

**TEK YARIKLI DALGA KILAVUZU  
ANTEN ANALİZİ**

**SLOTTED WAVEGUIDE  
ANTENNA ANALYSIS**

**MEHMET HAKAN ÖKTEM**

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim – Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

ELEKTRİK ve ELEKTRONİK Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS tezi

olarak hazırlanmıştır.

2010

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne,

Bu çalışma jürimiz tarafından **ELEKTRİK VE ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI 'nda YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Erdem YAZGAN

Üye (Danışman) : Prof. Dr. Birsen SAKA

Üye : Prof. Dr. Adnan KÖKSAL

Üye : Doç. Dr. Çiğdem Seçkin GÜREL

Üye : Doç. Dr. Erkan AFACAN

ONAY

Bu tez ...../...../2010 tarihinde Enstitü Yönetim Kurulunca kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Adil DENİZLİ  
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

# **TEK YARIKLI DALGAKILAVUZU ANTEN ANALİZİ**

**Mehmet Hakan Öktem**

## **ÖZ**

Dalga kılavuzu antenleri son dönemlerde mikrodalga ve milimetre dalga uygulamalarında geniş kullanım alanı bulmuştur. Özellikle çeşitli şekillerde yerleştirilmiş yarıklardan oluşan dalga kılavuzu dizi antenleri yeni nesil radar sistemlerinde sıkça kullanılmaktadır. Yapılan her türlü yarıklı dalga kılavuzu anten tasarımında temel problem, dalga kılavuzu üzerine yerleştirilen tek yarığın elektromanyetik özelliklerinin öncelikle çözümüdür. Bu tez, bu temel problemin analizi ve çözümü üzerinedir.

Dalga kılavuzu üzerine yerleştirilen dikdörtgen yarıқта oluşan elektrik alan, moment metodu kullanılarak hesaplanmıştır. Ayrıca, hesaplanan bu elektrik alan kullanılarak, yarıktan dalga kılavuzu dışına yayılan elektromanyetik alanlar hesaplanmış ve uzak alan yayılma örüntüsü bulunmuştur. Yarığın dalga kılavuzu geniş kenarı üzerine değişik açılarla ve merkezden değişik uzaklıklarda yerleştirilmesinin, yarık üzerinde oluşan elektrik alana ve anten örüntüsüne olan etkisi incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Dalga kılavuzu, yarık anten, moment metodu

Danışman: Prof. Dr. Birsen SAKA, Hacettepe Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

# **SLOTTED WAVEGUIDE ANTENNA ANALYSIS**

**Mehmet Hakan Öktem**

## **ABSTRACT**

Slotted waveguide antennas are widely used in the microwave and millimeter wave applications. Especially, new generation electronically scanned radar systems utilize slotted waveguide arrays. The basic element, in every kind of slotted waveguide antenna design problem, is the single slot on the broad wall of the waveguide and it is first required to analyze the electromagnetic behavior of this single slot. This thesis aims to analyze and solve that basic problem.

The electric field on the slot which is located on the broad wall of a rectangular waveguide is calculated by method of moment numerical analysis technique. Then the far field radiation pattern is generated by using that calculated electrical field on the slot as a source field. The effect of different orientations of the slot on the broad wall of the waveguide (different offsets from the waveguide center line and different tilt angles with respect to waveguide's longitudinal axis) are also analyzed in this thesis.

**Keywords:** Waveguide, antenna, slotted, moment method.

Advisor: Prof. Dr. Birsen SAKA, Hacettepe University, Department of Electrical and Electronics Engineering.

## **TEŐEKKÖRLER**

Bu tez çalışması boyunca bilgi ve tecrubesinden yararlandığım, bu çalışmanın başarı ile tamamlanması için desteğini esirgemeyen ve bana inanç aőılayan tez danıőmanım ve değerli hocam Sayın Prof. Dr. Birsen SAKA'ya teőekkür ediyorum.

Bu alıőma boyunca desteğini esirgemeyen ve sabırla çalışmanın sonunu bekleyen aileme de teőekkür ederim.

Bu çalıőmayı, her seferinde "Babacım yine mi ders alıőyorsun?" diyen kızlarım Zeynep ve Elif'e ithaf ediyorum.

## İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
1 GİRİŞ .....	1
2 TEORİ .....	4
2.1 Problemin Tanımı .....	4
2.2 İntegral Denklemi .....	5
2.3 Y ve I Matris Elemanlarının Hesaplanması .....	9
2.3.1 I Kaynak Matrisi .....	9
2.3.2 Y Matrisi.....	11
2.4 İleri ve Geri Yön Saçılma Katsayılarının Hesaplanması .....	22
2.5 Antenden Yayılan Alanlar .....	27
2.6 Nümerik Hesaplama Sonuçları.....	29
3 GENEL SONUÇLAR VE İRDELEME .....	61
4 KAYNAKLAR.....	65
5 EK – A. q11, q12, q13, q21, q23, B11, B21, VE B22 İNTEGRALLERİNİN ANALİTİK ÇÖZÜMLERİ .....	67
6 ÖZGEÇMİŞ .....	93

## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa

Şekil 2.1-1: Problem geometrisi.....	4
Şekil 2.3-1: $\vartheta - \vartheta' = \Psi$ değişimi .....	14
Şekil 2.3-2: $\tau = \zeta - \zeta'$ değişimi .....	16
Şekil 2.3-3: $z > z'$ ve $z < z'$ bölgeleri.....	17
Şekil 2.5-1: Anten geometrisi.....	27
Şekil 2.6-1 $\theta = 5^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ , $L_{res} = 2.81106/2/k_0$ , $x_0 = a/2$ , $B_{10} = 0.0073$ , $C_{10} = 0.0073 \angle 180^\circ$ ).....	32
Şekil 2.6-2: $\theta = 5^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.05 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ , $L_{res} = 2.828412/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.05''$ , $B_{10} = 0.0271 \angle 116.26^\circ$ , $C_{10} = 0.0267 \angle 180^\circ$ ).....	33
Şekil 2.6-3: $\theta = 5^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.1 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ , $L_{res} = 2.83591/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.1''$ , $B_{10} = 0.0825 \angle 145^\circ$ , $C_{10} = 0.0835 \angle 180^\circ$ ).....	34
Şekil 2.6-4: $\theta = 5^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.15 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ , $L_{res} = 2.82685/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.15''$ , $B_{10} = 0.17 \angle 156.4^\circ$ , $C_{10} = 0.1686 \angle 180^\circ$ ).....	35
Şekil 2.6-5: $\theta = 5^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.2 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ , $L_{res} = 2.84/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.2''$ , $B_{10} = 0.2760 \angle 162.68^\circ$ , $C_{10} = 0.2742 \angle 180^\circ$ ).....	36
Şekil 2.6-6: $\theta = 5^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ , $L_{res} = 2.86149/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.25''$ , $B_{10} = 0.3887 \angle 166.73^\circ$ , $C_{10} = 0.3867 \angle 180^\circ$ )..	37
Şekil 2.6-7: $\theta = 10^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ , $L_{res} = 2.8360/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0''$ , $B_{10} = 0.029 \angle 0^\circ$ , $C_{10} = 0.029 \angle 180^\circ$ ) .....	38
Şekil 2.6-8: $\theta = 10^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.05 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ , $L_{res} = 2.842373/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.05''$ , $B_{10} = 0.0480 \angle 78.8^\circ$ , $C_{10} = 0.0475 \angle 180^\circ$ )	39
Şekil 2.6-9: $\theta = 10^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.1 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta =$	

10°,  $L_{res} = 2.84738/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.1''$ ,  $B_{10} = 0.1024 \angle 117.83^\circ$ ,  $C_{10} = 0.1009 \angle 180^\circ$ .  
40

Şekil 2.6-10:  $\theta = 10^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.15 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ ,  $L_{res} = 2.8471/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.15''$ ,  $B_{10} = 0.1852 \angle 137.41^\circ$ ,  $C_{10} = 0.1829 \angle 180^\circ$ ).  
41

Şekil 2.6-11:  $\theta = 10^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.2 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ ,  $L_{res} = 2.85349/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.2''$ ,  $B_{10} = 0.2864 \angle 149.08^\circ$ ,  $C_{10} = 0.2835 \angle 180^\circ$ ).  
42

Şekil 2.6-12:  $\theta = 10^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ ,  $L_{res} = 2.86078/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.25''$ ,  $B_{10} = 0.3938 \angle 157.08^\circ$ ,  $C_{10} = 0.3907 \angle 180^\circ$ ). 43

Şekil 2.6-13:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{res} = 2.8485/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0''$ ,  $B_{10} = 0.0638 \angle 0^\circ$ ,  $C_{10} = 0.0638 \angle 180^\circ$ ). ..... 44

Şekil 2.6-14:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.05 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{res} = 2.84554/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.05''$ ,  $B_{10} = 0.0813 \angle 57.7931^\circ$ ,  $C_{10} = 0.0809 \angle 180^\circ$ ). ..... 45

Şekil 2.6-15:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.1 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{res} = 2.84626/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.1''$ ,  $B_{10} = 0.1316 \angle 96.8219^\circ$ ,  $C_{10} = 0.1301 \angle 180^\circ$ ). 46

Şekil 2.6-16:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.15 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{res} = 2.85579/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.15''$ ,  $B_{10} = 0.2082 \angle 120.7418^\circ$ ,  $C_{10} = 0.2056 \angle 180^\circ$ ). ..... 47

Şekil 2.6-17:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.2 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{res} = 2.85919/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.2''$ ,  $B_{10} = 0.3016 \angle 136.5153^\circ$ ,  $C_{10} = 0.2982 \angle 180^\circ$ ). ..... 48

Şekil 2.6-18:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{res} = 2.85454/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.25''$ ,  $B_{10} = 0.4006 \angle 147.9524^\circ$ ,  $C_{10} = 0.3970 \angle 180^\circ$ ). ..... 49

Şekil 2.6-19: $\theta = 20^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ , $L_{res} = 2.82774/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0''$ , $B_{10} = 0.1093\angle 0^\circ$ , $C_{10} = 0.1093\angle 180^\circ$ ). .....	50
Şekil 2.6-20: $\theta = 20^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.05 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ , $L_{res} = 2.850395/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.05''$ , $B_{10} = 0.1252\angle 45.1^\circ$ , $C_{10} = 0.1248\angle 180^\circ$ ). .....	51
Şekil 2.6-21: $\theta = 20^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.1 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ , $L_{res} = 2.87023/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.1''$ , $B_{10} = 0.1699\angle 80.72^\circ$ , $C_{10} = 0.1685\angle 180^\circ$ ). .....	52
Şekil 2.6-22: $\theta = 20^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.15 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ , $L_{res} = 2.85035/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.15''$ , $B_{10} = 0.2374\angle 106.54^\circ$ , $C_{10} = 0.2350\angle 180^\circ$ ). .....	53
Şekil 2.6-23: $\theta = 20^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.2 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ , $L_{res} = 2.83927/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.2''$ , $B_{10} = 0.3201\angle 125.21^\circ$ , $C_{10} = 0.3170\angle 180^\circ$ ). .....	54
Şekil 2.6-24: $\theta = 20^\circ$ ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ , $L_{res} = 2.86321/2/k_0$ , $x_0 = a/2+0.25''$ , $B_{10} = 0.4075\angle 139.19^\circ$ , $C_{10} = 0.4039\angle 180^\circ$ ). .....	55
Şekil 2.6-25: Yarık üzerinde oluşan elektrik alanınının dalga kılavuzu merkezinden kayıklık ile değişimi .....	56
Şekil 2.6-26: Yarık üzerinde oluşan elektrik alanınının yarığın eğikliği ile değişimi .....	56
Şekil 2.6-27: Geri Saçılma Katsayısının yarığın eğikliği ve merkezden kayıklığı ile değişimi .....	57
Şekil 2.6-28: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.1 inch kayık ve $5^\circ$ eğik iken oluşan E-Düzlemi Anten Örüntüsü .....	58
Şekil 2.6-29: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.2 inch kayık ve $5^\circ$ eğik iken oluşan H-Düzlemi Anten Örüntüsü .....	58
Şekil 2.6-30: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0 inch kayık ve $10^\circ$ eğik iken oluşan E-Düzlemi Anten Örüntüsü .....	59
Şekil 2.6-31: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0 inch kayık ve $10^\circ$ eğik iken oluşan H-Düzlemi Anten Örüntüsü .....	59

Şekil 2.6-32: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık ve 20° eğik iken oluşan E-Düzlemi Anten Örüntüsü ..... 60

Şekil 2.6-33: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık ve 20° eğik iken oluşan H-Düzlemi Anten Örüntüsü ..... 60

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$k_0$	:	Boş uzay dalga numarası
$f$	:	Frekans
$\omega$	:	Açısal frekans
$\lambda$	:	Dalga boyu
$a$	:	Dalga kılavuzunun genişliği
$b$	:	Dalga kılavuzunun yüksekliği
$L$	:	Yarık yarı uzunluğu
$w$	:	Yarık genişliği
$\theta$	:	Yarığın dalga kılavuzunun ekseni ile yaptığı açı
$x_0$	:	Yarığın dalga kılavuzu kenarına olan uzaklığı

## 1 GİRİŞ

Üzerine (çoğunlukla geniş yüzey üzerine) yarık yerleştirilmiş dalga kılavuzlarının anten olarak kullanılmaya başlaması 1945 - 1950 yıllarını bulur. Bu yıllarda özellikle dikdörtgen dalga kılavuzlarının üzerlerine açılan çeşitli geometrilere yarıklar üzerine teorik analiz çalışmaları başlamıştır. Bu yıllardan günümüze kadar geçen dönemde yarıklı dalga kılavuzu anten uygulamaları üzerinde yoğun çalışmalar yapılmış ve bu tür antenler, özellikle gelişmekte olan radar, seyrüsefer, füze gibi yüksek frekans gerektiren sistemlerde uygulama alanları bulmuşlardır.

Gerçekleştirilen araştırma ve uygulamanın yapısına bağlı olarak anten tasarımları, tek bir yarığın dalga kılavuzu üzerine belirli bir oryantasyonla yerleştirilmesi sonucunda elde edilen tek yarıklı dalga kılavuzu anteni olabildiği gibi aynı yarıktan dalga kılavuzu üzerine birden fazla yerleştirilerek oluşturulan bir dalga kılavuzu yarıklı dizi anteni şeklinde de olabilmektedir. Tek yarıklı dalga kılavuzu antenleri özellikle aerodinamik açıdan belirli tasarım limitleri olan hava araçları (uçak, füze, roket gibi) üzerine anten yerleştirilmesi uygulamalarında sıkça kullanılmaktadır. Örnek olarak, füzeler üzerinde bulunan yaklaşmalı tapalarda ve radyo altimetrelerinde, füze burnuna yerleştirilen ve aerodinamik açıdan füze geometrisine tamamen uyum sağlayan tek yarıklı dalga kılavuzu antenleri en etkili çözüm olmaktadır. Ayrıca yarığın, dalga kılavuzu üzerine yerleştirilme açısı ve dalga kılavuzu merkezinden olan kaçıklığı ayarlanarak, füzenin yere veya hedefe yaklaşma açılarına en uygun anten yayma/alma örüntüsü elde edilebilmektedir.

Bir başka örnek de radar uygulamalarından verilebilir. Günümüz radar uygulamalarında, mekanik olarak dönen tarayıcı anten sistemlerin yerine anten örüntüsünün elektronik olarak değiştirilebildiği ve bu sayede 360 derecelik bir tarama alanı sağlayan sistemler kullanılmaktadır. Bunun yanı sıra özellikle radar sistemlerinde kullanılan frekansların yüksek olması ve yüksek güçlerde çalışabilen sistemler kullanılması gerekmektedir. Yüksek frekans uygulamalarında dalga kılavuzlarının boyutlarının küçülmesi, fakat bunun yanı sıra yüksek güçlerde yüksek performans verme özelliklerinden dolayı birçok elektronik olarak tarama yapabilen radar uygulamalarında dalga kılavuzu antenleri kullanılmaktadır. Burada tercih edilen anten yapısı ise yarıklı dizi antenlerdir. Özellikle her biri farklı kaynaktan beslenen birden fazla yarığın oluşturduğu dizi antenlerin besleme

sinyallerinde oluşturulacak faz farkları sayesinde anten ana hüzmeleri istenilen yöne yönlendirilebilmektedir.

Yukarıda örnekleriyle anlatılan farklı oryantasyon da tek yarık veya çoklu yarık dizi anten uygulamalarının temelinde, öncelikle dalga kılavuzu üzerine açılan yarık probleminin elektromanyetik olarak çözümlenmesi gerekmiştir. Bu konuda ilk çalışmalar Stevenson (1948) tarafından yapılmıştır Stevenson, dikdörtgen dalga kılavuzunun geniş yüzeyi üzerine yerleştirilen yarık problemini incelemiş ve yarığın dalga kılavuzu içinde yarattığı saçılan ve dalga kılavuzu dışına yayılan elektromanyetik alanları, dalga kılavuzu ve Green's fonksiyonları yardımı ile çözümlenmiştir. Stevenson tarafından geliştirilen bu teori, içerisinde analitik olarak tamamıyla çözülemeyen, oldukça karmaşık integral denklemleri içermektedir.

1970'lerin sonu ve 1980'lerde özellikle bilgisayar teknolojilerinin ilerlemesi, elektromanyetik problemlerin çözümünde nümerik yöntemlerin yoğun olarak kullanılmaya başlanmasıyla, üzerinde yarık bulunan dalga kılavuzu problemi tekrar birçok kişi tarafından incelenmeye başlanmıştır. Khac (1973), Elliott (1983), Stern (1985), Josefsson (1987) tarafından yapılanlar gibi birçok çalışma öncelikle dalga kılavuzu üzerinde uzunlamasına ve dalga kılavuzunun merkezinden bir miktar kayık olarak yerleştirilmiş yarıklar üzerinde yoğunlaşmıştır. Bu çalışmaların ortak özelliği ise analitik olarak çözülemeyen integral denklemlerinin çözümü ve yarık üzerinde oluşan elektrik alanlarının bulunmasında nümerik çözümler yöntemlerinden moment metodunu uygulamalarıdır. Ayrıca tüm bu çalışmalarda yarığın dalga kılavuzu üzerindeki oryantasyonuna ve frekansa bağlı olarak sistemin rezonansa geçip anten olarak davrandığı yarık uzunlukları hesaplanmaya çalışılmıştır.

Bu çalışmalardan farklı olarak Rengarajan (1989) dalga kılavuzu üzerinde hem dalga kılavuzu merkezinden kayık hem de merkez hattından belirli açıyla eğik yarık yapısı üzerine çalışmış ve merkezden kayıklık ve eğiklik miktarlarının rezonanstaki yarık uzunluğunu nasıl etkilediğini incelemiştir.

Bu tezin amacı tek yarık dalga kılavuzları hakkında günümüze kadar yapılmış olan bu çalışmaları derlemek ve dalga kılavuzu üzerine konumu (eğikliği ve

kayıklığı) nasıl olursa olsun yerleştirilen dar ve uzun bir dikdörtgen yarık üzerinde oluşan elektrik alanı hesaplamaktır. Ayrıca, hesaplanan elektrik alan kullanılarak yarıktan yayılan elektromanyetik alanlar hesaplanmış ve tek yarıklı dalga kılavuzu antenin uzak alan yayılma örüntüsü elde edilmiştir. Bu kapsamda yarık üzerinde oluşan manyetik alanların sürekliliği sınır koşulu kullanılarak oluşturulan integral denklemi diğer çalışmalara benzer olarak Moment metodu kullanılarak çözümlenip yarık üzerindeki elektrik alan hesaplanmıştır.

Bu kapsamda, tezin teorik analiz yapıldığı ikinci bölümünde problemin geometrisi ve yapısı tanımlanmış ve moment metodunun problemin çözümünde nasıl kullanılacağı anlatılmıştır.

Teorik analiz ikinci aşamasında ise, yarık üzerinde oluşan manyetik alanların sürekliliği sınır koşulu kullanılarak problemin integral denklemi oluşturulmuştur. Bu bölümde ayrıca oluşturulmuş olan integral denkleminin her bir elemanının detaylı çözümleri verilmiştir. Burada integral elemanları mümkün olduğu kadar analitik yöntemler kullanılarak sadeleştirilip çözülmüş, analitik olarak çözümü mümkün olmayan kısımlar ise MATLAB (versiyon V2008a) kullanılarak nümerik olarak hesaplanmıştır. Bu bölümde ayrıca yarık üzerindeki elektrik alan ifadesi kullanılarak yarıktan dalga kılavuzunun dışına yayılacak olan elektromanyetik alanların hesabı yapılmış ve uzak alan yayılma örüntüsü elde edilmiştir.

Teorik analiz son kısmı ise değişik yarık uzunluğu, merkezden kaçıklık ve yarığın eğim açısı gibi parametrelerin değiştirilmesi ile elde edilen nümerik hesaplama sonuçları verilmiştir. Yarık üzerinde oluşan elektrik alanı ve yarığın yarattığı uzak alan yayılma örüntüleri sunulmuştur.

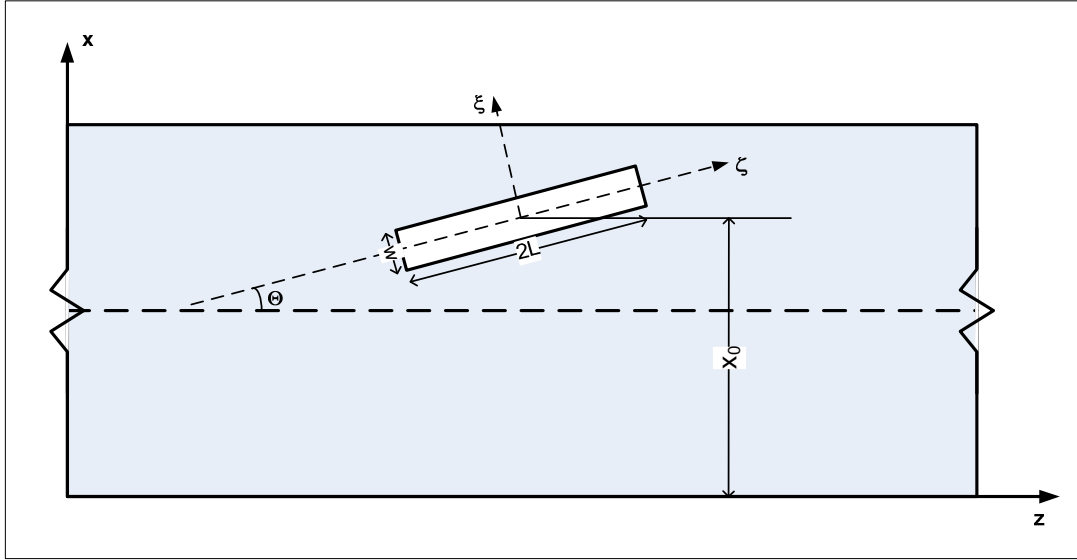
Tezin üçüncü bölümünde ise elde edilen sonuçlar genel olarak değerlendirilmiş, daha önceki sonuçlarla karşılaştırmaları yapılmıştır. Ayrıca elde edilen sonuçlar tartışılmış ve daha sonra yapılabilecek çalışmalarda kullanılabilecek çıkarımlarda bulunulmuştur.

## 2 TEORİ

### 2.1 Problemin Tanımı

Dikdörtgen dalga kılavuzunun geniş yüzeyine yerleşmiş olan yarıktan oluşan problem geometrisi aşağıdaki Şekil 2.1-1'de verilmiştir.

Yarık  $2L$  uzunluğunda,  $w$  genişliğinde olup dalga kılavuzunun kenarına  $x$ -eksenine göre  $x_0$  uzaklıkta bulunmaktadır. Ayrıca, yarık  $z$ -eksenine göre  $\theta$  açısı kadar eğik yerleştirilmiştir. Dalga kılavuzunun eni  $a$  ve kalınlığı  $b$  olup duvar kalınlığı ihmal edilmiştir. Yarığın üzerinde bulunduğu dalga kılavuzunun yüzeyinin sonsuz bir iletken üzerinde bulunduğu varsayılmıştır. Bu yüzey üzerindeki yarı uzaya elektromanyetik dalga yaymaktadır.



Şekil 2.1-1: Problem geometrisi

Tek yarıklı dalga kılavuzu anteni analizi yapabilmek ve yarığın yayılım özelliklerini inceleyebilmek için yarığın üzerinde oluşan elektrik alanının hesaplanması hedeflenmiştir. Bu maksatla elektrik alanının belirleyen integral denkleminin çözümlenmesi gerekmektedir.

Yarığın boyunun enine göre çok uzun olduğu varsayımı ( $w \ll 2L$ ) kullanılarak yarığın üzerinde sadece enine doğrultuda ( $\xi$  yönünde) elektrik alan bileşeni bulunduğu varsayılmıştır (Stern, 1985; Rengarajan, 1989). Yarığın üzerinde enine doğrultuda elektrik alanı yarığın boyu doğrultusunda ( $\zeta$  yönünde) manyetik akım ile ilişkilidir.

Yarık üzerinde oluşan boyuna manyetik akım (enine elektrik alan) oluşturulacak integral denkleminin çözümü ile hesaplanıp, bu elektrik alan kullanılarak yarıktan yayılacak elektromanyetik alan bulunabilir.

Oluşan integral denkleminin çözümünde Moment Yöntemi kullanılacaktır. Yarık üzerindeki bilinmeyen manyetik akım ( $M_\zeta$ ) aşağıda verilen sinuzoidal temel fonksiyonları ile tanımlanmıştır:

$$M_\zeta = \sum_{q=1}^N A_q \sin\left(\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right) \quad -L \leq \zeta' \leq L \quad (2-1)$$

Burada  $A_q$  yarık üzerinde oluşan boyuna manyetik akımı tanımlayan bilinmeyen katsayılarıdır. Manyetik akım yarık üzerinde enine doğrultuda ( $\xi$  yönünde) sabit kabul edilmiştir (Josefsson, 1987).

## 2.2 İntegral Denklem

Yarık üzerinde oluşan bilinmeyen manyetik akımı hesaplamak için ihtiyaç duyulan integral denklemini çıkarmak için yarık üzerindeki tüm teğet manyetik alanların sürekliliği prensibi kullanılmaktadır. Bu durumda yarık açıklığı sınır bölgesine yaklaşan manyetik alan ile dalga kılavuzu içine geri saçılan manyetik alanın toplamı yarık üzerinde kılavuzun dışında kalan manyetik alana eşittir. Bu sınır koşulu için yarık boyunca ( $\zeta$  yönünde) oluşan manyetik alanın ( $H_\zeta$ ) baskın olduğu kabul edilmiştir.

$$H_\zeta^{ds} = H_\zeta^{yak} + H_\zeta^{saç} \quad (2-2)$$

$$H_\zeta^{ds} = (H_x^{yak} + H_x^{saç}) \sin \theta + (H_z^{yak} + H_z^{saç}) \cos \theta \quad (2-3)$$

burada,  $H_\zeta^{ds}$  yarığın dalga kılavuzu dışında oluşan manyetik alan,  $H_\zeta^{yak}$  yarık üzerinde dalga kılavuzunun içinden yaklaşan manyetik alan ve  $H_\zeta^{saç}$  yarık üzerinde dalga kılavuzunun içine saçılan manyetik alandır.

Frekans, dalga kılavuzunun  $a$  ve  $b$  boyutları göz önüne alınıp seçilerek, dalga kılavuzu içinde yarığa yaklaşan alanın sadece  $TE_{10}$  modu olduğu ve diğer tüm modların sönümlenmiş olduğu kabul edilmiştir. Dalga kılavuzu içinden yaklaşan  $TE_{10}$  modu manyetik alan bileşenleri aşağıdaki gibidir:

$$H_z^{yak} = jA_{10} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}z} \quad (2-4)$$

$$H_x^{yak} = -\frac{\beta_{10}}{\pi/a} A_{10} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}z} \quad (2-5)$$

Burada,  $A_{10}$  TE<sub>10</sub> modu katsayısı,  $k_0 = \frac{2\pi f}{c}$  boş uzay dalga sayısı,  $f$  frekans,  $c$

ışık hızı, ve  $\beta_{10} = \sqrt{k_0^2 + \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$  ise dalga kılavuzunun TE<sub>10</sub> modu kesim dalga sayısıdır.

Dalga kılavuzunun dışında kalan alanda oluşan manyetik alan  $H_\zeta^{ds}$  ise aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$H_\zeta^{ds}(\xi, \zeta) = \frac{1}{2\pi j \omega} \iint_{yarik} M_\zeta(\xi', \zeta') \left[ \frac{\partial}{\partial \zeta'^2} + k_0^2 \right] \left[ \frac{e^{-jk_0 R}}{R} \right] ds' \quad (2-6)$$

Burada,  $R = \sqrt{(\xi - \xi')^2 + (\zeta - \zeta')^2}$  dir. Üslü nicelikler yarık üzerindeki kaynak alanları ve koordinatlarını,  $ds'$  ise yarık alanı üzerindeki diferansiyel yüzeyi tanımlamaktadır.

Dalga kılavuzunun içinde saçılan manyetik alanın  $x$  ve  $z$  yönlerindeki bileşenleri ise aşağıdaki gibidir (Stevenson 1948, Rengarajan 1989):

$$H_z^{saç}(\xi, \zeta) = \frac{1}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \left\{ \frac{m\pi}{a} \sin(\theta) \right. \\ \left. \iint_{yarik} M_\zeta(\xi', \zeta') \sin\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \frac{\partial}{\partial z'} \left( e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} \right) ds' \right. \\ \left. - \cos(\theta) \iint_{yarik} M_\zeta(\xi', \zeta') \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \left[ \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + k_0^2 \right] \left( e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} \right) ds' \right\} \quad (2-7)$$

$$\begin{aligned}
H_x^{sa\zeta}(\xi, \zeta) &= -\frac{\sin(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{mn}^2 \left( k_0^2 - \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \right)}{\gamma_{mn}} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \\
&\quad \iint_{\text{yarik}} M_{\zeta} \sin\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} ds' \\
&\mp \frac{\cos(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_{mn}^2 \frac{m\pi/a}{k_0^2 + \gamma_{mn}^2} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \\
&\quad \iint_{\text{yarik}} M_{\zeta} \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \left[ \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + k_0^2 \right] e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} ds' \\
\gamma_{mn} &= \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_0^2} \quad \epsilon_{mn}^2 = \begin{cases} 0.25 & m=0 \text{ \& } n=0 \\ 0.5 & m=0 \text{ veya } n=0 \\ 1 & m \neq 0 \text{ \& } n \neq 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{2-8}$$

(2-4), (2-5), (2-6), (2-7) ve (2-8) eşitlikleri (2-3) eşitliğinde yerleştirilirse bilinmeyen manyetik akım ( $M_{\zeta}$ ) hesaplanmasında kullanılacak olan integral denklem elde edilir. Integral denklemin çözümünde Moment metodu ve Galerkin yöntemi kullanılmıştır. Eşitlik (2-3)  $\sin\left(\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right)\delta(\xi)$  ağırlık fonksiyonu ile çarpılıp, yarık alanı üzerinde alan integrali alındığında, integral denklem aşağıdaki gibi şekillenir:

$$\begin{aligned}
&\int_{-L}^L H_{\zeta}^{d\zeta}(\xi = 0, \zeta) \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] ds \\
&\quad - \cos(\theta) \int_{-L}^L H_z^{sa\zeta}(\xi = 0, \zeta) \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] ds \\
&\quad - \sin(\theta) \int_{-L}^L H_x^{sa\zeta}(\xi = 0, \zeta) \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] ds \\
&\quad = \cos(\theta) \int_{-L}^L H_z^{yak}(\xi = 0, \zeta) \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] ds \\
&\quad + \sin(\theta) \int_{-L}^L H_x^{sa\zeta}(\xi = 0, \zeta) \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] ds
\end{aligned} \tag{2-9}$$

(2-9) nolu eşitliğin içindeki  $p$  değişkeni 1'den N'ye kadar değiştirilerek N adet eşitlik elde edilir. Bu durumda integral denklem aşağıda verilen matris denklemine dönüşmüş olur:

$$[Y]A = I \quad (2-10)$$

Burada  $Y$ ,  $N \times N$  kare matris,  $A$  ise eşitlik (2-1)'de verilen manyetik akım için kullanılan sinüzoidal fonksiyonların  $N$  adet katsayılarını içeren vektördür.  $I$  ise  $TE_{10}$  modu alan fonksiyonlarından oluşan kaynak vektörüdür.

$Y$  matrisi, dalga kılavuzunun dışına ve içine saçılan alanların oluşturduğu bileşenlerden aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir:

$$Y_{pq} = Y_{pq}^{ds} + Y_{pq}^{iç} \quad (2-11)$$

Burada  $Y^{ds}$ , dalga kılavuzu dışına yayılan manyetik alan tarafından oluşturulan matris bileşenidir ve her bir elemanı aşağıdaki formülasyon ile bulunur:

$$Y_{pq}^{ds} = \frac{1}{4\pi j\omega} \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \iint_{\text{yarık}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \left[ \frac{\partial^2}{\partial \zeta'^2} + k_0^2 \right] \frac{e^{-jk_0 R}}{R} ds' d\zeta \quad (2-12)$$

burada,  $R = \sqrt{\zeta'^2 + (\zeta - \zeta')^2}$  dir.

$Y^{iç}$  ise, dalga kılavuzu içine yarıktan dolayı saçılan manyetik alan tarafından oluşturulan matris bileşenidir ve iki fonksiyonun ( $Y^{i1}$  ve  $Y^{i2}$ ) toplamı olarak aşağıdaki formülasyon ile bulunur:

$$Y_{pq}^{iç} = Y_{pq}^{i1} + Y_{pq}^{i2} \quad (2-13)$$

$$Y_{pq}^{i1} = - \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \left[ \frac{1}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \left\{ \frac{m\pi}{a} \sin(\theta) \cos(\theta) \iint_{\text{yarık}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \sin\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \frac{\partial}{\partial z'} e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} ds' \right. \right. \quad (2-14)$$

$$\left. \left. - \cos^2(\theta) \iint_{\text{yarık}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \left[ \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + k_0^2 \right] e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} ds' \right\} \right] d\zeta$$

$$\begin{aligned}
Y_{pq}^{i2} = & \int_{-L}^L \sin \left[ \frac{\rho\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \left[ \frac{1}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{mn}^2 \sin \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \right. \\
& \left. \left\{ \frac{k_0^2 - \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2}{\gamma_{mn}} \sin^2(\theta) \iint_{\text{yarik}} \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta' + L) \right] \sin \left( \frac{m\pi x'}{a} \right) e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} ds' \right. \right. \\
& \left. \left. \pm \frac{m\pi/a}{k_0^2 + \gamma_{mn}^2} \sin(\theta) \cos(\theta) \iint_{\text{yarik}} \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta' + L) \right] \cos \left( \frac{m\pi x'}{a} \right) \left[ \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + k_0^2 \right] e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} ds' \right\} \right] d\zeta
\end{aligned} \tag{2-15}$$

*I* kaynak matrisini ise aşağıdaki şekilde tanımlayıp yazabiliriz:

$$I_p = I_p^1 + I_p^2 \tag{2-16}$$

$$I_p^1 = \cos(\theta) \int_{-L}^L \sin \left[ \frac{\rho\pi}{2L} (\zeta + L) \right] j \cos \left( \frac{\pi x}{a} \right) e^{-j\beta_{10}z} d\zeta \tag{2-17}$$

$$I_p^2 = \sin(\theta) \int_{-L}^L \sin \left[ \frac{\rho\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \left\{ -\frac{\beta_{10}}{\pi/a} \right\} \sin \left( \frac{\pi x}{a} \right) e^{-j\beta_{10}z} d\zeta \tag{2-18}$$

Yukarıdaki eşitliklerle verilen integral denklemler analitik veya nümerik yöntemler ile çözümlenir. Hesaplanan bu matrisler ile Eşitlik (2-10) kullanılarak *A* matrisi kolaylıkla hesaplanabilir. Hesaplanan *A* matrisi elemanları ve Eşitlik (2-1) kullanılarak da yarık üzerindeki manyetik akım ve dolayısı ile  $\xi$  yönündeki elektrik alan  $E_\xi$  kolaylıkla hesaplanır.

Son olarak da, yarık üzerinde oluşan elektrik alan kullanılarak, tek yarıklı dalga kılavuzu anteninin yayılma karakteristikleri hesaplanır ve uzak alan yayılma örüntüsü bulunur.

## 2.3 Y ve I Matris Elemanlarının Hesaplanması

### 2.3.1 I Kaynak Matrisi

*I* kaynak matrisinin elemanlarının hesabı için kullanılacak denklemler Eşitlik (2-16), (2-17) ve (2-18)'de verilmiştir. Bu denklemlerin çözümlenmesi için aşağıda verilen dört integral tanımlanmıştır:

$$i_1(p) = \int_{-L}^L \cos\left(\frac{\pi\zeta}{a} \sin(\theta)\right) \cos(\beta_{10}\zeta \cos(\theta)) \sin\left[\frac{\rho\pi}{2L}(\zeta + L)\right] ds \quad (2-19)$$

$$i_2(p) = \int_{-L}^L \cos\left(\frac{\pi\zeta}{a} \sin(\theta)\right) \sin(\beta_{10}\zeta \cos(\theta)) \sin\left[\frac{\rho\pi}{2L}(\zeta + L)\right] ds \quad (2-20)$$

$$i_3(p) = \int_{-L}^L \sin\left(\frac{\pi\zeta}{a} \sin(\theta)\right) \cos(\beta_{10}\zeta \cos(\theta)) \sin\left[\frac{\rho\pi}{2L}(\zeta + L)\right] ds \quad (2-21)$$

$$i_4(p) = \int_{-L}^L \sin\left(\frac{\pi\zeta}{a} \sin(\theta)\right) \sin(\beta_{10}\zeta \cos(\theta)) \sin\left[\frac{\rho\pi}{2L}(\zeta + L)\right] ds \quad (2-22)$$

Eşitlik (2-19), (2-20), (2-21) ve (2-22) kullanılarak  $I_p^1$  ve  $I_p^2$  matrisleri aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$I_p^1 = j \cos(\theta) \left[ \cos\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \{i_1(p) - j i_2(p)\} - \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \{i_3(p) - j i_4(p)\} \right] \quad (2-23)$$

$$I_p^2 = -\frac{\beta_{10}}{\pi/a} \sin(\theta) \left[ \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \{i_1(p) - j i_2(p)\} + \cos\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \{i_3(p) - j i_4(p)\} \right] \quad (2-24)$$

$I_1(p)$ ,  $I_2(p)$ ,  $I_3(p)$  ve  $I_4(p)$  integralleri, trigonometrik fonksiyonların çeşitli özellikleri kullanılarak sadeleştirilerek analitik olarak çözüldüğünde aşağıdaki şekilde yazılabilirler:

$$i_1(p) = 0 \quad p \text{ çift sayı iken}$$

$$i_1(p) = \frac{\rho\pi}{2L} \left[ \frac{\cos\left[\frac{\pi L}{a} \sin(\theta) + \beta_{10} L \cos(\theta)\right]}{\left(\frac{\rho\pi}{2L}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{a} \sin(\theta) + \beta_{10} \cos(\theta)\right)^2} + \frac{\cos\left[\frac{\pi L}{a} \sin(\theta) - \beta_{10} L \cos(\theta)\right]}{\left(\frac{\rho\pi}{2L}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{a} \sin(\theta) + \beta_{10} \cos(\theta)\right)^2} \right] \quad p \text{ tek sayı iken (2-25)}$$

$$i_2(p) = \frac{p\pi}{2L} \left[ \frac{\sin \left[ \beta_{10} L \cos(\theta) + \frac{\pi L}{a} \sin(\theta) \right]}{\left( \beta_{10} \cos(\theta) + \frac{\pi}{a} \sin(\theta) \right)^2 - \left( \frac{p\pi}{2L} \right)^2} + \frac{\sin \left[ \beta_{10} L \cos(\theta) - \frac{\pi L}{a} \sin(\theta) \right]}{\left( \beta_{10} \cos(\theta) + \frac{\pi}{a} \sin(\theta) \right)^2 - \left( \frac{p\pi}{2L} \right)^2} \right] \quad p \text{ çift sayı iken ( 2-26 )}$$

$$i_2(p) = 0 \quad p \text{ tek sayı iken}$$

$$i_3(p) = \frac{p\pi}{2L} \left[ \frac{\sin \left[ \beta_{10} L \cos(\theta) + \frac{\pi L}{a} \sin(\theta) \right]}{\left( \beta_{10} \cos(\theta) + \frac{\pi}{a} \sin(\theta) \right)^2 - \left( \frac{p\pi}{2L} \right)^2} - \frac{\sin \left[ \beta_{10} L \cos(\theta) - \frac{\pi L}{a} \sin(\theta) \right]}{\left( \beta_{10} \cos(\theta) + \frac{\pi}{a} \sin(\theta) \right)^2 - \left( \frac{p\pi}{2L} \right)^2} \right] \quad p \text{ çift sayı iken (2-27 )}$$

$$i_3(p) = 0 \quad p \text{ tek sayı iken}$$

$$i_4(p) = 0 \quad p \text{ çift sayı iken}$$

$$i_4(p) = \frac{p\pi}{2L} \left[ - \frac{\cos \left[ \frac{\pi L}{a} \sin(\theta) + \beta_{10} L \cos(\theta) \right]}{\left( \frac{p\pi}{2L} \right)^2 - \left( \frac{\pi}{a} \sin(\theta) + \beta_{10} \cos(\theta) \right)^2} + \frac{\cos \left[ \frac{\pi L}{a} \sin(\theta) - \beta_{10} L \cos(\theta) \right]}{\left( \frac{p\pi}{2L} \right)^2 - \left( \frac{\pi}{a} \sin(\theta) + \beta_{10} \cos(\theta) \right)^2} \right] \quad p \text{ tek sayı iken (2-28 )}$$

### 2.3.2 Y Matrisi

Y matrisi Eşitlik ( 2-11 )'de verildiği gibi  $Y^{ds}$  ve  $Y^{iç}$  matrislerinin toplamından oluşmaktadır.  $Y^{ds}$  ve  $Y^{iç}$  matris elemanlarının hesaplanması aşağıda verilmiştir.

### 2.3.2.1 $Y^{d\zeta}$ Matris Elemanlarının Hesaplanması

$$Y_{pq}^{d\zeta} = \frac{1}{4\pi j\omega} \int_{-L}^L \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \int_{\zeta' = \frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{\zeta' = -L}^L \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta' + L) \right] \left[ \frac{\partial^2}{\partial \zeta'^2} + k_0^2 \right] \frac{e^{-j.k_0.R}}{R} d\zeta' d\zeta' d\zeta \quad (2-29)$$

$$R = \sqrt{\zeta'^2 + (\zeta - \zeta')^2}$$

Öncelikle  $\zeta'$  üzerinden parçalı integral alırsak:

$$\int_{-L}^L \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta' + L) \right] \left[ \frac{\partial^2}{\partial \zeta'^2} + k_0^2 \right] \frac{e^{-j.k_0.R}}{R} d\zeta' = \int_{-L}^L \left[ k_0^2 - \left( \frac{q\pi}{2L} \right)^2 \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta' + L) \right] \cdot \frac{e^{-j.k_0.R}}{R} d\zeta' \quad (2-30)$$

$$- \left( \frac{q\pi}{2L} \right) \left\{ (-1)^q \frac{e^{-jk_0 R_1}}{R_1} - \frac{e^{-jk_0 R_2}}{R_2} \right\}$$

$$R_1 = \sqrt{\zeta'^2 + (\zeta - L)^2} \quad R_2 = \sqrt{\zeta'^2 + (\zeta + L)^2}$$

Eşitlik (2-29), eşitlik (2-30) kullanılarak yeniden yazılabilir:

$$Y_{pq}^{d\zeta} = \frac{1}{4\pi j\omega} \int_{-L}^L \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \int_{\zeta' = \frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left[ \int_{\zeta' = -L}^L \left[ k_0^2 - \left( \frac{q\pi}{2L} \right)^2 \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta' + L) \right] \frac{e^{-j.k_0.R}}{R} d\zeta' \right. \quad (2-31)$$

$$\left. - \left( \frac{q\pi}{2L} \right) \left\{ (-1)^q \frac{e^{-jk_0 R_1}}{R_1} - \frac{e^{-jk_0 R_2}}{R_2} \right\} \right] d\zeta' d\zeta$$

$$Y_{pq}^{d\zeta} = \frac{1}{4\pi j\omega} \int_{\zeta' = -\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} [I_1 + I_2] d\zeta' \quad (2-32)$$

$$I_1 = \int_{-L}^L \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \int_{-L}^L \left[ k_0^2 - \left( \frac{q\pi}{2L} \right)^2 \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta' + L) \right] \frac{e^{-j.k_0.R}}{R} d\zeta' d\zeta \quad (2-33)$$

$$I_2 = -\frac{q\pi}{2L} \int_{-L}^L \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \left\{ (-1)^q \frac{e^{-jk_0 R_1}}{R_1} - \frac{e^{-jk_0 R_2}}{R_2} \right\} d\zeta \quad (2-34)$$

$\vartheta = \frac{\zeta}{2L}$  ve  $\vartheta' = \frac{\zeta'}{2L}$  değişikliği yapıldığında:

$$I_1 = \left\{ (k_0 2L)^2 - (q\pi)^2 \right\} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin \left[ p\pi \left( \vartheta + \frac{1}{2} \right) \right] \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin \left[ q\pi \left( \vartheta' + \frac{1}{2} \right) \right] \frac{e^{-jk_0 R}}{R} d\vartheta' d\vartheta \quad (2-35)$$

$$I_2 = -q\pi \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin \left[ p\pi \left( \vartheta + \frac{1}{2} \right) \right] \left\{ (-1)^q \frac{e^{-jk_0 R_1}}{R_1} - \frac{e^{-jk_0 R_2}}{R_2} \right\} d\vartheta \quad (2-36)$$

$$i_1 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin \left[ p\pi \left( \vartheta + \frac{1}{2} \right) \right] \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin \left[ q\pi \left( \vartheta' + \frac{1}{2} \right) \right] \frac{e^{-jk_0 R}}{R} d\vartheta' d\vartheta \quad (2-37)$$

$$i_2 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin \left[ p\pi \left( \vartheta + \frac{1}{2} \right) \right] \left\{ (-1)^q \frac{e^{-jk_0 R_1}}{R_1} - \frac{e^{-jk_0 R_2}}{R_2} \right\} d\vartheta \quad (2-38)$$

Yukarıdaki eşitlikler kullanılarak  $Y_{pq}^{d\zeta}$  aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir:

$$Y_{pq}^{d\zeta} = \frac{1}{4j\pi\omega} \int_{\zeta' = -\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left[ \left\{ (k_0 2L)^2 - (q\pi)^2 \right\} i_1 - q\pi i_2 \right] d\zeta' \quad (2-39)$$

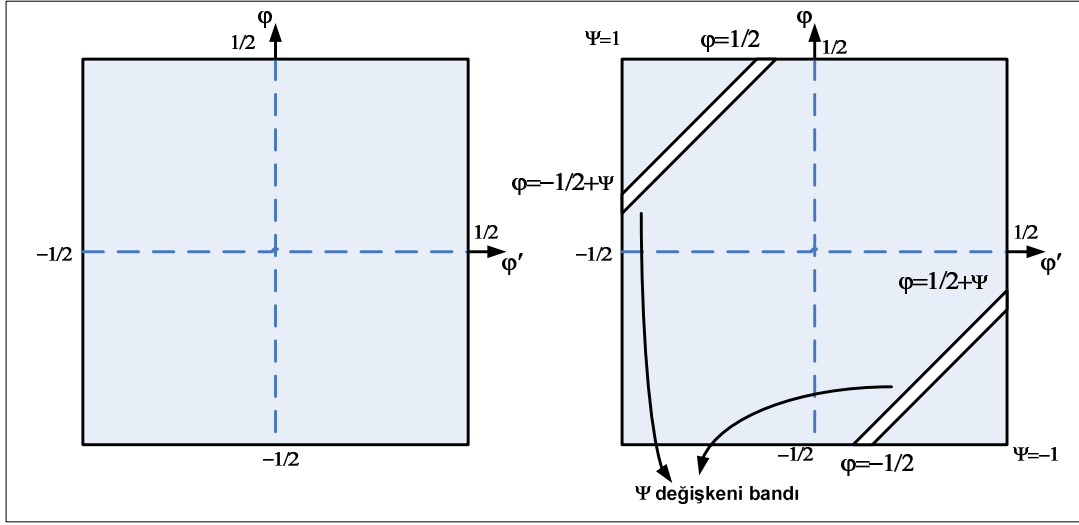
$Y_{pq}^{d\zeta}$  matris elemanlarının bulunması için eşitlik (2-39) içindeki integrallerin nümerik hesaplanması gerekmektedir. Nümerik integral hesabını kolaylaştırmak için  $i_1$  ve  $i_2$  integralleri aşağıda basitleştirilecektir:

$$i_1 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin \left[ p\pi \left( \vartheta + \frac{1}{2} \right) \right] \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin \left[ q\pi \left( \vartheta' + \frac{1}{2} \right) \right] \frac{e^{-jk_0 R}}{R} d\vartheta' d\vartheta$$

Burada,  $R = \sqrt{\zeta'^2 + (\vartheta - \vartheta')^2 4L^2}$  dir

Eğer  $\vartheta - \vartheta' = \Psi$  değişimi yapılırsa R aşağıdaki gibi değişir:

$$R = \sqrt{\zeta'^2 + \Psi^2 4L^2}$$



Şekil 2.3-1:  $\vartheta - \vartheta' = \Psi$  değişimi

Yukarıda yapılan değişiklik ile  $i_1$  integrali Şekil 2.3-1'de gösterilen  $\Psi$  değişkeni bantları üzerinden alınır ve aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir:

$$i_1 = \int_{\Psi=-1}^0 \frac{e^{-jk_0 R}}{R} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}+\vartheta} \sin \left[ p\pi \left( \vartheta + \frac{1}{2} \right) \right] \sin \left[ q\pi \left( \vartheta - \Psi + \frac{1}{2} \right) \right] \frac{e^{-jk_0 R}}{R} d\vartheta d\Psi$$

$$+ \int_{\Psi=0}^1 \frac{e^{-jk_0 R}}{R} \int_{-\frac{1}{2}+\vartheta}^{\frac{1}{2}} \sin \left[ p\pi \left( \vartheta + \frac{1}{2} \right) \right] \sin \left[ q\pi \left( \vartheta - \Psi + \frac{1}{2} \right) \right] \frac{e^{-jk_0 R}}{R} d\vartheta d\Psi$$

(2-40)

Trigonometrik fonksiyonların özellikleri kullanılarak sadeleştirilen  $d\vartheta$  integralleri analitik olarak çözümlenebilir ve  $i_1$  integrali aşağıdaki en sade şekli alır:

$p+q$  çift sayı ve  $p = q$  iken

$$i_1 = \int_0^1 \frac{e^{-jk_0 R}}{R} \frac{2}{(p^2 - q^2)\pi} \{ p \sin(q\pi\Psi) - q \sin(p\pi\Psi) \} d\Psi$$

(2-41a)

$p+q$  çift sayı ve  $p \neq q$  iken

$$i_1 = \int_0^1 \frac{e^{-jk_0 R}}{R} \left\{ \cos(p\pi\Psi)(1 - \Psi) + \frac{\sin(p\pi\Psi)}{p\pi} \right\} d\Psi$$

(2-41b)

$p+q$  tek sayı iken

$$i_1 = 0$$

$Y_{pq}^{ds}$  integrali, eşitlikler (2-38), (2-39), (2-41a) ve (2-41b) kullanılarak sadeleştirildiğinde üçlü integralden nümerik olarak çözülebilecek ikili integrale dönüştürülmüş olur.

### 2.3.2.2 $Y^{i\zeta}$ Matris Elemanlarının Hesaplanması

Eşitlik (2-13)'de verildiği gibi  $Y^{i\zeta}$  matrisi  $Y^{i1}$  ve  $Y^{i2}$  matrisleri toplamı ile bulunabilir.  $Y^{i1}$  matrisinin elemanları aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}
Y_{pq}^{i1} &= \frac{\cos^2(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \\
&\int_{-L}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \left[ (k_0^2 + \gamma_{mn}^2) e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} - 2\gamma_{mn} \delta(z-z') \right] d\zeta' d\xi' d\zeta \\
&- \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \left(\frac{m\pi}{a}\right) \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \\
&\int_{-L}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \sin\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \frac{\partial}{\partial z'} e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} d\zeta' d\xi' d\zeta
\end{aligned} \tag{2-42}$$

$$Y_{pq}^{i1} = \frac{1}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \left[ \cos^2(\theta) \Lambda_1 - \sin(\theta)\cos(\theta) \frac{m\pi}{a} \Lambda_2 \right] \tag{2-43}$$

Burada verilen  $\Lambda_1$  ve  $\Lambda_2$  aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}
\Lambda_1 &= \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta \sin(\theta))\right) \int_{-L}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \\
&\cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta' \sin(\theta) + \xi' \cos(\theta))\right) \left[ (k_0^2 + \gamma_{mn}^2) e^{-\gamma_{mn}|\zeta \cos(\theta) + \xi' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)|} \right. \\
&\left. - 2\gamma_{mn} \delta(\zeta \cos(\theta) + \xi' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)) \right] d\zeta' d\xi' d\zeta
\end{aligned} \tag{2-44}$$

$$\begin{aligned}
\Lambda_2 &= \pm \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta \sin(\theta))\right) \\
&\int_{-L}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \sin\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta' \sin(\theta) + \xi' \cos(\theta))\right) \\
&e^{-\gamma_{mn}|\zeta \cos(\theta) + \xi' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)|} d\zeta' d\xi' d\zeta
\end{aligned} \tag{2-45}$$

Yukarıda verilen eşitlik (2-45) içindeki  $\pm$  işareti  $(\zeta \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)) > 0$  ise  $+$ ,  $(\zeta \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)) < 0$  ise  $-$  olarak alınır.

$\Lambda_1$  aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir:

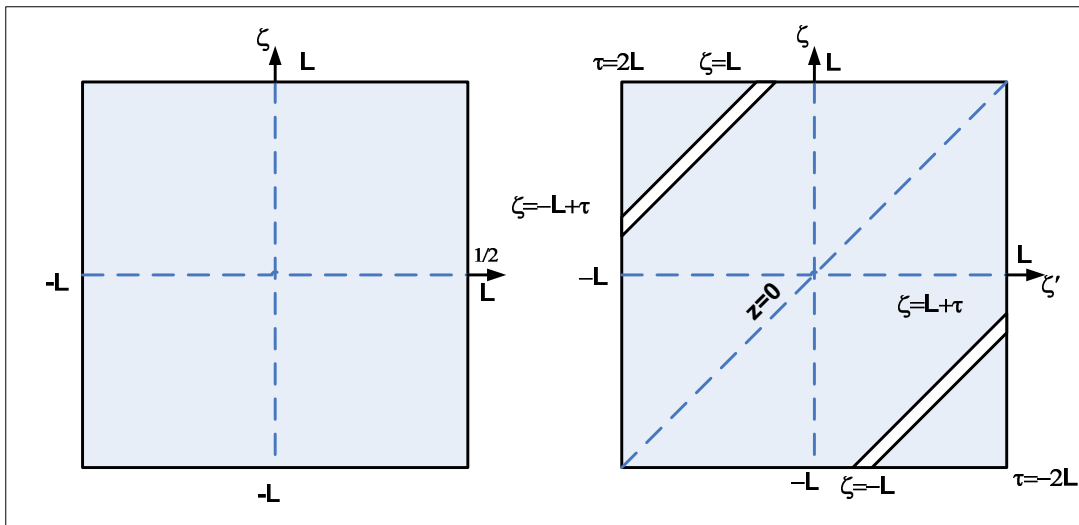
$$\Lambda_1 = (k_0^2 + \gamma_{mn}^2) A - 2\gamma_{mn} B \quad (2-46)$$

Burada verilen  $A$  ve  $B$  aşağıdaki gibidir:

$$A = \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta \sin(\theta))\right) \int_{-L}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta' \sin(\theta) + \zeta' \cos(\theta))\right) e^{-\gamma_{mn}|\zeta \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)|} d\zeta' d\zeta' d\zeta \quad (2-47)$$

$$B = \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta \sin(\theta))\right) \int_{-L}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta' \sin(\theta) + \zeta' \cos(\theta))\right) \delta(\zeta \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)) d\zeta' d\zeta' d\zeta \quad (2-48)$$

$A$ ,  $B$ , ve  $\Lambda_2$  integrallerinin çözümlenmesi için  $\tau = \zeta - \zeta'$  değişimi yapılır ve Şekil 2-3'den yararlanılarak yukarıdaki integral aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:



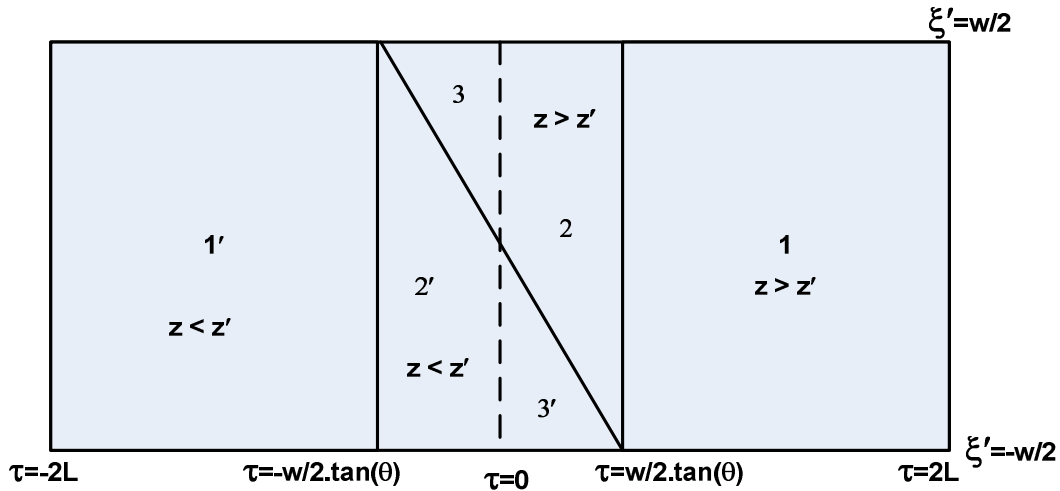
Şekil 2.3-2:  $\tau = \zeta - \zeta'$  değişimi

$$\int_{\xi'=-L}^L \int_{\zeta=-L}^L \int_{\xi'=-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} f(\zeta', \zeta, \xi') = \int_{\xi'=-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{\tau=-2L}^0 \int_{\zeta=-L}^{L+\tau} f(\zeta, \tau, \xi') d\zeta d\tau d\xi'$$

$$+ \int_{\xi'=-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{\tau=0}^{2L} \int_{\zeta=-L+\tau}^0 f(\zeta', \tau, \xi') d\zeta d\tau d\xi'$$

Yukarıdaki integral dönüşümü, integral içindeki  $z > z'$  ve  $z < z'$  alanlarının ayrıştırılmasına yardımcı olacaktır.

$$z = z' \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \tau \cos(\theta) = -\xi' \sin(\theta) \\ \tau = -\xi' \tan(\theta) \end{cases}$$



Şekil 2.3-3:  $z > z'$  ve  $z < z'$  bölgeleri

Yukarıda verilen dönüşüm ve değişiklikler kullanılarak ve Şekil 2-4'de verilen 1, 2, 3, 1', 2', ve 3' alanlarında  $z > z'$  ve  $z < z'$  ayrıştırılması yapılarak A, B, ve  $\Lambda_2$  integralleri analitik yöntemlerle çözümlenebilir ve aşağıdaki gibi tekrar yazılabilirler:

$$\Lambda_2 = \sin\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right) q_{21} \quad p+q \text{ tek sayı ve } m \neq 0 \text{ iken} \quad (2-49a)$$

$$\Lambda_2 = \cos\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right) q_{22} + q_{23} \quad p+q \text{ çift sayı ve } m \neq 0 \text{ iken} \quad (2-49b)$$

$$A = -\sin\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right) q_{11} \quad p+q \text{ tek sayı ve } m \neq 0 \text{ iken} \quad (2-50a)$$

$$A = q_{12} + \cos\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right)q_{13} \quad \rho+q \text{ çift sayı iken} \quad (2-50b)$$

$$B = -\sin\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right)B_{11} \frac{1}{\cos(\theta)} \quad \rho+q \text{ tek sayı iken} \quad (2-51a)$$

$$B = \left[ B_{21} + \cos\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right)B_{22} \right] \frac{1}{\cos(\theta)} \quad \rho+q \text{ çift sayı ve } m \neq 0 \text{ iken} \quad (2-51b)$$

Eşitlikler (2-43), (2-45), (2-46), (2-49a), (2-49b), (2-50a), (2-50b), (2-51a), ve (2-51b) kullanılarak  $Y^{i1}$  aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$\rho+q$  tek sayı iken

$$Y_{pq}^{i1} = \frac{\cos^2(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \left[ (k^2 + \gamma_{mn}^2) \{-q_{11}\} + 2\gamma_{mn} \frac{1}{\cos(\theta)} \right] \sin\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right) \\ - \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{mn}^2 \sin\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right) q_{21} \quad (2-52a)$$

$\rho+q$  çift sayı iken

$$Y_{pq}^{i1} = \frac{\cos^2(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \left[ (k^2 + \gamma_{mn}^2) \left\{ q_{12} + \cos\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right)q_{13} \right\} \right. \\ \left. - 2\gamma_{mn} \left\{ B_{21} + \cos\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right)B_{22} \right\} \frac{1}{\cos(\theta)} \right] \quad (2-52b) \\ - \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{mn}^2 \frac{m\pi}{a} \left\{ \cos\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right)q_{22} + q_{23} \right\}$$

Yukarıda kullanılan sadeleştirme ve değiştirmelerin benzerleri kullanılarak  $Y_{pq}^{i2}$  matris elemanları da aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}
Y_{pq}^{i2} &= \frac{1}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{mn}^2 \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \\
&\frac{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}{\gamma_{mn}} \sin^2(\theta) \int_{-L-\frac{w}{2}}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \sin\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} d\xi' d\zeta' d\zeta \\
&\pm \frac{1}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{mn}^2 \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \\
&\frac{m\pi/a}{k_0^2 + \gamma_{mn}^2} \sin(\theta) \cos(\theta) \int_{-L-\frac{w}{2}}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi x'}{a}\right) \left[\frac{\partial^2}{\partial z'^2} + k_0^2\right] e^{-\gamma_{mn}|z-z'|} d\xi' d\zeta' d\zeta
\end{aligned} \tag{2-53}$$

$$Y_{pq}^{i2} = \frac{1}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{mn}^2 [\sin^2(\theta)\Lambda_3 + \sin(\theta)\cos(\theta)\Lambda_4] \tag{2-54}$$

Buradaki  $\Lambda_3$  ve  $\Lambda_4$  aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\Lambda_3 &= \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta \sin(\theta))\right) \int_{-L-\frac{w}{2}}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \\
&\frac{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}{\gamma_{mn}} \sin\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta' \sin(\theta) + \xi' \cos(\theta))\right) e^{-\gamma_{mn}|\zeta \cos(\theta) + \xi' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)|} d\xi' d\zeta' d\zeta
\end{aligned} \tag{2-55}$$

$$\begin{aligned}
\Lambda_4 &= \pm \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta \sin(\theta))\right) \int_{-L-\frac{w}{2}}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \\
&\frac{m\pi/a}{k_0^2 + \gamma_{mn}^2} \cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta' \sin(\theta) + \xi' \cos(\theta))\right) \left[\frac{\partial^2}{\partial z'^2} + k_0^2\right] e^{-\gamma_{mn}|\zeta \cos(\theta) + \xi' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)|} d\xi' d\zeta' d\zeta
\end{aligned} \tag{2-56}$$

Burada  $\pm$  işareti  $(\zeta \cos(\theta) + \xi' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)) > 0$  ise  $+$ ,  
 $(\zeta \cos(\theta) + \xi' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)) < 0$  ise  $-$  olarak alınır.

$$\Lambda_3 = \frac{k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}{\gamma_{mn}} C \quad (2-57)$$

(2-57) eşitliğindeki C ise aşağıda verilmiştir:

$$C = \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta \sin(\theta))\right) \int_{-L-\frac{w}{2}}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \quad (2-58)$$

$$\sin\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta' \sin(\theta) + \zeta' \cos(\theta))\right) e^{-\gamma_{mn}|\zeta \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)|} d\xi' d\zeta' d\zeta$$

$$\Lambda_4 = \frac{m\pi}{a} D \quad (2-59)$$

Buradaki D ise aşağıdaki gibidir:

$$D = \pm \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta \sin(\theta))\right) \int_{-L-\frac{w}{2}}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \quad (2-60)$$

$$\cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta' \sin(\theta) + \zeta' \cos(\theta))\right) e^{-\gamma_{mn}|\zeta \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)|} d\xi' d\zeta' d\zeta$$

C ve D integralleri yukarıda çözümlenen A ve  $\Lambda_2$  integrallerine benzerlikleri ve orada kullanılan integral dönüşüm ve sadeleştirmeler kullanılarak benzer şekilde çözümlenebilirler ve sonuç olarak  $Y_{pq}^{i2}$  matris elemanları aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

*p+q tek sayı iken*

$$Y_{pq}^{i2} = \frac{\sin^2(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \left[ k_0^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \right] \sin\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right) q_{11} \quad (2-61a)$$

$$- \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{mn}^2 \left(\frac{m\pi}{a}\right) \sin\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right) q_{21}$$

*p+q çift sayı iken*

$$Y_{pq}^{i2} = \frac{\sin^2(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \left[ \left( k^2 - \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \right) \left\{ q_{12} - \cos\left( \frac{2m\pi x_0}{a} \right) q_{13} \right\} \right. \\ \left. + \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{j\omega ab} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{mn}^2 \frac{m\pi}{a} \left\{ \cos\left( \frac{2m\pi x_0}{a} \right) q_{22} - q_{23} \right\} \right] \quad (2-61b)$$

Eşitlikler (2-52) ve (2-61) kullanılarak  $Y^{iç}$  aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$p+q$  tek sayı iken

$$Y_{pq}^{iç} = \frac{1}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \sin\left( \frac{2m\pi x_0}{a} \right) \left[ -q_{11} \left\{ -k_0^2 \sin^2(\theta) + \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \cos^2(\theta) \right\} + 2\gamma_{mn} B_{11} \cos(\theta) \right] \quad (2-62a)$$

$p+q$  çift sayı iken

$$Y_{pq}^{iç} = \frac{1}{j\omega ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_{mn}^2}{\gamma_{mn}} \left[ \left\{ k_0^2 \sin^2(\theta) + \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \cos(2\theta) + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \cos^2(\theta) \right\} q_{12} \right. \\ \left. - 2\gamma_{mn} \frac{m\pi}{a} \sin(\theta)\cos(\theta) q_{23} - 2\gamma_{mn} B_{21} \cos(\theta) \right] \quad (2-62b) \\ + \cos\left( \frac{2m\pi x_0}{a} \right) \left[ \left\{ -k_0^2 \sin^2(\theta) + \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \cos^2(\theta) \right\} q_{13} - 2\gamma_{mn} B_{22} \cos(\theta) \right]$$

$m = 0$  özel durumu için hesaplama:

$m = 0$  durumu özel bir durum olup  $Y^{iç}$  matris elemanları için yukarıda verilen eşitliklerde sayı/0 belirsizliği yaratmaktadır. Bu nedenle yukarıda verilen ifadeler doğrudan kullanılamaz.  $m = 0$  özel durumu için  $Y^{iç}$  eşitlikleri tekrar değerlendirilip aşağıdaki gibi yazılır:

$p+q$  tek sayı iken

$$Y_{pq}^{iç} = 0 \quad (2-63a)$$

$p+q$  çift sayı iken

$$Y_{pq}^{iç} = \frac{1}{j\omega ab} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{0n}^2 \left[ \frac{(k_0^2 + \gamma_{0n}^2)}{\gamma_{0n}} q_{12} - \frac{1}{\cos(\theta)} B_2 \right] 2 \cos^2(\theta) \quad (2-63b)$$

burada,  $q_{12} = q_{13}$  ve  $B_{21} = B_{22} = \frac{1}{2} B_2$  'dir.

Yukarıda verilmiş olan ve  $Y^{iç}$  matris elemanlarının hesabından kullanılan  $q_{11}$ ,  $q_{12}$ ,  $q_{13}$ ,  $q_{21}$ ,  $q_{23}$ ,  $B_{11}$ ,  $B_{21}$ , ve  $B_{22}$  integrallerinin analitik çözümleri EK-A'da verilmiştir.

## 2.4 İleri ve Geri Yön Saçılma Katsayılarının Hesaplanması

Tek yarık dalgı kılavuzı anteninde geri yönde saçılma katsayısı, yarıktan geri saçılan alanın yarığa yaklaşan alana oranıdır. Aynı şekilde ileri yön saçılma katsayısı da yarıktan dalga kılavuzunun ileri yönünde saçılan alanın yarığa yaklaşan alana oranıdır. Bu katsayıların hesabında dalga kılavuzı içinde yarığa yaklaşan ve ileri ve geri yönde saçılan manyetik alanların z-yönündeki bileşenleri kullanılmıştır. Katsayıların hesaplanmasında geri ve ileri yönde saçılan alan ifadeleri yaklaşan alan ifadesinde olduğu gibi  $TE_{10}$  baskın modu olarak hesaplanmıştır (Rengarajan, 1989). Diğer tüm TE modları yarık üzerinden saçılmalarından kısa bir süre sonra sönümleneceklerdir.

Dalga kılavuzı içinde yaklaşan, geri ve ileri saçılan  $TE_{10}$  modu manyetik alan ifadeleri aşağıdaki gibidirler:

$$H_z^{yak} = jA_{10} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}z} \quad (2-64)$$

Yukarıdaki eşitlikte  $A_{10} = 1$  olarak kabul edilmiştir.

$$H_z^{gerisaç} = jB_{10} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{j\beta_{10}z} \quad (2-65)$$

$$H_z^{ilerisaç} = jC_{10} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{10}z} \quad (2-66)$$

$H_z^{gerisaç}$  ve  $H_z^{ilerisaç}$  Eşitlik (2-1) ve (2-7) kullanılarak yazılırlarsa aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$H_z^{gerisaç} = -\frac{1}{2\omega ab\beta_{10}} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \left\{ \frac{\pi}{a} \sin(\theta) \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^L \sum_{q=1}^N A_q \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \sin\left(\frac{\pi x'}{a}\right) \frac{\partial}{\partial z'} \left( e^{j\beta_{10}(z-z')} \right) d\zeta' d\xi' \right. \quad (2-67)$$

$$\left. - \cos(\theta) \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^L \sum_{q=1}^N A_q \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{\pi x'}{a}\right) (k_0^2 - \beta_{10}^2) e^{j\beta_{10}(z-z')} d\zeta' d\xi' \right\}$$

$$H_z^{ilerisaç} = -\frac{1}{2\omega ab\beta_{10}} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \left\{ \frac{\pi}{a} \sin(\theta) \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^L \sum_{q=1}^N A_q \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \sin\left(\frac{\pi x'}{a}\right) \frac{\partial}{\partial z'} \left( e^{-j\beta_{10}(z-z')} \right) d\zeta' d\xi' \right. \quad (2-68)$$

$$\left. - \cos(\theta) \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^L \sum_{q=1}^N A_q \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{\pi x'}{a}\right) (k_0^2 - \beta_{10}^2) e^{-j\beta_{10}(z-z')} d\zeta' d\xi' \right\}$$

Geri yönde saçılma katsayısı eşitlik (2-65) ve (2-67) kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{B_{10}}{A_{10}} = \frac{j}{2\omega ab\beta_{10}} \left\{ \frac{\pi}{a} \sin(\theta) \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^L \sum_{q=1}^N A_q \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \sin\left(\frac{\pi x'}{a}\right) \frac{\partial}{\partial z'} \left( e^{-j\beta_{10}z'} \right) d\zeta' d\xi' \right. \quad (2-69)$$

$$\left. - \cos(\theta) \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^L \sum_{q=1}^N A_q \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{\pi x'}{a}\right) (k_0^2 - \beta_{10}^2) e^{-j\beta_{10}z'} d\zeta' d\xi' \right\}$$

$$\frac{B_{10}}{A_{10}} = -\frac{j}{2\omega ab\beta_{10}} \left[ (k_0^2 - \beta_{10}^2) \cos(\theta) I_A + j\beta_{10} \frac{\pi}{a} \sin(\theta) I_B \right] \quad (2-70)$$

$$I_A = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sum_{q=1}^N \int_{-L}^L A_q \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{\pi}{a}(x_0 + \zeta' \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta))\right) e^{-j\beta_{10}(\zeta' \cos(\theta) - \xi' \sin(\theta))} d\zeta' d\xi' \quad (2-71)$$

$$I_B = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sum_{q=1}^N \int_{-L}^L A_q \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \sin\left(\frac{\pi}{a}(x_0 + \zeta' \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta))\right) e^{-j\beta_{10}(\zeta' \cos(\theta) - \xi' \sin(\theta))} d\zeta' d\xi' \quad (2-72)$$

Benzer şekilde ileri yönde saçılma katsayısı eşitlik (2-66) ve (2-68) kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{C_{10}}{A_{10}} = -\frac{j}{2\omega ab\beta_{10}} \left[ (k_0^2 - \beta_{10}^2) \cos(\theta) I_A' - j\beta_{10} \frac{\pi}{a} \sin(\theta) I_B' \right] \quad (2-73)$$

$$I_A' = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sum_{q=1}^N \int_{-L}^L A_q \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{\pi}{a}(x_0 + \zeta' \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta))\right) e^{j\beta_{10}(\zeta' \cos(\theta) - \xi' \sin(\theta))} d\zeta' d\xi' \quad (2-74)$$

$$I_B' = \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sum_{q=1}^N \int_{-L}^L A_q \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \sin\left(\frac{\pi}{a}(x_0 + \zeta' \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta))\right) e^{j\beta_{10}(\zeta' \cos(\theta) - \xi' \sin(\theta))} d\zeta' d\xi' \quad (2-75)$$

$I_A$  integrali ise aşağıdaki şekilde sadeleştirilebilir:

$$\begin{aligned}
I_A &= \sum_{q=1}^N A_q \int_{-L}^L \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta' + L) \right] e^{-j\beta_{10} \zeta' \cos(\theta)} \\
&\quad \left[ \alpha_1 \cos \left( \frac{\pi}{a} (x_0 + \zeta' \sin(\theta)) \right) + j\alpha_2 \sin \left( \frac{\pi}{a} (x_0 + \zeta' \sin(\theta)) \right) \right] d\zeta' \\
&= \sum_{q=1}^N A_q \left[ \alpha_1 \cos \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_1(q) - ji_2(q)\} \right. \\
&\quad - \alpha_1 \sin \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_3(q) - ji_4(q)\} \\
&\quad + j\alpha_2 \sin \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_1(q) - ji_2(q)\} \\
&\quad \left. + j\alpha_2 \cos \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_3(q) - ji_4(q)\} \right] \tag{2-76}
\end{aligned}$$

Burada geçen  $i_1(q)$ ,  $i_2(q)$ ,  $i_3(q)$  ve  $i_4(q)$ 'ler sırası ile eşitlik (2-25), (2-26), (2-27) ve (2-28)'de verilen fonksiyonlardır.  $\alpha_1$  ve  $\alpha_2$  ise aşağıda verilmektedir. Benzer şekilde  $I_B$ ,  $I_A'$  ve  $I_B'$  de aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
I_B &= \sum_{q=1}^N A_q \left[ -j\alpha_2 \cos \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_1(q) - ji_2(q)\} \right. \\
&\quad + j\alpha_2 \sin \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_3(q) - ji_4(q)\} \\
&\quad + \alpha_1 \sin \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_1(q) - ji_2(q)\} \\
&\quad \left. + \alpha_1 \cos \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_3(q) - ji_4(q)\} \right] \tag{2-77}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_A' &= \sum_{q=1}^N A_q \left[ \alpha_1 \cos \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_1(q) + ji_2(q)\} \right. \\
&\quad - \alpha_1 \sin \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_3(q) + ji_4(q)\} \\
&\quad - j\alpha_2 \sin \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_1(q) + ji_2(q)\} \\
&\quad \left. - j\alpha_2 \cos \left( \frac{\pi x_0}{a} \right) \{i_3(q) + ji_4(q)\} \right] \tag{2-78}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_B' &= \sum_{q=1}^N A_q \left[ j\alpha_2 \cos\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \{i_1(q) + ji_2(q)\} \right. \\
&\quad - j\alpha_2 \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \{i_3(q) + ji_4(q)\} \\
&\quad + \alpha_1 \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \{i_1(q) + ji_2(q)\} \\
&\quad \left. + \alpha_1 \cos\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) \{i_3(q) + ji_4(q)\} \right]
\end{aligned} \tag{2-79}$$

Yukarıda verilen eşitlikleri kullanarak saçılma katsayılarını yeniden yazabiliriz:

$$\frac{B_{10}}{A_{10}} = C_1 [k_c (T_1 + T_2) + j\beta_s (T_3 + T_4)] \tag{2-81}$$

$$\frac{C_{10}}{A_{10}} = C_1 [k_c (T_1' + T_2') - j\beta_s (T_3' + T_4')] \tag{2-82}$$

Burada:  $C_1 = -\frac{j}{2\omega ab\beta_{10}}$ ,  $k_c = (k_0^2 - \beta_{10}^2)\cos(\theta)$  ve  $\beta_s = \beta_{10} \frac{\pi}{a} \sin(\theta)$  'dir.

$$T_1 = \sum_{q=\text{tek}} A_q [i_1(q) \{\alpha_1 C_0 + j\alpha_2 S_0\} + i_4(q) \{\alpha_2 C_0 + j\alpha_1 S_0\}] \tag{2-83}$$

$$T_2 = \sum_{q=\text{çift}} A_q [i_2(q) \{\alpha_2 S_0 - j\alpha_1 C_0\} + i_3(q) \{-\alpha_1 S_0 + j\alpha_2 C_0\}] \tag{2-84}$$

$$T_3 = \sum_{q=\text{tek}} A_q [i_1(q) \{\alpha_1 S_0 - j\alpha_2 C_0\} + i_4(q) \{\alpha_2 S_0 - j\alpha_1 C_0\}] \tag{2-85}$$

$$T_4 = \sum_{q=\text{çift}} A_q [i_2(q) \{-\alpha_2 C_0 - j\alpha_1 S_0\} + i_3(q) \{\alpha_1 C_0 + j\alpha_2 S_0\}] \tag{2-86}$$

Yukarıdaki eşitlikteki katsayılar ise

$$C_0 = \cos\left(\frac{\pi x_0}{a}\right), \quad S_0 = \sin\left(\frac{\pi x_0}{a}\right),$$

$$\alpha_1 = \left\{ -2\beta_{10} \sin(\theta) S_b C_p + \frac{2\pi}{a} \cos(\theta) C_b S_p \right\} \frac{1}{d_1},$$

$$\alpha_2 = \left\{ -2\beta_{10} \sin(\theta) C_b S_p + \frac{2\pi}{a} \cos(\theta) S_b C_p \right\} \frac{1}{d_1},$$

$$d_1 = \left[ \left( \frac{\pi}{a} \cos(\theta) \right)^2 - \beta_{10}^2 \sin^2(\theta) \right], \quad S_p = \sin\left( \frac{\pi w}{a} \sin(\theta) \right) \quad \text{ve} \quad C_p = \cos\left( \frac{\pi w}{a} \sin(\theta) \right)$$

olarak bulunmuştur.

$$\text{Burada } S_b = \sin\left( \beta_{10} \frac{w}{2} \sin(\theta) \right) \quad \text{ve} \quad C_b = \cos\left( \beta_{10} \frac{w}{2} \sin(\theta) \right) \text{dir.}$$

(2-83)-(2.86) eşitliklerini aşağıdaki gibi tanımlarsak

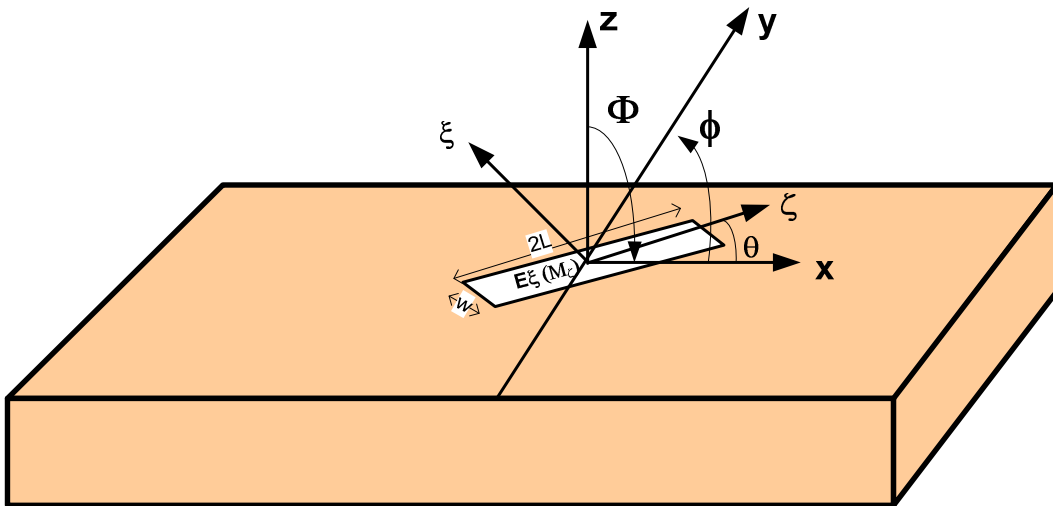
$$T_1 = \sum_q A_q t_1 \quad T_2 = \sum_q A_q t_2 \quad T_3 = \sum_q A_q t_3 \quad T_4 = \sum_q A_q t_4$$

(2-82) eşitliğindeki ifadeleri, \* kompleks eşleniği göstermek üzere

$$T_1' = \sum_q A_q t_1^*, \quad T_2' = \sum_q A_q t_2^*, \quad T_3' = \sum_q A_q t_3^* \quad T_4' = \sum_q A_q t_4^*$$

olarak yazabiliriz.

## 2.5 Antenden Yayılan Alanlar



Şekil 2.5-1: Anten geometrisi

Yarık üzerindeki akım yoğunluğu

$$M_{\zeta} = \sum_{q=1}^N A_q \sin\left(\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right) \quad -L \leq \zeta' \leq L \quad (2-1)$$

olmak üzere, yarıktan yayılan uzak alan elektrik alanının  $\Phi$  ve  $\phi$  bileşenleri aşağıdaki gibi hesaplanır (Balanis):

$$E_{\Phi} = -\frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} L_{\phi} \quad (2-87)$$

$$E_{\phi} = \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} L_{\Phi} \quad (2-88)$$

$$L_{\Phi} = \iint [M_x \cos(\Phi)\cos(\phi) + M_y \cos(\Phi)\sin(\phi)] e^{jk_0 r' \cos\Psi} ds' \quad (2-89)$$

$$L_{\phi} = \iint [-M_x \sin(\phi) + M_y \cos(\phi)] e^{jk_0 r' \cos\Psi} ds' \quad (2-90)$$

$$r' \cdot \cos \Psi = x' \sin(\Phi) \cos(\phi) + y' \sin(\Phi) \sin(\phi)$$

$$M_x = M_{\zeta} \cos(\theta) \text{ ve } M_y = M_{\zeta} \sin(\theta) \text{ dir.}$$

$$x' = \zeta' \cos(\theta) - \xi' \sin(\theta) \text{ ve } y' = \zeta' \sin(\theta) + \xi' \cos(\theta) \text{ şeklinde değiştirilebilir.}$$

Bu durumda 2-89 ve 2-90 eşitlikleri aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

$$L_{\Phi} = [\cos(\theta)\cos(\Phi)\cos(\phi) + \sin(\theta)\cos(\Phi)\sin(\phi)] \sum_{q=1}^N A_q \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} e^{jk_0 \{\cos(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) - \sin(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\}\xi'} d\xi' \int_{-L}^L \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] e^{jk_0 \{\sin(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) + \cos(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\}\xi'} d\zeta'$$

$$\begin{aligned}
L_\phi &= [\sin(\theta)\cos(\phi) - \cos(\theta)\sin(\phi)] \sum_{q=1}^N A_q \\
&\int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} e^{jk_0 \{\cos(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) - \sin(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\}\xi'} d\xi' \\
&\int_{-L}^L \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] e^{jk_0 \{\sin(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) + \cos(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\}\xi'} d\zeta' \\
L_\theta &= [\cos(\theta)\cos(\Phi)\cos(\phi) + \sin(\theta)\cos(\Phi)\sin(\phi)] E \sum_{q=1}^N A_q \Gamma(q) \\
L_\phi &= [\sin(\theta)\cos(\phi) - \cos(\theta)\sin(\phi)] E \sum_{q=1}^N A_q \Gamma(q)
\end{aligned} \tag{2-91}$$

$$\begin{aligned}
E &= \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} e^{jk_0 \{\cos(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) - \sin(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\}\xi'} d\xi' \\
&= \frac{2 \sin\left(\frac{w}{2} k_0 \{\cos(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) - \sin(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\}\right)}{k_0 \{\cos(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) - \sin(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\}}
\end{aligned} \tag{2-92}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma(q) &= \int_{-L}^L \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] e^{jk_0 \{\sin(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) + \cos(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\}\xi'} d\zeta' \\
&= \frac{2L\pi q \left[ (-1)^q e^{jk_0 \{\sin(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) + \cos(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\}} - e^{-jk_0 \{\sin(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) + \cos(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\}} \right]}{(2Lk_0 \{\sin(\theta)\sin(\Phi)\sin(\phi) + \cos(\theta)\sin(\Phi)\cos(\phi)\})^2 - (q\pi)^2}
\end{aligned} \tag{2-93}$$

## 2.6 Nümerik Hesaplama Sonuçları

Yarık üzerinde oluşan ve Eşitlik (2-1)'de sinuzoidal temel fonksiyonları ile tanımlanan  $\zeta$  yönündeki manyetik akımın ( $M\zeta$ ) ve dolayısıyla manyetik akım ile doğrudan ilişki olan  $\xi$  yönündeki Elektrik alanının ( $E\xi$ ) hesaplanması için Eşitlik (2-10)'da verilen matris denklemi çözülerek N adet A katsayıları hesaplanmıştır.

Eşitlik (2-10)'un çözümünde I kaynak matrisi Bölüm 2.3.1'de verilen ve analitik olarak çözümleri mümkün olan eşitliklerin hesaplanması ile bulunmuştur.

Aynı matris denklemindeki  $Y$  matrisini oluşturan bileşenlerden  $Y^{ds}$  matris elemanları ise Bölüm 2.3.2.1'de verilen integral denklemlerinin çözümü ile hesaplanmıştır.  $Y^{ds}$  matris elemanlarının hesabında kullanılan ikili integrallerin analitik çözümleri bulunmadığından, hesaplamalar MATLAB (versiyon V2008a) yazılımının “dblquad” nümerik ikili integral fonksiyonu kullanılarak hesaplanmıştır.

$Y$  matrisini oluşturan ikinci bileşen olan  $Y^{ic}$  matrisi elemanları ise Bölüm 2.3.2.2'de analitik çözümlenmeleri verilmiş olan integral ve ikili toplam serilerinin çözümünden elde edilmiştir.

Ayrıca tüm hesaplamalarda sinuzoidal temel fonksiyon sayısı  $N = 5$  olarak alınmış, dalga kılavuzu içine saçılan alan hesaplamalarında ise mod 5'e kadar olan TE modları hesaplanmış diğer modlar ihmal edilmiştir.

Yarık üzerindeki manyetik akımın hesaplanmasından sonra Bölüm 2.4'de verilen eşitlikler kullanılarak dalga kılavuzu içinde ileri ve geri yönde saçılma katsayıları hesaplanmıştır. Ayrıca, yine manyetik akım ve Bölüm 2.5'de verilen eşitlikler kullanılarak yarıktan dalga kılavuzu dışına yayılan alanlar uzak alan koşulunda hesaplanmıştır.

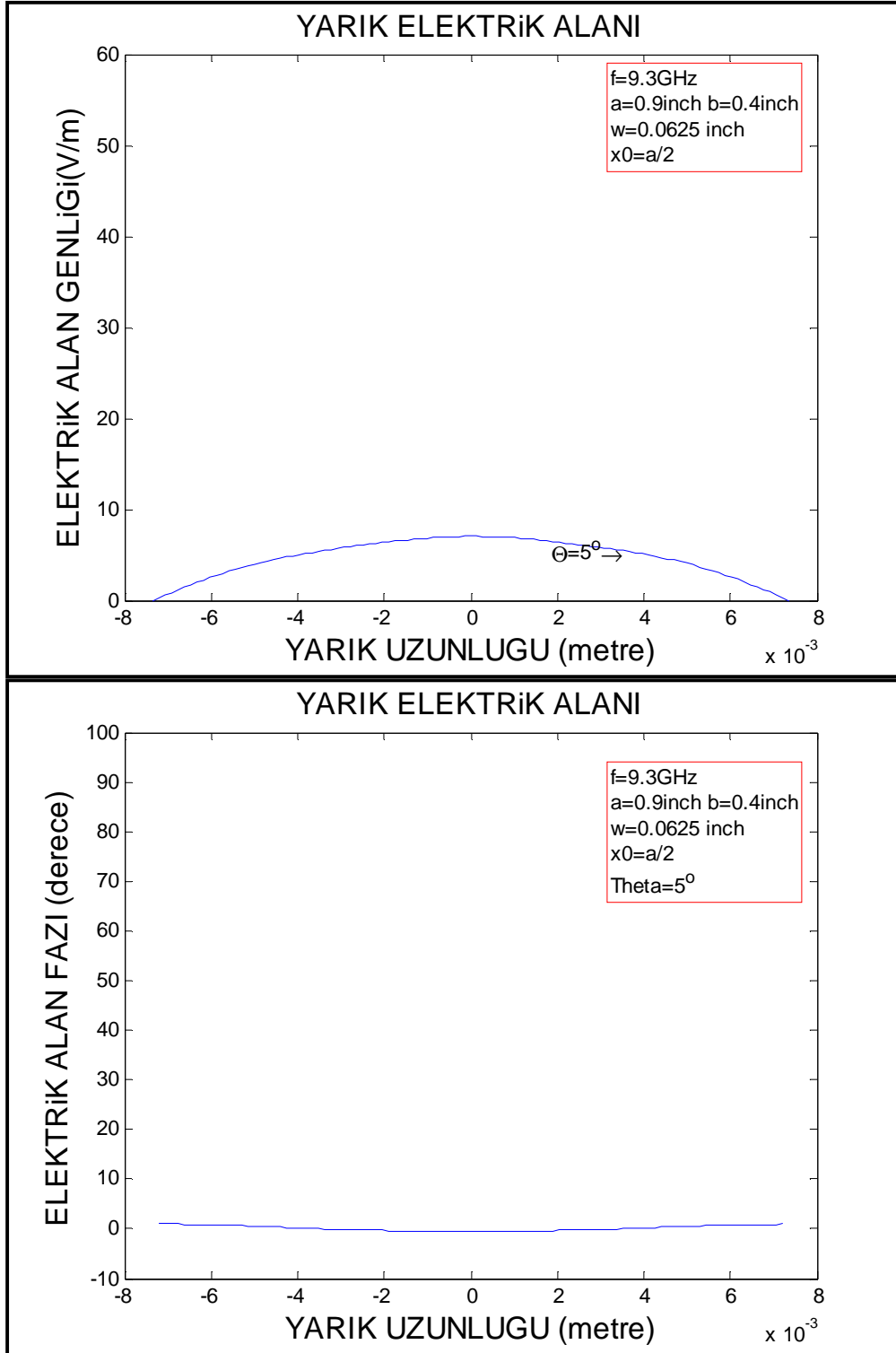
Aşağıda verilen nümerik hesaplamalarda yarığın dalga kılavuzu merkezinden belirli kayıklık miktarı ve eğiklik açılarında rezonansa geçerek anten olarak davranmasına yol açan yarık uzunlukları hesaplanmıştır.

Tek yarıklı dalga kılavuzunun rezonansa geçtiği durumda, dalga kılavuzu içinde ileri ve geri yönde saçılan alanların büyüklükleri birbirine eşit veya yakındır. Ayrıca ileri yönde saçılan alan ile dalga kılavuzu içinde yaklaşan alan arasındaki faz farkı  $180^\circ$ 'dir. Son olarak, rezonans durumunda yarık merkezinde oluşan elektrik alanının fazı dalga kılavuzu içinde geri yönde saçılan alanın fazının yarısı kadardır.

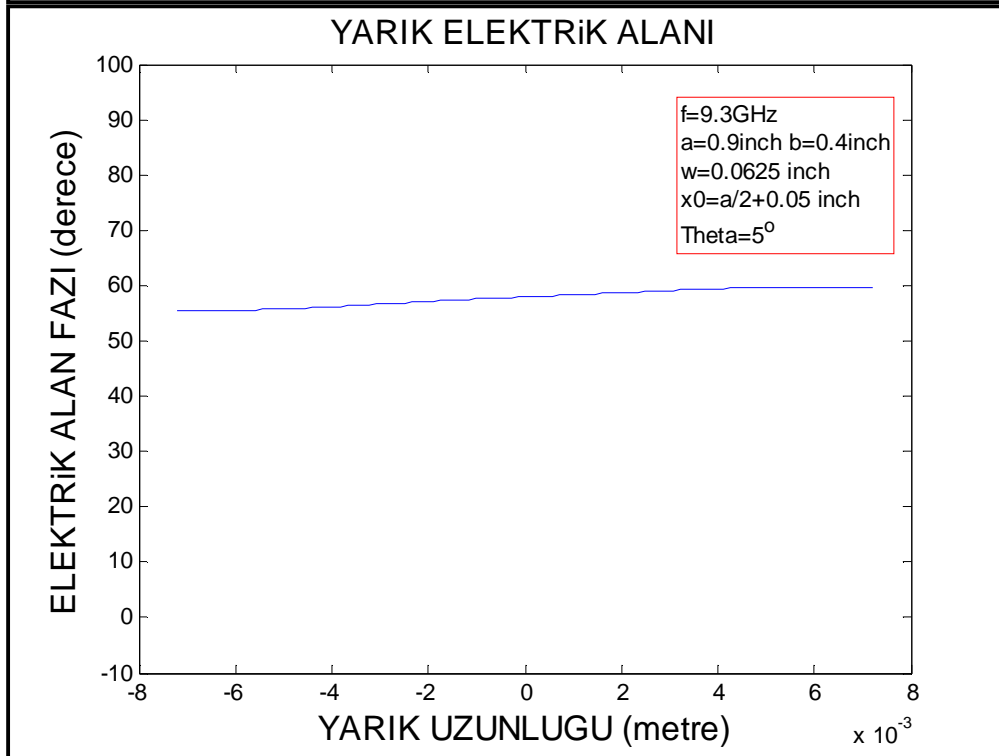
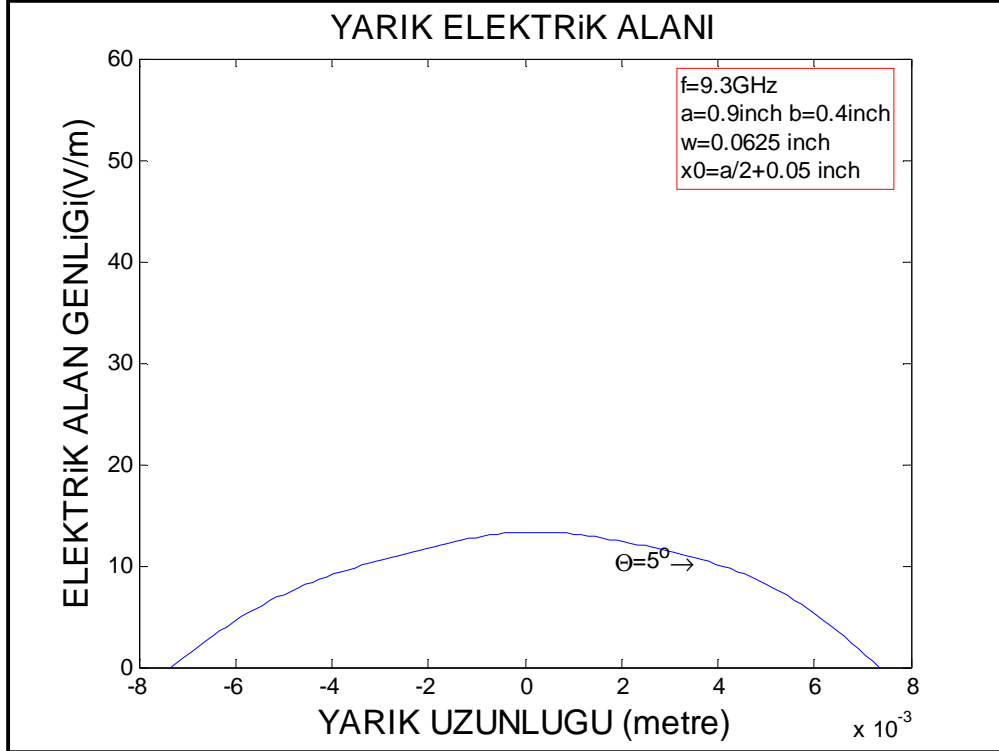
Çeşitli kayıklık miktarı ve eğiklik açıları için yukarıdaki koşulları sağlayan rezonans yarık uzunlukları birçok iterasyon sonucunda hesaplanmıştır ve sonuçlar aşağıda verilmektedir. Her hesaplanan rezonans yarık uzunluğu için dalga kılavuzu içinde ileri ve geri yönde saçılma katsayıları ve yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı da sonuçlar içinde verilmektedir.

Aşağıda verilen sonuçlar, yarığın dalga kılavuzu merkezinden kayıklığı 0, 0.05 inch, 0.1 inch, 0.15 inch, 0.20 inch ve 0.25 inch olmak üzere altı farklı, yarığın eğiklik açısı olarak da 5°, 10°, 15° ve 20° olmak üzere dört farklı, toplamda 24 farklı durum için hesaplamaları kapsamaktadır. Hesaplanan rezonans yarık uzunlukları boş uzay dalga sayısına ( $k_0$ ) normalize olarak verilmektedir

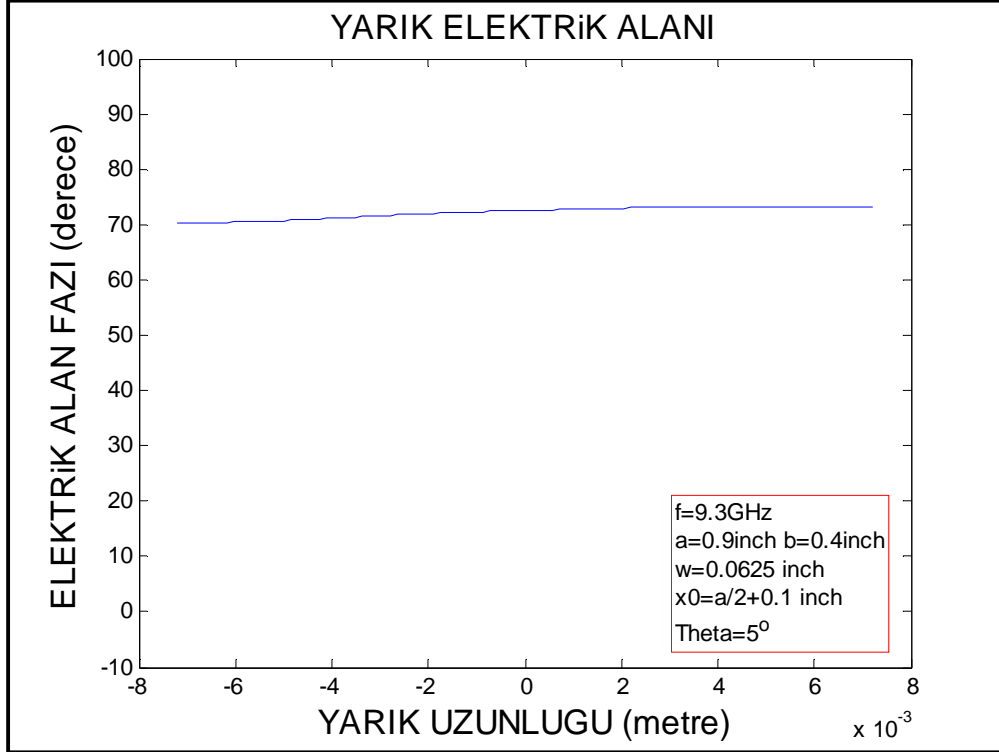
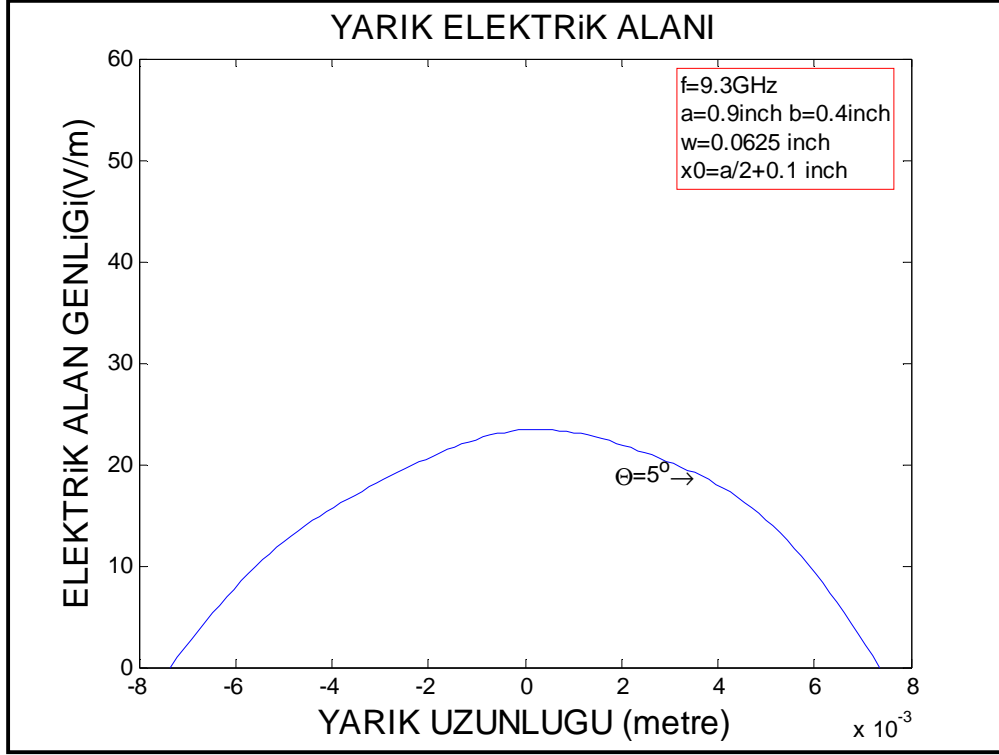
Nümerik hesaplamalarda kullanılan dalga kılavuzu geometrisinde  $f = 9.3$  GHz,  $a=0.9$  inch,  $b = 0.4$  inch,  $w = 0.0625$  inch,  $A_{10} = 1$  ve  $N = 5$  olarak alınmıştır.



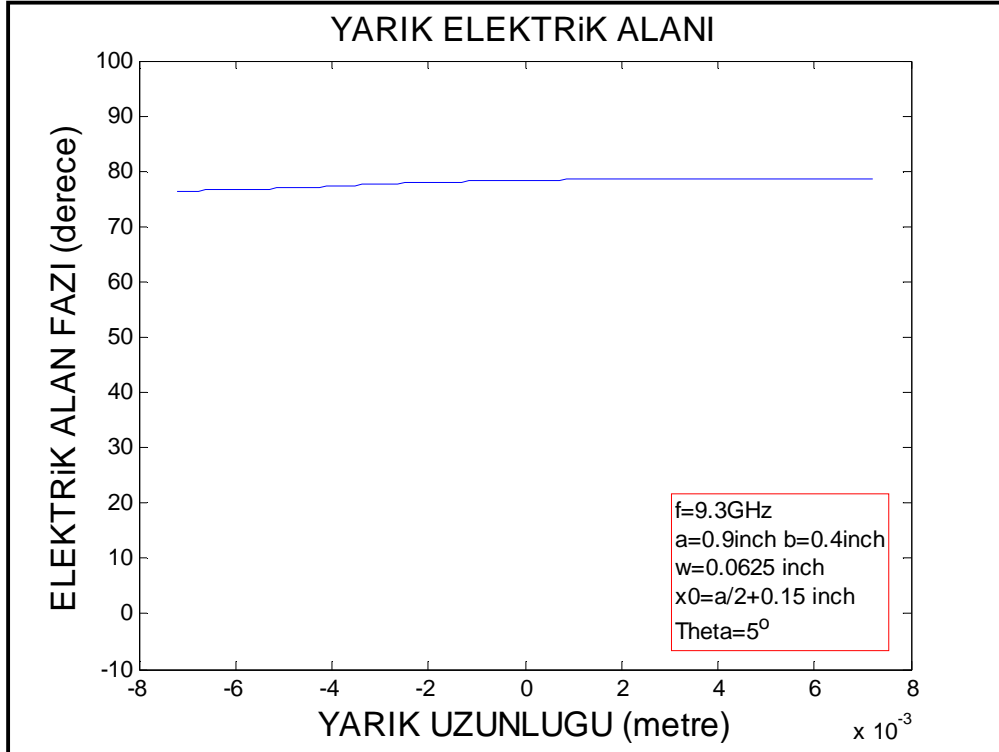
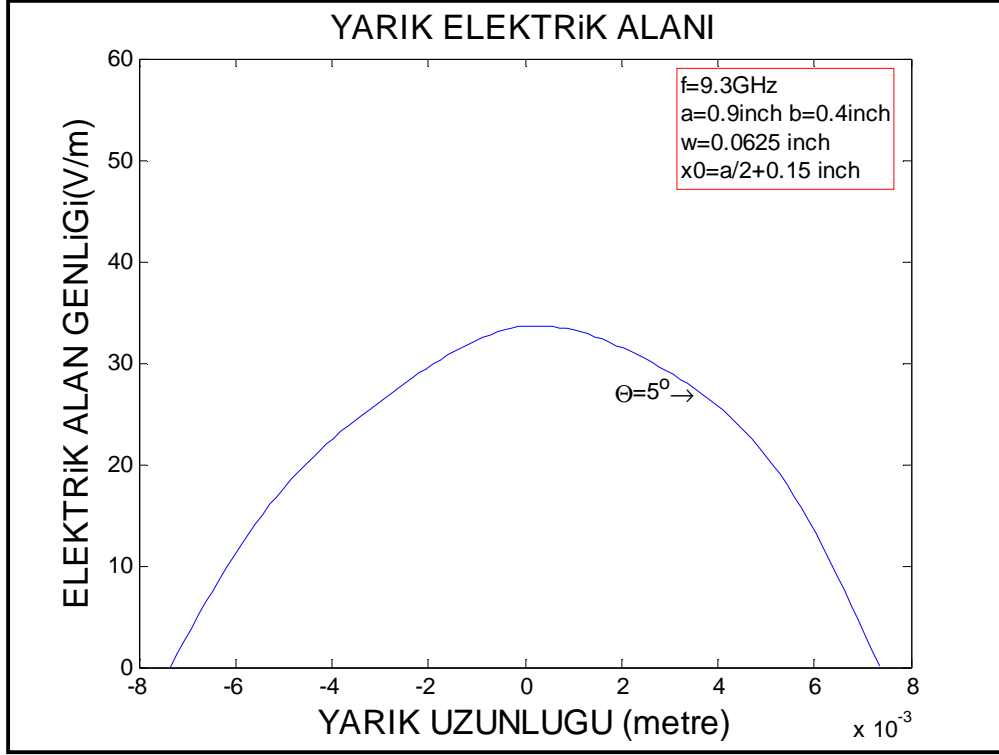
Şekil 2.6-1  $\theta = 5^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.81106/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2$ ,  $B_{10} = 0.0073$ ,  $C_{10} = 0.0073 \angle 180^\circ$ ).



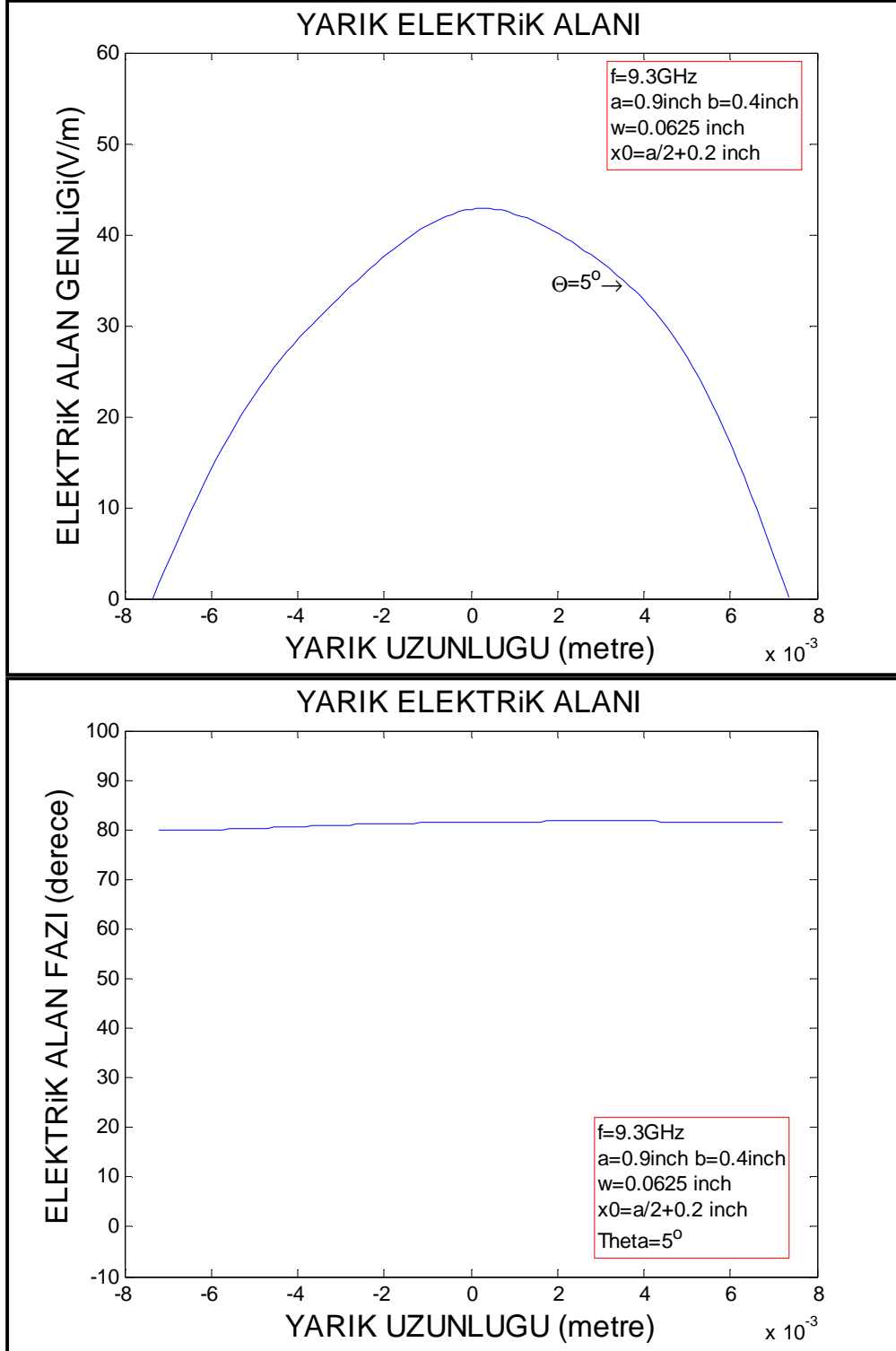
Şekil 2.6-2:  $\theta = 5^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.05 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.828412/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.05''$ ,  $B_{10} = 0.0271 \angle 116.26^\circ$ ,  $C_{10} = 0.0267 \angle 180^\circ$ )



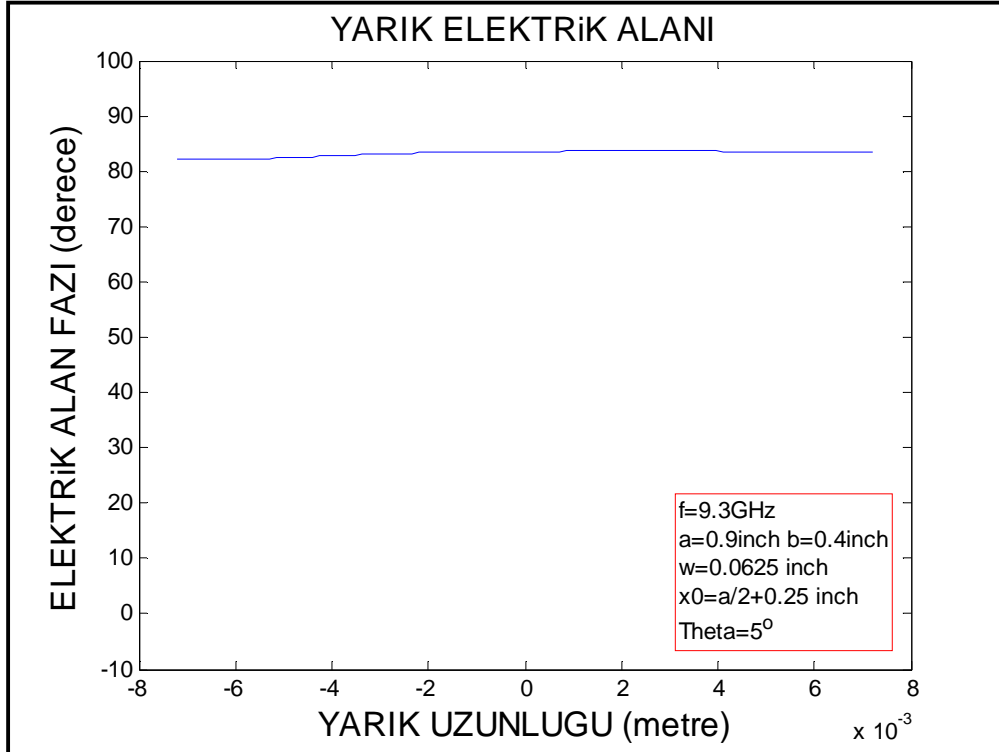
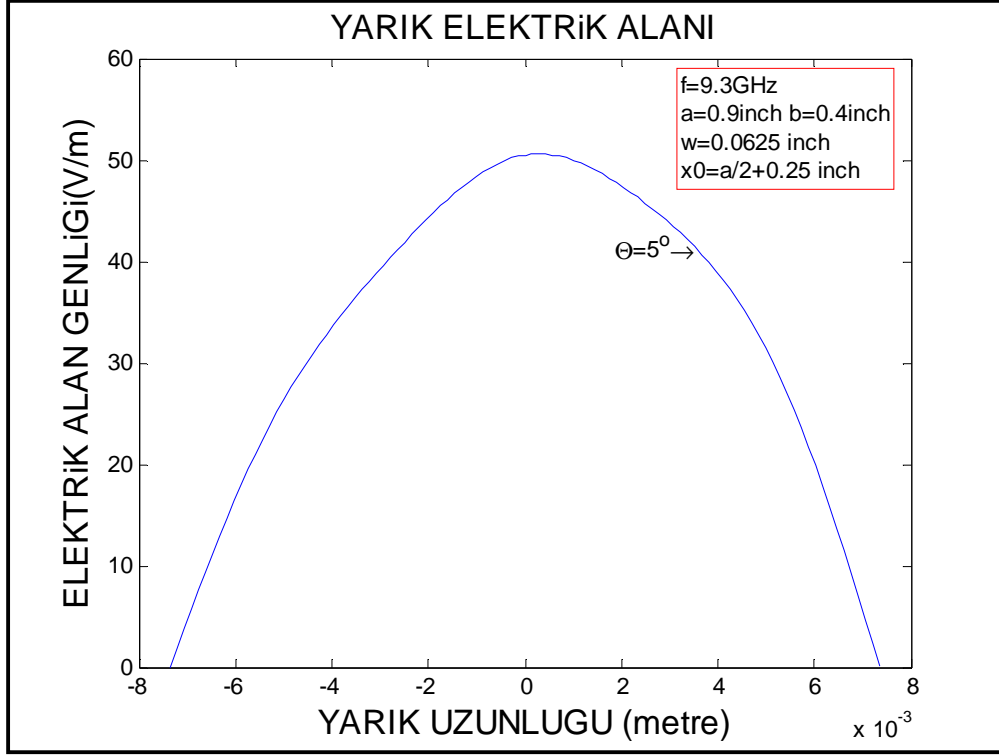
Şekil 2.6-3:  $\theta = 5^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.1 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ ,  $L_{res} = 2.83591/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.1''$ ,  $B_{10} = 0.0825\angle 145^\circ$ ,  $C_{10} = 0.0835\angle 180^\circ$ ).



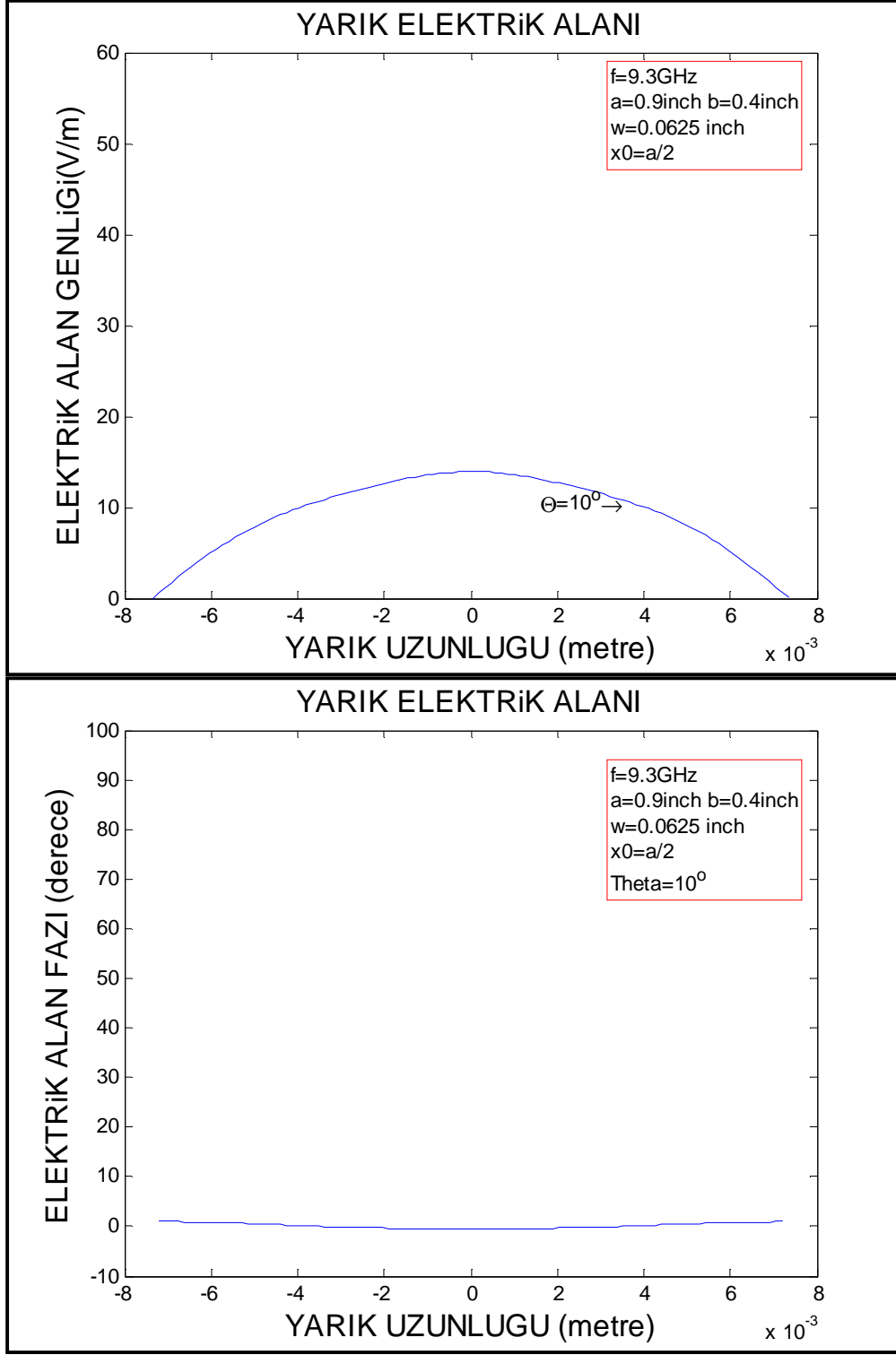
Şekil 2.6-4:  $\theta = 5^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.15 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ ,  $L_{res} = 2.82685/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.15''$ ,  $B_{10} = 0.17 \angle 156.4^\circ$ ,  $C_{10} = 0.1686 \angle 180^\circ$ ).



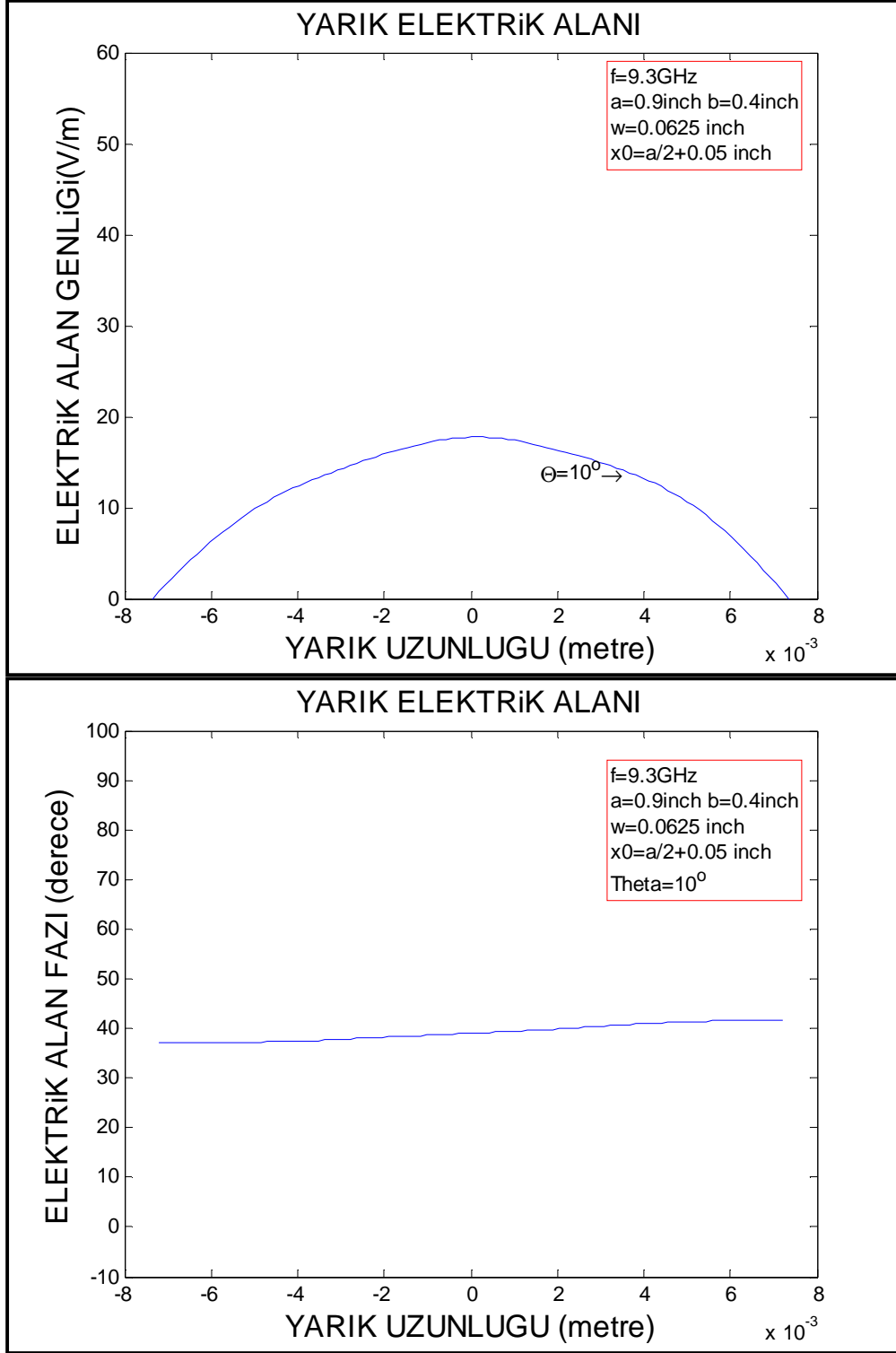
Şekil 2.6-5:  $\theta = 5^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.2 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.84/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.2''$ ,  $B_{10} = 0.2760 \angle 162.68^\circ$ ,  $C_{10} = 0.2742 \angle 180^\circ$ ).



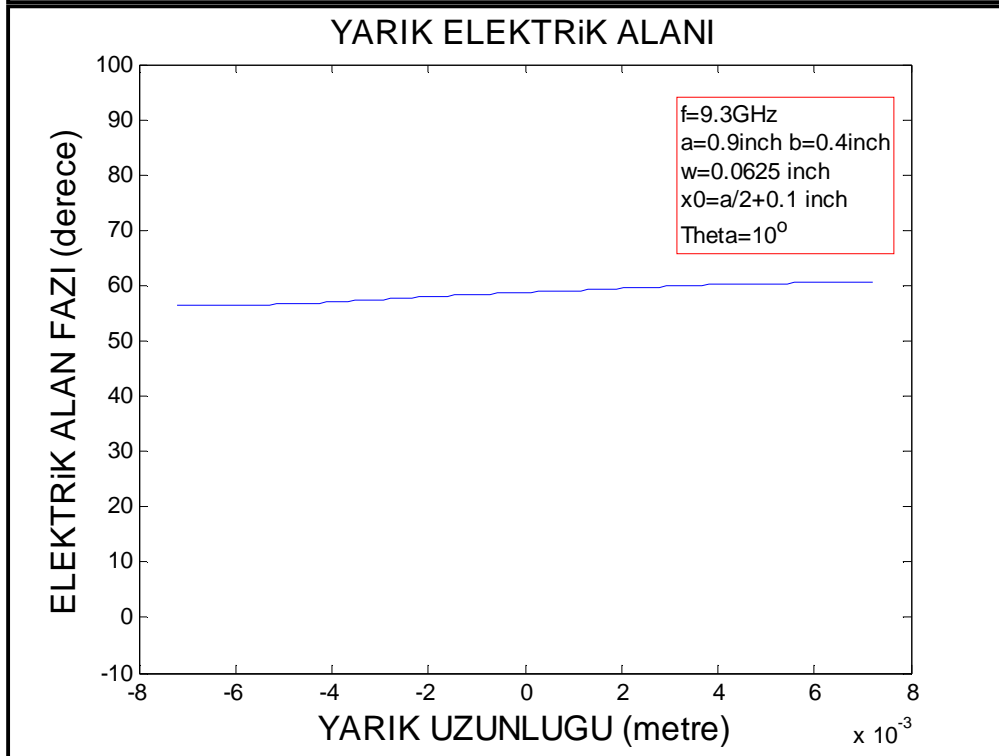
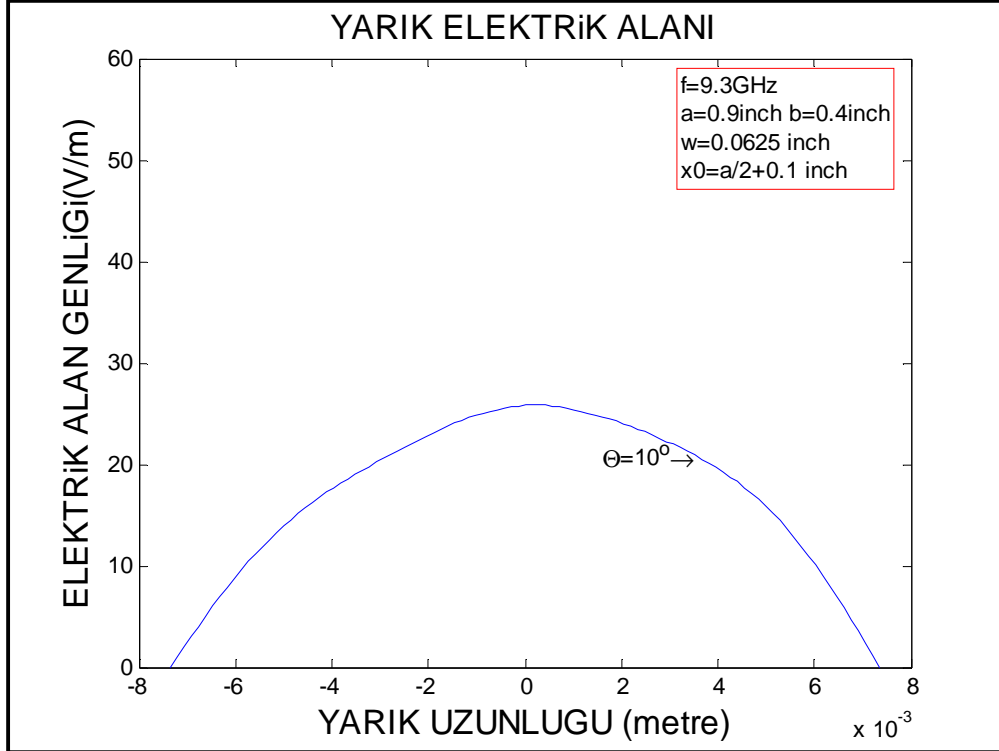
Şekil 2.6-6:  $\theta = 5^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 5^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.86149/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.25''$ ,  $B_{10} = 0.3887 \angle 166.73^\circ$ ,  $C_{10} = 0.3867 \angle 180^\circ$ ).



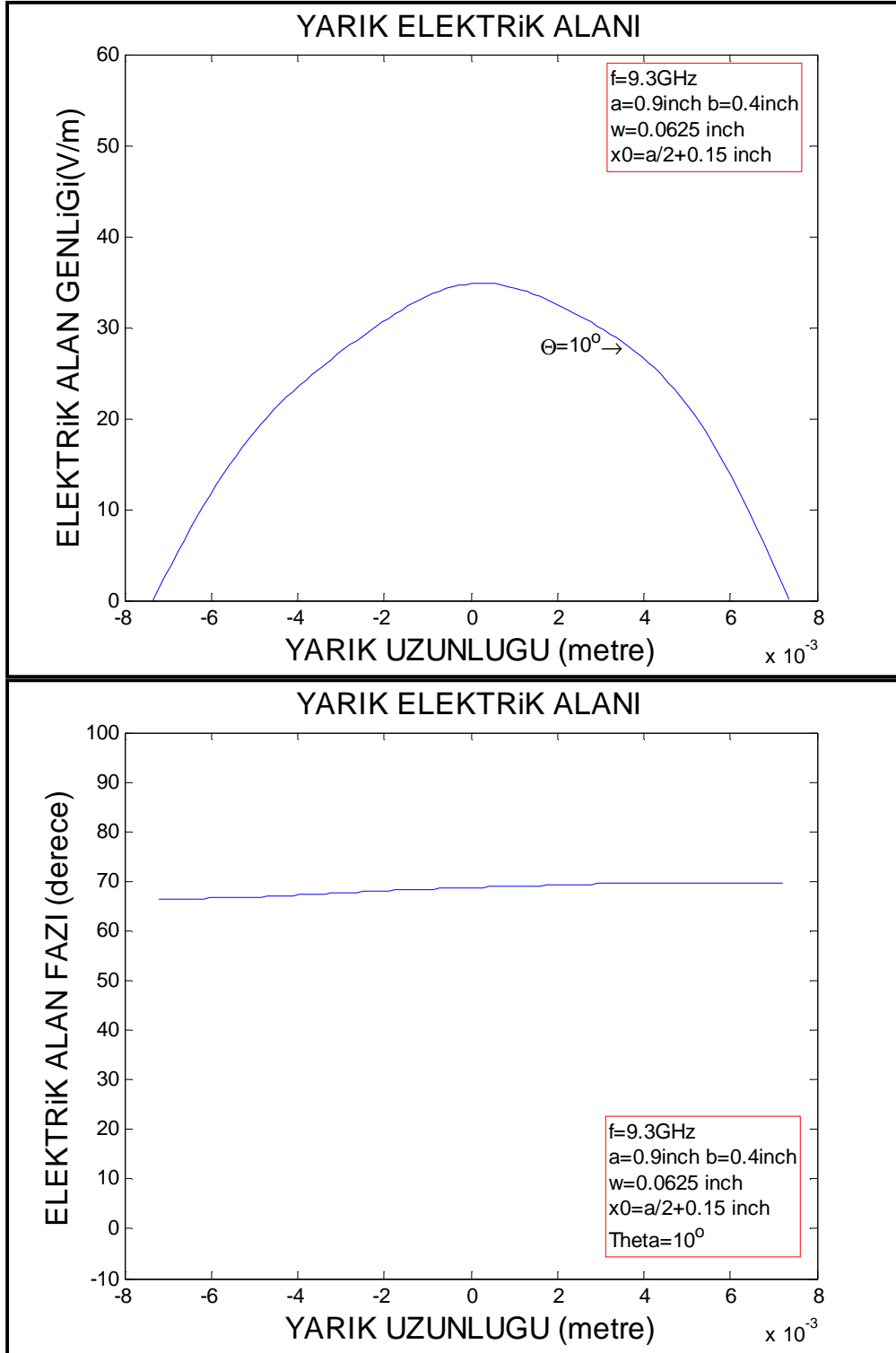
Şekil 2.6-7:  $\theta = 10^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.8360/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2 + 0''$ ,  $B_{10} = 0.029\angle 0^\circ$ ,  $C_{10} = 0.029\angle 180^\circ$ )



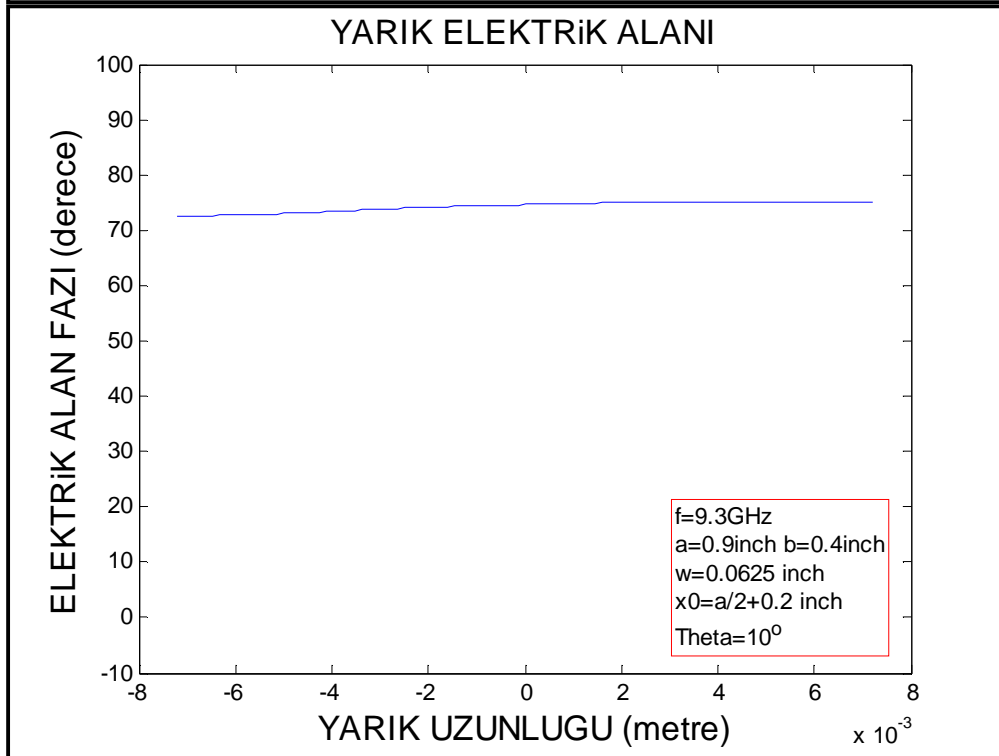
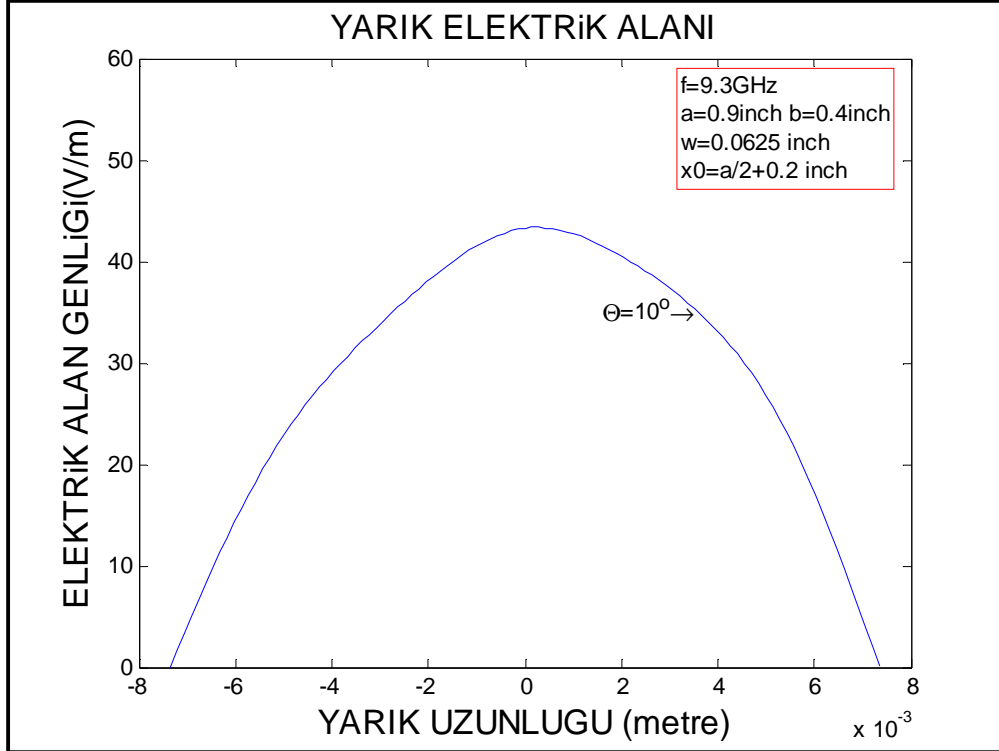
Şekil 2.6-8:  $\theta = 10^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.05 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ ,  $L_{res} = 2.842373/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.05''$ ,  $B_{10} = 0.0480 \angle 78.8^\circ$ ,  $C_{10} = 0.0475 \angle 180^\circ$ )



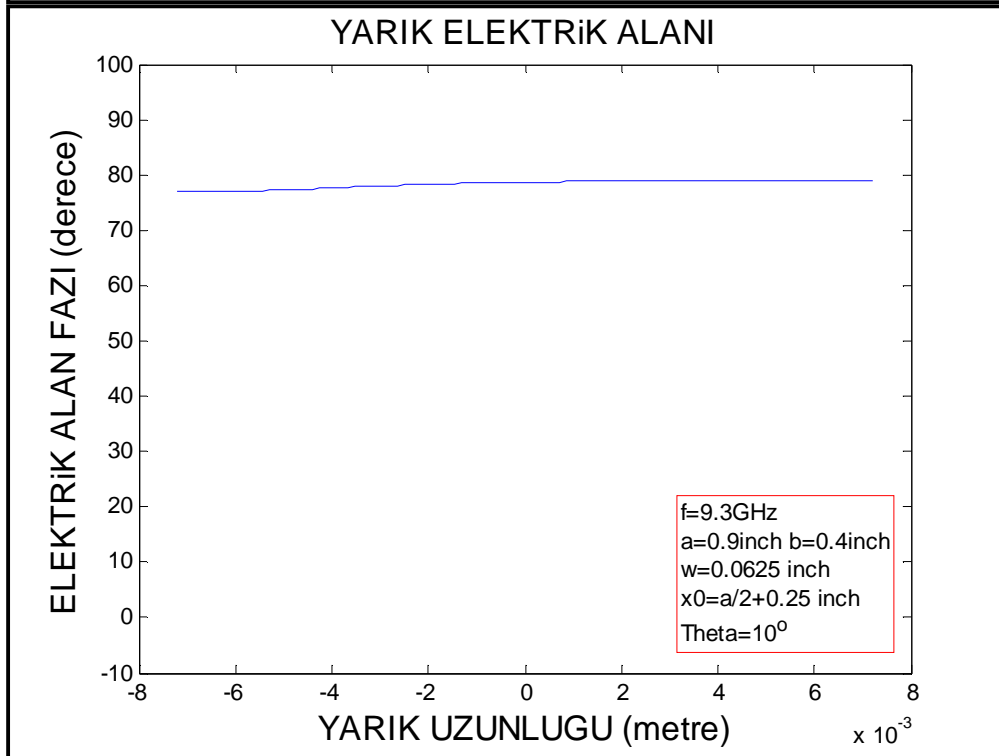
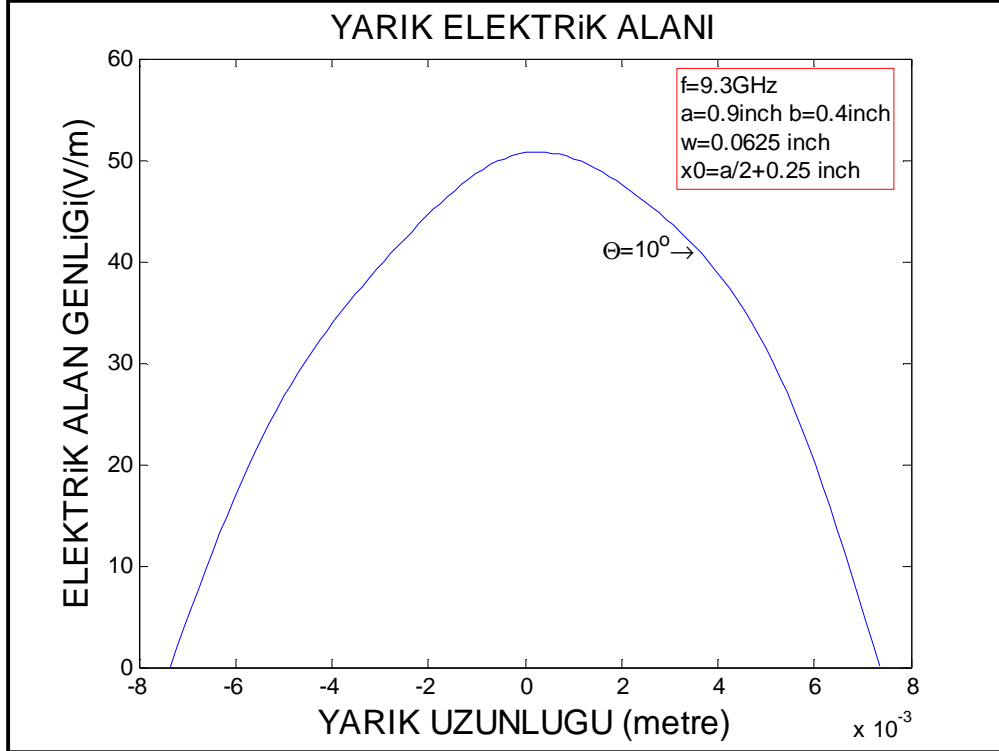
Şekil 2.6-9:  $\theta = 10^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.1 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.84738/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.1$ ",  $B_{10} = 0.1024 \angle 117.83^\circ$ ,  $C_{10} = 0.1009 \angle 180^\circ$ ).



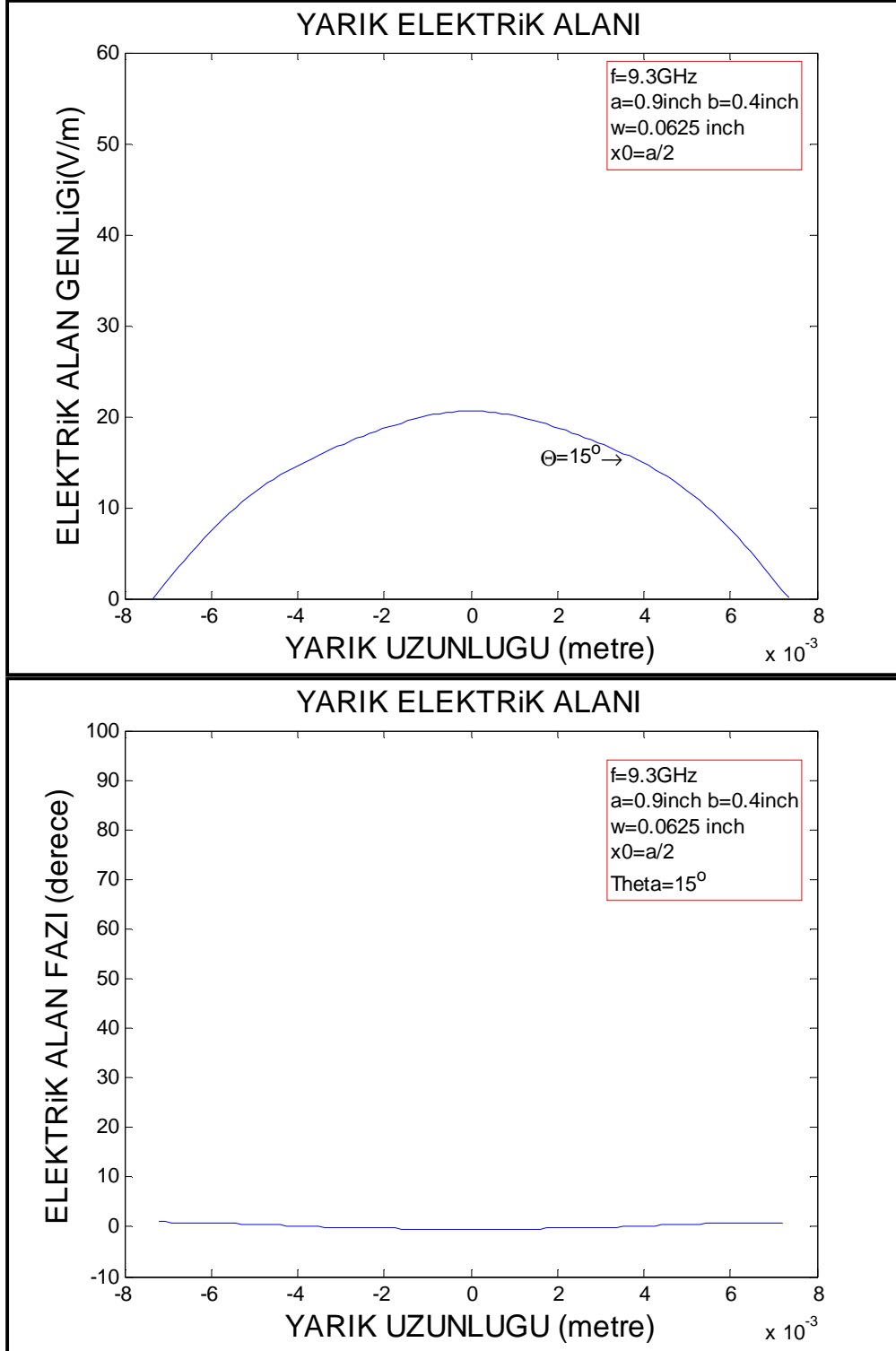
Şekil 2.6-10:  $\theta = 10^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.15 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.8471/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.15''$ ,  $B_{10} = 0.1852\angle 137.41^\circ$ ,  $C_{10} = 0.1829\angle 180^\circ$ ).



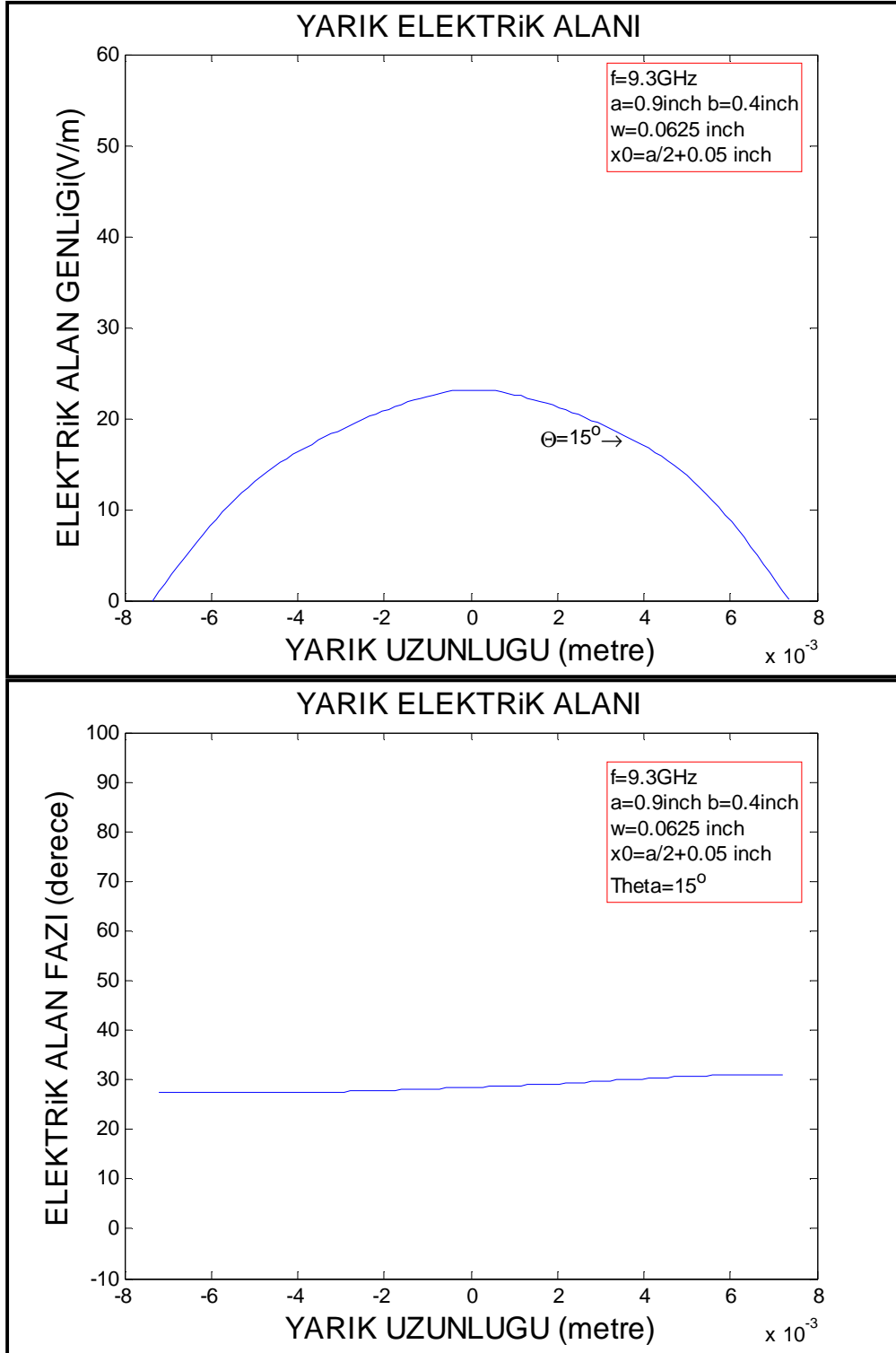
Şekil 2.6-11:  $\theta = 10^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.2 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.85349/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.2$ ",  $B_{10} = 0.2864 \angle 149.08^\circ$ ,  $C_{10} = 0.2835 \angle 180^\circ$ )



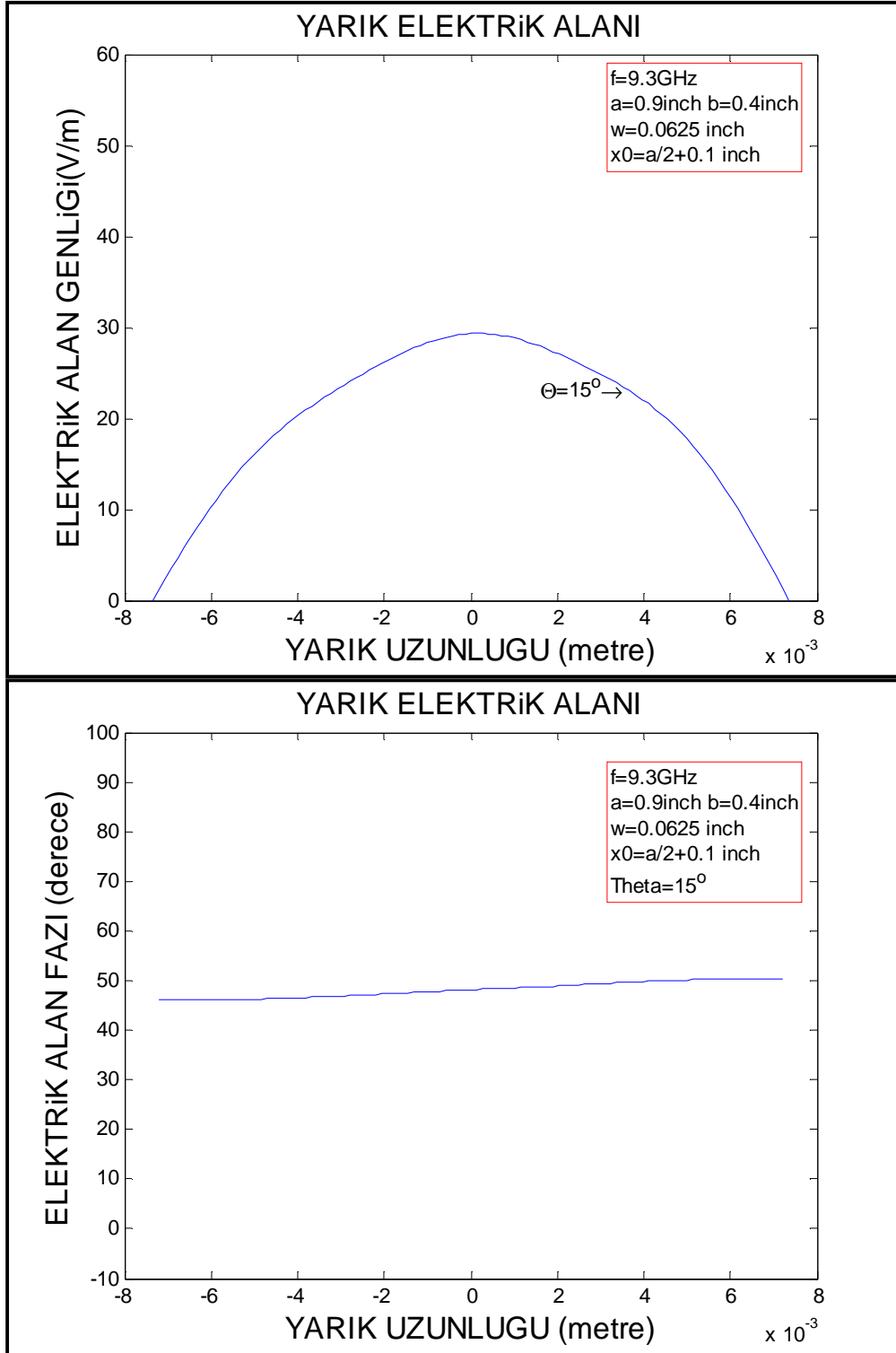
Şekil 2.6-12:  $\theta = 10^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 10^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.86078/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.25$ ",  $B_{10} = 0.3938 \angle 157.08^\circ$ ,  $C_{10} = 0.3907 \angle 180^\circ$ ).



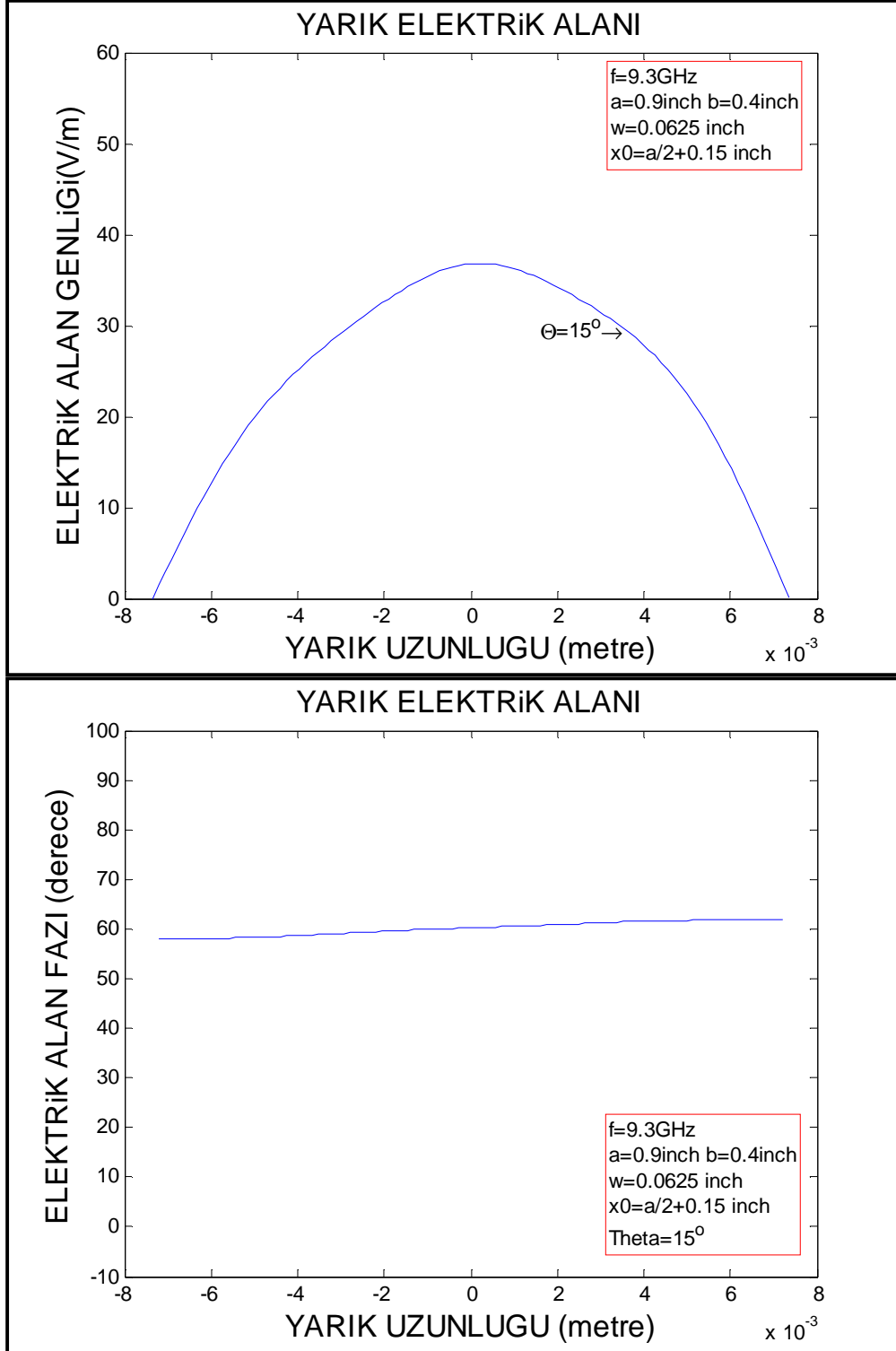
Şekil 2.6-13:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{res} = 2.8485/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0''$ ,  $B_{10} = 0.0638\angle 0^\circ$ ,  $C_{10} = 0.0638\angle 180^\circ$ ).



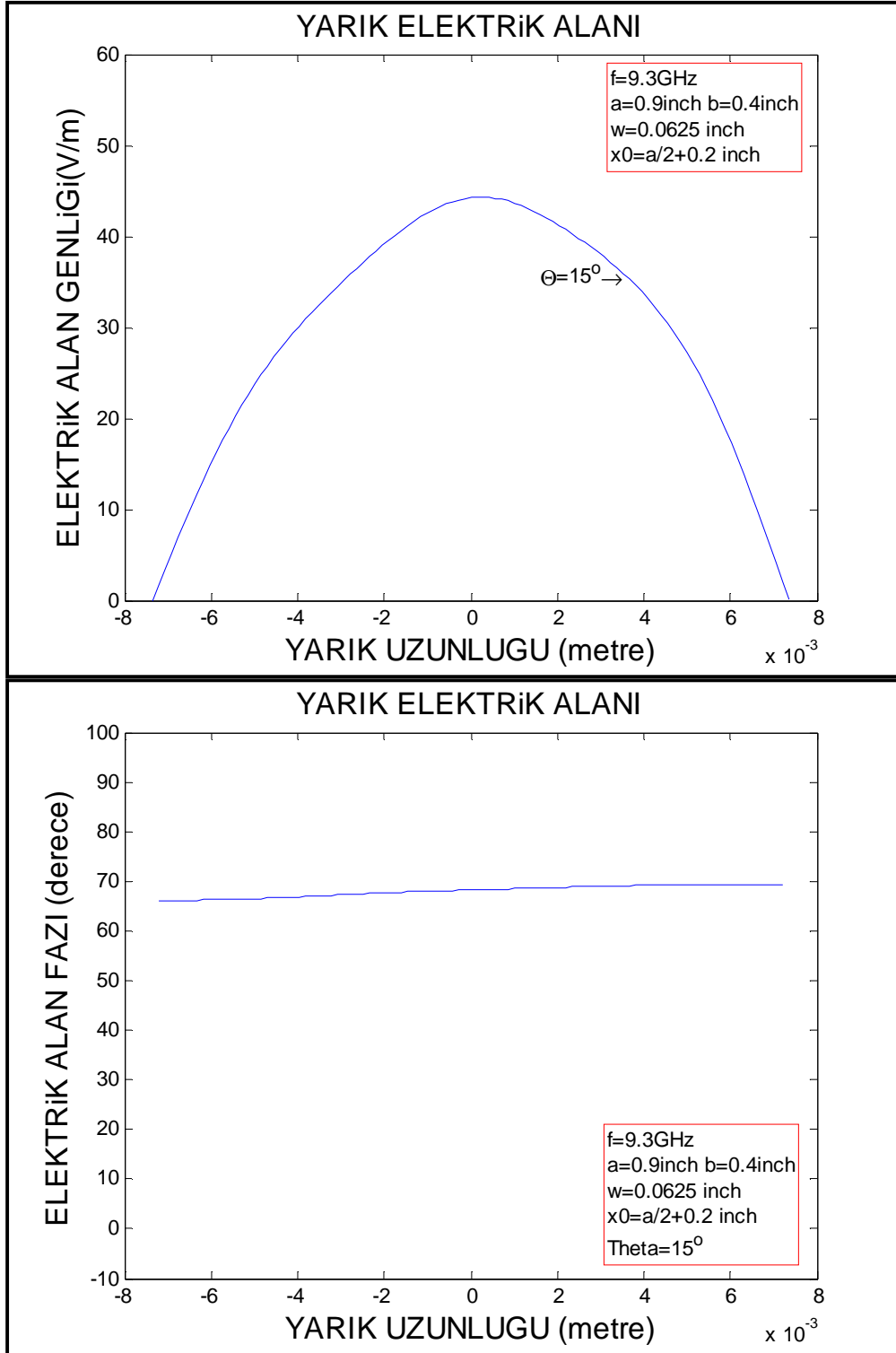
Şekil 2.6-14:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.05 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.84554/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.05''$ ,  $B_{10} = 0.0813 \angle 57.7931^\circ$ ,  $C_{10} = 0.0809 \angle 180^\circ$ ).



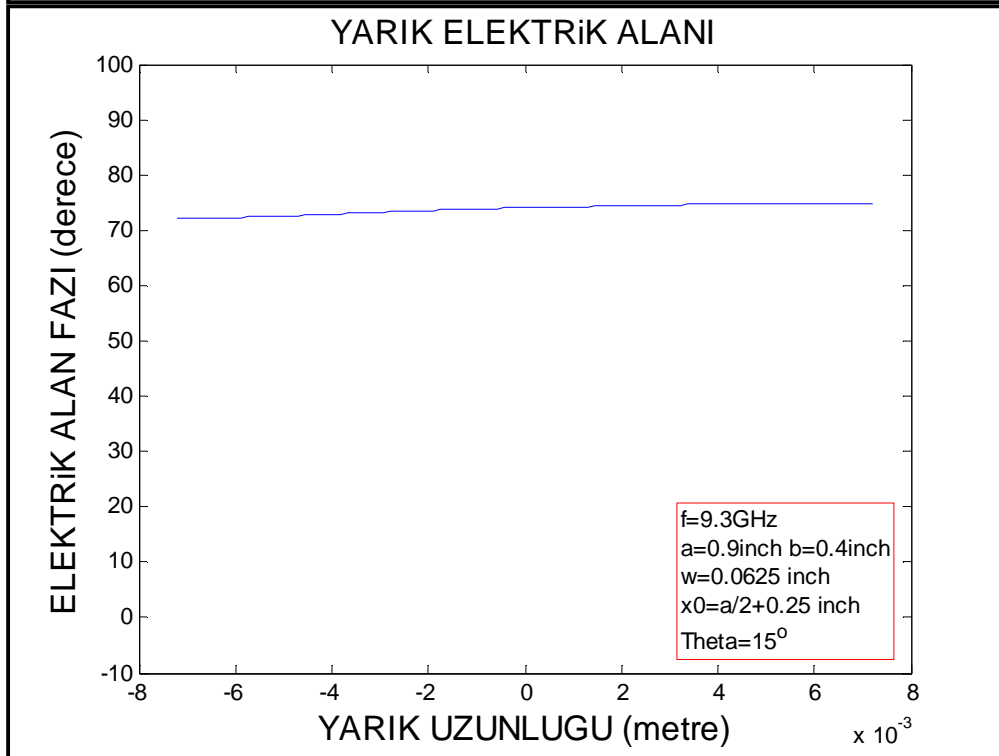
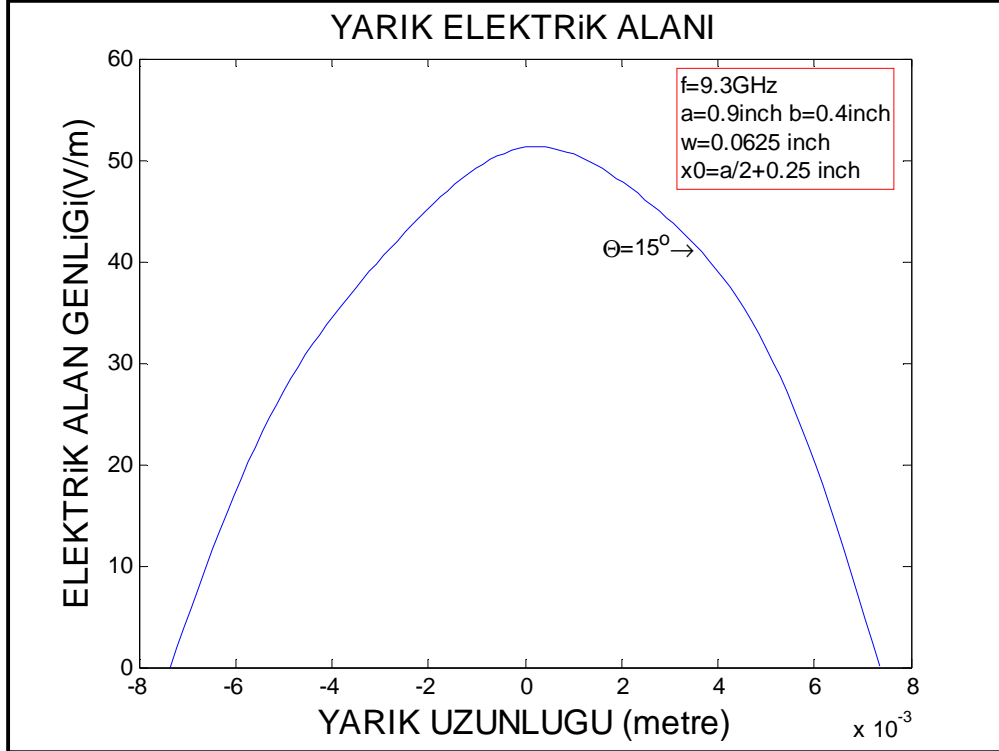
Şekil 2.6-15:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.1 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{res} = 2.84626/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.1$ ",  $B_{10} = 0.1316 \angle 96.8219^\circ$ ,  $C_{10} = 0.1301 \angle 180^\circ$ ).



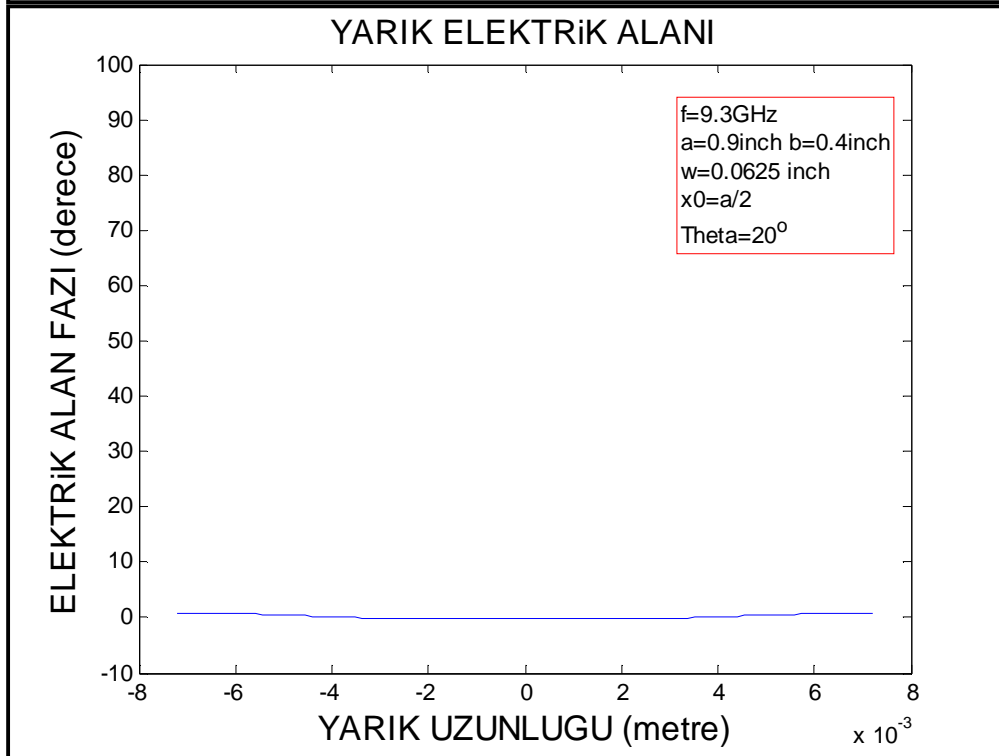
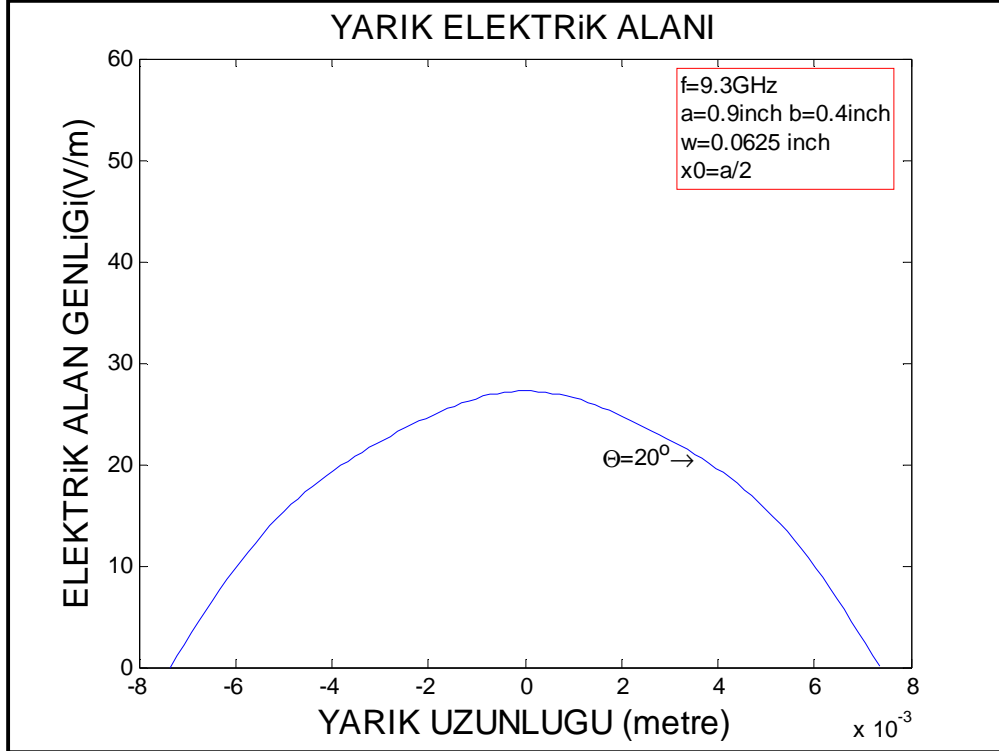
Şekil 2.6-16:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.15 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.85579/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.15$ ",  $B_{10} = 0.2082 \angle 120.7418^\circ$ ,  $C_{10} = 0.2056 \angle 180^\circ$ ).



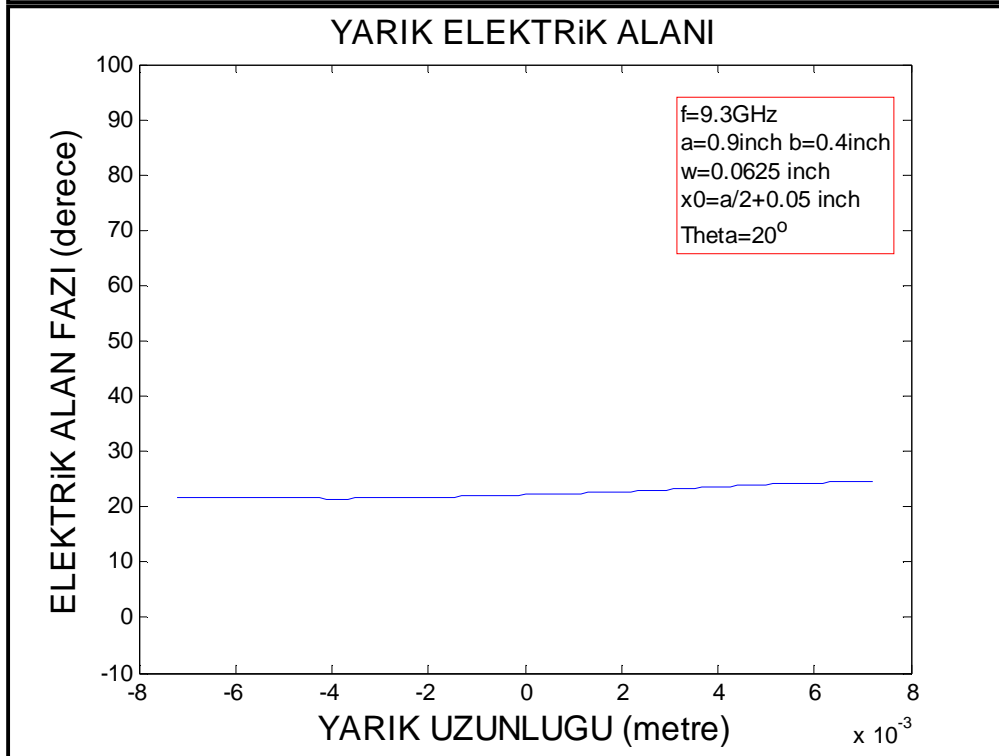
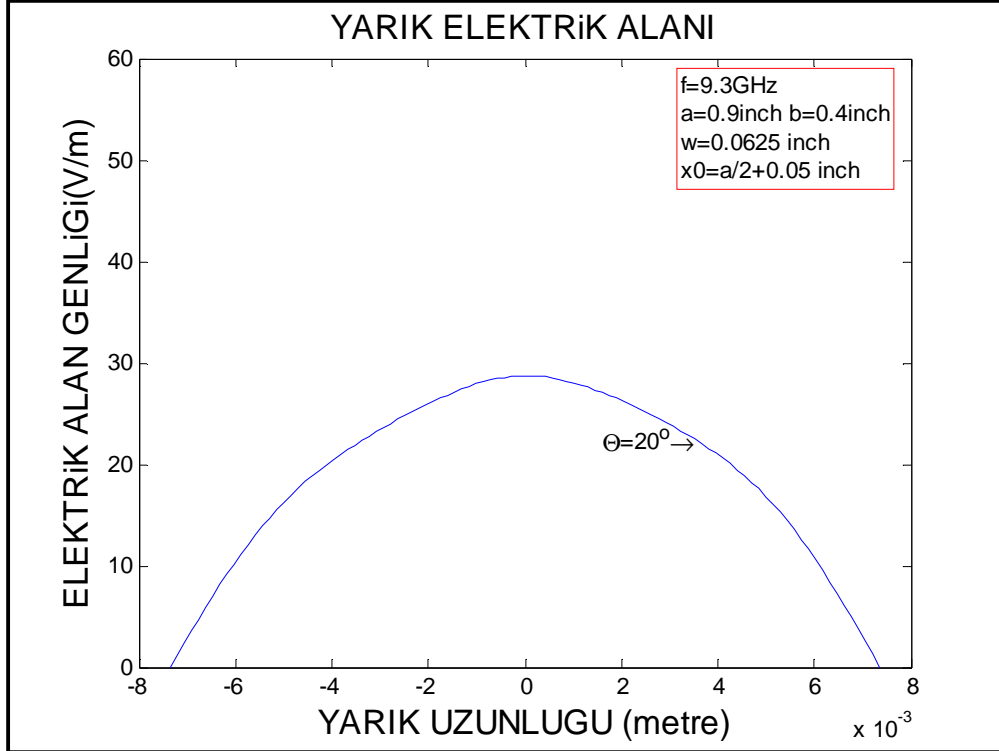
Şekil 2.6-17:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.2 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.85919/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.2''$ ,  $B_{10} = 0.3016 \angle 136.5153^\circ$ ,  $C_{10} = 0.2982 \angle 180^\circ$ ).



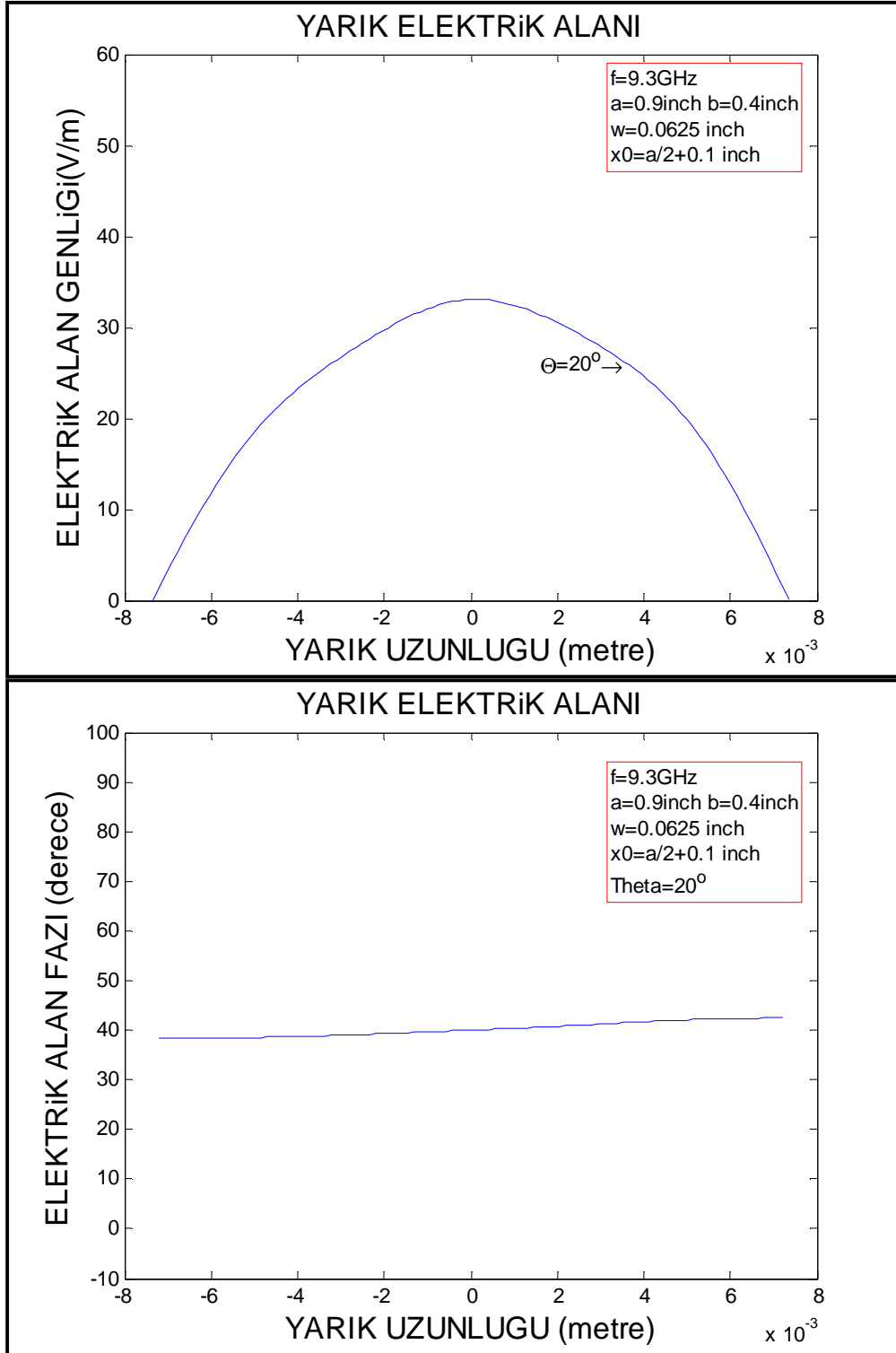
Şekil 2.6-18:  $\theta = 15^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 15^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.85454/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.25''$ ,  $B_{10} = 0.4006 \angle 147.9524^\circ$ ,  $C_{10} = 0.3970 \angle 180^\circ$ ).



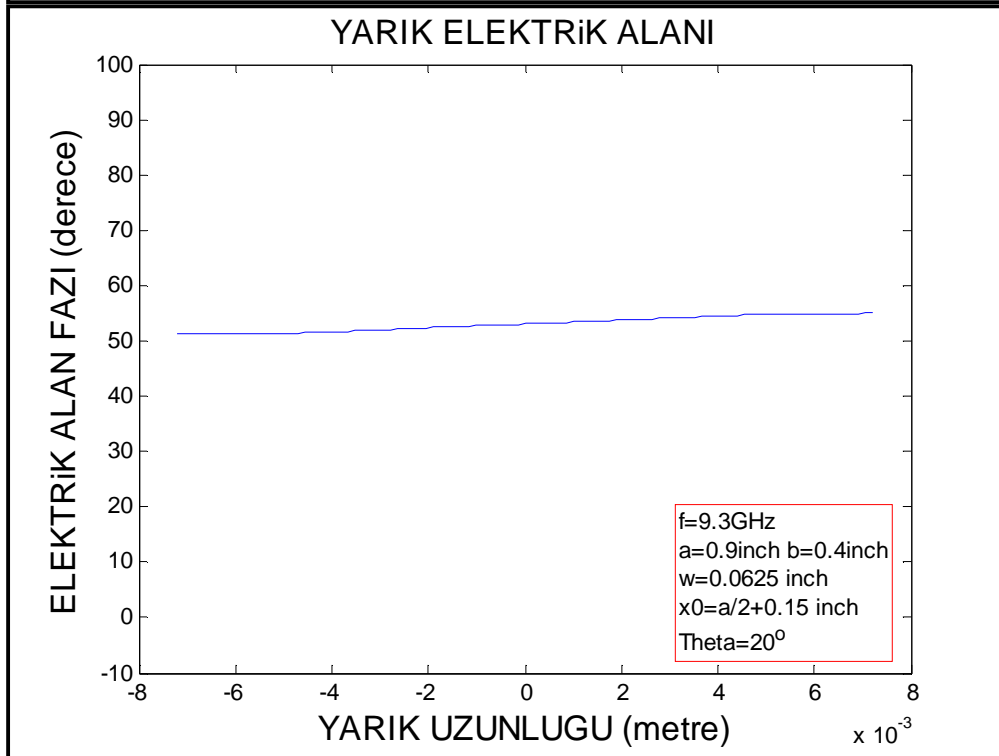
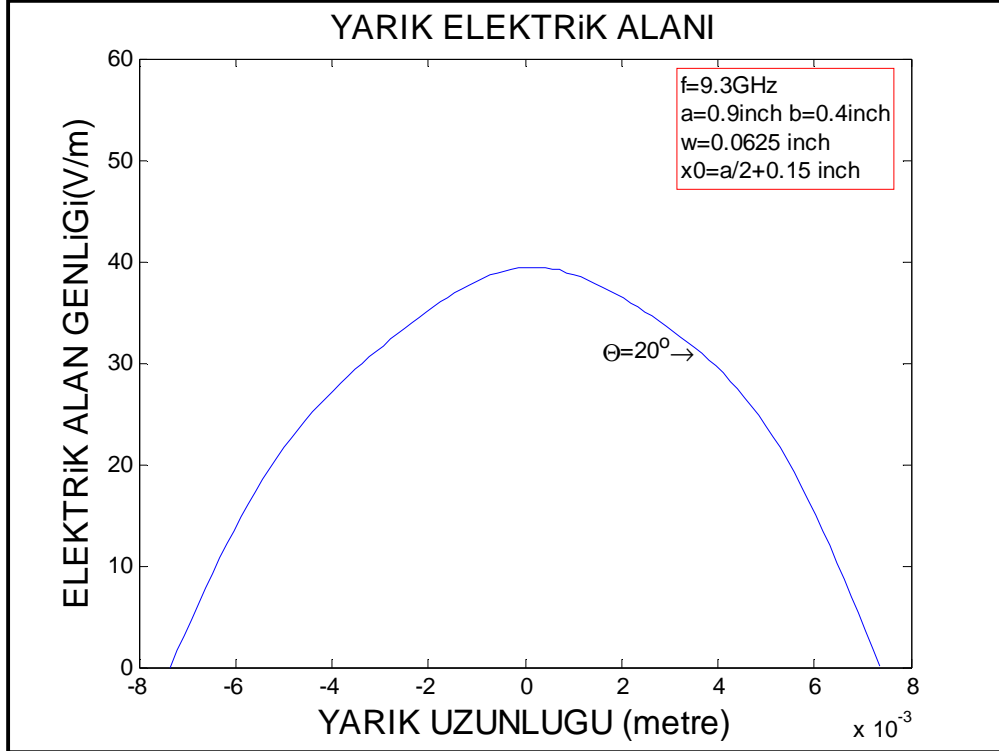
Şekil 2.6-19:  $\theta = 20^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.82774/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0''$ ,  $B_{10} = 0.1093\angle 0^\circ$ ,  $C_{10} = 0.1093\angle 180^\circ$ ).



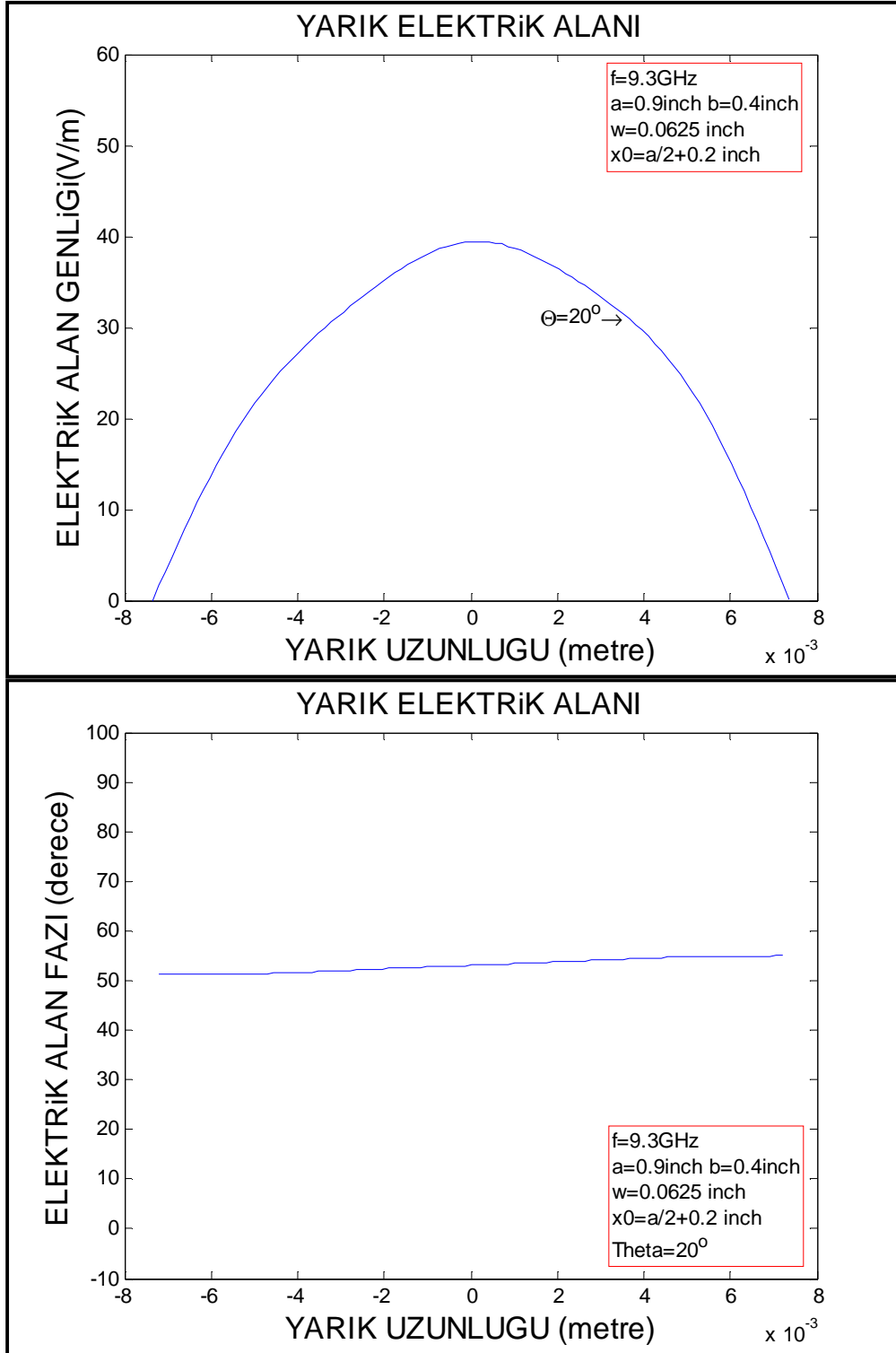
Şekil 2.6-20:  $\theta = 20^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.05 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.850395/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.05''$ ,  $B_{10} = 0.1252\angle 45.1^\circ$ ,  $C_{10} = 0.1248\angle 180^\circ$ ).



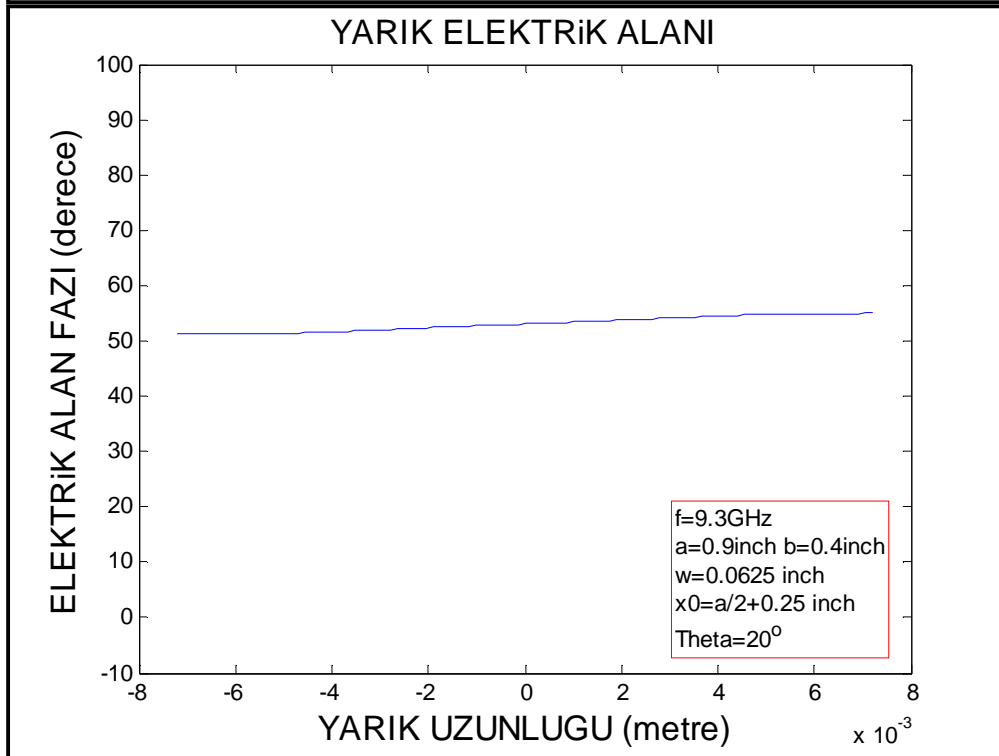
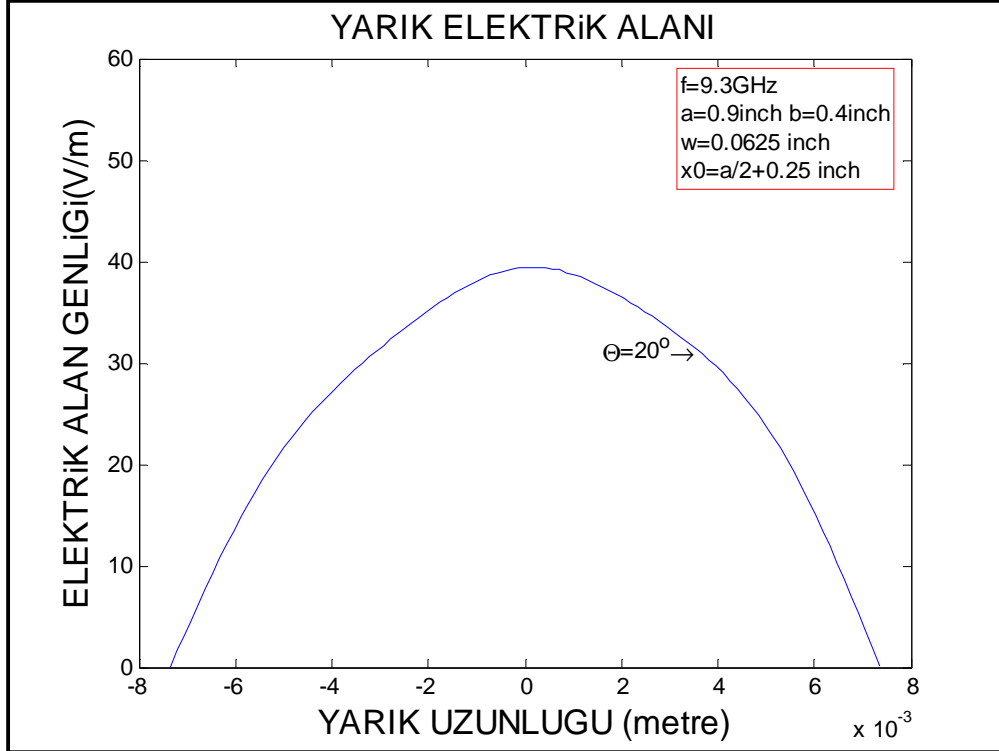
Şekil 2.6-21:  $\theta = 20^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.1 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ ,  $L_{res} = 2.87023 / 2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.1$ ",  $B_{10} = 0.1699 \angle 80.72^\circ$ ,  $C_{10} = 0.01685 \angle 180^\circ$ ).



Şekil 2.6-22:  $\theta = 20^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.15 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.85035/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.15''$ ,  $B_{10} = 0.2374\angle 106.54^\circ$ ,  $C_{10} = 0.0.2350\angle 180^\circ$ ).

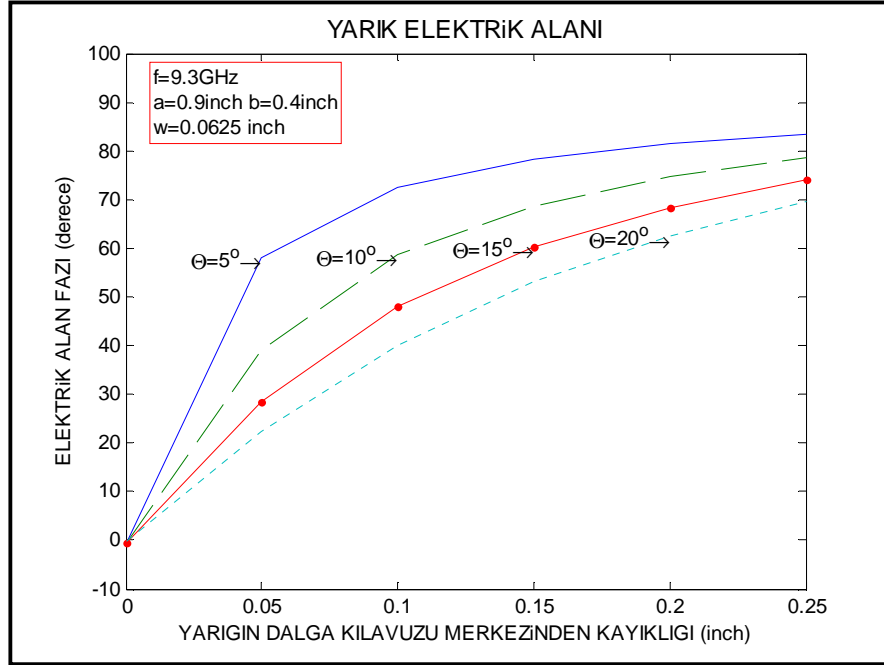


Şekil 2.6-23:  $\theta = 20^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.2 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.83927/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.2''$ ,  $B_{10} = 0.3201 \angle 125.21^\circ$ ,  $C_{10} = 0.3170 \angle 180^\circ$ ).

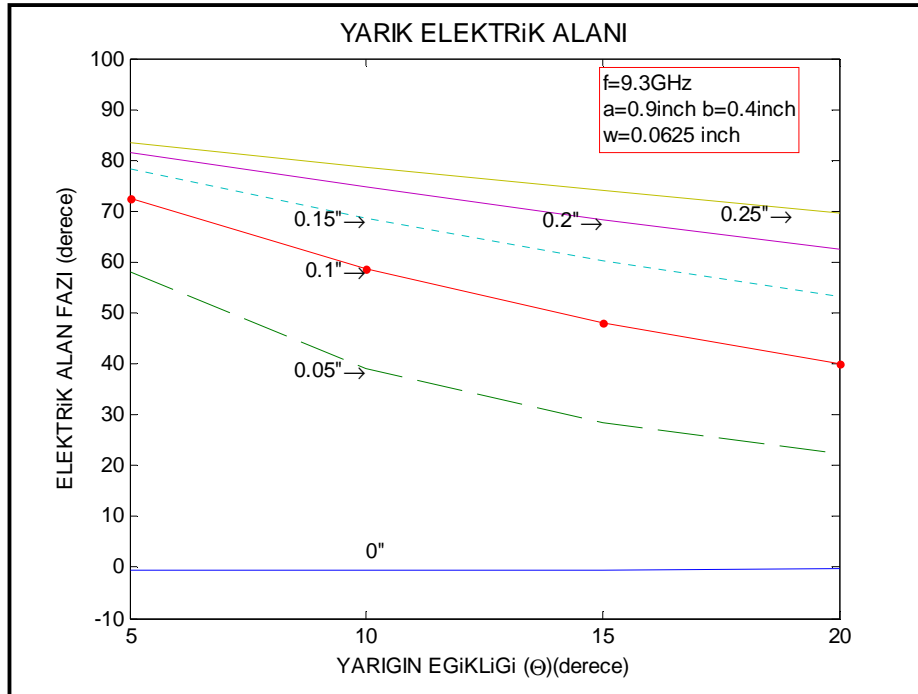


Şekil 2.6-24:  $\theta = 20^\circ$  ve yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık iken rezonans durumunda yarık üzerinde oluşan elektrik alanının genliği ve fazı ( $\theta = 20^\circ$ ,  $L_{\text{res}} = 2.86321/2/k_0$ ,  $x_0 = a/2+0.25''$ ,  $B_{10} = 0.4075 \angle 139.19^\circ$ ,  $C_{10} = 0.4039 \angle 180^\circ$ ).

Aşağıdaki sonuçlar ise yarığın dalga kılavuzu üzerindeki konumunun (merkezden kayıklık ve eğiklik) yarık üzerinde oluşan elektrik alanınının fazını nasıl etkilediğini göstermek için verilmiştir:



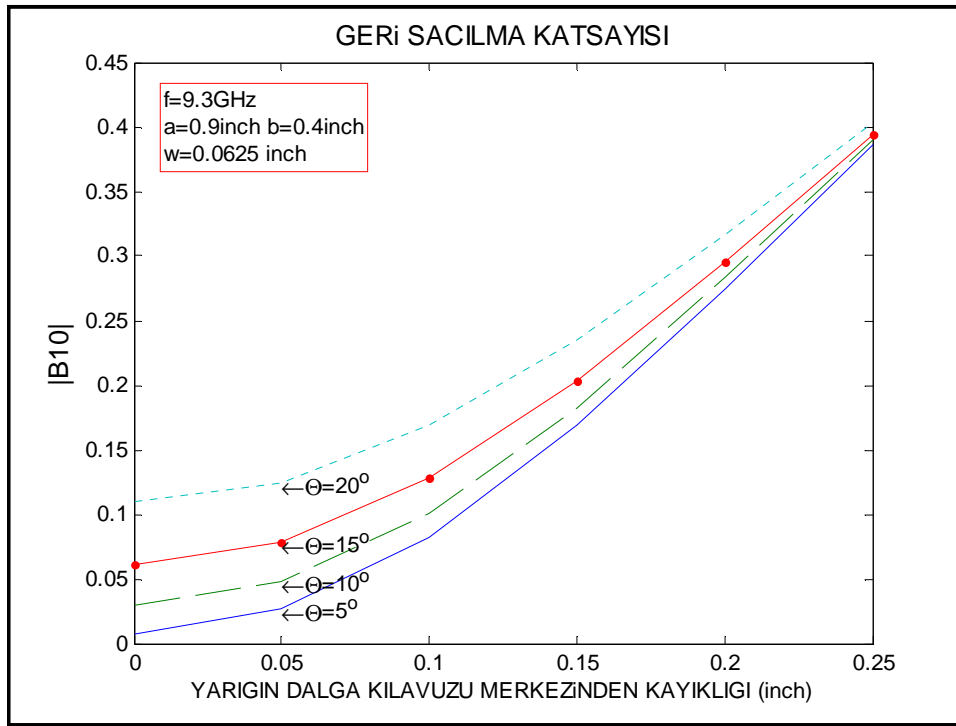
Şekil 2.6-25: Yarık üzerinde oluşan elektrik alanınının dalga kılavuzu merkezinden kayıklık ile değişimi



Şekil 2.6-26: Yarık üzerinde oluşan elektrik alanınının yarığın eğikliği ile değişimi

Şekil 2.6-26'dan görüleceği üzere yarık üzerinde oluşan elektrik alanının fazı, yarığın dalga kılavuzu merkez eksenine göre yaptığı açının artması ile neredeyse doğrusal olarak azalmaktadır. Ayrıca Şekil 2.6-27'den görüleceği üzere de elektrik alanının fazı yarığın dalga kılavuzu merkezine olan uzaklığının artışı ile hiperbolik olarak artmaktadır. Yarık dalga kılavuzunun merkezinde iken ise faz sıfır olmaktadır.

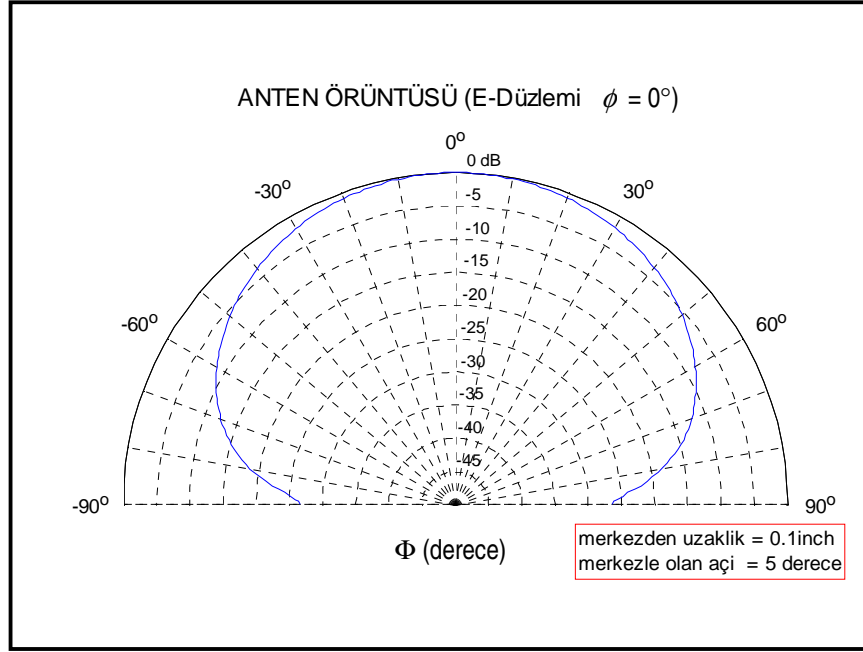
Aşağıda ise rezonans durumunda dalga kılavuzu içine geri saçılma katsayısının yarığın dalga kılavuzu üzerindeki konumuna (merkezden kayıklık ve eğiklik) göre değişimi hesaplanarak verilmiştir.



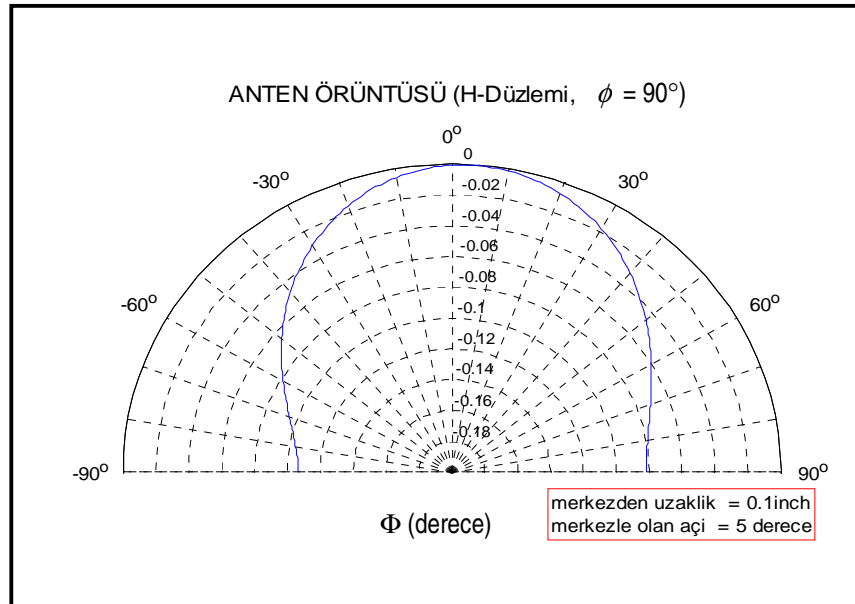
Şekil 2.6-27: Geri Saçılma Katsayısının yarığın eğikliği ve merkezden kayıklığı ile değişimi

Yarık üzerinde oluşan elektrik alan ifadeleri yukarıdaki sonuçlardan da görüleceği gibi yaklaşık olarak yarım kosinüs karakteristiği göstermektedir. Yarığın dalga kılavuzu merkezine göre açısı ve uzaklığı ise elektrik alanının genliğini ve fazını değiştirmekte, sinüzoidal karakteristiğini değiştirmemektedir. Bu nedenle, yarıktan yayılan elektromanyetik dalgaların oluşturduğu uzak alan anten örüntüsü yarığın

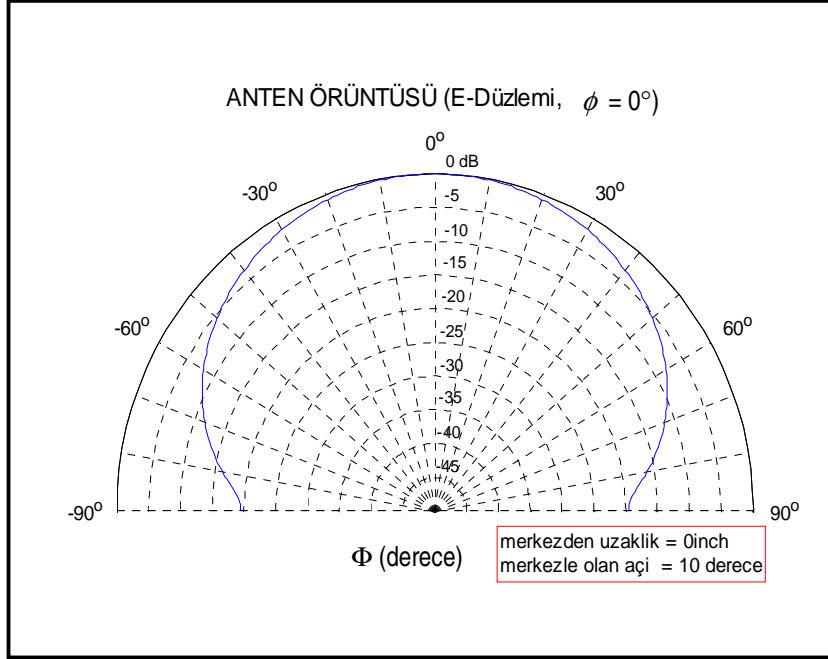
dalga kılavuzu üzerine değişik yerleştirilme durumlarında benzer oluşmaktadır. Farklılık anten örüntüsünün ana huzme yönünün yarığın dalga kılavuzu merkezine olan açısı ile orantılı olarak değişim göstermesidir. Aşağıda birkaç değişik durum için verilen anten örüntüleri bu durumu göstermektedir.



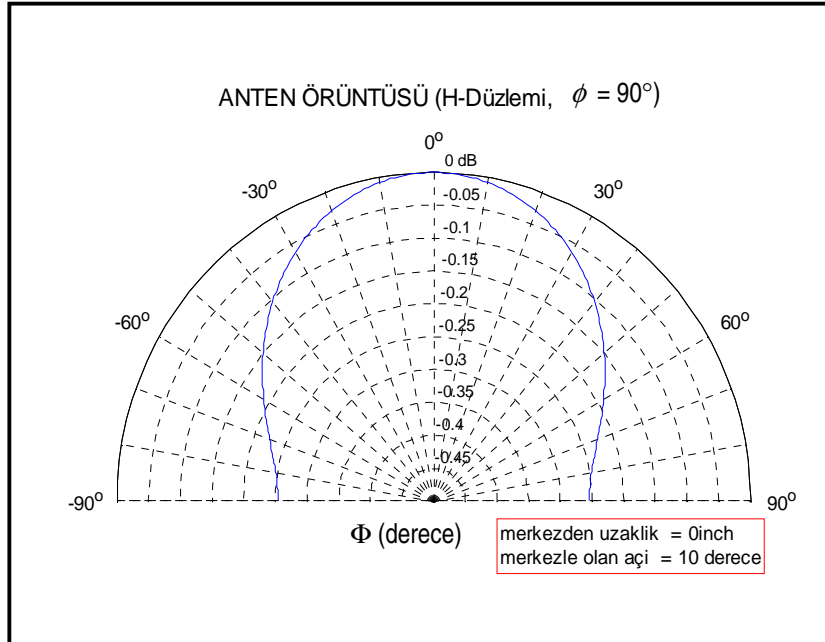
Şekil 2.6-28: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.1 inch kayık ve 5° eğik iken oluşan E-Düzlemi Anten Örüntüsü



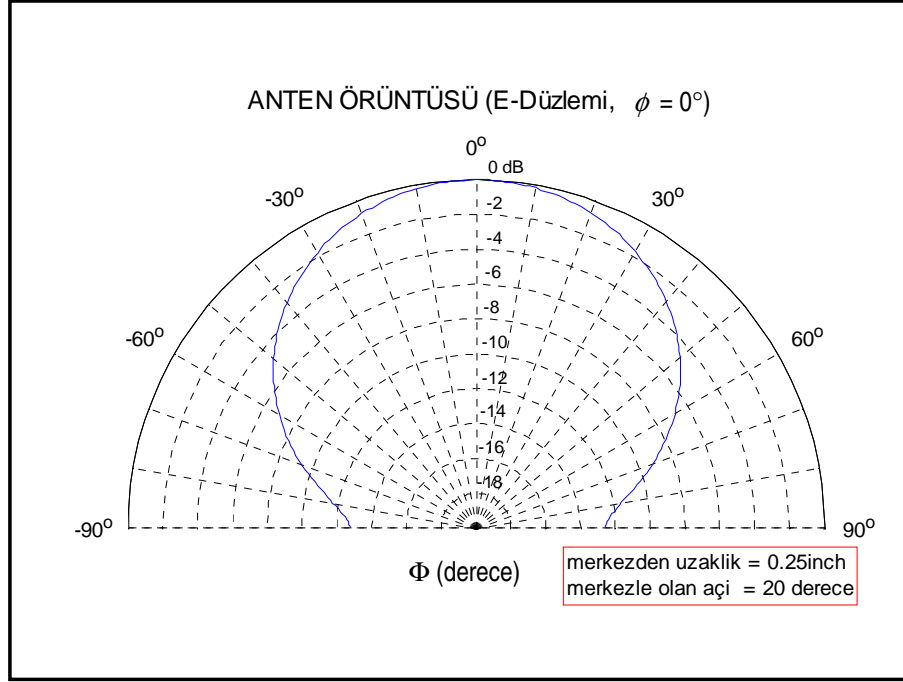
Şekil 2.6-29: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.2 inch kayık ve 5° eğik iken oluşan H-Düzlemi Anten Örüntüsü



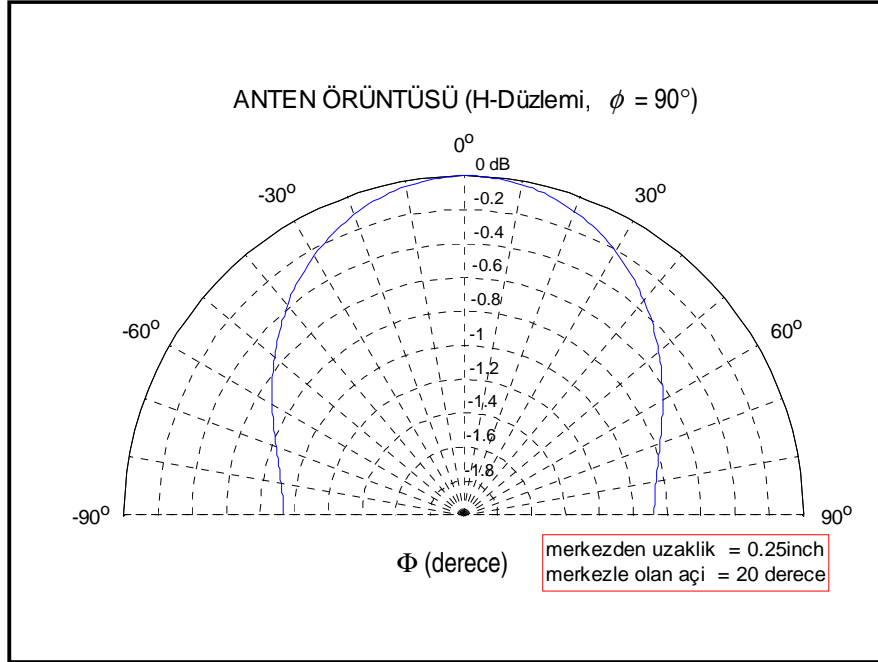
Şekil 2.6-30: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0 inch kayık ve  $10^\circ$  eğik iken oluşan E-Düzlemi Anten Örüntüsü



Şekil 2.6-31: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0 inch kayık ve  $10^\circ$  eğik iken oluşan H-Düzlemi Anten Örüntüsü



Şekil 2.6-32: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık ve  $20^\circ$  eğik iken oluşan E-Düzlemi Anten Örüntüsü



Şekil 2.6-33: Yarık dalga kılavuzu merkezinde 0.25 inch kayık ve  $20^\circ$  eğik iken oluşan H-Düzlemi Anten Örüntüsü

### 3 GENEL SONUÇLAR VE İRDELEME

Bu tez çalışmasında birçok dalga kılavuzu anten uygulamasında temel eleman olan dalga kılavuzunun geniş yüzeyinde açılmış dikdörtgen yarığın elektromanyetik özellikleri çalışılmıştır. Özellikle yarığın dalga kılavuzu merkez eksenine göre eğikliği ve uzaklığının değişiminin yarattığı elektromanyetik değişimler incelenmiştir.

Yarıklı dalga kılavuzu anten problemlerinde en önemli parametrelerden biri seçilmiş olan çalışma frekansında, yarığın dalga kılavuzu üzerindeki yerleşme şekline göre rezonansa geçeceği ve böylelikle yüksek verimliliğe sahip bir anten olarak davranacağı yarık uzunluğunun hesaplanabilmesidir. Literatürde bu konu ile ilgili çalışmalarda daha çok dalga kılavuzu merkez eksenine paralel (dalga kılavuzu boyunca uzanan) fakat merkez ekseninden belirli miktarda kayık yarıklar için rezonans uzunluklar hesaplanmış ve rezonansa geçen yarığın elektromanyetik özellikleri incelenmiştir. Bu tez çalışmasında ise, problem bir aşama daha ilerletilerek hem merkez eksenden kayık hem de merkez eksene göre belirli açıda eğik yarıklar incelenmiş ve rezonans koşullarında yarık üzerinde oluşan elektrik alan ve bu elektrik alan tarafından oluşturulan uzak alan anten örüntüleri hesaplanmıştır. Tüm bu hesaplamalar, belirli aşamalara kadar analitik olarak çözülen denklemlerin moment yöntemi kullanılarak nümerik olarak çözülmesi ile gerçekleştirilmiştir.

Sonuçların verilmesi sırasında kullanılan anten geometrisi, çalışma frekansı ve yarık parametreleri, literatürde daha önceden üzerinde çalışılan sistemlere uygun olarak seçilerek elde edilen sonuçların karşılaştırılabilmesi sağlanmıştır. Elde edilen sonuçların literatürde benzer veya yakın çalışmalarla paralellik gösterdiği görülmüş ve değerlendirilmiştir. Fakat özellikle matematiksel modelin göreceli olarak daha basitleştirilmesi için bazı kabullenmeler yapılmış ve bu kabullenmelerden kaynaklı olabilecek sonuç farklılıkları oluşmuştur. Örnek olarak, yapılan hesaplamalarda dalga kılavuzunun et kalınlığı ihmal edilmiştir. Ayrıca, yarığın eni, uzunluğuna oranla çok küçük seçilerek, yarık boyunca oluşan elektrik alan ihmal edilmiş, yarık üzerinde sadece enine yönünde elektrik alan oluştuğu kabul edilmiştir.

Bu tezin Nümerik Hesaplamalar bölümünde verilmiş olan sonuçlar değerlendirildiğinde yarığın rezonans uzunluğunun genellikle dalga boyunun yarısından biraz az ( $0.45 \cdot \lambda$  civarı) olarak hesaplandığı görülmektedir. Ayrıca rezonans yarığın uzunluğunun yarığın dalga kılavuzu merkez eksenine ile yaptığı açıdan ve merkezden olan uzaklığından da az da olsa etkilendiği gözlenmektedir. Özellikle günümüzde yarıklı dalga kılavuzu antenlerin yüksek frekans (düşük dalga boyu) gerektiren radar gibi uygulamalarda sıkça kullanıldığı düşünüldüğünde, rezonans yarığın uzunluğunun dalga boyuna oranla azda olsa değişiminin, milimetrik hassasiyette üretim gerektireceği görülmektedir. Bu nedenle rezonans yarığın uzunluğunun bu denli hassas tahmin edilebilmesi önem kazanmaktadır.

Bu çalışmanın en önemli sonucu ise, hesaplanan yarığın üzerinde oluşan elektrik alan ifadelerinin göstermiş olduğu karakteristiktir. Elde edilen sonuçlardan açıkça görüleceği gibi, yarığın üzerinde oluşan elektrik alan ifadesinin fazı, yarığın dalga kılavuzu merkezine olan uzaklığı ve açısına bağımlı olarak değişkenlik göstermektedir. Aynı zamanda tüm yarığın boyunca faz ifadesi sabit kalmaktadır. Yine elde edilen sonuçlardan görüleceği üzere yarığın üzerinde oluşan elektrik alanının fazı, yarığın dalga kılavuzu merkez eksenine ile yaptığı açının artması ile neredeyse doğrusal olarak azalmaktadır (Şekil 2.6-26). Ayrıca elektrik alanının fazı yarığın dalga kılavuzu merkezine olan uzaklığının artışı ile hiperbolik olarak artmaktadır (Şekil 2.6-27). Yarığın dalga kılavuzunun merkezinde iken ise faz sıfır olmaktadır. Bir diğer önemli sonuç ise elektrik alan genliğinin de açı ve merkezden uzaklıkla değişkenlik gösterdiğinin bulunmuş olmasıdır.

Farklı açı ve merkezden uzaklık durumları için oluşan uzak alan anten örüntüleri incelendiğinde ise anten örüntüsünün ana huzme yönü, yarığın dalga kılavuzu merkez eksenine ile yaptığı açıyla orantılı olarak değişkenlik gösterdiği görülmektedir (Şekil 2.6-28-2.6-33). Bu özellik kullanılarak özellikle yarığın açısı ve merkezden uzaklığı kontrollü bir şekilde değiştirilerek istenilen faza sahip elektrik alanı oluşturulabilecek ve seçilen açıyla bağımlı olarak örüntünün ana huzme yönü kontrol edilebilecektir.

Antenlerin verici ve alıcı olarak kullanıldığında aynı elektromanyetik özellikleri sergilemeleri özelliklerini hatırlarsak, yarıklı dalga kılavuzu anteni alıcı olarak kullanıldığında yarığın üzerinde dışarıdan gelecek elektromanyetik dalgalar nedeni

ile oluşacak elektrik alan ifadelerinin de fazı yine yarığın dalga kılavuzu merkez eksenine göre açısı ve uzaklığı ile orantılı olarak değişecektir.

Bu çalışma ile ortaya konulan bu özellik, günümüzde yaygın olarak kullanılan faz değişkenli dizi anten (phased array antenna) uygulamalarının temelinde bulunan özellikle paralellik göstermektedir. Faz değişkenli dizi antenlerde birbirlerine belirli mesafelerde yerleştirilen aynı özelliklerdeki anten elemanları ile oluşturulan dizinin anten örüntüsü ana huzmesi, her anten elemanı farklı fazlarda sinyallerle beslenerek istenilen açıda oluşturulabilmektedir. Anten elemanlarının besleme sinyallerinin fazı belirli algoritmalar ile elektronik olarak kontrollü değiştirilerek dizi antenin dar bir ana huzmesi oluşturulabilmekte ve bu dar huzme istenilen sektörü tarayabilmektedir. Bu tip antenler elektronik olarak ana huzmesi kontrol edilen radar uygulamalarında sıkça kullanılmaktadır. Bu tez kapsamında analiz edilen anten tipinde ise aynı besleme sinyali kullanılarak farklı yarığın açıları ve merkezden uzaklıkları ile faz kontrolü yapılabilmektedir. Dolayısıyla bu tip anten elemanlarından oluşturulacak dizi anten ile de benzer etki yaratılıp istenilen yönde dar ana huzmesi olan anten örüntüsü elde edilmesinin mümkün olacağı değerlendirilmektedir.

Bu kapsamı ile bu tez çalışması literatürde yer alan benzer çalışmalardan farklılık göstermekte ve yarığın dalga kılavuzu üzerindeki konumunun üzerinde oluşan elektrik alanının etkisi detaylı olarak irdelenmektedir.

Bundan sonra yapılacak çalışmalarda ise bu tezde temel eleman olarak incelenmiş yarıklardan oluşturulacak bir dizi antenin incelenmesi yapılabilir ve bu çalışmanın çıktıları kullanılabilir. Böylelikle dalga kılavuzu üzerine merkez eksene göre değişik açılarda ve uzaklıklarda yerleştirilecek birçok yarıktan oluşan dizinin elektromanyetik özellikleri incelenebilir.

Ayrıca, bu çalışmada yapılmış olan kabullenmelerin analize olan etkisi de bir başka çalışma olarak yapılabilir. Özellikle dalga kılavuzu içine saçılan TE alan ifadelerinin analizinde sonsuz toplam serileri kullanılmış, bu seriler mod 5'e kadar hesaplanmış ve daha yüksek modlar ihmal edilmiştir. İdeal durumda sonsuz toplam olan serilerin daha farklı yakınsama teknikler kullanılarak çözülmesi konusunda çalışmalar yapılabilir. Ayrıca bu çalışmada ihmal edilen dalga kılavuzu

kalınlığı ve yarığın boyu yönünde oluşan elektrik alan değerlerini ihmal etmeyerek yapılacak bir çalışma bu analizi bir adım öteye taşıyacaktır.

#### 4 KAYNAKLAR

- Balanis Constantine A., Antenna Theory Analysis and Design, John Wiley & Sons, Second Edition, 1997, p: 575 – 603
- Cheng David K., Field and Wave Electromagnetics, Addison-Wesley Publishing Company, Second Edition, 1989, p: 520
- Elliot, R. S., September 1977, On discretizing continuous aperture distributions, IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. AP-25, NO. 2, 617 – 621
- Elliot, R. S. and Kurtz L. A., March 1978, The design of small slot arrays, IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. AP-26, NO. 2, 214 – 219
- Elliot, R. S., January 1983, An improved design procedure for small arrays of shunt slots, IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. AP-3, NO. 1, 48 – 53
- Espino, C. P. and Rengarajan S. R., May 1992, Longitudinal component of aperture electric field in the weakly excited broad wall slot, Electronics Letters, Vol. 28, No.10, 909 – 911.
- Harrington, Roger H., Time –harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill Book Company, ISBN 07-026745-6, 1961, p: 148 – 186
- Josefsson Lars G., December 1987, Analysis of Longitudinal Slots in Rectangular Waveguides, IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. AP-35, NO. 12, 1351 – 1357
- Josefsson Lars G., July 1993, A waveguide transverse slot for array applications, IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. AP-41, NO. 7, 845 – 850
- Khac, T. Vu. and Carson C. T., September 1973, Impedance properties of a longitudinal slot antenna in the broad face of a rectangular waveguide, IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Communications, 708 – 710
- Maxum, Bernard J., July 1960, Resonant slot with independent control of amplitude and phase, IRE Transactions on Antennas and Propagation, 384 – 389
- McNamara, D. A., Jacobs, J. P. and Joubert J., January 1992, Form of field in small-offset longitudinal slot in the broad wall of rectangular waveguide, Electronics Letters, Vol. 28, No. 1, 16 – 17
- Mondal M., Chakrabarty A., 2008, Resonant length calculation and radiation pattern synthesis of longitudinal slot antenna in rectangular waveguide, Progress In Electromagnetics Research Letters, Vol. 3, 187 – 195

- Rengarajan, Sembiam R., September 1989, Compound radiating slots in a broad wall of a rectangular waveguide, IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. 37, No. 9, 1116 – 1123
- Satnoor, S. K., Vani R. M., Konda R. B., Mulgi S. N. And Hunagund P. V., April 2008, Design and development of inclined longitudinal slot rectangular waveguide antenna for LCP and RCP, Indian Journal of Radio & Space Physics, Vol. 37, 135 – 138
- Stern, Goerge J., November 1985, Resonant length of longitudinal slots and validity of circuit representation: theory and experiment, IEEE Transactions on Antenna and Propagation, Vol. AP-33, No. 11, 1264 – 1271
- Stevenson, A. F., January 1948, Theory of slots in the rectangular wave-guides, Journal of Applied Physics, 24 – 38

## 5 EK – A. q11, q12, q13, q21, q23, B11, B21, VE B22 İNTEGRALLERİNİN ANALİTİK ÇÖZÜMLERİ

Y<sup>iç</sup> matris elemanlarının hesabından kullanılan q<sub>11</sub>, q<sub>12</sub>, q<sub>13</sub>, q<sub>21</sub>, q<sub>23</sub>, B<sub>11</sub>, B<sub>21</sub>, ve B<sub>22</sub> integrallerinin analitik çözümleri aşağıdaki gibidir:

$$q_{21} = \frac{1}{2} \iiint \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta - \tau + L) \right] \cos \left[ \frac{m\pi}{a} (\xi' \cos(\theta) + \{2\zeta - \tau\} \sin(\theta)) \right] e^{-\gamma_{mn} |\zeta \cos(\theta) + \xi' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)|} d\zeta d\xi' d\tau \quad (\text{A-1})$$

$$q_{21} = q_{211} + q_{212} + q_{213}$$

$$q_{211} = \int_{\tau=\frac{w}{2} \tan(\theta)}^{2L} e^{-\gamma_{mn} \tau \cos(\theta)} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\xi'=-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta - \tau + L) \right] \cos \left[ \frac{m\pi}{a} (\xi' \cos(\theta) + \{2\zeta - \tau\} \sin(\theta)) \right] e^{-\gamma_{mn} \xi' \sin(\theta)} d\xi' d\zeta d\tau \quad (\text{A-1a})$$

$$q_{212} = \int_{\tau=0}^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\xi'=-\tau \cot(\theta)}^{\frac{w}{2}} \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta - \tau + L) \right] \cos \left[ \frac{m\pi}{a} (\xi' \cos(\theta) + \{2\zeta - \tau\} \sin(\theta)) \right] e^{-\gamma_{mn} \tau \cos(\theta)} e^{-\gamma_{mn} \xi' \sin(\theta)} d\xi' d\zeta d\tau \quad (\text{A-1b})$$

$$q_{213} = - \int_{\tau=0}^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\xi'=\frac{w}{2}}^{-\tau \cot(\theta)} \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta - \tau + L) \right] \cos \left[ \frac{m\pi}{a} (\xi' \cos(\theta) + \{2\zeta - \tau\} \sin(\theta)) \right] e^{\gamma_{mn} \tau \cos(\theta)} e^{\gamma_{mn} \xi' \sin(\theta)} d\xi' d\zeta d\tau \quad (\text{A-1c})$$

$$q_{23} = \frac{1}{2} \iiint \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta - \tau + L) \right] \sin \left[ \frac{m\pi}{a} (\xi' \cos(\theta) - \tau \sin(\theta)) \right] e^{-\gamma_{mn} |\tau \cos(\theta) + \xi' \sin(\theta)|} d\zeta d\xi' d\tau \quad (\text{A-2})$$

$$q_{23} = q_{231} + q_{232} + q_{233}$$

$$q_{231} = \int_{\tau = \frac{w}{2} \tan(\theta)}^{2L} e^{-\gamma_{mn} \tau \cos(\theta)} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\zeta' = -\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \sin\left[\frac{m\pi}{a}(\zeta' \cos(\theta) - \tau \sin(\theta))\right] e^{-\gamma_{mn} \zeta' \sin(\theta)} d\zeta' d\zeta d\tau \quad (\text{A-2a})$$

$$q_{232} = \int_{\tau = 0}^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} e^{-\gamma_{mn} \tau \cos(\theta)} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\zeta' = -\tau \cot(\theta)}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \sin\left[\frac{m\pi}{a}(\zeta' \cos(\theta) - \tau \sin(\theta))\right] e^{-\gamma_{mn} \zeta' \sin(\theta)} d\zeta' d\zeta d\tau \quad (\text{A-2b})$$

$$q_{233} = - \int_{\tau = 0}^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} e^{\gamma_{mn} \tau \cos(\theta)} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\zeta' = -\frac{w}{2}}^{-\tau \cot(\theta)} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \sin\left[\frac{m\pi}{a}(\zeta' \cos(\theta) - \tau \sin(\theta))\right] e^{\gamma_{mn} \zeta' \sin(\theta)} d\zeta' d\zeta d\tau \quad (\text{A-2c})$$

$$A = - \sin\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right) q_{11} \quad \text{p+q tek sayı iken}$$

$$A = q_{12} + \cos\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right) q_{13} \quad \text{p+q çift sayı iken}$$

$$q_{11} = q_{111} + q_{112} + q_{113}$$

$$q_{111} = \int_{\tau = \frac{w}{2} \tan(\theta)}^{2L} e^{-\gamma_{mn} \tau \cos(\theta)} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\zeta' = -\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \sin\left[\frac{m\pi}{a}(\zeta' \cos(\theta) + (2\zeta - \tau) \sin(\theta))\right] e^{-\gamma_{mn} \zeta' \sin(\theta)} d\zeta' d\zeta d\tau \quad (\text{A-3a})$$

$$q_{112} = \int_{\tau=0}^{\frac{w}{2}\tan(\theta)} e^{-\gamma_{mn}\tau\cos(\theta)} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\xi'=-\tau\cot(\theta)}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta-\tau+L)\right] \sin\left[\frac{m\pi}{a}(\xi'\cos(\theta)+(2\zeta-\tau)\sin(\theta))\right] e^{-\gamma_{mn}\xi'\sin(\theta)} d\xi' d\zeta d\tau \quad (\text{A-3b})$$

$$q_{113} = \int_{\tau=0}^{\frac{w}{2}\tan(\theta)} e^{\gamma_{mn}\tau\cos(\theta)} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\xi'=-\frac{w}{2}}^{-\tau\cot(\theta)} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta-\tau+L)\right] \sin\left[\frac{m\pi}{a}(\xi'\cos(\theta)+(2\zeta-\tau)\sin(\theta))\right] e^{\gamma_{mn}\xi'\sin(\theta)} d\xi' d\zeta d\tau \quad (\text{A-3c})$$

$$q_{12} = q_{121} + q_{122} + q_{123}$$

$$q_{121} = \int_{\tau=\frac{w}{2}\tan(\theta)}^{2L} e^{-\gamma_{mn}\tau\cos(\theta)} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\xi'=-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta-\tau+L)\right] \cos\left[\frac{m\pi}{a}(\xi'\cos(\theta)-\tau\sin(\theta))\right] e^{-\gamma_{mn}\xi'\sin(\theta)} d\xi' d\zeta d\tau \quad (\text{A-4a})$$

$$q_{122} = \int_{\tau=0}^{\frac{w}{2}\tan(\theta)} e^{-\gamma_{mn}\tau\cos(\theta)} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\xi'=-\tau\cot(\theta)}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta-\tau+L)\right] \cos\left[\frac{m\pi}{a}(\xi'\cos(\theta)-\tau\sin(\theta))\right] e^{-\gamma_{mn}\xi'\sin(\theta)} d\xi' d\zeta d\tau \quad (\text{A-4b})$$

$$q_{123} = \int_{\tau=0}^{\frac{w}{2}\tan(\theta)} e^{\gamma_{mn}\tau\cos(\theta)} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\xi'=-\frac{w}{2}}^{-\tau\cot(\theta)} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta-\tau+L)\right] \cos\left[\frac{m\pi}{a}(\xi'\cos(\theta)-\tau\sin(\theta))\right] e^{\gamma_{mn}\xi'\sin(\theta)} d\xi' d\zeta d\tau \quad (\text{A-4c})$$

$$q_{13} = q_{131} + q_{132} + q_{133}$$

$$q_{131} = \int_{\tau = \frac{w}{2} \tan(\theta)}^{2L} e^{-\gamma_{mn} \tau \cos(\theta)} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\zeta' = -\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \cos\left[\frac{m\pi}{a}(\zeta' \cos(\theta) + (2\zeta - \tau) \sin(\theta))\right] e^{-\gamma_{mn} \zeta' \sin(\theta)} d\zeta' d\zeta d\tau \quad (\text{A-5a})$$

$$q_{132} = \int_{\tau=0}^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} e^{-\gamma_{mn} \tau \cos(\theta)} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\zeta' = -\tau \cot(\theta)}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \cos\left[\frac{m\pi}{a}(\zeta' \cos(\theta) + (2\zeta - \tau) \sin(\theta))\right] e^{-\gamma_{mn} \zeta' \sin(\theta)} d\zeta' d\zeta d\tau \quad (\text{A-5b})$$

$$q_{133} = \int_{\tau=0}^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} e^{\gamma_{mn} \tau \cos(\theta)} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\zeta' = -\frac{w}{2}}^{-\tau \cot(\theta)} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \cos\left[\frac{m\pi}{a}(\zeta' \cos(\theta) + (2\zeta - \tau) \sin(\theta))\right] e^{\gamma_{mn} \zeta' \sin(\theta)} d\zeta' d\zeta d\tau \quad (\text{A-5c})$$

$$B = \int_{-L}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta \sin(\theta))\right) \int_{-L}^L \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta' + L)\right] \cos\left(\frac{m\pi}{a}(x_0 + \zeta' \sin(\theta) + \zeta' \cos(\theta))\right) \delta(\zeta \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta)) d\zeta' d\zeta d\zeta$$

Yukarıda verilen integral içinde  $\zeta - \zeta' = \tau$  değişimi yapıldığında  $\delta(\zeta \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta) - \zeta' \cos(\theta))$  fonksiyonu  $\delta(\tau \cos(\theta) + \zeta' \sin(\theta))$  şekline dönüşür ve impulse fonksiyonu nedeni ile integral içinde  $\tau = -\zeta' \tan(\theta)$  olarak alınarak integral aşağıdaki gibi tekrar yazılabilir:

p+q tek sayı iken:

$$B = -\sin\left(\frac{2m\pi x_0}{a}\right) B_{11} \frac{1}{\cos(\theta)}$$

$$B_{11} = \int_0^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^{L-\xi' \tan(\theta)} \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta + \xi' \tan(\theta) + L) \right] \sin \left[ \frac{m\pi}{a} \left\{ 2\zeta \sin(\theta) + \frac{\xi'}{\cos(\theta)} \right\} \right] d\xi' d\zeta \quad (\text{A-6})$$

p+q çift sayı iken:

$$B = \left[ B_{21} + \cos \left( \frac{2m\pi x_0}{a} \right) B_{22} \right] \frac{1}{\cos(\theta)}$$

$$B_{21} = \int_0^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^{L-\xi' \tan(\theta)} \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta + \xi' \tan(\theta) + L) \right] \cos \left[ \frac{m\pi}{a} \frac{\xi'}{\cos(\theta)} \right] d\xi' d\zeta \quad (\text{A-7})$$

$$B_{22} = \int_0^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^{L-\xi' \tan(\theta)} \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta + \xi' \tan(\theta) + L) \right] \cos \left[ \frac{m\pi}{a} \left\{ 2\zeta \sin(\theta) + \frac{\xi'}{\cos(\theta)} \right\} \right] d\xi' d\zeta \quad (\text{A-8})$$

Yukarıda verilmiş olan tüm integraller trigonometrik fonksiyon özellikleri kullanılarak sadeleştirilip analitik olarak çözümlenebilir. Trigonometrik sadeleştirmeler oldukça uzun olduklarından dolayı burada verilmeyip integrallerin analitik çözümleri aşağıda listelenmiştir:

$$q_{121} = \int_{\tau = \frac{w}{2} \tan(\theta)}^{2L} e^{-g_2 \tau} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\xi' = -\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta - \tau + L) \right] \cos [m_2 \xi' - m_1 \tau] e^{-g_1 \xi'} d\xi' d\zeta d\tau$$

$$m_1 = \frac{m\pi}{a} \sin(\theta) \quad m_2 = \frac{m\pi}{a} \cos(\theta) \quad g_1 = \gamma_{mn} \sin(\theta) \quad g_2 = \gamma_{mn} \cos(\theta)$$

p ≠ q iken:

$$q_{121} = I_{pq} [p\{C_{121}(\psi_1(q) + \psi_2(q)) + S_{121}(\psi_3(q) - \psi_4(q))\} - q\{C_{121}(\psi_1(p) + \psi_2(p)) + S_{121}(\psi_3(p) - \psi_4(p))\}] \quad (\text{A-9})$$

$$I_{pq} = \frac{L}{\pi(p^2 - q^2)} \frac{1}{g_1^2 + m_2^2}$$

$$C_{121} = 2g_1 \cos\left(m_2 \frac{W}{2}\right) \sinh\left(g_1 \frac{W}{2}\right) + 2m_2 \sin\left(m_2 \frac{W}{2}\right) \cosh\left(g_1 \frac{W}{2}\right)$$

$$S_{121} = -2g_1 \sin\left(m_2 \frac{W}{2}\right) \cosh\left(g_1 \frac{W}{2}\right) + 2m_2 \cos\left(m_2 \frac{W}{2}\right) \sinh\left(g_1 \frac{W}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \psi_1(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_1^2} & \left[ -e^{-2g_2L} (-1)^q \{g_2 \sin(2Lm_1) + x_1 \cos(2Lm_1)\} \right. \\ & \left. + e^{-g_1 \frac{W}{2}} \left\{ g_2 \sin\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) + x_1 \cos\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-9a})$$

$$\begin{aligned} \psi_2(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_2^2} & \left[ e^{-2g_2L} (-1)^q \{g_2 \sin(2Lm_1) + x_2 \cos(2Lm_1)\} \right. \\ & \left. + e^{-g_1 \frac{W}{2}} \left\{ -g_2 \sin\left(x_2 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) - x_2 \cos\left(x_2 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-9b})$$

$$\begin{aligned} \psi_3(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_2^2} & \left[ e^{-2g_2L} (-1)^q \{-g_2 \cos(2Lm_1) + x_2 \sin(2Lm_1)\} \right. \\ & \left. + e^{-g_1 \frac{W}{2}} \left\{ g_2 \cos\left(x_2 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) - x_2 \sin\left(x_2 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-9c})$$

$$\begin{aligned} \psi_4(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_1^2} & \left[ e^{-2g_2L} (-1)^q \{-g_2 \cos(2Lm_1) + x_1 \sin(2Lm_1)\} \right. \\ & \left. + e^{-g_1 \frac{W}{2}} \left\{ g_2 \cos\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) - x_1 \sin\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-9d})$$

$$x_1(q) = m1 + \frac{q\pi}{2L} \qquad x_2(q) = m1 - \frac{q\pi}{2L}$$

p = q iken:

$$\begin{aligned}
q_{121} = & \frac{L}{2p\pi} \frac{1}{g_1^2 + m_2^2} [C_{121}(\psi_1(p) + \psi_2(p)) + S_{121}(\psi_3(p) - \psi_4(p))] \\
& + \frac{L}{2} \frac{1}{g_1^2 + m_2^2} [C_{121}(\psi_3(p) + \psi_4(p)) + S_{121}(\psi_1(p) - \psi_2(p))] \\
& - \frac{1}{4} \frac{1}{g_1^2 + m_2^2} [C_{121}(\psi_5(p) + \psi_6(p)) + S_{121}(\psi_7(p) + \psi_8(p))]
\end{aligned} \tag{A-10}$$

$$\begin{aligned}
\psi_5(q) = & \frac{1}{g_2^2 + x_1^2} \left[ 2Le^{-2g_2L} (-1)^q \{-g_2 \cos(2Lm_1) + x_1 \sin(2Lm_1)\} \right. \\
& \left. - \frac{W}{2} \tan(\theta) e^{-g_1 \frac{W}{2}} \left\{ -g_2 \cos\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) + x_1 \sin\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \\
& - \frac{1}{(g_2^2 + x_1^2)^2} \left[ e^{-2g_2L} (-1)^q \{(g_2^2 - x_1^2) \cos(2Lm_1) - 2g_2 x_1 \sin(2Lm_1)\} \right. \\
& \left. - e^{-g_1 \frac{W}{2}} \left\{ (g_2^2 - x_1^2) \cos\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) - 2g_2 x_1 \sin\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{A-10a}$$

$$\begin{aligned}
\psi_6(q) = & \frac{1}{g_2^2 + x_2^2} \left[ 2Le^{-2g_2L} (-1)^q \{-g_2 \cos(2Lm_1) + x_2 \sin(2Lm_1)\} \right. \\
& \left. - \frac{W}{2} \tan(\theta) e^{-g_1 \frac{W}{2}} \left\{ -g_2 \cos\left(x_2 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) + x_2 \sin\left(x_2 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \\
& - \frac{1}{(g_2^2 + x_2^2)^2} \left[ e^{-2g_2L} (-1)^q \{(g_2^2 - x_2^2) \cos(2Lm_1) - 2g_2 x_2 \sin(2Lm_1)\} \right. \\
& \left. - e^{-g_1 \frac{W}{2}} \left\{ (g_2^2 - x_2^2) \cos\left(x_2 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) - 2g_2 x_2 \sin\left(x_2 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{A-10b}$$

$$\begin{aligned}
\psi_7(q) = & \frac{1}{g_2^2 + x_1^2} \left[ 2Le^{-2g_2L} (-1)^q \{-g_2 \sin(2Lm_1) - x_1 \cos(2Lm_1)\} \right. \\
& \left. - \frac{W}{2} \tan(\theta) e^{-g_1 \frac{W}{2}} \left\{ -g_2 \sin\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) - x_1 \cos\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \\
& - \frac{1}{(g_2^2 + x_1^2)^2} \left[ e^{-2g_2L} (-1)^q \{(g_2^2 - x_1^2) \sin(2Lm_1) + 2g_2 x_1 \cos(2Lm_1)\} \right. \\
& \left. - e^{-g_1 \frac{W}{2}} \left\{ (g_2^2 - x_1^2) \sin\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) + 2g_2 x_1 \cos\left(x_1 \frac{W}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{A-10c}$$

$$\begin{aligned}
\psi_8(q) = & \frac{1}{g_2^2 + x_2^2} \left[ 2Le^{-2g_2L} (-1)^q \{-g_2 \sin(2Lm_1) - x_2 \cos(2Lm_1)\} \right. \\
& \left. - \frac{w}{2} \tan(\theta) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \left\{ -g_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - x_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \\
& - \frac{1}{(g_2^2 + x_2^2)^2} \left[ e^{-2g_2L} (-1)^q \{(g_2^2 - x_2^2) \sin(2Lm_1) + 2g_2 x_2 \cos(2Lm_1)\} \right. \\
& \left. - e^{-g_1 \frac{w}{2}} \left\{ (g_2^2 - x_2^2) \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + 2g_2 x_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{A-10d}$$

$$\begin{aligned}
q_{231} = & \int_{\tau = \frac{w}{2} \tan(\theta)}^{2L} e^{-g_2 \tau} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\xi' = -\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \\
& \sin[m_2 \xi' - m_1 \tau] e^{-g_1 \xi'} d\xi' d\zeta d\tau
\end{aligned}$$

p ≠ q iken:

$$\begin{aligned}
q_{231} = & I_{pq} \left[ p \{ S_{121}(\psi_1(q) + \psi_2(q)) - C_{121}(\psi_3(q) - \psi_4(q)) \} \right. \\
& \left. - q \{ S_{121}(\psi_1(p) + \psi_2(p)) - C_{121}(\psi_3(p) - \psi_4(p)) \} \right]
\end{aligned} \tag{A-11}$$

p = q iken:

$$\begin{aligned}
q_{231} = & \frac{L}{2p\pi} \frac{1}{g_1^2 + m_2^2} [S_{121}(\psi_1(p) + \psi_2(p)) - C_{121}(\psi_3(p) - \psi_4(p))] \\
& + \frac{L}{2} \frac{1}{g_1^2 + m_2^2} [S_{121}(\psi_3(p) + \psi_4(p)) - C_{121}(\psi_1(p) - \psi_2(p))] \\
& - \frac{1}{4} \frac{1}{g_1^2 + m_2^2} [S_{121}(\psi_5(p) + \psi_6(p)) - C_{121}(\psi_7(p) + \psi_8(p))]
\end{aligned} \tag{A-12}$$

$$\begin{aligned}
q_{122} = & \int_0^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} e^{-g_2 \tau} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\xi' = -\tau \cot(\theta)}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \\
& \cos[m_2 \xi' - m_1 \tau] e^{-g_1 \xi'} d\xi' d\zeta d\tau
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_{123} = & \int_0^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} e^{-g_2 \tau} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\xi' = -\frac{w}{2}}^{-\tau \cot(\theta)} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \\
& \cos[m_2 \xi' - m_1 \tau] e^{g_1 \xi'} d\xi' d\zeta d\tau
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q'_{122} &= q_{122} + q_{123} \\
&= \frac{1}{g_1^2 + m_2^2} \int_0^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} \int_{-L+\tau}^L \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \\
&\quad \left[ 2g_1 \cos(m_3\tau) + 2C_{122} \cosh(g_3\tau) \cos(m_1\tau) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \right. \\
&\quad \left. + 2S_{122} \sinh(g_2\tau) \sin(m_1\tau) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \right] d\zeta d\tau
\end{aligned} \tag{A-13}$$

$$m_3 = m_1 + m_2 \cot(\theta)$$

$$C_{122} = m_2 \cdot \sin\left(m_2 \frac{w}{2}\right) - g_1 \cos\left(m_2 \frac{w}{2}\right) \quad S_{122} = m_2 \cdot \cos\left(m_2 \frac{w}{2}\right) - g_1 \sin\left(m_2 \frac{w}{2}\right)$$

p ≠ q iken:

$$\begin{aligned}
q'_{122} &= I_{pq} p \left[ 2g_1 \psi_q(q) + C_{122} \{ \mu_1(q) - \mu_2(q) \right. \\
&\quad \left. \mu'_1(q) - \mu'_2(q) \} + S_{122} \{ \mu_4(q) - \mu_3(q) \right. \\
&\quad \left. \mu'_3(q) - \mu'_4(q) \} \right] \\
&\quad - I_{pq} \cdot q \left[ 2g_1 \psi_q(p) + C_{122} \{ \mu_1(p) - \mu_2(p) \right. \\
&\quad \left. \mu'_1(p) - \mu'_2(p) \} + S_{122} \{ \mu_4(p) - \mu_3(p) \right. \\
&\quad \left. \mu'_3(p) - \mu'_4(p) \} \right]
\end{aligned} \tag{A-14}$$

p = q iken:

$$\begin{aligned}
q_{122}' &= \frac{L}{2p\pi(g_1^2 + m_2^2)} \left[ 2g_1\psi_q(\rho) + C_{122} \{ \mu_1(\rho) - \mu_2(\rho) \right. \\
&\quad \left. \mu_1'(\rho) - \mu_2'(\rho) \} + S_{122} \{ \mu_4(\rho) - \mu_3(\rho) \right. \\
&\quad \left. \mu_3'(\rho) - \mu_4'(\rho) \} \right] + \frac{g_1}{2(g_1^2 + m_2^2)} \psi_{10} \\
&+ \frac{L}{2(g_1^2 + m_2^2)} \left[ C_{122} \{ \mu_4(\rho) - \mu_3(\rho) + \mu_4'(\rho) - \mu_3'(\rho) \} \right. \\
&\quad \left. + S_{122} \{ \mu_1'(\rho) - \mu_2'(\rho) - \mu_1(\rho) - \mu_2(\rho) \} \right] \quad (A-15) \\
&- \frac{1}{4(g_1^2 + m_2^2)} \left[ C_{122} \{ \mu_5(\rho) + \mu_6(\rho) + \mu_5'(\rho) + \mu_6'(\rho) \} \right. \\
&\quad \left. + S_{122} \{ \mu_7'(\rho) - \mu_8'(\rho) - \mu_7(\rho) - \mu_8(\rho) \} \right] \\
&\quad \left. \mu_3'(\rho) - \mu_4'(\rho) \right]
\end{aligned}$$

$$\psi_q(q) = \frac{1 - \cos\left(x_5 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right)}{x_5} - \frac{1 - \cos\left(x_6 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right)}{x_6} \quad (A16)$$

$$x_5 = m3 + \frac{q\pi}{2L} \qquad x_6 = m3 - \frac{q\pi}{2L}$$

$$\mu_1(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_1^2} \left[ e^{-g_1 \frac{w}{2}} x_1 - e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \left\{ g_2 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + x_1 \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \quad (A-17)$$

$$\mu_2(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_2^2} \left[ e^{-g_1 \frac{w}{2}} x_2 - e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \left\{ g_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + x_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \quad (A-18)$$

$$\mu_1'(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_1^2} \left[ e^{-g_1 \frac{w}{2}} x_1 + g_2 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - x_1 \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right] \quad (A-19)$$

$$\mu_2'(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_2^2} \left[ e^{-g_1 \frac{w}{2}} x_2 + g_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - x_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right] \quad (A-20)$$

$$\mu_3(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_2^2} \left[ e^{-g_1 \frac{w}{2}} x_2 + e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \left\{ -g_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + x_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \quad (\text{A-21})$$

$$\mu_4(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_1^2} \left[ e^{-g_1 \frac{w}{2}} g_2 + e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \left\{ -g_2 \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + x_1 \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right] \quad (\text{A-22})$$

$$\mu_3'(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_2^2} \left[ e^{-g_1 \frac{w}{2}} x_2 + g_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - x_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right] \quad (\text{A-23})$$

$$\mu_4'(q) = \frac{1}{g_2^2 + x_1^2} \left[ -e^{-g_1 \frac{w}{2}} g_2 + g_2 \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - x_1 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right] \quad (\text{A-24})$$

$$\psi_{10}(q) = \left( 2L - \frac{w}{2} \tan(\theta) \right) \left\{ \frac{\sin\left(x_5 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right)}{x_5} + \frac{\sin\left(x_6 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right)}{x_6} \right\} + \frac{1 - \cos\left(x_5 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right)}{x_5^2} + \frac{1 - \cos\left(x_6 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right)}{x_6^2} \quad (\text{A-24a})$$

$$\mu_5(q) = \frac{\frac{w}{2} \tan(\theta) e^{-2g_1 \frac{w}{2}}}{g_2^2 + x_1^2} \left\{ g_2 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + x_1 \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} - \frac{1}{(g_2^2 + x_1^2)^2} \left[ e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \left\{ (g_2^2 - x_1^2) \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - 2g_2 x_1 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} - e^{-2g_1 \frac{w}{2}} (g_2^2 - x_1^2) \right] \quad (\text{A-24b})$$

$$\mu_6(q) = \frac{\frac{w}{2} \tan(\theta) e^{-2g_1 \frac{w}{2}}}{g_2^2 + x_2^2} \left\{ -g_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + x_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} - \frac{1}{(g_2^2 + x_2^2)^2} \left[ e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \left\{ (g_2^2 - x_2^2) \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - 2g_2 x_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} - e^{-2g_1 \frac{w}{2}} (g_2^2 - x_2^2) \right] \quad (\text{A-24c})$$

$$\begin{aligned}\mu'_5(q) &= \frac{\frac{w}{2} \tan(\theta)}{g_2^2 + x_1^2} \left\{ g_2 \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + x_1 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \\ &\quad - \frac{1}{(g_2^2 + x_1^2)^2} \left[ (g_2^2 - x_1^2) \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + 2g_2 x_1 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right. \\ &\quad \left. - e^{-2g_1 \frac{w}{2}} (g_2^2 - x_1^2) \right] \quad (\text{A-24d})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu'_6(q) &= \frac{\frac{w}{2} \tan(\theta)}{g_2^2 + x_2^2} \left\{ g_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + x_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \\ &\quad - \frac{1}{(g_2^2 + x_2^2)^2} \left[ (g_2^2 - x_2^2) \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + 2g_2 x_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right. \\ &\quad \left. - e^{-2g_1 \frac{w}{2}} (g_2^2 - x_2^2) \right] \quad (\text{A-24e})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_7(q) &= \frac{\frac{w}{2} \tan(\theta) e^{-2g_1 \frac{w}{2}}}{g_2^2 + x_1^2} \left\{ -g_2 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - x_1 \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \\ &\quad - \frac{1}{(g_2^2 + x_1^2)^2} \left[ e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \left\{ (g_2^2 - x_1^2) \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + 2g_2 x_1 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right. \\ &\quad \left. - 2g_2 x_1 e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \right] \quad (\text{A-24f})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_8(q) &= \frac{\frac{w}{2} \tan(\theta) e^{-2g_1 \frac{w}{2}}}{g_2^2 + x_2^2} \left\{ -g_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - x_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \\ &\quad - \frac{1}{(g_2^2 + x_2^2)^2} \left[ e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \left\{ (g_2^2 - x_2^2) \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) + 2g_2 x_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \right. \\ &\quad \left. - 2g_2 x_1 e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \right] \quad (\text{A-24g})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu'_7(q) = & \frac{\frac{w}{2} \tan(\theta)}{g_2^2 + x_1^2} \left\{ g_2 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - x_1 \cos\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \\ & - \frac{1}{(g_2^2 + x_1^2)^2} \left[ (g_2^2 - x_1^2) \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - 2g_2 x_1 \sin\left(x_1 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right. \\ & \left. + 2g_2 x_1 e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-24h})$$

$$\begin{aligned} \mu'_8(q) = & \frac{\frac{w}{2} \tan(\theta)}{g_2^2 + x_2^2} \left\{ g_2 \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - x_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right\} \\ & - \frac{1}{(g_2^2 + x_2^2)^2} \left[ (g_2^2 - x_2^2) \sin\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) - 2g_2 x_2 \cos\left(x_2 \frac{w}{2} \tan(\theta)\right) \right. \\ & \left. + 2g_2 x_1 e^{-2g_1 \frac{w}{2}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-24i})$$

Benzer şekilde:

$$q_{232} = \int_0^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} e^{-g_2 \tau} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\zeta' = -\tau \cot(\theta)}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{\rho\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \sin[m_2 \zeta' - m_1 \tau] e^{-g_1 \zeta'} d\zeta' d\zeta d\tau$$

$$q_{233} = - \int_0^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} e^{g_2 \tau} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \int_{\zeta' = -\frac{w}{2}}^{-\tau \cot(\theta)} \sin\left[\frac{\rho\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \sin[m_2 \zeta' - m_1 \tau] e^{g_1 \zeta'} d\zeta' d\zeta d\tau$$

$$\begin{aligned} q'_{232} &= q_{232} + q_{233} \\ &= \frac{1}{g_1^2 + m_2^2} \int_0^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} \int_{-L + \tau}^L \sin\left[\frac{\rho\pi}{2L}(\zeta + L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta - \tau + L)\right] \\ & \quad \left[ 2m_2 \cos(m_3 \tau) - 2S_{122} \cosh(g_3 \tau) \cos(m_1 \tau) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \right. \\ & \quad \left. + 2C_{122} \sinh(g_2 \tau) \sin(m_1 \tau) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \right] d\zeta d\tau \end{aligned} \quad (\text{A-25})$$

Eşitlik (A-25)'in eşitlik (A-13)'e olan benzerliğinden yola çıkarak,  $q'_{232}$  aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$q'_{122} = q'_{122}(g_1, C_{122}, S_{122}) \text{ ise } q'_{232} = q'_{122}(m_2, -S_{122}, C_{122})$$

p ≠ q iken:

$$\begin{aligned} q'_{232} = & I_{pq} p [2m_2 \psi_q(q) - S_{122} \{ \mu_1(q) - \mu_2(q) \\ & \mu'_1(q) - \mu'_2(q) \} + C_{122} \{ \mu_4(q) - \mu_3(q) \\ & \mu'_3(q) - \mu'_4(q) \} ] \\ & - I_{pq} q [2m_2 \psi_q(p) - S_{122} \{ \mu_1(p) - \mu_2(p) \\ & \mu'_1(p) - \mu'_2(p) \} + C_{122} \{ \mu_4(p) - \mu_3(p) \\ & \mu'_3(p) - \mu'_4(p) \} ] \end{aligned} \quad (\text{A-26})$$

p = q iken:

$$\begin{aligned} q'_{232} = & \frac{L}{2p\pi(g_1^2 + m_2^2)} [2m_2 \psi_q(p) - S_{122} \{ \mu_1(p) - \mu_2(p) \\ & \mu'_1(p) - \mu'_2(p) \} + C_{122} \{ \mu_4(p) - \mu_3(p) \\ & \mu'_3(p) - \mu'_4(p) \} ] + \frac{m_2}{2(g_1^2 + m_2^2)} \psi_{10} \\ & + \frac{L}{2(g_1^2 + m_2^2)} [-S_{122} \{ \mu_4(p) - \mu_3(p) + \mu'_4(p) - \mu'_3(p) \} \\ & + C_{122} \{ \mu'_1(p) - \mu'_2(p) - \mu_1(p) - \mu_2(p) \}] \\ & - \frac{1}{4(g_1^2 + m_2^2)} [-S_{122} \{ \mu_5(p) + \mu_6(p) + \mu'_5(p) + \mu'_6(p) \} \\ & + C_{122} \{ \mu'_7(p) - \mu'_8(p) - \mu_7(p) - \mu_8(p) \}] \\ & \mu'_3(p) - \mu'_4(p) ] \end{aligned} \quad (\text{A-27})$$

$$\begin{aligned} q_{111} = & \int_{\frac{w}{2} \tan(\theta)}^{2L} e^{-g_2 \tau} \int_{\zeta = -L + \tau}^L \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta - \tau + L) \right] \\ & \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin [m_2 \xi' - m_1 (2\zeta - \tau)] e^{-g_1 \xi'} d\xi' d\zeta d\tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_{111} = \frac{1}{4(g_1^2 + m_2^2)} & [\psi_3(q)\{\sin(2Lm_1)S_{121} - \cos(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_1 \\
& + \psi_2(q)\{\cos(2Lm_1)S_{121} + \sin(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_1 \\
& + \psi_4(q)\{-\sin(2Lm_1)S_{121} + \cos(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_2 \\
& + \psi_1(q)\{\cos(2Lm_1)S_{121} + \sin(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_2 \\
& + \psi_3(p)\{-\sin(2Lm_1)S_{121} - \cos(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_3 \\
& + \psi_2(p)\{-\cos(2Lm_1)S_{121} + \sin(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_3 \\
& + \psi_4(p)\{\sin(2Lm_1)S_{121} + \cos(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_4 \\
& + \psi_1(q)\{-\cos(2Lm_1)S_{121} + \sin(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_4
\end{aligned} \tag{A-28}$$

$$\alpha_1 = \frac{p\pi}{L} \frac{1}{x_2 + x_3} \frac{1}{x_2 + x_4}$$

$$\alpha_2 = \frac{p\pi}{L} \frac{1}{x_1 + x_4} \frac{1}{x_1 + x_3}$$

$$\alpha_3 = \frac{q\pi}{L} \frac{1}{x_1 + x_4} \frac{1}{x_2 + x_4}$$

$$\alpha_4 = \frac{q\pi}{L} \frac{1}{x_2 + x_3} \frac{1}{x_1 + x_3}$$

$$x_1 = m_1 + \frac{q\pi}{2L}$$

$$x_2 = m_1 - \frac{q\pi}{2L}$$

$$x_3 = m_1 + \frac{p\pi}{2L}$$

$$x_4 = m_1 - \frac{p\pi}{2L}$$

Benzer şekilde:

$$q_{111} = q_{111}(C_{122}, S_{122}) \text{ ise } q_{131} = q_{111}(-C_{122}, -S_{122})$$

$$\begin{aligned}
q_{131} = \frac{1}{4(g_1^2 + m_2^2)} & [\psi_3(q)\{-\sin(2Lm_1)S_{121} + \cos(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_1 \\
& + \psi_2(q)\{-\cos(2Lm_1)S_{121} - \sin(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_1 \\
& + \psi_4(q)\{\sin(2Lm_1)S_{121} - \cos(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_2 \\
& + \psi_1(q)\{-\cos(2Lm_1)S_{121} - \sin(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_2 \\
& + \psi_3(p)\{\sin(2Lm_1)S_{121} + \cos(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_3 \\
& + \psi_2(p)\{\cos(2Lm_1)S_{121} - \sin(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_3 \\
& + \psi_4(p)\{-\sin(2Lm_1)S_{121} - \cos(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_4 \\
& + \psi_1(q)\{\cos(2Lm_1)S_{121} - \sin(2Lm_1)C_{121}\}\alpha_4
\end{aligned} \tag{A-29}$$

$$\begin{aligned}
q_{112} &= \int_{\tau=0}^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} e^{-g_2 \tau} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\xi'=-\tau \cot(\theta)}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta-\tau+L)\right] \\
&\quad \sin[m_2 \xi' + m_1(2\zeta-\tau)] e^{-g_1 \xi'} d\xi' d\zeta d\tau \\
q_{113} &= \int_{\tau=0}^{\frac{w}{2} \tan(\theta)} e^{g_2 \tau} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\xi'=-\frac{w}{2}}^{-\tau \cot(\theta)} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta-\tau+L)\right] \\
&\quad \sin[m_2 \xi' + m_1(2\zeta-\tau)] e^{g_1 \xi'} d\xi' d\zeta d\tau
\end{aligned}$$

$$q'_{112} = q_{112} + q_{113}$$

$$\begin{aligned}
q'_{112} &= \frac{1}{4(g_1^2 + m_2^2)} \{ \psi_{11} + \psi_{12} + \psi_{13} + \psi_{14} \} 2g_1 \\
&\quad + S_{122} \{ \alpha_1 \sin(2Lm_1) [\mu'_3(q) - \mu_3(q)] \\
&\quad \quad - \alpha_1 \cos(2Lm_1) [\mu'_2(q) - \mu_2(q)] \\
&\quad \quad - \alpha_2 \sin(2Lm_1) [\mu'_4(q) - \mu_4(q)] \\
&\quad \quad + \alpha_2 \cos(2Lm_1) [\mu'_1(q) - \mu_1(q)] \\
&\quad \quad - \alpha_3 \sin(2Lm_1) [\mu'_3(p) - \mu_3(p)] \\
&\quad \quad + \alpha_3 \cos(2Lm_1) [\mu'_2(p) - \mu_2(p)] \\
&\quad \quad + \alpha_4 \sin(2Lm_1) [\mu'_4(p) - \mu_4(p)] \\
&\quad \quad - \alpha_4 \cos(2Lm_1) [\mu'_1(p) - \mu_1(p)] \} \\
&\quad + C_{122} \{ -\alpha_1 \cos(2Lm_1) [\mu'_3(q) + \mu_3(q)] \\
&\quad \quad - \alpha_1 \sin(2Lm_1) [\mu'_2(q) + \mu_2(q)] \\
&\quad \quad + \alpha_2 \cos(2Lm_1) [\mu'_4(q) + \mu_4(q)] \\
&\quad \quad + \alpha_2 \sin(2Lm_1) [\mu'_1(q) + \mu_1(q)] \\
&\quad \quad - \alpha_3 \cos(2Lm_1) [\mu'_3(p) + \mu_3(p)] \\
&\quad \quad - \alpha_3 \sin(2Lm_1) [\mu'_2(p) + \mu_2(p)] \\
&\quad \quad + \alpha_4 \cos(2Lm_1) [\mu'_4(p) + \mu_4(p)] \\
&\quad \quad + \alpha_4 \sin(2Lm_1) [\mu'_1(p) + \mu_1(p)] \}
\end{aligned} \tag{A-31}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{11} &= - \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \alpha_1 \cos(2Lm_1 - x_6 \tau) d\tau \\
&= \frac{\alpha_1}{x_6} \left[ \sin\left(2Lm_1 - x_6 \frac{w}{2} \tan \theta\right) - \sin(2Lm_1) \right]
\end{aligned} \tag{A-32}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{12} &= \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \alpha_2 \cos(2Lm_1 - x_5 \tau) d\tau \\
&= \frac{\alpha_2}{x_5} \left[ \sin(2Lm_1) - \sin\left(2Lm_1 - x_5 \frac{w}{2} \tan \theta\right) \right]
\end{aligned} \tag{A-33}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{13} &= - \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \alpha_3 \cos(-2Lm_1 + 2m_1 \tau - x_7 \tau) d\tau \\
&= \frac{\alpha_3}{2m_1 - x_7} \left[ -\sin(2Lm_1) - \sin\left(-2Lm_1 + 2m_1 \frac{w}{2} \tan \theta - x_7 \frac{w}{2} \tan \theta\right) \right] \\
&= \frac{\alpha_3}{2x_4 - x_8} \left[ \sin\left(-[2x_4 - x_8] \frac{w}{2} \tan \theta + 2Lm_1\right) - \sin(2Lm_1) \right]
\end{aligned} \tag{A-34}$$

$$x_7 = m_3 + \frac{\rho\pi}{2L} \quad x_8 = m_3 - \frac{\rho\pi}{2L}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{14} &= - \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \alpha_4 \cos(-2Lm_1 + 2m_1 \tau - x_8 \tau) d\tau \\
&= \frac{\alpha_4}{2m_1 - x_8} \left[ \sin(2Lm_1) - \sin\left(-2Lm_1 - 2m_1 \frac{w}{2} \tan \theta + x_8 \frac{w}{2} \tan \theta\right) \right] \\
&= \frac{\alpha_4}{2x_3 - x_7} \left[ \sin(2Lm_1) - \sin\left(2Lm_1 - [2x_3 - x_7] \frac{w}{2} \tan \theta\right) \right]
\end{aligned} \tag{A-35}$$

$$\begin{aligned}
q'_{132} &= q_{132} + q_{133} \\
q'_{132} &= \frac{1}{4(g_1^2 + m_2^2)} [\{\psi_{15} + \psi_{16} + \psi_{17} + \psi_{18}\} 2g_1 \\
&\quad + C_{122} \{-\alpha_1 \sin(2Lm_1)[\mu'_3(q) + \mu_3(q)] \\
&\quad + \alpha_1 \cos(2Lm_1)[\mu'_2(q) + \mu_2(q)] \\
&\quad + \alpha_2 \sin(2Lm_1)[\mu'_4(q) + \mu_4(q)] \\
&\quad - \alpha_2 \cos(2Lm_1)[\mu'_1(q) + \mu_1(q)] \\
&\quad - \alpha_3 \sin(2Lm_1)[\mu'_3(p) + \mu_3(p)] \\
&\quad + \alpha_3 \cos(2Lm_1)[\mu'_2(p) + \mu_2(p)] \\
&\quad + \alpha_4 \sin(2Lm_1)[\mu'_4(p) + \mu_4(p)] \\
&\quad - \alpha_4 \cos(2Lm_1)[\mu'_1(p) + \mu_1(p)]\} \\
&\quad - S_{122} \{\alpha_1 \cos(2Lm_1)[\mu'_3(q) - \mu_3(q)] \\
&\quad + \alpha_1 \sin(2Lm_1)[\mu'_2(q) - \mu_2(q)] \\
&\quad - \alpha_2 \cos(2Lm_1)[\mu'_4(q) - \mu_4(q)] \\
&\quad - \alpha_2 \sin(2Lm_1)[\mu'_1(q) - \mu_1(q)] \\
&\quad - \alpha_3 \cos(2Lm_1)[\mu'_3(p) - \mu_3(p)] \\
&\quad - \alpha_3 \sin(2Lm_1)[\mu'_2(p) - \mu_2(p)] \\
&\quad + \alpha_4 \cos(2Lm_1)[\mu'_4(p) - \mu_4(p)] \\
&\quad + \alpha_4 \sin(2Lm_1)[\mu'_1(p) - \mu_1(p)]\}
\end{aligned} \tag{A-36}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{15} &= - \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \alpha_1 \sin(2Lm_1 - x_6 \tau) d\tau \\
&= \frac{\alpha_1}{x_6} \left[ \cos(2Lm_1) - \cos\left(2Lm_1 - x_6 \frac{w}{2} \tan \theta\right) \right]
\end{aligned} \tag{A-37}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{16} &= \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \alpha_2 \sin(2Lm_1 - x_5 \tau) d\tau \\
&= \frac{\alpha_2}{x_5} \left[ \cos\left(2Lm_1 - x_5 \frac{w}{2} \tan \theta\right) - \cos(2Lm_1) \right]
\end{aligned} \tag{A-38}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{17} &= \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \alpha_3 \sin(-2Lm_1 + 2m_1 \tau - x_7 \tau) d\tau \\
&= -\frac{\alpha_3}{2m_1 - x_7} \left[ \cos\left(-2Lm_1 + 2m_1 \frac{w}{2} \tan \theta - x_7 \frac{w}{2} \tan \theta\right) - \cos(2Lm_1) \right] \\
&= \frac{\alpha_3}{2x_4 - x_8} \left[ \cos(2Lm_1) - \cos\left(2Lm_1 - [2x_4 - x_8] \frac{w}{2} \tan \theta\right) \right]
\end{aligned} \tag{A-39}$$

$$\begin{aligned}
\psi_{18} &= - \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \alpha_4 \sin(-2Lm_1 + 2m_1\tau - x_8\tau) d\tau \\
&= \frac{\alpha_4}{2m_1 - x_8} \left[ \cos\left(-2Lm_1 - 2m_1 \frac{w}{2} \tan \theta + x_8 \frac{w}{2} \tan \theta\right) - \cos(2Lm_1) \right] \\
&= \frac{\alpha_4}{2x_3 - x_7} \left[ \cos\left(2Lm_1 - [2x_3 - x_7] \frac{w}{2} \tan \theta\right) - \cos(2Lm_1) \right]
\end{aligned} \tag{A-40}$$

$B_{11}$ ,  $B_{21}$  ve  $B_{22}$  integrallerinin hesaplanması:

$$B_{21} = \int_{\zeta'=0}^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^{L-\zeta'\tan\theta} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta+\xi'\tan\theta+L)\right] \cos\left[\frac{m\pi\xi'}{a\cos\theta}\right] d\zeta d\xi' \quad (\text{A-41})$$

Öncelikle iç integral  $b_{21}$  olarak tanımlanıp çözümlerse:

$$b_{21} = \int_{-L}^{L-\zeta'\tan\theta} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta+\xi'\tan\theta+L)\right] \cos\left[\frac{m\pi\xi'}{a\cos\theta}\right] d\zeta$$

$p = q$  iken

$$b_{21} = \frac{2L - \zeta'\tan\theta}{2} \cos\left(\frac{p\pi}{2L}\xi'\tan\theta\right) + \frac{\sin\left(\frac{p\pi}{2L}\xi'\tan\theta\right)}{p\pi/L} \quad (\text{A-42a})$$

$p \neq q$  iken

$$b_{21} = \frac{2L}{\pi(p^2 - q^2)} \left[ p \sin\left(\frac{q\pi}{2L}\xi'\tan\theta\right) - q \sin\left(\frac{p\pi}{2L}\xi'\tan\theta\right) \right] \quad (\text{A-42b})$$

$$B_{21} = \int_0^{\frac{w}{2}} b_{21} d\xi'$$

$m = 0$  iken  $B_{21}$  integrali çözümü aşağıdaki gibidir:

$p \neq q$  iken:

$$B_{21} = \frac{2L}{\pi(p^2 - q^2)} [p\mu_q(q) - q\mu_q(p)] \quad (\text{A-43})$$

$$\begin{aligned} \mu_q(q) &= \int_0^{\frac{w}{2}} \sin\left(\frac{q\pi}{2L}\xi'\tan\theta\right) d\xi' \\ &= \frac{1 - \cos\left(\frac{q\pi}{2L}\frac{w}{2}\tan\theta\right)}{\frac{q\pi}{2L}\tan\theta} \end{aligned} \quad (\text{A-44})$$

$p = q$  iken:

$$B_{21} = L\mu_{10}(p) - \frac{\tan\theta}{2}\mu_{11}(p) + \frac{L}{p\pi}\mu_q(p) \quad (\text{A-45})$$

$$\begin{aligned} \mu_{10}(p) &= \int_0^{\frac{w}{2}} \cos\left(\frac{p\pi}{2L}\xi' \tan\theta\right) d\xi' \\ &= \frac{\cos\left(\frac{p\pi}{2L}\frac{w}{2}\tan\theta\right)}{\frac{p\pi}{2L}\tan\theta} \end{aligned} \quad (\text{A-46})$$

$$\begin{aligned} \mu_{11}(p) &= \int_0^{\frac{w}{2}} \xi' \cos\left(\frac{p\pi}{2L}\xi' \tan\theta\right) d\xi' \\ &= \frac{w}{2}\mu_{10}(p) - \frac{\mu_q(p)}{\frac{p\pi}{2L}\tan\theta} \end{aligned} \quad (\text{A-47})$$

$m \neq 0$  iken  $B_{21}$  integrali çözümlü ise aşağıda verilmiştir:

$p \neq q$  iken:

$$B_{21} = \frac{2L}{\pi(p^2 - q^2)} [p\mu_{qA}(q) - q\mu_{qA}(p)] \quad (\text{A-48})$$

$$\begin{aligned} \mu_{qA}(q) &= \int_0^{\frac{w}{2}} \sin\left(\frac{q\pi}{2L}\xi' \tan\theta\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a}\frac{\xi'}{\cos\theta}\right) d\xi' \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1 - \cos\left(\frac{q\pi}{2L}\frac{w}{2}\tan\theta + \frac{m\pi}{a}\frac{w}{2\cos\theta}\right)}{\frac{q\pi}{2L}\tan\theta + \frac{m\pi}{a\cos\theta}} + \frac{1 - \cos\left(\frac{q\pi}{2L}\frac{w}{2}\tan\theta - \frac{m\pi}{a}\frac{w}{2\cos\theta}\right)}{\frac{q\pi}{2L}\tan\theta - \frac{m\pi}{a\cos\theta}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-49})$$

$p = q$  iken:

$$B_{21} = L\mu_{10A}(p) - \frac{\tan\theta}{2}\mu_{11A}(p) + \frac{L}{p\pi}\mu_{qA}(p) \quad (\text{A-50})$$

$$\begin{aligned}\mu_{10A}(\rho) &= \int_0^{\frac{w}{2}} \cos\left(\frac{\rho\pi}{2L} \xi' \tan\theta\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a} \frac{\xi'}{\cos\theta}\right) d\xi' \\ &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin\left(\frac{\rho\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan\theta + \frac{m\pi}{a} \frac{w}{2\cos\theta}\right)}{\frac{\rho\pi}{2L} \tan\theta + \frac{m\pi}{a\cos\theta}} + \frac{\sin\left(\frac{\rho\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan\theta - \frac{m\pi}{a} \frac{w}{2\cos\theta}\right)}{\frac{\rho\pi}{2L} \tan\theta - \frac{m\pi}{a\cos\theta}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-51})$$

$$\begin{aligned}\mu_{11A}(\rho) &= \int_0^{\frac{w}{2}} \xi' \cos\left(\frac{\rho\pi}{2L} \xi' \tan\theta\right) \cos\left(\frac{m\pi}{a} \frac{\xi'}{\cos\theta}\right) d\xi' \\ &= \frac{w}{2} \mu_{10A}(\rho) + \frac{1}{2} \frac{\cos\left(\frac{\rho\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan\theta + \frac{m\pi}{a} \frac{w}{2\cos\theta}\right) - 1}{\left(\frac{\rho\pi}{2L} \tan\theta + \frac{m\pi}{a\cos\theta}\right)^2} \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\cos\left(\frac{\rho\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan\theta - \frac{m\pi}{a} \frac{w}{2\cos\theta}\right) - 1}{\left(\frac{\rho\pi}{2L} \tan\theta - \frac{m\pi}{a\cos\theta}\right)^2} \end{aligned} \quad (\text{A-52})$$

$$\begin{aligned}B_{11} &= \int_0^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^{L-\xi' \tan\theta} \sin\left[\frac{\rho\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta+\xi' \tan\theta+L)\right] \sin\left[\frac{m\pi}{a}\left(2\zeta \sin\theta + \frac{\xi'}{\cos\theta}\right)\right] d\zeta d\xi' \\ &= \frac{1}{4} [\mu_{12}(\rho, q) + \mu_{12}(-\rho, -q) - \mu_{12}(\rho, -q) - \mu_{12}(-\rho, q)] \end{aligned} \quad (\text{A-53})$$

$$\begin{aligned}\mu_{12}(\rho, q) &= - \int_0^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^{L-\xi' \tan\theta} \sin\left[\frac{m\pi}{a}\left(2\zeta \sin\theta + \frac{\xi'}{\cos\theta}\right) + \frac{(\rho+q)\pi}{2L}(\zeta+L) + \frac{q\pi}{2L} \xi' \tan\theta\right] d\zeta d\xi' \\ &= - \frac{1}{\frac{2m\pi \sin\theta}{a} + (\rho+q) \frac{\pi}{2L}} \left[ \frac{\sin\left\{2Lm_1 + m_4 \frac{w}{2} - \frac{w}{2} \tan\theta \left(2m_1 + \frac{\rho\pi}{2L}\right)\right\} - \sin(2Lm_1)}{m_4 - 2m_1 \tan\theta - \frac{\rho\pi}{2L} \tan\theta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin\left\{-2Lm_1 + m_4 \frac{w}{2} + \frac{q\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan\theta\right\} + \sin(2Lm_1)}{m_4 + \frac{q\pi}{2L} \tan\theta} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-54})$$

$$m_1 = \frac{m\pi}{a} \sin\theta \quad m_4 = \frac{m\pi}{a \cos\theta}$$

$$B_{11} = \int_0^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^{L-\xi' \tan \theta} \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta + \xi' \tan \theta + L) \right] \cos \left[ \frac{m\pi}{a} \left( 2\zeta \sin \theta + \frac{\xi'}{\cos \theta} \right) \right] d\zeta d\xi' \quad (\text{A-55})$$

m = 0 iken:

$$\begin{aligned} B_{11} &= \int_0^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^{L-\xi' \tan \theta} \sin \left[ \frac{p\pi}{2L} (\zeta + L) \right] \sin \left[ \frac{q\pi}{2L} (\zeta + \xi' \tan \theta + L) \right] d\zeta d\xi' \\ &= B_{21} \end{aligned} \quad (\text{A-56})$$

m ≠ 0 iken:

$$B_{22} = -\frac{1}{4} [\mu_{13}(p, q) + \mu_{13}(-p, -q) - \mu_{13}(p, -q) - \mu_{13}(-p, q)] \quad (\text{A-57})$$

$$\begin{aligned} \mu_{13}(p, q) &= \int_0^{\frac{w}{2}} \int_{-L}^{L-\xi' \tan \theta} \cos \left[ \frac{m\pi}{a} \left( 2\zeta \sin \theta + \frac{\xi'}{\cos \theta} \right) + \frac{(p+q)\pi}{2L} (\zeta + L) + \frac{q\pi}{2L} \xi' \tan \theta \right] d\zeta d\xi' \\ &= \frac{1}{2m_1 + (p+q) \frac{\pi}{2L}} \left[ \frac{\cos \left\{ 2Lm_1 + m_4 \frac{w}{2} - 2m_1 \frac{w}{2} \tan \theta - \frac{p\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan \theta \right\} - \cos(2Lm_1)}{2m_1 \tan \theta - m_4 + \frac{p\pi}{2L} \tan \theta} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\cos \left\{ -2Lm_1 + m_4 \frac{w}{2} + \frac{q\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan \theta \right\} - \cos(2Lm_1)}{m_4 + \frac{q\pi}{2L} \tan \theta} \right] \end{aligned} \quad (\text{A-58})$$

m = 0 durumunda q<sub>12</sub> integralinin özel olarak çözülmesi gerekmektedir. Bu durumda q<sub>12</sub> integrali çözümü aşağıdaki gibi oluşur:

$$q_{12} = q_{121} + q_{122} + q_{123} = q_{121} + q'_{122}$$

$$\begin{aligned}
q_{121} &= \int_{\tau=\frac{w}{2}\tan(\theta)}^{2L} \int_{\zeta=-L+\tau}^L \int_{\zeta'=\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta-\tau+L)\right] \\
&\quad e^{-\gamma_{mn}\tau\cos(\theta)} e^{-\gamma_{mn}\zeta'\sin(\theta)} d\zeta' d\zeta d\tau \\
&= \frac{w \sinh\left(g_1 \frac{w}{2}\right)}{g_1 \frac{w}{2}} \int_{\tau=\frac{w}{2}\tan(\theta)}^{2L} \int_{\zeta=-L+\tau}^L e^{-g_2 L} \sin\left[\frac{p\pi}{2L}(\zeta+L)\right] \\
&\quad \sin\left[\frac{q\pi}{2L}(\zeta-\tau+L)\right] d\zeta d\tau
\end{aligned} \tag{A-59}$$

p ≠ q iken:

$$q_{121} = \frac{\sinh\left(g_1 \frac{w}{2}\right)}{g_1/2} \frac{2L}{\pi(p^2 - q^2)} [p\eta_1(q) - q\eta_1(p)] \tag{A-60}$$

$$\begin{aligned}
\eta_1(q) &= \int_{\frac{w}{2}\tan\theta}^{2L} e^{-g_2 L} \sin\left(\frac{q\pi\tau}{2L}\right) d\tau \\
&= \frac{1}{g_2^2 + \left(\frac{q\pi}{2L}\right)^2} \left\{ -(-1)^q \frac{q\pi}{2L} e^{-2g_2 L} + g_2 \sin\left(\frac{q\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan\theta\right) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{q\pi}{2L} \cos\left(\frac{q\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan\theta\right) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \right\}
\end{aligned} \tag{A-61}$$

p = q iken:

$$\begin{aligned}
q_{121} &= \frac{\sinh\left(g_1 \frac{w}{2}\right)}{g_1/2} \int_{\frac{w}{2}\tan\theta}^{2L} e^{-g_2 \tau} \left\{ \frac{2L-\tau}{2} \cos\left(\frac{p\pi\tau}{2L}\right) + \frac{\sin\left(\frac{p\pi\tau}{2L}\right)}{\frac{p\pi}{L}} \right\} d\tau \\
&= \frac{\sinh\left(g_1 \frac{w}{2}\right)}{g_1/2} \left[ L\eta_2(p) - \frac{1}{2}\eta_3(p) + \frac{L}{p\pi}\eta_1(p) \right]
\end{aligned} \tag{A-62}$$

$$\begin{aligned}
\eta_2(\rho) &= \int_{\frac{w}{2} \tan \theta}^{2L} e^{-g_2 \tau} \cos\left(\frac{\rho \pi \tau}{2L}\right) d\tau \\
&= \frac{1}{g_2^2 + \left(\frac{\rho \pi}{2L}\right)^2} \left[ (-1)^{\rho+1} g_2 e^{-2g_2 L} + g_2 \cos\left(\frac{\rho \pi w}{2L} \tan \theta\right) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\rho \pi}{2L} \sin\left(\frac{\rho \pi w}{2L} \tan \theta\right) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \right]
\end{aligned} \tag{A-63}$$

$$\begin{aligned}
\eta_3(\rho) &= \int_{\frac{w}{2} \tan \theta}^{2L} e^{-g_2 \tau} \tau \cos\left(\frac{\rho \pi \tau}{2L}\right) d\tau \\
&= \frac{1}{g_2^2 + \left(\frac{\rho \pi}{2L}\right)^2} \left[ (-1)^{\rho+1} g_2 2L e^{-2g_2 L} + g_2 \frac{w}{2} \tan \theta \cos\left(\frac{\rho \pi w}{2L} \tan \theta\right) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\rho \pi w}{2L} \tan \theta \sin\left(\frac{\rho \pi w}{2L} \tan \theta\right) e^{-g_1 \frac{w}{2}} \right] \\
&\quad + \frac{1}{\left(g_2^2 + \left(\frac{\rho \pi}{2L}\right)^2\right)^2} \left[ (-1)^{\rho+1} e^{-2g_2 L} \left( g_2^2 - \left(\frac{\rho \pi}{2L}\right)^2 \right) \right. \\
&\quad \left. + e^{-g_1 \frac{w}{2}} \left\{ \left( g_2^2 - \left(\frac{\rho \pi}{2L}\right)^2 \right) \cos\left(\frac{\rho \pi w}{2L} \tan \theta\right) - 2g_2 \frac{\rho \pi}{2L} \sin\left(\frac{\rho \pi w}{2L} \tan \theta\right) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{A-64}$$

$$q'_{122} = q_{122} + q_{123}$$

p ≠ q iken:

$$\begin{aligned}
q'_{122} &= \frac{1}{g_1} \frac{2L}{\pi(\rho^2 - q^2)} \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \left[ 2 - e^{-g_1 \frac{w}{2}} (e^{g_2 \tau} + e^{-g_2 \tau}) \right] \\
&\quad \left[ \rho \sin\left(\frac{q \pi \tau}{2L}\right) - q \sin\left(\frac{\rho \pi \tau}{2L}\right) \right] d\tau \\
&= \frac{2L}{g_1 \pi (\rho^2 - q^2)} [2\{\rho \gamma_1(q) - q \gamma_1(\rho)\} - \rho \gamma_2(q) + q \gamma_2(\rho)]
\end{aligned} \tag{A-65}$$

$$\gamma_1(q) = \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \sin\left(\frac{q\pi\tau}{2L}\right) d\tau = \frac{1 - \cos\left(\frac{q\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan \theta\right)}{\frac{q\pi}{L}} \quad (\text{A-66})$$

$$\gamma_2(q) = \frac{1}{g_2^2 + \left(\frac{q\pi}{2L}\right)^2} \left[ e^{-g_1 \frac{w}{2}} \frac{q\pi}{L} + g_2 \sin\left(\frac{q\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan \theta\right) \{1 - e^{-g_1 w}\} \right. \\ \left. - \frac{q\pi}{2L} \cos\left(\frac{q\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan \theta\right) \{1 + e^{-g_1 w}\} \right] \quad (\text{A-67})$$

p ≠ q iken:

$$q'_{122} = \frac{1}{g_1} \int_0^{\frac{w}{2} \tan \theta} \left[ \frac{2L - \tau}{2} \cos\left(\frac{\rho\pi\tau}{2L}\right) + \frac{\sin\left(\frac{\rho\pi\tau}{2L}\right)}{\frac{\rho\pi}{L}} \right] \\ \left[ 2 - e^{-g_1 \frac{w}{2}} (e^{g_2 \tau} + e^{-g_2 \tau}) \right] d\tau \quad (\text{A-68})$$

$$= \frac{1}{g_1} \left[ \left( 2 - \frac{w}{2} \tan \theta \right) \frac{\sin\left(\frac{\rho\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan \theta\right)}{\frac{\rho\pi}{2L}} + \frac{4L}{\rho\pi} \gamma_1(\rho) \right. \\ \left. - L \gamma_3(\rho) + \frac{1}{2} \gamma_4(\rho) - \frac{L}{\rho\pi} \gamma_2(\rho) \right]$$

$$\gamma_3(\rho) = \frac{1}{g_2^2 + \left(\frac{\rho\pi}{2L}\right)^2} \left[ g_2 \cos\left(\frac{\rho\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan \theta\right) \{1 - e^{-2g_1 \frac{w}{2}}\} \right. \\ \left. + \frac{\rho\pi}{2L} \sin\left(\frac{\rho\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan \theta\right) \{1 + e^{-2g_1 \frac{w}{2}}\} \right] \quad (\text{A-69})$$

$$\gamma_4(\rho) = \frac{w}{2} \tan \theta \gamma_3(\rho) - \frac{1}{\left(g_2^2 + \left(\frac{\rho\pi}{2L}\right)^2\right)^2} \left[ \left\{ g_2^2 - \left(\frac{\rho\pi}{2L}\right)^2 \right\} \cos\left(\frac{\rho\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan \theta\right) \{1 + e^{-2g_1 \frac{w}{2}}\} \right. \\ \left. + g_2 \frac{\rho\pi}{L} \sin\left(\frac{\rho\pi}{2L} \frac{w}{2} \tan \theta\right) \{1 - e^{-2g_1 \frac{w}{2}}\} - 2e^{-g_1 \frac{w}{2}} \left\{ g_2^2 - \left(\frac{\rho\pi}{2L}\right)^2 \right\} \right] \quad (\text{A-70})$$

## 6 ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Mehmet Hakan ÖKTEM

Doğum Yeri : Artvin

Doğum Yılı : 1976

Medeni Hali : Evli

### Eğitim ve Akademik Durumu:

Lise 1991-1994 Ankara Anıttepe Lisesi

Lisans 1994 -1999 Hacettepe Üniversitesi Elektrik – Elektronik  
Mühendisliği Bölümü

Yabancı Dil: İngilizce

### İş Tecrübesi:

2009 - Proje Yöneticisi, Koç Bilgi ve Savunma Teknolojileri A.Ş.

2003 – 2009 Grup Yöneticisi, Havelsan A.Ş.

1999 – 2002 Test Mühendisi, Roketsan A.Ş.