T.C.
İstanbul Üniversitesi
Sosyal Bilimler Enstitüsü
Ekonometri Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi

Rastlantısal Etkili Dinamik Panel Veri Modellerinde Parametrelerin Genelleştirilmiş Momentler Metodu ile Tahmin Edilmesi ve Bir Simülasyon Çalışması

Özgür Ergün

2501030091

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Enis Sınıksaran

İstanbul, 2007

Rastlantısal Etkili Dinamik Panel Veri Modellerinde Parametrelerin Genelleştirilmiş Momentler Metodu ile Tahmin Edilmesi ve Bir Simülasyon Çalışması

Özgür Ergün

ÖZ

Bir çok alanda olduğu gibi ekonomi alanında da panel veri analizi hızla yaygınlaşmaktadır. Ekonomideki pek çok ilişki dinamik modeller ile açıklanabilmektedir. Buna paralel olarak panel veri analizinde dinamik modeller önemli yer tutar. Ekonometride yaygın olarak kullanılan pek çok tahminci dinamik panel veri modellerinin parametrelerinin tahmini için çoğu zaman uygun değildir ya da bu tahmincilerin uygun olabilmesi için pek çok varsayımın sağlanması gerekmektedir. Çok varsayım gerektirmeyen genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri modelde var olan moment ilişkilerinden yola çıkar. Dinamik panel veri modelleri yapısı itibari ile pek çok moment ilişkisi barındırmaktadır. Bundan dolayı bu modellerde bilinmeyen parametrelerin tahmini için genelleştirilmiş momentler metodu yaygın olarak kullanılmaktadır. Tez, genel olarak, farklı moment ilişkilerinden yola çıkan birbirinden farklı genelleştirilmiş momentler metodu tahmincilerini incelemekte ve Monte Carlo simülasyonu yöntemi ile bu tahmincilerin ve ekonometride sıklıkla kullanılan başka tahmincilerin yanlılıkları ve etkinlikleri yönünden karşılaştırmaktadır.

ABSTRACT

Panel data anaysis is increasingly popular in economics as well as in other fields. Most of the relationships in economics are well explained by dynamic models. Hence dynamic models has important place in panel data analysis. In most situations, estimators which are commonly used in econometrics are not suitable for estimation of unknown parameters in dynamic panel data models. Generalized method of moments (GMM) estimators, which do not require many assumptions are based on the moment relationships in the model. Since dynamic panel data models involve a lot of moment conditions as a property of their structure, GMM estimators are commonly used in estimation of the unknown parameters. The dissertation presents the different GMM estimators of unknown parameters in dynamic panel data models and compares them on the basis Monte Carlo experiments.

ÖNSÖZ

Ekonometride sıklıkla kullanılan en küçük kareler, genelleştirilmiş en küçük kareler gibi metodlar rastlantısal etkili dinamik panel veri modellerinde bilinmeyen parametrelerinin tahmin edilmesi için çoğu zaman uygun değildir. Genelleştirilmiş momentler metodu bu modellerde bilinmeyen parametlerin tahmin edilmesinde çeşitli avantajlarından dolayı yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bu çalışma ağırlıklı olarak dinamik panel veri modelleri ve bu modellerin parametrelerinin genelleştirilmiş momentler metodları ile tahmin edilmesi üzerinedir. Çalışma üç ana bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde panel verinin kullanım alanları, panel veri kümesi, panel verinin avantajları ve dezavantajları ile ilgili genel bilgiler verilecektir.

İkinci bölümde dinamik panel veri modellerinin bazı özellikleri, rastlantısal ve sabit birey etkileri, panel veri analizlerinde sıklıkla kullanılan bazı dönüşümler, bağımlı değişkenin başlangıç değerleri ile ilgili varsayımlar üzerinde durulmaktadır. Çalışmanın ana kısmı olan, panel veri modellemesinde sıklıkla kullanılan genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri ve rastlantısal etkili dinamik panel veri modellerinde farklı moment koşullarından yola çıkan farklı bazı genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri bu bölümde incelenmektedir.

Üçüncü bölümde, çalışmada üzerinde durulan dinamik panel veri modelindeki parametrelerin tahmini için ikinci bölümde anlatılan tahminciler ile ekonometride sıklıkla kullanılan başka bazı tahmincilerin yanlılık ve etkinlik özelliklerini karşılaştırmak amacıyla Monte Carlo simulasyonu çalışması yapılmıştır. Simülasyonun kurgusu anlatılarak sonuçları değerlendirilmiştir.

Bu tezi hazırlama olanağı sunmasından ve yardımlarından dolayı danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Enis SINIKSARAN'a ve yardımlarından dolayı çalışma arkadaşlarım Hicran OCAKLI ve Didem YETER'e teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

TABLOLAR LİSTESİ

KISALTMALAR LİSTESİ

AD	Araç Değişkeni
EKK	En Küçük Kareler
GEKK	Genelleştirilmiş En Küçük Kareler
GMM	Genelleştirilmiş Momentler Metodu
GMMAB	Arellano- Bond Genelleştirilmiş Momentler Metodu
GMMAB1	Arellano- Bond Birinci Genelleştirilmiş Momentler Metodu
GMMAB2	Arellano- Bond İkinci Genelleştirilmiş Momentler Metodu
GMMABVR	Arellano- Bover Genelleştirilmiş Momentler Metodu
GSMH	Gayri Safi Milli Hasıla
KDEKK	Kukla Değişkenli En Küçük Kareler

GİRİŞ

Son zamanlarda iki ya da daha fazla bireye (aile, fert, firma, ülke, bölge vb.) ait verilerin zaman sürecinde periyodik olarak belirli aralıklarla gözlenmesi ve toplanması yaygınlaşmakta; mevcut veri sayısı çoğalmaktadır. Bu şekilde toplanan, zaman serisi ve yatay kesit verilerinin birleşmesi ile oluşan veri kümesi panel veri olarak adlandırılmaktadır.

Her geçen gün toplanan panel veri sayısının artması, panel verinin sadece yatay kesit veri ya da sadece zaman serisine göre pek çok avantajının olması, panel veri analizi ile ilgili araçların paket programlarda daha çok yer alması ve panel veri analizi ile ilgili teorik gelişmelerin artarak sürmesi panel veri analizinin hızla yaygınlaşmasına neden olmaktadır.

Bağımlı değişkenin geçmiş zamandaki değerlerinin açıklayıcı değişken olarak kullanıldığı dinamik modeller ekonometride yaygın olarak kullanılmaktadır. Bir çok ekonomist dinamik modellerin ekonomideki pek çok ilişkiyi statik modellere göre çok daha iyi açıklayabildiğine inanmakta ve çalışmalarını bu yönde sürdürmektedir. Buna paralel olarak panel verinin dinamik olarak modellenmesi yaygınlaşmakta ve bu konu üzerindeki teorik gelişmeler hızla artmaktadır.

Bu çalışmada dinamik panel veri modelleri ve bu modellerin parametrelerinin genelleştirilmiş momentler metodu ile tahmin edilmesi üzerinde durulmaktadır. Çalışma üç bölümden oluşmaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde panel verinin kullanım alanları, panel veri kümesi, panel verinin avantajları ve dezavantajları üzerinde durulacaktır.

İkinci bölümde dinamik panel veri modellerinin bazı özellikleri, rastlantısal ve sabit birey etkileri, panel veri analizlerinde sıklıkla kullanılan bazı dönüşümler, bağımlı değişkenin başlangıç değerleri ile ilgili varsayımlar anlatılacaktır. Yine bu bölümde çalışmanın temeli olan, panel veri modellemesinde sıklıkla kullanılan genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri anlatılacak ve panel veri modellerinde farklı moment koşullarından yola çıkan farklı bazı genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri tanıtılacaktır.

Üçüncü bölümde, rastlantısal etkili dinamik panel veri modelindeki parametrelerin tahmini için ikinci bölümde anlatılan genelleştirilmş momentler metodu tahmincileri ile ekonometride sıklıkla kullanılan başka bazı tahmincilerin, yanlılık ve etkinlik özelliklerini karşılaştırmak amacıyla Monte Carlo simülasyonu çalışması yapılacaktır. Bu bölümde, simülasyonun kurgusu anlatılacak ve simülasyonun sonuçları değerlendirelecektir.

Çalışmanın Ek I bölümünde, üçüncü bölümde gerçekleştirilen Monte Carlo simülasyon çalışmasının sonuçları, Ek II bölümünde ise simülasyon çalışmasında kullanılan MATLAB program kodları sunulacaktır.

Çalışma boyunca statik panel veri modelleri ve en küçük kareler, genelleştirilmiş en küçük kareler, en çok olabilirlik, kukla değişkenli en küçük kareler gibi ekonometride ve panel veri analizlerinde sıklıkla kullanılan tahminciler üzerinde durulmayacaktır. Bu konular ile ilgili bilgiler ve referanslar Hsiao (2003), Baltagi (2005), Wooldridge (2001) gibi panel veri analizi için temel sayılabilecek kaynaklardan elde edilebilir.

1. BÖLÜM
PANEL VERİ

1.1. Panel Verinin Kullanım Alanları

Panel veri analizi ekonomi başta olmak üzere siyaset bilimi, psikoloji, sosyoloji, sağlık araştırmaları, eğitim gibi pek çok alanda kullanılmaktadır. Mevcut panel veri sayısı arttıkça panel veri analizinin kullanım alanı çoğalmaktadır.

Özellikle ekonomide panel veri analizi yaygın olarak kullanılmaktadır. Ekonomide panel veri analizi genellikle insanların gelirleri ve alışkanlıkları, firmaların ve ülkelerin zaman sürecindeki davranışları ile ilgili çalışmalarda kullanılır. Birey sayısı fazla olduğundan (örnek: firmalar) panel veri analizi mikroekonomi ile ilgili çalışmalarda makroekonomi ile ilgili çalışmalara göre daha yoğun olarak kullanılmaktadır. Özellikle üretim fonksiyonunun modellenmesinde panel veri analizi sıklıkla kullanılmaktadır. Makroekonomik düzeyde ise genellikle ülkelerin zaman sürecindeki davranışlarının açıklanmaya çalışıldığı çalışmalarda kullanılmaktadır.

Panel veri ekonomi dışındaki diğer alanlarda da sıklıkla kullanılır. Siyaset biliminde genellikle partilerin ve organizasyonların zaman sürecinde siyasi hareketleri, insanların alışkanlıkları ile ilgili çalışmalarda kullanılır. Psikoloji, sosyoloji ve sağlık araştırmalarında insanların ve insan gruplarının zaman sürecindeki davranışları ile ilgili çalışmalarda kullanılır. Eğitim alanında genellikle sınıfların, öğrencilerin ve öğretmenlerin zaman sürecindeki performansları ile ilgili çalışmalarda kullanılır.

1.2. Panel Veri Kümesi

Bir panel veri kümesinin iki boyutu vardır; birey boyutu ve zaman boyutu. Birey boyutu ülkeleri, bölgeleri, şehirleri, firmaları, toplulukları, grupları, aileleri, fertleri veya bunlar gibi birimleri ifade etmektedir. Zaman boyutu ise bireylerden zaman süresince periyodik olarak toplanan gözlemleri ifade etmektedir.

Malezya, Polonya, Romanya ve Türkiye'nin 2001-2005 yılları arasındaki reel gayri safi milli hasıla (GSMH), dış ticaret dengesi ve işsizlik oranını kapsayan veri kümesi panel veri kümesine bir örnektir. Burada ülkeler bireydir ve her bir ülkenin her değişkeni için beş adet zaman serisi bulunmaktadır. Dolayısıyla bu örnekteki veri kümesi her değişken için yirmi gözlem içermektedir.

Panel veri kümeleri genelikle bireylere göre sıralanmış bloklar şeklinde sunulur. Her bloğun içinde o bloktaki bireyle ilgili zaman serileri bulunur. Yukarıda sözü edilen örnekte Malezya, Polonya, Romanya ve Türkiye'nin 2001-2005 yılları arasındaki reel gayri safi milli hasıla (GSMH), dış ticaret dengesi ve işsizlik oranını kapsayan panel veri kümesi aşağıdaki gibi sunulabilir:

Tablo 1.1: Panel veri kümesi örneği –
Ülkelerin ekonomik göstergeleri

Ülke	Yıl	Reel GSMH Büyüme Oranı (%)	Dış Ticaret Açığı (milyar dolar)	İşsizlik Oranı(%)
Malezya	2001	0.4	18.4	3.7
Malezya	2002	4.4	18.1	3.5
Malezya	2003	5.5	25.7	3.6
Malezya	2004	7.2	27.5	3.6
Malezya	2005	5.2	33.6	3.6
Polonya	2001	1.1	-7.7	16.2
Polonya	2002	1.4	-7.2	19.7
Polonya	2003	3.8	-5.7	19.9
Polonya	2004	5.3	-5.6	19.6
Polonya	2005	3.5	-2.8	18.2
Romanya	2001	5.7	-3.0	9.0
Romanya	2002	5.1	-2.6	10.2
Romanya	2003	5.2	-4.5	7.6
Romanya	2004	8.4	-6.7	6.8
Romanya	2005	4.1	-9.6	5.8
Türkiye	2001	-7.4	-4.5	8.4
Türkiye	2002	7.8	-8.4	10.3
Türkiye	2003	5.8	-14.0	10.5
Türkiye	2004	8.9	-23.9	10.3
Türkiye	2005	7.4	-32.8	10.1

Yukarıdaki tabloda bir panel veri kümesinin tipik sunumu gösterilmiştir. Çalışma boyunca bu şekilde düzenlenmiş panel veri kümeleri ele alınacaktır.

1.3. Panel Verinin Avantajları

Panel veri sadece yatay kesit veri ya da sadece zaman serisine göre pek çok avantaja sahiptir . Bu avantajlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Hakkında veri toplanan bireyler arasında bireylerin kendi özelliklerinden kaynaklanan farklar vardır. Bireylerin kendi özelliklerinden kaynaklanan farkları ortaya koyan birey etkileri, çoğu zaman gözlenemez ya da toplanamaz . Sadece yatay kesit veri ya da zaman serisi ile birey etkileri kontrol edilemez. Dolayısı ile parametrelerin tahminine yönelik çalışmalarda birey etkileri gözardı edildiğinden yanlı sonuçlar elde edilir. Ancak panel veri sayesinde birey etkileri kontrol edilerek bu sorun ortadan kaldırılır.

Panel veri daha çok veri, daha çok değişkenlik, daha çok serbestlik derecesi ve daha az çoklu değişken sorunu içermektedir. Dolayısı ile panel veri kullanılarak yapılan tahminler daha etkilidir.

Panel veri ile ilgilenilen konunun zaman sürecindeki değişimi daha iyi gözlemlenebilir. Sadece yatay kesit veri ile bireylerin zaman sürecindeki davranışlarının gözlenemeyeceği açıktır. Ayrıca açıktır ki bir bireye ait zaman serisi ile sadece söz konusu birey ile ilgili olarak zaman sürecindeki değişim gözlemlenebilir, ilgilenilen konunun geneli ile ilgili bilgi elde edilemez. Dolayısı ile panel veri sayesinde birden fazla bireye ait veri zaman sürecinde gözlemlenerek, ilgilenilen konunun zaman sürecindeki değişimi daha iyi gözlemlenebilir.

Panel veri sadece yatay kesit ya da sadece zaman serisi ile ortaya çıkarılamayan ya da ölçülemeyen bilgileri ortaya koyabilmektedir. Örneğin belirli bir yıldaki kadınların işgücüne katılma oranı yatay kesit veri toplanarak elde edilebilir ancak hangi oranda kadının işgücüne hiç katılmadığı ya da hangi oranda kadının zaman zaman çalışarak işgücüne katıldığı ortaya çıkarılamaz. Ancak panel veri sayesinde söz konusu oranlar elde edilebilir.

Panel veri, sadece yatay kesit veri ya da sadece zaman serisine göre daha karmaşık ilişkilerin modellenmesine ve test edilmesine olanak sağlar.

Mikro düzeydeki veriler makro düzeydeki verilere göre daha doğru ölçülebilmektedir. Panel veri genellikle mikro düzeydeki bireylerden elde edildiği için bu hatalar azaltılabilmekte ya da ortadan kaldırılabilmektedir.

Zaman serisinin durağan olmadığı durumda pek çok tahmincinin asimptotik dağılımı normale yakınsamayacaktır. Ancak birbirinden bağımsız bireyleri kapsayan panel veri kümesinde bireylere ait zaman serileri durağan olmasa dahi tahmincilerin asimptotik dağılımı normal dağılıma yaklaşacaktır. Ayrıca bu nedenden dolayı panel veri daha az birim kök sorunu içermektedir.

Panel verinin avantajları ile ilgili daha detaylı bilgilere ve referanslara Baltagi (2005) ve Hsiao (2006)'dan ulaşılabilir.

1.4. Panel Verinin Dezavantajları

Panel veri avantajlarının yanında dezavantajlar da barındırmaktadır. Bu dezavantajlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Panel veri analizinde, en çok karşılaşılan problem verinin doğru şekilde toplanmamasıdır. Panel veri genellikle anketler ile toplanır. Örneklemin kitleyi temsil etmemesi gibi örneklemeden kaynaklanan, anket sıklığı gibi anketin tasarımından kaynaklanan ya da veri yönetiminden kaynaklanan sorunlar ortaya çıkmaktadır.

Panel veri toplanırken ölçüm hataları olabilmektedir. Açık olmayan sorular, hafıza hataları, anket uygulanan kişinin kasıtlı olarak yanlış bilgi vermesi, uygun olmayan kişilerin bilgi vermesi, cevapların yanlış kayıt edilmesi, görüşmecinin etkinlerinden kaynaklanan nedenlerden dolayı ölçüm hataları ortaya çıkmaktadır.

Çoğu zaman veriler her bireyden kısa zaman aralıklarında toplanmaktadır. Ancak pek çok panel veri analizi asimptotik varsayımlardan yola çıkar ve pek çok yöntem zaman boyutunun sonsuza gitmesi durumunda geçerli olmaktadır. Bireylerden uzun zaman dilimlerinde veri toplanması durumunda ise verilerin yıpranma payı artmakta ve sınırlı bağımlı değişkenli modellerde hesaplama güçlükleri ile karşılaşılmaktadır.

Anketlerde bireylerden cevap alınamaması panel veri ile yapılan çalışmalarda yatay kesitli veri ile yapılan çalışmalara göre daha ciddi sorunlar yaratmaktadır ve yıpranmanın derecesi incelenen panellere bağlı olarak değişmektedir. Genelde yıpranma oranları bir dalgadan diğer dalgaya artmakta ancak artış oranı zaman içinde azalmaktadır. Yıpranma sapmasını azaltmak için hareketli (rotating) panellere ya da sahte (pseudo) panellere başvurulmaktadır (Baltagi, 2005: 191-195).

Yatay kesit ve zaman serisi birimleri arasında parametre farklılıkları dikkate alınmadığı zaman bazı sapmalar meydana gelmekte ve standart panel teknikleri kullanılması durumunda ilgili parametrelerin tutarsız ve anlamsız tahminlerinin elde edilmesine yol açmaktadır. Dinamiklerin ve eğim farklılarının olması durumunda Pretesting yöntemi, Stein-Rule yöntemi, Rastlantısal katsayılı yaklaşım, Kalman filtre yaklaşımı, Bayesci seçim yaklaşımı kullanılabilir (Maddala, Hu, Wanhong, 1996: 307).

Panel verinin dezavantajları ile ilgili daha detaylı bilgilere ve referanslara Baltagi (2005) ve Hsiao (2006)’dan ulaşılabilir.

2. BÖLÜM
DİNAMİK PANEL VERİ MODELLERİ

2.1. Dinamik Panel Veri Modelleri

Çoğu ekonomist pek çok ekonomik ilişkinin dinamik modeller ile daha iyi açıklanabildiğine inanmaktadır. Bu nedenle ekonomi ile ilgili pek çok modelleme çalışmasında dinamik modeller kullanılmaktadır. Bununla beraber çeşitli çalışmalarda dinamik panel veri modelleri de sıklıkla kullanılmaktadır.

Dinamik panel veri modellerinde parametrelerin uygun şekilde tahmin edilmesi statik modellere göre daha karmaşık tekniklerin uygulanmasını gerektirir.. Statik modellerde parametrelerin tahmini için söz konusu olan tahmincinin özelllikleri daha çok birey etkisinin nasıl olduğuna bağlıdır. Dinamik modellerde ise önceki zaman dilimlerinde veriyi üreten mekanizmanın nasıl olduğu da önemlidir.

Genel olarak dinamik bir panel veri modeli $i = 1,.........,N$ ve $t = 1,.......,T$ için aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{z}'_{i}\boldsymbol{\rho} + \eta_i + \varepsilon_{it} \qquad (2.1)$$

Bu modelde,

y_{it}, i 'nci birey için t zamanında gözlemlenen bağımlı değişkenin değerini,

$y_{i,t-1}$, i'nci birey için t-1 zamanında gözlemlenen bağımlı değişkenin değerini,

$\boldsymbol{x}_{it}$ $k1$x1 boyutundaki vektör, i'nci birey için t zamanında gözlemlenen zaman sürecinde değişen k1 tane dışsal değişkenlerin değerlerini,

$\boldsymbol{z}_i$, $k2$x1 boyutundaki vektör, i'nci birey için zaman sürecinde değişmeyen k2 tane dışsal değişkenlerin değerlerini,

η_i, i'nci birey için gözlemlenemeyen birey etkisinin değerini,

ε_{it}, i'nci birey için t zamanında gözlenemeyen hata değerini

ifade etmektedir.

(2.1) ile ifade edilen modelde $t-1$ zamanında değişkenler arasındaki ilişki

$$y_{i,t-1} = \gamma y_{i,t-2} + \boldsymbol{x}'_{it-1}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{z}'_i\boldsymbol{\rho} + \eta_i + \varepsilon_{it-1} \tag{2.2}$$

şeklindedir. Açıktır ki η ile $y_{i,t-1}$ arasında korelasyon söz konusudur. Bu korelasyon ekonometride sıklıkla kullanılan en küçük kareler gibi çoğu popüler tahmincinin özelliklerini olumsuz etkilemektedir. Söz konusu tahmincilerin etkinliği azalmakta ayrıca yanlı ve tutarsız olabilmektedirler.

2.2. Rastlantısal ve Sabit Birey Etkileri

(2.1) ile ifade edilen modelde birey etkisi η_i sabit ya da rastlantısal etki olabilir. Bu etkinin nasıl olduğu ya da bu etkiye nasıl yaklaşıldığı parametrelerin tahmini açısından çok önemli olabilir. Örneklemin yapısı ve/veya araştırmacının amacı η_i'ye nasıl yaklaşılacağını belirler. Eğer örneklem kitledeki tüm bireyleri kapsıyorsa ya da araştırmacının örnekleme dahil ettiği bireyler araştırmacı açısından kitleyi temsil ediyorsa η_i sabit etki olarak kabul edilir. Eğer ele alınan örneklem araştırmacının ele aldığı kitledeki bireylerin tümünü kapsamıyor, söz konusu kitleden duruma uygun herhangi bir örneklem metoduyla rastlantısal olarak seçilmiş bireyleri kapsıyosa η_i rastlantısal etki olarak kabul edilir.

Birey etkisi ile açıklayıcı değişkenler arasında ilişki olması çoğu zaman muhtemeldir. Örneğin bir firmanın üretim fonksiyonu ele alınırsa, daha yetenekli çalışanları olan firmanın daha fazla ürün üretmesi beklenir. Burada yetenek değişkeni çoğu zaman gözlenmesi mümkün olmayan bir değişken olduğundan gözlenemeyen birey etkisi η_i olarak kabul edilebilir. Üretimi fazla olan firma doğal olarak daha fazla girdi kullanır ($\boldsymbol{x}_{it}$ ve/veya $\boldsymbol{z}_i$). Bu durumda gözlenemeyen birey etkisi olan çalışanların yeteneği η_i ile üretimde girdi olarak kullanılan malın miktarı $\boldsymbol{x}_{it}$ ve/veya $\boldsymbol{z}_i$ arasında korelasyon olacaktır.

Burada dikkat edilmesi gereken bir durum vardır. Rastlantısal etkili modellerde açıklayıcı değişkenler ile birey etkileri arasında korelasyonun olması durumunda söz konusu modele sabit etkili model gibi yaklaşılabilir (Mundlak, 1978). Biliyoruz ki birey etkisi η_i gözlenemeyen bir etkidir. η_i ile $\boldsymbol{x}_{it}$ ve $\boldsymbol{z}_i$ arasında korelasyon olduğu durumda $E(\eta_i \mid \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_i)$ değerine $\boldsymbol{x}_{it}$ ve $\boldsymbol{z}_i$'nin doğrusal bir fonksiyonuyla yaklaşılabilir. Böyle bir durumda, birey etkisi $i = 1,........., N$ ve $t = 1,......., T$ için

$$\eta_i = \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{a} + \boldsymbol{z}'_i\boldsymbol{b} + w_i \tag{2.3}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada w_i ,

$$E(w_i) = 0 \text{ ve } Var(w_i) = \sigma_w^2 \tag{2.4}$$

ile dağılan rastlantısal bir değişkendir.

(2.3) 'de ki ifadeye $i = 1,........., N$ için

$$\eta_i = \bar{\boldsymbol{x}}'_i\boldsymbol{a} + \boldsymbol{z}'_i\boldsymbol{b} + w_i \tag{2.5}$$

şeklinde yaklaşılabilir. Eğer açıklayıcı değişkenler ile birey etkisi arasında korelasyon yoksa $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}$ ve $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}$ olacaktır. (2.5) ifadesini (2.1)'de yerine koyarsak,

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{z}'_i\boldsymbol{\rho} + \bar{\boldsymbol{x}}'_i\boldsymbol{a} + \boldsymbol{z}'_i\boldsymbol{b} + w_i + \varepsilon_{it} \tag{2.6}$$

ifadesi elde edilir. Burada σ_w^2 sıfıra yaklaşırken (2.6) dolayısıyla (2.1) sabit etkili modele dönüşecektir. O halde dışsal değişkenler ile birey etkisi arasındaki ilişkinin durumuna göre (2.1)'deki modele, rastlantısal etkili olsa dahi sabit etkili modelmiş gibi yaklaşılabilir. Bu durumda sabit etkili modeller için uygun olan tahminciler rastlantısal etkili modeller için de uygun olabilir (Hsiao, 2003: 45-46).

2.3. Bazı Önemli Dönüşümler

(2.1) ile ifade edilen modeldeki verilerin bir önceki zamana göre farkı alındığında dönüştürülen veriler arasındaki ilişki, $i = 1,.........,N$ ve $t = 2,.......,T$ için

$$y_{it} - y_{i,t-1} = \gamma(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + (\boldsymbol{x}'_{it} - \boldsymbol{x}'_{i,t-1})\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1} \qquad (2.7)$$

şeklindedir. Her birey için verilerin ortalamadan sapmaları alındığında ise dönüştürülen veriler arasındaki ilişki, $i = 1,.........,N$ ve $t = 1,.......,T$ için

$$y_{it} - \overline{y}_i = \gamma(y_{i,t-1} - \overline{y}_{i,-1}) + (\boldsymbol{x}'_{it} - \overline{\boldsymbol{x}}'_i)\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{it} - \overline{\varepsilon}_i \qquad (2.8)$$

şeklindedir. Burada $\overline{y}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{it}$, $\overline{y}_{i,-1} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{i,t-1}$, $\overline{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \boldsymbol{x}_{it}$ ve $\overline{\varepsilon}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \varepsilon_{it}$ 'dir.

(2.7) ve (2.8)'te de görüldüğü üzere verilerin bir önceki zamana göre farkı alındığında ya da verilerin ortalamadan sapmaları alındığında birey etkisi η 'nin etkisi yok olmaktadır. Bu, (2.1) ile ifade edilen modelin önemli özelliklerinden biridir. (2.1)'deki modelin parametrelerini tahmin etmekte kullanılan çoğu teknikte bu özellikten faydanılmaktadır. Ancak açıktır ki (2.7)'de $y_{i,t-1} - y_{i,t-2}$ ile $\varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1}$, (2.8)'te de $y_{i,t-1} - \overline{y}_{i,-1}$ ile $\varepsilon_{it} - \overline{\varepsilon}$ arasında korelasyon mevcuttur. Bu durum hala pek çok tahmincinin özelliklerini olumsuz etkilemektedir.

2.4. Başlangıç Değerleri

Panel veri modellerinin zaman boyutu ve birey boyutu olmak üzere iki boyutu vardır. Bir panel veri örnekleminin büyüklüğü gözlenen bireylerin sayısı N'ye ve bireylerin gözlemlendiği periyod sayısı T'ye bağlıdır. Özellikle bireyin ülkeler olduğu makroekonomik modellerde söz konusu örneklemdeki birey sayısı N kısıtlı olmasına karşın periyod sayısı T fazla olabilmektedir. Ancak çoğu zaman verilerin anketler ile toplanmasından dolayı, panel veri uygulamalarında genellikle örneklem çok sayıda birey sayısı N içermesine karşın kısıtlı sayıda periyod sayısı T içermektedir. Bundan dolayı periyod sayısı T'yi sınırlı, N'yi ise sonsuza giderken farz ederek çalışmak daha faydalıdır.

Dinamik panel veri modellerinde bağımlı değişkenin başlangıç değerleri y_{i0}'ları üreten mekanizma bazı tahmincilerin özellikleri açısından önemlidir. Özellikle de periyod sayısı T'nin kısıtlı olduğu örneklemlerde, başlangıç değerlerini üreten mekanizma daha çok önem kazanmaktadır.

Söz konusu başlangış değerlerinin önemini daha iyi kavrayabilmek için (2.1)'deki model geriye doğru iterasyon yöntemi kullanılarak ,

$$\begin{aligned} y_{it} &= \gamma^t y_{i0} + \sum_{j=0}^{t-1} \gamma^j \boldsymbol{x}'_{i,t-j}\boldsymbol{\beta} + \sum_{j=0}^{t-1} \gamma^j \boldsymbol{z}'_i\boldsymbol{\rho} + \sum_{j=0}^{t-1} \gamma^j \eta_i + \sum_{j=0}^{t-1} \gamma^j \varepsilon_{i,t-j} \\ &= \gamma^t y_{i0} + \sum_{j=0}^{t-1} \gamma^j \boldsymbol{x}'_{i,t-j}\boldsymbol{\beta} + \frac{1-\gamma^t}{1-\gamma}\boldsymbol{z}'_i\boldsymbol{\rho} + \frac{1-\gamma^t}{1-\gamma}\eta_i + \sum_{j=0}^{t-1} \gamma^j \varepsilon_{i,t-j} \\ &= \gamma^t y_{i0} + \sum_{j=0}^{t-1} \gamma^j \boldsymbol{x}'_{i,t-j}\boldsymbol{\beta} + \frac{1-\gamma^t}{1-\gamma}\boldsymbol{z}'_i\boldsymbol{\rho} + \frac{1-\gamma^t}{1-\gamma}\eta_i + \tau_{it} \end{aligned} \tag{2.9}$$

şeklinde tekrar yazılabilir. Görüldüğü üzere y_{it} beş terimin toplamı olarak yazılabilir. İlk terim, $\gamma^t y_{i0}$ başlangıç değerlerine bağlıdır. İkinci terim, $\sum_{j=0}^{t-1} \gamma^j \boldsymbol{x}'_{i,t-j}\boldsymbol{\beta}$ zamanla değişen dışsal değişkenin şu anki ve geçmiş değerlerine bağlıdır. Üçüncü terim, $\frac{1-\gamma^t}{1-\gamma}\boldsymbol{z}'_i\boldsymbol{\rho}$ zamanla değişmeyen dışsal değişkenlerin değerleri ile doğru orantılıdır. Dördüncü terim, $\frac{1-\gamma^t}{1-\gamma}\eta_i$ gözlenemeyen birey etkisi ile doğru orantılıdır.

Son terim,

$$\tau_{it} = \sum_{j=0}^{t-1} \gamma^j \varepsilon_{i,t-j} \qquad (2.10)$$

ise başlangıç değerleri $\tau_{i0} = 0$ olan

$$\tau_{it} = \gamma \tau_{i,t-1} + \varepsilon_{it} \qquad (2.11)$$

şeklinde otoregresif bir modeldir.

Açıktır ki $i = 1,......, N$ için başlangıç değerlerinin gözlemlenen veriler üzerinde etkisi vardır.

Başlangıç değerleri ile ilgili varsayımlardan biri başlangıç değerlerinin sabit olması ve birey etkilerine bağımlı olmamasıdır. Bu durumda açıktır ki

$$E(y_{i0}\eta_i) = 0\,,$$
$$E(y_{i0}\tau_{it}) = 0 \qquad (2.12)$$

olur. Bu güçlü bir varsayım olduğundan çoğu zaman gerçekleşmeyebilir. Bu durum, veriyi üreten mekanizmanın başlangıç zamanı ile söz konusu mekanizma ile ilgili verinin gözlemlenmeye başlama zamanının aynı olması durumunda daha olasıdır.

Veri üreten mekanizmanın söz konusu mekanizma ile ilgili verinin gözlemlenmesinden daha önce başladığı durumlar daha yaygındır. Bu durumda başlangıç değerleri y_{io} (2.9)'daki ifade gibi $t = 0$ ve daha önceki zamanlardaki gözlenmemiş verilerin fonksiyonu olarak yazılabilir. O halde y_{io}; zamanla değişen dışsal değişkenlerin geçmiş değerleri $\boldsymbol{x}_{i0}, \boldsymbol{x}_{i,-1}, ...$,'lerin, zamanla değişmeyen dışsal değişkenler $\boldsymbol{z}_i$'lerin, birey etkisi η_i'nin ve $t = 0$ zamanındaki hata değişkenin ε_{i0}'ın fonksiyonu olarak yazılabilir:

$$y_{io} = f(\boldsymbol{x}_{i0}, \boldsymbol{x}_{i,-1}, ..., \boldsymbol{z}_i, \eta_i, \varepsilon_{i0}) \qquad (2.13)$$

Birey etkilerinin sabit olması durumunda, hata değerlerinin dışsal olmasından dolayı başlangıç değerleri y_{io}'lar ile hata değişkeni arasında korelasyon olmadığından başlangıç değerleri y_{io}'lar dışsaldır. Birey etkilerinin rastlantısal olması durumunda ise (2.2)'de söz edilen ilişkiden dolayı başlangıç değerleri y_{io} 'lar ile birey etkileri arasında korelasyon mevcuttur. Dolayısıyla bu durumda başlangıç değerleri dışsal değildir.

Başlangıç değerleri y_{io} 'ların bağımsız ve aynı dağılımlardan geldiğini ve bu başlangıç değerlerinin ikinci momentleri $E(y_{i0}^2)$ ve birey etkileri ile korelasyonun $E(y_{i0}\eta_i)$ 'nun başlangıç değerlerini belirlediğini varsayalım. Bu durumda, $N \to \infty$ ve kısıtlı T için herhangi en küçük kareler tabanlı tahmincinin varyansı ve asimptotik yanı $E(y_{i0}^2)$ ve $E(y_{i0}\eta_i)$ 'ye bağlıdır (Sevestre, Trognon, 1996).

Başlangıç değerleri ile ilgili daha detaylı bilgilere Anderson, ve Hsiao (1982) ve Bhargava ve Sargan (1983) 'un çalışmalarından elde edilebilir.

2.5. Rastlantısal Etkili Dinamik Panel Veri Modellerinde Parametrelerin Genelleştirilmiş Momentler Metodu ile Tahmin Edilmesi

Rastlantısal etkili dinamik panel veri modellerinde genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri başlangıç değerlerine bağlı olmadığı için zaman boyutu küçük olan modelleme çalışmalarında sıklıkla kullanılmaktadır. Bu bölümde rastlantısal etkili dinamik panel veri modellerinde değişik momentler koşulları kullanılarak geliştirilen genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri üzerinde çalışılacaktır.

2.5.1. Model ile İlgili Varsayımlar ve Tanımlamalar

(2.1)'deki modeli $i = 1,........,N$ ve $t = 1,.......,T$ için tekrar yazalım:

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{z}'_i\boldsymbol{\rho} + \eta_i + \varepsilon_{it}$$

Bu modelde birey etkisi η_i rastlantısaldır. Ayrıca model ile ilgili olarak aşağıdaki varsayımların sağlandığı kabul edilecektir.

Bütün periyotlarda tüm bireyler için hata teriminin ve gözlenemeyen birey etkisinin beklenen değerleri 0'dır:

$$E(\eta_i) = E(\varepsilon_{it}) = 0 \tag{2.14}$$

Bütün periyotlarda tüm bireyler için hata teriminin varyansı homojendir:

$$E(\varepsilon_{it}^2) = Var(\varepsilon_{it}) = \sigma_\varepsilon^2 \tag{2.15}$$

Bütün periyotlarda tüm bireyler için birey etkisinin varyansı homojendir:

$$E(\eta_i^2) = Var(\eta_i) = \sigma_\eta^2 \tag{2.16}$$

Birey etkileri bireyler arasında birbirinden bağımsızdır:

$$E(\eta_i \eta_j) = 0\,, \quad i \neq j \tag{2.17}$$

Hata terimleri bireyler arasında ve periyotlar arasında birbirinden bağımsızdır:

$$E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{js}) = 0\,, \quad i \neq j \ \text{ ya da } \ t \neq s\,, \tag{2.18}$$

Bütün periyotlardaki tüm bireylere ait herhangi hata terimi, herhangi bireye ait birey etkisinden bağımsızdır:

$$E(\eta_i \varepsilon_{jt}) = 0\,, \qquad \forall i, j, t\,, \tag{2.19}$$

Bütün periyotlardaki tüm bireylere ait herhangi hata terimi zamanla değişen ya da zamanla değişmeyen bütün dışsal değişkenlerden bağımsızdır:

$$E(x_{it}\varepsilon_{js}) = 0\,, \quad \forall i, j, t, s\,,$$

$$E(z_i \varepsilon_{jt}) = 0\,, \quad \forall i, j, t \tag{2.20}$$

Çalışmanın bundan sonraki bölümünde değişkenler sıklıkla matrisler ile ifade edilecektir. Çalışma boyunca sıklıkla kullanacak matrisler aşağıdaki gibi tanımlanırsa,

$$\boldsymbol{y_i} = \begin{bmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{y}_{i,-1} = \begin{bmatrix} y_{i0} \\ y_{i1} \\ \vdots \\ y_{i,T-1} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{X_i} = \begin{bmatrix} x'_{i1} \\ x'_{i2} \\ \vdots \\ x'_{iT} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{Z_i} = \begin{bmatrix} z'_{i1} \\ z'_{i2} \\ \vdots \\ z'_{iT} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_i} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{l_T} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_N \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{v}_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} + \eta_i \\ \varepsilon_{i2} + \eta_i \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} + \eta_i \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

$\boldsymbol{y}_i$, i'inci bireye ait bağımlı değişkenin t=1'den $t=T$'ye kadar aldığı değerleri gösteren Tx1 boyutunda vektörünü,

$\boldsymbol{y}_i^{(-1)}$, i'inci bireye ait gecikmeli değişkenin t=0'dan $t=T$-1'e kadar aldığı değerleri gösteren Tx1 boyutunda vektörünü,

$\boldsymbol{X}_i$, i'inci bireye ait zaman sürecinde değişen dışsal değişkenlerin t=1'den $t=T$ 'ye kadar aldığı değerleri gösteren Txk1 boyutunda matrisini,

$\boldsymbol{Z}_i$, i'inci bireye ait zaman sürecinde değişmeyen dışsal değişkenlerin t=1'den $t=T$ 'ye kadar aldığı değerleri gösteren Txk2 boyutunda matrisini,

ε_i, i'inci bireye ait hata değişkenininn t=1'dan $t=T$'ye kadar aldığı değerleri gösteren Tx1 boyutunda vektörünü,

$\boldsymbol{l}_T$, bütün elemanları 1'den oluşan Tx1 boyutunda vektörü,

η, 1'inci bireyden N'inci bireye kadar gözlenemeyen birey etkilerini gösteren Nx1 boyutunda vektörünü,

$\boldsymbol{v}_i$, i'inci bireye ait hata terimi ile birey etkisinin toplamını gösteren hata bileşeni vektörünü ifade eder.

Yukarıdaki tanımlamalar altında aşağıdaki vektör ve matrisler tanımlansın:

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_N \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{y}^{(-1)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_0^{(-1)} \\ \vdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_{N-1}^{(-1)} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{X}_N \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{Z}_N \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_1 \\ \boldsymbol{v}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{v}_N \end{bmatrix}, \tag{2.22}$$

$$\boldsymbol{W} = \left[\boldsymbol{y}^{(-1)}, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{Z}\right] \qquad \delta = \left[\gamma, \beta', \rho'\right]' \tag{2.23}$$

O halde, söz konusu model yukarıdaki tanımlamalar altında

$$\boldsymbol{y} = \gamma \boldsymbol{y}^{(-1)} + \boldsymbol{X}\beta + \boldsymbol{Z}\rho + (\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{l}_T)\eta + \varepsilon \tag{2.24}$$

$$= \boldsymbol{W}\delta + (\boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{l}_T)\eta + \varepsilon \tag{2.25}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Burada $\boldsymbol{I}_N$ NxN boyutunda birim matrisi ifade etmektedir.

(2.14)-(2.21) varsayımları altında her birey için T adet hata bileşeni $\mathbf{v}_i$'nin kovaryans matrisi

$$Cov(\boldsymbol{v}_i) = \boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \sigma_\eta^2 & \cdots & \sigma_\eta^2 \\ \sigma_\eta^2 & \sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \cdots & \sigma_\eta^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_\eta^2 & \sigma_\eta^2 & \cdots & \sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2 \end{bmatrix} = \sigma_\varepsilon^2 \boldsymbol{I}_T + \sigma_\eta^2 \boldsymbol{l}_T \boldsymbol{l}_T' \quad (2.26)$$

şeklinde olur. O halde,

$$Cov(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{I}_N \otimes \boldsymbol{\Sigma} \quad (2.27)$$

şeklindedir.

2.5.2. Genelleştirilmiş Momentler Metodu Tahmincileri

En küçük kareler (EKK), genelleştirilmiş en küçük kareler (GEKK), kukla değişkenli en küçük kareler (KDEEK), en çok olabilirlik gibi ekonometrik modelleme çalışmalarında sıklıkla kullanılan tahmincilerin çoğu güçlü varsayımların gerçekleşmesi durumunda doğru sonuçlar verir. Bunlar gibi pek çok popüler tahminci dinamik panel veri modelleri için çoğu zaman uygun değildir. Genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri bu tahmincilere alternatif olarak sadece belirli moment koşullarının sağlanmasını gerektirir ki zaten geneleştirilmiş momentler metodu tahmincileri bu moment koşullarından yola çıkar. Bundan dolayı, panel veri modellenmesi dahil ekonometrinin pek çok alanında genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri çok sıklıkla kullanılmaktadır.

Genelleştirilmiş momentler metodu tahmincilerinin temeli momentler metodudur. Momentler metodu örneklem ve kitle momenlerinin eşitlenmesi ilkesine dayanır. Genel varsayımlar altında örneklem sayısı arttıkça istatistik bir sabite yakınsayacaktır. Örneğin bağımsız ve aynı dağılan rastlantısal değişkene ait herhangi bir kitleden elde edilen

$$\overline{m}_2' = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2 \quad (2.28)$$

şeklindeki bir istatistik, örneklemdeki gözlem sayısı çoğaldıkça söz konusu kitlenin varyansının ve beklenen değerininin karesinin toplamına yakınsayacaktır. O halde yakınsanan sabit, parametrelerin bir fonksiyonudur. Momentler metodları ilgilendiğimiz parametrelerin fonksiyonlarına yakınsayan istatistikleri kullanır. Tahmin edilecek K tane parametreye karşılık $\overline{m}_1, \overline{m}_2, ..., \overline{m}_K$ şeklinde fonksiyonel olarak bağımsız K tane bu parametrelerin fonksiyonuna yakınsayan istatistik mevcut ise söz konusu denklem sisteminde her bir parametre çekilerek genel bazı varsayımlar altında parametrelerin tutarlı tahmincileri elde edilebilir.

Genelleştirilmiş momentler metodu, momentler metodunun uzantısıdır ve moment koşullarından yola çıkar. Örneğin,

$$y_i = \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i \tag{2.29}$$

şeklindeki klasik bir doğrusal regresyon modelinde önemli varsayımlardan biri

$$E\left[\boldsymbol{x}_i\varepsilon\right] = E\left[\boldsymbol{x}_i(y_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right] = 0 \tag{2.30}$$

şeklindedir. Bu ifadenin örneklemdeki karşılığı

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{x}_i\hat{\varepsilon}_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{x}_i(y_i - \boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}}) = 0 \tag{2.31}$$

olur. Yukarıdaki sistemin çözümünü sağlayan $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ değerleri modeldeki $\boldsymbol{\beta}$ parametreleri için tutarlı tahminlerdir. Ayrıca dikkat edilecek olursa (2.29)'deki model için (2.30)'daki moment koşulları kullanılarak elde edilen tahminci aynı model için en küçük kareler tahmincisi ile aynıdır.

(2.31)'deki denklem sisteminde bilinmeyen sayısı kadar denklem sayısı olduğundan sistemin tek bir çözümü vardır. Dolayısıyla parametrelerin tahmini kolaydır. Ancak çoğu zaman denklem sayısının bilinmeyen sayısından fazla olduğu durumlar olmaktadır. K modelde bilinmeyen parametre sayısını, L moment koşullarını sağlayan denklem sayısını ifade etmek üzere $L > K$ olduğu bir durumda parametrelerin tahmini için L tane denklem içinden herhangi K tane denklem kullanılarak parametreler tahmin edilebilir. Bu şekilde her parametre için $\binom{L}{K}$ tane farklı tahmin yapılabilir. Bu tahminlerden hangisinin daha iyi bir tahmin olduğu soru işaretidir. Ayrıca açıktır ki bu tahminlerin hangisi kullanılırsa kullanılsın gözardı edilen denklemlerden dolayı bilgi kaybı olacaktır.

$\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_K)$ parametrelerini ve $y_i, \mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i$ değişkenlerini içeren,

$$E\left[m_l(y_i, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_i, \boldsymbol{\beta}\right] = E\left[m_{il}(\boldsymbol{\beta})\right] = 0 \tag{2.32}$$

moment koşullarını sağlayan bir modeli varsayalım. Burada i $m_{il}(\boldsymbol{\beta})$'nin $y_i, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_i$ değişkenlerine bağımlı olduğunu ifade etmektedir. (2.32)'de ki moment koşullarının sağlandığı durumda,

$$\bar{m}_l(y, \boldsymbol{X}, \boldsymbol{Z}, \boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_l(y_i, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_i, \boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_{il}(\boldsymbol{\beta}) \qquad (2.33)$$

ilgili örneklemdeki söz konusu moment koşullarının karşılığıdır. Burada n örneklem büyüklüğünü ifade etmektedir. K tane bilinmeyen parametre içeren ve fonksiyonel olarak bağımsız L tane denklemden oluşan

$$\bar{m}_l(\boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} m_l(y_i, \boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_i, \boldsymbol{\beta}) = 0 \ , \quad l = 1, 2, ..., L \qquad (2.34)$$

denklem sisteminin $L > K$ durumunda çözümü yoktur. Bu durumda bir amaç fonksiyonunu minimize etmek bize aradığımız tahminciyi verebilir. Örneğin en küçük kareler tahmincisinin mantığı kullanılarak

$$q = \sum_{l=1}^{L} \bar{m}_l^2 = \bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})'\bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta}) \qquad (2.35)$$

şeklinde söz konusu denklemlerin karelerinin toplamını ifade eden bir amaç fonksiyonu kullanılabilir. Burada,

$$\bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} \bar{m}_1^2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{m}_L^2 \end{bmatrix}$$

şeklinde bir vektördür.

(2.35) ifadesini minimum yapan $\boldsymbol{\beta}$ değerleri söz konusu parametrelerin tahmini olarak kullanılabilir.

$E(\bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})) < \infty$ ve $Var(\bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})) < \infty$ varsayımları altında

$$p\lim \bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta}) = E\left[\bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})\right] = 0 \qquad (2.36)$$

olur (Greene, 2003: 54).

Yukarıdaki varsayımlar altında (2.35)'deki ifadeyi yani q'yu minimum yapan $\boldsymbol{\beta}$ değerleri $\boldsymbol{\beta}$'nın tutarlı tahminleridir (Hansen, 1982).

(2.35)'de ifade edilen amaç fonksiyonundan başka

$$q = \sum_{l=1}^{L} \overline{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})' \boldsymbol{W}_n \overline{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta}) \tag{2.37}$$

şeklinde ağırlıklandırılmış momentlerin karelerinin toplamını ifade eden bir amaç fonksiyonu da kullanılabilir. Burada veriye bağımlı olabilen ancak bilinmeyen parametreler $\boldsymbol{\beta}$ 'ye bağlı olmayan $\boldsymbol{W}_n$, pozitif tanımlı herhangi bir matrisdir. Örneğin $\boldsymbol{I}$ birim matrisi ifade etmek üzere $\boldsymbol{W}_n = \boldsymbol{I}$ seçilirse (2.37) ifadesi (2.35) ifadesi ile aynı olacaktır.

(2.36)'daki varsayıma ek olarak çalışma boyunca

$$p \lim \boldsymbol{W}_n = \boldsymbol{a} \tag{2.38}$$

olduğunu varsayalım.

Genelleştirilmiş en küçük kareler tahmincisinin kullanımındaki mantık kullanılarak momentlerin varyansının tersi $\boldsymbol{W}_n$ olarak kullanılabilir. Her bir momentin varyansını asal köşegeninde içeren bir köşegen matris, $\boldsymbol{W}_n$ olarak kullanılabilir. Bu durumda $\boldsymbol{\Phi}^{-1}$ matrisi, diagonalleri her momentin varyansının tersi,

$$w_{ll} = \frac{1}{Asmp.Var\left[\sqrt{n}\overline{m}_l\right]} = \frac{1}{\phi_{ll}} \tag{2.39}$$

şeklinde olan bir diagonal matris olarak tanımlanırsa

$$q = \sum_{l=1}^{L} \overline{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})' \boldsymbol{\Phi}^{-1} \overline{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta}) \tag{2.40}$$

ifadesini minimum yapan $\boldsymbol{\beta}$ değerleri de söz konusu parametrelerin tahmincisi olarak kullanılabilir. Çoğu zaman L adet moment arasında korelasyon olabilir. (2.40)'ta tanımlanan amaç fonksiyonunda kullanılan ağırlıklandırılmış matris $\boldsymbol{\Phi}^{-1}$ bu korelasyonu gözardı etmektedir. O halde,

$$\boldsymbol{W}_n = \boldsymbol{\Phi}^{-1} = \left\{Asmp.Var\left[\sqrt{n}\overline{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})\right]\right\}^{-1} \tag{2.41}$$

şeklindeki momentlerin kovaryans matrisinin tersi ağırlıklandırılmış matris olarak kullanılabilir.

Genel varsayımlar altında $\boldsymbol{W}_n$ pozitif tanımlı bir matris ise

$$p \lim \overline{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{0}\,. \tag{2.42}$$

olur.

Ağırlıklandırılmış matris $\boldsymbol{W}_n$'nin nasıl bir matris olduğu önemlidir. Hansen(1982) çalışmasında $\boldsymbol{W}_n$ için (2.41)'de tanımlanan ağırlıklandırılmış matrisin genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri için en uygun ağırlıklandırılmış matris olduğunu ortaya koymuştur.

$\boldsymbol{\Gamma}$ matrisi j 'nci sütunu

$$\boldsymbol{\Gamma}^j = p\lim \frac{\partial \bar{m}_j(\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}'}$$

şeklinde olan bir matris ve

$$\boldsymbol{\Phi} = Asmp.Var\left[\sqrt{n}\bar{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{\beta})\right]$$

şeklinde bir matris olarak tanımlanırsa genelleştirilmiş momentler metodu tahmincisinin kovaryans matrisi aşağıdaki gibi olur:

$$\boldsymbol{V}_{GMM} = \frac{1}{n}\left[\boldsymbol{\Gamma}'\boldsymbol{W}\boldsymbol{\Gamma}\right]^{-1} = \frac{1}{n}\left[\boldsymbol{\Gamma}'\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{\Gamma}\right]^{-1}. \tag{2.43}$$

Açıktır ki genelleştirilmiş momentler metodu tahmincilerinin tutarlılığı daha önce de belirtildiği gibi güçlü varsayımlar gerektirmemektedir. Söz konusu modelin moment koşullarından yola çıkılarak tahminciler elde edilmektedir. Eğer ilgilenilen modeldeki moment koşulları ile ilgili bilginin dışında söz konusu modeldeki değişkenlerin dağılımları ile ilgili bilgi mevcut ise genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri bu bilgiyi gözardı edecektir. Bu durumda söz konusu parametrelerin tahmini için en çok olabilirlik tahmincisi gibi başka tahminciler kullanılması daha iyi olabilir. Ayrıca genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri dinamik panel veri modellerinde başlangıç değerleri y_{i0} 'lar ile ilgili varsayımları gözardı ettiğinden başlangıç değerlerini üreten mekanizmanın bilinmesi durumunda bilgi kaybı söz konusudur.

Panel veri zaman serisi ve yatay kesit verilerin birleşmesinden oluştuğu için pek çok moment koşulu barındırabilir. Bundan dolayı çeşitli olumsuzluklarına rağmen genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri daha önce sözü edilen avantajları nedeni ile panel veri modellemesinde sıklıkla kullanılmaktadır.

Sonraki bölümde (2.14)-(2.21)'deki varsayımlar altında, farklı moment koşullarından yola çıkılarak (2.1)'deki modelin parametrelerinin tahmini için ortaya çıkarılan farklı moment koşullarından yola çıkan çeşitli tahminciler incelenecektir.

2.5.2.1. Araç Değişken (AD) Tahmincisi

Araç değişken tahmincisi ekonometride basit olması nedeniyle panel veri analizi dışında da sıklıkla kullanılan tahmincilerden biridir.

Birey etkilerini ortadan kaldırmak için (2.1)'deki modelin (2.7)'deki gibi bir önceki zamana göre farkı alınırsa, $i = 1,........,N$ ve $t = 2,.......,T$ için

$$y_{it} - y_{i,t-1} = \gamma(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + (\boldsymbol{x}'_{it} - \boldsymbol{x}'_{i,t-1})\boldsymbol{\beta} + \varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1} \tag{2.44}$$

olur. Açıktır ki (2.44)'te $y_{i,t-2}$ ile $y_{i,t-1} - y_{i,t-2}$ arasında korelosyon olmasına rağmen $\varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1}$ ile arasında korelosyon yoktur. O halde $y_{i,t-2}$, c ve $\boldsymbol{\beta}$'nin tahmini için $\boldsymbol{y}_{i,t-1} - \boldsymbol{y}_{i,t-2}$'nin araç değişkeni olarak kullanılabilir. Diğer açıklayıcı değişkenler, $\boldsymbol{x}'_{it} - \boldsymbol{x}'_{i,t-1}$ ile $\varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1}$ arasında korelasyon olmadığından $\boldsymbol{x}'_{it} - \boldsymbol{x}'_{i,t-1}$ kendileri için araç değişken olarak kullanılabilir. O halde,

$$E(y_{i,t-2}(\varepsilon_{it} - \varepsilon_{i,t-1})) = 0 \tag{2.45}$$

şeklindedir. (2.22) ve (2.23)'de tanımlanan matrislere ek olarak aşağıdaki matrisler tanımlansın:

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i,2} - \varepsilon_{i,1} \\ \varepsilon_{i,3} - \varepsilon_{i,2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i,T} - \varepsilon_{i,T-1} \end{bmatrix}, \quad \Delta\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_N \end{bmatrix}, \quad \Delta\boldsymbol{X}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}'_{i,2} - \boldsymbol{x}'_{i,1} \\ \boldsymbol{x}'_{i,3} - \boldsymbol{x}'_{i,2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}'_{i,T} - \boldsymbol{x}'_{i,T-1} \end{bmatrix}, \quad \Delta\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{X}_1 \\ \Delta\boldsymbol{X}_2 \\ \vdots \\ \Delta\boldsymbol{X}_N \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{y}^* = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}^*_{1,-1} \\ \boldsymbol{y}^*_{2,-1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}^*_{N,-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}^*_{i,-1} = \begin{bmatrix} y_{i,0} \\ y_{i,1} \\ \vdots \\ y_{i,T-2} \end{bmatrix}, \quad \Delta\boldsymbol{y}_i = \begin{bmatrix} y_{i,2} - y_{i,1} \\ y_{i,3} - y_{i,2} \\ \vdots \\ y_{i,T} - y_{i,T-1} \end{bmatrix},$$

$$\Delta \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{y}_1 \\ \Delta \boldsymbol{y}_2 \\ \vdots \\ \Delta \boldsymbol{y}_N \end{bmatrix}, \qquad \Delta \boldsymbol{y}_{i,-1} = \begin{bmatrix} y_{i,1} - y_{i,0} \\ y_{i,2} - y_{i,1} \\ \vdots \\ y_{i,T-1} - y_{i,T-2} \end{bmatrix}, \qquad \Delta \boldsymbol{y}_{-1} = \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{y}_{1,-1} \\ \Delta \boldsymbol{y}_{2,-1} \\ \vdots \\ \Delta \boldsymbol{y}_{N,-1} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Bu tanımlamalar altında (2.44)'deki ifade

$$\Delta \boldsymbol{y} = \gamma \Delta \boldsymbol{y}_{-1} + \Delta \boldsymbol{X\beta} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.47)$$

şeklinde yazılabilir.

$$\boldsymbol{Z} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}^* & \Delta \boldsymbol{X} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

şeklinde araç değişken matrisi tanımlanırsa

$$p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{y} = [p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{y}_{-1}]\, \gamma + [p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{X}]\, \beta + p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \text{'dir.}$$

$p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{\varepsilon} = 0$ olduğundan

$$p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{y} = [p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{y}_{-1}]\, \gamma + [p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{X}]\, \boldsymbol{\beta} \quad (2.49)$$

olur. Bundan dolayı

$$\begin{bmatrix} \gamma \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} = [p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{y}_{-1} \quad p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{X}]^{-1}\, p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{y}$$

$$= [p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' [\Delta \boldsymbol{y}_{-1} \; \Delta \boldsymbol{X}]]^{-1} p\lim \frac{1}{NT} \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{y} \quad (2.50)$$

olur. O halde,

$$\begin{bmatrix} \hat{\gamma}_{IV} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{IV} \end{bmatrix} = [\boldsymbol{Z}' [\Delta \boldsymbol{y}_{-1} \; \Delta \boldsymbol{X}]]^{-1} \; \boldsymbol{Z}' \Delta \boldsymbol{y} \quad (2.51)$$

şeklinde tanımlanan araç tahmincisi γ, $\boldsymbol{\beta}$ parametreleri için tutarlıdır.

(2.51)'de tanımlanan tahmincinin kullanılabilmesi için en az iki zaman diliminde yapılan gözleme ihtiyaç vardır.

Araç değişken tahmincisi ile (2.1)'deki modelin γ ve $\boldsymbol{\beta}$ parametreleri tahmin edildikten sonra bu tahminler, ilglili parametrelerin yerine konulursa, $i = 1,........., N$ için

$$\bar{y}_i - \gamma \bar{y}_{i,-1} - \boldsymbol{\beta}' \bar{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{\rho}' \boldsymbol{z}_i + \alpha_i + \bar{u}_i\,, \quad (2.52)$$

ifadesi elde edilir.

Yukarıdaki eşitlikte $i = 1,........,N$ için $\overline{y}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{it}$, $\overline{y}_{i,-1} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_{i,t-1}$, $\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}} = \frac{1}{T}\sum_{\boldsymbol{t}=1}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{it}}$, $\overline{u}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} u_{it}$ ifadeleri tanımlanmıştır. (2.52)'de, ρ parametre vektörü en küçük kareler tahmincisi kullanılarak tahmin edilebilir.

γ , $\boldsymbol{\beta}$ ve ρ parametreleri tahmin edildikten sonra σ_η ve σ_ε parametrelerinin tahmini için aşağıdaki tahminciler kullanılabilir.

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{2N(T-1)}\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=2}^{T}\left[\ (y_{it} - y_{i,t-1}) - \hat{\gamma}(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) - \hat{\beta}(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{it}} - \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i},t-1})\ \right]^2 \quad (2.53)$$

$$\hat{\sigma}_\eta^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\overline{y}_i - \hat{\gamma}\overline{y}_{i,-1} - \hat{\rho}'\boldsymbol{z}_{\boldsymbol{i}} - \hat{\beta}'\overline{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{i}})^2 - \frac{1}{T}\hat{\sigma}_\varepsilon^2 . \quad (2.54)$$

Araç değişken tahmincilerinin tutarlılığı başlangıç değerlerine bağlı değildir. γ , $\boldsymbol{\beta}$ ve σ_ε parametrelerinin araç değişken tahmincileri birey sayıs *N* ve/veya zaman sayısı *T* sonsuza giderken tutarlıdır. ρ ve σ_η parametrelerinin araç değişken tahmincileri sadece birey sayısı *N*'nin sonsuza gittiği durumda tutarlıdır; birey sayısı *N*'nin sabit , zaman saysısı *T*'nin sonsuza gittiği durumda tutarsızdır (Hsiao, 2003: s.86).

2.5.2.2. Arellano - Bond Tahmincisi

Arellano ve Bond (1991), (2.44) 'te $y_{i,t-1} - y_{i,t-2}$ için $y_{i,t-2}$'dan başka araç değişkenler olduğunu ortaya koymuşlardır. $y_{i,t-2-j}$, $j = 0,1,....$ değişkeni

$$E[y_{i,t-2-j}(y_{i,t-1} - y_{i,t-2})] \neq 0 \ ,$$

$$E[y_{i,t-2-j}(\varepsilon_{i,t-1} - \varepsilon_{i,t-2})] = 0$$

koşullarını sağladığından; $y_{i,t-2}$, $y_{i,t-3}$ ...., $y_{i,0}$ değişkenlerinin hepsi $y_{i,t-1} - y_{i,t-2}$ için geçerli araç değişkenleridir.

O halde,

$$\boldsymbol{x_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_{i1}} \\ \boldsymbol{x_{i2}} \\ \vdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{x_{iT}} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{q_{it}} = \begin{bmatrix} y_{i0} \\ y_{i1} \\ \vdots \\ y_{i,t-2} \\ \boldsymbol{x_i} \end{bmatrix} \tag{2.55}$$

matrisleri tanımlanırsa,

$$E[\boldsymbol{q_{it}} \Delta\varepsilon_{it}] = 0 \quad t = 2,.....,T \tag{2.56}$$

olur.

$$\Delta\boldsymbol{y_i} = \begin{bmatrix} y_{i2} - y_{i1} \\ y_{i3} - y_{i2} \\ \\ y_{iT} - y_{i,T-1} \end{bmatrix}, \ \Delta\boldsymbol{y_{i,-1}} = \begin{bmatrix} y_{i1} - y_{i0} \\ y_{i2} - y_{i1} \\ \vdots \\ y_{iT-1} - y_{i,T-2} \end{bmatrix}, \ \Delta\boldsymbol{\varepsilon_i} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i2} - \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i3} - \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} - \varepsilon_{i,T-1} \end{bmatrix}, \ \Delta\boldsymbol{X_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x_{i2}} - \boldsymbol{x_{i1}} \\ \boldsymbol{x_{i3}} - \boldsymbol{x_{i2}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{x_{iT}} - \boldsymbol{x_{i,T-1}} \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

matrisleri tanımlanırsa (2.44)’te ifade edilen model matris formatında aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\Delta\boldsymbol{y_i} = \gamma\Delta\boldsymbol{y_{i,-1}} + \Delta\boldsymbol{X_i}\boldsymbol{\beta} + \Delta\boldsymbol{\varepsilon_i} \quad , \quad i = 1,2......,N \ . \tag{2.58}$$

Bu durumda,

$$\boldsymbol{W_i} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q_{i2}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{q_{i3}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{q_{iT}} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{W}_1 & \boldsymbol{W}_2 & \cdots & \boldsymbol{W}_N \end{bmatrix} \tag{2.59}$$

olarak tanımlanırsa,

$$E[\boldsymbol{W}_i \Delta\boldsymbol{\varepsilon_i}] = 0 \tag{2.60}$$

olur. Bundan dolayı

$$E\left[\boldsymbol{W}_i \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_i\right] = E\left[\begin{bmatrix} \boldsymbol{q_{i2}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{q_{i3}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{q_{iT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{i2} - \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i3} - \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} - \varepsilon_{i,T-1} \end{bmatrix}\right]$$

$$= E\left[\begin{bmatrix} \boldsymbol{q_{i2}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{q_{i3}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{q_{iT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{i2} - y_{i,1} - \gamma(y_{i,1} - y_{i,0}) - (x'_{i2} - x'_{i,1})\beta \\ y_{i3} - y_{i,2} - \gamma(y_{i,2} - y_{i,1}) - (x'_{i3} - x'_{i,2})\beta \\ \vdots \\ y_{iT} - y_{i,T-1} - \gamma(y_{i,T-1} - y_{i,T-2}) - (x'_{iT} - x'_{i,T-1})\beta \end{bmatrix}\right]$$

$$= p\lim \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N} \left[\begin{bmatrix} \boldsymbol{q_{i2}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{q_{i3}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{q_{iT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{i2} - y_{i,1} - \gamma(y_{i,1} - y_{i,0}) - (x'_{i2} - x'_{i,1})\beta \\ y_{i3} - y_{i,2} - \gamma(y_{i,2} - y_{i,1}) - (x'_{i3} - x'_{i,2})\beta \\ \vdots \\ y_{iT} - y_{i,T-1} - \gamma(y_{i,T-1} - y_{i,T-2}) - (x'_{iT} - x'_{i,T-1})\beta \end{bmatrix} \right] \quad (2.61)$$

=0.

olur. (2.61)'deki sistemde $[T(T-1)(k+\frac{1}{2})]$ adet denklem olmasına rağmen γ ve $\boldsymbol{\beta}$ bilinmeyenler olmak üzere $k+1$ tane bilinmeyen vardır. Genellikle $[T(T-1)(k+\frac{1}{2})] > k+1$ olduğundan sistemin çözümü çoğu zaman olmayacaktır. Bu durumda, (2.51)'deki sistem kullanılarak genelleştirilmiş momentler metodu ile γ ve $\boldsymbol{\beta}$ tahmin edilebilir.

$$\boldsymbol{m_i} = \left[\begin{bmatrix} \boldsymbol{q_{i2}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{q_{i3}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{q_{iT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{i2} - y_{i,1} - \gamma(y_{i,1} - y_{i,0}) - (\boldsymbol{x'_{i2}} - \boldsymbol{x'_{i,1}})\boldsymbol{\beta} \\ y_{i3} - y_{i,2} - \gamma(y_{i,2} - y_{i,1}) - (\boldsymbol{x'_{i3}} - \boldsymbol{x'_{i,2}})\boldsymbol{\beta} \\ \vdots \\ y_{iT} - y_{i,T-1} - \gamma(y_{i,T-1} - y_{i,T-2}) - (\boldsymbol{x'_{iT}} - \boldsymbol{x'_{i,T-1}})\boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} \right] \quad (2.62)$$

olarak tanımlanırsa (2.61)'deki ifade

$$p\lim \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{m_i} = p\lim \boldsymbol{\bar{m}} = \boldsymbol{0} \quad (2.63)$$

şeklinde tekrar düzenlenebilir. O halde γ ve $\boldsymbol{\beta}$ parametrelerinin genelleştirilmiş momentler metodu tahmini $\boldsymbol{\bar{m}'A\bar{m}}$ ifadesini minimum yapan γ ve $\boldsymbol{\beta}$ değerleridir. Burada $\boldsymbol{A}$ matrisi için en uygun aday daha önce belirtildiği gibi $\boldsymbol{\bar{m}}$ 'in kovaryans matrisinin tersidir.

$$\mathrm{cov}(\boldsymbol{\bar{m}}) = \mathrm{cov}\left(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \boldsymbol{q_{i2}} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{q_{i3}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{q_{iT}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{i2} - \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i3} - \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} - \varepsilon_{i,T-1} \end{bmatrix} \right)$$

$$= \frac{1}{N^2} \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{W_i G W_i'} \quad (2.64)$$

Burada,

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 2 & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$ şeklinde $(T\text{-}1)\times(T\text{-}1)$ boyutunda bir matrisdir.

$$\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{m}}'\boldsymbol{A}\bar{\boldsymbol{m}} &= \bar{\boldsymbol{m}}'\boldsymbol{(}\frac{1}{N^2}\sigma_\varepsilon^2\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{W_i G W_i'})^{-1}\bar{\boldsymbol{m}} \\ &= (\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{W_i}\Delta\boldsymbol{\varepsilon_i}\boldsymbol{)'(}\frac{1}{N^2}\sigma_\varepsilon^2\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{W_i G W_i'})^{-1}(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{W_i}\Delta\boldsymbol{\varepsilon_i}\boldsymbol{)}\end{aligned} \tag{2.65}$$

minimum yapan γ ve $\boldsymbol{\beta}$ değerleri, γ ve $\boldsymbol{\beta}$'nin genelleştirilmiş momentler metodu tahminleridir.

$$\Delta\boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{y_1}\\ \Delta\boldsymbol{y_2}\\ \vdots \\ \Delta\boldsymbol{y_N}\end{bmatrix},\ \Delta\boldsymbol{y_{-1}}=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{y_{1,-1}}\\ \Delta\boldsymbol{y_{2,-1}}\\ \vdots \\ \Delta\boldsymbol{y_{N,-1}}\end{bmatrix},\ \Delta\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{X_1}\\ \Delta\boldsymbol{X_2}\\ \vdots \\ \Delta\boldsymbol{X_N}\end{bmatrix},\ \Delta\boldsymbol{\varepsilon}=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{\varepsilon_1}\\ \Delta\boldsymbol{\varepsilon_2}\\ \vdots \\ \Delta\boldsymbol{\varepsilon_N}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{W}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{W_1} & \boldsymbol{W_2} & \cdots & \boldsymbol{W_N}\end{bmatrix}$$

matrisleri tanımlanırsa

$$\bar{\boldsymbol{m}}'\boldsymbol{A}\bar{\boldsymbol{m}} = (\frac{1}{N}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{W}')(\frac{1}{N^2}\sigma_\varepsilon^2\boldsymbol{W}(\boldsymbol{I}_N\otimes\boldsymbol{G})\boldsymbol{W}')^{-1}(\frac{1}{N}\boldsymbol{W}\Delta\boldsymbol{\varepsilon}) \tag{2.66}$$

olur. O halde Arellano-Bond genelleştirilmiş momentler metodu tahmincisi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix}\hat{\gamma}_{GMM,Arellano-Bond1}\\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{GMM,Arellano-Bond1}\end{pmatrix} &= (\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{y_{-1}} & \Delta\boldsymbol{X}\end{bmatrix}'\boldsymbol{W}')(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{I}_N\otimes\boldsymbol{G})\boldsymbol{W}')^{-1}(\boldsymbol{W}\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{y_{-1}} & \Delta\boldsymbol{X}\end{bmatrix})^{-1} \\ &\times\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{y_{-1}} & \Delta\boldsymbol{X}\end{bmatrix}'\boldsymbol{W}')(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{I}_N\otimes\boldsymbol{G})\boldsymbol{W}')^{-1}(\boldsymbol{W}\Delta\boldsymbol{y})\end{aligned} \tag{2.67}$$

Ağırlıklandırılmış matris $\boldsymbol{A}$ olarak (2.64)'ten başka

$$\boldsymbol{A}=\frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{W}_i\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_i\Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_i'\boldsymbol{W}_i'$$

ifadesi de kullanılabilir.

$$\boldsymbol{V}_i = \boldsymbol{W}_i \Delta\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_i \quad \text{ve} \quad \boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_1 & \boldsymbol{V}_2 & \cdots & \boldsymbol{V}_N \end{bmatrix}$$

matrisleri tanımlanırsa

$$\boldsymbol{A} = \frac{1}{N^2}\boldsymbol{V}\boldsymbol{V}' \tag{2.68}$$

olur. Bu durumda Arellano-Bond genelleştirilmiş momentler metodu tahmincisi aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{pmatrix} \hat{\gamma}_{GMM,Arellano-Bond2} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{GMM,Arellano-Bond2} \end{pmatrix} = (\begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{y}_{-1} & \Delta\boldsymbol{X} \end{bmatrix}' \boldsymbol{W}')(\boldsymbol{V}\boldsymbol{V}')^{-1}(\boldsymbol{W}\begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{y}_{-1} & \Delta\boldsymbol{X} \end{bmatrix})^{-1}$$

$$\times \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{y}_{-1} & \Delta\boldsymbol{X} \end{bmatrix}' \boldsymbol{W}')(\boldsymbol{V}\boldsymbol{V}')^{-1}(\boldsymbol{W}\Delta\boldsymbol{y}) \tag{2.69}$$

2.5.2.3. Arellano - Bover Tahmincisi

(2.60)'deki moment koşulları dışında başka koşullar da vardır. Arellona ve Bover (1995), çalışmalarında bu moment koşullarını kullanarak bir genelleştirilmiş momentler metodu tahmincisi geliştirmişlerdir. $i = 1,.........,N$ ve $t = 1,.......,T$ için

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{z}'_{it}\boldsymbol{\rho} + \eta_i + \varepsilon_{it},$$

modelinde $\alpha_{it} = \eta_i + \varepsilon_{it}$ tanımlanırsa söz konusu model, $i = 1,.........,N$ ve $t = 1,.......,T$ için

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + \boldsymbol{x}'_{it}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{z}'_{it}\boldsymbol{\rho} + \alpha_{it} \tag{2.70}$$

şeklinde tekrar düzenlenebilir.

$$\boldsymbol{M}^* = \begin{bmatrix} -1 & 1 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.71}$$

şeklinde tanımlanan $(T-1)\times T$ boyutunda matris soldan çarpıldığı vektörün ilk T elemanının bir önceki zamanda gözlenen değerle farkını alır.

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}^* \\ \frac{1}{T}\boldsymbol{l}'_T \end{bmatrix} \tag{2.72}$$

şeklindeki $\boldsymbol{H}$ matrisi soldan çarpıldığı herhangi $T \times 1$ boyutundaki veri vektörünün ilk $T-1$elemanın vektördeki ilk T elemanının bir önceki zamanda gözlenen değerle farkını ve son satırından da T adet verinin ortalamasını bulur.

$$\boldsymbol{\alpha}_i = \begin{bmatrix} \alpha_{i1} \\ \alpha_{i2} \\ \vdots \\ \alpha_{iT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_i + \varepsilon_{i1} \\ \eta_i + \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \eta_i + \varepsilon_{iT} \end{bmatrix} \tag{2.73}$$

şeklinde $\boldsymbol{\alpha}_i$ vektörü tanımlanırsa,

$$\boldsymbol{H\alpha}_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i2} - \varepsilon_{i1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i,T} - \varepsilon_{i,T-1} \\ \bar{\alpha}_i \end{bmatrix}$$

olur. Burada $\bar{\alpha}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\alpha_{it}$ ’dir.

Hausman ve Taylor (1981) çalışmalarında zamanla değişen dışsal değişkenleri ve zamanla değişmeyen dışsal değişkenleri, gözlenemeyen değişken ile aralarında ilişki olup olmamasına göre gruplandırmıştır. Hausman ve Taylor’un çalışmasındaki gruplandırma göz önüne alındığında (2.1)’deki model, $i = 1,.........,N$ ve $t = 1,.......,T$ için

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + \boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{1it}}\boldsymbol{\beta_1} + \boldsymbol{x}'_{\boldsymbol{2it}}\boldsymbol{\beta_2} + \boldsymbol{z}'_{\boldsymbol{1i}}\boldsymbol{\rho_1} + \boldsymbol{z}'_{\boldsymbol{2i}}\boldsymbol{\rho_2} + \eta_i + \varepsilon_{it} \tag{2.74}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada,

$\boldsymbol{x_{1it}}$, zamanla değişen ve η_i ile korelasyonu olmayan dışsal değişkenleri,

$\boldsymbol{x_{2it}}$, zamanla değişen ve η_i ile korelasyonu olan dışsal değişkenleri,

$\boldsymbol{z_{1i}}$, zamanla değişmeyen ve η_i ile korelasyonu olmayan dışsal değişkenleri,

$\boldsymbol{z_{2i}}$, zamanla değişmeyen ve η_i ile korelasyonu olan dışsal değişkenleri ifade etmektedir.

Açıktır ki $\boldsymbol{w}_i = \left[\boldsymbol{x}'_{i1}, \boldsymbol{x}'_{i2}, ..., \boldsymbol{x}'_{iT}, \boldsymbol{z}'_i, y_{io}, ..., y_{i,t-2}\right]'$ ile $\varepsilon_{\boldsymbol{i,T}} - \varepsilon_{\boldsymbol{i,T}-1}$ arasında korelasyon yoktur ve $\boldsymbol{m}_i = \left[\boldsymbol{x}'_{i11}, \boldsymbol{x}'_{i21}, ..., \boldsymbol{x}'_{iT1}, \boldsymbol{z}'_{i1}\right]'$ ile $\bar{\alpha}_i$ arasında da korelasyon yoktur. Ayrıca Breusch (1989), $\tilde{x}_{2it} = x_{2it} - \bar{x}_{2i}$ ile $\bar{\alpha}_i$ arasında korelasyon olmadığını fark etmiştir. Eğer Breusch'un bu ek moment koşullarından da yararlanılmak istenirse $\boldsymbol{m}_i = \left[\boldsymbol{x}'_{i11}, \boldsymbol{x}'_{i21}, \ldots, \boldsymbol{x}'_{iT1}, \tilde{x}_{2i1}, \tilde{x}_{2i2}, \ldots, \tilde{x}_{2iT}\boldsymbol{z}'_{i1}\right]'$ olarak tanımlanabilir.

O halde,

$$\boldsymbol{M}_i = \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_i & & & \boldsymbol{0} \\ & \ddots & & \\ & & \boldsymbol{w}_i & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{m}_i \end{bmatrix} \tag{2.75}$$

şeklinde matris tanımlanırsa,

$$E(\boldsymbol{M}_i \boldsymbol{H} \boldsymbol{\alpha}_i) = \boldsymbol{0} \tag{2.76}$$

olur. Bu durumda

$$E(\boldsymbol{M}_i \boldsymbol{H} \boldsymbol{\alpha}_i) = E\left[\boldsymbol{M}_i \boldsymbol{H} \begin{bmatrix} \eta_i + \varepsilon_{i1} \\ \eta_i + \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \eta_i + \varepsilon_{iT} \end{bmatrix}\right]$$

$$= E\left[\boldsymbol{M}_i \boldsymbol{H} \begin{bmatrix} y_{i1} - \gamma y_{i,0} - \boldsymbol{x}'_{1i1}\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{x}'_{2i1}\boldsymbol{\beta}_2 - \boldsymbol{z}'_{1i}\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{z}'_{2i}\boldsymbol{\rho}_2 \\ y_{i2} - \gamma y_{i,1} - \boldsymbol{x}'_{1i2}\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{x}'_{2i2}\boldsymbol{\beta}_2 - \boldsymbol{z}'_{1i}\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{z}'_{2i}\boldsymbol{\rho}_2 \\ \vdots \\ y_{iT} - \gamma y_{i,T-1} - \boldsymbol{x}'_{1iT}\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{x}'_{2iT}\boldsymbol{\beta}_2 - \boldsymbol{z}'_{1i}\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{z}'_{2i}\boldsymbol{\rho}_2 \end{bmatrix}\right] = \boldsymbol{0} \tag{2.77}$$

olduğundan

$$\boldsymbol{plim}\frac{1}{N}\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{N}} \boldsymbol{M}_i \boldsymbol{H} \begin{bmatrix} y_{i1} - \gamma y_{i,0} - \boldsymbol{x}'_{1i1}\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{x}'_{2i1}\boldsymbol{\beta}_2 - \boldsymbol{z}'_{1i}\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{z}'_{2i}\boldsymbol{\rho}_2 \\ y_{i2} - \gamma y_{i,1} - \boldsymbol{x}'_{1i2}\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{x}'_{2i2}\boldsymbol{\beta}_2 - \boldsymbol{z}'_{1i}\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{z}'_{2i}\boldsymbol{\rho}_2 \\ \vdots \\ y_{iT} - \gamma y_{i,T-1} - \boldsymbol{x}'_{1iT}\boldsymbol{\beta}_1 - \boldsymbol{x}'_{2iT}\boldsymbol{\beta}_2 - \boldsymbol{z}'_{1i}\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{z}'_{2i}\boldsymbol{\rho}_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{0} \text{ 'dir.} \tag{2.78}$$

Yukarıdaki sistemde denklem sayısı çoğu zaman bilinmeyen parametre sayısından fazla olacaktır. Bu durumda, (2.78)'deki sistem kullanılarak genelleştirilmiş momentler metodu tahmin yöntemiyle γ ve $\boldsymbol{\beta}$ tahmin edilebilir.

$$\boldsymbol{m_i} = \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{N}} \boldsymbol{M}_i \boldsymbol{H} \begin{bmatrix} y_{i1} - \gamma y_{i,0} - \boldsymbol{x'_{1i1}\beta_1} - \boldsymbol{x'_{2i1}\beta_2} - \boldsymbol{z'_{1i}\rho_1} - \boldsymbol{z'_{2i}\rho_2} \\ y_{i2} - \gamma y_{i,1} - \boldsymbol{x'_{1i2}\beta_1} - \boldsymbol{x'_{2i2}\beta_2} - \boldsymbol{z'_{1i}\rho_1} - \boldsymbol{z'_{2i}\rho_2} \\ \vdots \\ y_{iT} - \gamma y_{i,T-1} - \boldsymbol{x'_{1iT}\beta_1} - \boldsymbol{x'_{2iT}\beta_2} - \boldsymbol{z'_{1i}\rho_1} - \boldsymbol{z'_{2i}\rho_2} \end{bmatrix} \tag{2.79}$$

olarak tanımlanırsa,

$$p \lim \frac{1}{N} \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{N}} \boldsymbol{m_i} = p \lim \boldsymbol{\bar{m}} = \boldsymbol{0} \tag{2.80}$$

olduğundan γ ve $\boldsymbol{\beta}$ parametrelerinin genelleştirilmiş momentler metodu tahmini

$$\boldsymbol{\bar{m}'A\bar{m}} \tag{2.81}$$

ifadesini minimum yapan γ ve $\boldsymbol{\beta}$ değerleridir. Burada $\boldsymbol{A}$ matrisi için en uygun aday daha öncede belirtildiği gibi genellikle $\boldsymbol{\bar{m}}$ 'in kovaryans matrisinin tersidir. Genellikle $\boldsymbol{\bar{m}}$ 'in kovaryans matrisi bilinmediğinden söz konusu matris yerine $\boldsymbol{\bar{m}}$ 'in kovaryans matrisinin tutarlı bir tahmincisi kullanılabilir. $\widehat{\boldsymbol{var(\bar{m})}}$, $\boldsymbol{\bar{m}}$ 'in kovaryans matrisinin tahmincisi; $\boldsymbol{\hat{m}_i}$, tahmin edilen moment koşulu ve $\boldsymbol{\hat{\alpha}}_i$, tahmin edilen hata bileşen değeri olarak tanımlanırsa $\widehat{\boldsymbol{var(\bar{m})}}$ olarak

$$\widehat{\boldsymbol{var(\bar{m})}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{\hat{m}_i \hat{m}'_i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{M}_i \boldsymbol{H} \boldsymbol{\hat{\alpha}}_i \boldsymbol{\hat{\alpha}}'_i \boldsymbol{H'M}'_i \tag{2.82}$$

kullanılabilir.

(2.81) ile ifade edilen kovaryans tahmincisi sınırlandırılmamış dayanıklı bir tahmincidir. Oysa ki ilgilendiğimiz model için (2.14)-(2.21) varsayımları altında her birey için kovaryans matrisi (2.26)'daki gibidir. O halde bu bilgiyi kullanarak daha etkin bir kovaryans tahmincisi elde edilebilir. σ_ε^2 ve σ_η^2 parametreleri için sırasıyla $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ ve $\hat{\sigma}_\eta^2$ tutarlı tahminciler olduğunu varsayalım. O halde,

$$\hat{\Sigma} = \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \boldsymbol{I}_T + \hat{\sigma}_\eta^2 \boldsymbol{l}_T \boldsymbol{l}'_T \tag{2.83}$$

(2.26)'de ki kovaryansın tutarlı bir tahmincisidir. Bundan dolayı,

$$\widehat{\boldsymbol{var(\bar{m})}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{M}_i \boldsymbol{H} \hat{\Sigma} \boldsymbol{H'M}'_i \tag{2.84}$$

tahmincisi ilgilendiğimiz model için $\bar{\boldsymbol{m}}$'in kovaryans matrisinin tahmincisi için (2.84)'den daha iyi bir seçenektir.

$$\bar{\boldsymbol{m}}'\boldsymbol{A}\bar{\boldsymbol{m}} = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\alpha_i'\boldsymbol{H}'\boldsymbol{M}_i'\right)\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{H}\,\hat{\Sigma}\boldsymbol{H}'\boldsymbol{M}_i'\right)^{-1}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i\boldsymbol{H}\alpha_i\right) \quad (2.85)$$

minimum yapan γ ve $\boldsymbol{\beta}$ değerleri, γ ve $\boldsymbol{\beta}$'nin genelleştirilmiş momentler metodu tahminleridir.

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_1\boldsymbol{H} & \boldsymbol{M}_2\boldsymbol{H} & \cdots & \boldsymbol{M}_N\boldsymbol{H}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{\alpha}_1\\ \boldsymbol{\alpha}_2\\ \vdots\\ \boldsymbol{\alpha}_N\end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_1\\ \boldsymbol{y}_2\\ \vdots\\ \boldsymbol{y}_N\end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{y}_{-1} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_{1,-1}\\ \boldsymbol{y}_{2,-1}\\ \vdots\\ \boldsymbol{y}_{N,-1}\end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_1\\ \boldsymbol{X}_2\\ \vdots\\ \boldsymbol{X}_N\end{bmatrix} \quad (2.86)$$

vektör ve matrisleri tanımlanırsa,

$$\bar{\boldsymbol{m}}'\boldsymbol{A}\bar{\boldsymbol{m}} = \left(\frac{1}{N}\boldsymbol{\alpha}'\boldsymbol{M}'\right)\left(\frac{1}{N}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{I}_N\otimes\hat{\Sigma})\boldsymbol{M}'\right)^{-1}\left(\frac{1}{N}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\alpha}\right). \quad (2.87)$$

olur. O halde Arellano-Bover genelleştirilmiş momentler metodu tahmincisi aşağıdaki gibidir:

$$\begin{pmatrix}\hat{\gamma}_{GMM,Arellano-Bover}\\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{GMM,Arellano-Bover}\end{pmatrix} = \left(\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_{-1} & \boldsymbol{X}\end{bmatrix}'\boldsymbol{M}'\right)\left(\boldsymbol{M}(\boldsymbol{I}_N\otimes\hat{\Sigma})\boldsymbol{M}'\right)^{-1}\left(\boldsymbol{M}\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_{-1} & \boldsymbol{X}\end{bmatrix}\right)^{-1}$$

$$\times\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_{-1} & \boldsymbol{X}\end{bmatrix}'\boldsymbol{M}'\left(\boldsymbol{M}(\boldsymbol{I}_N\otimes\hat{\Sigma})\boldsymbol{M}'\right)^{-1}(\boldsymbol{M}\boldsymbol{y}) \quad (2.88)$$

Yukarıdaki ifade de $\hat{\Sigma}$'nin tutarlı tahmincisinin bulunabilmesi için $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ ve $\hat{\sigma}_\eta^2$'nin tutarlı tahmincilerinin bulunması gerektiğini ifade etmiştik. AD araç değişkeni kullanılarak γ ve $\boldsymbol{\beta}$ değerleri için ön tahminler bulunduktan sonra (2.53) ve (2.54) kullanılarak $\hat{\Sigma}$ tahmin edilebilir.

3.BÖLÜM
TAHMİNCİLERİN KARŞILAŞTIRILMASI: BİR SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

3.1. Verinin Üretilmesi

Bu bölümde, üçüncü bölümde anlatılan genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri ve ekonometride yoğun olarak kullanılan başka tahminciler yanlılıkları ve etkinlikleri yönünden Monte Carlo simülasyonu ile karşılaştırıldı.

Simülasyon çalışmasında, $i = 1,........., N$ ve $t = 1,......., T$ için

$$y_{it} = \gamma y_{i,t-1} + \beta x_{it} + \eta_i + \varepsilon_{it} \tag{3.1}$$

şeklindeki rastlantısal etkili dinamik bir model üzerinde çalışıldı. Çalışmada η_i ve ε_{it} değerleri,

$$\eta_i \sim N(0, \sigma_\eta^2) \tag{3.2}$$

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \tag{3.3}$$

şeklinde normal dağılımdan gelen değerler olarak üretildi. Ayrıca (3.1)'de ki dışsal değişken x_{it}

$$x_{it} = \rho x_{i,t-1} + \xi \tag{3.4}$$

şeklindeki bir modelden üretildi. Burada ,

$$\rho < 1 \tag{3.5}$$

ve

$$\xi_{it} \sim N(0, \sigma_\xi^2) \tag{3.6}$$

şeklindedir. Çalışmada (2.14)-(2.21) 'deki varsayımlar altında veriler üretildi. Üretilen verilerin dengeye gelebilmesi her birey için üretilen verilerin ilk on tanesi atıldı ve bağımlı değişkenin başlangıç değerleri Nerlove (1967) çalışmasında olduğu gibi,

$$y_{i0} = \frac{\varepsilon_{i0}}{\sqrt{1-\gamma^2}} \tag{3.7}$$

şeklinde üretildi. Burada ε_{i0}, (3.3)'de ki gibi normal dağılımdan üretildi.

Kiviet (1995)'in çalışmasında olduğu gibi modelin uzun dönem dengede olduğu varsayıldı. Bundan dolayı β ve γ'nın

$$\beta = 1-\gamma \tag{3.8}$$

koşulunu sağladığı varsayıldı. Yine Kiviet (1995)'in çalışmasında olduğu gibi

$$\sigma_\eta = \mu\sigma_\varepsilon(1-\gamma), \qquad \mu \geq 0. \tag{3.9}$$

kısıtlamasının sağlandığı varsayıldı. Bu sayede birey etkisinin ve hata değişkeninin y_{it} üzerindeki etkisi kontrol edildi. Örneğin μ=1 olduğunda hata değişkeninin ve birey etkisinin y_{it} üzerindeki etkisi aynıdır ya da μ=2 olduğunda hata değişkeninin y_{it} üzerindeki etkisi birey etkisinin iki katıdır (Kiviet, 1995).

Ayrıca yine Kiviet (1995)'in çalışmasında tahmincilerin yanlılıkları üzerinde etkisi olduğunu belirttiği sinyal gürültü oranı dikkate alındı. (3.1)'deki model için sinyal varyansı aşağıdaki gibidir (Kiviet, 1995) :

$$\begin{aligned} \sigma_s^2 &= var(v_{it} - \varepsilon_{it}) \\ &= \beta^2\sigma_\xi^2\left[1+(\gamma+\rho)^2(1+\gamma\rho)^{-1}(\gamma\rho-1)-\gamma^2\rho^2\right]^{-1} + (1-\gamma^2)^{-1}\sigma_\varepsilon^2\gamma^2 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Yukarıda sözü edilen varsayımlar ve kısıtlamalar altında simülasyon çalışmasında kullanılan veriler aşağıdaki parametre değerleri ile üretildi:

γ=0.2, 0.8,

ρ= 0.2, 0.8,

μ=1, 4,

σ_ε^2=1,

σ_s^2= 2, 6 . (3.10)

Ayrıca N=50 ve T=3,6,9 değerleri alınarak veriler üretildi. Her deney ile ilgili parametreler ve örneklem büyükleri tablo 3.1'de sunulmuştur.

Aşağıdaki tabloda parametre değerleri verilen bütün deneyler 500 tekrar ile yapılmıştır.

Tablo 3.1: Simülasyon çalışmasında kullanılan parametre değerleri

Deney	N	T	γ	β	σ_η^2	σ_ε^2	ρ	σ_ξ^2	μ	σ_s^2
1	50	3	0.2	0.8	0.64	1	0.2	2.603	1	2
2	50	3	0.2	0.8	0.64	1	0.2	7.920	1	6
3	50	3	0.2	0.8	10.24	1	0.2	2.603	4	2
4	50	3	0.2	0.8	10.24	1	0.2	7.920	4	6
5	50	3	0.2	0.8	0.64	1	0.8	0.766	1	2
6	50	3	0.2	0.8	0.64	1	0.8	2.330	1	6
7	50	3	0.2	0.8	10.24	1	0.8	0.766	4	2
8	50	3	0.2	0.8	10.24	1	0.8	2.330	4	6
9	50	3	0.8	0.2	0.04	1	0.2	1.390	1	2
10	50	3	0.8	0.2	0.04	1	0.2	26.417	1	6
11	50	3	0.8	0.2	0.64	1	0.2	1.390	4	2
12	50	3	0.8	0.2	0.64	1	0.2	26.417	4	6
13	50	3	0.8	0.2	0.04	1	0.8	0.158	1	2
14	50	3	0.8	0.2	0.04	1	0.8	3.003	1	6
15	50	3	0.8	0.2	0.64	1	0.8	0.158	4	2
16	50	3	0.8	0.2	0.64	1	0.8	3.003	4	6
17	50	6	0.2	0.8	0.64	1	0.2	2.603	1	2
18	50	6	0.2	0.8	0.64	1	0.2	7.920	1	6
19	50	6	0.2	0.8	10.24	1	0.2	2.603	4	2
20	50	6	0.2	0.8	10.24	1	0.2	7.920	4	6
21	50	6	0.2	0.8	0.64	1	0.8	0.766	1	2
22	50	6	0.2	0.8	0.64	1	0.8	2.330	1	6
23	50	6	0.2	0.8	10.24	1	0.8	0.766	4	2
24	50	6	0.2	0.8	10.24	1	0.8	2.330	4	6
25	50	6	0.8	0.2	0.04	1	0.2	1.390	1	2
26	50	6	0.8	0.2	0.04	1	0.2	26.417	1	6
27	50	6	0.8	0.2	0.64	1	0.2	1.390	4	2
28	50	6	0.8	0.2	0.64	1	0.2	26.417	4	6
29	50	6	0.8	0.2	0.04	1	0.8	0.158	1	2
30	50	6	0.8	0.2	0.04	1	0.8	3.003	1	6
31	50	6	0.8	0.2	0.64	1	0.8	0.158	4	2
32	50	6	0.8	0.2	0.64	1	0.8	3.003	4	6
33	50	9	0.2	0.8	0.64	1	0.2	2.603	1	2
34	50	9	0.2	0.8	0.64	1	0.2	7.920	1	6
35	50	9	0.2	0.8	10.24	1	0.2	2.603	4	2
36	50	9	0.2	0.8	10.24	1	0.2	7.920	4	6
37	50	9	0.2	0.8	0.64	1	0.8	0.766	1	2
38	50	9	0.2	0.8	0.64	1	0.8	2.330	1	6
39	50	9	0.2	0.8	10.24	1	0.8	0.766	4	2
40	50	9	0.2	0.8	10.24	1	0.8	2.330	4	6
41	50	9	0.8	0.2	0.04	1	0.2	1.390	1	2
42	50	9	0.8	0.2	0.04	1	0.2	26.417	1	6
43	50	9	0.8	0.2	0.64	1	0.2	1.390	4	2
44	50	9	0.8	0.2	0.64	1	0.2	26.417	4	6
45	50	9	0.8	0.2	0.04	1	0.8	0.158	1	2
46	50	9	0.8	0.2	0.04	1	0.8	3.003	1	6
47	50	9	0.8	0.2	0.64	1	0.8	0.158	4	2
48	50	9	0.8	0.2	0.64	1	0.8	3.003	4	6

3.2. Karşılaştırılan Tahminciler

Simülasyon çalışmasında ekonometride sıklıkla kullanılan en küçük kareler (EKK), genelleştirilmiş en küçük kareler (GEKK) tahmincilerinin yanında statik panel veri modellerinde sıklıkla kullanılan kukla değişkenli en küçük kareler (KDEKK), (2.51)'de tanımlanan araç değişken(AD), (2.67)'de tanımlanan Arellano-Bond1 (GMMAB1), (2.69)'da tanımlanan Arellano-Bond2 (GMMAB2) ve (2.88)'de tanımlanan Arellano-Bover (GMMABVR) tahmincileri karşılaştıırldı.

GMMAB2 tamincisinde (2.68) ile ifade edilen ağırlaştırıcı matris $\boldsymbol{A}$'nın hesaplanması için (2.51)'de tanımlanan AD tahmincisi ile elde edilen tahminler kullanıldı. GMMABVR tahmincisinde kullanılan $\hat{\Sigma}$'nın tutarlı tahmincisi için AD tahmincisi kullanılarak önce $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2$ ve $\hat{\sigma}_{\eta}^2$ sırasıyla (2.53) ve (2.54)'teki gibi tahmin edildikten sonra (2.26)'da ifade edilen kovaryans matrisinde ilgili parametrelerin yerine konularak $\hat{\Sigma}$ tahmini elde edildi.

Yukarıda sözü edilen tahminciler yanlılıkları ve etkinlikleri yönünden karşılaştırıldı.

3.3. Simülasyon Sonuçlarının Değerlendirilmesi

Bölüm 3.1'de anlatılan şekilde üretilen veri ve Tablo 3.1'deki değerler kullanılarak yapılan Monte Carlo simülasyon çalışmasının sonuçları Ek I'de sunulmuştur.

Sonuçlara göre dışsal değişkene ait parametre β'nın tahmin edilmesine yönelik olarak EKK tahmincisi dışındaki diğer tahminciler çok az yanlıdır. GEKK, KDEKK ve GMMBVR tahmincileri EKK tahmincisi dışındaki diğer tahmincilere göre β'nın daha etkin tahmincileridir. GEKK, KDEKK ve GMMBVR tahmincileri β'nın tahmincisi olarak hem yanlılık hem de etkinlik yönünden birbirine yakın tahmincilerdir ve β'nın tahmin edilmesine yönelik olarak uygun tahmincilerdir.

Bundan sonraki bölümde söz konusu tahmincilerin gecikmeli değişkene ait parametrenin, γ'nin tahmin edilmesine yönelik olarak özellikleri karşılaştırılacaktır.

EKK tahmincisi bütün deneylerde pozitif yanlı sonuçlar verdi. EKK tahmincisinin yanlılığı μ=4 olduğu durumda, μ=1 olduğu duruma göre daha fazladır. Ayrıca γ=0.8 iken yanlılık miktarı γ=0.2'ye göre daha fazladır. Bütün deneylerde EKK tahmincisi en etkin tahmincilerden olmasına rağmen yanlılığı diğer tahmincilere göre daha fazladır.

GEKK tahmincisi bütün deneylerde EKK tahmincisine oranla çok daha az yanlı olmasına rağmen çoğu parametre değeri için önemli ölçüde yanlı bir tahmincidir. Zaman sayısı çoğaldıkça GEKK tahmincisinin yanlılığı azalmaktadır. Ayrıca GEKK tahmincisi hata bileşinin kovaryans matrisinin bilinmesini gerektirdiğinden çoğu zaman uygulanabilir bir tahminci değildir.

KDEKK tahmincisi statik panel veri modelleri için uygun bir tahmincidir ve bu modellerde parametrelerin tahmini için sıklıkla kullanılan bir tahmincidir. Ancak simülasyon sonuçlarına göre rastlantısal etkili dinamik modeller için uygun değildir. Sonuçlara göre KDEKK hemen hemen bütün deneylerde EKK ile birlikte en yanlı tahmincidir. KDEKK negatif yanlıdır. Ancak zaman sayısı çoğaldıkça KDEKK tahmincisinin yanlılığı azalmaktadır. KDEKK tahmincisi etkinlik olarak EKK ve GEKK tahmincilerinin etkinliğinin gerisindedir.

AD tahmincisi çoğu deneyde çok az yanlı olmasına rağmen genelde bütün tahminciler arasındaki en az etkin tahmincidir.

GMMAB1 ve GMMAB2 tahmincileri çoğu deneyde birbirine yakın sonuçlar vermesine rağmen çoğu deneyde GMMAB2 tahmincisi GMMAB1 tahmincisine göre daha az yanlıdır. γ=0.8 ve μ=2 değerleri beraber kullanıldığında GMMAB1 tahmincisi önemli ölçüde yanlılık göstermektedir. GMMAB2 tahmincisi daha az yanlıdır ancak çok etkin bir tahminci değildir.

GMMABVR tahmincisi bütün tahminciler içinde en iyi tahminci olarak gözükmektedir. Hemen hemen bütün deneylerde çok az yanlıdır. Ayrıca diğer GMM tahmincileri ile karşılaştırıldığında çok daha etkindir.

SONUÇ

Zaman boyutunun kısa olduğu panel veri kümelerinde en küçük kareler (EKK), genelleştirilmiş en küçük kareler (GEKK) gibi ekonometride sıklıkla kullanılan tahminciler; rastlantısal etkili dinamik panel veri modellerinde parametrelerin tahmin edilmesi açısından uygun değildir. Bu tahmincilerin yanlılıkları fazladır. Ayrıca bu tahmincilerin özellikleri bağımlı değişkenin başlangıç değerleri ile ilgili varsayımlara bağlıdır. Araç değişken (AD), Arellano-Bond (GMMAB), Arellano-Bover (GMMABVR) gibi çeşitli moment koşullarından yola çıkan genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri bağımlı değişkenin başlangıç değerlerine bağlı olmadığından rastlantısal etkili dinamik panel veri modelleri için daha uygundur. Bu tahminciler çok etkin olmasalar da yanlılıkları çok azdır.

Simülasyon çalışmasının sonuçlarına göre AD,GMMAB1, GMMAB2, GMMABVR tahmincileri yanlılıkları ve etkinlikleri açısından birbirlerine yakın tahmincilerdir. AD tahmincisi genel olarak diğer genelleştirilmiş momentler metodu tahmincilerine göre daha az yanlı sonuclar verse de etkinlik açısından diğerlerinin gerisindedir. GMMBVR tahmincisi etkinlik açısından genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri arasında genel olarak en etkin tahmincidir. Bu tahminci yanlılığı acısından AD tahmincisinin genelde gerisinde kalsa da GMMAB1 ve GMMAB2 tahmincilerinden daha az yanlıdır.

Bu sonuçlara göre zaman boyutunun az olduğu rastlantısal etkili dinamik panel veri modelleri için genelleştirilmiş momentler metodu tahmincileri daha uygundur. Ancak zaman boyutunun çoğalması ile beraber GEKK, KDEKK tahmincilerinin yanlılıkları azalmakla beraber daha etkindirler.

EK I.

SİMÜLASYON ÇALIŞMASININ SONUÇLARI

Deney	**Tahminci**	**Yan γ**	**Yan β**	**Std. γ**	**Std. β**
1	EKK	0.215	-0.040	0.060	0.069
	GEKK	0.056	0.008	0.060	0.067
	KDEKK	-0.179	-0.013	0.068	0.073
	AD	0.011	0.012	0.125	0.083
	GMMAB1	-0.015	0.010	0.090	0.076
	GMMAB2	-0.008	0.012	0.099	0.082
	GMMABVR	0.009	0.006	0.078	0.069
2	EKK	0.091	-0.022	0.040	0.036
	GEKK	0.020	0.000	0.037	0.034
	KDEKK	-0.077	-0.017	0.043	0.039
	AD	0.006	0.002	0.075	0.046
	GMMAB1	-0.007	-0.001	0.049	0.040
	GMMAB2	-0.006	-0.001	0.056	0.045
	GMMABVR	0.002	0.000	0.041	0.035
3	EKK	0.679	-0.107	0.032	0.065
	GEKK	0.092	0.027	0.064	0.066
	KDEKK	-0.186	-0.050	0.062	0.061
	AD	-0.063	-0.010	2.648	0.982
	GMMAB1	-0.033	-0.005	0.107	0.069
	GMMAB2	-0.030	0.000	0.142	0.086
	GMMABVR	0.110	0.008	0.137	0.086
4	EKK	0.543	-0.088	0.041	0.044
	GEKK	0.045	0.010	0.042	0.036
	KDEKK	-0.070	-0.013	0.041	0.035
	AD	0.000	0.001	0.133	0.057
	GMMAB1	-0.006	0.000	0.052	0.036
	GMMAB2	-0.005	-0.001	0.065	0.041
	GMMABVR	0.039	0.004	0.074	0.045
5	EKK	0.285	-0.202	0.067	0.089
	GEKK	0.066	-0.033	0.068	0.093
	KDEKK	-0.294	0.013	0.077	0.136
	AD	0.004	0.006	0.200	0.160
	GMMAB1	-0.052	0.006	0.123	0.139
	GMMAB2	-0.038	0.008	0.146	0.154
	GMMABVR	-0.005	0.003	0.105	0.103
6	EKK	0.211	-0.167	0.062	0.068
	GEKK	0.048	-0.028	0.059	0.065
	KDEKK	-0.220	0.004	0.070	0.090
	AD	0.023	0.003	0.265	0.118
	GMMAB1	-0.024	0.005	0.100	0.095
	GMMAB2	-0.019	0.009	0.124	0.107
	GMMABVR	0.001	0.000	0.076	0.074

Deney	Tahminci	Yan γ	Yan β	Std. γ	Std. β
7	EKK	0.716	-0.548	0.028	0.063
	GEKK	0.111	-0.027	0.078	0.129
	KDEKK	-0.291	0.041	0.078	0.132
	AD	-0.034	0.001	0.882	0.214
	GMMAB1	-0.085	0.014	0.171	0.137
	GMMAB2	-0.091	0.016	0.209	0.158
	GMMABVR	0.171	-0.110	0.203	0.175
8	EKK	0.664	-0.475	0.035	0.054
	GEKK	0.089	-0.006	0.068	0.076
	KDEKK	-0.184	0.010	0.069	0.075
	AD	-0.066	0.000	1.367	0.209
	GMMAB1	-0.033	0.007	0.108	0.077
	GMMAB2	-0.036	0.009	0.136	0.091
	GMMABVR	0.070	-0.032	0.135	0.096
9	EKK	0.046	-0.002	0.045	0.069
	GEKK	0.036	-0.001	0.046	0.069
	KDEKK	-0.636	-0.053	0.102	0.074
	AD	0.032	-0.003	0.893	0.209
	GMMAB1	-0.238	-0.019	0.274	0.088
	GMMAB2	-0.186	-0.014	0.286	0.098
	GMMABVR	-0.053	0.001	0.197	0.072
10	EKK	0.030	-0.001	0.033	0.018
	GEKK	0.023	-0.001	0.033	0.018
	KDEKK	-0.356	-0.031	0.081	0.023
	AD	0.030	0.003	0.351	0.042
	GMMAB1	-0.052	-0.004	0.117	0.027
	GMMAB2	-0.042	-0.003	0.137	0.030
	GMMABVR	-0.014	0.000	0.081	0.019
11	EKK	0.175	-0.019	0.020	0.076
	GEKK	0.132	-0.006	0.024	0.087
	KDEKK	-0.629	-0.062	0.101	0.082
	AD	0.511	0.044	3.273	0.409
	GMMAB1	-0.460	-0.043	0.345	0.095
	GMMAB2	-0.489	-0.047	0.401	0.107
	GMMABVR	0.010	-0.011	0.181	0.088
12	EKK	0.148	0.000	0.021	0.018
	GEKK	0.109	0.006	0.024	0.020
	KDEKK	-0.360	-0.044	0.079	0.023
	AD	-0.135	-0.016	4.739	0.453
	GMMAB1	-0.057	-0.008	0.133	0.027
	GMMAB2	-0.085	-0.010	0.209	0.035
	GMMABVR	0.031	0.000	0.096	0.021
13	EKK	0.043	-0.019	0.043	0.144
	GEKK	0.032	-0.014	0.044	0.145
	KDEKK	-0.660	-0.053	0.105	0.273
	AD	0.054	0.066	0.415	0.400
	GMMAB1	-0.292	-0.024	0.272	0.291
	GMMAB2	-0.227	-0.032	0.290	0.316
	GMMABVR	-0.083	0.027	0.200	0.185

Deney	Tahminci	Yan γ	Yan β	Std. γ	Std. β
14	EKK	0.029	-0.009	0.034	0.028
	GEKK	0.022	-0.007	0.034	0.029
	KDEKK	-0.495	0.015	0.088	0.060
	AD	0.009	-0.017	0.425	0.078
	GMMAB1	-0.085	0.001	0.167	0.067
	GMMAB2	-0.075	0.002	0.209	0.075
	GMMABVR	-0.029	0.007	0.102	0.042
15	EKK	0.176	-0.068	0.020	0.125
	GEKK	0.132	-0.036	0.025	0.154
	KDEKK	-0.660	0.006	0.104	0.298
	AD	-0.736	-0.086	2.883	0.886
	GMMAB1	-0.591	0.006	0.374	0.320
	GMMAB2	-0.587	0.007	0.429	0.341
	GMMABVR	-0.025	0.010	0.231	0.223
16	EKK	0.149	-0.071	0.020	0.030
	GEKK	0.108	-0.038	0.024	0.037
	KDEKK	-0.525	-0.010	0.101	0.055
	AD	0.002	0.007	0.039	0.023
	GMMAB1	-0.193	-0.002	0.240	0.060
	GMMAB2	-0.248	-0.008	0.327	0.069
	GMMABVR	0.002	-0.006	0.103	0.052
17	EKK	0.191	-0.039	0.044	0.043
	GEKK	0.010	-0.002	0.034	0.038
	KDEKK	-0.076	-0.001	0.035	0.039
	AD	0.000	0.001	0.065	0.045
	GMMAB1	-0.020	-0.001	0.040	0.039
	GMMAB2	-0.001	0.003	0.063	0.045
	GMMABVR	-0.004	-0.002	0.041	0.038
18	EKK	0.113	-0.015	0.033	0.027
	GEKK	0.007	0.001	0.026	0.023
	KDEKK	-0.035	0.000	0.026	0.023
	AD	0.004	0.001	0.049	0.030
	GMMAB1	-0.008	0.001	0.028	0.023
	GMMAB2	0.002	0.002	0.048	0.029
	GMMABVR	0.000	0.001	0.028	0.023
19	EKK	0.674	-0.142	0.025	0.046
	GEKK	0.018	0.003	0.035	0.043
	KDEKK	-0.079	0.002	0.037	0.043
	AD	0.008	0.005	0.110	0.061
	GMMAB1	-0.024	0.003	0.046	0.043
	GMMAB2	0.005	0.005	0.104	0.059
	GMMABVR	0.031	0.003	0.054	0.043
20	EKK	0.568	-0.107	0.038	0.034
	GEKK	0.009	0.001	0.026	0.023
	KDEKK	-0.033	0.002	0.025	0.023
	AD	0.000	-0.001	0.063	0.030
	GMMAB1	-0.008	0.001	0.029	0.023
	GMMAB2	-0.001	0.000	0.059	0.028
	GMMABVR	0.012	0.000	0.031	0.023

Deney	Tahminci	Yan γ	Yan β	Std. γ	Std. β
21	EKK	0.293	-0.260	0.053	0.070
	GEKK	0.022	-0.015	0.049	0.071
	KDEKK	-0.144	0.050	0.051	0.089
	AD	-0.001	-0.002	0.095	0.115
	GMMAB1	-0.047	0.017	0.066	0.089
	GMMAB2	-0.005	0.001	0.093	0.114
	GMMABVR	-0.008	0.001	0.070	0.081
22	EKK	0.177	-0.137	0.043	0.047
	GEKK	0.012	-0.009	0.036	0.041
	KDEKK	-0.072	0.028	0.039	0.044
	AD	0.001	-0.002	0.095	0.057
	GMMAB1	-0.019	0.006	0.045	0.045
	GMMAB2	-0.001	-0.001	0.091	0.057
	GMMABVR	-0.002	0.000	0.043	0.043
23	EKK	0.717	-0.569	0.020	0.043
	GEKK	0.031	-0.007	0.050	0.071
	KDEKK	-0.127	0.063	0.050	0.073
	AD	0.009	0.005	0.196	0.104
	GMMAB1	-0.048	0.028	0.071	0.076
	GMMAB2	0.004	0.007	0.183	0.102
	GMMABVR	0.066	-0.026	0.097	0.086
24	EKK	0.666	-0.490	0.027	0.041
	GEKK	0.015	-0.007	0.039	0.042
	KDEKK	-0.082	0.023	0.040	0.042
	AD	0.003	0.000	0.186	0.057
	GMMAB1	-0.027	0.006	0.049	0.043
	GMMAB2	0.000	0.001	0.174	0.056
	GMMABVR	0.030	-0.013	0.061	0.048
25	EKK	0.046	0.001	0.032	0.050
	GEKK	0.025	0.002	0.033	0.050
	KDEKK	-0.345	-0.022	0.061	0.051
	AD	0.015	0.003	0.183	0.069
	GMMAB1	-0.183	-0.010	0.103	0.052
	GMMAB2	-0.006	0.000	0.176	0.069
	GMMABVR	-0.044	0.001	0.098	0.050
26	EKK	0.025	0.000	0.023	0.011
	GEKK	0.013	0.000	0.024	0.011
	KDEKK	-0.184	-0.012	0.046	0.012
	AD	0.000	0.000	0.118	0.017
	GMMAB1	-0.053	-0.003	0.055	0.012
	GMMAB2	-0.005	-0.001	0.112	0.016
	GMMABVR	-0.014	0.000	0.042	0.011
27	EKK	0.173	-0.005	0.014	0.048
	GEKK	0.085	0.003	0.026	0.052
	KDEKK	-0.339	-0.024	0.058	0.052
	AD	-0.004	0.002	1.595	0.185
	GMMAB1	-0.275	-0.018	0.121	0.053
	GMMAB2	-0.057	-0.004	0.609	0.087
	GMMABVR	-0.026	-0.004	0.126	0.051

Deney	Tahminci	Yan γ	Yan β	Std. γ	Std. β
28	EKK	0.150	-0.006	0.014	0.012
	GEKK	0.066	0.001	0.023	0.013
	KDEKK	-0.175	-0.010	0.041	0.013
	AD	0.028	0.003	0.301	0.030
	GMMAB1	-0.057	-0.004	0.054	0.013
	GMMAB2	0.031	0.002	0.384	0.041
	GMMABVR	0.021	-0.002	0.062	0.013
29	EKK	0.045	-0.020	0.031	0.091
	GEKK	0.023	-0.010	0.033	0.094
	KDEKK	-0.361	0.022	0.065	0.161
	AD	0.004	0.012	0.187	0.218
	GMMAB1	-0.208	0.013	0.117	0.155
	GMMAB2	-0.016	0.008	0.179	0.213
	GMMABVR	-0.061	0.016	0.108	0.108
30	EKK	0.030	-0.008	0.024	0.025
	GEKK	0.016	-0.003	0.025	0.026
	KDEKK	-0.249	0.020	0.049	0.036
	AD	0.023	0.003	0.201	0.053
	GMMAB1	-0.086	0.009	0.068	0.037
	GMMAB2	0.010	0.004	0.185	0.053
	GMMABVR	-0.022	0.007	0.052	0.030
31	EKK	0.172	-0.095	0.014	0.079
	GEKK	0.082	-0.024	0.025	0.114
	KDEKK	-0.360	-0.006	0.062	0.160
	AD	-0.106	0.019	2.228	0.350
	GMMAB1	-0.340	-0.005	0.150	0.160
	GMMAB2	-0.114	-0.009	0.626	0.227
	GMMABVR	-0.044	-0.013	0.152	0.131
32	EKK	0.147	-0.065	0.014	0.019
	GEKK	0.065	-0.013	0.022	0.025
	KDEKK	-0.244	0.009	0.050	0.032
	AD	-0.214	0.004	2.014	0.087
	GMMAB1	-0.119	0.006	0.080	0.032
	GMMAB2	-0.043	0.004	0.555	0.058
	GMMABVR	-0.013	-0.002	0.071	0.032
33	EKK	0.193	-0.041	0.040	0.035
	GEKK	0.004	0.000	0.028	0.031
	KDEKK	-0.048	0.006	0.029	0.031
	AD	-0.005	0.000	0.052	0.039
	GMMAB1	-0.021	0.003	0.032	0.031
	GMMAB2	-0.005	0.000	0.052	0.039
	GMMABVR	-0.008	0.002	0.032	0.031
34	EKK	0.102	-0.012	0.029	0.022
	GEKK	0.001	0.000	0.019	0.018
	KDEKK	-0.024	0.000	0.019	0.018
	AD	-0.003	0.001	0.032	0.022
	GMMAB1	-0.010	0.000	0.020	0.018
	GMMAB2	-0.003	0.001	0.032	0.022
	GMMABVR	-0.004	0.000	0.020	0.018

Deney	Tahminci	Yan γ	Yan β	Std. γ	Std. β
35	EKK	0.670	-0.075	0.026	0.037
	GEKK	0.008	0.001	0.030	0.030
	KDEKK	-0.048	0.000	0.030	0.030
	AD	0.001	0.000	0.065	0.038
	GMMAB1	-0.019	0.001	0.034	0.030
	GMMAB2	0.001	0.000	0.065	0.038
	GMMABVR	0.011	0.001	0.036	0.030
36	EKK	0.563	-0.059	0.035	0.028
	GEKK	0.004	0.001	0.020	0.018
	KDEKK	-0.022	0.000	0.020	0.018
	AD	0.001	0.001	0.039	0.022
	GMMAB1	-0.008	0.001	0.023	0.018
	GMMAB2	0.001	0.001	0.039	0.022
	GMMABVR	0.005	0.001	0.023	0.019
37	EKK	0.293	-0.221	0.050	0.064
	GEKK	0.008	-0.005	0.040	0.055
	KDEKK	-0.094	0.041	0.041	0.059
	AD	0.000	-0.001	0.082	0.085
	GMMAB1	-0.043	0.018	0.049	0.059
	GMMAB2	0.000	-0.001	0.082	0.085
	GMMABVR	-0.012	0.006	0.052	0.057
38	EKK	0.180	-0.142	0.040	0.042
	GEKK	0.005	-0.002	0.029	0.030
	KDEKK	-0.049	0.022	0.030	0.030
	AD	0.001	-0.001	0.063	0.044
	GMMAB1	-0.018	0.009	0.033	0.031
	GMMAB2	0.001	-0.001	0.063	0.044
	GMMABVR	-0.005	0.002	0.032	0.030
39	EKK	0.718	-0.557	0.019	0.041
	GEKK	0.013	-0.007	0.038	0.055
	KDEKK	-0.086	0.043	0.041	0.056
	AD	0.003	-0.002	0.121	0.079
	GMMAB1	-0.041	0.020	0.051	0.057
	GMMAB2	0.003	-0.002	0.121	0.079
	GMMABVR	0.024	-0.012	0.061	0.060
40	EKK	0.664	-0.499	0.026	0.039
	GEKK	0.007	-0.006	0.030	0.034
	KDEKK	-0.049	0.020	0.031	0.033
	AD	0.004	-0.003	0.088	0.048
	GMMAB1	-0.022	0.007	0.036	0.034
	GMMAB2	0.004	-0.003	0.088	0.048
	GMMABVR	0.011	-0.009	0.040	0.036
41	EKK	0.047	-0.007	0.026	0.039
	GEKK	0.019	-0.004	0.027	0.039
	KDEKK	-0.232	-0.012	0.047	0.041
	AD	0.006	-0.004	0.125	0.053
	GMMAB1	-0.140	-0.009	0.068	0.041
	GMMAB2	0.006	-0.004	0.125	0.053
	GMMABVR	-0.030	-0.004	0.068	0.040

Deney	Tahminci	Yan γ	Yan β	Std. γ	Std. β
42	EKK	0.025	0.000	0.020	0.009
	GEKK	0.009	0.000	0.020	0.009
	KDEKK	-0.110	-0.005	0.032	0.010
	AD	0.001	0.001	0.077	0.013
	GMMAB1	-0.043	-0.002	0.036	0.010
	GMMAB2	0.001	0.001	0.077	0.013
	GMMABVR	-0.011	0.000	0.032	0.009
43	EKK	0.171	-0.007	0.010	0.041
	GEKK	0.054	0.001	0.023	0.044
	KDEKK	-0.230	-0.010	0.044	0.046
	AD	-0.008	-0.002	0.812	0.092
	GMMAB1	-0.192	-0.008	0.076	0.046
	GMMAB2	-0.008	-0.002	0.812	0.092
	GMMABVR	-0.001	-0.002	0.115	0.044
44	EKK	0.138	-0.009	0.014	0.009
	GEKK	0.034	0.000	0.020	0.010
	KDEKK	-0.094	-0.003	0.027	0.010
	AD	0.011	0.000	0.205	0.022
	GMMAB1	-0.042	-0.002	0.033	0.010
	GMMAB2	0.011	0.000	0.205	0.022
	GMMABVR	0.011	-0.001	0.044	0.010
45	EKK	0.048	-0.021	0.024	0.074
	GEKK	0.018	-0.007	0.026	0.078
	KDEKK	-0.239	0.025	0.047	0.124
	AD	0.017	0.001	0.131	0.184
	GMMAB1	-0.153	0.018	0.073	0.119
	GMMAB2	0.017	0.001	0.131	0.184
	GMMABVR	-0.035	0.011	0.072	0.090
46	EKK	0.029	-0.014	0.021	0.018
	GEKK	0.011	-0.005	0.021	0.019
	KDEKK	-0.148	0.024	0.035	0.026
	AD	0.011	-0.004	0.191	0.041
	GMMAB1	-0.064	0.011	0.044	0.026
	GMMAB2	0.011	-0.004	0.191	0.041
	GMMABVR	-0.020	0.006	0.036	0.022
47	EKK	0.172	-0.085	0.011	0.070
	GEKK	0.055	-0.018	0.023	0.098
	KDEKK	-0.237	0.022	0.044	0.120
	AD	0.011	-0.054	0.290	0.186
	GMMAB1	-0.220	0.019	0.085	0.118
	GMMAB2	0.031	-0.012	1.011	0.210
	GMMABVR	-0.020	-0.016	0.124	0.104
48	EKK	0.153	-0.054	0.012	0.019
	GEKK	0.044	-0.008	0.022	0.022
	KDEKK	-0.162	0.013	0.036	0.024
	AD	0.004	-0.005	0.253	0.040
	GMMAB1	-0.099	0.007	0.052	0.023
	GMMAB2	0.004	-0.005	0.253	0.040
	GMMABVR	0.008	-0.007	0.069	0.027

EK II.

SİMÜLASYON ÇALIŞMASINDA KULLANILAN MATLAB KODLARI

program.m

```
% Kodlar Matlab Version 7.1.0.246(R14) Service Pack 3 programında
% hazırlanmıştır. Bu program 3. bölümde söz edilen simülasyon çalışmasını
% gerçekleştirir. Kullanıldığı bilgisayarda, tablo 3.1'deki şekilde
Microsoft Excel
% ortamında hazırlanıp bilgisayara "C:\girdi.xls" olarak kayıt edilen
% dosyayı girdi(parametre değerleri ve örneklem büyüklükleri) olarak
kullanır.
% Ayrıca program.m dosyasındaki(bu dosya) 11. satırda atılan veri
% sayısını( tezin 33. sayfası-"k değişkeni") ve 28. satırdaki "M" değişkeni
bir deneyin  tekrar sayısını girdi
% olarak kullanır. Simülasyon sonuçlarını  "C:\sonuc.xls" dosyasında sunar.
% Programı çalıştırmak için aşağıda kodları verilen  program.m(bu dosya),
ar1panel.m,
% bagimli.m, cekme.m, covmat.m, degiskenind.m, diffpan.m, EKK.m, etki.m,
GEKK.m,
% GMMAB1.m, GMMAB2.m, GMMABVR.m, ilk.m, IV.m, KDEKK.m, kesme.m,
simulasyon.m,
% tahvaretki.m, tahvarhata.m, vartah.m dosyalarını bilgisayarın herhangi
bir yerinde
% aynı klasor içine kopyalayıp program.m programı çalıştırıldığında söz
konusu girdiler
% kullanılarak program çalışır.

clear all;
girdi=xlsread('C:\girdi.xls');
k=10;
SONUC=[];
son=[];
for i=1:size(girdi,1)
    model.t1=girdi(i,3)+k;
    model.t2=girdi(i,3);
    model.n=girdi(i,2);
    model.a=girdi(i,4);
    model.b=girdi(i,5);
    model.vare=girdi(i,6);
    model.varu=girdi(i,7);
    model.dissal(1).q=girdi(i,8);
    model.dissal(1).varh=girdi(i,9);
    veri.x1=ar1panel(model,1);
    model.kovaryans=covmat(model);
    M=500;
    [veri, model, sonuc]=simulasyon(model,veri,M,k);
    son{1,1}=girdi(i,1);
```

```
    son{1,2}='Gecikmeli P.';
    son{1,3}='Dışşal P.1';
    son{1,4}='STD. Gecikmeli' ;
    son{1,5}='STD. Dışsal1';

    son{2,1}='EKK';
    son{2,2}=sonuc.BEKK(1,1)-model.a;
    son{2,3}=sonuc.BEKK(1,2)-model.b;
    son{2,4}=sqrt(sonuc.COVEKK(1,1)) ;
    son{2,5}=sqrt(sonuc.COVEKK(2,2)) ;

    son{3,1}='GEKK';
    son{3,2}=sonuc.BGEKK(1,1)-model.a;
    son{3,3}=sonuc.BGEKK(1,2)-model.b;
    son{3,4}=sqrt(sonuc.COVGEKK(1,1)) ;
    son{3,5}=sqrt(sonuc.COVGEKK(2,2)) ;

    son{4,1}='KDEKK';
    son{4,2}=sonuc.BKDEKK(1,1)-model.a;
    son{4,3}=sonuc.BKDEKK(1,2)-model.b;
    son{4,4}=sqrt(sonuc.COVKDEKK(1,1)) ;
    son{4,5}=sqrt(sonuc.COVKDEKK(2,2)) ;

    son{5,1}='IV';
    son{5,2}=sonuc.BIV(1,1)-model.a;
    son{5,3}=sonuc.BIV(1,2)-model.b;
    son{5,4}=sqrt(sonuc.COVIV(1,1)) ;
    son{5,5}=sqrt(sonuc.COVIV(2,2)) ;

    son{6,1}='GMMAB1';
    son{6,2}=sonuc.BGMMAB1(1,1)-model.a;
    son{6,3}=sonuc.BGMMAB1(1,2)-model.b;
    son{6,4}=sqrt(sonuc.COVGMMAB1(1,1)) ;
    son{6,5}=sqrt(sonuc.COVGMMAB1(2,2)) ;

    son{7,1}='GMMAB2';
    son{7,2}=sonuc.BGMMAB2(1,1)-model.a;
    son{7,3}=sonuc.BGMMAB2(1,2)-model.b;
    son{7,4}=sqrt(sonuc.COVGMMAB2(1,1)) ;
    son{7,5}=sqrt(sonuc.COVGMMAB2(2,2)) ;

    son{8,1}='GMMABVR';
    son{8,2}=sonuc.BGMMABVR(1,1)-model.a;
    son{8,3}=sonuc.BGMMABVR(1,2)-model.b;
    son{8,4}=sqrt(sonuc.COVGMMABVR(1,1)) ;
    son{8,5}=sqrt(sonuc.COVGMMABVR(2,2)) ;

    SONUC=[SONUC ; son];
end
xlswrite('C:\sonuc.xls',SONUC);
```

ar1panel.m

```
function [dissal]=ar1panel(model,s)
    dissal=[];
    n=model.n;
    t=model.t1;
    q=model.dissal(s).q;
    u1=model.dissal(s).varh;
```

```
    for i=1:n
        e=sqrt(u1)*randn(t+1,1);
        e1=e;
        e1(1,1)=e(1,1)/sqrt(1-q^2);
        model0=idpoly([1 -q],[1 0]);
        Y=sim(model0,e1);
        dissal=[dissal ;Y(2:1:t+1)];
   end
```

bagimli.m

```
function [Y, Y1]=bagimli(model,veri)
   t=model.t1;
   n=model.n;
   a=model.a;
   b=model.b;
   e=veri.e;
   u=veri.u;
   X=veri.X;
   Yi0=model.Yi0;
   Y=[];
   z=1;
   for i=1:n*t
       if mod(i,t)==1
         Y(i,1)=[Yi0(z,1) X(i,:)]*[a ; b]+e(i,1)+u(i,1);
         Y1(i,1)=Yi0(z,1);
         z=z+1;
       else
         Y(i,1)=[Y(i-1,1) X(i,:)]*[a ; b]+e(i,1)+u(i,1);
         Y1(i,1)=Y(i-1,1);
       end
   end
```

cekme.m

```
function cekme=cekme(model,x,i)
   t=size(x,1)/model.n;
   a=zeros(t,size(x,2));
   for j=1:t
       a(j,:)=x(t*(i-1)+j,:);
   end
   cekme=a;
```

covmat.m

```
function covmat=covmat(model)
     A=eye(model.t2)*model.varu+ones(model.t2)*model.vare;
     covmat=kron(eye(model.n),A);
```

degiskenind.m

```
function X=degiskenind(t, meann, varn)
     n=size(meann,1);
     for i=1:n
         for j=1:t
             X(j+t*(i-1),:)=sqrt(varn(i,1))*randn+meann(i,1);
         end
     end
```

diffpan.m

```
function diffpan=diffpan(model,z)
n=model.n;
s=size(z,1);
t=s/n;
x=[];
diffpan=[];
for i=1:n
    for j=1:t
        x(j,:)=z(t*(i-1)+j,:);

    end
dxi=diff(x);
diffpan=[diffpan ; dxi];
end
```

EKK.m

```
function EKKt=EKK(veri)
   X=veri.X;
   Z=[veri.Y1 veri.X];
   EKKt=inv(Z'*Z)*Z'*veri.Y;
```

etki.m

```
function [etkint,etkin, dummies]=etki(model)
   n=model.n;
   t=model.t1;
   etkin=sqrt(model.vare).*randn(n,1);
   a=1;

   dummies=kron(diag(etkin),ones(t,1));
   etkint=sum(dummies')';
```

GEKK.m

```
function GEKKt=GEKK(model,veri,A)
   X=veri.X;
   Y=veri.Y;
   Y1=veri.Y1;
   Z=[Y1 X];
   GEKKt=inv(Z'*inv(A)*Z)*Z'*inv(A)*Y;
```

GMMAB1.m

```
function GMMAB1t=GMMAB1(model,veri)
   N=model.n;
   T=model.t2;
   Wi=zeros(T*(T-1)*(3/2),T-1);
   % W matrisi oluşturur
   X=veri.X;
   Y1=veri.Y1;
   Y=veri.Y;
   W=[];
```

```
    for i=1:N
        x1=cekme(model,X,i);
        Y11=cekme(model,Y1,i);
        m1=0;
        for t=1:(size(Y11,1)-1)
            Y2=ilk(Y11,t);
            s=size(Y2,1);
            m=s+size(x1,1);
            for j=1:m
                if j<=s
                    Wi(m1+j,t)=Y2(j,1);
                end
                if j>s
                    Wi(m1+j,t)=x1(j-s,1);
                end

            end
             m1=m1+m;
        end
        W=[W Wi];
    end
    % G matrisi oluşturur
    G=zeros(T-1);
    G(1,1)=2;
    G(T-1,T-1)=2;
    for i=2:T-1
        G(i,i)=2;
        G(i-1,i)=-1;
        G(i,i-1)=-1;
    end

    % veri matrisini oluşturur
    diffy1=diffpan(model,Y1);
    diffy=diffpan(model,Y);
    diffx=diffpan(model,X);
    veri=[ diffy1 diffx];
    GMMAB1t=((veri'*W')*(W*(kron(eye(N),G))*W')^(-1)*(W*veri))^(-
1)*(veri'*W')*(W*(kron(eye(N),G))*W')^(-1)*(W*diffy);
```

GMMAB2.m

```
function GMMAB2t=GMMAB2(model,veri,z1,z2)
 N=model.n;
    T=model.t2;
    Wi=zeros(T*(T-1)*(3/2),T-1);
    % W matrisi oluşturur
    X=veri.X;
    Y1=veri.Y1;
    Y=veri.Y;
    W=[];
    dX=diffpan(model,X);
    dY=diffpan(model,Y);
    dY1=diffpan(model,Y1);
    dV=dY-(dY1*z1+dX*z2);
    K=[];
    for i=1:N
        x1=cekme(model,X,i);
        Y11=cekme(model,Y1,i);
        m1=0;
        for t=1:(size(Y11,1)-1)
```

```
            Y2=ilk(Y11,t);
            s=size(Y2,1);
            m=s+size(x1,1);
            for j=1:m
                if j<=s
                    Wi(m1+j,t)=Y2(j,1);
                end
                if j>s
                    Wi(m1+j,t)=x1(j-s,1);
                end

            end
             m1=m1+m;
        end
        dVi=cekme(model,dV,i);
        K=[K Wi*dVi];
        W=[W Wi];

    end
    V=K*K';
    GMMAB2t=([dY1 dX]'*W'*V^(-1)*W*[dY1 dX])^(-1)*([dY1 dX]'*W'*V^(-
1)*W*dY);
```

GMMABVR.m

```
  function GMMABVRt=GMMABVR(model, veri, varhatatah,varetkitah)
N=model.n;
   T=model.t2;

   Wi=zeros(T*(T-1)*(3/2),T-1);

      H=zeros(T,T);
   for i=1:T
       H(i,i)=-1;
       if i<T
          H(i,i+1)=1;
       end
       H(T,i)=1/T;
   end

   % W matrisi oluşturur
   X=veri.X;
   Y1=veri.Y1;
   Y=veri.Y;
   W=[];
   W1i=[];
   for i=1:N
       x1=cekme(model,X,i);
       Y11=cekme(model,Y1,i);
       m1=0;
       for t=1:(size(Y11,1)-1)
           Y2=ilk(Y11,t);
           s=size(Y2,1);
           m=s+size(x1,1);
           for j=1:m
               if j<=s
                   Wi(m1+j,t)=Y2(j,1);
               end
               if j>s
```

```
                    Wi(m1+j,t)=x1(j-s,1);
                end

            end
            W1i=[ Wi zeros(size(Wi,1),1); zeros(size(x1,1),T-1) x1];
             m1=m1+m;
        end
        W=[W W1i*H];
    end
    covar=varhatatah*eye(T)+varetkitah*ones(T,T);
    GMMABVRt=inv(([Y1 X]'*W')*inv(W*kron(eye(N),covar)*W')*(W*[Y1 X]))*([Y1
X]'*W')*inv(W*kron(eye(N),covar)*W')*(W*Y);
```

ilk.m

```
function ilk=ilk(x,k)
  z=zeros(k,size(x,2));
   for i=1:k
       z(i,:)=x(i,:);
   end
  ilk=z;
```

IV.m

```
function IVt=IV(model,veri)
   N=model.n;
   T=model.t2;
   X=veri.X;
   Y=veri.Y;
   Y1=veri.Y1;
    Z=[];
    K=[];
    y=[];
    for i=1:N
       x1=cekme(model,X,i);
       Y12=cekme(model,Y1,i);
       Y2=cekme(model,Y,i);
       Y13=ilk(Y12,T-1);
       dx1=diff(x1);
       dY12=diff(Y12);
       dY2=diff(Y2);
       z1=[Y13 dx1];
       Z=[Z ; z1];
       k1=[ dY12 dx1];
       K=[K ; k1];
       y=[y; dY2];
   end
   IVt=inv(Z'*K)*Z'*y;
```

KDEKK.m

```
function BKDEKK=KDEKK(model,veri)
   n=model.n;
   X=veri.X;
   Y1=veri.Y1;
   Y=veri.Y;
   t=size(Y,1)/n;
```

```
   At=eye(t)-(1/t)*ones(t,1)*ones(1,t)
   M=kron(eye(n),At);
   X1=[Y1 X];
   BKDEKK=inv(X1'*M*X1)*X1'*M*Y;
```

kesme.m

```
function kesme=kesme(x,k,n)
   t=size(x,1)/n;
   kesme=ones((t-k)*n,size(x',1));
   a=1;
  for i=1:n*t
      if mod(i,t)>=k
          kesme(a,:)=x(i+1,:);
          a=a+1;
      end
  end
```

simulasyon.m

```
function [veri, model,sonuc]=simulasyon(model,veri,M,k)
     tahminEKK=[];
     tahminGEKK=[];
     tahminIV=[];
     tahminGMMAB1=[];
     tahminGMMAB2=[];
     tahminGMMABVR=[];
     tahminKDEKK=[];
     for i=1:M
          model.t2=model.t1;
         [veri.e,etkin, dummies]=etki(model);
          veri.X=veri.x1 ;
          veri.u=degiskenind(model.t1, zeros(model.n,1),
ones(model.n,1)*model.varu);
          model.Yi0=(sqrt(model.varu).*randn(model.n,1)+etkin)/sqrt(1-
model.a^2);
         [veri.Y, veri.Y1]=bagimli(model,veri);
         veri.Y=kesme(veri.Y,k, model.n);
         veri.Y1=kesme(veri.Y1, k, model.n);
         veri.X=kesme(veri.X, k, model.n);
         veri.e=kesme(veri.e, k, model.n);
         veri.u=kesme(veri.u, k, model.n);
         model.t2=model.t2-k;
         EKKt=EKK(veri);
         GEKKt=GEKK(model,veri,model.kovaryans);
         IVt=IV(model,veri);
         tahminvarhata=tahvarhata(model,veri,IVt(1,1),IVt(2,1));

tahminvaretki=tahvaretki(model,veri,IVt(1,1),IVt(2,1),tahminvarhata);
         GMMAB1t=GMMAB1(model,veri);
         GMMAB2t=GMMAB2(model,veri,IVt(1,1),IVt(2,1));
         GMMABVRt=GMMABVR(model,veri,tahminvarhata,tahminvaretki);
         KDEKKt=KDEKK(model,veri);
         tahminEKK=[tahminEKK EKKt];
         tahminGEKK=[tahminGEKK GEKKt];
         tahminIV=[tahminIV IVt];
         tahminGMMAB1=[tahminGMMAB1 GMMAB1t];
         tahminGMMAB2=[tahminGMMAB2 GMMAB2t];
         tahminGMMABVR=[tahminGMMABVR GMMABVRt];
```

```
        tahminKDEKK=[tahminKDEKK KDEKKt];

    end
    sonuc.BEKK=sum(tahminEKK')/M;
    sonuc.BGEKK=sum(tahminGEKK')/M;
    sonuc.BIV=sum(tahminIV')/M;
    sonuc.BGMMAB1=sum(tahminGMMAB1')/M;
    sonuc.BGMMAB2=sum(tahminGMMAB2')/M;
    sonuc.BGMMABVR=sum(tahminGMMABVR')/M;
    sonuc.BKDEKK=sum(tahminKDEKK')/M;
    sonuc.COVEKK=cov(tahminEKK');
    sonuc.COVGEKK=cov(tahminGEKK');
    sonuc.COVIV=cov(tahminIV');
    sonuc.COVGMMAB1=cov(tahminGMMAB1');
    sonuc.COVGMMAB2=cov(tahminGMMAB2');
    sonuc.COVGMMABVR=cov(tahminGMMABVR');
    sonuc.COVKDEKK=cov(tahminKDEKK');
end
```

tahvaretki.m

```
function tahminvaretki=tahvaretki(model,veri,taha,tahb,tahminvarhata)
   N=model.n;
   T=model.t2;
   X=veri.X;
   Y1=veri.Y1;
   Y=veri.Y;
   panort=kron(eye(N),ones(1,T)*(1/T));
   ortY=panort*Y;
   ortY1=panort*Y1;
   ortX=panort*X;
   z=(1/N)*(ortY-taha*ortY1-tahb*ortX)'*(ortY-taha*ortY1-tahb*ortX)-
(1/T)*tahminvarhata;
   if z <= 0
       tahminvaretki=0;
   else
      tahminvaretki=z;
   end
```

tahvarhata.m

```
function tahminvarhata=tahvarhata(model,veri,taha,tahb)
   N=model.n;
   T=model.t2;
   X=veri.X;
   Y1=veri.Y1;
   Y=veri.Y;
   M=[diff(Y)-taha*diff(Y1)-tahb*diff(X)]'*[diff(Y)-taha*diff(Y1)-
tahb*diff(X)];
   tahminvarhata=M/(2*N*(T-1));
```

vartah.m

```
function [varhatatah, varetkitah,M,M1]=vartah(model,Y1,Y,gecikmelitah,
dissaltah)

   N=model.n;
   T=model.t2;
```

```
x=model.dissald2;
K=[];
M=[];
 for i=1:N
    x1=cekme(x,N,i);
    Y12=cekme(Y1,N,i);
    Y2=cekme(Y,N,i);
    m=[mean(Y2) mean(Y12) mean(x1)];
    dY2=diff(Y2);
    dY12=diff(Y12);
    dx1=diff(x1);
    ki=dY2-gecikmelitah*dY12-dx1*dissaltah;
    Ki=ki'*ki;
    K=[K Ki];
    M=[M ;m];
end
varhatatah=(1/(2*N*(T-1)))*sum(K);
M1=M*[1; -gecikmelitah; -dissaltah];
varetkitah=M1'*M1/N-varhatatah/T;
```

KAYNAKÇA

Anderson, T.W. , Hsiao, C. : "Formulation And Estimation Of Dynamic Models Using Panel Data", **Journal Of Econometrics**, 1982, Vol.18, s.578-606.

Arellano, M. : **Panel Data Econometrics**, New York, Advanced Texts In Econometrics, 2003.

Arellano, M. , Bond, S. : "Some Tests Of Specification For Panel Data: Monte Carlo Evidence And An Application To Employment Equations", **Review Of Economic Studies**, 1991, Vol.58, s.277-297.

Arellano, M. , Bover, O. : "Another Look At The Instrumental Variables Estimation Of Error Component Models", **Journal Of Econometrics**, 1995, Vol.68, s.29-51.

Baltagi, Badi H. : **Econometric Analysis Of Panel Data: Third Edition**, Chichester, John Wiley And Sons**,** 2005.

Bhargava, A. , Sargan, D. : "Estimating Dynamic Random Effects Models from Panel Data Covering Short Time Periods", **Econometrica**, 1983, Vol.51, s.1635-1659.

Breusch, T.S. , Mizon, G.E. , Schmidt, P. : "Efficient Estimation Using Panel Data", **Econometrica**, 1989, Vol.57, s.695-700.

Greene, W. H. : **Econometric Analysis: Fifth Edition**, New Jersey, Prentice Hall, 2003.

Hansen, L. : " Large Sample Properties Of Generalized Method Of Moments Estimators", **Econometrica**, 1982, Vol.50, s.1029-1054.

Hausman, J.A. , Taylor, W.E. : “Panel Data And Unobservable Individual Effects”, **Econometrica**, 1981, Vol.49, s.1029-1054.

Hsiao, Cheng : **Analysis of Panel Data: Second Edition**, Cambridge, Econometric Society Monographs, 2003.

Hsiao, Cheng : “Panel Data Analysis – Advantages and Challenges”, **IEPR Working Paper**, 2006, No:06.49.

Kiviet, Jan F. : “ On Bias, Inconsistency And Efficiency Of Various Estimators In Dynamic Panel Data Models”, **Journal Of Econometrics**, 1995, Vol.68, s.53-78.

Maddala, G.S., Hu, Wanhong : **The Handbook of Panel Data: Handbook of the Theory with Applications in Laszlo Matyas**, **Patrick Sevestre(Editors)**, Cardiff, Kluwer Academic Publishers, 1996.

Mundlak, Y. : “On The Pooling Of Time Sesries And Cross Section Data”, **Econometrica**, 1978, Vol.46, s.69-85.

Nerlove, M. : “ Experimental Evidence On The Estimation Of Dynamic Economic Relations From A Time Series Of Cross Sections”, **Economic Studies Quarterly**, 1967, Vol.18, s.42-74.

Sevestre, P., Trognon, A. : “Dynmic Linear Models”, **Advanced Studies In Theoretical And Applied Econometrics**, 1996, Vol.33, s.120-144.

Wooldridge, J.M. : **Econometric Analysis of Cross Section And Panel Data**, Cambridge, The MIT Press, 2001.