaplamaya oldukça uygundur. Bu yüzden düşünülen damper konseptlerinin palada yaratacağı sönüm oranlarını hesaplarken logaritmik azalma yönteminden yararlanılmıştır.



Şekil 5.3 : İTÜ-HTH palasının düzlem içii serbest titreşimleri.

İTÜ-HTH palasının kompozitten üretilmiş ve palanın düzlem içi, düzlem dışı ve burulma hareketlerinde mafsal görevini üstlenen esnek kökünün palaya yakın olan kısımları çok fazla hareket etmemektedir. Bu yüzden düzlem içi hareketin sönümünü sağlamak için palaya bağlanacak olan damperin kökten daha uzakta olan noktalardan palaya bağlanmasının uygun olacağına karar verilmiştir. Ayrıca esnek pala kökünün

herhangi bir noktasında damperin bağlanabileceği bir bağlantı noktasının olmaması da damper tasarımını oldukça zorlaştırmaktadır.

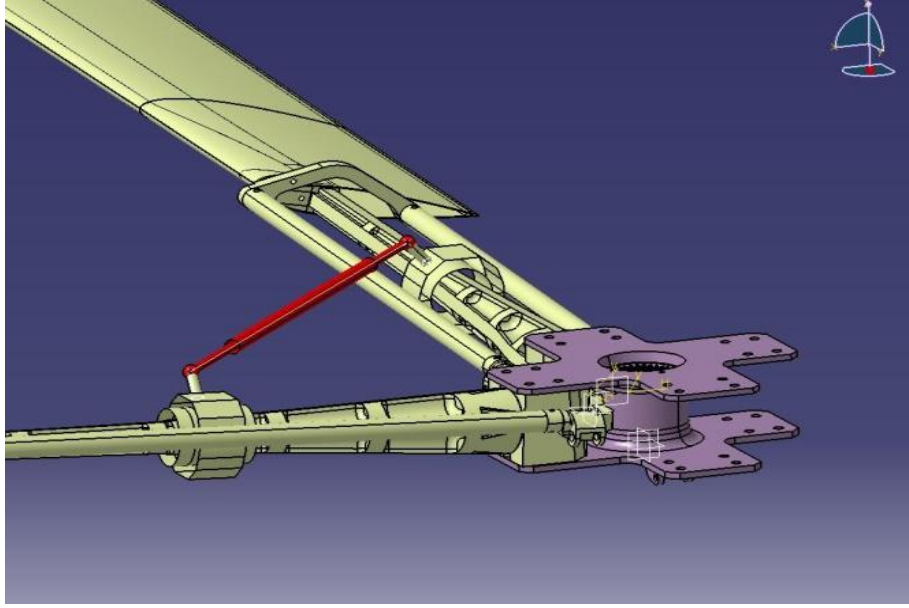
Helikopterin palasına herhangi bir damper takılmadığı durumda yapılan ölçümlerle hesaplanan viskoz sönüm oranı yaklaşık olarak %0.5'tir [32].

Sela ve Rosen [33] yaptıkları çalışmalarda palalar arasında Şekil 5.4'deki gibi bağlanan damperlerin altı palaya kadar daha etkili sönüm yarattığını göstermişlerdir. Dört palalı bir helikopterde ise damperin palalar arası bağlanmasıyla iki kat daha etkili sönüm ortaya çıkmaktadır.



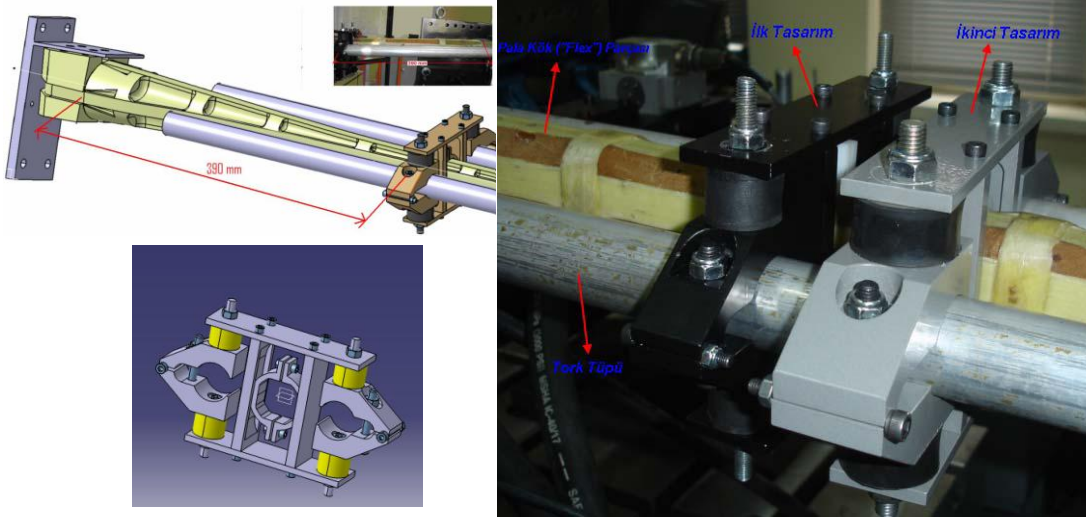
**Şekil 5.4 :** Damperin palalar arası bağlantısı.

İTÜ-HTH için palalar arası bağlantı rotorun dönme eksenine yakın bağlandığında damperlerde yeterli deplasman oluşmaz. Bu yüzden damperlerin palanın daha ilerideki noktalarına bağlanması gerekmektedir (Şekil 5.5). Ancak bu durumda damperin üzerine gelen merkezkaç kuvvetlerin artması ve İTÜ-HTH helikopterinde pala hücum açısını kontrol eden burma tüpünün (tork tüp) kullanılması olumsuz etkiler yaratacağından bu yaklaşım uygun bulunmamıştır..



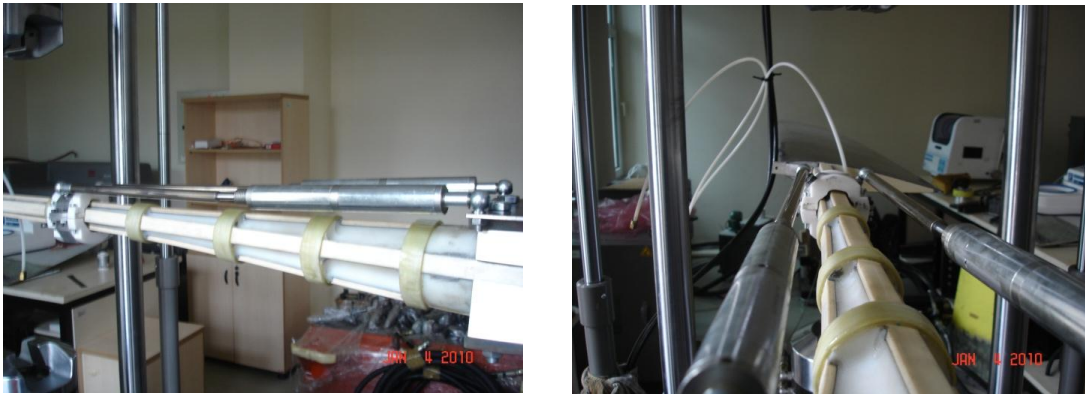
**Şekil 5.5 :** İTÜ-HTH palaları arasına damper bağlantısı.

Daha sonra İTÜ-HTH’de kullanılan palanın tasarımcısının da önerdiği bir damper modeli önerilmiştir (Şekil 5.6). Bu konseptde Şekil 5.6’da görülen damperin yan taraflarda bulunan iki boşluğa tork tüp, ortasındaki boşluğa ise pala yerleştirilmiştir. Palanın tork tüpe göre düzlem içinde yaptığı izafi hareket sonucunda elastomerlerin üzerinde oluşan kesme kuvvetleri ile hareket sönümlenmeye çalışılmıştır. Körük yaptığı çalışmalarda [34] İTÜ-HTH’nin gerçek palaları elinde olmadığından dolayı tahta palalar üzerine elastomerik damper modelini yerleştirerek tahta palanın sönüm oranını hesap etmeye çalışmıştır. Dampersiz durumda tahta palanın düzlem içi viskoz sönümünü %1.65 olarak hesaplamıştır. Elastomerik damperin çeşitli kombinasyonlarda palaya bağlandığında palada %2.72, %2.65 ve %2.53 civarında viskoz sönüm oranları hesaplamıştır. Tahta palanın kendi iç sönümünün yüksek olmasına rağmen elde edilen sönüm oranları istenen mertebelerde olmadığından bu konseptten vazgeçilmiştir.



**Şekil 5.6 :** Önerilen elastomerik damper modeli.

İkinci bir öneri olarak helikopterin esnek kökünün ilerisindeki bir nokta ile helikopterin rotor göbeği arasında hidrolik bir damper kullanılması düşünülmüştür. Şekil 5.7’de damperin pala ile rotor göbeği arasına bağlanmış halde hidrolik damper gösterilmiştir. Hidrolik damper palaya ve rotor göbeğine küresel mafsallarla bağlanmıştır. Burada kullanılan hidrolik damperin sönüm katsayısı ayarlanabilmektedir. Ancak, sönümleyicinin herhangi bir kademede hangi sönüm katsayısına sahip olduğunu gösteren bir bilgi bulunmamaktadır. Bu yüzden, hidrolik damperin sönüm katsayısının bulunması için ayrıca bir test düzeneği kurulmuştur ve hidrolik damperlerin çeşitli kademeleri için sönüm katsayıları hesaplanmıştır (EK A.2). Damperlerin sönüm katsayılarının belirlenmesinde histeritik çevrim yöntemi kullanılmıştır.



**Şekil 5.7 :** Helikopter palasının esnek kökü ile rotor göbeği arasına hidrolik damper bağlanması.

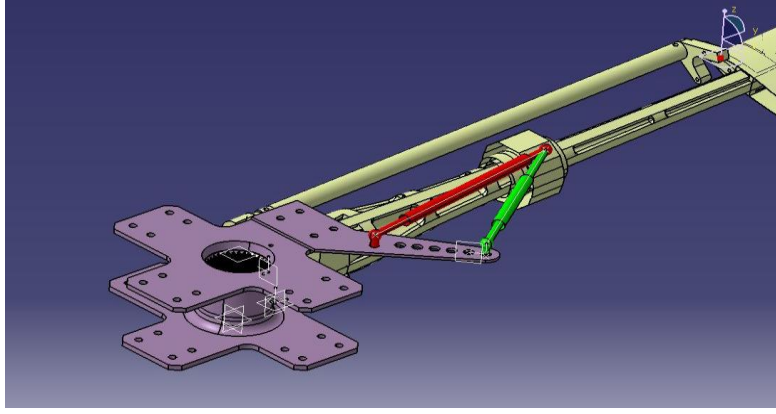
Şekil 5.7’de gösterilen düzeneğin, damperin çeşitli kademelerinde, logaritmik azalma yöntemi ile hesaplanan sönüm oranları Çizelge 5.1’de verilmiştir. Çizelge 5.1’de damperin “0” kademesi sönüm katsayısının en düşük olduğu, “5” kademesi ise sönüm katsayısının en yüksek olduğu kademedir. Görüldüğü gibi elde edilen sönüm oranı değerinin istenilen mertebelerde olmadığı ve hidrolik damperin kademelerin değişmesi ile hesaplanan sönüm oranlarının çok fazla değişmediği anlaşılmaktadır. Bu tasarım seçeneğinde, hidrolik damperlerin palaya neredeyse paralele yakın bağlanmasından dolayı, paladaki düzlem içi hareketin çok az bir miktarı sönümleyiciler üzerinde hareket oluşturmuştur. Oluşan izafi hareketin çok az olmasından dolayı sönüm oranları da istenilen seviyelere ulaşamamıştır.

**Çizelge 5.1 :** Palaya hidrolik damperle sönüm eklendiğinde elde edilen viskoz sönüm oranları.

Damperin Kademesi	Ölçülen Viskoz Sönüm Oranı %
0	1.08
1	1.10
2	1.05
3	1.08
4	1.09
5	1.13

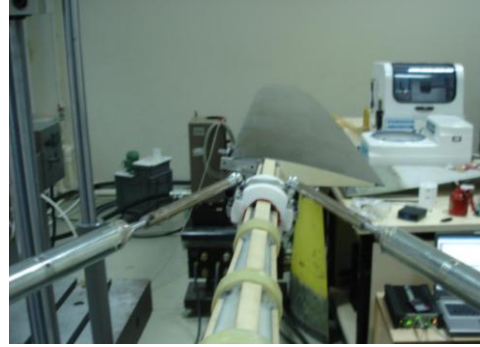
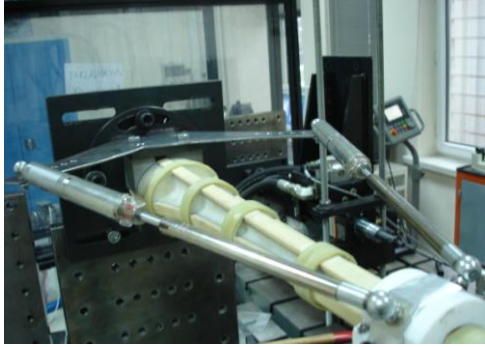
Şekil 5.7’de görülen tasarım ile istenilen seviyede sönüm oranlarına ulaşamamasından dolayı tasarım biraz daha geliştirilmiştir. Helikopter palinin düzlem içi hareketinin daha etkin olarak hidrolik sönümleyiciye iletilip ve bunun sonucunda da daha fazla sönüm elde edebilmek için helikopter göbeğinden yanlara doğru çıkıntıların oluşturulması düşünülmüştür.

Şekil 5.8’de oluşturulması düşünülen çıkıntılar görülmektedir. Kırmızı ile gösterilen dampere palanın düzlem içi hareketinin çok az bir kısmı iletilirken, yeşil ile gösterilen dampere düzlem içi hareketin daha fazlası iletilmektedir.



**Şekil 5.8 :** Hidrolik sönümleyicinin palaya bağlantısı.

Düşünülen yeni tasarımının test düzeneği Şekil 5.9’da gösterilmiştir. Hidrolik damperlerin bir ucu palaya küresel mafsals ile bağlanmış, diğer ucu rotor göbeğinde oluşturulan çıkıntıya küresel olarak bağlanmıştır.



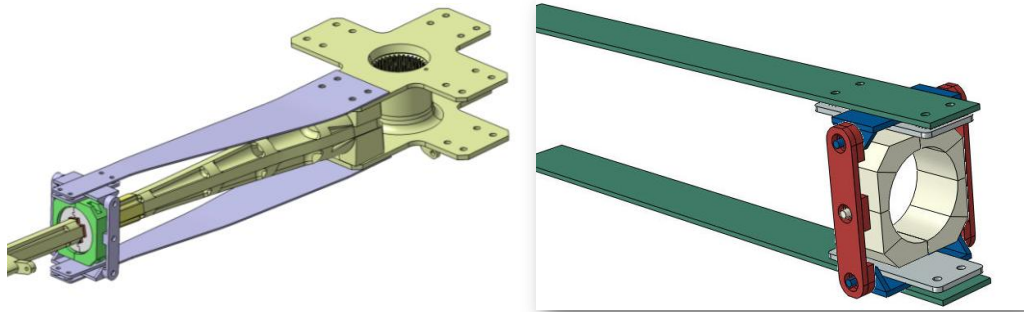
**Şekil 5.9 :** Hidrolik sönümleyiciler rotor göbeğine oluşturulan çıkıntılara bağlı.

Şekil 5.9 ‘da gösterilen test düzeneğinde yapılan ölçümler sonucunda logaritmik azalma yöntemini kullanarak sönüm oranları hesaplanmıştır. Hesaplanan sönüm oranı değerleri Çizelge 5.2’de listelenmiştir.. Elde edilen sönüm değerlerinin istenilen seviyede olmadığı görülmektedir. Bu tasarım ile ilgili daha ayrıntılı bilgi için [35] kaynağına bakılabilir.

**Çizelge 5.2 :** Farklı sönüm katsayılarıyla elde edilen viskoz sönüm oranları.

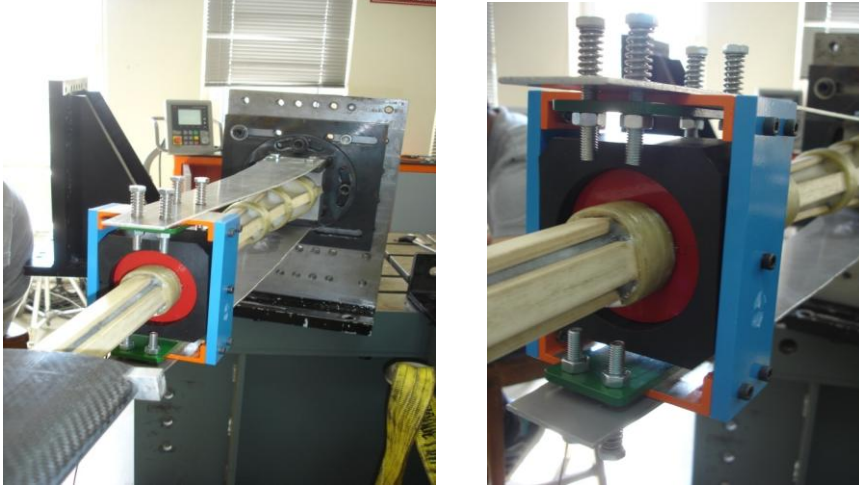
Damperin Kademesi	Hesaplanan Viskoz Sönüm Oranı %
0	1.6
1	1.9
2	2.0
3	1.7
4	1.5
5	1.9

İstenilen sönüm değerlerine ulaşamamasının asıl nedeni sönümleyicilerin sönüm katsayılarının düşük olması değil, palanın düzlem içi hareketinin sönümleyicilere yeterince iletilmemesinden kaynaklanmaktadır. Palanın düzlem içi hareketinin tamamını, sönümleyiciye aktaracak bir tasarım düşünülmüştür. Düşünülen tasarım Şekil 5.10'da gösterilmiştir. Sönümleme mekanizması palaya bağlandığı noktada pala boyunca serbest bırakılmıştır. Bu tasarımda rotor göbeğine ankastre olarak bağlanmış ince plakalar, palanın üzerine bağlanmış sönümleme mekanizmasını tutmaktadır. Pala ise sönümleme mekanizmasına göre burulma yönünde yataklamadan dolayı burulma hareketini herhangi bir kısıt olmadan yapabilmektedir. Şekil 5.10'daki sağ tarafta görülen yeşil plaka ile gri plaka birbirine yaylar yardımıyla bastırılarak, mavi parça ile aralarındaki yüzeylerde oluşan sürtünme kuvveti yardımıyla sönümleme yapacaktır. Dikkat edilirse sönümleme mekanizmasının palaya bağlandığı noktadaki düzlem içi hareketinin tamamının ideal koşullarda sönümleme mekanizmasına iletilmesi hedeflenmişti. Palanın düzlem dışı hareketinde elastik plakaların ve kullanılan mafsalların yardımıyla palaya serbestlik sağlanmıştır. Plakaların kesit ataletlerinin düzlem içinde yüksek, düzlem dışında düşük olması gerekmektedir..



**Şekil 5.10 :** Palanın düzlem içi hareketinin sürtünme kuvvetleriyle sönümlenmesi.

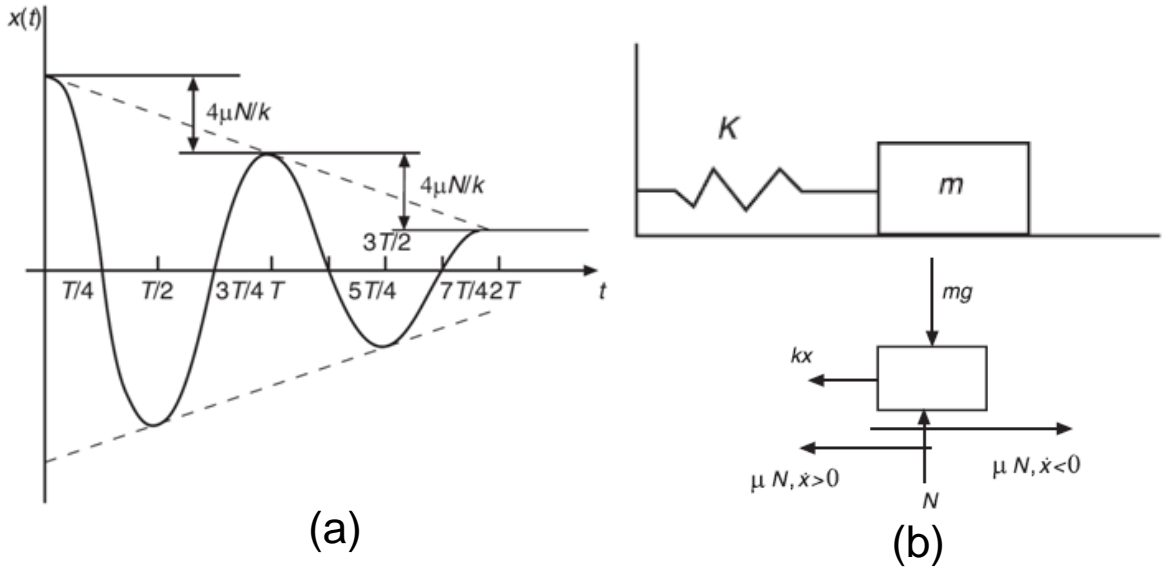
Bu tasarım için kurulan test düzeneği Şekil 5.11'de görülmektedir. Plakaları birbirine basan yaylar yüzeyler arasındaki dik kuvvet bileşenini belirlemektedir. Sönümü oluşturacak olan sürtünme kuvvetlerinin, yayların plakaları birbirine ne kadar bastığıyla ilişkili olmasından dolayı, yayların palanın düzlem içi hareketinden elde edilecek sönüm oranları üzerinde çok önemli bir etkisi olacaktır. Bu yüzden ilk olarak yay katsayıları hesaplanmıştır. Buna göre sıkıştırılan yayların plakalar üzerine ne kadar kuvvet aktaracağı hesaplanabilecektir. Sürtünmeli damperin alt ve üst tarafında dörder tane yay bulunmaktadır.



**Şekil 5.11** : Sürtünmeli damper test düzeneği.

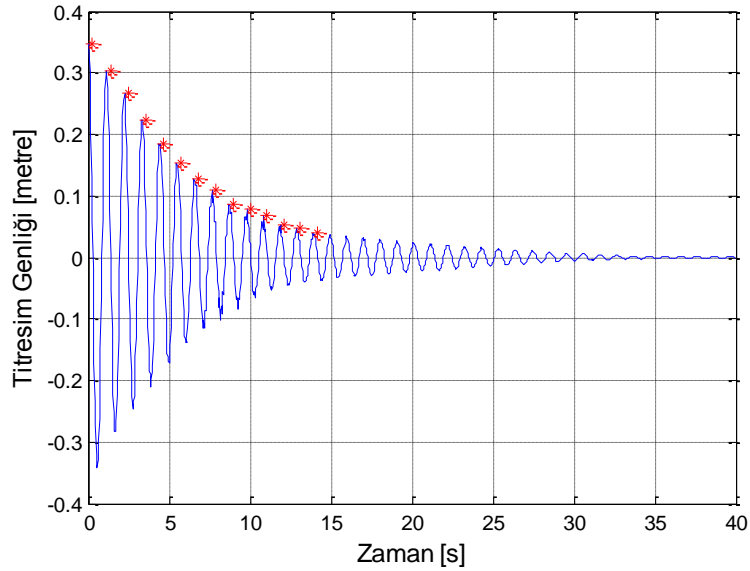
Yayların yay katsıyısı 5.8N/mm olarak hesaplanmıştır. Daha sonra çeşitli yay yükleri ile palanın serbest ileri-geri titreşim hareketi ölçülmüş ve logaritmik azalma yöntemi kullanılarak sönüm oranları hesaplanmıştır.

Yaylar 2mm, 4mm, 6mm, 8mm ve 10mm sıkılarak palanın düzlem içi serbest titreşimleri ölçülmüştür. Ölçüm sonuçlarını yorumlamadan önce kuru sürtünmenin olduğu tek serbestlik dereceli bir sistemi incelemek yorumların daha doğru yapılmasına yardım edecektir. Şekil 5.14 kuru sürtünmeli tek serbestlik dereceli bir sistemin serbest titreşim hareketi yaparken, genliklerinin zamanla değişimi gösterilmiştir. Şekil 5.12’de  $m$  tek serbestlik dereceli sistemin kütesini,  $k$  yay katsayısını,  $N$  yüzeyin tepki kuvvetini,  $\mu$  sürtünme katsayısını göstermektedir. Görüldüğü gibi her bir salınım hareketinde sönümlenen hareket aynı miktardadır. Dolayısıyla düşük genliklerde eşdeğer sönüm oranı oldukça yüksekken, yüksek genliklerde eşdeğer sönüm oranı daha düşük olacaktır.



**Şekil 5.12 :** Kuru sürtülmeli tek serbestlik dereceli bir sistemin serbest titreşimleri.

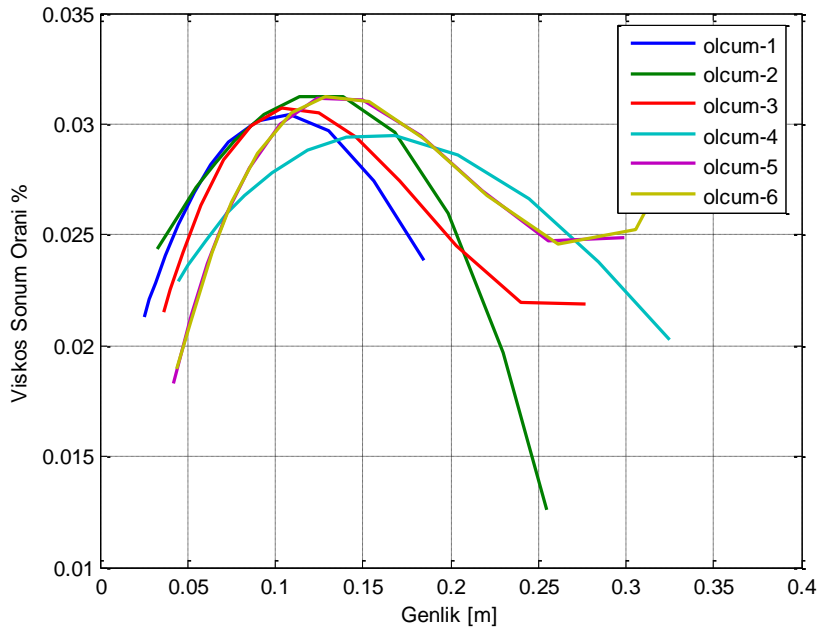
Ölçüm sonuçları incelenecek olursa, yaylar 2mm sıkıldığında dört yayın uyguladığı kuvvetin 46.4N olduğu kolaylıkla hesaplanabilmektedir. Bu durumda ölçülen serbest titreşim hareketi Şekil 5.13'te gösterilmiştir. Şekil 5.13'te dikey eksen palanın kütle merkezine konulan ivmeölçerin ölçtüğü palanın düzlem içi hareketini göstermektedir.



**Şekil 5.13 :** Sürtülmeli damperde yaylar 2mm sıkıştırılmışken palanın ağırlık merkezinden alınan düzlem içi serbest titreşim hareketi.

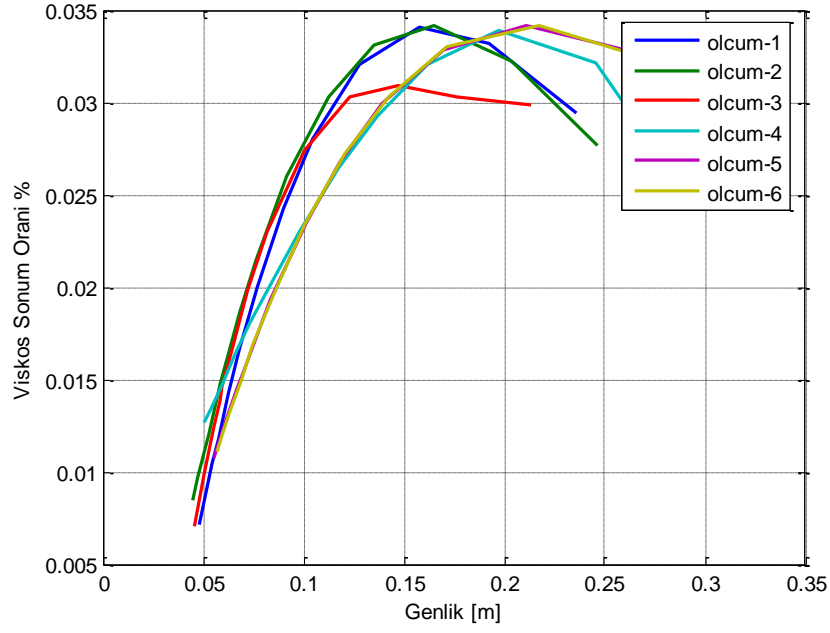
Kuru sürtülmeli tek serbestlik dereceli bir sistemde sönüm oranı genliklere bağlı olduğundan sönüm oranları genliklere bağlı olarak incelenebilir. Test edilen sürtülmeli damperdeki yayların 2mm sıkıldığı durumda genliklere bağlı deneysel

olarak elde edilen sönüm oranı değerleri Şekil 5.14'te gösterilmiştir. Büyük genliklerde düşük olan sönüm oranı orta büyüklükteki genliklerde artmış daha sonra tekrar azalmıştır. Sürtünmeli damper ile sönümlenen sistemde büyük genliklerde sönüm oranının daha düşük olması beklenen bir durumdur. Küçük genliklerde sönüm oranının düşük olmasının nedeni ise rotor göbeğine ankastle olarak bağlanmış ince plakaların yeteri kadar rijit olmamasından kaynaklanmaktadır. Palanın her salınımında sürtünen yüzeylerde hız sıfırlanıp diğer yönde tekrar artmaya başlar. Hız sıfıra düştüğünde statik sürtünme kuvveti yenilene kadar diğer yöne izafi hareket başlamaz. Bu statik sürtünme kuvvetini yenecek olan kuvvet seviyesi elde edilene kadar rotor göbeğine ankasre olarak bağlanmış plaka bir miktar esner ve devamında dinamik sürtünme kuvveti ile eğilmeye maruz kalırlar. Düşük genliklerde plakalar yeteri kadar rijit davranmadığı için yüzeyler arasında sürtünme istenilen seviyelerde elde edilememiştir ve bu durumda da düşük genliklerde sönüm oranları ideal durumda beklenenin seviyelerden düşük çıkmıştır.



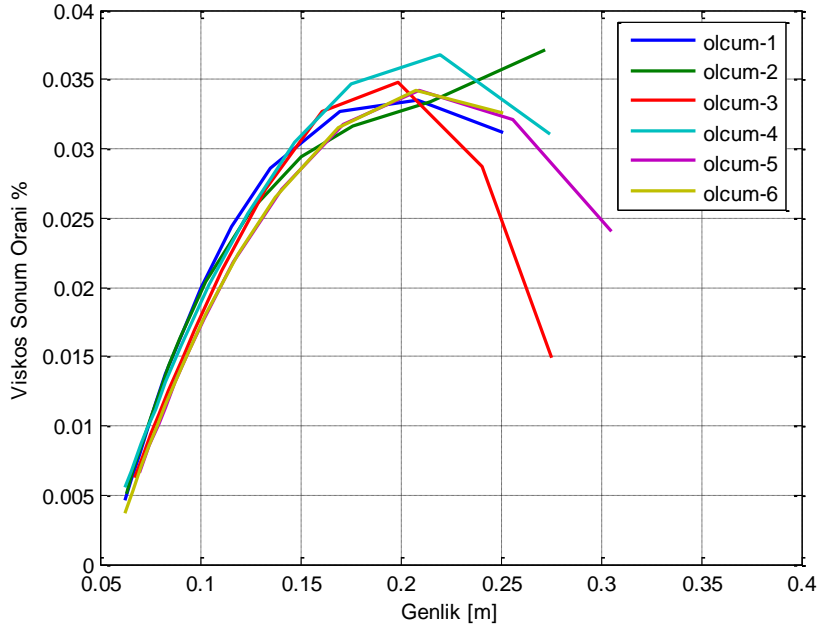
**Şekil 5.14 :** Sürtünmeli damperde yaylar 2mm sıkıştırıldığında elde edilen sönüm oranlarının genliklere bağlı olarak değişimi.

Sürtünmeli damper sisteminde yaylar 4mm sıkıldığında elde edilen sönüm oranları genliklere bağlı olarak Şekil 5.15'te gösterilmiştir. Elde edilen sönüm oranlarının bir miktar arttığı görülmektedir. Bununla beraber yayların 2mm sıkıştırıldığında elde edilen sonuçlara benzer şekilde düşük genliklerde hesaplanan sönüm oranları düşüktür.



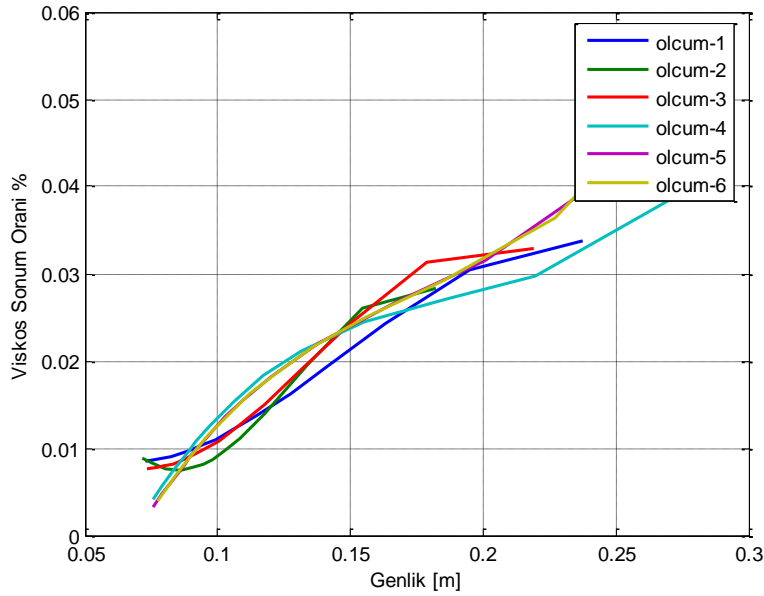
**Şekil 5.15 :** Sürtünlü damperde yaylar 4mm sıkıştırıldığında elde edilen sönüm oranlarının genliklere bağlı olarak değişimi.

Sürtünlü damper sisteminde yaylar 6mm genliklere bağlı deneysel olarak elde edilen sönüm oranı değerleri Şekil 5.16’da gösterilmiştir. Elde edilen sönüm oranlarının biraz daha arttığı görülmektedir. Bununla beraber yayların 2mm sıkıştırıldığında elde edilen sonuçlara benzer şekilde düşük genliklerde ölçülen sönüm oranları yine düşüktür. Bununla birlikte Şekil 5.14, Şekil 5.15 ve Şekil 5.16 bir arada incelendiğinde sönüm oranlarının düşük genliklerde azalmaya başladığı deplasman genlikleri de artmaktadır. Bunu nedeni yayların daha fazla sıkıldığında rotor göbeğine rijit olarak bağlı plakaları eğilmeye zorlayan sürtünme kuvvetlerinin artması ve bundan dolayı plakaların daha fazla eğilerek sürtünen yüzeylerde sürtünme hareketinin istendiği gibi ideal gerçekleşmesine engel olmasıdır.



**Şekil 5.16 :** Sürtüneli damperde yaylar 6mm sıkıştırıldığında elde edilen sönüm oranlarının genliklere bağlı olarak değişimi.

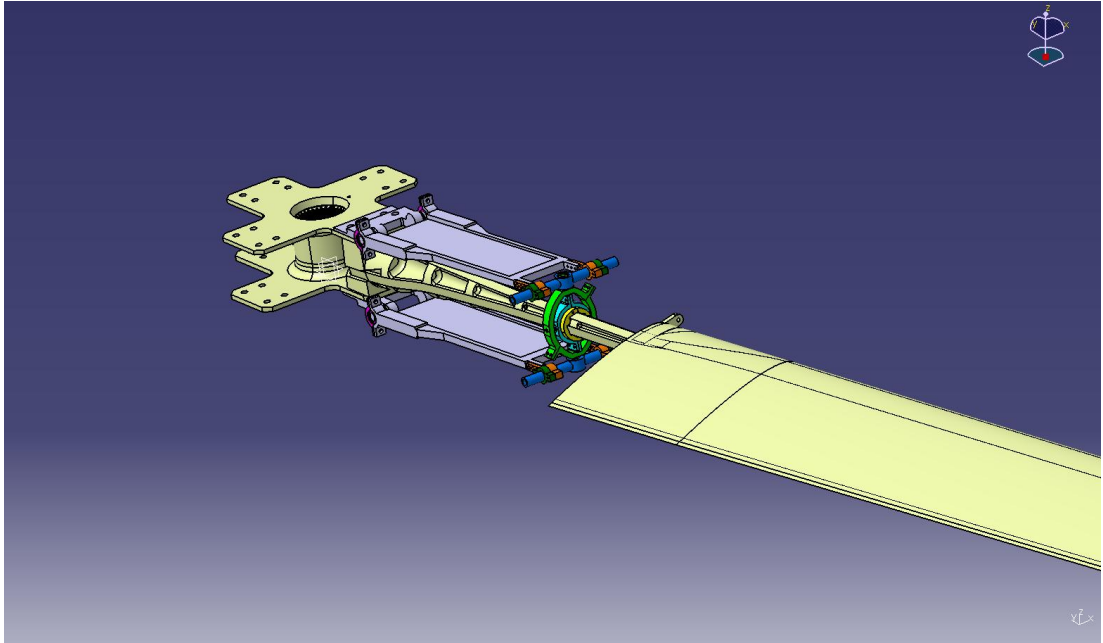
Şekil 5.17’de yayların 8mm sıkıldığında elde edilen sönüm oranları, genliklere bağlı olarak gösterilmiştir. Şekilden de anlaşılacağı gibi plakaların düzlem içinde rijitlikleri bu büyüklükte sürtünme kuvvetleri olduğunda sistemin düzgün çalışabilmesi için yeterli değildir. Yüksek miktardaki sönüm değerleri ancak çok yüksek genlikli titreşim durumunda elde edilebilmektedir.



**Şekil 5.17 :** Sürtüneli damperde yaylar 8mm sıkıştırıldığında elde edilen sönüm oranlarının genliklere bağlı olarak değişimi.

Sürtünlü damperin istenildiği gibi çalışması için rotor göbeğine bağlanmış olan plakaların düzlem içinde daha rijit davranması gerekmektedir. Ancak rijitliklerin artması düzlem dışı harekette plakaların esnemesinde sıkıntılar ortaya çıkarabilmektedir. Bunun yanında pala düzlem içi ve düzlem dışı hareketleri beraber yaptığında plakaları burmaya zorlayan kuvvetler ortaya çıkmakta ve ince plakalar burularak sürtünlü damper sisteminin verimli çalışmasını engellemektedir.

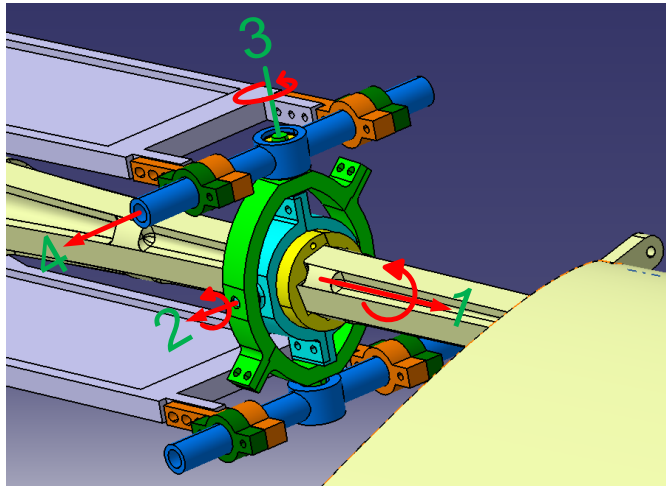
Yukarıda açıklanan nedenlerden dolayı tasarımda çok kapsamlı değişiklikler yapılmasına karar verilmiş ve yeni tasarımda düzlem içi hareketinde oldukça rijit davranabilen ve palanın düzlem dışı hareketine serbestlik katan bir tasarımın ortaya konması amaçlanmıştır. Önerilen yeni konsepti Şekil 5.18’de gösterilmiştir.



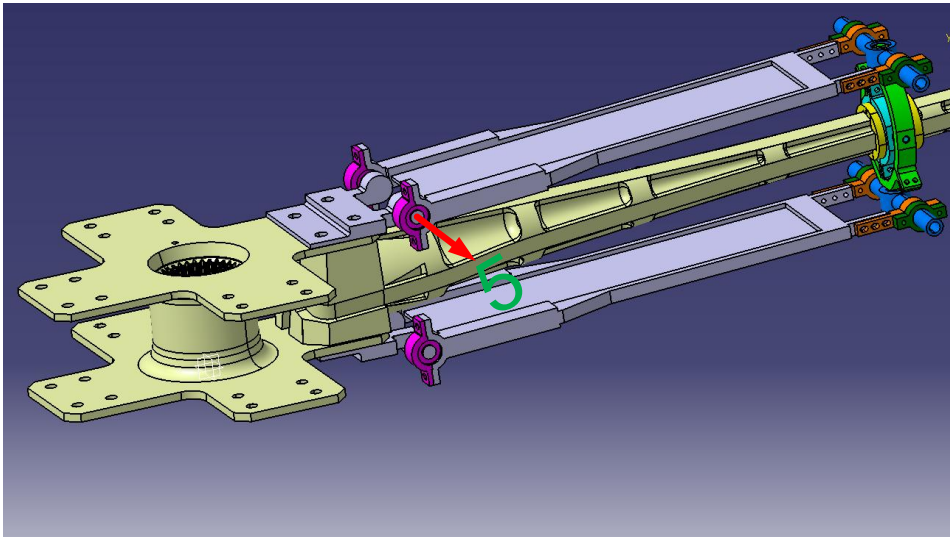
**Şekil 5.18** : Düzlem içi damper konsepti.

Önerilen damper tasarımına daha yakından bakılacak olursa Şekil 5.19’da sürtünlü damper tasarımının palaya bağlantısı gösterilmiştir. Şekil 5.19’daki palanın elastik köküne bağlanan sarı parça palaya rijit olarak bağlanmıştır. Tasarım başarılı olduğu takdirde sarı parçanın yerini kompozit palaya yapıştırılmış ve yine sarı parça ile aynı görevi görececek bir yapı alacaktır. Turkuaz renkli parça palaya rijit bağlanmış sarı parça üzerinde 1 yönünde doğrusal ve 1 eksenli etrafında dönme hareketi yapabilmektedir. Turkuaz parça ile yeşil parça 2 eksenli etrafında rahatlıkla dönebilecek şekilde bir burç kullanılarak yataklanmıştır. Yeşil parçanın mavi renkli parçaya bağlantısı da 3 eksenli etrafında dönebilecek şekilde bir rulman yardımıyla yapılmıştır. Mavi renkli parça da turuncu renkli parçaya 4 yönünde kayabilecek ve 4

ekseni etrafında dönebilecek şekilde yataklanmıştır. Palanın düzlem içi hareketi yaptığı sırada mavi renli parça yatakladığı turuncu renli parçanın içerisinden düzlem içi yönde kayacak ve turuncu parçaya birleştirilmiş sürtünme keçesinin içerisinde doğrusal bir hareket yapmak zorunda kalacaktır. Bu hareket sırasında sürtünme kuvvetlerinin yardımıyla palanın düzlem içi hareketi sönmünecektir. Şekil 5.20'deki gri çubukların düzlem dışı hareketini serbest bırakan 5 eksenli etrafında dönme serbestliği sağlayan yataklar ve pala ile damper arasındaki doğrusal serbestlik derecesi bir arada çalışarak palanın düzlem dışı hareketini rahatlıkla yapabilmesine olanak sağlamaktadır.



Şekil 5.19 : Sürtünlü damper tasarımının palaya bağlantısı.



Şekil 5.20 : Sürtünlü damperin kök kısmı.

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada ilk olarak dört serbestlik dereceli bir yer rezonansı modeli kurulmuştur. Kurulan dört serbestlik dereceli modelde aerodinamik kuvvetlerin etkileri ihmal edilmiştir ve bu şekilde hareket denklemleri çıkarılmıştır. Hareket denklemlerinde zamana bağlı terimler olduğundan dolayı Fourier Kordinat Dönüşümü uygulanarak hareket denklemlerinin zamana bağıllığı ortadan kaldırılmıştır. Modal düzlemde elde edilen hareket denklemlerine özdeğer analizi uygulayarak Coleman diagramları çıkartılmıştır. Hareket denklemlerinin yardımıyla yer rezonansı kararsızlığının ortadan kaldırmak için helikopter palasına ve gövdesine eklenecek sönümler belirlenmeye çalışılmıştır. Bunun sonucunda helikopterlerde yer rezonansı kararsızlığını gidermek için helikopter palasının ve helikopter gövdesinin sönüm oranları çarpımının belli bir değerin üzerinde olması gerektiği sonucuna varılmıştır. Ayrıca helikopter gövdesine ve helikopter palasına eklenen sönümlerin yer rezonansına nasıl bir etkisi olduğu incelenmiştir.

Yer rezonansına aerodinamik kuvvetlerin ve düzlem dışı hareketlerin etkilerini inceleyebilmek için, rotorun düzlem içi ve düzlem dışı hareketlerini ve helikopter gövdesinin ilk iki modunu içeren bir yer rezonansı modeli kurulmuştur. Kurulan model aerodinamik kuvvet terimlerini de içermektedir. Böylece yer rezonansının çok daha ayrıntılı incelenebileceği bir model oluşturulmuştur.

Kurulan yer rezonansı modelleri İTÜ-HTH'in yer rezonansı analizlerinde kullanılmıştır. İTÜ-HTH'in yer rezonansı analizinde kullanılan yer rezonansı modeline girilecek olan parametrelerin değerlerinin tahmin edilmesi doğru sonuçlar elde edebilmek için oldukça önemlidir. İlk olarak gövdenin yer rezonansı modelinde kullanılacak olan eşdeğer gövde ve eşdeğer direngenlik değerleri belirlenmiştir. Ardından pala için uygun parametreler belirlenerek İTÜ-HTH'in yer rezonansı analizleri gerçekleştirilmiştir. Yer rezonansında kullanılacak parametreler belirlenirken hem deneysel hem sayısal verilerden yararlanılmıştır.

Yapılan analizler sonucunda düzlem içi yumuşak rotorlarda ortaya çıkan yer rezonansı kararsızlığının İTÜ-HTH'de de ortaya çıkacağı görülmüştür. İTÜ-HTH'de yer rezonansı kararsızlığının hangi hızlarda ortaya çıkabileceği ve İTÜ-HTH'in palasına ve gövdesine eklenecek sönüm miktarları belirlenmiştir.

İTÜ-HTH palasının kompozitten imal edilmiş esnek köküne sönüm eklenmesi, pala üzerinde palaya damper bağlanabilecek herhangi bir çıkıntının veya uygun bir bağlantı noktasının olmamasından dolayı oldukça zordur.

Helikopter palasında sönüm meydana getirecek çeşitli damper konseptleri önerilmiş ve önerilen damper konseptlerinin yaratabileceği sönüm oranları deneysel olarak hesaplanmıştır. Deneysel hesaplamaların sonunda elde edilen sönüm değerleri tartışılmıştır. Palanın sönüm oranının deneysel olarak belirlenmesinde logaritmik azalma yöntemi kullanılmıştır.

Bundan sonraki aşamada yer rezonansını modellerken yapılan ihmaller azaltılarak daha hassas bir model kurulabilir. Her ne kadar literatürde yer rezonansı modellerinin sayısal olarak hesaplanması ile elde edilen sonuçlar deneysel sonuçlarla büyük uyum gösterse de daha hassas modelleme yapıp yer rezonansını etkileyen durumların neler olduğu ve ne kadar etkilediği, yapılan değişikliklerin yer rezonansı üzerinde yaratacağı etki daha iyi görülebilir. Daha ileri bir çalışma olarak palanın burulma hareketi yer rezonansı modeline eklenebilir. Bununla birlikte düzlem içi ve düzlem dışı hareketlerin birbirine olan bağlılığı da dikkate alınarak modeller kurulabilir. Böylece paladaki bağlılıkların yer rezonansı üzerindeki etkiler gözlemlenebilir.

Bununla birlikte yapılan teorik çalışmaların deneysel olarak doğrulanması çok büyük önem taşımaktadır. Bu yüzden yapılan yer rezonansı analiz sonuçlarının ileride yapılacak olan deneylerin sonuçlarıyla karşılaştırılması ve yer rezonansı modellerinin doğruluğunun incelenmesi gerekmektedir. Helikopter gövdesinin montajı tamamlandıktan sonraki doğal frekanslarının belirlenmesi ve palanın farklı dönme devirlerindeki doğal frekanslarının ve sönümlerinin belirlenmesi yer rezonansı modellerinin deneysel sonuçlarla karşılaştırılması için büyük önem arz etmektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] **Bramwell, A. R. S., Done, G. T. S., ve Balmford, D.,** 1991. Bramwell's Helicopter Dynamics, 2nd Ed., Butterworth-Heinemann, Oxford.
- [2] **Leishman, G.,** 2006. Principles of Helicopter Aerodynamics, 2nd Ed., Cambridge University Press, New York.
- [3] **Gürses, K.,** 2009. Bir Helikopterin Yer Rezonansının İncelenmesi ve Yer Rezonansına Karşı Tasarımı, *Yüksek Lisans Tezi*, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- [4] **Chopra, I.,** Helicopter Dynamics (ENAE 633), Lecture Notes, University of Maryland.
- [5] **Donham, R.E., Cardinale, S. V., ve Sachs, I. B.,** 1969. Ground and Air Resonance Characteristics of a Soft In-Plane Rigid Rotor System, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol.14, no.4, pp.33-41.
- [6] **Johnson, W.,** 1980. Helicopter Theory, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- [7] **Nahas, M. N.,** 1976, Development of An Analysis Technique for Self-Excited Oscillations in Aircraft, *M.Sc. Thesis*, Cranfield Institute of Technology.
- [8] **Turhan, Ö.,** 2007. Ders notları, Lineer Olmayan Titreşimler.
- [9] **Watkinson, J.,** 2004. The Art of the Helicopter, Elsevier Butterworth-Heinemann.
- [10] **Coleman, R. P., ve Feingold A. M.,** 1958. Theory of Self-Excited Mechanical Oscillations of Helicopter Rotors with Hinged Blades, NACA Report 1351.
- [11] **Deutsch, M. L.,** 1946. Ground Vibration on Helicopters, *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 13, no.5, pp. 223-228.
- [12] **Horvay, G.,** 1946. Vibration of a Helicopter on the Ground, 1946. Vibration of a Helicopter on the Ground, *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 13, no.11 5, pp 223-228.

- [13] **Hooper, W. E.**, 1959. Helicopter Ground Resonance, *Aircraft Engineering*, Vol. **31**, no.360, pp. 32-39.
- [14] **Lytwyn, R. T., Miao, W., ve Woitsch, W.**, 1971. Airborne and Ground Resonance of Hingeless Rotors, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. **16**, no.2.
- [15] **Ellis, D. V.**, 1976. The General Theory of Ground Resonance for a Semi-Rigid Rotor Helicopter, Unpublished Note, Westland Helicopter Limited.
- [16] **Jang, J., ve Chopra, I.**, 1988. Ground and Air Resonance of an Advanced Bearingless Rotor in Hover, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol.**33**, no.3, pp. 20-29.
- [17] **Ormiston, R. A.**, 1991. Rotor-Fuselage Dynamics of Helicopter Air and Ground Resonance, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol.**36**, no.2, pp. 3-20.
- [18] **Smith, E. C.**, 1992. Air and Ground Resonance of Helicopter with Elastically Tailored Composite Blades, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol.**38**, no.4, pp. 50-61.
- [19] **King, R. L.**, 2001. Nonlinear Inplane Flexbeam Stiffness Provides Rotor System Stability Without Lag Dampers, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol.**46**, no.4, pp. 283-289.
- [20] **Done, G. T. S.**, 1974. A Simplified Approach to Helicopter Ground Resonance, *The Aeronautical Journal*, Vol. **78**, no.761, pp.204-208.
- [21] **Bielawa, R. L.**, 2006. Rotary Wing Structural Dynamics and Aeroelasticity, 2nd Ed., AIAA, Virginia.
- [22] **Gabel, R., ve Capurso, V.**, 1962. Exact Mechanical Instability Boundaries as Determined from the Coleman Equation, *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. **7**, no.1, pp. 17-23.
- [23] **Mil, M. L., ve diğerleri**, 1968. Helicopters Calculation and Design- Vol. II, Vibration and Dynamic Stability, NASA TTF-159.
- [24] **Kay, M. S.**, 2008. Yataksız Helikopter Rotoru Test Düzenine Hava Rezonansının İncelenmesi, *Yüksek Lisans Tezi*, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.
- [25] **Körük, H.**, 2008. Measurement, Modelling and Modal Analyses of Helicopter Structures, *M.Sc. Thesis*, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul.

- [26] **Özbakiş, F., Yazgaç, D., ve Körük, H.,** 2011. İTÜ-HTH Mevcut Prototipinin Gövde Doğal Frekanslarının Belirlenmesi ve Yer Rezonansı Durumu, ROTAM.
- [27] **Körük, H., Yazgaç, D.,** 2009. İTÜ Hafif Ticari Helikopteri Gerçek Palasının Doğal Frekanslarının Tespiti, ROTAM.
- [28] **Agarwal, S.,** 2005. Aeromechanical Stability Augmentation Using Semi-Active Friction-Based Lead-Lag Damper, *Ph.D Thesis*, School of Aerospace Engineering Georgia Institute of Technology, Atlanta.
- [29] **Alam, A. B.,** 2000. Aeromechanical Stability Augmentation of Helicopters Using Enhanced Active Constrained Layer Damping Treatment on Rotor Flex Beams, *Ph.D Thesis*, Pennsylvania State University, Pennsylvania.
- [30] **Byers, L., K.,** 2006. Helicopter Rotor Lag Damping Augmentation Based on a Radial Absorber and Coriolis Coupling, *Ph.D Thesis*, Pennsylvania State University, Pennsylvania.
- [31] **Erwins, D. J.,** 2000. Modal Testing: Theory, Practice and Application, 2nd Ed., Research Studies Press, Philadelphia.
- [32] **Körük, H., Özbakiş, F., ve Yazgaç, D.,** 2010. İTÜ Hafif Ticari Helikopteri Hidrolik “Lead-Lag” Damper Tasarımının Sönüm Katkısının Araştırılması, ROTAM.
- [33] **Sela, N. M., Rosen, A.,** 2000. Modelling the Influence of Inter-Blade Connections and Variable Rotor Speed on the Aeromechanical Stability of Helicopter, *Aerospace Science Technology*, no. 4, pp. 173-188.
- [34] **Körük, H.,** 2008. İTÜ Hafif Ticari Helikopteri Elastomerik “Lead-Lag” damper Tasarımlarının Sönüm Katkılarının Araştırılması ve Bir Ölçüm Metodolojisinin Oluşturulması, ROTAM.
- [35] **Özbakiş, F., Körük, H., ve Yazgaç, D.,** 2010. İTÜ Hafif Ticari Helikopteri İleri-Geri Sönümleyicilerinin Dinamik Davranışlarının İncelenmesi, UHUK.



## **EKLER**

**EK A :** Fourier Koordinat Dönüşümü

**EK B:** Hidrolik Damper Sönüm Katsayısının Belirlenmesi

**EK C:** Üçüncü bölüm ile ilgili bağıntılar -I

**EK D:** Üçüncü bölüm ile ilgili bağıntılar -II



## EK A

Fourier Koordinat Dönüşümü yardımıyla dönen bir eksen takımında tanımlanmış olan serbestlik dereceleri, sabit bir eksen takımında ifade edilebilir. Helikopterlerde rotor göbeğine bağlı palaların düzlem içi hareketleri ele alınırsa  $b$  adet pala düzlem içinde  $b$  adet serbestlik derecesi oluşturacaktır. Benzer şekilde palaların düzlem dışı hareketleri dikkate alınırsa  $b$  adet pala düzlem dışında  $b$  adet serbestlik derecesi oluşturacaktır.

Palaların düzlem içi hareketi dikkate alındığında rotorun ağırlık merkezinin sabit eksen takımına göre koordinatları  $\xi_k$   $k$ . palanın genelleştirilmiş koordinatı olmak üzere,

$$\xi_0 = \frac{1}{b} \sum_{k=1}^b \xi_k \quad (\text{A. 1})$$

$$\xi_{nc} = \frac{2}{b} \sum_{k=1}^b \xi_k \cos n\psi_k \quad (\text{A. 2})$$

$$\xi_{ns} = \frac{2}{b} \sum_{k=1}^b \xi_k \sin n\psi_k \quad (\text{A. 3})$$

$$\xi_d = \frac{1}{b} \sum_{k=1}^b \xi_k (-1)^k \quad (\text{A. 4})$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\xi_0$  müşterek modu,  $\xi_{1c}$  ve  $\xi_{1s}$  çevrimsel  $\xi_d$  ise diferansiyel modlardır. Şekil A.1’de palanın düzlem içi modları gösterilmiştir.

Benzer palaların düzlem dışı hareketi dikkate alındığında rotorun ağırlık merkezinin sabit eksen takımına göre koordinatları  $\beta_k$ ,  $k$ . palanın genelleştirilmiş koordinatı olmak üzere,

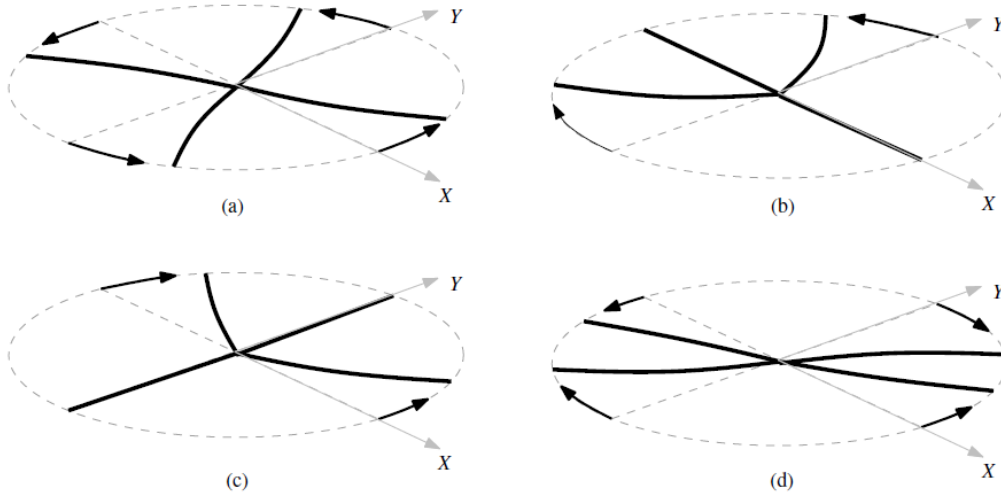
$$\beta_0 = \frac{1}{b} \sum_{k=1}^b \beta_k \quad (\text{A. 5})$$

$$\beta_{nc} = \frac{2}{b} \sum_{k=1}^b \beta_k \cos n\psi_k \quad (\text{A. 6})$$

$$\beta_{ns} = \frac{2}{b} \sum_{k=1}^b \beta_k \sin n\psi_k \quad (\text{A. 7})$$

$$\beta_d = \frac{1}{b} \sum_{k=1}^b \beta_k (-1)^k \quad (\text{A. 8})$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $\beta_0$  müşterek modu,  $\beta_{1c}$  ve  $\beta_{1s}$  çevrimsel  $\beta_d$  ise diferansiyel modlardır. Şekil A.2'de palanın düzlem dışı modları gösterilmiştir.



**Şekil A.1** : Dönmeyen eksen takımında rotorun düzlem içi modları (a) $\xi_0$ , (b) $\xi_{1c}$ , (c) $\xi_{1s}$ , (d) $\xi_d$ .





## **EK B**

Testlerde kullanılan hidrolik damperin saat yönünde çevrilmesi ile sönümleyicinin sönüm katsayısı artmakta, saat yönünün tersi yönde çevrildiğinde ise, sönüm katsayısı azalmaktadır. Kullanıcı hidrolik sönümleyicinin pistonunu döndürerek sönümleyicini sönüm katsayısını ayarlayabilmektedir.

Hidrolik damperlerin sönüm katsayısını hesaplarken histeritik çevrim yöntemi kullanılmıştır. Deneysel ölçümlerde, hidrolik damper MTS 322 marka teset düzeneğine bağlanmıştır. Hidrolik dampere damperin her kademesi için 5mm ve 10mm genliğe sahip 4Hz'lik harmonik deplasman uygulanmıştır. Hidrolik damper dikey olarak MTS sisteminin bağlantı çenelerine sabitlenmiştir. Bu çenelerden üstte olanı hareketli olup gerekli olan yer değişimini hidrolik dampere uygulamaktadır. Diğer çene sabittir ve üzerine FGP 500N marka yük hücresi (load cell) bağlanmıştır. Yük hücresinin sabit çenede olması, yük hücresinin kendi atalet kuvvetlerini okumasını engellemektedir. Kullanılan hücrenin momentlere karşı hassasiyeti vardır. Bu yüzden, yük hücresine olası bir eksen kaçıklığından dolayı moment uygulanmaması için hidrolik damper, hareketli çeneye elastik bir parça ile bağlanmıştır. Böylece yukarıdaki çene, elastik parçayı rahat bir şekilde sıkarak, sönümleyicinin diğer ucunu da eksene getirmiş olmaktadır (Şekil B.1).

Deneysel sırasında MTS cihazının hareketli çenesinin yer değiştirmesi, yük hücresinden okunan kuvvet değerlerine karşı çizdirilmiştir. Bu çevrimlerden viskos sönüm katsayıları bir MATLAB programı yardımıyla analiz edilmiştir ve analiz sonuçları Çizelge B.1'de gösterilmiştir. Burada sönümleyicinin çeşitli kademelerdeki sönüm katsayısı değerleri gösterilmiştir. MATLAB de kurulan program, histeritik çevrimleri birbirinden ayırarak sönüm katsayılarını her çevrim için hesaplayabilmektedir. Sönümleyicinin sönüm katsayısı kademe arttıkça artmaktadır. Bunu yanında hidrolik sönümleyicinin sönüm katsayısının, hareketin genlik değerlerine de bağlı olduğu gözükmektedir. Bunun nedeninin hidrolik sönümleyicinin içindeki kuru sürtünmeler olduğu düşünülmektedir.

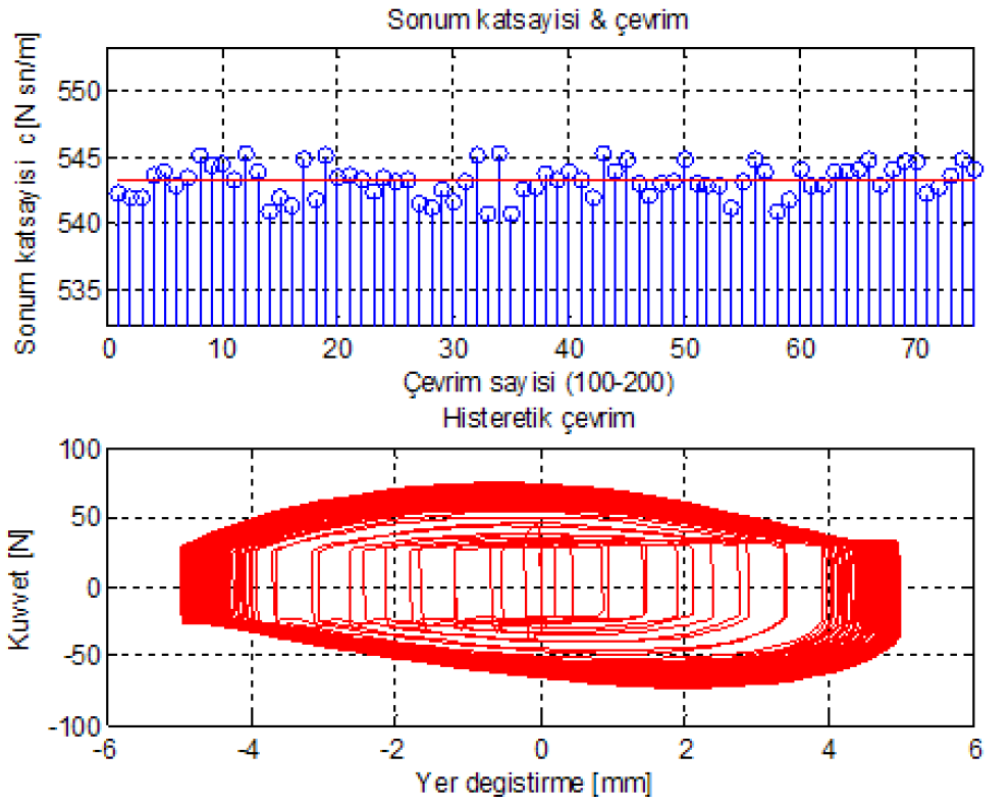
Şekil B.2 ve B.3'te test çizdirilen histeritik çevrimin iki tane örneği görülmektedir.



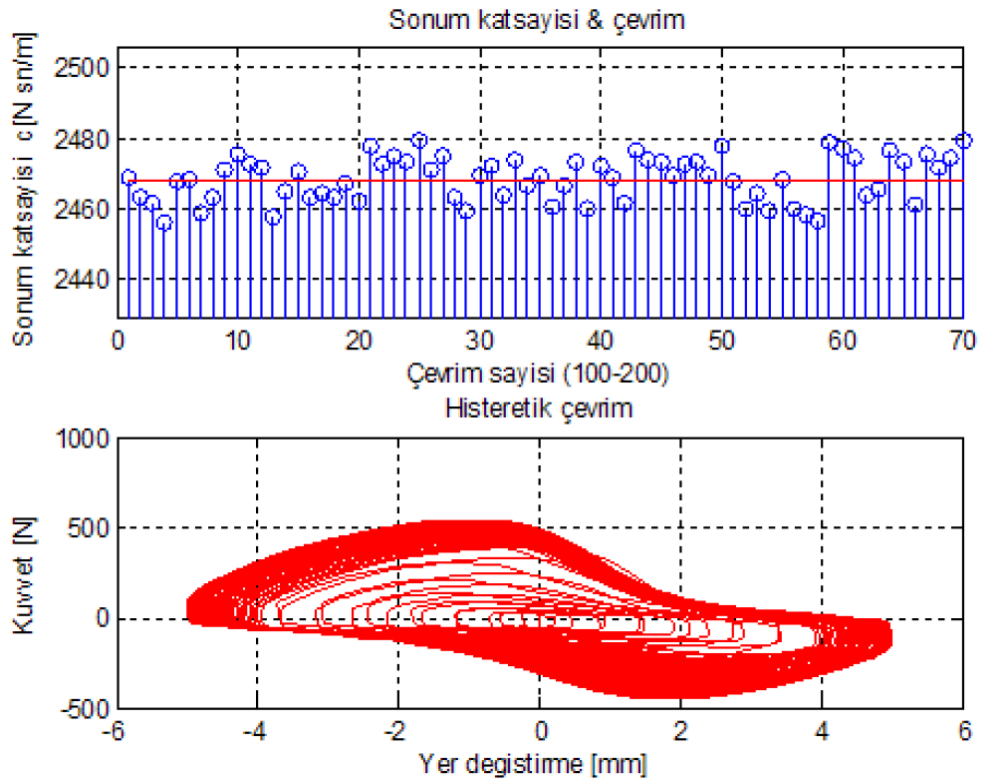
**Şekil B.1** : Hidrolik damper test düzeneği.

**Çizelge B. 1:** Hidrolik damper kademelerinin, 5 ve 10 mm yer değiştirme durumunda sönüm katsayıları.

Kademe	Sönüm Katsayısı [Ns/m] (Deplasman Genliği: 5mm)	Sönüm Katsayısı [Ns/m] (Deplasman Genliği: 10mm)
1. Kademe	382.2	402.5
2. Kademe	477.4	475.2
3. Kademe	543.2	574.6
4. Kademe	806.4	995.1
5. Kademe	2468.5	5651.8



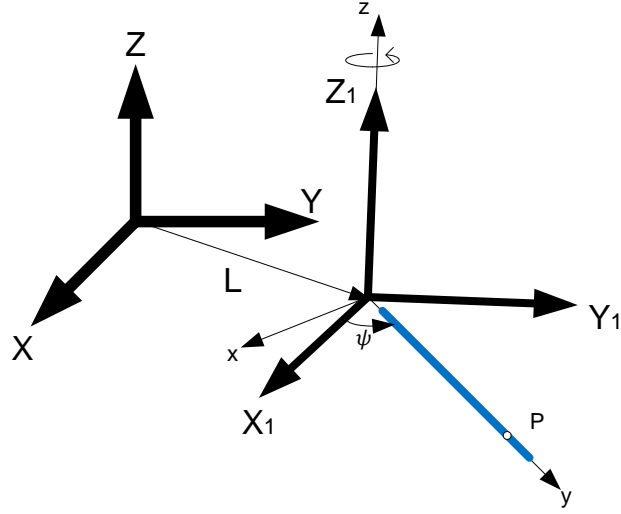
**Şekil B.2 :** 3. Kademe 5mm yer değişimi için elde edilen histeritik çevrim ve ortalama sönüm katsayıları.



**Şekil B.3 :** 3. Kademe 5mm yer değişimi için elde edilen histeritik çevrim ve ortalama sönüm katsayıları.



## EK C



Şekil C.1 : P noktasının koordinatlar üzerinde gösterimi.  $X_1Y_1Z_1$ :dönmeyen eksen takımı,  $xyz$ : Rotor ile beraber dönen eksen takımı.

$$a_p = \ddot{L} + \dot{\omega} \times r_p + \omega \times (\omega \times r_p) + \ddot{r}_p + 2\omega \times \dot{r}_p \quad (C.1)$$

Şekil C.1'de gösterilen P noktasının ivmesi (C.1) denklemindeki gibi yazılabilir. (C.1) denklemindeki terimler tek tek belirlenecek olursa  $X_1Y_1Z_1$  eksen takımının XYZ eksen takımına göre konumu ve ivmesi,

$$L = \alpha_Y h i_{XYZ} - \alpha_X h j_{XYZ} \quad (C.2)$$

$$\ddot{L} = \ddot{\alpha}_Y h i_{XYZ} - \ddot{\alpha}_X h j_{XYZ} \quad (C.3)$$

$r_p$  P noktasının  $xyz$  eksenine göre konumunu,

$$r_p = x i + \rho j + z k \quad (C.4)$$

$$\dot{r}_p = \dot{x} i + \dot{\rho} j + \dot{z} k \quad (C.5)$$

$$\ddot{r}_p = \ddot{x} i + \ddot{\rho} j + \ddot{z} k \quad (C.6)$$

$\omega$   $xyz$  eksen takımının  $X_1Y_1Z_1$  eksen takımına göre açısal hızını,

$$\omega = \dot{\alpha}_X i_{XYZ} + \dot{\alpha}_Y j_{XYZ} + \Omega k \quad (C.7)$$

$$\dot{\omega} = \ddot{\alpha}_X \mathbf{i}_{XYZ} + \ddot{\alpha}_Y \mathbf{j}_{XYZ} + 0\mathbf{k} \quad (\text{C.8})$$

göstermektedir.

$\mathbf{i}_{XYZ}$   $\mathbf{j}_{XYZ}$   $\mathbf{k}_{XYZ}$  sırasıyla  $X_1Y_1Z_1$  eksen takımına göre  $X_1$  yönündeki  $Y_1$  yönündeki ve  $Z_1$  yönündeki birim vektörleri göstermektedir.  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  ve  $\mathbf{k}$  da sırasıyla xyz eksen takımındaki x yönündeki, y yönündeki ve z yönündeki birim vektörleri göstermektedir. Sonuç pala eksen takımına göre bulunmak istendiğinden dolayı bir eksen dönüşümü gerekmektedir.

$X_1Y_1Z_1$  eksenine göre  $X_1$  eksenini etrafında  $\alpha_X$  kadar,  $Y_1$  eksenini etrafında  $\alpha_Y$  kadar ve  $Z_1$  eksenini etrafında  $(\psi - \pi/2)$  kadar döndüğünde ortaya çıkan xyz eksen takımı arasındaki koordinat dönüşümü (C.9)-(C.18) denklemleri kullanılarak yapılabilir [21].

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T11 & T12 & T13 \\ T21 & T22 & T23 \\ T31 & T32 & T33 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{i}_{XYZ} \\ \mathbf{j}_{XYZ} \\ \mathbf{k}_{XYZ} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.9})$$

$$T11 = \cos(\psi - \pi/2) \cos\alpha_Y \quad (\text{C.10})$$

$$T12 = \sin\alpha_X \sin\alpha_Y \cos(\psi - \pi/2) + \cos\alpha_X \sin(\psi - \pi/2) \quad (\text{C.11})$$

$$T13 = -\cos\alpha_X \sin\alpha_Y \cos(\psi - \pi/2) + \sin\alpha_X \sin(\psi - \pi/2) \quad (\text{C.12})$$

$$T21 = -\sin(\psi - \pi/2) \cos\alpha_Y \quad (\text{C.13})$$

$$T22 = -\sin\alpha_X \sin\alpha_Y \sin(\pi/2 - \psi) + \cos\alpha_X \cos(\psi - \pi/2) \quad (\text{C.14})$$

$$T23 = \cos\alpha_X \sin\alpha_Y \sin(\psi - \pi/2) + \sin\alpha_X \cos(\psi - \pi/2) \quad (\text{C.15})$$

$$T31 = \sin\alpha_Y \quad (\text{C.16})$$

$$T32 = -\sin\alpha_X \cos\alpha_Y \quad (\text{C.17})$$

$$T33 = \cos\alpha_X \cos\alpha_Y \quad (\text{C.18})$$

$\alpha_X$  ve  $\alpha_Y$  açılarının çok küçük olduğunu düşünerek (C.9) denklemi tekrar düzenlenirse (C.19) denkleminde gelinir.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\psi & -\cos\psi & -\alpha_Y \sin\psi - \alpha_X \cos\psi \\ \cos\psi & \sin\psi & -\alpha_Y \cos\psi + \alpha_X \sin\psi \\ \alpha_Y & -\alpha_X & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{i}_{XYZ} \\ \mathbf{j}_{XYZ} \\ \mathbf{k}_{XYZ} \end{Bmatrix} \quad (\text{C.19})$$

Böylece (C.1) denklemindeki parametreleri xyz eksen takımına göre düzenleyip tekrar yazılırsa aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= (\alpha_Y h \sin\psi + \alpha_X h \cos\psi) \mathbf{i} + (\alpha_Y h \cos\psi + \alpha_X h \sin\psi) \mathbf{j} \\ &= \alpha_{xL} h \mathbf{i} + \alpha_{yL} h \mathbf{j} \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{L}} &= (\ddot{\alpha}_Y h \sin\psi + \ddot{\alpha}_X h \cos\psi) \mathbf{i} + (\ddot{\alpha}_Y h \cos\psi + \ddot{\alpha}_X h \sin\psi) \mathbf{j} \\ &= \ddot{\alpha}_{xL} h \mathbf{i} + \ddot{\alpha}_{yL} h \mathbf{j} \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega} &= (\dot{\alpha}_X \sin\psi - \dot{\alpha}_Y \cos\psi) \mathbf{i} + (\dot{\alpha}_X \cos\psi + \dot{\alpha}_Y \sin\psi) \mathbf{j} + \Omega \mathbf{k} \\ &= \dot{\alpha}_x \mathbf{i} + \dot{\alpha}_y \mathbf{j} + \Omega \mathbf{k} \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\omega}} &= (\ddot{\alpha}_X \sin\psi - \ddot{\alpha}_Y \cos\psi) \mathbf{i} + (\ddot{\alpha}_X \cos\psi + \ddot{\alpha}_Y \sin\psi) \mathbf{j} + \dot{\Omega} \mathbf{k} \\ &= \ddot{\alpha}_x \mathbf{i} + \ddot{\alpha}_y \mathbf{j} + 0 \mathbf{k} \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

Şimdi (C.1) denkleminin terimleri tek tek hesap edilirse

$$\boldsymbol{\omega} \mathbf{x}_P = (\dot{\alpha}_y z) \mathbf{i} - (\dot{\alpha}_x z) \mathbf{j} + (\dot{\alpha}_x \rho - \dot{\alpha}_y x) \mathbf{k} \quad (\text{C.24})$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega} \mathbf{x} (\boldsymbol{\omega} \mathbf{x}_P) &= (\dot{\alpha}_x \dot{\alpha}_y \rho - \dot{\alpha}_y^2 x - x \Omega^2 + \dot{\alpha}_x z \Omega) \mathbf{i} \\ &\quad + (\dot{\alpha}_y z \Omega - \rho \Omega^2 - \dot{\alpha}_x^2 \rho + \dot{\alpha}_x \dot{\alpha}_y x) \mathbf{j} \\ &\quad + (x \Omega \dot{\alpha}_x - \dot{\alpha}_x^2 z - \dot{\alpha}_y^2 z + \dot{\alpha}_y \rho \Omega) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (\text{C.25})$$

$$2 \boldsymbol{\omega} \dot{\mathbf{x}}_P = 2[(\dot{\alpha}_y \dot{z} - \Omega \dot{\rho}) \mathbf{i} + (\dot{x} \Omega - \dot{\alpha}_x \dot{z}) \mathbf{j} + (\dot{\alpha}_x \dot{\rho} - \dot{\alpha}_y \dot{x}) \mathbf{k}] \quad (\text{C.26})$$

Elde edilen (C.23), (C.24), (C.25) ve (C.26) denklemlerini (C.1) denkleminde yerine konularak, küçük terimlerin çarpımlarının oluştuğu ifadeler de sifıra eşitlenirse (C.27) denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_P &= (\ddot{\alpha}_{xL} h - x \Omega^2 + \ddot{x} - 2 \Omega \dot{\rho}) \mathbf{i} + (\ddot{\alpha}_{yL} h - \rho \Omega^2 + \ddot{\rho} + 2 \dot{x} \Omega) \mathbf{j} \\ &\quad + (\ddot{\alpha}_{x\rho} + \rho \Omega \dot{\alpha}_y + \ddot{z}) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (\text{C.27})$$



## EK D

Palanın radyal doğrultusundaki titreşim hareketinde, palanın uzamasına bağlı olan hareketi çok küçük mertebelerdedir ve bu hareketin doğal frekansı da düzlem içi ve düzlem dışı frekans ile karşılaştırıldığında oldukça yüksektir. Bu yüzden palanın düzlem içi ve düzlem dışı hareketlerinden dolayı radyal yönde yaptığı hareket (D.1) denklemindeki gibi ifade edilebilir [6]. Burada  $x$  ve  $z$  sırasıyla Şekil 3.2 ve Şekil 3.3 üzerindeki P noktasının düzlem içi ve düzlem dışı hareketi sırasındaki konumlarını göstermektedir. (D.1) ifadesi palanın hareket denklemlerini elde ederken, pala üzerindeki bir noktanın radyal yöndeki hareketini tanımlamada kullanılacaktır. Bununla birlikte  $\ddot{\rho}$  terimi çok küçük olduğundan sıfır alınabilir [24]. Palanın yarıçap boyunca yaptığı hareket  $\Delta\rho$ ,

$$\Delta\rho = -\frac{1}{2} \int_0^{\rho} (x'^2 + z'^2) d\rho \quad (\text{D.1})$$

(D.1) denkleminin zamana göre türevi alınarak  $\dot{\rho}$  hızı hesaplanabilir.

$$\dot{\rho} = -\int_0^{\rho} (x' \dot{x}' + z' \dot{z}') d\rho \quad (\text{D.2})$$

### Palanın düzlem dışı hareketi

Palanın düzlem dışı hareketi üçüncü bölümde (D.3) denklemindeki gibi elde edilmişti.

$$\begin{aligned} & \int_0^R R\eta_{\beta 1} \sum_{j=1}^{\infty} mR(\omega^2_{\beta j} \eta_{\beta j} \beta_j + \eta_{\beta j} \ddot{\beta}_j) dr \\ & + \int_0^R R\eta_{\beta 1} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega \dot{x} d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] dr + \int_0^R R\eta_{\beta 1} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{a}_{yL} h d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] dr \quad (\text{D.3}) \\ & + \int_0^R R\eta_{\beta 1} (m\ddot{a}_{x\rho} + m\rho\Omega\dot{a}_y) dr = \int_0^R R\eta_{\beta 1} f_z dr \end{aligned}$$

(D.3) denklemindeki ikinci terim dikkate alınırsa

$$\int_0^R R\eta_\beta \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega \dot{x} d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] dr \quad (\text{D.4})$$

$$= 2R\Omega \int_0^R \eta_\beta \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R \dot{x} m d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] dr = 2R\Omega \int_0^r u dv$$

$$u = \eta_\beta, \quad dv = \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R \dot{x} m d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] dr \quad (\text{D.5})$$

$$v = \int_r^R \dot{x} m d\rho \frac{\partial z}{\partial r}, \quad du = \frac{d\eta_\beta}{dr} dr \quad (\text{D.6})$$

$$\int_0^r u dv = uv|_0^r - \int_0^r v du \quad (\text{D.7})$$

$$\int_0^r u dv = \eta_\beta \frac{\partial z}{\partial r} \int_r^R \dot{x} m d\rho \Big|_0^R - \int_0^R \frac{d\eta_\beta}{dr} \frac{\partial z}{\partial r} \int_r^R \dot{x} m d\rho dr \quad (\text{D.8})$$

denklemleri elde edilir [6]. (D.8) denkleminin ilk terimi sıfıra eşit olur ( $\eta_\beta(0) = 0$ ,  $\int_0^R \dot{y} m d\rho = 0$ ).  $\partial z/\partial r$  yerine koniklik açısı  $\beta_p$  yazılabilir [6]. Böylece (D.8) denkleminin ikinci terimi (D.9) denklemdeki gibi ifade edilebilir.

$$-\beta_p \int_0^R \frac{d\eta_\beta}{dr} \int_r^R \dot{x} m d\rho dr = -\beta_p \int_0^R \int_r^R \eta_\beta \dot{x} m d\rho dr \quad (\text{D.9})$$

Sonuç olarak (D.3) denklemdeki ikinci terim

$$\int_0^R R\eta_\beta \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega \dot{x} d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] dr = -2\Omega R\beta_p \int_0^R \eta_\beta \dot{x} m dr \quad (\text{D.10})$$

şeklinde yazılabilir.

Benzer işlemler uygulanarak (D.3) denklemdeki üçüncü terim

$$\int_0^R R\eta_\beta \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{\alpha}_{yL} h d\rho \frac{\partial z}{\partial r} \right] dr = -\ddot{\alpha}_{yL} h R\beta_p \int_0^R \eta_\beta m dr \quad (\text{D.11})$$

şeklinde elde edilir.

(D.10) denkleminde  $\dot{x}$  ifadesi palanın düzlem içi hareketinin hızını göstermektedir. Palanın düzlem içi hareketi için (D.12) denklemindeki gibi bir çözüm önerisi getirilebilir [6]. Burada  $R$  rotor yarıçapını,  $\eta_{\xi j}(r)$  j. mod şeklini ve  $\xi_j(t)$  ise j. modun genelleştirilmiş koordinatını göstermektedir.

$$x(r, t) = \sum_{j=0}^{\infty} R\eta_{\xi j}(r)\xi_j(t) = \sum_{j=0}^{\infty} R\eta_{\xi j}(r)e^{i\omega_{\xi j}t} \quad (\text{D.12})$$

(D.10) ve (D.11) denklemlerini (D.3) denkleminde yerine koyarak ve (D.12) denklemini de göz önünde bulundurarak (D.13) denklemine gelinir. (D.12) denkleminde palanın düzlem içi hareketinde birinci modun çok baskın olduğu ve diğer modların çok fazla önemli olmadığı düşünülmüştür.

$$\begin{aligned} & \int_0^R mR^2(\eta_{\beta}^2\ddot{\beta} + \omega_{\beta}^2\eta_{\beta}^2\beta)dr - 2\Omega R^2\beta_p\dot{\xi} \int_0^R \eta_{\beta}\eta_{\xi}mdr \\ & - \ddot{\alpha}_{yL}hR\beta_p \int_0^R \eta_{\beta}mdr + \int_0^R R\eta_{\beta}(m\ddot{\alpha}_{x\rho} + m\rho\Omega\dot{\alpha}_y)dr \\ & = \int_0^R R\eta_{\beta}f_z dr \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

### Palanın düzlem içi hareketi

Palanın düzlem içi hareketi üçüncü bölümde (D.3) denklemindeki gibi elde edilmişti.

$$\begin{aligned} & \int_0^R mR^2(\omega_{\xi}^2\eta_{\xi}^2\dot{\xi} + \eta_{\xi}^2\ddot{\xi})dr - \int_0^R R\eta_{\xi}2m\rho\Omega dr \\ & + \int_0^R R\eta_{\xi} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega\dot{x}d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] dr + \int_0^R R\eta_{\xi}m\ddot{\alpha}_{xL}hdr \quad (\text{D.14}) \\ & + \int_0^R R\eta_{\xi} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{\alpha}_{yL}hd\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] dr = \int_0^R R\eta_{\xi} f_x dr \end{aligned}$$

(D.14) denkleminin ikinci ve üçüncü terimleri yazılacak olursa,

$$-\int_0^R R\eta_\xi 2m\dot{\rho}\Omega dr + \int_0^R R\eta_\xi \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega \dot{x} d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] dr \quad (\text{D.15})$$

(D.15) ifadesi düzenlenirse (D.16) denklemi elde edilir [6].

$$\begin{aligned} \int_0^R R\eta_\xi 2m\dot{\rho}\Omega dr - \int_0^R R\eta_\xi \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R 2m\Omega \dot{x} d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] dr \\ = -2R\Omega \int_0^R \eta_\xi m \int_0^r z' \dot{z}' d\rho dr \end{aligned} \quad (\text{D.16})$$

(D.16) ifadesinde  $z'$  ifadesi yerine koniklik açısı  $\beta_p$  yazılabilir [6]. Bu durumu göz önüne alarak (D.16) denklemi tekrar düzenlenirse (D.17) denklemi elde edilir.

$$-2R\Omega \int_0^R \eta_\xi m \int_0^r z' \dot{z}' d\rho dr = -2R\Omega \beta_p \int_0^R \dot{z} \eta_\xi m dr \quad (\text{D.17})$$

Palanın düzlem dışı hareketi için (D.18) denklemdeki gibi bir çözüm önerisi getirilebilir [6].

$$z(r, t) = \sum_{j=1}^{\infty} R\eta_{\beta_j}(r)\beta_j(t) = \sum_{j=1}^{\infty} R\eta_{\beta_j}(r)e^{i\omega_{fj}t} \quad (\text{D.18})$$

(D.18) dikkate alınarak (D.17) tekrar yazılırsa,

$$-2R\Omega \int_0^R \eta_\xi m \int_0^r z' \dot{z}' d\rho dr = -2R^2 \Omega \beta_p \dot{\beta} \int_0^R \eta_\beta \eta_\xi m dr \quad (\text{D.19})$$

Böylece (D.14) düzlem içi hareketin denklemi (D.20) denklemdeki gibi yazılabilir.

$$\int_0^R mR^2(\omega_\xi^2 \eta_\xi^2 \xi + \eta_\xi^2 \ddot{\xi}) dr - 2R^2 \Omega \beta_p \dot{\beta} \int_0^R \eta_\beta \eta_\xi m dr \quad (\text{D.20})$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^R R\eta_\xi m\ddot{\alpha}_{yL} h dr + \int_0^R R\eta_\xi \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{\alpha}_{xL} h d\rho \frac{\partial y}{\partial r} \right] dr = \int_0^R R\eta_\xi f_y dr \\
& = \int_0^R R\eta_\xi f_y dr
\end{aligned}$$

(D.20) denkleminde,

$$\int_0^R R\eta_\xi \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{\alpha}_{yL} h d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] dr \quad (\text{D.21})$$

ifadesinde  $\frac{\partial x}{\partial r} = \xi_p$  süpürme açısı olarak alınır,

$$\int_0^R R\eta_\xi \frac{\partial}{\partial r} \left[ \int_r^R m\ddot{\alpha}_{yL} h d\rho \frac{\partial x}{\partial r} \right] dr = -\ddot{\alpha}_{yL} Rh \xi_p \int_0^R \eta_\xi m dr \quad (\text{D.22})$$

(D.22) denklemini (D.20) denkleminde yerine koyulursa,

$$\begin{aligned}
& \int_0^R mR^2\eta_\xi^2 (\omega_\xi^2 \xi + \ddot{\xi}) dr + 2R^2 \Omega\beta_p \dot{\beta} \int_0^R \eta_\beta \eta_\xi m dr \\
& + Rh\ddot{\alpha}_{xL} \int_0^R \eta_\xi m dr - \ddot{\alpha}_{yL} Rh \xi_p \int_0^R \eta_\xi m dr = \int_0^R R\eta_\xi f_x dr
\end{aligned} \quad (\text{D.23})$$

şeklinde yazılabilir.



## ÖZGEÇMİŞ



**Ad Soyad:** Fatih Özbakiş  
**Doğum Yeri ve Tarihi:** Çarşamba, 11.05.1985  
**Adres:** Şişli / İstanbul  
**Lisans Üniversitesi:** İstanbul Teknik Üniversitesi

Fatih ÖZBAKIŞ 1985 yılında Samsun Çarşamba'da doğdu. İlk okulu Libya'da STFA İlkokulu'nda okudu. Orta okulu Samsun Anadolu Lisesinde ve liseyi Trabzon Yomra Fen Lisesinde tamamladı. 2003 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü'ne başladı ve 2008 yılında mezun oldu. 2008 yılında Makina Dinamiği, Titreşim ve Akustiği Yüksek Lisans Programı'na başladı. 2009 yılından beri İTÜ Rotorlu Hava Araçları Tasarım ve Mükemmeliyet Merkezinde (ROTAM) çalışmaktadır.