TÜRKİYE CUMHURİYETİ
EGE ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

İLKOKULDA MATEMATİKSEL MODELLEME ETKİNLİKLERİNİN ÖĞRENCİLERİN PROBLEM ÇÖZME VE ÜSTBİLİŞSEL BECERİLERİNE ETKİSİ

Yüksek Lisans Tezi

RAHİME ŞEYMA CAN

TEMEL EĞİTİM ANABİLİM DALI

İzmir
Ocak, 2024

T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü

İLKOKULDA MATEMATİKSEL MODELLEME ETKİNLİKLERİNİN ÖĞRENCİLERİN PROBLEM ÇÖZME VE ÜSTBİLİŞSEL BECERİLERİNE ETKİSİ

Yüksek Lisans Tezi
Rahime Şeyma CAN

Tez Danışmanı
Doç. Dr. Kemal ALTIPARMAK

Temel Eğitim Anabilim Dalı
Sınıf Öğretmenliği Yüksek Lisans Programı

İzmir
Ocak, 2024

EGE ÜNİVERSİTESİ EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

Ege Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum *"İlkokulda Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Öğrencilerin Problem Çözme ve Üstbiliş Becerilerine Etkisi"* başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

Rahime Şeyma CAN

EGE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Tez Savunma Sınavı Jüri Tutanağı

006 – Enstitü Yönetim Kurulu'nun 05/05/2023 tarihli – 16/17 sayılı kararı

Öğrencinin	
Adı Soyadı	Rahime Şeyma CAN
Numarası	94200000186
Anabilim Dalı	Temel Eğitim Anabilim Dalı
Programı	Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı
Derecesi	Yüksek Lisans X Doktora

Tezin	
Türkçe Başlığı	İlkokulda Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Öğrencilerin Problem Çözme Ve Üstbiliş Becerilerine Etkisi
İngilizce Başlığı	The Effect of Mathematical Modeling Activities on Students' Problem Solving Metacognitive Skills İn Primary School
*Başlığında Değişiklik Varsa**	
Yeni Türkçe Başlığı	
Yeni İngilizce Başlığı	
Tez Danışmanı	Doç. Dr. Kemal Altıparmak

Tez Savunma Sınavının	
TarihiSaati Yapılış Biçimi	09.01.2024 10.30 X Yüz Yüze Çevrimiçi (Enstitü Yönetim Kurulu'nun 04/08/2023 tarih ve 2023/27 sayılı karar

Sonuç

Yukarıda verilen ön kararın "tezin savunulabileceği" yönünde olması itibariyle aday tez savunma sınavına alınmış ve sonuçta tezle ilgili olarak oybirliği / oyçokluğu ile aşağıdaki nihai karar alınmıştır:

X Başardır (Kabul)Başarısızdır (Ret)

Düzeltilmelidir (Tezli yüksek lisans için en çok 3 ay, Doktora için en çok 6 düzeltme verilebilir.)

[X] Oy birliği [ ] Oy çokluğu ile karar verilmiştir.

Jüri Başkanı** **Üniversite** **Anabilim / Bilim Dalı**	Prof. Dr. Pınar ÇAVAŞ Ege Üniversitesi Sınıf Eğitimi / Temel Eğitim	İmza
Jüri ÜyesiÜniversite **Anabilim / Bilim Dalı**	Doç. Dr. Kemal ALTIPARMAK Ege Üniversitesi Sınıf Eğitimi / Temel Eğitim	İmza
Jüri ÜyesiÜniversite **Anabilim / Bilim Dalı**	Dr. Öğr. Üyesi Bahar DİNÇER ÇAVUŞ Demokrasi Üniversitesi İlköğretim Matematik Eğitimi / Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi	İmza

TEŞEKKÜR

Tez süreci boyunca desteğini hiç esirgemeyen, araştırmanın her aşamasında bana rehberlik eden, her sorumda ve sorunumda yanımda olarak bana güç veren, bilgisi ve deneyimiyle yolumu aydınlatan, ilgisi ve desteğini her zaman yanımda hissettiğim değerli hocam ve tez danışmanım Doç. Dr. Kemal Altıparmak'a en içten saygı ve teşekkürlerimi sunuyorum.

Yüksek lisans eğitimim boyunca bilgi ve deneyimlerimden yararlandığım Ege Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Temel Eğitim Bölümünde görev yapan değerli hocalarıma teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmam süresince desteği, sabrı ve ilgisiyle beni hiç yalnız bırakmayan sevgili eşim Mercan Can'a ve oğlum Kuzey Can'a derin sevgilerimi sunarım.

Son olarak desteklerini her zaman arkamda hissettiğim annem ve babama sonsuz sevgilerimi sunarım.

Rahime Şeyma CAN

İÇİNDEKİLER

TABLO LİSTESİ

ŞEKİL LİSTESİ

EKLER LİSTESİ

KISALTMALAR LİSTESİ

Akt.: Aktaran(lar)

Çev.: Çeviren(ler)

vb.: ve benzeri

vd.: ve diğerleri

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)

PISA: Programme for International Student Assessment

SPSS: Statistical Package for the Social Sciences

TDK: Türk Dil Kurumu

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study

TMY: Türkiye Matematik Yarışması

TTKB: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı

ÖZET

Bu araştırmanın amacı matematiksel modelleme etkinliklerinin ilkokul 3.sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerine ve üstbilişsel becerilerine etkisini ortaya koymaktır.

Araştırmanın evrenini 2022-2023 Eğitim- Öğretim yılı İzmir ilinde yer alan resmi ilkokullarda öğrenim gören üçüncü sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmanın örneklemi amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme yoluyla belirlenmiştir. Bu kapsamda 2022-2023 Eğitim- Öğretim yılı İzmir ili Menemen ilçesinde yer alan Özel Bahçeşehir Koleji İlkokulunda öğrenim gören 3.sınıf 42 öğrenciden oluşmaktadır. Bu okul amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme yoluyla seçilmiştir. Üçüncü sınıfların tamamına problem çözme başarı testi uygulanarak, bağımsız örneklem t testi yardımıyla aralarında anlamlı fark bulunmayan ($p<0,05$) iki şube deney ve kontrol grubu olarak seçilmiştir. Deney grubunda matematiksel modelleme etkinlikleri ile ders işlenirken kontrol grubunda MEB'in planlamasına uygun olarak ders akışı gerçekleştirilmiştir. Deneysel uygulama 5 hafta (20 Ders) sürmüştür. Bu süre içerisinde öğrencilerin 10 adet matematiksel modelleme etkinliğiyle çalışması sağlanmıştır.

Araştırma karma yöntemli olup hem nicel hem nitel desenler birlikte kullanılmıştır. Bu çalışmanın nicel boyutunda yarı deneysel yöntem kullanılacaktır. Araştırmanın nitel boyutunda, uygulama sürecinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin problem çözme başarı testinde, problemlere verdikleri yazılı cevaplar içerik analizine tutularak, Polya'nın problem çözme basamakları dikkate alınarak öğrencilerin üstbilişsel becerilerinin gelişimleri ortaya çıkarılmıştır.

Birinci aşamada araştırmacı tarafından geliştirilen Problem Çözme Başarı Testi her iki gruba da uygulanmıştır. Kontrol ve deney gruplarına uygulanan öntest, bağımsız gruplar t testi ile analiz edilmiş ve gruplar arasında anlamlı bir farklılık bulunamamıştır. Deney grubu öğrencilerinin öntest ve sontest problem çözme başarı testi puanları arasında anlamlı bir farklılık olduğu görülmüştür. Problem çözme başarı testi ön teste göre, problem çözme başarı testi sontest puanlarında artış görülmüştür. Kontrol grubuna uygulanan bağımlı gruplar t testi sonuçlarına göre problem çözme başarı testi ön ve son test puanlarında anlamlı bir artış bulunmamıştır. Deney ve kontrol gruplarına uygulanan son testler karşılaştırıldığında anlamlı bir fark bulunmuştur. Bu fark deney grubu lehinedir.

Araştırmanın ikinci aşamasında sesli düşünme protokolü uygulanarak deney grubu öğrencilerinin kullandığı üstbilişsel beceriler Polya'nın problem çözme adımlarına göre tespit edilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde deney grubundaki tüm öğrencilerin üstbilişsel becerileri kullandığı ve çalışmada uygulanan matematiksel modelleme etkinliklerinin üstbilişsel becerilere katkıda bulunduğu elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Biliş, Matematik, Matematiksel Modelleme, Model Problem, Problem Çözme Becerisi, Üstbiliş, Üstbilişsel Beceriler.

ABSTRACT

In this study, the effect of mathematical modeling activities on problem solving skills and metacognitive skills of primary school 3rd grade students was examined.

The population of the study consists of students studying in official primary schools in Menemen district of Izmir province in the 2022-2023 academic year. The sample of the study consists of 42 3rd grade students studying in the official primary school in Menemen district of Izmir province in the 2022-2023 academic year. This school was selected from the purposeful sampling methods through easily accessible sampling. Problem solving achievement test was applied to all third grades, and with the help of independent sample t-test, two branches with no significant difference between them ($p<0.05$) were selected as experimental and control groups. While the lesson was taught with mathematical modeling activities in the experimental group, the course flow was carried out in accordance with the planning of the Ministry of National Education in the control group. The experimental application lasted 5 weeks (20 lessons). During this period, students were enabled to work with 10 mathematical modeling activities.

The research was mixed-method and both quantitative and qualitative designs were used together. Quasi-experimental method will be used in the quantitative dimension of this study. In the qualitative dimension of the research, the development of the students' metacognitive skills was revealed by taking into account Polya's problem-solving steps in the problem-solving achievement test of the experimental and control group students in the problem-solving achievement test.

In the first stage, the Problem Solving Achievement Test developed by the researcher was applied to both groups. The pretest applied to the control and experimental groups was analyzed with the independent groups t-test and no significant difference was found between the groups. It was observed that there was a significant difference between the pre-test and post-test problem solving achievement test scores of the experimental group students. According to the problem solving achievement test pretest, there was an increase in the posttest scores of the problem solving achievement test. According to the results of the t-test of the dependent groups applied to the control group, there was no significant increase in the pre- and post-test scores of the problem solving achievement test. A significant difference was found when the post-tests applied to the experimental and control groups were compared. This difference is in favor of the experimental group.

In the second stage of the research, the metacognitive skills used by the experimental group students were determined according to Polya's problem-solving steps by applying the thinking out loud protocol. When the results were examined, it was obtained that all students in the experimental group used metacognitive skills and the mathematical modeling activities applied in the study contributed to metacognitive skills.

Keywords: Cognition, Mathematics, Mathematical Modeling, Metacognition Problem, Metacognitive Skills, Model, Problem Solving Skills.

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1.Problem Durumu

Matematik herkesin temel eğitime adımını atar atmaz korkuyla yaklaştığı, sevdiği ya da nefret ettiği bir bilim dalı olarak ortaya çıkar. Peki gerçekten matematiğin ne olduğunu biliyor muyuz? Matematiği öğrenmenin, sevmenin ve anlamanın yolunun matematiği doğru tanımak ile başlayacağını söyler Umay (2002) ve ekler; Matematik, bize günlük yaşamımızda her an karşımıza çıkan problemlerle baş edebilmek için akılcı ve mantıklı düşünmenin yollarını açan, olayları daha tutarlı ve objektif değerlendirebilmemizi sağlayan, yaşamımızı kolaylaştıran, hayatımızı renkli, eğlenceli kılan bir destekse onu anlamaya çalışmak tercihten öte, sorumluluktur.

Matematik öğretiminin hedefi, tekrar ve ezbere dayalı işlemler yapan öğrencilerden ziyade problem çözen ve verilen ve istenen bilgileri yorumlama ve yordama kabiliyetine sahip öğrenciler yetiştirmektir. Bu yüzden; öğretim kalitesini artırabilmek öğrencilerin öğrenme sürecinde aktif kılınmasıyla doğru orantılıdır. Öğrenme ve öğretme sürecinde öğrencinin aktif kılınması matematiğin nitekim zor sayılan problem çözmede matematiğin odak noktası haline gelmiştir (Aydoğdu, M., & Ayaz, M. F., 2008).

Problem çözme, öğrencilerin iyi vakit geçirmelerine yardımcı olan, yeni bir konunun öğrenilmesi için öğrencileri motive eden ve bunların öğretiminde etkili bir araç olan problem çözme sürecini gösterir (Stanic & Kilpatrick, 1989).

Problem çözme becerisi matematik derslerinde geliştirilmesi hedeflenen becerilerden sadece birisidir. Beceri olarak problem çözme, problem çözmeyi matematik çalışmalarının kaçınılmaz bir sonucu değil de özel ilgiyi hak eden kıymetli bir uğraşı olduğunu savunanlar tarafından en etkili yaklaşım olarak görülmüştür (Stanic & Kilpatrick, 1989).

Ulusal Matematik Öğretmenleri konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]), öğrencinin etrafındaki ve dünyadaki problemleri çözmede matematiği kullanması gerektiğini belirtmiştir. Matematiksel bilgi dünyayı anlamak için çok önemlidir ve matematiği günlük yaşamda kullanabiliyor olmak yaşadığımız dönem içerisinde son derece önemlidir (NCTM, 2000). Bu sebeple matematik eğitim ve öğretiminin genel hedeflerinde matematik derslerinde öğrenilen bilgilerin gerçek hayatla ilişkilendirilmesinin, transfer edilmesinin önemi üzerinde durulmaktadır (MEB, 2018)

Matematik eğitiminin kabul gören en önemli amaçlarından biri problem çözme becerisine sahip, günlük hayatında matematiği kullanabilme yetenek ve yeterliliğine sahip bireyler yetiştirmektir (Aztekin ve Şener 2015). Bu bağlamda matematiksel modelleme etkinlikleri büyük önem kazanmıştır. Okullardaki matematiksel modelleme öğrencilerin gerçek yaşam için oluşturacağı modellerin temeli olarak görülmüştür. Matematiksel modelleme öğrencilerin esnek ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirerek gerçek yaşam problemlerini çözmek için onları hazırlar (English, 2006). Matematiksel modelleme etkinlikleri, öğretmenlerin derslerinde öğrencilerin gerçek yaşam durumlarını mantıklı hale getirdikleri, tanımladıkları, açıkladıkları ve tahminde bulundukları, kendi matematiksel yapılarını keşfettikleri, düzelttikleri ve bu yolda kendi matematiksel düşünmelerini test etme, gözden geçirme ve açıklama fırsatı buldukları problem çözme etkinlikleri şeklinde tanımlanabilir (Işık, 2016).

Üstbiliş, kişinin kendisini tanıması; gerçekleştirmekte olduğu faaliyeti izlemesi, amacını ve ihtiyaçlarını bilmesi ve değerlendirmesiyle ilgili kendi farkındalığını yaratmasıdır (Özbay ve Bahar, 2012).

Bireyin üstbiliş becerilere sahip olması, onun kendi biliş sistemi hakkında bilgi sahibi olması ve çalışma prensibini bilmesi demektir. Bireyin kendini tanıyarak öğrenmesini denetlemesi ve düzenlemesi bu yüzden çok önemlidir (Duman, 2008).

Karşısına çıkan problemi tanımlayabilen, problemin çözümüne dair strateji belirleyebilen ve çözüme dair bilgi, beceri ve deneyimlerini kullanarak çözüme odaklanan öğrenci tam anlamıyla üstbilişsel becerilere sahip demektir. (Çakıroğlu, 2007).

Amerikan Psikoloji Birliği, son yüz yılda yapılan araştırmaya dayalı olarak, etkili öğrenmenin en önemli faktörünün biliş ve üstbiliş olduğunu ortaya koymuştur (Mok vd, 2006). Öğrenciye göre düzenlenmiş bir üstbilişsel öğretim, öğrencilerin öğretim stratejilerini ve pratik zekalarını geliştirmektedir (Flavell, 1979). Öğrenciler üstbilişsel öğretim ile düşüncelerinin farkına vararak, engellerle mücadele ederek çalışmayı öğrenmektedirler. Öğrencilere öğretim metotlarıyla üstbilişsel farkındalık kazandırılarak stratejik öğrenciler yetiştirilebilmektedir (Jacobs, 2003). Üstbilişsel farkındalığı gelişen çocuk öğrenme sürecinde aktif rol oynamaktadır (Jones, Farquhar ve Surry, 1995.

İlkokulda matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin problem çözme ve üstbiliş becerilerine etkisini görebilmek için bu tez konusu seçilmiştir.

1.2. Araştırmanın Amacı ve Önemi

Son yıllarda matematiksel modellemeye odaklanan çok sayıda araştırma yapılmıştır (Birgin ve Öztürk, 2021; Canbazoğlu, 2021; Korkmaz 2010; Özgen ve Şeker 2021; Altun 2020; Erbaş 2014). Alanyazın incelendiğinde matematiksel modellemenin başarıya etkisi ile ilgili çalışmalar ise çoğunlukla ortaöğretim kurumları ve üniversite öğrencileri ile yapılmıştır (Işık, 2012; Çiltaş ve Muşlu, 2016; Sandalcı, 2013; Sağırlı, Kırmacı ve Bulut 2010; Kaya, 2019; Perk 2019).

Matematik dersleri çoğunlukla soyut kavramlardan oluşur. İlkokula yeni gelen bir çocuk sürekli hareket halindedir ve yaparak yaşayarak öğrenmek ister (Kılıç, 2007). Bu yüzden temel eğitim hayatına yeni adım atmış 3.sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme etkinlikleri ile öğrenim görmelerinin önemli olduğu düşülmüş ve matematiksel modelleme etkinlikleri ile sayılar öğrenme alanına ilişkin problem çözme ve üstbiliş becerilerinin gelişmesine etkisinin araştırılması gerekli görülmüştür.

Bu araştırmanın amacı, matematiksel modelleme etkinliklerinin ilkokul öğrencilerinin problem çözme ve üstbiliş becerilerini nasıl etkilediğini, uygulama boyunca öğrencilerin problem çözme ve üstbiliş becerilerinde nasıl bir değişim olduğunu belirlemektir.

1.3.Problem Cümlesi

Araştırmanın problem cümlesi şu şekildedir: “Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilkokul 3.sınıf öğrencilerinin problem çözme ve üstbilişsel becerilerine etkisi nasıldır?”

1.4.Alt Problemler

Çalışmanın alt problemleri aşağıdaki gibidir:

1. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test problem çözme testi puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

2. Deney grubu öğrencilerinin ön test ve son test problem çözme testi puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
3. Kontrol grubu öğrencilerinin ön test ve son test problem çözme testi puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
4. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test problem çözme testi puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?
5. Deney grubu öğrencilerinin problem çözme süreçlerinde kullandıkları üstbiliş beceriler nelerdir?

1.5.Sayıltılar

1. Araştırmaya katılan öğrencilerin soruları doğru, tarafsız ve içten bir şekilde yanıtladıkları varsayılmıştır.
2. Öğrencilerin araştırmaya gönüllü olarak katıldıkları varsayılmıştır. Bu çalışmada elde edilen veriler gerçekleri yansıtmaktadır. Öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri yanıtlar, gerçek düşüncelerini yansıtmaktadır.
3. Araştırmaya katılan ilkokul 3.sınıf öğrencilerinin matematiksel problemleri sesli düşünme protokolünü kullanarak çözerken ve soru çözümünden sonra sorulan yarı yapılandırılmış görüşme sorularına cevap verirken içten davrandıkları varsayılmıştır.
4. Araştırmaya katılan öğrenciler arasında araştırmanın sonuçlarını değiştirecek herhangi bir etkileşimin olmadığı varsayılmıştır.

1.6.Sınırlılıklar

1. Araştırmada kullanılan ölçme aracı üstbilişsel bilgi ve beceri seviyesini belirlemek için yeterlidir.
2. Öğrencilerin sesli düşünme protokolü sırasında verdikleri cevaplar, gerçek algılarını yansıtmaktadır.
3. Örneklem, evreni temsil edecek düzeydedir.

1.7.Tanımlar

Biliş: Türk Dil Kurumu (TDK) biliş kavramını “canlının, bir nesne veya olayın varlığına ilişkin bilinçli ve bilgili hale gelmesi” şeklinde açıklamıştır.

Matematik: Matematik içinde bulunduğumuz dünyayı anlama, dünya üzerinde kontrol kurma, problem çözme, sıralama, sınıflama, şekil, sembol, genelleme ve ispatlardan yararlanma etkinliklerinden oluşur (Akgül, 2008)

Matematiksel Modelleme: Matematiksel modelleme öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini çözmelerine yardım edip onları hazırlayan, alışık olmadıkları durumlarla karşılaştıklarında bu durumlarla başa çıkma konusunda yaratıcı düşünmelerine imkân sağlayan bir modeldir (Lesh ve Doerr, 2003; English, 2006; Mousoulides, 2007).

Model: Modeller farklı gösterim sistemleriyle dış dünyaya aktarılan, başka karmaşık sistemleri oluşturma, tanımlama ve açıklama sürecinde kullanılan, kuralları, işlemleri, ilişkileri ve daha farklı yapıları içeren zihindeki kavramsal sistemlerdir (Lesh ve Doerr, 2003; Olkun ve Toptaş, 2016)

Problem: Problem, bireyde rahatsız hissettirdiği için çözme ihtiyacı uyandıran ve ilk defa karşılaşıldığı için çözüme ait standart bir bilgi bulunmayan, problemi çözmeye çalışan kişinin bilgi birikimini doğru kullandığı takdirde çözüm yoluna ulaşılması mümkün olan bir sorundur (Altun, 2000).

Problem Çözme: Problem çözme; zorluktan bir çıkış yolu bulma, engelin etrafında dolaşmanın bir yolu, daha önce mümkün olmayan bir amaca ulaşmaktır (Polya, 1957)

Üstbiliş: Flavell (1976) üstbilişi, bireyin kendi öğrenme sürecini etkin bir şekilde izleme, sonuçları kontrol etme ve öğrenme sürecini bilişsel amaçlar bakımından düzenlemesi şeklinde açıklamıştır.

Üstbilişsel Stratejiler: Üstbilişsel stratejiler, kişinin bilişsel hedefe ulaşıp ulaşamadığından emin olmak için zihninde gerçekleştirdiği etkinliği kontrol etme sürecinde ard arda kullandığı işlemler şeklinde açıklanmıştır (Flavell, 1976).

1.8.Kısaltmalar

Akt.: Aktaran(lar)

Çev.: Çeviren(ler)

vb.: ve benzeri

vd.: ve diğerleri

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NAEP: National Assessment of Educational Progress

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)

PISA: Programme for International Student Assessment

SPSS: Statistical Package for the Social Sciences

TDK: Türk Dil Kurumu

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study

TMY: Türkiye Matematik Yarışması

TTKB: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı

BÖLÜM II

İLGİLİ YAYIN VE ARAŞTIRMALAR

Evrensel bir dil olan matematik, doğru ve tutarlı düşüncenin temelidir. Albert Einstein matematiğin bütün ilkelerinin mutlak olduğunu belirtmiştir. Matematik içinde bulunduğumuz dünyayı anlama, dünya üzerinde kontrol kurma, problem çözme, sıralama, sınıflama, şekil, sembol, genelleme ve ispatlardan yararlanma etkinliklerinden oluşur (Akgül, 2008). Leonardo Da Vinci bir araştırmanın gerçek olabilmesi için matematiksel ispattan geçmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Matematik kavramları soyut kavramlardır ve teorisi ve örnekleriyle birlikte bir yapıdır (Kaçar ve Nasibov, 2005). Tanım ve teoremleri öğretirken ezbercilikten kaçınmak önemlidir ancak bu bilgilerin olduğu gibi verilmesi gerekir.

1970'li yıllara kadar bilimde ve eğitimde etkisini sürdüren davranışçı kuramlar yerini bilişsel kuramlara bırakmıştır. Bilişsel öğrenme kuramına göre duyular aracılığı ile dışardan alınan bilginin beyinde işlenerek anlamlı hale geldiği kabul edilir. Bu kurama göre öğrenme bir problem çözmedir. Bu anlayışın hâkim sürdüğü bir çok ülke matematik öğretim programını problem çözmeyi temel alan bir yaklaşımla düzenlemişlerdir. Öğrencinin zihinsel etkinliklerinin önemli bir kısmının problem çözmek olduğu belirtilmiştir (Shoenfeld, 1987).

2.1. Matematik Öğretimi

2.1.1. Matematik Öğretiminde Bilişsel Süreçler

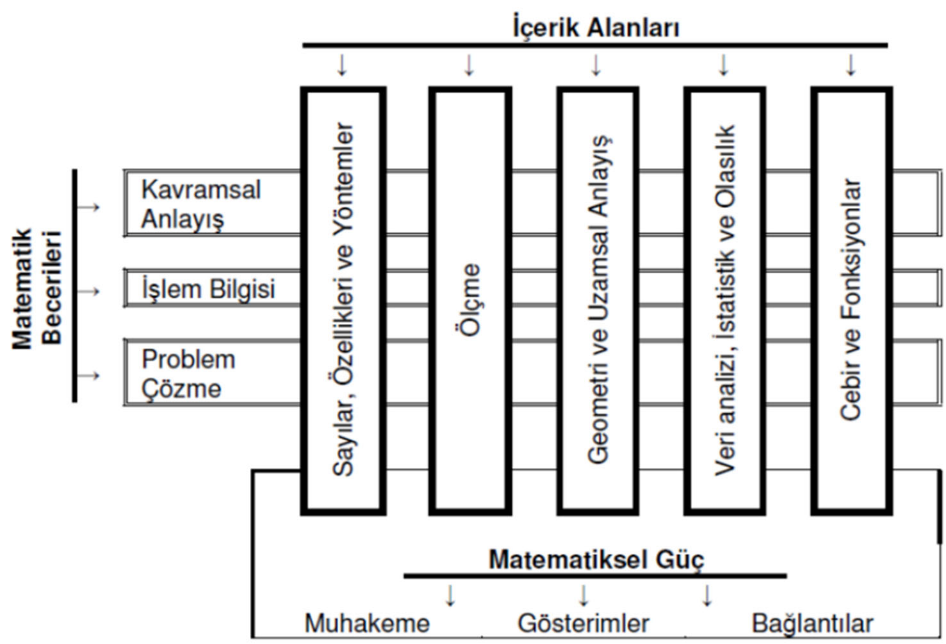
Eğitimde geçen yüzyılda gelenekselleşen ve kalıplaşan davranışçı öğretim programı yerine bilişselci yaklaşımı benimseyen yeni öğretim etkinlikleri ortaya çıkmıştır. Bu çerçevede bazı değişiklikler yapılmıştır. Öğretici odaklı öğretim yerine öğrenen odaklı öğretim, etkin katılımın önemli olduğu etkinlikler içeren işbirliğine dayalı öğrenme hedeflenmiştir. Bu yaklaşım matematik üretmeyi, tahminde bulunmayı, problem çözmeyi ve bilgiyi işlemeyi içermektedir. Matematik öğrenmek, matematiğin yaşamdaki önemini anlamak, matematiğe karşı olumlu tutum ve davranışlarda bulunmak, temel becerilerin kavramlarla beraber matematiksel düşünmek ve problem çözmek demektir. Matematiğin bilişsel süreçlere birçok etkisinden bahsedebiliriz.

NCTM (2000) Tablo 1 de yer verilen bilişsel beceriler içerik alanları ile ilişkileri bakımından bir sınıflama yapmıştır.

Tablo1. *Matematik Öğretiminde Yer Alan İçerik Alanları ve Bilişsel Beceriler (NCTM, 2000)*

İçerik Alanları	**Bilişsel Beceriler**
Sayılar ve sayılar arasındaki ilişkiler	Bilişsel güç
Sayı sistemleri	Gösterim
Hesaplama ve tahmin	Muhakeme
Örüntüler ve fonksiyonlar	Matematiksel kavramlar
Cebir	Matematiksel işlemler
İstatistik	Matematiksel düzenler (disposition)
Veri analizi ve olasılık	
Geometri	
Ölçme	

Matematik öğretiminde matematik becerileri ve içerik alanları ilişkilerini NAEP (2002) de Şekil 1' de şu şekilde göstermişlerdir.



Şekil1. Matematik Öğretiminde Matematik Becerileri ve İçerik Alanları (NAEP, 2002)

NAEP (2002) matematik öğretiminin beş matematiksel alanı kapsaması gerektiğini vurgulamıştır. Bunlar;

1. Sayılar, özellikleri ve yöntemler,
2. Ölçme sonuçları,
3. Geometri ve uzamsal anlam,

4. Veri analizi, istatistik ve olasılık
5. Cebir ve fonksiyon işlemleri

Matematiksel becerileri geliştirmek için işe içerik alanlarını da dahil etmek önemlidir. Matematik becerileri işlemsel bilgi, problem çözme ve kavramsal anlayış olarak belirtilmiştir. Öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırmaları, matematiksel işlemleri yapmaları, işlemler ve kavramlar arasında bağlantı kurmalarını sağlayacaktır (Walle, 2004).

Yukarıdakilerden hareketle matematik öğretiminin temel becerileri olabilecek kavram-işlem bilgisi ve bunlar arasındaki ilişkinin kurulmasındaki en önemli parça olan problem çözme, öğrenme alanları ile doğrudan ilişkilidir.

2.1.1.1. Kavramsal Bilgi ve İşlemsel Bilgi

Bilginin nesnesini ve konusunu inceleyen Kuçuradi (1995, s.97) birçok Avrupa dilinde "bilgi" kelimesinin *bilme etkinliği* ve etkinlik sonucu ortaya çıkan çıktının tanımlamak için kullanıldığını belirtmekte ve bilginin iç içe geçmiş etkinliklerden oluştuğunu ileri sürmektedir. Yeni bir şeyler öğrendiğimizde mevcut bilgilerimiz değişir ve bilgilerimiz birbirine eklenerek yeni bir hal alabilir. Bilgiyi zincire de benzetmemiz mümkündür.

Matematiksel veya diğer tüm bilgiler aklımızın bir ürünüdür. Zihinsel bir süreçtir. Bu konudaki eğitimciler matematiksel bilgiyi kavramsal ve işlemsel olarak iki ayrı başlıkta incelemişlerdir (Van de Wella, 2004; Hiebert & Lefevre, 1986; NAEP, 2002;).

Kavram bilgisi matematiksel kavramları, genellemeleri, kuralları ve bunlar arasındaki tüm ilişkileri içine alır. Kavram bilgisine anlam bilgisi de demek mümkündür (Bekdemir ve Işık, 2007). Sayı, bölme, eşitlik, kalan gibi kavramlar; "Bölme işlemine en büyük basamaktan başlanır." Ve "doğal sayılar o dan başlar sonsuza kadar gider." gibi kurallar; "basit kesirler sayı doğrusu üzerinde o ile 1 arasında gösterilir" veya "iki negatif tam sayımının çarpımı daima pozitiftir" gibi genellemeler; "bir çemberde en büyük kiriş çaptır" ve "çemberin çap uzunluğu ile pi sayısının çarpımı çemberin çevre uzunluğunu verir" gibi ilişkiler birer kavramsal bilgidir (Bekdemir, Okur & Gelen, 2010). Bilgi zincirindeki her halka birbiri ile ilişki içerisine girerek büyür ve o bilgi daha geniş ve kapsamlı hale gelir (Soylu ve Aydın, 2006). Piaget'in bilişsel gelişim kuramına göre bu mantıksal-matematiksel bilgi ilişkisidir. Mantıksal ilişkide varlık somut olarak algılanır ancak bunun matematiksel bilgisi soyuttur. Örneğin; bir varlığın sertliği, rengi gibi özellikler fiziksel bilgidir ancak bu varlığın uzunluğu, yakınlığı, uzaklığı, şekli gibi bilgiler matematiksel bilgidir. Mantıksal-matematiksel bilgi akıl yürütme ile oluşur. Baykul (2006) kavramsal bilgiyi bireyin kendi bilgileri ile matematiksel bilgiyi kendi zihninde yordadığı ilişkiler olarak açıklamıştır. Anlam kavram bilgisinde önemlidir. Kişinin ön bilgileriyle yeni bilgiyi açıklaması bu anlamı sağlamış demektir. Bu sayede yeni bilgi ile mevcut bilgi bütünleşir ve bilgi içselleşmiş olur (Olkun ve Toluk, 2003).

Matematik bilginin bir diğer kolu ise işlem bilgisidir. Zihinsel gösterimde adım adım işleyen işlemler için kavramlar vardır (Van De Walle, 2004). Kavramsal bilgi işlemsel bilgiyi destekler ve anlamlı hale getirir. İşlem bilgisi, matematikte yer alan sembol, matematik kuralları ve matematikte kullanılan işlem bilgisinin tamamına denir (Baykul, 2005; Hiebert ve Lefevre, 1986; Van de Walle, 2004;). İşlemsel bilgiyi kullanırken işlem nedeni veya kavram bilgisini bilmek gerekli değildir sadece işlemi kullanmayı bilmek önemliyken kavram bilgisinde anlam söz konusudur (Baki, 1997). İşlem algoritmalardan oluşmaktadır ve en önemli bir özelliği de işlemlerin bütüncül olarak varsayılmasıdır. İşlemler sıraya konularak mantıklı adımlarla yürütülür ve sonuca varılır. (Baki, Kartal, 2004).

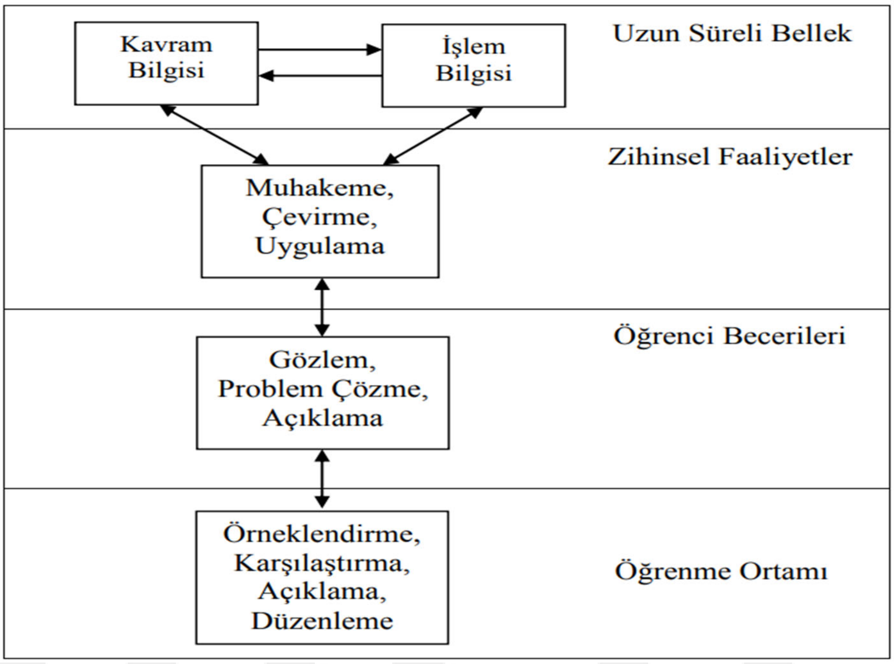
İki kesirli sayının bölme kuralı olarak "*İlk kesir aynen yazılır, ikinci kesir ters çevrilir. Böyle işlem çarpma işlemine döner ve kesirler çarpılarak sonuç bulunur*" bilgisi anlamsız bir işlem bilgisi sayılabilir. İşlem kuralının sebepleri açıklanmadıkça bu yine ezberci bir işlem bilgisi olarak kalmaktadır. Ancak, bu kuralın sebepleri ve amaçları öğrenildiğinde kavramsal öğrenme gerçekleşir. Bundan dolayı kavramsal bilginin işlemsel bilgiyi kapsadığı söylenebilir. İşlem kuralının unutulma durumunda çıkarımda bulunarak kesirler modelleme işlemi kullanılarak sonuca ulaşılır. İşlem bilgilerinin temelinde de daha önceden kazanılmış kavram bilgileri vardır. Bu örnekten de görüldüğü gibi kavram bilgisi ve işlem bilgisi iç içe geçmiş durumdadır. Bu yüzden işlem bilgisi ile kavram bilgisi net olarak birbirinden ayrılmış değildir (Baki, 1998). Matematiksel bilgiyi anlayabilmemiz için kavramsal bilgi ve işlemsel bilginin iç içe geçmiş, birbiriyle bütünleşmiş olması gerekmektedir (Olkun ve Tolluk, 2003). İşlemleri sadece kurallarla öğrenen bir çocuk kavramlar oluşmamış veya işlemle kavram arasındaki ilişki anlaşılmamış olabilir (Baykul, 2006). Özetle işlemsel bilginin anlam kazanması için öncelikle kavramsal bilginin kazanılmış olması gerekmektedir (Rittle- Johnson ve Alibali; Perry, 1991; Baki ve Kartal 2004; Hiebert ve Waerne, 1996; 1999).

Problem çözme ve kurma süreci kavramsal bilgi ile işlemsel bilgi arasındaki ilişkinin en güçlü tarafının görüldüğü konu denebilir. Bu açıdan kavram bilgisi ve işlem bilgisi problem çözme süreciyle olan ilişkisinin incelenmesi gerekli görülmüştür.

2.1.1.2. Kavram ve İşlem İlişkisi ile Problem Çözme

Özgün bir matematik problemi, yani daha önce benzerleriyle karşılaşılmamış bir problem karşısında çözümler üretebilmek ve neyi ne zaman yapacağına karar verebilmek için matematiksel kavramları ve aralarındaki ilişkileri iyi bilmek gerekir. Hesaplar ve işlemler matematiksel düşüncelerin uygulamaya geçirilmesinin, sonuca varmanın en temel araçlarıdır ve matematiğin temel direğidir. Fakat işlem bilgisine sahip olmak çoğu zaman tek başına yeterli olmayabilir. Matematiksel kavramların iyi bilinmesi, bir problemi çözmek için daha önce görülmüş olan benzerlerine başvurarak ya da bilinen çözüm yollarını kullanarak değil de daha önce karşılaşılmamış, yeni problemlere özgün çözüm yolları üretebilmek için elzemdir. Böyle problemlerle zihin geliştirilebilir (Özyıldırım Gümüş F., Umay, A, 2018).

Durkin ve Rittle-Johnson (2012), Problem çözümü ile kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki bağı inceleyen çalışmada problemler için doğru ve yanlış çözüm yollarının karşılaştırılmasının kavramsal ve işlemsel bilginin gelişimine katkıda bulunduğunu hem de kavram yanlışlıklarının önlenmesinde etkili olduklarını belirtmişlerdir. Fyfe, DeCaro ve Rittle-Johnson (2014) ise ikinci ve üçüncü sınıf öğrencileriyle yürüttüğü eşitlik problemlerine ilişkin çalışmada farklı öğretim yöntemlerinin kavramsal ve işlemsel bilgi gelişimine katkısını incelemiş ve kavramsal öğretimin problem çözümünden önce verilmesinin problem çözümünden sonra verilmesinden daha fazla işlemsel öğrenmenin gelişmesini sağladığını belirlemişlerdir. Problem çözmede başarısızlık, işlem bilgisinin kavramsal yönlerinin oturtulmaması, kavramlar ve işlem bilgisi arasındaki ilişkinin oturtulmaması, modellerin oluşturulamamasına ve işlemlerin kullanım yerlerine karar verilememesinin sebep olması şeklinde açıklanabilir (Baykul, 2006). Kavramsal ve işlemsel bilginin problem çözme ile ilişkisi bilgi işleme kapsamında Şekil 2'de gösterilmektedir.



Şekil 2. Kavramsal Bilgi ve İşlemsel Bilginin Problem Çözme Arasındaki İlişkisi (Baki ve Kartal 2004).

Şekil 2'de görüldüğü gibi kavram ve işlem bilgileri etkin bir şekilde, düşünme becerilerinin temelini oluşturur ve öğrencilerinin en bariz becerilerinden problem çözme sürecini açıkça gösterir.

Problem çözümü ile matematiksel kavramların kazanılması arasında bir bağ vardır. Matematik kavramlarının edinilmesi işlemlerin ve kavramlar arasında ilişki kurmak ise problem çözmenin yolu da problemde verilen ve istenilenlerin tespit edilmesidir. Problemde verilenler ve istenilen hakkındaki bilgiler kavram bilgisini oluştururken, problemde istenenlerin neler olduğu ve bunlar hakkındaki bilgilere ulaşılması ise işlemler bilgisi ile mümkündür. Kişi problemdeki verilenler ve istenenler hakkındaki bilgiyi kavrayamamış ise bu problemi çözmesi mümkün değildir. Bu kavramların problem çözümünden verilmemiş problemin çözümünü çoğu zaman imkansızlaştırır. Bu yüzden problemin daha önceki davranışlar kullanılarak çözüme ulaştırılması beklenmektedir (Baykul, 2006).

Kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi arasında ilişki kurma işinde önemli olan problem çözme süreci hem araştırma kapsamındaki yeri hem de modellemeyle ilişkisi sebebiyle aşağıda detaylı olarak ele alınacaktır.

2.2. Problem ve Problem Çözme Becerisi

Problem, bireyde rahatsız hissettirdiği için çözme ihtiyacı uyandıran ve ilk defa karşılaşıldığı için çözüme ait standart bir bilgi bulunmayan, problemi çözmeye çalışan kişinin bilgi birikimini doğru kullandığı takdirde çözüm yoluna ulaşılması mümkün olan bir sorundur (Altun, 2000). Problem ve problem çözme süreci her öğretim kademesinde oldukça önemlidir. Bireylerin günlük hayatta karşılaştığı problemleri çözebilmesi için de matematik dersi bir alternatif olarak kullanılmıştır.

Problem araştırma, soruşturma, tartışma ve düşünme gerektiren, zihin egzersizi gerektiren, belirsizlik içeren veya cevaplaması zor sorulardır (Schonfeld, 1988). Van De Walle (1980) problemi; giderilmek istenen güçlük olarak belirtmiştir. Yeap (1998), bireyin daha önceden hiç görmediği ve çözüme dair bilgisinin olmadığı sorunlardır. Altun (2015)'e göre problem bireyi hazırlıksız yakalayan, onu rahatsız eden ve çözüm için istek duyulmasını sağlayan güçtür. Polya'ya (1962) göre ise problem hedefe en uygun yoldan ulaşmak için araştırma yapılmasıdır. Yılmaz (2019) problemin varlığından söz edilebilmesi için ne yapılacağının bilinmemesinin koşul olduğunu aksi halde ortadan güçlük çekilmeden kaldırılan problemin bir problem olmadığını belirtmiştir.

Problemin varlığından bahsetmek için üç unsur gerekmektedir (Mayer, 2003). Bunlar; (1) halihazırdaki durum, (2) hedef durum, (3) içinde bulunulan durumdan istenen duruma geçememektir.

Ray (1955) problem çözümüne geçilmeden önce problemin aşağıda verilen kriterleri sağlaması gerektiğini vurgulamıştır.

- Karmaşık ancak mantığa uygun olmalı,
- Anlaşılır ve açık olmalı,
- Birden fazla yönteme uygun olmalı,
- Süreklilik içinde olmalıdır.

Problem türleri, problem çözme ve kurma süreçlerinde karşılaşılan en sık konulardan biridir. Problemlerin literatürde işlev, içerik, yapı gibi birçok şekilde ele alındığı görülmüştür. Aşağıda problem türleri incelenmiştir.

2.2.1. Problemlerin Sınıflandırılması

Kaynaklarda problemlerle ilgili birçok farklı sınıflandırma yapılmıştır. Bu sınıflandırma problemin hangi özelliğinin öne çıktığıyla ilgili değişkenlik göstermektedir. Van De Walle (2006) problem çözme sürecinin başlayabilmesi için bireyde merak uyandırması ve zorlayıcı bir durum söz konusu olması gerektiğini belirtmiştir. Olumlu bir ortam bu başlangıç için önemlidir (Smith, 2006). Eğer bir problemin için matematiksel kurallar gerekli ise, bu problem matematik problemi olarak sınıflandırılmaya dahil olabilir (Uzuner, 2019). Problemler, rutin (sıradan) ve rutin olmayan (sıradışı) olarak iki grupta sınıflandırılabilir (Altun, 2015; Mayer ve Hegarty, 1996; Yazgan ve Aslan, 2017). Rutin ve rutin olmayan problemler alanyazında en sık karşılaşılan sınıflandırmadır. Bu ayrımı vurgulayan en önemli isimlerden biri Polya (1997)'dır (Karabulut, 2019).

2.2.1.1. Rutin (Sıradan) Problemler

Dört işlem problemleri olarak geçen ve genellikle matematik ders kitaplarında yer alan problemler rutin problemler olarak adlandırılmaktadır. Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme gibi dört işlem kullanılarak bu problemler bir veya birden fazla işlem kullanılarak çözülebilirler. Rutin problemlerin öğrencilere en büyük katkısı işlem becerisini geliştirmesi olabilir. Problemin çözülmesinde esas olan doğru işlem veya işlemlerin seçilmesidir. Bu tür probleme örnek olarak şunu verebiliriz; Bir yolcu otobüsünde 56 kişi vardır. 1.durakta yolculardan 10 tanesi inmiş, 6 tane ise yeni yolcu binmiştir. 2.durakta ise yolcuların beşte biri inmiştir. Buna göre son durumda otobüste kaç yolcu kalmıştır? Bu problem rutin bir problemdir. Rutin problemlerinde varılmak istenen hedef;

1) İşlem becerilerini geliştirilmek,
2) Sözel verileri matematiksel ifadelere çevirmek,
3) Modeller yardımıyla düşüncelerini anlatmalarına destek olmak,
4) Problem çözmek için gerekli görülen ana becerileri edindirmektir (Şahin, 2007)

2.2.1.2. Rutin Olmayan (Sıradışı) Problemler

Dört işlem biliyor olmak rutin olmayan problemleri çözmek için yeterli değildir. Bu problemlerin çözümü için işlem becerisinin ötesinde sınıflandırma, verileri organize etme, ilişkileri görme gibi becerilere sahip olmak gerekir. Rutin olmayan problemlerin çözümlerine ulaşmak için edinilen bilgi, beceri ve deneyimleri daha önce denenmedik yollarla (Öktem, 2009). Örnek olarak; Bir kovboy aç kurtu, iki tavuk ve üç paket tahılı ile şehre gidiyor. Eğer kovboy hayvanlarına sahip çıkmazsa, tavuklar tahılı, kurt da tavukları yiyecek. Kovboy denize gelene kadar onları durdurabildi ancak denizin karşı kıyısına geçmek için tek yol vapura binmek. Kovboy vapura yalnızca iki şey alabilmektedir. Kovboy zararsız bir şekilde her şeyi karşıya nasıl geçirir? (Altun, 1998; akt. Özsoy, 2007).

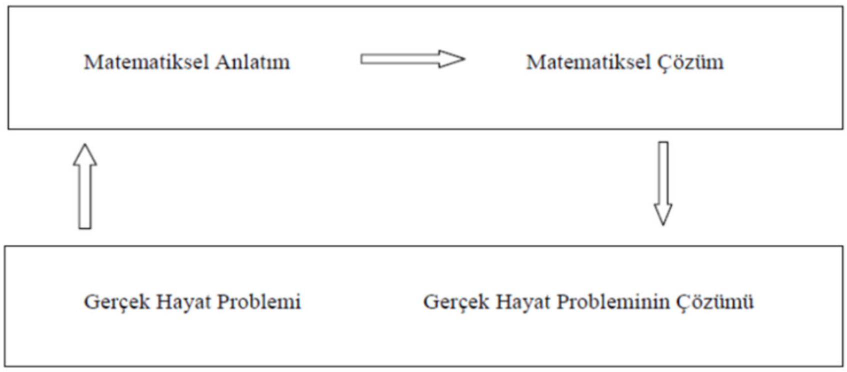
Bu tür sıradışı problemleri öğretmedeki hedefler;

1) Öğrencinin verilen durumlar arasında ilişki, düzen ve örüntüyü keşfetmesini sağlamak,
2) Sonuç hakkında tahminde bulunma veya yaklaşık bir sonuca varma becerisi kazandırmak,
3) Verilerin bilgileri sınıflama ve organize etme gibi yetilere ulaştırmak,
4) Çözüme en uygun yöntemi seçmek, uygulamak ve bu sonucu yorumlama becerisine sahip olmasını sağlamaktır (Şahin, 2007).

Rutin olmayan problem örnekleri dış dünya ile bağlantılı problemlerdir. Sorulan problemlerin konusu gerçek hayatta karşımıza çıkan türden veya problemler gerçek hayatla ilişkilendirilerek çözülebilecek türdendir. Bu yüzden bu tür problemlere gerçek yaşam problemi de denebilir. Öğrenci bu problemleri çözerken matematik kurallarının dış dünyanın bazı durumlarına dayandığını fark eder. Dört işlem problemleri günlük hayatla bağlantısı olmayan ve sezgisel ilişkisi bulunmayan okul aktiviteleridir. Kuralları bilmek öğrencinin dört işlem problemlerini çözmesine yardımcı olur ve algoritmasını geliştirir ancak bunları nerede ve hangi durumda kullanacağını bilemeyen öğrenci gerçek hayat problemi ile karşılaşınca bocalar (Lave, 1989; Akt: Kılıç, 2003). Umay (2003)'ın "*Bir insanın toplama ve çarpma işlemlerini yapabildiği halde nerede toplama, nerede çarpma yapacağını saptayamaması ya da gerektiğinde kullanmayı düşünememesi onun matematikte iyi olmadığının göstergesi sayılır*." ifadeleriyle bu durum özetlenmiştir. Eğer öğrenci problemi kendi problemi gibi sahiplenirse öğretmenin yönlendirmesine gerek duymadan çözüme kendi stratejileri ve yollarıyla çözüme ulaşacaktır (Lave, 1989; Akt: Kılıç, 2003).

Gerçek hayatta karşılaşılan bir problemin çözümü aşağıda verilen döngüye göre gerçekleşir. Döngüye göre gerçek hayat probleminin önce matematiksel ifadesi belirlenmekte, sonra problem çözülür ve ardından bulunan çözüm gerçek yaşam için yorumlanabilmektedir (Altun,2014).

Altun (2014) gerçek hayat probleminin çözümünü Şekil 3'te göstermiştir.



Şekil 3. Gerçek Hayat Probleminin Çözümü

Şekil 3'teki bu döngü gerçek yaşam problem için geçerlidir (Altun, 2014). Altun (2014) yukarıda belirtilen şema doğrultusunda bu döngüyü basit bir problem üzerinde şöyle açıklamaktadır:

Gerçek hayat problemi: Öğrencileri pikniğe götüreceğiz. Nasıl?

Problemin matematiksel anlatımı: Sınıfımızın 30 öğrencisi vardır ve 4 kişiyi taşıyabilecek taksiler kullanılacaktır. Kaç araç gerekir?

Matematik probleminin çözümü: 30:4=7,5

Gerçek hayat probleminin çözümü: 8 taksi gerekir (Altun,2014:85).

Başka bir değişle rutin olmayan bir problemin varlığından bahsedebilmek için bireyin hemen çözüm tasarlayamaması gerekir (Mayer ve Hegarty, 1996). Günlük hayatta böyle bir problemle karşılaşan öğrenci problemin işlemsel kısmını yaptığında bulduğu cevap "7" olacaktır ve son 2 kişiyi taşımak için bir araç daha gerekeceğini hesaba katmayacaktır. Fakat bunu rutin olmayan problem olarak ele alan öğrenciler ise 2 kişi için de bir araca ihtiyaç duyulacağını mantıksal olarak bulacaklardır.

Gerçek hayat problemlerinin çözümleri üzerine yapılan araştırmalarda, kişilerin okulda edindikleri problem çözme bilgilerini, günlük hayat problemleri üzerinde uygulayamadıkları gözlemlenmiştir (Meyer ve Wittroc, 1996). Günümüz çocuklarının yetişkin olduklarında karşılarına çıkan hayat problemleri karşısında nasıl cevap verecekleri ve baş edecekleri büyük bir soru işareti. Umay ve Kaf (2005); öğrenciler okulda öğrendikleri matematikte başarılı olsalar dahi gerçek yaşam durumu karşısında aynı başarıyı gösteremediklerini belirtmişlerdir. Matematiği günlük yaşam içinde, pazarda, manavda başarıyla kullanan insanlar, düşüncelerini matematiksel olarak ifade etmeyi becerememişlerdir. Soylu ve Soylu (2006) günlük hayatla ilişkilendirilen matematiğin önemini gerçekten hayatta karşılaşma ihtimali olan problemler olarak belirtmişlerdir.

İlkokulda küçük yaşlardan itibaren sınıf düzeyine uygun olarak verilen bu problemler onların bağımsız düşünebilme ve yaratıcılık becerilerini geliştirecek ve problem çözmeden beklenen amaçlara ulaşmalarını sağlayacaktır. Ayrıca sınıf ortamında küçük gruplar halinde problem üzerinde çalışmak hem farklı bakış açılarını görmelerini sağlayacak hem de problem üzerinde tartışarak farklı çözüm yolları da olduğunu kavramalarına sebep olacaktır. Matematiğin ilköğretimin ilk yıllarından itibaren gerçek hayatla ilişkilendirilerek anlatılması öğrencilerin matematiğin ne işe yaradığını anlamalarına ve matematiğe karşı daha olumlu bir bakış açısıyla bakmalarını sağlayacaktır.

2.2.2. Matematiksel Problem Çözme ve Adımları

Problem çözme kavramı ilk olarak Rus eğitimci L. Vygotsky ve Alman eğitimci J. Dewey tarafından sistemli bir hale sokulmuştur (Ünsal, 2010). NCTM, matematik ölçütleri arasında problem çözmeyi gösterir. Problem çözmeyi öğrenciler, matematiksel verileri anlamlandırmak ve yordamak, formülize etmek, çözümün doğruluğunu yorumlamak, denenmemiş yolları keşfetmek için kullanırlar (NCTM, 1989). Problem çözme etkili ve yararlı olan araç ve davranışları seçme ve çözüm için kullanma becerisidir (Aksu, 1993). Problem çözmedeki en önemli süreç problemi tanımlama, anlama, ipucu seçebilme ve yorumlayabilmedir (Çakmak ve Tertemiz, 2002). Problem çözme işi bilgi ve yetenek gerektiren davranışlar ister. Bu süreçte öğrencilere deneyim kazandırılması matematiksel düşünmenin gelişmesine büyük katkı sağlayacaktır (Çakmak ve Tertemiz, 2002).

Matematik öğretiminde problemin çözümüne ulaşılacak olan süreç çok önemlidir. Problem çözme bilimsel bir yöntem olmakla birlikte öğrencilerde eleştirel düşünme, analiz ve sentezleme becerisi, yaratıcı ve yansıtıcı düşünceyi kullanmayı ve öğrenmeyi gerektirir. Bu yüzden matematik öğretiminin en önemli amaçlarından birisi problem çözmeyi öğretmektir (Reusser ve Stebler,1997; Akt. Soylu ve Soylu, 2006).

İlköğretim matematik programındaki matematik eğitiminin genel amaçları arasında "*Öğrenciler, problem çözme stratejilerini geliştirebilecek ve bunları günlük hayattaki problemlerin çözümünde kullanabileceklerdir*." ifadesine yer verilmektedir. Bu amaç doğrultusunda program, problem çözmeyi bir süreç olarak ele almaktadır. Problem çözme becerilerinin problem çözme stratejilerinin öğrenilmesi yoluyla geliştirilebileceği ve en önemli problem çözme stratejileri arasında; farklı çözüm stratejileri kullanma, problemdeki önemli bilgileri ayırt etme, çözüm planı geliştirme, problemi somut araçlar, şekil, şema ile temsil etme, çözümü kontrol etme gibi stratejiler olduğunu belirtmişlerdir (MEB, 2004). Ayrıca ilköğretim matematik programında (2018) öğrencilere problem çözme becerilerin kazandırılmasının yanı sıra aşağıdaki amaçlarında kazandırılması hedeflenmiştir. Buna göre öğrenciler;

1. Matematiksel okuryazarlık becerilerini geliştirebilecek ve etkin bir şekilde kullanabileceklerdir.
2. Matematiksel kavramları anlayabilecek, bu kavramları günlük hayatta kullanabileceklerdir.
3. Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerdeki eksikliklerini veya boşluklarını görebileceklerdir.
4. Matematiksel düşüncelerini mantıklı bir şekilde açıklamak ve paylaşmak için matematiksel terminolojiyi ve dili doğru kullanabileceklerdir.
5. Matematiğin anlam ve dilini kullanarak insan ile nesneler arasındaki ilişkileri ve nesnelerin birbirleriyle ilişkilerini anlamlandırabileceklerdir.
6. Üst bilişsel bilgi ve becerilerini geliştirebilecek, kendi öğrenme süreçlerini bilinçli biçimde yönetebileceklerdir.
7. Tahmin etme ve zihinden işlem yapma becerilerini etkin bir şekilde kullanabileceklerdir.
8. Kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebileceklerdir.
9. Matematiği öğrenmede deneyimleriyle matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirerek, matematiksel problemlere özgüvenli bir yaklaşım getireceklerdir.
10. Sistemli, dikkatli, sabırlı ve sorumlu olma özelliklerini geliştirebileceklerdir.
11. Araştırma yapma, bilgi üretme ve kullanma becerilerini geliştirebileceklerdir.

12. Matematiğin sanat ve estetikle ilişkisini fark edebilecektir.
13. Matematiğin insanlığın ortak bir değeri olduğunun bilincinde olarak matematiğe değer vereceklerdir.
14. Öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi matematik eğitimcileri tarafından eğitimin öncelikli hedefi olarak belirlenmesi gerektiği düşünülmektedir (Karataş ve Güven, 2004).

Polya'ya (1957) göre problem çözme hedefe ulaşmak için çözümü araştırmaktır. Problem çözmek bir süreçtir, ürün elde etmek değildir. Bu yüzden problemi çözmek bilgiyi ve sıradan olmayan bir yolu kullanma sürecidir.

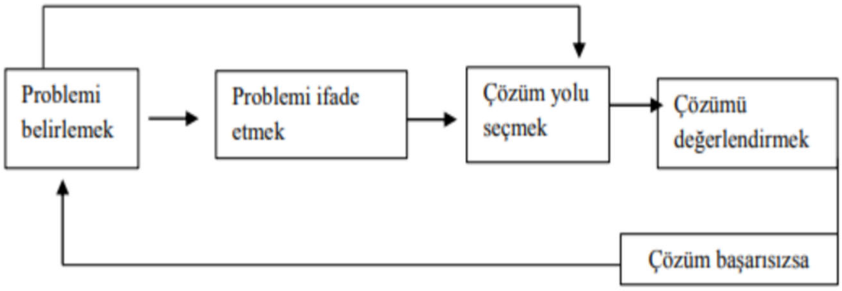
Matematik problemlerinde her türlü kullanılabilecek çözüm yolları mevcuttur ve her problem farklı bir çözüm yolu gerektirir (Bodner, 1987). Alanyazında problem çözme süreci üzerine yapılan çalışmalar, genel kabul gören bazı fikirlerin olduğunu ortaya çıkarmıştır. Problem çözme süreci üzerine farklı kuram ve kuramcıların şemaları incelenmiştir. Bunlardan bazılar şu şekildedir;
Gelbal (1991) problem çözme sürecini dört adımda incelemiştir;

- Problemin farkına varmak,
- Problemleri belirlemek için kaynakların belirlemek,
- Problemin çözümüne dair farklı ve denenmemiş yollar belirlemek,
- Belirlenen çözüm yollarını denemek veya bunlara uygun olarak çözüm yolları türetmektir (Şahin, 2015).

Kneeland ise altı adımdan oluşan problem çözme modeli hazırlamıştır (Kneelland, 2001; Akt. Tatman, 2008);

- Problemi anla
- Lazım olan bilgileri bul,
- Problemi derinleştir,
- Problemi çözecek yollar ara,
- Problemi çözecek en iyi çözümü seç,
- Problemi çöz şeklindedir.

Schraw, Crippen ve Hartley (2006) ise problem çözme sürecini şekil 4'teki gibi incelemiştir.



Şekil 4. Problem Çözme Süreci (Schraw, Crippen ve Hartley akt; Şahin, 2015)

Krulik and Rudnick (1989), problem çözmeyi beş adımdan oluşan bir süreç olarak aktarmıştır. İncelenen bu sürece göre öne sürülen basamaklar birbirinden bağımsız olamamakla birlikte ve süreklilik-bütünlük içermektedir. Problem çözme aşamaları ve bu süreçte beklenen davranışlar şu şekildedir:

1. Problem okuma

- Kilit kelimeleri seçmek,
- Problemi tanımlamak
- Problemi kendi ifadeleriyle yazmak

2. Keşfetme

- Verilen bilgileri düzenlemek,
- Model, şekil veya tablo oluşturmak, grafiklerden yararlanmak

3. Çözüm yolu belirlemek

- Örüntü var mı diye kontrol etmek, deneme-yanılma yöntemi, daha önce benzer problem çözümünü deneme, tahin etme vb.

4. Çözüme ulaşma

- Belirlenen çözüm yolunu uygulamak

5. Geriye bakmak

- Sonucun doğru olup olmadığını kontrol etmek
- Çözümden farklı yollar bulmaktır (akt. Serin,2014).

<u>Stevens'ın Problem Çözme Süreci</u>

Stevens'a göre problem çözme sürecindeki aşamalar:

- Problemin ne istediğine karar vermek, anlamak,
- Problemdeki gerekli bilgilerin elde edilmesi,
- Problemin kaynağının bulunması,

- Çözüm yollarının ortaya çıkarılması,
- En iyi çözüm yoluna karar verilmesi,
- Problemin çözülmesi (Sezgin, 2011, 32).

Dixon ve Bangert'ın Problem Çözme Süreci

Aşağıda yer verilen sıralamanın dikkatle izlenmesi haline problem çözme sürecinin başarıya ulaşacağını belirten Dixon ve Bangert, bu aşamaları şu şekilde sıralamışlardır:

- Konunun seçimi, problemi hissetme ve problemin ortaya çıkması: Bu adımda bir sorunla karşılaşılır ve bu sorun fark edildiğinde süreç başlamış olur.
- Problemin sınırlandırılması: Bu adımda, problem tanımlanır, açıklanır. Problemi çözmek isteyen kişinin bilgi ve deneyimi ile orantılı bir şekilde problemin sınırları belirlenir. Problemin çözümü için başlangıç ve hedef noktalar dikkatli bir şekilde belirlenmeli ve problemin içine nelerin dahil edileceği iyi tespit edilmelidir.
- Uygulamanın planlanması: Bu adımda, problemin çözülmesi için hangi kaynaklara ihtiyaçların olduğu ve bu kaynaklara nasıl ulaşılacağı araştırılır.
- Kaynakların sağlanması: Bu adımda, araştırılan kaynaklar içerisinden problem çözümüne en uygun olan kaynaklar belirlenir ve kullanım alanları hakkında inceleme yapılır.
- Problemin incelenmesi: Bu adımda, karar verilen çözüm yolları denenir, geçerlilik yolları sınanır.
- Sonuçlara ulaşma: Bu adımda, uygulanan yöntemin artı ve eksileri incelenir. Problemin çözümü için uygulanan stratejilerin sonuçlarına bakılır.
- Konuları, görüşleri ve bulguları tartışma: Bu adımda ise problemin çözümü için uygulanan yöntemlerin sonuçları, sürecin içerisinde bulunan kişiler tarafından işlevselliği değerlendirilir ve tartışılır (Ünsal & Ergin, 2011, 76-77).

Dewey'in Problem Çözme Süreci

John Dewey problem çözme sürecini ortaya atan ilk eğitimcilerden biridir. 1910 yılında öne sürdüğü modelden sonra pek çok kuramcı tarafından yeni modeller geliştirilmiş olmasına rağmen bu modellerin pek çoğu John Dewey'in modelinin değiştirilmiş biçimleri olmaktan öteye geçememiştir. Dewey'in bir problemi çözebilmek önerdiği aşamalar sırası ile şu şekilde verilmektedir:

- Sorun çözme ihtiyacı duyma,

- Sorunu tanıma,
- Çözüm yollarını arama,
- Eylemi karar verme,
- Kararı uygulama,
- Çözümü değerlendirme (İşmen, 2001, s.116).

D'Zurilla ve Goldfried'in Problem Çözme Süreci

D'Zurilla ve Goldfried sosyal problem çözme süreci şöyledir:

- Problemin tanımlanması ve formüle edilmesi,
- Alternatif çözümlerin tasarlanması,
- Karar verilmesi,
- Çözümün uygulanması ve doğrulama (D'Zurilla & Nezu 1982, s.201-271).

Gallagher ve Stepien'in Problem Çözme Süreci

Gallagher ve Stepien'in problem çözme aşamaları şöyledir:

- Problemin ne olduğu hakkında düşünmek,
- Problemin ne olduğunu tam olarak öğrenmek,
- Problemin çözümüne katkısı olabilecek kaynakların neler olduğuna karar vermek,
- Problemin çözümüne yönelik stratejileri uygulamaya koymak,
- Problemin daha iyi anlaşılmasını sağlayan sonucun hangisi olduğuna karar verme,
- Sonuçları tartışmak ve bildirmek (Ünsal & Ergin, 2001, s.78-79).

Barth'ın Problem Çözme Süreci

Barth problem çözme sürecini şu şekilde aktarmıştır:

- Tecrübe edinme,
- Çeşitlilik ve belirsizlik durumu,
- Problemi belirleme
- Denence oluşturma
- Araştırma ve kanıtlama
- Genelleme aşaması (Kalaycı, 2006, s.57).

Bingham'ın Problem Çözme Süreci

Bingham'a göre problem çözme süreci:

- Problemi tanımak ve onunla uğraşma gereksinimi hissetmek,
- Problemi açıklamak, niteliğini tanımak ve ikincil problemi bulmaya çalışmak

- Problemle ilgili bilgileri bir araya getirmek,
- Problemin içeriğine uygun olan bilgileri seçmek,
- Toplanmış verilerle çözüm yollarını araştırmak,
- Çözüm yollarını değerlendirerek çözüm için en uygun olan seçeneği belirlemek
- Belirlenen çözüm yolunu hayata geçirmek,
- Kullanılan problem çözme yöntemini değerlendirmek (Kalaycı, 2006, s.58).

Hicks'in Problem Çözme Süreci

Hicks problem çözümü için belirlediği altı adım için bireyin problemi kendine uyarlayarak çözmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bu adımlar şu şekildedir:

- Problemin belirlenir,
- Verilerin toplanır,
- Problem yeniden tanımlanır,
- Uygun çözümlerin üretilir,
- En iyi çözümün seçilir,
- Çözümün onaylanır ve uygulamaya geçilir (Kalaycı, 2006, s.57).

Ross ve Kennedy'nin Problem Çözme Süreci

Ross ve Kennedy problem çözme süreci aşamalarını şu şekilde belirlemişlerdir:

- Problemi anlama,
- Problemi analiz etme,
- Daha önce çözülmüş problemlerle karşılaştırma,
- İşlem yollarını söyleme,
- Uygulama,
- Kontrol etme (Sezgin, 2011, s.30).

Bu araştırmada problem çözme konusunda yapılan araştırmalar incelenmiş ve bunlardan en çok ilgi gören Polya'nın tasarlamış olduğu problem çözme adımları dikkate alınmıştır.

2.2.2.1. George Polya'nın problem çözme süreci ve adımları

Problem çözme sürecine dair birçok araştırma yapılmış ve bireylerin doğru cevabı bulabilmeleri için adımlar aktarılmıştır. Alanyazında kabul gören matematiksel problem çözme süreci ve aşamaları ile ilgili çalışma George Polya'ya aittir. Yukarıdan da görülebileceği gibi yapılan birçok çalışmanın Polya' nın sürecini esas almıştır. Son yıllarda artan problem çözme araştırmalarının temelini Polya'nın problem çözme süreci oluşturmaktadır (Schoenfeld, 1992). Polya'nın problem çözme süreci öğrencilerin karşılaştıkları sorunları anlamalarına ve detaylı bir şekilde düşünmelerine sebep olmaktadır.

Polya, "*Nasıl Çözmeli? (How to Solve It)"* adlı eserinde (1945), öğrencilerin problem çözmelerinde yardımcı olacak meşhur dört adımlık sürecini ortaya koymuştur. Bu sıralama, "Polya'nın dört adımı" olarak bilinir ve birçok matematik kitabında yer alır:

- Problemi anlama,
- Bir çözüm planı yapma,
- Planı uygulama,
- Geriye bakma, çözümü gözden geçirme.

1. *Problemin Anlaşılması:*

Bu aşamada bireyin problemi kendi cümleleri, kendi şekil ve grafikleri ile ifade etmesi beklenir. Problemi öncelikle kendisinin anlayabileceği hale getirir. Problem çözme etkinliği bir grup ile yapılıyorsa kişi bu sefer problemi arkadaşlarının anlayacağı şekilde yeniden düzenlemelidir. Öğrenci verilen bilgileri, istenen kavramları yeniden düzenleyip kendi anlayacağı şekilde ifade edebiliyorsa ilk aşama başarı ile gerçekleşmiş denebilir. Anlama aşaması problem çözümünde en önemli aşamadır. Anlaşılmayan problemlerin doğru bir şekilde çözülme ihtimali yoktur (Polya, 1997). Problem durumunu tam manasıyla kavrayan öğrenci hem problemi kendi cümleleriyle ifade edebilir hem de problemdeki verileri grafik, şekil ve tablolarla ifade edebilir. Öğretmenlerin öğrencilerden problemi kendi cümleleriyle ifade etmelerini, vurgulu okumalarını, eksik ya da fazla verileri tespit etmelerini, verilen ve istenen analizi istemeleri faydalı olacaktır (Polya, 1973).

Bu aşamada öğrencilerden bazı davranışlar beklenmektedir. Bunlar problemin çözümünde istekli olma hali, problemin çözümü için neye ihtiyaç duyduğunun bilinmesi ve problemi anlamadır. Buna bağlı olarak öğretmenler çok kolay ve zor olmayan, ilgi ve merak uyandıran problemler seçmelidirler. Problem seçimi dikkatle yapılmalı, öğrencinin somut veri haline getirebileceği ve görselleştirebileceği nitelikte olmalıdır.

Altun (2014) bu basamakta cevaplanacak iki sorunun varlığından söz etmektedir. Bunlar; "*Veriler nelerdir ve Bilinmeyen nedir?*" Bu iki soruyu yanıtlayabilen öğrenci problemi anlamış demektir. Öğrencinin problemi anlayıp anlamadığını belirleyen başka yollar da vardır. Öğretmenler bu yolları kullanarak öğrencilerin anlama konusundaki takibini yapabilirler. Bunlar;

- "Öğrenci vurgu düzeyine uygun okuyabiliyor mu?'': Altun (2014)

Matematikte bir problemi okuma, veriler içinde ilişki kurarak çözüme dair önemli olan bilginin seçilmesi ve kullanılabilecek duruma gelmesidir. Analitik okuma ile bunu yapmak mümkündür (Baykul, 1999).

- "Problemden ne tür bilgiler elde edileceğini görebiliyor mu?'': Altun (2014)

Analitik okuma yapılan problem cümlesinde 'Verilen bilgiler nedir?' ve 'Daha önce sahip olduğum kavramlarla yeni öğrendiklerim arasında nasıl bir ilişki kurabilirim?' sorularına cevap aramaktır.

- "Problemde gereksiz bilgi varsa bunları bulabiliyor mu?'': Altun (2014)

Problem cümlesinden gerekli bilgilerin seçilmesi işidir. Eksik bilgi var ise tamamlanmalı, fazla bilgi var ise çıkarılmalıdır.

- "Problemdeki olaylara ve ilişkilere uygun şekil ya da diyagram çizebiliyor mu?'': Altun (2014)

Öğrencinin probleme uygun olarak grafik, şekil ve diyagram çizebilmesi problemin anlaşılmış olduğunu gösterir. Problemi diyagram ve şekille ifade edebilmek, modelleyebilmek problemin daha iyi anlaşılmasını sağlar. Öğrenci bunları yapabiliyorsa problem anlaşılmıştır.

- "Problemi kısımlara (alt problemlere) ayırabiliyor mu? (Altun, 2014).'':

Problemi kendi cümleleriyle ifade eden öğrenci problemi alt kısımlara ayırabilir. Buradan ilk adımın ne kadar önemli olduğu anlaşılmaktadır. Öğrenci kendi ifadeleriyle tanımladığı problemi verilenler ve istenenler doğrultusunda alt problemler haline getirebilir.

2. *Çözüm Stratejisinin Seçilmesi (Çözüm planı yapma):*

Problemin anlaşılmasının ardından gelen bu basamakta yapılması istenen plan yapmaktır. Problemin çözümü ile ilgili plan yapmak uzun ve karmaşık olabilir. Bir problemi başarıya taşıyan çözüme dair doğru bir planlama yapmaktır (Polya, 1973). Öğrenci bu aşamada problemde verilen veri ve istenen veri arasında iyi bir ilişki kurmalıdır. Burada öğrenci deneyimlerden yararlanarak çözüme ulaşmak için çabalar. Daha önce edindiği tablo, şekil, grafik oluşturma gibi bilgilerini kullanır (Karataş, 2008; Polya, 1962; Bennett ve Nelson, 2004;). Anlama basamağının ardından çözüm stratejisini belirlemek oldukça önemlidir. Öğretmen öğrencilerin problem çözümüne yönelik düşünce ve strateji geliştirmelerine rehberlik etmelidir. Öğrencilerin problemi kendi cümleleri ile aktarabilmeleri, önceki deneyimleri, problemdeki verilen ve istenen bilgi arasında ilişki kurabilmeleri problemin çözümüne dair oluşturulacak olan strateji ve planlama açısından önem taşımaktadır. Yani problemin çözümüne ilişkin plan hazırlama, hazırbulunuşluk, gelişmiş zihinsel deneyimler, konsantre olma ve şans gerektirdiği için kolay bir süreç değildir (Polya, 1977). Bu süreçte öğrencilere rehberlik edebilmek için geçmişte çözülen benzer problemler için geliştirilen stratejileri hatırlatmak ve bu planların problemin çözümünde nasıl yardımcı olduğu konusunda çağrışım yaptırılabilir (Polya, 1973).

Bu basamakta problemde verilenler ve verilmeyenler incelenir. Öğrenci bunlar arasında ilişki kuramıyorsa benzer problemlere ait çözümler incelenmelidir. Bunların ardından öğrenci çözüm için bir plan tasarlar. Altun (2014) öğrencilerin bir plan ortaya koyabilmeleri için kendilerine sormaları veya öğretmenlerin bu sorularla öğrencilere rehberlik edebileceğini belirtmiştir. Bunlar;

- Buna benzer, daha önce başka bir problem çözdüm mü? Orada ne yaptım?
- Çözümde işe yarayacak bir bağıntı biliyor muyum?
- Bu problemi çözemiyorsam, buna benzer daha basit bir problem ifade edip çözebilir miyim?
- Tasarladığım çözümde bütün bilgileri kullanmış oluyor muyum?
- Bu problemin cevabını tahmin edebiliyor muyum? Cevap hangi değerler arasında olabilir?
- Problemi kısım kısım çözebilir miyim? Her seferinde çözüme ne kadar yaklaşmaktayım? (Altun, 2014 s.88)

Buradaki sorular ile problemin anlaşılması kısmı oldukça ilişkilidir. Öğrencinin uygun stratejiyi seçebilmesi, stratejileri tanımasına ve anlamasına bağlıdır. Problemin çözümünde bir veya birden fazla strateji kullanılabilir (Altun, 2014).

3. *Seçilen Stratejinin Uygulanması (Planı Uygulama):*

Bu aşamada grafik çizilecekse veriler ve formüller kullanılarak grafik çizilir, tablo kullanılacaksa oluşturulur. Deneysel gözlemler, doğrulamalar ve genellemeler tablo ve grafik yardımıyla yapılır. Problemin çözümüne ulaşmak için denklemler çözülür ve formüller kullanılır. Özetle problemi grafik ve tablolar yardımıyla formül ve denklemlerle çözüme ulaştırmayı sağlama işidir (Baki, 2008)

Polya (1997), bu aşamada sorulması gereken soruların aşağıdaki gibi olması gerektiğini belirtmiştir:

"*Planınızı yerine getirin. Çözüm planınızı uygularken her adımı kontrol edin. Adımın doğru olduğunu açıkça görebiliyor musunuz? Bunun doğruluğunu kanıtlayabilir misiniz?"*

4. *Çözümün Değerlendirilmesi (Kontrol):*

Polya (1973), en iyi problem çözen öğrencilerin planı uygulayıp çözüme ulaşsalar bile çözümü değerlendiremediklerini belirtmiştir. Burada yapılan en büyük hata kontrol etme aşamasının unutulmasıdır. Öğrencilerin çözümlerini kontrol etmeleri kavramların pekişmesini ve problem çözme becerisini kazanmalarını sağlamaktadır. Tamamlanmış bir süreci incelemek öğrencinin problem çözme becerisini etkileyen en önemli faktörlerden biridir. Öğrenci planı uygulamış, basamakları kontrol etmiş ve yaptığı çözümün doğru olduğunu düşünmüştür. Öğretmen bu aşamada öğrencilerini çözümü kontrol etmeleri için yönlendirmeli ve çözüm için başka hangi stratejilerin kullanabileceğini düşündürmelidir. Ayrıca öğretmen öğrencinin bulduğu sonucu başka problemler üzerinde kullanıp kullanamayacağını sorgulamasında rehberlik etmelidir (Polya, 1997).

Altun (2014), bu aşamanın sadece "sonuçların doğruluğunun kontrolü" olarak anlaşılmasına rağmen anlamının daha geniş olduğunu ve problem çözme yeteneğinin geliştirilmesine ilişkin etkinlikler içerdiğini belirtmiştir. Bu aşamanın temel eylemleri aşağıdaki gibidir:

1. Sonuçların doğruluk ve uygunluğunun kontrolü
2. Eğer varsa, problemin farklı yollardan çözümü
3. Problemin farklı biçimlerde ifade edilişi ve bu durumda nasıl çözüleceğinin düşünülmesi.

Polya’nın modeli öğrencilerin matematiksel becerilerinin geliştirilmesinde oldukça faydalı bir modeldir. Bu model sayesinde öğrenciler, plânlı düşünme ve problemin her adımını irdeleme yeteneği kazanmaktadır (Case ve dig.1992; Garofalo ve Lester, 1985; McCoy, 1994’ dan akt. Pehlivan, 2012).

2.2.3. Problem Çözme Stratejileri

Altun (2010), problem çözerken bir veya birden fazla stratejinin kullanılabileceğini belirtmiştir. Bu stratejiler şu şekilde verilmiştir:

- Sistemli bir şekilde liste yapmak,
- Tahminde bulunmak ve kontrol etmek,
- Diyagram ve bağıntı yoluyla veriler arasında ilişki keşfetmek,
- Eşitlik veya eşitsizlik belirten açık önermeler yazmak,
- Tahmin
- Daha önce çözülen problemlerin çözümünden yararlanmak,
- Çalışmayı geriden başlatmak
- Tablo, şekil veya model yapmak
- Sorgulamak

Belirlenen bu problem çözme yolları örneklerle detaylı incelenecektir.

1. Sistematik Liste Yapma

Problem içindeki çözüme yönelik tüm bilgilerin duruma uygun ve planlı bir şekilde listelenmesi ve problemi sonuca götürmektir (Ulu,2011). Bazı problemlerin çözülebilmesi için problemin içindeki tüm bilgilerin bilinmesi önemlidir (Altun, 2010, s. 121). Bazı olasılıkların iki defa yazılmaması, unutulması gibi problemlerin önüne geçmek için tüm ihtimallerin sistematik bir liste halinde yazılması gerekir (Gürsan, 2014). Sistematik liste tüm hataları yok ederek problemin doğru ve güvenilir bir şekilde çözülmesini sağlar (Gavaz, 2015).

Örnek*:* “10 sayısı 4 tek sayının toplamı olmak üzere üç türlü yazılabilmektedir. (10=3+3+3+1 gibi) 20 sayısı 8 tane tek sayının toplamı olarak kaç türlü yazılır*?”* (Altun, 2010, s. 123).

2. Tahmin ve Kontrol

Problem çözümü için mantığa uygun çözümü düşünmek ve düşünülen çözümün doğruluğunun kontrol edilmesi stratejisidir. Yapılan kontroller bize bir sonraki adımımız için yol gösterici olma özelliği taşır (Kayapınar, 2015). Bu strateji deneme-yanılma stratejisi olarak anılmakla beraber bazı araştırmacılar bunun değerli bir problem çözme stratejisi olduğuna inanmazlar. Ancak akla yatkın bir tahmin ya da mantıklı tahmine yakın bir denemenin yararlı olabileceği düşünülmektedir. Her başarılı tahmin kişiyi bir sonraki başarılı tahmine ulaştırabilir veya başarıya götürebilir. Tahminler başarıya ulaşılamasa bile problem daha iyi incelenmiş ve anlaşılmış olur. Bu stratejide, "kör atış yapar gibi mantığa dayanmayan" tahmin yapılması istenmemektedir (Baykul, 2014).

Örnek: "Her birinin rakamları toplamı 11 olan iki basamaklı iki doğal sayının farkı 63'tür. Bu sayıları bulunuz" (Baykul, 2014).

3. Diyagram Çizme

Geometrik problemlerde şekil çizmek problemin daha kolay görünürlüğünü sağlarken geometrik olmayan problemlerde bile şekil çizmek öğrencinin problemi somutlaştırmasına yardımcı olur. Diyagram, bilgiler arasındaki ilişkileri görebilmek amacıyla çizilen şekillerdir (Altun, 2010, s. 125). Tarlaya kaç ağaç dikilecek gibi içeriğe sahip problemlerde matematiksel işlem yapmak yerine çizgilerle görselleştirmek öğrenci için problemi daha somut ve anlaşılır hale getirir. Zaman ve hız problemlerinde de bu strateji işe yarar. Problemdeki hikâyeyi resimleştirmek, karakter ve karakterler arası ilişkileri görselleştirmek, sözel olan yönleri haritalandırmak diyagram çizme stratejisidir (Kayapınar, 2015).

Örnek: "20 kişinin katıldığı bir toplantıda herkes birbiriyle el sıkışıyor. Kaç el sıkışması olur?" (Altun, 2010, s. 125).

4. Bağıntı Bulma (Veriler Arasında İlişki Arama)

Bazı problemlerin belirli çözümlerinin sıralanması ile bu çözümlerin aritmetik, geometrik ya da farklı şekilde türeyen bir dizi meydana getirdiği görülür. Bu tür problemlerde terimlerin hangi kurala göre ilerlediğini bulmak problemin çözülmesini sağlar. Bağıntı bulma stratejisinde; spesifik, değerleri küçük olan sıralı verilerin incelenmesi ve nasıl türediğinin farkına varılması gerekir (Altun, 2010, s. 127).

Örnek: "150'ye kadar olan çift sayıların toplamını elde ediniz" (Altun, 2010, s. 127).

5. Açık Önerme Yazma (Eşitlik veya Eşitsizlik)

İçinde değişken bulunan ve bu değişkenin alacağı değerlerle yanlışlığı ya da doğruluğu kesinleşen önermeye açık önerme denir. $x + y = 4$, $x^2 + 5x = 650$, $xy \geq 8$ ifadeleri; birer açık önermedir. Cebir ve aritmetik problemlerinin çoğu, bilinmeyen bir sayının bulunmasını ister. Böyle durumlarda; bilinmeyeni "x" gibi bir harfle gösterip, matematiksel ifadeyi yazarak oluşan eşitlik veya eşitsizlik çözülmelidir. Bilinmeyen ifade yerine değerler konarak çözüm bulunabilir. Ancak bazen denklemdeki bilinmeyen fazla değer alabilir ve bu da değer verme işlemini geçersiz kılar. Bu durumda, genel bir çözüm yoluna ihtiyaç duyurulur. Bazen de problem bir genellemeyle ilgili olur ve örneklerin denenmesi çözüm için yeterli olmaz.

Örnek: "Bir bisikletli, bir yolu 16 km hızla gidiyor ve aynı yolu 20 km hızla dönüyor. Dönüş süresi 4 saat olduğuna göre, bisikletli gidiş için kaç saat harcamıştır?" (Altun, 2010, s. 129).

6. Tahmin Etme

Problem çözümü dışında tahmini çözümün yetebileceği durumlar olabilir. Bu gibi durumlarda, problemle alakalı bilgiler kimi zaman en yakın bütüne tamamlanmış sayıya, kimi zaman alt veya üst bütüne tamamlanmış sayılara yuvarlanarak işlem yapılabilir. Bütüne tamamlanmış sayılar ile işlemler genellikle zihinden tamamlanır. Bu koşullarda mantıklı bir tahminin yapılması çözüm için yeterlidir (Altun, 2010, s. 130).

Örnek: "Tanesi 2 lira 70 kuruş olan 6 kalem ve 1 lira 60 kuruş olan 5 defter için 20 lira yeterli midir?" (Altun, 2010, s.130)

7. Benzer Problemlerin Çözümünden Yararlanma

Bazı problemlerde verilerin sayısal değerleri büyük olduğu için veriler arasındaki ilişki görülemeyebilir. Bu duruma ondalık basamakların çok olduğu problemler örnek verilebilir. Bu tarz problemlerde benzer ama sayısal değerleri küçük olan problemler incelenip asıl problem için çözüm yolu belirlenebilir (Altun, 2010, s. 131).

Çözülmüş ve çözülecek olan problem arasındaki benzer ve farklı yönlere bağlı olarak problemin yapılandırılmasına dayanan bir stratejidir (Ulu, 2011)

Örnek: "Bir çember yayı üzerindeki 10 nokta, merkezle birlikte kaç üçgen belirler?" (Altun, 2010, s. 132).

8. Geriye Doğru Çalışma

Sonuçla ilgili verilerin kullanılarak başlangıç durumunun bulunması istenen problemlerde geriye doğru çalışma stratejisi kullanılır. Diğer bir ifadeyle sonuçtan yola çıkılarak ara işlemler tersine çevrilir ve ilk bilgilere ulaşılır (Gürsan, 2014). Öğrencilere matematik işlemlerine baştan başlamaları öğretilir. Bu yüzden öğrenciler bu stratejiyi öğrenmekte ve uygulamakta zorlanırlar. Öğrencilerin takip etme ve anlama becerileri geliştiğinde bu stratejiyi etkin bir şekilde kullanabilirler (Kayapınar, 2015).

Baykul (2014)'un geriye doğru çalışma stratejine verdiği örnek şu şekildedir:

Örnek: "Evren hafta sonunda arkadaşlarını davet etti. Annesi onlara pasta ikram etmeye karar verdi. Evren'in arkadaşları saat 15:00'te gelecekler. Evren'in annesi, pastanın hazırlanması ve pişirilmesi için 45, masanın hazırlanması için 15 dakika, zamana ihtiyaç olduğunu düşündü. Ayrıca, arkadaşları gelmeden 15 dakika önce hazırlıkların bitirilmesini planladı. Evren'in annesi pastayı en geç saat kaçta hazırlamaya başlamalıdır?"

9. Tablo Yapma

Matematiksel genelleme veya kuralın birlikte bulunduğu durumun açıklanmasında kuralları ayrı ayrı görebilmek ve devamı konusunda tahminde bulunabilmek için tablo yapma stratejisi kullanılır (Altun, 2010, s. 134). Bazı problemlerde bulunan iki değişken vardır ve bağımsız değişkenlere bakılarak bağımlı değişkenlere değer verilebilir. Bu tür problemlerde bağımlı ve bağımsız değişkenin tablo halinde gösterilmesi iki değişken arasındaki ilişkinin görülmesini kolaylaştırır. Tablo yaparken bağımlı ve bağımsız değişken sütunlarını doğru şekilde yerleştirmek önemlidir. Şekil, şema ve grafikler yardımıyla tablo yapılabilir (Baykul, 2014).

Örnek: "Bir firma, satıcılarından, 6-10 ürün satanlara 5 TL, 10'dan fazla satanlara sattıkları her ürün için 2 TL fazladan prim veriyor ve 5 ile 5'ten az satanlara da hiç prim vermiyor. Bir günün sonunda 11 TL prim alan bir satıcı o gün kaç ürün satmıştır?" (Baykul, 2014).

10. Muhakeme Etme

Stratejilerin bulunduğu her durumda muhakeme etme stratejisi bulunmaktadır. Bazı problemler için sadece muhakeme etme stratejisi yeterlidir. Çözüme ulaşabilmek için doğru varsayımla başlanır ve "*Eğer… olsaydı, … … olurdu*." Şeklindeki cümleler sık sık yer alır. Ulaşılan her sonuç değerlendirilir ve çözüme ulaşıncaya kadar varsayımlar farklılaştırılır. Cebirsel teorem kanıtı da muhakeme etme becerisine uygundur (Altun, 2010, ss. 137-138).

Örnek: "10 kg, 7 kg ve 3 kg alabilen üç kap 10 kg olan balla doludur. Bu balı bu kapları kullanarak (başka bir ölçü aracı kullanmadan) iki eş parçaya ayırabilir misiniz?" (Altun, 2010, s. 138).

2.2.4. Problem Kurma

Son yıllarda, öğrencilerin verilen problemleri çözmesinden ziyade verilen durumdan yola çıkarak yeni problemler üretmek ya da olan problemler üzerinde değişiklik yapılarak kendilerine özgü problemler yazmak son derece önemli bir hale gelmiştir. Çünkü problem çözme becerisi, kitaplara bağlı kalındığında dört işlem becerisinden öteye geçememekte ve öğrencilere farklı bakış açısı ve stratejiler kazandıramamaktadır. Bu da öğrencilere açık uçlu sorular yöneltildiğinde nasıl davranacaklarına bilememelerine sebep olmaktadır. Bu yüzden öğrencilere problem çözme kadar problem kurma becerisi de verilmelidir (Dede ve Yaman, 2005).

Temel işlemsel beceriler ve kompleks problemler çözme arasında ilişki bulunmaktadır. Temel işlem becerilende yetersiz olan öğrenciler, başarılı bir problem çözücü olamaz, problem çözemeyen öğrenci ise başarılı bir problem kurucu olamayacaktır (Korkmaz, 2003). Araştırmacılar problem kurma çalışmalarında bulunan öğrencilerin aktif, girişken ve yaratıcı olduklarını ifade etmişlerdir. Araştırmalar problem kurmanın matematik kaygısını azalttığını, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirdiğini ve öğrenmeye karşı sorumluluklarını arttırdığını belirtmişlerdir (Brown,1983; Abu Elwan ,2006).

Problem kurma yaklaşımı Polya tarafından dört aşamalı problem çözme şeması ile uyumluluk göstermektedir. Polya, problem çözen kişinin öncelikle problemi anlamlandırmasını, çözümle ilgili planlar yapmasını, çözümü denemesini ve geriye dönüp hata tespiti veya doğruluk tespiti yapması gerektiğini belirtir. Geriye dönüp bakıldığında çözümün doğruluğu ve çözüm için en uygun yolun kullanıldığından emin olmak gerekir. Geriye bakmak problem çözücünün çözülmüş bir problemi ilişkilendirerek özgün yeni problemler üretmesini ve formüle etmesini gerektirir (Akay, 2006).

Silver (2004) problem kurmayı problem çözme sürecinde, öncesinde veya sonrasında bulunabilir şeklinde belirtmiştir. Bu aşağıdaki şekilde söylenebilir:

a. Çözüm öncesi problem kurma: Sunulan matematiksel ya da uyarıcı bir durumdan orijinal problemler üretilmesi.

b. Çözüm içerisinde problem kurma: Çözümü yapılmış bir problemin yeniden formülasyonu veya oluşturulması.

c. Çözüm sonrası problem kurma: Yeni problemler üretmek için çözümü mevcut olan bir problemin amaçlarının ve şartlarının modifikasyonu (Silver, Cai, 1996).

Problem kurmada verilen bir problemin değişik bir biçimini ortaya atma için bazı yararlı teknikler vardır. Bu teknikler tek başına kullanılabildiği gibi, birkaç teknik birleştirilerek de kullanılır.

- Verilen ve istenilen bilgiyi ters çevirme,
- Yeni bilgi ekleme,
- Koşulları ve konuyu değiştirmeyip, verilen verilerin değerlerini değiştirme,
- Verilen verileri ve koşulları değiştirmeyip, konuyu değiştirme,
- Verilen verileri ve konuyu değiştirmeyip, koşulları değiştirme,
- Bağlamı veya problemin kuruluşunu değiştirme,
- Verilen bir ifadenin bir veya daha fazla parçasının çelişmesi (Lave ve Smith ve Butler 1989; Ersoy, 2004).

2.2.4.1 Problem Kurma Stratejileri

Stoyanova (1997)'nın problem kurma stratejisi şu şekildedir:

- Serbest problem kurma
- Yarı yapılandırılmış problem kurma
- Yapılandırılmış problem kurma

Serbest problem kurma durumlarında öğrencinler bir kısıtlama olmadan problem kurarlar. Yarı yapılandırılmış problem kurma durumlarında ise açık uçlu sorular, benzer yapıdaki bir probleme dayanarak ya da resim veya şemalara dayalı yeni bir problem yazmaları gereken bir stratejidir. Yapılandırılmış problem kurma durumları var olan bir problemi yeniden formüle ederek veya problemin durumlarını, sorularını değiştirerek kurulan problemlerdir (Cristou, Mousoulides, Pittalis, Pitta-Pantazi, & Sriraman, 2005).

Problem kurma durumlarını Abu Elwan (2002) ise şu şekilde açıklamaktadır:

1. Serbest Problem Kurma Durumları:

Günlük hayatta meydana gelen bazı olaylar öğrencilerin matematiksel problem kurmalarına olanak sağlayabilir. “Hoşlarına giden bir problem oluşturma” veya “matematik yarışması için bir problem” oluşturma gibi bir durum öğrencileri teşvik etmek amacıyla kullanılabilir. Eğlence için, sevdiği bir arkadaşı için yazılabilecek problemler öğretmenler tarafından matematik içeriğiyle ilişkilendirildiğinde oldukça faydalı olacak ve öğrencilerin problemlere karşı bakış açısını da değiştirecektir.

2. Yarı Yapılandırılmış Problem Kurma Durumları:

Öğrencilere verilen açık uçlu soruları daha önceki bilgi ve tecrübelerinden yararlanarak incelemeleri istenmektedir:

- Açık uçlu problemler,
- Daha önce çözülen problemlere benzer,
- Birbirine benzeyen durumlarla ilgili,
- Teoremlerle ilgili,
- Resimlerden türeyen,
- Kelime problemleridir.

3. Yapılandırılmış Problem Kurma Durumları:

Matematiksel problemler bildiğimiz ve bilmediğimiz verilerden oluşur. Bu verilerden sadece bildiğimiz verileri değiştirip yeni problemler üretebiliriz.

2.3.Biliş ve Üstbiliş

2.3.1.Biliş

Biliş kavramı eğitim bilimleri literatüründe İngilizce “cognition” kavramının karşılığı olarak kullanılmaktadır. Türk Dil Kurumu (TDK) biliş kavramını “canlının, bir nesne veya olayın varlığına ilişkin bilinçli ve bilgili hale gelmesi” şeklinde açıklamıştır. Britannica Sözlüğü ise biliş (cognition)’in anlamını, “bilme durumları ve süreçler, her türlü bilme deneyimini içine alana zihinsel süreçlerdir”. Biliş algılama, tanıma, kavrama ve akıl yürütme gibi tüm bilinçli ve bilinçsiz süreçleri kapsar. Hissetme veya isteme deneyiminden ayırt edilebilen bir bilme durumudur.

Cüceloğlu (1993) bilişi, bireyin etrafında ve alanında gerçekleşen her türlü olayı anlamlandırmayla ilgili düşünme, hatırlama ve algılamasında yaptığı zihinsel süreçler olarak tanımlamıştır.

Bilişin kapsadığı bazı süreçler vardır. Bunlar; algılama hem iç hem de dış evrende edindiğimiz verilerin yorumlanması, organize edilmesi ve geri çağırılması olarak zihin: edinilen verinin beyinde saklandığı alan şeklinde; sorgulama: bilgiden kullanılacak bilgiyi bulmak ve çözüme ulaşmak şeklinde; düşünme: bilgi ve çözümün kalitesinin değerlendirilmesi şeklinde; kavrama: bilgiye dair tüm bölümler arasındaki ilişkileri tanımlamak şeklinde biliş tanımlanabilir (Şendurur ve Akgül- Barış, 2002). Başka bir şekilde ifade edilirse biliş; duyusal girdilerin çevrilmesi, azalması ve tekrar değerlendirilerek bu bilginin depolanması, gerektiğinde geri getirilerek kullanılması olarak söylenebilir. (Solso vd. 2009).

Ulaş (2002) biliş kavramını, görmek ya da düşünmek gibi bilinçli eylem niyetler, inanç, arzu gibi kişiye özgü ortaya çıkabilecek bilinç dışı ortaya çıkabilecek kadar geniş bir alanı kapsar şeklinde tanımlamıştır.

Duyu organlarına giren bilginin işlenmesi, dünyanın bütününün algılanması ve anlaşılmasına yönelik işlevlerin tümüne biliş denir (Karakaş ve Karakaş, 2000). Biliş bireyin çözümü hafızasından bulmasında etkilidir (Hong, Mc Gee ve Howard, 2001).

Biliş, problem çözme ve hayal, algı, duyu, düşünme, hafıza ile ilişkilendirilerek anlam kazanabilir (Bacanlı, 2003).

Biliş kavramı üzerinde yapılan araştırmalar biliş kavramanın öğrenme kuramı üzerindeki etkililiği arttırmıştır ve bilişsel öğrenme kuramları geliştirilmiştir. Bilişsel öğrenme kuramları; yapılandırmacı öğrenme kuramı (construcktivizm) ve bilgiyi işleme kuramı üzerinde yoğunlaşmışlardır.

2.3.1.1.Yapılandırmacı Öğrenme Kuramı

Yapılandırmacı öğrenme kuramı diğer öğrenme alanlarında olduğu kadar matematik öğretimi alanında da kabul görmektedir. Yapılandırmacılık (constructivism), insanın bilgiyi nasıl elde ettiği ve bilginin nasıl oluştuğu ile ilgilenir. Konusu bilginin doğası ve bu bilginin nasıl elde edildiği ile ilgilidir.

Kuramın temeli, bilgi dış dünyada bireyden bağımsız olarak var olamaz ve bireyin zihnine aktarılamaz. Aksine bilgi birey tarafından zihinde yapılandırılır yani inşa edilir.

Yapılandırmacı öğrenme Piaget ile özdeşlemiştir. Piaget bilginin aktif yapılandırılmasına ilişkin görüşünü şu şekilde açıklamıştır: Bilgi aktif bireyin zihinsel ve fiziksel aktiviteleriyle ortaya çıkar ve amaç yönelimleriyle organize edilir. Zihin dünyayı organize etmek için kendi örgütlenmesini kullanır. Bir bilişe sahip canlı kendi yaşantılarını organize eder ve sonra yapılandırılmış dünya içinde değişiklikler yapar. Bu yüzden yapılanma bitmiş hazır bir yapının alınması değil sürekli olarak bireyin yaşantısı içerisinde yapılanmaya devam etmesidir (Senemoğlu, 2012). Bu kuramda bilgi bireyin çevresiyle sürekli etkileşim halinde olmasıyla ortaya çıkmaktadır.

Vygotsky sosyal yapılandırmacı kuramı savunmaktadır. Vygotsky'e göre birey problemlerinin kendi bilişsel gelişimlerinden ziyade akran gruplarının veya yetişkinlerin yardımı alınarak çözülmesidir. Bundan dolayı *sosyal etkileşim* bilişin gelişmesindeki en önemli faktördür. İnsanın zihninde doğru bilgi bulunmaz. Bilgi bireyler arası birlikte arayışın ve etkileşimin sonucunda ortaya çıkar. Öğrenme için çevreye ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yüzden öğrenme ortamının ve çevrede bulunan bireylerin öğrenmeye katkıları çok büyüktür. Öğrenci daha deneyimli öğretmen ve akranlarıyla beraber olması onun bilişsel gelişimine büyük katkı sağlayacaktır. Dil iletişim kurma aracıdır. Çevremizden yararlanmak için konuşur ve başkalarını dinleriz. Bu yüzden bilişsel yapılandırmacılıktan ayrılmaktadır. Bilgi bireyin zihninde doğmaz. Zihinsel aktivitelerin yanı sıra çevre ve sosyal etkileşimlerin bilginin oluşumunda etkisi vardır (Altun,2006)

Radikal yapılandırmacılık, bilişin dışında bağımsız bir dünya ve gerçekliğin bulunmadığı görüşündedir. Ernst Von Glasersfeld, bilginin pasif olarak alınamayacağını söyler. Bu öğrenme kesin bilginin elde edilemeyeceği ancak bilginin bireyin kendisinin geliştirebileceğini savunur.

Tüm bunlardan yola çıkarak yapılandırmacı öğrenme kuram yaklaşımlarının temel ilkelerini şu şekilde sıralayabiliriz:

- Öğretme değil, öğrenme esastır.

- Öğrenme, pasif olarak sadece bilginin alındığı bir süreci değil, etkin bir şekilde anlam oluşturma sürecidir.
- Bilişsel çelişki veya kaos öğrenmenin uyarıcısıdır.
- Öğrenme içselleştirmedir.
- Öğrenci merkezlidir.
- İnsanlar öğrenirken öğrenmeyi öğrenir.
- Öğrenme ve dil iç içedir.
- Öğrenme zaman alır.
- Öğrenmenin temel kavramlar çerçevesinde yapılandırılması sağlanmalıdır.
- Ezber ya da transfer değil yeniden yapılandırma söz konusudur.
- Öğrenme bireysel bağlam, sosyal etkileşim, dil, iş birliği ve deneyim yoluyla gerçekleşir.

Değerlendirme, öğretimden ayrı değil, öğretimin içinde yer alır, birlikte devam eder ve öğretimi şekillendirir. (Akınoğlu, O. 2014)

2.3.1.2.Bilgiyi İşleme Kuramı

Bilgiyi işleme kuramı, insanın dünyayı daha iyi anlamak için kullandığı zihinsel süreçleri inceler. Bilgiyi işleme kuramı, bilimsel bir alan olan, bilgi, işlem, iletişim ve bilgisayardan etkilenmiştir (Schunk, 2009). Kuramcılar bilgisayar öğrenmesi ile insan öğrenmesini kıyaslayarak öğrenmenin ne olduğu açıklamaya çalışırlar. İnsan zihni bilgiyi alır, işler, şekillendirir, içeriğini değiştirir ve aynı zamanda depolar. Gerektiği zaman geri getirir ve çeşitli davranışlar üretilmesini sağlar. Tüm bu süreçler yürütücü kontrol tarafından denetlenir. Bu kuramın cevap aradığı dört temel soru vardır. Bunlar:

- Yeni bilgi dışarıdan nasıl edinilmektedir?
- Edinilen yeni bilgi zihinde nasıl işlenmektedir?
- Bilgi uzun süreli olarak nasıl depolanmaktadır?
- Depolanan bilgi nasıl geriye getirilip hatırlanmaktadır? (Ulusoy, Öztan, Y. 2014).

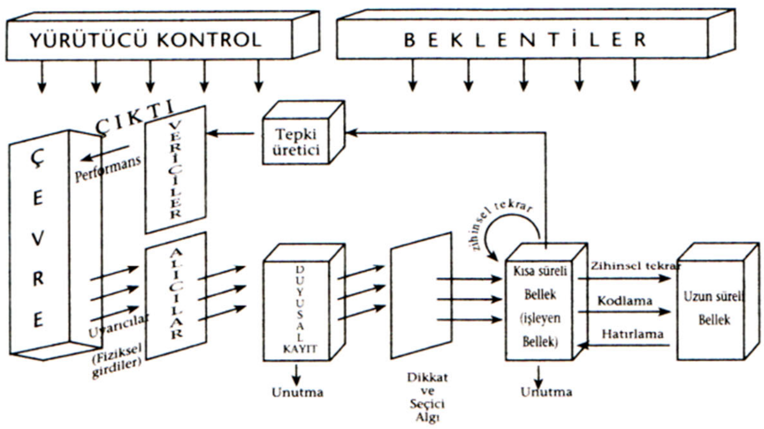
Bilgisayarlar girdi olarak sembolleri alırlar, sembollere işlem uygularlar ve çıktı olarak geri verirler. Öğrenciler de buna benzetilmiştir. Örnek olarak öğrenci sembol olarak, bir problemle karşılaşır ve sayı ve yazıları kullanır. Buna girdi denmektedir. Öğrencinin problem üzerinde çalışması işlem uygulama, çözüm ortaya koymasına da çıktı denebilir (Yeşilyaprak, 2004).

Bilgiyi işleme kuramı üç temel bileşen üzerinde durur; bilgi depoları, bilişsel süreçler ve yürütücü süreçler (bilişi yönetme-biliş hakkında bilgi-metacognition- üstbiliş).

Algılanan bilgi ve eski, kullanılmış bilgilerin saklandığı yer bilgi depolarıdır. Bilgi işlem sürecinin adımları; dikkat, algılama, kodlama, depolama ve geri getirme şeklindedir. Bilgi işleme kuramına göre öğrenmenin meydana geldiği süreçler şunlardır (Tay, 2005);

1. Dış kaynaklardan duyular aracılığı ile uyarıcı alınır,
2. Duyusal kayıt alanına gelerek belirli yapılara dönüştürülür,
3. Oluşan yapılar kısa süreli belleğe aktarılır,
4. Uzun süreli bellekteki bilgi geri getirilerek çalışan bellekteki yeni bilgi ile bütün hale getirilir ve yeniden kodlanarak bilgi yeni bir bilgi haline gelir.
5. Kodlanan yeni bilgi uzun süreli belleğe aktarılır ve orada saklanır.

Bu modelde öğrenmeyi etkileyen unsurlar; duyusal kayıt (anlık bellek), birincil (aktif) bellek ve açık bellektir. Öğrenmeyi etkileyen temel bileşenler tanıma, algılama ve dikkat, bilginin kodlanması ve bilginin depolanması, hatırlama ve örgütleme olarak sıralanabilir. (Erden ve Akman, 1998)



Şekil 5. Bilgiyi İşleme Kuramı Süreci ve Bilginin Elde Edilişi (Senemoğlu, 2007)

2.3.2.Üstbiliş

Kişinin kendini gerçekleştirmesi, düşünmeyi kontrol etmesi, izlemesi ve düzenlemesi gerekenleri tanımlanması için *üstbiliş* kavramı kullanılır (Brown, 1987; Nelson, 1999; Nelson & Narens, 1996). Üstbilişin kullanılma amaçları problem çözme, anlama ve akıl yürütme gibi bilişsel süreçleri izlemektir. Buna bağlı olarak üstbiliş, akılda tutma, düşünme, problem çözme ve sorgulama gibi süreçler ve bu süreçlerle arasında olan ilişkilerle alakalı çalışmalar yapılmaktadır (Karakelle, 2012).

Üstbiliş terimi ilk olarak 1976'da John Flavell tarafından kullanılmıştır.

Flavell'in üstbellek (metamemory) ile ilgili yaptığı çalışmalar neticesinde üstbiliş yerimi ortaya çıkmıştır. Üstbiliş, bireyin sahip olduğu düşünme süreçlerini kullanarak bilginin ne olduğunu tanımlaması için kullanılır. Bireyin ne bildiği "üst bilişsel bilgi", bireyin ne yapabileceği "üst bilişsel beceriler" ve bireyin sahip olduğu bilişsel yeteneği hakkında ne bildiği "üst bilişsel deneyim" hakkındaki farkındalığı üstbilişi oluşturmaktadır. Flavell çalışmalarının ileriki zamanlarında üstbiliş bileşenlerini "bilişsel olgu hakkındaki biliş ve bilgi" şeklinde belirlemiştir (Flavell, 1979).

Flavell'e göre, üstbilişin ortaya çıkması için aşağıda verilen faktörler ile etkileşimi sonununca ortaya çıkmaktadır;

a) Üst bilişsel bilgiler,

b) Üst bilişsel deneyimler,

c) Görevler ve hedefler,

d) Stratejiler (Flavell, 1979; Akt: Kaplan, 2022).

Üstbiliş kavramı incelendiğinde alanyazında yürütücü biliş (Altındağ, 2008; Çalışkan, 2010), biliş ötesi (Ekenel, 2005; Namlu, 2004) ve biliş üstü (Ektem, 2007) kavramlarıyla karşılaşılmıştır ancak bu çalışmada kavram 'üstbiliş' olarak kullanılacaktır.

Üstbiliş hakkında birçok araştırmacı değişik tanımlar yapmışlardır. Bu tanımlar Tablo 2'de belirtilmektedir.

Tablo2. *Üstbiliş hakkında tanım yapan bazı bilim insanları ve tanımları*

Üstbiliş Hakkında Tanım Yapan Bazı Bilim İnsanları	**Üstbiliş Tanımları**
Brown (1980)	Öğrenenlerin tasarlanan problem çözme ve öğrenme proseslerinde kullandıkları, kendi düşünce süreçleri üzerinde bilinçli olma hali ve bunların düzenli hale getirilmesidir.

Blakey ve Spence (1990)	Üstbiliş ‘düşünmek üzerine düşünme ne bildiğini ve ne bilmediğini bilmek olarak’ tanımlanmıştır.
Brown ve Palincsar (1982)	Biliş ile ilgili bilinenlerle bilişin organize edilmesinin bir bütün hale getirilmesidir.
Butterbield vd. (1995)	Bilişin etkilendiği faktörlerin belirlenmesi, anlaşılması ve bilişin kontrol altında tutulmasıdır.
Baird (1990)	Bireyin kendi öğrenmesi hakkında bilgi sahibi olması bilinçli olma hali ve kontrolü” şeklinde ifade edilmiştir.
Forrest- Pressley ve Walter (1984)	“Biliş öğrencilerin kullandığı işlem ve stratejileri ifade eden; üstbiliş ise bireyin biliş hakkındaki bilgisi ve sonrasında, bu bilişi kontrol etme yetisini belirten bir sistemdir.” şeklinde tanımlamışlardır.
Georghiades (2004)	Bireyin kendi düşünme süreci hakkındaki bilgisi veya kendi düşüncelerini tekrar düşünme süreci üstbiliştir.
Lin (2001)	Kişinin kendi düşünceleri, hipotezleri, kendi eylemlerinin sonuçlarını anlama ve takip etme yeteneğidir.
Marzona ve diğerleri (1988)	Üstbilişi ‘‘belirli görevleri yaparken fikirlerimiz hakkında bilinçli olma hali ve sonrasında bu bilinçlilik durumunu kontrol etmek için kullanabilmek’’ şeklinde belirtmiştir.
Martinez (2006, s.999)	Düşüncenin kontrolü ve izlenmesidir.
McCormick, Miller ve Pressley (1989)	Üstbiliş, bireyin kendi düşünme süreçleri ve bu düşünme süreçlerinden elde ettiklerini gözlemleme ve düzenleme yetilerine ilişkin sahip olunan bilginin organize edilmesidir.
Reeve ve Brown (1985)	Üstbiliş, kişinin kendi düşünme süreçlerini denetleyerek bu düşünsel süreçleri yeniden düzenleyebilme yeterliliğine sahip olmadır.
Schraw ve Dennison (1994:460–475)	Üstbiliş, kişinin kendi öğrenmesi üzerine detaylıca düşünmesi, kendi öğrenmesini anlaması ve denetleme becerisine sahip olmasıdır.
Schoenfeld (1987)	Üstbiliş; bilişin bir yansıması ve kişinin kendi düşünmesi üzerine düşünmesini sağlayan mekanızmadır.

Schwartz ve Perfect (2002)	Üstbilişi ‘bireyin kendi düşünme süreçleri hakkında düşünmesi’ ya da ‘bireyin bilişi hakkındaki bilgisi ve kişinin kendi bilişini etkileyebilme yeteneği’ şeklinde tanımlamışlardır. Bu araştırmacılara göre üstbiliş bireyin içsel bir dili haline gelmiştir.
Sternberg (1988)	Bireyin problem çözme prosesinde çözüm için ön çalışma yapma, uyguladığı planı takip etme değerlendirme yetilerini kullanarak yönettiği süreç üstbilişi meydana getirmektedir.
Shanahan (1992)	Üstbiliş, bilişsel sürecin anlaşılması ve bu sürecin kontrol edilmesidir.
Welton ve Mallan (1999)	Üstbiliş, öğrencilerin kendi bilişsel süreçlerini bağımsız bir şekilde düşünmek için bilinçli olarak kontrol etmeleri ve yönlendirmeleridir.
Winne ve Perry, (2000)	Bireylerin öğrenme süreç ve sonuçlarını en verimli haliyle kullanmaları için yerine getirmeleri gereken görevleri düzenlemeleriyle ilgili bilgilerinin farkında olmalarıdır.

Kaynak: Çulha (2022).

Yapılan tanımlar farklılık taşımalarına rağmen tamamı bilişsel süreçlerin kontrol edilmesi ve düzenlenmesinde yürütücü süreçlerin yönü ön plandadır (Livingstone, 1997). Bu tanımlara bakıldığında üstbiliş, bireyin anlamasının ve öğrenmesinin haricinde bireyin öğrenmesinin nasıl gerçekleştiğini sezmesi, öğrenme sürecinde tesirli olan ve olmayan yöntemleri bilmesi ve öğrenilen bilginin ne işe yarayacağının farkında olmasıdır. Üstbiliş tüm bu süreçlerin etkin bir şekilde kullanılmasını sağlayan üst seviye bir düşünme sistemidir (Kütük, 2019)

Düşünmenin bütün boyutlarını içeren esas unsur üsbiliştir. Üstbiliş, bireyin kendini motive etmesi, odaklanması ve olumlu davranış kazanması gibi içsel hazırlığını gerçekleştirme neyi bilip bilmediğini, bunun için öğretim planını hazırlama, süreçteki eksiklerinin belirleyip planını tekrar gözden geçirme gibi aşamalar yer almaktadır. Öğrenme esnasında öğrencinin eksiklerini fark edip düzeltmesi önemlidir. Üstbiliş, bellekte oluşan ve öğrencinin davranışlarına yansıyan öğrenme ve düşünme sistemidir (Wangerin, 1988).

Üstbiliş yeteneklerine sahip olan öğrenciler;

- Öğrenme stratejilerinden kendisi için görece tesirli olanın farkındadır,
- Öğreneceği bilgi için kendine en uygun yöntemi planlayabilir,

- Kendisi için verimli olabilecek öğrenme stratejilerini etkin bir şekilde kullanabilir,
- Neyi nasıl öğrendiğinin bilincindedir,
- Önceki öğrenmelerinden kalan bilgiyi geri çağırmayı ve buna uygun olan teknikleri bilir (Drmrod,1990; Güven ve Belet, 2010).

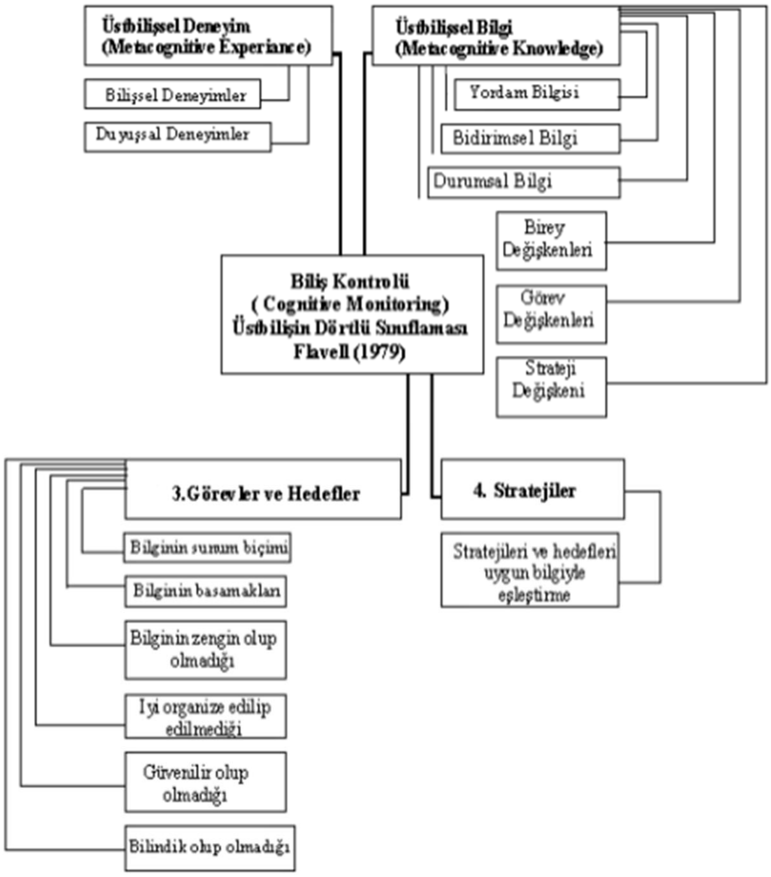
Üstbiliş yeteneklerine sahip öğrenciler, karşılaştığı problemleri tanımlayabilir, problemlerin çözümüne yönelik strateji belirleyebilir, deneyim ve kaynaklarını aktif hale getirerek problemi çözüm yoluna götürebilir (Çakıroğlu, 2007). Problem çözme sürecinde üstbilişsel beceriler, problemi çözmeye uygun olan stratejinin seçilmesini sağlar (Gama, 2004). Problem çözme becerisi kazandırılmaya çalışılan öğrencinin öğrenmesini muhakeme etmesi ve edindiği bilgilerle yeni bilgiler oluşturabilmesi için destek olunmalıdır. Problem çözme eğitiminin temelinde üstbilişsel eğitimin önemi görülmektedir (Brown, 1987).

2.3.2.1. Üstbilişin Sınıflandırılması

2.3.2.1.1. Flavell'in üstbiliş modeli.

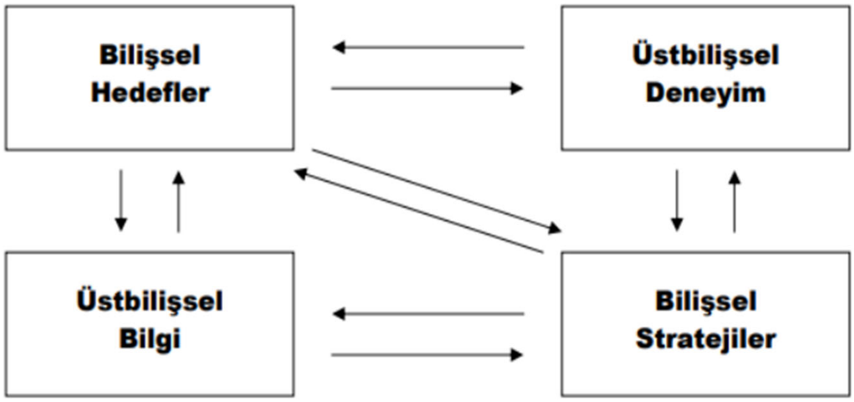
John Flavell, üstbiliş modelini geliştirirken Jean Piaget'in modelinden etkilenmiş ve Piaget'in 'resmi düşünme aşamasında' başlamıştır. Konuyla ilgili yaptığı çalışmalarda önce çocukların bellek ve bilişi hakkında ne kadar bilgi sahibi olduklarını önemsemiştir. Çocukların kendi bilişsel süreçlerini hiçbir değişikliğe uğramaksızın aktarabildiklerini görmüştür. Flavell (1979)'in çalışmasında üstbiliş; bireyin öğrenmesi nasıl gerçekleştireceğini bilmesi, anlamanın ne zaman gerçekleşip gerçekleşmediğinin sezilmesi, amaç için gerekli bilginin hangi yöntemle kullanacağını bilmesi, ulaşılması gereken hedefe yönelik yapması planlama için karar vermesi, hedefi için uygun teknikleri seçeceğini bilmesi, çalışmanın başında ve sonunda bireyin kendi ilerlemesini değerlendirmesi gibi adımları kapsamaktadır (Öztürk,2019).

Flavell (1979), üstbiliş ve biliş kontrolünün bileşenlerine uygun sınıflandırma oluşturmuş ve bu sınıflandırmayı Şekil 6'daki gibi şematik hale getirmiştir.



Şekil 6. Üstbilişin Yapısı (Flavell, 1979; akt. Pilten, 2008)

Flavell (1981), yukarıda şema ile üstbilişin bileşenlerinin birbirleriyle sürekli ilişki halinde olduğunu göstermekte ve bununla beraber biliş kontrolünü oluşturan bileşenler arasında da sıkı bir etkileşim olduğunu belirtmektedir. Üstbilişin bileşenleri arasındaki ilişki de Şekil 7'de belirtilmiştir.



Şekil 7. Üstbilişin Bileşenleri Arasındaki İlişki (Flavell, 1981; akt. Pilten, 2008)

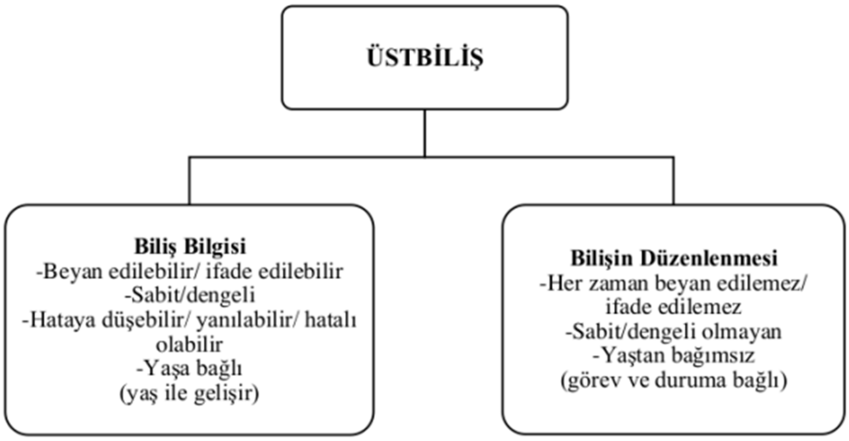
Şekil 7'de belirtilen Flavell (1979)'in üstbilişin bileşenleri arasındaki ilişkinin; üstbilişsel bilgi, bilişsel hedef ve stratejiler ve üstbilişsel deneyimlerle gerçekleştiği görülmüştür.

2.3.2.1.2. Brown'un üstbiliş modeli.

Brown (1987)'a göre üstbiliş, bireyin kendi bilişsel etkinliğinin bilincinde olması, bireyin kendi bilişsel süreçlerini düzenlemek için uyguladığı yöntemler ile bireyin bilişsel etkinliği nasıl yönlendirdiği, planladığı, izlediğine dair bir komut olarak belirtmiştir (London, 2011). Brown, Flavell den sonra üstbiliş konusundaki çalışmalarında bilgiyi anlama üzerinde durmuş ve oluşturduğu üstbiliş modelinde, üstbilişi biliş bilgisi ve bilişin düzenlenmesi olarak ikiye ayırmıştır. Biliş bilgisi, üstbilişsel yetenekler ve etkinlikler üzerinde derin düşünmek; bilişin düzenlenmesi de bir problemi çözmek için yapılan uğraşılarda öz düzenlemeden yararlanmaktır (Kılavuz, 2019).

Brown (1987) bilişsel süreçlerine yönelik düşüncelerini, kişinin kendi zihinsel süreçleri için düşündüklerini açıklamasını biliş bilgisi olarak ifade eder. Öğrencinin kendi bellek ve düşünce süreçleri ile ilgili bildiklerini ifade eder. Bireyin zihinsel becerilerinin ve süreçlerinin farkındalığını sağladığını ve öğrenenlerin zihinsel düşünmelerine katkıda bulunan kararlı bir yapı olduğunu açıklar. Biliş düzenlemesi ise bireyin düşünce ve bellek süreçlerini nasıl organize ettiği ile alakalıdır. Kişinin öğrenmesini düzenlemeye ve denetlemeye yönelik süreç ve aktivitelerini belirlemektedir. Biliş düzenlemesi her zaman kararlı olmayan, yaştan bağımsız olarak görev alan, ifade edilemeyen bir yapıyı içermektedir.

Brown (1987), biliş bilgisini ‘bilmeyi bilme’, bilişin düzenlenmesi kavramını da ‘öğrenme etkinliklerini düzenleme ve kontrol etme’ olarak açıklamaktadır. (Bkz. Şekil 8)

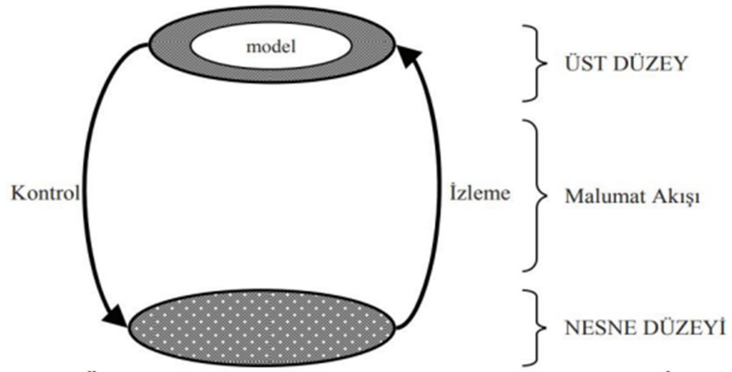


Şekil 8. Brown’un Üstbiliş Modeli (London, 2011, s.31; akt. Başpınar, 2019)

2.3.2.1.3. Nelson ve Narens’in üstbiliş modeli.

Üstbilişi, bilişsel gelişimi kontrol etmek ve izlemek olarak tanımlayarak üstbilişe alternatif bir model geliştirmişlerdir (De Bruin, Thiede, Camp, & Redford, 2011; Kornell & Metcalfe, 2006). Nelson ve Narens’in üstbiliş analizi, üç soyut ilkeye dayanmaktadır. Herhangi bir bilişsel etkinlik sırasında hem bilişin hem de üstbilişin üç yüzü, birbiriyle etkileşim içerisinde işlev görmekte veya birlikte çalışmaktadır.

Nelson ve Narens, üstbilişin üç yüzünün birlikte nasıl çalıştığı ile biliş ve üstbiliş arasındaki bağlantılara ilişkin genel bir sınır belirlemişlerdir. Şekil 9’da görüldüğü gibi, bu çerçeve nesne-düzeyi (object-level) ve üstdüzey (meta-level) olmak üzere birbiriyle ilişkili iki yapıdan meydana gelmektedir. Nesne düzeyi, problem çözme ve öğrenme gibi devam eden herhangi bir bilişsel süreç şeklinde düşünülebilir. Üstdüzey ise bireyin, görevi tamamlamak için meşgul olduğu, uğraştığı bilişsel süreçlerin ve yürüttüğü görevi kavrayışının bir modelini içermektedir. Bu model, kişinin görevdeki durumunu takip etmesi ile biçimlendiği kadar bireyin var olan üstbilişsel bilgileri tarafından da belirlenmektedir (Karakelle & Saraç, 2010).



Şekil 9. Üstbiliş (Üst Düzey) ve Bilişin (Nesne Düzeyi) Bağlantıları ve İşleyiş Çerçevesi (Nelson & Narens'dan 1996; akt. Karakelle & Saraç, 2010).

Nesne-düzeyi ve üst düzey arasındaki etkileşim, üstbilişin iki işlemsel etkinliği olan izleme ve denetleme yoluyla aktarılmaktadır. Nesne-düzeyi, izleme işlevi aracılığıyla üst düzeye bilgi (knowledge, bilgi) akışını sağlar; onu güncel tutar ve şekillendirir. Üst düzey ise denetleme işlevi aracılığıyla bu bilgi akışına dikkate olarak nesne düzeyindeki işlemin kendisini ya da durumunu düzenlemektedir. Bu düzenleme nesne düzeyinde bir işlemin başlamasına, yürütülmesine, değiştirilmesine veya durmasına (sona ermesine) sebep olmaktadır (Nelson, 1999; Nelson & Narens, 1996: Akt: Karakelle & Saraç, 2010). Üstbiliş aşağıdaki gibi sorulara ve bu soruların yanıtlanmasına odaklıdır (Alemdar, 2009).

- Bu konuyla ilgili ne biliyorum?
- Yaptığım hatayı nasıl tespit ederim?
- Bilgi edinmek için neler yapmalıyım?
- Ne bilmem gerektiğini biliyor muyum?
- Bu konuyu ne kadar zamanda öğrenebilirim?
- Öğrenme hızımın uygun olup olmadığını nasıl anlarım?
- Şu anda duyduğum ya da gördüğüm şeyi tam olarak anladım mı?
- Planım amacıma erişmemi sağlamadığında bu planı nasıl değiştirebilirim?
- Bunu öğrenmek amacıyla hangi strateji, yöntem veya tekniği kullanmalıyım?

2.3.2.2. Üstbilişsel Farkındalık

Üstbiliş;

- Bireyin öğrenme sürecinden önce deneyimlediği
- Süreç sırasında
- Sürecin değerlendirilmesi sırasındaki tüm aşamaların içerisinde yer alır.

Üstbiliş, öğrencilerin üstbilişe ulaşmaları onlara yeni öğrenme sürecinde nasıl davranacağı, neyi ne kadar çalışması gerektiği, süreci nasıl kontrol edip süreç sonunda kendilerini nasıl değerlendirmeleri gerektiği konusunda bilgi verir (Akın, 2006). Burada üstbilişsel farkındalık kavramı önem kazanmaktadır. Kramarski ve diğerleri (2002), üstbilişsel farkındalığı, bireyin kendi düşünme ve öğrenme faaliyetlerinin bilgisi ve kontrolü şeklinde tanımlamışlardır. Bu, bireylerin kendi öğrenme yollarını ve kendilerinin farkında olduklarını göstermektedir.

Üstbiliş tanımlarına bakıldığında, araştırmacılar farklı tanımlar yapmış olsa da üstbilişsel farkındalığın kişinin/öğrencinin bilişsel süreçlerinin kontrolü ve düzenlenmesi olduğu açıkça belirtilmiştir. Bu bağlamda bazı araştırmacılar üstbilişsel farkındalığı şu şekilde tanımlamışlardır; Paris, Lipson ve Wixon (1983)'a göre üstbilişsel farkındalık, bireylerin/öğrencilerin kendi düşüncelerinin farkında olmaları, Schraw ve Dennison (1994) öğrencilerin performanslarını arttırmaya yönelik planlama, sıralama, izleme ve daha iyi uygulama yeteneği şeklinde açıklamışlardır.

Bireyin hayat boyunca ihtiyaç duyduğu üstbilişsel düşünme becerilerini edinme ve kullanma çalışması üstbilişsel farkındalık olarak açıklanabilir. (Boğar, 2018) Schraw ve Dennison (1994), üstbilişsel farkındalığın önemini vurgulamışlar ve üstbilişsel farkındalığın, bireylerin üst düzey düşünme becerilerini güçlendirmelerine, kendi bilişleri hakkında bilgi sahibi olmalarına, bireysel değerlendirme becerilerini geliştirmelerine, başarı veya başarısızlığa neden olan stratejileri belirleyebilmelerine ve performanslarını arttıracak öğrenme durumlarını bir şekilde planlayıp izlemelerine olanak tanıdığını belirtmişlerdir. Aynı zamanda üstbiliş, etkili öğrenmenin bir ögesi olarak kabul edilir. (Çetinkaya&Erktin,2002; Paris&Jacobs, 1984; Schraw&Graham,1997).

2.3.2.3. Üstbilişin Gelişimi

Üstbiliş gelişimi uzun bir sürede gerçekleşmektedir. Yapılan çalışmalara göre, üstbiliş yaşla birlikte gelişmektedir. Bu gelişim sürecinde; farklı unsurların gelişimi farklı gelişimsel zaman dilimlerinde gerçekleşmektedir (Hanten vd, 2004).

Çok sayıda araştırmacı 1990'lı yıllarda çocukların biliş algıları üzerine araştırmalar yapmış ve Flavell'e (1999) göre bu durum üstbilişin ilk biçimlerini oluşturmasına katkı sağlamıştır. Yapılan araştırma sonuçlarına göre; çocuklar üç yaşında, kendileri ve başkaları hakkında farkındalık oluşturur. Belirli bir nesne hakkında düşünmeyle onu eylemi yaparak algılamayı ayırt edebilirler. Bilmek, düşünmek gibi eylemler aracılığıyla kendi düşünme durumlarına gönderme yaparlar (Flavell, 1999). Dört yaşında başkaları tarafından yönlendirildiğini, bu yönlendirmelerin başkalarının istek, inanç ve doğrularıyla olduklarını kavrarlar ve bu inançların kendilerininki ile uyum göstermeyebileceğini, doğru olmayabileceğini ayırt ederler. Bu ilk yıllar bireyin hızla gelişen bir farkındalık dönemidir. Bu ilk dönemler, birisinin savunduğu bir şeyin, bir başkası tarafından, savunulduğu gibi olduğunun ne şekilde öğrenildiği hususunda gelişme gösteren bir farkındalık dönemidir. Bu da başkasının bilgi kaynağının farkındalığıdır (Kuhn, 2000). Üç ve dört yaşlarındaki ortaya çıkan bu durumlar, sonraki yıllarda ortaya çıkacak üst düzey düşünmelerin esas kaynağını oluşturur. İnsanın bilgiyi anlaması, bilgiye dayalı düşünme gelişiminde ilk önemli adımdır (Kuhn, 2000, 178).

Kuhn ve Pearsall (1998)'a göre kaynağı ilk üstbilişsel başarılara dayanan üst düzey düşünmenin diğer şekli bilimsel düşünme olarak tespit edilmiştir. Üst düzey bilimsel düşünmede elde bulunan bilgiler, yeni bilgilerle oluşturulur. Ortaya çıkan bu yeni bilgi, üstbilişsel olarak kontrol edilen bir süreçle kazanılmaktadır (Kuhn, 2000). Swartz ve Perkins (1989) üstbilişsel düşünmedeki gelişimi aşamalara ayırmıştır:

1.Sessiz kullanım: Bu aşamada çocuklar hiç düşünmeden karar verir ve harekete geçerler.

2.Ayırt ederek kullanım: Kişi bu aşamada problem çözebilmek için bir strateji kullanması gerektiğinin farkına varır ve öz düşünceleri ile karar vermesi gerektiğini anlar. Bir stratejinin seçiminde veya karar verme sürecinde bilinçli hâle gelirler. Birey yeteneklerini ayırt eder ve sorgulama aşamasına geçer.

3.Stratejik kullanım: Kişi bu aşamada yeni stratejiler geliştirir, düşüncelerini düzenler.

4.Yansıtıcı kullanım: Kişi bu aşamada süreç öncesi, süreç esnası ve süreç sonrasına dair düşünceleri hakkında tüm süreci izler. Geçmiş tecrübelerle ilişki kurarak, sürecin başın, sonu ya da ortasındaki düşüncelerin doğruluğu ve yanlışlığını sorgulama aşamasına gelirler.

Üstbilişin gelişimi oldukça yavaştır bu yüzden küçük yaşlardaki çocuklar düşündükleri şeyin farkında olmazlar. Flavell (1985)’ e göre, yaklaşık 5 ile 7 yaşlarında üst bellek ve üstbilişsel bilgi gelişme göstererek sürekli olarak ilerlemektedir. Siegler (1991) de üstbilişsel anlayışın 5-10 yaşları arasında büyük ölçüde genişlediğini aktarmıştır (Akt. Schunk, 2012, s.461). Brown (1987)’ da üstbilişsel bilginin erken yaşlarda görüldüğünü, yavaş bir şekilde gelişim gösterdiğini ve ergenlik döneminin sonuna kadar gelişimini sürdürdüğünü ifade etmiştir.

Yapılan çalışmalarda çocukların 6 (altı) yaşında kendi bilişleri hakkında doğru düşüncelere sahip oldukları anlaşılmış ve sahip oldukları bu bilişler bildikleri bir alanda göstermeleri istendiğinde daha başarılı oldukları saptanmıştır (Flavell, 1992). Çocuklarda üstbiliş gelişiminin 5 yaşlarında gelişmeye başlamakta ve yaşam boyu sürmekte olduğu belirtilmiştir (Veenman, Hout-Wolters ve Afflerbach, 2006). Üstbilişsel beceriler ise 8-10 yaşlarında gelişmeye başlar ve zamanla gelişimini devam ettirir fakat üstbilişsel becerilerden izleme becerisi ve değerlendirme becerisi, planlama becerisine göre daha geç gelişim gösterdiği belirtilmiştir (Veenman, HoutWolters ve Afflerbach, 2006). Ama Whitebread (1999) problem durumu bireyin ilgi alanlarına ve anlama seviyelerine uygunluk gösteriyorsa 5 yaşlarındaki çocuklarda da temel seviyede planlama, yansıtma gibi davranışlar görülebildiğini iletmiştir. Bunlardan yola çıkarak üstbilişsel bilgi ve becerilerin erken çocukluk döneminde temel seviyede gelişim göstermeye başladığını görmekteyiz.

Kreutzer ve diğerleri (1975) tarafından çocukların üstbiliş düzeylerini incelemek amacıyla yapılan araştırmada 1, 3 ve 5.sınıf öğrencileri ile çalışılmış ve bu çalışmada üstbilişsel bilginin kişi, görev ve strateji değişkenlerini kullanarak öğrenciler değerlendirmeye tabi tutulmuştur. Aynı zamanda öğrencilerin hatırlama stratejileri hakkındaki bilgileri de çeşitli sorularla ölçülmek istenmiştir. Araştırmanın sonunda birçok değişkenin gelişimini etkileyen önemli bir unsur tespit edilmiştir: yaş faktörü (Schneider ve Lockl, 2002). İlköğretimin ilk yıllarından itibaren özellikle de 3, 4 ve 5.sınıflarda öğrencilere etkin bir şekilde öğretilebildiği görülmektedir (Senemoğlu, 2012). Senemoğlu (2005) üstbilişsel stratejilerin kullanımı üç döneme ayırmıştır:

Birinci dönem: 0-5 yaş arasını kapsar. Strateji kullanımı ve öğretimi bu yaş grubunda yapılamamaktadır.

İkinci dönem: 6-9 yaş arasındaki dönemdir. Bu yaş grubundaki çocuklar stratejileri kullanılabilir ancak meydana getiremezler.

Üçüncü dönem: 10 -11 yaşları içine alır ve yaklaşık dördüncü sınıf düzeyini kapsar. Zamanla meydana getirilen stratejiler bu dönemde anlaşılır ve problem durumuna göre uygun strateji kullanılabilir (Senemoğlu, 2005).

2.3.2.4. Üstbilişi Ölçme Araçları

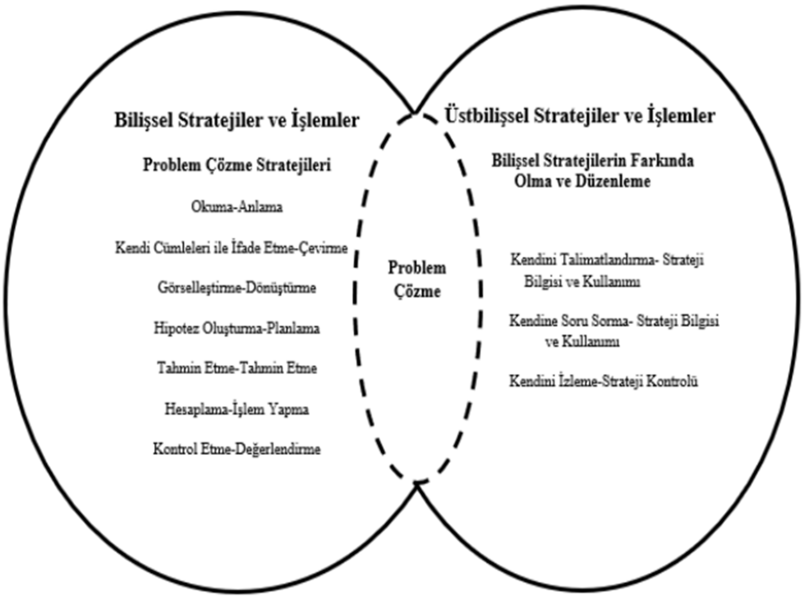
Literatürde iki ana üstbiliş ölçü türü bulunmaktadır (Radmehr ve Drake, 2017). Bunlar çevrim içi ve çevrim dışı ölçülerdir (Jacobse and Harskamp, 2012; Schneider and Artelt, 2010). Çevrim içi ölçüler problem çözme etkinliği sırasında üstbilişsel aktiviteleri ve becerileri denetlerken çevrim dışı ölçüler eş zamanlı problem çözme değerlendirmesi olmadan üstbilişsel bilgiyi değerlendirir (Schneider and Artelt, 2010).

Çevrim dışı ölçüm olan aracı olan anketler genel olarak üstbilişsel düzenleme ve izleme ile ilgili ifadelere yer verir ve bireyler verilen ifadelerin kendilerine uygunluğunu derecelendirmeleri gerekir. Üstbilişsel farkındalık envanteri bu anket türüne örnek verilebilir (Schraw and Dennison, 1994). Öz bildirim anketi ile üstbilişsel bilginin ölçülmesi, kolay ölçülmesi bakımından avantajlıdır. Ancak yapı geçerliliğine yönelik bir tehdit olduğundan sonuçların güvenirliği düşük olabilir. Bu durumda öğrencide iki farklı durum ortaya çıkabilir: sosyal istenirlik faktörü (Jacobse and Harskamp, 2012; Schneider and Artelt, 2010; McNamara,2011) '*kendini mümkün olan en iyi şekilde sunma konusundaki temel insan eğilimi'* (Fisher,1993) ve bilişsel bir görev esnasında ne yapıldığını hatırlarken hafıza bozulması sorunu (Jacobse and Harskamp,2012; McNamara,2011).

Sesli düşünme protokolünün kullanılması, üstbilişin çevrim içi ölçümleri açısından etkili olduğu ispatlanmış bir yöntemdir (Ericsson & Simon, 1993). Bu yöntem uygulanırken, kişi bir görev üzerinde çalışırken düşüncesi sözlü olarak toplanır ve bir şemaya uygun olarak yazıya geçirilir veya kodlanır (Kim, Park, Moore vd. 2013). Veya kopyalanmadan, kaydedilen her video dosyası belirlenen bir şemeya göre kodlanır (Jacobse and Harskamp, 2012). Sesli düşünme protokolü uygulayarak bilgi almak oldukça zaman alıcıdır ancak anketlere kıyasla daha güvenilir bilgi sağlar çünkü veriler zaman kaybı olmadan kişi görevi yerine getirirken toplanır bu yüzden hafıza bozulmalarından ve sosyal istenirlik faktöründen daha az etkilenir (Jacobse and Harskamp, 2012; Veenman,2011). Günümüzde üstbilişi daha etkili bir şekilde ölçmek için çoklu yöntemler (Veenman,2006), özellikle eşzamanlı araçların kullanılması (Veenman, 2005) tavsiye edilmektedir (Radmehr and Drake, 2017).

2.3.3. Problem çözme sürecinde kullanılan bilişsel ve üstbilişsel stratejiler

Tüm akademik yetilerde gerekli olan bilişsel stratejiler ve işlemler, matematik problem çözme yetileri için de ön koşuldur (Montague, 1992; Özkubat vd., 2020; Rosenzweig vd., 2011; Sweeney, 2010). Montague'nun Matematik Problem Çözme Modeli'nde yer alan bilişsel ve üstbilişsel stratejiler profesyonel problem çözücüler tarafından etkili bir şekilde kullanılmaktadır (Montague vd., 1993). Montague'nun bu modeli matematiksel problem çözümü, öz denetim ve öz kontrol ile problem başarılı bir şekilde çözme ile arasındaki ilişkilerin incelenmesiyle ortaya çıkmıştır. (Montague, 1997). Montague (1992), problem çözücüler için yedi adet bilişsel işlem geliştirmiştir. Ayrıca bu bilişsel işlemleri kullanabilmek için ihtiyaç duyulan üstbilişsel işlemleri de beraberinde tasarlamıştır (Montague vd., 2000). Geliştirilen bilişsel ve üstbilişsel stratejiler ve işlemler Şekil 10'da verilmiştir.



Şekil 10. Montague Matematik Problem Çözme Modeli

Problem çözmek için gerekli olan yedi bilişsel strateji aşağıdaki gibidir;

- Problemi okuma,
- Problemi anlayıp kendi cümleleri ile ifade etme,
- Problemi görselleştirme,
- Problem hakkında hipotez geliştirme,
- Sonuç hakkında tahminde bulunma,
- Çözümü hesaplama ve geri dönüp tüm adımları kontrol etme şeklinde olarak tanımlanır.

Kullanılan bilişsel işlemler, problem anlama, kendi cümlelerinle çevirme, problemi anlamlı hale getirme yani dönüştürme, çözüm plan yapma, sonuç hakkında tahminde bulunma, çözme ve tüm adımları değerlendirme olarak açıklanmıştır. Bu süreçte kullanılan bilişsel stratejiler ve işlemler problemin okunmasıyla ve başlar ve en son olarak geri dönüp tüm adımların kontrol edilmesiyle sona erer. (Rosenzweig vd., 2011). Bu süreçte bilişsel işlemlerin doğru kullanılması için bilişsel stratejilerin doğru kullanılmasına bağlıdır. (Montague, 1992).

Üstbilişsel stratejiler; problem çözücünün kendine görev vermesi, soru sorması ve değerlendirmesidir. Üstbilişsel işlemler ise belirlenen bu stratejiyi bilme, bilinen bu stratejiyi kullanma ve kontrol etmesidir (Montague, 1992).

Problem çözücüler tarafından üstbilişsel stratejilere başvurulmasının sebebi matematiksel problemi çözmek için kullanılan bilişsel işlemleri organize etmek, yönetmek ve kendi başarılarını düzenlemektir (Montague, 1992). Ayrıca bu stratejileri hangi yöntemlerle uygulayabileceklerini anlama, buna yönelik stratejiler keşfetme ve bu süreçleri yönetebilmek için üstbilişsel stratejiler ön koşuldur (Lucangeli & Cabrele, 2006).

Literatürde öğrencilerin problem çözerken hangi stratejileri kullandıkları belirlenmeye çalışılmış ancak bazı araştırmacıların kullanılan stratejiden ziyade kullanılan bilişsel stratejileri belirlemeye çalıştıkları görülmüştür (Simon ve Simon, 1978; McDermott ve Larkin, 1978; Larkin ve Reif, 1979; Larkin, 1980; Larkin, 1981; Reif, 1981; Chi, Feltovich ve Glaser, 1981; Chi, Glaser ve Rees, 1982; KramersPals, Lambrechts ve Wolff 1983; Larkin, 1983; Smith ve Goodman, 1984; Owen ve Sweller, 1985; de Jong ve Ferguson-Hessler, 1986; Charles, Lester ve O'Daffer, 1987; Sweller, 1988; Chi, Bassok, Lewis, Reimann ve Glaser, 1989; Ferguson-Hessler ve de Jong, 1990; Ayres, 1993; Malloy, 1994; Posamentier ve Krulik, 1998; Heyworth, 1999; Antonietti, Ignazi ve Perego, 2000; Seçil Özkaya, 2000; Hammouri, 2003; Karataş ve Güven, 2003; Çalışkan, Selçuk Sezgin ve Erol, 2006; Karaçam, 2009).

Bu araştırmacılar bireyin kullandıkları bilişsel stratejileri Tablo 3'teki gibi belirlemişlerdir.

Tablo 3. *Problem Çözümünde Kullanılan Bilişsel Stratejiler ve Bu Stratejileri Belirleyen Araştırmacılar (Diken, 2014; akt. Çulha, 2022)*

Araştırmacılar	**Bilişsel Stratejiler**
Simon ve Simon (1978); McDermott ve Larkin (1978); Larkin ve Reif (1979); Larkin (1980); Larkin (1981); Reif (1981); Chi, Feltovich ve Glaser (1981); Chi, Glaser ve Rees (1982); Kramers-Pals, Lambrechts ve Wolff (1983); Larkin (1983); Smith ve Goodman (1984); Owen ve Sweller (1985); de Jong ve Ferguson-Hessler (1986); Sweller (1988); Chi, Bassok, Lewis, Reimann ve Glaser (1989); Ferguson-Hessler ve de Jong (1990); Ayres (1993); Heyworth (1999); Hammouri (2003)	1. İleriye doğru çalışma (working forward), 2. Geriye doğru çalışma (working backwards), 3. İşlem sonu analizi (means end analysis)
Charles, Lester ve O'Daffer (1987)	1. Çözümle ilgili tahminde bulunma, 2. Geriye dönüp ayıklama, 3. Cisimle kullanma, 4. Örneklendirme, 5. Şekille ve tabloyla gösterme, 6. Mantıksal süzgecinden geçirme,

	7. İşleme karar verme, 8. Geriden başlayarak çalışma, 9. Problemi benimseme, 10. Cebirselleştirme, 11. Kolay hale getirme
Malloy (1994)	1) Listeler yapma 2) Mantık çerçevesinde varsayımlarda bulunma, 3) Tahminde bulunma ve kontrolünü yapma, 4) İlişkiler kurma 5) Geriden başlayarak çalışma 6) Şekil, diyagram ve tablolara ye verme, 7) Gereksiz bilgileri çıkarma
Posamentier ve Krulik (1998)	1) Geriden başlayarak çalışma 2) Örneklendirme 3) Bakış açısını değiştirme 4) Benzer problemlerle ilişki kurma, 5) İhtimalleri ütopikleştirme, 6) Şekillere yer verme, 7) Mantıksal tahminde bulunma ve kontrol etme, 8) İhtimalleri açıklama, 9) Verileri organize etme, 10) Mantık çerçevesinde düşünme
Antonietti, Ignazi ve Perego (2000)	1) Analoji, 2) Basamak basamak analiz, 3) Bütünleştirme
Seçil Özkaya (2000)	1) Var olan süreci işletme, 2) Görselleştirme, 3) Cebirselleştirme, 4) Tahminde, 5) Deneme ve yanılma, 6) Sayı sayma, 7) Örnek bulma, 8) Problemi basitleştirme, 9) Hesaplama yapma,
Hammouri (2003)	1) Planlama öncesi deneme yanılma 2) Planlama sonrası deneme yanılma 3) Planlama öncesinde çözümü yapma, 4) Planlama sonrasında çözümü yapma, 5) Planlama öncesinde işlem sonucunu analiz etme, 6) Planlama sonrasında işlem sonucunu analiz etme 7) Benzer problemlerden yararlanma 8) Durduk yere cevabı bulma, 9) Deneme ve yanılma yolu

Karataş ve Güven (2003)	1) Şekil çizme, 2) Problemin kendi cümleleriyle ifade etmesi, 3) Eşitlik kurma
Çalışkan, Selçuk Sezgin ve Erol (2006)	1) Şekillerden ve sembollerden yararlanma, 2) Zihinde kurma, 3) Alakalı olduğu konu hakkında düşünme, 4) Verilen ve istenen bilgisi yazma, 5) Önceden benzer bir problemle karşılaşıp karşılaşmadığını düşünme, 6) Kuralı belirleme, 7) Sayısal olarak ifade etme, 8) Formülleri belirleme, 9) İstenilen verileri belirtme, 10) Anlamlandırma, 11) Tek tek okuma, 12) Sözel olarak ifade etme, 13) Problemleri parçalayarak çözme, 14) Sayısal verileri ilişkilendirme, 15) Verilen bilgileri şekil veya tablolarla ifade etme, 16) İstenen veriyi formülize etma, 17) Tekrar okuma, 18) Önemli görülen kısımları belirleme, 19) Çözüm olan yeri belirleme, 20) Çözümü okuma
Karaçam (2009)	1) Sonucu sesli söyleme, 2) Hayal etme, 3) Seçeneklere belirleyici koyma, 4) Problemi benimseme, 5) Problemde verilmeyen ifadeleri belirleme, 6) Şekillerden yararlanma, 7) Sesli olan ipuçlarını söyleme, 8) Seçeneklerdeki ipuçlarını karşılaştırma, 9) Kendi cümleleriyle ifade etme, 10) Formülleştirme, 11) Tekrardan okuma, 12) Problemi bütün olarak tanımlama, 13) Deneme yanılma yapma, 14) Problemi kısım kısım tanımlama, 15) İlgili yerleri yazma, 16) Eşitlik kurma, 17) Şekli okuyarak takip etme, 18) Şekli inceleme, 19) İpuçlarının altını çizme

Problem çözümünde kullanılan bilişsel stratejilerin ilkinde araştırmacılar problem çözme stratejilerini çözüm yolu olarak belirtmektedir. Bu araştırmacılar bireylerim matematik problemleri çözerken "ileriye doğru çalışma (working forward)", "geriye doğru çalışma (working backwards)" ve "işlem sonu analizi (means and analysis)" olmak üzere üç tip strateji kullandıklarını belirtmişlerdir. Bunlar şu şekilde açıklanabilir;

İleri Doğru Çalışma Stratejisi (Working Forward): Bireyler amaçlanan durumdan sonuca ulaşana kadar sürekli olarak ileri doğru işlem yapar. Bir önceki basamağa veya soru köküne bakmazlar. Problem çözme becerisi yüksek öğrenciler tarafından kullanıldığı tespit edilmiştir (Larkin, 1983).

Geriye Doğru Çalışma (Working Backwards) Stratejisi: Birey problemin başlayarak problem durumunu anlar ve bu durumlar arasında bağlantı kurarak soruyu çözer. Sıklıkla bir önceki adıma dönülür ve soru köküne bakılır (Karaçam, 2009).

İşlem Sonu Analizi (Means End Analysis) Stratejisi: geriye doğru çalışma stratejisinin bir türüdür. Burada hedeflenen durum açıklanır, verilen durumla hedeflenen durum arasında ayırımlar belirlenir, bu farkı ortadan kaldırmak amacıyla denklem yazılır, işlem uygulanır ve doğru çözüm yoluna ulaşıncaya kadar bu adımlar tekrarlanır (Simon, 1981). Bu strateji problem çözme becerisi düşük öğrencilerle ilişkilendirilmektedir (Karaçam, 2009).

Charles, Lester ve O'Daffer (1987) bireylerin problem çözme sürecinde kullandığı bilişsel stratejileri; Çözümle ilgili tahminde bulunma, Geriye dönüp ayıklama, Cisimle kullanma, Örneklendirme, Şekille ve tabloyla gösterme, Mantıksal süzgecinden geçirme, İşleme karar verme, Geriden başlayarak çalışma, Problemi benimseme, Cebirselleştirme, Kolay hale getirme olarak belirlemişlerdir.

Malloy (1994) matematik alanında yaptığı çalışmada 8. Sınıfta okuyan 24ğrencinin problem çözme başarıları göz önünde bulundurularak problem çözümünde kullandıkları stratejiler araştırılmıştır. Öğrenciler matematiksel işlemler yapmaları gereken problemleri çözerken önce çözümü sesli olarak gerçekleştirmiş sonra çözme sürecini daha iyi anlamak amacıyla görüşme yapılmıştır. Araştırmanın sonunda öğrencilerin problem çözme başarılarını etkileyen unsurların, kullandıkları stratejiler ve problemin çözümünü açıklamaları olduğu belirlenmiştir. Araştırmada problem çözerken Listeler yapma, Mantık çerçeverinde varsayımlarda bulunma, Tahminde bulunma ve kontrolünü yapma, İlişkiler kurma, Geriden başlayarak çalışma, Şekil, diyagram ve tablolara ye verme, Gereksiz bilgileri çıkarma gibi stratejiler kullanılmıştır.

Posamentier ve Krulik (1998) matematiksel problemleri çözerken kullanılan stratejileri incelemiş ve çalışmanın sonunda öğrencilerin; Geriden başlayarak çalışma, Örneklendirme,Bakış açısını değiştirme, Benzer problemlerle ilişki kurma, İhtimalleri ütopikleştirme, Şekillere yer verme, Mantıksal tahminde bulunma ve kontrol etme, İhtimalleri açıklama, Verileri organize etme, Mantık çerçevesinde düşünme stratejilerini kullandıkları görülmüştür.

Seçil Özkaya (2000) ile Çalışkan, Selçuk Sezgin ve Erol (2006)problem çözerken kullanılan stratejilere kısmi zihinsel işlemleri yürütmek için kullanılan stratejiler olarak adlandırmışlardır. Seçil Özkaya (2000) bireylerin kullandıkları stratejileri; Var olan süreci işletme, Görselleştirme, Cebirselleştirme, Tahminde, Deneme ve yanılma, Sayı sayma, Örnek bulma, Problemi basitleştirme, Hesaplama yapma olarak belirlemiştir.

Karataş ve Güven (2003) yaptıkları araştırmanın sonucunda; Öğrenciler problemi anlama aşamasında şekillerden yararlanıp problem kendileri ifade ettiklerini, plan yapma aşamasında ise denklem kurduklarını belirlemiştir. Problem doğru ifade edemeyen, içselleştirmeyen öğrencilerin denklem kurma ve sonuca ulaşmada zorlandıklarını belirtmişlerdir.

Yukarıda bireylerim problem çözme sürecinde bilişsel stratejileri ele alan araştırmacıların görüşleri ortaya konmuştur. Bazı araştırmacılar ise bireylerin problem çözme süreçlerinde kullandıkları üstbilişsel stratejileri belirlemeye yönelik çalışmalar yapmışlardır.

Araştırmacılar tarafından belirlenen ve problem çözme süreçlerinde kullanılan üstbilişsel stratejiler Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 4. *Problem Çözümünde Kullanılan Üstbilişsel Stratejiler ve Bu Stratejileri Belirleyen Araştırmacılar (Diken, 2014; akt Çulha 2022)*

Araştırmacılar	***Üstbilişsel Stratejiler***
Goos, Galbraith ve Renshaw (2000)	Problem çözülmeden önce; a) Problemi birden fazla okuma, b) Problemde ne sorulduğunu anlama, c) Problemi kendi cümleleriyle söyleme, d)Benzer problemle karşılaşıp karşılaşmadığını düşünme, e) Verilen bilgileri tanımlama, f) Problemi çözecek olan tekniği belirleme Problem çözümü sırasında; a) Çözüm sürecinde tüm süreci adım adım kontrol etme,

	b) Hata yaptığında başa dönme, c) yolun doğruluğundan emin olmak için soruyu tekrar gözden geçirme, d) Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığını belirleme, e) Çözüme ulaşamadığında farklı yollara başvurma, Problem çözümünden sonra; a) İşlemleri kontrol edip hata olup olmadığına bakma, b) Problemi gözden geçirip yöntemini sorgulama c) çözümünün mantıklı olup olmadığını sorgulama d) Problemin farklı yollarla çözülüp çözülmeyeceğini düşünme
Montague (1992), Victor (2004)	a) Kendine yönerge verme (self-instruction), b) Kendini sorgulama (self-questioning), c) Kendini izleme (self-monitoring)"
Yimer ve Ellerton (2005)	a) Katılma aşaması b) Çevirme formülleştirme aşaması c)Uygulama aşaması d)Değerlendirme aşaması, e) İçselleştirme aşaması
Karaçam (2009)	a) seçeneklerin tamamını okuyarak kontrol etme, b) Tekrardan okuma, c) İçselleştirme, d) Şekillerden yararlanma, e) Formülleştirme, f) Soru köküne bakma, g) İlgili sorular sorma h) Sorulan soruların ne istediğini düşünme, ı) Şekli okuyarak takip etme, j) Şekli inceleme, k) Okuma hızını düşürerek okuma yapma, l) Gruplama, m) Kendi cümleleriyle ifade etme, n) Nedensel ilişkiler kurma, p) Eşitlik kurma

Goos, Galbraith ve Renshaw (2000) öğrencilerin problem çözme stratejilerini;

- Problem çözülmeden önce
- Problem çözümü sırasında
- Problem çözümünden sonra şeklinde üç başlıkta incelemişlerdir.

Problem Çözülmeden Önce Kullanılan Üstbilişsel Stratejiler: Problemi birden fazla okuma, Problemde ne sorulduğunu anlama, Problemi kendi cümleleriyle söyleme, Benzer problemle karşılaşıp karşılaşmadığını düşünme, Verilen bilgileri tanımlama, Problemi çözecek olan tekniği belirleme olarak verilmiştir.

Problem Çözümü Sırasında Kullanılan Üstbilişsel Stratejiler: Çözüm sürecinde tüm süreci adım adım kontrol etme, Hata yaptığında başa dönme, Yolun doğruluğundan emin olmak için soruyu tekrar gözden geçirme, Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığını belirleme, Çözüme ulaşamadığında farklı yollara başvurma olarak belirlenmiştir.

Problem Çözümünden Sonrası Kullanılan Üstbilişsel Stratejiler: İşlemleri kontrol edip hata olup olmadığına bakma, Problemi gözden geçirip yöntemini sorgulama, Çözümünün mantıklı olup olmadığını sorgulama, Problemin farklı yollarla çözülüp çözülmeyeceğini düşünme

Montague (1992) problem çözme aşamasında kullanılan üstbilişsel stratejileri şu şekilde belirlemiştir;

Kendi Kendine Yönerge Verme: Daha önce kullanılan problem çözme stratejisi öğrencinin yeni strateji belirlemesini sağlar.

Kendini Sorgulama: Öğrencilerin dahili diyaloglarını çıkarması yoluyla kendine göre olan bilişsel stratejiyi yönetebilmesidir.

Kendini İzleme: Öğrencilerin kendini izlemesi ve muhakeme etmesidir (Victor, 2004).

Yimer ve Ellerton (2005) kullanılan üstbilişsel stratejileri, Katılma aşaması, Çevirme formülleştirme aşaması, Uygulama aşaması, Değerlendirme aşaması, İçselleştirme aşaması olarak belirlemişlerdir.

Karaçam (2009), öğrencilerin kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejileri belirlemek için sesli düşünme protokolü yöntemini kullanmıştır. Ardından öğrencilerle yarı yapılandırılmış görüşme yapmıştır. Araştırma için kullandığı açık uçlu sorular ile çoktan seçmeli soruların çözmek için kullanılan stratejileri ikiye ayırmıştır. Bunlar bütüncül stratejiler ve lokal stratejilerdir. Bütüncül stratejiler; bireylerin konuya dair tüm bilgileri ve soruları çözmek için kullanılan işlem adımlarının tamamı; lokal stratejiler, bütüncül stratejilerin dikkate alınarak belirlendiği ve çözüm sürecinde kısmi zihinsel işlemlerin yürütülmesini sağlayan varlık olarak tanımlanmıştır. Ayrıca bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin birbirinden bağımsız olamayacağını ortaya koymuştur.

Karaçam (2009) lokal stratejileri aşağıdaki gibi belirtmiştir:

a. Cevabın sesli olarak tekrarlaması: Öğrencinin tüm seçeneklerdeki ifadeler ile tahmin ettiği cevabını kıyaslayarak tümünü sesli okumasıdır.

b. Zihinde canlandırma: Öğrencinin soruda aktarılan davranışı anlayıp zihinde canlandırma işidir.

c. Seçeneklere işaret koyma: Öğrencinin soruyu adlandırıp tahmini cevabına göre diğer şıklara işaret koymasıdır.

d. Problemi davranışlarına yansıtma: Öğrencinin problemde belirtilen davranışları hayal edebilmesi için problem davranışlarıyla aktarmasıdır.

e. Verilenler dışındaki değişkenleri düşünme: çözümün planlanması ve uygulanması aşamasında karşılaşılabilecek farklı değişkenlerin incelenmesidir.

f. Şekil çizme: Öğrencinin soruyu daha etkin anlayabilmesi şekillerden yararlanmasıyla doğru orantılıdır.

g. İpuçlarını sesli tekrarlama: Soru kökünün sesli olarak tekrarlanmasıdır.

h. İpuçlarını karşılaştırma: Öğrencinin ipuçlarından yararlanarak kendine en uygun cevabı bulmasıdır.

i. Kendi cümleleriyle ifade etme: Öğrencinin sorunun temelini okuyup anlamasının ardından sorunun en temel durumunu kendi cümleleriyle ifade etmesidir.

j. Formülleştirme: Cevaba ulaşmak için soru kökünün formülleştirilmesidir.

k. Tekrar okuma: Problemin daha iyi anlaşılması için tekrar okunmasıdır.

l. Bütüncül tanımlama: Öğrencinin sorudaki durum veya olguları bir bütün halinde görerek bu durum ya da olguları farklı ve ortak özeliklerinden başlayarak tanımlamasıdır.

m. Deneme yanılma: Doğru cevaba ulaşılıncaya kadar seçeneklerin denenmesidir.

n. Parça parça tanımlama: Öğrencinin soruyu parçalayarak ele alıp çözmesidir.

o. Not alma: İpuçlarının kayıt altına alınmasıdır.

p. Denklem kurma: Cevaba ulaşmak için eşitliklerden yararlanılmasıdır.

q. Okuyarak şekli takip etme: Sorunun daha anlamlı hale gelmesi için şeklin takip edilerek okunmasıdır.

r. Okuma sonrası şekli inceleme: Soru okunduktan sonra ipuçlarından yararlanılarak şeklin incelenmesidir.

s. İpuçlarının altını çizme: Belirlenen ipuçlarının yuvarlak içine alınması veya altının çizilmesidir.

Karaçam (2009), üstbilişsel düzeyde olan lokal stratejileri şu şekilde belirtmiştir:

a. Diğer seçenekleri kontrol etmek için okuma: Cevabın bulunması halinde bile yine de bütün seçeneklerin tekrar okunmasıdır

b. Tekrar okuma: Seçenekleri ve soru kökünün anlaşılmasından emin olmak için sorunun tekrar okunmasıdır.

c. Problemi davranışlarına yansıtma: Çözüm sürecinde soru kökündeki veya seçeneklerindeki herhangi bir durumun gözden kaçırılmadığına emin olmak için bunu davranışlarla belirtmektir.

d. Şekil çizme: Çözümün doğruluğu şekil çizilerek emin olunabilir.

e. Formül kullanma: Çözümün doğruluğundan emin olmak amacıyla formül kullanılır.

f. Soru köküne dönme: Çözüme dair gözden bir şey kaçmaması için soru kökünü yeniden okumaktır.

g. Soru sorma: Gözden açan bir şey olup olmadığından emin olmak için kişinin hatalı gördüğü yerleri kendine sormasıdır.

h. Sorunun beklentisini sorgulama: Karar vererek devam etme sürecidir.

i. Okuyarak şekli takip etme: Cümle cümle okunarak şeklin takip edilmesidir.

j. Okuma sonrası şekli inceleme: İpuçlarını göz önüne alınarak şeklin tekrar incelenmesidir.

k. Okuma hızını düşürme: Anlamanın derinleşmesi için bazı yerleri okurken okuma hızının düşürülmesidir.

l. Gruplama: Verilen bilgilerin çözüme hizmet edecek şekilde gruplanmasıdır.

m. Kendi cümleleriyle ifade etme: Sorudan ne anlaşıldığı sesli olarak ifade edilmesidir.

n. Nedensel ilişkiler kurma: Verilen durum ve sonuçlar arasında ilişkiler kurmaktır.

o. Denklem kurma: Çözümün doğruluğu ile ilgili kesin bilgiyi denklem kurma yoluyla kontrol edilmesidir.

Yukarıda aktarılan araştırmalar sonucunda bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin birbirinden ayrı faktörler olmadığı görülmüştür. Bu stratejileri birbirinden ayırmak için kullanım amacına bakılması gerekir (Flavell, 1976; Livingstone 1997). Bu sebeple araştırmada problem çözmede kullanılan stratejilerden yalnızca üstbilişsel becerilerin belirlenmesi yeterli görülmüştür.

2.4. İlkokul 3.Sınıf Matematik Programı

2.4.1. İlkokul Matematik Programının Vizyonu ve Yaklaşımı

Matematik her çocuğun öğrenebileceği prensiplerden oluşmuştur. Matematik ile ilgili kavramlar soyut nitelik taşımaktadır. Çocukların gelişim düzeyine bakıldığında bu kavramların doğrudan öğrenilmesi oldukça zordur. Bu yüzden, matematiksel kavramlar, somut ve sonlu yaşam modellerinden yola çıkılarak incelenmiştir. Programda kavramsal öğrenmenin yanında işlem becerilerinin önemi de vurgulanmaktadır. Programda ayrıca, öğrencilerin bağımsız düşünme ve karar verme gibi bireysel yetenek ve becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmektedir.

Matematikle ilgili kavramlar, kavramların kendi aralarındaki ilişkileri, işlemlerin anlamı ve işlem becerilerinin kazandırılması hedeflenmektedir. Programın merkezinde kavram ve ilişkilerin oluşturduğu öğrenme alanları vardır. Kavramsal ve işlemsel bilgi ve beceriler arasında ilişkiler kurmak için, matematik ile ilgili bilgilerin kavramsal temellerinin oluşturulmasına daha çok zaman ayırması sağlanmaktadır. Kavramsal temeller oluşturulduğunda öğrenciler somut deneyim ve tecrübeler oluşturur ve bu da matematiği anlamlandırmalarına yardımcı olur. Bu matematiksel kavramların oluşturulmasının dışında öğrencinin problem çözme becerisini geliştirme, iletişim becerisini güçlendirme, tahminde bulunma, duyusal ve psikomotor gelişim sağlama gibi becerilerin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Öğrenciler problem çözmeyi, çözümlerini ve düşüncelerini açıklamayı, paylaşmayı ve savunmayı, matematiği kendi içinde ve başka alanlarla ilişkilendirmeyi ve zengin matematiksel kavramları etkin şekilde matematik yaparken öğrenirler.

Program, öğrencilerin matematik yapma sürecinde aktif katılımcı olmasını hedeflemektedir. Bu yaş grubundaki öğrenciler kendi düşüncelerini oluştururken çevreleriyle, akranlarıyla, somut nesnelerle iletişimlerinden faydalanmaktadırlar. Matematik öğrenme etkin ve aktif bir süreç olarak incelenmiştir. Programın içeriğinde; öğrencilerin keşfedebilecekleri, araştırma yapabilecekleri, problem çözebilecekleri, çözümlerini paylaşıp tartışabilecekleri ortamların sağlanmasının önemine dikkat çekilmiştir. Öğrencilerin matematiğin eğlenceli yönlerini keşfetmeleri ve etkinlik içerisinde matematik ile uğraştıklarının farkında olmalarını sağlamak önemlidir. Programda öğretmen ve öğrencilerin görevlerinde farklılıklar vardır. Öğretmenin rolleri; kendini ve öğrencilerini motive eden, geliştiren, değerlendiren, yönlendiren, sorgulayan, düşündüren, tartıştıran, birlikte çalışabilendir. Öğrencilerin rollerinden bazıları ise, soru soran, sorgulayan, düşünen, öğrenme sürecinde aktif katılımcı olan, öğrenmesinden sorumlu olan, birlikte çalışabilendir (MEB, 2018).

2.4.2. İlkokul Matematik Programında Öğrenme Alanları

İlköğretim matematik dersi öğretim programında; Sayılar ve İşlemler, Geometri, Ölçme ve Veri işleme olmak üzere dört öğrenme alanı saptanmıştır (MEB,2018). Öğrencilere kazandırılacak temel matematik kavramlarını, işlem kurallarını ve bilgilerini, matematik dili vb. öğeleri bu dört öğrenme alanı içermektedir. Bu dört öğrenme alanında ayrıca akıl yürütme, matematiksel düşünme, tahminde bulunma, problem çözme vb. gibi diğer becerilerde değerlendirilmiştir (Ersoy, 2006).

Tüm öğrenme alanları her sınıf seviyesinde varken, bazı alt öğrenme alanları belirli sınıf seviyelerinde ortaya çıkmaktadır. Öğrenme ve alt öğrenme alanlarının sınıflara göre dağılımları Tablo 5'teki gibidir.

Tablo 5. *İlkokul 1-4. Sınıflar Öğrenme ve Alt Öğrenme Alanlarının Sınıflara Göre Dağılımı (MEB, 2018)*

		Sınıflar			
Öğrenme Alanı	**Alt Öğrenme Alanı**	**1**	**2**	**3**	**4**
Sayılar ve İşlemler	Doğal Sayılar	x	x	x	x
	Doğal Sayılarla Toplama İşlemi	x	x	x	x
	Doğal Sayılarla Çıkarma İşlemi	x	x	x	x
	Doğal Sayılarla Çarpma İşlemi		x	x	x
	Doğal Sayılarla Bölme İşlemi		x	x	x
	Kesirler	x	x	x	x
	Kesirlerle İşlemler				x
Geometri	Geometrik cisimler ve Şekiller	x	x	x	x

	Uzamsal İlişkiler	x	x	x	x
	Geometrik Örüntüler	x	x	x	
	Geometride Temel Kavramlar			x	x
Ölçme	Uzunluk Ölçme	x	x	x	x
	Çevre Ölçme			x	x
	Alan Ölçme			x	x
	Paralarımız	x	x	x	
	Zaman Ölçme	x	x	x	x
	Tartma	x	x	x	x
	Sıvı Ölçme	x	x	x	x
Veri İşleme	Veri Toplama ve Değerlendirme	x	x	x	x

‘Sayılar ve İşlemler’ öğrenme alanı İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı’nın büyük bir kısmını kapsar (Meb, 2018). Bu alandaki asıl amaç çocuklarda işlem becerilerinin geliştirilmesi ve sağlam bir sayı kavramının oluşturulmasıdır.

‘Geometri’ öğrenme alanı soyut kavramlar ve ilişkileri ele alır. Somut ve sonlu nesneler, kavramlar ve ilişkileri incelenmektedir.

‘Ölçme’, günlük hayattaki ilişkilerden ve ihtiyaçlardan yola çıkılan bir öğrenme alanıdır. Öğrencilerin ölçme yapma, yorumlama, tahmin etme gibi becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir.

‘Veri İşleme’, Sayılar ve İşlemler öğrenme alanını da destekleyecek şekilde ele alınmıştır. Bu öğrenme alanında; öğrencilerden verileri toplaması, tablo ve grafiklerle göstermesi ve analiz etmesi amaçlanmıştır (Meb, 2018).

2.4.2.1 Sayılar Öğrenme Alanı, Alt Öğrenme Alanları ve Kazanımlar

Günümüzde olduğu gibi her çağda sayılar insanların yaşamında önemli bir yere sahip olmuştur. Matematiksel kavramların en başında sayı kavramı yer almaktadır. İlköğretim düzeyinde sayıları içermeyen matematiksel bir konu bulunmamaktadır. Sonraki öğrenmelerde karşılaşılabilecek birçok sıkıntıyı gidermek için sayı kavramı eksiksiz olarak algılanmalıdır (Bukova, 2002).

Öğrencilerden Türkçe okuryazarlığı kadar, sayı bilgisi okur yazarı olmaları, sayıları kavramaları ve günlük yaşam problem çözümlerinde kullanmaları, nesneleri nicel özellikleriyle de betimlemelerini beklenmektedir. Program sarmal bir yapı içerisinde planlanarak, öğrencilerin sadece sayılarla ilgili bilgi ve becerileri değil, iletişim, problem çözme gibi becerilerinin geliştirilmesi de hedeflenmiştir. Hedeflerine ve kazanımlarına göre programın ilköğretim birinci kademeyi tamamlayan her öğrencinin sayılar ve işlemler alt öğrenme alanıyla ilgili edinmesi gereken beceriler aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Sayıları tanır, anlamlarını bilir ve kullanır.
- Basamak kavramını bilir ve kullanır.
- Sayılarla işlem yapar.
- Dört işlemi bilir ve problem çözmede kullanır.
- Tahmin eder ve zihinden işlem yapar.
- Kesirleri anlar ve işlem yapar.

Sayı örüntülerindeki sayılar arasındaki ilişkileri belirler ve bu ilişkileri problem durumlarına uygular.

Sayılar ve işlemler alt öğrenme alanının sınıflara göre dağılımı Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6. *Sayılar ve İşlemler Alt Öğrenme Alanının Sınıflara Göre Dağılımı (MEB, 2018)*

		Sınıflar			
Öğrenme Alanı	**Alt Öğrenme Alanı**	**1**	**2**	**3**	**4**
Sayılar ve İşlemler	Doğal Sayılar	x	x	x	x
	Doğal Sayılarla Toplama İşlemi	x	x	x	x
	Doğal Sayılarla Çıkarma İşlemi	x	x	x	x
	Doğal Sayılarla Çarpma İşlemi		x	x	x
	Doğal Sayılarla Bölme İşlemi		x	x	x
	Kesirler	x	x	x	x
	Kesirlerle İşlemler				x

Tablo 6'da görüldüğü gibi ilköğretim birinci sınıf matematik programında doğal sayılar, doğal sayılarda toplama işlemi, doğal sayılarda çıkarma işlemi ve kesirler alt öğrenme alanları bulunmaktadır. Programda ikinci ve üçüncü sınıfların alt öğrenme alanları aynıyken, dördüncü sınıfta ek olarak kesirlerde işlemler alt öğrenme alanı yer almaktadır.

Tablo 7'de İlköğretim 3.Sınıf Matematik Öğretim Program'ında sayılar ve işlemler öğrenme alanına ilişkin alt öğrenme alanları ve zaman dağılımı verilmiştir.

Tablo 7. *Sayılar ve İşlemler Öğrenme Alanının Alt Öğrenme Alanları ve Zaman Dağılımı (MEB, 2018)*

			Süre	
Konular	**Kazanımlar**	**Kazanım Sayısı**	**Ders Saati**	**Yüzde (%)**
M.3.1.1. Doğal Sayılar	M.3.1.1.1.-M.3.1.1.0.	10	20	11
M.3.1.2. Doğal Sayılarda Toplama İşlemi	M.3.2.2.1.- M.3.1.2.2	2	6	3
M.3.1.3.Doğal Sayılarda Çıkarma İşlemi	M.3.1.3.1. – M.3.1.3.2	2	6	3
M.3.1.2. Doğal Sayılarda Toplama İşlemi	M.3.1.2.3. – M.3.1.2.6.	4	10	6
M.3.1.3. Doğal Sayılarda Çıkarma İşlemi	M.3.1.3.3. – M.3.1.4.4.	2	6	3
M.3.4.1 Veri Toplama ve Değerlendirme	M.3.4.1.1. – M.3.4.1.3.	3	10	6
M.3.1.4. Doğal Sayılarda Çarpma İşlemi	M.3.1.4.1. – M.3.1.4.6.	6	20	11
M.3.1.5. Doğal Sayılarda Bölme İşlemi	M.3.1.5.1. – M.3.1.5.4.	4	16	9
M.3.2.6. Kesirler	M.3.1.6.1. – M.3.1.6.6.	6	18	10

2.5 Matematiksel Modelleme

2.5.1. Model ve Modelleme Kavramları

Model kelimesinin anlamını açıklarken, modelin kapsamını sınırlandırmak oldukça zordur. Araştırmacılar, modelin genel bir tanımının yapılması yerine, tüm bilimsel modellerce paylaşılan ortak özelliklerin tanımlanmasının daha açıklayıcı olduğunu belirtmektedirler (Güneş ve diğ., 2004).

Bilimsel modellerin ortak özelliklerini şu şekilde sıralayabiliriz:

- Bir model, doğrudan ölçülemeyen ve gözlenemeyen bir hedef hakkında bilgi edinmek için kullanılan araştırma yöntemidir. Bu yüzden, ölçeklendirme modelleri (ev, köprü, maket vb.) bir nesnenin başka bir ölçekteki kopyası olduğundan bilimsel model değildir.
- Bir model hedef ile direkt etkileşimde olmaz. O yüzden fotoğraf bir model değildir.
- Model, temsil ettiği hedeflerle (sistem, nesne, süreç, olgu vb.) bağlantılıdır.
- Bir model, araştırmacıların modellenen hedef kavramla ilgili test edilebilir hipotezler üretebilmeleri için, hedefe uygun benzetmelere dayanır.
- Bir model, yapılan araştırmanın amaçlarına bağlı olarak hedeften belirgin farklılıklar gösterir.
- Bir model planlanırken, araştırmacılara modelin temsil ettikleriyle ilgili tahmin imkânı sağlayacak hedef ile model arasında benzerlikler ve farklılıklar belirlenir.
- Bir model, hedefle ilgili yeni çalışmalar ortaya çıktıkça geliştirilebilir ve revize edilebilir (Güneş ve diğ., 2004).

Modelleri sınıflandırmak, diğer bilimsel modeller arasındaki farklara dikkat çekmemizi sağlar. Geçmişten günümüze modellerin sınıflandırılmasına yönelik çalışmalarda; bilimsel olan/bilimsel olmayan modeller, somut-soyut modeller, işlevleri bakımından (tanımlayıcı, betimleyici, açıklayıcı) modeller biçiminde çeşitli sınıflandırmalarda bulunulmuştur (Güneş ve diğ., 2004).

Öğretmen ve öğrencilerin gözlemlenmesi, onlarla mülakat yapılması ve elde edilen verilerin diğer araştırmalarla desteklenmesi sonucu ortaya çıkan bir sınıflandırma örneği de aşağıdaki gibidir:

- Sembolik ve simgesel modeller: Kimyasal formüller ve kimyasal tepkimelerin gösterdiği denklemler bu tür modele örnektir.
- Pedagojik analojik modeller: Modelin bilgiliyi hedefle paylaşmasından analojik olarak isimlendirilir. Gözlemlenemeyen varlıkları (atom, hücre vb.) öğrenciler için ulaşılabilir yapmak için öğretmenler tarafından açıklayıcı olarak geliştirilmesinden pedagojik olarak isimlendirilir.
- Teorik modeller: Verilerden daha çok teoriye dayanan, teorik temellerle tanımlanmış modellemedir.

- Ölçeklendirme modelleri: Yapısal özellikleri, renkleri, dış şekilleri tanımlamakta kullanılan modellerdir. Binaların, arabaların, hayvanların ölçeklendirilmiş modelleri örnek olarak verilebilir. Ölçeklendirme modeli genel olarak oyuncak gibi olduğundan farklılıklar gizlenebilir.
- Kavram ve süreç modelleri: Bir sürecin oluşumunu temsil eden modellerdir. Fabrikadaki bir ürünün oluşum sürecinin modeli buna örnek olarak verilebilir.
- Haritalar, diyagramlar, tablolar: Periyodik tablo, soy ağacı, elektrik devesi gibi öğrenciler tarafından kolaylıkla oluşturulabilecek ilişkileri temsil eden modellerdir.
- Simülasyonlar: Trafik modelleri, deprem modelleri gibi kompleks süreçleri gösteren modellerdir.
- Zihinsel modeller: Üstbilişsel işlemlerle bir şeyin nasıl çalıştığının açıklanmasıdır. Öğrenciler tarafından üretilen ve kullanılan zihinsel modeller tamamlanmadığı için kalıcı değildir ve değişebilir.
- Senteze dayalı modeller: Öğretmenler ile öğrencilerin farkındalığının ortaklaşa modelleri olarak ortaya çıkmıştır.
- Matematiksel modeller: Gerçek yaşamda karşılaşılan durumların matematiksek olarak ifade edilmesidir. Bir olayı, olguyu matematiksel grafiklerle, denklemlerle temsil eden modellemedir (Güneş ve diğ., 2004).

2.5.2. Matematiksel Modelleme

Matematik ile gerçek dünya arasındaki ilişkileri ortaya koyma ihtiyacı, matematik eğitimi araştırmalarında matematiksel model ve modelleme çalışmalarının ilgi göstermesini sağlamıştır (Lesh, Hamilton ve Kaput, 2007). PISA (Program for International Student Assessment) odak noktasını bireyin matematiği gerçek dünya ile ilişkilendirme üzerine oturtan bir programdır. PISA öğrencilerin matematik okuryazarlığını ölçmek istediği için matematiksel model ve modelleme çalışmalarını özellikle teşvik etmiştir. PISA, öğrencilerin okulda öğrendikleri bilgi ve becerileri günlük yaşamda kullanma becerilerini ölçmeyi amaçlamaktadır (OECD, 1999). PISA çalışmalarının sonuçlarına paralel olarak birçok ülkede araştırmacılar, öğrencilerin okul dışındaki hayatlarında ve gelecekteki mesleki yaşamlarında karşılaştıkları gerçek hayat problemini çözme konusunda hazırbulunuşluklarını sorgulamaya başlamışlardır (Blum, 2002; English, 2006; Mousoulides, 2007).

Matematiksel modelleme öğrencilerin gerçek yaşam problemlerini çözmelerine yardım edip onları hazırlayan, alışık olmadıkları durumlarla karşılaştıklarında bu durumlarla başa çıkma konusunda yaratıcı düşünmelerine imkân sağlayan bir modeldir (Lesh ve Doerr, 2003; English, 2006; Mousoulides, 2007). Matematiksel modellemenin en genel tanımı; matematik veya matematik dışındaki bir olguyu, olayı matematiksel olarak tanımlamak ve bu matematiksel örüntüler oluşturmaya çalışmaktır (Verschaffel, Greer ve De Corte, 2002).

2.5.2.1. Matematiksel Modelleme Yaklaşımları

Kaiser ve Sriaman (2006) matematiksel modelleme yaklaşımlarını şu şekilde açıklamışlardır:

Realistik (Gerçekçi) veya Uygulamalı Modelleme: Öğrencilerin problem çözme ve modelleme becerilerini geliştirmeyi hedefler. Bu bağlamda gerçek yaşam problemlerinden örnekler verilerek öğrencilerden matematiksel bilgilerini uygulamalı olarak kullanmaları önemsenmektedir.

Bağlamsal Modelleme: Öğrencilere yapaylıktan uzak, gerçek hayat durumları verilir ve böylece öğrencilerin matematiksel kavramları tecrübe ederek daha anlamlı ve kalıcı öğrenecekleri varsayılır.

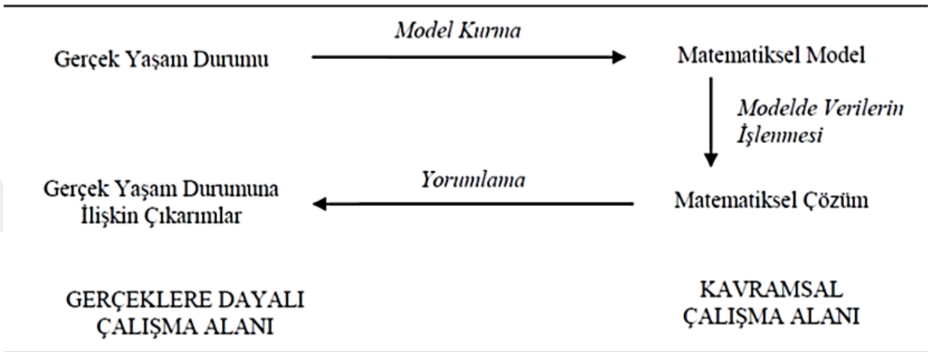
Eğitimsel Modelleme: Realistik yaklaşım ile bağlamsal yaklaşımın karması olarak ele alınabilir. Matematiksel modelleme ile uygun öğrenme ortamları oluşturularak öğrencilere kavramların öğretilmesi hedeflenmektedir.

Bilişsel Modelleme: Modelleme sürecinde oluşan zihinsel süreçlerin analiz edilmesi ve anlaşılmasını amaçlayan bir yaklaşımdır. Bu yaklaşıma göre modelleme etkinlikleri öğretmenlere, öğrencilerin düşünme süreçlerini anlama ve gelişimini sağlamak için yol göstermektedir.

Epistomolojik veya Teorik Modelleme: Matematiksel modellemeyi öğrencinin matematik yapma yeri olarak belirtmiştir. Gravemeijer ve Stephan (2002) göre yaklaşımın amacı, öğrencilerin var olan bilgilerini kullanarak çözümler üretmesi ve çözüm sürecinde öğrencilerin zihninde oluşan informal modellerin gelişmesine katkı sağlamaktır.

Sosyo-eleştirisel Modelleme: Amaç öğrencilere eleştirisel düşünme becerilerini kazandırmaktır. Bu bağlamda modelleme sürecinde öğrencilerin basitten karmaşığa doğru matematiği kullanarak tartışmalarının eleştirisel düşünme becerilerini geliştireceği kabul edilir.

Müller ve Witmann (1984), modelleme sürecinin üç temel basamaktan meydana geldiğini, Almanya'daki ilkokul öğrencileriyle yaptıkları bir çalışmada ortaya çıkarmışlardır. Bu üç temel basamak; model kurma, modelde veri işleme ve yorumlamadır.



Şekil 11. Modelleme Sürecinin Yapısı (Müller ve Witmann, 1984; akt. Peter-Koop, 2004)

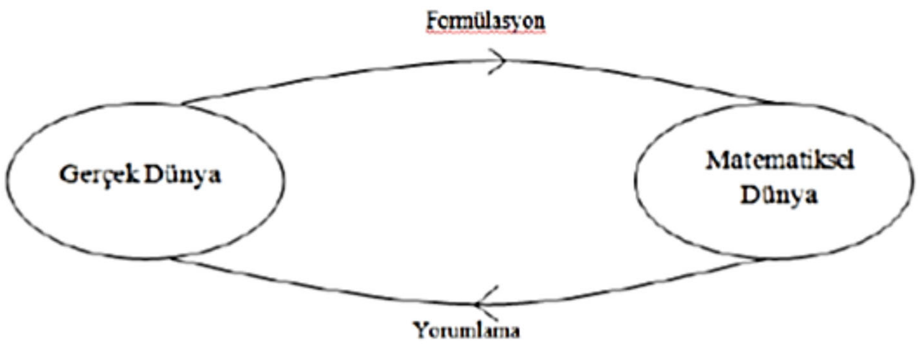
Matematiksel modelleme sürecinde iki amaç ortaya çıkmıştır. Bazı araştırmacılar, (Schoenfeld, 1985; Biccard ve Wessels, 2011) bu süreçteki bilimsel verileri detaylıca değerlendirmişlerdir. Bazı araştırmacılar ise, Müller ve Witmann, 1984; Mason, 1988; Berry ve Houston, 1995; Berry ve Davies, 1996; Borromeo Ferri, 2006; Galbraith ve Stillman, 2006; Cheng, 2010; Hıdıroğlu, 2012 bilişsel aktivitelerin yanında bunlar arasındaki geçişleri de ele almışlardır. Schoenfeld (1985), matematiksel modelleme sürecini beş temel basamakta ele almış ve bilişsel hareketlere ve bunların özelliklerine değinmiştir. (Bkz. Tablo 8)

Tablo 8: *Matematiksel Modelleme Süreci (Schoenfeld, 1985)*

Basamaklar	Açıklamaları
1. Problemi okuma	Problem ifadesi okunur ve anlamlandırılır.
2. Modeli oluşturma	Problem durumu basitleştirilir, yapılandırılır ve matematikselleştirilir.
3. Tahmin etme	Problemin gerçek durumuna uygun sayısal tahminler yapılır.

4.	Hesaplama	Problem elde edilen denklemler ya da grafikler yardımıyla çözülür.
5.	Raporlaştırma	Problemde elde edilen bulgular özetlenir ve çözüm yazılı hale getirilir.

Berry ve Houstan (1995)'e göre; modelleme süreci gerçek yaşam ile matematiksel dünya arasındaki etkileşimle ortaya çıkmaktadır. (Bkz. Şekil 12)



Şekil 12. Matematiksel Modellemenin Basit Bir Görünümü (Berry ve Houstan,1995)

Berry ve Houston (1995)'e göre modellemede gerçek yaşamdan bir problemi, matematiksel bir problem gibi ele alarak bu problemin matematiksel modeli meydana getirilmektedir. Daha sonra matematiksel problem çözülerek elde edilen sonuçlar yorumlanarak gerçek yaşam problemini çözmek için faydalanılmaktadır.

2.5.2.2. Matematiksel Modelleme Etkinlikleri

Matematiksel modelleme etkinlikleri, öğrencileri gerçek hayat problemleri üzerine yoğunlaştırarak onların gerekli matematiksel modelleri oluşturmaları, geliştirmeleri ve bu modelleri başka problem durumlarında kullanabilmelerini amaç edinmiştir (Lesh ve Doerr, 2003; Zawojewski ve Lesh, 2003).

Birçok araştırmacı problem çözme üzerine araştırma yapmış ve sıradan problemlerin öğrencilerin problem çözme becerilerini istenen düzeyde geliştirmediği, problem çözmede öğrencileri belli bir kalıba sokarak buldurdukları çözümlerin çok da anlamlı olmadığını ve gerçek yaşam durumlarını göz önüne almadıklarını ortaya koymuşlardır. Bu araştırmalara göz önüne alan birçok araştırmacı (Blum ve Niss, 1991; Schoenfeld, 1992; Verschaffel ve diğ., 1994; Lesh ve Doerr, 2003; English ve Watters, 2004; Stillman ve diğerleri, 2007; Henn, 2007) problem çözme etkinliklerine yeni bir format ortaya koymuşlardır. Kalıp cümlelerle öğrenciyi yönlendirmeyen, rutin olmayan, açık uçlu ve yoruma açık matematiksel modelleme etkinlikleriyle öğrencileri gerçek yaşam problemleri üzerinde çalışmayı ve gelecek hayatlarında karşılaşabilecekleri sorunları çözebilecek problem çözme becerisi gelişmiş bireyler olarak yetiştirmeyi hedeflemiştir. Modelleme etkinliklerinin önemli özelliklerinden bazıları; geleneksel sözel problemlerdeki gibi öğrenciyi yönlendirecek hazır kalıp ve anahtar kelimelere yer verilmemesi, açık uçlu sorulardan oluşması ve birden fazla çözüm yolunun olması olarak özetlenebilir (Kertil, 2008).

Model oluşturma etkinliklerinin çocuklarda hedeflenen amaçları; gerçek hayat problemi bir durumun matematiksel modelini oluşturmalarına destek olmak ve böylece önemli matematiksel kavramların daha iyi anlaşılmasını sağlamaktır (Sriraman, 2005). Yapılan bu etkinlikler; öğrencilerin gerçek yaşam sorunlarını daha iyi anlamlandırmaya ve kendi matematiksel modellerini geliştirmeye, değerlendirmeye olanak sağlamaktadır (Doruk, 2010). Model oluşturma etkinliğinin içermesi gereken özellikler Lesh ve arkadaşları (2000) tarafından şöyle belirtilmiştir:

- Gerçeklik Prensibi: Aktivite gerçek veya gerçeğe yakın, günlük yaşam ile ilgili olmalı.
- Model Oluşturma Prensibi: Etkinlik öğrenciye, model oluşturmayı bir gereksinim olarak göstermeli.
- Öz Değerlendirme Prensibi: Etkinlik öğrencinin, kendi kendini değerlendirme, kendisini daha iyi tanıma ve eksikliklerini fark edebilmelerini sağlamalı.
- Model Dökümasyon Prensibi: Etkinlik öğrencinin, kendi düşünme yöntemlerini, amaçlarını, çözüm yollarını çözümleri içerisinde göstermesini sağlamalı.
- Model Genelleme Prensibi: Geliştirilen model başka durumlara da genellenebilir ve kullanılabilir olmalıdır.
- Etkili Prototip Prensibi: Oluşturulan model basit ve anlaşılır olmalıdır.

Modelleme etkinliklerinin amacı öğrencilerin, farklı gerçek yaşam problemlerini anlaması, matematiksel olarak yorumlaması, süreci matematiksel olarak betimlemesi ve problem durumuyla ilgili farklı çözüm yollarını dışa vurmalarına yardımcı olmaktır (Lesh ve Doerr, 2003).

Blum ve Niss (1991) ve Lesh ve Doerr (2003) matematiksel modelleme için belirledikleri süreç aşağıdaki gibidir;

- Problemin anlaşılması ve yorumlanması; problemin içeriğinde verilen bilgilerin saptanması, anlanması ve analiz edilmesi,
- Problemi farklılaştırarak matematiksel model oluşturma; değişken ve ilişkilerini belirleme, değerlendirme, varsayım oluşturma ve bir model üretme,
- Paylaşılan çözümü yorumlama; çözümü değerlendirme, analiz etme, karar verme ve çözüm önerisinde bulunma,
- Çözümün doğruluğunu ispat etme; farklı bakış açılarıyla sonucu değerlendirme, genelleme yaparak paylaşma.

Modelleme etkinliklerinin özellikleri literatürde yapılan çalışmalara göre aşağıdaki gibi verilmektedir (Lesh ve diğ., 2000; Chamberlin ve Moon, 2006, Mousoulides, Christou & Sriraman, 2006; Lesh ve Caylor, 2007; Mousoulides, 2007; Lesh & Zawojewsky, 2007‟den akt. Eraslan, 2011):

- Kelime veya rakamla cevaba ulaşılan geleneksel problemlerin aksine, açık uçlu ve gerçekçi problemlerdir.
- Tek bir çözümün aksine farklı olası çözümler üretmeye elverişlidir.
- Üst düzey düşünmeyi teşvik eder ve geliştirir.
- Aktif öğrenmeyi ve bireyselin öz değerlendirme yapmasına olanak tanır.
- Bireysel çalışma yerine birlikte çalışmayı gerektirir.
- Problemi ele alırken farklı alanların birbiriyle ilişkide kaldıklarını gösterir.
- Seviye fark etmeksizin her düzeyde kullanılır.

Yu ve Chang (2009), on altı matematik öğretmeninin matematiksel modelleme etkinlikleri tasarladıktan sonra görüşlerini ve fikirlerini ortaya koyan çalışmalar yapmışlardır. Öğretmenlerle yapılan görüşmelerde; modelleme etkinliklerinin avantajları olduğu gibi bazı dezavantajları da olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin gerçek yaşantılarıyla doğrudan ilişkili olması, iletişim becerilerini geliştirmesi, matematiksel yeterliklerine katkı sağlaması avantajları arasında sıralanabilir. Uygulama sürecindeki zorluklar, müfredat yetiştirmek için zaman yetersizliğine sebep olması, sınav odaklı bir öğretim sürecine uygun olmaması, grup tartışmalarında konu dışına çıkılması dezavantajları olarak sıralanabilir.

2.5.2.2.1. Matematiksel modelleme etkinlikleri ve problem çözme.

Rutin problemlerin aksine rutin olmayan problemlerin çözümleri, işlem becerilerinin yanında problemi anlama, verileri organize etme, sınıflandırma, ilişkilendirme gibi becerilere sahip olmayı gerektirir. Örneğin, bir gerçek yaşam probleminin çözümü için bazı cebirsel işlemlerin uygulanmasının yanı sıra hususi olayların göz ardı edilmemesi ve bazı kararlar alınmasına ihtiyaç duyulabilir (Olkun ve Toluk, 2003). Standart matematiksel işlemlerle çözülebilen standart sözel problemlerin yerine, standart olmayan sözel problemler kullanılmalıdır. Sıradan olmayan problemlerin çözümü için modelleme yapılabilir. Öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmesine olanak sağlamak için bu tür problemlerle karşılaşmalarını sağlamak gerekir. Rutin olmayan problem ile karşılaşan öğrenciler çözüm için gereken işlemleri öğrenciler akıl yürüterek ve ilişkiler kurarak problem durumunu modelleyebilirler. Bu yüzden öğrencide bu becerilerin gelişmesine sebep olur (Olkun, Şahin, Akkurt, Dikkartın, Gülbağcı, 2009).

Reusser ve Stebler'e (1997) göre geleneksel sözel problemler; öğrencilerin her problemi çözülebilir veya tek bir çözümü olan problem olarak görmesine, problem anlaşılmadığında ise daha önce çözülen benzer problemlere bakma ya da çözüm için anahtar kelime arama gibi net kabullerin ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Bunun yanında geleneksel sözel problemlerde gerçek yaşam problemi gibi yansıtılan durumlar aslında gerçek yaşam problemi değildir (Niss ve ark., 2007). Bu tarz problemlerde değişkenler belli, gerçeklikten uzak ve yapay durumdadır.

Klasik problem çözme sürecinde uygulanması ve yapılması gerekenler bellidir ve bunların dışına kolay kolay çıkılmaz ancak modelleme süreçlerinde fazlaca deneme yanılma etkinliği ve başa dönme vardır. Modelleme yaklaşımında problem çözümünde kesin bir sonuç bulmaktan ziyade, bulunan çözümü kontrol etme ve geliştirme söz konusudur (Zawojewski ve Lesh, 2003). Geleneksel problem çözme etkinliklerinde, öğrencilerin modelleme yaparak ve aktif olarak öğrenmesi istenen genelleme yapmak, akıl yürütmek, analiz etmek gibi özellikler öğrencinin düşünmesine fırsat vermeden öğreticiler tarafından verilmekte ve bu yüzden her sınıf kademesinde öğrencileri karşılaştıkları problemlerde tekdüze ve rutin yolları kullanmaya itmektedir (Olkun, Şahin, Akkurt, Dikkartın, Gülbağcı, 2009).

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, katılımcılar, veri toplama araçları, veri çözümleme teknikleri üzerinde durulmuştur.

3.1.Araştırmanın Modeli

İlkokul öğrencilerinin matematiksel modelleme etkinliklerinin problem çözme becerileri ve üstbilişsel gelişimlerine etkisinin incelendiği bu çalışma, karma yöntemli olup nicel ve nitel desen birlikte kullanılmıştır. Karma yöntemli çalışmalar, nicel yöntemin yetersiz kaldığı yerlerde nitel yöntemle araştırmayı derinleştirmek için yapılan çalışmalardır. Araştırmacının nitel yöntem ve nicel yöntemi beraber kullanarak araştırmayı derinleştirmesi ve birleştirmesine karma yöntem araştırmaları denir (Creswell, 2003; Tashakkori ve Teddlie, 1998; Johnson ve Onwuegbuzie, 2004).

Çalışmanın nicel kısmında ihtiyaç duyulan veriler, ön test-son test kontrol gruplu deneme modeli ile elde edilmiştir. Ön test-son test kontrol gruplu deneme modeli, deneysel işlemin bağımlı değişken üzerindeki etkisinin test edilmesi ile ilgili olarak araştırmaya yüksek bir istatistiksel güç sağlayan, elde edilen bulguların neden-sonuç bağlamında yorumlanmasına olanak veren ve davranış bilimlerinde sıkça kullanılan güçlü bir desen olarak tanımlanabilir (Büyüköztürk, 2007). Tablo 9'da araştırmada kullanılan deneysel desen sembollerle gösterilmiştir.

Tablo 9. *Araştırmada Kullanılan Deneysel Desen*

Gruplar	Öntest	Bağımsız değişken	Sontest
Deney	PÇT	Öğretim programının öngördüğü süreç ve matematiksel modelleme etkinlikleri- 5 hafta	PÇT
Kontrol	PÇT	Öğretim programının ön gördüğü çalışmalar- 5 hafta	PÇT

Tablo 9'da araştırmada kullanılan deneysel desene yer verilmiştir. PÇT (Problem Çözme Testi) deney ve kontrol grubunun ön test ve son test ölçümlerini; bağımsız değişken ise deney grubundaki öğrencilere uygulanan matematiksel modelleme etkinlikleri ile kontrol grubuna uygulanan çalışmayı göstermektedir.

Deney ve kontrol gruplarıyla gerçekleştirilen öğretim sürecinin 5 hafta (20 ders saati) sürdürdüğü tabloda verilmiştir.

Nitel araştırma, yapılan araştırmayla ilgili daha fazla bilgiye sahip olmamızı sağlayan ve edinilen bilgileri geliştiren sorularla yapılır (Merriam, 1998). Nitel araştırma için nitel veri toplama araçları kullanılmaktadır. Bunlar; gözlem, görüşme ve doküman analizi olarak sıralanabilir. Bu veri araçları kullanılarak sonuçlar araştırmanın yapıldığı yerde doğal ortamda aslına uygun ve bütün olarak ortaya koyulur (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu araştırmada ilkokul öğrencilerinin matematiksel modelleme etkinlikleri ile problem çözme ve üstbilişsel becerilerine etkisinin incelenmesi hedeflenmektedir.

Bu amaçla araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden olan durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışması, belli başlı kurallar çerçevesinde tek bir konuyu, olayı, durumu derinlemesine incelemektir. Bu sayede ortamda olanlara bakılarak, sistematik bir biçimde veriler toplanır, analiz gerçekleştirilerek sonuçlar tespit edilir (Gökçek, 2009). Yin (2003) durum çalışmalarını dört bölümde incelemiştir. Bunlar; bütüncül tek durum deseni, iç içe geçmiş tek durum deseni, bütüncül çoklu durum deseni ve iç içe geçmiş çoklu durum desenidir. Her bir durumun kendi içerisinde bütüncül bir şekilde ele alınması ve ardından birbirleriyle karşılaştırılmasına bütüncül çoklu durum deseni denir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Araştırmada bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır.

3.2.Katılımcılar

Araştırmanın evrenini 2022-2023 Eğitim-Öğretim yılı İzmir ilinde yer alan resmi ilkokullarda öğrenim gören 3.sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Pilot çalışma ile Çiğli'de bulunan Bülent Okan İlkokulu'nda bulunan üçüncü sınıflardan iki şube üzerinde "Problem Çözme Testi'nin güvenirliği incelenmiştir. Bu pilot çalışma yardımıyla Problem Çözme Testine ait sorular son halini almıştır. Menemen ilçesinde yer alan ilkokullardan amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme yoluyla seçilen, Bahçeşehir Kuzey Kampüs İlkokulunda bulunan üçüncü sınıflardan iki şube araştırmanın örneklemini oluşturmuştur. Kolay örnekleme yöntemi örneklemin çalışmaya pratiklik ve hız kazandıran, kolay ulaşılabilir ve uygulanabilir birimlerden seçilmesidir (Büyüköztürk,2012). Üçüncü sınıfların tamamına problem çözme testi uygulanarak, bağımsız örneklem t testi yardımıyla aralarında anlamlı fark bulunmayan ($p<0,05$) iki şube deney ve kontrol grubu olarak seçilmiştir. Deney ve kontrol grubunda yer alan sınıflarının denkliği idareciler ve öğretmen görüşleri dikkate alınarak 3-A ve 3-B sınıfları seçilmiştir.

Belirlenen öğrencilere ve velilere araştırmaya katılmak isteyip istemedikleri sorulmuştur. Bu şekilde öğrencilerin seçiminde gönüllülük ilkesi göz önünde bulundurulmuştur. Belirlenen bu öğrencilerin ailelerine hazırlanan muvafakatnameler verilerek onayları alınmıştır. Öğrencilerin tamamı çalışma gruplarında yer almıştır. Tüm çalışma 5 hafta sürmüş, uygulamanın öncesi ve sonrasında ön test ve son test uygulamaları yapılmıştır.

3.3.Veri Toplama Araçları

Araştırmada kullanılan veri toplama araçları şu şekildedir:

1. Problem Çözme Testi
2. Sesli Düşünme Protokolü

3.3.1. Problem Çözme Testi

Araştırmaya katılan 42 ilkokul öğrencisinin matematiksel modelleme etkinliklerinin problem çözme ve üstbilişlerine becerisini ölçmek için Problem çözme testi geliştirilmiştir. Bu test matematik alanında uzman üç kişinin görüşleri alınarak oluşturulmuştur.

Öğrencilerin problem çözme becerisini belirlemeye yönelik test 10 maddeden oluşmaktadır. Başarı testinin güvenirlik ve geçerliliği araştırmadan bağımsız 70 öğrenci üzerinden toplanan veriler ile gerçekleştirilmiştir.

Maddelerin niteliğini ölçmek için, güçlük ve ayırt edicilik indeksleri incelenmiştir.

3.3.1.1.Güvenirlik Analizi

Başarı testi güvenilirliğine yönelik çeşitli yaklaşımlar vardır, bunlardan en yaygın olanı Kuder-Richardson -20 (KR-20) indeksi kullanılarak hesaplanan iç tutarlılıktır. Kuder-Richardson KR-20 formülünü biraz daha geliştirerek biraz daha hesaplaması kolay olan KR-21 formülünü belirlemişlerdir. KR-21 formülü KR-20 formülüne göre daha az doğrudur. KR-20 teoride 0,0 ile 1,0 arasında değişmektedir. Değerin 1'e yaklaşması mükemmel bir şekilde tutarlı ölçümü göstermektedir. KR-20 kısmen test uzunluğundan etkilenmekte ve test daha fazla öğe olduğunda daha yüksek olma eğilimindedir. Kehoe (1995) 10 ila 15 maddelik kısa testler için 0,5 düşük güvenirliğin yeterli olduğunu belirtmektedir. Thompson’a göre (2009) 20 veya 50 madde gibi testler için KR-20 değerlerinin 0.7 ve üzeri olması yeterlidir. Rudner ve Schafer (2002) 'ye göre, öğretmen tarafından yapılan bir değerlendirmenin güvenirlik katsayılarını yaklaşık 0.50 veya 0.60 olarak göstermesi gerekmektedir. Salkind’a göre (2010) 50 maddeden daha uzun olan testler için 0.7 değeri kabul edilebilir bir değerdir. Çalışmada problem çözme başarı testinin güvenilirlik değerleri Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 20. *Güvenirlik Katsayıları*

Cronbach's Alpha	0,842
Split-Half (odd-even) Correlation	0,799
Spearman-Brown Prophecy	0,816
KR21	0,826
KR20	0,842

3.3.1.2.Madde Ayırt Edicilik Endeksi

Madde ayırt edicilik indeksi, başarı düzeyi yüksek (üst grup) ve düşük (alt grup) olan öğrencileri birbirinden ayırt etme düzeyidir. -1 ile +1 arasında değişen madde ayırt edicilik indeksinin 0’a yaklaşması ayırt ediciliğin düşük, 1’e yaklaşması ise ayırt ediciliğin yüksek olduğu anlamına gelir (Bayrakçeken, 2012). Madde ayırt ediciliği maddelerin ölçülen özellikle ilgili olarak bireyleri ne derece ayırt ettiğini gösterir (Büyüköztürk ve diğerleri, 2014). Maddeler için madde ayırt edicilik indeksi Gönen ve arkadaşlarının (2011) belirttiği aşağıdaki formül ile hesaplanmıştır.

Madde Ayırt Edicilik İndeksi = r = (*Dü-Da*) /N

Dü: Maddeyi üst grupta doğru cevaplayan sayısı

Da: Maddeyi alt grupta doğru cevaplayan sayısı

N: Alt veya üst gruptaki öğrenci sayısı

Tablo 11’de madde ayırt edicilik indeksi değerlendirme kriterlerine yer verilmiştir.

Tablo 11. *Madde Ayırt Edicilik Endeksi Değerlendirme Kriterleri (Turgut, 1992)*

Madde Ayırt Edicilik Endeksi	**Maddenin Değerlendirilmesi**
0.40 ve daha büyük	Çok iyi bir madde (Ayırt etme gücü yüksek)
0.30 – 0.39 arası	Oldukça iyi bir madde
0.20 – 0.29 arası	Üzerinde çalışılması ve düzeltilmesi gereken madde (Ayırt etme gücü orta derece)

0.19 ve daha küçük	Çok zayıf madde (Ayırt etme gücü düşük)

3.3.1.3.Madde Güçlük Endeksi

Madde güçlük endeksi; bir maddeyi doğru yanıtlayanların sayısının sınava katılan öğrencilerin sayısına olan oranıdır (Sefer ve Koçyiğit, 2004). Bir madde için bu değerin 1'e yaklaşması maddeyi test uygulanan kişilerin çoğunun doğru yanıtladığı ve kolay bir madde olduğu; 0'a yaklaşması da o maddeyi test uygulanan kişilerin az bir kısmının doğru yanıtladığı ve güç bir madde olduğu şeklinde yorumlanır (Tekin, 2000; Kubiszyn ve Borich, 2003). Bir maddenin güçlük (p) değeri, yani doğru cevap verenlerin yüzdesi yükseldikçe sorunun kolay, düştükçe de zor olduğu anlaşılır, (p) değeri 0 ile 1 arasında değerler alır (Özgüven, 2012). Maddeler için madde ayırt edicilik indeksi ve madde güçlük indeksi Gönen ve arkadaşlarının (2011) belirttiği aşağıdaki formül ile hesaplanmıştır.

Madde Güçlüğü= $p = (Dü+Da)\ /2N$

Dü: Maddeyi üst grupta doğru cevaplayan sayısı

Da: Maddeyi alt grupta doğru cevaplayan sayısı

N: Alt veya üst gruptaki öğrenci sayısı

Madde güçlük ve ayırt edicilik için değerlendirme kriterleri tablo 12'de verilmiştir.

Tablo 12. *Madde Güçlük ve Ayırt Edicilik İçin Değerlendirme Kriterleri (Tekin, 2000)*

Madde güçlük Endeksi (p)	**Madde ayırt edicilik endeksi (r)**	**YORUM**
0.90'dan fazla	Değer yok	Eğer etkili bir öğretim varsa tercih edilir
0.60-0.90	r>0.20	Tipik iyi bir madde
0.60-0.90	r<0.20	Üzerinde çalışılması gereken madde
p<0.60	r>0.20	Zor fakat ayırt edici bir madde (c)
p<0.60	r<0.20	Zor ve ayırt edici olmayan madde (Bu madde kullanılamaz)

Madde güçlüğü 1'e yaklaştıkça soru kolaya doğru gitmektedir. Madde güçlüğü 0'a yaklaştıkça soru zora doğru gitmektedir. Madde güçlüğü 0,60'ın altında ise madde zor demektir. Tablo 13'te sorular madde güçlüğüne göre ve madde ayırt ediciliğine göre değerlendirme yapılmıştır.

Tablo 13. *Madde Güçlüğü ve Madde Ayırıcılık*

Soru	Madde Güçlüğü (p)	Madde Ayırıcılık Gücü (r)	Madde Ayırıcılık Gücüne Göre Değerlendirme	Madde Güçlük ve Ayırt Edicilik İçin Değerlendirme
M1	0,607	0,354	Oldukça iyi bir madde	Tipik iyi bir madde
M2	0,451	0,365	Oldukça iyi bir madde	Zor fakat ayırt edici bir madde- Eğer yüksek standartlara sahipseniz bu soru iyidir
M3	0,674	0,478	Çok iyi bir madde- Ayırt etme gücü yüksek	Tipik iyi bir madde
M4	0,608	0,328	Oldukça iyi bir madde	Tipik iyi bir madde
M5	0,467	0,447	Çok iyi bir madde- Ayırt etme gücü yüksek	Zor fakat ayırt edici bir madde- Eğer yüksek standartlara sahipseniz bu soru iyidir
M6	0,418	0,469	Çok iyi bir madde- Ayırt etme gücü yüksek	Zor fakat ayırt edici bir madde- Eğer yüksek standartlara sahipseniz bu soru iyidir
M7	0,634	0,547	Çok iyi bir madde- Ayırt etme gücü yüksek	Tipik iyi bir madde
M8	0,647	0,502	Çok iyi bir madde- Ayırt etme gücü yüksek	Tipik iyi bir madde
M9	0,410	0,412	Çok iyi bir madde- Ayırt etme gücü yüksek	Zor fakat ayırt edici bir madde- Eğer yüksek standartlara sahipseniz bu soru iyidir
M10	0,459	0,433	Çok iyi bir madde- Ayırt etme gücü yüksek	Zor fakat ayırt edici bir madde- Eğer yüksek standartlara sahipseniz bu soru iyidir

3.*3.2. Sesli Düşünme Protokolü*

Araştırmada katılımcıların matematiksel problemlerin çözümünde kullandıkları üstbilişsel becerilerin etkililiğini belirlemek için sesli düşünme protokolü kullanılmıştır. Sesli düşünme protokolü, bireyden problemi çözme sürecinde aklından geçen tüm düşüncelerini sesli bir biçimde söylemesinin istendiği bir tekniktir (Newell ve Simon, 1972). Ayrıca sesli düşünme prosedürü, problem çözme çalışmalarında sık sık kullanılan araştırma yöntemlerinden biridir (Waes, 2000; Karaçam 2009). Ericsson ve Simon (1993), sesli düşünme protokolü zihinsel süreçleri araştırmada kullanılan güvenilir bir yöntemdir. Bu teknikte öğrencinin problem çözme esnasında ne düşünüyorsa onları sesli bir şekilde ifade etmesi ve aynen aktarması beklenir. Bu sayede öğrencinin problem çözme sürecinde uyguladığı, ortaya koyduğu davranışlar gözlemlenir, kayıt altına alır ve problem çözümü sonrasında yorumlanır (Newell ve Simon, 1972).

Bu yüzden öğrencilere problemleri sesli düşünerek yanıtlamaları gerektiği anlatılmıştır. Sesli düşünerek çözmek "problemi çözerken aklına gelen her şeyi sesli olarak söylemek” olarak aktarılmıştır. Uygulama esnasında kayıt alınmış ve önemli görülen yerlerin hatırlanması için gözlemci not tutmuştur. Öğrenciler soruları çözerken asla karışılmamıştır ancak öğrenci düşüncelerini aktarmayıp sessiz kaldığı zaman “Rica etsem düşüncelerini benimle paylaşır mısın? Sesli düşünür müsün?” diyerek uyarı yapılmıştır. Öğrenciler problem çözerken sıklıkla dikkatleri bozulabilir bu yüzden sessiz kalma süreleri uzadığında gerekli uyarıda bulunulabilir (Ericsson ve Simon, 1993).

3.4.Veri Çözümleme Teknikleri

Çalışmanın birinci aşamasında verilerin değerlendirilmesinde tanımlayıcı istatistiksel yöntemleri olarak sayı, yüzde, ortalama, standart sapma kullanılmıştır. İki bağımsız grup arasında niceliksel sürekli verilerin karşılaştırılmasında t-testi kullanılmıştır. Grup içi ölçümlerin karşılaştırılmasında bağımlı gruplar t-testi kullanılmıştır.

Çalışmanın ikinci aşamasında araştırmanın nitel verileri kısmında üstbilişsel becerileri ölçmek için Polya’nın problem çözme basamakları dikkate alınarak bir kodlama listesi oluşturulmuştur. Araştırmacı alanyazını tarayarak Altun (2014)’un Polya’nın adımlarını kullanarak öğrencilerin üstbiliş becerilerini anlamak için öğretmenlere sorması gerek sorular örnek alınarak Tablo 14’te kodlama listesi oluşturulmuştur.

Tablo 14. *Öğrencilerin soruları çözerken kullandıkları üstbilişsel becerilerin Polya’nın problem çözme adımlarına göre kodları (Altun, 2014).*

Polya’nın Problem Çözme Aşamaları	**Üstbilişsel Beceriler**
1.Problemin anlaşılması	-Problemi birden fazla okuma -Problemde bizden istediği şeyi anlama – önceden buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme -Verilen bilgileri tanımlama -Katılım (engagement) -Tekrar okuma -Sorunun beklentisini sorgulama -Okuyarak şekli takip etme -Okuma hızını düşürme -Gruplama -Problemi anlayacağı şekilde kendi ifadeleriyle anlatma -Okuma sonrası şekli inceleme -Problemi davranışlarına yansıtma

2. Çözümle ilgili stratejinin seçilmesi	-Problemi çözmek için hangi farklı teknikleri kullanabileceğini düşünme -Nedensel ilişkiler kurma -Çevirme-formülleştirme”
3.Seçilen stratejinin uygulanması	Problem çözümünde adım adım takip etme -Kontrollerinde hata fark ettiğinde başa dönerek tekrar bakma -Emin olmak için soruyu yine okuma -İşlemlerle çözüme yaklaşıp yaklaşmadığı muhakeme etme -Çözüm yolu konusunda yeniden düşünmesi gerektiğinde farklı bir yaklaşımı deneme -Uygulama (implemenation) -Formül kullanma -Denklem kurma -Soru köküne dönme -Kendi kendine yönerge verme (self-instruction) -Kendini sorgulama (self questioning) -Kendini izleme (self-monitoring)
4.Çözümün değerlendirilmesi	-İşlem hatası yapıp yapmadığını kontrol etme -Problemi çözümüne dair seçtiği yöntem üzerine düşünme- cevabının mantıklı olup olmadığını sorgulama -Çözdüğü problemde kullanılabilecek farklı çözüm yolları üzerine düşünme -Değerlendirme – Diğer seçenekleri de kontrol ederek doğruluğundan emin olma -Şekil çizme -Problemi davranışlarıyla belirtme -Soru sorma -İçselleştirme

Araştırmanın analizi araştırmacı tarafından hazırlanan Tablo 14 esas alınarak yapılmıştır. Araştırmacı tarafından oluşturan bu tabloda stratejiler Polya’nın problem çözme basamaklarına göre gruplandırılmış, yarı yapılandırılmış sorular öğrenci her bir basamağı geçtikten sonra sorulmuştur. 3.Sınıf öğrencilerinin kullandıkları üstbilişsel becerileri taspit etmek için, öğrenciler soruları çözerken sesli düşünme protokolü uygulanmış ve yarı yapılandırılmış görüşme sorularıyla desteklenerek öğrencinin kullandığı üstbilişsel beceri gözlemci tarafından not alınmıştır. Belirlenen üstbilişsel beceriler tabloda yer alan kodlara verilmiştir (Tablo 14).

3.4.1. Deney Grubunda Gerçekleştirilen Matematiksel Modelleme Etkinlikleri ile Öğretime Dayalı Çalışmalar

Araştırmanın uygulama aşamasında öğrencilerin problem çözme ve üstbilişsel becerilerini geliştirmek amacıyla matematiksel modelleme etkinlikleri (Ek 1) uzman görüşleri alınarak araştırmacının kendisi tarafından geliştirilmiştir. Uygulama öğretim programlarıyla beraber 20 ders saati sürmüştür.

Uygulamadan bir hafta önce tüm öğrencilere Problem Çözme Testi uygulanmıştır. 5 hafta boyunca deney grubuna öğretim programının öngördüğü programın yanında matematiksel modelleme etkinlikleri ile ders işlenmiştir. Uygulama sonunda yine tüm öğrencilere son test uygulanmıştır.

Deney grubunda yer alan öğrencilere son test uygulanmadan önce matematiksel modelleme etkinliklerinin problem çözme ve üstbiliş becerilerine etkisini ölçmek için sesli düşünme protokolü anlatılmıştır. Öğrenciler bireysel olarak son teste tabi tutulmuştur. Her test öncesi öğrencilere sesli düşünmesi gerektiği hatırlatılmış ve tüm problemler sesli düşünme protokolüne göre çözdürülmüştür. Uygulama sırasında bir zaman kısıtlaması yapılmamıştır. Tüm uygulama ses kaydı ve gözlem raporlarıyla kayıt altına alınmıştır. Soruların çözümü sırasında hiçbir müdahale de bulunulmamıştır

3.4.2. Kontrol Grubunda Gerçekleştirilen Öğretime Dayalı Çalışmalar

Kontrol grubunda İlkokul 3. Sınıf öğretim planının uygun gördüğü şekilde işleniş planlanmıştır. Öğrenciler daha önce işledikleri şekilde problem çözme ve kurma faaliyetlerini gerçekleştirmişlerdir. Deney grubuyla eş zamanlı olarak çalışma başlatılmış ve 20 ders saati sürmüştür.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Bu bölümde, araştırma problemlerine cevap bulmakta kullanılmak üzere istatistiksel analizler yoluyla elde edilen bulgular ve bunlara ilişkin yorumlara yer verilmiştir. Ayrıca öğrencilerin problem çözerken hangi üstbilişsel becerileri kullandığı tablo halinde verilmiştir.

4.1.Birinci Aşamaya İlişkin Bulgular

Bu aşamada araştırmanın nicel verilerine ait bulgulara yer verilmekte olup araştırmanın alt problemlerine cevap aranmaktadır.

4.1.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Deney ve kontrol grubu öğrencilerine uygulanan ön test problem çözme başarı testi puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Bu alt probleme ait sonuçlar tablo 15'te verilmiştir. Tablo 15'e göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin ön test için problem çözme başarı testinden aldıkları puanlar arasında anlamlı bir fark bulunmamaktadır (p>0,05).

Tablo 15. *Deney ve kontrol grupları için ön test bağımsız gruplar T-testi sonuçları*

Gruplar	**Deney (n=21)**		**Kontrol (n=21)**		**t**	**p**
	Ort	**Ss**	**Ort**	**Ss**		
	4,952	2,061	4,667	2,415	0,412	0,682

4.1.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Deney grubu öğrencilerine uygulanan ön test ve son test problem çözme başarı testi puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Tablo 16'da deney grubu öğrencilerinin ön ve son testten aldıkları puanların karşılaştırması verilmiştir. Bu tabloya göre deney grubu öğrencilerinin ön ve son testten aldıkları puanlar arasında anlamlı bir fark olmuştur (p<0,05).

Tablo 16. *Deney Grubu Ön Ve Son Test İçin Bağımlı Gruplar T- Testi sonuçları*

	Deney Grubu (n=21)			
	Ort	**Ss**	**t**	**p**
Problem Çözme Testi Ön test	4,952	2,061	-13,152	**0,000**
Problem Çözme Testi Son test	8,762	1,546		

4.1.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Kontrol grubu öğrencilerine uygulanan ön test ve son test problem çözme testi puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Tablo 17'de kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son testten aldıkları puanların karşılaştırması verilmiştir. Bu tabloya göre kontrol grubu öğrencilerinin ön ve son testten aldıkları puanlar arasında anlamlı bir fark yoktur (p>0,05).

Tablo 17. *Deney Grubu Ön Ve Son Test İçin Bağımlı Gruplar T- Testi sonuçları*

Ölçümler	**Kontrol (n=21)**			
	Ort	**Ss**	**t**	**p**
Problem Çözme Testi Ön test	4,667	2,415	-1,769	0,092
Problem Çözme Testi Son test	5,524	2,562		

4.1.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgular

Deney ve kontrol grubu öğrencilerine uygulanan son test problem çözme başarı testi puanları arasında anlamlı bir fark var mıdır?

Tablo 18'e göre deney ve kontrol grubu öğrencilerinin son test için problem çözme testinden aldıkları puanlar arasında anlamlı bir fark bulunmaktadır (p>0,05). Bu durum deney grubu lehinedir.

Tablo 18. *Deney ve kontrol grupları için son test bağımsız gruplar T-testi sonuçları*

Gruplar	**Deney (n=21)**		**Kontrol (n=21)**			
	Ort	**Ss**	**Ort**	**Ss**	**t^a**	**p**
Problem Çözme Testi Son test	8,762	1,546	5,524	2,562	4,959	**0,000**

4.2. İkinci Aşamaya İlişkin Bulgular

4.2.1. Beşinci Alt Probleme İlişkin Bulgular

Deney grubu öğrencilerinin problem çözme süreçlerinde kullandıkları üstbiliş beceriler nelerdir?

Deney grubu öğrencilerinin matematiksel modelleme etkinlikleri sonrasında problemleri çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler Polya'nın problem çözme aşamalarına göre tespit edilmiştir. Aşağıda her soru için öğrencilerin kullandıkları üstbilişsel beceriler verilmiştir.

4.2.1.1. Öğrencilerin 1. Sorunun Çözümünde Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler

Bu bölümde 3.sınıf öğrencilerinin 1.soruyu çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler ve frekans dağılımları Tablo 19'da belirtilmiş ve kullanılan bu becerilerin soru çözümü üzerinde etkililiği incelenmiştir.

Tablo 19. *Polya'nın Problem Çözme Adımlarına Göre Öğrencilerin 1.Soruyu Çözerken Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler*

Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	**Kullanılan Üstbilişse Beceriler**	**Frekans**	**Öğrenciler**
1.Problemin anlaşılması	Problemi birden fazla okuma	1	Ö6
	Problemde bizden istenen durumu anlama	21	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
	Önceden buna benze bir problem çözüp çözmediğini düşünme	1	Ö5
	Verilen bilgiler tanımlama	19	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
	Tekrar okuma	2	Ö6, Ö18
	Problem kend ifadeleriyle anlatma	21	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
2.Çözümle ilgili stratejinin seçilmesi	Çevirme-formülleştirme	20	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
	Nedensel ilişkile kurma	21	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
3.Seçilen stratejinin uygulanması	Problem çözümün adım adım takip etme	20	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20, Ö21
	Uygulama	16	Ö2, Ö4, Ö5, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
	Soru köküne tekra bakma	1	Ö17
	Kendi kendin yönerge verme (self instruction)	20	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21

	Kendini sorgulama (self questioning)	13	Ö1, Ö2, Ö3, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20
	Kendini izleme (self-monitoring)	13	Ö1, Ö2, Ö3, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö19, Ö20
4.Çözümün değerlendirilmesi	İşlem hatası yapıp yapmadığını kontrol etme	17	Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
	Problem çözümüne dair seçtiği yöntem üzerine düşünme	12	Ö3, Ö4, Ö6, Ö9, Ö11, Ö13, Ö15, Ö16, Ö18, Ö20, Ö21
	Cevabının mantıklı olup olmadığını sorgulama	5	Ö2, Ö3, Ö10, Ö11, Ö18
	Değerlendirme	16	Ö2, Ö4, Ö5, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20, Ö21

Tablo 19'a göre Problemin çözümünde Ö5, Ö6, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö18, Ö19, Ö20 soruyu okur okumaz "çok kolay" diyerek çözüme başlamışlardır. Ö1 soruyu daha önceden hatırladığını ve oldukça kolay olduğunu ifade etmiştir.

Soruyu yalnızca Ö7 çözememiştir. Problemi birkaç kez okumuş, modelle ifade etmiş ancak soruyu yarıda bırakmıştır. Diğer öğrencilerin tamamı soruyu doğru cevaplamışlardır.

Sorunun çözümünde Ö17 çarpma işleminde hata yapmış adım adım kontrol ettiğinde hatasını fark edip düzeltmiştir.

Soru çözümünde en çok kullanılan üstbilişsel beceriler; *Problemde bizden istenen durumu anlama, Verilen bilgileri tanımlama, Problem kendi ifadeleriyle anlatma, Çevirme- formülleştirme, Nedensel ilişkiler kurma, Problem çözümünü adım adım takip etme, Uygulama, Kendi kendine yönerge verme (self-instruction), İşlem hatası yapıp yapmadığını kontrol etme, Değerlendirme* olarak tespit edilmiştir.

Soru çözümünde en az kullanılan üstbilişsel beceriler; *Problemi birden fazla okuma, Önceden buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme, Tekrar okuma, Soru köküne tekrar bakma, Cevabının mantıklı olup olmadığını sorgulama* olarak belirlenmiştir.

4.2.1.2. Öğrencilerin 2. Sorunun Çözümünde Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler

Bu bölümde 3.sınıf öğrencilerinin 2.soruyu çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler ve frekans dağılımları Tablo 20'de belirtilmiş ve kullanılan bu becerilerin soru çözümü üzerinde etkililiği incelenmiştir.

Tablo 20. *Polya'nın Problem Çözme Adımlarına Göre Öğrencilerin 2.Soruyu Çözerken Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler*

Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	**Kullanılan Üstbilişsel Beceriler**	**Frekans**	**Öğrenciler**
1.Problemin anlaşılması	Problemi birden fazla okuma	11	Ö1,Ö2,Ö3,Ö8,Ö9,Ö11, Ö15, Ö16, Ö18, Ö19
	Problemde bizden istediği durumu anlama	12	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20
	Önceden buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme	4	Ö1, Ö11, Ö14, Ö18
	Verilen bilgileri tanımlama	12	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö19, Ö20
	Tekrar okuma	8	Ö3, Ö8, Ö9, Ö10, Ö13, Ö17, Ö21
	Sorunun beklentisini sorgulama	11	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö11, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20
	Okuyarak şekli takip etme	20	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
	Kendi cümleleriyle ifade etme	12	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö20, Ö21
2.Çözümle ilgili stratejinin seçilmesi	Problemi çözmeyi sağlayan farklı olarak hangi teknikleri kullanabileceğini sorgulama	12	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö21
	Nedensel ilişkiler kurma	12	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18, Ö19, Ö20
3.Seçilen stratejinin uygulanması	Problemi çözerken kullandığı her aşamayı adım adım kontrol etme	12	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18, Ö19, Ö20
	Hata yaptığını fark ettiğinde başa dönme	2	Ö16,Ö18

	Problem tekrar okuyarak doğru yolda olduğundan emin olma	7	Ö1,Ö4,Ö5,Ö16,Ö18,Ö19, Ö20
	Çözüm yolunu tekrar gözden geçirmesi gerek durumlarda farklı yollara başvurma	1	Ö18
	Uygulama (implemenation)	21	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4 ,Ö5 ,Ö6 ,Ö7 ,Ö8 ,Ö9 ,Ö10 ,Ö11 ,Ö12 ,Ö13 ,Ö14 ,Ö15 ,Ö16 ,Ö17 ,Ö18 ,Ö19 ,Ö20, Ö21
	Soru köküne dönme	8	Ö1, Ö4,Ö6,Ö8,Ö11,Ö12,Ö13, Ö14
	Kendi kendine yönerge verme (self-instruction)	21	Ö1, Ö2, Ö3 ,Ö4 ,Ö5 ,Ö6 ,Ö7 ,Ö8 ,Ö9 ,Ö10 ,Ö11 ,Ö12 ,Ö13 ,Ö14 ,Ö15 ,Ö16 ,Ö17 ,Ö18 ,Ö19 ,Ö20, Ö21
	Kendini sorgulama (self questioning)	6	Ö5, Ö10, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18
	Kendini izleme (self-monitoring)	7	Ö5, Ö11, , Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18
4.Çözümün değerlendirilmesi	İşlem hatası yapıp yapmadığını kontrol etme	12	Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20
	Problemin çözümüne dair seçtiği yöntem üzerine düşünme	12	Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö10, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö21
	Kendine cevabının mantıklı olup olmadığını sorma	10	Ö5, Ö8, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20
	Problemin farklı yollarla çözülüp çözülmeyeceğini düşünme	4	Ö16, Ö18, Ö19, Ö20
	Değerlendirme	12	Ö1, Ö3, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20

Tablo 20'ye göre 2.sorunun çözümü incelendiğinde Ö1, Ö4, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20 soruyu doğru çözmüşlerdir. Ö2 ve Ö7 dışındaki tüm öğrenciler problemi okuduktan sonra şekil çizmişlerdir.

Ö1 problemi anlamakta oldukça zorlanmış ve tekrar tekrar okumuştur. Problemin ortalarına geldiğinde "kafam karıştı" diyerek tekrar başa dönmüş ve işlemlerini adım adım kontrol etmiştir. Cevaplarını sorgulayarak doğru cevaba ulaşmıştır.

Ö18 problemi hemen anlamış ve modellemiştir. İşlem yapmadan önce soruyu tekrar okumuştur. Problemi çözdükten sonra "birim kesri buldum o yüzden artık hem anneyi hem de buketi bulabilirim. Bakalım benden ne istiyor?" diyerek soru köküne yönelmiş ve soruyu çözmüştür. Öğrenci üstbilişsel becerilerin birçoğunu kullanmıştır.

Ö8 problemi anlamış ve modelleyerek çözmeye başlamıştır. Ancak çözümlerini adım adım kontrol etmediği için işlem hatası yapıp sonucunu yanlış bulmuştur. İşlem sonunda hiç geriye dönmediği halde" tamam, doğru yaptım" diyerek soruyu geçmiştir.

Ö3, Ö8, Ö9, Ö10, Ö13, Ö16, Ö21 soruyu okuyup üstbilişsel becerilerden *şekil çizme*yi kullandığı halde problemi anlayamadıkları için çözememişlerdir.

Soru çözümünde en çok kullanılan üstbilişsel beceriler; *Problemi birden fazla okuma, Problemde bizden istediği durumu anlama, Verilen bilgileri tanımlama, Sorunun beklentisini sorgulama, Okuyarak şekli takip etme, Kendi cümleleriyle ifade etme, Problemi çözmeyi sağlayan farklı olarak hangi teknikleri kullanabileceğini sorgulama, Nedensel ilişkiler kurma, Problemi çözerken kullandığı her aşamayı adım adım kontrol etme, Uygulama (implemenation), Kendi kendine yönerge verme (self-instruction), İşlem hatası yapıp yapmadığını kontrol etme, Problemin çözümüne dair seçtiği yöntem üzerine düşünme, Kendine cevabının mantıklı olup olmadığını sorma, Değerlendirme* olarak tespit edilmiştir.

Soru çözümünde en az kullanılan üstbilişsel stratejilerin, *Önceden buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme, Tekrar okuma, Hata yaptığını fark ettiğinde başa dönme, Problem tekrar okuyarak doğru yolda olduğundan emin olma, Çözüm yolunu tekrar gözden geçirmesi gerek durumlarda farklı yollara başvurma, Soru köküne dönme, Kendini sorgulama (self questioning), Kendini izleme (self-monitoring), Kendine cevabının mantıklı olup olmadığını sorma, Problemin farklı yollarla çözülüp çözülmeyeceğini düşünme* olduğu görülmektedir.

4.2.1.3. Öğrencilerin 3. Sorunun Çözümünde Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler

Bu bölümde 3.sınıf öğrencilerinin 3.soruyu çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler ve frekans dağılımları Tablo 21'de belirtilmiş ve kullanılan bu becerilerin soru çözümü üzerinde etkililiği incelenmiştir.

Tablo 21. *Polya'nın Problem Çözme Adımlarına Göre Öğrencilerin 3.Soruyu Çözerken Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler*

Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	**Kullanılan Üstbilişsel Beceriler**	**Frekans**	**Öğrenciler**
1.Problemin anlaşılması	Problemi birden fazla okuma	1	Ö4
	Problemde bizden istenen durumu anlama	14	Ö1, Ö2, Ö5, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö16, Ö18, Ö20, Ö21, Ö19
	Verilen bilgileri tanımlama	14	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö12, Ö14, Ö16, Ö18, Ö20
	Sorunun beklentisini sorgulama	7	Ö2, Ö4, Ö6, Ö8, Ö16, Ö17, Ö20
	Okuyarak şekli takip etme	1	Ö4
	Kendi cümleleriyle ifade etme	11	Ö1, Ö5, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö15, Ö16, Ö18, Ö20, Ö21
2.Çözümle ilgili stratejinin seçilmesi	Problemi çözmeyi sağlayan farklı olarak hangi teknikleri kullanabileceğini sorgulama	1	Ö6
	Nedensel ilişkiler kurma	6	Ö2, Ö6, Ö9, Ö10, Ö17, Ö20
3.Seçilen stratejinin uygulanması	Çevirme- formülleştirme	8	Ö1, Ö5, Ö6, Ö11, Ö12, Ö14, Ö17, Ö18
	Problemi çözerken kullandığı her aşamayı adım adım kontrol etme	9	Ö1, Ö3, Ö5, Ö9, Ö11, Ö12, Ö17, Ö18, Ö20, Ö21
	Hata yaptığını fark ettiğinde başa dönme	5	Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö11
	Problem tekrar okuyarak doğru yolda olduğundan emin olma	5	Ö2, Ö4, Ö6, Ö8, Ö18
	Çözüm yolunu tekrar gözden geçirmesi gerek durumlarda farklı yollara başvurma	4	Ö7, Ö8, Ö11, Ö18

	Uygulama (implemenation)	12	Ö1, Ö3, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö20, Ö21
	Soru köküne dönme	5	Ö2, Ö4, Ö9, Ö10, Ö17
	Kendi kendine yönerge verme (self-instruction)	8	Ö1, Ö6, Ö9, Ö10, Ö12, Ö16, Ö18, Ö20
	Kendini sorgulama (self questioning)	7	Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö17, Ö19
	Kendini izleme (self-monitoring)	8	Ö1, Ö6, Ö9, Ö10, Ö12, Ö16, Ö19, Ö20
4.Çözümün değerlendirilmesi	İşlem hatası yapıp yapmadığını kontrol etme	9	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö9, Ö10, Ö14, Ö17, Ö18
	Problemin çözümüne dair seçtiği yöntem üzerine düşünme	11	Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö14, Ö17, Ö18, Ö20
	Kendine cevabının mantıklı olup olmadığını sorma	4	Ö1, Ö8, Ö14, Ö16
	Problemin farklı yollarla çözülüp çözülmeyeceğini düşünme	3	Ö6, Ö8, Ö18
	Değerlendirme	9	Ö1, Ö2, Ö4, Ö6, Ö8, Ö10, Ö11, Ö18, Ö20

Tablo 21’e göre 3.sorunun çözümü incelendiğinde öğrencilerin en fazla kullandığı üstbilişsel beceriler; Problemde ne istendiğini (ne sorulduğunu) anlama, Problemde verilen bilgileri tanımlama, Kendi cümleleriyle ifade etme, Uygulama (implemenation), Problemi çözmeyi sağlayacak başka yollar üzerine düşünmedir.

Sorunun çözümünde en az kullanılan üstbilişsel beceriler ise Problemi birkaç kez okuma, Okuyarak şekli takip etme, Problemi çözmek için hangi farklı teknikleri kullanabileceğini düşünme olduğu tespit edilmiştir.

Öğrenciler bu soruda yoğun bir şekilde üstbilişsel becerilerini kullanmışlar ve doğru cevaba ulaşmışlardır. Soruyu yalnızca Ö21 çözememiştir.

Ö18 soru için “bu çok kolay bir soru ama 1.soruda tam tersi sorulduğu için kafa karışabilir” diyerek soruyu çözmeye başlamıştır. Önce kesir modeli çizmiş ve ardından soruyu ve soru kökünü tekrar okumuştur. Ardından “birim kesri buldum, artık ne sorarsa cevap verebilirim” demiştir. Cevabı bulmuştur.

4.2.1.4. Öğrencilerin 4. Sorunun Çözümünde Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler

Bu bölümde 3.sınıf öğrencilerinin 4.soruyu çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler ve frekans dağılımları Tablo 22'de belirtilmiş ve kullanılan bu becerilerin soru çözümü üzerinde etkililiği incelenmiştir.

Tablo 22. *Polya'nın Problem Çözme Adımlarına Göre Öğrencilerin 4.Soruyu Çözerken Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler*

Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	**Kullanılan Üstbilişsel Beceriler**	**Frekans**	**Öğrenciler**
1.Problemin anlaşılması	Problemde ne istendiğini (ne sorulduğunu) anlama	21	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
	Öndeden buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme	1	Ö4
	Verilen bilgileri tanımlama	21	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
	Kendi cümleleriyle ifade etme	21	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
2.Çözümle ilgili stratejinin seçilmesi	Çevirme- formülleştirme	19	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö22
	Nedensel ilişkiler kurma	2	Ö2, Ö3
3.Seçilen stratejinin uygulanması	Problem çözümünde adım adım aşamaları kontrol etme	19	Ö1, Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö22
	Uygulama (implemenation)	16	Ö2, Ö4, Ö5, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21, Ö22
	Soru köküne dönme	2	Ö7, Ö18

	Kendi kendine yönerge verme (self-instruction)	21	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20, Ö21
	Kendini sorgulama (self questioning)	1	Ö13
	Kendini izleme (self-monitoring)	14	Ö1, Ö2, Ö3, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö19
4.Çözümün değerlendirilmesi	İşlem hatası yapıp yapmadığını kontrol etme	16	Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18, Ö19, Ö20
	Problemin çözümüne dair seçtiği yöntem üzerine düşünme	10	Ö3, Ö4, Ö7, Ö9, Ö11, Ö13, Ö15, Ö17, Ö18, Ö20
	Kendine cevabının mantıklı olup olmadığını sorma	5	Ö2, Ö3, Ö10, Ö16, Ö18
	Değerlendirme	15	Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18, Ö20

Tablo 22'ye göre 4.sorunun çözümünde yoğun olarak kullanılan üstbilişsel beceriler; *Problemde ne istendiğini (ne sorulduğunu) anlama, Verilen bilgileri tanımlama, Kendi cümleleriyle ifade etme, Çevirme – formülleştirme, Problem çözümünde adım adım aşamaları kontrol etme, Uygulama (implemenation), Kendi kendine yönerge verme (self-instruction), Kendini izleme (self-monitoring, İşlem hatası yapıp yapmadığını kontrol etme, Problemin çözümüne dair seçtiği yöntem üzerine düşünme, Değerlendirme* olarak tespit edilmiştir.

Bu sorunun çözümünde en az kullanılan üstbilişsel beceriler ise*; Önceden buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme, Nedensel ilişkiler kurma, Soru köküne dönme, Kendini sorgulama (self questioning), Kendine cevabının mantıklı olup olmadığını sorma* olduğu görülmektedir.

Ö12 problemi okuduktan sonra *"bu soruyu çözmeden önce modellemeliyim*" diyerek bir tablo oluşturmuş ve "*ben, anne, çocuk*" şeklinde üçe ayırmıştır. "*Şimdi her işlemi ait olduğu yerde çözeceğim*" demiş ve soruyu parçalayarak okumuş ve tabloda yerine yerleştirmiştir. İşlemlerin ardından cevabın doğruluğunu tekrar kontrol etmiş ve soruyu çözmüştür. Öğrencilerin tamamı kendi kendine yönerge vermiştir. İşlem hatası yapan iki öğrenci haricinde soruyu tüm öğrenciler doğru çözmüştür.

4.2.1.5. Öğrencilerin 5. Sorunun Çözümünde Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler

Bu bölümde 3.sınıf öğrencilerinin 5.soruyu çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler ve frekans dağılımları Tablo 23'te belirtilmiş ve kullanılan bu becerilerin soru çözümü üzerinde etkililiği incelenmiştir.

Tablo 23. *Polya'nın Problem Çözme Adımlarına Göre Öğrencilerin 5.Soruyu Çözerken Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler*

Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	**Kullanılan Üstbilişsel Beceriler**	**Frekans Dağılımı**	**Öğrenciler**
1.Problemin Anlaşılması	Problemde ne istendiğini anlama	5	Ö1, Ö4, Ö5, Ö12, Ö18
	Problemde verilen bilgileri tanımlama	11	Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö9,Ö10 Ö11, Ö12,Ö17,Ö18,Ö21
	Sorunun beklentisini sorgulama	15	Ö1,Ö4, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12,Ö13, Ö14, Ö17, Ö18, Ö19, Ö20,Ö21
	Okuyarak şekli takip etme	2	Ö4, Ö11
	Kendi cümleleriyle ifade etme	4	Ö2, Ö6, Ö12, Ö18
	Okuma sonrası şekli inceleme	1	Ö4
	Önceden buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme	1	Ö16
	Tekrar okuma	1	Ö19
2.Çözümle İlgili Stratejinin Seçilmesi	Nedensel ilişkiler kurma	4	Ö5, Ö6, Ö7, Ö12
	Çevirme-formülleştirme	6	Ö4, Ö5, Ö6, Ö13, Ö14, Ö18
	Problemi çözmek için hangi farklı teknikleri kullanabileceğini düşünme	2	Ö2, Ö8
	Problemi çözerken kullandığı her aşamayı adım adım kontrol etme	7	Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö12, Ö19
	Bir hata yaptığında başa dönme	5	Ö2, Ö4, Ö5, Ö7, Ö16

		4	Ö2, Ö5, Ö6, Ö15
3.Seçilen Stratejinin Uygulanması	Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığını belirleme	2	Ö5, Ö8
	Çözüm yolu ile ilgili tekrar karar vermesi gerektiğinde farklı yolar deneme	5	Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö13
	Uygulama	4	Ö4, Ö5, Ö8, Ö13
	Formül kullanma	5	Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö13
	Soru köküne dönme	4	Ö6, Ö9, Ö18, Ö19
	Kendi kendine yönerge verme	6	Ö2, Ö3, Ö5 Ö9, Ö12, Ö117
	Kendini sorgulama	5	Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö18
	Kendini izleme	3	Ö6, Ö8, Ö12
	İşlem hatası yapıp yapmadığınıbelirlemek için işlemleri tekrar kontrol etme	6	Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö12
4.Çözümün Değerlendirilmesi	Problemi tekrar okuyarak kullandığı yöntem üzerine düşünme	5	Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö14
	Kendine cevabın mantıklı olup olmadığını sorma	8	Ö5, Ö6, Ö7, Ö9, Ö15, Ö17, Ö18,Ö21
	Çözdüğü problemde kullanılabilecek farklı çözüm yolları üzerine düşünme	1	Ö9
	Değerlendirme	8	Ö3, Ö4, Ö6, Ö12, Ö13, Ö12, Ö18,Ö21

Tablo 23'e göre 5.sorunun çözümünde öğrencilerin en çok kullandığı üstbilişsel stratejiler; *Problemde verilen bilgileri tanımlama, Sorunun beklentisini sorgulama olarak* belirlenmiştir.

Sorunun çözümünde en az kullanılan bilişsel beceriler; *Problemde ne istendiğini anlama, Okuyarak şekli takip etme, Kendi cümleleriyle ifade etme, Okuma sonrası şekli inceleme, Önceden buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme, Tekrar okuma, Nedensel ilişkiler kurma, Problemi çözmek için hangifarklı teknikleri kullanabileceğini düşünme, Bir hata yaptığında başa dönme, Çözüme ne kadar yaklaştığınıkendine sorma, Kendini izleme* olarak tespit edilmiştir.

Öğrencilerin tamamı problemin kolay olduğunu belirtmiş ve soruyu doğrudan çözmüşlerdir.

Ö5 "*bu problem bana 105'i beş parçaya ayırmamı söylüyor. Yani bu kitabı beş günde bitirecekmiş ancak aslında her gün eşit sayıda okumak zorunda değil. Ama ben beşe bölüp ortalama değeri bulurum*" diyerek problemi çözmüştür.

Çözümünü kontrol edip "*Modelleme etkinliklerinde yaptığımız gibi aslında bu sorunun cevabı tam olarak 21 değildir. Daha az ve daha çok olabilir*" şeklinde yorum yapmıştır. Ö5 üstbilişsel becerileri etkin ve yoğun bir şekilde kullandığı görülmüştür.

4.2.1.6. Öğrencilerin 6. Sorunun Çözümünde Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler

Bu bölümde 3.sınıf öğrencilerinin 6.soruyu çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler ve frekans dağılımları Tablo 24'te belirtilmiş ve kullanılan bu becerilerin soru çözümü üzerinde etkililiği incelenmiştir.

Tablo 24. *Polya'nın Problem Çözme Adımlarına Göre Öğrencilerin 6.Soruyu Çözerken Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler*

Polya'nın Problem Çözme Aşamaları	**Kullanılan Stratejiler**	**Frekans Dağılımı**	**Öğrenciler**
1.Problemin Anlaşılması	Problemde ne istendiğini anlama	7	Ö5, Ö6, Ö12, Ö14, Ö16, Ö18, Ö20
	Problemde verilen bilgileri tanımlama	9	Ö2, Ö9, Ö11, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16,Ö17, Ö19
	Sorunun beklentisini sorgulama	7	Ö8, Ö9, Ö10, Ö11, Ö15, Ö16, Ö18
	Okuma hızını düşürme	2	Ö4, Ö10
	Problemi kendi ifadeleriyle anlatma	7	Ö2, Ö8, Ö12, Ö14, Ö17, Ö19,Ö21
	Önceden buna benzer problem çözüp çözmediğini düşünme	1	Ö13
2.Çözümle İlgili Stratejinin Seçilmesi	Problem çözümü için hangi tekniklerin uygun olacağını belirleme	3	Ö7, Ö19,Ö21
	Çevirme-formülleştirme	4	Ö2, Ö7, Ö14, Ö15
	Nedensel ilişkiler kurma	4	Ö12, Ö15, Ö17, Ö18

	Problemi çözerken kullandığı her aşamayı adım adım kontrol etme	7	Ö2, Ö7, Ö12, Ö14, Ö17, Ö19, Ö20
	Problemi tekrar okuyarak doğru yolda olup olmadığına karar verme	2	Ö2, Ö19
	Formül kullanma	2	Ö2, Ö8
	Soru köküne dönme	3	Ö2, Ö8, Ö15
3.Seçilen Stratejinin Uygulanması	Kendi kendine yönerge verme	10	Ö2, Ö6, Ö7, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö18,Ö20,Ö21
	Kendini sorgulama	2	Ö2, Ö6
	Kendini izleme	5	Ö2, Ö6, Ö12, Ö15, Ö17
	Bir hata yaptığında başa dönme	1	Ö18
	Çözüm yolunu değiştirmesi gerektiğinde farklı yollar deneme	3	Ö14, Ö16, Ö18
	Uygulama	8	Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö17, Ö21
	Problemi tekrar okuyarakkullandığı yöntem üzerine düşünme	2	Ö2, Ö16
4.Çözümün Değerlendiril-mesi	Kendine cevabın mantıklı olup olmadığını sorma	4	Ö2, Ö6, Ö12, Ö14
	Çözdüğü problemdekullanılabilecek farklı çözüm yolları üzerine düşünme	3	Ö2, Ö12, Ö13
	Değerlendirme	6	Ö2, Ö6, Ö12, Ö14, Ö16, Ö20

Tablo 24'e göre 6.sorunun çözümünde en çok kullanılan üstbilişsel beceriler; *Problemde ne istendiğini anlama, Problemde verilen bilgileri tanımlama, Sorunun beklentisini sorgulama, Kendi cümleleriyle ifade etme, Çözüme dair her aşamanın adım adım kontrol edilmesi, Kendi kendine yönerge verme, Uygulama, Değerlendirme* olduğu görülmüştür.

Sorunun çözümünde en az kullanılan üstbilişsel beceriler ise; *Okuma hızını düşürme, Daha önce böyle bir problemlekarşılaşıp karşılaşmadığını düşünme, Doğru yolda olup olmadığını görmek için problemi tekrarokuma, Formül kullanma, Soru köküne dönme, Bir hata yaptığında başa dönme,* Çözüm yolunu değiştirmesi gerektiğinde farklı yollar deneme*, Problemi tekrar okuyarak* *kullandığı yöntem üzerine düşünme* olarak tespit edilmiştir.

Öğrenciler soru çözümünde zorlanmamışlardır. Ö2, Ö6, Ö12, Ö14, Ö16, Ö17, Ö20 sorunun neyi sorduğunu anlayamadıkları için tekrar başa dönüp okumuşlardır.

Ö14 önce sorudaki ayak sayılarını dana sayıları olarak anlamış ve çözüme başladığı an hata yaptığını fark etmiştir. "aa ben dana sayısı olarak kabul etmiştim ama soru bana zaten dana sayılarını soruyor. O zaman 128 ayak vardır. Danaların dört ayağı olduğuna göre dörder dörder gruplamak gerek yani 4'e böleyim" diyerek işlemi yapmıştır. Sonuca ulaştığında soruyu tekrar okuyup "evet başka şekilde çözülemezdi" diyerek soruyu tamamlamıştır.

4.2.1.7. Öğrencilerin 7. Sorunun Çözümünde Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler

Bu bölümde 3.sınıf öğrencilerinin 7.soruyu çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler ve frekans dağılımları Tablo 25'te belirtilmiş ve kullanılan bu becerilerin soru çözümü üzerinde etkililiği incelenmiştir.

Tablo 25. *Polya'nın Problem Çözme Adımlarına Göre Öğrencilerin 7.Soruyu Çözerken Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler*

Çözüm Aşamaları	**Kullanılan Stratejiler**	**Frekans Dağılımı**	**Öğrenciler**
1.Problemin Anlaşılması	Problemde ne istendiğini anlama	6	Ö3, Ö4, Ö13, Ö16, Ö18, Ö20
	Problemde verilen bilgileri tanımlama	12	Ö2, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö13,Ö14, Ö15, Ö16, Ö18,Ö19,Ö21,
	Sorunun beklentisini sorgulama	11	Ö1, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10.Ö12.Ö14.Ö17.Ö18
	Okuma hızını düşürme	1	Ö6
	Kendi cümleleriyle ifade etme	7	Ö2, Ö4, Ö5, Ö10, Ö12, Ö18,Ö20
	Tekrar okuma	2	Ö4, Ö6
	Daha önce böyle bir problemle karşılaşıp karşılaşmadığını düşünme	1	Ö6

2.Çözümle İlgili Stratejinin Seçilmesi	Problemi çözmek için hangi farklı teknikleri kullanabileceğini düşünme	2	Ö2, Ö9
	Çevirme-formülleştirme	1	Ö4
	Nedensel ilişkiler kurma	10	Ö2, Ö4, Ö5,Ö8, Ö10, Ö11,Ö15, Ö16, Ö18, Ö20
3.Seçilen Stratejinin Uygulanması	Problemi çözerken kullandığı her aşamayı adım adım kontrol etme	7	Ö2, Ö4, Ö8, Ö11, Ö16, Ö18,Ö21
	Doğru yolda olup olmadığını görmek için problemi tekrar okuma	4	Ö4, Ö6, Ö11, Ö14
	Soru köküne dönme	4	Ö4, Ö10, Ö14, Ö15
	Kendi kendine yönerge verme	7	Ö4, Ö5, Ö8, Ö12, Ö16, Ö18,Ö19
	Kendini sorgulama	8	Ö4, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö12,Ö14, Ö16
	Kendini izleme	7	Ö2, Ö5, Ö10, Ö12, Ö16, Ö16,Ö20
	Bir hata yaptığında başa dönme	4	Ö7, Ö12, Ö14, Ö15
	Çözüm yolu konusunda yeniden düşünmesi gerektiğinde farklı bir yaklaşımı benimseme	5	Ö5, Ö7, Ö11, Ö14, Ö15
	Uygulama	11	Ö2, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö11,Ö12, Ö14, Ö16, Ö18, Ö20
4.Çözümün Değerlendirilmesi	Kendine cevabın mantıklı olup olmadığını sorma	10	Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10,Ö12, Ö14, Ö19, Ö20
	Çözdüğü problemdekullanılabilecek farklı çözüm yolları üzerine düşünme	2	Ö2, Ö8
	Değerlendirme	13	Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö12, Ö14, Ö16, Ö18,Ö20

Tablo 25'e göre 7.sorunun çözümünde sıklıkla kullanılan üstbilişsel beceriler; *Problemde verilen bilgileri tanımlama, Sorunun beklentisini sorgulama, Nedensel ilişkiler kurma, Uygulama, Problemi tekrar okuyarak kullandığı yöntem üzerine düşünme, Kendine cevabın mantıklı olup olmadığını sorma, Değerlendirme* olarak tespit edilmiştir.

Sorunun çözümünde en az kullanılan üstbilişsel beceriler ise; *Önceden* *buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme, Tekrar okuma, Okuma hızını düşürme, Problemi davranışlarına yansıtma, Okuma sonrası şekli inceleme, Problemi çözmek için hangi farklı teknikleri kullanabileceğinidüşünme, Çevirme-formülleştirme, İşlemleri kontrol ederek hata yapıp yapmadığını belirlemek, Problemin başka çözüm yollarıyla da çözülüp çözülmeyeceğini düşünmek* olarak belirlenmiştir.

Ö6 soruyu daha önceden gördüğünü ifade etmiş ve problemi anlamak için tekrar okumuştur. "*Çözebilmem için modellemem gerek*" diyerek problemi formalize etmiştir. "*Doğru mu yaptım*?" diye düşünerek yazdığı formülü tekrar kontrol etmiştir. Uygulamaya başlamadan epey bir düşünmüş ve ardından "*hatırladım, bu sorular tersten çözülüyor*" diyerek çözüme ulaşmıştır.

4.2.1.8. Öğrencilerin 8. Sorunun Çözümünde Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler

Bu bölümde 3.sınıf öğrencilerinin 8.soruyu çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler ve frekans dağılımları Tablo 26'da belirtilmiş ve kullanılan bu becerilerin soru çözümü üzerinde etkililiği incelenmiştir.

Tablo 26. *Polya'nın Problem Çözme Adımlarına Göre Öğrencilerin 8.Soruyu Çözerken Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler*

Çözüm Aşamaları	**Kullanılan Stratejiler**	**Frekans Dağılımı**	**Öğrenciler**
1.Problemin Anlaşılması	Problemde ne istendiğini anlama	16	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14,Ö15, Ö16, Ö18, Ö20,Ö21
	Problemde verilen bilgileri tanımlama	15	Ö1, Ö2, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18, Ö20
	Sorunun beklentisini sorgulama	3	Ö2, Ö6, Ö11
	Okuma hızını düşürme	1	Ö5
	Kendi cümleleriyle ifade etme	14	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö9, Ö10, Ö12, Ö14, Ö15, Ö17, Ö18, Ö20
	Tekrar okuma	1	Ö15

2.Çözümle İlgili Stratejinin Seçilmesi	Problemi çözmek için hangi farklı teknikleri kullanabileceğini düşünme	1	Ö8
	Çevirme-formülleştirme	15	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö19, Ö20
	Nedensel ilişkiler kurma	1	Ö9
3.Seçilen Stratejinin Uygulanması	Problemi tekrar okuyarak doğru yolda olup olmadığına karar verme	1	Ö20
	Kendi kendine yönerge verme	13	Ö1, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö8, Ö9, Ö10, Ö12, Ö13, Ö17,Ö18, Ö20
	Kendini sorgulama	3	Ö8, Ö10, Ö14
	Kendini izleme	11	Ö1, Ö6, Ö9, Ö10, Ö12, Ö13,Ö14, Ö16, Ö17, Ö19, Ö20
	Bir hata yaptığında başa dönme	4	Ö1, Ö7, Ö12, Ö14
	Çözüm yolu konusunda yeniden düşünmesi gerektiğinde farklı bir yaklaşımı benimseme	3	Ö7, Ö13, Ö14
	Uygulama	13	Ö1, Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö9, Ö10, Ö11, Ö13, Ö14, Ö17,Ö19, Ö20
4.Çözümün Değerlendirilmesi	Kendine cevabın mantıklı olup olmadığını sorma	7	Ö1, Ö2, Ö3, Ö14, Ö14, Ö17,Ö20
	Çözdüğü problemdekullanılabilecek farklı çözüm yolları üzerine düşünme	1	Ö6
	Değerlendirme	13	Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö9, Ö10,Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö17,Ö18, Ö20

Tablo 26'ya göre Öğrencilerin 8.sorunun çözümünde en çok kullandığı üstbilişsel beceriler; *Problemde ne istendiğini anlama, Problemde verilen bilgileri tanımlama, Kendi cümleleriyle ifade etme, Çevirme-formülleştirme, çözüme dair her adımı kontrol etme, Uygulama, Kendi kendine yönerge verme, Kendini izleme, işlem hatası yapmadığından emin olma, Problemin çözümü için kullandığı yöntemin doğruluğunu sorgulama, Değerlendirme* olarak tespit edilmiştir.

8.sorunun çözümünde en az kullanılan üstbilişsel beceriler ise; *Okuma* *hızını düşürme, Tekrar okuma, Nedensel ilişkiler kurma, Hata yaptığı zaman başa dönerek düzeltme, Problemi tekrar okuyarak doğru yolda olup olmadığından emin olma, Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığını sorgulama, Soru köküne dönme, Kendini sorgulama, problemin başka hangi yöntemlerle çözülebileceğini düşünme, şekil çizme* olduğu görülmüştür.

Ö4 soruyu okuyup hemen modellemiştir. "Önce bir çiçek çizelim ve bunun boyu 20 cm olsun. 6 ay sonra boyu uzamış. 20'nin 5'te 1'i kadar uzamış. O zaman 20'yi 5'e bölerim. 4 cm uzamış" diyerek ve çözüme ulaştır. Öğrencinin soruyu çok iyi kavradığı ve ilk okuyuşta hızlıca cevaba ulaştığı görülmüştür.

4.2.1.9. Öğrencilerin 9. Sorunun Çözümünde Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler

Bu bölümde 3.sınıf öğrencilerinin 9.soruyu çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler ve frekans dağılımları Tablo 27'de belirtilmiş ve kullanılan bu becerilerin soru çözümü üzerinde etkililiği incelenmiştir.

Tablo 27. *Polya'nın Problem Çözme Adımlarına Göre Öğrencilerin 9.Soruyu Çözerken Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler*

Çözüm Aşamaları	**Kullanılan Stratejiler**	**Frekans Dağılımı**	**Öğrenciler**
1.Problemin Anlaşılması	Problemde ne istendiğini anlama	5	Ö4, Ö6, Ö10, Ö16, Ö18
	Problemde verilen bilgileri tanımlama	4	Ö6, Ö10, Ö15, Ö17
	Sorunun beklentisini sorgulama	6	Ö5, Ö7, Ö8, Ö12, Ö15, Ö18
	Okuma hızını düşürme	1	Ö3
	Kendi cümleleriyle ifade etme	4	Ö4, Ö8, Ö17, Ö18
	Tekrar okuma	2	Ö8, Ö10
2.Çözümle İlgili Stratejinin Seçilmesi	Nedensel ilişkiler kurma	2	Ö6, Ö18
	Çevirme-formülleştirme	6	Ö4, Ö5, Ö8, Ö10, Ö17, Ö20
	Problemi çözerken kullandığı her aşamayı adım adım kontroletme	3	Ö10, Ö15, Ö18
	Problemi tekrar okuyarak doğru yolda olup olmadığını tespit etme	4	Ö4, Ö10, Ö15, Ö18

3.Seçilen Stratejinin Uygulanması	Çözüme yaklaşıp yaklaşmadığını belirleme	1	Ö13
	Soru köküne dönme	1	Ö18
	Uygulama	8	Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö10, Ö15, Ö17,Ö18
	Kendi kendine yönerge verme	4	Ö7, Ö12, Ö17, Ö18
	Kendini sorgulama	1	Ö10
	Kendini izleme	3	Ö10, Ö15, Ö18
4.Çözümün Değerlendirilmesi	İşlem hatalarını tespit etme	4	Ö5, Ö10, Ö17, Ö18
	Problemin çözümü için kullandığı yöntem hakkında düşünme	3	Ö10, Ö17, Ö18
	Kendine cevabın mantıklı olup olmadığını sorma	1	Ö10
	Değerlendirme	3	Ö10, Ö17, Ö18

Tablo 27'ye göre 9.sorunun çözümünde öğrencilerin en çok kullandığı üstbilişsel beceriler; *Problemde ne istendiğini anlama, Sorunun beklentisini sorgulama, Çevirme-formülleştirme, Uygulama* olarak belirlenmiştir.

Soru çözümünde en az kullanılan üstbilişsel beceriler ise; *Okuma hızını düşürme, Tekrar okuma, Nedensel ilişkiler kurma, Problemi çözerken kullandığı her aşamayı adım adım kontrol etme, Çözüme ne kadar yaklaştığını kendine sorma, Soru köküne dönme, Kendini sorgulama, Kendini izleme, Problemi tekrar okuyarak kullandığı yöntem üzerine düşünme, Kendine cevabın mantıklı olup olmadığını sorma, Değerlendirme* olarak tespit edilmiştir.

9.soruyu çözerken öğrencilerin soru köküne dikkat etmedikleri için yanlış cevapladıkları gözlemlenmiştir.

Ö10 problemi anlamak için birkaç defa okumuştur. "*Ceviz çuvallara doldurulmak isteniyormuş o zaman bölerim*" şeklinde yorum yapıp böle işlemini yapmıştır. Soruyu buraya kadar tekrar okuyup işlemin doğruluğunu kontrol etmiştir. Sorunun devamını okuduktan sonra "*gerekli çuval ne demek*?" diye düşünüp ardından bunun bulduğu cevap olduğunu fark etmiştir. Soruyu bulduğunu düşünmüştü ancak soru kökünü okuduğunda problemi bitirmediğini fark etti ve soruyu çözdü. Ö10 üstbilişsel becerileri yoğun bir şekilde kullanarak çözüme ulaştığı gözlenmiştir.

4.2.1.10. Öğrencilerin 10. Sorunun Çözümünde Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler

Bu bölümde 3.sınıf öğrencilerinin 10.soruyu çözerken kullandıkları üstbilişsel beceriler ve frekans dağılımları Tablo 28'de belirtilmiş ve kullanılan bu becerilerin soru çözümü üzerinde etkililiği incelenmiştir.

Tablo 28. *Polya'nın Problem Çözme Adımlarına Göre Öğrencilerin 10.Soruyu Çözerken Kullandıkları Üstbilişsel Stratejiler*

Çözüm Aşamaları	**Kullanılan Stratejiler**	**Frekans Dağılımı**	**Öğrenciler**
1.Problemi Anlaşılması	Problemde ne istendiğini anlama	7	Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö14, Ö16
	Problemde verilen bilgileri tanımlama	15	Ö2, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18, Ö20,Ö21
	Tekrar okuma	4	Ö4, Ö8, Ö10, Ö16
	Sorunun beklentisini sorgulama	18	Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö9,Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö18, Ö20,Ö21
	Okuma hızını düşürme	4	Ö1, Ö2, Ö4, Ö10
	Kendi cümleleriyle ifade etme	4	Ö3, Ö5, Ö7, Ö8
	Problemi birkaç kez okuma	1	Ö16
	Önceden buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme	3	Ö11, Ö13, Ö16
2.Çözümle İlgili Stratejinin Seçilmesi	Problemi çözmek için hangi farklı teknikleri kullanabileceği düşünme	1	Ö6
	Nedensel ilişkiler kurma	11	Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9,Ö11, Ö13, Ö14, Ö17
	Çevirme-formülleştirme	3	Ö3, Ö19, Ö20

	Problem çözümünde adım adım kontrol etme	6	Ö3, Ö4, Ö10, Ö13, Ö14, Ö17
	Hata yaptığını fark ettiğinde başa dönme	6	Ö4, Ö5, Ö9, Ö11, Ö16, Ö20
	Problemi tekrar okuyarak doğru yolda olup olmadığından emin olma	6	Ö4, Ö6, Ö7, Ö9, Ö10, Ö20
	Çözüm yolu konusunda yeniden düşünmesi gerektiğinde farklı biryaklaşımı benimseme	10	Ö4, Ö5, Ö7, Ö9, Ö10, Ö12,Ö13, Ö16, Ö18,Ö20
3.Seçilen Stratejinin Uygulanması	Uygulama	12	Ö2, Ö5, Ö9, Ö10, Ö11, Ö12,Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö19, Ö20
	Soru köküne dönme	7	Ö2, Ö7, Ö9, Ö10, Ö16, Ö18, Ö20
	Kendi kendine yönerge verme	8	Ö2, Ö3, Ö5, Ö7, Ö12, Ö14, Ö15, Ö16
	Kendini sorgulama	8	Ö7, Ö8, Ö9, Ö10, Ö13, Ö14,Ö16, Ö20
	Kendini izleme	7	Ö2, Ö7, Ö11, Ö12, Ö14, Ö16, Ö20
	Çözüme ne kadar yaklaştığını kendine sorma	2	Ö13, Ö15
	Denklem kurma	1	Ö14
	İşlem hatası yapıp yapmadığını belirlemek için işlemleri tekrarkontrol etme	5	Ö6, Ö7, Ö8, Ö12, Ö16
	Problemi tekrar okuyarak kullandığı yöntem üzerine düşünme	11	Ö2, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö10, Ö11,Ö12, Ö14, Ö15, Ö16
4.Çözümün Değerlendirilmesi	Kendine cevabın mantıklı olup olmadığını sorma	5	Ö5, Ö6, Ö8, Ö15, Ö20
	Değerlendirme	7	Ö2, Ö6, Ö11, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16
	Kontrol için diğer seçenekleri okuma	11	Ö2, Ö3, Ö5, Ö6, Ö7, Ö11, Ö13, Ö13, Ö14, Ö16, Ö20

Tablo 28'e göre 10.sorunun çözümünde en sık kullanılan üstbilişsel beceriler; Problemde verilen bilgileri tanımlama, Sorunun beklentisini sorgulama, Nedensel ilişkiler kurma, Çözüm yolu konusunda yeniden düşünmesi gerektiğinde farklı biryaklaşımı benimseme, Uygulama, Problemi tekrar okuyarak kullandığı yöntem üzerine düşünme olarak tespit edilmiştir.

Sorunun çözümünde en az kullanılan üstbilişsel beceriler; *Tekrar okuma, Okuma hızını düşürme, Kendi cümleleriyle ifade etme, Problemi birkaç kez okuma, Önceden buna benzer bir problem çözüp çözmediğini düşünme, Çevirme-formülleştirme, Çözüme ne kadar yaklaştığını kendine sorma, Denklem kurma* olarak görülmüştür.

Ö3 bu soruyu "*eğlenceli*" olarak nitelendirmiştir. Soruyu okuduktan sonra denklem haline getirmiştir. "*Hangi sayı dediği için onun yerine bir kutu koyacağım, sonra yarısı dediği için bölü 2 yazarım, artı 35 ve eşittir 89*" emin olmak için yaptığı işleme tekrar bakmıştır. Deneme yanılma yoluyla ters işlem yapacağını keşfetmiş ve soruda uygulamıştır. Problemi tekrar okuyup "*başka bir çözüm yolu göremiyorum*" demiş ve sorunun sağlamasını yaparak soruyu tamamlamıştır.

BÖLÜM V

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar

İlkokulda matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilerin problem çözme becerisi ve üstbilişsel becerisine etkisini belirlemek amacıyla yapılan araştırma, karma yöntemli olup nicel ve nitel desenler birlikte kullanılmıştır. İlkokul 3.sınıf öğrencilerinin oluşturduğu iki denk sınıf kontrol ve deney grubu olarak seçilmiştir. Deney grubunda matematiksel modelleme etkinlikleri ile ders işlenirken kontrol grubunda MEB'in planlamasına uygun olarak ders akışı gerçekleştirilmiştir. İki grup arasındaki araştırma sonuçları incelenmiştir.

Araştırmanın nicel kısmında araştırmacı tarafından geliştirilen Problem Çözme Başarı Testi her iki gruba da uygulanmıştır. Kontrol ve deney gruplarına uygulanan ön test, bağımsız gruplar t testi ile analiz edilmiş ve gruplar arasında anlamlı bir farklılık bulunamamıştır. Yapılan uygulamada deney grubu öğrencilerine uygulanan problem çözme başarı testi ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık olduğu görülmüştür. Problem çözme başarı testi öntest değerine göre, problem çözme başarı testi son test değerinde artış görülmüştür. Kontrol gruplarına uygulanan bağımlı gruplar t testi sonuçlarına göre problem çözme başarı testi ön test değerine göre son test değerinde anlamlı bir artış bulunmamıştır. Deney ve kontrol gruplarına uygulanan son test değerleri karşılaştırıldığında ise Deney grubunda problem çözme başarı son test ölçümleri ($\bar{x}$=8,762), kontrol grubunda problem çözme başarı son test ölçümlerinden ($\bar{x}$=5,524) yüksek bulunmuştur. Bu da bize matematiksel modelleme etkinliklerinin problem çözme becerisine etkisinin olumlu olduğunun açıkça göstermektedir. Işık (2012), matematiksel modelleme yönteminin başarıya etkililiği üzerine yaptığı çalışmada, problem çözerken matematiksel modelleme yönteminin kullanılmasının öğrencilerde başarıyı arttırdığı özellikle günlük yaşam problemleri üzerinde öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştiğine vurgu yapmıştır. Çiltaş ve Muşlu (2016), doğal sayılarla işlemler konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yöntemi kullanarak öğrenci başarısına etkisini incelemişler ve bu yöntemi kullanan öğrencilerin ezbere problem çözmeyi bıraktıkları ve problem çözme becerilerinin arttığını belirtmişlerdir. Sağırlı, Kırmacı ve Bulut (2010), matematiksel modelleme yöntemini ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarılarına etkisini inceledikleri çalışma sonucunda öğrencilerin işlem ve kavram becerilerinin geliştiğini ve bu sayede problem çözme becerilerinin arttığı sonucuna ulaşmışlardır. Kaya (2019), kesirlerle işlemler konusunda matematiksel modelleme yöntemini kullanarak öğrenci başarılarına etkisini belirlemeyi hedeflemiş ve öğrencilerin başarılarının arttığını ve problem çözme becerilerinin olumlu yönde etkilendiğini belirtmiştir. Perk (2019) ise meslek liseli öğrencilerin matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına etkisini incelemiş ve öğrencilerin problem çözme becerilerinin gelişerek akademik başarılarına olumlu katkılar sağladığını belirtmiştir.

Problem çözme süreci genellikle problem çözücüler tarafından bilgi işleyici olarak görüldüğü ve bilgiyi işlemenin yalnızca hesaplama açısından kabul gördüğü ve bilginin yalnızca niceliksel verilerden oluştuğu ifade edilmektedir. Oysa matematiksel modelleme etkinliklerinde niceliksel veriler problem çözme sürecinin küçük bir parçasını oluştururlar. Problem çözmede asıl kısım problem çözücülerin modelleme döngüsünde verilen bilgilerden istenen bilgilere ulaşmak için çözüm adımlarını, örüntüleri ve ilişkileri tekrar tekrar düşünmelerini gerektiren bir süreçtir. Diğer bir deyişle, geleneksel problem çözme sürecinde katı bir prosedür uygulanırken, matematiksel modelleme etkinlikleri sürecinde ise verilen ve istenen arasında birden fazla deneme yanılma prosedürü vardır. Bu yüzden de matematiği öğretmek amacıyla matematiksel modelleme etkinliklerini kullanmak, yöntem olarak kullanmak oldukça etkili olacaktır.

Matematiksel modelleme etkinliklerinin işlenişi sırasında önemli olan öğretilmek istenen kavram ve işlemlerin, öğrenciler için gerekli bir ihtiyaç olarak hissetmesini sağlamak ve kendilerini ortaya çıkarmalarına yardımcı olmaktır. Bu sayede öğrenciler eleştirel düşünme, akıl yürütme, matematiksel bilgi, örüntü ve kavramları tanıma ve kullanma, aynı bilginin farklı modellerini bulma, tahminde bulunma, çözüme dair mantıklı tartışmalar içinde bulunma, çözüm yoluna ve sonucun doğru olup olmadığını sorgulama, sıradışı problemleri çözme ve bütüne uygulama gibi üstbilişsel becerilere sahip olacaklardır.

Araştırmanın beşinci alt probleminde sesli düşünme protokolü uygulanarak deney grubu öğrencilerinin kullandığı üstbilişsel beceriler tespit edilmiştir.

Kullanılan üstbilişsel beceriler Polya'nın problem çözme adımları kullanılarak ortaya çıkarılmıştır. Sonuçlar incelendiğinde deney grubundaki tüm öğrencilerin üstbilişsel becerileri kullandığı ancak bunun yoğunluğunun probleme göre değiştiği belirlenmiştir.

Araştırmada elde edilen diğer bulgu ise matematiksel modelleme etkinlikleri ile ders işleyen öğrencilerin ders sırasında oldukça aktif olduğu, etkinlikleri zevk alarak yaptıkları ve dersi işleyen öğretmenin ise bu dersi daha keyifli işlediği gözlemlenmiştir. Bu sebeple matematiksel modelleme etkinlikleriyle işlenen derslerin klasik yöntemlerden ziyade matematiğe karşı olumlu bir bakış açısı getirdiği ifade edilebilir.

Yukarıda da bahsedildiği üzere matematiksel modelleme etkinlikleriyle işlenen matematik derslerinin geleneksel yöntemlere göre öğrenme ve öğretim sürecinde öğrencilerin oldukça aktif oldukları görülmüştür. Bu sonuç Moussoulides ve diğ., (2006), Doruk ve Umay (2011)'ın çalışmalarıyla benzerlik göstermektedir. Bununla beraber matematiksel modelleme etkinliklerinin problem çözme becerisini geliştirdiği ve bu sonucun Boaler (2001), Kaf (2007), Doruk (2010), Bukova Güzel (2010), Mehraein ve Gatabi (2014) ile benzerlik göstermektedir. Ayrıca matematiksel modelleme etkinliklerinin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirdiği görülmektedir (Boaler, 2001; Keskin, 2008 ve Korkmaz, 2010). Kavramlar ve üst bilişsel becerilerin kazandırılmasında matematiksel modelleme etkinliklerinin daha etkili bir yöntem olduğu söylenebilir (Bonotto, 2001; English ve Wattters, 2004; Swan ve diğ. ,2006; Blum ve Borromeo Ferri ,2009; Olkun, Şahin, Dikkartın ve Gülbağcı, 2009; Sağırlı, 2010; Hıdıroğlu, 2010)

5.2. Öneriler

Bu bölümde araştırmanın bulgular bölümünden elde edilen sonuçlara göre önerilere yer verilmiştir.

Öğrencilerin matematik ile gerçek hayatın birbirinden bağımsız olarak algılamaması, matematiği yaşamın bir parçası olarak görüp matematiği anlayarak öğrenmesi ve matematikten zevk alabilmesi için ilköğretimin ilk yıllarından itibaren matematiksel modelleme etkinlikleri ile tanıştırılması gerekmektedir (Kürşat, 2010).

Gerçek hayat problemlerinin ilköğretim matematik kitaplarında sınıf düzeylerine göre çeşitlendirilmesi ve arttırılması öğretimde etkililiği arttırabilir.

Matematiksel modelleme etkinlikleri yalnızca problem çözmede değil, matematiksel öğretim süreci içerisinde de değerlendirilebilir.

Matematiksel modelleme etkinlikleri her zaman tek doğru cevabın olmadığı ve öğrencinin deneme yanılma sürecindeki fikirlerinin de yer aldığını bütünsel bir çözüm modelidir. Bu yüzden sonuç odaklı değerlendirme yerine süreç odaklı değerlendirme yapılmalıdır.

Günlük matematik derslerinde öğrenciler matematiksel modelleme etkinlikleri yardımıyla kendi modellerini geliştirebilir ve gerçek bir yaşam problemini modelleyebilirler (Maaß, 2005). Bu yüzden öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerinde daha başarılı olmalarını sağlamak için ilköğretim matematik programı içerisinde matematiksel modelleme etkinliklerine daha fazla yer verilebilir.

KAYNAKÇA

Abu-Elwan, R. (2006). The use of webquest to enhance the mathematical problem posing skills of pre-service teachers. college of education. *Sultan Qaboos University, Sultanate of Oman.*

Akay, H. (2006). Problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılığı üzerindeki etkisinin incelenmesi. Doktora tezi, Gazi Ü. Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Ankara.

Akın, A. (2006). *Başarı amaç oryantasyonları ile üst biliş farkındalık, ebeveyn tutumları ve akademik başarı arasındaki ilişkiler*. yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Sakarya Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sakarya.

Akınoğlu, O. (2014). Yapılandırmacılık. Behçet Oral (Edt.). *Öğrenme Öğretme Kuram ve Yaklaşımları*,490-492. Ankara: Pegem Akademi.

Aksu, M. (1993). *Problem çözme becerilerinin geliştirilmesi*. Seminer Notu, TED Ankara Koleji Antalya Semineri, Antalya.

Alemdar, A. (2009). Bilişüstü beceri eğitiminin fen bilgisi öğrencilerinin başarılarına, kavram kazanımlarına, kavramlarım sürekliliğine ve transferine etkisi. Doktora tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü,İstanbul.

Altun, M. (2000). İlköğretimde problem çözme öğretimi. *Milli Eğitim Dergisi, 147* (2009 Aralık 20)

Altun, M. (2006). *The teacher trainees' skills and opinions on solving nonroutine mathematical problems*. Paper presented at the 3rd International Conference on the Teaching of Mathematics, İstanbul.

Altun, M. (2010). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi* (15. Baskı). Bursa: Alfa Aktüel Yayıncılık.

Altun, M. (2014). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi* (18. baskı). Bursa: Alfa Aktüel Akademi Yayıncılık,83-85.

Altun, M. (2014). *Matematik öğretimi*. Star Ajans, Nilüfer/Bursa.

Altun, M. (2015). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi* (19. baskı). Bursa: Alfa Aktüel Akademi Yayıncılık

Altun, M. (2020). Bir yeterlik alanı olarak matematiksel modellemenin yeniden gözden geçirilmesi. 2 nd International Conference on Science, Mathematics, Entrepreneurship and Technology Education 2020.

Altun, M. (2000) İlköğretimde problem çözme öğretimi, *Millî Eğitim Dergisi, 147,* (Temmuz-Ağustos-Eylül), s.27.

Antonietti, A., Ignazi, S. and Perego, P. (2000). Metacognitive knowledge about problemsolving methods. *British Journal of Educational Psychology, 70*, 1-16.

Aydoğdu, M. ve Ayaz, MF (2008). Matematik müfredatında problem çözmenin önemi. *Fizik Bilimleri, 3 (4)*, 538-545.

Ayres, P. L. (1993). Why goal-free problems can facilitate learning. *Educational Psychology, 18,* 376–381.

Aztekin, S., Şener, Z. (2015). Türkiye'de matematik eğitimi alanındaki matematiksel modelleme araştırmalarının içerik analizi: Bir meta-sentez çalışması. *Eğitim ve Bilim, Cilt 40* (2015) Sayı 178 139-161 139.

Bacanlı, H. (2003). *Gelişim ve öğrenme*. Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

Baird, J. R. (Ed.) (1990). Metacognition, purposeful enquiry and Bconceptual change. *The student laboratory and the science curriculum*,183–200. London: Routledge.

Baki, A. & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karekterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2 (1)*, 27–46.

Baki, A. (1998). Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi, Atatürk Üniversitesi 40. *Kuruluş yıldönümü matematik sempozyumu*, 20-22 Mayıs 1998, Erzurum: Atatürk Üniversitesi

Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi* (4. Baskı). Ankara: Harf Yayıncılık.

Baki, A. (1997). *Educating mathematics teachers. journal of ıslamic academy of sciences,10(3)*,93-102.

Başpınar, Z. (2019). *Üstbilişsel ve bilişsel esneklik becerilerinin öğretmenlik mesleki yeterliliklerini yordama gücü*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde matematik öğretimi* (3. baskı). Ankara: Anı Yayıncılık.

Baykul, Y. (2000). *İlköğretimde matematik öğretimi 1-5 sınıflar için*. Pegem A Yayıncılık. Ankara

Baykul, Y. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimi.* Pegem A Yayıncılık, 9. Baskı, Ankara.

Baykul, Y. (2014). *İlkokulda matematik öğretimi* (12. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Bekdemir, M., Okur, M. & Gelen, S. (2010). İlköğretim matematik programının ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin kavramsal, işlemsel bilgi ve becerilerine etkisi. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, 12 (2),* 131-147.

Bennett, A. B. ve Nelson, L.T. (2004). *Mathematics for elementary teachers: a conceptual approach* (6. Baskı). New York: McGraw Hill

Berry, J. ve Davies, A. (1996). Written Reports. In C.R. Haines and S. Dunthorne (eds) *Mathematics learning and assessment: sharing ınnovative practices. London: Arnold*, 3.3-3.11.

Berry, J., & Houston, K. (1995). *Mathematical modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.

Biccard, P., & Wessels, D. C. J. (2011). Documenting the development of modelling competencies of grade 7 mathematics students. *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, 1(5),* 375-383.

Birgin, O., Öztürk F. (2021). Türkiye'de matematik eğitimi alanında matematiksel modelleme çalışmalarına ilişkin eğilimler (2010-2020): *Tematik İçerik Analizi. E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi,12,* No: 5, 118-140

Blakey, E. and Spance S. (1990). *Developing metacognition. Clearinghouse on Information Resources, 32 (7)*, 218.

Blum W., Niss M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, application, and links to other subjects-state, trends, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics. 22(1),* 37-68.

Blum, W. (2002). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education- discussion document. *Zentralblatt Fur Didaktik Der Mathematik, 34(5),* 229-239.

Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can ıt be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application (1)*, 45-58.

Boaler, J. (2001). Mathematical modelling and new theories of learning. *Teaching Mathematics and its Applications, 20 (3),* 121-128.

Bodner, M.G. (1987). *The role of algorithms in teaching problem solving, symposium on algorithms and problem solving*, Vol. 64, No. 6.

Bogar, Y. (2018). Literature review on metacognition and metacognitive awareness. *Anatolian Journal of Teacher, 2(2),* 136-168.

Bonotto, C. (2001). "How to connect school mathematics with students''Out-of school knowledge. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 33(3),* 75-84.

Borromeo-Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM, 38(2),* 86-95.

Britannica Sözlüğü, Britannica Sözlüğü, http://www.britannica.com, (ET:18.01.2011).

Brown, A. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other mysterious mechanisms. In F. E. Weinert & R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation, and understanding*, (65-116). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Brown, A. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other mysterious mechanisms. In F. E. Weinert & R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation, and understanding*, (65-116). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Brown, A. L. (1980). Metacognitive development and reading. In R.J. Spiro, B. Bruce, W. Brewer (Eds.), *Theoreti calissues in reading comprehension*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erbaum.

Brown, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F. Weinert & R. Kluwe (Eds.), *handbook of child psychology: Vol. 3. cognitive development* (p.263-340). New York: Wiley.

Brown, A. L. and Palincsar, A. S. (1982). *Inducing strategic learning from text by means of informed, self-control training* (Technical Report No. 262). Urbana: University of Illinois, Centre for the study of Reading.

Brown, S. I. (1983). *The logic of problems genaration.from morality and solving to posing and rebellion, Canadian mathematics education study group*. Britis Columbia.

Bukova Güzel, E. (2011). *An examination of pre-service mathematics teachers approaches to construct and solve mathematical modelling problems, teaching mathematics and ıts applications,* doi:10.1093/teamat/hrq015.

Bukova, E. (2002). *Öğrencilerin sayı kavramını anlamasında karşılaştıkları güçlükleri belirlemesi üzerine bir çalışma*.Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Butterbield, E. C., Albertson, L. R. ve Johnston, J. C. (1995). On making cognitive theory more general and developmentally pertinent. In F. E. Weinert, W. Schneider (Eds.). *Memory performance and competencies: Issues in growth and development*. Mahwah, NJ: Lawrence Erbaum.

Büyüköztürk Ş. (2007). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı*, 8. Baskı, Pegem A Yayıncılık, Ankara.

Campione, J. C., Brown, A. L. and Connell, M. L. (1988). Metacognition: On the importance of understanding what you are doing. In R. I. Charles & E. A. Edward (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 93-114). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates

Canbazoğlu, H., Tarım, K. (2021). İlkokulda matematiksel modelleme için bir öğretim süreci. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 2021, sayı 51,* 210-225

Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2006). Model-eliciting activities: An ıntroduction to gifted education. *Journal of Secondary Gifted Education, 17,* 37-47.

Charles, R., Lester, F. and O'Daffer, P. (1987). How to evaluate progress in problem solving. *The national council of teachers of mathematics*, Inc., USA.

Cheng, A. C. (2010). *Teaching and learning mathematical modelling with technology*, Nanyang Technological University.

Chi, M. T. H., Bassok, M., Lewis, M., Reimann, P., and Glaser, R. (1989). Selfexplanations: how students study and use examples in learning to solve problems. *Cognitive Science, 13,* 145–182.

Chi, M. T. H., Glaser, R., and Rees, E. (1982). Expertise in problem solving. In R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence (pp. 7-75).* New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Chi, M., Feltovich, P. and Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Sciences, 5,* 121-152. Cilt: 2002 Sayı: 23

Creswell, J. W. (2003). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Cüceloğlu, D. (1993). *İnsan ve Davranışı*.Remzi Kitapevi, İstanbul.

Çakıroğlu, A. (2007). Üstbilişsel strateji kullanımının okuduğunu anlama düzeyi düşük öğrencilerde erişi artırımına etkisi. Doktora tezi, Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 207171)

Çakmak, M. ve Tertemiz, N. (2002). *Problem Çözme.* Gündüz Eğitim ve Yayıncılık, Ankara.

Çalışkan, S., Selçuk, S., & Erol, M. (2006). Fizik öğretmen adaylarının problem çözme davranışlarının değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30,* 73-81.

Çetinkaya, P., & Erktin, E. (2002). Assessment of metacognition and its relationship with reading comprehension, achievement, and aptitude. *Boğazici University Journal of Education, 19(1),* 1-11.

Çiltaş, A., & Işık, A. (2012). Matematiksel modelleme yönteminin akademik başariya etkisi. *İçindekiler/contents*.

Çiltaş, A., Muşlu, M. (2016). Doğal sayılarla işlemler konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına etkisi. Yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi.

Davidson, J.E., Deuser, R. and Sternberg, R.J. (1994). The role of metacognition in problem solving. In J. Metcalf and A.P. Shimamura (Eds.), *Metacognition* (pp. 207- 226). Boston, MA: The MIT Press.

De Bruin, A. B., Thiede, K. W., Camp, G., & Redford, J. (2011). Generating keywords improves metacomprehension and self-regulation in elementary and middle school children. *Journal of Experimental Child Psychology, 109(3),* 294-310.

Dede, Y., Yaman, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem kurma ve problem çözme becerilerinin belirlenmesi. *Eğitim Araştırmaları Dergisi,* Sayı:18.

Diken, H. E. (2014). *9. Sınıf öğrencilerinin fen bilimleri alanındaki çoktan seçmeli soruların çözümünde kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin belirlenmesi.* Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Doruk, B. K. (2010). *Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi.* Yayımlanmamış doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Ankara.

Doruk, B. K., & Umay, A. (2011) Matematiği günlük yasama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (H. U. Journal of Education) 41,* 124-135.

Durkin, K., & Rittle-Johnson, B. (2012). The effectiveness of using incorrect examples to support learning about decimal magnitude. *Learning and Instruction, 22(3)*, 206–214.

D'Zurilla, T. J., & Nezu, A. (1982). Social problem solving in adults. In P. C. Kendall (Ed.), *Advances in cognitivebehavioral research and therapy* (Vol. 1, pp. 201- 274). Academic Press.

English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics, 63 (3),* 303-323.

English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children’s construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics, 63 (3),* 303-323.

English, L. D., & Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling with young children. In M. J. Hoines & A. B Fuglestad (Eds.), *proceedings of the 28th annual conference of the ınternational group for the psychology of mathematics education* (Vol. 2, 335-342). Bergen, Norway: PME.

Erbaş, A. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri • Educational Sciences: Theory & Practice , 14(4) ,*1-21.

Erden, M. ve Akman, Y. (1998). *Eğitim psikolojisi gelişim-öğrenme-öğretme.* Ankara: Arkadaş Yayınları.

Ericsson, K. A., and Simon, H. A. (1993). *Protocol analysis: verbal reports as data (Revised edition)*. Cambridge, MA: MIT Press.

Ersoy Y. (2004). Problem kurma ve çözme yaklaşımlı matematik öğretimi yönünde yenilik hareketleri, http://www.matder.org.tr adresinden 15 Ağustos 2011 tarihinde indirilmiştir.

Ersoy, Y. (2006). İlköğretim matematik öğretim programındaki yenilikler- ı:Amaç, içerik ve kazanımlar. Elementary Education Online,5, s.30–44 adresinden 15 Şubat 2007 tarihinde alınmıştır.

Ferguson-Hessler, M. G. M. and de Jong, T. (1990). Studying physics texts: differences in study processes between good and poor performers. *Cognition and Instruction, 7,* 41–54.

Fisher RJ. (1993). Social desirability bias and the validity of indirect questioning. *J Con Res,20(2),*303-315.

Flavell J. (1999). “Cognitive development: childrens knowledge about the mind”.*Annual Review of Psychology, 50*, 21-45.

Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L.R. Resnick (Ed.), *The nature of ıntelligence.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erbaum.

FLAVELL, J. H. (1981). Cognitive Monitoring. In W. Dickson (Ed.), *Children's oral communication skills*. New York: Academic Press.

Flavell, J.H. (1979). “Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive developmental inquiry”. *American Psychologyist, 34,* 906-911.

Forrest-Pressley, D. L., & Waller, T. G. (1984). *Cognition, metacognition and reading.* New York: Springer-Verlag.

Fyfe, E. R., DeCaro, M. S., & Rittle-Johnson, B. (2014). An alternative time for telling: When conceptual instruction prior to problem solving improves mathematical knowledge. *British Journal of Educational Psychology, 84(3),* 502-519.

Galbraith, P., ve Stillman, G. (2006). A framework for ıdentifying student blockages during transitions in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM,38(2),* 143-162.

Gama, C. A. (2004). *Integrating metacognition ınstruction in ınteractive learning environments*.Unpublished doctoral dissertation,University of Sussex.

Garofalo, J. and F. K. Lester. (1985). Metacognition, cognitive monitoring and mathematical performance. *Journal of Research in Mathematics Education, 16,* 163- 176.

Gavaz, H. O. (2015). Ortaokul öğrencilerinin sıra dışı problem çözmedeki stratejik esneklikleri. Yüksek lisans tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Georghiades, P. (2004). From the general to stuated: three decades of metacognition. *International Journal of Science Education, 26(3),* 365-383.

Goos M., Galbraith, P. & Renshaw, P. (2000). A money problem: A source of insight into problem-solving action. *Electronic Journal: International Journal for Mathematics Teaching and Learning,* 80.

Goos, M. (2002). Understanding metacognitive failure. *Journal of Mathematical Behavior, 21(3),* 283-302

Gökçek, T. (2009). Durum çalışması değerlendirmelerinin uygulanması (çeviri). İlköğretim online, 8(2), 1-3.graders. *Journal for Research in Mathematics Education, 28(5),* 577-601.

Gravemeijer, K., and Stephan, M. (2002). Emergent models as an instructional design heuristic. In Gravemeijer, K., Lehrer, R., Oers, B. & Verschaffel, L. (Eds.). *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education,* 145-169. Kluwer Academic Publishers. Netherlands

Gunstone, R. F. And Mitchell, I. J. (1998). Metacognition and conceptual change. In J.J Mintzes, J. H. Wandersee and J. D. Novak (Eds.), *Teaching science for understanding: a human constructivist view* (pp. 133-163). San Diego: Academic Press.

Güneş B., Gülçiçek Ç., Bağcı N. (2004). Eğitim Fakültelerindeki Fen ve Matematik Öğretim Elemanlarının Model Ve Modelleme Hakkındaki Görüşlerinin İncelenmesi. *Türk Fen Eğitimi Dergisi, 1,* 35-48.

Gürsan, S. (2014). 9. sınıf öğrencilerinin sıradışı problem çözme becerileri: deneysel bir çalışma. Yüksek lisans tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Güven, M. ve Belet, i. D. (2010). Primary school teacher trainees "opinions on epistemological beliefs and metacognition. *Elementary Education Online, 9(1),* 361–378.

Hammouri, H. A. M. (2003). An ınvestigation of undergraduates` transformational problem solving strategies: cognitive/metacognitive processes as predictors of holistic/analytic strategies. *Assessment and Evaluation in Higher Education, 28(6),* 571-586.

Hanten, G., Dennis, M., Zhang, L., Barnes, M., Roberson, G., Archibald, J., Song, J. and Levin, S. H. (2004). Childhood head ınjury and metacognitive processes in language andmemory. *Developmental Neuropsychology, 25 (1-2),* 85-106.

Henn, H-W. (2007). Modelling in school-chances and obstacles. *The Montana Mathematics Enthusiast, Monograph 3,* 125-138.

Heyworth, R. M. (1999). Procedural and conceptual knowledge of expert and novice students for the solving of a basic problem in chemistry. *International Journal of Science Education, 21(2),* 195-211.

Hıdıroğlu Ç. N., Tekin A., Bukova-Güzel E. (2010). *Öğrencilerin matematiksel modellemede bireysel ve birlikte çalışarak ortaya koydukları yaklaşımlar ve düşünme süreçleri*, 9. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, İzmir.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama. Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An Introductory Analysis* (1–27). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Hiebert, J., Waerne, D. (1996). Instruction, understanding and skill in multidigit addition and ınstruction. *Cognition and Instruction, 14,* 251-283.

Hong, N. S., Mcgee, S. and Howard. B. C. (2001). *Essential components for solving various problems in multimedia learning environments.* Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Seattle. April.

Işık, N. (2016). Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilkokul 4. sınıfta sayılar öğrenme alanına ilişkin zorluk algısı ve başarıya etkisi. Doktora tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi.

İşmen, A. E. (2001). Duygusal zekâ ve problem çözme. M.Ü. Atatürk Eğitim Fakültesi *Eğitim Bilimleri Dergisi, 13,* 111-124.

Jacobse AE, Harskamp EG. (2012). Towards efficient measurement of metacognition in mathematical problem solving. *Metacogn Learn, 7(2),* 133–149.

Johnson, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). "Mixed methods research: A research paradigm whose time has come". *Educational Researcher, 33(7),*14-26

Jones, MG, Farquhar, JD ve Surry, DW (1995). Bilgisayar tabanlı öğrenmeye yönelik kullanıcı arayüzlerini tasarlamak için üstbilişsel teorileri kullanmak. *Eğitim Teknolojisi* , *35 (4),* 12-22.

Kaf, Y. (2007). Matematikte model kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi. Yüksek lisans tezi,Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of ınternational perspectives on modelling ın mathematics education. *ZDM. 38 (3),* 302-310.

Kalaycı, N. (2006). Öğretim yöntemi olarak kullanılan problem çözme adımları, ilgili etkinlikleri ve değerlendirilmesi. *Eğitim ve Bilim, 39(31),* 56-59.

Karabulut, T. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözmedeki stratejik esneklikleri ve bu konuyla ilgili öğretmen görüşleri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri

Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı, Bursa.

Karaçam, S. (2009). *Öğrencilerin kuvvet ve hareket konularındaki kavramsal anlamalarının ve soru çözümünde kullandıkları bilişsel ve üstbilişsel stratejilerin soru tipleri dikkate alınarak incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Karakaş, S. ve Karakaş, M.H. (2000). Yönetici işlevlerin ayrıştırılmasında multidisipliner yaklaşım: bilişsel psikolojiden nöroradyolojiye. *Klinik Psikiyatri,* 215-227.

Karakelle, S. & Saraç. S. (2010). Üstbiliş hakkında bir gözden geçirme: Üstbiliş çalışmaları mı yoksa üstbilişsel yaklaşım mı? *Türk Psikoloji Yazıları,* 13(26), 45-60.

Karakelle, S. (2012). Üstbilişsel farkındalık, zekâ, problem çözme algısı ve düşünme ihtiyacı arasındaki bağlantılar. *Eğitim ve Bilim,* 37(164), 237-250. doi:10.15390/EB.2014.3078

Karataş, İ. (2008). *Problem çözmeye dayalı öğrenme ortamının bilişsel ve duyuşsal öğrenmeye etkisi.* Yayımlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Karataş, İ., Güven, B. (2004). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin belirlenmesi: bir özel durum çalışması. *Milli Eğitim Dergisi,* Sayı: 163

Karataş, İ., ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: Klinik mülakatın potansiyeli. *İlköğretim-Online,* 2(2), 2- 9.

Kaya, S. (2019). 6. sınıf kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına ve öğrenme kalıcılığına etkisi. (Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi).

Kaya, S. (2019). 6. Sınıf kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına ve öğrenme kalıcılığına etkisi (Master's thesis, Eğitim Bilimleri Enstitüsü).

Kayapınar, A. (2015). Matematiksel problem çözme stratejileri öğretiminin ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme performanslarına ve öz düzenleyici öğrenmelerine etkisi. Doktora tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Kertil, M. (2008). *Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalı, İstanbul.

Kılavuz, N.İ. (2019). Sınıf öğretmenlerinin üstbilişsel farkındalık düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Eğitim Programları ve Öğretim Anabilim Dalı, Zonguldak

Kılıç, S. D. (2003). *İlköğretim ikinci kademe son sınıf öğrencilerinin matematik derslerinde gösterdiği problem çözme yaklaşım ve becerilerinin incelenmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Kim YR, Park MS, Moore TJ, et al. (2013). Multiple levels of metacognition and their elicitation through complex problem-solving tasks. *J Math Behav, 32(3),* 377–396.

Korkmaz, E. (2010). *İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri matematiksel modelleme yeterlilikleri*. Yayınlanmamış doktora tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Korkmaz, E. (2010). İlköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel modellemeye yönelik görüşleri ve matematiksel modelleme yeterlikleri. (Doktora tezi, Balıkesir Üniversitesi).

Korkmaz, E. (2003). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin belirlenmesi. Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Tezi, Balıkesir.

Kramarski, B., Mevarech, Z. R., & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics, 49(2),* 225-250.

Kramers-Pals, H., Lambrechts, J. and Wolff, P. J. (1983). The transformation of quantitative problems to standard problems in general chemistry. *European Journal of Science Education, 5,* 275-287.

Kuçuradi, İ. (1995). Knowledge and its object. *The concept of knowledge: The Ankara Seminar* içinde (97-102). Ed. İ. Kuçuradi ve R.S. Cohen. Dordrecht: Kluwer.

Kuhn D., Pearsall S. (1998) “relations between metastrategic knowledge and strategic performance”. *Cognitive Development, 13,* 227-247.

KuhnD. (2009) “Metacognitive development”. *CurrentDirections in PsychologicalScience, Vol.9, No.5,* 178-181.

Kütük, S.T. (2019). *8. sınıf öğrencilerinin bilişsel ve üstbilişsel stratejileri ile sınav kaygı düzeylerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep.

Larkin, J. H. (1980). Skilled problem solving in physics: A hiyerarchical planning model. *Journal of Structural Learning, 6,* 271-297.

Larkin, J. H. (1981). Enriching formal knowledge: A model for learning to solve textbook physics problems. In J. R. Anderson (Ed.), *Cognitive skills and their acquisition* (pp. 311-334). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Larkin, J. H. (1983). The role of problem representation in psysics. In D. Centner and A. L. Stevens (Eds.), *Mental models*, (pp. 75-99). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Larkin, J. H. and Reif, F. (1979). Understanding and teaching problem-solving in physics. *European Journal of Science Education, 1(2),* 191-203.

Lesh, R. A., Hamilton, E., & Kaput, J. J. (2007). *Foundations for the future in mathematics education.* Mahwah, NJ: Lawrance Erlbaum.

Lesh, R. and Akerstrom, M. (1982). Applied problem solving: Priorities for mathematics education research. In F.K. Lester and J. Garofalo (Eds.), *Mathematical problem solving: Issues in research* (pp. 117-129). Philadelphia, PA: The Franklin Institute.

Lesh, R., & Caylor, B. (2007). Introduction to special ıssue: Modeling as application versus modeling as a way to create mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning. 12 (3),* 173-194.

Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *The handbook of research on mathematics teaching and learning* (2nd ed., pp. 763-804). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; Charlotte, NC: Information Age Publishing.Lingefjärd, T. (2002a). Teaching and assessing mathematical modelling. *Teaching Mathematics and its Applications, 21(2),* 75-83.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thoughtrevealing activities for students and teachers. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research in mathematics and science education* (pp. 113–149). Mahwah, NJ:Lawrence Erlbaum and Associates.

Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought revealing activities for students and teachers. R. Lesh ve A. E. Kelly (Eds.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Educationiçinde* (s. 591-645), Mahwah, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

Lesh,R., &Doer, H. M.(2003). foundatations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. R. Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A Models and Modeling Perspective on Mathematics Problem Solving, Learning ve Teaching* içinde(s.3-33).Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lin, X. (2001). Designing metacognitive activities. *Educational Technology Research and Development, 49(2)*, 23-40.

Livingstone, J.A. (1997). Metacognition: An overview. Web: http://www.gse.buffalo.edu/fas/shuell/CEP564/Metacog.html

London, K. (2011). Investigating differences in structural knowledge and metacognitive processes among lay helpers advanced students and senior professional therapists. Dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. Faculty of the Graduate School of the University of Maryland, College Park.

Lucangeli, D., & Cabrele, S. (2006). The relationship of metacognitive knowledge, skills and beliefs in children with and without mathematical learning disabilities. In A. Desoete & M. V. Veenman (Eds.), *Metacognition in mathematics education* (pp. 103-133). Nova Science.

MaaB, K. (2005). What are modelling competencies? *Zentralblantt für Didaktik der Mathematic (ZDM), 38(2),* 96-112

Malloy, C.E. (1994). An ınvestigation of african american students' mathematical problem solving. Unpublished Doctoral dissertation, Chapel Hill.

Martinez, M. E. (2006). What is metacognition? Phi Delta Kappan,87(91,696-699)

Marzano, R., Brandt, R. S, Hughes, C. S., Jones, B. F., Presseisen, B. Z., Rankin, S. C., & Suhor, C. (1988), Dimensions of thinking: A framework for curriculum and instruction, Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Mason, J. (1988). Modelling: What do we really want pupils to learn? In D. Pimm (Ed.), *Mathematics, Teachers and Children.* (pp. 201-215). London: Hodder & Stoughton.

Mayer, R. (1985). Implications of cognitive psychology for ınstruction inmathematical problem solving. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Mulitiple Research Perspectives* (pp. 123- 138). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mayer, R. E. and Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 29-53). Mahwah, New Jersey, NJ: L. Erlbaum Associates.

Mayer, R. E. and Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 29-53). Mahwah, New Jersey, NJ: L. Erlbaum Associates. Mccormıck, C. B., Miller, G. E., & Pressley, M. (1989), Cognitive strategy research: From basic research to educational applications, New York: Springer-Verlag

Mccormıck, C. B., Miller, G. E., & Pressley, M. (1989). *Cognitive strategy research: From basic research to educational applications,* New York: Springer-Verlag

McDermott, J. and Larkin, J. H. (1978). *Re-representing textbook physics problems*. In Proceedings of the 2nd National Conference, the Canadian Society for

Computational Studies of Intelligence. Toronto: University of Toronto Press.

McNamara DS. (2011). Measuring deep, reflective comprehension and learning strategies: challenges and successes. *Metacogn Learn. ,6(2),*195–203.

MEB, (2009). *İlköğretim matematik (1-5. sınıflar) dersi öğretim programı*. Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.

MEB. (2018). *Milli eğitim bakanlığı matematik dersi öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

Mehraein, S., and Gatabi, A. R. (2014). Gender and mathematical modelling competency: primary students„ performance and their attitude. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 128,* 198-203.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study Applications in education: Revised and Expanded from Case study research in education.* (2nd ed,). San Francisco: Josscy- Bass Publishers.

Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 25(4),* 230- 248.

Montague, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 30(2),* 164-177.

Montague, M., & Applegate, B. (1993). Middle school students mathematical problem solving: An analysis of think-aloud protocols. *Learning Disabilities Quarterly, 16(1),* 19-32.

Montague, M., Warger, C., & Morgan, H. (2000). Solve It!: Strategy instruction to improve mathematical problem solving. *Learning Disabilities Research and Practice, 15(2),* 110-116.

Mousoulides, N. (2007). *A modeling perspective in the teaching and learning of mathematical problem solving.* Unpublished Doctoral Dissertation. University of Cyprus.

Mousoulides, N., Christou, C., ve Sriraman, B., (2006). *From Problem Solving To Modelling- A Meta Analysis*. http://www.umt.edu/ math/reports/ srireman/ MousoulidesChristouSriraman.pdf

Muşlu, M., & Çiltaş, A. (2016). Doğal sayılarda işlemler konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin öğrenci başarısına etkisi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, *11*(2).

Müller, G., ve Wittmann, E. (1984). *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe*. Braunschweig: Vieweg.

NAEP. (2002). *Mathematics framework for the 2003 national assessment of educational progress.* Washington, DC: National Assessment Governing Board.

Nasibov ve Kaçar. (2005). *Matematik ve matematik eğitimi hakkında*. Ekim 2005 Cilt:13 No:2 Kastamonu Eğitim Dergisi, 339-346

NCTM, (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: Virginia.

NCTM, (2000). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM Publications.

Nelson, T. O., & Narens, L. (1996). Why ınvestigate metacognition? In J. Metcalfe & A. P. Shimamura (Eds.). *Metacognition.* (pp. 1-25). Cambrige, MA: MIT Press.

Nelson, T.O. (1999). Cognition versus metacognition. In P.J. Sternberg (Ed). *The nature of cognition* (pp. 625–641). Cambridge: MIT Press.

Newell, A. and Simon, H. A. (1972). *Human problem solving.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 3-32). New York: Springer.

OECD, (1999). *Measuring student knowledge and skills – A new framework for assessment.* Paris: Author.

Olkun, S. ve Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara, Anı Yayıncılık.

Olkun, S., Şahin, Ö., Akkurt, Z., Dikkartın, F.T. ve Gülbağcı, H. (2009). Modelleme yoluyla problem çözme ve genelleme: İlköğretim öğrencileriyle bir çalışma. *Eğitim ve Bilim, 34,* 65-73.

Owen, E. and Sweller, J. (1985). What do students learn while solving mathematics problems? *Journal of Educational Psychology, 77,* 272-284.

Öktem, S. P. (2009). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin gerçekçi cevap gerektiren matematiksel sözel problemleri çözme becerileri*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Özbay, M., & Bahar, M. A. (2012). İleri okur ve üstbiliş eğitimi. *Uluslararası Türkçe Edebiyat Kültür Eğitim (TEKE) Dergisi*, *1*(1), 158-177.

Özgen, K., Şeker, İ. (2021). 6. sınıf öğrencilerinin farklı matematiksel modelleme problemlerindeki beceri gelişimlerinin incelenmesi. *Millî Eğitim* ● Cilt: 50 ● Bahar/2021 ● Sayı: 230, (329-358)

Özkubat, U., Karabulut, A., & Özmen, E. R. (2020). Mathematical problem-solving processes of students with special needs: A cognitive strategy instruction model 'Solve It!'. *International Electronic Journal of Elementary Education, 12(5)*, 405-416.

Öztürk, S. (2019). Sınıf öğretmeni adaylarının üstbilişsel farkındalıkları ile matematik öğretmeye yönelik kaygılarının incelenmesi. Yüksek lisans tezi, Kastamonu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kastamonu.

Paris, S. G., & Jacobs, J. E. (1984). The benefits of informed instruction for children's reading awareness and comprehension skills. *Child Development, 55(6),* 2083- 2093.

Paris, S. G., Lipson, M. Y., & Wixson, K. K. (1983). Becoming a strategic reader. *Contemporary Educational Psychology, 8(3)*, 293-316.

Pehlivan, F. (2012). *İlköğretim beşinci sınıf matematik dersinde üstbiliş strateji kullanımın öğrencilerin başarı ve tutumlarına etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi,Niğde Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı, Niğde.

Perk, E. (2019). Fonksiyonlar konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin meslek lisesindeki öğrenci başarısına etkisi. Yüksek lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi,Konya.

Perk, E. (2019). Fonksiyonlar konusunun öğretiminde matematiksel modelleme yönteminin meslek lisesindeki öğrenci başarısına etkisi. Doktora tezi, Necmettin Erbakan Üniverssitesi, Konya.

Perry, M. (1991). Learning and transfer: Instructional conditions and conceptual change. *Cognitive Development, 6,* 449-468.

Peter Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils‟ interactive modelling processes. In I. Putt, R. Farragher, & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millenium: Towards 2010 (Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, pp. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.

Pilten, P. (2008). Üstbiliş stratejileri öğretiminin ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerilerine etkisi. Doktora tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Polya, G. (1997). *Nasıl Çözmeli?* (Çev: F Halatçı) İstanbul: Sistem Yayıncılık

Polya, G. (1957). *How to solve It: A new aspect of mathematical method* (Second Edition). Princeton, NJ. Princeton University Press. Polya, G. (1962) "Mathematical discovery: on understanding, learning and teaching problem solving (Combined Edition)" New York: John Wiley & Sons.

Polya, G. (1962). *"Mathematical discovery: on understanding, learning and teaching problem solving (Combined Edition)"* New York: John Wiley & Sons

Polya, G. (1973). *How to solve it*. United States of America: Princeton University Press.

Polya, G. (1973). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.

Polya, G. (1997). *Nasıl çözmeli?* (Çev. Feryal Halatçı). İstanbul: Sistem Yayıncılık.

Posamentier, A. S. and Krulik, S. (1998). *Problem solving strategies for efficient and elegant solutions: a research forth the mathematics teacher.* California: Corwin Press.

Ray, W. S. (1955). Complex tasks for use in human problem-solving research. *Psychological Bulletin, 52(2),* 134-149

Reeve, R. A. ve Brown, A. L. (1985). Metacognition reconsidered: Implications for intervention research. *Journal of Abnormal Child Psychology, 13*, 343 356.

Reif, F. (1981). Teaching problem solving, a scientific approach. *The Physics Teacher, 19*, 329–363.

Reusser K., & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution-the social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction, 7(4),* 309-327.

Rittle-Johson, B., Alibali, M. W. (1999). conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology, 99*,175-189.

Rosenzweig, C., Krawec, J., & Montague, M. (2011). Metacognitive strategy use of eighth-grade students with and without learning disabilities during mathematical problem solving: A think-aloud analysis. *Journal of Learning Disabilities, 44(6)*,508-520.

Sağırlı, M. Ö., Kırmacı, U., & Bulut, S. (2010). Türev konusunda uygulanan matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarilarina ve öz-düzenleme becerilerine etkisi. *Erzincan University Journal Of Science And Technology*, *3*(2), 221-247.Schneider W, Artelt C., (2010). *Metacognition and mathematics education. ZDM. 2010;42(2),*149–161.

Sağırlı, M., Kırmacı U., Bulut, S. (2010). Türev konusunda uygulanan matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarılarına ve öz düzenleme becerilerine etkisi. *Eüfbed - Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi Cilt-Sayı: 3-2, Yıl: 2010,* 221-247.

Sandalcı, Y. (2013). Matematiksel modelleme ile cebir öğretiminin öğrencilerin akademik başarılarına ve matematiği günlük yaşamla ilişkilendirmelerine etkisi. Yüksek lisans tezi, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Rize.

Schneider, M. & Stern, E. (2009). The inverse relation of addition and subtraction: a knowledge integration perspective. *Mathematical Thinking and Learning, 11,* 92– 101. Doi10.1080/10986060802584012.

Schneider, W. and Lockl K. (2002). The development of metacognitive knowledge in children and adolescents. In T. perfect, B. schwartz (Eds.). *Applied Metacognition*. West Nyack, NY, USA: Cambridge University Pres.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* Academic Press Inc, Florida.

Schoenfeld, A. H. (1987). *Mathematical problem solving*. San Diego: Academic Press Inc.

Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In Schoenfeld, A. H. (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp.189-215). Hillsdale, N. J: Lawrence Erlbaum Associates. Publishers.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. Grouvs (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Mac Millan.

Schraw, G., & Dennison, R. S. (1994). Assessing metacognitive awareness. *Contemporary Educational Psychology, 19*, 460-475.

Schraw, G., & Graham, T. (1997). Helping gifted students develop metacognitive awareness. *Roeper Review, 20*, 4-8.

Schraw, G., Crippen K. J., and Hartley, K. (2006). Promoting self-regulation in science education: Metacognition as part of a broader perspective on learning. *Research in Science Education, 36*, 111–139.

Schultz D. Schultz S.E. (2002). *Modern Psikoloji Tarihi*.Kaknüs Yayıncılık, İstanbul.

Schunk, D. H. (2009). *Öğrenme Teorileri Eğitimsel Bir Bakış* (Çev. Ed. Muzaffer Şahin), Nobel yayın Dağıtım, Ankara.

Schunk, D. H. (Ed.). (2012). *Learning theories: an educational perspective*. Boston.

Senemoğlu, N. (2005). *Gelişim, öğrenme ve öğretim: Kuramdan uygulamaya*. Ankara: Gazi Kitabevi.

Senemoğlu, N. (2012). *Gelişim, öğrenme ve öğretim: Kuramdan uygulamaya*. Ankara: Pegem Akademi

Serin, M. K. (2014). *İşbirliğine dayalı ortamlarda gerçekleştirilen üstbilişsel sorgulama temelli öğretimin ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı, Konya.

Sezgin, E. (2011). *Problem çözme becerisi ölçeğinin geliştirilmesi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Ankara Üniversitesi, Ankara.

Shanahan, T. (1992). Reading comprehension as a conversation with an author. In: M. Presley, K. R. Harris & J. T. Guthrie (Eds.), *Promotion Academic Competence and Literacy in School*. San Diego, CA: Academic Press

Silver, E. A., Cai J. (1996). Analysis of aritmetic problem posing by middle school. *Journal for Research in Mathematics Education, 27, Nov.*, p. 521.

Silver, E.A. (1982). Knowledge organization and mathematical problem solving. In F.K. Lester and J. Garofalo (Eds.), *Mathematical problem solving: ıssues in research* (pp. 15-25). Philadelphia, PA: The Franklin Institute.

Simon, D.P. and Simon. H. A. (1978). Individual differences in solving physics problems. In R. Siegler (Ed.), *Children's thinking: what develops?* (pp. 325-348). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Smith, E. E. and Goodman, L. (1984). Understanding written instructions: The role of an explanatory schema. *Cognition and Instruction, 1*, 359-396.

Smith, S. S. (2016). Problem çözme toplama ve çıkarma (N. Akal, Çev.). S. Erdoğan (Ed.), *Erken çocuklukta matematik* (5. baskı) içinde (158-177). Ankara: Eğiten Kitap. (Orijinal kitabın yayın tarihi 2009)

Solso, R. L., Maclin, M. K. and Maclin, O. H. (2009). *Bilişsel psikoloji*, (Çev: AyçiçeğiDinn, A.), Kitabevi Yayınları, İstanbul

Soylu, Y. ve Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelemesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, Cilt: (8) Sayı: (2)*, 83-95.

Soylu, Y. ve Soylu, C. (2006). Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. *İnönü Eğitim Fakültesi Dergisi, 7(11)*, 97–111.

Sriraman, B. (2005). *Conceptualizing the notion of model eliciting*. Fourth congress of the european society for research in mathematics education. Sant Feliu de Guíxols, Spain.

Stanic, G., & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. *The teaching and assessing of mathematical problem solving*, *3*, 1-22.

Sternberg, R. J. (1988). *Intelligence applied.* Orlando, FL: Harcourt Brace Jovanovich.

Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. *Mathematics: Essential Research, Essential Practice, 2,* 688-697.

Swan, M., Turner, R. ve Yoon, C. (2006). The roles of modelling in learning mathematics. W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn ve M. Niss (Ed*.). Modelling and Applications in Mathematics Education*. The 14. ICMI Study (275-284). New York: Springer.

Sweeney, C. M. (2010). The metacognitive functioning of middle school students with and without learning disabilities during mathematical problem solving.Doctoral dissertation, University of Miami, (UMI Number: 3424782), ProQuest Dissertataion.

Sweller, J., Mawer, R. F., & Ward, M. R. (1983). Development of expertise in mathematical problem solving. *Journal of Experimental Psychology: General, 112*, 639–661.

Şahin, A. A. (2007). 13- 14 yaş grubu öğrencilerin problem çözme stratejilerinin belirlenmesi. Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.

Şahin, A. A. (2007). *13-14 yaş grubu öğrencilerin problem çözme stratejilerinin belirlenmesi*. Basılmamış yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.

Şahin, S. (2015). *Fen bilgisi öğretmen adaylarının bilişüstü farkındalık düzeyleri ile problem çözme becerilerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans 213 tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı, Ankara.

Şendurur, Y. ve Barış, D. A. (2002) “Müzik Eğitimi ve Çocuklarda Bilişsel Başarı”. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 22 (1)*, 16.

Şendurur, Y. ve Barış, D. A. (2002). “Müzik eğitimi ve çocuklarda bilişsel başarı”. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 22 (1),* 165-174.

Tanır, N. E. (2018). 6.sınıf öğrencilerinin üstbiliş farkındalıkları ile matematiksel problem çözme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisan tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Tashakkori, A., & Teddlie, C. (1998). *Mixed methodology: Combining qualitative and quantitative approaches*. Applied Social Research Methods Series (Vol.46). Thousand Oaks, CA: Sage.

Tatman, M. (2008). Biyoloji öğretmen adaylarının genetik kavramları anlayışları ve problem çözme becerileri üzerine nitel bir araştırma. Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Tay, B. (2005). Sosyal bilgiler ders kitaplarında öğrenme stratejileri. *Gazi Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 6(1),* 209-225.

Tekin, H. (2000). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme [Measurement and evaluation in education]*. Ankara, Turkey: Yargı Yayınevi.

Tertemiz N., Çakmak M. (2007). *İlköğretim 1. kademe matematik dersi örnekleriyle problem çözme.*Gündüz Eğitim ve Yayıncılık, Ankara,

Turgut, M. (1992). *Fuat eğitimde ölçme ve değerlendirme metotları*. An ara: Saydam Matbaacılı.

Türk Dil Kurumu Sözlüğü, Türk Dil Kurumu Sözlüğü, http://tdkterim.gov.tr (ET: 23.02.2011).

Ulaş Sarp Erk, Felsefe Sözlüğü, Bilim ve Sanat Yayınları, Ankara. 2002.

Ulu, M. (2011). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin rutin olmayan problemlerde yaptıkları hataların belirlenmesi ve giderilmesine yönelik bir uygulama. Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Ulusoy, Öztan, Y. (2014). Bilgiyi işleme kuramı. Behçet Oral (Edt.), *Öğrenme Öğretme Kuram ve Yaklaşımları* (181-184). Ankara: Pegem Akademi

Umay, A. (2002). Öteki matematik. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 25,* 78-85.

Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,28*, 188–195

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24,* 234–243.

Uzuner, F. G. (2019) *İlkokul öğrencilerinin matematiksel problem çözme becerilerinin geliştirilmesinde oryantiringin etkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış doktora tezi, Trabzon Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Bilim Dalı, Trabzon.

Ünsal, Y. (2010). Problem çözmedeki anlam karmaşası. *Eğitim dergisi*. Sayı: 28, Ekim.

Ünsal, Y., & Ergin, İ. (2011). Fen eğitiminde problem çözme sürecinde kullanılan problem çözme stratejileri ve örnek bir uygulama. *Savunma Bilimleri Dergisi, 10(1),* 72-91.

Van De Walle, J. A. (2004). Elementary and middle school mathematics teaching developmentally. USA: Pearson Education Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction, 4,* 273-294

Van De Walle, J. A., Karp, K. S. and Bay-Williams, J. M. (2016). Problem çözme ile öğretim (S. Durmuş, Çev.). S. Durmuş (Ed.), *İlkokul ve ortaokul matematiği içinde (32-57*). Ankara: Nobel Kitap. (Orijinal kitabın yayın tarihi 2010)

Van de walle, J.A. (1980). *Elementary school mathematics*. New York & London: Longman.

Veenman MVJ. (2011). Learning to self-monitor and self-regulate. In: Mayer RE, Alexander PA, editors. *Handbook of research on learning and instruction*. New York (NY): Routledge; p. 197–218.

Veenman, M. V. J., Kok, R., & Blöte, A. W. (2005). The relation between intellectual and metacognitive skills in early adolescence. *Instructional Science 33(3),* 193- 211. https:/doi.org/10.1007/s11251-004-2274-8

Veenman, M. V., Van Hout-Wolters, B. H., & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: Conceptual and methodological considerations. *Metacognition and learning, 1(1),* 3-14.

Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling and problem solving in the elementary school. A teaching experiment with fifth.

Verschaffel, L., Greer, B.& De Corte, E. (2002). Everyday knowledge and mathematical modeling of school word problems.

Victor, A. M. (2004). *The effects of metacognitive ınstruction on the planning and academic achievement of first and second grade children*. Graduate College of the Illinois Institute of Technology. Chikago, IL.

Waes V. L. (2000). Thinking aloud as a method for testing the usability of websites: the influence of task variation on the evaluation of hypertext. *Leee Transactıons on Professıonal Communıcatıon, 43(3)*, 279.3

Wangerin, Paul (Adapted), Learning Strategies For Law Students. (1988). "*Metacognition and autonomous learning model or taking responsibility for your own learning"*, (Winter 1988) (Rev.) s.471-528.

Welton, D.A., &Mallan, J. T. (1999). *Children and their world: Strategies for reading social studies* (6th ed.). New York, NY: Houghton Mifflin Company

Whitebread, D. (1999). Interactions between children's metacognitive abilities, Working memory capacity, strategies and performance during problemSolving. *Euopean Kournal of Psychology of Education, 14(4),* 489-507.

Wilson, J., and Clark, D. (2002). *Monitoring mathematical metacognition*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.

Wilson, J.W., Fernandez, M.L. and Hadaway, N. (1993). Mathematical problem solving. In P.S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 57-78), New York: Macmillian.

Winne, P. H. and Perry, N. (2000). Measuring self-regulated learning. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich and M. Zeidler (Eds.). *Handbook of self-regulation* (pp. 531- 566). San Diego. CA: Academic Press.

Yazgan, Y. ve Arslan, Ç. (2017). *Matematiksel sıradışı problem çözme stratejileri ve örnekleri* (4. baskı). Ankara: Pegem Akademi.

Yeap, B. H. (1998). Metacognition in mathematical problem solving. Australian Association for Research in Education. 1998 Annual Concerence, Adelaide. Retrieved 8, February, 2009, www.aare.edu.au/98pap/yea98408.htm.

Yeşilyaprak B. (Ed.) (2004) *Gelişim ve Öğrenme Psikolojisi*. Pegem Yayıncılık, Ankara.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (6. Basım). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yılmaz, L. (2019). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının problem çözme başarısını yordayan değişkenlerin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Erzincan.

Yimer, A. and Ellerton, N., F. (2005). Cognitive and metacognitive aspects of mathematical problem solving: an emerging model. In P. Grootenboer, R. Zevenbergen and M. Chinnappan (Eds.), *Identities, cultıres, and learning spaces* (pp. 575-582). Adelaide, Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Yin, R. K. (2003). *Case study research: Design and methods* (3rd ed,). Thousand Oaks, CA: Sage.

Yu, S. Y., & Chang, C. K. (2009). What did taiwan mathematics teachers think of model- eliciting activities and modeling? In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri & G. Stillman. (Eds.), *Trends In Teaching And Learning Of Mathematical Modelling International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 147-156).

Zawojevski, S. J., Lesh, R., & English, L. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. R. Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: A models and modeling perspective* *on mathematics problem solving, learning ve teaching içinde* (337-358). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

EKLER

EK1. Problem Çözme Testi

1. $\frac{1}{3}$ ‘ü 48 olan yumurtaların tamamı kaç tanedir?

2. Buket ile annesinin boyları toplamı 342 cm dır. Buketin boyu annesinin boyunun $\frac{8}{10}$ ’u kadardır. Buketin boyu kaç cm olur?

3. 45 çocuğun $\frac{1}{3}$’ü kaç çocuk eder?

4. Ben 12 yaşındayım. Annemin yaşı benim yaşımın 4 katından 12 eksiktir. Babamın yaşı da benim yaşımın 4 katıdır. Üçümüzün yaşları toplamı kaçtır?

5. 105 sayfalık kitabımı 5 günde okumak istiyorum. Her gün kaç sayfa okumalıyım?

6. Ahırdaki danaların ayak sayıları toplamı 128’dir. Buna göre ahırda kaç tane dana vardır?

7. Aklımdan bir sayı tuttum 3 ile çarptım, 4 ekledim 40 çıktı. Aklımdan tuttuğum sayı kaçtır?

8. Çiçeğimin boyu satın aldığımızda 20 cm idi.6 ay sonra boyu $\frac{1}{5}$ ‘i kadar uzadı. Çiçeğimin boyu kaç cm’dir?

9. Bir çiftçi ürettiği 250 kilogram cevizi 14 kilogramlık çuvallara doldurmak istiyor. Buna göre bu iş için gerekli olan çuval sayısı ile artan ceviz miktarının farkı kaç kilogramdır?

10. Hangi sayının yarısının 35 fazlası 89 olur?

EK2. Araştırmacı Tarafından Alınan İlk Resmi İzinler

T.C.
İZMİR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Ek-3

ARAŞTIRMA DEĞERLENDİRME FORMU

ARAŞTIRMA SAHİBİNİN	
Adı Soyadı	Rahime Şeyma CAN
Kurumu / Üniversitesi	Ege Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Temel Eğitim ABD Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı
Araştırma Yapılacak İller	İzmir
Araştırma Yapılacak Eğitim Kurumu ve Kademesi	İzmir İlindeki İlkokullar
Araştırmanın Konusu	İlkolulda Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Öğrencilerin Problem Çözme ve Üst Biliş Becerilerine Etkisi
Üniversite / Kurum Onayı	28/09/2022 tarihli 09/14 sayılı karar
Araştırma/Proje/Ödev/Tez Önerisi	Yüksek Lisans Tezi
Veri Toplama Araçları	Problem Çözme Başarı Testi, Veli Onam Formu,
Görüş İstenilecek Birim/Birimler	

KOMİSYON GÖRÜŞÜ

İlgi: Milli Eğitim Bakanlığının 21/01/2020 tarihli ve 1563890 sayılı Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri konulu 2020/2 sayılı Genelgesi.
Genelge gereğince; araştırma başvurusu olması gereken nitelikler açısından incelenmiş olup 2022-2023 eğitim-öğretim yılında, eğitim kurumu yöneticilerinin uygun gördüğü şekilde yapılmasına oybirliği ile karar verilmiştir.

Komisyon Kararı	Oybirliği ile alınmıştır.
Muhalif Üyenin Adı ve Soyadı: ----	**Gerekçesi; ------------------------------**

EK3. Velilerin Onayının Alındığı Muvafakkatname

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, "İlkokulda Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin Öğrencilerin Problem Çözme ve Üstbiliş Becerilerine Etkisi" adıyla, Aralık-Şubat tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilkokul öğrencilerinin problem çözme ve üstbiliş becerilerini ne derecede geliştirdiğini, uygulama süresince öğrencilerin problem çözme ve üstbiliş performanslarında nasıl bir değişim olduğunu ortaya koymaktır.

Araştırma Uygulaması: Karma Yöntemli Çalışmalar şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı'nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleşmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı :

İletişim bilgileri :

Velisi bulunduğum .... sınıfı .... numaralı öğrencisi ....

…………………………….'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum. (Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).

EK4. Matematiksel Modelleme Etkinliği ile İşlenen Ders Planı Örneği

Konu: Doğal Sayılarda Toplama

Süre: 40'+ 40'

Hazırlık: Ön bilgilendirme, grupların oluşturulması ve matematiksel modelleme etkinliği çalışma kâğıdının dağıtılması,

İşleniş:

PROBLEMİ ANLAMA

(Tablo, grafik, sözel bilgiyi anlama)

1. Aşağıdaki problemi öğrencilerinizle okuyunuz veya hikâyeleştirerek anlatınız.

Etkinlik 1) KİTAP OKUMA-HEDİYE ETKİNLİĞİ

Kuzey ilkokul 1. Sınıfta okuyan bir öğrencidir. Babası Kuzey'e biri 64 sayfa, diğeri 86 sayfa olan iki hikaye kitabını bir hafta içinde okursa istediği hediyeyi alacağını söylemiştir.

Kuzey bu kitapları okumak için bir plan yaparsa zorlanmadan okuyabilecektir. Fakat Kuzey bölme işlemini yapmayı daha öğrenmediği için bu kitapta günlük okuması gereken sayfa sayısını nasıl paylaştıracağını bilememektedir. Kuzey'e bölme işlemi yapmadan kendi modelinizi oluşturarak nasıl bir plan yapabileceğini anlatınız.

2. Her gruptaki öğrencilerin birbirine problemi anlatmalarını sağlayınız
3. Her gruptan bir öğrenciye problemi sınıfın duyacağı biçimde anlattırınız. Bu aşamada öğrencilere aşağıdaki soruları sorabilirsiniz.
    - Problemde ne anlatılıyor?
    - Problem daha önce karşılaştığınız problemlere benziyor mu?
    - Siz veya çevrenizde böyle bir problemle karşılaşan bir oldu mu?

- Sizce gerçek hayatta da böyle bir problemle karşılaşma ihtimalimiz var mı?

4. Her gruptan problemi anlatan, şekillerden oluşan bir resim çizmelerini isteyin.

MATEMATİKSEL MODEL OLUŞTURMA
(İlişkileri belirleme, hipotez oluşturma, model geliştirme)

5. Problemde geçen kritik ifadeleri buldurunuz ve ne anlama geldiğini tartışınız.
   Bu aşamada şu sorular sorulabilir:
   - Problemde sizce yaşanan asıl sorun nedir?
   - Problemde bugüne kadar öğrendiğiniz işlemlere (toplama, çıkarma vb.) yönelik hangi ifadeler yer alıyor?
6. Problemin çözüme ilişkin neler yapılabileceğini sınıfça sözlü olarak tartışınız. Kullanılması gereken matematiksel bir işlem veya yöntem var mı tartışın. Bu aşamada şu sorular sorulabilir:
   - Sizce problemin çözümüne yönelik neler yapılabilir?
   - Hangi yollar izlenebilir?
   - Ne tür bir model ortaya konulabilir?
7. Öğrencilerden grup arkadaşlarıyla beraber kendilerine ait bir model geliştirmelerini isteyin.
8. Her grubun model geliştirme aşamasında yararlanabileceği, tablo, Çekil, grafik, resim, sayı doğrusu vb. konusunda rehberlik yapın. Şu sorular sorulabilir.
   - Model oluştururken kullanabileceğiniz tablo, grafik, resim sayı doğrusu gibi unsurlar var mı?
9. Model geliştirme aşamasında kullanılması gereken matematiksel işlem veya yöntemlerini tespit etmelerini isteyin. Şu soruları yöneltebilirsiniz:
   - Model oluştururken kullanacağınız işlemler nelerdir?
   - Kullanacağınız işlemlerin sırasını neye göre belirlediniz?

PAYLAŞILAN ÇÖZÜMÜ YORUMLAMA
(Karar verme, Sistem Analiz Etme, Yeni Çözümler Önerme)

10. Geliştirilen modele grupların kendi aralarında tartıştıktan sonra karar vermeleri gerektiğini söyleyin.
11. Karar verildikten sonra her grubun kendi modelini açıklamasını isteyin. Açıklanan modellerin içinden öğrencilerin modelleyerek geliştirdiği çözüm önerilerini sınıfça değerlendirmelerini sağlayın. Bu aşamada şu sorular sorulabilir:
    - Geliştirdiğiniz modeli aranızda tartıştınız mı? Bu modelin doğru olduğundan emin misiniz?
    - Arkadaşlarınızın modelleriyle kendi modellerinizi karşılaştırdığınızda ne gibi benzerlikler ve ya farklılıklar görüyorsunuz?
12. Uygun olmadığı düşünülen modellerin tekrar gözden geçirilerek yeniden düzenlenmesini sağlayın.

ÇÖZÜMÜ DOĞRULAMA ve GÖSTERME
(Çözümü genelleme ve paylaşma, değerlendirme)

13. Daha sonra oluşturulan modellerin başka hangi durumlarda kullanılabileceğini tartışın.
14. Yapılan matematiksel modelleme etkinliğinin sonucunda öğrencilerin neler öğrendiğini, hangi noktalarda zorlandıklarını tartışarak değerlendirin.
15. Günlük hayatta böyle bir problem durumuna benzer başka hangi problemler le karşılaşıldığını tartışın.

RAPORLAMA

16. Modelleme etkinliğinde gerçekleştirilen adımları ve çözüm önerinizi anlatan bir rapor hazırlayın. Raporlama öğrencilerin seviyesine göre mektup yazma şeklinde de yaptırılabilir.

EK5. Matematiksel Modelleme Etkinlikleri

Etkinlik 2) MİRAS PAYLAŞIMI ETKİNLİĞİ

MAL VARLIKLARI	ADET	TOPLAM DEĞERİ
Ev	3	450 000 TL
Araba	4	200 000 TL
Dükkan	2	300 000 TL
Para		250 000 TL

Şeyma Teyze'nin 4 tane çocuğu vardır. Yukarıda görülen mal varlıklarını bütün çocuklarına bir başkasına satmadan paylaştırmak istiyor. Ancak mallarının sayısı çocuklarına eşit sayıda paylaştıracak şekilde değil. Bu yüzden paylaşımı nasıl yapacağını bilememektedir.

- ❖ Bu paylaşımı nasıl yapmalıdır?
- ❖ Paylaşım sonucunda hangi çocuk hangi mallara sahip olur?
- ❖ Kendi modelinizi oluşturarak Şeyma Teyze'ye yardımcı olunuz.

Etkinlik 3) TATİL PROBLEMİ

Yurt dışına turlar düzenleyen bir seyahat şirketi tatile çıkacak müşterilerine gidecekleri yerin seçiminde danışmanlık hizmeti sunmaktadır. Seyahate çıkacak olan müşteriler ilk olarak o yerin iklimi ile ilgilenip; ne kadar yağmur yağdığına, bir yılda havanın kaç gün güneşli veya kapalı olduğuna ve ne kadar sıcak veya soğuk olduğuna önem vermektedirler. Bu faktörlerin her biri seyahate çıkacaklar için önemlidir.

İki müşteri seyahat şirketine aşağıdaki mailleri yollayarak tatil için gitmek istedikleri şehrin özelliklerini belirtmişler ve tatil için en uygun şehirleri tavsiye etmelerini istemişlerdir.

Seyahat şirketi müşterilere tavsiye etmek için aşağıdaki gibi 7 şehir belirlemiş ve bu şehirlerin iklimiyle ilgili bazı bilgiler toplamıştır.

Sayın Seyahat Şirketi Yetkilileri; Güneşli ve sıcak bir şehirde tatil yapmak istiyorum. Yağmurlu olabilir fakat çok soğuk olmasını istemiyorum. Hangi şehirleri önerirsiniz? Saygılarımla, Kuzey CAN	Sayın Seyahat Şirketi Yetkilileri; Yaz tatilinde her türlü açık hava sporlarını yapmak istiyorum. Özellikle doğa yürüyüşü yapmayı çok seviyorum. Bu yüzden havası iyi olan fakat çok sıcak olmayan bir şehirde tatil yapmak istiyorum. Önerilerinizi bekliyorum. Saygılarımla, Mehmet ÖZDEMİR

- Tatile çıkacakların isteklerine göre bu yedi şehri karşılaştırmak için bir model geliştiriniz.
- Her iki tatilci içinde ‘en uygun’, ‘uygun olmayan’ şehirleri belirten tavsiye mektubu yazınız.

ŞEHİRLER	**GÜNEŞLİ GÜN SAYSI**	**15 C^0’ NİN ALTINDAKİ GÜN SAYISI**	**30C^0’NİN ÜSTÜNDEKİ GÜN SAYISI**	**YILLIK ORTALAMA YAĞIŞ (mm/Yıl)**
PARİS	80	12	15	1200
MOSKOVA	35	185	5	512
PRAG	190	5	225	335
MİLANO	85	4	328	1530
BERLİN	45	220	50	522
ROMA	200	5	10	250
LONDRA	200	25	279	1200

Etkinlik 4) HANGİ ARABAYI ALALIM?

Mert ve eşi araba almak için araba pazarına giderler. Mert yakıtı düşük, spor ve pahalı olmayan bir araba almak istemektedir. Eşi ise sağlam ve güvenlikli bir araba almak istemektedir.

Sizin göreviniz aşağıdaki tabloyu inceleyerek Mert ve eşine en uygun arabaları gösteren bir liste oluşturmaktır. Böylece en uygun arbayı seçmelerine yardımcı olacaksınız.

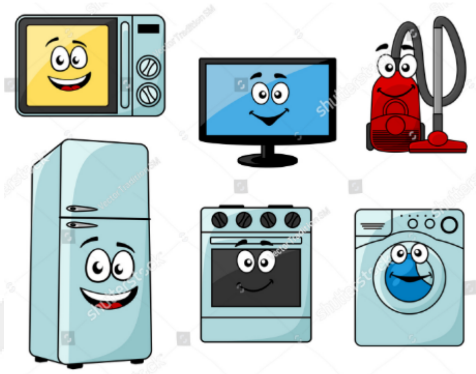
OTOMOBİL	**FİYAT(TL)**	**YAKIT TÜKETİMİ (100 km)**	**ÖZELLİKLERİ**	**KASA**
NİSSAN	8 000	6 Litre	Alarm, Çelik Kasa	Spor
AUDİ	15 000	12 Litre	Renkli Cam, Cd Çalar	Üstü Açılabilir
TOYOTA	9 200	7 Litre	Ön Koruma Barı, Alarm	Hatchback
SKODA	12 000	10 Litre	Karartılmış Cam,CD Çalar	Sedan
HONDA	8 300	7 Litre	Çift Hava Yastığı	Spor
FORD	11 500	9 Litre	Otomatik Cam	Sedan
KİA	16 000	10 Litre	Alarm, Çift Hava Yastığı	Spor

Etkinlik 5) KİRAZ AĞACI ETKİNLİĞİ

Ahmet amca biraz kiraz bahçesi satın almak istiyor. Bahçeyi satan kişi bazı kiraz ağaçlarının yaşını biliyor fakat bazılarının yaşını bilmiyor. Ahmet amca bahçedeki bütün ağaçların yaşını öğrenmek istiyor. Aşağıdaki tabloda bazı yaşı bilinen kiraz ağaçlarının özellikleri verilmiştir. Buna göre Ahmet Amca yaşını bilmediği ağaçların yaşını öğrenmek için nasıl bir yol izlemelidir, modelleyerek Ahmet amcaya yardımcı olunuz ve cevabınızı bir mektupla ona iletiniz.

Bazı Ağaçların Yaşları	Boyları (cm)	Gövde Kalınlığı (cm)
2 Yaş	125	10
5 Yaş	155	22
11 Yaş	215	46

Etkinlik 6) BEYAZ EŞYA DÜKKANI ETKİNLİĞİ



ÜRÜNLER	ÜRÜNLERİN SAYISI(Adet)	ÜRÜNLERİN TOPLAM FİYATI	1 ÜRÜNÜN ALIŞ FİYATI	1 ÜRÜNÜN SATIŞ FİYATI
Buzdolabı	10	4500 TL		
Çamaşır Makinesi	6	4200 TL		
Bulaşık Makinesi	9	6300 TL		

Mercan Bey'in beyaz eşya dükkanı vardır. Bir ayda ortalama 20 müşteriye satış yapmaktadır. Müşteriler birden fazla ürün alabilmektedirler. Mercan Bey bir ay sonunda 4000 TL kar yapmak istemektedir. Mercan Bey ürünlerin kendisine maliyetini belirledikten sonra satış fiyatlarını belirleyecektir. Buna göre siz Mercan Bey'in yerinde olsanız;

- Ürünlerin her birinin satış fiyatını nasıl belirlersiniz?
- Kaç müşteriye hangi üründen kaç tane satacağınızı kendi modelinizi oluşturarak gösteriniz.

Etkinlik 7) BAYRAM ŞEKERİ ETKİNLİĞİ

Bayramda Hakan 23 tane şeker toplamıştır. Hakan çok mutludur çünkü arkadaşı Murat'tan daha fazla şeker toplamıştır. Ayşe daha da mutludur çünkü Hakan ve Murat toplamı kadar şeker toplamıştır. Ayşe'ye kaç yumurta topladığını hesaplamada yardımcı olur musun?

Etkinlik 8) KOMŞULAR ETKİNLİĞİ

Bu binada sizce kaç kişi yaşıyor?

Etkinlik 9) KİLİT FABRİKASI ETKİNLİĞİ

Şekildeki gibi şifreli kilitlerin üretildiği fabrikada çalışan bir görevli üretim hatası bulunun kilitlerin seri numaralarını aşağıdaki gibi not almıştır.

HATALI SERİLER:

10, 19, 37, 73,145

Bu sayılar arasında bir ilişki olduğunu düşünen fakat bu ilişkiyi bulamayan görevli, fabrikanın üretimden sorumlu mühendisi olarak size başvurdu.

- Hatalı seri numaraları üzerinde çalışarak üretim hatası olabileceğine tespit etmeye yarayacak bir yöntem geliştiriniz.
- Bu yöntemin doğruluğu ortaya çıkarmak için üretim hatası olması muhtemel sonraki 3 seriyi bulunuz.
- Fabrikanın üretim ekipmanlarını tamir ettirmesine gerek olup olmadığını tespit etmek için ilk 1000 seriden kaçının üretim hatası olduğunu tahmin edniniz.

Etkinlik 10) BİLGİSAYAR ETKİNLİĞİ

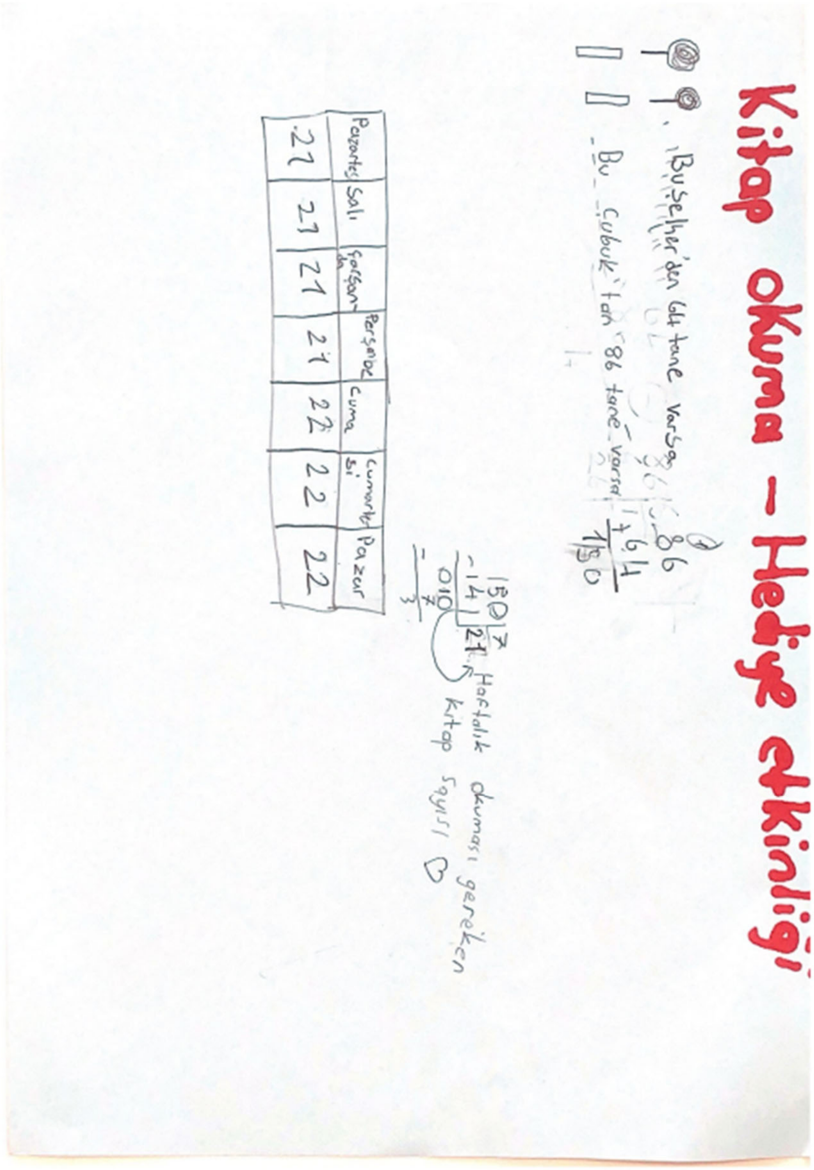
Bilgisayar almak için internette araştırma yapan Kerem, almak istediği bilgisayarda 3 farklı firmanın kampanyalarına rastlamıştır. Kerem'in almak istediği bilgisayarın fiyatı 400 TL'dir.

A FİRMASI	B FİRMASI	C FİRMASI
Peşin fiyatına $\frac{2}{8}$ indirim.	Peşin fiyatına 100 TL indirim.	Peşin fiyatına $\frac{1}{5}$ indirim.

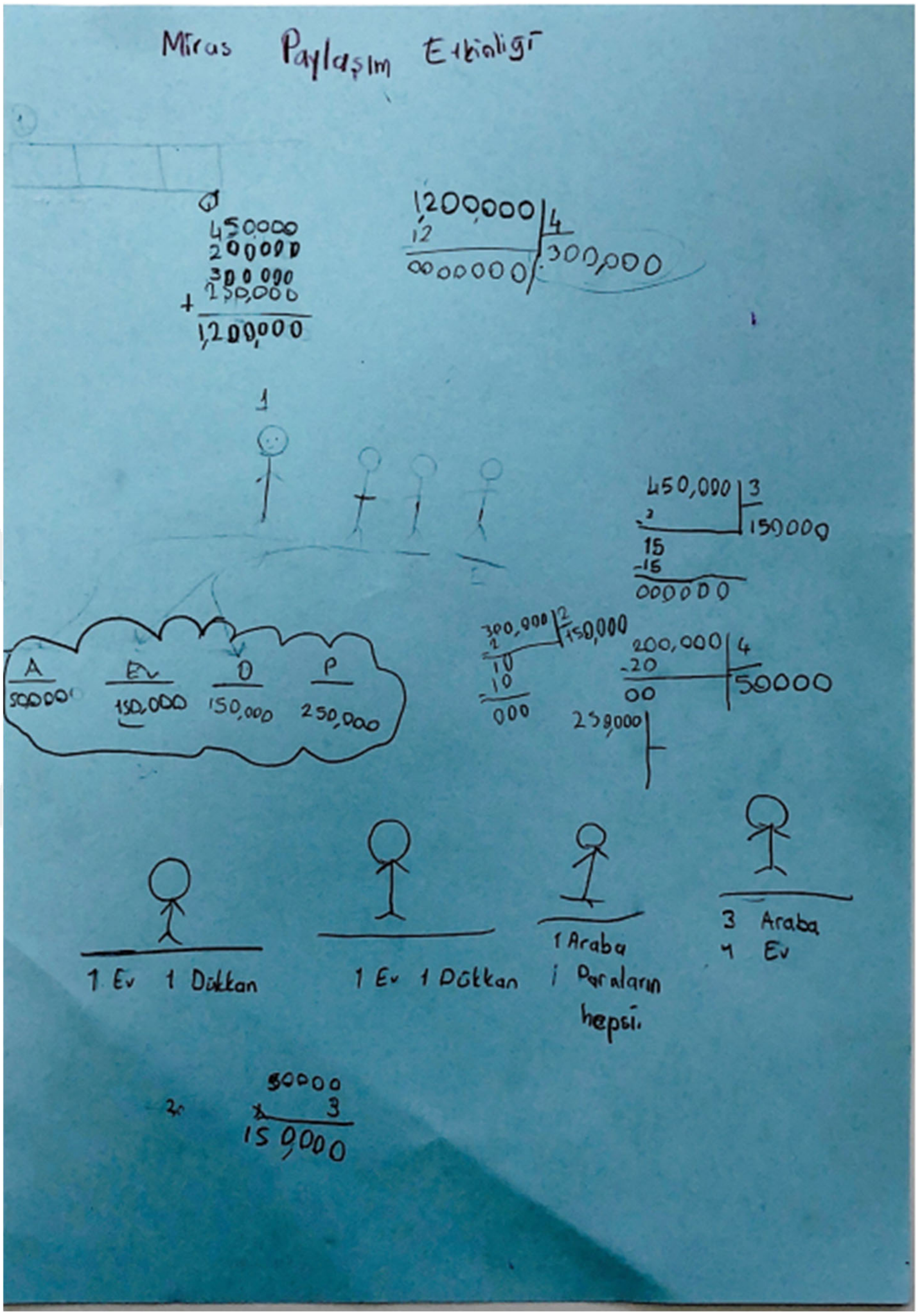
Kampanyaya göre Kerem'in hangi firmayı tercih ederse bilgisayarı daha uyguna alacağını modelleyerek gösterir misin?

EK6. Öğrencilerin Matematiksel Modelleme Etkinlikleri Çalışma Örnekleri

Kitap Okuma Hediye Etkinliği



Miras Paylaşımı Etkinliği



450000 | 3
150000

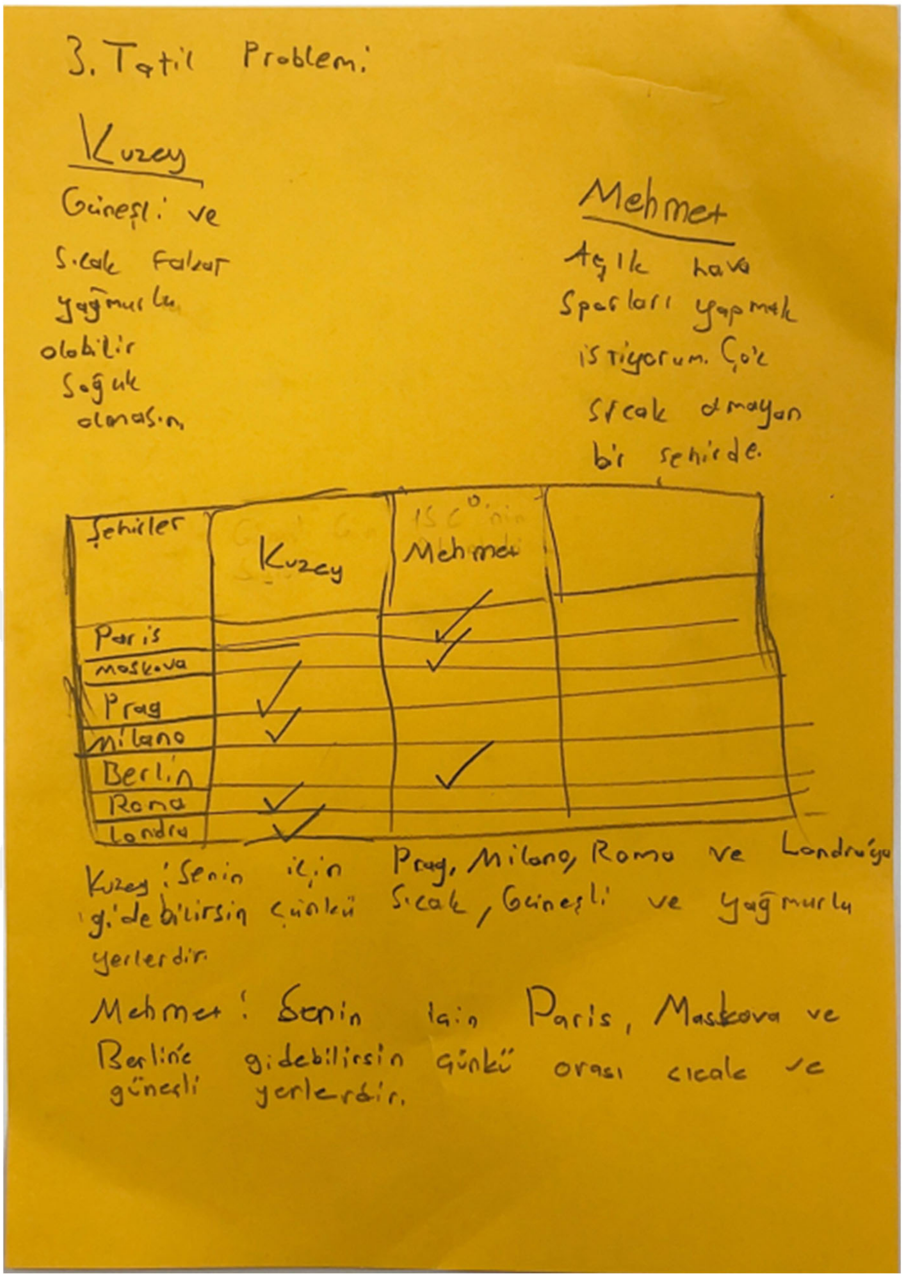
Miras Paylaşımı Etkinliği

1.Çocuk	2.Çocuk	3.Çocuk	4.Çocuk
Para Araba	2 Ev	Ev 3 Araba	2 Dükkan

1 Araba = 50,000
1 Ev = 150,000
1 Para = 250,000
1 Dükkan = 150,000

①
450
200
300
250
+
1,200,000 : 4 = 300,000

Tatil Problemi



3. Tatil Problemi

Kuzey

Güneşli ve sıcak fakat yağmurlu olabilir soğuk olmasın

Mehmet

Açık hava sporları yapmak istiyorum. Çok sıcak olmayan bir şehirde.

Şehirler	Kuzey	Mehmet	
Paris		✓	
Moskova		✓	
Prag	✓		
Milano	✓		
Berlin		✓	
Roma	✓		
Londra	✓		

Kuzey: Senin için Prag, Milano, Roma ve Londra'ya gidebilirsin çünkü sıcak, Güneşli ve yağmurlu yerlerdir.

Mehmet: Senin için Paris, Maskova ve Berline gidebilirsin çünkü orası cıcak ve güneşli yerlerdir.

Tatil Problemi:

Şehirler	Kuzey	Mehmet
Paris		
Moskova		✓
Prag	✓	
Milano		
Berlin		✓
Roma		
Londra	✓	

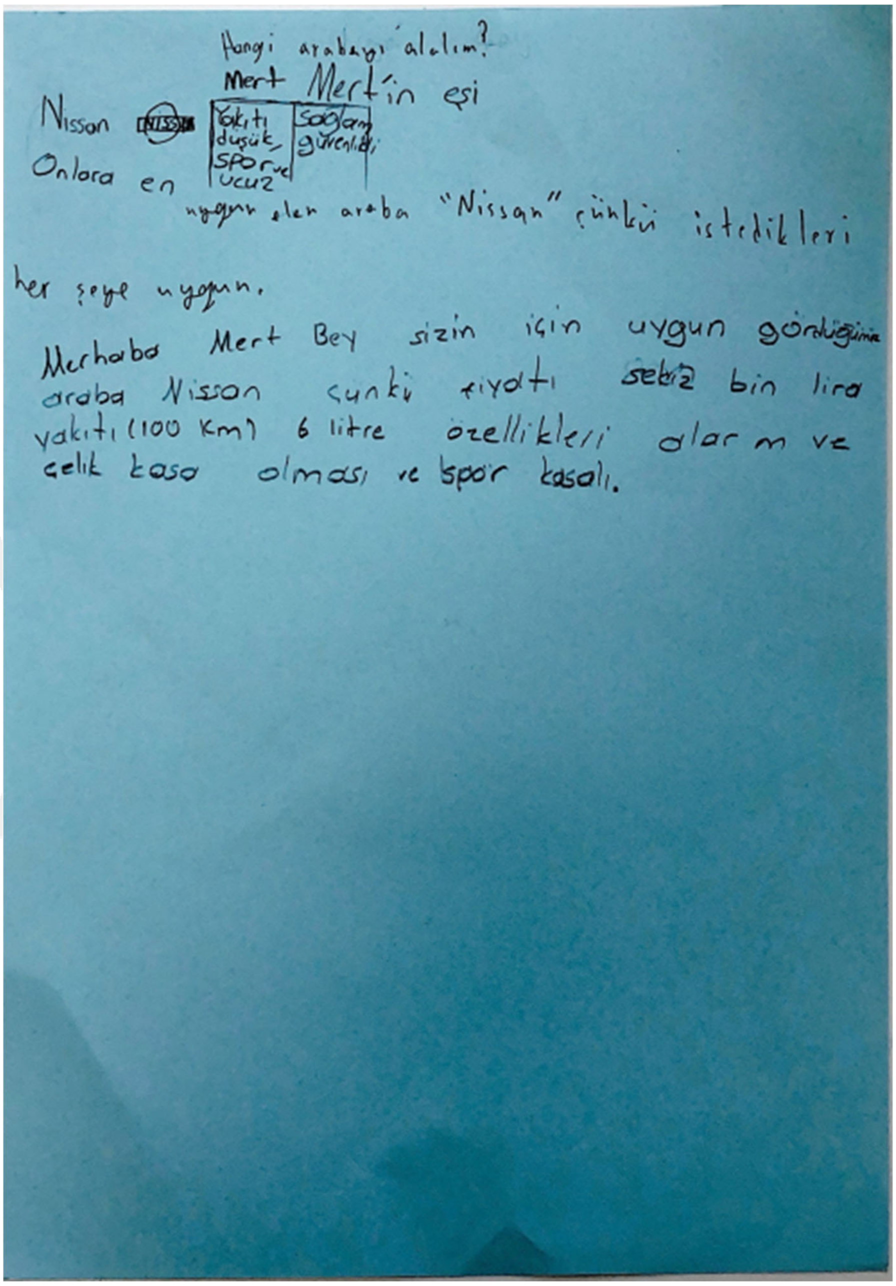
Kuzey Can

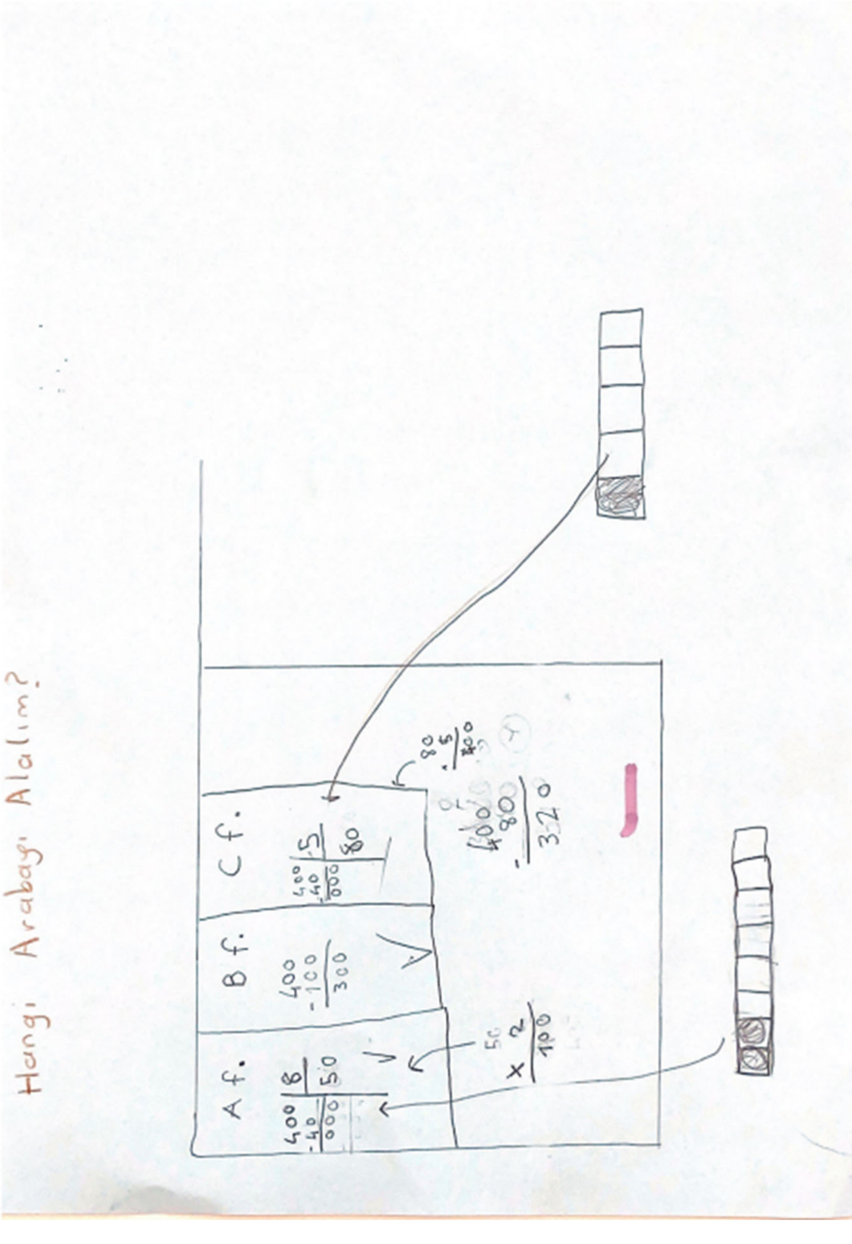
Sayın Kuzey Can sizin için Prag'ı ve Londra'yı tercih ediyoruz çünkü hava durumları tıpkı sizin istediğiniz gibi. Örneğin güneşli gün sayısı 200 ve 790 aynı sizin istediğiniz gibi. Havası hem yağmurlu hemde 30 derecenin üstündedir, buraları seçmenizi öneririz.

Mehmet Özdemir

Sayın Mehmet Özdemir. Sizin için Moskova ve Berlini tercih ediyoruz çünkü. Hava tam sizin istediğiniz gibi örneğin, güneşli gün sayıları 35 ve 45 yani okadar da sıcak değil, ve Yamurlu gün sayılarını az tutmaya çalıştık. bu şehirleri seçmenizi öneririz.

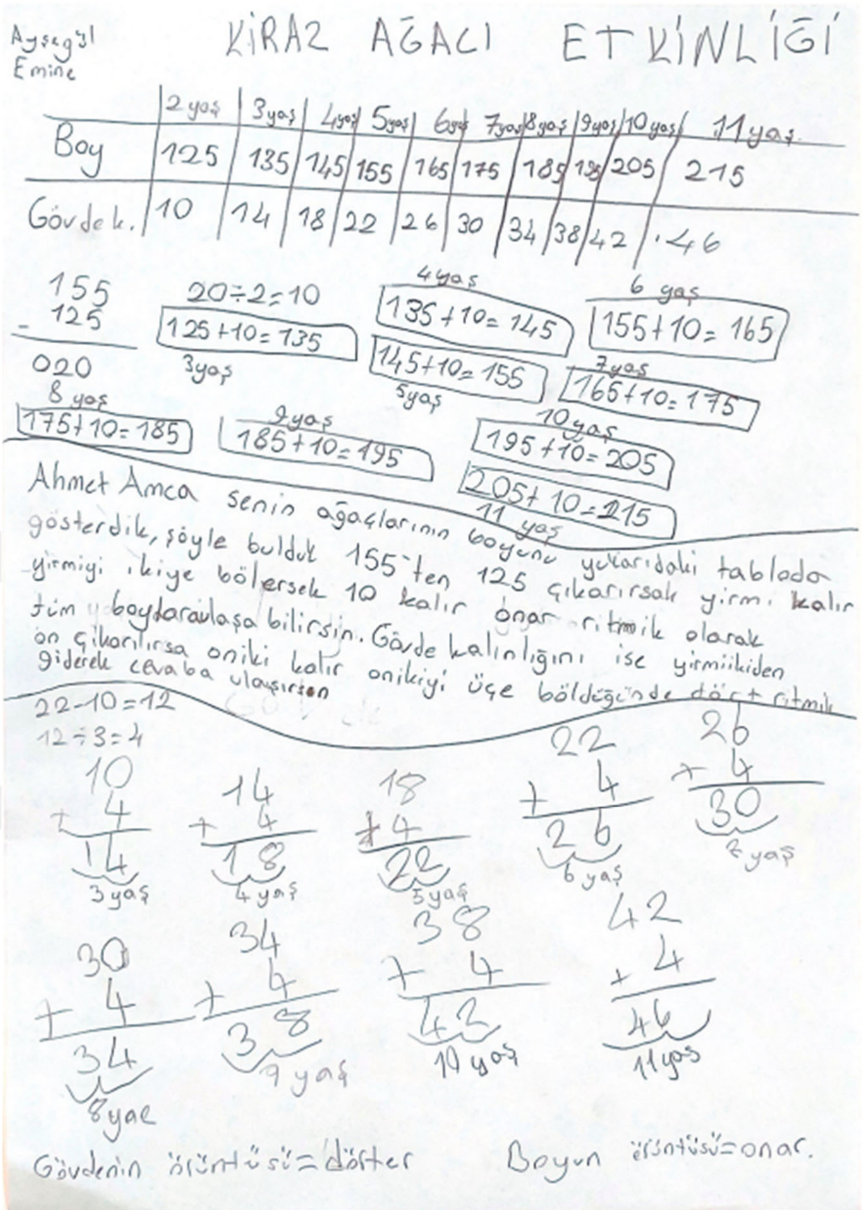
Hangi Arabayı Alalım?



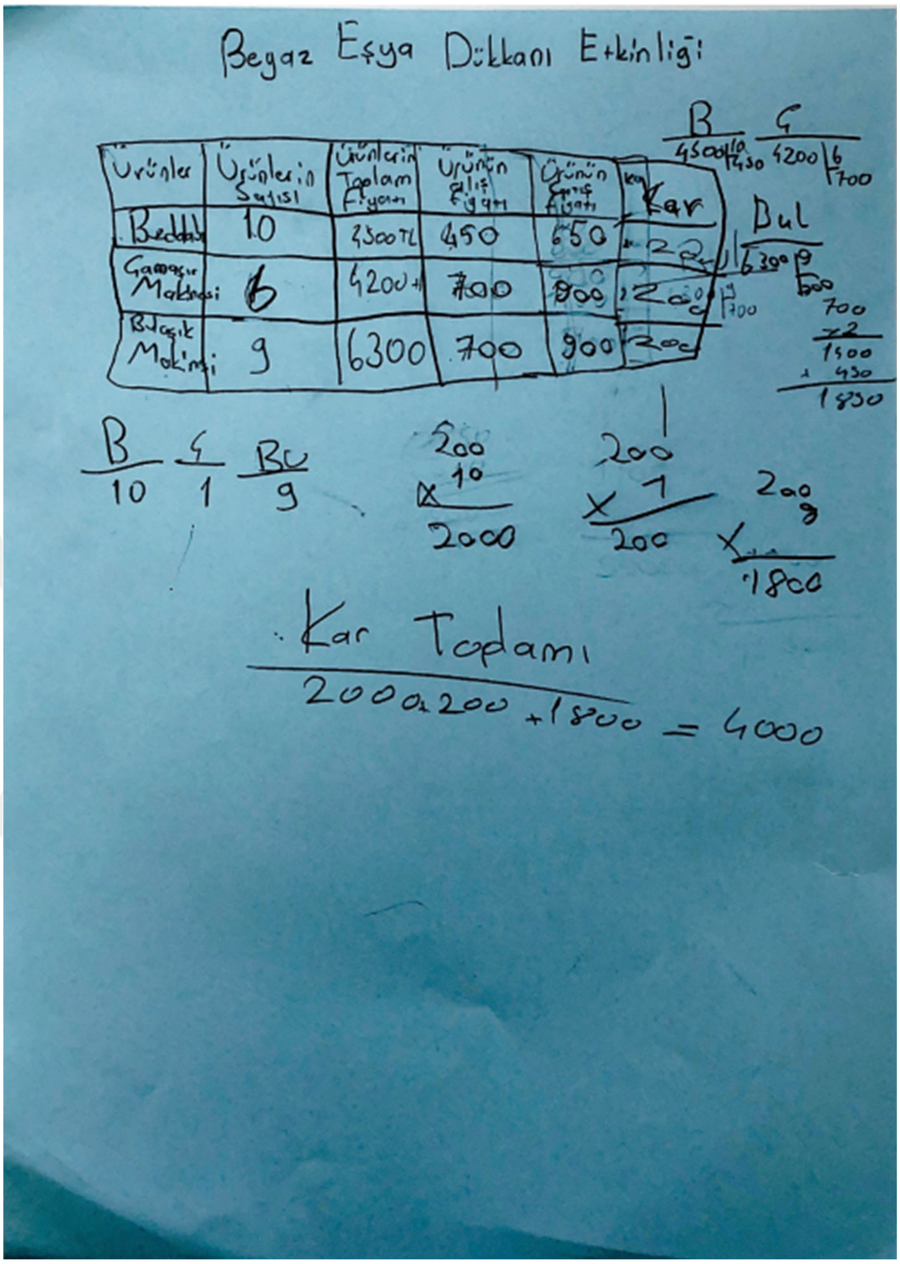

Hangi Arabayı Alalım?
A f.
B f.
C f.

OTOMOBİL	Mert	Eş
Nissan	+	
Audi —		
Toyota		+
Skoda		
Honda	+	+
Ford —		
KİA —		

Kiraz Ağacı Etkinliği



Beyaz Eşya Dükkânı Etkinliği



Beyaz Eşya Dükkanı Etkinliği

Ürünler	Ürünlerin Sayısı	Ürünlerin Toplam Fiyatı	Ürünün Alış Fiyatı	Ürünün Satış Fiyatı	Kar
Beddb	10	4500 TL	450	650	2[illegible]
Çamaşır Makinesi	6	4200	700	900	200
Bulaşık Makinesi	9	6300	700	900	200

B 4500 | 10 450 — Ç 4200 | 6 700 — Bul 6300 | 9 700

B 10 — Ç 1 — Bu 9

200 × 10 = 2000

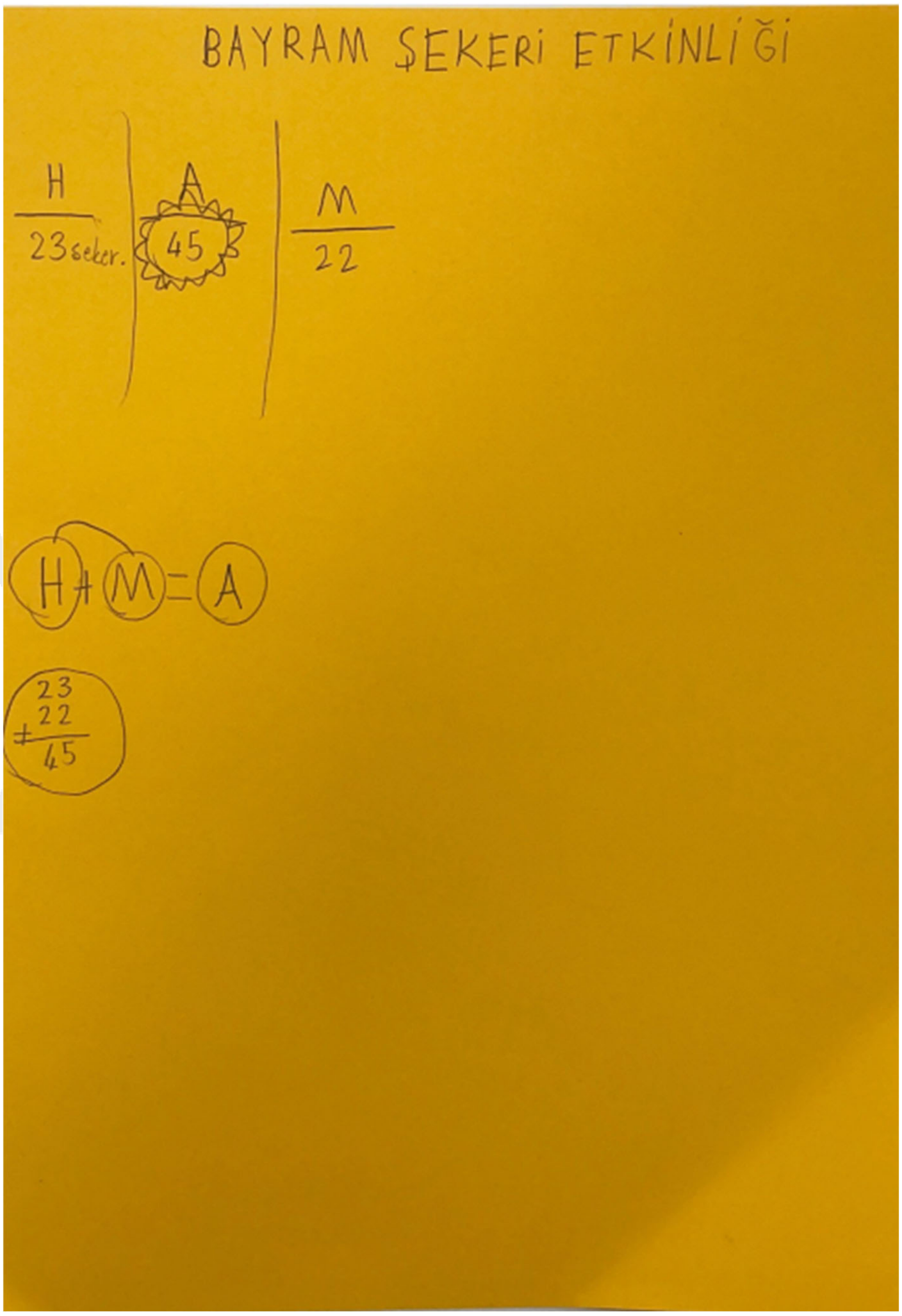
200 × 1 = 200

200 × 9 = 1800

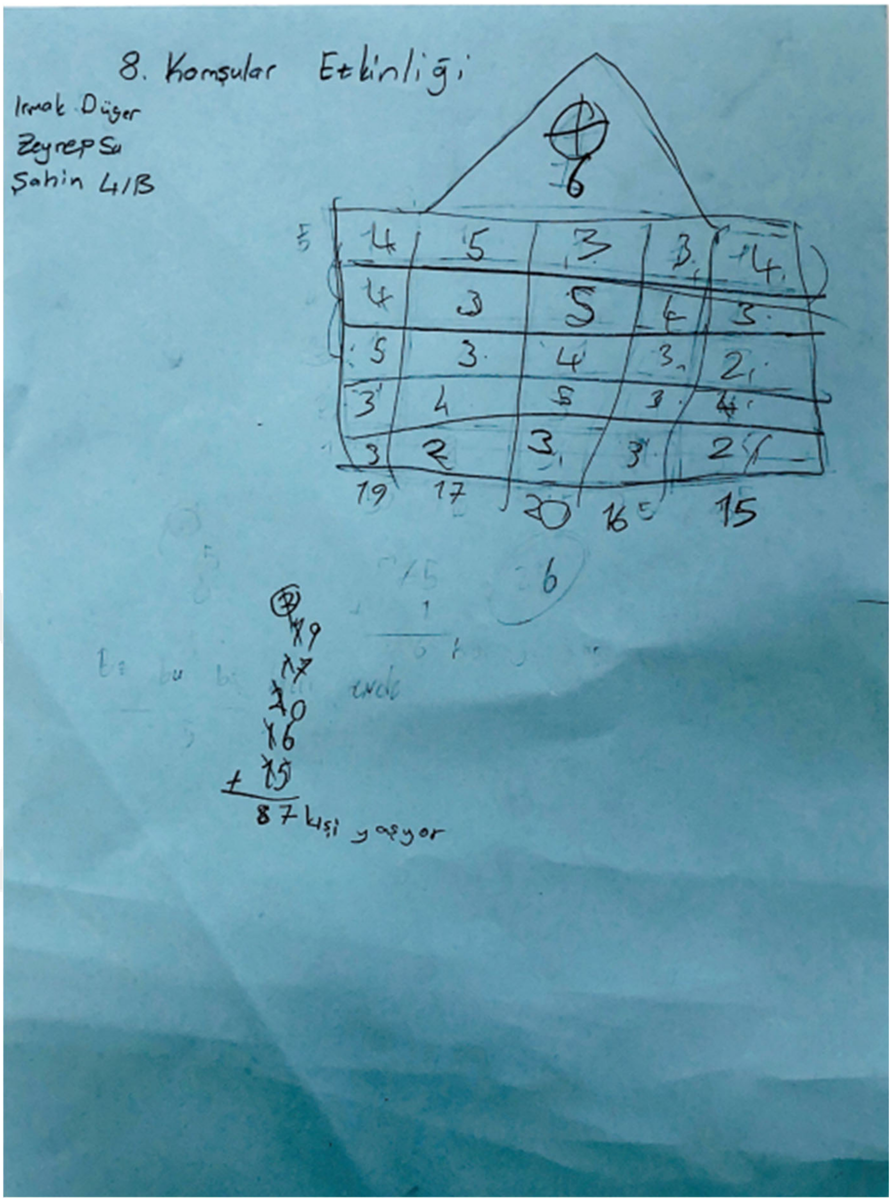
Kar Toplamı

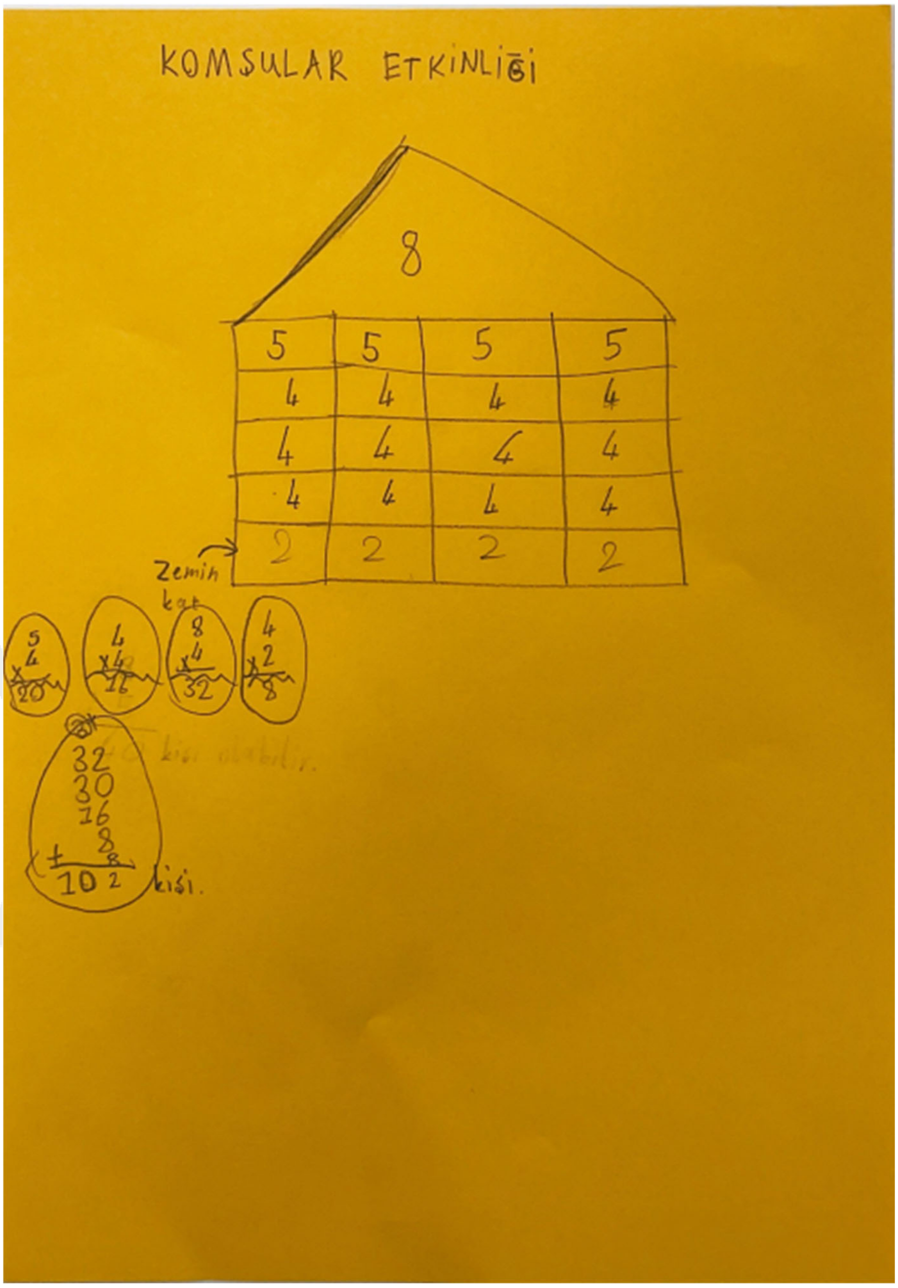
2000 + 200 + 1800 = 4000

Bayram Şekeri Etkinliği

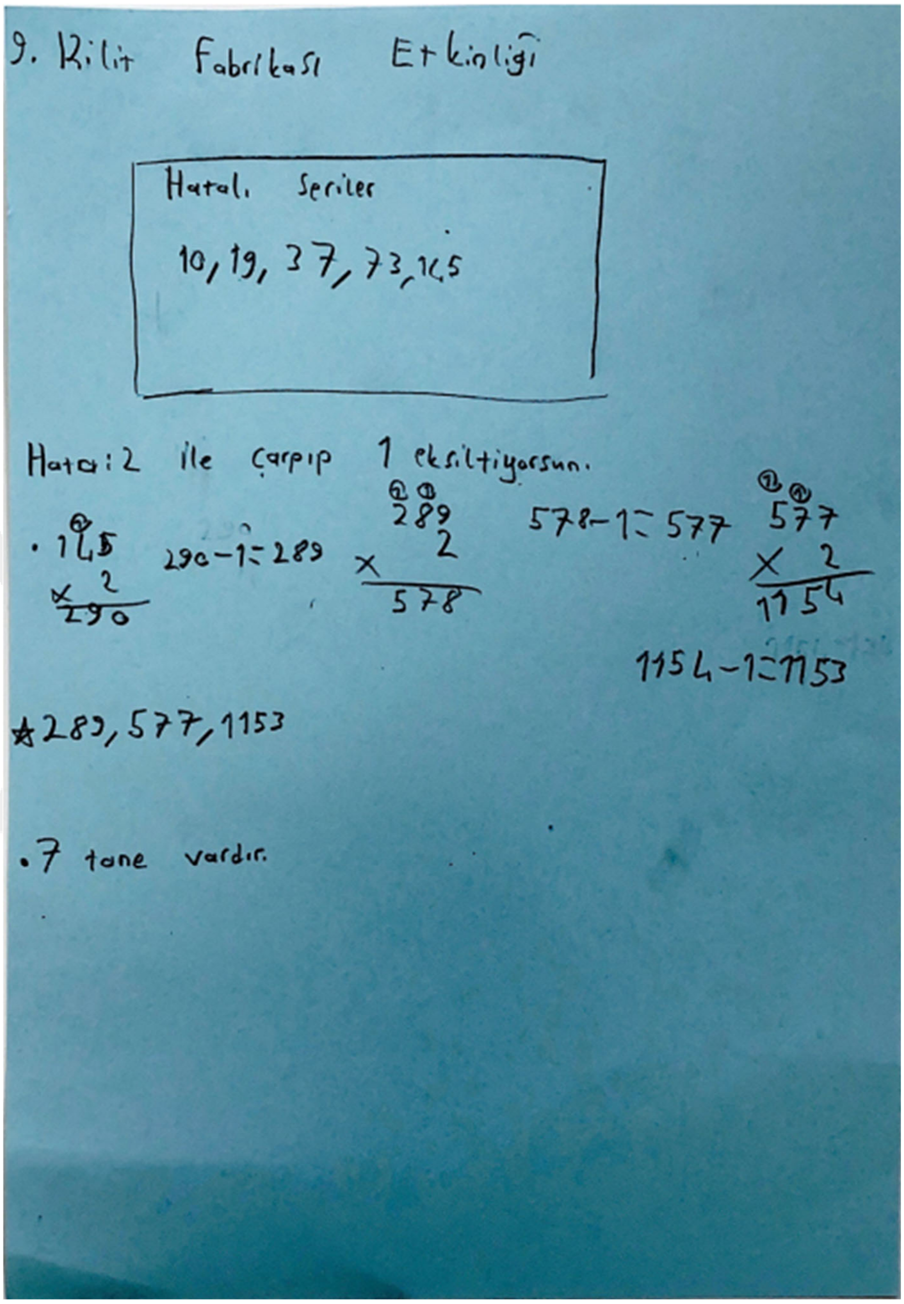


Komşular Etkinliği




KOMSULAR ETKINLIĞI
8
5 5 5 5
4 4 4 4
4 4 4 4
4 4 4 4
2 2 2 2
Zemin kat
5 x 4 = 20
4 x 4 = 16
8 x 4 = 32
4 x 2 = 8
32
30
16
8
+ 8
102 kişi.

Kilit Fabrikası Etkinliği


9. Kilit Fabrikası Etkinliği

Hatalı Seriler

10, 19, 37, 73, 145

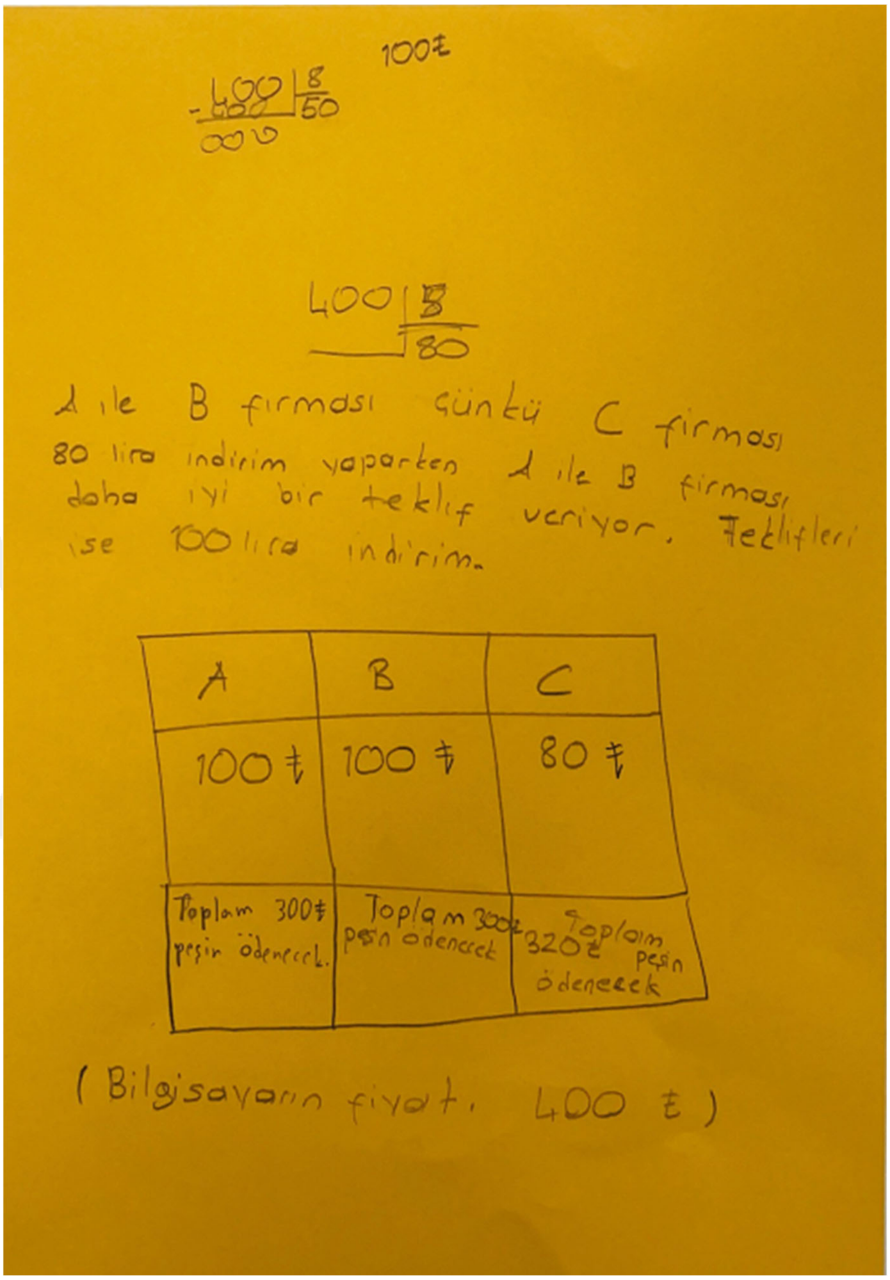
Hata: 2 ile çarpıp 1 eksiltiyorsun.

• 145 × 2 = 290   290 − 1 = 289   289 × 2 = 578   578 − 1 = 577   577 × 2 = 1154   1154 − 1 = 1153

★ 289, 577, 1153

• 7 tane vardır.

Bilgisayar Etkinliği



100₺

$400 \div 8 = 50$

$400 \div 8 = 80$

A ile B firması çünkü C firması 80 lira indirim yaparken A ile B firması daha iyi bir teklif veriyor. Teklifleri ise 100 lira indirim.

A	B	C
100 ₺	100 ₺	80 ₺
Toplam 300₺ peşin ödenecek.	Toplam 300₺ peşin ödenecek	Toplam 320₺ peşin ödenecek

(Bilgisayarın fiyatı 400 ₺)