

T.C.  
YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
FİZİK ANABİLİM DALI

## II. TİP SÜPER İLETKENLERİN TERMODİNAMİK ÖZELLİKLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAZIRLAYAN : Selahattin ÇELİK  
DANIŞMAN : Yrd. Doç. Dr. A. İhsan DEMİREL

VAN - 2007

T.C.  
YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
FİZİK ANABİLİM DALI

## II. TİP SÜPER İLETKENLERİN TERMODİNAMİK ÖZELLİKLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAZIRLAYAN: Selahattin ÇELİK

VAN - 2007

## ÖZET

### II. TİP SÜPER İLETKENLERİN TERMODİNAMİK ÖZELLİKLERİ

ÇELİK, Selahattin

Yüksek Lisans Tezi, Fizik Anabilim Dalı

Tez danışmanı : Yrd. Doç. Dr. A.İhsan DEMİREL

Temmuz 2007, 80 sayfa

II. tip süper iletkenlerin termodinamik özellikleri üzerinde yapılan araştırmalar, bunların mikroskobik yapıları hakkında bilgi edinmek için oldukça önemlidir. Bu konu üzerinde birçok bilimsel grup tarafından yoğun çalışmalar yapılmaktadır. Değişik süper iletken materyaller üzerinde yeni metotlar uygulanarak yeni veriler elde edilmekte ve yeni yorumlar yayınlanmaktadır.

Bu çalışmada bazı II. tip süper iletken materyallerle ilgili veriler topladık ve bunlarla ilgili termodinamik özellikleri inceledik. Bu çalışmanın ana amacı süper iletkenliğe ilgi duyanlara bazı önemli bilgiler sunmaktır ve bu derleme çalışmasının kısmen de olsa II. tip süper iletkenler üzerinde çalışmak isteyenlere yardımcı olabileceğini umuyoruz.

**Anahtar kelimeler:** II. tip süper iletkenliği ( Type II superconductivity), Kritik manyetik alan (Critical magnetic field), Makroskobik kuantum modeli (MQM), Manyeto quasi statik (MQS)

## ABSTRACT

### THERMODYNAMIC PROPERTIES OF THE SECOND TYPE SUPERCONDUCTORS

ÇELİK, Selahattin

Msc. Physics

Supervisor: Assist. Prof. Dr. A. İhsan DEMİREL

July 2007, 80 pages

The researches on the II type superconductors are very important to understand their microscopic structures on this subject and there are many scientific groups working hardly to obtain new data. In mean time different groups are studying with new methods to develop new exploration and new comments on different superconducting materials.

In this studying the new data have been gathered relating with the some II type superconductors and their thermodynamic properties. The main goal of this work is to put forward some important knowledgements to people are interested in the superconductivity and this compiling work has been expected to be useful for investigator in the superconductivity.

**Key words:** Type II superconductivity, Critical magnetic field, Macroscopic quantum model (MQM), Manyeto quasi statik (MQS).

## ÖNSÖZ

Süper iletkenlik gün geçtikçe önem kazanan bir konudur. Pek çok teknik uygulamaya sahip oluşu, temel bilimle olan ilgisi bu önemi daha da artırmaktadır. Süper iletkenler pek çok olağan dışı özelliklere sahiptir. Mesela, sıfır dirence sahip olma özelliklerine ek olarak, bazı süper iletkenler, uygulanan manyetik alanı da dışarılarlar.

Bu çalışmamızda süper iletkenlik olayı ile ilgili bir kısım bilgilerden sonra II. tip süper iletkenlerin termodinamik özellikleri üzerinde durduk. Deney olanakları kısıtlı olması nedeniyle teorik olarak çalışmamızı yürüttük.

Bu çalışmanın ortaya çıkmasında bana rehberlik eden, maddi ve manevi desteğini hiç esirgemeyen sayın Yar. Doç. Dr. A. İhsan DEMİREL hocama, fizik bölümünün değerli üyelerine ve sevgili eşim Sennur hanıma katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Selahattin ÇELİK

## İÇİNDEKİLER

	<b>Sayfa</b>
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
ÖN SÖZ	v
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK BİLDİRİŞLERİ	3
3. MATERYAL ve YÖNTEM	4
3.1. Materyal	4
3.2. Yöntem	4
3.3. Manyetik Akı Deseni	4
3.4. Şekli Değiştirilmiş İkinci London Denklemi	13
3.5. Genel Termodinamik Kavramları	29
3.6. Kritik Alanlar	40
3.7. Anizotropik Süperiletkenlerde Vorteksler	56
4. BULGULAR	76
5. TARTIŞMA ve SONUÇ	79
KAYNAKLAR	81
ÖZ GEÇMİŞ	82

## ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1.1. a. H-T devre şeması ve b. II. tip süper iletkenler	1
Şekil 3.1. Manyetik taneciklerle dekore edilmiş bir II. tip süper iletken a. $YBa_2Cu_3O_7$ durumunda bir süper iletken örneğinin manyetik alan yerleştirildiğinde anaforların üçgen şeklinde şekillenmiş dizisini gözler önüne seren bir fotoğraf, b. Motiflerin üçgen şeklindeki dizilişi.	6
Şekil 3.2. Bir tek anafordaki süper elektron yoğunluğu.	12
Şekil 3.3. I. türün $I_0(r)$ ve $I_1(r)$ Bessel fonksiyonları ve II. türün $K_0(r)$ ve $K_1(r)$ değiştirilmiş Bessel işlevleri.	14
Şekil 3.4. Anafor merkezinden iki boyutlu yarıçap vektörü olan $r'$ in bir tek girdap için akım yoğunluğu ve manyetik akı yoğunluğu.	17
Şekil 3.5. $R \gg \lambda$ için geniş bir silindirin merkezine yerleştirilmiş bir girdap akı demeti ve silindirin eksenini boyunca uygulanan $\mu_0 H_0$ manyetik alanı.	21
Şekil 3.6. $R \gg \lambda$ olduğu yerde büyük bir silindirin merkezindeki bir tek anafor için manyetik akı yoğunluğu.	22
Şekil 3.7. $R \ll \lambda$ durumunda küçük bir silindirin merkezindeki bir tek anaforun manyetik akı yoğunluğu.	22
Şekil 3.8. İki tane anafor $z$ -eksenine paralel ve sınırsız bir süper iletkende $\pm a'$ da $x$ -ekseni boyunca yerleşmiş.	23
Şekil 3.9. Devamlı $B_z(x,y)$ şekillerinin yarı sınırsız bir süper iletkende bir anafor için şekilleri.	25
Şekil 3.10. Bir süper iletken hacmi olan $V_s'$ de $z$ -yönünde bir vorteks.	28
Şekil 3.11. İki alt sistemden oluşan bir soyutlanmış sistem.	34
Şekil 3.12. Uygulanan I. tip bir süper iletken için kritik alanı a. $2a$ kalınlığında olan bir I. tip süper iletken levhası b. değişmeyen manyetik alanda hacim süper iletken levhası için H-T faz diyagramı.	40
Şekil 3.13. Bir II. tip süper iletkende alan dağılımı a. Bir $H_{app}=H_0 i_z$ uygulama alanında $a \gg \lambda$ kalınlığında bir süper iletken levhası. B değişim yoğunluğunun b. anaforsuz ve c. levhanın merkezinde tek bir anaforla dağılımı.	44
Şekil 3.14. Bir II. tip süper iletken için manyetik alanda kütle süper iletken levhasına yönelik H-T faz diyagramı.	46

Şekil 3.15. Sayfa düzleminden bize doğru (dışa yönelmiş) alanla bir süper iletkenin üstten görünümü.	47
Şekil 3.16. $H_0$ uygulama alanında bir kütle süper iletken levhası için değişim yoğunluğu a. hiçbir anaför olmayan b. levhada merkezileştirilmiş bir anaför olan.	49
Şekil 3.17. $\kappa = \lambda / \xi'$ in bir fonksiyonu olarak $H_{c1} / H_c$ oranı	55
Şekil 3.18. Anizotropik bir süper iletkende bir anaför.	58
Şekil 3.19. a. Daimi B akı yoğunluğunun skalalandırılmış çizgileri, b. orijinal koordinat sistemleri.	61

## ÇİZELGELER DİZİNİ

	<b>Sayfa</b>
Çizelge 3.1. Kartezyen koordinatlarıyla ilgili olarak temel eksenlerin değişik yönlendirmeleri için nüfuz derinliği ve uyum mesafesi.	67
Çizelge 3.2. Kartezyen koordinatlar boyunca temel eksenlerin değişik yönlendirilmelerine yönelik kritik alanlar.	74

## SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

### Simgeler

B	Madde içindeki manyetik alan
q	Temel yük
G	Gibbs serbest enerjisi
H	Termodinamik manyetik alan
H <sub>c</sub>	Kritik alan
H <sub>c1</sub>	Alt kritik manyetik alan
H <sub>c2</sub>	Üst kritik manyetik alan
H <sub>0</sub>	Dış manyetik alan
ħ	Planck sabiti
J	Akım yoğunluğu
J <sub>c</sub>	Kritik akım yoğunluğu
J <sub>M</sub>	Maksimum akım yoğunluğu
J <sub>s</sub>	Süper akım yoğunluğu
κ	Ginzburg-Landau Kappa
M	Manyetizasyon
M <sub>0</sub>	Boşluğun manyetik geçirgenliği
m	Elektronun kütlesi
n <sub>s</sub> <sup>*</sup>	Süper elektron yoğunluğu
n <sub>v</sub>	Anaforların yoğunluğu
S	Entropi
T	Sıcaklık
T <sub>c</sub>	Normal fazdan süper iletken faza geçiş için kritik sıcaklık
U	İç enerji
V(r)	Anaforu temsil eden güç ölçüsü
V <sub>F</sub>	Fermi hızı
V <sub>s</sub>	Cooper çiftlerinin hızı
W	Toplam elektromanyetik enerji
W <sub>c</sub>	Merkez bölgedeki elektromanyetik enerji
W <sub>n</sub>	Hiçbir süper iletkenin bulunmadığı bölgelerdeki enerji

$W_s$	Süper iletken bölgedeki elektromanyetik enerji
$\mu$	Manyetik geçirgenlik
$\lambda$	Manyetik alanın sızma derinliği
$\xi$	Uyum uzunluğu
$\epsilon_v$	Elektromanyetik enerji
$\Phi_0$	Anaforun akı kuantumu

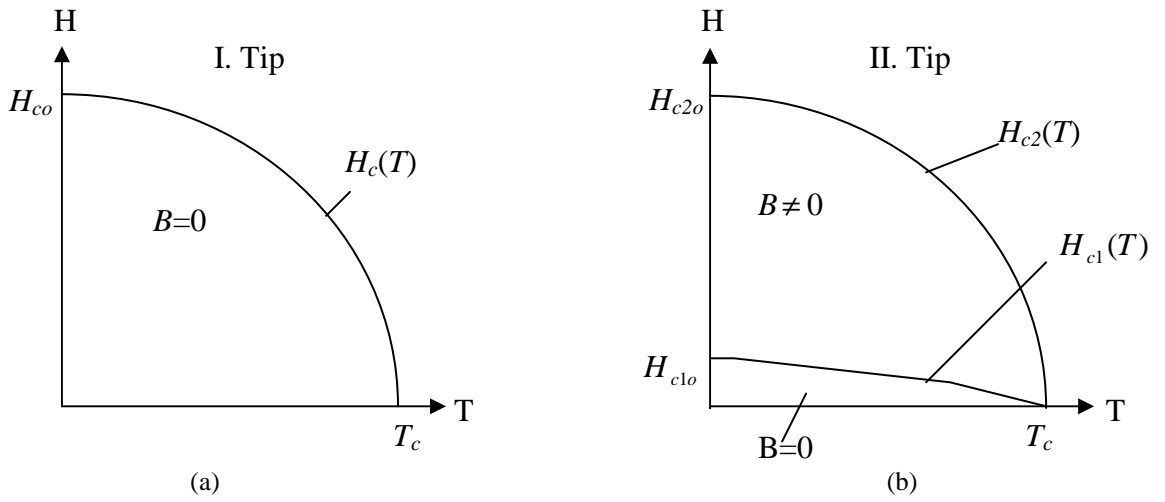
### **Kısaltmalar**

BCS	Barden Cooper Schrieffer
G-L	Ginzburg Landau
MQM	Makroskobik Kuantum Modeli
MQS	Manyeto Quasi Statik

## 1. GİRİŞ

Süper iletkenler pek çok olağan dışı özelliklere sahiptir ve uygulamaların çoğu bu özelliklerden yararlanır. Sıfır dirence sahip olma özelliklerine ek olarak, bazı süper iletkenler, uygulanan manyetik alanı da dışarılarlar. Pb-Bi karışımının ( $T_c=8.8K$ ) maksimum kritik sıcaklığı bileşenlerinden çok farklı değildir. Saf kurşunun kritik sıcaklığı ( $T_c$ ) 7.2 K ve saf bizmutunki aynı basınç altında 8.5 K' dır. Pb-Bi karışımı için  $T_c$  1.7 T' dir. Aslında, sonradan birçok süper iletkenin bileşenlerinin ve metal karışımının çok geniş kritik alanlar gösterdiği saptandı.

Bu durum en iyi, şekil 1.1' de gösterilen devre şemasının incelenmesiyle özetlenir. İlk süper iletkenlerin şekil 1.1a' da ki H-T diyagramına uyan bir sınıfa ait oldukları keşfedildi.



Şekil 1.1 a. H-T devre şeması ve b. II. Tip süper iletkenler

$H_c(T)$ ' den az olan uygulama alanındaki bir süper iletken manyetik alanı materyalden dışarılar ve bundan dolayı Meissner halindedir. Buna zıt olarak Pb-Bi gibi bir madde ikinci tip süper iletkenidir. Şekil 1.1b' de gösterildiği gibi bu maddeler için hâlihazırda iki kritik alan vardır. Kritik  $H_{c1}$ ' den daha düşük manyetik alanda süper iletken genel Meissner etkisini gösterecektir. Daha üst kritik  $H_{c2}$  alanında süper iletkenlik tamamen yok olur.  $H_{c1} \leq H \leq H_{c2}$  sıralaması için süper iletken karışık yani (vortex) haldedir. Farklı halde süper iletken artık diamanyetizmin özelliklerini sergilemez ve manyetik akının sınırlı bir oranı maddenin iç hacmine nüfuz eder.  $T=0$  K' de kritik manyetik alan genişliği fazladır ( $H_{c1} \ll H_{c2}$ ).

II. tip süper iletkenler I. tip süper iletkenlerden daha yüksek manyetik alanlarda ve daha yüksek sıcaklıklarda süper iletkenlik özelliği gösterdikleri için uygulamalarda daha sık kullanılırlar. Tipik olarak I. tip süper iletkenler 0.01-0.1T' den daha düşük kritik alanlara kadar süper iletkenlik sağlıyor olacaklar ve 9K' dan daha az kritik sıcaklıklara sahip olacaklardır. Bunun tersine II. tip süper iletken Nb<sub>3</sub>Sn daha yüksek kritik alana yani  $\mu_0 H_{c2}$  yaklaşık 30 T' ye kadar süper iletken olarak kalır ve yaklaşık 18K olan bir T<sub>c</sub>' ye sahiptir. Buna ek olarak, yüksek sıcaklıklı süper iletkenler II. tip maddelerdir ve bazılarının 100T' yi geçen sıcaklıklarda süper iletken olarak kaldıkları bilinmektedir.

Bizim şimdi I ve II. tip süper iletken olarak tanıdığımız maddeler 1930' lu yıllarda biliniyordu. II. tip süper iletkenlerde girdap akımlarının oluşumuyla yeni bir düzene geçiş oluşmaktadır. Bu anafolar akı kuantumlanmasının bir göstergesidir; her bir anafor kendisiyle ilgili olan bir tek akı kuantumuna ( $\Phi_0$ ) sahiptir. Alanların ve akımların her bir anafolla ilişkili olduğu görülmekte ve anaforun belirli bir yarıçapa sahip olduğu bilinmektedir. Eş uyum uzunluğu  $\xi$ , süper iletkenlikle ilgili diğer bir önemli uzunluk ölçüsüdür. Aslında her iki tip süper iletkenlik de  $\lambda$  ve  $\xi$ ' un karşılaştırılmasıyla birbirinden ayırt edilebilir. I. tip süper iletkenler  $\lambda \leq \xi$ ' a sahipken II. tip süper iletkenler  $\lambda \geq \xi$ ' e sahiptir. Bir anaforda olan manyetik alanlar ve akımların II. London denkleminin şekillendirilmesiyle daha elverişli biçimde tanımlandığını görebiliriz.

II. tip maddelerde anafor oluşumunu tamamen anlamak için, öncelikle şekil 3.3' teki denge termodinamiğinin bazı temel kavramlarını gözden geçirmeliyiz. Daha sonra bu kavramlar değişik manyetik alanları çalışmak için kullanılabilir. Bundan sonraki kısımlarda anafoların anizotropik süper iletkenlerdeki özellikleri, manyetik alan sınır şeması olan H<sub>c1</sub>(T) ve II. tip süper iletken için H<sub>c2</sub>(T)'yi yükselten anafolar üzerinde duracağız.

## 2. KAYNAK BİLDİRİŞLERİ

Rose-Innes ve Rhoderick (1978), vortekslerin fiziksel özelliklerini bir süper iletken materyal içerisinde incelemişler ve süper iletkenliğin tabiatına etkilerini gözlemlemişlerdir.

James ve ark. (1969), II. Tip süper iletkenlerde kuantum mekaniksel kavramlar üzerinde araştırmalar yaparak, süper iletkenliğin oluşumunda etkin olan niceliklere kuantum fiziği açısından yeni açıklamalar getirmişlerdir.

Pippard (1953), klasik termodinamik kavramları kullanarak süper iletkenlerin davranış biçimlerini normal hal ve süper iletkenlik halleri açılarından incelemiştir.

Goodstein (1985), genel termodinamik konular ve süper iletkenler arasındaki ilişkiyi inceleyerek, iç enerji, entropi ve sıcaklık etkileri arasındaki fiziksel değişimlere niteliksel tanımlamalar getirmiştir.

Van Duzer ve Turner (1981), bir manyetik alan içerisinde bulunan süper iletken cihazlar ve süper iletken devreler üzerinde termodinamik fonksiyonları ve bunların süper iletkenlik prensipleri üzerindeki etkilerini incelemişlerdir.

Tilley ve Tilley (1986), süper iletkenlerde ve süper akışkan sıvı helyum içerisinde bulunan manyetik alan çizgilerinin davranış biçimlerini süper iletkenlik prensipleri açısından incelemişlerdir.

Tinkham (1996), süper iletkenlerde önemli bir belirleyici özellik olan kritik manyetik alanın değerlerinin teorik ve deneysel hesaplama metotları ile ilgili kavramlar geliştirmiştir.

### 3. MATERYAL ve YÖNTEM

#### 3.1. Materyal

Yapılan çalışmada II. tip süper iletkenlerin genel özellikleri ile termodinamik özelliklerinin ayrıntılı olarak incelemesi yapılmıştır.

#### 3.2 Yöntem

Bu çalışma II. tip süper iletkenlerin termodinamik özellikleri gibi öncel çalışmaların derlenip bir araya getirilmesi ile yapılan bir çalışmadır.

#### 3.3 Manyetik Akı Deseni

Daha düşük kritik alan olan  $H_{c1}(T)$ ' in üstünde manyetik akı mevcut ise bu II. tip süper iletken özelliğine girecektir. Akışın nasıl süper iletkene girdiğini gözlemek için basit bir mıknatıs kalıbının etrafında akışı nasıl sezdiğimizi hatırlayın. Eğer bir parça kâğıdı mıknatısın üzerine koyarsak ve hafifçe demir tozu üzerine serperse, demir tozları bir akı çizgisi boyunca birleşir ve değişmez B yoğunluk akışının çizgilerine benzeyen bir şekil alır. Biz şimdi II. tip iletkenle benzer bir deney yapmaya çalışacağız ve uygulama alanı  $H_0$ ' a  $a \gg \lambda$  kalınlığında bir levha yerleştireceğiz.  $H_0$ ' in yukarıda  $H_{c1}$ ' e yükseltildiği gibi, akı maddeye girer. Ufacık mikron büyüklüğündeki nikel taneciklerin buharı şimdi uygulama alanına dikey bir vaziyette süper iletkenin en üst yüzeyinin üzerinde buharlaştırılır. Tanecikler, demir tozunda olduğu gibi akı yoğunluk çizgisi boyunca yüzeyde birleşir, böylelikle süper iletkenin akı çizgilerinin davranışı gözlenebilir.

Şekil 3.1' deki fotoğraf böyle bir şekilde dekora edilen II. tip süper iletkenin üst yüzeyini gösterir. Tanecikler üçgen şeklinde bir sırayı gösterir ve şekil 3.1b şematik olarak, sırayı şekillendiren bal peteği motiflerini gösterir. Çünkü tanecikler yüksek akı bölgesinde yoğunlaşır, akı yoğunluğunun her bir motifin merkezinde en güçlü olduğunu görürüz. Levhanın her yerindeki her bir motiften gelen akı anaför diye bilinir. Eğer en yakın motiflerin merkezleri arasındaki mesafe  $a$  olursa o anaförlerin yada motiflerin yoğunluğu

$$n_v = \frac{2}{\sqrt{3}a} \quad (3.1)$$

olur. Çünkü her motif aynı gözükür ve her bir anafordaki akı  $\Phi_v$  aynı olmalıdır. Bu yüzden levhadaki ortalama akı yoğunluğu

$$\langle B \rangle = n_v \Phi_v \quad (3.2)$$

olur. Hem  $\langle B \rangle$  hem de  $a$ 'yı ölçebileceğimiz için,  $\Phi_v$ 'in değeri deneysel olarak bulunabilir ve her zaman bir tek akı miktarı  $\Phi_0$  hesaplanabilir.

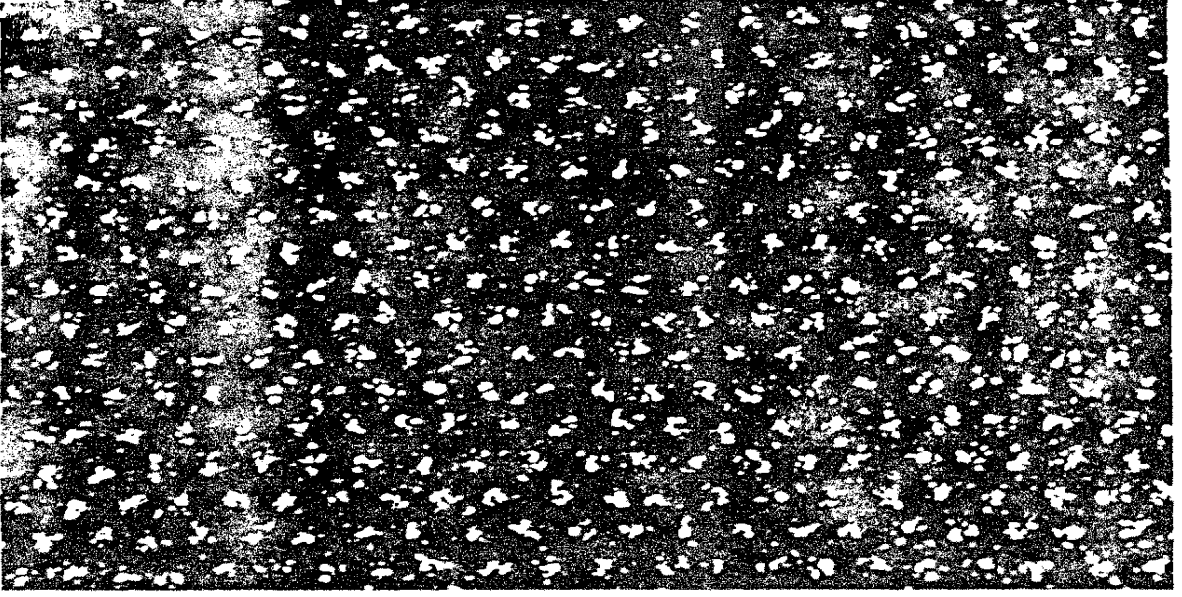
Şimdide bu deneysel olayın akı üzerindeki önemini ve izotropik II. tip süper iletkendeki akım yoğunluklarını bulalım. Floksoid kuantizasyon halini uygulayarak

$$\Phi_{tot} = \oint_C (\Lambda J_s) \cdot dI + \int_S B \cdot ds \quad (3.3)$$

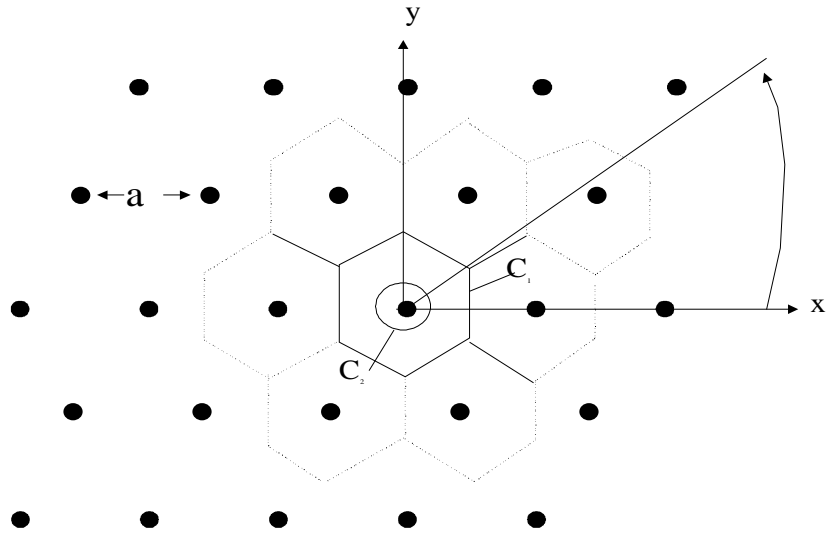
olur, şekil3.1b' de gösterilen şekil  $C_1$  boyunca

$$\Phi_0 = \oint_{C_1} \mu_0 \lambda^2 J_s \cdot dI + \int_{S_1} B \cdot ds \quad (3.4)$$

olduğunu görürüz, çünkü dış hat bir akı miktarını ve  $A = \mu_0 \lambda^2$  in etrafını çevirir.



(a)



(b)

Şekil 3.1. Manyetik taneciklerle dekore edilmiş bir II. tip süper iletken. Uygulama alanı sayfaya dikey bir durumda. a.  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  durumunda bir süper iletken örneğinin manyetik alan yerleştirildiğinde anforların üçgen şeklinde şekillenmiş dizisini gözler önüne seren bir fotoğraf. Uygulama alanının değeri  $0.004\text{T}$  ve bitişik anforların merkezi arasındaki mesafe yaklaşık olarak  $0.8\mu\text{m}$  dur. b. Motiflerin üçgen şeklindeki dizilişi; zıt akış yoğunluğunun her bir motif alanları.  $C_1$  desenin çevresi boyunca var olan bir şekildir,  $C_2$  birinin merkezi etrafındaki bir şekildir.

Çünkü şekil  $C_1$  üçgenimsi dizi içerisinde en yakın komşular arasında dikey ayırıcılar tarafından tanımlanır, simetri  $B'$  in z-yönünde olmasını ve şeklin her iki tarafa da eşit şekilde dağıtılmasını gerektirir. Birçok manyetik tanecik şeklin merkezinde birleştiği için, en büyük akış oradadır ve dolayısıyla  $B_z(x,y)$   $C_1$  boyunca minimumdadır. Sonuç olarak,

$$\frac{\partial}{\partial x} B_z(x_c, y_c) = \frac{\partial}{\partial y} B_z(x_c, y_c) = 0 \quad (3.5)$$

Bununda ötesinde metot I,  $\nabla \times B = \mu_0 J_s$  altında ve bu ilişkiyi denklem (3.5)' le birleştirdiğinizde  $C_1$  boyunca

$$\vec{J}_s = \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} = 0 \quad (3.6)$$

sağlar. Bu yüzden denklem (3.4)' ün akımsal kuantizasyon durumu

$$\Phi_0 = \int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (3.7)$$

olur.  $S_1$  yüzeyi desenlerden bir tanesinin bölgesidir. Dolayısıyla doğrudan birleşme

$$\langle B \rangle = n_v \Phi_0 \quad (3.8)$$

olgusunu denklem (3.2) tarafından  $\Phi_v = \Phi_0$  la verildiği gibi yeniden kazanır.

Şimdide akış desenlerinden bir tanesinde daire merkezli olan ikinci şekil  $C_2$  için akışkanlık kuantizasyon durumunu düşünelim

$$\Phi_0 = \oint_{C_2} \mu_0 \lambda^2 J_s \cdot dI + \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (3.9)$$

$C_2$  dairesel şeklin yarıçapının sıfıra yaklaştığı limitte akış yoğunluğunun üzerindeki integral önemsiz olmaya başlar ve akışkanlık kuantizasyon durumu yaklaşık olarak

$$\Phi_0 = \lim_{r \rightarrow 0} \oint_{C_2} \mu_0 \lambda^2 J_s \cdot dI \quad (3.10)$$

olur. Şekil 3.1' de gösterildiği gibi değişmez  $B'$  nin çizgileri daireseldir ve desenin merkezine yaklaştıkça yoğunluk artar. Bu yüzden Ampere' nin yasasından  $J_s$ ' nin  $C_2$  boyunca devamlı olmasını bekleriz. Ondan sonra denklem (3.10)

$$\lim_{r \rightarrow 0} J_s = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda^2} \frac{1}{r} i_\phi \quad (3.11)$$

anlamına gelir. Çünkü akım yoğunluğu yönetime sahiptir ve ortaya yakın olan yarı çapa ters orantılıdır. Ayrıca akım yoğunluğu bir sıvı içindeki anaför için hız biçimi gibi işlevsel bir şekle sahiptir. Denklem (3.11) akım yoğunluğunun anaforun merkezine yaklaştıkça sıçramaksızın yükseleceğini ima eder. Böyle büyük bir akım kesinlikle fiziksel değildir çünkü sınırsız bir enerji miktarı gerektirir. Biz bu meselenin üstesinden anaforun merkezini normal bir bölge olan orta bir bölge gibi alarak gelebiliriz. Bu yüzden bu süper akımlar özün normal bölgesinde değil süper iletken bölgesinin ortasının etrafında akar. Eğer orta bir  $\xi$  yarıçapına sahip olsaydı o zaman akım yoğunluğu bağlayıcı bir açıklama olurdu.

$$J_s^{\max} = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda^2} \frac{1}{\xi} i_\phi \quad (3.12)$$

Normal bölgenin  $\xi$  yarıçapını tahmin etmek için ortaya yaklaştıkça her bir Cooper çiftinin  $\delta\mathcal{E}$  enerjisindeki artışı buluruz. Başka bir deyişle  $\xi'$  yi bulmak için Makroskopik Kuantum Modelinin (MQM) ötesine gitmeliyiz ve süper iletkenliğin mikroskobik doğası hakkında bazı bilgileri hatıra getirmeliyiz.  $\delta\mathcal{E}$  Cooper çiftinin bağlayıcı enerji sırası üzerinde olduğunda (aralık enerjisi  $2\Delta$ ) çiftler birbirinden ayrılır ve bölge ondan sonra normal olur. Enerjideki artış Cooper çiftlerinin kinetik enerjisinin artmasından meydana gelir. Bunu görmek için  $V_s$ ' nin Cooper çiftlerinin hızı olduğu yerde

$$J_s = n^* q^* v_s \quad (3.13)$$

olduğunu hatırlamak gerekir. Bu yüzden denklem (3.12)' deki maksimum akım yoğunluğu bir maksimum hızın koşulları içerisinde yazılabilir:

$$v_s^{\max} = \frac{\hbar}{m^*} \frac{1}{\xi} i_\phi \quad (3.14)$$

Yukarıda da ifade edildiği gibi Cooper çiftindeki enerji artışı onun hızındaki artış tarafından meydana gelmektedir. Eğer ortada akan bir akım yoksa elektronların hepsi Fermi hızı diye bilinen bazı birikim hızlarıyla hareket ederler. Bütün elektronların bireysel taşıyıcı miktarı hızları sıfırdır. Buna rağmen her bir elektron için ortalama sürat büyüklüğü, ( $v_F$ ) sıfır değildir (aslında bir metaldeki  $v_F$  büyüktür ve ışığın onda biri kadardır). Bu yüzden akan hiçbir akım olmadığında bir Cooper çiftinin ortalama kinetik enerjisi hızın kartezyen bileşenlerinin koşulları içerisinde

$$\mathcal{E}_{kin}^0 = \frac{1}{2} m^* v_F^2 = \frac{1}{2} m^* (v_{F,x}^2 + v_{F,y}^2 + v_{F,z}^2) \quad (3.15)$$

olarak yazılabilir.

Şimdi akım akışına bağlı olarak artan hızı düşünürsek, açık söylemek gerekirse Cooper' in çiftinin  $\phi=0$  üzerinde ve ortanın kenarında yerleştiğini farz edebiliriz, bu nedenle onun ek hızı akıma bağlı olarak y-yönünde oluşmaktadır. Bu yüzden Cooper' in çifti için kinetik enerji boşluktaki noktada

$$\mathcal{E}_{kin}^1 = \frac{1}{2} m^* [v_{F,x}^2 + (v_{F,y} + v_{s,\phi}^{\max})^2 + v_{F,z}^2] \quad (3.16)$$

eşitliğiyle verilir. Ortadaki enerjideki farklılık sadece bu kinetik enerjilerdeki farklılıktır.

$$\delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_{kin}^1 - \mathcal{E}_{kin}^0 \quad (3.17)$$

Akım tarafından meydana gelen ek hız Fermi hızından oldukça azdır ve bununla ilgili enerji değişimini

$$\delta\mathcal{E} \approx m^* v_{F,y} v_{s,\phi}^{\max} \quad (3.18)$$

şeklinde yazabiliriz. Elektronların üç boyutta sahip olduğu ortalama Fermi hızının karesini bileşenlerine bağlı olarak aşağıdaki gibi elde edebiliriz.

$$v_F^2 = \langle v_{F,x}^2 \rangle + \langle v_{F,y}^2 \rangle + \langle v_{F,z}^2 \rangle \quad (3.19)$$

Bunun ötesinde, ortalama hızın tek boyuttaki bileşeni için

$$\langle v_{F,y}^2 \rangle = \frac{1}{3} v_F^2 \quad (3.20)$$

olarak alabiliriz. Bu ortalama ifadeyi denklem (3.14)' de yerine koyarsak (3.18)

$$\delta\mathcal{E} \approx \frac{\hbar v_F}{\sqrt{3}\xi} \quad (3.21)$$

olarak elde edilir.  $\delta\mathcal{E} \approx 2\Delta$ ,  $\xi$  ortasının yarıçapında olduğu için

$$\xi \approx \frac{\hbar v_F}{2\sqrt{3}\Delta} \quad (3.22)$$

buluruz. 0 K sıcaklıkta aralık enerjisi  $2\Delta_0$ ' dır ve dolayısıyla  $\xi_0$  olarak işaret edilen benzer orta yarıçapı

$$\xi_0 \approx \frac{\hbar v_F}{2\sqrt{3}\Delta_0} \quad (3.23)$$

tarafından verilir. Merkez yarıçapı tahminimiz  $\xi_0$ ' un BCS eş uyum uzunluğu olarak

$$\xi_0 = \frac{\hbar v_F}{\pi\Delta_0} \quad (3.24)$$

terimi bulunur ve bu terim BCS teorisinden elde edilen sonuçla karşılaştırılabilir.

$T_c$ ' in yakınında BCS enerji aralığının  $\sqrt{1-(T/T_c)}$  terimi ile sifıra doğru gittiği gösterilebilir. Bu yüzden  $\xi(0)$ ' un  $T_c$ ' ye yakın aralıkta

$$\lim_{T \rightarrow T_c} \xi(T) = \frac{\xi(0)}{\sqrt{1-(T/T_c)}} \quad (3.25)$$

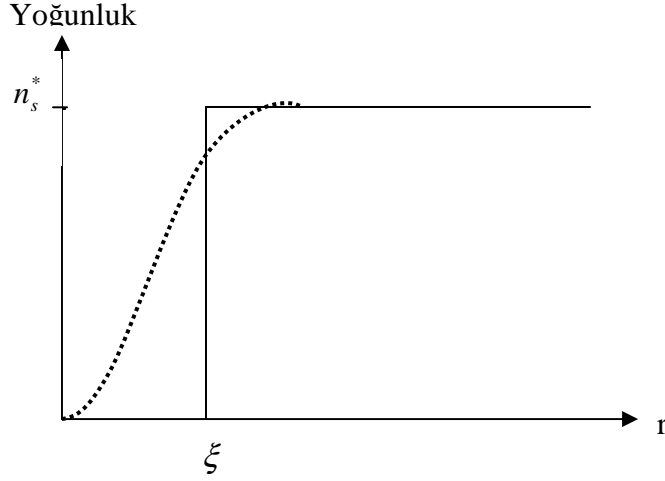
olur. Çünkü  $\xi$ ' un bağımlı sıcaklığı  $T_c$ ' den daha alçak sıcaklıklara düşebilir. Yinede eş uyum uzunluğu nüfuz derinliğinin  $\lambda(T)$  yaptığı gibi  $T_c$ ' in yakınında aynı tarzda farklılık gösterdiğini görürüz. Eş uyum uzunluğunu Cooper çiftlerinin enerjideki artışı, aralık enerjisini geçtiğinde ayrılmasını tartışarak bulabiliriz. Bu yüzden maksimum akım yoğunluğu,  $J_M$

$$J_M \approx \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda^2\xi} \quad (3.26)$$

olur. Bu açıklama sadece tahminidir ve anafor merkezi modelimize dayanır. Anafor Ginzburg-Landau teorisi tarafından daha detaylı bir şekilde modellenildiğinde ayrılma akımı

$$J_M = \frac{\Phi_0}{3\sqrt{3}\pi\mu_0\lambda^2\xi} \quad (3.27)$$

tarafından verilir.  $J > J_M$  için madde normale döner. Deneysel sonuçlar manyetik akışın, anaforların düzenli üçgenimsi bir sırayla  $H_{c1}$ ' in yukarısındaki alanlar için II. tip süper iletkene geçtiğini gösterir. Her bir anafor kendisiyle ilgili olan bir tek akış miktarına sahiptir. Anaforun akım yoğunluğu anafor merkezinin artan kinetik enerjinin Cooper' in çiftlerini birleştirmeyene kadar yaklaştığında artar. Anafor bu yüzden  $\xi$  yarıçapının normal merkezine, eş uyum uzunluğuna sahipmiş gibi modellenir. Şekil 3.2 tek bir anafor için süper elektron yoğunluğunun modelini gösterir.



Şekil 3.2. Bir tek anafordaki süper elektron yoğunluğu. Aralıksız çizgi anaforun modelini normal merkez olarak gösterirken noktalı çizgi Ginzburg-Landau teorisine dayanan daha fazla tanımlamayı gösterir.

Gerçek durumda, normal merkez ve süper iletkenlik bölge arasındaki geçiş şekilde gösterildiği gibi kademe kademedir (James ve ark., 1969).  $n^*(r)$ ' in pozisyona dayalı olduğu bu kademeli geçişi tarif etmek için dalga fonksiyonunun  $\Psi(r)$  büyüklüğünün boşlukta değişebileceği ihtimalini içermesi açısından MQM' i genellemeliyiz. Bu ihtimal daha genel olan Ginzburg-Landau süper iletkenlik teorisi ile hesaplanabilir. Şimdilik fizik üzerine yoğunlaşmamızı sağlayan daha basit modelimizi kullanacağız. Yinede şunu fark etmeliyiz ki, merkezin yapısının detaylarına dayanan her hangi bir hesaplamanın daha doğru olan Ginzburg-Landau teorisi kullanılarak sergilenenlerden birazcık değişiklik göstermesidir. Bizim yaklaşımımızı mantıklı kılan birçok II. tip süper iletkenin  $\xi \ll \lambda'$  a sahip olduğu gerçeği olgusudur. Bu nedenle merkez tipik olarak anaforun toplam hacminin çok az bir fonksiyonunu kaplar. Ginzburg-Landau teorisinde iki büyüklüğün oranı

$$\kappa \equiv \frac{\lambda}{\xi} \quad (3.28)$$

olarak tanımlanır ve Ginzburg-Landau kappa diye bilinir. Süper iletkenler  $\xi \ll \lambda$  ile yüksek  $\kappa$  maddeler olarak adlandırılır. Akımın kendini bir II. tip süper iletkende nasıl dağıttığını gösteren modelimizde akı yoğunluğunun tam fiziksel bağımlılığını ve anaforla ilgili olan akımları göreceğiz.

### 3.4 Şekli Değiştirilmiş İkinci London Denklemi

Anafora bağlı olarak elektromanyetik alanları, akımları ve enerjiyi bulmak için izlenebilir yeni bir metot geliştirmeyi arzuluyoruz. Sonsuz, izotropik bir süper iletkende basit bir anafor hakkında manyetik akı yoğunluğunu ve akımı bulmakla başlıyoruz. Şekil 3.2' de gösterildiği gibi anafor modeli  $\xi$  yarıçaplı normal silindir biçimli bir merkeze sahiptir. Merkezin dışındaki süper iletken bölgesinde bölgesel akımlar ve alanlar ikinci London denklemi tarafından

$$\nabla \times (\Lambda J_s) + B = 0 \quad (3.29)$$

olarak tanımlanır. Doğal olarak merkezin içinde ( $r < \xi$ ) normal bir (omik) madde için oluşumcu ilişki beller. Bilindiği gibi normal merkezin dışında manyetik akı yoğunluğu Helmholtz denklemine göre

$$\nabla^2 B(r) - \frac{1}{\lambda^2} B(r) = 0 \quad r \geq \xi \quad (3.30)$$

olur. Z-ekseni boyunca merkezleştirilmiş anaforun yapısının silindir biçimindeki simetrisinden dolayı  $r$ ' in silindir biçimindeki koordinatlarda yarıçap vektörü olduğu yerde  $B = B_z(r) i_z$  olmasını bekliyoruz. Sonuç olarak denklem (3.30) Helmholtz denklemine dönüşür.

$$\nabla^2 B_z - \frac{1}{\lambda^2} B_z = 0 \quad r \geq \xi \quad (3.31)$$

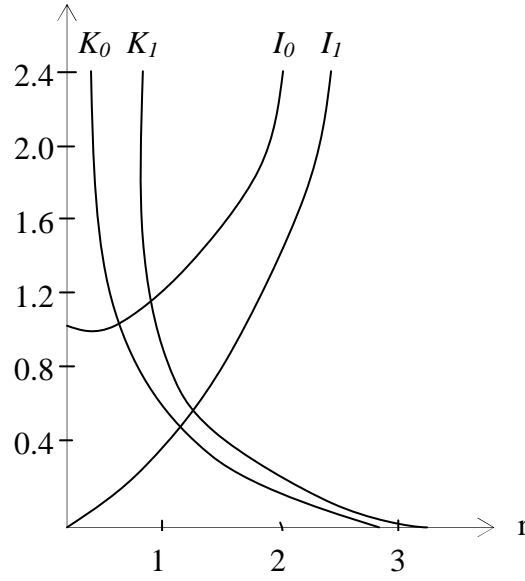
Denklem (3.31)' e çözüm,  $r$  ve  $\phi$ ' in farklı fonksiyonları içine değişebilen değişim teknikleri boyunca bulunur ve ileri gelen genel çözüm

$$B(r, \phi) = \sum_{m=0}^{\infty} K_m \left( \frac{r}{\lambda} \right) (C_m \cos m\phi + C'_m \sin m\phi) + \sum_{m=0}^{\infty} I_m \left( \frac{r}{\lambda} \right) (D_m \cos m\phi + D'_m \sin m\phi) \quad (3.32)$$

olur. Burada  $C_m$ ,  $C'_m$ ,  $D_m$  ve  $D'_m$  devamlıdır,  $I_m$  ve  $K_m$  sırasıyla birinci ve ikinci tür düzenin değiştirilmiş Bessel fonksiyonlarıdır. Şekil 3.3  $m=0$  ve  $m=1$  için değiştirilmiş Bessel fonksiyonlarını gösterir.

Tek anaför problemi için  $B_z$   $\Phi$  açısından bağımsızdır. Bu nedenle sadece  $m=0$ ' lı çözümlere ihtiyaç vardır bundan dolayı  $r \geq \xi$  için

$$B_z(r) = C_0 K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) + D_0 I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \quad (3.33)$$



Şekil 3.3. I. türün  $I_0(r)$  ve  $I_1(r)$  Bessel fonksiyonları ve II. türün  $K_0(r)$  ve  $K_1(r)$  değiştirilmiş Bessel işlevleri.

Sınır durumlar  $C_0$  ve  $D_0$ ' in değerlerini bulmak için düşünülmelidir. Çünkü süper iletkenler normal merkez hariç diğer bütün boşlukları doldururlar.  $B_z$ ' in  $r \rightarrow \infty$  olarak ortadan kaybolmasını bekleriz. Şekil 3.3' de gösterildiği gibi  $I_0$  geniş yarıçapta ( $r$ ) de bölünür ve bu yüzden  $D_0$  sıfıra konulur. Diğer uç durum merkezin yarıçapında meydana gelir. Helmholtz denkleminde biliyoruz ki alanlar ve bu nedenle akımlar  $\lambda$ ' in uzunluk boyutunda değişir. Bunun sonucu olarak akım yoğunluğu her yerde sınırlı olmalıdır (hiç yüzey akımları yok) ve dolayısıyla  $B_z$ ' in teğetsel kısmı  $r = \xi$ ' de sürekli olmalıdır. Bunun yanı sıra, merkez normal olduğu için  $B_z$   $r < \xi$  için değişmezdir. Bu yüzden akış yoğunluğu

$$B_z(r) = \begin{cases} C_0 K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) & r \geq \xi \\ C_0 K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) & r < \xi \end{cases} \quad (3.34)$$

$C_0$  katsayısı akışkanlık kuantizasyon durumunu uygulayarak belirlenebilir, yani

$$\Phi_{tot} = \oint_C (\Lambda J_s) \cdot dI + \int_s B \cdot ds = \Phi_0 \quad (3.35)$$

(bir akı demetinin bir tek akı kuantumu içerdiğini hatırlayalım). Birleşme şeklinin x-y düzleminde  $R_C$  yarıçapının bir halkası olmasına izin verelim. Çünkü  $B_z$ ,  $r \gg \lambda$  için sıfıra üstel olarak dağılır, ayrıca birleştirilmiş akım yoğunluğu aynı tarzda dağılacaktır. Sonuç olarak eğer şekil  $R_C \rightarrow \chi$  şeklinde yapılırsa denklem (3.35)' deki çizgi integrali sıfıra yaklaşır. Akı kuantizasyon durumuna tek katkı yüzeyin seçilen şekle tekabül ettiği bütün x-y düzleminde olan yüzey integralinden gelir. Denklem (3.4)' den bu yüzden

$$\Phi_0 = \int_0^\xi C_0 K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) 2\pi r dr + \int_\xi^\chi C_0 K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) 2\pi r dr \quad (3.36)$$

bulunur. Bu nedenle direk integrasyon devamlı katsayıyı

$$C_0 = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left[ \frac{1}{2} \frac{\xi}{\lambda^2} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) + \frac{\xi}{\lambda} K_1\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) \right]^{-1} \quad (3.37)$$

olarak verir.

Denklem (3.37) ve denklem (3.34)' ü birleştirmek akış dağılımını, sınırsız bir iletken aracında bir tek manyetik akı desenine bağlı olarak tamamen özelleştirir. Buna rağmen akı dağılımının yukarıdaki özelliği  $C_0$ ' ın kullanışsız yapısına bağlı olarak zordur. Yüksek  $\kappa$  maddeleri olan ( $\kappa = \lambda/\xi \gg 1$ ) birçok kullanışlı II. tip maddeler için oldukça basitleştirme mümkündür. Örneğin  $\text{Nb}_3\text{Sn}$ ,  $\kappa \approx 25$ ' e sahiptir ve yüksek sıcaklıklı süper iletkenler tipik olarak  $\kappa > 50$ ' ye sahiptirler.

$C_0$ ' in  $\kappa \gg 1$  için denklem (3.37)' in parantezlerinin içindeki ilk terimi ihmal edebiliriz. Çünkü

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 K_0(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln x = 0 \quad (3.38)$$

yaklaşımı kullanıldığında değiştirilmiş Bessel işlevlerinin sınırlayıcı değerleri görülebilir. Bunun ötesinde bu terim denklem (3.36)' dan da fark edilebileceği gibi akıya bağlı olarak girdap merkezinin içindedir. Diğer bir deyişle, merkezdeki akının yüksek  $\kappa$  sınırında az miktarda olduğunu görürüz. Parantezlerin içindeki ikinci terim bire yaklaşır çünkü

$$\lim_{x \rightarrow 0} x K_1(x) = 1 \quad (3.39)$$

dir. Bu yüzden  $\kappa \gg 1$  için

$$B(r) = \begin{cases} \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) i_z & r \geq \xi \\ \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) i_z & r < \xi \end{cases} \quad (3.40)$$

Bu akı yoğunluğuyla ilgili olan akım yoğunluğu şimdi Ampere' in yasasından bulunabilir.

$$J_s(r) = \begin{cases} \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda^3} K_1\left(\frac{r}{\lambda}\right) i_\phi & r \geq \xi \\ 0 & r < \xi \end{cases} \quad (3.41)$$

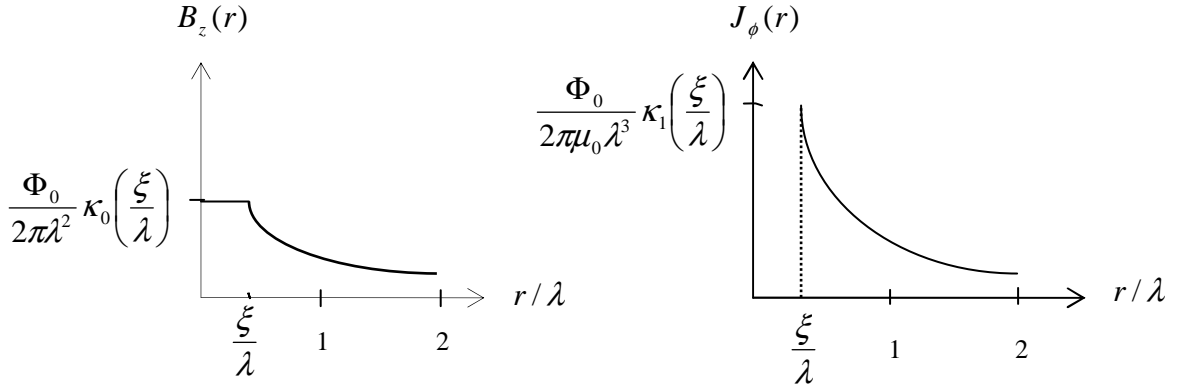
Şekil 3.4 hem akış hem de akım yoğunluklarının girdap merkezinden uzakta nasıl üstsel olarak dağıldığını gösterir. Merkeze yakın olmasına rağmen süper iletkendeki manyetik akı yoğunluğu

$$\lim_{\xi \leq r \ll \lambda} B = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{r} i_z \quad (3.42)$$

olarak ve akım yoğunluğu

$$\lim_{\xi \leq r < \lambda} J_s = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda^2} \frac{1}{r} i_\phi \quad (3.43)$$

olarak yükselir. Merkeze yakın akım yoğunluğu için yapılan açıklamanın floksoid kuantizasyonun sonuçlarını değerlendirerek elde edilen denklem (3.11) ile aynı olduğuna dikkat etmek gerekir. Bu kısmın uyarı notu için sadece yüksek  $\kappa$ ' a sahip, II. tip iletkenleri düşünüyoruz. Buna ek olarak biz sadece bir girdapla değil aynı zamanda onların dizileriyle ilgileniyoruz. Böyle diziler için alanları ve akım yoğunluklarını bulmak ve her hesaplamamızın sonunda  $\lambda \gg \xi$ ' in limitini almak kullanışsız olur. Bunun yerine alanları ve akımları bu limitte doğrudan bulacağımız bir metot geliştirebiliriz.



Şekil 3.4. Anaför merkezinden iki boyutlu yarıçap vektörü olan  $r$ ' in bir tek girdap için akım yoğunluğu ve manyetik akı yoğunluğu.

Tekrar sınırsız bir iletkendeki tek bir anaför problemini inceleyerek başlıyoruz. Bu sefer anaför merkezi z-ekseni boyunca bir tekilliğe çekiliyor. Bu nedenle II. London denklemi z-ekseni boyunca var olan tekillik dışındaki bütün aralıklar için yerine getirilir. Floksoid korumayı garantilemek için  $V(r)$ ' ye kaynak olarak bir işlev ekleyerek II. London denklemini değiştirmeye uğraşıyoruz. Bu nedenle  $i_z$  haricinde kaybolan bütün  $V(r)$  boşluğu için geçerli olan

$$\nabla \times (\Lambda J_s) + B = V(r) \quad (3.44)$$

eşitliği  $i_z$  boyunca olan doğrultu hariç,  $V(r)$ ' in yok olduğu tüm uzayda geçerlidir. Bu eşitlik aynı zamanda değiştirilmiş II. London denklemi olarak bilinir. Bunun ötesinde  $V(r)$ ' in akı yoğunluğuyla aynı doğrultuda olmasını şart koşuyoruz, bu yüzden bu açık durumda

$$V(r) = V(r)i_z \quad (3.45)$$

dir. Floksoid kuantizasyon durumunun beklentisinde denklem (3.44) şimdi integral biçime dönüşür.

$$\oint_C (\Lambda J_s) \cdot dI + \int_S B \cdot ds = \int_S V(r) ds \quad (3.46)$$

Şimdide bu açıklamayı daha önce tartışıldığı gibi aynı dairesel şekil üzerine entegre edelim ( $R_C \rightarrow \infty$  ' li denklem 3.35). Bu nedenle S yüzeyinin normali  $i_z$  ' dir. Denklem (3.46)' ı floksoid kuantizasyon durumuyla karşılaştırarak (denklem 3.35)  $V(r)$ ' in  $r = 0$  hariç her yerde sıfır olmasına rağmen, onun o nokta üzerindeki integralinin sabit  $\Phi_0$  olması gerektiğini görürüz. Bu özelliğe sahip tek fonksiyon iki boyutlu itici güç yada delta fonksiyonu yani  $\delta_2(r)$  ' dir. Bu nedenle

$$V(r) = \Phi_0 \delta_2(r) i_z \quad (3.47)$$

olarak yazılabilir. Çünkü V anaforu temsil eden güç ölçüsüdür, anaforkluk diye adlandırılır. Sonuç olarak değiştirilmiş II. London denklemi izotropik, yüksek  $\kappa$  süper iletkeninde z- ekseninde bir anafor için

$$\nabla \times (\Lambda J_s) + B = \Phi_0 \delta_2(r) i_z \quad (3.48)$$

dir. Daha genel olarak z-ekseninde paralel merkezleri olan ve iki yönlü  $r_p$  pozisyonlarına yerleşmiş olan anaforklar için anaforkluk kolayca

$$V(r) = \sum_p \Phi_0 \delta_2(r - r_p) i_z \quad (3.49)$$

a genellenebilir.

**Örnek 3.4.1:** Değiştirilmiş II. London denklemini nasıl kullandığımıza örnek olarak, tek anafor problemimizin çözümünü tamamlarız. İztropik bir süper iletken için denklem (3.48) şimdi

$$\nabla^2 B_z - \frac{1}{\lambda^2} B_z = -\frac{\Phi_0}{\lambda^2} \delta_2(r) \quad (3.50)$$

olur. Bu farklılık gösteren denklem kendi özel çözümüne  $B_z^p$  'ye sahiptir.

$$B_z^p = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \quad (3.51)$$

Bu çözümün sadece orijinal değişkenlik denklemini değil aynı zamanda akı yoğunluğunun merkezden uzakta yok olduğu sınır durumunu da yerine getirdiğine dikkat etmek gerekir. Bunun yanı sıra bu çözümler  $r \geq \xi$  bölgesindeki sınırlı miktardaki anafor merkezine uyar (denklem 3.40 ve 3.41 ile karşılaştırılabilir). Buna rağmen  $r < \xi$  için çözüm değişir ve aslında denklem (3.51) ve (3.52)  $r \rightarrow 0$  diye ayrılır. Bu ayrılık merkez yarıçapının fiziksel olmayan küçülmesinin sonucudur. Sonuç olarak değiştirilmiş II. London denkleminin çözümünün fiziksel olarak uyduğunu saptamak için çözümün  $r \geq \xi$  bölgesine olan geçerliliğini kısıtlarız.  $r \leq \xi$  bölgesi içinde, akı yoğunluğunu  $r = \xi$ ' deki değeri tarafından tanımlandığı gibi sürekli olduğunu yorumlayacağız. Bu yolla bizim çözümlerimiz denklem (3.40) ve (3.41)' de bütün "r" ler için verilen çözümlerle aynıdır.

**Örnek 3.4.2:** Şimdide değiştirilmiş II. London denkleminin çözümünü denklem (3.49) tarafından tanımlanan bir anaforlar dizisi için düşünelim. Bütün aralığı dolduran bir izotropik süper iletken için, denklem (3.44)

$$\nabla^2 B_z - \frac{1}{\lambda^2} B_z = -\sum_p \frac{\Phi_0}{\lambda^2} \delta_2(r - r_p) \quad (3.53)$$

e neden olur. Denklem (3.53) çizgisel olduğu için, çözüm her bir sıra alanında merkezleştirilmiş bir tek anafor  $B_z^p$  için özel çözümün sadece süper durumudur; yani,

$$B_z(r) = \sum_p \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0 \left( \frac{|r-r_p|}{\lambda} \right) \quad (3.54)$$

**Örnek 3.4.3:** Gelişigüzel sınır durumlarına uyması için, bütün yarıçaplar ( $r$ ) için Helmholtz (denklem 3.31) denklemini sağlayan  $B_z^h$  homojen çözüm özel çözüme eklenmelidir.  $z'$  den bağımsız problemler için genel homojen çözüm denklem (3.32) tarafından verilmiştir. Böyle bir çözüme nerede ihtiyaç olduğuna örnek olarak şekil 3.5' de gösterilen izotropik, yüksek  $\kappa$  süper iletken den yapılan sınırlı yarıçap  $R$  olan silindiri düşünelim. Sürekli bir manyetik alan,  $H_{a0}=H_0i_z$  uygulandığında bir tek anaför silindirin ekseninde oluşmaktadır (Bu anaförün uygulamalı manyetik alanın bir sonucu değil oraya yapı tarafından yerleştirildiğine dikkat etmek gerekir).

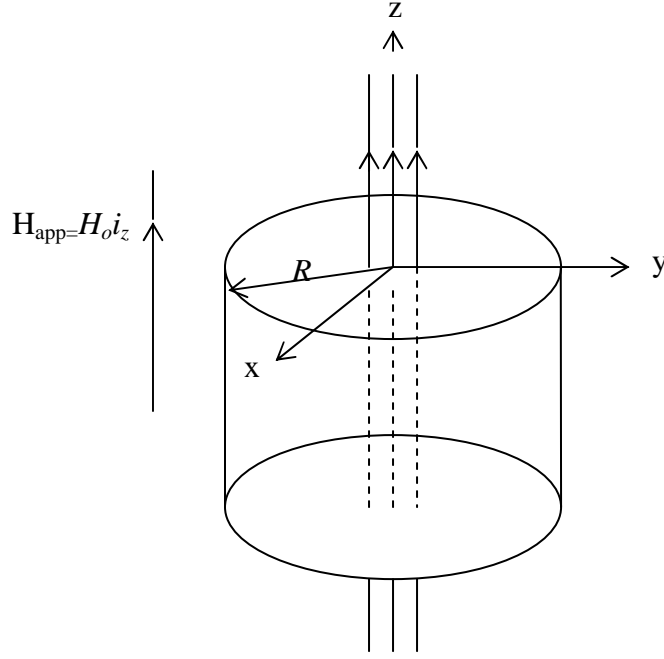
Süper elektronların oluşturduğu akı yoğunluğunu ve akımı bulmayı umuyoruz.  $\lambda \gg \xi$  olduğu için değiştirilmiş II. London denklemini kullanabiliriz. Bu yüzden denklem (3.50)' yi tekrar çözmeliyiz, yalnız bu sefer akış yoğunluğu  $B_z^p$ ' in hala denklem (3.51)' de verilen belirli çözüm olduğu ve  $B_z^h$ ' in denklem (3.32) tarafından verilen homojen çözüm olduğu yerde

$$B_z = B_z^p + B_z^h \quad (3.55)$$

tir. Döngüsel simetriden biliyoruz ki;  $B_z$   $\phi$ ' den bağımsızdır ve sadece  $m=0$ ' lı olan değiştirilmiş Bessel fonksiyonlarının  $B_z^h$  ile yapılandırılmaya ihtiyaçları vardır. Bu nedenle tam çözüm

$$B_z = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0 \left( \frac{r}{\lambda} \right) + C_0 K_0 \left( \frac{r}{\lambda} \right) + D_0 I_0 \left( \frac{r}{\lambda} \right) \quad (3.56)$$

olur.



Şekil 3.5.  $R \gg \lambda$  için geniş bir silindirin merkezine yerleştirilmiş bir girdap akı demeti ve silindirin eksenine boyunca uygulanan  $\mu_0 H_0$  manyetik alanı.

Homojen çözümün  $K_0$  bölümü  $C_0$ 'ye orantılı bir anaforkluk ile  $z$ -ekseni boyunca başka bir anafor anlamına gelir. Buna rağmen tek anafor belirli çözüm tarafından tanımlanır. Bu yüzden  $C_0 = 0$ 'dir. Diğer sınır durumu silindirin yarıçapında meydana gelir. Daha önce olduğu gibi, akımlar  $\lambda$ 'in uzunluk ölçeğinde değişir ve dolayısıyla problemde hiç yüzey akımı yoktur. Bu nedenle  $B$ 'in tanjant kısmı  $r = R$ 'de süreklidir ve sınır durumunun açık şekli

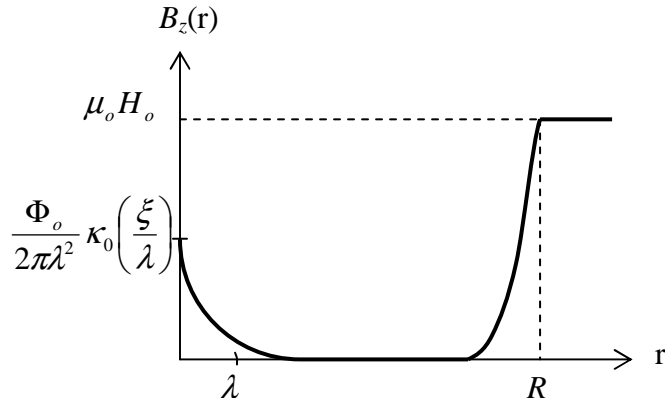
$$\mu_0 H_0 = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{R}{\lambda}\right) + D_0 I_0\left(\frac{R}{\lambda}\right) \quad (3.57)$$

dir. Bu yüzden devamlı  $D_0$  saptanır ve  $r \leq R$  için tam manyetik akı yoğunluğu

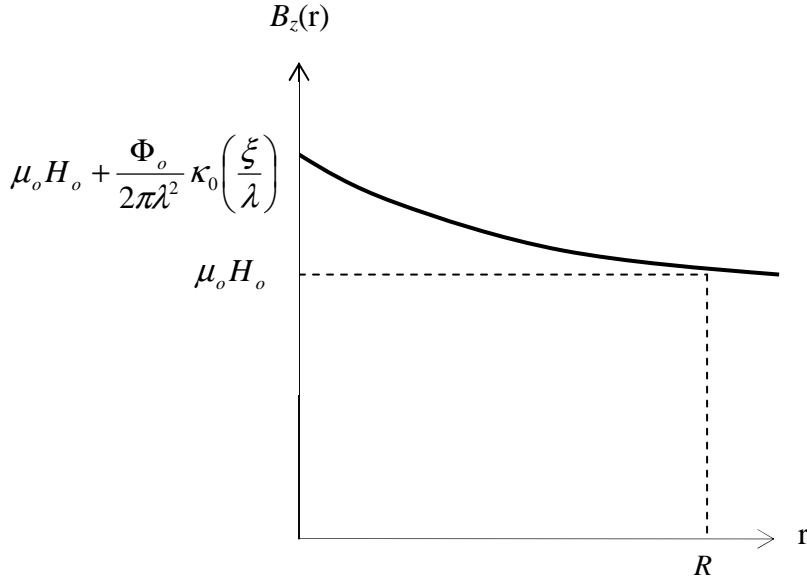
$$B_z(r) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left[ K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) - \frac{K_0\left(\frac{R}{\lambda}\right)}{I_0\left(\frac{R}{\lambda}\right)} I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \right] + \frac{\mu_0 H_0}{I_0\left(\frac{R}{\lambda}\right)} I_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \quad (3.58)$$

dir.

Şekil 3.6  $R \gg \lambda$  olduğu yerde geniş bir silindirin bir geçiş bölümü için  $B_z(r)$ ' yi göz önüne serer. Bir silindirin merkezinin yakınında  $B_z(r)$ , bir sınırsız süper iletkenlik aracında bir tek anafurun çözümü için olan denklem (3.51)' de yaklaşık olarak verilir. Bu yüzden  $B_z(r)$  orijinin yanında logaritmik olarak yükselir ve tekrar  $r \geq \xi$ ' ye kısıtlanmalıdır. Birkaç içe işleme derinliklerinin altında radyal bileşen için  $B_z(r)$  silindirin yüzeyi yaklaştırılana kadar üstsel olarak dağılır. Burada  $B_z$  sınırda uygulamalı alanla devam etmek için artmalıdır.



Şekil 3.6.  $R \gg \lambda$  olduğu yerde büyük bir silindirin merkezindeki bir tek anafur için manyetik akı yoğunluğu. Bir manyetik alan,  $H_0$  silindirin eksenı boyunca uygulanmaktadır.

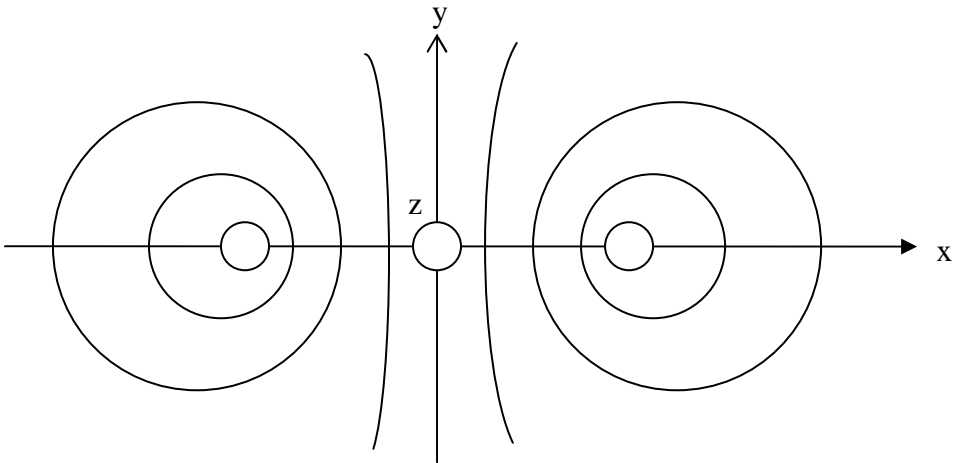


Şekil 3.7.  $R \ll \lambda$  durumunda küçük bir silindirin merkezindeki bir tek anafurun manyetik akı yoğunluğu. Bir manyetik alan olan  $H_0$  aynı zamanda silindirin eksenı boyunca uzanır.

Küçük bir silindir şeklindeki ( $R \ll \lambda$ ) için manyetik akı şekli şekil 3.7’ de görüldüğü gibidir. Yine  $B_z(r)$  orijinin yakınında logaritmik olarak yükselir ve yine  $r \geq \xi$ ’ ye kısıtlanmalıdır. Buna rağmen  $R \leq \lambda$  olduğundan anafordan gelen akı yoğunluğu belirli çözümün üstsel olarak dağıldığı yer olan sisteme ulaşamaz ve bu yüzden denklem (3.42)’ de yaklaşık olarak verilir. Aynı şekilde silindirin küçük yarıçapları dış alanın tamamen silindirin içine işlemesine imkân verir. Bu yüzden toplam alan, şekilde de gösterildiği gibi, bu iki katkının toplam miktarıdır. Anafurun merkezindeki alan uygulamalı alandan büyüktür. Bunun ötesinde bu akı dağılımı silindirdeki akım yoğunluğunun akı yoğunluğu yüzünden anafordan olduğunu ima eder. Bu nedenle akım yoğunluğu denklem (3.43) tarafından verilir ve  $1/r$  ile azalır.

**Örnek 3.4.4:** Şimdiye kadar anaforların manyetik akı yoğunluğuna sahip oldukları durumların hepsinin aynı doğrultuda olduklarını düşündük. Şimdi farklı yönlerde bireysel olarak bir manyetik akı yoğunluğu üreten iki tane anafurun durumunu inceliyoruz. Her iki anafurun merkezlerini  $z$ -eksenine paralel hale getirelim ve  $x$ -ekseni boyunca merkezileştirelim. Bir anafor pozitif  $z$ -doğrultusunda akı yoğunluğu üretir ve  $x=a$  noktasındadır, diğer anafor ise negatif  $z$ -doğrultusunda akı yoğunluğu üretir ve şekil 3.8’ de gösterildiği gibi  $x = -a$  noktasındadır.

$$V(r) = \Phi_0 \delta(x-a) \delta(y) i_z - \Phi_0 \delta(x+a) \delta(y) i_z \quad (3.59)$$



Şekil 3.8. İki tane anafor  $z$ -eksenine paralel ve sınırsız bir süper iletken  $\pm a$ ’ da  $x$ -ekseni boyunca yerleşmiş.  $x=a$  da ki anafor pozitif bir anaforluğa sahiptir ve  $x=-a$  da ki negatife sahiptir. Devamlı  $B_z(x,y)$ ’ in şekilleri gösterilir.

Toplam manyetik alan iki anafordan her biri için olan belli çözümün sadece toplamıdır.

$$B_z(x, y) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left[ K_0 \left( \frac{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}{\lambda} \right) - K_0 \left( \frac{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}}{\lambda} \right) \right] \quad (3.60)$$

Akı yoğunluğunun  $x=0$  tarafından tanımlanan  $y$ - $z$  düzlemi boyunca yok olduğuna dikkat edin. Antisimetri nedeniyle, her bir anafordan olan alanların o düzlem boyunca iptal edilmesinden ötürü bu sonuç bekleniyordu. Buna rağmen akım yoğunluğu bu düzlemde yok olmaz, bunun yerine tamamen  $y$ -düzlemine yönelir.

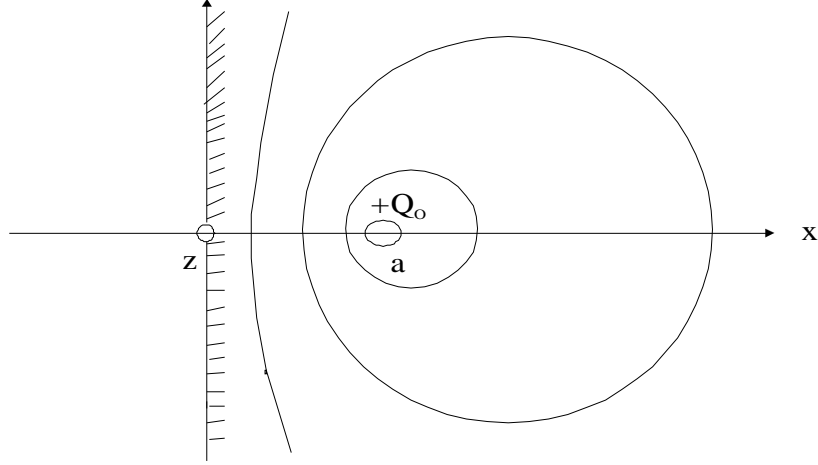
**Örnek 3.4.5:** Son bir örnek olarak sınıra yakın bir anaforun durumunu düşünelim. Şekil 3.9' da gösterilen yarı sınırsız süper iletken  $x \geq 0$  yarı alanını doldurur ve  $z$ -eksenine paralel olan bir anafor içerir ve  $x=a$  noktasında  $x$ -ekseni boyunca merkezleşir. Anaforluk

$$V(r) = \Phi_0 \delta(x-a) \delta_y i_z \quad (3.61)$$

dir. Toplam manyetik akı yoğunluğu çözümü homojen çözüm  $B_z^h$  ve anafor  $B_z^p$  için belli çözümün toplamıdır.  $z$ -ekseni boyunca yönlendirilmiş çözüm denklem (3.54) tarafından verilir ve

$$B_z^p(x, y) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0 \left( \frac{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}{\lambda} \right) \quad (3.62)$$

olur.



Şekil 3.9. Devamlı  $B_z(x,y)$  şekillerinin yarı sınırsız bir süper iletkende bir anaför için şekilleri.

Homojen bir çözümün, süper akım yoğunluğunun süper iletkenlik yok olma sınırına dikey olan sınır durumuyla uyuşması gerekir. Diğer bir deyişle akım boş alanda akamaz (Pippard, 1953). Denklem (3.32)  $B_z^h$ ' yi bulmada kullanılabilir fakat daha basit bir işlem elektromanyetik problemlerden aşına olunan izlenimlerin yöntemini kullanır. Belli çözüme benzer bir hayali çözüm ararız fakat süper iletken olmayan bölgede ararız. Bu hayali çözüm sınır durumunun sağlandığını garantilemelidir. Örnek 3.4.4' den orijinal anaförün ve negatif anaförle  $x=-a$  da bulundurulmuş başka bir anaförün sınır durumunu ve farklılık denklemini yerine getirdiğini hatırlayalım. Bu yüzden tam çözüm örnek 3.4.4' dekiyle aynıdır:

$$B_z(x, y) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left[ K_0 \left( \frac{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}{\lambda} \right) - K_0 \left( \frac{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}}{\lambda} \right) \right] \quad (3.63)$$

Bu çözüm sadece  $x \geq 0$  için geçerlidir (süper iletkenlik bölgesi). Boş alan bölgesinde ( $x < 0$ ) herhangi bir alanı üretmek için hiçbir anaför yoktur. Bunun ötesinde akı yoğunluğu sınır boyunca yok olduğundan ve boş alanda Laplace denklemini sağladığından  $x < 0$  için  $B=0$ ' dir.

Geliştirilmiş II. London denklemi akı yoğunluğunu ve bir yüksek  $\kappa$  süper iletkeni için akım yoğunluğunu bulmayı büyük ölçüde kolaylaştırır. Bu bölümü, onun aynı zamanda anaförlerle ilgili olan elektromanyetik enerjiyi bulmayı nasıl basitleştirebildiğini göstererek bitiriyoruz. Eğer anaförler normal bir durum merkezine sahip olarak modellenirler sistemin toplam elektromanyetik enerjisi  $W$  üç yerden gelecek: süper iletken bölgesinin enerjisi,  $W_s$ ; süper iletkendeki normal merkezlerin enerjisi,  $W_c$ ; ve hiçbir süper iletkenin

bulunmadığı bölgelerdeki enerji,  $W_n$ . Hiçbir süper iletkenin bulunmadığı hacmin üzerine bütünleştirerek

$$W_n = \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_n} B^2 dv \quad (3.64)$$

yi buluruz. Bütünleşmenin anaförlerin merkezlerinin üzerinde olduğu yerde

$$W_c = \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_{core}} B^2 dv \quad (3.65)$$

dir. Buna rağmen yüksek  $\kappa$  süper iletkenleri için normal merkezden enerjiye katkının  $\lambda \gg \xi$  olduğu yer az miktardadır. Bunun nedeni merkez hacminin geliştirilmiş II. London denkleminde yok olan bir şekilde yapılmasıdır. Bu bölümde  $W_c \approx 0$ ' ı işliyoruz, dolayısıyla bir MQS sistemi için

$$W_s = \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_s} [B^2 + \mu_0 J_s \cdot (\nabla J_s)] dv. \quad (3.66)$$

dir. Denklem (3.66)' nın kökeni sadece Maxwell denklemlerine ve I. London denklemine dayanır; bu nedenle değiştirilmiş II. London denklemi anaförleri tanımlamada kullanıldığında bile anaförlerin davranışı için geçerlidir.

Anaförlerin kuantizasyon floksoidi bu açıklamayı basitleştirmemize olanak sağlar. Ampere' in yasa tutarlılığının MQS şeklini kullanarak denklem (3.66)

$$W_s = \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_s} [B^2 + (\nabla \times B) \cdot (\nabla J_s)] dv. \quad (3.67)$$

olur. Aşağıdaki vektörel nicelik kullanılarak

$$D \cdot (\nabla \times C) = C \cdot (\nabla \times D) + \nabla \cdot (C \times D) \quad (3.68)$$

elde edilir ve integralde ikinci terimi değerlendirmek için kullanılabilir. Bu tanımlamadan, denklem (3.67)  $V_s'$  in etrafını çeviren  $\Sigma_s$  yüzeyinin üzerindeki integralin Gauss teoremini uygulayarak

$$W_s = \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_s} B \cdot [B + \nabla \times (\Lambda J_s)] dv + \frac{1}{2\mu_0} \oint_{\Sigma_s} [B \times (\Lambda J_s)] ds. \quad (3.69)$$

bulunur. Hacim integralindeki paranteze alınmış ifade değiştirilmiş II. London denkleminde verildiği gibi integral anaforumsu  $V'$  dir, bu nedenle

$$W_s = \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_s} B \cdot V dv + \frac{1}{2\mu_0} \oint_{\Sigma_s} [B \times (\Lambda J_s)] ds. \quad (3.70)$$

dir.

Vorteks merkezlerinin z-yönünde oldukları durumlarda alanların ve akımların z' den bağımsız oldukları geometriler için kendimizi sınırlamalıyız (Rose-Innes ve Rhoderick, 1978). Vorteks yönündeki her birimin uzunluk enerjisi  $W'$  diye ifade edilecek ve buna benzer olarak her katkı için  $W_n'$  ve  $W_s'$  kullanılacak. Bu yüzden  $L_z'$  in z-yönünde vorteks uzunluğu olduğu yerde

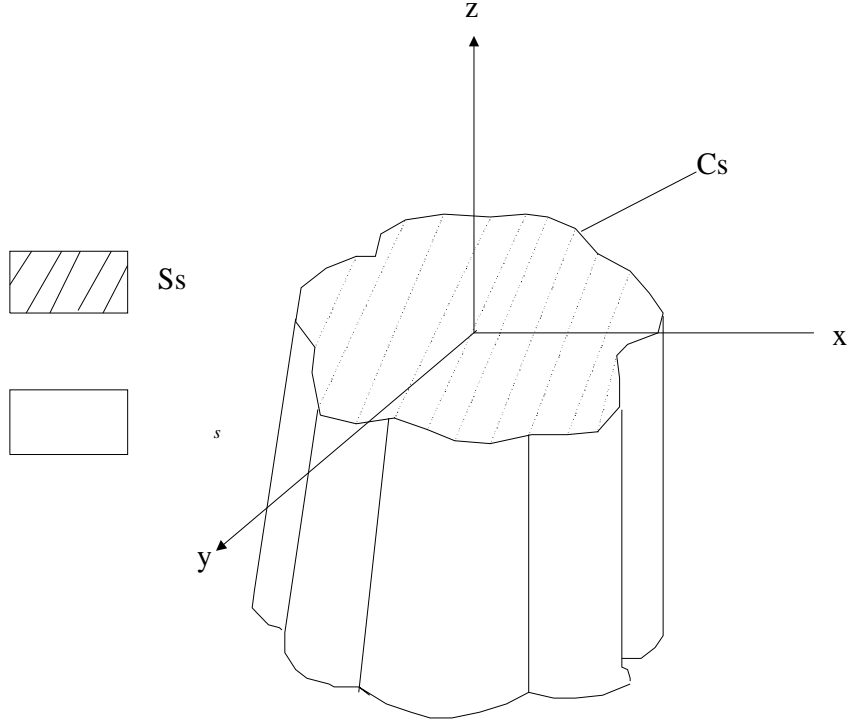
$$W = W' L_z'. \quad (3.71)$$

dir. Bu nedenle denklem (3.70)' i bütünleştirdikten sonra

$$W_s' = \frac{1}{2\mu_0} \int_{S_s} B \cdot V da + \frac{1}{2\mu_0} \oint_{C_s} [B \times (\Lambda J_s)] \cdot dn. \quad (3.72)$$

buluruz. Birinci integral  $S_s$  yüzeyinin üzerindedir; sonuç olarak şekil 3.10' da gösterildiği gibi  $da = dx dy'$  dir. İkinci integral  $S_s'$  yi tanımlayan kapalı  $C_s$  şeklinin üzerindedir. Aslında  $C_s$ , x-y düzlemiyle birlikte kapalı  $\Sigma_s$  yüzeyinin kesişme noktasıdır. Bu nedenle  $dn$  şekil boyunca farklılık element çizgisi olan  $dI'$  nın büyüklüğüne sahiptir, fakat yönüne göre normaldir; yani  $dn = dI \times \hat{I}_z$ .

Denklem (3.72)'yi  $\epsilon_v$ 'i yani sınırsız bir izotropik süper iletkende bir tek anafora yönelik her bir birimin elektromanyetik enerjisini bulmak için kullanalım.



Şekil 3.10. Bir süper iletken hacmi olan  $V_s$ ' de  $z$ -yönünde bir vorteks. Hacim  $\Sigma_s$  tarafından kapatılır. Kesit alan olan  $S_s$  devamlı  $z$ ' in düzlemlerine paraleldir ve şekil  $C_s$  tarafından halka içine alınır.  $S_s$ ' in  $z$ ' in bir fonksiyonu olmadığına dikkat etmek gerekir.

$z$ -ekseninde bulundurulmuş bir vorteks için alanlar ve akımları 3.4.1' de tartışıldı. Özellikle akı yoğunluğu (denklem 3.51)

$$B_z = B_z^p = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) \quad (3.73)$$

olarak verildi. Hem akı yoğunluğu hem de akımlar vorteks merkezinden üstel olarak dağılır. Eğer şekil  $C_s$  merkezden uzağa alınırsa denklem (3.72)'deki çizgi integrali küçük yapılabilir.  $V$  tarafından verilen anaforluk  $V = \Phi_0 \delta_2(r) i_z$  olduğundan denklem (3.72)  $B_z(r)$ 'in kökünde değerlendirilmesini gerektirir. Denklem (3.73) basit farklılıkla sonuçlanır, geliştirilmiş II. London denklemi için olan çözümün sadece merkezin dışındaki alanlar için geçerli olduğunu hatırlayalım. Kökendeki belli alan, denklem (3.40) tarafından açıkça verilen ve örnek 3.4.1'

de tartışıldığı gibi  $r = \xi$ ' de olduğu gibi aynıdır. Bu, denklem (3.72)' ye göre tek anaforun her birim uzunluğunun enerjisini

$$\varepsilon_v = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) \quad (3.74)$$

olarak değerlendirmeye direk olarak yönlendirir ve dolayısıyla

$$\lim_{\lambda \rightarrow \xi} \varepsilon_v = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln\left(\frac{\lambda}{\xi}\right) \quad (3.75)$$

dir.

Bu bölümde bir vorteksin elektromanyetik enerjisini bulduğumuz gibi akı yoğunluğunu ve akım yoğunluklarını bulduk. Fakat vorteksin uygulamalı manyetik alanın bir sonucu değil vorteksin zaten süper iletkende olduğunu varsaymak zorundaydık. Yönlendirilen mekanizmanın enerjisi en iyi termodinamik inceleme ile anlaşılır.

### 3.5 Genel Termodinamik Kavramları

Daha düşük kritik alan  $H_{c1}(T)$ ' den daha büyük olan dışardan gelen manyetik alanın hazırlanmasında, vorteksler II. tip bir süper iletkeni geçecek ve uygulamalı manyetik alan ne kadar güçlü olursa vortekslerin o kadar toplu olduğu denge dağılımına ulaşacak. Bu denge durumunun nasıl meydana geldiğini anlamak için, termodinamik ile ilgili bazı kavramları kısaca gözden geçirmeliyiz. Bu bölümde en yaygın deneysel durum üzerine odaklanacağız: dışardan herhangi bir akım uygulanmaksızın, sürekli bir sıcaklıkta devam eden, değişmeyen uygulamalı bir manyetik alanda bulunan bir madde  $H_c(T)$  faz sınırını çalışmak için bu kavramları I. tip bir süper iletkeni uygularız.

Termodinamik sıcaklık önemli bir faktör olduğunda bir sistemin belirgin, mikroskobik özelliklerini tanımlar. Soyutlanmış bir sistemin mikroskobik özelliklerinden bir tanesi onun iç enerjisi olan  $U$ ' dur. Soyutlanmış bir sistem dış çevreyle enerji değişikliği yapamayan bir sistemdir. İç enerjide,  $dU$ , sonsuz küçüklükte bir değişim birçok mekanizmadan ortaya çıkabilir. Burada süper iletken için en önemlilerden üç tanesini düşünelim. Birincisi iç enerji elektromanyetik enerjinin  $dU_{em}$  depolanmasından dolayı değişebilir.

$$dU_{em} = dW \quad (3.76)$$

Sistemin iç enerjisini değiştirmek için ikinci yol sistemin bazı işleri yapmasına olanak sağlamaktır,  $dU_w$ . Eğer sistemin  $\eta$ -yönünde uyguladığı güç  $f\eta$  ise o zaman

$$dU_w = -f_\eta d_\eta \quad (3.77)$$

dir. Eksi işareti eğer sistem çalışırsa sistemin iç enerjisinin azaldığını ifade eder.  $dU$ ' un üçüncü kaynağı sisteme ulaştırılan  $Q$  ısıdır. Eğer sonsuz küçük miktarda bir  $dQ$  ısı sisteme ulaştırılırsa iç enerji

$$dU_{isi} = dQ \quad (3.78)$$

ye yükselecektir. Eğer bu üç yol iç enerjiyi değiştirmenin tek yolları ise enerjinin korunması

$$dU = dU_{isi} + dU_{em} + dU_w \quad (3.79)$$

a dayanır. Bu nedenle

$$dU = dQ + dW - f_\eta d_\eta \quad (3.80)$$

dur. Enerji korunmasının bu açıklaması termodinamiğin I. yasası olarak bilinir.

Maddedeki elektromanyetik alanların dağılımı gibi daha temel parametreler bakımından enerjideki değişikliği elektromanyetiğe bağlı olarak bulmak uygundur. Burada biz sadece MQS sistemiyle ilgileniriz. Hiç bir süper iletkenin bulunmadığı hacimler için bu sistemlerde,  $W_n$ ,

$$W_n = \int_{V_n} \frac{1}{2\mu_0} B^2 dv, \quad (3.81)$$

olur.  $W_s$ , denklem (3.66)' dan

$$W_s = \frac{1}{2\mu_0} \int_V [B^2 + \mu_0 J_s \cdot (\nabla J_s)] dv. \quad (3.82)$$

Sonuç olarak süper iletken için elektromanyetik enerjisinin şekli maddedeki hem akı hem de akım yoğunluğu dağılımındaki değişime dayanır. Bir süper iletken içerisinde oluşan manyetik alan dış alana ve manyetizasyona bağlı olarak

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (3.83)$$

şeklinde yazılabilir.

$$\nabla \times M = J_{s,ind}. \quad (3.84)$$

Metot II deki akım uygulamalı akımla aynı olduğundan  $J'' = J_{s,app} = 0$  olduğunda W deki farklılık değişimi

$$dW = \int_V H \cdot dB dv. \quad (3.85)$$

olur. Bu nedenle V hacmi hem normal hem de süper iletken bölge olabilir. Termodinamikleri basitleştirmek için kendimizi bir manyetik alandaki uygulamanın özel durumlarına yani (1) bir levhanın yüzeyine paralel olmasına (2) uzun bir silindirin eksenine paralel yada dik olmasına (3) bir küreye sınırlandıracağız. Eğer uygulanan alan ( $H_{app}$ ) bir değişmeyen alan ise süper iletkenin içindeki manyetik alan bu özel durumlar için değişmeyen olacaktır (Van Duzer ve Turner, 1981). Sonuç olarak denklem (3.85)' i

$$dW = H \cdot d \int_V B dv. \quad (3.86)$$

olarak tekrar yazmalıyız. Bu durumlar için termodinamik manyetik alan  $\vec{H}$  ' yi

$$\vec{H} \equiv H. \quad (3.87)$$

olarak tanımlıyoruz. Örneğin değişmeyen bir manyetik alan süper iletken bir levhaya paralel olarak uygulandığında yada süper iletken bir silindirin eksenine boyunca uygulandığında  $\vec{H} = H_{app}$  'dır. Termodinamik akı yoğunluğu  $\vec{B}$ ,  $V$ ' nin hacmi olduğu yerde  $B$ ' nin ortalama değeri olarak tanımlanır.

$$\vec{B} = \frac{1}{V} \int_V \mathbf{B} dv, \quad (3.88)$$

Bu tanımlamalardan yola çıkarak

$$dW = V\vec{H} \cdot d\vec{B}. \quad (3.89)$$

olarak yazılabilir. Termodinamik manyetizasyon yoğunluğunun bütünlüğü için  $\vec{M}$ ,  $M(r)$ ' nin ortalama değeri ya da hacminin üzerinde olduğu

$$\vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{H} \quad (3.90)$$

olarak tanımlanır. Bundan dolayı sistemin içindeki enerji değişikliği  $H$ ' in sabit olduğu durum için olan numunede ortalama elektromanyetik alanları bakımından yazılmıştır. Metot II' de kullanılan elektromanyetik alanlar pozisyona bağımlıken buradaki termodinamik alanlar pozisyondan bağımsızdır. Buna rağmen termodinamik enerjileri ve alanları  $H_{app}$  pozisyonla değiştiğinde tanımlamak mümkündür. Biz bu durumları düşünmeyeceğiz.

$dU_w$  ve  $dU_{em}$ ' e baktıktan sonra şimdide  $dU_{ısı}$ ' ı düşüneceğiz. İç enerji bakımından değişiklikler hem çalışmaya hem de elektromanyetik enerjiye bağlı olarak iyi tanımlanmıştır. Her ikisi de güç, mesafe yada elektromanyetik alanlar gibi özel niceliklere dayanır. Buna rağmen ısı  $dQ$  yüzünden olan değişim daha özel nicelikler bakımından iyi tanımlanmış bir kavram olarak görünmez. Çünkü ısı bir maddeyi yada sistemi meydana getiren mikroskobik taneciklerin rasgele hareketlerinin makroskobik tanımlamasıdır. Buna rağmen 19. yüzyılın ortalarında  $dQ$ ' un tam tanımlamasını veren iki tane ilgili ve iyi tanımlanmış kavram bulundu. Birincisi sıcaklık  $T$ ' in bilinen devinimidir. İkincisi bir sistemin  $S$ ' sinin karmaşası (entropi) olarak bilinir (Goodstein, 1985). Sürekli sıcaklık  $T$ ' de olan bir sistem için iç enerjideki tek artış  $dQ$  yüzünden ise entropi  $dS$ ' deki artış

$$dS \equiv \frac{dQ}{T} \quad (3.91)$$

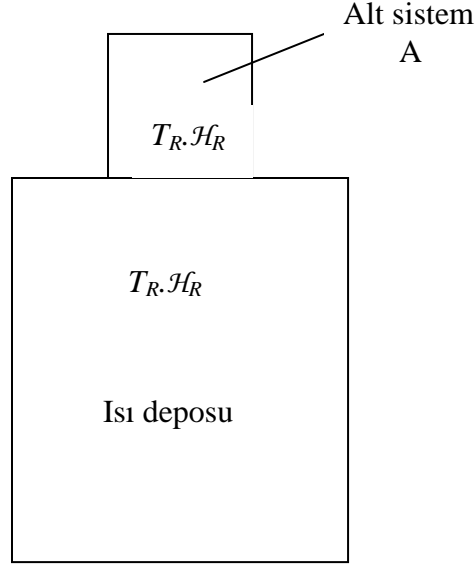
diye tanımlanır. 19. yüzyılın sonraki dönemlerinde sistemdeki karmaşanın sistemin mikroskobik karmaşasının artan bir işlevi olduğu gösterildi. Çünkü soyutlanmış bir sistemin düzensizliği asla ortalamanın altına düşmez, soyutlanmış bir sistem için entropi değişimi ( $\Delta S$ )

$$\Delta S \geq 0 \quad (3.92)$$

sağlaması umulur. Bu ifade II. termodinamik yasası olarak bilinir. Eğer  $\Delta S=0$  olursa soyutlanmış bir sistem dengededir. Buna rağmen soyut bir kavram olan karmaşa (entropi) bir sistemin parametre dengesini bulmada elverişlidir. Örneğin denklem (3.80) tarafından verilen sistemin iç enerjisindeki değişiklik denklem (3.89) ve denklem (3.91)' in kullanıldığı durumda

$$dU = TdS + V\vec{H}.d\vec{B} - f_{\eta}d\eta. \quad (3.93)$$

olur. Basit hesaplama farklılıklarından U' un bir fonksiyon olduğu doğal değişkenlikler S,  $\vec{B}$  ve  $\eta$  gibi görünür. Buna rağmen birçok deneysel durumlarda S ve  $\vec{B}$  dışardan kontrol edilemez. Bunun yerine deneysel durumu açıklamak için şekil 3.11' de gösterilen soyutlanmış sistemi hem deneysel durumları devam ettiren teçhizat, hem de çalışılacak örneği içerdiği için düşünüyoruz. Daha özel olarak soyutlanmış sistemin iki alt sistemden oluşturulduğunu düşünüyoruz. Biri diğerinden çok daha geniş ve ısı deposu olarak bilinir. Isı deposu sürekli sıcaklık  $T_R$ ' yi ve devamlı termodinamik alanı  $\vec{H}_R$ ' yi sağlar. Diğer daha küçük olan alt sistem A' nın değişip değişmediği önemli değil. Aslında alt sistem A,  $T_R$  ve  $\vec{H}_R$  'de devam ettirilen bir yolla ısı deposu ile bağlantı halindedir.



Şekil 3.11. İki alt sistemden oluşan bir soyutlanmış sistem. Isı deposu  $T_R$  sıcaklığını ve  $\vec{H}_R$  manyetik alan sağlayan büyük bir alt sistemdir. Küçük alt sistem A ısı deposu ile bağlantı halindedir dolayısıyla A devamlı  $T_R$  ve  $\vec{H}_R$ ’ de sağlanır. Örneğin alt sistem A genellikle örnek olacak ve ısı deposu deneysel teçhizat olacak.

Şimdi ısı deposundan alt sistem A’ ya bir miktar  $\Delta Q_A$  ısısının geçtiğini düşünün. Isı deposundaki ısı değişiminin  $\Delta Q_R$  olmasını sağlayın. Bütün sistem soyutlandığı için  $\Delta Q_R$  ısısının miktarı basitçe  $-\Delta Q_A$ ’ dır. Bu ısı transferi bütün sistemi nasıl etkiler? Biliyoruz ki bütün soyutlanmış sistem olan  $\Delta S_{top}$ ’ un entropisindeki değişiklik iki alt sistemin entropilerindeki değişikliğin toplamıdır.

$$\Delta S_{top} = \Delta S_A + \Delta S_R \quad (3.94)$$

Isı deposunun sıcaklığı taslak tarafından devamlı kalacağı için ısı deposunun entropisindeki değişiklik

$$\Delta S_R = \frac{\Delta Q_R}{T_R} = -\frac{\Delta Q_A}{T_R} \quad (3.95)$$

dir. Dolayısıyla

$$\Delta S_{top} = \Delta S_A - \frac{\Delta Q_A}{T_R}. \quad (3.96)$$

$\Delta Q_A$  'nın miktarı  $\Delta \vec{B}$  'in A' da ki ortalama akı yoğunluğu değişimi olduğu ve  $\Delta \eta$  'in A' da ki mekanik elementlerin durumunun değişikliği olduğu yer olan alt sistem A' ya ilk termodinamik yasasını uygulayarak bulunur.

$$\Delta U_A = \Delta Q_A + V\vec{H}_R \cdot \Delta \vec{B} - f_\eta \Delta \eta. \quad (3.97)$$

$\Delta Q_A$  'yı çözerek ve bu ifadeyi denklem (3.96)' da yerine koyarak

$$\Delta S_{top} = \frac{T_R \Delta S_A - \Delta U_A + V\vec{H}_R \cdot \Delta \vec{B} - f_\eta \Delta \eta}{T_R} \quad (3.98)$$

elde ederiz. Isı deposuyla ilgisi olan sıcaklığın ve alanın daimi olarak tutulduğu göz önüne alınırsa  $\Delta \vec{H} = 0$  ve  $\Delta T = 0$  olur, dolayısıyla

$$\Delta S_{top} = \frac{-\Delta(-T_R S_A + U_A - V\vec{H}_R \cdot \vec{B}) - f_\eta \Delta \eta}{T_R} \quad (3.99)$$

olur. Parantez içindeki ifade alt sistem A için Gibbs serbest enerjisi,  $G_A$ , diye adlandırılır:

$$G_A \equiv -T_R S_A + U_A - V\vec{H}_R \cdot \vec{B} \quad (3.100)$$

İkinci termodinamik yasası bütün soyutlanmış sistem  $\Delta S_{top}$  'un toplam entropisinin sıcaklık değişimi tarafından yükselmesini yada aynı kalmasını gerektirir. Bu nedenle denklem (3.99) ve (3.100)' ü birleştirerek

$$\Delta S_{top} = \frac{-\Delta G_A - f_\eta \Delta \eta}{T_R} \geq 0 \quad (3.101)$$

buluruz. Bu ifadedeki eşitlik, sistemin termodinamik durumu yeterince yavaş değiştiğinde sağlanacaktır, dolayısıyla her zaman dengede olur. Bu durumda gücün

$$f_{\eta} = - \left. \frac{\partial G}{\partial \eta} \right|_{T, \vec{H}} \quad (3.102)$$

olduğunu görürüz. Çünkü sıcaklık ve alan kökenimizde sürekli tutulduğu için Gibbs' in serbest enerjisi için doğal değişim oldukları görülür. Genelde bir alt sistemin Gibbs serbest enerjisini bir sıcaklık ve alanla bağlantılı bir biçimde

$$G = -TS + U - V\vec{H} \cdot \vec{B} \quad (3.103)$$

olarak yazarız. Şimdi eğer serbest enerji  $dG$ ' deki farklılık değişimini ısı deposunun sıcaklığının ve aynı zamanda alanın değiştiği durum altında hesaplırsak

$$dG = -TdS - SdT + dU - Vd\vec{H} \cdot \vec{B} - V\vec{H} \cdot d\vec{B} \quad (3.104)$$

buluruz. Bu ifade  $dU$  (denklem 3.93) ile birleştirildiğinde

$$dG = -SdT - V\vec{B} \cdot d\vec{H} - f_{\eta} d\eta \quad (3.105)$$

buluruz. Sonuç olarak  $T$ ,  $\vec{H}$  ve  $\eta$  aslında Gibbs serbest enerjinin doğal değişimleridir. Aslında sıcaklık sabit tutulduğunda

$$dG \Big|_T = -d\tilde{W} \quad (3.106)$$

olur. Bu aynı zamanda iki enerji niceliği bakımından yazılan güç ifadeleri karşılaştırılarak da görülebilir.

$G$  ile çalışırken, mekanik iş yapan sistemleri genelde incelemeyiz ve dolayısıyla Gibbs serbest enerjisi  $G(\vec{H}, T)$  olarak yazılır ve

$$dG = -SdT - V\vec{B} \cdot d\vec{H} \quad (3.107)$$

dir.

Bir kere  $G$  hesaplandı mı alt sistemin denge durumu bulunabilir. Mekanik güçlerin yokluğundan bu başarılmaz. Denklem (3.101)' de yapılandırıldığı gibi ikinci termodinamik yasası daimi olan sıcaklık uygulamalı manyetik alanda sağlanan bir alt sistem için

$$\Delta G \leq 0 \quad (3.108)$$

1 ifade eder. Denge, eşitlik devam eder ve dolayısıyla Gibbs serbest enerjideki  $\Delta G$  her zaman dengede '0' dır. Bunun ötesinde  $\Delta G$  dengede sıfır olursa  $G$ ' in kendisi dengede bir ekstremum olmalıdır.  $\Delta G \leq 0$  olduğundan bu ekstremum asgaridir ve bu yüzden  $G$  dengede azaltılır.

Bu olayın önemli bir uygulaması, bir maddenin iki tane var olan devresini verilen bazı  $T$  ve  $\bar{H}$  ' de incelerken ortaya çıkar. Örneğin donma sıcaklığında bir arada var olabilen buz ve suyu düşünün. Diğer bir örnek, sınır devresi üzerinde uzanan  $H_c(T)$  uygulamalı alanlarda ve sıcaklıklarda süper iletkenin ve normal durumların bir arada dengede kaldıkları daha önce tartışıldı.

Şimdi iki tane bir arada bulunan durumun bazı sınır devreleri açısından sonuçlarını inceleyelim. Bir durumun maddenin toplam hacmi  $V$  ' yi kapladığı zaman Gibbs serbest enerji  $G_1$  ' e sahip olduğunu düşünelim. Bunun gibi ikinci durum toplam hacmi kapladığında  $G_2$  ' ye sahip olur. Her iki durum aynı zamanda var olduğunda durum 1 toplam hacmin ( $V$ ) bir hacmi olan  $V_1$  ' i kaplayacak ve durum 2 bir  $V_2$  hacmini kaplar öyle ki  $V=V_1+V_2$  olur. Bir sıcaklık ve manyetik alan deposuyla bağlantılı olan ve her iki durumdan meydana gelen alt sistemin toplam Gibbs serbest enerjisi hacim oranının her duruma katkı sağlayan serbest enerjinin oranı olarak varsayıldığı durum için

$$G_{top} = G_1 \frac{V_1}{V} + G_2 \frac{V_2}{V} \quad (3.109)$$

dır.  $V_2=V-V_1$  olduğundan toplam serbest enerji

$$G_{top} = (G_1 - G_2) \frac{V_1}{V} + G_2 \quad (3.110)$$

dur. Maddenin sabit toplam hacmi için  $G_{top}$  ' un  $V_1$  ile ilgili olan ifadesini azaltmak

$$G_1 = G_2 \quad (3.111)$$

ifadesini sağlar. Bu yüzden devre geçişinin genel bir özelliğine ulaşırız:

Birbiriyle dengede olan iki faz aynı Gibbs serbest enerjiye sahiptir.

Süper iletken ve normal durumlar aynı maddenin iki termodinamik devresi olarak düşünülürler. Süper iletken durumun Gibbs serbest enerjisi  $G_s(\vec{H}, T)$  tarafından ve normal durum  $G_n(\vec{H}, T)$  tarafından ifade edilir. Çünkü bir sistem G hacmini azaltır, madde en az serbest enerji hangi durumda olacaktır. Diğer bir deyişle madde devamlı süper iletken durumunda olacaktır tabi eğer  $G_s(\vec{H}, T) < G_n(\vec{H}, T)$  olursa. Bu yüzden, geçiş sıcaklığının altında sıfır manyetik alanda, madde süper iletkendir ve  $G_s(0, T) < G_n(0, T)$ ' ye sahip olmalıdır. Süper iletken maddenin hacminin serbest enerjisindeki değişiklik,  $V_s$ , yoğunlaşma enerjisi olarak adlandırılır ve

$$G_s(0, T) - G_n(0, T) \equiv -\frac{1}{2} \mu_0 H_c^2(T) V_s \quad (3.112)$$

tarafından tanımlanır. Termodinamik kritik alanın,  $H_c(T)$  sıcaklık bağımlılığı deneylerden  $H_{co}$ ' un sıfır sıcaklığında termodinamik kritik alan olduğu yerde  $T \leq T_c$  için yaklaşık

$$H_c(T) \approx H_{co} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (3.113)$$

olarak bulunur (Tinkham, 1996). Biz burada  $H_c(T)$ ' yi verilen bir deney niceliği varsayacağız. Bölüm 3.6' da özgün nitelik uzunlukları  $\lambda$  ve  $\xi$  ile bağ kuracağız.

Şimdiye kadar termodinamik kritik alan tamamen termodinamik alanlarda tanımlandı. Şimdi  $H_c(T)$ ' in nasıl uygulamalı bir alanda I. tip süper iletkenin özellikleriyle bağdaştığını göstereceğiz. Genel olarak T sabit tutulduğunda bir madde için Gibbs serbest enerjisindeki değişim aynı kaldığı ve  $\vec{H}$ ' in değişmesinin sağlandığı denklem (3.107)' den bulunur:

$$dG = -V \vec{B} \cdot d\vec{H} \quad (3.114)$$

$a \gg \lambda$  genişliğinde bir süper iletken levhanın hacmini şekil 3.12' de gösterildiği gibi değişmeyen dışsal bir biçimde uygulamalı manyetik alan  $H_{app}=H_0 i_z$ ' i düşünelim. Bu geometri için termodinamik manyetik alan  $\vec{H}$  uygulamalı alanla aynıdır bu nedenle  $H=H_0$ ' dur. Çünkü hacim süper iletkende  $a \gg \lambda$ ,  $B \approx 0$ ' dır ve dolayısıyla  $\vec{B}=0$ ' dır. Bu nedenle süper iletken durumu için farklılık değişimi  $dG_s$  sıfırdır:

$$dG_s = 0 \quad (3.115)$$

Normal durumda aynı levha için  $\vec{H}$  hala  $H_{app}$ ' dir. Buna rağmen  $B=\mu_0 H$ ' dır, bu nedenle normal durumda  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  ' dır. Bu yüzden normal durum için  $dG_n$  değişimi

$$dG_n = -V\mu_0 \vec{H} . d\vec{H} \quad (3.116)$$

olur. Denklem (3.115) ve (3.116)' dan serbest enerjinin fonksiyonel bağımlılığını açık olarak aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$d[G_s(\vec{H}, T) - G_n(\vec{H}, T)] = V\mu_0 \vec{H} . d\vec{H} \quad (3.117)$$

Sıfırdan  $\vec{H}$  ' ye kadar değişim için

$$\int_0^{\vec{H}} d[G_s(\vec{H}', T) - G_n(\vec{H}', T)] = \int_0^{\vec{H}} V\mu_0 \vec{H}' . d\vec{H}' \quad (3.118)$$

olur ve doğrudan

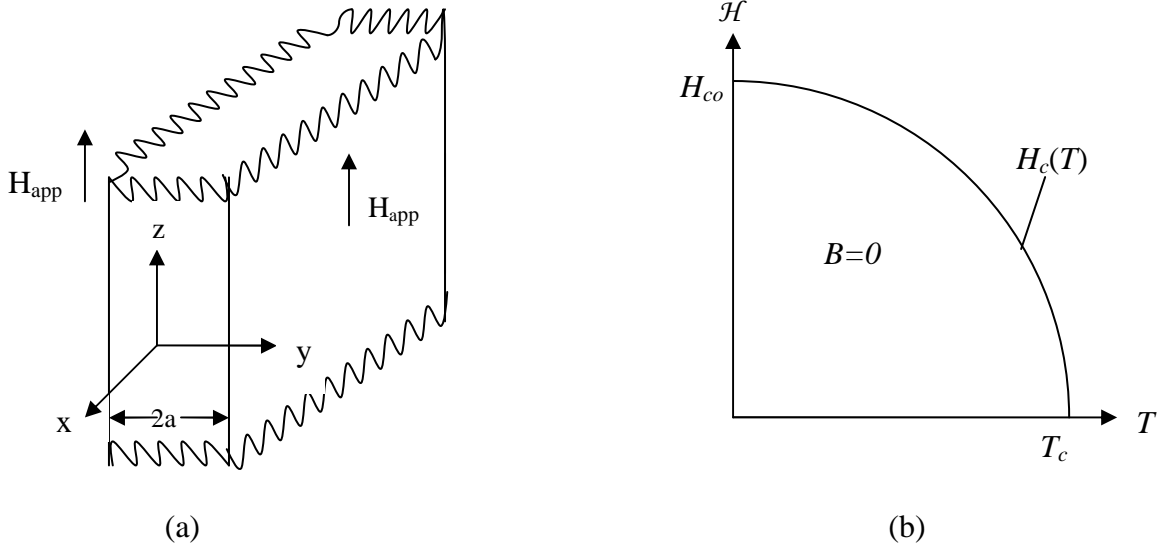
$$G_s(\vec{H}, T) - G_n(\vec{H}, T) = G_s(0, T) - G_n(0, T) + \frac{1}{2} V\mu_0 \vec{H}^2 \quad (3.119)$$

sonucunu sağlar. Denklem (3.112)' den yoğunlaşma enerjisinin tanımını kullanarak

$$G_s(H, T) - G_n(H, T) = \frac{1}{2} \mu_0 (H^2 - H_c^2) V \quad (3.120)$$

buluruz.

Daha önce belirtildiği gibi, madde en düşük Gibbs serbest enerjisine sahip durumda bulunur.  $H < H_c(T)$ ,  $G_s(H,T) < G_n(H,T)$  olduğundan madde süper iletken durumundadır.  $H = H_c(T)$  olduğunda iki devre bir arada var olur.  $H = H_c(T)$  ilişkisi şekil 3.12’ de gösterilen devre şemasında işaretlenir ve süper iletkeni ve normal devre şemasını böldüğü için devre sınırı olarak adlandırılır.



Şekil 3.12. Uygulanan I. tip bir süper iletken için kritik alanı. a.  $2a$  kalınlığında olan bir I. tip süper iletken levhası. Manyetik alan yüzeye paraleldir dolayısıyla  $H_{app} = H_o i_z$ ’ dir. b. değişmeyen manyetik bir alanda hacim süper iletken levhası için H-T faz diyagramı. Termodinamik alan uygulanan alan  $H_o$ ’ a eşittir.

Bu bölümde sadece bir süper iletkenin denge özelliklerini hesaplamak için gerekli olan kavramları incelemedik aynı zamanda bu kavramları I. tip maddenin kritik alanına  $H_c(T)$ ’ ye uyguladık. Anaforlarla ilgili elektromanyetik alanlar hakkındaki bilgimizle bu bölümde geliştirilen bir süper iletkenin termodinamiklerini birleştirmeye ihtiyaç duyacağımız durum olan II. tip bir süper iletkenin daha düşük ve yüksek kritik alanlarını hesaplayacağız.

### 3.6 Kritik Alanlar

I. tip bir süper iletken madde için normal bölgeden süper iletkenliği yayan H-T düzleminde  $H_c(T)$  kritik alanı bulunmuştu. Bunun tersine II. tür iletken iki tane kritik alana sahiptir. Bir

tek anafurun termodinamik olarak maddede olması uygun görülen daha düşük kritik alan  $H_{c1}(T)$  daha düşük uygulamalı manyetik alanı gösterir. Daha yüksek kritik alan  $H_{c2}(T)$  normal durumun termodinamik olarak anaforlarla birlikte bir süper iletkenin üzerinden desteklendiği uygulama alanıdır. Bu bölümde bu iki kritik alanın kökenleri üzerinde çalışıldı. Bu iki alanı bir I. tip süper iletken için  $H_c(T)$  ile karşılaştırarak aynı zamanda, onların özünde var olan özelliklerinin temelinde I. ve II. tip süper iletken arasındaki farkı fark etmeyi göreceğiz. Daha yüksek ve daha düşük kritik alanlar genel olarak katı madde için geçerlidirler ve dolayısıyla büyüklük ve şeklin etkisi önemli değildir. Sonuç olarak kendimizi  $a \gg \lambda$  olduğu yerde  $2a$  kalınlığındaki bir izotropik süper iletken levhasının özelliklerini incelemekle kısıtlarız.

Çünkü biz daha çok bir manyetik alandaki Gibbs serbest enerjisindeki değişikliklerle ilgileniyor olacağız, o, serbest enerjiye elektromanyetik katkılar ayırtmak için yararlıdır. Gibbs serbest enerjinin

$$G(\vec{H}, T) = -TS(\vec{H}, T) + U(\vec{H}, T) - V\vec{H} \cdot \vec{B} \quad (3.121)$$

olduğunu hatırlayalım. Uygulama alanının olmadığı özel durum için serbest enerji  $G(\vec{H} = 0, T)$

$$G(0, T) = -TS(0, T) + U(0, T) \quad (3.122)$$

olur. Alanın varlığına bağlı olarak iç enerjideki artış  $W$  miktarıdır:

$$U(\vec{H}, T) = U(0, T) + W \quad (3.123)$$

Denklem (3.123) üzerinden denklem (3.121)' i birleştirerek

$$G(\vec{H}, T) = G(0, T) + W - V\vec{H} \cdot \vec{B} - T[S(\vec{H}, T) - S(0, T)] \quad (3.124)$$

buluruz ve elektromanyetik katkıları istenildiği gibi  $G'$  ye dağıttık. Yazıldığı üzere  $G(0, T)$  elektromanyetik alanlara bağlı olarak hiçbir katkı içermez.

Bu açıklamadaki son terim olan entropi  $\Delta Q = T\Delta S$ ' in tanımına göre uygulandığında sadece örnekte üretilen ısıdır. Deneyler II. tür süper iletken için  $H_{c1}$  ve  $H_{c2}$  gibi devre sınırlarını her ne zaman düşünelim hiçbir ısının üretilmediğini belirlemektedir. Isı üretmeksizin bir durumdan diğerine bir maddenin değiştiği böyle bir sınır devresi ikinci sıra faz geçişi

olarak adlandırılır (Bunun aksine birinci sıra faz geçişi, buz erimesi gibi, sıcaklığın değişmesiyle eş zamanlıdır). Sonuç olarak, bu bölümde düşünülen durumlar için verilen bir duruma yönelik  $\Delta G'$  yi hesaplırsak

$$\Delta Q = T\Delta S(\vec{H}, T) = 0 \quad (3.125)$$

olur. Kolaylık için denklem (3.124)' ü

$$G(\vec{H}, T) = G(0, T) + W - V\vec{H} \cdot \vec{B} \quad (3.126)$$

olarak tekrar yazabiliriz. Bir ikinci sıra geçiş hesaplandığı durumlarda denklem (3.126)' ı kullanmak için dikkat edilmelidir, aksi takdirde denklem (3.124) kullanılmalıdır. Buna rağmen biz genellikle sadece ikinci sıra faz geçişiyle ilgileneceğiz ve dolayısıyla  $G'$  yi denklem (3.126)' da ki gibi yazacağız. Bunun toplu enerji  $\tilde{W}$  bakımından yazılabildiğini fark etmek ilginçtir:

$$G(\vec{H}, T) = G(0, T) - \tilde{W} \quad (3.127)$$

Bu, değişim yoğunluğundan çok uygulama alanının kontrol edildiği durumlar için toplu enerji kavramı geliştirildiğinde şaşırtıcıdır.

Bu kütle hem birinci hem de ikinci metotta aynı olduğundan değişken yoğunluk  $B$  bakımından  $\Delta Q=0$  olduğunda serbest enerjiyi yazmak faydalıdır. Bu yüzden denklem (3.126)

$$G(\vec{H}, T) = G(0, T) + W - \vec{H} \cdot \int_V \mathbf{B} dv \quad (3.128)$$

olur. Denklem (3.66)' dan  $W$  ve Metot I tarafından  $\mu_0 \mathbf{J}_s = \nabla \times \mathbf{B}$  olarak verilen süper akım yoğunluğuyla bir süper iletken için Gibbs serbest enerji birleşmenin süper iletken olan maddenin hacminin üzerinde

$$G_s(\vec{H}, T) = G_s(0, T) + \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_s} \left[ \mathbf{B}^2 + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) \right] dv - \vec{H} \cdot \int_{V_s} \mathbf{B} dv \quad (3.129)$$

dir. Bunun gibi normal madde hacmi  $V_n$  için

$$G_n(\vec{H}, T) = G_n(0, T) + \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_n} B^2 dv - \vec{H} \cdot \int_{V_n} B dv \quad (3.130)$$

dir.

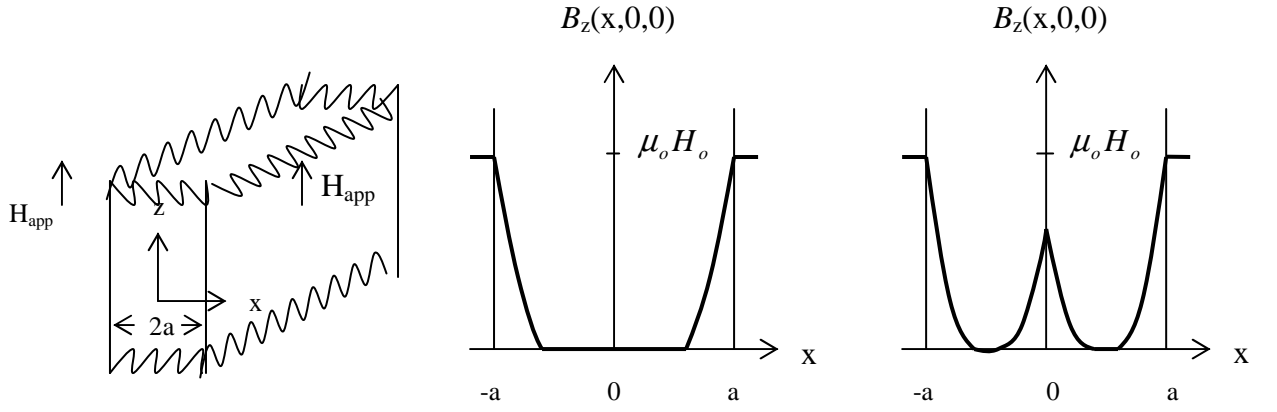
Düşük kritik alan ( $H_{c1}$ ) vortekslerin varlığında ve yokluğundaki süper iletkenin Gibbs serbest enerjisinde  $G(\vec{H}, T)$  ki farklılık göz önüne alınarak hesaplanır. Yüzeyi boyunca uygulanan  $H_0$  alanıyla şekil 3.13' de gösterilen aşına olduğumuz II. tip süper iletken levhasını düşünelim. Ortada hiç anafor olmadığında  $B$  şekil 3.13b' de gösterildiği gibi yüzeyden itibaren üstel olarak azalır ve sonuçta  $B \approx 0$  olur. Daha sonra denklem (3.129)' dan elde edilen  $G_s^0$  anaforu olmayan kütle levhasının Gibbs serbest enerjisi,  $G_s^0(0, T)$ ' in herhangi bir uygulama alanının yokluğunda Gibbs serbest enerjisi

$$G_s^0(\vec{H}, T) = G_s^0(0, T) \quad (3.131)$$

dir.  $G$  üzerindeki üs rakamı, mevcut anaforların numarasını belirtmek için kullanılır. Bu nedenle,  $G_s^0(0, T)$  herhangi bir uygulama alanının ve herhangi bir anaforun olmadığını gösteren Gibbs serbest enerjisidir.

Bir anafor, levhanın merkezinde olduğunda benzer Gibbs serbest enerjisi  $G_s^1(\vec{H}, T)$  aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$G_s^1(\vec{H}, T) = G_s^0(0, T) + W_s - \vec{H} \cdot \int_{V_s} B dv \quad (3.132)$$



Şekil 3.13. Bir II. tip süper iletkende alan dağılımı. a. Bir  $H_{app}=H_o i_z$  uygulama alanında  $a \gg \lambda$  kalınlığında bir süper iletken levhası. B değişim yoğunluğunun b. anaforsuz ve c. levhanın merkezinde tek bir anaforla dağılımı.

Burada yüksek  $\kappa$  sınırında olduğumuzu varsayacağız ve bu nedenle anafor özünün normal bölgesiyle ilgili olan enerjiyi sürekli olarak ihmal ettik. Diğer bir deyişle Gibbs serbest enerji için

$$\lim_{\kappa \gg 1} G_s^1(0, T) \approx G_s^0(0, T) \quad (3.133)$$

olur. Vorteks merkezinin elektromanyetik enerjisi,  $W_c$ , denklem (3.132)' yi elde etmede önemsizdir.

Şimdi bu ilişkiyi değerlendirelim.  $L_z$  uzunluğuna sahip bir anafurun elektromanyetik enerjisi  $\epsilon_v$  ' in anafurun her bir biriminin enerjisi

$$W_s = \epsilon_v L_z \quad (3.134)$$

olarak verilir. Buna ek olarak, levha için termodinamik alan  $\vec{H}$  uygulama alanıdır ve dolayısıyla

$$\vec{H} = H_{app} \quad (3.135)$$

dır. Denklem (3.132)  $z$ ' den bağımsızdır ve B uygulama alanıyla aynı yöndedir. Sonuç olarak

$$\vec{H} \cdot \int_{V_s} \mathbf{B} dv = L_z H \int_S B dx dy = L_z H \Phi_0 \quad (3.136)$$

yı buluruz. Bu ifadeleri birleştirerek bir vorteks içeren levhanın Gibbs serbest enerjisini

$$G_s^1(\vec{H}, T) = G_s^0(0, T) + \varepsilon_V L_z - \vec{H} \Phi_0 L_z \quad (3.137)$$

şeklinde elde ederiz.

Gibbs serbest enerjisinde tek anafora sahip olma ve olmama arasındaki fark denklem (3.137) ve (3.131)' de veriliyor:

$$G_s^1(\vec{H}, T) - G_s^0(\vec{H}, T) = (\varepsilon_V - H \Phi_0) L_z \quad (3.138)$$

Bu nedenle G' deki değişime iki tane etkin katkı terimi buluruz. Bir tanesi elektromanyetik enerjiye,  $\varepsilon_V L_z$  bağlı olarak bir vorteks tanıtarak Gibbs serbest enerjiyi artırır, diğeri sürekliliğin süper iletkene geçmesini sağlayarak enerjiyi azaltır. Eğer  $G_s^1(\vec{H}, T) \leq G_s^0(\vec{H}, T)$  ise, bir vortekse sahip olmak termodinamik olarak en düşük enerji durumudur ve vorteksler süper iletkende mevcut olacaklardır. Bu  $H_{c1}$ ' in kütle levhası için daha düşük kritik alan olduğu yerde uygulama alanı ( $H_0=H$ )

$$H_{c1} = \frac{\varepsilon_V}{\Phi_0} \quad (3.139)$$

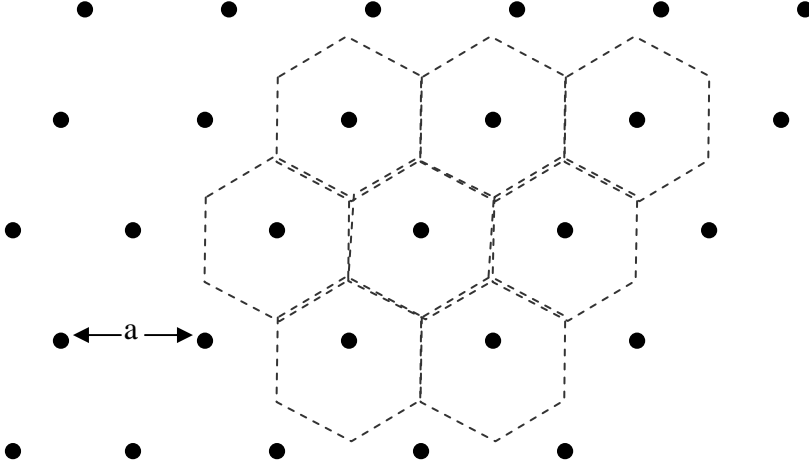
değerine geçer geçmez olur. Denklem (3.74) tarafından verilen anaforun her birinin uzunluğu için enerjiye yönelik ifadeyi kullanarak

$$H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0\lambda^2} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) \quad (3.140)$$

buluruz, bu nedenle yüksek  $\kappa$  süper iletkenler için

$$\lim_{\lambda \gg \xi} H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln\left(\frac{\lambda}{\xi}\right) \quad (3.141)$$





Şekil 3.15. Sayfa düzleminde bize doğru (dışa yönelmiş) alanla bir süper iletkenin üstten görünümü. Vorteksler, kendi aralarında  $a$  mesafesiyle üçgen şeklinde bir sıra oluştururlar.

Buna rağmen biz üçgen şeklindeki sıranın varlığını bir deneysel faktör olarak aldık, aslında anaförlerin üçgen şeklindeki kafeslerinin en düşük Gibbs serbest enerjiye sahip olduklarını göstermek için değişik sıraların Gibbs serbest enerjisini hesaplayabiliriz. Bunun ötesinde uygulama alanının her bir hacmi için anaförlerin denge yoğunluğunu hesaplayabiliriz. Buna rağmen bu hesaplamalarla  $G'$  yi daha fazla geliştirmeye çalışmak sıkıcı olabilir.

Şimdi daha yüksek kritik alanı,  $H_{c2}$ , tahmin edelim. Uygulama alanı arttıkça üçgen şeklindeki kafeste bulunan anaförler birbirlerine yakın hale gelirler; komşu anaförler arasındaki dağılımı hatırlayalım. Çünkü her anaför onunla ilgili olan bir kuantuma,  $\Phi_0$  ' a sahiptir. Örnek üzerinde ortalaması tutturulan  $B$  değişim yoğunluğu denklem (3.1)' den ve üçgen şeklindeki düzen için yoğunluğun,  $n_v$ , alınmasıyla denklem (3.142) tarafından

$$B = \frac{2\Phi_0}{\sqrt{3}a^2} \quad (3.143)$$

olarak verilir. Uygulama alanı yeterince arttığında özler örtüşmeye başlar, bütün süper iletken normal özlerle örtüşmeye başlar ve bu nedenle normale döner. Bu noktada  $B = \mu_0 H_o$  ' dır çünkü madde normaldir. Özel olarak  $a \approx 2\xi$  ile özler örtüşmeye başlar bu nedenle daha yüksek kritik alanda madde normal durumuna döner.

$$H_0 = H_{c2} \approx \frac{\Phi_0}{2\sqrt{3}\mu_0\xi^2} \quad (3.144)$$

$H_{c2}$  tahminimizin anaforları tanımladığımız şekle dayandığına dikkat etmek gerekir. Daha önce tartışıldığı gibi bizim modelimiz uyum uzunluğu sırasının uzunluk ölçüsü üzerindeki olguyu çalışmak için geliştirilmedi, bu nedenle bizim  $H_{c2}$  hesaplamamız sadece bir tahmin olarak alınmalıdır. Daha net olması için özden süper iletken bölgesine olan kademeli bir geçiş için olanak sağlayarak anaforları daha doğru tanımlayan Ginzburg-Landau teorisi olarak bilinen makroskobik kuantum modelinin genellemesine başvurulmalıdır. Ginzburg-Landau teorisinden yüksek kritik alan için

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\xi^2} \quad (3.145)$$

formülü elde edilir ve bizim orijinal yargımızın oldukça doğru olduğu görülür.

Eş uyum uzunluğu sıcaklığa bağlı olduğunda  $H_{c2}$ ' de bağlı olacaktır. Aslında yüksek kritik alan şekil 3.14' de gösterildiği gibi anaforlar ve normal durumla süper iletken durumu arasındaki H-T düzleminde faz sınırını gösterir. Çünkü

$$\lim_{T \rightarrow T_c} \xi(T) \sim \frac{1}{\sqrt{1 - (T/T_c)}} \quad (3.146)$$

dir ve buradan

$$\lim_{T \rightarrow T_c} H_{c2}(T) \sim 1 - \frac{T}{T_c} \quad (6.147)$$

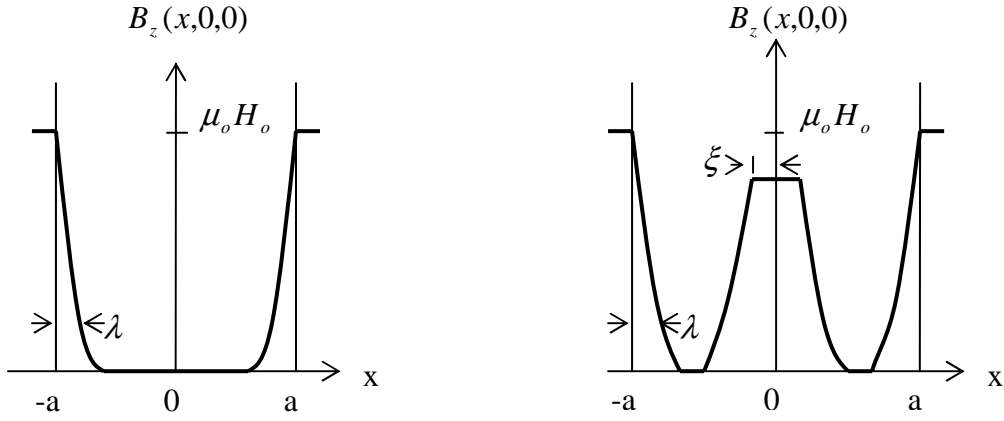
yi buluruz.  $T_c$ ' ye yakın olan sıcaklığın üzerindeki çizgisel bağımlılık şekilde görülmektedir.

Şimdiye kadar I. ve II. tip süper iletkenler arasındaki fark sadece deneysel delillere dayanıyordu. Diğer bir deyişle eğer anaforlar bir süper iletkene geçmeyecekse, madde I. tiptir, eğer geçerse madde II. tiptir. Şimdi her iki tür maddeyi ayırt etmek için daha temel kriterleri inceleyelim.

Deneylerden  $\lambda \leq \xi$  ile olan maddelerin I. tip oldukları ve  $\lambda \geq \xi$  ile olanların II. tip oldukları gözlemlendi. Bu gözlemi anlamak için hangisinin termodinamik olarak en düşük

serbest enerjiye sahip olduğunu sormalıyız; süper iletken bir anafora sahiptir veya değildir. Bu soru  $\lambda/\xi'$  in gelişigüzel oranı için cevaplandırıldığı için yüksek  $\kappa$  için olan değiştirilmiş II. London denklemi artık geçerli bir tahmin değildir. Diğer bir deyişle değişim yoğunluğuna yönelik tam cevap ve bir anaforun akımları anaforun özüyle ilgili olan serbest enerjiyi olduğu gibi Gibbs serbest enerjiyi de hesaplamada kullanılmalıdır. Şekil 3.16 hem  $\xi$  hem de  $\lambda'$  dan daha büyük olan  $2a$  kalınlığındaki bir kütle süper iletkeni için değişim yoğunluğunu gösterir.

Serbest enerjileri hesaplamak için şimdi tanıdık tezleri takip edeceğiz. Hiç anafor olmadığında B yüzeylerden itibaren üstel olarak azalır, bu nedenle kütle merkezine doğru  $B \approx 0$  olur.



Şekil 3.16.  $H_0$  uygulama alanında bir kütle süper iletken levhası için değişim yoğunluğu a. hiçbir anafor olmayan b. levhada merkezileştirilmiş bir anafor olan. Merkez büyüklüğü  $\xi'$  in nüfuz etme derinliği olan  $\lambda'$  in sırası üzerinde olduğu varsayılıyor.

$G_s^0$  anaforu olmaksızın levha için Gibbs serbest enerjisi denklem (3.128)' den elde edilir:

$$G_s^0(\vec{H}, T) = G_s^0(0, T) \quad (6.148)$$

Tam olarak denklem (3.131)' i elde etmek için yapıldığı gibi. Daha önce olduğu gibi  $G_s^0(0, T)$  bütün süper iletken levhası için herhangi bir uygulama alanının yokluğunda ve herhangi bir anafor olmaksızın Gibbs serbest enerjisidir.

Bir anafor levhanın merkezinde bulunduğu benzeri Gibbs serbest enerji  $G_s^1(\vec{H}, T)$   $W_c'$  in merkez bölgedeki elektromanyetik enerji olduğu,  $W_s'$  in süper iletken bölgesinde

elektromanyetik enerji olduğu ve  $G_s^1(0,T)$  ' in herhangi bir alanın yokluğunda fakat normal merkezle levhanın Gibbs serbest enerjisi

$$G_s^1(\vec{H},T) = G_s^1(0,T) + W_s + W_c - \vec{H} \cdot \int_{V_s} \mathbf{B} dv \quad (6.149)$$

dir. Denklem (3.132) ile karşılaştırıldığında Gibbs serbest enerjiye yönelik bu ifade vorteks merkezinin sınırlı büyüklüğüne bağlı olarak fazladan terimlere sahiptir.

Her zaman olduğu gibi şimdi denklem (3.149)' u değerlendirmeye başlıyoruz. Herhangi bir manyetik alanın yokluğunda  $G_s^1(0,T)$  anafor merkezinin hacmiyle ilgili olan enerjisi  $G_s^0(0,T)$  ' den farklılık gösterir. Bu nedenle merkezdeki  $L_z$  uzunluğunda

$$G_s^1(0,T) = G_s^0(0,T) + \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 \pi \xi^2 L_z \quad (6.150)$$

$$B_z(r) = \begin{cases} C_0 K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) & r \geq \xi \\ C_0 K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) & r < \xi \end{cases} \quad (6.151)$$

olur.

Maddenin içindeki alanları bularak devam edelim. Kütle yaklaşımı kenarlardaki değişim yoğunluğunu ihmal etmemizi sağlar. Buna ek olarak levha anafor ( $a \gg \xi$ )' ya sınırsız görüldüğü için anafor tarafından oluşturulan değişim yoğunluğu Bölüm 3.4 (denklem 3.34 ve 3.37)' de bulunduğu gibi

$$C_0 = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \left[ \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\lambda^2} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) + \frac{\xi}{\lambda} K_1\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) \right]^{-1} \quad (6.152)$$

elde edilir. Hatırlayalım ki  $B_z(r)$  için olan bu ifade yapılandırıldı ve bu nedenle üretilen toplam akı  $\Phi_0$  ' dir. Bu yüzden denklem (3.149)' da ki son terim  $S_{levha}$  ' in levhanın kesit alanı olmak üzere basitçe

$$\vec{H} \cdot \int_{V_{levha}} \mathbf{B} dV = L_z H \int_{S_{levha}} B_z dx dy = L_z H \Phi_0 \quad (6.153)$$

dır ve burada  $S_{levha}$  levhanın kesit alanıdır.

$G$ ,  $W_c$  ve  $W_s$ ' ye katkı sağlayan diğer iki terim elektromanyetik enerjinin direk integralinden elde edilmektedir. Normal merkez için

$$W_c = \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_{merkez}} \mathbf{B}^2 dV \quad (6.154)$$

$$W_c = \frac{1}{2\mu_0} L_z \pi \xi^2 C_0^2 K_0^2 \left( \frac{\xi}{\lambda} \right) \quad (6.155)$$

dir, çünkü değişim yoğunluğu merkez üzerinde daimidir. Süper iletken bölge için çözümü, geliştirilmiş II. London denkleminin yönelik kullandığımız için Bölüm 3.4' de bulunan anaforun her birim uzunluğu için çizgi enerjisi kullanamayız. Sonuç olarak bunun yerine genel ifade olan

$$W_s = \frac{1}{2\mu_0} \int_{V_s} (\mathbf{B}^2 + \mu_0^2 \lambda^2 J_s^2) dV \quad (6.156)$$

kullanmalıyız. Birleşim normal merkezi dahil etmeyen süper iletici olan  $V_s$ ' in hacmi üzerindedir:

$$V_s = V_{levha} - V_{merkez} \quad (6.157)$$

Anafor değişim yoğunluğuyla ilgili olan akım yoğunluğu

$$J_{s,\phi}(r) = \begin{cases} \frac{C_0}{\mu_0 \lambda} K_1 \left( \frac{r}{\lambda} \right) & r \geq \xi \\ 0 & r < \xi \end{cases} \quad (6.158)$$

dir. Çünkü alanlar ve akımlar  $z$  ve  $\phi$ ' den bağımsızdır, bu iki değişim üzerindeki integrasyon yapıldığında denklem (3.156)  $r' \equiv r/\lambda$  için (burada  $r' = r/\lambda$  boyutsuz niceliktir)

$$W_s = \frac{\pi L_z \lambda^2 C_0^2}{\mu_0} \int_{\xi/\lambda}^{\infty} [K_0^2(r') + K_1^2(r')] r' dr' \quad (6.159)$$

olur. İlk integrali almak için

$$\frac{d}{dx}(xK_1(x)) = -xK_0(x) \quad (6.160)$$

olduğuna dikkat etmek gerekir dolayısıyla,

$$\int_b^{\infty} K_0^2(x)xdx = -\int_b^{\infty} K_0(x) \frac{d}{dx}[xK_1(x)] dx \quad (6.161)$$

olur. Çünkü  $K_m$ ' ler üstel olarak azalır ve bunu parçalar halinde entegre ederek

$$\int_b^{\infty} K_0^2(x)xdx = bK_1(b)K_0(b) + \int_b^{\infty} xK_1(x) \frac{d}{dx} K_0(x)dx \quad (6.162)$$

yi buluruz. Bu ifade

$$\frac{d}{dx} K_0(x) = -K_1(x) \quad (6.163)$$

yi kullanarak daha ileri seviyede basitleştirilebilir ve bu nedenle

$$\int_b^{\infty} K_0^2(x)xdx = bK_1(b)K_0(b) - \int_b^{\infty} xK_1^2(x)dx \quad (6.164)$$

olur. Bu ifadenin denklem (3.159)' da yerine konmasıyla  $K_1$  üzerindeki integrallerde birbirlerini yok eden terimlerden sonra

$$W_s = \frac{\pi L_z \lambda^2 C_0^2}{\mu_0} \frac{\xi}{\lambda} K_1\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) \quad (6.165)$$

elde edilir. Sonuç olarak iki elektromanyetik terimin toplamı  $C_o$  (denklem 3.152)' in tanımını kullanarak basitleştirilir:

$$W_c + W_s = L_z \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} \left[ \frac{K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right)}{\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\lambda^2} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) + \frac{\xi}{\lambda} K_1\left(\frac{\xi}{\lambda}\right)} \right] \quad (6.166)$$

Üstteki sonuçları birleştirerek levha bir anaför içerdiğinde ve içermediğinde serbest enerjideki farklılığın

$$G_s^1(H, T) - G_s^0(H, T) = L_z \left( \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 \pi \xi^2 + \frac{W_s + W_c}{L_z} - H \Phi_0 \right) \quad (6.167)$$

olarak verildiğini buluruz. Düşük riskli alan  $H_{c1}$  Gibbs serbest enerjideki farklılık ortadan kaybolduğunda ortaya çıkar. Uygulama alanı  $H_{c1}$ ' e ulaştığında  $H=H_o$  olduğundan

$$H_{c1} = \frac{\mu_0 H_c^2 \pi \xi^2}{2\Phi_0} + \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0\lambda^2} \left[ \frac{K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right)}{\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\lambda^2} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) + \frac{\xi}{\lambda} K_1\left(\frac{\xi}{\lambda}\right)} \right] \quad (6.168)$$

olur ve vorteksler süper iletkene geçerler. Eğer  $H_c$ ,  $\xi$  ve  $\lambda$  bilinirlerse  $H_{c1}$ ' in değeri  $\xi$ ' in  $\lambda$ ' a olan yakınlığına bakılmaksızın denklem (3.168)' den bulunur. Eğer  $H_{c1} > H_c$  olursa, anaförlerin süper iletkene geçebilmesinden önce madde  $H_c$ ' de normale gidecektir. Bu nedenle eğer  $H_{c1} > H_c$  olursa süper iletken I. tiptir bunun tersine, eğer  $H_{c1} < H_c$  olursa anaförler  $H_{c1}$ ' de süper iletkene geçecekler. Anaförler bir kez geçtiler mi süper iletken artık Meissner durumda değildir bu nedenle anaförün yoğunluğu  $H_c$ ' in üstünde arttığından hiçbir şey olmaz. Bu nedenle eğer  $H_{c1} < H_c$  olursa süper iletken II. tiptir.

Bir süper iletken I. tip ya da II. tip olacağı zaman madde için  $\xi$  ve  $\lambda$  kadar  $H_c$ ' inde bilinmesi gerekiyor. Buna rağmen  $H_{c1}$  ve  $H_{c2}$ ' in yüksek  $\kappa$  süper iletkeni için sadece  $\xi$  ve  $\lambda$  boyutlarına dayandığını bulduğumuz için  $H_c$ ' in aynı zamanda bu iki boyut bakımından ifade

edilebileceğinden şüphe ederiz. Bu nedenle bu ifadeyi bulalım. Yüksek  $\kappa$  sınırındaki denklem (3.167)' in serbest enerjileri arasındaki farkla başlayalım:

$$\lim_{\lambda \rightarrow \xi} [G_s^1(H, T) - G_s^0(H, T)] = L_z \left( \frac{1}{2} \mu_0 H_c^2 \pi \xi^2 + \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{\xi} - H\Phi_0 \right) \quad (6.169)$$

Bölüm 3.4' de yapıldığı gibi denklem (3.166)' da parantez içerisindeki ifadeyi  $(\lambda / \xi)$ ' ye yerleştirmekle eşdeğerdir. Sabit bir uygulama alanı ve sıcaklıkta Gibbs serbest enerjideki farklılıklar açık olarak  $H_c$ ,  $\xi$  ve  $\lambda$ ' a dayanır. Verilen bir  $H_c$  ve  $\lambda$ ' a sahip olduğumuzu ve bu ifadeyi  $\xi$ ' un bir işlevi olarak araştırmak istediğimizi düşünelim.  $\xi$  sifıra yaklaştığında, denklem (3.169)' da ki ilk terim merkez enerjide sifıra gider fakat ikinci terim elektromanyetik enerjisi ayrılır. Buna benzer bir şekilde eğer  $\xi$  çok büyürse, bu sefer ikinci terim küçülürken birinci terim ayrılır. Bu yüzden her iki durumda da Gibbs serbest enerji büyür. Bu nedenle anaför merkezi  $\xi$  kendi kendini Gibbs serbest enerjiyi küçülten bir boyuta ayarlayacak. Diğer bir deyişle  $\xi$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} [G_s^1(H, T) - G_s^0(H, T)] = 0 \quad (6.170)$$

durumundan bulunur ve denklem (3.169)' un farklılığı

$$\xi = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda H_c} \quad (6.171)$$

a yol açar. Bunun aksine eğer  $\xi$  bilinirse, bu ilişki

$$H_c(T) \approx \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda\xi} \quad (6.172)$$

yi verir. Bu sadece bir tahmin olabilir çünkü merkez modelinin detaylarına dayanır. Ginzburg-Landau teorisi daha doğrusu

$$H_c(T) = \frac{\Phi_0}{2\sqrt{2}\pi\mu_0\lambda\xi} \quad (6.173)$$

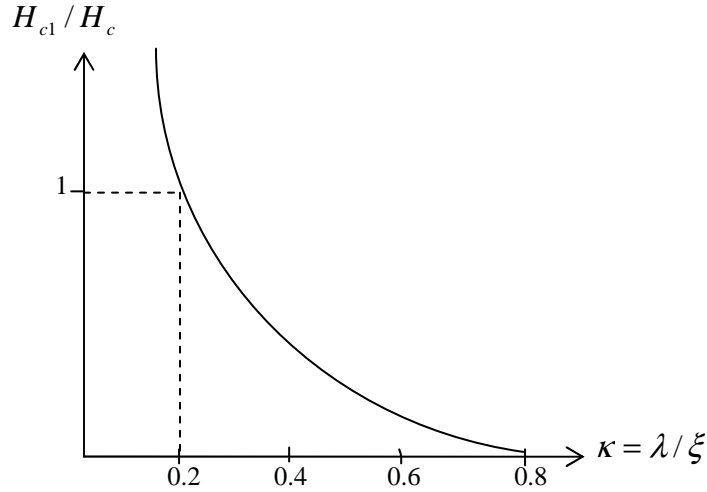
ü verir.  $H_c$ ' in  $H_{c1}$  ve  $H_{c2}$ ' in geometrik anlamı olduğu logaritmik bir faktörün içinde

$$H_c = \sqrt{\frac{H_{c1}H_{c2}}{\ln(\lambda/\xi)}} \quad (6.174)$$

olduğunu fark etmek ilginçtir.  $H_c(T)$ ' in yüksek  $\kappa$ ' lı bir madde için bulunmasına rağmen Ginzburg-Landau teorisi denklem (3.173)' ün  $K$ ' in bütün hacimleri için doğru olduğunu gösterir.

$H_c(T)$ ' yi  $\xi$  ve  $\lambda$ ' a bağlı bulduğumuzdan,  $H_{c1}$  tahminimize geri dönüyoruz. Denklem (3.168)' deki düşük kritik alan

$$H_{c1} = H_c \left\{ \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{\xi}{\lambda} + \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{\frac{\xi}{\lambda} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right)}{\frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\lambda^2} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) + \frac{\xi}{\lambda} K_1\left(\frac{\xi}{\lambda}\right)} \right] \right\} \quad (6.175)$$



Şekil 3.17.  $\kappa = \lambda / \xi$ ' in bir fonksiyonu olarak  $H_{c1} / H_c$  oranı

$\kappa \approx 0.2$  ve daha büyüğü için düşük kritik alan  $H_{c1}$  aslında  $H_c$ ' den daha düşüktür dolayısıyla vorteks geçebilir ve süper iletken II. tiptir. Daha düşük  $\kappa$  için  $H_c < H_{c1}$  ve madde vorteks geçmeden önce normal olur ve süper iletken I. tiptir. Bu nedenle eğer  $\lambda \ll \xi$  olursa maddenin

I. tip olduğunu buluruz. Eğer  $\lambda \gg \xi$  olursa madde II. tiptir.  $\lambda / \xi$  oranının özel bir değeri süper iletkenin hangi tip olduğunu kesin olarak belirtir. Buna rağmen burada sunulan hesaplama, normal merkez ve süper iletken bölgesi arasındaki keskin ayrıma sahip olduğu için anaforun modeline dayanır.  $H_{c2}$ ' in tartışmasında olduğu gibi böyle bir modeli bir yaklaşım olarak alırız. Ginzburg-Landau teorisi bir maddenin  $\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}}$  olması için I. tip mi yoksa II. tip mi olduğunu tanımlayan  $\kappa$ ' in kritik değerini verir.

### 3.7 Anizotropik Süperiletkenlerde Vorteksler

Daha önce izotropik süper iletkenlerde tartışmalarımızı anaforlarla sınırladık. Bu bölümde bir izotropik olmayan süper iletkende anafor için alan ve akımları tekabül eden kritik alanlar gibi buluruz. İzotropik maddeler için temel görüşlerimizi kolay bir şekilde belirttik. Aslında bu ifadelerin birçoğu  $\Lambda$ ' ı  $\bar{\Lambda}$ ' a yerleştirerek düzenli anizotropik ilişkilere dönüştürülebilir.

Özel olarak anizotropik süper iletkende olan bir anafor denklem (3.3)' ün bir genellemesi olan akı kuantumlanması şartını doğrular.

$$\Phi_{tot} = \oint_C \left( \bar{\Lambda} J_s \right) .dl + \int_S B . ds = \Phi_0 \quad (6.176)$$

İntegrasyon C yolu boyunca alınır ve dairesel S yüzeyinin normali anafor merkezi ile çakışır. Merkezin dışındaki bölgede süper elektronlar II. London denkleminin anizotropik şeklini sağlarlar.

$$\nabla \times \left( \bar{\Lambda} J_s \right) + B = 0 \quad (6.177)$$

Bu iki ilişki bir anizotropik süper iletkende olan anaforun alanını ve yoğunluğunu tarif eder. Buna rağmen bir izotropik süper iletken durumunda olduğu gibi, yüksek  $\kappa$  anizotropik süper iletkenleri için denklem (3.44)' e benzeyen geliştirilmiş II. London denklemini kullanmak daha uygundur.

Anizotropik maddedeki anaforun  $V(r)$  büyüklüğünü  $i_v$ ' ye bağlı olarak

$$V(r) = \Phi_0 \delta_2(r) i_v \quad (6.178)$$

şeklinde yazabiliriz. Bu tartışmalardan geliştirilmiş II. London denkleminin anizotropik şekli

$$\nabla \times (\overline{\Lambda} J_s) + \mathbf{B} = \mathbf{V}(r) \quad (6.179)$$

dir. Ampere kanununun birinci yöntemini kullanarak akı yoğunluğunun

$$\nabla \times \left[ \frac{1}{\mu_0} \overline{\Lambda} (\nabla \times \mathbf{B}) \right] + \mathbf{B} = \Phi_0 \delta_2(r) i_v \quad (6.180)$$

olacağını görürüz. Anizotropik bir süper iletken için anafora bağlı olarak  $\mathbf{B}'$  in yönü genelde  $i_v'$  ye paralel olmayacaktır. Bu büyük ölçüde geliştirilmiş II. London denkleminin yönelik çözümü güçleştirir. En genel olan çözüm bulmaktansa, anaforun yönünü bir temel eksenine boyunca alacağız.

Şekil 3.18 eksenleri temel eksenlerle karşılaştırılmış bir anizotropik süper iletken maddeyi göstermektedir öyle ki maddenin  $\hat{a}-$ ,  $\hat{b}-$ , ve  $\hat{c}-$  eksenleri sırayla  $i_x$ ,  $i_y$  ve  $i_z$  eksenleriyle çakışmaktadırlar.  $\overline{\Lambda}$  matrisi köşegendir ve her bir köşegen terimi

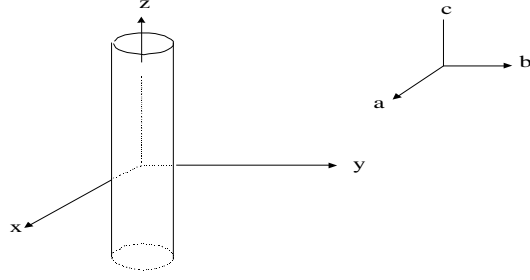
$$\Lambda_i = \frac{m_i \hbar}{n \hbar (q \hbar)^2} \quad (3.181)$$

olmak üzere

$$\overline{\Lambda} = \begin{bmatrix} \Lambda_a & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_b & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_c \end{bmatrix} \quad (3.182)$$

dir. Anaforun merkezi  $i_z'$  ye paraleldir ve dolayısıyla anaforluk

$$\mathbf{V}(r) = \Phi_0 \delta_2(r) i_z \quad (3.183)$$



Şekil 3.18. Anizotropik bir süper iletkende bir anafor. Madde ekseninin kartezyen koordinatlarla uyum sağladığına dikkat etmek gerekir. Anaforun merkezi  $i_z$  boyuncadır.

Elde edilen akı yoğunluğu aynı zamanda z- yönünde de:

$$\mathbf{B} = B_z(x, y)i_z \quad (3.184)$$

olarak bulunur. Dolayısıyla geliştirilmiş II. London denklemi iki yönlü itici güç fonksiyonunun kartezyen koordinatlarda

$$\frac{\Lambda_b}{\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} B_z(x, y) + \frac{\Lambda_a}{\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial y^2} B_z(x, y) - B_z(x, y) = -\Phi_0 \delta(x) \delta(y) \quad (3.185)$$

indirgenir. Manyetik alan nüfuz derinliği  $\lambda_a$  ve  $\lambda_b$ ' yi tanımlarız. Böylelikle

$$\lambda_a \equiv \sqrt{\frac{\Lambda_a}{\mu_0}} \quad \text{ve} \quad \lambda_b \equiv \sqrt{\frac{\Lambda_b}{\mu_0}} \quad (3.186)$$

olur ve dolayısıyla denklem (3.185)

$$\lambda_b^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} B_z(x, y) + \lambda_a^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} B_z(x, y) - B_z(x, y) = -\Phi_0 \delta(x) \delta(y) \quad (3.187)$$

olur.

Bu ifadeyi çözmek için kauçuk tabaka modeline göre ortalama değerleri

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\lambda_a}{\lambda_b}} x \quad \text{ve} \quad \bar{y} = \sqrt{\frac{\lambda_b}{\lambda_a}} y \quad (3.188)$$

olarak yazabiliriz (z-yönünün değişmediğine dikkat edin). Bu yeni koordinat sisteminde denklem (3.187)

$$\frac{1}{|a|} \delta\left(\frac{x}{a}\right) = \delta(x) \quad (3.190)$$

kullanarak

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \bar{y}^2}\right) B_z(\bar{x}, \bar{y}) - \frac{1}{\bar{\lambda}^2} B_z(\bar{x}, \bar{y}) = -\frac{\Phi_0}{\bar{\lambda}^2} \delta(\bar{x}) \delta(\bar{y}) \quad (3.189)$$

buluruz. Etkili izotropik nüfuz derinliği olarak

$$\bar{\lambda} \equiv \sqrt{\lambda_a \lambda_b} \quad (3.191)$$

tanımlayabiliriz. Aslında  $\bar{\lambda}$  bakımından tırmanan ilişkileri yeniden yazmak uygundur:

$$\bar{x} = \frac{\bar{\lambda}}{\lambda_b} x \quad \text{ve} \quad \bar{y} = \frac{\bar{\lambda}}{\lambda_a} y \quad (3.192)$$

$(\bar{x}, \bar{y})$  koordinat sisteminde anaforun izotropik medyumda olduğunu ve denklem (3.50) tartışıldığı gibi aynı Helmholtz denklemini doğruladığını görürüz. Bu nedenle  $(\bar{x}, \bar{y})$  koordinatlarına bağlı olarak akı yoğunluğunu

$$B_z(\bar{x}, \bar{y}) = \frac{\Phi_0}{2\pi \bar{\lambda}^2} K_0\left(\frac{\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}}{\bar{\lambda}}\right) \quad (3.193)$$

olarak elde ederiz. Çünkü akı yoğunluğu  $\bar{x}$  yönündeki karakteristik  $\bar{\lambda}$  mesafesiyle azalır, skalalandırılmamış sistemde akı yoğunluğu denklem (3.192)' ye göre x- yönünde

$$\lambda_x = \lambda_b \quad (3.194)$$

olur. Buna benzer, akı yoğunluğu y- yönünde

$$\lambda_y = \lambda_a \quad (3.195)$$

olarak bulunur. Bu karakteristik azalma uzunlukları aynı zamanda (x,y) koordinatlarındaki akı yoğunluğunu

$$B_z(x, y) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda_a\lambda_b} K_0 \left( \sqrt{\left(\frac{x}{\lambda_b}\right)^2 + \left(\frac{y}{\lambda_a}\right)^2} \right) \quad (3.196)$$

olarak yazmak mümkündür. x- yönünün nüfuz derinliğinin y- yönüyle ilgili bir nicelik olan  $\lambda_b$  tarafından belirlendiği aşikârdır. Bunun nedeni onun x- yönündeki değişim yoğunluğunu tanımlayan y- yönü boyunca akı yoğunluğudur. Bu sonuç akımlar ve alanlara yönelik elde edilen sonuçla aynıdır.

Şimdi anizotropik bir süper iletken için eş uyum uzunluğunu araştıralım. Şekil 3.19a skalalandırılmış koordinat sisteminde sabit  $B_z(\bar{x}, \bar{y})$ ' in dairesel şekillerini gösterir. Merkezin yarıçapı etkili izotropik eş uyum uzunluğu  $\xi$  tarafından gösterilir ve dairesel sınır  $\bar{x}$  ve  $\bar{y}$  noktasının konumu tarafından belirlenir öyle ki

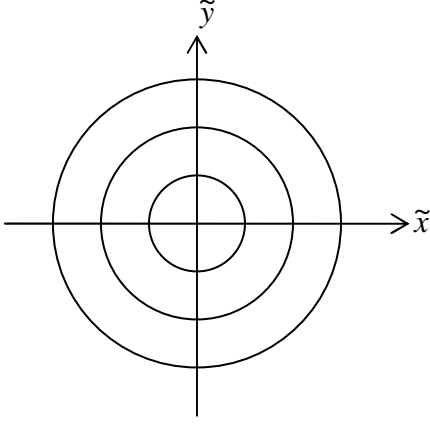
$$\bar{x}^2 + \bar{y}^2 = \xi^2 \quad (3.197)$$

olur. Orijinal koordinat sistemi bakımından merkezin sınırı

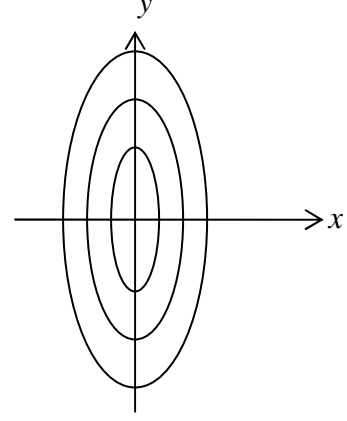
$$\left(\frac{x}{\lambda_b/\bar{\lambda}}\right)^2 + \left(\frac{y}{\lambda_a/\bar{\lambda}}\right)^2 = \xi^2 \quad (3.198)$$

tarafından tanımlanır. Dolayısıyla bir anizotropik süper iletkendeki merkez, denklem (3.192)' in koordinat dönüşümü tarafından skalalandırılan elipsin eksenleriyle eliptiktir. Şekil 3.19b' de gösterildiği gibi bu elips x- yönünde bir yarı azalan simetrik eksene sahiptir:

$$\xi_x = \frac{\lambda_b}{\lambda} \bar{\xi} \quad (3.199)$$



(a)



(b)

Şekil 3.19. a. Daimi B akı yoğunluğunun skalalandırılmış çizgileri b. orijinal koordinat sistemleri. a.' da anafor merkezi  $\bar{\xi}$  yarıçapıyla daireseldir, b.' de ise anafor merkezi yarı fazlalık eksen  $\xi_y$  ve yarı azalan eksen  $\xi_x$  ile eliptiktir.

y- yönündeki bir yarı fazlalık eksen

$$\xi_y = \frac{\lambda_a}{\lambda} \bar{\xi} \quad (3.200)$$

tarafından verilir (Tabiî ki gerçekte,  $\xi_y > \xi_x$  maddenin yöneldiği açık yolda bellidir). Bu iki ifadeyi  $\bar{\lambda}$  ile birleştirmek etkili izotropik eş uyumunun, aynı zamanda geçerli karakteristik uzunlukların geometrik bir ortalaması olduğunu gösterir:

$$\bar{\xi} = \sqrt{\xi_x \xi_y} \quad (3.201)$$

aynı zamanda

$$\frac{\xi_x}{\xi_y} = \frac{\lambda_x}{\lambda_y} \quad (3.202)$$

dir, dolayısıyla kauçuk tabaka modelinden beklendiği gibi, daha kısa eş uyum mesafesinin yönü daha kısa nüfuz derinliğinin yönüdür.

Buna rağmen kauçuk tabaka modeline başvurarak her temel eksen boyunca uyum mesafesinin yakın boyutunu bulabildik,  $\bar{\xi}$  için, enerji aralığı  $2\Delta$  olduğu gibi, temel nicelikler bakımından bir ifade bulmak zorundayız. Bu nedenle merkezdeki akım yoğunluğu üzerine odaklanan bir enerji tezi kullanarak böyle bir bağ elde edelim.

Akım yoğunluğu  $J_s(x, y)$  metot I altında yazılan Ampere' in yasasını kullanarak denklem (3.196)' dan akı yoğunluğundan bulunur:

$$J_s(x, y) = -\frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda_a\lambda_b} \left[ \frac{K_1 \left( \sqrt{\left(\frac{x}{\lambda_b}\right)^2 + \left(\frac{y}{\lambda_a}\right)^2} \right)}{\sqrt{\left(\frac{x}{\lambda_b}\right)^2 + \left(\frac{y}{\lambda_a}\right)^2}} \right] \left( \frac{y}{\lambda_a^2} i_x - \frac{x}{\lambda_b^2} i_y \right) \quad (3.203)$$

Bu yüksek  $\kappa$  süper iletkenin merkezinin yakınında değiştirilmiş Bessel işlevi yaklaşık olarak

$$\lim_{x \rightarrow 0} K_1(x) = \frac{1}{x} \quad (3.204)$$

olur. En fazla akım yoğunluğu anaforun merkezi boyunca ortaya çıkacaktır. Yarı küçük ekseninde en fazla akım yoğunluğu

$$J_s^{mak}(\xi_x, 0) = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda_a\lambda_b} \frac{1}{\xi_x} i_y \quad (3.205)$$

ve yarı büyük ekseninde

$$J_s^{mak}(0, \xi_y) = -\frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\lambda_a\lambda_b} \frac{1}{\xi_y} i_x \quad (3.206)$$

olur. Her iki denklem de doğru izotropik ifadelerle indirgenmektedir (denklem 3.12).  $J_s = n^* q^* v_s$  'yi bu ifadeleri nüfuz derinliği tanımlarıyla birleştirerek (denklem 3.182 ve 3.186), merkezin eksenindeki en fazla hız

$$|v_{s,y}^{mak}| = \frac{\hbar}{\sqrt{m_a^* m_b^*}} \frac{1}{\xi_x} \quad (3.207)$$

ve

$$|v_{s,x}^{mak}| = \frac{\hbar}{\sqrt{m_a^* m_b^*}} \frac{1}{\xi_y} \quad (3.208)$$

olarak elde ederiz.

Bölüm 3.3' de olduğu gibi hız en zirveye ulaşır çünkü kinetik enerji  $\delta\xi$  'deki artış Cooper çiftinin bağlama enerjisini  $2\Delta$  'yı geçer.  $\delta\xi$  'yi bulmak için, süper iletkenlerin herhangi bir akım akışının yokluğunda ortam hızıyla hareket etmektedir. Bir Cooper çiftinin ortalama kinetik enerjisi hiçbir akım yokken

$$\xi_{kin}^0 = \frac{1}{2} v_F \cdot (\overline{m^* v_F}) = \frac{1}{2} (m_a^* v_{F,x}^2 + m_b^* v_{F,y}^2 + m_c^* v_{F,z}^2) \quad (3.209)$$

dır.  $x = \xi_x$  'deki artış hızına bağlı olarak kinetik enerji, izotropik durumunkine benzeyen (denklem 3.16)

$$\xi_{kin}^1 = \frac{1}{2} \left[ m_a^* v_{F,x}^2 + m_b^* (v_{F,y} + v_{s,y}^{max})^2 + m_c^* v_{F,z}^2 \right] \quad (3.210)$$

dır. Bu nedenle merkez kenarındaki akım tarafından üretilen ek enerji

$$\delta\xi = \xi_{kin}^1 - \xi_{kin}^0 \quad (3.211)$$

olur. Fermi hızının anafor tarafından meydana getirilen ek hızdan daha büyük olduğunu varsayarak

$$\delta\xi|_{x=\xi_x, y=0} \approx m_b^* v_{F,y} v_{s,y}^{\max} \quad (3.212)$$

dır.  $\xi_{kin}^0$  ' in ortalamada yönlendirmeye dayanmadığını umuyoruz ve bu yüzden

$$\xi_{kin}^0 \equiv \frac{1}{2} m_0^* v_F^2 \quad (3.213)$$

olarak tanımlanan bir tırmanma niceliği olur. Burada  $v_F$  Fermi hızının biraz ortalamasıdır ve  $m_0^*$  etkili kütlelerin ortalamasıdır, hiçbir nicelik duruma dayanmaz. Sadece onların birleşimi denklem (3.213) tarafından tanımlanır. Kinetik enerji bir bütün olarak yönlendirmeden bağımsızdır. Kinetik enerjinin ortalamada her katkı parçasının aynı zamanda yönlendirmeden bağımsız olmasını umuyoruz. Bu nedenle denklem (3.213) ve (3.209)' la birleştiğinde

$$\left\langle \frac{1}{2} m_a^* v_{F,x}^2 \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2} m_b^* v_{F,y}^2 \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2} m_c^* v_{F,z}^2 \right\rangle \quad (3.214)$$

olan denklem

$$\left\langle v_{F,y}^2 \right\rangle = \frac{1}{3} \frac{m_0^*}{m_b^*} v_F^2 \quad (3.215)$$

sağlar. Bu ifadenin karekökünün  $v_{F,y}$  ortalaması için iyi bir tahmin olduğunu varsayarak, onu ve denklem (3.207)' yi  $v_{s,y}^{\max}$  için kullanarak  $\delta\xi$  ' in

$$\delta\xi|_{x=\xi_x, y=0} \approx \frac{\hbar v_F}{\sqrt{3}\xi_x} \sqrt{\frac{m_0^*}{m_a^*}} \quad (3.216)$$

olduğunu buluruz. Çünkü merkezin çevresinde  $\delta\xi \approx 2\Delta$  'dır, tam BCS sonucuyla,

$$\xi_x = \frac{\hbar v_F}{\pi\Delta} \sqrt{\frac{m_0^*}{m_a^*}} \quad (3.218)$$

iyi karşılaştırılan

$$\xi_x \approx \frac{\hbar v_F}{2\sqrt{3}\Delta} \sqrt{\frac{m_0^*}{m_a^*}} \quad (3.217)$$

elde ederiz. Benzer bir tahmin  $\xi_y$  için yapılabilir. Tam BCS sonucu

$$\xi_y = \frac{\hbar v_F}{\pi\Delta} \sqrt{\frac{m_0^*}{m_b^*}} \quad (3.219)$$

Skalalandırılmış koordinat sistemindeki yarıçap merkezi elipsin iki yarıçapının geometrik ortalaması olduğu için

$$\bar{\xi} = \frac{\hbar v_F}{\pi\Delta} \sqrt{\frac{(m_0^*)^2}{m_a^* m_b^*}} \quad (3.220)$$

elde ederiz.

$$\xi_i \equiv \frac{\hbar v_F}{\pi\Delta} \sqrt{\frac{m_0^*}{m_i^*}} \quad (3.221)$$

Denklem (3.221)' de olduğu gibi maddenin her bir esas eksenini boyunca bir eş uyum uzunluğu tanımlamak faydalıdır. Bu nedenle eş uyum uzunluğu

$$\xi_x = \xi_a \quad (3.222)$$

ve

$$\xi_y = \xi_b \quad (3.223)$$

olarak yazılabilir.  $T_c$  ' in yakınında, BCS teorisi enerji boşluğunun sıfıra  $\sqrt{1-(T/T_c)}$  olarak gittiğini gösterir. Bu nedenle,  $T_c$  ' in yakınında bütün eş uyum uzunlukları ayrılan bir sıcaklık bağımlılığına sahiptir:

$$\lim_{T \rightarrow T_c} \xi_i(T) \sim \frac{1}{\sqrt{1-(T/T_c)}} \quad (3.224)$$

Bu yüzden sadece şekil 3.18' de gösterilen temel eksenlerin yönlendirilmesini düşündük. Eğer temel eksenlerin yönlendirilmesi Kartezyen koordinatlarla yönlendirilirse nüfuz derinliği ve eş uyum mesafesi yeniden bulunabilir. Çizelge 3.1 üç muhtemel yönlendirme için  $\lambda$  ve  $\xi$  ' yi listeler.

Belirtilen temel eksenlerden biri boyunca alana yönelik karakteristik uzunluklarla, anizotropik süper iletken için kritik alanı şimdi buluruz. Uygulama alanı  $H_{app}$  temel eksenlerden biri boyunca devam ettiği sürece termodinamik alan  $\vec{H}$  uygulama alanı  $H_{app}$  ile tıpatıp aynı olacaktır. Bu nedenle Bölüm 3.4, 3.5 ve 3.6' da enerji için kullanılan ifadeler geçerlidir ve anizotropik madde için  $H_c$  ,  $H_{c1}$  ve  $H_{c2}$  ' yi bulmak için bu ifadeleri kullanabiliriz. Uygulama alanını z- eksenini boyunca koruyacağız ve sırasıyla  $i_x$ ,  $i_y$  ve  $i_z$  ile çakışan  $\hat{a}$  ,  $\hat{b}$  ve  $\hat{c}$  gibi temel eksenleri hizaya getirmek için koruyacağız. Vorteks merkezi yine şekil 3.18' de olduğu gibi z- eksenini boyuncadır.

Bir anizotropik süper iletken için düşük uygulama alanı,  $\xi_v$  ' in anaforun her birim uzunluğunun enerjisi olduğu

$$H_{c1} = \frac{\xi_v}{\Phi_0} \quad (3.225)$$

i sağlayarak Bölüm 3.6' da verilen tezden devam eder.

Çizelge 3.1. Kartezyen koordinatlarıyla ilgili olarak temel eksenlerin değişik yönlendirmeleri için nüfuz derinliği ve uyum mesafesi. Uygulama alanı z- eksenine boyunca yönlendirilir.

	$\lambda_x$	$\lambda_y$	$\xi_x$	$\xi_y$
	$\lambda_b$	$\lambda_a$	$\xi_a$	$\xi_b$
	$\lambda_a$	$\lambda_c$	$\xi_c$	$\xi_a$
	$\lambda_c$	$\lambda_b$	$\xi_b$	$\xi_c$

Anizotropik bir ortam için  $\xi_v$ ' yi bilmiyoruz, bu yüzden onu hesaplamalıyız. Denklem (3.72)' ye benzeyen enerjinin her birim uzunluğu için genellenmiş anizotropik ifadeyle başlarız.

$$W_s' = \frac{1}{2\mu_0} \int_{S_s} \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} da + \frac{1}{2\mu_0} \oint_{C_s} \left[ \mathbf{B} \times \left( \frac{\mathbf{A}}{\Lambda} \right) \right] \cdot d\mathbf{n} \quad (3.226)$$

İzotropik durumda olduğu gibi  $S_s$  üzerindeki yüzey integrali  $da = dx dy$ ' deki gibi x-y düzleminde ve  $S_s$  kapalı şekil  $C_s$  tarafından tanımlanır. Aslında yüzey ve şekil, şekil 3.10' da gösterilenlerle aynıdır. Eğer şekil merkezinden uzaklaştırılırsa akım yoğunluğu üstel olarak azalacaktır. Bu sınırlamada birleşme bütün x-y düzleminin üzerinde olur, dolayısıyla denklem (3.226)

$$W_s' = \frac{1}{2\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} dx dy \quad (3.227)$$

olur. Koordinatların denklem (3.192) tarafından yükseltildiği yerde kauçuk tabaka modelini kullanırsak bu ifade

$$W_s' = \frac{1}{2\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{B} \cdot \mathbf{V} d\bar{x} d\bar{y} \quad (3.228)$$

olur ve enerji başına birim uzunluğunun hem (x,y) hem de  $(\bar{x}, \bar{y})$  koordinat sistemlerinde tamamen aynı şekilde olduklarını görürüz.

Aynı zamanda  $V(\mathbf{r})$  de her iki koordinatta aynı şekildedir:

$$V(x, y) = \Phi_0 \delta(x) \delta(y) i_z \quad (3.229)$$

ve

$$V(\bar{x}, \bar{y}) = \Phi_0 \delta(\bar{x}) \delta(\bar{y}) i_z \quad (3.230)$$

dir. Sonuç olarak birim uzunluk başına enerji skalalandırılmış koordinat sisteminde değerlendirildiğinde, bir izotropik süper iletkeni eş uyum mesafesi  $\xi$ , nüfuz derinliği  $\lambda$  ile

değerlendirmekle aynıdır. Tek bir anaforun birim uzunluğu başına enerjideki sonuç, Bölüm 3.4' de bulunan şekilde aynı olmalıdır:

$$\xi_v = \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\bar{\lambda}^2} K_0\left(\frac{\bar{\xi}}{\bar{\lambda}}\right) \quad (3.231)$$

Denklem (3.225)' den sonuçlanan düşük kritik alan

$$H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0\bar{\lambda}^2} K_0\left(\frac{\bar{\xi}}{\bar{\lambda}}\right) \quad (3.232)$$

dir. Bu ifade  $\xi$  ve  $\lambda$  tarafından yerleştirilen  $\bar{\xi}$  ve  $\bar{\lambda}$  ile olan bir izotropik süper iletken için Bölüm 3.6' da verilen  $H_{c1}$ ' e benzer. İzotropik emsallerine benzer bir şekilde olan

$$\bar{\kappa} \equiv \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\xi}} \quad (3.233)$$

ve aynı zamanda

$$\bar{\kappa}_{xy} = \frac{\sqrt{\lambda_x\lambda_y}}{\sqrt{\xi_x\xi_y}} \quad (3.234)$$

olarak da yazılabilen bir anizotropik  $\bar{\kappa}$ ' ı tanımlamak uygundur. Geniş  $\bar{\kappa}$  için değiştirilmiş Bessel işlevi  $K_0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} K_0(x) \approx \ln x \quad (3.235)$$

olarak tahmin edilebilir, dolayısıyla yüksek  $\kappa$  bir madde için düşük riskli olan

$$\lim_{\bar{\lambda} \gg \bar{\xi}} H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0\bar{\lambda}^2} \ln \bar{\kappa} \quad (3.236)$$

dır yada eşdeğer olarak

$$\lim_{\bar{\kappa}_{xy} \gg 1} H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0\lambda_x\lambda_y} \ln \bar{\kappa}_{xy} \quad (3.237)$$

dir. Temel eksenlerin yönüne yönelik seçilen (x boyunca  $\hat{a}$  ve y boyunca  $\hat{b}$ ) için  $H_{c1}$

$$\lim_{\bar{\kappa}_{ab} \gg 1} H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0\lambda_a\lambda_b} \ln \bar{\kappa}_{ab} \quad (3.238)$$

olur.

Bölüm 3.6' da tartışıldığı gibi yüksek kritik alan, merkezdeki bütün maddelerin normal olmasına neden olarak benzeşmeye başladığı noktaya anaforların yoğunluğunun ulaştığı alandır. Anizotropik bir süper iletken için anaforların merkezleri eliptiktir. Deneyler, uygulama alanı temel eksen boyunca olduğu müddetçe anaforların üçgenimsi bir sıra oluşturduklarını fakat her temel eksen boyunca aralıklarla skalalandırılmış olarak oluşturduklarını gösterir. Bu nedenle skalalandırılmış koordinat sisteminde anaforlar düzenli bir üçgenimsi sıra oluştururlar. Anaforların benzeştiği alanı bulmak için hangi koordinat sistemini kullandığımız önemli değil. Sorunun izotropik olduğu  $(\bar{x}, \bar{y})$  koordinatlarında, bir izotropik süper iletken için aynı (denklem 3.145) fakat  $\xi$  tarafından  $\bar{\xi}$  yerleştirilmiş olan

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\bar{\xi}^2} \quad (3.239)$$

u buluruz. Yüksek kritik alan

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\xi_x\xi_y} \quad (3.240)$$

olarak seçilen alanın yönü için yazılabilir. Seçilen temel eksenler için (x boyunca  $\hat{a}$  ve y boyunca  $\hat{b}$ ) yüksek kritik alan

$$H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\xi_a\xi_b} \quad (3.241)$$

dır.

Termodinamik kritik alan  $H_c$  bir anizotropik süper iletken için bulunabilir. Bölüm 3.6' da  $H_c$ , anaför merkezinin boyutunun serbest enerjiyi en aza indirdiği alan olarak bir izotropik süper iletken için belirlenebilir. Yine, bu en aza indirmenin skalalandırılmış veya skalalandırılmamış koordinat sisteminde yapılıp yapılmadığı bir anizotropik süper iletken için sorun değildir. Bu nedenle skalalandırılmış koordinat sisteminde  $\xi$  ve  $\lambda$  tarafından yerleştirilen  $\bar{\xi}$  ve  $\bar{\lambda}$  ile (denklem 3.173) bir izotropik süper iletken için aynı olan bir  $H_c$  buluruz:

$$H_c = \frac{\Phi_0}{2\sqrt{2\pi\mu_0}\bar{\lambda}\bar{\xi}} \quad (3.242)$$

Varılan sonuç

$$\bar{\lambda}\bar{\xi} = \sqrt{\lambda_x\lambda_y\xi_x\xi_y} \quad (3.243)$$

veya

$$\bar{\lambda}\bar{\xi} = \lambda_x\xi_y = \lambda_y\xi_x \quad (3.244)$$

olarak tekrar yazılabilir, çünkü denklem (3.202)' de

$$\frac{\xi_x}{\xi_y} = \frac{\lambda_x}{\lambda_y} \quad (3.245)$$

bulduk. Bu nedenle termodinamik kritik alan

$$H_c = \frac{\Phi_0}{2\sqrt{2\pi\mu_0}\lambda_x\xi_y} = \frac{\Phi_0}{2\sqrt{2\pi\mu_0}\lambda_y\xi_x} \quad (3.246)$$

olur. Seçilen temel eksenler (x boyunca  $\hat{a}$  ve y boyunca  $\hat{b}$ ) için bu

$$H_c = \frac{\Phi_0}{2\sqrt{2\pi\mu_0}\lambda_a\xi_a} = \frac{\Phi_0}{2\sqrt{2\pi\mu_0}\lambda_b\xi_b} \quad (3.247)$$

olur.

Hesaplamalarımızı özetlersek  $\xi$ ,  $\lambda$  ve  $\kappa$  tarafından yerleştirilen  $\bar{\xi}$ ,  $\bar{\lambda}$  ve  $\bar{\kappa}$ ' lı bir izotropik süper iletken için aynı olan ifadeler tarafından  $H_{c1}$ ,  $H_{c2}$  ve  $H_c$ ' in temel eksenlerinden bir tanesi boyunca yönlendirilen bir uygulamalı manyetik alanda bir hacim anizotropik iletkenin verildiğini görürüz.

Sonuç olarak kauçuk tabaka modeli anizotropik bir süper iletkende kritik alanı hatırlamak için uygun bir tertibat sağlar.

Kritik alanlar aynı zamanda, eğer temel eksenler bir kartezyen (dik) ile ilgili olarak yönlendirilirse bulunabilir. Çizelge 3.2 değişik yönlendirmeler için kritik alanları listeler. Düşük ve yüksek kritik alanlar temel eksenlerin yönlendirmesine dayanır fakat termodinamik kritik alan  $H_c$  dayanmaz. Bunun ötesinde bütün uyum mesafeleri ve nüfuz derinlikleri  $T_c$  yakınındaki  $\sqrt{1-(T/T_c)}$  aksi olarak ayrılan bir sıcaklık bağımlılığına sahip oldukları için bütün kritik alanlar bu sıcaklık rejiminde T ile çizgisel olarak değişirler (Tilley ve Tilley, 1986).

Şimdiye kadar, bir anizotropik süper iletkendeki kritik alanlar ve anafolların özellikleri sadece uygulama alanının temel eksenlerden biriyle hizaya sokulduğu yer olan özel durum için bulundu. Madde uygulama alanıyla ilgili olarak herhangi diğer bir yöne yönlendirildiğinde B artık uygulama alanının olduğu gibi aynı yönde değildir. Genel olarak, bu düzende uygulama alanı için çözüm zordur. Buna rağmen uygulama alanının yönü değiştirildiğinde kolayca değişmesini umarız.

Bu nedenle şimdi bir anizotropik süper iletkenin yön bağımlılığına açık bir örnek vererek bu bölümü bitirelim.  $m_a^* = m_b^*$  ve  $m_a^* < m_c^*$  olduğu yerde bir süper iletkenin durumunu düşündüğümüzde

$$\xi_a = \xi_b \quad \text{ve} \quad \lambda_a = \lambda_b \quad (3.248)$$

olur fakat

$$\xi_a > \xi_c \quad \text{ve} \quad \lambda_a < \lambda_c \quad (3.249)$$

dır. Uygulama alanı c eksenine paralel olduğu zaman

$$H_{c2,\parallel\bar{c}} = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\xi_a^2} \quad (3.250)$$

olur ve uygulama alanı c eksenine dik olduğu zaman

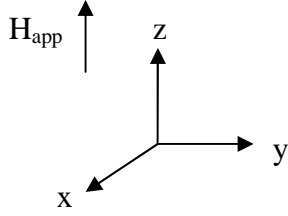
$$H_{c2,\perp\bar{c}} = \frac{\Phi_0}{2\pi\mu_0\xi_a\xi_c} \quad (3.251)$$

olur. Bu nedenle

$$\frac{H_{c2,\perp\bar{c}}}{H_{c2,\parallel\bar{c}}} = \frac{\xi_a}{\xi_c} > 1 \quad (3.252)$$

olur.

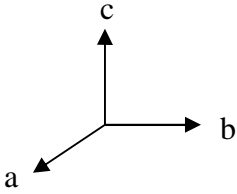
Çizelge 3.2. Kartezyen koordinatlar boyunca temel eksenlerin değişik yönlendirilmelerine yönelik kritik alanlar. Uygulama alanı z- eksenı boyunca yönlendirilir. i a, b veya c' ye karşılık gelir.



$$\frac{\Phi_o}{2\sqrt{2}\pi\mu_o\lambda_x\xi_y}$$

$$\frac{\Phi_o}{4\pi\mu_o\lambda_x\lambda_y} \ln \bar{\kappa}_{xy}$$

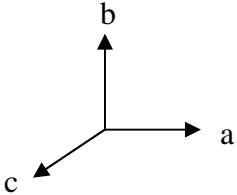
$$\frac{\Phi_o}{2\pi\mu_o\xi_x\xi_y}$$



$$\frac{\Phi_o}{2\sqrt{2}\pi\mu_o\lambda_i\xi_i}$$

$$\frac{\Phi_o}{4\pi\mu_o\lambda_a\lambda_b} \ln \bar{\kappa}_{ab}$$

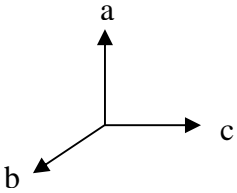
$$\frac{\Phi_o}{2\pi\mu_o\xi_a\xi_b}$$



$$\frac{\Phi_o}{2\sqrt{2}\pi\mu_o\lambda_i\xi_i}$$

$$\frac{\Phi_o}{4\pi\mu_o\lambda_c\lambda_a} \ln \bar{\kappa}_{ca}$$

$$\frac{\Phi_o}{2\pi\mu_o\xi_c\xi_a}$$



$$\frac{\Phi_o}{2\sqrt{2}\pi\mu_o\lambda_i\xi_i}$$

$$\frac{\Phi_o}{4\pi\mu_o\lambda_b\lambda_c} \ln \bar{\kappa}_{bc}$$

$$\frac{\Phi_o}{2\pi\mu_o\xi_b\xi_c}$$

Diğer yandan düşük kritik alanların

$$H_{c1,\parallel\hat{c}} = \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0\lambda_a^2} \ln \bar{\kappa}_{aa} \quad (3.253)$$

ve

$$H_{c1,\perp\hat{c}} = \frac{\Phi_0}{4\pi\mu_0\lambda_a\lambda_c} \ln \bar{\kappa}_{ac} \quad (3.254)$$

tarafından verildiğini buluruz. Dolayısıyla

$$\frac{H_{c1,\perp\hat{c}}}{H_{c1,\parallel\hat{c}}} \sim \frac{\lambda_a}{\lambda_c} < 1 \quad (3.255)$$

buluruz. Sonuç olarak verilen bir yönlendirme için  $H_{c2}$ ,  $H_{c1}$ 'den büyük olur daha  $90^\circ$ ' lik faz açısı ele alındığında birbirlerinden bağımsız olurlar.

#### 4. BULGULAR

Tıpkı sıvı ve gaz fazlar arasındaki geçiş gibi bir süper iletken materyalin normal ve süper iletkenlik durumları arasında bir faz geçişi vardır ve bu geçiş olayı tersinir bir özelliğe sahiptir. Bu nedenle bu geçişe termodinamik yasaları uygulayıp normal ve süper iletkenlik fazlar arasındaki entropi farkını, kritik  $H_c(T)$ , manyetik alan eğrisi cinsinden ifade edebiliriz.

Süper iletken durumun ve bu durumdaki düzen parametresinin güzel bir teorisi Ginzburg ve Landau (GL) tarafından verilmiştir. Bu teorinin süper iletken mıknatıs yapımında önemli olan girdap durumunu da içeren bir genellemesi daha sonra Abrikosov tarafından yapılmıştır. GL teorisinin güzel bir yanı eş uyum uzunluğunu doğal bir şekilde içermesi ve bilinen Josephson etkisi teorisinde kullanılan dalga fonksiyonunu verebilmesidir. Düzen parametresi

$$\Psi^*(\vec{r})\Psi(r) = n_s(r) \quad (4.1)$$

olarak tanımlanır. Burada  $n_s(r)$  süper iletken elektronların yerel yoğunluğudur.  $\psi(r)$  fonksiyonunun matematiksel tanımı BCS teorisinden gelir. Önce, süper iletken durumdaki serbest enerji yoğunluğu  $F_s(\vec{r})$  için düzen parametresine bağlı bir ifade elde edilir. Geçiş sıcaklığı yakınında bu enerjinin

$$F_s(\vec{r}) = F_N - \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \left[ \left( \frac{1}{2m} \right) \left( -i\hbar\vec{\nabla} - \frac{q\vec{A}}{C} \right) \right] |\psi|^2 - \int_0^{B_a} \vec{\mu} \cdot d\vec{B}_a \quad (4.2)$$

şeklinde pozitif  $\alpha, \beta$  sabitleri ve kütle cinsinden yazılabilmektedir.

Burada  $F_N$  normal durumdaki serbest enerji yoğunluğudur.  $-\alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4$  terimi ikinci dereceden bir geçişte sıfır olan bir düzen parametresi cinsinden seri açılımın ilk terimi olur. Bu terime  $-n_s + \frac{1}{2}\beta n_s^2$  olarak bakılabilir ve  $n_s(T) = \frac{\alpha}{\beta}$  olduğunda  $n_s$ ' ye göre minimum değer alır.

Dördüncü terimdeki  $|\text{grad}\psi|^2$  terimi, düzen parametresindeki uzaya göre bir değişme sonucu enerjideki artışı temsil eder. Bu terim kuantum mekaniğindeki kinetik enerji

yapısındadır.  $-i\hbar\vec{\nabla}$  kinetik momentumu yanı sıra  $-\frac{q\vec{A}}{C}$  alan momentumu da yer aldığı için serbest enerjinin ayar dönüşümünde değişmez kalmasını sağlar. Tabii ki burada  $q = -ze$  elektron çifti yüküdür.  $-\int \vec{M} \cdot d\vec{B}_a$  terimi,  $\vec{M} = (B - B_a)/4\pi$  gibi sanal bir magnetizasyon için, süper iletkenin dışarı manyetik akı atılmasıyla serbest enerjide oluşan artışı temsil eder.  $\int dV F_s(\vec{r})$  serbest enerjisi  $\psi(\vec{r})$  düzen parametresine göre minimize edilir.

$$\delta F_s(\vec{r}) = \left[ -\alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi + \left(\frac{1}{2m}\right) \left(-i\hbar\vec{\nabla} - \frac{q\vec{A}}{C}\right)\psi \cdot \left(i\hbar\vec{\nabla} - \frac{q\vec{A}}{C}\right)\right] \delta\psi^* + \text{kompleks eşleniği} \quad (4.3)$$

Kısmî integrasyon uygulandığında  $\delta\psi^*$  sınırlarda sıfır değer alıyorsa

$$\int (\vec{\nabla}\psi)(\vec{\nabla}\psi^*) = -\int (\nabla^2\psi)\delta\psi^* \quad (4.4)$$

yazılabilir. Buna göre

$$\delta \int dV F_s = \int dV \delta\psi^* \left[ -\alpha\psi + \beta|\psi|^2\psi + \left(\frac{1}{2m}\right) \left(-i\hbar\vec{\nabla} - \frac{q\vec{A}}{C}\right)^2 \psi \right] + \text{kompleks eşleniği} \quad (4.5)$$

olur. Bu integralin sıfır olması için köşeli parantez içindeki terim sıfır olmalıdır.

$$\left[ \left(\frac{1}{2m}\right) \left(-i\hbar\vec{\nabla} - \frac{q\vec{A}}{C}\right)^2 - \alpha + \beta|\psi|^2 \right] \psi = 0 \quad (4.6)$$

Bu eşitlik Ginzburg-Landau denklemi olup  $\psi$  için yazılmış bir schrödinger denklemi gibidir. Yukarıdaki  $F_s(\vec{r})$  ile ilgili eşitlik  $\vec{\delta A}$  ' a göre minimize edilirse süper akım yoğunluğu için ayarı değişmez bir ifade elde edilir.

$$\vec{J}_s(\vec{r}) = -\left(iq\frac{\hbar}{2m}\right)(\psi^*\vec{\nabla}\psi - \psi\vec{\nabla}\psi^*) - \left(\frac{q^2}{mc}\right)\psi^*\psi\vec{A} \quad (4.7)$$

Ayar seçimi, süper iletken yüzeyden vakuma doğru bir akım olmayacak, yani  $\hat{n} \cdot \vec{J}_s = 0$  koşulunu sağlayacak şekilde yapılmalıdır. Burada  $\hat{n}$  yüzey normalidir.

## 5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmamızda bir II. tip süper iletkeni niteleyen  $H_{c1}(T)$  ve  $H_{c2}(T)$  devre sınırlarını çalıştık. Akışın bu maddelere bir anaför sırası biçiminde geçtiğini gördük. Her anaför kendisiyle ilgili olan bir tek akış niceliğine  $\Phi_o$  sahiptir ve bu nedenle Ampere yasasından etrafında bir süper akım dolaşımına sahiptir. Yarıçapı uyum mesafesi  $\xi$  olan normal bir merkeze sahip olduğu için onu bir anafora modellik yapması açısından uygun bulduk. Merkez normal bir bölgedir, çünkü Cooper çiftinin dolaşım süper akımına bağlı olarak kinetik enerjisindeki artış  $\xi$ ' den küçük mesafeler için çiftin bağlama enerjisine geçer. Buna rağmen anaförler arasındaki bölge süper iletken olarak kalır. Sonuç olarak nüfuz etme akışının farklı miktarlarda kapalı ve dar olmasını sağlar, II. tür bir madde süper iletkenlik özelliklerini çok geniş uygulama alanları için devam ettirir. Birçok kullanışlı II. tip süper iletkenin  $\lambda \gg \xi$ ' ye sahip olduğunu ve  $\kappa$ ' ın boyutsuz oran  $\kappa \equiv \lambda / \xi$  olduğu yerde yüksek  $\kappa$  maddelerini belirttiğini gördük. Oran aynı zamanda süper iletkenliğin iki türünü ayırır. Eğer  $\kappa < 1/\sqrt{2}$  ise madde I. tip,  $\kappa > 1/\sqrt{2}$  ise madde II. tiptir.

Yüksek  $\kappa$  sınırında anaförler için özellikleri verimli bir biçimde hesaplamak için burada izotropik şekliyle yazılan  $\nabla_x(\Lambda J_s) + B = V(r)$  değiştirilmiş II. London denklemini geliştirdik, burada anaför  $V(r)$ ' in büyüklüğü  $V(r) = \Phi_o \delta_2(r)$ ' dir. Merkezi bir tekilliğe çekmekten dolayı meydana gelen fiziksel olmayan herhangi bir matematiksel farklılık merkezin yarıçapında  $\xi$  alanları, akımları ve enerjileri değerlendirerek önlenir. Bu ifadelerden, bir izotropik süper iletkende bir tek z-yönlü anaförle ilgili olan akış

$$\text{yoğunluğunun } B(r) = \begin{cases} \frac{\Phi_o}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{r}{\lambda}\right) i_z & r \geq \xi \\ \frac{\Phi_o}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) i_z & r < \xi \end{cases} \text{ olduğunu ve buna tekabül eden süper}$$

$$\text{iletkenin } J_s(r) = \begin{cases} \frac{\Phi_o}{2\pi\mu_o\lambda^3} K_1\left(\frac{r}{\lambda}\right) i_\phi & r \geq \xi \\ 0 & r < \xi \end{cases} \text{ olduğunu bulduk. Anaförün birim uzunluğu}$$

$$\text{başına } \xi_v \text{ elektromanyetik enerjinin } \xi_v = \frac{\Phi_o^2}{4\pi\mu_o\lambda^2} K_0\left(\frac{\xi}{\lambda}\right) \text{ olduğunu ve dolayısıyla}$$

$$\lim_{\lambda \gg \xi} \xi_v = \frac{\Phi_o^2}{4\pi\mu_o\lambda^2} \ln\left(\frac{\lambda}{\xi}\right) \text{ olduğunu bulduk.}$$

Sabit sıcaklıkta devam eden bir sistem için ve sistemin özelliklerini yöneten daimi termodinamik uygulama alanı için Gibbs serbest enerji  $G$ ' dir. Dengede  $G$ ' in her zaman en aza indirgenmiş olduğunu ve bir maddenin iki devresi bir arada var olduğunda onların kendi Gibbs serbest enerjilerinin aynı olması gerektiğini bulduk. Gibbs serbest enerji sadece, sistem hacminin üzerinde  $S$ ' in entropi olduğu,  $U$ ' un iç enerji olduğu (elektromanyetik enerji  $W$  içeren ) ve  $\bar{B}$ ' in akış oranının ortalaması olduğu yerde maddedeki manyetik alan daimi, tek şekil olduğu ve  $G(\bar{H}, T) = -TS + U - V\bar{H}\bar{B}$  olarak bulunan durum için geliştirildi. Termodinamik manyetik alan  $\bar{H}$  yöntem II kullanıldığında manyetik alanın ortalamasıdır. Daimi olan bir levha için, yüzeyine paralel olan tek şekil uygulama alanı  $\bar{H} = H_{app}$ ' dir.

$G$ ' in termodinamik özelliklerini kullanarak süper iletkenlikle ilgili olan kritik alanı bulabildik. I. tip bir süper iletken için termodinamik uygulama alanı  $H_c(T)$ ,

$H_c(T) = \frac{\Phi_o}{2\sqrt{2}\pi\mu_o\lambda\xi}$ ' dir. Bir anaforun termodinamik olarak II. tip süper iletken olmayı

desteklediği uygulama alanında  $H_{c1}(T)$ :  $H_{c1} = \frac{\Phi_o}{4\pi\mu_o\lambda^2} \ln\left(\frac{\lambda}{\xi}\right)$ ' dir. Deneylerden, yukarıdaki

$H_{c1}(T)$  uygulama alanı için anaforun üçgenimsi bir sıra şekillendirdiğini ve uygulama alanı arttıkça anaforların yoğunluklarının arttığını bulduk. Sonuç olarak yüksek kritik alanı  $H_{c2}$ ' ye

eşit olan uygulama alanında  $H_{c2}(T) = \frac{\Phi_o}{2\pi\mu_o\xi^2}$ , anafor merkezleri örtüştü ve süper iletken

normale döndü.

Bizim anaforun özellikleri hakkındaki bütün tartışmalarımız, anafor merkez modelinin tam doğasına dayanırdı ve dolayısıyla hesaplamalarımızı sadece tahmin olarak kullanabildik. Bölüm 3.3' de tartışıldığı gibi, merkezden süper iletici bölgeye kademeli bir geçiş sağlayarak merkez ve süper iletici bölgeleri daha doğru bir şekilde ele alan Ginzburg-Landau teorisi diye bilinen makroskobik kuantum modelinin genellemesine başvurduk.

Kauçuk tabaka modelinin uygulama alanı temel eksenlerden biriyle hizaya getirildiğinde, anizotropik süper iletkenlerin kritik alanlarını nasıl kolayca hesaplamamızı sağladığını gördük. Koordinat sistemini tırmandırarak, bizim izotropik ifadelerimizde  $\xi$ ,  $\lambda$  ve  $\kappa$ ' in yerine koyulan etkili izotropik nicelikler olan  $\bar{\xi}$ ,  $\bar{\lambda}$  ve  $\bar{\kappa}$ ' yı tanıttık.

## KAYNAKLAR

- Goodstein, D.L., 1985. *States of matters*. Dover Publications Inc., Mineola, New York.512.
- James, D.St., Sarma, G., Thomas, E.J., 1969. Concept of quantum mechanics, Chap. 8. *Type II superconductivity*. Pergamon press, New York. 466.
- Pippard, A.B., 1953. The elements of classical thermodynamics. *Proc. Roy. Soc. (A)*: 216-547.
- Rose-Innes, A.C., Rhoderick, E.H., 1978. Physical pictures of vortices, Chap. 12. *Introduction to superconductivity*. Pergamon press, New York. 237.
- Tilley, D.R., Tilley, J., 1986. Vortices in superconductors and in superfluid helium, Chap. 6. *Superfluidity and superconductivity*. Adam Hilger Ltd., Bristol. 324.
- Tinkham, M., 1996. Calculations of critical fields  $H_{c1}$  and  $H_{c2}$ , Chap. 5. *Introduction to superconductivity*. International Edition, USA . 454.
- Van Duzer, T., Turner, C.W., 1981. The thermodynamic functions in the presence of magnetic field, Chap. 6. *Principles of superconductive devices and circuits*. Elsevier Press, New York. 448.

## ÖZGEÇMİŞ

Selahattin ÇELİK, 1977 yılında Karabük' de doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Karabük' de tamamladı. 1996 yılında Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü' ne girdi. 2000 yılında bu bölümden mezun oldu ve aynı yıl sınıf öğretmenliğine atandı. Halen Milli Eğitim Bakanlığına bağlı Van Merkez Süphan İlköğretim Okulunda sınıf öğretmeni olarak görev yapmakta olup evli ve iki çocuk babasıdır.