

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Talat ŞEKER**

**KONTROL YAPILARI ARKASINDAKİ AÇIK KANAL  
AKIMLARININ SAYISAL VE DENEYSEL ANALİZİ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**ADANA, 2006**

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KONTROL YAPILARI ARKASINDAKİ AÇIK KANAL  
AKIMLARININ SAYISAL VE DENEYSEL ANALİZİ**

**Talat ŞEKER**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**Bu tez / / 2006 Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından Oybirliği /  
Oyçokluğu İle Kabul Edilmiştir.**

**İmza..... İmza ..... İmza.....**  
**Yrd. Doç. Dr. M. Sami AKÖZ Prof. Dr. M. Salih KIRKGÖZ Doç. Dr. Galip SEÇKİN**  
**DANIŞMAN ÜYE ÜYE**

**Bu tez Enstitümüz İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında hazırlanmıştır.  
Kod No:**

**Prof. Dr. Aziz ERTUNÇ  
Enstitü Müdürü  
İmza ve Mühür**

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

## ÖZ

Yüksek Lisans Tezi

### KONTROL YAPILARI ARKASINDAKİ AÇIK KANAL AKIMLARININ SAYISAL VE DENEYSEL ANALİZİ

**Talat ŞEKER**

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Danışman : Yrd. Doç.Dr. M. Sami AKÖZ  
Yıl:2006, Sayfa 48  
Jüri : Yrd. Doç.Dr. M. Sami AKÖZ (Başkan)  
: Prof. Dr. M. Salih KIRKGÖZ (Üye)  
: Doç. Dr. Galip SEÇKİN (Üye)

Suyun hareketini idare eden denklemlerin analitik çözümlerini elde etmek, bu denklemlerin viskozite ve türbülans ifadeleri içermesinden dolayı bazı basit ve sınırları geometrik olan akım problemleri dışında oldukça zordur. Bu tür problemlerin çözümünde çeşitli sayısal metotlar kullanılarak yaklaşık çözümler elde edilmektedir. Bu çalışmada laboratuvar kanalında gerçekleştirilen iki boyutlu savak arkası akımda PIV cihazı kullanılarak hız ölçümleri yapılmıştır. Elde edilen deneysel bulgularla karşılaştırmak amacıyla sonlu elemanlar yöntemine dayalı geliştirilen ANSYS paket programı ile Laplace diferansiyel denklemi ve hareket denkleminin sayısal çözümleri elde edilmiştir. Kanalda modellenen dikdörtgen ve üçgen savak üzerinde oluşan su yüzü profilleri VOF analizi ile teorik olarak belirlenmiş ve deneysel ölçümlerle karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** serbest yüzeyli akımlar, üçgen savak, parçacık görüntülemeli hız ölçüm cihazı (PIV), Akışkan hacim metodu(VOF), potansiyel akım.

## ABSTRACT

Master. Thesis

# NUMERICAL AND EXPERIMENTAL ANALYSES OF OPEN CHANNEL FLOWS BEHIND CONTROL STRUCTURES

**Talat ŞEKER**

DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING  
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES  
ÇUKUROVA UNIVERSITY

Supervisor : Yrd. Doç.Dr. M. Sami AKÖZ  
Year: 2006, Pages 48  
Jury : Yrd. Doç.Dr. M. Sami AKÖZ (Head)  
: Prof. Dr. M. Salih KIRKGÖZ (Member)  
: Doç. Dr. Galip SEÇKİN (Member)

Because the governing equations of the fluid motion contain the terms of viscosity and turbulence, it is generally difficult to obtain the analytical solutions of these equations except the flow problems that have simple geometric boundaries. Different numerical methods are used to obtain approximate solutions of such problems. In this study, velocity measurements for a flow of triangular broad-crested weir are taken using PIV in a laboratory channel. Using the ANSYS package program, based on the finite element method, the numerical solutions for the Laplace and transport equations are obtain to compare with experimental velocities. The free surface profiles on the rectangular and triangular broad-crested weirs modeled in a laboratory channel are theoretically obtained with the volume of fluid (VOF) analysis and compared with the experimental free surfaces.

**Key Words:** free surface flow, broad-crested weir, particle image velocimetry (PIV), volume of fluid method (VOF), potential flow.

## **TEŞEKKÜR**

Çalıőmamda yön vererek yardım ve bilgi konusunda bana her türlü desteği sağlayan danışman hocam, Sayın Yrd. Doç. Dr. M. Sami AKÖZ'e içtenlikle teőekkürlerimi sunarım. Ayrıca deneysel çalıőmalarım esnasında bana yardımcı olan araőtırma görevlisi Alper ÖNER ve Mustafa DEMİRCİ'ye teşekkür ederim.

<b>İÇİNDEKİLER</b>	<b>SAYFA NO</b>
<b>ÖZ</b> .....	<b>I</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>II</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>III</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>IV</b>
<b>ŞEKİLLER DİZİNİ</b> .....	<b>V</b>
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR</b> .....	<b>VII</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. SIKIŞMAYAN AKIMLAR İÇİN HAREKET DENKLEMİ</b> .....	<b>2</b>
2.1 Akım Alanına Etkiyen Kuvvetler.....	<b>3</b>
2.1.1 Kütleli Kuvvetler .....	<b>3</b>
2.1.2 Yüzeysel Kuvvetler .....	<b>4</b>
2.2 Türbülanslı Akım .....	<b>11</b>
2.2.1 Sıkışmayan Türbülanslı Akımda Süreklilik Denklemi .....	<b>12</b>
2.2.2 Sıkışmayan Türbülanslı Akımda Hareket Denklemleri .....	<b>13</b>
<b>3. POTANSİYEL AKIM TEORİSİ</b> .....	<b>15</b>
3.1 Akım Fonksiyonu.....	<b>15</b>
3.1.1 Akım Fonksiyonun Bazı Özellikleri .....	<b>16</b>
3.2 Hız Potansiyel Fonksiyonu .....	<b>19</b>
<b>4. SAYISAL YÖNTEM</b> .....	<b>23</b>
4.1 Giriş.....	<b>23</b>
4.2 Laplace Denklemine Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Çözümü.....	<b>23</b>
4.3 Akışkan Hacim Yöntemi -VOF Analizi.....	<b>26</b>
<b>5. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR</b> .....	<b>28</b>
<b>6. DENEY DÜZENİ ve YÖNTEMİ</b> .....	<b>31</b>
<b>7. BULGULAR ve TARTIŞMA</b> .....	<b>33</b>
<b>8. SONUÇLAR</b> .....	<b>48</b>
<b>KAYNAKLAR</b> .....	<b>49</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ</b> .....	<b>51</b>

## ŞEKİLLER DİZİNİ

## SAYFA NO

Şekil 2.1 Diferansiyel Eleman Yüzeyine Gelen Gerilmeler .....	4
Şekil 2.2 x Eksenine Doğrultusundaki Gerilmeler .....	5
Şekil 3.1 Akım Çizgileri .....	17
Şekil 3.2 İki akım çizgisi arasında birim genişlikten geçen debi .....	18
Şekil 3.3 Çevrintisiz akım alanı .....	19
Şekil 3.4 Eş potansiyel ve akım çizgileri .....	21
Şekil 6.1 Üçgen Savak ve PIV Ölçümü .....	31
Şekil 7.1 Deneysel Hız Vektörleri, $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	34
Şekil 7.2 VOF Çözümünden Elde Edilen Hız Vektörleri, $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	37
Şekil 7.3 Deneysel Akım Çizgileri, $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	35
Şekil 7.4 Teorik Akım Çizgileri (VOF), $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	35
Şekil 7.5 Teorik Akım Çizgileri (Potansiyel), $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	36
Şekil 7.5 Deneysel ve Teorik Bulgulardan Elde Edilen Yatay Hız Dağılımları, $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	37
Şekil 7.6 Deneysel ve Teorik Bulgulardan Elde Edilen Düşey Hız Dağılımları, $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	37
Şekil 7.8 Teorik ve Deneysel Su Yüzü Profilleri, $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	38
Şekil 7.9 Üçgen Savak İçin Deneysel ve Teorik Su Yüzü Profiller $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	39
Şekil 7.10 Üçgen Savak İçin Deneysel ve Teorik Su Yüzü Profilleri, $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	39
Şekil 7.11 Geniş Başlıklı Savak İçin Deneysel ve Teorik Su Yüzü Profilleri, $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	40
Şekil 7.12 Geniş Başlıklı Savak İçin Deneysel ve Teorik Su Yüzü Profilleri, $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	40
Şekil 7.13 Üçgen Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Hız Vektörleri, $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	41
Şekil 7.14 Üçgen Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Hız Vektörleri, $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	41
Şekil 7.15 Geniş Başlıklı Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Hız Vektörleri, $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ .....	42

Şekil 7.16 Geniş Başlıklı Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Hız Vektörleri, Q=1205×10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> /s .....	42
Şekil 7.17 Üçgen Savak için VOF Analizinden Elde Edilen Yatay Hız Dağılımları, Q=1957×10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> /s .....	43
Şekil 7.18 Üçgen Savak için VOF Analizinden Elde Edilen Yatay Hız Dağılımları, Q=1205×10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> /s .....	43
Şekil 7.19 Geniş Başlıklı Savak için VOF Analizinden Elde Edilen Yatay Hız Dağılımları, Q=1957×10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> /s.....	44
Şekil 7.20 Geniş Başlıklı Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Yatay Hız Dağılımları, Q=1205×10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> /s.....	44
Şekil 7.21 Üçgen Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Düşey Hız Dağılımları, Q=1957×10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> /s .....	45
Şekil 7.22 Üçgen Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Düşey Hız Dağılımları, Q=1205×10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> /s .....	45
Şekil 7.23 Geniş Başlıklı Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Düşey Hız Dağılımları, Q=1957×10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> /s.....	46
Şekil 7.24 Geniş Başlıklı Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Düşey Hız Dağılımları, Q=1205×10 <sup>3</sup> mm <sup>3</sup> /s.....	46

## SİMGELER VE KISALTMALAR

$\rho$	: Suyun özgül kütlesi
$u$	: x yönündeki akım hızı
$v$	: y yönündeki akım hızı
$w$	: z yönündeki akım hızı
$t$	: Zaman
$\tau$	: kayma gerilmesi
$\psi$	: Akım fonksiyonu
$g$	: yerçekimi ivmesi
$\nu$	: Suyun kinematik viskozitesi
$\eta$	: Dalga profili
$\Gamma$	: Kayalarla korunmuş kıyılardaki kırılma indisi
$a$	: İvme
$\sigma$	: Basınç gerilmesi
$\vec{T}$	: Gerilme vektörü
$\underline{T}$	: Gerilme tansörü
$G$	: Kayma modülü
$E$	: Young modülü
$\Phi$	: Potansiyel Fonksiyon

## 1.GİRİŞ

Kontrol yapıları su seviyesini kontrol etmek, suyu yönlendirmek ve su miktarını ölçmek amacıyla inşa edilen hidrolik yapılardır. Genel olarak akarsu yada kanallardaki suyun kontrol edilmesi suyun debisi, seviyesi ve bunların zamana bağlı değişimlerinin kontrol edilmesiyle mümkün olmaktadır. Kısıtlı su kaynaklarının iyi kullanılması, ihtiyaçların karşılanması ve kaynakların israf edilmemesi için savak yada priz gibi kontrol yapılarının doğru tasarımı, inşası ve işletimi inşaat mühendisliği açısından oldukça önemlidir.

Suyun hareketini idare eden denklemlerin analitik çözümlerini elde etmek, bu denklemlerin viskozite ve türbülans ifadeleri içermesinden dolayı bazı basit ve sınırları geometrik olan akım problemleri dışında oldukça zordur. Bu tür problemlerin çözümünde çeşitli sayısal metotlar kullanılarak yaklaşık çözümler elde edilmektedir. Kapak arkası ve savak gibi iki boyutlu akımlarda sürtünmelerin ihmal edilebilecek boyutlarda olmasından dolayı akım parametrelerini, potansiyel akım yaklaşımı ile Laplace diferansiyel denkleminin sayısal çözümünden elde etmek mümkündür. Bir başka yol da iki boyutlu sıkışmayan akımlar için hareket denkleminin çözülmesiyle mümkün olabilmektedir.

Bu çalışmada laboratuvar kanalında gerçekleştirilen iki boyutlu savak arkası akımda parçacık görüntülemeli hız ölçme cihazı (PIV) kullanılarak hız ölçümleri yapılmıştır. Elde edilen deneysel bulgularla karşılaştırmak amacıyla sonlu elemanlar yöntemine dayalı geliştirilen ANSYS paket programı ile Laplace diferansiyel denklemi ve hareket denkleminin sayısal çözümleri elde edilmiştir. Kanalda modellenen savak üzerinde oluşan su yüzü profilleri VOF analizi ile teorik olarak belirlenmiş ve deneysel ölçümlerle karşılaştırılmıştır.

## 2. SIKIŞMAYAN AKIMLAR İÇİN HAREKET DENKLEMİ

Kartezyen koordinatlarda bir akım alanı içinde dx, dy, dz boyutlu bir elemanter bir kontrol hacmi içindeki sistem için Newton'un 2° kanunu;

$$\sum \vec{F}_s = \frac{d\vec{M}_s}{dt} = \frac{d}{dt} \int_s \vec{V} dm = \int_s \frac{d\vec{V}}{dt} dm \quad (2.1)$$

veya elemanter bir dm sistem kütlesi için bu ifadeyi aşağıdaki gibi yazabiliriz;

$$\sum \vec{F}_s = dm \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a} dm \quad (2.2)$$

Eşitliğin sağ tarafında ki ivmeyi hesaplamak üzere, t anında (x,y,z) noktasında bulunan bir akışkan parçasının hızı

$$\vec{V}_t = \vec{V}(x, y, z, t) \quad (2.3)$$

dt zamanı sonunda akışkanın yeni hızı

$$\vec{V}_{t+dt} = \vec{V}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt) = \vec{V}_t + d\vec{V} \quad (2.4)$$

olacaktır.

(x,y,z) ve (x+dx,y+dy,z+dz) noktaları arasında hızdaki değişme

$$d\vec{V} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} dx + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} dy + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} dz + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} dt \quad (2.5)$$

t ye göre türev alınırsa;

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial\vec{V}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\vec{V}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\vec{V}}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} \quad (2.6)$$

$\frac{dx}{dt} = u$ ,  $\frac{dy}{dt} = v$ ,  $\frac{dz}{dt} = w$  kullanılırsa toplam ivme;

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = u \frac{\partial\vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial\vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial\vec{V}}{\partial z} + \frac{\partial\vec{V}}{\partial t} \quad (2.7)$$

$\sum \vec{F}_s = dm \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{a}.dm$  ifadesinin tamamlanabilmesi için eşitliğin sol tarafının yani sisteme etkiyen dış kuvvetlerin belirlenmesi gerekir. Bunlar kütle ve yüzeysel kuvvetlerdir.

## 2.1. Akım Alanına Etkiyen Kuvvetler

### 2.1.1 Kütle Kuvvetleri

Birim kütle x, y, z doğrultularında etkiyen kütle kuvvetleri X, Y, Z ise bunların bileşkesi

$$\vec{K} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} \quad (2.8)$$

Şeklindedir.  $dm = \rho.dxdydz$  kütle sine etkiyen kütle kuvvet bileşenleri;

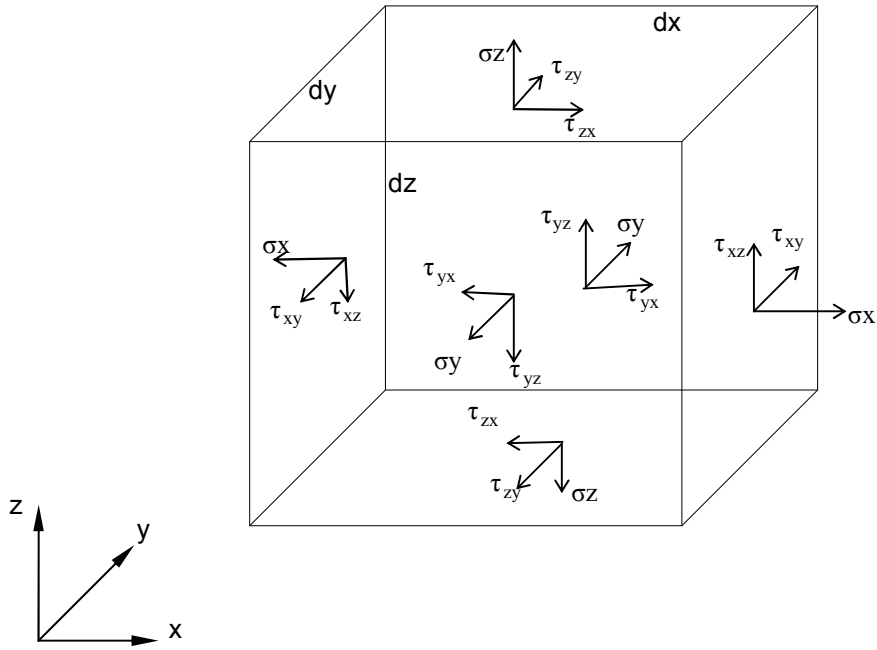
$$X\rho.dxdydz \quad (2.9)$$

$$Y\rho.dxdydz \quad (2.10)$$

$$Z\rho.dxdydz \quad (2.11)$$

### 2.1.2 Yüzeysel Kuvvetler

Kartezyen koordinatlara göre akımın bir noktasındaki gerilme durumu Şekil 2.1'deki skaler bileşenlerle belirlenir.



Şekil 2.1 Diferansiyel Eleman Yüzeyine Gelen Gerilmeler

Şekil 2.1'deki diferansiyel elemanın yüzeylerine gelen gerilmeler;

$\sigma_x$	$\tau_{xy}$	$\tau_{xz}$	→	x eksenine dik düzlemde
$\tau_{yx}$	$\sigma_y$	$\tau_{yz}$	→	y eksenine dik düzlemde
$\tau_{zx}$	$\tau_{zy}$	$\sigma_z$	→	z eksenine dik düzlemde
↓	↓	↓		
x doğ.	y doğ.	z doğ.		

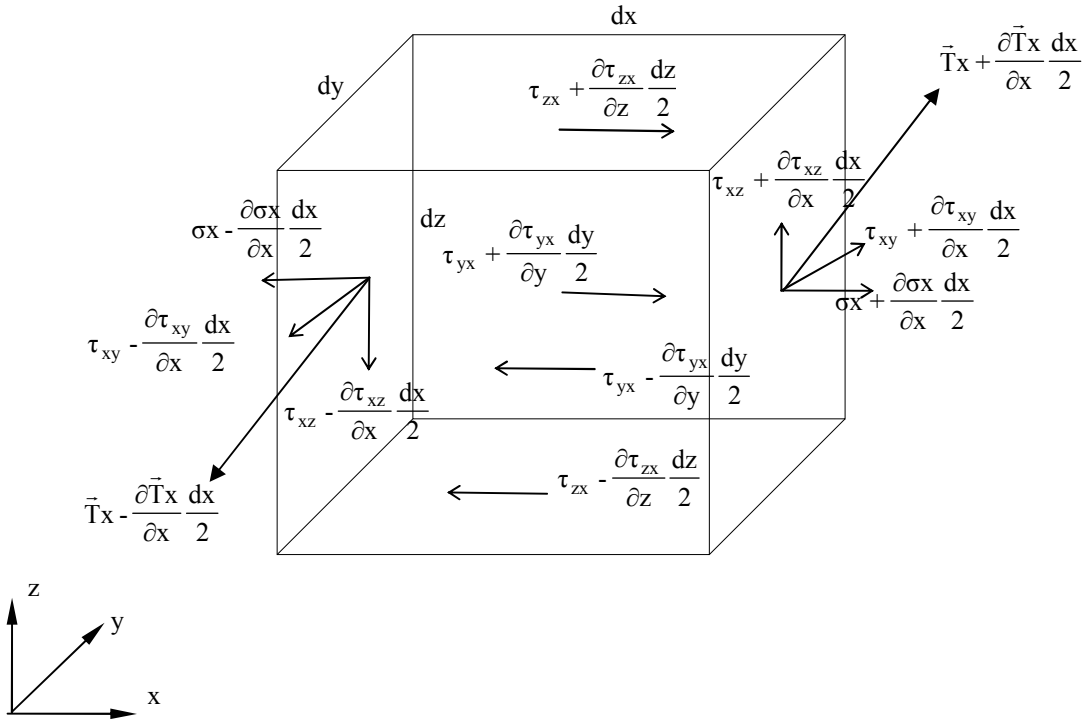
Bir noktadaki ortalama normal gerilme;

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (2.12)$$

olduğuna göre akışkanlardaki basınç gerilmesi pozitif olarak alınırsa bir noktadaki ortalama basınç şu şekilde olur:

$$\bar{p} = \frac{p_x + p_y + p_z}{3} \quad (2.13)$$

Buna göre akışkan elemanın merkezindeki gerilmeler, gerilme tansörü ile belirli ise, x eksenine dik eleman yüz üzerindeki gerilmeler ile x eksenini doğrultusundaki diğer yüzlerdeki gerilmeler aşağıdaki şekilde görülmektedir. Kayma gerilmelerinin pozitif yönü koordinat merkezine uzak yüzde, negatif yönü ise yakındır.



Şekil 2.2 x Eksenine Doğrultusundaki Gerilmeler

**Basınç Kuvvetleri**

Şekil 2.2 ele alınırsa basınç kuvvetleri;

x doğrultusunda;

$$\left[ \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \frac{dx}{2} - \left( \sigma_x - \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) \right] dydz = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx dy dz \quad (2.14)$$

y doğrultusunda;

$$\left[ \sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \frac{dy}{2} - \left( \sigma_y - \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \right] dzdx = \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy dz dx \quad (2.15)$$

z doğrultusunda;

$$\left[ \sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \frac{dz}{2} - \left( \sigma_z - \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) \right] dx dy = \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz dx dy \quad (2.16)$$

**Kayma kuvvetleri**

x doğrultusunda:

$$\begin{aligned} & \left[ \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{dy}{2} - \left( \tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \right] dx dz + \left[ \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{dz}{2} - \left( \tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) \right] dx dy \\ & = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy dx dz + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz dx dy \end{aligned} \quad (2.17)$$

y doğrultusunda:

$$= \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} dz dy dx + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx dy dz \quad (2.18)$$

z doğrultusunda:

$$= \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dx dz dy + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} dy dz dx \quad (2.19)$$

Newton'un 2. Kanunu yazılırsa;

$$\sum \vec{F} = dm \cdot a \quad (2.20)$$

$$dm = \rho dx dy dz \quad (2.21)$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (2.22)$$

Birim hacme gelen bileşke dış kuvvet:

$$\frac{\sum \vec{F}}{dm} = \vec{f} \quad (2.23)$$

$$\vec{f} = \text{kütleli kuvvet } (\vec{f}_k) + \text{yüzeysel kuvvet } (\vec{f}_y)$$

$$\vec{f}_k = \rho \vec{K} = \rho (X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k}) \quad (2.24)$$

x eksenine dik yüzeylere gelen bileşke kuvvet:

$$(\bar{T}_x + \frac{\partial \bar{T}_x}{\partial x} \frac{dx}{2})dydz - (\bar{T}_x - \frac{\partial \bar{T}_x}{\partial x} \frac{dx}{2})dydz = \frac{\partial \bar{T}_x}{\partial x} dx dy dz \quad (2.25)$$

$$y \text{ eksenine için} = \frac{\partial \bar{T}_y}{\partial y} dy dx dz \quad (2.26)$$

$$z \text{ eksenine için} = \frac{\partial \bar{T}_z}{\partial z} dz dx dy \quad (2.27)$$

Birim hacme gelen bileşke yüzeysel kuvvet:

$$f_y = \frac{\partial \bar{T}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{T}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{T}_z}{\partial z} = [ \bar{\nabla} \cdot \bar{T} ] \quad (2.28)$$

Burada  $\bar{T}$  normal ve kayma kuvvetlerini tanımlamaktadır.

Yüzeyler için  $\bar{T}_x, \bar{T}_y, \bar{T}_z$  gerilme vektörleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\bar{T}_x = \bar{i} \sigma_x + \bar{j} \tau_{xy} + \bar{k} \tau_{xz} \quad (2.29)$$

$$\bar{T}_y = \bar{i} \tau_{yx} + \bar{j} \sigma_y + \bar{k} \tau_{yz} \quad (2.30)$$

$$\bar{T}_z = \bar{i} \tau_{zx} + \bar{j} \tau_{zy} + \bar{k} \sigma_z \quad (2.31)$$

Burada  $\tau_{xy}$  : x e dik düzlemde y doğrultusundaki kayma gerilmesi

Sıkışmayan viskoz akımlar için vektör tansör-notasyonu ile hareketin diferansiyel denklemi:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{K} + [\vec{\nabla} T] \quad (2.32)$$

Yukarıda elde edilen hareket denklemleri gerilme bileşenlerini içermektedir. Akışkanların hareketi incelenirken bu ifadelerin hız gradyanı cinsinden yazılması daha kullanışlı olmaktadır. Bu ilişki Stokes kanunları ile sağlanmaktadır. Stokes kanunları elastik ortamlardaki Hooke kanunlarında yapılan bazı değişikliklerle elde edilmektedir. Bu değişikliklerin neticesinde hız gradyanları cinsinden hareketin diferansiyel denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

x doğrultusu için;

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \text{div} \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \quad (2.33)$$

y doğrultusu için;

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \text{div} \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (2.34)$$

z doğrultusu için;

$$\rho \frac{dw}{dt} = \rho Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \text{div} \vec{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (2.35)$$

Yukarıda görülen ifadelere Newtonien olmayan akışkanların hareket denklemleri denmektedir ve bu denklemler 7 bilinmeyen içermektedir. Bunlar: u, v, w, p, ρ, μ, T.

Hareket denklemleri lineer olmadığından bu şekilleriyle çözümü çok zordur. Bu yüzden denklemlerde bazı sadeleştirmeler yapmak gereklidir.

Newtonien akışkanlar için  $\mu$ =sabit alarak x doğrultusu için denklemi yazarsak;

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2\mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{3} \left( 6 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + 3 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + 3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 3 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 3 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right)$$

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{3} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{3} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho X - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \text{div} \vec{V} + \mu \nabla^2 u \quad (2.36)$$

y ve z yönü için de benzer şekilde yazılırsa;

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial y} \text{div} \vec{V} + \mu \nabla^2 v \quad (2.37)$$

$$\rho \frac{dw}{dt} = \rho Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \text{div} \vec{V} + \mu \nabla^2 w \quad (2.38)$$

Vektörel notasyon ile yazılacak olursa;

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{K} \cdot \vec{\nabla} p + \mu \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{V} \quad (2.39)$$

Sıkışmayan akımlarda  $\rho = \text{sabit}$  ve  $\text{div} \vec{V} = 0$  dır. Buna göre hareket denklemleri;

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho X \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \vec{\nabla}^2 u \quad (2.40)$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = \rho Y \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \vec{\nabla}^2 v \quad (2.41)$$

$$\rho \frac{dw}{dt} = \rho Z \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \vec{\nabla}^2 w \quad (2.42)$$

Şeklinde elde edilir. Bu denklemlere sıkışmayan akımlar için hareket denklemleri denmektedir. Vektörel notasyon ile yazacak olursak;

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{K} \cdot \vec{\nabla} p + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{V} \quad (2.43)$$

## 2.2. Türbülanslı Akım

Gerçek akışkanların hareketinde iki farklı mod vardır. Bunlar; laminar akım ve türbülanslı akımdır. Akımın bu iki modunu ayırmada niceliksel bir ölçü olarak Reynold sayısı kullanılır.

$$R_e = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{V L}{\nu} \quad (2.44)$$

burada “V” ortalama hız “L” karakteristik boyuttur. Birçok mühendislik probleminde akım türbülanslıdır. Ancak çok karmaşık olan türbülanslı akımın yapısı matematiksel olarak tam çözülememiştir. Reynold sayısının büyümesi akımın çalkantıya karşı duyarlılığını gösterir ve açık kanal akımlarında laminer akımdan türbülanslı akıma geçiş için kritik Reynold sayısı 500 olmaktadır.

Türbülanslı akım alanında herhangi bir noktada hızın ve diğer akım büyüklüklerinin (basınç gibi) şiddeti ve yönü zamana bağlı olarak gelişi güzel değişir. Buna göre hızın herhangi bir andaki değeri  $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$  ise

$$u = \bar{u} + u', \quad v = \bar{v} + v', \quad w = \bar{w} + w' \quad (2.45)$$

şeklindedir. Burada  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$  ortalama değerleri,  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$  ise anlık hız basınçlarını temsil etmektedir.

### 2.2.1 Sıkışmayan Türbülanslı Akımda Süreklilik Denklemi

Denklem (2.45) te verilen  $u$ ,  $v$ ,  $w$  değerlerini süreklilik denkleminde yazacak olursak;

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{u} + u') + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{v} + v') + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{w} + w') = 0 \quad (2.46)$$

bir  $\Delta t$  intervali terimlerin ortalaması alınırsa;

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.47)$$

şeklinde yazılır. Denklem (2.47) deki ifade (2.46) da yazılırsa;

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (2.48)$$

denklemini elde edilir ki ortalama hız bileşenleri ve türbülans hız sapınçları aynı süreklilik denklemini sağlar.

### 2.2.2 Sıkışmayan Türbülanslı Akımda Hareket Denklemleri

Stokes denklemlerinin x bileşenini ele alalım, denklem (2.36) da (2.45) teki ifadeleri yerine koyarsak;

$$\begin{aligned} & \rho(\bar{u} + u') \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial x} + \rho(\bar{v} + v') \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial y} + \rho(\bar{w} + w') \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial z} + \rho \frac{\partial(\bar{u} + u')}{\partial t} \\ & = \rho X - \frac{\partial(\bar{p} + p')}{\partial x} + \mu \nabla^2(\bar{u} + u') \end{aligned} \quad (2.49)$$

formülünü elde ederiz. Denklem (2.49) da her bir terimin zaman göre ortalaması alınırsa  $u'=0$  olur böylece x doğrultusu için denkleminiz;

$$\begin{aligned} & \rho(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \\ & = \rho X - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} + \frac{\partial}{\partial x}(-\rho \bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial y}(-\rho \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z}(-\rho \overline{u'w'}) \end{aligned} \quad (2.50)$$

şeklinde yazılabilir. (2.50) denklemi Stokes denklemlerine ilaveten  $\frac{\partial}{\partial x}(-\rho \bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial y}(-\rho \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z}(-\rho \overline{u'w'})$  ifadesini içerir ki bu ifadeye çalkantı gerilmeleri ya da Reynolds gerilmeleri denir. (2.50) denklemi y ve z yönü içinde benzer şekilde yazılabilir. Vektör-tansör notasyonu ile gösterecek olursak denkleminiz;

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \rho \vec{K} - \vec{\nabla} p + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{V} + [\vec{\nabla} \cdot \vec{T}^c] \quad (2.51)$$

Reynolds denklemleri  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{w}$ ,  $\bar{p}$  ve 6 çalkantı gerilmesiyle birlikte 10 bilinmeyen içerir. Halbuki süreklilik denklemiyle beraber 4 denklem vardır. Bazı ilave kabullerle bu ifadeler sadeleştirilebilir, dolayısı ile bazı pratik akım problemleri için yaklaşık çözümler elde edilebilir.

Reynolds denklemlerinin sağ tarafında bulunan çalkantı gerilmeleri tansörü aslında  $du/dt$ ,  $dv/dt$  ve  $dw/dt$  ifadelerinin zamansal ortalamalarının alınmasıyla ortaya çıkmış momentum terimleridir. Ancak (d'Alambert dinamik denge prensibine göre) denklemin sağ tarafındaki bu terimlere gerilme tansörünün ilave terimleri olarak bakılabilir. Buna göre Reynolds denklemleri, viskoz, sıkışmayan, türbülanslı akım için x yönünde aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\rho \frac{d\bar{u}}{dt} = \rho X - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} + \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \bar{u}'^2) + \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \overline{u'v'}) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho \overline{u'w'}) \quad (2.52)$$

### 3.POTANSİYEL AKIM TEORİSİ

İki boyutlu bir akımda çevrinti vektörünün sıfır yani;

$$2\omega = \vec{\nabla}_x \vec{V} = \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \vec{k} = 0 \quad (3.1)$$

olması halinde böyle bir akıma çevrintisiz ya da potansiyel akım adı verilir. Aslında gerçek anlamda çevrintisiz akım yoktur. Ancak bir akımda hız gradyanının küçük olduğu (katı sınırların yakınında sınır tabakasının dışındaki) bölgelerde çevrinti pratik bakımdan ihmal edilebilecek kadar küçük olacağından potansiyel akım kabulü yapılabilir. (Sümer, Ünsal ve Beyazıt, 1983). Aşağıda potansiyel akımların çözümünde kullanılan akım fonksiyonu hakkında kısa bilgiler sunulmuştur.

#### 3.1 Akım Fonksiyonu

Akım fonksiyonu  $\Psi(x,y)$  çevrintili ve çevrintisiz akım çizgilerinin geometrisini ifade eden bir fonksiyondur. İki boyutlu akımlarda hız bileşenleri akım fonksiyonu cinsinden aşağıdaki gibidir.

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (3.2)$$

(3.2) denklemini sıkışmayan, iki boyutlu akımlardaki diferansiyel süreklilik denkleminde yerine yazılırsa

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y \partial x} \quad (3.3)$$

elde edilir (Kırkgöz ve ark., 2004). Yukarıdaki denklem düzenli iki boyutlu ve sıkışmayan akımlarda akım fonksiyonunun varlığı için matematiksel olarak gerekli ve

yeterli koşulu temsil etmektedir. İki boyutlu çevrintisiz akımlar için (3.2) değerleri (3.1) denkleminde yerine konursa

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = \nabla^2 \Psi = 0 \quad (3.5)$$

elde edilir. Burada  $\nabla^2 = (\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2)$  ifadesine Laplace operatörü ya da laplacian denir. Laplace denkleminin verilen sınır şartları altında çözülmesiyle elde edilen  $\psi$  terimi, sıkışmayan akımlar için akım fonksiyonunu gösterir. (Kırkgöz, ve ark., 2004)

İki boyutlu, çevrintisiz bir akımın verilen sınır şartlarında Laplace denklemini sağlayan yalnızca bir  $\Psi$  fonksiyonu vardır ve Laplace denkleminin çözümü harmonik fonksiyonlardır.  $\nabla^2 \Psi = 0$  lineer, homojen kısmi diferansiyel denklem olduğu için iki çözümün toplamı da bir çözümdür. Bundan dolayı  $\Psi_1$  ve  $\Psi_2$  harmonik ise  $C\Psi_1$ ,  $C + \Psi_1$ ,  $\Psi_1 + \Psi_2$ ,  $C\Psi_1 + \Psi_2$  ..... de harmoniktir.

### 3.1.1 Akım Fonksiyonunun Bazı Özellikleri

a) Akım fonksiyonu bir sabite eşitlendiğinde akım modeli için akım çizgilerinin denklemi elde edilir.

$$\Psi = C_1, C_2, \dots, C_n$$

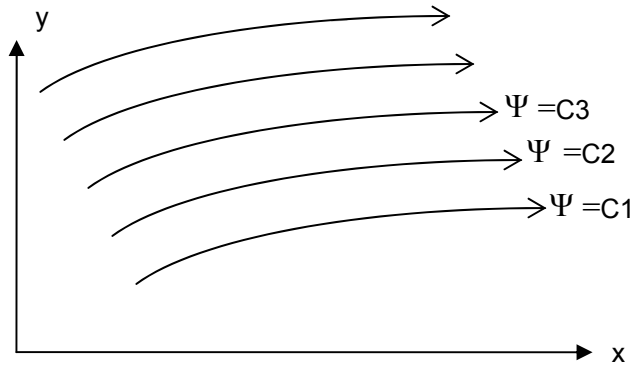
İki boyutlu akım için akım çizgileri denklemi

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} \quad \Rightarrow \quad udy - vdx = 0 \quad (3.6)$$

u ve v nin değerlerinin yerine konmasıyla

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} dy + \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx = 0 \Rightarrow d\Psi = 0 \Rightarrow \Psi = \text{sabit elde edilir. Bu}$$

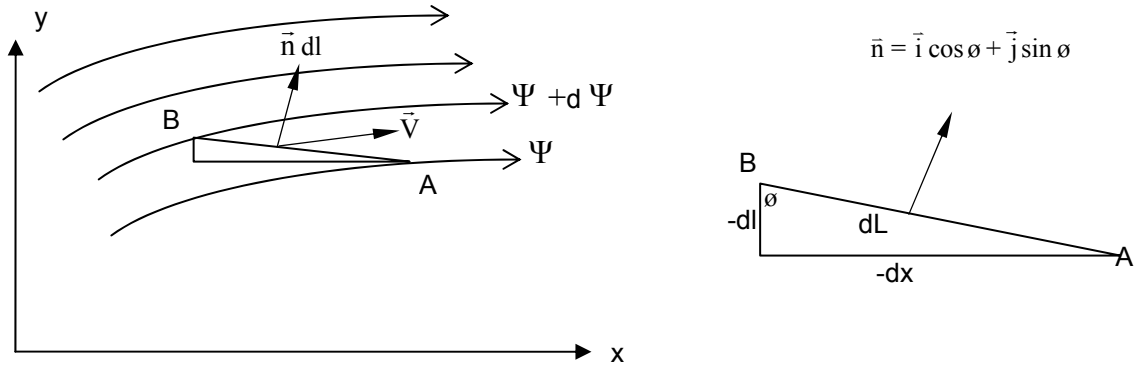
denklemin akım çizgileri ailesini temsil etmektedir.



Şekil 3.1 Akım Çizgileri

**b)** Bir akımda birim genişlikten geçen debi herhangi iki akım çizgisinin  $\Psi$  değerlerinin farkına eşittir.

$$\Psi = C1 \text{ ve } \Psi = C2 \quad \text{ise} \quad dq = d\Psi = C2 - C1 \text{ olur}$$



Şekil 3.2 İki Akım Çizgisi Arasında Birim Genişlikten Geçen Debi

$$dq = \vec{V} \cdot dA = \vec{V} \cdot dL = \vec{V} \cdot \vec{n} dL \quad (3.7)$$

burada

$$\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} \quad (3.8)$$

$$\vec{n} = \frac{\partial x}{\partial n}\vec{i} + \frac{\partial y}{\partial n}\vec{j} = \frac{\partial y}{\partial L}\vec{i} - \frac{\partial x}{\partial L}\vec{j} \quad (3.9)$$

(3.8) ve (3.9) denklemleri (3.7) denkleminde yerine konursa

$$dq = (u\vec{i} + v\vec{j}) \cdot \left( \frac{\partial y}{\partial L}\vec{i} - \frac{\partial x}{\partial L}\vec{j} \right) dL = \left( u \frac{\partial y}{\partial L} - v \frac{\partial x}{\partial L} \right) dL \quad (3.10)$$

$$dq = \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial L} - \left( -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right) \frac{\partial x}{\partial L} \right] dL = \frac{\partial \Psi}{\partial y} dy + \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx \quad (3.11)$$

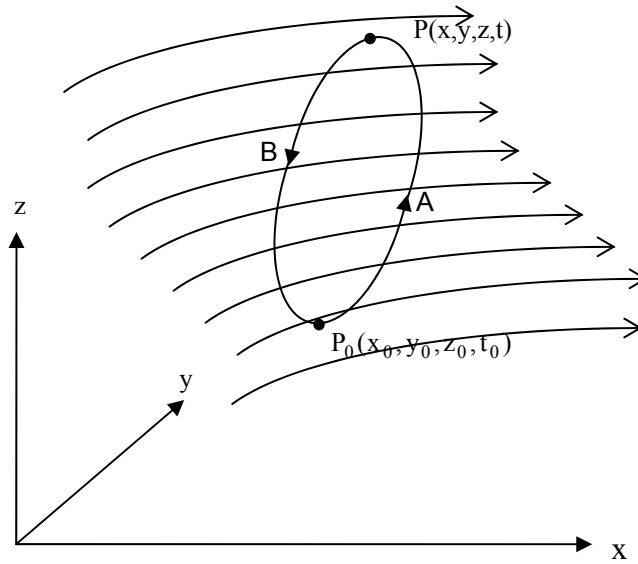
$$dq = d\Psi \quad (3.12)$$

olduğu sonucu çıkabilir.

c) Farklı akım modellerinin birleşmesiyle oluşan akım modellerinde, akım fonksiyonu, basitçe bunların ayrı ayrı akım fonksiyonlarının toplamına eşittir.

### 3.2 Hız Potansiyel Fonksiyonu

Şekil 3.3 te görüldüğü üzere çevrintisiz akım alanında, kapalı bir eğri boyunca hesaplanan  $\vec{V} \cdot d\vec{L}$  integrali sirkülasyonu verir.



Şekil 3.3 Çevrintisiz akım alanı

$$\Gamma_{P_0APBP_0} = \int \vec{V} \cdot d\vec{L} = \int_{P_0}^P \vec{V} \cdot d\vec{L} + \int_P^{P_0} \vec{V} \cdot d\vec{L} = 0 \quad (3.13)$$

Burada  $\int_{P_0}^P \vec{V} \cdot d\vec{L} = \int_P^{P_0} \vec{V} \cdot d\vec{L}$  olduğu ve denklemden çevrintisiz bir akımda,  $P_0$  ve

$P$  noktaları arasında  $\vec{V} \cdot d\vec{L}$  integralinin yola bağımlı olmadığı görülebilir. Bu,  $\vec{V} \cdot d\vec{L}$  integralinin değeri yere ve zamana bağlı olan bir noktasal fonksiyonunun tam diferansiyeli anlamına gelmektedir.

$$\int_{P_0}^P \vec{V} \cdot d\vec{L} = \int_{P_0}^P d\phi = \phi(x, y, z, t) - \phi_0(x_0, y_0, z_0, t_0) \quad (3.14)$$

Bu noktasal fonksiyon  $\phi(x, y, z, t)$  hız potansiyeli olarak adlandırılır.  $d\phi$  nin toplam diferansiyeli

$$d\phi = \vec{\nabla}\phi \cdot d\vec{L} \quad (3.15)$$

$d\phi$  nin iki değerini eşitleyerek

$$\vec{V} d\vec{L} = \vec{\nabla}\phi d\vec{L} \quad (3.16)$$

$$\vec{V} = \vec{\nabla}\phi \quad \text{veya} \quad u = \frac{\partial\phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial\phi}{\partial y} \quad (3.17)$$

elde edilir.

(3.17) denklemindeki ifadeleri çevrintisizlik şartı ( $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 0$ ) da yerine yazılırsa

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial x} = 0 \quad (3.18)$$

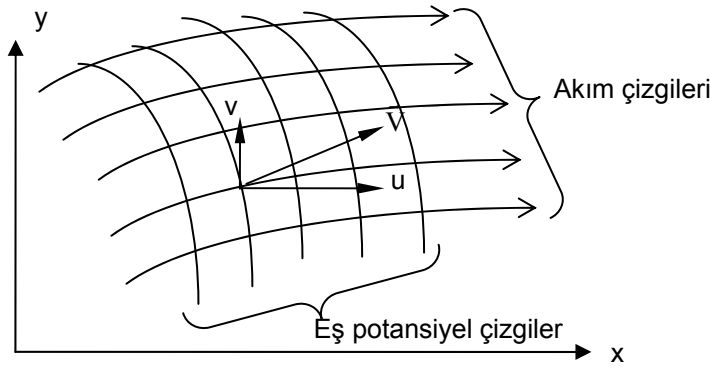
denklemini elde edilir. Böylece çevrintisiz iki boyutlu akımlar için daima bir  $\Phi$  potansiyel fonksiyon tanımlanabilir. Akım burada sıkışan veya sıkışmayan akım olabilir. (3.18) deki ifadeleri sıkışmayan, düzenli, iki boyutlu akımlar için süreklilik denkleminde yerine koyarsak;

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \nabla^2 \phi = 0 \quad (3.19)$$

bulunur.

Bütün harmonik fonksiyonlar sürekli olduğu için çevrimsiz akım alanında her bir yüzeyin potansiyel fonksiyonunun sabit olduğu yüzeyleri oluşturabiliriz. Böyle yüzeylere eş potansiyel yüzeyler ya da eş potansiyel çizgiler adı verilir. Her hangi bir eş potansiyel yüzey üzerinde bir elemanter yer değiştirmeler boyunca  $\Phi$  nin gradyanı sıfıra eşit olmalıdır.



Şekil 3.4 Eş potansiyel ve akım çizgileri

Denklem (3.17) deki ifadeleri denklem (3.15) de yerine yazarsak

$$u dx + v dy = 0 \quad (3.20)$$

veya

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{u}{v} \quad (3.21)$$

bulunur. Bu, akım çizgileri ile eş potansiyel çizgilerinin kesişme noktasındaki teğetlerinin birbirine dik olduğunu gösterir. Bunun anlamı akım alanında  $\Psi$  ve  $\phi$  çizgileri Şekil 3.4 te görüldüğü gibi dik bir grid sistem oluştururlar (Kırkgöz ve ark.,1994).

## 4. SAYISAL YÖNTEM

### 4.1. Giriş

Üçgen bir savak arkasındaki akımın hızlarını sayısal olarak elde edebilmek amacıyla iki yöntem kullanılmıştır: VOF analizi ve Potansiyel akım. Her iki yöntemde de olayı idare eden denklemler sonlu elemanlar yöntemine dayalı olarak geliştirilen ANSYS paket programı yardımı ile sayısal olarak çözülmüştür. Aşağıda örnek olarak potansiyel akım yaklaşımında olayı idare eden Laplace diferansiyel denkleminin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü gösterilmiştir.

### 4.2. Laplace Denkleminin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Çözümü

Laplace diferansiyel denkleminin analitik çözümü akım sınırlarının geometrik olmaması durumunda çok güçtür.  $\nabla^2\Psi$  veya  $\nabla^2\phi = 0$  denkleminin analitik çözümü kısmi diferansiyel denklemlerin çözüm metotları uygulanarak genel, veya sınır şartlarının da uygulanması ile özel çözümler elde edilir.

Daha genel ve uygulamaya yönelik problemlerde yaklaşık çözümlere başvurulmaktadır. Yaklaşık çözümler grafik ve sayısal olarak iki grupta bulunurlar. Bu çalışmada Laplace diferansiyel denkleminin sonlu elemanlar yöntemiyle çözümü ele alınacaktır.

Laplace Denklemine ( $\nabla^2\Psi = 0$ ) ağırlıklı artıklar yöntemi uygulanarak integral forma geçiş yapılırsa ;

$$w = \int_A \phi \left( \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} \right) dA = 0 \quad (4.1)$$

elde edilir, ve (4.1) denkleminin kısmi integrasyon uyguladığımızda;

$$w = \int_A \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) dA + \oint_s \phi \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds = 0 \quad (4.2)$$

(4.2) denklemini elde ederiz. Ağırlık fonksiyonunun seçiminde Galerkin yöntemini, yani  $\phi = \delta \Psi$  seçersek denklem;

$$w = \int_A \left( \frac{\partial \delta \Psi}{\partial x} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial \delta \Psi}{\partial y} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) dA + \oint_s \delta \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds = 0 \quad (4.3)$$

haline gelir (Dhat ve Touzot, 1984). Eleman seçiminde değişik eleman tipleri seçerek gerçek uzaydan referans uzaya geçilir. Çalışmalarda dörtgen elemanlar kullanılmıştır Bir dörtgen eleman göz önüne alınarak eleman üzerindeki düğümsel yaklaşım:

$$\Psi(x, y) = \langle N(x, y) \rangle \{ \Psi_d \} \quad (4.4)$$

Referans elemanı üzerindeki yaklaşım ise aşağıdaki şekildedir.

$$\Psi(\zeta, \eta) = \langle N(\zeta, \eta) \rangle \{ \Psi_d \} \quad (4.5)$$

burada

$N_1, N_2, N_3$  : şekil fonksiyonları

$$\Psi_d = \begin{Bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{Bmatrix} \rightarrow \text{düğüm değerleri}$$

Eleman integral formu yazacak olursak;

$$w = \sum_{e=1}^{n_{\text{eleman}}} \int_{A^e} \left( \frac{\partial \delta \Psi}{\partial x} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial \delta \Psi}{\partial y} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) dA - \oint \delta \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds = 0 \quad (4.6)$$

(4.6) denklemini matris formunda yazarsak;

$$w^e = \langle \delta \Psi_d \rangle \int_{A^e} [B]^T [D] [B] dA \{ \Psi_d \} - \langle \delta \Psi_d \rangle \oint \{ N \} \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds \quad (4.7)$$

Burada

$$\begin{bmatrix} \langle \Psi_{,x} \rangle \\ \langle \Psi_{,y} \rangle \end{bmatrix} = [B] \quad , \quad [D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad [B]^T \quad B \text{ matrisinin transpozesidir}$$

$$(4.7) \text{ ifadesinde} \quad \int_{A^e} [B]^T [D] [B] dA = [k] \quad \text{ve} \quad \oint \{ N \} \frac{\partial \Psi}{\partial n} ds = [q] \text{ diyerek}$$

denklem yeniden düzenlenirse

$$w^e = \langle \delta \Psi_d \rangle ([k] \{ \Psi_d \} - [q]) = 0 \quad (4.8)$$

ifadesi elde edilir. Kodlama tekniği kullanılarak eleman matrislerinden sistem matrisine geçilirse:

$$[K] \{ \Psi_d \} - [Q] = 0 \quad (4.9)$$

ifadesi elde edilir. Yukarıdaki cebrik denklem takımının çözülmesiyle düğümlerde aranan değerlere ulaşılmış olunur.

### 4.3. Akışkan Hacim Yöntemi -VOF Analizi

Akışkan hacim (VOF) metodu serbest su yüzü profilinin şeklini ve konumunu belirleyen bir yöntemdir. Bunun için önce türbülanslı akım alanındaki hız bileşenleri, aşağıda vektörel notasyonda gösterilmiş olan Reynolds transport denklemi ve süreklilik denklemlerinin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümünden elde edilir.

Sıkışmayan türbülanslı akımlar için Reynolds transport denklemi:

$$\rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \rho K_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (4.10)$$

Süreklilik denklemi :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (4.11)$$

burada  $u_i$  yatay ve düşey hız bileşenlerini,  $K$  kütlelesel kuvveti,  $p$  basınç,  $\mu$  dinamik viskozite,  $\rho$  yoğunluk ve  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$  türbülans gerilmesini gösterir. Türbülans gerilmesi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \eta \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.12)$$

burada  $\eta$  türbülans viskozitesidir ve türbülans viskozitesini hesaplamada çeşitli yöntemler vardır. Bu çalışmada standart k- $\epsilon$  modeli ile hesaplanmıştır. Bu modelde  $\eta$  türbülans viskozitesi aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\eta = \rho C_\eta \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.13)$$

burada  $k$  türbülans kinetik enerjisi,  $\varepsilon$  enerji harcanma oranı ve  $C_\eta$  ise türbülans sabiti olup 0.09 alınabilir.

Daha sonra serbest yüzeyin gelişimi, yatay ve düşey doğrultudaki Lagrangian deplasmanlarını veren aşağıdaki ifadeler yardımıyla hesaplanır.

Yatay deplasman:

$$\xi = \int_t^{t+\delta t} V_x dt \quad (4.14)$$

Düşey deplasman:

$$\eta = \int_t^{t+\delta t} V_y dt \quad (4.15)$$

Burada  $\xi$  ve  $\eta$  sırasıyla  $x$  ve  $y$  yönündeki deplasmanlar,  $V_x$  yatay hız bileşeni,  $V_y$  düşey hız bileşeni,  $t$  zaman ve  $\delta t$  zaman adıdır.

Su yüzü profilinin belirlenmesinin bir başka yolu da kısmi hacim fonksiyonu için aşağıda verilen ifadenin çözümü ile mümkün olabilmektedir. Bunun için elemanlara ayrılmış akım bölgesinde  $F$  için başlangıç şartı girilir ve (4.14) ifadesinin sayısal çözümünden her bir eleman için belli bir zaman artımı sonrasındaki  $F$  değerleri bulunur.  $F=1$  ise elemanın sıvı ile dolu olduğunu,  $F=0$  ise boş olduğunu gösterir.  $F$ 'nin 0–1 arasındaki bir değer alması durumunda ise kısmen doluluk söz konusudur. Bu şekilde belli bir iterasyon sonucunda kararlı hale ulaşılır ve o akım şartları için su yüzü profili belirlenmiş olur.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} F = 0 \quad (4.16)$$

Burada  $F$  kısmi hacim fonksiyonudur.

## 5. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Laplace diferansiyel denkleminin sayısal çözümlerini elde etmek maksadıyla birçok yaklaşık çözümler geliştirilmiştir: sonlu farklar, sonlu elemanlar, sonlu hacimler ve sınır elemanları yöntemi (shames, I.H., 1982; Reddy, J.N., 1984; Dhatt, G.; Touzot, G., 1984; Ingham, D. B. and Kelmanson, M.A., 1984). Bu yöntemler yardımıyla hız potansiyel fonksiyonu veya akım fonksiyonunun problem bölgesinde noktasal değerleri hesaplanmaktadır. Bulunan bu değerler yardımıyla akımın diğer parametreleri elde edilebilmektedir.

Boutros ve ark.(1986), tabanı düzgün olmayan kanallarda serbest akım yüzeyini araştırmışlardır. Bu amaçla Schwarz-Chridtoffel transformasyonu ve karışık sınır değer problemi için kullanılan Hilbert çözümü kullanılmış ve daha sonra elde edilen integral denklemleri çözülerek eğrisel serbest yüzey profilleri elde edilmiştir.

Faltas ve ark. (1989), çevrintisiz, sıkışmayan, sürtünmesiz ve kararlı bir akım için, tabanında trapez kesitli geniş başlıklı bir savak bulunan bir kanaldaki kritik altı ve kritik üstü akımları çalışmışlardır. Bu çalışmada, Thomson (1886) ve Lamb (1932) tarafından önerilen Fourier çift integral teoremi kullanılmıştır. İki boyutlu bir akımda farklı taban şekilleri ve Froude sayıları için yapılan deneysel çalışmadan elde edilen bulguları değerlendirerek Froude sayısı ile taban derinliğinin akım üzerindeki etkisini incelemişlerdir.

Aköz (1996), potansiyel akımların teorik ve deneysel analizi ile ilgili çalışma yapmıştır. Bu amaçla laboratuvarında modellediği kapak arkası akım bölgesinde muline ile yapılan hız ölçümlerinden elde ettiği deneysel bulguları sonlu farklar ve sonlu elemanlar sayısal yöntemlerinden elde edilen bulgular ile karşılaştırmıştır.

Wen ve ark. (1997), geometrisi karmaşık olan iki boyutlu düzenli ve sıkışmayan serbest yüzeyli akımlar ile ilgili deneysel ve teorik çalışmalar yapmışlardır. Karmaşık geometriye sahip akım bölgesi için geliştirdikleri sınır integral yönteminden elde ettikleri bulguları deneysel olarak ölçtükleri bulgularla karşılaştırarak serbest akım yüzeyinin profilini yaklaşık olarak belirlemeye çalışmışlardır.

Montes (1997), düzlemsel kapak altında sürtünmesiz akım için sayısal bir çözüm yöntemi geliştirmiştir. Sürtünmesiz akım durumunda deneysel ve nümerik daralma katsayıları arasındaki farklılık irdelenmiştir. Bu yöntemle akım bölgesi boyunca elde edilen su yüzü profili hız ve basınç dağılımlarının hem nümerik hem de deneysel sonuçlar ile uyumlu olduğu gösterilmiştir.

Roth ve Hager (1999), yapmış oldukları deneysel çalışmada kapak altı akımlarda viskozite ve yüzeysel gerilmelerin etkisini araştırmışlardır. Kapak açıklığı kanal genişliğinin bir fonksiyonu olarak ele alınarak kapak arkası akımlar için akım parametreleri hesaplanmıştır. Aynı zamanda kanal tabanındaki ve kapaktaki basınç ve hız dağılımları viskozite ihmal edilerek elde edilmiştir.

Assy (2001), sonlu farklar yöntemini kullanarak savak üstü akımlar için bir çözüm yöntemi sunmuştur. Bu çalışmada kapaklı ve kapaksız durumlar için akım fonksiyonu kullanılarak çevrintisiz savak akımları analiz edilmiştir. Yine bu çalışmada su yüzeyinin konumu, debi ve basınç alanları incelenerek akımı sınırlayan noktalarda Neumann sınır şartları gösterilmiştir. Sistemi idare eden denklemleri Gauss-Seidel iterasyon metoduyla lineer olarak çözmüştür.

Choi ve Kim (2000), yapmış oldukları çalışmada baraj mansabında yapılan Ogee profilli savaklardan geçebilecek debinin kapasitesi, zamana bağlı olarak hız ve basınç dağılımları ve su yüzü profillerini elde etmişlerdir. Çalışmalarında bu savaklardan geçen suyu çevrintisiz, sürtünmesiz, homojen, sıkışmayan ve serbest yüzeyle olarak ele almışlardır. Yaptıkları çalışmalarda sayısal çözüm elde etmek amacıyla sonlu elemanlar metodunu kullanmışlardır. Bu sonlu eleman modeline bağlı olarak da su yüzü profilinin elde edilmesi için bir çözüm yöntemi geliştirmişlerdir. Elde ettikleri sonuçların U.S. Army Corps of Engineers test sonuçları ile uyum içinde olduğu görülmüştür.

Boiten (2002) yapmış olduğu çalışmada modüler ve modüler olmayan akımları tanımlamış, su bentlerinde debi-yükseklik ilişkisini incelemiştir. Ayrıca yaptığı çalışmada hem ölçüm yapısı hemde balık geçidi olarak kullanılabilen venturi kapakların hidrolik şartlarını deneysel olarak incelemiştir.

Ghodsian (2003), yan kapak akımlarının hidrolik karakteristiklerini belirlemek amacıyla deneysel çalışma yapmıştır. Enerji yüksekliğinin yan kapak boyunca sabit kaldığı kabulü ile yan kapaklar için debi katsayısının ana kanalın Froude sayısı ve memba derinliğinin kapak açıklığına oranı ilişkisi araştırılmıştır.

Chatila ve Tabbara (2004), Ogee profilli savakların hidroliğini araştırmışlardır. Çalışmalarında laboratuvar ortamında gerçekleştirilen deneylerde, farklı akış yükseklikleri için ölçülen serbest su yüzeyleri hesap edilen değerlerle karşılaştırılmıştır. Teorik hesaplarda sıvı dinamiğini modelleyerek sonlu elemanlar metodunu kullanan ADINA programı kullanılmış olup deneysel ve teorik su yüzü profillerinin uyum halinde olduğu gözlemlenmiştir.

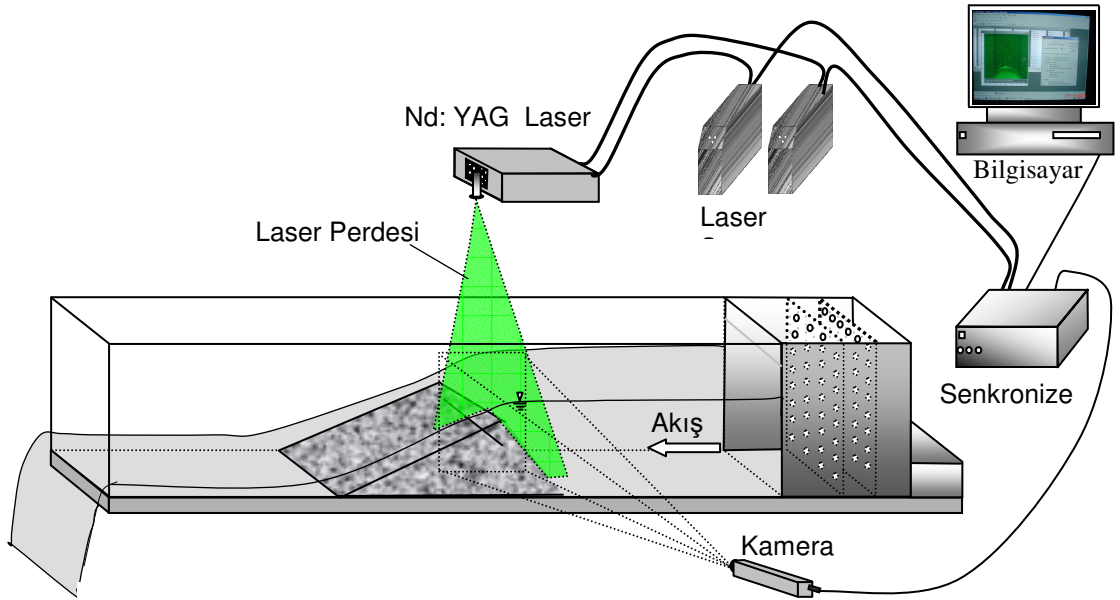
Ashgriz ve ark. (2004), Sonlu elemanlar yöntemine dayalı olarak geliştirilen ANSYS paket programını kullanmak suretiyle VOF analizi yapmışlar, açık kanal içinde modellenen yarım silindirik engel üzerindeki su yüzü profillerini elde etmişlerdir. Ayrıca serbest ve ara yüzeyler için basınç ve hız dağılımlarını elde ederek grafiksel olarak göstermişlerdir.

Salem (2004), daralan bir geometri içindeki akım alanını akım fonksiyonu kullanarak nümerik olarak modellemiştir. Dikdörtgen geometriye sahip daralan akım alanı içindeki yatay ve düşey akım hızları ile oluşan çevrintileri farklı Reynolds sayıları için teorik olarak elde etmiştir.

Shamma ve ark. (2005), noktasal/çizgisel potansiyel akım çözümlerini genişletilerek orta ölçekteki orifis ve kapakların memba bölgesi için hız alanları elde etmişlerdir. Orifis ve kapaklara yakın bölgelerde eş hız yüzeylerinin eliptik olmasına mukabil uzak bölgelerde yarı küresel olduğu tespit edilmiştir. Belli bir mesafeden sonra ise orifis ya da kapak şekil ve boyutunun akım davranışı üzerinde etkisi olmadığı da gözlemlenmiştir. Orifis yada kapak bölgesinden uzaklaştıkça hız profiline değişimi ve su derinliği değişimi araştırılmış, deneysel ve teorik modellerden elde edilen bulguların uyumlu olduğu görülmüştür.

**6. DENEY DÜZENİ VE YÖNTEMİ**

Deneyler, İnşaat Mühendisliği Bölüm Laboratuvarında genişliği ve yüksekliği 200 mm olan cam duvarlı açık bir kanalda yapılmıştır. Şekil 5.1 de de görüldüğü gibi iki boyutlu savak arkası akım alanındaki yatay ve düşey hız bileşenleri parçacık görüntülemeli hız ölçüm cihazı “PIV” ile ölçülerek potansiyel ve ANSYS-VOF çözümünden elde edilen teorik hızlarla karşılaştırılmıştır.



Şekil 6.1 Üçgen Savak ve PIV ile Hız Ölçümü

Buna ilave olarak VOF analizinden teorik olarak elde edilecek su yüzü profilleri ile karşılaştırmak üzere farklı akım şartlarında üçgen ve geniş başlıklı savak üzerindeki su yüzü profillerini belirlemek amacıyla deneyler yapılmıştır.

Debinin bulunması için ölçme tankı kullanılmıştır. 350x350 mm enkesit alanına sahip olan debi ölçme tankının 100 mm lik yüksekliği baz alınmış ve 10

değerin ortalaması olarak debi değeri saptanmıştır. Üçgen ve geniş başlıklı savak akımı için bu çalışmada  $Q=540 \times 10^3$ ,  $1957 \times 10^3$  ve  $1205 \times 10^3$  mm<sup>3</sup>/s debiler kullanılmıştır.

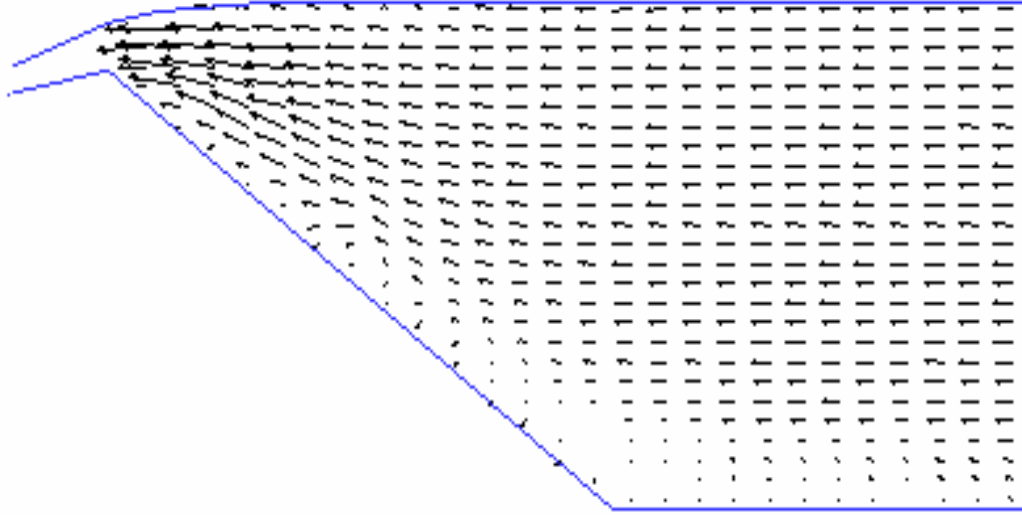
## 7. BULGULAR ve TARTIŞMA

Bu çalışmada, İnşaat Mühendisliği Laboratuvarında modellenen üçgen bir savak arkasındaki akımın hızları PIV cihazı ile ölçülmüş ve sonlu elemanlar yöntemine dayalı olarak geliştirilen ANSYS paket programından elde edilen teorik hızlarla karşılaştırılmıştır. Teorik hesaplamalarda iki ayrı yöntem kullanılmıştır: VOF analizi ve potansiyel akım.

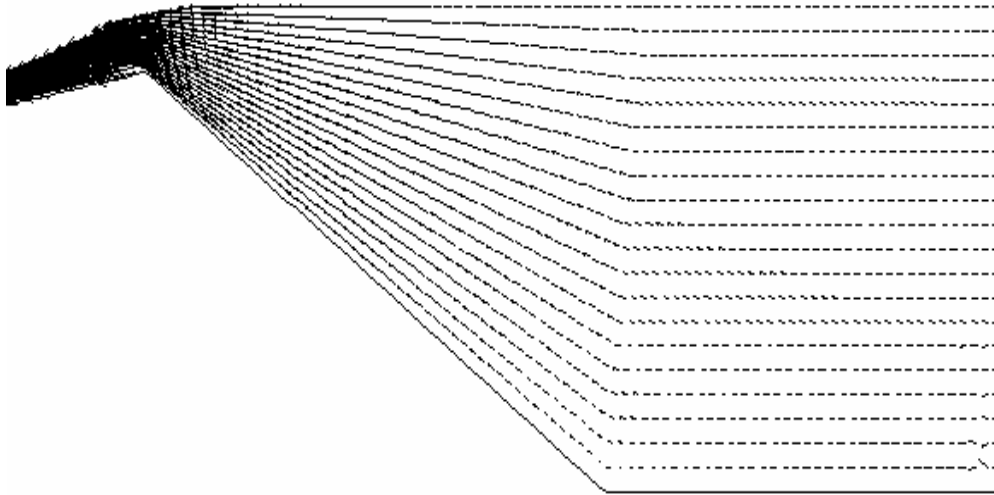
Potansiyel akım teorisinde  $\nabla^2\Psi=0$  Laplace diferansiyel denkleminin sayısal çözümü, verilen sınır şartları altında sonlu elamanlar yöntemine dayalı ANSYS paket programı yardımı ile her bir düğüm noktası için elde edilmiş, (3.2) ifadesinde yerine konması ile de akım alanındaki yatay ve düşey hız bileşenleri bulunmuştur. Hesaplamalarda Plane55 termal eleman kullanılmıştır.

VOF analizinde ise olayı idare eden hareket denklemlerinin sayısal çözümleri ANSYS-FLOTRAN ile yapılamak suretiyle akım alanındaki hız bileşenleri elde edilmektedir. Elde edilen bu hızlar, Lagrangian deplasmanlarının hesabı için verilen (4.12) ve (4.13) ifadelerinde yerine konmak suretiyle serbest su yüzü profilinin konumu dolayısıyla şekli bulunmaktadır. Hesaplamalarda Fluid141 akışkan elemanı kullanılmış ve türbülans modeli olarak Standart k-ε modeli kullanılmıştır.

Şekil 7.1 ve 7.2 de deneysel ve VOF analizinden elde edilen hız vektörleri görülmektedir. Şekillerden de görüldüğü gibi savak üstünde rölatif olarak daha büyük hız vektörleri söz konusu olmakta; kanal tabanı ile savak başlangıcı arasında kalan bölgede ise akım hızı oldukça yavaşlamakta dolayısıyla bu bölgede daha küçük hız vektörleri görülmektedir.

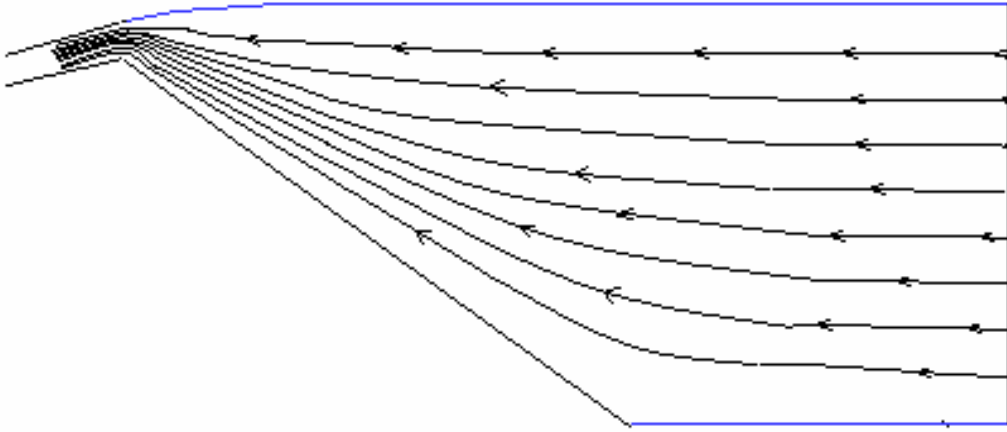


Şekil 7.1 Deneysel Hız Vektörleri,  $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$

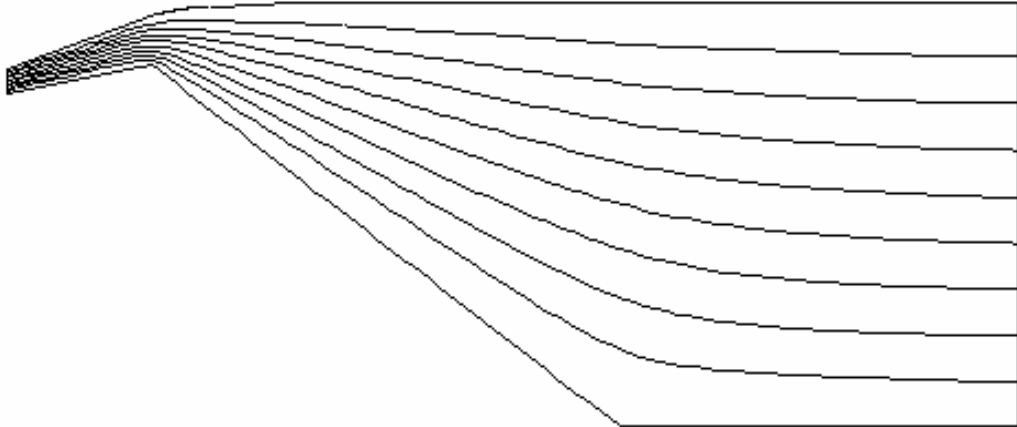


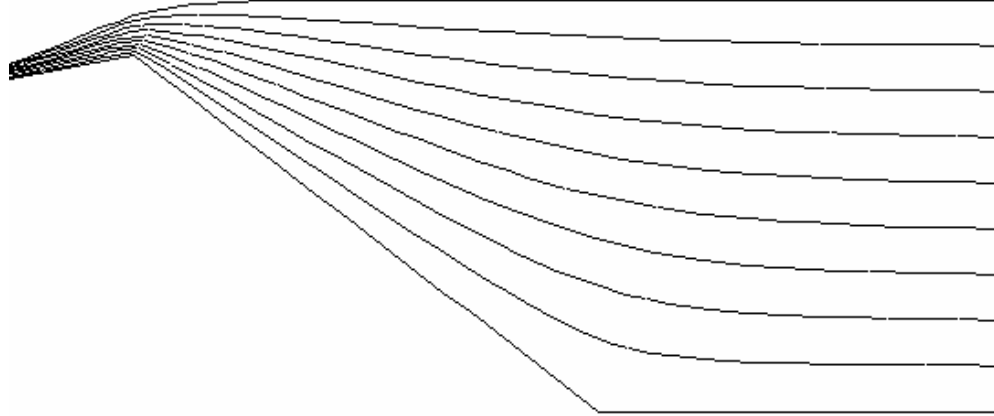
Şekil 7.2 VOF Çözümünden Elde Edilen Hız Vektörleri,  $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$

Şekil 7.3–7.5’te teorik ve deneysel çalışmalardan elde edilen akım çizgileri sunulmuştur. Şekiller incelendiğinde akım çizgilerinin birbirlerine çok yakın olduğu görülmektedir. Akım çizgilerinin birbirine paralel olduğu bölgede akım hızı üniform bir hız dağılımına sahip iken savağa yaklaşılmaları ile birlikte iki boyutlu akım sözkonusu olmaktadır. Savak üstünde ise yani akım çizgilerinin sık olduğu ve birbirlerine çok yaklaştığı bölgede ise akım hızı maksimum değerlere ulaşmaktadır.

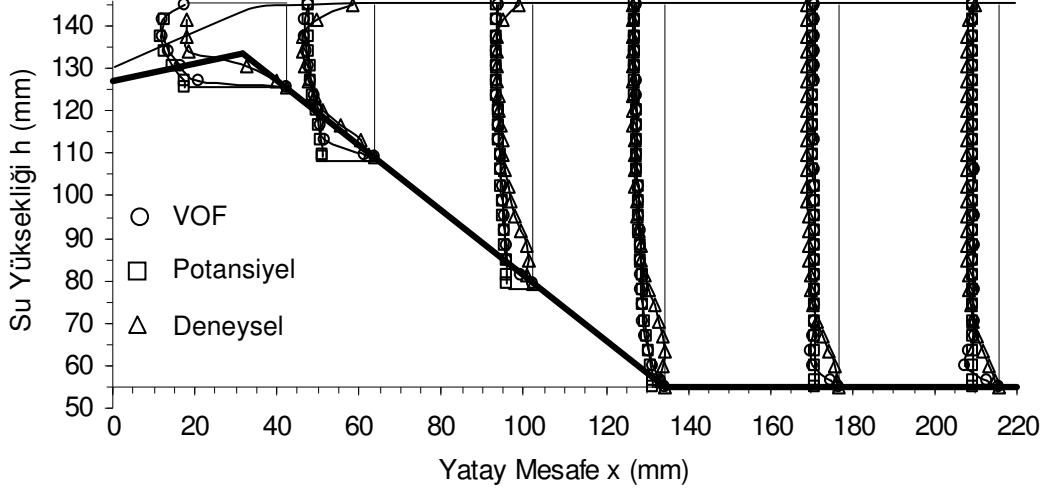


Şekil 7.3 Deneysel Akım Çizgileri,  $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$

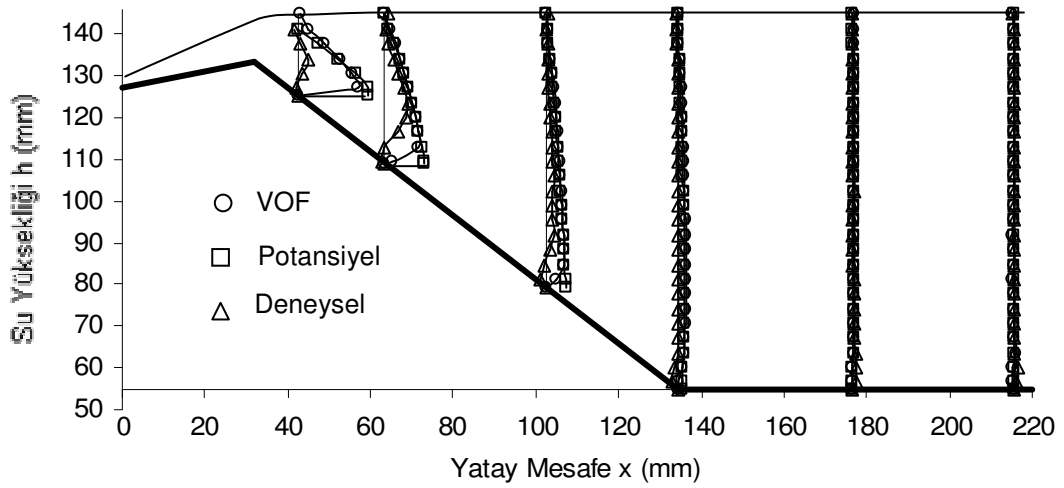


Şekil 7.4 Teorik Akım Çizgileri (VOF),  $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ Şekil 7.5 Teorik Akım Çizgileri (Potansiyel),  $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$ 

Şekil 7.6 ve 7.7’de deneysel ve teorik bulgulardan elde edilen hızların düşey dağılımları sunulmuştur. Şekil 7.6’da yatay hız bileşeninin altı farklı kesitteki düşey dağılımları verilmiştir. Katı sınıra yakın bölgelerde, akışkanın ideal olduğu kabulüne dayanan potansiyel akım yaklaşımı ile yapılan çözümlerden elde edilen bulgular dışında, deneysel ve teorik hızlar birbirleri ile genelde uyumlu olduğu görülmektedir. Viskoz gerilmelerin dikkate alındığı VOF analizinden elde edilen hızların ise potansiyel yaklaşımdan elde edilen hızlara göre, katı sınıra yakın bölgelerde deneysel hızlara daha çok yaklaşmaktadır. Düşey hız dağılımları incelendiğinde ise akımın üniform olduğu bölgede deneysel ve teorik bulgular hemen hemen üst üste çakışırken katı sınır sürtünmelerinin etkili olduğu savak üzerinde ise teorik hızlar deneysel ölçümlerden daha büyük çıkmaktadır (Şekil 7.7).

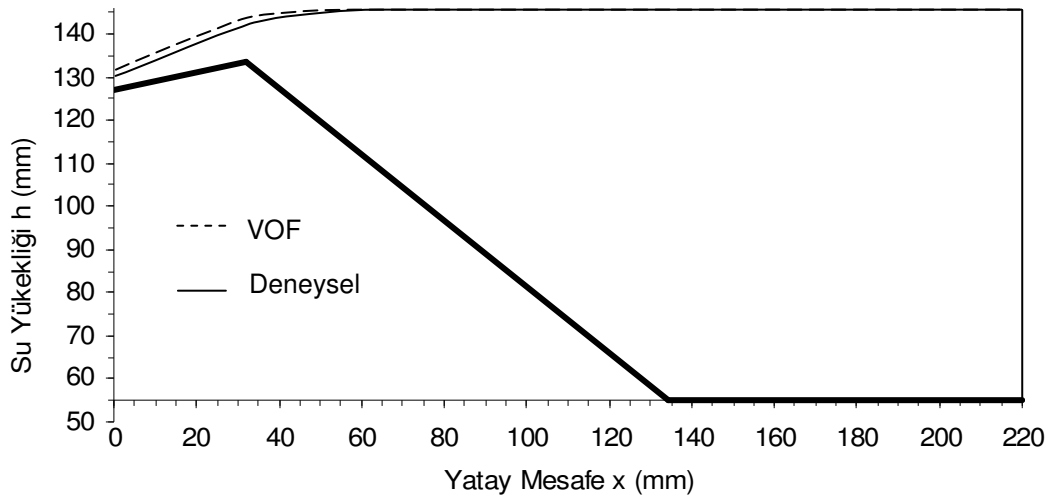


Şekil 7.6 Deneyel ve Teorik Bulgulardan Elde Edilen Yatay Hız Dağılımları,  
 $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



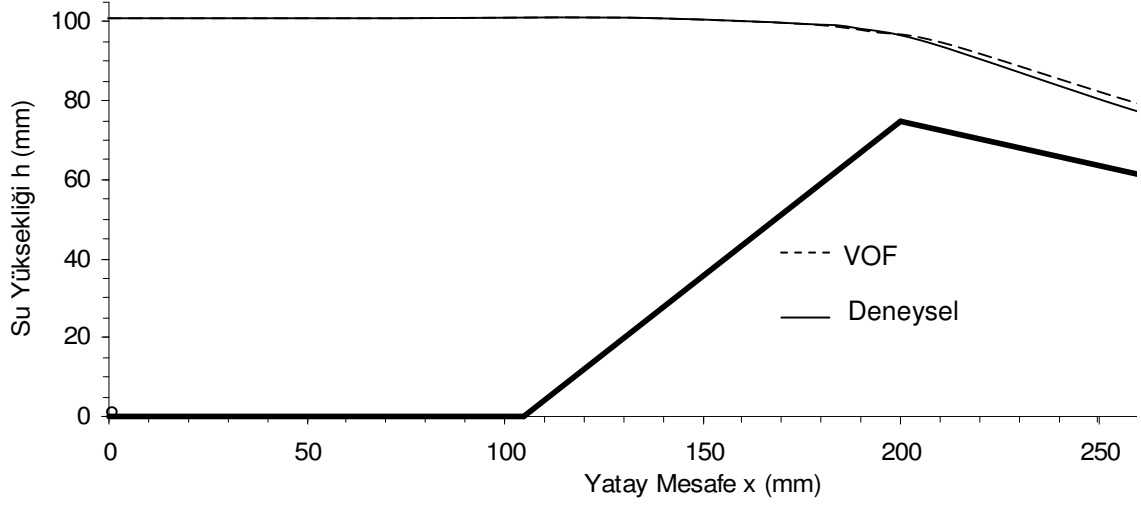
Şekil 7.7 Deneyel ve Teorik Bulgulardan Elde Edilen Düşey Hız Dağılımları,  
 $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$

Şekil 7.8’te üçgen savak için deneysel ve VOF analizinden elde edilen su yüzü profilleri sunulmuştur. Savak menbasında deneysel ve teorik su yüzü profilleri üst üste çakışırken savak tepe noktasına yakın bölgede ise profiller arasında az da olsa (%18) farklılık söz konusu olmaktadır.

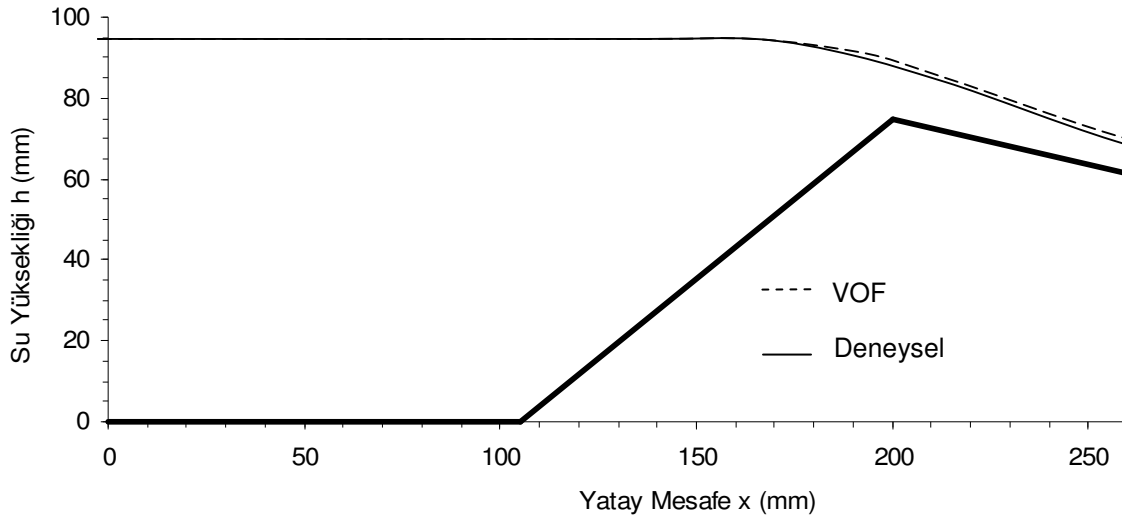


Şekil 7.8 Teorik ve Deneysel Su Yüzü Profilleri,  $Q=540 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$

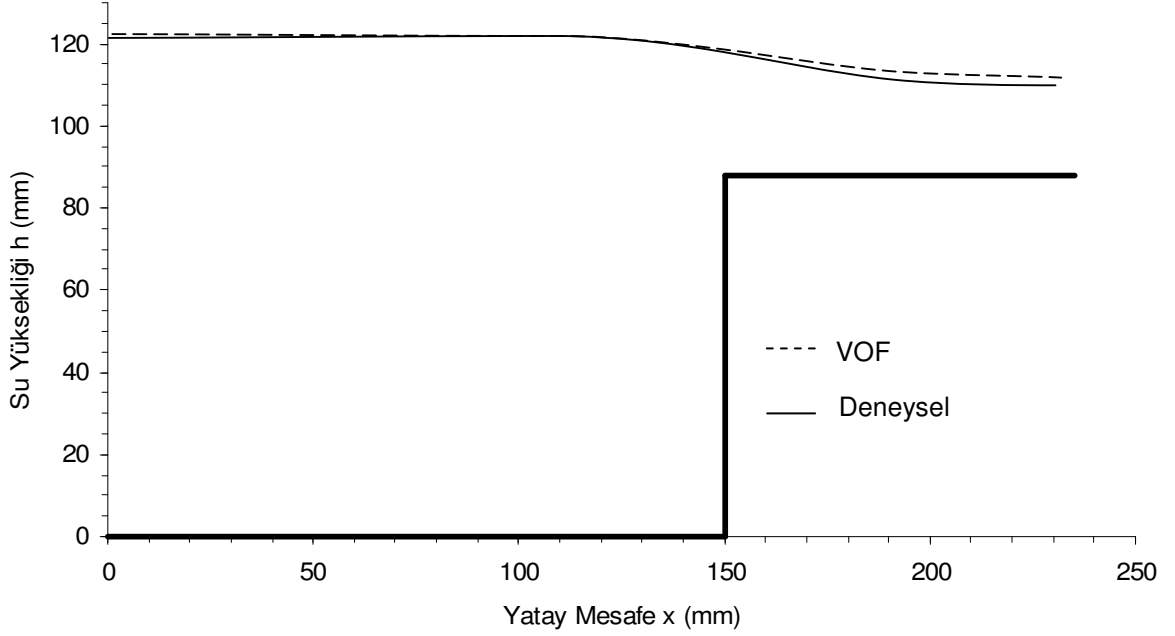
Aynı zamanda VOF analizinden elde edilen su yüzü profilleri ile karşılaştırmak amacıyla laboratuvarında üçgen ve geniş başlıklı savak için farklı akım şartlarında deneysel ölçümler yapılmıştır. Şekil 7.9–7.12’de üçgen ve geniş başlıklı savak için elde edilen teorik ve deneysel su yüzü profillerinin birbirlerine son derece yakın olduğu görülmektedir.



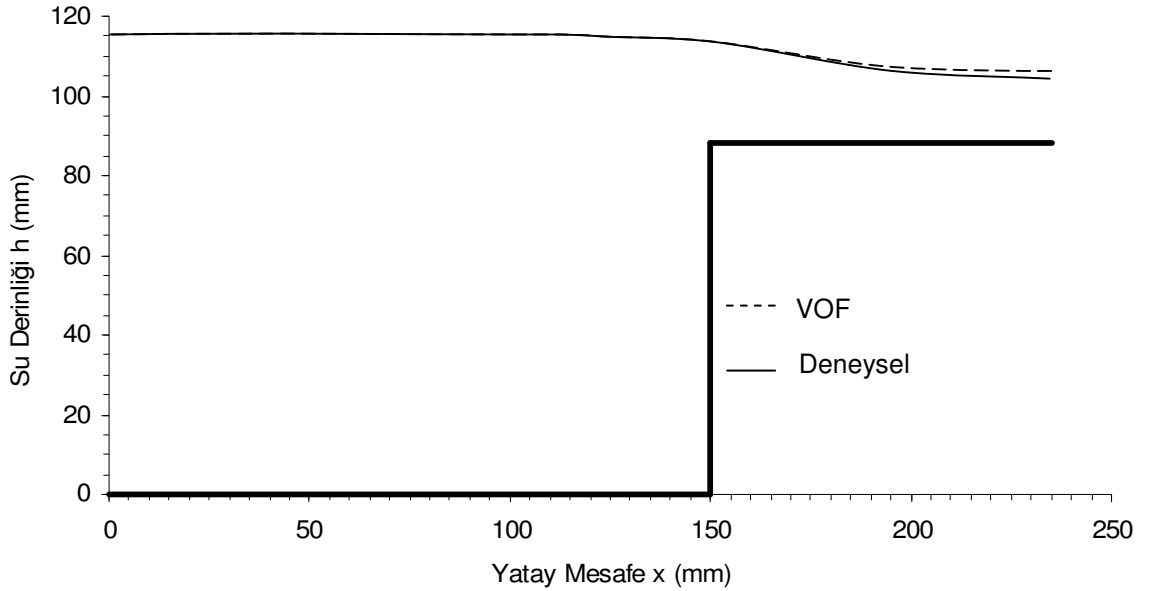
Şekil 7.9 Üçgen Savak İçin Deneysel ve Teorik Su Yüzü Profilleri,  
 $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



Şekil 7.10 Üçgen Savak İçin Deneysel ve Teorik Su Yüzü Profilleri,  
 $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$

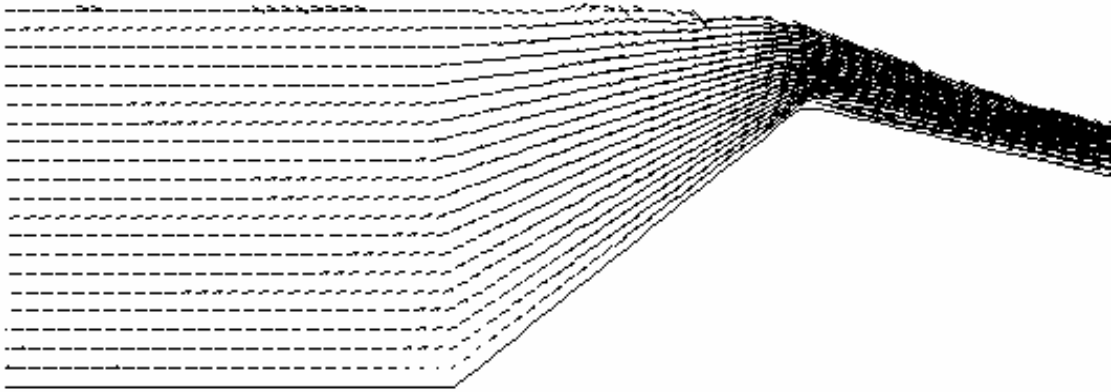


Şekil 7.11 Geniş Başlıklı Savak İçin Deneysel ve Teorik Su Yüzü Profilleri,  
 $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$

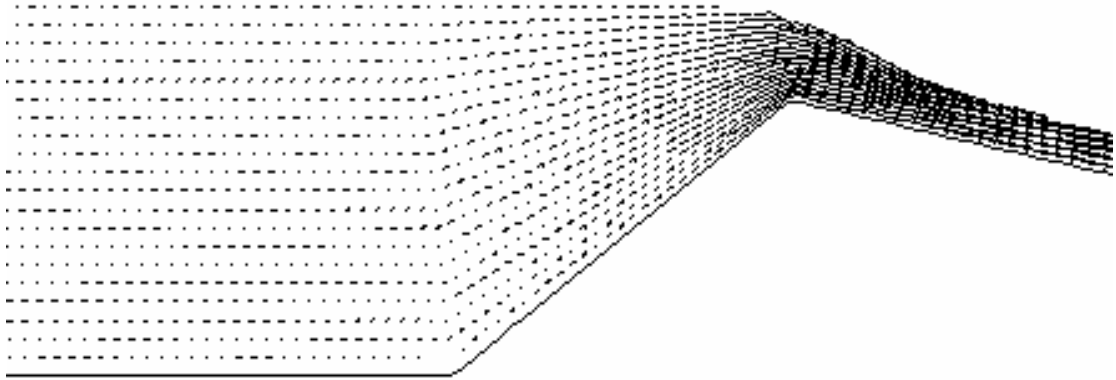


Şekil 7.12 Geniş Başlıklı Savak İçin Deneysel ve Teorik Su Yüzü Profilleri,  
 $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$

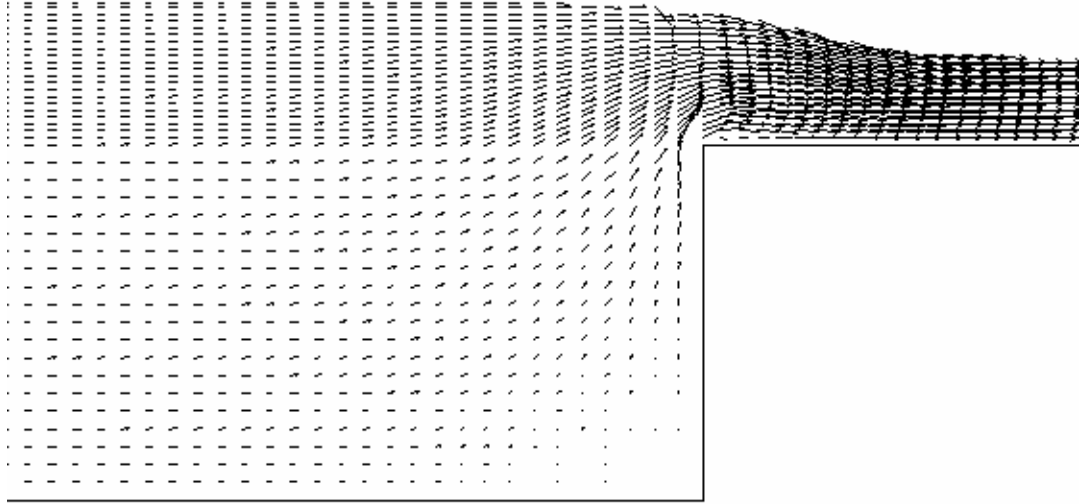
Şekil 7.13–7.16’da aynı akım şartlarında üçgen ve geniş başlıklı savak için VOF analizinden elde edilen akım alanındaki hız vektörleri ; Şekil 7.17-7.24’ te de yatay ve düşey hız bileşenlerinin düşey dağılımları görülmektedir. Hem üçgen hem de geniş başlıklı savağın menbasında akım hızları üniform bir dağılıma sahip iken savağa yaklaşıldıkça iki boyutlu akım söz konusu olmaktadır. Savak üstünde kesit daralmakta dolayısıyla hızlarda büyük artışlar meydana gelmektedir. Şekillerden de görüldüğü gibi bu bölgelerde akım çizgileri sıklaşmaktadır. Katı sınıra yakın bölgelerdeki hız dağılımlarından sürtünmelerin etkisi görülebilmektedir. Katı sınıra yakın bölgelerde sürtünmenin etkisiyle akım yavaşlamakta, durmakta hatta tersine hareket edebilmektedir. Bu durum, her iki savak için de savak ön yüzünün kanal tabanına oturduğu bölgede daha iyi görülebilmektedir.



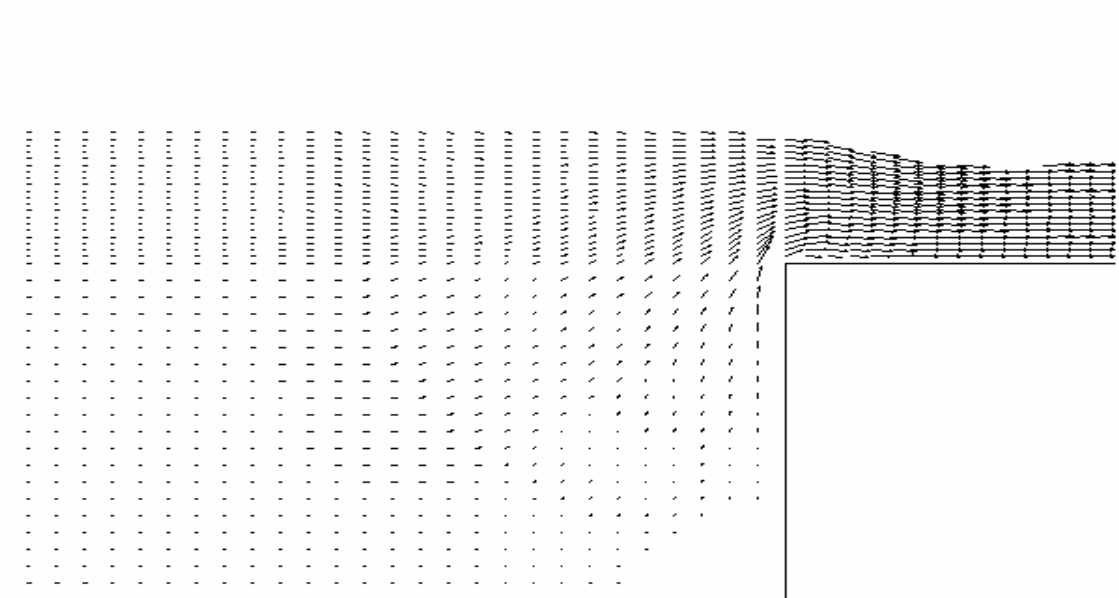
Şekil 7.13 Üçgen Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Hız Vektörleri,  
 $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



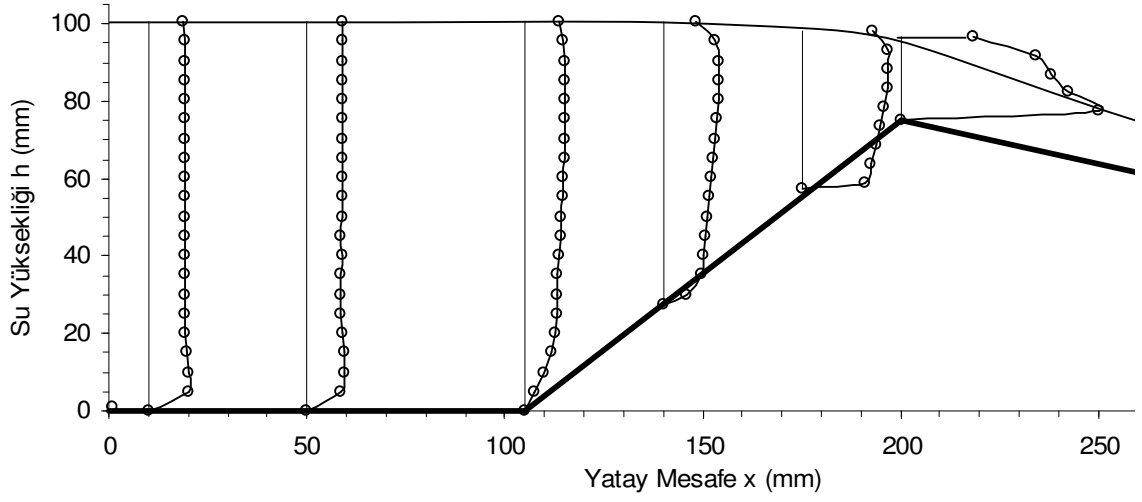
Şekil 7.14 Üçgen Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Hız Vektörleri,  
 $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



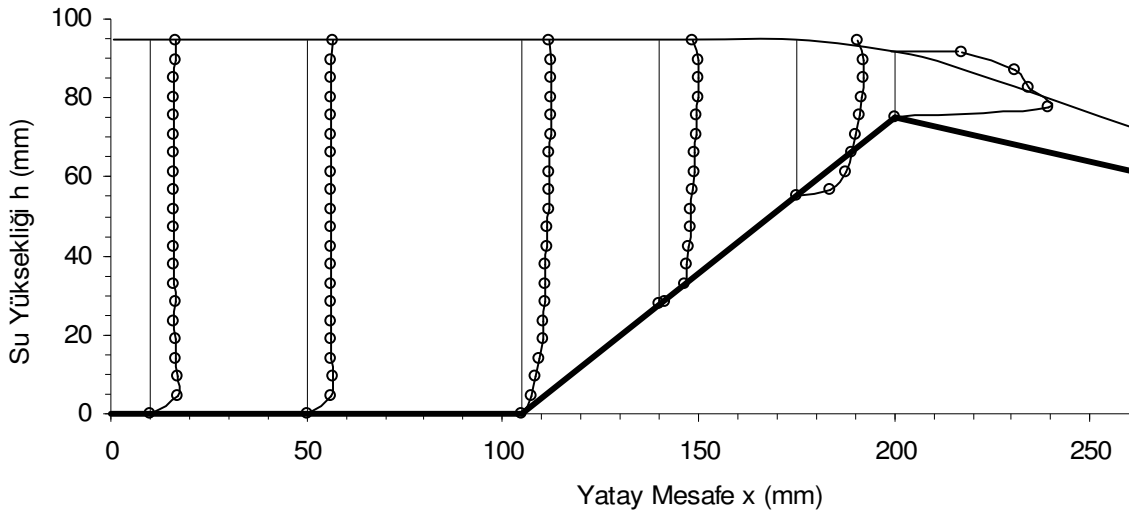
Şekil 7.15 Geniş Başlıklı Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Hız Vektörleri,  
 $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



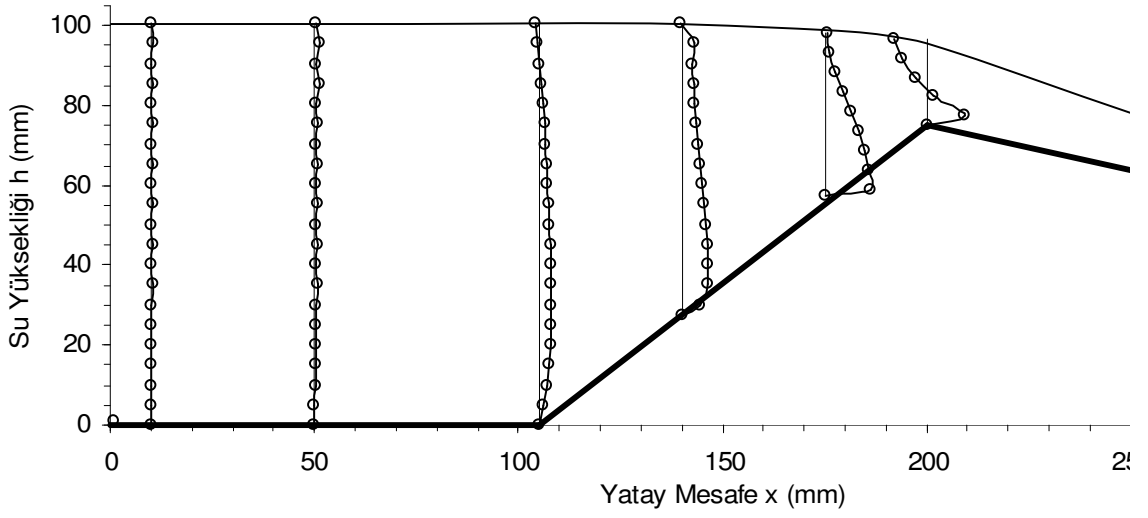
Şekil 7.16 Geniş Başlıklı Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Hız Vektörleri,  
 $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



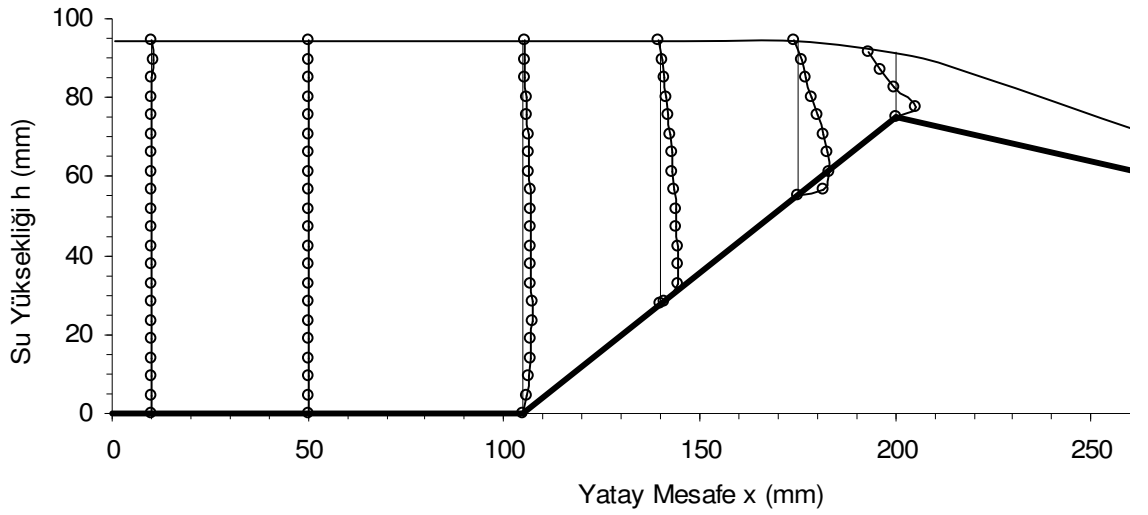
Şekil 7.17 Üçgen Savak için VOF Analizinden Elde Edilen Yatay Hız Dağılımları,  
 $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



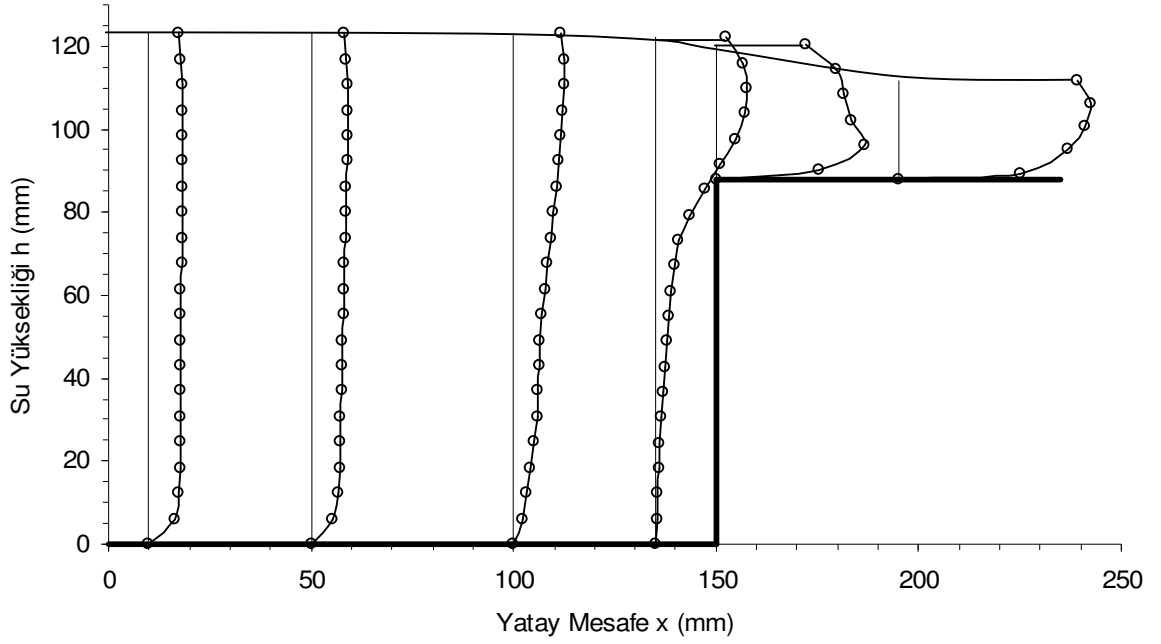
Şekil 7.18 Üçgen Savak için VOF Analizinden Elde Edilen Yatay Hız Dağılımları,  
 $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



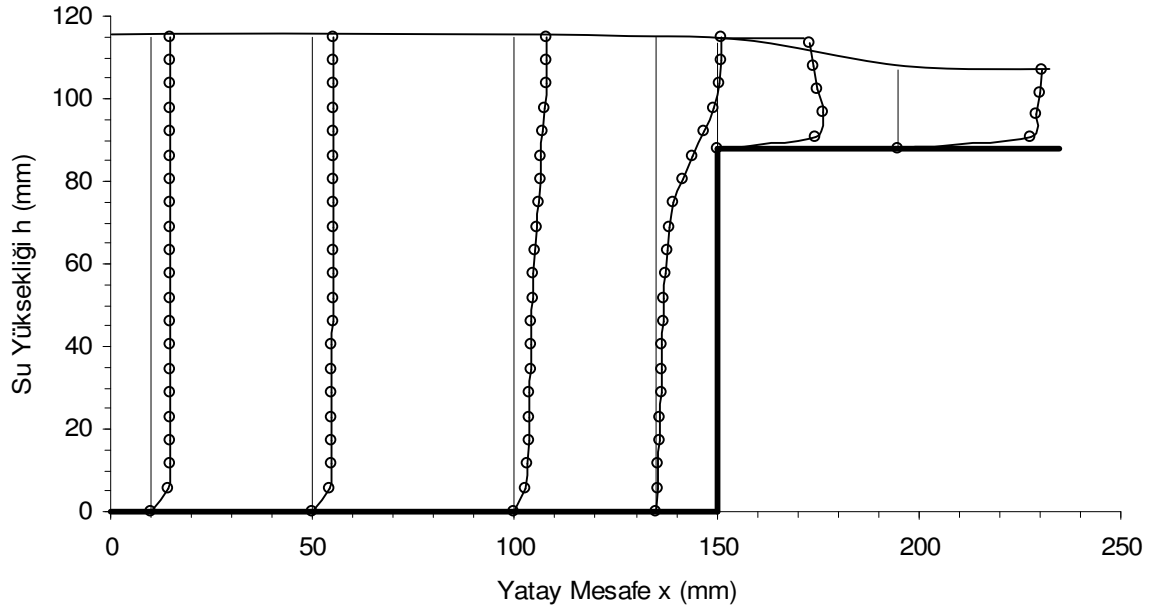
Şekil 7.19 Üçgen Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Düşey Hız Dağılımları,  
 $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



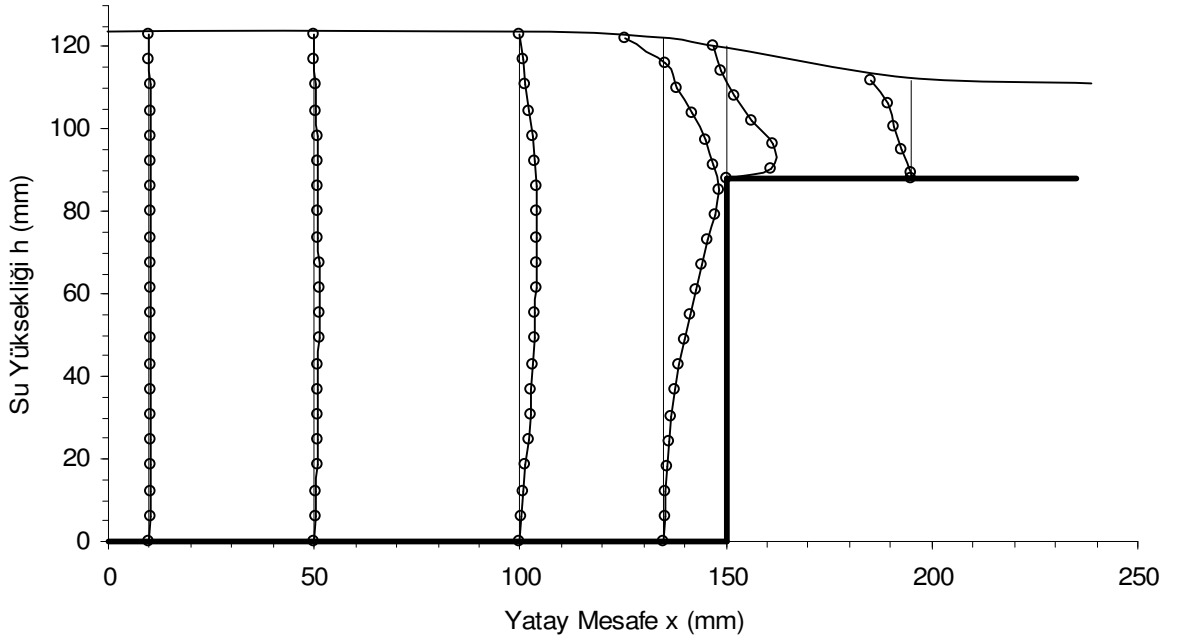
Şekil 7.20 Üçgen Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Düşey Hız Dağılımları,  
 $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



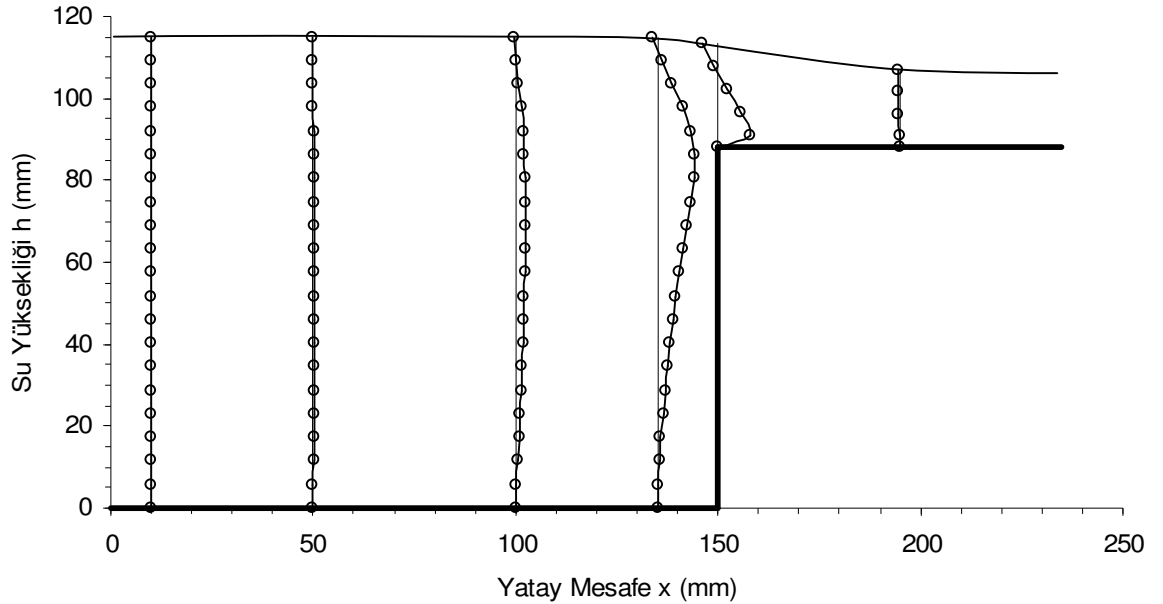
Şekil 7.21 Geniş Başlıklı Savak için VOF Analizinden Elde Edilen Yatay Hız Dağılımları,  $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



Şekil 7.22 Geniş Başlıklı Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Yatay Hız Dağılımları,  $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



Şekil 7.23 Geniş Başlıklı Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Düşey Hız Dağılımları,  $Q=1957 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$



Şekil 7.24 Geniş Başlıklı Savak İçin VOF Analizinden Elde Edilen Düşey Hız Dağılımları,  $Q=1205 \times 10^3 \text{ mm}^3/\text{s}$

Yukarda gösterilen sayısal ve deneysel sonuçlardan anlaşılacağı üzere, savak gibi bir kontrol yapısı arkasındaki iki boyutlu akım için akım parametrelerinin belirlenmesinde gerek VOF gerekse de potansiyel çözüm yöntemlerinin oldukça başarılı olduğu; teorik olarak elde edilen su yüzü profillerinin deneysel ölçümlerden elde edilen su yüzü profillerine oldukça yaklaştığı görülmektedir.

## 8. SONUÇLAR

Bu çalışmada, İnşaat Mühendisliği Labaratuvarında üçgen bir savak arkasındaki akımın hızları PIV cihazı ile ölçülmüş ve sonlu elemanlar yöntemine dayalı olarak geliştirilen ANSYS paket programından elde edilen teorik hızlarla karşılaştırılmıştır. Teorik hesaplamalarda iki ayrı yöntem kullanılmıştır: VOF analizi ve potansiyel akım.

Katı sınıra yakın bölgelerde, akışkanın ideal olduğu kabulüne dayanan potansiyel akım yaklaşımı ile yapılan çözümlerden elde edilen bulgular dışında deneysel ve teorik hızların birbirleri ile genelde uyumlu olduğu görülmüştür. Viskoz gerilmelerin dikkate alındığı VOF analizinden elde edilen hızların, potansiyel yaklaşımdan elde edilen hızlara nazaran katı sınıra yakın bölgelerde deneysel hızlara daha çok yaklaşmaktadır.

VOF analizinden teorik olarak elde edilen su yüzü profillerinin, laboratuvarında yapılan üçgen ve geniş başlıklı savak akımları ile ilgili deneylerden elde edilen su yüzü profillerine son derece yakın olduğu da görülmüştür.

Bu çalışmalardan elde edilen bulgulara göre savak gibi kontrol yapılarının arkasında oluşan iki boyutlu akımların sürtünmelerin ihmal edilebilecek boyutlarda olmasından dolayı potansiyel akım yaklaşımı ile sayısal çözülmesinin pratik amaçlar için kolaylıklar getireceği sonucuna varılmıştır.

Bu çalışmada kullanılan örneklerden elde edilen sonuçlar, ANSYS paket programının, üçgen ve geniş başlıklı savak gibi kontrol yapılarının arkasında oluşan iki boyutlu akımlar için akım parametrelerinin belirlenmesinde ve oluşan su yüzü profillerinin tespitinde başarılı bir şekilde kullanılabilceğini göstermiştir.

## KAYNAKLAR

- AKÖZ, M.S., 1996. Potansiyel Akımların Teorik ve Deneysel Analizi. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi.
- ASHGRIZ, N., BARBAT, T., WANG, G., 2004. A Computational Lagrangian-Eulerian Advection Remap for Free Surface Flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 44:1-32.
- ASSY, T.M., 2001. Solution for Spillway Flow by Finite Difference Method. *Journal of Hydraulic Research*, 39(3).
- BOITEN, W., 2002. Flow Measurement Structures. *Flow Measurement and Instrumentation*, 13, 203-207.
- BOUTROS, Y.Z., ABD-EL-MALEK, M.B. MASOUD, S.Z., 1987. Hilbert's Method For Numerical Solution of Flow from a Uniform Channel Over Irregular Bottom Topographies. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 65: 215-228.
- CHATILA, J., TABBARA, M., 2004. Computational Modeling of Flow Over an Ogee Spilway. *Computers and Structures*, 82, 1805-1812.
- CHOI, W., KIM, M.H., 2000. Free-Surface Fluid Flow Over Spillway. 4th International Conference Hydro-Science and Engineering, Seoul.
- DHATT, G., TOUZOT, G., 1984. *The Finite Element Method Displayed*, A Willey-Interscience Publication, Newyork.
- FALTAS, M.S., HANA, S.N., ABD-EL-MALEK, M.B., 1989. Linearised Solution of a Free Surface Flow Over a Trapezodial Obstacle. *Acta Mechanica*, 78:219-233.
- GHODSIAN, M., ASCE, M., 2003. Flow Through Side Sluice Gate. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*.
- INGHAM, D.B., AND KELMANSON, M.A., 1984. *Boundary Integral Equation Analyses of Singular. Potential and Biharmonic Problems*. Springer-Verlag, Berlin.
- KIRKGÖZ, M.S., AKÖZ, M.S., MAMAK, M., 2004. *Akışkanlar Mekaniği*. Küre Yayınları, Adana.

- LAMB, H., 1932. Hydrodynamics, 4th ed. London: Cambridge University.
- MONTES, J.S., 1997. Irrotational Flow and Real Fluid Effects under Planar Sluice Gates. Journal of Hydraulic Engineering, 219.
- REDDY, J.N., 1984. An Introduction To The Finite Element Method”, McGraw-Hill Inc.
- ROTH, A, HAGER, W.H., 1999. Underflow of Sluice Gate. Experiments in Fluids, Springer-Verlag, 27, 339-350.
- SALEM, S.A., 2004. Numerical Simulations for the Contraction Flow Using Grid Generation. Math. and Computing, 16.
- SHAMES, I.H., 1982. Mechanics of Fluids. McGraw-Hill Inc.
- SHAMMA, Y., ZHU, D.Z., ASGE, M., 2005. Flow Upstream of Orificies and Sluice Gates. Journal of Hydraulic Engineering, 127.
- SÜMER, A., ÜNSAL, Y., BEYAZIT, M., 1983. Hidrolik. Birsen Yayınevi, İstanbul.
- THOMSON, W., 1886. On Stationary Waves in Flowing Water. Phil. Mag. 5(22), 353, 454, 517
- U.S. Army Corps of Engineers, 1988. Hydraulic Design Criteria, U.S. Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station. Asce, 125(9), 959-967
- WEN, X., INGHAM D.B., WIDODO, B., 1997. The Free Surface Fluid Flow Over a Step of an Arbitrary Shape in a Channel. Engineering Analyses with Boundary Elements 19: 299-308.

## **ÖZGEÇMİŞ**

1970 yılında Gölbaşı/Adıyaman'da doğdu. 1988 yılında girdiği Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden, 1994 yılında mezun oldu. Mezuniyet tarihinde bugüne kadar yurt içinde ve yurt dışında proje mühendisliği, saha mühendisliği ve şantiye şefliği görevlerinde bulundu.