

ANKARA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

GÜRÜLTÜLÜ SES SİNYALİ İYİLEŞTİRİLMESİNE İKİLİ KALMAN FİLTRE
YAKLAŞIMI

HAYDAR ANKIŞHAN

ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ANKARA

2007

TEZ ONAYI

Haydar ANKIŞHAN tarafından hazırlanan “Gürültülü Ses Sinyali İyileştirilmesine İkili Kalman Filtre Yaklaşımı” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından 08/10/2007 tarihinde oy birliği ile Ankara Üniversitesi Elektronik Mühendisliği Anabilim dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ Olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Yrd. Doç Dr. Murat EFE

Eş Danışman : Yrd. Doç. Dr. Levent ÖZBEK

Jüri Üyeleri :

Prof. Dr. Fikri ÖZTÜRK
Ankara Üniversitesi İstatistik Anabilim Dalı

Doç. Dr. H. Gökhan İLK
Ankara Üniversitesi Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Yrd. Doç. Dr. Ziya TELATAR
Ankara Üniversitesi Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Ülkü Mehmetoğlu

Enstitü Müdürü

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

GÜRÜLTÜLÜ SES SİNYALİ İYİLEŞTİRİLMESİNE İKİLİ KALMAN FİLTRE YAKLAŞIMI

Haydar ANKIŞHAN

Ankara Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman :Yrd.Doç.Dr. Murat EFE

Eş Danışman :Yrd.Doç.Dr. Levent ÖZBEK

Ses sinyallerinin iyileştirilmesi gelişen teknolojiyle giderek önemini artırmaktadır. Bu çalışmada, Kalman ve LMS tabanlı filtreler kullanılarak, gürültülü sinyallerin iyileştirilmesi üzerinde durulmaktadır. Çalışmalar hem lineer hem de lineer olmayan sinyaller üzerinden yapılmıştır, sinyallerin iyileştirilmesi esnasında gürültü olarak renkli ve beyaz gürültü kullanılmıştır. Daha önceki çalışmalardan farklı olarak bu çalışmada renkli gürültü olarak başka bir ses sinyali kullanılmıştır. Bunların yanı sıra deneysel çalışmalar esnasında, sinyallerden bazılarının dinamikleri bilinmediği göz önünde bulundurularak, ilk etapta sinyallerin modelleri oluşturulmuş, ardından oluşturulan modellere bağlı olarak sinyallerin model dereceleri belirlenerek hesaplamalar yapılmıştır.

2007, 121 Sayfa

Anahtar Kelimeler : İkili Hesaplama, Birleşik Hesaplama, Genişletilmiş Kalman Filtresi, Unscented Kalman Filtresi, Standart Kalman Filtresi, En Küçük Kareler Ortalaması, Sinyal İşleme.

ABSTRACT

Master Thesis

DUAL KALMAN FİLTER APPROACH FOR SPEECH ENHANCEMENT FROM NOISY OBSERVATIONS

Haydar ANKIŞHAN

Ankara University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electronic Engineering

Supervisor : Asst. Prof. Dr. Murat EFE,
Asst. Prof. Dr. Levent ÖZBEK

Speech signal enhancing has improved to be important with developing technologies. In this article, the Kalman and LMS based filters are compared for speech enhancement from noisy observations. In the experiments, both linear and non-linear signals used, white and colored noise used in case of speech enhancement. Instead of similar speech enhancement, in this article, the other speech signal was used as colored noise. Furthermore, in view of the fact that without knowing dynamics of signals in case of experimental works, firstly, modelling signals, depends on this model, then estimated the model gradation.

2007, 121 Pages,

Key Words : Dual Estimation, Joint Estimation, Extended Kalman Filtler, Unscented Kalman Filtler, Standart Kalman Filtler, Least Mean Square, Signal Processing

TEŞEKKÜR

Çalışmalarımı yönlendiren, araştırmalarımın her aşamasında bilgi, öneri ve yardımlarını esirgemeyerek akademik ortamdaki beşeri ilişkileriyle ve engin fikirleriyle yetişme ve gelişmeme katkıda bulunan danışman hocalarım sayın Yrd. Doç. Dr. Murat EFE ve Yrd. Doç. Dr. Levent ÖZBEK'e, sabırlı ve kararlı çalışmamda bana maddi ve manevi desteklerinin hiç eksik etmeyen değerli aileme, beşeri ilişkilerimde ve bilimsel çalışmamda desteğini ve yön vericiliğini esirgemeyen Menekşe ablama en derin duygularla teőekkürlerimi sunarım.

Haydar ANKIŞHAN

Ankara, Ekim 2007

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	I
ABSTRACT.....	II
TEŞEKKÜR.....	III
SİMGELER DİZİNİ.....	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	X
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	XII
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Model Yapıları.....	2
1.2 Sistem ve Model.....	3
1.3 Sistem Modelleme.....	4
1.4 Stokastik Süreçler ve Modeller.....	6
1.5 Ortalama Ergodik Süreç.....	6
1.6 Modelleme Süreçlerinde Teori ve Uygulama.....	8
1.7 AR Modellerde Model Derecesi Belirleme Kriterleri.....	11
1.8 Gürültülü Sinyallerin İyileştirilmesi.....	12
1.8.1 Standart Kalman filtresi.....	12
1.8.1.1 Süreç eşitlikleri.....	14
1.8.1.2 Ölçüm eşitlikleri.....	14
1.8.2 Standart Kalman eşitlikleri.....	15
1.8.3 Genişletilmiş Kalman filtresi.....	21
1.8.4 Genişletilmiş Kalman filtresi ile parametre hesaplanması.....	24
1.8.5 Genişletilmiş Kalman filtresi parametre hesabı.....	25
1.9 Sonuç.....	27
2. KALMAN FİLTRELERDE İKİLİ (DUAL) HESAPLAMA.....	29
2.1 İkili Kalman Filtresi (DKF).....	29
2.1.1 Tekrarlı derivasyon hesabı.....	33
2.1.2 Birleşik (Joint) hesaplama metodu.....	35
2.1.3 Çözülmüş (de-coupled) hesaplama.....	37
2.1.4 Maksimum olasılık maliyeti.....	38

2.2 Birleşik (Joint) Hesaplama Formu.....	39
2.3 Birleşik (Joint) Kalman Filtresi.....	39
2.3.1 Birleşik hesaplamada lineer model.....	40
2.3.2 Birleşik genişletilmiş Kalman filtresi.....	42
2.4 Unscented dönüşüm ve Kalman Filtresi.....	43
2.5 Unscented Kalman Filtresi-Giriş.....	43
2.5.1 Durum hesabı.....	44
2.6 Unscented Dönüşüm.....	46
2.6.1 Unscented Kalman filtresi eşitliği.....	47
2.7 İyileştirme Varyasyonları.....	50
2.8 Unscented Kalman Filtresi Parametre Hesaplanması.....	50
2.9 Unscented İkili Hesaplama.....	52
2.10 Least Mean Square (LMS) ve Geliştirilmiş Modelleri.....	55
2.10.1 Normalleştirilmiş En Küçük Ortalamalar Karesi (L-LMS) Yaklaşımı.....	57
2.10.2 Leaky en küçük ortalamalar karesi (L-LMS) yaklaşımı.....	59
2.10.3 Leaky-normalleştirilmiş en küçük ortalamalar karesi (L-N-LMS) Yaklaşımı.....	60
2.11 Sonuç.....	62
3. RENKLİ GÜRÜLTÜLÜ SİNYALLER.....	63
3.1 Renkli Gürültü.....	63
3.2 Kalman Filtrelerinde Renkli Gürültülü Sinyallerin Modellenmesi.....	64
3.2.1 Renkli gürültülü aşamada lineer model.....	67
3.2.2 Renkli gürültülü durum-uzay modeli.....	68
3.2.3 Kalman filtrelerinde lineer olmayan durum-uzay modeli.....	70
3.3 İkili Genişletilmiş Kalman Filtresi Renkli Gürültülü Eşitlikleri.....	72
3.4 Birleşik (Joint) Hesaplama Formu.....	73
3.4.1 Marjinal hesaplama formu- tahmin hata maliyeti.....	75
3.5 Birleşik Kalman Filtresi Renkli Gürültü Aşama	76
3.5.1 Birleşik lineer model.....	77
3.5.2 Birleşik genişletilmiş Kalman filtresi- renkli gürültülü aşama.....	78
3.5.3 Lineer olmayan modelin renkli gürültü aşaması.....	79
3.6 Sonuç.....	81

4. SİNYALLERDE MODELLEME SİMULASYON ve TAHMİN.....	82
4.1 Lineer sinyallerde İkinci Dereceden Sinyal Modellenmesi ve Filtrelerin Karşılaştırılması.....	90
4.2 Filtrelerle Ses Sinyali İyileştirme.....	93
4.3 Lineer Olmayan Sinyallerde Durum Hesaplanması.....	97
4.4 Sinyallerde İkili Hesaplama.....	100
4.5 Renkli Gürültü ile Gürültülendirilmiş Lineer Sinyallerin İkili Filtrelerle İyileştirilmesi.....	107
4.6 Sonuç.....	112
5. TARTIŞMA ve SONUÇ.....	114
KAYNAKLAR.....	117
ÖZGEÇMİŞ.....	121

SİMGELER DİZİNİ

ADP	Adaptive Line Enhancer
AIC	Akaike Information Criterion
AR	Otoregressif(Autoregressive)
ARMA	Otoregressif kayan Ortalmalı(Autoregressive Moving Average)
ARX	Otoregressif Harici(Exogenous) Giriş
AP	Bütün Kutup(All Pole)
AZ	Bütün Sıfır(All Zero)
CAT	Criterion Autoregressive Transfer
CDUKF	Central Difference Unscented Kalman Filtler
DEKF	Dual Extended Kalman Filter
DKF	Dual Kalman Filter
DUKF	Dual Unscented Kalman Filter
E[.]	Beklenen Değer
EEG	Electoencephalography
EKF	Extended Kalman Filter
FIR	Sonlu Impuls Tepki (Finitely Impulse Response)
FPE	Final Prediction Error
IIR	Sonsuz Impuls Tepki (Inifinitely Impulse Response)
JEKF	Birleşik (Joint) Entended Kalman Filter
JUKF	Birleşik (Joint) Unscented Kalman Filter
KF	Kalman Filter
LMS	Least Mean Square
LPC	Linear Predictive Coding
L_LMS	Leaky-Least Mean Square
L_N_LMS	Leaky-Normalized-Least Mean Square
MA	Kayan Ortalamalı (Moving Average)
MAP	Maximum A Posteriori
MDL	Minimum Description Length

MMSE	En Küçük Ortalamalı Kareler Hatası (Minimum Mean Square Error)
MSE	En Küçük Kareler Hatası (Mean Square Error)
MSPT	Matlab Signal Processing ToolBox (Matlab Sinyal İşleme Kutusu)
PACF	Kısmi (Partial) Otokorelasyon Fonksiyonu
PZ	Kutup-Sıfır (Pole Zero)
RLS	Tekrarlı En Küçük Kareler (Requursive Least Square)
SBC	Shwart's Bayesian Criterion
SNR	Sinyal Gürültü Oranı (Signal to Noise Ratio)
SRUKF	Square Root of Unscented Kalman Filter
UKF	Unscented Kalman Filter
UT	Unscented Dönüşüm (Unscented Transformation)

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1 İkili Hesaplama.....	2
Şekil 1.2 Model.....	3
Şekil 1.3 Model Seçimi Akış Diyagramı.....	9
Şekil 1.4 Güç Yoğunluk Spektrumu Yule-Walker Grafiği	10
Şekil 1.5 Lineer, Kesikli-Zaman Dinamik Sistemler için Blok Diyagramı	13
Şekil 2.1. a. İteratif yaklaşım, b. Sıralı yaklaşım.....	30
Şekil 2.2 İkili Hesaplama Paralel Filtre Çalışması	31
Şekil 2.3 Lineer Olmayan Sinyalin Blok Diyagramı	44
Şekil 2.4. a. Monte-carlo örneklem, b. Genişletilmiş kalman filtresi 1. derece lineerizasyon, c. Unscented dönüşüm.....	48
Şekil 3.1 Beyaz Gürültülü Güç Spektrum Yoğunluğu	64
Şekil 3.2 Üçüncü Dereceden Renkli Gürültünün Güç Spektrum Yoğunluğu	65
Şekil 4.1 Üçüncü Derece Lineer Sinyal	83
Şekil 4.2 Leaky_Normalized_LMS Filtresi Tahmin Çıktısı	84
Şekil 4.3 Üçüncü Derece Lineer Sinyal Standart Kalman Filtre Çıktısı	85
Şekil 4.4 Unscented Kalman Filtre Tahmin Sonucu	86
Şekil 4.5 Birleşik EKF Filtre Tahmin sonucu	87
Şekil 4.6 Birleşik Unscented Kalman Filtresi Tahmini sonucu	88
Şekil 4.7 Lineer Sinyalin hata Kareleri Ortalama Sonuçları.....	89
Şekil 4.8 İkinci Derece Lineer Sinyal Tahmin Sonuçları	91
Şekil 4.9 İkinci Derece Lineer Sinyalin Hata Sonuçları.....	92
Şekil 4.10 Lineer Ses Sinyali İyileştirme L_N_LMS Filtresi Tahmin Sonuçları.....	94
Şekil 4.11 Lineer Ses Sinyali İyileştirme UKF Tahmin Sonucu	95
Şekil 4.12 Lineer Ses Sinyali hata Kareleri Ortalaması Sonuçları.....	96
Şekil 4.13 EKF Filtresi Lineer olmayan Sinyal Tahmin Sonucu	97
Şekil 4.14 Lineer Olmayan Sinyal Filtre Tahmin Grafiği	98
Şekil 4.15 Lineer Ses Sinyali DKF Tahmin Sonucu	101
Şekil 4.16 Lineer Ses Sinyali DKF Parametre Tahmini Sonucu	102
Şekil 4.17 Lineer Ses Sinyali DKF, DUKF, JEKF ve JUKF Tahmin	

Sonuçları.....	103
Şekil 4.18 Lineer Ses Sinyali DKF, DUKF, JEKF ve JUKF Tahmin	
Sonuçları Büyütülmüş Hali.....	104
Şekil 4.19 İkili, Tekli ve Birleşik Kalman Filtreleri Öğrenme Eğrileri.....	106
Şekil 4.20 DKF Lineer Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği a.....	108
Şekil 4.21 DKF Lineer Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği b.....	108
Şekil 4.22 DKF Lineer Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği	
Tahmin Edilen Parametreleri.....	109
Şekil 4.23 DUKF Lineer Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği a.....	109
Şekil 4.24 DUKF Lineer Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği b.....	110
Şekil 4.25 DUKF Lineer Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği	
Tahmin Edilen Parametreleri.....	110

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1 Standart Kalman Filtresi.....	20
Çizelge 1.2 Genişletilmiş Kalman Filtresi.....	23
Çizelge 1.3 Standart Kalman Filtresi ile Parametre Hesabı Eşitlikleri	25
Çizelge 1.4 EKF ile Parametre Tahmin Eşitlikleri	26
Çizelge 2.1 İkili Standart Kalman Filtresi	32
Çizelge 2.2 İkili Genişletilmiş Kalman Filtre Algoritması.....	34
Çizelge 2.3 Birleşik Genişletilmiş Kalman Filtresi	42
Çizelge 2.4 Unscented Kalman Filtresi	49
Çizelge 2.5 Unscented Kalman Filtre Parametre Hesabı	52
Çizelge 2.6 İkili Unscented Kalman Filtresi	53
Çizelge 2.7 LMS Filtresi	57
Çizelge 2.8 N_LMS Filtresi	59
Çizelge 2.9 Leaky_LMS Filtresi	60
Çizelge 2.10 Leaky_Normalized_LMS Filtresi Eşitlikleri	61
Çizelge 3.1 Standart Kalman Renkli Gürültü Eşitlikleri	70
Çizelge 3.2 Genişletilmiş Kalman Linear Olmayan Eşitliği	71
Çizelge 3.3 İkili Renkli Gürültülü Kalman Filtresi.....	74
Çizelge 3.4 Birleşik Maliyet Fonksiyonu Renkli Gürültü, Dual EKF ağırlık Filtresi için gözlem hata terimleri	75
Çizelge 3.5 Maksimum Olasılık Maliyet Fonksiyonu, Dual EKF ağırlık Filtresi İçin gözlem hata terimleri.....	75
Çizelge 3.6 Renkli Gürültü tahmin hata maliyet fonksiyonu, Dual EKF Ağırlık filtresi için gözlem hata maliyeti.....	76
Çizelge 3.7 Birleşik genişletilmiş kalman filtre Eşitlikleri	79
Çizelge 4.1 Üçüncü Derece Linear Sinyal Hata Kareleri Ortalamaları.....	90
Çizelge 4.2 İkinci Derece Linear Sinyal Tahmin Sonuçları	93
Çizelge 4.3 Linear Ses Sinyali Tahmini Hata Kareleri Ortalaması	96
Çizelge 4.4 Linear olmayan Sinyalde Filtrelerin Hata Kareleri Ortalaması	100

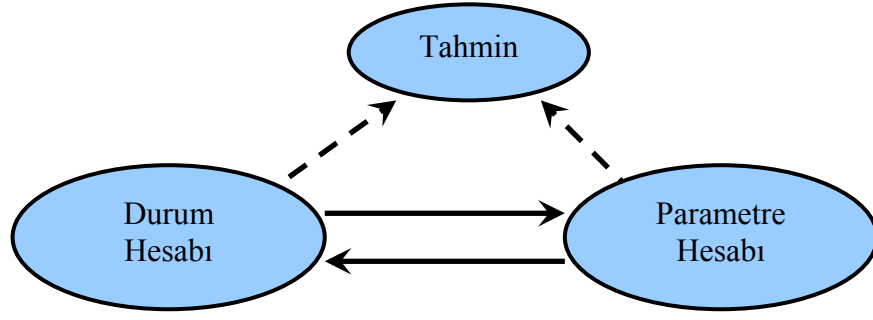
Çizelge 4.5 İkili ve Birleşik Filtreler Hata Kareleri Ortalamaları	105
Çizelge 4.6 İkili ve Tekli Filtreler Hata Kareleri Ortalamaları	106
Çizelge 4.7 Kalman tabanlı Filtreler Renkli Gürültülü Ortamda	
Hata Kareleri Ortalaması.....	111

1. GİRİŞ

Gürültülü sinyallerin iyileştirilmesi giderek önemini artırmaktadır. Gelişen iletişim teknolojisiyle birlikte farklı türdeki gürültülü sinyaller, geliştirilen yöntemlerle daha uygun iyileşme sonuçları vermektedir. Bazı çalışmalar, gürültülü sinyallerin durumunun iyileştirilmesi üzerinde dururken; bazıları da yine bu sinyallerin parametrelerinin iyileştirilmesi üzerinde durmaktadır.

Bu çalışmada daha önceki çalışmalardan farklı olarak, sinyallerin hem durumunun hem de parametrelerinin aynı anda iyileştirilmesi üzerinde durulmuştur. Bu iyileştirme yöntemi literatürde ikili (Dual) filtreleme olarak bilinmektedir (Wan and Nelson 2001). Çalışma esnasında iki adet filtre kullanılmaktadır. Filtreler birbirlerine paralel olarak çalışmakta; birisi sinyalin durumunda iyileştirme yaparken diğer filtre ise sinyalin parametrelerinde iyileştirme yapmaktadır. Böylece ikili filtreleme yöntemi sinyallerin iyileştirilmesinde tekli filtrelerden daha uygun sonuçlar sağlamaktadır. Çünkü tekli filtreler gürültülü sinyallerin ya sadece durumunda iyileştirme yapmakta ya da parametrelerinde iyileştirme yapmaktadır.

İkili çalışmalar *on-line* ve *off-line* olarak iki farklı yöntemle yapılabilmektedir. Bu çalışmadaki hesaplamalar *on-line* yöntem üzerinden yapılmıştır. İkili hesaplama şekil 1.1' deki gibi gösterilir.



Şekil 1.1 İkili Hesaplama

Sinyal ve Parametre hesaplanması iki ayrı filtrede iyileştirilerek tahmin edilmektedir.

İkili filtre yönteminin yanı sıra, tek filtre yöntemi kullanılarak da, hem durum hem de parametre iyileştirilmesi mümkündür. Literatürde bu yöntem birleşik (*joint*) filtre olarak bilinmektedir (Wan and Merwe 1999). Lineer fark denklemine bağlı olarak AR (p) zaman serisiyle modellenen sinyal, tekli kullanılan filtrede olduğu gibi tahmin edilebilmektedir. Buradaki tek fark filtrenin geçiş matrisindedir. Geçiş matrisi, hem durum hem de parametreleri kapsamaktadır.

1.1 Model Yapıları

Çalışmalarda kullanılan sinyaller, deneysel çalışmalarda kullanılmak üzere “LPC (*Linear Predictive Coding*)” ölçütlerine bağlı olarak üretilmiş ve lineer fark denklemiyle AR (p) zaman serisine bağlı olarak modellenmiştir (Knill 1991). Modellenen sinyallerde kullanılan durum denklemleri lineer sinyaller için eşitlik 1.1’ de ve lineer olmayan sinyaller için eşitlik 1.2’ de verilmektedir (Nelson 2000),

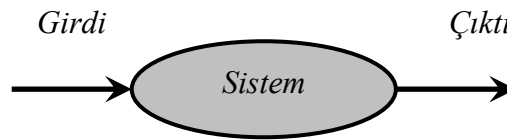
$$\begin{aligned}
 x_k &= \sum_{i=1}^M w_i x_{k-1} + v_k \\
 y_k &= x_k + n_k
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, \dots, x_{k-M}, w) + v_k \\ y_k &= x_k + n_k \quad \forall k \in \{1, \dots, N\} \end{aligned} \quad (1.2)$$

1.2 Sistem ve Model

Teknoloji ilerledikçe daha kompleks yapıları sistemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Belirli girdileri olan ve bunları işleyerek çıktı veren elemanların topluluğu sistemin tanımını vermektedir. Fiziksel veya fiziksel olmayan, kendi aralarında ilişkili, etkileşen bir veya daha çok amaca yönelik öğeler kümesi de bir sistemi tanımlayabilir. Bazı durumlarda yalnız tek bir eleman bir sistemi oluştururken bazı durumlarda ise bir çok alt sistemin oluşturduğu elemanlar topluluğu sistemi ifade edebilir (Öztürk and Özbek 2004).

Bir olguyu incelemedeki amaç, olgunun davranışını öğrenmek, var olan ve geçerliliği olan bir modele oturtarak daha anlaşılır bir duruma dönüştürmek, sistemi denetlemek, yenilemek veya korumak olabilir. Bazı durumlarda bilinen girdiler için sisteme bağlı olarak, çıktıların ne olacağı veya girdi ile çıktılar gözlenerek, sistemin kendisi hakkında bilgi edinilmesi istenebilir. Bazı durumlarda ise istenilen çıktıyı elde etmek için sisteme denetlenen girdi vermek gerekebilir. Model şematik olarak şekil 1.2' deki gibi gösterilmiştir (Öztürk and Özbek 2004).



Şekil 1.2 Model

Sistemler, gerek birimleri arasındaki ilişkiler, gerekse çevre ile ilişkileri bakımından karmaşık yapıda olabilirler. Sistemleri bunlara bağlı olarak değişik açıdan sınıflandırmak mümkündür (Öztürk and Özbek 2004);

- Doğal ve yapay sistemler,
- Sürekli (değişimleri düzgün; sıçramalı olmayan) ve kesikli sistemler,
- Adaptif (çevredeki değişimlere göre kendisini ayarlayabilen) ve adaptif olmayan,
- Kararlı (dış etkenlerden aşırı derecede etkilenmeyen, durağan) ve kararsız (girdilerindeki küçük değişimlere karşılık çıktılarında büyük değişimler olan) sistemler,
- Deterministik (sebeplerin sonuç ilişkileri kesin) ve stokastik (sebeplerin sonuç ilişkileri rasgeleliğe dayanan) sistemler,
- Dinamik (sistem durumları bir durumdan diğerine geçişte değişen) ve statik (sistem durumları değişmeyen) sistemler.

1.3 Sistem Modelleme

Model, gerçek dünyadaki bir olayın veya sistemin ilgili olduğu alanla belirli kanun ve kurallar çerçevesinde ifade edilmesidir. Model, gerçek dünyadaki bir olgunun anlatımıdır. Gerçek dünyanın çok karmaşık olması sebebi ile oluşturulan modeller her zaman gerçek olgunun bir eksigidir. Diğer bir deyişle modeller modeli kuranın olguyu anladığı şekilde anlatma biçimidir. Modeller birbirinden farklı olmakla birlikte, bazen belli olgularla ilgili olarak birden fazla model oluşturulabilir (Öztürk and Özbek 2004).

Soyutlama, gerçek dünyadaki bir olgunun ayrıntılarından arındırılmış görüntülerinin, insan düşüncesine aktarılması olayıdır. Modeli kurabilmek için, öncelikle sistem hakkında mekaniksel, fiziksel veya hangi alanla ilgili ise çevre ilişkilerinin bilinmesi gerekir.

Gerçek dünyadaki bir olgunun modellenmesi sırasında, ilgilenilen özellikler ile anlatımdaki karşılıkları arasındaki bağlantılar, ölçmeye dayanır. Ölçme, her alanın kendine özgü zorluklar içeren ve çözülmesi gereken bir problemdir. Ölçülen özellik rasgelelik içerdiğinde modelde karşılık gelen değişken doğal olarak rasgele değişken olacaktır.

Modeller, farklı biçimlerde sınıflandırılmaktadırlar (Öztürk and Özbek 2004);

- **Sözlü modeller** : Sözcükler yazılı veya sözlü her tür düşüncenin en yaygın anlatım biçimidir. Ancak bir binanın sütunundaki yük dağılımını sözcüklerle anlatmak pek de mümkün değildir.
- **Şematik modeller** : Çizim, resim, harita, akış diyagramı, organizasyon şeması ,... gibi anlatım biçimleridir.
- **Matematikselsel modeller :**
 - Stokastik (rasgele değişken içeren) ve deterministik (rasgelelik içermeyen) matematikselsel modeller,
 - Lineer ve lineer olmayan modeller,
 - Sürekli (diferansiyel denklemi) ve kesikli (fark denklemi) modeller.

Matematikselsel modeller, anlatım gücü en fazla ve en geçerli olan modellerdir. Belirli bir sistemin matematikselsel modelindeki girdileri, ölçümler sonucu elde edilen sayısal değerleridir.

1.4 Stokastik Süreçler ve Modeller

Stokastik süreç veya rasgele süreç, olasılık kurallarına bağlı olarak istatistiksel bir olayın zaman içerisindeki değişim veya gelişimini tanımlar. Zaman içerisindeki değişim veya gelişimden kasıt stokastik süreçlerin zamanın bir fonksiyonu olması; yani belirli bir gözlem aralığında olayların tanımlanmasıdır. Stokastik süreçler zamanın tek bir fonksiyonu değildir, süreçlerin farklı gerçekleşen sonsuz sayılarıdır. Örneğin, $u(n), u(n-1), \dots, u(n-M)$ zaman serisini göstermekte, $n-1, \dots, n-M$ tane gözlemden oluşmaktadır. Stokastik süreçler eğer istatistiksel özellikleri zamanla değişmiyorsa, durağandır. Kesikli zaman, stokastik süreçte tanımlı zaman serisi $u(n), u(n-1), \dots, u(n-M)$ eğer ki birleşik olasılık yoğunluk fonksiyonu $n, n-1, \dots, n-M$ gözlemi içinde aynı ise, durağandır.

1.5 Ortalama Ergodik Süreç

Bir stokastik sürecin beklenen değeri ve toplam ortalaması, karşıt süreçlerin ortalamasına eşittir. Daha açık olarak ifade edildiğinde, uzun dönem örneklem ortalaması ya da zaman ortalaması sürecin ortalamasıdır denilebilir (Maybeck 1994). Pratikte zaman ortalaması, stokastik modeller oluşturulurken modelin bilinmeyen parametrelerinin hesaplanmasında kullanılır.

Ortalama ergodik süreçle bağlantılı olarak kesik zamanlı, geniş duyarlı durağan (WSS-Wide Sense Stationary) stokastik bir sürece uygun $u(n)$ düşünülürse, μ ; sabit olup sürecin ortalamasını, $c(k)$; k gecikmeli otokovaryansını ifade eder. Ortalama değer hesaplanması için zaman ortalaması, eşitlik 1.3' teki gibi tanımlanır (Kay 1988).

$$\hat{\mu}(N) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u(n) \quad (1.3)$$

Burada N hesaplanan örneklemin toplam sayısıdır. Hesaplanan $\mu(N)$ kendi ortalama ve varyansına sahip rasgele değişkendir. Ortalamasının beklenen değeri,

$$E[\hat{\mu}(N)] = \mu \quad \text{bütün } N \quad (1.4)$$

olarak gösterilir. Toplam ortalama kare hatası μ ile zamanın ortalama kare hatası $\mu(N)$ arasındaki hata sıfıra yaklaşıyorsa N sonsuza gider. Bu durum eşitlik 1.5' te gösterilmektedir (Kay 1988),

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} E[|\mu - \hat{\mu}(N)|^2] &= 0. \\ E[|\mu - \hat{\mu}(N)|^2] &= E\left[\left|\mu - \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u(n)\right|^2\right] \\ &= \frac{1}{N^2} E\left[\left|\sum_{n=0}^{N-1} (u(n) - \mu)\right|^2\right] \\ &= \frac{1}{N^2} E\left[\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} (u(n) - \mu)(u(k) - \mu)^*\right] \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} E[(u(n) - \mu)(u(k) - \mu)^*] \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} c(n-k) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Eşitlik 1.5' te $l=n-k$ dönüşümü yapılırsa sonuç 1.6' daki gibi olur.

$$E[|\mu - \hat{\mu}(N)|^2] = \frac{1}{N} \sum_{l=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|l|}{N}\right) c(l) \quad (1.6)$$

Bazı durumlarda süreçler, $u(n)$ için ortalama kare hatasının hassasiyetini ortalama ergodik süreç gibi tanımlar (Kay 1988) ve

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{l=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|l|}{N}\right) c(l) = 0 \quad (1.7)$$

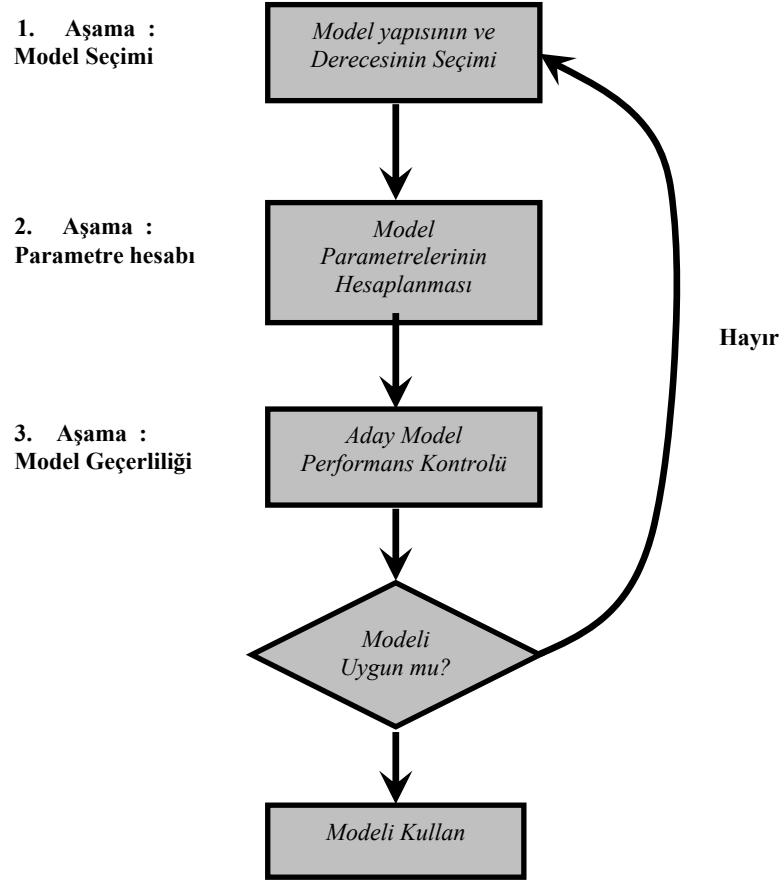
denklemleri elde edilir. Diğer taraftan sürecin 1.7 eşitliğiyle herhangi bir bağlantısı yok ise sürecin zaman ortalaması $\mu(N)$ μ' nün ortalamasına yakınsanır. Bu da ortalama ergodik teorem olarak tanımlanır (Kay 1988). Ortalama ergodik teorem diğer uygulamalar içinde kullanılabilir. Örneğin geniş duyarlı durağan süreçlerin otokorelasyon fonksiyonu ortalama ergodik sürece bağlı olarak eşitlik 1.8' deki gibi hesaplanabilir (Kay 1988).

$$\hat{r}(k, N) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u(n)u(n-k), \quad 1 \leq k \leq N-1. \quad (1.8)$$

1.6 Modelleme Süreçlerinde Teori ve Uygulama

Uygun modelin seçilmesi, seçilen modelin model derecesinin belirlenmesi ve belirlenen model derecesine bağlı olarak, parametrelerin tahmin edilmesi sinyal modellemedeki en önemli başlıklardır. Model derece belirleme ölçütleriyle ilgili olarak, birçok kriter geliştirilmiştir. Bunlardan bazıları AIC (Akaike Information Criterion), SBC (Shwartz Bayesian Criterion), FPE (Final Prediction Error), vb. gibi sıralanabilir. Model derecesi belirlenen sinyallerde önemli bir konu da parametrelerin tahmin edilmesidir. Çalışmalarda parametre tahminleriyle ilgili olarak farklı filtreler kullanılmaktadır. Bunlar Yule-Walker, LMS tabanlı filtreler ve Kalman tabanlı filtrelerdir.

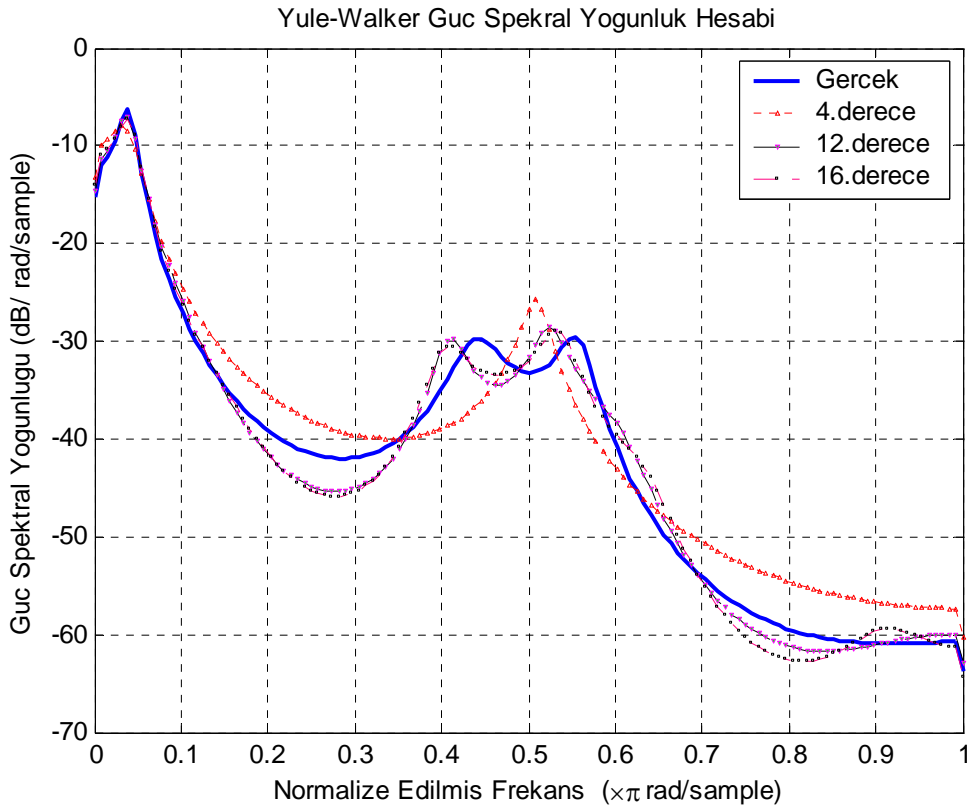
Çalışmalarda, sinyallerin modellendikten sonraki performansları göz önünde bulundurulduğunda, en uygun modelin AR (*Autoregressive*) olduğu belirlenmiş (Kay 1988), çalışmalar bu modeller üzerinden yapılmıştır. Sinyaller için uygun model seçiminde şekil 1.3' te gösterildiği gibi bir yol izlemek mümkündür (Manolakis 2000).



Şekil 1.3 Model Seçimi Akış Diyagramı

Şekil 1.3'te görüldüğü gibi, model seçiminde dikkat edilmesi gereken hususlar üç bölümde incelenebilir (Manolakis 2000). Birinci aşamada modelin yapısı seçilmelidir. Model yapısı seçilirken dikkat edilmesi gereken bir konu modelin performansı ve seçilen modelin derecesidir. Model derecesi seçilirken her zaman en küçük model derecesi seçilerek sinyal modellenir. Uygun model derecesi seçimi için AIC, SBC ve FPE kriterlerinden yararlanmak uygun olur. Seçilen model derecesine bağlı olarak modelin parametreleri tahmin edilir. Son olarak sinyalin performansı test edilir. Performans testi ile ilgili olarak LS (*least Square*), Spektral Eşleme (*Spectral Matching*) ve ML (*Maximum Likelihood*) gibi ölçütler kullanılabilir (Kay 1988). Eğer, seçilen modelin performansı uygun çıkmazsa, yani çizdirilen grafikte güven aralığının (%95'lik güven aralığı) dışına taşma varsa model derecesi bir artırılarak model tekrar oluşturulur.

Model performansı, grafiklerde gözleendiği gibi güven aralığının içerisinde olana kadar devam eder (Maybeck 1994). Diğer taraftan, model derecesi yüksek seçildiğinde güç spektrumu grafiğinde Spektral Eşleme metoduyla, model derecesinde hata yapıldığı gözlemlenebilir. Şekil 1.4, gerçekte model derecesi sekiz olan sinyalin güç spektrum grafiğini göstermektedir. Gerçek sinyalin güç spektrumunda dört adet tepe bulunmaktadır. Bu tepeler model derecesi arttıkça artmaktadır. Şekil 1.4, düşük model derecesi seçildiğinde spektrumda olması gereken tepelerin kaybolduğunu, yüksek model derecesi seçildiğinde ise sanal tepelerin oluştuğunu göstermektedir. Model performansı istatistiksel olarak düşük dereceli modelde artmakta; fakat güven aralığının dışında seyretmektedir. Yüksek dereceli modelde ise; performans hem düşmekte hem de sanal tepeler oluşmaktadır.



Şekil 1.4 Güç Yoğunluk Spektrumu Yule-Walker Grafiği

Model derecesi seçimi ile ilgili olarak, kullanılan sinyal temiz değilse veya derece belirleme ölçütlerinin en küçük dereceyi belirleyeceği kadar yeterli uzunluğa sahip

değilse, model derece belirleme ölçütleri, uygun model derecesini tahmin edememektedir (ölçütler model derecesini çok yüksek olarak belirler). Böyle durumlarda olabilecek en küçük model derecesinden başlanarak modelleme yapılmalı ve performans belirleme kriterlerine bakılarak derece seçimi yapılmalıdır.

1.7 AR Modellerde Model Derecesi Belirleme Kriterleri

Sinyalin modeli seçildikten sonra en önemli konulardan birisi, model derecesinin belirlenmesidir. Bununla ilgili değişik kriterler geliştirilmiş olsa da AR modeller için en uygun olanları; FPE, AIC ve SBC' dir. Kriter eşitlikleri aşağıda sırayla bahsedilmektedir (Kay 1988).

1. FPE (Final Prediction Error) kriteri eşitlik 1.9' da gösterildiği gibidir (Kay 1988),

$$FPE(P) = \frac{l_p}{m} - \log \frac{N(N - n_p)}{(N + n_p)} \quad (1.9)$$

Burada $l_p = \log \det \Delta_p$ ve $\Delta_p = (N - n_p)\hat{C} = R_{22}^T R_{22}$ ' dir. R_{22} matrisleri artıkların kross-ürün (cross_product) matrislerini gösterir. n_p ise seçilen modelin derecesini gösterir.

2. SBC (Swart'z Bayesian Criterion) Kriterinin algoritması eşitlik 1.10' daki gibidir (Kay 1988).

$$SBC(P) = \frac{l_p}{m} - \left(1 - \frac{n_p}{N}\right) \log N \quad (1.10)$$

Yine burada kullanılan değerler FPE' deki ile aynıdır.

3. AIC (Akaike Information Criterion) kriteri 1.11 eşitliğinde gösterilmiştir (Kay 1988).

$$AIC(P) = N \log \hat{\sigma}_p^2 + 2P \quad (1.11)$$

Burada N ; örneklem sayısını, P ; seçilmiş olan model derecesini, $\hat{\sigma}_p^2$ ise yukarıdaki kriterlerle aynı olan kayıp fonksiyonunu (ya da hesaplanan $AR(p)$ modelinin artıklarının varyansı) göstermektedir.

1.8 Gürültülü Sinyallerin İyileştirilmesi

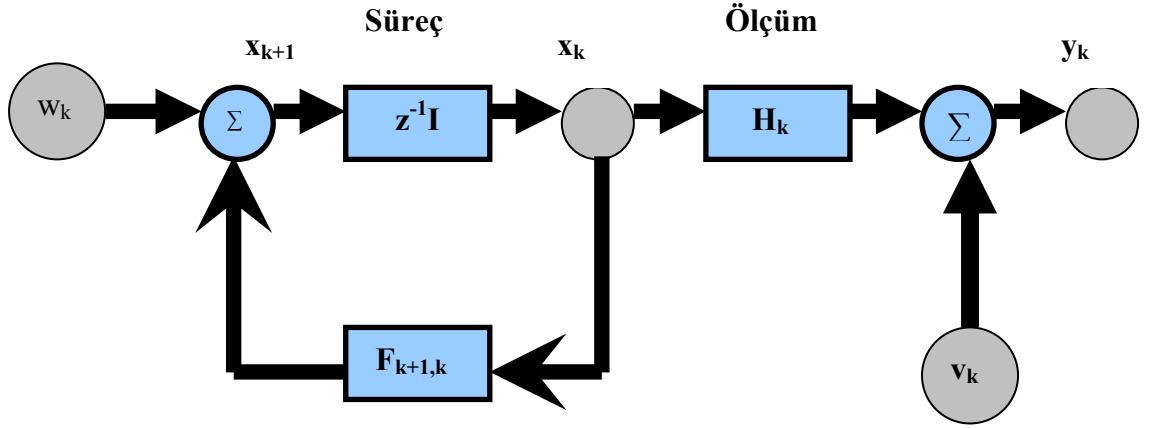
Sinyallerin iyileştirilmesiyle ilgili olarak günümüzde farklı yöntemler geliştirilmiştir ve bu yöntemlerden ilerleyen bölümlerde detaylı olarak bahsedilecektir. Gürültülü sinyalin iyileştirilerek istenilen gerçek sinyale yaklaştırılmasıyla ilgili, geliştirilen yöntemlerden biri de Kalman Filtresi'dir. Bu yöntemin farklı ilerletilmiş modelleri çalışmada kullanılmaktadır.

1.8.1 Standart Kalman filtresi

Durum uzay modeli ile gösterilen bir dinamik sistemde, modelin önceki bilgileriyle birlikte giriş ve çıkış bilgilerinden sistemin durumu tahmin edilebilir. Gözleme teorisi, karar verilen bir bakış açısı temelinde, sistemin durum tahmini için izlenecek bir yoldur. Eğer sistemin stokastik ve rasgele gürültülü olduğu durum hesaba katılırsa minimum varyans tahmini ya da Kalman filtresi uygun olmaktadır. Kalman filtresi, geleneksel tahmin yöntemlerinde olduğu gibi filtreleme özelliğine rağmen, sistemin ölçülemeyen durumlarını tahmin etmek için çok güçlü ve yeteneklidir. Kalman filtresi'nde genel amaç ortalama kestirim hatasının karesini minimize etmeye yönelik bir hesaplama mantığı ile duruma bakar. Kalman filtreleri, iki tip gürültü altında en

uygun sonucu vermektedir. Bu gürültüler; süreç gürültüsü ve ölçüm gürültüleridir. Sinyallerin durumunun kestirilmesinde Kalman filtresi' nin kullanılmasının amacı alınmış gürültülü ölçümlerden tahmin yapılarak sinyalin gelecekteki davranış ve değerlerinin hesaplanmasıdır.

Kalman filtresi, lineer kesikli-zaman dinamik sistemlerinde uygun sonuçlar üretebilmektedir (Kalman 1977). Kalman filtresi blok diyagramı şekil 1.5' te gösterilmektedir.



Şekil 1.5 Lineer, Kesikli-Zaman Dinamik Sistemler için Blok Diyagramı

Şekil 1.5' teki blok diyagramında durum vektörü x_k diye gösterilmiştir. Durum vektörüyle sistemin geçmiş zamanda davranışlarından durum aracılığı ile gelecek dataların tahmini yürütülür. Genelde x_k bilinmez. Tipik olarak x_k aracılığı ile gözlem vektörü y_k hesaplanır. Yukarıdaki blok diyagramının matematiksel denklemleri aşağıda açıklanmaktadır.

1.8.1.1 Süreç eşitlikleri

$$x_{k+1} = F_{k+1,k} x_k + w_k, \quad (1.14)$$

Eşitlik 1.14' teki $F_{k+1,k}$, k zamanından $k+1$ zamanına geçişteki durumu modelleyen matristir. w_k ; eklenen süreç gürültüsüdür; beyaz, gausiyan ve sıfır ortalamalıdır. Kovaryans matrisi

$$E[w_n w_k^T] = \begin{cases} Q_k & n = k, \\ 0 & n \neq k, \end{cases} \quad (1.15)$$

gösterilir (Wan 1993). Buradaki T ifadenin transpozunu ifade eder.

1.8.1.2 Ölçüm eşitlikleri

$$y_k = H_k x_k + v_k, \quad (1.16)$$

y_k ; k zamanındaki gözlem matrisini, H_k ölçüm matrisini temsil etmektedir. v_k ise yine durumda olduğu gibi beyaz sıfır ortalamalıdır ve kovaryansı

$$E[v_n v_k^T] = \begin{cases} R_k & n = k, \\ 0 & n \neq k, \end{cases} \quad (1.17)$$

eşitliği ile gösterilmektedir (Wan 1993). Bu eklenen gürültüler tamamiyle birbirinden ilişkisizdir ve ölçüm uzayının boyutu N olarak gösterilir.

1.8.2 Standart Kalman filtresi eşitlikleri

Lineer dinamik sistemlerin ölçümleri ve akış diyagramları, k zamanına dayanılarak verilmiştir. Gerekli yeni ölçümlerle y_k ' dan bilinmeyen durum, x_k ' ın hesaplanması için \hat{x}_k^- durumunun geçmişteki tahminine ihtiyaç vardır. k zamanında \hat{x}_k^- ' nın bilindiği varsayılırsa, tahmin edici ile birlikte geçmiş hesaplama \hat{x}_k yeni ölçümün bir lineer kombinasyonu gibi gösterilebilir (Wan 1993).

$$\hat{x}_k = G_k^1 \hat{x}_k^- + G_k y_k \quad (1.18)$$

1.18 eşitliğinden yola çıkarak durum hata vektörü eşitlik 1.19' daki gibi tanımlanır ve

$$\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k. \quad (1.19)$$

beklenen değeri alınırsa,

$$E[\tilde{x}_k y_i^T] = 0 \quad i = 1, \dots, k-1 \quad (1.20)$$

eşitliği elde edilir. Eşitlikler 1.15, 1.18 ve 1.19, 1.20' de yerine konulduğunda,

$$E[(x_k - G_k^1 \hat{x}_k^- - G_k H_k x_k - G_k w_k) y_i^T] = 0 \quad i = 1, \dots, k-1 \quad (1.21)$$

eşitliği elde edilir. Süreç gürültüsü w_k ve ölçüm gürültüsü v_k birbirinden bağımsızdır.

$$E[w_k y_i^T] = 0.$$

bu ilişkiyi kullanarak eşitlik tekrar yazılırsa,

$$E[(I - G_k H_k - G_k^{(1)}) x_k y_i^T + G_k^{(1)} (x_k - \hat{x}_k^-) y_i^T] = 0. \quad (1.22)$$

elde edilir. I burada birim matrisi simgeler. Ortogonalite prensibinden 1.23 eşitliği yazılır (Wan 1993),

$$E[(x_k - \hat{x}_k^-)y_i^T] = 0. \quad (1.23)$$

Eşitlik 1.23' e bağlı olarak,

$$(I - G_k H_k - G_k^{(1)})E[x_k y_i^T] = 0. \quad i = 1, \dots, k-1 \quad (1.24)$$

durumun ve gözlemin rasgele değerleri için büyüklük faktörleri $G_k^{(1)}$ ve G_k birbiri ile ilişkili ise,

$$I - G_k H_k - G_k^{(1)} = 0, \quad (1.25)$$

olur. 1.25' in içerisine 1.17 eşitliği yerleştirilirse durumun k zamanındaki geçmiş hesabı,

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + G_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-), \quad (1.26)$$

eşitliği gibi olur (Wan 1993). G_k (kalman gain) kalman kazancıdır. Matris ortogonalite özelliğinden,

$$E[(x_k - \hat{x}_k)y_k^T] = 0. \quad (1.27)$$

eşitliği, buradan da,

$$E[(x_k - \hat{x}_k)\hat{y}_k^T] = 0. \quad (1.28)$$

eşitliğine dönüşür (Wan 1993). \hat{y}_k^T ; burada y_k ' nin önceki verilen ölçümlere dayanılarak hesaplanan sonucudur.

$$\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k. \quad (1.29)$$

1.29 eşitliği innovasyon sürecini tanımlar. İnnovasyon süreci y_k ' da bulunan yeni bilgilerin ölçümlerinin hatasını gösterir ve 1.30' daki gibi türetilir (Wan 1993),

$$\begin{aligned} \tilde{y}_k &= y_k - H_k \hat{x}_k^- \\ &= H_k x_k + v_k - H_k \hat{x}_k^- \\ &= H_k \tilde{x}_k + v_k \end{aligned} \quad (1.30)$$

1.28 eşitliğinden 1.27 eşitliği çıkarılırsa 1.29 eşitliği 1.31 eşitliğine dönüşür,

$$E[(x_k - \hat{x}_k) \tilde{y}_k^T] = 0. \quad (1.31)$$

ve durum hata vektörü $x_k - \hat{x}_k$ 1.32' deki gibi yazılır,

$$\begin{aligned} x_k - \hat{x}_k &= \tilde{x}_k - G_k (H_k \tilde{x}_k + v_k) \\ &= (I - G_k H_k) \tilde{x}_k - G_k v_k \end{aligned} \quad (1.32)$$

1.26 ve 1.28 eşitliği 1.31 eşitliğinin içine yerleştirilirse,

$$E[\{(I - G_k H_k) \tilde{x}_k - G_k v_k\} (H_k \tilde{x}_k + v_k)] = 0. \quad (1.33)$$

eşitliği elde edilir (Wan 1993). Ölçüm gürültüsü v_k , x_k ' dan bağımsız olduğu için x_k ' nin hatasından da bağımsızdır. Böylece 1.33 eşitliğinin beklenen değeri 1.34' deki gibi azaltılır.

$$(I - G_k H_k) E[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T] H_k^T - G_k E[v_k v_k^T] = 0. \quad (1.34)$$

eşitliğiyle önceki kovaryans matrisi 1.35' deki gibi tanımlanır (Wan 1993),

$$\begin{aligned} P_k^- &= E[(x_k - \hat{x}_k^-)(x_k - \hat{x}_k^-)^T] \\ &= E[\tilde{x}_k^- \tilde{x}_k^{T-}] \end{aligned} \quad (1.35)$$

1.35 eşitliğine bağlı olarak kovaryans denklemini tekrar yazılırsa,

$$(I - G_k H_k) P_k^- H_k^T - G_k R_k = 0. \quad (1.36)$$

eşitliği elde edilir. G_k ' ya bağlı olarak eşitlik çözümlerse istenilen eşitlik,

$$G_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R_k]^{-1}, \quad (1.37)$$

olur (Wan 1993). 1.37 eşitliği ile Kalman Kazanç Matrisi kolay bir şekilde hesaplanabilir. Bu eşitlik istenilen sonuçtur ve önceki kovaryans matrisi tarafından tanımlanır. Tekrarlı hesaplama tamamlanmadan önce hata kovaryans üretimi üzerinde durulursa, hesaplama hatasının kovaryans matrisindeki zamansal olarak etkisi hata kovaryansını vermektedir. Bu üretim iki şekilde hesaplanır (Wan and Nelson 2004),

1. Önceki kovaryans matrisi P_k^- k zamanında 1.35' deki gibi tanımlanır. Verilen önceki kovaryansla sonraki kovaryans P_k hesaplanır. Bu 1.38 eşitliğinde gösterilmektedir.

$$\begin{aligned} P_k &= E[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T] \\ &= E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T]. \end{aligned} \quad (1.38)$$

2. Verilen eski kovaryans matrisiyle P_{k-1} yeni önceki kovaryans P_k^- hesaplanır ve P_k^- güncellenir. Birinci aşama türetilirse,

$$\begin{aligned} P_k &= (I - G_k H_k) E[\tilde{x}_k^- \tilde{x}_k^{T-}] (I - G_k H_k)^T + G_k E[v_k v_k^T] G_k^T \\ &= (I - G_k H_k) P_k^- (I - G_k H_k)^T + G_k R_k G_k^T \end{aligned} \quad (1.39)$$

ve eşitlik açılırsa,

$$\begin{aligned} P_k &= (I - G_k H_k) P_k^- - (I - G_k H_k) P_k^- H_k^T G_k^T + G_k R_k G_k^T \\ &= (I - G_k H_k) P_k^- - G_k R_k G_k^T + G_k R_k G_k^T \\ &= (I - G_k H_k) P_k^- . \end{aligned} \quad (1.40)$$

eşitliğine dönüşür (Wan and Nelson 2004). İkinci aşamadan hata kovaryans hesabı için durumun sonraki hesabı eski hesaptan türetilir,

$$\hat{x}_k^- = F_{k,k-1} \hat{x}_{k-1}^- . \quad (1.41)$$

durum önceki hesaplama hatası 1.42' deki gibi hesaplanır,

$$\begin{aligned} \tilde{x}_k^- &= x_k - \hat{x}_k^- \\ &= (F_{k,k-1} x_{k-1} + w_{k-1}) - (F_{k,k-1} \hat{x}_{k-1}^-) \\ &= F_{k,k-1} (x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}^-) + w_{k-1} \\ &= F_{k,k-1} \tilde{x}_{k-1}^- + w_{k-1} \end{aligned} \quad (1.42)$$

1.42, 1.37 eşitliğinin içine yerleştirilirse buradaki süreç gürültüsü durum hata kovaryansından farklı olur. Önceki kovaryans 1.43' deki gibi tanımlanır,

$$\begin{aligned} P_k^- &= F_{k,k-1} E[\tilde{x}_{k-1}^- \tilde{x}_{k-1}^{T-}] F_{k,k-1}^T + E[w_{k-1} w_{k-1}^T] \\ &= F_{k,k-1} P_{k-1}^- F_{k,k-1}^T + Q_{k-1} , \end{aligned} \quad (1.43)$$

Önceki (priori) kovaryans matrisi eski kovaryans matrisi P_{k-1} ' den hesaplanır (Wan and Nelson 2004). Standart Kalman Filtresi eşitlikleri özeti çizelge 1.1' de gösterilmektedir.

Çizelge 1.1 Standart Kalman filtresi

Durum-Uzay Modeli	
	$x_{k+1} = F_{k+1,k}x_k + w_k,$ $y_k = H_k x_k + v_k,$
Buradaki w_k ve v_k birbirinden bağımsız olup sıfır ortalamalı gausiyan Q_k ve R_k kovaryans matrislerinin gürültü süreçleridir,	
Başlangıç değerleri ile başla $k=0$ için,	
	$\hat{x}_0 = E[x_0],$ $P_0 = E[(x_0 - E[x_0])(x_0 - E[x_0])^T].$
$k=1, \dots$ için,	
Durum Hesabı üretimi,	$\hat{x}_k^- = F_{k,k-1} \hat{x}_{k-1}^-,$
Hata kovaryansı üretimi,	$P_k^- = F_{k,k-1} P_{k-1}^- F_{k,k-1}^T + Q_{k-1},$
Kalman kazanç matrisi ,	$G_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R_k]^{-1},$
Durum hesabı güncellemesi,	$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + G_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-),$
Hata kovaryans güncellemesi,	$P_k = (I - G_k H_k) P_k^-$

1.8.3 Genişletilmiş Kalman filtresi

Lineer olmayan sistemler için genişletilmiş Kalman filtresi (EKF), yaklaşık maksimum olasılık tahminini sağlayabilmektedir. Ortalama ve kovaryans yine tekrarlı olarak güncelleştirilir. Bununla birlikte, dinamiklerin birinci derece lineerizasyonunda rasgele değişkeni tahmin etmek için türev alınması gerekir. Böylece lineer olmayan dinamikler bu türevle, yine zamanla değişen lineer dinamiklere yaklaştırılır ve bu taktirde Standart Kalman eşitlikleri uygulanabilir. Genişletilmiş Kalman Filtresi'nde kullanılan lineer olmayan durum uzay modeli 1.44 ve 1.45' deki gibi yazılır (Wan 1993),

$$x_{k+1} = f(k, x_k) + w_k, \quad (1.44)$$

$$y_k = h(k, x_k) + v_k \quad (1.45)$$

Buradaki w_k ve v_k sıfır ortalamalı beyaz gausiyan süreç gürültülerini gösterir, kovaryans matrisleri R_k ve Q_k ' dir. $f(k, x_k)$ lineer olmayan sistemin geçiş (transition) matrisini temsil eder. $h(k, x_k)$ ' da lineer olmayan ölçüm matrisini temsil eder. Genişletilmiş Kalman Filtresi'ndeki basit mantık geçiş matrisinin ve hesiyen (ölçüm) matrisinin türevleri alınarak gerçek lineer ortama dönüşüm sağlanmasıyla gerçekleşir. Bu iki aşamada gerçekleşir (Wan 1993),

[1] Geçiş ve hesiyen matrislerinin modele göre türevi alınır,

$$F_{k+1,k} = \frac{\partial f(k, x)}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}_k} \quad (1.46)$$

$$H_k = \frac{\partial h(k, x_k)}{\partial x} \Big|_{x=\hat{x}_k} \quad (1.47)$$

(2) İlk önce durum ve süreç matrisleri $F_{k+1,k}$ ve H_k hesaplanır. Bu birinci derece Taylor Serisi açılımına bağlı olarak yapılır. Yani lineer olmayan fonksiyonlardaki birinci derece Taylor Serisi açılımı baz alınarak yapılır. Durum ve süreç matrisleri 1.48 ve 1.49 eşitliklerine yaklaştırılır (Wan and Nelson 2004),

$$F(k, x_k) \approx F(x, \hat{x}_k) + F_{k+1,k}(x, \hat{x}_k), \quad (1.48)$$

$$H(k, x_k) \approx H(x, \hat{x}_k^-) + H_{k+1,k}(x, \hat{x}_k^-) \quad (1.49)$$

1.48 ve 1.49' dan yararlanılarak lineer olmayan durum-uzay modeli türetilir. Genişletilmiş Kalman Filtresi eşitlikleri özeti çizelge 1.2'de gösterilmiştir.

Çizelge 1.2 Genişletilmiş Kalman filtresi

Durum-uzay modeli

$$x_{k+1} = f(k, x_k) + w_k,$$

$$y_k = h(k, x_k) + v_k$$

w_k ve v_k sıfır ortalamalı gausiyan beyaz süreç gürültüsünü göstermektedir ve birbirlerinden bağımsızdır. Q_k ve R_k ise bunların kovaryans matrislerini temsil eder.

Başlangıç değerleriyle başla $k=0$ için,

$$\hat{x}_0 = E[x_0],$$

$$P_0 = E[(x_0 - E[x_0])(x_0 - E[x_0])^T].$$

$k=1, \dots$ için,

Durum üretimi

$$F_{k+1,k} = \left. \frac{\partial f(k, x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k}$$

$$H_k = \left. \frac{\partial h(k, x_k)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k^-}$$

$$\hat{x}_k^- = f(k, \hat{x}_{k-1})$$

Hata kovaryansı üretimi,

$$P_k^- = F_{k,k-1} P_{k-1} F_{k,k-1}^T + Q_{k-1},$$

Kalman kazanç matrisi hesabı,

$$G_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R_k]^{-1},$$

Durum güncelleme,

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + G_k y_k - h(k, \hat{x}_k^-),$$

Hata kovaryansı güncelleme,

$$P_k = (I - G_k H_k) P_k^-$$

1.8.4 Standart Kalman filtresi ile parametre hesaplanması

Lineer sistemler için verilen durum-uzay modeli Kalman Filtresi'nde parametre hesabı için kullanıldığında 1.50' deki gibi gösterilebilir (Wan and Nelson 2004). Parametre vektörü rasgele yürüyüş süreci olarak kabul edilirse eşitlik,

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= F_{k+1,k}x_k + w_k, \\y_k &= H_kx_k + v_k,\end{aligned}\tag{1.50}$$

gibi olur. Burada durum vektörü parametre vektörüdür. w_k , v_k beyaz gürültü süreçlerini göstermektedir. 1.50 eşitliğinin hata terimlerini ve başlangıç durumlarını sağladığı kabul edilirse $E[x_k v_k] = 0$, $ve E[x_k w_k] = 0$ sistem geçiş matrisi birim matris olur. Standart Kalman Filtresi'yle parametre tahmini eşitlikleri çizelge 1.3' te verilmektedir (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 1.3 Standart Kalman filtresi ile parametre tahmini eşitlikleri

Durum-uzay modeli	$x_{k+1} = F_{k+1,k}x_k + w_k,$ $y_k = H_kx_k + v_k,$
Buradaki w_k ve v_k birbirinden bağımsız olup sıfır ortalamalı gausiyan Q_k ve R_k kovaryans matrislerinin gürültü süreçleridir, F matrisi birim matristir,	
Başlangıç değerleriyle başla $k=0$ için,	$\hat{x}_0 = E[x_0],$ $P_0 = E[(x_0 - E[x_0])(x_0 - E[x_0])^T].$
$k=1, \dots$ için,	
Durum üretimi,	$\hat{x}_k^- = F_{k,k-1}\hat{x}_{k-1}^-,$
Hata kovaryansı üretimi,	$P_k^- = F_{k,k-1}P_{k-1}F_{k,k-1}^T + Q_{k-1},$
Kalman kazanç matrisi ,	$G_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R_k]^{-1},$
Durum güncellemesi,	$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + G(y_k - H_k \hat{x}_k^-),$
Hata kovaryans güncellemesi,	$P_k = (I - G_k H_k) P_k^-$

1.8.5 Genişletilmiş Kalman filtresi parametre hesabı

(Mehra 1971)'de amaçlanan ve (Merwe and Nelson 1999, 2000)'da geliştirilen EKF temiz veriden lineer olmayan modellerde parametre hesabı için uygun çözüm üretebilmektedir. Yine EKF' de parametre filtresi eşitlikleri aynıdır. EKF parametre tahmin eşitlikleri çizelge 1.4' teki gibi tanımlanabilir (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 1.4 EKF ile Parametre tahmini eşitlikleri

Durum-uzay modeli

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= f(k, x_k) + w_k, \\y_k &= h(k, x_k) + v_k\end{aligned}$$

w_k ve v_k sıfır ortalamalı gausiyan beyaz süreç gürültüsünü göstermektedir ve birbirlerinden bağımsızdır. Q_k ve R_k ise bunların kovaryans matrislerini temsil eder. Parametre filtresi için F birim matristir.

$$H_k = \left. \frac{\partial h(k, x_k)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k^-}$$

Başlangıç değerleriyle başla $k=0$ için,

$$\begin{aligned}\hat{x}_0 &= E[x_0], \\P_0 &= E[(x_0 - E[x_0])(x_0 - E[x_0])^T].\end{aligned}$$

$k=1, \dots$ İçin durum üretimi

$$\hat{x}_k^- = f(k, \hat{x}_{k-1})$$

Hata kovaryansı üretimi,

$$P_k^- = F_{k,k-1} P_{k-1} F_{k,k-1}^T + Q_{k-1},$$

Kalman kazanç matrisi,

$$G_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R_k]^{-1},$$

Durum güncellemesi,

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + G_k y_k - h(k, \hat{x}_k^-),$$

Hata kovaryansı güncellemesi,

$$P_k = (I - G_k H_k) P_k^-$$

1.9 Sonuç

Çalışmanın bu bölümünde, sinyallerin modellenmesi ve kestirimi hakkında teorik bilgiler verilmiştir. Sinyallerin modellenmesi esnasında dikkat edilmesi gereken yöntemler ve izlenmesi gereken yol gösterilmiştir. Uygun model seçildikten sonra modelin derecesinin belirlenmesiyle ilgili SBC, FPE ve AIC gibi kriterler üzerinde durulmuştur. Bu kriterler uzun verilere sahip ses sinyallerinde model derecesi seçiminde AIC' nin FPE ve SBC' ye oranla daha uygun tahmin sonuçları verdiği gözlenmiştir. Bunun sebebi ise kullanmış olduğu algoritma yapısında kaynaklanmasıdır. Algoritmasında tahmin doğruluğunu diğerlerine oranla uzun sürede kaybetmemesidir. Bunun yanı sıra kısa verilere sahip ses sinyallerinin model derece tahminlerinde aynı performansı sergilemişlerdir.

Model derecesi belirlenen gürültülü sinyallerin, model performanslarının belirlenmesiyle ilgili spektral eşleme ve en küçük kareler yöntemlerinden bahsedilmiştir. Spektral eşlemede modelin performansının daha kolay belirlendiği gözlenmektedir. Eldeki grafik eğrisine bakılarak güven aralığında olup olmadığı değerlendirilmiştir, diğer taraftan en küçük kareler yöntemi spektral eşlemeye oranla daha karmaşık olduğu gözlenmiştir.

Çalışmada, kestirim ile ilgili kullanılan yöntemlerden; tekli, birleşik ve ikili çalışma yöntemlerinden bahsedilmiş, daha önceki çalışmalar ve teorik bilgiler ışığında performansları hakkında bilgiler verilmiştir. Bu çalışma yöntemleri tekli filtre kullanıldığında lineer olmayan sinyaller için birleşik filtreleme metodunun en uygun olduğu, iki filtre kullanıldığında hem lineer olmayan hem de lineer sinyaller için ikili filtreleme yönteminin daha uygun olduğu daha önceki çalışmalardan saptanmıştır.

Bunların yanı sıra yöntemlerde kullanılan Kalman tabanlı kestiricilerden standart ve genişletilmiş Kalman filtrelerinden bahsedilmiş ve bu filtrelerin çalışma alanları (lineer ve lineer olmayan) üzerinde durulmuştur. Yine daha önceki çalışmalara dayanılarak standart Kalman filtresinin lineer sinyallerde, lineer olmayan sinyallerde ise genişletilmiş Kalman filtresinin daha uygun tahmin sonuçları verdiği belirlenmiştir.

2. KALMAN FİLTRELERDE İKİLİ (DUAL) HESAPLAMA

İkili Kalman filtresi (DKF)'nin ses sinyallerindeki iyileştirmeye yönelik kullanılma amacı; genişletilmiş Kalman filtresine bir alternatif olma, genişletilmiş Kalman filtresindeki iraksama problemiyle uğraşmama ve lineer olmayan sistemlerde uygun sonuçlar sağlayabilmektir (Labarre and Grivel 2003).

İkili yaklaşımda, EKF'deki iraksama problemi göz önünde bulundurularak, lineer olmayan sinyallerde hesaplama yapılmış ve ikili hesaplamada EKF' ye oranla daha uygun sonuçlar elde edilmiştir (Labarre and Grivel 2003). İkili yaklaşımdaki diğer bir mantık ise model ve parametrelerin iteratif olarak aynı anda kestirilebilmesidir.

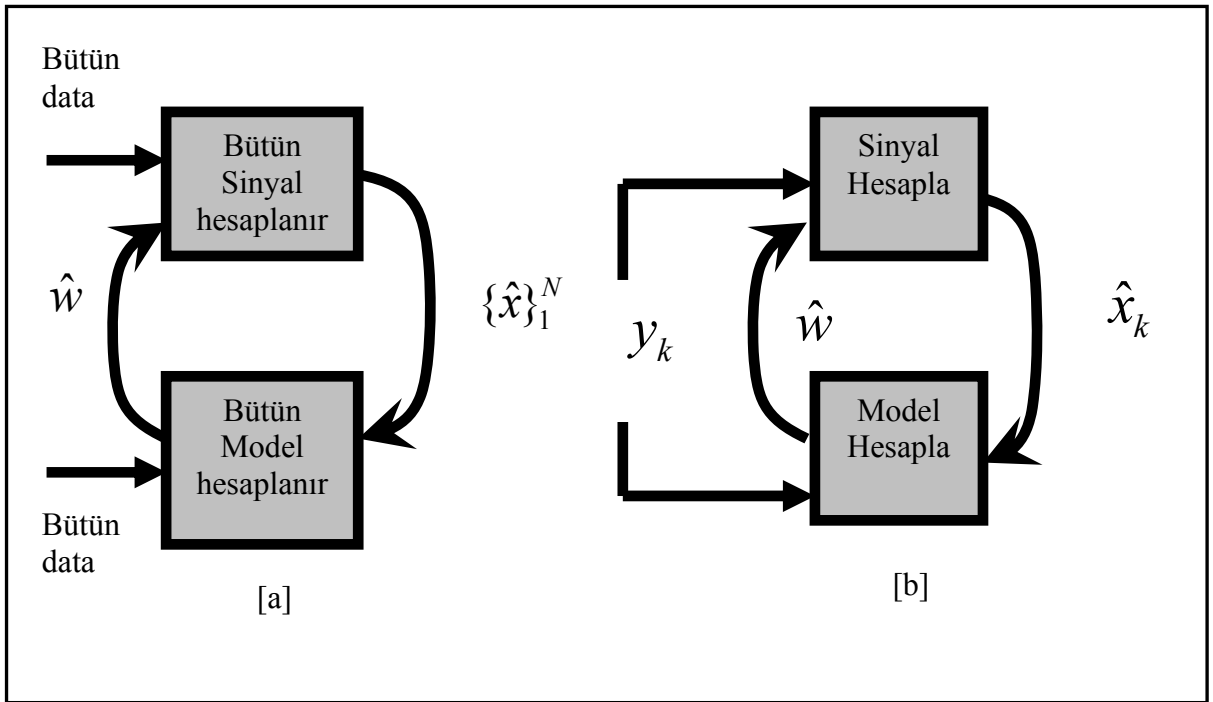
İkili hesaplamalar genelde *on-line* çalışmalar üzerinden yapılmaktadır (Merwe and Nelson 1999, 2001). Bunun sebebi iteratif olarak yapılan çalışmalarda elde bulunan verilerin, bazı durumlarda olumsuz sonuçlar (hafıza problemi ve eski verilerin filtrede tutulmasından, öğrenme eğrilerinde olumsuz sonuçlar oluşması) doğurabilmesidir. Bu nedenle, kullanılacak model ve durumlar belirlendikten sonra, *on-line* veya *off-line* hesaplama yöntemleri seçilmelidir (Nelson 1999).

2.1 İkili Kalman Filtresi (DKF)

Lineer olmayan dinamik sistemlerde, kesikli zamanlardaki durum tahmini, EKF kullanılarak uygun sonuçlar verir. Kullanılan filtre, önceki bölümde filtre eşitliklerinin üretiminde bahsedildiği üzere, kullanılan dinamik modele uygun olarak gürültülü ölçümlerden dinamik sistemin durumlarını kestirir ve bunu tekrarlı bir şekilde devam ettirir. İkili Kalman filtresi, durum kestiriminde uygun sonuçlar verdiği gibi, parametre kestiriminde de bu performansını gösterebilmektedir. Fakat temiz sinyallerde, ikili

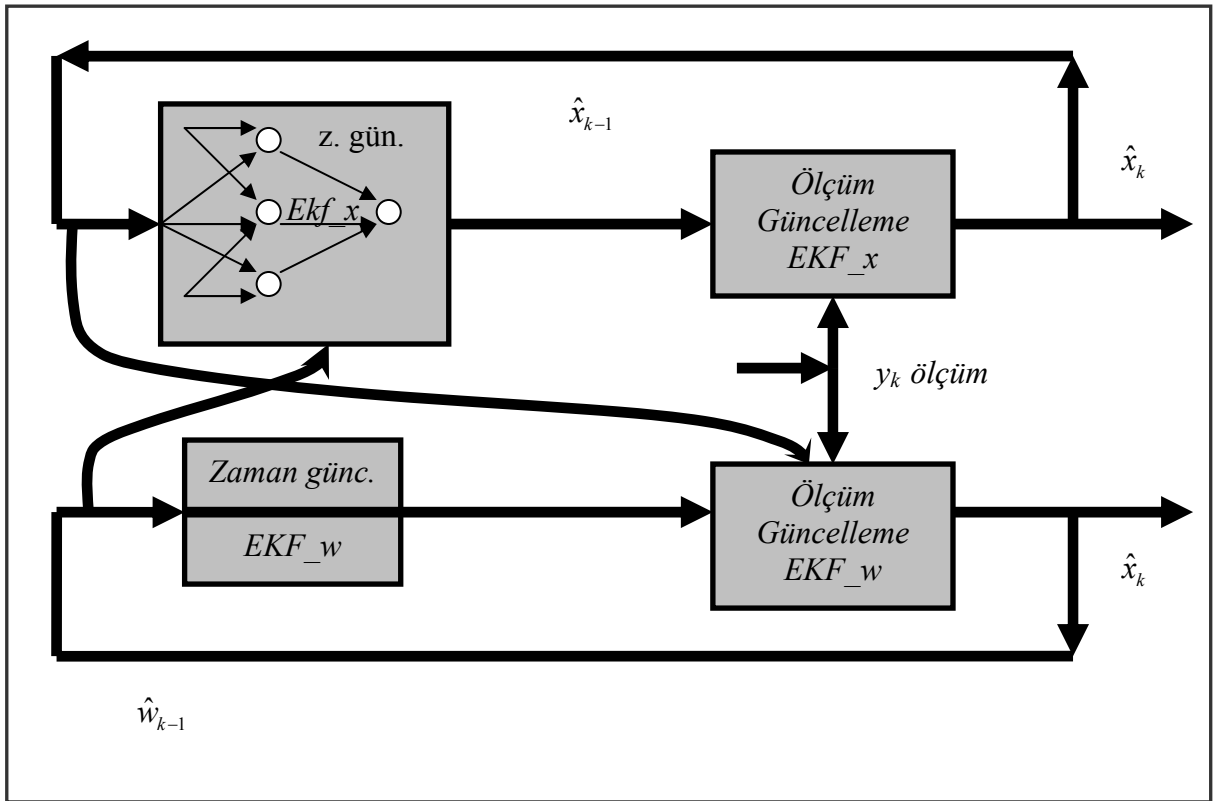
hesaplama metodunun kullanılmasına gerek yoktur, çünkü parametrelerin iyileştirilmesine gerek yoktur.

Lineer olmayan sistemlerde, EKF sistem dinamiklerini doğrusallaştırarak, standart Kalman filtresiyle (KF) normal tekrarlı tahmin yapabilmektedir. Fakat doğrusallaştırma esnasında, sinyalin kovaryansı ve ortalamasında bazı durumlarda sapma gözlenmektedir. (Labarre and Grivel 2003) çalışmalarında bu probleme ikili Kalman filtre yaklaşımıyla bakmıştır. Belirli bir ses sinyali üzerinden sinyalin paralel olarak bir taraftan durumu hesaplanırken, diğer taraftan da sinyalin parametreleri hesaplanarak EKF' den daha iyi performans elde edilmiştir. Diğer taraftan ıraksama problemi de ortadan kalkmıştır. İkili filtrede çalışma modeli, sıralı (*sequential*) olarak, yani hesaplamalar noktasal olarak yapılmaktadır. İteratif ve sıralı yaklaşım blok diyagramları, şekil 2.1' de gösterilmektedir (Wan and Nelson 2004).



Şekil 2.1. a. İteratif yaklaşım, b. Sıralı yaklaşım

DKF' de yürüyüş ilk etapta sistem parametrelerinin tahmin edilmesiyle başlar. Bu aşamada, sistemin modeli belirlenir. Model belirlendikten sonra sistem dinamiklerine uygun model derecesi seçilir. İkili hesaplama için kullanılacak algoritmalar çizelge 2.1'de gösterilmektedir. İkili hesaplamadaki filtre çalışması, şekil 2.2'deki gibidir (Wan and Nelson 2004).



Şekil 2.2 İkili Hesaplama Paralel Filtre Çalışması

İkili hesaplama şekil 2.2'den görüldüğü gibi filtreler birbirlerine paralel ve eşzamanlı olarak çalışmaktadır. İlk filtre durumu tahmin etmekte ardından ikinci filtre ise parametreleri tahmin ederek birinci filtreye hesaplanan parametreleri vermekte ve birinci filtrede hesaplanmış olduğu durumu parametre filteresine vererek devam etmektedir. Çizelge 2.1' de DKF eşitlikleri görülmektedir (Labarre and Grivel 2003).

Çizelge 2.1 İkili standart Kalman filtresi

Eşitlik 1.14 ve 1.16'ya bağlı olarak başlangıç değerleriyle başlanırsa,

$$\hat{x}_0 = E[\hat{x}_0], \hat{w}_0 = E[w]$$

$$P_{x_0} = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T], P_{w_0} = E[(w_0 - \hat{w}_0)(w_0 - \hat{w}_0)^T]$$

$k \in \{1, \dots, \infty\}$, standart kalman filtresinin zaman güncelleştirme eşitlikleri:

$$\hat{w}_k^- = \hat{w}_{k-1}$$

$$P_{w_k}^- = P_{w_{k-1}} + R_k^r$$

Durum ve hata kovaryansı üretimi,

$$\hat{x}_k^- = F_{k,k-1} \hat{x}_{k-1}^-$$

$$P_k^- = F_{k,k-1} P_{k-1} F_{k,k-1}^T + Q_{k-1}$$

Ölçüm güncelleştirme eşitlikleri durum için:

$$G_k = P_k^- H_k^T [H_k P_k^- H_k^T + R_k]^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + G_k (y_k - H_k \hat{x}_k^-)$$

$$P_k = (I - G_k H_k) P_k^-$$

Ölçüm güncelleştirme eşitlikleri parametre için :

$$K_k^w = P_{w_k}^- (G_k^w)^T (G_k^w P_{x_k}^- (G_k^w)^T + R^e)^{-1}$$

$$\hat{w}_k = \hat{w}_k^- + K_k^w (d_k - G_k^w (\hat{w}_k^-, x_{k-1}))$$

$$P_{w_k} = (I - K_k^w G_k^w) P_{w_k}^-$$

Lineer olmayan dinamik sistemlerde, kesikli zaman durumunun olasılığının hesaplanması için EKF uygun çözümler üretebilmektedir. Filtre dinamik modelden uygun sonuç için tahminle gürültüyü birleştirir, tekrarlı bir şekilde bu işi devam ettirir.

Lineer olmayan sinyallerde, daha iyi performans için (Nelson 2001)'de ikinci derece EKF *partikül* filtresi kullanılmasına rağmen en popüler standart EKF olarak tespit edilmiştir. Durum için maliyet fonksiyonu 2.1'de verilmektedir (Wan and Nelson 2004).

$$J(x_1^k) = \sum_{t=1}^k ((y_t - x_t)^T (R^n)^{-1} (y_t - x_t) + (x_t - x_t^-)^T (R^v) (x_t - x_t^-)), \quad (2.1)$$

Burada $x_t^- = F(x_{t-1}, w)$, R^n ve R^v ; eklenen gürültüdür. EKF eşitliklerinde gösterildiği gibi uygun çözüm için parametre hesaplanmasında maliyet fonksiyonunu minimize eder.

2.1.1 Tekrarlı derivasyon hesabı

İkili EKF (DEKF) eşitliği, önceki durumla birlikte parametre eşitliğini birbirine bağlarken ($C_k^w = C \frac{\partial x_k^-}{\partial w_k^-}$), ağırlık filtresine bağlı olarak, hesiyen ve geçiş matrislerinin türevini hesaplar. Sinyal filtresinin parametreleri, ağırlık filtresi tarafından hesaplanır. Tekrarlı döngüde \hat{x}_k, \hat{x}_{k-1} ' in bir fonksiyonudur ve her ikisi de w 'nin bir fonksiyonu olarak tanımlanır. Çizelge 2.2' de DEKF eşitlikleri verilmektedir (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 2.2 İkili genişletilmiş Kalman filtresi

Eşitlik 2.1' deki durum uzay modeline bağlı olarak başlangıç değerleriyle başlanırsa,

$$\hat{x}_0 = E[\hat{x}_0], \hat{w}_0 = E[w]$$

$$P_{x_0} = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T], P_{w_0} = E[(w_0 - \hat{w}_0)(w_0 - \hat{w}_0)^T]$$

$k \in \{1, \dots, \infty\}$, genişletilmiş Kalman filtresinin zaman güncelleştirme eşitlikleri:

$$\hat{w}_k^- = \hat{w}_{k-1}$$

$$P_{w_k}^- = P_{w_{k-1}} + R_k^r$$

$$\hat{x}_k = F(\hat{x}_{k-1}, u_k, w)$$

$$P_{x_k}^- = A_{k-1} P_{x_{k-1}} A_{k-1}^T + R^v$$

Ölçüm güncelleştirme eşitlikleri durum için:

$$K_k^x = P_{x_k}^- C_k^T (C_k P_{x_k}^- C_k^T + R^n)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k^x (y_k - H(\hat{x}_k^-, w))$$

$$P_{x_k} = (I - K_k^x C_k) P_{x_k}^-$$

Ölçüm güncelleştirme eşitlikleri parametre için:

$$K_k^w = P_{w_k}^- (C_k^w)^T (C_k^w P_{w_k}^- (C_k^w)^T + R^e)^{-1}$$

$$\hat{w}_k = \hat{w}_k^- + K_k^w .e_k$$

$$P_{w_k} = (I - K_k^w C_k^w) P_{w_k}^-$$

$$A_{k-1} \square \frac{\partial F(x, \hat{w}_k^-)}{\partial x} \Big|_{\hat{x}_{k-1}} \quad e_k = (y_k - C \hat{x}_k^-), \quad C_k^w \square -\frac{\partial e_k}{\partial w} = C \frac{\partial \hat{x}_k^-}{\partial w} \Big|_{w=\hat{w}_k^-}$$

$$\frac{\partial \hat{x}_{k+1}^-}{\partial \hat{w}} = \frac{\partial F(\hat{x}, \hat{w})}{\partial \hat{x}_k} \frac{\partial \hat{x}_k^-}{\partial \hat{w}} + \frac{\partial F(\hat{x}, \hat{w})}{\partial \hat{w}}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \hat{x}_k^-}{\partial \hat{w}} = (I - K_k^x C) \frac{\partial \hat{x}_k^-}{\partial \hat{w}} + \frac{\partial K_k^x}{\partial \hat{w}} (y_k - C \hat{x}_k^-), \quad (2.3)$$

Burada $\frac{\partial F(\hat{x}, \hat{w})}{\partial \hat{x}_k}$ ve $\frac{\partial F(\hat{x}, \hat{w})}{\partial \hat{w}_k}$ fonksiyonları \hat{w}_k ' da hesaplanır ve lineer olmayan fonksiyonların statik fonksiyonlarını oluşturur. 2.3 eşitliğinde K_w^x , w ' dan bağımsız ise hesaba katılmayabilir (Wan and Nelson 2004).

2.1.2 Birleşik (*Joint*) Hesaplama Metodu

Bayes teoreminden, birleşik koşullu olasılık 2.4 eşitliğindeki gibi tanımlanır (Wan and Nelson 2004),

$$\rho_{x_1^N w | y_1^N} = \frac{\rho_{y_1^N | x_1^N w} \cdot \rho_{x_1^N | w}}{\rho_{y_1^N}} = \frac{\rho_{y_1^N | x_1^N w} \cdot \rho_{x_1^N | w} \cdot \rho_w}{\rho_{y_1^N}} \quad (2.4)$$

$\{y_k\}_1^N$ istatistiksel olarak $\{y_k\}_1^N$ ve w ' ya bağlı olmasına rağmen, önceki $\rho_{y_1^N}$ işlevsel olarak $\{y_k\}_1^N$ ve w ' den bağımsızdır. $\rho_{x_1^N w | y_1^N}$ maksimize edilmiş pay tarafından oluşturulur. Parametrelerdeki önceki değerler bilinmiyorsa, ρ_w iptal edilebilir. Bu durumda maksimizasyon,

$$\rho_{y_1^N x_1^N | w} = \rho_{y_1^N | x_1^N w} \cdot \rho_{x_1^N | w} \quad (2.5)$$

olur (Wan and Nelson 2004). 2.5 eşitliğine bağlı olarak, v_k ve n_k sıfır ortalamalı beyaz gürültülü olarak kabul edilip, maliyet fonksiyonu türetilirse,

$$\begin{aligned} \rho_{y_1^N x_1^N | w} &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N (\sigma_n^2)^N}} \exp\left[-\sum_{k=1}^N \frac{(y_k - Cx_k)^2}{2\sigma_n^2}\right] \\ &\times \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |R^v|^N}} \exp\left[-\sum_{k=1}^N \frac{1}{2} (x_k - x_k^-)(R^v)^{-1} (x_k - x_k^-)\right], \end{aligned} \quad (2.6)$$

eşitliği gibi olur (Wan and Nelson 2004). Burada $x_k^- = E[x_k | \{x_t\}_{t=1}^{k-1}, w] = F(x_{k-1}, w)$ 'dır. Önceki eşitlikte tahmin x_k^- model $F(., w)$ kullanılarak hesaplanmıştır. Eşitliğin logaritması alınırsa, maliyet fonksiyonu eşitlik 2.7 gibi tanımlanır (Wan and Nelson 2004),

$$J = \sum_{k=1}^N \left[\log(2\pi\sigma_n^2) + \frac{(y_k - Cx_k)^2}{\sigma_n^2} + \log(2\pi |R^v|) + (x_k - x_k^-)^T (R^v)^{-1} (x_k - x_k^-) \right]. \quad (2.7)$$

Birinci tarafta gözlem $\{y_k\}_1^N$ ile $\{x_k\}_1^N$ az bir sınırlamaya sahiptir. Bunun sebebi küçük bir ölçüm gürültü varyansının, daha güçlü bir sınırlama yaratmasındandır. İkinci tarafta model yapısıyla birlikte durum ve model hesabı ortak olarak ele alınmıştır. Var olan sınırlama durum için yüksek derecede deterministik olduğunda güçlü olmaktadır. (yani $R^v \Rightarrow \text{küçük}$). $J^j(x_1^N, w)$ hem $\{x_k\}_1^N$ hem de w ' ye bağlı olarak $\rho_{y_1^N x_1^N | w}$ (birleşik yoğunluğu) maksimize edilerek hesaplanır. Genelde yaklaşımlar, direk ya da çözülmüş (de-coupled) olarak sınıflandırılır. Direk yaklaşımda, hem sinyal hem de model çok değişkenli optimizasyon problemi gibi birleşik olarak hesaplanır. Çözülmüş yaklaşımda ise, değişkenlerden birinde optimizasyon sağlanırken diğeri sabit kalır, işlem alternatif olarak karşılıklı devam eder. Burada direk eşitlik birleşik EKF (JEKF)' den oluşur. Birleşik model sinyal ve parametre vektörünün içine sıralı olarak maliyeti minimize ederek hesaplamaya çalışılır. Çözülmüş (De-coupled) hesaplama da ayrıntılar daha fazladır.

2.1.3 Çözülmüş (*De-coupled*) hesaplama

Sinyale bağlı olarak $J^j(x_1^N, w)$, minimize edilir. Maliyet, \hat{w} 'nin hesaplama yaklaşımından elde edilir. Böylece 2.8 eşitliği basit bir yaklaşımla tahmine uyarlanır (Wan and Nelson 2004),

$$J^j(x_1^N, w) = \sum_{k=1}^N \left[\frac{(y_k - Cx_k)^2}{\sigma_n^2} + (x_k - \hat{x}_k^-)^T (R^v)^{-1} (x_k - \hat{x}_k^-) \right]. \quad (2.8)$$

Bu maliyet fonksiyonu $\{x_k\}_1^N$ 'e bağlı olarak minimize edilir. $J^j(x_1^N, w)$ geçerli sinyal $\{\hat{x}_k\}_1^N$ ve tekrarlı tahmin $\hat{x}_k^- \square F(\hat{x}_{k-1}, w)$ 'den elde edilir. Maliyet fonksiyonu,

$$J^j(\hat{x}_1^N, w) = \sum_{k=1}^N \left[\frac{(y_k - C\hat{x}_k)^2}{\sigma_n^2} + (\hat{x}_k - \hat{x}_k^-)^T (R^v)^{-1} (\hat{x}_k - \hat{x}_k^-) \right]. \quad (2.9)$$

gibidir (Wan and Nelson 2004). Alternatif olarak birleşik maliyet fonksiyonu \hat{x}_k^- , yalnız ağırlığın bir fonksiyonu olarak tanımlanabilir,

$$J^j(\hat{x}_1^N, \hat{w}) = \sum_{k=1}^N (\hat{x}_k - \hat{x}_k^-)^T (R^v)^{-1} (\hat{x}_k - \hat{x}_k^-) \quad (2.10)$$

2.10 eşitliği tahmin hatasının maliyetinin bir modelidir. Bu model, hesaplanan durumu tahmin etmede kullanılır. Metod hesaplanan $x_1^N = \hat{x}_1^N$ değerinde $\rho_{x_1^N|w}$ 'yi maksimize eder. Bu yaklaşımda asıl data $\{y_k\}_1^N$, sınırlandırılmadığından problem oluşmaktadır. Birleşik hesaplamanın çözülmüş yaklaşımında problem, her bir maliyet onun argümanına bağlı olarak, bir nebze kaldırılmıştır.

2.1.4 Maksimum olasılık maliyeti

Ağırlık hesabı için bir maliyet fonksiyonu üretilirse, marjinal yoğunluk eşitlik 2.11' deki gibi olur (Wan and Nelson 2004).

$$\rho_{w|y_1^N} = \frac{\rho_{y_1^N|w} \cdot \rho_w}{\rho_{y_1^N}} \quad (2.11)$$

Eğer w ' nın önceki değeri bilinmiyorsa, sonraki yoğunluk maksimize edilen olasılık fonksiyonu $\rho_{y_1^N|w}$ 'ya eşitlenerek maksimize edilir. Buradaki istatistik gausiyan ise, koşullu olasılık, zincir kuralındaki gibi eşitlik 2.12 gibi ifade edilir (Wan 1999, Nelson 2001),

$$\rho_{y_1^N|w} = \prod_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\varepsilon_k}^2}} \exp\left[-\frac{(y_k - \bar{y}_{k|k-1})^2}{2\sigma_{\varepsilon_k}^2}\right], \quad (2.12)$$

Burada $\bar{y}_{k|k-1} \square E[y_k | \{y_k\}_1^{k-1}, w]$ koşullu ortalamadır (optimal tahmin) ve $\sigma_{\varepsilon_k}^2$ tahmin hata varyansıdır. Maksimum olasılık maliyetinin logaritması alınırsa,

$$J^{ml}(w) = \sum_{k=1}^N \left[\log(2\pi\sigma_{\varepsilon_k}^2) + \frac{(y_k - \bar{y}_{k|k-1})^2}{\sigma_{\varepsilon_k}^2} \right] \quad (2.13)$$

elde edilir (Wan and Nelson 2004). Bu ifade ölçüm gürültüsü ne olursa olsun geçerlidir.

2.2 Birleşik (Joint) Hesaplama Formu

Birleşik hesaplamayla ilgili parametre maliyet fonksiyonu ve hata terimleri eşitlik 2.14' de verilmiştir. Bu parametre filtresinin özel ikili-gözlem formunu gösterir (Wan 1993, Merwe 1999).

$$\hat{x}_t^- = f(\hat{x}_{t-1}, w), \quad e_k \square (y_k - \hat{x}_k), \quad \tilde{x}_k \square (\hat{x}_k - \hat{x}_k^-), \quad (2.14)$$

Eşitlikler, DEKF' nin çözülmüş birleşik uygun sonuca yaklaşımını gösterir. Yani belirli bir zamanda DEKF dönüşümlü olarak bir argümanı kullanarak, bütün birleşik maliyet fonksiyonunu minimize eder. DEKF parametre filtresi için gözlemlenen birleşik maliyet fonksiyonu, eşitlik 2.15 ve 2.16' da verilmektedir (Wan 1993, Merwe 1999),

$$J^j(\hat{x}_1^k, w) = \sum_{t=1}^k \left[\frac{(y_t - \hat{x}_t)^2}{\sigma_n^2} + \frac{(\hat{x}_t - \hat{x}_t^-)^2}{\sigma_v^2} \right], \quad (2.15)$$

$$e_k \square \begin{bmatrix} \sigma_n^{-1} e_k \\ \sigma_v^{-1} \tilde{x} \end{bmatrix} \quad \text{ile} \quad C_k^w = - \begin{bmatrix} \sigma_n^{-1} \nabla_w^T e_k \\ \sigma_v^{-1} \nabla_w^T \tilde{x} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Belirli bir zamanda DEKF, birleşik maliyet fonksiyonunu alternatif olarak filtrelerinde kullanır ve uygun sonuç için maliyet fonksiyonunu minimize etmeye çalışır.

2.3 Birleşik (Joint) Kalman Filtresi (JEKF)

Önceki bölümde DEKF, birleşik maliyet fonksiyonunun indirgenmesi için tekrar türetilmiştir. Buradaki iyileştirme bir ayrıştırma yaklaşımını gösterir ve x_k ve w

hesaplamalarında kullanılan durum uzay gösterimlerini farklı kılar. Alternatif olarak bir JEKF modeli gösterilmesini zorunlu kılar ve eş zamanlı bir MAP hesabı x_k ve w değerlerini üretir. Bu da yeni bir durum uzay modeli gösterimi yaratır. Birleşik model eşitlik 2.17' deki gibi gösterilir (Wan and Nelson 2004),

$$z_k = \begin{bmatrix} x_k \\ w_k \end{bmatrix}, \quad \text{dir.} \quad (2.17)$$

Burada maksimize edilmiş yoğunluk $\rho_{z_k|y_1^k}$, maksimize edilmiş $\rho_{x_k w|y_1^k}$ 'ya eşitlenir. z_k ' nin MAP uygun hesabı x_k ve w_k ' nin minimize edilmiş toplam maliyeti $J(x_k, w)$ 'yi içerir. Yalnız çalışan EKF durum vektörüyle birlikte sıralı bir hesaplama eşitliği sağlar. JEKF, literatürde ilk önce lineer sistemlerin hesaplanması için kullanılmıştır. $f(z)$ 'nin gradyanı w ' ya bağlı olduğundan \hat{x}_k , sabit tutulur. Böylece \hat{x}_k w ' ye bağlı türev içermez. (Merwe 1998)' de JEKF için ıraksama problemine bir çözüm olarak gösterilmiştir. Eklenen sonuçlar ve düzeltmeler (Wan and Nelson 2004)'de gösterilmektedir. Tekrarlı derivasyon eksikliğinden, çiftli sistemlerde lineerizasyon esnasında yakınsama problemi olmasına rağmen (bu bölümün deneysel kısmının hazırlanması esnasında ıraksama problemiyle karşılaşılmamıştır) tekrarlı türevin kullanılması (Asano and Fah 2000)' da tartışılmıştır. Fakat, teorik bir geçerliliği yoktur. JEKF maliyet fonksiyonunun sıralı minimizasyonu için alternatif bir yaklaşım sağlayabilmiştir (Merwe 1999).

2.3.1 Birleşik hesaplamada lineer model

$$\begin{aligned} x_k &= \sum_{i=1}^M w_i x_{k-i} + v_k \\ y_k &= x_k + n_k \end{aligned} \quad (2.18)$$

Lineer modeller, daha önceki bölümlerde gösterilmiştir. 2.18 Eşitliğe bağlı olarak birleşik modelde parametre sabit stokastik bir süreç gibi modellenir (Wan 1993),

$$w_k = w_{k-1} + u_k \quad (2.19)$$

Birleşik durum-uzay modeli ,

$$\begin{aligned} z_k &= \bar{F}(z_{k-1}) + \bar{B}(v_k, u_k) \\ \begin{bmatrix} x_k \\ w_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{k-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ w_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B.v_k \\ u_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} y_k &= \bar{C}.z_k + n_k \\ y_k &= [C \ 0 \ \dots \ 0] \cdot \begin{bmatrix} x_k \\ w_k \end{bmatrix} + n_k \end{aligned} \quad (2.21)$$

olarak tanımlanır (Wan and Nelson 2004). Önceki bölümde gösterildiği gibi, $A_k \square \begin{bmatrix} w_k \\ I \ 0 \end{bmatrix}$. Yukarıdaki sistem lineer olarak modellenmesine rağmen $A_{k-1}.x_{k-1}$ çarpımı, birleşik durum z_{k-1} 'nin bir lineer olmayan (ya da *bi-linear*) fonksiyonunu gösterir. Modelin formu lineer olarak kabul edilse bile, durum KF'nin kullanılmasının önüne geçer. Bununla birlikte EKF, sinyal ve parametrelerinin yaklaşık MAP hesabını üretir.

2.3.2 Birleşik genişletilmiş Kalman filtresi

EKF sisteme uygulanıp, $\bar{F}(z_k)$ birleşik durum z_k ile ilgili olarak doğrusallaştırılırsa,

$$\bar{A}_k \square \frac{\partial \bar{F}(z)}{\partial z} \Big|_{z=\hat{z}_k} = \begin{bmatrix} A_k & \begin{bmatrix} \hat{x}_k^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{w}_k^T \\ I & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \hat{x}_k^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

birleşik gürültü kovaryansı,

$$\bar{V}_k \square Cov \begin{bmatrix} Bv_k \\ u_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B\sigma_v^2 B^T & 0 \\ 0 & U \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

olarak belirlenir (Wan and Nelson 2004). JEKF algoritması çizelge 2.3' te gösterilmektedir (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 2.3 Birleşik genişletilmiş Kalman filtresi

<p>2.20-21' deki durum uzay modeline bağlı olarak başlangıç değerleriyle başlanırsa,</p> $\hat{z}_0 = E[z_0]$ $P_0 = E[(z_0 - \hat{z}_0)(z_0 - \hat{z}_0)^T]$ <p>$k \in \{1, \dots, \infty\}$ değerlerinde zaman güncelleme eşitlikleri,</p> $\hat{z}_k^- = \bar{F}(\hat{z}_{k-1})$ $P_k^- = \bar{A}_{k-1} P_{k-1} \bar{A}_{k-1}^T + \bar{V}_k$ <p>Ölçüm güncelleştirmeleri,</p> $\bar{K}_k = P_k^- \bar{C}^T (\bar{C} P_k^- \bar{C}^T + \sigma_n^2)^{-1}$ $\hat{z}_k = \hat{z}_k^- + \bar{K}_k (y_k - \bar{C} \hat{z}_k^-)$ $P_k = (I - \bar{K}_k \bar{C}) P_k^-$

2.4 Unscented Dönüşüm ve Kalman Filtresi

EKF, lineer olmayan ortamlarda dönüşüm esnasında, bazı sistemlerde kovaryans ve ortalama sapmasına yol açmaktadır. Bu bilgiler ışığında *Unscented* tabanlı kalman filtreleri (UKF) geliştirilmiştir. EKF ve UKF arasındaki basit fark, gausiyan rasgele değişkenlerin sistem dinamiklerinde doğrusallaştırma olmayıp, rasgele *sigma* noktaları seçilerek dönüşüm yapılmasıdır.

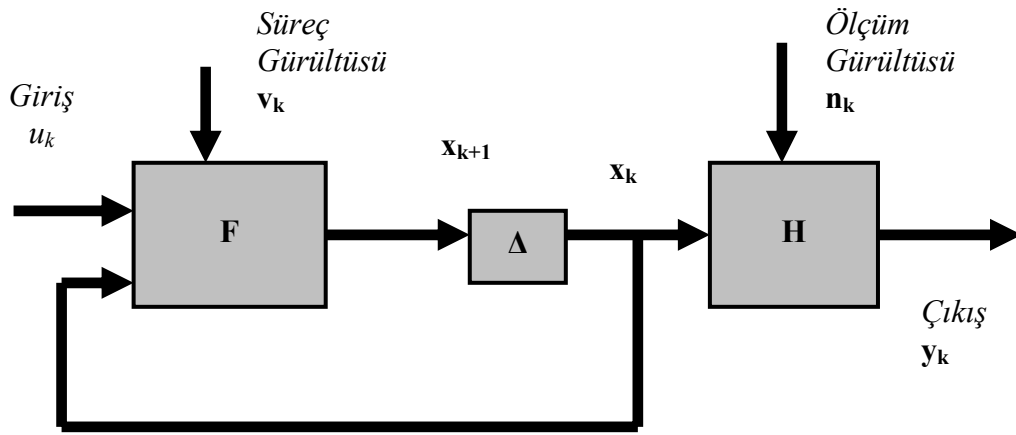
EKF'de durum dağılımı, bir gausiyan rasgele değişken tarafından yakınsatılır. Böylece lineer olmayan sistemin birinci derece doğrusallaştırması için analitik çözüm üretilir (yani EKF'de durum hesabı gausiyan rasgele değişken tarafından analitik olarak lineer olmayan sistemlerin birinci derece doğrusallaştırılmasıyla sağlanır). Bu durum, filtrede ıraksama yaratır ve doğru sonraki ortalama ve gausiyan rasgele değişkenlerde dönüştürülen kovaryansta, büyük hataya yol açar. Böylece filtre *sub-optimal* bir performans sağlar. Aynı olay UKF'de deterministik bir örneklem yaklaşımıyla gösterilir. Burada durum hesabı, bir gausiyan rasgele değişken tarafından hesaplanır ve örneklem noktaları seçilerek gösterilir. Bu örneklem noktaları, doğru ortalama ve gausiyan rasgele değişkenin kovaryansını doğru bir şekilde yakalar ve doğru lineer olmayan sistemde ikinci dereceden sonraki ortalama ve kovaryansı yakalar. Bu EKF'de birinci dereceden bir doğruluk yaratır. Bunun yanında UKF'de hesiyan ve jakobiyan hesaplamasına gerek yoktur. Hesaplama kompleksliği de EKF kadar karışıktır.

2.5 Unscented Kalman Filtresi - Giriş

UKF, EKF'nin türevi olmayan alternatif modelidir ve lineer olmayan alanlardaki uygulamalarının hepsinde uygulanabilir. Uygulama alanı diğer kalman tabanlı filtrelerde olduğu gibi ikiye ayrılır. Birincisi durum; ikincisi parametre hesabıdır.

2.5.1 Durum hesabı

EKF, kesikli zaman lineer olmayan dinamik sistemlerdeki hesaplamayı içerir. Durum uzay modeli eşitlik 2.1' deki gibidir. Lineer olmayan bir dinamik sistemin blok diyagramı, şekil 2.3' te gösterilmektedir (Wan and Nelson 2004).



Şekil 2.3 Lineer Olmayan Sinyalin Blok Diyagramı

Şekil 2.3' te sistem dinamikleri F ve H biliniyor kabul edilmektedir (Wan and Nelson 2004). Parametre hesaplanması, sistem tanımlama ya da sinyal tanımlama anlamına gelen, lineer olmayan durumda aşağıdaki formülde tanımlanır,

$$y_k = G(x_k, w). \quad (2.24)$$

x_k giriş, y_k çıkış lineer olmayan MAP' te $G(.)$ vektör w tarafından oluşturularak dönüştürülür. Lineer olmayan MAP örneği bağımlı uygulamalarda dinamik modellerde bir geribesleme veya tekrarlı bir sinirsel şebeke olabilir. Tipik olarak

$\{x_k, d_k\}$ 'nin sinyal hatası $e_k = d_k - G\{x_k, w\}$ olarak bilinir. Uygun bir değer oluşurken (yani gradyant alçalması geri üretimi (back-propagation) kullanılırken) EKF yeni yazılan durum-uzay gösterimi tarafından hesaplanabilir (Wan 1993).

$$\begin{aligned} w_{k+1} &= w_k + r_k, \\ d_k &= G(x_k, w_k) + e_k \end{aligned} \quad (2.25)$$

Burada w_k ; birim geçiş matrisiyle bir durağan süreçle ilgilidir ve süreç gürültüsü r_k ile tanımlanır (Buradaki varyans seçimi yakınsamayı sağlar). Çıkış d_k , lineer olmayan ölçümde w_k ile bağlantılıdır. EKF, parametreleri tahmin etmek için direk olarak uygulanan etkili ikinci derece lineerizasyon sağlayan bir teknik gibidir.

Giriş x_k gözlenemediğinde, tahmin, hem parametre hem de durum hesaplanması gerektirir. Bu ikili hesaplama tahmini için, yine bir kesikli zaman dinamik sistemi gerekir (Wan 1993),

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= F(x_k, u_k, v_k, w), \\ y_k &= H(x_k, n_k, w) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Burada hem model durumu hem de parametreleri, dinamik sistem için yalnızca gürültülü sinyal y_k 'dan aynı anda hesaplanmak zorundadırlar. Örnek uygulama, adaptif lineer olmayan kontrol sistemlerinde görülür (Kay 1988, Wan 1993).

2.6 Unscented dönüşüm

Unscented dönüşüm lineer olmayan transformasyona maruz kalan bir rasgele değişkenin istatistiğini hesaplamak için geliştirilen bir metoddur (Wu and Hu 2005). Lineer olmayan bir fonksiyonun içerisine $y=f(x)$, rasgele bir x değişkeni (L boyutlu) üretilirse x 'in ortalaması \bar{x} ve kovaryansı P_x kabul edilir. y 'nin istatistiği hesaplanırken $2L+1$ boyutlu *sigma* vektörleri χ_i takip eden eşitliklere bağlı olarak bir matris χ oluşturur (Wan and Nelson 2004),

$$\begin{aligned}\chi_0 &= \bar{x}, \\ \chi_k &= \bar{x} + (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_k, \quad k=1, \dots, L, \\ \chi_k &= \bar{x} - (\sqrt{(L+\lambda)P_x})_{k=L}, \quad k=L, \dots, 2L,\end{aligned}\tag{2.27}$$

Burada $\lambda = \alpha^2(L + \kappa) - L$ bir hesap (yükseltme) parametresidir, α *sigma* noktasının \bar{x} etrafındaki sapmasını gösterir ve çoğunlukla küçük bir pozitif değişken olarak alınır (örneğin $1 \leq \alpha \leq 1e-4$). Diğer sabit κ 'dır ve ikinci yükseltme parametresidir, çoğunlukla $3-L$ olarak alınır (detay (Wan and Nelson 2004, Merwe 2001)) ve β ' da x dağılımının önceki bilgisiyle ilişkilendirilir (gausiyan dağılımlar için $\beta=2$ 'dir). $\sqrt{(L+\lambda)P_x}$ matrisin karakökünün k 'inci sütunudur (alt üçgen *choleski* faktörü). Bu *sigma* noktaları lineer olmayan fonksiyonun içerisine yerleştirilir.

$$Y_k = f(\chi_k) \quad k=0, \dots, 2L,\tag{2.28}$$

Y için ortalama ve kovaryans, sonraki *sigma* noktalarının ağırlıklı örneklem ortalaması ve kovaryansı kullanılarak bulunur,

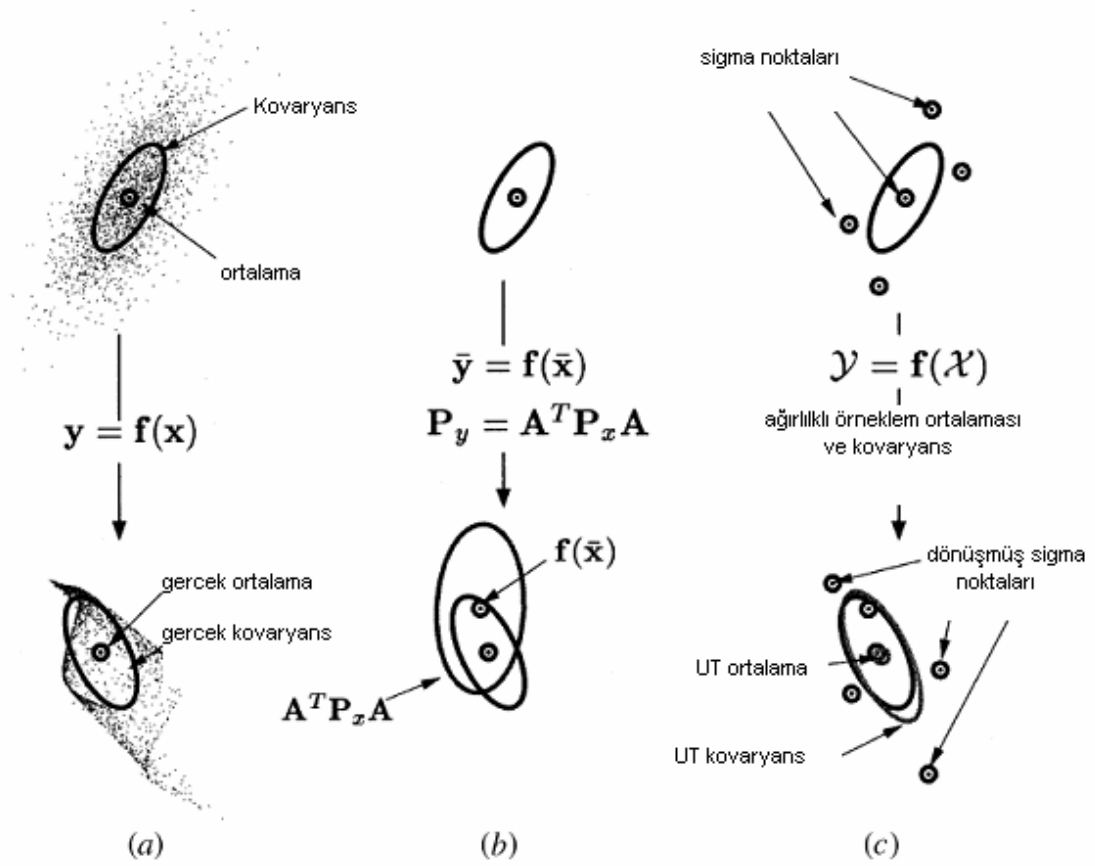
$$\bar{y} \approx \sum_{k=0}^{2L} W_k^{(m)} y_k, \quad (2.29)$$

$$P_y \approx \sum_{k=0}^{2L} W_k^{(c)} (y_k - \bar{y})(y_k - \bar{y})^T, \quad (2.30)$$

Ağırlık W_i eşitlik 2.31' deki gibi verilir (Wan and Nelson 2004),

$$\begin{aligned} W_0^{(m)} &= \frac{\lambda}{(L + \lambda)}, \\ W_0^{(c)} &= \frac{\lambda}{L + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \\ W_k^{(m)} = W_k^{(c)} &= \frac{1}{2(L + \lambda)}, \quad k = 1, \dots, 2L. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Bu metod, gerçekte bir genel *Monte-Carlo* örneklem metodundan farklıdır. Durumun doğru bir dağılımının üretilmesinde, daha fazla örneklem noktasının büyüklüğünün derecesine ihtiyaç vardır. Bütün lineer olmayan gausiyan girişler için, *unscented* dönüşümle ((UT)' le) birlikte üçüncü derece doğru sonuçlar elde edilebilmektedir. *Gausiyan* olmayan girişler için, en az ikinci dereceden dönüşümle doğrulanmaktadır (Nelson 1999, Gordon and Salmond --). Seçilen α ve β ' lara bağlı olarak üçüncü ve dördüncü dereceden olabilmektedir. *Unscented* dönüşümün önemli bir yaklaşımı integrallerin hesaplanmasında “*gaussian quadratic*” diye adlandırılan bir numerik teknikle bağlantılandırılmasıdır (Makhoul 1975). Benzer yaklaşım şekil 2.4' te gösterilmektedir (Wan and Nelson 2004). Şekil 2-D boyutlu bir sistemi göstermektedir. Soldaki çizim *monte-carlo* örnekleme kullanılarak oluşturulan doğru ortalama ve kovaryansı göstermektedir. Ortadaki çizim EKF'de lineerize edilerek yapılan doğru ortalama ve kovaryansı, sağdaki ise *unscented* dönüşümün 5 tane *sigma* noktası kullanılarak elde edilen ortalama ve kovaryansı göstermektedir.



Şekil 2.4. a. Monte-carlo örneklem, b. Genişletilmiş kalman filtresi 1. derece lineerizasyon, c. Unscented dönüşüm

2.6.1 Unscented Kalman filtresi eşitliği

Unscented Kalman filtresi eşitlik 2.31'deki UT' nin tekrarlı hesaplamalarını direk alır. Burada gürültülü rasgele değişkenler ile birlikte ve orijinal durumun birleşmesiyle tekrar tanımlanır (Wan and Nelson 2004).

$$\mathbf{x}_k^a = [\mathbf{x}_k^T \quad \mathbf{v}_k^T \quad \mathbf{n}_k^T]^T \quad (2.32)$$

Unscented dönüşümdeki sigma nokta seçimi bu iyileştirilen durum rasgele değişkenine uygulanır. UKF eşitlikleri çizelge 2.4' te gösterilmektedir (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 2.4 Unscented Kalman Filtresi

Eşitlik 2.1' deki durum uzay modeline bağlı olarak başlangıç değerleriyle başlanırsa;

$$\hat{x}_0 = E[x_0],$$

$$P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T],$$

$$\hat{x}_0^a = E[x^a] = [\hat{x}_0^T \quad 0 \quad 0]^T,$$

$$P_0^a = E[(x_0^a - \hat{x}_0^a)(x_0^a - \hat{x}_0^a)^T] = \begin{bmatrix} P_0 & 0 & 0 \\ 0 & R^v & 0 \\ 0 & 0 & R^n \end{bmatrix}.$$

$k \in \{1, \dots, \infty\}$, sigma noktalarının hesabı,

$$\chi_{k-1}^a = [\hat{x}_{k-1}^a \quad \hat{x}_{k-1}^a + \gamma \sqrt{P_{k-1}^a} \quad \hat{x}_{k-1}^a - \gamma \sqrt{P_{k-1}^a}].$$

Zaman güncelleştirme eşitlikleri,

$$\chi_{k|k-1}^x = F(\chi_{k-1}^x, u_{k-1}, \chi_{k-1}^v),$$

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1}^x,$$

$$P_k^- = H(\chi_{k|k-1}^x, \chi_{k-1}^n),$$

$$\hat{y}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} y_{i,k|k-1},$$

Ölçüm güncelleştirmeleri eşitlikleri,

$$P_{\hat{y}_k \hat{y}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-)(y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-)^T,$$

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\chi_{i,k|k-1} - \hat{x}_k^-)(y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-)^T,$$

$$\kappa_k = P_{x_k y_k} P_{\hat{y}_k \hat{y}_k}^{-1},$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \kappa_k (y_k - \hat{y}_k^-),$$

$$P_k = P_k^- - \kappa_k P_{\hat{y}_k \hat{y}_k} \kappa_k^T,$$

Burada ,

$$x^a = [x^T \quad v^T \quad n^T]^T, \quad \chi^a = [(\chi^x)^T \quad (\chi^v)^T \quad (\chi^n)^T]^T, \quad \gamma = \sqrt{L + \lambda},$$

λ ; birleşik ölçüm parametresi, L; durumun boyutu, R^v ; süreç gürültü kovaryansı, R^n ; ölçüm gürültü kovaryansı, W_i ; sigma noktalarının hesaplanan ağırlığı.

2.7 İyileştirme Varyasyonları

Süreç gürültüsünün ve ölçüm gürültüsünün direk olarak eklenebilir olduğu durumlarda, UKF' nin hesaplanma kompleksliği azaltılır. Bu aşamada sistem durumu gürültülü rasgele değişkenlerle iyileştirmeye ihtiyaç duymaz. Bu da toplam kullanılan *sigma* noktalarının kullanımında bu noktaların boyutunu azaltır. Gürültü kaynağının kovaryansı o zaman bir basit eklenen yöntem kullanılarak durum kovaryansının içine iliştilir. Numerik amaçlar için değişkenlerin sayısı belli olabilir. Örneğin matrisin karekökü bir *choleski* faktör kullanılarak iyileştirilebilir. Genelde $L^{3/6}$ dereceli olarak alınır. Bununla birlikte kovaryans matrisi tekrarlı bir şekilde tanımlanır ve karekök sadece $M \times L^2$ ($M \rightarrow$ çıktı y_k 'nin boyutu)' de bir tekrarlı güncelleştirme performansı tarafından *choleski* faktörüyle hesaplanır.

2.8 Unscented Kalman Filtresi Parametre Hesaplanması

Parametre hesabı, yine durumda olduğu gibi lineer olmayan dönüşümlü gözlem denklemini kullanılarak yapılır. $y_k = G(x_k, w)$ burada w bilinmeyen parametreleri oluşturur. $G(.)$ belki sinirsel bir şebeke ya da diğer oluşturulan fonksiyonlar için kullanılabilir. EKF' de parametre hesabı için yeni bir durum uzay modeli eşitlik 2.40' daki gibi yazılır (Wan and Nelson 2004),

$$\begin{aligned} w_{k+1} &= w_k + r_k, \\ d_k &= G(x_k, w_k) + e_k, \end{aligned} \quad (2.33)$$

w_k : durum geçiş matrisiyle ilgili olarak sabit bir süreci gösterir. r_k : süreç gürültüsüdür. İstenilen çıktı d_k : lineer olmayan ortamda gözlemlenen w_k ' ya bağlı çıktıdır. Lineer aşamada KF ve RLS arasındaki ilişki (Morgan and Craig 1976)' te verilmiştir. Optimizasyon açısından bakıldığında tahmin hata maliyeti minimize edilirse,

$$J(w) = \sum_{t=1}^k [d_t - G(x_t - w)]^T (R^e)^{-1} [d_t - G(x_t, w)]. \quad (2.34)$$

elde edilir (Wan and Nelson 2004). Önceki bölümlerde bahsedildiği gibi gürültü kovaryansı R^e sabit diagonal tutulursa eşitlikten iptal edilebilir (örn. $R^e = .5I$). Alternatif olarak aşağıdaki seçenekler uygun sonuçlar için uygulanabilir. *İnnovasyon* kovaryansı $E[r_k r_k^T] = R_k^r$ diğer taraftan kovaryans oranını ve izleme performansını etkiler. Daha büyük kovaryans daha hızlı eski verilerin silinmesini sağlar. R_k^r seçimi ile ilgili olarak birkaç alternatif sunulmuştur (Wan and Nelson 2004). UKF parametre hesaplama eşitlikleri çizelge 2.5' te verilmektedir (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 2.5 Unscented Kalman filtre parametre hesabı

Eşitlik 2.33' deki durum uzay modeline bağlı olarak başlangıç değerleriyle başlanırsa,

$$\begin{aligned}\hat{w}_0 &= E[w], \\ P_{w_0} &= E[(w - \hat{w}_0)(w - \hat{w}_0)^T].\end{aligned}$$

$k \in \{1, \dots, \infty\}$ değerleri için sigma nokta hesabı ve zaman güncellemeleri,

$$\begin{aligned}\hat{w}_k^- &= \hat{w}_{k-1}, \\ P_{w_k}^- &= P_{w_{k-1}} + R_{k-1}^r, \\ \omega_{k|k-1} &= [\hat{w}_k^- \quad \hat{w}_k^- + \gamma \sqrt{P_{w_k}^-} \quad \hat{w}_k^- - \gamma \sqrt{P_{w_k}^-}], \\ D_{k|k-1} &= G(x_k, \omega_{k|k-1}), \\ \text{opsiyon1} &: \hat{d}_k = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} D_{i,k|k-1}, \\ \text{opsiyon2} &: \hat{d}_k = G(x_k, \hat{w}_k^-).\end{aligned}$$

Ölçüm güncellemeleri,

$$\begin{aligned}P_{\hat{d}_k \hat{d}_k} &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (D_{i,k|k-1} - \hat{d}_k)(D_{i,k|k-1} - \hat{d}_k)^T + R_k^e, \\ P_{w_k d_k} &= \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\omega_{i,k|k-1} - \hat{w}_k^-)(D_{i,k|k-1} - \hat{d}_k)^T, \\ \kappa_k &= P_{w_k d_k} P_{\hat{d}_k \hat{d}_k}^{-1}, \\ \hat{w}_k &= \hat{w}_k^- + \kappa_k (d_k - \hat{d}_k), \\ P_{w_k} &= P_{w_k}^- - \kappa_k P_{\hat{d}_k \hat{d}_k} \kappa_k^T,\end{aligned}$$

Burada $\gamma = \sqrt{L + \lambda}$, λ ; birleşik skale faktörü, L ; durumun boyutu, R^e ; süreç gürültü kovaryansı, R^e ; ölçüm gürültüsü kovaryansı ve W_i ; sigma noktalarının ağırlığıdır.

Durum uzay modelinde parametre kovaryansı P_{w_k} sifıra yaklaşırsa parametre filtresinde ıraksama olur (Kalman filtresi, kazancı sifıra zorladığından). Bu noktada çıktı her bir opsiyon için 1 olur. Bununla birlikte, fonksiyonun çıktısında sonlu sayıda kovaryans ortalamasının oluşmasını sağlar. Bu diğer taraftan hatanın minimuma gitmesinden parametreleri engeller. Bu yüzden bu metod lokal minimumdan kaçınır, kısa ve gürültülü datalarda düzen oluşumunu sağlar.

2.9 Unscented İkili Hesaplama

Eşitlikler, EKF de olduğu gibi iki UKF filtresinden oluşmakta ve hesaplama filtrelerin birbirine paralel çalışarak devam etmesinden oluşmaktadır. Çizelge 2.6 ‘daki gibidir (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 2.6 İkili unscented Kalman filtresi

2.1’ deki durum uzay modeline bağlı olarak başlangıç değerleriyle başlanırsa,

$$\hat{x}_0 = E[x_0], \hat{w}_0 = E[w],$$

$$P_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^T], P_{w_0} = E[(w - \hat{w}_0)(w - \hat{w}_0)^T].$$

$$\hat{x}_0^a = E[x^a] = [\hat{x}_0^T \quad 0 \quad 0]^T,$$

$$P_0^a = E[(x_0^a - \hat{x}_0^a)(x_0^a - \hat{x}_0^a)^T] = \begin{bmatrix} P_0 & 0 & 0 \\ 0 & R^v & 0 \\ 0 & 0 & R^n \end{bmatrix}.$$

$k \in \{1, \dots, \infty\}$ değerleri için sigma nokta hesabı ve zaman güncellemeleri,
→ Parametre için,

$$\hat{w}_k^- = \hat{w}_{k-1},$$

$$P_{w_k}^- = P_{w_{k-1}} + R_{k-1}^T,$$

$$\omega_{k|k-1} = [\hat{w}_k^- \quad \hat{w}_k^- + \gamma \sqrt{P_{w_k}^-} \quad \hat{w}_k^- - \gamma \sqrt{P_{w_k}^-}],$$

$$D_{k|k-1} = G(x_k, \omega_{k|k-1}),$$

$$\text{opsiyon1} : \hat{d}_k = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} D_{i,k|k-1},$$

$$\text{opsiyon2} : \hat{d}_k = G(x_k, \hat{w}_k^-).$$

Çizelge 2.6 İkili unscented Kalman filtresi devamı

→Durum için,

$$\chi_{k-1}^a = [\hat{x}_{k-1}^a \quad \hat{x}_{k-1}^a + \gamma\sqrt{P_{k-1}^a} \quad \hat{x}_{k-1}^a - \gamma\sqrt{P_{k-1}^a}].$$

Zaman güncelleştirme eşitlikleri,

$$\chi_{k|k-1}^x = F(\chi_{k-1}^x, u_{k-1}, \chi_{k-1}^v),$$

$$\hat{x}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \chi_{i,k|k-1}^x,$$

$$P_k^- = H(\chi_{k|k-1}^x, \chi_{k-1}^n),$$

$$\hat{y}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} Y_{i,k|k-1},$$

Ölçüm güncelleştirmeleri eşitlikleri,

→Durum için,

$$P_{\tilde{y}_k \tilde{y}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-)(Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-)^T,$$

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\chi_{i,k|k-1} - \hat{x}_k^-)(Y_{i,k|k-1} - \hat{y}_k^-)^T,$$

$$\kappa_k = P_{x_k y_k} P_{\tilde{y}_k \tilde{y}_k}^{-1},$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \kappa_k (y_k - \hat{y}_k^-),$$

$$P_k = P_k^- - \kappa_k P_{\tilde{y}_k \tilde{y}_k} \kappa_k^T,$$

→Parametre için,

$$P_{\tilde{d}_k \tilde{d}_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (D_{i,k|k-1} - \hat{d}_k)(D_{i,k|k-1} - \hat{d}_k)^T + R_k^e,$$

$$P_{w_k d_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} (\omega_{i,k|k-1} - \hat{w}_k^-)(D_{i,k|k-1} - \hat{d}_k)^T,$$

$$\kappa_k = P_{w_k d_k} P_{\tilde{d}_k \tilde{d}_k}^{-1},$$

$$\hat{w}_k = \hat{w}_k^- + \kappa_k (d_k - \hat{d}_k),$$

$$P_{w_k} = P_{w_k}^- - \kappa_k P_{\tilde{d}_k \tilde{d}_k} \kappa_k^T,$$

2.10 Least Mean Square (LMS) ve Geliştirilmiş Modelleri

Least Mean Square (LMS) metodu, eşitliklerindeki yazım pratikliği, çalışmalardaki kolaylığı ve kestirim doğruluğunun yüksekliği sayesinde popüler sayılacak kadar verimli bir metoddur. Bu metod adından da anlaşılacağı gibi hata karesinin beklenen değerinin minimize etmeyi önerir ve bunu dener. Metod parametre ve durum vektörü için bazı keyfi başlangıç değerlerinden başlar ve iterasyon numaralarının artmasıyla devam eder. Ne kadar fazla iterasyon yapılırsa, filtre iyileştirmede o kadar başarılı olma olasılığına sahiptir. LMS metodu ile hem sinyallerde parametre tahmininde, hem de durumun iyileştirmesinde kullanılır.

LMS' te parametre vektörü, ortalama en son değer olarak hesaplanır. Parametre ve durum vektörünün güncellenmesi ve tahmin hatasının hesaplanması için gerekli olan eşitlikler aşağıdakiler gibidir (Larsen 2003).

$$\nabla = -2P + 2Rw(k) \quad (2.35)$$

Verilmiş olan gradyant ifadesi açılım olarak,

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial \omega_0}, \frac{\partial}{\partial \omega_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial \omega_{M-1}} \right]^T \quad (2.36)$$

şeklinde gösterilir. Bu gradyant eşitliğine bağlı olarak hatalar karesi belirlenirse

$$w(p+1) = w(p) - \frac{1}{2} \mu \nabla_p \quad (2.37)$$

elde edilir (Larsen 2003). 2.47 eşitliği parametre (p ' nci iterasyondaki) hesabında kullanılır. 2.35-36 ve 37 eşitliklerinden yararlanılarak LMS metodu yazılırsa,

$$\hat{R}(k) = \varphi(k)\varphi^T(k) \quad (2.38)$$

2.38 eşitliğindeki $\varphi(k)$ modeldeki dereceye göre oluşturulan vektördür. Yani sinyal verilerinin tahmin edilen değerlerinin durum uzay modelinde hesaplanma esnasındaki F (*transition matrix*) matrisi ile çarpılan vektörüdür.

$$\hat{P}(k) = \varphi(k)y(k) \quad (2.39)$$

2.39 eşitliği gradyant eşitliğine yerleştirilirse,

$$\nabla = -2P + 2Rw(k) = -2\varphi(k)y(k) + 2\varphi(k)\varphi^T(k)w(k) \quad (2.40)$$

sonucu elde edilir (Larsen 2003, Torun 2005). Bu eşitlik parametre vektöründe yerine konulursa,

$$\begin{aligned} \hat{w}(k) &= \hat{w}(k-1) + \mu\varphi(k)(y(k) - \varphi^T(k)\hat{w}(k)) \\ &= \hat{w}(k-1) + \mu\varphi(k)e(k) \end{aligned} \quad (2.41)$$

sonucu bulunur ve LMS eşitliği olarak bilinir. Daha önce de belirtildiği gibi μ parametresi durağanlığı ve yakınsak oranını düzenleyen bir sabittir. 2.34 eşitliğine göre LMS metodunun uygulanması oldukça kolaydır. Çünkü kare, ortalama veya türev

almayı içermez. Filtre eşitlikleri çizelge 2.7' deki gibi gösterilir (Larsen 2003, Torun 2005).

Çizelge 2.7 LMS filtresi

Başlangıç değerlerinin seçilmesi, Filtre çıktısının hesaplanması, $\hat{y}(k) = \varphi^T(k)w(k-1),$ Beklenen hatanın hesaplanması; $e(k) = y(k) - \hat{y}(k),$ Parametre vektörünün güncellenmesi; $\hat{w}(k) = \hat{w}(k-1) + \mu\varphi(k)e(k), \quad k = 1, 2, \dots, N$

Klasik olarak LMS filtre eşitlikleri çizelge 2.8' deki gibi tanımlanır. Bu eşitliklere bağlı olarak deneysel hesaplamalarda daha da iyi sonuçlar veren (yani filtre ıraksaması ve kısıtlı optimizasyon problemlerinde (Torun 2005) hesaplama esnasındaki adaptasyonun hızlılığı ve doğruluğu) ilerletilmiş metodları kullanılmıştır.

2.10.1 Normalleştirilmiş en küçük ortalamalar karesi (N-LMS) yaklaşımı

N-LMS eşitlikleri, LMS eşitliklerine oranla biraz daha karmaşık sayılabilir. Burada kullanılan step-boyutu μ sinyalin boyutuna bağlı olarak gerçek sistemlerde uygulanır. LMS eşitliklerini oluşturmak kolay olmakla birlikte giriş sinyalinin özdeğer değişimi hızlı olduğunda kötü bir yakınsama oluşmaktadır. Bu metodun normalize edilmiş LMS' ten karmaşıklığı göze çarpmaktadır. N-LMS metodundaki adım büyüklüğü giriş gücü ile normalize edildiğinden dolayı yakınsamanın giriş sinyaline olan bağımlılığı ortadan kalkar. N-LMS metodu, kısıtlı optimizasyon problemi çözümü olarak düşünülebilir. $\varphi(k)$ girdi vektörü ve istenen cevap $y(k)$ verildiğinde $\hat{w}(k)$ değerine bağlı olarak

$\hat{w}(k+1)$ parametre vektöründeki değişiminin karesel *öklid* normunu minimize etmek için parametre vektörü $\hat{w}(k+1)$,

$$\delta \hat{w}(k+1) = \hat{w}(k+1) - \hat{w}(k) \quad (2.42)$$

eşitliği ile hesaplanır (Larsen 2003). Buradaki sınırlamaya bağlı olarak,

$$\hat{w}^T(k+1)\varphi(k) = y(k) \quad (2.43)$$

kısıtlı optimizasyon probleminin çözümü için, *lagrange* çarpanları metodu kullanılabilir. $\hat{w}(k+1)$ parametre vektöründeki $\delta \hat{w}(k+1)$, değişim karesel normu ile birlikte yukarıdaki formülde bazı değişiklikler yapılarak aşağıdaki N-LMS eşitlikleri elde edilir,

$$\hat{w}(k+1) = \hat{w}(k) + \frac{\mu}{\|\varphi\|^2} \varphi(k)e(k) \quad (2.44)$$

yazılır (Larsen 2003). $\varphi(k-1)$ girdi vektörünün küçük olmasından dolayı kaynaklanan sorunu çözmek için a sabiti kullanılır. Böylece eşitlik,

$$\hat{w}(k+1) = \hat{w}(k) + \frac{\mu}{a + \|\varphi\|^2} \varphi(k)e(k) \quad (2.45)$$

şeklinde yeniden yazılır. Buradaki sabitler $a > 0$ ve $0 < \mu < 2$ ' dir. N-LMS metodu eşitlikleri çizelge 2.8' de gösterilmektedir (Larsen 2003, Torun 2005)

Çizelge 2.8 N_LMS filtresi

Başlangıç değerlerinin seçilmesi,

Filtre çıktısının hesaplanması;

$$\hat{y}_k = \varphi_k^T \hat{w}_{k-1},$$

Beklenen hatanın hesaplanması;

$$e_k = y_k - \hat{y}_k$$

Parametre vektörünün güncellenmesi;

Kullanılacak olan α ve μ değerlerinin sinyale göre belirlenmesi,

$$\hat{w}(k+1) = \hat{w}(k) + \frac{\mu}{\alpha + \|\varphi\|^2} \varphi(k)e(k)$$

2.10.2 Leaky en küçük ortalamalar karesi (L-LMS) yaklaşımı

Diğer bir yaklaşım ise *Leaky*-LMS metodudur. Bu metod, unutma faktörü “ ν ” olarak bilinen bir yaklaşımı göstermektedir. Bu unutma faktörü sayesinde filtre Standart LMS ve N-LMS algoritmalarına oranla deneysel olarak yapılan çalışmalarda daha uygun sonuçlar verdiği gözlenmiştir. Seçilen bu unutma faktörü “ ν ” 0 ve 1 değerleri arasında pozitif bir değer olarak kullanılır. Genelde deneysel çalışmalarda 1’e yakın bir değer olarak (0.99 gibi) alınır (Zheng 1976, Morgan and Craig 1999). Fakat bu unutma faktörü uzun dönem geçerli olan filtre katsayıları için geçerlidir. Eğer, sistem dinamikleri sürekli değişiyorsa, unutma faktörü sistemde uyumsuzluk yaratabilir. Dolayısı ile kullanılacak sistemin dinamikleri iyi bilinmelidir. Metod eşitlikleri çizelge 2.9’ da verilmektedir (Larsen 2003).

Çizelge 2.9 Leaky_LMS filtresi

Başlangıç değerlerinin seçilmesi, Filtre çıktısının hesaplanması,
$\hat{y}_k = \varphi_k^T \hat{w}_{k-1},$
Beklenen hatanın hesaplanması,
$e_k = y_k - \hat{y}_k$
Parametre vektörünün güncellenmesi, Kullanılacak olan α ve μ değerlerinin sinyale göre belirlenmesi.
$\hat{w}(k+1) = \nu \hat{w}(k+1) + \varphi(k)e(k)$

2.10.3 leaky-normalleştirilmiş en küçük ortalamalar karesi (L-N-LMS) yaklaşımı

Diğer bir yaklaşım da yukarıdaki bahsedilen metodların ikisinin birlikte kullanıldığı *Leaky-Normalized-LMS* metodudur. Bu iki metod birleştirilirken her hangi bir bağlantı olmadığından pratikte bir problem çıkmamaktadır. Türetilmiş metod çizelge 2.10' da verilmektedir (Larsen 2003).

Çizelge 2.10 Leaky_Normalized_LMS filtresi eşitlikleri

Başlangıç değerlerinin seçilmesi,
Filtre çıktısının hesaplanması,

$$\hat{y}_k = \varphi_k^T \hat{w}_{k-1},$$

Beklenen hatanın hesaplanması,

$$e_k = y_k - \hat{y}_k$$

Parametre vektörünün güncellenmesi,
Kullanılacak olan α , ν ve μ değerlerinin sinyale göre belirlenmesi,

$$\hat{w}(k+1) = \nu \hat{w}(k+1) + \frac{\mu}{\alpha + \|\varphi\|^2} \varphi(k) e(k)$$

2.11 Sonuç

Çalışmanın bu bölümünde gürültülü sinyallerin iyileştirilmesi esnasında kullanılan filtreleme yöntemleri ve filtrelerden bahsedilmiştir. Lineer olmayan sinyallerin iyileştirilmesiyle ilgili olarak Kalman tabanlı filtrelerden tekli, birleşik ve ikili Kalman filtrelerinden ve bu filtrelerin algoritmalarına değinilmiştir. Daha önceki çalışmalar ve teorik bilgilerin ışığında lineer olmayan sinyallerin iyileştirilmesinde ikili filtreleme yöntemi diğer yöntemlerden daha uygun tahmin sonuçları sağlayabilmektedir. Çünkü bu filtreleme yönteminde hem durum iyileştirilmesi hem de parametre iyileştirilmesi yapılmaktadır. Birleşik filtreler de tekli filtrelerden daha uygun tahmin sonuçları vermektedir. Yine burada da hem durum hem de parametreler iyileştirilebilmektedir.

Lineer sinyallerde birleşik filtreleme yöntemi geçiş matrisinde bi-lineer bir çözüm ürettiğinden pek tercih edilmemektedir. Buradaki bi-lineer durum gürültülü sinyalin tahmin doğruluğunu düşürmektedir. Tekli filtreler lineer sinyallerde tahmin doğruluğu yüksek olsa da ikili filtrelerin (DKF) aynı zamanda parametre iyileştirmesinden tahmin doğruluğu ikili filtreleri yakalayamamaktadır.

Kalman tabanlı filtrelerin yanı sıra LMS filtresi ve geliştirilmiş metodlarından da bahsedilmiştir. Bu filtreler daha önceki çalışmalara dayanılarak lineer ses sinyallerinin iyileştirilmesinde geliştirilmiş metodlarıyla yeterli düzeyde tahmin sonuçları verdiği saptanmıştır.

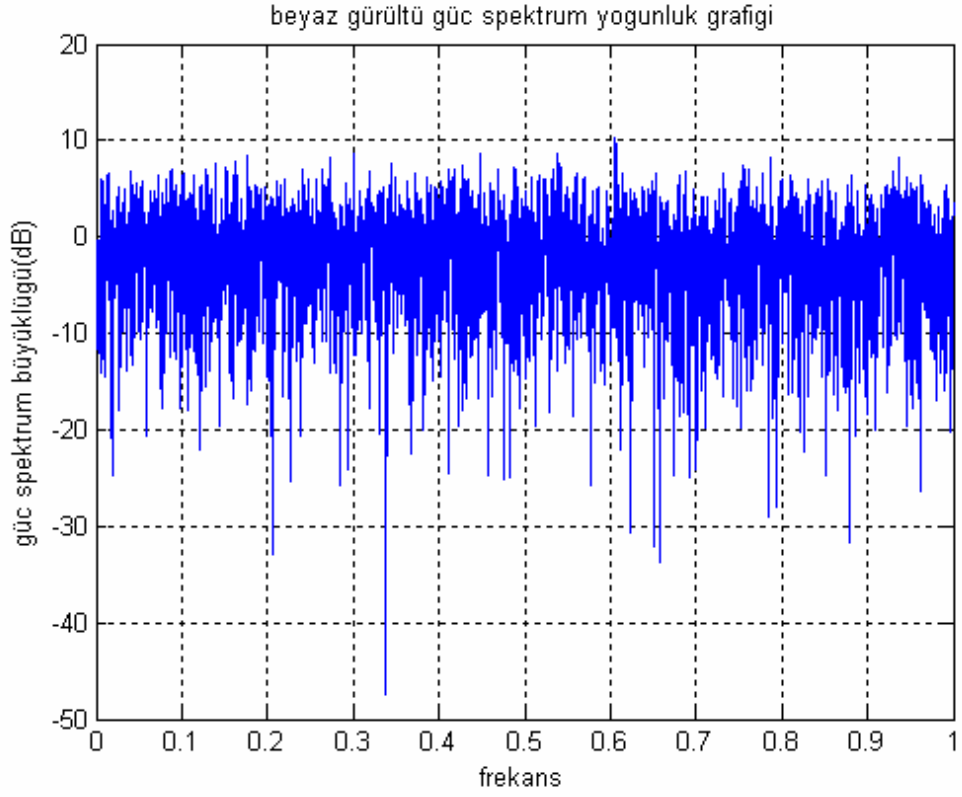
3. RENKLİ GÜRÜLTÜLÜ SİNYALLER

Günümüzde iletilen sinyaller bazı durumlarda renkli gürültülere maruz kalabilmektedir. Bu gürültüler bazen bir helikopter sesi, araba veya bir insan sesi olabilmektedir. Gürültü renkli olduğunda sinyallerde iyileştirme beyaz gürültülü durumdan daha zor olmaktadır. Çünkü sinyalin parametreleri ve kutupları daha fazla bozulmaktadır. Dolayısı ile iyileştirmek için farklı yöntemler kullanılmaktadır.

Renkli gürültülü sinyallerin iyileştirilmesinde filtrelerin tahmin doğruluğunu artırmak için durum-uzay modelinde bazı değişiklikler yapılmıştır (Gibson 1991, Wan and Nelson 2004). Böylece ses sinyali ve gürültü sinyalinin parametreleri birbirinden ayrılmış, sinyal parametreleri geçiş matrisinde kolaylıkla tahmin edilebilmiş, durumu da daha iyi kestirilebilmiştir.

3.1 Renkli Gürültü

Gürültü rasgele bir sinyal olmasına rağmen karakteristikleri istatistiki özelliklere sahiptir. Bu özellik güç spektrum yoğunluğuyla belirlenebilir. Güç spektrum yoğunluğundaki bu sınıflandırma renkli gürültünün tanımını vermektedir. Renkli gürültü, iki farklı uzayda verilerin birbiriyle iletişimli olmasıyla oluşmaktadır. Bu gürültülerde güç spektrum yoğunluğu (*Power Spektral Density*) beyaz gürültülerden farklıdır. Hangi özellikte gürültü ise yoğunluk grafiğinde o frekans değerlerinde tepeler oluşur. Beyaz gürültü, bütün frekans değerlerini kapsadığı için güç spektrum yoğunluğu bütün frekanslarda tepe oluşturur; her frekansta eşit yüksekliğe sahip olur, böylece düz bir yoğunluk grafiği oluşur. Şekil 3.1' de beyaz gürültünün güç yoğunluk grafiği gösterilmiştir.

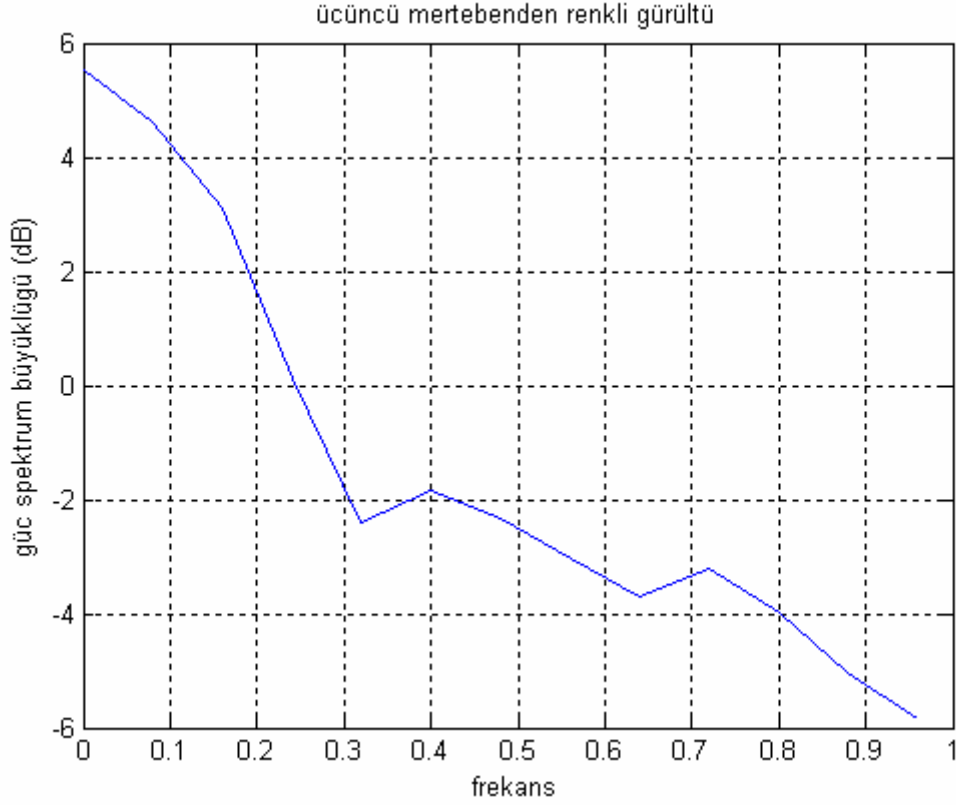


Şekil 3.1 Beyaz Gürültü Güç Spektrum Yoğunluğu

Şekil 3.1, 8000 Hz frekans kullanılarak elde edilmiştir. Frekans aralığı genişletildikçe şekildeki mavi çıkıntılar yoğunlaşmakta ve daha düz bir hal almaktadır. Renkli gürültülerde ise yoğunluk grafiği biraz daha farklıdır. Beyaz gürültüdeki gibi düz değildir. Üretilen veya var olan gürültünün frekansının var olduğu bölgelerde tepeler oluşmaktadır.

Renkli gürültüler çok farklı özelliklere sahip olmaktadır. Dolayısı ile güç spektrum yoğunlukları da farklı olmaktadır. Mavi bir gürültünün yoğunluğu pembe bir gürültünün yoğunluğundan farklıdır. Frekans aralığı bazen rengine göre bazen de gürültünün yapısına göre değişmektedir. Bir araba kornası, uçak sesi, insan sesi veya bir hayvan sesi farklı yoğunluk grafiklerine sahip olmakta ve grafikte birden fazla tepelerden

oluşabilmektedir. Şekil 3.2’ de üçüncü mertebeden üretilmiş bir renkli gürültü gösterilmiştir.



Şekil 3.2 Üçüncü Mertebeden Renkli Gürültünün Güç Spektrum Yoğunluğu

Renkli gürültülü sinyallerin iyileştirilmesinde (Gibson 1991) ve (Gordon 1993) durum-uzay modeline renkli gürültü durumunu da ekleyerek iyileştirmelerde standart Kalman filtresini kullanmışlardır. Sonuçlarında var olan ses sinyalinden renkli gürültüyü ayırarak uygun sonuç elde edebilmişlerdir.

Bu çalışmada önceki çalışmalardan farklı olarak bir başka insan sesi renkli gürültü olarak kabul edilmiştir. Yani iki insanın aynı anda konuştuğu düşünülerek birinci sinyal tahmin edilmeye çalışılmıştır. Durum-uzay modeli yine (Gibson 1991) ve (Wan and Nelson 2004)’deki model kullanılarak hesaplama yapılmıştır. Sinyal tahmini için ikili, birleşik ve tekli Kalman filtreleri kullanılmıştır.

3.2 Kalman Filtrelerinde Renkli Gürültülü Sinyallerin Modellenmesi

Kalman filtre eşitlikleri, gürültü renkli olduğunda değişmektedir. Durum-geçiş matrisine gürültünün durumunun da eklenmesi gerekir (Gibson 1991, Wan and Nelson 2004). Böylece tahmin esnasında sinyalin durumu hesaplanırken hem de gürültünün durumu da hesaplanabilmektedir. Durum-uzay modelinde sinyal lineer olmayabilir, fakat gürültü her zaman lineer AR (p) zaman süreciyle modellenir. Durum-uzay modelinden renkli gürültü, sinyalle birlikte tahmin edilebilir.

Renkli gürültülü durumlarda yüksek iterasyon, Kalman filtresinin tahmin doğruluğunu artırmaktadır (Gibson 1991). Kalman filtrelerinde durum-uzay modelleri lineer durumlar için 3.7 ve 8' de, lineer olmayan durumlar için 3.12 ve 13' te gösterilmektedir.

Maximum A Posteriori (MAP) hesaplanmasında,

$$(\hat{x}_k, \hat{n}_k) = \arg \max_{x_k, n_k} \rho_{x_k n_k | y_1^k w} \quad (3.1)$$

olarak tanımlanır ve birleşik olasılık eşitlik 3.2 gibi genişletilebilir (Wan and Nelson 2004),

$$\rho_{x_k n_k | y_1^k w} = \frac{\rho_{y_k | y_1^{k-1} x_k n_k w} \cdot \rho_{x_k n_k | y_1^{k-1} w} \cdot \rho_{y_1^{k-1} | w}}{\rho_{y_1^k | w}} \quad (3.2)$$

$y_k = x_k + n_k$ eşitliğine bağlı olarak, $\rho_{y_k | y_1^{k-1} x_k n_k w}$ *dirac_delta* fonksiyonu olarak tanımlanır. $\rho_{y_1^{k-1} | w}$ ve $\rho_{y_1^k | w}$ (Yoğunluklar) fonksiyonel olarak x_k ve n_k ' den bağımsızdır.

Maksimizasyon $\rho_{x_k n_k | y_1^k w}$ ve $\rho_{x_k n_k | y_1^{k-1} w}$ ' yle bağlantılı olduğundan $y_k = x_k + n_k$ birbirine eşittir. Bununla birlikte $\rho_{x_k n_k | y_1^{k-1} w}$, 3.3' teki gibi yazılabilir (Wan and Nelson 2004),

$$\rho_{x_k n_k | y_1^{k-1} w} = \rho_{x_k | y_1^{k-1} w} \cdot \rho_{n_k | y_1^{k-1} w} \quad (3.3)$$

3.1,2 ve 3' teki varsayımlar altında sinyal ve gürültü, istatistiksel olarak bağımsız kabul edilir. Eğer v_k ve $v_{n,k}$, sıfır ortalamalı gaussian ve beyaz gürültülü ise;

$$\rho_{x_k n_k | y_1^{k-1} w} = \frac{\rho_{x_0}}{\sqrt{2\pi p_k^-}} \exp\left(-\frac{(x_k - \hat{x}_k^-)^2}{2p_k^-}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi p_{n,k}^-}} \exp\left(-\frac{(n_k - \hat{n}_k^-)^2}{2p_{n,k}^-}\right) \quad (3.4)$$

olarak yazılır (Wan 1993). Burada $\hat{n}_k^- = E[n_k | \{y_t\}_{t=1}^{k-1}, w]$ ve $p_{n,k}^- = E[(n_k - \hat{n}_k^-)^2 | \{y_t\}_{t=1}^{k-1}, w]$ dir. Bu eşitliklerin negatif logaritmaları alınırsa, ilgili maliyet fonksiyonu 3.5' teki gibi olur,

$$J(x_k, n_k) = \frac{(x_k - \hat{x}_k^-)^2}{p_k^-} + \frac{(n_k - \hat{n}_k^-)^2}{p_{n,k}^-} \quad (3.5)$$

Beyaz gürültülü aşamada, \hat{x}_k ve \hat{n}_k ' nin istenilen MAP' ları üretilir. Birincil olarak geçmiş hesaplama istatistikleri \hat{x}_k ve p_k^- ; \hat{n}_k ve $p_{n,k}^-$ ' den hesaplanır (Wan and Nelson 2004).

3.2.1 Renkli gürültülü aşamada lineer model

Renkli aşamadaki AR (p) lineer fark denklemi 3.6' daki gibi gösterilir,

$$\begin{aligned} x_k &= \sum_{i=1}^M w_i x_{k-i} + v_k \\ y_k &= x_k + n_k \end{aligned} \quad (3.6)$$

Ölçüm gürültüsü, benzer şekilde AR(p) zaman serisine bağlı olarak modellenir. Vektörler, $x_{k-1} = [x_{k-1}, \dots, x_{k-M}]^T$ ve $n_{k-1} = [n_{k-1}, \dots, n_{k-M}]^T$ ' dir. Önceki ortalama ve varyans, eşitlik 3.7' deki gibi hesaplanır (Wan and Nelson 2004),

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^- &= w^T \hat{x}_{k-1} & p_k^- &= w^T P_{k-1} w \\ \hat{n}_k^- &= w_n^T \hat{n}_{k-1} & p_{n,k}^- &= w_n^T P_{n,k-1} w_n \end{aligned} \quad (3.7)$$

Hesaplanan \hat{x}_k (sinyal durumu) ve P_k (kovaryansı)' nin yanında bu modelde \hat{n}_k (gürültü durumu) ve $P_{n,k}$ (kovaryansı)' de hesaplanır. Bu eşitlikler doğrultusunda durum-uzay modeli tekrar oluşturulur.

3.2.2 Renkli gürültülü durum-uzay modeli

$y_k = x_k + n_k$ eşitliği, bazı özel durumlar içerir. Hesabın toplamında \hat{x}_k ve \hat{n}_k , y_k ' yi oluşturmaktadır ve varyansta aynı şekilde hesaplanmaktadır. Durum uzay modeli,

$$\begin{aligned} \xi_k &= A_c \xi_{k-1} + B_c v_{c,k} \\ \begin{bmatrix} x_k \\ n_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ n_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & B_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ v_{n,k} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$y_k = C_c \cdot \xi_k$$

$$y_k = [C \quad C_n] \cdot \begin{bmatrix} x_k \\ n_k \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

gibi tanımlanmaktadır. Burada,

$$A_n = \begin{bmatrix} w_n^{(1)} & w_n^{(2)} & \dots & w_n^{(M_n)} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_n = B_n^T = [1 \quad 0 \dots \quad 0] \quad (3.10)$$

olarak tanımlanır (Wan and Nelson 2004). Etki eden ölçüm gürültüsü ve süreç gürültüsü, sıfır ortalamalı beyaz gürültüdür ve kovaryansı,

$$V_c = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{v_n}^2 \end{bmatrix}, \text{ dır.} \quad (3.11)$$

Renkli gürültü için Kalman filtresi eşitliği, çizelge 3.1' deki gibidir (Wan and Nelson 2004). Bu aşamada ölçüm gürültüsü sıfır etkili seçildiğinde, sistemin durağanlığında problem oluşmaktadır. Dolayısı ile çok küçük pozitif bir değer seçilir. Bu durum renkli filtre eşitliklerinde gösterilmiştir.

Çizelge 3.1 Standart Kalman renkli gürültü eşitlikleri

<p>Durum Uzay Modeline bağlı olarak,</p> $\begin{bmatrix} x_k \\ n_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ n_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & B_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_k \\ v_{n,k} \end{bmatrix}$ $y_k = [C \quad C_n] \cdot \begin{bmatrix} x_k \\ n_k \end{bmatrix}$ <p>Başlangıç değerleriyle başla,</p> $\hat{\xi}_0 = E[\xi_0]$ $P_0 = E[(\xi_0 - \hat{\xi}_0)(\xi_0 - \hat{\xi}_0)^T]$ <p>$k \in \{1, \dots, \infty\}$ değerleri için kalman filtre zaman güncelleştirmeleri,</p> $\hat{\xi}_k^- = A_c \hat{\xi}_{k-1}$ $P_k^- = A_c P_{k-1} A_c^T + B_c V_c B_c^T$ <p>Ve ölçüm güncelleştirmeleri,</p> $K_k = P_k^- C_c^T (C_c P_k^- C_c^T + 0)^{-1}$ $\hat{\xi}_k = \hat{\xi}_k^- + K_k (y_k - C_c \hat{\xi}_k^-)$ $P_k = (I - K_k C_c) P_k^-$

3.2.3 Kalman filtrelerinde lineer olmayan durum-uzay modeli

Beyaz gürültülü aşamadaki gibi, model lineer değilse, sinyalin istatistiği pek uzun süre gausiyan kalmamaktadır. Burada yeni bir çözüm gereklidir. EKF bunun için yeni bir yaklaşım kullanır. Renkli gürültü için durum-uzay modeli 3.12 ve 3.13' deki gibidir (Wan and Nelson 2004),

$$\begin{aligned}\xi_k &= F_c(\xi_{k-1}, w, w_n) + B_c \cdot v_{c,k} \\ \begin{bmatrix} x_k \\ n_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F(x_{k-1}, w) \\ A_n \cdot n_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & B_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_k \\ v_{n,k} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}y_k &= C_c \cdot \xi_k \\ y_k &= [C \quad C_n] \begin{bmatrix} x_k \\ n_k \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.13)$$

Genişletilmiş Kalman filtresinde gürültünün lineer olmayan AR(p) serisinden üretildiği kabul edilir. Sinyal algoritmaları için benzer yaklaşım, beyaz gürültüde olduğu gibi burada da uygulanır.

$$A_k \square \frac{\partial F(x, w)}{\partial w} \Big|_{x=\hat{x}_k} \quad (3.14)$$

Durum geçiş matrisi birleştirilirse,

$$A_{c,k} \square \begin{bmatrix} A_k & 0 \\ 0 & A_n \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

değerini alır (Wan and Nelson 2004). Zaman güncelleştirmeleri dışında eşitlikler aynıdır. Zaman güncelleştirmeleri tekrar türetilerek çizelge 3.2’ deki gibi verilmektedir (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 3.2 Genişletilmiş Kalman lineer olmayan eşitliği

3.12 ve 3.13’ deki durum uzay modeline bağlı olarak,

$$\begin{aligned}\hat{\xi}_k^- &= F_c(\hat{\xi}_{k-1}, w, w_n) \\ P_k^- &= A_{c,k-1} P_{k-1} A_{c,k-1}^T + B_c V_c B_c^T\end{aligned}$$

3.3 İkili Genişletilmiş Kalman Filtresi Renkli Gürültülü Eşitlikleri

İkili genişletilmiş Kalman filtresinin renkli gürültü AR (p) modeli 3.16' daki gibi verilmektedir,

$$n_k = \sum_{i=1}^{M_n} a_n^{(i)} n_{k-i} + v_{n,k}, \quad (3.16)$$

Burada $a_n^{(i)}$ bilinmeyen parametreleri, $v_{n,k}$ da $\sigma_{v_n}^2$ varyansına sahip beyaz gausiyan bir süreci gösterir. Ürün $y_k = x_k + n_k$, \hat{x}_k ve \hat{n}_k nin toplamından y_k iki sinyalin durum-uzay modeli gibi değiştirilir (Wan and Nelson 2004).

$$\xi_k = F_c(\xi_{k-1}, w, w_n) + B_c v_{c,k}, \quad (3.17)$$

$$\begin{bmatrix} x_k \\ n_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(x_{k-1}, w) \\ A_n \cdot n_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & B_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ v_{n,k} \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

$$y_k = C_c \xi_k, \quad (3.19)$$

$$y_k = [C \quad C_n] \begin{bmatrix} x_k \\ n_k \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

Burada ,

$$A_n = \begin{bmatrix} a_n^{(1)} & a_n^{(2)} & \dots & a_n^{(M_n)} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_n = B_n^T = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]. \quad (3.21)$$

olarak gösterilir (Wan and Nelson 2004). Etkili ölçüm gürültüsü sıfırdır ve süreç gürültüsü $v_{c,k}$ beyaz ve kovaryansı,

$$V_c = \begin{bmatrix} \sigma_v^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{v_n}^2 \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

matrisini oluşturur (Wan and Nelson 2004). \hat{h}_k , ikinci sinyal gibi görüldüğünden, eşit zamanlı olarak x_k ile birlikte hesaplanır. Buradan da $\rho_{x_1^N w | y_1^N}$ 'nin yerine $\rho_{x_1^N n_1^N w | y_1^N}$ maksimize edilirse;

$$\rho_{x_1^N n_1^N w | y_1^N} = \frac{\rho_{y_1^N x_1^N n_1^N | w} \rho_w}{\rho_{y_1^N}} \quad (3.23)$$

olur, (w hakkındaki önceki bilginin yokluğundan) $\rho_{x_1^N n_1^N w | y_1^N}$ olarak maksimize edilir. Maliyet fonksiyonları, bu yaklaşımdan yola çıkılarak bir birleşik ya da marjinal maliyet gibi katagorize edilir ve türevleri beyaz gürültülü aşama gibi olur. Renkli gürültü için ikili genişletilmiş Kalman filtre (DEKF) eşitlikleri çizelge 3.3' te verilmektedir (Wan and Nelson 2004).

3.4 Birleşik (Joint) Hesaplama Formu

İlgili ağırlık maliyet fonksiyonu ve hata terimi, çözülmüş yaklaşım için çizelge 3.4' te verilmiştir (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 3.3 İkili Renkli gürültülü genişletilmiş Kalman filtresi

3.12 ve 3.13' deki durum-uzay modeline bağlı olarak başlangıç değerleriyle başlanırsa,

$$\hat{w}_0 = E[w], P_{w_0} = E[(w - \hat{w}_0)(w - \hat{w}_0)^T],$$

$$\hat{\xi}_0 = E[\xi_0], P_{\xi_0} = E[(\xi_0 - \hat{\xi}_0)(\xi_0 - \hat{\xi}_0)^T],$$

$k \in \{1, \dots, \infty\}$, değerleri için zaman güncelleştirme eşitlikleri parametre filtresi için

$$\hat{w}_k^- = \hat{w}_{k-1}$$

$$P_{w_k}^- = P_{w_{k-1}} + R_{k-1}^r$$

Sinyal filtresi için ,

$$\hat{\xi}_k^- = F(\hat{\xi}_{k-1}, \hat{w}_k^-),$$

$$P_{\xi_k}^- = A_{k-1} P_{\xi_{k-1}} A_{k-1}^T + B_c R_c^v B_c^T$$

Ölçüm güncelleme eşitlikleri sinyal filtresi için,

$$K_k^\xi = P_{\xi_k}^- C_c^T (C_c P_{\xi_k}^- C_c^T)^{-1},$$

$$\hat{\xi}_k = \hat{\xi}_k^- + K_k^\xi (y_k - C_c \hat{\xi}_k^-),$$

$$P_{\xi_k} = (I - K_k^\xi C_c) P_{\xi_k}^-,$$

Parametre filtresi için ölçüm güncelleştirme eşitlikleri,

$$K_k^w = P_{w_k}^- (C_k^w)^T [C_k^w P_{w_k}^- (C_k^w)^T + R^e]^{-1},$$

$$\hat{w}_k = \hat{w}_k^- + K_k^w e_k,$$

$$P_{w_k} = (I - K_k^w C_k^w) P_{w_k}^-,$$

Burada ,

$$A_{k-1} \square \frac{\partial F(\xi, \hat{w}_k^-, a_n)}{\partial \xi} \Big|_{\hat{\xi}_{k-1}}, \quad e_k = y_k - C_c \hat{\xi}_k^-, \quad C_k^w \square - \frac{\partial e_k}{\partial w} = C_c \frac{\partial \hat{\xi}_k^-}{\partial w} \Big|_{w=\hat{w}_k^-}$$

e_k ve C_k^w 'nin tanımları ağırlık hesabı için kullanılan maliyet fonksiyonuna bağlıdır.

İlgili parametre maliyet fonksiyonu ve hata terimleri, çizelge 3.4 ve 3.5' te gösterilmektedir (Wan and Nelson 2004). Burada,

$$\varepsilon_k \square y_k - (\hat{x}_k^- + \hat{n}_k^-), l_{\varepsilon,k} = \frac{\sigma_{\varepsilon,k}^2}{3\varepsilon_k^2 - 2\sigma_{\varepsilon,k}^2}, \text{ dir.} \quad (3.24)$$

Çizelge 3.4 Birleşik maliyet fonksiyonu renkli gürültü, DEKF parametre filtresi için gözlem hata terimleri

$$J(\hat{x}_1^k, \hat{n}_1^k, w) + \sum_{t=1}^k \left[\frac{(\hat{x}_t - \hat{x}_t^-)^2}{\sigma_v^2} + \frac{(\hat{n}_t - \hat{n}_t^-)^2}{\sigma_{v_n}^2} \right], \text{ ya da } J_k = \sum_{t=1}^k \left(\frac{\tilde{x}_k^2}{\sigma_v^2} + \frac{\tilde{n}_k^2}{\sigma_{v_n}^2} \right),$$

$$e_k \square \begin{bmatrix} \sigma_v^{-1} \tilde{x}_k \\ \sigma_{v_n}^2 \tilde{n}_k \end{bmatrix}, \quad C_k^w = - \begin{bmatrix} \sigma_v^{-1} \nabla_w^T \tilde{x}_k \\ \sigma_{v_n}^{-1} \nabla_w^T \tilde{n}_k \end{bmatrix}$$

Çizelge3.5 Maksimum olasılık maliyet fonksiyonu, DEKF parametre filtresi için gözlem hata terimleri

$$J_c^{ml}(w) = \sum_{k=1}^N \left[\log(2\pi\sigma_{\varepsilon_k}^2) + \frac{(y_k - \hat{x}_k^- - \hat{n}_k^-)^2}{\sigma_{\varepsilon_k}^2} \right],$$

$$e_k \square \begin{bmatrix} (l_{\varepsilon,k})^{1/2} \\ \sigma_{\varepsilon_k}^{-1} \varepsilon_k \end{bmatrix}, \quad C_k^w = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \frac{(l_{\varepsilon,k})^{-1/2}}{\sigma_{\varepsilon_k}^2} \nabla_w^T (\sigma_{\varepsilon_k}^2) \\ -\frac{1}{2} \nabla_w^T \varepsilon_k + \frac{\varepsilon_k}{2(\sigma_{\varepsilon_k}^2)^{3/2}} \nabla_w^T (\sigma_{\varepsilon_k}^2) \end{bmatrix}$$

3.4.1 Marjinal hesaplama formu – tahmin hata maliyeti

Eğer $\sigma_{\varepsilon_k}^2$, w ’ dan bağımsız kabul edilirse, tahmin hata maliyeti çizelge 3.6’daki gibi olur (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 3.6 Renkli Gürültü tahmin hata maliyet fonksiyonu, DEKF parametre filtresi için gözlem hata maliyeti

$$J_c^{pe}(w) = \sum_{k=1}^N \varepsilon_k^2 = \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{x}_k^- - \hat{n}_k^-)^2,$$

$$e_k = y_k - \hat{n}_k^- - \hat{x}_k^-, \quad C_k^w = -\nabla_w \hat{x}_k^-$$

3.5 Birleşik Kalman Filtresi Renkli Gürültülü Aşama

Eğer gürültü renkli ise, model için birleşik maliyet fonksiyonu,

$$J(x_1^N, n_1^N, w) = \sum_{k=1}^N \left(\frac{(x_k - x_k^-)^2}{\sigma_v^2} + \frac{(n_k - n_k^-)^2}{\sigma_{v_n}^2} \right) \quad (3.25)$$

olarak tanımlanır (Wan and Nelson 2004). $\{y_k\}_1^N = \{x_k\}_1^N + \{n_k\}_1^N$ yapısı minimize edildiğinde, sinyal, gürültü ve parametre eldeki verilerden, olasılığa bağlı olarak hesaplanabilir. Bununla birlikte sıralı hesaplama akış hesabı için \hat{x}_k, \hat{n}_k ve \hat{w}_k 3.26' daki gibi bulunur (Wan and Nelson 2004),

$$(\hat{x}_k, \hat{n}_k, \hat{w}_k) = \arg \max_{x_k, n_k, w} \rho_{x_k, n_k, w | y_1^k} \quad (3.26)$$

Bu hesaplama, maliyet fonksiyonuna bağlı olarak $J(x_1^k, n_1^k, w)$; verilerin k zamanına kadar en uygundur. Beyaz gürültülü aşamada durum-uzay modeli, sıralı eşitliklerinin gelişimine olanak sağlar. Bu zamandaki birleşik durum vektörü,

$$\zeta_k \square \begin{bmatrix} x_k \\ n_k \\ w_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_k \\ w_k \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

olarak tanımlanır (Wan and Nelson 2004). Yoğunluk $\rho_{\zeta_k | \mathcal{D}_1^k}$, ζ_k değerine bağlı olarak maksimize edilir ve istenilen \hat{x}_k, \hat{n}_k ve \hat{w}_k değerleri elde edilir. Böylece maliyet fonksiyonunu $J(x_1^k, n_1^k, w)$ minimize eder.

3.5.1 Birleşik lineer model

Lineer model eşitliği yine ikinci bölümde tanımlanmış olan lineer durum-uzay modeline bağlı olarak tanımlanır. Ölçüm gürültülerinin AR(p) serisinden modellendiği kabul edilir.

ζ_k 'nin hesabı, genişletilmiş Kalman filtresi ile birlikte birleşik hesaplama için durum – uzay modeli 3.28' deki gibi tanımlanır (Wan and Nelson 2004),

$$\begin{aligned} \zeta_k &= \bar{F}_c(\zeta_{k-1}) + \bar{B}(v_k, v_{n,k}, u_k) \\ \begin{bmatrix} \xi_k \\ w_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{c,k-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_c \cdot v_{c,k} \\ u_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} y_{k=} & \bar{C} \cdot \zeta_k \\ y_{k=} & [C \quad C_n \quad 0 \dots 0] \cdot \begin{bmatrix} \xi_k \\ w_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Önceki tanımlandığı gibi $A_{c,k} \square \begin{bmatrix} A_k & 0 \\ 0 & A_n \end{bmatrix}$, dır (Wan and Nelson 2004). Beyaz gürültülü aşamaya bağlı olarak $A_{k-1} \cdot x_{k-1}$ çarpımı *bi-linear* bir fonksiyon üretir. Bundan dolayı durum eşitliği lineer değildir ve EKF uygulanır.

3.5.2 Birleşik genişletilmiş Kalman filtresi –renkli gürültülü aşama

Birleşik durum ζ_k ile ilgili olarak $\bar{F}_c(\zeta_k)$ EKF’deki lineerizasyonla, kullanılan tanım 3.30’deki gibi olur,

$$\bar{A}_{c,k} \square \frac{\partial \bar{F}_c(\zeta)}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\zeta_k} = \begin{bmatrix} A_{c,k} & \begin{bmatrix} \hat{x}_k^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Birleşik gürültü kovaryansı,

$$\bar{V}_{c,k} \square Cov \begin{bmatrix} B_c v_{c,k} \\ u_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \sigma_v^2 B^T & 0 & 0 \\ 0 & B_n \sigma_{v_n}^2 & 0 \\ 0 & 0 & U \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

olarak verilir (Wan and Nelson 2004). Renkli gürültü için birleşik genişletilmiş kalman filtresi (JEKF) eşitlikleri çizelge 3.7’de verilmektedir (Wan and Nelson 2004).

Çizelge 3.7 Birleşik genişletilmiş Kalman filtre eşitlikleri

<p>3.27 ve 3.28'deki durum uzay modeline bağlı olarak başlangıç değerleriyle başlanırsa,</p> $\hat{\zeta}_0 = E[\zeta_0]$ $P_0 = E[(\zeta_0 - \hat{\zeta}_0)(\zeta_0 - \hat{\zeta}_0)^T]$ <p>$k \in \{1, \dots, \infty\}$ değerleri için kalman filtre zaman güncelleştirme eşitlikleri</p> $\hat{\zeta}_k^- = \bar{F}_c(\hat{\zeta}_{k-1})$ $P_k^- = \bar{A}_{c,k-1} P_{k-1} \bar{A}_{c,k-1}^T + \bar{V}_{c,k}$ <p>Ölçüm güncelleştirme eşitlikleri,</p> $\bar{K}_k = P_k^- \bar{C}_c^T (\bar{C}_c P_k^- \bar{C}_c^T + 0)^{-1}$ $\hat{\zeta}_k = \hat{\zeta}_k^- + \bar{K}_k (y_k - \bar{C}_c \hat{\zeta}_k^-)$ $P_k = (I - \bar{K}_k \bar{C}_c) P_k^-$

3.5.3 Lineer olmayan modelin renkli gürültü aşaması

Zaman serileri, lineer olmayan AR (p) modeline bağlı olarak üretilirse, sadece bu bölümde değişiklik $\bar{F}_c(\zeta_{k-1})$ için tekrar tanımlanır.

$$\bar{F}_c(\zeta_{k-1}) \square \begin{bmatrix} F_c(x_{k-1}, w_{k-1}) \\ I \cdot w_{k-1} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

ve paralel olarak,

$$\bar{A}_{c,k} \square \frac{\partial \bar{F}_c(\zeta)}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=\hat{\zeta}_k} = \begin{bmatrix} A_{c,k} & \begin{bmatrix} H_k \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} A_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_{n,k} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\hat{x}_k, \mathbf{w})^T}{\partial \mathbf{w}} \\ \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Bu iki tanım lineer modelle birlikte geçerlidir.

3.6 Sonuç

Bu bölümde önceki bölümlerden farklı olarak sinyallerin renkli gürültülü durumda algoritmaları ve daha önce yapılmış olan çalışmalarından bahsedilmiştir. Beyaz gürültülü aşamada durum-uzay modelinin durum matrisine gürültü katılmamıştı. Fakat renkli gürültülü aşamada renkli gürültünün modellenerek durum-uzay modeline dahil edilmesi gerekmiştir (Gibson 1991). Böylece durum matrisinin boyutuna renkli gürültünün model derecesi ilave olarak boyutu büyümüştür. Çünkü modellenme esnasında renkli gürültünün de modeline ihtiyaç duyulmaktadır (Gibson 1991, Wan and Nelson 2004).

Filtreleme esnasında birleşik modelde de aynı işlem yapılarak model durum matrisinin boyutu gürültünün model derecesi de katılarak artırılmıştır. Hesaplamalar bu durum-uzay modeli üzerinden yapılmıştır. Beyaz gürültülü sinyalin hesabında olduğu gibi renkli gürültülü aşamada da *bi-linear* bir durum oluştuğu için standart Kalman filtresi kullanılamamıştır, hesaplamalar EKF ve UKF üzerinden yapılmıştır (Wan and Nelson 2004).

Bu çalışmada daha öncekilerden farklı olarak renkli gürültü başka bir insan sesi olarak seçilmiş, model iki ayrı sesle birlikte modellenmiştir. Teorik olarak renkli gürültüde olduğu gibi yalnızca durum matrisinde büyüme olmuştur.

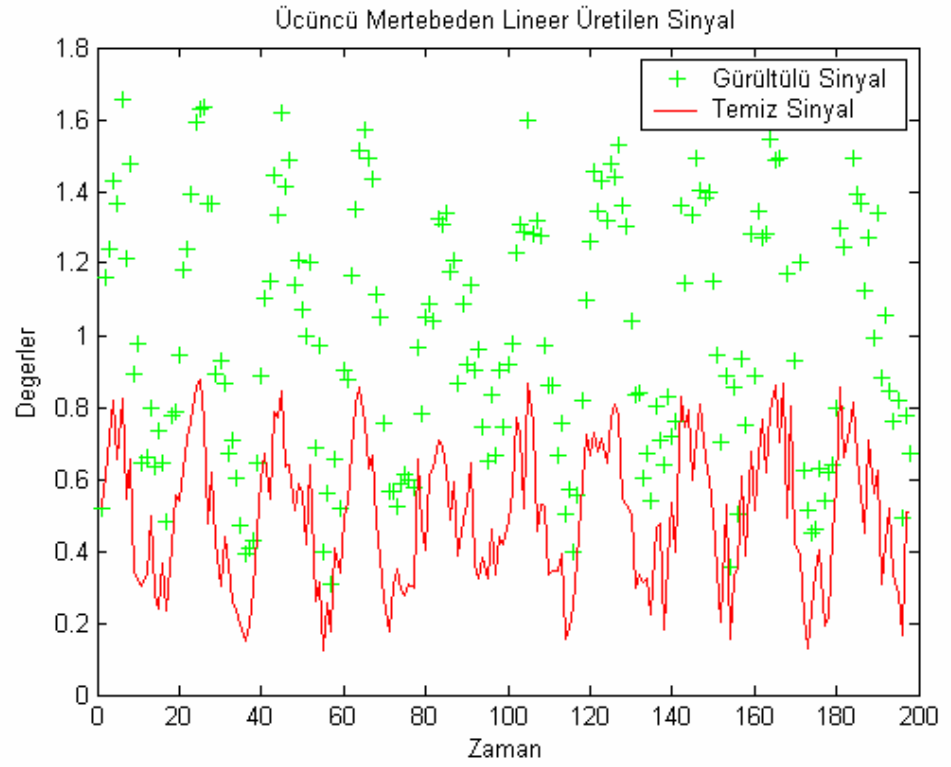
4. SİNYALLERDE MODELLEME, SİMULASYON ve TAHMİN

Önceki bölümlerdeki eşitlikler ve varsayımlara dayanılarak, bu bölümde farklı dinamiklere ve farklı model derecelerine sahip olan sinyallerin Kalman tabanlı ve LMS tabanlı filtrelerle durum ve parametre tahminleri yapılmıştır. Sinyallerde gürültü; beyaz gürültüler, SNR değerine bağlı beyaz gürültüler veya renkli gürültüler eklenerek yapılmıştır.

$$SNR \square 10 \log_{10} \frac{\frac{1}{L} \sum_{n=1}^L x^2(n)}{\frac{1}{L} \sum_{n=1}^L \{x(n) - \tilde{x}(n)\}^2} (dB) \quad (4.1)$$

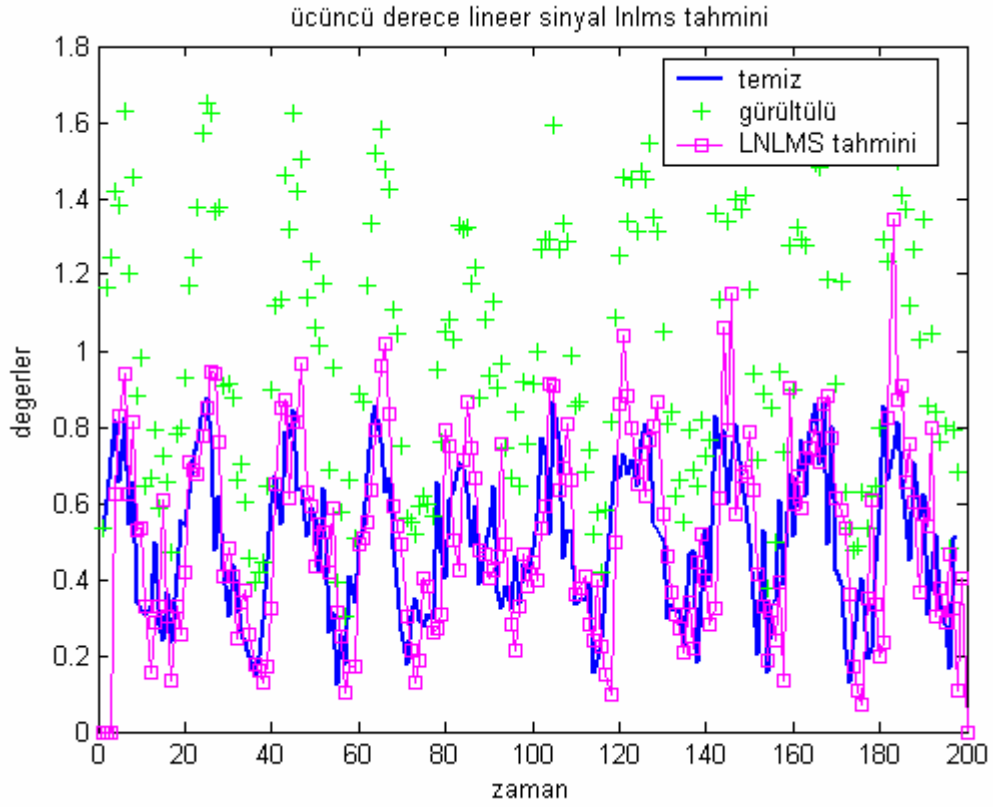
Burada x ve \tilde{x} sırasıyla, temiz sinyal ve ölçümü temsil etmektedir. L ise veri uzunluğudur.

İlk çalışmada lineer dinamiklere sahip AR(3) zaman serisine bağlı olarak modellenen sinyal, farklı filtrelerle beyaz gürültülü ortamda iyileştirilmeye çalışılmıştır. Kullanılan sinyal şekil 4.1' de gösterilmektedir. Sinyalin model parametreleri Yule–Walker metoduyla hesaplanmış, filtreleme esnasında kullanılacak ilk değerleri $p_{1,2,3} = -0.7886 - 0.6506 - 0.4643$ olarak belirlenmiştir. Sinyaldeki durum iyileştirmesi bu parametrelere bağlı olarak yapılmıştır.



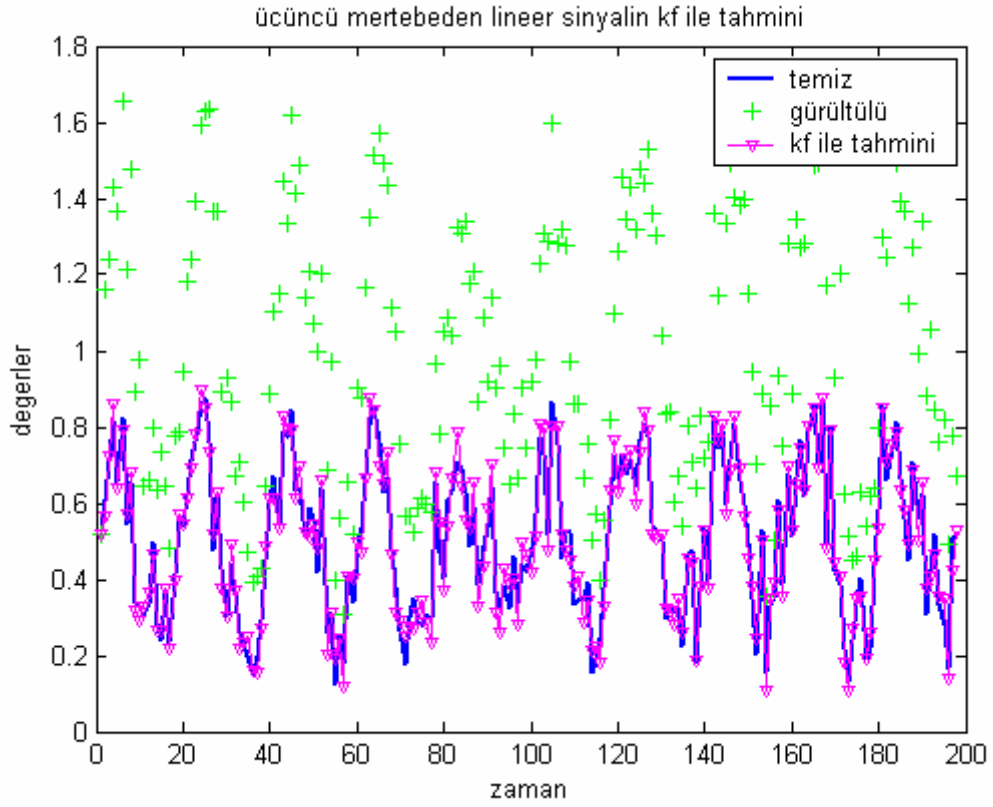
Şekil 4.1 Üçüncü Derece Lineer Sinyal

Şekil 4.1' deki gürültülü sinyalin Kalman tabanlı ve LMS tabanlı filtrelerde vermiş olduğu iyileştirme sonuçları aşağıdaki grafiklerde gösterilmektedir.



Şekil 4.2 Leaky_Normalized_LMS Filtresi Tahmin Çıktısı

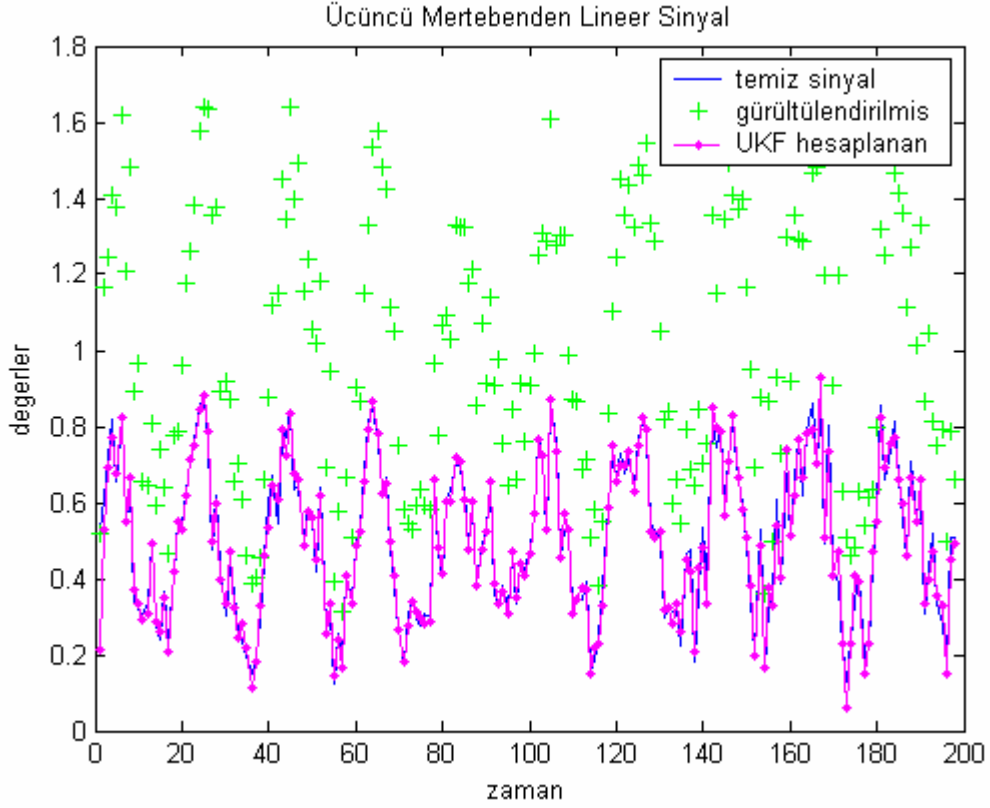
Şekil 4.2’de, lineer sinyalin L_N_LMS filtresiyle yapılan iyileştirilmesi gösterilmektedir. Filtre sinyalin tahmininde, iniş-çıkışların yüksek olduğu yerlerde kestirim performansını düşürmekte, düz olduğu yerlerde yükseltmektedir. Sinyalin iniş-çıkışlarında yeterli performansı yakalayamamıştır. Sebebi ise filtre yeteri düzeyde ortalama kare hatasını minimize edememiştir. Çünkü filtrenin çalışma mantığı itibariyle daha fazla iterasyona ihtiyaç duymasındandır. Bunun yanı sıra, L_N_LMS filtresi LMS tabanlı filtrelerle karşılaştırıldığında sinyallerin iyileştirilmesi en küçük ortalama kare hatası vermektedir (Larsen --). Kestirim doğruluğu, bu sinyal için diğer LMS filtrelerinden (LMS, L_LMS (Leaky Least Mean Square), N_LMS (Normalized Least Mean Square)) daha uygundur.



Şekil 4.3 Üçüncü Derece Lineer Sinyal Standart Kalman Filtre Çıktısı

Şekil 4.3 standart Kalman filtresinin aynı sinyal üzerinde vermiş olduğu tahmin sonucunu göstermektedir. Görüldüğü üzere Kalman filtresi L_N LMS filtresine oranla tahmin doğruluğu daha yüksektir. Bu sinyalin tahmininde ortalama kare hatasını LMS tabanlı filtrelerden daha iyi minimize ederek istenilen kestirim sonucunu vermiştir. Çünkü lineer sinyallerin tahmininde standart Kalman filtresi beyaz gürültülü ortamda, gausiyen süreç ve gözlem gürültüleriyle istenilen performansı sağlayabilmektedir. Hata kare ortalamasının indirgenmesinde LMS filtrelerinden daha uygun sonuçlar vermektedir. Çünkü LMS filtrelerinde olduğu gibi yüksek düzeyde tekrara ihtiyaç duymamaktadır. Durum ve kovaryans güncellemesi, Kalman filtresinin çalışmasında lineer sinyaller için istenilen tahmin sonuçlarını sağlamaktadır. 30 kez çalıştırılan filtreler için *monte-carlo* simülasyonunda da Kalman filtresinin L_N LMS filtresinden daha uygun bir kestirici olduğu gözlenmektedir. Simülasyon eğrisi Şekil 4.7’de gösterilmiştir.

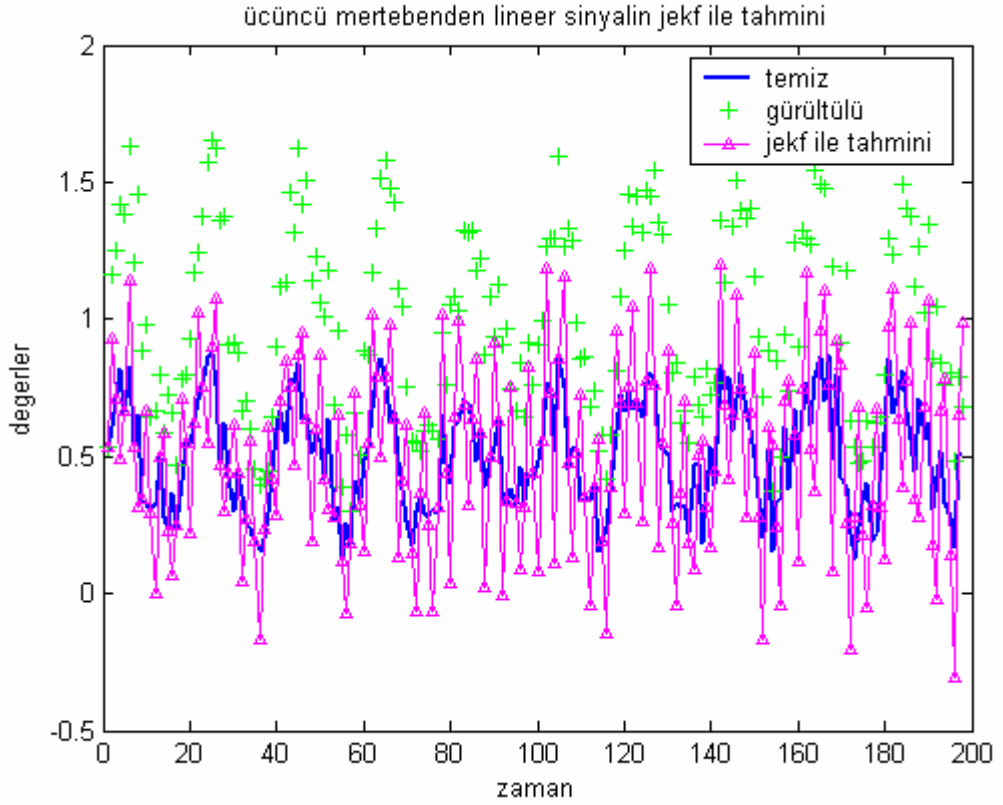
Aynı sinyal *unscented* Kalman filtresiyle tahmin edildiğinde şekil 4.4' te görüldüğü gibi bir sonuç ortaya çıkmaktadır.



Şekil 4.4 Unscented Kalman Filtre Tahmin Sonucu

Bu filtre, genelde lineer olmayan ortamdaki sinyallerde ve sistemlerde uygun sonuçlar sağlamaktadır (Wan and Nelson 2004). Şekil 4.4 incelendiğinde filtre özellikle sinyalin iniş-çıkış yaptığı bölgelerde kestirim kaybına uğramamıştır. Bunun yanında lineer sinyallerde de vermiş olduğu sonuçlar yine LMS tabanlı filtrelerle karşılaştırıldığında daha iyi olduğu gözlenmektedir. Çünkü standart Kalman filtresinde olduğu gibi *unscented* Kalman filtresi de gausiyan süreç ve gözlem gürültüsüyle istenilen tahmin sonucunu sağlayabilmektedir. LMS tabanlı filtreler ne kadar çok tekrar yapılırsa lineer sinyallerde o kadar başarılı olabilmektedir. Sinyal tahmininde bu durumda performansa etkisi vardır.

Diğer taraftan metodun eşitliklerinin karmaşıklığı göz önünde bulundurulduğunda standart Kalman filtresine oranla daha zayıf kalmakta, filtreleme esnasındaki çalışma hızı ise standart Kalman filtresi ve LMS tabanlı filtreleere oranla daha yavaş olmaktadır. Yine de *unscented* Kalman filtresi, LMS tabanlı filtreleere lineer sinyaller için alternatif olabilmektedir.

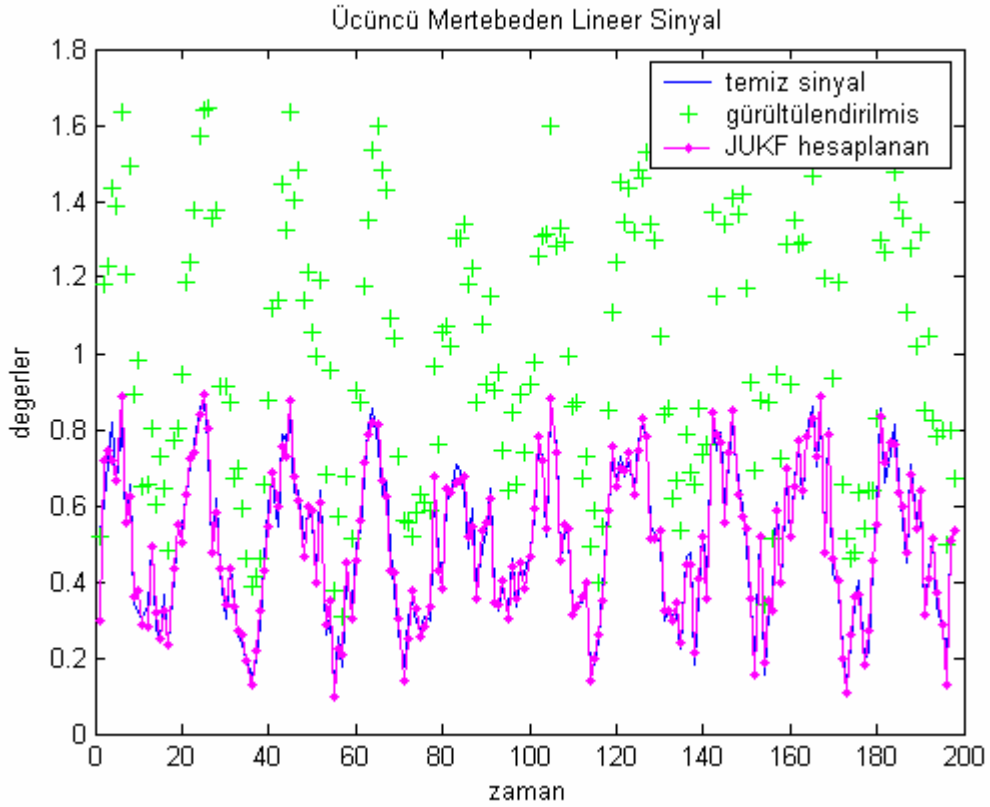


Şekil 4.5 Birleşik EKF Filtre Tahmin sonucu

Şekil 4.5 Birleşik genişletilmiş Kalman filtresinin (JEKF) aynı sinyal üzerinde vermiş olduğu iyileştirme sonuçlarını göstermektedir. JEKF kestirim esnasında özellikle sinyalin iniş-çıkış yaptığı bölgelerde büyük kayıplara uğramıştır. Filtre tahmin doğruluğunu büyük oranda kaçırmıştır. Hata karesi ortalamasına bakıldığında; standart *unscented* ve *L_N_LMS* filtresinden daha yüksek hatalı sonuç verdiği, bu sinyal için uygun bir kestirici olmadığı gözlenmektedir. Bunun sebebi ikinci ünite de bahsedildiği üzere durum matrisinde parametrelerin tekrar kestirilme gereksiniminden kaynaklanmaktadır. Bu durum *bi-linear* bir hesaplama gerektirmiştir. Bu da sinyalin,

lineer olarak kullanılmasının önüne geçmiş ve lineer olmayan bir tahmin gerekliliği doğurmuştur. Dolayısıyla lineer sinyalde kestiricinin tahmin doğruluğu lineer olmayan bir hesaplama gerekliliğinden filtrenin performansında azalma sağlamıştır. Böylece kestiricinin bu sinyal için uygun bir kestirici olmadığı gözlenmiştir.

Diğer bir tahmin edici ise JUKF (Birleşik Unscented Kalman Filtresi)' dir. Bu Filtre daha çok genişletilmiş Kalman filtresinin lineer olmayan ortamlarda tahmin esnasında filtrenin iraksama probleminde karşı türetilmiş bir versiyonu olduğu için, lineer olmayan sinyallerde daha uygun sonuçlar sağlayabilmektedir (Wan and Nelson 2004). Tahmin doğruluğuna bakıldığında standart Kalman filtresine lineer ortamlarda alternatif olmasa da LMS tabanlı filtrelerden daha başarılı bir filtredir.

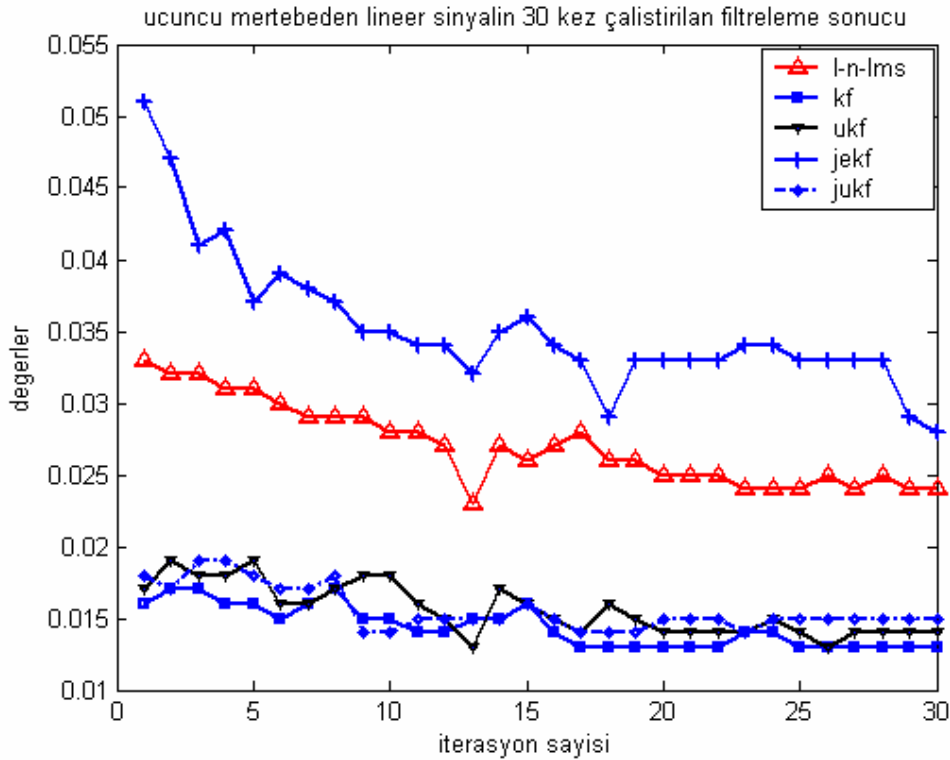


Şekil 4.6 Birleşik Unscented Kalman Filtresi Tahmini sonucu

Bu filtrede de aynı *bi-lineer* durum söz konusu olmasına rağmen kestirim doğruluğu

JEKF' den daha iyi çıkmıştır. Çünkü *unscented* Kalman filtresi dönüşüm esnasında doğrusallaştırmadaki türevle uğraşmamıştır. Belirli seçilen sigma noktaları üzerinden dönüşüm sağlandığı için JEKF kadar bir kayıp söz konusu olmamıştır. Aynı zamanda filtrede doğrusallaştırmaya bağlı olarak ortalama ve kovaryans sapması da söz konusu değildir.

Gözlemlere ve teorik bilgilere dayanılarak, standart Kalman filtresi, diğer sinyallere oranla daha uygun sonuçlar vermiştir. *Monte-carlo* simulasyon sonucuna bakıldığında başlangıçtan tekarın sonuna kadar standart Kalman filtresi hata oranı belirli aralıklarda seyretmektedir. Filtrenin performansı, sinyal için istenilen düzeydedir. Standart Kalman filtresinin yanı sıra JUKF ve UKF filtresinin tahmin doğruluğu da diğer filtrelerden uygun çıkmıştır. Fakat bu iki filtrenin dezavantajları, filtrelerin çalışma zamanı ve algoritma karmaşıklığıdır. Genel itibariyle standart Kalman filtresi kullanılan sinyal için en uygun sonucu vermiştir. Filtrelerin hata kareleri ortalamaları çizelge 4.1' de verilmiştir.



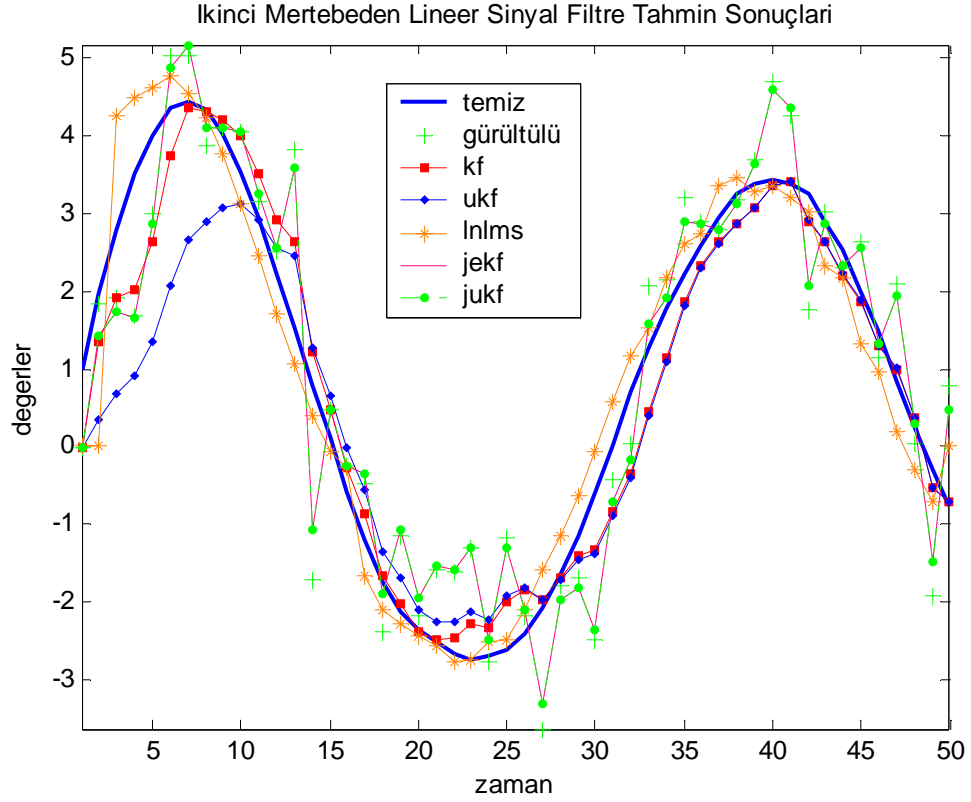
Şekil 4.7 Lineer Sinyalin Hata Kareleri Ortalama Sonuçları

Çizelge 4.1 Üçüncü Derece Lineer Sinyal Hata Kareleri Ortalamaları

HATA	FİLTRE	DEGER
MSE	LNLMS	0.033
MSE	KF	0.016
MSE	UKF	0.017
MSE	JEKF	0.051
MSE	JUKF	0.018

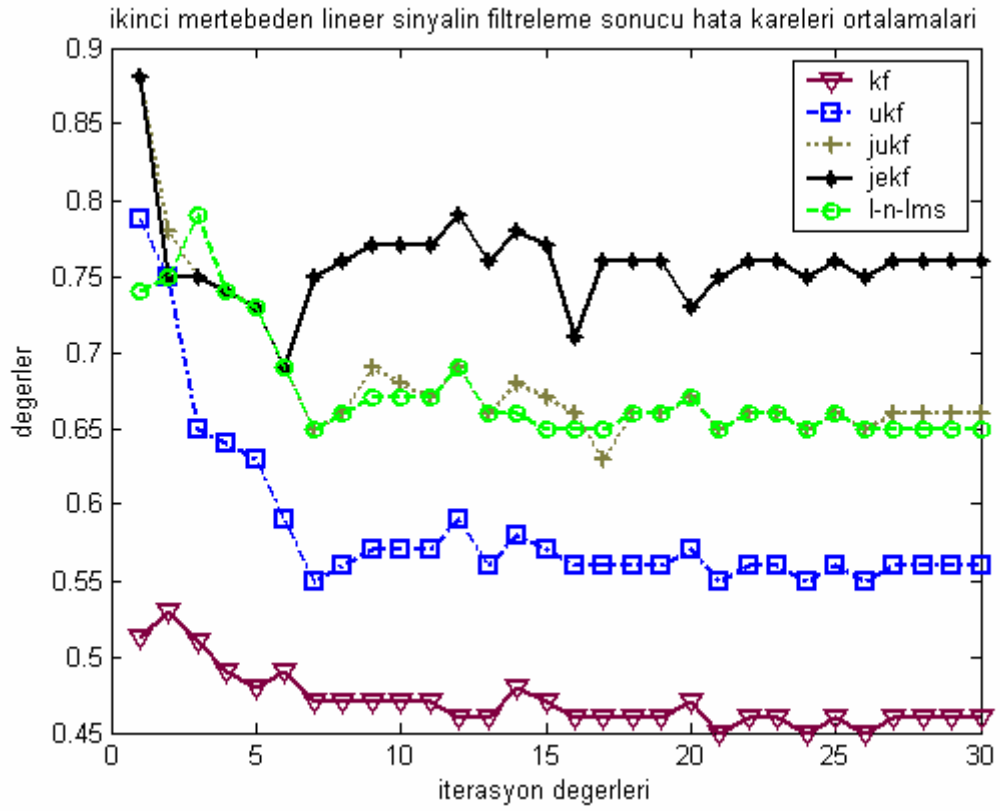
4.1 Lineer Sinyallerde İkinci Dereceden Sinyal Modellenmesi ve Filtrelerin Karşılaştırılması

Bir önceki sinyalde üçüncü derece olarak AR(3) zaman serisiyle modellenen bir sinyalin Kalman tabanlı ve L-N-LMS filtresiyle iyileştirilme sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu bölümde kullanılan sinyal AR(2) zaman serisiyle modellenmiş, Kalman tabanlı ve LMS tabanlı filtrelerle tahmin edilerek beyaz gürültülü ortamda iyileştirilmeleri karşılaştırılmıştır. Oluşturulan ikinci derece sinyalin filtreler için başlangıç parametreleri Yule-Walker metoduyla $p_{1,2} = -0.6915 \quad -0.2127$ olarak belirlenmiş ve hesaplamalar bu parametreler üzerinden yapılmıştır. Gürültülendirilmiş sinyalin, filtrelerle iyileştirilmesi sırasında elde edilen veriler şekil 4.8' de gösterilmektedir.



Şekil 4.8 İkinci Derece Linear Sinyal Tahmin Sonuçları

Grafik incelendiğinde filtre tahminlerinin en uygun olanı yine bir önceki lineer sinyalde olduğu gibi standart Kalman filtresidir. Hata karesi ortalamasını minimize etmeyi en iyi değerlere başaran filtredir. Özellikle sinyalin iniş-çıkışlarının yüksek olduğu bölgelerde filtre performansı diğer filtrelere oranla daha uygun sonuçlar vermiştir. Bunun yanı sıra JUKF filtresinin ilk filtrelemede tahmin doğruluğu düşük çıkmasına rağmen, daha sonraki tekrarlamalarda bu hata oranı UKF' ye yaklaşmaktadır. Şekil 4.9' da bu durum daha iyi olarak gözlenmektedir. Bunun yanı sıra birleşik tabanlı filtreler *bi-lineer* bir çözüme yol açtıklarından yine standart ve tekli *unscented* Kalman filtresi tahmin sonuçlarını yakalayamamıştır. L-N-LMS filtresinin gözlem sonuçlarına ve hata kareleri ortalamalarına bakıldığında yine Kalman filtrelerinden daha zayıf sonuç vermektedir. Özellikle sinyalin tepe ve vadilerdeki dönüş esnasında filtrelerin hata oranlarında yüksek derecede bir artış gözlenmekte, 17-27' inci veriler arasında bu net olarak gözlenmektedir.



Şekil 4.9 İkinci Derece Lineer Sinyalin Hata Sonuçları

Bir önceki lineer sinyalde olduğu gibi bu sinyal içinde JEKF doğrusallaştırmadaki türev alma esnasında büyük kayıplara uğrayarak filtrenin performansını düşürmüştür. Dolayısıyla iyi tahmin sonuçları sağlayamamıştır. L_N_LMS filtresinin tahmin sonuçları JUKF ile yaklaşık olarak aynı değerlerde seyretmektedir. Bu filtrenin performansı bir önceki sinyale göre biraz daha yüksek çıkmıştır. Sebebi ise sinyalin ana yapısından kaynaklanmaktadır. Bu filtrelerin ortalama kare hatası sonuçları çizelge 4.2’de görülmektedir.

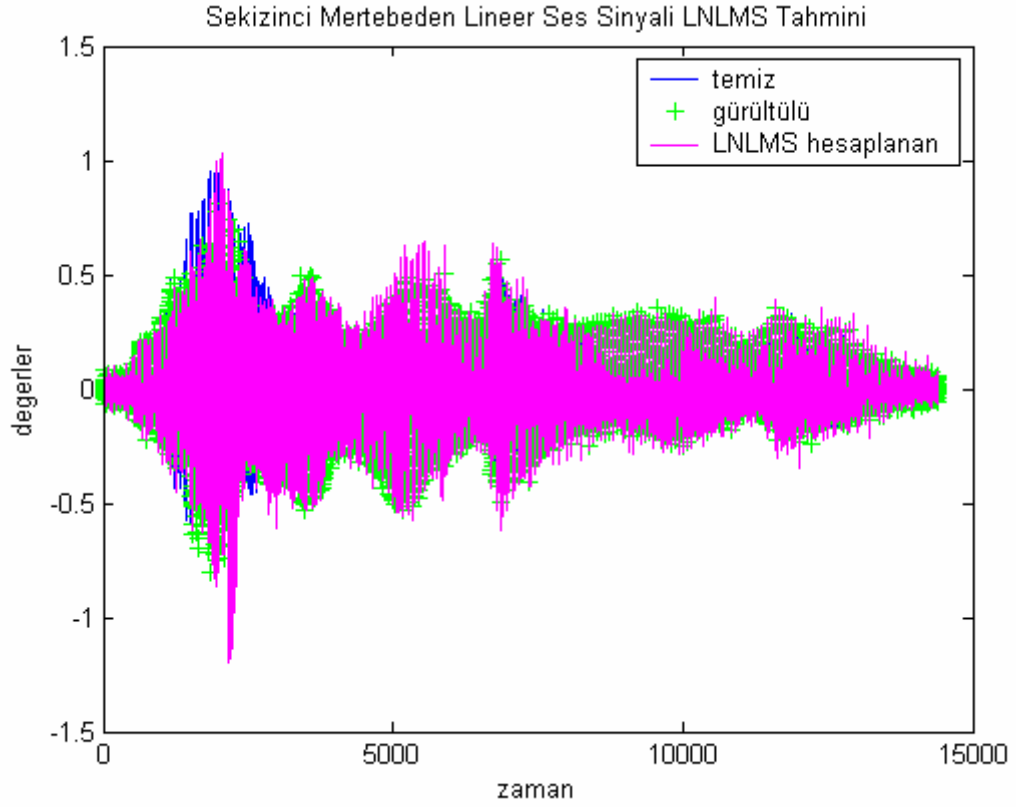
Çizelge 4.2 İkinci Derece Lineer Sinyal Tahmin Sonuçları

HATA	FİLTRE	DEGER
MSE	KF	0.51
MSE	LNLMS	0.78
MSE	UKF	0.74
MSE	JEKF	0.88
MSE	JUKF	0.79

4.2 Filtrelerle Ses Sinyali İyileştirme

Lineer ses sinyallerinin iyileştirilmesiyle ilgili olarak daha önceki yapılan çalışmalarda tekli Kalman filtreleri kullanılmıştır. Bu ses sinyalleri hem beyaz gürültülü ortamlarda hem de renkli gürültülü ortamda kullanılmıştır. Önceki çalışmalardan farklı olarak, bu çalışmada hem beyaz hem de renkli gürültülü sinyallerin iyileştirilmesinde ikili ve birleşik tabanlı Kalman filtreleri kullanılmıştır.

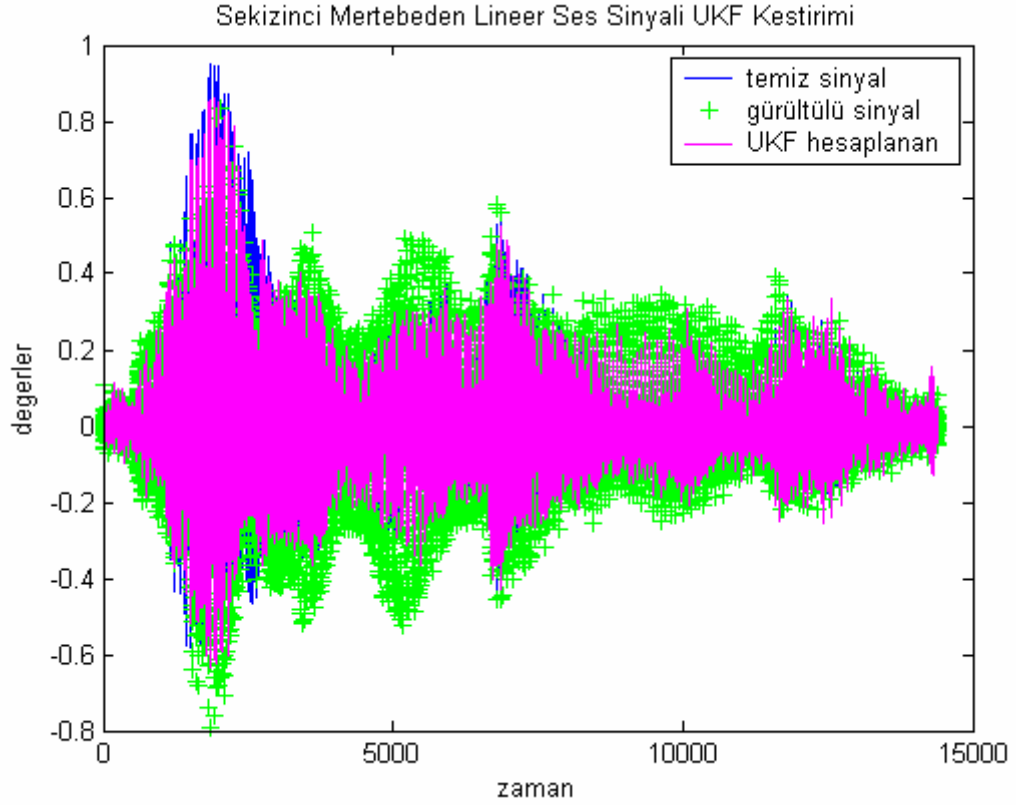
LPC kodlama tekniği ile üretilen ses sinyali, model derece belirleme kriterlerine (SBC, FPE, AIC) bağlı olarak, AR(p) zaman serisiyle modellenmiştir. Model derecesi 8 olarak belirlenen sinyal 5 dB SNR oranıyla gürültülendirilmiştir. Gürültülü sinyalin model parametreleri filtreleme işlemi için Yule-Walker metoduyla $p_{1,2,3,\dots,8} = -0.9577 \quad -0.2267$
 $0.4811 \quad -0.1052 \quad -0.2965 \quad 0.2397 \quad 0.0488 \quad -0.0324$ olarak hesaplanmıştır. İyileştirilen sinyalin L_N_LMS filtresiyle kestirim sonucu şekil 4.10' da görülmektedir.



Şekil 4.10 Lineer Ses Sinyali İyileştirme L_N_LMS Filtresi Tahmin sonuçları

L_N_LMS filtresinin kestirim performansı yine önceki sinyallerde olduğu gibi giriş-çıkışlarda biraz düşük çıkmış, sinyalin düz olduğu bölgelerde ise daha iyi çıkmıştır. Lineer ses sinyali için L_N_LMS filtresinin kestirim doğruluğu, diğer LMS filtrelerine oranla daha yüksek çıkmıştır. Filtre, sinyalin verilerinin giriş ve çıkışlarında istenilen performansı yakalayamamıştır. Fakat tekrarlama artırıldığında iyileştirmede düzelme olmaktadır.

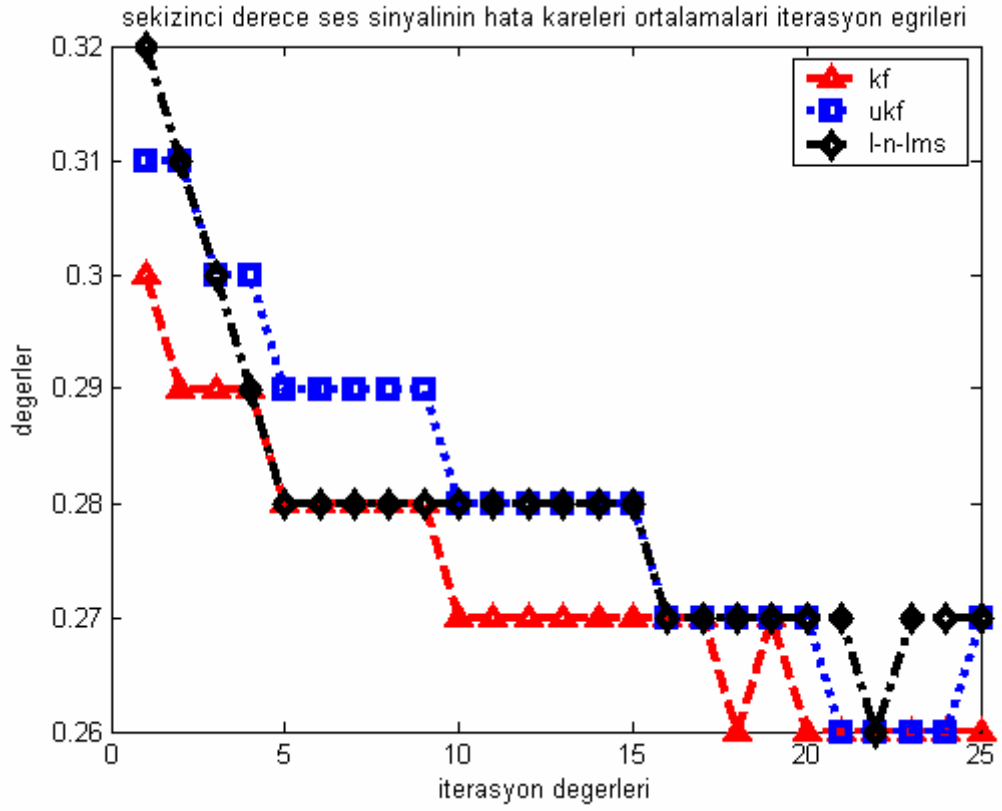
Yine aynı sinyalin iyileştirilmesi *unscented* Kalman filtresiyle yapıldığında şekil 4.11'deki gibi bir sonuç vermektedir.



Şekil 4.11 Lineer Ses Sinyali İyileştirme UKF Tahmin Sonucu

Şekil 4.11 sonucu hata kareleri ortalaması L_N LMS filtre sonuçlarına oranla biraz daha iyidir. *Unscented* Kalman filtresi sinyalin iniş-çıkış yaptığı bölgelerde L_N LMS filtresine oranla daha uygun tahmin sonuçları sağlamıştır. Standart Kalman filtresi hariç bu ses sinyali için en iyi performans bu filtreyle elde edilmiştir. Kalman tabanlı filtreler ses sinyallerinde istenilen performansı sağlayabilmiş, ortalama hata karesini yine LMS tabanlı filtrelerden daha uygun değerlerle sinyalde iyileştirmeyi başarmıştır.

Yine önceki lineer sinyallerin tahmininde olduğu gibi UKF' nin dezavantajı, çalışma zamanı ve algoritma karmaşıklığıdır. Şekil 4.12' de filtrelerin hata kareleri ortalamalarının 25 kez çalıştırılan sistemin *monte-carlo* simulasyon eğrileri gösterilmektedir.



Şekil 4.12 Linear Ses Sinyali Hata Kareleri Ortalaması Sonuçları

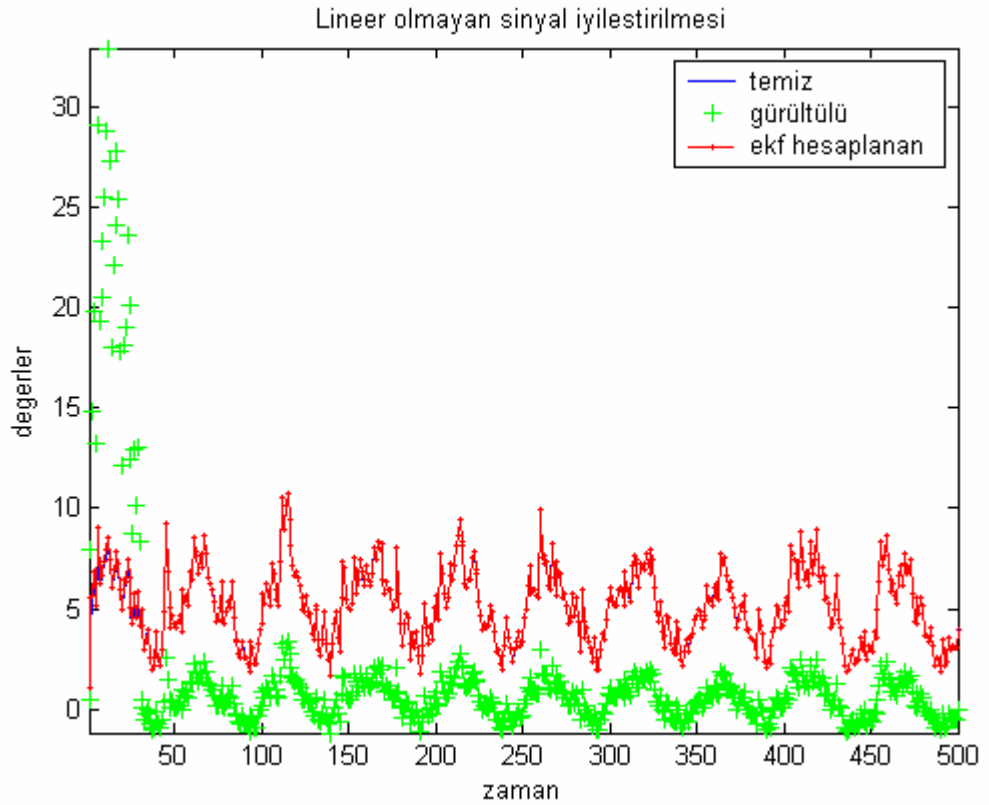
Çizelge 4.3 Linear Ses Sinyali Tahmini Hata Kareleri Ortalaması

SNR(dB)	L_N_LMS	KF	UKF
1	0.36	0.31	0.34
3	0.34	0.30	0.32
5	0.30	0.29	0.31
10	0.27	0.25	0.26
15	0.26	0.22	0.23
20	0.23	0.20	0.21

4.3 Lineer Olmayan Sinyallerde Durum Hesaplanması

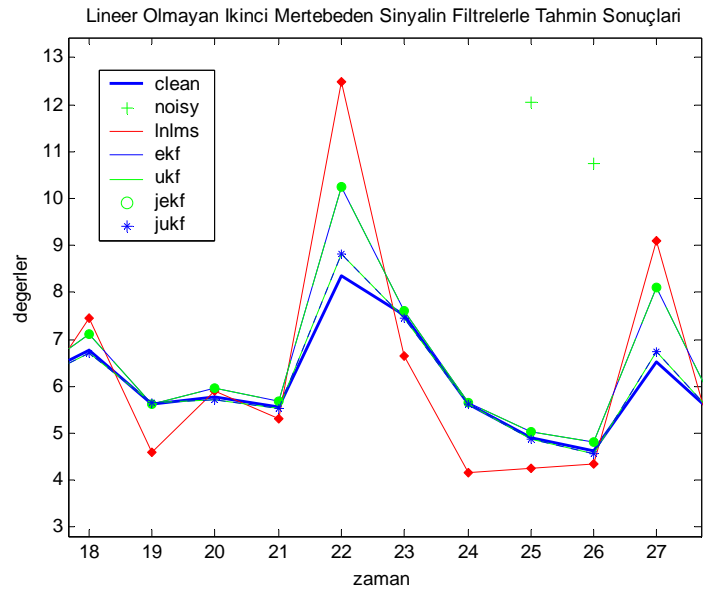
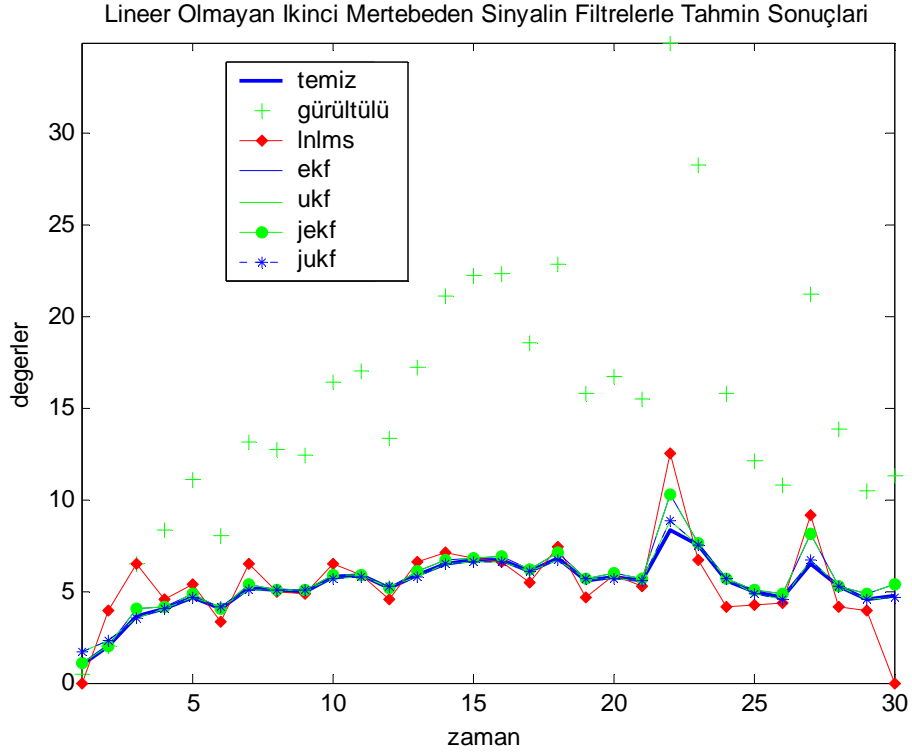
Buraya kadar farklı SNR ve özelliklere sahip sinyaller lineer dinamiklere bağı olarak modellenmiş ve filtrelerle gürültülü ortamlarda iyileştirmeler yapılmıştır. Bu bölümde lineer olmayan iki adet dış kaynaklı girişe sahip sinyal, AR(1) zaman serisine bağı olarak üretilmiştir. Modellenen sinyal gamma gürültüsüyle gürültülendirilmiştir (Merwe 1997).

Sinyal Kalman tabanlı ve LMS tabanlı filtrelerle iyileştirildiğinde, farklı performanslar elde edilmiştir. Şekil 4.13'te EKF filtresinin tahmin grafiğı gösterilmiştir.



Şekil 4.13 EKF Filtresi Lineer olmayan Sinyal Tahmin Sonucu

Şekil 4.13' ten görüldüğü gibi filtre LMS tabanlı filtrelere oranla daha uygun kestirim değerleri vermiştir. Şekil 4.14' te diğer Kalman tabanlı filtrelerle birlikte verilen kestirim sonuçları gösterilmiştir.



Şekil 4.14 Lineer Olmayan Sinyal Filtre Tahmin Grafiği

Şekil 4.14, L_N_LMS filtresi ve diğer Kalman tabanlı filtrelerin zamana bağlı olarak 10 kez tekrarlı iyileştirilmesi sonucu elde edilmiştir. Buna bağlı olarak hata kareleri ortalaması çizelge 4.4' te verilmiştir.

Şekil 4.14' te *unscented* dönüşümlü olan filtreleme yaklaşımı, diğer filtrelere oranla daha düşük hata karesi ortalaması vermiştir. Aynı zamanda *unscented* dönüşümün ortalama ve kovaryans hesaplanmasında da tahmin doğruluğu ile başarılı bir filtre olduğu gözlenmiştir. Çünkü *unscented* tabanlı Kalman filtreleri, dönüşümü; seçilen sigma noktalarıyla doğrusallaştırmaya gerek duyulmadan yapmıştır. Buradaki dönüşümde filtre kaybı diğer filtrelere oranla daha az olmuş ve böylece daha başarılı kestirim sonuçları vermiştir. Aynı zamanda sigma noktalarının seçimi ortalama ve kovaryans doğruluğunu bazı durumlarda artırmaktadır (Wan and Nelson 2004). Fakat, bu filtrelerin olumsuz yanlarından birisi lineer sinyallerde olduğu gibi çalışma hızıdır. Filtre eşitliklerindeki detay fazlalığından dolayı filtre çalışma zamanı diğer filtrelere oranla daha yavaş çalışmaktadır. Aynı zamanda tahmin sonuçları itibariyle daha uygun kestirim sonuçları sağlamaktadır.

Şekil 4.14'ten ve hata kareleri ortalamasına bakarak birleşik tabanlı filtrelerin verdiği kestirim sonuçları tekli filtrelerle karşılaştırıldığında daha uygun çıktığı görülmüştür. Özellikle sinyalin iniş ve çıkışın yüksek olduğu 18-27' nci zaman aralığında birleşik filtreler, istenilen düzeyde kestirim sağlamıştır. Bunun nedeni, sinyal lineer olmadığından tahminler lineer olmayan ortamlarda yapılmıştır. Birleşik filtreler, yapısı itibariyle *bi-lineer* bir durum oluşturduklarından, ölçümlerinde lineer olmayan bir durum gerekmektedir. Dolayısı ile filtrelerin performansları da lineer olmayan bir duruma göre olmuştur. Bunun yanı sıra birleşik filtreler aynı zamanda parametrelerde de yarı iyileştirme yapmıştır. Çünkü filtre hem parametreleri hem de durumu aynı filtreyle tahmin etmiştir. L_N_LMS filtresinde ise kestirim performansı çok düşük çıkmıştır. Özellikle sinyalin iniş çıkışının yüksek olduğu 18-27 zaman aralığında zayıf bir kestirim sonucu vermiştir. Çünkü lineer olmayan ortamlarda LMS tabanlı filtreler dönüşüm sağlayamadıkları için sinyalin gerçek değerini tahmin edememiş, etse bile performansı

Kalman tabanlı filtrelerden düşük çıkmıştır. Karşılaştırmalar sonucunda, en uygun filtre bu sinyal için birleşik tabanlı filtreler olarak belirlenmiştir. Hata kareleri ortalamaları çizelge 4.4' te verilmiştir.

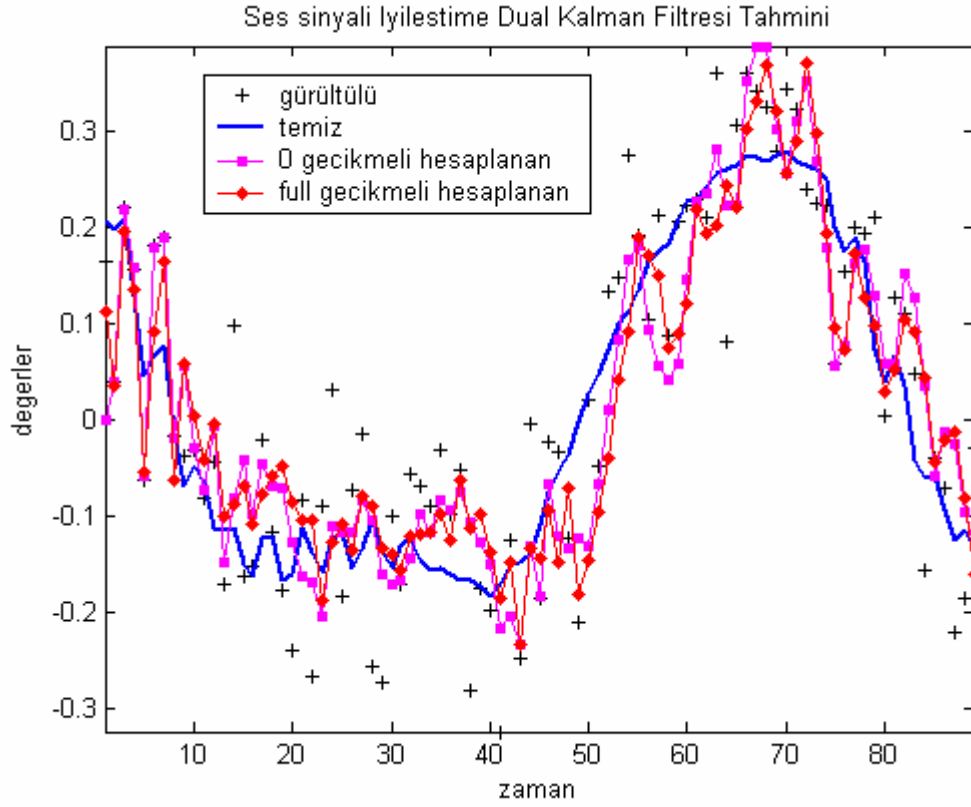
Çizelge 4.4 Lineer olmayan Sinyalde Filtrelerin Hata Kareleri Ortalaması

MSE	L_N_LMS	1.311
MSE	EKF	0.130
MSE	UKF	0.052
MSE	JEKF	0.113
MSE	JUKF	0.019

4.4 Sinyallerde İkili Hesaplama

İkinci ünite de ikili hesaplama ve eşitlikleri, detaylı olarak gösterilmiştir. Bu bölümde ikili hesaplamaların deneysel çalışmaları üzerine bir çalışma yapılmıştır. İkili hesaplamaların avantajı, durum iyileştirmesi yapılırken aynı zamanda parametrelerin de iyileştirilmesidir.

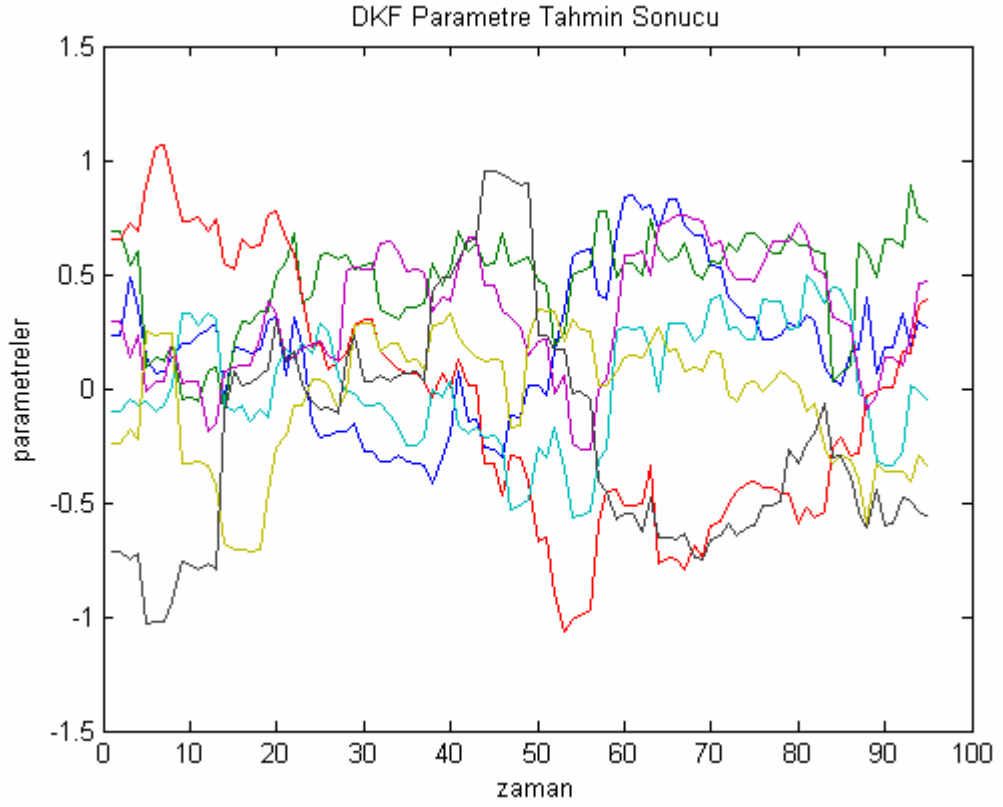
İkili hesaplama eşitlikleri ışığında LPC kodlama tekniğiyle üretilen ses sinyalinin iyileştirme çalışmaları, standart ikili Kalman filtresiyle (DKF) şekil 4.15'te gösterilmiştir.



Şekil 4.15 Lineer Ses Sinyali DKF Tahmin Sonucu

Sinyal tahmin sonuçlarına bakıldığında ikili hesaplama lineer dinamiklere sahip sinyallerde bölüm 2’deki teorik bilgisiyle çakışmamış uygun sonuçlar vermiştir. İkili hesaplama gürültülü sinyallerin iyileştirmesinde kestirim doğruluğuyla istenilen düzeyde performans göstermiştir. Sinyal iyileştirme sonuçları incelendiğinde, filtre sinyal verilerinin düz olduğu bölgelerde (45-55 zaman arası) istenildiği gibi sinyali yakalayabilmiş, iniş ve çıkışın yüksek olduğu bölgelerde de yine uygun kestirim sonucu sağlayabilmiştir. Çünkü DKF’ nin performansının iyi olmasının sebebi; sinyalin hem durumunda hem de parametrelerinde aynı anda iyileştirme yapıyor olmasıdır. Standart Kalman filtreleri zaten lineer durumlar için uygun performans vermekteydi (Kalman 1972). Birde aynı anda parametrelerde iyileştirildiğinden performans artmıştır. Tekli filtrelerde ise ya sadece durum, ya da parametrelerde iyileştirme yapılabilmektedir. Bunun yanı sıra birleşik filtrelerde yine *bi-linear* bir durum söz konusu olduğundan lineer sinyallerde performans düşmesi gözlenmektedir.

DKF' nin parametre hesaplanmasında diğer filtrelerle karşılaştırıldığında uygun çözümler ürettiği gözlenmiştir. Aynı ses sinyali için parametre tahmini sonuçları Şekil 4.16' da gösterilmiştir.

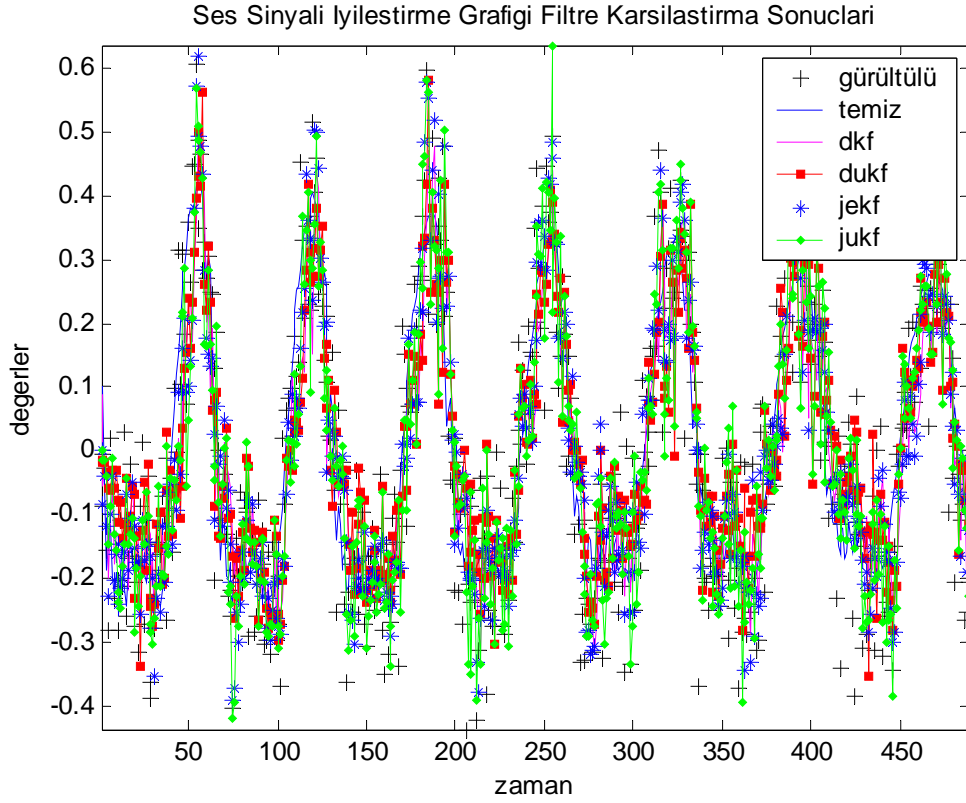


Şekil 4.16 Lineer Ses Sinyali DKF Parametre Tahmini Sonucu

Parametre tahmin edilmesinde DKF, diğer Kalman tabanlı filtrelere oranla daha iyi düzeyde iyileştirme yapabilmıştır. Yine parametreler, iyileştirme yapılan sinyal üzerinden tahmin edildiğinden; tahmin doğruluğu tam gürültülü sinyale oranla yarı gürültülü bir sinyalden iyileştirilme yapılmış gibi düşünülebilir.

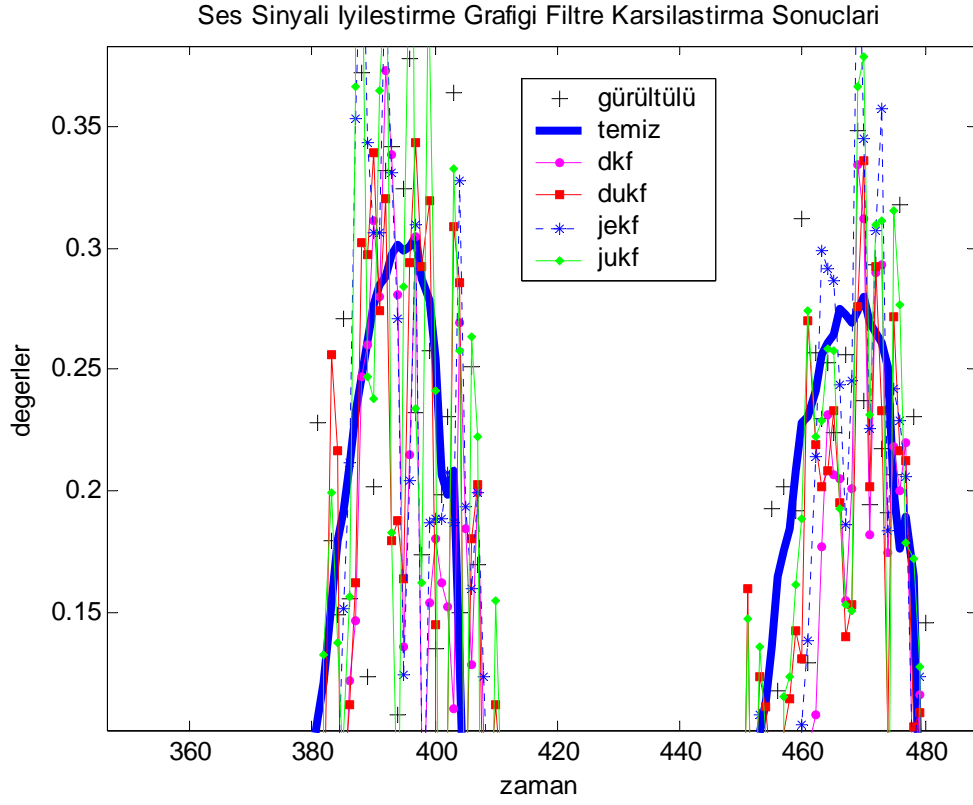
Lineer sinyallerde DKF' nin öğrenme eğrisi istenilen sonuca daha çabuk gidebilmiş ve hata karesini minimize edebilmiştir. Birleşik filtreler ve ikili filtreler lineer ses

sinyallerinde karşılaştırıldığında performans ve tahmin doğruluğu açısından şekil 4.17 ve 4.18’ deki gibi bir durum çıkmıştır.



Şekil 4.17 Lineer Ses Sinyali DKF, DUKF, JEKF ve JUKF Tahmin Sonuçları

Lineer ses sinyali iyileştirilmesi için şekil 4.18’ deki gibi DKF’ nin, diğer filtrelere oranla, özellikle sinyalin dönüş yaptığı noktalarda 380-410 ve 450-480 zamanları arasında daha uygun kestirim sonuçları verdiği gözlenmiştir. Birleşik tabanlı filtreler, sinyalin iyileştirilmesinde istenilen performansı yakalayamamıştır. Aynı diğer lineer sinyallerde olduğu gibi modelindeki *bi-linear* durumdan kaynaklı olarak sinyal kestiriminde lineer olmayan bir hesaplama sağlamıştır. Bu durumda kestirim doğruluğunda performans azalmasına yol açmıştır.



İkili filtrelerle parametre tahmini, birleşik filtrelerden daha başarılı olmuş; DKF lineer sinyallerde birleşik tabanlı filtrelerden daha uygun sonuçlar vermiştir. Aynı zamanda tahmindeki hata ortalaması görüldüğü gibi biraz daha düşük çıkmıştır. Hesaplamalara ve sinyal iyileştirmelerine bağlı olarak farklı SNR oranlarında filtrelerin hata kareleri ortalaması çizelge 4.5' te verilmiştir.

Çizelge 4.5 İkili ve Birleşik Filtreler Hata Kareleri Ortalamaları

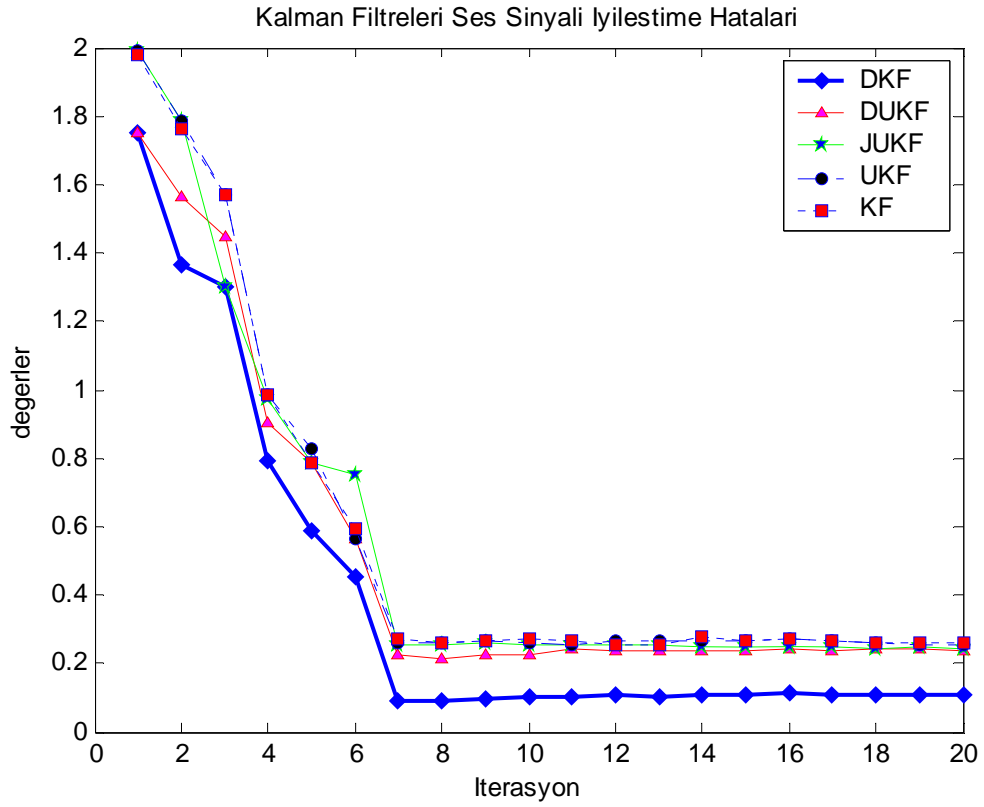
SNR(dB)	DKF	DUKF	JEKF	JUKF
1	0.364	0.357	0.432	0.406
3	0.326	0.328	0.346	0.345
5	0.217	0.222	0.234	0.233
10	0.085	0.097	0.096	0.101
15	0.022	0.022	0.034	0.030
20	0.008	0.008	0.009	0.011

Aynı sinyal üzerinden ikili filtreler tekli filtrelerle karşılaştırıldığında; çizelge 4.6' daki gibi bir sonuç çıkmıştır.

Çizelge 4.6 İkili ve Tekli Filtreler Hata Kareleri Ortalamaları

SNR(DB)	KF	UKF	DUKF	DKF
0	0,049	0,044	0,040	0,037
3	0,034	0,033	0,031	0,032
6	0,023	0,021	0,021	0,018
10	0,012	0,013	0,012	0,012
15	0,007	0,007	0,007	0,006
25	0,002	0,002	0,002	0,001

Şekil 4.19’ da Kalman filtrelerinin 20 kez çalıştırılan sistemde hata karelerini minimize etme yetenekleri, öğrenme grafikleri gösterilmektedir. Öğrenme eğrilerine bakarak, filtrelerin uzun verili sinyallerde hata minimize etme performansları karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.19 İkili, Tekli ve Birleşik Kalman Filtreleri Öğrenme Eğrileri

Gözlemlere dayanarak ve hata kareleri ortalamasına bakarak, ikili tabanlı filtrelerin uygun sonuçlar verdiği gözlenmiştir. DKF’ nin özellikle 7. tekrardan sonra hata oranını minimize etmeyi başardığı gözlenmiştir. Diğer filtrelerden DUKF’ de yine DKF’ den sonra en uygun hata karesi ortalaması sonucunu verdiği gözlenmiştir.

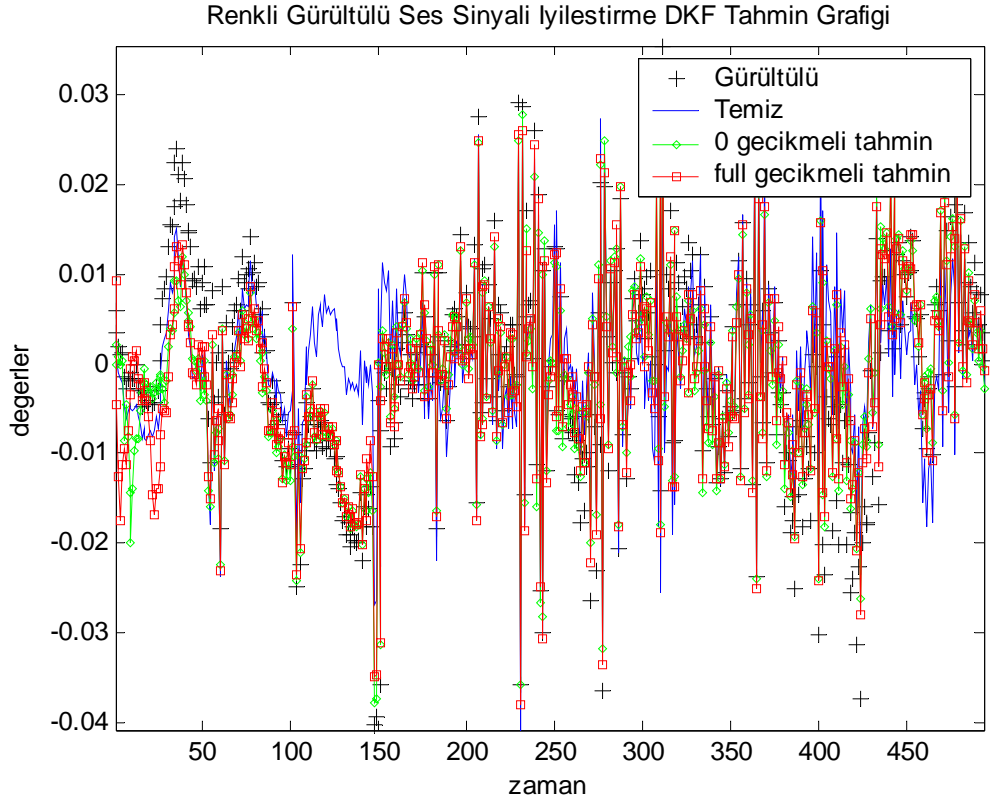
4.5 Renkli Gürültü ile Gürültülendirilmiş Lineer Sinyallerin İkili Filtrelerle İyileştirilmesi

Günlük çalışmalar esnasında bir yerde konuşulurken telefon, arabanın içerisi veya farklı bir alanda, iletilen sinyallerde veya verilerde bazı durumlarda oluşan gürültüler, renkli olabilmektedir. Bunlarla ilgili olarak, bugüne kadar bir çok çalışmalar yapılmıştır. Kalman filtresinde renkli gürültülü ses sinyallerinin iyileştirilmesi ile ilgili, değişik çalışmalar yapılmıştır. Bunlar genelde tekli adaptif Kalman veya genişletilmiş Kalman filtresiyle olmuş, ancak dönemine bağlı olarak yapılan iyileştirmeler sonuç itibariyle yeterli kabul edilmiştir.

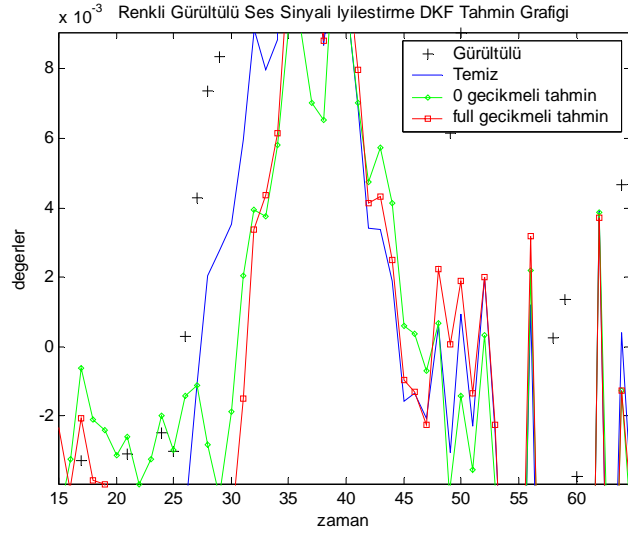
Bu çalışmada farklı olarak gürültülü ses sinyallerinin iyileştirilmesine örnek olması ve alternatif bir çözüm olması amacıyla İkili filtre çalışması yapılmıştır. Kullanılan ses sinyali LPC kodlama tekniği ile 10000 Hz frekansına sahip olarak kodlanmış ve deneylerde kullanılmıştır. Aynı zamanda eklenen renkli gürültü, ses sinyali olmakla birlikte model derecesi başka bir AR(p) zaman serisine bağlı olarak modellenerek kullanılmıştır.

Önceki bölümde anlatılan eşitlikler temel alınarak model oluşturulmuştur. Oluşturulan modellerle lineer dinamiklere sahip olan sinyalin iyileştirilmesi için KF, UKF, DKF ve DUKF filtreleri arasında performans karşılaştırılması yapılmıştır.

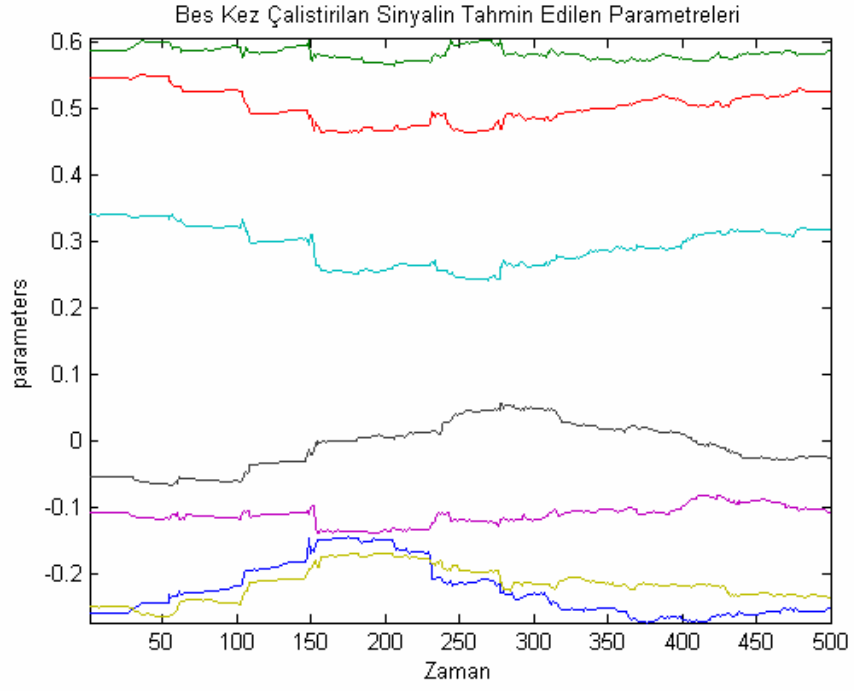
Kullanılan sinyal renkli gürültülü ortamda bir AR(7) zaman serisiyle modellendiğinde model parametreleri Yule-Walker metoduyla filtreleme esnasında başlangıç değeri olarak $p_{1,2,\dots,7} = -1.2525 \quad 0.8127 \quad -0.4635 \quad 0.3412 \quad -0.0968 \quad 0.2171 \quad -0.0108$ hesaplanmıştır. Modele bağlı olarak dördüncü dereceden bir başka ses sinyali gürültü kabul edilmiş ve DKF ile iyileştirilme sonucu şekil 4.20' deki gibi olmuştur.



Şekil 8.20 DKF Lineer Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği

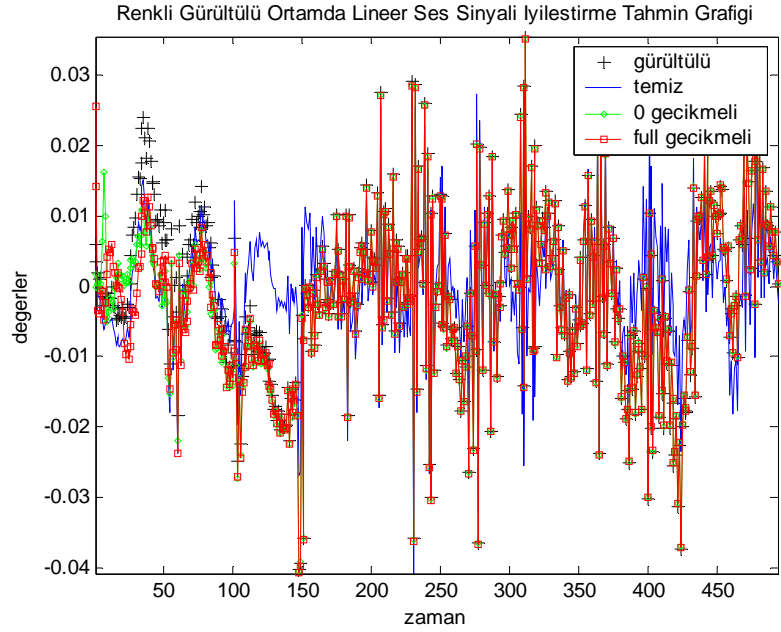


Şekil 8.21 DKF Lineer Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği

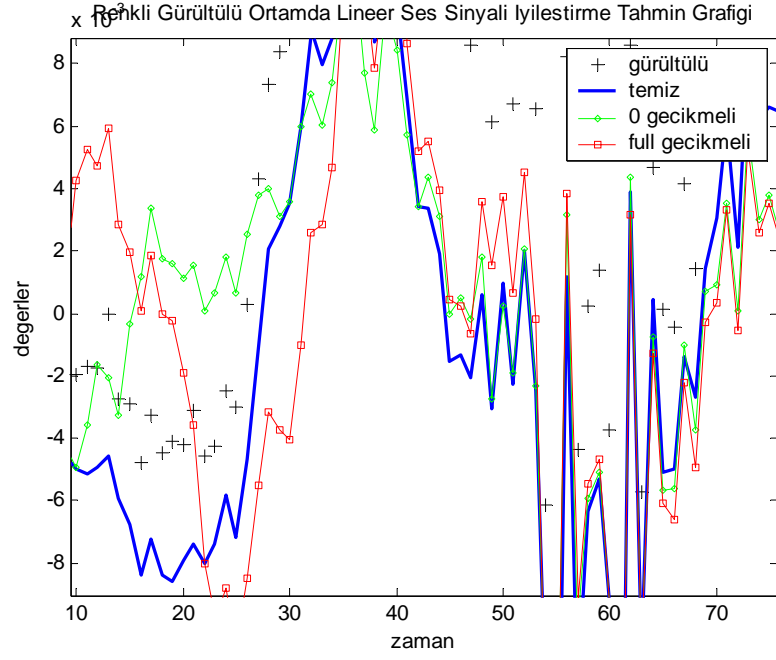


Şekil 4.22 DKF Linear Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği Tahmin Edilen Parametreleri

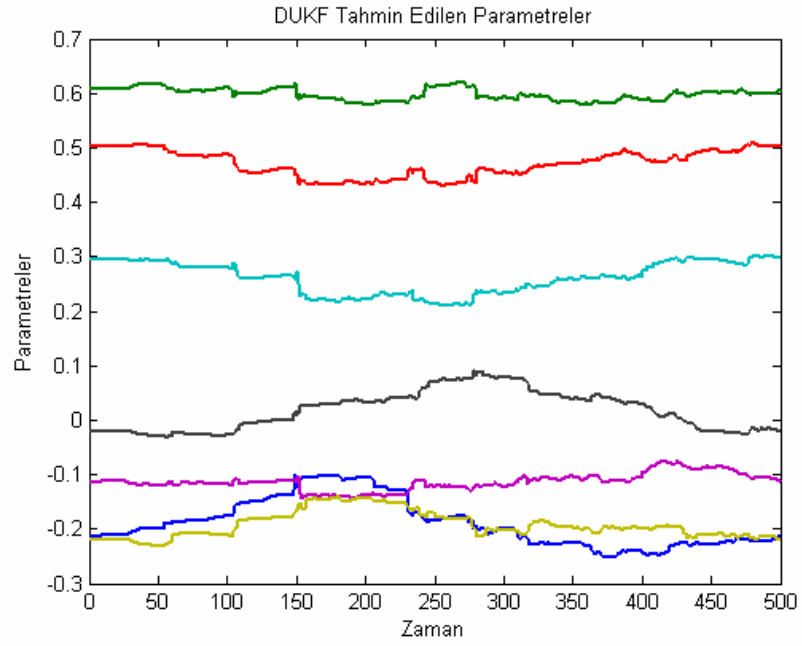
Aynı sinyalin iyileştirilmesiyle ilgili olarak DUKF' nin iyileştirme grafiği şekil 4.23' te gösterilmektedir.



Şekil 4.23 DUKF Linear Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği



Şekil 4.24 DUKF Lineer Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği



Şekil 4.25 DUKF Lineer Renkli Gürültülü Sinyal İyileştirme Grafiği
Tahmin Edilen Parametreleri

Renkli gürültülü ortamda iyileştirilen ses sinyalinin hata kareleri ortalaması çizelge 4.7’ de verilmiştir.

Çizelge 4.7 Kalman tabanlı Filtreler Renkli Gürültülü Ortamda Hata Kareleri Ortalaması

KF	UKF	DUKF	DKF
0,042	0,044	0,040	0,037

İkili Kalman filtreleri renkli gürültülü ortamdaki sinyallerin iyileştirilmesinde beyaz gürültülü ortamda olduğu kadar uygun sonuçlar sağlayamamıştır. Fakat, diğer Kalman tabanlı filtrelere oranla kestirim performansları daha uygun çıkmıştır. Çünkü filtreler çalışma mantığı itibariyle hem parametre hem de durum iyileştirmesi yaptıklarından kestirim doğruluğu ve hata kareleri ortalaması daha uygundur. Filtreler yine ayrı olarak değerlendirildiklerinde, iyileştirilme performanslarının daha uygun olduğu görülmektedir. İkili filtreler hata kareleri ortalaması indirgenmesinde de diğer filtrelerden daha uygun sonuçlar vermiştir.

4.6 Sonuç

Çalışmanın bu bölümünde farklı özelliklere sahip sinyallerin, daha önceki bilgiler ışığında Kalman tabanlı ve LMS tabanlı filtrelerle kestirimleri ve performansları karşılaştırılmıştır.

İlk çalışmada, üçüncü mertebeden lineer bir sinyalin 5dB SNR oranıyla gürültülendirilip iyileştirilmesi üzerinde durulmuş, kullanılan filtrelerden en uygun kestirim sonucu veren filtrenin KF olduğu belirlenmiştir. Çünkü hata kare ortalamasının indirgenmesinde en başarılı filtre KF çıkmıştır. Sinyal lineer olduğundan, her hangi bir dönüşüme ihtiyaç duyulmadığından KF istenilen performansı gösterebilmiştir. Aynı zamanda *unscented* Kalman filtresinin de lineer olmayan sinyallerde olduğu gibi lineer sinyallerde iyi olduğu belirlenmiştir.

İkinci çalışmada, ikinci mertebeden üretilen sinyal, beyaz gürültüyle gürültülendirilmiş ve aynı filtrelerle karşılaştırılmıştır. Bu lineer sinyal için L_N_LMS filtresinin sonuçları da KF filtresinden sonra hata kareleri ortalamasına bağlı olarak en uygun kestirim sonucunu sağladığı belirlenmiştir. KF yine diğer lineer sinyalde olduğu gibi aynı kestirim doğruluğunu sağlamış ve en uygun performansı vermiştir. Çünkü filtre yapısı itibariyle durum ve kovaryans güncelleştirmesini sinyal lineer olduğundan, her hangi bir dönüşüme ihtiyaç duyulmadığından direk yakalayabilmiştir. Böylece performansı diğer filtreler oranla daha uygun çıkmıştır.

Üçüncü çalışmada, lineer olmayan iki harici girişe sahip olan bir sinyalin gama gürültüsüyle gürültülendirilmiş durumunda yapılan iyileştirmeler üzerinde durulmuştur. Görülmüştür ki tekli kullanılan sinyallere oranla birleşik filtreler lineer olmayan sinyallerde hata kare ortalaması, filtre ortalaması ve kovaryansına bakıldığında en uygun sonuç verdiği gözlenmiştir. Çünkü birleşik filtreler aynı filtre içerisinde parametrelerde de iyileştirme yapabilmektedir. Çalışma esnasında *bi-linear* bir model

üretmeler de sinyal lineer olmadığı için, kestirim lineer olmayan sinyale göre yapılmaktadır. Dolayısı ile kestirim performansı düşmemiştir.

Lineer ses sinyallerinin iyileştirilmesinde daha önceki çalışmalara paralel sonuçlar elde edilmiş, DKF' nin en uygun kestirim sonuçları verdiği gözlenmiştir. Ayrıca yapılan renkli gürültülü ses sinyalinin iyileştirilmesinde, ikili filtrelerin performanslarının birleşik ve tekli filtrelere oranlara daha uygun sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Bunların yanı sıra iki ayrı ses sinyalinin, birisinin gürültü olduğu varsayımıyla diğer ses sinyalinde iyileştirmeler yapılmıştır. Bu çalışmada ikili Kalman filtrelerinden DKF' nin en uygun kestirim sonucu verdiği gözlenmiştir.

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Çalışmalarda farklı dinamiklere, modellere, model derecelerine sahip olan sinyaller üzerinden filtrelerin vermiş olduğu performanslar üzerinde durulmuştur. Bu çalışmalar esnasında her bir filtrenin farklı ortamlarda filtrelerin karmaşıklığı ve diğer özellikleri de göz önünde bulundurulmuş, tahmin sonuçları ve hata kareleri ortalamasına bağlı olarak kovaryansları, ortalamaları ve öğrenme eğrileri üzerinde yapılan çalışmalarla farklı sonuçlar elde edilmiştir. Görülmektedir ki; lineer dinamiklere sahip olunan sinyallerde, standart Kalman filtresine bazı durumlarda bir alternatifte *unscented* tabanlı filtreler olmaktadır. Lineer olmayan sinyaller için her ne kadar genişletilmiş tabanlı filtrelerin hata kareleri ve gözlem sonuçları çoğu çalışmalarda *unscented* Kalman filtresine yakın olsa da, filtredeki ortalama ve kovaryans sapmasından dolayı bazı durumlarda filtrede ıraksama problemi ortaya çıkmaktadır. *Unscented* Kalman filtresi de burada sigma noktalarının rasgele değişken seçimlerinden hareketle bu sapma bir nebze azaltılmış olup (bu konu ile ilgili *unscented* tabanlı farklı filtreler geliştirilmiştir, çalışmalarda bu filtrelere yer verilmemiştir) *unscented* tabanlı filtreler genişletilmiş tabanlı filtrelere alternatif olarak uygun sonuçlar sağlayabilmektedir.

Bunların yanı sıra, lineer olmayan sistemlerde yine *unscented* tabanlı filtreler uygun sonuçlar vermekte, sinyalin parametreleri ve modelinin bilinmediği durumlarda özellikle bu filtrelerin birleşik genişletilmiş ve *unscented* tabanlı filtreleri de olmak üzere tekli kullanılan filtrelerden daha uygun çözümler sağlayabilmektedir. Birleşik hesaplamının bir avantajı da sinyalde aynı zamanda parametreleri de aynı model içerisinde ekstradan bir filtreye ihtiyaç duymadan tahmin edebiliyor olmasıdır. Fakat birleşik hesaplama lineer sinyallerde model ve parametre ikisi birden durum matrisi içerisinde tahmin edildiğinden, sistemin durum modeli lineer olmayan bir sisteme dönüşerek *bi-lineer* çözüm üretmektedir. Lineer olmayan sinyallerde, bu *bi-lineer* durum sinyal hesaplanması için herhangi bir problem çıkarmamakta ve tek bir filtreye sinyalin aynı anda parametreleri de tahmin edilerek iyileştirme yapılabilmektedir. *Bi-lineer* durum lineer sinyallerinde, filtre kestiriminde dengesizliğe yol açabilmekte, bu da

sinyali durağanlığını etkileyebilmektedir. Öte yandan lineer olmayan sistemlerde vermiş oldukları performans ve tahmin sonuçları tekli sinyallerden çok daha iyi çıkmakta uygun sonuçlar sağlayabilmektedir.

İkili çalışmalarda, ses sinyalleri farklı SNR ve farklı gürültülü ortamlardaki değerleri göz önünde bulundurularak iyileştirilmiştir. Bu tahmin sonuçlarına dayanarak lineer ses sinyallerinde DKF uygun tahmin sonuçları sağlamaktadır.

İkili filtrelerde, özellikle parametrelerin iyileştirilmesine yönelik olarak yapılan çalışmalarda tekli ve birleşik filtre modellerine oranla daha uygun sonuçlar sağlanmaktadır. Çünkü ikili modeller sadece sinyalin iyileştirme yaparken durumunu değil aynı anda da bozulan parametrelerini de iyileştirmektedir. Özellikle uzun verili sistemlerde, ikili filtrelerin kestirim performansları tekli ve birleşik tabanlı filtrelere nazaran daha uygun sonuçlar vermektedir. İkili filtrelerin performansları, sadece lineer ses sinyallerinde değil diğer lineer olmayan gamma gürültüsüyle gürültülendirilerek üretilen sinyallerde de uygun sonuçlar vermektedir.

İkili filtrelerin LMS tabanlı filtrelerle karşılaştırıldığında diğer Kalman tabanlı filtrelerde olduğu gibi performansı iyi çıkmaktadır. Özellikle lineer olmayan sinyallerde tahmin sonuçları istenilen düzeydedir. LMS tabanlı filtreler, sadece lineer sinyallerde Kalman filtrelerine yakın tahmin sonuçları sağlayabilmektedirler. Dolayısı ile bu filtreler ikili Kalman filtresine alternatif olamamaktadırlar.

İkili filtrelerin renkli gürültülü ortamda diğer sinyallere oranla tahmin doğruluğu daha yüksek çıkmaktadır. DKF' si DUKF' sine oranla lineer ortamlarda daha uygun sonuçlar sağlayabilmektedir. Çünkü standart Kalman filtresinde herhangi bir dönüşüm ihtiyacı yoktur. *Unscented* Kalman filtresinde dönüşüm ihtiyacı vardır. Bu dönüşümde filtrenin ortalama ve hata kovaryansındaki küçük sapma miktarı, tahminde hatalara yol

açmaktadır. Tekli filtrelerde parametre iyileştirmesi yapılmadığından tahmin doğruluğu zayıf kalmakta, birleşik filtrelerde yine durum matrisi ve durumun çarpımından kaynaklı olarak *bi-lineer* bir durum olduğu için tekli filtreler kadar olmasa da filtrede performans düşüklüğü oluşmaktadır. Aynı zamanda dönüşüm gerektirdiği için JEKF' de ortalama ve hata kovaryansındaki sapmaya bağlı olarak filtre ıraksaması problemi ortaya çıkmaktadır.

Çalışmalar esnasında daha önceden yapılmamış olan renkli gürültülü sinyallerin iyileştirilmesiyle ilgili olarak ikili standart Kalman filtresi uygulanmıştır. Görülmektedir ki ikili standart Kalman filtresi vermiş olduğu uygun sonuçlarla hem ikili UKF filtresinden hem de diğer tekli Kalman filtrelerinden lineer ses sinyalleri iyileştirilmesinde daha uygun sonuçlar sağlamaktadır. Çalışmalarda en düşük performansı LMS tabanlı filtreler vermektedir. Sinyallerin iyileştirilmesinde LMS tabanlı filtreler alternatif olamamaktadırlar.

KAYNAKLAR

- Bhaskar, R., Crow, L., Ludwig, E., Erikson, K., and Shah, K. 2000. Non-linear Parameter Estimation of Excitation Systems. IEEE Transaction on Power Systems, Vol.15, No.4, November.
- Burshtein, D. and Gannot, S. 2002. Speech Enhancement Using a Mixture-Maximum Model. IEEE Transaction on Speech and Audio Processing, Vol.10, No.6 September.
- Cover, T. and Felfcamp, J. 1997. Extension and Enhancements of Decoupled Extended Kalman Filter Training. Vol.3.
- Chen, B. and Chen, J. 2000. System parameter estimation with Input/Output Noisy Data and Missing Measurements. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol.48, No.6 June.
- Deng, J., Bouchard, M. and Yeap, T. 2000. Speech Enhancement Using A Switching Kalman Filter With A Perceptual Post-Filter. School of Information Technology and Engineering, University of Ottawa, Ottawa, Canada.
- Ephraim, Y. 1992. Statistical-Model-Based Speech Enhancement Systems. Proceedings of the IEEE, Vol.80, No.10, October.
- Flogeras, D., Doraiswami, R. and Kaye, M.E. 2003. A Real Time Spectral Subtraction Based Speech Enhancement Scheme. IEEE May/mai, Montreal.
- Gabrea, M. --. Adaptive Kalman Filtering- Based Speech Enhancement Algorithm. Ecole de Technologie Supérieure, Electrical Engineering Department, 1100, Notre-Dame West, Montreal, Quebec, Canada H3C 1K3.
- Gabrea, M. 2004. Robust Adaptive Kalman Filtering-Based Speech Enhancement Algorithm. 0-7803-8484-9/04 ICASSP 2004.
- Gannot, S. 2003. On The Application of The Unscented Kalman Filter to Speech Processing. Faculty of Electrical Engineering, Technion City, Israel.
- Ghahramani, Z. and Hinton, G. 1998. Switching State-space Models. Department of Computer Science, University of Toronto, Toronto, Canada.
- Gibson, J., Koo, B. and Gray, S. 1991. Filtering of Colored Noise for Speech Enhancement and Coding. IEEE Transaction on Signal Processing., Vol.39, No.8 August.
- Gordon, N.J., Salmond, D. and Smith, A. 1993. Novel Approach to Non-linear/Non-Gaussian Bayesian State Estimation. IEE Proceedings-F, Vol.140, No.2, April.

- Hansen, P. 1997. Signal Subspace Methods for Speech Enhancement. Ph. Of Doctoral Thesis. IMM-PHD-1997-42.
- Hardwick, J., Yoo, C. and Lim, J. 1993. Speech Enhancement Using the Dual Excitation Speech Model. 0-7803-0946-4/93 IEEE.
- Kalman, R. 1976. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Transaction of The ASME, Ser. D, Journal of Basic Engineering.
- Kay, S. 1988. Modern Spectral Estimation: Theory and Application. Prentice Hall, University of Rhode Island, UK.
- Knill, K. and Constantinidis, A. 1991. Least-Mean-Square Adaptation of Orthogonal Block Adaptive Line Enhancer. Signal Processing Section, Dept. Of Electrical and Electronic Engineering, Imperial College, London, UK.
- Labarre, D., Grivel, E., Najim, M. and Todini, E. 2003. Two-Kalman Filter Approach For Unbiased AR Parameter Estimation From Noisy Observations, Application to Speech Enhancement. Equipe Signal and Image, UMR LAP 5131, Talence France.
- Larsen, A. 2003. Digital Signal Processing of LF-Output of Microwave Transceivers. Master's Thesis, The Maersk Mc-Kinney Moller Institute for Production Technology, University of Southern Denmark, Denmark.
- LaViola, J. --. A Comparison of Unscented and Extended Kalman Filtering of Estimating Quaternion Motion. Brown University Technology Center.
- Ma, N., Bouchard, M. and Goubran, A. 2004. Dual Perceptually Constrained Unscented Kalman Filter for Enhancing Speech Degraded By Colored Noise. ICSP Proceedings, Ottawa.
- Ma, N., Bouchard, M. and Goubran, A. 2006. Speech Enhancement Using a Masking Threshold Constrained Kalman Filter and Its Heuristic Implementations. IEEE Transaction on Audio, Speech, and Language Processing, Vol.14, No.1, January.
- Ma, N., Bouchard, M. and Goubran, R. -- . A Perceptual Kalman Filtering-Based Approach For Speech Enhancement. School Of Information Technology and Engineering, University of Ottawa, Ottawa, Canada.
- Makhoul, J. 1975. Linear Prediction: A Tutorial Review. Proceedinds Of the IEEE, Vol.63, No.4, April.
- Manolakis, D. 2000. Statistical and Adaptive Signal Processing: Spectral Estimation , Signal Modelling, Adaptive Filtering and Array Processing, McGrawHill

- Maybeck, P. --. Stochastic Models, Estimation and Control, Vol. 2. New York Academic Pres. Vol.2.
- Mehra, R. 1971. İdentification of Stochastic Linear Dynamic Systems Using Kalman Filter Representation AIAA Journal, 9, 28-31.
- Merwe, R. and Wan, E. 2001. The Square-Root Unscented Kalman Filtler for State and Parameter – Estimation. Oregon Graduate Instutite of Science and Technology, Oregon, USA.
- Merwe, R. and Wan, E. 1999. Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference İn Dynamic State-Space Models. OGI School of Science and Engineering Oregon Health and Science University, Beaverton, Oregon, USA.
- Merwe, R. 2004. Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference İn Dynamic State-Space Models. Doctoral of Philosophy, OGI School of Science and Engineering Oregon Health and Science University, Beaverton, Oregon, USA.
- Morgan, D. and Craig, S. 1976. Real time Adaptive Line Prediction Using The Least Mean Square Gradient Algortihm. IEEE Transaction on Acoustic, Speech and Signal Processing vol:ASSP 24 , No:6.
- Nelson, A. and Wan, E. 1999. Neural Speech Enhancement Using Dual Extended Kalman Filtering. 0-7803-4122-8/97 IEEE.
- Nelson, L. and Stear, E. 1976. The Simultaneous On-line Estimation of Parameters and States in Linear Systems. IEEE Transaction on Automatic Control, February.
- Nelson, A. 2000. Non-Linear Estimation and Modelling of Noisy Time-Series by Dual Kalman Filtering Methods. A Dissertation Submitted to the Faculty of the Oregon Graduate Institute of Science and Technology in Partial fulfillment of the requirements fort he degree Doctoral of Philosphy in Electrical and Computer Engineering, Oregon , USA.
- Nelson, A.T. and Merwe, W. 2004. Kalman Filtler and Neural Networks. Mc.GrawHill, Chap.1-2-3-4-5-6-7, UK.
- Özbek, L. ve Öztürk, F. 2004. Matematiksel Modelleme ve Simulasyon. Ankara. Gazi Kitabevi, Ankara.
- Özer, Ş., Sağıroğlu, Ş. ve Kaplan, A. 2002a. AR Sistem Modellemede Kullanılan Adaptif ve Yapay Zeka Metodlarının Karşılaştırılması. Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi,18(1-2),44-50, Kayseri.
- Torun, S.Ö. 2005. Uyku EEG'sinde Karşılaşılan İğciklerin (Spinle) Sezimi üzerine Bir

çalışma. Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstatistik Anabilim Dalı, Ankara.

- Wan, E. 1993. Finite Impulse Response Neural Networks With Applications in Time Series Prediction. A Dissertation Submitted to the Department of Electrical Engineering and The Committee on Graduate Studies of Stanford University in Partial Fulfillment of The Requirements for The Degree of Doctor of Philosophy, USA.
- Wan, E. and Merwe, R. 1999. Noise-Regularized Adaptive Filtering for Speech Enhancement. Oregon Graduate Institute of Science and Technology, USA.
- Wan, E. and Nelson, A. 1997. Neural Dual Extended Kalman Filtering: Applications In Speech Enhancement and Monaural Blind Signal Separation. 0-7803-4256-9 /97 IEEE.
- Wan, E. and Nelson, A. 1997. Dual Kalman Filter Method For Non-linear Prediction, Estimation and Smoothing. In Advance in Neural Information Processing Systems 9.
- Wu, W. and Chen, P. 1998. Subband Kalman Filtering for Speech Enhancement. IEEE Transaction on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing, Vol.45, No.8, August.
- Wu, Y., Hu, D., Wu, M. and Hu, X. 2005. Unscented Kalman Filtering for Additive Noise Case: Augmented versus Nonaugmented. IEEE Signal Processing Letters, Vol.12, No.5, May.
- Wu, W. 2004. Statistical Models of Neural Coding in Motor Cortex. Submitted in Partial Fulfillment of the requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in the Division of Applied Mathematics at Brown University, Rhode Island.
- Zheng, W. 1999. A Least-Square Based Method for Autoregressive Signals in the Presence of Noise. IEEE Transaction on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing, Vol. 46, No.1, January.
- Zheng, W. 1997. An Efficient Algorithm for Parameter Estimation of Noisy AR Processes. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, June 9-12, Hong Kong.
- Zheng, C. and Yan, Y. 2006. Fusion Based Speech Segmentation in Darpa Spine2 Task. OGI School and Engineering, Oregon health and Science University Computer Science and Engineering Department, USA.
- Zheng, W. 2002. Study of A Least-Square-based Algorithm For Autoregressive Signals Subject to White Noise. Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering 2003:3 (93-101).
URL:<http://dx.doi.org/10.1155/s1024123X03210012>.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Haydar Ankışhan
Doğum Yeri : Ankara
Doğum Tarihi : 05/10/1979
Medeni Hali : Bekar
Yabancı Dili : İngilizce

Eğitim Durumu

Lise : Tuzluçayır Lisesi (1994 - 1996)
Lisans : Gaziantep Üniversitesi
: Elek-Elektronik Mühendisliği (1997 - 2003)
Yüksek Lisans: Ankara Üniversitesi
:Fen Bilimleri Enst. Elektronik Mühendisliği
Anabilim Dalı (2004 -...)

Çalıştığı Kurum : Optronik Optiksel ve Elektronik Cihazlar Ltd. Őti. (2007 --)