

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÖLÇÜM GÜRÜLTÜSÜNÜN KARMA GELİŞ ZAMANI/GELİŞ AÇISI
YÖNTEMİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Yakup ŞAHİN**

Anabilim Dalı : Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği

Programı : Telekomünikasyon Mühendisliği

EYLÜL 2011

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÖLÇÜM GÜRÜLTÜSÜNÜN KARMA GELİŞ ZAMANI/GELİŞ AÇISI
YÖNTEMİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
Yakup ŞAHİN
(504081330)**

**Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 12 Eylül 2011
Tezin Savunulduğu Tarih : 20 Eylül 2011**

**Tez Danışmanı : Prof. Dr. Mehmet Ertuğrul ÇELEBİ (İTÜ)
Diğer Jüri Üyeleri : Yrd. Doç. Dr. Güneş KARABULUT KURT (İTÜ)
Yrd. Doç. Dr. Tansal GÜÇLÜOĞLU(KHÜ)**

EYLÜL 2011

ÖNSÖZ

Tez hazırlama sürecimde bana değerli görüşleriyle yol gösteren ve ufkumu açan değerli tez danışmanım Prof. Dr. Mehmet Ertuğrul Çelebi'ye, gösterdikleri sabır ve destek için aileme teşekkürü bir borç bilirim.

Ayrıca çalışmam süresince yardımlarını esirgemeyen Yrd. Doç. Dr. Güneş Karabulut Kurt'a teşekkür ederim.

Eylül 2011

Yakup Şahin

(Elektrik-Elektronik Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	v
KISALTMALAR.....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	ix
ŞEKİL LİSTESİ.....	xi
ÖZET.....	xiii
SUMMARY.....	xv
1. GİRİŞ	1
2. HÜCRESEL SİSTEM VE TELSİZ İLETİŞİM KANALLARI.....	3
2.1. Hücresel Koordinat Sistemi	3
2.2. Telsiz İletişim Kanallarında Sönümlenme	5
2.3. Sonuç.....	6
3. KONUM BELİRLEME TEKNİKLERİ.....	9
3.1. TA Metodu.....	9
3.2. TOA Metodu	10
3.3. TDOA Metodu.....	12
3.4. AOA Metodu.....	14
3.5. GPS Metodu	16
3.6. AGPS Metodu	18
3.7. RSS Metodu	19
3.8. Karma TOA/AOA Metodu.....	20
3.8.1. HLOP algoritması.....	20
3.9. Konum Belirlemeye NLOS Etkisi	22
3.10. NLOS Ortamın Modellenmesi.....	24
3.10.1. UDM.....	24
3.10.2. DDM.....	25
3.11. Sonuç.....	26
4. AOA, TOA VE KARMA TOA/AOA METOTLARININ GAUSS GÜRÜLTÜSÜ ALTINDA İNCELENMESİ.....	27
4.1. Sadece AOA Durumu	27
4.1.1. AOA denklemlerinin LS Çözümü	29
4.1.2. AOA denklemlerinin ML Çözümü.....	29
4.1.3. AOA metodu benzetim sonuçları	30
4.2. Sadece TOA Durumu.....	32
4.2.1. TOA denklemlerinin LS çözümü	35
4.2.2. TOA denklemlerinin ML çözümü	38
4.2.3. f vektör elemanlarının dağılımlarının Gauss dağılımına benzerliği	39
4.2.4. TOA metodu benzetim sonuçları.....	40
4.3. Karma TOA/AOA Durumu.....	44
4.3.1. Karma TOA/AOA denklemlerinin LS çözümü.....	47
4.3.2. Karma TOA/AOA denklemlerinin ML çözümü	49

4.4. Sonuç	50
5. SONUÇ	51
KAYNAKLAR.....	53
ÖZGEÇMİŞ.....	55

KISALTMALAR

AGPS	: Assisted Global Positioning System
AOA	: Angle Of Arrival
BTS	: Base Station
CDF	: Cumulative Distribution Function
CDMA	: Code Division Multiple Access
DDM	: Distance Dependent Model
ESPRIT	: Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques
FCC	: Federal Communications Commission
GMSK	: Gaussian Minimum Shift Keying
GPS	: Global Positioning System
GSM	: Global System for Mobile communication
HLOP	: Hybrid Lines of Position
LOS	: Line of sight
LS	: Least Squares
ML	: Maximum Likelihood
MS	: Mobile Station
MUSIC	: Multiple Signal Classification
NLOS	: Non Line-of-Sight
RSS	: Received Signal Strength
TA	: Timing Advance
TDMA	: Time Division Multiple Access
TDOA	: Time Difference of Arrival
TOA	: Time of Arrival
TSA	: Taylor Series Algoritihm
UDM	: Uniform Distribution Model

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 4.1 : 100m standart sapmalı Normal Gauss ile f vektör elemanlarının özelliklerinin karşılaştırılması.....	39
Çizelge 4.2 : TOA metodu LS Çözümü için standart sapmaların teorik ve benzetim olarak karşılaştırılması.....	41
Çizelge 4.3 : TOA metodu ML Çözümü için standart sapmaların teorik ve benzetim olarak karşılaştırılması(kovaryans matrisi gerçek uzaklık terimlerinden oluştuğunda).....	41
Çizelge 4.4 : TOA metodu ML çözümü için standart sapmaların teorik ve benzetim olarak karşılaştırılması (kovaryans matrisi gürültülü uzaklık terimlerinden oluştuğunda).....	41

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Hücresel sistem.....	3
Şekil 2.2 : Hücresel koordinatlar.....	4
Şekil 2.3 : Eş kanalların $i=3, j=2$ durumu için yerleşim düzeni [7].	5
Şekil 2.4 : Sönümlenme türleri	6
Şekil 2.5 : Yayılım türleri	6
Şekil 3.1 : TA'nın zaman ve mesafe değeri	10
Şekil 3.2 : TA metodu.....	10
Şekil 3.3 : TOA metodu.....	11
Şekil 3.4 : TDOA metodu.....	13
Şekil 3.5 : AOA metodu	15
Şekil 3.6 : GPS metodu.....	17
Şekil 3.7 : Karma TOA/AOA koordinatları.....	21
Şekil 3.8 : LOS ortamda MS'nin konumu.....	23
Şekil 3.9 : NLOS ortamda MS'nin konumu	24
Şekil 4.1 : AOA ölçümü	27
Şekil 4.2 : BTS'lerden ölçülen açı bilgileri.....	28
Şekil 4.3 : Baz istasyonlarının yerleşimi	30
Şekil 4.4 : AOA metodunda eklenen her BTS'nin LS ve ML çözümüne etkisi.....	31
Şekil 4.5 : AOA metodunda açısal hatanın standart sapmasının LS ve ML çözümüne etkisi.....	32
Şekil 4.6 : BTS sayısı 3 iken TOA Metodu.....	33
Şekil 4.7 : f vektör elemanlarının histogramı.....	40
Şekil 4.8 : Ölçüm gürültüsünün standart sapmasının TOA metoduna etkisi (x ekseni)	42
Şekil 4.9 : Ölçüm gürültüsünün standart sapmasının TOA metoduna etkisi (y ekseni)	43
Şekil 4.10 : TOA metodunda ölçüm gürültüsü standart sapması 100m olduğunda FCC şartlarının sağlanması	43
Şekil 4.11 : Karma TOA/AOA metodu için açı ve zaman bilgileri.....	44

ÖLÇÜM GÜRÜLTÜSÜNÜN KARMA GELİŞ ZAMANI/GELİŞ AÇISI YÖNTEMİNE ETKİSİNİN İNCELENMESİ

ÖZET

Gezgin haberleşme sistemleri, herhangi bir yerden herhangi bir zamanda herhangi bir kişiye kolayca ulaşabilme ihtiyacına etkin ve düşük maliyetli çözüm sunabildiği için artık hayatın vazgeçilmezleri arasında yer almıştır. Gezgin iletişim sistemlerinin kullanımının zamanla artmasıyla katma değerli servislerin çeşitliliği de artmaktadır. Gezginin yerinin belirlenmesi servisi de yıllardır kullanılan bir katma değerli servistir. Acil durum aramalarında, filo yönetiminde ve navigasyon sistemlerinde konum belirlenir. Doğru karar vermek ve hızlı hareket edebilmek için kullanıcının konumunun belirlenme hatası az olmak durumundadır.

Önemli konum belirleme yöntemleri; Timing Advance (TA – Zaman İlerlemesi), Time of Arrival (TOA – Geliş Zamanı), Time Difference of Arrival (TDOA – Geliş Zamanı Farkı), Angle of Arrival (AOA – Geliş Açısı), Global Positioning System(GPS – Küresel Konum Belirleme Sistemi), Assisted GPS(AGPS – Yardımlı GPS), Received Signal Strength (RSS – Alınan Sinyal Gücü) ve Karma TOA/AOA metotlarıdır. Karma TOA/AOA metodu hem TOA hem de AOA metodunu birleştirerek karma bir çözüm sağlar.

Bu çalışmada şimdiye kadar kullanılan konum belirleme yöntemleri incelenmiş, AOA metodu için LS (Least Squares – En Küçük Kareler) ve ML (Maximum Likelihood – En Büyük Olabilirlik) çözümleri çıkarılmıştır. Çözümler baz istasyonu sayısına göre genelleştirilmiş ve baz istasyonu sayısının artışının AOA metodunun hata başarımı üzerindeki etkileri incelenmiştir. TOA metodu için LS ve ML çözümleri yapılmış, baz istasyonu sayısına göre genelleştirilmiş ve kovaryans matris ifadeleri çıkarılmıştır. Bu ifadelere göre teorik hata miktarları çıkarılmış ve benzetimlerdeki hata miktarları ile karşılaştırılmıştır. TOA denklemlerine AOA denklemlerinin eklenmesiyle oluşturulan Karma TOA/AOA metodu için matris ifadeleri çıkarılmış, baz istasyonu sayısına göre genelleştirilmiş, LS ve ML çözümü verilmiştir.

THE ANALYSIS OF THE EFFECT OF THE MEASUREMENT NOISE ON THE HYBRID TIME OF ARRIVAL/ANGLE OF ARRIVAL METHOD

SUMMARY

Mobile communication systems have been among the indispensables of human life because of offering effective and low-cost solution to easy access to anyone from anywhere at anytime. Gradually increasing use of mobile communication systems is also raising the diversity of value-added services. The service of location estimation of a mobile is a value-added service which is being used for many years. It takes part in emergency calls, in fleet management and in navigation systems. The errors in estimation of the user's position must be reasonable to give the most accurate decision and act quickly.

Important location estimation methods are Timing Advance (TA), Time of Arrival (TOA), Time Difference of Arrival (TDOA), Angle of Arrival (AOA), Global Positioning System (GPS), Assisted GPS (AGPS), Received Signal Strength (RSS) and hybrid TOA/AOA. Hybrid TOA/AOA method is joint TOA and AOA.

In this study, methods existing in the literature for location estimation are examined. The AOA method was derived for Least Squares (LS) and Maximum Likelihood (ML) solutions. The solutions were generalized according to number of the base stations and the effects of the increase in number of the base stations on the error performance were investigated. LS and ML solutions were derived for the TOA method and generalized according to the number of the base stations and the covariance matrix entries are expressed. The theoretical error values were derived according to these expressions and were compared to the errors, in the simulations. Matrix expressions for the hybrid TOA/AOA method generated by adding AOA equations to the TOA equations, are derived and are generalized according to the number of the base stations. LS and ML solutions are derived.

1. GİRİŞ

İnsanların hareket halindeyken de iletişim kurma isteği nedeniyle kablosuz iletişim sistemleri hayatımızda giderek büyük önem kazanmaktadır. Buna bağlı olarak da dünya genelinde en fazla satın alınan teknoloji ürünlerinden birisi cep telefonlarıdır. Cep telefonlarının yoğun bir şekilde günlük hayatta kullanılmasıyla birlikte yön bulma, gidilecek yerin konumun belirlenmesi, filo yönetimi, yol yardımı gibi servislerin kullanımı da artmaktadır. Bu katma değerli servislerin kullanımı için hareketli kullanıcının konumunun belirlenmesi gerekir [1].

Gezgin kullanıcı sayısının her geçen gün artması nedeniyle acil durum numaralarını (Türkiye’de 112) arayan kullanıcıların sayısı da artmaktadır. Bu yüzden arama esnasında konumun hızlı bir şekilde belirlenmesinin hayati önemi vardır. Aynı şekilde yasaların izin verdiği veya istediği şekilde bazı kullanıcıların takip edilmesi için konum belirleme metotlarının kullanılması gerekir. Benzer olarak kullanıcıların kendi konumunu harita üzerinde görmesi veya gidiş güzergahını belirlemesi için konumunun belirlenmesi gerekir. Taksi durağının, çiçekçinin veya eczanenin yerinin harita üzerinde gösterilmesi için de konum bilgisi gerekir.

Konumun belirlenmesi işlemi değişik metotlarla yapılabilmektedir. Bu metotlar şunlardır; Timing Advance (TA - Zaman İlerlemesi), Time of Arrival (TOA - Geliş Zamanı), Time Difference of Arrival (TDOA – Geliş Zamanı Farkı), Angle of Arrival (AOA – Geliş Açısı), Received Signal Strength (RSS - Alınan Sinyal Gücü), Global Positioning System (GPS - Küresel Konum Belirleme Sistemi), Assisted Global Positioning System (AGPS - Yardımlı Küresel Konum Belirleme Sistemi) ve Karma TOA/AOA gibi karma yöntemler.

TA, Gezgin iletişim için küresel sistemde (GSM - Global system for mobile communications) kullanılır. Sinyalin baz istasyonundan (BTS – Base Station) gezgin kullanıcıya (MS – Mobile Station) kadar ulaşması için geçen süreye göre konum belirlenir [2]. TOA metodunda sinyallerin BTS’lerden MS’ye kadar gidip geldiği süreye göre tanımlanan dairelerin kesişim noktasına göre konum belirlenir [3]. En az üç baz istasyonu gerekir. Baz istasyonu sayısı arttırıldığında dairelerin kesişim alanı

daha da darlaşacağından konum belirleme doğruluğu arttırılır. TDOA metodunda ise BTS'lerden MS'ye göre llen TOA değerleri farkına göre tanımlanan eğrilerin yardımıyla belirlenir [4]. TDOA metodu içinde en az üç BTS gerekir. AOA metodunda baz istasyonunda bulunan antenler sayesinde MS'den gelen sinyalin doğrultusuna yani açısına göre belirlenen doğruların kesişimine göre konum belirlenir [5]. AOA metodunda erişilebilir baz istasyonu sayısı en az iki olmalıdır ki iki AOA doğrusunun kesişimi gezginin konumunu versin. Bu metotta MS ile BTS arasındaki mesafe büyükse, küçük açısal hatalar konumun belirlenmesi doğruluğunu azaltmaktadır. RSS metodunda ise gönderilen sinyalin, MS'ye ulaşması sresinde yol kaybına maruz kalması nedeniyle zayıflamış sinyalin MS'de ölçümü yapılıp, bu ölçüme göre mesafenin belirlenmesine dayanır [6]. GPS ve AGPS metodunda ise uydular ve GPS uyumlu cihazlar sayesinde konum belirlenir. GPS'te konum belirleme doğruluğu diğerlerinden daha fazla olmasına rağmen g tüketimi, kullanılan gezgin cihazların boyutunun büyük olması ve yüksek maliyet nedeniyle diğer konum belirleme tekniklerinin kullanılması daha ön plana çıkmaktadır.

Konum belirleme teknikleri hakkındaki bu tez çalışması řu şekilde düzenlenmiştir:

Birinci bölümde konuya genel bir giriş yapılmış akabinde ikinci bölümde hücresel sistem ve telsiz iletişim kanallarından bahsedilmiştir.

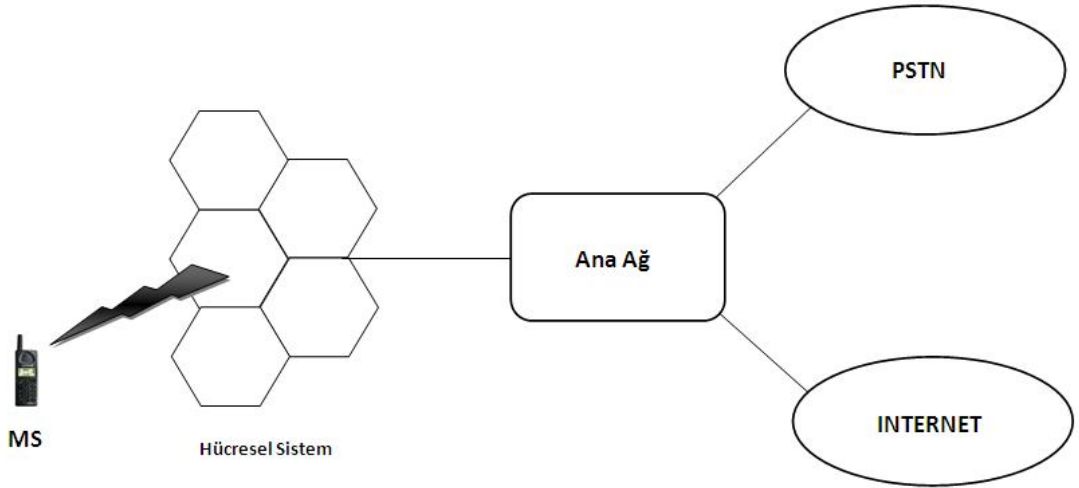
nc bölümde konum belirleme tekniklerinden TA, TOA, AOA, GPS, AGPS, RSS ve Karma TOA/AOA teknikleri ve kullanımları ile ilgili bilgi verilmiştir.

Dördüncü bölümde ise TOA, AOA ve Karma TOA/AOA metotlarının gürültü altında başarımları incelenmiştir. Metotlar için teorik hata ifadeleri çıkarılmıştır. TOA ve AOA metotlarının monte carlo benzetimleriyle bulunan hata miktarları ile teorik olarak hesaplanan hata miktarı aynı olduğu gösterilmiştir. BTS sayısı artışının metotlara sağladığı katkı incelenmiştir. Bununla beraber gürültülerin standart sapmalarının artışının metotlara etkisi incelenmiştir.

Beşinci bölümde ise bu tez çalışmasından elde edilen sonuçlar belirtilmiştir.

2. HÜCRESEL SİSTEM VE TELSİZ İLETİŞİM KANALLARI

Gezgin iletişim sistemlerinde, haberleşmenin yapılacağı alan, hücre adı verilen küçük coğrafi alanlara bölünmüştür. GSM’de hücresel sistem planına göre değişmekle beraber her bir hücrenin kendi alıcısı, vericisi ve tanımlı frekansları bulunmaktadır. Mobil cihazlar haberleşmelerini hücrenin merkezindeki baz istasyonu üzerinden yapar. Gezgin istasyon bir hücreden başka bir hücreye hareket edebilir ve herhangi bir sabit bağlantı olmaksızın konuşma yapabilir. Şekil 2.1 de görüldüğü gibi MS, bulunduğu hücrenin frekansını kullanarak Ana Ağ’ya bağlanır. Herhangi bir telefondan gelen çağrı isteğinin ilgili kullanıcıya ulaştırılması bu ağ yapısı tarafından gerçekleştirilir.

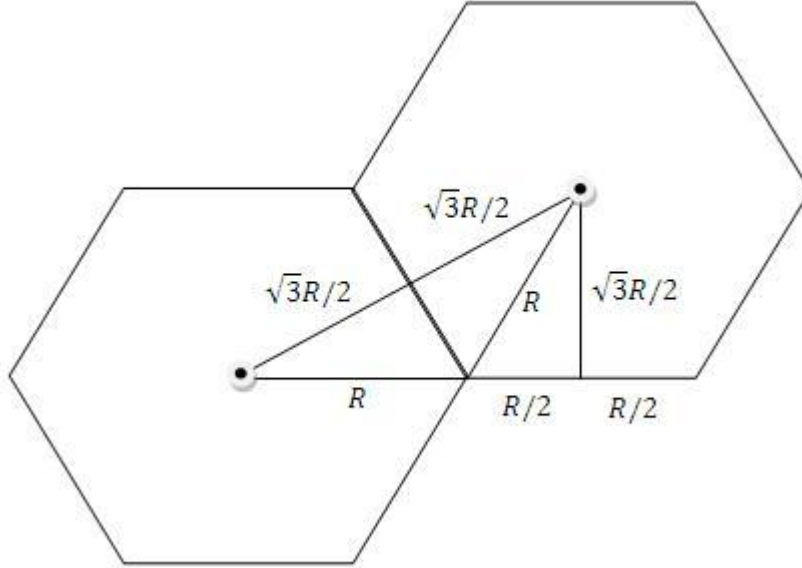


Şekil 2.1 : Hücresel sistem

2.1. Hücresel Koordinat Sistemi

Hücresel yapı, sınırlı olan frekansın kullanımına ve kullanıcı problemlerine çözüm sunmaktadır. Yan yana olan baz istasyonlarına farklı kanal grupları atanarak baz istasyonları arasındaki girişim azaltılır. Bu işlemler sistematik olarak yapıldığında mevcut kanallar coğrafik bölgenin tümüne yayılır. Hücre şekli üçgen, kare veya daire şeklinde olabilir. Baz istasyonların kapsama alanları Şekil 2.2’de gösterildiği gibi altıgen şeklinde olduğu zaman maksimum kapsama alanı elde edilmektedir [7].

Çünkü hücrelerin yerleşiminde amaç en az sayıda baz istasyonu kullanmak ve hücreler arasında en az üstüste (overlap) alanı elde etmektir. Bu nedenle belirli bir alanı üstüste gelen hücrelere ayırmadan en az baz istasyonu ile kapsamak altıgen şeklindeki hücrelerle olur.



Şekil 2.2 : Hücresel koordinatlar

Yukarıdaki şekilde görüldüğü gibi R hücre yarıçapıdır. Komşu iki baz istasyonu arasındaki uzaklık ise aşağıdaki gibidir.

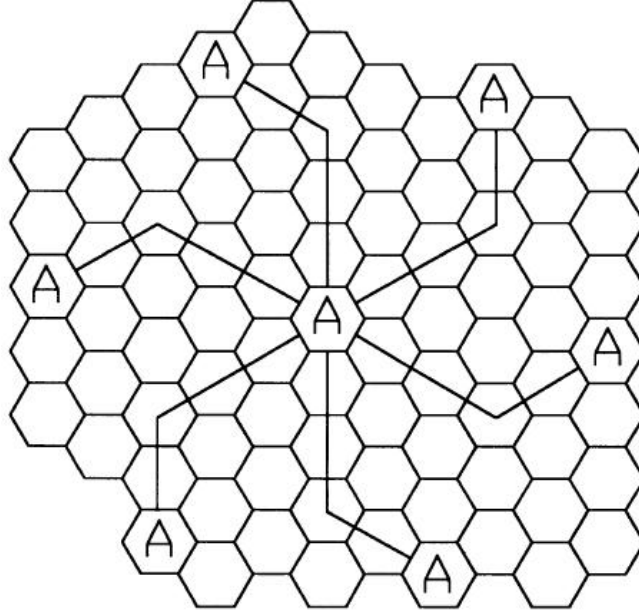
$$D' = \sqrt{3}R \quad (2.1)$$

Gezgin'in daha etkin görüşme yapabilmesi için değişik frekans planlamaları yapılabilmektedir. Sektörleme veya antenlerin belirli bir hücrenin yakın alanlarını farklı bir güç ve frekansla, uzak alanlarını farklı bir güç ve frekansla kapsamaları şeklinde bölgelere göre değişik planlamalar yapılabilmektedir. Frekansların etkin kullanılması için eş kanallarda, komşu kanallarda olduğu gibi bir sisteme göre dizilebilir. Şekil 2.3'te bu dizilimin bir örneği görülmektedir.

Şekil 2.3'de görüldüğü gibi eş kanallar arasındaki mesafe ne kadar artırılırsa eş kanal girişimi o kadar azalır. Altıgen hücresel alanlar için bu eş kanalların dizilimi aşağıdaki formüle göre yapılır.

$$N = i^2 + ij + j^2 \quad (2.2)$$

Burada N demet büyüklüğü, i ve j koordinatlarda ilerleme miktarıdır. Altıgen hücreli sistemde aynı frekansın tekrar kullanıldığı hücreden, kullanılacağı hücreye doğru her kenarından i birim hücre geçip, 120 derece açı yapıp j birim hücre ilerlenirse frekansın tekrar kullanılacağı hücre seçilmiş olur. Şekil 2.3’de $i=3$, $j=2$ yani $N=19$ dur. i ve j tamsayı olmak üzere N değişik boyutlarda seçilebilir.

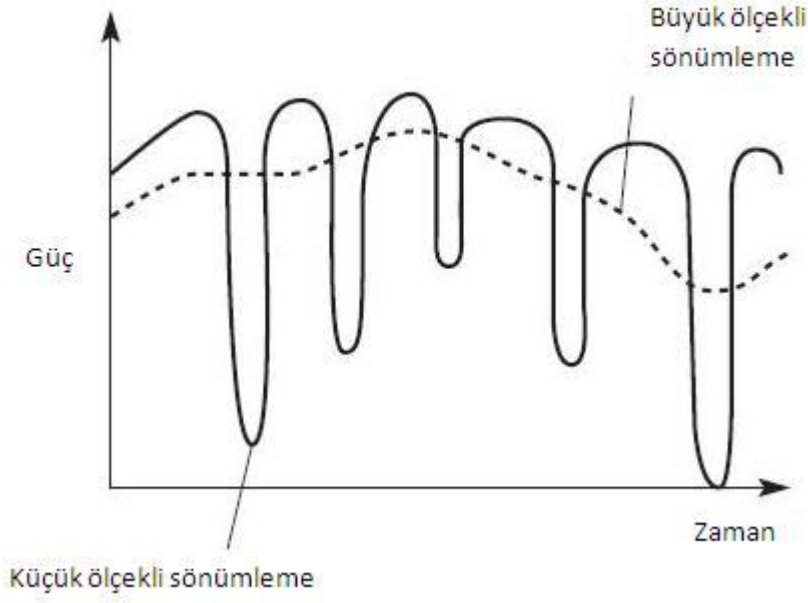


Şekil 2.3 : Eş kanalların $i=3$, $j=2$ durumu için yerleşim düzeni [7].

2.2. Telsiz İletişim Kanallarında Sönümlenme

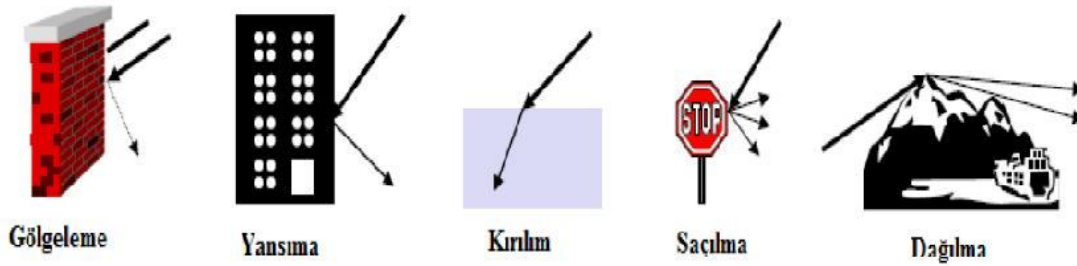
Telsiz iletişim kanallarında, alıcı ve verici arasında direk iletim olduğu zaman ortamda *LOS* (*Line-of-Sight – Doğrudan görüş hattı*) hat vardır. Fakat iletim sırasında antenler birbirlerini görmeyebilir, sinyal binalara çarpabilir, yerden yansiyabilir veya bazı nesnelere kaybolabilir. Bu durum gönderilen işaretin genliğinde ve fazında değişimlere neden olmaktadır. Bu ortam ise *NLOS* (*Non line-of-sight – Doğrudan görüş olmayan hat*) olarak adlandırılır. Telsiz iletişimde yayılım modeli, genel olarak iki gruba ayrılır: Büyük ölçekli sönümlenme ve küçük ölçekli sönümlenme [7].

Şekil 2.4’te görüldüğü gibi büyük ölçekli sönümlenme, sinyalde uzun zaman aralıklarında değişimlere neden olurken, küçük ölçekli sönümlenme daha kısa zaman aralıklarında faz ve genlik değişimlerine neden olur. Baz istasyonundan uzaklaştıkça alınan güç geniş ölçekli sönümlenmeye uğrayarak değişmektedir.



Şekil 2.4 : Sönümlenme türleri

Sinyal yayılımı boş uzayda ışık gibi düz bir çizgi izler, fakat gerçek hayatta, alıcı ve verici arasındaki radyo sinyallerinde doğrudan görüş hattı olmayabilir. Bundan dolayı alıcı ile verici arasındaki mesafenin sebep olduğu zayıflamadan başka çok fazla frekans bağımlı olan diğer etkilerde olmaktadır. Gezgin iletişimde havada yayılan sinyali etkileyen birçok mekanizma vardır. Bunlar hem büyük ölçekli hem de küçük ölçekli sönümlenmeye neden olmaktadır. Şekil 2.5'te de gösterildiği gibi bunlar gölgeleme, yansıma, kırılma, saçılma ve dağılımadır.



Şekil 2.5 : Yayılım türleri

2.3. Sonuç

Bu çalışmada konum belirleme algoritmaları için baz istasyonları konumları, hücrelerin bu bölümde bahsedildiği gibi altıgen yapıda olduğu düşünülerek belirlenmiştir.

Konum belirleme teknikleri uygulanırken hata yapılmasına neden olan etkenler ikinci bölümde de anlatılan büyük ölçekli sönümlenme ve küçük ölçekli sönümlenmedir. Eğer bu etkenler olmasaydı gezgin kullanıcının yeri tam doğru olarak belirlenebilirdi. Gerçekte böyle olmadığı için konum belirleme metotlarındaki hata değerleri sönümlenmeye göre değişmektedir.

3. KONUM BELİRLEME TEKNİKLERİ

Navigasyon sistemleri, filo yönetimi, yol yardımı gibi konum odaklı uygulamalar için hareketli kullanıcının yerinin belirlenmesi gerekir. Yer belirleme işlemi hareketli kullanıcıdaki sinyalin alınan gücü, geliş zamanı ve geliş açısı gibi bilgilerine bağlı olarak oluşturulan metotlara göre belirlenebilir[8]. Bu metotlar aşağıda açıklanmaktadır.

3.1. TA Metodu

TA, radyo sinyalinin MS'den (Mobile Station– Gezgin istasyon) BTS' ye ulaşması için geçen sürenin bir göstergesidir. GSM hücreli iletişimde kullanılır. Doğru eş zamanlama gerektirir [9-10].

GSM, GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying - Gaussian Minimum Kaydırmalı Anahtarlama) modülasyonunu kullanır. Bu modülasyon türünün iletim hızı 270.833kbit/saniyedir. 1 bitin iletilmesi için gereken süre ise aşağıda hesaplandığı gibi 3.69 μ s'dir.

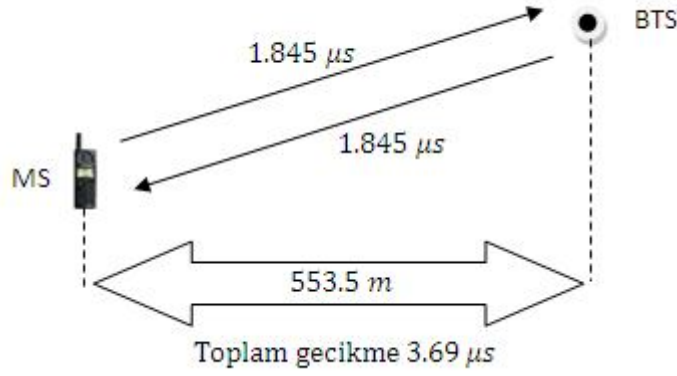
$$270.833 \text{ kb} \times 1000 = 270833 \text{ bit.}$$

$$1 \text{ sn} \div 270833 \text{ bit} = 0.00000369 \text{ saniye} = 3.69 \mu\text{s.}$$

BTS, gönderilen sinyaldeki eş zamanlama dizisini inceleyerek verinin varması gereken süreden ne kadar geç sürede vardığını hesaplar. Eğer BTS, 1 bit geciktiğini görürse o zaman yayılım gecikmesinin 3.69 μ s olduğunu bildirir. Yani bu da BTS'nin MS'ye hangi TA değerinde olduğunu bildirdiğinin göstergesidir. Her 3.69 μ s'lik bir yayılım gecikmesinde TA değeri 1 artırılır. En son TA değeri 63'tür. Her bir TA değeri eş zamanlama dizisindeki 1 bitlik gecikmeye eşittir.

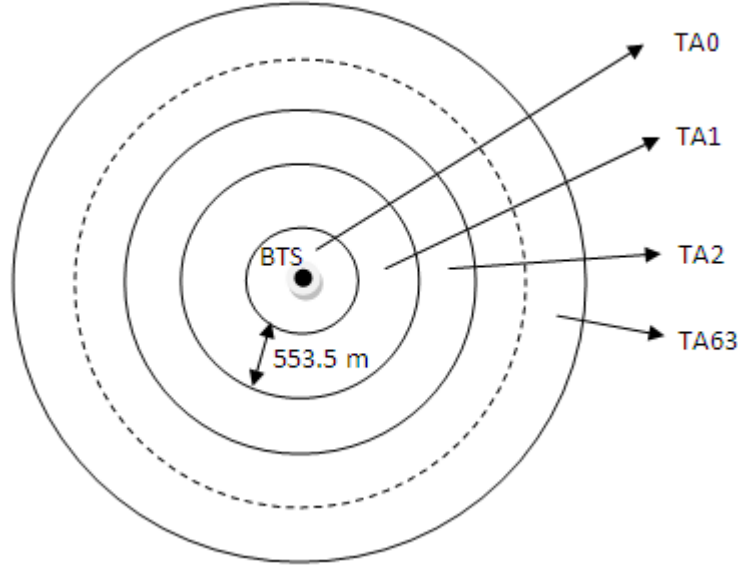
1 bitlik gecikme süresi 3.69 μ s'dir. BTS'den MS'ye gidiş geliş süresi düşünüldüğünde gecikme süresi 3.69 μ s ikiye bölünerek 1.845 μ s olmaktadır. Bu süre için mesafe, ışık hızıyla çarpılarak aşağıdaki Şekil 3.1'de görüldüğü gibi çıkarılabilir.

$$\text{Mesafe} = 300 \text{ m}/\mu\text{s} \times 1.845 \mu\text{s} = 553.5 \text{ m}$$



Şekil 3.1 : TA'nın zaman ve mesafe değeri

BTS'ye gelen sinyalin hangi dilimde olduğu bilgisine göre MS'nin BTS'den ne kadar uzakta dairesel bir bölgede olduğu yaklaşık olarak belirlenebilir. TA değerlerinin birbirinden uzaklığı Şekil 3.2'de gösterildiği gibi 553.5 metredir.

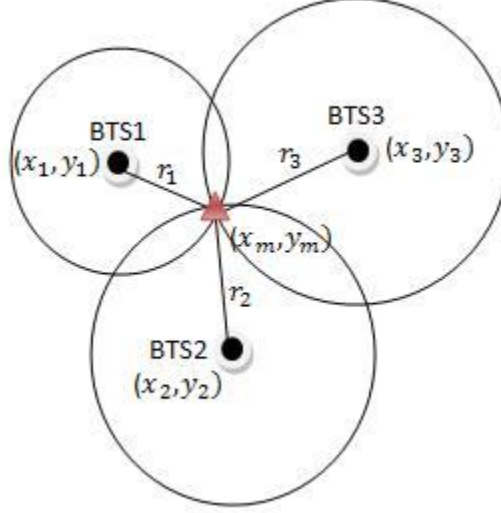


Şekil 3.2 : TA metodu

3.2. TOA Metodu

TOA, gezginden baz istasyonuna gönderilen radyo sinyalinin baz istasyonundan gezgine tekrar gönderilmesiyle geçen gidiş dönüş süresidir. Gezginde veya baz istasyonunda ölçülebilir. Eğer radyo sinyali baz istasyonundan başlatılıp tekrar baz istasyonunda sonlanırsa TOA değeri baz istasyonunda ölçülür. MS ile BTS arasındaki mesafe, ölçülen değerlerin gidiş dönüş süresi olduğu göz önüne alınarak

yarısı alınır. Mesafe bu sürenin ışık hızıyla çarpımından bulunur. Gezginin yeri üç farklı baz istasyonun TOA değerlerinin kesişimindeki bölgedir. Bu metotta diğer TA metodu gibi MS ile BTS arasında tam bir eş zamanlama gerektirir [11].



Şekil 3.3 : TOA metodu

TOA metodunda; MS ile i . BTS arasındaki uzaklık r_i , aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$r_i = (t_i - t_0)c \quad (3.1)$$

c ışık hızı, t_0 iletme başlama zamanı, t_i alınan sinyalin alıcıya vardığı zamandır. $(x_1, y_1) = (0,0)$ olduğu düşünülürse, Şekil 3.2 'ye göre daire formülü aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$r_1^2 = x_m^2 + y_m^2 \quad (3.2)$$

$$r_2^2 = (x_2 - x_m)^2 + (y_2 - y_m)^2 \quad (3.3)$$

$$r_3^2 = (x_3 - x_m)^2 + (y_3 - y_m)^2 \quad (3.4)$$

Yukarıdaki ifadelerde (x_m, y_m) MS'nin konumu, (x_i, y_i) ise i . BTS' nin konumudur. Eşitliklerdeki gerekli düzenleme yapılırsa;

$$r_2^2 - r_1^2 = x_2^2 - 2x_2x_m + y_2^2 - 2y_2y_m \quad (3.5)$$

$$r_3^2 - r_1^2 = x_3^2 - 2x_3x_m + y_3^2 - 2y_3y_m \quad (3.6)$$

Yukarıdaki (3.5) ve (3.6) ifadesi aşağıdaki gibi matris vektör şeklinde yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} K_2^2 - r_2^2 + r_1^2 \\ K_3^2 - r_3^2 + r_1^2 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

(3.7) ifadesi aşağıdaki gibi de gösterilebilir.

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (3.8)$$

Burada; $K_i^2 = x_i^2 + y_i^2$, $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} K_2^2 - r_2^2 + r_1^2 \\ K_3^2 - r_3^2 + r_1^2 \end{bmatrix}$ şeklindedir.

(3.8) ifadesinin çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{b} \quad (3.9)$$

TOA metoduyla konum belirlemede hata miktarı 100m ile 2500m arasında değişebilmektedir [16]. NLOS etkisinin olmadığı sadece küçük standart sapmalı ölçüm gürültüsünün olduğu durumlarda ve erişilebilir BTS sayısının fazla olduğu 100m civarında hata yapılırken sert NLOS koşullarında ve erişilebilir baz istasyonu sayısının az olduğu durumlarda çok fazla hata yapılır.

3.3. TDOA Metodu

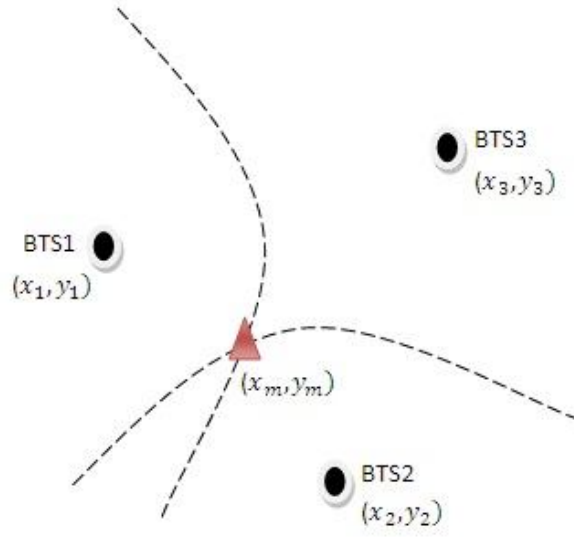
TDOA, TOA metodundan farklı olarak BTS’de ölçülen varış zamanı değerlerinin birbirinden farkını kullanır. *Hiperbolik sistem* olarak da adlandırılır. İki baz istasyonu arasındaki zaman farkı, mesafe bilgisine dönüştürülerek bir eğri tanımlanır. İki eğrinin kesişimi gezginin konumunu belirler. Ticari sistemler TDOA tekniğinden TOA metoduna göre daha fazla yararlanırlar. Çünkü TOA’daki gibi eş zamanlamaya ve iletim zamanına ihtiyaç yoktur. Yani BTS’lerden kusursuz zamanlamayla aynı anda TOA ölçümü gerektirmez. MS’nin çalışmasına ek olarak donanım veya yazılım yoğunluğu getirmez [12].

TDOA, TOA değerlerinden direk olarak elde edilen mesafe bilgisine dayanır. İki baz istasyonu arasında MS’den elde edilen TOA değerleri fark bilgisine göre Şekil 3.4’te görüldüğü gibi eğriler tanımlanır.

MS’nin BTS_i ve BTS_j ye göre TOA değerleri farkı $t_i - t_j$ şeklindedir.

TOA değerleri farkına bağlı olarak uzaklık farkı ise aşağıdaki gibidir.

$$r_{ij} = r_i - r_j = (t_i - t_0)c - (t_j - t_0)c = (t_i - t_j)c \quad (3.10)$$



Şekil 3.4 : TDOA metodu

(3.10) ifadesinde r_i i . BTS ile MS arasındaki uzaklık, r_j j . BTS ile MS arasındaki uzaklık, t_0 sinyalin gönderilmeye başlama zamanı, t_i sinyalin i . BTS' ye ulaştığı zaman, t_j sinyalin j . BTS' ye ulaştığı zaman ve c ışık hızıdır. Yukarıdaki denklemde de görüldüğü gibi mesafe t_0 değerlerinden bağımsızdır. Bu ise TDOA'da TOA'daki gibi eş zamanlamaya gerek olmadığını gösterir. MS ile BTS₂ arasındaki mesafenin ifadesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
 r_2^2 &= (x_2 - x_m)^2 + (y_2 - y_m)^2 \\
 &= x_2^2 - 2x_2x_m + x_m^2 + y_2^2 - 2y_2y_m + y_m^2 \\
 &= x_2^2 - 2x_2x_m + y_2^2 - 2y_2y_m + r_1^2
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Burada (x_m, y_m) MS'nin konumu, (x_i, y_i) ise i . BTS'nin konumudur.

Ayrıca (3.12)'deki ifadenin BTS1 ve BTS2 için karesi alınır (3.13) ifadesi elde edilir.

$$r_i = r_{ij} + r_j \tag{3.12}$$

$$r_2^2 = (r_{21} + r_1)^2 = r_{21}^2 + 2r_{21}r_1 + r_1^2 \tag{3.13}$$

(3.11) ve (3.13) ifadeleri birleştirilirse (3.14) elde edilir.

$$2x_2x_m + 2y_2y_m = (-r_{21}^2 + x_2^2 + y_2^2) - 2r_{21}r_1 \tag{3.14}$$

Aynı şekilde BTS3 için (3.14) ifadesi düzenlenirse (3.15) ifadesi elde edilir.

$$2x_3x_m + 2y_3y_m = (-r_{31}^2 + x_3^2 + y_3^2) - 2r_{31}r_1 \quad (3.15)$$

Yukarıdaki eşitlikler matris vektör şeklinde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{H}\mathbf{x} = r_1\mathbf{c} + \mathbf{d} \quad (3.16)$$

Burada; $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} -r_{21} \\ -r_{31} \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix}$, $\mathbf{d} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} K_2^2 - r_{21}^2 \\ K_3^2 - r_{31}^2 \end{bmatrix}$ ve $K_i^2 = x_i^2 + y_i^2$ şeklindedir.

(3.16) ifadesi aşağıdaki gibi matris vektör şeklinde çözülür.

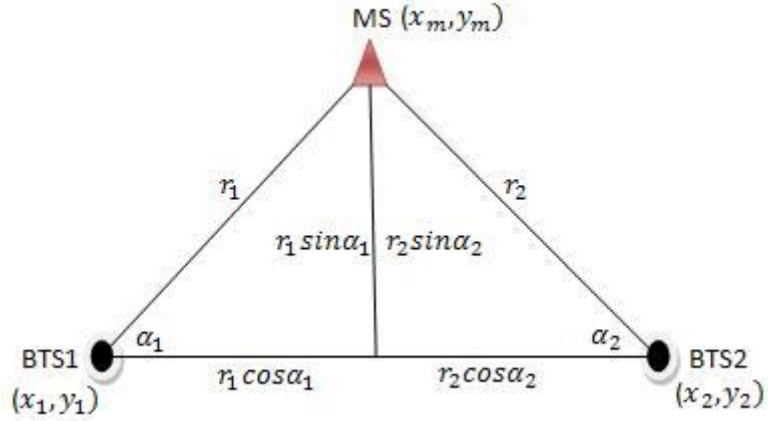
$$\mathbf{x} = r_1\mathbf{H}^{-1}\mathbf{c} + \mathbf{H}^{-1}\mathbf{d} \quad (3.17)$$

TDOA metoduyla konum belirlemede hata miktarı 30m ile 300m arasında değişebilmektedir [16]. Kapalı alanlarda ve metropol bölgelerde hata başarıımı iyiyken kırsal bölgelerde hata başarıımı kötüleşir.

3.4. AOA Metodu

AOA konum belirleme tekniği uzun yıllardır kullanılan yöntemlerden biridir. İlk kullanımı radar ve sonar da olmuş, anten dizilim tekniklerinin kullanılmasıyla da gelişmeye başlamıştır. BTS'de sinyalin geliş açısını bulmaya dayalıdır. BTS'deki uyarlanabilir anten dizilimleri sayesinde MS'den gelen sinyalin AOA'sı belirlenir. En az iki BTS'de belirlenen AOA değerlerinin oluşturduğu doğruların kesişimi ile de gezginin yeri belirlenir.

Çok yönlü yayılım etkileri ile oluşan hataları azaltmak için, yüksek doğrultulu antenlerle beraber ikiden fazla BTS eklenebilir. AOA tekniği, alınan sinyalin geliş zamanı gibi zaman özelliklerine bakmadığından tam doğru bir zamanlama referansına gerek duymaz. Fakat alıcı uyumsuzluklarını telafi etmek için her alıcıda kalibrasyona gerek duyar. Ayrıca AOA yönteminin doğruluğu konumu kestirilen MS ile BTS'lerdeki anten dizilimleri arasındaki mesafeye bağlıdır. MS, anten dizilimlerinden daha ileride oldukça konumlandırma belirsizliği daha büyük olacaktır. Yani MS ile BTS arasındaki mesafe uzak olursa hata, açısal değerleri daha çok değiştirecektir [13].



Şekil 3.5 : AOA metodu

Yukarıdaki şekle göre MS'nin yeri aşağıdaki gibi bulunabilir. $(x_1, y_1) = (0,0)$ noktasıdır.

BTS1 için ;

$$\begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \cos \alpha_1 \\ r_1 \sin \alpha_1 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

BTS2 için ;

$$\begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_2 \cos \alpha_2 \\ r_2 \sin \alpha_2 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Burada; (x_m, y_m) MS'nin konumu, (x_1, y_1) BTS1'in konumu, (x_2, y_2) BTS2'nin konumu, α_1 MS'ye göre BTS1'in yatay eksenle yaptığı açı, α_2 MS'ye göre BTS2'nin yatay eksenle yaptığı açıdır. α_1 ve α_2 değerleri bilindiği için, MS'nin BTS1 ve BTS2 uzaklıkları olan r_1 ve r_2 değerleri aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$r_1 \sin \alpha_1 = r_2 \sin \alpha_2 \quad (3.20)$$

$$r_1 \cos \alpha_1 + r_2 \cos \alpha_2 = x_2 \quad (3.21)$$

(3.20) ve (3.21) ifadeleri birleştirilerek elde edilen yeni matris şöyledir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_1 \cos \alpha_1 + r_2 \cos \alpha_2 + x_2 \\ r_1 \sin \alpha_1 + r_2 \sin \alpha_2 + y_2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

(3.22)'deki matris vektör ifadesi (3.23)'teki gibi gösterilebilir.

$$\mathbf{Hx} = \mathbf{b} \quad (3.23)$$

Bilinmeyen sayısından daha fazla denklem olduğu zaman her eşitlikteki çözümün hatalarını minimize etme işlemi En Küçük Kareler (LS - Least Squares) yöntemiyle

yapılabilir [27]. LS yöntemine göre (3.23)'teki matris vektör şeklindeki ifadenin çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{b} \quad (3.24)$$

Burada,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} r_1 \cos \alpha_1 + r_2 \cos \alpha_2 + x_2 \\ r_1 \sin \alpha_1 + r_2 \sin \alpha_2 + y_2 \end{bmatrix} \text{şeklindedir.}$$

Konum kestirim doğruluğunu önemli ölçüde önleyen akıllı antenler BTS'lere eklenerek operasyonel avantaj kazandırılır. Akıllı antenlerin eklenmesiyle süper çözünürlüklü MUSIC (Multiple Signal Classification – Çoklu işaret sınıflandırılması), ESPRIT (Estimation of Signal parameters via rotational invariance techniques – Değişmez rotasyonel tekniklerle işaret parametrelerinin kestirimi) gibi algoritmalar kullanılarak AOA yöntemiyle belirlenen konumun doğruluğu artırılır [14].

3.5. GPS Metodu

GPS, düzenli olarak bilgi yollayan bir uydu ağını kullanan konum belirleme sistemidir. Uydularla, konumu belirlenmek istenen kullanıcının arasındaki mesafeyi ölçerek konum belirlenmeye çalışılır. 1970'lerin başında Amerika Birleşik Devletlerinin (ABD) savunma amaçlı geliştirdiği bir sistemdir. 24 adet uydudan oluşan dünyayı çevreleyen ağıdır. GPS uydu yörüngeleri, ekvatora 55 derecelik eğimi olan bir daire şeklindedir. GPS yörünge periyodunun karşılık geldiği dilim yaklaşık 12 saattir [15].

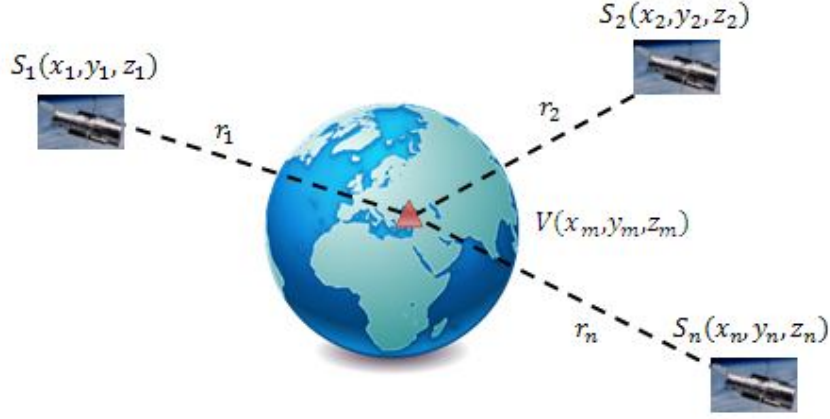
GPS sisteminin temel özellikleri;

- Küresel kaplama
- Her hava koşulunda çalışabilme
- Sınırsız kullanıcı
- Yüksek doğruluk oranı

Şekil 3.6'da görülen gezgin ile uydular arasındaki uzaklık formülü aşağıdaki gibidir.

$$(x_m - x_i)^2 + (y_m - y_i)^2 + (z_m - z_i)^2 = r_i^2 \quad i=1,2,\dots,n \quad (3.25)$$

Burada; r_i , i . uydu ile gezgin arasındaki ölçülü uzaklıktır. (x_i, y_i, z_i) , S_i uydusunun koordinatı ve (x_m, y_m, z_m) , MS'nin koordinatıdır.



Şekil 3.6 : GPS metodu

S_i ve S_j uyduları arasındaki uzaklık d_{ij} ise;

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}. \quad (3.26)$$

şeklindedir. j . uydü referans olarak seçilirse;

$$(x_m - x_j + x_j - x_i)^2 + (y_m - y_j + y_j - y_i)^2 + (z_m - z_j + z_j - z_i)^2 = r_i^2 \quad (3.27)$$

$i = 1, 2, 3 \dots j - 1, j + 1 \dots n$ şeklinde olur. Yukarıdaki eşitlikler gruplandırılıp düzenlenirse (3.28) 'deki gibi olur.

$$\begin{aligned} & (x_m - x_j)(x_i - x_j) + (y_m - y_j)(y_i - y_j) + (z_m - z_j)(z_i - z_j) \\ &= \frac{1}{2} \left[(x_m - x_j)^2 + (y_m - y_j)^2 + (z_m - z_j)^2 - r_i^2 + (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + \right. \\ & \left. (z_i - z_j)^2 \right] = \frac{1}{2} [r_j^2 - r_i^2 + d_{ij}^2] \end{aligned} \quad (3.28)$$

Referans uyduya göre diğer uyduların sağladığı konum bilgisi aşağıdaki gibidir. $j=1$ ve $i=1, 2, 3 \dots n$ şeklindedir.

$$\begin{aligned} & (x_m - x_1)(x_n - x_1) + (y_m - y_1)(y_n - y_1) + (z_m - z_1)(z_n - z_1) \\ &= \frac{1}{2} [r_1^2 - r_n^2 + d_{n1}^2] = b_{n1} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Yukarıdaki eşitlik bütün uydular için matris düzeninde yazılırsa (3.30)'daki gibi olur.

$$\mathbf{Hm} = \mathbf{b} \quad (3.30)$$

$$\text{Burada, } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ \dots & \dots & \dots \\ x_n - x_1 & y_n - y_1 & z_n - z_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m} = \begin{bmatrix} x_m - x_1 \\ y_m - y_1 \\ z_m - z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_{21} \\ \dots \\ b_{n1} \end{bmatrix}$$

şeklinde. (3.30) matris vektör ifadesinin LS çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{m} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{b} \quad (3.31)$$

(x_1, y_1, z_1) değerlerinin \mathbf{m} vektörüne eklenmesiyle MS'nin konumu (x_m, y_m, z_m) bulunur.

$$x_m = x_c + x_1$$

$$y_m = y_c + y_1 \quad (3.32)$$

$$z_m = z_c + z_1$$

GPS metoduyla konum belirlemede hata miktarı 3m ile 40m arasında değişebilmektedir [16]. Kırsal bölgelerde hata başarımı iyiyken kapalı alanlarda ve metropol bölgelerde hata başarımı kötüleşmektedir.

3.6. AGPS Metodu

AGPS sistemlerde önceki tekniklerden farklı olarak bir referans GPS alıcısı ile GPS destekli bir MS arasında iletişim söz konusudur. Referans bir GPS alıcısı, görülebilen uydular için GPS düzeltmesi ve navigasyon mesajı üretir. Bu, konumu belirlenecek alıcılara, referans GPS'ten, GPS destekli MS'ye veri yardımı sağlar. MS'nin konumu MS'de hesaplanabileceği gibi herhangi bir merkezde de hesaplanabilir.

Standart bir GPS ile karşılaştırıldığında, GPS destekli bir MS sistemi, daha az bir zamanda daha yüksek duyarlılık ve daha iyi bir kullanılabilirlik sağlar.

Yardımlı bir MS sistemi;

- Başlangıç konumu
- Zaman kestirimi
- GPS alıcıları için, uydu seçimi ve kapsama bilgilerini sağlar.

GPS alıcıları olduğu zaman mobil cihazlar iki antene sahip olmalıdır. Ayrıca GSM'den daha yüksek frekanslarda çalıştığı için daha çok enerji harcar. Bu da batarya dayanma süresini kısaltmaktadır [16].

3.7. RSS Metodu

RSS, baz istasyonundan gönderilen gücün yol kaybına maruz kalması nedeniyle zayıflamış halinin MS'de ölçülen değerine göre mesafenin belirlenmesi tekniğidir [6].

Yol kaybı, baz istasyonundan gönderilen sinyalin ne kadar zayıfladığının göstergesidir. Sinyalin gittiği mesafe arttıkça yol kaybı da artar. Artma ise üstel bir şekildedir. Üstel olarak artma katsayısı bulunulan ortama göre değişmektedir. Bu katsayı boşlukta 2 iken yüksek binaların bolca bulunduğu metropol bölgelerde 4 olmaktadır.

RSS metoduna göre konum belirleme işlemi MS'de veya BTS'de güç ölçümü yapılarak hesaplanabilir. Ölçülen sinyal güçleri, bulunulan bölgeye göre MS ile her bir BTS arasındaki mesafenin tahmini için kullanılır. Bu tahmini mesafeye göre daireler tanımlanır. Üç dairenin kesişim noktası MS'nin yerini vermektedir. Bu yüzden bu metodun uygulanabilmesi için en az üç baz istasyonuna ihtiyaç vardır [17].

i. BTS'den gönderilen sinyalin MS'deki ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$PR_i = \alpha_i - 10n_i \log(d_i) \quad (3.33)$$

Yukarıdaki ifadede; PR_i BTS_{*i*}'den gönderilen sinyal gücünün MS'de alınan değeri, α_i yayılım parametresi, n_i yol kaybı katsayısı, d_i MS ile BTS_{*i*} arasındaki mesafedir. İfadede uzaklıklar *metre* cinsinden güçler *dBm* cinsindedir.

α_i ve n_i çeşitli kriterlere göre belirlenebilir.

Boşlukta $n_i = 2$ 'dir. α_i parametresinin değeri ise aşağıdaki gibidir.

$$\alpha = P_T + G_T + G_R - 20 \log\left(\frac{4\pi f}{c}\right) + 180 \quad (3.34)$$

Yukarıdaki ifadede; P_T iletilen güç, G_T ve G_R verici ve alıcıdaki kazanç, f sinyal frekansı ve c ışık hızıdır.

Okumura-Hata yayılım modeline göre [17];

$$n_i = 4,49 - 0,665 \log(h_b) + A(h_m) \quad (3.35)$$

$$\alpha = P_T + 65,15 - 26,16 \log(f) - 5,83 \log(h_b) + A(h_m) \quad (3.36)$$

şeklindedir. Burada h_m ve h_b MS'nin ve BTS' nin boyu, $A(h_m)$ h_m 'ye bağlı bir değerdir.

MS'de alınan sinyal gücü ifadesine göre MS ile BTS_i arasındaki mesafe aşağıdaki gibi bulunur.

$$d_i = 10^{\frac{a_i - PR_i}{10n_i}} \quad (3.37)$$

3.8. Karma TOA/AOA Metodu

TOA metodu baz istasyonu ile gezgin arasında tam bir eş zamanlama gerektirir. TOA ölçümleri sonucu oluşturulan daire, geometrik olarak BTS ortalanarak çizilir. En az üç dairenin kesişim noktası MS'nin yerini verir. Eğer daireler bir noktada kesişmezse MS'nin yerinin belirlenmesinde hatalar olabilir. Bu hataları düzeltmek ve belirlenen konumun doğruluğunu artırmak için AOA ölçümleri kullanılabilir. AOA, ilgili sinyalin doğrultusunu anten dizileri kullanarak kestirir.

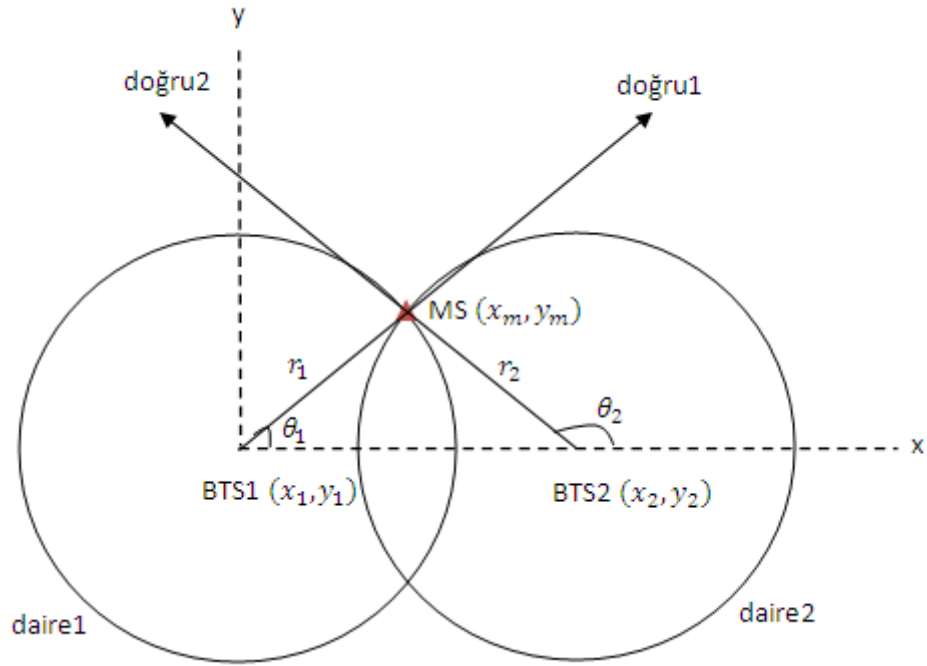
Varış zamanı ölçümlerine varış açısı ölçümlerinin katkısıyla iki BTS ile konum belirlenebilir. İki TOA dairesinin kesişim alanını AOA doğrusunun kesmesiyle konum hesaplanır [18,19]. Bu sayede asgari sayıda gereken BTS sayısı azaltılır ve doğruluk artırılır. Erişilebilir BTS sayısı fazla olduğunda bozucu etkenlerin etkileri azaltılarak doğruluk artırılabilir.

Karma TOA/AOA yapısı için kullanılan algoritmalar Taylor Seri Algoritması (TSA – Taylor Series Algorithm) ve Konumların Karma Doğruları (HLOP - Hybrid Lines of Position) algoritmasıdır. TSA, Lineer olmayan konum belirleme denklemlerini lineer yapmak için Taylor seri açılımını kullanır [19]. TSA yinelemeli bir algoritma olduğu için hesaplama ve zaman harcaması bakımından kötüdür. Bu nedenle bu çalışmada HLOP algoritması göz önüne alınmıştır.

3.8.1. HLOP algoritması

TOA değerlerinin oluşturduğu dairelerin kesişim noktası MS'nin konumunu verir. HLOP (Hybrid Lines of Position – Konumların Karma Doğruları) metodunda ise dairelerin kesişim noktalarından geçirilen doğruların oluşturduğu bilgiye göre MS'nin konumu bulunur [20]. Şekil 3.7'de iki BTS kullanılarak elde edilen iki TOA ve iki AOA ölçüm sonuçları gösterilmektedir. Bu şekilde çıkarılan AOA

doğrularının ve TOA dairelerinin ifadeleri (3.38), (3.39), (3.40) ve (3.41)'de görüldüğü gibidir.



Şekil 3.7 : Karma TOA/AOA koordinatları

$$\text{Daire 1,} \quad x_m^2 + y_m^2 = r_1^2 \quad (3.38)$$

$$\text{Daire 2,} \quad (x_m - x_2)^2 + y_m^2 = r_2^2 \quad (3.39)$$

$$\text{Doğru 1,} \quad \tan\theta_1 x_m - y_m = 0 \quad (3.40)$$

$$\text{Doğru 2,} \quad \tan\theta_2 x_m - y_m = \tan\theta_2 x_2 \quad (3.41)$$

Burada; (x_m, y_m) MS'nin konumu, (x_i, y_i) i . BTS'nin konumu, θ_i i . BTS'nin MS'ye göre yatayla yaptığı açıdır. $(x_1, y_1) = (0, 0)$ ve $(x_2, y_2) = (x_2, 0)$ şeklindedir. Yukarıdaki (3.39) ifadesi açılırsa (3.42) elde edilir.

$$x_m^2 - 2x_m x_2 + x_2^2 + y_m^2 = r_2^2 \quad (3.42)$$

(3.38) ifadesi (3.42)'de yerine koyulursa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$2x_2 x_m + 0 y_m = (r_1^2 - r_2^2 + x_2^2) \quad (3.43)$$

Elde edilen denklem ile Doğru 1 ve Doğru 2'nin denklemleri de matris vektör formuna getirilerek karma bir çözüm sağlanır. TOA dairelerinin ve AOA doğrularının oluşturduğu koordinatlar kullanılarak, MS'nin konumu LS çözümüne göre aşağıdaki gibi belirlenir.

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (3.44)$$

(3.44) vektör matris ifadesinin çözümü (3.45)'teki gibidir.

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (3.45)$$

Buradaki değişkenlerin açılımını aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_2 & 0 \\ \tan\theta_1 & -1 \\ \tan\theta_2 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{b} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_1^2 - r_2^2 + x_2^2 \\ 0 \\ 2(x_2 \tan\theta_2) \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

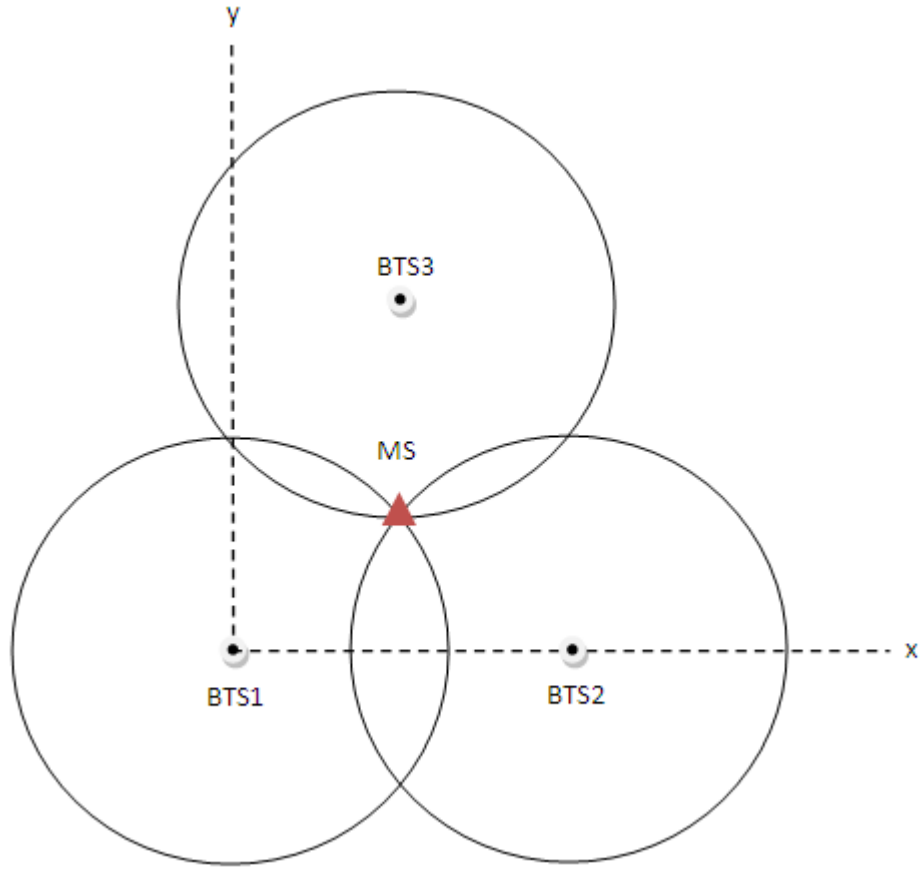
HLOP algoritmasının işlemsel karmaşıklığı az olduğu ve yinelemeli olmadığı için daha hızlıdır. HLOP algoritmasıyla belirlenen konumun doğruluğu TSA algoritmasıyla belirlenen konumun doğruluğundan daha fazladır [23]. 4. bölümde HLOP algoritmasındaki BTS sayısını arttırarak daha genel ifadeler elde edilmekte ve algoritmaya gürültünün etkisi incelenmektedir.

3.9. Konum Belirlemeye NLOS Etkisi

Telsiz iletişimde iletim ortamı hava olduğu için bina, ağaç, araç gibi nesnelere yansıyan, kırılan ve saçılan sinyaller alıcıya çok yoldan ulaşabilir. Bu durum konum belirleme tekniklerindeki hata payını da arttırmaktadır. Konum belirleme sisteminde N tane BTS'nin MS'yi duyabildiği varsayılırsa; MS ile BTS'ler arasındaki uzaklık iki nokta arasındaki uzaklık formülünden aşağıdaki gibi elde edilir.

$$d_i = \sqrt{(x_m - x_i)^2 + (y_m - y_i)^2} \quad i = 1, 2 \dots N \quad (3.49)$$

Burada d_i MS ile i. BTS arasındaki gerçek uzaklık, (x_i, y_i) i. BTS'nin konumu ve (x_m, y_m) MS'nin konumudur. Konumu belirlenen MS'nin yeri, ortamda hiçbir NLOS etkisi ve gürültü olmadığı varsayılırsa aşağıdaki şekil 3.8'de gösterildiği gibi olur. Yani ortamda NLOS etkisi yoksa üç TOA dairesinin kesişim noktası MS'nin yerini verir.



Şekil 3.8 : LOS ortamda MS'nin konumu

Ortamda NLOS etkisi olmadığı zaman yani ortam LOS olduğu zaman ölçülen uzaklık ile gerçek uzaklık arasında sadece ölçüm gürültüsünden dolayı bir fark olacaktır. Bu etki (3.50)'deki gibi gösterilebilir.

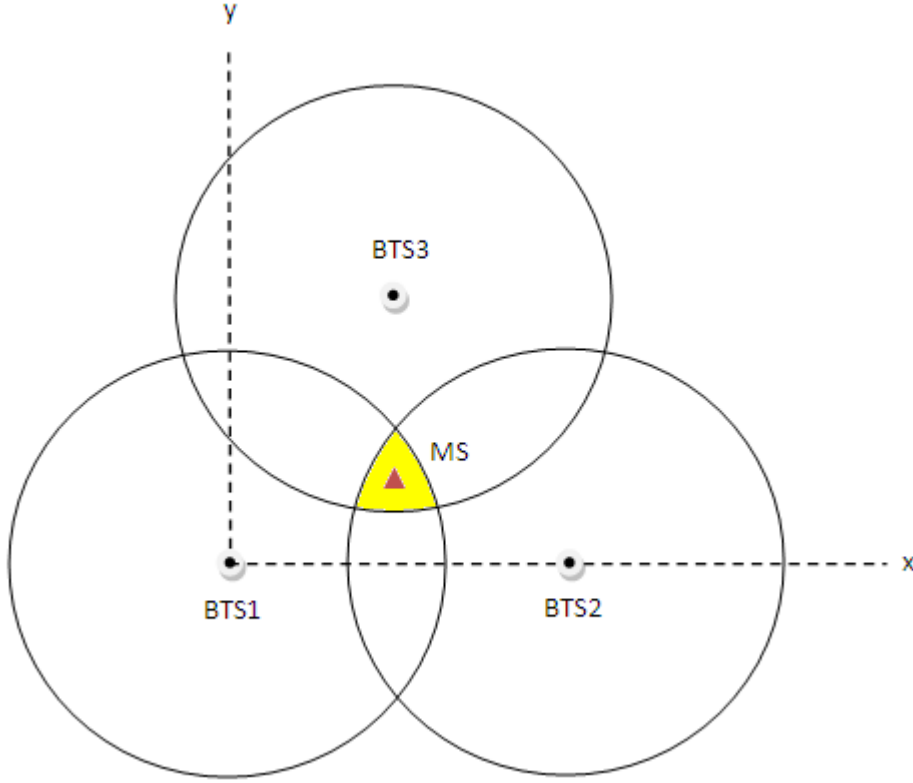
$$r_i = d_i + n_i \quad (3.50)$$

Burada d_i gerçek uzaklığı, r_i ölçüm uzaklığı ve n_i , ölçüm gürültüsünü göstermektedir. Sıfır ortalamalı ve σ_i^2 varyanslı Gauss rastgele değişkenidir. Konumu belirlenen MS'nin yeri ortamda NLOS etkisi olduğu durumda şekil 3.9'da gösterildiği gibi bir alan içinde olur. Yani TOA daireleri tek bir noktada kesişmez. Bu durumda MS'nin konumu dairelerin kesişim bölgesinde olur.

NLOS ortamda ölçülen uzaklık r_i ile gerçek uzaklık d_i arasındaki ilişki (3.51)'deki gibi gösterilebilir.

$$r_i = d_i + b_i + n_i \quad (3.51)$$

Burada b_i , NLOS'tan kaynaklanan etkiyi göstermektedir.



Şekil 3.9 : NLOS ortamda MS'nin konumu

İki nokta arasındaki en kısa mesafe, doğrudan görüş hattı olduğu zaman vardır. Fakat NLOS etkisiyle gönderilen sinyal, birçok cisme çarparak yansıdığı için iki nokta arasındaki mesafe her zaman artmaktadır. Bu durumda her zaman $b_i > 0$ 'dır. Yani her zaman $r_i > d_i$ eşitsizliği vardır [21]. n_i ise 0 ortalamalı Gauss ölçüm gürültüsünü göstermektedir. NLOS 'tan kaynaklanan hata Gauss ölçüm gürültüsüne göre oldukça büyüktür.

3.10. NLOS Ortamın Modellenmesi

Çok yönlü yayılımın konum belirlemeye etkisini incelemek için birçok model oluşturulmuştur. Bunlardan UDM (Uniform Distribution Model – Düzgün Dağılım Modeli) ve DDM (Distance Dependent Model – Uzaklık Bağımlı Model) aşağıda açıklanmıştır.

3.10.1. UDM

TOA ve AOA ölçümlerinde NLOS tan kaynaklanan hata miktarı düzgün dağılımlı olarak modellenebilir [22]. Bu model *UDM (Uniform Distribution Model – Düzgün Dağılım Modeli)* olarak adlandırılır. Her BTS için üst hata sınırı verilerek düzgün

dağılımlı hata rastgele değişkeni elde edilir. Bu rastgele hata değişkeni, MS ile BTS arasındaki gerçek uzaklığa eklenerek NLOS etkisi modellenir. Bu modellemede TOA ölçümü için ayrı bir hata miktarı, AOA ölçümü içinde ayrı bir hata miktarı olur. UDM modellemesindeki TOA hata miktarı (3.52) denkleminde gösterildiği gibi elde edilebilir. Böylece eşit olasılıklı olarak düşük ve yüksek değerli NLOS hata miktarı elde edilir [23].

$$b_i = a_i + d_i u_i \quad (3.52)$$

Burada u_i , 0 ile 1 arasında değerler alabilen düzgün dağılımlı rastgele değişkendir. a_i ve d_i sabitlerdir. (3.52) denkleminde yoğun NLOS koşulları göz önüne alınmaktadır. Yani bir a_i gibi sayı seçilerek NLOS hata miktarının azalması önlenmektedir. Diğer bir deyişle hata miktarı hiç sifıra yaklaşmamakta ve a_i 'nin etkisiyle Gauss ölçüm gürültüsünün neden olduğu negatif değerler hata miktarını sifıra çekmemektedir. Bu modellemede b_i (NLOS hata miktarı)'nın üst sınırı benzetimin amacına göre değişmekle beraber yaklaşık olarak $[0,400]m$ arasında olduğu düşünülür.

UDM modellemede AOA hata değerleri de TOA hata değerleri gibi düzgün dağılımlıdır. Düzgün dağılımlı açısal hata miktarı (3.53)'teki gibi elde edilebilir.

$$|b_e| = a_e + d_e v_e \quad (3.53)$$

Burada a_e ve d_e sabitlerdir. v_e , değerleri 0 ile 1 arasında değişen düzgün dağılımlı rastgele değişkendir. MS'nin yeri rastgele olduğu için açısal hatalar da pozitif veya negatif değerler alabilir. Bu yüzden (3.66)'de de görüldüğü gibi AOA hata miktarı mutlak değer içinde gösterilmektedir [23].

3.10.2. DDM

DDM (Distance Dependent Model – Uzaklık Bağımlı Model) NLOS ortamı modellemek için kullanılan diğer bir modeldir. [24]'te NLOS etkisinin iletişim kanalının τ_m (mean excess delay – ortalama aşırı gecikme) ile orantılı olduğu gösterilmiştir. Ayrıca Motorola ve Ericsson şirketlerinin ölçüm sonuçlarından τ_m ile τ_{rms} (root mean square delay spread – RMS gecikme yayılımı) arasında k gibi bir sabit sayıyla orantı $\tau_m = k\tau_{rms}$ olduğu da gösterilmiştir [24]. Bu bilgilerin ışığında, DDM modellemesinde de, NLOS etkisinin MS ile BTS arasındaki uzaklığa bağlı olarak değiştiği düşünülür [22]. Bu modelde belirtilen TOA NLOS hata miktarı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$b_i = \gamma_i d_i \quad (3.54)$$

Burada d_i i . BTS ile MS arasındaki gerçek uzaklıktır. b_i , TOA ölçümü için NLOS'tan kaynaklanan hata miktarı, γ_i i . BTS için hata üst sınırını belirleyen sabit bir sayıdır. Yapılacak benzetimin amaçlarına göre bu modellemedeki γ_i hata üst sınırı değişik değerlerde seçilebilir. Normal NLOS koşullarını göstermesi için γ_i , 0.2 düşünülür.

DDM modellemedeki AOA hata miktarları ise UDM modelinde olduğu gibi (3.53) denkleminde gösterildiği gibi $|b_e| = a_e + d_e v_e$ şeklindedir. Yani açısal hata değerleri düzgün dağılımlıdır. Burada a_e ve d_e sabitlerdir. v_e , değerleri 0 ile 1 arasında değişen düzgün dağılımlı rastgele değişkendir.

3.11. Sonuç

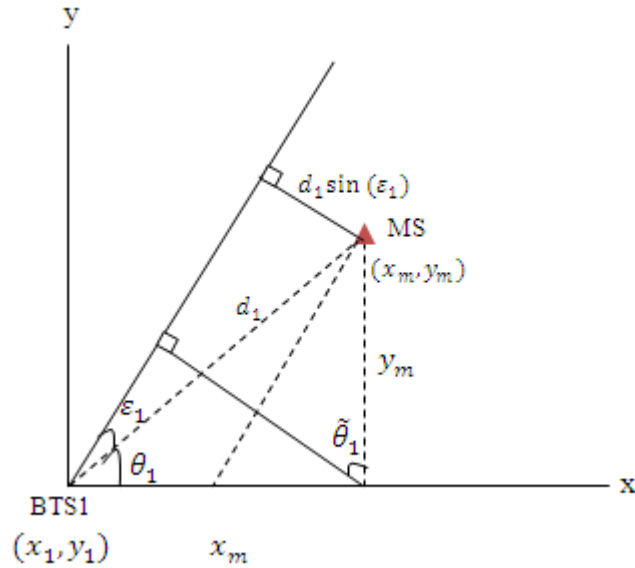
Bu bölümde konum belirleme metotları açıklanmıştır. 4. bölümde gürültü etkisi incelenecek olan TOA, AOA ve Karma TOA/AOA için ifadeler verilmiştir.

4. AOA, TOA VE KARMA TOA/AOA METOTLARININ GAUSS GÜRÜLTÜSÜ ALTINDA İNCELENMESİ

Üçüncü bölümde açıklanan metotlarda gürültünün etkisi hiç olmadığında kesin çözüm sağlanabilir. Fakat her ölçüm ve her ortam bir gürültü oluşturur. Bu gürültü nedeniyle konum belirleme metotlarının verdiği sonuçlar doğru sonuçlardan uzaklaşır. Üçüncü bölümde açıklanan metotlardan AOA, TOA ve Karma TOA/AOA metotlarının gürültü altında ve değişik sayıda baz istasyonu için hata başarımı bu bölümde incelenecektir.

4.1. Sadece AOA Durumu

Anten dizilimleri sayesinde MS'den gelen sinyalin BTS'ye göre ne kadar bir açı ile geldiği bilgisine göre konum belirlenebilir. Bu açı bilgisinde ölçüm gürültüsünün etkisi görülür. Gürültünün etkisiyle konum belirlemedeki hata meydana gelir. Konum belirleme hata miktarı BTS sayısı artırılarak, azaltılabilmektedir.



Şekil 4.1 : AOA ölçümü

Şekil 4.1'de ölçüm gürültüsünün MS'nin konumunu nasıl değiştirdiği görülmektedir. (x_m, y_m) MS'nin konumu olmak üzere; ölçülen açı, gerçek açıdan ölçüm gürültüsü

nedeniyle bir miktar farklı olmaktadır. Bu farklılık (4.1) ifadesindeki gibi gösterilebilir [25].

$$\tilde{\theta}_k = \theta_k + \varepsilon_k \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (4.1)$$

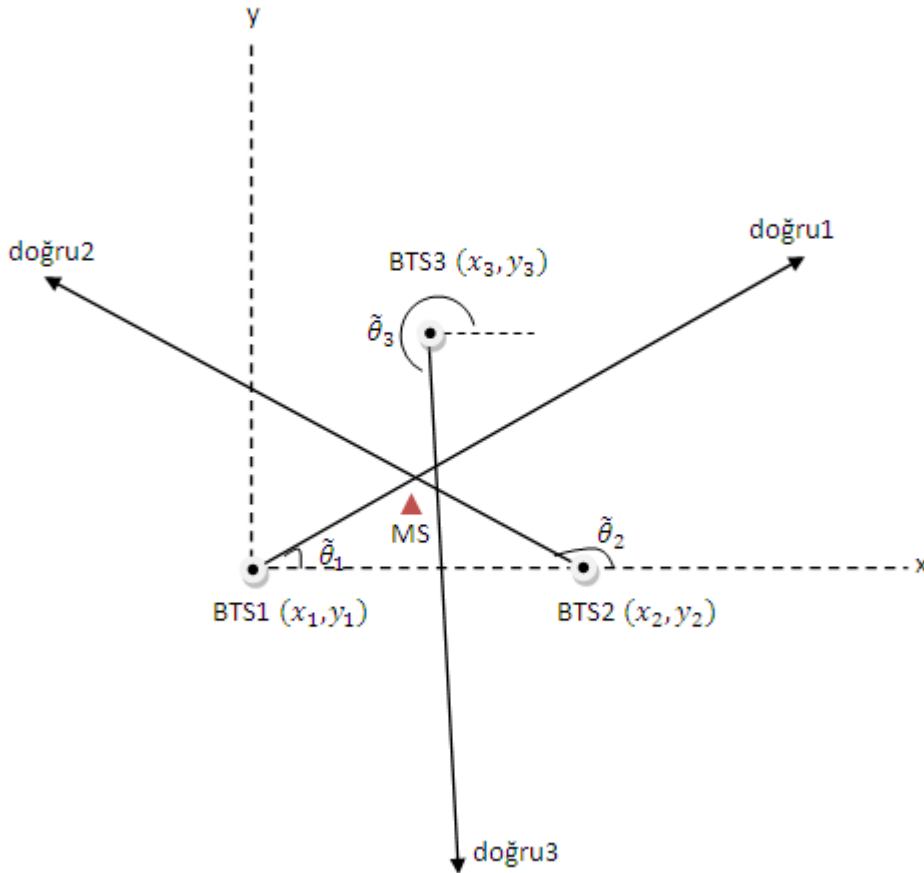
Burada $\tilde{\theta}_k$ MS ile k . BTS arasındaki ölçülen açı, θ_k MS ile k . BTS arasındaki gerçek açı ve ε_k , 0 ortalamalı σ_{ai}^2 varyanslı AOA Gauss gürültüsüdür. Eğimleri yardımıyla doğruların x eksenini ile yaptıkları açı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\tan(\theta_k) = \frac{(y_k - y_m)}{(x_k - x_m)} \quad (4.2)$$

Ölçümler gürültü içerdiğinden Şekil 4.1'deki geometrik ilişkiden aşağıdaki denklem çıkarılabilir.

$$d_1 \sin(\varepsilon_1) = (x_m - x_1) \sin(\tilde{\theta}_1) - (y_m - y_1) \cos(\tilde{\theta}_1) \quad (4.3)$$

(4.3) denklemini düzenlenirse (4.4a) denklemini elde edilir. Benzer olarak Şekil 4.2'deki gibi baz istasyonu sayısı ve ölçümler arttırıldığında (4.4b) ve (4.4c) denklemleri elde edilir.



Şekil 4.2 : BTS'lerden ölçülen açı bilgileri

$$\text{Doğru 1; } \sin(\tilde{\theta}_1) x_m - \cos(\tilde{\theta}_1) y_m = \sin(\tilde{\theta}_1) x_1 - \cos(\tilde{\theta}_1) y_1 + \eta_1 \quad (4.4a)$$

$$\text{Doğru 2; } \sin(\tilde{\theta}_2) x_m - \cos(\tilde{\theta}_2) y_m = \sin(\tilde{\theta}_2) x_2 - \cos(\tilde{\theta}_2) y_2 + \eta_2 \quad (4.4b)$$

... ..

$$\text{Doğru k; } \sin(\tilde{\theta}_k) x_m - \cos(\tilde{\theta}_k) y_m = \sin(\tilde{\theta}_k) x_k - \cos(\tilde{\theta}_k) y_k + \eta_k \quad (4.4c)$$

Burada (x_m, y_m) MS'nin konumu (x_k, y_k) k . BTS'nin koordinatı, θ_k k . BTS için AOA bilgisi ve $\eta_k = d_k \sin(\varepsilon_k)$ şeklinde ölçüm gürültüsüne bağlı hatadır. Ölçüm gürültüsünün olmaması durumunda $\eta_k = 0$ 'dır. Yukarıdaki denklemler (4.5)'teki gibi matris vektör şeklinde gösterilebilir.

$$\begin{bmatrix} \sin(\tilde{\theta}_1) & -\cos(\tilde{\theta}_1) \\ \sin(\tilde{\theta}_2) & -\cos(\tilde{\theta}_2) \\ \vdots & \vdots \\ \sin(\tilde{\theta}_k) & -\cos(\tilde{\theta}_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\tilde{\theta}_1) x_1 - \cos(\tilde{\theta}_1) y_1 \\ \sin(\tilde{\theta}_2) x_2 - \cos(\tilde{\theta}_2) y_2 \\ \vdots \\ \sin(\tilde{\theta}_k) x_k - \cos(\tilde{\theta}_k) y_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_k \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Yukarıdaki matris ifadelerinin kısa yazılımı aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} + \boldsymbol{\eta} \quad (4.6)$$

$$\text{Burada, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sin(\tilde{\theta}_1) & -\cos(\tilde{\theta}_1) \\ \sin(\tilde{\theta}_2) & -\cos(\tilde{\theta}_2) \\ \vdots & \vdots \\ \sin(\tilde{\theta}_k) & -\cos(\tilde{\theta}_k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \sin(\tilde{\theta}_1) x_1 - \cos(\tilde{\theta}_1) y_1 \\ \sin(\tilde{\theta}_2) x_2 - \cos(\tilde{\theta}_2) y_2 \\ \vdots \\ \sin(\tilde{\theta}_k) x_k - \cos(\tilde{\theta}_k) y_k \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_k \end{bmatrix} \text{şeklindedir.}$$

4.1.1. AOA denklemlerinin LS Çözümü

Yukarıdaki (4.6) ifadesinin LS çözümü aşağıdaki gibi verilir [25].

$$\mathbf{x}_{LS} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (4.7)$$

4.1.2. AOA denklemlerinin ML Çözümü

Ölçüm gürültüsünün küçük olduğu kabul edildiğinde, gürültü $\eta_k \approx d_k \varepsilon_k$ şeklinde düşünülebilir. Bu ifadenin ortalaması $\mathbf{E}[\boldsymbol{\eta}] = \mathbf{0}$, varyansı ise $d_k^2 \sigma_{\varepsilon_k}^2$ şeklindedir. Ağırlık matrisi \mathbf{W}^{-1} aşağıdaki gibi seçilerek ML çözümü ifade edilir [25,27].

$$\mathbf{x}_{ML} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{b} \quad (4.8)$$

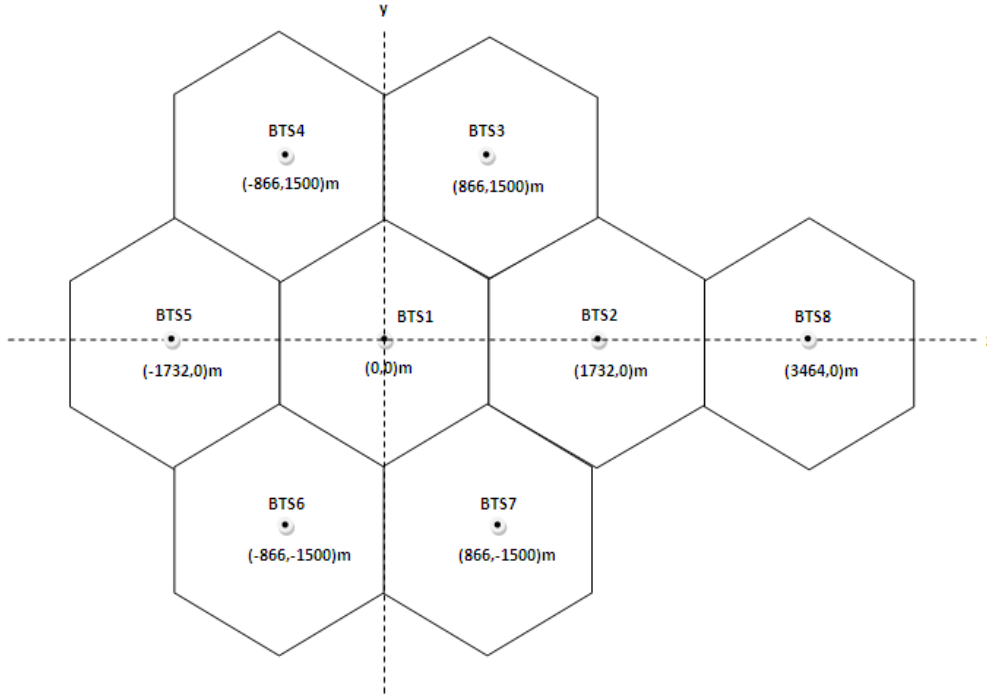
Burada, $\mathbf{W} = \mathbf{E}[\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T] = \begin{bmatrix} d_1^2\sigma_{a1}^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2^2\sigma_{a2}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & d_3^2\sigma_{a3}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_k^2\sigma_{ak}^2 \end{bmatrix}$ şeklinde $\boldsymbol{\eta}$ 'nin

kovaryans matrisidir.

4.1.3. AOA metodu benzetim sonuçları

AOA konum belirleme denklemlerine göre BTS sayısının artmasının ortalama konum kestirim hata miktarına etkisini gösteren bilgisayar benzetimi sonuçları Şekil 4.4'te gösterilmiştir. Ortalama konum kestirim hata miktarı (MLEE – Mean Location Estimation Error) , N tane monte-carlo deneyi yapıldığı düşünülürse ve deneylerde bulunan MS'nin konumu $(\tilde{x}_m, \tilde{y}_m)$ ile gösterilirse aşağıdaki gibi bulunur.

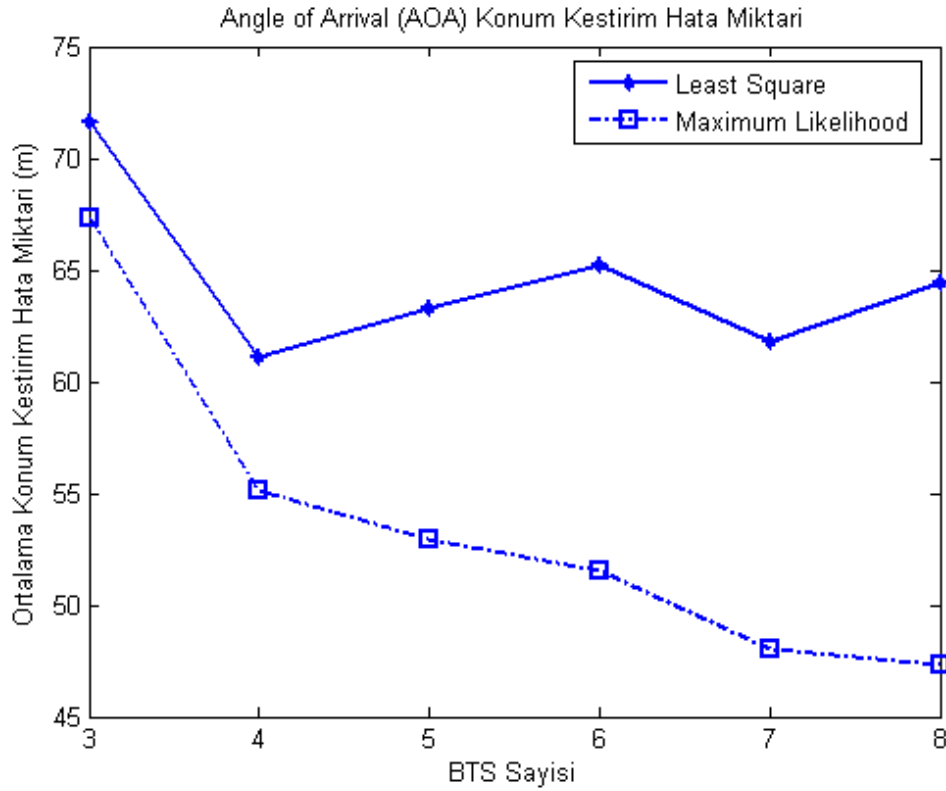
$$\text{MLEE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{(\tilde{x}_m - x_m)^2 + (\tilde{y}_m - y_m)^2} \quad [4.9]$$



Şekil 4.3 : Baz istasyonlarının yerleşimi

Benzetimde, BTS sayısı 3 'ten 8'e kadar Şekil 4.3'te gösterilen sıraya göre arttırılmıştır. Yani BTS sayısı 3 iken BTS1, BTS2 ve BTS3 kullanılırken, BTS sayısı 4 olduğunda BTS 4 de işleme girmekte, BTS sayısı 5 olduğunda 5. BTS de işleme girmektedir. Aynı şekilde sırayla BTS6, BTS7 ve BTS8 de işleme eklenmektedir. Bilgisayar benzetim aracı olarak MATLAB programı kullanılmıştır. Benzetimde

MS'nin koordinatlarının birinci bölgede olduğu, koordinatlarının x ve y bileşenlerinin her ikisinde de 0 ile 866m arasında rastgele dağıldığı düşünülmüştür. Hücrelerin yarıçapı 1000m olarak alınmıştır. Yani BTS'lerin koordinatları Şekil 4.2 gösterildiği gibi (0,0)m, (1732,0)m, (866,1500)m, (-866,1500)m, (-1732,0)m, (-866,-1500)m, (866,-1500)m ve (3464,0)m alınmıştır. Açısal ölçüm gürültüsünün standart sapması 3 derece olan sıfır ortalamalı Gauss olduğu kabul edilmiştir. 20000 monte-carlo deneyi yapılmıştır.

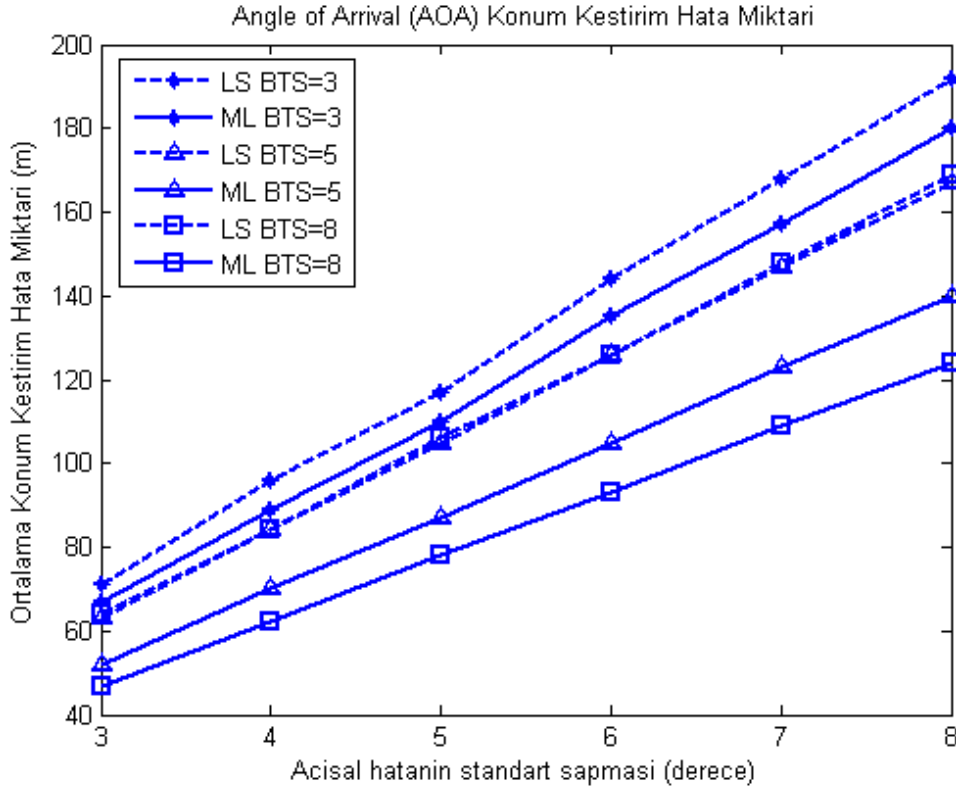


Şekil 4.4 : AOA metodunda eklenen her BTS'nin LS ve ML çözümüne etkisi

Şekil 4.4'te de görüldüğü gibi BTS sayısı Şekil 4.3'teki sıraya göre arttırıldığı zaman ML çözümünde hata başarıımı iyileşirken LS çözümünde kararsız olmaktadır. Yani LS çözümünde sisteme her eklenen baz istasyonunun MS'ye olan uzaklığı önceki eklenen baz istasyonlarından fazlaysa hata başarıımı kötüleşmektedir. Eklenen baz istasyonlarının MS'ye uzaklığı yakınlaşırsa LS çözümü içinde hata başarıımı artmaktadır. ML çözümünün LS çözümünden iyi ve kararlı sonuç vermesinin nedeni ağırlık matrisi \mathbf{W}^{-1} sayesinde daha uzaktaki ölçümlerin etkisinin azaltılmasıdır.

AOA konum belirleme metoduna açısal hatanın standart sapmasının etkisini gösteren benzetim Şekil 4.5'teki gibidir. Benzetimde MS'nin koordinatlarının birinci bölgede

olduğu, koordinatlarının x ve y bileşenlerinin her ikisinde de 0 ile 866m arasında rastgele dağıldığı düşünülmüştür. BTS'lerin dizilişi Şekil 4.2'deki gibidir. Burada BTS sayısı 3, 5 ve 8 için gürültünün standart sapması 3 dereceden 8 dereceye artırılıp hatalar sayılmıştır. 20000 monte-carlo deneyi yapılmıştır.



Şekil 4.5 : AOA metodunda açısal hatanın standart sapmasının LS ve ML çözümüne etkisi

Şekil 4.5'te de görüldüğü gibi açısal hata arttığında konum belirleme hata miktarı da artmaktadır. Bu artış BTS sayısı fazla olduğunda daha az olmaktadır. Yani açısal gürültünün standart sapması 8 derece olduğunda 3 BTS için 180 metre civarında hata meydana gelirken 8 BTS için 120 metre civarında hata meydana gelmektedir. Ayrıca ML çözümü LS çözümünden daha iyi sonuç vermektedir.

4.2. Sadece TOA Durumu

TOA, gezginden baz istasyonuna gönderilen radyo sinyalinin baz istasyonundan gezgine tekrar gönderilmesiyle geçen gidiş dönüş süresidir. Bu sürenin ışık hızıyla çarpımından MS ile BTS arasındaki mesafe bulunabilir. Bu mesafeye göre de BTS merkezli daire oluşturulur. Bu şekilde oluşturulan dairelerin kesişim noktası MS'nin

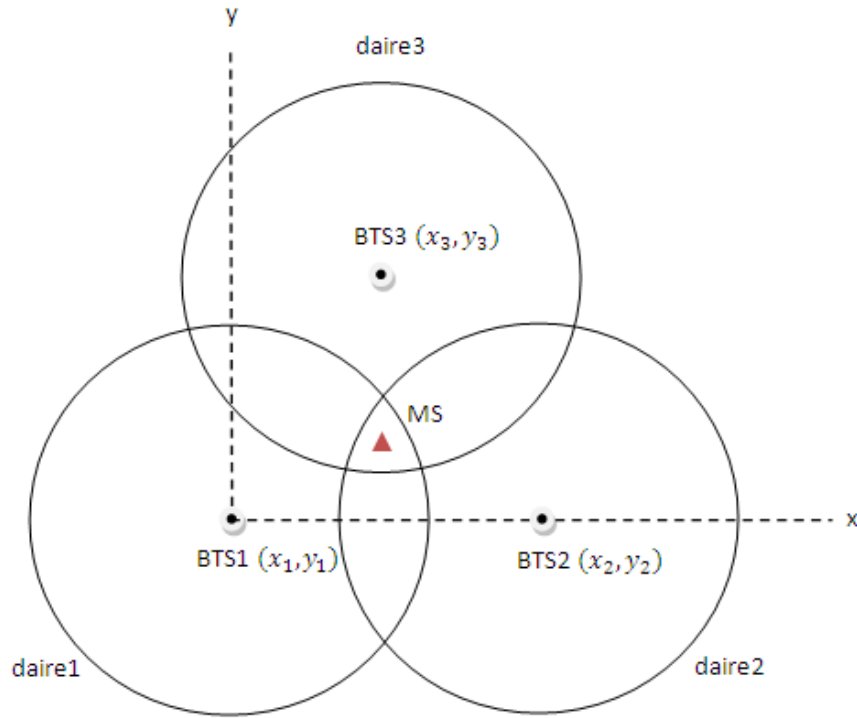
konumunu verir. En az üç BTS gerekir. Ölçüm gürültüsü çok fazla olduğu zaman konum belirleme hata miktarını azaltmak için BTS sayısı da artırılabilir. Ölçüm gürültüsü olmadığı zaman TOA daireleri için gerçek uzaklık (4.10)'daki gibidir.

$$d_i = \sqrt{(x_m - x_i)^2 + (y_m - y_i)^2} \quad (4.10)$$

Burada d_i gerçek uzaklık, (x_m, y_m) MS'nin koordinatları ve (x_i, y_i) i . BTS'nin koordinatlarıdır. Gerçek uzaklığa sadece Gauss ölçüm gürültüsünün etki ettiğini düşündüğümüzde ölçüm gürültülü yeni uzaklık aşağıdaki gibi olur.

$$r_i = d_i + n_i \quad (4.11)$$

Burada r_i gürültülü uzaklık, d_i gerçek uzaklık ve n_i 0 ortalamalı σ_i^2 varyanslı Gauss ölçüm gürültüsünü göstermektedir. Gürültülü uzaklıklar nedeniyle MS'nin yeri şekil 4.6'da gösterildiği gibi TOA dairelerinin kesişim bölgesinde olur.



Şekil 4.6 : BTS sayısı 3 iken TOA Metodu

Şekil 4.6'daki sistem için 3 TOA durumu, yarıçapı bilinen daire denklemlerinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\text{Daire 1; } (x_m - x_1)^2 + (y_m - y_1)^2 = r_1^2 = (d_1 + n_1)^2 \quad (4.12a)$$

$$\text{Daire 2; } (x_m - x_2)^2 + (y_m - y_2)^2 = r_2^2 = (d_2 + n_2)^2 \quad (4.12b)$$

... ..

$$\text{Daire } k; \quad (x_m - x_k)^2 + (y_m - y_k)^2 = r_k^2 = (d_k + n_k)^2 \quad (4.12c)$$

Yukarıdaki denklemleri açarsak sırasıyla (4.13a), (4.13b) ve (4.13c) elde edilir.

$$x_m^2 - 2x_mx_1 + x_1^2 + y_m^2 - 2y_my_1 + y_1^2 = r_1^2 \quad (4.13a)$$

$$x_m^2 - 2x_mx_2 + x_2^2 + y_m^2 - 2y_my_2 + y_2^2 = r_2^2 \quad (4.13b)$$

... ..

$$x_m^2 - 2x_mx_k + x_k^2 + y_m^2 - 2y_my_k + y_k^2 = r_k^2 \quad (4.13c)$$

(4.13a) denklemi referans kabul edilerek, lineer olmayan ifadeleri lineer yapmak için diğer denklemlerden çıkarılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$2x_mx_1 - 2x_mx_2 + 2y_my_1 - 2y_my_2 = r_2^2 - r_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2) \quad (4.14a)$$

$$2x_mx_1 - 2x_mx_3 + 2y_my_1 - 2y_my_3 = r_3^2 - r_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_3^2 + y_3^2) \quad (4.14b)$$

... ..

$$2x_mx_1 - 2x_mx_k + 2y_my_1 - 2y_my_k = r_k^2 - r_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \quad (4.14c)$$

Yukarıdaki ifadeler bilinmeyen konum (x_m, y_m) 'ye göre düzenlenirse sırasıyla (4.15a), (4.15b) ve (4.15c) elde edilir.

$$x_m(x_1 - x_2) + y_m(y_1 - y_2) = \frac{1}{2} [r_2^2 - r_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2)] \quad (4.15a)$$

$$x_m(x_1 - x_3) + y_m(y_1 - y_3) = \frac{1}{2} [r_3^2 - r_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_3^2 + y_3^2)] \quad (4.15b)$$

... ..

$$x_m(x_1 - x_k) + y_m(y_1 - y_k) = \frac{1}{2} [r_k^2 - r_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2)] \quad (4.15c)$$

$r_i = d_i + n_i$ yerine yazılarak yukarıdaki denklemler aşağıdaki gibi matris vektör çarpımı şeklinde gösterilebilir.

$$\begin{bmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ \vdots & \vdots \\ x_1 - x_k & y_1 - y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (d_2 + n_2)^2 - (d_1 + n_1)^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2) \\ (d_3 + n_3)^2 - (d_1 + n_1)^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_3^2 + y_3^2) \\ \vdots \\ (d_k + n_k)^2 - (d_1 + n_1)^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} d_2^2 - d_1^2 + 2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2) \\ d_3^2 - d_1^2 + 2d_3n_3 - 2d_1n_1 + n_3^2 - n_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_3^2 + y_3^2) \\ \vdots \\ d_k^2 - d_1^2 + 2d_kn_k - 2d_1n_1 + n_k^2 - n_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Yukarıdaki ifadelerdeki büyüklüklerin aşağıdaki gibi de gösterilebilir.

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (4.17)$$

$$\text{Burada, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ \vdots & \vdots \\ x_1 - x_k & y_1 - y_k \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} d_2^2 - d_1^2 + 2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2) \\ d_3^2 - d_1^2 + 2d_3n_3 - 2d_1n_1 + n_3^2 - n_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_3^2 + y_3^2) \\ \vdots \\ d_k^2 - d_1^2 + 2d_kn_k - 2d_1n_1 + n_k^2 - n_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \end{bmatrix} \text{şekindedir.}$$

Yukarıdaki \mathbf{b} vektöründeki gürültülü terimler ve gürültüsüz terimler ayrı ayrı vektör şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\mathbf{b} = \mathbf{c} + \mathbf{f} \quad (4.18)$$

$$\text{Burada } \mathbf{c} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} d_2^2 - d_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2) \\ d_3^2 - d_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_3^2 + y_3^2) \\ \vdots \\ d_k^2 - d_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2 \\ 2d_3n_3 - 2d_1n_1 + n_3^2 - n_1^2 \\ \vdots \\ 2d_kn_k - 2d_1n_1 + n_k^2 - n_1^2 \end{bmatrix} \text{şekindedir. } \mathbf{f} \text{ gürültülü terimi temsil eder. Ölçüm}$$

gürültüsünün olmaması durumunda $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ 'dır.

4.2.1. TOA denklemlerinin LS çözümü

Bu durumda $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ şeklindeki matris vektör ifadesinin hatalı terimlerinin olduğu düşünüldüğünde LS çözümü $\mathbf{x}_{LS} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}$ şeklinde verilir. İfadeyi daha açık yazdığımızda,

$$\mathbf{x}_{LS} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T (\mathbf{c} + \mathbf{f}) \quad (4.19a)$$

$$\mathbf{x}_{LS} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{c} + (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{f} \quad (4.19b)$$

elde edilir. Sağ taraftaki ilk terim gerçekte \mathbf{x} 'e eşittir ve ifadenin gürültülü kısımları,

$$\mathbf{e}_{LS} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{f} \quad (4.20)$$

şeklinde ayrılıp hata ile ilgili incelemeler yapılabilir. Burada,

$$\mathbf{f} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2 \\ 2d_3n_3 - 2d_1n_1 + n_3^2 - n_1^2 \\ \vdots \\ 2d_kn_k - 2d_1n_1 + n_k^2 - n_1^2 \end{bmatrix} \text{şeklindeydi.}$$

n_i 'li ifadeler 0 ortalamalı σ_i^2 varyanslı Gauss gürültüsünü ifade etmektedirler. Gauss gürültülerinin ortalaması 0 olduğu için \mathbf{f} vektörünün ortalaması da 0'dır.

$$E[\mathbf{f}] = \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

\mathbf{f} vektörünün kovaryansı ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$\mathbf{K} = E[\mathbf{f}\mathbf{f}^T] = E \left[\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2 \\ 2d_3n_3 - 2d_1n_1 + n_3^2 - n_1^2 \\ \vdots \\ 2d_kn_k - 2d_1n_1 + n_k^2 - n_1^2 \end{bmatrix} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2 \\ 2d_3n_3 - 2d_1n_1 + n_3^2 - n_1^2 \\ \vdots \\ 2d_kn_k - 2d_1n_1 + n_k^2 - n_1^2 \end{bmatrix}^T \right] \quad (4.22)$$

Yukarıdaki çarpım yapıp beklenen değerler hesaplandığı zaman aşağıdaki matris elde edilir.

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1k} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{k1} & k_{k2} & \dots & k_{kk} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

s ve m , BTS sayısı olmak üzere kovaryans matris elemanları (4.24)'teki gibi genel halde yazılabilir.

$$k_{(s-1)(m-1)} = \begin{cases} \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 - \sigma_1^2\sigma_s^2 - \sigma_1^2\sigma_m^2 + \sigma_s^2\sigma_m^2 + 3\sigma_1^4) & s \neq m \\ \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 + 4d_m^2\sigma_m^2 + 3\sigma_1^4 + 3\sigma_m^4 - 2\sigma_1^2\sigma_m^2) & s = m \end{cases} \quad (4.24)$$

Burada $s, m = 2, 3, \dots, k + 1$ 'e kadar olup baz istasyonu sayısını göstermektedir. d_m MS ile m . BTS arasındaki gerçek uzaklık, σ_m^2 m . BTS için TOA ölçüm gürültüsü varyansıdır. Yukarıda elde edilen \mathbf{K} kovaryans matrisine göre $\mathbf{e}_{LS} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{f}$ ifadesinin beklenen değeri teorik olarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E[\mathbf{e}_{LS}\mathbf{e}_{LS}^T] = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{K}\mathbf{A}(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Yukarıdaki hata matrisinin elemanları (4.26), (4.27), (4.28) ve (4.29)'daki gibi gösterilebilir.

$$e_{11} = \frac{1}{(x_1y_2 - x_1y_3 + x_2y_3 - x_2y_1 + x_3y_1 - x_3y_2)^4} [2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)^2k_{21} - 2(y_1 - y_2)^3(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)k_{12} + (y_1 - y_2)^4(x_1 - x_3)^2k_{22} - 2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)^3(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{22} + (x_1 - x_2)^2(y_1 - y_3)^4k_{11} - 2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)^3k_{11} - 2(x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)(y_1 - y_3)^3k_{12} - (x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)^2(y_1 - y_3)^2k_{22} + (y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)^2k_{11}] \quad (4.26)$$

$$e_{12} = \frac{1}{(x_1y_2 - x_1y_3 + x_2y_3 - x_2y_1 + x_3y_1 - x_3y_2)^4} [-(x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)^3k_{11} + 2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)^2k_{11} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_2)^3(x_1 - x_3)^2k_{22} + 2(x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{22} - (y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)^3(y_1 - y_3)k_{11} + (y_1 - y_2)^3(x_1 - x_3)^3k_{21} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)k_{21} + (x_1 - x_2)^3(y_1 - y_3)^3k_{12} - (x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)^2k_{12} - (x_1 - x_3)^3(y_1 - y_2)(y_1 - y_3)^2k_{22}] \quad (4.27)$$

$$e_{21} = \frac{1}{(x_1y_2 - x_1y_3 + x_2y_3 - x_2y_1 + x_3y_1 - x_3y_2)^4} [2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)^2 - (x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)^3k_{11} + (x_1 - x_2)^3(x_1 - x_3)(y_1 - y_2)^2k_{21} + (y_1 - y_2)^3(x_1 - x_3)^3k_{12} - 2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)k_{12} + (x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)^2k_{22} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_2)^3(x_1 - x_3)^2k_{22} - (y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)^3(y_1 - y_3)k_{11} - (x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)k_{21} - (x_1 - x_2)^3(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{22} + (x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{22}] \quad (4.28)$$

$$e_{22} = \frac{1}{(x_1y_2 - x_1y_3 + x_2y_3 - x_2y_1 + x_3y_1 - x_3y_2)^4} [-2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)^3(y_1 - y_3)k_{11} + (x_1 - x_2)^2(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)^2k_{11} - (x_1 - x_2)^3(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)k_{21} + 2(x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)k_{21} - 2(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)^3k_{21} + (x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)^2(y_1 - y_3)k_{21} - (x_1 - x_2)^3(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)^2k_{22} - (x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)^2k_{22} + (y_1 - y_2)^2(x_1 - x_3)^4k_{11} + (x_1 - x_2)^2(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)^3k_{21} - (x_1 - x_2)^3(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)^2k_{21} + (x_1 - x_2)^4(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{22} - (x_1 - x_2)^3(y_1 - y_2)(x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{22}] \quad (4.29)$$

(4.25)'teki matris ifadesindeki e_{11} ve e_{22} değerlerinin karekökleri alınarak sırasıyla x ve y koordinatlarındaki hataların standart sapmaları elde edilebilir.

$$\sigma_x^2 = e_{11}, \sigma_y^2 = e_{22} \quad (4.30)$$

4.2.2. TOA denklemlerinin ML çözümü

TOA denklemleri için LS çözümünden farklı olarak ML çözümde verilebilir. Yukarıdaki (4.25)'teki \mathbf{K} kovaryans matrisi aynı olmak üzere ML çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{x}_{ML} = (\mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{b} \quad (4.31a)$$

$$\mathbf{x}_{ML} = (\mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} (\mathbf{c} + \mathbf{f}) \quad (4.31b)$$

$$\mathbf{x}_{ML} = (\mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{c} + (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{f} \quad (4.31c)$$

ML çözümüne göre hatalı kısmın ifadesi (4.32)'deki gibi olur.

$$\mathbf{e}_{ML} = (\mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{f} \quad (4.32)$$

(4.32) ifadesinin beklenen değeri teorik olarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E[\mathbf{e}_{ML} \mathbf{e}_{ML}^T] = (\mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Yukarıdaki hata matrisinin elemanları aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \beta_{11} = & (k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}) [((x_1 - x_2)^2 k_{22} - 2(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)k_{12} + \\ & (x_1 - x_3)^2 k_{11})((y_1 - y_2)^2 k_{22} - 2(y_1 - y_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_2)^2 k_{11}) - \\ & ((x_1 - x_2)(y_1 - y_2)k_{22} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)k_{12} - \\ & (x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{11})(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)k_{22} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_3)k_{21} - \\ & (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)k_{12} + (x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{11})]^{-1} [(y_1 - y_2)^2 k_{22} - \\ & 2(y_1 - y_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_3)^2 k_{11}] \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} \beta_{12} = & (k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}) [((x_1 - x_2)^2 k_{22} - 2(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)k_{12} + \\ & (x_1 - x_3)^2 k_{11})((y_1 - y_2)^2 k_{22} - 2(y_1 - y_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_2)^2 k_{11}) - \\ & ((x_1 - x_2)(y_1 - y_2)k_{22} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)k_{12} - \\ & (x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{11})(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)k_{22} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_3)k_{21} + \\ & (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)k_{12} - (x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{11})]^{-1} [-(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)k_{22} + \\ & (x_1 - x_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)k_{12} - (x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{11}] \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} \beta_{21} = & (k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21})[((x_1 - x_2)^2k_{22} - 2(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)k_{12} + \\ & (x_1 - x_3)^2k_{11})((y_1 - y_2)^2k_{22} - 2(y_1 - y_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_2)^2k_{11}) - \\ & ((x_1 - x_2)(y_1 - y_2)k_{22} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)k_{12} - \\ & (x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{11})(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)k_{22} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_3)k_{21} + \\ & (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)k_{12} - (x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{11})]^{-1}[-(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)k_{22} + \\ & (x_1 - x_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)k_{12} - (x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{11}] \quad (4.36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_{22} = & (k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21})[((x_1 - x_2)^2k_{22} - 2(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)k_{12} + \\ & (x_1 - x_3)^2k_{11})((y_1 - y_2)^2k_{22} - 2(y_1 - y_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_2)^2k_{11}) - \\ & ((x_1 - x_2)(y_1 - y_2)k_{22} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_3)k_{21} + (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)k_{12} - \\ & (x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{11})(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)k_{22} - (x_1 - x_2)(y_1 - y_3)k_{21} + \\ & (y_1 - y_2)(x_1 - x_3)k_{12} - (x_1 - x_3)(y_1 - y_3)k_{11})]^{-1}[(x_1 - x_2)^2k_{22} - 2(x_1 - \\ & x_2)(x_1 - x_3)k_{12} + (x_1 - x_3)^2k_{11}] \quad (4.37) \end{aligned}$$

4.2.3. **f** vektör elemanlarının dağılımlarının Gauss dağılımına benzerliği

ML kestirimi göz önüne alındığında **f** vektörü Gauss varsayılır. **f** vektörünün elemanlarının Gauss'a benzerliği vektör elemanlarının bazı istatistiksel özelliklerine göre test edilebilmektedir. Bu özellikler *skewness (simetriklik)*, *kurtosis (basıklık)* ve *histogram*'dir.

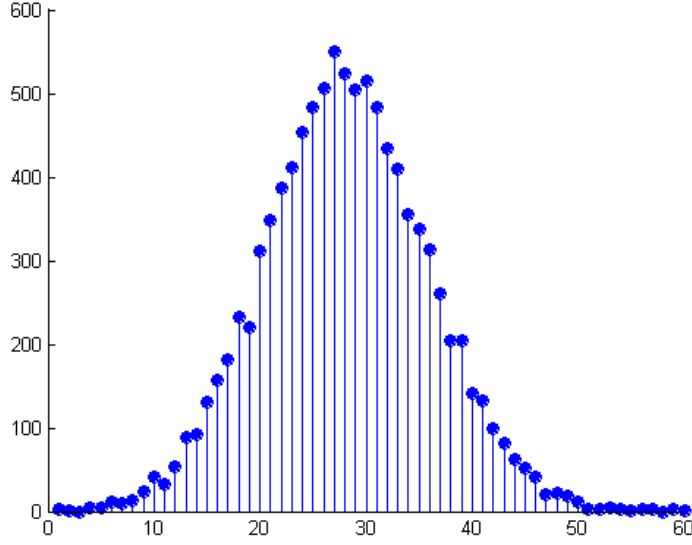
BTS sayısı 3 olan bir sistem için **f** vektörü, $\mathbf{f} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2 \\ 2d_3n_3 - 2d_1n_1 + n_3^2 - n_1^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} \\ d_{21} \end{bmatrix}$ şeklinde ifade edilmektedir.

d_{11} ve d_{21} ifadelerindeki n_1 ve n_2 gürültülerinin standart sapmalarını 100m varsayıp bir benzetim oluşturulup *skewness (simetriklik)* ve *kurtosis (basıklık)* testi yapılmıştır. Daha sonra 100m standart sapmalı normal 100000 örnekli dağılımla karşılaştırılmış ve aşağıdaki çizelgedeki sonuç elde edilmiştir.

Çizelge 4.1 : 100m standart sapmalı Normal Gauss ile **f** vektör elemanlarının özelliklerinin karşılaştırılması

Özellik	Normal Dağılım	d_{11}	d_{21}
Skewness	0.0053	0.0938	0.0616
Kurtosis	3.0063	3.2910	3.1531

Çizelge 4.1'de görüldüğü gibi Normal dağılım özellikleri ile **f** vektörünün özellikleri birbirine çok yakın çıkmaktadır.



Şekil 4.7: f vektör elemanlarının histogramı

Çizelge 4.1'deki skewness ve kurtosis testlerine ek olarak f vektörünün Gauss'a benzerliğini göstermek için oluşturulan d_{11} ve d_{21} ifadelerinin histogramları Şekil 4.7'deki gibidir. Şekilde de görüldüğü gibi f vektör elemanlarının dağılımı Normal dağılıma çok benzemektedir. Bu nedenle f vektör elemanları için Gauss varsayımı yapılabilmektedir. .

4.2.4. TOA metodu benzetim sonuçları

TOA metodundaki LS çözümü için teorik ve benzetim sonuçları Çizelge 4.2'de gösterilmektedir. Önceki benzetimlerde olduğu gibi MS'nin koordinatlarının birinci bölgede olduğu, koordinatlarının x ve y bileşenlerinin her ikisinde de 0 ile 866m arasında rastgele dağıldığı düşünülmüştür. Hücrelerin yarıçapı 1000m olarak alınmıştır. BTS'lerin konumlandırılması Şekil 4.2'de gösterildiği gibidir. Ölçüm gürültüsü sıfır ortalamalı 100 metre standart sapmalı Gauss düşünülmüştür. BTS sayısı 3'ten 8'e kadar arttırılarak her aşamada benzetim ve teorik sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma Çizelge 4.2'de gösterilmektedir.

Çizelge 4.2'den görüldüğü gibi x ve y ekseninde meydana gelen hataların standart sapması BTS sayısı arttıkça azalmaktadır. BTS sayısı 3'ten 8'e çıkarıldığında x ve y eksenlerindeki hata yaklaşık %35 azalmaktadır. Ayrıca görüldüğü gibi LS çözümü için teorik olarak hesaplanan hata miktarı ile benzetimlerde meydana gelen hata miktarı aynıdır.

Çizelge 4.2 : TOA metodu LS Çözümü için standart sapmaların teorik ve benzetim olarak karşılaştırılması

Standart Sapmalar	3 BTS	4 BTS	5 BTS	6 BTS	7 BTS	8 BTS
x eksen - LS - teorik	91.4	73.1	65.7	66.1	62.4	58.6
x eksen - LS - benzetim	91.6	73.3	65.6	65.8	62.6	59.1
y eksen - LS - teorik	96.3	84.5	84.3	72.9	62.4	62.1
y eksen - LS - benzetim	95.7	83.9	84.2	73.2	62.4	62.0

ML çözümü içinde teorik ve benzetim sonuçları Çizelge 4.3'te gösterilmektedir. Ölçüm gürültüsü sıfır ortalamalı 100 metre standart sapmalı Gauss düşünülmüştür. BTS sayısı 3'ten 8'e kadar arttırılarak her aşamada ML çözümü için benzetim ve teorik sonuçlar karşılaştırılmıştır. **K** kovaryans matris elemanlarındaki uzaklıkların gürültülü olmadığı varsayılmıştır. Bu karşılaştırma Çizelge 4.3'te gösterilmiştir.

Çizelge 4.3 : TOA metodu ML Çözümü için standart sapmaların teorik ve benzetim olarak karşılaştırılması(kovaryans matrisi gerçek uzaklık terimlerinden oluştuğunda)

Standart Sapmalar	3 BTS	4 BTS	5 BTS	6 BTS	7 BTS	8 BTS
x eksen - ML - teorik	91.5	71.0	59.4	58.0	56.2	48.4
x eksen - ML - benzetim	91.6	70.8	59.6	57.8	56.4	49.0
y eksen - ML - teorik	96.3	76.1	75.3	65.1	55.5	55.3
y eksen - ML - benzetim	95.7	75.9	74.9	64.7	55.4	55.3

Çizelge 4.3'te görüldüğü gibi baz istasyonu sayısı arttıkça konum belirleme hata miktarı ML çözümünde de azalmaktadır. ML'deki hata miktarındaki azalma LS'ten daha fazladır. BTS sayısı 3'ten 8'e çıkarıldığında eksenlerdeki hata yaklaşık %45 azalmaktadır. **K** Kovaryans matrisindeki elemanların gürültülü uzaklık terimleri oluştuğunda yapılan benzetimlerin sonuçları aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir.

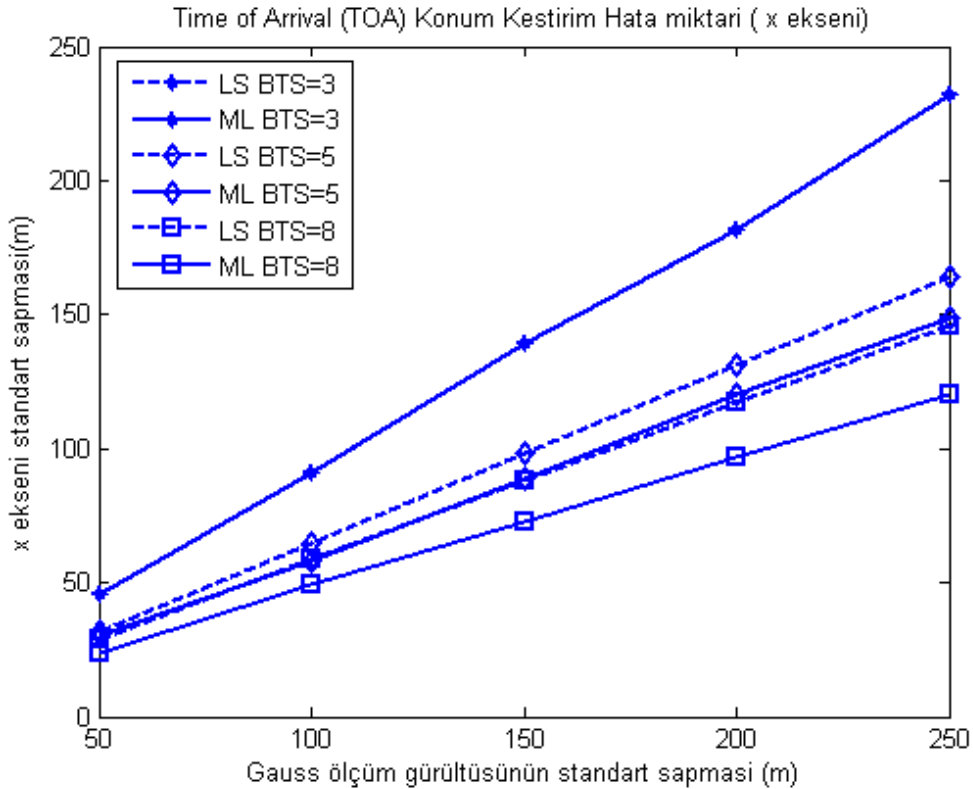
Çizelge 4.4 : TOA metodu ML çözümü için standart sapmaların teorik ve benzetim olarak karşılaştırılması (kovaryans matrisi gürültülü uzaklık terimlerinden oluştuğunda)

Standart Sapmalar	3 BTS	4 BTS	5 BTS	6 BTS	7 BTS	8 BTS
x eksen - ML - teorik	91.8	71.0	59.3	58.0	56.1	48.3
x eksen - ML - benzetim	91.5	71.1	59.1	58.4	56.4	48.7
y eksen - ML - teorik	96.7	76.2	75.3	65.2	55.4	55.2
y eksen - ML - benzetim	96.0	75.8	74.3	65.3	55.5	55.4

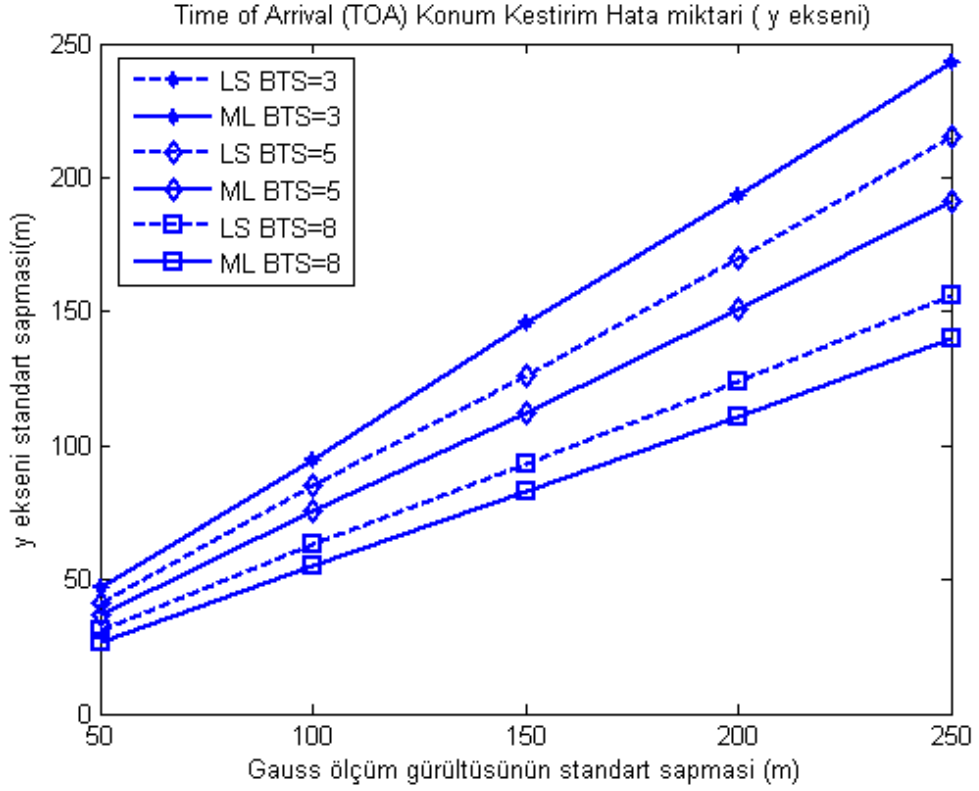
Çizelge 4.3 ve Çizelge 4.4 karşılaştırıldığında 100 m standart sapmalı ölçüm gürültüsü altında gürültülü uzaklık terimlerinin ML çözümüne etkisi neredeyse hiç olmamaktadır. Bu nedenle **K** kovaryans matrisindeki terimlerin gürültülü ve gürültüsüz uzaklık terimi olması sonucu çok etkilememektedir.

Gauss ölçüm gürültüsünün TOA konum belirleme metodu üzerindeki etkisini incelemek için ölçüm gürültüsünün standart sapması değiştirilerek aşağıdaki benzetim yapılmıştır. MS'nin koordinatlarının birinci bölgede olduğu, koordinatlarının x ve y bileşenlerinin her ikisinde de 0 ile 866m arasında rastgele dağıldığı düşünülmüştür. Standart sapma 50 metreden 250 metreye kadar 50 metre artırılarak BTS sayısı 3, 5 ve 8 olduğu durumlar için x ve y eksenindeki hata başarımları grafikleri Şekil 4.8 ve Şekil 4.9 oluşturulmuştur.

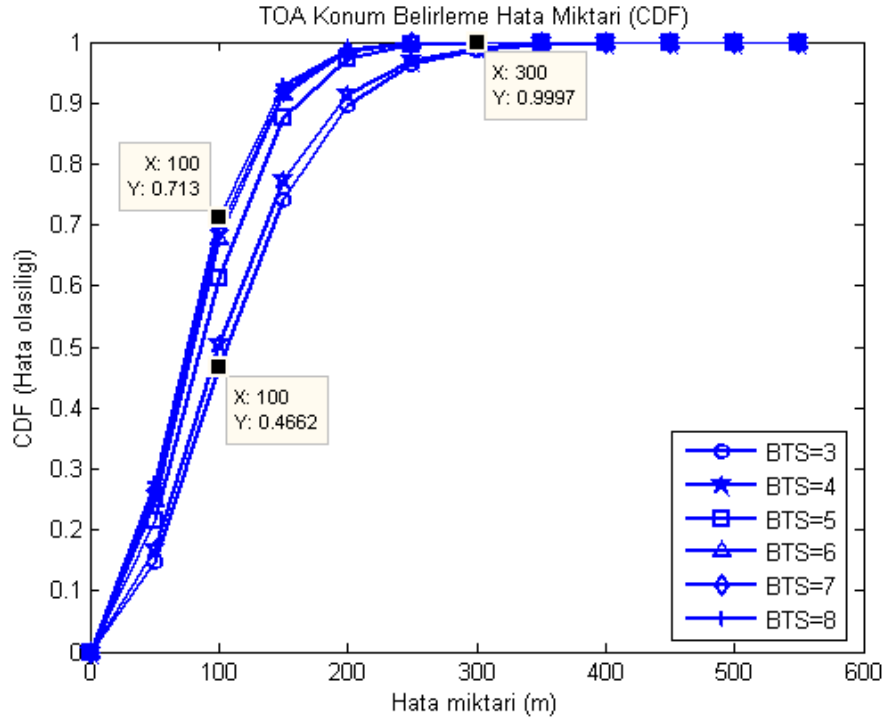
Şekil 4.8 ve 4.9'da görüldüğü gibi ölçüm gürültüsünün standart sapması arttıkça zaman yapılan hata miktarı da buna göre artmaktadır. Bu artış BTS sayısına göre değişmektedir. Yani BTS sayısı azken gürültü miktarı arttığında daha fazla hata yapılır. Fakat BTS sayısı fazlalaşınca hatanın gürültünün artışına göre hata miktarının artışı daha az olmaktadır. Aynı şekilde grafikten görüldüğü gibi BTS sayısı 3 olduğu zaman ML ve LS çözümleri aynı sonucu vermektedir. Yine aynı şekilde BTS sayısı arttıkça zaman ML çözümü LS çözümünden daha iyi sonuç vermektedir.



Şekil 4.8 : Ölçüm gürültüsünün standart sapmasının TOA metoduna etkisi (x eksen)



Şekil 4.9 : Ölçüm gürültüsünün standart sapmasının TOA metoduna etkisi (y eksenı)

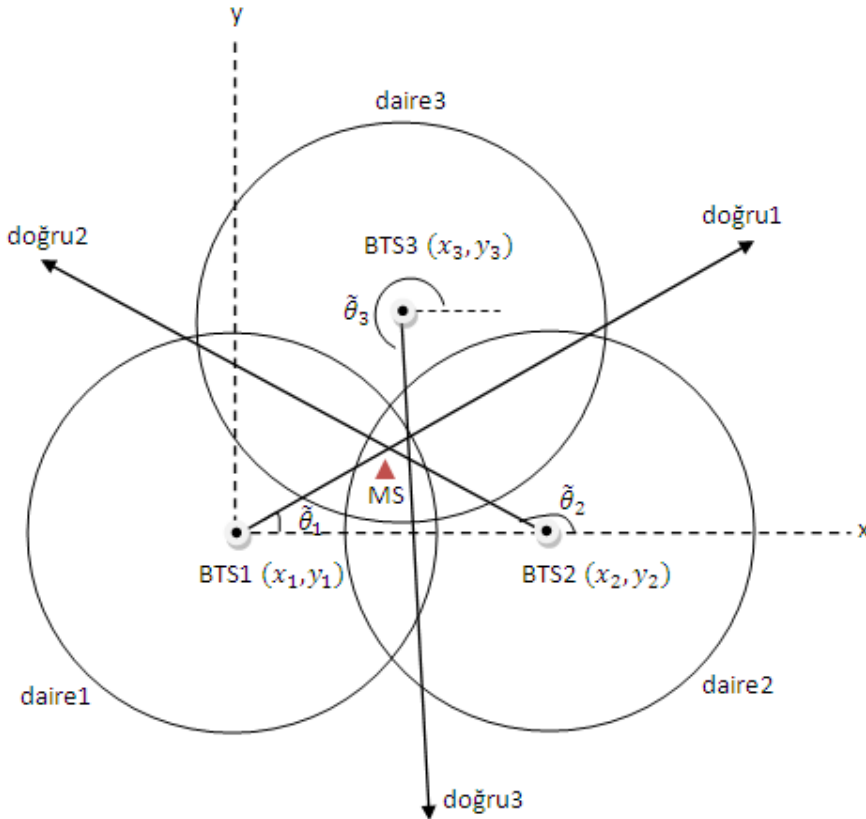


Şekil 4.10 : TOA metodunda ölçüm gürültüsü standart sapması 100m olduğunda FCC şartlarının sağlanması

BTS sayısının artmasının FCC konum belirleme doğruluk koşullarını sağlayıp sağlamadığını gösteren benzetim Şekil 4.10'da görülmektedir [26]. Gauss Ölçüm gürültüsünün standart sapmasının 100 metre olduğu kabul edilmiştir. Şekil 4.10'da görüldüğü gibi TOA benzetimi, BTS sayısı 3 iken FCC doğruluk koşulları 100 metre koşulunu sağlamazken BTS sayısı 8 yapıldığında 100 m şartını sağlar. Yani hatanın 100 metreden az olma olasılığı %67'nin altındadır. BTS sayısı 3 ve 8 iken FCC'nin 300 m doğruluk şartı sağlanmaktadır. Yani hatanın 300 metreden az hata olma olasılığı %95'nin altındadır.

4.3. Karma TOA/AOA Durumu

TOA metodundan elde edilen bilgilere AOA metodundan elde edilen açı bilgilerinin eklenmesiyle bir karma algoritma oluşturulabilir. Şekil 4.11'de 3 BTS'nin ulaşılabilir olduğu bir sistemde önceki bölümlerde bahsedilen TOA ve AOA bilgileri birleştirilmiştir.



Şekil 4.11 : Karma TOA/AOA metodu için açı ve zaman bilgileri

Şekil 4.11'e göre yarıçapı ve merkez koordinatı bilinen daire denkleminde daire denklemleri ve eğimi bilinen doğru denkleminde ise doğru denklemleri önceki bölümlerde bahsedildiği şekilde aşağıdaki gibi çıkarılabilir.

$$\text{Daire 1; } (x_m - x_1)^2 + (y_m - y_1)^2 = r_1^2 = (d_1 + n_1)^2 \quad (4.38a)$$

$$\text{Daire 2; } (x_m - x_2)^2 + (y_m - y_2)^2 = r_2^2 = (d_2 + n_2)^2 \quad (4.38b)$$

... ..

$$\text{Daire k } (x_m - x_k)^2 + (y_m - y_k)^2 = r_k^2 = (d_k + n_k)^2 \quad (4.38c)$$

$$\text{Doğru 1; } \sin(\tilde{\theta}_1) x_m - \cos(\tilde{\theta}_1) y_m = \sin(\tilde{\theta}_1) x_1 - \cos(\tilde{\theta}_1) y_1 + \eta_1 \quad (4.39a)$$

$$\text{Doğru 2; } \sin(\tilde{\theta}_2) x_m - \cos(\tilde{\theta}_2) y_m = \sin(\tilde{\theta}_2) x_2 - \cos(\tilde{\theta}_2) y_2 + \eta_2 \quad (4.39b)$$

... ..

$$\text{Doğru k; } \sin(\tilde{\theta}_k) x_m - \cos(\tilde{\theta}_k) y_m = \sin(\tilde{\theta}_k) x_k - \cos(\tilde{\theta}_k) y_k + \eta_k \quad (4.39c)$$

Daire denklemleri açıldığı zaman sırasıyla aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$x_m^2 - 2x_m x_1 + x_1^2 + y_m^2 - 2y_m y_1 + y_1^2 = r_1^2 \quad (4.40a)$$

$$x_m^2 - 2x_m x_2 + x_2^2 + y_m^2 - 2y_m y_2 + y_2^2 = r_2^2 \quad (4.40b)$$

... ..

$$x_m^2 - 2x_m x_k + x_k^2 + y_m^2 - 2y_m y_k + y_k^2 = r_k^2 \quad (4.40c)$$

Daire 1 denklemini referans kabul edilerek diğer denklemlerden çıkarılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$2x_m x_1 - 2x_m x_2 + 2y_m y_1 - 2y_m y_2 = r_2^2 - r_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2) \quad (4.41a)$$

$$2x_m x_1 - 2x_m x_3 + 2y_m y_1 - 2y_m y_3 = r_3^2 - r_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_3^2 + y_3^2) \quad (4.41b)$$

... ..

$$2x_m x_k - 2x_m x_k + 2y_m y_k - 2y_m y_k = r_k^2 - r_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) \quad (4.41c)$$

Yukarıdaki ifadeler bilinmeyen konum (x_m, y_m) 'ye göre düzenlenir ve $r_i = d_i + n_i$ yerine koyulursa sırasıyla aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$x_m(x_1 - x_2) + y_m(y_1 - y_2) = \frac{1}{2} [d_2^2 - d_1^2 + 2d_2 n_2 - 2d_1 n_1 + n_2^2 - n_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2)] \quad (4.42a)$$

AOA bilgisi, ε_k k . AOA ölçüm gürültüsü ve n_k k . TOA ölçümü gürültüsünü göstermektedir. Yukarıdaki matris çarpımları aşağıdaki gibi de gösterilebilir.

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} = \mathbf{c} + \mathbf{f} \quad (4.44)$$

$$\text{Burada, } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 & y_1 - y_2 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ \vdots & \vdots \\ x_1 - x_k & y_1 - y_k \\ \sin(\tilde{\theta}_1) & -\cos(\tilde{\theta}_1) \\ \sin(\tilde{\theta}_2) & -\cos(\tilde{\theta}_2) \\ \vdots & \vdots \\ \sin(\tilde{\theta}_k) & y_1 - y_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}[d_2^2 - d_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2) + 2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2] \\ \frac{1}{2}[d_3^2 - d_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_3^2 + y_3^2) + 2d_3n_3 - 2d_1n_1 + n_3^2 - n_1^2] \\ \vdots \\ \frac{1}{2}[d_k^2 - d_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2) + 2d_kn_k - 2d_1n_1 + n_k^2 - n_1^2] \\ \sin(\tilde{\theta}_1)x_1 - \cos(\tilde{\theta}_1)y_1 + d_1\varepsilon_1 \\ \sin(\tilde{\theta}_2)x_2 - \cos(\tilde{\theta}_2)y_2 + d_2\varepsilon_2 \\ \vdots \\ \sin(\tilde{\theta}_k)x_k - \cos(\tilde{\theta}_k)y_k + d_k\varepsilon_k \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}[d_2^2 - d_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2)] \\ \frac{1}{2}[d_3^2 - d_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_3^2 + y_3^2)] \\ \vdots \\ \frac{1}{2}[d_k^2 - d_1^2 + (x_1^2 + y_1^2) - (x_k^2 + y_k^2)] \\ \sin(\tilde{\theta}_1)x_1 - \cos(\tilde{\theta}_1)y_1 \\ \sin(\tilde{\theta}_2)x_2 - \cos(\tilde{\theta}_2)y_2 \\ \vdots \\ \sin(\tilde{\theta}_k)x_k - \cos(\tilde{\theta}_k)y_k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}[2d_2n_2 - 2d_1n_1 + n_2^2 - n_1^2] \\ \frac{1}{2}[2d_3n_3 - 2d_1n_1 + n_3^2 - n_1^2] \\ \vdots \\ \frac{1}{2}[2d_kn_k - 2d_1n_1 + n_k^2 - n_1^2] \\ d_1\varepsilon_1 \\ d_2\varepsilon_2 \\ \vdots \\ d_k\varepsilon_k \end{bmatrix}$$

şeklinindedir.

4.3.1. Karma TOA/AOA denklemlerinin LS çözümü

(4.43) ifadesindeki çarpımsal denklemlerin LS çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{x}_{LS} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{b} \quad (4.45)$$

(4.45)'teki LS çözümü TOA denklemlerinde olduğu gibi (4.44)'teki ifadeden yararlanarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{x}_{LS} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{c} + (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{f} \quad (4.46)$$

(4.46) ifadesinin gürültülü kısımları (4.47)'deki gibi ifade edilebilir.

$$\mathbf{e}_{LS} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{f} \quad (4.47)$$

Burada, $\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}[2d_2 n_2 - 2d_1 n_1 + n_2^2 - n_1^2] \\ \frac{1}{2}[2d_3 n_3 - 2d_1 n_1 + n_3^2 - n_1^2] \\ \vdots \\ \frac{1}{2}[2d_k n_k - 2d_1 n_1 + n_k^2 - n_1^2] \\ d_1 \varepsilon_1 \\ d_2 \varepsilon_2 \\ \vdots \\ d_k \varepsilon_k \end{bmatrix}$ şeklindeydi.

n_i 'li ifadeler 0 ortalamalı σ_i^2 varyanslı TOA Gauss gürültüsünü ve ε_i 'li ifadeler 0 ortalamalı σ_{ai}^2 varyanslı AOA Gauss gürültüsünü ifade etmektedirler. Gauss gürültülerinin ortalaması 0 olduğu için \mathbf{f} vektörünün ortalaması da 0'dır.

$$E[\mathbf{f}] = \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Dolayısı ile $E[\mathbf{e}_{LS}] = \mathbf{0}$ 'dır.

\mathbf{f} vektörünün kovaryansı ise aşağıdaki gibi bulunur.

$$\mathbf{P} = E[\mathbf{f}\mathbf{f}^T] = E \left[\begin{bmatrix} \frac{1}{2}[2d_2 n_2 - 2d_1 n_1 + n_2^2 - n_1^2] \\ \frac{1}{2}[2d_3 n_3 - 2d_1 n_1 + n_3^2 - n_1^2] \\ \vdots \\ \frac{1}{2}[2d_k n_k - 2d_1 n_1 + n_k^2 - n_1^2] \\ d_1 \varepsilon_1 \\ d_2 \varepsilon_2 \\ \vdots \\ d_k \varepsilon_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2}[2d_2 n_2 - 2d_1 n_1 + n_2^2 - n_1^2] \\ \frac{1}{2}[2d_3 n_3 - 2d_1 n_1 + n_3^2 - n_1^2] \\ \vdots \\ \frac{1}{2}[2d_k n_k - 2d_1 n_1 + n_k^2 - n_1^2] \\ d_1 \varepsilon_1 \\ d_2 \varepsilon_2 \\ \vdots \\ d_k \varepsilon_k \end{bmatrix}^T \right] \quad (4.49)$$

Yukarıdaki çarpım yapıлып beklenen değerler hesaplandığı zaman aşağıdaki matris elde edilir.

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1(m-1)} & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ p_{21} & p_{22} & \vdots & p_{2(m-1)} & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{(m-1)1} & p_{(m-1)2} & \dots & p_{(m-1)(m-1)} & 0 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & p_{mm} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & p_{(m+1)(m+1)} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & p_{(2m-1)(2m-1)} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Burada \mathbf{P} , m tane baz istasyonunun bulunduğu Karma TOA/AOA metodu için kovaryans matrisi, \mathbf{K} sadece TOA için kovaryans matrisi ve \mathbf{W} sadece AOA için kovaryans matrisidir. AOA ve TOA ölçümleri arasında ilişki olmadığından kovaryans matrisin ilişkisiz terimleri 0'dır. Ayrıca matrisin diğer elemanları aşağıdaki gibidir.

$$p_{11} = \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 + 4d_2^2\sigma_2^2 + 3\sigma_1^4 + 3\sigma_2^4 - 2\sigma_1^2\sigma_2^2) \quad (4.51a)$$

$$p_{12} = \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 - \sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_1^2\sigma_3^2 + \sigma_2^2\sigma_3^2 + 3\sigma_1^4) \quad (4.51b)$$

$$p_{1(m-1)} = \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 - \sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_1^2\sigma_k^2 + \sigma_2^2\sigma_k^2 + 3\sigma_1^4) \quad (4.51c)$$

$$p_{21} = \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 - \sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_1^2\sigma_3^2 + \sigma_2^2\sigma_3^2 + 3\sigma_1^4) \quad (4.51d)$$

$$p_{22} = \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 + 4d_3^2\sigma_3^2 + 3\sigma_1^4 + 3\sigma_3^4 - 2\sigma_1^2\sigma_3^2) \quad (4.51e)$$

$$p_{2(m-1)} = \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 - \sigma_3^2\sigma_k^2 - \sigma_1^2\sigma_3^2 + \sigma_3^2\sigma_k^2 + 3\sigma_1^4) \quad (4.51f)$$

$$p_{(m-1)1} = \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 - \sigma_1^2\sigma_2^2 - \sigma_1^2\sigma_k^2 + \sigma_2^2\sigma_k^2 + 3\sigma_1^4) \quad (4.51g)$$

$$p_{(m-1)2} = \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 - \sigma_1^2\sigma_3^2 - \sigma_1^2\sigma_k^2 + \sigma_3^2\sigma_k^2 + 3\sigma_1^4) \quad (4.51h)$$

$$p_{(m-1)(m-1)} = \frac{1}{4}(4d_1^2\sigma_1^2 + 4d_k^2\sigma_k^2 + 3\sigma_1^4 + 3\sigma_k^4 - 2\sigma_1^2\sigma_k^2) \quad (4.51i)$$

$$p_{mm} = d_1^2\sigma_{a1}^2 \quad (4.51j)$$

$$p_{(m+1)(m+1)} = d_2^2\sigma_{a2}^2 \quad (4.51k)$$

$$p_{(2m-1)(2m-1)} = d_k^2\sigma_{ak}^2 \quad (4.51l)$$

Yukarıda elde edilen \mathbf{P} kovaryans matrisi $\mathbf{e}_{LS} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{f}$ olduğu göz önüne alındığında teorik olarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E[\mathbf{e}_{LS}\mathbf{e}_{LS}^T] = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A}(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1} \quad (4.52)$$

4.3.2. Karma TOA/AOA denklemlerinin ML çözümü

ML çözüm, Sadece TOA metodunda olduğu gibi Karma TOA/AOA içinde yapılabilir. (4.49)'daki \mathbf{P} kovaryans matrisi aynı olmak üzere ML çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{x}_{ML} = (\mathbf{A}^T\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}^{-1}\mathbf{b} \quad (4.53)$$

(4.53) denkleminde gürültülü ve gürültüsüz kısımlar aşağıdaki gibi ayrılabilir.

$$\mathbf{x}_{ML} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{c} + \mathbf{f}) \quad (4.54a)$$

$$\mathbf{x}_{ML} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{c} + (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{f} \quad (4.54b)$$

ML çözümüne göre hatalı kısmın ifadesi (4.55)'teki gibi olur.

$$\mathbf{e}_{ML} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{f} \quad (4.55)$$

Yukarıdaki ifadenin beklenen değeri teorik olarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E[\mathbf{e}_{ML} \mathbf{e}_{ML}^T] = (\mathbf{A}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \quad (4.55)$$

Karma TOA/AOA ile ilgili benzetimler ileriki çalışmalarda yapılacaktır.

4.4. Sonuç

AOA metodunda ML çözümü, LS çözümünden daha iyi sonuç vermektedir. Açısal hata arttığında konum belirleme hata miktarı da artar. Hata miktarı artışı ile açısal gürültünün standart sapması arasında lineer bir oran vardır.

TOA metodu LS çözümünde BTS sayısı 3'ten 8'e çıkarıldığında x ve y eksenlerindeki hata yaklaşık %35 azalmaktadır. ML metodunda ise BTS sayısı 3'ten 8'e çıkarıldığında eksenlerdeki hata yaklaşık %45 azalmaktadır. TOA metodunda 100m standart sapmalı Gauss gürültüsü altında 3 BTS için FCC koşulları sağlanmazken 8 BTS için sağlanmaktadır. Ölçüm gürültüsü arttığında buna bağlı olarak da hata miktarı artmaktadır. Eksenlerdeki hata miktarı artışı ile ölçüm gürültüsünün standart sapması arasında lineer bir oran vardır.

5. SONUÇ

Bu çalışmada AOA metodu için hem LS hem de ML çözümü verilmiş ve baz istasyonu sayısına bağlı kalmaksızın genelleştirilmiştir. BTS sayısı arttırıldığında AOA metodu için ML çözümü LS çözümünden daha iyi sonuç vermektedir. Çünkü ML metodunda kovaryans matrisindeki terimler MS ile BTS arasındaki uzaklığa bağlı olduğu için ML çözümü yapılırken teorik hatayı uzaklıktan bağımsız hale getirmektedir. LS çözümü ise MS ile BTS arasındaki uzaklığa bağlı olarak kaldığından MS'den uzaktaki BTS'ler sisteme eklenirse hata miktarı artabilir. Ayrıca beklendiği gibi açisal hata arttığında hata miktarın da buna bağlı olarak arttığı benzetimlerle gösterilmiştir.

TOA ve Karma TOA/AOA konum belirleme metotları için toplam ölçüm gürültüsünü Gauss varsayılarak teorik olarak hata ifadeleri hem LS hem de ML çözümü için çıkarılmıştır. Ölçüm gürültüleri için kurtosis, skewness ve histogram testleri yapılmıştır. Bu testlerde gürültünün Gauss dağılımına çok benzediği görüldüğü için Gauss dağılımında olduğu varsayılmıştır. MATLAB programı ile benzetimler yapılmıştır. TOA metodunun teorik olarak hesaplanan konum kestirim hata miktarı ile benzetimlerden bulunmuş hata miktarı birbirine uymaktadır.

TOA metodu için ML çözümü LS çözümünden daha iyi sonuç vermektedir. ML çözümündeki kovaryans matrisinin elemanlarındaki uzaklıklar 100 metre standart sapmalı gürültü içerdiğinde de sonuç değişmemektedir. BTS sayısı arttırıldığında ML çözümündeki iyileşme LS çözümündekinden daha fazladır.

KAYNAKLAR

- [1] **Porretta, M., Nepa, P., Manara, G. ve Giannetti G.**, 2008. Location, Location, Location, *IEEE Vehicular Technology Magazine*, Vol. **3**, 20–29.
- [2] **Wang, C.-C., Liang, M.-C., Hwang, N.-L. ve Tai, S.-C.**, 2001. Mobile Location by Time Advance for GSM, *Asia-Pacific Microwave Conference 2001 (APMC 2001)*, Vol. **2**, 882-885.
- [3] **Jami, I., Ali, M., ve Ormondroyd, R. F.**, 1999. Comparison of Methods of Locating and Tracking Cellular Mobiles, *IEEE Colloquium on Novel Methods of Location and Tracking of Cellular Mobiles and Their System Applications*, 1-6.
- [4] **Chan. Y. T. ve Ho, K.C.**, 1994. A Simple and Efficient Estimator for Hyperbolic Location, *IEEE Transactions on Signal Porcessing*, Vol. **42**, 1905-1914.
- [5] **Pages-Zamora, A., Vidal, J. ve Brooks, D.H.**, 2002. Closed-form Solution for Poisitioning Based on Angle of Arrival Measurements, *IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications 2002*, Vol. **4**, 1522-1526.
- [6] **Kumar, R., Ranade, S. ve Gowda, B.**, 2010. An Effective Localization Algorithm Based on Received Signal Strength, *IEEE Aerospace Conference*, 1–8.
- [7] **Rappaport, T. S.**, 2002, *Wireless Communications: Principles and Practice*, 2nd ed., Prentice-Hall, New Jersey.
- [8] **Silventoinen, M. ve Rantalainen, T.**, 1995. Mobile Station Locating in GSM, *IEEE Wireless Communication System Symposium*, 53–59.
- [9] **Jami, M. ve Ormondroyd, R. F.**, 1999. Comparison of Methods of Locating and Tracking Cellular Mobiles, *Novel Methods of Location and Tracking of Cellular Mobiles and Their System Applications*, 1–6.
- [10] **Silventoinen, M. ve Rantalainen, T.**, 1996. Mobile Station Emergency locating in GSM, *Personel Wireless Communications*, 232–238.
- [11] **Shen, G., Zetik R. ve Thoma, R.**, 2008. Performance Comparison of TOA and TDOA Based Location Estimation Algorithms in LOS Environment, *Proceedings of the 5th Workshop on Positioning, Navigation and Communication 2008*, 71–78.
- [12] **Alam, M. N. A. ve Haque M. M.**, 2008. A Least Square Approach for TDOA/AOA Wireless Location in WCDMA System, *Computer and Information Technology 2008*, 686–690.
- [13] **Katir, A. L., Saha, R., Khan, M. A. ve Sohul, M. M.**, 2009. Locating Mobile Station using Joint TOA/AOA, *Ubiquitous Information Technologies and Applications*, 1–6.

- [14] **Gross, F. B.**, 2005. Smart Antennas for Wireless Communicatios with MATLAB, McGraw-Hill, Virginia.
- [15] **Pehlivan, H.**, 2001. GPS ile Araç Takip Sistemleri, *Yıldız Teknik Üniversitesi Yüksek Lisans Tezi*.
- [16] **Pehlivan, H. Baz, İ.**, 2007. Kablosuz İletişim Ağlarında Konum Belirleme Teknikleri ve Kullanım Alanları, *11. Türkiye Harita Bilimsel Ve Teknik Kurultayı*.
- [17] **Mazuelas, S., Lago, F. A., Gonzalez, D., Bahillo, A., Blas, J., Fernandez, P., Lorenzo, R. M. ve Abril, E. J.** 2008. Dynamic Estimation of Optimum Path Loss Model a RSS Positioning System, *Position, Location and Navigation Symposium*, 679–689.
- [18] **Chen, C. S., Su, S. L. ve Lu, C. D.**, 2010. Geometrical Positioning Approached for Mobile Location Estimation, *Information Management and Engineering (ICIME)*, 268–272.
- [19] **Chen, C, S., Su, S. L. ve Lu, C. D.**, 2010. Hybrid TOA/AOA Schemes for Mobile Location in Cellular Communication Systems, *Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2010)*, 1–6.
- [20] **Caffery, J. Jr.**, 2002. A New Approach to the Geometry of TOA Location, *Vehicular Technology conference 2000*, vol. 4, 1943–1949.
- [21] **Ouyang, R. W., Wong, A.K.S.**, 2009. An Enhanced TOA-based Wireless Location Estimation Algorithm for Dense NLOS Environments, *Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2009)*, Budapest, April 5-8.
- [22] **Venkatraman, S., Caffery, J. Jr. ve You, H. R.**, 2004. A Novel TOA Location Algorithm using LoS Range Estimation for NLoS Environments, *IEEE Transactions on Vehiular Technology*, Vol. 53, No. 5, 1515-1524.
- [23] **Venkatraman, S. ve Caffery, J. Jr.**, 2004. Hybrid TOA/AOA Techniques for Mobile Location in Non-Line-of-Sight Environments, *Wireless Communications and Networking Conference (WCNC 2004)*, 274-278.
- [24] **Jeong, Y., You, H. ve Lee, C.**, 2001. Calibration of NLOS error for positioning systems, *Vehicular Technology Conference (VTC 2001)*, Vol. 4, 2605-2608.
- [25] **Doğançay, K.**, 2004. On the bias of linear least squares algorithms for passive target localization, *Signal Processing 84 (2004)* , 475-486.
- [26] **FCC**, 2001. FCC Wireless 911 Requirements, *Fact Sheet*
- [27] **Rao, C. R., Toutenberg, H., Shalabh ve Heumann, C.**, 2008. Lineer Models and Generalizations Least Sqaures and Alternatives , 3rd Edition, Springer.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad : Yakup Şahin

Doğum Yeri ve Tarihi : Kayseri, 01.11.1987

Lisans Üniversite : İstanbul Üniversitesi