

**T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANABİLİM DALI
SAYISAL YÖNTEMLER BİLİM DALI**

DOKTORA TEZİ

**BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA VE İŞLETME
YÖNETİMİNDE BİR UYGULAMA**

Ceren ERDİN

2502020109

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Öner ESEN

İstanbul 2007

T.C
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Sosyal Bilimler Enstitüsü
Müdürlüğü

TEZ ONAYI

Enstitümüz **SAYISAL YÖNTEMLER** Bilim Dalında **2502020109** numaralı **CEREN ERDİN'in** hazırladığı **“BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA VE İŞLETME YÖNETİMİNDE BİR UYGULAMA”** konulu ~~YÜKSEK LİSANS~~ / **DOKTORA TEZİ** ile ilgili **TEZ SAVUNMA SINAVI**, Lisansüstü Öğretim Yönetmeliği'nin 28.Maddesi **15.11.2007 Perşembe** günü saat: **15.00'te** yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin *Kabulü*.....'ne* **OYBİRLİĞİ / OYÇOKLUĞUYLA** karar verilmiştir.

JÜRİ ÜYESİ	KANAATİ(*)	İMZA
PROF.DR.ÖNER ESEN	<i>Kabulu</i>	<i>[Signature]</i>
PROF.DR.BESİM AKIN	<i>Kabulu</i>	<i>[Signature]</i>
DOÇ.DR.MEHPARE TİMOR	<i>Kabulu</i>	<i>[Signature]</i>
YRD.DOÇ.DR.ESRA ÖZTAMAN	<i>Kabulu</i>	<i>[Signature]</i>
YRD.DOÇ.DR.ALP BARAY	<i>Kabulu</i>	<i>[Signature]</i>

BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA VE İŞLETME YÖNETİMİNDE BİR UYGULAMA

Ceren ERDİN

ÖZ

“Bulanık Hedef Programlama ve İşletme Yönetiminde Bir Uygulama” konulu bu çalışmada uygulama alanı olarak Belgrad Ormanı’nda yukarı havza olarak tanımlanan ve dolayısı ile sanayi ve evsel atıkların olmadığı doğal bir su laboratuvarı seçilmiştir. Arazide kurulu ölçme istasyonunda ve İ.Ü.Orman Fakültesi’ndeki laboratuvarlarda, su kalitesi ile havzadan depolanacak su miktarına yönelik bir su işletmesinden daha ayrıntılı ölçme ve değerlendirmeler yapılmaktadır. Çalışmanın uygulama bölümünde söz konusu su havzası verileri, su işletmesi verileri olarak kullanılmıştır.

Çalışmanın ilk bölümünde Mantık Kavramının Gelişimi başlığı altında mantık kavramının tanımı ele alınmış, klasik mantık, sembolik mantık, çok değerli mantık ve bulanık mantık öz biçimde tanıtılmıştır.

İkinci bölümde küme teorisi, bulanık kümeler, üyelik fonksiyonları ve tipleri hakkında bilgi aktarılmıştır.

Üçüncü bölümde Çok Kriterli Karar Verme başlığı altında çok nitelikli karar verme modelleri ele alınarak Analitik Hiyerarşi, TOPSIS ve ELECTRE yöntemleri tanıtılmış, çok amaçlı karar vermede hedef programlama konusu işlenerek temel bilgiler aktarılmıştır.

Dördüncü bölümde Bulanık Hedef Programlama başlığı altında bulanık hedef programlama modeli ve problemlerin çözümü için geliştirilen teknikler açıklanarak, uygulama için benimsenen yaklaşımlar tanıtılmıştır.

Çalışmanın beşinci bölümünde ise Uygulama başlığı altında su ve yaşamdaki önemi hakkında bilgi verilmiş, bulanık hedef programlama modeli ile bir havzada üretilen suyun kalitesinin parametreleri Chen Yaklaşımı esas alınarak değerlendirilmiştir. Değerlendirme sonuçları bulanık hedef programlamanın bir havzadan elde edilen suyun kalitesi ve miktarının artırılmasına yönelik çalışmalarda başarıyla uygulanabileceğini göstermiştir.

FUZZY GOAL PROGRAMMING AND AN APPLIED STUDY IN MANAGEMENT

Ceren ERDİN

ABSTRACT

The present study entitled “Fuzzy Goal Programming and an Applied Study in Business Management” has chosen a natural water laboratory within the Belgrad Forest as its focus of application, an area defined as an upper basin and hence out of the reach of industrial and domestic waste. In the local measurement station and the laboratories of Istanbul University Faculty of Forestry, it is possible to make more detailed measurements and evaluations regarding the quality and quantity of water to be stored from the basin, than in a water administration. In the applied section of the study, the data from the above mentioned basin are used as water administration data.

In the first chapter entitled “The Evolution of Logic”, the definition of the concept of logic is presented, along with brief descriptions of classical logic, symbolic logic, multi-value logic and fuzzy logic.

In the second chapter, information is presented regarding the theory of sets, fuzzy sets, membership functions and types.

In the third chapter entitled “Multi-Criteria Decision-Making”, the multi-attribute decision-making models are considered, and the methods of analytical hierarchy, TOPSIS and ELECTRE are presented. Also, fundamental notions regarding goal programming in multi-objective decision-making are put forth.

In the fourth chapter entitled “Fuzzy Goal Programming”, after explaining the model of fuzzy goal programming and related techniques for problem solving, the approaches taken in the applied section are presented.

In the final chapter entitled the “Applied Section”, attention is drawn to water and its vital importance, and the parameters of water quality obtained in a basin are evaluated with the model of fuzzy goal programming on the basis of Chen approach. The results revealed that fuzzy goal programming can be successfully applied in endeavors to increase the quality and quantity of water obtained in a basin.

ÖNSÖZ

Günümüz işletme yönetimlerinde yaşanan sorunların çözümünde belirlenen amaçların gerçekleştirilmesi ve hedeflere ulaşılmasında çok amaçlı karar verme teknikleri sıklıkla başvurulmuş yöntemlerden biridir. Yani artık tek amaca yönelik çözümler, sorunların çözümünde yetersiz kalmakta, karmaşık hedefler söz konusu olduğunda karar verme problemlerinin çözümünde “Hedef Programlama Yöntemi”ne ihtiyaç duyulmaktadır. Son zamanlarda mantık alanındaki gelişmelerin sonucu olarak “Fuzzy Logic” sözcükleri ile tanımlanan bulanık mantığın belirsizliklerle çalışma olanağı sağlaması sonucu, “Bulanık Hedef Programlama” güncellik kazanmıştır. Her türlü işletme yönetiminde uygulama alanı bulan bulanık hedef programlama ve uygulanması, bu tezin amacını ve kapsamını oluşturmaktadır.

Bu tez İ.Ü.İşletme Fakültesi Sayısal Yöntemler Anabilim Dalı Doktora Programında Sayın Prof.Dr. Öner ESEN yönetiminde gerçekleştirilmiştir.

Bulanık Hedef Programlama ve İşletme yönetiminde Bir Uygulama konulu bu tezin hazırlanmasında her özgün çalışmada olduğu gibi zaman zaman bazı sorunlar ile karşılaşmıştır. Sorunların aşılmasında sabırla benden yardımlarını esirgemeyen, bilimsel yaklaşım ve tartışmaların nasıl gerçekleştirilmesi gerektiği noktasında beni yönlendiren, tez yönetiminde gösterdiği titizlik ve anlayışı için Hocam Sayın Prof.Dr. Öner ESEN’e en içten minnettarlığımı belirtmek isterim.

Yine tezin her aşamasında beni sabırla dinleyip yönlendiren değerli hocalarım Sayın Doç.Dr.Mehpare TİMOR ve Sayın Yrd.Doç,Dr.Alp BARAY’a teşekkür ederim.

Tezin uygulama bölümündeki verilerin sağlanmasında ve uygulama alanı ile ilgili her bilgiyi aktaran ve bana zaman ayıran İ.Ü. Orman Fakültesi Havza Amenajmanı Anabilim Dalı öğretim üyelerinin her birine gönülden teşekkürlerimi sunarım.

İstanbul, 2007

İÇİNDEKİLER

ÖZ	iii
ABSTRACT	iv
ÖNSÖZ	v
İÇİNDEKİLER	vi
TABLO LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	x
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

MANTIK KAVRAMININ GELİŞİMİ

1.1. Mantık Kavramını Tanımı.....	6
1.2. Klasik Mantık.....	7
1.3. Sembolik Mantık.....	12
1.4. Çok Değerli Mantık.....	16
1.5. Bulanık Mantık.....	17

İKİNCİ BÖLÜM

KÜME TEORİSİ, BULANIK KÜMELER, BULANIK SAYILAR

2.1. Küme Teorisi	24
2.2. Bulanık Kümeler	27
2.3. Üyelik Fonksiyonu ve Üyelik Derecesi	36
2.4. Üyelik Fonksiyonlarının Kısımları	39

2.5. Üyelik Fonksiyonlarının Tipleri	41
2.5.1. Üçgensel Üyelik Fonksiyonu	42
2.5.2. Yamuk Üyelik Fonksiyonu.....	44
2.6. Üyelik Fonksiyonlarının Özellikleri.....	45
2.7. Üyelik Fonksiyonun Oluşturulması.....	48
2.8. Bulanık sayılar.....	51

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME

3.1. Çok Nitelikli Karar Verme.....	58
3.1.1. Analitik Hiyerarşi Yöntemi.....	58
3.1.1.1. Modelin Kurulması.....	68
3.1.1.2. AHY'nin Kısıtları ve Katkıları.....	70
3.1.2. TOPSIS Yöntemi.....	72
3.1.3. ELECTRE Yöntemi.....	79
3.2. Çok Amaçlı Karar Verme.....	84
3.2.1. Hedef Programlamanın Tanımı ve Gelişimi.....	85
3.2.2. Hedef Programlamanın Yapısı.....	92
3.2.3. Hedef Programlamanın Algoritmaları.....	94
3.2.3.1. Öncelikli Hedef Programlama.....	94
3.2.3.2. Ağırlıklandırılmalı Hedef Programlama.....	96
3.2.4. Hedef Programlamanın Formülasyonu.....	98

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA

4.1. Bulanık Hedef Programlama Modeli.....	105
4.2. Bulanık Hedef Programlama Problemlerinin Çözümü İçin Geliştirilen Teknikler.....	113

4.2.1. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Narasimhan Yaklaşımı.....	116
4.2.2. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Hannan Yaklaşımı.....	120
4.2.3. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Yang, Ignizio ve Kim Yaklaşımı ...	124
4.2.4. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Tiwari, Dharmar ve Rao Yaklaşımı..	128
4.2.5. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Chen Yaklaşımı.....	132

BEŞİNCİ BÖLÜM

UYGULAMA

5.1. Su ve Yaşamdaki Önemi.....	137
5.1.1. Yağış ve Suyun Toplanması.....	141
5.1.2. Su Kaynaklarının İşletilmesinde Karar Verme.....	143
5.1.3. Uygulama Alanı.....	144
5.1.4. Uygulama Verileri.....	146
5.1.5. Kontrol ve Uygulama Havzaları Verileri	157
5.2. Bulanık Hedef Programlama Modeli ile Su Kalitesine Yönelik Bir Uygulama.....	162
5.2.1. Model I (Müdahale Edilmemiş Uygulama Havzası)	174
5.2.2. Model II (%10 Müdahale Edilmiş Uygulama Havzası)	190
5.2.3. Model III (%40 Müdahale Edilmiş Uygulama Havzası)	203
SONUÇ	212
KAYNAKÇA	217
EKLER	228
ÖZGEÇMİŞ	241

TABLO LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 3.1 Analitik Hiyerarşi Sürecinde Kullanılan Önem Skalası	64
Tablo 3.2 A Matrisinin n Değerine Karşılık Gelen Tesadüfîlik Göstergeleri	67
Tablo 3.3 Hedef ve Kısıt Çeşitleri	101
Tablo 5.1 Ülkelere Göre Kişi Başına Düşen Su Miktarları	139
Tablo 5.2 İçme Sularının Fiziksel ve Kimyasal Özellikleri	147
Tablo 5.3 WHO, EPA, DWA tarafından belirlenen içme suyu standartları ...	148
Tablo 5.1 Yağış Değişkenin Durağanlık Testi	168
Tablo 5.2 Akım Değişkenin Durağanlık Testi	169
Tablo 5.3 Sediment Değişkenin Durağanlık Testi	169
Tablo 5.4 Klor Değişkenin Durağanlık Testi	169
Tablo 5.5 Kalsiyum Değişkenin Durağanlık Testi	170
Tablo 5.6 Magnezyum Değişkenin Durağanlık Testi	170
Tablo 5.7 pH Değişkenin Durağanlık Testi	170
Tablo 5.8 Renk Değişkenin Durağanlık Testi	171
Tablo 5.9 Bulanıklık Değişkenin Durağanlık Testi	171
Tablo 5.10 Yağış ve Mg Değişkeninin Cl Değişkenine Etkisini Gösteren Regresyon Analizi	172
Tablo 5.11 Birinci Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm ve Kısıt Tablosu	179
Tablo 5.12 İkinci Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu	181
Tablo 5.13 Üçüncü Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu	183
Tablo 5.14 Dördüncü Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu	185
Tablo 5.15 Beşinci Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu	187
Tablo 5.16 Birinci Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu	193
Tablo 5.17 Üçüncü Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu	196
Tablo 5.18 Dördüncü Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu	198
Tablo 5.19 Beşinci Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu	200
Tablo 5.20 Üçüncü Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu.....	207
Tablo 5.21 Altıncı Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu.....	209

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 1.1 Karşılıklı İlkesi	9
Şekil 1.2 Özdeşlik İlkesi	14
Şekil 1.3 Çelişmezlik İlkesi	15
Şekil 2.1 Klasik Kümeler	29
Şekil 2.2 Bulanık Kümeler	29
Şekil 2.3 Klasik ve Bulanık Kümenin Grafik Gösterimi	30
Şekil 2.4 Hız Değerlerine Ait Sözel Değişkenlerin Bulanık Kümedeki Gösterimi	35
Şekil 2.5 A Kümesi ve $\mu_A(x)$ Üyelik Fonksiyonuna Ait Grafikler	37
Şekil 2.6 $\mu_F(x)$ Üyelik Fonksiyonuna Ait Grafik	38
Şekil 2.7 Üyelik Fonksiyonu Kısımları	40
Şekil 2.8 Geçiş Bölgelerinin Gösterimi	41
Şekil 2.9 Üçgensel Üyelik Fonksiyonunun Gösterimi	42
Şekil 2.10 Konveks Küme Üyelik Derecesi	43
Şekil 2.11 Yamuk Üyelik Fonksiyonun Gösterimi	44
Şekil 2.12 a) Normal Bulanık Küme, b) Normal Olmayan Bulanık Küme	46
Şekil 2.13 Formülün Uygulanmasından Sonra Normal Olmayan Bulanık Kümenin Normal Hale Gelmesi	47
Şekil 2.14 Açısal Üyelik Dereceleri	50
Şekil 2.15 Üçgensel Bulanık Sayı	52
Şekil 2.16 Yamuk Bulanık Sayı	53
Şekil 2.17 Bulanık Sayıların α -Kesim Kümeleri	55
Şekil 2.18 Bulanık Sayıların Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarının Artan ve Azalan Parçalarının Gösterimi	55
Şekil 3.1 AHY’de Hiyerarşik Yapı	61

Şekil 3.2	İki Boyutlu Uzayda Pozitif- İdeal ve Negatif- İdeal Çözümler Kümesi	74
Şekil 3.3	Çekirdek (Kernel) Diyagramı	81
Şekil 4.1	Bulanık Ortamda Karar Vermenin Grafiksel Anlatımı	115
Şekil 4.2	Bulanık Hedefler İçin Üçgensel Üyelik Fonksiyonunu	118
Şekil 4.3	Lineer Üyelik Fonksiyonları	121
Şekil 4.4	Simetrik Olmayan Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarının Gösterimi	125
Şekil 5.1	Nüfusa Göre Düşen Su Miktarı	140
Şekil 5.2	pH Skalası	155
Şekil 5.3	Yapraklı Bir Orman Örtüsünün Kapalılığı (Yoğunluğu) ve Azaltılması	158
Şekil 5.4	Yapraklı Bir Orman Örtüsünün Yapraklarını Dökmesi Sonrası Kapalılığı (Yoğunluğu) ve Azaltılması	159
Şekil 5.5	Yağış Serisinin Grafiği	163
Şekil 5.6	Akım Serisinin Grafiği	163
Şekil 5.7	Sediment Serisinin Grafiği	164
Şekil 5.8	Klor Serisinin Grafiği	164
Şekil 5.9	Kalsiyum Serisinin Grafiği	165
Şekil 5.10	Magnezyum Serisinin Grafiği	165
Şekil 5.11	pH Serisinin Grafiği	166
Şekil 5.12	Renk Serisinin Grafiği	166
Şekil 5.13	Bulanıklık Serisinin Grafiği	167

GİRİŞ

İşletme yönetiminin giderek yeni boyutlar kazanması, yaşanan işletme sorunlarının çözümünde yeni yaklaşımları gündeme getirmiştir. Amaçların gerçekleştirilmesi ve istenilen hedeflere ulaşılabilmesi için giderek tek amacın optimizasyonu yerine, birden fazla amacın gerçekleştirilmesi istenmektedir. Örneğin; yöneylem araştırması tekniklerinden doğrusal programlama yöntemiyle belirli kısıtlar altında tek bir amaç optimize edilmeye çalışılmıştır. Oysa günlük yaşamda karşılaşılan sorunların tek bir amaçla ifade edilmesi mümkün olamayacağından çok amaçlı karar verme modelleri geliştirilmiştir. Ancak, karmaşık hedefler söz konusu olduğunda, karar verme problemlerinin çözümünde “Hedef Programlama Yöntemi”ne gereksinim duyulmuştur.

Hedef programlama, çok önemli ve etkili olan, çok amaçlı bir karar verme tekniğidir. 1960’lı yılların başında *Charnes* ve *Cooper*’ın ortaya koyduğu ve karar verme problemlerinin modellenmesine yönelik çok ciddi boyut getiren hedef programlama, amacın optimizasyonu yerine uygun çözümler arasında en iyisinin bulunmasına destek sağlamaktadır. Daha sonraki yıllarda (1968) *Contini* hedef programlamayı belirsizlik durumlarına, *Jaaskelainen* ise toplu üretim planlamasına uyarlamış ve hedef programlama akademik, finans, işletme yönetimi, medya gibi birçok dalda uygulama alanı bulmuştur. Yaşanan gelişmeler ve konuya duyulan ilgi sonucu uluslararası Çok Amaçlı Programlama–Hedef Programlama konulu seri konferanslar düzenlenmeye başlanmış ve bunların ilki 1994 yılında Porstmount Üniversitesinde, ikincisi 1996 yılında İspanya Malaga Üniversitesinde, üçüncüsü ise 1998 yılında Kanada’da gerçekleştirilmiştir. Bu seri 2004 yılında altıya ulaşmış olup, 6. konferans Hammamet-Tunus’ta yapılmıştır. Tüm bu gelişmeler ortaklaşa değerlendirildiğinde hedef programlamanın son yıllarda çok amaçlı programlama tekniklerinin en önde gelenlerinden biri haline geldiği görülür.

Hedef programlama belli kararlar çerçevesinde farklı ve çelişen amaçların eniyilenmesini araştıran matematiksel bir modeldir. Bu nedenle mantık alanında ve özellikle kümeler, sayılar üzerinde üretilen yeni yaklaşımlar hedef programlama konusuna da boyutlar kazandırmıştır. Mantığın kurucusu *Aristoteles* (MÖ 322–MÖ 294) kıyaslamaya dayalı klasik mantık anlayışının zamanla değişime uğramasıyla, tümünü dışladığı “daha doğru”, “daha yanlış” ve “pek doğru değil” gibi bulanık durumların da dikkate alındığı yaklaşımları, çağdaş gelişmeleri modern mantıkla beraber tartışılmaya başlamıştır. Modern mantığın başlangıcına kadar *Descartes*’in (1596–1650) ortaya koyduğu ilkeler özellikle analitik geometri alanında bilimi yönlendirmiş ve yöntembilim (metodoloji) ilkeleri olarak kabul edilen bu ilkeleri günümüzde de geçerliliğini korumuştur. *Descartes*’in çağdaşı *Francis Bacon*’nin (1561–1626) “*Novum Organon*” adlı eseri yeni bir mantığın habercisi olmuştur. 1800’lü yıllarda mantık konusunda yaşanan hızlı gelişmeler, mantığın matematik gibi simgeleştirilerek (sembolik mantık) modern mantığın temellerinin atılmasını oluşturmuştur. 1900’lü yılların başında iki değerli (0, 1) mantığın değer kümesi geliştirilerek, üç değerli (doğru, olası, yanlış) mantığa ulaşılmıştır.

Mantık alanında en son gelişmeler, “fuzzy logic” sözcüklerinin anlamı olan bulanık mantık olarak tanımlanmaktadır. Bulanık mantık belirsizliklerin anlatımı ve belirsizliklerle çalışabilme için kurulmuş katı bir matematik düzen olarak tanımlanmıştır. Klasik ve sembolik mantık tamamen belirlilik ilkeleri üzerine kurulmuştur. Ne klasik ne de sembolik mantık kuralları arasında veya hedefleri arasında belirsizliğin işlenmesi konusunda bir yaklaşım bulunmamaktadır.

Bulanık mantık ile iki değerli mantık arasındaki temel farkı şöyle açıklayabiliriz; klasik matematiksel yöntemlerle karmaşık sistemleri modellemek ve kontrol etmek zordur, çünkü veriler tam olmalıdır. Bulanık mantık ise kişiyi bu zorunluluktan kurtarır ve niteliksel bir tanımlama olanağı sağlar. Bulanık mantık, adından da anlaşılacağı gibi mantık kurallarının esnek ve bulanık bir şekilde uygulanmasıdır. İki değerli

mantıkta “doğru” ve “yanlış” ya da “1” ve “0”lar vardır, oysa bulanık mantıkta, ikisinin arasında bir yerde olan önermelere ve ifadelere izin verilebilir çünkü gerçek hayata baktığımızda hemen hemen hiçbir şey kesinlikle doğru veya kesinlikle yanlış değildir. Gerçek hayatta önermeler genelde kısmen doğru veya belli bir olasılıkla doğru şeklinde değerlendirilir. Bulanık mantığa, iki değerli mantığın gerçek dünya problemleri için yeterli olmadığı durumlar nedeniyle ihtiyaç duyulmuştur.

Klasik mantıkta yapılan işlemler önerme türleri üzerine kurulmuştur. Önermeler yargılarımızı dile getiren cümlelerdir. *Aristoteles*, önermesini “bir şey hakkında bir şeyi tasdik veya inkâr etmektir” diye tanımlamıştır. Önermelerin gösteriminde kümeler kullanılır. Klasik mantığın dayandırıldığı konuların en önemlisi kümeler teorisidir. Klasik küme kuramında bir eleman o kümenin ya elemanıdır ya da değildir. Bulanık mantıkta ise bir eleman birden fazla kümenin elemanı olabilir. Bu nedenle bu kümeler bulanık kümeler denir. Bulanık küme ile geleneksel küme teorisi arasındaki en önemli fark üyelik fonksiyonlarıdır. Geleneksel küme sadece bir üyelik fonksiyonu ile nitelenebilirken bulanık küme teorik olarak sonsuz sayıda üyelik fonksiyonuyla nitelenebilir. Bulanık hedefler, literatürde üçgensel, ikizkenar, parçalı doğrusal, iç bükey biçimli doğrusal parçalı doğrusal, yarı iç bükey biçimli parçalı doğrusal, s-biçimli parçalı doğrusal ve dış bükey biçimli parçalı doğrusal şeklinde farklı özellikteki üyelik fonksiyonları ile belirtilmişlerdir. Hangi üyelik fonksiyonunun kullanılacağına karar verici karar verir. Bulanık kümelerin çok amaçlı problemlerdeki kullanımı ise ilk olarak *Zeleny*’nin (1973) yaptığı çalışmada gerçekleştirilmiştir. Hedef programlamaya da temel olan bu çalışmada *Zeleny* bulanık küme teoremini, etkin noktaların sayısını azaltmakta kullanılmıştır.

Çok amaçlı problemlere bulanık küme teorisini uygulayan diğer çalışmalar ise *Zimmermann* (1973), *Hannan* (1981) tarafından geliştirilmiş ve üyelik fonksiyonu kavramından esinlenerek bulanık ortamda hedef programlama modelini formüle etmişlerdir.

Belirsizlikleri çözümlemeye yönelik bulanık hedef programlamaya; bulanık kümelerin, optimizasyon problemlerine uygulanmasıyla ulaşılır. Bulanık hedef programlama tekniğinin en belirleyici özelliği; hedef değerlerinin bir kesinlik taşımamasıdır. Bulanık hedef programlamanın temelini "bulanık karar", "optimal karar" "bulanık hedef" oluşturur. Bulanık hedef programlamanın çözümüyle elde edilecek olan alternatifler uzayındaki bulanık küme, bulanık karar kümesi olarak tanımlanır. Bulanık karar kümesi her bulanık küme gibi bir üyelik fonksiyonu ile ifade edilir. Alternatif çözümler üyelik fonksiyonu yardımı ile bulanık kısıtları ve hedefleri sağlamadaki başarılarına göre sıralanır.

Her türlü işletme yönetiminde amaçların sağlanması ve hedeflere ulaşılmasında bulanık hedef programlama çalışmalarının çok önemli olduğu bir gerçektir. Teorik olarak böyle bir konuda araştırma yapmak için işletmenin üretim ve çalışma yöntemine ait temel verilere gereksinim duyulur. Verilerin sağlanması ve değerlendirilmesinde karar verici ile bilgi iletişimi içinde olmak, değerlendirmenin sonucunu doğrudan etkileyebilir. Bu nedenle araştırma hangi alanda olursa olsun işletmede gerçekleştirilen üretimin ve karar vericinin talep ve beklentilerinin çok iyi bilinmesi ve anlaşılması gerekir.

Bu düşünceyle tezde öncelikle mantık kavramının klasik, sembolik, çok değerli, bulanık mantık evreleri ele alınarak açıklanmıştır. Özellikle bulanık mantığın belirsizlikleri anlatımı ve belirsizliklerle çalışabilmek için kurulmuş katı bir matematik model olarak tanımlanmasıyla ilgili bilgileri açıklamak amacıyla, kümeler teorisi, üyelik fonksiyonları konuları ele alınmış, çok amaçlı karar verme modelleri ve bir karar verme

tekniki olarak çok amaçlı hedef programlama tanıtılmış ve bulanık hedef programlamaya geçilmiştir. Belirsizlikleri çözümlemeye yönelik bulanık hedef programlamanın, bir su havzasında üretilen suyun kalitesi ve miktarına yönelik modeli üzerinde uygulanması planlanmıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

MANTIK KAVRAMININ GELİŞİMİ

1.1. Mantık Kavramının Tanımı

“Mantık” Arapça “nutk” kelimesinden köken alır ve Yunanca “logos” kelimesine karşılık gelir. “Logos” ve “nutk”, akıl, akıl yürütme, düzen, ilke ve düşünme anlamına gelir. Bu anlamlarıyla mantık hem düşünmeye hem de bu düşünmelerin dilsel ifadesine yani doğru söze ya da konuşmaya karşılık gelir.¹ Mantık, doğru öncüllerden doğru sonuçlar çıkartma biçimlerini inceleyen bilim dalıdır². Mantıklı düşünme; en az iki düşünce arasındaki bir ilişkiyi ortaya koymakta ve birini diğerinin kanıtlayıcı yaparak yeni bir yargı öne sürmektir. Mantık, bilim tarihi içinde antik çağ olarak adlandırılan zaman aralığından günümüze dek gelişmeler göstererek gelmiştir. Bulanık mantık, bu gelişmelerin son aşamalarından biridir.

Mantık, kişiler arasındaki anlamlı sözlerin tartışarak bir sistematığe bağlanması ve tutarsız olanların makul ve mantıklı olanlardan ayrılmasına yarar.³ Mantık, özdeşlik ilkesine dayanır. Çelişmezlik ve üçüncünün olmazlığı ilkeleri, özdeşliğin değişik anlatımlarıdır. Bu nedenle, özdeşliğin türevi olan ve diğer iki ilkenin ikisini birden içermeyen mantık tipleri de olabilir. Burdan yola çıkarak mantıklar iki grupta toplanabilir. Geleneksel mantıklar, bu üç ilkeye dayalı iki değerli mantıklar olarak klasik mantık (Aristoteles mantığı) ile onun devamı olan sembolik mantıktır. Geleneksel olmayan mantıklar, geleneksel mantık yaklaşımının üç ilkesinden birine ya da ikisine uymamasından dolayı çok değerli mantıklar olarak tanımlanırlar.

¹ Necati Öner, **Klasik Mantık**, Ankara, Ayyıldız Matbaası, 1970, s.1.

² Nazife Baykal., Timur Beyan: **Bulanık Mantık İlke ve Temelleri**, Ankara, Bıçaklar Kitabevi, 2004, s.9.

³ A.g.e., s.9.

1.2. Klasik Mantık

Aristoteles (MÖ 322- MÖ 294) tarafından sistematik bir biçimde tanımlanarak ortaya konulan ve klasik mantık, ikili mantık, siyah-beyaz mantığı olarak da adlandırılan Aristoteles mantığının temeli kıyaslamadır. Aristoteles, kıyaslarla elde edilen çıkarımın; içeriğinden bağımsız bir elde etme yöntemi olduğunu, akıl yürütmenin kendi başına bir biçimi olduğunu, bu biçimin sözel ifadelere tam olarak uymadığını ve akıl yürütmenin geçerliliğinin sözel biçimler tarafından değil, düşünme biçimleri tarafından belirlendiğini görmüş ve böylece dil ile düşünme arasındaki farkı da ortaya koymuştur.⁴

Mantığın kurucusu Aristoteles'dir, ancak mantığın bulucusu da değildir.⁵ Aristoteles, kendisinden önce henüz mantığın sözü edilmeden ortaya konulmuş olan dağınık bilgi ve sorunları işleyerek mantığı bir sistem haline getirmiştir. Aristoteles'in sistemleştirdiği biçimiyle mantık, hemen hemen iki bin yıl önemli bir değişikliğe uğramadan kalmıştır.

Aristoteles klasik mantığı, doğru-yanlış kavramlarının kesinlikle birbirinden ayrıldığı varsayımına dayandırmış, daha doğru ve daha yanlış durumların olabileceğini de söylemiş olmasına rağmen en başından beri kesin doğru ve kesin yanlıştan başka, daha doğru ve daha yanlış kavramlarının da varlığını biliyordu. Fakat bulanıklıklarla uğraşmak istemediğinden mantığı durulaştırarak ona kesinlik kazandırdı. Böylece, Aristoteles ilk olarak durulaştırma ile belirgin bir mantık olan klasik mantığın temellerini atmış oldu.

Aristoteles'in klasik mantığı, mantığın tamamen durulaştırılması ve 'daha doğru', 'daha yanlış', 'biraz doğru', 'pek doğru değil' gibi bulanık durumların tümünün dışlandığı anlamına gelir. Klasik düşünceye sahip kişiler, etraflarından aldıkları bilgileri,

⁴ A.g.e., s.12.

⁵ Doğan Özlem, **Mantık**, İstanbul, Ara Yayıncılık, 1991, s.311.

önceden denenmiş olduğu varsayımı ile, hiç yargılamadan kabullenirler. Bu kişiler, bilginin sadece nerelerde nasıl kullanılacağına önem vererek, durağan olduğuna kanaat getirirler ve eleştirilmemesi gerektiğini düşünürler.⁶

Klasik mantıkta yapılan işlemler önerme türleri üzerine kurulmuştur. Önergeler yargılarımızı dile getiren cümlelerdir. Önerme iki terimin karşılaştırılmasıyla yapılan bir durumun anlatımıdır.⁷ Önergelerde hükümler bulunur, ancak her hükümde bir önerme olmayabilir. Oysa, her önerme bir yargı yani hüküm dile getirmeli ve insanı bu konuda düşündürmelidir. Aristoteles önermeyi ‘bir şey hakkında, bir şeyi tasdik veya inkar etmektir’ diye tarif etmiştir.⁸ Buna göre bir önerme ya doğrulanır ya da yanlışlanır. Aristoteles önergelerin temeline terim ve kavramları koyarak en az iki terimden bir önerme oluşturdu, örneğin “bütün A’lar B’dir”önermesinde özneye karşılık gelen terimi A, yükleme karşılık gelen terimi ise B göstermektedir.⁹

Önergeler kategorik (basit) önergeler ve kategorik olmayan önergeler olarak iki grupta toplanabilir.

Kategorik (basit) önergeler niceliklerine göre tikel ve tümel, niteliklerine göre olumlu ve olumsuz olarak dörde ayrılmıştır. Kategorik önergeler içinde tümel nitelikli olanlarda yüklem öznenin tamamı ile ilgili olumlu ya da olumsuz bir bilgi ortaya koyar. Özne ve yüklem arasında kısmi bir bağ kurulmuşsa, bu tip önergeler tikel özellik taşırlar, olumlu ya da olumsuz olabilirler.

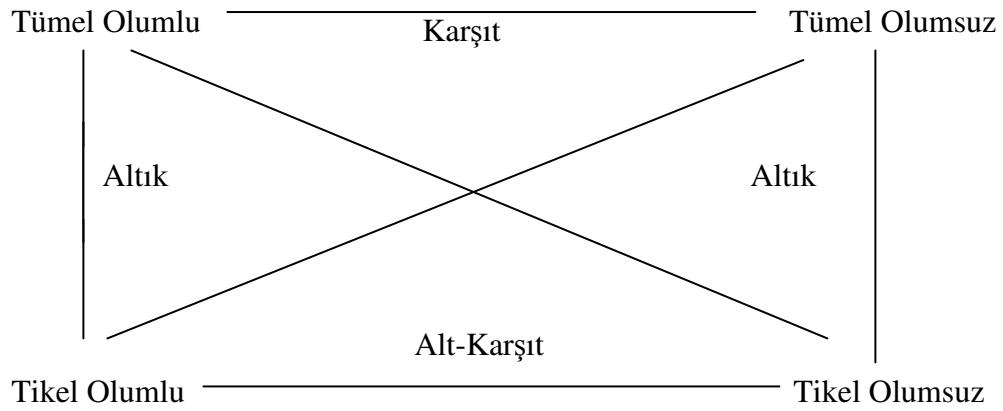
⁶ Zekai Şen, **Modern Mantık**, İstanbul, Bilge Kültür Sanat Yayıncılık, 2003a, s.9.

⁷ James McCosh, **The Laws of Discursive Thought Being A Textbook of Formal Logic**, Bristol, Thoemmes Antiquarian Books, 1991, p.93.

⁸ David Ross, **Aristoteles**, Çev: Ahmet Arslan, İhsan Oktay Anar, Zerrin Kurtoğlu, İstanbul, Kabalıcı Yayınevi, 2002, s.45.

⁹ Gregory Crane, “Aristotle’s Syllogism: Logic Takes Form”, (Çevrimiçi), <http://www.perseus.tufts.edu>, (02.11.2006).

Bu dört önermenin mantık açısından birbirleri ile olan ilişkileri karşılıklı karesi denilen bir şema ile (Şekil 1.1) gösterilir.¹⁰ Karşıt önermelerin özelliği beraberce yanlış olabilmeleri fakat beraberce doğru olamamalarıdır. Alt-Karşıt önermelerin özelliği ise beraberce doğru olabilmeleri fakat beraberce yanlış olamamalarıdır. Çelişik önerme çiftlerinden birisi doğru ise diğeri mutlaka yanlıştır; eğer tümel olumlu önerme yanlış olursa bu önermenin çelişiği tikel olumsuz önermenin doğru olması gerekir. Altık önermelerden tümel olan doğru ise tikel olanı mutlaka doğrudur. Bu durumda olan tikel önermeler doğru ise tümel önerme doğru olmayabilir. Eğer tümel bir önerme yanlışsa bunun altığı önerme belirsizdir; yani bazen doğru bazen yanlış olur.



Şekil 1.1: Karşılıklı Karesi

Kaynak: Yavuz Aksoy, Modern Mantık (Sembolik Mantık), İstanbul, Yıldız Teknik Üniversitesi Vakfı Yayın No: 300, Yıldız Teknik Üniversitesi Basım-Yayın Merkezi, 1995, s.6.

¹⁰ Baykal, a.g.e., s.21.

Kategorik olmayan önermeler ise; kiplik önermeler ve birleşik önermelerdir. Kiplik önermeler, önermelerin tamamına ait özellikleri dikkate alır. Kiplik önermelerinde özne ve yüklem arasındaki ilişki değil önermenin bütünü dikkate alınır. Birleşik önermelerde ise; birden çok önerme ve bunların bazı eklemelerle birbirine bağlanması söz konusudur. İki veya daha fazla önermeyi ve/veya eklemi ile birbirine bağlamak mümkündür.

Önermelerin gösteriminde kümeler kullanılır. Klasik mantığın dayandırıldığı konulardan en önemlisi kümeler teorisidir.¹¹ Bir bütün tekiler'den meydana gelir ve tekillerden meydana gelen bütüne küme adı verilir. Klasik küme kuramında bir eleman o kümenin ya elemanıdır ya da değildir. Hiçbir zaman kısmi üyelik olmaz. Nesnenin üyelik değeri 1 ise kümenin tam elemanı, 0 ise elemanı değildir. Böyle bir gösterim öğeler arasındaki nitelik farklarını ortadan kaldırarak, mantığın daha da sınırlı, belirgin, katı ve bulanık olmayan hale gelmesine yol açmıştır. Çünkü öğeler arasındaki her türlü ayrıcalık ortadan kaldırılmıştır. Gerçek dünyada olaylar bu kadar kesin ayrılamazlar. Bu bakımdan Aristoteles esaslı klasik küme ve ona dayalı olarak geliştirilmiş her türlü matematik yöntem gerçek dünya sorunlarının tam anlamı ile üstesinden gelemeyeceği sonucuna varılır.¹² Matematik modeller ne kadar ayrıntılı olurlarsa olsunlar gerçeği yansıtamazlar bu nedenle de doğa olaylarını tam temsil edemezler. Gerçeğin modellenmesi ve ifade edilmesi katı mantık, matematik, diferansiyel ve integral hesap yöntemleri ile yapılamaz, çünkü bunlar sözel olan bilgileri işleyemezler.

Aristoteles mantığının en önemli buluşu, bir tür kanıtlama yolu olan kıyastır. Kıyas geçerli bir çıkarım yapabilmek için gereklidir ve klasik mantığın asıl konusudur. Öncül önermeler ile sonuç önermesi arasında mantıkça geçerli bir ilişki kurmaktır.¹³

¹¹ Şen (2003a), **ag.e.**, s.64.

¹² Zekai Şen, **Mühendislikte Bulanık (Fuzzy) Mantık ile Modelleme Prensipleri**, İstanbul, Su Vakfı Yayınları, 2003b, s.38.

¹³ Kadir Çüçen, **Klasik Mantık**, Bursa, Asa Kitabevi, 2004, s.109.

Klasik mantık, Aristoteles’le başlayan uzun bir geçmişe sahiptir. Fakat modern çağla birlikte başlayan klasik mantık eleştirileri, klasik mantığın değerini yitirmesine neden olmuştur. Bu eleştirilerin temel noktası, Aristoteles mantığının bilimsel bilgi için bir düşünme yöntemi olamayacağı inancıdır.¹⁴

Aristoteles mantığında kanıtlama yöntemi olarak kullanılan kıyasların yeterli bilgi vermediği, yalnızca öncüllerde saklı olanın sonuçta tekrarından başka bir şey olmadığı Descartes (1596-1650) tarafından ortaya konulmuştur. Aynı zamanda analitik geometri’nin kurucusu da olan Descartes, ortaya atmış olduğu ilkelerle yaklaşık iki yüz yıl kadar bilimi yönlendirmeyi başarmıştır.

Metodoloji (Yöntem Bilimi) adı verilen bu ilkeler günümüzde de geçerliliğini sürdürmektedir. Descartes’in (1596-1650) ortaya koyduğu bu ilkeleri şöyle sıralayabiliriz;¹⁵

Apaçıklık Kuralı: Doğruluğu apaçık ortada olmayan hiçbir fikri gerçek diye kabul etmemek, bu şüphecilik kuralı olarak da bilinir,

Analiz Kuralı: Güçlüklerin her birini daha iyi ve daha kolay inceleyebilmek için, daha küçük parçalara ayırarak çözümlemek,

Sentez Kuralı: Basit ve tanınması en kolay fikirlerden başlayarak daha karmaşık fikirlere doğru yönelmek,

Kontrol Kuralı: Hiçbir şeyin göz ardı edilmediğinin anlaşılması için güvenli bir denetim yapmak, saymak ve kontrol etmek.

Bir bütünün parçalarını oluşturan bu kurallar tek tek ele alındığında da bilim yapabilmenin temel yapılarını sağlamaktadır. Bu ilkeler günümüz bilim terminolojisinde

¹⁴ A.g.e.,s.11.

¹⁵ Yavuz Aksoy, **Modern Mantık (Sembolik Mantık)**, İstanbul, Yıldız Teknik Üniversitesi Vakfı Yayın No: 300, Yıldız Teknik Üniversitesi Basım-Yayın Merkezi, 1995, s.5.

deyim halinde kendine yer bulmuştur. Descartes, Metodolojisi ile bir değişim süreci başlatmış, daha sonra Bacon'ın ileri sürdüğü tümevarım, deney ve gözlem yöntemi kabul edilmiştir. Yeni bir mantığa olan gereksinimi dile getiren İngiliz filozof ve bilim adamı Francis Bacon (1561-1626), Descartes ile çağdaştır ve Descartes onun fikirlerinden de yararlanmıştır. Bacon'ın “Novum Organon” adlı eseri yeni bir mantığın habercisidir¹⁶ ve bu eserin en önemli görevi, artık Aristoteles mantığının kesin olarak son bulduğunu ilan etmesidir.

1.3. Sembolik Mantık

XIX. yüzyıl başından itibaren mantık konusunda gelişmeler hız kazanmış, bu dönemde mantık, sembolik bir şekilde ifade edilmeye başlanmıştır.¹⁷ Özellikle De Morgan (1806-1876), George Boole (1815-1864) ve Jevons (1835-1882), mantığı matematik gibi simgeleştirerek modern mantığın ilk temellerini attılar. Matematiği örnek alan bu mantıkçılar, mantığı sembolleştirerek cebirin kurallarını, işaretlerini ve işlemlerini mantığa uyguladılar. Mantıktaki ilk büyük birleştirme teorisini Boole 1847'de “Mantığın Matematiksel Analizi” ve 1854'de “Düşüncenin Kanunları” adlı kitaplarında gerçek fonksiyonel mantık ile aritmetiği birleştirerek gerçekleştirdi. Böylece Boole cebiri (Boolean Algebra) de denilen, gerçeklik değerini temsil etmek üzere sayıların kullanıldığı bir aritmetik ortaya çıktı.¹⁸ De Morgan eş değerlilik yasalarını bularak önermelerin birbirleriyle olan denkliklerini ortaya koydu. Çözümleme kurallarının elde edilmesinde ortaya çıkan bu eşdeğerliliklere De Morgan kuralları adı verildi.¹⁹

De Morgan kurallarının gösterimi şöyledir;²⁰

¹⁶ A.g.e., s.6.

¹⁷ Baykal, a.g.e., s.16.

¹⁸ A.g.e.

¹⁹ Özlem, a.g.e., s.220.

²⁰ Lotfi A. Zadeh, “Fuzzy Sets”, Information and Control, Vol:8, 1965, p.342.

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B)$$

$$C \cup (A \cap B) = (C \cup A) \cap (C \cup B)$$

Sembolik mantık, matematiksel yapısı olan bir mantık türüdür ve buna “Modern Mantık” da denilmektedir. Klasik mantık günlük dile dayalıdır, sembolik mantık ise günlük dilden ayrı sembolik bir dil geliştirmesi nedeni ile tamamen semboliktir.²¹ Bir nesnenin sembolleştirilmesi günlük dilde rastlanılan anlam belirsizliğini ve çok anlamlılığı ortadan kaldırır, böylece sembolik mantık da klasik mantık gibi daha işin başında bütün kavramlardaki belirsizlikleri, bulanıklıkları durulaştırarak mantığa kesinlik kazandırmıştır. Sembolik mantık, kavramları sembolleştirerek hiç bulanıklık içermeyen bir düşünce dünyasından çıkarımlar yapmaya çalışır. Oysa gerçeğe dayalı düşüncenin de bulanık olması kaçınılmazdır. Bu doğal gerçeklik klasik ve sembolik mantıkta dışlanarak doğallıktan uzaklaşmış ‘ideal mantık’ yönüne gidilmiştir.²²

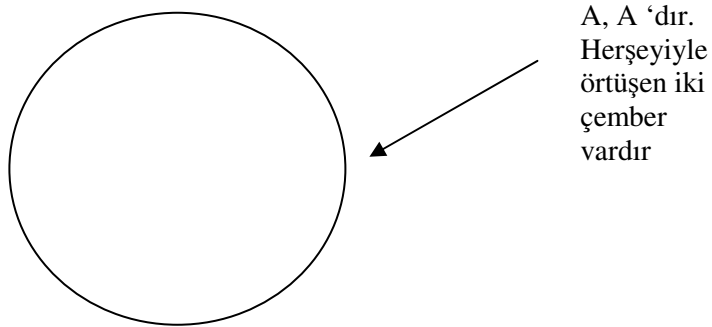
Sembolik mantık; iki değerli klasik mantığın geliştirilerek sembollerle sürdürülmesidir, bu yüzden temel fikri ikilik (Dualite)’dir. Buradan sembolik mantığın da klasik mantık gibi “iki değerli” bir mantık türü olduğu anlaşılır. Burada sadece “doğru”, “yanlış” ya da Boole cebirindeki karşılıklarıyla 1 ve 0 vardır, başka ara değerler yoktur. Üstelik doğru ve yanlış ancak sezgisel olarak kavranabilen, birini kullanmaksızın diğerinin tanımının yapılabilmesi olanaksız kavramlardır. Boole Mantığının önemli bir özelliği ve ayrıcalığı, güçlü bir sezgi’ye olan gereksinmesidir. Bu yaklaşımın bir sonucu olarak kendi mantığı için Boole 1848 yılında yazdığı makalesinde “Bu mantık, ancak sezgi erki güçlü olan insanların mantığıdır.”²³ diye belirtmiştir.

²¹ Baykal, **a.g.e.**, s.25.

²² Şen(2003a), **a.g.e.**, s.75.

²³ George Boole, “The Calculus of Logic”, Cambridge and Dublin Mathematical Journal, Vol. III, 1848, p.198.

Özdeşlik ilkesi; bir nesnenin kendisi ile aynı olması veya kendisi her ne ise o olması zorunluluğudur (Şekil 1.2). Bu ilke, iki nesne arasındaki ilişkinin her yönü ile yani hem sayısal hem de sözel olarak aynı olması şeklinde açıklanabilir. Özdeşlik ilkesine mantıkta “A A’dır” önermesi karşılık gelir. Sembolik mantıkta bu ilke “ $A \rightarrow A$ ” olarak sembolleştirilir. Özdeşlik ilkesi evreni tek bir varlıkla ifade eder ve konuşulan evrende yalnızca “A” vardır.²⁴ “A”nın dışında başka bir kavramdan bahsedilmez. Özdeşlik ilkesine göre ileri sürülen bir önerme her zaman zorunlu olarak doğrudur, çünkü öznesini tekrar eder.

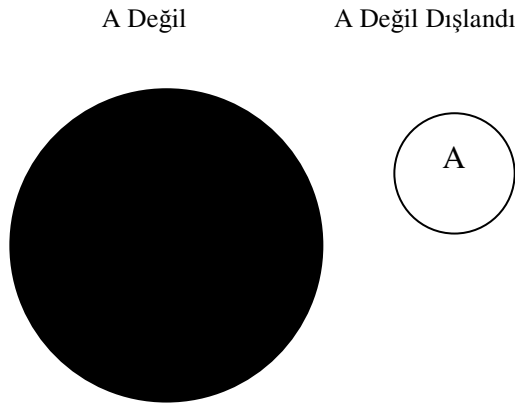


Kaynak: Zekai Şen, **Modern Mantık**, İstanbul, Bilge Kültür Sanat Yayıncılık, 2003, s.35.

Çelişmezlik ilkesi bir niteliğin aynı nesneye ait olması ve olmaması durumlarının aynı zamanda mümkün olamayacağı düşüncesidir (Şekil 1.3). Mantıkta bu durum “bir olgu için ayrı, önerme aynı zaman ve konumda hem doğru hem de yanlış olamaz” şeklinde ifade edilir.²⁵ Özdeşlik ilkesi yalnızca önermeyi veya bir şeyi kendisi ile

²⁵ Şen (2003a), **a.g.e.**, s.36.

tanımlarken; çelişmezlik ilkesi önermeyi veya birşeyi kendisinden başka olanlardan ayırarak tanımlar.²⁶ “A, hem A hem de A- olmayan değildir” önermesi çelişmezliği ifade eder. Sembolik mantıkta bu ilke “ $\sim (A \wedge A \sim)$ ” olarak gösterilir. Çelişmezlik ilkesiyle kurulan önermelerin konuşma evreni yalnızca “A” ile sınırlı değildir. Evrene “ $\sim A$ ” lar da eklenmiştir.



Şekil 1.3: Çelişmezlik İlkesi

Kaynak: Zekai Şen, **Modern Mantık**, İstanbul, Bilge Kültür Sanat Yayıncılık, 2003, s.36.

Üçüncü halin olmazlığı ilkesi ise, klasik ve sembolik mantığın temelidir. Bu ilke ile düşünce evrenimiz doğru ve yanlış olarak iki kesin bölüme ayrılır. Böylece iki değerli mantık ortaya çıkar. “İnsan canlıdır” ya da “İnsan canlı olmayandır” önermesinden yalnızca birisi doğrudur, üçüncü bir durum olamaz. “A ile A ~ olmayan” arasında üçüncü bir olanak yoktur.²⁷ Sembolik mantıkta bu ilke “ $A \vee \sim A$ ” olarak gösterilir. Bu ilke evreni, A evreni ve A olmayanların evreni olarak ikiye bölerek evrene sınır getirir. Ancak böyle bir sınırlama sadece iki değerli mantık için geçerli olduğundan, ikiden fazla değeri olan çok değerli mantıklar üçüncü halin olanaksızlığı ilkesini kabul etmezler.²⁸

²⁶ Özlem, **a.g.e.**, s.45.

²⁷ Öner, **a.g.e.**, s.3.

²⁸ Teo Grünberg, **Sembolik Mantık El Kitabı**, Cilt 3, Ankara, METU Press, 2000, s.353.

Sembolik mantığın temeli önermeler mantığıdır. Sembolik mantık önermelerinde kavramlar ya vardır ya yoktur, ya doğrudur ya yanlıştır, ya evetlenir ya hayırlanır. Fakat bazı önermelerin doğruluğu ya da yanlışlığı hakkında karar vermek mümkün değildir. Bu tip önermeler ile kuantum fiziğinin belirsizlik yasası, iki değerli mantığın dışında çok değerli mantıkların olabileceğini ortaya koymuştur. İki den fazla değeri kabul eden mantıklara çok değerli mantık denir.

1.4. Çok Değerli Mantık

1900'lerin başlarında, Łukasiewicz (1878-1956) iki değerli Aristoteles mantığına karşı çok değerli mantık önerisinde bulunmuştur. Çok değerli mantıkların içinde Łukasiewicz ve Heyting'in (1898-1980) geliştirdiği üç değerli mantık ön plana çıkmaktadır. Boole tarafından ortaya konan iki değerli mantıkta sadece 1 ve 0 değerleri varken, iki değerli mantığın değer kümesi genişletilerek üç değerli mantığa ulaşılmaktadır. Łukasiewicz, doğru ile yanlış arasına bir "olası" değer koyarak üç değerli mantığı oluşturdu. Bu sistem, iki değerli mantığı kapsayan daha genel bir yaklaşım oldu.²⁹

Üç değerli mantığı oluşturanlar, 0 ile 1 arasına $\frac{1}{2}$ değerini sokarak, bu mantık için $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$ tanım kümesini baz almışlardır. Üç değerli mantığın değer kümesi olan $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$ tanımında "0" önermenin yanlış olduğunu, "1" önermenin doğru olduğunu, " $\frac{1}{2}$ " ise önermenin doğruluğu ya da yanlışlığı konusunda kararsız olduğunu gösterir.³⁰ Kısaca; bu mantıkta " $\frac{1}{2}$ " ile belirsizlik temsil edilmektedir ve bulanık mantık çok değerli mantığın genişlemesidir.

²⁹ Timur Karaçay, "Matematik, Mantık ve Felsefe", (Çevrimiçi) <http://www.matder.org.tr/bilim/>, (25.04.2005).

³⁰ Jan Jantzen, "Tutorial On Fuzzy Logic", Technical Report No: 98- E 868, Denmark, 1998, p.12.

1.5. Bulanık Mantık

İngilizce “fuzzy logic” kelimelerinin sözlük anlamı olan bulanık mantık, doğruluk ölçütünün kesin bir şekilde tanımlanmamasından kaynaklanan durumlardaki problemlerle uğraşmak için ideal bir yöntemdir. İlk defa Amerika Birleşik Devletlerinde düzenlenen bir konferansta 1956 yılında duyurulmuştur. Ancak bu konudaki ilk ciddi adım California Berkeley Üniversitesinden Prof. Lotfi A. Zadeh’in 1965 tarihli “Fuzzy Sets (bulanık kümeler)” adlı makalesini yayınlaması ile atılmıştır. Zadeh, bu çalışmasında insan düşüncesinin büyük çoğunluğunun bulanık olduğunu, kesin olmadığını belirtmiştir.³¹ O tarihten sonra önemi giderek artan bulanık mantık, belirsizliklerin anlatımı ve belirsizliklerle çalışılabilmek için kurulmuş katı bir matematik düzen olarak tanımlanabilir. İstatistikte ve olasılık kuramında, belirsizliklerle değil kesinliklerle çalışılır ama yaşadığımız ortam daha çok belirsizliklerle doludur ve ister istemez bu belirsizliklerle çalışmak zorunda kalınmaktadır.

Matematiksel olarak bulanıklık, “çok değerlilik” anlamına gelir, kökenleri ise kuantum mekaniğindeki “Heisenberg’in (1901-1976) konum-momentum belirsizliği ilkesine” dayanır. Belirsizlik ilkesi; koordinat-iliği momentum, enerji-zaman ve açısal yer değıştirme-iliği açısal momentum gibi kavramlar çiftinin eş zamanlı olarak istenen duyarlılıkla belirlenemeyeceğini söyler. Örneğin atom çevresinde hareket eden bir elektronun konumundaki belirsizlik azalırsa, momentumundaki belirsizlik artar. Kısaca bu ilke, bir elektronu gözlerken, konumunun ve hızının aynı anda doğru olarak belirlenmesinin mümkün olmadığını söyler. Genel bir ifadeyle birbirine bağılı iki büyüklük aynı anda yüksek duyarlılıkta ölçülemez. Birinin ölçülmesindeki duyarlılık arttıkça, diğerrinin ölçülmesindeki duyarlılık azalır. Bu iki niceliğı aynı anda ölçerken yapılacak hatalar, kabul edilebilir sınırlara çekilemez.³²

³¹ Zadeh, a.g.m., p.338.

³² Werner Heisenberg, **The Physical Principles of the Quantum Theory**, Trans. Carl Eckart, Frank Hoyt, New York, Dover Publications, 1949, p.45.

Üç değerli bulanıklık, “doğruluk”, “yanlışlık”, ve “belirlenemezlik”e ya da “varlık”, “yokluk”, ve “belirsizlik”e, çok-değerli bulanıklık ise, belirlenemezlik ya da belirsizliğin derecelerine, olay ya da ilişkilerin kısmi oluşlarına karşılık gelir.³³

Heisenberg’in belirsizlik ilkesi, 1920’ler ve 1930’larda çok değerli mantık sistemlerinin gelişmesini sağladı. Kuantum teorisyenleri, iki değerli mantık sistemlerinin ‘doğru’ ve ‘yanlış’tan oluşan değer kümesine, bir üçüncü veya orta doğruluk değeri ekleyerek ‘belirlenemezlik’ in ifade edilebilmesine imkân verdiler.

Bundan sonraki aşamada, ‘doğru’ ve ‘yanlış’, ‘belirlenemezlik’ tayfının sınır koşulları olarak görülüp belirlenemezlik derecelendirildi. Heisenberg’in belirsizlik ilkesi, ‘belirlenemezlik’ kavramının sürekliliğiyle, bilimi çok değerliliğe zorlamıştır.³⁴ O güne kadar belirliliğinden şüphe edilmeyen fizikte, belirsizliğin ve ihtimalin istatistik kurallarına göre çözümler olması gerektiği kabul edilerek, buna göre çözümler üretilmeye başlandı.

Klasik ve sembolik mantık tamamen belirlilik ilkeleri üzerine kurulmuştur. Bu nedenle, malzemelerin homojen, zamanın sürekli, değişkenlerin zaman ve mekandan bağımsız, belirgin bir şekilde sürekli değiştiği kabul edilmiştir. Belirsizliğin işlenerek yöntemin bir parçası olması söz konusu edilmemiştir. Ne klasik ne de sembolik mantık kuralları arasında, ne de bunların hedeflerinde belirsizliğin işlenmesi konusunda bir yaklaşım veya yöntem bulunmamaktadır. Belirsizlik sürekli olarak dışlanmaya çalışılmıştır. Bunun en önemli sebeplerinden biri; klasik ve sembolik mantığın dayandığı üçüncü halin olanaksızlığı ilkesidir. Diğer bir ifadeyle, bilimde belirsizlikler bulunamaz, belirsizliklerin bulunduğu olgular ya teolojik ya da metafizik konulardır.

Bir sistem hakkında ne kadar fazla öğrenerek bilgi sahibi olursak, onu o kadar daha iyi anlayabiliriz ve onun hakkındaki karmaşıklıklar da o derece azalır, fakat

³³Çetin Elmas, “Bulanık Mantık Sistemi”, (Çevrimiçi) <http://www.bulanikmantik.sayfasi.com>, (10.03.2005).

³⁴ Heisenberg, **a.g.e.**, p.48.

tamamen yok olmaz. Sistemin tanımı şöyle yapılmaktadır; “Sistem bir veya daha çok amaca veya sonuca ulaşmak üzere aralarında ilişkiler olan fiziksel veya kavramsal, birden çok bileşenin oluşturduğu bütündür”.³⁵ İncelenen sistemlerin karmaşıklığının yanında, az veya yeterli miktarda veri bulunmazsa, bulanıklık o kadar etkili olacaktır. Bu sistemlerin çözümlerinin araştırılmasında bulanık girdi ve çıktı bilgilerinden, bulanık mantık kurallarının kullanılması ile anlamlı ve yararlı çözümlerin elde edilmesi sağlanmaktadır.

Bulanıklık kavramlarının ortaya atılması ile bazı araştırmacılar bulanıklık fikrini benimseyerek bu konuda çalışmalar yapmayı teşvik etmişler, ama büyük bir çoğunluk bulanıklığın kesin olduğu kabul edilen bilimsel ilkelere uymadığını, bilime karşı geldiğini ileri sürmüşlerdir. Özellikle, ihtimaller teorisi ve istatistik gibi belirsizliklerle uğraşan bilim dalları bulanık sistemlere açık bir biçimde karşı çıkmışlar ve bulanık yöntemlerin yapacağı her türlü hesaplamanın, ihtimal ve istatistik hesaplamalarla yapılabileceğini ileriye sürmüşlerdir. Ancak; sözel bilgilerin söz konusu olduğu durumlarda istatistiğin fazlaca işe yaramayacağını gözden kaçırmışlardır.

Bulanık mantığın sistemi şu şekilde açıklanabilir; klasik mantık da bir ifade tamamen yanlış ise 0 değerindedir, eğer tamamen doğru ise 1 değerindedir, ancak bulanık mantık, klasik mantık gibi (0,1) olmak üzere sadece iki seviyeli değildir. [0,1] aralığında çok seviyeli işlemleri ifade eder.³⁶ İfadeler 0’dan büyük 1’den küçük reel değerler alırlar. Yani değeri 0,32 olan bir ifadenin anlamı %32 doğru, %68 yanlış demektir.

³⁵ Öner Esen, **İşletme Yönetiminde Sistem Yaklaşımı**, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Yayın No:256, İstanbul, s.10.

³⁶ Çetin Elmas, **Bulanık Mantık Denetleyiciler (kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık)**, Ankara, Seçkin Yayıncılık, 2003a, s.25.

³⁷ Libor Behounek, Petr Cintula, “Fuzzy Class Theory”, Fuzzy Sets and Systems, Vol:154, Issue:1, 2005, p.35.

Bulanık mantık ile iki değerli mantık arasındaki temel farkı şöyle açıklayabiliriz; klasik matematiksel yöntemlerle karmaşık sistemleri modellemek ve kontrol etmek zordur, çünkü veriler tam olmalıdır. Bulanık mantık ise kişiyi bu zorunluluktan kurtarır ve niteliksel bir tanımlama olanağı sağlar. Bulanık mantık, adından da anlaşılacağı gibi mantık kurallarının esnek ve bulanık bir şekilde uygulanmasıdır. İki değerli mantıkta “doğru” ve “yanlış” ya da “1” ve “0”lar vardır, oysa bulanık mantıkta, ikisinin arasında bir yerde olan önermelere ve ifadelere izin verilebilir çünkü gerçek hayata baktığımızda hemen hemen hiçbir şey kesinlikle doğru veya kesinlikle yanlış değildir.³⁷ Gerçek hayatta önermeler genelde kısmen doğru veya belli bir olasılıkla doğru şeklinde değerlendirilir. Bulanık mantığa, iki değerli mantığın gerçek dünya problemleri için yeterli olmadığı durumlar nedeniyle ihtiyaç duyulmuştur.³⁸

Bulanık mantığı diğer mantık sistemlerinden ayıran önemli özelliklerinden diğeride üçüncü halin olmazlığı ilkesi ve çelişmezlik ilkesidir. Diğer mantık sistemlerinde temel kural olan bu iki ilke bulanık mantık için geçerli değildir. Bulanık mantıkta bir önerme aynı zamanda hem doğru hem yanlış olamaz denilemez, çünkü bulanıklık, bir önermeyle değil arasındaki belirsizlikten kaynaklanır.

İki değerli mantıkta sınıflandırmalar kesin olup, bir eleman bir kümenin ya elemanıdır veya değildir. Bulanık mantıkta ise bir eleman birden fazla kümenin elemanı olabilir. Oda sıcaklığı ile örnek verilecek olursa, klasik mantıkta oda ya sıcaktır veya değildir. Sıcaklık tanımı olarak eşik noktasını 25 derece olarak tanımlarsak; 25 derecenin üzeri sıcak, altı ılık olsun. Bu durumda sıcaklık 25.1 derece olduğu zaman oda sıcak olacaktır, 24.9 derece olduğu zaman oda sıcak değil ılık olacaktır. Halbuki, izafi olarak 24.9 derece ile 25.1 derece arasında hiçbir fark bulunmadığını söyleyebiliriz. Bulanık mantık ile bakıldığında yine eşik noktası 25 derece olsun, bu durumda oda sıcaklığı 25.1 derece olduğunda oda sıcaklığı modellemesini yapan kişinin varsayımı ile

³⁸ A.g.m.

%51 sıcak, %49 ılık olacaktır. 24.9 derece olduğunda ise tam tersi olarak %49 sıcak, %51 ılık olacaktır. Odada sıcaklığı ayarlayan bir klima bulunuyorsa ve klima klasik mantık ile çalışıyorsa, 25 derecenin üzerine geçer geçmez çalışacak, 25 derecenin altına inince de duracaktır. Bu durumda oda sıcaklığını ölçen sensörleri ve klimayı daha sık çalıştırmak gerekecektir, çünkü klasik mantıkta kesin ve net bir çizgi olduğu için hata payı daha fazla olacak ve bunun kontrolü için daha fazla enerji harcamak gerekecektir.

Bulanık mantık durumunda ise klima 25 dereceye yaklaştığında çalışmasını yavaşlatacak, 25 derecenin üzerinde ise çalışmasını durduracağı için daha geniş bir periyot içinde çalışma serbestisi olacaktır. Bulanık mantık ile modellenmiş sistemler öğrenebilir dinamik sistemlerdir ve çıktıların girdilere olan bağlılığını bulanık mantık ile tahmin etmek mümkündür. Bulanık mantık yaklaşımı, makineler insanları özel verilerini işleyebilme ve onların deneyimlerinden, önsezilerinden yararlanarak çalışabilme yeteneği verir. Bu yeteneği kazandırırken sayısal ifadeler yerine sembolik ifadeler kullanır.³⁹ İşte bu sembolik ifadelerin makinelere aktarılması matematiksel bir temele dayanır. Bu matematiksel temel, bulanık mantık kümeler kuramı ve buna dayanan bulanık mantıktır.

Bulanık Mantığın genel özellikleri Zadeh tarafından şu şekilde ifade edilmiştir;⁴⁰

- Bulanık Mantıkta, kesin değerlere dayanan düşünme yerine, yaklaşık düşünme kullanılır,
- Bulanık mantıkta herşey [0,1] aralığında belirli bir derece ile gösterilir,
- Bulanık mantıkta bilgi büyük, küçük, çok az gibi dilsel ifadeler şeklindedir,
- Bulanık çıkarım işlemi dilsel ifadeler arasında tanımlanan kurallar ile yapılır,
- Her mantıksal sistem bulanık olarak ifade edilebilir,

³⁹ Hüseyin Başlıgil, “Bulanık AHP İle Yazılım Seçimi”, Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi Sigma, 2005/3, s.24.

⁴⁰ Elmas (2003a), a.g.e., s..26.

- Bulanık mantık matematiksel modeli çok zor elde edilen sistemler için çok uygundur,
- Bulanık mantık tam olarak bilinmeyen veya eksik girilen bilgilere göre işlem yapma yeteneğine sahiptir.

Bulanık mantık yaklaşımı, makinelere insanların özel verilerini işleyebilme, onların deneyimlerinden ve önsezilerinden yararlanarak çalışabilme yeteneği verir. Bu yeteneği kazandırırken sayısal ifadeler yerine sembolik ifadeler kullanır. İşte bu sembolik ifadelerin makinelere aktarılması matematiksel bir temele dayanır. Bu matematik temel, bulanık mantık kümeler kuramı ve buna dayanan bulanık mantıktır. Bulanık mantık, bulanık küme teorisine dayanan bir matematiksel disiplindir de denilebilir. Bulanık mantık insan mantığında olduğu gibi, uzun-kısa, sıcak-soğuk, hızlı-yavaş, siyah-beyaz yerine çok uzun-uzun-orta kısa-çok kısa, sıcak-ılık-az soğuk-soğuk-çok soğuk vb. gibi ara değerlere göre çalışmaktadır. Bulanık mantık, matematiğin gerçek dünyaya uygulanmasıdır, çünkü gerçek dünyada her an değişen durumlarda değişik sonuçlar çıkabilir.

Bulanık mantığın uygulama alanları çok geniştir. Sağladığı en büyük fayda ise “insana özgü tecrübe ile öğrenme” olayının kolayca modellenebilmesi ve belirsiz kavramların bile matematiksel olarak ifade edilebilmesine olanak sağlamasıdır.⁴¹ Bu nedenle lineer olmayan sistemler için özellikle uygundur.

Bulanık mantık ilk kez 1973 yılında, Londra’daki Queen Mary College’de profesör H. Mamdani tarafından bir buhar makinesinde uygulanmıştır. İlk önemli endüstriyel uygulama 1980 yılında, Danimarka’daki bir çimento fabrikası fırınına kontrol etmek için gerçekleştirilmiştir. Üç yıl sonra Fuji elektrik şirketi su arıtma alanları için kimyasal püskürtme aleti üzerine çalışmalar yapmıştır. 1987’de yapılan IFSA (The International Fuzzy Systems Association) kongresinde, 1984 yılında araştırmalara

⁴¹ Jantzen, a.g.m., p.14.

başlayan Omron şirketinin 700'den fazla yaptığı bulanık mantık denetleyicileri uygulamaları sergilenmiştir. Yine 1987 yılında yapılan diğer bir uygulama, Hitachi ekibinin tasarladığı Sendai Metrosunda (Japonya) gerçekleştirilmiştir. Bu bulanık mantık denetimi sayesinde trenin istenen konumda durması üç kat daha iyileştirilmiş, kullanılan enerji ise %10 azaltılmıştır. Metroda daha rahat bir seyahat, düzgün bir yavaşlama ve hızlanma sağlamıştır. Bunun üzerine Hitachi firmasına, benzeri bir sistemi Tokyo Metro'suna da kurması için talep gelmiştir.

Bulanık mantık ile ilgili çalışmaların hız kazandığı günümüzde, bu metodun gerçek hayattaki uygulamalarını görmek mümkündür. Örneğin bulanık mantık kullanan sistemlerle metroların işleyişi kontrol edilmekte, televizyonların alıcıları ayarlanmakta, kameralar görüntüye odaklanmakta klimalar, çamaşır makinaları, buzdolapları, asansörler veya robot kolları gibi birçok uygulama alanlarının yanında uzay araştırmaları ve havacılık endüstrisinde de kullanılmaktadır. Geçmiş birkaç yıl içinde özellikle Japonya, Amerika Birleşik Devletleri ve Almanya'da yaklaşık 1000'e yakın ticari ve endüstriyel amaçlı bulanık sistemler başarıyla gerçekleştirilmiştir.

Pilav pişirme aletlerinden asansörlere, arabaların motor ve süspansiyon sistemlerinden nükleer reaktörlerdeki soğutma ünitelerine, klimalardan elektrikli süpürgelere kadar bulanık mantığın uygulandığı birçok saha mevcuttur. Kullanıldığı her alanda sağladığı enerji, iş gücü ve zaman tasarrufu ise, bulanık mantığın “iktisat” adına ne kadar çok önem verilmesi gereken bir sistem olduğunu göstermektedir.

İKİNCİ BÖLÜM

KÜME TEORİSİ, BULANIK KÜMELER, BULANIK SAYILAR

2.1. Küme Teorisi

Küme kuramı, matematiğin ve mantığın temellerini oluşturur, bu nedenle temel küme işlemleriyle, temel mantıksal işlemler arasında sıkı bir bağ vardır.

Matematiğin içinde hep var olan kümelerin ayrı bir teori olarak ele alınması çok da eskilere dayanmaz. Küme kuramının doğuşu 1874'de Crell's Journal'da Cantor'un makalesinin yayınlanması olarak görüldüğü için Alman matematikçi Georg Cantor (1845-1918) modern matematiğin temeli olan kümeler teorisinin kurucusu kabul edilir. Cantor 19.yy sonlarına doğru yazdığı makalelerinde sonsuzluğu ve sonsuz kümeleri matematiksel ciddiyetle inceleyen ilk kişidir. Çeşitli sonsuzlukları birbiriyle karşılaştırmış ve sonsuz büyüklüklerin de kendi aralarında bir aritmatığı olduğunu fark etmiştir. Cantor, kümeleri trigonometrik serilerle ilgili bir çalışma yaparken bulmuştur.⁴² Cantor'dan önce "sonsuzluk" kavramı matematikte sadece "sonlu"nın karşıtı olarak bilinirdi, oysa "sonlu"nın bile tam matematiksel bir tanımı yoktu. Cantor sonsuzluk kavramına gerçek boyutunu kazandırmıştır. Sonsuzlukları derecelendirmiş, onların bir nevi sayı olarak görülmesini sağlamıştır.

Cantor'un tanımına göre; bir küme, sezgilerimizin veya zihnimizin belirli ayırt edilebilir nesnelerinin bir bütün olarak kavranabilecek şekilde bir araya toplanmış halidir.⁴³ Cantor'un kuramı; sezgisel küme kuramı olarak da anılır. Çünkü kuramında hangi nesnelerin bir kümenin elemanı olup, hangilerinin olmadıklarına karar verirken

⁴² Justin T. Miller, "An Historical Account Of Set-Theoretic Antinomies Caused By The Axiom Of Abstraction", (Çevrimiçi) www.u.arizona.edu , (14.02.2007).

⁴³ Roth Robert Stoll, **Set Theory and Logic**, San Francisco, CA, W.H. Freeman, 1963, p.2.

sezgilerimiz tarafından yönlendirildiğimizi savunmuştur.⁴⁴ Bu nesneler, kümenin elemanı veya ögesi olarak adlandırılırlar. Bir küme, tamamıyla elemanları tarafından belirlenir.

Kümeleri ilk olarak tanımlayan, iyi sıralanmış küme, ordinal ve kardinal sayı kavramlarını matematiğe kazandıran⁴⁵ Alman Matematikçi Georg Cantor 1874 yılında “iyi tanımlanmış bir matematik ya da mantık koşulunu gerçekleyen elemanlar topluluğunu küme” olarak tanımlamıştır.

Bu tanım, “matematikte tanımlanmış ve küme olma” koşulunu gerçekleyen tüm kümelerin topluluğunun ya da “boş olmayan herhangi bir küme ile eş kuvvette olma” koşulunu gerçekleyen tüm kümelerin oluşturduğu topluluğun bir küme olarak adlandırılmasına yol açar. Fakat 19.yy’ın sonlarına doğru, Cantor’un genel küme kuramında bazı paradokslar keşfedilmeye başlanmıştır. Paradoksların keşfi, küme kuramında içerik ve yöntem olarak değişikliklere gidilmesine yol açmıştır.⁴⁶ Cantor’un kuramındaki çelişki çok büyük kümelerle ilişkilidir. Bu paradokslar, her özelliğe ilişkin bir küme olduğu ve her kümenin belirleyici bir özelliği olduğu savlarının yanlış olduğunu göstermiştir.⁴⁷

Daha sonraki yıllar içinde Paul Bernays ve Kurt Gödel’in bağımsız çabaları sonunda, daha değişik, ikinci bir Küme Modeli tanımlanmıştır. Bernays-Gödel modelinde, matematikte tanımlanmış tüm kümeler topluluğu ya da tüm ordinal sayıların topluluğu gibi olağanüstü kalabalık toplulukları küme olarak nitelendirmeyi engellemek ve başka türden çelişkilerden de korunmak için, açıkça tanımlanmadan “sınıf” kavramı ve sınıflar arasında $\in$ işareti ile gösterilen bir ikili bağıntıyla, çeşitli mantıksal

⁴⁴ A.g.e., p.4.

⁴⁵“Axiomatic Set Theory”, (Çevrimiçi) <http://linas.org/mirros/www.ltn.lv> , (15.03.2006).

⁴⁶ Abraham A. Fraenkel, Yehoshua Bar -Hillel, Azriel Levy, **Foundations of Set Theory**, 2nd ed., North-Holland Publishing Co., 1973. p.15.

⁴⁷ Stoll, a.g.e., p.128.

işaretler ve $\forall$ ile $\exists$ gibi niceleyiciler aracılığı ile çalışılır.⁴⁸ Tüm x, X, A gibi değişkenler bu modelde birer sınıftır, onlara sınıf değişkenleri denir. Bu modelde, ancak ve yalnız, uygun bir A sınıfı aracılığı ile $X \in A$ koşulunu gerçekleyen X sınıflarına küme denilir.⁴⁹

1902 yılında Zermelo (1871-1953), Almanya’da kümeler teorisi üzerine ders verirken, tartışmalı tezi “İyi Sıralama Olanaklılığının Kanıtı”nı ortaya attı.⁵⁰ Bu aksiyoma göre, verilen bir kümenin her alt kümesinde, tek ve belirli bir şekilde üstünlüğü bulunan bir öge seçmek olanağı vardır. Her küme iyi sıralanabilir. Ancak bazı matematikçiler bunu kabul etmiş, bazıları da karşı çıkmıştır. Bu konudaki tartışmalar, matematiğin modern evriminde önemli yer tutar. İyi sıralama, yirminci yüzyılın başında oldukça ateşli tartışmalara konu olmuş ve bugün herkes tarafından kabul edilmiştir.

Bir X kümesinin bir x elemanının bir A kümesinin elemanı olması $x \in A$ işaretleriyle, olmaması ise $x \notin A$ işaretleriyle gösterilir. Ancak ve yalnız her $x \in A$ için $x \in B$ koşulu, kısacası $(x \in A \Rightarrow x \in B) (\forall x \in A)$ gerçekleşiyorsa $A \subseteq B$ yazılır ve A kümesine B kümesinin bir alt kümesi, B kümesine ise A kümesinin bir üst kümesi denir. A kümesi B tarafından kapsanır ya da B kümesi A kümesini kapsar da denilir. A kümesi için $A \subseteq A$ geçerlidir. Ayrıca $A \subseteq B$ ve $B \subseteq C$ geçerli ise $A \subseteq C$ gerçekleşir. A kümesi B tarafından kapsanmıyorsa $A \not\subseteq B$ yazılır. O halde $A \not\subseteq B$ gerçekleştirilmesi için gerek ve yeter koşul $\exists x \in A, x \notin B$ gerçekleşmesidir. X kümesinin hiç elemanı olmayan özel alt kümesi $\emptyset$ işareti ile gösterilir ve boş küme adını alır. Ancak ve yalnız hem $A \subseteq B$ ve hem de $B \subseteq A$ geçerli ise $A = B$ yazılır ve A ile B kümelerine eşit kümeler denir. Her A kümesi için $A = A$ olduğu ve ayrıca $A = B$ ve $B = C$ ise $A = C$ ’nin gerçekleştiği bu bilgiler ışığında görülebilmektedir, çünkü yukarıda gözlendiği gibi hem $A \subseteq B$ ve $B \subseteq$

⁴⁸K.K.Nambiar, “Sentinent Arithmetic and Gödel’s Theorems”, Computers and Mathematic with Applications, Vol:32, Number 2, 1996, p.70.

⁴⁹ Carsten Butz, “Bernays-Gödel Type Theory”, Journal of Pure and Algebra, No:178, 2003, p.1.

⁵⁰ Volker Peckhaus, Reinhard Kahle, “Hilbert’s Paradox”, Historia Mathematica 29, 2002, p.158.

C ve hem de $C \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ nedeniyle $A \subseteq C$ ve $C \subseteq A$ kapsamalarının ikisi birden geçerlidir.

Bulanık kümeler geliştirilmeden önce kümeler tanımlanırken kesin ifadeler kullanılmaktadır. X evrensel bir küme ve $A \subset X$ olduğunda bir $x \in X$ noktası için “ $x \in A$ veya $x \notin A$ mıdır?” sorusuna kesin yanıtlar verilmektedir. A kümesinin elemanları, yalnızca 0 ve 1 değeri alan $\mu_A(x)$ ile ifade edilmekte, x 'in A kümesinin elemanı olup olmadığı $\mu_A : X \rightarrow \{0,1\}$ fonksiyonu ile tanımlanmaktadır.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

Klasik bir küme için, bir nesne o kümenin elemanıdır ya da değildir, ortası yoktur. Ait olma ya da olmama durumu nettir.

2.2. Bulanık Kümeler

İnsanoğlu sadece doğru ve yanlışın olduğu siyah-beyaz bir dünyadan, yaşadığı dünyaya bakışlarını çevirdiğinde klasik mantığın, tek anlamlı ve tek doğru yoruma sahip, belirsizliği reddeden yapısının yetersizliğini görmüştür. Oysa insanın karar verici olduğu bir dünyada belirsizlikleri reddetmek çok gerçekçi bir yaklaşım değildir. 1960'lardan sonra bazı bilim adamları alternatif bilimsel yaklaşım adını verdikleri, belirsizlikleri tolere eden bir yaklaşım ortaya koymuşlardır. Alternatif bilimsel yaklaşım; siyah ve beyaz arasındaki belirsizliği, griyi tanımlayarak tolere etmektedir.

Mantığın gelişiminde üçüncü dalgayı (klasik, modern ve bulanık) yaratan ve Bulanık Mantığı öneren alternatif bilimsel yaklaşımın önemli temsilcilerinden olan L. A. Zadeh (1921-), belirsizliği bir derecelendirme sorunu olarak görmüş ve insanoğlunun kullandığı dili, metodolojisinde kullanarak -mantığı ilk defa bir sistem dâhilinde

inceleyen ve belirli bir sistematığe oturtan- Aristo'dan günümüze şekilselleşen mantığı yeniden “insancıllaştırmıştır”.⁵¹

1965'te Zadeh tarafından yayınlanan makale modern anlamda belirsizlik kavramının değerlendirilmesinde önemli bir nokta olarak kabul edilmektedir. Zadeh bu makalesinde, kesin olmayan sınırlara sahip nesnelerin oluşturduğu “bulanık küme teorisini” ortaya koymuştur.

Bulanık küme teorisi, kesin olmayan, belirsiz tanımlamaların geçtiği problemleri çözmek için geliştirilmiştir. Bulanık bir küme, üyelik derecesi 0 ile 1 arasında olan üyelik fonksiyonu ile karakterize edilir.⁵²

Bulanık kümeler kuramının amacı; belirsizlik ifade eden, tanımlanması güç veya anlamı zor kavramlara üyelik derecesi atayarak onlara belirlilik getirmektir. Belirlilik getirme yaklaşımı, iki değerli kümeler kuramının, çok değerli kümeler kuramına dönüşümünden doğmaktadır.⁵³

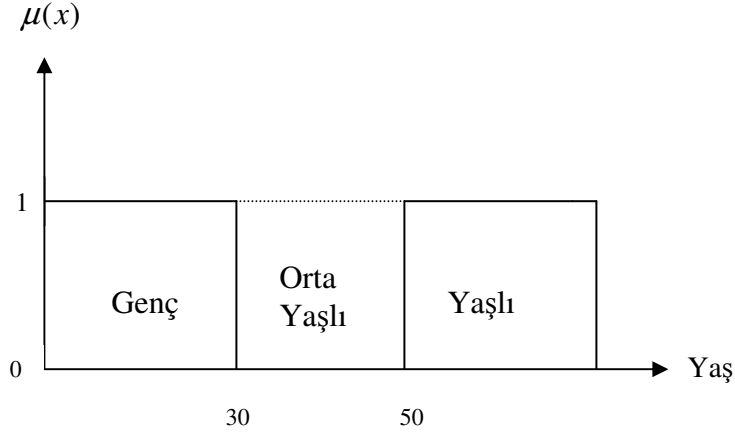
Klasik mantıkta bir kümeyi oluşturan elemanlar, bir kümenin ya elemanıdır ya da değildir. Bu tür kümelere de klasik kümeler denir. Bulanık kümeler ise günlük hayatta kesin sayılar ve ifadeler kullanamadığımız için ortaya çıkmıştır. Örneğin; 40 yaşı orta yaş olarak kabul edersek, keskin (klasik) kümelerde 30 yaşın altındaki kişiler “genç”, 30-50 arası “orta yaşlı”, 50 yaşın üstü de “yaşlı” kümelerine sokulabilir (Şekil 2.1). Böylece 29.5 yaşındaki biri “genç” iken 30.5 yaşındaki diğer bir kişi “orta yaşlı” olarak anılacaktır. Bulanık mantık, klasik mantığın açık/kapalı, soğuk/sıcak, hızlı/yavaş gibi ikili denetim değişkenlerinden oluşan keskin dünyasını, az açık/ az kapalı, serin/ılık,

⁵¹Turan Paksoy, Fulya Altıparmak, “Güneş Enerjisi Ve Su Isıtma Sistemleri İmal Eden Bir İşletmede Bulanık İşlem Süreleri İle Malzeme İhtiyaç Planlama”, <http://www.sosyalbil.selcuk.edu.tr> , (02.07.2006), s.298.

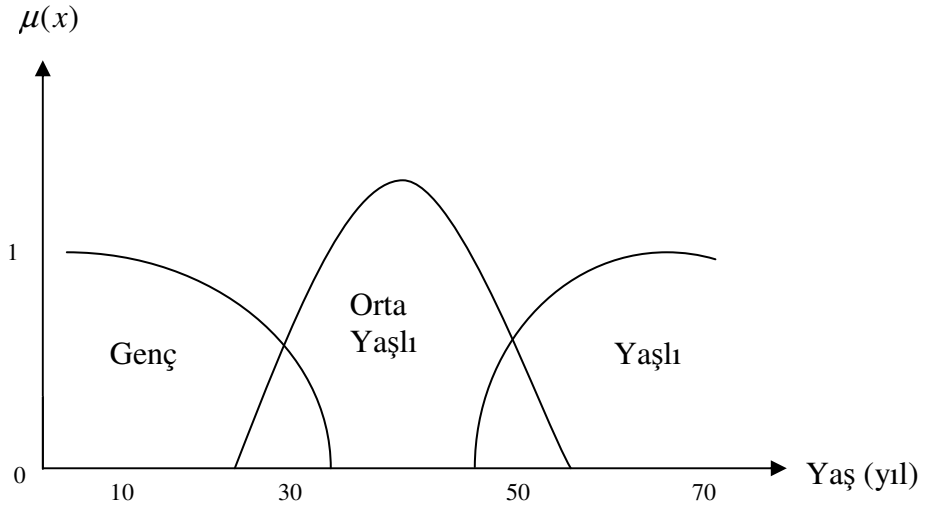
⁵²H.-J. Zimmermann, **Fuzzy Set Theory and Its Applications**, Fourth Edition, Boston, Kluwer Academic Publishers, 2001, p.24.

⁵³İ.Burhan Türksen, “Bulanık Kümeler Kuramı ve Uygulamaları”,Yöneylem Araştırma Dergisi, Cilt:4, Sayı:1, 1985, s. 3.

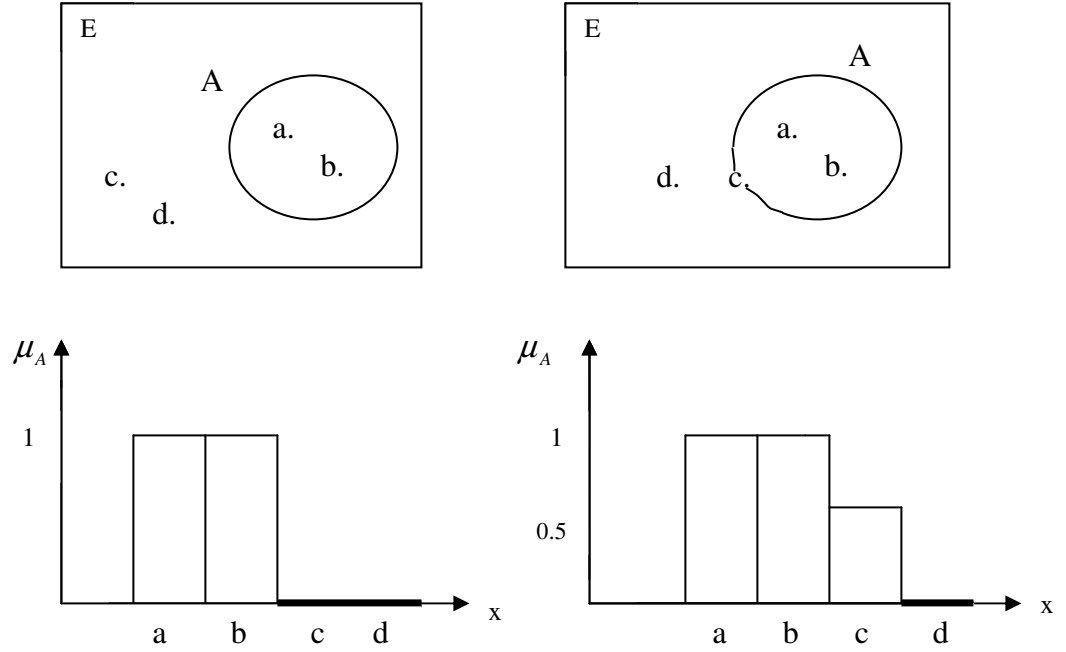
biraz hızlı/biraz yavaş gibi nitelendiricilerle yumuşatır. Kümelerin keskin çizgilerle ayrılmamış olması, aralarında belirli bir örtüşüm olması, 35 yaşın hem orta hem genç olarak düşünülmesine olanak tanımaktadır (Şekil 2.2).



Şekil 2.1 : Klasik Kümeler



Şekil 2.2: Bulanık Kümeler



Şekil 2.3: Klasik ve Bulanık Kümenin Grafik Gösterimi

Kaynak: Nazife Baykal., Timur Beyan: **Bulanık Mantık İlke ve Temelleri**, Ankara, Bıçaklar Kitabevi, 2004, s.77.

Şekil 2.3'deki grafikten de anlaşılacağı gibi; bulanık bir kümenin sahip olacağı üyelik fonksiyonunun değer kümesi $[0,1]$ aralığı olacaktır. Küme elemanlarının üyelik fonksiyonunda yer alacağı değerler üyelik derecesi olarak tanımlanır. Klasik bir kümedeki elemanların alabileceği üyelik dereceleri 0 ve 1 ile sınırlı olmasına rağmen, bulanık bir kümedeki elemanların üyelik derecelerinin $[0,1]$ kapalı aralığındaki herhangi bir değeri alabilir.⁵⁴ Klasik küme kavramı, bulanık küme kavramının iki değere kısıtlanmış özel bir şekli olarak görülebilir.

Zadeh, niteliklerin iki üyelik fonksiyonuyla ifade edildiği klasik kümeler yerine, dereceli üyelik fonksiyonuyla ifade edildiği bulanık kümeler teorisini önerdi. Zadeh tarafından ortaya atılan bulanık küme teorisi, esas olarak insanların düşüncelerindeki ve algılarındaki belirsizliği sayısallaştırmaya çalışır. Zadeh'in bulanık kümeler teorisi

⁵⁴ Zimmermann, a.g.e., p.24.

klasik mantığın tanımlayamadığı belirsiz kavramların matematiksel olarak ifade edilmesini sağlar. Zadeh'in getirdiği yaklaşım, klasik küme kuramında kullanılan üyelik kavramını bir kenara bırakıp yerine tamamen yenisini koymak değil, iki değerli üyeliği çok değerliliğe taşıyarak genelleştirmektir.

Kesin olmayan bilginin sayısal gösterimi olan bulanık kümelerin kullanılması ile gerçek dünya problemlerinin belirsiz yapısının modellenmesinde kullanılacak yeni matematiksel teknikler geliştirilmiştir. Bu belirsizlik içinde geliştirilen yöntemler, klasik doğrusal programlamadan hayli farklıdır. Bazı durumlarda, amaç fonksiyonu maksimizasyon veya minimizasyon yerine, “maliyetin önemli ölçüde düşürülmesi” gibi belirsiz bir hedef olabilmektedir. Bazen de, teknoloji matrisinin elemanları veya sağ taraf sabitleri, tat, koku, ağrı gibi kesin tanımlanamayan ya da nitel özellikleri yansıttıkları için doğal yapıları gereği bulanık bir karakter taşıyabilirler. Göz önünde tutulan bir bulanık ifadenin temsil ettiği sayısal aralık, o ifade hakkında bilgi sahibi olan kişiler tarafından belirlenir. Örneğin; İstanbul'da sıcaklık derecesinin değişim aralığının aşağı yukarı -5°C 'den $+35^{\circ}\text{C}$ 'ye kadar olduğu söylenebilir. İşte bu aralık; İstanbul'da yaşanabilecek sıcaklık derecelerini içeren sıcaklık kümesinin aralığını belirtir. Böylece tüm sıcaklık uzayı belirlenmiş olur.

Aristo mantığına göre çalışan klasik küme kavramında, bir kümeye giren öğeler eğer o kümeye ait iseler üyelik dereceleri 1'e, ait olmama durumunda ise 0'a eşit varsayılmışlardır. 0 ile 1 arasında hiçbir üyelik derecesi düşünülemez. Bulanık kümeler kavramında ise 0 ile 1 arasında değişen, değişik üyelik derecelerinden söz edilebilir ve bundan yola çıkarak bulanık kümelerdeki öğelerin üyelik derecelerinin tam üye olma ve olmama durumuna göre 0 ile 1 arasında değerler aldığını söyleyebiliriz. Üyelik derecesinin 1'e yaklaşması öğelerin o kümeye daha fazla ait olması anlamına gelmektedir.⁵⁵

⁵⁵ Zadeh, a.g.m., p.339.

Bulanık kümeler için klasik kümelere göre belirsiz, bulanık sınırı olan kümelere denilebilir.⁵⁶ Bu özelliğinden dolayı bulanık kümeler klasik kümelere göre gerçek hayatta uyumlu ve daha geniş uygulama alanına sahiptir.⁵⁷

Bulanık kümeler, yetersiz tanımlanmış nesneler kümesidir. Bu gibi toplulukların tanımlanmış sınırları vardır. Topluluk içindeki bu nesnelerin topluluğa ait olup olmadığını tanımlamak imkânsızdır. Bu tür bilgi eksiklikleri matematiksel modellemeyi güçlendirmekte hatta imkânsız hale getirmektedir. Gerçek hayatta karşılaşılan bazı nesne kümeleri, net olarak tanımlanmış üyelik kriterlerine sahip değildir. Örneğin; bir hayvanlar kümesinin köpek, at, kuşlardan oluştuğu ve bu kümeye taş, sıvı, bitkinin dâhil olmadığı rahatça söylenebilir. Fakat denizyıldızı, bakteri gibi statülerinin ne olduğu çok açık olmayan gruplar da vardır. Benzer bir belirsizlik “1’den büyük reel sayıların topluluğu”, “güzel kadınların oluşturduğu topluluk”, “uzun boylu erkeklerin oluşturduğu topluluk” gibi tanımlamalarda ortaya çıkar çünkü bunlar matematiksel anlamda küme veya sınıf oluşturamazlar. Gerçek yaşamda kesin olarak tanımlanmayan topluluklar veya kümeler, insan düşüncesinde önemli rol oynar. Bulanık küme teorisi kesin sınırları olmayan problemleri tanımlamak ve çözmek için geliştirilmiştir.⁵⁸

Bulanık kümeler teorisi, X evrenindeki bir A alt kümesiyle ilgilidir. X evreni, elemanların sonlu bir sınıfını örttüğünde bulanık alt kümesi iyi tanımlanmış sınırlara sahip değildir.

X evreninin klasik bir alt kümesi olan A için üyelik, $\mu_A(x)$ karakteristik fonksiyonu ile gösterilir ve [0,1] arasında aşağıdaki gibi değişmektedir:⁵⁹

⁵⁶ Masatoshi Sakawa, **Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization**, NewYork, Plenum Press, 1993, p.7.

⁵⁷ Jacek Malczewski, **GIS and Multicriteria Decision Analysis**, NewYork, John Wiley&Sons, 1999, p.32.

⁵⁸ Zadeh, a.g.m., p.338.

⁵⁹ Sakawa, a.g.e., p.8.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{Eğer } x \in A \text{ ise} \\ 0 & \text{Aksi halde} \end{cases}$$

Eğer küme değerinin gerçekten [0,1] aralığında olmasına izin verilirse, A kümesi “Bulanık Küme” olarak isimlendirilir. $\mu_A(x)$, X’in A kümesi içindeki “üyelik derecesi”dir ve $\mu_A(x)$ ’in bire yakın değerleri için x’in A kümesine üyeliği artar. A bulanık kümesi, sıralı çiftler kümesi ile karakterize edilmiştir.

X evrensel kümesindeki A bulanık kümesi sıralı çiftler kümesi halinde gösterilir. Bulanık bir A kümesinin sıralı ikilileri;⁶⁰

$$A = \left\{ \left(x, \underbrace{\mu_A(x)}_{\text{üyelikfonksiyonu}} \right) \middle| x \in \underbrace{X}_{\text{evrenselküme}} \right\}$$

şeklinde tanımlanır. Bu ifadenin anlamı şöyle ifade edilir; bulanık bir kümenin, A, sıralı ikililerden oluşan elemanlarından birincisi kümenin elemanını, ikincisi ise bu elemanın üyelik derecesini belirten değerdir. x’in A ya ait olma veya üyelik derecesi $\mu_A(x)$ ile gösterilir.

Örneğin bir emlakçı müşterilerine tanıtacağı evleri sınıflandırmak amacıyla yatak odası sayısını konfor göstergesi olarak almaktadır. Kiralık evlerin kümesi X=

⁶⁰ A.g.e., p.7.

{1,2,3.....,10} ve x ise evdeki yatak odası sayısını göstermek üzere, A kümesi “dört kişilik bir aile için konforlu ev” şu şekilde tanımlanacaktır;⁶¹

$$A = \{ (1,0.2), (2,0.5), (3,0.8), (4,1.0), (5,0.7), (6,0.3) \}$$

Bulanık üyelik kavramı ile sözel terimler tanımlanabilir. Değişken değeri olarak, bir dildeki değişkenleri alabilen değişkene sözel değişken denir. Bazı kelimelerin anlamı karmaşıklık, subjektiflik veya belirsizlik gösterir ve klasik küme teorisinde istenen sınır koşulu net olarak ifade edemezler. Bu gibi durumlarda sözel değişkenin bulanık kümelerle dayanarak tanımlanması gerekir. Zadeh 1973 yılında yayınladığı makalesinde; “Aşırı karmaşıklıktan kaçınmak için sözel değişkenler kullanılır. Sözel değişkenlerin değeri doğal veya yapay dillerde sayı değil kelimeler veya cümlelerdir. Kelimelere veya cümlelere sözel karakter atamak, sayılara atamaktan daha kolaydır.” demektedir.⁶² Bulanık bir ifadenin temsil ettiği sayısal aralık o ifade hakkında bilgi sahibi olan kişiler tarafından belirlenir. Bu aralıkların arasındaki geçiş kısımları birbirinin devamı olmayabilir böyle durumlarda örtüşme söz konusudur.⁶³

Örneğin, “hız” sözel değişkeninin terim kümesi şöyle gösterilebilir;

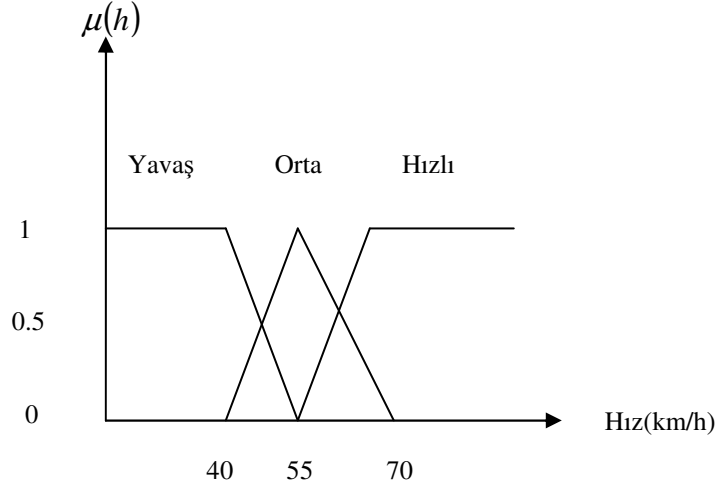
$$T(\text{hız}) = \{\text{yavaş, orta, hızlı, çok yavaş, çok veya az hızlı, ...}\}$$

T(hız)’daki her terim $U=[0,100]$ örnek uzayındaki bulanık küme ile karakterize edilir. Burada “yavaş” 40 km/h’ in altında bir hız , “orta” terimi 55km/h’e yakın bir hız, “hızlı” ise 70 km/h’den fazla bir hız olarak tanımlanabilir. Bu terimlerin üyelik fonksiyonu Şekil 2.4’de gösterilen bulanık küme olarak karakterize edebilir.

⁶¹ Zimmermann, **a.g.e.**, p.12.

⁶² Lotfi A. Zadeh, “From Computing With Numbers To Computing With words—From Manipulation Of Measurements To Manipulation Of Perceptions”, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2002, Vol.12, No.3, p.308.

⁶³ Zimmermann, **a.g.e.**, p.241.



Şekil 2.4: Hız Değerlerine Ait Sözel Değişkenlerin Bulanık Kümedeki Gösterimi

Kaynak:William Siler, James J.Buckley, **Fuzzy Expert Systems and Fuzzy Reasoning**, John Wiley&Sons, Hoboken, 2005, p.43.

Görüldüğü gibi , bulanık ifadenin temsil ettiği sayısal aralıklar kişiden kişiye farklılık gösterebilecek karakterdedirler.

Sonuç olarak; bulanık kümeler, dildeki belirsiz ve bulanık kavramların matematiksel olarak ifade edilmesine yardımcı olurlar. Bulanık küme teorisi, kesin sınırları olmayan problemleri tanımlamak ve çözmek için geliştirilmişlerdir. Bulanık kümelerde kullanılan semboller ve ifadeler ile klasik kümelerde kullanılan ifadelerin büyük bir kısmı birbirine benzemektedir.

2.3. Üyelik Fonksiyonu ve Üyelik Derecesi

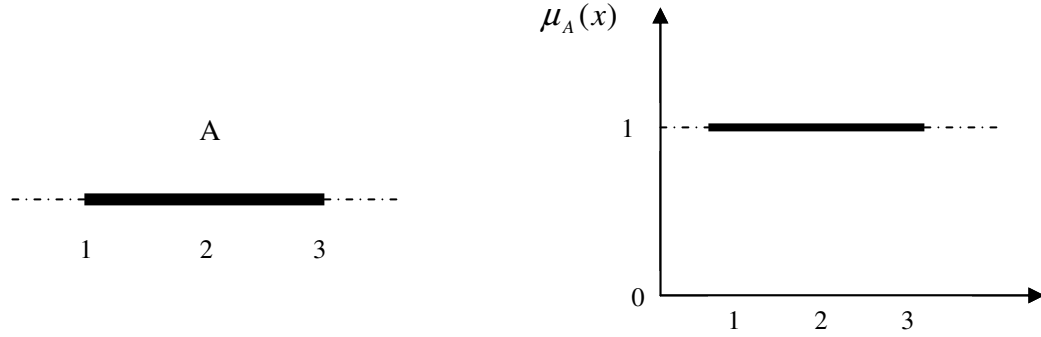
Genel olarak küme üyelerinin değerleri ile değişiklik gösteren eğriye üyelik fonksiyonu adı verilir.⁶⁴ Üyelik fonksiyonu ile bir x elemanının A kümesinin elemanı olup olmadığı ifade edilir. Klasik kümelerde elemanların kümeye üyelikleri kesindir ve bu üyelik üzerinde herhangi bir belirsizlik taşımaz. Örneğin R , reel sayıları ifade etmek üzere, 1'den 3'e kadar olan sayıları bir küme altında toplamak istersek, kümeyi; $A = \{x \in R \mid 1 \leq x \leq 3\}$ olarak ifade ederiz. F kümesini ise 2 sayısına yakın değerler olarak tanımlarsak, oluşacak küme bulanık küme özelliğini taşıyacaktır. 'Yakın' ifadesi F kümesine bulanık küme özelliğini verir.

$A = \{x \in R \mid 1 \leq x \leq 3\}$ olarak tanımlanan A kümesinin üyelik fonksiyonu;

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{eger } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{diger durumlarda} \end{cases}$$

Bu tanımlamadan da görüldüğü gibi herhangi bir elemanın A kümesine dâhil olabilmesi için, fonksiyonda alacağı değer '1' olması gerekir. Diğer bir ifadeyle '1' değerini alan eleman kümenin bütün özelliklerini üzerinde taşır. A kümesine ait olmayan ya da kümenin hiçbir özelliğini taşımayan her elemanın fonksiyonda alacağı değer ise '0' olacaktır. Bu nedenle, üyelik fonksiyonun değer kümesi $\{0,1\}$ olarak belirlenir (Şekil 2.5).

⁶⁴ William Siler, James J.Buckley, **Fuzzy Expert Systems and Fuzzy Reasoning**, Hoboken, John Wiley&Sons, 2005, p.39.



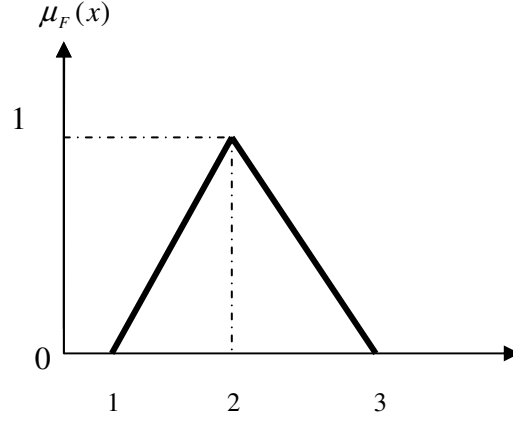
Şekil 2.5: A Kümesi ve $\mu_A(x)$ Üyelik Fonksiyonuna Ait Grafikler

Kaynak: James C.Bezdek, “Computing With Uncertainty”, IEEE Communications Magazine, September 1992, p.25.

2 sayısına ‘yakın’ değerler alan elemanlardan oluşan F bulanık kümesi için bir $\mu_F(x)$ üyelik fonksiyonu tanımlarsak $x \in R$ olmak üzere, F kümesine üyeliğin derecesini veren, $\mu_F(x)$ fonksiyonu sıfır ile bir arasında değişen değerler alacaktır.

Sıfır ile bir arasında değerler alan fonksiyonda ‘1’ değerini alan eleman kümenin bütün özelliklerini üzerinde taşır. Fonksiyonun değeri sıfıra yaklaştıkça, ilişkili elemanın F kümesinin özelliğini taşıma derecesi de zayıflar. Sıfır değerini alan eleman ise o kümenin elemanı değildir.

Değer kümesi kesin olarak tanımlanabilmesine rağmen, bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonun alacağı değerlere ilişkin tek bir tanımlama yapmak mümkün değildir. Bir bulanık küme elemanlarının üyelik değerini belirlemek için üyelik fonksiyonu olarak adlandırılan üçgen, yamuk, çan eğrisi gibi fonksiyonlar kullanılır. F bulanık kümesinin üyelik fonksiyonunun grafiği şekil 2.6’da verilmiştir;



Şekil 2.6: $\mu_F(x)$ Üyelik Fonksiyonuna Ait Grafik

Kaynak: Masatoshi Sakawa, **Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization**, Plenum Press, New York, 1993, p.23.

Klasik ve bulanık kümenin arasındaki önemli farklardan bir tanesi, klasik kümelerin sadece bir tane dikdörtgen üyelik derecesi fonksiyonu bulunmasına karşılık, bulanık kümenin, normallik ve monotonluk şartlarını mutlaka sağlayacak biçimde değişik üyelik derecesi fonksiyonlarına sahip olmasıdır.⁶⁵

Küme elemanlarının üyelik fonksiyonunda alacağı değerler üyelik derecesi olarak tanımlanır. Bu tanımdan yola çıkılarak, bulanık bir kümenin sahip olacağı üyelik fonksiyonunun değer kümesi $[0,1]$ aralığıdır.⁶⁶

Bulanık bir değişkene üyelik fonksiyonu atama süreci, kavramların uygulamadaki anlamına dayanarak sezgisel olarak yapılabilir. Kullanıcı tarafından belirlenen üyelik fonksiyonları kullanıcının tecrübesine, kültürüne, bakış açısına bağlı olarak farklılıklar gösterebilmektedir. Bulanık küme teorisinde üyelik fonksiyonlarını

⁶⁵ T.Üstüntaş, O. Müftüoğlu, Zekai Şen, “Dijital Fotogrametride Yapısal Eşleştirme”, İTÜ dergisi/d Mühendislik, Cilt:5, Sayı:1, Kısım:1, 2006, s.77.

⁶⁶ K.Thiagarajah, S.S.Appadoo, “A.Thavaneswaran, Option valuation model with adaptive fuzzy numbers”, Computers and Mathematics with Applications 53, 2007, p.833.

belirleme süreci için özel algoritmalar geliştirilmiş olmasına rağmen, birçok uygulama işlemsel kolaylık bakımından parametrik olarak ifade edilebilen üyelik fonksiyonları ile gerçekleştirilmektedir.

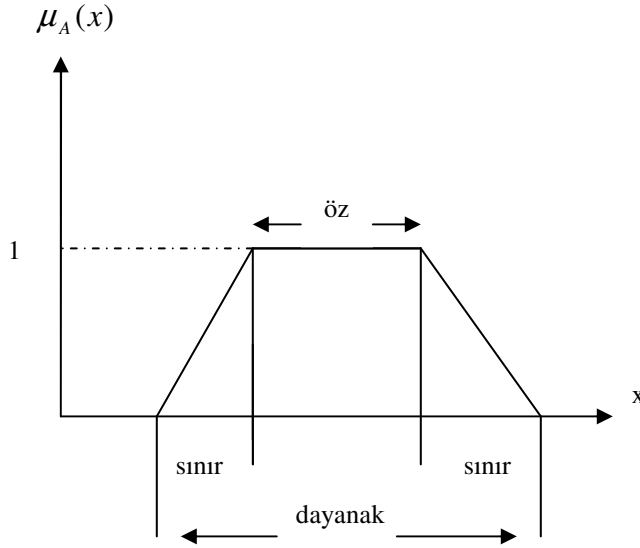
Üyelik fonksiyonları birçok farklı şekillerde olabilir. Hesaplama açısından getirdiği kolaylıklar göz önüne alınarak istenilen şekilde üyelik fonksiyonun seçilmesi, bulanık küme teorisinin esnekliğinden kaynaklanan bir durumdur. Çoğu durumda, işlem kolaylığı bakımından parametrik üyelik fonksiyonlarından olan üçgensel ve yamuk üyelik fonksiyonları tercih edilir.⁶⁷

Üyelik fonksiyonlarının bulanık kümeler teorisinin esasını teşkil etmesi sebebiyle, uygulamayla örtüşen üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi çok önemlidir. Çünkü üyelik fonksiyonları belirlendikten sonra, bulanık küme teorisinde bulanıklık kalmamaktadır.

2.4. Üyelik Fonksiyonlarının Kısımları

Üyelik fonksiyonlarının kısımları Şekil 2.7’de verilmiştir.

⁶⁷ Hacı Aktaş, Naim Çağman, “Fuzzy and Rough Sets”, Journal of Arts and Sciences, Vol:3, May, 2005, p.15.



Şekil 2.7: Üyelik Fonksiyonu Kısımları

Kaynak: Şaban Yurtçu, “Bulanık Mantık”, (Çevrimiçi)

<http://www.2.aku.edu.tr/~icaga/lesson/sisan/bulanikmantik.pdf>, (03.02.2007), s.16.

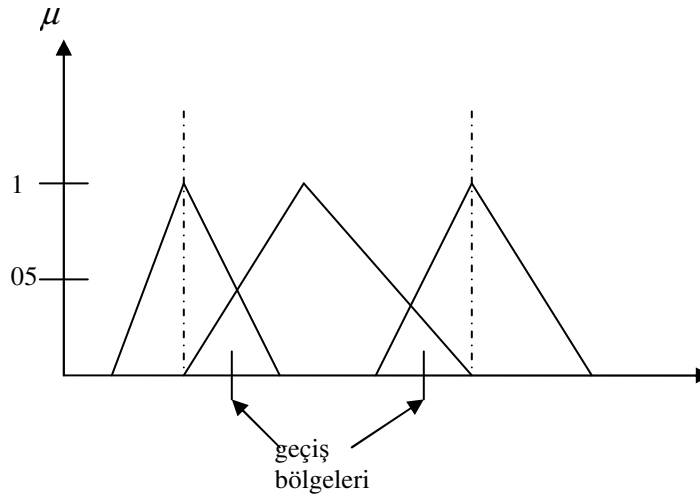
Şekil 2.7’de görüldüğü gibi, 1 üyelik derecesine sahip öğelerin tam anlamıyla sadece o kümeye ait olduğu sonucuna varılır. Üyelik derecesi 1’e eşit olan elemanlara “öz” adı verilir ve $\mu_A(x) = 1$ şeklinde gösterilir.

“Dayanak”; A bulanık kümesinde 0’dan farklı üyelik derecesine sahip öğeleri içerir. Matematiksel gösterilişi $\mu_A(x) > 0$ şeklindedir.⁶⁸

Üyelik dereceleri 1’e veya 0’a eşit olmayan öğelerin oluşturduğu kısımlara ise üyelik fonksiyonunun “sınırları” veya “geçiş bölgeleri” denir (Şekil 2.8). Genel olarak tüm üyelik fonksiyonlarında biri sağda ve biri solda olmak üzere iki geçiş bölgesi bulunmaktadır. Matematiksel tanımı ise; $0 < \mu_A(x) < 1$ şeklindedir.⁶⁹

⁶⁸ Sakawa, **a.g.e.**, p.10.

⁶⁹ Zimmermann, **a.g.e.**, p.241.



Şekil 2.8: Geçiş Bölgelerinin Gösterimi

Kaynak: H.J. Zimmermann, **Fuzzy Set Theory and Its Applications**, Fourth Edition, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001, p.241.

2.5. Üyelik Fonksiyonlarının Tipleri

Eğer $A \subseteq R \in (-\infty, +\infty)$ 'da, kümenin elemanı ise $\mu_A(x)$ üyelik fonksiyonu $R \rightarrow [0,1]$ aralığında oluşur. Diğer bir deyişle A kümesi $A[a_1, a_2]$ aralığında ise genel olarak $\mu_A(x)$ üyelik fonksiyonu şöyle gösterilir;

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ 1 & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 0 & x > a_2 \end{cases}$$

Bulanık kümeleri göstermek için standart fonksiyonlar kullanabiliriz. Formüllerin basit oluşu sebebiyle pratikte en çok kullanılan üyelik fonksiyonları; üçgensel ve yamuk üyelik fonksiyonlarıdır.⁷⁰

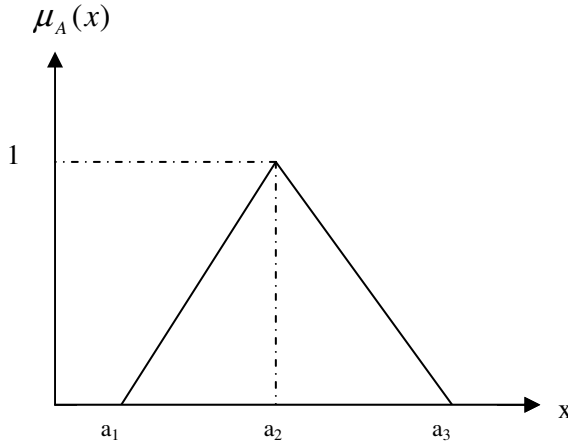
⁷⁰ Malczewski, a.g.e., p.130.

2.5.1. Üçgensel Üyelik Fonksiyonu

Üçgensel üyelik fonksiyonu a_1 , a_2 ve a_3 olarak üç parametre ile tanımlanır (Şekil 2.9) ve $\mu_A(x)$ üçgensel üyelik fonksiyonu şu formülle tanımlanmıştır;⁷¹

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & x > a_3 \end{cases}$$

Formüle göre küme, $A=(a_1, a_2, a_3)$ olmalıdır. Üçgensel üyelik fonksiyonlarında en az bir ögenin üyelik derecesi 1 olmalıdır. Böylece bulanık kümenin normallik özelliği gösterdiği tespit edilir. Şekil 2.9’da görülen a_2 normal değerli üyelik olarak tanımlanabilir.

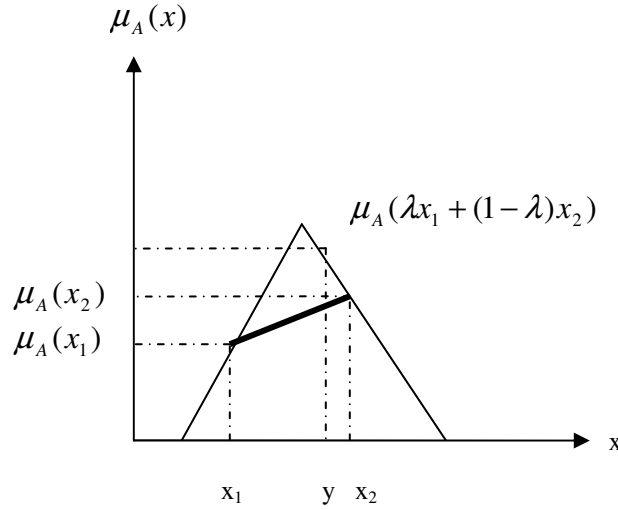


Şekil 2.9: Üçgensel Üyelik Fonksiyonunun Gösterimi

Kaynak: Shao-Yuan Li, Tao Zou, Yi-Peng Yang “Finding The Fuzzy Satisfying Solutions to Constrained Optimal Control Systems and Application to Robot Path Planning”, International Journal of General Systems, Vol:33(2-3), 2004, p.329.

⁷¹ Shao-Yuan Li, Tao Zou, Yi-Peng Yang “Finding The Fuzzy Satisfying Solutions to Constrained Optimal Control Systems and Application to Robot Path Planning”, International Journal of General Systems, Vol:33(2-3), 2004, p.329.

Üçgensel üyelik fonksiyonlarında, üyelik derecesi bir öğede 1'e eşit oluncaya kadar artar, 1'e ulaşıldıktan sonra diğer öğeler için sürekli azalır. Bu özellik bulanık kümenin konveks olmasıdır (Şekil 2.10). Bu durumu gerçekleştiremeyenler bulanık kümeler üyeli fonksiyonu olamazlar.



Şekil 2.10: Konveks Küme Üyelik Derecesi

Kaynak: Masatoshi Sakawa, **Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization**, New York, Plenum Press, 1993, p.23.

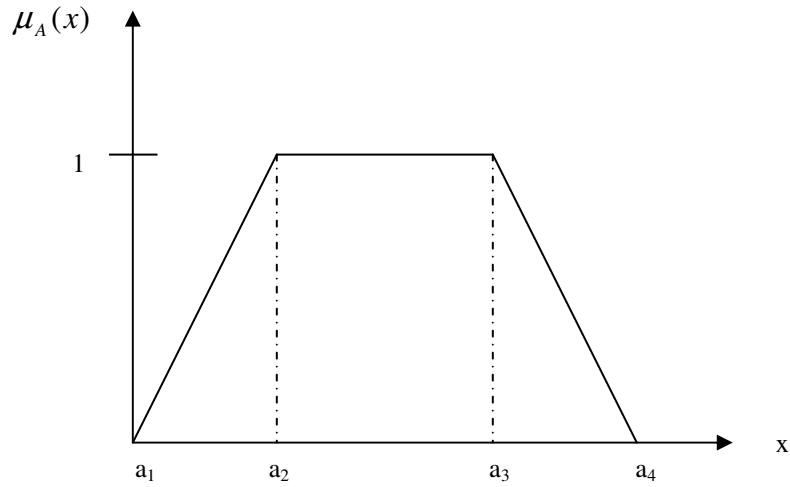
Bir kümedeki herhangi iki noktayı birleştiren çizgideki her nokta bu kümenin elemanı ise küme konvektir. Konveksliğin matematiksel tanımlaması şöyle yapılabilir; aynı kümeye ait x_1, y, x_2 gibi üç tane eleman varsa ve bunlar arasında $x_1 < y < x_2$ gibi bir sıralama yapılabiliriyorsa; ortada bulunan öğenin üyelik derecesi; x_1 ve x_2 'nin üyelik derecelerinin en küçüğünden daha büyüktür. Konveksliğin matematiksel gösterimi ise şöyledir;⁷²

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_B(x_2)) \quad \lambda \in [0,1] \text{ ve } x_1, x_2 \in X$$

⁷² Sakawa, **a.g.e.**, p.22.

2.5.2. Yamuk Üyelik Fonksiyonu

Yamuk üyelik fonksiyonu, a_1, a_2, a_3, a_4 olarak dört parametre ile tanımlanır (Şekil 2.11). Yamuk üyelik fonksiyonunda normal kabul edilen iki değer vardır.



Şekil 2.11: Yamuk Üyelik Fonksiyonun Gösterimi

Kaynak: Jacek Malczewski, **GIS and Multicriteria Decision Analysis**, NewYork, John Wiley&Sons, 1999, p.131.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1 & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3} & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0 & x > a_4 \end{cases} \quad \text{Yamuk üyelik fonksiyonu formülleri}$$

Üçgensel üyelik fonksiyonu, yamuk üyelik fonksiyonunun özel bir durumudur.

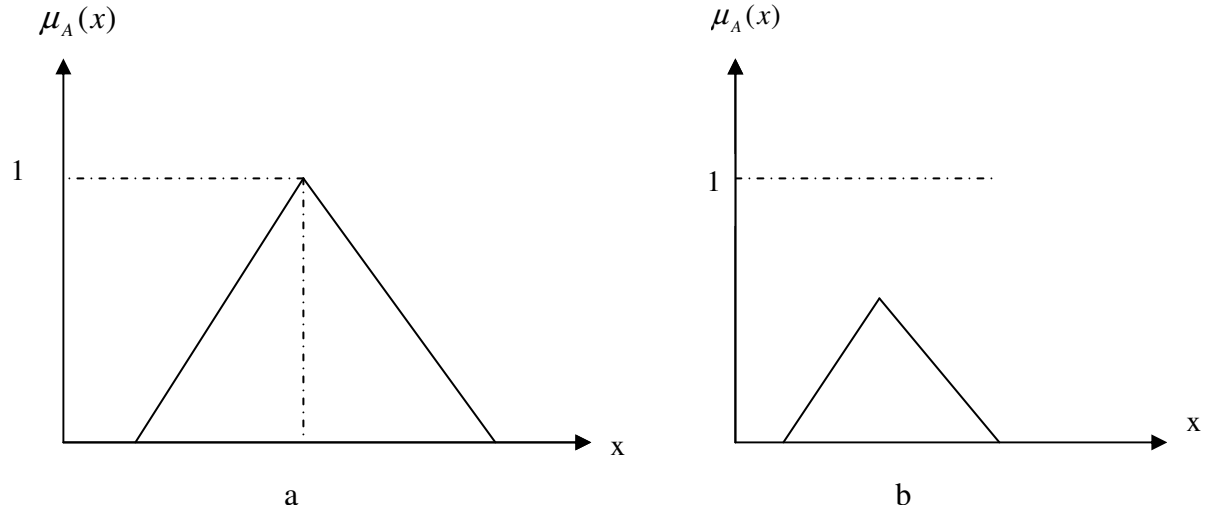
2.6. Üyelik Fonksiyonlarının Özellikleri

Üyelik fonksiyonu, belirsizliği ya da bulanıklığı bir fonksiyon halinde kurula oturtmaktadır. Belirsizliğin bir fonksiyona bağlanması için öncelikle belirsizlik fonksiyonunun özelliklerinin belirlenmesi gereklidir. Bulanık kümelere ait üyelik fonksiyonlarına ilişkin kesinlik taşıyan tek bir fonksiyon tanımlanamamakta ve yapıları alabileceği değerlere göre farklılık gösterdiği halde bütün üyelik fonksiyonlarının üzerinde taşımaları gereken özellikler aşağıdaki gibi özetlenebilir;

Normallik: Bulanık bir kümede, üyelik derecesi 1'e eşit olan en az bir tane öge olmalıdır. Bulanık bir kümenin alabileceği en büyük üyelik derecesi değeri 1, en küçük üyelik derecesi değeri 0'dır (Şekil 2.12). Bütün küme elemanlarının üyelik derecesi 0 olduğunda, $\forall x \in R$ için $\mu_A(x) = 0$ A bulanık kümesi boş küme olarak tanımlanır.

Bulanık kümenin yüksekliği, üyelik derecesinin en büyük olduğu öğeye karşılık gelir. Normal bulanık küme'nin yüksekliği 1'e eşittir. Normallik özelliği göstermeyen bir bulanık küme normalaltı (subnormal)'dır. Normalaltı bir bulanık küme, dış bükey olma koşulu ile her bir üyelik derecesinin en büyük üyelik derecesine bölünmesi sonucunda normal bir kümeye dönüştürülebilir (Şekil 2.13).⁷³

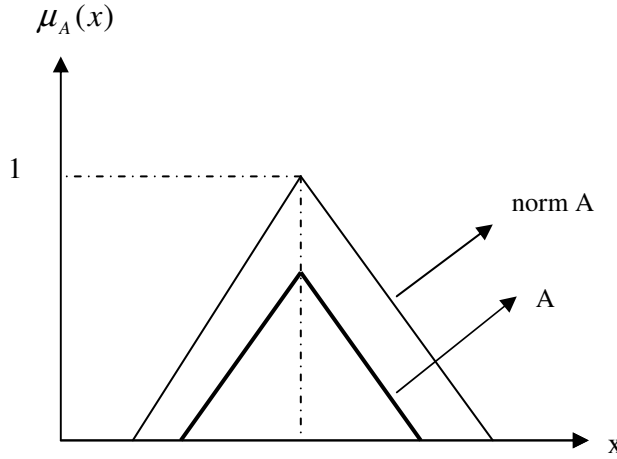
⁷³ Sakawa, **a.g.e.**, p.11.



Şekil 2.12: a) Normal Bulanık Küme, b) Normal Olmayan Bulanık Küme

Normal kümeye dönüştürme işlemi matematiksel olarak şöyle ifade edilir;

$$\mu_{norm}(A) = \frac{\mu_A(x)}{\max(\mu_A(x))}$$



Şekil 2.13: Formülün Uygulanmasından Sonra Normal Olmayan Bulanık Kümenin Normal Hale Gelmesi

Monotonluk: ‘x’e yakın’ değerler bir küme altında toplandığında oluşan bulanık kümenin üyelik fonksiyonuna ait değerler, x’e yaklaştıkça 1’e yaklaşır. Aynı şekilde, üyelik fonksiyonuna ait değerler, x’ten uzaklaştıkça 1’den uzaklaşır. Bu durum, fonksiyonun monotonluğu şeklinde özetlenir. Başka bir deyişle üyelik derecesi 1’e eşit olan öğeye yakın olan sağındaki ve solundaki öğelerin üyelik dereceleri de 1’e yakındır.

Üyelik fonksiyonları monoton artan ya da monoton azalan olabileceği gibi, tanımlandıkları aralık monoton artan ve azalan kısımlara bölünmüş de olabilir. Monoton yapıdaki üyelik fonksiyonları konkav veya konveks yapıdadırlar. Üyelik fonksiyonu $[a,b]$ aralığında tanımlı ve c’de bu aralıktaki bir diğer değer iken, $[a,c]$ aralığında konveks, $[c,b]$ aralığında ise konkav yapıya sahip üyelik fonksiyonları mevcuttur. Bu üyelik fonksiyonları S-biçimli üyelik fonksiyonu olarak tanımlanır.⁷⁴

Simetri: Üyelik derecesi 1’e eşit olan öğeden sağa ve sola eşit mesafede bulunan öğelerin üyelik derecelerinin birbirine eşit olmasıdır. ‘x’e yakın’ değerlerin oluşturduğu

⁷⁴ J. Dombi, “Membership Function As An Evaluation”, Fuzzy Sets and System, No:35, Issue:1, 1990, p.13.

bulanık bir kümede, x 'in sağından ve solundan eşit uzaklıktaki değerlerin üyelik dereceleri birbirine eşittir.⁷⁵

Bulanık bir kümenin üyelik fonksiyonu $x=c$ noktası için simetrik ise, $\mu_A(x+c) = \mu_A(c-x)$ şeklinde gösterilir.

2.7. Üyelik Fonksiyonun Oluşturulması

Bulanık kümelerin üyelik fonksiyonlarını belirlerken bir dereceye kadar kişilerin sevgilerine, tercihlerine, görüşlerine yer verilir. İki ayrı kullanıcı tarafından belirlenen üyelik fonksiyonları tecrübelerine, kültürlerine, bakış açılarına bağlı olarak oldukça farklılıklar gösterebilmektedir. Buna örnek olarak “sıcaklık” kavramı verilebilir. Sıcaklık farklı yörelerde yaşayan insanlara göre değişiklik gösterir. Sıcaklığı soğuk, serin, ılık ve sıcak gibi alt kümelere ayırabiliriz. Bu alt kümelerin sınırları ülkenin doğusunda ve batısında yaşayan insanlar için oldukça farklı olacaktır. Üyelik fonksiyonlarının belirlenmesinde “sezgi” ve “tecrübelerin” kullanılmasıyla oldukça sık karşılaşılır.⁷⁶

Üyelik fonksiyonlarının belirlenmesinde kullanılan diğer bir yöntem; örneklemedir. Örnekleme yöntemi Zadeh'e aittir. U bir evrensel küme ve A , U üzerinde tanımlı bir bulanık küme iken, μ_A üyelik fonksiyonu, A kümesi için yapılacak örnekleme sonucunda elde edilecek bilgilerden yola çıkılarak belirlenebilir.

A kümesi ‘genç’ olarak tanımlanan insanların meydana getirdiği bulanık bir küme olsun. ‘Genç’ nitelemesi kesin sınırlar taşımadığı için bulanık bir ifadedir. Bu kümeye ait üyelik fonksiyonunu bulurken, seçilen kişilere verilen bir “ t ” yaşı konusu hakkında anketler, soruşturmalar yapılarak üyelik derecelerinin tayinine çalışılır.

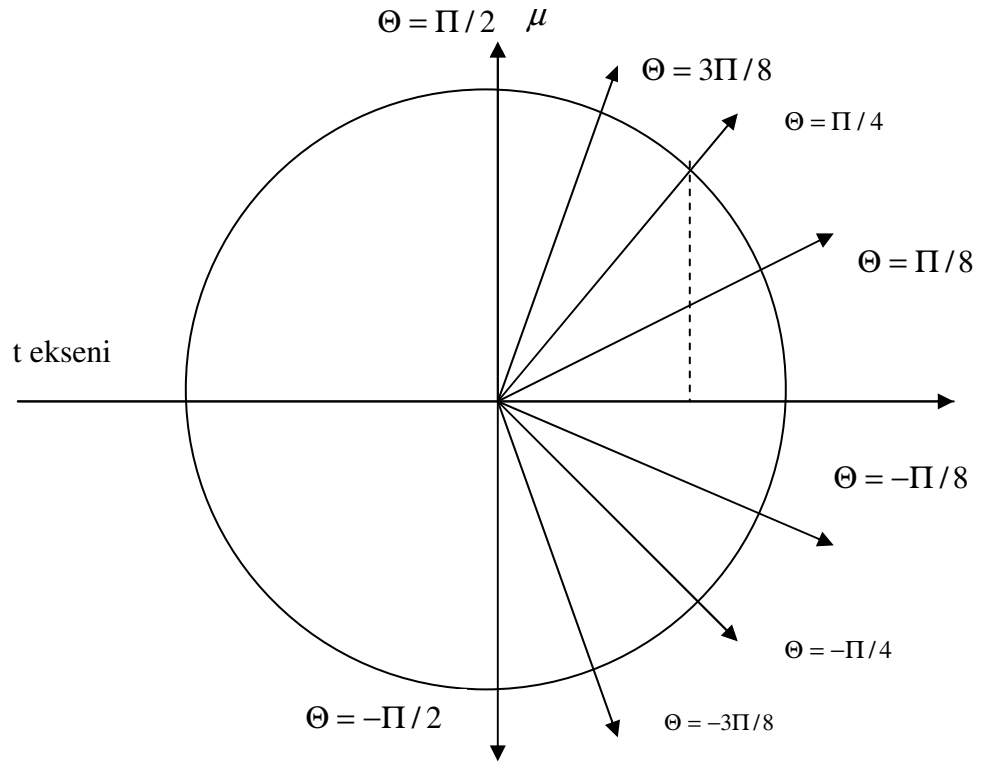
⁷⁵ Zimmermann, **a.g.e.**, p.241.

⁷⁶ **A.g.e.**, p.118.

“t yaşındaki bir insan gençtir” cümlesine verilecek, çok doğru, doğru, sınırda, biraz yanlış, yanlış yanıtları ve bu ifadelerin karşılıkları sayı düzlemine (1, 0.75, 0.5, 0.25, 0 gibi) yerleştirilir. Aynı işlemin birkaç farklı yaş için tekrarlanmasıyla μ_A üyelik fonksiyonunun kesikli ifadesine ulaşılmış olur.

Üyelik fonksiyonlarının belirlenmesinde kullanılan başka bir yöntem; açısal üyelik derecelerinin tayini yöntemidir. Bu yöntem polar koordinatlarda gösterilen değişkenler için kullanılır (Şekil 2.14). Açı ile sözel değişkenlere bir karşılık verilir. Örneğin değişkenin nötr olması, açının $\Theta = 0$ radyan olması ile tanımlanır. Sözel değişken $\Theta = 0$ ile $\Theta = \pi/2$ ve $\Theta = 0$ ile $\Theta = -\pi/2$ arasında bulanıklaştırılabilir. Sözel değişkenin üyelik derecesi; t radyan yarıçapın yatay eksenindeki izdüşümü olması şartıyla, $\mu_A(\Theta) = t \cdot \tan(\Theta)$ şeklinde sağlanmış olur.⁷⁷

⁷⁷ Zekai Şen, Bulanık Mantık ve Modelleme İlkeleri, Bilge Kültür Sanat Yayıncılık, 2001, s.41.



Şekil 2.14: Açısal Üyelik Dereceleri

Kaynak: Zekai Şen, Bulanık Mantık ve Modelleme İlkeleri, Bilge Kültür Sanat Yayıncılık, 2001, s.41.

2.8. Bulanık sayılar

Çoğu durumda sayısal bilgileri hassas bir şekilde tanımlayamayız. Örneğin; “yaklaşık olarak 15”, “0’a yakın”, “60’dan büyük”, gibi kesin olmayan yaklaşık sayısal miktarlara, bulanık sayılar denir.⁷⁸ Bulanık sayılar, bulanık kümelerin özel bir alt kümesidir.

Bulanık sayıların tanımlı olduğu evrensel küme, reel sayılar kümesidir. Bulanık sayılar, konveks, normal, üyelik fonksiyonu $[0,1]$ aralığında tanımlanmış bir bulanık küme olarak ifade edilir.⁷⁹

Reel sayılarda tanımlı, kapalı ve konveks bir alt küme olan $[a]$ bulanık sayısı, $[a_1, a_2]$ sınırları ile tanımlanır. Bu bir bulanık aralıktır. Bulanık sayının sol tarafı olan a_1 alt sınırı, bulanık sayının sağ tarafı olan a_2 üst sınırı gösterir. a bulanık sayısının üyelik derecesi $[0,1]$ kapalı aralığındaki herhangi bir değerdir.

Her bulanık sayı bulanık bir küme olmasına rağmen, her bulanık küme bulanık bir sayı değildir.⁸⁰ Bulanık kümeler, üyelik fonksiyonlarıyla tanımlandıkları için üyelik fonksiyonu çeşidi kadar bulanık sayı çeşidi vardır. Ancak uygulamalarda üçgensel bulanık sayı ve yamuk bulanık sayı sıkça kullanılmaktadır (Şekil 2.15- 2.16).

Bir A bulanık kümesinin merkezi a , sağ ve sol açıklığı sırasıyla $\alpha > 0$, $\beta > 0$ ve aşağıdaki üyelik fonksiyonu ile ifade ediliyorsa⁸¹, A kümesine üçgensel bulanık sayı

⁷⁸ E.Triantaphyllou, **Multi-Criteria Decision Making Methods: A Comparative Study**, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2000, p.242.

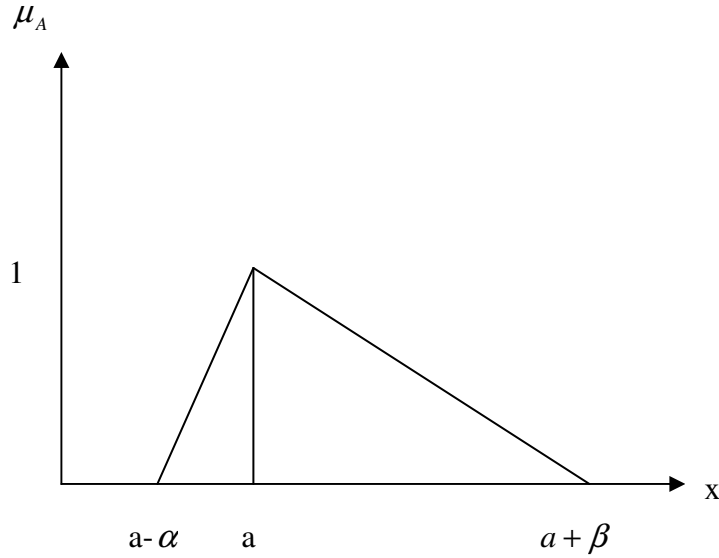
⁷⁹ Chi-Bin Cheng, “Group Opinion Aggregation Based On Agrading Process: A Method For Constructing Triangular Fuzzy Numbers”, *Computers And Mathematics With Applications* 48, 2004, p.1621.

⁸⁰ Witold Pedrycz, Fernando Gomide, **An Introduction To Fuzzy Sets, Analysis and Design**, Massachusetts, Mit Press Cambridge, 1998, p.22.

⁸¹ Cheng, a.g.m., p.1622.

denir. a merkezli üçgen bulanık sayı şu şekilde yorumlanabilir; “ x yaklaşık a ’ya eşittir”

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a - \alpha \\ 1 - \frac{a-x}{\alpha} & a - \alpha \leq x < a \\ 1 - \frac{x-a}{\beta} & a \leq x < a + \beta \\ 0 & x \geq a + \beta \end{cases}$$

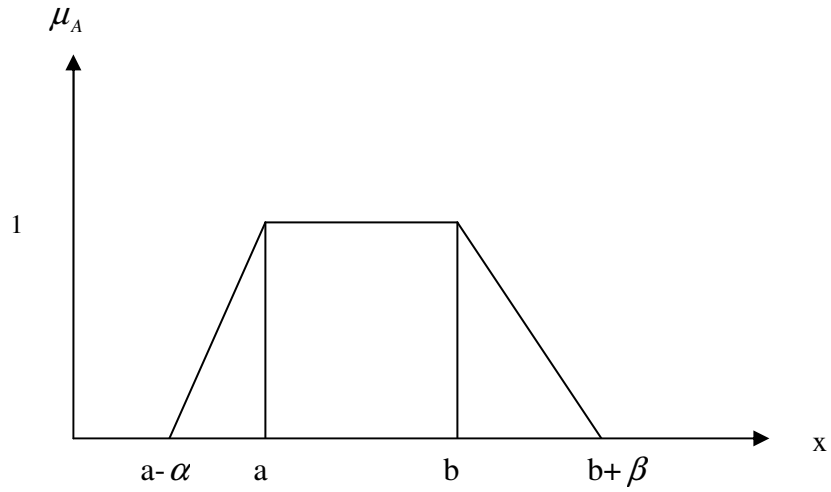


Şekil 2.15: Üçgensel Bulanık Sayı

Bir A bulanık kümesinin tolerans aralığı $[a,b]$, sağ ve sol açıklığı sırasıyla $\alpha > 0$, $\beta > 0$ ve aşağıdaki üyelik fonksiyonu ile ifade ediliyorsa, A kümesine yamuk bulanık sayı denir.⁸² Yamuk bulanık sayı şu şekilde yorumlanabilir; “ x yaklaşık olarak $[a,b]$ aralığındadır.”

⁸² S. Abbasbandy, B. Asady, “Ranking of Fuzzy Numbers by Sign Distance”, Information Sciences 176, 2006, p.2409.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \geq b + \beta \\ 1 - \frac{a-x}{\alpha} & a - \alpha \leq x < a \\ 1 & a \leq x \leq b \\ 1 - \frac{x-b}{\beta} & b \leq x < b + \beta \\ 0 & x \leq a - \alpha \end{cases}$$



Şekil 2.16: Yamuk Bulanık Sayı

Bulanık sayılarla hesap, aralık analize dayanır. Kesin olarak belirlemeyen sayısal bir değer, reel sayı doğrusu üzerindeki kapalı bir aralık içine yerleştirilmesi mümkündür. $x \in [50, 150]$ ifadesi $50 \leq x \leq 150$ anlamına gelir ve x 'in alt ve üst değerlerini tanımlar. Bulanık sayıların α - kesimlerinin reel sayı doğrusunun kapalı bir aralığında tanımlı olması gerekir.

Evrensel kümede tanımlı olan bulanık sayıların α -kesim kümeleri, bulanık olmayan nitelikteki bir aralığı ifade eder. Bu nedenle, bulanık sayıların reel sayı doğrusu üzerindeki bulanık olmayan aralıkları α -kesimlerine göre belirlenebilir. Bulanık bir sayının α -kesimi şöyledir⁸³;

$$A^\alpha = \{x \in UI\mu_A(x) \geq \alpha\} \quad \alpha \in [0,1]$$

Evrensel bir kümede tanımlı olan bulanık sayıların α -kesim kümeleri parametrik olarak ifade edilebilir (Şekil 2.17). Bulanık sayılara α -kesimi ile yaklaşım, bilinen en eski ve en basit bulanıklıktan kurtarma yöntemidir.⁸⁴ Bulanık bir kümenin α -kesim kümesi hesaplanırken, bulanık sayıya ait üyelik fonksiyonunun verilen α değerine eşitlenmesi gerekir. Burada oluşturulan denklemin çözülmesi ile α -kesim kümesinde yer almayan elemanlar belirlenir. Böylece α -kesim kümesinin alt ve üst sınırları ortaya çıkmış olur. $A^\alpha = \{x \in UI\mu_A(x) \geq \alpha\}$ ile tanımlanan α -kesim kümeleri, kapalı aralıklar olarak aşağıdaki gibidir;

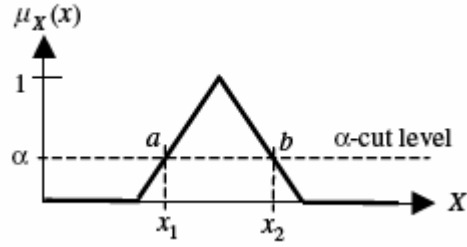
$$A^\alpha = [a^\alpha, b^\alpha] \quad \text{ve}$$

a^α 'nın kesiştiği x_1 , α -kesim kümesinin alt sınırını, b^α 'nın kesiştiği x_2 ise α -kesim kümesinin üst sınırını gösterir. A^α kümesi x_1 ve x_2 değişkenlerinin arasında bulunan ve aynı zamanda x_1 ve x_2 'yi de içeren tüm olası değerleri içerir.⁸⁵

⁸³ YujiYoshida, MasamiYasuda, Jun-ichi Nakagami, Masami Kurano, "A New Evaluation Of Mean Value For Fuzzy Numbers and its Application To American Put Option Under Uncertainty", Fuzzy Sets and Systems 157, 2006, p.2615.

⁸⁴ Yoshida, a.g.m., p.2614.

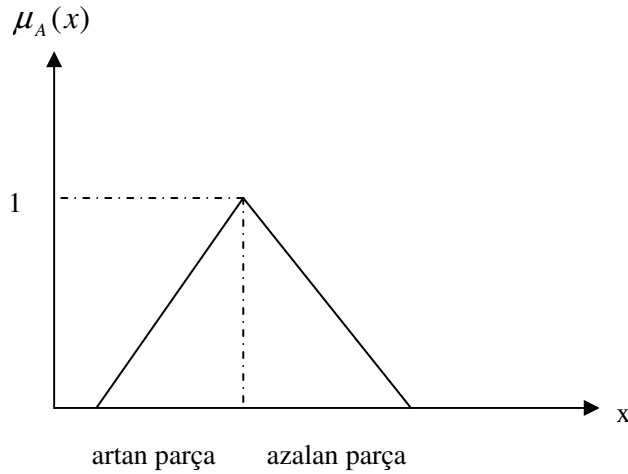
⁸⁵ Shreedhar Maskey, Vincent Guinot, Roland K. Price, "Treatment of Precipitation Uncertainty in Rainfall-Runoff Modelling: A Fuzzy Set Approach", Advances in Water Resources 27, 2004, p. 897.



Şekil 2.17: Bulanık Sayıların α -Kesim Kümeleri

Kaynak: Shreedhar Maskey, Vincent Guinot, Roland K. Price, “Treatment of Precipitation Uncertainty in Rainfall-Runoff Modelling: A Fuzzy Set Approach”, Advances in Water Resources 27, 2004, p. 897.

Bulanık sayıların üyelik fonksiyonlarının üçgensel olması halinde, üyelik fonksiyonları artan parça ve azalan parça şeklinde iki kısma ayrılır (Şekil 2.18). $[0,1]$ arasında değer alabilen üyelik fonksiyonunda üyelik derecesinin 0’dan 1’e çıktığı kısım artan parça, üyelik derecesinin 1’den 0’a düştüğü kısım ise azalan parça olarak adlandırılır.⁸⁶



Şekil 2.18: Bulanık Sayıların Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarının Artan ve Azalan Parçalarının Gösterimi

⁸⁶B. Asady, A. Zendehnam, “Ranking Fuzzy Numbers By Distance Minimization”, Applied Mathematical Modelling 31, 2007, p.2590.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME

Karar verme, hedef ve amaçların gerçekleştirilmesi yönünde alternatif eylem planlarından birini seçme sürecidir. Karar verme bir işletmenin temel taşlarındandır. Çünkü doğru kararların alınması rekabetçi avantaj kazanmak ve sürdürmek için gereklidir. Karar verme problemleri yapı itibarıyla çok amaçlı olup, belirsiz bir çevre içinde meydana gelmektedir. Herhangi bir karar sürecinde çeşitli amaçların gerçekleştirilmesi için en uygun faaliyet farklı seçenekler arasından seçilecektir.⁸⁷

Karar verme süreci içinde problemlerin tanımı yapılırken dört farklı karakterle karşılaşılır;⁸⁸

- Açıkça tanımlanmış ve belirlenmiş alternatiflerin tek kritere göre değerlendirilmesi,
- Tanımı açıkça yapılmamış ve belirsiz alternatiflerin tek kritere göre değerlendirilmesi,
- Açıkça tanımlanmış ve belirlenmiş alternatiflerin çoklu kritere göre değerlendirilmesi,
- Tanımı açıkça yapılmamış ve belirsiz alternatiflerin çoklu kritere göre değerlendirilmesi.

Anlam olarak çok kriterli karar verme, birden fazla ve aynı anda uygulanan kriterlerin içinden en iyi tercihin seçilmesine imkân sağlayan bir araçtır. İyi tercih edilmiş seçim; genellikle kısıtlar ve yönetimin amacı doğrultusunda sınırlandırılır. Kısıtlardan kast edilen, amaçların belirlenmesi başarı ile yerine getirilmesidir.

⁸⁷ Yılmaz Tulunay, **Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları**, 3. Baskı, İşletme Fakültesi Yayın No: 244, İstanbul, 1991, s.4.

⁸⁸ A. Ravindran, Don T. Phillips, James J. Solberg, **Operation Research Principles and Practice**, Hoboken, John Wiley & Sons, 1987, p. 223.

Çok kriterli karar verme, genellikle birbiri ile zıt kriterleri yapısında bulunduran planlama ve karar problemlerinin çözümüne imkân sağlamaktadır. Problemler çözümlenirken karar verici müdahale etmelidir çünkü belirlenen alternatifler arasından “uygun” alternatif, karar verici tarafından seçilecektir.

Çok kriterli karar verme, çatışan çoklu amaçlara yönelik karar vermeyi ifade etmektedir. Çok kriterli karar vermede, kararı veren bir karar verici, izlenen bir amaçlar seti ve içlerinden seçim yapılacak bir alternatifler seti bulunmaktadır. Çok kriterli karar verme analizlerinde temel nokta birbirleriyle çatışan çoklu amaçların olmasıdır.⁸⁹

Çok kriterli karar verme yöntemleri 1960’lı yıllarda, karar verme işlerine yardımcı olacak bir takım araçların gerekli görülmesiyle geliştirilmeye başlanmıştır. Seçimde ulaşılmak istenen hedefi birçok parametrenin belirlediği ve seçim için değerlendirilecek alternatiflerin her birinin kendine has avantajlarının bulunduğu durumlarda karar verme işi çok zor bir durum olmaktadır. Çok kriterli karar verme yöntemleri’ni kullanmaktaki, amaç alternatif ve kriter sayılarının fazla olduğu durumlarda karar verme mekanizmasını kontrol altında tutabilmek ve karar sonucunu mümkün olduğu kadar kolay ve çabuk elde etmektir.

Karar vermek günlük hayatımızın değişmez bir parçası olup hemen hemen bütün karar problemleri çoğunlukla birbiri ile çatışan birden fazla kriterden oluşmaktadır. Çok kriterli karar verme problemleri, çok nitelikli karar verme ve çok amaçlı karar verme olarak iki kategoride sınıflandırılabilir.⁹⁰ Çok nitelikli karar verme metotları belirlenen kesin alternatifler içinden bir alternatifin seçilmesi için kullanılırken, çok amaçlı karar

⁸⁹ Stanley Zionts, “A Multi Criteria Method for Choosing Among Discrete Alternatives”, European Journal Of Operation Research 7, Issue:2, 1981, p. 145.

⁹⁰ H.-J. Zimmermann, **a.g.e**, p.352.

verme metotları matematiksel kısıtlar yardımıyla tanımlanan sınırsız sayıdaki alternatifleri içeren amaç problemleri için kullanılır.⁹¹

3.1. Çok Nitelikli Karar Verme

Çok nitelikli karar verme, çoklu yapı ortamında çoğunlukla birbiri ile zıt ve çelişen nitelikler içinden en uygun seçimin yapılmasına imkân vermektedir. Bu yöntemin temelini, alternatiflerin sahip olduğu çok sayıda özellik dikkate alınarak, içlerinden karar verenlerin istediği ve özellikleri önceden belirlenmiş değerlere en uygun olan adayların seçilmesi oluşturmaktadır.⁹² Kısaca çok nitelikli karar verme yaklaşımı, niteliklerin özellikleri yardımı ile tanımlanan sınırlı sayıdaki karar alternatifleri arasından en uygun seçim yapılmasını gerektirir.⁹³ Örneğin; ücrete dayalı iş seçimi ya da yakıt sarfiyatına göre araba seçimi yapmak gibi. Seçim sürecinde ilk olarak bütün hedeflere ve karar alternatiflerine göre verilen hükümler bir araya getirilir. Daha sonra bir araya getirilen hükümler içinden karar alternatiflerinin derecelendirilmesi yapılır. Alternatifler arasında seçim işlemi, niteliklerin birbiri arasında karşılaştırma yapılarak gerçekleştirilir.

3.1.1. Analitik Hiyerarşi Yöntemi

Analitik Hiyerarşi Yöntemi (AHY) son yıllarda önemi gittikçe artan, karar vericiler ve araştırmacılar tarafından sıklıkla kullanılan, çok nitelikli karar verme yöntemlerinden biridir.⁹⁴ 1970'lerde Prof. Thomas L. Saaty tarafından geliştirilen Analitik Hiyerarşi Yöntemi (AHY), karmaşık, yapılandırılmamış bir durumun, bileşenlerini ve değişkenlerini hiyerarşik bir düzende ifade etme, her bir alternatifin kıyaslamalı önem

⁹¹ Young-Jou Lai, Ching-Lai Hwang, **Fuzzy Multiple Objective Decision Making Methods and Applications**, Berlin, Springer-Verlag, 1996, p.2.

⁹² Mahmut Paksoy, **Çalışma ortamında İnsan ve Toplam Kalite Yönetimi**, İ.Ü. Yayın No: 4356, İstanbul, 2002, s.75.

⁹³ Lai and Hwang, **a.g.e.**, p.401.

⁹⁴ Omkarprasad S.Vaidya, Sushil Kumar, "Analytic Hierarchy Process: An Overview of Applications, European Journal of Operation Research 169, 2006, p.1.

düzeyine ilişkin kişisel yargılara kantitatif değerler atama ve elde edilen yargıların sonucuna göre değişkenlerin öncelik düzeylerini ortaya koyarak sentez yapma metodu olarak tanımlanabilir.⁹⁵ AHY karar vermede, grup veya bireylerin önceliklerini de dikkate alan, nitel veya nicel değişkenleri bir arada değerlendiren güçlü ve kolay anlaşılır bir yöntem bilimdir.⁹⁶

AHY; insanlığın var oluşundan bu yana karar verme sorunu ile karşılaşıldığında içgüdüsel olarak benimsediği karar mekanizmasıdır.⁹⁷ AHY bilginin, deneyimin, bireyin düşüncelerinin ve önsezilerinin mantıksal bir şekilde birleştirildiği bir yöntemdir. AHY'nin en önemli özelliği; karar vericinin hem objektif hem de sübjektif düşüncelerini karar sürecine dâhil edebilmesi olmuştur.⁹⁸ Böylece sayısal performans ölçümleri sübjektif değerlendirilmeler ile birleştirilerek sağlıklı sonuçlar elde edilmektedir.

AHY'de ele alınan durumun elemanları, temel hedeften başlayan bir hiyerarşik yapı ile sıralanır. Kurulan hiyerarşinin kademe sayısı, problemin karmaşıklığına ve detay derecesine bağlıdır. Hiyerarşide kademe sayısına ilişkin bir kısıt yoktur. Bir hiyerarşinin kurulmasında sırasıyla, ana hedefin, ana hedefe ilişkin alt hedeflerin, alt hedeflere ulaşmada gerekli kriterlerin, her bir kriter altında yer alan alt kriterlerin ve alternatiflerin belirlenmesi aşamalarının gerçekleşmesi gerekir.⁹⁹

AHY karar vericilerin karmaşık problemleri, problemin ana hedefi, kriterleri, alt kriterleri ve alternatifleri arasındaki ilişkiyi kriter hiyerarşisi formunda görmelerine olanak verir. Diğer bir ifadeyle AHY de öncelikle amaç belirlenir ve bu amaç

⁹⁵ Thomas L. Saaty, **Decision Making for Leaders**, 3rd Edition, Pittsburg, RWS Publications, 1999, p.5.

⁹⁶ Metin Dağdeviren, Diyar Akay, Mustafa Kurt, "Analytical Hierarchy Process For Job Evaluation and Application", Journal Faculty Engineering and Arch Gazi University, Vol:19, No:2, 2004, p.132.

⁹⁷ Thomas L. Saaty, "Decision- Making With The AHP: Why Is The Principal Eigenvector Necessary", European Journal Of Operation Research 145, 2003, p. 86.

⁹⁸ Ayşe Kuruüzüm, Nuray Atsan, "Analitik Hiyerarşi Yöntemi ve İşletmecilik Alanındaki Uygulamaları", Akdeniz Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Sayı 1, 2001, s.84.

⁹⁹ Saaty (1999), a.g.e., p.32.

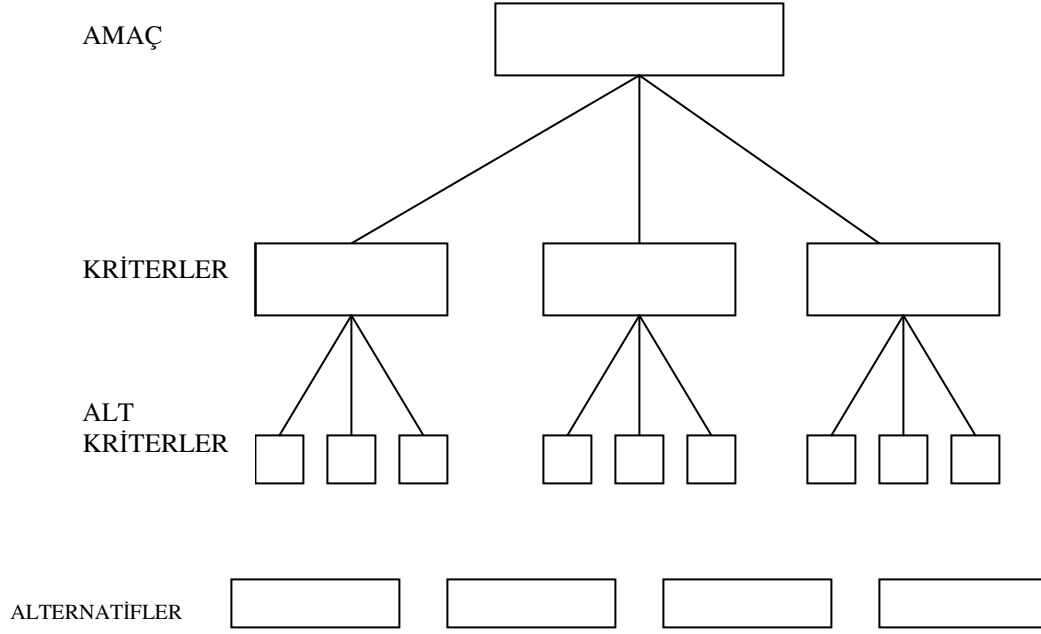
doğrultusunda her bir kriter ortaya konularak, her bir kriter için alternatifler belirlenir. Böylece sonuçta karar için hiyerarşik bir yapı oluşturulmuş olur.¹⁰⁰

AHY dört temel prensipten oluşur; ayrıştırma, karşılaştırmalı yargılar, hiyerarşik kompozisyon veya önceliklerin sentezi ve karma kompozisyona göre nihai kararların alınması. Bu temel prensipler aynı zamanda AHY'nin adımlarını oluşturmaktadır.

Karar vericinin amacı doğrultusunda kriterlerin ve ona ait alt kriterlerin belirlenip hiyerarşik yapının oluşturulması AHY'nin ilk adımı olan ayrıştırma sürecidir. Ayrıştırma sürecinde karar hiyerarşisi kurulur (Şekil 3.1). Karar hiyerarşisinin en tepesinde ana hedef, amaç yer alır. Bir alt kademe kararın kalitesini etkileyecek kriterlerden oluşur. Hiyerarşinin en altında karar alternatifleri yer alır. Karar hiyerarşisinin kurulmasında hiyerarşinin kademe sayısı, problemin karışıklığına ve detay derecesine bağlıdır.¹⁰¹

¹⁰⁰ Armin Scholl, "Solving Multiattribute Design Problems With Analytic Hierarchy Process and Conjoint Analysis: An Empirical Comparison", European Journal Of Operation Research, No:164, 2005, p. 763.

¹⁰¹ Kuruüzüm, a.g.m., s.86.



Şekil 3.1: AHY’de Hiyerarşik Yapı

Saaty hiyerarşik yapının oluşturulmasında; hiyerarşik yapının, problemi en iyi şekilde temsil etmesi gerektiğini ve problemi etkileyen tüm yan faktörlerin göz önüne alınmasına dikkat edilmesi gerektiğini belirtmiştir.¹⁰²

Hiyerarşi tasarımı, problem alanıyla ilgili bilgi ve tecrübe gerektirir. Hiyerarşi tek bir yapı değildir, kişiden kişiye değişir. Bu nedenle iki karar verici aynı problem için iki farklı hiyerarşik yapı kurabilir.

AHY’nin ikinci adımını karşılaştırmalı yargılar veya ikili yargılar oluşturur. AHY, problemleri hiyerarşik bir yapıda ele alan ve ikili karşılaştırma mantığına dayanan çok nitelikli bir karar verme tekniğidir.¹⁰³ İkili karşılaştırma terimi, iki kriterin birbiriyle

¹⁰² Thomas L. Saaty, “How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process”, European Journal of Operation Research 48, 1990, p.12.

¹⁰³ Müjgan Özdemir Sağır, “Analitik Serim Süreci ve EM’deki Uygulamaları”, YA/EM 2004 XXIV Ulusal Kongresi, Gaziantep-Adana.

karşılaştırılması anlamına gelir ve karar vericinin yargısına dayanır. İkili karşılaştırmalar karar kriterlerinin ve alternatiflerin öncelik dağılımlarının kurulması için tasarlanmıştır.¹⁰⁴ İkili karşılaştırmalar, karar sorununda yer alan elemanların önceliklerinin birbiriyle karşılaştırılmasıyla bulunur. Bir üst hiyerarşideki kriterlere bağlı olarak bir alt hiyerarşi düzeyindeki kriterlerin önem veya öncelik düzeylerine göre belirli ölçekte ikili karşılaştırmaları sonucu elde edilen matrise; ikili karşılaştırmalar matrisi denir ve A ile gösterilir. A matrisindeki kriter sayısı n, herhangi bir i kriteri C_i ve ikili karşılaştırma yapılan C_j kriterin C_j kriterine göre önemi veya önceliği a_{ij} ile gösterilir. C_i kriteri C_j kriterine göre a_{ij} düzeyinde önemliyse, C_j kriteri de C_i kriterine göre a_{ji} düzeyinde önemlidir ve aralarında $a_{ij}=1/a_{ji}$ ilişkisi vardır. Bu özelliğe karşılık olma özelliği denir.¹⁰⁵ İkili karşılaştırmalar matrisi, kriterlerin karşılıklı olarak karşılaştırılmaları ile oluşturulduğundan bir kare matrisidir ve her kriterin kendine karşılık gelen karşılaştırma değeri $a_{ii}=1$ önem düzeyindedir. Çünkü bu durumda ilgili kriter kendisi ile karşılaştırılmaktadır. Kriterlerin karşılaştırılması, birbirine göre sahip oldukları önem değerlerine göre birebir ve karşılıklı yapılır.

İkili karşılaştırma karar matrislerinin oluşturulması AHY'nin en önemli aşamasıdır. İkili karşılaştırma karar matrislerinden elde edilen bilgilere göre AHY'de yargılar bir matrise dönüştürülür.

Genel olarak ikili karşılaştırmalar matrisi şu şekilde yazılır;

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1/a_{1n} & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$A = (a_{ij}) \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad \text{eğer}$$

$$a_{ij} = \alpha \quad \text{ise} \quad a_{ji} = 1/\alpha, \quad \alpha \neq 0$$

¹⁰⁴ Kuruüzüm, a.g.m., s.86.

¹⁰⁵ Saaty(2003), a.g.m., p.85.

İkili karşılaştırmalar matrisine bağlı olarak her kriterin önem ya da öncelik düzeyinin belirlenmesi gerekir. Kriterlerin hedefe ulaşmadaki katkısına göre her kriterin öncelikleri hesaplanır. Tablo 3.1'deki önem skalası kullanılarak ikili karşılaştırmalar sayısal değerlere dönüştürülür. Bu şekilde her seviyedeki kriterler ve en nihayetinde de her kritere göre alternatifler birbirleriyle karşılaştırıldıktan sonra, karşılaştırmalar matrisleri oluşturulur. Bu matrislerde satır ve sütunları karşılaştırılan kriter ya da alternatifler meydana getirilir ve matrisin her elemanı satırdaki elemanın sütundaki elemanla karşılaştırılmasından elde edilen orandır. Örneğin; birinci kriter üçüncü kritere göre karşılaştırmayı yapan tarafından daha önemli görülüyorsa, bu durumda karşılaştırma matrisinin birinci satır üçüncü sütun bileşeni ($i=1, j=3$), 3 değerini alacaktır. Aksi durumda yani birinci kriterin üçüncü kriterle karşılaştırılmasında, daha önemli tercihi üçüncü faktörden yana kullanılacaksa bu durumda karşılaştırma matrisinin birinci satır üçüncü sütun bileşeni $1/3$ değerini alacaktır.¹⁰⁶ Aynı karşılaştırmada birinci faktörle üçüncü faktörün karşılaştırılmasında faktörlerin eşit öneme sahip oldukları yönünde tercih kullanılıyorsa bu durumda bileşen değeri 1 değerini alacaktır.

Karar vericinin bu ikili karşılaştırmalarına yardımcı olmak için Saaty, iki elemanın arasındaki önem derecesini belirleyebilmek amacıyla 1–9 arasındaki tek sayılardan oluşan önem skalasını geliştirmiştir (Tablo 3.1).

¹⁰⁶ Wayne L. Winston, **Operations Research, Applications and Algorithms**, California, Duxbury Press, 3th Editions, 1994, p.800.

Tablo 3.1: Analitik Hiyerarşi Sürecinde Kullanılan Önem Skalası

Önem Derecesi	Tanım	Açıklama
1	Eşit Önemli	İki faaliyet amaca eşit düzeyde katkıda bulunur
3	Az Çok Daha Önemli	Tecrübe ve yargı bir faaliyeti diğerine çok az derece tercih ettirir
5	Kuvvetle Daha Önemli	Tecrübe ve yargı bir faaliyeti diğerine kuvvetli bir şekilde tercih ettirir
7	Çok Kuvvetle Daha Önemli	Bir faaliyet güçlü bir şekilde tercih edilir ve baskınlığı uygulamada rahatlıkla görülür
9	Kesinlikle Daha Önemli	Bir faaliyetin diğerine tercih edilmesine ilişkin kanıtlar çok büyük bir güvenilirliğe sahiptir
2,4,6,8	İki İfadenin Arasında Kalan Kararlar İçin Kullanılır	Uzlaşma gerektiğinde iki ifadenin arasında kalan kararlar için kullanılır

Kaynak : Turan Arslan, C. Jotin Khisty, “A Ration Approach to Handling Fuzzy Perceptions in Route Choice”, European Journal of Operation Research 168, Number:2, 2006, p.575.

İkili karşılaştırma matrisinin bir takım özellikleri vardır, bunlar aşağıda sıralanmışlardır;¹⁰⁷

1. Matrisin tüm elemanları pozitif sayıdır ve kare matristir,
2. Matris tam tutarlı ise $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}$ eşitliği sağlanır,
3. Matris tam tutarlı ise herhangi bir satırından matrisin diğer tüm faktörleri elde edilir,
4. n sayısının 2’li kombinasyonu kadar açılım yapılır,
5. Matrisin en büyük özdeğerine karşılık gelen özvektör, AHP matrisinde ağırlık veya göreceli önem vektörü olarak tanımlanır,
6. A matrisinin köşegenleri 1’e eittir.

¹⁰⁷ Ergün Erarsalan, Onur Algün, “The Analytic Hierarchy Process Method Approach To Design Ideal Performance Evaluation Form”, Faculty Engineering and Arch Gazi University, Vol:20, No:1, 2005, p.99.

Elemanlar arası karşılaştırmalarda geçişgenlik olmayabileceği ve tercihlerin ağırlıklarının doğrusal olarak tüm kriterler için değişmeyeceği varsayımı ile n kriterli bir ikili karşılaştırmalar matrisi ($A_{n \times n}$) oluşturulurken $n(n-1)/2$ karşılaştırma yapmak gerekmektedir.¹⁰⁸

Çiftli karşılaştırma matrisinin oluşturulmasında bir sonraki adım; matriste bulunan elemanların ağırlıklarının elde edilmesidir. Birçok durumda yakın sonuçlar elde edebilmek için Saaty, satırların geometrik ortalamalarının alınması gerektiğini yani her satırdaki n elemanı çarpıp n. kökünü alıp ve elde edilen değerler için yeni bir “ w_i ” sütunu oluşturulması gerektiğini ve oluşturulan bu yeni sütunun normalleştirilmesi gerektiğini söyler. Normalleştirme işlemi sütunun elemanlarının o sütunun toplamına bölünmesi ile yapılır. Elde edilen bu değerler her bir kriter için bulunan önem ağırlıklarıdır. Bu şekilde her kriterin 1 üzerinden önem ağırlığı ve her alternatifin de her kriterden aldığı puan, 1 üzerinden elde edilmiş olur.

Kısaca hiyerarşideki elemanlar bir üst kademedeki elemana göre görelî önemlerinin belirlenmesi için ikili olarak karşılaştırılır. Görelî önemlerin belirlenmesi için gerekli matematiksel hesaplar aslında ikili karşılaştırmalar matrisinin en büyük özvektörünün bulunmasından ibarettir. AHY metodolojisine göre karşılaştırma matrisinin özdeğer ve özvektörleri öncelik sırasını belirlemeye yardımcı olur. En büyük özdeğere karşılık gelen özvektör, öncelikleri belirlemektedir.

İkili karşılaştırma matrisinin çözümünden elde edilecek görelî önem vektörü $W=(w_1, w_2, \dots, w_n)$ ile gösterilir. Buradaki w_j değerleri öncelik veya özvektör olarak tanımlanır. Bu değerlerden W^* matrisi elde edilir.¹⁰⁹

¹⁰⁸ Vaidya, a.g.m., p.2.

¹⁰⁹ Saaty(2003), a.g.m., p.87.

$$W^* = \begin{bmatrix} w_1 / w_1 & . & . & w_1 / w_n \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ w_n / w_1 & . & . & w_n / w_n \end{bmatrix}$$

AHY'nin son aşaması karar probleminin çözümlenme aşamasıdır. Bu aşamada problemin ana hedefinin gerçekleştirilmesinde karar alternatiflerinin sıralaması olarak hizmet edecek karma öncelikler vektörü oluşturulur. Bu vektörü oluştururken her değişken için belirlenen öncelik vektörlerinin ağırlıklı ortalaması alınır. Elde edilen nihai öncelikler karar alternatif puanları olarak da adlandırılır ve karar vericinin alternatif tercihlerine ilişkin yargısal algılamaların yoğunluğunu temsil eder.

Nihai kararların kalitesi bakımından önemli bir konu, ikili karşılaştırma süreci sırasında karar verici tarafından formüle edilen yargıların tutarlılığıdır. Çünkü w hesaplarında ele alınan karşılaştırmalar için bazı tutarsızlıklar ortaya çıkabilmektedir. Uygulamada tam bir tutarlılığa ulaşmanın imkansız olması nedeniyle sorunun tutarlılık düzeyinin belirlenmesi gerekir. Karar vericinin kriterler arasında kıyaslama yaparken tutarlı davranıp davranmadığını ölçmek için Saaty tarafından ortaya atılan “tutarlılık oran” ının hesaplanması gerekir.¹¹⁰ Tutarlılık analizinde amaç sadece “A, B’den daha önemli; B’de C’den daha önemli ise, A, C’den önemlidir” şeklinde bir tutarlılığı değil, aynı zamanda “A, B’den 2 kat, B’de C’den 3 kat önemli ise, A, C’den 6 kat önemlidir” şeklinde oransal bir tutarlılığı da sağlamaktır.¹¹¹

A matrisinin tutarlı olabilmesi için gerek ve yeter şart A’nın en büyük özdeğerinin n’e (örneğin 3 boyutlu bir matriste n=3’tür) eşit olmasıdır. Diğer bir

¹¹⁰ Serpil Aytaç, Nuran Bayram, “Üniversite Gençliğinin İş ve Eş Seçimindeki Etkin Kriterlerin Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP) ile Analiz”i, İş-Güç Endüstri İlişkileri ve İnsan Kaynakları Dergisi, Cilt:3, Sayı:1, 2001

¹¹¹ Nihal Musubeyli Erginel, “Tasarım Hata Türü ve Etkileri Analizinin Etkinliği İçin Bir Model ve Uygulaması”, Endüstri Mühendisliği Dergisi, Cilt:15, Sayı:3, 2004, s.4.

ifadeyle, en büyük öz değer $\lambda_{\max}$ ise A matrisinin tutarlı olması için $\lambda_{\max} = n$ olmalıdır.¹¹²

Hesaplanan maksimum özdeğer, n'e yaklaştıkça matris daha tutarlı olur.¹¹³

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\text{ağırlıklı toplam vektörünün i. elemanı}}{\text{öncelik değerleri vektörünün i. elemanı}}$$

Özdeğerin tanımı gereği bir matrisin özdeğerlerinin toplamı o matrisin izine, yani köşegenleri üzerindeki elemanların toplamına eşittir. A matrisinde iz n'dir ve tutarlı bir A matrisinin en büyük özdeğerinin n'e eşit olduğu belirlenebilir. Aşağıdaki orantı ile hesaplanan tutarlılık indeksinin (CI), Tablo 3.2'de tesadüflük göstergesine (RI) bölünmesiyle tutarlılık oranına(CR) ulaşılmış olacaktır.¹¹⁴

$$CI = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$$

$$CR = \frac{CI}{RI}$$

Tablo 3.2: A Matrisinin n Değerine Karşılık Gelen Tesadüflük Göstergeleri

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0.0	0.0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.51

Kaynak: Wayne L. Winston, Operations Research, Applications and Algorithms, Duxbury Press, 3th Editions, 1994, p.802.

Tutarlılık oranı her ikili karşılaştırma matrisi için hesaplanır. Saaty, tutarlılık oranının üst limitini %10 olarak önermiştir. %10'un üstündeki bir tutarlılık oranı için yargılar tutarsız kabul edileceğinden yargıların kalitesi iyileştirilmelidir. Böyle bir

¹¹² Saaty(2003), a.g.m., p.87.

¹¹³ Winston, **a.g.e.**, p.802.

¹¹⁴ Changwon Lee, "An Integrated Multicriteria Decision-Making Model For Resource Allocation In a Health-Care System", Unpublished Ph. D. Dissertation, St. Louis University, 1997, p. 101.

durumda yargıların gözden geçirilmesi veya problemin daha doğru bir biçimde tekrar kurulup, sürecin baştan ele alınması gerekmektedir.¹¹⁵

AHY, düşünce ve yargıda tutarlılığı göz önünde bulundurmayı gerektirir. Örneğin; i, j'den zayıf derecede önemli ise ve j de k'dan zayıf derecede önemli ise, uyumlu bir tercihte bulunabilmek için i'nin k'ya tercih edilmesi gerekmektedir.¹¹⁶

Bu şekilde karşılaştırmalara dayalı bir değerlendirme sırasında mükemmel bir tutarlılığa erişmek hemen hemen imkânsızdır. Bir karar modelinin etkinliği incelenirken modelin kullanımı sonucunda verilen kararın tutarsızlığının ilgili sorun açısından ne denli kötü olduğu araştırılmalıdır. AHY, incelenen sorun için tutarlılık varsayımından çok sayısal olarak sapma derecesi ile ilgilenir. Sayısal tutarlılık için bu gibi durumlarda kurulan hiyerarşik modelin ikili karşılaştırmalar matrislerine ait tutarsızlık oranlarının %10'dan büyük olmaması gerekmektedir.

Dikkat edilmesi gereken diğer bir özellik ise o düzeyle ilgili tüm öğelerin hiyerarşiye dahil edilmesi ve aynı düzeydeki öğelerin birbirinden bağımsız olmaları gerekliliğidir. Eğer öğeler arasında karşılıklı ilişkiler varsa birbirleriyle birleştirilmeli veya bir tanesi devre dışı bırakılmalıdır.

3.1.1.1. Modelin Kurulması

Modelin çözümlenmesi yukarıda anlatıldığı gibi dört aşamada tamamlanmaktadır. Bu aşamalar şu şekilde özetlenebilir;¹¹⁷

¹¹⁵ Winston, a.g.e., p.802.

¹¹⁶ Mehpere Timor, **Yöneylem Araştırması ve İşletmecilik Uygulamaları**, İşletme Fakültesi Yayın No: 280, İstanbul, 2001, s.228.

¹¹⁷ Vaidya, a.g.m., p.2.

1. Karar verme problemi tanımlanır.

2. Faktörler arası karşılaştırma matrisi oluşturulur.

$$A = [a_{ij}]_{n \times n} \quad i=1,2,3,\dots,n \\ j=1,2,3,\dots,n$$

3. Faktörlerin yüzde önem dağılımları belirlenir.

$$B_i = [b_{ij}]_{n \times 1} \quad i=1,2,3,\dots,n$$

$$b_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}}$$

$$C = [c_{ij}]_{n \times n} \quad i=1,2,3,\dots,n$$

$$w_i = \frac{\sum_{j=1}^n c_{ij}}{n} \quad W = [w_i]_{n \times 1}$$

4. Faktör Kıyaslamalarındaki tutarlılık ölçülür.

$$D = [a_{ij}]_{n \times n} \times [w_i]_{n \times 1} = [d_i]_{n \times 1}$$

$$E_i = \frac{d_i}{w_i} \quad i=1,2,3,\dots,n$$

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i \quad CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad CR = \frac{CI}{RI}$$

CI: Tutarlılık İndeksi

RI: Tesadüfilik Göstergesi

CR: Tutarlılık Oranı

CR değerinin 0.10'dan küçük olması; karar vericinin yaptığı karşılaştırmaların tutarlı olduğunu gösterir. Büyük olması; AHY'deki bir hesaplama hatasını ya da karar vericinin karşılaştırmalarındaki tutarsızlığını gösterir. AHY, nitel ve nicel değerlerin beraberce kullanılarak tek bir sonuçla ifade edilme imkânını sunar ve karışık problemlere etkin çözümler bulur.

AHY, karar almada sık kullanılan bir yöntemdir. 1-9 arasındaki tercih derecelendirmeleri kullanıldığı için bazı sakıncaları olduğu iddia edilmiş olmasına rağmen yöntem, karar vericiye probleme ait unsurları analiz etme, kıyaslama, sonuçta ağırlıklarına göre sıralama ve yargılama seçeneği sunmaktadır.¹¹⁸

3.1.1.2. AHY'nin Kısıtları ve Katkıları

AHY teorik ve uygulamaya yönelik bazı eleştirilere, yöntemin karşısında ve yanında olanların tartışmalarına neden olmuştur.

AHY'nin Kısıtları;

- Sıra değiştirme (rank reversal), AHY'nin uygulamasında dikkat edilmesi gereken bir konudur. Yöntemi eleştirenler; herhangi bir karar alternatifini değerlendirme dışı bırakıldığında ya da yeni bir karar alternatifinin değerlendirmeye alınması durumunda, karar alternatifleri sıralamasının değişmesini dezavantaj olarak görmektedirler. Sıra değiştirme durumunun geçerliliği konusunda literatürdeki tartışmalar devam etmektedir.
- Nominal ölçekte alınan bilginin oran ölçeği olarak kullanılması da diğer bir dezavantajdır. Örneğin ikili karşılaştırmalar matrisi oluşturulurken a' 'yı b' 'ye "fazla tercih etme" durumunda 5 kullanılacak, ancak sanki $w_a/w_b=5$ gibi işlem yapılacaktır.

¹¹⁸ Timor, a.g.e., s.228.

- Modelleme sürecinin sübjektif doğası, AHY'nin bir kısıtı olarak görülmektedir. Bu, metodolojinin “kesinlikle doğru” kararları garanti edemeyeceği anlamına gelmektedir.
- Bir karar hiyerarşisindeki kademe sayısı arttıkça ikili karşılaştırma sayısı da artar. Bu durum, AHY modelini kurmak için daha fazla zaman ve çabayı gerektirir.

AHY'nin Katkıları;¹¹⁹

- AHY, karar vericinin hedefe ilişkin tercihlerini doğru bir şekilde belirlemesine olanak veren uygulaması kolay bir karar verme metodolojisi sağlar.
- Karmaşık problemleri basitleştiren bir yapısı vardır.
- Karar vericilerin karar problemlerinin tanımı ve unsurlarına ilişkin anlayışlarını arttırır.
- Bir karar problemine ilişkin hem objektif hem sübjektif düşüncelerle, hem nitel hem de nicel bilgilerin karar sürecine dahil edilmesine olanak verir.
- Karar vericinin duyarlılık analizi yaparak nihai kararın esnekliğini analiz etmesi mümkündür.
- Karar vericinin yargılarının tutarlılık derecesini ölçmesine imkân verir.
- Grup kararlarında kullanımı uygundur.

¹¹⁹ Kuruüzüm, a.g.m., s.93.

3.1.2. TOPSIS Yöntemi

TOPSIS yöntemi çok nitelikli karar verme yöntemlerinden bir tanesidir. Adını “Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution”nın kısaltılmış halinden almıştır. Yöntem kullanılarak alternatif seçeneklerin belirli kriterler doğrultusunda ve kriterlerin alabileceği maksimum ve minimum değerler arasında ideal duruma göre karşılaştırılması yapılabilmektedir.

TOPSIS çok nitelikli problemleri çözebilmek için, ilk olarak Hwang ve Yoon tarafından geliştirilmiştir. Topsis’in mantığı ideal ve negatif ideal çözümü bulmak ve arasından seçim yapılacak olan alternatiflerin hem ideal çözüme olan yakınlığını hem de negatif ideal çözüme olan yakınlığını aynı anda değerlendirmektir.¹²⁰ İdeal çözüm, yüksek olmasını istediğimiz değerleri maksimum ve düşük olmasını istediğimiz değerleri minimum yapan alternatiftir.¹²¹ Negatif ideal çözüm ise en kötü çözümdür. Başka bir deyişle, negatif ideal çözüm yüksek olmasını istediğimiz değerleri minimum, düşük olmasını istediğimiz değerleri maksimum yapan alternatiftir. Negatif ideal çözüm en az tercih edilen alternatiftir.¹²²

Hwang ve Yoon (1981) TOPSIS yöntemini çözüm alternatifinin pozitif-ideal çözüme en kısa mesafe ve negatif-ideal çözüme en uzak mesafe düşüncesine göre oluşturmuşlardır. Daha sonraları bu düşünce Zeleny (1982) ve Hall (1989) tarafından da uygulanmış ve Yoon (1987) ve Hwang, Lai ve Liu (1993) tarafından geliştirilmiştir.

¹²⁰ Lai and Hwang, **a.g.e.**, p.7.

¹²¹ Evangelos Triantaphyllou, **Multi-Decision Making Methods: A Comparative Study**, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2000, p.20.

¹²² **A.e.**

Pozitif-ideal ve Negatif-ideal Çözümler

İdeal çözüm, tüm kriterler göz önüne alındığında seçilen alternatifin bu kriterleri ideal seviyelerde yerine getirmesidir. Bununla birlikte ideal çözüm uygulanamaz veya ulaşılamaz olabilir. Bu durumda yapılması gereken ideale en yakın noktanın seçilmesidir. Coombs aynı zamanda her alternatifin ideal kriter seviyesinin olduğunu ve olası alternatifin bu noktadan uzaklaştıkça karar vericiye olan faydasının da azaldığını ifade etmiştir. İdeal nokta o andaki limitlere, teknolojik veya mali sınırlılıklara göre değişebilmektedir.

Pozitif-ideal çözüm :¹²³

$$A^* = (x_1^*, \dots, x_j^*, \dots, x_n^*)$$

x_j^* değeri tüm alternatifler arasında j 'inci kriter için en iyi değerdir.

Negatif-ideal çözüm:¹²⁴

$$A^- = (x_1^-, \dots, x_j^-, \dots, x_n^-)$$

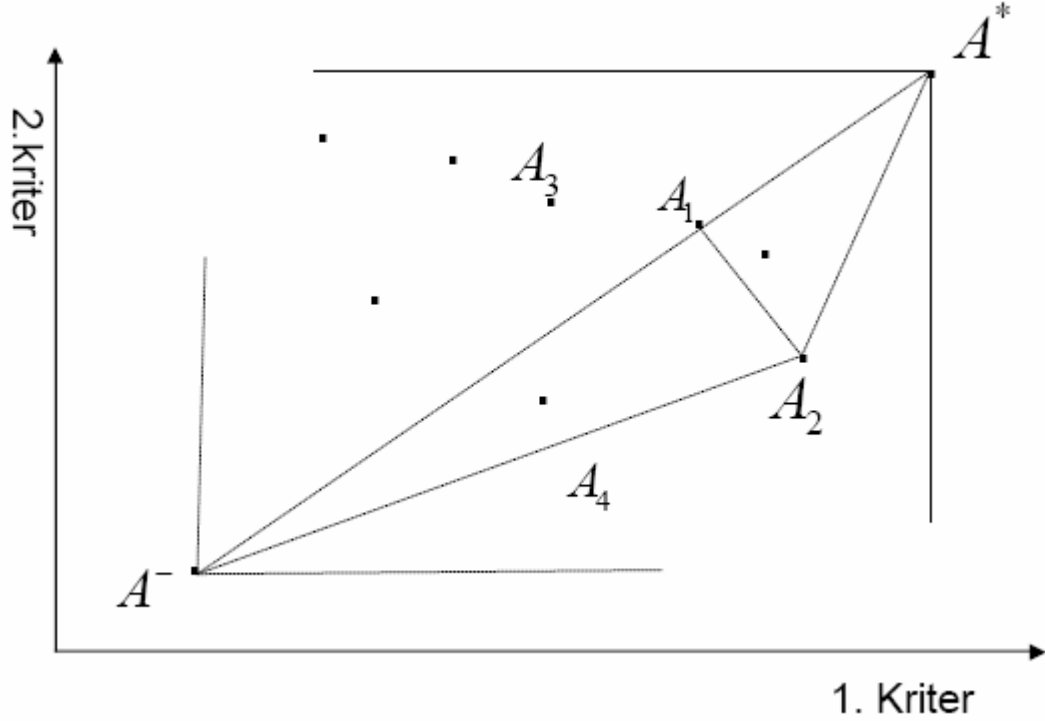
x_j^- değeri tüm alternatifler arasında j 'inci kriter için en kötü değerdir.

Pozitif-ideal çözüme en yakın çözüm, negatif-ideal çözüme en uzak çözüm ile aynı olur. Genelde bu ikisi aynı nokta olmayabilir. Örneğin; Şekil 3.2 A_1 ve A_2 gibi iki alternatifi göz önüne alırsak A_1 , A^* 'ye en yakın noktadır, fakat A_2 ise aynı zamanda A^- den en uzak noktadır.

¹²³ Lai and Hwang , a.g.e., p.28.

¹²⁴ A.g.e., p.29.

Burada A^* değeri pozitif ideal çözüm, A^- değeri negatif ideal çözümdür. A_1 , A_2 , A_3 , A_4 ve diğer noktalar ise herhangi bir çözümdür ve A^* 'dan daha büyük, A^- 'dan daha düşük değerlere sahip çözümler mevcut değildir.



Şekil 3.2: İki Boyutlu Uzayda Pozitif- İdeal ve Negatif- İdeal Çözümler Kümesi

Kaynak: Joel P. Franklin, “The Prioritization Of Mobility Improvements Using A Multicriteria Prioritization Algorithm”, (Çevrimiçi) <http://www.oregon.gov>, 24.06.2007.

TOPSIS yöntemi, pozitif-ideal çözüme benzerlik (veya göreceli yakınlık) indeksi olarak tanımlanır. Buna göre pozitif- ideal çözüme en yakın nokta veya negatif-ideal çözüme en uzak noktanın kombinasyonudur.¹²⁵ Daha sonra ideale en benzer alternatif seçilir. TOPSIS yönteminde her kriterin tekdüze azalan veya artan bir faydası vardır.

¹²⁵ Chen-Thung Chen, “Extensions Of The TOPSIS For Group Decision-Making Under Fuzzy Environment”, Fuzzy Sets and Systems 114, 2000, p.2.

TOPSIS analizinde hangi kriterlerin kullanılacağını belirleme, yeni kriterler ekleme/silme ve kriterlerin ağırlıklarını değiştirme mümkündür. Bu analizde TOPSİS sonucu, C sütununda belirtilerek ve alternatifler C değerlerinin büyükten küçüğe doğru değişimine göre sıralanmaktadır.

TOPSIS yönteminde aşağıdaki adımlar izlenir;

1. Adım: Karar Matrisinin Oluşturulması¹²⁶

		Özellikler					
		C ₁	C ₂	C ₃			C _n
alternatifler	A ₁	x ₁₁	x ₁₂	x ₁₃			x _{1n}
	A ₂	x ₂₁	x ₂₂	x ₂₃			x _{2n}
	A ₃	x ₃₁	x ₃₂	x ₃₃			x _{3n}
	.	.	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.	.	.
	A _m	x _{m1}	x _{m2}	x _{m3}			x _{mn}

Burada;

A₁, A₂, ..., A_m Karar vericinin seçim yapacağı alternatifleri

C₁, C₂, ..., C_n Karşılaştırılacak özellikleri

m Alternatif sayısını

n Kriter sayısını göstermektedir.

¹²⁶ A.g.m., p.1.

$$X = [X_{ij}] = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

x_{ij} i. alternatifin j. kritere karşı gösterdiği özelliktir.

2. Adım: Karar Matrisinin Normalizasyonu; Karar matrisindeki kriterlere ait puan veya özelliklerin kareleri toplamının karekökü alınarak matris normalize edilir.¹²⁷

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}$$

3. Adım: Kriterlerin Göreceli Önemlerinin Bulunması; Kriterlerin göreceli önemleri 10 puan ölçeğine göre uzmanlar tarafından belirlenerek normalize edilir ve w_{ij} değerleri bulunur. w_j j'inci kriterin ağırlığıdır.¹²⁸

$$W = [w_{ij}] = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_n]$$

4. Adım: V Matrisinin Oluşturulması; W matrisi ile R matrisi birleştirilerek V ağırlıklandırılmış matris oluşturulur. $v_{ij} = w_i \cdot r_{ij}$ ¹²⁹

¹²⁷ Hsu-Shih Shih, Huan-Jyh Shyur, E.Stanley Lee, "An extension of TOPSIS For Group decision Making", Mathematical and Computer Modelling 45, 2007, p. 806.

¹²⁸ Chen-Thung Chen, a.g.m., p.1.

¹²⁹ Fred S.Azar, **Multiattribute Decision-Making: Use of Three Scoring Methods to Compare the Performance of Imaging Techniques for Breast Cancer Detection**, University of Pennsylvania Department of Computer and Information Science Technical Report No:MS-CIS-00-10, 2000, p.10.

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ v_{m1} & v_{m2} & \dots & v_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1^* f_{11}^* & w_2^* f_{12}^* & \dots & w_n^* f_{1n}^* \\ w_1^* f_{21}^* & w_2^* f_{22}^* & \dots & w_n^* f_{2n}^* \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ w_1^* f_{m1}^* & w_2^* f_{m2}^* & \dots & w_n^* f_{mn}^* \end{bmatrix}$$

5. Adım: Pozitif-İdeal ve Negatif-İdeal Çözümlerin Bulunması; Ağırlıklı normal değerlere göre A^* ve A^- değerleri hesaplanır.¹³⁰

$$A^* = \left\{ \left(\max_i v_{ij} \mid j \in J \right) \left(\min_i v_{ij} \mid j \in J' \right) \mid i = 1, 2, \dots, m \right\}$$

$$= \{v_1^*, v_2^*, \dots, v_j^*, \dots, v_n^*\}$$

$$A^- = \left\{ \left(\min_i v_{ij} \mid j \in J \right) \left(\max_i v_{ij} \mid j \in J' \right) \mid i = 1, 2, \dots, m \right\}$$

$$= \{v_1^-, v_2^-, \dots, v_j^-, \dots, v_n^-\}$$

J= fayda kriteri seti

J' = maliyet kriteri setidir.

6. Adım: Alternatiflerin Pozitif İdeal ve Negatif İdeal Çözüme Uzaklıklarının Hesaplanması; Alternatifler arasındaki mesafe ölçülür.¹³¹

Her alternatifin pozitif- ideal çözümden olan mesafesi şu şekilde hesaplanır.

¹³⁰ Hsu-Shih Shih, a.g.m., p.806.

¹³¹ Fred S.Azar, a.g.e., p.10.

$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2}, i = 1, \dots, m$$

Aynı şekilde negatif- ideal çözümden olan mesafelerde hesaplanır.

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2}, i = 1, \dots, m$$

S_i^+ : i. alternatiflerin pozitif ideal çözüme uzaklıklarını

S_i^- : i. alternatiflerin negatif ideal çözüme uzaklıklarını göstermektedir.

7. Adım: Bağlı Uzaklığın Hesaplanması;¹³²

$$C_i^* = \frac{S_i^-}{(S_i^+ - S_i^-)} \quad 0 \leq C_i^* \leq 1$$

8. Adım: Tercih Yapılması; C_i^* değerlerine göre maksimum C_i^* den başlanarak sıralama yapılır.

TOPSIS yöntemiyle, incelenen firmaların oranlarının matematiksel olarak tek bir puana dönüştürülerek genel bir şekilde ifade edilebilmesi sağlanır. Böylece yapılan değerlendirme ve analizlerin sonuçları rakamsal olarak ifade edilerek daha somut bir hale getirilebilmektedir.

¹³² A.g.e.

3.1.3. ELECTRE Yöntemi

ELECTRE yöntemi 1960'lı yılların sonunda Bernard Roy tarafından, karar vermede kullanılan mevcut çözüm metodlarının noksanlıklarına bir cevap olarak ortaya atılmıştır. Roy'a göre Electre, çözüm yöntemi olmaktan çok daha ileridir, çözüme yardım eden bir felsefedir.¹³³ ELECTRE yöntemi daha sonra Nijkamp ve Van Delft (1976) ve Voogd (1983) tarafından geliştirilmiştir.

Yöntem “Elimination et Choix Traduisant la Realite”nin kısaltılarak kullanılmasından ismini alır. Bu yöntemde, alternatifler tercih sıralamasına göre birbirleriyle kıyaslanarak seçim yapılması temeline oturtulmuştur. ELECTRE yönteminde altı çizilmesi gereken iki önemli kavram vardır; eşik değerleri ve belirli bir seviyenin üstünde olmak.¹³⁴

Seçeneklerin birbirlerine göre üstünlüklerini dikkate alan “Üstünlüğe Dayalı” yaklaşımların en temeli olan ELECTRE yöntemi, seçeneklerin birbirlerine göre iyi olma derecesinin belirli bir seviyenin üstünde olmasını ve buna bağlı olarak aksi yöndeki değerin de belirli bir seviyenin üstünde olmamasını sorgular.¹³⁵

Bu yöntem sayesinde karar verici çok sayıda nicel ve nitel kriteri karar verme sürecine dâhil edebilmekte, kriterleri amaçları doğrultusunda ağırlıklandırabilmekte, kriterlerin verimlilik ölçülerinin büyüklüklerini seçebilmekte ve ağırlıklarını toplayarak en uygun alternatifi belirleyebilmektedir.

¹³³ John Buchanan, Phil Sheppard, “Ranking Project Using the ELECTRE Method”, (Çevrimiçi) <http://www.orsnz.org.nz/conf33/papers/p58.pdf>, p.4.

¹³⁴ A.g.m.

¹³⁵ Ömer Faruk Eryürek, Mehmet Tanyaş, “Hata Türü Ve Etkileri Analizi Yönteminde Maliyet Odaklı Yeni Bir Karar Verme Yaklaşımı”, İTÜ Dergisi/d Mühendislik, Cilt:2, Sayı:6, Aralık 2003, s.38.

ELECTRE yöntemine göre karar verme sürecinde; tekniğin gereği olarak bir başlangıç tablosundan hareket edilir. Bu tabloda, sütunlar alternatiflere, satırlar ise kriterlere ayrılır. Diğer yandan her kritere, diğerlerine nazaran taşıdığı önemi belli edecek şekilde ağırlık verilir. İkinci aşamada; alternatiflerin karşılaştırmasına olanak veren uyumluluk ve uyumsuzluk matrisleri oluşturulur, uyum ve uyumsuzluk eşikleri belirlenir. Üçüncü aşamada; uyumluluk ve uyumsuzluk matrisleri için belirlenen eşik değerlerine göre bu iki tablo nihai değerlendirme tablosunda birleştirilir ve seçenekler arasındaki üstünlük ilişkilerinin kullanılması ile uygun seçenekler karar vericiye sunulur.

Bu yöntem, alternatifler tercih sıralamasına göre birbiriyle kıyaslanarak seçim yapılması temeline oturtulmuştur. Kıyas yapılabilmesi için çiftli karşılaştırmalar kurulur;¹³⁶

A alternatifler seti olsun, $(a,b) \in A$ ise

aPb a b'ye tercih edilir $g(a) > g(b)$

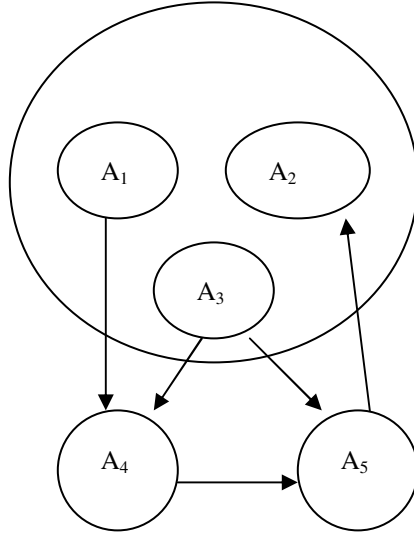
aIb a ve b'nin önem dereceleri eşittir $g(a) = g(b)$

aJb a b ile kıyaslanamaz

Seçim için tüm alternatifler birbirleriyle kıyaslanmalıdır. Tüm alternatifler aynı öneme sahiptir. ELECTRE ile seçilen alternatifler bir çekirdek oluştururlar. Çekirdek şu durumlara göre oluşturulur;

1. Çekirdeğin içindeki bir nokta (alternatif), çekirdeğin içinde bulunan diğer bir noktaya (alternatife) göre daha baskın değildir.
2. Çekirdeğin dışında bulunan bir nokta (alternatif), tercih sıralamasında çekirdeğin içindeki en az bir noktanın daha gerisindedir.

¹³⁶ Buchanan, a.g.m. p.4.



Şekil 3.3: Çekirdek (Kernel) Diyagramı

Şekil 3.3'deki diyagrama göre çekirdek alternatifler arasında yapılan kıyaslamalar şu şekildedir; $(A_1 \rightarrow A_4)$, $(A_3 \rightarrow A_4)$, $(A_3 \rightarrow A_5)$, $(A_4 \rightarrow A_5)$, $(A_5 \rightarrow A_2)$. Hiç ok saplanmamış alternatif baskın olan alternatiftir ve alternatifler arasından baskın olan seçilir.¹³⁷

ELECTRE yönteminde kıyaslamalar alternatifi değerlendirecek olan vektöre zemin oluştururlar, kıyaslamaların yapılabilmesi için, uyum ve uyumsuzluk indekslerinin hesaplanması ve daha sonra da çekirdek oluşturulacak alternatiflerin seçilmesi gerekir.¹³⁸

¹³⁷ A.S.Milani, A.Shanian, C.El-Lahham, "Using Different ELECTRE Methods In Strategic Planning In the Presence of Human Behavioral Resistance", Journal Of Applied Mathematics and Decision Sciences, Article ID:10936, 2006, p. 3.

¹³⁸ Vincent Mousseau, Luis Dias, "Valued Outranking Relations In ELECTRE Providing Manageable Disaggregation Procedures", European Journal of Operational Research No:156, 2004, p.467.

ELECTRE yöntemi şu adımları kapsar;

1. **Adım:** Uygun alternatifler kümesi belirlenerek karar matrisi oluşturulur.
2. **Adım:** $r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}$ formülü kullanılarak vektör normalizasyonu uygulanır.
3. **Adım:** $v_{ij} = w_i . r_{ij}$ formülü kullanılarak ağırlıklandırılmış matris oluşturulur.
4. **Adım:** İkili alternatif kıyaslaması için kriterler uyum ve uyumsuzluk olarak iki ayrı sete ayrılır.¹³⁹

Uyum seti; $J_{pq}^+ = \{ j \mid v_{pj} \geq v_{qj} \}$, $p, q=1,2,\dots,m$ ve $p \neq q$, çünkü alternatifler kendileriyle kıyas yapılamazlar.

Uyumsuzluk seti; $J_{pq}^- = \{ j \mid v_{pj} < v_{qj} \}$

Uyum setinde A_p alternatifi A_q alternatifine tercih edilir. A_p, A_q 'dan daha kötü bir alternatif ise uyumsuzluk seti oluşturulur.

Seçeneklerin birbirlerine göre uyumluluk göstergesini hesaplamak için, uyum indeksleri oluşturulur. A_p alternatifinin A_q alternatifinden daha iyi veya aynı performans değerine sahip olduğu ölçütlerin ağırlık toplamı, tüm ölçütlerin ağırlık toplamına bölünür¹⁴⁰;

$$C_{pq} = \frac{\sum_{j \in J_{pq}^+} w_j}{\sum_{j=1}^n w_j} \quad (0 \leq C_{pq} \leq 1)$$

¹³⁹ Milani, a.g.m., p.4.

¹⁴⁰ Malczewski, a.g.e., p.228.

A_p alternatifi A_q alternatifinden daha kötü bir alternatif ise uyumsuzluk indeksi hesaplanır.¹⁴¹ A_q seçeneğinin en az bir ölçüte göre A_p seçeneğinden daha iyi bir performans değerine sahip olması durumunda sıfırdan farklı bir değer alır.

$$D_{pq} = \frac{\max_{j \in j_{pq}^-} |w_j (v_{pj} - v_{qj})|}{\max_{j \in \{1,2,\dots,n\}} |w_j (v_{pj} - v_{qj})|} \quad 0 \leq D_{pq} \leq 1$$

A_p alternatifinin A_q alternatifine ne kadar baskın olduğu; uyum indeksinde C_{pq} 'nun ne kadar büyük olduğu ve uyumsuzluk indeksinde D_{pq} 'nun ne kadar düşük olduğuyla tespit edilir. $\bar{C}$ ve $\bar{D}$, C_{pq} ve D_{pq} değerlerinin ortalamaları olmak üzere, $C_{pq} \geq \bar{C}$ ve $D_{pq} < \bar{D}$ ise A_p alternatifi A_q alternatifine tercih edilir.

Ancak Von Delf ve Nijkamp 1976 yılında yazdıkları makalelerinde, alternatiflerin birbirlerine göre baskınlıklarının tespitinde, $\bar{C}$ ve $\bar{D}$ değerlerinin kullanılması yerine “net uyum indeksi” ve “net uyumsuzluk indeksi” hesaplanmasını önermişlerdir.¹⁴²

$$\text{Net uyum indeksi; } C_p = \sum_{k=1, k \neq p}^m (C_{pk} - C_{kp}) \quad p=1,2,\dots,m$$

$$\text{Net uyumsuzluk indeksi; } D_p = \sum_{k=1, k \neq p}^m (D_{pk} - D_{kp}) \quad p=1,2,\dots,m$$

Net uyum indeksi; değeri maksimum, net uyumsuzluk indeksi ise değeri minimum olan alternatif çözüm kümelerini oluşturmaktadırlar. Hesaplanan değerler en iyiden en kötüye sıralanır ve net uyum indeksi en yüksek, net uyumsuzluk indeksi en düşük olan değerler seçilir.

¹⁴¹Milani, a.g.m., p.4.

¹⁴²A.g.m., p.5.

ELECTRE metodu Avrupa’da daha çok kullanılmaktadır. Özellikle, nükleer atıkları imha etmek için yer seçiminde, su kaynakları planlamasında, atık su veya katı atık sorunu gibi çevre mühendisliği ile ilgili projelerde uygulanmaktadır.¹⁴³

3.2. Çok Amaçlı Karar Verme

Yöneylem araştırması tekniklerinden doğrusal programlama yöntemi kullanılarak, belirli kısıtlayıcı koşullar altında tek bir amaç optimize edilebilmeye çalışılır. Doğrusal programlama tekniğinin kullanıldığı çalışmaların çoğu çeşitli plan kısıtlamasına maruz kalmış tek bir hedefin minimizasyonuna ya da maksimizasyonuna odaklanmıştır.

Doğrusal programlama tekniği ile tek hedefli bir model kurarak çok hedefli bir problem çözmeye çalışılırsa, hedeflerden yalnızca bir tanesinin seçilmesi diğer hedeflerin ise model dışında bırakılması gerekmektedir. Çok hedefli bir problemi tek hedefli bir probleme dönüştürme işleminde karşılaşılan en büyük problem, hedeflerin kendi nispi önemlerini yansıtan kendilerine has ağırlıklar verilmesidir. Verilen ağırlıklar araştırmayı yapan kişilerin görüşlerine göre değişmektedir.

Ancak günlük yaşamda karşılaşılan sorunların tek bir amaç ile ifade edilebilmesi mümkün olamayacağından, bu tür sorunların çözümü için çok amaçlı karar verme modelleri geliştirilmiştir. Tek amaçlı optimizasyon tekniklerinin en önemli varsayımlarından biri, çözüme kavuşturulacak sistemin tek bir probleminin bulunduğu ve bunun bir amaç fonksiyonu biçiminde ifade edilerek optimuma ulaştırılması gerektiğidir. Gerçekte basit düzeydeki bir sistemin bile birbiriyle eşanlı değişen, birbiriyle çelişen veya birbirinden etkilenen birden fazla hedefi olabilir ve bunların

¹⁴³ Xiaoting Wang, Evangelos Triantaphyllou “Ranking Irregularities When Evaluating Alternatives by Using Some ELECTRE Methods”, Omega 36, 2008, p.47.

tümünü birden optimize edecek bir çözümler kümesi istenebilir. Bu optimum çözümler kümesi, her bir hedefin tek amaçlı optimizasyonla elde edilecek çözümler kümesiyle aynı değildir. Çok amaçlı karar modellerinde, birbirleriyle çelişen birden çok amaç, belirli koşullar altında optimize edilmeye çalışılır. Çok amaçlı karar verme problemlerinde birbiri ile çelişen amaçlar vardır ve bazı durumlarda işletmeler için bazı amaçlar diğer amaçlara göre daha önemli bir öncelikte olabilir.

İşin içine karmaşık hedefler girdiği zaman, problemin çözümünde doğrusal programlama yöntemi yetersiz kalmaktadır. Bu noktadan itibaren karar problemlerini çözmede Hedef Programlama Yönteminden yararlanılmaya başlanır.

Çok amaçlı karar verme teknikleri içinde yaygın olarak kullanılan hedef programlamada her bir amacın, göz önünde bulundurulmuş kısıtlar altında istenilen hedeflere ulaşılması istenir.¹⁴⁴

3.2.1. Hedef Programlamanın Tanımı ve Gelişimi

Karar problemleri amaç sayısına göre “tek amaçlı” ve “çok amaçlı” olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Tek amaçlı problemler, tek bir amaç fonksiyonunun optimizasyonu ile karakterize edilebilirler. Gerçek hayat problemlerinde optimize edilmek istenen amaç fonksiyonu sayısı genellikle birden fazladır. Bu gibi durumlarda, genellikle en önemli görünen amaç öncelikle dikkate alınır diğer amaçlar probleme ya kısıt olarak eklenir ya da başka bir optimizasyon problemi olarak değerlendirilir. Bir başka yaklaşım ise, çok sayıdaki amacın tek bir amaca dönüştürülmesidir. Bu yaklaşım, birbiriyle çelişen amaçların zorlamayla tek bir amaca dönüştürülmesi yönüyle eleştirilmektedir. Birbiriyle çelişen amaçların aynı ölçekte değerlendirilmesi, dolayısıyla tek bir amaç fonksiyonu olarak ele alınması oldukça zordur. Ayrıca, gerçek hayat

¹⁴⁴ Mehrdad Tamiz, **Multi-Objective Programming and Goal Programming**, Berlin, Springer, (1996a), p.199.

problemlerinde bu her zaman gerçekleştirilemeyebilir. Problemde çelişen amaçlar aynı ölçekte değerlendirilmiş olsalar da, çelişen bu amaçları optimum kılan tek bir çözümün bulunması olanaksız olabileceği gibi bulunan çözüm uygun olmayabilir.¹⁴⁵ Böyle durumlarda her amacın önem derecesini temel alan uzlaşık çözümler bulunabilir.¹⁴⁶

Hedef programlama, çok önemli ve etkili bir çok amaçlı karar verme tekniğidir.¹⁴⁷ Standart hedef programlama formülasyonunda, hedefler ve kısıtlar kesin olarak tanımlanmışlardır.¹⁴⁸ Aslında bir karar verici için, her bir amaç fonksiyonuna hangi erişimlerin gerekli olduğunu ortaya çıkarmak zor bir iştir.¹⁴⁹

Hedef programlamada ana düşünce, orijinali çok amaçlı olan problemi tek amaçlı probleme dönüştürmektir.¹⁵⁰ Hedef programlama modelinde belirlenen hedeflerin hepsi modele dahil edilir. Çözüm sonucu belirlenen hedeflerden herhangi bir sapma olup olmadığı belirlenir. Eğer belirlenen hedeflerden bir sapma oluşmuşsa, eldeki kısıtlara uygun olarak bu sapmalar minimize edilmeye çalışılır. Böylece belirli kısıtlar altında, amaçları sağlayan en uygun çözüm belirlenir.

Hedef Programlama; 1960'lı yılların başında Charnes ve Cooper'ın ortaya koyduğu ve karar problemlerinin modellenmesine çok ciddi boyut getiren bir teknik olup, amacın optimizasyonu yerine, uygun çözümler arasında en iyisinin bulunmasına

¹⁴⁵ Nalân Cinemre, **Yöneylem Araştırması**, Beta yayınları, İkinci Baskı, İstanbul, 2004, s.325.

¹⁴⁶ Alp Ş. Baray, ve Şakir Esnaf, **Yöneylem Araştırması** (Hamdy A.. Taha, Operation Research An Introduction 6. Basımdan Çeviri), Literatür Yayınları, Birinci Baskı, İstanbul, 2000, s.343.

¹⁴⁷ Rafael Caballero, Lourdes Rey, Francisco Ruiz, "Lexicographic Improvement of The Target Values in Convex Goal Programming", European Journal of Operation Research, No:107, 1998, p.644.

¹⁴⁸ Shao-Yuan Li, Tao Zou, Yi-Peng Yang "Finding The Fuzzy Satisfying Solutions to Constrained Optimal Control Systems and Application to Robot Path Planning", International Journal of General Systems, Vol:33(2-3), 2004, p.328.

¹⁴⁹ Jaroslav Ramik, "Fuzzy Goals and Fuzzy Alternatives in Goal Programming Problems", Fuzzy Sets and Systems, No:111, 2000, p.81.

¹⁵⁰ Baray, a.g.e., s.343.

destek vermektedir. Hedef programlamanın gücü, onun hedef bir değer hakkında çift yönlü tercihler şeklinde kullanılmasında yatar.¹⁵¹

Hedef programlama, doğrusal programlama ve tamsayılı programlama varsayımları ve algoritmalarına¹⁵² ek olarak birden çok amacın birlikte gerçekleşmesi ve doyum şartlarını araştırır.¹⁵³ Bu orijinal yapısı ile Hedef Programlama, 1961 ile 1995 yılları arasında, Charnes – Cooper¹⁵⁴, Zanakis – Gupta, Romero ve Schniederjans tarafından yapılan çok başarılı çalışmalar ve yayınlar ile birçok karar problemine uygulanmış¹⁵⁵, makul çözümler geliştirilmiştir. Bu alanda çalışan aktif araştırmacılar, uluslararası toplantılar ve konferanslar organize ederek, geliştirdikleri teorik ve uygulamalı sonuçları tüm dünyaya duyurma fırsatı elde etmişlerdir.

1965 yılında Ijiri tarafından “genelleştirilmiş ters alma tekniği” ile çözüm elde edilebilen daha kullanışlı bir hale getirilmiş, 1968 yılında da Contini hedef programlamayı belirsizlik durumlarına, Jaaskelainen ise toplu üretim planlamasına uyarlamıştır. Daha sonraları hedef programlama akademik, finans, işletme yönetimi, medya gibi bir çok değişik dalda uygulama alanı bulmuştur. Bunların çoğu Sang Lee’nin “Goal Programming for Decision Analysis” isimli kitabı ve Lee ve Jaaskelainen’in geliştirdiği bilgisayar programları sayesinde gerçekleştirilmiştir.¹⁵⁶

Uluslararası Çok Amaçlı Programlama – Hedef Programlama konferanslar serisi ilk defa Prof Tamiz tarafından 1994 yılında İngiltere deki Portsmouth Üniversitesi’nde

¹⁵¹ Aniela Maria, Christopher A. Mattson, Amir Ismail-Yahaya And Achille Messac, “Linear Physical Programming For Production Planning Optimization”, Engineering Optimization, , Vol. 35(1), 2003, p.22.

¹⁵² Malczewski, **a.g.e.**, p.242.

¹⁵³ Beth Novick, “Discrete Optimization”, (Çevrimiçi) <http://mathnetbase.com/ejournals/search/> , (10.01.2006)

¹⁵⁴ A.Baykuşoğlu, S.Owen, N.Gindy, “Solution of Goal Programming Models Using a Basic Taboo Search Algorithm”, Journal of the Operations Research Society 50, 1999, p.960.

¹⁵⁵ S.Dowlatsahi, “Product life Cycle Analysis:A Goal Programming Approach”, Journal of the Operations Research Society 52, 2001, p.1203.

¹⁵⁶ Nesa Wu and Richard Coppins, **Linear Programming and Extensions**, New York, McGraw-Hill Inc., 1981, p.358.

başlatılmıştır. Bu serinin ikinci konferansı ise, 1996 yılında, Prof R. Caballero tarafından İspanya daki Malaga Üniversitesinde, daha geniş bir katılım ile gerçekleştirilmiştir. Üçüncü konferans ise, 1998 yılında J.M. Martel, B. Aouni ve O. Kettani tarafından Kanada’da yapılmıştır. Bu seri 2004 yılında altıya ulaşmış olup, F. Ben Abdelaziz ve arkadaşları tarafından 14-16 Nisan 2004 tarihlerinde Hammamet-Tunus’ta yapılmıştır.

Görüldüğü gibi hedef programlama son yıllarda çok amaçlı programlama tekniklerinin en önde gelenlerinden biri haline gelmiştir. Jones ve arkadaşlarının 115 makaleyi inceleyerek yaptığı çalışmada, kullanılan çok amaçlı karar verme tekniklerinin % 7’sini hedef programlamanın oluşturduğu gösterilmiştir.¹⁵⁷

Bulanık Mantık ve Hedef Programlama alanındaki çok ciddi çalışmaları ile dikkati çeken Narasimhan’ın 1980 yılında yayınladığı ve Bulanık Küme Teorisinin Hedef Programlama’ya uygulanmasını kapsayan çalışması çığır açmıştır. Bu çerçevede, Hannan, Nakamura, Yang, Inuiguchi, Li ve Yu, Wag ve Fu, Lin ve Chen birçok çalışmalar üretmişlerdir.

Herhangi bir doğrusal programlama modeli, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı kümesi şeklinde iki bölümde incelenebilir. Doğrusal programlamada maksimizasyon veya minimizasyon şeklinde oluşturulan amaç fonksiyonları kısıtlayıcı kümesine göre optimize edilir. Bu optimizasyon sürecinde amaç fonksiyonlarının olabildiğince iyi değerler alması istenir, yani amaç fonksiyonları sınırlandırılmamıştır.

Hedef programlama kullanıcıya, amacın öncelikleri bakımından bir optimal çözüm elde ederken, formülde birbirine zıt ve karşıt amaçların mevcut olmasına da müsaade eder.¹⁵⁸ Hedef programlama lineer programlamanın değerini ve becerikliliğini

¹⁵⁷ D.F. Jones, S. K. Mirrazavi, M.Tamiz, “Multi-Objective Meta-Heuristics: An Overview of The Current State-of-The-Art”, European Journal of Operational Research 137, 2002, p.3.

¹⁵⁸ Shaoyuan Li, Yipeng Yang, Changjun Teng, “Fuzzy Goal Programming With Multiple Priorities via Generalized Varying-Doman Optimization Method”, IEEE Transaction On Fuzzy System, Vol:12, No:5, 2004, p.596.

artıran bir çeşit ilave yapıdır. Hedef programlama genellikle; çözüm, zıt amaçların memnun edici performans düzeylerini sağladığında, uzlaşma ile sonuçlanır.

Hedef programlamanın teknik avantajlarından biri de hiçbir hedef gerçekleştirilebilir olmasa bile, her zaman bir çözüm sağlamasıdır. Birbirine karşıt amaçların önceliklerine göre bir optimal sonuç elde edilir ve birbirine zıt amaçların, amaç fonksiyonunda yer almasına fırsat verir. Hedeflere ulaşıp ulaşılmadığını göstermek için sapma değişkenleri dikkate alınır. Amaç, hedeflerden sapmayı en aza indirmektir.¹⁵⁹ Hedef programlama planlanmış amaçları tatmin etmek ve bunlara uygun ve gerçekçi yaklaşmak için çalışır.

Hedef programlama sadece amaçların niteliklerini değil, amaçların karşılaştırılmalarını ve hedeflerini de bildirir. Fakat bunları bildirirken çok karmaşık prosedürler içermez. Özellikle doğrusal hedef programlama mevcut doğrusal programlama yöntemleri tarafından basitçe çözülürler, bu da hedef programlamanın bir başka avantajıdır.

Hedef programlamanın faydalarından bir diğeri de; makul çözümler bulmak amacı ile karar vericinin birden fazla amacı aynı anda göz önünde bulundurabilmesidir.¹⁶⁰

Hedef programlama maksimizasyon ve minimizasyon problemlerinden farklı olarak belirlenen hedeflerden en az sapmalı çözümü bulmaya yöneliktir.¹⁶¹ Hedef programlama modelinde optimizasyon düşüncesinden daha çok, karar vericinin doyurucu bulduğu bir çözüm belirlenmeye çalışılır.

Hedef programlama, çok sayıda hedef veya amaçların bulunduğu doğrusal programlama problemlerine uygulanan bir yöntemdir. Doğrudan amaçları optimize eden

¹⁵⁹ Malczewski, a.g.e., p.242.

¹⁶⁰ Milan Zeleny, "Pros and Cons of Goal Programming" Computers and Operations Research, Vol:8, Issue: 4, 1981, p.358.

¹⁶¹ Malczewski, a.g.e., p.242.

doğrusal programlamanın aksine, hedef programlama, hedef değerler ve gerçekleşmiş sonuçlar arasındaki sapmaları minimize ederek, çatışan amaçları yönetmek amacıyla kullanılır.¹⁶²

Doğrusal programlama problemlerinde amaç fonksiyonu birim açısından TL, kâr, verimlilik, maliyet vb. gibi yalnız bir ölçekle ölçülendirilir. Çok boyutlu bir ölçek kümesi ile ifade edilebilen çok amaçlı bir doğrusal programlama problemini yazmak mümkün değildir.¹⁶³ Bu nedenle de çok amaçlı problemlerin çözümünde Hedef programlama yöntemine ihtiyaç duyulmuştur. Bütün işletmelerin bir takım hedefleri vardır. Bu hedefler işletmeden işletmeye değişebileceği gibi bazı işletmeler için haftalık minimum veya maksimum üretim miktarı ve üretim maliyeti gibi basit hedefler olabileceği gibi bazı işletmeler için de birbirinden bağımsız birden fazla hedefin birleşmesinden meydana gelebilecek karmaşık hedefler de olabilmektedir.¹⁶⁴

Çok amaçlı karar probleminin hedef programlama olarak ifade edilebilmesi için amaçlar arasında önemlerine göre bir öncelik sırası oluşturulmalıdır. Problemin hedef programlamaya dönüştürülebilmesinde, her bir amaç için erişilmek istenen birer hedef değer belirlenmesi gerekir. Burada, amaç ve hedefin birbirlerinden farklı kavramlar olduğu göz ardı edilmemelidir. Amaç, bir eylemin karar verici tarafından hangi doğrultuda gerçekleştirilmek istendiğini, hedef ise bu eylemin niceliğini ifade eder. Örneğin bir şirketin kârını arttırmak istemesi amaç, kârın söz gelimi 1500'den az olmaması ise hedeftir. Hedef programlamada amaç; hedeflerden istenmeyen yöndeki sapmaların en küçük olmasıdır. Bu yüzden hedef programlama orantısız ve genellikle

¹⁶² Stephen C. H. Leung, Yue Wu And K. K. Lai, "Multi-Site Aggregate Production Planning With Multiple Objectives: A Goal Programming Approach", Production Planning & Control", Vol. 14, No. 5, 2003, p.427.

¹⁶³ Osman Halaç, **Kantitatif Karar Verme Teknikleri**, 3.Bası, Evrim, İstanbul, 1991, s.503.

¹⁶⁴ C.W.Churchman, **Introduction to Operations Research**, Second Corrected Printing, New York, John Wiley & Sons Inc., 1968, pp.74-75.

birbirleri ile çelişen hedeflerin bulunduğu problemlerde başarı ile uygulanabilmektedir.¹⁶⁵

Yukarda belirtildiği gibi, hedeflerimiz karmaşıklaştıkça, problemin çözümünde doğrusal programlama yöntemi yetersiz kalmaktadır. Bu noktadan itibaren karar problemlerini çözmede Hedef Programlama Yönteminden yararlanılmaya başlanır. Bu yöntemde karar vericiden her bir amaç için erişilmesini arzu ettiği bir hedef değer belirlemesi istenir. Bu yöntemde göre tercih edilen çözüm, bu hedef değerlerden sapmaları en küçükleyen çözüm olmaktadır.¹⁶⁶ İşletme yönetiminde karmaşık ve birden fazla çok sayıda hedef olduğu zaman, karar vericinin gözünde kazandıkları önem derecesine göre, bu hedefler bir öncelik sırası edinir. Birçok hedef programlama probleminde bir hedef diğer hedeflere göre daha önemli olmaktadır, buna öncelikli hedef denilmektedir.¹⁶⁷ Bu öncelik sırası verilmiş olan hedefleri gerçekleştirmek artık yönetimin görevi olmaktadır. Sonuçta hedeflerden sapmalar, yani bir hedefin beklenenin üzerinde gerçekleşmesi (+) pozitif sapma ve hedefin altında kalınması (-) negatif sapma değerleri toplamının minimize edilmesi bir tek amaç olarak ortaya konulur.¹⁶⁸

Hedef programlama, belli karar çerçevesinde farklı ve çelişen amaçların eniyilenmesini araştıran matematiksel bir modeldir. Hedef programlamada, minimuma indirilmeye çalışılan sapmalar doğrusal programlamanın simpleks algoritmasındaki aylak değişkenler olarak adlandırılır. Hedef programlamada asıl amaç, belirlenen öncelik ve göreceli önemlerine göre bu sapmaları en aza indirerek tüm amaçları hedeflere dönüştüren bir model olarak ele almaktır. Bu dönüştürme, her amacın sağ tarafına istenen düzeyin atanması ile yapılır. Çözüme, istenen düzey ile çözüm düzeyi arasındaki sapmaların en aza indirilmesiyle ulaşılır.

¹⁶⁵Jeffrey L. Ringuest, **Multiobjective Optimiztation: Behavioral and Computational Considerations**, Kluwer Academic Publishhers,1992, p.19.

¹⁶⁶ Ramazan Evren, ve Füsün Ülengin, **Yönetimde Çok Amaçlı Karar Verme**, 2. Basım İ.T.Ü., İstanbul, 1992, s.54.

¹⁶⁷ B. Render, and Ralph M. Stair, **Quantitative Analysis for Management**, Third Edition, Boston, Allyn and Bacon Inc,1988, p.525.

¹⁶⁸ Halaç, a.g.e., s.503.

Hedef programlamanın temel ilkelerini şöyle özetleyebiliriz;¹⁶⁹

1. Hedef programlamada her bir amaç bir hedef olarak kabul edilir.
2. Hedef programlamada hedeflerin gerçekleştirilmesinde öncelikler dikkate alınır. Önce birinci öncelik düzeyindeki hedefler daha sonra ikinci öncelik düzeyindeki hedefler gerçekleştirilir. Sıra atlamadan bütün hedefler tamamlanana kadar devam edilir.
3. d_i^- i. hedefin altında kalınması durumunu, d_i^+ hedefin aşılması durumunu gösterir.
4. Hedef düzeyleri dikkate alınarak hedeflerden toplam sapma minimize edilmeye çalışılır.
5. Hedef programlama modelinde amaç fonksiyonu, karar vericinin istekleri, sınırlı kaynaklar ve kontrol değişkenleri üzerine konulan kısıtlama koşulları göz önünde bulundurularak oluşturulur. Hedef programlama modelinde amaç fonksiyonları, karar değişkenlerinin matematiksel bir fonksiyonu olarak gösterilebilir.

3.2.2. Hedef Programlamanın Yapısı

Hedef programlama modelini oluşturan bileşenler şunlardır;¹⁷⁰

Karar değişkenleri; modelde karar verici tarafından değeri belirlenmek istenen bilinmeyenlere karar değişkeni adı verilir. Karar değişkenleri x_i 'ler ile ifade edilir. Örneğin; üretilecek ürün miktarı, istihdam edilecek kişi sayısı, girdi miktarı.

Sistem kısıtları; doğrusal programlamadaki kısıtlara karşılık gelirler. Bunlar tam olarak sağlanması gereken ve hiçbir sapmaya izin verilmeyen kısıtlardır. Bu yüzden de sapma değişkenleri içermezler. Doğrusal programlamadaki gibi formüle edilirler ve

¹⁶⁹ Timor, **a.g.e.**, s.195.

¹⁷⁰ Ahmet Öztürk, **Yöneylem Araştırması**, 10. Baskı, Ekin Kitabevi, 2005, s.292.

öncelikle bunların gerçekleştirilmesine çalışılır. Sistem kısıtları ancak problemin yeniden modellenmesi söz konusu olduğunda değişebilir.

Hedef kısıtları; ulaşılmak istenen hedef değerlerini gösteren fonksiyonlardır. Bunlar sistem kısıtları kadar katı ve değişmez değildir. Sistem kısıtları sağlandıktan sonra hedef kısıtlarının sağlanması süreci başlar. Hedeflenen başarı ile gerçekleşen başarı arasındaki farka sapma denir. Hedef tam anlamıyla sağlanmışsa sapma sıfırdır. Hedefe ulaşamamışsa negatif sapma, hedefin üzerinde bir başarı sağlanmışsa pozitif sapma meydana gelir. Pozitif sapmalar d_i^+ , negatif sapmalar d_i^- ile gösterilir. Hedef kısıtlayıcısı “ $\geq$ ” yönünde ise d_i^+ istenen değişken ve d_i^- istenmeyen sapma değişkendir. Hedef kısıtlayıcısı “ $\leq$ ” yönünde ise d_i^- istenen ve d_i^+ ise istenmeyen sapma değişken olacaktır. Hedef kısıtlayıcısı “ $=$ ” durumunda ise d_i^+ ve d_i^- her ikisi de istenmeyen sapma değişkenler durumundadırlar.

Amaç fonksiyonları; herhangi bir amaç için belirlenen hedeften olabilecek sapmaları en küçükleyen fonksiyona amaç fonksiyonu adı verilir. Hedef programlamada, amaç fonksiyonun optimal değeri, sistem ve hedef kısıtlayıcılarının belirlediği çözüm alanı içinde aranır.

Birleşik amaç (Başarı) fonksiyonu; birleşik amaç fonksiyonu, diğer bir adıyla başarı fonksiyonu, tüm amaç fonksiyonlarının belirli bir öncelik seviyesi ve/veya ağırlığa göre toplam şeklinde yazılmasıyla oluşturulur. Başarı fonksiyonun oluşturulmasındaki temel ilke, çok amaçlı modeli tek amaçlı bir modele indirgemektir. Böylelikle, asıl amaç hedeflerden olabilecek istenmeyen sapmalar toplamını en küçüklemek olacaktır.

Sapma değişkenleri; hedeflerin üstünde veya altında elde edilen faaliyetlerin miktarını belirleyen değişkenlerdir. Sapma değişkenleri negatif değerler alamazlar ve bir hedefin aynı anda hem üstünde hem de altında olamayacaklarından birinin değeri daima sıfır olur.

Hedef Programlama tekniğinde amaç, hedeflerden sapmaların minimum olmasıdır. Buradan da anlaşılacağı gibi, bütün sistem sapma değişkenlerinin değerlerini minimum yapabilmek üzerine kurulmuştur. Bu sebeple de sapma değişkenlerinin problemin kuruluş aşamasında doğru olarak yerleştirilmesi, problemin doğru sonuçlandırılabilmesi için çok önemlidir.¹⁷¹

3.2.3. Hedef Programlamanın Algoritmaları

Hedef programlamanın temel amacı; hedeflerin başarısı ve hedeflere ait ulaşılmak istenen seviyeler arasındaki sapmaları minimize etmektir. Minimisasyon işlemi farklı metotlarla gerçekleştirilmeye çalışılır.¹⁷² Öncelikli hedef programlama ve ağırlıklandırılmalı hedef programlama olmak üzere hedef programlamanın iki temel metodu vardır. Bu iki tip hedef programlama çözüm tekniğinin amacı, hedeflerden sapmaları minimize etmektir.¹⁷³

3.2.3.1. Öncelikli Hedef Programlama

Öncelikli hedef programlama aynı zamanda “Lexicographic” hedef programlama olarak da bilinir.¹⁷⁴ Bu metot önceliği koruma esasına dayanır ve ağırlıklandırılmalı hedef programlama metoduna göre farklı modelleme sürecine sahiptir.¹⁷⁵ Öncelikli hedef programlama, karar verici amaçlar arasında net tercihler yapabiliyor ise kullanılabilir.

¹⁷¹ Marc J. Schiederjans, **Linear Goal Programming**, USA, Petrocelli Books, 1984, p.67-102.

¹⁷² Carlos Romero, **Handbook of Critical Issue in Goal Programming**, Pergamon Press, Oxford, 1991, p.3.

¹⁷³ Ni-Bin Chang, S.F. Wang, “A Fuzzy Goal Programming Approach for the Optimal Planning of Metropolitan Solid Waste Management System”, *European Journal of Operation Research* 99, 1997, p. 304.

¹⁷⁴ Chang, a.g.m., p. 304.

¹⁷⁵ Thomas Gal, J. Theodor Steward, Thomas Hane, **Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications**, Boston, Kluwer Academic Publishers, 1999, p. 81.

Karar verici, hedefleri arasında önem bakımından bir öncelik sırası oluşturmalıdır. Öncelikli hedef programlamada, hedeflerin öncelik derecelerinde bir hiyerarşi vardır.¹⁷⁶ Hedefler arasındaki en yüksek dereceden öncelik P_1 , sonraki $P_2, \dots, P_n$ ile gösterilmelidir. Örneğin kâr, pazar payından önemli ise kâr hedefi pazar payı hedefinden önce gelir.¹⁷⁷ Bu varsayım oldukça sınırlayıcı görünmekle birlikte uygulamada pek çok durum bu varsayımı sağlar hale getirilebilir. Model daha sonra, yüksek öncelikli hedefin optimum değerinin küçük öncelikli hedef tarafından kötüleştirilmesine izin vermeyecek şekilde, her seferinde bir hedef değerini optimum kılar.¹⁷⁸ Ordinal sıralamada problemin n sayıda hedefi, karar vericinin amaçlarının önemine göre bir sıraya sokulur.

N.K. Kwak, Marc J. Schniederjans, Kimberly S. Warkentin, European Journal of Operation Research 52’de yayınlanan “An Application of Linear Goal Programming to the Marketing Distribution Decision”, adlı makalelerinin 336’ıncı sayfasında şu formülasyonu kullanmışlardır;

$$\text{Min } G = \sum_{i=1}^m P_1(w_{1in}d_i^- + w_{1ip}d_i^+), \dots, \sum_{i=1}^m P_k(w_{2in}d_i^- + w_{2ip}d_i^+)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad i=1,2,\dots,m \quad j=1,2,\dots,n$$

$$P_1 \gg P_2 \gg \dots \gg P_k$$

k: öncelik sırasının sayısı

m: kısıtların sayısı

n: x_j karar değişkenlerinin sayısı

¹⁷⁶ Chang a.g.m., p.304.

¹⁷⁷ Cinemre, a.g.e., s.326.

¹⁷⁸ Baray, a.g.e., s.348.

Birinci hedefin öncelik sırasını P_1 gösterirsek, modelde ilk olarak öncelik seviyesi birinci olan hedefin, daha sonra sırasıyla diğer hedeflerin sapma değişkenlerinin ağırlıkları minimize edilmeye çalışılmalıdır. İlk olarak P_1 ikinci olarak P_2 sapma değişkenlerinin ağırlıkları minimize edilir. Bu işlem, belirlenen öncelik seviyesinde bütün sapma değişkenler, minimize edilinceye kadar devam eder.¹⁷⁹

Algoritma, 1. dereceden öncelikli P_1 hedefinden çözüme başlayarak, en düşük öncelikli P_k hedefiyle çözümü sonlandırır. Süreç, düşük öncelikli hedefler için bulunan optimum değerlerin, yüksek öncelikli hedefleri kötüleştirmesine izin vermeyecek şekilde işler.

3.2.3.2. Ağırlıklandırılmalı Hedef Programlama

Ağırlıklandırılmalı hedef programlama, aynı zamanda “Archimedian” hedef programlama olarak da bilinir.¹⁸⁰ Bu yöntemde, meydana gelebilecek istenmeyen her sapmaya belirli bir ağırlık verilmektedir. Ağırlıklar, her sapmanın karar almadaki görece önemini gösterir.¹⁸¹ Modelin amaç fonksiyonu, problemin hedeflerini temsil eden fonksiyonların ağırlıklandırılmış toplamı haline getirilir. Ağırlıklandırılmalı hedef programlama, özellikle sapmaların boyutları birbirlerinden farklı olduğunda önem kazanır. Bu yaklaşımda hedeflerin ağırlıklandırılmasının zor olmasının yanında, ağırlıkların, hedeflerin görece önemlerini ve aynı zamanda da sapmalar arasındaki boyut ilişkisini açıklaması gibi iki zorluk vardır. Ayrıca ağırlıklandırılmalı hedef programlama, sadece amaçların aynı birim cinsinden ifade edilebildiği durumlarda kullanılabilir.

¹⁷⁹ Animesh Biswas, Bijay Baran Pal, “Application Of Fuzzy Goal Programming Technique To Land Use Planning In Agricultural System”, Omega 33, 2005, p.393.

¹⁸⁰ Mehrdad Tamiz, Dylan Jones, Carlos Romero, “Goal Programming For Decision Making: An Overview Of The Current State-of-the-Art”, European Journal of Operation Research 111, 1998, p.570.

¹⁸¹ Chang a.g.m., p.304.

G amaç fonksiyonu, w_i 'ler i 'inci amaç fonksiyonun ağırlık çarpanı olmak üzere, n hedefli bir modelin amaç fonksiyonu;

$$\text{Min } G = \sum_{i=1}^n (w_i^+ d_i^+ + w_i^- d_i^-)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

$$i=1,2,\dots,m$$

$$j=1,2,\dots,n$$

biçiminde tanımlanır. w_i 'ler, her bir hedefin göreceli önemiyle ilgili karar vericinin tercihlerini yansıtan pozitif ağırlıklardır¹⁸². Ağırlıklara atanan değerler subjektiftir, karar vericilere göre farklılık gösterir.

Burada da, i . hedef için tanımlanmış kısıtın yönü $\geq$ biçimindeyse, G amaç fonksiyonun d_i^+ değişkeni, eşitsizliğin yönü $\leq$ biçimindeyse, d_i^- değişkeni en küçüklenecektir. Birinci durumda $\text{Min } G = d_i^+$, ikinci durumda $\text{Min } G = d_i^-$ geçerlidir. Dolayısıyla birinci durumda birleştirilmiş amaç fonksiyonunda G yerine d_i^+ , ikinci durumda d_i^- gelecektir.

Öncelik sıralaması düşüncesi doğrusal programlama gibi tek amaçlı modellere de uyarlanabilir. Bir doğrusal programlama, sistem kısıtları olarak bilinen doğrusal kısıtlar ve sınırlamalar altında, tek bir doğrusal amaç fonksiyonun en iyilenmesi olarak yazılır. Burada sistem kısıtları, kullanılan kaynakların sınırlarını ifade ederler. Bu bağlamda, bir doğrusal programlama, birinci öncelik olarak kısıtların sağlanmasını, ikinci öncelik olarak da amaç fonksiyonunun en iyilenmesini amaç edinen bir hedef programlama olarak değerlendirilebilir.

¹⁸² Baray, a.g.e., s.349.

3.2.4. Hedef Programlamanın Formülasyonu

Çok amaçlı karar verme teknikleri içinde en yaygın olarak kullanılan hedef programlamada her bir amaca, eldeki sınırlı kaynaklar dikkate alınarak ulaşılmak istenir.¹⁸³

Hedef programlama modeli, doğrusal programlama modeli gibi, kısıtlayıcı kümesi ve amaç fonksiyonu şeklinde iki bölümde incelenebilir. Doğrusal programlama modelinde yer alan kısıtlayıcılar ve amaç fonksiyonları hedef programlama modelinin sadece kısıtlayıcı kümesini oluşturur. Hedef programlama modelinde, amaç fonksiyonları için ulaşılmak istenen erişim değerlerini karar vericinin belirlemesi gerekir. Belirlenen erişim değerli amaç fonksiyonları bir eşitlik halinde kısıtlayıcı kümesine eklenir. Ancak belirlenen erişim değerli amaç fonksiyonları bir eşitlik halinde kısıtlayıcı kümesine eklenebilmesi için; her bir hedef fonksiyonu için sapma değişkenlerinin tanımlanması gerekir. Hedef fonksiyonlarının erişim düzeylerinden ne kadar uzaklaşıldığının ölçülmesine yarayan sapma değişkenleri, negatif ve pozitif sapma olarak ikiye ayrılır. d_i^- değişkeni ile ifade edilen negatif sapma değişkeninin değerinin pozitif olması, o hedefin belirlenen erişim düzeyinin altında bir değere ulaştığını gösterir, d_i^+ ile gösterilen pozitif sapma değişkeninin sıfırdan büyük olması ise; o hedef için belirlenen erişim düzeyinin aşıldığını gösterir. Pozitif ve negatif sapma değişkenlerin 0'a eşit olması o hedef için erişim düzeyine kesin olarak ulaşıldığını gösterir.

Sapma değişkenlerinden sadece birisi pozitif değer alabilir, diğer değişken mutlaka sıfır olmalıdır. Çünkü bir hedeften hem pozitif yönlü hem de negatif yönlü sapma olması mümkün değildir. Sapmalar tek yönlüdür. Hedeften eşanlı olarak tek bir sapma söz konusu olduğu için, sapma değişkenlerinin negatif olmaması gerekir.

¹⁸³ Mehrdad Tamiz (1996a), a.g.e., p.199.

Hedef programlama modelinde kullanılan amaç fonksiyonlarının farklı tipleri şöyledir;¹⁸⁴

$$i) \quad \text{Min } Z = \sum_{i=1}^n d_i^- + d_i^+ \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

Bu eşitlikte Z, bütün negatif ve pozitif sapmaların toplamının minimumudur. Bu tür amaç fonksiyonu, sapma değişkenleri için herhangi bir öncelik ya da ağırlıklandırma söz konusu olmadığında kullanılır.

$$ii) \quad \text{Min } Z = \sum_{i=1}^n P_k (d_i^- + d_i^+) \quad (k=1, 2, 3, \dots, k), (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

Bu amaç fonksiyonunda ise; k tane hedefin her biri için P_k öncelikleri kullanılır. Bu tip amaç fonksiyonu, hedefler önceliklerine göre sıralanmak istendiğinde kullanılır. Burada sapma değişkenleri için herhangi bir ağırlıklandırma yapılmamaktadır. Verilen öncelikler ile hedeflerin düzenli bir şekilde yapılmasını sağlayan bir sıralama sistemi oluşturulur. P_k modeldeki hedeflerin sayısını gösterir. Amaç fonksiyonunun oluşturulabilmesi için en önemliden daha az önemliye sıralanan hedefler, ilk önce birinci öncelikli hedefin karşılanmasını daha sonra sırasıyla diğer hedeflerin karşılanmasını gerektirir. Bu ilişkiyi matematiksel olarak şöyle gösterebiliriz; $P_1 \gg P_2 \gg \dots \gg P_k$.

$$iii) \quad \text{Min } Z = \sum_{i=1}^n w_k P_k (d_i^- + d_i^+) \quad (k=1, 2, 3, \dots, k), (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

Hedefler önceliklerine göre sıralanır ve sapma değişkenleri ağırlıklandırılır. Ağırlıklandırma w ile gösterilir ve k 'ıncı seviyede i 'inci hedeften oluşan sapmaya ilişkin matematiksel ağırlık olarak ifade edilir.

Bu amaç fonksiyonlarından hangisinin kullanılacağı, problemin durumuna göre belirlenir. Problemden hedeflere herhangi bir öncelik sıralaması verme ihtiyacı duyulmuyorsa birinci amaç fonksiyonu kullanılır. Hedefler önceliklerine göre sıralanırken, sapma değişkenleri için bir sıralama yapmak istenmiyorsa ikinci amaç

¹⁸⁴Marc J. Schiederjans, **Information Technology Investment: Decision-Making Methodology**, Singapore, World Scientific Publishing Company, 2004, p.260.

fonksiyonunun kullanılması gereklidir. Hem hedeflerin sıralaması hem de sapma değişkenlerinin farklılaştırılması gerekiyorsa üçüncü amaç fonksiyonu kullanılır.

Her bir hedef aynı zamanda amaç fonksiyonunda da yer alan bir ya da iki sapma değişkeni içerir. Kısıtlar yalnız pozitif ya da yalnız negatif sapma içerebileceği gibi pozitif ve negatif sapmayı aynı anda da içerebilmektedirler. Kısıtta hangi tür sapma değişkeninin kullanılacağı hedeften beklentilere göre belirlenir.

Doğrusal hedef programlama tekniğinde amaç, sapma değerlerini en küçükleyici çözüme ulaştırmaktır. Bütün sistem, sapma değişkenlerinin değerini en küçükleyici çözüme ulaşmak üzerine kurulmuştur. Hedef programlama, tek bir amaca göre optimal bir çözüm bulmak yerine, birbirleriyle çelişen amaçlar arasında, performans tatmin seviyesi sağladığı için bir uzlaşma noktasıyla sonuçlanır. Bu sebeple de, sapma değişkenlerinin problemin kuruluş aşamasında doğru olarak yerleştirilmesi, problemin doğru sonuçlandırılması açısından önem taşır.

Hedef programlama modelinde amaç fonksiyonu, karar vericinin istekleri ve sınırlı kaynaklar dikkate alınarak kurulur. Amaç fonksiyonlarını önem derecelerine göre birinci grup amaçlar, ikinci grup amaçlar ve üçüncü grup amaçlar olarak üç grupta toplayabiliriz; birinci grup amaçlar; kâr maksimizasyonu, kullanılan kapasitenin maksimizasyonu, maliyet minimizasyonu, atıl kapasitenin minimizasyonu, üretim zamanının minimizasyonu, hatalı üretimin minimizasyonunu kapsar. İkinci grup amaçlar; elimizde sınırlı olarak bulunan ve optimal kullanılması gereken hammadde, zaman ve bütçeyi içerir. Üçüncü grup amaçlar; değişkenlerin üzerine konan bazı kısıtlamalardır.

Hedef programlama modelinin formülasyonundaki en önemli adım erişim fonksiyonunun oluşturulmasıdır. Erişim fonksiyonu, her bir amaç fonksiyonuna ait pozitif ve negatif sapma değerleri, öncelik düzeyleri ve ağırlıkların bileşiminden

oluşmaktadır. Belirlenen hedeflerin hepsine ulaşılacak istendiğinden, hedeflerden olan sapmaların minimizasyonu istenir. Amaç fonksiyonunda hedefler arasındaki ilişkileri özet olarak Tablo 3.3’de gösterilmiştir.

Tablo 3.3: Hedef ve Kısıt Çeşitleri

Hedef Kısıtları	İstenmeyen Sapma	Mümkün Olan Sapma Türü	İstenen Sapma	Sağ Taraf İçin İstenilen Kullanım
$a_{ij}x_{ij}+d_i^--d_i^+=b_i$	d_i^-	Negatif ve Pozitif	Pozitif	$\geq b_i$
$a_{ij}x_{ij}+d_i^--d_i^+=b_i$	d_i^+	Negatif ve Pozitif	Negatif	$\leq b_i$
$a_{ij}x_{ij}+d_i^--d_i^+=b_i$	d_i^- ve d_i^+	Negatif ve Pozitif	Yok	$= b_i$
$a_{ij}x_{ij}-d_i^+=b_i$	d_i^+	Yok	Yok	$= b_i$

Kaynak: Marc J. Schiederjans, **Information Technology Investment: Decision-Making Methodology**, World Scientific Publishing Company, Singapore, 2004, p.256.

Doğrusal hedef programlama probleminin genel formülasyonu¹⁸⁵;

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^m w_i P_i(d_i^+ + d_i^-)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_{ij} + d_i^- - d_i^+ = b_i \quad (\text{hedef kısıtları})$$

$$Cx \leq c \quad (\text{sistem kısıtı})$$

$$x_{ij}, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad (i=1,2,3,\dots,m; j=1,2,3,\dots,n)$$

şeklinde yazılabilir.

¹⁸⁵ N.K. Kwak, Marc J. Schniederjans, Kimberly S. Warkentin, “An Application of Linear Goal Programming to the Marketing Distribution Decision”, European Journal of Operation Research 52, 1991, p. 336.

x_{ij} : karar değişkenleri,
 b_i : i'inci hedef düzeyi,
 d_i^- : hedeften negatif sapma değeri,
 d_i^+ : hedeften pozitif sapma değeri,
 w_i : i. hedefin sapma değişkenlerine verilmiş olan matematiksel ağırlıklar
 (diferansiyel ağırlık),
 c : eldeki kaynak,
 C : sistem kısıtı ile ilgili matris katsayısı,
 P_i : i hedefine verilen öncelik, ($P_i \gg P_{i+1}$),
 a_{ij} : karar değişkeni katsayısını gösterir.

Burada b_i , $i=1, 2, \dots, m$ karar verici tarafından amaçlar için belirlenmiş hedef değerlerdir, d_i^- ve d_i^+ ler i. hedeften eksi ve artı saptmaları göstermektedir, a_{ij} 'nin değeri, karar vericinin değer fonksiyonuna bağlıdır. Hedef programlamanın en yaygın kullanılan formülasyon şekli, karar vericinin, amaçlar için bir takım hedef değerler belirlemesine ilave olarak amaçların önem derecelerine göre sıralanması ile ilgili bilgiyi de verebileceğini kabul eder.¹⁸⁶

Bazı modellerde hedefin tamamının karşılanması yerine, G_k ile alt sınır hedefi veya üst sınır hedefi tanımlanabilir. Eğer G_k , k'ıncı hedef değerinin alt sınırını ifade ediyorsa;¹⁸⁷

$$\sum_{j=1}^n a_{jk} x_j \geq G_k \quad \text{eşitsizliği kullanılır.}$$

G_k kısıtında d_i^- ve d_i^+ sapma değişkeni de yer alacaktır, ancak gerçekte hem (-), hem (+) sapmanın aynı anda olması mümkün değildir. Bu sebepten, amaç

¹⁸⁶ A.e.

¹⁸⁷ Frank S. Budnick, Dennis Mcleavy, Ruano Mojeno, **Principles of Operations Research for Management**, Second Edition, Illinois, Irwin, 1988.

fonksiyonunda yer alan d_i^+ leri çıkartmak gerekir. Çünkü k 'ıncı hedef değerinden küçük olan tüm sapmaların minimum yapılması yani yalnızca d_i^- sapma değişkeni küçüklenmesi istenmektedir.

G_k , k 'ıncı hedef değerinin üst sınırını ifade ediyorsa;

$$\sum_{j=1}^n a_{jk} x_j \leq G_k \quad \text{eşitsizliği kullanılır.}$$

Amaç fonksiyonunda sapma değişkeni olarak sadece d_i^+ yer almalıdır. Çünkü bu eşitsizlikten G_k 'dan daha büyük miktarların istenmediği anlaşıldığı için d_i^+ değişkeni en küçüklenenecektir.

Doğrusal programlamada olduğu gibi, doğrusal hedef programlama modellerinin de sağlaması gereken bir takım varsayımlar vardır. Toplanabilirlik ve doğrusallık, bölünebilirlik, sonlu olma, negatif olmama koşulu, hedef programlama tekniğinin başarıyla uygulanabilmesi için, modelin bu varsayımları sağlaması gerekmektedir.¹⁸⁸

Toplanabilirlik ve Doğrusallık; Bu varsayım girdiler ile çıktılar arasında aynı yönlü bir ilişki olduğunu gösterir. Girdilerin arttığı oranda çıktılar da artar ya da girdilerin azaldığı oranda çıktılar da azalır. Ayrıca, kullanılan kaynakların toplamı ve elde edilen toplam katkı, her bir faaliyet için ayrı ayrı kullanılan kaynakların toplamı ve bunların ayrı ayrı yarattıkları katkıların toplamına eşittir.

Bölünebilirlik; Karar değişkenleri (x_j) ve sapma değişkenlerinin (d_i^-, d_i^+) alacağı değerlerin kesirli olabileceği varsayılır. Tamsayıli olmayan sonuçlar için, tamsayıli hedef programlama tekniği mevcuttur. Bu nedenle, bulunan sonuçlar tamsayıli olmak zorunda değildir.

¹⁸⁸ Öztürk, a.g.e., s.36.

Sonlu Olma; Var olan kaynak miktarları sınırlı olduğundan modele giren kaynaklar da sonlu olacaktır. Bu yüzden x_j, d_i^-, d_i^+ için elde edilen çözüm değerlerinin sonlu olduğu varsayılır.

Negatif Olmama Koşulu; Modeldeki tüm değişkenlerin yani karar değişkenlerinin ve sapma değişkenlerinin değerleri sıfır veya sıfırdan büyük olmalıdır. Pozitiflik koşulu $x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0$ şeklinde ifade edilir. Hedef programlama modellerinin içerdiği özellikleri şöyle özetleyebiliriz;

1. Hedef programlama modelinde, tek bir amaç yerine birbiri ile çelişen birden çok amaç vardır.
2. Amaç fonksiyonunda hedeflerden sapmalar minimize edilir. Hedef programlamada çözüm aşaması (-) ve (+) sapma değişkenlerinin minimisasyonunu sağlamaya yöneliktir.
3. Hedef programlamada en öncelikli hedeften başlanarak hedefler kümesini gerçekleyen noktaya ulaşılmaya çalışılır. Ancak birden çok hedefin olması durumunda her bir hedefe sıfır sapma ile ulaşmak mümkün olmayabilir. Bu durumda optimal çözüm en az sapma ile hedeflere ulaşılan noktayı veren çözümdür.
4. Hedef Programlama karar verici açısından esnek bir yapıya sahiptir.
5. Birden çok ve birbiriyle çelişen amaçları aynı anda sağlamaya çalışması, karar vericiye sağladığı diğer bir imkândır.
6. Hedef programlamada amaç fonksiyonunda karar değişkeni (x_j) olmaz, karar değişkeni yerine minimize edilmesi istenen sapma değişkenleri d_i^-, d_i^+ bulunur.
7. Hedef programlama modelinin hem karar değişkenleri hem de sapma değişkenleri sıfır ya da sıfırdan büyük bir değer olmak zorundadır.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA

4.1. Bulanık Hedef Programlama Modeli

Neigota ve Ralesco (1977) tarafından yapılan çalışmada bulanık kısıtlara sahip bir optimizasyon probleminin, uygun tekniklerle sıradan bir optimisazyon problemine dönüştürülebileceği üzerinde durulmuştur. Bulanıklık içeren sağ-yan değerlerinin, belirsizlik içermeyen kesin ifadeler haline dönüştürülmesi için gerekli teknikler bulmaya yönelik olarak yapılan bu çalışmada Chebyshev kuralı kullanılarak, bulanık kümelerden sıradan kümelerin oluşturulması üzerinde durulmuştur.

Sularia'nın (1977) üzerinde durduğu konu ise, optimizasyon içeren planlama problemlerinde tek bir d vektörü değil, $[b,B]$ ya da $b \leq d \leq B$ gibi bir aralığı tanımlamanın birçok yerde daha gerçekçi olacağıydı. Sularia bu düşüncesinden yola çıkarak başlattığı çalışmasında, tek bir vektör yerine aralık içeren problemlerin bilinen klasik kalıplara sokularak çözümü üzerinde durmuştur.

Bulanık kümelerin çok amaçlı problemlerindeki kullanımı ise ilk olarak Zeleny'nin (1973) yaptığı çalışmada gerçekleştirildi. Hedef programlamaya da temel oluşturan bu çalışmada Zeleny bulanık küme teoremini, etkin noktaların sayısını azaltmakta kullanmıştır. Bütün etkin noktaları belirledikten sonra problemi şu forma çevirmiştir;

$$\text{Max } \lambda_1 z_1 + \lambda_2 z_2 + \dots + \lambda_k z_k = z_0$$

$$A_x \leq b,$$

$$x \geq 0,$$

$$\sum \lambda_i, \quad \lambda_i \geq 0, \quad i=1,2,\dots,k$$

z_i , $i=1,2,\dots,k$ amaçları göstermektedir,

λ_i bulanık terimleri karar verici tarafından belirlenmektedir.

$(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$ için en büyük üyelik fonksiyonu değerlerine sahip olan noktalar belirlenir. Bu çözüm yönteminde, öncelikle bütün etkin noktaların bulunması gerekmektedir. Vektör maksimizasyonu metodu ile hesaplanan etkin noktalar, oluşturulan amaç fonksiyonuna göre sıralanır. Amaç; etkin noktaları, karar vericinin kolaylıkla seçim yapabileceği birkaç etkin noktaya indirmektir. Ancak, çalışmada kullanılacak olan değişken ve kısıt sayısına bağlı olarak oldukça büyük sayılara ulaşabilecek olan etkin noktaları belirlemek, sonrasında da seçime tabi tutmak oldukça zaman alıcıdır.

Çok amaçlı problemlere bulanık küme teorisini uygulayan bir başka çalışma ise Zimmermann (1973) tarafından gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada, her amaç fonksiyonu tek tek maksimize edilip her biri için optimal değerler elde edilmiştir. Her bir amaç fonksiyonunun en kötü değeri şu yöntemle belirlenir;

z_j^i , i 'inci amaç fonksiyonunun değerini ifade etmekte ve bu değere,

$$\max z_j$$

$$A_x \leq b$$

$x \geq 0$ probleminin çözümüyle ulaşılmaktadır.

Bu durumda

$$z_i' = \min \{ z_j^i, j=1,2,\dots,k \}, i=1,2,\dots,k \text{ olacaktır.}$$

Bir sonraki adımda, her bir amaç fonksiyonu için üyelik fonksiyonları belirlenmektedir. Burada amaç fonksiyonunun alacağı olası en kötü değer in üyelik

derecesi 0, alacağı olası en iyi değerin üyelik derecesi ise 1 olacaktır.¹⁸⁹ Amaç fonksiyonlarının arada kalan değerleri için alacağı olası üyelik dereceleri ise doğrusal yaklaştırma yolu ile hesaplanmaktadır.

$$z_i = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad i\text{'inci amaç fonksiyonu, } z_i^* \text{ olası en büyük değer, } z_i' \text{ ise olası en}$$

küçük değer iken, kullanılan üyelik fonksiyonu;

$$\mu(z_i) = \begin{cases} 1 & z_i \geq z_i^* \\ 1 - (z_i^* - z_i) / (z_i^* - z_i') & z_i' < z_i < z_i^* \\ 0 & z_i \leq z_i' \end{cases}$$

$i=1,2,\dots,k$ şeklinde ifade edilir.

k tane amaç fonksiyonu için belirlenecek üyelik fonksiyonu (μ) şöyledir;¹⁹⁰

$$\mu = \text{Min} \{ \mu_i; i=1,2,\dots,k \} = \{ \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k \}$$

Bu aşamadan sonra, asıl amaca ulaşmak için üyelik fonksiyonu $A_x \leq b$ ve $x \geq 0$ kısıtları üzerinde maksimize edilir;¹⁹¹

$$\text{Max} [\text{Min} \{ \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k \}] = \text{Max } \mu$$

$$A_x \leq b$$

$$x \geq 0$$

¹⁸⁹ John Soon Kim, Kyu-Seung Whang, “A Tolerance Approach To The Fuzzy Goal Programming Problems With Unbalance Triangular Membership Function”, European Journal of Operation Research 107, 1998, p. 615.

¹⁹⁰ Lai and Hwang, **a.g.e.**, p.40.

¹⁹¹ **A.g.e.**, p.41.

şeklini alan problem doğrusal programlama tekniği kullanılarak sonuca ulaştırılır. Zimmerman (1978) tarafından ortaya çıkarılan bu çözümleme tekniğinde direkt olarak amaç fonksiyonun değerleri dikkate alınmaktadır. Hannan (1981); Zeleny'in 1973 yılında yaptığı çalışmada; amaç fonksiyonlarının başına çarpım olarak eklenen ağırlık değerleri (λ) çözümlemenin temelini oluşturduğunu ve bu sebepten Zimmerman'ın yaptığı çalışmanın daha güvenli sonuçlar vereceğini belirtmiştir. Narasimhan ve Hannan, Zimmerman tarafından tanıtilen üyelik fonksiyonu kavramından esinlenerek bulanık ortamda hedef programlama modelini formüle etmişlerdir.¹⁹²

Optimizasyon problemleri, eldeki mevcut verilerin kesinliği varsayımı üzerine kurulmuştur. Ancak, eldeki verilerin her zaman kesin olması çok zordur. Bu yüzden optimizasyon problemlerini kesinliğin olmadığı bulanık ortamda değerlendirmek daha doğrudur.

Belirsizlikleri çözümlemeye yönelik bulanık hedef programlamaya; bulanık kümelerin, optimizasyon problemlerine uygulanmasıyla ulaşılır. Bulanık hedef programlama tekniğinin en belirleyici özelliği; hedef değerlerinin bir kesinlik taşımamasıdır. Bulanık hedef programlamanın temelini "bulanık karar", "optimal karar" "bulanık hedef" oluşturur.

Bulanık Karar: Bulanık hedef programlamanın çözümüyle elde edilecek olan alternatifler uzayındaki bulanık küme, bulanık karar kümesi olarak tanımlanır. Bulanık karar kümesi her bulanık küme gibi bir üyelik fonksiyonu ile ifade edilir. Alternatif çözümler üyelik fonksiyonu yardımı ile bulanık kısıtları ve hedefleri sağlamadaki başarılarına göre sıralanır.

¹⁹² Jean-Marc Martel, Belaid Aouni, "Diverse Imprecise Goal Programming Model Formulations", Journal of Global Optimization, No:12, 1998, p.129.

Optimal Karar: Optimal çözüm, alternatifler içinden en iyinin seçimi ile belirlenir. Bulanık karar kümesi içindeki en iyi çözüm, bulanık kısıt ve hedeflere en çok yaklaşan çözümdür. Bulanık karar kümesi içindeki üyelik derecesini en büyükleyen çözüm optimal kabul edilir, böylece optimisasyon düşüncesinden daha çok, bir doyum düşüncesine dayanma özelliği ortaya çıkar.

Bulanık hedefler: Karar verici tarafından belirlenen ve aralıklar halinde ifade edilen hedeflerdir. A bir hedef değerini ifade ediyorken, “A’nın değeri yaklaşık 100 olmalıdır” ifadesi A hedefinin bulanık bir hedef olduğunu gösterir. Bulanık küme teoremi gereği her bulanık küme bir alt ve üst sınıra sahip olduğundan, burada da A değerine bir alt ve üst sınır verilir ve A bir aralık şeklinde ifade edilir. Bulanık küme teorisi, karar vericilerin sübjektif yargılara dayanan hedefleri için “.....’e eşit” ve “.....’den oldukça küçük” gibi ifade edilebilen erişim düzeylerinin tanımlanmasına izin verir.¹⁹³

Hedeflere ilişkin bu tür tanımlamalar, bulanık kümelerde üyelik fonksiyonları ile ele alınır. Hedefler için belirlenecek üyelik fonksiyonları, klasik hedef programlama tekniğinde kullanılan d_i^+ , d_i^- sapma değişkenlerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Böylelikle çözüm $F(d_i^+, d_i^-, \dots, d_m^+, d_m^-)$ sapmalar fonksiyonunun minimize edilmesine indirgenmiş olur. Bu da, bulanık hedef programlama tekniğinde kullanılan çözüm amacının, hedef programlama tekniğinde kullanılan çözüm amacı ile uyumlu olduğunun göstergesidir.

Sıkça kullanılan üç tip bulanık hedef vardır. Bulanık hedef programlama modeli bu üç bulanık hedefi kapsar.¹⁹⁴

¹⁹³ Lai and Hwang, **a.g.e.**, p.139.

¹⁹⁴ M.A. Yaghoobi, M. Tamiz, “A Method For Solving Fuzzy Goal Programming Problems Based on MINMAX Approach”, European Journal of Operation Research, Vol: 177, 2007a, p.1581.

Bulanık hedef programlama modelini şöyle gösterbiliriz;¹⁹⁵

$$\begin{aligned}(Ax)_i &\cong b_i & ; & i= 1,2,\dots,i_0 \\(Ax)_i &\leq b_i & ; & i= i_0+1,\dots,j_0 \\(Ax)_i &\geq b_i & ; & i= j_0+1,\dots,k\end{aligned}$$

Bulanık hedefler

$$\begin{aligned}(Ax)_i &\{=, \leq, \geq\} b_l & ; & l= 1,2,\dots,p \\x_j &\geq 0 & ; & j= 1,2,\dots,n\end{aligned}$$

Bulanık olmayan kısıtlayıcılar

$\cong, \leq, \geq$ simgeleri sırasıyla $=, \leq, \geq$ simgelerinin bulanıklaştırılmış halidir.¹⁹⁶

$(Ax)_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j$, $i=1,2,\dots,k$. ve “ b_i ” i’inci bulanık hedef için karar vericinin belirlediği hedef değeridir.¹⁹⁷ Karar vericinin “ b_i ” hedef değerini kesin olarak belirleyemediği için bu değer çevresinde kabul edilebilir maksimum miktarda sapmalar oluşabilir.

Standart bir hedef programlama formülasyonunda; hedefler ve kısıtlar kesin olarak tanımlanarak, matematiksel eşitlikler kullanılır ve birden fazla amacın optimalliği araştırılır. Hedeflerin, kesin ve matematiksel eşitlikler kullanılarak belirlenen hedef değerlere dayanılarak formülasyonu yapılır. Bulanık küme teorisinin hedef programlama modeline uygulanmasıyla, karar vericiden karar vericiye değişiklik gösterebilecek hedefler için, “.... civarında”, “.....’den oldukça büyük”, “....’den daha geniş” gibi sözel ifadeler kullanılarak erişim düzeylerinin tanımlanmasına olanak sağlanmış olur.¹⁹⁸

¹⁹⁵ A.g.m.

¹⁹⁶ Bijay Baran Pal, Bhola Nath Moitra, “A Goal Procedure For Solving Problems With Multiple Fuzzy Goals Using Dynamic Programming”, European Journal of Operation Research, Vol: 144, 2003, p.482.

¹⁹⁷ Yaghoobi (2007a), a.g.m., p.1581.

¹⁹⁸ Lai and Hwang, **a.g.e.**, p.139.

Geleneksel küme teorisi ile bulanık küme teorisi arasındaki en önemli fark üyelik fonksiyonlarıdır. Geleneksel bir küme sadece bir üyelik fonksiyonuyla nitelenebilirken, bulanık bir küme teorik olarak sonsuz sayıda üyelik fonksiyonuyla nitelenebilir. Bulanık hedefler, literatürde üçgensel, ikizkenar, parçalı doğrusal, iç bükey biçimli doğrusal, parçalı doğrusal, yarı iç bükey biçimli parçalı doğrusal, s-biçimli parçalı doğrusal ve dış bükey biçimli parçalı doğrusal şeklinde farklı özellikteki üyelik fonksiyonları ile belirtilmişlerdir. Hangi üyelik fonksiyonunun kullanılacağına karar verici karar verir.

Bulanık hedef programlama için geliştirilen çözüm tekniklerinin bir çoğunda işlemsel kolaylık sağlaması sebebiyle, bulanık hedefler Zimmermann tipi üyelik fonksiyonları ile nitelendirilmişlerdir.

Zimmermann'a göre, bulanık eşitsizlik tamamen doyuruluyorsa üyelik derecesi 1 olmalı, bulanık eşitsizlik tamamen doyurulmuyorsa üyelik derecesi 0 olmalı ve üyelik derecesi 0'dan1'e doğru tek düze artmalıdır.¹⁹⁹ Bu durum matematiksel olarak şöyle gösterilebilir;

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{eger } (Ax)_i \leq b_i \\ \in [0,1] & \text{eger } b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ 0 & \text{eger } (Ax)_i \geq b_i + d_i \end{cases} \quad i = 1, \dots, m+1$$

¹⁹⁹ H.-J. Zimmermann, **a.g.e.** p.338.

Zimmermann tipi üyelik fonksiyonlarının gösterimi şöyledir;^{200- 201}

$$(Ax)_i \cong b_i \Rightarrow \mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; (Ax)_i \leq b_i - d_i \\ 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} & ; b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & ; b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ 0 & ; (Ax)_i \geq b_i + d_i \end{cases}$$

$$(Ax)_i \leq b_i \Rightarrow \mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; (Ax)_i \geq b_i + d_i \\ 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} & ; b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ 1 & ; (Ax)_i \leq b_i \end{cases}$$

$$(Ax)_i \geq b_i \Rightarrow \mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; (Ax)_i \leq b_i - d_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & ; b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq d_i \\ 1 & ; (Ax)_i \geq b_i \end{cases}$$

$(Ax)_i$; hedef kısıtını,

b_i ; karar vericinin belirlediği erişim değerini,

d_i ; karar verici tarafından belirlenen erişim değerinden sapmalar için kabul edilebilir tolerans miktarını göstermektedir.

Hedeflerin öncelik yapısına göre, bulanık hedef programlama modeli iki şekilde ele alınabilir. Bunlardan ilki, bütün hedefler aynı tercih önceliğinde yer aldığı için eşanlı

²⁰⁰ Mustafa M. Özkan, **Bulanık Hedef Programlama**, Ekin Kitabevi, 2003, s.182.

²⁰¹ H.-J. Zimmermann, **a.g.e.**, p.338.

olarak doyurulan bulanık hedef programlama modelidir. İkincisi ise, hedeflerin farklı öncelikleri olduğu için karar vericinin tercihlerini dikkate alan öncelikli bulanık hedef programlama modelidir.²⁰² Bulanık hedef programlama problemlerinin çözümü için geliştirilen tekniklerden, “Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Narasimhan Yaklaşımı”, “Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Hannan Yaklaşımı” ve “Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Yang, Ignizio Kim Yaklaşımı”, hedefler arasında tercih önceliği olmayan dolayısıyla eşanlı olarak doyurulan bulanık hedef programlama modellerinin çözümünde kullanılmaktadır. “Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Tiwari, Dharmar ve Rao Yaklaşımı” ve “Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Chen Yaklaşımı” ise hedeflerin farklı önceliklerinin olduğu, öncelikli bulanık hedef programlama modellerinin çözümünde kullanılmaktadırlar.

4.2. Bulanık Hedef Programlama Problemlerinin Çözümü İçin Geliştirilen Teknikler

Bulanık hedef programlama problemlerinin çözümü için geliştirilen teknikleri açıklamadan önce, bulanık yapıdaki optimizasyon problemlerinin çözümüne temel oluşturan, Bellmann ve Zadeh (1970) tarafından tanımlanan bulanık karar yaklaşımının tanıtılması gereklidir.

Bellmann ve Zadeh, içinde bulunulan bulanık ortamı bulanık hedefler, bulanık kısıtlar ve bulanık kararlarla modellemişlerdir.²⁰³ Bellmann ve Zadeh bulanık ortamda hedeflerin ve kısıtların aynı nitelikte olduklarını söylemişlerdir. Bulanık hedefi, X üzerinde bir bulanık küme olarak tanımlamışlar ve

$X: \mu_G(x)$ şeklinde göstermişler,

²⁰² Lai and Hwang, a.g.e., p.139.

²⁰³ Yuan Li, a.g.m., p.328.

bulanık kısıtı da aynı şekilde, yine X üzerinde bir bulanık küme olarak tanımlamışlar ve

$X: \mu_C(x)$ şeklinde göstermişlerdir.

Hedefler ve kısıtlar aynı önem derecesine sahip olduğunda, Bellmann ve Zadeh bulanık kararı X üzerinde tanımlanan bir D bulanık kümesi;²⁰⁴

$$\mu_D(x) = \mu_G(x) \wedge \mu_C(x) \quad x \in X$$

başka bir ifade ile de;

$$\mu_D(x) = \min (\mu_G(x), \mu_C(x)) , \quad x \in X \text{ olarak gösterilebilir.}$$

Formülü bulanık hedefler ve bulanık kısıtlarla genişlettiğimizde;

Y içinde bulanık hedefler $G_1, \dots, G_p$, olarak, X içindede bulanık kısıtlar $C_1, \dots, C_q$ olarak tanımlanırsa, fonksiyon $f: X \rightarrow Y, y=f(x)$

$$\mu_D(x) = \mu_{G1}[f(x)] \wedge \mu_{G2}[f(x)] \wedge \dots \wedge \mu_{Gp}[f(x)] \wedge \mu_{C1}(x) \wedge \dots \wedge \mu_{Cq}(x)$$

Optimal karar $x^* \in X$ iken,²⁰⁵

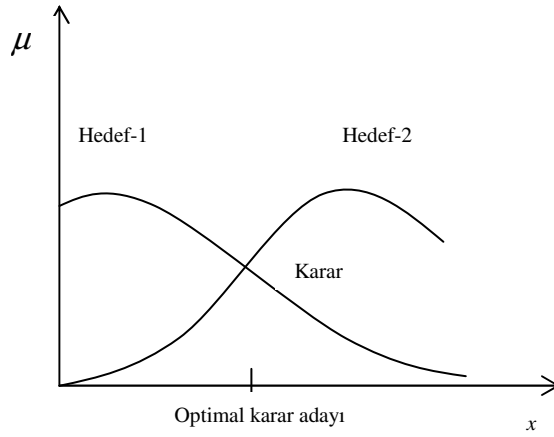
$$\mu_D(x^*) = \max_{x \in X} \mu_D(x) \text{ olarak tanımlanır.}$$

Bellman ve Zadeh klasik karar modellerinden yola çıkarak, bulanık ortamlarda da karar verebilmek için bir model önerisi geliştirmişler, karar verme yöntemindeki

²⁰⁴ A.g.m.

²⁰⁵ A.g.m.

hedeflerin ve kısıtların yapılarında bulanıklık olduğunu farz etmişlerdir. Formüllerine göre hedefler ve kısıtlar, üyelik fonksiyonlarına göre nitelendirilmekte ve bulanık ortamdaki karar, bulanık hedeflerin ve bulanık kısıtların kesişimi olarak düşünülmektedir (Şekil 4.1).²⁰⁶



Şekil 4.1: Bulanık Ortamda Karar Vermenin Grafiksel Anlatımı

Kaynak: Kyung-Hoon Kim, Hyung Suck Cho, “An Obstacle Avoidance Method for Mobile Robots Based on Fuzzy Decision-Making”, Robotica, Cambridge University Pres, Vol:24, 2006, p.569.

Sınırlarında ve parametrelerinde belirsizlik içeren hedef programlama problemlerinin çözümü için geliştirilmiş çeşitli teknikler vardır. Bu teknikler, amaç fonksiyonlarında ve kullanılan üyelik fonksiyonlarının yapılarında farklılıklar gösterir.

²⁰⁶ Kyung-Hoon Kim, Hyung Suck Cho, “An Obstacle Avoidance Method for Mobile Robots Based on Fuzzy Decision-Making”, Robotica, Cambridge University Pres, Vol:24, 2006, p.568.

4.2.1. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Narasimhan Yaklaşımı

Narasimhan, 1980’de hedef programlama problemlerinde bulanık kümeleri kullanarak bulanık hedef programlama modelini tanıtmıştır. *Narasimhan*’ın çalışmasından sonra bulanık hedef programlama alanında kapsamlı araştırmalar yapılmış ve bulanık hedef programlama kullanılan karar alma problemlerinin çeşitli yönleri literatürde araştırılmıştır.²⁰⁷

Narasimhan’ın yaklaşımında, verilen kısıtlayıcı kümesinden çözüm vektörü x ’in belirlenmesi şöyle ifade edilir;

Amaç: x değerinin belirlenmesi

$$(Ax)_i \cong b_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, m_1$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$\cong$: kısıtların b_i çevresinde olduğunu belirtir.

Narasimhan, Zimmerman’ın bulanık doğrusal programlama modeli için geliştirdiği çözüm tekniğinden yola çıkarak bulanık hedef programlama modelinde bulanık kümeleri de kullanarak çözüme ulaşmaya çalışmıştır.²⁰⁸ *Narasimhan*’nın yaklaşımında, bulanık hedefler arasında tercih önceliğinin olmadığı, bütün hedeflerin aynı önemde derecesinde olduğu kabul edilir.²⁰⁹

Narasimhan, bulanık hedefleri üçgensel üyelik fonksiyonları ile nitelendirmiştir. *Narasimhan*, üyelik fonksiyonlarını, üyelik derecesinin 0’dan 1’e doğru arttığı parça ve 1’den 0’a doğru azaldığı parça olarak ele almış ve bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanını belirleyebilmek için problemi iki alt probleme dönüştürmüştür.

²⁰⁷ Yaghoobi (2007a), a.g.m., p.1581.

²⁰⁸ John Soon Kim, a.g.m., p.614.

²⁰⁹ A.g.m., p.616.

$$\mu_D(x^M) = \max_{x \geq 0}(\min[\mu_i(x)]) = \left\{ \begin{array}{cc} \begin{array}{c} 1.problem \\ \max_{x \geq 0} \left\{ \min \left[1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \right] \right\} \\ kisitlayicilar \\ b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i \\ i = 1, 2, \dots, m_1 \end{array} & \begin{array}{c} 2.problem \\ \max_{x \geq 0} \left\{ \min \left[1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \right] \right\} \\ kisitlayicilar \\ b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ i = 1, 2, \dots, m_1 \end{array} \end{array} \right\}$$

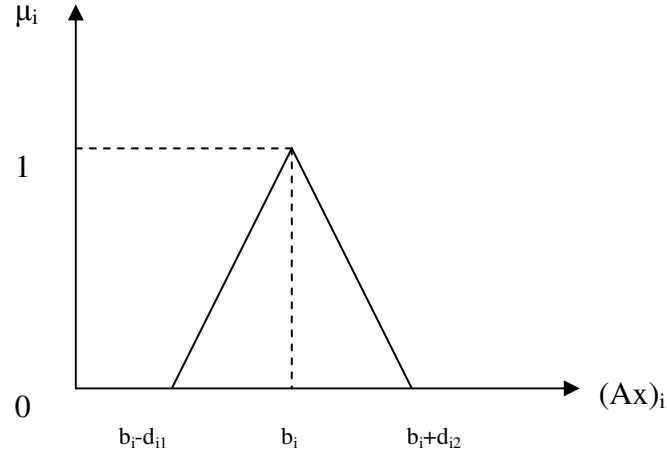
Bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanının belirlenebilmesi için;

$\mu_D(x^M) = \max_{x \geq 0}(\min[\mu_i(x)])$ probleminin çözülmesi gerekmektedir. En yüksek

üyelik dereceli elemanı belirleyebilmek için ya da diğer bir ifadeyle en iyileme yönündeki bir kararı ifade eden x^M vektörünün $[b_i - d_i, b_i]$ ve $[b_i, b_i + d_i]$ aralıklarından hangisinde yer aldığını bulabilmek için, bulanık hedef için alt problemler oluşturulur. Üçgensel üyelik fonksiyonunda $(b_i, b_i - d_i, b_i + d_i)$ ifadesinde b_i karar vericinin en çok tercih ettiği değer, $b_i - d_i$ en kötümser değer olduğu ve $b_i + d_i$ en iyimser değer olduğu için en az tercih edilen değerlerdir.²¹⁰ Karar verici “ b_i ” hedef değerini kesin olarak belirleyemediği için bu değer çevresinde kabul edilebilir maksimum miktarda sapmalar oluşabilir. d_i ; merkez değer olan b_i ’den kabul edilebilir maksimum sapmayı göstermektedir.

Kesin olarak belirlenemeyen hedef ve kabul edilebilir maksimum sapmanın, üçgensel formda grafikte gösterimi Şekil 4.2.’de verilmiştir.

²¹⁰ Lai and Hwang, a.g.e., p.141.



Şekil 4.2: Bulanık Hedefler İçin Üçgensel Üyelik Fonksiyonunu

Kaynak: Young-Jou Lai, Ching-Lai Hwang, **Fuzzy Multiple Objective Decision Making Methods and Applications**, Springer-Verlag, Berlin, 1994, p.14.

Şekilde;

d_i : hedef değerden subjektif olarak belirlenen maksimum kabul edilebilir sapmaları,

b_i : tercih edilen değeri,

$b_i - d_i$: en kötümser değeri,

$b_i + d_i$: en iyimser değeri göstermektedir.

Bir maksimizasyon kararı olan $\mu_D(x^M)$, geleneksel bir doğrusal programlama modelinin kurulması ile belirlenebilir. Diğer bir ifadeyle simetrik bulanık doğrusal programlama problemleri, bulanık hedeflere erişme derecesini gösteren λ değişkeni ile doğrusal programlama modeli olarak ifade edilir. λ değişkeni, bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların çözüm vektörü x tarafından eşanlı olarak doyurulma derecesini gösterir ve λ değişkeni, $\lambda \in [0,1]$ aralığında tanımlanır. $[0,1]$ aralığında birçok λ değeri bulunur, bulunan bu λ değerlerinden en büyüğü eniyi kararı verir.²¹¹

²¹¹ Ömer Keleşoğlu, “Bulanık Çok Amaçlı Eniyileme Problemlerinin Genetik Algoritma Kullanılarak Çözümü”, Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi Sigma, 2006/2, s.104.

Narasimhan yaklaşımında k adet bulanık hedefli bir hedef programlama için 2^k tane doğrusal alt problem oluşturulur.²¹²

$$\mu_D(x^M) = \max(\min[\mu_i(x)]) = \left\{ \begin{array}{cc} \begin{array}{l} 1.problem \\ \max \lambda \\ kisitlayicilar \\ 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \geq \lambda \\ b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i \\ x \geq 0 \\ \lambda \in [0,1] \\ i = 1,2,...,m_1 \end{array} & \begin{array}{l} 2.problem \\ \max \lambda \\ kisitlayicilar \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \geq \lambda \\ b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ x \geq 0 \\ \lambda \in [0,1] \\ i = 1,2,...,m_1 \end{array} \end{array} \right\}$$

x^M vektörü herhangi bir bulanık hedef için $b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i$ eşitsizliğini doyururken, diğer bir bulanık hedef için $b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i$ eşitsizliğini doyurabilir. Bu nedenle, alt problemler bir araya getirilir.

$$\begin{array}{l} \max \lambda \\ kisitlayicilar \\ 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \geq \lambda \\ b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \geq \lambda \\ b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ \lambda \in [0,1] \\ x \geq 0 \end{array}$$

²¹² M.A. Yaghoobi, M. Tamiz, “A Note On Article “A Tolerance Approach To The Fuzzy Goal Programming Problems With Unbalanced Triangular Membership Function”, European Journal of Operation Research, No:176, 2007b, p.637.

Narasimhan yaklaşımında, oluşturulan alt problemlerden en yüksek λ değerini veren problemin çözümü, bulanık hedef programlama modelinin çözümü olarak kabul edilir.

4.2.2. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Hannan Yaklaşımı

Hannan, *Narasimhan*'nın bulanık hedef programlama modelini geliştirmiştir.²¹³ *Hannan* 1981 yılında yaptığı çalışmada; bulanık hedefleri, bulanık olmayan, kesin hedeflere dönüştürdükten sonra, eldeki problemin hedef programlama tekniği ile çözümünün mümkün olabileceğini söylemiştir. *Hannan* tarafından geliştirilen çözüm yöntemi, *Narasimhan*'nın metoduna özdeştir ve aynı optimal sonuçları vermektedir.²¹⁴ *Hannan* geliştirdiği yöntemi şöyle tanıtmıştır; her bir amaç fonksiyonu için birer üyelik fonksiyonu tanımlanır. Üyelik fonksiyonları $[0,1]$ arasında değerler alır.²¹⁵ Üyelik fonksiyonları tanımlanırken; hedefler ve kısıtlar arasındaki ayırım iyi yapılmalıdır. Kısıtlar için belirsiz ifadeler kullanmak ve değişiklik yapmak mümkün değildir. Hedeflerde ise, bulanıklık olabilir. Her hedef için üyelik fonksiyonunun belirlenmesinde karar vericiye büyük sorumluluklar düşmektedir.

Hannan ve *Narasimhan*, bulanık hedef programlama modellerinin çözümünde üçgensel üyelik fonksiyonu kullanmışlardır. *Hannan* bulanık hedef programlama modellerinin çözümünde, *Narasimhan*'nın 2^k alt problemlerinden yararlanarak bulanık hedef programlama modelini tek bir doğrusal programlama modeli olarak formüle etmeyi başarmıştır.²¹⁶ Kısıtların ve alt problemlerin sayısı *Narasimhan*'a göre daha az olduğu için uygulanması daha hızlı ve kolaydır.²¹⁷

²¹³ John Soon Kim, a.g.m., p.614.

²¹⁴ Yaghoobi (2007a), a.g.m., p.1582.

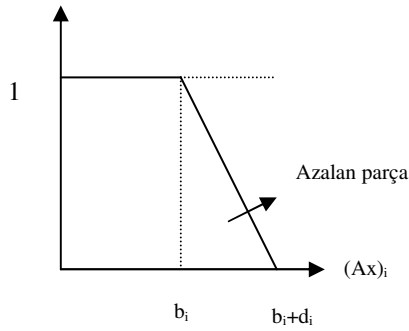
²¹⁵ Martel, a.g.m., p.129.

²¹⁶ Lai and Hwang, a.g.e., p.142.

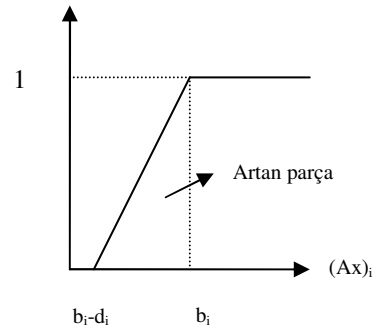
²¹⁷ Martel, a.g.m., p.130.

Narasimhan yaklaşımında oluşturulan alt problemler aşağıda ve grafik olarak gösterimi Şekil 4.3’de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 &\max \lambda \\
 &\text{kısıtlayıcılar} \\
 &\left. \begin{aligned} 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} &\geq \lambda \\ b_i - d_i &\leq (Ax)_i \leq b_i \end{aligned} \right\} \text{artan parça} \\
 &\left. \begin{aligned} 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} &\geq \lambda \\ b_i &\leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \end{aligned} \right\} \text{azalan parça} \\
 &\lambda \in [0,1] \\
 &x \geq 0
 \end{aligned}$$



(A)



(B)

Şekil 4.3: Lineer Üyelik Fonksiyonları: (A) $i= 1, \dots, i_0$, (B) $i=i_0+1, \dots, j_0$

Kaynak: M.A. Yaghoobi, M. Tamiz, “A Method for Solving Fuzzy Goal Programming Problems Based on MINMAX Approach”, European Journal of Operation Research, No:177, 2007, p.1582.

Hannan, öncelikle *Narasimhan* yaklaşımında oluşturulan alt problemlerdeki artan parça olarak nitelendirilen kısıtlayıcıları ele almış, $(Ax)_i \leq b_i$ ifadesini tolerans miktarı olan d_i 'ye bölerek $\frac{(Ax)_i}{d_i} \leq \frac{b_i}{d_i}$ ifadesini elde etmiştir. Bu eşitsizlikten fazla tahmini gösteren δ_i^+ 'i çıkartmış²¹⁸;

$$\frac{(Ax)_i}{d_i} - \delta_i^+ = \frac{b_i}{d_i}$$

bu eşitliği δ_i^+ değişkenine göre düzenleyip;

$$1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \geq \lambda \text{ eşitsizliğinde yerine koyarak } \lambda + \delta_i^+ \leq 1 \text{ kısıtlayıcısını elde}$$

etmiştir.

Daha sonra benzer işlemleri azalan parça olarak tanımlanan kısıtlayıcılar için de yaparak; $(Ax)_i \geq b_i$ ifadesini tolerans miktarı olan d_i 'ye bölerek $\frac{(Ax)_i}{d_i} \geq \frac{b_i}{d_i}$ ifadesini elde etmiştir. Bu eşitsizliğe eksik tahmini gösteren δ_i^- 'i ekleyerek şu eşitliği elde etmiştir;

$$\frac{(Ax)_i}{d_i} + \delta_i^- = \frac{b_i}{d_i}$$

bu eşitliği δ_i^- değişkenine göre düzenleyip;

²¹⁸Lai and Hwang, **a.g.e.**, p.142.

$$1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \geq \lambda \text{ eşitsizliğinde yerine koyarak } \lambda + \delta_i^- \leq 1 \text{ kısıtlayıcısını elde}$$

etmiştir.

Hannan, karar vericinin belirlediği erişim düzeyine ne oranda ulaşıldığını belirleyebilmek için; $\lambda + \delta_i^+ \leq 1$ ve $\lambda + \delta_i^- \leq 1$ kısıtlayıcılarını birleştirmiş, bulanık hedef programlama modelini tek bir doğrusal programlama modeli olarak gösterebilmek için yukarıdaki iki eşitliği bir araya getirerek

$$\frac{(Ax)_i}{d_i} + \delta_i^- - \delta_i^+ = \frac{b_i}{d_i} \text{ denklemine ulaşmıştır.}$$

Sonuç olarak *Hannan*, bulanık hedef programlama modelini tek bir doğrusal programlama modeli olarak şu şekilde ifade etmiştir;^{219- 220}

$$\begin{aligned} &\max \lambda \\ &\frac{(Ax)_i}{d_i} + \delta_i^- - \delta_i^+ = \frac{b_i}{d_i} \\ &\lambda + \delta_i^- + \delta_i^+ \leq 1 \\ &\delta_i^-, \delta_i^+ \geq 0 \\ &\delta_i^- \times \delta_i^+ = 0 \\ &\lambda \in [0,1] \text{ ve } x \geq 0 \end{aligned}$$

λ değişkeni, bulanık hedeflere ulaşma derecesini göstermektedir. Bulanık bir hedefin tamamen doyurulması için; $\lambda = 1$ veya $\delta_i^+ = \delta_i^- = 0$ koşulunun sağlanması gerekir.

²¹⁹ Yaghoobi (2007a), a.g.m., p.1582.

²²⁰ Lai and Hwang, **a.g.e.**, p.142.

4.2.3. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Yang, Ignizio ve Kim Yaklaşımı

Yang, Ignizio ve Kim, 1991 yılında yaptıkları çalışmada, bulanık eşitliklerin üçgensel üyelik fonksiyonları ile nitelendirildikleri zaman, bulanık hedef programlama probleminin, bulanık doğrusal programlama problemi olarak çözülebileceğini göstermişlerdir.²²¹

Bulanık hedef programlama için geliştirilen çözüm tekniklerinin bir çoğunda işlemsel kolaylık sağlaması sebebiyle, bulanık hedefler Zimmermann tipi üyelik fonksiyonlarıyla nitelendirilir. Yang, Ignizio ve Kim’de bulanık hedef programlama problemlerini çözebilmek için üçgensel üyelik fonksiyonlarından yararlanmayı önermişler ve Zimmermann tipi üyelik fonksiyonlarını kullandılar.²²²

Yang, Ignizio ve Kim makalelerinde; “Zimmermann’nın, simetrik bulanık doğrusal programlama problemini, ek bir değişken olan λ ’yı kullanarak, geleneksel bir doğrusal programlama modeline dönüştürdüğünü, λ değişkeninin bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların çözüm vektörü x tarafından eşanlı olarak doyurulma derecesini gösterdiğini ve λ değişkeninin $[0,1]$ arasında tanımlandığını” söylemiş, Narasimhan ile Hannan yaklaşımlarının özdeş sonuçlar verdiğini ispatlamışlardır.²²³

Bulanık hedefler Zimmerman’nın üyelik fonksiyonlarıyla nitelendirildiğinde bulanık karar kümesinin en yüksek üyelik dereceli elemanı;

²²¹ Taeyong Yang, James Ignizio, Hyun-Joan Kim, “Fuzzy Programming With Nonlinear Membership Function: Piecewise Linear Approximation”, Fuzzy Sets and Systems 41, 1991, p.48.

²²² Yaghoobi (2007a), a.g.m., p.1582.

²²³ Taeyong Yang, a.g.m, p.48.

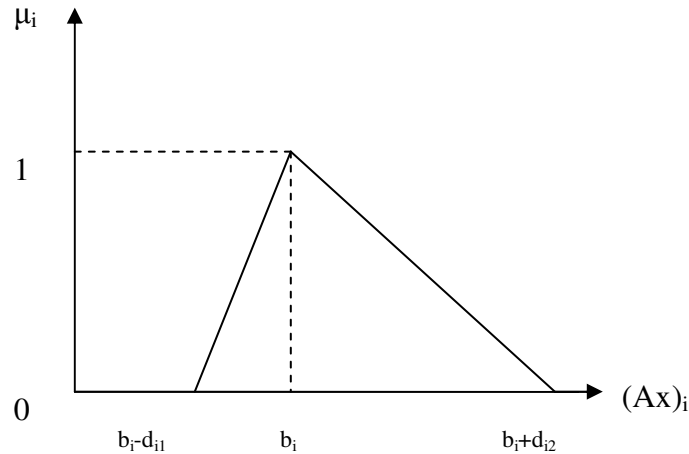
$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & \text{kısıtlayıcılar} \\ & 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \geq \lambda \end{aligned}$$

$$1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \geq \lambda$$

doğrusal programlama problemi çözülerek belirlenebilir.

$$\begin{aligned} & \lambda \in [0,1] \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Yang, Ignizio ve Kim, $Ax \cong b_o$ ifadesini $(Ax)_i \leq b_i$ ve $(Ax)_i \geq b_i$ şeklinde iki bulanık eşitsizliğe dönüştürmüştür. Bu yaklaşımda, üçgensel üyelik fonksiyonlarının tanımlı olduğu $[b_i - d_i, b_i]$ ve $[b_i, b_i + d_i]$ aralıklarının birbirine eşit olması gerekmemektedir. d_i sapmaları, merkezde bulunan b_i değerinden farklı uzaklıkta olabilirler²²⁴ (Şekil 4.4) yani $(Ax)_i \cong b_i$ ifadesinin simetrik olmayan üçgensel üyelik fonksiyonları ile nitelendirilebilirler.



Şekil 4.4: Simetrik Olmayan Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarının Gösterimi

²²⁴ Mustafa Güneş, Nurullah Umarosman, “Fuzzy Goal Programming Approach On Computation Of The Fuzzy Arithmetic Mean”, Mathematical and Computation Applications, Vol.10, No:2, p.214.

Simetrik olmayan üçgensel üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibidir;

$$(Ax)_i \cong b_i \Rightarrow \mu_i(x) = \begin{cases} 0 & ; (Ax)_i \leq b_i - d_{i1} \\ 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_{i1}} & ; b_i - d_{i1} \leq (Ax)_i \leq b_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_{i2}} & ; b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_{i2} \\ 0 & ; (Ax)_i \geq b_i + d_{i2} \end{cases}$$

En yüksek üyelik dereceli elemanı bulmak için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi de aşağıdaki gibi olacaktır;^{225 226}

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & \text{kısıtlayıcılar} \\ & 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_{i1}} \geq \lambda \\ & 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_{i2}} \geq \lambda \\ & \lambda \in [0,1] \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

²²⁵ Liang-Hsuan Chen, Feng –Chou Tsai, “Fuzzy Goal Programming With Different Importance And Priorities”, European Journal of Operation Research, No:133, 2001, p.550. (548-556)

²²⁶ Lai and Hwang, **a.g.e.**, p.143.

Yaghoobi ve Tamiz (2007) yaptıkları çalışmalarında, Hannan modeli ile Yang, Ignizio ve Kim'in modelinin kısıtlarının aynı olduğunu göstermişlerdir.²²⁷ n_i ve p_i 'den biri mutlaka 0 olacak şekilde Hannan modelinin kısıtları tekrar yazılırsa;

$$(i) \ n_i \geq 0 \text{ ve } p_i > 0, \quad \delta_i^- = \frac{1}{\Delta_i} n_i \text{ ve } \delta_i^+ = \frac{1}{\Delta_i} p_i$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (Ax)_i + n_i - p_i = b_i \\ \lambda + \frac{1}{\Delta d_{i1}} n_i + \frac{1}{\Delta d_{i2}} p_i \leq 1 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} (Ax)_i - p_i \leq b_i \\ \lambda + \frac{1}{\Delta d_{i2}} p_i \leq 1 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} -p_i \leq b_i - (Ax)_i \\ \lambda \leq 1 - \frac{1}{\Delta d_{i2}} p_i \end{array} \right\} \equiv 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_{i2}} \geq \lambda$$

$$i=j_0+1, \dots, k$$

$$(ii) \ n_i > 0 \text{ ve } p_i \geq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (Ax)_i + n_i - p_i = b_i \\ \lambda + \frac{1}{\Delta d_{i1}} n_i + \frac{1}{\Delta d_{i2}} p_i \leq 1 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} (Ax)_i + n_i \geq b_i \\ \lambda + \frac{1}{\Delta d_{i1}} n_i \leq 1 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} -n_i \leq (Ax)_i - b_i \\ \lambda \leq 1 - \frac{1}{\Delta d_{i1}} n_i \end{array} \right\} \equiv 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_{i1}} \geq \lambda$$

$$i=j_0+1, \dots, k$$

(i) ve (ii)'de *Hannan* modeli ile *Yang*, *Ignizio* ve *Kim*'in modelinin kısıtlarının eşit olduğu görülmektedir.

²²⁷ Yaghoobi (2007a), a.g.m., p.1586.

4.2.4. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Tiwari, Dharmar ve Rao Yaklaşımı

Tiwari, Dharmar ve Rao bulanık hedef programlamayı formüle ederken, Zimmermann'ın metodundan yola çıkmışlar ve bu metodu geliştirecek öneriler getirmişlerdir.²²⁸

Narasimhan, Hang ve Yang, Ignizio, Kim yaklaşımlarında hedeflerin öncelikleri aynı kabul edilmiştir. *Tiwari, Dharmar ve Rao* bunu geliştirerek hedeflerin farklı öncelikleri olabileceğini söylemişler ve hedefleri önceliklendirerek çözümlemeyi amaçlamışlar.

Bulanık hedef programlamada bulanık hedeflere farklı öncelikler veren ilk çalışma “*Tiwari, Dharmar, Rao*” tarafından yapılmıştır. Hedef programlamanın asıl amacı birçok hedefi aynı anda gerçekleştirmektir. *Tiwari, Dharmar ve Rao* 1986 yılındaki makalelerinde; bulanık hedef programlama problemlerinde, hedeflerin geleneksel hedef programlama problemlerinde olduğu gibi kesin olarak ifade edilmediğini, tam olarak belirtilmeyen birçok sayıdaki hedefin aynı anda gerçekleştirilmesi gerektiği belirtmişlerdir. Ancak aynı anda gerçekleştirilmesi istenen hedeflerden bazıları birbirleriyle çelişen, zıt hedefler olabilmektedir. Bu gibi durumlarda karar verici hedeflere öncelikler verir.²²⁹

Öncelikler sadece hedef programlamada değil, insan hayatında da önemli rol oynar. Hedefleri önceliklere göre sıralamakta kullanılacak kesin kurallar yoktur. Öncelik konusu bulanık hedef programlamanın en zor yanıdır. Çünkü elde edilen çözüm hedeflere verilen önceliklere göre değişmektedir.²³⁰

²²⁸ Chang, a.g.m., p. 305.

²²⁹ R.N. Tiwari, S. Dharmar, J.R. Rao, “Priority Structure In Fuzzy Goal Programming”, Fuzzy Sets and Systems 19, 1986, p. 252.

²³⁰ A.g.m., p.254.

Tiwari, Dharmar ve Rao çalışmalarında; hedefleri önem derecesine göre, yüksek dereceliden düşük dereceye doğru sıralamış ve hedeflerin gerçekleştirilmesine önem derecesi en yüksek olandan başlamışlar.

Elimizde K tane öncelik seviyesi olduğunu varsayalım, K tane öncelik seviyesi olması problemin K tane alt probleme bölündüğünü ya da standart hedef programlamaya dönüştürülmesi gereken K tane bulanık hedef programlama denklemi olduğunu ifade eder.²³¹ Hedefler şöyle sıraya konulabilir; eğer $r < s$ ise, hedef $G_r(x)$ 'in önceliği hedef $G_s(x)$ 'den daha yüksektir. Hedeflerin öncelikleri belirlendikten sonra, çözüme K öncelik seviyesine bölünen hedeflerden birinci önceliğe sahip olan hedef $[G_i]^1$ 'den başlanır ve ilk önce o çözülür.²³² Birinci hedefe ulaşıldıktan sonra, ikinci öncelikli hedefin hangisi olduğuna karar verilip ikinci hedefe ulaşılır. Bu işlem bütün öncelik seviyeleri bitinceye kadar tekrarlanır.²³³

m tane bulanık hedefe sahip bir bulanık hedef programlama problemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir, bulanık hedefler karar vericinin uygun gördüğü öncelik ile sıralanır;²³⁴

$$\begin{aligned}
 G_1 : \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \cong B_1, \\
 G_2 : \quad & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \cong B_2, \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 G_m : \quad & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \cong B_m
 \end{aligned}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

²³¹ Lai and Hwang, **a.g.e.**, p.153.

²³² Tiwari, **a.g.m.**, p.254.

²³³ **A.g.m.**, p.255.

²³⁴ **A.g.m.**, p.253.

Buradaki “ $\cong$ ” sembolü bulanıklığı ifade eder. $(Ax)_i \cong B_i$ anlamı ise; $(Ax)_i$ ’in B_i ’den küçük bir değere sahip olabileceği gibi (negatif sapma), büyük bir değere de sahip olabileceğidir (pozitif sapma). B_{iL} ve B_{iG} i’inci hedefin negatif ve pozitif sapmaları ve $B_i - B_{iL} = B_{iG} - B_i = \Delta_i$ olsun, yukarıda tanımlanan bulanık hedefler için kullanılacak üçgensel üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibi olacaktır;²³⁵

$$\mu_i(Ax) = \begin{cases} 1 & (Ax)_i = B_i \\ 0 & (Ax)_i \leq B_i - \Delta_i = B_{iL} \\ \frac{(Ax)_i - B_{iL}}{\Delta_i} & B_{iL} \leq (Ax)_i \leq B_i \\ \frac{B_{iG} - (Ax)_i}{\Delta_i} & B_i \leq (Ax)_i \leq B_i + \Delta_i = B_{iG} \\ 0 & B_{iG} \leq (Ax)_i \end{cases}$$

Üyelik fonksiyonları tanımlandıktan sonra, çözülmesi gereken problem aşağıdaki şekli alır;

$$\begin{aligned} \underset{x \geq 0}{Max} \quad & \left[\min_i \left\{ \frac{(Ax)_i - B_i}{\Delta_i} \right\} = \lambda \right] \text{ olsun} \\ & B_{iL} \leq (Ax)_i \leq B_i \quad i=1,2,\dots,m \end{aligned}$$

ya da

$$\begin{aligned} \underset{\lambda, x \geq 0}{Max} \quad & \lambda \\ & \lambda = \frac{(Ax)_i - B_i}{\Delta_i} \\ & B_{iL} \leq (Ax)_i \leq B_i \end{aligned}$$

²³⁵ A.g.m.

ve

$$\begin{aligned} \text{Max}_{x \geq 0} \quad & \left[\min_i \left\{ \frac{B_{iG} - (Ax)_i}{\Delta_i} \right\} = \lambda \right] \text{ olsun} \\ B_i \leq (Ax)_i \leq B_{iG} \quad & i=1,2,\dots,m \end{aligned}$$

ya da

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \lambda \\ \lambda \leq & \frac{B_{iG} - (Ax)_i}{\Delta_i} \\ B_i \leq & (Ax)_i \leq B_{iG} \\ \lambda, x \geq & 0 \end{aligned}$$

Tiwari, Dharmar ve Rao, üçgensel üyelik fonksiyonu kullanmışlardır. Bu nedenle, m tane üyelik fonksiyonu içeren bir problemin sonucuna 2^m tane alt problemin çözümü ile ulaşılır. 2^m sayıdaki alt problem, problemde yer alan bulanık problemlerin olası bütün kombinasyonlarından meydana gelir. Bu metodun amacı bütün kombinasyonları deneyerek en büyük üyelik fonksiyonu değerini veren çözüme ulaşmaktır. Her bir alt problem tek amaçlı ve doğrusal yapıda olduğu için, bilinen doğrusal programlama teknikleri ile çözüme ulaştırılır. Problemin çözümü; en düşük önceliğe sahip olan hedefin, en yüksek λ değerini veren alt probleminin optimal çözüm değeridir.²³⁶

Tiwari, Dharmar ve Rao yaklaşımında, önceliği yüksek olan hedeften, düşük öncelikli hedeflere doğru hedeflerin hepsi dikkate alınır. Çünkü birinci öncelik

²³⁶ A.g.m., p.254.

seviyesine sahip olan G_1 'in çözümünde en yüksek λ değerini veren alt problem, ikinci öncelik sırasında bulunan G_2 'nin çözümünde bir kısıtlayıcı olarak yer alacaktır.

Tiwari, Dharmar ve Rao, makalelerinin sonunda geliştirdikleri teknik ile *Narasimhan*'nın tekniğini kıyaslamışlar ve kendi tekniklerinin;

- daha tutarlı ve
- çözümü gereken alt problemlerin sayısının azaltılmış olması nedeniyle daha hızlı işlem yapabilme olanağı olduğunu belirtmişlerdir.

Daha hızlı işlem yapabilme olanağından bahsedilmesine rağmen, metotta üçgensel üyelik fonksiyonu kullanılmaktadır. Dolayısıyla $\sum_{i=1}^K 2^{m_i}$ tane alt problemin çözülmesi gerekir. K , toplam hedef sayısına eşit ya da küçük bir sayıyı, m_i ise her öncelik seviyesinde yer alan hedef sayısını ifade etmektedir. Üyelik fonksiyonu sayısı arttığı zaman oluşturulması gereken alt problemlerin sayısı artacak buda işlem yükünü ağırlaştıracaktır.

4.2.5. Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Chen Yaklaşımı

Chen, “A Note on a Fuzzy Goal Programming Algorithm by *Tiwari, Dharmar and Rao*” adlı makalesinde; bulanık hedef programlama problemlerinin, simetrik üçgensel üyelik fonksiyonlu bulanık hedefleri ve tercih öncelikleri kullanılarak yapılan çözümü için yeni bir method önermiştir.²³⁷

Tiwari, Dharmar ve Rao (1986) bulanık hedef programlama problemlerinin çözümünde simetrik üçgensel üyelik fonksiyonu ve tercih önceliği kullanmışlardır. Ancak *Tiwari, Dharmar ve Rao* yaklaşımıyla çözülen öncelikli bulanık hedef

²³⁷ Huey Kuo Chen, “A Note on a Fuzzy Goal Programming Algorithm by *Tiwari, Dharmar and Rao*”, Fuzzy Sets and Systems 62, 1994, p.287.

programlama problemlerinde işlem yükü, hedeflerin ve belirlenen önceliklerin sayılarıyla doğru orantılı olarak artmaktadır.²³⁸ Çünkü, bu yaklaşımın anafikri; bütün kombinasyonlar denenerek maksimum üyelik derecesi değerini (λ), veren alt problemi bulmaktır. O nedenle, 'm' üyelik fonksiyonu için 2^m tane alt problem çözülmelidir.²³⁹ Örneğin; birinci tercih önceliğinde iki adet bulanık hedef varsa, $2^m = 2^2 = 4$ adet alt problem oluşturulması ve problemlerin çözüm değerlerinin belirlenmesi gerekmektedir.

Bulanık hedeflerin üyelik fonksiyonları çoğunlukla üçgensel ve simetrik olarak varsayılır. Bu varsayım altında, *Tiwari, Dharmar ve Rao*'nun yaptığı çalışma *Chen* tarafından geliştirilmiştir. *Chen* işlem yükünü hafifletebilmek için G_1 tercih önceliğindeki bulanık hedef programlama problemini tek bir doğrusal programlama problemine indirgemıştır.

Chen makalesinde, en iyi sonuç için; bulanık hedeflerin üyelik derecelerinin maksimize edilmesi yerine, bulanık hedeflerin en fazla 1'e eşit olabilen üyelik derecelerinden sapmaların minimize edilmesi gerektiğini belirtmiştir.

Chen bu yaklaşımı, bulanık bir hedefin üyelik derecesinin maksimize edilmesi, bulanık bir hedefe üye olmama derecesinin minimize edilmesi ile özdeş olduğu düşüncesinden yola çıkarak geliştirmiştir.

Bulanık hedeflere üye olmama derecesini λ' ile göstermiş ve $\lambda' = 1 - \lambda$ eşitliği ile tanımlamıştır. Bu durumda çözülmesi gereken problem aşağıdaki şekli alır;

$b_i - d_i$ ve $b_i + d_i$ i'inci hedefin negatif ve pozitif sapmaları ve $b_i - d_i = b_i + d_i = \Delta_i$ olsun.

²³⁸ A.g.m., p.288.

²³⁹ A.g.m., p.287.

$$\min_{x \geq 0} \lambda' = \left[\max_i \left\{ \left| 1 - \frac{(Ax)_i}{\Delta_i} \right| \right\} \right]$$

kısıtlayıcılar

$$b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i$$

$$x \geq 0$$

$(Ax)_i \equiv b_i$ bulanık hedefini niteleyen simetrik üçgensel üyelik fonksiyonları, üyelik derecesine göre artan parça ve azalan parça olarak ele alınabildiği için, yukarıda verilen modelde mutlak değer işareti kullanılır.

Üyelik fonksiyonunun azalan parçası $1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i}$ fonksiyonu ile, artan parçası da $1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i}$ fonksiyonu ile nitelendirilir. Böylece, çözülmesi gereken model, aşağıda gösterilen tek bir doğrusal programlama problemi gibi formüle edilir²⁴⁰;

$$Max \quad \lambda = 1 - \lambda'$$

kısıtlayıcılar

$$\left. \begin{aligned} \lambda' &\geq \left(1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \right) - 1 \\ \lambda' &\geq 1 - \left(1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \right) \end{aligned} \right\} \equiv \left\{ \begin{aligned} \lambda' &\geq \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \\ \lambda' &\geq \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \end{aligned} \right. \quad i=1,2,\dots,m_1$$

$$b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i$$

$$\lambda' \in [0,1]$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

²⁴⁰ A.g.m., p.289.

BEŞİNCİ BÖLÜM

UYGULAMA

Bulanık hedef programlama'nın belirsiz ortamlarda hızlı ve doğru karar vermeye nasıl etki ettiğini somutlaştırmak amacıyla yapılan bu uygulama, bir su işletmesinde ve su kalitesi üzerinde etkili olan akım karakteristikleri, bazı kimyasal ve fiziksel su kalitesi parametreleri ölçümlerine dayalı olarak gerçekleştirilmiştir.

İnsanların doğal kaynakları sömürerek doğal dengeleri bozması sonucunda çok önemli çevre sorunları ortaya çıkmıştır. Açlık, susuzluk, canlı türlerinin yok olması, bitki örtüsü ve toprağın tahrip edilmesi, küresel ısınma ve iklim değişimi, ozon tabakasının incilmesi, çevre kirlenmesi gibi süreçler bu sorunların başlıcalarıdır.

Söz konusu sorunlar birden bire ortaya çıkmamış, insanların yaşam koşullarını iyileştirme çabaları ile giderek artmıştır. 200 bin yıldan beri devam eden insanlık tarihi, birçok evrim aşamalarından geçmiştir. Avcılık, göçebe toplum ve bunu takip eden yerleşik tarım, sanayii ve kültür evrimleri bunların başlıcalarıdır. Toplumların yaşam düzenlerini temelinden değiştiren ve birbirlerinden çok farklı olan bu aşamaların bir tek ortak noktası vardır. Bu ortak nokta; insanoğlunun doğayı tahrip eden tutum ve davranışlarının sürekliliğidir.²⁴¹

Necmettin Çepel ve Celal Ergün makalelerinde, Prof. Dr. Craighead'in bu durumu şöyle açıkladığını belirtmişlerdir; “Bir kaynağı kullanırken onu korumak, insanoğlunun doğasında olmayan bir davranış özelliğidir. İnsanların evrimi; yararlanma, rekabet ve doğaya zarar veren yaratık olma yolunda gerçekleşmiş ve gerçekleşmektedir.

²⁴¹ Necmettin Çepel, Celal Ergün, “Temel Çevre Sorunları”, http://www.tema.org.tr/CevreKutuphanesi/KureselIsınma/Pdf/EM_Konu_12.pdf, s.1.

Dünyanın yaradılışından bu yana ormanların yok edilmesi, karalar ve sular dünyasının kirletilmesi, bu evrim şeklinin en önemli simgeleridir.”

Dünya Bankası’nın 2003 yılı raporunda önümüzdeki 50 yıl içinde kalkınmanın sürdürülebilir olabilmesi için ülkelerin kalkınma stratejilerini oluştururken, dikkate almaları gereken temel konulara yer verilmektedir. Raporda altı çizilen konular:

- Aşırı yoksulluk ortadan kaldırılmalıdır.
- Gelir dağılımındaki eşitsizlikler azaltılmalıdır.
- Hava kirliliği, gelişmekte olan ülkelerin pek çok şehrinde sağlıksız boyutlara ulaştığından çözüm önerileri geliştirilmelidir.
- Giderek artan bir problem olan içme suyu kıtlığı için öneriler geliştirilmelidir.

Sürdürülebilir kalkınma için en önemli yaşamsal kaynaklardan biri sudur. 20. yüzyılda dünya nüfusu 19. yüzyıla oranla üç kat artmasına rağmen, su kaynaklarının kullanımı altı kat artmıştır. Ancak bu hızlı tüketim, kaynaklardan yararlananlara eşit fırsatlar ve yararlar sağlayacak özelliklere sahip değildir. Bunun sonucu olarak tüm dünyada su krizi kaçınılmaz olmuştur. Su krizi, bir milyanın üzerindeki insanın sağlıklı içme suyuna yeterli erişim sağlayamaması ve dünya nüfusunun yarısının da yeterli su ve atık su altyapısına sahip olmamasından kaynaklanmaktadır.

Gelecek 20 yıl içerisinde gelişmekte olan ülkelerde sebze ve meyvaların yetiştirilmesi için %17 oranında daha fazla suya ihtiyaç duyulacaktır. Bu noktadan hareketle toplam su tüketimindeki artışın %40 olacağı tahmin edilmektedir. Bazı tahminler, 2025 yılından itibaren 3 milyardan fazla insanın su kıtlığı ile yüz yüze geleceğini göstermektedir.

5.1. Su ve Yaşamdaki Önemi

Küresel ölçekte tükenmeyen doğal kaynaklar grubu içinde sayılabilen su, bölgesel olarak veya kalite yönünden sonlu bir kaynak durumundadır. Dünya yüzölçümünün dörtte üçünü oluşturan suyun, yaşam için önemli olan kullanılabilir tatlı su miktarı çok sınırlıdır. Ayrıca, coğrafi koşullara ve iklim koşullarına bağlı olarak tatlı su kaynaklarının yeryüzündeki dağılımı da dengeli değildir.²⁴²

Yirminci yüzyıl başlarına kadar yaklaşık 1 milyar insan tarafından paylaşılan, miktarı sabit bu tatlı su kaynakları, dünya nüfusundaki ve dolayısıyla su talebindeki hızlı artış ve aşırı kirlenmeler sonucu ihtiyaca cevap veremez hale gelmiştir.

Canlı organizmaları oluşturan hücrelerin yaşamaları ve faaliyetlerini sürdürebilmeleri ancak su ile mümkündür. Sağlıklı bir hayat için insana en gerekli maddelerden birinin, temiz ve yeterli miktarda su olduğu tartışmasız bir gerçektir.

İçme ve kullanma sularında meydana gelen kimyasal ve bakteriyolojik kirlilikler büyük insan kitlelerini sağlık açısından olumsuz yönde etkileyebilmektedir. Bu nedenle su kalitesinin sürekli denetim altında bulundurulması gerekir.

Dünya Bankası değerlendirmelerine göre, kirli sular gelişmekte olan ülkelerdeki hastalıkların %80'ine sebep olmakta ve her yıl yaklaşık 10 milyon kişinin ölmesine yol açmaktadır. Su kalitesinde meydana gelen düşüş ve suyun niteliğine ilişkin endişeler, Birleşmiş Milletler Çevre Programı'nın su kaynaklarını, çevreyi koruma ve geliştirme kapsamına almasına neden olmuştur.

²⁴² İlhan Avcı, Bahattin Yanık, "Sınıraşan ve Sınır oluşturan Su Kaynaklarımız:Potansiyel, Su Talepleri ve Sorunları", Su Kongresi ve Sergisi Bildirileri, 1997, İstanbul, s.7.

Su havzalarının insanların su gereksinimini karşılamak için amaçlar doğrultusunda geliştirilmesi ve bugünün gereklerini karşılamanın yanı sıra kaynakların yitirilmeden gelecek kuşakların kullanımına sunulabilmesi için korunması zorunludur.

Dünyada hızlı nüfus artışına bağlı olarak giderek artan gıda ihtiyacının karşılanması doğrultusunda sulu tarıma olan talebin yoğunlaşması yanında, hızlı kentleşme ve sanayileşme sonucu içme-kullanma suyu ihtiyacının hızlı bir şekilde artması özellikle büyük kentlerde çok önemli su sıkıntısının yaşanmasına neden olmaktadır.

Dünyada 1940 yılında toplam su tüketimi 1000 km^3 iken, 1960 yılında ikiye katlanarak 2000 km^3 'e ulaşmış, 1990 yılında tekrar ikiye katlanarak 4130 km^3 olarak gerçekleşmiştir. Bu suyun 2680 km^3 'ü (%65) sulamada, 400 km^3 'ü (% 10) içme-kullanma suyu, 950 km^3 'ü (%23) sanayi sektöründe kullanılmış, geriye kalan 100 km^3 'ü (% 2) ise rezervuarlardan buharlaşmıştır. 2000 yılında ise su tüketimi % 25 oranında artarak 5200 km^3 'e ulaşmıştır. Geri kalmış ve gelişmekte olan pek çok ülkedeki hızlı nüfus artışı, su sıkıntısının giderek artmasına neden olmaktadır. Dünyada nüfusunun yılda ortalama 80 milyon kişi arttığı göz önünde bulundurulduğunda dünyadaki tatlı su ihtiyacının yılda 64 km^3 artması kaçınılmaz görünmektedir.²⁴³

Pek çok ülkede ekonomik olarak değerlendirilebilir tatlı su potansiyeli, mevcut durum için geliştirilen projeler ile çeşitli sektörlerde kullanılmakta veya ilerde yıllarda kullanılması planlanmaktadır. Dünyada kabul edilen kriterlere göre kişi başına su potansiyeli 1000 m^3 'den az olan ülkeler “Su Fakiri” olarak kabul edilmektedir.²⁴⁴ Bir ülkedeki sosyo-ekonomik gelişmenin ve buna bağlı olarak hayat standardının yükselmesi için kişi başına düşen su potansiyelinin 1000 m^3 'den fazla olması gerekmektedir. Bu yaklaşım doğrultusunda 1990 yılı itibarıyla Afrika’da 11 ülke,

²⁴³ **Su Havzaları, Kullanımı ve Yönetimi Özel İhtisas Komisyonu Raporu**, Sekizinci Beş Yıllık Kalkınma Planı, Ankara, 2001, s.5.

²⁴⁴ A.g.e., s.6.

Asya’da 25 ülke bu kategoride yer almaktadır. 2000’li yılların başlarında ise hızlı nüfus artışı nedeniyle sanayi ve evsel atıkların yaratacağı kirlilik sonucu su kısıntısı ile karşı karşıya kalacak ülke sayısının artması muhtemel görülmektedir.

Türkiye’de ise kişi başına düşen kullanılabilir suyumuz 1430m³ civarındadır. Türkiye kişi başına düşen kullanılabilir su varlığı bakımından diğer bazı ülkeler ve dünya ortalaması ile karşılaştırıldığında, su kısıtı bulunan ülkeler arasında yer almaktadır (Tablo 5.1).

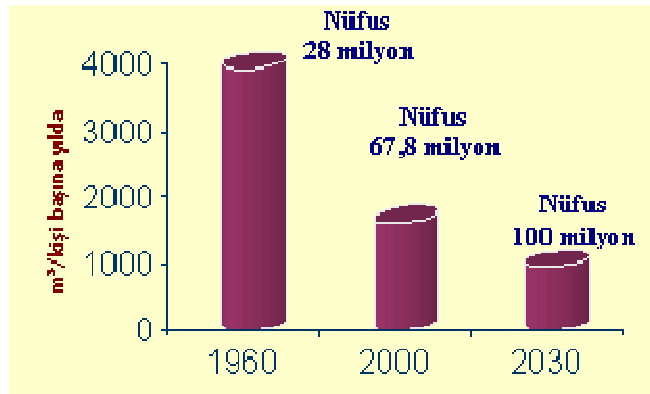
Tablo 5.1: Ülkelere Göre Kişi Başına Düşen Su Miktarları

Ülke - Kıta Ortalaması	Kişi Başına Düşen Kullanılabilir Su Miktarı (yıllık)
SURİYE	1.200 m ³
LÜBNAN	1.300 m ³
TÜRKİYE	1.430 m ³
IRAK	2.020 m ³
ASYA ORTALAMASI	3.000 m ³
BATI AVRUPA ORT.	5.000 m ³
AFRİKA ORT.	7.000 m ³
GÜNEY AMERİKA ORT.	23.000 m ³
DÜNYA ORTALAMASI	7.600 m ³

Kaynak: Buket Bahar Dıvrak, “Türkiye’de Su”, (Çevrimiçi) <http://www.wwf.org.tr/su/rakamlarla-su-sorunu/>, (20.06.2007), s.2.

Günümüzde bir ülkenin su zengini sayılabilmesi için yılda ortalama kişi başına 8000-10.000m³ su potansiyeline sahip olması gerektiği kabul edilmektedir. Oysa Türkiye kişi başına düşen su potansiyeli açısından bu sayının oldukça gerisindedir. Bu rakamlar da göstermektedir ki ülkemiz sınırlı miktarda su varlığına sahiptir.

2030 yılında nüfusu 80 milyona ulaşacak olan Türkiye, kişi başına düşen 1100 m³ kullanılabilir su miktarıyla, su sıkıntısı çeken bir ülke durumuna gelecektir.²⁴⁵



Şekil 5.1: Nüfusa Göre Düşen Su Miktarı

Kaynak: Buket Bahar Dıvrak, “Türkiye’de Su”, (Çevrimiçi)

<http://www.wwf.org.tr/su/rakamlarla-su-sorunu/>, (20.06.2007), s.3.

Nüfusun hızlı artması, sağlıksız kentleşme, toplumun kültürel ve sosyo-ekonomik düzeyinin düşük olması, su kaynaklarının yetersizliği, insan sağlığına uygun su bulma sorunları devam ederken, çeşitli nedenlerle ortaya çıkan kirli ve tehlikeli atıklarla mevcut suların da kirletilmesi ülkemizde özellikle de büyük kentlerimizde toplumun sağlığını tehdit eden önemli bir sorun olarak karşımıza çıkmaktadır.²⁴⁶ Programsız kentleşme, buna bağlı olarak yerleşim yerlerindeki alt yapı tesislerinin yetersizliği, sanayi ve üretim hızındaki gelişme, içme suyu havzalarının yoğun bir

²⁴⁵ Buket Bahar Dıvrak, “Türkiye’de Su”, (Çevrimiçi) <http://www.wwf.org.tr/su/rakamlarla-su-sorunu/>, (20.06.2007), s.2.

²⁴⁶ Emin Savcı, “Su Kirliliği Kontrolünde Nümerik Yöntemler”, Su Kongresi ve Sergisi Bildirileri, 1997, İstanbul, s.309.

şekilde tüketilmesine, çevre kirliliğine ve içme - kullanma sularının çok ağır bir şekilde kirlenmesine neden olmaktadır.

5.1.1. Yağış ve Suyun Toplanması

Ormanlık havzalar, tüm ülkelerde içme ve kullanma suyu sağlanmasında önemli yer tutmaktadır. Türkiye’de kullanılabilir yüzeysel akışın en az $\frac{1}{2}$ si, ülkenin yaklaşık $\frac{1}{4}$ ünü kaplayan orman alanlarından gelmektedir.²⁴⁷

Ormanın, su kalitesi, miktarı ve rejimi üzerine etkisini ölçmek üzerine yapılan araştırmalarda, ormanlık alanların, çevresindeki diğer alanlara oranla %15- %50 daha fazla yağış aldığı saptanmıştır.²⁴⁸ Ormanlar, aldığı yağışın %44’ünü kullanılabilir dere akışı yani su ürünü haline getirirken, orman dışındaki alanlarda bu oran %14 olarak belirlenmiştir. Bitki kökleri çıkardığı CO₂ ile toprak suyunun çözündürme gücünü artırarak ve ağaç köklerinin kayaların çatlakları arasına girerek kayaları parçalaması sonucu toprak derinliğini artırır. Böylelikle toprakta tutulan su miktarı artar.

Toprağı tutmaya ve erozyonu engellemeye dönük tüm koruma önlemlerinin amacı, yağış sularının toprağa giren miktarını artırma, yüzeysel akış hızını azaltma, toprağı ve içindeki besin maddelerini birlikte alıp götürmeden akarsu, baraj, göl ve göletlere katılmasını sağlamaktır.

Yağışlarla yeryüzüne ulaşan sular toprak yüzeyini kaplayan bitki örtüsü tarafından kısmen tutulur, geri kalan kısmı toprağa ulaşır. Bu aşamada toprak yüzeyini kaplayan bitki örtüsünün farklı yapıda ve yoğunlukta olması toprağa ulaşan suyun

²⁴⁷ Ertuğrul Görcelioğlu, “Ekositem, Kent ve İnsan”, İ.Ü. Orman Fakültesi. Dergisi, Seri:B, Cilt:45, Sayı:3-4, 1995, s.7.

²⁴⁸ Necmettin Çepel, “Barajların Yukarı Yağış Havzaları İçin Arazi Kullanım Planlamasının Ekolojik Esasları”, İ.Ü. Orman Fakültesi. Dergisi, Seri:B,Cilt:36 Sayı:2, 1986, s.25.

miktarının da farklı olmasına neden olur. Hidrolojik döngüde önemli bir kayıp olarak değerlendirilen bu doğal oluşum “vejetatif intersepsiyon” olarak tanımlanmaktadır.²⁴⁹

Toprak yüzeyine ulaşan yağış sularının bir kısmı toprak katmanları içerisinde hareket ederek taban suyuna ve derelere ulaşırken, geri kalan kısmı da yüzeyde akarak akarsulara ve havza çıkışına ulaşır.

Suyun doğadaki döngüsünde değişik bitki örtülerinin oluşturduğu kayıplar dikkate alındığında hidrologistlerin ilk çalışmaları, hangi bitki örtüsünün daha az intersepsiyon kaybına neden olduğu sorusuna yanıt bulmak yönünde olmuştur. Yukarı havzaların ormanlar ile kaplı olduğu düşünüldüğünde, hangi ağaç türünün hangi yaşta ve hangi yoğunlukta bulunması intersepsiyon kayıplarının minimum olmasını sağlar gibi sorular önem kazanmaktadır.

Diğer taraftan, toprak üzerindeki canlı örtünün altına ulaşan yağış suları, farklı özellikte toprak katmanları tarafından farklı hız ve miktarlarda alınarak, toprakta depolanırlar. Bir başka ifadeyle toprak yüzeyine ulaşan yağış suları ne kadar fazla toprak tabakalarına girerse o kadar yararlı su deponlaması sağlanabilir ve kullanılabilir su elde edilir.

Toprak yüzeyinin sık bir bitki örtüsü ile kaplı olması aynı zamanda suyu depolayacak toprağın korunması demektir. Ancak doğada bitki örtüsünün yoğunluğu arttıkça intersepsiyon kayıplarının artmasına, dolayısıyla toprak yüzeyine ulaşan suyun azalmasına neden olmaktadır. Bu nedenle su toplama havzalarında toprak örtüsünün yoğunluğu ve yapısı da önem kazanmaktadır.

²⁴⁹ Necmettin Çepel, **Toprak-Su-Bitki İlişkileri**, İstanbul Üniversitesi Yayın No: 3794, İstanbul, 1993, s.102.

Türkiye'nin yağış rejimi mevsimlere ve bölgelere göre çok büyük farklılık göstermekte olup, yıllık ortalama yağış 643mm'dir. Bu da yılda ortalama 501 milyar m³ suya karşılık gelmektedir. Bu miktarın 274 milyar m³'ünün toprak ve su yüzeylerinden ve bitkilerden olan buharlaşmalar yoluyla atmosfere geri döndüğü; 41 milyar m³'ünün yüzeyden sızmalar suretiyle yeraltı suyu rezervlerini beslediği; 186 milyar m³'ünün ise çeşitli büyüklükteki akarsular aracılığı ile denizlere kapalı havzalardaki göllere boşalmak suretiyle akışa geçtiği kabul edilmektedir. Ayrıca, komşu ülkelerden doğan akarsular ile yılda 7 milyar m³ suyun ülkemiz su potansiyeline dahil olduğu göz önünde bulundurulduğunda, toplam yenilenebilir tatlı su potansiyelimiz brüt 234 milyar m³ olmaktadır.

5.1.2. Su Kaynaklarının İşletilmesinde Karar Verme

Su kaynaklarının işletilmesi, su sistemde büyük boyutta bir “biriktirme kontrolü” problemidir. Sitemin bütününün düşünülüp, tüm elemanları göz önüne alındığında ortaya çok sayıda olabilir karar seçenekleri çıkmaktadır; bu da problemleri çok karmaşık bir hale sokmaktadır.²⁵⁰ Bu durumda sistem, bir matematik model ile temsil edilmekte ve bazı değişikliklere bağlı olmaktadır. Bunların bir kısmı sistemin herhangi bir andaki durumunu gösterir. Bir kısmı ise kontrol edilebilir girdiler hakkında karar vermeyi sağlar. Bu girdilerin bazı kısıtlara bağlı olarak belirli karar aralıklarında aldıkları değer takımı için şu yöntemler kullanılabilir;

Ampirik Yöntemler: Uygulamacının mühendislik deneyimine dayanmakta ve çok basit bazı alt sistemlerin çözümünde kullanılabilir. Hemen her kuruluşun kendi sistemi için geliştirdiği bir yöntemi vardır.

²⁵⁰ İsmail Duranyıldız, Bihrat Önöz, Beyhan Oğuz, “İstanbul Su Temini Sisteminin İşletme Kurallarının Eniyilenmesi”, Su Kongresi ve Sergisi Bildirileri, 1997, İstanbul, s.139.

Simülasyon Yöntemi: Bu yöntemde sistemin davranışı bir matematik model ile bilgisayarda benzeştirilir ve çeşitli seçeneklerin verdiği sonuçlar belirlenir. Bu yöntemin diğer yöntemlere olan üstünlüğü, modelde basitleştirmelere gerek olmamasıdır. Dolayısıyla su kaynakları gibi karmaşık sistemler kolayca incelenebilir. Ancak deneme yanılma esaslı olduğu için elde edilen bu çözümün en iyi olduğu iddia edilemez.

Matematik Programlama Yöntemleri: Bu gruptaki analitik optimizasyon ve arama yöntemleri en iyi çözümü doğrudan verseler dahi, su kaynakları gibi karmaşık problemlere uygulanmaları pratik olarak mümkün değildir. En çok kullanılan matematiksel programlama yöntemleri “doğrusal programlama” ve “dinamik programlama” yöntemleridir. Çünkü bu yöntemlerde sistemin girdilerinin rastgele yapısı göz önüne alınabilmektedir. Doğrusal programlamada standart hazır çözüm paketleri kullanılabilirken, dinamik programlamanın her farklı problem için özel olarak kurulması gerekmektedir.

Büyük kentlerin su temin sistemleri çok sayıda biriktirme haznesinden oluşmaktadır. Bu şekildeki birbiri ile ilişkili haznelerde klasik yöntemlerle karar verilmesi yanıltıcı olabilmektedir. Sistemin işletilmesinde, ortaya çıkan çok sayıda karar değişkeni nedeniyle, su kaynaklarının işletilmesi problemi; bir karar verme problemi olarak denilebilir.²⁵¹

5.1.3. Uygulama Alanı

Tezde kullanılan uygulama verileri, İ.Ü. Orman Fakültesi Havza Amenajmanı Anabilim Dalı öğretim üyeleri tarafından 1976 yılında planlanan deneme havzaları proje çalışmalarının bir bölümüne aittir.

²⁵¹ A.g.m., s.141.

Öncelikle bu projede deneme havzaları ile ne amaçlandığını anlamak için günümüze kadar konuyla ilgili değerlendirmeler, araştırmalar incelenmiş ve projede çalışan araştırmacılarla karşılıklı konuşmalar yapılarak deneme havzaları projesinde ulaşıkları sonuçlar ve beklentileri öğrenilmiştir.

Deneme havzaları İ.Ü. Orman Fakültesi'ne yakın Belgrad Ormanın'da korunmuş bir alanda 5 adet olarak belirlenmiştir. Belgrad Ormanı tarih boyunca İstanbul'un su ihtiyacının bir bölümünün karşılandığı özel bir koruma alanıdır.²⁵²

Havzalar yukarı havza konumunda olup doğal ekosistem yapısı, havzaya düşen yağışın, havza akışına ve barajlara ulaşmasında gerçekleşen hidrolojik döngünün önemli bir adımını oluşturur.

Deneme havzaları belirlenirken karakteristiklerin (toprak ve topografik yapı) birbirine oldukça benzer olmaları sağlanmaya çalışılmış, bu kriteri sağlayan beş havzadan ikisinde, I ve IV no'lu havzalarda ağış, akım ve su kalitesi parametreleri ölçülmesi amacıyla "akım ölçme istasyonları" ve hemen yanına "meteoroloji istasyonu" kurulmuştur. Yaklaşık on yıla yakın süren bir kalibrasyon dönemi sonucu, söz konusu iki havzada (I-IV) yapılan ölçüm değerleri karşılaştırılması sonucu kalibrasyon denklemi elde edilmiştir. Bu noktada her iki havzanın tüm parametrelerinin sıkı ilişkide olduğu görülmüş ve havzalardan biri kontrol, diğeri ise uygulama havzası olarak seçilmiştir. Böylece uygulama havzası üzerinde yapılacak her türlü müdahale sonuçları, kalibrasyon denklemi aracılığıyla, kontrol havzası verilerinden hareketle kıyaslanmış ve kontrol edilmiştir.

²⁵² Nihat Balcı, Necdet Özyuvacı, Sülayman Özhan, Kamil Şengönül, "İstanbul Çevresinde Yeralan Meşe-Kayın Orman Ekosistemlerinde Eş-Havza Denemeleri İle İlgili Kalibrasyon Dönemi Sonuçları", İ.Ü. Orman Fakültesi. Dergisi, Seri:A, Cilt:43 Sayı:1, 1993, s.14.

5.1.4. Uygulama Verileri

İçme sularının renksiz, berrak olması, hastalık yapıcı organizmaları ve zararlı kimyasal maddeleri içermemesi gerekmektedir. Sularda bu şartları sağlamak ve suda bulunması istenmeyen maddeleri belirli bir seviyenin altında tutmak için çeşitli standartlar geliştirilmiştir. Ülkemizde, içme ve kullanma suları TSE 266'da belirtilen fiziksel, kimyasal ve mikrobiyolojik parametrelere göre değerlendirilmektedir. Bu standartta, içme ve kullanma suları ayrı tutulmamaktadır. Hem içme hem de kullanma suları için verilen kimyasal ve mikrobiyolojik limitler aynıdır.

Dünya Sağlık Örgütü (WHO) içme ve kullanma sularının parametre değerlerini açıklamıştır. Ancak bu değerler ülkeden ülkeye değişik gösterebilmektedir.

Tablo 5.2'de Türk Standartları Enstitüsü tarafından içme sularının fiziksel ve kimyasal özellikleri ile ilgili olarak belirlenen izin verilebilir ve maksimum değerler verilmiştir.

Dünya Sağlık Örgütü (WHO), Amerika Birleşik Devletleri (EPA - Çevre Koruma Ajansı) ve Hollanda (DWA - İçme ve Kullanma Suyu İşletmecisi Kurumu) tarafından belirlenen içme suyu standartları ise Tablo 5.3'de verilmiştir.

Tablo 5.2: İçme Sularının Fiziksel ve Kimyasal Özellikleri

	Maddeler	İzin Verilebilir Değer (mg/l)	Maksimum Değer (mg/l)
Zehirli Maddeler	Kurşun (Pb)	-	0.05 mg/l
	Selenyum(Se)	-	0.01 mg/l
	Arsenik (As)	-	0.05 mg/l
	Krom (Cr ⁺)	-	0.05 mg/l
	Siyanür (CN)	-	0.2 mg/l
	Kadmiyum (Cd)	-	0.01 mg/l
Sağlığa Etki Eden Maddeler	Florür (F)	1.0 mg/l	1.5 mg/l
	Nitrat (NO ₃)	-	45 mg/l
İçilebilme Özelliğine Etki Yapan Maddeler	Renk	5 birim	50 birim
	Bulanıklık	5 birim	25 birim
	Koku ve Tat	Kokusuz/normal	Kokusuz/normal
	Buharlaşıma Kalıntısı	500 mg/l	1500 mg/l
	Demir (Fe)	0.3 mg/l	1.0 mg/l
	Mangan (Mn)	0.1 mg/l	0.5 mg/l
	Bakır (Cu)	1.0 mg/l	1.5 mg/l
	Çinko (Zn)	5.0 mg/l	15.0 mg/l
	Kalsiyum (Ca)	75 mg/l	200 mg/l
	Magnezyum (Mg)	50 mg/l	150 mg/l
	Sülfat (SO ₄)	200 mg/l	400 mg/l
	Klorür (Cl)	200 mg/l	600 mg/l
	pH	7.0-8.5	6.5-9.2
	Bakiye Klor	0.1 mg/l	0.5 mg/l
	Fenolik Maddeler	-	0.002 mg/l
	Alkali Benzil Sülfonat	0.5 mg/l	1.0 mg/l
	Mg+NaSO ₄	500 mg/l	1000 mg/l
Kirlenmeyi Belirten Maddeler	Toplam Organik Madde	3.5	-
	Nitrik	-	-
	Amonyak	-	-

Kaynak: Türk Standartları Enstitüsü 266 nolu Standart.

Tablo 5.3: WHO, EPA, DWA tarafından belirlenen içme suyu standartları

	Maddeler	WHO		ABD (EPA)		Hollanda (DWA)	
		Standart	Hedef	Standart	Hedef	Standart	Hedef
Zehirli Maddeler	Aliminyum(Al)	0.2 mg/l	-	1 mg/l	0.05mg/l	-	-
	Arsenik(As)	0.05mg/l	-	0.05mg/l	0.01mg/l	0.2 mg/l	-
	Baryum(Ba)	0.7 mg/l	-	2.0 mg/l	1.0 mg/l	-	-
	Kurşun (Pb)	0.1 mg/l	0.05mg/l	0.05mg/l	-	0.1 mg/l	-
	Selenyum(Se)	0.01mg/l	-	0.01mg/l	-	0.05mg/l	-
	Krom (Cr ⁺)	0.05mg/l	-	0.05mg/l	0.01mg/l	0.05mg/l	-
	Siyanür (CN)	0.05mg/l	-	0.2 mg/l	-	0.01mg/l	-
	Kadmiyum(Cd)	0.01mg/l	-	0.01mg/l	-	0.01mg/l	-
	Civa(Hg)	0.001mg/l	-	0.002mg/l	-	-	-
	Gümüş (Ag)	-	-	0.10 mg/l	0.05mg/l	0.05mg/l	-
Sağlığa Etki EdenMaddeler	Florür (F)	1.5 mg/l	0.05mg/l	2.4 mg/l	0.05mg/l	-	-
	Nitrat (NO ₃)	45 mg/l	-	45 mg/l	10 mg/l	100 mg/l	-
İçilebilme Özelliğine Etki Yapan Maddeler	Renk	50 mg/l	5 mg/l	-	15 mg/l	-	10mg/l
	Bulanıklık	25 mg/l	5 mg/l	5 mg/l	1 mg/l	-	0.05mg/l
	Demir (Fe)	1.0 mg/l	0.1 mg/l	-	0.3 mg/l	-	0.05mg/l
	Mangan (Mn)	0.5 mg/l	0.05mg/l	0.05 mg/l	0.03mg/l	-	0.01mg/l
	Bakır (Cu)	1.5 mg/l	0.05mg/l	1.5 mg/l	1 mg/l	-	-
	Çinko (Zn)	15 mg/l	5 mg/l	-	5 mg/l	-	-
	Kalsiyum (Ca)	200 mg/l	75 mg/l	-	-	-	-
	Sülfat (SO ₄)	400 mg/l	200 mg/l	-	250 mg/l	-	-
	Klorür (Cl)	600 mg/l	200 mg/l	-	250 mg/l	-	100 mg/l
	pH	8.5 mg/l	6.5 mg/l	8.5 mg/l	6.5 mg/l	8.5 mg/l	6.5 mg/l

Kaynak: EPA, (Çevrimiçi) <http://www.epa.gov>, (20.03.2007).

İçme suyu havzalarında ekolojik kirlenmeye neden olan temel faktörler; hızlı nüfus artışı ve kontrolsüz kentsel büyümedir. Kontrolsüz nüfus artışının kentlere olan baskısı çevre sorunlarının en temel nedenidir. Bu artışta göç faktörünün payı çok büyüktür. Kent kontrol edilemeyen bir gelişme gösterdiğinde, kentsel çevre sorunları da buna paralel olarak artmaktadır. Nüfusun kontrol edilemeyecek şekilde artması, iskan alanlarına ayrılan bölgelerin yetersiz kalmasına neden olmuştur. Bu alanların yetersizliği beraberinde göç eden nüfusun yasadışı olarak kentin hemen yakınında bulunan su havzalarının etrafına yerleşmesi sorununu getirmiştir. Su havzalarının etrafına yerleşilmesinin diğer bir sebebi de sanayi alanlarının su havzalarının çok yakınında kurulmasıdır. Sanayi alanlarına ulaşım kolaylığı havzaların etrafına plansız ve kaçak yerleşimi tetiklemiştir. Kentlerin etrafındaki doğal alanlara sıçrayan bu kontrolsüz genişleme ile gelecek için doğal rezerv olan alanlar teker teker kaybedilmektedir.

Su Kirliliği Kontrol Yönetmeliği (Yayımlandığı Resmi Gazete: Tarih 31 Aralık Cuma 2004, Sayı: 25687), İçme ve kullanma suyu rezervuarlarının ve benzeri su kaynaklarının korunması hakkındaki 16. maddeye göre; “Temel ilke, içme ve kullanma suyu rezervuarları içinde ve civarında suların kirlenmesine neden olacak faaliyetlerin, çöp ve moloz gibi atıkların bu tür su kaynaklarına atılmasının, akaryakıt ile çalışan araçların su alanlarında kullanılmasının, özel istisnai durum bağlamında alınacak izinler dışında ihale yoluyla balık avı yapılmasının, su alma noktasına 300 m’den daha yakın olan yerlerde, yüzme-balık tutma, avlanma ve piknik yapma gibi kısa süreli kullanım biçimlerine dahi yer verilmesi yasaktır.” Bu sınırlamalar bu alanda, sürekli kullanımlara hiçbir biçimde yer verilmeyeceğini de belirlemektedir.

Su Kirliliği Kontrol Yönetmeliğinde hiçbir yapılaşmaya ve faaliyete izin verilmemesine rağmen, bu hüküm İstanbul’da içme ve kullanma suyu sağlanan havzalarda geçerliliğini yitirmiştir. İstanbula su sağlayan depolama tesisleri; Ömerli, Darlık, Elmalı I ve II, Terkos, Büyükçekmece, Alibeyköy ve Bendler’dir. Bu havzalar,

barınma ve çalışma işlevine açık, nüfus artışı Türkiye ortalamasının ve İstanbul nüfus artışının üzerinde bir nüfus artışı ile yerleşme mekanı olarak kullanılmaktadır.

Suyun temizliği, insan sağlığı açısından önemlidir. Bu nedenle su kalitesinin sürekli denetim altında tutulması gerekmektedir. Ancak programsız kentleşme, buna bağlı olarak alt yapının yetersizliği, sanayi ve üretim hızındaki gelişme, içme suyu havzalarının tüketilmesine, içme ve kullanma sularının kirlenmesine neden olmaktadır. Su kirlenmesinin ana kaynakları; evlerden gelen kullanılmış sular ile sanayi kuruluşları tarafından su yataklarına verilen sıvı atıklardır.²⁵³

Su Kirliliği Kontrol Yönetmeliğinin 3.maddesinde endüstriyel atıksu ve evsel atıksuyun tanımları yapılmıştır. Buna göre;

Endüstriyel atıksu; “endüstri kuruluşlarından, imalathanelerden, atölyelerden, tamirhanelerden, küçük sanayi sitelerinden ve organize sanayi bölgelerinden kaynaklanan her türlü işlem ve yıkama artığı suları, proses suları ile karıştırılmadan ayrı olarak işlem görüp uzaklaştırılan kazan ve soğutma sularını”,

Evsel atıksu; “konutlardan ve okul, hastane, otel gibi küçük işletmelerden kaynaklanan, insanların günlük normal yaşam faaliyetlerindeki ihtiyaç ve kullanımları nedeniyle oluşan atıksuları” kapsamaktadır.

Çeşitli kirleticiler etmenlerin katılmasıyla birlikte suda fiziksel, kimyasal ve biyolojik değişiklikler meydana gelmektedir. Su kirliliğine yol açan başlıca kirleticiler şunlardır,²⁵⁴

²⁵³ Mehmet Karpuzcu, **Çevre Kirlenmesi ve Kontrolü**, İstanbul, Kubbealtı Neşriyatı, 1994, s.13.

²⁵⁴ M. Topbaş, R.Brohi, R. Karaman, **Çevre Kirliliği**, Ankara, T.C. Çevre Bakanlığı Yayınları, 1998, s.35-60.

▪ *Tuzluluk*; yağışlarla yeryüzüne düşen sular, yüzey üstü, yer altı ve akarsulardaki akımları sırasında zeminde bulunan çok çeşitli tuzları bünyelerine alarak, bunları gittikleri ortama taşımaktadır. Suların tuzlar tarafından kirletilmesi, tuz içeriği fazla olan suların sulamada kullanılmasıyla yol açacağı problemler açısından birinci aşamayı oluşturur.

▪ *Zehirli Gazlar*; sularda bulunan başlıca gazlar, N_2 , CH_4 , O_2 , CO_2 , H_2S ve NH_3 ' dir. Sularda çözünen gazların cinsi ve miktarı bölgelere, sıcaklığa, suyun doygunluk derecesine bağlı olarak değişmektedir. Örneğin endüstri bölgelerinde havadaki CO_2 ve SO_2 düzeylerindeki artışa bağlı olarak yağmur damlacıklarında ve su kaynaklarında asit konsantrasyonu artmaktadır.

▪ *Azot*; doğal kaynaklardan, evrensel kaynaklardan, endüstriyel kaynaklardan, tarımsal kaynaklardan, yüzeysel sulara karışır. Evsel atıksular ülkemizde su ortamına çoğunlukla doğrudan karışmaktadır. Evsel atıksuya kişi başına 8-15g/gün azot katkısı bulunmaktadır. Endüstriyel tesislerden de endüstri türüne bağlı olarak önemli miktarda azot, suya karışmaktadır. Azot yükü veren başlıca endüstri kuruluşları; gübre, gıda, deri, bira ve su endüstrileri ile mezbahalardır.

▪ *Fosfor*; nedeniyle ortaya çıkan su kirlenmesinin temel kaynağı %83'lük bir payla su yollarına doğrudan boşaltılan endüstriyel atıklar ve kanalizasyon atık sularıdır. Kentsel kökenli kanalizasyon sularındaki fosforun %32-70'i deterjanlardan kaynaklanmakta, bunu yiyecek atıkları ve çöpler takip etmektedir.

▪ *Ağır Metaller*; zehir etkisi gösteren maddeler, suda düşük konsantrasyonlarda bulunsalar bile, insan sağlığına zarar verecek hastalıklara ve ölümlere yol açabilmektedirler. Ağır metaller önemli bir kirletici grubu oluştururlar. Bunların toksik ve kanserojen etkileri olduğu gibi, canlı organizmalarda birikme eğilimi gösterirler. Eser miktarda bile toksik etki yapabilen bu maddeler arasında en önemli grubu; Gümüş (Ag),

Arsenik (As), Berilyum (Be), Kadmiyum (Cd), Krom (Cr), Kurşun (Pb), Mangan (Mn), Nikel (Ni), Selenyum (Se), Vanadyum (V), Çinko (Zn) oluşturmaktadır.

▪ *Zehirli Organik Bileşikler*; siyanürler, petrol ve petrol ürünleri, deterjanlar başlıkları altında toplanabilir. a) Siyanür ve bileşikleri endüstriyel işlemlerde ara ürün olarak ortaya çıkmaktadırlar. Bu endüstri alanları; petrol rafinerileri, kok ve havagazı fabrikaları, maden işletmeleri, metal sanayii, tekstil sanayii, ilaç sanayii, plastik ve sentetik kauçuk imalathaneleridir. b) Petrol ve petrol ürünleri çoğunlukla petrokimya endüstrisi rafinerileri ve taşımacılık yapılan yerlerden sulara karışmaktadır. Petrol, su yüzeyinde çeşitli kalınlıklarda film oluşturarak gaz alışverişini engellemekte, çok az miktarda bile olsa gökkuşağı benzeri bir görünüm vermektedir. Petrol ve petrol ürünleri ile kirlenmiş sular, içme suyu olarak kullanılmamaktadır. Petrol ürünlerinin tamamı su yüzeyinde kalmazlar. Ağır yağlar akarsu ve nehirlerin tabanına çökerek organizmaları etkiler. c) Deterjanlar, formülasyonunda ana madde olarak köpürmeyi sağlayan sentetik madde yanında temizleme işlemine yardımcı kimyasal maddeler içeren temizlik mamülleridir. Deterjanlar konusunda Dünya Sağlık Teşkilatının önerdiği limitlere göre içme suyunda bulunabilecek anyonik deterjanlar 0.2 mg/l'yi geçmemelidir. Deterjanlar canlılara içme suyu ile, ayrıca deterjanla kirlenmiş suyla yıkanan meyvalar, sebzeler ve çalkalanmadan kullanılan kaplarla geçmektedir.

▪ *Askıda Katı Maddeler*; yoğunluğu suyun yoğunluğundan küçük olan tanecikler, suyun yüzeyine çıkarlar ve yüzeysel sulardaki yüzücü maddeleri oluştururlar. Yüzeysel sulara askıda bulunan tanecikler, mineral ya da organik kökenli olabilirler. Mineral kökenli askı maddesi, zemin erezyonundan kaynaklanmaktadır. Askı halindeki organik maddenin önemli bölümünü bitki artıkları, humus, doğal gübreler, evsel ve endüstriyel atıklar oluşturmaktadır. Sulara asılı halde bulunan taneciklerin bir kısmı tabana çökerek dip çamurunu oluştururken, diğer bir kısmı fiziksel parçalanma ile moleküller düzeyde çözünmüş organik maddeye dönüşürler. Askıdaki katı maddelerin çökmesi sonucunda

toprak gözenekleri tıkanır ve böylece toprağın havalanması azalır. İçme ve kullanma sularını askıdaki katı maddelerden temizlemek için filtreden geçirmek gerekmektedir.

▪ *Diğer maddeler*; sularda, kimyasal analizi yapılan, sağlığa zararlı olan ve kirlenmeyi gösteren, diğer maddeler; Nitrat (NO_3), Nitrit (NO_2) ve Amonyak (NH_3)'dır. Mikrobiyolojik aktivite sonucu meydana gelen amonyak, atık suların yer altı sularına karıştığına göstergesidir. Sudaki nitrit bulunmasının sebebi ise; amonyağın yükseltgenmesi veya nitratın indirgenmesi ile proteinli bazı organik maddelerin biyolojik olarak bozulmasıdır. Oksijen bulunan ortamda nitrit kararlı olmayıp, yükseltgenerek nitrat haline dönüşmektedir. Sulardaki nitratın kaynağı volkanik kayalar, bazı kayalar, endüstriyel ve evsel atık sularıdır.

Suyun kalitesini etkileyen parametreler ise şunlardır;

▪ *Sediment*; dere, göl ve deniz sularındaki çökelti ve birikintilerdir.²⁵⁵ Erozyona neden olan yağmur suları sedimentin önemli bir kaynağıdır. Tarım arazilerinde yüzeyde akan ve sediment içeren yağmur suları, besin zincirini kirleten ya da suyun yararlı kullanımını etkileyen yüzey sularına bazı pestisitler (zararlılar ile mücadele ve bitki koruma amacıyla kullanılan her türlü ilaç²⁵⁶) ve fosfor (P) karıştırabilirler. Aşırı sedimentasyon akarsu çevresini bozabilir, balıkların ve yaban hayatının sağlığını tehlikeye sokabilir. Yüzeyaltı drenaj suları, özellikle toprağın alt katmanlarında süzülerek biriktiğinden, önemli sayılacak düzeyde sediment taşımaları beklenemez.²⁵⁷

²⁵⁵ U.S. Geological Survey, "Water Science Gloossary of Terms", (Çevrimiçi) <http://ga.water.usgs.gov/edu/dictionary.html>, (05.07.2007).

²⁵⁶ M. Topbaş, a.g.e. s.48.

²⁵⁷ Chandra A.Madramootoo, William R. Johnston, Lyman S.Willardson, "Management of Agricultural Drainage Water Quality", (Çevrimiçi) <http://www.fao.org/docrep/W7224E/w7224e06.htm#sediment>, (29.06.2007).

▪ *Renk*; içme suyu kalite standartlarına göre, suyun rengi açık ve parlak olmalıdır. Ancak yüzeyden sağlanan sular bazen açık sarımsı renk bir olabilir.²⁵⁸ Bu renk yapraklar, iğne yapraklı ağaç meyveleri, ağaç ve sebze artıkları gibi organik maddelerin suyla temasında çözünmeleriyle meydana gelir. Suların organiklerden kaynaklanan rengine “gerçek renk” denir. Ayrıca özellikle yüzey sularında tanen, humik asit gibi askıda maddelerden oluşan renklenme görülür. Böylece oluşan renge “görünen renk” denir.

▪ *Bulanıklık*; askıda katı madde içeren suların ışık geçirgenliğinin bir ölçüsüdür. Bulanıklığın nedeni; suyun içindeki askıda maddelerden, gözle görülecek büyük tortulara kadar herşey olabilir. Kum, kil, silis, kalsiyum karbonat, demir, mangan, sülfür gibi maddeler bulanıklığa neden olurlar. Özellikle nehir sularında yüksek olan bulanıklık, yağmurlarla taşınan topraktan veya nehre karışan evsel-endüstriyel atık sulardan kaynaklanır. Bu kirlenme sırasında organik maddeler kadar inorganik maddeler de suya karışır. Bu maddelerin oluşumu suda bakteri oluşumunu destekler. Bakteri oluşumu da suda bulanıklığı artırır. Sonuç olarak, bulanıklığın nedeni tamamen inorganik maddeler olabileceği gibi doğadaki pek çok organik madde de olabilir.²⁵⁹

▪ *pH*; “Potentia hydrogenii” teriminin kısa yazılışıdır. Bir çözeltideki hidrojen iyonu yoğunluğunun ölçü birimi olup 0-14 arasında değişir. Bir başka deyişle, suyun asitlik ya da alkalilik değerinin ölçümüdür. pH seviyesinin 7 olması suyun nötr (asidik ya da bazik olmaması durumu), 7’nin üstüne çıktıkça bazik değerlerin artmasına neden olur.²⁶⁰ pH, suda yapılması gereken önemli ölçümlerden biridir. Bir derenin pH’sı sadece suda yaşayan organizmaları etkilemez, deredeki pH seviyesindeki değişim, kirliliğin artmasının ya da çevre faktörlerindeki herhangi bir değişimin göstergesidir. Şekil 5.2’de, 0-14 aralığındaki pH skalası verilmiştir.

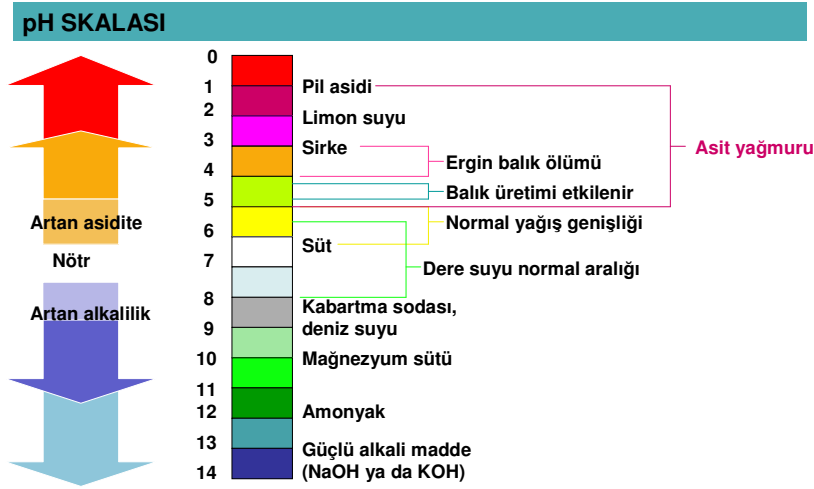
²⁵⁸ “Drinking Water Standarts”, (Çevrimiçi)

<http://www.anglianwater.co.uk/index.php?sectionid=168&parentid=161>, (05.07.2007).

²⁵⁹ U.S. Geological Survey, ag.m.

²⁶⁰ Necmettin Çepel, **Çevre Koruma ve Ekoloji Terimleri Sözlüğü**, TEMA Vakfı Yayınları No:6, 1995, s.144.

Saf suda pH 7'dir. 5'den daha düşük pH'sı olan su, korozyona neden olabilir. Çünkü birçok metal düşük pH'lı suda çözünür hale gelir. Boru sistemlerini korozyondan korumak için içme sularının hafif alkali olması tercih edilir.²⁶¹



Şekil 5.2: pH Skalası

Kaynak: U.S.Geological Survey, "Water Properties: pH", (Çevrimiçi) www.ns.ec.gc.ca, (25.07.2007).

▪ *Kalsiyum(Ca)* ve *Magnezyum(Mg)*; suyun sertleşmesine neden olur ve yeraltındaki toprak tabakalarında kireçtaşı tipi maddelerden meydana gelir. Aynı ayrı değerler olarak belirlenir fakat suyun sertliğinin hesaplanabilmesi için birleştirilirler.²⁶² Toplam sertik (Ca) ve (Mg) tuzlarından (bikarbonat, klorür, sülfat ve nitrat) kaynaklanır. Sertlik, özellikle sudaki Ca ve Mg yoğunluğuna eş değerdedir.²⁶³

²⁶¹ Drinking Water Standarts, a.g.m.

²⁶² J.R. Self, "Domestic Water Quality Criteria", <http://www.ext.colostate.edu/pubs/crops/00513.html>, (20.07.2007).

²⁶³ Brian Oram, "Water Quality Terms", <http://www.water-research.net/glossary.htm>, (20.07.2007).

Kalsiyum ve Magnezyumun sağlık bakımından bir tehlikesi yoktur. Ancak mutfak işlerinde, banyo ve çamaşır gibi hizmetlerde kullanım için çok da elverişli değildir. Sert sularda sabun geç köpürür ve sabun sarfiyatı fazladır. Suyun içinde bulunan kalsiyum ve magnezyum, sabunların bileşiminde bulunan sodyum ve potasyum ile yer değiştirerek tamamen sarfedildikten sonra sabun köpürür. Sert sular ısıtma işlemi içinde uygun değildir. Sıcak su tesisatı ve ev aletlerinin kısa zamanda kireçtaşı bağlamasına neden olur.

▪ *Klor*; suda bulunan önemli bileşiklerden biridir. Klor, su kaynaklarında doğal olarak görülen sofra tuzunun bileşenir. Su yönetmeliklerinde klor miktarının sınırlandırılmasının nedeni, sağlık bakımından değil, suyun tadını bozması ve potansiyel korozyon kaynağı olmasıdır.²⁶⁴ Yüksek seviyelerdeki klor, metal boruları ve donanımlarını zayıflatabilir.²⁶⁵

Çalışmanın yapıldığı deneme havzalarının, Belgrad Ormanın'da korunmuş bir alanda alması, etrafında yerleşim alanı veya sanayi alanı bulunmaması sebebiyle, I ve IV no'lu havzalar evsel ya da endüstriyel atıklara maruz kalmamıştır. Bu nedenle yapılan ölçümlerde zehirli maddelere ve sağlığa olumsuz etki yapan maddelere rastlanmamıştır. Verilerin elde edildiğı havzalarda su kalitesini saptamak için ölçülen parametreler; klor, kalsiyum, magnezyum, pH, renk, bulanıklık ve sediment'dir.

Uygulamada kullanılan fiziksel (sediment, bulanıklık, renk) ve kimyasal (klor (Cl), kalsiyum (Ca), magnezyum (Mg), pH) su kalitesi analizleri, akım ve yağış verileri 1976 yılından 1979 yılına kadar düzensiz, 1979 yılından günümüze kadar düzenli olarak ölçülmüş, ölçme ve değerlendirmeler hergün, her hafta yapılarak aylık veriler olarak düzenlenmiştir.

²⁶⁴ Drinking Water Standarts, a.g.m.

²⁶⁵ Brian Oram, a.g.m.

İlgili anabilim dalının TÜBİTAK destekli araştırmalarının halen devam etmesi ve kurumsal desteğin koşulları arasında bulunan; kullanılan verilerin proje sonuçlanmadan başka çalışmalarda kullanılmasının sınırlandırılması nedeniyle sözkonusu verilerin 1993 yılına kadar olan bölümüne ulaşılmıştır.

5.1.5. Kontrol ve Uygulama Havzaları Verileri

Verilerin ait olduğu I ve IV no'lu havzalarda 1986 yılına kadar yapılan araştırmalarda her iki havzanın tüm parametrelerinin benzer değerler olduğu saptanmıştır. Bu ilişkiden yola çıkarak, I no'lu havza kontrol havzası, IV no'lu havza ise uygulama havzası olarak belirlenmiştir. Oluşturulan kalibrasyon denklemleri ile IV no'lu uygulama havzasına yapılan müdahalelerin sonuçları, kontrol havzası verileri ile karşılaştırılmıştır.

Havzaların konumu ve ekolojik yapısı gereği üretilen suyun kalitesini ve miktarını doğrudan etkileyen etkenlerin en önemlisi havza üzerindeki bitki örtüsüdür. Bitki örtüsü, havzalarda orman ağaçları ve alt örtüden oluşmaktadır. Bu nedenle suyun kalitesi ve miktarı ile ilgili değişiklikleri izlemek ve değerlendirmek için uygulama havzasında sadece bitki örtüsüne müdahale düşünülmüştür.

Yapılan müdahale, havza üzerindeki ağaçların oluşturduğu kapalılıkta %X ile tanımlanan miktarda örtünün azaltılmasıdır. Şekil 5.3–5.4'de yapraklı bir orman örtüsünün kapalılığı gösterilmiştir. Yapraklı ormanlar kış aylarında yapraklarını döktüklerinden, kapalılık ifadesi gövde ve dalların oluşturduğu kapalılığı ifade etmektedir.

Şekil 5.3: Yapraklı Bir Orman Örtüsünün Kapalılığı (Yoğunluğu) ve Azaltılması

Şekil 5.4: Yapraklı Bir Orman Örtüsünün Yapraklarını Dökmesi Sonrası Kapalılığı (Yoğunluğu) ve Azaltılması

Orman örtüsüne müdahale ile orman ağaçlarına ve altındaki alt örtünün yapısına bağlı olarak yüzeysel akış, toplanan suyun miktarı ve kalitesi nasıl etkilendir? Bu sorunun yanıtı için deneme havzalarında belirli bir plana göre söz konusu müdahaleler yapılarak sonuçları izlenmektedir. Bu amaçla uygulama havzasında 1986 yılında orman örtüsüne %10'luk bir müdahale gerçekleştirilmiş, yani havza üzerindeki orman örtüsü %10 oranında azaltılmıştır.

Bu müdahaleden sonra her iki havzada da ölçü ve değerlendirmelere aynen devam edilmiştir. Elimizde mevcut 1980–1994 Ocak ayına kadar olan veriler hem kontrol havzasına hem de müdahale edilen uygulama havzasına aittir. Söz konusu iki havzanın tüm parametrelerinin sıkı ilişkiler içinde olduğu saptandığından, uygulama havzasına müdahale edilmemiş olsaydı yapılan ölçüler ne olurdu sorusunun yanıtı bilinmektedir. İki havzanın kalibrasyon denklemi 2007 “Journal of Hydrology” dergisinde yayımlanan, “Hydrological Impact of a Slight Thinning Treatment in a Deciduous Forest Ecosystem in Turkey” adlı makalede yayınlanmış ve aylık regresyon % 95 güvenlikle $Y = 1.1201X + 3.4008$ ($R^2 = 0.9022$) olarak verilmiştir.²⁶⁶

Verilerin değerlendirilmesinde ilk olarak; müdahale yapılmıyaydı verilerin ölçüm değerleri nasıl olurdu sorusu yanıtlanmış, yani aynı zaman dilimi içindeki kontrol havzası verilerinden kalibrasyon denklemi aracılığı ile hesaplanan veriler kullanılmıştır (Model I).

Su havzası verilerinin değerlendirilmesinde ikinci adımında 1986 yılında orman örtüsüne %10 müdahale edilmiş uygulama havzası verileri (1980–1994) kullanılmıştır. Veriler 14 yıllık bir zaman aralığındaki aylık ölçüm sonuçlarıdır (Model II).

²⁶⁶ Yusuf Serengil, Ferhat Gökbülak, Süleyman Özhan, Ahmet Hızal, Kamil Şengönül, A. Nihat Balcı, Necdet Özyuvacı, “Hydrological Impacts Of A Slight Thinning Treatment In A Deciduous Forest Ecosystem In Turkey” , Journal of Hydrology 333, 2007, p.572.

Böylece ilk iki adımda, müdahale edilmemiş haldeki (Model I) ve müdahale edildikten sonraki (Model II) veriler kullanılmıştır.

Yapılan değerlendirmelerin sonuçları yorumlanarak, uygulama havzası örtüsüne gelecek yıllarda yapılması planlanan ikinci ve daha sonraki müdahalelerin sonuçları sorgulanmaya başlanmıştır. Dünyada ve ülkemizde toprak örtüsü türlerinin üzerine düşen yağışın ne kadarının yüzeysel akışa dönüştüğü ile ilgili yapılmış çok sayıda araştırma vardır.²⁶⁷

Benzer araştırmaların sonuçları ve uygulama havzasına yapılan %10'luk müdahale sonuçları dikkate alınarak, uygulama havzasına %10 değilde %40 müdahale yapılsaydı ne olurdu? Sorusuna yanıt araştırılmıştır. Sorunun yanıtlanması için bu konuda çalışan bilim adamlarının benzer çalışmalardan kazanılmış bilimsel öngörülerine dayalı bir model tasarlanmıştır. Yine yanıt için gerekli fiziksel ve kimyasal veriler ile akım verileri, öngörüler doğrultusunda modele uyarlanmıştır (Model III). Uygulamanın üçüncü adımında % 40 müdahale sonrası için tasarlanan modelin kurulmasında önceki adımlarda yapılan işlemler aynen tekrarlanmıştır. Bu tür bir modelin tasarlanmasındaki amaç, uygulama havzalarında bölüm bölüm yapılan müdahale sonuçlarının uzun yıllar beklemeden öngörülmesidir.

Uygulamada kullanılan verilerin sınır değerleri pozitif anlamda genişletilmiş, örneğin renk alt sınırı 5 iken 2 alınmıştır. Ayrıca, ölçü birimleri arasındaki farklılıklar nedeniyle dönüştürme işlemleri yapılmıştır, örneğin kalsiyum sınır değerleri olan 75-200 aralığı, dönüştürme sonucunda 7,5- 20 olarak alınmıştır.

²⁶⁷ Necmettin Çepel (1986), a.g.m., s. 18.

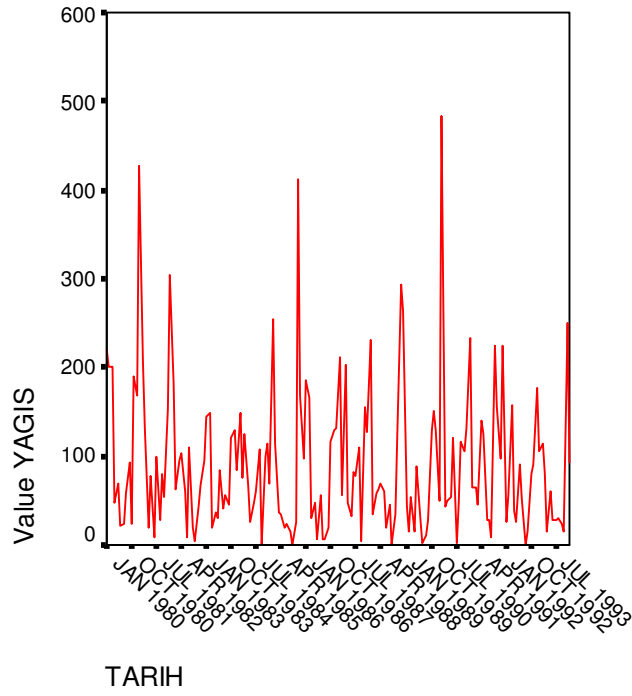
5.2. Bulanık Hedef Programlama ile Su Kalitesine Yönelik Bir Uygulama

Uygulama alanı olarak su işletmesi niteliğindeki su havzası verileriyle havzadaki ağaç sıklığının (kapalılık, yoğunluk) su verimi ve su kalitesi üzerine yaptığı etkileri ortaya koymak amacıyla, bulanık hedef programlama modeli için geliştirilen çözüm yaklaşımlarından biri olan *üçgensel üyelik fonksiyonları* ile *Chen yaklaşımı*'ndan yararlanılmıştır. *Chen* tarafından önerilen ve işlemsel yükü azaltmayı amaçlayan bu yaklaşımda G_i tercih önceliğindeki bulanık hedef programlama problemi tek bir doğrusal programlama problemine indirgenmiştir. *Chen* yaklaşımında bulanık hedeflerin üyelik derecelerinin maksimize edilmesi yerine, bulanık hedeflerin en fazla 1'e eşit olabilen üyelik derecelerinden oluşan en büyük sapmalar minimize edilmektedir. Çünkü bulanık bir hedefin üyelik derecesinin maksimize edilmesi, bulanık bir hedefe üye olmama derecesinin minimum olması derecesine özdeştir.

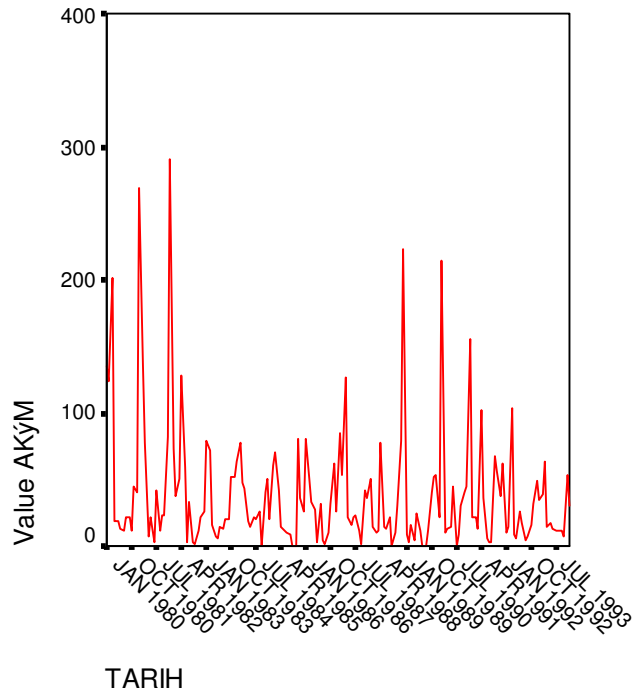
Üçgensel üyelik fonksiyonları ile *Chen yaklaşımı*'nı kullanabilmek için öncelikle zaman serisi modelleri yardımıyla denklemler oluşturulmuştur.

Bir havzada suyun kalitesini, su içindeki erimiş ve dağılmış halde bulunan maddelerin miktarı ve türü etkiler. Havzadaki suyun miktarı ise yağış ve akımdan etkilenir. Modelde kullanılan değişkenler; havzada üretilen suyun kalitesini ve miktarını etkileyen yağış, akım, sediment, klor (Cl), kalsiyum (Ca), magnezyum (Mg), pH, renk, bulanıklık ile ağaç yoğunluğudur. Havzadan elde edilen veriler aylık gözlem ve ölçüm verilerini içermektedir.

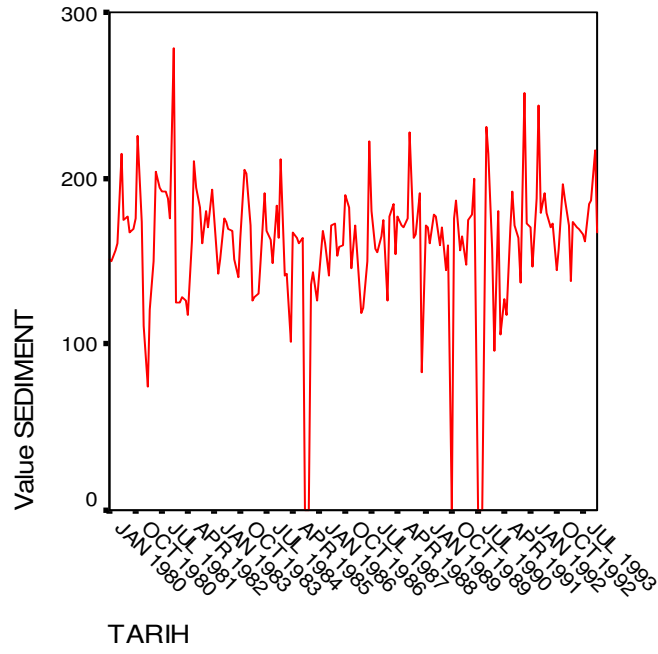
Veriler ile ilgili analitik çalışmalara başlamadan önce, veri setlerindeki değişkenler hakkında görsel bilgi edinebilmek için grafiklerden yararlanılmıştır. Bu amaçla serilere ilk olarak grafik analizi yapılmıştır. Analiz sonucunda elde edilen grafikler Şekil 5.1-5.9'da verilmiştir.



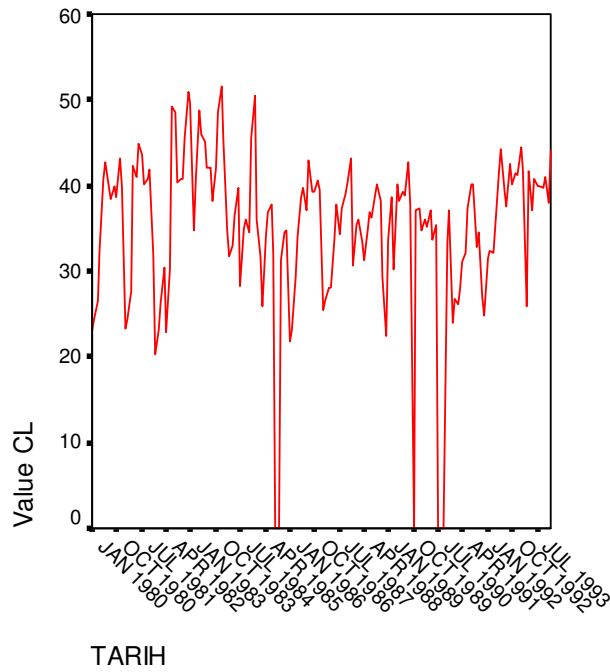
Şekil 5.5: Yağış Serisinin Grafiği



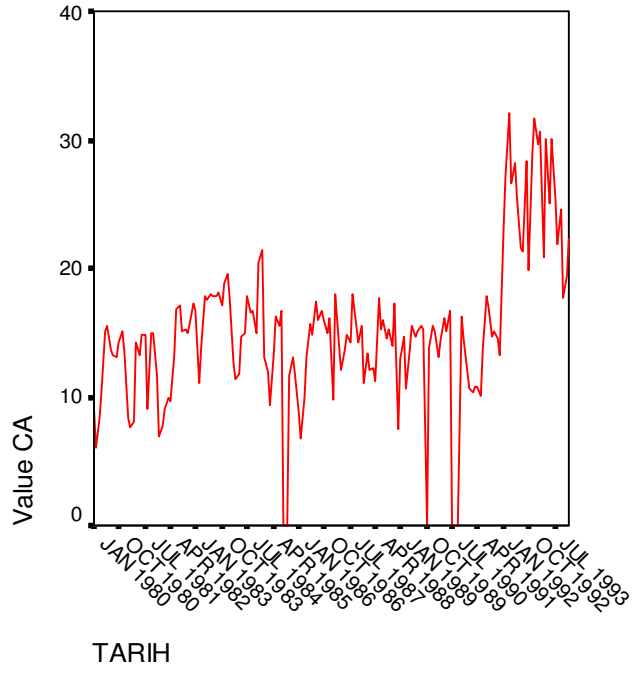
Şekil 5.6: Akım Serisinin Grafiği



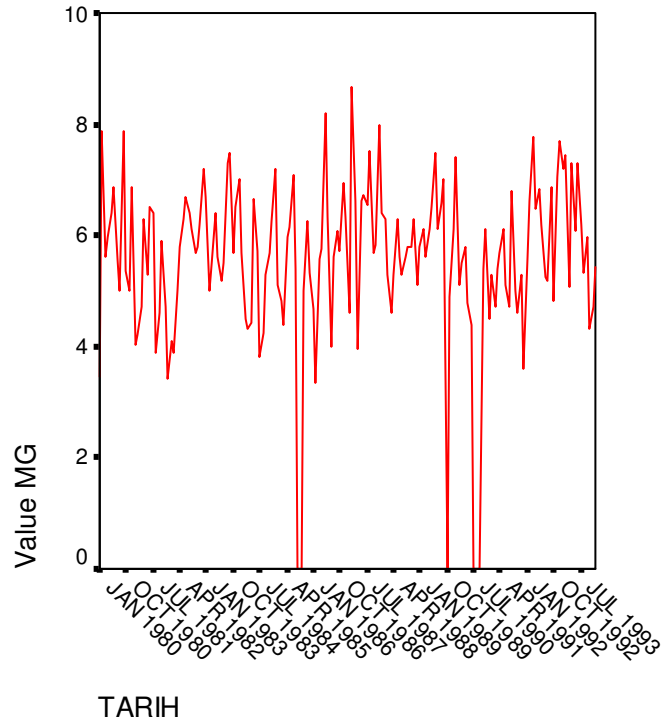
Şekil 5.7: Sediment Serisinin Grafiği



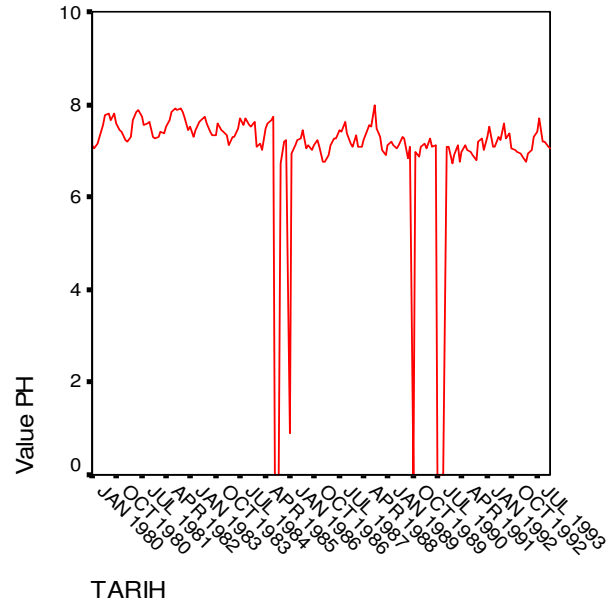
Şekil 5.8: Klor Serisinin Grafiği



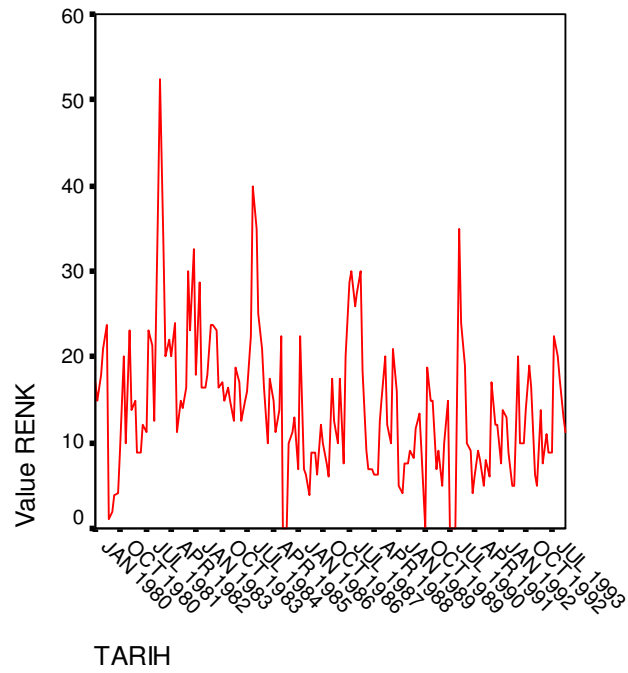
Şekil 5.9: Kalsiyum Serisinin Grafiği



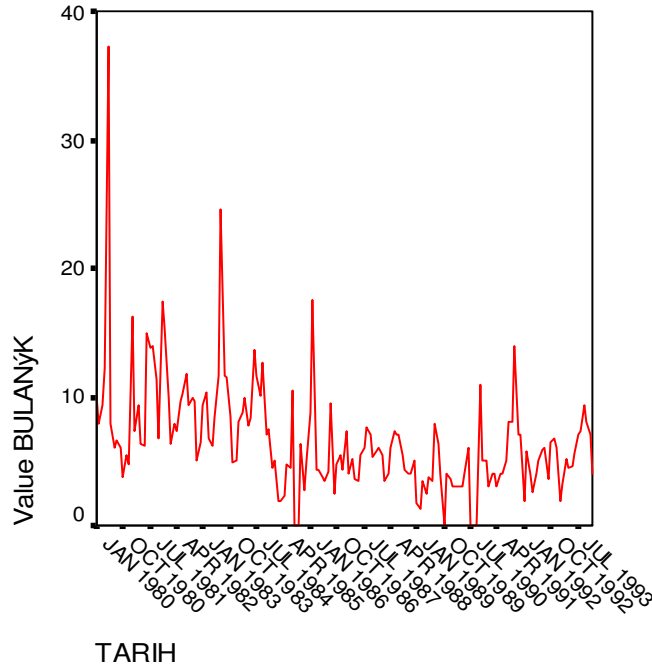
Şekil 5.10: Magnezyum Serisinin Grafiği



Şekil 5.11: pH Serisinin Grafiği



Şekil 5.12: Renk Serisinin Grafiği



Şekil 5.13: Bulanıklık Serisinin Grafiği

Serilerin grafikleri incelendiğinde doğrusal bir yapı sergilemedikleri görüldüğü için SPSS paket programında değişkenler arasındaki en uygun matematiksel bağlantının tipini ve matematiksel yapısını tahmin etmeye yarayan model tahmini (curve estimation) seçeneği uygulanmış ve serilerin zamana göre değişiminin incelenmesi sonucunda logaritmik olduğu saptanmıştır. Bu nedenle serilere logaritmik dönüşüm uygulanarak analize devam edilmiştir.

Zaman serilerinde kurulan modellerin, değişkenlerinin durağan olduğu kabul edilmektedir.²⁶⁸ Bir zaman serisinin ortalamasıyla varyansında zaman içinde bir değişim olmuyorsa ve düzenli periyodik değişimler ortaya çıkmıyorsa, seri durağandır denir.²⁶⁹ Durağan olmayan değişkenlerin regresyonlarda kullanılması bazı sorunlar

²⁶⁸ Damodar N.Gujarati, **Temel Ekonometri**, Çev.Ümit Şenesen, Gülay Günlük Şenesen, Literatür Yayıncılık, İstanbul, 2001, s.709.

²⁶⁹ A.g.e., s.713.

yaratmaktadır. Bu sorunlardan en önemlisi sahte regresyondur, yani iki değişken arasında gerçekten anlamlı bir ilişki olmamasına rağmen R^2 'lerin oldukça büyük çıkmasıdır. Bunun sonucunda da hipotez testleri de yanıltıcı olamaktadır. Bu nedenle çalışmada kullanılan tüm serilere durağanlık analizi yapılmıştır. Durağanlık analizi için; serilere EViews (Econometric Views) paket programı kullanılarak, Dickey-Fuller testi uygulanmıştır.

Duyarlılık analizi hipotezleri şöyle kurulmuştur;

H_0 : Seri Durağan Değildir

H_1 : Seri Durağandır

Dickey-Fuller testinde; t istatistiğinin mutlak değeri ($|t|$) MacKinnon DF'nin mutlak eşik değeri t değerinden büyükse, bu seri için H_0 hipotezi red edilir.²⁷⁰ Tablo 5.1-5.9'da verilen Dickey-Fuller testi sonuçlarında da görülebileceği gibi tüm seriler için H_1 hipotezi kabul edilerek, serilerin durağan olduğu saptanmıştır.

Tablo 5.1: Yağış Değişkenin Durağanlık Testi

Null Hypothesis: LOG(YAGIS) has a unit root

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.68783	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.469691	
5% level	-2.878723	
10% level	-2.576010	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

²⁷⁰ A.g.e., s.720.

Tablo 5.2: Akım Değişkenin Durağanlık Testi

Null Hypothesis: LOG(AKIM) has a unit root

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-8.494390	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.469933	
5% level	-2.878829	
10% level	-2.576067	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tablo 5.3: Sediment Değişkenin Durağanlık Testi

Null Hypothesis: LOG(SEDIMENT) has a unit root

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.642687	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.469691	
5% level	-2.878723	
10% level	-2.576010	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tablo 5.4: Klor Değişkenin Durağanlık Testi

Null Hypothesis: LOG(CL) has a unit root

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.570039	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.469691	
5% level	-2.878723	
10% level	-2.576010	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tablo 5.5: Kalsiyum Değişkenin Durağanlık Testi

Null Hypothesis: LOG(CA) has a unit root

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.569860	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.469691	
5% level	-2.878723	
10% level	-2.576010	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tablo 5.6: Magnezyum Değişkenin Durağanlık Testi

Null Hypothesis: LOG(MG) has a unit root

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.562255	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.469691	
5% level	-2.878723	
10% level	-2.576010	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tablo 5.7: pH Değişkenin Durağanlık Testi

Null Hypothesis: LOG(PH) has a unit root

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.606257	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.469691	
5% level	-2.878723	
10% level	-2.576010	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tablo 5.8: Renk Değişkenin Durağanlık Testi

Null Hypothesis: LOG(RENK) has a unit root

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.728645	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.469691	
5% level	-2.878723	
10% level	-2.576010	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tablo 5.9: Bulanıklık Değişkenin Durağanlık Testi

Null Hypothesis: LOG(BULANIK) has a unit root

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.619093	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.469691	
5% level	-2.878723	
10% level	-2.576010	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Durağan olduğu belirlenen serilerin, mevsimsel etkilerden de arındırılması gerekmektedir. Mevsimin etkisinde olan değişkenler yılın bazı dönemlerinde diğerlerine oranla daha yüksek veya daha düşük değerlere ulaşırlar. İncelenen değişkenlerin tamamen doğal olaylar olması nedeniyle mevsimsel etkiler görülebilir. Değişken grafikleri de bu tahmini güçlendirmektedir. Seriler, EViews (Econometric Views) paket programı kullanılarak mevsim etkisinden arındırılmıştır.

Yapılan dönüşümler ve uygulanan testler sonucunda uygulamada kullanılacak serilerin son hali elde edilerek, çalışmaya logaritmik, durağan ve mevsimsellikten arındırılmış serilerle devam edilmiştir. Ve bu seriler kullanılarak, bağımlı bir değişkenin,

bir veya birden fazla bağımsız değişkenle arasındaki ilişkinin matematiksel bir fonksiyon şeklinde yazılabilmesi için regresyon analizleri yapılmıştır.

Regresyon denklemi yardımıyla bağımsız değişkenlerin çeşitli değerlerine karşılık, bağımlı değişkenin ulaşacağı değer tahmin edilmiş ve örnek regresyon tablosu Tablo 5.10’da verilmiştir.

Tablo 5.10: Yağış ve Mg Değişkeninin Cl Değişkenine Etkisini Gösteren Regresyon Analizi

Dependent Variable: LOG(CL_SA)
Method: Least Squares
Sample: 1980M01 1993M12
Included observations: 168

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOG(YAGIS_SA)	0.364082	0.008742	41.64719	0.0000
LOG(MG_SA)	1.124588	0.012129	92.72023	0.0000
R-squared	0.980832	Mean dependent var		2.961691
Adjusted R-squared	0.980716	S.D. dependent var		3.242748
S.E. of regression	0.450307	Akaike info criterion		1.254058
Sum squared resid	33.66084	Schwarz criterion		1.291248
Log likelihood	-103.3408	Durbin-Watson stat		1.803909

Tablo5.10’da görüldüğü gibi, yağışta %1’lik bir artış klor değişkeninde %0.36’lık artış yaratmaktadır. Model yağış değişkeninin bir etkisi olmaması halinde magnezyumun klor üzerindeki etkisinin %1.12 olacağını göstermektedir.

Modelin anlamlı olup olmadığını anlayabilmek için öncelikle t-istatistiği sonuçlarına bakılmış ve görüldüğü gibi modelin değişkenleri istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Tablodaki çoklu regresyon denklemini tahminlerde kullanabilmek için, iki bağımsız değişkenin birlikte, bağımlı değişken üzerindeki etkisinin derecesini gösteren “düzeltilmiş R^2 ” değeri 1’e yakın olmalıdır. Yağış ve Mg değişkenlerinin Cl üzerindeki etkilerinin çok büyük olduğu görülmektedir. Ayrıca, modelde otokorelasyon olmaması

gerekmektedir. Bundan dolayı modeller otokorelasyondan arındırılmıştır. Tablo 5.10’da görülebileceği gibi, Durbin-Watson testi sonucuna göre modelde otokorelasyon yoktur. Regresyon analizlerinde t-istatistiklerinin anlamlı olması, R^2 ’lerin yüksek olması, otokorelasyon olmamasının yanında bağımsız değişkenler arasında çok güçlü bir ilişki, yani “çoklu doğrusal bağlantının” olması istenmemektedir.

Çoklu doğrusal bağlantıya mani olabilmek için, bağımsız değişken seçimi yapılırken bağımsız değişkenler arasından diğerleri ile ilişkisi olmayan ama bağımlı değişkeni en çok etkileyenler seçildi. t-istatistikleri anlamsızken R^2 ’nin yüksek olması çoklu doğrusallığın belirtisidir. Yukarda kurulan modelde bağımsız değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı yoktur. Sonuç olarak istatistiksel olarak anlamlı bir model elde edilmiştir.

İstatistiksel anlamlılığın reddedildiği durumlar, modelde ihmal edilmiş değişkenin varlığından doğmaktadır. Bu olumsuzluğun çalışmaya yansımaması için istatistiksel olarak anlamlı modellerle çalışılmıştır.

Regresyon analizleri ile oluşturulan, istatistiksel olarak anlamlı denklemlerin, *Chen* yaklaşımına göre çözüm değerlerini elde etmek için WinQSB programı kullanılmıştır. Uygulamada kullanılan değişkenlerin çözüm değerlerinin hedeflenen değerler olması ve aynı anda en fazla hedefi gerçekleştirerek havzadaki ağaç oranına göre suyun kalitesindeki değişiklikleri belirlemeye çalışmak, uygulamanın amacını oluşturmaktadır.

5.2.1. Model I (Müdahale Edilmemiş Uygulama Havzası)

Model I (müdahale edilmemiş uygulama havzası) için, su kalitesi problemine ait, tercih öncelikli bulanık hedef programlama modelinin hedefleri ve tercih öncelikleri aşağıdaki gibi belirlenmiştir;

$G_1: x_{renk} \cong 2$ renk hedefi $\rightarrow$ 1. tercih önceliği

$G_2: x_{bulanik} \cong 5$ bulanıklık hedefi $\rightarrow$ 2. tercih önceliği

$G_3: x_{Ca} \cong 7.5$ kalsiyum hedefi $\rightarrow$ 3. tercih önceliği

$G_4: x_{Mg} \cong 4$ magnezyum hedefi $\rightarrow$ 4. tercih önceliği

$G_5: x_{Cl} \cong 20$ klor hedefi $\rightarrow$ 5. tercih önceliği

$G_6: x_{pH} \cong 7$ pH hedefi $\rightarrow$ 6. tercih önceliği

$$x_{renk}, x_{bulanik}, x_{Ca}, x_{Mg}, x_{Cl}, x_{pH} \geq 0$$

Chen, bulanık hedefleri aşağıda verilen üçgensel üyelik fonksiyonları ile nitelendirmiştir;

$$\mu_i(Ax)_i = \begin{cases} 0 & (Ax)_i \leq b_i - d_i \\ 1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} & b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i \\ 0 & (Ax)_i \geq b_i + d_i \end{cases}$$

Burada;

b_i : i'inci bulanık hedef için karar vericinin belirlediği erişim değeri,

d_i : bu erişim değerinden oluşacak sapma için kabul edilebilir tolerans miktarını göstermektedir.

Bu durumda, uygulamada kullanılan bulanık hedeflere ait üçgensel üyelik fonksiyonları aşağıda verildiği gibi ifade edilir;

$$\mu_{renk}(x) = \begin{cases} 0 & x_{renk} \leq -46 \\ 1 - \frac{2 - x_{renk}}{48} & -46 \leq x_{renk} \leq 2 \\ 1 - \frac{x_{renk} - 2}{48} & 2 \leq x_{renk} \leq 50 \\ 0 & x_{renk} \geq 50 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b_i &= 2 \\ d_i &= 48 \\ b_i - d_i &= -46 \\ b_i + d_i &= 50 \end{aligned}$$

$$\mu_{bulanik}(x) = \begin{cases} 0 & x_{bulanik} \leq -15 \\ 1 - \frac{5 - x_{bulanik}}{20} & -15 \leq x_{bulanik} \leq 5 \\ 1 - \frac{x_{bulanik} - 5}{20} & 5 \leq x_{bulanik} \leq 25 \\ 0 & x_{bulanik} \geq 25 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b_i &= 5 \\ d_i &= 20 \\ b_i - d_i &= -15 \\ b_i + d_i &= 25 \end{aligned}$$

$$\mu_{Ca}(x) = \begin{cases} 0 & x_{Ca} \leq -5 \\ 1 - \frac{7.5 - x_{Ca}}{12.5} & -5 \leq x_{Ca} \leq 7.5 \\ 1 - \frac{x_{Ca} - 7.5}{12.5} & 7.5 \leq x_{Ca} \leq 20 \\ 0 & x_{Ca} \geq 20 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b_i &= 7.5 \\ d_i &= 12.5 \\ b_i - d_i &= -5 \\ b_i + d_i &= 20 \end{aligned}$$

$$\mu_{Mg}(x) = \begin{cases} 0 & x_{Mg} \leq -7 \\ 1 - \frac{4 - x_{Mg}}{11} & -7 \leq x_{Mg} \leq 4 \\ 1 - \frac{x_{Mg} - 4}{11} & 4 \leq x_{Mg} \leq 15 \\ 0 & x_{mg} \geq 15 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b_i &= 4 \\ d_i &= 11 \\ b_i - d_i &= -7 \\ b_i + d_i &= 15 \end{aligned}$$

$$\mu_{cl}(x) = \begin{cases} 0 & x_{cl} \leq -20 \\ 1 - \frac{20 - x_{cl}}{40} & -20 \leq x_{cl} \leq 20 \\ 1 - \frac{x_{cl} - 20}{40} & 20 \leq x_{cl} \leq 60 \\ 0 & x_{cl} \geq 60 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b_i &= 20 \\ d_i &= 40 \\ b_i - d_i &= -20 \\ b_i + d_i &= 60 \end{aligned}$$

$$\mu_{ph}(x) = \begin{cases} 0 & x_{ph} \leq 2.8 \\ 1 - \frac{6 - x_{ph}}{3.2} & 2.8 \leq x_{ph} \leq 6 \\ 1 - \frac{x_{ph} - 6}{3.2} & 6 \leq x_{ph} \leq 9.2 \\ 0 & x_{ph} \geq 9.2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b_i &= 6 \\ d_i &= 3.2 \\ b_i - d_i &= 2.8 \\ b_i + d_i &= 9.2 \end{aligned}$$

Chen yaklaşımına göre, birinci tercih önceliğinde çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıda verilmiştir;

$$Max \quad \lambda = 1 - \lambda'$$

kısıtlayıcılar

$$\left. \begin{aligned} \lambda' &\geq \left(1 - \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i}\right) - 1 \\ \lambda' &\geq 1 - \left(1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i}\right) \end{aligned} \right\} \equiv \begin{cases} \lambda' \geq \frac{(Ax)_i - b_i}{d_i} \\ \lambda' \geq \frac{b_i - (Ax)_i}{d_i} \end{cases} \quad i=1,2,\dots,m_1$$

$$b_i - d_i \leq (Ax)_i \leq b_i + d_i$$

$$\lambda' \in [0,1]$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Bu formülü birinci tercih önceliğindeki “renk” hedefine uyguladığımız zaman şunu elde ederiz;

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \text{kısıtlayıcılar} \\
 \left. \begin{array}{l} \lambda' \geq \frac{x_{renk} - 2}{48} \\ \lambda' \geq \frac{2 - x_{renk}}{48} \\ -46 \leq x_{renk} \leq 50 \\ \lambda' \in [0,1] \\ x_{renk} \geq 0 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} x_{renk} - 48\lambda' \leq 2 \\ x_{renk} + 48\lambda' \geq 2 \\ x_{renk} \geq -46 \\ x_{renk} \leq 50 \\ \lambda + \lambda' = 1 \\ \lambda \leq 1 \\ \lambda' \leq 1 \\ x_{renk}, \lambda, \lambda' \geq 0 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Birinci tercih önceliği verilen, suyun estetik özelliklerinden olan “renk” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinden bazıları örnek olarak aşağıda verilmiştir;

$$\begin{aligned}
 \text{Log}(\text{RENK}_{_SA}) &= 0.4175\text{Log}(\text{YAGIŞ}_{_SA}) + 6.9567\text{Log}(\text{SEDIMENT}_{_SA}) \\
 R^2 &= 0.9482
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Log}(\text{RENK}_{_SA}) &= 0.6848\text{Log}(\text{YAGIŞ}_{_SA}) + 8.5194\text{Log}(\text{CL}_{_SA}) \\
 R^2 &= 0.9637
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Log}(\text{RENK}_{_SA}) &= 2.6662\text{Log}(\text{CL}_{_SA}) + 3.3781\text{Log}(\text{MG}_{_SA}) \\
 R^2 &= 0.9709
 \end{aligned}$$

“Renk” bulanık hedefi için istatistiksel olarak anlamlı bulunup, modele dahil edilmesine karar verilen tüm denklemler, *Chen* yaklaşımına göre, birinci tercih önceliğinde çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte aşağıda gösterildiği gibi WinQSB programıyla çözülmüş (EK 1) ve WinQSB çözüm tablosu ve kısıt tablosu Tablo 5.11’de verilmiştir.

$$\text{Max } \lambda$$

$$0.4175 \text{Log}(YAGI\text{Ş} _ SA) + 6.9567 \text{Log}(SEDIMENT _ SA) \geq 2$$

$$0.4175 \text{Log}(YAGI\text{Ş} _ SA) + 6.9567 \text{Log}(SEDIMENT _ SA) \leq 50$$

$$0.6848 \text{Log}(YAGIS _ SA) + 8.5194 \text{Log}(CL _ SA) \geq 2$$

$$0.6848 \text{Log}(YAGIS _ SA) + 8.5194 \text{Log}(CL _ SA) \leq 50$$

$$1.5284 \text{Log}(YAGIS _ SA) + 11.5809 \text{Log}(MG _ SA) \geq 2$$

$$1.5284 \text{Log}(YAGIS _ SA) + 11.5809 \text{Log}(MG _ SA) \leq 50$$

$$1.3285 \text{Log}(YAGIS _ SA) + 11.1012 \text{Log}(PH _ SA) \geq 2$$

$$1.3285 \text{Log}(YAGIS _ SA) + 11.1012 \text{Log}(PH _ SA) \leq 50$$

$$0.2555 \text{Log}(SEDIMENT _ SA) + 37.2847 \text{Log}(CL _ SA) \geq 2$$

$$0.2555 \text{Log}(SEDIMENT _ SA) + 37.2847 \text{Log}(CL _ SA) \leq 50$$

$$1.8573 \text{Log}(SEDIMENT _ SA) + 5.4519 \text{Log}(MG _ SA) \geq 2$$

$$1.8573 \text{Log}(SEDIMENT _ SA) + 5.4519 \text{Log}(MG _ SA) \leq 50$$

$$0.2715 \text{Log}(CL _ SA) + 3.6958 \text{Log}(BULANIKLIK _ SA) \geq 2$$

$$0.2715 \text{Log}(CL _ SA) + 3.6958 \text{Log}(BULANIKLIK _ SA) \leq 50$$

$$8.7764 \text{Log}(CL _ SA) + 0.8379 \text{Log}(YOGUNLUK _ SA) \geq 2$$

$$8.7764 \text{Log}(CL _ SA) + 0.8379 \text{Log}(YOGUNLUK _ SA) \leq 50$$

$$11.6199 \text{Log}(MG _ SA) + 1.1980 \text{Log}(YOGUNLUK _ SA) \geq 2$$

$$11.6199 \text{Log}(MG _ SA) + 1.1980 \text{Log}(YOGUNLUK _ SA) \leq 50$$

$$x_{renk} - 48\lambda' \leq 2$$

$$x_{renk} + 48\lambda' \geq 2$$

$$x_{renk} \geq -46$$

$$x_{renk} \leq 50$$

$$\lambda + \lambda' = 1$$

$$\lambda \leq 1$$

$$\lambda' \leq 1$$

$$x_{renk}, \lambda, \lambda' \geq 0$$

Tablo 5.11: Birinci Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm ve Kısıt Tablosu

09-05-2007 13:06:39	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	0	at bound	0
2	norakim	0	at bound	0
3	norsediment	0,29	basic	0
4	norrenk	2,00	basic	0
5	norbulanik	0,37	basic	0
6	normg	0,41	basic	0
7	norca	0	at bound	0
8	norcl	0,23	basic	0
9	ph	0,18	basic	0
10	noryogun	0	at bound	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdaüssü	0	basic	0
Goal 1:		Maximize	G1 =	1,00

09-05-2007 13:06:00	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus
1	C1	2,00	>=	2,00	0
2	C2	2,00	<=	50,00	48,00
3	C3	2,00	>=	2,00	0
4	C4	2,00	<=	50,00	48,00
5	C5	4,71	>=	2,00	2,71
6	C6	4,71	<=	50,00	45,29
7	C7	2,00	>=	2,00	0
8	C8	2,00	<=	50,00	48,00
9	C9	8,83	>=	2,00	6,83
10	C10	8,83	<=	50,00	41,17
11	C11	2,75	>=	2,00	0,75
12	C12	2,75	<=	50,00	47,25
13	C13	2,15	>=	2,00	0,15
14	C14	2,15	<=	50,00	47,85
15	C15	2,00	>=	2,00	0
16	C16	2,00	<=	50,00	48,00
17	C17	2,06	>=	2,00	0,06
18	C18	2,06	<=	50,00	47,94
19	C19	2,00	>=	2,00	0
20	C20	2,00	<=	50,00	48,00
21	C21	4,73	>=	2,00	2,73
22	C22	4,73	<=	50,00	45,27
23	C23	2,00	<=	2,00	0
24	C24	2,00	>=	2,00	0
25	C25	2,00	>=	-46,00	48,00
26	C26	2,00	<=	50,00	48,00
27	C27	1,00	=	1,00	0
28	C28	1,00	<=	1,00	0
29	C29	0	<=	1,00	1,00

WinQSB çözüm tablosuna bakıldığında birinci öncelikli “renk” bulanık hedefinin çözüm değerinin, hedeflendiği gibi “renk=2” olduğu görülmektedir.

Birinci tercih öncelikli hedef gerçekleştirildikten sonra, ikinci tercih öncelikli hedefin gerçekleştirilmesi aşamasına geçilmiştir. İkinci tercih önceliğindeki hedef gerçekleştirilmeye çalışırken, *Chen* tarafından önerilen yaklaşımın kuralı olarak, “renk=2” denklemi, ikinci tercih önceliği için oluşturulan bulanık hedef programlama modeline bir kısıtlayıcı olarak eklenmiştir.

İkinci tercih önceliğinde bulunan, “bulanıklık” bulanık hedefi için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \\
 \left. \begin{array}{l}
 \lambda' \geq \frac{x_{\text{bulanık}} - 5}{20} \\
 \lambda' \geq \frac{5 - x_{\text{bulanık}}}{20} \\
 -15 \leq x_{\text{bulanık}} \leq 25 \\
 x_{\text{renk}} = 2 \\
 \lambda' \in [0,1] \\
 x_{\text{bulanık}} \geq 0
 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
 x_{\text{bulanık}} - 20\lambda' \leq 5 \\
 x_{\text{bulanık}} + 20\lambda' \geq 5 \\
 x_{\text{bulanık}} \geq -15 \\
 x_{\text{bulanık}} \leq 25 \\
 x_{\text{renk}} = 2 \\
 \lambda + \lambda' = 1 \\
 \lambda \leq 1 \\
 \lambda' \leq 1 \\
 x_{\text{bulanık}}, \lambda, \lambda' \geq 0
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

İkinci tercih önceliğinde bulunan “bulanıklık” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$\text{Log}(\text{BULANIKLIK_SA}) = 0.3185\text{Log}(\text{YAGIS_SA}) + 6.2161\text{Log}(\text{SEDIMENT_SA})$$

$$R^2 = 0.9251$$

$$\text{Log}(\text{BULANIKLIK_SA}) = 1.1163\text{Log}(\text{AKIM_SA}) + 10.1428\text{Log}(\text{MG_SA})$$

$$R^2 = 0.9722$$

$$\text{Log}(\text{BULANIKLIK_SA}) = 9.3027\text{Log}(\text{MG_SA}) + 1.0976\text{Log}(\text{SEDIMENT_SA})$$

$$R^2 = 0.9718$$

“Bulanıklık” bulanık hedefi için istatistiksel olarak anlamlı bulunup, modele dahil edilmesine karar verilen tüm denklemler, *Chen* yaklaşımına göre, ikinci tercih önceliği için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte, WinQSB programıyla çözülmüş (EK 2) WinQSB çözüm tablosu Tablo 5.12’de verilmiştir.

Tablo 5.12: İkinci Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu

09-04-2007 17:05:30	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	0	at bound	0
2	akim	1,22	basic	0
3	sediment	0,80	basic	0
4	renk	2,00	basic	0
5	bulanik	5,00	basic	0
6	mg	0,48	basic	0
7	ca	0	at bound	0
8	cl	0,66	basic	0
9	ph	0,31	basic	0
10	noryogun	2,00	basic	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdaüssü	0	at bound	-1,00
Goal 1: Maximize		G1 =		1,00

WinQSB çözüm tablosu incelendiğinde birinci öncelikli “renk” bulanık hedefinin çözüm değeri aynen sağlanarak, ikinci tercih önceliğindeki “bulanıklık” bulanıklık hedefi de, hedeflendiği gibi “bulanıklık=5” olmuştur. Ayrıca, maksimum olması istenen λ ’nın değerinin 1 olması, hedeflere tamamen ulaşıldığını göstermektedir.

Birinci ve ikinci tercih öncelikli hedef gerçekleştirildikten sonra, üçüncü tercih öncelikli hedefin gerçekleştirilmesi aşamasına geçilmiştir. Üçüncü tercih önceliğindeki hedefin gerçekleştirilmesinde daha önce gerçekleştirilen hedefler, yani “renk=2” ve “bulanıklık=5” üçüncü öncelik için oluşturulacak olan bulanık hedef programlama modeline kısıt olarak yerleştirildiler.

Üçüncü tercih önceliğinde bulunan, “kalsiyum” bulanık hedefi için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \\
 \lambda' \geq \frac{x_{Ca} - 7.5}{12.5} \\
 \lambda' \geq \frac{7.5 - x_{Ca}}{12.5} \\
 -5 \leq x_{Ca} \leq 20 \\
 x_{renk} = 2 \\
 x_{bulanik} = 5 \\
 \lambda' \in [0,1] \\
 x_{Ca} \geq 0
 \end{array}
 \left\{ \equiv \right.
 \begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \\
 x_{Ca} - 12.5\lambda' \leq 7.5 \\
 x_{Ca} + 12.5\lambda' \geq 7.5 \\
 x_{Ca} \geq -5 \\
 x_{Ca} \leq 20 \\
 x_{renk} = 2 \\
 x_{bulanik} = 5 \\
 \lambda + \lambda' = 1 \\
 \lambda \leq 1 \\
 \lambda' \leq 1 \\
 x_{Ca}, \lambda, \lambda' \geq 0
 \end{array}$$

Üçüncü tercih önceliğinde bulunan “kalsiyum” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$\text{Log}(CA_SA) = 0.4290\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 7.1627\text{Log}(SEDIMENT_SA)$$

$$R^2 = 0.9766$$

$$\text{Log}(CA_SA) = 0.7093\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 8.7889\text{Log}(CL_SA)$$

$$R^2 = 0.9917$$

$$\text{Log}(CA_SA) = 1.6082\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 11.8222\text{Log}(MG_SA)$$

$$R^2 = 0.9843$$

“Kalsiyum” bulanık hedefi için istatistiksel olarak anlamlı bulunup, modele dahil edilmesine karar verilen tüm denklemler, üçüncü tercih önceliği için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte çözülmüş (EK 3) ve WinQSB çözüm tablosu Tablo 5.13’de verilmiştir.

Tablo 5.13: Üçüncü Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu

09-05-2007 00:45:24	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	0	at bound	0
2	akim	0	at bound	0
3	sediment	1,05	basic	0
4	renk	2,00	basic	0
5	bulanik	5,00	basic	0
6	mg	0,63	basic	0
7	ca	7,50	basic	0
8	cl	0,85	basic	0
9	ph	0,67	basic	0
10	noryogun	0,05	basic	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdaüssü	0	basic	0
	Goal 1: Maximize	G1 =		1,00

Çözüm tablosuna bakıldığında, birinci ve ikinci öncelikli hedeflerin daha önce sağladıkları hedef değerleri bozulmadan, üçüncü öncelikli bulanık hedefin de sağlanmış olduğu görülmektedir. Maksimum olması istenen λ 'nın değerinin 1 olması hedeflere tamamen ulaşıldığını göstermektedir.

Dördüncü tercih öncelikli bulanık hedefe geçebilmek için ilk üç hedefin sağlanmış olması gerekmektedir. Bu koşul; “renk=2”, “bulanıklık=5” ve “kalsiyum=7.5” olarak yerine getirilmiştir. Dördüncü tercih önceliğindeki hedef gerçekleştirilmeye çalışılırken, ilk üç öncelik kısıt olarak modele katılmıştır.

Dördüncü tercih önceliğinde bulunan “magnezyum” bulanık hedefi için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \text{kısıtlayıcılar}
 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \lambda' \geq \frac{x_{Mg} - 4}{11} \\
 \lambda' \geq \frac{4 - x_{Mg}}{11} \\
 -7 \leq x_{Mg} \leq 15 \\
 x_{renk} = 2 \\
 x_{bulanik} = 5 \\
 x_{Ca} = 7.5 \\
 \lambda' \in [0,1] \\
 x_{Mg} \geq 0
 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
 x_{Mg} - 11\lambda' \leq 4 \\
 x_{Mg} + 11\lambda' \geq 4 \\
 x_{Mg} \geq -4 \\
 x_{Mg} \leq 15 \\
 x_{renk} = 2 \\
 x_{bulanik} = 5 \\
 x_{Ca} = 7.5 \\
 \lambda + \lambda' = 1 \\
 \lambda \leq 1 \\
 \lambda' \leq 1 \\
 x_{Mg}, \lambda, \lambda' \geq 0
 \end{array} \right.$$

Dördüncü tercih önceliğinde bulunan “magnezyum” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$\text{Log}(MG_SA) = 0.3000\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 6.0365\text{Log}(SEDIMENT_SA)$$

$$R^2 = 0.9521$$

$$\text{Log}(MG_SA) = 0.4753\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 7.3724\text{Log}(CL_SA)$$

$$R^2 = 0.9794$$

$$\text{Log}(MG_SA) = 0.8710\text{Log}(AKIM_SA) + 9.5166\text{Log}(PH_SA)$$

$$R^2 = 0.9909$$

“Magnezyum” bulanık hedefi için istatistiksel olarak anlamlı bulunup, modele dahil edilmesine karar verilen tüm denklemler, dördüncü tercih önceliği için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte çözülmüş (EK 4) ve WinQSB çözüm tablosu Tablo 5.14’de verilmiştir.

Tablo 5.14: Dördüncü Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu

09-04-2007 17:57:15	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	0	at bound	0
2	akim	0	at bound	0
3	sediment	0,66	basic	0
4	renk	2,00	basic	0
5	bulanik	5,00	basic	0
6	mg	4,00	basic	0
7	ca	7,50	basic	0
8	cl	0,54	basic	0
9	ph	0,42	basic	0
10	noryogun	1,08	basic	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdatüssü	0	basic	0
Goal 1: Maximize		G1 =	1,00	

Çözüm tablosunda, birinci, ikinci ve üçüncü öncelikli hedeflerin, hedef değerleri bozulmadan, dördüncü öncelikli bulanık hedefin de sağlanmış olduğu görülmektedir. Maksimum olması istenen λ' 'nin değerinin 1 olması hedeflere tamamen ulaşıldığını göstermektedir.

Aynı şekilde, beşinci tercih önceliğinde bulunan, “klor” bulanık hedefini gerçekleştirmek için kurulan doğrusal programlama probleminde ilk dört öncelik sırasında bulunan hedefler kısıt olarak yerleştirilmiştir.

Beşinci tercih önceliğinde bulunan, “klor” bulanık hedefi için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \text{kısıtlayıcılar} \\
 \left. \begin{array}{l}
 \lambda' \geq \frac{x_{Cl} - 20}{40} \\
 \lambda' \geq \frac{20 - x_{Cl}}{40} \\
 -20 \leq x_{renk} \leq 60 \\
 x_{renk} = 2 \\
 x_{bulaniklik} = 5 \\
 x_{Ca} = 7.5 \\
 x_{Mg} = 4 \\
 \lambda' \in [0,1] \\
 x_{Cl} \geq 0
 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
 x_{Cl} - 40\lambda' \leq 20 \\
 x_{Cl} + 40\lambda' \geq 20 \\
 x_{Cl} \geq -20 \\
 x_{Cl} \leq 60 \\
 x_{renk} = 2 \\
 x_{bulaniklik} = 5 \\
 x_{Ca} = 7.5 \\
 x_{Mg} = 4 \\
 \lambda + \lambda' = 1 \\
 \lambda \leq 1 \\
 \lambda' \leq 1 \\
 x_{Cl}, \lambda, \lambda' \geq 0
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Beşinci tercih önceliğinde bulunan “klor” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$\text{Log}(CL_SA) = 0.5828\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 8.1087\text{Log}(SEDIMENT_SA)$$

$$R^2 = 0.9914$$

$$\text{Log}(CL_SA) = 8.3934\text{Log}(SEDIMENT_SA) + 0.7802\text{Log}(YOGUNLUK_SA)$$

$$R^2 = 0.9974$$

“Klor” bulanık hedefi için istatistiksel olarak anlamlı bulunup, modele dahil edilmesine karar verilen tüm denklemler, beşinci tercih önceliği için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte çözülmüş (EK 5) ve WinQSB çözüm tablosu Tablo 5.15’de verilmiştir.

Tablo 5.15: Beşinci Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu

09-04-2007 18:04:22	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	0	at bound	0
2	akim	0	at bound	0
3	sediment	4,61	basic	0
4	bulanik	5,00	basic	0
5	mg	4,00	basic	0
6	ca	7,50	basic	0
7	cl	20,00	basic	0
8	ph	1,57	basic	0
9	noryogun	0	at bound	0
10	renk	2,00	basic	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdatüssü	0	basic	0
Goal 1: Maximize		G1 =		1,00

Çözüm tablosunda, birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü öncelikli hedeflerin, hedef değerleri bozulmadan, beşinci öncelikli bulanık hedefin de sağlanmış olduğu görülmektedir. Maksimum olması istenen λ 'nın değerinin 1 olması hedeflere tamamen ulaşıldığını göstermektedir.

En son tercih önceliğinde bulunan “pH”a ait doğrusal programlama problemi ise şöyledir;

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \text{kısıtlayıcılar}
 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \lambda' \geq \frac{x_{pH} - 6}{3.2} \\
 \lambda' \geq \frac{6 - x_{pH}}{3.2} \\
 2.8 \leq x_{pH} \leq 9.2 \\
 x_{renk} = 2 \\
 x_{bulanik} = 5 \\
 x_{Ca} = 7.5 \\
 x_{Mg} = 4 \\
 x_{Cl} = 20 \\
 \lambda' \in [0,1] \\
 x_{pH} \geq 0
 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
 x_{pH} - 3.2\lambda' \leq 6 \\
 x_{pH} + 3.2\lambda' \geq 6 \\
 x_{pH} \geq 2.8 \\
 x_{pH} \leq 9.2 \\
 x_{renk} = 2 \\
 x_{bulanik} = 5 \\
 x_{Ca} = 7.5 \\
 x_{Mg} = 4 \\
 x_{Cl} = 20 \\
 \lambda + \lambda' = 1 \\
 \lambda \leq 1 \\
 \lambda' \leq 1 \\
 x_{pH}, \lambda, \lambda' \geq 0
 \end{array} \right.$$

Altıncı tercih önceliğinde bulunan “pH” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$\text{Log}(pH_SA) = 0.3349\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 6.3104\text{Log}(SEDIMENT_SA)$$

$$R^2 = 0.9605$$

$$\text{Log}(pH_SA) = 1.1272\text{Log}(SEDIMENT_SA) + 8.0789\text{Log}(Mg_SA)$$

$$R^2 = 0.9946$$

$$\text{Log}(pH_SA) = 1.4479\text{Log}(Cl_SA) + 6.8254\text{Log}(Mg_SA)$$

$$R^2 = 0.9948$$

“pH” bulanık hedefi için de anlamlı olan tüm denklemler, altıncı tercih önceliği için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte çözüldü (EK 6). Ancak pH değişkeni diğer hedeflerle beraber çözülememiş ve istenilen hedefi sağlayamamıştır.

Bu nedenle, beşinci tercih önceliğinde bulunan “klor” için oluşturulan modelin çözümü, bulanık hedef programlama modelinin çözümünü verir.

Yağışlarla yeryüzüne düşen sular yüzeyde akarken zeminde bulunan çok çeşitli tuzları (asidik, bazik, nötr tuzlar) bünyelerine alarak, bunları gittikleri ortama taşırlar ve suların pH’ını değiştirirler. Ayrıca, endüstrinin yoğun olduğu bölgelerde yağış süresince havadaki gazlar su ile birleştirilerek pH’ı düşürürler. Oysa deneme havzalarında evsel ve endüstriyel atıklar ya da çevre kirliliği görülmemekte ve toprak yapısı da değişmemektedir. Bu nedenle ideal şartlarda bulunan deneme havzalarında pH’da çok küçük değişiklikler gösterdiğinden, pH değişkeni diğer hedeflerle beraber çözülmemiş, istenilen hedefi sağlayamamıştır. Ayrıca bulanık hedef programlama tekniği açısından, su kalitesine yönelik çalışmalarda pH değerleri periyodik olması nedeniyle “açısal bulanık küme üyelik dereceleri tayini yöntemi” önerilmektedir.²⁷¹ Araştırmamızda ise tüm bulanık hedefler için üçgensel üyelik dereceleri kullanılmıştır.

²⁷¹ Şen (2001), a.g.e., s.41.

5.2.2. Model II (%10 Müdahale Edilmiş Uygulama Havzası)

Model II’de; havzaya %10 müdahale yapılmış ve bu müdahalenin su kalitesi üzerine etkisi olup olmadığı araştırılmıştır.

Model II’de kullanılan yeni veri setlerine istatistiki testler uygulanmış, gerekli dönüşümler yapılmıştır. Model II içinde, çalışmada logaritmik, durağan ve mevsimsellikten arındırılmış seriler kullanılmıştır. Bu seriler ile bağımlı bir değişkenin, bir veya birden fazla bağımsız değişkenle arasındaki ilişkinin matematiksel bir fonksiyon şeklinde yazılabilmesi için regresyon analizleri yapılmıştır.

Model II için, tercih öncelikli bulanık hedef programlama modeline ait hedefler ve tercih öncelikleri aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned} G_1: x_{renk} &\cong 2 && \text{renk hedefi} \rightarrow 1. \text{ tercih önceliği} \\ G_2: x_{bulanik} &\cong 5 && \text{bulanıklık hedefi} \rightarrow 2. \text{ tercih önceliği} \\ G_3: x_{Ca} &\cong 7.5 && \text{kalsiyum hedefi} \rightarrow 3. \text{ tercih önceliği} \\ G_4: x_{Mg} &\cong 4 && \text{magnezyum hedefi} \rightarrow 4. \text{ tercih önceliği} \\ G_5: x_{Cl} &\cong 20 && \text{klor hedefi} \rightarrow 5. \text{ tercih önceliği} \\ G_6: x_{pH} &\cong 7 && \text{pH hedefi} \rightarrow 6. \text{ tercih önceliği} \\ x_{renk}, x_{bulanik}, x_{Ca}, x_{Mg}, x_{Cl}, x_{pH} &\geq 0 \end{aligned}$$

Hedef değerlerinde değişiklik olmamıştır çünkü, kaliteli bir su için hedef değerleri sabittir. Bu durumda, Model II’de kullanılacak olan bulanık hedeflere ait üçgensel üyelik fonksiyonları bir önceki model ile aynı olacaktır.

Birinci tercih önceliğinde bulunan “renk” bulanık hedefi için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \text{kısıtlayıcılar}
 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \lambda' \geq \frac{x_{renk} - 2}{48} \\
 \lambda' \geq \frac{2 - x_{renk}}{48} \\
 -46 \leq x_{renk} \leq 50 \\
 \lambda' \in [0,1] \\
 x_{renk} \geq 0
 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
 x_{renk} - 48\lambda' \leq 2 \\
 x_{renk} + 48\lambda' \geq 2 \\
 x_{renk} \geq -46 \\
 x_{renk} \leq 50 \\
 \lambda + \lambda' = 1 \\
 \lambda \leq 1 \\
 \lambda' \leq 1 \\
 x_{renk}, \lambda, \lambda' \geq 0
 \end{array} \right.$$

Birinci tercih önceliğindeki “renk” bulanık hedefini gerçekleştirebilmek için, bağımlı değişkeni renk olan regresyon analizleri yapılmıştır. İstatistiksel olarak anlamlı ilişkiler ile birinci tercih önceliğinde çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıda gösterildiği gibi her ikisi birlikte, WinQSB programıyla çözülmüştür (EK 7).

Max λ

$$0.4124\text{Log}(\text{YAGIŞ}_{-SA}) + 6.9029\text{Log}(\text{SEDIMENT}_{-SA}) \geq 2$$

$$0.4124\text{Log}(\text{YAGIŞ}_{-SA}) + 6.9029\text{Log}(\text{SEDIMENT}_{-SA}) \leq 50$$

$$0.6795\text{Log}(\text{YAGIŞ}_{-SA}) + 8.4956\text{Log}(\text{CL}_{-SA}) \geq 2$$

$$0.6795\text{Log}(\text{YAGIŞ}_{-SA}) + 8.4956\text{Log}(\text{CL}_{-SA}) \leq 50$$

$$2.8313\text{Log}(\text{CL}_{-SA}) + 3.5482\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) \geq 2$$

$$2.8313\text{Log}(\text{CL}_{-SA}) + 3.5482\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) \leq 50$$

$$1.4693\text{Log}(\text{YAGIŞ}_{-SA}) + 11.4006\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) \geq 2$$

$$1.4693\text{Log}(\text{YAGIŞ}_{-SA}) + 11.4006\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) \leq 50$$

$$1.5850\text{Log}(\text{AKIM}_{-SA}) + 10.2406\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) \geq 2$$

$$1.5850\text{Log}(\text{AKIM}_{-SA}) + 10.2406\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) \leq 50$$

$$1.3872\text{Log}(\text{AKIM}_{-SA}) + 10.3107\text{Log}(\text{PH}_{-SA}) \geq 2$$

$$1.3872\text{Log}(\text{AKIM}_{-SA}) + 10.3107\text{Log}(\text{PH}_{-SA}) \leq 50$$

$$0.2509\text{Log}(\text{SEDIMENT}_{-SA}) + 38.1102\text{Log}(\text{CL}_{-SA}) \geq 2$$

$$0.2509\text{Log}(\text{SEDIMENT}_{-SA}) + 38.1102\text{Log}(\text{CL}_{-SA}) \leq 50$$

$$1.7709\text{Log}(\text{SEDIMENT}_{-SA}) + 5.6924\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) \geq 2$$

$$1.7709\text{Log}(\text{SEDIMENT}_{-SA}) + 5.6924\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) \leq 50$$

$$3.5482\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) + 2.8313\text{Log}(\text{CL}_{-SA}) \geq 2$$

$$3.5482\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) + 2.8313\text{Log}(\text{CL}_{-SA}) \leq 50$$

$$11.4369\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) + 1.5267\text{Log}(\text{YOGUNLUK}_{-SA}) \geq 2$$

$$11.4369\text{Log}(\text{MG}_{-SA}) + 1.5267\text{Log}(\text{YOGUNLUK}_{-SA}) \leq 50$$

$$0.3494\text{Log}(\text{YAGIŞ}_{-SA}) + 1.3845\text{Log}(\text{AKIM}_{-SA}) + 6.3829(\text{SEDIMENT}) \geq 2$$

$$0.3494\text{Log}(\text{YAGIŞ}_{-SA}) + 1.3845\text{Log}(\text{AKIM}_{-SA}) + 6.3829(\text{SEDIMENT}) \leq 50$$

$$x_{renk} - 48\lambda' \leq 2$$

$$x_{renk} + 48\lambda' \geq 2$$

$$x_{renk} \geq -46$$

$$x_{renk} \leq 50$$

$$\lambda + \lambda' = 1$$

$$\lambda \leq 1$$

$$\lambda' \leq 1$$

$$x_{renk}, \lambda, \lambda' \geq 0$$

Bu çözümünden elde edilen WinQSB çözüm tablosu Tablo 5.16’da verilmiştir.

Tablo 5.16: Birinci Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu

09-04-2007 18:23:58	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	2,30	basic	0
2	akim	0	at bound	0
3	sediment	0,19	basic	0
4	renk	2,00	basic	0
5	bulanik	0	at bound	0
6	mg	0,52	basic	0
7	ca	0	at bound	0
8	cl	0,05	basic	0
9	ph	0,19	basic	0
10	muyogun	0	at bound	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdaüssü	0	basic	0
Goal 1: Maximize		G1 =	1,00	

WinQSB çözüm tablosuna bakıldığında birinci öncelikli “renk” bulanık hedefinin çözüm değerinin, hedeflendiği gibi “renk=2” olduğu görülmektedir.

Birinci tercih öncelikli hedef gerçekleştikten sonra, ikinci tercih öncelikli hedefin gerçekleştirilmesi aşamasına geçilmiştir. İkinci tercih önceliğindeki “bulanıklık” hedefi gerçekleştirilirken, “renk=2” denklemi, ikinci tercih önceliği için oluşturulan bulanık hedef programlama modeline bir kısıtlayıcı olarak eklenmiştir.

İkinci tercih önceliğinde bulunan “bulanıklık” bulanık hedefi için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıda verilmiştir;

$$\begin{array}{ll}
\text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
\text{kısıtlayıcılar} & \text{kısıtlayıcılar}
\end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l}
\lambda' \geq \frac{x_{\text{bulaniklik}} - 5}{20} \\
\lambda' \geq \frac{5 - x_{\text{bulaniklik}}}{20} \\
-15 \leq x_{\text{bulaniklik}} \leq 25 \\
x_{\text{renk}} = 2 \\
\lambda' \in [0,1] \\
x_{\text{bulaniklik}} \geq 0
\end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
x_{\text{bulaniklik}} - 20\lambda' \leq 5 \\
x_{\text{bulaniklik}} + 11\lambda' \geq 5 \\
x_{\text{bulaniklik}} \geq -15 \\
x_{\text{bulaniklik}} \leq 25 \\
x_{\text{renk}} = 2 \\
\lambda + \lambda' = 1 \\
\lambda \leq 1 \\
\lambda' \leq 1 \\
x_{\text{bulaniklik}}, \lambda, \lambda' \geq 0
\end{array} \right.$$

İkinci tercih önceliğinde bulunan “bulanıklık” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$Log(BULANIKLIK_SA) = 0.3155Log(YAGIŞ_SA) + 6.1722Log(SEDIMENT_SA)$$

$$R^2 = 0.9219$$

$$Log(BULANIKLIK_SA) = 0.5011Log(YAGIŞ_SA) + 7.5899Log(CL_SA)$$

$$R^2 = 0.9488$$

$$Log(BULANIKLIK_SA) = 0.7775Log(CL_SA) + 13.1197Log(pH_SA)$$

$$R^2 = 0.9715$$

“Bulanıklık” bulanık hedefi için istatistiksel olarak anlamlı bulunup, modele dahil edilmesine karar verilen tüm denklemler, ikinci tercih önceliği için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte çözülmüş, ancak Model II’de bulanıklık hedefi sağlanamamıştır.

Sağlanamayan ikinci tercih önceliğindeki bulanıklık hedefinden sonra gelen “kalsiyum” hedefi için doğrusal programlama problemi düzenlenmiş ancak burada sağlanamayan “bulanıklık” hedefi kısıtlar arasında yer almamıştır;

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \text{kısıtlayıcılar}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \lambda' \geq \frac{x_{Ca} - 7.5}{12.5} \\
 \lambda' \geq \frac{7.5 - x_{renk}}{12.5} \\
 -5 \leq x_{renk} \leq 20 \\
 x_{renk} = 2 \\
 \lambda' \in [0,1] \\
 x_{Ca} \geq 0
 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
 x_{Ca} - 12.5\lambda' \leq 7.5 \\
 x_{Ca} + 12.5\lambda' \geq 7.5 \\
 x_{Ca} \geq -5 \\
 x_{Ca} \leq 20 \\
 x_{renk} = 2 \\
 \lambda + \lambda' = 1 \\
 \lambda \leq 1 \\
 \lambda' \leq 1 \\
 x_{Ca}, \lambda, \lambda' \geq 0
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Üçüncü tercih önceliğinde bulunan “kalsiyum” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$Log(Ca_SA) = 0.4241Log(YAGIŞ_SA) + 7.1186Log(SEDIMENT_SA)$$

$$R^2 = 0.9764$$

$$Log(Ca_SA) = 11.1558Log(pH_SA) + 1.4538Log(YOGUNLUK_SA)$$

$$R^2 = 0.9896$$

$$Log(Ca_SA) = 0.7056Log(YAGIS_SA) + 8.7680Log(CL_SA)$$

$$R^2 = 0.9920$$

“Kalsiyum” bulanık hedefi için istatistiksel olarak anlamlı bulunup, modele dahil edilmesine karar verilen tüm denklemler, üçüncü tercih önceliği için çözülmesi gereken

doğrusal programlama problemi ile birlikte çözülmüş (EK 8) ve WinQSB çözüm tablosu Tablo 5.17’de verilmiştir.

Tablo 5.17: Üçüncü Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu

09-04-2007 18:39:13	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	0	at bound	0
2	akim	0,46	basic	0
3	sediment	1,16	basic	0
4	renk	2,00	basic	0
5	bulanik	0	at bound	0
6	mg	0,64	basic	0
7	ca	7,50	basic	0
8	cl	0,86	basic	0
9	ph	0,67	basic	0
10	muyogun	0,03	basic	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdaüssü	0	basic	0
	Goal 1: Maximize	G1 =		1,00

Dördüncü tercih önceliğinde bulunan “magnezyum” bulanık hedefi için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibi ve kısıtları arasında ilk üç tercih önceliğinde hedeflerini sağlayabilen değişkenler yer alacak şekilde olacaktır;

$$\begin{array}{cc}
\text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' & \text{Max} & \lambda \\
\text{kısıtlayıcılar} & & \text{kısıtlayıcılar} & \\
\left. \begin{array}{l}
\lambda' \geq \frac{x_{Mg} - 4}{11} \\
\lambda' \geq \frac{4 - x_{Mg}}{11} \\
-7 \leq x_{Mg} \leq 15 \\
x_{renk} = 2 \\
x_{Ca} = 7.5 \\
\lambda' \in [0,1] \\
x_{Mg} \geq 0
\end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
x_{Mg} - 11\lambda' \leq 4 \\
x_{Mg} + 11\lambda' \geq 4 \\
x_{Mg} \geq -4 \\
x_{Mg} \leq 15 \\
x_{renk} = 2 \\
x_{Ca} = 7.5 \\
\lambda + \lambda' = 1 \\
\lambda \leq 1 \\
\lambda' \leq 1 \\
x_{Mg}, \lambda, \lambda' \geq 0
\end{array} \right.
\end{array}$$

Dördüncü tercih önceliğinde bulunan “magnezyum” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinden bazıları şöyledir;

$$\begin{aligned}
\text{Log}(MG_SA) &= 0.3077\text{Log}(YAGI\dot{S}_SA) + 6.0785\text{Log}(SEDIMENT_SA) \\
R^2 &= 0.9542
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Log}(MG_SA) &= 0.8905\text{Log}(AKIM_SA) + 9.7808\text{Log}(PH_SA) \\
R^2 &= 0.9926
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Log}(MG_SA) &= 0.8588\text{Log}(SEDIMENT_SA) + 11.4359\text{Log}(PH_SA) \\
R^2 &= 0.9934
\end{aligned}$$

“Magnezyum” bulanık hedefi için de anlamlı olan tüm denklemler, dördüncü tercih önceliği için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte çözülmüş (EK 9) ve WinQSB çözüm tablosu Tablo 5.18’de verilmiştir.

Tablo 5.18: Dördüncü Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu

09-04-2007 18:43:39	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	0	at bound	0
2	akim	0	at bound	0
3	sediment	0,86	basic	0
4	renk	2,00	basic	0
5	bulanik	0,50	basic	0
6	mg	4,00	basic	0
7	ca	7,50	basic	0
8	cl	0,56	basic	0
9	ph	0,42	basic	0
10	muyogun	0	at bound	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdaüssü	0	basic	0
Goal 1:		Maximize	G1 =	1,00

Tabloda, hedeflerin aynı anda ve istenilen değerlerde sağlandığı görülmektedir, “renk=2”, “Ca=7.5”, “magnezyum=4”, bunların yanında maksimum olması istenen λ ’da istendiği gibi 1’e eşittir.

Beşinci tercih önceliğinde bulana “klor” bulanık hedefi için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{array}{ll}
\text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
\text{kısıtlayıcılar} & \text{kısıtlayıcılar} \\
\left. \begin{array}{l}
\lambda' \geq \frac{x_{Cl} - 20}{40} \\
\lambda' \geq \frac{20 - x_{Cl}}{40} \\
-20 \leq x_{renk} \leq 60 \\
x_{Mg} = 4 \\
x_{Ca} = 7.5 \\
x_{renk} = 2 \\
x_{Mg} = 4 \\
\lambda' \in [0,1] \\
x_{Cl} \geq 0
\end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
x_{Cl} - 40\lambda \leq 20 \\
x_{Cl} + 40\lambda \geq 20 \\
x_{Cl} \geq -20 \\
x_{Cl} \leq 60 \\
x_{Mg} = 4 \\
x_{Ca} = 7.5 \\
x_{renk} = 2 \\
\lambda + \lambda' = 1 \\
\lambda \leq 1 \\
\lambda' \leq 1 \\
x_{Cl}, \lambda, \lambda' \geq 0
\end{array} \right.
\end{array}$$

Beşinci tercih önceliğinde bulunan “klor” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$\begin{aligned}
\text{Log}(CL_SA) &= 0.5787\text{Log}(YAGI\$_SA) + 8.0738\text{Log}(SEDIMENT_SA) \\
R^2 &= 0.9910
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Log}(CL_SA) &= 3.2550\text{Log}(SEDIMENT_SA) + 3.1002\text{Log}(PH_SA) \\
R^2 &= 0.9978
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Log}(CL_SA) &= 3.5064\text{Log}(SEDIMENT_SA) + 2.8901\text{Log}(MG_SA) \\
R^2 &= 0.9982
\end{aligned}$$

“Klor” bulanık hedefi için de anlamlı olan tüm denklemler, beşinci tercih önceliği için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte çözülmüş (EK 10) ve WinQSB çözüm tablosu Tablo 5.19’da verilmiştir.

Tablo 5.19: Beşinci Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu

09-04-2007 18:47:06	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	0	at bound	0
2	akim	0	at bound	0
3	sediment	4,65	basic	0
4	renk	2,00	basic	0
5	bulanik	0	at bound	0
6	mg	4,00	basic	0
7	ca	7,50	basic	0
8	cl	20,00	basic	0
9	ph	1,57	basic	0
10	muyogun	0	at bound	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdaüssü	0	basic	0
	Goal 1:	Maximize	G1 =	1,00

En son tercih önceliğinde bulunan “pH”a ait doğrusal programlama problemi ise şöyledir;

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \text{kısıtlayıcılar}
 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \lambda' \geq \frac{x_{pH} - 6}{3.2} \\
 \lambda' \geq \frac{6 - x_{pH}}{3.2} \\
 2.8 \leq x_{renk} \leq 9.2 \\
 x_{renk} = 2 \\
 x_{Ca} = 7.5 \\
 x_{Mg} = 4 \\
 x_{Cl} = 20 \\
 \lambda' \in [0,1] \\
 x_{pH} \geq 0
 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
 x_{pH} - 3.2\lambda' \leq 6 \\
 x_{pH} + 3.2\lambda' \geq 6 \\
 x_{pH} \geq 2.8 \\
 x_{pH} \leq 9.2 \\
 x_{renk} = 2 \\
 x_{Ca} = 7.5 \\
 x_{Mg} = 4 \\
 x_{Cl} = 20 \\
 \lambda + \lambda' = 1 \\
 \lambda \leq 1 \\
 \lambda' \leq 1 \\
 x_{pH}, \lambda, \lambda' \geq 0
 \end{array} \right.$$

Altıncı tercih önceliğinde bulunan “pH” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$\begin{aligned} \text{Log}(pH_SA) &= 0.3337\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 6.2925\text{Log}(SEDIMENT_SA) \\ R^2 &= 0.9600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Log}(pH_SA) &= 0.7927\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 8.5458\text{Log}(RENK_SA) \\ R^2 &= 0.9723 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Log}(pH_SA) &= 6.8045\text{Log}(SEDIMENT_SA) + 0.2663\text{Log}(YOGUNLUK_SA) \\ R^2 &= 0.9955 \end{aligned}$$

“pH” bulanık hedefi için de anlamlı olan tüm denklemler, altıncı tercih önceliği için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte çözülmüştür (EK 11). Ancak pH değişkeni, Model I’de açıklanan gerekçelerle diğer hedeflerle beraber çözülememiş ve istenilen hedefi sağlayamamıştır.

Çözüm tablosundan (Tablo 5.19) da görüldüğü gibi; bulanık hedef programlama, Model II için belirlenen hedeflerin hepsini aynı anda ve hedef değerlerinde sağlayamamıştır. Müdahale yapılmamış havzanın verilerinin kullanıldığı Model I’de beş hedef sağlanabilirken, %10 müdahale edilmiş havzayı tanımlayan Model II’de dört hedef sağlanabilmiştir.

Bunun nedeni olarak şunlar söylenebilir; ormanlık bir havzanın su verimini, havza üzerine düşen yağış, yüzeysel akış, intersepsiyon (düşen yağışın ağaçların

yaprakları tarafından tutulması) ve transpirasyon (bitkilerin kökleriyle topraktan aldıkları suyu terleme yoluyla tüketmesi) gibi faktörler şekillendirir.²⁷²

İntersepsiyon ve transpirasyon su verimini olumsuz yönde etkileyen faktörlerdir. Çünkü bir havzada bitki örtüsü, düşen yağışın ağaç yaprakları tarafından tutulması (intersepsiyon) ve bitkilerin kökleriyle topraktan aldıkları suyu terleme yoluyla tüketmesi (transpirasyon) su kaybına neden olmaktadır. Hollanda da yapılan deneyler, havzalarda ağaçlar gelişip, yoğunluk artıkça tutulan yağış miktarının da çoğaldığını ve %40'a kadar yükselen yağış miktarının toprağa hiç ulaşmadığını ortaya koymuştur.²⁷³

Düşen yağışın ağaç yaprakları tarafından tutulması, havzadaki ağaç yoğunluğu ile ya da başka bir deyişle havzanın kapalılık oranı ile doğru orantılıdır. Model I'de havzaya müdahale edilmediği için, havzadaki ağaç yoğunluğu Model II'ye göre %10 daha fazladır. Bu nedenle, iki model arasındaki farkı yaratan en büyük etken toprağa ulaşan yağış miktarının farklı olmasıdır. Aynı şekilde, terleme yoluyla tüketilen su miktarı, yaprak miktarına bağlı olarak artmaktadır. Bu da iki model arasındaki farkı yaratan diğer bir nedendir. Toprağa ulaşan su miktarındaki ve terleme yoluyla tüketilen su miktarındaki farklılıklardan dolayı, suyun kalitesini etkileyen parametrelerin oranlarında değişiklikler olmaktadır. Gerçekleştirilmeye çalışılan hedeflerin sıralamasının farklılık göstermesinin nedeni budur.

“Bulanıklık” hedefinin Model II tarafından sağlanamamasını ise yüzeysel akışla açıklayabiliriz. Yüzeysel akış üzerinde etkili olan faktörler; yağış şiddeti ve miktarı, arazi eğimi, toprak özellikleri ile bitki örtüsüdür. Toprak yüzünün çıplak oluşu yüzeysel akışı arttırır. Pek çok araştırma göstermiştir ki; bitki örtüsü, hem toprak yüzeyinin yapısını muhafaza etmesine, hem de ölü örtü tabakasının çok yüksek su tutma kapasitesi nedeniyle yüzeysel akışın azalmasına, buna karşılık toprağa giren suyun miktarının

²⁷² Ünal Asan, Kamil Şengönül, “Orman Formlarının Fonksiyonel Açısından Karşılaştırılması”, İ.Ü. Orman Fakültesi Dergisi, Seri B, Cilt 37, Sayı 4, İstanbul, 1987, s.60.

²⁷³ A.g.e., s.60.

artmasını sağlamaktadır. Bu da bulanıklığı arttırıcı bir etki yapmakta ve kaliteli bir su için belirlenen bulanıklık miktarlarının aşılmasına neden olmaktadır.

5.2.3. Model III (%40 Müdahale Edilmiş Uygulama Havzası)

Uygulama havzası ağaç yoğunluğuna yapılan %10'luk müdahaleden sonra, müdahalenin daha büyük oranda yapılması durumunda hedeflerin nasıl etkileneceğini görebilmek için Model III tasarlanmıştır.

Uygulamanın üçüncü adımında % 40 müdahale sonrası için tasarlanan modelin kurulmasında önceki adımlarda yapılanlar aynen tekrarlanmıştır.

Model III'de kullanılacak olan yeni veri setlerine istatistiki testler uygulanmış, gerekli dönüşümler yapılmıştır. Model III için yapılan çalışmada da logaritmik, durağan ve mevsimsellikten arındırılmış seriler kullanılmıştır. Bu seriler ile bağımlı bir değişkenin, bir veya birden fazla bağımsız değişkenle arasındaki ilişkinin matematiksel bir fonksiyon şeklinde yazılabilmesi için regresyon analizleri yapılmıştır.

Model III için, tercih öncelikli bulanık hedef programlama modeline ait hedefler ve tercih öncelikleri aşağıdaki gibidir;

- | | |
|----------------------------|--|
| $G_1: x_{renk} \cong 2$ | renk hedefi $\rightarrow$ 1. tercih önceliği |
| $G_2: x_{bulanik} \cong 5$ | bulanıklık hedefi $\rightarrow$ 2. tercih önceliği |
| $G_3: x_{Ca} \cong 7.5$ | kalsiyum hedefi $\rightarrow$ 3. tercih önceliği |
| $G_4: x_{Mg} \cong 4$ | magnezyum hedefi $\rightarrow$ 4. tercih önceliği |
| $G_5: x_{Cl} \cong 20$ | klor hedefi $\rightarrow$ 5. tercih önceliği |
| $G_6: x_{pH} \cong 7$ | pH hedefi $\rightarrow$ 6. tercih önceliği |

$$x_{renk}, x_{bulanik}, x_{Ca}, x_{Mg}, x_{Cl}, x_{pH} \geq 0$$

Birinci tercih önceliğinde bulunan “renk” ve ikinci tercih önceliğinde bulunan “bulanıklık” hedefi Model I ve Model II’de olduğu gibi doğrusal programlama problemi haline getirilmiş ve WinQSB ile çözülmüş, ancak istenen hedeflere ulaşılamamıştır. Bu nedenle üçüncü tercih önceliğindeki “kalsiyum” bulanık hedefine geçilmiştir.

“Kalsiyum” bulanık hedefi için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibidir;

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\ \text{kısıtlayıcılar} & \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{Max} & \lambda \\ \text{kısıtlayıcılar} & \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda' \geq \frac{x_{Ca} - 7.5}{12.5} \\ \lambda' \geq \frac{7.5 - x_{Ca}}{12.5} \\ -5 \leq x_{Ca} \leq 20 \\ \lambda' \in [0,1] \\ x_{Ca} \geq 0 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l} x_{Ca} - 12.5\lambda \leq 7.5 \\ x_{Ca} + 12.5\lambda \geq 7.5 \\ x_{Ca} \geq -5 \\ x_{Ca} \leq 20 \\ \lambda + \lambda' = 1 \\ \lambda \leq 1 \\ \lambda' \leq 1 \\ x_{Ca}, \lambda, \lambda' \geq 0 \end{array} \right.$$

Üçüncü tercih önceliğinde bulunan “kalsiyum” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$\text{Log}(CA_SA) = 0.4290\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 7.1603\text{Log}(SEDIMENT_SA)$$

$$R^2 = 0.9768$$

$$\text{Log}(CA_SA) = 1.5161\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 11.6418\text{Log}(MG_SA)$$

$$R^2 = 0.9883$$

“Kalsiyum” bulanık hedefi için istatistiksel olarak anlamlı bulunup, modele dahil edilmesine karar verilen tüm denklemler, *Chen* yaklaşımına göre, çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ile birlikte aşağıda gösterildiği gibi, WinQSB programıyla çözülmüş (EK 11) ve WinQSB çözüm tablosu Tablo 5.20’de verilmiştir.

Max λ

$$0.4290\text{Log}(YAGI\text{Ş} _ SA) + 7.1603\text{Log}(SEDIMENT _ SA) \geq 7.5$$

$$0.4290\text{Log}(YAGI\text{Ş} _ SA) + 7.1603\text{Log}(SEDIMENT _ SA) \leq 20$$

$$1.5161\text{Log}(YAGIS _ SA) + 11.6418\text{Log}(MG _ SA) \geq 7.5$$

$$1.5161\text{Log}(YAGIS _ SA) + 11.6418\text{Log}(MG _ SA) \leq 20$$

$$1.4239\text{Log}(YAGIS _ SA) + 11.3418\text{Log}(PH _ SA) \geq 7.5$$

$$1.4239\text{Log}(YAGIS _ SA) + 11.3418\text{Log}(PH _ SA) \leq 20$$

$$3.2635\text{Log}(AKIM _ SA) + 1.5595\text{Log}(YOGUNLUK _ SA) \geq 7.5$$

$$3.2635\text{Log}(AKIM _ SA) + 1.5595\text{Log}(YOGUNLUK _ SA) \leq 20$$

$$0.4103\text{Log}(YAGIS _ SA) + 1.0962\text{Log}(AKIM _ SA) + 7.0239\text{Log}(SEDIMENT _ SA) \geq 7.5$$

$$0.4103\text{Log}(YAGIS _ SA) + 1.0962\text{Log}(AKIM _ SA) + 7.0239\text{Log}(SEDIMENT _ SA) \leq 20$$

$$0.7272\text{Log}(YAGIS _ SA) + 8.8776\text{Log}(CL _ SA) \geq 7.5$$

$$0.7272\text{Log}(YAGIS _ SA) + 8.8776\text{Log}(CL _ SA) \leq 20$$

$$0.7545\text{Log}(AKIM _ SA) + 8.9867\text{Log}(RENK _ SA) \geq 7.5$$

$$0.7545\text{Log}(AKIM _ SA) + 8.9867\text{Log}(RENK _ SA) \leq 20$$

$$1.5153\text{Log}(AKIM _ SA) + 10.3886\text{Log}(BULANIKLIK _ SA) \geq 7.5$$

$$1.5153\text{Log}(AKIM _ SA) + 10.3886\text{Log}(BULANIKLIK _ SA) \leq 20$$

$$x_{Ca} - 12.5\lambda \leq 7.5$$

$$x_{Ca} - 12.5\lambda \leq 7.5$$

$$x_{Ca} \geq -5$$

$$x_{Ca} \leq 20$$

$$\lambda + \lambda' = 1$$

$$\lambda \leq 1$$

$$\lambda' \leq 1$$

$$x_{Ca}, \lambda, \lambda' \geq 0$$

Tablo 5.20: Üçüncü Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu

08-30-2007 21:43:56	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	0	at bound	0
2	akim40	2,30	basic	0
3	sediment40	1,05	basic	0
4	renk40	0,64	basic	0
5	bulanik40	0,39	basic	0
6	mg40	0,64	basic	0
7	ca40	7,50	basic	0
8	cl40	0,84	basic	0
9	ph	0,66	basic	0
10	yogun40	0	at bound	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdaüstü	0	basic	0
Goal 1:		Maximize	G1 =	1,00

“Kalsiyum” hedefi sağlandıktan sonra bu hedefle beraber “magnezyum” ve “klor” hedefleri sağlanmaya çalışılmıştır. Ancak model bu üç hedefi aynı anda çözememiş ve en son tercih önceliğinde bulunan “pH” modele sokulmuştur.

Altıncı tercih önceliğindeki “pH=6” hedefi gerçekleştirilirken, “kalsiyum=7.5” denklemi, ikinci tercih önceliği için oluşturulan bulanık hedef programlama modeline bir kısıtlayıcı olarak eklenmiştir.

Altıncı tercih önceliğinde bulunan “pH” bulanık hedefi için çözülmesi gereken doğrusal programlama problemi ise aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max} & \lambda = 1 - \lambda' \\
 \text{kısıtlayıcılar} & \text{kısıtlayıcılar}
 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 \lambda' \geq \frac{x_{pH} - 6}{6.2} \\
 \lambda' \geq \frac{6 - x_{pH}}{6.2} \\
 -0.2 \leq x_{renk} \leq 12.2 \\
 x_{Ca} = 7.5 \\
 \lambda' \in [0,1] \\
 x_{pH} \geq 0
 \end{array} \right\} \equiv \left\{ \begin{array}{l}
 x_{pH} - 6.2\lambda' \leq 6 \\
 x_{pH} + 6.2\lambda' \geq 6 \\
 x_{pH} \geq -0.2 \\
 x_{pH} \leq 12.2 \\
 x_{Ca} = 7.5 \\
 \lambda + \lambda' = 1 \\
 \lambda \leq 1 \\
 \lambda' \leq 1 \\
 x_{pH}, \lambda, \lambda' \geq 0
 \end{array} \right.$$

“pH” bulanık hedefi için oluşturulan regresyon analizi denklemlerinin bazıları şöyledir;

$$\begin{aligned}
 \text{Log}(pH_SA) &= 0.3314\text{Log}(YAGI\text{Ş}_SA) + 6.2582\text{Log}(SEDIMENT_SA) \\
 R^2 &= 0.9589
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Log}(pH_SA) &= 1.1128\text{Log}(SEDIMENT_SA) + 8.8441\text{Log}(MG_SA) \\
 R^2 &= 0.9926
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Log}(pH_SA) &= 1.2310\text{Log}(CL_SA) + 0.4646\text{Log}(YOGUNLUK_SA) \\
 R^2 &= 0.9955
 \end{aligned}$$

“pH” bulanık hedefi için istatistiksel olarak anlamlı bulunup, modele dahil edilmesine karar verilen tüm denklemler, birinci tercih önceliği için çözülmesi gereken

doğrusal programlama problemi ile birlikte çözülmüş (EK 12) ve WinQSB çözüm tablosu Tablo 5.21’de verilmiştir.

Tablo 5.21. Altıncı Tercih Önceliğindeki Bulanık Hedef İçin WinQSB Çözüm Tablosu

09-03-2007 14:29:03	Decision Variable	Solution Value	Basis Status	Reduced Cost Goal 1
1	yagis	0	at bound	0
2	akim40	0	at bound	0
3	sediment40	1,14	basic	0
4	renk40	0	at bound	0
5	bulanik40	0,09	basic	0
6	mg40	0,70	basic	0
7	ca40	7,50	basic	0
8	cl40	0,79	basic	0
9	ph40	6,00	basic	0
10	yogun40	1,68	basic	0
11	lamda	1,00	basic	0
12	lamdaüssü	0	basic	0
Goal 1:		Maximize	G1 =	1,00

Çözüm tablosundan da görüldüğü gibi; bulanık hedef programlama, Model III için belirlenen hedeflerden sadece kalsiyum ve pH’ı aynı anda ve hedef değerlerinde sağlamıştır. Müdahale edilmemiş havzayı tanımlayan Model I’de beş hedef, %10 müdahale edilmiş havzayı tanımlayan Model II’de dört hedef, ve son olarak %40 müdahale edilmiş havzayı tanımlayan Model III’de iki hedef sağlanabilmiştir.

Ormanların, su ekonomisini düzenleme, su verimi sürekliliğini sağlama, taşkınları önleme, içme suyunun kalitesini yükseltme ve her çeşit su kaynağı ve tesislerini koruma yönünden gördüğü hizmetler, hidrolojik fonksiyon olarak tanımlanmaktadır. Orman ekosistemleri ile hidrolojik fonksiyonları arasında çok güçlü bir ilişki vardır.

Toprak ve bitki örtüsünün su üretimi üzerindeki etkileri çok büyüktür. Toprağı tutmaya ve erozyonu engellemeye dönük tüm koruma önlemlerinin amacı, yağış sularının toprağa giren miktarını artırma, yüzeysel akış hızını azaltma, toprağı ve içindeki besin maddelerini birlikte götürmeden su havzalarına katılmalarını sağlamaktır. Bu amaçları yerine getirebilmek için bitki örtüsüne ihtiyaç vardır. Bitki örtüsü, su ekonomisini en etkin biçimde düzenleyen ve toprakları taşınmaktan koruyan doğal bir faktör olarak kabul edilmektedir. Çünkü, bitki örtüsü yüzeysel akışla su kaybını azaltmakta bununla beraber yüzeysel akışı azaltma oranının yüz katından daha fazla bir oranda da toprak koruma etkisine sahiptir.²⁷⁴

Ukranya’da yapılan araştırmalarda, çıplak arazilerde, yağışın %42’sinin yani yarısına yakın bir kısmının akışla kaybolduğı, tamamen ormanla kaplı bir bölgede ise bu oranın %18’e düştüğü belirlenmiştir.²⁷⁵

Model III’de ormanlık alanın yoğunluğu %40 oranında azaltıldığında, toprağı tutma ve akış hızını azaltma görevini yapan bitki örtüsünde büyük bir kayıp olmakta, bu da su kalitesine hemen yansımaktadır. Bunun ispatı da; düşük bir oranda da olsa, Model III’e dahil olan pH parametresidir. pH seviyesindeki değişim, kirliliğin artmasının ya da çevre faktörlerindeki herhangi bir değişimin göstergesidir. Model I ve II’de yer almamasının sebebi bitki örtüsünün yoğunluğunun kabul edilebilir seviyede olmasıdır. Model III’de “renk” ve “bulanıklık” hedeflerinin gerçekleşmemesinin en büyük sebebi de yüzey akışıdır. Bitki örtüsünün yoğunluğunun azlığı, yağmur sularının kontrolsüz bir şekilde havzaya akmasına neden olur. Bu kontrolsüz akış sırasında su ile çözünen çok çeşitli maddeleri de beraberinde taşıdığından istenen seviyelerde “bulanıklık” ve “renk” hedefleri elde edilememektedir.

Bitki örtüsünün, su kalitesi üzerindeki etkisinin çok önemli olduğunu kurulan Model III’de desteklemektedir. Çevresinde yerleşim yeri olmayan dolayısıyla evsel ve

²⁷⁴ Necmettin Çepel (1986), a.g.m., s. 25.

²⁷⁵ A.g.e.

endüstriyel atıklardan uzak olan havzanın su kalitesi, bitki örtüsüne yapılan %40'lık bir müdahale ile bozulabilmektedir.

SONUÇ

Son yıllarda çok amaçlı programlama tekniklerinin önde gelenlerinden hedef programlama teknikleriyle işletme yönetimlerinde karar verme problemlerinin çözümünde önemli adımlar atılmıştır.

Hedef programlama belli kararlar çerçevesinde farklı ve çelişen amaçların eniyilenmesini araştıran matematiksel bir model olup, mantık ve özellikle kümeler, sayılar üzerinde üretilen yeni yaklaşımlar hedef programlamaya yeni boyutlar kazandırmıştır. Tezin başlığını oluşturan “Bulanık Hedef Programlama” bu gelişmeleri kapsamaktadır. Günümüzde genel anlamda endüstriyel işletmelerdeki uygulamalara konu olan bulanık hedef programlamanın doğal olaylara uygulanması amacıyla, bir su işletmesi olarak kabul edilen su toplama havzalarındaki su üretimine uygulanması gerçekleştirilmiştir.

Yapılan uygulamada bulanık hedef programlamanın çözüm yöntemlerinden üçgensel üyelik fonksiyonları ile Chen yaklaşımı kullanılmıştır.

Uygulamada kullanılan veriler, Belgrad Ormanı’nda belirlenen özel havzalara ait olup, havzaların üzerindeki bitki ve ağaç örtüsü yoğunluğu değiştirildiğinde su kalitesi ve miktarındaki değişimlerin belirlenmesi amaçlanmıştır.

Bu amaçla kontrol havzası I ve uygulama havzası IV olmak üzere birbirini çok iyi temsil eden iki havzadan birine (IV. havzaya) müdahale edilerek, üzerindeki ağaç örtüsü yoğunluğu %10 azaltılmış ve 1980–1994 yılları arasında müdahale görmemiş (Model I) ve 1986 yılında müdahale görmüş (Model II) havza verileri değerlendirmelerde esas alınmıştır.

Oluşturulan modellerde hedefler ve hedeflerin öncelikleri belirlenmiş, veri setlerine istatistiki testler uygulanmış, gerekli dönüşümler yapılmıştır. Çalışmada logaritmik, durağan ve mevsimsellikten arındırılmış seriler kullanılmıştır. Bu seriler ile bağımlı bir değişkenin bir veya birden fazla bağımsız değişkenle arasındaki ilişkinin matematiksel bir fonksiyon şeklinde yazılabilmesi için regresyon analizleri yapılmıştır.

Model I’de havza verileri, müdahale edilmemiş havza verileri olarak ele alınmış ve 1.’den 6. tercih önceliğine kadar renk, bulanıklık, kalsiyum, magnezyum, klor ve pH olarak bulanık hedefler belirlenmiş, bu hedeflere ait üçgensel üyelik fonksiyonları oluşturulmuştur.

Uygulamada kullanılan Chen yaklaşımının özü, tercih öncelikleri belirlenen bulanık hedeflerin bir sonraki hedef için kısıt olarak kullanılmasını içermektedir. Bu nedenle tercih önceliği 1 olan bir hedefin gerçekleştirilmesinden sonra ikinci tercih önceliğindeki hedefin gerçekleştirilmesinde 1. tercih önceliği kısıt olarak kullanılmıştır. Böylece tercih önceliği sırasına göre yapılan tüm hedeflerin birlikte sağlanması gerçekleştirilmeye çalışılmıştır.

Model I’de 1’den 6’ya kadar tercih önceliklerine göre sıralanmış hedeflerden sadece biri (pH), diğer hedeflerle birlikte çözülememiştir. Bunun nedeni verilerin ait olduğu havzaların her türlü insan müdahalesi, evsel ve endüstriyel atıklardan uzak olması sonucunda pH değerinin ideal değerini koruması olarak yorumlanmıştır. Ayrıca, ilgili bölümde belirtildiği gibi pH değerlerinin periyodik değerler olması nedeniyle “açısal üyelik dereceleri tayini yöntemi” önerilirken araştırmamızda tüm bulanık hedefler için üçgensel üyelik dereceleri esas alınmış olması da bir diğer nedendir.

Model II’de hedeflerin tercih önceliği sırası aynen korunmuş ve önceki modelde gerçekleştirilen değerlendirmeler yapılmıştır. Model II tercih önceliğine göre sıralanmış

bulanık hedefleri gerçekleştirdikçe bir sonraki hedef için kısıt olarak kullanılıp, hedeflerin birlikte gerçekleştirilmesi sağlanmıştır.

Yapılan değerlendirmeler sonunda 2. tercih öncelikli “bulanıklık” hedefi ve model I’deki diğer hedeflerle birlikte çözülemeyen 6. tercih öncelikli pH hedefi yine çözülememiştir. pH hedefinin çözülemeyişinin nedeni yukarıda açıklandığından, Model II’de sadece “bulanıklık” hedefinin neden gerçekleştirilemediği üzerinde durulmuş, havzayı örten orman ağaçlarının azaltılması aşamasında ilk etkilenen değerin akım olduğu hemen belirlenmiştir. Yağan yağmurun izlediği yoldaki orman örtüsü kalkınca daha çok su toprağa ulaşmakta ve daha fazla su akışa geçmektedir. Bu sonuçlar akım toplamlarından hemen görülmektedir.

Ancak, söz konusu ağaçların havzadan uzaklaştırılması için yapılan işlemler (kesim- taşıma vb.) sırasında oluşan olumsuzluklar suyun izlediği yolda taşınabilir maddeleri arttırmakta ve bunun sonucu olarak da bulanıklık olumsuz yönde etkilenmektedir.

Farklı iki modelde de, müdahalesiz ve müdahaleli veriler ile hedef gerçekleştirme çalışmalarının sonuçları %10 gibi bir müdahalenin suyun kalitesi ve miktarında çok etkili olmadığını, ancak bu durumda dahi hedeflerin sağlanmasında güçlükler yaşandığını göstermiştir.

Model I ve II’de veri setleri 1980–1994 yılları arasında 14 yılın aylık verileri olarak kullanılmıştır. Aynı verilerin müdahalenin yapıldığı 1986 yılı sonrasına ait bölümleriyle de birer model çalışması yapılmış, bu modellerde önceki modellerdeki tercih önceliğine göre sıralanmış hedeflerin bir bölümüne ulaşamadığı görülmüştür. Ancak, veri setlerinin bütünlüğü noktasından hareketle sonuçlar bu teze alınmamıştır.

Bir doğal laboratuvar niteliğindeki su toplama havzasında ağaç yoğunluğuna yapılan müdahalenin suyun kalitesi ve miktarı üzerindeki etkilerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen bulanık hedef programlama sonuçlarının merak uyandırması sonucu, yapılan müdahalenin arttırılması durumunda hedeflere ulaşıp ulaşılamayacağı sorusuna yanıt aranması planlanmıştır.

Bu amaçla ağaç yoğunluğuna yapılan %10'luk azaltma yerine %40 oranında bir azaltma müdahalesi yapılırsa, hedeflere ulaşma hangi ölçülerde sağlanır? Sorusu araştırılmıştır. Benzer konularla ilgili yapılan araştırmalar, bu araştırmalarda kazanılan bilimsel birikim ve %10'luk müdahale sonuçları da dikkate alınarak bilimsel öngörülere dayalı bir model tasarlanmıştır. Sorunun yanıtlanması için gerekli fiziksel ve kimyasal veriler ile akım verileri öngörüler doğrultusunda modele uyarlanmıştır.

Model III olarak tanımlanan bu model verilerinin değerlendirilmesinde de önceki modellere uygulanan istatistiki testler uygulanmış ve gerekli dönüşümler yapılmış, logaritmik, durağan ve mevsimsellikten arındırılmış seriler kullanılmıştır. Model III için tercih öncelikli bulanık hedef programlama modeline ait hedefler ve tercih öncelikleri, diğer modellerde olduğu gibi kabul edilerek sıralanmışlardır.

Yapılan değerlendirmeler sonunda birinci tercih önceliğindeki “renk” ile ikinci tercih önceliğindeki “bulanıklık” hedefi çözümünde istenilen hedeflere ulaşılamamıştır. Daha sonra üçüncü öncelik sırasındaki “kalsiyum” bulanık hedefi için çözümler gerçekleştirilmiş ve kalsiyum hedefi kendinden sonra gelen magnezyum ve klor bulanık hedefleri çözümü için kısıt kabul edilmiş, ancak aynı anda çözüm sağlanamamıştır. Bunun üzerine kalsiyum hedefi çözümü son tercih önceliği olan pH bulanık hedefin çözümünde kısıt olarak kullanılmış ve her iki hedef birlikte sağlanmıştır.

Sonuç olarak Model III'de sadece kalsiyum ve pH hedeflerine ulaşıldığı halde diğer tercih önceliğinde yer alan hedeflere ulaşılamadığı görülmüştür. Model I ve II'de

ulaşılamayan veya diğerk hedeflerle birlikte çözülemeyen pH hedefinin Model III'de çözümlmesi ağaç sıklığına yapılan fazla müdahaleden etkilenmiş olmasıdır.

Havzalardaki toprak örtüsüne ve ağaç yoğunluğuna yapılacak müdahalenin belirli bir sınırı aşmasından sonra havzadan alınacak su miktarında artışlar olacak, ancak suyun kalitesinde olumsuzluk görülecektir.

Araştırmanın küresel ısınma tartışmalarının yapıldığı bir dönemde gerçekleştirilmesi, su ihtiyacımızın önemi ve su temininde en önemli kaynak olan havzaların bilimsel müdahaleler dışında insan yerleşimine açılmaması, insan müdahalesi, evsel ve endüstriyel atıklardan uzak tutulmasının kaçınılmaz olduğu görölmüştür. Ancak, bu yaklaşım havza topraklarının üretime katılmaması şeklinde anlaşılmalıdır, toprak ve su koruma ilkeleri doğrultusunda üretime katılması planlanmalıdır.

KAYNAKÇA

- Aksoy, Yavuz: **Modern Mantık (Sembolik Mantık)**, İstanbul, Yıldız Teknik Üniversitesi Vakfı Yayın No: 300, Yıldız Teknik Üniversitesi Basım-Yayın Merkezi, 1995.
- Azar, Fred S.: **Multiattribute Decision-Making: Use of Three Scoring Methods to Compare the Performance of Imaging Techniques for Breast Cancer Detection**, University of Pennsylvania Department of Computer and Information Science Technical Report No:MS-CIS-00-10, 2000.
- Baray, Alp Ş.
Şakir Esnaf: **Yöneylem Araştırması** (Hamdy A.. Taha, Operation Research An Introduction 6. Basımdan Çeviri), Literatür Yayınları, Birinci Baskı, İstanbul, 2000.
- Baykal Nazife,
Timur Beyan: **Bulanık Mantık İlke ve Temelleri**, Ankara, Bıçaklar Kitabevi, 2004.
- Budnick, Frank S.,
Dennis Mcleavy,
Ruano Mojeno: **Principles of Operations Research for Management**, Second Edition, Illinois, Irwin, 1988.
- Churchman, C.W.: **Introduction to Operations Research**, Second Corrected Printing, New York, John Wiley & Sons Inc., 1968.
- Cinemre, Nalân: **Yöneylem Araştırması**, Beta yayınları, İkinci Baskı, İstanbul, 2004.
- Çepel, Necmettin: **Toprak-Su-Bitki İlişkileri**, İstanbul Üniversitesi Yayın No: 3794, İstanbul, 1993.
- Çepel, Necmettin: **Çevre Koruma ve Ekoloji Terimleri Sözlüğü**, TEMA Vakfı Yayınları No:6, 1995.
- Çüçen, Kadir: **Klasik Mantık**, Bursa, Asa Kitabevi, 2004.
- Elmas, Çetin: **Bulanık Mantık Denetleyiciler (kuram, Uygulama, Sinirsel Bulanık Mantık)**, Ankara, Seçkin Yayıncılık, 2003.
- Esen, Öner: **İşletme Yönetiminde Sistem Yaklaşımı**, İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Yayın No:256, İstanbul.
- Evren, Ramazan
Fusun Ülengin: **Yönetimde Çok Amaçlı Karar Verme**, 2. Basım İ.T.Ü., İstanbul, 1992.

- Fraenkel, Abraham, A. Yehoshua Bar - Hillel, Azriel Levy: **Foundations of Set Theory**, 2nd ed., North- Holland Publishing Co., 1973.
- Gal, Thomas, J. Theodor Steward, Thomas Hane: **Multicriteria Decision Making: Advances in MCDM Models, Algorithms, Theory and Applications**, Boston, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- Grünberg, Teo: **Sembolik Mantık El Kitabı**, Cilt 3, Ankara, METU Press, 2000.
- Gujarati, Damodar N.: **Temel Ekonometri**, Çev.Ümit Şenesen, Gülay Günkük, Şenesen, Litaratür Yayıncılık, İstanbul, 2001.
- Halaç, Osman: **Kantitatif Karar Verme Teknikleri**, 3.Bası, Evrim, İstanbul, 1991.
- Heinsenber, Werner: **The Physical Princeples of the Quantum Theory**, Trans.Carl Eckart, Frank Hoyt, New York, Dover Publications, 1949.
- Karpuzcu, Mehmet: **Çevre Kirlenmesi ve Kontrolü**, İstanbul, Kubbealtı Neşriyatı, 1994.
- Lai, Young-Jou, Ching-Lai Hwang: **Fuzzy Multiple Objective Decision Making Methods and Applications**, Berlin, Springer-Verlag, 1996.
- Malczewski, Jacek: **GIS and Multicriteria Decision Analysis**, NewYork, John Wiley&Sons, 1999.
- McCosh, James: **The Laws of Discursive Thought Being A Textbook of Formal Logic**, Bristol, Thoemmes Antiquarian Books, 1991.
- Öner, Necati: **Klasik Mantık**, Ankara, Ayyıldız Matbaası, 1970.
- Özkan, Mustafa M.: **Bulanık Hedef Programlama**, Ekin Kitabevi, 2003.
- Özlem, Doğan: **Mantık**, İstanbul, Ara Yayıncılık, 1991.
- Öztürk, Ahmet: **Yöneylem Araştırması**, 10. Baskı, Ekin Kitabevi, 2005.
- Paksoy, Mahmut: **Çalışma ortamında İnsan ve Toplam Kalite Yönetimi**, İ.Ü.

Yayın No: 4356, İstanbul, 2002.

- Pedrycz, Witol,
Fernando Gomide: **An Introdition To Fuzzy Sets, Analysis and Design**, Massachussttes, Mit Press Cambridge, 1998.
- Ravindran, A.,
Don T. Phillips,
James J. Solberg: **Operation Research Principles and Practice**, Hoboken,
John Wiley & Sons, 1987.
- Render, B. Ralph
M. Stair: **Quantitative Analysis for Management**, Third Edition, Boston,
Allyn and Bacon Inc, 1988.
- Ringuest, Jeffrey
L.: **Multiobjective Optimiztation: Behavioral and Computational Considerations**, Kluwer Academic Publishhers, 1992.
- Romero, Carlos: **Handbook of Critical Issue in Goal Programming**, Permagon Press,
Oxford, 1991.
- Ross, David: **Aristoteles**, Çev: Ahmet Arslan, İhsan Oktay Anar, Zerrin
Kurtoğlu, İstanbul, Kabalcı Yayınevi, 2002.
- Saaty, Thomas L.: **Decision Making for Leaders**, 3rd Edition, Pittsburg, RWS
Publications, 1999.
- Sakawa,
Masatoshi: **Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization**, NewYork,
Plenum Press, 1993.
- Schiederjans, Marc
J.: **Linear Goal Programming**, USA, Petrocelli Books, 1984.
- Schiederjans, Marc
J.: **Information Technology Investment: Decision-Making Methodology**,
Singapore, World Scientific Publishing Company, 2004.
- Siler, William,
James J. Buckley: **Fuzzy Expert Systems and Fuzzy Reasoning**, Hoboken, John
Wiley&Sons, 2005.
- Stoll, Roth Robert: **Set Theory and Logic**, San Francisco, CA., W.H.Freeman, 1963.
- Şen,Zekai: **Bulanık Mantık ve Modelleme İlkeleri**, Bilge Kültür Sanat Yayıncılık,
2001.
- Şen,Zekai: **Modern Mantık**, İstanbul, Bilge Kültür Sanat Yayıncılık, 2003.
- Şen,Zekai: **Mühendislikte Bulanık (Fuzzy) Mantık ile Modelleme Prensipleri**,
İstanbul, Su Vakfı Yayınları, 2003.

- Tamiz, Mehrdad: **Multi-Objective Programming and Goal Programming**, Berlin, Springer, 1996.
- Timor, Mehpere: **Yöneylem Araştırması ve İşletmecilik Uygulamaları**, İşletme Fakültesi Yayın No: 280, İstanbul, 2001.
- Topbaş, M., R.Brohi, R. Karaman: **Çevre Kirliliği**, Ankara, T.C. Çevre Bakanlığı Yayınları, 1998.
- Triantaphyllou, E.: **Multi-Criteria Decision Making Methods: A Comparative Study**, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- Tulunay, Yılmaz: **Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları**, 3. Baskı, İşletme Fakültesi Yayın No: 244, İstanbul, 1991.
- Zimmermann, H.-J.: **Fuzzy Set Theory and Its Applications**, Fourth Edition, Boston, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- Winston, Wayne L.: **Operations Research, Applications and Algorithms**, California, Duxbury Press, 3th Editions, 1994.
- Wu, Nesa, Richard Coppins: **Linear Programming and Extensions**, New York, McGraw-Hill Inc., 1981.
- Abbasbandy, S., B. Asady: "Ranking of Fuzzy Numbers by Sign Distance", Information Sciences 176, 2006, pp.2405-2416.
- Aktaş, Hacı, Naim Çağman: "Fuzzy and Rough Sets", Journal of Arts and Sciences, Vol:3, May, 2005, pp.13-25.
- Arslan, Turan, C. Jotin Khisty: "A Ration Approach to Handling Fuzzy Perceptions in Route Choice", European Journal of Operation Research 168, Number:2, 2006, pp.571-583.
- Asady B., A. Zendehnam: "Ranking Fuzzy Numbers By Distance Minimization", Applied Mathematical Modelling 31, 2007, pp.2589-2598.
- Asan, Ünal, Kamil Şengönül: "Orman Formlarının Fonksiyonel Açıdan Karşılaştırılması", İ.Ü. Orman Fakültesi Dergisi, Seri B, Cilt 37, Sayı 4, İstanbul, 1987, s.52-67.

- Avcı, İlhan,
Bahattin Yanık: “Sınıraşan ve Sınır oluşturan Su Kaynaklarımız:Potansiyel, Su Talepleri ve Sorunları”, Su Kongresi ve Sergisi Bildirileri, 1997, İstanbul, s.7-15.
- Aytaç, Serpil,
Nuran Bayram: “Üniversite Gençliğinin İş ve Eş Seçimindeki Etkin Kriterlerin Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP) ile Analiz”i, İş-Güç Endüstri İlişkileri ve İnsan Kaynakları Dergisi, Cilt:3, Sayı:1, 2001.
- Balcı, Nihat,
Necdet Özyuvacı,
Sülayman Özhan,
Kamil Şengönül: “İstanbul Çevresinde Yeralan Meşe-Kayın Orman Ekosistemlerinde Eş-Havza Denemeleri İle İlgili Kalibrasyon Dönemi Sonuçları”, İ.Ü. Orman Fakültesi. Dergisi, Seri:A, Cilt:43 Sayı:1, 1993, s.13-27.
- Başlıgil, Hüseyin: “Bulanık AHP İle Yazılım Seçimi”, Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi Sigma, 2005/3, s.24-33.
- Baykuşoğlu, A.
S.Owen, N.Gindy: “Solution of Goal Programming Models Using a Basic Taboo Search Algorithm”, Journal of the Operations Research Society 50, 1999, pp.960-973.
- Behounek, Libor
Petr Cintula: Fuzzy Class Theory”, Fuzzy Sets and Systems, Vol:154, Issue:1, 2005, pp.34-55.
- Bezdek, James C.: “Computing With Uncertainty”, IEEE Communications Magazine, September 1992, pp.24-36.
- Biswas, Animesh,
Bijay Baran Pal:
Butz, Carsten: “Application Of Fuzzy Goal Programming Technique To Land Use Planning In Agricultural System”, Omega 33, 2005, pp.391-398.
“Bernays-Gödel Type Theory”, Journal of Pure and Algebra, No:178, 2003, pp.1-23.
- Boole, George: “The Calculus of Logic”,Cambridge and Dublin Mathematical Journal, Vol. III, 1848, pp. 183-198.
- Buchanan, John,
Phil Sheppard: “Ranking Project Using the ELECTRE Method”, (Çevrimiçi) <http://www.orsnz.org.nz/conf33/papers/p58.pdf>, (09.12.2006).
- Caballero, Rafael,
Lourdes Rey,
Francisco Ruiz: “Lexicographic Improvement of The Target Values in Convex Goal Programming”, European Journal of Operation Research, No:107, 1998, pp.644-655.
- Chang, Ni-Bin,
S.F. Wang: “A Fuzzy Goal Programming Approach for the Optimal Planning of Metropolitan Solid Waste Management System”, European Journal of Operation Research 99, 1997, pp.303-321.
- Chen, Huey Kuo: “A Note on a Fuzzy Goal Programming Algorithm by Tiwari, Dharmar and Rao”, Fuzzy Sets and Systems 62, 1994, pp.287-290.
- Chen, Chen- “Extensions Of The TOPSIS For Group Decision-Making

- Thung: Under Fuzzy Envorinment”, Fuzzy Sets and Systems 114, 2000, pp.1-9.
- Chen, Liang-Hsuan, Feng – Chou Tsai: “Fuzzy Goal Programming With Different Importance And Priorities”, European Journal of Operation Research, No:133, 2001, pp.548-556.
- Cheng, Chi-Bin: “Group Opinion Aggregation Based On Agrading Process: A Method For Constructing Triangular Fuzzy Numbers”, Computers And Mathematics With Applications 48, 2004, pp.1619-1632.
- Crane, Gregory: “Aristotle’s Syllogism: Logic Takes Form”, (Çevrimiçi), <http://www.perseus.tufts.edu>, (02.11.2006).
- Çepel, Necmettin: “Barajların Yukarı Yağış Havzaları İçin Arazi Kullanım Planlamasının Ekolojik Esasları”, İ.Ü. Orman Fakültesi. Dergisi, Seri:B,Cilt:36 Sayı:2, 1986, s.17-27.
- Çepel, Necmettin, Celal Ergün: “Temel Çevre Sorunları”, http://www.tema.org.tr/CevreKutuphanesi/KureselIsınma/Pdf/EM_Konu_12.pdf, (10.06.2007)
- Dağdeviren, Metin, Diyar Akay, Mustafa Kurt: “Analytical Hierarchy Process For Job Evaluation and Application”, Journal Faculty Engineering and Arch Gazi University, Vol:19, No:2, 2004, pp.131-138.
- Dıvrak, Buket Bahar: “Türkiye’de Su”, (Çevrimiçi) <http://www.wwf.org.tr/su/rakamlarla-su-sorunu/>, (20.06.2007).
- Dombi, J.: “Membership Function As An Evaluation”, Fuzzy Sets and System, No:35, Issue:1, 1990, pp.1-21.
- Dowlatsahi, S.: “Product life Cycle Analysis:A Goal Programming Approach”, Journal of the Operations Research Society 52, 2001, pp.1201-1214.
- Duranyıldız, İsmail Bihrat Öñez, Beyhan Oğuz: “İstanbul Su Temini Sisteminin İşletme Kurallarının Eniyilenmesi”, Su Kongresi ve Sergisi Bildirileri, 1997, İstanbul, s.139-145.
- Elmas, Çetin: “Bulanık Mantık Sistemi”, (Çevrimiçi) <http://www.bulanikmantik.sayfasi.com>, (10.03.2005).
- Erarsalan, Ergün, Onur Algün: “The Analytic Hierarchy Process Method Approach To Design Ideal Perfomance Evaluation Form”, Faculty Engineering and Arch Gazi University, Vol:20, No:1, 2005, pp.95-106.

- Erginel, Nihal
Musubeyli: “Tasarım Hata Türü ve Etkileri Analizinin Etkinliği İçin Bir Model ve Uygulaması”, Endüstri Mühendisliği Dergisi, Cilt:15, Sayı:3, 2004, s.17-26.
- Eryürek, Ömer
Faruk, Mehmet
Tanyaş: “Hata Türü Ve Etkileri Analizi Yönteminde Maliyet Odaklı Yeni Bir Karar Verme Yaklaşımı”, İTÜ Dergisi/d Mühendislik, Cilt:2, Sayı:6, Aralık 2003, s.31-40.
- Görçelioğlu,
Ertuğrul: “Ekositem, Kent ve İnsan”, İ.Ü. Orman Fakültesi. Dergisi, Seri:B, Cilt:45, Sayı:3-4, 1995, s.5-14.
- Güneş, Mustafa,
Nurullah
Umarosman: “Fuzzy Goal Programming Approach On Computation Of The Fuzzy Arithmetic Mean”, Mathematical and Computation Applications, Vol.10, No:2, pp.211-220.
- Jantzen, Jan: “Tutorial On Fuzzy Logic”, Techical Report No: 98- E 868, Denmark, 1998, pp.1-20.
- Jones, D.F., S. K
Mirrazavi,
M.Tamiz: “Multi-Objective Meta-Heuristics: An Overview of The Current State-of-The-Art”, European Journal of Operational Research 137, 2002, pp.1-9.
- Karaçay, Timur: “Matematik, Mantık ve Felsefe”,
(Çevrimiçi) <http://www.matder.org.tr/bilim/> , (25.04.2005).
- Keleşoğlu,
Ömer: “Bulanık Çok Amaçlı Eniyileme Problemlerinin Genetik Algoritma Kullanılarak Çözümü”, Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi Sigma, 2006/2, s.102-108.
- Kim, John Soon,
Kyu-Seung
Whang: “A Tolerance Approach To The Fuzzy Goal Programming Problems With Unbalance Triangular Membership Function”, European Journal of Operation Research 107, 1998, pp. 614-624.
- Kim, Kyung-
Hoon, Hyung Suck
Cho: “An Obstacle Avoidance Method for Mobile Robots Based on Fuzzy Decision-Making”, Robotica, Cambridge University Pres, Vol:24, 2006, pp.567-578.
- Kuruüzüm, Ayşe,
Nuray Atsan: “Analitik Hiyerarşi Yöntemi ve İşletmecilik Alanındaki Uygulamaları”, Akdeniz Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, Sayı 1, 2001, s.83-105.
- Kwak, N.K., Marc
J. Schniederjans,
Kimberly S.
Warkentin: “An Application of Linear Goal Programming to the Marketing Distribution Decision”, European Journal of Operation Research 52, 1991, pp. 334-344.
- Lee, Changwon: “An Integrated Multicriteria Decision-Making Model For Resource

- Allocation In a Health-Care System”, Unpublished Ph. D. Dissertation, St. Louis University, 1997, pp.1-254.
- Leung, Stephen C. H., Yue Wu And K. K. Lai: “Multi-Site Aggregate Production Planning With Multiple Objectives: A Goal Programming Approach”, *Production Planning & Control*, Vol. 14, No. 5, 2003, pp.425-436.
- Li, Shao-Yuan, Tao Zou, Yi-Peng Yang: “Finding The Fuzzy Satisfying Solutions to Constrained Optimal Control Systems and Application to Robot Path Planning”, *International Journal of General Systems*, Vol:33(2-3), 2004, pp.321-337.
- Li, Shaoyuan, Yipeng Yang, Changjun Teng: “Fuzzy Goal Programming With Multiple Priorities via Generalized Varying-Doman Optimization Method”, *IEEE Transaction On Fuzzy System*, Vol:12, No:5, 2004, pp.596-605.
- Madramootoo, Chandra A., William R. “Management of Agricultural Drainage Water Quality”, (Çevrimiçi) <http://www.fao.org/docrep/W7224E/w7224e06.htm#sediment>, (29.06.2007).
- Johnston, Lyman S. Willardson: Maria, Aniela, Christopher A. Mattson, Amir Ismail-Yahaya And Achille Messac: “Linear Physical Programming For Production Planning Optimization”, *Engineering Optimization*, , Vol. 35(1), 2003, pp.19-37.
- Martel, Jean-Marc, Belaid Aouni: “Diverse Imprecise Goal Programming Model Formulations”, *Journal of Global Optimization*, No:12, 1998, pp.127-138.
- Maskey, Shreedhar, Vincent Guinot, Roland K. Price: “Treatment of Precipitation Uncertainty in Rainfall-Runoff Modelling: A Fuzzy Set Approach”, *Advances in Water Resources* 27, 2004, pp. 889-898.
- Milani, A.S., A. Shanian, C. El-Lahham: “Using Different ELECTRE Methods In Strategic Planning In the Presence of Human Behavioral Resistance”, *Journal Of Applied Mathematics and Decision Sciences*, Article ID:10936, 2006, pp.1-19.
- Miller, Justin T.: “An Historical Account Of Set-Theoric Antinomies Caused By The Axiom Of Abstraction”, (Çevrimiçi) www.u.arizona.edu , (14.02.2007).
- Mousseau, Vincent, Luis Dias: “Valued Outranking Relations In ELECTRE Providing Manageable Disaggregation Procedures”, *European Journal of Operational Research* No:156, 2004, p.467.

- Nambiar, K.K.: "Sentinent Arithmetic and Gödel's Theorems", Computers and Mathematic with Applications, Vol:32, Number 2, 1996, pp.69-73.
- Novick, Beth: "Discrete Optimization", (Çevrimiçi) <http://mathnetbase.com/ejournals/search/> , (10.01.2006)
- Oram, Brian: "Water Quality Terms", <http://www.water-research.net/glossary.htm>, (20.07.2007).
- Paksoy,Turan, Fulya Altıparmak: "Güneş Enerjisi Ve Su Isıtma Sistemleri İmal Eden Bir İşletmede Bulanık İşlem Süreleri İle Malzeme İhtiyaç Planlama", <http://www.sosyalbil.selçuk.edu.tr.>, (02.07.2006).
- Pal, Bijay Baran, Bhola Nath Moitra: "A Goal Procedure For Solving Problems With Multiple Fuzzy Goals Using Dynamic Programming", European Journal of Operation Research, Vol: 144, 2003, pp.480-491.
- Ramik, Jaroslav: "Fuzzy Goals and Fuzzy Alternatives in Goal Programming Problems", Fuzzy Sets and Systems, No:111, 2000, pp.81-86.
- Peckhaus, Volker, Reinhard Kahle: "Hilbert's Paradox", Historia Mathematica 29, 2002, pp.157-175.
- Saaty, Thomas L.: "How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process", European Journal of Operation Research 48, 1990, pp.9-26.
- Saaty, Thomas L.: "Decision- Making With The AHP: Why Is The Principal Eigenvector Necessary", European Journal Of Operation Research 145, 2003, pp.85-91.
- Sağır, Müjgan Özdemir: "Analitik Serim Süreci ve EM'deki Uygulamaları", YA/EM 2004 XXIV Ulusal Kongresi, Gaziantep-Adana.
- Savcı, Emin: "Su Kirliliği Kontrolunda Nümerik Yöntemler", Su Kongresi ve Sergisi Bildirileri, 1997, İstanbul, s.309-320.
- Scholl, Armin: "Solving Multiattribute Design Problems With Analytic Hierarchy Process and Conjoint Analysis: An Empirical Comparison", European Journal Of Operation Research, No:164, 2005, pp.760-777.
- Self, J.R.: "Domestic Water Quality Criteria",

<http://www.ext.colostate.edu.edu/pubs/crops/00513.html>, (20.07.2007).

- Serengil, Yusuf,
Ferhat Gökbülak,
Süleyman Özhan,
Ahmet Hızal,
Kamil Şengönül,
A. Nihat Balcı,
Necdet Özyuvacı:
- “Hydrological Impacts Of A Slight Thinning Treatment In A Deciduous Forest Ecosystem In Turkey” , Journal of Hydrology 333, 2007, pp.569-577.
- Shih, Hsu-Shih,
Huan-Jyh Shyur,
E.Stanley Lee:
- “An extension of TOPSIS For Group decision Making”, Mathematical and Computer Modelling 45, 2007, pp. 801-813.
- Tamiz, Mehrdad,
Dylan Jones,
Carlos Romero:
- “Goal Programming For Decision Making: An Overview Of The Current State-of-the-Art”, European Journal of Operation Research 111, 1998, pp.569-581.
- Thiagarajah, K.,
S.S.Appadoo:
- “A.Thavaneswaran, Option valuation model with adaptive fuzzy numbers”, Computers and Mathematics with Applications 53 ,2007, pp.831-841.
- Tiwari, R.N., S.
Dharmar, J.R.
Rao:
- “Priority Structure In Fuzzy Goal Programming”, Fuzzy Sets and Systems 19, 1986, pp. 251-259.
- Türkşen, Burhan
İ.:
- “Bulanık Kümeler Kuramı ve Uygulamaları”,Yöneylem Araştırma Dergisi, Cilt:4, Sayı:1, 1985, s.1-15.
- Üstüntaş,T., O.
Müftüoğlu, Zekai
Şen:
- “Dijital Fotogrametride Yapısal Eşleştirme”, İTÜ dergisi/d Mühendislik, Cilt:5, Sayı:1, Kısım:1, 2006, s.75-82.
- Vaidya, S.
Omkarprasad,
Sushil Kumar:
- “Analytic Hierarchy Process: An Overview of Applications, European Journal of Operation Research 169, 2006, pp.1-29.
- Wang, Xiaoting
Evangelos
Triantaphyllou:
- “Ranking Irregularities When Evaluating Alternatives by Using Some ELECTRE Methods”, Omega 36, 2008, pp.45-63.
- Yaghoobi, M.A.,
M. Tamiz:
- “A Method For Solving Fuzzy Goal Programming Problems Based on MINMAX Approach”, European Journal of Operation Research, Vol: 177, 2007, pp.1580-1590.

- Yaghoobi, M.A.,
M. Tamiz: “A Note On Article “A Tolerance Approach To The Fuzzy Goal Programming Problems With Unbalanced Triangular Membership Function”, European Journal of Operation Research, No:176, 2007, pp.636-640.
- Yang, Taeyong,
James Ignizio,
Hyun-Joan Kim: “Fuzzy Programming With Nonlinear Membership Function: Piecewise Linear Approximation”, Fuzzy Sets and Systems 41, 1991, pp.39-53.
- Yoshida, Yuji,
Masami Yasuda,
Jun-ichi
Nakagami,
Masami Kurano: “A New Evaluation Of Mean Value For Fuzzy Numbers and its Application To American Put Option Under Uncertainty”, Fuzzy Sets and Systems 157, 2006, pp.2614-2626.
- Yurtçu, Şaban: “Bulanık Mantık”,
<http://www.2.aku.edu.tr/~icaga/lesson/sisan/bulanikmantik.pdf>,
(03.02.2007)
- Zadeh, Lotfi A.: “Fuzzy Sets”, Information and Control, Vol:8, 1965, pp.338-353.
- Zadeh, Lotfi A.: “From Computing With Numbers To Computing With words—From Manipulation Of Measurements To Manipulation Of Perceptions”, International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2002, Vol.12, No.3, pp.307-324.
- Zeleny, Milan: “Pros and Cons of Goal Programming” Computers and Operations Research, Vol:8, Issue: 4, 1981, pp.357-359.
- Zionts, Stanley: “A Multi Criteria Method for Choosing Among Discrete Alternatives”, European Journal Of Operation Research 7, Issue:2, 1981, pp. 143-147.

Su Havzaları, Kullanımı ve Yönetimi Özel İhtisas Komisyonu Raporu, Sekizinci Beş Yıllık Kalkınma Planı, Ankara, 2001.

Türk Standartları Enstitüsü Standartları.

EPA, (Çevrimiçi) <http://www.epa.gov>, (20.03.2007).

U.S. Geological Survey, “Water Science Gloossary of Terms”, (Çevrimiçi) <http://ga.water.usgs.gov/edu/dictionary.html>, (05.07.2007).

“Drinking Water Standarts”, (Çevrimiçi)
<http://www.anglianwater.co.uk/index.php?sectionid=168&parentid=161>,
(05.07.2007).

EKLER

RENK Hedefi (Model I)

EK 1

Variable -->	yagis	akim	sediment	renk	bulanik	mg	ca	cl	ph	noryogun	lamda	lamdaüssü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.4175		6.9567										>=	2
C2	0.4175		6.9567										<=	50
C3	0.6848							8.5194					>=	2
C4	0.6848							8.5194					<=	50
C5	1.5284					11.5809							>=	2
C6	1.5284					11.5809							<=	50
C7	1.3285								11.1012				>=	2
C8	1.3285								11.1012				<=	50
C9			0.2555					37.2847					>=	2
C10			0.2555					37.2847					<=	50
C11			1.8573			5.4519							>=	2
C12			1.8573			5.4519							<=	50
C13			7.4827							0.6613			>=	2
C14			7.4827							0.6613			<=	50
C15					3.6958			2.7115					>=	2
C16					3.6958			2.7115					<=	50
C17								8.7764		0.8379			>=	2
C18								8.7764		0.8379			<=	50
C19						3.3781		2.6662					>=	2
C20						3.3781		2.6662					<=	50
C21						11.6199				1.1980			>=	2
C22						11.6199				1.1980			<=	50
C23				1								-48	<=	2
C24				1								48	>=	2
C25				1									>=	-46
C26				1									<=	50
C27											1	1	=	1
C28											1		<=	1
C29												1	<=	1
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

BULANIK Hedefi (Model I) EK 2

Variable ->	yagis	akim	sediment	renk	bulanik	mg	ca	cl	ph	noryogun	lamda	lamdaüssü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.9194	4.1131											>=	5
C2	0.9194	4.1131											<=	25
C3	0.3185		6.2161										>=	5
C4	0.3185		6.2161										<=	25
C5	0.5040							7.6033					>=	5
C6	0.5040							7.6033					<=	25
C7	1.0717					10.3900							>=	5
C8	1.0717					10.3900							<=	25
C9		1.1163				10.1428							>=	5
C10		1.1163				10.1428							<=	25
C11			1.0976			9.3027							>=	5
C12			1.0976			9.3027							<=	25
C13						8.7455		1.1702					>=	5
C14						8.7455		1.1702					<=	25
C15							0.6240		16.3501				>=	5
C16							0.6240		16.3501				<=	25
C17						10.4662				1.0242			>=	5
C18						10.4662				1.0242			<=	25
C19									10.0183	0.9667			>=	5
C20									10.0183	0.9667			<=	25
C21			17.2068				0.3514			0.4862			>=	5
C22			17.2068				0.3514			0.4862			<=	25
C23	1.2339		6.8342							0.5335			>=	5
C24	1.2339		6.8342							0.5335			<=	25
C25					1							-20	>=	5
C26					1							20	<=	5
C27					1								>=	-15
C28					1								<=	25
C29											1	1	=	1
C30											1		<=	1
C31												1	<=	1
C32				1									=	2
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

KALSIYUM Hedefi (Model I) EK 3

Variable -->	yagis	akim	sediment	renk	bulanik	mg	ca	cl	ph	noryogun	lamda	lamdaüssü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.4290		7.1627										>=	7.5
C2	0.4290		7.1627										<=	20
C3	0.7093							8.7889					>=	7.5
C4	0.7093							8.7889					<=	20
C5	1.6082					11.8222							>=	7.5
C6	1.6082					11.8222							<=	20
C7	1.3986								11.2692				>=	7.5
C8	1.3986								11.2692				<=	20
C9									11.1877	1.1603			>=	7.5
C10									11.1877	1.1603			<=	20
C11	0.5844		3.6041	2.2598									>=	7.5
C12	0.5844		3.6041	2.2598									<=	20
C13	0.6327		3.8503		2.1864								>=	7.5
C14	0.6327		3.8503		2.1864								<=	20
C15							1					-12.5	<=	7.5
C16							1					12.5	>=	7.5
C17							1						>=	-5
C18							1						<=	20
C19											1	1	=	1
C20											1		<=	1
C21												1	<=	1
C22				1									=	2
C23					1								=	5
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

MAGNEZYUM Hedefi (Model I) EK 4

Variable -->	yagis	akim	sediment	renk	bulanik	mg	ca	cl	ph	noryogun	lamda	lamdatissü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.3000		6.0365										≡	4
C2	0.3000		6.0365										≡	15
C3	0.4753							7.3724					≡	4
C4	0.4753							7.3724					≡	15
C5	0.8802								9.4865				≡	4
C6	0.8802								9.4865				≡	15
C7		0.8710							9.5166				≡	4
C8		0.8710							9.5166				≡	15
C9			0.8217						11.9529				≡	4
C10			0.8217						11.9529				≡	15
C11								0.7050	13.8316				≡	4
C12								0.7050	13.8316				≡	15
C13								7.6620		0.7155			≡	4
C14								7.6620		0.7155			≡	15
C15							0.6165		15.2573				≡	4
C16							0.6165		15.2573				≡	15
C17				0.6315					14.7104				≡	4
C18				0.6315					14.7104				≡	15
C19									9.4999	0.9459			≡	4
C20									9.4999	0.9459			≡	15
C21			3.6692						2.0111	0.6699			≡	4
C22			3.6692						2.0111	0.6699			≡	15
C23						1						-11	≡	4
C24						1						11	≡	4
C25						1							≡	-4
C26						1							≡	15
C27											1	1	≡	1
C28											1		≡	1
C29												1	≡	1
C30				1									≡	2
C31					1								≡	5
C32							1						≡	7.5
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

KLOR Hedefi (Model I)

EK 5

Variable -->	yagis	akim	sediment	bulanik	mg	ca	cl	ph	noryogun	renk	lamda	lamdaüssü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.5828		8.1087										>=	20
C2	0.5828		8.1087										<=	60
C3	2.3915				13.4533								>=	20
C4	2.3915				13.4533								<=	60
C5	2.0616							12.8493					>=	20
C6	2.0616							12.8493					<=	60
C7			3.2957					3.0623					>=	20
C8			3.2957					3.0623					<=	60
C9			8.3934						0.7802				>=	20
C10			8.3934						0.7802				<=	60
C11					13.4125				1.4613				>=	20
C12					13.4125				1.4613				<=	60
C13								12.7347	1.3715				>=	20
C14								12.7347	1.3715				<=	60
C15	0.5802	1.0141	8.0819										>=	20
C16	0.5802	1.0141	8.0819										<=	60
C17		0.9708	3.3626					3.0180					>=	20
C18		0.9708	3.3626					3.0180					<=	60
C19	2.0953	0.9649						12.9870					>=	20
C20	2.0953	0.9649						12.9870					<=	60
C21	0.7215		5.0464							1.7558			>=	20
C22	0.7215		5.0464							1.7558			<=	60
C23				1.1434	11.6992				1.4593				>=	20
C24				1.1434	11.6992				1.4593				<=	60
C25								1				-40	<=	20
C26								1				40	>=	20
C27								1					>=	-20
C28								1					<=	60
C29											1	1	=	1
C30											1		<=	1
C31												1	<=	1
C32				1									=	5
C33					1								=	4
C34						1							=	7.5
C35											1		=	2
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

pH Hedefi (Model I)										EK 6				
Variable -->	yagis	akim	sediment	renk	bulanik	mg	ca	cl	ph	noryogun	lamda	lamdatissü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.3349		6.3104										=	6
C2	0.3349		6.3104										=	9.2
C3	0.5330							7.7088					=	6
C4	0.5330							7.7088					=	9.2
C5	1.1440					10.3968							=	6
C6	1.1440					10.3968							=	9.2
C7			1.1272			8.0789							=	6
C8			1.1272			8.0789							=	9.2
C9			6.8188							0.6016			=	6
C10			6.8188							0.6016			=	9.2
C11						6.8254		1.4479					=	6
C12						6.8254		1.4479					=	9.2
C13								7.9676		0.7531			=	6
C14								7.9676		0.7531			=	9.2
C15						5.3386	1.8667						=	6
C16						5.3386	1.8667						=	9.2
C17						10.3945				1.0600			=	6
C18						10.3945				1.0600			=	9.2
C19	1.0657			1.4687		6.9071							=	6
C20	1.0657			1.4687		6.9071							=	9.2
C21			5.8026	1.2028						0.6219			=	6
C22			5.8026	1.2028						0.6219			=	9.2
C23				1.3964		7.2832				1.0326			=	6
C24				1.3964		7.2832				1.0326			=	9.2
C25									1			-3.2	=	6
C26									1			3.2	=	6
C27									1				=	2.8
C28									1				=	9.2
C29											1	1	=	1
C30											1		=	1
C31												1	=	1
C32				1									=	2
C33					1								=	5
C34						1							=	4
C35							1						=	7.5
C36								1					=	20
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

RENK Hedefi (Model II)

EK 7

Variable -->	yagis	akim	sediment	renk	bulanik	mg	ca	cl	ph	muyogun	lamda	lamdaüssü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.4124		6.9029										>=	2
C2	0.4124		6.9029										<=	50
C3	0.6795							8.4956					>=	2
C4	0.6795							8.4956					<=	50
C5	1.4693					11.4006							>=	2
C6	1.4693					11.4006							<=	50
C7		1.5850				10.2406							>=	2
C8		1.5850				10.2406							<=	50
C9		1.3872							10.3107				>=	2
C10		1.3872							10.3107				<=	50
C11			0.2509					38.1102					>=	2
C12			0.2509					38.1102					<=	50
C13			1.7709			5.6924							>=	2
C14			1.7709			5.6924							<=	50
C15						3.5482		2.8313					>=	2
C16						3.5482		2.8313					<=	50
C17						11.4369				1.5267			>=	2
C18						11.4369				1.5267			<=	50
C19	0.3494	1.3845	6.3829										>=	2
C20	0.3494	1.3845	6.3829										<=	50
C21				1								-48	<=	2
C22				1								48	>=	2
C23				1									>=	-46
C24				1									<=	50
C25											1	1	=	1
C26											1		<=	1
C27												1	<=	1
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

235

KALSİYUM Hedefi (Model II) EK 8

Variable -->	yagis	akim	sediment	renk	bulanik	mg	ca	cl	ph	muyogun	lamda	lamdaissü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.4241		7.1186										>=	7.5
C2	0.4241		7.1186										<=	20
C3	0.7056							8.7680					>=	7.5
C4	0.7056							8.7680					<=	20
C5	1.5478					11.6969							>=	7.5
C6	1.5478					11.6969							<=	20
C7	1.3854								11.2310				>=	7.5
C8	1.3854								11.2310				<=	20
C9	1.0838			9.5532									>=	7.5
C10	1.0838			9.5532									<=	20
C11		0.4957	6.2651										>=	7.5
C12		0.4957	6.2651										<=	20
C13		1.6477				10.5233							>=	7.5
C14		1.6477				10.5233							<=	20
C15		1.4475							10.4953				>=	7.5
C16		1.4475							10.4953				<=	20
C17		1.0986		9.4228									>=	7.5
C18		1.0986		9.4228									<=	20
C19									11.1558	1.4538			>=	7.5
C20									11.1558	1.4538			<=	20
C21	0.3798	1.2418	6.7573										>=	7.5
C22	0.3798	1.2418	6.7573										<=	20
C23							1					-12.5	<=	7.5
C24							1					12.5	>=	7.5
C25							1						>=	-5
C26							1						<=	20
C27											1	1	=	1
C28											1		<=	1
C29												1	<=	1
C30				1									=	2
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

MAGNEZYUM Hedefi (Model II) EK 9

Variable -->	yagis	akim	sediment	renk	bulanik	mg	ca	cl	ph	muyogun	lamda	lamdaüssü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.3077		6.0785										>=	4
C2	0.3077		6.0785										<=	15
C3	0.4872							7.4536					>=	4
C4	0.4872							7.4536					<=	15
C5	0.9030								9.5741				>=	4
C6	0.9030								9.5741				<=	15
C7		0.8905							9.7808				>=	4
C8		0.8905							9.7808				<=	15
C9			0.8588						11.4359				>=	4
C10			0.8588						11.4359				<=	15
C11			6.6032							0.2419			>=	4
C12			6.6032							0.2419			<=	15
C13							0.7272		12.9387				>=	4
C14							0.7272		12.9387				<=	15
C15								0.7644	12.7589				>=	4
C16								0.7644	12.7589				<=	15
C17				0.6809					13.8298				>=	4
C18				0.6809					13.8298				<=	15
C19									9.5796	0.8921			>=	4
C20									9.5796	0.8921			<=	15
C21			3.6497						2.0379	0.3642			>=	4
C22			3.6497						2.0379	0.3642			<=	15
C23			1.5877					4.6882		0.3750			>=	4
C24			1.5877					4.6882		0.3750			<=	15
C25		0.8950			1.2054				8.1201				>=	4
C26		0.8950			1.2054				8.1201				<=	15
C27						1						-11	<=	4
C28						1						11	>=	4
C29						1							>=	-4
C30						1							<=	15
C31											1	1	=	1
C32											1		<=	1
C33												1	<=	1
C34				1									=	2
C35							1						=	7.5
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

KLOR Hedefi (Model II)

EK 10

Variable -->	yagis	akim	sediment	renk	bulanik	mg	ca	cl	ph	muyogun	lamda	lamdaüssü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.5787		8.0738										>=	20
C2	0.5787		8.0788										<=	60
C3	2.3125					13.3225							>=	20
C4	2.3125					13.3225							<=	60
C5	2.0541								12.8326				>=	20
C6	2.0541								12.8326				<=	60
C7			3.5064			2.8901							>=	20
C8			3.5064			2.8901							<=	60
C9			3.2550						3.1002				>=	20
C10			3.2550						3.1002				<=	60
C11			8.3646							0.5205			>=	20
C12			8.3646							0.5205			<=	60
C13						13.2614				2.5742			>=	20
C14						13.2614				2.5742			<=	60
C15									12.7184	2.2595			>=	20
C16									12.7184	2.2595			<=	60
C17	0.5437	1.1302	7.8395										>=	20
C18	0.5437	1.1302	7.8395										<=	60
C19	2.2736	0.8545							13.4985				>=	20
C20	2.2736	0.8545							13.4985				<=	60
C21					1.2663	10.4411				2.5683			>=	20
C22					1.2663	10.4411				2.5683			<=	60
C23				1.1993		10.9409				2.4896			>=	20
C24				1.1993		10.9409				2.4896			<=	60
C25								1				-40	<=	20
C26								1				40	>=	20
C27								1					>=	-20
C28								1					<=	60
C29											1	1	=	1
C30											1		<=	1
C31												1	<=	1
C32				1									=	2
C34						1							=	4
C35								1					=	7.5
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

KALSIYUM Hedefi (Model III) EK 11

Variable -->	yagis	akim40	sediment40	renk40	bulanik40	mg40	ca40	cl40	ph	yogun40	lamda	lamdaüssü	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.4290		7.1603										>=	7.5
C2	0.4290		7.1603										<=	20
C3	1.5161					11.6418							>=	7.5
C4	1.5161					11.6418							<=	20
C5	1.4239								11.3418				>=	7.5
C6	1.4239								11.3418				<=	20
C7		3.2635								1.5595			>=	7.5
C8		3.2635								1.5595			<=	20
C9	0.4103	1.0962	7.0239										>=	7.5
C10	0.4103	1.0962	7.0239										<=	20
C22	0.7272								8.8776				>=	7.5
C21	0.7272								8.8776				<=	20
C20		0.7545		8.9867									>=	7.5
C19		0.7545		8.9867									<=	20
C18		1.5153			10.3886								>=	7.5
C23		1.5153			10.3886								<=	20
C11								1				-12.5	<=	7.5
C12								1				12.5	>=	7.5
C13								1					>=	-5
C14								1					<=	20
C15											1	1	=	1
C16											1		<=	1
C17												1	<=	1
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

pH Hedefi (Model III) EK 12

Variable -->	yagis	akim40	sediment40	renk40	bulanik40	mg40	ca40	cl40	ph40	yogun40	lamda	lamdaUssu	Direction	R. H. S.
Max:G1											1			
C1	0.3286		6.0682										>=	6
C2	0.3286		6.0682										<=	9.2
C3	0.5406							7.6270					>=	6
C4	0.5406							7.6270					<=	9.2
C5	1.0064					10.0157							>=	6
C6	1.0064					10.0157							<=	9.2
C7		0.2787	6.0639										>=	6
C8		0.2787	6.0639										<=	9.2
C9		0.4934						7.6539					>=	6
C10		0.4934						7.6539					<=	9.2
C11			6.7214							0.2224			>=	6
C12			6.7214							0.2224			<=	9.2
C13				1.1572		8.5404							>=	6
C14				1.1572		8.5404							<=	9.2
C15			3.0558			2.5990				0.4153			>=	6
C16			3.0558			2.5990				0.4153			<=	9.2
C17					1.7125	5.8423				1.0423			>=	6
C18					1.7125	5.8423				1.0423			<=	9.2
C19			4.7083		1.5372					0.3028			>=	6
C20			4.7083		1.5372					0.3028			<=	9.2
C21			5.4777	1.2657						0.2522			>=	6
C22			5.4777	1.2657						0.2522			<=	9.2
C23									1			-3.2	<=	6
C24									1			3.2	>=	6
C25									1				>=	2.8
C26									1				<=	9.2
C27											1	1	=	1
C28											1		<=	1
C29												1	<=	1
C30							1						=	7.5
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		