ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Oğuz ŞİMŞEK

EĞRİSEL GENİŞ BAŞLIKLI SAVAK ÜZERİNDEN GEÇEN AÇIK KANAL AKIMININ DENEYSEL VE TEORİK ANALİZİ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ADANA, 2011

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EĞRİSEL GENİŞ BAŞLIKLI SAVAK ÜZERİNDEN GEÇEN AÇIK KANAL AKIMININ DENEYSEL VE TEORİK ANALİZİ

Oğuz ŞİMŞEK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu tez ..../...../2011 Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından Oybirliği/Oyçokluğu İle Kabul Edilmiştir.

…….....	……..…….....	…….....
Doç. Dr. M. Sami AKÖZ	Prof. Dr. M. Salih KIRKGÖZ	Doç.Dr.Galip SEÇKİN
DANIŞMAN	ÜYE	ÜYE

Bu Tez Enstitümüz İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında hazırlanmıştır.
Kod No:

Prof. Dr. İlhami YEĞİNGİL
Enstitü Müdürü

Bu Çalışma Ç. Ü. Araştırma Projeleri Birimi Tarafından Desteklenmiştir.
Proje No: MMF2010YL41

ÖZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

EĞRİSEL GENİŞ BAŞLIKLI SAVAK ÜZERİNDEN GEÇEN AÇIK KANAL AKIMININ DENEYSEL VE TEORİK ANALİZİ

Oğuz ŞİMŞEK

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Danışman :Doç. Dr. M. Sami AKÖZ
Yıl: 2011, Sayfa: 109
Jüri : Doç. Dr. M. Sami AKÖZ
: Prof. Dr. M. Salih KIRKGÖZ
: Doç. Dr. Galip SEÇKİN

Bu çalışmada, eğrisel geniş başlıklı savak üzerinden geçen akımın hız alanı, iki farklı akım koşulları altında, bir boyutlu Lazer Doppler Anemometresi (LDA) kullanılarak ölçülmüştür. Deney ile aynı akım koşullarında, temel denklemler Standart k-ε, RNG k-ε, Realizable k-ε, SST ve RSM türbülans modelleri kullanılarak, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı yardımıyla çözülmüştür. Su yüzü profilinin hesabı için Akışkan hacimleri yöntemi (Volume of Fluid-VOF) yöntemi kullanılmıştır. Sayısal sonuçlar üzerinde seçilen ağ yapısının etkisini incelemek için GCI (Grid Convergence Index) yöntemi kullanılmıştır. Sayısal hesaplamalardan elde edilen akım hızları ve su yüzü profilleri, sayısal sonuçların doğrulanması bağlamında deneysel ölçümlerle karşılaştırılmıştır. Sayısal ve deneysel bulguların karşılaştırması, RNG k-ε türbülans modelinin, hız alanı ve su yüzünün hesaplamasında, bu çalışmada kullanılan diğer türbülans modellerine göre daha başarılı olduğunu göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Eğrisel Geniş başlıklı savak, LDA, Sayısal model, VOF, Hız profili

ABSTRACT

MSc THESIS

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL ANALYSIS OF OPEN CHANNEL FLOW OVER A CURVILINEAR BROAD-CRESTED WEIR

Oğuz ŞİMŞEK

UNIVERSITY OF ÇUKUROVA
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. M. Sami AKÖZ
Year: 2011, Pages: 109
Jury : Assoc. Prof. Dr. M. Sami AKÖZ
: Prof. Dr. M. Salih KIRKGÖZ
: Assoc. Prof. Dr. Galip SEÇKİN

In this study, the velocity field of the overflow a curvilinear broad crested weir is measured using a one-dimensional Laser Doppler Anemometry (LDA) for two different flow conditions. Using standard k-ε, RNG k-ε, Realizable k-ε, SST and RSM turbulence closure models, the basic equations are solved by ANSYS-Fluent package program based on finite volume method for the same experimental conditions. The volume of fluid (VOF) method is used to compute the free surface of the flow. GCI (Grid Convergence Index) is performed to examine the effect of the selected grid structure on the numerical results. The numerical results for the velocity field and flow profiles are compared with the experimental results for validation purposes. The comparisons of the numerical and experimental results show that the numerical simulation using the RNG k–ε turbulence closure model predicts the velocity field and free surface profile more accurately compared to those of the other turbulence models used in the present study.

Keywords: *Curvilinear Broad-crested weir, LDA, Numerical model, VOF, Velocity profile*

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim süresince, çalışmalarıma yön veren, bilgi ve tecrübesini paylaşan, zamanını ve güler yüzünü benden esirgemeyen Sayın Hocam, Doç Dr. M. Sami AKÖZ'e en başta teşekkür etmeyi bir borç bilirim.

Değerli katkılarından dolayı Sayın Prof. Dr. M. Salih KIRKGÖZ'e teşekkür ederim.

Desteklerinden dolayı Arş. Görevlileri, M. Eyyüp KAVŞUT ve Baki BAĞRIAÇIK'a teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitimim boyunca çalışmamda her an yanımda olan tecrübesini, bilgisini ve yardımlarını benden esirgemeyen Sayın Arş. Gör. Veysel GÜMÜŞ' e ayrıca teşekkür ederim

Laboratuvar çalışmalarımda, bana yardımcı olan Mühendislik Mimarlık Fakültesi yüksek lisans öğrencisi Harun BAL' a teşekkür ederim.

Yüksek lisans çalışmalarım esnasında tüm bölüm olanaklarından yararlanmamı sağlayan Ç.Ü. Mühendislik Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölüm Başkanlığı'na, maddi destek veren Ç.Ü. Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi'ne (Proje no: MMF2010YL41) içten teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak, hayatımın her aşamasında yanımda olan ve benden desteklerini esirgemeyen değerli aileme teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER **SAYFA**

ÇİZELGELER DİZİNİ **SAYFA**

ŞEKİLLER DİZİNİ **SAYFA**

SİMGELER VE KISALTMALAR

a : İvme

A : 1/κ

C : Türbülans modeli sabiti

CFD : Hesaplamalı akışkanlar dinamiği

D : Difüzyon terimi

d : Mesh yüksekliği

e : Hız farkı

F : Kuvvet

Fr : Froude sayısı

$\vec{f}$: Birim hacme gelen dış kuvvet

$\vec{f}_k$: Birim hacme gelen bileşke kütlesel kuvvet

$\vec{f}_y$: Birim hacme gelen bileşke yüzeysel kuvvet

g : Yer çekimi ivmesi

G : Türbülans kinetik enerji üretim miktarı

GCI : Grid Convergence Index

I : Türbülans şiddeti

h_0 : Su yüksekliği

HAD : Hesaplamalı akışkanlar dinamiği

k : Türbülans kinetik enerjisi

$\vec{K}$: Kütlesel kuvvetlerin bileşkesi

LDA. : Lazer doppler anemometresi

l_m : Uzunluk ölçeği

m : Kütle

N : Değer adeti

OKH : Ortalama karesel hata

P : Basınç

$\bar{p}$: Basınç ortalaması

p' : Basınç sapıncı

PIV : Particle image velocimetry

Q : Debi

r : Mesh yükseklikleri oranı

R : Hidrolik yarıçap

Re : Reynolds sayısı

RKE : Realizable k-ε türbülans modeli

RNG : Renormalization Group k-ε türbülans modeli

RSM : Reynolds Stress türbülans modeli

SKE : Standart k-ε türbülans modeli

SST : Shear Stress Transport k-w türbülans modeli

S_{ij} : Şekil değiştirme hızı tansörü

t : Zaman

T : Periyod

$\vec{T}$: Gerilme vektörü

u : x yönündeki akım hızı

$\bar{u}$: x yönündeki ortalama akım hızı

u' : x yönündeki hız sapıncı

u^* : Kayma hızı

v : y yönündeki akım hızı

V : Bileşke hız

$\bar{v}$: y yönündeki ortalama akım hızı

v' : y yönündeki hız sapıncı

VOF : Akışkan hacimleri yöntemi

w : z yönündeki akım hızı

$\bar{w}$: z yönündeki ortalama akım hızı

w' : z yönündeki hız sapıncı

ω : açısal hız

X : x doğrultusunda etkiyen kütlesel kuvvet

Y : y doğrultusunda etkiyen kütlesel kuvvet

Z : z doğrultusunda etkiyen kütlesel kuvvet

τ : Kayma gerilmesi

ρ : Suyun özgül kütlesi

υ : Suyun kinematik viskozitesi

Δt : Zamandaki değişim miktarı

σ : Basınç gerilmesi

$\bar{\sigma}$: Ortalama basınç gerilmesi

μ : Dinamik viskozite

μ_t : Türbülans viskozitesi

$\mu_{t,2layer}$: Viskoziteden etkilenen bölgedeki türbülans viskozitesi

δ_{ij} : Kronecker delta

ε : Kinetik enerji kayıp oranı

$\underline{\tau}^{\varsigma}$: Çalkantı gerilme tansörü

Γ : Difüzivite terimi

η : Türbülans kinetik enerjisinin üretimi ve kayıp oranının fonksiyonu

β : Türbülans modeli sabiti

a : Efektif Prandtl sayılarının tersi

$\tilde{\Omega}_{ij}$: Dönme miktarı

κ : von-Karman sabiti

φ : Basınç uzatma terimi

δ : Sınır tabakası yüksekiği

λ_ε : Geçiş fonksiyonu

1. GİRİŞ

Geniş başlıklı savaklar, açık kanallarda veya akarsularda su akımını kontrol etmek, su seviyesini düzenlemek ve debi ölçümü amaçlarıyla kullanılan su yapılarındandır. Akarsu yatağını yada kanal kesitini kapatacak şekilde tasarlanan geniş başlıklı savakların dikdörtgen, üçgen, trapez ve eğrisel kesite sahip tipleri mevcuttur.

Geniş başlıklı bir savak, akım ortamına yerleştirildiğinde, kritik-altı rejimden kritik-üstü rejime geçiş süreci ile birlikte, hızlı değişen akım koşullarının oluştuğu karmaşık akım yapısı ortaya çıkacaktır. Buna bağlı olarak, özellikle kısa ve yuvarlatılmış kret yapısına sahip olan savaklarda, akım çizgilerinin eğriselliğinden dolayı geçiş bölgesi civarında, hidrostatik olmayan basınç dağılımları meydana gelecektir. Akım ile etkileşime giren bu tür yapıların tasarımını gerçekleştirebilmek için akım profilinin, hız ve basınç alanlarının doğru bir şekilde tahmin edilmesinin önemi büyüktür. Geniş başlıklı savaklar gibi kontrol yapıları ile etkileşim içinde olan akımların analizleri, fiziksel model deneyleri ile gerçekleştirilebilmektedir. Laboratuvar ortamında gerçekleştirilen yapı-akım etkileşimi ile ilgili model çalışmaları, öngörülen performans ölçütlerinin sağlanıp sağlanmadığı hakkında önemli bilgilerin edinilmesine yardımcı olmakla birlikte, ölçek etkilerinden kaynaklanan bazı kaçınılmaz hataların sonuçlara yansıdığı da bilinen bir gerçektir. Diğer taraftan, suyun hareketini idare eden denklemlerin analitik çözümlerini elde etmek, bu denklemlerin viskozite ve türbülans ifadeleri içermesinden dolayı bazı basit ve sınırları geometrik olan akım problemleri dışında oldukça zordur. Bununla birlikte, bu tür problemlerin teorik analizleri, çeşitli sayısal metotlar kullanılmak suretiyle yaklaşık olarak yapılabilmektedir. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (Computational Fluid Dynamics-CFD) yöntemlerinde kaydedilen gelişmeler, geniş başlıklı savak üzerinden geçen akımda olduğu gibi, su-yapı etkileşiminin söz konusu olduğu açık kanal akımlarının analizinde önemli kolaylıklar ve hızlı çözümlere olanak sağlamaktadır. Bu şekilde, birçok su yapısı tasarımının CFD ile gerçekleştirilmesi günümüzde mümkün hale gelmiştir. Buna ilave olarak, sayısal modelleme ile akım probleminin çok daha kısa sürede ve ekonomik olarak çözülerek

akım hakkında her türlü bilginin elde edilebilir olması, analiz ve tasarım işlemlerinin farklı koşullar altında hızlı biçimde tekrarlanmasına ve sonuçlandırılmasına da imkân tanımaktadır.

Bu çalışmada, laboratuvar kanalına yerleştirilmiş eğrisel geniş başlıklı savak ile etkileşim halindeki serbest yüzeyli akımın hız alanı, iki farklı debi durumu için, *Laser Doppler Anemometry* (LDA) tekniği ile ölçülmüştür. Sonlu hacimler yöntemine dayalı olarak geliştirilen ANSYS-Fluent paket programı yardımıyla akımı idare eden temel denklemler, beş farklı türbülans modeli kullanılarak çözülmüştür. Su yüzünün teorik olarak belirlenmesinde Akışkan Hacimleri (*Volume of Fluid*-VOF) yöntemi kullanılmıştır. Sayısal modellerden elde edilen akım hızları ve su yüzü profilleri, deneysel olarak ölçülen hız ve su yüzü profilleri ile karşılaştırılmıştır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Eğrisel geniş başlıklı savak üzerinden geçen akımda olduğu gibi, su-yapı etkileşimin söz konusu olduğu açık kanal akımların analizi ile ilgili birçok deneysel ve teorik çalışma yapılmıştır.

Boutros ve ark. (1987), tabanı düzgün olmayan bir kanalda serbest akım yüzeyini incelemek amacıyla teorik çalışma yapmışlar, Schwarz-Chridtoffel transformasyonu ve karışık sınır değer problemi için kullanılan Hilbert çözümünden yararlanarak serbest yüzey profillerini hesap etmişlerdir.

Ramamurthy ve ark. (1987), keskin kenarlı savak üzerinden geçen iki boyutlu akımın özelliklerini irdelemek amacıyla deneysel çalışma yapmışlar, krete yakın bölgedeki hız ve basınç dağılımlarını incelemişlerdir. Elde ettikleri deneysel bulgulardan, C_d debi katsayısının H/P boyutsuz büyüklüğüne bağlı olarak değiştiğini göstermişlerdir. Burada H savak membasındaki su derinliği, P savak yüksekliğidir.

Faltas ve ark. (1989), trapez kesitli geniş başlıklı savak üzerinden geçen akımın özelliklerini teorik olarak incelemişlerdir. Elde ettikleri bulguları, farklı Froude sayıları ve taban şekilleri için yapılmış deneysel çalışmadan elde edilen ölçümlerle karşılaştırmışlar, Froude sayısı ile memba su derinliğinin akım karakteristikleri üzerindeki etkilerini araştırmışlardır.

Hager ve Schwalt (1994), yaptıkları çalışmada, geniş başlıklı savak üzerinden geçen akımın özelliklerini deneysel olarak incelemişlerdir. Farklı debilerde gerçekleştirdikleri çalışmaların neticesinde, savak üzerindeki akım yapılarının basınç ve hız dağılımları açısından birbirlerine benzer özellikler gösterdiğini tespit etmişlerdir.

Aköz (1996), potansiyel akımların analizi ile ilgili teorik ve deneysel çalışma yapmıştır. Bu amaçla, laboratuvarda modellediği kapak arkasındaki hız alanını muline ile ölçmüş; deneysel ölçümleri sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemlerinden elde ettiği sayısal bulgularla karşılaştırmıştır.

Wen ve ark. (1997), geometrisi karmaşık olan iki boyutlu düzenli ve sıkışmayan serbest yüzeyli akımlar ile ilgili deneysel ve teorik çalışmalar gerçekleştirmişlerdir. Karmaşık geometriye sahip akım bölgesi için geliştirdikleri

sınır integral yönteminden buldukları sonuçları, deneysel olarak ölçtükleri bulgularla karşılaştırarak serbest akım yüzeyinin profilini yaklaşık olarak belirlemeye çalışmışlardır.

Montes (1997), sürtünmesiz akım kabulü ile düzlemsel kapak altından geçen akım için sayısal bir çözüm yöntemi geliştirmiş, deneysel ve sayısal daralma katsayıları arasındaki farklılıkları incelemiştir. Sayısal su yüzü profili ile akım alanının farklı kesitlerinde hesap edilen hız ve basınç dağılımlarının, deneysel ölçümlerle büyük ölçüde uyum içinde olduğunu belirtmiştir.

Chanson ve Montes (1998), laboratuvarda modelledikleri dairesel savak üzerinden geçen akım ile ilgili yapmış oldukları deneysel çalışmada, savak yarıçapı ve yüksekliği gibi yapısal özellikler ile memba su derinliğinin akım karakteristikleri üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Elde ettikleri bulgulardan, savak üzerinden geçen akım profilinin büyük ölçüde memba koşullarından etkilendiği sonucuna ulaşmışlardır.

Johnson (1998), farklı savak tipleri için debi katsayılarını belirlemeye yönelik deneysel çalışma yapmıştır. Savak yükü ve yapı geometrisine bağlı olarak yapılacak savak sınıflandırılmasının daha doğru olacağını rapor etmiştir. Ayrıca, H_t/W oranının, yapı üzerinden geçen akımın debisini idare eden önemli parametre olduğunu göstermiştir. Burada H_t toplam enerji yüksekliğini, W kret kalınlığını temsil etmektedir.

Roth ve Hager (1999), kapak altından geçen akım ile ilgili yapmış oldukları deneysel ve teorik çalışmada, viskozite ve yüzeysel gerilmenin akım karakteristikleri üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Kapak üzerinde oluşan basınç dağılımı ile akım alanının farklı kesitlerindeki hız dağılımlarını, sürtünmesiz akım koşulları için elde etmişler; enerji kayıplarının ihmal edilmesinden dolayı, sayısal daralma katsayılarının deneysel değerlerden daha büyük çıktığını belirtmişlerdir. Ayrıca kapağın hemen membasında görülen durma noktasındaki köşe çevrintisi oluşumunu da irdelemişlerdir.

Choi ve Kim (2000), yapmış oldukları çalışmada, Ogee profilli savak üzerinden geçen akımın debisini, savak üzerindeki hız ve basınç dağılımlarını ve buna ilave olarak akım profillerini sonlu elemanlar yöntemi kullanarak sayısal olarak

hesap etmişlerdir. Çevrintisiz ve sıkışmayan akım kabulü ile yapmış oldukları hesaplamalardan elde ettikleri bulguları, USACE (U.S Army Corps of Engineers) test sonuçları ile karşılaştırmışlar, deneysel ve sayısal bulguların birbirleriyle oldukça uyumlu olduklarını gözlemlemişlerdir.

Assy (2001), savak üzerine yerleştirilen bir kapak vasıtasıyla oluşturulan kontrollü ve kontrolsüz savak akımının sayısal analizi için sonlu farklar yöntemine dayalı bir çözüm yöntemi sunmuştur. Çevrintisiz akım kabulü ile geliştirmiş olduğu sayısal yöntemde, akım alanın tüm hesap noktalarında akım fonksiyonunu hesap etmiş ve buna bağlı olarak da hız alanını belirlemiştir. Ayrıca su yüzü profili, debi katsayısı ve basınç alanlarını da sayısal olarak elde etmiştir.

Behr (2001), şüt kanalının sonundaki enerji kırıcı yapının tasarımı için dolu savak üzerinden geçen akımın özelliklerini sayısal olarak irdelemiştir. Navier-Stokes denklemlerini, sonlu elemanlar yöntemine dayalı bir CFD yazılımı kullanarak çözmüş, su yüzü profilini ve hız alanını teorik olarak belirlemiştir.

Chen ve ark. (2002), basamaklı dolu savak üzerinden geçen akım profilini sayısal olarak modellemişler ve elde ettikleri bulguları deneysel ölçümlerle karşılaştırmışlardır. Akımı idare eden temel denklemler standart k-ε türbülans modeli kullanılarak çözülmüş, su yüzünün teorik olarak belirlenmesinde VOF yöntemi kullanılmıştır. Düşüm bölgesinde görülen çok az farklılıkların dışında deneysel ve sayısal akım profillerinin oldukça uyumlu olduğu rapor edilmiştir.

Sarker ve Rhodes (2003), laboratuvar kanalına yerleştirilmiş dikdörtgen kesitli geniş başlıklı bir savak ile etkileşim halindeki serbest yüzeyli akımın özelliklerini deneysel ve teorik olarak irdelemişlerdir. Bir CFD yazılımı olan, sonlu hacimler yöntemine dayalı Fluent paket programı ile akımı idare eden temel denklemler sayısal olarak çözülmüştür. Türbülans viskozitesinin hesabında standart k-ε türbülans kapama modeli kullanılmıştır. Sayısal su yüzü profilleri deneysel bulgular ile karşılaştırılmış ve birbirleriyle uyumlu olduğu görülmüştür.

Ghodsian (2003), yan kapak akımlarının hidrolik karakteristiklerini belirlemek amacıyla deneysel çalışma yapmıştır. Enerji yüksekliğinin yan kapak boyunca sabit kaldığı kabulüyle, yan kapaklar için debi katsayısının, Froude sayısı ve memba derinliğinin kapak açıklığına oranı ile olan ilişkisini tespit etmeye çalışmıştır.

Ashgriz ve ark. (2004), açık kanal içine yerleştirilen yarım silindirik bir yapı üzerinden geçen akımı sayısal olarak modellemişler; temel denklemlerin sayısal çözümlerini, sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS programını kullanarak elde etmişlerdir. Su yüzü profillerinin hesabı için VOF metodunu kullanmışlardır. Akım alanındaki teorik basınç ve hız dağılımlarını elde ederek grafiksel olarak sunmuşlardır.

Nguyen ve Nestmann (2004), Avrupa'nın önemli akarsularından olan ve 1320 km uzunluğundaki Rhine akarsuyunun profilini, VOF yöntemi kullanarak sayısal olarak hesap etmişlerdir. Türbülanslı akımın hareketini idare eden denklemleri standart k-ε modeli kullanarak sayısal olarak çözmüşler, farklı kesitlerdeki akım hızlarının derinlikle değişimlerini teorik olarak irdelemişlerdir.

Chatila ve Tabbara (2004), Ogee profilli savakların hidrolik özelliklerini farklı akım koşulları altında deneysel ve teorik olarak incelemişlerdir. Sonlu elemanlar yöntemine dayalı çözüm yapan ADINA paket programı kullanılarak elde edilen sayısal su yüzü profilleri, laboratuarda ölçülen su yüzü profilleri ile karşılaştırılmış, deneysel ve teorik profillerin uyum içinde olduğu görülmüştür.

Şeker (2006), modellemiş olduğu üçgen bir savak arkasındaki akımın hızlarını deneysel ve teorik olarak karşılaştırmıştır. Hız alanı, parçacık görüntülemeli hız ölçümü (PIV) tekniği ile ölçülmüş ve elde edilen deneysel bulgular, sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS paket programından elde edilen sayısal bulgularla karşılaştırılmıştır. Serbest su yüzünün hesabında VOF yöntemi kullanılmıştır. Yapılan karşılaştırmalar neticesinde, deneysel ve sayısal akım hızları ile su yüzü profillerinin birbirleri ile uyumlu oldukları görülmüştür.

Kırkgöz ve ark.(2006), dikdörtgen ve üçgen kesite sahip geniş başlıklı savaklar ile etkileşim halindeki iki-boyutlu açık kanal akımını deneysel ve sayısal olarak analiz etmişlerdir. Temel denklemleri, standart k-ε ve k-ω türbülans modelleri kullanarak sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS-Flotran ile çözmüşlerdir. Su yüzü profilinin hesabında VOF yöntemini kullanmışlardır. Sayısal olarak hesap edilen hız profillerini, PIV tekniği ile ölçülen hız profilleri ile karşılaştırmışlar, k-ω türbülans modelinin deneysel sonuçlara daha yakın olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Ayrıca, farklı yoğunluklara sahip ağ yapıları kullanarak ağ yapısının sayısal sonuçlar üzerindeki etkisini de incelemişlerdir.

Öner ve ark. (2007), açık kanal içerisine yerleştirdikleri dikdörtgen geniş başlıklı bir savak üzerinden geçen iki-boyutlu açık kanal akımını teorik ve deneysel olarak irdelemişlerdir. Hız alanını deneysel olarak PIV hız ölçme tekniği ile ölçmüşlerdir. Hareket denklemlerinin sayısal çözümlerini, sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS-Flotran ile elde etmişler, serbest su yüzünün hesabını VOF yöntemi ile gerçekleştirmişlerdir. Sayısal modellemede türbülans viskozitesinin hesabı için üç farklı türbülans kapama modeli kullanmışlardır: Standart k-ε, standart k-ω ve SST. Hesap edilen akım hızları ve su yüzü profillerini deneysel ölçümlerle karşılaştırmışlar ve standart k-ω türbülans modeli kullanılarak elde edilen bulguların, deneysel bulgularla son derece uyumlu olduklarını tespit etmişlerdir.

Aköz ve ark. (2009), düşey bir kapak altından geçen iki-boyutlu açık kanal akımında hız alanını, standart k-ε ve standart k-ω türbülans modellerini kullanarak ANSYS-Flotran ile sayısal olarak elde etmişlerdir. Su yüzü profilini hesap etmek için VOF yöntemini kullanmışlardır. Sekiz farklı mesh yapısını test etmek suretiyle, hesaplama ağ yoğunluğunun sayısal çözümler üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Sayısal bulgularla karşılaştırmak amacıyla kapak arkasındaki akımın hız alanını, PIV yöntemi ile deneysel olarak ölçmüşlerdir. Elde ettikleri sayısal ve deneysel sonuçlar, standart k-ε türbülans modelinin deney sonuçlarıyla daha uyumlu olduğunu ortaya koymuştur.

Kırkgöz ve ark. (2009), açık kanal içerisinde katı sınıra yakın dairesel silindir ile etkileşim halindeki iki-boyutlu türbülanslı akımın özelliklerini deneysel ve teorik olarak irdelemişlerdir. Silindir etrafındaki akımın hız alanı PIV tekniği ile deneysel olarak ölçülmüştür. Standart k-ε, standart k-ω ve SST türbülans modelleri kullanılarak üç farklı ağ yapısı için sayısal çözümler elde edilmiştir. Deneysel ve sayısal bulguların karşılaştırmalarından, standart k-ω ve SST türbülans modelleri kullanılarak elde edilen sayısal bulguların, deney bulgularına daha yakın olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

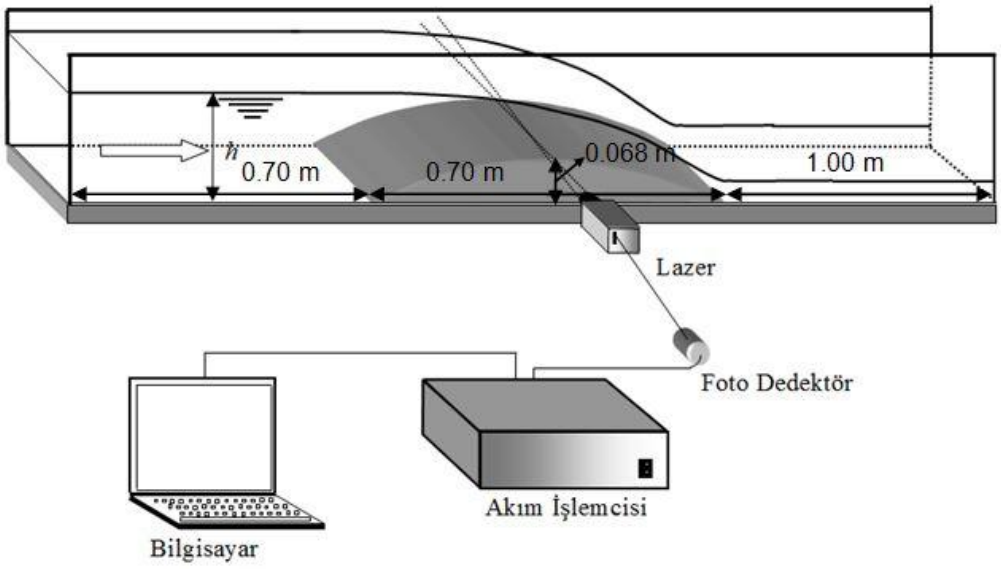
3. DENEY DÜZENEĞİ

3.1. Deney Düzeneği

Deneyler Çukurova Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü hidrolik laboratuvarındaki kapalı çevrim olarak çalışan Şekil 3.1.'deki açık kanal düzeneğinde gerçekleştirilmiştir. Şekil 3.2.' de şematik olarak da verilmiş olan kanal düzeneği 0.2 m genişlik, 0.20 m derinlik ve 2.4 m uzunluğundaki açık su kanalından oluşmaktadır. Kanal tabanı ve yan yüzeyler 5mm kalınlığındaki saydam cam malzemeden yapılmış, böylece ölçümler için pürüzsüz ve saydam bir yüzey elde edilmiştir. Suyun girişteki hazneden üniform olarak çıkmasını sağlamak için, suyun giriş bölgesine akışı düzenlemek için filtreler yerleştirilmiştir. Böylece kanal girişinde suyun mümkün olduğu kadar çalkantısız ve düzenli olarak girmesi sağlanmıştır.

Şekil 3.1. Deney kanalının genel görünümü

Eğrisel geniş başlıklı savak, Şekil 3.2.'de de görüldüğü gibi, kanal başlangıçından 0.7 m uzaklığa, kanal kesitini kapatacak şekilde yerleştirilmiştir. Savak yapısının kret yüksekliği 0.068 m dir.



Şekil 3.2. Deney düzeninin şematik gösterimi ve LDA yerleşimi

Şekil 3.2.'de şematik görünümü verilen test alanındaki deneyler iki farklı debi, Q_1=0.00546 m^3/s ve Q_2=0.00824 m^3/s durumları için gerçekleştirilmiştir. Akım debisi Q_1=0.00546 m^3/s (Durum 1) için memba su derinliği h_o=0.126 m olarak ölçülmüştür. Kesit ortalama hızı V_o =0.22096 m/s, memba akımında Froude sayısı Fr_o ($=V_o/(gh_o)^{1/2}$)= 0.1987 ve Reynolds sayısı Re_o ($=4V_oR_o/\nu$)=18000'dür (R_o hidrolik yarıçap ve *n* kinematik viskozitedir). Q_2=0.00824 (Durum 2) için su derinliği h_o=0.146 m, kesit ortalama hızı V_o =0.28812 m/s, Froude sayısı Fr_o = 0.2407 ve Reynolds sayısı Re_o=24000'dir.

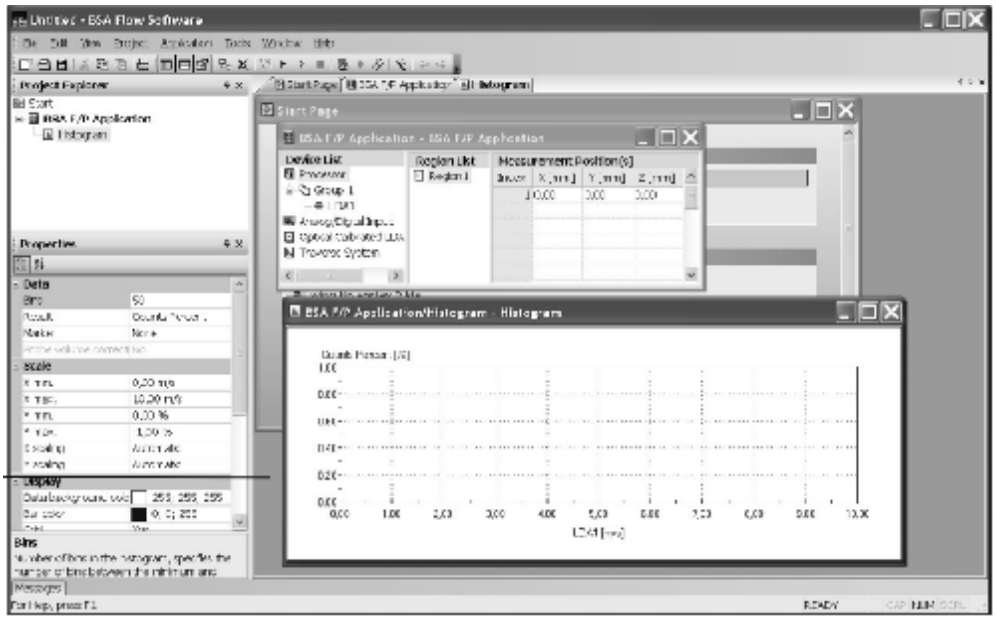
Hız ölçümleri Laser Doppler Anenometry (LDA) tekniği kullanan bir ölçüm sistemi (DANTEC LDA) ile gerçekleştirilmiştir Şekil.3.2..

3.1.1. Lazer Doppler Anemometresi (LDA) Tekniği İle Akım Hızının Ölçülmesi

Akımın yapısını belirlemek için yapılan deneylerde kızgın-tel (hot-wire), kızgın-film (hot-film), PIV ve LDA anlık hızların ölçülmesinde yaygın olarak kullanılan cihazlardır. Bu cihazlardan kızgın tel ve kızgın film, kullanımları sırasında akışkan içerisine bir ölçüm ucu sokularak akım rahatsız edilmektedir. PIV yöntemi, akımı rahatsız etmeden, hassas bir şekilde, aynı anda düzlemsel bir bölgedeki anlık hızları ölçerek akım karakteristiklerini belirlemektedir. LDA ise aynı anda sadece tek bir noktada ölçüm yapabilmektedir. Deney alanında farklı zamanlarda tek bir noktada yapılan ölçümlerle akım alanının özelliklerinin belirlenmesi ise özellikle ayrılmış akım bölgeleri ve karmaşık yapıya sahip akımların yapısını tanımlamada yetersiz kalabilmektedir. Bununla birlikte LDA, katı sınıra yakın bölgedeki noktasal hızların belirlenmesinde, bir başka ifade ile sınır tabakası bölgesindeki hız profilinin daha hassas bir şekilde elde edilmesi hususunda PIV ölçüm tekniğine göre üstünlük göstermektedir.

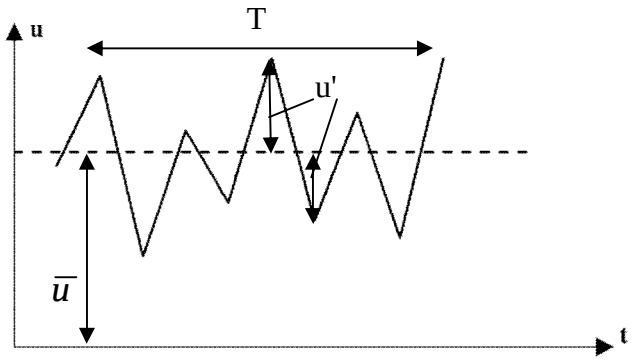
Lazer doppler anemometre, lazer ışığını kullanarak tek bir noktadaki hızı belirler. O noktadaki hız bileşenlerini kısa sürede birbirini takip eden yüzlerce ölçüm sonucunda belirler. LDA, akışkan içerisinde hareket eden küçük parçacıklar ile yayılan lazer ışınının doppler frekansındaki değişimini tespit ederek hız ölçümünü gerçekleştirir. Lazer anemometresi bir mercek tarafından kırılan ışınların ölçüm yapılan noktada odaklanması prensibi ile çalışır. Işın üreticiden çıkan ve mercek vasıtasıyla kırılan ışınlar hızın ölçüleceği noktaya odaklanır. Foto detektör tarafından toplanan ölçümsel bilgiler, akım işlemcisi tarafından anlık olarak BSA Flow Software yazılımına aktarılır Şekil 3.3.. Laser Doppler Anemometresinin çalışma prensiplerine ait daha geniş bilgi Durst ve ark (1981), Goldstein (1983), Ardıçlıoğlu (1994), tarafından verilmiştir.

Laser Doppler Anemometresi, Şekil 3.1.'de görüldüğü gibi, üç doğrultuda hareket kabiliyetine sahip bir çerçeve sistemine yerleştirilmiştir. Bu sistemin üzerinde yer alan hareket kolları vasıtasıyla, akım alanın istenilen mesafe ve derinliğindeki bir noktadan, anlık hızların doğru bir şekilde elde edilmesi mümkün hale gelmiştir.



Şekil 3.3. BSA Flow Software yazılımının ekran görüntüsü

Bu çalışmada eğrisel geniş başlıklı savak akımında anlık akım hızları, kanal ekseni boyunca Dantec® LDA 62N04 bir boyutlu akımölçer kullanılarak elde edilmiştir. Lazer dalga uzunluğu 660nm, lazer demetleri arasındaki mesafe 60 mm ve ölçülebilen hız sapınçları 0.7 μm/s den 4.6 mm/s' ye kadar değişebilmektedir. LDA sisteminde, foto detektör ile birlikte BSA F30 (62N60) tipi akım işlemcisi kullanılmıştır. Ayrıca anlık ölçülen hızların prosesi, analizi ve grafiksel olarak işlenmesi Dantec LDA sistemi içinde yer alan BSA-Flow yazılımı ile gerçekleştirilmiştir Şekil 3.3..



Şekil 3.4. Türbülanslı akımda ortalama hızın tespiti

Ölçüm noktasında, hızın bir T periyodu içerisinde anlık hız değerleri alınmaktadır. T integrasyon zamanı olup bu çalışmada 60 sn olarak seçilmiştir Şekil 3.4.. Zaman ortalamalı hız büyüklükleri, anlık hız ölçümlerinin prosesi sonrasında elde edilmektedir. Ayrıca anlık hız değerleri ölçüldüğünden u' ve buna bağlı türbülans şiddeti değerleri de elde edilebilmektedir. Anlık akım hızı u, ortalama akım hızı $\bar{u}$ ve hız sapıncı u' arasındaki ilişki aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$u = \bar{u} + u' \tag{3.1.}$$

$$\bar{u} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} u \tag{3.2.}$$

$$u_{RSM} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(u-\bar{u})^2} \tag{3.3.}$$

Burada N hız numunesi sayısıdır.

4. TEMEL DENKLEMLER VE TÜRBÜLANS MODELLERİ

4.1. TEMEL DENKLEMLER

4.1.1 Sıkışmayan Türbülanslı Akımda Süreklilik Denklemi

Sıkışmayan, türbülanslı akımda $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$ ve $w = \bar{w} + w'$ anlık hız bileşenlerini $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$ denkleminde yerine yazalım:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{u} + u'\right) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{v} + v') + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{w} + w') = 0 \text{ veya } \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \qquad (4.1.)$$

Bir Δt zaman aralığı için (4.1.) denkleminin zamansal ortalamasını alalım. Örnek olarak birinci terimin zamansal ortalaması alınırsa:

$$\overline{\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{u} + u'\right)} = \frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{u} + u'\right)\right]dt = \frac{\partial}{\partial x}\underbrace{\left[\frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t}\left(\bar{u} + u'\right)dt\right]}_{\bar{u}} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \qquad (4.2)$$

elde edilir. Benzer şekilde, diğer terimlerin de zamansal ortalamaları alınırsa (4.1) süreklilik denkleminin zamansal ortalaması aşağıdaki gibi olur:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \text{ veya } \operatorname{div}\bar{V} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (4.3.)$$

(4.1.) denkleminden (4.3.) denklemi çıkarılırsa:

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \text{ veya } \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0 \qquad (4.4.)$$

elde edilir ki (4.3.) ve (4.4.) denklemlerinden, ortalama hız bileşenleri ve türbülans hız sapınçlarının aynı süreklilik denklemini sağladığı görülmektedir.

4.1.2. Sıkışmayan Akımlar İçin Hareket Denklemi

Kartezyen koordinatlarda bir akım alanı içinde dx, dy, dz boyutlu bir elemanter bir kontrol hacmi içindeki sistem için Newton'un 2° kanunu;

$$\sum \mathbf{r}Fs = \frac{d\mathbf{r}Ms}{dt} = \frac{d}{dt}\int_s \mathbf{r}V dm = \int_s \frac{d\mathbf{r}V}{dt} dm \qquad (4.5.)$$

veya elemanter bir dm sistem kütlesi için bu ifadeyi aşağıdaki gibi yazabiliriz;

$$\sum \mathbf{r}Fs = dm\frac{d\mathbf{r}V}{dt} = \mathbf{r}a dm \qquad (4.6.)$$

Eşitliğin sağ tarafında ki ivmeyi hesaplamak üzere, t anında (x,y,z) noktasında bulunan bir akışkan parçasının hızı

$$\mathbf{r}V_t = \mathbf{r}V(x, y, z, t) \qquad (4.7.)$$

dt zamanı sonunda akışkanın yeni hızı

$$\mathbf{r}V_{t+dt} = \mathbf{r}V(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt) = \mathbf{r}V_t + d\mathbf{r}V \qquad (4.8.)$$

olacaktır.

(x, y, z) ve (x+dx, y+dy, z+dz) noktaları arasında hızdaki değişme

$$d\mathbf{r}V = \frac{\partial \mathbf{r}V}{\partial x}dx + \frac{\partial \mathbf{r}V}{\partial y}dy + \frac{\partial \mathbf{r}V}{\partial z}dz + \frac{\partial \mathbf{r}V}{\partial t}dt \qquad (4.9.)$$

t ye göre türev alınırsa;

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z}\frac{dz}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \qquad (4.10.)$$

$\frac{dx}{dt} = u$, $\frac{dy}{dt} = v$, $\frac{dz}{dt} = w$ kullanılırsa toplam ivme;

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = u\frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{V}}{\partial z} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \qquad (4.11.)$$

$\sum \vec{F}s = dm\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a}.dm$ ifadesinin tamamlanabilmesi için eşitliğin sol tarafının yani sisteme etkiyen dış kuvvetlerin belirlenmesi gerekir. Bunlar kütlesel ve yüzeysel kuvvetlerdir. Akıma etkiyen kuvvetler, kütlesel, yüzeysel, basınç ve kayma kuvvetleri olarak sıralanır, buna göre;

Kütlesel Kuvvetler: Birim kütleye x, y, z doğrultularında etkiyen kütlesel kuvvetler X, Y, Z ise bunların bileşkesi

$$\vec{K} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} \qquad (4.12.)$$

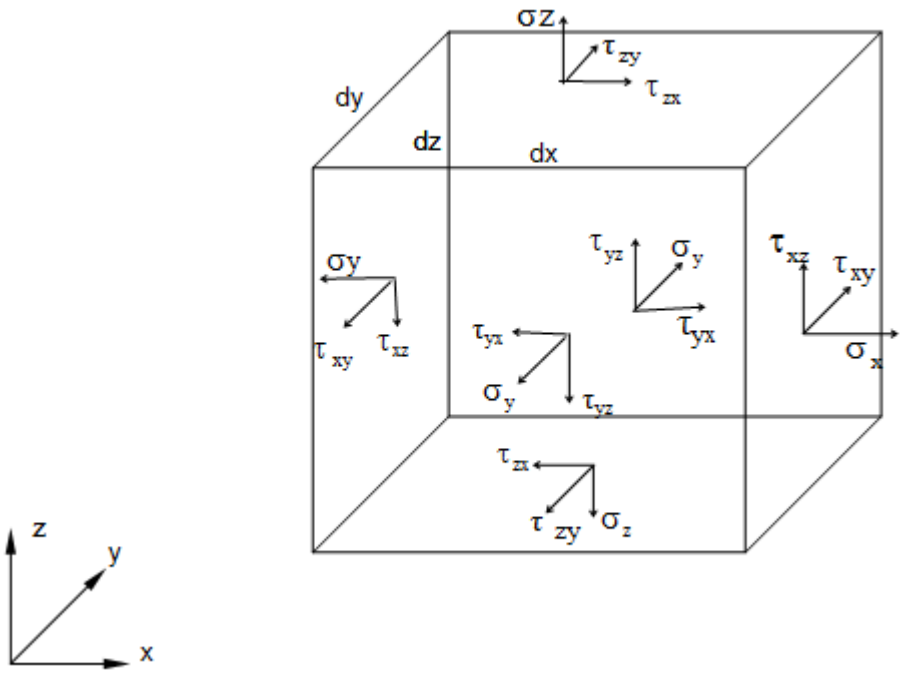
şeklindedir. $dm = \rho.dxdydz$ kütlesine etkiyen kütlesel kuvvet bileşenleri;

$$X\rho.dxdydz \qquad (4.13.)$$

$$Y\rho.dxdydz \qquad (4.14.)$$

$$Z\rho.dxdydz \qquad (4.15.)$$

Yüzeysel Kuvvetler: Kartezyen koordinatlara göre akımın bir noktasındaki gerilme durumu Şekil 4.1.'deki skaler bileşenlerle belirlenir.



Şekil 4.1. Diferansiyel eleman yüzeyine gelen gerilmeler

σ_x τ_{xy} τ_{xz} ⟶ x eksenine dik düzlemde

τ_{yx} σ_y τ_{yz} ⟶ y eksenine dik düzlemde

τ_{zx} τ_{zy} σ_z ⟶ z eksenine dik düzlemde

↓ ↓ ↓

x doğ. y doğ. z doğ.

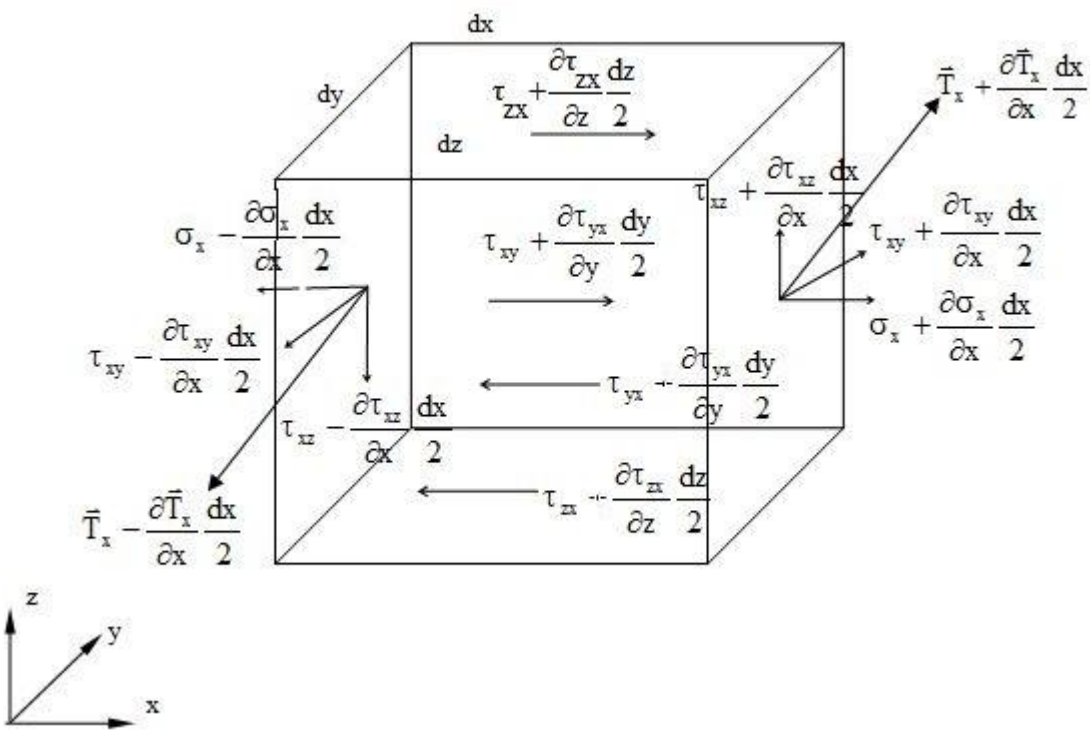
bir noktadaki ortalama normal gerilme;

$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \qquad (4.16.)$$

olduğuna göre akışkanlardaki basınç gerilmesi pozitif olarak alınırsa bir noktadaki ortalama basınç şu şekilde olur:

$$\bar{p} = \frac{p_x + p_y + p_z}{3} \tag{4.17.}$$

Buna göre akışkan elemanının merkezindeki gerilmeler, gerilme tansörü ile belirli ise, x eksenine dik eleman yüz üzerindeki gerilmeler ile x ekseni doğrultusundaki diğer yüzeylerdeki gerilmeler. Şekil4.2.'de görülmektedir. Kayma gerilmelerinin pozitif yönü koordinat merkezine uzak yüzde, negatif yönü ise yakın yüzdedir.



Şekil 4.2.X ekseni doğrultusundaki gerilmeler

Basınç Kuvvetleri için Şekil 4.2. ele alınırsa;

x doğrultusunda;

$$\left[\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\frac{dx}{2} - \left(\sigma_x - \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)\right]dydz = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}dxdydz \tag{4.18.}$$

y doğrultusunda;

$$\left[\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y}\frac{dy}{2} - \left(\sigma_y - \frac{\partial \sigma_y}{\partial y}\frac{dy}{2}\right)\right]dzdx = \frac{\partial \sigma_y}{\partial y}dydzdx \tag{4.19.}$$

z doğrultusunda;

$$\left[\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z}\frac{dz}{2} - \left(\sigma_z - \frac{\partial \sigma_z}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)\right]dxdy = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z}dzdxdy \tag{4.20.}$$

olur.

Kayma kuvvetleri ise; x doğrultusunda:

$$\begin{aligned}&\left[\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\frac{dy}{2} - \left(\tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}\frac{dy}{2}\right)\right]dxdz \\ &+\left[\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\frac{dz}{2} - \left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\frac{dz}{2}\right)\right]dxdy = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}dydxdz + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}dzdxdy\end{aligned} \tag{4.21.}$$

y doğrultusunda:

$$= \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}dzdydx + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial z}dxdydz \tag{4.22.}$$

z doğrultusunda:

$$= \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dxdzdy + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dydzdx \tag{4.23.}$$

Newton'un 2. Kanunu yazılırsa;

$$\sum \vec{F} = dm.a \tag{4.24.}$$

$$dm = \rho dxdydz \tag{4.25.}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \tag{4.26.}$$

Birim hacme gelen bileşke dış kuvvet:

$$\frac{\sum \vec{F}}{dm} = \vec{f} \tag{4.27.}$$

$\vec{f}$ = kütlesel kuvvet ($\vec{f}_k$)+yüzeysel kuvvet ($\vec{f}_y$)

$$\vec{f}_k = \rho \vec{K} = \rho\left(X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}\right) \tag{4.28.}$$

x eksenine dik yüzeylere gelen bileşke kuvvet:

$$\left(\vec{T}_x + \frac{\partial \vec{T}x}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)dydz - \left(\vec{T}_x - \frac{T_x}{\partial x}\frac{dx}{2}\right)dydz = \frac{\partial \vec{T}x}{\partial x} dxdydz \tag{4.29.}$$

y ekseni için $= \frac{\partial \vec{T}_y}{\partial y} dydzdx$ (4.30.)

$$\text{z ekseni için} \quad = \frac{\partial \vec{T}_z}{\partial_z} dzdxdy \tag{4.31.}$$

Birim hacme gelen bileşke yüzeysel kuvvet:

$$f_y = \frac{\partial \vec{T}_x}{\partial_x} + \frac{\partial \vec{T}_y}{\partial_y} + \frac{\partial \vec{T}_z}{\partial_z} = \left[\vec{\nabla}\tilde{T}\right] \tag{4.32.}$$

Burada $\vec{T}$ normal ve kayma kuvvetlerini tanımlamaktadır.
Yüzeyler için $\vec{T}_x$, $\vec{T}_y$, $\vec{T}_z$ gerilme vektörleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\vec{T}_x = \vec{i}\sigma_x + \vec{j}\tau_{xy} + \vec{k}\tau_{xz} \tag{4.33.}$$

$$\vec{T}_y = \vec{i}\tau_{yx} + \vec{j}\sigma_y + \vec{k}\tau_{yz} \tag{4.34.}$$

$$\vec{T}_z = \vec{i}\tau_{zx} + \vec{j}\tau_{zy} + \vec{k}\sigma_z \tag{4.35.}$$

burada τ_{xy} : x' e dik düzlemde y doğrultusundaki kayma gerilmesi

Sıkışmayan viskoz akımlar için vektör tansör-notasyonu ile hareketin diferansiyel denklemi:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho\vec{K} + \left[\vec{\nabla}\tilde{T}\right] \tag{4.36.}$$

Yukarıda elde edilen hareket denklemleri gerilme bileşenlerini içermektedir. Akışkanların hareketi incelenirken bu ifadelerin hız gradyanı cinsinden yazılması daha kullanışlı olmaktadır. Bu ilişki Stokes kanunları ile sağlanmaktadır. Stokes kanunları elastik ortamlardaki Hooke kanunlarında yapılan bazı değişikliklerle elde

edilmektedir. Bu değişikliklerin neticesinde hız gradyanları cinsinden hareketin diferansiyel denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

x doğrultusu için;

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left[\ \mu\left(2\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{2}{3}\mathrm{div}\mathbf{V}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\ \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\ \mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right] \tag{4.37.}$$

y doğrultusu için;

$$\rho\frac{dv}{dt}=\rho Y-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left[\ \mu\left(2\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{2}{3}\mathrm{div}\mathbf{V}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\ \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[\ \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] \tag{4.38.}$$

z doğrultusu için;

$$\rho\frac{dw}{dt}=\rho Z-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left[\ \mu\left(2\frac{\partial w}{\partial z}-\frac{2}{3}\mathrm{div}\mathbf{V}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[\ \mu\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\ \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)\right] \tag{4.39.}$$

Yukarıda görülen ifadelere Newtonien olmayan akışkanların hareket denklemleri denmektedir ve bu denklemler 7 bilinmeyen içermektedir. Bunlar: u, v, w, p, ρ, μ, T.

Hareket denklemleri lineer olmadığından bu şekilleriyle çözümü çok zordur. Bu yüzden denklemlerde bazı sadeleştirmeler yapmak gereklidir.

Newtonien akışkanlar için μ=sabit alarak x doğrultusu için denklemi yazarsak;

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+2\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \tag{4.40.}$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{3}\left(6\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}-2\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}+3\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}+3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+3\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+3\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}\right) \tag{4.41.}$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{3}\left(4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}+3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+3\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \tag{4.42.}$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{3}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}+3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+3\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \tag{4.43.}$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right)+m\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \tag{4.44}$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{div}\mathbf{V}+\mu\nabla^2 u \tag{4.45.}$$

y ve z yönü için de aynı şekilde yazılırsa;

$$\rho\frac{dv}{dt}=\rho Y-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial y}\mathrm{div}\mathbf{V}+\mu\nabla^2 v \tag{4.46.}$$

$$\rho\frac{dw}{dt}=\rho Z-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial z}\mathrm{div}\mathbf{V}+\mu\nabla^2 w \tag{4.47.}$$

Vektörel notasyon ile yazılacak olursa;

$$\rho\frac{d\vec{V}}{dt}=\rho\vec{K}-\vec{\nabla}p+\frac{\mu}{3}\vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\vec{V})+\mu\vec{\nabla}^2\vec{V} \qquad (4.48.)$$

Sıkışmayan akımlarda ρ = sabit ve $div\vec{V}=0$ dır. Buna göre hareket denklemleri;

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\vec{\nabla}^2u \qquad (4.49.)$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho Y-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\vec{\nabla}^2v \qquad (4.50.)$$

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho Z-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\vec{\nabla}^2w \qquad (4.51.)$$

Şeklinde elde edilir. Bu denklemlere sıkışmayan akımlar için hareket denklemleri denmektedir. Vektörel notasyon ile yazılacak olursa;

$$\rho\frac{d\vec{V}}{dt}=\rho\vec{K}-\vec{\nabla}p+\mu\vec{\nabla}^2\vec{V} \qquad (4.52.)$$

3 doğrultudaki bileşenleri:

$$\rho\frac{du}{dt}=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\nabla^2u \text{ veya}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial u}{\partial t}\right)=\rho X-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2u}{\partial z^2}\right) \qquad (4.53.a.)$$

$$\rho\frac{dv}{dt}=\rho Y-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\nabla^2v \text{ veya}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{\partial v}{\partial t}\right)=\rho Y-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) \qquad (4.53.b.)$$

$$\rho\frac{dw}{dt}=\rho Z-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\nabla^2 w \text{ veya}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial t}\right)=\rho Z-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \qquad (4.53.c.)$$

Navier-Stokes denklemleri olarak bilinen bu denklemler, bağımsız olarak, Fransa'da Navier (1823), Poisson (1831) ve Saint- Venant (1843) ile İngiltere'de Stokes (1845) tarafından elde edilmiştir.

4.1.3. Sıkışmayan Türbülanslı, Newtonien Akışkan Akımında Hareket Denklemleri (Reynolds Denklemleri)

Burada, Navier-Stokes denklemlerinin zamansal ortalamaları alınarak, sıkışmayan, türbülanslı, Newtonien akışkan akımına uyarlaması yapılacaktır. Örnek olarak Navier-Stokes denkleminin *x* bileşenini ele alalım:

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial u}{\partial t}\right)=\rho X_i-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\nabla^2 u \qquad (4.54.)$$

Denklemde $u=\bar{u}+u'$, $v=\bar{v}+v'$, $w=\bar{w}+w'$ ve $p=\bar{p}+p'$ yazılırsa:

$$\begin{aligned}&\rho\left(\bar{u}+u'\right)\frac{\partial\left(\bar{u}+u'\right)}{\partial x}+\rho\left(\bar{v}+v'\right)\frac{\partial\left(\bar{v}+v'\right)}{\partial y}+\rho\left(\bar{w}+w'\right)\frac{\partial\left(\bar{w}+w'\right)}{\partial z}+\rho\frac{\left(\bar{u}+u'\right)}{\partial t}\\&=\rho X-\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{p}+p'\right)+\mu\nabla^2\left(\bar{u}+u'\right)\end{aligned} \qquad (4.55.)$$

Bu denklemin zamansal ortalamasını alalım. Örneğin, birinci terimin zamansal ortalaması

$$\overline{\rho\left(\bar{u}+u'\right)\frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial x}} = \rho\overline{\frac{\partial u}{\partial x}} + \rho u\overline{\frac{\partial u'}{\partial x}} + \rho u'\overline{\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}} + \rho u'\overline{\frac{\partial u'}{\partial x}} \tag{4.56.}$$

şeklinde yazılır. (4.56.) denkleminin ikinci ve üçüncü terimlerinin zamansal ortalamaları $\partial u'/\partial x$ ve u' nün zamansal ortalaması sıfır olduğundan, sıfırdır. Böylece (4.55.) denklemindeki terimlerin zamansal ortalamaları aşağıdaki gibi bulunur:

$$\overline{\rho\left(\bar{u}+u'\right)\frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial x}} = \rho u\overline{\frac{\partial u}{\partial x}} + \rho u'\overline{\frac{\partial u'}{\partial x}} \tag{4.57.a.}$$

$$\overline{\rho\left(\bar{v}+v'\right)\frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial y}} = \rho v\overline{\frac{\partial u}{\partial y}} + \rho v'\overline{\frac{\partial u'}{\partial y}} \tag{4.57.b.}$$

$$\overline{\rho\left(\bar{w}+w'\right)\frac{\partial(\bar{u}+u')}{\partial x}} = \rho w\overline{\frac{\partial u}{\partial z}} + \rho w'\overline{\frac{\partial u'}{\partial z}} \tag{4.57.c.}$$

$$\overline{\frac{\partial}{\partial x}\left(\bar{p}+p'\right)} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \tag{4.58.}$$

$$\overline{\mu\nabla^2\left(\bar{u}+u'\right)} = \mu\nabla^2\bar{u} \tag{4.59.}$$

Bu değerler (4.55.) denkleminde yerine yazılırsa, sıkışmayan, türbülanslı, Newtonien akışkan akımında Reynolds hareket denkleminin x bileşeni elde edilir:

$$\rho\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}+\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right)=\rho X-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\mu\nabla^2\bar{u} -\left(\rho\overline{u'\frac{\partial u'}{\partial x}}+r\overline{v'\frac{\partial vu'}{\partial y}}+\rho\overline{w'\frac{\partial u'}{\partial z}}\right) \tag{4.60.}$$

böylece, Reynolds denkleminin üç doğrultu için bileşenleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$\rho\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}+\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right)=\rho X-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\mu\nabla^2\bar{u}+\frac{\partial}{\partial x}(-\rho\overline{u'^2}) +\frac{\partial}{\partial y}(-\rho\overline{u'v'})+\frac{\partial}{\partial z}(-\rho\overline{u'w'}) \tag{4.61.a.}$$

$$\rho\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}+\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right)=\rho Y-\frac{\partial\bar{p}}{\partial y}+\mu\nabla^2\bar{u}+\frac{\partial}{\partial x}(-\rho\overline{u'v'}) +\frac{\partial}{\partial y}(-\rho\overline{v'^2})+\frac{\partial}{\partial z}(-\rho\overline{v'w'}) \tag{4.61.b.}$$

$$\rho\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}+\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}\right)=\rho Z-\frac{\partial\bar{p}}{\partial z}+\mu\nabla^2\bar{u}+\frac{\partial}{\partial x}(-\rho\overline{u'w'}) +\frac{\partial}{\partial y}(-\rho\overline{v'w'})+\frac{\partial}{\partial z}(-\rho\overline{w'^2}) \tag{4.61.c.}$$

veya vektör-tansör notasyonu ile:

$$\rho\frac{\overline{dV}}{dt}=\rho K-\nabla\bar{P}+\mu\nabla^2\bar{V}+\left[\bar{\nabla}.\tau^{\varsigma}\right] \tag{4.62.}$$

veya indis notasyonu ile:

$$\rho\,u_j\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j}-\rho\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial t}=\rho K_i-\frac{\partial\bar{p}}{\partial xi}\mu\frac{\partial^2\bar{u}_i}{\partial x_j\partial x_j}+\frac{\partial}{\partial x_j}\,(-\rho\overline{u_iu_j}) \tag{4.63.}$$

Bu denklemler, türbülanslı akım için Reynolds (1895) hareket denklemleri olarak anılır. Bu ifadeler Navier Stokes denklemlerine ilave olarak Reynolds (veya çalkantı) gerilmelerini içermektedir. Çalkantı gerilmeleri tansörü (Reynolds, turbulence or eddy stresses) aşağıdaki gibidir:

$$\underline{\tau}^{\varsigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\rho\overline{u'^2} & -\rho\overline{u'v'} & -\rho\overline{u'w'} \\ -\rho\overline{u'v'} & -\rho\overline{v'^2} & -\rho\overline{v'w'} \\ -\rho\overline{u'w'} & -\rho\overline{v'w'} & -\rho\overline{w'^2} \end{bmatrix} \qquad (4.64.)$$

Reynolds denklemleri, lineer olmamaları yanında u, v, w, p ve 6 çalkantı gerilmesiyle birlikte 10 bilinmeyen içermektedir. Halbuki süreklilik denklemi ile birlikte 4 adet denklem vardır. Bazı varsayımlar ile Reynolds ifadeleri sadeleştirilerek bazı pratik akım problemleri için yaklaşık çözümler elde edilebilir.

Reynolds denklemlerinin sağ tarafında bulunan çalkantı gerilmeleri tansörü aslında du/dt, dv/dt, ve dw/dt'lerin zamansal ortalamalarının alınmasıyla ortaya çıkmış momentum terimleridir. Ancak (d'Alembert dinamik denge prensibine göre) denklemin sağ tarafına geçe bu terimlere, gerilme tansörünün ilave terimleri şeklinde bakılabilir.

Türbülanslı, Newtonien akışkan akımında Boussinesq yaklaşımına göre gerilme tansörü,

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} - \frac{2}{3}\mu \mathrm{div}\mathbf{V}\delta_{ij} \qquad (4.65.)$$

(4.65.) bünye denklemine (4.64.) türbülans gerilme tansörünün eklenmesi ile aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} - \frac{2}{3}\mu \mathrm{div}\mathbf{V}\delta_{ij} + \underline{\tau}^{\varsigma} \text{ veya,}$$

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} -\bar{p} & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{p} & 0 \\ 0 & 0 & -\bar{p} \end{bmatrix} + 2\mu \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right) & \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}\right) & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y}\right) & \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \end{bmatrix}}_{\text{ortalama hızlar viskoz gerilmeler}} - \frac{2}{3}\mu \mathrm{div}\mathbf{\bar{V}}\delta_{ij} + \rho \underbrace{\begin{bmatrix} -\overline{u'^2} & -\overline{u'v'} & -\overline{u'w'} \\ -\overline{u'v'} & -\overline{v'^2} & -\overline{v'w'} \\ -\overline{u'w'} & -\overline{v'w'} & -\overline{w'^2} \end{bmatrix}}_{\text{ortalama çalkantı gerilmeleri}} \qquad (4.66.)$$

(4.66.) bünye denkleminin (4.53.) hareket denkleminde kullanılması ile, örnek olarak, sıkışan türbülanslı, Newtonien akışkan akımında Reynolds denkleminin x bileşeni aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$\rho\frac{d\bar{u}}{dt} = \rho X + \frac{\partial}{\partial x}\left(-p + 2\mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \mathrm{div}\mathbf{\bar{V}} - \rho\overline{u'^2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right) - \rho\overline{u'v'}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}\right) - \rho\overline{u'w'}\right] \qquad (4.67.)$$

veya,

$$\rho\frac{d\bar{u}}{dt} = \rho X - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(2\mu\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}\right)\right] - \frac{2}{3}\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \mathrm{div}\mathbf{\bar{V}}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(-\rho\overline{u'^2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\overline{u'v'}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\rho\overline{u'w'}\right) \qquad (4.68.)$$

$$\rho\frac{d\bar{u}}{dt}=\rho X-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\mu\nabla^2\bar{u}+\mu\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{div}\mathbf{V}-\frac{2}{3}\mu\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{div}\mathbf{V}+\frac{\partial}{\partial x}\left(-\rho\overline{u'^2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(-\rho\overline{u'v'}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(-\rho\overline{u'w'}\right) \tag{4.69.}$$

ve sonuç olarak, sıkışan Newtonien akışkan akımında Reynolds denkleminin x bileşeni:

$$\rho\frac{d\bar{u}}{dx}=\rho X-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\mu\nabla^2\bar{u}+\frac{\mu}{3}\frac{\partial}{\partial x}\mathrm{div}\mathbf{V}+\frac{\partial}{\partial x}\left(-\rho\overline{u'^2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(-\rho\overline{u'v'}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(-\rho\overline{u'w'}\right) \tag{4.70.}$$

şeklinde bulunur. (4.70.) denkleminde $\mathrm{div}\bar{V}=0$ yazılırsa sıkışmayan, Newtonien akışkan akımında Reynolds denkleminin x bileşeni elde edilir:

$$\rho\frac{d\bar{u}}{dx}=\rho X-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\mu\nabla^2\bar{u}+\frac{\partial}{\partial x}\left(-\rho\overline{u'^2}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(-\rho\overline{u'v'}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(-\rho\overline{u'w'}\right) \tag{4.71.}$$

4.2. TÜRBÜLANS MODELLERİ

Kütlenin ve momentumun korunumunu idare eden hareket denklemleri kartezyen tansör notasyanunda aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0 \tag{4.72.}$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)=\rho g_{xi}-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\mu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}+\frac{\partial}{\partial x_j}(\tau_{ij}) \tag{4.73.}$$

Denklem (4.73.) ve (4.74.)'de u_i hız bileşenlerini, p basıncı, μ akışkanın dinamik viskozitesini, ρ akışkanın yoğunluğunu, ρg_{xi} yerçekiminin sebep olduğu kütlesel kuvveti, t zamanı, τ_{ij} ise türbülans kayma (Reynolds) gerilmelerini ifade etmektedir. Reynolds gerilmeleri Boussinesq yaklaşımına göre aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\tau_{ij} = -\rho\overline{u_i' u_j'} = \mu_t\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\rho k \qquad (4.74.)$$

denklemdeki u'_i ve u'_j ise türbülans hız sapınçlarını, μ_t, türbülans viskozitesi, δ_{ij} ise Kronecker delta olarak adlandırılır. Denklemin sağ tarafında bulunan ikinci terim, sıkışmayan akışlar için normal gerilmenin toplamının her zaman türbülans kinetik enerjisine eşit olabilmesini sağlama amacıyla bulunmaktadır (Eğer i=j ise δ_{ij} =1).

Reynolds denklemlerinde üç boyutlu akışta bir basınç, üç hız bileşeni bulunur. Türbülans kayma gerilmelerinin işleme katılmasıyla birlikte üç boyutlu akışta 6 adet bilinmeyen bileşen de değişkenler arasına eklenmiş olmaktadır. Toplam 10 bilinmeyen terime karşılık 4 denklem bulunduğundan denklem sisteminin çözümü mümkün olamayacaktır. Bir başka ifadeyle sistem kapatılamayacaktır. Reynolds gerilmelerinin neden olduğu bu duruma kapanma problemi (Closure Problem) adı verilmektedir. Türbülans modelleri, Denklem (4.71.)' teki τ_{ij} 'nin hesaplanması ve böylelikle de denklem sisteminin kapatılması görevini üstlenmektedirler.

k-e Türbülans Modelleri: İsminden de anlaşılacağı üzere k - ε modellerinde, türbülans kinetik enerjisi (k) ve onun kayıp oranı "disipasyonu" (ε) için olmak üzere iki adet transport denklemi Navier-Stokes denklemlerine ek olarak çözülmektedir. ε 'un gerçek transport denkleminin eldesi Navier-Stokes denklemlerinden mümkündür (Davidson, 2005). Ancak bu denklem son derece karmaşıktır ve pek çok bilinmeyeni içermektedir. Araştırmacılar bu denklem yerine çok daha sadeleştirilmiş bir hali olan modellenmiş ε denklemini türbülans modellerinde kullanılmak üzere adapte etmişlerdir. Elbette her modelde olduğu gibi bu modelde de pek çok yaklaşım, varsayım ve ihmal söz konusudur. Sonuç olarak, modellenmiş ε transport denklemi,

k transport denklemine çok benzer bir formda ve basitleştirilmiş biçimde kullanılmaktadır.

k-ε modellerinde türbülans viskozitesi,

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{4.75.}$$

formunu almaktadır. C_μ türbülans modeli sabitidir.

Standart k-ε Türbülans Modeli (SKE): İki denklemli türbülans modelleri arasında ekonomikliği ve pek çok akış olayında kabul edilebilir doğrulukta sonuç vermesi açısından yaygın olarak kullanılan yarı ampirik bir modeldir. Türbülans kinetik enerjisi (k) ve kayıp oranı (ε) için yazılan iki adet transport denkleminin çözümü ve türbülans viskozitesinin hesabını içerir. Kaldırma kuvvetleri etkisi ihmal edildiğinde, bu transport denklemleri k ve ε için sırası ile

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j}\right) + G_k - \rho\varepsilon \tag{4.76.}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right) + C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}G_k - C_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} - R \tag{4.77.}$$

$$\left\{\begin{matrix}k\ veya\ \varepsilon'un \\ değişim\ miktarı\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}k\ veya \varepsilon'un \\ konveksiyonla \\ taşınımı\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}k\ veya\ \varepsilon'un \\ difüzyonla \\ taşınımı\end{matrix}\right\} + \left\{\begin{matrix}k\ veya\ \varepsilon'un \\ üretim \\ miktarı\end{matrix}\right\} - \left\{\begin{matrix}k\ veya\ \varepsilon'un \\ kayıp \\ miktarı\end{matrix}\right\}$$

şeklinde yazılabilir. Difüzivite terimleri,

$$\Gamma_\varepsilon = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right) \text{ ve } \Gamma_k = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right) \tag{4.78.}$$

Hız gradyanından kaynaklanan türbülans kinetik enerjisini üretimini ifade eden terim

$$G_k = -\rho\overline{u'_i u'_j}\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \tag{4.79.}$$

olup burada türbülans viskozitesi, türbülans kinetik enerjisi ve onun kayıp oranı cinsinden

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{4.80.}$$

yazılabilir. Bu modelde R=0 olup, deneysel sabitleri $C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92, C_\mu = 0.09$,k ve ε için türbülans Prandtl sayıları $\sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$ tür (Launder ve Spalding, 1972). Denklem (4.76.) ve denklem (3.80.) aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

RNG k-ε Türbülans Modeli (RNG): RNG k-ε türbülans modeli Yakhot ve Orszag (1986) tarafından düşünülmüş ve geliştirilmiş (Yakhot ve ark. 1992) yine iki denklemli bir model olup esas itibariyle Navier-Stokes denklemlerinden renormalization group teorisi kullanılarak elde edilmiştir. Bu modelde k ve ε için transport denklemleri denklem (4.76.) ve denklem (4.77.)'deki gibi yazılabilir. Temel farkı sabitlerin farklı olması ve ilave terimlerin gelmesidir. RNG k-ε türbülans modelinde (4.76.) ve (4.77.) eşitliklerinde bulunan difüzivite terimleri aşağıdaki gibi olur:

$$\Gamma_\varepsilon = \alpha_\varepsilon \mu_e \quad , \quad \Gamma_k = \alpha_k \mu_e \tag{4.81.}$$

Burada akışkanın viskozitesi ile türbülans viskozitenin toplamı olan efektif viskozite

$$\mu_e = \mu + \mu_t \tag{4.82.}$$

olup aşağıdaki adi diferansiyel denklemin çözümünden elde edilir.

$$d\left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\right)=1.72\frac{\mu_e/\mu}{\sqrt{(\mu_e/m)^3-1+C_\nu}}d(\mu_e/\mu) \tag{4.83.}$$

Bu denklem düşük Re sayısı etkilerini hesaba katmayı sağlamaktadır. RNG k-ε modelinin, standart k-ε modeline göre en büyük farkı, ε denklemine ilave olarak gelen R terimidir. Bu terim,

$$R=\frac{C_\mu\rho\eta^3(1-\eta/\eta_0)}{1+\beta\eta^3}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{4.84.}$$

ifadesiyle hesaplanır. Bu ifade denklem (3.77.)'de yerine konursa denklemin sağındaki 3. terim ile birleştirildiğinde transport denklemi,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon)+\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon_i)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\varepsilon\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}\right)+C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}G_k-C^*_{2\varepsilon}\rho\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{4.85.}$$

şekline dönüştürülür, bu durumda

$$C_2^*=C_{2\varepsilon}+\frac{C_\mu\eta^3(1-\eta/\eta_0)}{1+\beta\eta^3} \tag{4.86.}$$

olur. Bu denklemde η türbülans kinetik enerjisinin üretimi ve kayıp oranının fonksiyonu olup,

$$\eta=S\frac{k}{\varepsilon} \tag{4.87.}$$

burada $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ (4.88.)

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \quad (4.89.)$$

şeklinde ifade edilir. Bu ilave terim, standart k-ε modelinde olmayan, yüksek kayma oranları ve akım çizgisi eğriliklerini göz önüne alması açısından önemlidir. Kayma oranının kuvvetli olduğu (yüksek η) durumlarda kayıp artmakta, bu da türbülans viskozitesini ve k değerini azaltmakta yani akıştan daha az enerji çekilmesine yol açmaktadır. Böylece sirkülasyon olan bölgelerde büyüklüğü deneysel verilere daha yakın çıkmaktadır. Bu modelde kullanılan sabitler $C_{1\varepsilon}$=1.42, $C_{2\varepsilon}$=1.68, C_v=100, η_0=4.38, β=0.012, C_μ=0.0845 dir.

Denklem (4.78.)'de α_k ve α_ε parametreleri k ve ε için efektif Prandtl sayılarının tersini göstermekte olup, RNG teorisinden analitik olarak türetilen

$$\left|\frac{\alpha - 1.3929}{\alpha_0 - 1.3929}\right|^{0.6321} \left|\frac{\alpha + 2.3929}{\alpha_0 + 2.3929}\right|^{0.3679} = \frac{\mu}{\mu_\varepsilon} \quad (4.90.)$$

ifadesinden hesaplanmaktadır. Burada a_0=1 dir. Yüksek Reynolds sayılarında $(\mu\mu/_\varepsilon \langle\langle 1)\, \alpha_k = \alpha_\varepsilon \cong 1.393$ olmaktadır.

Realizable k-ε Türbülans Modeli (RKE): Standart türbülans viskozitesi modelinde bulunan C_μ sabitinin değeri ataletli sınır tabaka altı bölgede elde edilmiştir. Gerçekte bu sabit farklı akış bölgelerinde değişim göstermektedir. Üstelik türbülans viskozitesinin hesabında kullanılan modelin yüksek şekil değiştirme miktarlarında "anlamsız"(non-realizable) olduğu uzun zamandır bilinen bir gerçektir. Buna göre, $Sk/\varepsilon \rangle 3{,}7$ olduğunda, normal gerilme negatif olabilmekte ve hatta Reynolds gerilmelerinde Scwartz eşitsizliği ihlal edilmektedir (Shin ve ark., 1995). RKE

modelinde bu problemlerin önüne geçebilmek için standart k-ε ve RNG k-ε modellerinde sabit olan C_μ katsayısı dinamik bir form almaktadır. Buna göre

$$C_\mu = \frac{1}{A_o + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \tag{4.91.}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Denklem (4.88.)'de bulunan terimler,

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}} \tag{4.92.}$$

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k \,, \Omega_{ij} = \overline{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k \tag{4.93.}$$

$$A_s = \sqrt{6}\cos\varphi \,, \varphi = \frac{1}{3}\arccos(\sqrt{6}W) \tag{4.94.}$$

$$W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3} \tag{4.95.}$$

$$\tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}} \tag{4.96.}$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\tilde{\Omega}_{ij}$, ω_k açısal hızıyla dönmekte olan bir referans sistemine göre ortalama dönme miktarı ve $\tilde{S}$ ise gerime tansörünün ortalama modülüdür. RKE modelinde standart k-ε modelinden farklı olarak yeni bir kayıp miktarı denklemi de geliştirilmiştir;

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\rho\varepsilon_j) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j}\right] + \rho C_1 S_\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu\varepsilon}} \tag{4.97.}$$

Burada,

$$C_1 = \text{maks}\left(0.43; \frac{S\frac{k}{\varepsilon}}{S\frac{k}{\varepsilon}+5}\right) \tag{4.98.}$$

$C_2 = 1.9$ şeklinde verilmektedir. Görüldüğü gibi ε'un oluşumu ve kayıbı tamamen farklı bir formda ele alınmış ve oluşumu bir fonksiyona bağlanmıştır. RKE modeli geliştirilmiş biçimi ile yüksek Reynolds sayısına sahip ve tamamen türbülanslı akışlar için uygundur.

SST k-ω Türbülans Modeli (SST): Standart k-ω modeli (Wilcox, 1988) sınır tabaka akışlarında yüksek başarı sağlıyor olsa da, Menter (1992)'in ters basınç gradyanı içeren sınır tabaka akışları için yaptığı popüler türbülans modelleri karşılaştırmasında, standart k-ω modeliyle gerçekçi hız profillerinin yanı sıra, haddinden fazla kayma gerilmesi hesaplandığı belirtilmektedir. Söz konusu çalışmada Menter bunun nedeninin modelin kayma gerilmesinin taşınımının hesabını içermediği belirtilmekte ve türbülans viskozitesinin hesabında yaptığı küçük bir değişiklik ile sonuçların iyileştirilmesini sağlamıştır. Çalışmada türbülans viskozitesinin standart tanımının ters basınç gradyanın içeren akışlarda hatalı sonuçların kaynağı olduğu belirtilmektedir. Bu düşünce uyarınca Menter (1993) türbülans viskozitesinin hesabında pratik bir değişiklik yaparak kayma gerilmesinin 0.3 (Bradshaw sabiti) k'den daha büyük çıkmamasını sağlamıştır. Ayrıca türbülans viskozitesinin hesabına akıllı bir fonksiyon ekleyerek bu değişikliğin yalnızca sınır tabaka bölgesinde kalmasını sağlamıştır. Buna göre türbülans viskozitesinin hesabı,

$$\mu_t = \rho \frac{a_1 k}{\max(a_1\omega; \Omega F_2)} \tag{4.99.}$$

şeklinde değiştirilmiştir. Burada a_1, 0.3'e eşit sabit sayıyı göstermektedir. Ω sınır tabaka içerisinde iki boyutlu bir akış için düşünülecek olursa $\frac{\partial u}{\partial y}$ türevini göstermekte, ancak genel kompleks akışlar için girdaplılık büyüklüğü olarak alınabilmektedir. F_2 ise sınır tabaka içerisinde 1 ve dışında 0 olan, iki değer arasındaki geçişin yumuşak biçimde olmasını sağlayan akıllı bir fonksiyondur. Buna göre F_2 fonksiyonu,

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \tag{4.100.}$$

$$\arg_2 = \max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega.}; \frac{500\upsilon}{y^2\omega}\right) \tag{4.101.}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada *y* ile duvardan normal yöndeki uzaklık ifade edilmektedir.

Wilcox (1991), standart k-ω modelinin özellikle serbest kayma akışlarında ω'nın giriş sınırındaki değerlerini aşırı derecede bağlı olduğunu ve türbülans viskozitesinin değerlerini iki kattan fazla değiştirebildiğini göstermiştir ve ω taşınım denklemine bazı eklentilerin yapılması gerekebileceğini belirtmiştir. Böylece Menter (1993), sınır tabaka içerisinde, bu bölgede çok başarılı olan orijinal k-ω modelini kullanıp serbest kayma akışlarında ise modelin serbest akım değerlerine bağlılığından kurtulmayı amaçlayarak ω taşınım denkleminde önemli değişiklik yapmıştır. Denklem standart k-ε modelinde kullanılan ε taşınım denkleminde değişken dönüşümü yapılarak kullanılmakta ve böylece standart k-ω modelinde kullanılan ω taşınım denklemine "çapraz difüzyon" adı verilen terim eklenmektedir.

Ancak bu terimin sınır tabakada çok başarılı olan orijinal formu etkilememesi için (-ki etkilemektedir) (Wilcox, 1998) akıllı bir fonksiyon ile bu terimin yalnızca serbest akışlarda ve sınır tabakanın üst bölgelerinde kullanılması sağlanmıştır. Buna göre SST k-ω modeli, türbülans viskozitesinin hesabında daha önce sözü edilen değişiklik dışında, sınır tabaka içerisinde orijinal k-ω modelini, serbest kayma

akışlarında ise standart k-ε modelini kullanmaktadır. SST modelinde kullanılan türbülans kinetik enerjisi k ve spesifik kayıp ω, denklemleri,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k_i)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_k\frac{\partial k}{\partial x_j}\right)+\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\beta_k\rho k\omega \tag{4.102.}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega)+\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\omega_i)=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma_\omega\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right)+\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\beta_\omega\rho\omega^2 + 2(1-F_1)\sigma_{cd}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \tag{4.103.}$$

şeklindedirler. ω denkleminde en sonda yer alan çapraz difüzyon terimi F_1 fonksiyonuna bağlanmıştır. Buna göre türbülans viskozitesinin hesabındaki mantığa benzer biçimde sınır tabaka içinde viskoz alt tabaka ve logaritmik tabakada fonksiyon 1 değerini almakta ve dışarıya doğru yavaşça 0'a doğru değişmektedir. F_1 fonksiyonu,

$$F_1=\tanh(\arg_1^4) \tag{4.104.}$$

$$\arg_1=\min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega.};\frac{500\upsilon}{y^2\omega}\right);\frac{4\rho k}{\sigma_{\omega 2}cdy^2}\right] \tag{4.105.}$$

$$cd=\max\left(\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j};10^{-20}\right) \tag{4.106.}$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Fonksiyon temel olarak, logaritmik tabakadan sonra sürekli 1 değerini alabilmek için türbülans boy ölçeğinin çok küçüldüğü viskoz alt tabakada ikinci terimi devreye sokmaktadır. Ayrıca standart k-ε modelinin, ω'nın serbest akım değerlerinden etkilenerek sınır tabaka dışındaki ω değerinin çok küçük hesaplama eğiliminin önüne geçebilmek için fonksiyondaki üçüncü terim vasıtası ile

fonksiyonun mümkün olduğunca daha küçük değerler alarak duvara daha yakın bir noktada 1 değerine ulaşması hedeflenmiştir. SST modelinin iki ayrı model arasında geçişi için katsayılar da yine F_1 fonksiyonuna bağlanarak ϕ herhangi bir katsayıyı temsil etmek üzere,

$$\varphi = F_1\varphi_1 + (1-F_1)\varphi_2 \tag{4.107.}$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Menter katsayılar üzerinde de hafifçe değişiklikler yapmıştır. Buna göre katsayılar,

$$\beta_k = 0.09\,, a_1 = 0.31\,, \kappa = 0.41\,, \sigma_{cd} = 0.856 \tag{4.108.}$$

$$\sigma_{k1} = 1.176\,, \sigma_{\omega 1} = 2\,,\ \beta_{\omega 1} = 0.0750\,, \gamma_1 = \frac{\beta_{\omega 1}}{\beta_k} - \frac{\sigma_{\omega 1}\kappa^2}{\sqrt{\beta_k}} \tag{4.109.}$$

$$\sigma_{k2} = 1\,, \sigma_{\omega 2} = 1.168\,,\ \beta_{\omega 2} = 0.0828\,, \gamma_2 = \frac{\beta_{\omega 2}}{\beta_k} - \frac{\sigma_{\omega 2}\kappa^2}{\sqrt{\beta_k}} \tag{4.110.}$$

şeklinde verilmektedir. Menter (1994), orijinal modelin hassas noktalarını vurgulayarak SST modeliyle karşılaştırmalara yer vermektedir.

RSM Türbülans Modeli (RSM): "Reynolds Gerilmesi Modeli" (RSM) adını alan bu yöntem Reynolds gerilmelerinin ($\rho\overline{u'_i\,u'_j}$) doğrudan transport denklemlerinin çözümüyle hesaplanması esasına dayanır (Gibson ve Launder, 1978; Launder, 1989). Reynolds gerilmesi taşınım denkleminin Navier-Stokes ve RANS denklemlerinden basit matematiksel manipülasyonlarla birkaç adımda elde edilmeleri mümkündür. Söz konusu denklem Reynolds gerilmelerinin her bileşeni için tüm taşınım mekanizmasının fiziğini içermektedir. Elde edilen denklemin terimleri fiziki anlamlarına uygun biçimde basitleştirilip modellenerek, her Reynolds gerilme bileşeni için ayrı bir denklem elde edilmektedir. RSM özellikle şekil değiştirmenin

karmaşık bir yapı sergilediği ve eğriselliğin olduğu akışlarda türbülans viskozitesi modellerine göre daha avantajlıdır (Davidson, 2005). Sonuç olarak, 6 adet Reynolds gerilmesi denklemi ve Reynolds gerilmesi taşınım denkleminde yer alan kayıp terimi için de 1 adet disipasyon taşınım denklemi ile birlikte üç boyulu simülasyonlarda 7 adet ekstra denklem çözülmesi gerekmektedir. Tahmin edileceği üzere RSM, hesaplama açısından masraflı bir modeldir.

Kaldırma kuvvetlerinin etkisi ihmal edildiğinde bu transport denklemleri aşağıdaki formda yazılabilir:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\overline{u'_i\,u'_j}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho k_i\overline{u'_i\,u'_j}) = D_{T,ij} + D_{L,ij} + P_{ij} + \varphi_{ij} + \varepsilon_{ij} \qquad (4.111.)$$

denklemin sağ tarafındaki terimler sırası ile
Türbülans difüzyon terimi:

$$D_{T,ij} = -\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\overline{u'_i\,u'_j\,u'_k} + \overline{p(\delta_{kj}u'_i + \delta_{ik}u'_j)}\right] \qquad (4.112.)$$

Moleküler difüzyon terimi:

$$D_{L,ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\mu\frac{\partial}{\partial x_k}\overline{u'_i\,u'_j}\right) \qquad (4.113.)$$

Türbülans gerilmeleri üretim terimi:

$$P_{ij} = -\rho\left(\overline{u'_i\,u'_k}\frac{\partial\overline{u_j}}{\partial x_k} + \overline{u'_i\,u'_j}\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_k}\right) \qquad (4.114.)$$

Basınç uzatma terimi:

$$\varphi_{ij} = p\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}\right) \tag{4.115.}$$

Dissipasyon terimi:

$$\varepsilon_{ij} = -2\mu\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}} \tag{4.116.}$$

Bu terimlerden $D_{T,ij}, \varphi_{ij}$, ε_{ij} ve terimleri yeni ve bilinmeyen korelasyonlar içermekte olup hesaplanabilmeleri için modellenmeleri gerekmektedir. Genelleştirilmiş gradyan difüzyon hipotezinin basitleştirilmiş formu kullanılarak türbülans gerilmelerinden kaynaklanan üretim terimi

$$D_{t,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k}\overline{\frac{\partial u'_j\, u'_j}{\partial x_k}}\right) \tag{4.117.}$$

şeklinde modellenebilir (Lien ve Leschziner, 1994). Lineer yaklaşım kullanılırsa basınç-uzama terimi üç bileşenin toplamı şeklinde yazılabilir. Bu bileşenler yavaş ve hızlı basınç-uzama bileşenleri ile cidar etkisini ifade eden $\varphi_{i,j,w}$ bileşenidir (Gibson ve Launder, 1978; Launder, 1989). Buna göre basınç-uzama terimi

$$\begin{aligned}\varphi_{ij} = &-C_1\rho\frac{\varepsilon}{k}\left(\overline{u'_i\, u'_j} - \frac{2}{3}k\delta_{ij}\right)\\ &- C_2\left[\left(P_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_l\overline{u'_i\, u'_j})\right) - \frac{1}{3}\left(P_{kk} - \frac{\partial}{\partial x_l}(\rho u_l\overline{u'_k\, u_k}'\right)\right] + \varphi_{ij,w}\end{aligned} \tag{4.118.}$$

şeklinde yazılabilir. Burada C_1=1.8, C_2=0.6 alınmıştır.
Dissipasyon terimi ise sıkıştırılabilirlik ihmal edilerek

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3}\rho\varepsilon\delta_{ij} \tag{4.119.}$$

alınmıştır. Bu denklemlerde geçen türbülans kinetik enerjisi $k = \overline{u_i u_i}/2$ ifadesinden bulunabilirken bunun dissipasyonu olan ε fonksiyonu denklem (4.73.)'da R=0, $C_{1\varepsilon}$=1.44, $C_{2\varepsilon}$=1.92, σ_ε=1.0 ve türbülans üretimi terimi G_k=0.05P_{ii} alınarak elde edilir.

4.2.1. Hız Dağılımı İçin Logaritmik Duvar Kanunu (*law of the wall*)

Sınır tabakasının türbülanslı iç bölgesinde hız dağılımı için von Karman-Prandtl tarafından verilen ve duvar kanunu (*law of the wall*) olarak bilinen logaritmik hız dağılım ifadesi kullanılmaktadır. Bu ifade aşağıdaki gibi elde edilebilir. Viskoz alt tabaka ile türbülanslı iç bölge ara kesitinde, yani $y = \delta_v$ için akım hızı (4.120.) ve (4.121.) denklemlerinden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\bar{u}}{v_*} = \frac{\rho\sqrt{\tau_0/\rho}}{\mu} y = \frac{v_* y}{\nu} \qquad (4.120.)$$

$$\frac{\bar{u}_{mak} - \bar{u}}{v_*} = -\frac{1}{\kappa}\ln\frac{y}{h} \qquad (4.121.)$$

$$\frac{\bar{u}_{vt}}{v_*} = \frac{v_*\delta_v}{\nu} \text{ ve } \frac{\bar{u}_{vt}}{v_*} = \frac{1}{\kappa}\ln\frac{\delta_v}{\delta} + \frac{\bar{u}_{mak}}{v_*} \qquad (4.122.)$$

bu iki değer eşitlenirse,

$$\frac{v_*\delta_v}{\nu} = \frac{1}{\kappa}\ln\frac{\delta_v}{\delta} + \frac{\bar{u}_{mak}}{v_*} \text{ buradan } \frac{\bar{u}_{mak}}{v_*} = \frac{v_*\delta_v}{\nu} - \frac{1}{\kappa}\ln\frac{\delta_v}{\delta} \qquad (4.123.)$$

Değeri (4.121.) denkleminde yerine yazılırsa:

$$\frac{\bar{u}}{v_*}=\frac{1}{\kappa}\ln\frac{y}{\delta}-\frac{1}{\kappa}\ln\frac{\delta_v}{\delta}+\frac{v_*\delta_v}{\nu} \text{ veya, } \frac{\bar{u}}{v_*}=\frac{1}{\kappa}\ln\frac{y}{\delta_v}+\frac{v_*\delta_v}{\nu} \qquad (4.124.)$$

Burada , $\frac{1}{\kappa}=A$ sayılarak sağ taraftaki ikinci terim logaritma terimi ile birleştirilirse:

$$\frac{\bar{u}}{v_*}=A\ln\frac{y}{\delta_v}\frac{v_*\delta_v}{\nu}+B \text{ veya, } \frac{\bar{u}}{v_*}=A\ln\frac{v_*y}{\nu}+B \qquad (4.125.)$$

şeklinde logaritmik kanunu olarak bilinen hız dağılım ifadesi elde edilir. Denklemdeki B yüzey pürüzlülüğüne bağlı bir sabittir.

Nikuradse'nin (1932) cilalı boru deneylerinde $A=2,5$ $(\kappa=0,4)$ $B=5,5$ değerleri elde edilmiştir, buna göre logaritmik hız dağılımı:

$$\frac{\bar{u}}{v_*}=2,5\ln\frac{v_*y}{\nu}+5,5 \qquad (4.126.)$$

Şeklindedir. Daha sonra çeşitli araştırmacılar tarafından yapılan deneylerde, bu sabitler için $A=2,43-2,5$ ve $B=4,7-7$ aralıklarında değişen değerler bulunmuştur.

Kırkgöz (1989) tarafından pürüzsüz tabanlı açık kanal akımlarında yapılan laboratuvar deneylerinde $\kappa=0,41$ bulunmuş ve (Reynolds sayısına bağlı olarak) $50-80\le v_*y/\nu\le 200-600$ ve $0,14-0,05\le y/\delta\le 0,6-0,5$ koşulları için logaritmik hız dağılımı aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\frac{\bar{u}}{v_*}=2,44\ln\frac{v_*y}{\nu}+5,5 \qquad (4.127.)$$

4.2.2. Sonlu Hacimler Yöntemi

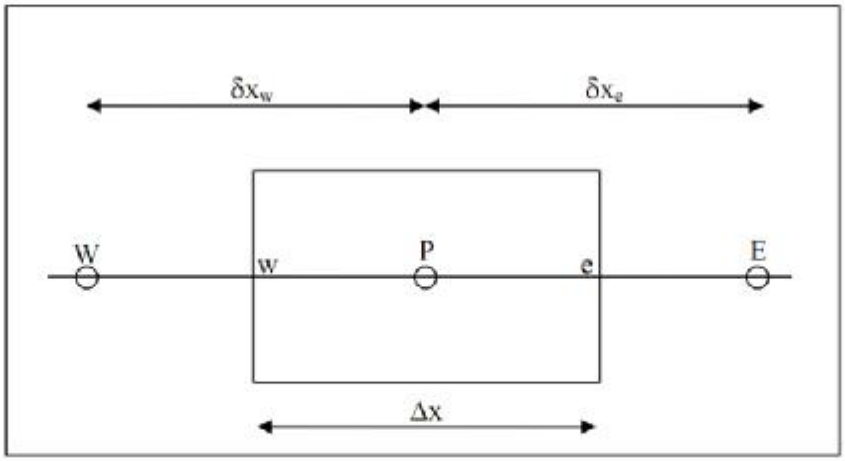
Reynolds ortalamalı Navier-Stokes denklemlerinin veya genel skaler transport denkleminin sayısal olarak çözülebilir cebrik denklemlere dönüştürülebilmesi için ayrıklaştırma işleminin gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Bir denklemin ayrıklaştırılması, sonlu farklar, sonlu elemanlar veya sonlu hacim yöntemleri ile hesaplama bölgesinin ayrık nokta, eleman ya da hacimler ile ifade edilmesi ile gerçekleştirilebilir (Ferziger ve Peric, 1999; Hoffman ve Chiang, 2000). Hesaplamalı çalışmada son yıllarda popülerliği çok artan ve pek çok yazılımda uygulanmış olan sonlu hacim ayrıklaştırması kullanılacaktır.

Akışkan akışını modelleyen taşınım denklemlerinin, uzayda sabit bir sonsuz küçük eleman ele alınarak, bu elemanın tüm yüzeylerinden yapılan momentum transferinin hesap edilmesi ile konservatif diferansiyel denklemler formunda eldesi mümkündür (Anderson, 1996). Sonlu hacim ayrıklaştırması, bu denklemlerin sonlu bir hacim boyunca entegre edilmesi esasına dayanmaktadır. Akışın ϕ gibi bir taşınım özeliğinin (örneğin sıcaklık) konveksiyon ve difüzyon taşınım denklemi kartezyen tansör notasyonunda,

$$\rho\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\rho\frac{\partial(u_j\varphi)}{x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\Gamma\frac{\partial\varphi}{\partial x_j}\right)+S \qquad (4.128.)$$

şeklinde ifade edilebilir (Johnson, 1998). Burada; *u* üç ayrı yöndeki hızları, ϕ akışın herhangi bir taşınım özelliğini, Γ difüzyon katsayısını ve S kaynak terimini göstermektedir. Sade ve olabildiğince basit bir denklem formu elde etmek amacıyla, denklem daimi ve bir boyutlu formda yazılacak olursa,

$$\rho\frac{d(U\varphi)}{dt}=\frac{d}{dx}\left(\Gamma\frac{d\varphi}{dx}\right)+S \qquad (4.129.)$$



Şekil 4.3. Hesaplamalı kontrol hacmi

Bu denklem, Şekil 4.3.'de görülen kontrol hacmi boyunca integre edilirse, giriş ve çıkış yüzeylerinin birim değerde olduğu kabul edilelerek (A_e=A_w=1);

$$\int_w^e \rho \frac{d}{dx}(U\varphi U\varphi) = \int_w^e \left[\frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\varphi}{dx} \right) + S \right] dx \qquad (4.130.)$$

yazılabilir. Söz konusu denklemin sol tarafının integralden çıkarılması ile,

$$\int_w^e \rho \frac{d}{dx}(U\varphi U\varphi) = (\rho\rho U\varphi_e - (\rho\rho U\varphi_w \qquad (4.131.)$$

ve sağ tarafının integralden çıkarılıp kaynak terimi bağımlı değişkenin fonksiyonu olarak lineerleştirilirse,

$$\int_w^e \left[\frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\varphi}{dx} \right) + S \right] dx = \left(\Gamma \frac{d\varphi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma \frac{d\varphi}{dx} \right)_w + S_U + S_p \varphi_P \qquad (4.132.)$$

elde edilir. Burada S_U daha sonra cebrik denklemin sağında kalacak olan kaynak terimden gelen sabit sayıyı ve bağımlı değişkenin S_P sabit sayıdan gelen katsayısını

göstermektedir. Difüzyon terimleri genel olarak merkezi farklar ile interpole edilmektedirler (Versteeg ve Malalasekera, 1995). Merkezi farklar kullanılacak olursa denklem (4.129.)' nin ilk bileşeni,

$$\left(\Gamma\frac{d\varphi}{dx}\right)_e = \Gamma\left(\frac{\varphi_E-\varphi_P}{\delta x_e}\right) \tag{4.133.}$$

şeklini alır. Konvektif terimler için, birinci derece ileriye doğru (upwind), merkezi farklar, QUICK (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) (Versteeg ve Malalasekera, 1995), MUSCLE (Monoton Ustream-Centered Schemes for Conservation Laws) (Blazek, 2001) ve değişik şemaları karıştırarak kullanan melez yapıda olanlar gibi pek çok farklı özelliklerde ayrıklaştırma şeması mevcuttur (Ferziger ve Peric, 1999; Hoffman ve Chiang, 2000). Örnek olarak, hesaplamalı analizlerde sıkça kullanılmakta olan "ikinci derece ileriye doğru" interpolasyon şeması ele alınacak olursa (Davidson, 2005), $\delta x_e = \delta x_w = \delta x$ kabulü yapılarak,

$$\varphi_e = \frac{3}{2}\varphi_P - \frac{1}{2}\varphi_W + O((\Delta x)^2) \tag{4.134.}$$

$$\varphi_W = \frac{3}{2}\varphi_W - \frac{1}{2}\varphi_{WW} + O((\Delta x)^2) \tag{4.135.}$$

şeklinde yüzeylerdeki ϕ değerleri belirlenebilir. Bu noktada, ϕ değerlerinin katsayılarının ağ örgüsü aralıkları δ_x 'in eşit olmadığı durumda farklı değerler alacaktır. Yüzeylerdeki ϕ değerleri denklem (4.66.) ve denklem (4.67.)'de yerlerine yazılacak olursa,

$$(\rho\rho U_e\left(\frac{3}{2}\varphi_P - \frac{1}{2}\varphi_W\right) - (\rho\rho U_w\left(\frac{3}{2}\varphi_W - \frac{1}{2}\varphi_{WW}\right) = \frac{\Gamma}{\delta x}(\varphi_E - 2\varphi_P + \varphi_W) + S_U + S_P\varphi_P \tag{4.136.}$$

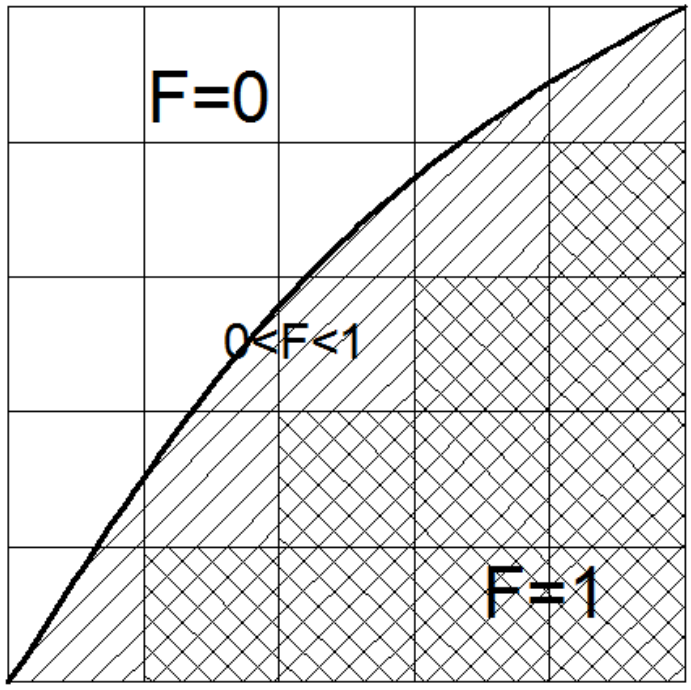
bulunur. Böylece;

$$a_P\varphi_P = a_W\varphi_W + a_E\varphi_E - a_{WW}\varphi_{WW} + S_U = \sum_{km} a_{km}\varphi_{km} + S_U \qquad (4.137.)$$

şeklinde lineer bir denklem sistemi elde edilmiş olur. Buradaki km indisi P hacmine komşu hacimleri göstermektedir.

4.2.3. Akışkan Hacimleri Yöntemi

Su-hava arakesitine sahip serbest yüzeylerin belirlenmesi için yazılımda akışkan hacimleri (VOF: Volume of Fluid) yöntemi kullanılmaktadır (Hirt ve Nichols, 1981). VOF yöntemi ile hücrelerin boş, tam veya kısmen suyla dolu olduğu belirlenir. Bu yöntemde hesaplama alanı üzerinde bir akışkan hacmi (F) tanımlanır. Şayet bir hücre tamamen akışkan ile dolu ise 1 değeri, tamamen boş ise sıfır değeri ve kısmen dolu ise hücrede kapladığı yüzde değerini alır Şekil 4.4..



Şekil 4.4. Akışkan hacminin ağ üzerindeki dağılımı

Serbest yüzey, bir eğime sahip ise bir hücredeki yüzeyin yerini ve eğimini belirlemek için kendisini çevreleyen hücreleri dikkate alan bir algoritma kullanılmaktadır. VOF yöntemi ile serbest yüzeyin izlenmesi üç kısımdan oluşur. Öncelikle serbest yüzeyin yeri bulunur. Daha sonra bu yüzey, su ve hava arasında keskin bir arakesit olarak belirlenir. Son olarak bu arakesite sınır şartları uygulanır. Arakesit üzerinde sıfır kayma gerilmesi ve sabit basınç sınır koşulları uygulanmaktadır. Akışkan hacmi fonksiyonu F'nin değişimi aşağıdaki diferansiyel denklem ile verilmektedir.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u\frac{\partial F}{\partial x} + v\frac{\partial F}{\partial y} + w\frac{\partial F}{\partial z} = 0 \qquad (4.138.)$$

bu denklem ile F değeri akışkan ile birlikte hareket etmektedir

4.2.4. Ağ Yakınsama İndeksi (GCI- Grid Convergence Index)

Sayısal çözümlerde seçilen sonlu eleman ağının etkisini incelemek için ASME (American Society of Mechanical Engineering) tarafından önerilen (Çelik ve ark., 2008) GCI (Grid Convergence Index) metodu kullanılacaktır. GCI, model çözümlerinin sayısal ayrıklaşmalara (numerical discretizations) duyarlılığını ortaya koymak için ilk olarak Roache (1994), tarafından önerilmiştir Bu metot temelde, farklı çözümlerin karşılaştırılmasını içeren, genelleştirilmiş Richardson Ekstrapolasyon yaklaşımına dayanır. Çözüm ağı yakınsaması ve belirsizliğinin tahmini için en az üç sonlu eleman ağ yapısı gereklidir (Roache, 1998).
Buna göre:

$$d_3 < d_2 < d_1 \qquad (4.139.)$$

$$e_{12} = u_1 - u_2, \quad e_{23} = u_2 - u_3, \quad r_{12} = \frac{d_1}{d_2}, \quad r_{23} = \frac{d_2}{d_3} \qquad (4.140.)$$

$$p = \frac{1}{\ln(r_{23})} \ln\left(\frac{(r_{23}^{p} - 1)e_{12}}{(r_{12}^{p} - 1)e_{23}} \right) \tag{4.141.}$$

$$E_{23} = \frac{u_3 - u_{s2}}{u_3} \tag{4.142.}$$

$$GCI_{23}^{fine} = \frac{1.25|E_{23}|}{r_{23}^{p} - 1} \tag{4.143.}$$

belirlenir. (4.140.)'de bulunan, u_2: d_2 aralığıyla tanımlanan orta hassasiyetli ağ ile elde edilen hız değeri, u_3: d_3 aralığıyla tanımlanan hassas ağ ile elde edilen hız değeri, p: doğruluk mertebesidir. Roache (1994)'e göre r_{23}, $r_{12} \geq 1.10$ olmalıdır. Üç veya daha fazla ağ yapısı için güvenlik faktörü, 1.25 olarak önerilmektedir (Roache, 1997).

Çözümlerde hassas ağ yapısından elde edilen sonuçların daha iyi olacağı bekleneceğinden, sadece GCI_{fine} hesaplanması yeterli olacaktır.

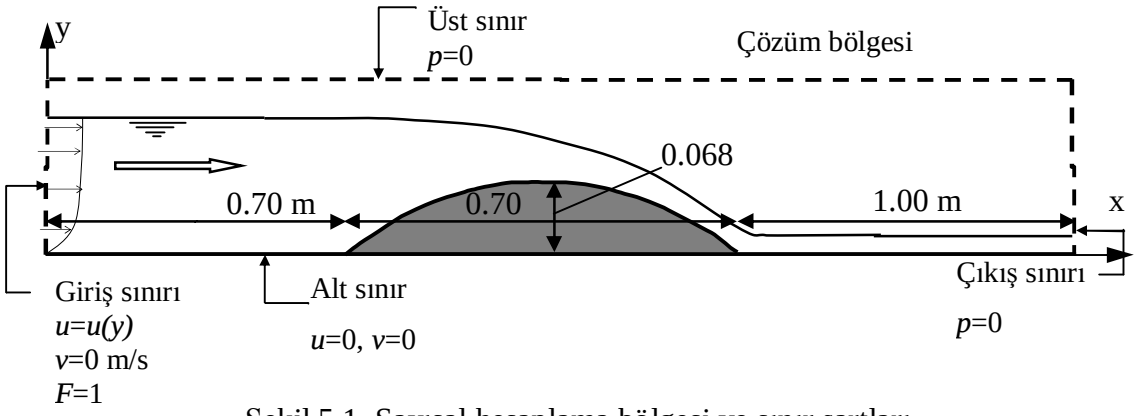
5. SAVAK AKIMININ HAD İLE MODELLENMESİ

Son yıllarda Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yöntemlerinde kaydedilen gelişmeler ve bunlarla bağlantılı ticari yazılımların çoğalması ile İnşaat Mühendisliği kapsamında yer alan birçok su yapısının tasarımında önemli kolaylıklar sağlanmıştır. Su akımı ile yapı etkileşiminin fiziksel modeller ile laboratuvar ortamında test edilmesi, öngörülen performans ölçütlerinin sağlanıp sağlanmadığı hakkında önemli bilgilerin edinilmesine yardımcı olduğu aşikardır. Sayısal modelleme ile akımın, kısa sürede ve ekonomik olarak çözülmesi ve tasarım işlemlerinin farklı koşullar için hızlı biçimde tekrarlanması mümkündür. Ancak HAD modellemelerinden elde edilen verilerin ne kadar gerçekçi olduğu ve kullanılabilirliği konusu, güncel tartışma konularından birini oluşturmaktadır. Bu bakımdan, sayısal bulguların deneylerle doğrulanmasına yönelik çalışmaların çoğaltılmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği kapsamında Flotran, Fluent, Cobalt, Flow 3D, STAR CFD, v.b. birçok ticari paket program geliştirilmiştir. Bu çalışmada temel denklemlerin sayısal çözümü için ANSYS.12.1 paket programı içerisinde bulunan Fluent modülü kullanılmıştır.

5.1. Çözüm Bölgesi ve Sınır Şartları

Eğrisel geniş başlıklı savak ile etkileşim halindeki açık kanal akımının sayısal çözümü için kullanılan modelin çözüm bölgesinin geometrisi ve boyutları Şekil 5.1.' de görülmektedir. Kullanılan koordinat sisteminin orijini, çözüm bölgesinin sol alt köşesi olarak alınmıştır. Çözüm bölgesinin üst sınırı, memba su seviyesinin biraz üstünde, alt sınırı ise kanal tabanı ve savak yüzeyinden geçmektedir. Alt sınırda sıfır-hız duvar sınır şartı, yani u=v=0 kabulü yapılmıştır. İki farklı debi durumu için yapılan sayısal modelde, giriş sınır şartı olarak Durum 1 için, deneysel olarak ölçülen hız profili kullanılırken, Durum 2 için ise kesit ortalama hızı üniform olarak tatbik edilmiştir. Böylece her iki durumda sayısal yöntemin gücü test edilmeye çalışılmıştır. Kanal sonundaki serbest dökülme kesiti olan çıkış sınırında ve çözüm bölgesinin üst sınırında, basınç şartı p=0 değeri kullanılmıştır. Ayrıca I türbülans şiddeti ile ilgili

giriş sınır şartı olarak deneylerden alınan 0.10 (%10), yani yüksek türbülans şiddeti koşulu tanımlanmıştır.

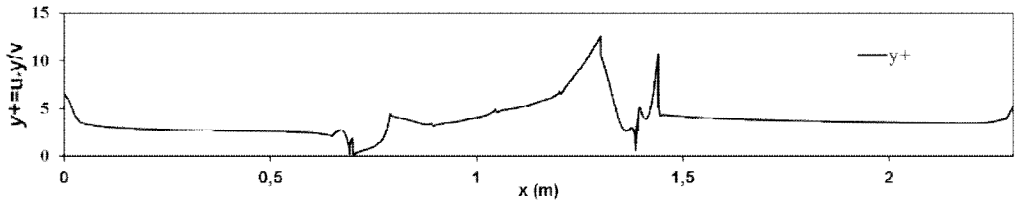


Şekil 5.1. Sayısal hesaplama bölgesi ve sınır şartları

Zamana bağlı çözüm sürecinde, başlangıç şartı olarak, çözüm bölgesinin giriş sınırında doluluk oranı F=1 alınmıştır.

5.2. Cidar Bölgesinin Modellenmesi

Ansys-Fluent, cidar bölgesini modellemek için duvar fonksiyonu ve iki tabakalı bölge modeli seçeneklerini sunmaktadır. Bu çalışmada, cidara yakın bölgenin çözünürlüğü, yüksek ince ağ ile çözümlendiği iki tabakalı bölge modeli olarak ele alınmıştır. Kırkgöz ve Ardıçlıoğlu, y^+ değerinin 10'dan küçük olması halinde hız dağılımının, viskoz alt tabakadaki lineer dağılıma uyduğunu rapor etmişlerdir. Bu kriter göz önünde bulundurularak, duvara yakın elemanların, $y^+ \leq 10$ olacak şekilde boyutsuz cidar mesafesi değerlerine sahip olmalarına dikkat edilmiştir. **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.**.'de RNG türbülans modeli kullanılarak elde edilen y^+ değerlerinin kanal boyunca değişimini göstermektedir. Şekilden de görüldüğü gibi, savak yapısının mansap yüzündeki bölge dışında, $y^+ \leq 10$ durumu gerçekleşmiştir.



Şekil 5.2. RNG türbülans modeli ile elde edilen y^+ değerinin kanal boyunca değişimi

Standart k-ε ve RSM yöntemlerinde, katı sınırdaki kaymama koşulu ile birlikte, hareket ve süreklilik denklemlerinin duvara kadar integrasyonu, tatminkar olmayan sonuçlar vermektedir. Bu durumu aşabilmek için, iki tabakalı bölge modeli yaklaşımı yapılmaktadır. Bu modelde, türbülans viskozitesinin hesabı için, yüksek çözünürlükteki ağ yapısı ile birlikte, viskoziteden etkilenen bölgelerde (viskoz alt tabaka ve geçiş bölgesi) Jongen (1998) tarafından sunulan aşağıdaki denklem kullanılmaktadır:

$$\mu_{t,enh} = \lambda_\varepsilon \mu_t + (1-\lambda_\varepsilon)\mu_{t,2layer} \tag{5.1.}$$

Burada λ_ε geçiş fonksiyonu olup türbülanslı bölge için 1, viskoz alt tabaka için 0 değerine eşit olmaktadır. Ara bölgede ise aşağıdaki gibi hesap edilmektedir:

$$\lambda_\varepsilon = \frac{1}{2}\left[1+\tanh\left(\frac{\mathrm{Re}_y - \mathrm{Re}_y^*}{A}\right)\right] \tag{5.2.}$$

Burada $\mathrm{Re}_y (= \rho y\sqrt{k}/\mu)$ cidar mesafesine dayalı Reynolds sayısı, $\mathrm{Re}_y^* = 200$ ve $A = |\Delta \mathrm{Re}_y| / \arctan(0.98)$. $\Delta \mathrm{Re}_y$, Re_y^* değerinin % 5 ila % 20 si arasında değişen değerler almaktadır. (5.1.) ifadesindeki μ_t, yüksek Reynolds bölgeleri için tanımlanan türbülans viskozitesidir. $\mu_{t,2layer}$ ise viskoziteden etkilenen bölgedeki türbülans viskozitesini temsil etmekte olup aşağıdaki gibi hesap edilmektedir (Wolfstein, 1969):

$$\mu_{t,2layer} = \rho C_\mu \mathbf{l}_m \sqrt{k} \tag{5.3.}$$

(4.3.) denklemindeki $\mathbf{l}_m$ uzunluk ölçeği aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\mathbf{l}_m = yC_{\mathbf{l}}^{*}(1 - e^{-Re_y/A_\mu}) \tag{5.4.}$$

Burada A_μ= 70 ve $C_{\mathbf{l}}^{*} = \kappa C_\mu^{-3/4}$.

Viskoziteden etkilenen bölge için türbülans kinetik enerjisinin kayıp oranı ε ise aşağıdaki gibi belirlenmektedir:

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{\mathbf{l}_\varepsilon} \tag{5.5.}$$

(5.5.) ifadesinde yer alan $\mathbf{l}_\varepsilon$ uzunluk skalası;

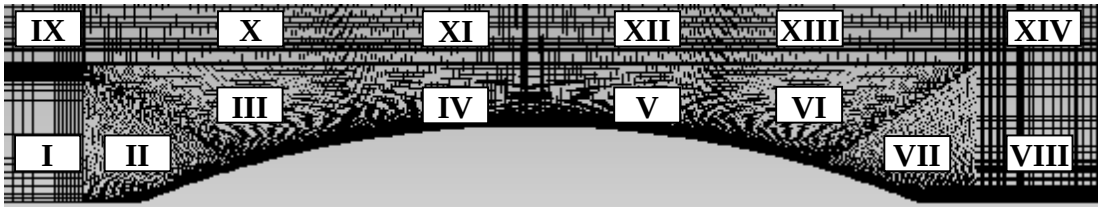
$$\mathbf{l}_\varepsilon = yC_{\mathbf{l}}^{*}(1 - e^{-Re_y/A_\varepsilon}) \tag{5.6.}$$

şeklinde hesap edilmektedir (Chen ve Patel, 1988). Burada $A_\varepsilon = 2C_{\mathbf{l}}^{*}$ (Fluent 12.0).

5.3. Sonlu Hacimler Hesap Ağı

Su-yapı etkileşiminin söz konusu olduğu akım problemlerinin sayısal hesaplamalarında, hesaplama ağı yapısının sonuçlar üzerinde etkili olduğu bilinmektedir. Bu çalışmadaki probleme uygun hesaplama ağının oluşturulmasında, edinilen deneyimlere bağlı olarak, katı sınırlara doğru ve yüzey profilinde hızlı değişimin söz konusu olduğu bölgelerde hesap ağı sıklaştırılmıştır. Akımın karakteri göz önüne alınarak, Şekil 5.1.'de verilen sayısal çözüm bölgesi, **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.**.'de görüldüğü gibi, 14 alt bölgeye ayrılmış, her bir alt bölgede

eleman sayısı yaklaşık olarak %50 ve %100 artırılmak suretiyle, lineer dörtgen elemanlardan oluşan 3 farklı yoğunluğa sahip ağ yapısı elde edilmiştir (Çizelge5.1.).



Şekil 5.3. Sayısal modelin hesaplama ağında kullanılan alt bölgeler

Çizelge 5.1. Üç farklı yoğunluktaki ağlar için bölgelerdeki eleman sayıları

Bölge	**Ağ-1**	**Ağ-2**	**Ağ-3**	**Bölge**	**Ağ-1**	**Ağ-2**	**Ağ-3**
I	40x50	60x75	80x100	**VIII**	50x100	75x150	100x200
II	40x40	60x60	80x80	**IX**	10x50	15x75	20x100
III, IV	25x40	40x60	50x80	**X,XI**	10x25	15x40	20x50
V,VI	25x40	40x60	50x80	**XII, XIII**	10x25	15x40	20x50
VII	40x40	60x60	80x80	**XIV**	10x100	15x150	20x200

5.4. GCI (Ağ yakınsama indeksi) Uygulaması

Çizelge 5.1., sayısal hesaplamalarda kullanılan üç farklı ağ yapısı için eleman sayılarını göstermektedir. Sayısal çözüm alanındaki ağ yapısının yeterli sıklıkta olup olmadığı, bir başka ifadeyle ağ yapısından bağımsızlaştırılmış sayısal çözümler elde etmek amacıyla ele alınan üçlü ağ sistemi itibariyle yapılan sıklaştırmanın uygunluğu, 3. bölümde anlatılan GCI (*Grid convergence index - Ağ yakınsama indeksi*) yöntemiyle test edilmiştir

Çözüm bölgesi içerisinde ağ yoğunluğunun uygun olup olmadığı farklı kesitlerde bulunan hız profilleri üzerinde uygulanmıştır. Savak membasında 0.6 m' de, savak üzerinde 1.06 m' de ve savak mansabında ise 1.70 m' de bulunan hız profilleri üzerinde RNG türbülans modeli ile Çizelge 5.1. de verilen hesap ağları için çözüm yapılmıştır. Üç kesit için elde edilmiş GCI sonuçları, Çizelge 5.2., Çizelge 5.3. ve Çizelge 5.4.' de verilmiştir.

Çizelge 5.2. x=0.60 m için GCI uygulaması

h(mm)	**2**	**4**	**10**	**20**	**40**	**60**	**100**	**120**
$\mathbf{d_1}$ **(m)**	0.0010	0.0012	0.0020	0.0033	0.0053	0.0076	0.0033	0.0010
$\mathbf{d_2}$ **(m)**	0.0007	0.0008	0.0013	0.0021	0.0037	0.0051	0.0023	0.0007
$\mathbf{d_3}$ **(m)**	0.0005	0.0006	0.0010	0.0016	0.0027	0.0039	0.0017	0.0005
$\mathbf{u_1}$ **(m/s)**	0.1685	0.1880	0.1988	0.2038	0.2086	0.2116	0.2150	0.2156
$\mathbf{u_2}$ **(m/s)**	0.1685	0.1873	0.1984	0.2037	0.2087	0.2117	0.2151	0.2156
$\mathbf{u_3}$ **(m/s)**	0.1693	0.1875	0.1984	0.2036	0.2086	0.2117	0.2152	0.2157
$\mathbf{e_{12}}$	0.0000	0.0007	0.0004	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
$\mathbf{e_{23}}$	0.0009	0.0002	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001
$\mathbf{r_{12}}$	1.4953	1.5016	1.5142	1.5269	1.4222	1.4891	1.4103	1.4953
$\mathbf{r_{23}}$	1.3313	1.3340	1.3394	1.3449	1.3782	1.3286	1.3726	1.3313
p	-16.893	3.3174	6.3193	1.1474	-0.4391	5.6836	1.3988	-1.9415
$\mathbf{GCI_{Fine}}$	-0.0065	0.0007	0.0000	-0.0004	-0.0003	-0.0001	-0.0004	-0.0004

Çizelge 5.3. x=1.06 m için GCI uygulaması

h(mm)	**1.25**	**2**	**4.5**	**7**	**12**	**22**	**32**	**37**
$\mathbf{d_1}$ **(m)**	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0010	0.0016	0.0021	0.0023
$\mathbf{d_2}$ **(m)**	0.0003	0.0003	0.0004	0.0005	0.0007	0.0010	0.0014	0.0016
$\mathbf{d_3}$ **(m)**	0.0002	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0008	0.0011	0.0012
$\mathbf{u_1}$ **(m/s)**	0.5921	0.6332	0.6668	0.6709	0.6721	0.6695	0.6650	0.6624
$\mathbf{u_2}$ **(m/s)**	0.5930	0.6335	0.6667	0.6709	0.6721	0.6699	0.6658	0.6635
$\mathbf{u_3}$ **(m/s)**	0.5948	0.6361	0.6673	0.6710	0.6719	0.6697	0.6657	0.6635
$\mathbf{e_{12}}$	0.0009	0.0003	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0009	0.0012
$\mathbf{e_{23}}$	0.0018	0.0027	0.0005	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0000
$\mathbf{r_{12}}$	1.4432	1.4970	1.5279	1.4609	1.5078	1.5139	1.4910	1.4971
$\mathbf{r_{23}}$	1.3453	1.3337	1.3467	1.3380	1.3369	1.3387	1.3281	1.3285
p	-2.6649	-7.7406	-9.5344	-3.8736	-3.9969	0.7373	3.6360	9.0635
$\mathbf{GCI_{Fine}}$	0.0070	-0.0059	-0.0011	-0.0001	-0.0004	-0.0004	-0.0003	-0.0001

Çizelge 5.4. x=1.70 m için GCI uygulaması

h(mm)	**1**	**3**	**5**	**7**	**9**	**13**	**15**	**17.5**
$\mathbf{d_1}$ **(m)**	0.0003	0.0004	0.0006	0.0008	0.0009	0.0012	0.0014	0.0015
$\mathbf{d_2}$ **(m)**	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0008	0.0009	0.0010
$\mathbf{d_3}$ **(m)**	0.0001	0.0002	0.0003	0.0004	0.0005	0.0006	0.0007	0.0008
$\mathbf{u_1}$ **(m/s)**	1.0171	1.2078	1.3026	1.3605	1.3933	1.4193	1.4233	1.4246
$\mathbf{u_2}$ **(m/s)**	1.0153	1.2108	1.3062	1.3632	1.3957	1.4226	1.4274	1.4295
$\mathbf{u_3}$ **(m/s)**	1.0131	1.2171	1.3104	1.3656	1.3974	1.4239	1.4286	1.4307
$\mathbf{e_{12}}$	1.0170	1.2075	1.3023	1.3601	1.3929	1.4187	1.4226	1.4238
$\mathbf{e_{23}}$	0.0019	0.0030	0.0037	0.0028	0.0024	0.0033	0.0041	0.0049
$\mathbf{r_{12}}$	1.4559	1.5350	1.5382	1.5026	1.5041	1.5072	1.5087	1.4723
$\mathbf{r_{23}}$	1.3138	1.2993	1.3006	1.3345	1.2863	1.3365	1.3371	1.3211
p	-1.4180	-3.8196	-1.8179	-0.5693	-0.2176	1.6138	2.5070	3.0021
$\mathbf{GCI_{Fine}}$	-0.0082	-0.0066	-0.0039	-0.0022	-0.0014	-0.0012	-0.0010	-0.0011

Ağ 3 kullanılarak yapılan analizler sonucunda hesaplanan akım hızlarındaki hataların kabul edilebilir değerlere yakınsadığı görülmüş (%2'den küçük) ve böylece, hesaplama hassasiyetinin ağ yoğunluğundan bağımsızlaştığı kanaatine varılmıştır. Hesap ağının sıkı olması doğrudan sayısal modellemede kullanılan zaman adımını etkileyen bir faktördür. Ağ yapısının sıkı olması nedeniyle zaman adımı RSM hariç tüm türbülans modellerinde Δt=0.0001s, RSM türbülans modelinde Δt=0.00005s olarak seçilmiştir. Zaman adımı ve ağ yapısına bağlı olarak Quad Core 2.6 GHZ işlemcili 4GB RAM özelliklerine sahip bir bilgisayar ile 20 s çözüm elde etmek için geçen süre, yaklaşık 7 gün olmaktadır. Özellikle RSM türbülans modelinde bu süre 15 güne kadar çıkabilmektedir.

6. BULGULAR VE TARTIŞMALAR

6.1 Hesaplanan Hız Profilleri

Türbülans modellerinin doğrulanması bağlamında, deneysel ve sayısal hesap bulgularının farklı modeller için niceliksel olarak karşılaştırılmasında *Ortalama Karesel Hata* (OKH) değeri ölçüt olarak kullanılmıştır:

$$\mathrm{OKH} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(\bar{u}_d - \bar{u}_h)^2 \qquad (6.1.)$$

Burada, $\bar{u}_d$ ve $\bar{u}_h$ sırasıyla deneysel ve hesaplanan ortalama hız değerleri, N kesit derinliğindeki noktasal ölçüm sayısıdır. Çizelge 6.1. ve Çizelge 6.2., iki farklı debi durumu için, kanalın farklı kesitlerinde bu çalışmada kullanılan türbülans modelleri için hesaplanan OKH değerlerini göstermektedir. Çizelgelerde görülen parantez içindeki rakamlar, OKH değerleri baz alınarak, ilgili türbülans modeli bulgularının, deneysel bulgulara olan yakınlığı ile ilgili sıralamayı göstermektedir.

Çizelge 6.l'den de görüldüğü gibi, küçük debi koşullarında, RNG türbülans modeli, savak yapısının membasında ve mansabında yani kritik-altı ve kritik-üstü üniform akım bölgelerinde, diğer modellerden daha iyi sonuçlar vermektedir. Savak üzerindeki kesitlerde (x=0.8, 0.90, 0.95, 1.00, 1.05, 1.06, 1.10, 1.15, 1.20 ve 1.30 m) ise, yani, akımda hızlı şekil değiştirmelerin ve eğriselliğin baskın olduğu yerlerde, herhangi bir modelin belirgin şekilde üstünlük sağladığı görülmemektedir. Bununla birlikte SKE ve RNG türbülans modellerinden elde edilen sayısal bulguların, deneysel ölçümlere daha fazla yaklaştığını söylemek mümkündür.

Büyük debi koşullarında, savak membasında yani kritik-altı üniform akım bölgesinde, RSM türbülans modelinin bariz üstünlüğü, Çizelge 6.2'de de görülmektedir. Ancak savak yapısı üzerinde ve kritik-üstü akım bölgesinde, herhangi bir türbülans modelinin belirgin bir üstünlüğünden söz etmek mümkün görünmemektedir. Bununla birlikte, ortalama karesel hatalarının ortalamaları göz önüne alındığında, savak yapısı üzerinde SKE türbülans modeli daha iyi görünürken;

savak mansabında yani kritik-üstü üniform akım bölgesinde RNG türbülans modeli daha iyi sonuçlar vermektedir. Bu çalışmada kullanılan türbülans modellerinin başarı durumları, Çizelge 6.3'te verilen ortalama OKH değerlerinden de görülebilir. Bu değerlerden, her iki debi koşullarında, kritik-altı rejimden kritik-üstü rejime geçişin söz konusu olduğu savak civarı karmaşık akım bölgesini de içine alan akım bölgesinin tümü için, RNG, RKE, SST, SKE ve RSM, şeklinde bir başarı sıralaması yapmak mümkündür. Diğer taraftan, literatürde eğri yörüngeli akımlarda daha iyi sonuç verdiği belirtilen RSM türbülans modelinin bu çalışmada kullanılan akım koşullarında beklenen ölçüde başarılı olmamasına karşın, SKE'den türetilmiş RNG ve RKE modellerinin genel olarak daha başarılı olduğu görülmektedir.

Şekil 6.1. ve Şekil 6.2.'de, kanalın farklı kesitlerinde ölçülen yatay hız profilleri ile bu ölçümlere OKH değeri bakımından en yakın iki farklı türbülans modelinden hesaplanan hız profilleri verilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi, her bir kesitte birinci sırada yer alan türbülans modeli bulguları, kanalın başlangıç kesitleri hariç, deneylerle gayet iyi uyum sağlamaktadır. Kanal başlangıcında söz konusu olan bu farklılıkların, sayısal hesaplamalarda giriş sınır şartı olarak deneyden alınan hızların ancak bir fonksiyon yardımıyla girilebilmesi yani noktasal olarak hız değerlerinin girilememesinden kaynaklanabileceği tahmin edilmektedir. Buna ilave olarak, hazneden kanala girişte, kanal tabanında yer alan düzensizliklerin, sayısal ve deneysel hız profilleri arasında farklılıkların oluşmasına neden olduğu da düşünülmektedir.

Çizelge 6.1. Durum 1 için farklı türbülans modellerine göre OKH değerleri

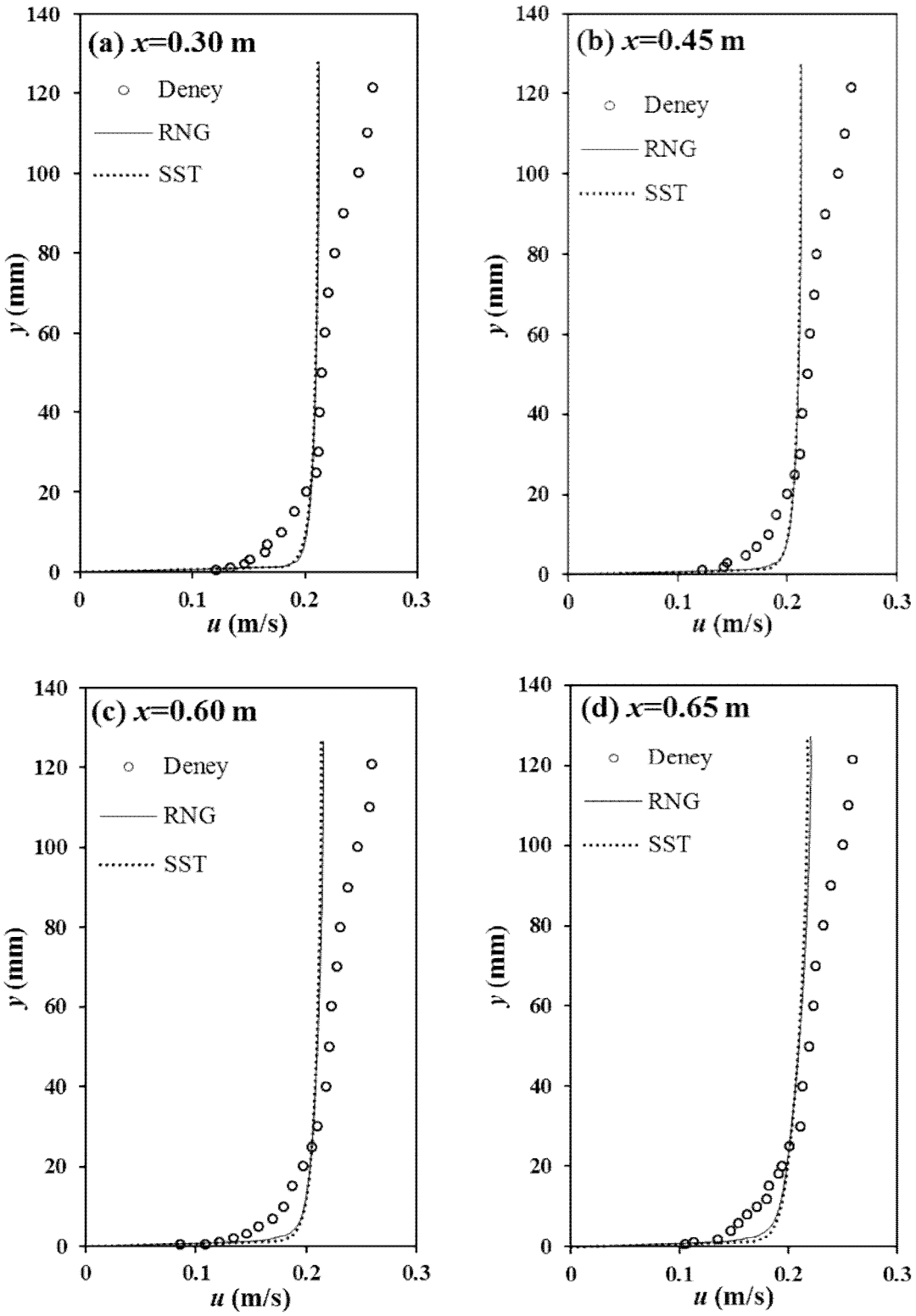
Kesit yerleri, *x* (m)		**SKE**	**RNG**	**RKE**	**SST**	**RSM**
Membada	0,3	0.00120$^{(3)}$	**0.00110$^{(1)}$**	0.00121$^{(4)}$	0.00111$^{(2)}$	0.00130$^{(5)}$
	0,45	0.00079$^{(3)}$	**0.00064$^{(1)}$**	0.00082$^{(4)}$	0.00068$^{(2)}$	0.00110$^{(5)}$
	0,6	0.00094$^{(3)}$	**0.00079$^{(1)}$**	0.00097$^{(4)}$	0.00086$^{(2)}$	0.0013$^{(5)}$
	0,65	0.00088$^{(3)}$	**0.00071$^{(1)}$**	0.00090$^{(4)}$	0.00079$^{(2)}$	0.0013$^{(5)}$
	0,7	**0.00033$^{(1)}$**	0.00042$^{(2)}$	0.00180$^{(5)}$	0.00130$^{(4)}$	0.00100$^{(3)}$
Ort. OKH	—	**0.00083$^{(2)}$**	**0.00073$^{(1)}$**	**0.00114$^{(4)}$**	**0.00095$^{(3)}$**	**0.00120$^{(5)}$**
Savak	0,8	0.00015$^{(2)}$	**0.00014$^{(1)}$**	0.00024$^{(4)}$	0.00019$^{(3)}$	0.00067$^{(5)}$
	0,9	0.00022$^{(2)}$	**0.00020$^{(1)}$**	0.00023$^{(3)}$	0.00024$^{(4)}$	0.00041$^{(5)}$
	0,95	0.00007$^{(2)}$	**0.00006$^{(1)}$**	0.00009$^{(4)}$	0.00008$^{(3)}$	0.00052$^{(5)}$
	1,00	**0.00024$^{(1)}$**	0.00037$^{(3)}$	0.00044$^{(4)}$	0.00027$^{(2)}$	0.00190$^{(5)}$
	1,05	**0.00035$^{(1)}$**	0.00046$^{(3)}$	0.00066$^{(4)}$	0.00044$^{(2)}$	0.00190$^{(5)}$
	1.06(h_{kr})	**0.00143$^{(1)}$**	0.00160$^{(3)}$	0.00164$^{(4)}$	0.00145$^{(2)}$	0.00270$^{(5)}$
	1,10	0.00039$^{(3)}$	0.00028$^{(2)}$	**0.00026$^{(1)}$**	0.00030$^{(4)}$	0.00053$^{(5)}$
	1,15	0.00180$^{(5)}$	0.00150$^{(2)}$	0.00151$^{(3)}$	**0.00130$^{(1)}$**	0.00152$^{(4)}$
	1,20	**0.00017$^{(1)}$**	0.00020$^{(2)}$	0.00023$^{(3)}$	0.00066$^{(4)}$	0.00170$^{(5)}$
	1,30	**0.00370$^{(1)}$**	0.00375$^{(3)}$	0.00373$^{(2)}$	0.00600$^{(5)}$	0.00390$^{(4)}$
Ort. OKH	—	**0.00101$^{(3)}$**	**0.00086$^{(1)}$**	**0.00090$^{(2)}$**	**0.00108$^{(4)}$**	**0.00157$^{(5)}$**
Mansapda	1,40	0.00140$^{(3)}$	0.00099$^{(2)}$	**0.00089$^{(1)}$**	0.00430$^{(5)}$	0.00320$^{(4)}$
	1,45	0.00110$^{(4)}$	0.000913$^{(2)}$	**0.000863$^{(1)}$**	0.00320$^{(5)}$	0.000941$^{(3)}$
	1,50	0.00092$^{(3)}$	**0.00029$^{(1)}$**	0.00091$^{(2)}$	0.00200$^{(5)}$	0.00190$^{(4)}$
	1,70	0.00170$^{(4)}$	0.00059$^{(1)}$	**0.00088$^{(2)}$**	0.00120$^{(3)}$	0.00260$^{(5)}$
	1,90	0.00320$^{(4)}$	0.00250$^{(3)}$	0.00240$^{(2)}$	**0.00200$^{(1)}$**	0.00560$^{(5)}$
	2,10	0.00370$^{(4)}$	**0.00046$^{(1)}$**	0.00077$^{(2)}$	0.00120$^{(3)}$	0.01800$^{(5)}$
	2,20	0.00450$^{(5)}$	**0.00110$^{(1)}$**	0.00140$^{(2)}$	0.00240$^{(4)}$	0.00230$^{(3)}$
Ort. OKH	—	**0.00236$^{(4)}$**	**0.00098$^{(1)}$**	**0.00116$^{(2)}$**	**0.00233$^{(3)}$**	**0.00493$^{(5)}$**

Çizelge 6.2. Durum 2 için farklı türbülans modellerine göre OKH değerleri

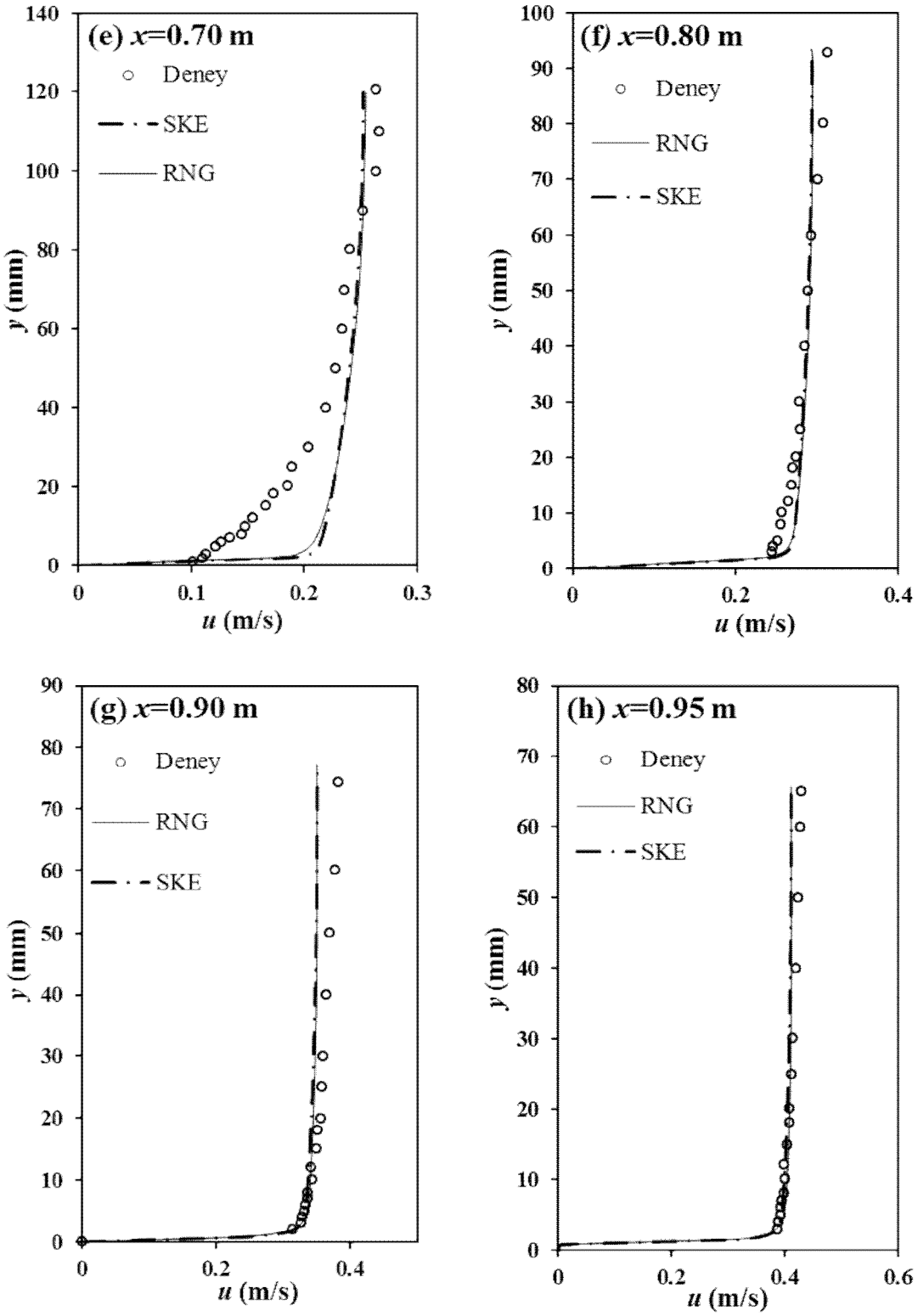
Kesit yerleri, *x* (m)		**SKE**	**RNG**	**RKE**	**SST**	**RSM**
Membada	0,3	0.00200$^{(4)}$	0.00191$^{(3)}$	0.00190$^{(2)}$	0.00201$^{(5)}$	**0.00110$^{(1)}$**
	0,45	0.00173$^{2)}$	0.00161$^{(2)}$	**0.00160$^{(1)}$**	0.00170$^{(3)}$	0.00171$^{(4)}$
	0,6	0.00181$^{(5)}$	0.00171$^{(3)}$	0.00170$^{(2)}$	0.00180$^{(4)}$	**0.00120$^{(1)}$**
	0,65	0.00460$^{(3)}$	0.00440$^{(2)}$	0.00470$^{(4)}$	0.00471$^{(5)}$	**0.00270$^{(1)}$**
	0,7	0.00490$^{(2)}$	0.00650$^{(3)}$	0.00830$^{(5)}$	0.00670$^{(4)}$	**0.00220$^{(1)}$**
Ort. OKH	—	**0.00301$^{(2)}$**	**0.00323$^{(3)}$**	**0.00364$^{(5)}$**	**0.00338$^{(4)}$**	**0.00178$^{(1)}$**
Savak	0,8	0.00760$^{(2)}$	0.00761$^{(3)}$	0.00764$^{(4)}$	0.00767$^{(5)}$	**0.00740$^{(1)}$**
	0,9	0.01281$^{(3)}$	0.01283$^{(4)}$	0.01284$^{(5)}$	0.0126$^{(2)}$	**0.01210$^{(1)}$**
	0,95	0.00610$^{(3)}$	0.00619$^{(5)}$	0.00612$^{(4)}$	0.00580$^{(2)}$	**0.00560$^{(1)}$**
	1,00	0.00160$^{(2)}$	0.00171$^{(4)}$	0.00170$^{(3)}$	0.00190$^{(5)}$	**0.00150$^{(1)}$**
	1,05	**0.00230$^{(1)}$**	0.00243$^{(3)}$	0.00248$^{(4)}$	0.00231$^{(2)}$	0.00390$^{(5)}$
	1.06(h_{kr})	**0.00240$^{(1)}$**	0.00260$^{(3)}$	0.00250$^{(2)}$	0.00270$^{(4)}$	0.00350$^{(5)}$
	1,10	0.00286$^{(3)}$	0.00285$^{(2)}$	**0.00280$^{(1)}$**	0.00290$^{(4)}$	0.00420$^{(5)}$
	1,15	0.00220$^{(3)}$	0.00230$^{(5)}$	0.00223$^{(4)}$	**0.00155$^{(1)}$**	0.00160$^{(2)}$
	1,20	**0.00530$^{(1)}$**	**0.00534$^{(2)}$**	0.00540$^{(3)}$	0.00720$^{(5)}$	0.00650$^{(4)}$
	1,30	**0.00390$^{(1)}$**	0.00393$^{(3)}$	0.00391$^{(2)}$	0.00640$^{(5)}$	0.00396$^{(4)}$
Ort. OKH	—	**0.00471$^{(1)}$**	**0.00478$^{(3)}$**	**0.00476$^{(2)}$**	**0.00510$^{(5)}$**	**0.00503$^{(4)}$**
Mansapda	1,40	0.00610$^{(4)}$	0.00570$^{(3)}$	0.00572$^{(3)}$	**0.00230$^{(1)}$**	0.00530$^{(2)}$
	1,45	0.00900$^{(4)}$	0.00850$^{(3)}$	0.00920$^{(5)}$	**0.00540$^{(1)}$**	0.00760$^{(2)}$
	1,50	0.00440$^{(5)}$	0.00350$^{(3)}$	0.00360$^{(4)}$	0.00320$^{(2)}$	**0.00090$^{(1)}$**
	1,70	0.00990$^{(5)}$	0.00710$^{(3)}$	0.00713$^{(4)}$	0.00520$^{(2)}$	**0.00480$^{(1)}$**
	1,90	0.00218$^{(2)}$	0.00250$^{(4)}$	0.00220$^{(3)}$	**0.00213$^{(1)}$**	0.00920$^{(5)}$
	2,10	**0.00370$^{(1)}$**	0.00460$^{(3)}$	0.00450$^{(2)}$	0.00560$^{(4)}$	0.01270$^{(5)}$
	2,20	0.00632$^{(4)}$	**0.00330$^{(1)}$**	0.00334$^{(2)}$	0.00360$^{(3)}$	0.00810$^{(5)}$
Ort. OKH	—	**0.00594$^{(4)}$**	**0.00491$^{(1)}$**	**0.00510$^{(3)}$**	**0.00495$^{(2)}$**	**0.00694$^{(5)}$**

Çizelge 6.3. Tüm kanal boyunca türbülans modellerinin başarı sırası

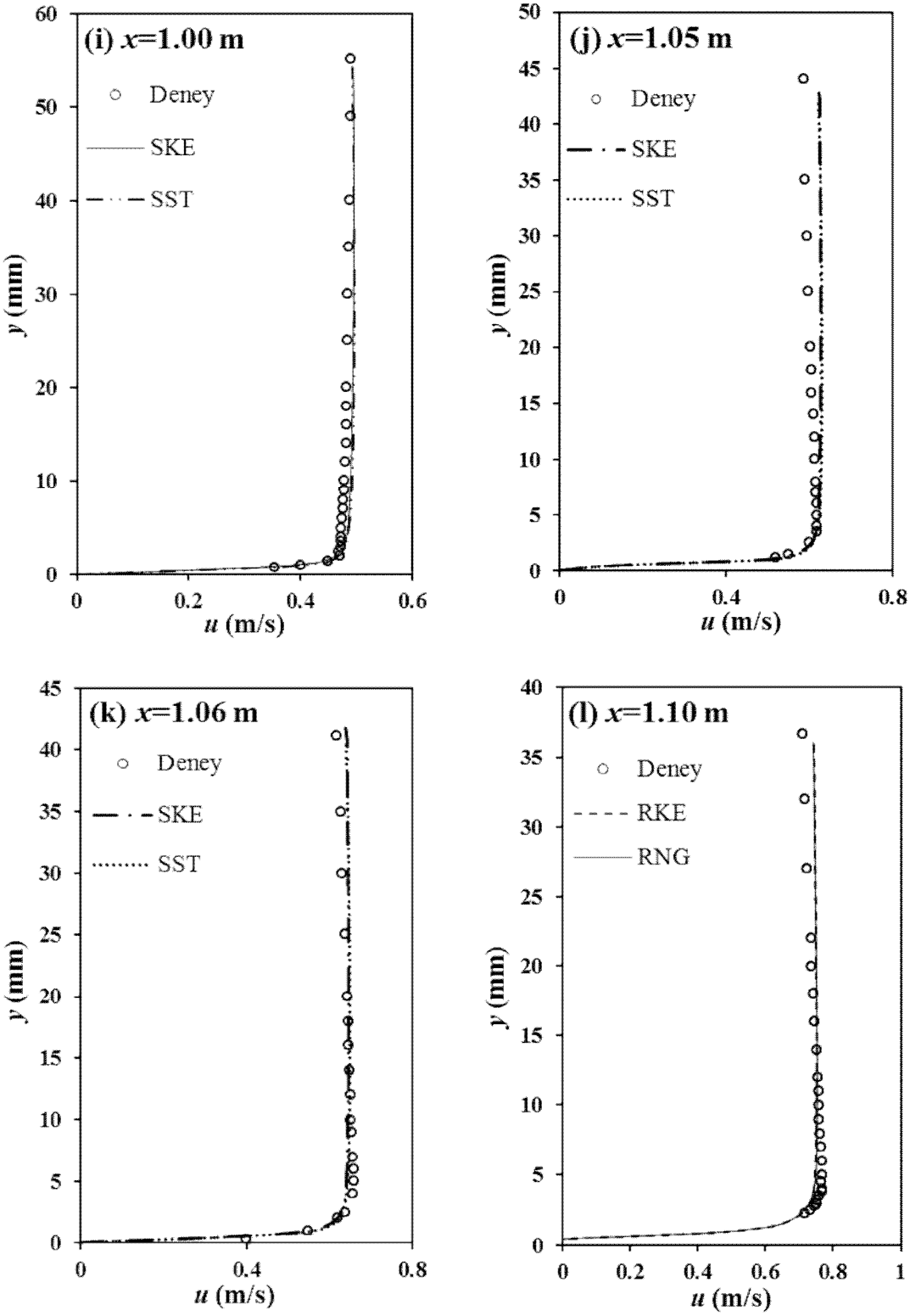
Durum	Kesit	SKE	RNG	RKE	SST	RSM
Durum 1	Memba	2	1	4	3	5
	Savak	3	1	2	4	5
	Mansap	4	1	2	3	5
Durum 2	Memba	2	3	5	4	1
	Savak	1	3	2	5	4
	Mansap	4	1	2	3	5
Durum 1	Tüm Kesit	4	1	2	3	5
Durum 2		4	1	2	3	5



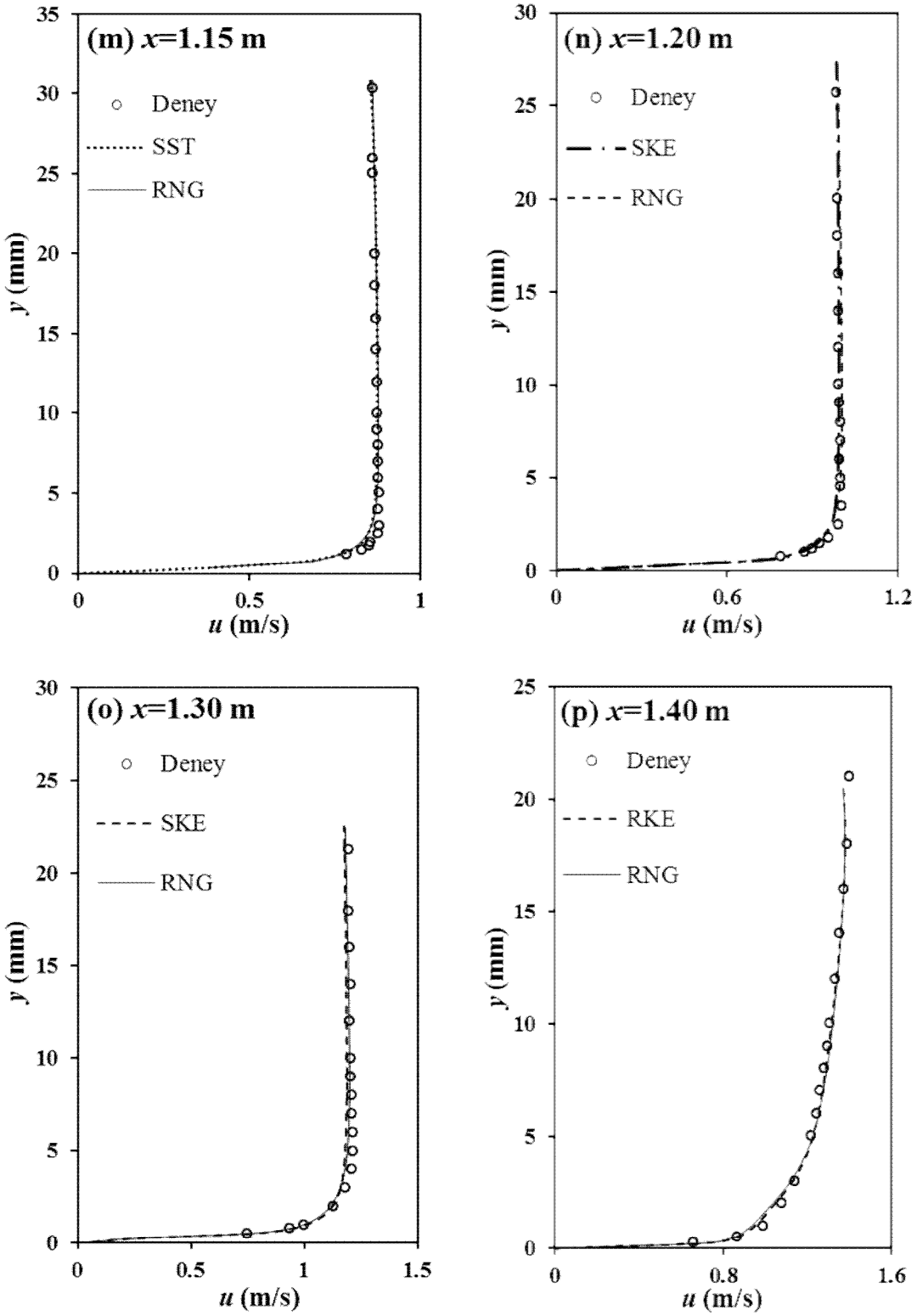
Şekil 6.11 Durum 1 için kanalın farklı kesitlerinde deneysel ve hesaplanan hız profilleri



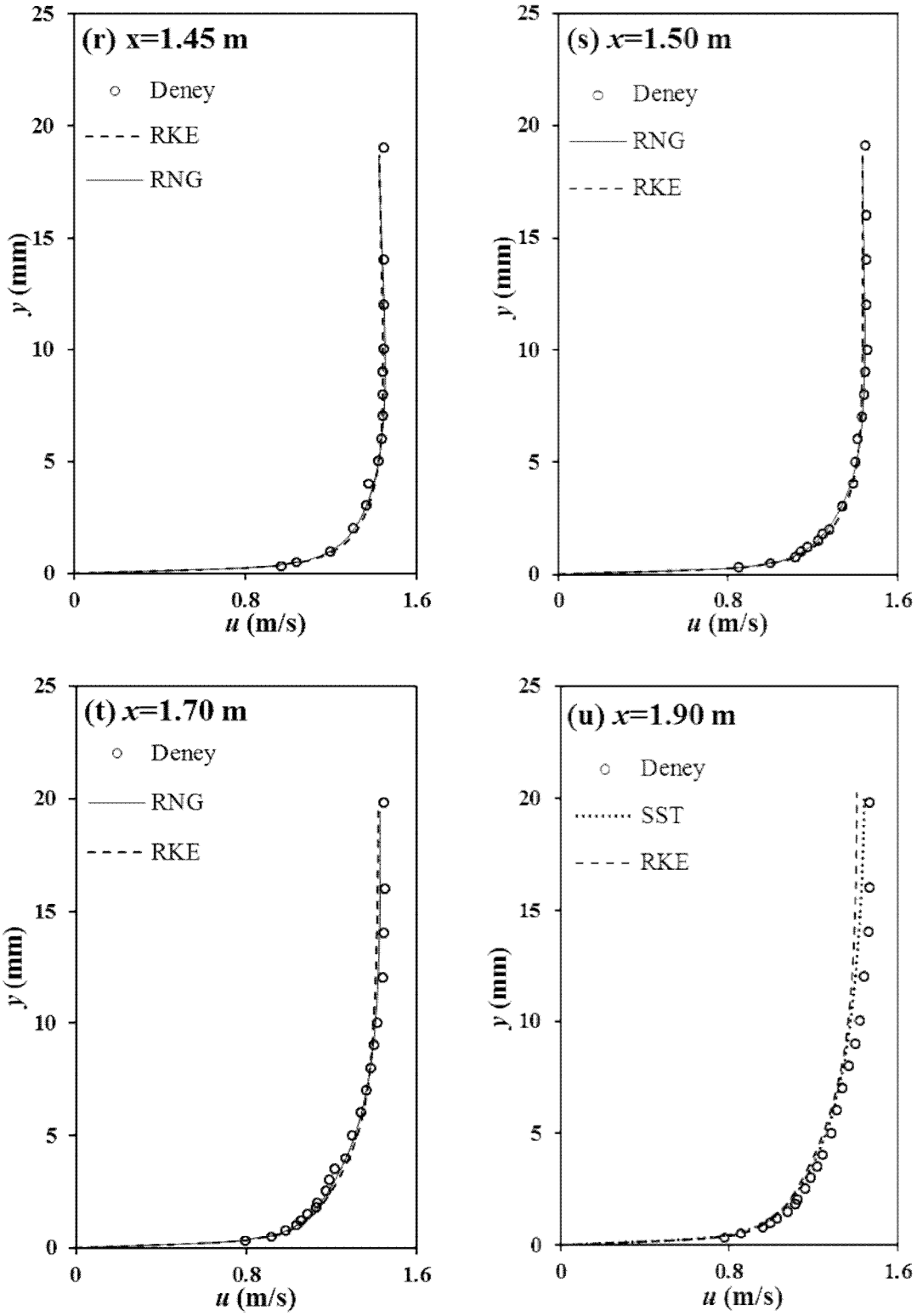
Şekil 6.1. **(**Devam)



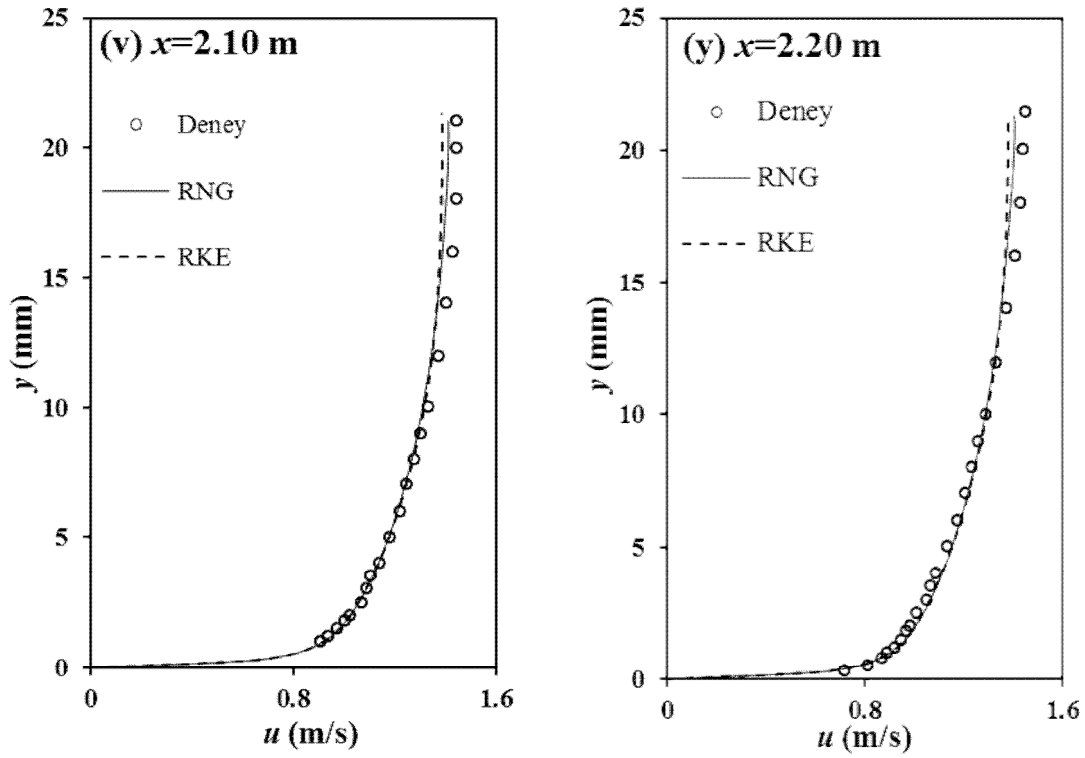
Şekil 6.1. (Devam)



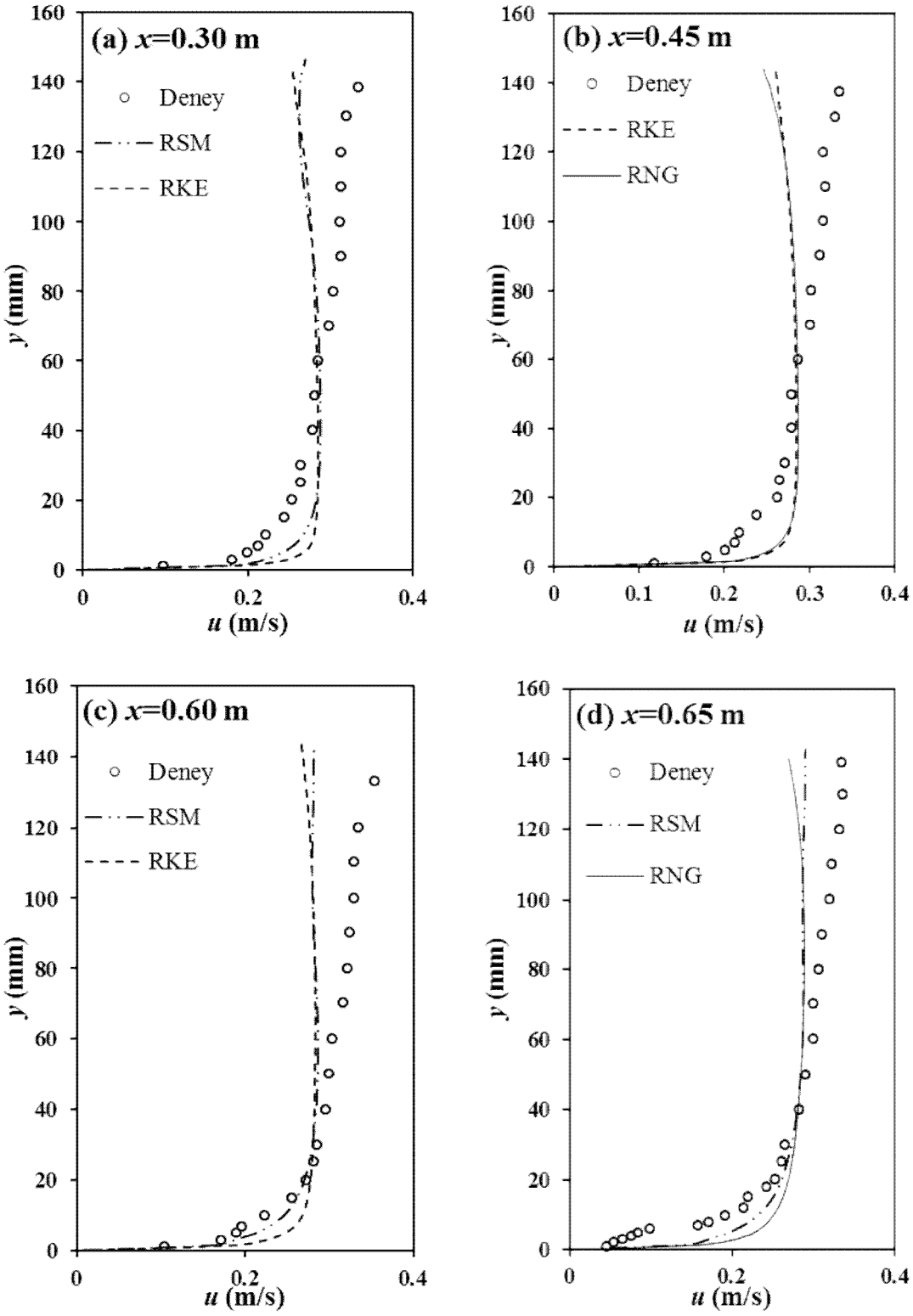
Şekil 6.1. (Devam)



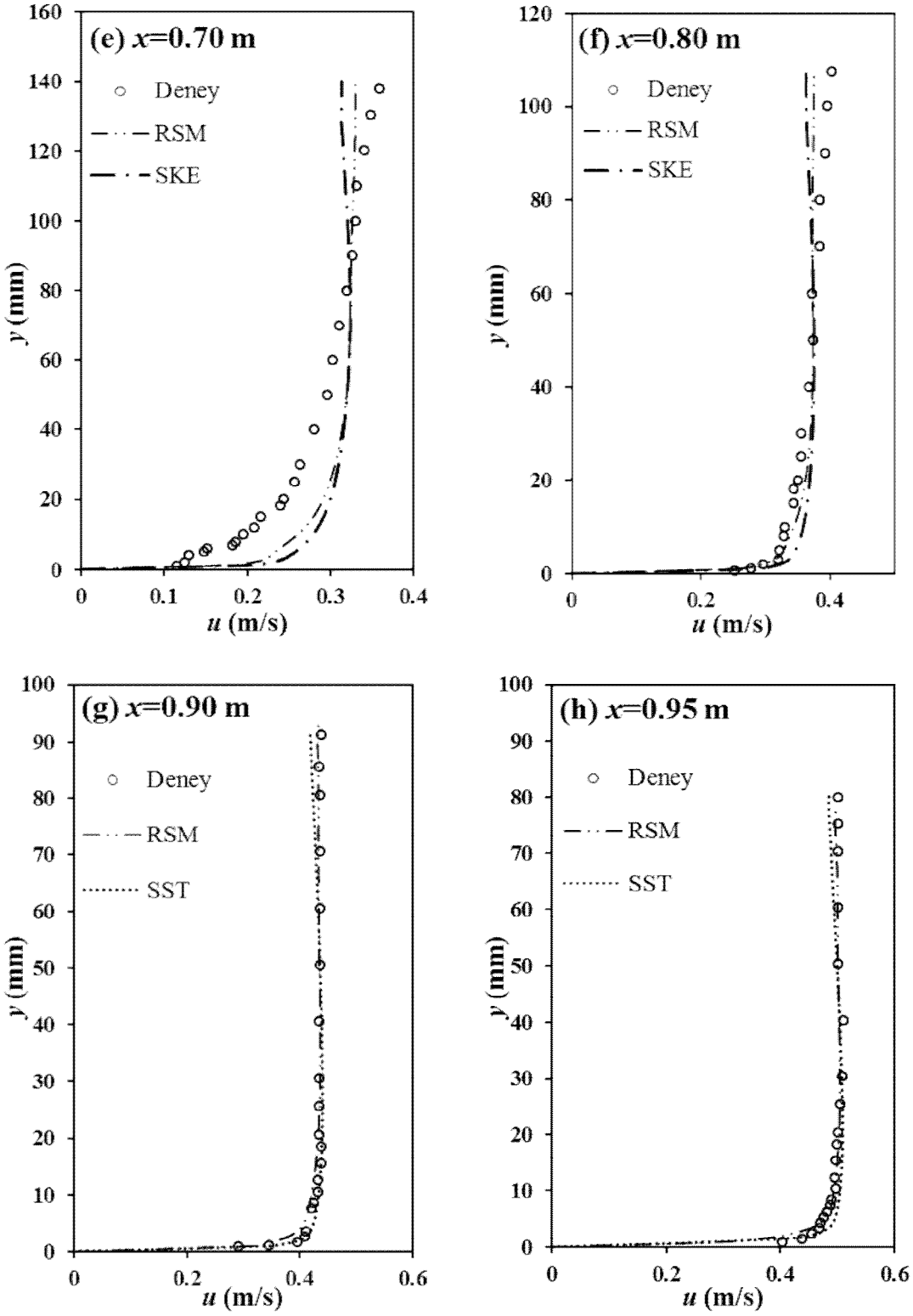
Şekil 6.1. (Devam)



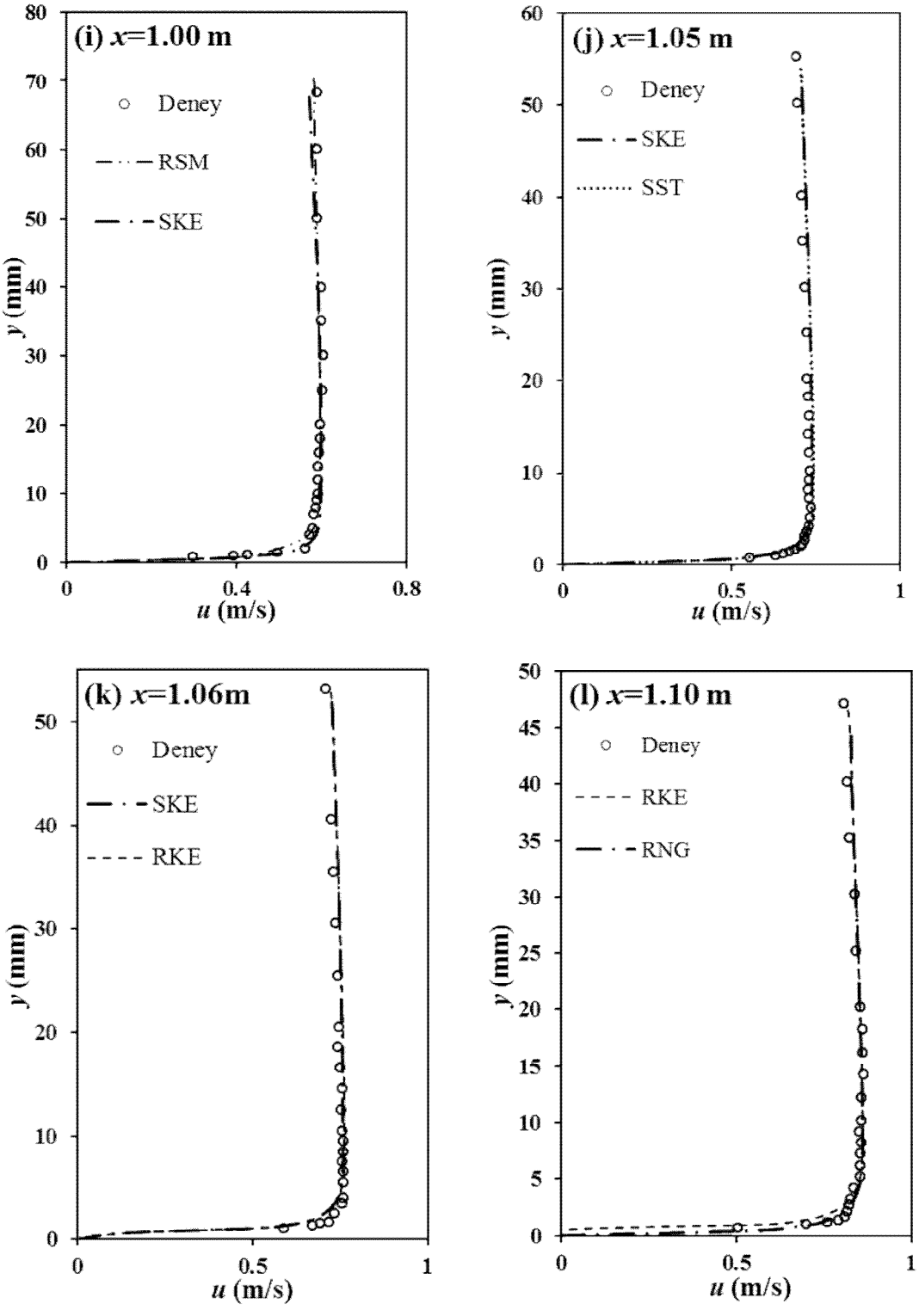
Şekil 6.1. (Devam)



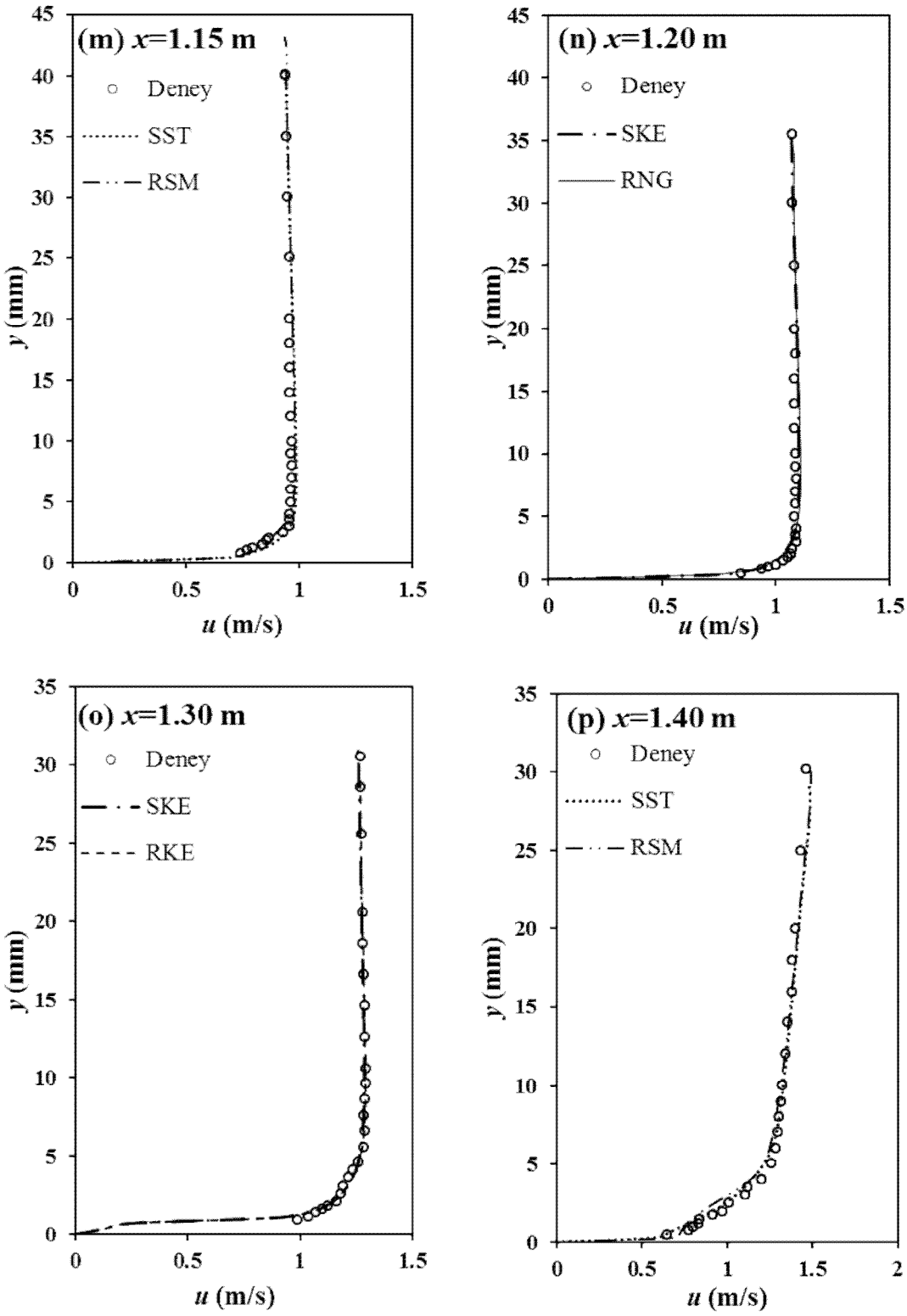
Şekil 6.12. Durum 2 için kanalın farklı kesitlerinde deneysel ve hesaplanan hız profilleri



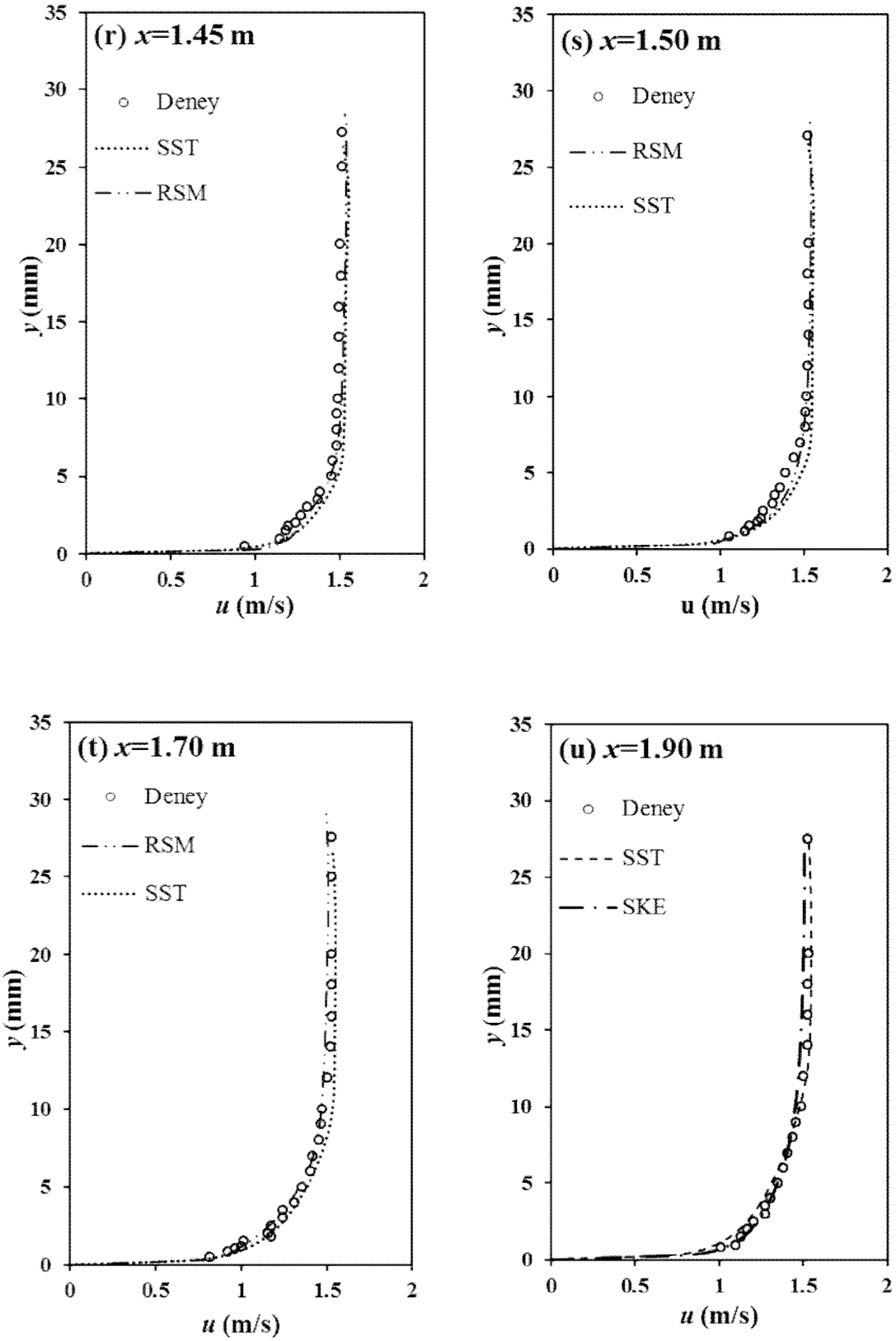
Şekil 6.2. (Devam)



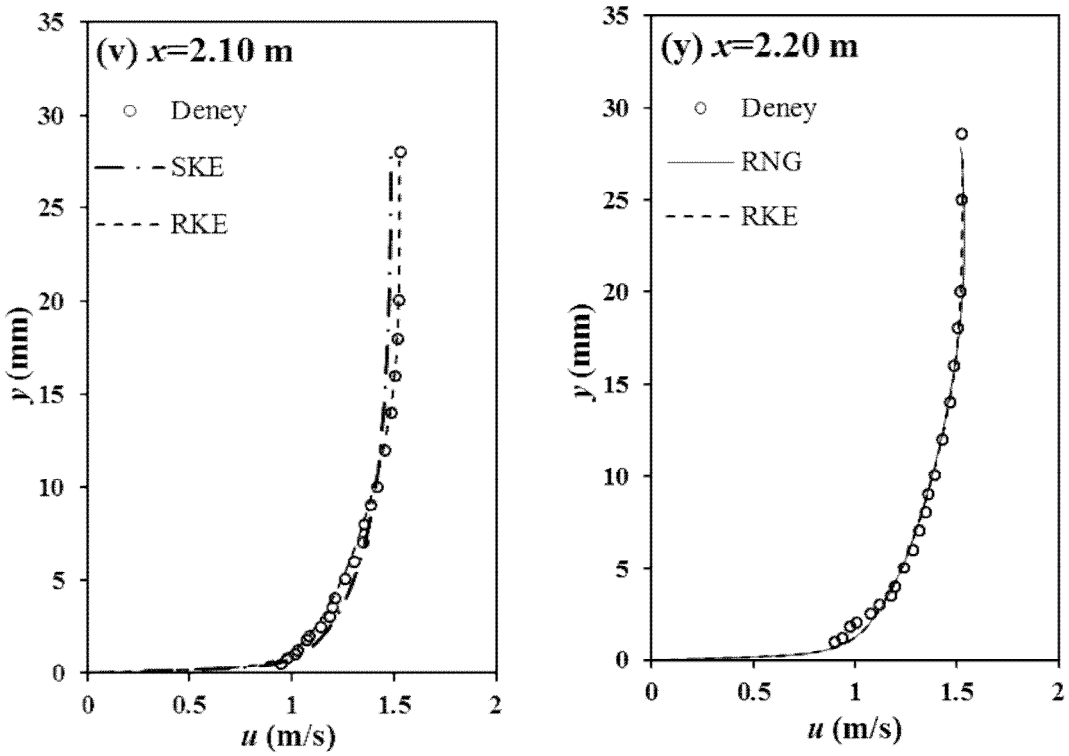
Şekil 6.2. (Devam)



Şekil 6.2. (Devam)



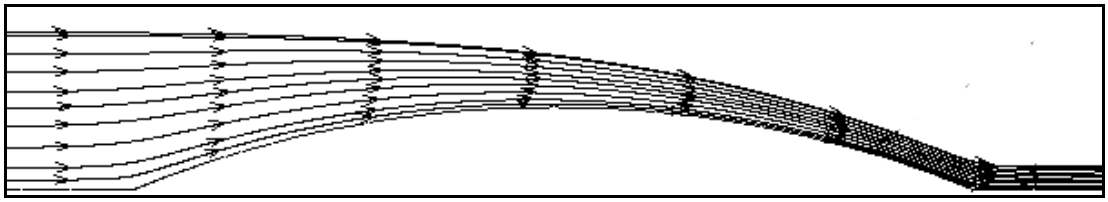
Şekil 6.2. (Devam)



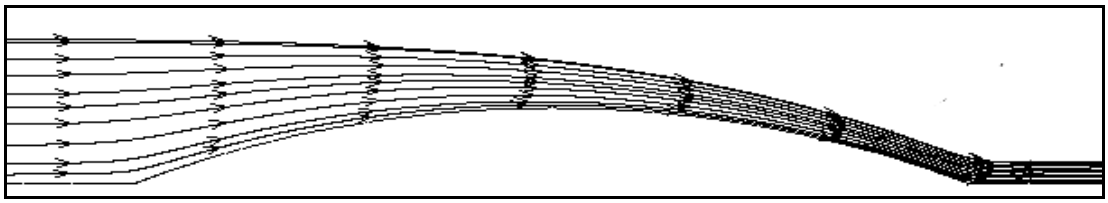
Şekil 6.2. (Devam)

6.2. Hesaplanan Akım Çizgileri

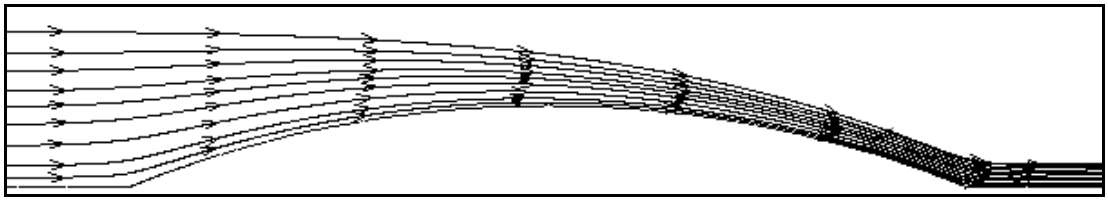
Şekil 6.3. ve Şekil 6.4'te, sırasıyla Durum 1 ve Durum 2 için, eğrisel geniş başlıklı savak akımının farklı türbülans modelleriyle yapılan sayısal hesaplamalarından elde edilen akım çizgileri görülmektedir. Bu çalışmada kullanılan türbülans modellerinden elde edilen akım çizgileri şekil itibariyle birbirlerine benzemektedirler. Savak yapısının hemen ön ve arkasında sınır tabakası ayrılması tüm modeller tarafından yakalanmakla birlikte, çok küçük boyutlarda olduğu için şekillerde görülememektedir. Akım çizgileri, hızının düşük olduğu kritik-altı bölgede seyrek iken, rölatif olarak hızın daha büyük olduğu kritik-üstü bölgede daha sık bir görünüme bürünmüştür. Akım çizgileri topolojisinden, savak yapısının hemen önü itibari ile iki boyutlu bir akımın söz konusu olduğu ve bunun savak yapısı bitimine kadar devam ettiği de görülebilmektedir.



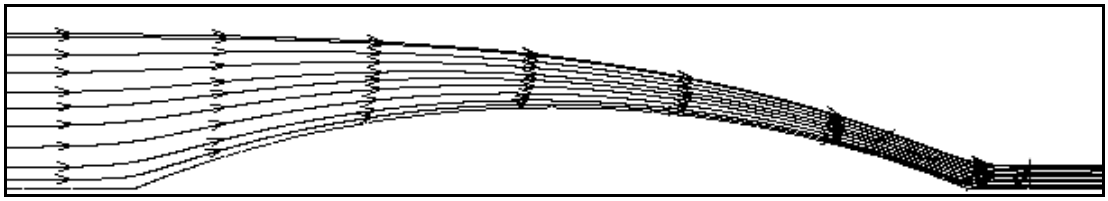
(a) SKE



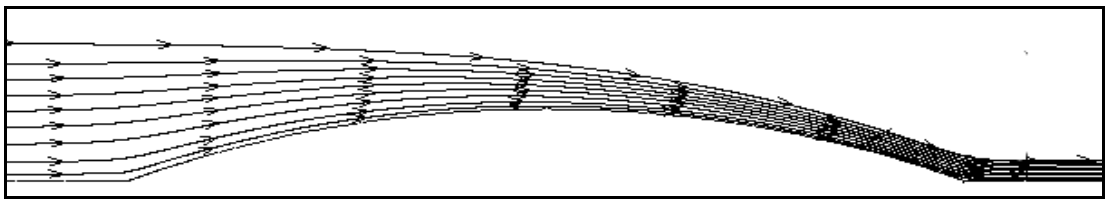
(b) RNG



(c) RKE

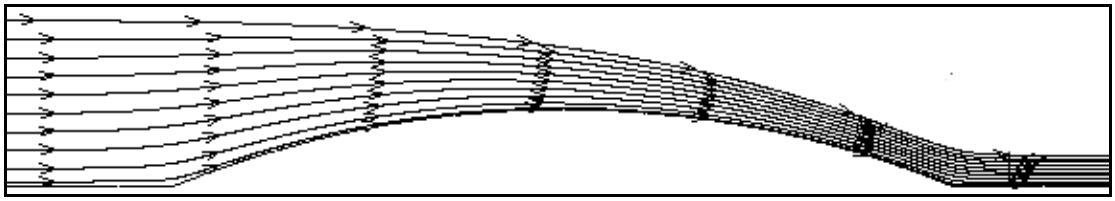


(d) SST

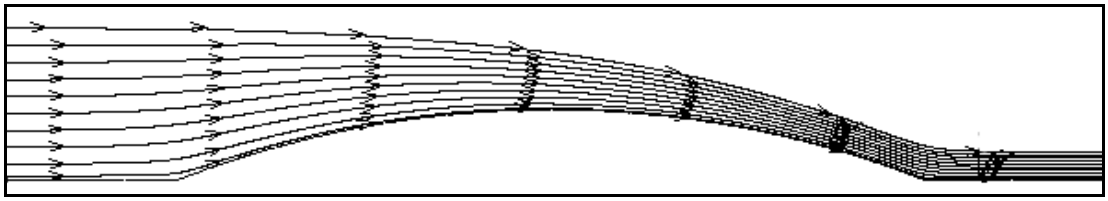


(e) RSM

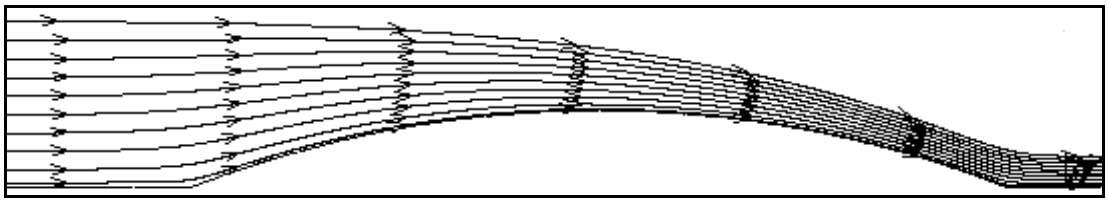
Şekil 6.13. Durum 1 için farklı türbülans modelleri ile hesaplanan akım çizgileri



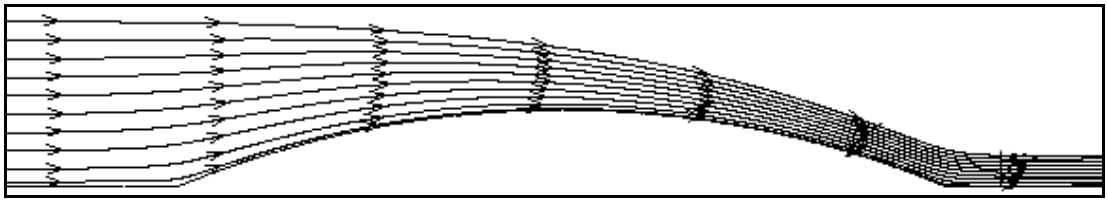
(a) SKE



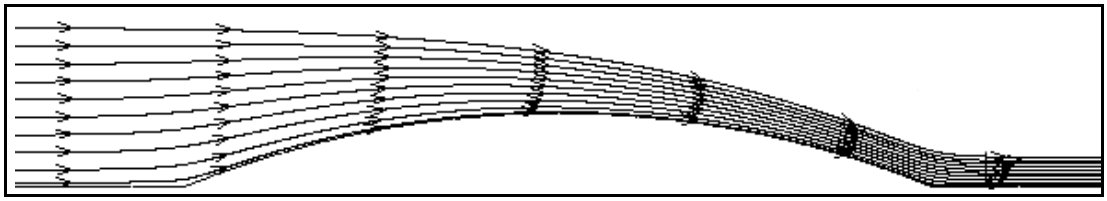
(b) RKE



(c) RNG



(d)RSM



(e) SST

Şekil 6.14.Durum 2 için farklı türbülans modelleri ile hesaplanan akım çizgileri

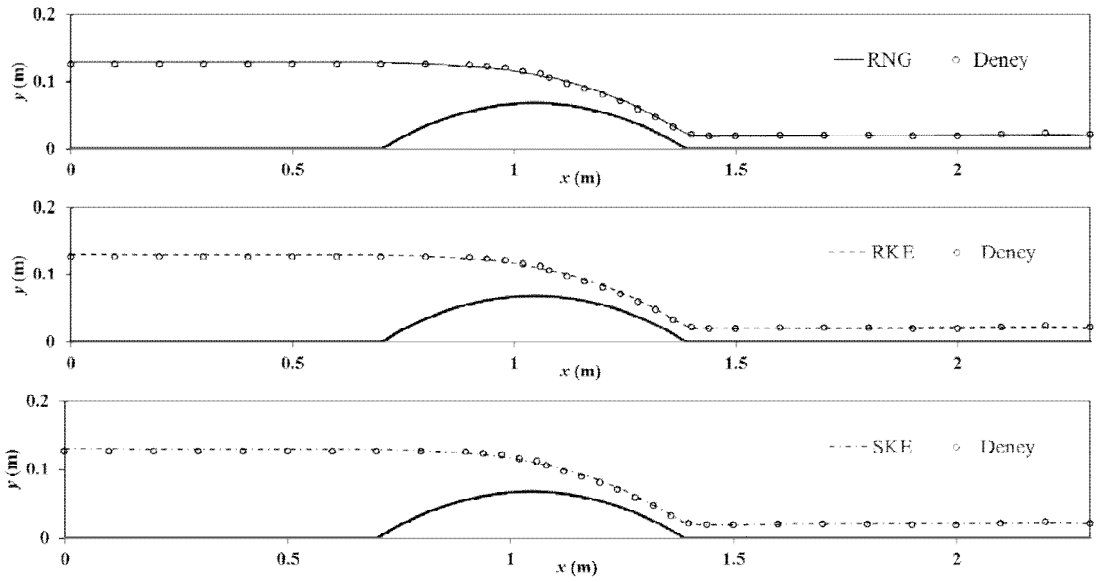
6.3. Deneysel ve Hesaplanan Su Yüzü Profilleri

Bu çalışmadaki sayısal hesaplamalarda, su yüzü profilinin belirlenmesinde *Akışkan Hacimleri* (VOF) *yöntemi* kullanılmıştır. Çizelge 6.4.'te, bu çalışmada kullanılan türbülans modelleriyle hesaplanan su yüzü profilleri için OKH değerleri

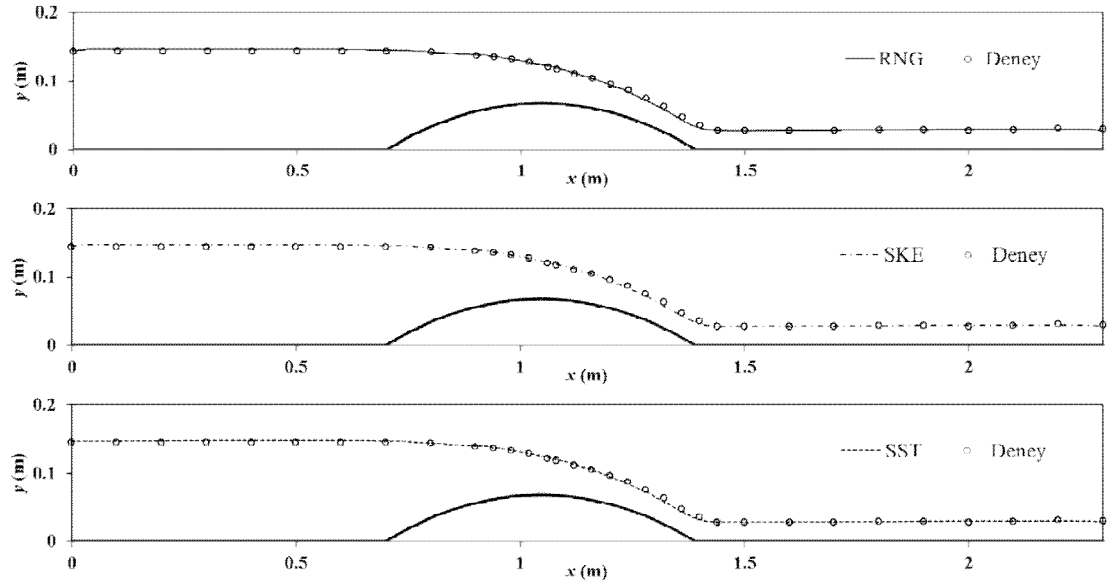
verilmiştir. Tablodaki değerlere göre, su yüzü profilinin sayısal hesaplamalarında kullanılan türbülans modelleri için elde edilen başarı sıralaması, akım hızlarının hesaplanmasındaki başarı sıralaması ile benzerlik göstermektedir. Şekil 6.5.'de ve Şekil 6.6.'da, sırasıyla Durum 1 ve Durum 2 için, en iyi üç modelden bulunan profillerin deney ile karşılaştırılması verilmiştir. Durum 1 için başarı sıralaması RNG, RKE, SKE iken Durum 2 için ise bu sıralama RNG, SKE, SST şeklindedir. Her iki akım koşulunda da RNG türbülans modeli en iyi model olarak gözükmekle birlikte, OKH değerleri incelendiğinde aralarındaki farkların çok küçük olması nedeniyle, tüm türbülans modellerinin su yüzü profili hesaplamalarında başarılı olduğu söylenebilir.

Çizelge 6.4. Farklı türbülans modelleriyle hesaplanan su yüzü profili için OKH değerleri

Türbülans modeli	SKE	RNG	RKE	SST	RSM
Durum 1	$5.10x10^{-6}$	$\mathbf{4.88x10^{-6}}$	$4.98x10^{-6}$	$6.73x10^{-6}$	$1.7x10^{-5}$
Durum 2	$5.45x10^{-6}$	$\mathbf{5.24x10^{-6}}$	$5.57x10^{-6}$	$5.48x10^{-6}$	$6.04x10^{-6}$



Şekil 6.15. Durum 1 için deneysel ve hesaplanan su yüzü profilleri



Şekil 6.16. Durum 2 için deneysel ve hesaplanan su yüzü profilleri

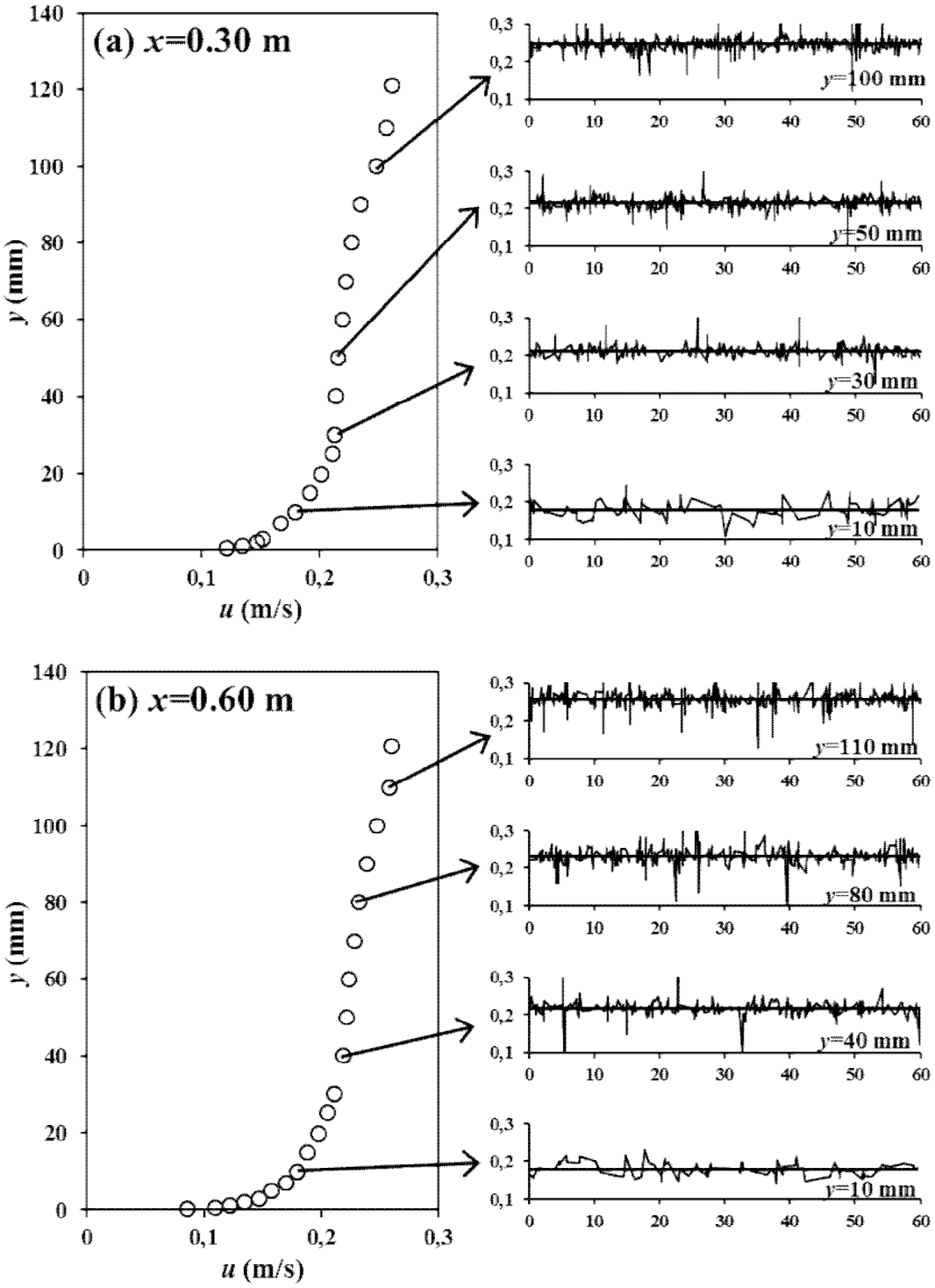
6.4. Deneysel Hız Profilleri

Şekil 6.7. ve Şekil 6.8.'de, sırasıyla Durum 1 ve Durum 2 için, Lazer Doppler Anemometre ile elde edilen kanal boyunca farklı kesitlerdeki yatay hız bileşeninin derinlik boyunca değişimi ile farklı derinliklerdeki anlık hız değerlerinin zamana bağlı değişimleri sunulmuştur. Bu çalışmada, anlık hız değerlerinin kayıt süresi, daha önce de ifade edildiği gibi, 60 s olarak seçilmiştir. Bu şekillerden, aşağıda maddeler halinde sunulan sonuçlar çıkarılmıştır:

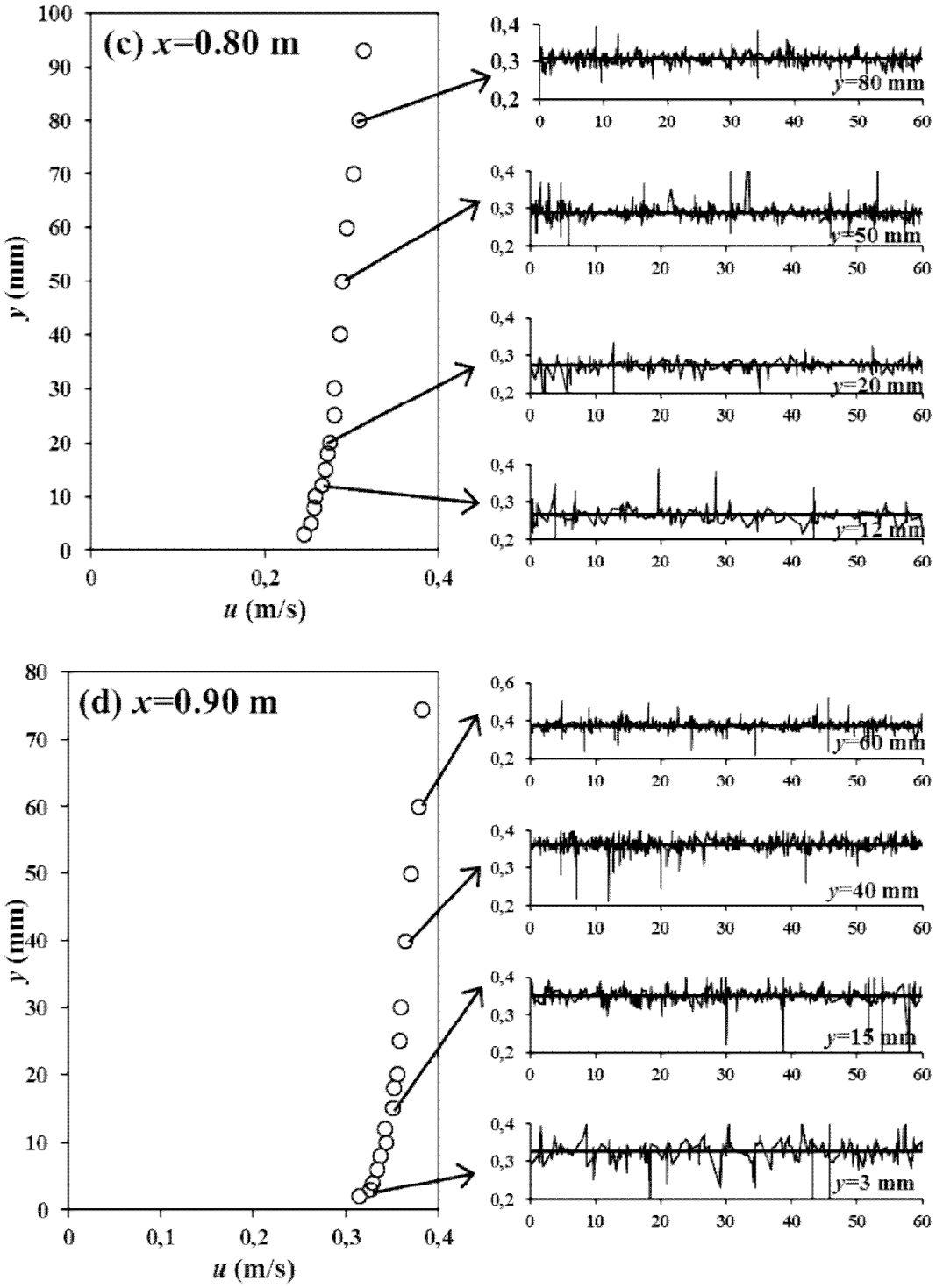
- Anlık hızların zamana bağlı değişimlerindeki genliklerin yüksek olması(hız sapınçlarının büyük olması) türbülans şiddetinin fazla, küçük olması (hız sapınçlarının küçük olması) ise türbülans şiddetinin düşük olmasını göstermektedir.
- Savak yapısının memba ve mansabındaki anlık hız değişimlerinin zamana bağlı değişimlerindeki genliklerin karşılaştırılmasından, akım hızının yüksek olduğu kritik-üstü bölgede türbülans şiddetinin daha yüksek ve viskoz alt tabakanın daha ince olduğunu; mansap bölgesinde ise bunun tersi durumun söz konusu olduğunu göstermektedir.
- Herhangi bir kesit için anlık hızların derinlik boyunca değişimleri göz önüne alındığında, katı sınıra yakın bölgedeki bir noktada türbülans şiddeti

maksimum bir değere ulaşmakta ve su yüzüne doğru ilerledikçe türbülans şiddetinin azalmakta olduğu görülebilmektedir.

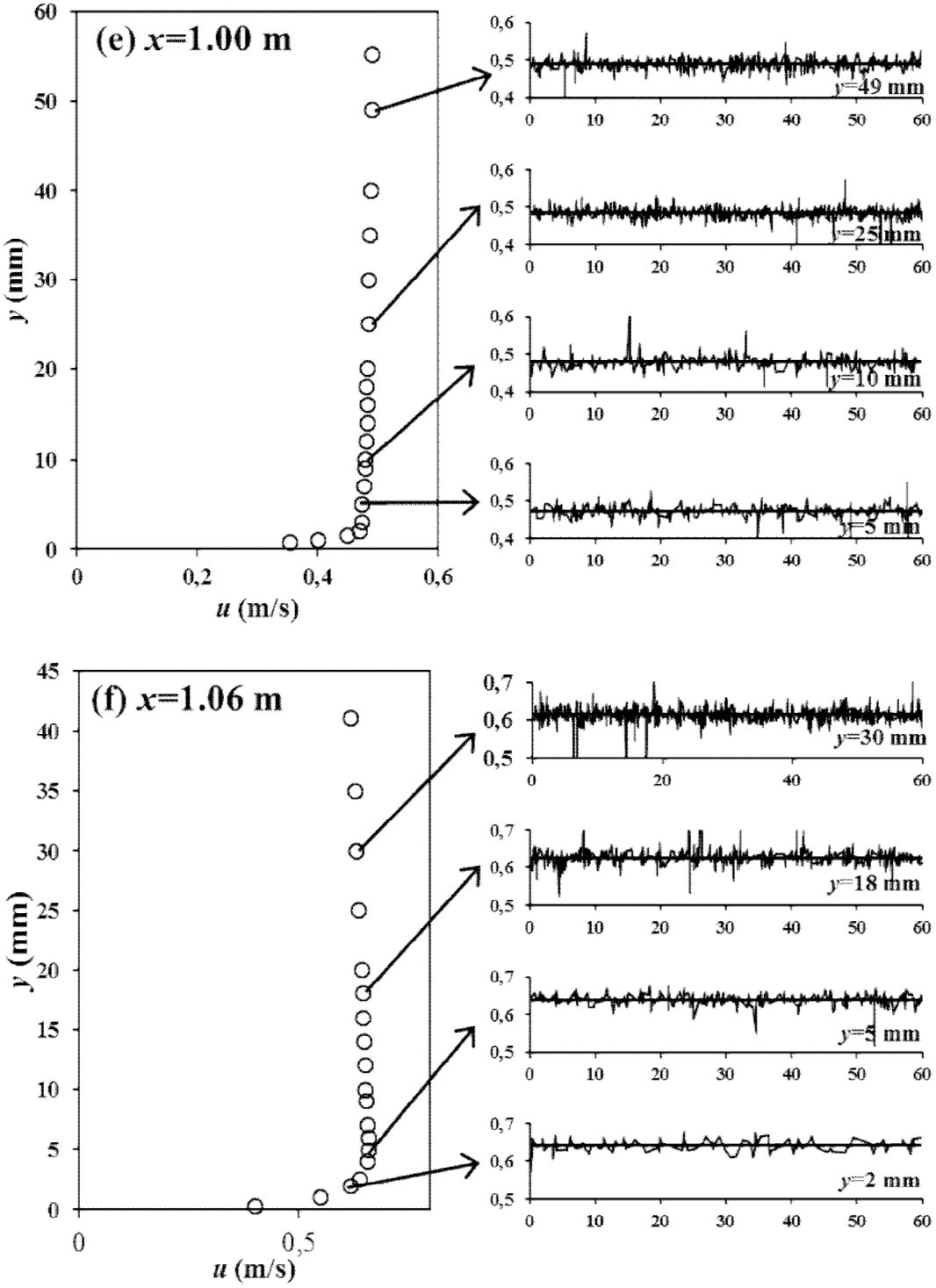
- Yine katı sınıra yakın bölgelerde, anlık hızların zamana bağlı değişimlerinden, geçiş bölgesinde kararsız bir durumun yani hem türbülans hem de moleküler viskozitenin etkili olduğu söylenebilir. Su yüzüne doğru ilerledikçe türbülanslı ve kararlı bir bölgeye doğru ilerlenmiş olmaktadır. Ortalama çizgisi üzerindeki salınımsız (hız sapınçlarının görülmediği) bölgeler, moleküler viskozitenin hakim olduğu, yani akımın laminer karakterde olduğu bölgelerdir.
- Anlık hız dağılımlarının zamana bağlı değişimlerinin karşılaştırılmasından, Durum 2'deki türbülans şiddetleri Durum 1'dekilere kıyasla daha büyüktür. Bu, kritik-altı rejimden kritik-üstü rejime geçişin söz konusu olduğu savak bölgesini de içine alan akım bölgesinin tümü için geçerlidir.



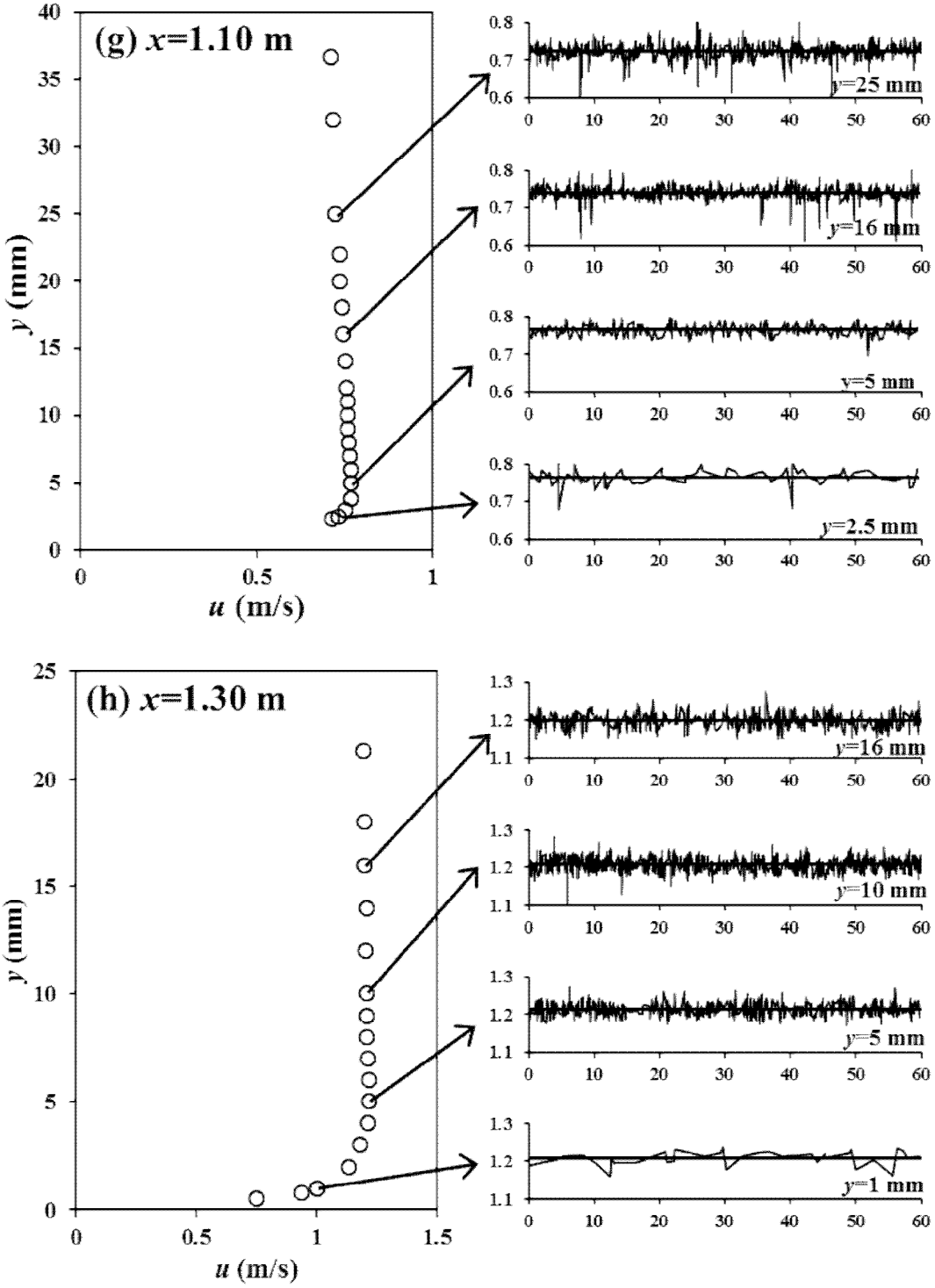
Şekil 6.17. Durum 1 için kanalın farklı kesitlerindeki deneysel hız profilleri ile anlık hız değerlerinin zamansal değişimleri



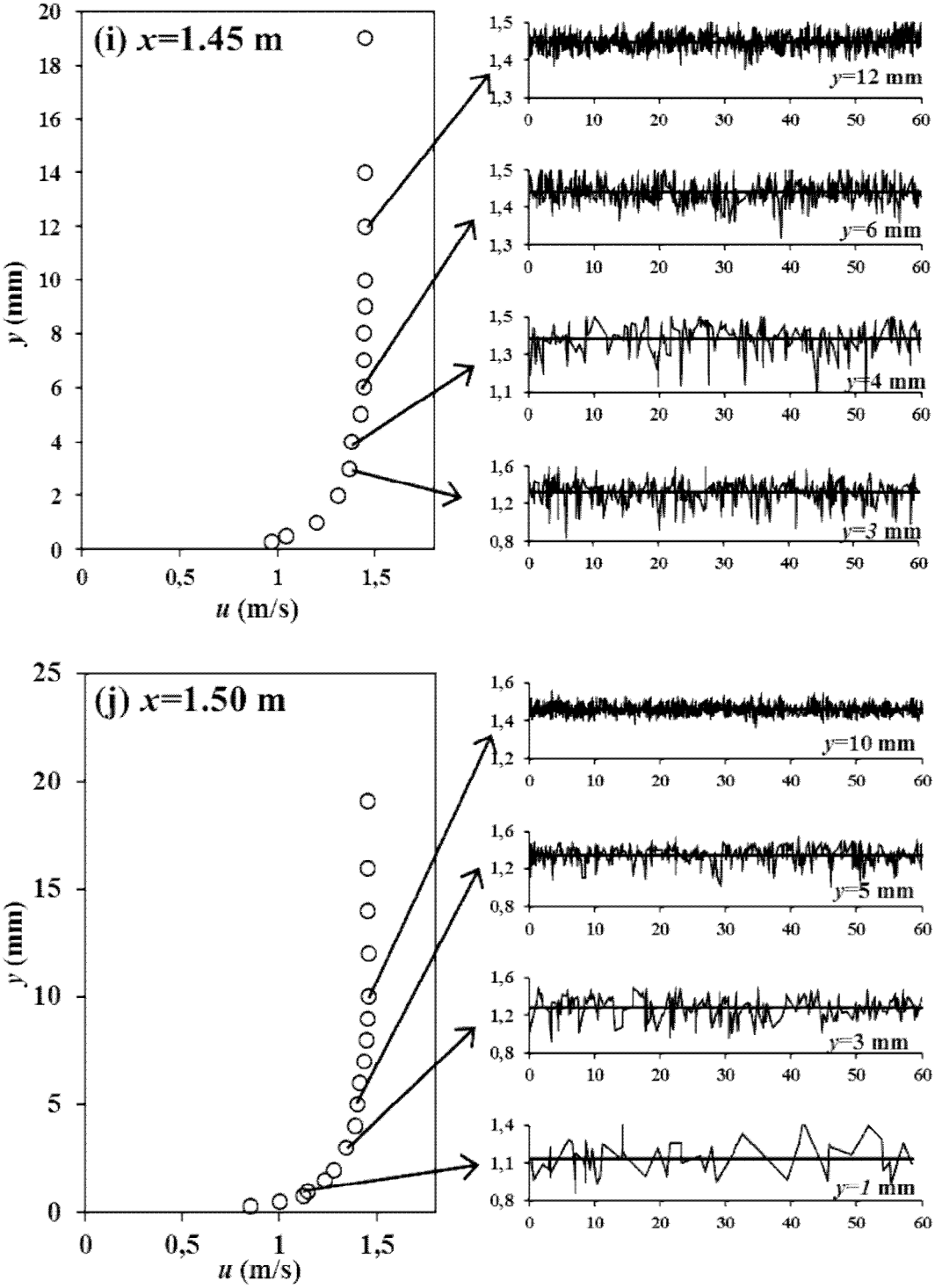
Şekil 6.7. (Devam)



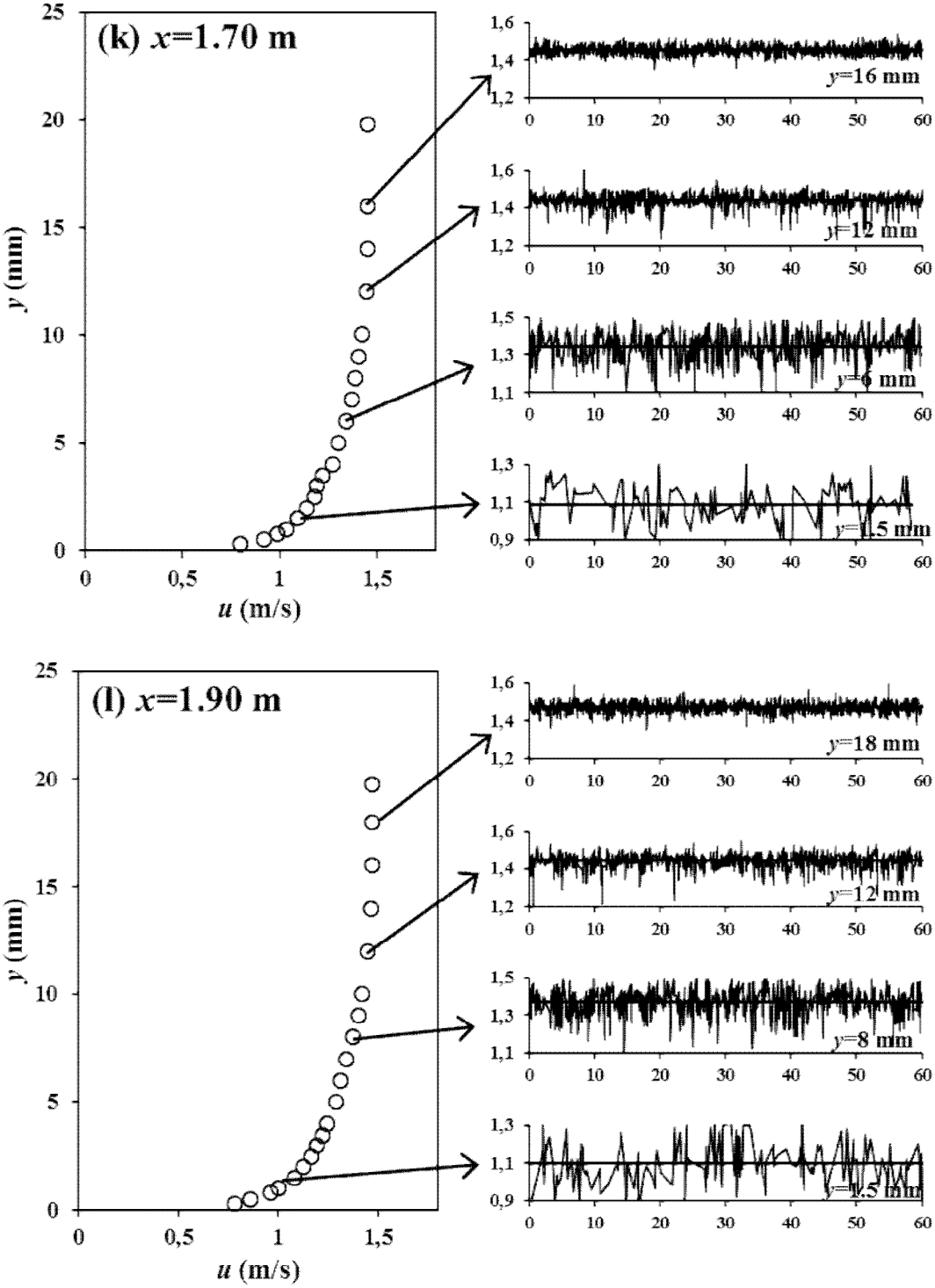
Şekil 6.7. (Devam)



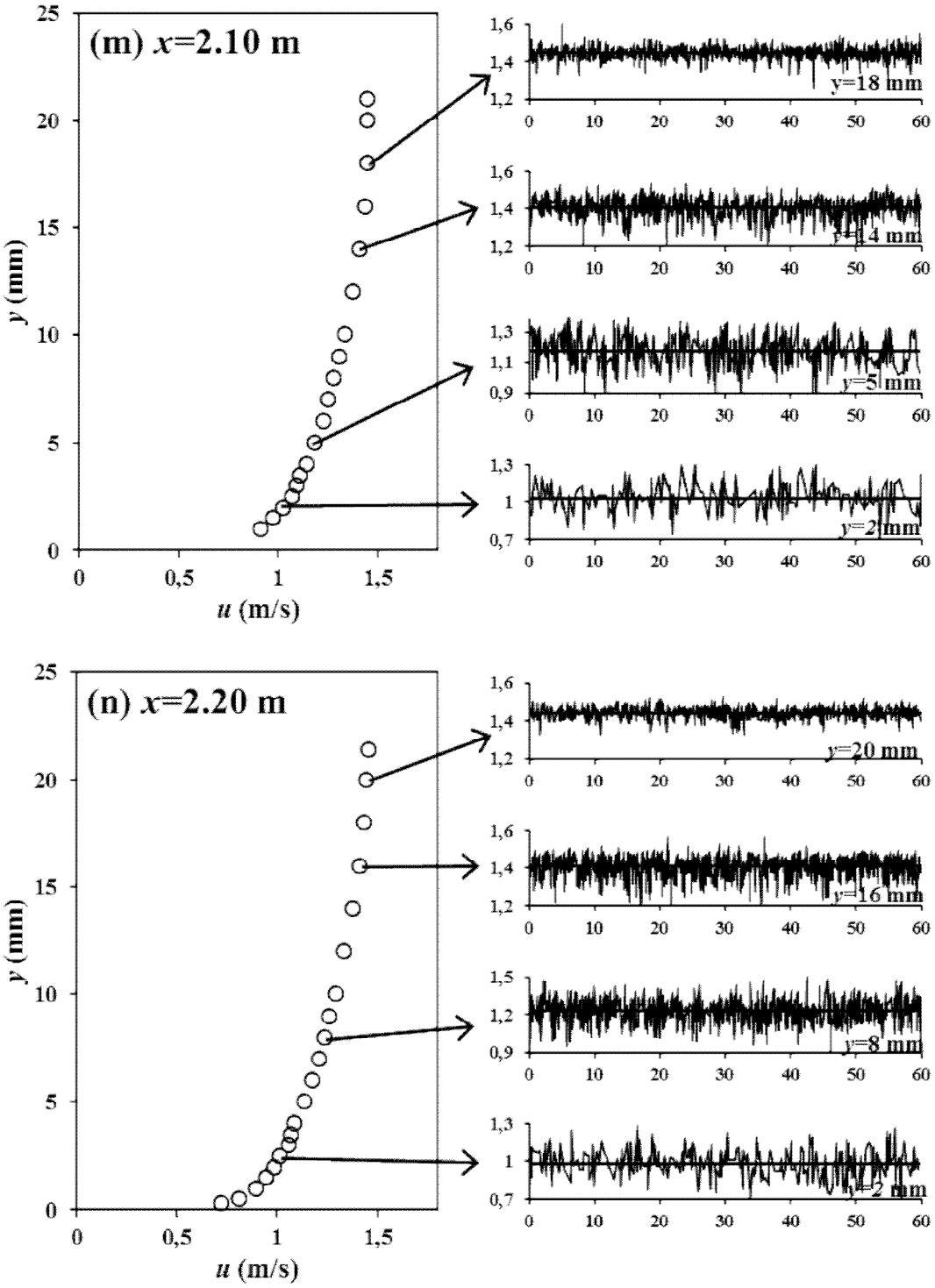
Şekil 6.7. (Devam)



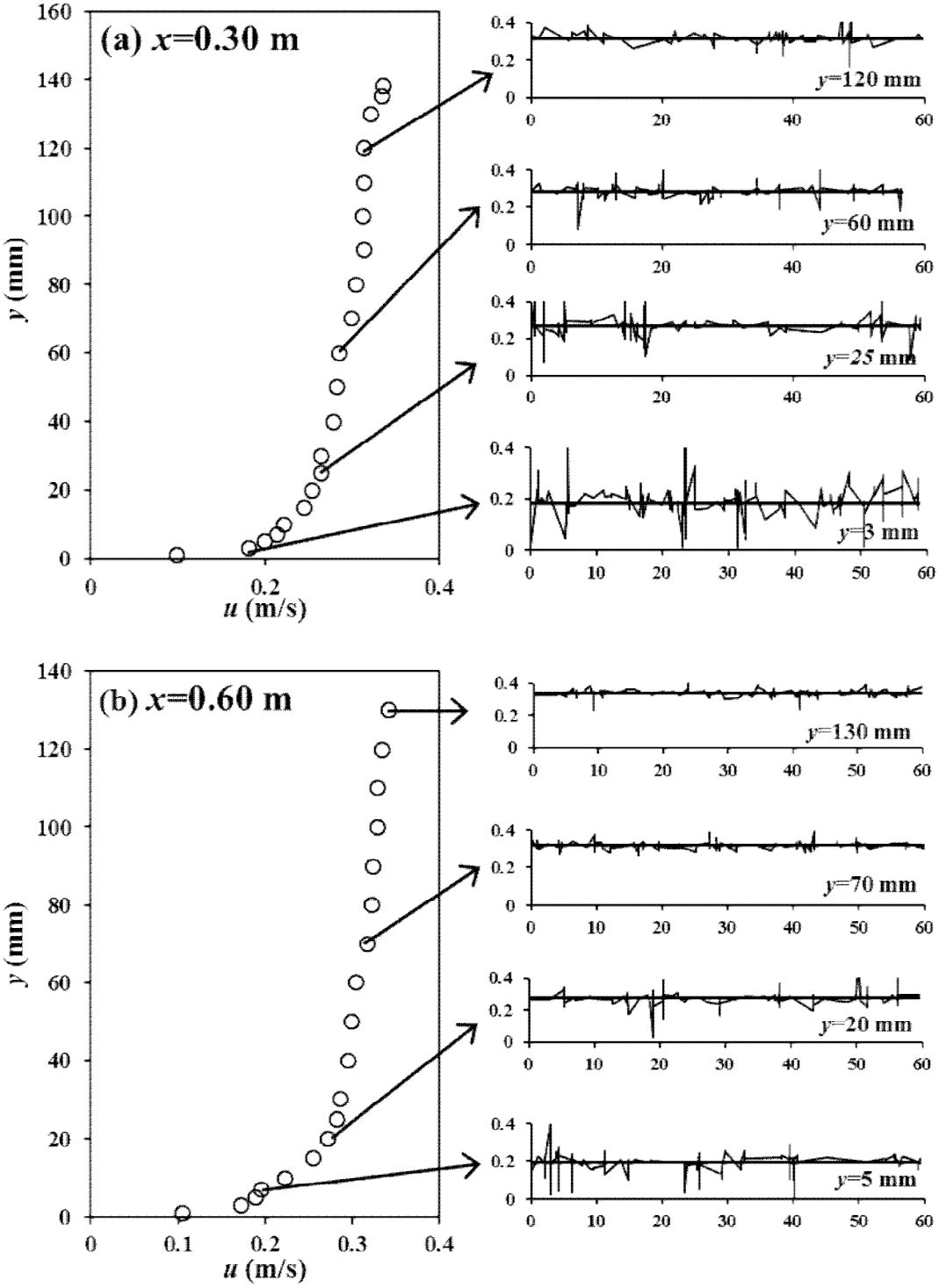
Şekil 6.7. (Devam)



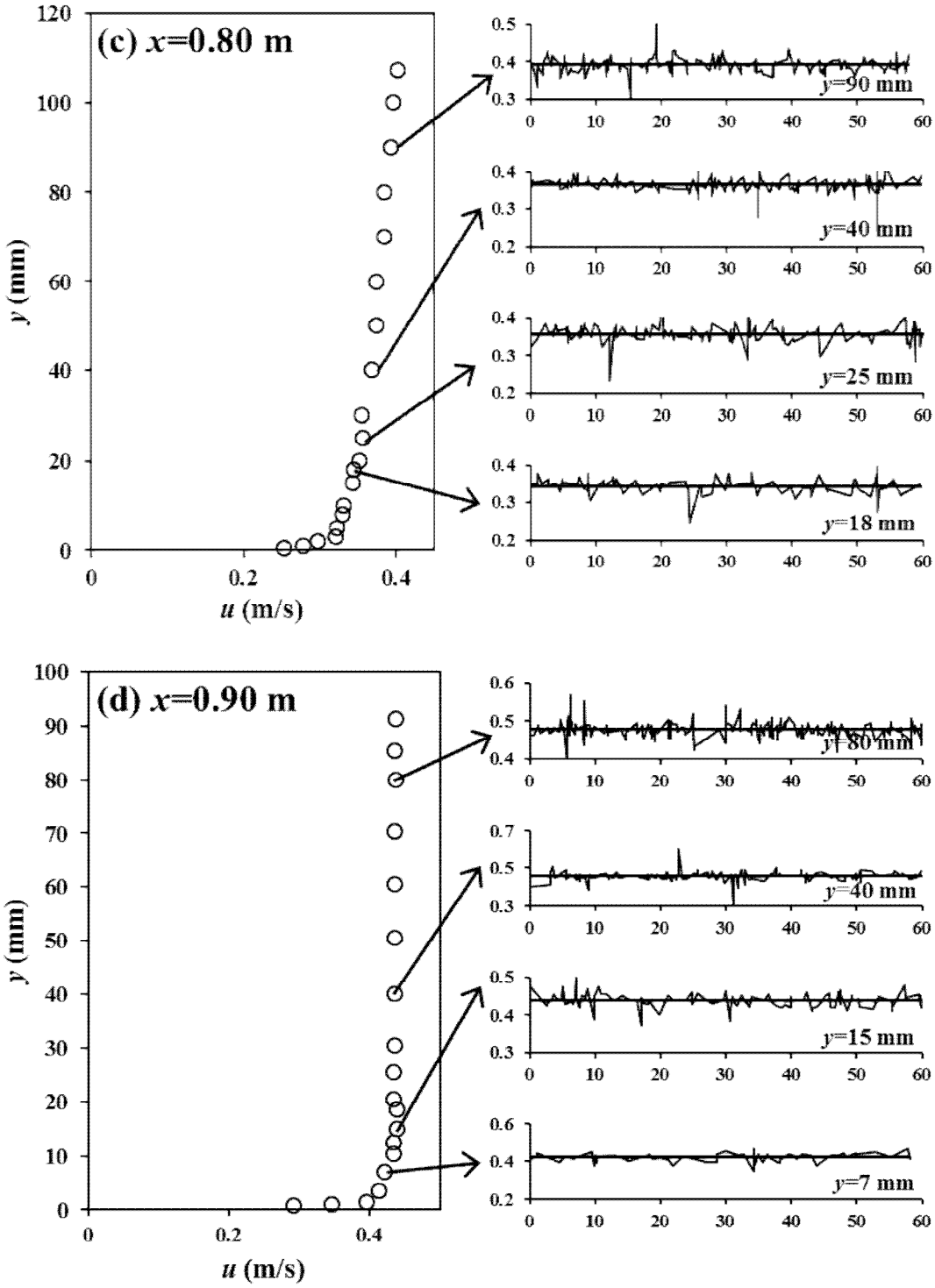
Şekil 6.7. (Devam)



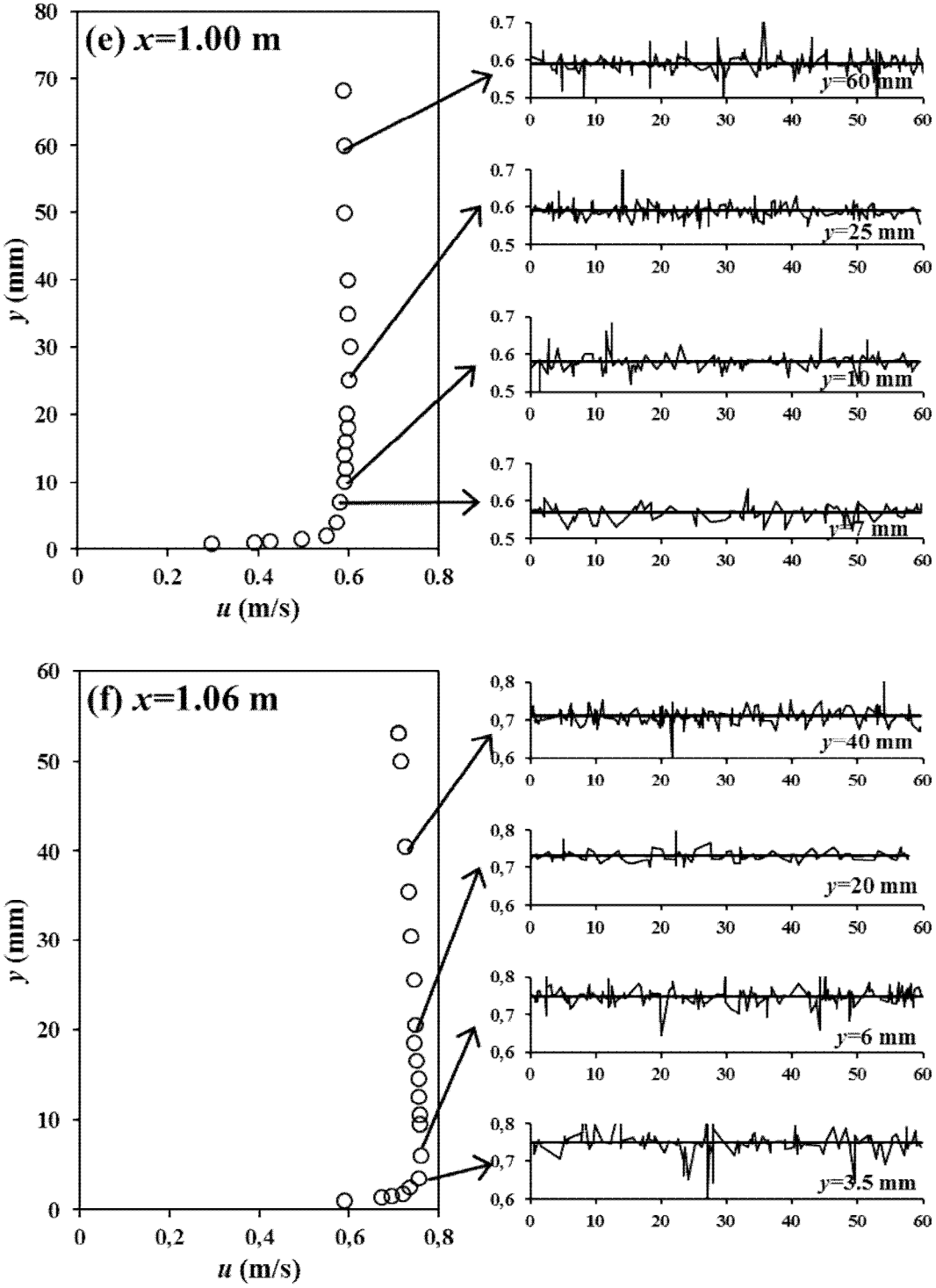
Şekil 6.7. (Devam)



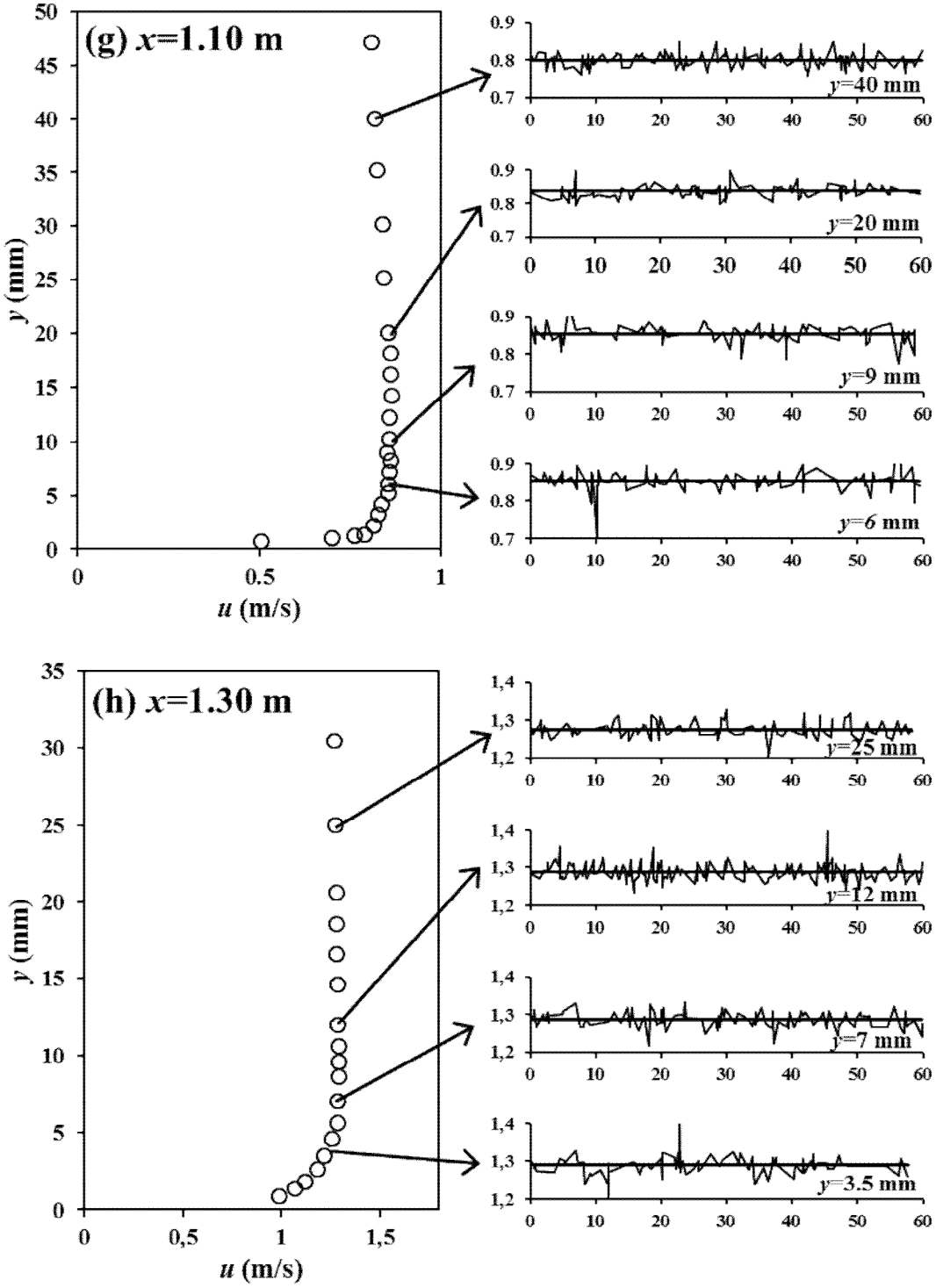
Şekil 6.18. Durum 2 için kanalın farklı kesitlerindeki deneysel hız profilleri ile anlık hız değerlerinin zamansal değişimleri



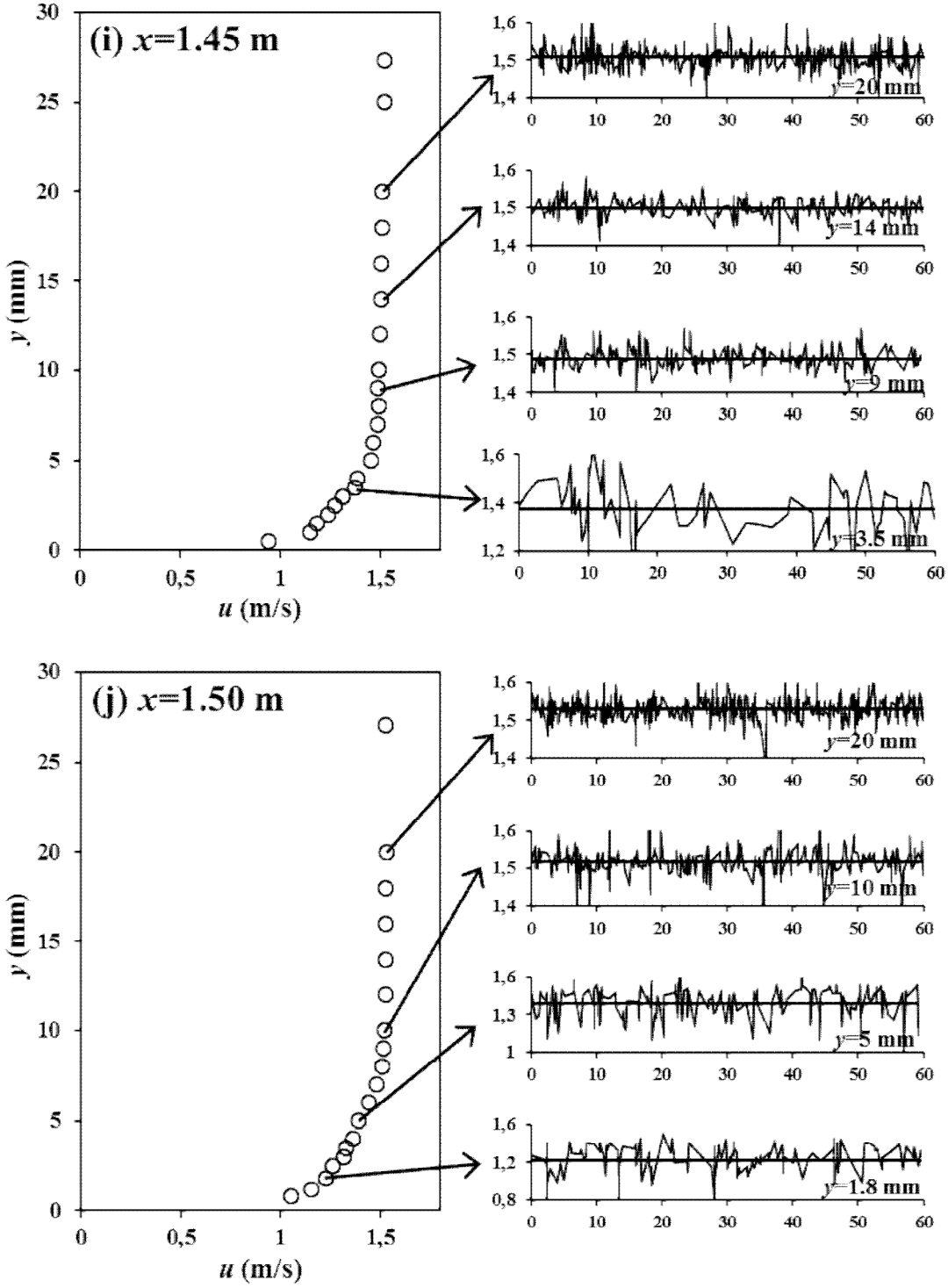
Şekil 6.8. (Devam)



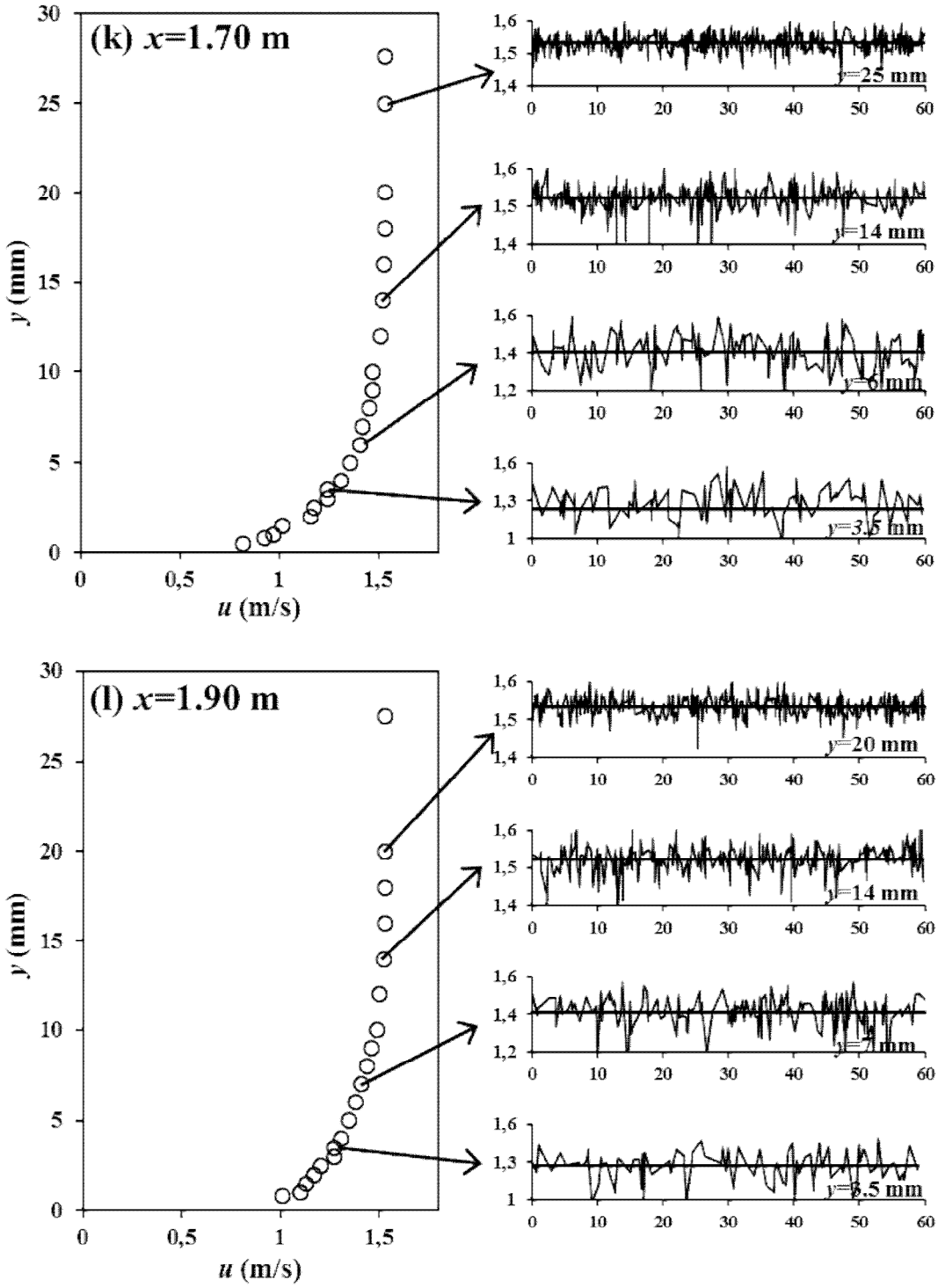
Şekil 6.8. (Devam)



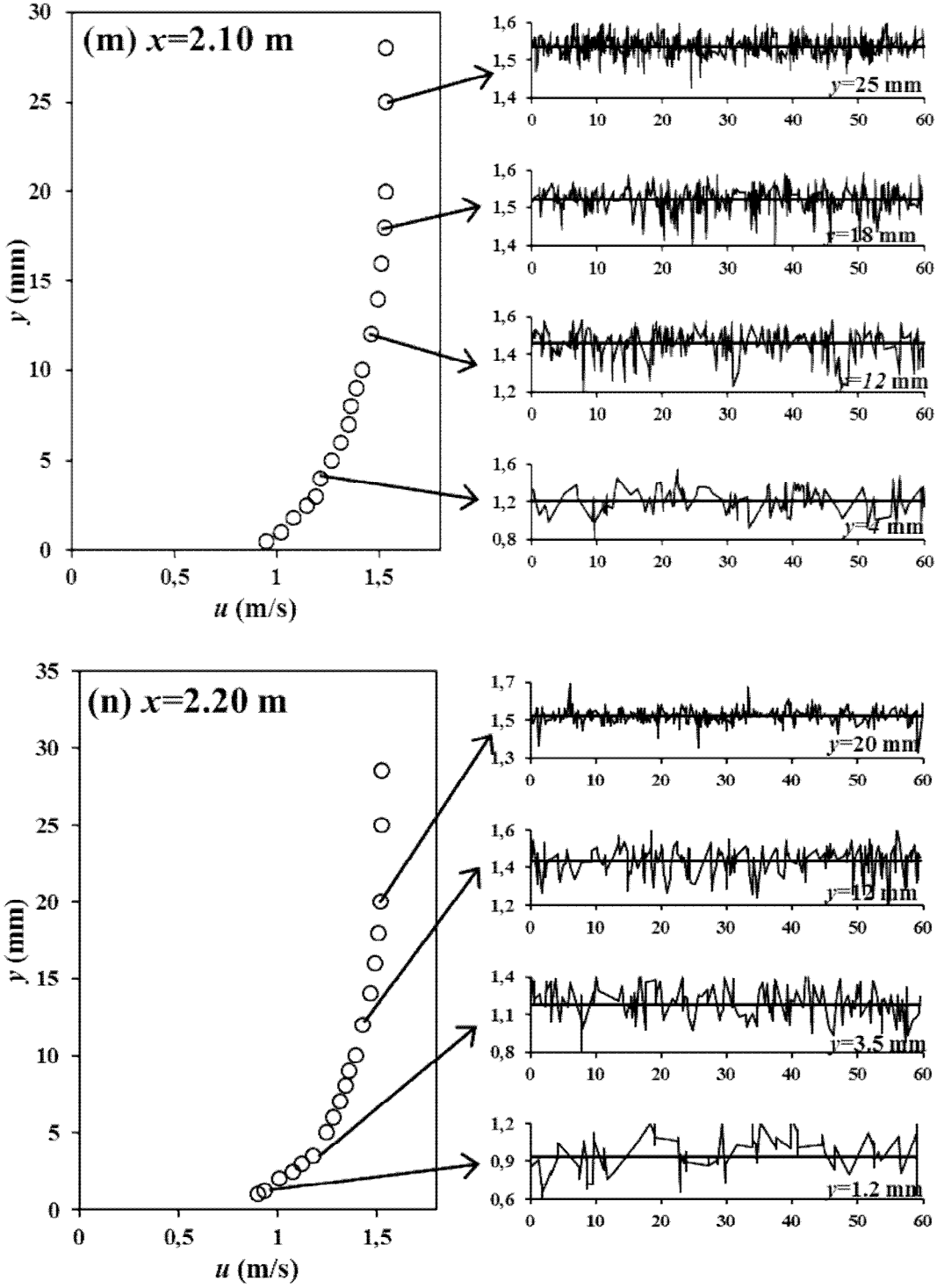
Şekil 6.8. (Devam)



Şekil 6.8. (Devam)



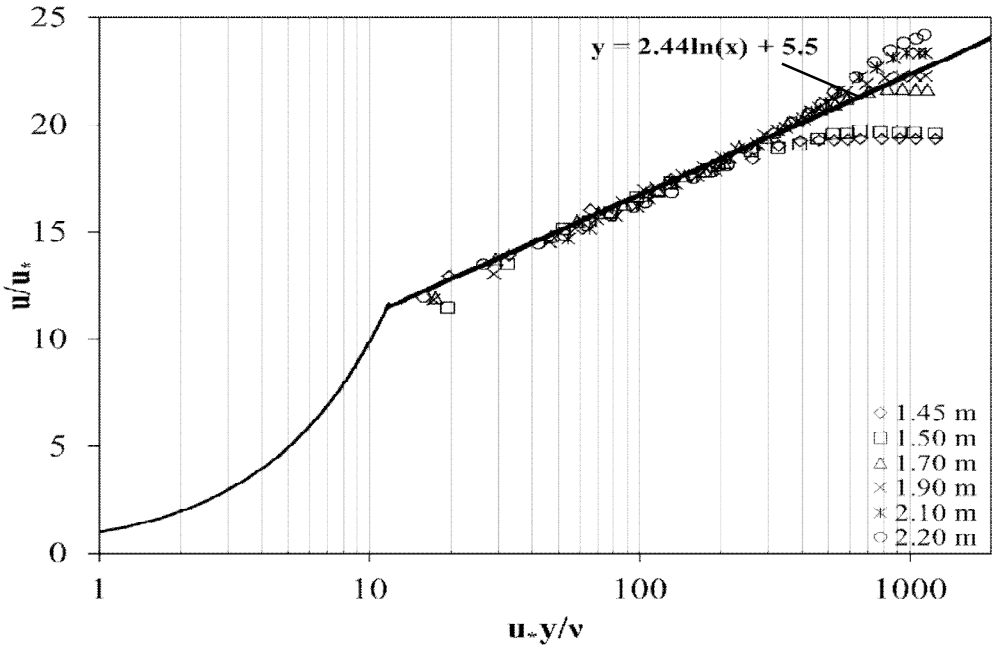
Şekil 6.8. (Devam)



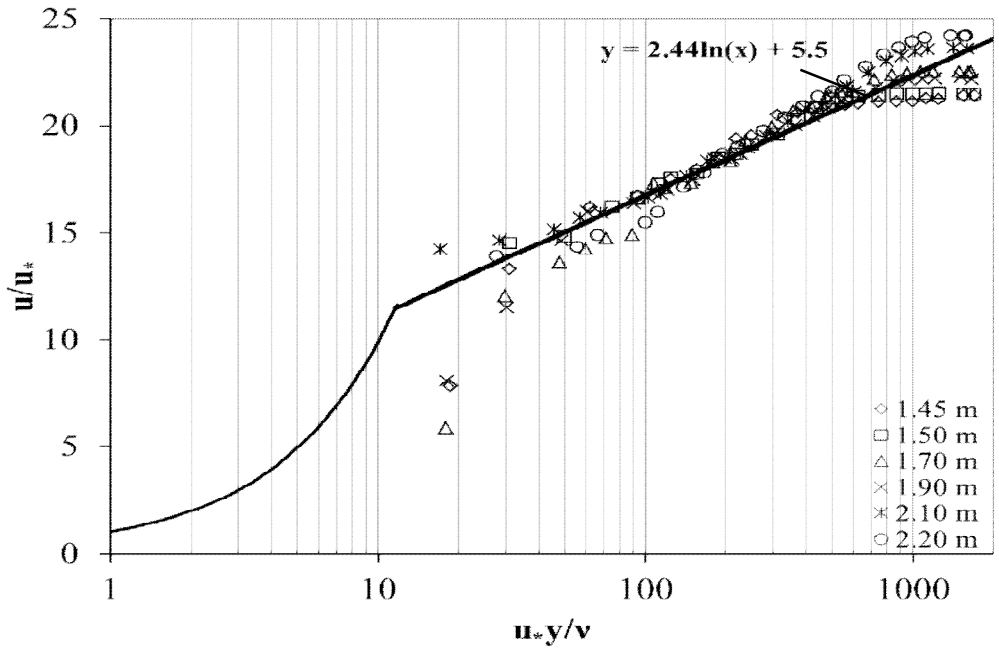
Şekil 6.8. (Devam)

6.5. Logaritmik Hız Dağılımı

Şekil 6.9. ve Şekil 6.10.'da sırasıyla Durum 1 ve Durum 2 için eğrisel geniş başlıklı savak mansabında, x=1.45, 1.50, 1.70, 1.90, 2.10 ve 2.20 m kesitlerinde ölçülen akım hızlarının logaritmik bölgedeki dağılımı gösterilmiştir. Gelişmekte olan akım bölgesi için ölçülmüş deneysel dataların, sınır tabakasının türbülanslı iç bölgesinde, von Karman-Prandtl tarafından verilen ve duvar kanunu (*law of the wall*) olarak bilinen logaritmik hız dağılımı ile uyumlu olduğu görülmektedir. Bu durum her iki akım koşulu için de geçerlidir. $u_*y/v \leq 10$ olduğu yani lineer hız dağılımının söz konusu olduğu bölgede, LDA ile ölçümler gerçekleştirilemediğinden bu bölge için deneysel dataların dağılımı sunulamamıştır.



Şekil 6.19. Durum 1 için logaritmik duvar kanunu dağılımı



Şekil 6.20. Durum 2 için logaritmik duvar kanunu dağılımı

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Eğrisel geniş başlıklı savak akımını idare eden temel denklemler, SKE, RNG, RKE, SST ve RSM türbülans modelleri kullanılarak, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı ile çözülmüştür. Serbest su yüzünün profili akışkan hacimleri (VOF) yöntemi ile hesaplanmıştır. İki farklı akım koşulları için hesaplanan akım hızları ve su yüzü profilleri, deneysel bulgularla karşılaştırılmıştır. Deneysel hız alanı, bir boyutlu Lazer Doppler Anemometresi (LDA) ile ölçülmüştür.

Ortalama OKH değerlerine göre, her iki debi koşullarında, kritik-altı rejimden kritik-üstü rejime geçişin söz konusu olduğu savak civarı karmaşık akım bölgesini de içine alan akım bölgesinin tümü için, sayısal hızların deneysel ölçümlere yakınlığı bağlamında, RNG, RKE, SST, SKE ve RSM, şeklinde bir başarı sıralaması yapmak mümkündür. Bu çalışmada kullanılan türbülans modellerinden elde edilen akım çizgileri şekil itibariyle birbirlerine benzemektedirler.

VOF yöntemi kullanılarak elde edilen hesaplanan su yüzü profilinin sayısal hesaplamalarında kullanılan türbülans modelleri için elde edilen başarı sıralaması, akım hızlarının hesaplanmasındaki başarı sıralaması ile benzerlik göstermektedir. Her iki akım koşulunda da RNG türbülans modeli en iyi model olarak gözükmekle birlikte, su yüzü profili için hesaplanmış OKH değerleri incelendiğinde, tüm türbülans modellerinin su yüzü profili hesaplamalarında başarılı olduğu söylenebilir.

Sayısal çözüm alanındaki ağ yapısının yeterli sıklıkta olup olmadığı, bir başka ifadeyle ağ yapısından bağımsız sayısal çözümler elde etmek amacıyla ele alınan üçlü ağ sisteminde yapılan sıklaştırmanın uygunluğu, GCI (*Grid convergence index-Ağ yakınsama indeksi*) yöntemiyle test edilmiştir. Sayısal modellemede, katı sınır sürtünmelerinden etkilenen yerlerde ve yüzey profilinde hızlı değişimin görüldüğü bölgelerde ağ yapısında uygulanan sıklaştırmaların, sayısal hesap bulgularını olumlu yönde etkilediği de görülmüştür

Anlık hızların derinlik boyunca değişimleri göz önüne alındığında, türbülans şiddetinin maksimum değere katı sınıra yakın bölgedeki bir noktada ulaştığı ve su yüzüne doğru ilerledikçe türbülans şiddetinin azaldığı görülmüştür. Bununla birlikte katı sınıra yakın bölgelerde, hem türbülans hem de viskozite etkilerinin görüldüğü

geçiş bölgesi söz konusu iken, su yüzüne doğru ilerledikçe, bunun yerini kararlı ve türbülanslı bir akım yapısı almaktadır. Ayrıca türbülans şiddeti, eğrisel geniş başlıklı savak yapısının membasından mansabına doğru gidildikçe, türbülans şiddeti artmaktadır. Benzer şekilde, akımın debisi arttıkça türbülans şiddeti de artmaktadır.

Savak mansabında gelişmekte olan akım koşulları için ölçülen deneysel dataların, sınır tabakasının türbülanslı iç bölgesinde, duvar kanunu olarak bilinen logaritmik hız dağılımı ile uyumlu olduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

AKÖZ, M.S., 1996. Potansiyel Akımların Teorik ve Deneysel Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.

AKÖZ, M., S., KIRKGÖZ, M., S., 2009. ÖNER A., A., Experimental and Numerical Modeling of a Sluice Gate Flow, Journal of Hydraulic Research, 47, .167-176.

ANDERSON, J.D., 1996. Computational Fluid Dynamics: An Introduction, Springer, Berlin, Germany.

ARDIÇLIOĞLU,M.,.KIRKGÖZ M.S., 1994. Pürüzsüz Açık Kanal Akımında Hız Dağılımının L.D.A. İle İncelenmesi, Ç.Ü. Müh. Mim Fak. Dergisi, 9/2.

ASHGRIZ, N., BARBAT, T., WANG, G., 2004. A Computational Lagrangian-Eularian Advection Remap for Free Surface Flows. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 44:1-32

ASSY, T.M., 2001. Solution for Spillway Flow by Finite Difference Method. Journal of Hydraulic Research, 39

BEHR, M., 2001, Stabilized Space-time Finite Element Formulations for Free-Surface Flowws, Communications in Numerical Methods in Engineering, 17: 813-819, Houston, USA.

BLAZEK, J., 2001. Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications, Elsevier, Oxford, UK.

BOUTROS, Y.Z., ABD-EL-MALEK, M.B. MASOUD, S.Z., 1987. Hilbert's Method For Numerical Solution of Flow from a Uniform Channel Over Irregular Bottom Topgraphies. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 65: 215-228.

CELIK, I. B., GHIA, U., ROACHE, P. J., FREITAS, C. J., COLEMAN, H., RAAD, P. E., 2008. Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications, Journal of Fluids Engineering, Vol. 130

CHATILA, J., TABBARA, M., 2004. Computational modeling of flow over on ogee spillway, Comput Struct, 82: 1805-12

CHEN, H. C. and PATEL, V. C.,1988. Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation. AIAA Journal, 26(6):641–648.

CHEN, Q.; Dai, G.; Liu, H., 2002. Volume of Fluid Model for Turbulence Numerical Simulation of Stepped Spillway Overflow, Journal of Hydraulic Engineering, 7. 683-688.

CHOI,W., KIM, M.H., 2000. Free-Surface Fluid Flow Over Spillway. 4th International Conference Hydro-Science and Engineering, Seoul.

DAVIDSON, L., 2005. Numerical Methods for Turbulent Flow, MTF071 Lecture Notes, Department of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.

DURST, F., Melling, A., Whitelow, J. H., 1981. Principles and Practice of Laser Doppler Anemometry, Academic Press.

FALTAS, M.S., HANA, S.N., ABD-EL-MALEK, M.B., 1989. Linearised Solution of a Free Surface Flow Over a Trapezodial Obstacle. Acta Mechanica, 78:219-233.

FERZIGER, J.H. and PERIC, M., 2002. Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer, New York, USA.

GHODSIAN, M., ASCE, M., 2003. Flow Through Side Sluice Gate. Journal of Irrigation and Drainage Engineering.

GIBSON, M. M. and LAUNDER, B. E., 1978. Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer. J. Fluid Mech., 86, 491-511.

GOLDSTEIN, R. J., 1983. Fluid Mechanics Measurements, Hemisphere Publishing Cor.

HAGER, ASCE, M., W. H. ; Schwalt, M. ,1994. Broad Crested Weir, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, pp, 4385.

HIRT, C. W. and NICHOLS, B. D., 1981. Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. J. Comput. Phys., 39, pp. 201–225.

HOFFMANN, K.A. and CHIANG, S.T., 2000. Computational Fluid Dynamics for Engineers Volume 1-2-3, Engineering Education System Publication, Kansas, USA.

JONGEN, T. 1992 Simulation and Modeling of Turbulent Incompressible Flows. PhD thesis, EPF Lausanne, Lausanne, Switzerland.

KIRKGÖZ, M. S. , 1989. Turbulent Velocity Profiles for Smooth and Rough Open Channel Flow, J. Hydr. Eng. Vol. 115, No 11.

KIRKGÖZ, M. S. ve ÖNER, A. A., 2006. Yatay Bir Dairesel Silindir Etrafındaki Akımda Hız Alanının Deneysel ve Teorik İncelenmesi. Ç.Ü. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi, 21: 85-98.

KIRKGÖZ, M. S.;ÖNER, A. A. ve AKÖZ, M. S. (2009). Numerical Modeling of İnteraction of a Current With a Circular Cylinder Near a Rijid Bed, Advances in Engineering Software, 40, 1191-1199.

LAUNDER , B. E. 1989. Second-Moment Closure: Present and Future; Int. J. Heat Fluid Flow, 10(4), 282-300.

LIEN, F.S. VE LESCHZINER, M.A. 1994. Assessment of Turbulence-Transport Models Including non-Linear RNG Eddy-Viscosity Formulation and Second-Moment Closure for Flow Over a Backward-facing Step, Computers and Fluids, 23(8), 983-1004.

MENTER, F.R., 1992a. Influence of Freestream Values on k-ω Turbulence Model Predictions, American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal: Technical Notes, 30(6), 1657-1659.

MENTER, F.R., 1994. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications, AIAA Journal, 32(8), 1598-1605.

MENTER, F.R., 1992b. Performance of Popular Turbulence Models for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flows, American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, 30(8), 2066-2072.

MENTER, F.R., 1993. Zonal Two Equation k-ω Turbulence Models for Aerodynamic Flows, American Institute of Aeronautics and Astronautics Report, AIAA-93-2906, Orlando, Florida, USA.

MENTER, F.R., 1994. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications, AIAA Journal, 32(8), 1598-1605.

MONTES, J.S., 1997. Irrotational Flow and Real Fluid Effects under Planar Sluice Gates. Journal of Hydraulic Engineering, 219.

NGUYEN, V.T., NESTMANN, F., 2004. Applications of CFD in hydraulics and river engineering, International Journal of Computational Fluid Dynamics, vol. 18(2), pp. 165-174, Germany.

NİKURADSE, J., 1933. Strömungsgesetze in Rauhen Rohren, Forsch. Geb. Ing. Wes., Heft 361.

ÖNER A.,A., Kırkgöz, M., S., Aköz, M., S., 2007. Geniş Başlıklı Savak Akımının Deneysel ve Sayısal Yöntemle İncelenmesi, III. Ulusal Su Mühendisliği Sempozyumu, 3-12, İzmir.

RAMAMURTHY, S . A. ,TİM,U. S. RAO, M. V. J. 1987. Flow Over Sharp – Crested Plate Weirs, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 113.

ROACHE, P.J. 1994. Perspective a method for uniform reporting of grid refinement studies. Journal of Fluid Engineering, 116, 405-413.

ROACHE, P.J. 1997. Quantification of the uncertainty in computational fluid dynamics. Annual Review Fluid Mechanics, 29, 123-160.

ROACHE, P.J. 1998.Verification of codes and calculations. AIAA J 36(5), 696–702.

ROTH, A, HAGER, W.H., 1999. , Underflow of Sluice Gate. Experiemnts in Fluids, Springer-Verlag, 27, 339-350.

SARKER,M .A., Rhodes, D. ,G., 2003. Calculation of free-surface profile over a rectangular broad-crested weir,Flow measurement and Instrumentation 15 , 215–219

ŞEKER. T. 2006, Kontrol Yapıları Arkasındaki Açık Kanal Akımlarının Sayısal ve Deneysel Analizi. Yüksek Lisans Tezi,Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.

VERSTEEG, H.K. and MALALASEKERA, W., 1995. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Longman Group Ltd., Harlow, England.

WEN, X., INGHAM D.B., WİDODO, B., 1997. The Free Surface Fluid Flow Over a Step of an Arbitrary Shape in a Channel. Engineering Analyses with Boundary Elements 19: 299-308.

WILCOX, D.C., 1991. A Half Century Historical Review of the k-ω Model, American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper, AIAA-1991-615, Reno, Nevada, USA.

WOLFSHTEIN, M., 1969. The Velocity and Temperature Distribution of One-Dimensional Flow with Turbulence Augmentation and Pressure Gradient. Int. J. Heat MassTransfer, 12:301–318.

YAKHOT, V. ve ORSZAG, S. A. 1986. Renormalizatıon Group Analysis of Turbulence. I. Basic Theory, Journal of Scientific Computing, 1(1), 3-51.

YAKHOT, V., ORSZAG, S.A., THANGAM, S., GATSKI, T.B. and SPEZIALE, C.G. 1992.Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique, Physics of Fluids A, Vol. 4, No. 7, pp1510-1520.

ÖZGEÇMİŞ

28/11/1985 yılında Adana'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimimi Adana'da tamamladı. 2004 yılında başladığı Çukurova Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden 2008 yılında mezun oldu ve aynı yıl İnşaat Mühendisliği Bölümü İnşaat Mühendisliği Anabilim dalında yüksek lisans eğitimine başladı. 2011 yılında Kilis 7 Aralık Üniversitesi MYO, inşaat bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı. Halen Çukurova Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.