



T.C.
GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ESNEK KÜMELERDE KARAR VERME
YÖNTEMLERİNİN EĞİTİM BİLİMLERİNE
UYGULANMASI**

Hasret DALDAL

**Yüksek Lisans Tezi
Matematik Anabilim Dalı
Doç. Dr. Naim ÇAĞMAN
2010**

Her hakkı saklıdır

T.C.
GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ESNEK KÜMELERDE KARAR VERME YÖNTEMLERİNİN
EĞİTİM BİLİMLERİNE UYGULANMASI**

Hasret DALDAL

TOKAT
2010

Her hakkı saklıdır

Doç. Dr. Naim ÇAĞMAN danışmanlığında, Hasret DALDAL tarafından hazırlanan bu çalışma 27/07/2010 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oy çokluğu ile Matematik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

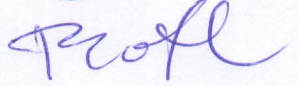
Başkan: Prof. Dr. Oktay MUHTAROĞLU

İmza:



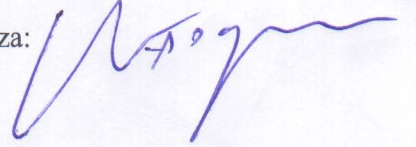
Üye: Prof. Dr. Bahtiyar MEHMETOĞLU

İmza:



Üye: Doç. Dr. Naim ÇAĞMAN

İmza:



Yukarıdaki sonucu onaylarım

(İmza)



Prof. Dr. Metin YILDIRIM

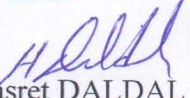
Enstitü Müdürü

17.08/2010

TEZ BEYANI

Tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezin içerdiği yenilik ve sonuçların başka bir yerden alınmadığını, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bu üniversite veya başka bir üniversitedeki başka bir tez çalışması olarak sunulmadığını beyan ederim.

İmza


Hsret DALDAL

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

ESNEK KÜMELERDE KARAR VERME YÖNTEMLERİNİN EĞİTİM BİLİMLERİNE UYGULANMASI

Hasret DALDAL

Gaziosmanpaşa Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik Anabilim Dalı

Danışman : Doç. Dr. Naim ÇAĞMAN

Esnek küme teorisi, belirsizlik içeren modellemek için bir matematiksel araç olarak Molodtsov tarafından 1999 yılında ortaya atıldı. Bu teori, karar verme problemleri, bilgi sistemleri, cebirsel yapılar, optimizasyon teorisi gibi belirsizlik içeren bir çok alana başarıyla uygulandı. Bu tez çalışmasında, önce esnek kümeler, bulanık parametrelili esnek kümeler, bulanık parametrelili bulanık esnek kümeler ve bunların işlemleri verildi. Daha sonra bulanık parametrelili bulanık esnek karar verme metodu kullanılarak bir esnek sınav değerlendirme yöntemi geliştirildi ve bu yöntemin uygulaması bir örnekle açıklandı.

2010, 50 sayfa

Anahtar kelimeler: Esnek Kümeler, Esnek Kümelerde İşlemler, Bulanık Kümeler, Bulanık Esnek Kümeler , Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Kümeler, Esnek Karar Verme, Esnek Sınav Değerlendirme

ABSTRACT

Master Thesis

DECISION MAKING METHODS OF THE SOFT SETS IN THE EDUCATION SCIENCE

Hasret DALDAL

Gaziosmanpasa University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics

Supervisor : Doç. Dr. Naim ÇAĞMAN

The soft set theory was produced by Molodtsov in 1999 as a mathematical tool for dealing with uncertainties. This theory is applied to decision making problems, information systems, algebraic structures and optimization theory, etc. which are contain uncertainties. In this thesis, we first introduced the soft sets, fuzzy parameterized soft sets, fuzzy parameterized fuzzy soft sets and their operations. We then construct a soft decision making method for evaluation of the exams by using the fuzzy parameterized fuzzy soft sets soft decision making method. We finally gave an application of the method.

2010, 50 pages

Key words: Soft Sets, Operations of Soft Sets, Fuzzy sets, Fuzzy Soft Sets, Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft Sets, Soft Decision Makings.

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasında, desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, bilgilerini benimle cömertçe paylaşan saygıdeğer hocam Doç. Dr. Naim ÇAĞMAN'a minnettarlığımı sunarım. Ayrıca, kıymetli zamanını ve fikirlerini esirgemeyen çalışmanın tamamlanmasında ve düzeltmelerinde emeği geçen diğer tüm hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Bu çalışmada bana desteğini esirgemeyen eşime ve yazdıklarımı sürekli silip çalışmayı bırak benimle oynamalısın diyen oğlum Kayra Alp'e .

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KAVRAMLAR	4
2.1 Esnek Kümeler	4
2.2 Bulanık Kümeler	15
2.3 Bulanık Parametrelili Esnek Kümeler	17
3. BULANIK PARAMETRELİLİ BULANIK ESNEK KÜMELER TEORİSİ	21
3.1 Bulanık Parametrelili Bulanık Esnek Kümeler	21
3.2 <i>fpps</i> -karar verme metodu	26
4. ESNEK KÜMELERİN EĞİTİM BİLİMLERİNE UYGULANMASI	28
4.1 Klasik Sınav Değerlendirme Yöntemi	28
4.2 Esnek Sınav Değerlendirme Yöntemi	30
5. SONUÇ	38
KAYNAKLAR	39
ÖZGEÇMİŞ	42

1. GİRİŞ

Belirsizlik içeren problemlerle bazı klasik matematik yöntemleri başa çıkamaz duruma geldiğinden zaman içinde bu tür problemlerle uğraşmak için yeni teoriler ortaya atılmıştır. Belirsiz içeren problemlerin çözümü için, aralık matematiği, olasılık teorisi, bulanık kümeler teorisi, yaklaşımlı kümeler teorisi, esnek kümeler teorisi gibi farklı teoriler geliştirildi. Her bir teorinin güçlü olduğu uygulamalar bulunmaktadır. Bu teoriler arasından en göze çarpanlardan birisi, Zadeh (1965)'in bulanık kümeler teorisidir. Bu teori hızla gelişmesine rağmen bazı yapısal zorluklara sahiptir. Bir bulanık küme onun üyelik fonksiyonu yoluyla tanımlanır. Molodtsov (1999)'a göre üyelik fonksiyonun doğasının fazlasıyla bireysel olmasından dolayı, her bir durum için bir üyelik fonksiyonu inşa etme zorluğuyla karşılaşılır. Bu nedenle, üyelik fonksiyonu inşasından bağımsız bir kümeler teorisine ihtiyaç vardır.

Esnek kümeler teorisi, Molodtsov (1999) tarafından belirsizlikle başa çıkmak için bir matematiksel araç olarak ortaya atıldı. Molodtsov (1999), sürekli diferansiyellenebilir fonksiyonlar, oyun teorisi, işlem araştırmaları, Riemann integrasyonu, Perron integrasyonu, olasılık, ölçüm teorisi vb. alanlarda esnek küme teorisini kullanarak, başarılı çalışmalar yaptı.

Maji ve ark. (2002,2003), Pawlak (1982)'in yaklaşımlı küme teorisi yardımıyla, bir karar verme probleminde esnek kümelerin bir uygulamasını sundu ve esnek kümelerde bazı işlemleri tanımladı. Xiao ve ark. (2003) esnek küme temelli iş rekabet kapasitesi için yapay bir hesaplama metodu üzerine bir çalışma yaptı. Yang ve ark. (2004), esnek kümeler ve yaklaşımlı kümelere dayalı klinik teşhisin karar analizi ve indüksiyon başlıklı bir çalışma yaptı. Chen ve ark. (2003,2005) ile Kong ve ark. (2008) esnek kümelerde parametre indirgemesi üzerine çalışmalar yaptı. Xiao ve ark. (2005) ile Pei ve Miao (2005), esnek tabanlı bilgi sistemleri üzerine çalışmalar sundular. Mushrif ve ark. (2006), esnek küme temelli sınıflandırmalar üzerine bir çalışma yaptı. Zou ve Xiao (2008) eksik bilgi altında esnek kümelerin veri analizi yaklaşımını ortaya koydu. Bu yaklaşımlar esnek kümelerde eksik verilerin mevcut durumlarını yansıtmak için tercih edilebilir.

Maji ve ark. (2001), bulanık esnek kümeleri tanımladı. Daha sonra pek çok araştırmacı bulanık esnek kümeler üzerine çalışmalar yaptı. Aktaş ve Çağman (2007) esnek kümeleri, bulanık kümeler ve yaklaşımlı kümelerin ilgili kavramlarıyla karşılaştırdı. Roy ve Maji (2007) bir karar verme probleminde bulanık esnek kümelerin bir uygulaması üzerinde bazı sonuçlar ortaya koydu. Yang ve ark. (2007) bulanık esnek kümelerde indirgemeyi tanımlayarak, bulanık esnek kümeler yoluyla bir karar verme problemini analiz etti. Majumdar ve Samanta (2008) bulanık esnek kümelerde benzerlik ölçümünü ortaya attı. Kong ve ark.(2008) ile Xiao ve ark. (2009), bulanık esnek küme üzerine dayalı bazı yaklaşımları konu alan bir çalışma yaptı.

Molodtsov ve ark. (2006) tarafından, esnek küme teorisi üzerine dayalı bir analiz geliştirilerek, esnek sayı, esnek türev, esnek integral gibi kavramlar formüle edildi. Bu analiz, Kovkov ve ark. (2007) tarafından optimizasyon teorisi ile ilgili problemlere uygulandı. Şu anda, esnek küme teorisi ve onun uygulamaları üzerine yapılan çalışmalar hızla gelişmektedir.

Öğrencilerin öğrenme başarılarının değerlendirilmesi için kullanılan uygun değerlendirme sistemleri, eğitimin amacını gerçekleştirmek önemli araçlardandır. Öğrencilerin öğrenme başarılarını değerlendirme; eğitim hedefleri doğrultusunda öğrencilerin performans seviyelerine karar verme sürecidir. Uygun bir değerlendirme sistemi, bireysel gelişim için ortam oluşturur ve öğrencilerin günümüzde ve gelecekteki fırsatlarını sınırlandırmamak için bütün öğrencilerin en adil puan almalarını sağlamalıdır. Her değerlendirme sistemi, düzenli olarak gözden geçirilmeli ve doğruluğu, güvenilirliği ve öğrencilere faydası garanti lenmek üzere geliştirilmelidir.

Hızla gelişen dünyada daha gelişmiş daha detaylı değerlendirme yapılmalıdır. Öğrencilerin değerlendirilmesinde soruların doğruluğunun yanında, soruların zorluğu, soruların karmaşıklığı ve soruların çözümünde gösterilen çaba, hava koşulu, zaman dilimi, heyecan, yaş, tecrübe, fiziksel yeterlilik, çevre gibi parametreler de değerlendirmede dikkate alınması gereken önemli etkenlerdir. Bu nedenlerle, bu çalışmada, daha objektif bir sıralama elde edebilmek için sınavın sonucunu etkileyebilecek bazı parametrelerin etkisini hesaba katarak ve bulanık parametrelili bulanık esnek karar verme metodu kullanılarak yeni bir

değerlendirme yöntemi önereceğiz. Biz burada yöntemin daha kolay anlaşılabilmesi için sadece doğruluk, zorluk, karmaşıklık ve çaba parametrelerini dikkate alacağız.

Bu tez çalışmasında, önce senek kümeler, bulanık parametrelili esnek kümeler, bulanık parametrelili bulanık esnek kümeler ve bunların işlemleri verilecek. Daha sonra bulanık parametrelili bulanık esnek karar verme metodu kullanılarak bir esnek sınav değerlendirme yöntemi geliştirilecek ve bu yöntemin uygulaması bir örnekle açıklanacak.

2. GENEL KAVRAMLAR

Bu bölümde ilk olarak, Maji ve ark. (2002, 2003)'ün esnek kümeler teorisi üzerine yaptıkları bazı tanımlar, daha işlevsel olmaları için Çağman ve ark. (2010a)'nın tarafından modifiye edildi. Bu yeni tanımlar kullanılarak esnek kümelerin temel özellikleri ve esnek küme işlemleri tanıtıldı.

2.1 Esnek Kümeler

Esnek küme kavramı, U evrensel kümesinin alt kümeler ailesinin parametrize edilmiş bir ailesidir. Bir esnek kümede sıralı ikililer, esnek kümenin elemanı veya üyesi olarak isimlendirilirler. Biz bu esnek kümeleri $F_A, F_B, \dots, G_A, \dots$ şeklinde büyük harfler ile göstereceğiz.

Bir nesneler kümesi üzerinde esnek küme tanımlamak için, nesneleri karakterize eden özellikleri ifade etmek zorundayız. Bu özellikleri ifade etmek için kullanacağımız parametrelerin kümesine parametre kümesi denir. Birinci bileşende parametre, ikinci bileşende özeliği sağlayan nesnelerin kümesi olacak şekilde yazılan sıralı ikililerle bir esnek küme yazabiliriz. Diğer bir deyişle bir esnek küme bu şekilde iyi tanımlı sıralı ikililerin bir koleksiyonudur.

Tanım 2.1.1. U bir başlangıç evreni; $P(U)$, U 'nun kuvvet kümesi; E başlangıç evreninin elemanlarını niteleyen tüm parametrelerin kümesi ve $A \subseteq E$ olsun. U üzerinde bir F_A esnek kümesi, sıralı ikililerin bir kümesi ile aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$F_A = \{(e, f_A(e)) : e \in E, f_A(e) \in P(U)\}, \quad (2.1)$$

burada, $f_A : E \rightarrow P(U)$ ve $e \notin A$ için $f_A(e) = \emptyset$ şeklindedir.

Burada, f_A yaklaşım fonksiyonu olarak isimlendirilir. $e \in E$ parametreleri ile ilişkili nesneleri içeren $F_A(e)$ kümesi, e -yaklaşım değer kümesi veya e -yaklaşım kümesi olarak adlandırılır.

Esnek kümenin tanımına göre, bir F_A esnek kümesi biçimsel olarak onun üyelik fonksiyonu olan f_A 'ya eşittir. Biz herhangi bir esnek kümeyi onun üyelik fonksiyonu ile belirliyoruz ve bu iki kavramı birbiri ile yer değiştirebilir olarak görüyoruz.

Burada, f_A notasyonunda ki A alt indisi, f_A 'nın F_A esnek kümesinin yaklaşım fonksiyonu olduğunu gösterir.

Eğer $(e, f_A(e))$, F_A esnek kümesine aitse $(e, f_A(e)) \in F_A$ aksi taktirde $(e, f_A(e)) \notin F_A$ şeklinde yazarız. Diğer bir ifadeyle, her bir $(e, f_A(e))$ elemanı için sadece bir olasılık vardır. $(e, f_A(e))$, ya f_A esnek kümesine dahildir ya da değildir.

Esnek küme teorisindeki temel kavram yaklaşımdır. $e_1, e_2 \in E$ için $f_A(e_1) \subset f_A(e_2)$ ise e_2 parametresinin yaklaşım değeri e_1 parametresinin yaklaşım değerinden daha büyüktür. Bunun anlamı, e_2, U 'da e_1 den daha fazla elemanla ilişkilidir.

Bir esnek kümeyi, onun elemanlarını listeleme yoluyla gösterebiliriz. Örneğin, $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ nesnelerin kümesi, $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$ parametrelerin kümesi ve $A = \{e_2, e_3, e_5, e_6\}$, E 'nin alt kümesi olsun. Kabul edelim ki $f_A(e_2) = \{u_2, u_4\}$, $f_A(e_3) = \emptyset$, $f_A(e_5) = \{u_1, u_2\}$ ve $f_A(e_6) = \{u_2, u_3, u_5\}$ şeklinde belirtilsin. O halde F_A esnek kümesi

$$F_A = \{(e_2, \{u_2, u_4\}), (e_5, \{u_1, u_2\}), (e_6, \{u_2, u_3, u_5\})\}$$

şeklinde yazılır. Listelenmiş olan elemanların sırası önemli değildir. Yani,

$$\{(e_2, \{u_2, u_4\}), (e_5, \{u_1, u_2\})\} = \{(e_5, \{u_1, u_2\}), (e_2, \{u_2, u_4\})\}$$

eşitliği doğrudur. Bunun yanısıra bir eleman sadece bir defa listelenir.

$$\{(e_2, \{u_2, u_4\}), (e_5, \{u_1, u_2\}), (e_2, \{u_2, u_4\})\} \text{ yerine } \{(e_2, \{u_2, u_4\}), (e_5, \{u_1, u_2\})\}$$

gösterimi kullanırız.

Ayrıca, bir esnek kümeyi, onun elemanları bir veya daha fazla ortak özeliğe sahip olduğunda, bu özeliği kullanarak da gösterebiliriz. Örneğin,

$$F_A = \{(e, f_A(e)) : f_A(e) = \emptyset, e \in E\}$$

Yukarıdaki gösterimlerin yanısıra, işlenen verilerin daha rahat görülebilmesi için tablo yöntemi kullanılabilir. U bir evrensel küme, E tüm parametrelerin kümesi ve $A \subseteq E$ olsun. U üzerinde bir F_A esnek kümesi için, onun bilgi tablosu, $i = 1, 2, \dots, m$ ve $j = 1, 2, \dots, n$ için

$$\begin{aligned} \rho_{f_A} : U \times E &\rightarrow \{0, 1\} \\ (h_i, e_j) &\rightarrow \rho_{f_A}(h_i, e_j) = \begin{cases} 1, & h_i \in f_A(e_j) \\ 0, & h_i \notin f_A(e_j) \end{cases} \end{aligned}$$

yoluyla aşağıdaki gibi elde edilir.

ρ_{f_A}	e_1	e_2	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	e_j
h_1	$\rho_{f_A}(h_1, e_1)$	$\rho_{f_A}(h_1, e_2)$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\rho_{f_A}(h_1, e_j)$
h_2	$\rho_{f_A}(h_2, e_1)$	$\rho_{f_A}(h_2, e_2)$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\rho_{f_A}(h_2, e_j)$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
h_i	$\rho_{f_A}(h_i, e_1)$	$\rho_{f_A}(h_i, e_2)$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\rho_{f_A}(h_i, e_j)$

Örneğin, yukarıda inşa ettiğimiz F_A esnek kümesi,

ρ_{f_A}	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7		ρ_{f_A}	e_2	e_5	e_6
u_1	0	0	0	0	1	0	0	<i>veya</i>	u_1	0	1	0
u_2	0	1	0	0	1	1	0		u_2	1	1	1
u_3	0	0	0	0	0	1	0		u_3	0	0	1
u_4	0	1	0	0	0	0	0		u_4	1	0	0
u_5	0	0	0	0	0	1	0		u_5	0	0	1

şeklinde gösterilebilir.

Tanım 2.1.2. F_A, U üzerinde bir esnek küme olsun. Eğer $e \in E$ için $f_A(e) = \emptyset$ ise $f_A(e)$ e -yaklaşım kümesine, f_A 'nın boş-değeri denir ve $(e, f_A(e))$, F_A 'nın boş-elemanı olarak adlandırılır.

$f_A(e) = \emptyset$ olmasının anlamı U da ki elemanların hiçbirinin $e \in E$ parametresi ile ilişkili olmadığıdır. Bu yüzden bu tür parametrelerin göz önüne alınması anlamsız olduğu için, biz böyle elemanları bir esnek kümede göstermeyeceğiz.

Tanım 2.1.3. Eğer bir esnek kümenin bütün elemanları boş ise o halde, esnek küme boş esnek küme olarak adlandırılır ve F_Φ ile gösterilir. Açıktır ki her $e \in E$ için $f_\Phi(e) = \emptyset$ şeklindedir.

Tanım 2.1.4. F_A, U üzerinde bir esnek küme olsun. Eğer $e \in E$ için $f_A(e) = U$ oluyorsa, o halde $f_A(e)$ e -yaklaşım kümesine, f_A 'nın mutlak-değeri ve $(e, f_A(e))$, F_A 'nın mutlak-elemanı olarak adlandırılır.

$f_A(e) = U$ olmasının anlamı, U 'nun bütün elemanlarının $e \in E$ parametresi ile ilgili olduğudur.

Tanım 2.1.5. Eğer bir F_A esnek kümesinin tüm elemanları mutlak ise, o halde bu esnek küme, mutlak esnek küme olarak adlandırılır ve $F_{\bar{A}}$ ile gösterilir.

Eğer $A = E$ ise, mutlak esnek kümeye, evrensel esnek küme denir ve $F_{\bar{E}}$ ile gösterilir.

Örnek 2.1.6. $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ evrensel küme, $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ ise parametreler kümesi olsun.

Eğer $A = \{e_2, e_3, e_4\}$ ve $f_A(e_2) = \{u_2, u_4\}$, $f_A(e_3) = \emptyset$, $f_A(e_4) = U$ ise, o halde F_A esnek kümesi $F_A = \{(e_2, \{u_2, u_4\}), (e_4, U)\}$ şeklinde yazılır.

Eğer $B = \{e_1, e_3\}$ ve $f_B(e_1) = \emptyset$, $f_B(e_3) = \emptyset$ ise, o halde F_B esnek kümesi boş esnek kümedir. Yani $F_B = F_\Phi$ şeklindedir.

Eğer $C = \{e_1, e_2\}$ ve $f_C(e_1) = U$, $f_C(e_2) = U$ ise, o halde F_C esnek kümesi mutlak esnek kümedir. Yani $F_C = F_{\bar{C}}$ şeklindedir.

Eğer $D = E$ ve her $e_i \in E$ $i = 1, 2, 3, 4$ için $f_A(e_i) = U$ ise, F_D esnek kümesine evrensel esnek küme denir. Yani $F_D = F_{\tilde{E}}$ şeklindedir.

Tanım 2.1.7. F_A ve F_B , U üzerinde iki esnek küme olsun. Eğer her $e \in E$ için

$$f_A(e) \subseteq f_B(e)$$

oluyorsa, F_A 'ya F_B 'nin esnek alt kümesidir denir ve $F_A \subseteq F_B$ ile gösterilir.

Yorum 2.1.8. $F_A \subseteq F_B$ olması, F_A 'nın her elemanının F_B 'nin elemanı olması anlamına gelmez. Bu yüzden, klasik alt küme tanımı esnek alt küme tanımı için geçerli değildir. Örneğin, $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ tüm parametrelerin kümesi olsun. Eğer $A = \{e_1\}$, $B = \{e_1, e_3\}$ ve $F_A = \{(e_1, \{u_2, u_4\})\}$, $F_B = \{(e_1, \{u_2, u_3, u_4\}), (e_3, \{u_1, u_5\})\}$ ise, o halde her $e \in F_A$ için $f_A(e) \subseteq f_B(e)$ doğrudur. Dolayısıyla $F_A \subseteq F_B$. Açık ki $(e_1, f_A(e_1)) \in F_A$ fakat $(e_1, f_A(e_1)) \notin F_B$ dir.

Önerme 2.1.9. F_A ve F_B , U üzerinde iki esnek küme olsun. O halde aşağıdaki sonuçlar geçerlidir.

- i. $F_A \subseteq F_{\tilde{E}}$
- ii. $F_{\Phi} \subseteq F_A$
- iii. $F_A \subseteq F_A$
- iv. $F_A \subseteq F_B$ ve $F_B \subseteq F_C \Rightarrow F_A \subseteq F_C$

İspat . İspatları esnek kümelerin yaklaşım fonksiyonları kullanılarak yapalım. Her $e \in E$ için,

- i. $f_A(e) \subseteq U$ olduğundan $f_A(e) \subseteq f_{\tilde{E}}(e)$
- ii. $\emptyset \subseteq f_A(e)$ olduğundan $f_{\Phi}(e) \subseteq f_A(e)$
- iii. $f_A(e) = f_A(e)$ olduğundan $f_A(e) \subseteq f_A(e)$
- iv. $f_A(e) \subseteq f_B(e)$ ve $f_B(e) \subseteq f_C(e) \Rightarrow f_A(e) \subseteq f_C(e)$

Önerme 2.1.10. U üzerinde aşağıdaki sonuçlar geçerlidir.

- i. Boş esnek küme tektir.
- ii. Evrensel esnek küme tektir.

İspat . Tanım 2.1.3 ve 2.1.5'ten açıktır.

Tanım 2.1.11. Eğer $F_A \subseteq F_B$ için, F_B 'de F_A 'nın elemanı olmayan en az bir eleman varsa, F_A 'ya F_B 'nin öz esnek alt kümesi denir ve $F_A \subset F_B$ ile gösterilir.

Tanım 2.1.12. F_A ve F_B , U üzerinde iki esnek küme olsun. Eğer her $e \in E$ için

$$f_A(e) = f_B(e)$$

oluyorsa F_A esnek kümesi F_B esnek kümesine eşittir denir ve $F_A = F_B$ ile gösterilir.

Önerme 2.1.13. F_A , F_B ve F_C , U üzerinde üç esnek küme olsun. O halde aşağıdaki sonuçlar geçerlidir.

- i. $F_A = F_B$ ve $F_B = F_C \Leftrightarrow F_A = F_C$
- ii. $F_A \subseteq F_B$ ve $F_B \subseteq F_A \Leftrightarrow F_A = F_C$

İspat . Her $e \in E$ için, yaklaşım fonksiyonlarını kullanarak ispatlayalım.

- i. $f_A(e) = f_B(e)$ ve $f_B(e) = f_C(e) \Leftrightarrow f_A(e) = f_C(e)$
- ii. $f_A(e) \subseteq f_B(e)$ ve $f_B(e) \subseteq f_A(e) \Leftrightarrow f_A(e) = f_B(e)$

Tanım 2.1.14. F_A esnek kümesinin tüm alt kümelerinin kümesine, F_A esnek kümesinin kuvvet kümesi denir.

Tanım 2.1.15. F_A , U üzerinde bir esnek küme olsun. O halde F_A esnek kümesinin F_A° ile gösterilen tümleyeni

$$f_{A^\circ}(e) = f_A^c(e), \quad \text{her } e \in E,$$

yaklaşım fonksiyonu yoluyla elde edilir. Burada $f_{A^\circ}(e) = U - f_A(e)$ şeklindedir.

Karışıklığı önlemek için, “ $\circ$ ” şeklinde esnek tümleyen ve “ c ” şeklinde klasik tümleyen kullandık. Burada, A° bir küme işlemi değildir. Bu sadece f_{A° 'nın F_{A° esnek kümesinin yaklaşım fonksiyonu olduğunu göstermek için kullanılan bir notasyondur.

Önerme 2.1.16. F_A, U üzerinde bir esnek küme olsun. O halde aşağıdaki sonuçlar geçerlidir.

i. $(F_A^\circ)^\circ = F_A$

ii. $F_\Phi^\circ = F_{\tilde{E}}$

İspat . $e \in E$ için esnek kümelerin yaklaşım fonksiyonlarını kullanarak ispatı kolayca yapabiliriz.

i. $(f_A^c(e))^c = f_A(e)$

ii. $f_\Phi^c(e) = U - f_\Phi(e) = U - \emptyset = U = f_{\tilde{E}}(e)$

Tanım 2.1.17. F_A ve F_B, U üzerinde iki esnek küme olsun. F_A ve F_B esnek kümelerinin birleşimi,

$$f_{A \tilde{\cup} B}(e) = f_A(e) \cup f_B(e), \quad \text{her } e \in E,$$

yaklaşım fonksiyonu yoluyla tanımlanır ve $F_A \tilde{\cup} F_B$ ile gösterilir.

Karışıklığı önlemek için, “ $\tilde{\cup}$ ” şeklinde esnek birleşim ve “ $\cup$ ” şeklinde klasik birleşim kullandık. Burada, $A \tilde{\cup} B$ bir küme işlemi değildir. Bu sadece $f_{A \tilde{\cup} B}$ ’nin $F_{A \tilde{\cup} B}$ esnek kümesinin yaklaşım fonksiyonu olduğunu göstermek için kullanılan bir notasyondur.

Önerme 2.1.18. F_A, F_B ve F_C, U üzerinde üç esnek küme olsun. O halde aşağıdaki sonuçlar geçerlidir.

i. $F_A \tilde{\cup} F_A = F_A$

ii. $F_A \tilde{\cup} F_\Phi = F_A$

iii. $F_A \tilde{\cup} F_{\tilde{E}} = F_{\tilde{E}}$

iv. $F_A \tilde{\cup} F_A^\circ = F_{\tilde{E}}$

v. $F_A \tilde{\cup} F_B = F_B \tilde{\cup} F_A$

vi. $(F_A \tilde{\cup} F_B) \tilde{\cup} F_C = F_A \tilde{\cup} (F_B \tilde{\cup} F_C)$

İspat . Her $e \in E$ için, yaklaşım fonksiyonlarını kullanarak ispatlayalım.

$$i. f_{A\tilde{\cup}A}(e) = f_A(e) \cup f_A(e) = f_A(e)$$

$$ii. f_{A\tilde{\cup}\Phi}(e) = f_A(e) \cup f_\Phi(e) = f_A(e)$$

$$iii. f_{A\tilde{\cup}\tilde{E}}(e) = f_A(e) \cup f_{\tilde{E}}(e) = f_{\tilde{E}}(e)$$

$$iv. f_A(e) \cup f_A^c(e) = f_{\tilde{E}}(e)$$

$$v. f_{A\tilde{\cup}B}(e) = f_A(e) \cup f_B(e) = f_B(e) \cup f_A(e) = f_{B\tilde{\cup}A}(e)$$

$$\begin{aligned} vi. f_{(A\tilde{\cup}B)\tilde{\cup}C}(e) &= f_{A\tilde{\cup}B}(e) \cup f_C(e) \\ &= (f_A(e) \cup f_B(e)) \cup f_C(e) \\ &= f_A(e) \cup (f_B(e) \cup f_C(e)) \\ &= f_A(e) \cup f_{B\tilde{\cup}C}(e) \\ &= f_{A\tilde{\cup}(B\tilde{\cup}C)}(e) \end{aligned}$$

Tanım 2.1.19. F_A ve F_B , U üzerinde iki esnek küme olsun. F_A ve F_B esnek kümelerinin kesişimi,

$$f_{A\tilde{\cap}B}(e) = f_A(e) \cap f_B(e), \quad \text{her } e \in E,$$

yaklaşım fonksiyonu yoluyla tanımlanır ve $F_A\tilde{\cap}F_B$ ile gösterilir.

Karışıklığı önlemek için, “ $\tilde{\cap}$ ” şeklinde esnek birleşim ve “ $\cap$ ” şeklinde klasik birleşim kullandık. Burada, $A\tilde{\cap}B$ bir küme işlemi değildir. Bu sadece $f_{A\tilde{\cap}B}$ ’nin $F_{A\tilde{\cap}B}$ esnek kümesinin yaklaşım fonksiyonu olduğunu göstermek için kullanılan bir notasyondur.

Önerme 2.1.20. F_A , F_B ve F_C , U üzerinde üç esnek küme olsun. O halde aşağıdaki sonuçlar geçerlidir.

$$i. F_A\tilde{\cap}F_A = F_A$$

$$ii. F_A\tilde{\cap}F_\Phi = F_\Phi$$

$$iii. F_A\tilde{\cap}F_{\tilde{E}} = F_A$$

$$iv. F_A\tilde{\cap}F_A^\circ = F_\Phi$$

- v. $F_A \widetilde{\cap} F_B = F_B \widetilde{\cap} F_A$
- vi. $(F_A \widetilde{\cap} F_B) \widetilde{\cap} F_C = F_A \widetilde{\cap} (F_B \widetilde{\cap} F_C)$
- vii. $F_A \subseteq F_B \Rightarrow F_A \widetilde{\cup} F_B = F_B$ ve $F_A \widetilde{\cap} F_B = F_A$

İspat . Her $e \in E$ için, yaklaşım fonksiyonlarını kullanarak ispatlayalım.

- i. $f_{A \widetilde{\cap} A}(e) = f_A(e) \cap f_A(e) = f_A(e)$
- ii. $f_{A \widetilde{\cap} \Phi}(e) = f_A(e) \cap f_\Phi(e) = f_\Phi(e)$
- iii. $f_{A \widetilde{\cap} \bar{E}}(e) = f_A(e) \cap f_{\bar{E}}(e) = f_A(e)$
- iv. $f_A(e) \cap f_A^c(e) = f_\Phi(e)$
- v. $f_{A \widetilde{\cap} B}(e) = f_A(e) \cap f_B(e) = f_B(e) \cap f_A(e) = f_{B \widetilde{\cap} A}(e)$
- vi. $f_{(A \widetilde{\cap} B) \widetilde{\cap} C}(e) = f_{A \widetilde{\cap} B}(e) \cap f_C(e)$
 $= (f_A(e) \cap f_B(e)) \cap f_C(e)$
 $= f_A(e) \cap (f_B(e) \cap f_C(e))$
 $= f_A(e) \cap f_{B \widetilde{\cap} C}(e)$
 $= f_{A \widetilde{\cap} (B \widetilde{\cap} C)}(e)$
- vii. $f_A(e) \subseteq f_B(e) \Rightarrow f_A(e) \cup f_B(e) = f_B(e)$ ve $f_A(e) \cap f_B(e) = f_A(e)$

Önerme 2.1.21. U üzerindeki F_A ve F_B esnek kümeleri için, De’Morgan kuralları geçerlidir.

- i. $(F_A \widetilde{\cup} F_B)^\circ = F_A^\circ \widetilde{\cap} F_B^\circ$
- ii. $(F_A \widetilde{\cap} F_B)^\circ = F_A^\circ \widetilde{\cup} F_B^\circ$

İspat . Her $e \in E$ için,

- i. $f_{(A \widetilde{\cup} B)^\circ}(e) = f_{A \widetilde{\cup} B}^c(e)$
 $= (f_A(e) \cup f_B(e))^c$
 $= (f_A(e))^c \cap (f_B(e))^c$

$$\begin{aligned}
ii. f_{(A \tilde{\cap} B)^c}(e) &= f_{A \tilde{\cap} B}^c(e) \\
&= (f_A(e) \cap f_B(e))^c \\
&= (f_A(e))^c \cup (f_B(e))^c
\end{aligned}$$

Önerme 2.1.22. F_A, F_B ve F_C, U üzerinde üç esnek küme olsun. O halde, aşağıdaki sonuçlar geçerlidir.

$$i. F_A \tilde{\cup} (F_B \tilde{\cap} F_C) = (F_A \tilde{\cup} F_B) \tilde{\cap} (F_A \tilde{\cup} F_C)$$

$$ii. F_A \tilde{\cap} (F_B \tilde{\cup} F_C) = (F_A \tilde{\cap} F_B) \tilde{\cup} (F_A \tilde{\cap} F_C)$$

İspat . Her $e \in E$ için,

$$\begin{aligned}
i. f_{A \tilde{\cup} (B \tilde{\cap} C)}(e) &= f_A(e) \cup f_{B \tilde{\cap} C}(e) \\
&= f_A(e) \cup (f_B(e) \cap f_C(e)) \\
&= (f_A(e) \cup f_B(e)) \cap (f_A(e) \cup f_C(e)) \\
&= f_{A \tilde{\cup} B}(e) \cap f_{A \tilde{\cup} C}(e) \\
&= f_{(A \tilde{\cup} B) \tilde{\cap} (A \tilde{\cup} C)}(e)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
ii. f_{A \tilde{\cap} (B \tilde{\cup} C)}(e) &= f_A(e) \cap f_{B \tilde{\cup} C}(e) \\
&= f_A(e) \cap (f_B(e) \cup f_C(e)) \\
&= (f_A(e) \cap f_B(e)) \cup (f_A(e) \cap f_C(e)) \quad \text{Buradaki birleşim ve kesişim} \\
&= f_{A \tilde{\cap} B}(e) \cup f_{A \tilde{\cap} C}(e) \\
&= f_{(A \tilde{\cap} B) \tilde{\cup} (A \tilde{\cap} C)}(e)
\end{aligned}$$

işlemleri, ikili işlem olarak adlandırılır.

Tanım 2.1.23. F_A ve F_B, U üzerinde iki esnek küme olsun. F_A ve F_B esnek kümelerinin farkı,

$$f_{A \setminus B}(e) = f_A(e) \setminus f_B(e), \quad \text{her } e \in E,$$

yaklaşım fonksiyonu yoluyla tanımlanır ve $F_A \setminus F_B$ ile gösterilir.

Karışıklığı önlemek için, “ $\tilde{\setminus}$ ” şeklinde esnek birleşim ve “ $\setminus$ ” şeklinde klasik birleşim kullandık. Burada, $A \setminus B$ bir küme işlemi değildir. Bu sadece $f_{A \setminus B}$ ’nin $F_{A \setminus B}$ esnek kümesinin yaklaşım fonksiyonu olduğunu göstermek için kullanılan bir notasyondur.

Önerme 2.1.24. F_A , F_B ve F_C , U üzerinde üç esnek küme olsun. O halde aşağıdaki sonuçlar geçerlidir.

- i. $F_A \widetilde{\setminus} F_B = F_A \widetilde{\cap} F_B^\circ$
- ii. $F_A \widetilde{\setminus} F_B = F_\Phi \Leftrightarrow F_A \widetilde{\subseteq} F_B$
- iii. $A \cap B = \emptyset \Rightarrow F_A \widetilde{\setminus} F_B = F_A$ ve $F_B \widetilde{\setminus} F_A = F_B$

İspat . Her $e \in E$ için,

- i. $f_{A \widetilde{\setminus} B}(e) = f_A(e) \setminus f_B(e) = f_A(e) \cap f_B(e)^c$
- ii. $f_A(e) \setminus f_B(e) = f_\Phi(e) = \emptyset \Leftrightarrow f_A(e) \subseteq f_B(e)$
- iii. $A \cap B = \emptyset \Rightarrow f_A(e) \setminus f_B(e) = f_A(e)$ ve $f_B(e) \setminus f_A(e) = f_B(e)$

Tanım 2.1.25. F_A ve F_B , U üzerinde iki esnek küme olsun. F_A ve F_B esnek kümelerinin $F_A \widetilde{\Delta} F_B$ ile gösterilen simetrik farkı,

$$f_A(e) \widetilde{\Delta} f_B(e) = (f_A(e) \setminus f_B(e)) \cup (f_B(e) \setminus f_A(e))$$

yaklaşım fonksiyonu yoluyla tanımlanır.

Tanım 2.1.26. F_A ve F_B esnek kümeleri ayrıktır ancak ve ancak $F_A \cap F_B = F_\Phi$ olmasıdır.

Şimdi yukarıdaki tanım ve önermeleri örnekleyelim;

Örnek 2.1.27. $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ tüm parametreler kümesi olsun. Kabul edelim ki $A = \{e_1, e_2\}$ ve $B = \{e_2, e_3, e_4\}$, gibi E 'nin iki alt kümesi için $F_A = \{(e_1, \{u_2, u_4\}), (e_2, \{u_1, u_3\})\}$ ve $F_B = \{(e_2, \{u_1, u_2\}), (e_3, \{u_1, u_4\}), (e_4, U)\}$ şeklinde yazılsın. O halde biz bu esnek kümeleri aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$F_A^\circ = \{(e_1, \{u_1, u_3, u_5\}), (e_2, \{u_2, u_4, u_5\}), (e_3, U), (e_4, U)\}$$

$$F_A \widetilde{\cup} F_B = \{(e_1, \{u_2, u_4\}), (e_2, \{u_1, u_2, u_3\}), (e_3, \{u_1, u_4\}), (e_4, U)\}$$

$$F_A \widetilde{\cap} F_B = \{(e_2, \{u_1\})\}$$

$$(F_A \widetilde{\cup} F_B)^\circ = \{(e_1, \{u_1, u_3, u_5\}), (e_2, \{u_4, u_5\}), (e_3, \{u_2, u_3, u_5\})\} = F_A^\circ \widetilde{\cap} F_B^\circ$$

$$(F_A \widetilde{\cap} F_B)^\circ = \{(e_1, U), (e_2, \{u_2, u_3, u_4, u_5\}), (e_3, U), (e_4, U)\} = F_A^\circ \widetilde{\cup} F_B^\circ$$

$$F_A \widetilde{\setminus} F_B = \{(e_1, \{u_2, u_4\}), (e_2, \{u_3\})\} = F_A \widetilde{\cap} F_B^\circ$$

$$F_A \widetilde{\Delta} F_B = \{(e_1, \{u_2, u_4\}), (e_2, \{u_2, u_3\}), (e_3, \{u_1, u_4\}), (e_4, U)\}$$

2.2 Bulanık Kümeler

Bu alt bölümde Zadeh (1965)'in bulanık kümeler, Maji ve ark. (2002;2003)'nin ve Enginoğlu (2008)'nin esnek kümeler ve Çağman ve ark (2010a)'nın bulanık parametrelili esnek kümelerdeki temel tanımlar verildi. Ayrıca, tanımlar kullanılarak bulanık kümeler, esnek kümeler ve bulanık parametrelili esnek kümelerin temel özellikleri verildi.

Tanım 2.2.28. U bir evrensel küme olsun. U üzerinde bir X bulanık kümesi

$$\mu_X : U \rightarrow [0, 1]$$

fonksiyonu ile tanımlanır. Bu μ_X fonksiyonuna X bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu denir.

$\mu_X(x)$ değeri, x elemanın X bulanık kümesine ait olmasının derecesini temsil eder. O halde U üzerinde bir X bulanık kümesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$X = \{(\mu_X(x)/x) : x \in U, \mu_X(x) \in [0, 1]\}.$$

Not: U üzerindeki tüm bulanık kümeler $F(U)$ ile gösterilecek.

Tanım 2.2.29. $X, Y \in F(U)$ olsun. Her $x \in U$ için $\mu_X(x) \leq \mu_Y(x)$ ise X, Y 'nin bir alt kümesi yada X, Y tarafından kapsanıyor denir ve $X \subseteq Y$ şeklinde gösterilir.

Tanım 2.2.30. $X, Y \in F(U)$ olsun. Her $x \in U$ için $\mu_X(x) = \mu_Y(x)$ ise X ve Y esittir denir ve $X = Y$ şeklinde gösterilir.

$X = Y \Leftrightarrow X \subseteq Y, Y \subseteq X$ olduğu açıktır.

Tanım 2.2.31. $X, Y \in F(U)$ olsun. O halde X ve Y 'nin kesişimi $X \cap Y$ ile gösterilir ve bu kümenin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{X \cap Y} = \min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$$

Tanım 2.2.32. $X, Y \in F(U)$ olsun. O halde X ve Y 'nin birleşimi $X \cup Y$ ile gösterilir ve bu kümenin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{X \cup Y} = \max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$$

Tanım 2.2.33. $X \in F(U)$ olsun. O halde X 'in tümleyeni X^c ile gösterilir ve bu kümenin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{X^c}(x) = 1 - \mu_X(x)$$

Önerme 2.2.34. $X, Y, Z \in F(U)$ olsun. O halde aşağıdaki özellikler geçerlidir.

- i. $X \cup X = X, X \cap X = X,$
- ii. $X \cup Y = Y \cup X, X \cap Y = Y \cap X,$
- iii. $(X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z), (X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z),$
- iv. $X \cup (X \cap Y) = X, X \cap (X \cup Y) = X,$
- v. $X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z), X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z),$
- vi. $(X^c)^c = X,$
- vii. $(X \cup Y)^c = X^c \cap Y^c, (X \cap Y)^c = X^c \cup Y^c.$

2.3 Bulanık Parametrelili Esnek Kümeler

Bu bölümde Çağman ve ark. (2010a)'nın tanımladığı bulanık parametrelili esnek küme tanımlarını ve işlemlerini vereceğiz. Burada, parametreler kümesini E ile göstereceğiz. Önceki bölümde verilen esnek kümelerde E 'nin alt kümeleri $A, B, C, \dots$ gibi büyük harflerle gösterildi fakat bu bölümde sembol kargaşasından kaçınmak için E 'nin bulanık alt kümelerini $X, Y, Z, \dots$ gibi harflerle göstereceğiz.

Tanım 2.3.35. U bir evrensel küme, $P(U)$ 'da U 'nun kuvvet kümesi, E parametreler kümesi olmak üzere X, E üzerinde bir bulanık küme olsun. O halde

$$f_X : E \rightarrow P(U) \text{ ve } \mu_X : E \rightarrow [0, 1]$$

ve $\mu_X(x) = 0$ ise $f_X(x) = \emptyset$ şartlarını sağlayan fonksiyonlar ile tanımlı aşağıdaki sıralı ikililerden oluşan kümeye

$$F_X = \{(\mu_X(x)/x, f_X(x)) : x \in E, f_X(x) \in P(U), \mu_X(x) \in [0, 1]\},$$

U üzerinde bir bulanık parametrelili esnek küme (*fps-küme*) denir.

Burada f_X fonksiyonuna F_X kümesinin yaklaşım fonksiyonu ve μ_X fonksiyonuna da F_X kümesinin üyelik fonksiyonu denir.

Not: Bundan sonra, U üzerindeki tüm *fps*-kümelerinin kümesi $FPS(U)$ ile gösterilecektir.

Tanım 2.3.36. $F_X \in FPS(U)$ olsun. O halde her $x \in E$ için $\mu_X(x) = 0$ oluyorsa F_X 'e boş *fps*-küme denir ve $F_\emptyset$ ile gösterilir.

Tanım 2.3.37. $F_X \in FPS(U)$ olsun. O halde her $x \in X$ için $\mu_X(x) = 1$ ve $f_X(x) = U$ ise F_X kümesine X -evrensel *fps*-küme denir ve $F_{\tilde{X}}$ ile gösterilir.

$X = E$ ise X -evrensel *fps*-kümeye evrensel *fps*-küme denir ve $F_{\tilde{E}}$ ile gösterilir.

Örnek 2.3.38. Kabul edelim ki $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}$ bir evrensel küme ve $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ bir parametre kümesi olsun. $A = \{x_1, x_2, x_4, x_6\}$, E 'nin

bir alt kümesi ve A üzerinde bir X bulanık kümesi; $X = \{0.5/x_1, 0.3/x_2, 1/x_4, 0.7/x_6\}$ ve $f_X(x_1) = \{u_2, u_3, u_4\}$, $f_X(x_2) = \emptyset$, $f_X(x_4) = U$, $f_X(x_6) = \{u_1, u_3, u_5\}$ ise F_X , fps -kümesi aşağıdaki gibi yazılacaktır.

$$F_X = \{(0.5/x_1, \{u_2, u_3, u_4\}), (0.3/x_2, \emptyset), (1/x_4, U), (0.7/x_6, \{u_1, u_3, u_5\})\}$$

Eğer $Y = \emptyset$ ise F_Y , fps -kümesi bir boş esnek kümedir. Yani $F_Y = F_\emptyset$.

Eğer $Z = \{1/x_1, 1/x_2\}$ ve $f_Z(x_1) = U$, $f_Z(x_2) = U$ ise F_Z , fps -kümesi bir Z -evrensel fps -kümedir. Yani $F_Z = F_{\bar{Z}}$.

Eğer $X = E$ ve her $x_i \in E$ için $f_X(x_i) = U$, $i = 1, 2, 3, 4$, ise F_X , fps -kümesi bir evrensel fps -kümedir. Yani $F_X = F_{\bar{E}}$.

Tanım 2.3.39. $F_X, F_Y \in FPS(U)$ olsun. Her $x_i \in E$ için $\mu_X(x) \leq \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) \subseteq f_Y(x)$ ise F_X, F_Y 'nin bir fps -alt kümesidir denir ve $F_X \widetilde{\subseteq} F_Y$ ile gösterilir.

Yorum 2.3.40. $F_X \widetilde{\subseteq} F_Y$, klasik alt küme tanımı gibi F_X 'in her elemanı F_Y 'nin elemanı anlamına gelmez. Örneğin, kabul edelim ki $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ nesnelerin bir evrensel kümesi olsun ve $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ 'de tüm parametrelerin kümesi olsun. Eğer $X = \{0.8/x_2\}$, $Y = \{0.7/x_1, 0.9/x_2\}$ ve $F_X = \{(0.8/x_2, \{u_2, u_3, u_4, u_5\})\}$, $F_Y = \{(0.9/x_1, \{u_2, u_3, u_4\}), (0.9/x_2, U)\}$. O halde her $x \in E$ için $\mu_X(x) \leq \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) \subseteq f_Y(x)$ geçerlidir. Bu nedenle $F_X \widetilde{\subseteq} F_Y$ 'dir. Buradan $(0.8/x_2, \{u_2, u_3, u_4, u_5\}) \in F_X$ fakat $(0.8/x_2, \{u_2, u_3, u_4, u_5\}) \notin F_Y$ olduğu açıktır.

Önerme 2.3.41. Eğer $F_X, F_Y \in FPS(U)$ ise aşağıdaki özellikler sağlanır.

- i. $F_X \widetilde{\subseteq} F_{\bar{E}}$
- ii. $F_\emptyset \widetilde{\subseteq} F_X$
- iii. $F_X \widetilde{\subseteq} F_X$
- iv. $F_X \widetilde{\subseteq} F_Y$ ve $F_Y \widetilde{\subseteq} F_Z \Rightarrow F_X \widetilde{\subseteq} F_Z$

Tanım 2.3.42. $F_X, F_Y \in FPS(U)$ olsun. O halde her $x \in E$ için $\mu_X(x) = \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) = f_Y(x)$ ise F_X ve F_Y kümelerine eşit *fps*-kümeleri denir ve $F_X = F_Y$ ile gösterilir.

Önerme 2.3.43. $F_X, F_Y, F_Z \in FPS(U)$. Aşağıdaki özellikler sağlanır.

i. $F_X = F_Y$ ve $F_Y = F_Z \Leftrightarrow F_X = F_Z$

ii. $F_X \subseteq F_Y$ ve $F_Y \subseteq F_X \Leftrightarrow F_X = F_Y$

Tanım 2.3.44. $F_X \in FPS(U)$ olsun. F_X 'in tümleyeni F_X^c ile gösterilir. Bu tümleyenin yaklaşım ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki tanımlıdır,

$$\mu_{X^c}(x) = 1 - \mu_X(x) \text{ ve } f_{X^c}(x) = U \setminus f_X(x)$$

Önerme 2.3.45. $F_X \in FPS(U)$ olsun. Bu durumda, aşağıdaki özellikler sağlanır.

i. $(F_X^c)^c = F_X$

ii. $F_\Phi^c = F_{\bar{E}}$

Tanım 2.3.46. $F_X, F_Y \in FPS(U)$ olsun. F_X ve F_Y 'nin birleşimi $F_X \cup F_Y$ ile gösterilir. Birleşim kümesinin yaklaşım ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\mu_{X \cup Y}(x) = \max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} \text{ ve } f_{X \cup Y}(x) = f_X(x) \cup f_Y(x), \text{ her } x \in E$$

Önerme 2.3.47. $F_X, F_Y, F_Z \in FPS(U)$ olsun. Bu durumda,

- i. $F_X \tilde{\cup} F_X = F_X$
- ii. $F_X \tilde{\cup} F_\Phi = F_X$
- iii. $F_X \tilde{\cup} F_{\tilde{E}} = F_{\tilde{E}}$
- iv. $F_X \tilde{\cup} F_Y = F_Y \tilde{\cup} F_X$
- v. $(F_X \tilde{\cup} F_Y) \tilde{\cup} F_Z = F_X \tilde{\cup} (F_Y \tilde{\cup} F_Z)$

Tanım 2.3.48. $F_X, F_Y \in FPS(U)$ olsun. F_X ve F_Y 'nin kesişimi $F_X \tilde{\cap} F_Y$ ile gösterilir. Kesişim kümesinin yaklaşım ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\mu_{X \tilde{\cap} Y}(x) = \min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} \text{ ve } f_{X \tilde{\cap} Y}(x) = f_X(x) \cap f_Y(x)$$

Önerme 2.3.49. $F_X, F_Y, F_Z \in FPS(U)$ olsun. Aşağıdaki özellikler sağlanır.

- i. $F_X \tilde{\cap} F_X = F_X$
- ii. $F_X \tilde{\cap} F_\Phi = F_\Phi$
- iii. $F_X \tilde{\cap} F_{\tilde{E}} = F_X$
- iv. $F_X \tilde{\cap} F_Y = F_Y \tilde{\cap} F_X$
- v. $(F_X \tilde{\cap} F_Y) \tilde{\cap} F_Z = F_X \tilde{\cap} (F_Y \tilde{\cap} F_Z)$

Yorum 2.3.50. $F_X \in FPS(U)$ olsun. Eğer $F_X \neq F_\Phi$ yada $F_X \neq F_{\tilde{E}}$ ise $F_X \tilde{\cup} F_X^c \neq F_{\tilde{E}}$ ve $F_X \tilde{\cap} F_X^c \neq F_\Phi$ elde edilir.

Önerme 2.3.51. $F_X, F_Y, F_Z \in FPS(U)$ olsun. O halde,

- i. $(F_X \tilde{\cup} F_Y)^c = F_X^c \tilde{\cap} F_Y^c$
- ii. $(F_X \tilde{\cap} F_Y)^c = F_X^c \tilde{\cup} F_Y^c$
- iii. $F_X \tilde{\cup} (F_Y \tilde{\cap} F_Z) = (F_X \tilde{\cup} F_Y) \tilde{\cap} (F_X \tilde{\cup} F_Z)$
- iv. $F_X \tilde{\cap} (F_Y \tilde{\cup} F_Z) = (F_X \tilde{\cap} F_Y) \tilde{\cup} (F_X \tilde{\cap} F_Z)$

3. BULANIK PARAMETRELİ BULANIK ESNEK KÜMELER TEORİSİ

Bu bölümde, Bu bölümde Çağman ve ark. (2010a)'nın tanımladığı bulanık esnek kümelerin bulanık parametrelerini, uygulamalarını, *fpps*-küme işlemleri ve *fpps*-karar verme metoduyla elde edilen daha geçerli sonuçları ve süreçleri tanıtacağız.

3.1 Bulanık Parametrelİ Bulanık Esnek Kümeler

İkinci bölümde verilen esnek kümeler, parametre kümeleri ve yaklaşım fonksiyonları klasik kümelerdir. Fakat *fpps*-kümelerinde, parametre kümeleri ve yaklaşım fonksiyonları E ve U 'nun bulanık alt kümeleridir. Karışıklığı önlemek için *fpps*-kümeler için, Γ_X , Γ_Y , $\Gamma_Z, \dots$, bulanık yaklaşım fonksiyonları için γ_X , γ_Y , $\gamma_Z, \dots$, vb kullanacağız.

Tanım 3.1.1. U , bir başlangıç evreni; $F(U)$, U daki bütün esnek kümelerin kümesi; E bütün parametrelerin kümesi; X de E de bir esnek küme olsun. Γ_X , U 'nun bulanık esnek kümesidir ve

$$\Gamma_X = \{(\mu_X(x)/x, \gamma_X(x)) : x \in E, \gamma_X(x) \in F(U), \mu_X(x) \in [0, 1]\},$$

şeklinde gösterilir. $\gamma_X(x)$ bulanık kümesi ise

$$\gamma_X(x) = \{\mu_{\gamma_X(x)}(u)/u : u \in U, \mu_{\gamma_X(x)}(u) \in [0, 1]\}$$

Her $x \in E$ için $\gamma_X(x) = \emptyset$, $x \notin A$.

fpps kümeleri U da $FPFS(U)$ olarak gösterilir.

Tanım 3.1.2. $\Gamma_X \in FPFS(U)$ olsun. Ohalde her $x \in E$ için $\mu_X(x) = 0$ oluyorsa, Γ_X 'e boş *fpps*-küme denir ve $\Gamma_\emptyset$ ile gösterilir.

Tanım 3.1.3. $\Gamma_X \in FPFS(U)$ olsun. Ohalde her $x \in X$ için $\mu_X(x) = 1$ ve $\gamma_X(x) = U$ ise, Γ_X kümesine X -evrensel *fpps*-küme denir ve $\Gamma_{\bar{X}}$ ile gösterilir.

$X = E$, X -evrensel *fpps*-kümesine evrensel *fpps*-küme denir ve $\Gamma_{\bar{E}}$ ile gösterilir.

Örnek 3.1.4. Kabul edelimki $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ bir evrensel küme $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ parametreler kümesi olsun.

Eğer $X = \{0.2/x_2, 0.5/x_3, 1/x_4\}$ ve $\gamma_X(x_2) = \{0.5/u_1, 0.3/u_5\}$, $\gamma_X(x_3) = \emptyset$, ve $\gamma_X(x_4) = U$, ise Γ_X , $fpps$ -kümesi aşağıdaki gibi yazılacaktır.
 $\Gamma_X = \{(0.2/x_2, \{0.5/u_1, 0.3/u_5\}), (1/x_4, U)\}$.

Eğer $Y = \{1/x_1, 0.7/x_4\}$ ve $\gamma_Y(x_1) = \emptyset$, $\gamma_Y(x_4) = \emptyset$ ise Γ_Y , $fpps$ -kümesi bir boş esnek kümedir ve $\Gamma_Y = \Gamma_\emptyset$ dir.

Eğer $Z = \{1/x_1, 1/x_2\}$, $\gamma_Z(x_1) = U$, ve $\gamma_Z(x_2) = U$ ise Γ_Z , $fpps$ -kümesi bir Z -evrensel $fpps$ -kümedir ve $\Gamma_Z = \Gamma_{\bar{Z}}$ dir.

Eğer $X = E$ ve her $x_i \in E$ için $\gamma_X(x_i) = U$, $i = 1, 2, 3, 4$ ise Γ_X , $fpps$ - kümesi bir evrensel $fpps$ - kümedir. Yani $\Gamma_X = \Gamma_{\bar{E}}$ dir.

Tanım 3.1.5. $\Gamma_X, \Gamma_Y \in FPFS(U)$ olsun. Her $x \in E$ için $\mu_X(x) \leq \mu_Y(x)$ ve $\gamma_X(x) \subseteq \gamma_Y(x)$ ise Γ_X 'e, Γ_Y ' nin bir $fpps$ -alt kümesidir denir ve $\Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_Y$ ile gösterilir.

Önerme 3.1.6. $\Gamma_X, \Gamma_Y \in FPFS(U)$ olsun.

- (i) $\Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_{\bar{E}}$
- (ii) $\Gamma_\emptyset \tilde{\subseteq} \Gamma_X$
- (iii) $\Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_X$
- (iv) $\Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_Y$ ve $\Gamma_Y \tilde{\subseteq} \Gamma_Z \Rightarrow \Gamma_X \tilde{\subseteq} \Gamma_Z$ dir.

İspat . $fpps$ -küme işlemleri kullanarak ispatlar gösterilebilir.

Tanım 3.1.7. $\Gamma_X, \Gamma_Y \in FPFS(U)$ olsun. Eğer bütün $x \in E$ için $\mu_X(x) = \mu_Y(x)$ ve $\gamma_X(x) = \gamma_Y(x)$ ise, Γ_X ve Γ_Y $fpps$ kümeleri eşittir ve $\Gamma_X = \Gamma_Y$ şeklindedir.

Önerme 3.1.8. $\Gamma_X, \Gamma_Y, \Gamma_Z \in FPFS(U)$ olsun. Aşağıdaki özellikler sağlanır.

- (i) $\Gamma_X = \Gamma_Y$ ve $\Gamma_Y = \Gamma_Z \Leftrightarrow \Gamma_X = \Gamma_Z$

$$(ii) \quad \Gamma_X \widetilde{\subseteq} \Gamma_Y \text{ ve } \Gamma_Y \widetilde{\subseteq} \Gamma_X \Leftrightarrow \Gamma_X = \Gamma_Y$$

İspat . İspatlar aşıkardır.

Tanım 3.1.9. $\Gamma_X \in FPFS(U)$ olsun. Γ_X , tümleyeni $\Gamma_X^{\bar{c}}$ şeklinde gösterilir. Bu tümleyenin yaklaşım ve üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu_{X^c}(x) = 1 - \mu_X(x) \text{ ve } \gamma_{X^c}(x) = \gamma_X^c(x), \text{ bütün } x \in E,$$

dir ve $\gamma_X(x)$ kümesinin tümleyeni $\gamma_X^c(x)$ dir. $x \in E$ için $\gamma_X^c(x) = U \setminus \gamma_X(x)$ şeklindedir.

Önerme 3.1.10. $\Gamma_X \in FPFS(U)$ olsun.

$$(i) \quad (\Gamma_X^{\bar{c}})^{\bar{c}} = \Gamma_X$$

$$(ii) \quad \Gamma_{\Phi}^{\bar{c}} = \Gamma_{\bar{E}}$$

İspat . $fpfs$ -kümelerin bulanık fonksiyon yaklaşımları kullanılarak ispatlar ilerletilebilir.

Tanım 3.1.11. $\Gamma_X, \Gamma_Y \in FPFS(U)$ olsun. Γ_X ve Γ_Y 'nin birleşimi, $\Gamma_X \widetilde{\cup} \Gamma_Y$, şeklinde gösterilir. Birleşim kümesinin yaklaşım ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$\mu_{X \widetilde{\cup} Y}(x) = \max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} \text{ ve } \gamma_{X \widetilde{\cup} Y}(x) = \gamma_X(x) \cup \gamma_Y(x), \text{ her } x \in E.$$

Önerme 3.1.12. $\Gamma_X, \Gamma_Y, \Gamma_Z \in FPFS(U)$ olsun. Bu durumda

$$(i) \quad \Gamma_X \widetilde{\cup} \Gamma_X = \Gamma_X$$

$$(ii) \quad \Gamma_X \widetilde{\cup} \Gamma_{\Phi} = \Gamma_X$$

$$(iii) \quad \Gamma_X \widetilde{\cup} \Gamma_{\bar{E}} = \Gamma_{\bar{E}}$$

$$(iv) \quad \Gamma_X \widetilde{\cup} \Gamma_Y = \Gamma_Y \widetilde{\cup} \Gamma_X$$

$$(v) \quad (\Gamma_X \widetilde{\cup} \Gamma_Y) \widetilde{\cup} \Gamma_Z = \Gamma_X \widetilde{\cup} (\Gamma_Y \widetilde{\cup} \Gamma_Z)$$

dir.

İspat . Tanım 3.1.11 kullanılarak ispatlar kolayca gösterilir.

Tanım 3.1.13. $\Gamma_X, \Gamma_Y \in FPPS(U)$ olsun. Γ_X ve Γ_Y , 'nin kesişimi $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y$, şeklinde gösterilir. Kesişim kümesinin yaklaşım ve üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlıdır.

$$\mu_{\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y}(x) = \min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} \text{ ve } \gamma_{\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y}(x) = \gamma_X(x) \cap \gamma_Y(x) \text{ her } x \in E$$

dir.

Önerme 3.1.14. $\Gamma_X, \Gamma_Y, \Gamma_Z \in FPPS(U)$ olsun. Bu durumda

- (i) $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_X = \Gamma_X$
- (ii) $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_\Phi = \Gamma_\Phi$
- (iii) $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_{\tilde{E}} = \Gamma_X$
- (iv) $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y = \Gamma_Y \tilde{\cap} \Gamma_X$
- (v) $(\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y) \tilde{\cap} \Gamma_Z = \Gamma_X \tilde{\cap} (\Gamma_Y \tilde{\cap} \Gamma_Z)$

dir.

İspat . Tanım 3.1.13 kullanılarak ispatlar kolayca gösterilebilir.

Yorum 3.1.15. $\Gamma_X \in FPPS(U)$ olsun. $\Gamma_X \neq \Gamma_\Phi$ yada $\Gamma_X \neq \Gamma_{\tilde{E}}$, ise $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_X^{\tilde{c}} \neq \Gamma_{\tilde{E}}$ ve $\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_X^{\tilde{c}} \neq \Gamma_\Phi$ elde edilir.

Önerme 3.1.16. $\Gamma_X, \Gamma_Y \in FPPS(U)$ olsun. De Morgan kuralları

- (i) $(\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y)^{\tilde{c}} = \Gamma_X^{\tilde{c}} \tilde{\cap} \Gamma_Y^{\tilde{c}}$
- (ii) $(\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y)^{\tilde{c}} = \Gamma_X^{\tilde{c}} \tilde{\cap} \Gamma_Y^{\tilde{c}}$

şeklindedir.

İspat . Her $x \in E$ için

$$\begin{aligned}
i. \quad \mu_{(X \tilde{\cup} Y)^c}(x) &= 1 - \mu_{X \tilde{\cup} Y}(x) \\
&= 1 - \max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} \\
&= \min\{1 - \mu_X(x), 1 - \mu_Y(x)\} \\
&= \min\{\mu_{X^c}(x), \mu_{Y^c}(x)\} \\
&= \mu_{X^c \tilde{\cap} Y^c}(x)
\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
\gamma_{(X \tilde{\cup} Y)^c}(x) &= \gamma_{X \tilde{\cup} Y}^c(x) \\
&= (\gamma_X(x) \cup \gamma_Y(x))^c \\
&= (\gamma_X(x))^c \cap (\gamma_Y(x))^c \\
&= \gamma_X^c(x) \cap \gamma_Y^c(x) \\
&= \gamma_{X^c}(x) \cap \gamma_{Y^c}(x) \\
&= \gamma_{X^c \tilde{\cap} Y^c}(x).
\end{aligned}$$

dir. Benzer olarak *ii.* ispatlanabilir.

Önerme 3.1.17. $\Gamma_X, \Gamma_Y, \Gamma_Z \in FPF S(U)$ olsun.

$$(i) \quad \Gamma_X \tilde{\cup} (\Gamma_Y \tilde{\cap} \Gamma_Z) = (\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_Y) \tilde{\cap} (\Gamma_X \tilde{\cup} \Gamma_Z)$$

$$(ii) \quad \Gamma_X \tilde{\cap} (\Gamma_Y \tilde{\cup} \Gamma_Z) = (\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Y) \tilde{\cup} (\Gamma_X \tilde{\cap} \Gamma_Z) \text{ dir.}$$

İspat . Her $x \in E$ için

$$\begin{aligned}
i. \quad \mu_{X \tilde{\cup} (Y \tilde{\cap} Z)}(x) &= \max\{\mu_X(x), \mu_{Y \tilde{\cap} Z}(x)\} \\
&= \max\{\mu_X(x), \min\{\mu_Y(x), \mu_Z(x)\}\} \\
&= \min\{\max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}, \max\{\mu_X(x), \mu_Z(x)\}\} \\
&= \min\{\mu_{X \tilde{\cup} Y}(x), \mu_{X \tilde{\cup} Z}(x)\} \\
&= \mu_{(X \tilde{\cup} Y) \tilde{\cap} (X \tilde{\cup} Z)}(x)
\end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned}
\gamma_{X \cup (Y \cap Z)}(x) &= \gamma_X(x) \cup \gamma_{Y \cap Z}(x) \\
&= \gamma_X(x) \cup (\gamma_Y(x) \cap \gamma_Z(x)) \\
&= (\gamma_X(x) \cup \gamma_Y(x)) \cap (\gamma_X(x) \cup \gamma_Z(x)) \\
&= \gamma_{X \cup Y}(x) \cap \gamma_{X \cup Z}(x) \\
&= \gamma_{(X \cup Y) \cap (X \cup Z)}(x)
\end{aligned}$$

dir. Benzer şekilde *ii.*'nin ispatı yapılabilir.

3.2 *fpps*-karar verme metodu

Bu bölümde *fpps*-karar esnek kümesini tanımlayacağız ve *fpps*-kümesinin bulanık *fpps*-yaklaşım işlemini, bulanık parametreler kümelerinden, *fpps*- karar kümelerinin inşa edilmesini anlatacağız.

Tanım 3.2.18. $\Gamma_X \in FPPS(U)$ olsun. *fpps*-karar operatorü, $FPPS_{agg}$ ile gösterilir ve

$$FPPS_{agg} : F(E) \times FPPS(U) \rightarrow F(U), \quad FPPS_{agg}(X, \Gamma_X) = \Gamma_X^*$$

dir

$$\Gamma_X^* = \{\mu_{\Gamma_X^*}(u)/u : u \in U\}$$

kümeleri, U 'da bulanık kümelerdir ve Γ_X^* , Γ_X 'in bulanık karar kümesidir.

$$\mu_{\Gamma_X^*}(u) = \frac{1}{|E|} \sum_{x \in E} \mu_X(x) \mu_{\gamma_X(x)}(u)$$

$|E|$, E 'nin önemliliğidir.

fpps-kümesinin karar kümesi bulanıktır. $FPPS_{agg}$ bulanık kümede ki işlemi; *fpps*-kümesinin bulanık karar kümesinin tek küme haline gelmesi, *fpps* yaklaşımlar işlevlerinin bir çoğunun birleşimi ve uygulaması ile yapılandırılır . Biz *fpps*- karar verme yöntemini aşağıdaki algoritmayla yapılandıracağız.

- (i) U evreninde, Γ_X $f p f s$ -kümesini yapılandır ,
- (ii) Γ_X^* ; Γ_X 'in karar kümesini bul,
- (iii) $\max \mu_{\Gamma_X^*}(u)$ bul.

Örnek 3.2.19. Kabul edelimki bir şirkete bir kişi alınacak olsun. Bu iş için 8 kişi başvursun, U evrensel kümesi $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8\}$ şeklindedir. Bu işe alınacak kişide olması gereken 5 seçici parametre, $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ olsun. $i = 1, 2, 3, 4, 5$, için x_i parametreleri sırasıyla "tecrübe", "bilgisayar bilme", "genç yaş", "iyi konuşma" ve "ekip çalışması" olsun.

Alan uzmanları tarafından belirlenen E 'nin $X = \{0.5/x_2, 0.9/x_3, 0.6/x_4\}$ alt kümesine göre her bir aday değerlendirilsin. Sonuç olarak alan uzmanları U üzerindeki $f p f s$ -kümesini yapılandırırılar.

- (i) Γ_X , $f p f s$ -kümesini bulalım,

$$\Gamma_X = \left\{ (0.5/x_2, \{0.3/u_2, 0.4/u_3, 0.1/u_4, 0.9/u_5, 0.7/u_7\}), \right. \\ (0.9/x_3, \{0.4/u_1, 0.4/u_2, 0.9/u_3, 0.3/u_4\}), \\ \left. (0.6/x_4, \{0.2/u_1, 0.5/u_2, 0.1/u_5, 0.7/u_7, 1/u_8\}) \right\}$$

- (ii) Karar kümesini bulalım.

$$\Gamma_X^* = \{0.096/u_1, 0.162/u_2, 0.202/u_3, 0.064/u_4, 0.102/u_5, 0.154/u_7, 0.12/u_8\}$$

- (iii) Sonuç değerini bulalım.

$$\max \mu_{\Gamma_X^*}(u) = 0.202$$

Sonuç olarak işe alınacak en uygun kişinin u_3 olduğuna karar verilir .

4. ESNEK KÜMELERİN EĞİTİM BİLİMLERİNE UYGULANMASI

Bu bölümde önce bilinen klasik sınav değerlendirme yöntemini verdikten sonra *fpps*-karar verme metodunu eğitim bilimlerine ölçme ve değerlendirme metodunu vereceğiz.

4.1 Klasik Sınav Değerlendirme Yöntemi

Bu alt bölümde, bilinen klasik sınav değerlendirme yönteminin temel tanımlarını verdikten sonra bunları bir örnekle açıklayacağız.

Tanım 4.1.1. Bir sınavda, öğretmenin cevap anahtarında sorulara verdiği puana soruların *puan değeri* denir.

Tanım 4.1.2. n tane öğrenci ve m tane cevaplanacak sorunun olduğu bir sınavın sorularının puan değerlerini matris formunda

$$A = [a_{ij}]_{m \times 1}$$

biçiminde yazabiliriz. Bu matrise *puan değeri matrisi* denir. Burada, a_{ij} bileşeni, i . sorunun belirlenmiş puan değerini göstermektedir.

Tanım 4.1.3. Öğrencinin bir soruya verdiği cevabından aldığı puanın o sorunun puan değerinin oranına o sorunun *doğruluk oranı* denir.

Tanım 4.1.4. n tane öğrenci ve m tane cevaplanacak sorunun olduğu bir sınavın sorularının doğruluk oran değerlerini matris formunda

$$B = [b_{ij}]_{m \times n}$$

biçiminde yazabiliriz. Bu matrise *doğruluk oran matrisi* denir. Burada, b_{ij} bileşeni, j . öğrencinin i . sorudan aldığı doğruluk oranını göstermektedir.

Tanım 4.1.5. Puan değer matrisi $A = [a_{ij}]_{m \times 1}$ ve doğruluk oran matrisi $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ verilen bir sınavda öğrencilerin alacağı toplam punlar klasik yöntemlerde aşağıdaki gibi

hesaplanmaktadır;

$$S = B^T \cdot A = [s_j]_{n \times 1}$$

Buradaki S matrisine *klasik sonuç matrisi* denir. Klasik sonuç matrisinde, s_j bileşeni j . öğrencinin sınavdan aldığı toplam puanı göstermektedir.

Şimdi yukarıda verilen tanımları bir örnek üzerinde gösterelim.

Örnek 4.1.6. 10 öğrencinin katıldığı 5 soruluk bir sınavı gözönüne alalım. Bu sınavın puan değer matrisi A ve doğruluk oran matrisi B sırasıyla aşağıdaki gibi olsun.

$$A = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \\ 20 \\ 25 \\ 30 \end{bmatrix}$$

ve

$$B = \begin{bmatrix} 0.59 & 0.35 & 1 & 0.66 & 0.11 & 0.08 & 0.84 & 0.23 & 0.04 & 0.24 \\ 0.01 & 0.27 & 0.14 & 0.04 & 0.88 & 0.16 & 0.04 & 0.22 & 0.81 & 0.53 \\ 0.77 & 0.69 & 0.97 & 0.71 & 0.17 & 0.86 & 0.87 & 0.42 & 0.91 & 0.74 \\ 0.73 & 0.72 & 0.18 & 0.16 & 0.5 & 0.02 & 0.32 & 0.92 & 0.9 & 0.25 \\ 0.93 & 0.49 & 0.08 & 0.81 & 0.65 & 0.93 & 0.39 & 0.51 & 0.97 & 0.61 \end{bmatrix}$$

Buradan öğrencilerin klasik toplam puanlarını gösteren sonuç matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$S^T = \begin{bmatrix} 67.60 & 54.05 & 38.40 & 49.70 & 49.70 & 48.80 & 46.10 & 52.30 & 85.95 & 49.70 \end{bmatrix}$$

Sonuç matrisine göre öğrencilerin bu sınavdaki sıralamaları aşağıdaki gibi elde edilir.

$$s_9 > s_1 > s_2 > s_8 > s_4 = s_5 = s_{10} > s_6 > s_7 > s_3$$

Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi $s_4 = s_5 = s_{10}$ çıkmıştır.

4.2 Esnek Sınav Değerlendirme Yöntemi

Hızla gelişen dünyada daha gelişmiş daha detaylı değerlendirme yapılmalıdır. Öğrencilerin değerlendirilmesinde soruların doğruluğunun yanında, soruların zorluğu, soruların karmaşıklığı ve soruların çözümünde gösterilen çaba, hava koşulu, zaman dilimi, heyecan, yaş, tecrübe, fiziksel yeterlilik, çevre gibi parametreler de değerlendirmede dikkate alınması gereken önemli etkenlerdir. Bu nedenlerle daha objektif bir sıralama elde edebilmek için sınavın sonucunu etkileyebilecek bazı parametrelerin etkisini hesaba katarak ve *f p f s* karar verme metoduyla yeni bir değerlendirme yöntemi önereceğiz. Biz burada yöntemin daha kolay anlaşılabilmesi için sadece doğruluk, zorluk, karmaşıklık ve çaba parametrelerini dikkate alacağız.

Tanım 4.2.7. n tane öğrenci ve m tane cevaplanacak sorunun olduğu bir sınavda öğrencilerin sorulara verdiği cevaplardan aldığı puan değerlerini matris formunda

$C = [c_{ij}]_{m \times n}$ matrisi,

$$c_{ij} = b_{ij} \cdot a_j$$

biçiminde yazabiliriz. Bu matrise doğruluk puan matrisi denir. Burada, c_{ij} bileşeni, j . öğrencinin i . sorudan aldığı doğruluk puanını göstermektedir.

Tanım 4.2.8. Öğrencinin bir soruya verdiği cevapta kullandığı zamanın, o sorunun cevaplanması için verilen zamana oranına o sorunun *zaman oranı* diyeceğiz.

Tanım 4.2.9. n tane öğrenci ve m tane cevaplanacak sorunun olduğu bir sınavda, soruların zaman oran değerlerini matris formunda

$$Z = [z_{ij}]_{m \times n}$$

biçiminde yazabiliriz. Bu matrise *zaman puan matrisi* diyeceğiz. Burada z_{ij} bileşeni, j . öğrencinin i . sorudan aldığı zaman puanını göstermektedir.

Tanım 4.2.10. $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ bir sınava katılan n tane öğrencinin kümesi, $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_m\}$ bu sınavda sorulan m tane sorunun kümesi ve bu öğrencilerin sorulardan aldıkları doğruluk değerleri kümesi $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ olsun. Öğrencilerin her bir sorudan aldığı doğruluk değerlerinin aritmetik ortalamasına, o sorunun *ortalama doğruluk değeri*

diyeceğiz. Buna göre, $1 \leq k \leq m$ için k . sorunun ortalama değeri aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$od_k = \frac{\sum_{j=1}^n b_{kj}}{n}$$

Tanım 4.2.11. $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ bir sınava katılan n tane öğrencinin kümesi, $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_m\}$ bu sınavda sorulan m tane sorunun kümesi ve bu öğrencilerin sorulardan aldıkları doğruluk değerler matrisi $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ olsun. Bir öğrencinin bir soruya verdiği cevaptan aldığı puanın, sorunun ortalama doğruluk değerine oranına o sorunun *zorluk puan değeri* diyeceğiz. Buna göre, $1 \leq k \leq m$ ve $1 \leq t \leq n$ için t . öğrencinin k . sorudan aldığı zorluk puanı aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$d_{kt} = \frac{b_{kt}}{od_k}$$

O halde, tüm öğrencilerin sorulardan aldıkları zorluk puan değerlerini matris formunda

$$D = [d_{ij}]_{m \times n}$$

biçiminde yazabiliriz. Bu matrise *zorluk puan matrisi* denir. Burada d_{ij} bileşeni, j . öğrencinin i . sorudan aldığı zorluk puanını göstermektedir.

Tanım 4.2.12. $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ bir sınava katılan n tane öğrencinin kümesi, $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_m\}$ bu sınavda sorulan m tane sorunun kümesi ve zaman puan matrisi $Z = [z_{ij}]_{m \times n}$ verilsin. Öğrencilerin her bir sorunun çözümünde harcadıkları zamanın aritmetik ortalamasına, o sorunun *ortalama zaman değeri* diyeceğiz. Buna göre, $1 \leq k \leq m$ için k . sorunun ortalama zaman değeri aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$oz_k = \frac{\sum_{j=1}^n z_{kj}}{n}$$

Tanım 4.2.13. $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ bir sınava katılan n tane öğrencinin kümesi, $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_m\}$ bu sınavda sorulan m tane sorunun kümesi ve doğruluk değer matrisi $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ ve zaman değer matrisi $Z = [z_{ij}]_{m \times n}$ verilsin. Öğrencilerin bir soruyu cevaplamak için harcadığı ortalama zamanın, öğrencinin o soruyu cevaplamak için harcadığı zamana oranı ile öğrencinin o sorudaki doğruluk oranının çarpımına o sorunun *karmaşıklık puan değeri* diyeceğiz. Buna göre, $1 \leq k \leq m$ ve $1 \leq t \leq n$ için t .

öğrencinin k . sorudan aldığı karmaşıklık puanı aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$K_{kt} = \frac{oz_k \cdot b_{kt}}{z_{kt}}$$

O halde, tüm öğrencilerin sorulardan aldıkları karmaşıklık puan değerlerini matris formunda

$$K = [k_{ij}]_{m \times n}$$

biçiminde yazabiliriz. Bu matrise *karmaşıklık puan matrisi* denir. Burada k_{ij} bileşeni, j . öğrencinin i . sorudan aldığı karmaşıklık puanını göstermektedir.

Tanım 4.2.14. $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ bir sınava katılan n tane öğrencinin kümesi, $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_m\}$ bu sınavda sorulan m tane sorunun kümesi ve bunların sorulardan aldıkları doğruluk değerleri kümesi $B = [b_{ij}]_{m \times n}$, soruları cevaplamada kullandıkları zamanın kümesi $Z = [z_{ij}]_{m \times n}$ olsun. Öğrencinin cevapladığı bir sorunun doğruluk oranı ile, o sorunun cevaplanmasında harcadığı zamanın aritmetik ortalamasına o sorunun *çaba puan değeri* diyeceğiz. Buna göre, $1 \leq k \leq m$ ve $1 \leq t \leq n$ için t . öğrencinin k . sorudan aldığı çaba puanı aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$E_{kt} = \frac{b_{kt} + z_{kt}}{2}$$

O halde, tüm öğrencilerin sorulardan aldıkları çaba puan değerlerini matris formunda

$$E = [e_{ij}]_{m \times n}$$

biçiminde yazabiliriz. Bu matrise *çaba puan matrisi* denir. Burada e_{ij} bileşeni, j . öğrencinin i . sorudan aldığı çaba puanını göstermektedir.

Bu yeni yöntemle esnek sınav değerlendirme metodu denir. Şimdi bu metodun algoritmasını verelim:

Metodun Algoritması:

Adım 1: C doğruluk puan matrisini bul

Adım 2: Z zaman puan matrisini bul

Adım 3: D zorluk puan matrisini bul

Adım 4: K karmaşıklık puan matrisini bul

Adım 5: E çaba puan matrisini bul

Adım 6: Γ_X , $fpfs$ -kümesini yapılandır

Adım 7: Toplamsal bulanık kümeleri bul

Adım 8: Sonuç puanlarını bul.

Örnek 4.2.15. $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8, u_9, u_{10}\}$ başlangıç evreni, $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_5\}$ bu sınavda sorulan soruların kümesi, $E = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ parametreler kümesi ve $i = 1, 2, 3, 4$, x_i için parametreler sırasıyla "doğruluk", "zorluk", "karmaşıklık" ve "çaba" olsun. Parametrelerin alan uzmanı tarafından belirlenen ağırlık değerleri $x_1 = 1, x_2 = 0.1, x_3 = 0.1, x_4 = 0.1$ olsun. Esnek sınav değerlendirme yöntemini önce eşit puanlı öğrencilere uyguladığımızda, öğrencilerin puan ve dereceleri yeniden yapılandırılır. Örnek 1.0.6 da verilen klasik değerlendirme için yukarıda ki algoritmaya göre esnek değerlendirmeyi bir uygulamayla açıklayalım.

Adım :1

Örnek 1.0.6 daki A ve B matrislerini kullanarak ve tanım 1.0.7'yi kullanarak C doğruluk puan matrisi aşağıdaki gibi elde edilir. C doğruluk puan matrisi olsun. $C = [a_{i,j} \cdot g_j]$ ve

$i = 1, 2, 3, \dots, m$ ve $j = 1, 2, 3, \dots, n$ dir.

$$C = \begin{bmatrix} 5.9 & 3.5 & 10 & 6.6 & 1.1 & 0.8 & 8.4 & 2.3 & 0.4 & 2.4 \\ 0.15 & 4.05 & 2.1 & 0.6 & 13.2 & 2.4 & 0.6 & 3.3 & 12.15 & 7.95 \\ 15.4 & 13.8 & 19.4 & 14.2 & 3.4 & 17.2 & 17.4 & 8.4 & 18.4 & 14.8 \\ 18.25 & 18 & 4.5 & 4 & 12.5 & 0.5 & 8 & 23 & 22.5 & 6.25 \\ 27.9 & 14.7 & 2.4 & 24.3 & 19.5 & 27.9 & 11.7 & 15.3 & 29.1 & 18.3 \end{bmatrix}$$

Adım 2:

Tanım 1.0.9'u kullanılarak Z zaman puan matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$Z = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.4 & 0.1 & 1 & 0.7 & 0.2 & 0.7 & 0.6 & 0.4 & 0.9 \\ 1 & 0 & 0.9 & 0.3 & 1 & 0.3 & 0.2 & 0.8 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0.1 & 0.9 & 1 & 0.2 & 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.1 & 0 & 1 & 1 & 0.3 & 0.4 & 0.8 & 0.7 & 0.5 \\ 0 & 0.1 & 1 & 1 & 0.6 & 1 & 0.8 & 0.2 & 0.8 & 0.2 \end{bmatrix}$$

Adım 3:

Tanım 1.0.10 ve 1.0.11 kullanılarak D zorluk puan matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$D = \begin{bmatrix} 1.31 & 0.78 & 2.22 & 1.47 & 0.24 & 0.17 & 1.17 & 0.51 & 0.09 & 0.53 \\ 0.03 & 0.87 & 0.45 & 0.13 & 2.84 & 0.52 & 0.13 & 0.71 & 2.61 & 1.71 \\ 1.08 & 0.97 & 1.37 & 1 & 0.24 & 1.21 & 1.23 & 0.59 & 1.28 & 1.04 \\ 1.55 & 1.53 & 0.38 & 0.34 & 1.06 & 0.04 & 0.68 & 1.96 & 1.91 & 0.53 \\ 1.45 & 0.77 & 0.13 & 1.27 & 1.02 & 1.45 & 0.61 & 0.8 & 1.52 & 0.95 \end{bmatrix}$$

Adım 4:

Tanım 1.0.12 ve 1.0.13 kullanılarak K karmaşıklık puan matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$K = \begin{bmatrix} 0.18 & 0.21 & 0.9 & 0 & 0.3 & 0.64 & 0.25 & 0.09 & 0.02 & 0.02 \\ 0 & 0.27 & 0.01 & 0.03 & 0 & 0.11 & 0.03 & 0.04 & 0.81 & 0.37 \\ 0.77 & 0.62 & 0.97 & 0.63 & 0.02 & 0 & 0.70 & 0.29 & 0.82 & 0.44 \\ 0.58 & 0.65 & 0.18 & 0 & 0 & 0.01 & 0.19 & 0.18 & 0.27 & 0.13 \\ 0.7 & 0.44 & 0 & 0 & 0.26 & 0 & 0.08 & 0.41 & 0.19 & 0.49 \end{bmatrix}$$

Adım 5:

Tanım 1.0.14 kullanılarak E çaba puan matrisi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E = \begin{bmatrix} 0.65 & 0.38 & 0.55 & 0.83 & 0.44 & 0.14 & 0.77 & 0.42 & 0.22 & 0.57 \\ 0.51 & 0.14 & 0.52 & 0.17 & 0.94 & 0.23 & 0.12 & 0.51 & 0.41 & 0.42 \\ 0.39 & 0.4 & 0.49 & 0.54 & 0.54 & 0.93 & 0.54 & 0.36 & 0.51 & 0.57 \\ 0.47 & 0.41 & 0.09 & 0.59 & 0.75 & 0.16 & 0.36 & 0.86 & 0.8 & 0.38 \\ 0.47 & 0.3 & 0.54 & 0.54 & 0.63 & 0.97 & 0.6 & 0.36 & 0.89 & 0.41 \end{bmatrix}$$

Adım 6: Γ_X , $f p f s$ -kümesini yapılandırılm.

$$\Gamma_{A_4} = \left\{ (1/x_1, \{6.6/u_1, 0.6/u_2, 14.2/u_3, 4/u_4, 24.3/u_5\}), \right. \\ (0.1/x_2, \{1.47/u_1, 0.13/u_2, 1/u_3, 0.34/u_4, 1.27/u_5\}), \\ (0.1/x_3, \{0/u_1, 0.03/u_2, 0.63/u_3, 0/u_4, 0/u_5\}), \\ \left. (0.1/x_4, \{0.83/u_1, 0.17/u_2, 0.54/u_3, 0.59/u_4, 0, 54/u_5\}) \right\}$$

$$\Gamma_{A_5} = \left\{ (1/x_1, \{1.1/u_1, 13.2/u_2, 3.4/u_3, 12.5/u_4, 19.5/u_5\}), \right. \\ (0.1/x_2, \{0.24/u_1, 2.84/u_2, 0.24/u_3, 1.06/u_4, 1.02/u_5\}), \\ (0.1/x_3, \{0.3/u_1, 0/u_2, 0.02/u_3, 0/u_4, 0.26/u_5\}), \\ \left. (0.1/x_4, \{0.44/u_1, 0.94/u_2, 0.54/u_3, 0.75/u_4, 0, 63/u_5\}) \right\}$$

$$\Gamma_{A_{10}} = \left\{ (1/x_1, \{2.4/u_1, 7.95/u_2, 14.8/u_3, 6.25/u_4, 18.3/u_5\}), \right. \\
(0.1/x_2, \{0.53/u_1, 1.71/u_2, 1.04/u_3, 0.53/u_4, 0.95/u_5\}), \\
(0.1/x_3, \{0.02/u_1, 0.37/u_2, 0.44/u_3, 0.13/u_4, 0.49/u_5\}), \\
\left. (0.1/x_4, \{0.57/u_1, 0.42/u_2, 0.57/u_3, 0.38/u_4, 0, 41/u_5\}) \right\}$$

Adım 7:Toplamsal bulanık kümeler,

$$\Gamma_{A_4}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6.6 & 0.6 & 14.2 & 4 & 24.3 \\ 1.47 & 0.13 & 1 & 0.34 & 1.27 \\ 0 & 0.03 & 0.63 & 0 & 0 \\ 0.83 & 0.17 & 0.54 & 0.59 & 0.54 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{A_4}^* = \begin{bmatrix} 6.83 & 0.66 & 14.42 & 4.09 & 24.48 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{A_5}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1.1 & 13.2 & 3.4 & 12.5 & 19.5 \\ 0.24 & 2.84 & 0.24 & 1.06 & 1.02 \\ 0.3 & 0 & 0.02 & 0 & 0.26 \\ 0.44 & 0.94 & 0.54 & 0.75 & 0.63 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{A_5}^* = \begin{bmatrix} 1.2 & 13.58 & 3.5 & 12.68 & 19.69 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{A_{10}}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2.4 & 7.95 & 14.8 & 6.25 & 18.3 \\ 0.53 & 1.71 & 1.04 & 0.53 & 0.95 \\ 0.02 & 0.37 & 0.44 & 0.13 & 0.49 \\ 0.57 & 0.42 & 0.57 & 0.38 & 0.41 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{A_{10}}^* = \begin{bmatrix} 2.51 & 8.2 & 15 & 6.35 & 18.49 \end{bmatrix}$$

Adım 8: Eşit puanlı öğrencilerin yeni puan ve dereceleri aşağıdaki gibidir.

$$S_4 = 50.78, S_5 = 50.65, S_{10} = 50.55$$

$$S_5 > S_{10} > S_4$$

Klasik değerlendirme yöntemiyle eşit puan olan öğrencilere esnek sınav değerlendirme yöntemini uyguladığımızda eşitlik durumlarının bozulduğu görülmektedir. Bu ise yöntemi bir çok seçim probleminde kullanabileceğimizi göstermektedir. Bu yöntemi tüm öğrencilere uyguladığımızda öğrencilerin yeni dereceleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$S_9 > S_1 > S_2 > S_8 > S_5 > S_{10} > S_4 > S_6 > S_7 > S_3$$

elde edilir. Buda klasik değerlendirmeyle örtüşmekte ve daha detaylı bir değerlendirme yapmamıza imkan sağlamaktadır.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, esnek kümeler, bulanık kümeler, bulanık parametrelili esnek kümeler, bulanık parametrelili bulanık esnek kümeler, *fpps*-karar metodu tanıtıldı. Son olarak da yeni bir sınav değerlendirme yöntemi olarak esnek sınav değerlendirme yöntemi ortaya atıldı ve klasik sınav değerlendirme yöntemiyle karşılaştırmalı olarak bir uygulaması yapıldı. Sonuç olarak ortaya atılan yeni yöntem, öğrencilerin sadece bilgisini ölçerken, doğruluk parametresinin yanında sonucu etkileyecek diğer parametreleri de hasaba katarak daha objektif bir değerlendirme yapmaktadır. Bu metodun her ne kadar uygulanması zor gözüksede, uygulanabilirliğini kolaylaştırmak için metodun bilgisayar programı yapılabilir.

KAYNAKLAR

- Aktaş, H. and Çağman, N., 2007. Soft sets and soft groups. *Information Sciences*, 177(1), 2726-2735.
- Chen, D-G., Tsang, E.C.C., Yeung, D.S., 2003. Some notes on the parameterization reduction of soft sets. *International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, 3, 1442-1445.
- Chen, D., Tsang, E.C.C., Yeung, D.S. and Wang, X., 2005. The parameterization reduction of soft sets and its applications. *Computers and Mathematics with Applications*, 49(1), 757-763.
- Çağman, N., Çıtak, F., Erdoğan, F., 2010. Fuzzy parameterized fuzzy soft set theory and its applications, *Turkish Journal of Fuzzy Systems*, Vol.1, No.1, pp. 21-35.
- Çağman, N., Erdoğan, F., 2010. Soft matrix theory and its decision making, *Computers and Mathematics with Applications*, Vol.59, No.10, pp. 3308-3314.
- Feng, F., Jun, Y. B. and Zhao, X., 2008. Soft semirings. *Computers and Mathematics with Applications*, 56(10), 2621-2628.
- Kong, Z., Gao, L., Wang, L. and Li, S., 2008. The normal Parameter Reduction of Soft Sets and Its Algoritm. *Computers and Mathematics with Applications*, 56(1), 3029-3037.
- Kovkov, D. V., Kolbanov, V. M. and Molodtsov, D. A., 2007. Soft Sets Theory-Based Optimization. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 46(6), 872-880.
- Maji, P.K., Biswas, R. and Roy, A.R., 2001. Fuzzy soft sets. *Journal of Fuzzy Mathematics*, 9(3), 589-602.
- Maji, P. K., Bismas, R. and Roy, A.R., 2003. Soft set theory. *Computers and Mathematics with Applications*, 45(1), 555-562.

- Maji, P.K., Roy, A.R. and Biswas, R., 2002. An application of soft sets in a decision making problem. *Computers and Mathematics with Applications*, 44(1), 1077-1083.
- Majumdar, P. and Samanta, S. K., 2008. Similarity measure of soft sets. *New Mathematics and Natural Computation*, 4(1), 1-12.
- Molodtsov, D., 1999. Soft set theory-first results. *Computers and Mathematics with Applications*, 37(1), 19-31.
- Molodtsov, D. A., Leonov V. Yu. and Kovkov D. V., 2006. Soft Sets Technique and Its Application. *Nechetkie Sistemy i Myagkie Vychisleniya*, 1(1), 8-39.
- Mushrif, M.M., Sengupta, S. and Ray, A.K., 2006. Texture Classification Using a Novel, Soft-Set Theory Based Classification, Algorithm. *Lecture Notes In Computer Science*, 3851 246-254.
- Pawlak, Z., 1982. Rough sets. *International Journal of Information and Computer Sciences*, 11(1), 341-356.
- Pei, D. and Miao, D., 2005. From Soft Sets to Information Systems. In: *Proceedings of Granular Computing* (Eds: X. Hu, Q. Liu, A. Skowron, T.Y. Lin, R.R. Yager, B.Zhang) *IEEE*, 2, 617-621.
- Roy, A.R. and Maji, P.K., 2007. A fuzzy soft set theoretic approach to decision making problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 203(1), 412-418.
- Xiao, Z., Chen, L., Zhong, B. and Ye, S., 2005. Recognition for Soft Information Based on the Theory of Soft Sets. In *Proceedings of ICSSSM-05* (Ed: J. Chen), *IEEE*, 2, 1104-1106.
- Xiao, Z., Gong, K. and Zou, Y., 2009. A combined forecasting approach based on fuzzy soft sets. *Computers and Mathematics with Applications*, xx, xxx-xxx. (In Press)
- Xiao, Z., Li, Y., Zhong, B. and Yang, X., 2003. Research on synthetically evaluating method for business competitive capacity based on soft set. *Statistical Research*, 52-54.

- Yang, H., Qu, C., Li, N-C., 2004. The induction and decision analysis of clinical diagnosis based on rough sets and soft sets. (Fangzhi Gaoxiao Jichukexue Xuebao Ed.), September, 17(3), 208-212.
- Yang, X., Yu, D., Yang, J. and Wu, C., 2007. Generalization of Soft Set Theory: From Crisp to Fuzzy Case. In Fuzzy Information and Engineering: Proceedings of ICFIE, (Bing-Yuan Cao Ed.), Advances in Soft Computing 40, Springer, 345-355.
- Zadeh, L.A., 1965. Fuzzy Sets. Inform. and Control, 8(1), 338-353.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı: Hasret DALDAL

Doğum Tarihi ve Yer: 20.06.1980 Tokat

Medeni Hali: Evli

Yabancı Dili: İngilizce

Telefon: 0505 751 45 51

E-posta: matematik60@hotmail.com

Eğitim:

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi	2010
Lisans	Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi	2001
Lise	Burdur Cumhuriyet Lisesi	1997

İş Deneyimi:

Yıl	Yer	Görev
2001 - ...	MEB'e Bağlı İlk ve Ortaöğrenim Kurumları	Mat. Öğrt.
2003 - 2004	TSK	Yedek Subay

Hobiler

Zeka soruları çözmek, siyasi ve tarih romanları okumak, müzik dinlemek, piknik yapmak, çadırda kamp yapmak.