

**T.C.  
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YAPAY ZEKA TEKNİKLERİ KULLANILARAK  
YÜZEY MODELLEME**

**Erkan ÜLKER**

**DOKTORA TEZİ**

**ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI**

**Konya, 2007**

T.C.  
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

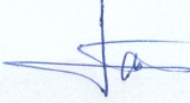
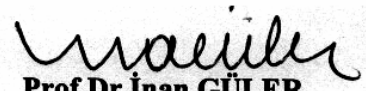
**YAPAY ZEKA TEKNİKLERİ KULLANILARAK YÜZEY MODELLEME**

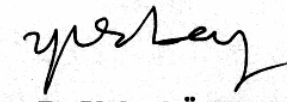
**Erkan ÜLKER**

**DOKTORA TEZİ**

**ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

Bu tez 20.07.2007 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği/oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

|                                                                                                                                  |                                                                                                                                 |                                                                                                                             |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <br><b>Prof.Dr.Ahmet ARSLAN</b><br>(Danışman) | <br><b>Prof.Dr.Saadetdin HERDEM</b><br>(Üye) | <br><b>Prof.Dr.İnan GÜLER</b><br>(Üye) |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                                                                                          |                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <br><b>Doç.Dr.Hakan IŞIK</b><br>(Üye) | <br><b>Yrd.Doç.Dr.Yüksel ÖZBAY</b><br>(Üye) |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## ÖZET

Doktora Tezi

### YAPAY ZEKA TEKNİKLERİ KULLANILARAK YÜZEY MODELLEME

**Erkan ÜLKER**

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

**Danışman :** Prof.Dr.Ahmet ARSLAN

2007, 142 Sayfa

**Jüri :** Prof.Dr.Ahmet ARSLAN

Prof.Dr.Saadetdin HERDEM

Prof.Dr.İnan GÜLER

Doç.Dr.Hakan IŞIK

Yrd.Doç.Dr.Yüksel ÖZBAY

Gerçek dünyadaki çoğu nesnenin ve yüzeyin bilgisayar modelinin üretilmesinde farklı yöntemler kullanılmaktadır. Bunlardan biri de uzaydaki dağıtık veri noktalarından (nokta bulutu) 3B yüzeylerin temsilidir. Noktalar; fotogrametrik bir metot, bir lazer tarayıcı aygıt ya da diğer yüzey ölçüm teknikleri kullanılarak elde edilebilir. Yüzey modeli gerçekleştirilmeden önce eğri modelleme işlemleri gerçekleştirilmelidir. Nokta sayısının fazla olması yüksek dereceli formüllerle temsillerin gerçekleştirilmesini zorunlu kılmaktadır. Daha sonra eğrilerin harmanlanması ile yüzeyler modellenir. Nokta bulutlarından veri temsili için endüstri standardı olmuş yüzey türlerinden birisi parametrik (Bezier, B-spline ve Non-Uniform Rational B-spline (NURBS)) yüzeylerdir. Çok sayıda veriden iyi bir

parametrik yüzey modeli bulmak için genelde değişkenler olarak düğümler, parametrisasyon, kontrol noktaları ve ağırlıklarla ilgilenilir.

Bu çalışmada yapay zeka teknikleri açısından parametrik yüzey değişkenlerinin optimizasyonu problemine yaklaşılmıştır. Önce bilinmeyen bir eğri üzerinde uzandığı yada bu eğriye yakın geçtiği varsayılan düzensiz noktalar kümesinden ilgili eğriyi tahmin eden parametrik değişkenlerin tahmini gerçekleştirilmiştir. Sonra bilinmeyen bir gerçek nesneye yada yüzeye ait olduğu varsayılan düzensiz noktalar kümesinden tahmin edilen eğrilerin harmanlanması ile yüzey tahmini yapılmıştır. Tezde düzgün bir yüzey/eğri bulmak için uydurma hatasının minimizasyonu hedeflenmiştir. Yüzeyin kontrol noktalarının tahmininde kullanılan matematiksel metotlara alternatif olan yeni bir yöntem bulanık mantık kullanılarak önerilmiştir. Eğri veya yüzey noktası ile ilk ve son noktalar girişler olarak kabul edilip ara kontrol noktaları bulanık çıkarım mekanizması ile tahmin edilmiştir. Eğri ve yüzey parametrisasyonunda seçilen noktalara göre parametrisasyon gerçekleştirme işleminin gerçekleştirilmesinde Yapay Sinir Ağları yeni bir yaklaşım olarak kullanılmıştır. Ağın girişleri iki parametre değeri iken çıkışları üç boyutlu nokta verileridir. Düğüm ve ağırlık optimizasyonu işleminde de Genetik Algoritma ve Yapay Bağışıklık Sistemi yeni bir metodoloji olarak kullanılmıştır. Düğüm olarak noktaların seçilip seçilmemelerine göre kromozom ve antikolar üretilmiştir. Uygunluk fonksiyonu ve duyarlılık tanımlanarak yüzeyi temsil niteliği en fazla olan noktaların düğüm olarak seçilmeleri sağlanmıştır. Hata değerlerinin hesaplanmasında ve karşılaştırılmasında r-kare ve etkin değer hataları hesaplanmıştır. Düğüm ve ağırlık optimizasyonunda Akaike'nin Bilgi Kriteri (AIC) kullanılarak aday modeller arasında en iyi model aranmıştır. Metodların etkinliğini göstermek için sayısal örnekler verilmiştir. Deneysel çalışmaların sonucunda parametrik yüzey modellemede yapay zeka tekniklerinin global optimumu bulmada ve uydurma hatasını minimize etmede literatürdeki metotlara nazaran iyi sonuçlar verdiği, verilerdeki belirsizlik ve gürültüyü azalttığı, hesaplamsal karmaşıklıktan kurtardığı ve daha düzgün yüzeyler ürettiği ispatlanmıştır.

**Anahtar Kelimeler** – Nokta bulutu, yüzey tahmini, Bezier, B-spline, NURBS, düğümler, kontrol noktaları, ağırlıklar, yapay zeka.

## **ABSTRACT**

Ph.D. Thesis

# **SURFACE MODELING USING ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNIQUES**

**Erkan ÜLKER**

Selçuk University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical-Electronics Engineering

**Supervisor:** Prof. Dr. Ahmet ARSLAN

2007, 142 Pages

**Jury :** Prof.Dr.Ahmet ARSLAN

Prof.Dr.Saadetdin HERDEM

Prof.Dr.İnan GÜLER

Assoc.Prof.Dr.Hakan IŞIK

Assist.Prof.Dr.Yüksel ÖZBAY

Different methods are used to produce the computer model of most of the objects and surfaces in the real world. One of these methods is the representation of 3D surfaces from the scattered data points (point cloud) in space. The points can be obtained by using fotogrametric method, laser scanner tool or other surface measure techniques. Curve modeling operations must be implemented before implementing the surface model. Large amounts of data points require the implementation of high ordered formula representations. Later the surface is modeled by blending the curves.

One of the surface types which are the industry standards for data representation from point clouds is parametric (Bezier, B-spline and Non-Uniform Rational B-spline (NURBS)) surfaces. In order to find a good parametric surface model from large amount of data, generally the knots, parameterization, control points and weights are handled as variables.

In this study, the optimization of parametric surface variables problem was investigated in the point of view of artificial intelligence techniques. Firstly, from the unordered points set which lie on an unknown curve or assumed to pass close this curve, the estimation of the parametric variables which approximates the related curve was implemented. Secondly surface approximation is made by blending the curves which were estimated from the unordered point set which are assumed to belong to a real unknown object or surface. In the thesis, the minimization of the fitting error is aimed in order to find a smooth surface/curve. An alternative new method based on the fuzzy logic was proposed other than the mathematical methods which are used for the approximation of surface control points. The curve or surface point and the first and last points are assumed as inputs, the intermediate control points were estimated via fuzzy inference mechanism. For the implementation of the parameterization process according to the points selected in curve and surface parameterization, the artificial neural networks were used as a new approach. The inputs of the network were two parameter values and the outputs were the three-dimensional point data. Genetic algorithm and artificial immune system were used as a new methodology for the knots and weight optimization operation. The chromosome and antibodies were produced according to the selection of points as knots. Using the fitting function and affinity, the points which have the most representation capability were selected as knots. In calculated and compare of the error values, the r-square and root mean square errors were used. In knot and weight optimization, the best model was searched among the candidate models by using the Akaike's Information Criteria (AIC). Numerical examples were given in order to show the efficiency of the methods. According to the experimental results, for parametric surface modeling the artificial intelligence techniques give good results than the other methods in the literature to find the global optimum and to minimize

the fitting error. The newly proposed techniques reduce the imprecision and noise in data and also the clarification complexity and produce more smooth surfaces.

**Keywords** – Point cloud, surface approximation, Bezier, B-spline, NURBS, knots, control points, weights, artificial intelligence.

## ÖNSÖZ

Çalışmamda verdiği manevi destek ve gösterdiği üstün anlayıştan ötürü danışmanım sayın Prof.Dr.Ahmet Arslan'a, tez süresince belirttikleri görüşler ve önerilerle tezin yönlenmesinde yardımcı olan sayın Prof.Dr. Saadetdin Herdem ve sayın Yrd.Doç.Dr.Yüksek Özbay hocalarıma ve son olarak tezimde harcadığım zaman ve üzerimde oluşturduğu strese katlanmak zorunda kalan eşim Fatma Ülker ve çocuklarım Neriman ve Ahmet Berkay'a sabırlarından dolayı teşekkür ediyorum.

Bu tez çalışması Selçuk Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (BAP) Koordinatörlüğü'nce 07101019 numaralı "Yapay Zeka Teknikleri Kullanılarak Yüzey Modelleme" adlı proje ile desteklenmiştir.

## İÇİNDEKİLER

|                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1. GİRİŞ .....                                                                              | 1   |
| 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI .....                                                                 | 8   |
| 3. MATERYAL VE METOT .....                                                                  | 21  |
| 3.1. Parametrik Eğriler .....                                                               | 21  |
| 3.1.1. Bezier eğriler .....                                                                 | 21  |
| 3.1.2. B-Spline eğriler .....                                                               | 25  |
| 3.1.3. NURBS (Tekdüze olmayan rasyonel B-spline) eğriler.....                               | 30  |
| 3.2. Parametrik Yüzeyler.....                                                               | 32  |
| 3.2.1. Bezier yüzeyler.....                                                                 | 32  |
| 3.2.2. B-spline yüzeyler .....                                                              | 33  |
| 3.2.3. NURBS yüzeyler.....                                                                  | 35  |
| 3.3. Parametrik Eğri ve Yüzey Tahmini.....                                                  | 38  |
| 3.3.1. Bezier eğri ve yüzey tahmini.....                                                    | 39  |
| 3.3.2. B-spline eğri ve yüzey tahmini .....                                                 | 41  |
| 3.3.3. NURBS eğri ve yüzey tahmini.....                                                     | 48  |
| 3.4. Kullanılan Yapay Zeka Teknikleri.....                                                  | 54  |
| 3.4.1. Bulanık mantık .....                                                                 | 55  |
| 3.4.2. Yapay sinir ağları ve geri yayılım algoritması.....                                  | 57  |
| 3.4.3. Genetik algoritma.....                                                               | 58  |
| 3.4.4. Yapay bağışıklık sistemi ve klonal seçim algoritması .....                           | 58  |
| 4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI .....                                                                | 61  |
| 4.1. Kontrol Noktalarının Tahmini ile Bezier Eğri ve Yüzeylerin Tahmini .....               | 61  |
| 4.1.1. Verilen N kontrol noktasına göre bulanık eğri üretimi ve yüzeye genişletilmesi ..... | 61  |
| 4.1.2. Bulanık mantık ile Bezier yüzeylerin kontrol noktalarının tahmini.....               | 71  |
| 4.2. Düğümlerin Yer ve Sayılarının Tahmini ile B-spline Eğri/Yüzey Tahmini ...              | 83  |
| 4.2.1. B-spline eğri tahmini için genetik algoritma kullanılarak düğüm yerleşimi .....      | 85  |
| 4.2.2. B-spline eğri tahmini için yapay bağışıklık sistemi ile düğüm yerleşimi              | 91  |
| 4.2.3. B-spline yüzey tahmininde YBS/GA ile düğüm yerleşimi ve karşılaştırma .....          | 100 |
| 4.3. NURBS Ağırlıklarının Yapay Bağışıklık Sistemi ile Tahmini.....                         | 110 |
| 4.3.1. Yapay bağışıklık sistemi kullanılarak NURBS eğri uydurma .....                       | 110 |
| 4.3.2. Yapay bağışıklık sistemi kullanılarak NURBS yüzey uydurma.....                       | 118 |
| 4.4. Düğüm Ara Değerlerinin Bulunması Üzerine bir Çalışma.....                              | 127 |
| 4.4.1. NURBS yüzey ara değerlerinin yapay sinir ağı ile hesabı.....                         | 127 |
| 5. TARTIŞMA .....                                                                           | 133 |
| 6. SONUÇ VE ÖNERİLER .....                                                                  | 135 |
| 6.1. Sonuç.....                                                                             | 135 |
| 6.2. Öneriler .....                                                                         | 136 |
| 7. KAYNAKLAR .....                                                                          | 137 |

## SİMGELER VE KISALTMALAR

|                              |                                       |
|------------------------------|---------------------------------------|
| 2B, 3B                       | : İki boyutlu, Üç boyutlu             |
| NURBS                        | : Non-Uniform Rational B-spline       |
| CAD                          | : Bilgisayar Destekli Tasarım         |
| CAM                          | : Bilgisayar Destekli İmâlat          |
| MOO                          | : Çok amaçlı optimizasyon             |
| AIC                          | : Akaike'nin bilgi kriteri            |
| $p_i$                        | : Kontrol noktaları                   |
| $B_{i,n}$                    | : Bernstein harmanlama fonksiyonu     |
| $P(t), P(u)$                 | : Parametrik eğri                     |
| $[\vec{P}(t)], [\vec{P}(u)]$ | : İnterval parametrik eğri            |
| $N_{i,n}$                    | : B-spline harmanlama fonksiyonu      |
| $W$                          | : Ağırlık                             |
| $d, n, m$                    | : Eğri (yüzey) derecesi               |
| $t, u$                       | : Parametre                           |
| $Q_i$                        | : Veri noktaları                      |
| $\xi$                        | : Düğüm                               |
| GYA                          | : Geri yayılım algoritması            |
| YSA                          | : Yapay sinir ağı                     |
| GA                           | : Genetik algoritma                   |
| YBS                          | : Yapay bağışıklık sistemi            |
| $\alpha_i$                   | : Kontrol noktaları arasındaki açılar |
| $\mu$                        | : Üyelik fonksiyonu                   |
| $P_X$                        | : Noktanın x-ekseni koordinatı        |
| $P_Y$                        | : Noktanın y-ekseni koordinatı        |
| $R^2$                        | : $R^2$ testi                         |
| RMS                          | : Etkin değer hatası                  |
| Ab, Ag                       | : Antikor, Antijen                    |
| Affinity                     | : Duyarlılık                          |

## 1. GİRİŞ

Görüntü İşleme, Bilgisayar Grafikleri, Görüntüleme (İmaging), Bilgisayar Destekli Tasarım (CAD), Bilgisayar Destekli İmalat (CAM) gibi çeşitli çalışma alanlarındaki üç boyutlu nesneleri tanımlama uygulamalarında; font tasarımı, veri indirgeme, belirsizlikle mücadele, gürültü verisini tahmin etme, eğri ve yüzey kaplama, görselleştirme ve tahmin amaçları için birçok yöntem geliştirilmiştir. Üç boyutlu algoritmanın amaç ve gereksinimleri, modellenme yöntemleri yada kullanılan modelleme programına göre tanımlama yöntemlerinin sağladığı avantajlar farklılık gösterir. Nesne tanımlama yöntemlerini iki sınıfta incelemek mümkündür: Bu yöntemlerin ilkinde nesnenin iç kısmını dış ortamdan ayıran sınır (nesnenin yüzeyi) tanımlanır. Bu yöntemin belirgin örnekleri arasında poligonlar (poligonlar) ve parametrik yüzeyler (Bezier, B-spline, NURBS) bulunur. İkinci yöntemde ise nesnenin uzayda kapladığı hacim göz önünde bulundurulur ve genellikle bu yöntem nesnenin sınır bilgisinin uygulama için yetersiz kaldığı durumlarda kullanılır.

Bir nesnenin bilgisayar modelinin üretiminde poligonal yüzey modelleri; donanım üzerinde yüksek hızlarda görüntülenebilmesi ve oluşturulup kavranabilmelerinin kolaylığı açısından tercih edilmektedirler. Pürüzsüz bir yüzey temsili için (çok basit bir yüzey dahi olsa) çok fazla sayıda poligon gerektirmesi ve yüzey üzerinde düzenleme yapılmasının kolay olmaması dezavantajlarıdır. Bu yönetime alternatif bir diğer yöntem parametrik temsiller kullanmaktır. Parametrik temsiller; Bezier eğriler, Bezier yüzeyler, B-spline eğriler, B-spline yüzeyler ve Tekdüze olmayan Rasyonel B-spline (Non-Uniform Rational B-Spline-NURBS) eğri ve yüzeyleri içermektedir. Parametrik eğriler ve yüzeyler az yer kaplayan temsildirler ve bunlarda yüzey şeklini manipule etmek kolaydır. Özellikle bilgisayar destekli üretim ve imalat sanayinde iş parçalarının üretimi aşamalarında parametrik eğri ve yüzeyler çok tercih edilmektedir. Parametrik eğri ve yüzeylerin dezavantajları ise; oluşturmak ve kavramak basit değildir, sınır komşulukları ile aynı türden eğri ve yüzeyleri birleştirmek için algoritmalar çok karmaşıktır ve bunları poligonlara dönüştürmek için algoritmalar gerekmektedir. Parametrik yüzeyler endüstri standardı

olarak kabul edilmişlerdir ve çalışmada eğitim ve tahmin eğrileri/yüzeyleri olarak bu eğriler/yüzeyler kullanılmıştır.

Genel olarak iki boyutlu (2B) geometrik eğri modelleme ve üç boyutlu (3B) geometrik yüzey modelleme, bilgisayar grafikleri ve bilgisayar destekli tasarım ve üretim teknolojileri alanlarının hızlı bir şekilde gelişmesinde temel etkindir. Prensip 3B geometrik modelleme için gerekli iki durum ortaya çıkmıştır: (i) yüzeyin yeniden inşası yada rekonstrüksiyonu (Surface Reconstruction) ve (ii) yüzey tasarımı (Surface Design). Genellikle, gerçek dünya nesnelerinin geometrisini tanımlayan yüzey; fotogrametrik bir metot, bir lazer tarayıcı aygıt yada diğer yüzey ölçüm teknikleri kullanılarak noktalar şeklinde sayısallaşmış/örneklenmiş bir dağınık örneklem noktaları kümesi olarak elde edilirler. Bu örneklem noktaları *Nokta Bulutu* olarak da adlandırılırlar. Yüzey rekonstrüksiyonun amacı, organize edilmemiş noktalar kümesini yaklaşık olarak değerlendiren ve ara değerlendiren bir yüzey modeli oluşturmaktır. Ara değer bulma şeklinde model oluşturma işlemine interpolasyon (interpolation) denirken yaklaşık olarak değerlendirme yada tahmin etme şeklindeki model oluşturma işlemine de tahmin (approximation) denir. Tüm işlemler objenin sayısallaştırılmasından başlamaktadır. Sonra ölçülen noktalar uydurma yada interpolasyon teknikleri veya tahmin teknikleri kullanılarak bir 3B yüzey modeline dönüştürülür. Bu işlemlerin genellemeleri veri uydurma yada veri tahmini olarak adlandırılabilir. İnterpolasyonla uydurma formunda parametrik eğri, verilen veri noktaları kümesinin hespinden geçmeye zorlanır. İnterpolasyonla verinin uydurulması tekniği; modellenecek gerçek nesneyi tanımlayan veri noktaları yeterince doğru ve pürüzsüz olduğu zaman uygun olmaktadır. Tahminle veri uydurma formunda parametrik eğri, verilen veri noktaları kümesine yakın geçer ama onların hespinin üzerinden geçmesi zorunlu değildir.

Veri uydurmada matematiksel bir temsil için çok fazla yaklaşım vardır. Nokta bulutunun temsil ettiği yüzeyin karmaşıklığı azsa bir polinom denklemler kümesi yardımıyla temsil edilebilen cebirsel yüzeyler kullanılabilir. Serbest formlu ve daha karmaşık yüzeyler için tek bir polinomla şekli tahmin etmek zor olduğundan temsilde parametrik yüzeyler kullanılabilir. Genellikle kullanılan parametrik yüzeyler Bezier, B-spline ve NURBS yüzeylerdir. NURBS yüzeyler Bezier ve B-spline yüzeylerin genellemeleridirler. Dijital verinin eğri ve yüzey tahmini için parametrik yüzey

kullanıldığı zaman, optimizasyon bağlamında ayarlanacak amaç fonksiyonun karesel hataların toplamı olduğu gösterilebilir. Bununla birlikte bir parametrik yüzeyi (özellikle en zoru olan NURBS'ü) başarıyla kullanmak için anahtar noktalar iyi düğümlerin tanımlanması, parametrizasyon metodu seçimi, kontrol noktalarının ve (NURBS için) ağırlıkların belirlenmesi olduğu bilinmektedir. Bu doğal istekler değişkenler olarak düğümlerle, ağırlıklarla ve kontrol noktalarıyla ilgilidir ve bu yüzden amaç fonksiyonun rasyonel formatı uydurma görevi için çok değişkenli ve lineer olmayan (non-linear) optimizasyon problemini doğurmaktadır. Bu yüzden optimal çözüm bulmak zordur. Non-linear optimizasyon problemleri için çeşitli algoritmaların var olmasına rağmen tipik olarak, hesaplamsal açıdan pahalı ve zaman harcamalıdır. Ayrıca çok sayıda değişken gerektiren bir problemle yüzleşildiği zaman başlangıç değerleri öngörü için oldukça zor olmaktadır. Optimal tahmin sonuçları elde etmek için uygulanabilecek bir aday iyi bir non-deterministik optimizasyon stratejisi olabilir. Sezgisel (herüistik) tekniklere dayanan ve yapay zeka tekniklerinden esinlenen algoritmalar akla yatkın maliyetle optimal parametrelerin bulunmasında bir yaklaşım sağlayabilmektedirler. Burada Bulanık Mantık, Genetik Algoritma, Yapay Sinir Ağları ve Yapay Bağışıklık Sistemleri yapı olarak problemin çözümünü verebilecek sağlamlıkta ve kabiliyetde görünmektedir. Probleme yaklaşım bakış açılarına göre ayrı ayrı kullanılabilecekleri gibi birlikte de kullanılabilirler.

Tez çalışmasında öncelikle bir kural tabanında depolanmış yüzey üretme veya tahmin kurallarına dayanan yeni bir açık yüzey modelleme türü önerilmesi amaçlanmıştır. Kural tabanının oluşturulmasında ve yorumlanıp yüzeyin üretilmesinde yada tahmin edilmesinde yapay zeka teknikleri kullanılmıştır. Kural tabanının oluşturulması sürecinde kural sayısı çok fazla olduğu için gereksiz ve önemsiz kuralların seyreltilebilmesi için bir yapay zeka tekniği olan Kaba Küme Teorisi kullanılmıştır. Yüzeyi modelleyebilmek için birinci gereksinim kural tabanı olarak düşünülürken ikinci gereksinim yüzeyin dış bükey omurgasında (convex hull) uzanan kontrol noktalarıdır. Kontrol noktaları fikri parametrik (Bezier, B-spline, NURBS) yüzeylerden esinlenilerek ortaya çıkmıştır. Tezde matematiksel parametrik bir denklem yerine kontrol noktalarının birbirleri ile olan komşuluk ilişkileri esas alınmış ve ilişkiler kural tabanındaki kurallarla karşılaştırılarak en uygun yüzey

modellenmiştir. Poligonal modellerde görüldüğü gibi tüm yüzey noktası yerine sadece nispeten daha da az sayıda olacak olan kontrol noktalarının gözönüne alınmasında poligonal modellere göre avantajdır. Kural tabanı oluşturulduktan sonra verilen kontrol noktaları kümesine uygun yüzey üretiminde; bulanık mantık kullanılmaktadır. Dikkat edilirse yüzey modelleme sisteminin kural tabanı sadece bir kez oluşturulmaktadır, yüzey görüntüleme ve yüzey modellemede daima aynı kural tabanı kullanılmaktadır. Bu da sistemin genelliğini korur ve yeni kuralların eklenebilmesine açık olması nedeniyle esnekliğini sağlar.

Tez çalışmasının akışı içinde paralel olarak gerçekleştirilebilecek ikincil bir amaç daha ortaya çıkmıştır. Bu da yapay zeka tekniklerinin Bilgisayar destekli tasarım ve üretim (CAD/CAM) alanında yüzey üretiminde (modellemesinde) kullanılabilirliğini araştırmaktır. Üretilen yüzeyler yine parametrik yüzeylerdir. Bilgisayar destekli tasarım ve üretim bilgisayarların keşfinden beri geçen uzun yıllarda olgunlaşmıştır. Daha küçük şirketler için bile temel bir gereklilik olan ama önde gelen şirketler tarafından kullanılan pahalı bir araç olduğundan evrim geçirmiştir. CAD/CAM sistemlerindeki büyümenin arkasındaki temel güç, günümüzün global pazarlarındaki enerjik yarışmadır. Bu yarışma, maliyeti azaltarak zaman-ölçeğine yol gösterirken ürün performans ve kalitesindeki hızlı gelişmeleri komuta etmektedir. Geliştirme zamanını azaltmada tasarım işlemini otomatikleştirmek için endüstride bir gereklilik vardır. Yüzey geliştirme zamanının %80'ninin bir yüzeyin optimizasyonu yada ince ayarında harcandığı gözlemlenmektedir. Bu, yüzeyin başlangıç tasarımı ile mukayese edildiğinde oldukça büyüktür. Böylesi yüzey modifikasyonu için kullanılan CAD/CAM ortamları yüzeylerin otomatik optimizasyonu için sınırlı imkanlar sağlamaktadırlar. CAD/CAM ortamları, aşırı derecede zaman tüketen ve bilgi yoğunluğu olan iteratif bir yüzey optimizasyon işlemini desteklemektedirler. Bu gereklilik tezin hedefini ortaya koymada yardımcı olmuştur. Bu yüzden tezin bir amacı da yapay zeka tekniklerinin yardımcı araç olarak kullanımı sayesinde nesneyi temsil eden eğri ve yüzeylerin optimizasyonunu sağlamaktır. Herhangi bir CAD/CAM sistemi içinde az zaman harcayan bir yüzey optimizasyonu, tasarımcılar için bulunmaz bir fırsat olacaktır. Tasarımcılar ürettikleri tasarımlarına “esnek optimizasyon” yaklaşımı

uygulayarak üretimde çok fazla zaman harcayan ince ayar süresini azaltabilmektedirler.

Parametrik eğriler ve yüzeyler uydurma üzerine geniş araştırmalara rağmen veri noktaları seyrek ve gürültülü oldukları zaman “standart” çözümler genelde başarısızdırlar. Eğri ve yüzey inşası (tasarımı) problemindeki zorluklardan birisi; verilen örneklem noktaları kümesinden tek bir çözümün yada arzulan çözümün bulunamamasıdır. Veri analizi durumunda, olası yada makul çözümleri bulma, eğri ve yüzey tasarımının (konstrüksiyonunun) amacıdır. Bilinen bir eğrinin yada yüzeyin rekonstrüksiyonu durumunda, tahmini eğrinin ve yüzeyin iyi bir şekilde inşa edilebilmesi için veri yeterli yoğunlukta olmayabilir. Burada sunulan farklı metotların amacı, çoğunlukla zeki plansız sezgilerle mümkün olduğu kadar çok durumu kapsayan çözümleri aramaktır. Tezde, 2B düzlemdeki verilen hedef eğriye veya 3B ortamda verilen hedef yüzeye yakınsamada; (i) bir Bezier eğri ve yüzeyin kontrol noktalarını belirlemek için bulanık çıkarım sistemi kullanılan, (ii) bir B-spline eğri ve yüzeyinin düğüm sayıları ve yerlerini ayarlamak için Yapay Sinir Ağları, Genetik Algoritma ve Yapay Bağışıklık Sistemi Algoritmalarını temel alan ve son olarak (iii) bir NURBS eğri ve yüzeyinin hem düğümlerini hemde kontrol noktalarına uygun gelen ağırlıklarını tanımlamak için Yapay Bağışıklık Sistemi algoritmalarını temel alan optimizasyon şemaları kullanılarak geliştirilen ve önerilen yeni teknikler ele alınmıştır.

Eğri ve yüzey (Bezier, B-spline veya NURBS) tahmini metodu içinde uygun yakınsamayı garanti altına almak için başlangıç (Bezier, B-spline veya NURBS) parametrik eğrisi ve yüzeyi üzerinde dört temel gereksinim vardır: (1) onun şekli, hedef eğrinin ve yüzeyin şeklini yaklaşık olarak tutmalıdır, (2) onun düğüm noktaları uygun bir şekilde dağıtılmalıdır, (3) en uygun kontrol noktaları belirlenmelidir ve (4) tahmin eğri ve yüzeyi olarak NURBS kullanılıyorsa NURBS ağırlıkları tanımlanmalıdır. Bu tezde sunulan tekniklerin (2)-(4) gereksinimlerini hafifletmede yardımcılığı gösterilmiştir. Birinci gereksinimi sağlamak için bir kriter olarak tahmin hatası kullanılmıştır. Tahmin hatasının sıfır olması problemi eğri ve yüzey tahmininden alır ve eğri ve yüzey interpolasyonuna götürür. Tahmin hatası için uygun bir ölçü, hem amaç fonksiyonu tanımlamada hemde tahmin kalitesini

hesaplama da önemlidir. Tahmin hatası, ele alınan metotlarda tahmin edilen parametrik eğri ve yüzeyden hedef eğri ve yüzeye uzaklık olarak ölçülmektedir.

Bu tezde yapay zeka teknikleri açısından parametrik yüzey değişkenlerinin optimizasyonu problemine yaklaşılmıştır. Önce, bilinmeyen bir eğri üzerinde uzandığı yada bu eğriye yakın geçtiği varsayılan düzensiz noktalar kümesinden ilgili eğriyi tahmin eden parametrik değişkenlerin tahmini gerçekleştirilmiştir. Sonra bilinmeyen bir gerçek nesneye yakın geçtiği yada üzerinden geçtiği varsayılan düzensiz noktalar kümesinden tahmin edilen eğrilerin harmanlanması ile yüzey tahmini yapılmıştır. Tezde optimal eğri ve yüzey modeline verimli bir şekilde ulaşabilmek için Bezier, B-spline ve NURBS eğri ve yüzey uydurma probleminin çözümü; bulanık mantık, yapay sinir ağları, genetik algoritma ve yapay bağışıklık sistemi yaklaşımlarıyla ele alınmıştır. Bu yöntemler nokta sayısının fazla olmasından ortaya çıkan belirsizlik, gürültü ve hesaplama karmaşıklığının üstesinden gelmede literatüre yeni yaklaşımlar olarak dahil edilmiştir. Girişleri düzensiz noktalar kümesinden seçilen bir nokta ve eğri ile yüzeyin sınırlarını temsil eden ilk ve son noktalar olan bir bulanık çıkarım sistemi vasıtasıyla nokta bulutuna en uygun eğriyi üreten kontrol noktalarının tahmini yapılmıştır. Parametrik eğriler ve yüzeyler için interval aritmetiğin de dahil edildiği interval kontrol noktaları tahmin edilerek orjinallik ortaya konulmuştur. Bulanık çıkarım sistemi hesaplama karmaşıklığını büyük oranda azaltmıştır. Bundan başka, nokta bulutundaki çok sayıdaki noktadan yüzeyi temsil yeteneği en fazla olan düğüm noktalarının tespitinde ve sayılarının belirlenmesinde iki yeni yaklaşımla eğri ve yüzey tahmini de gerçekleştirilmiştir. Ortaya konan iki yeni yaklaşım (genetik algoritma ve yapay bağışıklık sistemi) için performans testleri yapılmıştır. Bu alanda yapay bağışıklık sisteminin kullanılması özgün bir katkıdır ve orjinallliği sağlamıştır. İteratif ve rasgele seçimlerin yapılması çözüm çeşitliliğini arttırmıştır. İyi sonuçlardan daha iyilere ulaşılması ile global çözüme ulaşmada harcanan zaman azalmıştır. Arama işleminde yerel minimumlara takılma ortadan kaldırılmıştır. Aynı teknik NURBS yüzeylerin ağırlıklarının belirlenmesinde de kullanılarak bu alanda bir ilk sağlanmıştır. NURBS yüzeylerin hem düğüm noktaları optimizasyonunda hemde ağırlık optimizasyonunda yapay bağışıklık sistemi kullanılması literatürde olmayan bir yaklaşımdır. Bunlara ek olarak, parametrisasyon işlemlerinde sadece matematiksel teknikleri kullanmak

yerine yapay sinir ağı kullanılarak parametrisasyon yapılmasında yapay zeka tekniklerinin kullanıldığı ilk çalışma da tez kapsamında ortaya konmuştur. Bu yöntem ile seçilen belirli noktalara göre düğüm dizilerini oluşturma yaklaşımı yerine istenilen keyfi noktalarla düğüm dizilerinin oluşturulması sağlanmıştır. Bu düğümlere göre ağ eğitilmiş ve verilen nokta bulutuna en yakın yüzey ağın öğrenilen ağırlıkları sayesinde üretilmiştir. Bundan sonra her parametre çifti için uygun gelen yüzey noktasının hesaplanmasında performans artışı sağlanmıştır. Tezde yapay zeka tekniklerinden bulanık mantık, genetik algoritma, yapay sinir ağları ve yapay bağışıklık sistemlerinin yüzey (yada eğri) uydurma işleminde yeni yöntemler olarak kullanılmasıyla düğüm vektörünün, kontrol noktalarının ve ağırlıkların optimizasyonu gerçekleştirilmiş ve yeni metodolojiler olarak önerilmiştir. Bilinen bilgi kazanç kriterleri (örneğin Akaike'nin Bilgi Kriteri (AIC)) kullanılarak aday modeller arasında en iyi model aranmıştır.

## 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Nokta bulutlarından parametrik 3B yüzeylerin temsili 3B modellemede ilgilenilen bir problemdir. Bu alanda literatürde oldukça fazla yayın vardır (Hagen ve ark. 1993, Puntambekar 1994, Mencl ve Müller 1998, Weiss ve ark. 2002). Plemenos (2000) ise özellikle bilgisayar grafiklerinde yapay zeka tekniklerinin kullanımını detaylıca ele almıştır. Bu bölümde öncelikle yapay zeka teknikleri kullanılarak parametrik eğri veya yüzey uydurulması çalışmalarından bahsedilecektir. Yüzey temsilinden önce eğri temsili gerçekteştirilmesi gerektiğinden dolayı kaynak araştırması hem parametrik eğriler hemde parametrik yüzeyler için yapılmıştır. İlk öne sürülen parametrik eğri ve yüzey temsil türü 1959 da Paul de Casteljau tarafından önerilen Bezier eğrilerdir. Ama 1970'lerde Renault'daki Fransız mühendis Pierre Bézier tarafından otomobillerin tasarımında kullanılmasıyla tanınmış bir hal almıştır (Bézier 1974).

Itoh ve Ohno (1993) bir tarayıcı ile elde edilen bir karakterin gri-seviye imgesinden otomatik biçimde yazı tipi anahatını (font outline) üreten bir algoritma sunmuşlardır. Çalışmalarında noktaları önce segmentlere bölmüşler ve sonra en küçük kareler uydurma tekniği ile her bir segmente bir parçalı kübik (piecewise cubic) Bezier eğri uydurmuşlardır. Plass ve Stone (1983) bazı üstün B-spline yazı anahatları vermişlerdir ve optimum kesme noktalarını tanımlamak için dinamik programlama kullanmışlardır. Yang ve ark. (2001) el yazımı şeklindeki belgelerin içinde kübik bir Bezier eğri uydurma yardımıyla Çince karakterleri vektörize etmek için bir metot önermişlerdir.

Sarfraz (2004), iki boyutlu şekillerin anahatlarından toplanan düzlemsel veriye uydurulmuş olan optimal eğri vasıtasıyla temsil edilen şekiller için evrimsel bir yaklaşım öne sürmüştür. Kullanılan spline model rasyonel (rational) kübik spline'dır. Genler olarak şekil parametreleri ile beraber düğümlerin yerleşim yerlerinin olduğu adaylar hesaba katılarak kromozomlar inşa edilmiştir.

Raidl ve Wurm (1998) temel fonksiyonlar olarak Tensor Product Bernstein Polynomials (TPBP) kullanan bir tahmin tekniğini ileri sürmüşlerdir. Verilen sonlu veri örneklemelerini iyi biçimde uyduran sonuç tahmin fonksiyonlarını elde etmede TPBPler için uygun olan kontrol noktalarını aramak için evrimsel bir strateji kullanılmıştır. Raidl ve Kodydek (1998) bir Tensor product Bernstein Polynomial

(TPBP)'in aynı zamanda, kontrol noktası koordinatlarının giriş ağırlıkları vasıtasıyla temsil edildiği bir ileri-beslemeli (feed-forward) sinir ağlarının özel bir sınıfı olarak da yorumlanabileceğini göstermiştir.

Sarfraz ve Khan (2002, 2004a, 2004b), sayısal karakter imgelerin sınırının tahmini için bir algoritma önermişlerdir. Uydurma için parametrik kübik Bezier eğriler kullanılmıştır. Sarfraz ve Razzak (2002), daha esnek şekiller üretmek için kübik Bezier ve Hermite kontrol parametreleri kullanarak anahat fontunu yakalamak için bir algoritma önermiştir. Sarfraz ve ark. (2004) özellikle el-çizimi şekiller ve fontlar içeren 2B şekillerin anahatlarını yakalamak için faydalı olan bir optimal kübik bezier eğri tasarımı sunmuşlardır. Herhangi bir eğri için Bezier eğrinin kontrol noktalarının uygun yerlerini bulmak için metot önermişlerdir.

Marzais (2006) en küçük kareler uydurma tekniği ile bir noktalar grubundan yüzey rekonstrüksiyonu metodunu sunmuştur. Girdi, her bir nokta için bir parametreler çifti ile sağlanan  $R^3$  uzayının sonlu bir alt kümesidir. Çıktı, bir Bezier yada B-spline yüzeyin (yada aynı türde herhangi bir yüzeyin) kontrol noktaları ızgarasıdır. Sun ve ark. (2006) parçalı kübik Bezier eğri tahminine dayanarak online el çizimi nesneler için bir parametrisasyon metodu sunmuşlardır. Hedef, online grafik girdileri için pratik bir şekilde uyum sağlayabilme yeteneği olan daha az bir hesaplama ile belirli bir hata toleransı içinde kompakt bir formda taslakları temsil etmektir. Sohel ve ark. (2005a) eğri ile kendisinin kontrol çokgeni arasındaki boşlukta Bezier eğri noktalarının parametrik kaydırılması şeklinde hem yerelleşmiş hemde global şekil bilgisini birleştiren bir dinamik Bezier eğri modeli önermişlerdir. Sohel ve ark. (2005b) daha sonra önceki çalışmalarını geliştirip Bezier eğrileri kullanarak soysal bir şekil tanımlayıcı (SDBC) olarak adlandırılan yeni bir şekil tanımlama algoritması sunmuşlardır. Bu algoritma belirli bir bölge içindeki bir nesnenin şekli hakkında etki alanına özgül bilgiyi entegre ederek Bezier kontrol noktalarının üretilmesi için yeni bir strateji tanımlamaktadır. Strateji, kontrol noktaları için iyileştirilmiş bir dinamik sabit uzunluklu kodlama şeması da içermektedir. Rişkus (2006) bir dairesel yayı kübik Beziere çevirme ve bir dairesel yaylar kümesi ile kübik Bezier eğrinin tahmini problemini ele almıştır.

Yerel olarak segmentlenmiş bir bölge içinde veriyi en iyi şekilde tahmin eden bir Bezier yüzey üretecek olan çokgen ağını tanımlamada kontrol noktalarını

hesaplamak için Knopf and Casasent (1997) tarafından iki katmanlı bir sinir ağı önerilmiştir ve bu sinir ağı Bernstein Geçişme Fonksiyonu (Bernstein Basis Function-BBF) ağı olarak adlandırılmıştır. Sonra 2001 de Knopf (2001), Bernstein Geçişme Fonksiyon (BBF) ağına dayanarak koordinat ölçümlerinden düzgün kapalı Bezier yüzeylerin rekonstrüksiyonu için bir teknik sunmuştur. Yalnız bir kez adapte edilen ağların final ağırlıkları Bezier yüzeyin kontrol noktalarına karşılık gelmektedir.

Iglesias ve Gálvez (2001a) verilen bir veri kümesine çapraz gergili (tensor product) parametrik yüzey uydurmak için fonksiyonel ağları kullanmıştır. Bu metodun performansı Bezier yüzeyler durumu için gösterilmiştir. Iglesias ve Gálvez başka bir çalışmalarında (2001b, 2001c), Bir Bernstein geçişme fonksiyonları ailesi kullanılarak tahmin edilen çeşitli çapraz gergili B-spline yüzeylerden verilen bir veri kümesini uydurmak için fonksiyonel ağları kullanmışlardır. Genelde pratik uygulamalar için artık Bezier şemalar uygulanmadığı için Echevarría ve ark. (2002) ve Iglesias ve ark. (2004) sonra onun yerine yüzey rekonstrüksiyon problemi için B-spline yüzeylerin kullanımını önermişlerdir. Her iki çalışmada veri noktalarına en iyi uyan B-spline yüzey uydurmanın kontrol noktaları sayısını tanımlamaktadır. Aynı yıllarda Hoffman (2001) dağınık uzamsal noktaları düzenlemede yapay sinir ağı kullanarak bir B-spline yüzeyin yerel güncellenmesi için bir yaklaşım sunmuştur. Önerdiği teknik herhangi bir ek bilgi türü gerekmeksizin üst üste kesişen ve içbükey olan veri kümelerini ele alabilir. İşlemin sonucu, bir temel yüzey olarak yada bir tahminci (approximant) olarak kullanılabilen bir B-spline yüzeydir. Metodun doğruluğu büyük oranda sinir ağı içindeki çıkış düğümlerinin sayısına ve eğitim süresine bağlıdır.

Barhak ve Fischer (2001) iki aşamaya dayanan parametризasyon metodu önermişlerdir: 1) 2B başlangıç parametризasyonu ve 2) 3B adaptif parametризasyon. Birinci aşama için iki metot geliştirmişlerdir: Kısmi diferansiyel denklem (Partial Differential Equation (PDE)) parametризasyonu ve kendini organize edebilen haritalar sinir ağı (neural network Self Organizing Maps (SOM)) parametризasyonu. PDE parametризasyonu kendisini kesebilen kesişimler içermeyen bir parametrik ızgara vermektedir. Sinir ağı SOM parametризasyonu ise tekdüze (uniform) ve düzgün bir yüzey ortaya çıkaran ve sadece sınır noktalarını değil ızgarayıda etkileyen

örneklem noktalarının tümünün bir ızgarasını oluşturur. İkinci aşamada bir 3B temel yüzey oluşturulur ve sonra uyarlamalı (adaptif) bir biçimde değiştirilir. Bunu sonlandırmak için her ikisi de iteratif yüzey uydurma metodu olan eğim azaltma algoritması (Gradient Descent Algorithm (GDA)) ve rasgele yüzey hata doğrulaması geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Ters mühendislik işlemleri içinde darboğaza sebep olan; inşa edilecek olan nesnenin topolojisi bilinmediğinden nokta bağlantırlık (yada bağlanabilirlik) ilişkilerinin tanımlanmaması ve uydurulan yüzeyin açık bir şekilde tanımlanmamış global ve yerel şekil koruma kriteri sağlama zorunluluğu parametризasyonu etkiler. Bundan dolayı, bu problemlerin üstesinden gelmek için Barhak ve Fischer'in (2001) diğer çalışmasında, bir 3D parametrik grid oluşturmak için yine sinir ağı SOM önerilmiştir. Önerilen SOM metodunun temel avantajı, hem ızgaranın yönelimini hemde alt sınırların pozisyonunu bulmasıdır. Sinir ağı ızgarası, adaptif öğrenme işlemi vasıtasıyla örneklem şekline yakınsar. Yüzey uydurma aşamasında yine SOM metoduna dayanan bir rasgele yüzey hatası doğrulaması (RSEC) uydurma metodu geliştirilmiş ve yürütülmüştür.

Boudjemai ve ark. (2003) Kohonen'in SOM'larından türetilen torik ve küresel haritalar olarak belirli mimariler için bir öğrenme algoritması uygulayarak örneklem noktaları arasındaki bağlantırlığı inşa etmeyi amaçlamışlardır. Ön-inşalı bir sinir ağı mimarisinden ve bir öğrenme işleminin kullanımıyla başlayarak, orjinal yüzeyin topolojik bir modeline ulaşmışlardır.

Şekil tanımanın hem seyreltmeyi ve hem düzeltmeyi gerektiren bir adım olduğu gözönüne alınarak, Kumar ve ark. (2004) organize edilmemiş kaba nokta verisinden eğri ve yüzeylerin parçalı lineer rekonstrüksiyonu için gelişen SOM (GSOM)'a dayanan bir yaklaşımı önermişlerdir.

Bezier eğri ve yüzeyler birçok ayrıntılı modelleme probleminin üstesinden gelebilmesine rağmen bazı kısıtlama ve dezavantajlarına sahiptir. B-spline eğriler bu tür dezavantajların üstesinden gelebilmek için yerel etki alanlarına sahip geçişme fonksiyonları kullanır. Bir başka deyişle, B-spline eğrilerinin kullandığı geçişme fonksiyonları kendilerine ait kısımlar dışında sıfıra eşittir. Bundan dolayı eğrinin şekli sadece kendisine komşu birkaç kontrol noktasına bağlıdır. B-spline eğrilerinin Bezier eğrilerine göre bir başka önemli avantajı ise B-spline eğrilerinin derecesi ile kontrol noktaları sayısının birbirlerinden bağımsız olmasıdır. Bu avantajlara karşın

B-spline eğrilerinin programlanması Bezier eğrilerine göre daha zor ve karışıktır. B-spline'lar (yada Basis-Spline) 1940'larda çeşitli araştırmacılar tarafından araştırılmıştır. Ama de Boor çalışmasını yayınlıncaya kadar (de Boor 1978) endüstride popülarite kazanmamıştır.

Heidric ve ark. (1996) bir lineer programlama problemi olarak integral ve rasyonel B-spline uydurmaya  $l_1$  ve  $l_\infty$  normlarının nasıl uygulanabileceğini tanımlamıştır.

Şekil kontrol parametreleri ile bir rasyonel kübik spline, kendisinin bilgisayar grafikleri alanındaki uygulaması şeklinde bir bakış açısıyla Habib ve ark. (2005) tarafından ele alınmıştır. Makalede konik kesitlerle parametrik kübik eğriler özel durumlar şeklinde birleştirilmişlerdir. Çalışmada verilen bir veri noktaları kümesinden eğri interpolasyonu inşa eden ve her eğri segmenti ile birlikte şekil koruma ve şekil kontrol parametrelerini değiştirerek eğri şeklinin sonraki etkileşimli değiştirimlerini mümkün kılan verimli bir şema sunulmuştur. Parametreler kontrol noktalarının ağırlıklarıdır.

Yuwen ve ark. (2006) yatay kesit tasarım tekniğine dayanarak dağınık veri için doğrudan dilimleme stratejisi benimseyerek temel bir düzgün B-spline yüzey parametrizasyonu kuran algoritma önermişlerdir.

Yoshimoto ve ark. (1999) bir spline ile veri uydurmak için iyi düğümleri tanımlamayı hedefledikleri bir çalışma yapmışlardır. Genelde veri uydurma problemindeki global optimum bulma zorluğunun üstesinden gelmek için orjinal problemi genetik algoritma ile çözen bir strateji kullanmışlardır. Onların genetik algoritma metodu kullanılarak düğümlerin sayısı ve yerleşimleri eş zamanlı olarak tanımlanabilir. Genetik algoritmada uygunluk fonksiyonu olarak Akaike'nin bilgi kriterini (AIC) kullanmışlardır.

B-spline eğri uydurma amacıyla parametre optimizasyonu için Genetik Algoritmaya dayanan bir yaklaşım da Kumar ve ark. (2003) tarafından sunulmuştur. Genetik algoritmanın başlangıç popülasyonunu oluşturmak için mevcut parametrizasyon metotlarının hepsine dayanan yeni bir metot önermişlerdir. Kullandıkları parametrizasyon metotları RBFN ve giriş uzunluğu parametrizasyonudur. Bu metot, kararlı yakınsama ile yakın global çözümler için yakınsamış yüksek uygunluklu başlangıç gen havuzu sağlamıştır. Genetik

algoritmaların bilgisayar destekli tasarımıdaki yerini Renner ve Ekart (2003) irdelemiştir.

Geleneksel yüzey rekonstrüksiyon metotları ya rekonstrüksiyondan önce parça parça düzgün (smooth) yüzey yamalarına uygun bölgeler içine veriyi parçalaması gereklidir. Chen ve ark. (1992) çok katlı ileri beslemeli sinir ağları kullanan bir yüzey rekonstrüksiyon metodu önermişlerdir. Çok katlı sinir ağları ile temsil edilmiş parametrik form; klasik metotların çoğundan daha genel ve esnek bir biçimde parça parça düzgün yüzeyleri modelleyebilir. Yeni yaklaşım metodu eğitim verisindeki özellikle aykırı değerler gibi hataları ele alan hatayı geriye yayma algoritmasının (Back Propagation-BP) genişletmesi olan bir sağlam (robust) hatayı geri yayma algoritmasına dayanmaktadır. Çalışmalarının en önemli bulgularını şöyle özetlemişlerdir. (i) Çok katlı ağlar, karmaşık yapılarla parçalı düzgün yüzeyler için yüzey rekonstrüksiyonunu icra etmek için eğitilebilirler. (ii) Yüzey rekonstrüksiyonundan önce veri öngruplamasını gerektirmemektedir. (iii) Kaba hataların varlığında rekonstrüksiyonda BP algoritması başarısızdır. Yeniden inşa edilen yüzey eğitim verisinin kalitesine aldırış etmeden tüm eğitim verisini kolayca enterpole etmektedir. (iv) Aykırı değerlerin olması durumunda Sağlam BP algoritması iyi bir yüzey rekonstrüksiyonu icra etmektedir. (v) Parçalı düzgün yüzeyler için Sağlam BP algoritması, yüzey rekonstrüksiyonundan aykırı değerleri çıkarmada ve süreksizlikleri korumada kabiliyetlidir.

Düzlem üzerinde verilmiş bir noktalar kümesi verildiğinde onlara (enterpolasyon yada tahmin ile) bir eğri uydurmak amacı için ilk görev enterpolasyon yada tahmin metotları için noktaların sırasını (düzenini) tanımlamaktır. Kohonen ağı Hoffman and Varady (1997) tarafından noktaları sıralamada kullanılmıştır. Bu makalede belirli bir sırada noktaları tahmin etmek ve enterpole etmek için B-spline eğri kullanılmıştır. Daha sonra Hoffman (1999) Kohonen sinir ağı algoritmasının bir modifikasyonunu sunmuştur. Yüzey rekonstrüksiyon probleminde daha iyi bir çözüm vermesi için eski komşuluk yapısı yerine yeni sürekli azalan komşuluğu önermiştir. Bu yeni sürekli azalan komşuluk daha iyi bir şekilde giriş noktalarına doğru nöronları çekmeye yardım eder ve nihayetinde çıkış katmanı dağınık giriş verisi üzerinde daha yumuşak bir dikdörtgen gridi biçimler. Bu önışleme adımlarından sonra standart serbest-şekil algoritması yüzey rekonstrüksiyonu için kullanılabilir.

Hoffman (2005) de dağıtık veri tahmini için Kohonen sinir ağının sayısal kontrolünü gerçekleştirmiştir.

Krishnamurty and Levoy (1996) gelişigüzel bir topolojinin yoğun düzensiz poligon ağlarını yerdeğiştirme haritaları eşiliğinde çapraz gergili (tensor product) B-spline yüzey yamalarına çevirmek için bir algoritma ve sistem sunmuştur.

Goshtasby (1999) düzlem üzerinde düzensiz yerleşmiş geniş bir noktalar kümesi verildiğinde noktaları altkümelere parçalamak ve her bir alt kümeye parametric bir eğri uydurmak için bir algoritma tanımlamıştır. Noktalar fiziksel bir olgudan ölçülmüş olabilirler ve bu işlem içindeki amaç noktalar arasındaki örüntüleri bulabilecektir ve analitik olarak olguyu tanımlayabilecektir. Noktalar, geometrik bir modelden ölçümlerdir ve amaç, parametrik eğrilerin bir kombinasyonu ile modeli yeniden inşa edebilmektir.

Fernand ve ark. (2000) B-spline yüzey tahmini için dağıtık 3B verinin sıralanması ve parametrizasyonu konusunda çalışmışlardır. Bir parametrizasyona ulaşmak için yüzeye genişletilmiş Gaus (Gaussian) eşlemeyi ve eşbenzersiz bir parametrizasyon sağlayan bir segmentasyon planını kullanmıştır.

Yoğun ve gürültülü veriye B-spline eğri tahmini için Li ve ark. (2005) tarafından bir adaptif düğüm yerleşim algoritması tanımlanmıştır. Bu algoritmada veri noktalarının ayrık eğriliği (kavisi), verinin temelinde olan eğrinin eğrilik karakteristiğini açığa çıkarmak için bir dijital süzgeç kullanılarak yumuşatılmıştır. Sonra düğümler otomatik bir biçimde eğriye yerleştirilmiştir.

Pottmann ve ark. (2002a, 2002b) karesel uzaklık minimizasyonuna (Square Distance Minimisation - SDM) dayanarak bir B-spline eğri ile hedef eğrinin tahmini için iteratif bir optimizasyon şeması önermişlerdir. SDM'nin temel avantajı hedef eğri üzerindeki veri noktalarının parametrizasyonunu gerektirmemesidir. Bir başlangıç B-spline eğrisi ile başlayarak, bu şema hedef eğriye doğru yakınsayan bir aktif B-spline eğrisi oluşturur ve veri noktası parametrizasyonuna güvenen mevcut metodlardan daha iyi bir tahmini B-spline eğrisi üretir. Bununla birlikte SDM, optimizasyonun kendisinin doğasından dolayı başlangıçtaki B-spline eğrisine duyarlıdır. Bunu adreslemek için Yang ve ark. (2004) aktif spline eğrisinin kontrol noktalarının sayılarını ve yerlerinin her ikisini otomatik ayarlamak için prosedürlerle

SDM'yi tümleştirmiştir. Bu, tek başına kullanılan SDM'den daha sağlam ve uygulanabilir bir metoda sebep olmuştur.

Park ve Lee (2005) egemen noktanın seçimine dayanan hata-sınırlı B-spline eğri tahmini için bir metot önermiştir. Metot, ilk olarak verilen noktalar içinden nokta kümesinin tüm şeklini yöneten başlangıç egemen noktaları seçer. Sonra egemen noktaları kullanarak bir düğüm vektörü hesaplar ve verilen tüm noktalara B-spline eğri uydurmayı gerçekleştirir. Eğer uydurulan B-spline eğri belirli bir tolerans içinde noktaları tahmin edemezse metot, egemen nokta olarak daha fazla nokta seçer ve eğri uydurma işlemini tekrarlar.

NURBS yüzeyler Bezier ve B-spline yüzeylerin genellemeleridir ve geometri tasarımı ve gösterimi için endüstri standardı araçlardır. Bir B-spline eğri ve yüzeyler kendisinin kontrol noktaları ve düğüm değerleri ile eşsiz biçimde tanımlanırken NURBS (Non-uniform Rational B-splines) eğri ve yüzeyler için ağırlık vektörü ek olarak belirlenmiş olur. NURBS'ler kontrol noktaları, düğüm vektörleri ve ağırlıklar gibi çeşitli kontrol denetimcilerine sahip oldukları için tasarımcılar, arzulanan şekilleri elde etmek ve değiştirmek için parametrelerin seçiminde onlar arasında karar vermek zorundadırlar. Bu, bilgisayar destekli geometrik tasarımda (CAGD) en önemli konulardan birisidir.

Verilmiş bir dağınık teğet düzlemleri kümesinden gelişebilir NURBS yüzey inşası için özel bir metot Hoffman ve Kovacks (2003) tarafından sunulmuştur. Metot, Problemi izdüşümsel uzayın çifteliği kavramı vasıtasıyla ele almıştır. Kohonen sinir ağı dağınık veriyi düzenleyebilir ama bu tekniğin kullanımı için özel bir uzaklık fonksiyonu uygulanmıştır ve eğri modelleme gerçekleştirilmiştir. Metodun iki avantajı vardır: (i) sinir ağının yeterli bir şekilde yumuşak kontrol ızgarası ve herhangi bir ilave yumuşatma ve kaplama tekniği olmadan yüzey ortaya çıkaran bir asgari enerji özelliği türüne sahip olmasıdır, (ii) bu metodun bir dağılım ile verilen son derece çok veriyi ele alması yerine birkaç giriş verisi ele alabilmesidir.

Hagen ve Bonneau (1993) bir enerji integralinin algısıyla düzgün bir yüzeye ulaşmak için bir yol olarak rasyonel B-spline yüzeyin ağırlıklarını tasarlayan bir varyasyonel yaklaşım hesabı tanımlamıştır. Juhász (1999), NURBS kontrol noktalarının ağırlıklarının modifikasyonu yardımıyla NURBS eğrilerin tayin edilen şekil modifikasyonunun nasıl yürütüleceği problemini adreslemiştir. Piegl ve Tiller

(1995) de düğüm değerlerinin yaklaşık tahmini ve noktaların değerlerinin optimizasyonunu yapmışlardır. Sonra (2000) de tam interpolasyon korunurken kontrol noktaları sayısının nasıl indireneceği problemini adreslemişlerdir. Fikir, mümkün olduğu kadar az sayıda düğümler eklenerek her satır enterpole edilebildiği için biraz esnek düğümler vermektir. Huang ve Yan (2003) tarafından animasyonda çeşitli yüz ifadelerinin simülasyonu kontrol noktaları sabitlenerek ve ağırlıklar değiştirilerek icra edilmişken Prahasto ve Bedi (2000) multi-eğri B-spline tahmini için düğüm vektörünün optimizasyonunu icra etmiştir. Parametrik eğri ve yüzey tahmini için Pottman ve ark. (2002) bir aktif çerçeve modeli sunmuşlardır. Lee (2003), iki boyutlu B-spline eğrileri kullanarak yamulgan şekiller için bir eğri uydurma metodu sunmuştur. Hongwei ve ark. (2004) verilen veri noktalarını uydurmak için iteratif NURBS eğri ve yüzey inşa etmiştir. Verilen nokta kümesinin eğrinin kontrol noktası kümesi olarak alındığı bir başlangıç NURBS eğri yada yüzey parçası ile işlemlere başlanmıştır. Sonra iteratif bir formülle eğrinin kontrol noktaları yavaş yavaş ayarlanarak gittikçe artan yüksek duyarlılıkla tekdüze olmayan (non-uniform) B-spline eğriler grubu elde edilmiştir.

Sarfraz ve ark. (2005), eğri uydurma problemlerinde, şekil tasarımı için optimize edilmiş bir eğri elde etmek için düğümlerin seçimini ele almışlardır. Sarfraz ve Raza (2001) B-spline kullanılarak eğri uydurma probleminde düğümlerin seçimini ele alırlarken, (2005) de NURBS kullanılarak eğri uydurma problemine “Benzetimli Evrim (Simulated Evolution)” olarak bilinen bir evrimsel herüstik tekniğin uygulanmasını sunmuşlardır.

Goldenthal ve Bercovier, genetik algoritma kullanan non-uniform B-spline’ların düğüm vektörleri üzerinde maliyet fonksiyonunun optimizasyonu için optimal kontrolü ileri sürmüşlerdir (2003, 2004a). Çalışmada genetik algoritma kullanılarak optimal kontrol denklemlerinin çözümü için iki yaklaşım gösterilmiştir. Birinci yaklaşım değişkenlerin her birinin sıra ile ve ayrı ayrı optimizasyonudur. En iyi düğüm vektörü seçilir ve parametrisasyon popülasyonunu optimize etmede kullanılır. Bu işlem birkaç kere döngü içinde tekrarlanır. Bu yaklaşım ‘değişken (alternating) yaklaşım’ olarak bilinir. Diğer yaklaşım iki kromozomla bir varlığı tanımlayan ve ‘unified yaklaşım’ olarak bilinen yaklaşımdır. Kromozomlar; düğüm

vektörü ve parametrizasyondur. Bu yaklaşım kullanılarak her iki değişkende optimize edilmiştir.

Goldenthal ve Bercovier (2004b) eğri ve yüzeylerin optimizasyonu ile tasarım için bir çok amaçlı optimizasyon (Multi-Objective Optimisation) algoritması önermişler ve bunu evrimsel algoritmalarla birleştirmişlerdir. Önerdikleri evrimsel MOO algoritması, NURBS eğriler ve yüzeylerin optimizasyonu için kullanılmıştır. Optimizasyon değişkenleri düğüm vektörleri, parametrizasyonlar ve NURBS ağırlıklarıdır.

Uygulamaların çoğunda bir NURBS yüzeyin oluşturulmasında veri noktalarına uydurulan yüzeyin bazı sınır koşullarını sağlaması da beklenebilir. Bunlar pozisyonel, normal ve diğer pratik sınır koşulları olabilir. Sınır koşullarına odaklanmış yüzeyler elde etmek için veri noktalarına NURBS yüzey uydurma amaçlı bir metot Yin (2004) tarafından sunulmuştur. Yin'in metodu başlangıçtaki NURBS yüzeyleri inşa etmede kontrol noktaları olarak seçilen veri noktalarını kullanır ve sonra Lagrange çarpanları metodu ile sınır koşulu kısıtlamaları altında minimum sapma gözetilerek veri noktalarını değiştirir.

Xie ve Qin (2001) varyasyonel prensip, sayısal teknikler ve enerji minimizasyonunun birleştirilmiş metodolojisi vasıtasıyla NURBS eğri ve yüzeyler için diğer kontrol değişkenleri kadar iyi tekdüze olmayan (non-uniform) düğüm vektörlerinin otomatik determinasyonunu kolaylatıran bir modelleme tekniği sunmuş ve interaktif bir algoritma geliştirilmiştir. Çalışmada NURBS düğümlerinin otomatik determinasyonu gerçekleştirilmiştir.

NURBS uydurma için çeşitli interpolasyon şemaları örneğin NURBS'ün özel bir durumu olan konikler adına geliştirilmiştir. Genel NURBS eğriler ve yüzeyler uydurma için bazı yaklaşımlarda geliştirilmiştir (Piegl 1991, Farin 1992). Diğer bazı yazarlar NURBS eğri ve yüzey tahmini için nonlinear yaklaşımları araştırmışlardır. Tipik bir yaklaşım Hoschek ve Schocider'in (1994) çalışmasında bulunabilir. Bu çalışma, ölçülen noktalardan karşılığı olan uydurulmuş eğri yada yüzey noktalarına olan karesel uzaklıklar toplamını minimize ederek eşzamanlı bir şekilde NURBS eğri yada yüzeyin hem kontrol noktalarını hemde ağırlıklarını tanımlamaktadır. Benzer bir yaklaşım aynı zamanda Gengous ve Mekhilef (1993) tarafından bildirilmiştir ve kısıtlı bir nonlinear minimizasyon tekniği gözlem sisteminin bilinmeyenlerini

tanımlamak için kullanılmıştır. Hagen ve Bonneau (1993) çalışmalarında kontrol noktaları ve ağırlıklara ek olarak düğümlerde bilinmeyenler olarak hesaba katmışlardır. Ek olarak Ma ve Kruth (1995) tarafından iki-adımlı bir lineer yaklaşım bildirilmiştir. İlk adım süresince ağırlıklar, simetrik bir özdeğer ayrıştırım (SEVD) arasından homojen bir sistemden tanımlanmıştır. Bilinen parametreler olarak tanımlanan ağırlıklarla B-spline eğri ve yüzey uydurma ve interpolasyona benzer bir şekilde kontrol noktaları daha sonra çözülmüştür. Ters mühendislik uygulamaları için sunulan diğer çalışmalarında (Ma ve Kruth 1998) kullanılan yaklaşım, hem uydurma hemde fitting için hem NURBS eğriler hemde NURBS yüzeyler için uygulanabilir olan yukarıda açıklanan iki-adımlı lineer yaklaşımdır.

Jung and Kim (2000) NURBS interpolasyonu için veri noktalarının parametre değerlerinin rasyonel harmanlama fonksiyonlarının maksimum değeri ile birlikte parametre değerlerinden alındığı bir parametrizasyon metodu sunmuştur. Bununla beraber düğüm vektörü seçiminin ortaya çıkan eğriler ve yüzeyler üzerine etkilerini yoğun olarak araştırarak bu metod daha da iyileştirilebilir.

Sarfraz ve Riyazuddin (2006) eğri verisi için NURBS'ün düğümlerinin optimizasyonuna Benzetimli Tavlama'yı (Simulated Annealing) uygulamıştır. Burada karesel hatalar toplamı amaç fonksiyonu olarak alınırken en küçük kareler tekniği kullanılarak hesaplanan sabit sayıda kontrol noktası ve bir birim ağırlık vektörü kullanılarak başarılmıştır. Sarfraz ve ark. (2006a) veri görüntülemek için NURBS'ün ağırlık optimizasyonuna çalışmışlar ve Benzetimli Tavlama herüstiğini burada kullanmışlardır. Metodun amacı hatayı azaltarak veriyi görüntülemek ve düzgün bir eğri elde etmektir. Daha sonra Sarfraz ve ark. (2006b) NURBS'ün ağırlık ve düğüm parametrelerinin optimizasyonu çalışmalarının bağımsızlığına ek olarak, eş zamanlı ağırlıklar ve düğümler optimizasyonu için ayrı bir çalışma da geliştirilmiştir. Optimize edilmiş NURBS modeller, nihai ve otomatik çıktı için düzlemsel şekillerin çevre verisi üzerinde uydurulmuştur. Etkin ve evrensel kullanım için web-temelli bir sistemde geliştirilmiştir. Sarfraz (2006), daha önce B-spline üzerine yapılan çalışmayı genişletmiş ve NURBS kullanılarak eğri ve yüzey uydurma problemlerine tekniğinin uygulamasını sunmuştur. Bu makale sayısallaştırılmış veri kullanılarak NURBS tahmini için bir metod sunmaktadır.

Problemi çözmek için klasik optimizasyon yaklaşımı kullanmak yerine benzetimli evrime dayanan yeni bir metot geliştirilmiştir.

Levenberg-Marquart metodu gibi eğim-temelli metotlar kontrol noktaları ve sonradan düğüm değeri optimizasyonu için kullanılmıştır (Sarkar ve Menq 1991a, 1991b). Powell metodu gibi direk arama metotları da ağırlıklar ve düğüm optimizasyonu için kullanılmıştır (Yau ve Chen 1997). Yukarıdaki arama metotlarının her ikisinde hızlı yakınsama avantajına sahiptir ama diğer yandan yerel minimumda takılabilir. Limaem ve ark.'nın (1996) çalışmasında kontrol noktaları ve sonradan düğüm değeri optimizasyonu için ikili-kodlu genetik algoritma kullanılmıştır ve bir global optimizasyon problemi olarak parametrik yüzeylerin hata minimizasyonu gösterilmiştir. Ama bağımsız değişkenlerin binary temsilleri arama uzayını büyötmeye eğilimlidir. Sonraları yukarılarda değinildiği gibi genetik algoritma (GA) kullanılarak simultane ve otomatik olarak düğüm sayıları ve yerlerini tanımlayan yeni metotlar ele alınmıştır. Benzer şekilde genetik algoritma ile eğri ve yüzey uydurma için kontrol noktalarına uyan ağırlıklar ve düğümlerin her ikisinin optimizasyonu yapılmıştır. Kromozomlar, düğümlerin yerleşimlerinin adayları genler olarak hesaba katılarak inşa edilmişlerdir. Shalaby ve ark.'nın (2001) çalışmasında NURBS ağırlıklarının optimizasyonu için real-kodlu genetik algoritmalar optimize edilmişlerdir. Bununla beraber genetik algoritmalar geniş sayıda amaç fonksiyon değerlendirmeleri gerektirir, dolayısıyla sadece küçük yüzey yamalarının uydurulması için kullanılabilirler. Yüzey uydurmadaki uydurma hatasını minimize etmek için NURBS ağırlıklarının optimizasyonunda Youssef (2001) tarafından değiştirilmiş bir Tabu Search (TS) global optimizasyon tekniği kullanılmıştır. Ama bu Değiştirilmiş Tabu Search (TS) algoritması için açık bir durdurma kriteri kullanılmamıştır.

Yapılan tez çalışması süresince nokta bulutu şeklinde verilen parametrik eğri ve yüzeylerin tahmininde optimizasyon araçları olarak yapay zeka teknikleri kullanılmıştır: Bezier eğrilerin kontrol noktalarının tahmini bulanık mantık yaklaşımı ile, B-spline eğri ve yüzeylerin düğüm değerlerinin ve kontrol noktalarının tahmini bulanık mantık, genetik algoritma ve yapay bağışıklık sistemi yaklaşımlarıyla ve son olarak B-spline'ları NURBS'lere geliştirmek için gerekli olan kontrol noktası ağırlıklarının tahminlerinde yapay bağışıklık sistemi yaklaşımı kullanılmıştır. Ayrıca

NURBS yüzeylerin parametrizasyonunda ara değer tespitinde yapay sinir ağı yaklaşımından faydalanılmıştır.

### 3. MATERYAL VE METOT

Tez’de oluşturulan sistemde iki ana kategori altında şu ana öğeler yer almaktadır. Bu kategoriler; (a) Bilgisayar grafikleri alanında kural bilgi tabanı yardımıyla parametrik eğrilere ve yüzeylere alternatif olan eğriler ve dolayısıyla yüzeyler üretmek ve (b) Bilgisayar destekli tasarım ve üretim alanında parametrik eğri ve yüzeylere yapay zeka tekniklerinin uygulanabilirliğini araştırmaktır. Aşağıdaki başlıklarda önce parametrik eğriler ve yüzeylerin detayları verilmiştir. Sonra kullanılan yapay zeka tekniklerinin kısa bir incelemesi sunulmuştur.

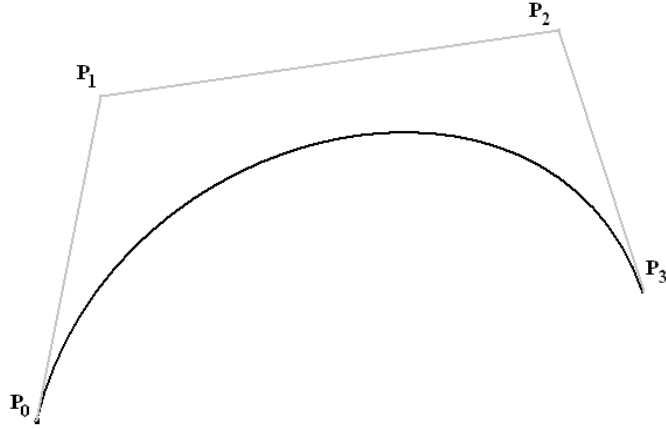
#### 3.1. Parametrik Eğriler

##### 3.1.1. Bezier eğriler

Bezier eğriler ilk olarak 1959 da Paul de Casteljau tarafından ileri sürülmüştür. Ama 1970’lerde Renault’daki fransız mühendis Pierre Bezier (1974) tarafından otomobillerin tasarımında kullanılmalarıyla tanınmış bir hal almıştır. Bezier eğrilerinin sahip olduğu özellikler, onları eğri ve yüzey tasarımında bir hayli kullanışlı ve uygun hale getirmektedir. Ayrıca, Bezier eğrilerin programlanmasında oldukça kolaydır. Bu tür özelliklerinden dolayı Bezier eğrileri öncelikle bilgisayar grafikleri olmak üzere şimdilerde endüstriyel ve bilgisayar destekli tasarım, vektör-temelli çizim, font tasarımı (özellikle PostScript fontda) ve 3B modelleme gibi çok sayıdaki alanda geniş oranda kullanılmaktadır. Pierre Bezier,  $n+1$  adet  $p_i$  kontrol noktası tarafından kontrol edilen  $P(u)$  eğrisini aşağıdaki gibi tanımlamıştır.

$$P(u) = \sum_{i=0}^n p_i B_{i,n}(u) \quad (1)$$

Denklem (1) de bulunan  $B_{i,n}(u)$  fonksiyonuna geçişme fonksiyonu adı verilir. En yaygın kullanılan üçüncü dereceden Bezier eğriler dört nokta ile tamamen tanımlanmaktadır: iki uç nokta ( $P_0$ ,  $P_3$ ) ve iki kontrol noktası ( $P_1$ ,  $P_2$ ). Kontrol noktalarının kendileri eğri üzerinde uzanmazlar ama eğrinin şeklini tanımlarlar. Şekil 3.1 de gösterildiği gibi eğri  $P_0$  ‘da başlar,  $P_1$  ‘e doğru gider ve  $P_2$  istikametinde gelerek  $P_3$ ’e ulaşır.



Şekil 3.1. Kübik Bezier eğri

Genelde  $P_1$  yada  $P_2$  üzerinden düz geçmez. Böylesi bir eğri *kübik Bezier eğri* olarak adlandırılır ve denklemini aşağıdaki gibidir:

$$P(t) = \sum_{k=0}^n P_k B_k^n(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t)P_2 + t^3 P_3 \quad (2)$$

Burada  $P_k(x_k, y_k)$  vektör katsayıları eğrinin kontrol noktaları olarak adlandırılır ve istenilen derecede Bezier eğrilerinin kullanılması için aşağıda bulunan Bezier geçişme fonksiyonlarının genel gösterimi kullanılır.

$$B_{i,n}(u) = C(n, i) t^i (1-t)^{n-i} \quad (3)$$

Bezier denklemleri  $t$  değişkeninde parametrik denklemlerdir ve  $x$  ve  $y$  'ye göre simetriktir.  $[0,1]$  aralığında değişen  $t$  parametresi istenilen doğruluğa göre  $P_0$ - $P_3$  segmentini aralıklara böler.  $t=0$  olduğu zaman sonuç  $P(0)=P_0$  dir,  $t=1$  için sonuç  $P(1)=P_3$  dür. Bezier eğrisi başlangıçta  $P_0$ - $P_1$  çizgisinin segmentine ve bitişdede  $P_2$ - $P_3$  çizgisinin segmentine teğettir. Eğri, kontrol noktalarının dış bükey omurgası (convex hull) içinde kalır.

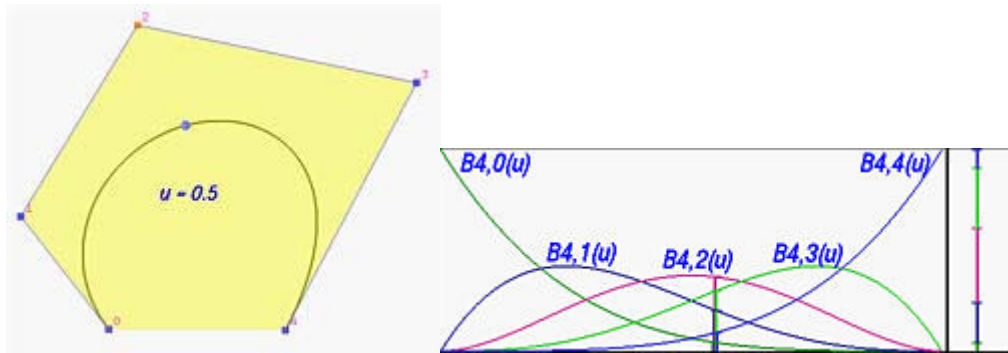
Bezier eğrilerine ait geçişme fonksiyonları Bernstein polinomları olarak da adlandırılır. Denklem (3) de bulunan  $C(n, i)$  ise binom katsayısıdır:

$$C(n, i) = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (4)$$

Buna göre  $n+1$  kontrol noktasına sahip,  $n$ . dereceden Bezier eğrilerinin denklemini daha açık bir şekilde aşağıdaki gibi olacaktır.

$$P(u) = \sum_{i=0}^n p_i \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \quad (5)$$

Bezier eğrilerin özelliklerinden birisi birin parçalanması (partition of unity) özelliğidir. Bunun anlamı şudur: sabit bir  $u$  değerinde geçişme fonksiyonlarının toplamı 1 dir. Bunu açıklamak zor değildir.  $1 = (u + (1-u))^n$  ifadesinin binom açılımındaki katsayılar geçişme fonksiyonlarıdır. Bu yüzden geçişme fonksiyonlarının toplamı herhangi bir  $u$  değerinde hep 1 dir. Ayrıca geçişme fonksiyonları negatif olamadıkları için herhangi bir geçişme fonksiyonunun değeri 0 ve 1 aralığındadır sonucuna varılabilir. Şekil 3.2.a'da beş kontrol noktası ile tanımlanmış bir Bezier eğri verilmiştir. Bu eğrinin beş geçişme fonksiyonu Şekil 3.2.b'de gösterildiği gibi  $u$  değerindeki fonksiyon değerleridir. Şekil 3.2,  $u=0.5$  ve beş geçişme fonksiyonunun hepsini göstermektedir. Şekil 3.2.b'nin en sağındaki dikey çubuk beş aralık içine 1'in parçalanışını göstermektedir ve bu nedenle *birin parçalanması* adını almıştır. Dikkat edilirse bir parçanın rengi kendisine karşılık gelen geçişme fonksiyonunun rengi ile aynı verilmiştir. Geçişme fonksiyonlarının tamamı 0 ve 1 aralığında oldukları ve toplamları da 1 olduğu için geçişme fonksiyonları bir ağırlıklı ortalama hesabındaki ağırlıklar olarak göz önüne alınabilir. Daha açık ifade ile  $C(u)$  eğrisini hesaplamak için her  $P_i$  kontrol noktası için  $B_{n,i}(u)$  ağırlığı dikkate alınır ve onların toplamı ile eğri noktası elde edilir.



Şekil 3.2. Geçişme fonksiyonlarının açıklaması, (a) Beş kontrol noktası ve eğri noktası, (b) Geçişme fonksiyonlarının dağılımı.

CAD/CAM ve bilgisayar grafiklerinde esas problem eğriler ve yüzeylerin nasıl temsil ve tahmin edileceğidir. Kötü konumlanmış bir konfigürasyonla önemli bir geometrik belirsizliğe zaten sahip olan bir giriş eğrisi varsayalım, eğrinin tahmini tahmin işlemi süresince üretilmiş çok ciddi belirsizlikleri ortaya çıkarabilir. Diğer yandan kayan nokta aritmetiği kullanan en gelişkin teknolojiye sahip CAD/CAM sistemleri genelde eğriler ve yüzeyler oluşturma ve sorgulamada başarısız olur. Bu başarısızlık için en son neden, geometrik hesaplamadaki kayan noktalı sayının başlangıç temsiline has pratik olarak limitli duyarlılığın sonucudur. Interval aritmetik ve analiz, kısıt sistemlerini çözmek için verimli ve ölçeklenebilir metotlar sağladığı için, yukarıda bahsi geçen zorlukların üstesinden gelmek için CAD uygulamalarında Bezier eğrilerin tahmininde Sederberg ve Farouki (1992) interval Bezier eğrileri ileri sürmüşlerdir.

Bir *interval Bezier*, gerçel sayılardan oluşan düğüm vektörü(leri) ve interval katsayılar ile bir Bezier'dir. Pratikte interval katsayılar ve düğüm vektörü kayan nokta sayılara göre ifade edilebilecektir. Literatürde sınırlanmış intervalleri kapsayan hesaplamalar iyi tanımlanmıştır ve interval aritmetik olarak başvurulur (Sederberg ve Farouki 1992). Derecesi  $n$  olan bir interval Bezier eğri için her kontrol noktası bir interval vektör  $[\vec{D}]_k = [\vec{D}_k^l, \vec{D}_k^u]$  ile temsil edilir:

$$[\vec{P}]_n(t) = [\vec{P}_n^l(t), \vec{P}_n^u(t)] = \sum_{k=0}^n [\vec{D}]_k B_k^n(t) \quad (6)$$

$$[\vec{D}]_k = [a_k, b_k] \times [c_k, d_k] = \{(x, y) | x \in [a_k, b_k] \text{ and } y \in [c_k, d_k]\} \quad (7)$$

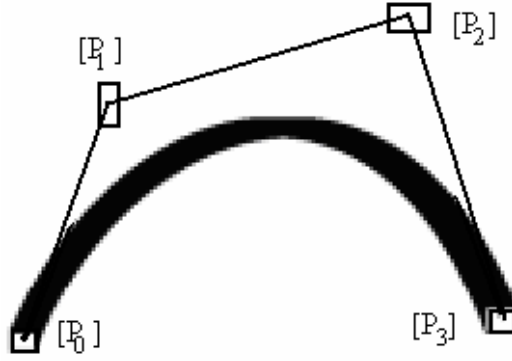
Burada  $[\vec{D}]_k$ 'nin, denklem (4) formunun dikdörtgensel aralıklar olduğu varsayılır. Burada  $u$  ve  $l$  üst simgeleri, intervalin sırasıyla üst (yada maksimum) ve alt (yada minimum) sınırlarını işaret eder. Ayrıca ortalama yada orta-nokta aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\overline{\vec{P}}_n = \frac{\vec{P}_n^l(t) + \vec{P}_n^u(t)}{2} \quad (8)$$

Genişlik yada aralık şöyle tanımlanır.

$$w([\vec{P}_n]) = \vec{P}_n^u(t) - \vec{P}_n^l(t) \quad (9)$$

Ve mutlak değer de şöyle tanımlanır.



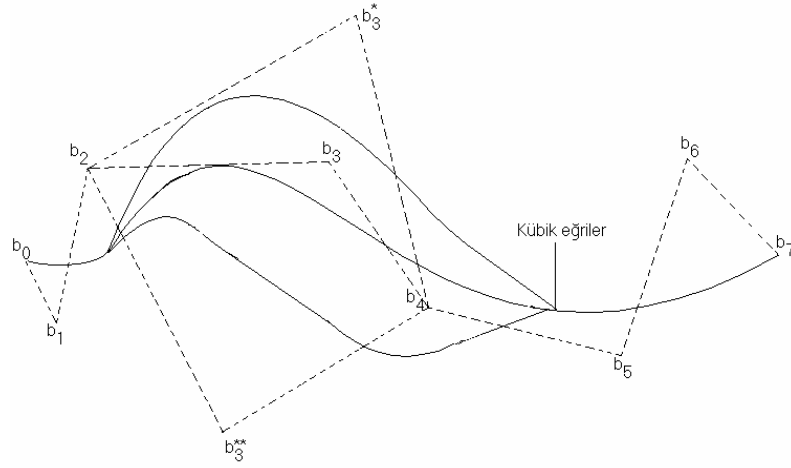
Şekil 3.3. Kübik bir interval Bezier eğri.

$$\left\| \bar{P}_n \right\| = \max \left\{ \left| \bar{P}_n^u(t) \right|, \left| \bar{P}_n^L(t) \right| \right\} \quad (10)$$

Denklem (6), kontrol noktaları dikdörtgensel aralıkların içinde yerleşen ve interval kontrol noktaları olarak tanımlanan bir eğriler ailesinden oluşan ince bir boru temsil etmektedir. Örneğin bir interval Bezier eğri tüm böylesi eğriler ailesidir. Şekil 3.3 de basit bir kübik interval Bezier eğri gösterilmektedir.

### 3.1.2. B-Spline eğriler

Bezier eğrileri birçok ayrıntılı modelleme probleminin üstesinden gelebilmesine rağmen bazı kısıtlama ve dezavantajlarına sahiptir. B-spline eğrileri bu tür dezavantajların üstesinden gelebilmek için yerel etki alanlarına sahip geçişme fonksiyonları kullanır. Bir başka deyişle, B-spline eğrilerinin kullandığı geçişme fonksiyonları kendilerine ait kısımlar dışında sıfıra eşittir. Bundan dolayı eğrinin şekli sadece kendisine komşu birkaç kontrol noktasına bağlıdır. B-spline eğrilerinin Bezier eğrilerine göre bir başka önemli avantajı ise B-spline eğrilerinin derecesi ile kontrol noktaları sayısının birbirlerinden bağımsız olmasıdır. Bu avantajlara karşın B-spline eğrilerinin programlanması Bezier eğrilerine göre daha zor ve karışıktır. B-



Şekil 3.4. B-spline eğrinin kontrol noktaları.

spline eğrilerinin matematiksel gösterimi Bezier eğrilerine çok benzerdir ve aşağıdaki gibidir:

$$P(u) = \sum_{i=0}^n p_i N_{i,d}(u) \quad (11)$$

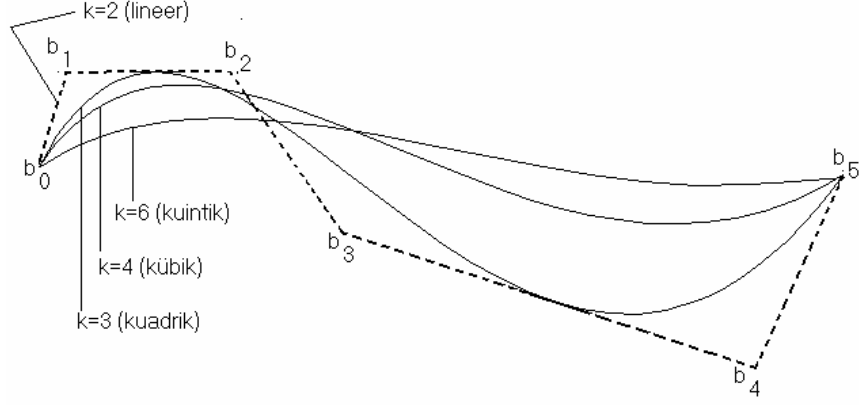
Bu benzerliğe rağmen geçişme fonksiyonlarının farklı olması Bezier ve B-spline eğrileri arasında şu temel farklılıkları doğurur: ilk olarak,  $u$  parametresinin alabileceği değerler  $[0,1]$  aralığında olmayabilir. Bir diğer fark ise daha öncede belirtildiği gibi  $N_{i,d}$  geçişme fonksiyonlarının derecesinin kontrol noktalarının sayısına bağlı olmayıp,  $(d-1)$ . dereceden olmasıdır.

Cox-deBoor özyinelemeli fonksiyonları B-spline eğrilerinin temelini oluşturur ve B-spline eğrilerinin geçişme fonksiyonları Cox-deBoor fonksiyonları kullanılarak hesaplanır:

$$N_{i,1}(u) = \begin{cases} 1, & t_i \leq u \leq t_{i+1} \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases} \quad (12)$$

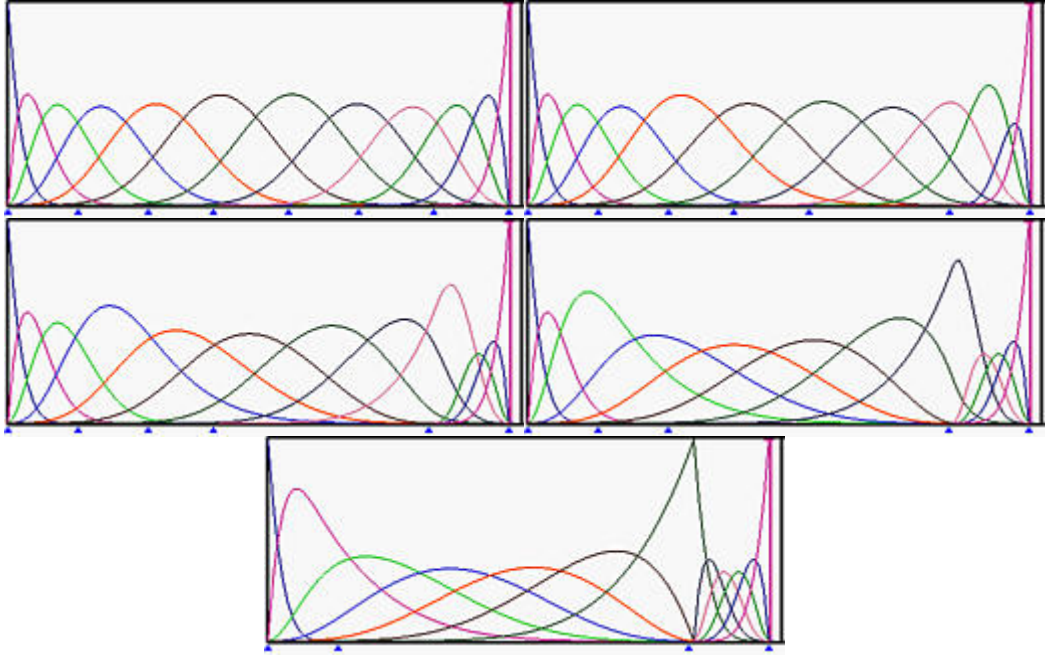
$$N_{i,k}(u) = \frac{u - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{t_{i+k} - u}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u)$$

B-spline eğrilerde eğriyi tanımlayan üç temel özellik vardır; kontrol noktaları ( $p_n$ ), eğri derecesi ( $d$ ) ve  $u$  parametreleri için düğüm vektörü. Şekil 3.4 de kontrol noktası  $b_3$  'ün değiştirilerek  $b_3$ ,  $b_3^*$ ,  $b_3^{**}$  olması durumunda eğrideki değişim



Şekil 3.5. B-spline eğri order'ının(derece+1) eğri şekline etkisi.

gösterilmektedir. Şekil 3.5'de ise  $d$  B-spline eğri derecesi değiştirilerek ( $d=3, 4, 6$ ) eğrinin nasıl değiştiği gösterilmiştir. Üçüncü temel özellik olan düğüm vektörü ise eğrinin hassasiyetini belirler. Bu temel özellikler değiştirildiği zaman farklı B-spline eğri türleri elde edilir. Şekil 3.6.a da sol ve sağ son düğümlerin 6 defa yazıldığı ve ortadaki tüm düğümlerinde bir kere yazıldığı bir düğüm vektörüne sahip olan B-spline eğrinin derecesi 5 olan düğüm geçişme fonksiyonları gösterilmektedir. Düğüm noktalarının taşınmasının sonuçlarını görmek için Şekil 3.6.b de  $u_5$  düğümünü  $u_6$  taşımanın geçişme fonksiyonları üzerindeki etkisi gösterilmiştir.  $u_6$  da sonlanan geçişme fonksiyonları sıfır olmayan daha az sayıda düğüm yayılımına sahip olur. Şekil 3.6.c ve 3.6.d ise önce  $u_4$  ve sonra  $u_3$  düğümleri  $u_6$  düğümüne yaklaştırıldıktan sonraki geçişme fonksiyonlarını göstermektedir. Bu durumda  $u_6$  düğümü düğüm vektöründe 4'er defa gösterilmelidir. Son olarak Şekil 3.6.e'de  $u_2$  düğümünü  $u_6$  düğümüne yakın bir konuma taşımanın geçişme fonksiyonları üzerindeki etkisi gösterilmektedir.  $d$  dereceli bir Bezier eğrisi tam olarak  $d+1$  tane kontrol noktasına sahipken,  $d$  dereceli bir B-spline eğrisi yeterli derecede belirtilmiş sayıda düğümleri sağlayan herhangi bir sayıda kontrol noktasına sahip olabilir. Bu nedenle karışık eğri şekillerini tanımlamak için B-spline'lar eğrinin derecesini arttırmadan sadece kontrol noktalarının sayısını arttırarak bile fazladan özgürlük sağlayabilir. Bu türlerin çok kullanılanları aşağıda detaylı bir şekilde anlatılmıştır.



Şekil 3.6. Düğüm noktalarının geçişme fonksiyonlarına etkisi.

Uniform (Tekdüze) B-spline: Bir B-spline'nin düğümleri eşit mesafelerle sıralandığı zaman buna uniform B-spline denir. Düğüm vektörü  $t_0=0, t_1=1, t_2=2, \dots, t_m=m$  şeklinde olabilir.  $d=3$  dereceli (kübik) uniform B-spline'lar için matris gösterimi şöyledir.

$$C_i(t) = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \\ P_{i+3} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Periyodik ve kapalı periyodik B-spline: Bir takım uygulamalarda, başlangıç noktası bitiş noktasına eşit olan kapalı eğrilerin gösterimi istenebilir. Kapalı bir Bezier eğrisi, kapalı bir kontrol çokgeninden kontrol noktalarını seçerek bulunabilir ama genelde B-spline'lar ilk ve son denetim noktalarını enterpole edemezler ve bundan dolayı kapalı bir kontrol çokgeni kapalı bir eğri vermez. Eğrinin kapanması kontrol noktaları ve düğümler üzerindeki oynamalarla elde edilir. Bunun için açık bir B-spline kullanılabilir. Alternatif bir çözüm de kapalı bir periyodik B-spline

kullanılmaktadır.  $n+1$  kontrol noktası ile  $d$  dereceli periyodik bir B-spline keyfi olarak  $t_0 \leq \dots \leq t_n$  düğümlerinden seçilerek bulunur ve sonra  $i=1, \dots, d+1$  için  $t_{n+i}$  ayarlanır.

$$t_{n+1} = t_{n+i-1} + (t_i - t_{i-1})$$

Bu formdaki herhangi bir düğüm vektörü periyodik düğüm vektörü olarak bilinir. Uniform B-spline, periyodik B-spline'in özel bir durumudur.

$P_0, \dots, P_n$  şeklinde  $n+1$  tane kontrol noktası ve  $d$  dereceli kapalı periyodik B-spline  $n+2d+2$  adet düğümler ile periyodik düğüm vektörü alınarak ve  $P_{n+1}=P_0$ ,  $P_{n+2}=P_1, \dots, P_{n+d}=P_{d-1}$  şeklinde  $d$  tane ilave kontrol noktası yerleştirilerek bulunur.

Açık uniform B-spline'lar: İç düğümleri uniform olan açık B-spline'lar açık uniform B-spline lar olarak isimlendirilirler.

Rasyonel (rational) B-spline'lar: Spline fonksiyonlarının tümü parametrik eğrilere genelleştirilebilir. Bir spline eğrisi için yazılan algoritma küçük değişikliklerle diğer spline eğrileri için de kullanılabilir. Parametrik kübiklerin özel bir durumu olan, Wilson-Fowler spline ı 60'lardan önce Wilson ve Fowler tarafından eğri uydurma için geliştirilmiştir. Bu pek çok taslak çizim sistemlerinde hala kullanılmaktadır. Wilson-Fowler gösteriminde, her bir spline dilimi bitiş noktasının  $X$  açısında başlayan ayrı bir koordinat sisteminde tanımlanır ve diğerlerinden geçerek ilerler. Her bir spline dilimi sonra  $S_{wf}(x)$  şeklinde bir kübik spline fonksiyonu ve iki bitiş noktasının koordinatı tarafından tanımlanır. Wilson-Fowler spline'ları geçerli koordinat sistemine parametrik spline şeklinde  $(u, S_{wf}(u))$  geri döndürülerek spline'lara dönüştürülebilir; ancak çoğu spline türü Wilson-Fowler Splinelarına dönüştürülemezler. Bir rasyonel (Rational) B-spline eğrisi parametrik form olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$R(u) = \frac{\sum_{i=0}^K W_i P_i N_i(u)}{\sum_{i=0}^K W_i N_i(u)} \quad (14)$$

Burada;  $W_i$  ağırlıklar (pozitif gerçek sayı),  $P_i$  denetim noktaları ( $\mathbb{R}^3$  uzayında noktalar) ve  $N_i$  B-spline geçişme fonksiyonlarıdır. Eğrinin  $M$  dereceleri ve  $U$  düğümleri bilindiği zaman eğri tanımlanmış olur.  $N = K - M + 1$  olmak üzere  $N$  adet düğüm elde edilir:  $U_{-M}, \dots, U_0, \dots, U_N, \dots, U_{(N+M)}$ . B-spline geçişme fonksiyonları  $N_i$  her biri negatif olmayan  $M$  dereceli parçalı (piecewise) polinomlardır.  $N_i$  fonksiyonu  $[U_{i-M}, U_{(i+1)}]$  aralığında desteklenir. Ardışık düğüm değerleri  $U_j$  ve  $U_{(j+1)}$  arasındaki fonksiyon,  $M$  dereceli tek bir polinomla tanımlanır.  $U_0$  ve  $U_N$  arasında her bir  $u$

parametre değeri için geçişme fonksiyonlarının toplamı 1 dir. Tüm pozitif ağırlıklar gibi  $R(u)$  eğrisi kendi kontrol noktalarının dışbükey omurgası içinde tutulur.

İnterval aritmetik ve analiz Bezier eğrilerde olduğu gibi B-spline eğrilerde de kullanılmıştır (Tuohy ve ark. 1997). Genelde ölçüm kaydından ve algılayıcı duyarsızlığından kaynaklanan belirsizlik söz konusu ise eğri tahmini alanında interval aritmetiğinin de içine alan interval B-spline eğri tahmini daha kullanışlı olmaktadır. İnterval B-spline eğriler standart Bezier yada B-spline eğrilerden farklıdır, çünkü onların kontrol noktalarının her biri dikdörtgensel bir bölgede değişmektedir. Bir interval B-spline, gerçel sayılardan oluşan düğüm vektörü(leri) ve interval katsayılar ile bir B-spline'dır. Pratikte interval katsayılar ve düğüm vektörü(leri) kayan nokta sayılara göre ifade edilebilecektir. Bir düzlemsel interval B-spline eğri parçası şerit-benzeri bir şekle sahiptir.  $d$  order'lı bir interval B-spline eğri için her kontrol noktası aşağıda gösterildiği gibi bir interval vektör  $[\bar{P}]_i = [\bar{P}_i^l, \bar{P}_i^u]$  ile temsil edilir.

$$[\bar{C}]_d(t) = [\bar{C}_d^l(t), \bar{C}_d^u(t)] = \sum_{i=0}^{d-1} [\bar{P}]_i N_{i,d}(t) \quad (15)$$

Burada  $u$  ve  $l$  üst simgeleri, intervalin sırasıyla üst (yada maksimum) ve alt (yada minimum) sınırlarını işaret eder,  $N_{i,d}$  Denklem (12) ile verilen B-spline basis fonksiyonudur. Denklem (15), kontrol noktaları interval kontrol noktaları ile tanımlanan dikdörtgensel aralıkların içinde yerleştiği kabul edilen bir eğriler ailesinden oluşan ince bir boru temsil etmektedir. Örneğin bir interval B-spline eğri tüm böylesi eğriler ailesidir.

### 3.1.3. NURBS (Tekdüze olmayan rasyonel B-spline) eğriler

Rasyonel B-spline eğrileri, rasyonel Bezier eğrilerinin Bezier eğrilerinden bulunduğu yola benzer bir tarzda (integral) B-spline'lardan bulunur. Bunlar genelde "Non-Uniform Rational B-spline" 'ı temsilen NURBS olarak bilinirler. Bir NURBS eğri bir B-spline eğrinin genellemesidir. NURBS'ün birleştirilmiş bir matematiksel formülasyonu, serbest formda eğriler ve yüzeyler sağlar. NURBS model, kendisinin tanımlamasında çok sayıdaki kontrol değişkeni içerdiği için oldukça esnek ve

güçlüdür. NURBS eğri,  $n$  tane kontrol noktası  $p_i$  ve kontrol noktalarına iliştilirilmiş  $w_i$  ağırlıkları ile bir parçalı rasyonel polinom geçişme fonksiyonları (piecewise rational polinom basis functions) kümesinin rasyonel (rational) kombinasyonudur:

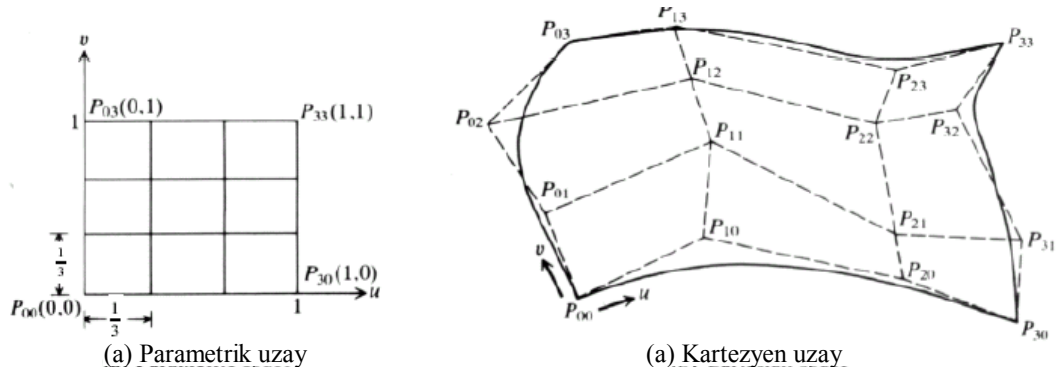
$$c(u) = \frac{\sum_{i=0}^n p_i w_i N_{i,k}(u)}{\sum_{i=0}^n w_i N_{i,k}(u)} \quad (16)$$

Burada  $u$  parametrik değişkendir,  $p(u) = [x(u), y(u), z(u)]^T \in R^3$  terimi  $u$  parametresinde NURBS eğri üzerindeki bir noktayı temsil eder ve  $N_{i,k}(u)$ ,  $k$  dereceli normalize B-spline geçişme fonksiyonlardır. Normalize B-spline'lar; bir  $k$  order'ı (her zaman derece order'ın 1 eksiğidir, yani  $k-1$  dir), kontrol noktası sayısı  $n$ , ve  $n+k$  adet  $t_i$  düğümleri kümesi ile eşbenzersiz olarak tanımlanabilirler. Ağırlık  $w_i$ , eğri üzerindeki  $i$ -inci kontrol vektörü  $P_i$  'nin etkisini tanımlar. Bir  $U = \{t_0, t_1, \dots, t_{n+k+1}\}$  düğüm vektörü üzerinde tanımlanan  $i$ -inci geçişme fonksiyonu  $N_{i,p}(u)$ , Denklem (12) deki gibi uniform düğümler kullanılarak özyinelemli bir biçimde tanımlanırlar.

Parametrik alan (domain)  $t_k \leq u \leq t_{n+1}$  'dir. Periyodik-olmayan düğüm vektörü teamüle göre  $U = \{\alpha, \dots, \alpha, u_{k+1}, \dots, u_n, \beta, \dots, \beta\}$  formuna sahiptir, burada  $\alpha$  ve  $\beta$  sonlarda  $(k+1)$  kere görünür. Sonlardaki bu özel düzenleme sırasıyla başlangıç ve bitiş kontrol noktalarının başlangıç ve bitiş veri noktaları ile rastlaşmasını garantilemektedir. Literatürdeki çalışmalarda genelde parametrenin  $u \in [0,1]$  aralığında uzandığı varsayılır ve bu nedenle  $\alpha=0$  ve  $\beta=1$  dir.

NURBS, kendilerinin yerel şeklini etkileyen ekstra serbestlik dereceleri olarak ağırlıkları içerirler. NURBS, eğer uygun gelen ağırlık arttırılırsa bir kontrol noktasına doğru çekilir, eğer ağırlık azaltılırsa bir kontrol noktasından uzağa itilir. Eğer bir ağırlık sıfır ise uygun gelen rasyonel geçişme fonksiyonunda sıfırdır ve onun kontrol noktası NURBS şeklini etkilemez.

NURBS'ler, dış bükey omurgada (convex hull) kalma özelliği, varyasyon azalma özelliği, yerel destek ve afin geometrik dönüşümleri altında değişmezlik gibi çok sayıda özelliği B-spline'lardan miras alır. NURBS ek özelliklere sahiptir. NURBS, hem örtük hemde parametrik polinom formlar için birleştirilmiş bir matematiksel çatı sunmaktadır. Prensipde NURBS'ler, free-form şekiller kadar iyi konikleri ve tam quadrikler gibi analitik fonksiyonları temsil edebilirler.



Şekil 3.7. Kübik Bezier yüzey yaması.

Düğüm vektörü ve kontrol noktalarının uygun seçilmesiyle açık yada periyodik rasyonel B-spline'lar elde edilir. Açık bir düğüm vektörü son-nokta interpolasyonunda bir NURBS eğrisini verir. Kapalı periyodik NURBS'ler periyodik düğüm vektörü seçilerek, kontrol noktaları tekrarlanarak ve başlangıçtaki  $k$  ağırlıkları oranlarının sondaki  $k$  ağırlıkları oranlarına eşit olduğu bir ağırlıklar kümesinden bulunur.

### 3.2. Parametrik Yüzeyler

#### 3.2.1. Bezier yüzeyler

İki dikey (Orthogonal) bezier eğri kümesi, Şekil 3.7'de görüldüğü gibi kontrol noktaları ağı (input mesh) şeklinde gösterilerek bir yüzey nesnesi tasarımında kullanılabilir. Bezier yüzeyler, Bezier eğrilerle aynı özelliklere sahiptirler ve interaktif tasarım uygulamaları için uygun bir metot sağlarlar. Her bir yüzey yaması için, tasarım amacıyla bir kontrol noktaları ağı seçilebilir. Yamalar daha sonra sınır şartlarından faydalanarak birbirlerine birleştirilir.

Üç boyutlu Bezier ve B-spline yüzeylerinin (diğer adıyla parametrik yüzey yamalarının) tanımlanması için Bezier ve B-spline eğrilerinin gösteriminin geliştirilmesi mümkündür. Çapraz gergili (tensor product) Bezier yüzey, Bezier

eğrileri için yönleri  $u$  ve  $v$  olan iki parametrik yönde,  $u$  ve  $v$  değerleri değiştirilerek üretilen bir genişletmedir. Yukarıda değinildiği gibi matematiksel olarak, üç boyutlu yüzeyler iki eğrinin kartezyen çarpımından elde edilebilir. Yani  $(m+1) \times (n+1)$  kontrol noktası tarafından belirtilen Bezier yüzeylerinin gösterimi aşağıdaki gibi olur:

$$S(u,v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{i,j} B_{i,n}(u) B_{j,m}(v), \quad 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 1 \quad (17)$$

Burada  $S(u,v)$  yüzey üzerinde herhangi bir nokta ve  $P_{i,j}$  kontrol noktalarıdır. Bu noktalar kontrol köşelerinden yada karakteristik çokyüzlüden verilir. Şekil 3.7 de gösterilen kübik Bezier yüzey yamasının denklemi ise Denklem (15) de  $n=3$  ve  $m=3$  konularak elde edilebilir.

### 3.2.2. B-spline yüzeyler

B-spline eğrileri yüzeyler için genelleştirilerek B-spline yüzeyleri elde edilmektedir. B-spline yüzeyleri, B-spline eğrilerinin sahip olduğu tüm özelliklere sahiptir. Matematiksel denklemi de B-spline eğrilerine benzer olarak aşağıdaki gibidir.

$$P(u,v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{i,j} N_{i,k}(u) N_{j,l}(v) \quad (18)$$

Kontrol noktaları, artık kontrol ağı olarak adlandırılmakta ve yüzey tanımlamada kullanılacak olan köşe noktalarını göstermektedir.  $N_{i,k}(u)$  ve  $N_{j,l}(v)$ , sırasıyla  $u$  ve  $v$  parametrik yönlerini takip eden  $(k-1)$  ve  $(l-1)$ . dereceden B-spline geçişme fonksiyonlarıdır. Bu fonksiyonların ifadesi de denklem (12) ye benzer olarak yazılır.  $u$  ve  $v$  yönlerindeki kontrol noktası ( $P_{i,j}$ ) sayısı sırasıyla  $(n+1)$  ve  $(m+1)$ 'dir.  $(k-1, l-1)$ . dereceden B-spline yüzey, dikdörtgensel bir kontrol ağı ile tanımlanmaktadır. Her iki parametrik yöndeki düğüm vektörleri B-spline yüzeyinin şekillenmesinde önemli rol oynamaktadır. Her iki yön için farklı tipte düğüm vektörlerinin kullanılması mümkün olmasına rağmen genelde aynı vektör tipi tercih edilmektedir (açık uniform, nonuniform, vs.). Şekil 3.8 de  $(4,3)$ . dereceden B-spline yüzeyi ve kontrol ağı gösterilmektedir.

Çapraz gergili bir B-spline yüzey,  $u$  ve  $v$  parametrik yönlerinde B-spline eğrisinin bir genişletmesidir.  $n=m=3$  için, açık ve kapalı bir B-spline yüzeyin eşdeğer bikübik formülasyonu şöyledir.

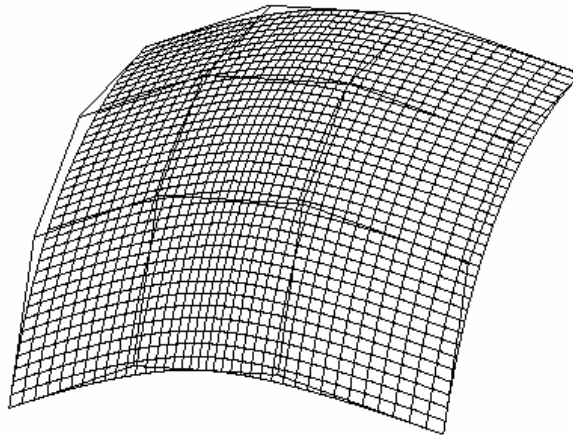
$$P(u, v) = [N_{0,k}(u) \ N_{1,k}(u) \ \cdots \ N_{n,k}(u)] [P] \begin{bmatrix} N_{0,l}(v) \\ N_{1,l}(v) \\ \vdots \\ N_{m,l}(v) \end{bmatrix} \quad (19)$$

Burada  $[P]$ , B-spline yüzey yamasının karakteristik çok yüzlüsündeki köşelerin  $(n+1) \times (m+1)$ 'lik matrisidir. Bir  $4 \times 4$  kübik B-spline yaması için (19) denkleminin aşağıdaki gibi olur.

$$P(u, v) = [N_{0,4}(u) \ N_{1,4}(u) \ N_{2,4}(u) \ N_{3,4}(u)] \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & P_{03} \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{0,4}(v) \\ N_{1,4}(v) \\ N_{2,4}(v) \\ N_{3,4}(v) \end{bmatrix} \quad (20)$$

B-spline yüzeyleri ile ilgili temel özellikler aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Bir B-spline yüzeyinin herhangi bir parametrik yönündeki maksimum derece değeri, o yönde tanımlanan nokta sayısı kadardır.
- B-spline yüzeyinin her iki yöndeki sürekliliği, eğer düğüm vektörlerinde tekrarlanan değerler yoksa, mertebesinden iki eksiktir.  $(C^{k-2})$ ,  $(C^{l-2})$  Yani B-spline yüzeyi ve tüm  $(k-2)$  ve  $(l-2)$ 'ye kadar olan



Şekil 3.8. B-spline yüzey ve kontrol ağı.

türevleri süreklidir.

- B-spline yüzeyinin herhangi bir transformasyonu (döndürme, ölçeklendirme, vs) için kontrol noktası ağıının transformasyonu yeterlidir.
- Tek bir kontrol noktasının yüzeye etkisi her iki parametrik yönde de  $\pm k/2$ ,  $\pm 1/2$  ile sınırlıdır.
- Her iki yönde de kontrol noktası sayısı merteye sayısına eşitse B-spline yüzeyi Bezier yüzeyine dönüşür.
- B-spline yüzeyi, tıpkı B-spline eğrilerinde olduğu gibi kontrol noktalarının oluşturduğu konveks alanlar (dış bükey omurga, convex hull) içinde kalacak şekilde oluşur.

### 3.2.3. NURBS yüzeyler

NURBS'ün birleştirilmiş bir matematiksel formülasyonu, serbest formda yüzeyler sağlar. NURBS'ler geometri tasarımı ve gösterimi için endüstri standardı araçlardır. Derecesi  $k$  olan bir B-spline yüzey kendisinin kontrol noktaları ağı ve  $u$  ve  $v$  yönlerindeki düğüm değerleri ile eşsiz biçimde tanımlanırken NURBS yüzeyler için ağırlık vektörü ek olarak belirlenmelidir. Kontrol noktaları, ağırlıklar ve/veya düğüm değerleri vasıtasıyla kullanıcılar NURBS kullanarak çok geniş çeşitlilikte şekiller tasarlayabilirler. NURBS model, kendisinin tanımlamasında çok sayıdaki kontrol değişkeni içerdiği için oldukça esnek ve güçlüdür. NURBS, dış bükey omurga özelliği, varyasyon azalma özelliği, yerel destek ve afin geometrik dönüşümleri altında değişmezlik gibi çok sayıda özelliği B-spline'lardan miras alırlar. NURBS'ler ağırlıkları, geometrik tasarım için kullanılan ekstra serbestlik dereceleri olarak içerirler. NURBS, hem örtük hemde parametrik polinom formlar için birleştirilmiş bir matematiksel çatı sunmaktadır. NURBS'ler kontrol noktalarına ek olarak bazı parametrelerden oluşmaktadır ama işlem sonunda tasarlanan parametrik şekil için arzu edilen esnekliği daha güzel sağlamaktadır.

Geçişme fonksiyonun order'ını  $k$  (derecesini  $k-1$ ) varsayarsak bir NURBS  $n+k$  adet düğüme ve ağırlıklara eşit sayıda kontrol noktasına sahiptir.  $t_i$  lerin

değerleri azalmayan sıradadır:  $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_{n+k-1} \leq t_{n+k}$ . Geçişme fonksiyonları yine denklem (12)'deki gibi uniform düğümler kullanılarak özyinelemli bir biçimde tanımlanırlar. Düğüm sayısı  $(m+1)$ ,  $N_{i,k}$  nın derecesi  $(k)$  ve denetim noktalarının sayısı  $(n+1)$  arasındaki ilişki  $m=n+k+1$  şeklinde olmak zorundadır. Parametrik alan (domain)  $t_k \leq u \leq t_{k+1}$  'dir. NURBS düğümler B-spline geçişme fonksiyonlarını tanımlamada kullanılırlar.

U düğüm vektörü içindeki düğümler  $t_i \leq t_{i+1}$  şeklinde artan sırada olurlar. Düğümlerin ardışık çiftlerinin her biri, bir şeklin bir dilimini hesaplayan parametre değerleri için bir aralık  $[t_i, t_{i+1}]$  göstermektedir. NURBS'ler için parametrik aralıkların (düğüm spanları) tüm şekil dilimleri için aynı olmasına gerek yoktur. Örneğin aşağıdaki U düğümünde periyodik olmayan düğüm vektörü oluşturan düğüm aralıkları, nonuniform (düzensiz) dur.

$$U = \{a, \dots, a, t_{k+1}, \dots, t_{m-k-1}, b, \dots, b\}$$

Formüldeki a ve b,  $k+1$ 'in katları kadar tekrarlanır. Bir düğümün tekrarlanması, bu düğümdeki parametrik sürekliliği etkiler. Periyodik olmayan (non-periodic) B-spline'lar, NURBS'lere benzer ve bu tarz B-spline'larda bir düğüm spanının içinde süreklilik sonsuz defa diferansiyellenebilir (ayrıt edilebilir) ve bir düğümde ise  $k-m-1$  defa diferansiyellenebilir.  $M$  düğümün tekrarlanma sayısıdır. NURBS'ler için düğüm vektörüne göre;  $k+1$  kere tekrarlanması sayesinde son düğüm noktaları  $P_0$  ve  $P_n$ , son denetim noktaları  $t_0$  ve  $t_n$  ile çakıştırlar.

Düğüm spanları nonuniform iken B-spline'lar; değişebilen B-spline derecesinde ve her bir  $[t_i, t_{i+1}]$  aralığı için daha fazla birbirine benzer nitelikte olmaktadır.  $N_{i,k}(u)$  geçişme fonksiyonları aşağıdaki niteliklere sahiptir:

- Tüm  $i, k, u$  değerleri için  $N_{i,k}(u) \geq 0$  dir.
- Eğer  $u, [t_i, t_{i+k+1}]$  aralığında değilse  $N_{i,k}(u) = 0$  dır,  $N_{i,k}(u)$  sıfır olmadığı zaman  $k+1$  düğüm spanların yerel desteği anlamında olmaktadır.
- Eğer  $u, [t_i, t_{i+1}]$  aralığında ise, geçişme fonksiyonları  $N_{i-k,k}(u), \dots, N_{i,k}(u)$  şekli etkileyecektir.

- $\sum_{j=i-k}^i N_{(j,k)}(u) = \sum_{i=0}^n N_{(i,k)}(u) = 1$  dir (yani birin parçalanması özelliği vardır).
- Geçişme fonksiyonlarının hesaplanması sırasında 0/0 durumu rastlandığında *sıfır* olduğu kabul edilir.

Birinci ve dördüncü özellikler birlikte dışbükey omurgayı ortaya çıkarır, NURBS olarak tanımlanan bir şekil için kontrol noktaları oluşturulur. İkinci ve üçüncü özellikler;  $k+1$  ardışık kontrol noktalarının bir şekil dilimi (segmenti) belirttiğini ve bir kontrol noktasının  $k+1$  komşu şekil dilimini etkilediğini gösterir. Bu yüzden bir kontrol noktası yada ağırlık değiştiğinde  $k+1$  şekil dilimleri etkilenir, şekil dilimleri ikinci özellikte verilen aralık üzerinde tanımlanırlar.

Bir NURBS-eğrisinin denklem (16) daki tanımı rasyonel geçişme fonksiyonları kullanılarak yeniden aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i * R_{i,k}(u),$$

$$R_{i,k}(u) = \frac{W_i * N_{i,k}(u)}{\sum_{j=0}^n W_j * N_{j,k}(u)} \quad (21)$$

Bir NURBS yüzeyi benzer bir yolla tanımlanmaktadır.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{i,j} * R_{i,k,j,l}(u, v),$$

$$R_{i,k,j,l}(u, v) = \frac{W_{i,j} * N_{i,k}(u) * N_{j,l}(v)}{\sum_{r=0}^n \sum_{s=0}^m W_{r,s} * N_{r,k}(u) * N_{s,l}(v)} \quad (22)$$

Bu denklemde  $u$  ve  $v$  yerleşim parametreleridirler,  $n$  ve  $m$  ise  $u$ - ve  $v$ -yönleri boyunca kontrol noktaları sayısıdır. Rasyonel geçişme fonksiyonları harmanlama fonksiyonları ile aynı özelliklere sahiptir. Burada vurgulanması gereken nokta, afin ve perspektif dönüşümleri altında temel fonksiyonların değişmezliğidir. Bu yüzden, denetim noktaları sadece NURBS yüzeyinin uygun dönüşümünü yapabilmek için kullanılan dönüşümlere sahiptirler.

### 3.3. Parametrik Eğri ve Yüzey Tahmini

Eğri rekonstrüksiyon problemlerinde giriş (input), organize edilmemiş bir noktalar kümesidir, bu nedenle eğri derecesi, düğümler, kontrol noktaları ve ağırlıkların hepsi bilinmeyenlerdir. Bunun için düzensiz veriye parametrik eğri/yüzey uydurma non-lineer en küçük kareler problemi olarak formüleleştirilebilir. Rekonstrüksiyon metotlarının tüm amacı, temel stratejisi aşağıdaki gibi olan bu değerleri tanımlamaktır:

- Eğri derecesi ( $k$ ) sabit verilir.
- Eğrinin eğriliği ve bükülmesi gibi geometrik bilgiye dayanarak düğüm değerleri  $t_j$  belirlenir ve inşa edilir.
- Belirlenen  $t_j$  düğüm değerlerine göre kontrol noktaları hesaplanır.
- Her bir dağınık  $F_j$  noktasına bir  $C(t_j)$  parametre değeri atanır.
- $C(t_j) = F_j$  sistemi çözülür yada  $\sum_j \|C(t_j) - F_j\|^2$  minimize edilir.

Yukarıdaki stratejide görülebileceği gibi, parametrik yüzeylerde kendisinin derecesi, düğüm değerleri, kontrol noktaları ve ağırlıklar ile eşsiz olarak verilir, sonra topolojik bir dörtgen ızgara biçiminde yüzey temsil edilir. Yüzey rekonstrüksiyon problemlerinde de giriş (input), organize edilmemiş bir noktalar kümesidir, bu nedenle yüzey derecesi, düğümler, ağırlıklar ve kontrol noktalarının hepsi bilinmeyenlerdir. Yüzey rekonstrüksiyon metotlarının amacı da, temel stratejisi aşağıdaki gibi olan bu değerleri tanımlamaktır:

- Yüzey dereceleri ( $k, l$ ), kontrol noktaları sayıları ( $n, m$ ) ve düğüm değerleri  $u$ , ve  $v_j$  sabit verilir.
- Her bir dağınık  $P_r$  noktasına bir  $(u_r, v_r)$  parametre çifti atanır.
- $s(u_r, v_r) = P_r$  sistemi çözülür yada  $\sum_r \|s(u_r, v_r) - P_r\|^2$  minimize edilir.

Parametrik yüzeyler açısından bu stratejinin kritik noktası, verilen verinin parametrizasyonu olarak sıklıkla başvurulanan ikinci adımdır. Parametrizasyon, her bir noktaya parametre değerlerinin nasıl atanacağını yoludur. Burada normalde, çeşitli kısıtlama ve varsayımlar ortaya konulmuştur. Bazıları, bir optimizasyon problemi içinde bilinmeyen parametreler olarak atanan değerleri gözönüne almaya çalışmıştır, ama çok geniş miktarda veri için bu yaklaşım, çeşitli bilinmeyenlerle kompleks bir

non-linear sisteme sebep olur. Son zamanlarda geliştirilen temel (base) yüzey metodunda veri noktaları, uygun parametre değerini bulmak için önceden tanımlanmış parametrik yüzey üzerine izdüşürülür. Bu teknik, belirli bir veri türü için iyi çalışabilir ama izdüşürme, bir fonksiyon olur. Bazen tüm koşulları sağlayan bir temel yüzey bulmak oldukça zordur. Bu tez çalışması, dağınık veri uydurmada yapay zeka yaklaşımlarına sadık kalmıştır.

### 3.3.1. Bezier eğri ve yüzey tahmini

Bezier yada interval Bezier eğriler ve yüzeyler açısından bu stratejinin kritik noktası, düğümlerin seçilmesi ve interval kontrol noktalarının ayarlanmasıdır. Öncelikle eğri tahmini açıklanacak sonra yüzey tahminine genişleme sağlanacaktır. Yukarıdaki strateji temelinde önerilen tez çalışmasında interval Bezier eğri tahmini için izlenen yöntem burada ifade edilmiştir.

Farzedelim ki uydurulacak veri,  $x$ -ekseninin  $[a,b]$  kapalı aralığında verilmiş olsun. Buna aşağıdaki gibi bir ifade yazılabilir:

$$F_j = f(x_j) + \Delta_j, \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (23)$$

Bu denklemde  $f(x)$  fonksiyonu (bilinmeyen) verinin temelinde olan fonksiyondur ve  $\Delta_j$  bir ölçüm hatasıdır.  $t_k (k = 0, 1, \dots, n)$  ise veri uydurma için bir Bezier'in düğümleri olsun. Burada  $n$  harfi  $(a,b)$  aralığında yerleşmiş olan  $t_k (i = 0, 1, 2, \dots, n)$  düğümlerinin sayısıdır. Düğüm sayısı ilk başta bilinmez, daha sonra verilen noktalardan düğüm olarak seçilenlerin toplam sayısına kurulur.  $[a,b]$  kapalı aralığının sonlarında  $a$  ve  $b$  değerlerine düğümler eşitlenir.

$$\{a = t_0, \quad b = t_n\} \quad (24)$$

Bu ayarlama  $f(x)$  için bir model fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir.

$$S(x) = \sum_{i=0}^n c_i \left[ \bar{P} \right]_n(x) B_i^n(x) \quad (25)$$

Burada  $c_i$  ifadesi bir Bezier katsayısıdır. Denklem (23) deki Bezier'ler denklem (3) ile hesaplanır. Denklem (25), en küçük kareler metodu vasıtasıyla

denklem (6) ile verilen veriye uydurulur. Sonra kalanların karelerinin toplamı olan  $Q_1$  aşağıdaki gibi yazılır.

$$Q_1 = \sum_{j=0}^N w_j \{S(x_j) - F_j\}^2, \quad (26)$$

Burada  $w_j$  verinin ağırlığıdır ve  $N$  veri noktası sayısıdır,  $N > n$ . Çalışmada tüm ağırlık değerleri 1 alınmıştır.  $Q$ 'nun altındisi verinin boyutu anlamındadır. Bezier katsayıları olan  $c_i$  ( $i=1,2,\dots,n+m$ ), minimizasyon denklemi (26) nın koşulu ile tanımlanır. İyi bir model bulmak için, bununla beraber içteki  $t_i$  ( $i=1, 2, \dots, n-1$ ) düğümlerinin sayıları ve yerleri, mümkün olduğu kadar kesin tanımlanmalıdır. Çalışmada, verilen noktalar kümesindeki her bir noktaya bir parametre değerinin atanması ve uygun bir düğüm vektörünün seçimi için vektördeki düğümlerin belirlenmesinde genelde Centripetal metot kullanılmıştır. Centripetal metot haricinde uniform metot ve kiriş-uzunluğu metotları literatürde genel kabul görmüştür. Bu parametrisasyon metotlarının açıklaması sonraki başlıkta irdelenecektir.

Bu yaklaşımı Bezier yüzeylere genişletmek kolaydır. Çünkü eğri durumunda bir parametrik  $u$  yönü varken yüzey durumunda ikinci bir  $v$  parametrik yönü kullanılmaktadır. Bezier eğrilerin iki parametrik yönde (hem  $u$  hemde  $v$ ) çapraz gerğilenmesi ile (tensor product) Bezier yüzeyler elde edilir. Bu durumda eğri derecesi yerine yüzeyin her iki yöndeki derecesi kullanılır. Eğrideki kontrol noktaları artık yüzeyde kontrol noktaları ağı olur. Verinin temelindeki  $f(x)$  (denklem (23)) fonksiyonunun  $f(x,y)$  şeklinde  $R^3$  uzayında olduğu kabul edilir. Bu ayarlama  $f(x,y)$  için bir model fonksiyon aşağıdaki gibi verilir.

$$S(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m c_{ij} \left[ \bar{P} \right]_{ij} (x, y) B_i^n(x) B_j^m(y) \quad (27)$$

Burada  $c_{ij}$  ifadesi bir Bezier katsayısıdır. Denklem (27) deki Bezier'ler denklem (3) ile hesaplanırlar. Denklem (27), en küçük kareler metodu vasıtasıyla denklem (17) ile verilen veriye uydurulur. Sonra kalanların karelerinin toplamı olan  $Q_2$  aşağıdaki gibi yazılır.

$$Q_2 = \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} w_{i,j} \{S(x_i, y_j) - F_{i,j}\}^2 \quad (28)$$

Tezde noktalar kümesi şeklinde verilen noktalara bulanık kural tabanı yardımıyla interval Bezier eğriler uydurulmaya çalışılmıştır. Daha sonra çalışma interval Bezier yüzeylere genişletilmiştir. Eğri uydurma probleminde; noktalar kümesinin ilk noktası olan  $Q_0$  noktası interval Bezier eğrinin ilk kontrol noktası  $[P_0]$  olarak atanmıştır. Noktalar kümesinin son noktası olan  $Q_N$  noktası Bezier eğrinin son kontrol noktası  $[P_N]$  olarak atanmıştır.  $1 < i < N-1$  şeklindeki her bir  $Q_i$  eğri noktası teker teker gezilerek bu noktanın düğüm olarak seçilmesi durumunda bu noktanın bulunduğu konuma yerleşmesini sağlayacak olan  $[P_i]$  ve  $[P_{i+1}]$  kübik bezier kontrol noktalarının yerleri tahmin edilmektedir. Tahmin işleminde önceden oluşturulan bulanık kural tabanından faydalanılmaktadır. Tüm  $[P_i]$  kontrol noktalarının yerleri belirlendikten sonra bu kontrol noktalarına göre  $n$  dereceli interval Bezier eğri üretilerek, gerçek eğri noktası ile tahmin edilen eğri noktaları arasındaki uzaklıkların kareleri toplamı elde edilir (Denklem (26)). Bezier yüzey tahmini probleminde eğri tahmini yaklaşımı iki parametrik yönde tekrarlanır. Elde edilen kontrol noktaları kümeleri yüzeyin kontrol ağını verir. Eğri tahmininde amaç gerçek eğri noktası ile tahmin edilen eğri noktaları arasındaki uzaklıkların kareleri toplamı olan denklem (26) yı minimize etmek iken, yüzey tahmininde gerçek yüzey noktası ile tahmin edilen yüzey noktaları arasındaki uzaklıkların kareleri toplamı olan denklem (28)'i minimize etmektir.

### 3.3.2. B-spline eğri ve yüzey tahmini

Genel rekonstrüksiyon metotları temel stratejisi B-spline eğriler için aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

- Eğri derecesi ( $k$ ), kontrol noktaları sayıları ( $n$ ) ve düğüm değerleri  $t_j$  sabit verilir.
- Her bir dağınık  $F_j$  noktasına bir  $C(t_j)$  parametre değeri atanır.
- $C(t_j) = F_j$  sistemi çözülür yada  $\sum_j \|C(t_j) - F_j\|^2$  minimize edilir.

B-spline eğriler açısından bu stratejinin kritik noktası, verilen verinin parametrizasyonu olarak sıklıkla başvurulmuş ikinci adımdır. Düzensiz veriye

parametrik eğri uydurma probleminde kontrol noktalarının ayarlanması problemi üzerine ilgili okuyucular detay bilgiler için Yang ve ark.larının (2004) çalışmasına başvurabilirler.

Yukarıdaki strateji temelinde önerilen çalışmada B-spline eğri tahmini için izlenen yöntem burada detaylandırılmaktadır. Tezde dağınık veriye B-spline eğri ve yüzey uydurma problemlerinde orjinal problemi ayrık bir kombinasyonel optimizasyon problemine dönüştürme işleminde Yoshimoto ve ark. (1999), Safraz ve ark. (2001) ve Raza (2001) 'nın çalışmalarındaki matematiksel temelden faydanılmıştır. Sonra yapay bağışıklık sistemi vasıtasıyla dönüştürülmüş problemi çözen yeni bir metot önerilmiştir. Metodun performansını ve kalitesini ölçmek için genetik algoritma ile de bir çalışma yapılmış ve sonuçlar kıyaslanmıştır.

Yine uydurulacak verinin  $x$ -ekseninin  $[a, b]$  kapalı aralığında verildiğini ve denklem (23) deki ifadeye sahip olduğunu kabul edelim. Bu denklemde  $f(x)$  fonksiyonunun (bilinmeyen) verinin temelinde olan fonksiyon olduğunu ve  $\Delta_j$ 'nin bir ölçüm hatası olduğunu hatırlayalım.  $t_i (i = 1 - m, 2 - m, \dots, n + m)$  ise veri uydurma için bu defa bir spline'in düğümleri olsun. Burada  $n$  harfi  $(a, b)$  aralığında yerleşmiş olan  $t_i (i = 1, 2, \dots, n)$  düğümlerinin sayısıdır,  $m$  terimi ise bir  $N_{m,i}(x)$  B-spline'inin düzenidir (derece+1).  $[a, b]$  kapalı aralığının sonlarında  $a$  ve  $b$  değerlerine düğümler eşitlenir.

$$\begin{cases} a = t_{1-m} = \dots t_0, \\ b = t_{n+1} = \dots t_{n+m}. \end{cases} \quad (29)$$

Bu ayarlama  $f(x)$  için bir model fonksiyonu aşağıdaki gibi verilir.

$$S(x) = \sum_{i=1}^{n+m} c_i N_{m,i}(x) \quad (30)$$

Burada  $c_i$  ifadesi bir B-spline katsayısıdır. Denklem (23) deki B-spline'lar denklem (12) ile hesaplanırlar. Denklem (12) de, düğümler sadece kesirlerin payında değil aynı zamanda paydasındadır. Bu yüzden denklem (30) ile verilen bir spline nonlinear bir düğümler fonksiyonudur. Denklem (30), en küçük kareler metodu vasıtasıyla denklem (23) ile verilen veriye uydurulur. Sonra kalanların karelerinin toplamı olan  $Q$ , yine Denklem (26) ile hesaplanır. Burada  $w_j$  verinin ağırlığıdır ve  $N > n + m$  dir. Çalışmada tüm ağırlık değerleri 1 alınmıştır.  $Q$ 'nun altındisi verinin

boyutu anlamındadır. B-spline katsayıları olan  $c_i$  ( $i=1,2,\dots,n+m$ ), minimizasyon denklemi (26)'nın koşulu ile tanımlanır. İyi bir model bulmak için, bununla beraber içteki  $t_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) düğümlerinin sayıları ve yerleri, mümkün olduğu kadar kesin tanımlanmalıdır. Çalışmada, verilen noktalar kümesindeki her bir noktaya bir parametre değerinin atanması ve uygun bir düğüm vektörünün seçimi için vektördeki düğümlerin belirlenmesinde Centripetal metot kullanılmıştır.

Yukarıda açıkladığımız gibi minimize edilen amaç fonksiyon denklem (26) dır ve amaç fonksiyonun değişkenleri B-spline katsayılar ve içteki düğümlerdir. B-spline katsayıları lineer parametrelerdir. Bununla birlikte içteki düğümler nonlinear parametrelerdir, çünkü  $S(x)$  fonksiyonu nonlinear bir düğümler fonksiyonudur. Bu minimizasyon problemi multimodal optimizasyon problemi olarak bilinmektedir.

Eğer verilen veri noktalarına B-spline eğri uydurulabiliyorsa ve düğümlerin yerleri tespit edilebiliyorsa bunu yine çapraz gergili (tensor product) B-spline yüzeylere genişletmek olasıdır. Aşağıdaki kısımda B-spline yüzey tahmininin detayları verilmiştir.

$(m+1)x(n+1)$  adet  $Q_{kl}$  veri noktalarını enterpole eden ( $k=0,\dots,m$  ve  $l=0,\dots,n$ ) bir B-Spline yüzeyi tanımlamak için  $(m+1)x(n+1)$  adet bağımsız koşula sahip olmak yeterlidir. Eğer her bir veri noktasına bir  $\bar{u}_k$  ve  $\bar{v}_l$  bir parametre değeri atanır ve bir  $U$  ve bir  $V$  düğüm vektörü seçilirse, yüzey tahmin problemini aşağıdaki gibi kurulabilir.

$$Q_{kl} = S(\bar{u}_k, \bar{v}_l) = \sum_{i=0}^e \sum_{j=0}^f P_{ij} R_{i,p}(\bar{u}_k) R_{j,q}(\bar{v}_l) \quad k=0,\dots,m \text{ ve } l=0,\dots,n \quad (31)$$

Yada matris formunda aşağıdaki gibi kurabiliriz.

$$\left[ R_{i,p}(\bar{u}_k) \right]_{(m+1)x(e+1)} * \left[ P_{i,j} \right]_{(e+1)x(f+1)} * \left[ R_{j,q}(\bar{v}_l) \right]_{(f+1)x(n+1)} = \left[ Q_{k,l} \right]_{(m+1)x(n+1)} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} R_{0,p}(\bar{u}_0) & \cdots & R_{e,p}(\bar{u}_0) \\ R_{0,p}(\bar{u}_1) & \cdots & R_{e,p}(\bar{u}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{0,p}(\bar{u}_m) & \cdots & R_{e,p}(\bar{u}_m) \end{bmatrix}_{(m+1)x(e+1)} \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & \cdots & P_{0f} \\ P_{10} & P_{11} & \cdots & P_{1f} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{e0} & P_{e1} & \cdots & P_{ef} \end{bmatrix}_{(e+1)x(f+1)} \begin{bmatrix} R_{0,q}(\bar{v}_0) & \cdots & R_{0,q}(\bar{v}_n) \\ R_{1,q}(\bar{v}_0) & \cdots & R_{1,q}(\bar{v}_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{f,q}(\bar{v}_0) & \cdots & R_{f,q}(\bar{v}_n) \end{bmatrix}_{(f+1)x(n+1)} \\ &= \begin{bmatrix} Q_{00} & \cdots & Q_{0n} \\ Q_{10} & \cdots & Q_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{m0} & \cdots & Q_{mn} \end{bmatrix}_{(m+1)x(n+1)} \quad (33) \end{aligned}$$

Burada  $\{R_{i,p}(u)$  ve  $R_{j,q}(v)\}$  B-spline Basis fonksiyonlarıdır.

$\overline{u_k}$  ve  $\overline{v_l}$  parametre değerini tanımlamak için çok sayıda yol olmasına rağmen Centripetal parametrisasyon metodu çok tercih edilmektedir.

$$\begin{aligned}\overline{u_0} &= 0, \quad \overline{u_m} = 1 \\ \overline{u_i} &= \overline{u_{i-1}} + \frac{\sqrt{|\mathcal{Q}_i - \mathcal{Q}_{i-1}|}}{\sum_{j=0}^m \sqrt{|\mathcal{Q}_j - \mathcal{Q}_{j-1}|}}\end{aligned}\quad (34)$$

Kiriş uzunluğu ve centripetal metotlar için  $U$  düğüm vektörü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned}U &= \{0, 0, \dots, 0, u_{p+1}, \dots, u_m, 1, 1, \dots, 1\} \\ j = 1, \dots, m-p \text{ için } u_{j+p} &= \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} \overline{u_i}\end{aligned}\quad (35)$$

Yine problemin ilk düzeni,  $U$  ve  $V$  düğüm vektörleri ve  $(\overline{u_k}, \overline{v_l})$  için makul değerleri hesaplamaktır.  $\overline{u_k}$ 'nın eğri tahmininde nasıl hesaplandığı denklem (34) ve denklem (35) de gösterilmiştir;  $\overline{v_l}$  de benzer şekilde eğri tahmininde hesaplanır. Ama yüzey söz konusu olduğu için formüldeki parametreler değiştirilir.

$$\begin{aligned}\overline{v_0} &= 0, \quad \overline{v_n} = 1 \\ \overline{v_i} &= \overline{v_{i-1}} + \frac{\sqrt{|\mathcal{Q}_i - \mathcal{Q}_{i-1}|}}{\sum_{j=0}^n \sqrt{|\mathcal{Q}_j - \mathcal{Q}_{j-1}|}}\end{aligned}\quad (36)$$

$V$  düğüm vektörü aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned}V &= \{0, 0, \dots, 0, v_{q+1}, \dots, v_n, 1, 1, \dots, 1\} \\ j = 1, \dots, n-q \text{ için } u_{j+q} &= \frac{1}{q} \sum_{i=j}^{j+q-1} \overline{v_i}\end{aligned}\quad (37)$$

Yüzey parametrisasyonu işlemi bu Denklem (34)-(35) ve Denklem (36)-(37) denklemleri yardımıyla gerçekleştirilir. Genel bir metot şöyledir; her bir  $l$  için  $\overline{u_0}^l, \dots, \overline{u_m}^l$  parametrelerini hesaplamak için denklem (34) 'ü kullanmak ve sonra tüm  $\overline{u_k}^l$  'ları ( $l=0, \dots, n$ ) boydan boya ortalayarak (averaging) her bir  $u_k$ 'yı bulmaktır. Aynı

şekilde  $v$ -yönünde problem ele alındığında metot şöyledir; her bir  $k$  için  $\bar{v}_0^k, \dots, \bar{v}_n^k$  parametrelerini hesaplamak için denklem (36) 'yı kullanmak ve sonra tüm  $v_l^k$  'ları ( $k=0, \dots, m$ ) boydan boya ortalayarak (averaging) her bir  $v_l$ 'yi bulmaktır. Yani  $U$  ve  $V$  düğüm vektörleri bulunurken Denklem(34) ve Denklem (36) da elde edilen  $\bar{u}_0^l, \dots, \bar{u}_m^l$  ve  $\bar{v}_0^k, \dots, \bar{v}_n^k$  ( $k=0 \dots m$  ve  $l=0 \dots n$ ) parametrelerine bir işlem daha uygulanıp sırasıyla boydan boya ortalama (averaging) işlemi olan aşağıdaki Denklem (38) ve Denklem(39) kullanılır. Daha sonra işlemlere Denklem (35) ve Denklem (37) ile devam edilir.

$$\bar{u}_k = \frac{1}{n+1} \sum_{l=0}^n \bar{u}_k^l \quad k = 0, \dots, m \text{ için} \quad (38)$$

$$\bar{v}_l = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^m \bar{v}_l^k \quad l = 0, \dots, n \text{ için} \quad (39)$$

Kısaca özetlenecek olursa  $U$  ve  $V$  düğüm vektörlerinin elde ediliş sırası şöyledir: Denklem (34)-(38)-(35) ve Denklem (36)-(39)-(37).

Bulunan  $U$  ve  $V$  düğüm vektörleri yardımıyla denklem (32) deki  $[R_{i,p}(\bar{u}_k)]_{(m+1) \times (e+1)}$  ve  $[R_{j,q}(\bar{v}_l)]_{(f+1) \times (n+1)}$  B-spline geçişme fonksiyonları kolaylıkla hesaplanır. Tahmin edilen B-spline yüzeyin doğruluğunu test etmek için Denklem (32)'nin tam olarak çözülmesi gereklidir. Bu denklemde  $Q_{k,l}$  yüzey noktaları bilinmektedir, B-spline geçişme fonksiyonları da hesaplanabildiğine göre bilinmeyen olarak sadece kontrol noktaları kalmaktadır. Bu durumda aşağıdaki

$$R_{ip} \times P_{ij} \times R_{jq} = Q_{kl} \quad (40)$$

lineer denklem sisteminin çözülerek kontrol noktalarının elde edilmesi gereklidir. Lineer denklem sisteminin sol tarafını  $R_{ip}^{-1}$  ve sağ tarafını da  $R_{jq}^{-1}$  ile çarparsak;

$$R_{ip}^{-1} \times R_{ip} \times P_{ij} \times R_{jq} \times R_{jq}^{-1} = R_{ip}^{-1} \times Q_{kl} \times R_{jq}^{-1}$$

elde edilir. Bir matrisin inversi ile çarpımı birim matris olacağı için kontrol noktalarının elde edilmesi için gerekli formül aşağıdaki denklem olacaktır.

$$P_{ij} = R_{ip}^{-1} \times Q_{kl} \times R_{jq}^{-1} \quad (41)$$

Bu denklemin matris formu şöyledir:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & \cdots & P_{0f} \\ P_{10} & P_{11} & \cdots & P_{1f} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{e0} & P_{e1} & \cdots & P_{ef} \end{bmatrix}_{(e+1) \times (f+1)} = \left[ R_{i,p} (\overline{u_k})^{-1} \right]_{(e+1) \times (m+1)} \times \\
& \begin{bmatrix} Q_{00} & \cdots & Q_{0n} \\ Q_{10} & \cdots & Q_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{m0} & \cdots & Q_{mn} \end{bmatrix}_{(m+1) \times (n+1)} \times \left[ R_{j,q} (\overline{v_l})^{-1} \right]_{(f+1) \times (n+1)}
\end{aligned} \tag{42}$$

Burda şuna çok dikkat edilmelidir. Bir matrisin tersinin olabilmesi için matrisin karesel olması ve determinantının sıfırdan farklı olması gereklidir. Buna göre de  $e$  ve  $m$  parametreleri birbirine eşit olmalıdır. Aynı şekilde  $f$  ve  $n$  parametreleride birbirine eşit olmalıdır.

Artık, denklem(31) deki tüm parametreler biliniğine göre yüzey üzerindeki tüm  $Q$  noktaları kolayca hesaplanır. Bundan sonraki aşama ise tahmini daha iyi yapan düğüm dizisini buluncaya kadar genetik algoritmayla yada yapay bağışıklık sistemi ile iterasyonlara devam etmek olacaktır. Eğri tahminindeki uygunluk fonksiyonu ve Akaike'nin bilgi kazanım kriterinde (AIC) değişiklik yapılmalıdır. Bundan sonraki aşama tahminin doğruluğu işlemini gerçekleştirmektir.

Bu bilgiler ışığında B-spline yüzey tahmini problemini çerçevelemek ve bir özet halinde sunmak artık mümkündür. Yukarıdaki denklemlerden görülebileceği gibi, B-spline yüzey; kendisinin derecesi, düğüm değerleri ve kontrol noktaları ile eşsiz olarak verilir, sonra bu parametreler vasıtasıyla yüzey biçimlendirilir. Yüzey rekonstrüksiyon problemlerinde girdi (input), organize edilmemiş bir noktalar kümesidir, bu nedenle yüzey derecesi, düğümler ve kontrol noktalarının hepsi bilinmeyenlerdir. Denklem (12) de düğümler sadece kesirlerin payında değil paydasındada vardır. Bu yüzden Denklem (18) veya Denklem (31) ile verilen bir spline yüzey nonlinear bir düğümler fonksiyonudur. Uydurulacak verinin bir  $x$ - $y$  düzlemi üzerindeki  $Q=[a,b] \times [c,d]$  dikdörtgensel alanın mesh noktaları üzerinde verilmiş olduğu kabul edilirse, aşağıdaki gibi bir ifade yazılabilir.

$$F_{i,j} = f(x_i, y_j) + \varepsilon_{i,j}, \quad (i = 1, 2, \dots, N_x; j = 1, 2, \dots, N_y) \tag{43}$$

Bu denklemde  $f(x,y)$  fonksiyonu verinin temelinde olan (bilinmeyen) fonksiyondur,  $N_x$  ve  $N_y$  ise sırasıyla  $x$ -yönü ve  $y$ -yönü için veri noktalarının sayısıdır

ve  $\varepsilon_{ij}$  bir ölçüm hatasıdır. Denklem (31), en küçük kareler metodu vasıtasıyla Denklem (43) ile verilen veriye uydurulur. B-spline eğri'nin parametrisasyonu için uniform, kirişsel yada centripetal parametrisasyon metotlarından biri tercih edilerek Denklem (30) deki eğri ve Denklem (31) deki yüzey üretilmelidir. Sonra Denklem(28) vasıtasıyla kalanların karelerinin toplamı hesaplanır.  $Q_2$ 'nin alt indisi verinin boyutu anlamındadır.

$$\xi_i (i = 1 - m_x, 2 - m_x, \dots, n_x + m_x) \quad \text{ve} \quad \zeta_j (j = 1 - m_y, 2 - m_y, \dots, n_y + m_y)$$

sırasıyla  $x$ -yönü ve  $y$ -yönü için bir spline'in düğümleri olsun. Burada,  $n_x$  terimi  $[a, b]$  aralığında yerleşmiş olan  $\xi_i (i = 1, 2, \dots, n_x)$  iç (interior) düğümlerin sayısıdır. Benzer şekilde  $n_y$  terimi  $[c, d]$  aralığında yerleşmiş olan  $\zeta_j (j = 1, 2, \dots, n_y)$  iç (interior) düğümlerin sayısıdır. Bundan başka  $m_x$  ve  $m_y$  sırasıyla  $N_{m_x, i}(x)$  ve  $N_{m_y, j}(y)$  Bspline'nin düzenleridir.  $[a, b]$  kapalı aralığının sonlarında  $a$  ve  $b$  değerlerine, ve  $[c, d]$  aralığının sonlarında  $c$  ve  $d$  değerlerine düğümler eşitlenir.

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \xi_{1-m_x} = \dots \xi_0, \\ b = \xi_{n_x+1} = \dots \xi_{n_x+m_x}. \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} c = \zeta_{1-m_y} = \dots \zeta_0, \\ d = \zeta_{n_y+1} = \dots \zeta_{n_y+m_y}. \end{array} \right\} \quad (44)$$

Minimizasyon denklemi (28) in koşulu ile tanımlanmış bir  $c_{ij}$  terimi B-spline katsayıları olarak denklem (31)'e eklenir. İyi bir model bulmak için, bununla beraber içteki (interior)  $\xi_i (i = 1, 2, \dots, n_x)$  ve  $\zeta_j (j = 1, 2, \dots, n_y)$  düğümlerin sayıları ve yerleri, mümkün olduğu kadar kesin tanımlanmalıdır.

B-spline eğri uydurma problemindeki durumlar B-spline yüzeyde de aynen geçerlidir. Ama B-spline yüzey uydurma probleminde minimize edilen amaç fonksiyon denklem (28) dir ve amaç fonksiyonun değişkenleri ise yine B-spline katsayılar ve içteki düğümlerdir. B-spline katsayıları lineer parametrelerdir. Bununla birlikte içteki düğümler nonlinear parametrelerdir, çünkü  $S(u, v)$  fonksiyonu da nonlinear bir düğümler fonksiyonudur. Bu minimizasyon problemi yine multimodal optimizasyon problemini doğurmaktadır.

### 3.3.3. NURBS eğri ve yüzey tahmini

Bir veri elde etme işleminde yüksek sayıda veri olmasından dolayı daima bazı uygun tahmin tekniğini uygulama ihtiyacı vardır. Dijital verinin eğri/yüzey tahmini için NURBS kullanıldığı zaman, optimizasyon bağlamında ayarlanacak amaç fonksiyonun karesel hataların toplamı olduğu gösterilebilir. Ayrıca optimizasyon algoritmasının sağlamlığını garanti etmek için ve belirli bazı tuhaf durumları önlemek için doğruluk terimleri eklenebilir. Conjugate gradient ve Newton temelli yaklaşımlar gibi geleneksel optimizasyon algoritmaları sadece optimize olan tek işlevsi için uygundur. Düğümler, kontrol noktaları ve ağırlıklar gibi NURBS çoklu-parametreler içerdiği için amaç fonksiyonun rasyonel formatı uydurmayı bir çok değişkenli nonlinear optimizasyon problemi görevi haline getirmektedir.

Verilen dijital veriye uyan NURBS eğriyi optimize etmek için NURBS içinde kullanılacak olan kontrol noktalarının hesaplanması, NURBS'ün rasyonel olmayan (non-rational) mukabili olan non-uniform B-spline (NUBS) vasıtasıyla hesaplanacaktır.  $(n+1)$  adet  $\{Q_k\}$  veri noktalarını enterpole eden bir NURBS eğri tanımlamak için  $(n+1)$  adet bağımsız koşula sahip olmak yeterlidir. Eğer bir veri noktası bir B-spline eğrisi üzerinde uzanıyorsa veri noktası denklem (21)'i sağlamalıdır. Eğer her bir veri noktasına bir  $\overline{u}_k$  parametre değeri atanır ve bir  $U$  düğüm vektörü ile bir  $W$  ağırlık vektörü seçilirse, eğri enterpolasyon problemi aşağıdaki gibi kurulabilir.

$$Q_k = C(\overline{u}_k) = \sum_{i=0}^n P_i R_{i,k}(\overline{u}_k) \quad k = 0, \dots, n \quad (45)$$

Yada matris formunda aşağıdaki gibi kurulabilir.

$$\begin{bmatrix} R_{0,p}(\overline{u}_0) & \cdots & R_{m,p}(\overline{u}_0) \\ R_{0,p}(\overline{u}_1) & \cdots & R_{m,p}(\overline{u}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{0,p}(\overline{u}_n) & \cdots & R_{m,p}(\overline{u}_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{bmatrix} \quad (46)$$

or

$$[C][P] = [Q]$$

Burada  $\{R_{i,k}(u)\}$  rasyonel fonksiyonları Denklem (21) deki gibi tanımlanır.

$\overline{u}_k$  parametre değerini tanımlamak için önceden değinildiği gibi çok sayıda yol

olmasına rağmen uniform, kiriş uzunluğu ve centripetal parametrizasyon metodu çok tercih edilmektedir. Kiriş uzunluğu ve centripetal metotlar için  $U$  düğüm vektörü Denklem (35) deki gibi tanımlanır. Yukarıdaki parametrizasyon modellerinin hepsinin bir genellemesi Lee (89) tarafından önerilmiştir ve aşağıdaki gibidir. Burada  $s$ , eğri üzerinde belirtilmiş toplam veri noktaları sayısıdır.

$$u_1 = 0, \quad (47)$$

$$u_i = u_{i-1} + \frac{\|P_i - P_{i-1}\|^e}{\sum_{j=1}^{s-1} \|P_j - P_{j+1}\|^e}, \quad 2 \leq i \leq s$$

Parametrik  $u$  yönü için genel bir düğüm vektörü yalnız bir defa seçilir, bir NURBS yüzey vasıtasıyla  $(n+1)$  'lik dizi veri noktaları  $\{Q_l\}$  ( $l=0, \dots, n$ ) kümesinin enterpolasyonu şeklinde NURBS eğri enterpolasyonu tekniği uygulanır. Her bir veri noktası için  $t$  parametresinin değeri önce ele alındığı gibi centripetal parametrizasyon kullanılarak ölçülür. Bir B-spline eğri için tanımlanan kontrol noktaları poligon tepeleri Denklem (46) ile oluşturulan basis poligon matrisi yardımıyla aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$[P] = [C]^T [C]^{-1} [C]^T [Q] \quad (48)$$

Böylece Denklemler (45)-(48) kullanılarak eğriler için  $\{P_i\}$  kontrol noktaları kümesi  $\{Q_k\}$  veri noktalarından kolayca hesaplanabilir.

Denklem (21) nin tüm ağırlıkları 1.0 değerine ayarlandığı zaman NURBS eğri bir B-spline eğri olur. Ölçülen noktalardan NURBS eğriler oluşturmak için tez çalışmasında kullanılan algoritmalar, B-spline eğriler uydurma ile yakından ilgilidir. Genelde en küçük kereler uydurma teknikleri kullanılır ve uydurma prosedürü şu adımları içerir; ölçülen noktaların parametrizasyonu, düğümlerin parametrizasyonu ve en küçük karelerin uygulanması. Tezde önerilen yaklaşım en küçük kareler uydurma tekniğini kullanır. B-spline eğri uydurma için olduğu gibi uydurma işleminden önce sayısallaştırılmış noktaları parametreleştirmek gereklidir. Order(lar)ı, kontrol noktası sayısını ve tam düğüm dizisini içeren düğümlerin belirlenmesi de uydurma işleminden önce yerine getirilmelidir. NURBS eğriler tanımlanmasını izleyerek tanımlanmış olan kalan parametreler kontrol noktalarının koordinatları ve karşılık gelen ağırlıklardır.

Düzlemde bir  $F$  veri noktaları kümesi verildiğinde noktaları tahmin etmek için bir düzlemsel NURBS eğri hesaplanır. Verilen veri, açık yada kapalı olabilen ama kendisini kesmeyen bir bilinen eğri şeklini temsil etsin. Bu eğri hedef eğri yada hedef şekil olarak adlandırılır. Genelleştirme için uydurulan eğri ve hedef eğri arasındaki ölçüm hatasının olduğu kabul edilsin. Bu nedenle  $t$  parametreyi temsil edecek şekilde denklem (23)'e benzer bir denklem yazılabilir.

$$F(t) = f(t) + \varepsilon(t) \quad (49)$$

Yukarıdaki denklemde  $f(t)$  NURBS kullanarak tahmin edilecek olan temeldeki fonksiyondur ve  $\varepsilon(t)$  o veri noktasında  $t$ 'nin belirli değerinde ölçüm hatasını temsil eder.

Kontrol noktası sayısı  $n$  ve NURBS'ün derecesi  $k$  (order  $k+1$ ) kabul edilirse  $t$  parametresi için veri uydurmada denklem (35) ile düğüm vektörü centripetal metodu kullanılarak inşa edilir. Elde edilen düğüm vektörü ile birlikte denklem (48) kullanılarak kontrol noktaları hesaplanır. Her bir nokta ile birlikte  $t$  değerine sahip olunduktan sonra NURBS eğriyi verilen veri noktaları kümesine uydurmak için Denklem (45), (çalışmada  $r=2$  alınmıştır) denklem (47) vasıtasıyla denklem (49) ile verilen veriye uydurulur.

Ölçülen noktalar ve uydurulan eğri arasındaki hata fonksiyonu (yada maliyet fonksiyonu) genelde aşağıdaki denklemle verilir:

$$E = \left( \sum_{i=0}^s |Q_i - S(\alpha_1, \dots, \alpha_n)|^r / s \right)^{1/r} \quad (50)$$

Burada  $Q$ , hedef eğrinin ölçülmüş noktaları kümesini temsil eder.  $S(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  uydurulan eğrinin geometrik modelidir, burada  $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  uydurulan eğrinin parametreleridir;  $s$ , ölçülen nokta sayısıdır ve  $r$ , 1 ile sonsuzluk arasında bir üstdür. Uydurma işlemi sonra  $E$  hatasını (yada maliyetini) minimize etmek için  $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  eğri parametrelerinin optimizasyonu olarak gösterilebilir. Yukarıda  $r$  üssünün 2'ye eşit olması durumunda yukarıdaki denklem en küçük kareler fonksiyonuna indirgenir.

Yukarıda NURBS eğrileri için olduğu gibi NURBS yüzey uydurma problemi de B-spline yüzey uydurmaya benzerdir. Ek olarak sadece ağırlıkların optimizasyonu yapılmalıdır. Yine B-spline yüzeyin tüm ağırlıkları 1.0 değerine ayarlandığı zaman

NURBS yüzey bir B-spline yüzey olur. Ölçülen noktalardan NURBS yüzeyler oluşturmak için sunulan çalışmada kullanılan algoritmalarda B-spline yüzeyler uydurmayla yakından ilgilidir. Daha sonra son otuz yıldır bilgisayar destekli geometrik tasarım (CAGD) da temel bir araştırma alanı olmuştur. Çoğu araştırma en küçük kereler uydurma tekniklerini kullanır ve NURBS yüzey uydurma prosedürü aşağıdaki adımları içerir.

(i) **Ölçülen noktaların parametrisasyonu.** Uydurulacak verinin bir x-y düzlemi üzerindeki  $Q=[a,b] \times [c,d]$  dikdörtgensel alanın mesh noktaları üzerinde verilmiş olduğu kabul edilirse, aşağıdaki gibi bir ifade yazılabilir.

$$F_{i,j} = f(x_i, y_j) + \varepsilon_{i,j}, \quad (i = 1, 2, \dots, N_x; j = 1, 2, \dots, N_y) \quad (51)$$

Bu denklemde  $f(x,y)$  fonksiyonu verinin temelinde olan (bilinmeyen) fonksiyondur,  $N_x$  ve  $N_y$  ise sırasıyla x-yönü ve y-yönü için veri noktalarının sayısıdır ve  $\varepsilon_{i,j}$  bir ölçüm hatasıdır. Optimizasyon işleminin amacı  $Q$  giriş noktalarını tahmin eden bir NURBS yüzeyler kümesini üretmektir ve belirli tasarım amaçlarına göre optimaldir. Genel olarak yüzey noktalarının her birine iki (u,v) yerleşim parametresi atanır, sonra Denklem (22), en küçük kareler metodu vasıtasıyla Denklem (51) ile verilen veriye uydurulur.

(ii) **Optimizasyon girdilerinin belirlenmesi:** Uydurulacak veri noktası sayısı  $((N_x \times N_y))$  ve üretilecek kontrol noktaları sayısı  $(n_x \times n_y)$  ile birlikte  $m_x$  ve  $m_y$  yüzey orderlarının (yada  $m_x-1$  ve  $m_y-1$  yüzey derecelerinin) belirlenmesi. Örneğin çift kübik dereceli (Bi-third-degree) NURBS yüzeyler için  $m_x = m_y = 4$  dür.

(iii) **Düğümünün parametrisasyonu.** Ölçülen noktaların parametreleştirilmesinden sonra tam düğüm dizisi tanımlanır. Tam bir düğüm dizisi için bilgi; order'ları, kontrol noktası sayısını ve düğüm parametrelerini içermektedir. B-spline eğri'nin parametrisasyonu için uniform, kirişsel yada centripetal parametrisasyon metotlarından biri tercih edilerek Denklem (21) deki eğri ve Denklem (22) deki yüzey üretilmelidir.  $\xi_i (i = 1 - m_x, 2 - m_x, \dots, n_x + m_x)$  ve  $\zeta_j (j = 1 - m_y, 2 - m_y, \dots, n_y + m_y)$  sırasıyla x-yönü ve y-yönü için bir NURBS'ün düğümleri olsunlar. Burada,  $n_x$  terimi  $[a,b]$  aralığında yerleşmiş olan  $\xi_i (i = 1, 2, \dots, n_x)$  iç düğümlerin sayısıdır. Benzer şekilde  $n_y$  terimi  $[c,d]$  aralığında

yerleşmiş olan  $\zeta_j (j = 1, 2, \dots, n_y)$  iç düğümlerin sayısıdır. Bundan başka  $m_x$  ve  $m_y$  sırasıyla  $N_{m_x,i}(x)$  ve  $N_{m_y,j}(y)$  NURBS'ün düzenleridir.  $[a,b]$  kapalı aralığının sonlarında  $a$  ve  $b$  değerlerine, ve  $[c,d]$  aralığının sonlarında  $c$  ve  $d$  değerlerine düğümler eşitlenir (Denklem (44)).

Parametre alanı  $[0,1]$  seçildiği için çalışmamızda  $a=c=0$  ve  $b=d=1$  dir. İyi bir model bulmak için, bununla beraber yine içteki  $\xi_i (i = 1, 2, \dots, n_x)$  ve  $\zeta_j (j = 1, 2, \dots, n_y)$  düğümlerin sayıları ve yerleri, mümkün olduğu kadar kesin tanımlanmalıdır.

(iv) **Kontrol noktalarının hesaplanması:** NURBS eğri uydurma problemi göz önüne alınır. Burada tüm ağırlık değerleri önce 1.0 kabul edilerek problem B-spline eğri uydurmaya indirgenir ve B-spline eğri uydurma problemi matris formunda çözülerek kontrol noktaları hesaplanır. Bir NUBS eğri üreten kontrol noktalarının tanımlanması aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} [Q_i] &= [N_i][P_i] \\ \text{yada} \\ [N_i]^T [Q_i] &= [N_i]^T [N_i][P_i] \\ \text{yada} \\ [P_i] &= [[N_i]^T [N_i]]^{-1} [N_i]^T [Q_i] \end{aligned} \quad (52)$$

Burada  $[Q_i]$  verilen veri noktaları matrisidir,  $[N_i]$  Normalize B-spline geçişme fonksiyonları grididir ve  $[P_i]$  kontrol noktaları matrisidir. Parametrik  $u$  ve  $v$  yönlerinin her biri için genel bir düğüm vektörü yalnız bir defa seçilir, bir NURBS yüzey vasıtasıyla  $n_x \times n_y$  'lik dizi veri noktaları  $\{Q_{k,l}\}$  ( $k=1,\dots,n_x$  ve  $l=1,\dots,n_y$ ) kümesinin enterpolasyonu, NURBS eğri enterpolasyonu tekniği iki kez uygulanarak sonuçlandırılabilir; Önce  $C_j$  olarak adlandırılan “orta” kontrol noktaları kümesini bulmak için; her bir “sabit”  $\overline{v_l}$  değerinde veri noktaları için  $u$  yönünde eğri enterpolasyonu kullanılır. Bir enterpolasyon yüzey için  $\{P_{ij}\}$  kontrol noktaları dizisini bulmak amacıyla enterpolasyon sonra, enterpole olan bir veri noktaları dizisi olarak muamele edilen her bir sabit  $\overline{u_k}$  değeri için bu orta noktalara uygulanır. NUBS yüzeylerin kontrol noktaları için veri noktaları aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
Q_{k,l} &= \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n P_{i,j} N_{i,p}(\bar{u}_k) N_{j,q}(\bar{v}_l) \\
&= \sum_{j=0}^n \left[ \sum_{i=0}^m P_{i,j} N_{i,p}(\bar{u}_k) \right] N_{j,q}(\bar{v}_l) \\
&= \sum_{j=0}^n C_j(\bar{u}_k) N_{j,q}(\bar{v}_l)
\end{aligned} \tag{53}$$

(iv) **En küçük kareler uygulanır.** Yukarıdaki parametrisasyonun hepsi yerine getirildikten sonra bir gözlem sistemi ayarlanabilir ve kontrol noktalarını tanımlamak için en küçük kareler uydurma teknikleri uygulanabilir. Parametrik yüzey uydurma için tipik bir hata denklem (28) de verilmiştir. Sonra Denklem (52) vasıtasıyla kalanların karelerinin toplamı hesaplanır.  $Q_2$ 'nin alt indisi verinin boyutu anlamındadır.

(v) **NURBS yüzey için ağırlıklar hesaplanır.** Kontrol noktaları ve düğümler bilindiği için NURBS uydurmada ağırlıkların belirlenmesi aşamasına geçilebilir. Daha önceki çalışmalarda NURBS uydurma için iki-adımlı lineer yaklaşım kullanılmıştır. İlk adım süresince kontrol noktalarının ağırlıkları homojen sistemden çözülmüştür. İkinci adım süresince tanımlanan ağırlıklar bilinen parametreler alınarak farklı bir denklem sistemi ile kontrol noktaları çözülmüşlerdir. Tez çalışmasında ise önce kontrol noktaları hesaplanmaktadır, daha sonra NURBS ağırlıkları non-deterministik bir yaklaşımla belirlenmeye çalışılmıştır. Kontrol noktaları hesaplanma adımlarının (i)-(v) hepsi ağırlık hesaplamak için de geçerlidir.

(vi) **Bir başlangıç NURBS yüzeyin oluşturulması.** Bir  $S(u,v)$  NURBS yüzeyi inşa etmek için düğümler  $u_i, v_j, m_x, m_y$ , ağırlıklar  $w_{ij}$  ve ölçülen noktalar  $q_{ij}$  (kontrol noktaları) kullanılır. Bununla birlikte elde edilen NURBS yüzey ölçülen noktalara iyi bir biçimde uydurulamaz. Bu yüzden yüzeyin biraz daha modifikasyonu hâla gereklidir.

(vii) **Oluşturulan  $S(u,v)$  yüzeyinin modifiye edilmesi.** Verilen noktalar kümesinin tümünün parametrisasyonu ve  $S(u,v)$  yüzeyinin inşasından sonra anahtar adım en küçük kareler minimizasyonuna dayanarak verilen noktalar kümesinin tümünü uydurmak için inşa edilen  $S(u,v)$  yüzeyini tekrar modifiye etmektir.

(i)-(vii) adımları iteratif tarzda yerine getirilerek daha düzgün NURBS yüzeyler inşa edilebilir. Tezde yapay bağıklık sistemi kullanılarak NURBS eğri ve yüzey tahmini için düğüm ve ağırlık optimizasyonu gerçekleştirilmiştir.

### 3.4. Kullanılan Yapay Zeka Teknikleri

Türkçe kaynaklarda Yapay Us veya Suni Zeka olarak da bilinen Yapay Zekanın (Artificial Intelligence) (YZ) çağdaş bir bilim dalı olarak gelişmesi, 1956 yılında C. Shannon, M.Minsky ve J.Mc Carthy'nin çabaları ve katkıları ile başlamıştır. YZ adı ilk defa 1956 yılında ABD'de "Makine Zekası" konferansında ortaya konmuş bir kavramdır. YZ; insanların birbirlerinde zekice olarak kabul ettikleri davranışlara sahip bilgisayarların yapılmasıyla ilgili bilgisayar bilimleri alt alanıdır. Yapay Zeka diyebileceğimiz bir sistem, çözüm algoritmaları kesin çizgilerle kendisine verilmeden, problemleri çözmek amacıyla kendi kullanacağı kuram ve teknikleri geliştirebilen sistemlerdir. Yapay Zeka kendi içerisinde bir çok alt bölüme ayrılmıştır. Bunlardan başlıcaları Yönetim Bilgi Sistemi, Karar Destek Sistemi, Yapay Sinir Ağları , Genetik Algoritmalar, Uzman Sistemler ve Bulanık Mantıktır.

Bezier, B-spline ve NURBS eğri ve yüzey uydurma problemleri, belirli bir tolerans dahilinde bir hedef eğri tahmin eden Bezier, B-spline ve NURBS eğri ve yüzeyler üretmektir. Hedef eğrinin sıralı yoğun veri noktaları dizisi ile 2B düzlem içinde veya 3B noktalar olarak 3B uzayda tanımlandığı yada dolaylı biçimde verilen yada açık şekilde verilen bir eğri yada yüzey (örneğin parametrik bir denklemle verilen eğri veya yüzey) olduğu varsayılmıştır. Parametrik eğriler ve yüzeyler kullanarak eğri uydurma problemini çözme üzerine literatürde çok sayıda çalışma vardır. Bununla birlikte, mevcut metotların çoğunluğu hedef eğri/yüzey üzerindeki veri noktalarının parametризasyonunu gerektirir ve önceden belirli bir hata toleransını sağlayan bir tahmini parametrik eğrinin/yüzeyin kontrol noktalarının minimum adedinin otomatik yerleşimi için bazı kabullenmelerin olduğu varsayılır.

Seyrek veya gürültülü veriye parametrik eğri/yüzey uydurulması çok yüksek hesaplama karmaşıklığı ile nonlinear bir optimizasyon problemi olmasından dolayı, optimal enterpolasyon sonuçlarını elde etmek için deterministik olmayan

optimizasyon stratejileri uygulanmalıdır. Burada yapay zekadan alınan metotlar bu problemin çözümüne çok umut verici çareler vermektedir. Tezde yapay zeka teknikleri ile kastımız bulanık mantık, genetik algoritmalar, yapay sinir ağları ve yapay bağışıklık gibi sayısal doğal esintili stratejileri içermektedir. Mevcut yapay zeka metotların hepsinin detaylı bir gözden geçirmesini vermek burada sunulan dökümanın kapsamı dışındadır; burada sadece eğri ve yüzey tahminini amaçlayan tez çalışmasının yapay zeka teknikleri bakımından en anlamlı sonuçları gözden geçirilecektir.

### **3.4.1. Bulanık mantık**

Bulanık mantık (Fuzzy Logic) kavramı ilk kez 1965 yılında California Berkeley Üniversitesinden Prof. Lotfi A.Zadeh 'in bu konu üzerinde ilk makalelerini yayınlamasıyla duyulmuştur (Zadeh 1965). O tarihten sonra önemi gittikçe artarak günümüze kadar gelen bulanık mantık, belirsizliklerin anlatımı ve belirsizliklerle çalışılabilmesi için kurulmuş katı bir matematik düzen olarak tanımlanabilir. Bilindiği gibi istatistikte ve olasılık kuramında, belirsizliklerle değil kesinliklerle çalışılır ama insanın yaşadığı ortam daha çok belirsizliklerle doludur. Bu yüzden insanoğlunun sonuç çıkarabilme yeteneğini anlayabilmek için belirsizliklerle çalışmak gereklidir.

Bulanık mantık ile klasik mantık arasındaki temel fark bilinen anlamda matematiğin sadece aşırı uç değerlerine izin vermesidir. Klasik matematiksel yöntemlerde verilerin tam olmasının gerekmesinden dolayı bunlarla karmaşık sistemleri modellemek ve kontrol etmek zordur. Bulanık mantık kişiyi bu zorunluluktan kurtarır ve daha niteliksel bir tanımlama olanağı sağlar. Bir kişi için 1.70 boyunda demektense sadece orta boylu demek bir çok uygulama için yeterli bir veridir. Böylece azımsanamayacak ölçüde bir bilgi indirgenmesi söz konusu olacak ve matematiksel bir tanımlama yerine dilsel (linguistik) değişken denilen daha kolay, anlaşılabilen niteliksel bir tanımlama yapılabilecektir. Dilsel değişken "kalabalık" veya "kalabalık değil" gibi kelimeler ve ifadelerle tanımlanabilen değişkenlerdir. Bir dilsel değişkenin değerleri bulanık kümeler ile ifade edilir. Örneğin; sınıf durumu,

dilsel değişken için "kalabalık", "kalabalık değil" ve "çok kalabalık" ifadelerini alabilir. Bu üç ifadenin her biri ayrı ayrı bulanık kümeler ile modellenir. Bulanık mantığın uygulama alanları çok geniştir. "Tecrübe ile öğrenme" olayının kolayca modellenenebilmesi ve belirsiz kavramların bile matematiksel olarak ifade edilebilmesine olanak tanınması sağladığı en büyük faydadır. Bu yüzden lineer olmayan sistemlere yaklaşım yapabilmek için özellikle uygundur (Çınar ve Arslan 2001a, 2001b).

Bir bulanık mekanizmanın özünü, giriş ve çıkış değerlerinin tespiti, bulanıklaştırma ve durulaştırma metodunun seçilmesi ve kural tabanının oluşturulması içerir. Pratikte genel olarak klasik küme şeklinde beliren değişim aralıklarının bulanıklaştırılması, bulanık küme, mantık ve sistem işlemleri için gereklidir. Bunun için bir aralıkta bulunabilecek öğelerin hepsinin bir üyelik derecesine sahip olacak yerde, 0 ile 1 arasında değişik değerlere sahip olması düşünülür. İşte böyle olunca da, bazı öğelerin belirsizlik içerdikleri kabul edilir. Ölçülen büyüklüğün  $x$  ile gösterilmesi halinde  $x + 0.01$  ve  $x - 0.01$  arasında değişeceği anlaşılr.

Bulanık olarak elde edilmiş veya verilmiş bilgilerden yararlanarak gerekli cevapların verilmesi için bulanık olan bilgilerin durulaştırılması gerekmektedir. Bulanık küme, mantık ve sistemler belirli bir öneme sahip olmasına karşın, bunların bulanık olabilecek çıkarımlarının kesin sayılar haline dönüştürülmesi gerekir. İşte bulanık olan bilgilerin kesin sonuçlar haline dönüştürülmesi için yapılan işlemlerin tümüne birden durulaştırma işlemleri adı verilir. Durulaştırma için 7 değişik çözüm metodu önerilmektedir. En Büyük Üyelik İlkesi, Sentroit Yöntemi, Ağırlıklı Ortalama Yöntemi, Ortalama En Büyük Üyelik, Toplamların Merkezi, En Büyük Alanın Merkezi, En Büyük İlk veya Son Üyelik Derecesi. Bunların hangisinin kullanılacağına araştırma veya tasarımı yapan mühendisin elindeki sorunun türüne göre cevap vermesi gereklidir (Şen 1999).

### 3.4.2. Yapay sinir ağıları ve geri yayılım algoritması

Yapay sinir ağıları (YSA), insan beynindeki hücrelerin çalışma prensibini modelleyen bir teknik olarak ele alınmaktadır. Bir çok problemlerin, özellikle örüntü ve görüntü işleme problemlerinin çözülmesinde çok iyi sonuçlar vermektedir. Bu yöntem kullanılarak sinir ağı iyi derecede öğretilmektedir. Bir kez öğretilen ağı sonradan işlemleri çok hızlı bir biçimde yapabilmektedir.

Bir bilgisayar programı gibi ele alınabilen Yapay Sinir Ağları girişleri ve çıkışı belli olan bir sistemde girişler değiştiğinde sistemin önceden belirlenmiş bir çıkışı tanımasını sağlamaktadır. Böyle problemlere desen, örnek, karakter ve benzeri tanıma işlemlerinde oldukça sık rastlanılmaktadır. YSA'nın temelini tabii sinir ağının çalışmasının elektrik modeli teşkil etmektedir. Burada problem sonunda istenilen çıkışı elde edebilmek için girişlerin ağırlıklarının nasıl düzenlenmesi gerektiğidir. Girişlerin ağırlıklarının düzenlenmesi bir çok yöntemle yapılabilmektedir.

Genelde YSA'nda çok katmanlı bir model kullanılır. Böyle bir modelde giriş katmanı, ara veya gizli katman ve çıkış katmanı vardır.

Yapay sinir ağlarında kullanılan öğrenme metotları en genel anlamda; denetimli öğrenme, denetimsiz öğrenme ve takviyeli öğrenme olarak üç ana gruptur. Sinir ağlarında öğrenme girdi ve çıktı kümesi için test edilen ağı, istenilen çıktıyı verecek ağırlık kümesinin belirlenmesidir. Bu ağırlık vektörü istenen çıktı ile ağı çıktısı arasındaki fark minimum oluncaya kadar ayarlanarak bulunur. Bu amaçla her bir öğrenme grubu için farklı öğrenme algoritmaları geliştirilmiştir. Geri Yayılımlı öğrenme algoritması (GYA), bilinen en genel öğrenme algoritmasıdır. Şimdiye kadar birçok alanda kullanılmıştır. Fakat, Geri Yayılım Algoritmasının çok zayıf yaklaşım oranından dolayı, eğitim uzun sürmektedir. Yerel minimuma yakalanma da GYA'nın diğer bir dezavantajıdır. GYA daha az hafıza gerektirmekte fakat sonuca ulaşım daha yavaş olmaktadır.

### 3.4.3. Genetik algoritma

Holland tarafından yapay adaptif sistemler olarak ilk defa geliştirilen Genetik Algoritmalar Darwin'in "en iyi olan yaşar" prensibine dayalı olarak biyolojik sistemlerin gelişim sürecini benzeten stokastik bir arama yöntemidir. Basitliği, problemin çözümüne yönelik sezginin kolay ve çabuk şekilde geliştirilmesi ve yerel optimumda kalmaya karşı olan direncinden dolayı tezde ilgilenilen problemlerin çözümünde kullanılabilecek etkin bir yöntemdir. Genetik algoritmalar üzerine literatürde oldukça fazla araştırma vardır.

Genetik algoritma ile bir problemin çözümünde bazı unsurlar önemlidir; kodlama, seçim, çaprazlama ve mutasyon. Kromozomların kodlama modeli GA'nın performansını etkileyen faktörlerden biridir. Başlangıç popülasyonu bir kez oluşturulduktan sonra evrim başlar. GA bireylerin uygunluk değerlerini bularak iyiliklerini belirlemeye çalışır. Uygunluk ölçüsüne göre iyi olarak değerlendirilen bireyler tekrar üreme, çaprazlama ve mutasyon operatörleriyle seçilirler.

Genetik algoritma ile bir uygulamayı çalıştırmak için bazı parametreler verilmelidir. Bunlar; popülasyon büyüklüğü, gen sayısı (kromozom uzunluğu), çaprazlama olasılığı ve mutasyon olasılığıdır. Çoğu durumda üretilecek nesil sayısı da belirlenir. Buna uygun olarak algoritmanın anahatına kolayca ulaşmak mümkündür. Algoritmadaki her bir iterasyon bir nesil olarak adlandırılır. GA'ların çekici noktalarından birisi global optimumu yada bir multimodal problem için alptimal bir çözümü yüksek olasılıkla bulmasıdır. Bu yüzden parametrik eğri ve yüzey tahmini problemlerine çözüm aramak için belirlenen bir strateji ile eşzamanlı ve otomatik olarak iyi düğümlerin yerleri ve sayılarının tanımlanabileceği düşünülmüştür.

### 3.4.4. Yapay bağışıklık sistemi ve klonal seçim algoritması

İnsan bağışıklık sistemi neredeyse sınırsız sayıda virüs, bakteri, mantar, parazit gibi hastalık yapıcı mikroorganizmalara karşı vücudu koruyan kompleks bir ağ yapısı gibi görülebilir. Bu yapı potansiyel olarak çok zeki hesaplama

uygulamalarına sahip , paralel ve dağıtılmış bir adaptif (kendi kendine öğrenebilen) sistemdir. Böyle bir yapının modellenmesi problemlerin çözümünde yeni bir yaklaşım olarak kullanılabilir. Bu yaklaşım Yapay Bağışıklık Sistemi (Artificial Immune System) (YBS)'dir. YBS; sınıflandırma, tanıma, nitelik çıkarma, çeşitlilik, öğrenme, bellek, kümeleme ve birliktelik keşfi gibi çalışma alanlarında kullanılabilir.

Bağışıklık sisteminin şu özellikleri bilim adamlarının ve araştırmacıların ilgisini çekmiştir: Yabancı etkenin tanınması, anormal olanı bulma, dağıtık tespit, gürültü toleransı, takviyeli öğrenme ve hafıza. Zeki hesaplama tekniği sayesinde, örüntü tanıma, veri analizi, sınıflandırma, öğrenme, hata algılama, optimizasyon, bellek kazanımı, robotik, bilgisayar güvenliği gibi bir çok alanda yapay bağışıklık sistemleri uygulanmıştır.

Bağışıklık sistemindeki etkileşimlerin sistem bazında ifade edilerek bir YBS oluşturulması için şunlara ihtiyaç duyulur. (i) Sistemi oluşturan birimlerin gösterimi, (ii) Sistemdeki birimlerin birbirleri ve çevre ile olan etkileşimlerini hesaplamak için bir mekanizma, (iii) Bazı adaptasyon prosedürleri. Şimdiye kadar geliştirilen algoritmalarda bu işlemlerin her biri için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Sistemi oluşturan birimlerin Antijen ve Antikor gösterimi için en çok kabul gören ve kullanılan yaklaşım Perelson ve Oster'in (1979) ortaya attıkları şekil uzayı yaklaşımıdır. Etkileşimleri hesaplamak için bir mekanizma kullanılmalıdır. Antijen ve antikor arasındaki etkileşimler bir duyarlılık ölçütü kullanılarak modellenebilir. Adaptasyon prosedürleri, sistemin zamanla nasıl değiştiğini modeller. Bunlar, bir bağışıklık fonksiyonu, işlemi ya da teorisi kullanılarak oluşturulur. Klonal seçme algoritması, negatif seçim ve bağışıklık ağırları en çok kabul gören yöntemlerdir.

Bağışıklık sisteminde duyarlılık olgunlaşması sırasında bir çok seçme mekanizması devreye girer. De Castro (2000) duyarlılık olgunlaşmasındaki işlemleri baz alarak Klonal Seçim Algoritmasını ortaya atmış ve oluşturdukları algoritmayı karakter tanıma, optimizasyon gibi problemlere uygulayarak performansını analiz etmişlerdir. Algoritma, iki esası temel alır; çoğalma için sadece antijeni tanıyan hücreler seçilirler. Seçilen ve çoğalan hücreler duyarlılık olgunlaşması işlemine tabii tutularak Antijene olan duyarlılıkları artırılır.

Bu algoritma kompleks makine öğrenmesi araçlarına uygun bir evrimsel strateji sunar. Öğrenme ve hafıza kazancı gibi alanlarda performans sağlar.

Algoritmanın ikili (binary) karakter tanıma, çok-modlu ve kombinasyonel optimizasyon , bağışıklık ağ teorisi gibi alanlarda uygulaması vardır. Algoritma yapı olarak genetik algoritmayı andırmaktadır. Ama De Castro ve arkadaşları uygulamalar sonucunda görmüşlerdir ki, klonal seçim algoritması genetik algoritma ile karşılaştırıldığında yerel optimumlardan oluşan çok çeşitli bir çözüm seti üretebilir. Genetik algoritma ise tüm populasyonu en iyi bireye benzetmeye çalıştırır. Gerçekte iki algoritmanında kodlama ve hesaplama yöntemleri çok farklı değildir fakat araştırma işlemlerini gerçekleştirilerken esinlendikleri kaynak, kullandıkları notasyon ve gerçekleştirdikleri işlemlerin sırası bakımından farklılık arz ederler.

#### **4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI**

Bu bölüme kadar defalarca anlatıldığı gibi verilen 3B noktalar kümesine parametrik bir yüzey (veya 2B noktalar kümesine parametrik eğri) uydurulması yada tahmininde ilgilenilmesi gereken dört problem vardır: (i) Kontrol noktalarının belirlenmesi (ii) düğümlerin belirlenmesi (iii) parametrizasyon metodu ve (iv) sadece NURBS'ler için ağırlıkların belirlenmesi. Bunlardan herhangi birinin optimizasyonu ile istenilen çeşitlilikte parametrik eğriler ve yüzeyler üretilebilir. En temel parametrik temsil olan Bezier ve B-spline temsiller için kontrol noktaları ve düğümler önemlidir. B-spline eğri yada yüzey tahminine ağırlık tespiti de eklenecek olursa NURBS eğri yada yüzey tahmini gerçekleştirilmiş olur. Bu bağlamda tezdeki akış şöyle tanımlanabilir. (1) Bezier temsiller için kontrol noktalarının tespiti (2) Bezier ve B-spline temsiller için düğümlerin yerlerinin ve sayılarının belirlenmesi. Bezier eğriler için düğümlerin tespiti literatürde desteklenmeyen bir çalışma olarak görünmektedir. Bu nedenle daha zor olan B-spline eğri ve yüzeyler için düğümlerin yerleri ve sayılarının tespiti gerçekleştirilmiştir. (3) B-spline eğri ve yüzey tahminlerinin başarılı bir biçimde yapılmasından sonra ağırlıkların belirlenmesine çalışılarak NURBS eğri ve yüzey tahmini işleminin gerçekleştirilmesi. (4) Düğüm ara değerlerinin bulunması üzerine bir çalışma yaparak parametrizasyonun gerçekleştirilip gerçekleştirilemeyeceğinin ortaya konulması. Görüldüğü gibi yüzey tahmininde ilgilenilmesi gereken dört probleme ayrı ayrı dört çözüm yaklaşımı belirlenerek tez çalışmasının çatısı oluşturulmuş ve hedeflenen çalışmaların tamamı da yapay zeka teknikleri ile sonlandırılmıştır. Aşağıda bu dört çalışmanın detayları sunulmuştur.

#### **4.1. Kontrol Noktalarının Tahmini ile Bezier Eğri ve Yüzeylerin Tahmini**

##### **4.1.1. Verilen N kontrol noktasına göre bulanık eğri üretimi ve yüzeye genişletilmesi**

Geliştirilen algoritmalarından ilki olan algoritma “iki boyutta verilen 4 kontrol noktasına göre bulanık mantık kullanılarak eğri uydurulması” algoritmasıdır (Ülker

ve Çomak 2004). Bu çalışmada, bulanık mantık kullanılarak, klasik eğri uydurma metot ve algoritmaları yanında, yeni bir eğri uydurma modeli geliştirilmiştir. Bulanık mantık yaklaşımı kullanılarak oluşturulan modelde giriş parametreleri ve çıkış parametrelerinin üyelik fonksiyonları, üyelik fonksiyon ayak genişlikleri ve üyelik fonksiyonlarının aralarındaki ilişkiler kullanılarak oluşturulan kural tabanında Bezier eğrisinin formülünden yararlanılmıştır. Kurulan model kullanılarak elde edilen sonuçlar Bezier eğrisi denkleminin üretmiş olduğu sonuçlarla karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

Geliştirilen ikinci algoritma (Ülker ve Arslan 2006b) ise büyük oranda birinci algoritmaya bağlıdır. Yine aynı şekilde kural sayısını indirgemedi Kaba Küme Teorisi kullanılmış, eğri üretmede de Bulanık Mantık kullanılmıştır. Buradaki farklılık kontrol noktası sayısında ortaya çıkmaktadır. Birinci algoritma sadece dört kontrol noktasına göre işlem yapabiliyorken ikinci algoritma da kontrol noktası sayısı istenildiği kadar arttırılabilmektedir. Kullanılan eğriler yine Bezier eğrileridir. Bulanık mantıkta kullanılan giriş parametresi sayısı dört tanedir. Denetim noktaları arasındaki ilişkileri modelleyen  $\alpha$  durumlarında farklılıklar yapılmıştır. Aşağıda çalışmanın detayları verilerek sonuçlar tartışılacaktır.

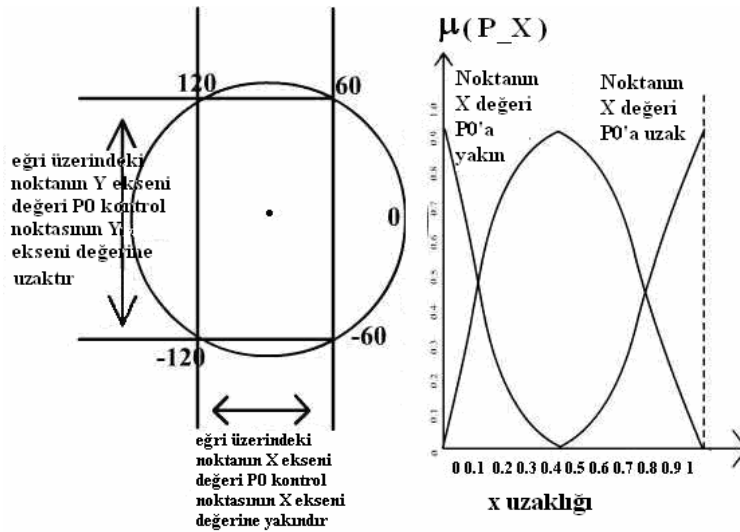
Bulanık mantık yöntemi ile çözümlenecek olan problemin modellenmesinde problemi etkileyen parametrelerin ve hedef fonksiyonun tam olarak belirlenmesi gerekmektedir. Modellenecek probleme etki eden faktörler giriş parametreleri, hedef fonksiyonu oluşturan parametreler ise çıkış parametreleri olarak adlandırılır. Giriş ve çıkış parametrelerinin modellenecek problem üzerindeki etkinliklerine göre tüm parametrelerinin üyelik fonksiyon sayıları, isimleri, alt ve üst limit ayak genişlikleri belirlenir. Örneğin, giriş parametrelerinden biri olan X mesafesi için alt limit değeri 0, üst limit değeri  $P_0$ - $P_3$  uzunluğu, üyelik fonksiyonları  $P_0$ 'a yakın,  $P_0$ 'a uzak olarak tanımlanmıştır.

Bulanık mantık ile eğri uydurma probleminin çözüm modeli oluşturulurken parametrelerin alt ve üst limitleri daha önce yapılmış olan deneysel çalışmalara, uzman görüşe ve problemin amacına uygun olarak belirlenmiştir. Beş adet üyelik fonksiyonu (dört giriş parametresi ve bir çıkış parametresi) vardır. Birincisi, konumu belirlenecek noktadan, ilk ve son kontrol noktaları arasındaki çizilen  $|P_0P_3|$  doğrusuna inilen dikey doğrunun kesişimindeki x koordinat değerinin  $|P_0P_3|$  doğru

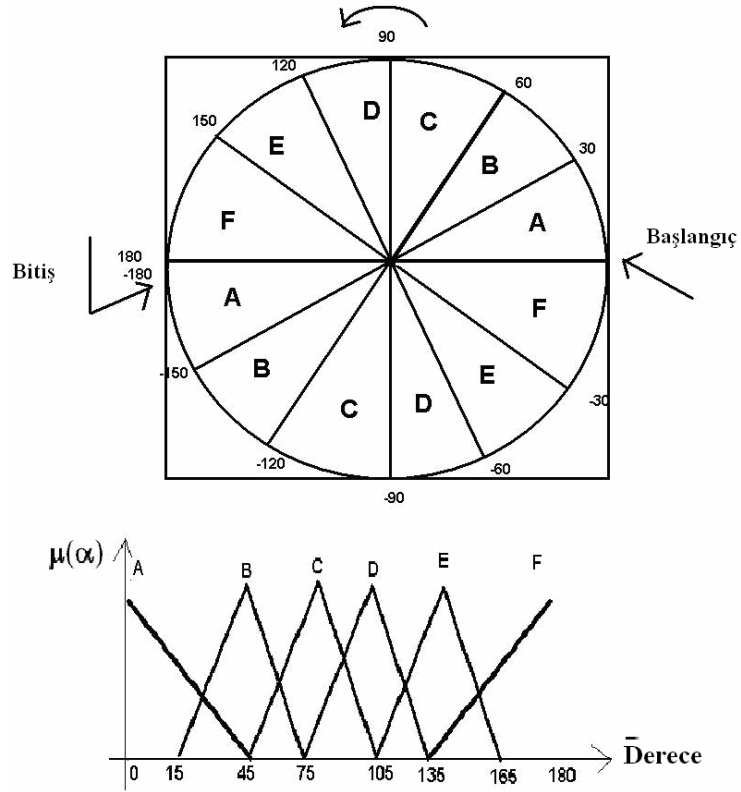


$P\_Y$  olarak adlandırılan hedef fonksiyonu belirten  $Y$  uzunluğu alt limit değeri 0, üst limit değeri 1 ve üyelik fonksiyonları “ $P_0$ 'a yakın”, “ $P_0$ 'a uzak” olarak belirlenmiştir.

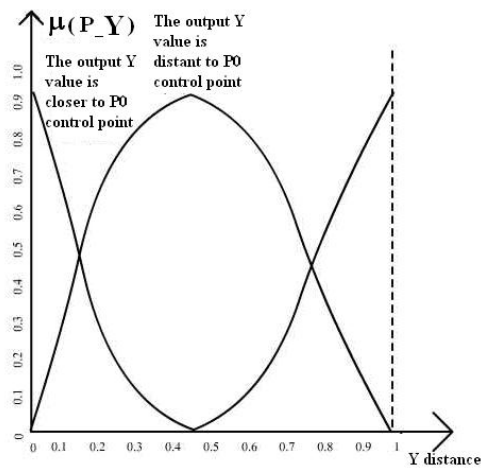
Modeli kurmak için gerekli olan parametrelerin üyelik fonksiyonları ve ayak genişlikleri belirlendikten sonra, probleme etki eden parametreler arasında gerekli ilişkileri kurmak için dört kontrol noktalı (kübik) bezier eğrisine göre oluşturulan kuralların bir kısmı aşağıda bir kesit şeklinde belirtilmiştir (bakınız Şekil 4.5). Burada eğer  $P\_X$  parametre değeri 1 ise eğri üzerindeki nokta ilk kontrol noktasına yakın demektir aksi takdirde parametre değeri 2 dir ve eğri üzerindeki nokta ilk kontrol noktasından uzaktır.  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  ve  $\alpha_3$  nitelikleri için A, B, C, D, E ve F karakterlerinin temsilleri Şekil 4.3 de gösterilen açısai değerlerdir. Nihayetinde eğer  $P\_Y$  nitelik değeri 1 ise eğri üzerindeki nokta ilk kontrol noktasına uzaktır aksi takdirde değeri 2 dir ve ilk kontrol noktasına yakındır. Kural tabanında  $P\_X$  ve  $P\_Y$  değerleri 99 (yada \*) olduğu zaman bu nitelik karar niteliğini etkilemez ve bu durumda karar niteliğinin değeri sabit alınır. Üretilen kuralların bir kısmı Şekil 4.5 de gösterilmiştir.



Şekil 4.2.  $P_0$ - $P_3$  doğrusuna göre  $X$  uzaklığı için  $P\_X$  üyelik fonksiyonu ( $X$  eksen uzunluğu açısalıdır).



Şekil 4.3.  $\mu(\alpha_1)$ ;  $P_0P_3$  doğrusuna göre  $P_i$  kontrol noktası açısı için üyelik fonksiyonu ( $\alpha_2$  ikinci kontrol noktasına göre açıdır ve  $P_0P_3$  ilk ve son kontrol noktası arasındaki açıdır).



Şekil 4.4. Çıkış niteliği ( $P_Y$ ) için üyelik fonksiyonu. (Y ekseninin uzunluğu açısaldir: 0 iken açı sıfırdır ve 1 iken açı 180 derecedir)

| Girişler |            |            |            | Çıkış  | Kural                                                                        |
|----------|------------|------------|------------|--------|------------------------------------------------------------------------------|
| $P\_X$   | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ | $P\_Y$ |                                                                              |
| 2        | A          | C          | D          | 1      | Eğer $P\_X=2$ ve $\alpha_1=A$ ve $\alpha_2=C$ ve $\alpha_3=D$ ise $P\_Y=1$ . |
| 1        | B          | C          | D          | 1      | Eğer $P\_X=1$ ve $\alpha_1=B$ ve $\alpha_2=C$ ve $\alpha_3=D$ ise $P\_Y=1$ . |
| 2        | D          | A          | D          | 2      | ...                                                                          |
| 1        | C          | C          | A          | 2      | ...                                                                          |
| 2        | A          | A          | D          | 1      | ...                                                                          |
| 1        | C          | A          | C          | 2      | ...                                                                          |
| 1        | C          | F          | D          | 2      | ...                                                                          |
| 2        | B          | C          | D          | 1      | Eğer $P\_X=2$ ve $\alpha_1=B$ ve $\alpha_2=C$ ve $\alpha_3=D$ ise $P\_Y=1$ . |

Şekil 4.5. Bulanık kontrol kuralları (girişler ve çıkış). Not (1)  $P\_X$  için; 1, 2 değerleri “ $P_0$ ’a yakın” ve “ $P_0$ ’a uzak” demektir. (2)  $P\_Y$  için; 1, 2 değerleri “ $P_0$ ’a uzak” ve “ $P_0$ ’a yakın” demektir.

Kübik Bezier bir eğri üretimindeki dört kontrol noktasına göre üretilen kurallara dayanılarak geliştirilen programla eğriler üretilmektedir. Kontrol noktası sayısının dörtten fazla olması durumunda ilk ve son kontrol noktaları değiştirilmeden sabit kalır ve bunlar  $P_0$  ve  $P_3$  (uç) kontrol noktaları olarak kabul edilir.  $P_0$  ve  $P_3$  arasındaki diğer kontrol noktaları  $P_0$  dan başlanarak ardıl ikili sıralar halinde seçilirler ve her ikili sıradaki kontrol noktaları  $P_1$  ve  $P_2$  olarak kabul edilir. Verilen noktanın x koordinat değeri herhangi bir ara  $P_i$  kontrol noktasının x değeri ile aynı olduğu zaman ikili sıradan birinci kontrol noktası çıkarılarak yerine yeni ikinci kontrol noktası dikkate alınır. Örneğin beş kontrol noktası  $Q_0, \dots, Q_4$  verilmiş olsun. Bu durumda birinci adım için  $P_0$  ve  $P_3$  kontrol noktaları sırasıyla  $Q_0$  ve  $Q_4$  ve  $P_1$  ve  $P_2$  kontrol noktaları sırasıyla  $Q_1$  ve  $Q_2$  dir.  $P\_X$  uzunluğu  $Q_1$  ‘nin uzunluğuna eşit yada küçük olduğu sürece bu değerler değiştirilmez.  $P\_X$  uzaklığı  $Q_1$  ‘nin uzunluğundan büyük olduğu zaman,  $P_0$  ve  $P_3$  kontrol noktaları hâlen sırasıyla  $Q_0$  ve  $Q_4$  olarak kalırken  $P_1$  ve  $P_2$  kontrol noktaları da sırasıyla  $Q_2$  ve  $Q_3$  olur.

Eğri uydurma işlemlerindeki kontrol noktaları ve X uzaklığına göre bulanık mantık ve kaba küme teorisi ile eğri uydurulmasının amaçlandığı tez çalışmasında (Ülker ve Çomak 2004, Ülker ve Arslan 2006b) bir test eğrisi için yaklaşık 400 kural

yazılmıştır (özel bir programla yaklaşık 100000 kural üretilmiş ve kaba küme teorisi ile bu kurallar 400 e indirgenmiştir). Bir  $(x, y)$  noktası için, giriş ve çıkış parametrelerinin imgesi ve Y uzaklığının hesabı Şekil 4.1 de gösterilmiştir.

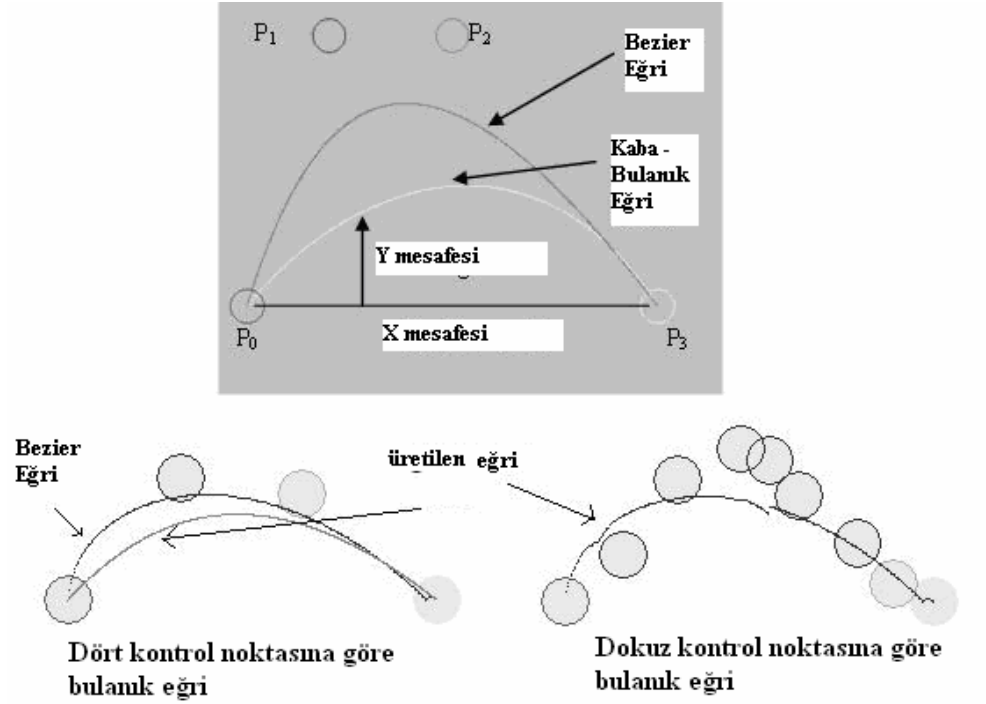
Çalışmada bulanık mantık tekniğinin kullanılmasının nedeni, Bezier ve B-spline gibi kontrol noktalarına sahip eğrilerde eğri oluşturulurken kullanılan hesaplama çokluğundan kurtulmaktır. Oluşturulan kural tabanında B-spline ve NURBS eğrilerin temeli olan Bezier eğrisinin formülünden yararlanılmıştır.

**Deneyisel sonuçlar:** Kontrol noktaları  $(150,170)$ ,  $(180,500)$ ,  $(200,800)$  ve  $(650,170)$  olan bir problem için X giriş parametresine ve  $|P_0P_3|$  uzunluğuna bağlı olarak 1 ile bu uzunluk değeri arasında düzenli artımlar verilmiş ve eğri uydurulmaya çalışılmıştır.

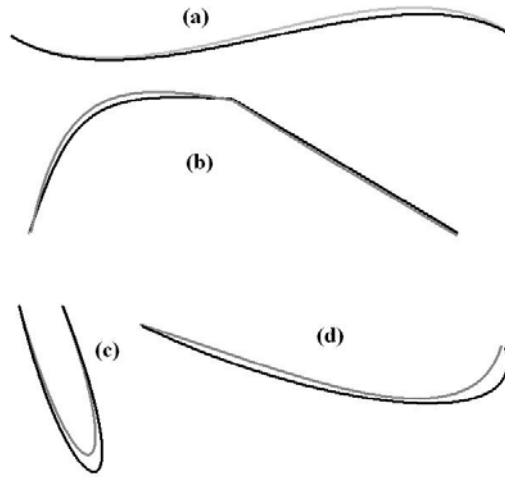
Şekil 4.5 de bu problemin çözümünde kullanılan kural tablosunun bir kısmı gösterilmiştir. Bu kural tablosuna göre X artışlarına karşılık gelen Y uzunluk değerlerine kaba küme ve bulanık mantık ile ulaşılmıştır. Yazılan program tüm X değerlerine uygun olarak Y değerlerini liste halinde göstermektedir, anlaşılmasının kolaylığı açısından Şekil 4.6.a da bu değerlere uygun programın üretmiş olduğu Bezier eğrisi ile bulanık tabanlı eğrinin görüntüsü verilmiştir. İkinci bir örnek olarak aynı eğri dokuz adet kontrol noktasına göre tekrar üretilmeye çalışılmıştır ve sonuç bulanık eğri Şekil 4.6.b. de verilmiştir. Dört kontrol noktasından sonra her eklenen yeni bir kontrol noktası için uydurulan eğri ile gerçek eğri arasındaki  $r^2$  hataları kaydedilmiştir. Çizelge 4.1 de bu hata değerleri ve eklenen kontrol noktaları listelenmiştir.

Ayrıca geliştirilen program ile farklı kavislere sahip eğri şekillerinin tahmini gerçekleştirilmiştir. Bu eğri şekilleri ve uydurulan eğriler de Şekil 4.7 de sunulmuştur. Bu örneklerde kontrol noktaları sayıları  $[8, 28]$  arasındadır. düzgün bir eğri görüntüsü elde edilmesi için eğrilere yumuşatma uygulanmıştır.

Bulanık mantık ile istenildiği kadar verilen kontrol noktalarına göre eğriler üretildikten sonra çalışma bulanık mantık ile yüzeyler üretmeye genişletilmiştir. Bu defa kontrol noktaları bir ızgara şeklinde kabul edilmiş ve bu kontrol noktaları ağına uygun bulanık yüzey aynı algoritmanın genişletilmesi ile üretilmiştir. Şekil 4.8 de algoritmadan elde edilmiş bir bulanık yüzey görüntüsü verilmiştir.



Şekil 4.6. Geliştirilen programdan bir eğri imgesi (Ülker ve Arslan 2006b), (b) dokuz kontrol noktalı eğri.



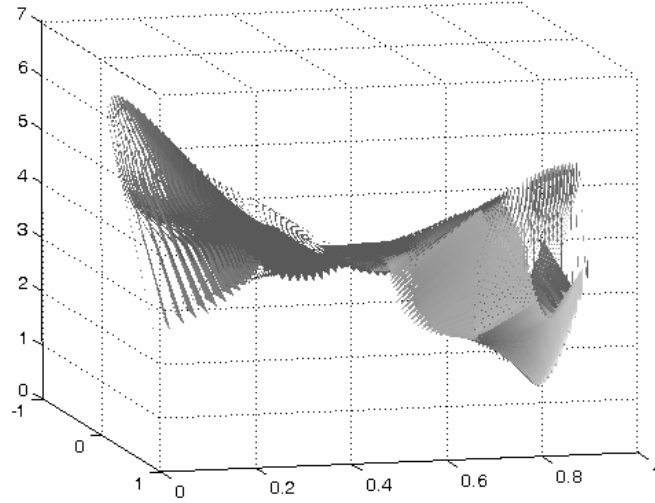
Şekil 4.7. Önerilen hibrid algoritma ve Bezier veya Spline algoritmaları ile üretilen çeşitli eğriler (koyu çizgiler Bezier eğrilerdir; Gri çizgiler hibrid yaklaşımın eğrileridir).

Ayrıca geliştirilen algoritmanın yüzey modellemedeki performansını değerlendirmek için üç boyutlu nesne kaynaştırma işlemine algoritma uygulanmıştır.

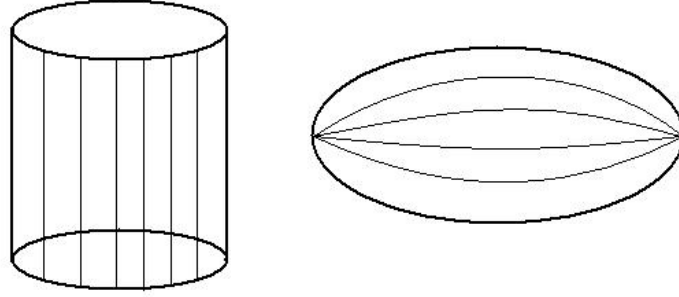
Çizelge 4.1. N kontrol noktasına göre  $R^2$  değerleri

| <i>Verilen kontrol noktası sayısı</i> | <i><math>R^2</math> değeri(Bezier ve hibrid kaba-bulanık eğriler arasındaki hata)</i> | <i>Eklenen kontrol noktası (ilk kontrol noktaları; (150,170), (300,300) ve (465,170)).</i> |
|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4                                     | 0.567                                                                                 | (246,274)                                                                                  |
| 5                                     | 0.600                                                                                 | (431,180)                                                                                  |
| 6                                     | 0.635                                                                                 | (200,210)                                                                                  |
| 7                                     | 0.712                                                                                 | (400,220)                                                                                  |
| 8                                     | 0.798                                                                                 | (325,290)                                                                                  |
| 9                                     | 0.870                                                                                 | (350,260)                                                                                  |
| 10                                    | 0.970                                                                                 | (180,200)                                                                                  |

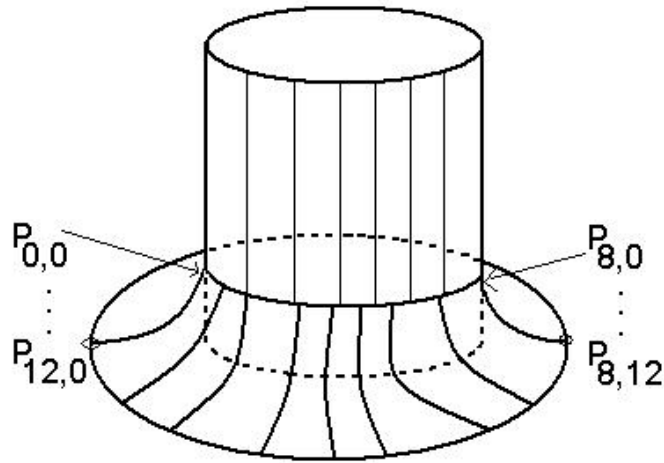
Bunu yapmak için Şekil 4.9 da gösterildiği şekilde iki basit 3B şekil seçilmiştir. 12 kontrol noktasına göre ortaya çıkan sonuç kaynaştırılmış şekil Şekil 4.10 da sunulmuştur. Burada her bir çizgi segmentinin z değerleri ya sabittir yada düzenli artışlar halindedir.



Şekil 4.8. MxN kontrol noktası ağı ile bulanık yüzey üretimi.



Şekil 4.9. İki basit 3B şekil.



Şekil 4.10. Şekil 4.9 daki iki şekil için ortaya çıkan kaynaştırma şekli.

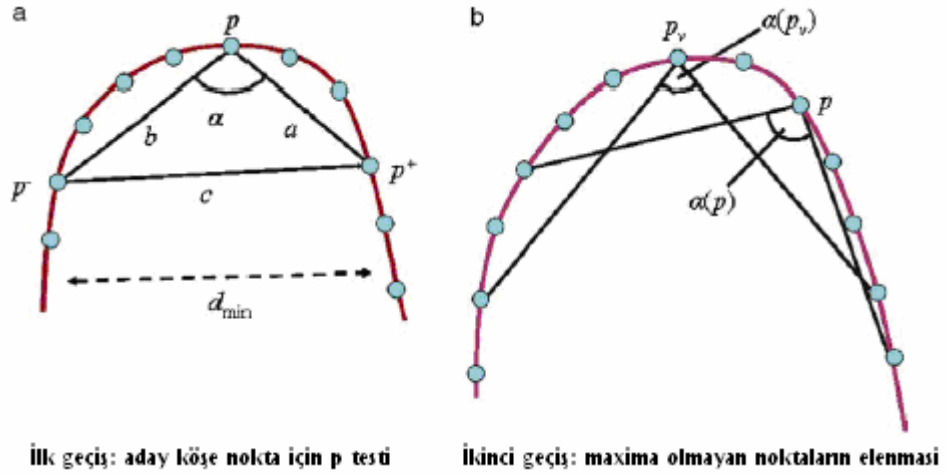
Deneysel sonuçlardan göüldüğü gibi eğer aradaki kontrol noktaları arasındaki (Y eksenini üzerindeki) Y değeri aradaki kontrol noktaları için üretilen eğri ile gerçek Bezier eğrisi arasındaki benzerlik azalmaktadır aksi druumda üretilen eğri Bezier eğriye oldukça yakın olmaktadır.

#### 4.1.2. Bulanık mantık ile Bezier yüzeylerin kontrol noktalarının tahmini

Bulanık yüzey verilen kontrol noktalarına göre üretildikten sonra bir eğri üzerinde veya yüzey üzerinde uzandığı varsayılan bir noktalar kümesi verildiğinde kontrol noktalarının nasıl elde edileceği sorgusunda yoğunlaşmıştır. Yapılan algoritma geliştirme çalışmalarında kontrol noktalarını bulanık küme ruhuna uygun şekilde elde edebilmek için kesin bir nokta yerine bir interval edilmesi sağlamıştır. Böylece tez hedeflerinden biri olan kontrol noktalarının tespitinde önemli bir ilerleme kaydedilmiştir. Buradan hareketle interval Bezier eğriler, interval Bezier yüzeyler, interval B-spline eğriler ve interval B-spline yüzeyler için eğri ve yüzey tahmininde interval kontrol noktalarını elde eden çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Bu başlıkta interval Bezier eğriler ve yüzeyler yönü paylaşılacaktır, interval B-spline eğri ve yüzeyler ise hazırlanan bir makalede detaylandırılacaktır.

##### 4.1.2.1 Kontrol noktaları tahmini ile İnterval Bezier yüzeylerin tahmini

**Düğümlerin seçimi:** Düğüm değerlerinin seçiminde iki yol vardır. Tüm noktalara göre kontrol noktaları üretilip tek bir çözüm üzerine yoğunlaşılabilir. Bunun iki dezavantajı olabilir. (i) O zaman gerçek eğri ile tahmin edilen eğri arasındaki hata fazla olabilir. (ii) Kontrol noktası sayısı gerekenden fazla tahmin edilmiş olabilir. Düğüm vektörünün inşası, tahminin kalitesi için en kritik olanıdır. Çünkü düğüm vektörü kontrol noktalarının sayısını ve dağılımını verir. İyi ayarlanmış bir düğüm vektörü, genişlik eğri boyunca dramatik olarak değişmediği için tahmin eğrisini düzgün olmayan bir şişmeden alıkoyacaktır. Böylesi bir düğüm vektörü, eğrinin eğriliği ve bükülmesi gibi geometrik bilgiye dayanarak inşa edilebilir (Tuohy ve Maekawa 1997). Başlangıçta eğrinin kesin bir temsili elde edilebilir olmadığı için bu geometrik özellikler sadece eğri üzerindeki ayrık noktalardan tahmin edilebilir. Düğümlerin seçimi için Chetverikov ve Szabo (1999) daki yüksek eğrilik noktaları tespiti metodu kullanılmıştır. Burada metodun kısa bir özeti verilecektir. İlgili okuyucular detaylar için Chetverikov ve Szabo (1999) 'e başvurabilirler.



Şekil 4.11. The Köşe noktası tespiti gösterimi.

İlk geçişte her bir noktada yüksek eğrilik hesaplanması temeline üzerine arama yapılır. Bu noktalar şekil temsili ve analizi için önemli ipuçları verir. Genelde nesnelerin bilgisi kendilerinin köşe noktalarına (Piegl ve Tiller 1997, Chetverikov ve Szabo 1999) göre temsil edilebilir. Bu köşe noktaları ters mühendislikte, şekil temsiliinde, örüntü tanımada ve imge yorumlamada çok önemli hayati bir rol oynar. Bunlar elde edilen veriyi çeşitli segmentler içine parçalayan noktalardır. Bu prosedürün detayları şöyledir.

Burada kullanılan köşe dedektörü noktaların eğriliklerine ve yüksek değerlerle tepelerine (pick) değer biçer. Algoritma iki aşamaya sahiptir. Değişken bir nirengi  $(p^-, p, p^+)$  Şekil 4.11.a da gösterildiği gibi ilk geçişte yazılır. Bu aşağıdaki kurallarla kısıtlanmıştır:

$$d_{\min}^2 \leq |p - p^+|^2 \leq d_{\max}^2$$

$$d_{\min}^2 \leq |p - p^-|^2 \leq d_{\max}^2$$

$$\alpha \leq \alpha_{\max}$$

Burada  $|p - p^+| = |a| = a$  ifadesi  $p$  ve  $p^+$  arasındaki uzaklıktır ve benzer şekilde  $|p - p^-| = |b| = b$  ifadesi  $p$  ve  $p^-$  arasındaki uzaklıktır. Nirenginin  $\alpha$  açıklık açısı şöyle hesaplanır:

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right)$$

Komşu noktalar ilk geçişde saptanabilir. İkinci geçiş maksima olmayan noktaları elemeye kullanılır. Bir  $p$  aday noktası eğer sahte bir geçerli komşu  $p_v$  ye sahipse (öyle ki  $\alpha(p) > \alpha(p_v)$  dir) atılabilir.  $p$ 'nin komşuluğunda aday noktanın geçerliliği eğer  $|p - p_v|^2 \leq d_{\min}^2$  ise veya o  $p$  ye komşu ise meşrudur. Bu şekil 4.11.b de gösterilmiştir.

Bu algoritma parametre bağımlıdır. Parametreler;  $d_{\min}$ ,  $d_{\max}$ ,  $K$  ve  $\alpha_{\max}$ , köşe noktaların seçimi üzerinde etkiye sahiptir. Tecrübelerle dayanarak bu parametreler seçilmiştir.

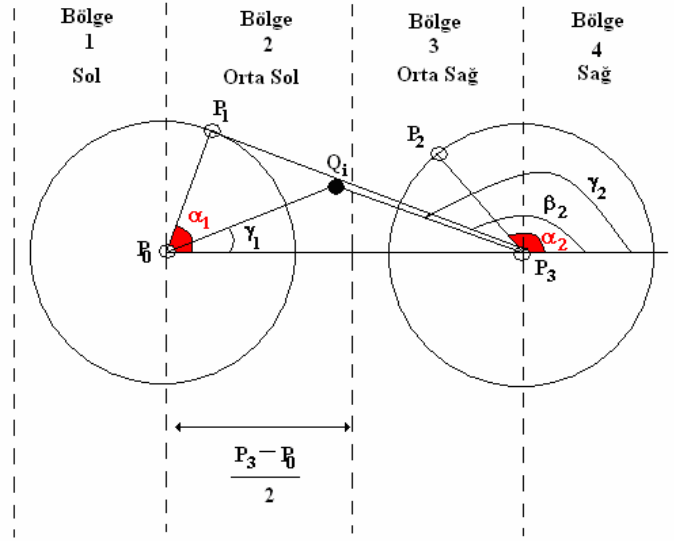
**Bulanık çıkarım sistemi için kural tabanının üretilmesi:** Problemin önemli kısımlarından biri bulanık kural tabanının oluşturulmasıdır. Kural tabanı oluşturulurken kübik Bezier eğrilerden esinlenilmiştir (bakınız Şekil 4.12). Kural tabanının üç adet girdisi (Şekil 4.13) vardır ve 6 adet çıktısı (Şekil 4.14) vardır. Aşağıda bunlar verilmiştir.

Girişler:

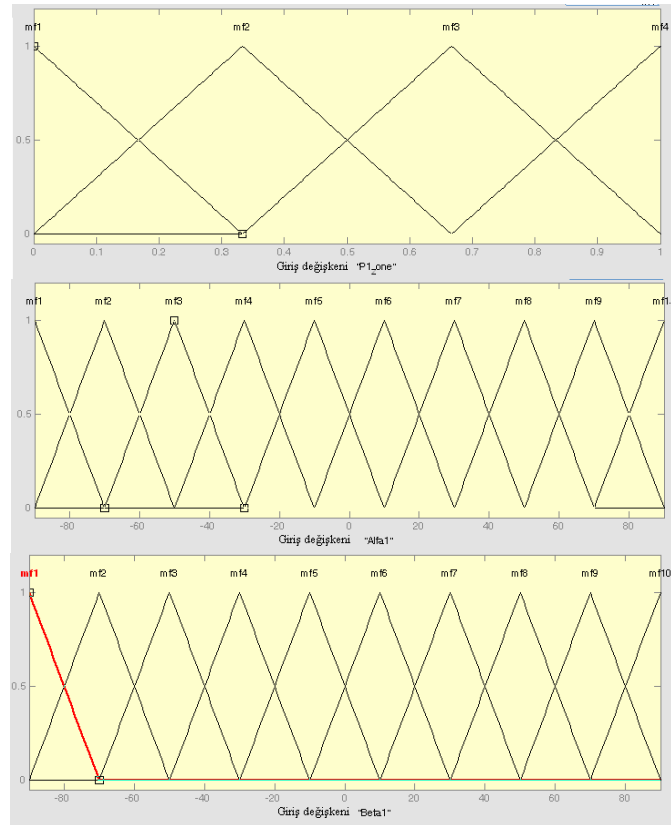
- $Q_i$  eğri noktası ile  $P_0$  ilk kontrol noktası arasındaki açı ( $Q_i \overset{\Delta}{P}_0 P_n$ ),  $\gamma_1$
- $Q_i$  eğri noktası ile  $P_n$  son kontrol noktası arasındaki açı ( $Q_i \overset{\Delta}{P}_n P_0$ ),  $\gamma_2$ ,  
ve
- $Q_i$  eğri noktası'nın  $P_0$  ve  $P_n$  kontrol noktalarına göre uygun geldiği bölge ( $P_0$ 'ın solunda,  $P_0$ - $P_3$  arasında (solda yada sağda) veya  $P_3$ 'ün solunda),  $ZONE_{OUTPUT}$ .

Çıkışlar:

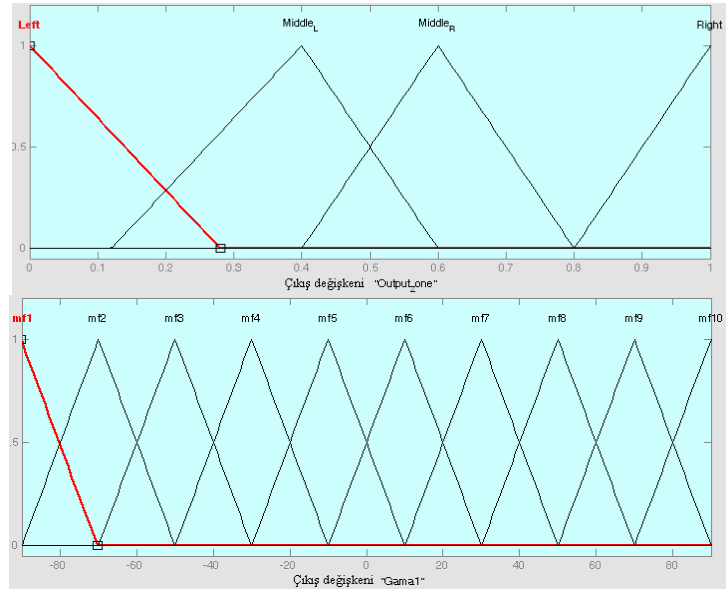
- $P_0$  ve  $P_i$  kontrol noktaları arasındaki açı ( $P_i \overset{\Delta}{P}_0 P_n$ ),  $\alpha_1$
- $P_n$  ve  $P_{i+1}$  kontrol noktaları arasındaki açı ( $P_{i+1} \overset{\Delta}{P}_n P_0$ ),  $\alpha_2$
- $P_i$  kontrol noktasının konumu ( $P_0$ 'ın solunda,  $P_0$ - $P_3$  arasında (solda yada sağda) veya  $P_3$ 'ün solunda),  $PI\_ZONE_{INPUT}$ .



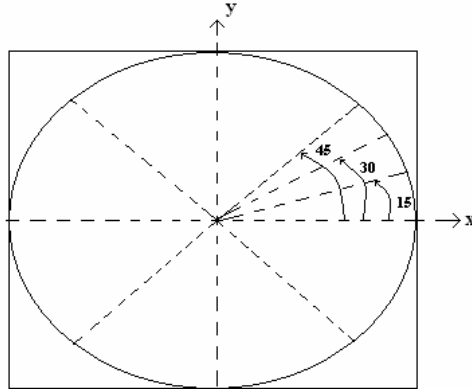
Şekil 4.12. Bulanık kural tabanının üretimi.



Şekil 4.13. Giriş üyelik fonksiyonları.



Şekil 4.14. Çıkış üyelik fonksiyonları.



Şekil 4.15. Kural tabanında açısal değişim.

- $P_{i+1}$  kontrol noktasının konumu ( $P_0$ 'ın solunda,  $P_0-P_3$  arasında (solda yada sağda) veya  $P_3$ 'ün solunda),  $P2\_ZONE_{INPUT}$ .
- $P_0$  ve  $P_{i+1}$  kontrol noktaları arasındaki açı ( $P_{i+1} \overset{\wedge}{P_0} P_n$ ),  $\beta_1$
- $P_n$  ve  $P_i$  kontrol noktaları arasındaki açı ( $P_i \overset{\wedge}{P_n} P_0$ ),  $\beta_2$

Buradaki açılar ( $\alpha$ ,  $\beta$ , ve  $\gamma$ ) kümeleme işlemine tabii tutulabilir, ama önce kural tabanı üretilip sonuçlara bakılmalı ve çıkış değerlerine göre kümeleme gerçekleştirilmelidir. Bu kabullenmede açısal değer  $[0,360]$  aralığında değişeceği için üretilen kural sayısı en kötü durum için  $360*360*3*3*360*360$  adettir ve bu oldukça büyük bir sayıdır. Bu nedenle açılar 15, 30 yada 45 derecelik gruplara bölünebilir (bakınız şekil 4.15.a). Misal 45 derece için üretilen maksimum kural sayısı sırasıyla  $(8*8*3*3*8*8)$  dir. Bu yüzden ilk ve son kontrol noktalarının olası değerleri teker teker sınanarak en uygun değer arandığı ek bir ince işleme yada tuning adımı gerçekleştirilmelidir. Yapılan deneysel çalışmalarda açı değişimlerinin  $[-\pi/2, \pi/2]$  olduğu ve açı aralıklarında 20 derece olduğu durumun daha uygun olduğu görülmüştür.

Kural tabanı oluşturulurken yukarıdaki Girişler çıkış olarak ve çıkışlarda giriş olarak birbirlerinin tersleri şeklinde kullanılırlar ve olası kuralların hepsi üretilir. Kübik bezier eğrisinin formülünden faydalanılarak 4 kontrol noktasına göre tüm olası eğriler üretilerek kural tabanı genişletilmiştir. Daha sonra genel bir kural indirgeme metodu (Rough Set Metot) kullanılarak kurallar indirgenmiş ve çekirdek bulunmuştur. Kural indirgeme aşamasında farklı yöntemlerde kullanılabilir. Burada bunların detaylarına girilmemiştir.

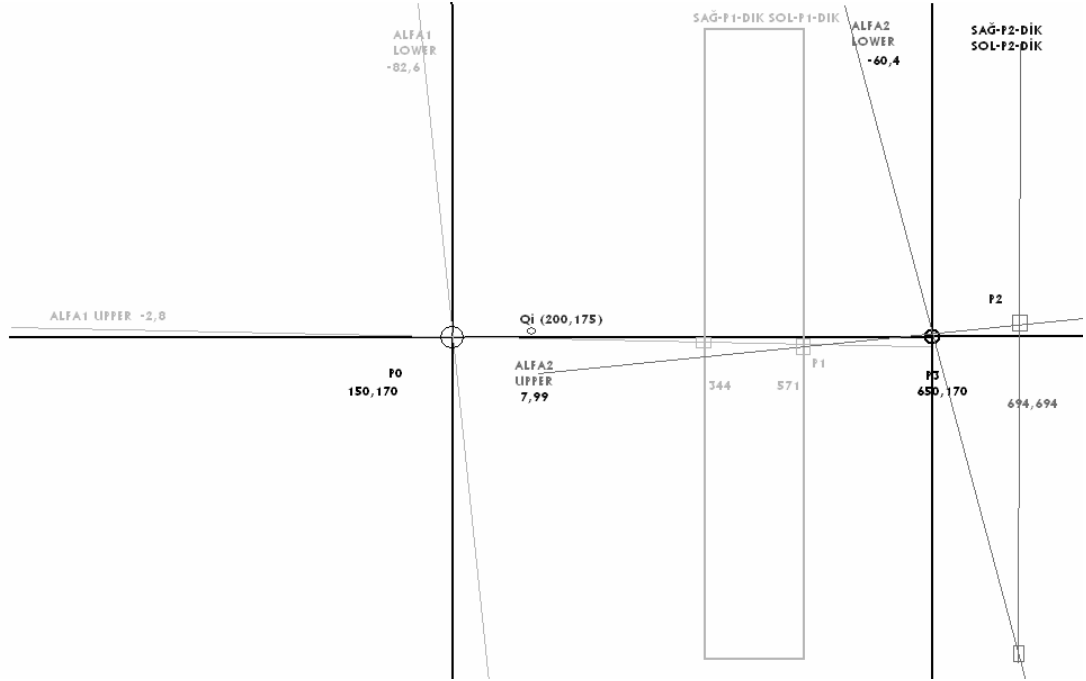
**İnterval kontrol noktalarının tahmini:** Önerilen İnterval Bezier eğrilerin tahmininin akış şeması Şekil 4.16 da verilmiştir. Bulanık çıkarım sisteminde interval kontrol noktalarının tahmini yapılırken Bulanık kural tabanı ile seçilen düğümlere göre kontrol noktalarını bir interval şeklinde tahmin ederek interval Bezier eğrileri üretilmiştir. Anlamanın kolaylığı açısından bir örnekle bulanık çıkarım sisteminin çıktısını ne olacağını ve nasıl yorumlanacağı şöyle ifade edilebilir.

Uydurulacak veri noktalarının ilk noktası  $Q_0=(150,170)$  ve son kontrol noktası  $Q_n=(650,170)$  olsun. Bu veri kümesinden düğüm noktası olarak seçildiği kabul edilen bir  $Q_i=(270,170)$  noktasına uygun gelen  $[\vec{D}]_i = [\vec{D}'_i, \vec{D}''_i]$  ve  $[\vec{D}]_{i-1} = [\vec{D}'_{i-1}, \vec{D}''_{i-1}]$  interval kontrol noktalarının nasıl bulunduğunu açıklayalım (bakınız Şekil 4.17).  $Q_i$  eğri noktasına göre  $Q_i$  eğri noktası ile  $P_0$  ilk kontrol noktası arasındaki açı  $(Q_i \overset{\wedge}{P_0} P_n)$ ,  $\gamma_1=14$ ,  $Q_i$  eğri noktası ile  $P_n$  son kontrol noktası arasındaki

açı ( $Q_i P_n P_0$ ),  $\gamma_2 = -5$  ve  $Q_i$  eğri noktası'nın  $P_0$  ve  $P_n$  kontrol noktalarına göre uygun geldiği bölge ( $P_0$ 'ın solunda,  $P_0$ - $P_3$  arasında (solda yada sağda) veya  $P_3$ 'ün solunda),  $ZONE_{OUTPUT} = 2$  elde edilir. Bu Girişler Bulanık Çıkarım Sistemine giriş olarak verildikten sonra elde edilen çıkışlar şunlar olmuştur;  $\alpha_1^L = 66.61$ ,  $\alpha_2^L = 63.65$ ,  $\alpha_1^U = 25.56$ ,  $\alpha_2^U = 8.53$ ,  $P1\_ZONE_{INPUT} = 2$ ,  $P2\_ZONE_{INPUT} = 3$ ,  $\beta_1^L = 86.21$ ,  $\beta_2^L = 84.15$ ,  $\beta_1^U = 2.29$ , ve  $\beta_2^U = 12.09$ . Elde edilen çıkışların grafik gösterimi Şekil 4.17 de verilmiştir. Bu değerlerin kesişim yerleri dikkate alınarak  $Q_i = (270, 170)$  noktasına uygun gelen  $[\bar{D}]_i = [531.63, 646.32] \times [427.04, 496.59]$  ve  $[\bar{D}]_{i-1} = [753.54, 664.47] \times [753.54, 773.46]$  interval kontrol noktaları elde edilmiştir. Aynı strateji ile düğüm olarak seçilen her  $Q_i$  ( $i=1, \dots, n-1$ ) veri noktası için interval kontrol noktaları hesaplanarak bir interval kontrol noktaları kümesi oluşturulur. Daha sonra bu kontrol noktalarına göre interval Bezier eğri üretilir. Bu kontrol noktalarına uygun olarak sınırlanan üst ve alt sınır Bezier eğrileri kullanılarak bir merkezi (centric) formda aralık-değerli (interval-valued) eğri yerine polinom Bezier eğri rahatlıkla elde edilebilir. Böylesi bir durumda, interval Bezier eğrinin merkezi (centric) eğrisi final tahmin (rekonstre) edilmiş eğridir.

| Girişler |       |        |       |       | Çıkışlar |         |       |       |
|----------|-------|--------|-------|-------|----------|---------|-------|-------|
| GAMA1    | GAMA2 | ZONE Q | ALFA1 | ALFA2 | ZONE P1  | ZONE P2 | BETA1 | BETA2 |
| 1        | 5     | 2      | 1     | 1     | 1        | 4       | 5     | 6     |
| 1        | 5     | 2      | 1     | 2     | 1        | 4       | 5     | 6     |
| 1        | 5     | 2      | 1     | 3     | 1        | 4       | 5     | 6     |
| 2        | 6     | 2      | 2     | 2     | 2        | 4       | 5     | 6     |
| 6        | 4     | 3      | 2     | 9     | 2        | 4       | 6     | 6     |
| 5        | 9     | 3      | 3     | 5     | 2        | 4       | 5     | 6     |
| 3        | 5     | 2      | 3     | 8     | 2        | 4       | 6     | 6     |
| 6        | 3     | 3      | 5     | 7     | 2        | 4       | 6     | 6     |
| 6        | 3     | 3      | 6     | 6     | 2        | 4       | 6     | 5     |
| 5        | 10    | 3      | 8     | 4     | 2        | 4       | 5     | 5     |
| 6        | 1     | 3      | 10    | 5     | 1        | 4       | 5     | 5     |
| 6        | 10    | 4      | 6     | 7     | 3        | 4       | 6     | 5     |
| 3        | 9     | 3      | 2     | 2     | 2        | 4       | 5     | 9     |
| 4        | 9     | 3      | 2     | 2     | 2        | 4       | 5     | 9     |

Şekil 4.16. Interval Bezier eğri tahmininde kullanılan kuralların birkismı.



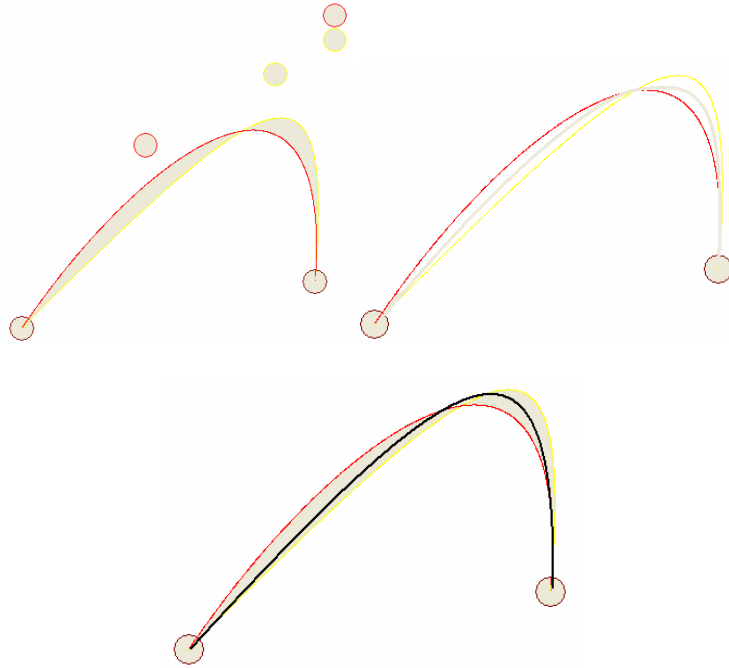
Şekil 4.17. Bulanık çıkarım sistemi çıktısının gösterimsel bir örneği.

**Deneysel sonuçlar:** Kısa olması için tartışma düzlem eğrilerinin tahminine kısıtlanmıştır; üç boyuta genişletme de açıktır. Deneyler için önerilen algoritma Microsoft Visual Basic 6.0 ile bir PC platformu üzerinde yürütülmüştür. Çalışmanın sonuçlarını değerlendirebilmek amacıyla birinci deneyde Şekil 4.18.a üst ve alt sınır eğrisi gösterilen bir düzlemsel kübik interval Bezier eğri hesaba katılmıştır. Bu örnek için interval kontrol noktaları  $[P_0]=[(150,170), (150,170)]$ ,  $[P_1]=[(581,603), (361,482)]$ ,  $[P_2]=[(683,661), (684,703)]$ , ve  $[P_3]=[(650,250), (650,250)]$  olarak ayarlanmıştır. Bu interval Bezier eğri içerisinde uzandığı kabul edilen bir  $P_s(t)$  örneklem eğrisi üzerinden 100 örneklem noktası seçilmiştir (bakınız Şekil 4.18.b). Sonra bu örneklem noktaları uydurulacak eğri noktaları olarak farzedilerek, önerilen bulanık algoritma ile düğüm noktaları belirlenmiş ve İnterval Bezier eğrinin kontrol noktaları hesaplanmıştır. Çizelge 4.3 de düğüm değerleri ve kontrol noktaları verilmiştir. Şekil 4.18.c de önerilen algoritma ile tahmin edilen interval Bezier eğri gösterilmiştir. Görüldüğü gibi Şekil 4.18.a daki interval Bezierden elde edilen örneklem noktaları kümesi oldukça az ve kabul edilebilecek bir tolerans seviyesinde

tahmin edilebilmiştir. Şekil 4.18.b ve c deki eğrilerde interval kontrol noktaları gösterilmemiştir. Ayrıca interval eğri yerine üst ve alt eğrilerin ortalaması alınarak eğriler sunulmuştur.

Çizelge 4.3. Şekil 4.18.b için tahmin edilen interval Bezier eğrinin seçilen düğümleri ve hesaplanan kontrol noktaları

| Kontrol noktaları | Düğümmler | İnterval kontrol noktaları |
|-------------------|-----------|----------------------------|
| 0                 | (150,170) | (150,170),(150,170)        |
| 1                 | (200,180) | (182,199),(213,201)        |
| 2                 | (300,265) | (276,284),(321,297)        |
| 3                 | (400,445) | (397,461),(404,483)        |
| 4                 | (500,731) | (489,752),(509,761)        |
| 5                 | (600,438) | (579,458),(617,475)        |
| 6                 | (650,250) | (650,250),(650,250)        |

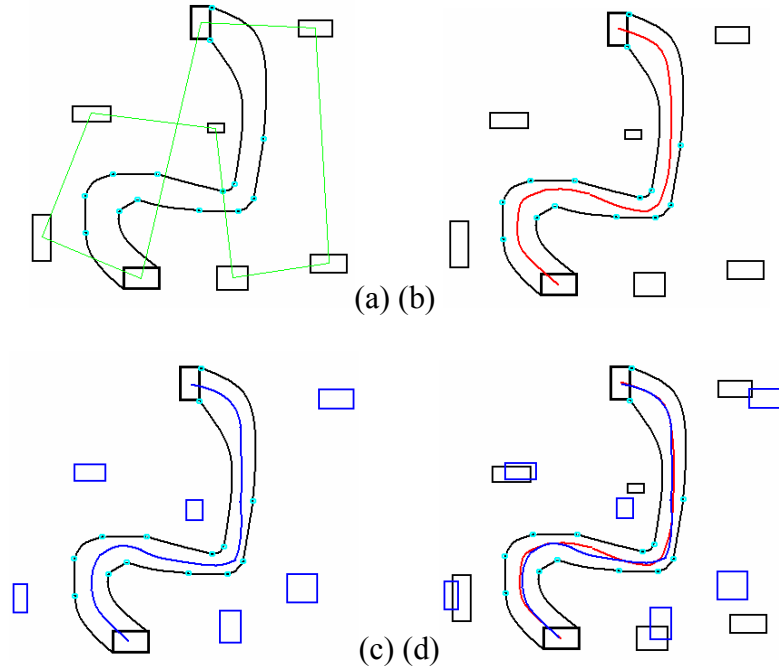


Şekil 4.18. (a) Düzlemsel kübik interval Bezier eğrinin üst ve alt sınırı, (b) interval Bezier eğri içinde uzanan  $P_{s1}(t)$  örneklem eğrisi, (c) Önerilen algoritma ile tahmin edilen interval Bezier eğri.

Problemin karmaşıklığını arttırmak için, Şekil 4.19.a da gösterilen düzlemsel ve derecesi 7 olan bir interval Bezier eğri kullanılmıştır. Interval Bezier eğrinin sınırı, 11 Bezier eğri segmenti ve 9 çizgi segmenti ile temsil edilir. Bu eğri içinde uzanan bir  $P_{s2}(t)$  eğrisinden 100 örneklem noktası seçilmiştir (Şekil 4.19.b). Sonra  $P_{s2}(t)$  eğrisi önerilen bulanık kural tabanlı interval Bezier eğri tahmini algoritması ile tahmin edilmiştir (Şekil 4.19.c). Çizelge 4.4 de seçilen düğüm değerleri ve hesaplanan interval kontrol noktaları sunulmuştur.

Deneylerden görüldüğü gibi geliştirilen algoritma eğri derecelerini verilen noktalardan belirleyebilmektedir. Tahmin edilen eğri ise interval-değerli olmaktadır.

Interval Bezier eğriler kullanılarak iki parametrik yön için çapraz gergili interval Bezier yüzeyler de inşa edilebilir. Interval Bezier eğri tahmininde anahtar nokta kontrol noktaları ağının tahmin edilmesidir. Interval Bezier eğri tahmininde kontrol noktalarının tahmini için kullanılan algoritma burada iki boyuta taşınmaktadır. Genel hatları ile interval Bezier yüzey tahmini algoritması şu adımları içerecektir.



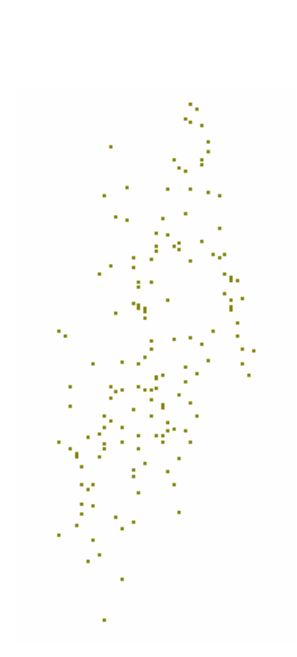
Şekil 4.19. (a)Düzlemsel derecesi 7 olan interval Bezier eğrinin sınırları, (b) interval Bezier eğri içinde uzanan  $P_{s2}(t)$  örneklem eğrisi, (c) Önerilen algoritma ile hesaplanan control noktaları ve tahmin edilen interval Bezier eğri, (d) Kontrol noktaları ile birlikte tahmin eğrisi ve gerçek eğrinin görünümü.

Çizelge 4.4. Şekil 4.19.b için tahmin edilen interval Bezier eğrinin seçilen düğümleri ve hesaplanan kontrol noktaları

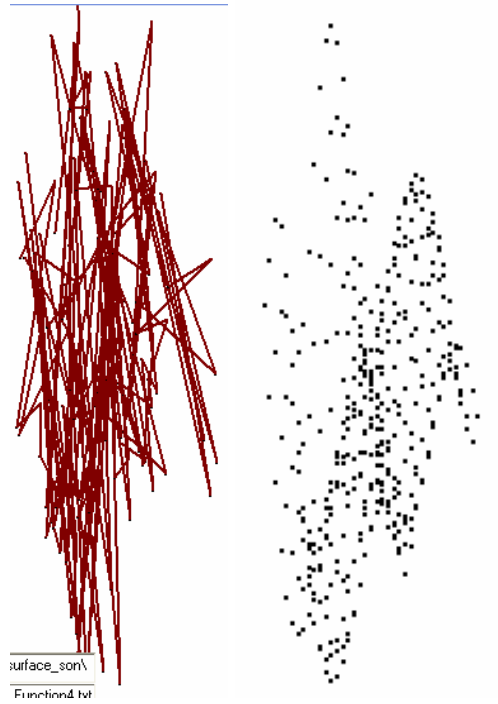
| Düğüm   | Örneklem Kontrol noktaları | Tahmin edilen kontrol noktaları |
|---------|----------------------------|---------------------------------|
| 77,51   | (85,51),(79,55)            | (85,51),(79,55)                 |
| 69,65   | (61,58),(59,69)            | (59,61),(55,67)                 |
| 69,78   | (76,96),(68,98)            | (79,98),(73,100)                |
| 77,81   | (111,85),(104,92)          | (113,92),(105,94)               |
| 84,81   | (125,50),(111,55)          | (130,53),(120,60)               |
| 112,79  | (148,54),(141,58)          | (143,64),(139,170)              |
| 124,80  | (147,120),(137,123)        | (161,118),(145,121)             |
| 111,118 | (111,118),(98,127)         | (111,118),(98,127)              |

- Veri noktalarını al (MxN grid şeklinde olduğu kabul edilir)
- Parametrik u yönü için interval Bezier eğri tahmininde kontrol noktalarının bulanık çıkarım sistemi ile tahmini algortimasını çalıştır ve kontrol noktalarını kaydet.
- Parametrik v yönü için interval Bezier eğri tahmininde kontrol noktalarının bulanık çıkarım sistemi ile tahmini algortimasını çalıştır ve kontrol noktalarını kaydet.
- Her iki parametrik u ve v yönleri için kontrol noktaları kümelerini birleştir (Birleştirme işleminde interval aritmetikteki iki intervalin toplamı kuralı geçerlidir)
- Kontrol noktaları ağını döndür.

Deneysel çalışma olarak matematiksel denklemi  $f(x_1, x_2) = 1.3356 \left[ 1.5(1 - x_1) + e^{2x_1 - 1} \sin\{3\pi(x_1 - 0.6)^2\} + e^{3(x_2 - 0.5)} \sin\{4\pi(x_2 - 0.9)^2\} \right]$  olan bir yüzeyden 20x20 lik veri noktaları elde edilmiştir. Daha sonra bu veri noktalarına geliştirilen interval kontrol noktaları tahmini algoritması uygulanmıştır. Tahmin edilecek yüzey şekil 4.20 de verilmiştir. Tahmin edilen yüzey ve kontrol noktaları ağı ise şekil 4.21 de verilmiştir. Her bir veri noktası için gözlemsel hata hesaplanmıştır. Çizelge 4.5 de tahmin işleminin hata değerleri listelenmiştir. Hatalar hesaplanırken interval Bezier yüzeyin merkezi (centric) yüzeyi dikkate alınmıştır.



Şekil 4.20. Interval Bezier kontrol noktaları tahmininde kullanılan test yüzey.



Şekil 4.21. Tahmin edilen Interval Bezier kontrol noktaları ağı ve interval Bezier yüzey.

Çizelge 4.5.  $f(x,y)$  yüzeyi için interval Bezier kontrol noktaları hesaplama algoritması ile elde edilen yüzey ve gerçek yüzey arasındaki hata miktarları

|    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1  | 0,71 | 0,98 | 0,72 | 0,74 | 0,85 | 0,80 | 0,97 | 0,91 | 0,96 | 0,96 | 0,87 | 0,93 | 0,87 | 0,88 | 0,94 | 0,83 | 0,89 | 0,86 | 0,75 | 0,89 |
| 2  | 0,94 | 0,88 | 0,85 | 0,96 | 0,95 | 0,92 | 0,82 | 0,87 | 0,80 | 0,90 | 0,97 | 0,79 | 0,98 | 0,94 | 0,74 | 0,87 | 0,97 | 0,99 | 0,71 | 0,77 |
| 3  | 0,81 | 0,80 | 0,81 | 0,89 | 0,77 | 0,90 | 0,93 | 0,84 | 0,86 | 0,79 | 0,87 | 0,83 | 0,80 | 0,83 | 0,94 | 0,89 | 0,88 | 0,92 | 0,70 | 1,00 |
| 4  | 0,96 | 0,73 | 0,70 | 0,84 | 0,71 | 0,76 | 0,72 | 0,70 | 0,91 | 0,86 | 1,00 | 0,77 | 0,70 | 0,73 | 0,92 | 0,88 | 0,72 | 0,79 | 0,71 | 0,93 |
| 5  | 0,83 | 0,96 | 0,72 | 0,71 | 0,76 | 0,72 | 0,78 | 0,78 | 0,72 | 0,90 | 0,72 | 0,87 | 0,71 | 0,71 | 0,75 | 0,93 | 0,72 | 0,85 | 0,86 | 0,85 |
| 6  | 0,72 | 0,91 | 0,82 | 0,95 | 0,92 | 0,99 | 0,86 | 0,74 | 0,83 | 0,73 | 0,71 | 0,97 | 0,94 | 0,81 | 0,96 | 0,74 | 0,82 | 0,83 | 0,74 | 0,92 |
| 7  | 0,78 | 0,85 | 0,91 | 0,96 | 0,73 | 0,78 | 0,83 | 0,75 | 0,96 | 0,91 | 0,97 | 0,77 | 0,83 | 0,90 | 0,84 | 0,91 | 0,70 | 0,76 | 0,94 | 0,87 |
| 8  | 0,90 | 0,87 | 0,78 | 0,84 | 0,89 | 0,82 | 0,97 | 0,91 | 0,98 | 0,91 | 0,78 | 0,72 | 0,91 | 0,74 | 0,83 | 0,81 | 0,92 | 0,95 | 0,76 | 0,98 |
| 9  | 0,77 | 0,70 | 0,97 | 0,75 | 0,83 | 0,78 | 0,83 | 0,81 | 0,80 | 0,96 | 0,81 | 0,95 | 0,84 | 0,90 | 0,81 | 0,74 | 0,71 | 0,90 | 0,90 | 0,87 |
| 10 | 0,99 | 0,96 | 0,77 | 0,94 | 0,87 | 0,94 | 0,73 | 0,88 | 0,99 | 1,00 | 0,75 | 0,78 | 0,81 | 0,78 | 0,84 | 0,79 | 0,92 | 0,78 | 0,79 | 0,84 |
| 11 | 0,92 | 0,71 | 0,73 | 0,72 | 0,88 | 0,95 | 0,92 | 0,78 | 0,94 | 0,81 | 0,71 | 0,99 | 0,85 | 0,87 | 0,92 | 0,95 | 0,90 | 0,89 | 0,94 | 0,93 |
| 12 | 0,72 | 0,90 | 0,94 | 0,98 | 0,89 | 0,75 | 0,72 | 0,92 | 0,73 | 0,87 | 0,81 | 0,77 | 0,86 | 0,72 | 0,83 | 0,99 | 0,71 | 0,74 | 0,87 | 0,93 |
| 13 | 0,75 | 0,86 | 0,77 | 0,89 | 0,97 | 0,94 | 0,77 | 0,73 | 0,87 | 0,77 | 0,95 | 0,85 | 1,00 | 0,96 | 0,82 | 0,72 | 0,84 | 0,74 | 0,89 | 0,86 |
| 14 | 0,78 | 0,78 | 0,87 | 0,95 | 0,75 | 0,90 | 0,98 | 0,85 | 0,98 | 1,00 | 0,72 | 0,75 | 0,74 | 0,99 | 0,73 | 0,98 | 0,91 | 1,00 | 0,99 | 0,87 |
| 15 | 0,90 | 0,93 | 0,97 | 0,72 | 0,88 | 0,74 | 0,88 | 0,74 | 0,94 | 0,82 | 0,91 | 0,76 | 0,95 | 0,83 | 0,84 | 0,83 | 0,90 | 1,00 | 0,79 | 0,80 |
| 16 | 0,71 | 0,99 | 0,79 | 0,75 | 0,70 | 0,89 | 0,76 | 0,76 | 0,74 | 0,92 | 0,96 | 0,91 | 0,72 | 0,88 | 0,79 | 0,82 | 0,79 | 0,78 | 0,80 | 0,84 |
| 17 | 0,93 | 0,78 | 0,83 | 0,88 | 0,83 | 0,95 | 0,96 | 0,73 | 0,80 | 0,86 | 0,89 | 0,97 | 0,76 | 0,85 | 0,99 | 0,97 | 0,78 | 0,82 | 0,90 | 0,85 |
| 18 | 0,92 | 0,92 | 0,83 | 0,86 | 0,89 | 0,72 | 0,75 | 0,99 | 0,93 | 0,92 | 0,98 | 0,77 | 0,77 | 0,91 | 0,83 | 0,72 | 0,72 | 0,94 | 0,87 | 0,89 |
| 19 | 0,81 | 0,96 | 0,72 | 0,92 | 0,80 | 0,71 | 0,84 | 0,81 | 0,90 | 0,78 | 0,85 | 0,82 | 0,72 | 0,71 | 0,93 | 0,89 | 0,72 | 0,79 | 0,97 | 0,81 |
| 20 | 0,84 | 0,87 | 0,98 | 0,88 | 0,74 | 0,84 | 0,83 | 0,92 | 0,77 | 0,78 | 0,76 | 0,72 | 0,78 | 0,95 | 0,85 | 0,84 | 0,86 | 0,94 | 0,88 | 0,74 |

#### 4.2. Düzgünlerin Yer ve Sayılarının Tahmini ile B-spline Eğri/Yüzey Tahmini

Ters mühendislik uygulamalarında modellemenin başarısı tasarlanan eğri yada yüzeyin veri noktalarına ne kadar yaklaşabildiğine bağlıdır. Örneğin uydurulan eğri yada yüzey ne kadar iyi uymaktadır. Yüzey rekonstrüksiyon olarak da bilinen bir yüzeyin 3B şeklini geri alma problemi, son onbeş yıldır daha fazla ilgi almıştır. Burada iki farklı yönelim söz konusudur. Birinci yönelimde yazarlar, verilmiş bir kesitler kümesinden bir yüzey modeli bulma problemini ele almışlardır. Diğer farklı yönelimler verilmiş bir veri noktaları kümesinden yüzeyler inşa etmeyi içermektedir. Bu veri noktalarının doğasına bağlı olarak iki farklı yaklaşım kullanılmıştır: enterpolasyon ve tahmin. Tahmin teknikleri özellikle veri doğru olmadığı ama ölçüm hatalarına bağlı olduğu zaman tavsiye edilmektedir. Tahmin

teknikini seçmede diğer önemli neden eğri formları gibi sonsuz sayıda veriyi enterpole ederek yüzeyler bulmada gereksinim duyulan büyük hesaplamsal efor olmasıdır.

Elastikiyet ve kontrol açısından avantajları sebebiyle B-spline'lar CAD veri temsili için endüstri standardı olmuşlardır. Maalesef B-spline eğri yada yüzey uydurma çok iyi bir parametrizasyon modeli gerektirmektedir. Parametrelerin seçimi üzerine sayısız çalışmalar yapılmıştır. Yine de özellikle noktalar düzensiz dağıldığı ve karmaşık bir temel eğri yada yüzey üzerinde uzandıkları zaman parametrelerin daha iyi hesabı günümüz yaklaşımları ile zor olmaktadır.

Bu problemlere açık çözüm, önemli bir zaman ve bellek korunması sağlayan bir tahmin şeması göz önüne almaktır. Bu yaklaşımda yüzey rekonstrüksiyon metotlarının amacı aşağıdaki gibi belirlenmiştir: bilinmeyen bir U yüzeyi üzerinde uzandığı varsayılan bir X örnek noktalar kümesi verildiğinde U 'ya yakın olan bir S yüzey modeli inşa etmektir. Tabii ki bu, "şekil kalitesi" 'ni feda etmeksizin imalat işlemi ile uyumlu verilmiş bir tolerans hatasını içermektedir. Büyük veri için bu problemle, olası yerel optimumdan kaçınan ve aynı zamanda iteratif tarzda arzulanan çözümü elde eden optimizasyon algoritmalarıyla uğraşılması gereklidir. Seyrek veya gürültülü veriye B-spline eğri uydurulması çok yüksek hesaplama karmaşıklığı ile nonlinear bir optimizasyon problemi olmasından dolayı, optimal enterpolasyon sonuçlarını elde etmek için deterministik olmayan optimizasyon stratejileri uygulanmalıdır. Burada yapay zekadan alınan metotlar bu problemin çözümüne çok umut verici çareler vermektedir. Hesaplamsal zeka teknikleri ile kastımız evrimsel algoritmalar, sınır ağları ve yapay bağışıklık sistemleri gibi sayısal doğal esintili stratejileri içermektedir.

Sayısallaştırılmış nokta verisinden optimal sayıda düğüm seçilerek eğri rekonstrüksiyonu üzerine gerçekleştirilen ve daha sonra da yayınlanan tez yazarının makalesinde, düzlem üzerinde düzensiz yerleşmiş geniş bir noktalar kümesi verildiğinde noktalara parametrik B-spline eğri uydurmak için evrimsel algoritmalarından biri olan Genetik Algoritma uygulaması geliştirilmiştir (Ülker ve Arslan 2006.c). Amaç, düğüm yerleşimlerinin ve sayılarının bir kombinasyonu ile B-spline eğri modelini yeniden inşa edebilmektir. Burada önerilen algoritma özellikle verilen noktaların yoğun ve gürültülü olduğu çeşitli uygulamalarda kullanılabilir.

Başka bir çalışmada ise B-spline eğri uydurma problemine yapay sinir ağları ve evrimsel algoritmaları içeren yapay zeka literatürü özetlenmiştir (Ülker ve Arslan 2006.d).

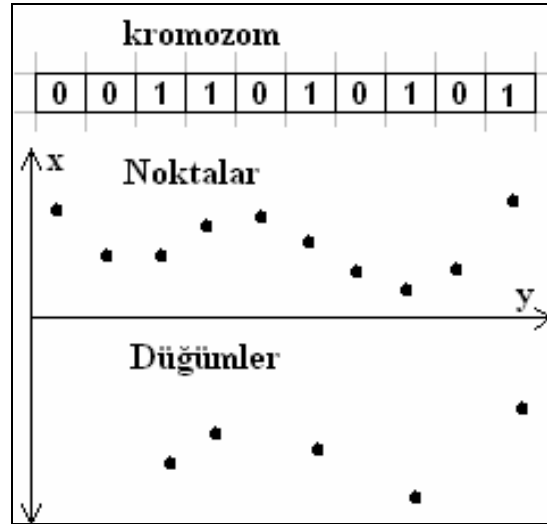
Bundan başka, yapılan iki ayrı çalışma, B-Splinelar kullanılarak eğri ve yüzey uydurma problemine “Yapay Bağışıklık Sistemleri (YBS)” olarak bilinen diğer bir hesaplamsal zeka tekniğinin uygulanmasını sunmaktadır (Ülker ve Arslan 2007). Antikorlar olarak düğüm yerleşim adayları ele alınarak bireyler oluşturulmuş ve literatürde geçen iki ortak amaçlı çalışmadaki gibi sürekli problem ayrık bir problem içinde çözülmüştür. Akaike’nin Bilgi Kriteri (AIC) kullanarak duyarlılık ölçütü tanımlanmış ve her bir nesilde iyi olan aday modellerden en iyi modele doğru arama gerçekleştirilmiştir. Önerilen metod, düğümlerin uygun yerlerini ve sayılarını otomatik olarak ve eş zamanlı biçimde tanımlayabilir. Literatürdeki çok amaçlı optimizasyon problemlerinde yapay bağışıklık algoritmaları iyi sonuçlar vermiştir. Yapay bağışıklık sistemlerinin genetik algoritmaya olan doğal üstünlüğü ideal çözüme doğru tutarlı yakınsamasıdır. Bu nedenle B-spline yüzey uydurma probleminde çözüme, genetik algoritmaya nazaran yavaş yakınsamasına rağmen her yeni nesilde bulunduğu çözüm genetik algoritmanın çözümünden daha düzgün bir yüzey olmuştur. Sayısal örnekler metodun etkinliğini göstermek için verilmiştir. Ayrıca önerilen metod ile genetik algoritma arasında bir kıyaslama da sunulmuştur.

#### **4.2.1. B-spline eğri tahmini için genetik algoritma kullanılarak düğüm yerleşimi**

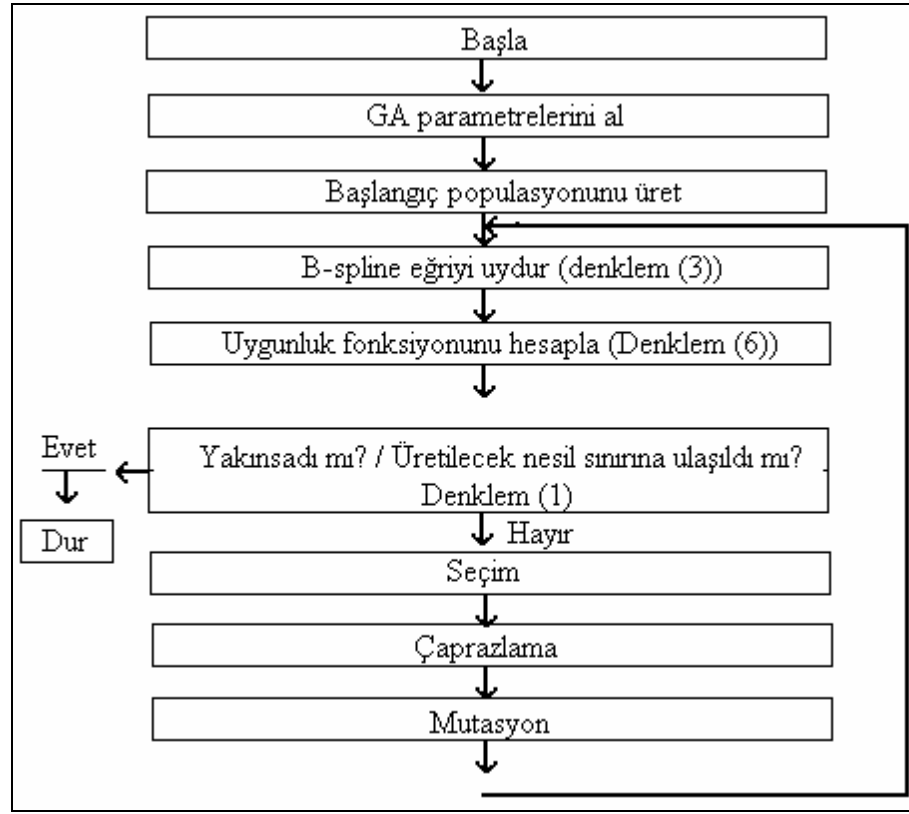
Holland (1979) tarafından yapay adaptif sistemler olarak ilk defa geliştirilen Genetik Algoritmalar Darwin’in “en iyi olan yaşar” prensibine dayalı olarak biyolojik sistemlerin gelişim sürecini benzeten stokastik bir arama yöntemidir. Basitliği, problemin çözümüne yönelik sezginin kolay ve çabuk şekilde geliştirilmesi ve yerel optimumda kalmaya karşı olan direncinden dolayı tezde ilgilenilen problemin çözümünde kullanılabilecek etkin bir yöntemdir. Genetik algoritmalar üzerine literatürde oldukça fazla araştırma vardır.

Genetik algoritma ile bir problemin çözümünde bazı unsurlar önemlidir; kodlama, seçim, çaprazlama ve mutasyon. Kromozomların kodlama modeli GA'nın performansını etkileyen faktörlerden biridir. Çalışmada, tüm noktalar birer bitle (genle) temsil edilerek ikili kodlama yöntemine dayanan bir kromozom üretilmiştir. Dolayısıyla kromozomun uzunluğu nokta sayısı N kadardır. Şekil 4.22'de N=10 kabul edilerek oluşturulmuş bir kromozom gösterilmiştir. Bu ayarlamada kromozomun geni eğer "1" ise, gene karşılık gelen nokta düğümlerden biri olarak seçilmektedir. Aksi takdirde nokta düğüm dizisinde dikkate alınmamaktadır. Başlangıç popülasyonu bir kez oluşturulduktan sonra evrim başlar. Genetik algoritma bireylerin uygunluk değerlerini bularak iyiliklerini belirlemeye çalışır. Uygunluk ölçüsüne göre iyi olarak değerlendirilen bireyler tekrar üreme, çaprazlama ve mutasyon operatörleriyle seçilirler. Amaç fonksiyon tahmin edilen eğri ile üretilen noktalarla, verilen noktalar arasındaki hata miktarını minimum yapmak olduğu için Bayes'in bilgi kriteri yada tercih edilecek başka bir uygun bilgi kriteri şeklinde tercih edilebilir. Çalışmada literatürde uygun olarak Akaike'nin bilgi kriteri uygunluk fonksiyonu olarak tercih edilmiş ve aşağıdaki şekilde düzeltilerek kullanılmıştır.

$$AIC_1 = N \log_e (\varepsilon [C(u)]) + 2(2n + k) \quad (54)$$



Şekil 4.22. Kromozom dizisi.

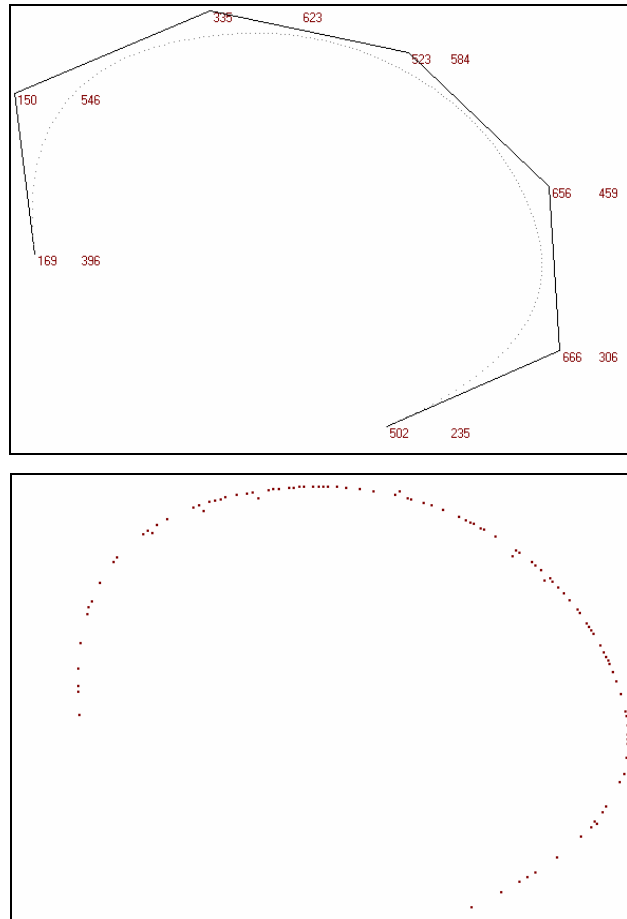


Şekil 4.23. Genetik Algoritma ile B-spline eğri tahmini.

Genetik operatörler varolan popülasyonda rekombinasyon ve mutasyon işlemleri ile yeni nesiller üretmeye çalışır. Amaç çeşitliliği artırmak ve daha iyi bireyler oluşturmaktır. GA’da en çok kullanılan operatörler seçim, çaprazlama ve mutasyon operatörleridir. Çalışmada Rulet tekerleği seçimi ve iki noktalı çaprazlama benimsenmiştir.

Genetik Algoritma ile bir uygulamayı çalıştırmak için bazı parametreler verilmelidir. Bunlar; popülasyon büyüklüğü, gen sayısı (kromozom uzunluğu), çaprazlama olasılığı ve mutasyon olasılığıdır. Çoğu durumda üretilcek nesil sayısı da belirlenir. Buna uygun olarak algoritmanın anahatı Şekil 4.23’de verilmiştir. Bu şekildeki her bir iterasyon bir nesil olarak adlandırılır. GA’ların çekici noktalarından birisi global optimumu yada bir multimodal problem için altoptimal bir çözümü yüksek olasılıkla bulmasıdır. Bu yüzden yukarıdaki strateji ile eşzamanlı ve otomatik olarak iyi düğümlerin yerlerinin ve sayılarının tanımlanabileceği ispatlanmıştır.

**Deneysel sonuçlar:** Tezde önerilen genetik algoritma temelli B-spline eğri düğümlerinin yerleştirimini yapan algoritmayı değerlendirmek için, Şekil 4.24 de bir B-spline eğri parametrizasyonu örneği gösterilmektedir. Şekil 4.24.a da gösterilen 2B veriyi (200 adet) bulmak için temiz bir veriye uniform dağılımdan %10 gürültü eklenmiştir. Modellenmiş olan tasarı eğri, 11 düğüm vektörüne ve 7 kontrol noktasına sahip bir non uniform B-spline kübik eğridir. Şekilde kontrol poligonunuda göstermektedir. Sonuçlarda her nesil için en iyi duyarlığa sahip kromozom verilmiştir. Modellenen eğri ve nokta bulutu arasındaki etkin değer (Etkin değer-RMS) hatası Çizelge 4.7 de verilmiştir.



Şekil 4.24. (a) 3B veri noktaları B-spline'ı (b) 300 nesil sonra parametreleştirilmiş B-spline eğri.

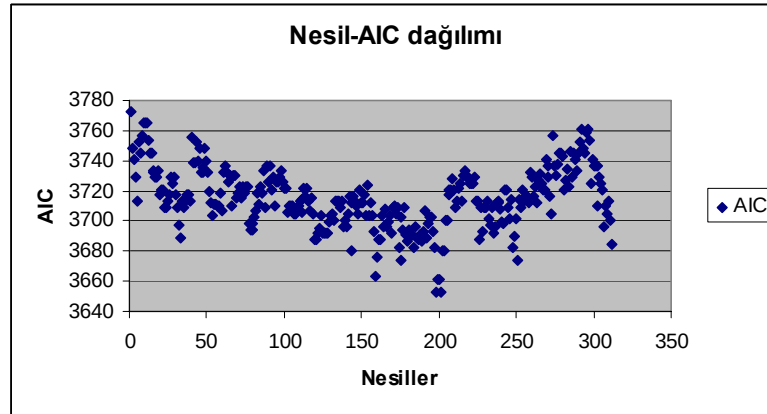
Çizelge 4.7. Şekil 4.24.a da gösterilen örnek eğri için Genetik Algoritma ile uydurulan B-spline'ın RMS değerleri

| Nesil       | En iyi RMS (GA) |
|-------------|-----------------|
| Başlangıçta | 390.57          |
| 10          | 371.14          |
| 25          | 364.26          |
| 50          | 358.41          |
| 100         | 334.03          |
| 200         | 327.21          |
| 300         | 316.12          |

Başlangıç popülasyonu 300 nesile kadar beslenmiştir. Şekil 4.24.b 300 nesil sonraki yakınsayan örüntüyü göstermektedir. Eğri şimdi veri noktalarına daha iyi uymaktadır. Nesiller arttıkça uygunlukta artmaktadır (hata azalmaktadır). Eğrinin eğimi sonraki nesillerde hâla yakınsama olasılığının olduğunu göstermektedir. Deneyde kullanılan parametrelerin değerleri şöyledir: Popülasyon büyüklüğü 20 birey, Kromozom uzunluğu 200, Çeşitlilik sayısı 6 birey(%30). Önerilen GA temelli algoritmanın yakınsama hızlarını görebilmek için, eğitim süreci içindeki bazı nesillerde programların çıktıları alınmıştır. Bu çıktılarına göre o nesildeki popülasyonlara göre bireyler'in ortalama AIC değerleri Çizelge 4.8'de verilmiştir. Tüm nesillere göre önerdiğimiz GA yaklaşımının yakınsama grafiği de Şekil 4.25'de sunulmuştur.

Çizelge 4.8. Şekil 4.24 da gösterilen GA optimizasyonunun AIC ve RMS istatistikleri

|             | Maksimum | Maksimum | Ortalama | Ortalama |
|-------------|----------|----------|----------|----------|
| Başlangıçta | 3934     | 392      | 3902     | 392      |
| 10          | 3820     | 376      | 3791     | 372      |
| 25          | 3789     | 367      | 3755     | 366      |
| 50          | 3833     | 363      | 3767     | 358      |
| 100         | 4076     | 640      | 3768     | 370      |
| 200         | 13122    | 4556     | 4186     | 2278     |
| 300         | 3812     | 351      | 3780     | 349      |



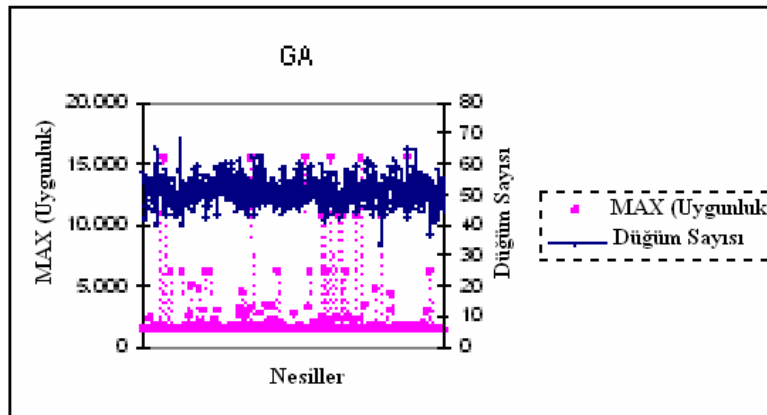
Şekil 4.25. Nesillere göre GA parametre optimizasyonu.

İkinci bir durum çalışması olarak uydurulmuş olan veri aşağıdaki denklem ile üretilmiştir.

$$F_j = 90 / \left( 1 + e^{-100(x_j - 0.4)} \right), \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (55)$$

Tahmin fonksiyonu olarak kübik bir spline kullanılmıştır. Şekil 4.26, nesillere karşı düğümlerin sayısı ve uygunluğu göstermektedir. GA için elde edilen en iyi uygunluk 488. nesildeki 1436 değeridir. Bu nesildeki düğüm sayısı 41'dir.

Sayısallaştırılmış nokta verisinden optimal sayıda düğüm seçilerek eğri



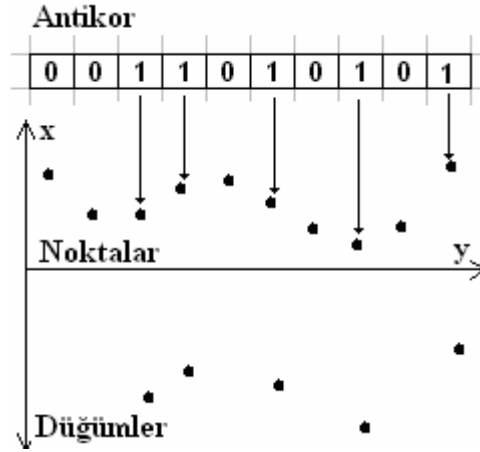
Şekil 4.26. Bir boyutlu durum için uygunluk ve düğüm sayısı grafiği.

rekonstrüksiyonu hesaplamsal karmaşık optimizasyon problemlerine sebep olur. Bu gibi problemlerde, evrimsel algoritmalar büyük esneklik ve sağlamlık sergilerler. Tez kapsamında yayınlanan makalede, düzlem üzerinde düzensiz yerleşmiş geniş bir noktalar kümesi verildiğinde noktalara parametrik B-spline eğri uydurmak için bir algoritma tanımlanmıştır. Amaç, düğüm yerleşimlerinin ve sayılarının bir kombinasyonu ile B-spline eğri modelini yeniden inşa edebilmektir. Burada önerilen algoritma özellikle verilen noktaların yoğun ve gürültülü olduğu çeşitli uygulamalarda kullanılabilir.

#### **4.2.2. B-spline eğri tahmini için yapay bağışıklık sistemi ile düğüm yerleşimi**

B-spline eğri uydurma problemi belirli bir tolerans dahilinde bir hedef eğri tahmin eden B-spline eğriyi tahmin etmektir. Hedef eğrinin 2D uzayda sıralı ve sık veri noktaları ile tanımlandığı varsayılmıştır. Eğriyi tahmin etmek için verilen nokta sayısı  $N$ , bit stringi şeklinde oluşturulan Antijen ve Antikor'nin boyutu olan  $L$ 'ye atanır. Antikor ve Antijen'in bir molekülü olarak adlandırılan her bir biti bir veri noktasına karşılık gelmektedir. Bu formülasyonda eğer bir molekülün değeri 1 ise uygun veri noktasına bir düğüm yerleştirilir, eğer molekülün değeri 0 ise uygun veri noktasına düğüm yerleştirilmez (Şekil 4.27). Bu kabullenme genetik algoritmadaki gen ve kromozom terimlerine eşdeğerdir fakat klonal seçim algoritması genetik algorithmadan farklıdır ve antijeni tamamlayıcı özelliği daha fazla olan birey daha fazla klonladığı için yakınsama genetik algorithmaya göre daha hızlıdır. Verilen noktalar  $[a,b]$  aralığında uzanıyorsa uygun sayıda düğüm bu aralıkta tanımlanır ve içteki düğümler (interior knots) olarak adlandırılır. Başlangıç popülasyonu molekül sayısı  $L$  olan  $K$  adet Antikor içerir. Moleküller rasgele olarak 0 ve 1'e set edilir. Minimum hata ile veri noktalarına uyan B-spline'ı tanımlayan iç (interior) düğümlerin yerlerini ve sayılarını ihtiva eden molekül kümesi ise tanınması gereken antijendir.

Bağışıklık sisteminde sistemi oluşturan birimler Antijen ve Antikordur. Şekil uzayı kavramında Antijen-antikor etkileşimlerinin derecelerinin belirlenmesi için bir ölçüt olarak uzaklık ölçütü kullanılır. Bağışıklıktaki tamamlayıcılık özelliği şekil



Şekil 4.27. Antijen-Antikor kodlama metodu.

uzayında uzaklık kavramı ile modellenmiştir. Burada iki adet teoremden bahsedilir. Maksimum etkileşim için maksimum uzaklık teoremi ve maksimum etkileşim için minimum uzaklık teoremi.

YBS oluşturulmasındaki ikinci gereksinim sistemdeki birimlerin birbirleri ve çevre ile olan etkileşimlerini hesaplamak için bir mekanizmadır. Antijen ile antikor arasındaki etkileşimler bir duyarlılık ölçütü kullanılarak modellenir. Bir ölçüt olarak uzaklık ölçütü kullanılır. Antijen ile antikor arasındaki uzaklıklar çeşitli yöntemlerle hesaplanabilir. Eğer antijen ve antikoru simgeleyen vektörler gerçel değerli vektörler ise öklit yada manhattan uzaklık ölçütleri kullanılabilir. Antikor  $Ab = \langle Ab_1, Ab_2, \dots, Ab_L \rangle$  ile Antijen de  $Ag = \langle Ag_1, Ag_2, \dots, Ag_L \rangle$  ile gösterilirse  $Ab$  ve  $Ag$  arasındaki öklit uzaklığı denklem (56) ile hesaplanır.

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^L (Ab_i - Ag_i)^2} \quad (56)$$

Çalışmada Antijen ve Antikor arasındaki etkileşimlerde maksimum etkileşim için minimum uzaklık teoremi kullanılmıştır. Antijen-Antikor hücre etkileşimlerinin derecelerinin belirlenmesi için ölçüt olarak Denklem (56) daki Öklit uzaklık ölçütü kullanılır.

YBS oluşturulmasındaki üçüncü ve son aşama bazı adaptasyon prosedürleridir. İkinci aşamada hesaplanan duyarlılık/uygunluk ölçütleri bu

yöntemlerin girişleri içinde yer alır. De Castro ve ark. (2001) duyarlılık olgunlaşmasındaki işlemleri baz alarak Klonal Seçim Algoritmasını ortaya atmış ve oluşturdukları algoritmayı karakter tanıma, optimizasyon gibi problemlere uygulayarak performansını analiz etmişlerdir. Algoritma genel hatları ile aşağıdaki gibidir:

Rasgele bir populasyon başlat (P)  
Antijendeki (Ag) her bir örüntü için döngü başlat  
    P içinde her bir antikora (ab) bir duyarlılık (affinity) tanımla  
    P içinden en yüksek duyarlılığı olanı (n) seç  
    Ag ile duyarlılığa göre popülasyondakileri klonla ve mutata işlemine tabi tut  
    Popülasyona (P) yeni mutantları ekle  
Döngüyü bitir  
P içindeki en yüksek duyarlılığa sahip antikoru M nin bir parçasına ekle  
n sayıdaki antikoru yenileri ile değiştir  
durdurma kriterine ulaşıncaya kadar işlemleri tekrarla.

Algoritma, iki esası temel alır; çoğalma için sadece antijeni tanıyan hücreler seçilir. Seçilen ve çoğalan hücreler duyarlılık olgunlaşması işlemine tabii tutularak Antijene olan duyarlılıkları arttırılır. Algoritmanın detaylarına De Castro (2001) den ulaşılabilir. Algoritma yapı olarak Genetik algoritmayı andırmaktadır. Ama De Castro ve ark. uygulamalar sonucunda görmüşlerdir ki, Klonal seçim algoritması Genetik algoritma ile karşılaştırıldığında lokal optimumlardan oluşan çok çeşitli bir çözüm seti üretebilir. Genetik algoritma ise tüm popülasyonu en iyi bireye benzetmeye çalışır. Gerçekte iki algoritmanında kodlama ve hesaplama yöntemleri çok farklı değildir fakat araştırma işlemlerini gerçekleştirilerken esinlendikleri kaynak, kullandıkları notasyon ve gerçekleştirdikleri işlemlerin sırası bakımından farklılık arz ederler.

Antikorların Antijenlere yanıt üretebilmeleri için onları tanımaları gerekmektedir. Tanıma işlemi için tezde Antikorların Antijene olan duyarlılıklarının Antikor-antijen arasındaki uzaklığa ve denklem (54) deki Akaike'nin bilgi kazanım kriterine (AIC) göre aşağıdaki gibi olacağı hesaplanmıştır.

$$Affinity = 1 - \left( \frac{AIC}{Fitness_{avg}} \right) \quad (57)$$

Burada  $Fitness_{avg}$  popülasyondaki tüm antikorların AIC değerlerinin aritmetik ortalamasıdır ve aşağıdaki gibi hesaplanır. Herhangi bir bireyin AIC değeri  $Fitness_{avg}$  değerinden büyükse denklem (57) de  $Affinity=0$  kabul edilir.

$$Fitness_{avg} = \frac{\sum_{i=1}^K AIC_i}{K} \quad (58)$$

Burada  $K$  popülasyonun büyüklüğüdür ve  $AIC_i$  popülasyondaki  $i$ 'inci Antikor'nin uygunluk ölçüsüdür. Denklem (54) deki AIC formülasyonu ile aynı olmasına rağmen burada AIC aşağıdaki gibi kullanılır.

$$AIC = N \log_e Q_1 + 2(2n + m) \quad (59)$$

Burada  $N$  veri sayısıdır,  $n$  içindeki düğüm sayısıdır,  $m$  verilen veri üzerine uydurulan spline'ın order'ıdır ve  $Q_1$  denklem (26) ile hesaplanır. Şuna dikkat edilmelidir ki antikorlar içinde duyarlılığı yüksek olan hatası en az olandır, ideal çözüm olan ve tanınması gereken antijenin tam olarak tamamlayıcısı olan antikoru duyarlılık değeri popülasyon içindekilerden (aslında hafızadakilerden) 1'e en yakın olanıdır. İdeal antikor ile aranan antijen arasındaki öklit uzaklığı sıfırdır. Bu durumda problem eğri tahmini değil eğri interpolasyonu olmaktadır.

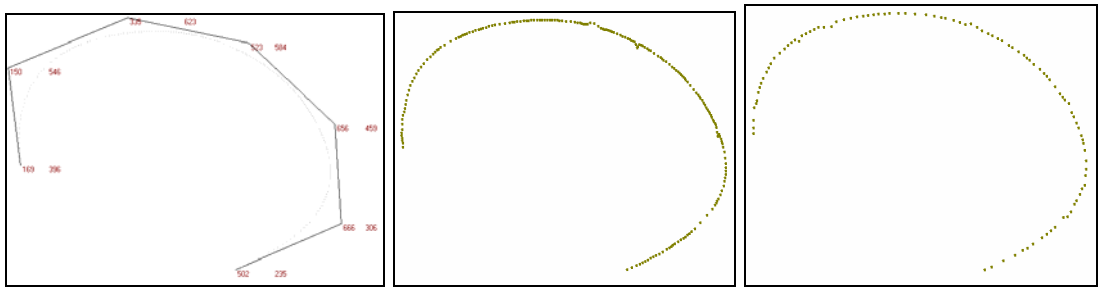
Probleme çözüm aramadan önce belli kontrol parametre değerleri programa verilmelidir. Bunlar eğrinin order'ı, popülasyon büyüklüğü, hafıza (memory) büyüklüğü, çeşitlilik oranı, ve mutasyon oranıdır. Tercihan hafıza büyüklüğü popülasyon büyüklüğünün 2 katı verilmiştir. Hafıza içeriğinde o zamana kadarki tüm iterasyonların en iyi antikorları tutulmaktadır. Popülasyonun çeşitlilik derecesinde çeşitlilik oranı parametresi tayin etmektedir. Bu değer molekülleri rasgele belirlenecek antikor sayısının popülasyon büyüklüğüne oranıdır. Klonlama aşamasında da YBS ruhuna uygun şekilde duyarlılık değerlerine göre klonlama gerçekleştirilmektedir ve duyarlılığı daha yüksek olan antikorlar daha fazla klonlanmakta, duyarlılığı daha az olan antikordlarda daha az klonlanmakta veya hiç klonlanmamaktadır. Klonlanan antikorlara olgunlaşma (maturate) uygulanması sırasında genelde hafıza içinden rasgele seçilen bir bireyle çift nokta çaprazlama

yapılmakta yada molekül düzeni rasgele değiştirilmektedir. Bir antikorun klonu fazla ise genelde klonlarına her ikisinde uygulanmıştır. YBS belli bir iterasyon sayısınca çalıştırıldıktan sonra antijene karşı en yüksek duyarlılığa sahip antikor çözüm olarak seçilir.

Klonal seçim algoritmasını bu probleme entegre edebilmek için yukarıdaki algorithmada bazı değişiklikler yapılmalıdır. Aşağıda ise algorithmaya yapılan modifikasyonlar ve bunların yukarıdaki algorithmaya nasıl uygulandığı adım adım gösterilmektedir.

1. Uydurulacak veri noktalarını gir
2. Kontrol parametrelerini gir
3. Başlangıç antikor populasyonunu rasgele moleküllerle oluştur.
4. Populasyon ilk defa oluşturuluyorsa hafıza (Memory) dizisini oluştur ve tüm antikorları hafıza içinde sakla.
5. Aksi takdirde antikor populasyonu ile hafıza hücrelerini güncelle ve hafızayı geliştir.
6. Her bir antikor için B-spline'ı denklem (30) ile hesapla ve Denklem (23) ile verilen veriye uydur. Sonra kalanların karelerinin toplamını ( $Q_1$ ) hesapla (denklem (26)).
7. Populasyondaki her bir antikorun AIC değerini (denklem (59) ve populasyonun ortalama AIC değerini (denklem (58)) hesapla.
8. Her bir antikor için duyarlılık (Affinity) hesapla (denklem (57)).
9. Duyarlılığa ve aranan antijene göre populasyondaki her antikorun etkileşimleri (Öklit uzaklığı denklem(56))'ne göre en iyi antikorları seç (toplamda K-Cesitlilik adet klon).
10. Klonların duyarlılık değerleriyle orantılı şekilde molekül değişimini ile olgunlaşan antikor populasyonunu üret (hafıza kullanılarak veya rasgele antikor molekülleri değiştirilerek).
11. Mutasyon oranına göre mutasyonu gerçekleştir
12. Çeşitlilik oranına göre yeni antikorlar üret.
13. İterasyon sınırına ulaşılmadı veya antijen tamamen tanınmadıysa Adım 5'e git.

Tezde önerilen ve geliştirilen YBS temelli B-spline eğri uydurmada otomatik düğüm yerleştirme algoritmasını değerlendirmek için Şekil 4.28 de bir B-spline eğri parametrizasyonu örneği gösterilmektedir. Şekil 4.28.a da gösterilen 2B veriyi (200 adet) bulmak için temiz bir veriye uniform dağılımdan %10 gürültü eklenmiştir. Modellenmiş olan tasarı eğri,  $\{0.0,0.0,0.0,0.0,0.25,0.5,0.75,1.0,1.0,1.0,1.0\}$  düğüm vektörüne ve 7 kontrol noktasına sahip bir non-uniform B-spline kübik eğridir. Şekiller kontrol poligonunuda göstermektedir. YBS mimarisinde hafıza içeriğinde duyarlılığı en fazla olan antikorlar saklandığı için sonuçlarda her nesil için hafızanın en iyi duyarlılığa sahip antikoru verilmiştir. Hafıza popülasyonundaki antikorlara dayanarak modellenen eğri ve nokta bulutu arasındaki etkin değer (RMS) hatası Çizelge 4.9 da verilmiştir. Başlangıç popülasyonu 500 nesile kadar beslenmiştir. Şekil 4.28.b de başlangıç popülasyonundaki en iyi tamamlayıcı antikoru göstermektedir. Şekil 4.28.c 500 nesil sonraki yakınsayan örüntüyü göstermektedir. Eğri şimdi veri noktalarına daha iyi uymaktadır. Nesiller arttıkça uygunlukta artmaktadır (hata azalmaktadır). Eğrinin eğimi sonraki nesillerde hâla yakınsama olasılığının olduğunu göstermektedir. Çizelge 4.10, YBS optimizasyon icrasının istatistiklerini vermektedir.



Şekil 4.28. Gürültü verisi ile eğriler için parametre optimizasyonu üzerine bir durum çalışması. (a) 3D veri noktaları, başlangıç popülasyonu içindeki bireylerle ilgili olarak 7 kontrol noktası ile B-spline (b) Başlangıç popülasyonundaki en iyi tamamlayıcı Antikor, (c) 500 nesil sonra parametreleştirilmiş tanınan Antijen.

Çizelge 4.9. Şekil 4.28.a da gösterilen örnek eğri için YBS ve GA metodlarının RMS değerleri.

| Nesil       | En iyi RMS (YBS) | En iyi RMS (GA) |
|-------------|------------------|-----------------|
| Başlangıçta | 3.3571           | 3.4517          |
| 10          | 3.3198           | 3.3578          |
| 25          | 3.3198           | 3.2348          |
| 50          | 3.2848           | 3.2348          |
| 100         | 3.2848           | 3.2348          |
| 200         | 3.2840           | 3.1016          |
| 300         | 3.2682           | 3.1016          |
| 400         | 3.2443           | 3.1016          |
| 500         | 3.2443           | 3.1016          |

Performans değerlendirmesini ve yakınsama hızını kıyaslayabilmek için Sarfraz ve ark. (2001) tarafından önerilen evrimsel bir algoritma ile önerilen algoritma kıyaslanmıştır. Sarfraz ve ark 'nın algoritmalarındaki düğüm oranı ve ayrıca önemli noktaların düğüm kromozomlarında sabitlenmesi işlemleri göz ardı edilmiştir. Girdi noktaları yine Şekil 4.28.a daki veri noktalarıdır. Doğruluklarının değerlendirilmesi için GA metodu ile elde edilen RMS değerleri de Çizelge 4.9'un üçüncü kolonunda verilmiştir. Bununla birlikte her iki algoritma için kullanılan parametrelerin değerleri Çizelge 4.10'da sunulmuştur. Önerilen YBS temelli algoritma ile Sarfraz ve ark'nın GA temelli algoritması yakınsama hızlarına görede karşılaştırılmıştır. Eğitim süreci içindeki bazı nesillerde programların çıktıları alınmıştır. Bu çıktılarına göre o nesildeki popülasyonlara göre bireyler ve antikorlar'ın

Çizelge 4.10. Parametre kümesi.

| Parametre            | YBS                      | GA                     |
|----------------------|--------------------------|------------------------|
| Populasyon büyüklüğü | 20                       | 20                     |
| String uzunluğu      | 200 (Antikor hücresinin) | 200 (kromozom-geninin) |
| Mutasyon oranı       | yok                      | 0.001                  |
| Çaprazlama Olasılığı | yok                      | 0.7                    |
| Cesitlilik Sayısı    | 6 (30%)                  | 6 (30%)                |
| Hafıza büyüklüğü     | 40                       | yok                    |

ortalama uygunluk, ortalama RMS, maksimum uygunluk ve maksimum RMS değerleri Çizelge 4.11’de verilmiştir. Tüm nesillere göre önerilen YBS yaklaşımının ve GA yaklaşımının yakınsama grafikleri de Şekil 4.29’da sunulmuştur. Bu şekilde koyu çizgiler maksimum AIC değerleri, kesikli çizgilerde minimum AIC değerleridir.

İkinci bir durum çalışması olarak uydurulmuş olan veri aşağıdaki denklem ile üretilmiştir.

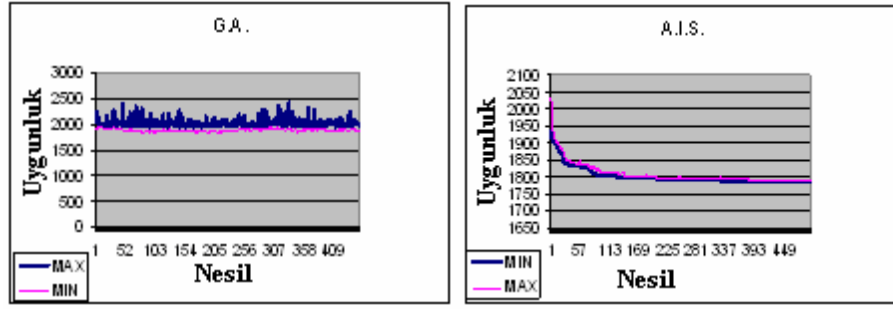
$$F_j = 90 / (1 + e^{-100(x_j - 0.4)}) \quad (j = 1, 2, \dots, N) \quad (60)$$

Burada herhangi bir hata değeri kullanılmamıştır,  $x_j$  ‘nin değerleri 0.0, 0.01, ..., 1.0’dır ve sayısı 101 dir. Uydurmanın aralığı  $[a,b]=[0,1]$ ’e ayarlanmıştır.

Tahmin fonksiyonu olarak kübik bir spline kullanılmıştır. Geliştirilen metot tahmin fonksiyonunun derecesine bağlı değildir. Kontrol parametreleri Çizelge 4.10’daki değerlerle aynıdır.

Çizelge 4.11. Şekil 4.29 da gösterilen GA ve YBS optimizasyonunun AIC ve RMS istatistikleri.

|       | G.A.                      |              |                              |                 | Y.B.S.                    |              |                              |                 |
|-------|---------------------------|--------------|------------------------------|-----------------|---------------------------|--------------|------------------------------|-----------------|
|       | Maks.<br>AIC<br>(Fitness) | Maks.<br>RMS | Ortalama<br>AIC<br>(Fitness) | Ortalama<br>RMS | Maks.<br>AIC<br>(Fitness) | Maks.<br>RMS | Ortalama<br>AIC<br>(Fitness) | Ortalama<br>RMS |
| Başl. | 2188                      | 6.498        | 2001                         | 4.078           | 2396                      | 9.693        | 2032                         | 4.398           |
| 10    | 2028                      | 4.403        | 1960                         | 3.641           | 1913                      | 3.749        | 1906                         | 3.545           |
| 25    | 1959                      | 3.802        | 1943                         | 3.551           | 1978                      | 3.604        | 1868                         | 3.518           |
| 50    | 2015                      | 3.933        | 1911                         | 3.529           | 1840                      | 3.500        | 1838                         | 3.429           |
| 100   | 2069                      | 4.370        | 1911                         | 3.510           | 1819                      | 3.511        | 1813                         | 3.408           |
| 200   | 2017                      | 4.456        | 1900                         | 3.539           | 1801                      | 3.390        | 1798                         | 3.336           |
| 300   | 2068                      | 4.228        | 1958                         | 3.588           | 1797                      | 3.349        | 1793                         | 3.318           |
| 400   | 1994                      | 4.558        | 1920                         | 3.579           | 1798                      | 3.346        | 1791                         | 3.296           |
| 500   | 1948                      | 3.864        | 1924                         | 3.659           | 1798                      | 3.346        | 1791                         | 3.296           |

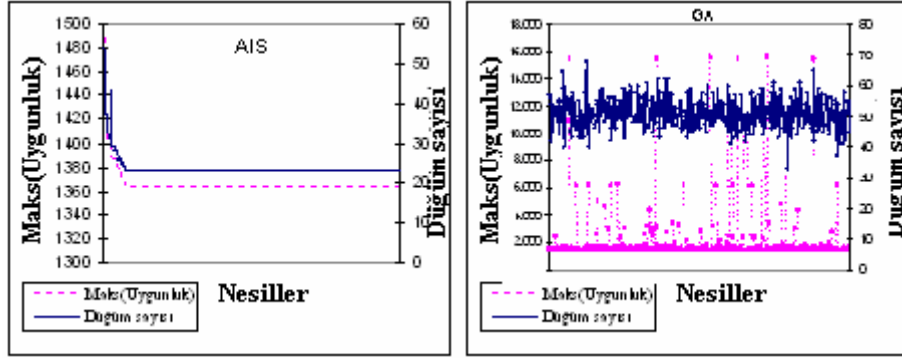


Şekil 4.29. Nesillere göre GA ve YBS temelli parametre optimizasyonu.

Şekil 4.30, nesillere karşı düğümlerin sayısı ve uygunluğu göstermektedir. Bu şekilde siyah çizgi en iyi uygunluğu göstermektedir. Siyah çizgiden hesaplamanın 38 ‘inci nesilde yakınsadığı görülebilir. Noktalı çizgi, en iyi uygunluk için düğümlerin sayısıdır. Düğüm sayısı ilk nesilde 54’den, 38’inci nesilde 23’e azalmıştır. Aynı örnek için GA çözümü Şekil 4.30.b’de verilmiştir. GA için elde edilen en iyi uygunluk 488. nesildeki 1436 değeridir. Bu nesildeki düğüm sayısı 41’dir.

Bu çalışmada yazarın yayınlanmış makalesindeki gibi (Ülker ve İşler 2007) orjinal problem önce ayırık bir kombinasyonel optimizasyon problemine dönüştürülmüştür. Sonra yapay bağışıklık sistemi vasıtasıyla dönüştürülmüş problemi çözen yeni bir metot önerilmiştir. Düğüm yerleşim adayları antikorlar olarak düşünülmüştür. Akaike’nin Bilgi Kriterinden faydalanılarak duyarlılık ölçütü tanımlanmıştır. Metodun en önemli yanı düğümlerin eş zamanlı yerleşimlerinin ve yeterli sayılarının otomatik tanımlanmasıdır. Ayrıca kararlı bir yakınsama örüntüsü de göstermektedir ve herhangi bir öznel parametreye yada iyi bir iteratif arama için iyi seçilmiş bir başlangıç popülasyonuna şimdilik gereksinim yoktur.

Genetik Algoritmalar ise global perspektife sahiptir ve sağlamdırlar ama optimal çözüme daha yakın geçen nesiller için yakınsama yavaşlamaktadır, bu yüzden maliyet yükselmektedir. Bunun için önerilen algoritma iyi antikorlardan daha iyilerini üretme yeteneği, iyi antikorların daha çok klonlanması, Antikorlar için hafızaya sahip olması gibi YBS’ye has özellikleri sayesinde maliyeti düşürebilmektedir. Evrimsel algoritmaların sağlamlığı ve verimliliğinden dolayı bu yaklaşım umut verici görünmektedir.



Şekil 4.30. Bir boyutlu durum için uygunluk ve düğüm sayısı grafiği (a) YBS (b) GA.

#### 4.2.3. B-spline yüzey tahmininde YBS/GA ile düğüm yerleşimi ve karşılaştırma

Yapay bağışıklık sistemleri biyolojik esaslı rastsal arama tabanlı bir genel amaçlı sezgisel yöntemdir. Çözüm uzayı kodlanır. Uygun çözüm popülasyon içerisinde aranır. Popülasyon içerisindeki her bir birey antikor olarak isimlendirilir. YBS’de yeni nesiller benzerlik değeri (uygunluk değeri) ile orantılı bir kopyalama (klonlama) ile oluşturulur. Nesillerde duyarlılığı yüksek olan antikorlar hafızada saklanır. Çözüme ulaşmada popülasyon büyüklüğü önemli bir parametredir. Yapay bağışıklık sistemlerinde çaprazlama operatörleri kullanılmazken mutasyon operatörü kullanılmaktadır. Mutasyon operatörü, algoritmaların yeni çözümlere ulaşma, yeni çözümler keşfetme sürecinde ince ayar yapmasını sağlar. Mutasyon yönteminde mutasyon oranının belirlenmesi önemlidir. Genelde yapay bağışıklık sistemlerinde büyük mutasyon oranları seçilmektedir. Çözüme ulaşmada kullanılacak nesil sayısı çözümün ilk aşamasında seçilir. Genellikle Genetik algoritma ile YBS’nin kodlama şemaları ve değerlendirme fonksiyonları farklı olmasa da evrimsel araştırma süreçleri; ilham kaynakları, kullanılan terimler ve adımların sırası farklılık gösterir.

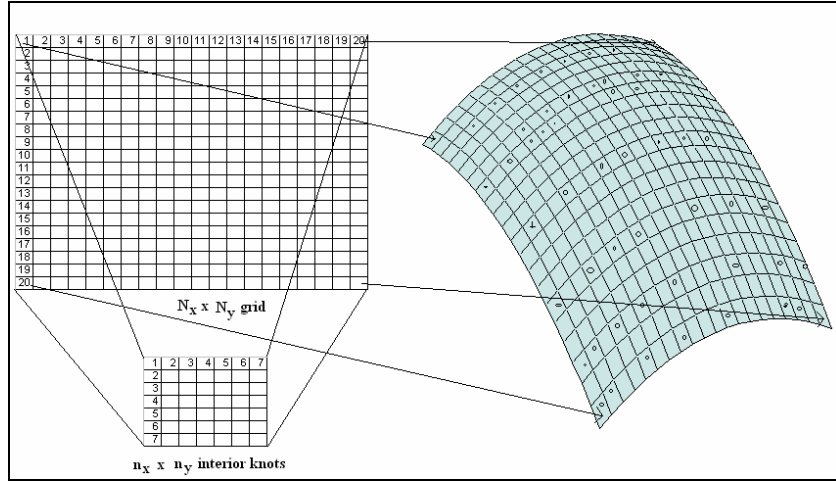
Günümüze kadar B-spline yüzey tahmini alanında diğer hesaplamsal zeka yöntemleri ile belirli problemlere belli çözümler aranmıştır. Fakat YBS yaklaşımı ile gerçekleştirilmiş bir çözüme rastlanılmamıştır. Bu nedenlerle YBS’in yeteneklerini

B-spline yüzey tahmini alanına aktarabilmek için önerilen yöntemin detayları tezin bu kısmında verilecektir.

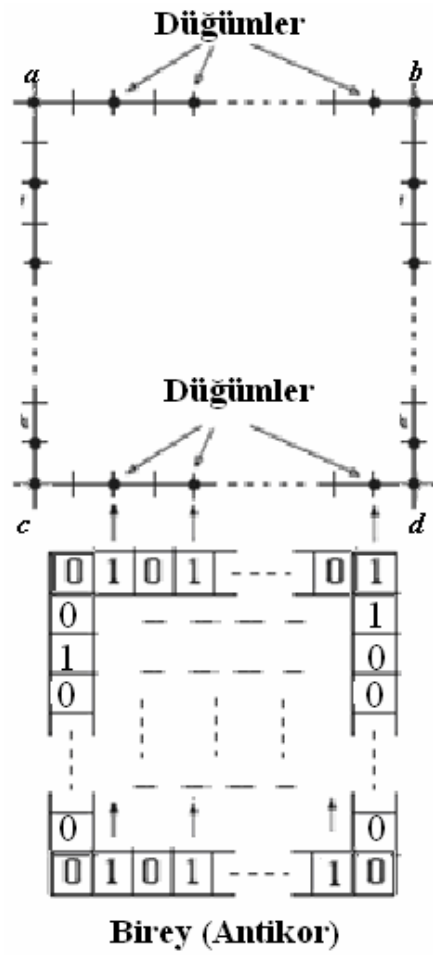
B-spline yüzey uydurma problemi belirli bir tolerans dahilinde bir hedef yüzey tahmin eden B-spline yüzeyi tahmin etmektir. Hedef yüzeyin 3D uzayda sıralı ve sık veri noktaları ile  $N_x \times N_y$  grid yapısı şeklinde tanımlandığı varsayılmıştır. Uydurulacak B-spline yüzeyin düğümlerinin  $N_x \times N_y$  gridinin alt kümesi olan  $n_x \times n_y$  gridi olduğu kabul edilir (Şekil 4.31). Uydurulacak yüzey dereceleri  $m_x$  ve  $m_y$  dışarıdan verilmektedir. Yüzeyi tahmin etmek için verilen nokta sayısı  $N_x \times N_y$ , bit stringi şeklinde oluşturulan antijen ve antikorun boyutu olan  $L$ 'ye atanır. Antikor ve antijenin bir molekülü olarak adlandırılan her bir biti bir veri noktasına karşılık gelmektedir. Bu formülasyonda eğer bir molekülün değeri 1 ise uygun veri noktasına bir düğüm yerleştirilir, eğer molekülün değeri 0 ise uygun veri noktasına düğüm yerleştirilmez (Şekil 4.32). Bu kabullenme genetik algoritmadaki gen ve kromozom terimlerine eşdeğerdir fakat klonal seçim algoritması genetik algorithmadan farklıdır ve antijeni tamamlayıcı özelliği daha fazla olan birey daha fazla klonladığı için yakınsama genetik algorithmaya göre daha hızlıdır. Verilen noktalar  $[a,b]$  ve  $[c,d]$  aralığında uzanıyorsa  $n_x \times n_y$  adet düğüm bu aralıkta tanımlanır ve iç düğümler (interior knots) olarak adlandırılır. Başlangıç popülasyonu molekül sayısı  $L$  olan  $K$  adet antikor içerir. Moleküller rasgele olarak 0 ve 1'e set edilirler. Minimum hata ile veri noktalarına uyan B-spline'ı tanımlayan iç düğümlerin yerlerini ve sayılarını ihtiva eden molekül kümesi ise tanınması gereken antijendir.

Çalışmada antijen ve antikor arasındaki etkileşimlerde maksimum etkileşim için minimum uzaklık teoremi kullanılmıştır. Antijen-antikor hücre etkileşimlerinin derecelerinin belirlenmesi için ölçüt olarak Denklem (56) deki Öklit uzaklık ölçütü kullanılır. Antikorların antijenlere yanıt üretebilmeleri için onları tanımaları gerekmektedir. Tanıma işlemi için çalışmada detayları bir önceki başlıkta verilen denklem (57) ve denklem (58) deki formüller kullanılmıştır. Denklem (59) da eğriler için tek boyutlu olarak verilen AIC (parametrik olarak tek yön mevcut olduğundan) yüzeyler için iki boyuta (parametrik  $u$  ve  $v$  yönleri olduğu için) taşınarak aşağıdaki gibi değiştirilerek verilir.

$$AIC_2 = N_x N_y \log_e Q_2 + 2\{(n_x + m_x)(n_y + m_y) + n_x + n_y\} \quad (61)$$



Şekil 4.31. İçteki (interior) düğünlerin grid yapısı.



Şekil 4.32. Antijen-Antikor Kodlama Metodu.

Burada  $N_x$  ve  $N_y$  veri sayısıdır,  $n_x$  ve  $n_y$  içteki düğüm sayısıdır,  $m_x$  ve  $m_y$  verilen veri üzerine uydurulan B-spline'in order'ıdır ve  $Q_2$  denklem (28) ile hesaplanır. Şuna tekrar dikkat edilmelidir ki antikorlar içinde duyarlılığı yüksek olan hatası en az olandır, ideal çözüm olan ve tanınması gereken antijenin tam olarak tamamlayıcısı olan antikorun duyarlılık değeri populasyon içindekilerden (aslında hafızadaki) 1'e en yakın olanıdır. İdeal antikor ile aranan antijen arasındaki öklit uzaklığı sıfırdır. Bu durumda problem yüzey tahmini değil yüzey interpolasyonu olmaktadır.

Probleme çözüm aramadan önce belli kontrol parametre değerleri programa verilmelidir. Bunlar yüzeyin order'ı, populasyon büyüklüğü, hafıza büyüklüğü, çeşitlilik oranı, ve mutasyon oranıdır. Tercihan hafıza büyüklüğü populasyon büyüklüğünün 2 katı verilmiştir. Hafıza içeriğinde o zamana kadarki tüm iterasyonların en iyi antikorları tutulmaktadır. Populasyonun çeşitlilik derecesinde çeşitlilik oranı parametresi tayin etmektedir. Bu değer molekülleri rasgele belirlenecek antikor sayısının populasyon büyüklüğüne oranıdır. Klonlama aşamasında da YBS ruhuna uygun şekilde duyarlılık değerlerine göre klonlama gerçekleştirilmektedir ve duyarlılığı daha yüksek olan antikorlar daha fazla klonlanmakta, duyarlılığı daha az olan antikordlarda daha az klonlanmakta veya hiç klonlanmamaktadır. Klonlanan antikorlara olgunlaşma (maturate) uygulanması sırasında genelde hafıza içinden rasgele seçilen bir bireyle çift nokta çaprazlama yapılmakta yada molekül düzeni rasgele değiştirilmektedir. Bir antikorun klonu fazla ise genelde klonlarına her ikiside uygulanmıştır. YBS belli bir iterasyon sayısınca çalıştırıldıktan sonra antijene karşı en yüksek duyarlılığa sahip antikor çözüm olarak seçilir. Olgunlaştırma işlemleri sırasında  $n_x \times n_y$  gridi oluşturulurken  $N_x \times N_y$  gridine sadık kalınmasına özen gösterilmelidir.

Klonal seçim algoritmasını bu probleme entegre edebilmek için orjinal algoritmada bazı değişiklikler yapılmalıdır. Aşağıda ise algoritmaya yapılan modifikasyonlar ve bunların yukarıdaki algoritmaya nasıl uygulandığı adım adım gösterilmektedir.

1. Uydurulacak veri noktalarını gir ( $N_x \times N_y$  grid şeklinde)
2. Kontrol parametrelerini gir
3. Başlangıç antikor populasyonunu rasgele moleküllerle oluştur.

4. Populasyon ilk defa oluşturuluyorsa Hafıza (Memory) dizisini oluştur ve tüm antikorları hafıza içinde sakla.
5. Aksi takdirde antikor populasyonu ile hafıza hücrelerini güncelle ve hafızayı geliştir.
6. Her bir antikor için B-spline'ı denklem (31) ile hesapla ve Denklem (43) ile verilen veriye uydur. Sonra kalanların karelerinin toplamını ( $Q_2$ ) hesapla (denklem (28)).
7. Populasyondaki her bir antikorun AIC değerini (denklem (61) ve populasyonun ortalama AIC değerini (denklem (58)) hesapla.
8. Her bir antikor için duyarlılık (affinity) hesapla (denklem (57)).
9. Duyarlılığa ve aranan antijene göre populasyondaki her antikorun etkileşimleri (Öklit uzaklığı denklem(56))'ne göre en iyi Antikorları seç (toplamda K-Cesitlilik kadar klon).
10. Klonların duyarlılık değerleriyle orantılı şekilde molekül değiştirimi ile olgunlaşan antikor populasyonunu üret (hafıza kullanılarak veya rasgele antikor molekülleri değiştirilerek).
11. Mutasyon oranına göre mutasyonu gerçekleştir
12. Çeşitlilik oranına göre yeni antikorlar üret.
13. İterasyon sınırına ulaşılmadı veya antijen tamamen tanınmadıysa Adım 5'e git.

**Deneysel Sonuçlar:** Tezde önerilen B-spline yüzey tahmini için YBS temelli otomatik düğüm yerleşim algoritmasını (Ülker ve İşler 2007) değerlendirmek için beş adet çift değişkenli fonksiyonlar kullanılmıştır. Bu değişkenler Çizelge 4.12 de listelenmiştir. Bunlar negatif olmayan bir aralıkta ve bir birimlik bir standart sapma ile üretilmişlerdir. YBS mimarisinde hafıza içeriğinde duyarlılığı en fazla olan antikorlar saklandığı için sonuçlarda her nesil için hafızanın en iyi duyarlılığa sahip antikoru verilmiştir. Performans değerlendirmesini ve yakınsama hızını kıyaslayabilmek için Sarfaz ve ark. (2001) tarafından önerilen evrimsel bir algoritma ile önerilen algoritma kıyaslanmıştır. Sarfaz ve ark 'nın algoritmalarındaki düğüm oranı ve ayrıca önemli noktaların düğüm kromozomlarında sabitlenmesi işlemleri göz ardı edilmiştir. B-spline yüzey order'larının kullanıcı tarafından girilebilme esnekliğine geliştirilen program sahiptir.

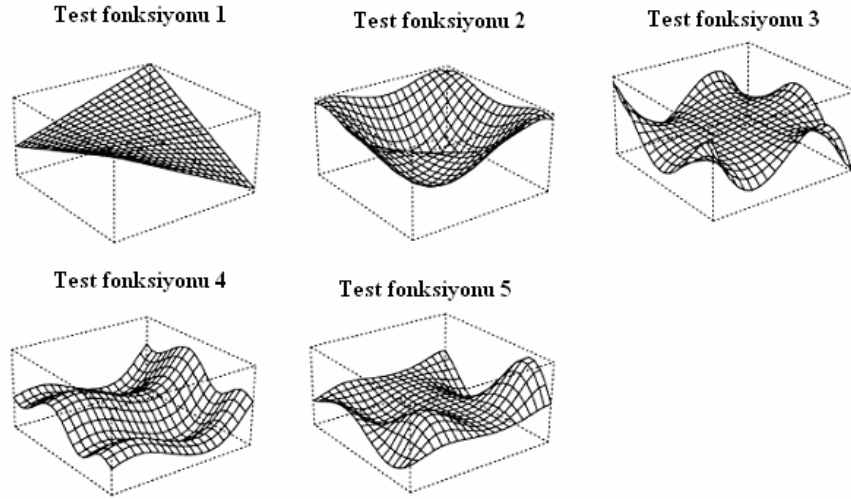
Çizelge 4.12. Çift değişkenli beş test fonksiyonu.

|                    |                                                                                                                                                                                                |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Test Fonksiyonu 1: | $f(x_1, x_2) = 10.391\{(x_1 - 0.4)(x_2 - 0.6) + 0.36\}$                                                                                                                                        |
| Test Fonksiyonu 2: | $f(x_1, x_2) = 24.234\{r^2(0.75 - r^2)\}, \quad r^2 = (x_1 - 0.5)^2 + (x_2 - 0.5)^2$                                                                                                           |
| Test Fonksiyonu 3: | $f(x_1, x_2) = 42.659\{0.1 + \overline{x_1}(0.05 + \overline{x_1}^4 - 10\overline{x_1}^2\overline{x_2}^2 + 5\overline{x_4}^4)\}, \quad \overline{x_1} = x_1 - 0.5, \overline{x_2} = x_2 - 0.5$ |
| Test Fonksiyonu 4: | $f(x_1, x_2) = 1.3356[1.5(1 - x_1) + e^{2x_1-1}\text{Sin}\{3\pi(x_1 - 0.6)^2\} + e^{3(x_2-0.5)}\text{Sin}\{4\pi(x_2 - 0.9)^2\}]$                                                               |
| Test Fonksiyonu 5: | $f(x_1, x_2) = 1.9[1.35 + e^{x_1}\text{Sin}\{13(x_1 - 0.6)^2\} + e^{x_2}\text{Sin}(7x_2)]$                                                                                                     |

Çizelge 4.13. Parametre kümesi.

| Parametre            | YBS                          | GA                           |
|----------------------|------------------------------|------------------------------|
| Mesh Büyüklüğü       | 20x20                        | 20x20                        |
| Populasyon Büyüklüğü | 20                           | 20                           |
| String uzunluğu      | 200 (Antikor hücre uzunluğu) | 200 (Kromozom gen-uzunluğu)  |
| Mutasyon oranı       | None                         | 0.001                        |
| Çaprazlama Olasılığı | None                         | 0.7                          |
| Cesitlilik Sayısı    | 6 (30%)                      | 6 (30%)                      |
| Bellek Büyüklüğü     | 40                           | None                         |
| Üretilcek nesil      | 500                          | 500                          |
| B-spline'nın orderı  | Rasgele ve kullanıcı tanımlı | Rasgele ve kullanıcı tanımlı |

Modelin kalitesini test etmek için yukarıdaki gibi tanımlanan beş yüzeyden 400 (20x20) eğitim verisi noktası için ve 5 den 10 a kadar M ve N için etkin değer (RMS) hataları hesaplanmıştır. Başlangıç populasyonu 500 nesile kadar beslenmiştir. Nesiller arttıkça uygunlukta artmaktadır (hata azalmaktadır). Tahmin edilen yüzeylerin eğimi sonraki nesillerde hâla yakınsama olasılığının olduğunu göstermektedir. Çizelge 4.13, GA ve YBS optimizasyon icrasının istatistiklerini vermektedir.



Şekil 4.33. Test fonksiyonlarının perspektif çizimleri.

Çizelge 4.14. Farklı MxN için Yüzey I-Yüzey IV'den 400 eğitim noktası için YBS ve GA metodlarının RMS değerleri.

| Yüzey I (x10-2) |              |        | Yüzey II (x10-2) |              |        | Yüzey III (x10-2) |              |        | Yüzey IV (x10-2) |              |        |
|-----------------|--------------|--------|------------------|--------------|--------|-------------------|--------------|--------|------------------|--------------|--------|
| M x N           | En iyi (RMS) |        | M x N            | En iyi (RMS) |        | M x N             | En iyi (RMS) |        | M x N            | En iyi (RMS) |        |
| 7 x 7           | G.A.         | A.I.S. | 8 x 8            | G.A.         | A.I.S. | 9 x 9             | G.A.         | A.I.S. | 10 x 10          | G.A.         | A.I.S. |
| Başl.           | 8.268        | 9.345  | Başl.            | 3.648        | 3.697  | Başl.             | 10.10        | 10.25  | Başl.            | 8.213        | 8.576  |
| 10              | 7.992        | 7.149  | 10               | 3.705        | 3.598  | 10                | 11.25        | 9.574  | 10               | 8.764        | 8.023  |
| 25              | 8.229        | 5.883  | 25               | 4.256        | 3.428  | 25                | 9.679        | 8.712  | 25               | 8.364        | 7.612  |
| 50              | 8.722        | 5.613  | 50               | 3.915        | 2.867  | 50                | 10.40        | 7.935  | 50               | 8.537        | 7.444  |
| 100             | 8.342        | 5.531  | 100              | 3.729        | 2.712  | 100               | 9.977        | 7.482  | 100              | 8.786        | 7.227  |
| 200             | 8.724        | 5.587  | 200              | 4.013        | 2.017  | 200               | 10.50        | 7.062  | 200              | 9.309        | 7.104  |
| 300             | 8.994        | 5.290  | 300              | 4.600        | 1.581  | 300               | 10.61        | 7.037  | 300              | 7.992        | 7.072  |
| 400             | 7.638        | 5.238  | 400              | 3.523        | 1.529  | 400               | 10.38        | 7.033  | 400              | 8.455        | 7.008  |
| 500             | 8.866        | 5.238  | 500              | 3.997        | 1.501  | 500               | 10.60        | 7.009  | 500              | 8.577        | 6.954  |

Genetik algoritmadaki en iyi kromozomlara ve YBS algoritmasında hafıza popülasyonundaki antikora dayanarak dört test fonksiyonu (Yüzey I - Yüzey IV) için modellenen yüzey ve nokta bulutu arasındaki etkin değer (RMS) hataları Çizelge 4.14' de verilmiştir.

Şekil 4.33 de tanımlanmış tüm yüzeyler için analizler yerine getirilmiştir. MxN mesh'i Yüzey II – Yüzey IV için rasgele belirlenmiştir. Çizelge 4.14'de

gösterilen *Yüzey II* de  $M$  ve  $N$  için seçim  $M \times N = 8 \times 8$ 'e uymaktadır. Bu seçim için RMS hatası 0.0150165701684642 dir. Tahmin edilen B-spline yüzey Şekil 4.35.a'de gösterilmiştir. Benzer şekilde sırasıyla *Yüzey III*, ve *IV* de  $M$  ve  $N$  için seçimler sırasıyla  $M \times N = 9 \times 9$ , ve  $M \times N = 10 \times 10$ 'a uymaktadır. Bu seçimler için RMS hataları sırasıyla 0.0700900416710976, ve 0.0695467623624124 dir. Tahmin edilen B-spline yüzeylerde Şekil 4.35.b, ve c 'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.15, *Yüzey V*'e işaret etmektedir. Burada 400 (20x20) eğitim verisi noktası için ve 5 dan 10 a kadar olan bazı  $M$  ve  $N$  değerleri için etkin değer (RMS) hataları hesaplanmıştır. Okuyucunun değerlendirebileceği gibi (tabii ki  $M$  ve  $N$  değerlerine bağlı olan) hatalar yaklaşımın makul olduğunu göstermektedir ve en iyi seçenek (Çizelge 4.15'de italik olarak gösterildiği gibi)  $M \times N = 9 \times 10$  'a uymaktadır. Bu durumda RMS hatası 0.0579111328092844 dir. En iyi uydurmayı veren  $M \times N$  düğümlerine göre *Yüzey V* için; önerilen algoritma ile Safraz ve ark'nın algoritması yakınsama hızlarına görede karşılaştırılmıştır. Eğitim süreci içindeki bazı nesillerde programların çıktıları alınmıştır. Bu çıktılarına göre o nesildeki popülasyonlara göre bireyler ve antikorların ortalama uygunluk değerleri Çizelge 4.16'da verilmiştir. Tüm nesillere göre önerilen YBS yaklaşımının ve GA yaklaşımının yakınsama grafikleri de Şekil 4.34'de sunulmuştur. Bu şekilde koyu çizgiler maksimum uygunluk değerleri kesikli çizgilerde ortalama uygunluk değerlerini göstermektedir. Siyah çizgiden hesaplanan 410 'uncu nesilde yakınsadığı görülebilir. GA için elde edilen en iyi uygunluk 28. nesildeki 668 değeridir.

Tezin bu yönelimini gerçekleştiren ve yazar tarafından yayınlanmış olan (Ülker ve İşler 2007) bu bölüm, B-Splinelar kullanılarak yüzey uydurma problemine "Yapay Bağışıklık Sistemleri (YBS)" olarak bilinen diğer bir hesaplamsal zeka tekniğinin uygulanmasını sunmaktadır. Çalışmada orjinal problemi ayrık kombinasyonel optimizasyon problemine çeviren ve çevrilmiş problemi çözen bir strateji kullanılmıştır.

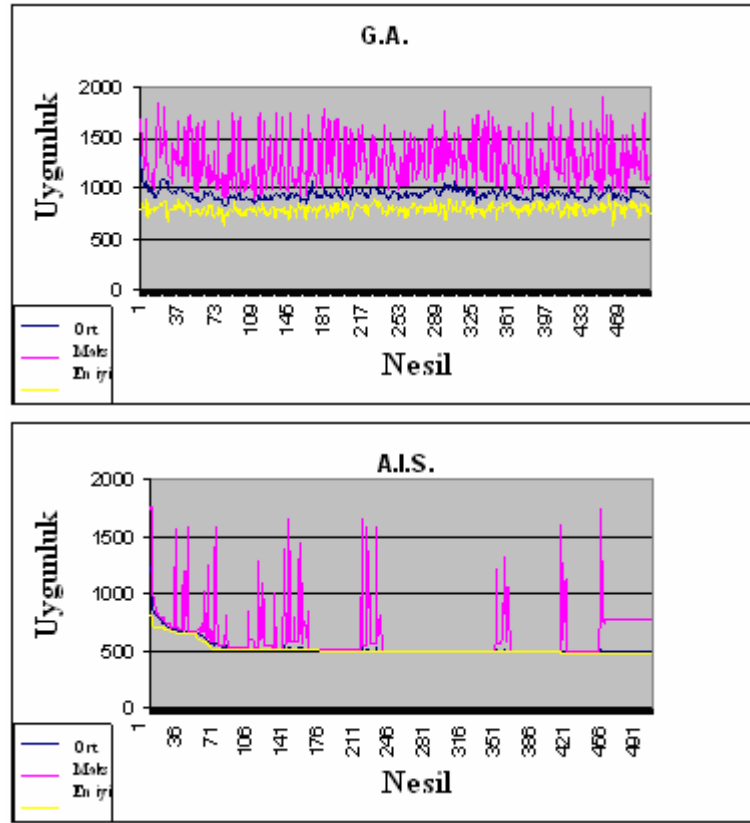
Bu çalışmada Yapay Bağışıklık Sisteminin Klonal seçim algoritması, yüzey rekonstrüksiyon problemine uygulanmış ve yüzey modellemenin çeşitli yeni yönleri geliştirilmiştir. Bu yaklaşımın büyük potansiyeli gösterilmiştir. Verilen bir 3 boyutlu veri noktaları kümesi için YBS bu veri noktalarına en uygun B-spline yüzeyin derecesini ve düğüm noktalarını seçmemizde tasarımcılara yardımcı olmaktadır.

Çizelge 4.15. M ve N'nin farklı değerleri için Yüzey V'den 400 eğitim noktası için YBS ve GA metodlarının RMS değerleri.

| M  | N (Y.B.S.) |        |        |        |        |        |
|----|------------|--------|--------|--------|--------|--------|
|    | 5          | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
| 5  | 8.6015     | 8.0171 | 7.9324 | 7.0035 | 7.3263 | 7.0629 |
| 6  | 8.4809     | 8.4179 | 8.3722 | 7.5269 | 7.3554 | 7.1965 |
| 7  | 7.6333     | 7.2749 | 7.4622 | 7.2034 | 6.9558 | 6.1804 |
| 8  | 7.8404     | 6.8614 | 6.4382 | 6.4288 | 6.7375 | 6.0138 |
| 9  | 7.9077     | 7.8398 | 6.9039 | 6.9028 | 6.8971 | 5.7911 |
| 10 | 8.0664     | 6.7625 | 7.1614 | 6.3575 | 6.9640 | 6.3637 |
| M  | N (G.A.)   |        |        |        |        |        |
|    | 5          | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |
| 5  | 10.501     | 9.6512 | 9.1281 | 9.7179 | 9.8944 | 9.6573 |
| 6  | 10.238     | 9.8221 | 9.3189 | 9.5761 | 7.7725 | 8.5993 |
| 7  | 9.9913     | 9.4922 | 8.9494 | 8.2377 | 8.1184 | 8.1649 |
| 8  | 10.013     | 8.6365 | 8.6247 | 8.2134 | 7.6657 | 7.8947 |
| 9  | 10.020     | 9.1249 | 8.7523 | 8.1843 | 7.3076 | 7.4484 |
| 10 | 9.3970     | 9.1297 | 8.4642 | 8.2721 | 7.6331 | 7.3366 |

Çizelge 4.16. Yüzey V için GA ve YBS optimizasyonunun AIC ve RMS istatistikleri.

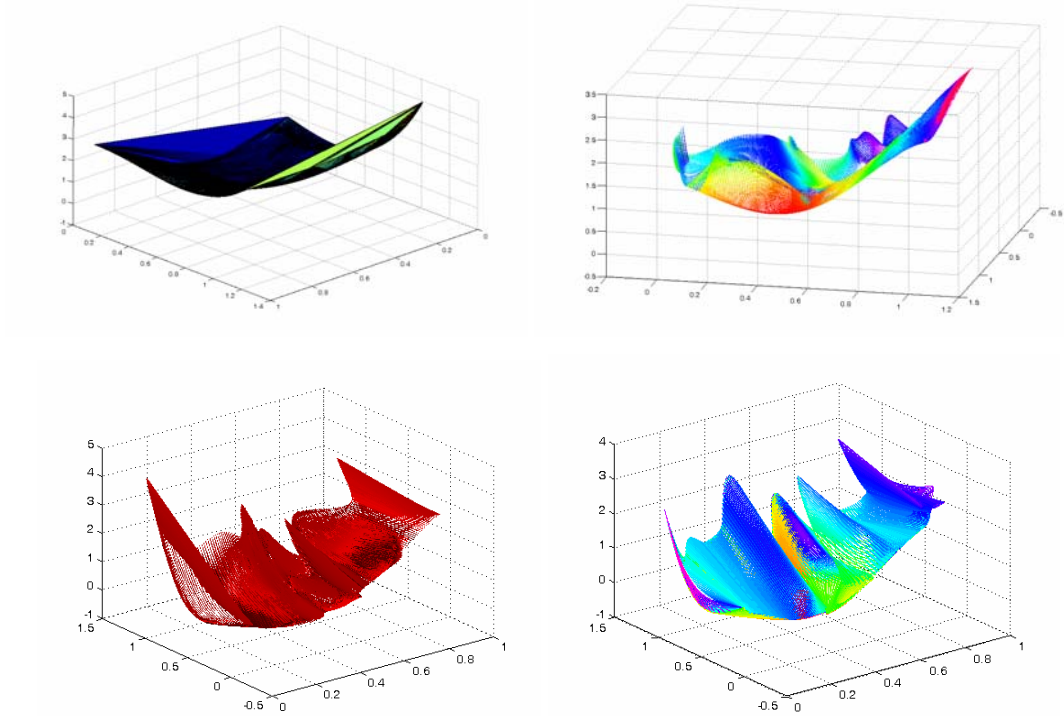
|     | A.I.S. (x10-2) |                 |              |                   |                 | G.A. (x10-2)  |                 |              |                   |                 |
|-----|----------------|-----------------|--------------|-------------------|-----------------|---------------|-----------------|--------------|-------------------|-----------------|
|     | En iyi<br>RMS  | En iyi<br>Fitn. | Maks.<br>RMS | Ortalama<br>Fitn. | Ortalama<br>RMS | En iyi<br>RMS | En iyi<br>Fitn. | Maks.<br>RMS | Ortalama<br>Fitn. | Ortalama<br>RMS |
| 1   | 8.8455         | 806             | 27.987       | 1226              | 16.316          | 8.8252        | 804             | 26.700       | 1319              | 17.612          |
| 10  | 7.7040         | 695             | 8.8118       | 767               | 8.4349          | 7.9664        | 722             | 12.435       | 961               | 10.818          |
| 25  | 7.3733         | 660             | 7.7939       | 682               | 7.5782          | 9.6906        | 879             | 30.386       | 1085              | 12.951          |
| 50  | 6.7473         | 589             | 7.3570       | 641               | 7.2026          | 7.9327        | 719             | 22.333       | 940               | 10.689          |
| 100 | 6.0368         | 500             | 6.7118       | 511               | 6.1217          | 8.0104        | 727             | 10.869       | 891               | 9.877           |
| 200 | 5.9232         | 485             | 6.0845       | 492               | 5.9764          | 9.2626        | 843             | 12.584       | 925               | 10.280          |
| 300 | 5.9122         | 484             | 5.9659       | 488               | 5.9433          | 7.6908        | 694             | 29.605       | 1043              | 12.362          |
| 400 | 5.8625         | 477             | 5.9184       | 481               | 5.8945          | 8.4756        | 772             | 11.958       | 922               | 10.255          |
| 500 | 5.7911         | 467             | 8.4904       | 488               | 5.9526          | 7.9312        | 719             | 13.319       | 897               | 9.957           |



Şekil 4.34. Nesillere göre GA ve YBS temelli parametre optimizasyonu.

Geliştirilen yaklaşım çok geneldir ve veri noktaları herhangi bir yüzey türünden alınabilir (tezde çift değişkenli fonksiyon yüzeylerden veri noktaları kullanılmıştır) ve tahmin edilen yüzey herhangi bir keyfi temel (basis) fonksiyonlar ailesine göre yazılabilir. Bu genellikten dolayı bu yaklaşımın yüzey modellemedeki uğraşılacak diğer problemlerin çoğuna uygulanabilen Yapay bağışıklık sistemleri olarak umut verici bir yeni araştırma çizgisini açtığı düşünülmektedir.

Çalışmada, önerilen YBS Algoritmasının iyi düğümleri otomatik olarak tanımlamada kullanışlı olduğu açıkça gösterilmiştir. Metot kullanılarak düğümlerin sayısı ve yerleşimleri eş zamanlı olarak tanımlanabilir. Uygunluk fonksiyonu olarak AIC kullandığı için modelin basitliği ile veriye modelin sadakati dengelenebilir ve aday modeller arasından en iyi model otomatik olarak seçilebilir. Hata toleransı yada bir düzgünlük faktörü ve düğümlerin iyi seçilmiş başlangıç yerleri gibi herhangi bir subjektif parametreye gereksinim duyulmaz.



Şekil 4.35. Sırasıyla (yukarıdan aşağıya, soldan sağa) Yüzey II, III, IV ve V olarak etiketlenen B-spline tahmini yüzeyleri.

### 4.3. NURBS Ağırlıklarının Yapay Bağışıklık Sistemi ile Tahmini

#### 4.3.1. Yapay bağışıklık sistemi kullanılarak NURBS eğri uydurma

Literatürdeki çalışmaların hepsi bireysel olarak ya parametre optimizasyonu ya da düğüm optimizasyonu ile ilgilenmektedirler. Mantıksal olarak ikisi ilişkilidir ve daha iyi sonuçlar için her ikisinin eşzamanlı optimizasyonunu ele almak akıllıcadır.

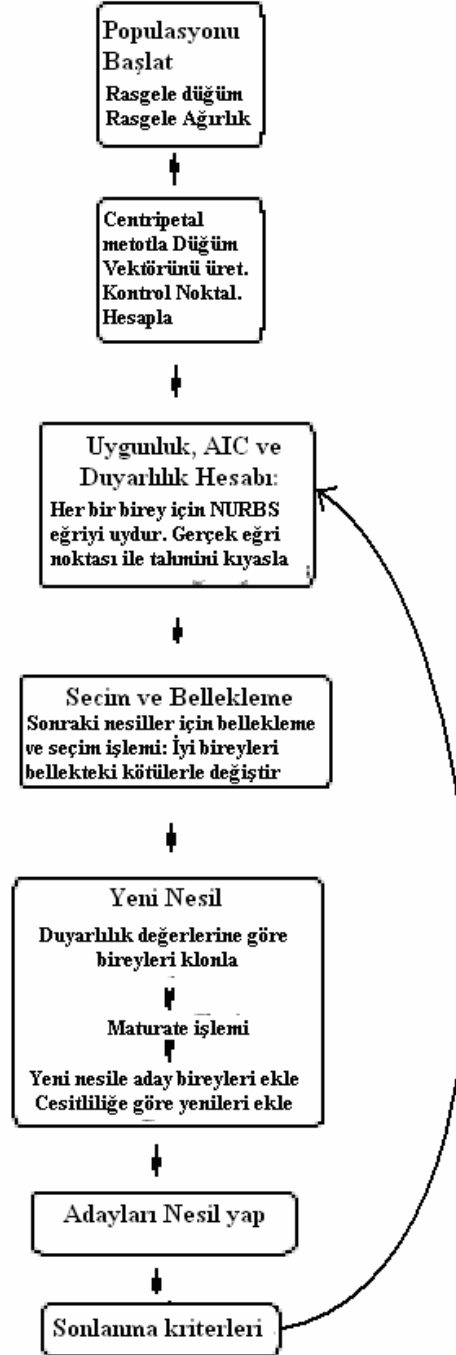
Yapay bağışıklık sistemleri ve evrimsel algoritmalar (populasyon üzerine çalışan) global perspektif açıldırlar ve sağlandırlar (olasılık kuralları üzerine çalışırlar). Evrimsel algoritmalar ve yapay bağışıklık sistemleri gibi hesaplamsal zeka tekniklerinin hesaplamsal zamanı uzun olmasına rağmen (i) amaç fonksiyonun multimodal oluşu (ii) eğri uydurmanın nonlinear parametreler içermesi (iii) Döğümlemlerin sayısı, döğümlemlerin yerleşimi, ağırlıklar gibi çok sayıda bilinmeyen değışken olması gibi sebeplerle ile bir nonlinear optimizasyon problemi ile uğraşıldığı için problemi çözmede tercih edilmişlerdir. Günümüze kadar NURBS eğri tahmini alanında diğler hesaplamsal zeka yöntemleri ile belirli problemlere belli çözümler aranmıştır. Fakat YBS yaklaşımı ile gerçekleştirilmiş bir çözüme rastlanılmamıştır. Aniden ortaya çıkan yeni bir zararlı antijene karşı, doğal bağışıklık sisteminin geliştirdiğı tepki sürecinde uyguladığı tanıma, hafıza, ve etkin antikorları üretme mekanizmaları B-spline/NURBS eğri/yüzey uydurmada döğümlemlerin yerleri ve sayılarının otomatik yerleşimi ve ağırlıkların belirlenmesi probleminde başarılı biçimde kullanılabileceğini düşündürmüştür. NURBS eğri uydurulurken orjinal problem Ülker ve İşler (2007) deki gibi ayrıık bir tümleşik optimizasyon problemine çevrilmiş sonra ayrılmış problem YBS'nin klonal seçim algoritması ile çözülmüştür. Sunulan çalışmada YBS ile kullanılabilir çözümlerin hepsinden daha iyi çözümü seçerek parametre optimizasyonu yapılmıştır. Çalışmada Klonal seçim algoritması tercih edilmiştir.

NURBS eğri uydurma problemi belirli bir tolerans dahilinde bir hedef eğri tahmin eden NURBS eğriyi tahmin etmektir. Hedef eğrinin  $2B$  uzayda  $N$  adet sıralı ve sık veri noktaları şeklinde tanımlandığı varsayılmıştır. Uydurulacak NURBS eğrinin döğümlemlerinin  $N$  gridinin alt kümesi olan  $n$  olduğu kabul edilir. Uydurulacak eğri derecesi  $k$  dışarıdan verilmektedir. Eğriyi tahmin etmek için verilen nokta sayısı  $N$  hem döğümlemler hemde NURBS ağırlıklarını temsil etmek için kullanılan ve bit stringi şeklinde oluşturulan Antijen ve Antikoru boyutu olan  $L$ 'ye atanır. Antikor ve Antijen'in bir molekülü olarak adlandırılan her bir biti bir veri noktasına karşılık gelmektedir. Bu formülasyonda eğer bir molekülün değeri 1 ise uygun veri noktasına bir döğüm yerleştirilir, eğer molekülün değeri 0 ise uygun veri noktasına döğüm yerleştirilmez (Şekil 4.32). Ağırlık vektörü başlangıçta 1'lerle (yada 100'lerle) oluşturulur. Bu kabullenme genetik algoritmadaki gen ve kromozom terimlerine

eşdeğerdir fakat klonal seçim algoritması genetik algorithmadan farklıdır ve antijeni tamamlayıcı özelliği daha fazla olan birey daha fazla klonladığı için yakınsama genetik algorithmaya göre daha hızlıdır. Verilen noktalar  $[a,b]$  aralığında uzanıyorsa  $n$  adet düğüm bu aralıkta tanımlanır. Başlangıç popülasyonu molekül sayısı  $L$  olan  $K$  adet Antikor içerir. Moleküller rasgele olarak 0 ve 1'e set edilirler. Minimum hata ile veri noktalarına uyan NURBS/B-spline'ı tanımlayan iç düğümlerin yerlerini ve sayılarını ihtiva eden molekül kümesi ise tanınması gereken antijendir. Bu düğümler temelde olan eğri çerçevesini tahmin etmede gerekli olan kontrol noktalarını tanımlar. NURBS uygulandığı için, bu kontrol noktaları ile ilişkili ağırlıklar da optimize edilmelidir. Ağırlık vektöründeki eleman sayısı kontrol noktası sayısına uymaktadır. Bu nedenle problemde aynı anda iki arama uzayı içerilmektedir. Birinci arama uzayı dahili düğümlerin optimizasyonu ile ilgilenirken diğeri hesaplanan kontrol noktaları ile ilişkili pozitif ağırlıklarla ilgilenir. 0'lar ve 1'ler içermeyen ama sayıların ihtiva edildiği antikorların içerdikleri ağırlıklar, ki o sayılar örneğin aşağıdaki gibi pozitif gerçel sayı yada tam sayı olabilirler, uygulamamızda ağırlıklar için geçerli bir antikoru temsil etmektedir.

10 45 67 98 34 99

Alghitmada yaptırılan bu çift uzay arama bir “Tümleşik Klonal Seçim Alghitması” dır. Klonal Seçime dayanarak NURBS eğri tahmini için akış şeması Şekil 4.36 da gösterilmiştir. Eğrinin iki son noktasında enterpolasyonu sağlamak için başlangıç popülasyonu içinde ve klonlama ve mutasyon işlemleri süresince bu noktaların kaybedilmemesi ve sonraki gelen nesillerde korunmaları gereklidir. Bunu sağlamak için Klonal seçim alghitmamızda düğümleri temsil eden antikorlar ile tüm popülasyonun bir “OR” işlemleri uygulanması sayesinde antikorların ilk ve son biti her zaman 1 e ayarlanır. Klonlama ve mutasyon işlemlerinden sonra yeni bir popülasyon oluştuktan hemen sonra koruma işlemleri gerçekleştirilir.



Şekil 4.36. NURBS eğri ile veri uydurma sisteminin akış diyagramı.

Çalışmada antijen ve antikor arasındaki etkileşimlerde maksimum etkileşim için minimum uzaklık teoremi kullanılmıştır. Antijen-antikor hücre etkileşimlerinin derecelerinin belirlenmesi için ölçüt olarak Denklem (56) daki Öklit uzaklık ölçütü kullanılır. Antikorların antijenlere yanıt üretebilmeleri için onları tanımaları gerekmektedir. Tanıma işlemi için çalışmamızda antikorların antijene olan duyarlılıklarının hesaplanmasında denklemler (57) - (59) NURBS eğri tahmininde de geçerlidir. Hem düğümlerin optimizasyonu hemde ağırlıkların optimizasyonunda uygunluk ölçütü olarak denklem (59) kullanılır. Probleme önceden verilmesi gereken parametreler de Ülker ve İşler (2007) deki ile aynıdır. YBS belli bir iterasyon sayısından çalıştırıldıktan sonra antijene karşı en yüksek duyarlılığa sahip antikor çözüm olarak seçilir.

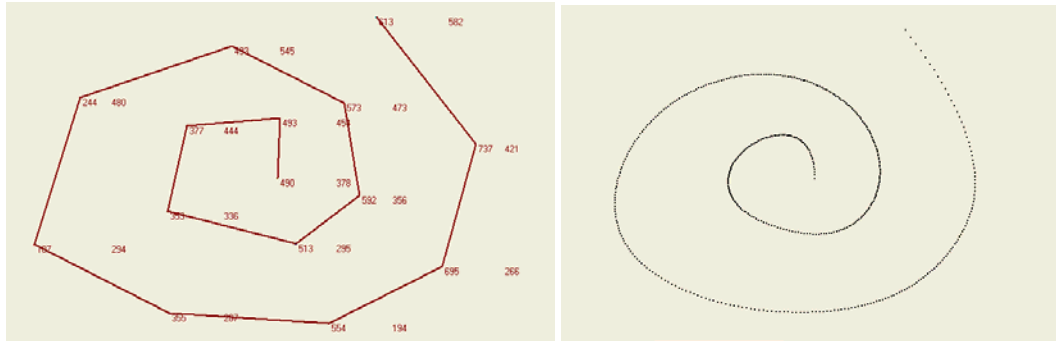
B-spline eğri uydurma algoritması ağırlık optimizasyonunda eklenmesi ile aşağıdaki gibi genişletilir.

1. Uydurulacak veri noktalarını gir
2. Kontrol parametrelerini gir
3. Başlangıç antikor popülasyonunu rasgele moleküllerle oluştur.
4. Düğümlerin optimizasyonunu B-spline eğri uydurma algoritması ile gerçekleştir.
5. Antikorları NURBS ağırlıkları olarak oluştur ve başlangıç antikor popülasyonunu rasgele moleküllerle üret.
6. Popülasyon ilk defa oluşturuluyorsa hafızayı (Ağırlık\_Memory dizisini) oluştur ve tüm antikorları Ağırlık\_Memory içinde sakla.
7. Aksi takdirde antikor popülasyonu ile Ağırlık\_Memory hücrelerini güncelle ve Ağırlık\_Memory'i geliştir.
8. Her bir antikor için NURBS'ü denklem (21) ile hesapla ve Denklem (49) ile verilen veriye uydur. Sonra kalanların karelerinin toplamını ( $Q_2$ ) hesapla (denklem (26)).
9. Popülasyondaki her bir antikorum AIC değerini (denklem (59) ve popülasyonun ortalama AIC değerini (denklem (58)) hesapla.
10. Her bir antikor için duyarlılığı hesapla (denklem (57)).

11. Duyarlılığa ve aranan antijen'e göre popülasyondaki her antikorun etkileşimlerine (Öklit uzaklığı denklem (56)) göre en iyi antikorları seç (toplamda K-Cesitlilik kadar klon).
12. Klonların duyarlılık değerleriyle orantılı şekilde molekül değişimini ile olgunlaşan antikor popülasyonunu üret (Ağırlık\_Memory kullanılarak veya rasgele antikor molekülleri değiştirilerek).
13. Mutasyon oranına göre mutasyonu gerçekleştir
14. Çeşitlilik oranına göre yeni antikorlar üret.
15. İterasyon sınırına ulaşılmadı veya Antijen tamamen tanınmadıysa Adım 7'ye git.
16. İterasyon sonunda en iyi çözüm olarak Ağırlık\_Memory'nin en iyi ankironu döndür.

**Deneysel Sonuçlar:** Burada kıyaslama önceki GA ve YBS ile yapılan düğüm yerleşimi algoritmasının sonuçları ile ağırlıkların optimizasyonu ele alınarak yapılmıştır.

Tezde geliştirilen YBS temelli NURBS eğri uydurma algoritmasını değerlendirmek için 15 kontrol noktası ile üretilmiş ve %16 gürültü içeren Şekil 4.37.a deki eğri örneği kullanılmıştır. Ağırlık\_Memory popülasyonundaki Antikor'lere dayanarak modellenen eğri ve nokta bulutu arasındaki etkin değer (RMS) hatası Çizelge 4.17 de verilmiştir. Başlangıç popülasyonu 500 nesile kadar beslenmiştir. İlk nesilde gerçek eğri ile tamamlayıcı antikor arasındaki hata oldukça



Şekil 4.37. Örnek bir eğrinin YBS yaklaşımı ile NURBS ağırlık optimizasyonu (a) 15 kontrol noktalı ve %16 gürültülü eğrinin kontrol noktaları, (b) 500 nesil sonra parametreleştirilmiş tanınan Antijen.

Çizelge 4.17. Şekil 4.28 de gösterilen örnek eğri için NURBS ağırlık optimizasyonunun RMS değerleri.

| Nesil       | En iyi RMS (YBS) ( $10^{-2}$ ) |
|-------------|--------------------------------|
| Başlangıçta | 0.5467                         |
| 10          | 0.5401                         |
| 25          | 0.5135                         |
| 50          | 0.4923                         |
| 100         | 0.2864                         |
| 200         | 0.2109                         |
| 300         | 0.1204                         |
| 400         | 0.1081                         |
| 500         | 0.0998                         |

yüksek gözlemlenmiştir. Şekil 4.37.b 500 nesil sonraki yakınsayan örüntüyü göstermektedir. Eğri şimdi veri noktalarına daha iyi uymaktadır. Nesiller arttıkça uygunlukta artmaktadır (hata azalmaktadır). Eğrinin eğimi sonraki nesillerde hâla yakınsama olasılığının olduğunu göstermektedir. YBS ile NURBS optimizasyon icrasının istatistikleri Çizelge 4.10 ile aynıdır.

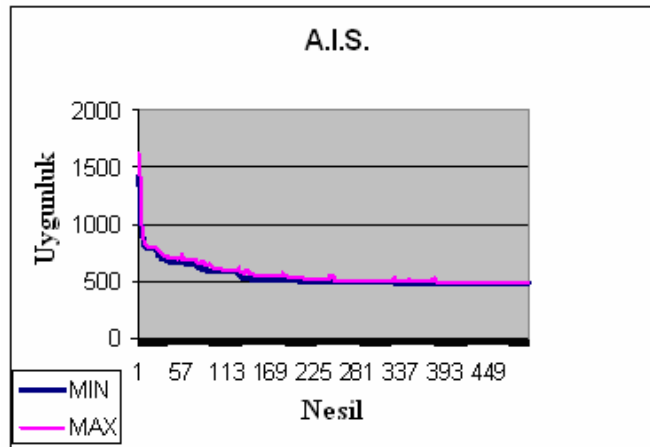
Geliştirilen NURBS eğri uydurma algoritmasının yakınsama hızını görebilmek için eğitim süreci içindeki bazı nesillerde programların çıktıları alınmıştır. Bu çıktılara göre o nesildeki popülasyonlara göre antikorlar'ın ortalama uygunluk, ortalama RMS, maksimum uygunluk ve maksimum RMS değerleri Çizelge 4.18'de verilmiştir. Tüm nesillere göre önerilen YBS yakınsama grafikleri de Şekil 4.38'de sunulmuştur. Bu şekilde koyu çizgiler maksimum AIC değerlerini kesikli çizgilerde minimum AIC değerleridir.

NURBS eğri uydurma deneylerini genişletmek için Şekil 4.39 da verilen iki eğriye sırasıyla %5 ve %10 gürültüler eklenerek deneyler tekrarlanmıştır. Deneyler sırasında sadece düğüm optimizasyonu, sadece ağırlık optimizasyonları yapılmıştır. Sonrada hem düğüm hemde ağırlık optimizasyonları birlikte uygulanmıştır. Bu deneylerin sonuçları hazırlanan bir makalede sunulacaktır. İşlemler sonunda ağırlık

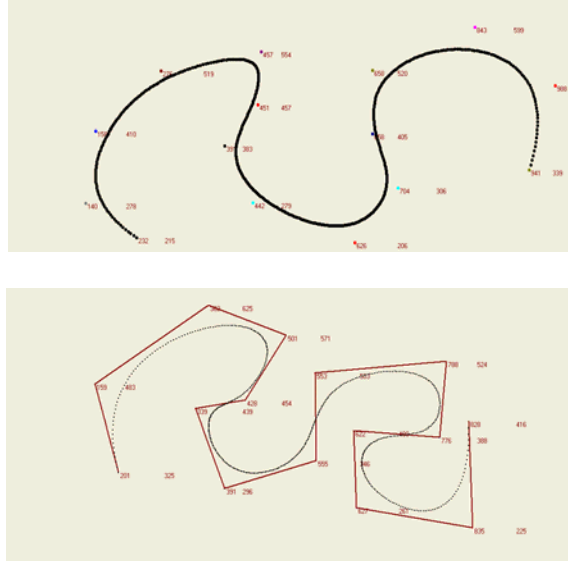
ve düğüm optimizasyonunun beraber ele alınmasının, hem sadece düğüm optimizasyonundan hemde sadece ağırlık optimizasyonundan daha iyi tahmin eğrileri ürettiği ispatlanmıştır.

Çizelge 4.18. Şekil 4.38 de gösterilen YBS temelli NURBS eğri optimizasyonunun AIC ve RMS istatistikleri.

|           | Y.B.S.                  |              |                         |              |
|-----------|-------------------------|--------------|-------------------------|--------------|
|           | Maksimum AIC (Uygunluk) | Maksimum RMS | Ortalama AIC (Uygunluk) | Ortalama RMS |
| Başlangıç | 1422                    | 0.5726       | 1622                    | 0.5672       |
| 10        | 799                     | 0.5501       | 814                     | 0.5431       |
| 25        | 768                     | 0.5231       | 792                     | 0.5217       |
| 50        | 673                     | 0.5141       | 702                     | 0.5083       |
| 100       | 592                     | 0.3101       | 602                     | 0.3074       |
| 200       | 508                     | 0.2461       | 535                     | 0.2371       |
| 300       | 499                     | 0.1379       | 501                     | 0.1363       |
| 400       | 490                     | 0.1220       | 492                     | 0.1191       |
| 500       | 478                     | 0.1091       | 489                     | 0.1042       |



Şekil 4.38. Nesillere göre YBS temelli NURBS ağırlık optimizasyonu.



Şekil 4.39. Deneyleri genişletmek için kullanılan diğer iki test eğrisi.

Bu çalışmada eğrilerin optimizasyonu ile tasarım için bir çok amaçlı optimizasyon algoritması önerilmiştir. Sunulan araştırmanın amacı, taranan noktalar kümesi ve uydurulan eğri arasındaki uydurma hatasının global optimizasyonu için NURBS ağırlıklarının optimizasyonunu gerçekleştiren bir algoritma geliştirmektir. NURBS eğrilerin en-küçük kareler uydurması için iki-adımlı bir non-deterministik yaklaşım benimsenmiştir. İlk adım süresince iyi düğümler seçilerek düğüm vektörü tanımlanır. Bulunan düğüm vektörüne göre kontrol noktaları sonra bir B-spline eğri ve yüzey uydurma için yapılan algoritma adımlarına benzer bir yolla yerleştirilir. İkinci adımda ağırlıkların tanımlanması için yine YBS yaklaşımı uygulanır. Hem genel bir çözüm hemde en iyi pozitif ağırlıklarla uydurma için bir çözüm bulunabilir. Performans parametrizasyona bağlıdır. Algoritma en iyi uydurmayı yada optimal ağırlıkları tanımlayabildiği için NURBS'ün tüm gücü kullanılabilir.

#### 4.3.2. Yapay bağıklık sistemi kullanılarak NURBS yüzey uydurma

NURBS yüzey uydurma problemi belirli bir tolerans dahilinde bir hedef yüzey tahmin eden NURBS yüzeyi tahmin etmektir. Hem NURBS düğümlerinin optimizasyonu hemde ağırlıkların optimizasyonu birbirlerinin peşi sıra

gerçekleştirilmektedir. Hedef yüzeyin 3B uzayda sıralı ve sık veri noktaları ile  $N_x \times N_y$  grid yapısı şeklinde tanımlandığı varsayılmıştır. Birinci aşamada 4.2.2 başlığındaki gibi bir düğüm optimizasyonu işlemi icra edilerek uydurulacak NURBS yüzeyin optimal düğümleri olan  $n_x \times n_y$  gridi bulunur. Uydurulacak yüzey dereceleri  $m_x$  ve  $m_y$  dışarıdan verilmektedir. Yüzeyi tahmin etmek için verilen nokta sayısı  $n_x \times n_y$ , tamsayılar stringi şeklinde ağırlıklar için oluşturulan antijen ve antikorun boyutu olan L'ye atanır. Verilen noktalar [a,b] ve [c,d] aralığında uzanıyorsa  $n_x \times n_y$  adet iç düğüm bu aralıkta tanımlanır. Başlangıç popülasyonu molekül sayısı L olan K adet antikor içerir. Ağırlık optimizasyonunda moleküller rasgele olarak [1,100] aralığında tamsayı değerleri verilir. Ağırlık optimizasyonunda tanınması gereken antijen, minimal hata ile yüzey uydurulmasını sağlayan ve birinci aşama sonucunda kesinleştirilen NURBS kontrol noktalarına uygun gelen NURBS ağırlıklarını ihtiva eden molekül kümesidir.

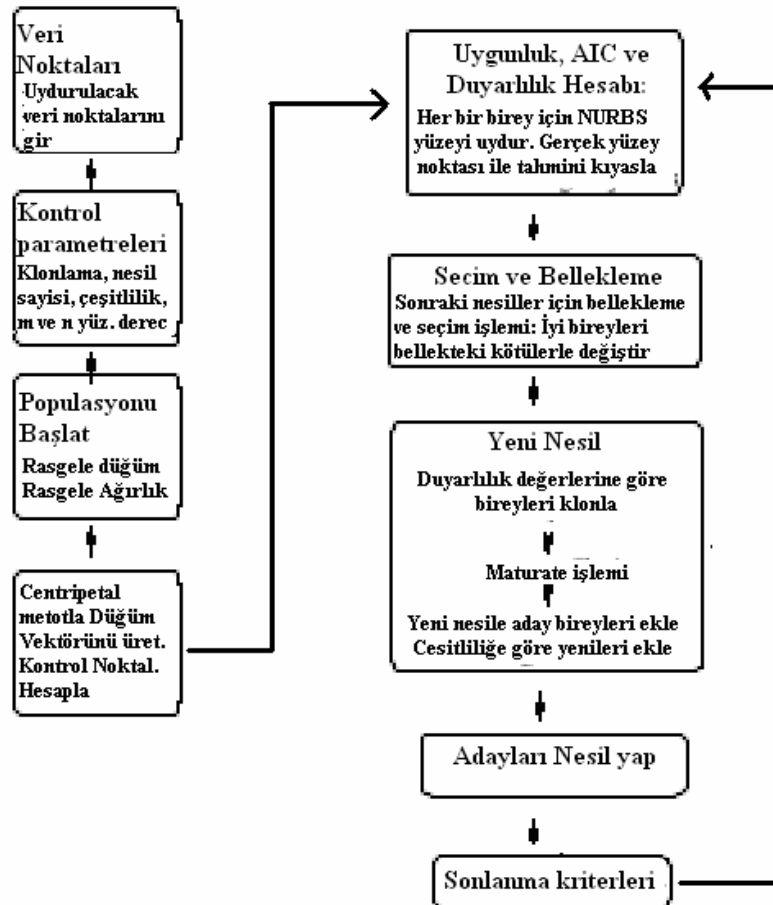
Ağırlıklar için kromozomların inşasında 0'lar ve 1'lerin yerine sayılar içeren meshler oluşturulmuştur. Şekil 4.40 de NURBS ağırlıkları için oluşturulmuş bir Antikor gösterilmektedir. Birinci adımda düğüm olarak seçilmemiş veri noktaları için ağırlık antikorunda karşılık gelen yerlerine 0 yazılmaktadır.

Yapay bağışıklık sistemi ile NURBS yüzey tahmini için iki aşamalı bir yaklaşım benimsenmiştir. Birinci aşamada antikorlar olarak düğümlerin yerleşimleri Şekil 4.27 deki gibi ele alınarak düğümlerin sayıları ve yerleşimleri 4.2.2 başlığında ele alındığı gibi 2.1 başlığındaki (i)-(iii) adımlarını sağlayarak gerçekleştirilmiştir. İteratif tarzda işlemler gerçekleştirilmiş ve belli bir hata toleransı sağlanıncaya kadar adımlar tekrarlanmıştır (bu aşamanın detayları için ilgili başlıklara bakınız). Düğümlerin elde edilmesinden sonra (iv) adımı ile NURBS yüzey kontrol noktaları hesaplanmıştır. İkinci aşamada kontrol noktalarına uygun gelen NURBS ağırlıkları hesaplanmıştır. Bu defa antikorlar olarak Şekil 4.40 daki molekül vektörü benimsenmiştir. (v)-(vii) adımları yapay bağışıklık sistemi ile iteratif tarzda tekrarlanmıştır. Optimal çözüme yaklaşıncaya kadar adımlar tekrarlanmış, NURBS yüzey üretilerek hatalar elde edilmiş ve yeni ağırlık değerleri ile yüzey modifiye edilerek yakınsama sağlanmıştır. NURBS eğrileri ile veri uydurumunda ağırlık optimizasyonu algoritmasına benzer şekilde, NURBS yüzeyleri ile veri

uydurumundaki ağırlık optimizasyonu algoritmasının akış şeması Şekil 4.41 de gösterilmiştir.

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 23 | 45 | 24 | 0  | 90 |
| 34 | 0  | 78 | 23 | 12 |
| 87 | 65 | 0  | 54 | 21 |
| 0  | 63 | 92 | 81 | 49 |

Şekil 4.40. NURBS ağırlıklarını temsil eden bir Antikor.



Şekil 4.41. YBS ile NURBS yüzey ağırlıklarının ve düğüm vektörlerinin optimizasyonu.

Çalışmada antijen ve antikor arasındaki etkileşimlerde maksimum etkileşim için minimum uzaklık teoremi kullanılmıştır. Antijen-antikor hücre etkileşimlerinin derecelerinin belirlenmesi için ölçüt olarak Denklem (56) daki Öklit uzaklık ölçütü kullanılır. Antikorların antijenlere yanıt üretebilmeleri için onları tanımaları gerekmektedir. Tanıma işlemi için AIC kullanılmıştır (Denklemler (57), (58) ve (61)). YBS, belli bir iterasyon sayısınca çalıştırıldıktan sonra Antijene karşı en yüksek duyarlılığa sahip antikor çözüm olarak seçilir. NURBS yüzey tahmini için hem düğüm hemde ağırlık optimizasyonunu ardıl bir biçimde içeren klonal seçim algoritmasının detayları aşağıda verilmiştir.

1. Uydurulacak veri noktalarını gir ( $N_x \times N_y$  grid şeklinde)
2. Kontrol parametrelerini gir
3. Başlangıç antikor popülasyonunu rasgele moleküllerle oluştur.
4. Düğümlerin optimizasyonunu B-spline yüzey uydurma algoritması ile gerçekleştir.
5. Antikorları NURBS ağırlıkları olarak oluştur ve başlangıç antikor popülasyonunu grid şeklinde rasgele moleküllerle üret.
6. Popülasyon ilk defa oluşturuluyorsa iki boyutlu hafıza (Ağırlık\_Memory) dizisini oluştur ve tüm antikorları Ağırlık\_Memory içinde sakla.
7. Aksi takdirde antikor popülasyonu ile Ağırlık\_Memory hücrelerini güncelle ve Ağırlık\_Memory'i geliştir.
8. Her bir Antikor için B-spline'ı denklem (22) ile hesapla ve Denklem (51) ile verilen veriye uydur. Sonra kalanların karelerinin toplamını ( $Q_2$ )nı hesapla (denklem (28)).
9. Popülasyondaki her bir antikoron AIC değerini (denklem (59) ve popülasyonun ortalama AIC değerini (denklem (58)) hesapla.
10. Her bir antikor için duyarlılığı hesapla (denklem (57)).
11. Duyarlılığa ve aranan antijene göre popülasyondaki her antikoron etkileşimlerine (Öklit uzaklığı denklem (56)) göre en iyi antikorları seç (toplamda K-Cesitlilik kadar klon).

$$\begin{aligned}
g_1(x, y) &= 0.75 \exp \left[ -\frac{(9x-2)^2 + (9y-2)^2}{4} \right] \\
&\quad + 0.75 \exp \left[ -\frac{(9x+1)^2}{49} - \frac{9y+1}{10} \right] \\
&\quad + 0.5 \exp \left[ -\frac{(9x-7)^2 + (9y-3)^2}{4} \right] \\
&\quad - 0.2 \exp \left[ -(9x-4)^2 - (9y-1)^2 \right] \\
g_2(x, y) &= (\tanh(9-9x-9y) + 1)/9 \\
g_3(x, y) &= (1.25 + \cos(5.4y))/(6 + 6(3x-1)^2) \\
g_4(x, y) &= \exp \left[ -\frac{81}{4}((x-0.5)^2 + (y-0.5)^2) \right] / 3 \\
g_5(x, y) &= \sqrt{64 - 81((x-0.5)^2 + (y-0.5)^2)} / 9 - 0.5
\end{aligned}$$

Şekil 4.42. YBS ile NURBS yüzey ağırlıklarının ve düğüm vektörlerinin optimizasyonu için kullanılan test fonksiyonları.

12. Klonların duyarlılık değerleriyle orantılı şekilde molekül değişimini şekline olgunlaşan antikör popülasyonunu üret (Ağırlık\_Memory kullanılarak veya rasgele Antikör molekülüleri değiştirilerek).
13. Mutasyon oranına göre mutasyonu gerçekleştir
14. Çeşitlilik oranına göre yeni antikörler üret.
15. İterasyon sınırına ulaşılmadı veya antijen tamamen tanınmadıysa Adım 7'ye git.
16. İterasyon sonunda en iyi çözüm olarak Ağırlık\_Memory'nin en iyi ankironu döndür.

**Deneysel Sonuçlar:** Geliştirilen YBS temelli NURBS yüzey tahmini algoritmasını değerlendirmek için Şekil 4.42 deki beş adet çift değişkenli fonksiyonlar kullanılmıştır. YBS mimarisinde hafıza içeriğinde duyarlılığı en fazla olan antikörler saklandığı için sonuçlarda her nesil için hafızanın en iyi duyarlığa sahip antikoru verilmiştir. NURBS yüzey order'larının kullanıcı tarafından girilebilme esnekliğine geliştirilen program sahiptir. Özellikle NURBS'ün tanımlanmasında ağırlıkların ve düğümlerin hem bağımsız bir tarzda hemde tümleşik

Çizelge 4.19. Farklı MxN için Yüzey I-Yüzey IV'den 400 eğitim noktası için YBS metodu ile birbirinden bağımsız ağırlık ve düğüm optimizasyonlarının RMS değerleri.

| Yüzey I ( $\times 10^{-2}$ )<br>M x N = 7 x 7 |        |       | Yüzey II ( $\times 10^{-2}$ )<br>M x N = 8 x 8 |         |       | Yüzey III ( $\times 10^{-2}$ )<br>M x N = 9 x 9 |        |       | Yüzey IV ( $\times 10^{-2}$ )<br>M x N = 10 x 10 |        |       |
|-----------------------------------------------|--------|-------|------------------------------------------------|---------|-------|-------------------------------------------------|--------|-------|--------------------------------------------------|--------|-------|
| En iyi (RMS)                                  |        |       | En iyi (RMS)                                   |         |       | En iyi (RMS)                                    |        |       | En iyi (RMS)                                     |        |       |
|                                               | Weight | Knots |                                                | Weights | Knots |                                                 | Weight | Knots |                                                  | Weight | Knots |
| İnitial                                       | 48     | 56    | İnitial                                        | 78      | 97    | İnitial                                         | 83     | 102   | İnitial                                          | 81     | 85    |
| 10                                            | 47     | 52    | 10                                             | 70      | 85    | 10                                              | 78     | 95    | 10                                               | 74     | 80    |
| 25                                            | 45     | 49    | 25                                             | 63      | 84    | 25                                              | 74     | 87    | 25                                               | 70     | 76    |
| 50                                            | 42     | 47    | 50                                             | 58      | 78    | 50                                              | 69     | 79    | 50                                               | 66     | 74    |
| 100                                           | 41     | 45    | 100                                            | 54      | 72    | 100                                             | 63     | 78    | 100                                              | 62     | 72    |
| 200                                           | 41     | 39    | 200                                            | 46      | 64    | 200                                             | 61     | 70    | 200                                              | 52     | 61    |
| 300                                           | 39     | 36    | 300                                            | 41      | 58    | 300                                             | 58     | 67    | 300                                              | 49     | 58    |
| 400                                           | 34     | 33    | 400                                            | 40      | 49    | 400                                             | 55     | 53    | 400                                              | 43     | 45    |
| 500                                           | 32     | 30    | 500                                            | 38      | 36    | 500                                             | 52     | 49    | 500                                              | 40     | 35    |

biçimde optimize edildikten sonraki deneysel sonuçların ele alındığı detaylı bir çalışma yapılmıştır.

Modelin kalitesini test etmek için yukarıdaki gibi tanımlanan beş yüzeyden 400 (20x20) eğitim verisi noktası için ve 5 den 10 a kadar M ve N için etkin değer (RMS) hataları hesaplanmıştır. Başlangıç popülasyonu 500 nesile kadar beslenmiştir. Nesiller arttıkça uygunlukta artmaktadır (hata azalmaktadır). Tahmin edilen yüzeylerin eğimi sonraki nesillerde hâla yakınsama olasılığının olduğunu göstermektedir. Kullanılan parametre kümesi Çizelge 4.13 ile aynıdır. Ağırlıkların ve düğümlerin bağımsız bir tarzda ele alındığı deneylerde YBS algoritmasında hafıza popülasyonundaki antikorlara dayanarak modellenen yüzey ve nokta bulutu arasındaki etkin değer (RMS) hataları dört test fonksiyonu (Yüzey I - Yüzey IV) için Çizelge 4.19'da verilmiştir.

Şekil 4.42 de tanımlanmış tüm yüzeyler için analizler yerine getirilmiştir. MxN mesh'i Yüzey II – Yüzey IV için rasgele belirlenmiştir. Çizelge 4.19'da gösterilen Yüzey II de M ve N için düğüm optimizasyonu ile seçim MxN=8x8'e uymaktadır. Bu seçim için RMS hataları 0.3870 ve 0.3616 dir. Benzer şekilde sırasıyla Yüzey III, ve IV de M ve N için seçimler düğüm optimizasyonu için

Çizelge 4.20. M ve N'nin farklı değerleri için Yüzey V'den 400 eğitim noktası için YBS kullanılarak ağırlık ve düğüm optimizasyonunun RMS değerleri.

| M  | N (YBS düğüm optimizasyonu)    |       |       |       |       |       |
|----|--------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|    | 5                              | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
| 5  | 28.65                          | 28.01 | 27.94 | 27.04 | 27.30 | 27.89 |
| 6  | 28.92                          | 28.49 | 28.38 | 27.81 | 27.18 | 27.65 |
| 7  | 27.35                          | 27.43 | 27.44 | 27.14 | 26.28 | 26.26 |
| 8  | 27.48                          | 26.84 | 26.45 | 26.56 | 26.65 | 26.17 |
| 9  | 27.72                          | 27.88 | 26.92 | 26.89 | 26.77 | 26.51 |
| 10 | 28.66                          | 26.72 | 27.13 | 26.75 | 26.90 | 26.31 |
| M  | N ( YBS ağırlık optimizasyonu) |       |       |       |       |       |
|    | 5                              | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
| 5  | 28.81                          | 28.57 | 28.01 | 27.36 | 27.47 | 28.18 |
| 6  | 29.09                          | 28.67 | 28.48 | 27.93 | 27.57 | 27.89 |
| 7  | 27.53                          | 27.81 | 27.68 | 27.39 | 26.71 | 26.41 |
| 8  | 27.65                          | 26.89 | 26.71 | 26.69 | 26.79 | 26.48 |
| 9  | 27.81                          | 27.97 | 27.21 | 27.31 | 26.94 | 25.79 |
| 10 | 28.92                          | 26.76 | 27.41 | 27.01 | 27.19 | 26.89 |

sırasıyla  $M \times N = 9 \times 9$ , ve  $M \times N = 10 \times 10$ 'a uymaktadır. Bu seçimler için RMS hataları sırasıyla 0.5271, 0.4924 ve 0.4071, 0.3552 dir.

Çizelge 4.20, Yüzey V'e işaret etmektedir. Burada 400 (20x20) eğitim verisi noktası için ve 5 dan 10 a kadar olan bazı M ve N değerleri için etkin değer (RMS) hataları hesaplanmıştır. Okuyucunun değerlendirebileceği gibi (tabii ki M ve N değerlerine bağlı olan) hatalar yaklaşımın makul olduğunu göstermektedir ve en iyi seçenek (Çizelge 4.20'de italik olarak gösterildiği gibi) düğüm optimizasyonunda  $M \times N = 8 \times 10$  'a ve ağırlık optimizasyonunda  $M \times N = 9 \times 10$ 'ne uyar. Bu durumda RMS hatası 0.02617 ve 0.2579 dir.

Önerilen algorithmada iki optimizasyon birleştirilmiştir. Bu, daha iyi eğri tahmini elde etmek için eş zamanlı olarak ağırlıklar ve düğümler optimize edilerek yapılabilir. Çalışmamızda basit bir birleştirilmiş yaklaşım düşünülmüştür: önce düğümler rasgele tahmin edilmiş ve sonra bulunan düğümleri kullanarak kontrol

noktalarına karşılık gelen ağırlıklar optimize edilmiştir. Çizelge 4.13 deki parametre kümesi aynen kullanılmıştır. Optimizasyon parametreleri olarak düğümler ve ağırlıkların bu yolu, birbirinden bağımsız olarak optimize edilen metotlarla kıyaslandığında iyileştirilmiş bir uydurma doğruluğuna ulaşmada yardımcı olmaktadır. Ölçüm noktaları ile uydurulan eğri arasındaki hata (yada maliyet) fonksiyonu ayrı ayrı düğüm ve ağırlık optimizasyonunda kullanılan fonksiyon şeklinde önceki deneylerimizle aynı alınır. Ağırlık vektörü başlangıçta 1'lerle oluşturulur ve başlangıç düğüm vektörü çözümü uniform bir düğüm vektörüdür. Yüzey ve nokta bulutu arasındaki etkin değer (RMS) hataları dört test fonksiyonu (Yüzey I - Yüzey IV) için Çizelge 4.21' de verilmiştir. 400 (20x20) eğitim verisi noktası için ve 5 dan 10 a kadar olan bazı M ve N değerlerine göre yüzey V için hesaplanan etkin değer (RMS) hataları Çizelge 4.22 dedir.

Yüzey V için; önerilen algoritma tümleşik düğüm ve ağırlık optimizasyonu için yakınsama hızlarına görede gösterilmiştir. Antikorların ortalama uygunluk değerleri ve yakınsama grafikleri elde edilmiştir. Bu değerlerin ve grafiklerin tamamı hazırlanmakta olan bir makalede detaylıca sunulacaktır. 500 nesil sonra tahmini NURBS yüzeyler de üretilmiştir.

Yüzey uydurma problemlerinde, bir NURBS'ü başarıyla kullanmak için anahtar nokta iyi düğümlerin tanımlanması, parametrizasyon metodu seçimi, NURBS ağırlıklarının ve kontrol noktaların belirlenmesi olduğu bilinir. Sezgisel (herüistik) tekniklere dayanan ve yapay zeka tekniklerinden esinlenilen algoritmalar akla yatkın maliyetle optimal parametrelerin bulunmasında bir yaklaşım sağlayabilmektedirler. Tezin bu kısmında, optimal eğri ve yüzey modeline verimli bir şekilde ulaşabilmek için 3B veri için NURBS modelinin ağırlıklarının ve düğümlerinin optimizasyonunda iki adımlı bir Yapay Bağımsızlık Sistemi (YBS) kullanılmıştır. Antikorlar olarak birinci aşamada düğüm yerleşim adayları ikinci aşamada NURBS ağırlıkları ele alınarak bireyler oluşturulmuş ve Ülker ve İşler (2007) deki gibi sürekli problem ayrık bir problem içinde çözülmüştür. Akaike'nin Bilgi Kriteri (AIC) kullanılarak duyarlılık ölçütü (uygunluk kriteri) tanımlanmıştır. Akaike'nin Bilgi Kriteri (AIC) kullanılarak önce düğümlerin yerleşimleri ve sayıları eş zamanlı ve otomatik tanımlanarak optimize edilmiştir. Sonra düğüm vektöründen

Çizelge 4.21. Farklı MxN için Yüzey I-Yüzey IV'den 400 eğitim noktası için YBS metodu ile tümleşik ağırlık ve düğüm optimizasyonlarının RMS değerleri.

| Hem ağırlık hemde düğüm optimizasyonunun ardıl işletilmesi ile elde edilen en iyi R.M.S. değerleri |                              |                               |                                |                               |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
|                                                                                                    | Yüzey I ( $\times 10^{-2}$ ) | Yüzey II ( $\times 10^{-2}$ ) | Yüzey III ( $\times 10^{-2}$ ) | Yüzey IV ( $\times 10^{-2}$ ) |
| M x N                                                                                              | 7 x 7                        | 8 x 8                         | 9 x 9                          | 10 x 10                       |
| Başlangıç                                                                                          | 56                           | 98                            | 106                            | 88                            |
| 10                                                                                                 | 54                           | 84                            | 92                             | 80                            |
| 25                                                                                                 | 49                           | 80                            | 86                             | 72                            |
| 50                                                                                                 | 47                           | 71                            | 79                             | 69                            |
| 100                                                                                                | 46                           | 68                            | 75                             | 65                            |
| 200                                                                                                | 42                           | 60                            | 66                             | 60                            |
| 300                                                                                                | 38                           | 57                            | 59                             | 56                            |
| 400                                                                                                | 36                           | 44                            | 50                             | 44                            |
| 500                                                                                                | 25                           | 33                            | 42                             | 33                            |

Çizelge 4.22. M ve N'nin farklı değerleri için Yüzey V'den 400 eğitim noktası için YBS kullanılarak tümleşik ağırlık ve düğüm optimizasyonunun RMS değerleri.

| M  | N     |       |       |       |       |       |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|    | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
| 5  | 28.03 | 27.61 | 27.36 | 26.79 | 27.01 | 27.78 |
| 6  | 28.62 | 28.25 | 28.17 | 27.27 | 27.02 | 27.27 |
| 7  | 27.11 | 27.40 | 27.39 | 27.10 | 26.18 | 26.06 |
| 8  | 27.06 | 26.74 | 26.12 | 26.21 | 26.39 | 25.95 |
| 9  | 27.52 | 27.69 | 26.73 | 26.69 | 26.49 | 25.34 |
| 10 | 28.29 | 26.61 | 26.88 | 26.25 | 26.49 | 25.21 |

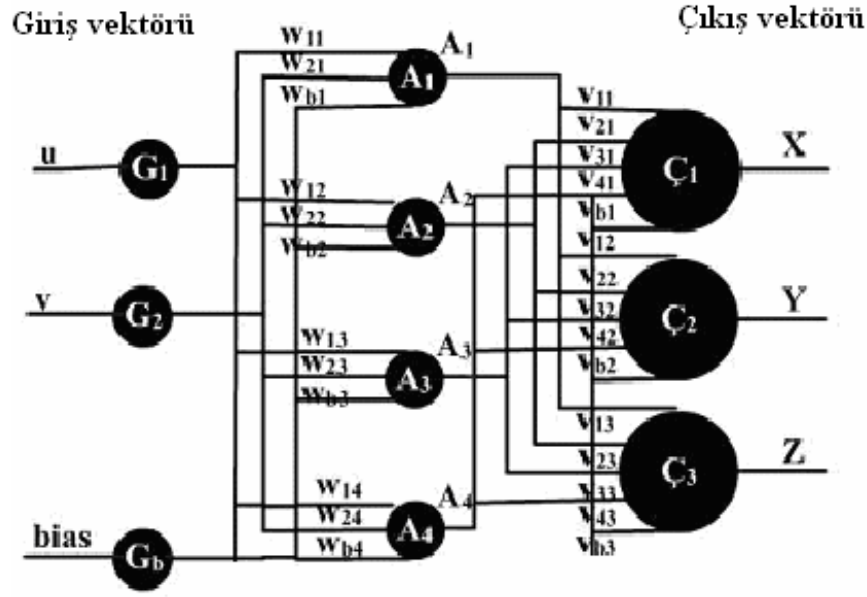
kontrol noktaları hesaplanarak NURBS ağırlıkları yine AIC kullanılarak optimize edilmiştir.

NURBS yüzey tahmininde uygun yakınsamayı garanti altına almak için iterasyondaki her bir tahmini NURBS yüzeyin üzerinde üç temel gereksinim vardır: (1) tahmini yüzey şekli, hedef yüzeyin şeklini yaklaşık olarak tutmalıdır; (2) tahmini yüzeyin kontrol noktaları uygun bir şekilde dağıtılmalı yada düğüm noktaları uygun şekilde belirlenmelidir. (3) NURBS'ün ağırlıkları uygun şekilde ayarlanmalıdır. Tezin bu ayağında sunulan tekniğin ikinci ve üçüncü gereksinimi hafifletmede yardımcılığı ispatlanmıştır.

#### **4.4. Düğüm Ara Değerlerinin Bulunması Üzerine bir Çalışma**

##### **4.4.1. NURBS yüzey ara değerlerinin yapay sinir ağı ile hesabı**

Yapay zeka tekniklerinin Bilgisayar destekli tasarım ve üretim (CAD/CAM) alanında yüzey üretiminde (modellemesinde) kullanılabilirliğini araştırmak üzere yapılan çalışma kapsamı içinde “Para metrik NURBS yüzey ara koordinatlarının bulunmasında bir yapay sinir ağı yaklaşımı” adlı bir çalışma gerçekleştirilmiştir (Ülker ve Arslan 2006a). Para metrik NURBS yüzeylerin üç boyutlu koordinat değerleri iki boyutlu  $u$  ve  $v$  parametrelerinden elde edilmektedir. Yüzeyin oluşturulmasında kullanılan genel yaklaşım  $u$  ve  $v$  değerlerine sabit artışların verilerek modelin üretilmesidir. Parametrelere verilen sabit artışlara karşın üç boyutlu koordinatlar aynı oranda değişmemektedir ve yüzeyin görünüşünde istenmeyen büyüklükte kırıklıklara sebep olmaktadır. Çalışmada NURBS yüzeyin modellenmesi için bir yapay sinir ağı metodu sunulmuştur. Serbest şekilli NURBS yüzeyler ve farklı yamalarla çeşitli üç boyutlu nesne modelleri, sabit aralıklarda değişen parametrelere göre elde edilen koordinatlara dayanarak ağı eğitme şeklinde tasarlanan bu metot kullanılarak üretilebilir. Deneysel sonuçlar modellenen yüzeyin görüntülenmesinde metodun alternatif bir simülasyon aracı olarak kullanılabileceğini göstermiştir.



Şekil 4.43. Tasarlanan YSA modeli.

Tanımlanmış olan sinir ağının yapısı Şekil 4.43 de gösterilmiştir. Ağ iki katmanda yapılandırılmıştır. İlk katman 2 nörona ( $G_1, G_2$ ) sahiptir. İkinci katman 3 nörona ( $C_1, C_2, C_3$ ) sahiptir. İkinci katman bir şekil üretici şeklinde iken ilk katmanın fonksiyonu bir anahtar nokta dağıtıcısı şeklindedir. Ağın girişi bias girişi 1 olan 3-boyutlu bir  $X=(u,v,bias)$  vektörüdür ve ağın çıkışı 3 boyutlu bir  $Y=(x,y,z)$  vektörüdür. İlk katmanın her bir siniri ile her bir giriş birbirine bire bir bağlı iken ilk katman ve ikinci katman tamamen birbirine bağlıdır. İlk katmanın  $m$ -inci girişi ve  $n$ -inci siniri arasında bağlantı kuvveti  $w_{mn}$  ağırlığı ile gösterilmiştir.  $W$  ağırlık matrisi  $m \times n$  ağırlık matrisinden oluşur. Benzer şekilde, ilk katmanın  $n$ -inci çıkışı ve ikinci katman üzerindeki  $p$ -inci sinir arasındaki bağlantı kuvveti  $v_{np}$  ile gösterilir,  $V$  ağırlık matrisi  $n \times p$  liktir. Tasarlanan ağda  $m=3$ ,  $n=4$  ve  $p=3$  dür.

Yapay sinir ağları, insan beyni gibi bir öğrenme sürecine ihtiyaç duymaktadır. Tasarlanan YSA sürecinde  $u$  ve  $v$  artışlarına göre  $x$ ,  $y$  ve  $z$  yüzey koordinat değerleri (22) denklemi ile hesaplanıp dosyaya kaydedilmekte ve bu  $(u,v)$  değerlerine karşılık gelen  $X,Y,Z$  NURBS yüzey koordinatı) verilere göre nöronlar arasındaki bağlantıyı sağlayan ağırlıklar kullanılarak genelleştirme yapılmaktadır.

İstenilen çıkışı elde etmek için öğrenme sürecinde öğrenme algoritmalarından geri yayılım öğrenme algoritması (GYA) kullanılmaktadır.

GYA çok katmanlı ağların eğitiminde kullanılan bir denetimli öğrenme algoritmasıdır. Çok katmanlı sinir ağları girdi ve çıktı katmanına ilaveten bir veya daha fazla gizli katmandan oluşur. Katmanlardaki nöronlar arasında ve bir katmandan önceki katmana geriye doğru bağlantı yoktur. GYA bu tür ağlarda yaygın olarak kullanılan bir öğrenme algoritması olmasına rağmen daha çok geriye yayılma sinir ağları olarak tanınmıştır.

Çalışmada özellikle çok katmanlı ağların eğitiminde genelleştirilmiş delta kuralı kullanılmıştır. Herhangi bir  $k$ -ıncı girdi-çıkış örneği için  $j$ -inci girdi ile  $i$ -inci nöron arasındaki ağırlık değişimi;

$$\Delta w_{i,j}^k = \alpha (T_i^k - O_i^k) x_j^k \quad (62)$$

ile ifade edilir. Burada  $T_i^k$  istenen hedef çıktı,  $O_i^k$  gerçek çıktı,  $\alpha$  öğrenme oranı ve  $x_j^k$  ise  $j$ -inci ağ girdisidir. Herhangi bir  $k$ -ıncı tabakadaki örnek çifti için toplam hata ve ortalama hata fonksiyonu

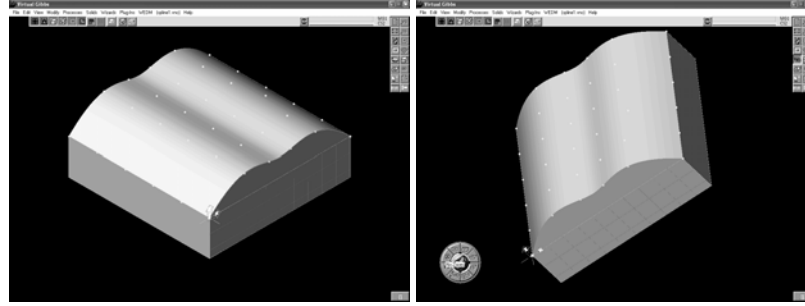
$$E = \frac{1}{2} \sum_k (T_k - O_k)^2 \quad (63)$$

$$E = \frac{1}{2P} \sum_p \sum_j (T_j - O_j)^2$$

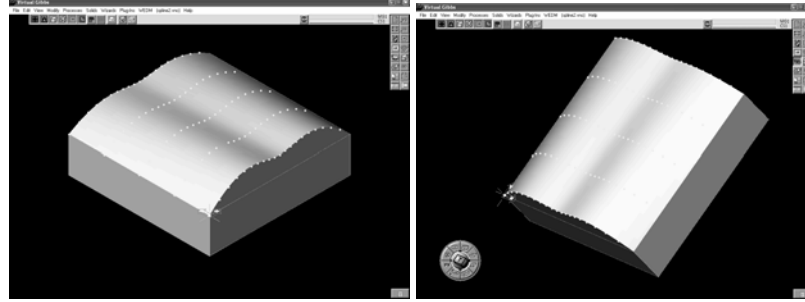
olarak tanımlanır. Burada,  $T_k$  istenen hedef çıktı,  $O_k$  ise hesaplanan çıktı,  $P$  ise eğitim setinde bulunan girdi-çıkış çiftlerinin toplam sayısıdır. Ağırlıklandırılmış girdi toplamı ile hesaplanmış net girdiyi alarak, işlem elemanlarının çıktısını belirleyen ve türevlenebilir olması tercih sebebi olan bir fonksiyon olan eşik fonksiyonu kullanılır. Eşik fonksiyonları çeşidi çok olmasına rağmen GYA 'nda daha çok *sigmoid* fonksiyonu kullanılmakta olduğundan çalışmada da bu fonksiyon kullanılmıştır.

$$\Delta w_{i,j}(t+1) = \alpha \delta_i^k O_j^k + \beta \Delta w_{ij} \quad (64)$$

Burada  $\beta$  momentum terimi,  $\delta_i^k$  eğitim setindeki  $k$ -ıncı örnek çifti için  $i$ -inci nöronun hata değeridir ve kullanılan eşik fonksiyonunun türevini içeren bir terimdir. Ağırlıklandırılmış girdi toplamı ile hesaplanmış net girdiyi alarak, işlem elemanlarının çıktısını belirleyen ve türevlenebilir olması tercih sebebi olan bir fonksiyon olan eşik fonksiyonu kullanılır. Eşik fonksiyonları çeşidi çok olmasına rağmen GYA 'nda daha çok *sigmoid* fonksiyonu kullanılmakta olduğundan çalışmada da bu fonksiyon kullanılmıştır.



(a) Solid Works yazılımı ile üretilen iki test yüzeyi.



(b) Test yüzeylerinin YSA parametrisasyon çıktısı

Şekil 4. 44. İki farklı test yüzeyi.

Çizelge 4.23. SolidWorks 2004 ile üretilen Yüzey koordinatları ile YSA'nın ürettiği koordinat değerleri.

| u   | v   | Solid Works Çıktısı |     |    | YSA Çıktısı |     |    |
|-----|-----|---------------------|-----|----|-------------|-----|----|
|     |     | X                   | Y   | Z  | X           | Y   | Z  |
| 0   | 0.2 | 0                   | 40  | 0  | 2           | 42  | 11 |
| 0   | 0.8 | 0                   | 160 | 0  | 10          | 167 | 9  |
| 0.2 | 0.8 | 49                  | 160 | 30 | 34          | 125 | 24 |
| 0.4 | 0.2 | 84                  | 40  | 27 | 77          | 30  | 20 |
| 0.6 | 0   | 115                 | 0   | 27 | 110         | 9   | 27 |
| 0.6 | 0.2 | 115                 | 40  | 27 | 111         | 20  | 27 |
| 0.8 | 0.8 | 163                 | 141 | 30 | 150         | 160 | 30 |
| 1   | 0.6 | 200                 | 120 | 0  | 199         | 170 | 0  |
| 1   | 0.9 | 200                 | 190 | 0  | 200         | 197 | 0  |

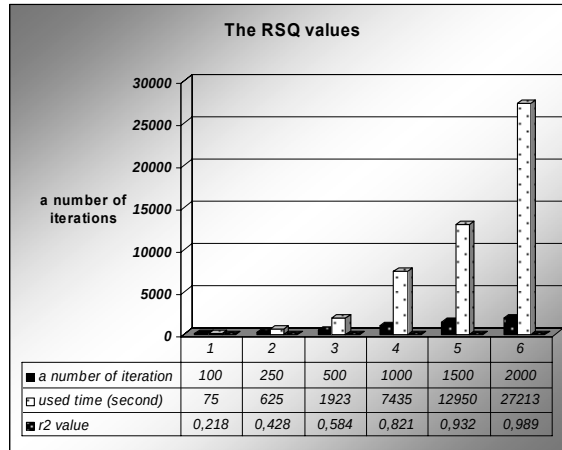
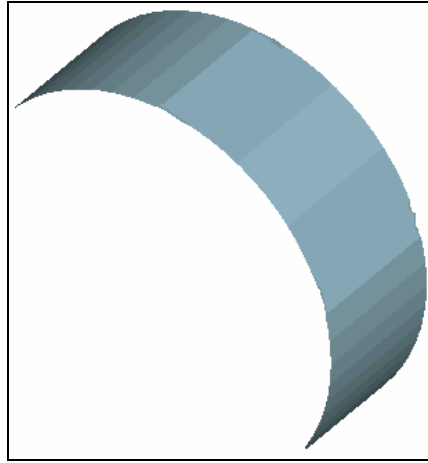
**Deneysel sonuçlar:** NURBS yüzeyi ile çalışmanın sonuçlarını test etmek için ticari SolidWorks 2004 programı ile üretilmiş Şekil 4.44 de gösterilen iki farklı

yüzey ele alınmıştır. Bu yüzeyler üretilirken  $u$  ve  $v$  artışlarına 0.2 artışları verilerek yüzey üzerindeki koordinatlar  $(S(u,v))$  elde edilmiştir. Bu değerlere göre ağ eğitildikten sonra ağırlık değerleri GYA ile hesaplanmıştır. Aynı yüzeyler için daha sonra 0.1'in katları şeklinde  $u$  ve  $v$  değerleri verilerek yüzey koordinatları üretilmiştir. Yüzeyin para metrik denklemi ile bu artışlara göre elde edilen gerçek koordinatları ile önerilen metodun üretmiş olduğu koordinat değerleri kıyaslanmıştır ve bu yüzeylerden birisi için kıyaslama sonuçlarının bir kısmı Çizelge 4.23 de verilmiştir.

İkinci bir örnek olarak daha basit bir yüzey seçilmiştir. Şekil 4.45.a da gösterilen bu test yüzeyi için YSA eğitimindeki iterasyon sayıları, hesaplama zamanı ve  $r^2$  hata değerleri arasındaki grafiksel ilişki Şekil 4.45.b de verilmiştir.

Deneyler modelin esnek olduğunu ve arzulanan farklı yüzey geometrisini verme kabiliyetinde olduğunu göstermiştir. Model üretme zamanı göz önüne alındığında, ağırlık bir defa eğitilmesinden sonra bu yaklaşım yaygın kullanılan sabit  $u$  ve  $v$  artışı prensibine sahip algoritmalarından daha hızlı sonuç vermektedir.

Üç boyutlu NURBS yüzeyin ara koordinatlarını elde etmek için bir yapay sinir ağı yaklaşımı parametrik düğüm parametrizasyonuna yapay zeka yaklaşımı olarak tezin bu kısmında tanımlanmıştır. Üzerinde cepler bulundurmeyen serbest şekilli NURBS yüzeyler ve farklı yamalardan oluşan çeşitli üç boyutlu NURBS modelleri, sabit aralıklarda değişen parametrelere göre elde edilen koordinatlara dayanarak ağ eğitme şeklinde tasarlanan bu metod kullanılarak üretilebilir. Deneysel sonuçlar modellenen yüzeyin görüntülenmesinde metodun alternatif bir simülasyon aracı olarak kullanılabileceğini de göstermiştir. İleri ki olası çalışmalarda diğer yapay zeka teknikleri ile de böylesi yüzeylerin ara değerleri elde edilerek bir kıyaslama yapılabilir. Mevcut yapay sinir ağı metodu yerine amaca uygun başka bir sinir ağı metodu da kullanılabilir.



Şekil 4.45. (a) NURBS olarak kaydedilmiş basit bir test yüzeyi (b) Test yüzeyi için iterasyon sayıları, hesaplama zamanı ve  $r^2$  hata değerleri arasındaki grafiksel ilişki (Ülker ve Arslan 2006a).

## 5. TARTIŞMA

Tez çalışmasında diğerlerine göre en basit parametrik temsil olan Bezier ile başlanarak daha zor olan B-spline'a genişleme sağlanmıştır ve nihayetinde en çok kabul görmüş parametrik temsil olan ve inşası da en zor olan NURBS'e ulaşılmıştır. Temelde NURBS (olmak üzere diğer Bezier ve B-spline temsilleri içeren) yüzey tahmininde uygun yakınsamayı garanti altına almak için iterasyondaki her bir tahmini NURBS (veya Bezier ve B-spline) yüzeyin üzerinde üç temel gereksinim vardır: (1) tahmini yüzey şekli, hedef yüzeyin şeklini yaklaşık olarak tutmalıdır; (2) tahmini yüzeyin kontrol noktaları uygun bir şekilde dağıtılmalı yada düğüm noktaları uygun şekilde belirlenmelidir. (3) NURBS'ün ağırlıkları uygun şekilde ayarlanmalıdır. Bu tezde sunulan tekniklerin ikinci ve üçüncü gereksinimi hafifletmede yardımcılığı ispatlanmıştır. Bununla birlikte, birinci gereksinim tezde önerilen metotların uygulanması için hâla gereklidir. Çünkü önerilen metotlarda belirli bir tolerans dahilinde tahmin hatası kabul edilmektedir. İteratif bir metot olması sebebiyle üretilecek nesil sayısının fazla tutulması bu hatayı minimize etmeye yardımcı olacaktır ama bu hesaplama zamanının uzaması anlamına gelmektedir.

Çok amaçlı optimizasyondan meydana gelen tasarım esnekliği ile birleştirilen yapay zeka algoritmalarının gücü, adaptifliği, dağıtıklığı, güçlü örüntü tanıma yeteneği ve verimliliğinden dolayı bu tezde önerilen yaklaşımlar umut verici görünmektedir. NURBS modelin hem ağırlıklarının hemde düğümlerinin eş zamanlı olarak optimize edilmesi, eğrilerin maksimal bağımsızlık derecelerini kullanır ve böylece yüksek kaliteli sonuçlar bulunabilir. Genelde veri uydurma probleminde global optimumu bulmak zor olduğundan (çok sayıda lokal optima ile sürekli nonlinear ve çok değişkenli optimizasyon problemi olduğu için), bu zorluğun üstesinden gelmek için tezde orjinal problem ayrık kombinasyonel optimizasyon problemine çevrilmiş ve çevrilmiş problemi yapay zeka teknikleri ile çözen bir strateji kullanılmıştır. Algoritmalar en iyi uydurmayı yada optimal düğümleri, ağırlıkları ve kontrol noktalarını tanımlayabildiği için bu yüzden en güçlü parametrik yüzey temsil aracı olan NURBS'ün tüm gücü kullanılabilir. Uygunluk fonksiyonu olarak geleneksel bilgi kazanım metotlarını (örneğin AIC) kullandığından modelin basitliği ile veriye modelin sadakati dengelenebilir ve aday modeller arasından en iyi model otomatik olarak seçilebilir. Düzgünlük faktörü ve düğümlerin iyi seçilmiş

başlangıç yerleri gibi herhangi bir subjektif parametreye gereksinim duyulmaz. Bu yaklaşımın büyük potansiyeli tezde gösterilmiştir. Verilen bir 3 boyutlu veri noktaları kümesi için bu veri noktalarına en uygun NURBS yüzeyin derecesini ve düğüm noktalarını seçmemizde ve NURBS ağırlıklarının atanmasında genetik algoritma ve yapay bağışıklık sistemi, parametrizasyon işleminde yapay sinir ağı ve kontrol noktalarının tahmininde de bulanık mantık tasarımcılara yardımcı olmaktadır. Öğrenme işleminin verimliliği ve gücü deneylerimizle ispatlanmıştır. Veri noktaları herhangi bir yüzey türünden alınabilir ve tahmin edilen yüzey herhangi bir keyfi bernstein yada basis fonksiyonları ailesine göre yazılabilir. Bu genelliğinden dolayı tezde önerilen ve geliştirilen yaklaşımların yüzey modellemede uğraşılacak problemlerin çoğuna uygulanabilen yapay zeka sistemleri olarak umut verici bir yeni araştırma çizgisini açmakta olduğu söylenebilir. Ama hâlen genetik algoritma, yapay sinir ağları, yapay bağışıklık sistemleri gibi iteratif metotlar yakın gelecekte etkileşimli yüzey tasarım programlarına uygun olmayacaktır. Zamanla işlemci hızlarındaki artışların süreceği de düşünüldüğünde tasarım programlarına girmesi kaçınılmaz olacaktır ve beklenmektedir.

## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

### 6.1. Sonuç

Nokta bulutlarından üç boyutlu (3B) yüzey (veya eğri) temsili, 3B modellemeyi içeren geometrik tasarım, CAD, tıbbi görüntüleme, bilgisayarla görme ve bilgisayar grafiklerindeki çoğu uygulamada vardır. Bu alanlarda parametrik yüzeyler (eğriler), en etkili yüzey (eğri) temsillerinden biri olarak yerini almıştır. Yüzey uydurma problemlerinde, bir parametrik yüzeyi (Bezier, B-spline veya NURBS) başarıyla kullanmak için anahtar nokta iyi düğümlerin tanımlanması, parametrizasyon metodu seçimi, NURBS ağırlıklarının ve kontrol noktaların belirlenmesi olduğu bilinir. Bir yüzey modeli inşa etmek için parametrik yüzeylerin tasarımı, geleneksel tek amaçlı optimizasyon algoritmalarıyla ele alınamayan çok amaçlı optimizasyon (MOO- multi objective optimization) problemidir. Büyük veri için bu problemle, olası yerel optimumdan kaçınan ve aynı zamanda iteratif tarzda arzulan çözüm elde eden optimizasyon algoritmalarıyla uğraşılması gereklidir.

Sezgisel (herüistik) tekniklere dayanan ve yapay zeka tekniklerinden esinlenen algoritmalar akla yatkın maliyetle optimal parametrelerin bulunmasında bir yaklaşım sağlayabilir. Bu algoritmalar büyük esneklik ve sağlamlık sergiler. Bu tez çalışmasında, üç boyutlu uzay veya iki boyutlu düzlem üzerinde düzensiz yerleşmiş geniş bir noktalar kümesi verildiğinde noktalara parametrik eğri ve yüzeyler uydurmak için çok amaçlı optimizasyon algoritmaları önerilmiştir. Sunulan araştırmanın amacı, taranan noktalar kümesi ve uydurulan eğri arasındaki uydurma hatasının global optimizasyonu için algoritmalar geliştirmektir. Amaç, (i) düğüm yerleşimleri ve sayılarını ayarlamak, (ii) uygun kontrol noktaları belirlemek, (iii) kontrol noktalarına atanan ağırlıkları tanımlamak ve (iv) düğüm ara değerlerini bulan bir parametrizasyon gerçekleştirmek veya dört amacının hepsini bir arada gözönüne alarak parametrik (Bezier, B-spline veya NURBS) yüzey/eğri modelini yeniden inşa etmektir. Burada önerilen algoritmalar özellikle verilen noktaların yoğun ve gürültülü olduğu çeşitli uygulamalarda kullanılabilir.

Önerilen metotlar ters mühendislikde, bilgisayar destekli tasarımda ve imalatda (CAD/CAM), bilgisayar grafiklerinde ve ilgili alanlarda geniş uygulamalara sahip olacaktır. Algoritmalar için ürün şekli doğrulama, model tasarımı, NC üretimi, deniz-rota keşfi ve hava tahmini vs de önemli uygulamalar vardır.

## 6.2. Öneriler

Bazı yapılacak çalışmalar vardır: internet kullanımı için web temelli geliştirme, hesaplama miktarını indirgeme, iyi çözümler için yakınsama oranını azaltma ve kontrol parametrelerinin (iterasyon sayısı, çaprazlama sayısı, klonlama sayısı vs) otomatik tanımlanması gibi. Gerekli olduğu takdirde önerilen metotlar paralel hesaplama için ayarlanarak hesaplama zamanının indirgenmesi sağlanabilir. Aynı zamanda bu çalışma, CAD/CAM modelleme yazılımının ters mühendislik bileşenine katılabilir.

Ters mühendislik uygulamaları için ileriki araştırma ise aşırı derecede büyük veri kümelerini işlemek için ortaya çıkacaktır. Teorik olarak bu B-spline'lar için problem değildir ama NURBS için problemdir. Parametrizasyonda genelde matrislerle hesaplama yapıldığından ve NURBS uydurma algoritmaları matris çarpımı, toplamı ve tersini gerektirdiği için, büyük bir bilgisayar belleğini gerektirir ve eğer ölçülen nokta sayısı ve kontrol noktası sayısı arttırılırsa istikrarsızlık oluşabilir. Diğer yandan geliştirilen yaklaşımların kısıtlamalarını açıkça ortaya koyan ilave çalışmalar gerekebilir. Örneğin organize edilmemiş veri noktaları durumu ele alındığında oluşacak sınırlamaları keşfetmeye yönelik çalışmalar gibi. Ama bu tez çalışmasının kapsamını aşmaktadır. Ayrıca bu metotlar için çoklu uygulamalar orjinal tez amacının ötesindedir, örneğin daha yüksek boyutlu veri görüntüleme, morphing, hacim verme gibi. Hepsi, önerilen metodlar için potansiyel uygulamalardır.

## 7. KAYNAKLAR

- Barhak, J., and Fischer, A., "Parameterization and reconstruction from 3D scattered points based on neural network and PDE techniques", IEEE Transactions On Visualization And Computer Graphics, Vol. 7, No. 1, pp. 3-16, 2001.
- Bézier, P.E., "Mathematical and Practical Possibilities of Unisurf", Computer-Aided Geometric Design, R.E. Barnhill and R. Riesenfeld eds., Academic Press, New York, pp. 127-152, 1974.
- Boudjemai, F., Enberg, P.B., Postaire, J.-G., "Surface modeling by using self organizing maps of Kohonen", IEEE International Conference On Systems Man And Cybernetics, pp. 2418-2423, 2003.
- Chen, D.S., Jain, R.C., Schunck, B.G., "Surface Reconstruction using Neural Networks", Proc. of IEEE Computer Vision and Pattern Recognition CVPR, pp. 815-817, 1992.
- Çınar A, Arslan A. "Fuzzy Approximation Curve Modeling in 2D", ISCIS XV International Symposium On Computer and Information Sciences, pp.582- 591, 2001.
- Çınar A, Arslan A. "Fuzzy Object Blending in 2D", Lecture Notes in Computer Science, LNCS, Vol: 2075, pp.190-197, 2001.
- De Boor, C., "A pratical guide to splines", springer, 1978.
- Echevarría, G., Iglesias, A., Gálvez, A., "Extending Neural Networks for B-spline Surface Reconstruction", Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2330, pp. 305-314, 2002.
- Farin, G., "From conics to NURBS", IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 12, pp. 78-86, 1992.
- Fernand S. Cohen, Walid Ibrahim, Chuchart Pintavirooj, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 22, No. 6, pp. 642-648, 2000.
- Gengous, P.L., Mekhilef, M., "Optimization of a NURBS representation", Computer-Aided Design, Vol 25(11), pp. 699-710, 1993.
- Goldenthal, R., Bercovier, M., "Spline Curve Approximation and Design by Optimal Control over the knots using genetic algorithms", Int. Cong. On Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems EUROGEN 2003, CIMNE, Barcelona, 2003.
- Goldenthal, R., Bercovier, M., "Spline Curve Approximation and Design by Optimal Control Over the Knots", Computing Vol. 72, pp 53-64, 2004.
- Goldenthal, R., Bercovier, M., Design of Curves and Surfaces Using Multi-Objective Optimization, Technical Report, Lhebrew University, 2004.
- Goshtasby, A.A., "Fitting Parametric Curves to Dense and Noisy Points" 4th Int. Conf. Curves and Surfaces, St. Malo, France, 1999.
- Habib, Z., Sarfraz, M., Sakai, M., "Rational Cubic Spline Interpolation with Shape Control", Computers & Graphics, Vol 29, pp. 594-605, 2005.
- Hagen, H., Bonneau, G.P, "Variational design of smooth rational Bezier-surfaces, Computing", Vol 1993(8), pp. 133-138, 1993.
- Hagen, H., Hahmann, S., Bonneau, G.-P., "Variational Surface Design and Surface Interrogation", EUROGRAPHICS '93 R.J. Hubbard and R. Juan (Guest Editors), Blackwell Publishers, Vol. 12(3), pp. 447-459, 1993.

- Heidric, W., Bartels, R., Labahn, G., "Fitting uncertain data with NURBS", Surface Fitting and Multiresolution Methods Eds. Alain Le Mehaute, Christophe Rabut, and Larry L. Schumaker, pp. 177-185, 1996.
- Hoffman, M., Varady, L., "Free-form curve design by neural networks", Acta Acad. Paed. Agriensis, 24, pp. 99-104, 1997.
- Hoffmann, M., "Modified Kohonen Neural Network for Surface Reconstruction", Publ. Math., 54 suppl., 857-764., 1999.
- Hoffman, M., "Local update of B-spline surfaces by kohonen neural network", Plemenos D. (ed.): Proc. of the 5th Int. Conference on Computer Graphics and Artificial Intelligence, Limoges, 103-112, 2002.
- Hoffman, M., Kovacks, E., "Developable surface modeling by neural network", Mathematical and Computer Modelling, Vol. 38, pp. 849-853, 2003.
- Hoffmann, M., "Numerical control of Kohonen neural network for scattered data approximation", Numerical Algorithms, Vol. 39, pp. 175-186, (2005).
- Hongwei, L., Guojin, W., Chenshi, D., "Constructing Iterative Non-Uniform B-spline Curve and Surface to Fit Data Points", Science In China Series F: Information Sciences, Vol.47 No.3, pp.315-331, 2004.
- Hoschek, J., Schocider, F.J., "Approximate conversion and data compression of integral and rational B-spline surfaces", in P.J. Laurent, A. Le Méhauté and L.L. Schumaker (ed.), Curves and Surfaces in Geometric Design, A.K. Peters Ltd, Wellesley, MA, pp. 241-250, 1994.
- Huang, D., Yan, H., "NURBS Curve Controlled Modelling for Facial Animation", Computers & Graphics, Vol. (27), pp. 373-385, 2003.
- Iglesias, A., Gálvez, A., "A New Artificial Intelligence Paradigm for Computer-Aided Geometric Design", Int. Conf. On Artificial Intelligence and Symbolic Computation (AISC), Lecture Notes in Artificial Intelligence Vol. 1930, pp. 200-213, 2001.
- Iglesias, A., Gálvez, A., "Applying Functional Networks to Fit Data Points From B-spline Surfaces", Proc. of Int. Conf. on Computer Graphics, pp.329-332, 2001.
- Iglesias, A., Gálvez, A., "Fitting 3D data points by extending the neural networks paradigm", Computational Methods in Experimental Measurements X, pp. 10-20, 2001.
- Iglesias, A., Echevarria, G., Gálvez, A., "Functional networks for B-spline surface reconstruction", Future Generation Computer Systems, Vol. 20, pp. 1337-1353, 2004.
- Itoh, K., Ohno, Y., "A curve fitting algorithm for character fonts", electronic publishing, Vol. 6(3), pp. 195-205, 1993.
- Juhász, I., "Weight-based shape modification of NURBS curves", Computer Aided Geometric Design, Vol. 16, pp. 377-383, 1999.
- Jung, H.B., Kim, K., "A New Parameterisation Method for NURBS Surface Interpolation", Int J Adv Manuf Technol, Vol. 16, pp. 784-790, 2000.
- Knopf, G.K., Casasent, D.P., "Neural network approach to reconstructing complex Bezier surfaces", SPIE proc. ser., Vol 3208, pp. 530-539, 1997.
- Knopf, G.K., "Adaptive reconstruction of closed Bezier surfaces", Proc. SPIE Vol. 4191, p. 83-91, Sensors and Controls for Intelligent Manufacturing, Peter E. Orban; George K. Knopf; Eds., 2001.

- Krishnamurty, V., Levoy, M., "Fitting Smooth Surfaces to Dense Polygon Meshes", Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques, pp. 313-324, 1996.
- Kumar, G.S., Kalra, P.K., Dhande, S.G., (2003). Parameter Optimization for B-spline Curve Fitting using Genetic Algorithms, The Congress on Evolutionary Computation CEC'03, Vol. 3, pp. 1871-1878, 2003.
- Kumar, G.S., Kalra, P.K., Dhande, S.G., "Curve and surface reconstruction from points: an approach based on self-organized maps", Applied Soft Computing, Vol. 5, pp. 55-66, 2004.
- Lee, S.-M., Abbott, A.L., Clark, N.A., Araman, P.A., "Cpline curve matching with sparse knot sets: Applications to deformable shape detection and recognition", Proc. of the 29th Annual Conf. Of the IEEE Industrial Electronics Society, Virginia, USA, pp. 1808-1813, 2003.
- Li, W., Xu, S., Zhao, G., Goh, L.P., "Adaptive knot placement in B-spline curve approximation", Computer-Aided Design, Vol. 37, pp. 791-797, 2005.
- Limaïem, A., Nassef, A., Elmaghraby, H.A., "Data Fitting using Dual Krigging and Genetic Algorithms", CIRP Annals, Vol. 45, pp. 129-134, 1996.
- Ma, W., Kruth, J.P., "NURBS curve and surface fitting and interpolation", in M. Daehlen, T. Lyche and L.L. Schumaker (ed.) Mathematical Methods for Curves and Surfaces, Vanderbilt University Press, Tennessee, pp. 315-322, 1995.
- Ma, W., Kruth, J.P., "NURBS curve and surface fitting for reverse engineering", Int J Adv Manuf Technol, Vol 14, pp. 918-927, 1998.
- Marzais, T., Gérard, Y., Malgouyres, M., "LP Fitting Approach For Reconstructing Parametric Surfaces From Point Clouds", International Conference on Computer Graphics Theory and Applications, Setúbal, Portugal, pp 325-330, 25 - 28 February, 2006.
- Mencl, R., Müller, H., "Interpolation and Approximation of Surfaces from Three-Dimensional Scattered data points", Informatik, Vol. VII, pp. 223-232, 1998.
- Mortensen, M., Geometric Modeling, John Wiley and Sons, second edition, 1997.
- Park, H., Lee, J.H., "Error-Bounded B-Spline Curve Approximation Based on Dominant Point Selection," cgiv, pp. 437-446, International Conference on Computer Graphics, Imaging and Visualization (CGIV'05), 2005.
- Piegl, L., "On NURBS: a survey", IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 11, pp. 55-71, 1991.
- Piegl, L., Tiller, W., "The NURBS Book", Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- Piegl, L.A., Tiller, W., "Reducing Control Points in Surface Interpolation", IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 20(5), pp. 70-74, 2000.
- Plas, M., Stone, M., "Curve-fitting with piecewise parametric cubics", SIGGRAPH '83 proceedings, pp. 229-239, 1983.
- Plemenos, D., "Using Artificial Intelligence Techniques in Computer Graphics", Graphic'con 2000, Moscou, pp 29-35, 2000.
- Pottman, H., Leopoldseder, S., Hofer, M., "Approximation with Active B-spline curves and surfaces", Proc. of 10th Pacific Conf. On Computer Graphics and Applications (PG'02), pp. 8-25, 2002.
- Pottmann, H., Hofer, M., "Geometry of the squared distance function to curves and surfaces", Technical Report 90, Institute of Geometry, Vienna University of Technology, 2002.

- Prahasto, T., Bedi, S., "Optimization of Knots for the Multi Curve B-spline Approximation", IEEE conference on geometric modeling and processing, Hong Kong, China, 2000.
- Puntambekar, N.V., Jablokow, A.G., Sommer, H. J., "Unified review of 3D model generation for reverse engineering", Computer Integrated Manufacturing Systems, Vol. 7(4), pp. 259-268, 1994.
- Raidl, G.R., Kodydek, G., "Evolutionary Optimized Tensor Product Bernstein Polynomials versus Backpropagation Networks", Proc. of the Int. ICSC/IFAC Symposium on Neural Computation, Vienna, Austria, pp. 885-890, September 1998.
- Raidl, G.R., Wurm, C., "Approximation with Evolutionary Optimized Tensor Product Bernstein Polynomials", Proc. of the Int. Conference on Artificial Intelligence in Industry: From Theory to Practice, High Tatras, Slovakia, pp. 247-256, April 1998.
- Rao, S.S., "Engineering Optimization, Theory and Practice", John-Wiley and Sons, New York, 1999.
- Renner, G., Ekart, A., "Genetic Algorithms in Computer-Aided Design", Computer-Aided Design, Vol. 35(8), pp. 709-726, 2003.
- Riškus, A., "Approximation Of a Cubic Bezier Curve By Circular Arcs And Vice Versa", Information Technology And Control, Vol.35, No.4, 371-378, 2006.
- Sarfraz, M., Raza, S.A., "Capturing Outline of Fonts using Genetic Algorithm and Splines", The Proc. of IEEE Int. Conf. On Information Visualization-IV'2001-UK, IEEE Computer Society Press, USA, pp. 738-743, 2001.
- Sarfraz, M., Khan, M.A., "Automatic outline capture of Arabic fonts", Information Science, Vol 140, pp. 269-281, 2002.
- Sarfraz, M., Raza, S.A., "Visualization of Data using Genetic Algorithm, Soft Computing and Industry: Recent Applications, Eds.: R. Roy, M. Koppen, S. Ovaska, T. Furuhashi, and F. Hoffman, ISBN: 1-85233-539-4, Springer, pp. 535-544, 2002.
- Sarfraz, M., Razzak, F.A., "An Algorithm for Automatic Capturing of Font Outlines", Journal of Computers&Graphics, Elsevier Science, Vol. 26(5), 2002.
- Sarfraz, M., "Representing Shapes by Fitting Data using an Evolutionary Approach", International Journal of Computer-Aided Design & Applications, Vol. 1(1-4), 2004, pp 179-186, 2004.
- Sarfraz, M., Asim, M.R., Masood, A., "Capturing Outlines using Cubic Bezier Curves", 539-540, 2004.
- Sarfraz, M., Khan, M.A., "An Automatic algorithm for approximating boundary of bitmap characters", Future Generation Computer Systems, Vol. 20, pp. 1327-1336, 2004.
- Sarfraz, M., Khan, M.A., "An Automatic Outline Fitting Algorithm for Arabic Characters", Lecture Notes in Computer Science, Vol. 2669, pp. 589-598, 2004.
- Sarfraz, M., Raza, S.A., and Baig, M.H., "Computing Optimized Curves with NURBS Using Evolutionary Intelligence", Lecture Notes in Computer Science, Volume 3480, pp. 806-815, 2005.
- Sarfraz, M., "Computer-Aided Reverse Engineering using Simulated Evolution on NURBS", International Journal of Virtual & Physical Prototyping, Taylor & Francis, Vol. 1(4), pp. 243 – 257, 2006.

- Sarfraz, M., Riyazuddin, M., Baig, M.H., "Capturing Planar Shapes by Approximating their Outlines", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 189, pp. 494-512, 2006.
- Sarfraz, M., Riyazuddin, M., Baig, M.H., "Evolutionary Approach For Data Visualization", *Book series: Computational Imaging and Vision*, Vol. 32, pp. 1094-1099, 2006.
- Sarfraz, M. and Riyazuddin, M., "Curve Fitting with NURBS using Simulated Annealing", *Applied Soft Computing Technologies: The Challenge of Complexity*, Series: Advances in Soft Computing, A. Abraham, B. De Baets, M. Köppen and B. Nickolay (Eds.), ISBN 3-540-31649-3, XXXIII, Springer Verlag, 2006.
- Sarkar, B., Menq, C.H., "Parameter Optimization in Approximating Curves and Surfaces to Measurement Data", *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 8, pp. 267-290, 1991.
- Sarkar, B., Menq, C.H., "Smooth Surface Approximation and Reverse Engineering", *Computer Aided Design*, Vol. 23, pp. 623-628, 1991.
- Shalaby, M.M., Nassef, A.O., Metwalli, S.M., "On the Classification of Fitting Problems for Single Patch Free-Form Surfaces in Reverse Engineering", *Proc. of the ASME Design Automation Conference*, Pittsburgh, 2001.
- Sohel, F.A., Dooley, L.S., Karmakar, G.C., "A dynamic bezier curve model", *IEEE Int. Conf. On Image Processing ICIP*, Volume: 2, pp. II- 474-7, 2005.
- Sohel, F. A., Karmakar, G. C., Dooley, L.S., "A Generic Shape Descriptor using Bezier Curves", *Proc. of Int. Conf. on Information Technology: Coding and Computing (ITCC'05)*, 2005.
- Sun, Z., Wang, W., Zhang, L., Liu, J., *Sketch Parameterization Using Curve Approximation*, *Lecture Notes in Computer Science*, Vol 3926, pp. 334-345, 2006.
- Şen, Z., "Bulanık Mantık ve Modelleme İlkeleri", *Kitap, İTÜ*.
- Ülker, E., Çomak, E., "İki Boyutta Verilen 4 Kontrol Noktasına Göre Bulanık Mantık Kullanılarak Eğri Uydurulması", *IJSIT Lecture Notes of 1st International Conference on Informatics*, Vol.1, No.2, September 2004, 2, 1, 134 - 138, 2004
- Ülker, E., Arslan, A., "B-Spline Eğri Tahmini Problemine Evrimsel Yaklaşım", *23. Ulusal Bilişim Kurultayı (Bilişim'06)*, 82 - 85, 2006.
- Ülker, E., Arslan, A., "Curve fitting in terms N-Control points on 2D using fuzzy set and rough set theory", *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security*, 6, 11, 139 - 145, 2006.
- Ülker, E., Arslan, A., "Yapay Zeka Teknikleri Kullanılarak B-Spline Eğri Uydurma", *23. Ulusal Bilişim Kurultayı (Bilişim'06)*, 86 - 89, 2006.
- Ülker, E., Arslan, A., "The Calculation of Parametric NURBS Surface Interval Values using Neural Networks", *International Conference on Computational Science (ICCS 2006)*, Part II, *Lecture Notes in Computer Science*, 3992, 247 - 254, 2006.
- Ülker, E., İşler, V., "An Artificial Immune System Approach for B-spline Surface Approximation Problem", Y. Shi et al. (Eds): *ICCS 2007*, Part II, *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 4488, pp. 49-56, 2007.
- Weiss, V., Andor, L., Renner, G., Varady, T., "Advanced surface fitting techniques", *Computer Aided Geometric Design* Vol 19, p. 19-42, 2002.

- Wen, A.S., Shamsuddin, S.M.H., Samian, Y., "Ship Hull fitting using NURBS", Proc. of the IEEE Computer Graphics, Imaging and Vision (CGIV'05), pp. Xxxxxx, 2005.
- Xie, H., Qin, H., "Automatic Knot Determination of NURBS for Interactive Geometric Design", Proceedings of the International Conference on Shape Modeling & Applications SMI, Page: 267, 2001.
- Yang, H., Wang, W., Sun, J., "Control point adjustment for B-spline curve approximation", Computer-Aided Design, Volume 36, pp. 639-652, 2004.
- Yang, H.M., Lu, J.J., Lee, H.J., "A Bezier curve-based approach to shape description for Chinese calligraphy characters", Proc. Sixth International Conference on Document Analysis and Recognition (ICDAR), pp. 276-280, 2001.
- Yau, H.T., Chen, J.S., "Reverse Engineering of Complex Geometry Using Rational B-splines", Int. Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 13, pp. 548-555, 1997.
- Yin, Z., "Reverse engineering of a NURBS surface from digitized points subject to boundary conditions", Computers & Graphics, Vol. 28, pp. 207-212, 2004.
- Yoshimoto, F., Moriyama, M., Harada, T., "Automatic knot placement by a genetic algorithm for data fitting with a spline", Proceedings of the International Conference on Shape Modeling and Applications, p. 162-172, 1999.
- Youssef, A.M., "Reverse Engineering of Geometric Surfaces using Tabu Search Optimization Technique", Master Thesis, Cairo University, Egypt, 2001.
- Yuwen, S., Dongming, G., Zhenyuan, J., Weijun, L., "B-spline surface reconstruction and direct slicing from point clouds", Int. J. Adv. Manuf. Technol. Vol 27, pp. 918-924, 2006.
- Zadeh, A.L., "Fuzzy Sets", Information and Control, Cilt 8, 1965, pp. 338-353.