

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İKİ-TABAKALI BETHE KAFESİ ÜZERİNDE SPİN-1/2
ISING AFM/AFM VE FM/AFM MODELLERİNİN DIŞ
MANYETİK ALAN VARLIĞINDA FAZ DİYAGRAMLARI**

**Tezi Hazırlayan
Tunç CENGİZ**

**Tezi Yöneten
Prof. Dr. Erhan ALBAYRAK**

**Fizik Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi**

**Temmuz 2010
KAYSERİ**

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İKİ-TABAKALI BETHE KAFESİ ÜZERİNDE SPİN-1/2
ISING AFM/AFM VE FM/AFM MODELLERİNİN DIŞ
MANYETİK ALAN VARLIĞINDA FAZ DİYAGRAMLARI**

**Tezi Hazırlayan
Tunç CENGİZ**

**Tezi Yöneten
Prof. Dr. Erhan ALBAYRAK**

**Fizik Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi**

**Bu çalışma Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu tarafından
107T358 kodlu proje ile desteklenmiştir**

**Temmuz 2010
KAYSERİ**

Prof. Dr. Erhan ALBAYRAK danışmanlığında **Tunç CENGİZ** tarafından hazırlanan “İki-Tabakalı Bethe Kafesi Üzerinde Spin-1/2 Ising AFM/AFM ve FM/AFM Modellerinin Dış Manyetik Alan Varlığında Faz Diyagramları” adlı bu çalışma, jürimiz tarafından Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında **Yüksek Lisans** tezi olarak kabul edilmiştir.

28.07.2010

JÜRİ:

Başkan : Doç. Dr. Mustafa GENÇASLAN

Üye : Prof. Dr. Erhan ALBAYRAK


Üye : Doç. Dr. Fevziye YAŞUK



ONAY:

Bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulunun 30/07/2010 tarih ve 2010/26-03 sayılı kararı ile onaylanmıştır.

30/07/2010



Prof. Dr. Nusret AYYILDIZ

Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Tez çalıőmam boyunca benden yardımını esirgemeyen, değerli fikirleriyle bana büyük destek sağlayan danıőman hocam Sayın Prof. Dr. Erhan ALBAYRAK' a çok teşekkür ederim. Prof. Dr. Erhan ALBAYRAK önderliğinde kurulan yoğun madde fiziği grubundaki; Öęr. Gör. Dr. Ali YIğİT, Doktora ęrencisi Őeyma AKKAYA ve Y. Lisans ęrencisi Aynur AKER' e teőekkürü bir borç bilirim. Ayrıca çalıőmalarım süresince her an maddi ve manevi desteklerini gördüğüm aileme sonsuz teőekkürlerimi sunarım.

Bu tez çalıőmasını destekleyen Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumuna (TÜBİTAK, Proje No: 107T358) teőekkürlerimi sunarım.

**İKİ-TABAKALI BETHE KAFESİ ÜZERİNDE SPİN- 1/2 ISING AFM/AFM VE
FM/AFM MODELLERİNİN DIŞ MANYETİK ALAN VARLIĞINDA FAZ
DİYAGRAMLARI**

Tunç CENGİZ

Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü

Yüksek Lisans Tezi, Temmuz 2010

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Erhan ALBAYRAK

ÖZET

Spin-1/2 Ising modeli iki-tabakalı Bethe kafesi üzerinde çift-yaklaşım yöntemi ile dış manyetik alan varlığında tekrarlama bağıntıları terimlerinde detaylıca incelendi. Bu model, her iki tabakanın da antiferromanyetik (AFM) etkileşime sahip olduğu AFM/AFM durumuna ilaveten tabakalardan birinin ferromanyetik (FM) diğerinin ise antiferromanyetik etkileşime sahip olduğu yani FM/AFM durumu da ele alınarak detaylıca incelendi.

Öncelikle, sistemin taban durumu faz diyagramları verilen sistem parametrelerinde elde edildi. Daha sonra ise düzen parametreleri, cevap fonksiyonları ve serbest enerji ifadeleri tekrarlama bağıntıları terimlerinde elde edilerek, faz geçişlerinin yapısı ve olabilecek diğer kritik olgular incelendi. Taban durumu faz diyagramlarının rehberliğinde sistemin düzen parametreleri, cevap fonksiyonları ve serbest enerjinin sıcaklığa göre değişimleri çalışılarak sıcaklığa bağlı faz diyagramları verilen koordinasyon sayıları q için elde edildi. Sonuç olarak, bu modelin sadece ikinci derece faz geçişi sergilediği bulundu. Ayrıca sistemin, iki Néel sıcaklığı verdiğinde re-entrant davranış sergilediği bulundu.

Anahtar Kelimeler: Spin-1/2, Bethe Kafesi, AFM/AFM, FM/AFM, Ising Model, İki Tabaka, Faz Geçişleri, Re-entrant.

**THE PHASE DIAGRAMS OF SPIN 1/2 ISING AFM/AFM AND FM/AFM
MODELS WITH EXTERNAL MAGNETIC FIELD ON A TWO-LAYER BETHE
LATTICE**

Tunç CENGİZ

Erciyes University, Graduate School of Natural and Applied Sciences

M. Sc. Thesis, July 2010

Thesis Supervisor: Prof. Dr. Erhan ALBAYRAK

ABSTRACT

Spin-1/2 Ising model was investigated on a two-layer Bethe lattice by using the exact recursion relations in a pairwise approach with external magnetic fields acting on the layers in detail. In this model, we have considered the cases with the antiferromagnetic (AFM) couplings in both layers, that is AFM/AFM case, and with one of the layers having only ferromagnetic (FM) coupling and the other having only antiferromagnetic coupling, i.e. FM/AFM case.

First, the ground-state phase diagrams were obtained for given system parameters of the model. Then, the natures of the phase transitions and critical phenomena were investigated by obtaining the expressions of the order parameters, response functions and free energy of the model in terms of the recursion relations. In the guidance of the ground-state phase diagrams, the temperature dependent phase diagrams of the models were obtained by studying the thermal variations of the order parameters, response functions and free energy in detail for given coordination numbers. It was found that this model present only second-order phase transitions. The re-entrant behavior was also found when the model presents two Néel temperatures.

Keywords: Spin-1/2, Bethe Lattice, AFM/AFM, FM/AFM, Ising Model, Two-Layer, Phase Transitions, Re-entrant.

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vi
KISALTMALAR VE SİMGELER.....	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ	viii
TABLOLAR LİSTESİ.....	x
1. BÖLÜM	
GİRİŞ	1
2. BÖLÜM	
ISING MODELLERİ TARİHÇESİ VE BETHE KAFESİ.....	3
2.1. Ising Modellerinin Tarihçesi.....	3
2.2. Bethe Kafesi	7
2.3 Manyetizma	10
2.3.1 Paramanyetizma.....	10
2.3.2 Ferromanyetizma.....	10
2.3.3 Antiferromanyetizma.....	11
3. BÖLÜM	
YÖNTEMLER.....	12
3.1. AFM/AFM Durumu	12
3.2 FM/AFM Durumu.....	18
4. BÖLÜM	
SONUÇLAR VE TARTIŞMA.....	19
4.1. AFM/AFM Durumu.....	19
4.2. FM/AFM Durumu.....	32
KAYNAKLAR.....	46
Ek.1.....	51
ÖZGEÇMİŞ.....	52

KISALTMALAR VE SİMGELER

T_N	İkinci Seviye Faz Dönüşüm Sıcaklığı yada Nèel sıcaklığı
M	Manyetizasyon
H	Manyetik Alan
C	Spesifik Isı
χ	Manyetik Alınganlık
k	Boltzmann Sabiti
$\langle i,j \rangle$	En Yakın Komşu Spin Çifti
Z	Bölüşüm Fonksiyonu
β	$1/kT$

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.	Koordinasyon Sayısı $q=3$ için İki-tabakalı Bethe Kafesinin Gösterimi.....	9
Şekil 4.1.	İki-tabakalı Bethe Kafesinde Taban Durumu Faz Diyagramlarının $(J_2/J_1, J_3/q J_1)$ düzleminde; (a) $H/q J_1 =0.5$, (b) $H/q J_1 =1.0$ ve $(H/q J_1, J_3/q J_1)$ düzleminde; (c) $J_2/J_1=-3.0$ için Gösterimi.....	20
Şekil 4.2.	Düzen Parametrelerinin Sıcaklıkla Değişiminin $q=3.0$ ve $J_3/J_1=0.0$ Değerlerinde; (a) $J_2/J_1=-1.0$ ve (b) $J_2/J_1=-2.0$ için Gösterimi.....	23
Şekil 4.3.	Düzen Parametrelerinin Sıcaklıkla Değişiminin $q=3.0$ ve $J_2/J_1=-2.0$ Değerlerinde; (a) $J_3/J_1=-0.05$, (b) $J_3/J_1=-1.0$ ve (c) $J_3/J_1=-10.0$ için Gösterimi.....	24
Şekil 4.4.	Düzen Parametrelerinin Sıcaklıkla Değişiminin $q=3.0$, $H/q J_1 =1.0$ ve $J_3/J_1=-7.0$ Değerlerinde; (a) $J_2/J_1=-0.5$ ve (b) $J_2/J_1=-1.5$ için Gösterimi.....	25
Şekil 4.5.	$(J_3/J_1, kT/ J_1)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının Verilen $q=3,4,6$ ve $H/q J_1 =0.5$ Değerlerinde; (a) $J_2/J_1=-4.0$ (b) $J_2/J_1=-0.5$ için Gösterimi.....	27
	$(J_2/J_1, kT/ J_1)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının Verilen $q=3,4,6$ ve $H/q J_1 =0.5$ Değerlerinde; (c) $J_3/q J_1 =2.0$ ve (d) $J_3/q J_1 =-0.5$ için Gösterimi.....	28
Şekil 4.6.	$(J_3/J_1, kT/ J_1)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının Verilen $q=3,4,6$ ve $H/q J_1 =1.0$ Değerlerinde; (a) $J_2/J_1=-3.5$ ve (b) $J_2/J_1=-2.5$ için Gösterimi.....	30
Şekil 4.7.	$(H/ J_1, kT/ J_1)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının Verilen $q=3,4,6$ ve $J_2/J_1=-3.0$ Değerlerinde; (a) $J_3/q J_1 =-0.5$ ve (b) $J_3/q J_1 =0.5$ için Gösterimi.....	31
Şekil 4.8.	İki-tabakalı Bethe Kafesinde Taban Durumu Faz Diyagramlarının $(H/qJ_1, J_3/qJ_1)$ düzleminde (a) $J_2/J_1=-2.0$, (b) $J_2/J_1=-0.5$ için, $(H/q J_2, J_3/q J_2)$ düzleminde (c) $J_1/ J_2 =0.25$ ve $(J_1/ J_2, J_3/q J_2)$ düzleminde (d) $H/q J_2 =0.1$ için Gösterimi.....	33

Şekil 4.9.	Düzen Parametrelerinin Sıcaklıkla Değişiminin $q=6.0$ ve Verilen $J_2/J_1, J_3/J_1$ ve H/J_1 Değerleri için Gösterimi.....	35
Şekil 4.10.	Düzen Parametrelerinin Sıcaklıkla Değişiminin $q=6.0, H/J_1=1.0$ ve $J_2/J_1=-0.5$ Değerlerinde; (a) $J_3/J_1=-15.04$ ve (b) $J_3/J_1=-8.95$ için Gösterimi.....	36
Şekil 4.11.	$(J_3/J_1, kT/J_1)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının $q=3,4,6$ Verilen ve $J_2/J_1=-0.5$ ve $H/qJ_1=1.0$ Değerleri için Gösterimi.....	38
Şekil 4.12.	$(H/J_1, kT/J_1)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının $q=3,4,6$ ve $J_3/qJ_1=0.5, J_2/J_1=-2.0$ Değerleri için Gösterimi.....	39
Şekil 4.13.	$(H/ J_2 , kT/ J_2)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının Verilen $q=3,4,6$ ve $J_1/ J_2 =0.25$ Değerlerinde; (a) $J_3/q J_2 =1.0$ ve (b) $J_3/q J_2 =0.35$ için Gösterimi.....	41
Şekil 4.14.	$(J_3/ J_2 , kT/ J_2)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının Verilen $q=3,4,6$ ve $J_1/ J_2 =0.25$ ve $H/q J_2 =0.8$ Değerleri için Gösterimi.....	42
Şekil 4.15.	$(J_3/ J_2 , kT/ J_2)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının Verilen $q=3,4,6$ ve $J_1/ J_2 =0.25$ ve $H/q J_2 =0.1$ Değerleri için Gösterimi.....	43

TABLULAR LİSTESİ

Tablo 4.1.	İki-tabakalı Spin-1/2 AFM/AFM Modeli İçin Taban Durumu Konfigürasyonları.....	21
Tablo 4.2.	İki-tabakalı Spin-1/2 FM/AFM Modeli İçin Taban Durumu Konfigürasyonları.....	34

1. BÖLÜM

GİRİŞ

Bu tez çalışmasında İki-tabakalı Bethe kafesi üzerinde spin-1/2 Ising modelinin düzen parametrelerinin, cevap fonksiyonlarının ve faz diyagramlarının termal davranışları, dış manyetik alan varlığında, tabakaların antiferromanyetik/ferromanyetik (AFM/FM) ve ferromanyetik/antiferromanyetik (FM/AFM) düzene sahip oldukları durumlar için tekrarlama bağıntıları kullanılarak incelenecektir.

Bu tezdeki amacımız, dış manyetik alan varlığında İki-tabakalı Bethe kafesi üzerinde üç bilineer etkileşim parametrelili Hamiltonyen'e sahip spin-1/2 Ising modelinin AFM/AFM ve FM/AFM durumlarını detaylıca incelemektir. Burada bahsedilen üç bilineer etkileşim parametrelerinin ilk ikisi sırayla birinci ve ikinci tabakalardaki en yakın komşu spinlerin etkileşim parametreleri J_1 ve J_2 ile, üçüncüsü ise; tabakalar arasındaki en yakın komşu spinlerin etkileşim parametresi J_3 ile temsil edilmektedir. Tabakalara uygulanan manyetik alanların ise eşit olduğu farz edilerek sistem iki durumda incelenecektir. Bu durumlardan birincisi; iki tabakanın en yakın komşu spinlerinin antiferromanyetik etkileştikleri durum ($J_1 < 0$ ve $J_2 < 0$) ve ikinci durum ise; birinci tabakanın komşu spinlerinin ferromanyetik, ikinci tabakanın komşu spinlerinin antiferromanyetik etkileştikleri durumlardır ($J_1 > 0$ ve $J_2 < 0$). Tabakalar arasındaki en yakın karşılıklı komşu spinlerinin de her iki durum için hem antiferromanyetik ($J_3 < 0$) hem de ferromanyetik ($J_3 > 0$) etkileştiklerini farz edilecektir.

İkinci bölümde Ising modellerinin tarihçesi, Ising modelleri kullanılarak yapılan çalışmalar, Bethe kafesi hakkında bilgi ve manyetizma ile ilgili bilgiler verilecektir. Üçüncü bölümde ise, yukarıda bahsedilen bilgiler ışığında sistemi tanımlayan Hamiltonyen kullanılarak, öncelikle, birinci durum için ($J_2/|J_1|$, $J_3/q|J_1|$) ve ($H/q|J_1|$, $J_3/q|J_1|$) düzlemlerinde, ikinci durum için ($J_2/|J_1|$, $J_3/q|J_1|$), ($H/q|J_1|$, $J_3/q|J_1|$) ve ($J_1/|J_2|$, $J_3/q|J_2|$), ($H/q|J_2|$, $J_3/q|J_2|$) düzlemlerinde taban durumu faz diyagramları elde edilecektir.

Daha sonra, tekrarlama bağıntıları yardımıyla her iki durum için sistemin serbest enerjisinin, düzen parametrelerinin, cevap fonksiyonlarının (spesifik ısı ve manyetik alınganlık) ve faz diyagramlarının, koordinasyon sayısı q için termal davranışları incelenecektir.

Son bölümde ise tezde yapılanlar kısaca özetlenecek ve elde edilen sonuçlarla birlikte sonuçların tartışmaları verilecektir.

2. BÖLÜM

ISING MODELLERİ TARİHÇESİ VE BETHE KAFESİ

2.1. Ising Modellerinin Tarihçesi

Bir çok fiziksel olayların termodinamik davranışlarını mesela, akışkan konsantrasyonu, gazların soğurulması, ikili ve üçlü sıvı veya gazların faz dönüşümleri, ikili alaşımlardaki düzenli-düzensiz faz geçişleri, sıvıların donması, manyetik ve elektrik faz geçişleri spin-1/2 Ising modeli veya iki durumlu sistemler kullanılarak açıklanabilmektedir. Spin-1/2 Ising modeli Wilhelm Lenz'in doktora öğrencisi olan Ernst Ising tarafından ferromanyetik problemleri çözmek için 1920 yılında tanıtılmıştır ve Ising, spin-1/2 modelinin tek boyuttaki çözümünü yapmıştır. Sonraları bu model Ising modeli olarak adlandırılmıştır.

Ising problemi çözerken basit bir model geliştirmiştir: her bir örgü noktasını spin manyetik momentini (mıknatıs) diye adlandırıp ve her bir spin manyetik momentin pozitif (yukarı) veya negatif (aşağı) şekilde iki yönelimi olduğunu varsaydı. Diğer bir deyişle her bir örgü noktasında ki spinlerden bazıları yukarı doğru yönelip, spin yukarı diye adlandırılırken bazıları ise aşağı doğru yönelir ki, bunlar da spin aşağı diye adlandırılır. İstatistik fizikte, en basit ve en fazla çalışılan problemlerden biri olan spin 1/2 Ising modelleri; iki durumlu ve tek düzen parametrelili (yoğunluk, konsantrasyon, kristalografik düzen parametresi, manyetizasyon, elektrik polarizasyon v.b) bir sistem olup yukarıda bahsettiğimiz bir çok fiziksel kooperatif olayın termodinamik davranışlarını açıklamaktadır.

Bununla birlikte çoğu fiziksel sistemler tek düzen parametresiyle incelenemez. Mesela bir manyetik alaşımı incelemek için en az üç durum ve iki düzen parametresi olan modellere gerek vardır. Bu modele en iyi örnek ise spin-1 Ising modelidir. Bir diğer model ise dört durumlu ve iki veya üç düzen parametrelili Spin-3/2 Ising modelidir. Bu

modelle D_yVO_4 (dysprosium vanadate) gibi moleküller incelenebilmektedir. Ayrıca beş durumlu spin-2 ve altı durumlu spin-5/2 Ising modelleri de vardır ki, bu modeller oldukça zengin faz diyagramları verirler.

Ising modellerinin gelişmesiyle birlikte ince filmler, çok tabakalı yapılar ve bunlara benzer manyetik sistemlerin bu modelle çalışılması da artmaya başlamıştır. Özellikle son zamanlarda bu konu ile ilgili yapılmış çok sayıda teorik ve deneysel çalışma vardır [1]. Çünkü bu malzemeler farklı manyetik maddelerin çok tabakalı bir şekilde yapılmasıyla çeşitli uygulamalarda, yeni manyetik maddelerin sentezlenmesinde, düzeltilmesinde ve bilgi depolanmasında yüksek teknolojik avantajlar sağlamaktadır [2]. Bu malzemeler önemli ilginç manyetik özellikler gösterir ki bunlara dev manyeto-rezistans [3], yüzey manyetik anizotropisi [4], yüzey manyetik moment artışı [5] ve manyeto-elastik etkileşimi [6] örnek olarak verilebilir. Teorik olarak, spin 1/2 Ising modeli içeren çok tabakalı yapılar ve spin-1/2 Ising filmleri bir çok farklı metot ve yaklaşımlarla çalışılmıştır; boyuna manyetik alanlı spin-1/2 Ising modelindeki tabakalar arası geçişlere, enine manyetik alanın etkisi ortalama alan teorisi ile incelenmiştir [7]. Spin 1/2 Ising filminin kritik özellikleri kusursuz yüzeyde etkin alan teorisi kullanılarak [8] ve kusurlu yüzeyin, kübik kafesteki spin-1/2 Ising filminin kritik özelliklerine etkisi Monte Carlo Simülasyonu kullanılarak incelenmiştir [9]. Spin 1/2 Ising filminin kritik durumu ve düzen parametresi etkin alan teorisi kullanılarak çalışılmıştır [10.] Ayrıca spin 1/2 Ising filminin faz diyagramları, rastgele enine yüzey alanda etkin alan teorisiyle [11] ve ferromanyetik spin 1/2 Ising filminin faz geçişlerine, rastgele enine alanın etkisi sonlu-küme yaklaşımıyla çalışılmıştır [12].

Gelişmiş yeni deney yöntemleri ise bu sistemlerin yüksek dereceli doğrulukla araştırılmasına ve uygun manyetik özelliklerinin de yüksek duyarlılıkla incelenmesine olanak sağlamaktadır. Özellikle son zamanlarda ultra ince manyetik filmler üzerine yapılan deneysel çalışmalar oldukça fazladır [13-18]. Aynı zamanda ileri teorik metotların uygulanması ve yeni hesaplama araçlarının gelişmesiyle manyetik olgular daha uygun bir şekilde açıklanabilmektedir. Son zamanlarda manyetik sistemlerdeki bu muazzam ve cesaret verici ilerleme gelecek için de bu araştırma alanının aktif halde kalmasını sağlayacaktır.

Şimdiye kadar yapılmış olan bir çok teorik çalışmada kullanılan modellerde iki etkileşim parametresi kullanılmıştır. Bu iki etkileşim parametresinden J_S serbest yüzeydeki spinlerin etkileşimlerini temsil ederken, J ise diğer tüm spinlerin etkileşimlerini temsil etmektedir. Bunlara ek olarak İki-tabakalı Bethe kafesi için tabakalar arasındaki etkileşim parametresi olan bilineer etkileşme terimi J_3 de sistemin manyetik düzenini önemli ölçüde etkilemektedir. Yukarıda da belirttiğimiz gibi son yıllarda ince tabakalı sistemler üzerine değişik yaklaşım metotları kullanılarak bir çok teorik çalışma yapılmıştır. Ballentine [19] bu modeli $J_1=J_2=J_3$ alıp yüksek sıcaklık serilerinin açılımı modelini kullanarak çalıştı. Bu çalışma Allan tarafından 5 tabakaya kadar [20] ve Capehart, Fisher tarafından da on tabakaya kadar geliştirildi [21]. Daha sonra Abe [22] tarafından tabakalar arası etkileşim parametresi, tabaka içi etkileşim parametrelerinden farklı alınarak çalışıldı. Bu durumda, ölçekleme (scaling) teorisi tabakalar arası etkileşimin zayıf limitinde geçerlidir. Genel olarak belirtirsek $J_1 \neq J_2$ olan durumlar daha dikkat çekici kabul edilmiştir. Bu durumu tam olarak Oitmaa ve Enting [23] ortalama alan teorisi, ölçekleme teorisi ve yüksek sıcaklık açılımını birleştirerek İki-tabakalı modelde kritik sıcaklığın değişimlerini, tabaka manyetizasyonlarını ve tabakalar arası korelasyon fonksiyonunu çalıştılar. Ferrenberg ve Landau [24] ortalama alan teorisi ve Monte Carlo simülasyonunu kullanarak aynı İki-tabakalı modeli ele aldılar. İlk defa ince filmin Bethe kafesi versiyonunu M. L. Lyra ve C. R. da Silva [25] çalışarak iki tabaka çiftleniminin faz diyagramlarını $J_1=J_2$ için sıfır manyetik alan varlığında elde ettiler.

Spin-1/2 içeren iki-tabakalı modeller için mevcut olan çalışmaları aşağıdaki gibi sıralayabiliriz. Bozuk ara yüzeyli iki-tabakalı FM/AFM sisteminin faz diyagramları nümerik olarak çözülebilen spin-1/2 Ising modeli kullanılarak, sonlu sıcaklıklar için ortalama alan yaklaşımında çözülmüştür [26]. İki-tabakalı spin-1/2 antiferromanyetiklerin, tabakalar arası ve tabakalardaki çiftlenim sabitleri varlığında, faz geçişleri çalışılmıştır [27]. İki-tabakalı konum-seyretilmiş (site-diluted) spin-1/2 Ising modelinin manyetik özellikleri, etkin alan teorisi kullanılarak kübik kafeste incelenmiştir [28]. İki-tabakalı manyetiklerin termodinamik özellikleri, Heisenberg modelinde iki farklı durum ele alınarak incelenmiştir. Bu durumlar sırasıyla tabakalar ferromanyetik düzene sahip iken $s=1$ için, antiferromanyetik düzene sahip iken $s=1/2$

içindir [29]. İki-tabakalı Bethe kafesi üzerinde spin-1/2 Ising modeli AFM/AFM ve FM/AFM durumları için incelenmiştir [30, 31]. İki-tabakalı spin-1/2 Ising modelinin kritik özellikleri etkin alan teorisi ile çalışılmıştır [32].

Bu çok tabakalı modeller üzerine, hem FM hem AFM etkileşimler ve hem de bu etkileşimlerin kombinasyonları ele alınarak yapılan birçok deneysel çalışma mevcuttur. İki-tabakalı AFM (FeF_2) ve FM (Fe) sisteminde pozitif tek-yönlü değiş-tokuş anizotropisi [33] ve FM/AFM Co-CoO iki-tabakalı sisteminde ise değiş-tokuş eğilimi (Exchange Bias) ve kalıntı (coercivity) manyetizasyon gelişimi bulunmuştur [34]. Antiferromanyetik NiO ve ferromanyetik filmler arasındaki değiş-tokuş çiftlenimi incelenmiştir [35]. Ayrıca FM/AFM (Fe/KCoF₃) sistemi moleküler kirli epitaksisi (ince film kaplama) ile büyütülerek, yapısı ve manyetik özellikleri incelenmiştir [36].

Yukarıda sözü edilen deneysel çalışmaların yanı sıra yapılan teorik çalışmalara da örnekler verebiliriz. Ferromanyetik materyaller ile antiferromanyetik materyaller arasındaki etkileşimden kaynaklanan değiş-tokuş anizotropisi olarak adlandırılan yeni bir çeşit anizotropi bulunmuştur [37]. Çiftlenmiş anizotropik FM/AFM filmlerde Monte Carlo Simülasyonu kullanılarak sistemin manyetik düzeni [38] ve sistemin faz geçişleri [39] çalışılmıştır. Ferromanyetik ince filmler; stokastik seri açılımı kuantum Monte Carlo metodu ile [40] ve manyetik tek-iyon anizotropisi, Schwinger bozonizasyon Heisenberg modeli ile [41] incelenmiştir. Dört alt kafese sahip FM/AFM çift-tabakalı modelin manyetik özellikleri sıfır sıcaklığında spin-dalga teorisi ve Green fonksiyonları metodu [42] ile yine FM/AFM iki-tabakalı yapının özellikleri Heisenberg Hamiltoniyeni için ortalama alan yaklaşımı [43] kullanılarak incelenmiştir.

Bu tez çalışmasında, spin-1/2 Ising modeli, Bethe kafesi üzerinde ayrıntılı bir şekilde ele alınacağı için Bethe kafesinin yapısı ve özellikleri hakkında ve kısaca manyetizma ilgili bilgiler verilmesi uygundur.

2.2. Bethe Kafesi

Bethe kafesi, sonsuz bir Cayley Ağacı veya düzgün bir ağaçtır yani bağlantısız birleşik bir grafikdir. Tarihsel olarak ismini bölüşüm fonksiyonu tam olarak Bethe yaklaşımındaki Ising modelinin bölüşüm fonksiyonu olması gerçeğinden almaktadır. Cayley Ağacı ve Bethe kafesi katıhal ve istatistik fizikte yaygın bir şekilde kullanılır. Bethe kafesi geleneksel ortalama alan teorisi başarısız olduğu zaman bile sistemlerin genel özelliklerini genelde yansıtmamasından dolayı ilgi kaynağı olmuştur. Kafes, birinci kuşak (generation) spini olarak isimlendirilebilen bir merkezi σ_0 spininden oluşmaktadır. σ_0 , q tane en yakın komşu spine sahiptir ki bu sayı ikinci kuşak spinlerini oluşturan koordinasyon sayısıdır. Dolayısıyla toplam olarak ikinci kuşak üçüncü kuşağı oluşturan $q(q-1)$ en yakın komşu spine sahiptir ve bu şekilde sonsuza kadar devam etmektedir.

Bir Cayley ağacı oluşturulurken, merkezi bir "0" noktasından başlanır ve hepsi "0" noktasına bağlı q nokta eklenir. Bu q noktaları takımı birinci kabuk (shell) olarak adlandırılır. Daha fazla kabuk oluşturmak için r . kabukta bir nokta alınır ve bu noktaya $(q-1)$ tane yeni nokta eklenir. Bu işlem r . kabuktaki bütün noktalar için yapılır ve bu yeni noktalar takımı $(r+1)$. kabuk olarak adlandırılır.

Bu şekilde iterasyonel olarak ilerleyerek; 2, 3, ..., n kabukları oluşturulur. Burada sınır noktaları hariç her bir noktanın q tane en yakın komşusu vardır. r . kabukta $q(q-1)^{r-1}$ nokta ve grafikteki toplam nokta sayısı

$$\frac{q[(q-1)^n - 1]}{(q-2)} \quad (2.2)$$

ile verilir. n . kabuktaki noktalar sınır noktalarıdır. Bunların sadece birer tane komşuları olması nedeniyle diğerlerinden farklıdır, fakat diğer bütün noktaların (iç noktalar) her birinin q tane komşusu vardır. Bu şekildeki bağlantısız olarak oluşturulan grafik Cayley Ağacı olarak adlandırılır.

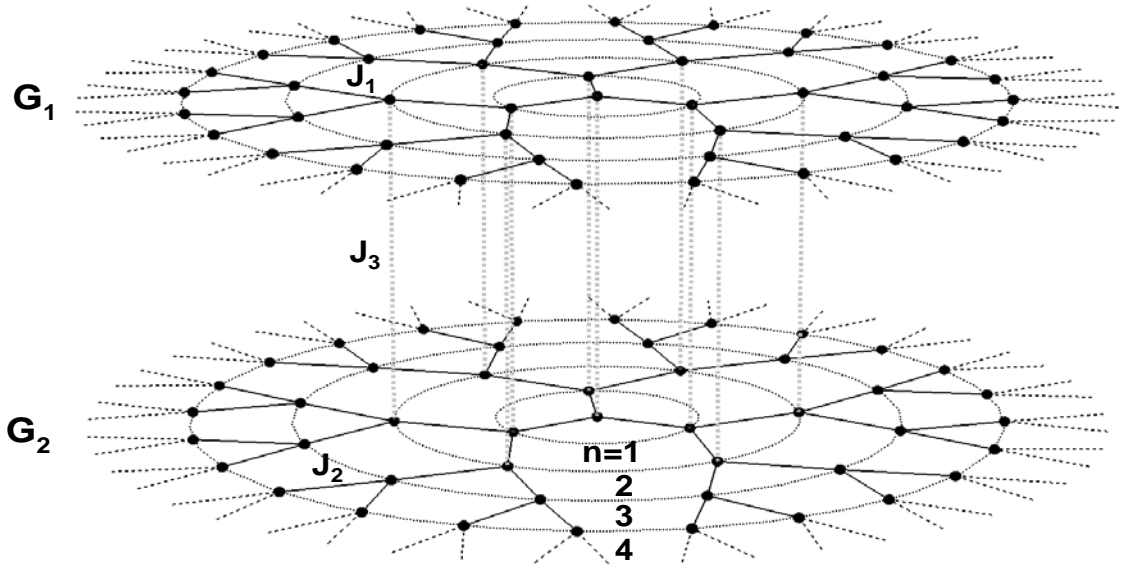
İki-tabakalı Bethe kafesi ise birbirine paralel olarak yerleştirilmiş iki adet tek tabakalı Bethe kafesinden oluşur. Bu modelde spinler kendi tabakalarındaki yakın komşularla

etkileşirken bunun yanında bitişik tabakadaki en yakın komşu spinlerle de etkileşirler. Birinci tabakadaki spinlerin konumu i ile temsil edilirken ikinci tabakadaki spinlerin konumu i' ile temsil edilirler. G_1 ve G_2 tabakalarındaki en yakın komşu spinleri bir çift olarak göz önüne alınıp çift yaklaşım metodu uygulanacaktır. İki-tabakalı Bethe kafesinin derinliklerindeki herhangi bir spin çifti merkezi spin çifti olarak seçilebilir ki bunlar aynı zamanda ilk kuşağın spin çiftini oluşturur. Bu merkezi spin çifti q tane en yakın komşu spin çifti ile etkileşim halinde bulunmaktadır. Burada q , ikinci kuşakta etkileşim halinde bulunan spin çifti sayısıdır. Her spin çifti ikinci kuşakta $q-1$ tane en yakın komşu spin çiftine sahiptir. Toplam olarak ikinci kuşakta bir spin çifti $q(q-1)$ tane en yakın komşu spin çifti ile etkileşim halinde bulunur ve bu şekilde üçüncü kuşak oluşturularak sonsuza doğru ilerlenir. Sonuç olarak sınır noktalarından uzakta iç bölgelerde her spinin $(q+1)$ tane komşu spinini vardır. Öyle ki kendi bulunduğu tabakadan q tane komşu spin gelirken diğer tabakadan da bir tane komşu spin gelmektedir. Bu durum Şekil 2.1'de gösterildiği üzere aşıkardır.

Düzenli kafes yapılarına sahip tek tabakalı sistemler için bile genellikle tam çözümler var olmadığından, faz diyagramlarının nitelikli bir şekilde elde edilmesi için yaklaşım metodlarının kullanılması bir zaruriyettir. Bundan dolayı, iki-tabakalı Bethe kafesi üzerinde Ising modeli iterasyon tekniği kullanılarak çalışılmıştır [44]. Ising modelinde ince filmlerin davranışı tabakalı Bethe kafesi ve Husimi ağaçlarının kullanımı yoluyla incelenmiştir [45]. Bizim kullandığımız yaklaşım metodunda ise orijinal iki Bravais örgü tabakaları yerine koordinasyon sayısı, yani en yakın komşu spin sayısı q olan iki-tabakalı Bethe kafesi kullanılmıştır ki bu bir tabakalı Bethe kafesinin İki-tabakalı yapıya genelleştirilmiş halidir. Belirtmemiz gereken bir nokta daha var ki, o da tek tabakalı Bethe kafesi bütün çözümleri ve sonuçları nitel olarak düzenli kafesler için geleneksel ortalama alan teorisinden daha iyi tahmin etmesidir. Ayrıca kümeleme değişim metodunun düzenli kafeslerde çiftlenim yaklaşımı kullanılarak çalışıldığında verdiği sonuçlar ile aynı modelin Bethe kafesinde kullanılmasıyla verdiği sonuçlar aynıdır.

Bethe kafesi üzerindeki Ising modeli, tam olarak çözülebilen bir modeldir. Modelde en yakın komşu spin etkileşimleri hesaba katılır. Ortalama alan modelinde olduğu gibi, bu model de kare veya kübik örgü üzerindeki bir modelin yaklaşık davranışına eşdeğer bir davranış sergiler.

Diğer taraftan bu modelin bir eksik tarafı, kritik davranışın, örgünün iletkenliğinden çok koordinasyon sayısına (q) bağlı olmasıdır. Bethe kafesi, düzensiz sistemler teorisinde yapay bir matematiksel model olarak bazı teorik teknikler yardımıyla kesin sonuç vermesi açısından oldukça önemlidir. Bu tür örgüleri tanımlamak kolay olmasına rağmen, fiziksel sistemleri tam olarak tanımlamazlar.



Şekil 3.1. Koordinasyon Sayısı $q=3$ için İki-Tabakalı Bethe Kafesi Gösterimi. Yukarı Tabakadaki (G_1) Spinlerin Bilineer Etkileşim Parametresi J_1 , Aşağı Tabakadaki (G_2) Spinlerin Bilineer Etkileşim Parametresi J_2 , İki Tabakadaki Karşılıklı Spinlerin Etkileşim Parametresi ise J_3 ile İfade Edilmiştir.

2.3 Manyetizma

2.3.1 Paramanyetizma

Paramanyetik malzemelerde her bir atom net manyetik momente sahiptir, fakat bu manyetik momentler örgü içerisinde rastgele yönelmişlerdir. Bu rastgele yönelimden dolayı malzeme üzerinde herhangi bir dış manyetik alanın etkisi yokken bu malzemenin mıknatıslanması sıfırdır. Fakat dışarıdan bir manyetik alan uygulandığında bu rastgele yönelmiş manyetik momentler, uygulanan alan doğrultusunda yönelirler ve hepsi birlikte toplam bir manyetik alan oluştururlar. Paramanyetik maddelerin mıknatıslanmaları çok zayıf ve bu mıknatıslanması da mıknatıslayıcı alan yönündedir.

Bazı koşullar altında paramanyetik maddelerin mıknatıslanmasının, dış manyetik alanla doğru, mutlak sıcaklıkla ters orantılı olduğu Pierre Curie tarafından bulunmuştur. Bu bağıntı

$$M = C \frac{B}{T} \quad (2.1)$$

şeklinde olup, mıknatıslanmanın artan manyetik alanla ve azalan sıcaklıkta arttığını göstermektedir. $B=0$ da mıknatıslanma sıfırdır ve bu durumda dipol momentler rastgele yönelmişlerdir. Çok yüksek dış etkili alanlar ve düşük sıcaklıklarda mıknatıslanma maksimum ve doyum değerine ulaşır. Bu durumda bütün manyetik dipoller dış alan yönünde dizilmiş olurlar. Ferromanyetik bir maddenin sıcaklığı Curie Sıcaklığı (T_c) denen bir sıcaklığa ulaşınca bu maddenin kendiliğinden mıknatıslığı kaybolur ve madde paramanyetik duruma geçer. Curie Sıcaklığı'nın altında manyetik momentler paralel dizildiklerinden madde ferromanyetiktir. Curie sıcaklığının üstünde ise dipoller gelişigüzel yönelmekte ve madde paramanyetik olmaktadır.

2.3.2 Ferromanyetizma

Ferromanyetik bir malzemede her bir atom net bir manyetik momente sahiptir ve bu atomların manyetik momentleri birbirleriyle etkileşir. Bu durumda bütün manyetik momentler birbirlerine paralel ve aynı yönlü bir yapı alırlar. Bu etkileşme, ilk kez Weiss tarafından moleküler alan teorisi olarak bulunmuştur. Bu teoriye göre bir manyetik alan altında ferromıknatıslar bir doyum mıknatıslanmasına ulaşır, çünkü bütün manyetik

momentler aynı yönlü ve paralel olduğundan mıknatıslanmada artık daha fazla bir artış olmaz. Kuantum mekaniksel olarak, ferromanyetizmanın Heisenberg modelinde manyetik momentlerin paralel düzenlenmesi komşu manyetik momentler arasındaki değiş tokuş etkileşmeleriyle açıklanır. Bu tür maddeler bir manyetik alan içinde alan yönünde ve çok şiddetli olarak mıknatıslanırlar. Ferromanyetik maddeler bir mıknatısça kuvvetli olarak çekilirler ve çubuk şeklinde iseler asıldıklarında, çubuğun uzun eksenini alan doğrultusuna paralel oluncaya kadar bir moment etkisinde kalırlar.

2.3.3 Antiferromanyetizma

Antiferromanyetik malzemelerde atomlar net manyetik momente sahiptirler ve bu manyetik momentler birbirlerine paraleldir. Fakat birbirlerini yok edecek şekilde yönelimleri birbirlerine terstir. Bu yönelimlerin ters olmasının nedeni değiş-tokuş etkileşimleridir. Bu durumda malzemede net bir manyetik moment olmadığından malzeme paramanyetik gibi davranmış olur, çünkü atomların manyetik momentleri birbirlerinin etkilerini yok ederler. Antiferromanyetik maddelerde dış manyetik alan arttıkça, malzemenin toplam mıknatıslanması da artmaktadır.

3. BÖLÜM

YÖNTEMLER

3.1. AFM/AFM Durumu

İki-tabakalı Bethe kafesi üzerinde spin-1/2 Ising modelinin, üç bilineer etkileşim parametrelili ve dış manyetik alan altındaki Hamiltonyen'i

$$H = -J_1 \sum_{\langle i,j \rangle} S_i S_j - J_2 \sum_{\langle i',j' \rangle} \sigma_{i'} \sigma_{j'} - J_3 \sum_{\langle i,i' \rangle} S_i \sigma_{i'} - H_1 \sum_{\langle i \rangle} S_i - H_2 \sum_{\langle i' \rangle} \sigma_{i'} \quad (3.1)$$

ile verilmektedir. Yukarıda verilen (3.1) eşitliğinde ki $\langle i, j \rangle$ birinci tabakadaki en yakın komşu spin çiftleri üzerinden, $\langle i', j' \rangle$ ikinci tabakadaki en yakın komşu spin çiftleri üzerinden, $\langle i, i' \rangle$ ise birinci ve ikinci tabakalar arasındaki en yakın komşu spin çiftleri üzerinden toplamı ifade eder. Burada J_1 birinci tabakanın, J_2 ikinci tabakanın J_3 ise tabakalar arasındaki en yakın komşu spinlerin bilineer etkileşim parametrelerini temsil eder. Ayrıca birinci tabakanın i . konumundaki spinler s_i , j . konumundaki spinler ise s_j ile gösterilir. Aynı şekilde ikinci tabakanın i' . konumundaki spinler $\sigma_{i'}$ ile j' . konumundaki spinler $\sigma_{j'}$ temsil edilmektedir. Her iki tabakadaki spinler de $\pm 1/2$ spin değerlerine sahiptirler.

Modelin kritik davranışlarını inceleyebilmek için öncelikle düzen parametrelerini tanımlamamız gerekmektedir. İki tabakanın ayrı ayrı manyetizasyon tanımları aşağıdaki şekilde verilir,

$$M_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle s_i \rangle \quad , \quad M_2 = \frac{1}{N} \sum_{i'=1}^N \langle \sigma_{i'} \rangle \quad (3.2)$$

Bethe kafesi üzerindeki spin-1/2 Ising modelinde kararlı çözümleri elde edebilmek için öncelikle taban durum faz diyagramlarını elde etmeliyiz. Bunun için taban durum enerji ifadesi, bilineer etkileşim parametrelerini ve manyetik alan terimlerini içeren,

$$\frac{E}{q|J_1|} = - \sum_{\text{plaka}} \left[\begin{aligned} & \frac{J_1}{|J_1|} s_i s_j + \frac{J_2}{|J_1|} \sigma_i \sigma_j + \frac{J_3}{q|J_1|} (s_i \sigma_i + s_j \sigma_j) \\ & + \frac{H_1}{q|J_1|} (s_i + s_j) + \frac{H_2}{q|J_1|} (\sigma_i + \sigma_j) \end{aligned} \right] \quad (3.3)$$

eşitliği ile ifade edilebilir.

İlgilendiğimiz tüm termodinamik fonksiyonları sistemin bölüşüm fonksiyonu sayesinde elde edebiliriz. Tanım olarak bölüşüm fonksiyonu

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{\substack{\text{Bütün} \\ \text{Konfigürasyonlar}}} e^{-\beta H} = \sum_{\text{spe}} P(s, \sigma) \\ &= \sum_{\{s, \sigma\}} \exp \left[\beta \left(J_1 \sum_{\langle i, j \rangle} s_i s_j + J_2 \sum_{\langle i, j \rangle} \sigma_i \sigma_j + J_3 \sum_{\langle i, i \rangle} s_i \sigma_i \right) \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

şeklinde olup, burada $P(s, \sigma)$ spin konfigürasyonu üzerinden normalize olmamış olasılık dağılımıdır. Ayrıca, $\beta = 1/kT$ (T mutlak sıcaklık ve k Boltzmann sabitidir) olarak tanımlanır. Eğer İki-tabakalı Bethe kafesi merkezdeki spin-çifti konumdan, öyle ki merkezi konum, kesilirse olasılık dağılımı

$$P(s_0, \sigma_0) = \exp[\beta(J_3 s_0 \sigma_0 + H_1 s_0 + H_2 \sigma_0)] \times \prod_{j=1}^q Q_n[(s_0, \sigma_0) | (s, \sigma)^j] \quad (3.5)$$

şeklinde ifade edilebilir. Şimdi eğer iki-tabakalı Bethe kafesi birinci kuşak jenerasyon konumundan kesilirse, bu konuma göre olasılık dağılımı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$Q_n[(s_0, \sigma_0) | (s, \sigma)^j] = \exp[\beta(J_1 s_0 s_1 + J_2 \sigma_0 \sigma_1 + J_3 s_1 \sigma_1 + H_1 s_1 + H_2 \sigma_1)] \quad (3.6)$$

$$\times \prod_{k=1}^{q-1} Q_{n-1}[(s_1, \sigma_1) | (s, \sigma)^k]$$

Her bir konumun ayrı ayrı bölüşüm fonksiyonu olarak adlandırabileceğimiz

$$\mathbf{g}_n(s_0, \sigma_{0'}) = \sum_{\{s_0, \sigma_{0'}\}} Q_n(s_0, \sigma_{0'}) \quad (3.7)$$

fonksiyonunu tanımlayabiliriz. Eş. (3.6), Eş. (3.7)'de yerine yazılırsa,

$$\mathbf{g}_n(s_0, \sigma_{0'}) = \sum_{\{s_1, \sigma_{1'}\}} \exp[\beta(J_1 s_0 s_1 + J_2 \sigma_0 \sigma_{1'} + J_3 s_1 \sigma_{1'} + H_1 s_1 + H_2 \sigma_{1'})] \times [\mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(s_1, \sigma_{1'})] \quad (3.8)$$

denklemleri elde edilir. Bilindiği gibi spin-1/2, $\pm 1/2$ olmak üzere iki farklı spin değerine sahiptir. Bu değerlerin her biri Eş. (3.8)'de yerine yazıldığında 4 tane \mathbf{g}_n fonksiyonu elde edilir.

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_n(1/2, 1/2) = & \{ e^{\beta(0.25(J_1+J_2+J_3)+0.5(H_1+H_2))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(1/2, 1/2) \\ & + e^{\beta(0.25(J_1-J_2-J_3)+0.5(H_1-H_2))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(1/2, -1/2) \\ & + e^{\beta(0.25(-J_1+J_2-J_3)+0.5(H_2-H_1))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(-1/2, 1/2) \\ & + e^{\beta(0.25(-J_1-J_2+J_3)-0.5(H_1+H_2))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(-1/2, -1/2) \}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_n(1/2, -1/2) = & \{ e^{\beta(0.25(J_1-J_2+J_3)+0.5(H_1+H_2))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(1/2, 1/2) \\ & + e^{\beta(0.25(J_1+J_2-J_3)+0.5(H_1-H_2))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(1/2, -1/2) \\ & + e^{\beta(0.25(-J_1-J_2-J_3)+0.5(H_2-H_1))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(-1/2, 1/2) \\ & + e^{\beta(0.25(-J_1+J_2+J_3)-0.5(H_1+H_2))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(-1/2, -1/2) \}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_n(-1/2, 1/2) = & \{ e^{\beta(0.25(-J_1+J_2+J_3)+0.5(H_1+H_2))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(1/2, 1/2) \\ & + e^{\beta(0.25(-J_1-J_2-J_3)+0.5(H_1-H_2))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(1/2, -1/2) \\ & + e^{\beta(0.25(J_1+J_2-J_3)+0.5(H_2-H_1))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(-1/2, 1/2) \\ & + e^{\beta(0.25(J_1-J_2+J_3)-0.5(H_1+H_2))} \times \mathbf{g}_{n-1}^{q-1}(-1/2, -1/2) \}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}
g_n(-1/2, -1/2) = & \{e^{\beta(0.25(-J_1-J_2+J_3)+0.5(H_1+H_2))} \times g_{n-1}^{q-1}(1/2, 1/2) \\
& + e^{\beta(0.25(-J_1+J_2-J_3)+0.5(H_1-H_2))} \times g_{n-1}^{q-1}(1/2, -1/2) \\
& + e^{\beta(0.25(J_1-J_2-J_3)+0.5(H_2-H_1))} \times g_{n-1}^{q-1}(-1/2, 1/2) \\
& + e^{\beta(0.25(J_1+J_2+J_3)-0.5(H_1+H_2))} \times g_{n-1}^{q-1}(-1/2, -1/2)\}.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Bu 4 tane g_n fonksiyonun bir tanesinin diğerlerine oranlanması ile aşağıdaki tekrarlarba bağıntıları elde edilebilir;

$$X_n = \frac{g_n(1/2, 1/2)}{g_n(-1/2, -1/2)}, \quad Y_n = \frac{g_n(1/2, -1/2)}{g_n(-1/2, -1/2)}, \quad Z_n = \frac{g_n(-1/2, 1/2)}{g_n(-1/2, -1/2)} \tag{3.13}$$

Tekrarlarba bağıntılarının açık şekli Ek-1 de verilmiştir. Şimdiye kadar verdiğimiz tüm ifadeler genel etkileşimler içindi, biz bu çalışmada antiferromanyetik etkileşmeyi çalışmak istediğimiz için, her bir tabakayı A ve B gibi alt kafeslere bölmemiz gerekir. Dolayısıyla alt kafes terimlerinde her bir tabaka için tekrarlarba bağıntıları;

$$\begin{aligned}
& \{X_n^A, Y_n^A, Z_n^A\} \text{ n çift} \\
\{X_n, Y_n, Z_n\} \rightarrow & \\
& \{X_n^B, Y_n^B, Z_n^B\} \text{ n tek}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

ile ifade edilir. Tabakaların manyetizasyonları ve serbest enerji ifadeleri;

$$\begin{aligned}
& \{M_{1A}, M_{2A}\} \text{ n çift} \\
\{M_1, M_2\} \rightarrow & \\
& \{M_{1B}, M_{2B}\} \text{ n tek}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\begin{aligned}
& \{F(X_n^A, Y_n^A, Z_n^A)\} \text{ n çift} \\
\{F(X_n, Y_n, Z_n)\} \rightarrow & \\
& \{F(X_n^B, Y_n^B, Z_n^B)\} \text{ n tek}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

şeklinde ve aynı şekilde tabakaların spesifik ısı ve manyetik alınganlıkları sırasıyla;

$$\left\{ C(X_n, Y_n, Z_n) \right\} \rightarrow \begin{cases} \left\{ C(X_n^A, Y_n^A, Z_n^A) \right\} & \text{n çift} \\ \left\{ C(X_n^B, Y_n^B, Z_n^B) \right\} & \text{n tek} \end{cases} \quad (3.17)$$

$$\left\{ \chi(X_n, Y_n, Z_n) \right\} \rightarrow \begin{cases} \left\{ \chi_1(X_n^A, Y_n^A, Z_n^A) + \chi_2(X_n^A, Y_n^A, Z_n^A) \right\} & \text{n çift} \\ \left\{ \chi_1(X_n^B, Y_n^B, Z_n^B) + \chi_2(X_n^B, Y_n^B, Z_n^B) \right\} & \text{n tek} \end{cases} \quad (3.18)$$

ile verilir. Bu ifadelerden sonra, tekrarlamaya bağıntıları kullanılarak sistemin düzen parametreleri aşağıdaki şekilde elde edilebilir. Öncelikle birinci ve ikinci tabakanın manyetizasyonları;

$$M_1 = \langle s_0 \rangle = \left[\left(e^{\beta(0.25J_3 + 0.5H_1 + 0.5H_2)} X_n^q + e^{\beta(-0.25J_3 + 0.5H_1 - 0.5H_2)} Y_n^q - e^{\beta(-0.25J_3 - 0.5H_1 + 0.5H_2)} Z_n^q - e^{\beta(0.25J_3 - 0.5H_1 - 0.5H_2)} \right) \right] / 2Z \quad (3.19)$$

$$M_2 = \langle \sigma_0 \rangle = \left[\left(e^{\beta(0.25J_3 + 0.5H_1 + 0.5H_2)} X_n^q - e^{\beta(-0.25J_3 + 0.5H_1 - 0.5H_2)} Y_n^q + e^{\beta(-0.25J_3 - 0.5H_1 + 0.5H_2)} Z_n^q - e^{\beta(0.25J_3 - 0.5H_1 - 0.5H_2)} \right) \right] / 2Z \quad (3.20)$$

şeklinde tanımlanır. Sonra düzen parametrelerinin tekrarlamaya bağıntıları terimlerinde ifadesine ek olarak serbest enerjinin de tekrarlamaya bağıntıları ile hesaplanması gerekir. İki-tabakalı Bethe kafesinde serbest enerji terimi;

$$-\beta F = \frac{q}{2} \text{Log } W + \frac{2-q}{2} \text{Log } Z \quad (3.21)$$

ile verilir. Sistemin spesifik ısı sabit dış manyetik alan altında, serbest enerjinin sıcaklığa göre ikinci türevi alınarak hesaplanır;

$$C_H = -T \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2} \right)_H \quad (3.22)$$

ancak zincir kuralı uygulandığında spesifik ısı daha uygun olarak $\beta' = \beta J_i$ ($i=1, 2$ yada 3) olmak üzere aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

$$C/k = -\beta' \left[2\beta' \frac{\partial(F/J_i)}{\partial \beta'} + \beta'^2 \frac{\partial^2(F/J_i)}{\partial \beta'^2} \right] \quad (3.23)$$

Ayrıca, tabakaların manyetik alınganlıkları

$$\chi_1 = \lim_{H_1 \rightarrow H} \left(\frac{\partial M_1}{\partial H_1} \right) \quad \text{ve} \quad \chi_2 = \lim_{H_2 \rightarrow H} \left(\frac{\partial M_2}{\partial H_2} \right) \quad (3.24)$$

ve toplam alınganlık ise

$$\chi_{\text{toplaml}} = \chi_1 + \chi_2 \quad (3.25)$$

ile verilir. Son olarak W ve Z terimleri;

$$W = e^{\beta(0.25(-J_1-J_2+J_3)+0.5(H_1+H_2))} X_n^{q-1} + e^{\beta(0.25(-J_1+J_2-J_3)+0.5(H_1-H_2))} Y_n^{q-1} \\ + e^{\beta(0.25(J_1-J_2-J_3)+0.5(-H_1+H_2))} Z_n^{q-1} + e^{\beta(0.25(J_1+J_2+J_3)-0.5(H_1+H_2))} \quad (3.26)$$

$$Z = e^{\beta(0.25J_3+0.5H_1+0.5H_2)} X_n^q + e^{\beta(-0.25J_3+0.5H_1-0.5H_2)} Y_n^q \\ + e^{\beta(-0.25J_3-0.5H_1+0.5H_2)} Z_n^q + e^{\beta(0.25J_3-0.5H_1-0.5H_2)} \quad (3.27)$$

olarak tanımlanır.

3.2. FM/AFM Durumu

AFM/AFM durumunda ise, sistemin davranışlarını belirlemek için kullandığımız düzen parametreleri, cevap fonksiyonları ve serbest enerji ifadeleri aynı biçimde gösterilir. Ancak bu durumda farklı olarak, taban durumu faz diyagramlarını elde etmek için kullandığımız (3.3) eşitliğini bu durumda $|J_2|$ terimine de böleriz.

$$\frac{E}{q|J_2|} = - \sum_{\text{plaka}} \left[\begin{array}{l} \frac{J_1}{|J_2|} S_i S_j + \frac{J_2}{|J_2|} \sigma_{i'} \sigma_{j'} + \frac{J_3}{q|J_2|} (S_i \sigma_{i'} + S_j \sigma_{j'}) \\ + \frac{H_1}{q|J_2|} (S_i + S_j) + \frac{H_2}{q|J_2|} (\sigma_{i'} + \sigma_{j'}) \end{array} \right] \quad (3.28)$$

Sonuç olarak, yukarıdaki eşitliklerin nümerik olarak çözülmesi sonucunda elde edilen verilerle sistemin faz diyagramları elde edilecektir.

4. BÖLÜM

SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Önceki bölümde elde edilen eşitliklerin yardımıyla bu bölümde; her iki durum için sistemin düzen parametreleri, cevap fonksiyonları ve sıcaklığa bağlı faz diyagramlarını, tabakalara uygulanan dış manyetik alanların birbirine eşit olduklarını ($H_1=H_2=H$) farz ederek elde edeceğiz.

4.1. AFM/AFM Durum

Bu durumda; her iki tabakanın en yakın komşu spinlerinin antiferromanyetik etkileştikleri durum göz önüne alınacaktır ($J_1<0, J_2<0$).

Sistemi incelemeye, taban durumu faz diyagramlarını elde ederek başlamamız gerekir. Çünkü taban durumu faz diyagramları, sıcaklığa bağlı faz diyagramlarının elde edilmesi için bize rehberlik eder. Taban durumu faz diyagramları Eş. (3.3) den yararlanılarak ($J_2/|J_1|, J_3/q|J_1|$) ve ($H/q|J_1|, J_3/q|J_1|$) düzlemlerinde elde edildi. Sonuç olarak ta beş farklı spin konfigürasyonu bulunmuştur. Bunlar sırasıyla:

Konfigürasyon I: Ferromanyetik

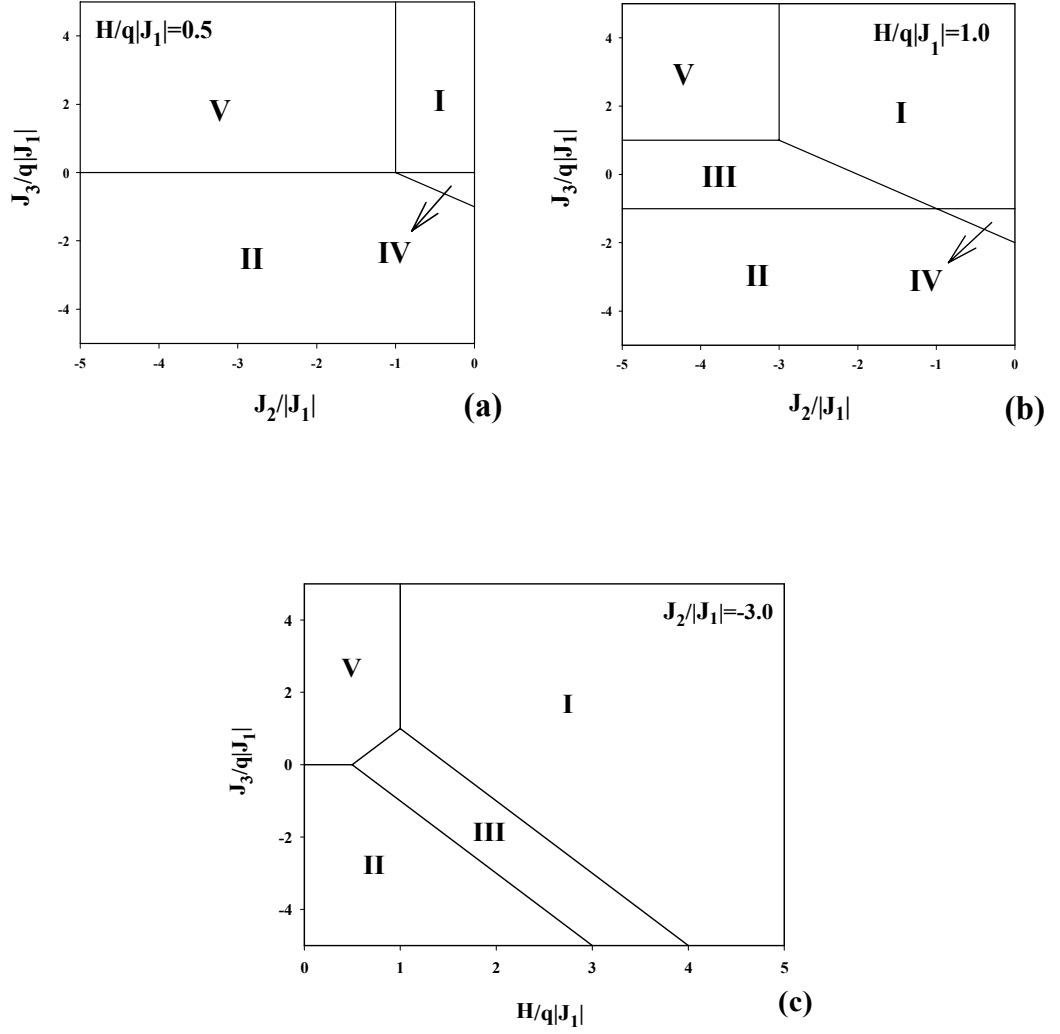
Konfigürasyon II: Antiferromanyetik

Konfigürasyon III: Yüzey Ferromanyetik 1

Konfigürasyon IV: Yüzey Ferromanyetik 2

Konfigürasyon V: Karma

Taban durumu faz diyagramları, Şekiller 4.1. (a), (b) ve (c)' de gösterilmiştir.



Şekil 4.1. İki-tabakalı Bethe Kafesinde Taban Durumu Faz Diyagramlarının $(J_2/|J_1|, J_3/q|J_1|)$ düzleminde (a) $H/q|J_1|=0.5$, (b) $H/q|J_1|=1.0$ ve $(H/q|J_1|, J_3/q|J_1|)$ düzleminde (c) $J_2/|J_1|=-3.0$ için Gösterimi.

Taban durumu faz diyagramlarının sahip olduğu beş konfigürasyon, şekillerde roma rakamı ile belirtilmiştir. I ile gösterilen faz bölgesi ferromanyetik faza karşılık gelip bu bölgede spin yönelimleri aynı doğrultudadır. II. bölgede ise antiferromanyetik faz durumu mevcuttur. Tabakaların kendi içindeki spinler ve tabakalar arasındaki spinler anti paralel yönelmişlerdir. III. ve IV. bölgeler yüzey ferromanyetik (SF) faza karşılık gelir. Öyle ki tabakalardan bir tanesi ferromanyetik olarak etkileşirken diğeri antiferromanyetik olarak etkileşmektedir. V. faz bölgesi ise karma faza karşılık gelir ki, burada, tabakadaki komşu spinler antiferromanyetik etkileşirken, tabakalar arasındaki komşu spinler ferromanyetik olarak etkileşirler. Bu taban durumu spin konfigürasyonları Tablo 4.1’de sırasıyla; birinci (S_0, S_1) ve ikinci (σ_0, σ_1) tabakadaki spin çiftlerini ifade edecek şekilde gösterilmiştir.

Tablo 4.1 İki-tabakalı Spin-1/2 AFM/AFM Modeli İçin Taban Durumu Konfigürasyonları

Faz Numarası	Spin Konfigürasyonu	Faz Numarası	Spin Konfigürasyonu
I	+1/2 +1/2 +1/2 +1/2	II	$\pm 1/2 \mp 1/2$ $\mp 1/2 \pm 1/2$
III	+1/2 +1/2 $\mp 1/2 \pm 1/2$	IV	$\pm 1/2 \mp 1/2$ +1/2 +1/2
V	$\mp 1/2 \pm 1/2$ $\mp 1/2 \pm 1/2$		

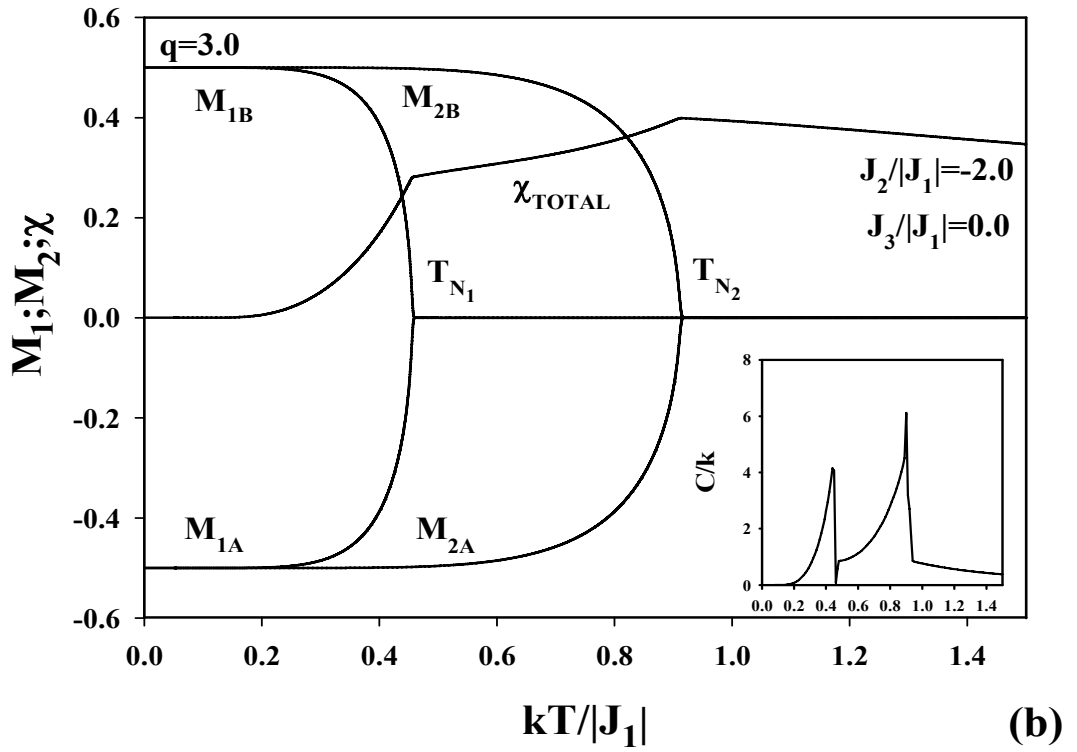
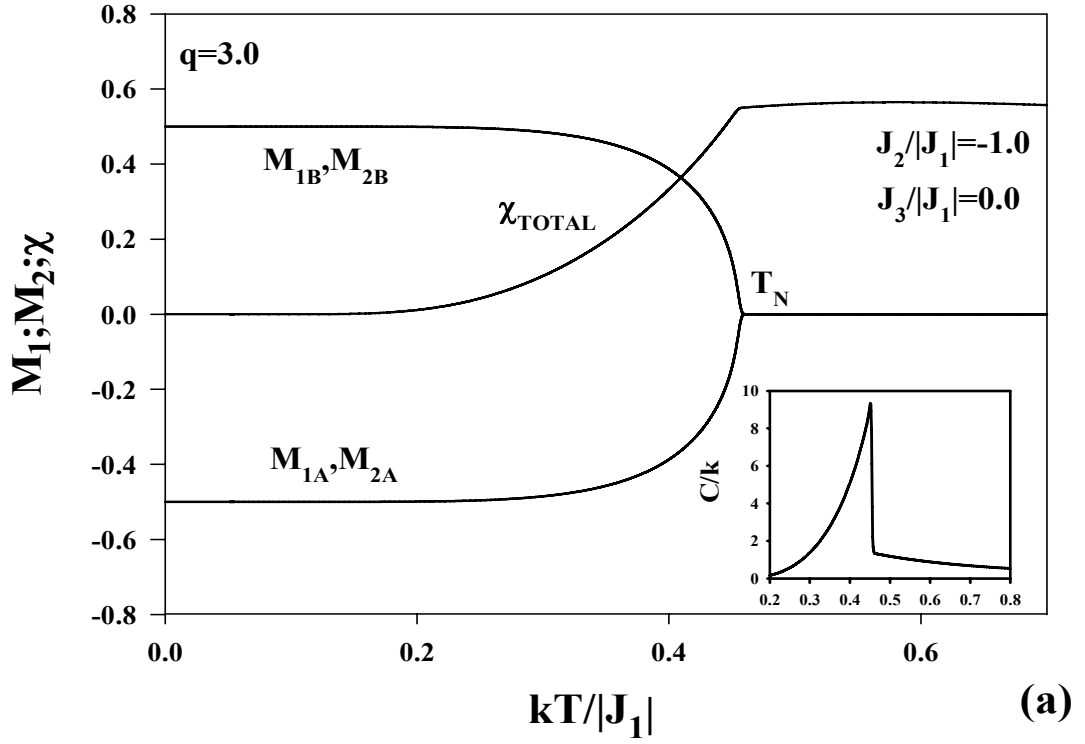
Modelin sıcaklığa bağlı faz diyagramlarını incelemeye başlamadan önce düzen parametrelerinin ve cevap fonksiyonlarının (spesifik ısı ve manyetik alınganlık) sıcaklığa göre değişimi incelenmelidir.

Şekil 4.2 ve Şekil 4.3 de, sistemde dış manyetik alan yokken J_3 etkileşim parametresinin etkisi incelenmiştir. Şekil 4.4 de ise, sabit J_3 değerinde J_2 etkileşim parametresinin etkisi incelenmiştir. Bütün şekillerde ikinci derece faz geçişleri gözlenmektedir. Sistemin cevap fonksiyonları şekillerin içine yerleştirilmiştir. Şekillerden de görüldüğü üzere alt kafes manyetizasyonları $kT/|J_1|=0.0$ sıcaklığında $\pm 1/2$ değerlerinden başlamaktadır. Ayrıca bütün şekiller koordinasyon sayısı $q=3.0$ değeri için elde edilmiştir.

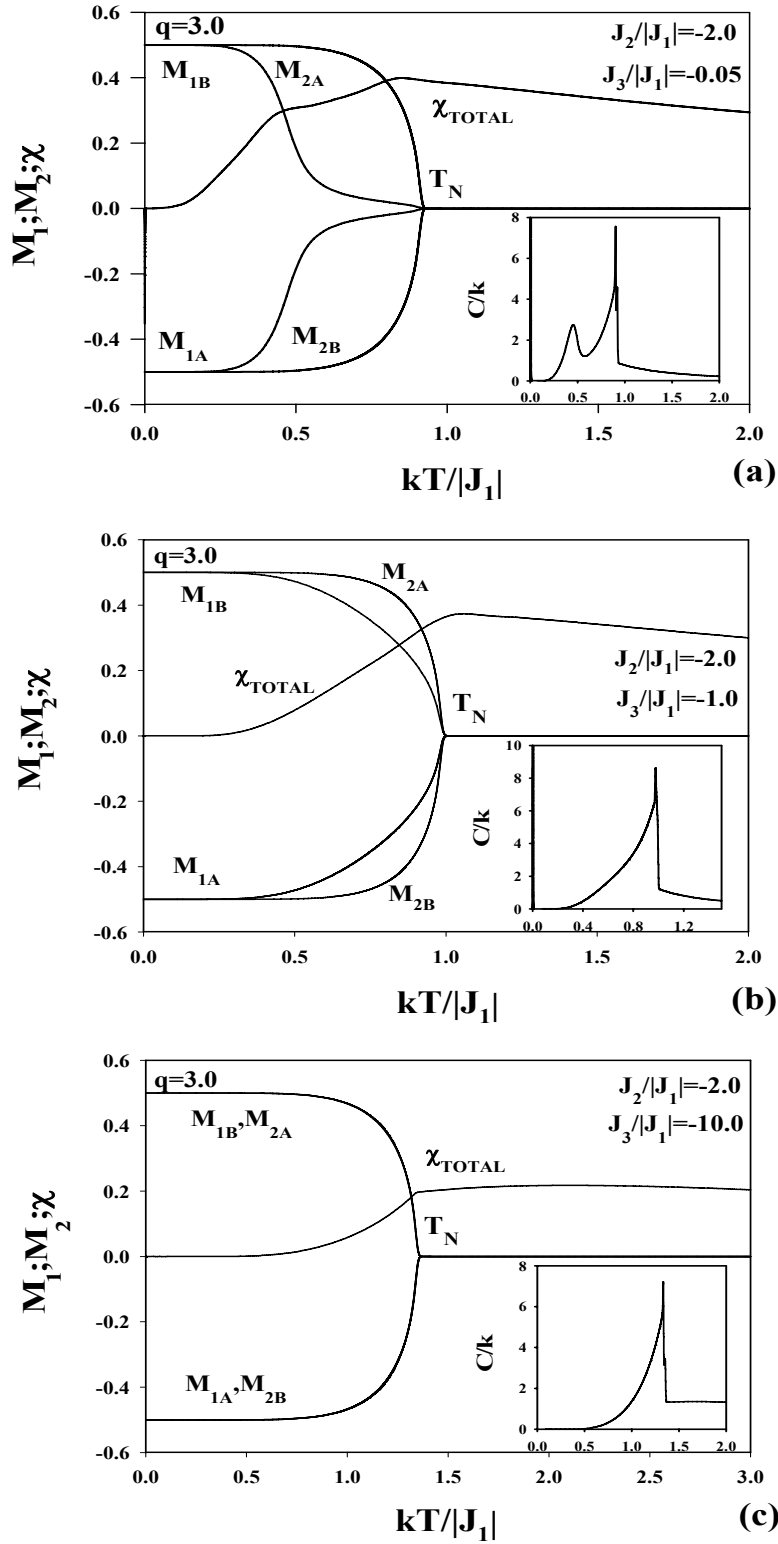
Şekiller 4.2 (a) ve (b), $J_3/|J_1|=0.0$ değerinde elde edilmiştir. Şekil 4.2. (a), $J_2/|J_1|=-1.0$ değeri için çizilmiştir. Görüldüğü üzere, tabakadaki spinlerin etkileşim parametrelerinin değerleri eşit olduğunda ($J_1=J_2$), tabakaların ikinci derece faz geçiş sıcaklıkları da aynı değerde olur. Bu durumda manyetizasyonlar aynı Néel sıcaklığına sahiptirler ve bu sıcaklıkta spesifik ısı bir pik yapar iken manyetik alınganlık ise faz geçiş sıcaklığında bir tepe yapar. Şekil 4.2 (b) ise $J_2/|J_1|=-2.0$ için çizilmiştir. Şekilde, tabakaların bilineer etkileşim parametreleri farklı değerlerdedir ($J_1 \neq J_2$). Böylece iki farklı Néel sıcaklığı elde edilmiştir. Bu duruma bağlı olarak, spesifik ısı iki pik ve manyetik alınganlıkta iki tepe yapar.

Şekiller 4.3 (a), (b) ve (c), $J_2/|J_1|=-2.0$ değerinde ve sırasıyla $J_3/|J_1|=-0.05, -1.0$ ve -10.0 için çizilmiştir. Şekil 4.3 (a) da, J_3 değeri arttığında tabakaların alt kafes manyetizasyonlarının, aynı Néel sıcaklığında kesiştikleri görülmektedir. Néel sıcaklığı değerinde manyetik alınganlık ve spesifik ısı sırasıyla, bir tepe ve tek pik yapmıştır. Şekiller 4.3 (b) ve (c) de, J_3 değerini daha fazla artırdığımız da ise; tabakalar yine aynı Néel sıcaklığına sahiptirler ve manyetik alınganlık bir tepe yapmaktadır. Spesifik ısının da tek pik yaptığı görülmektedir.

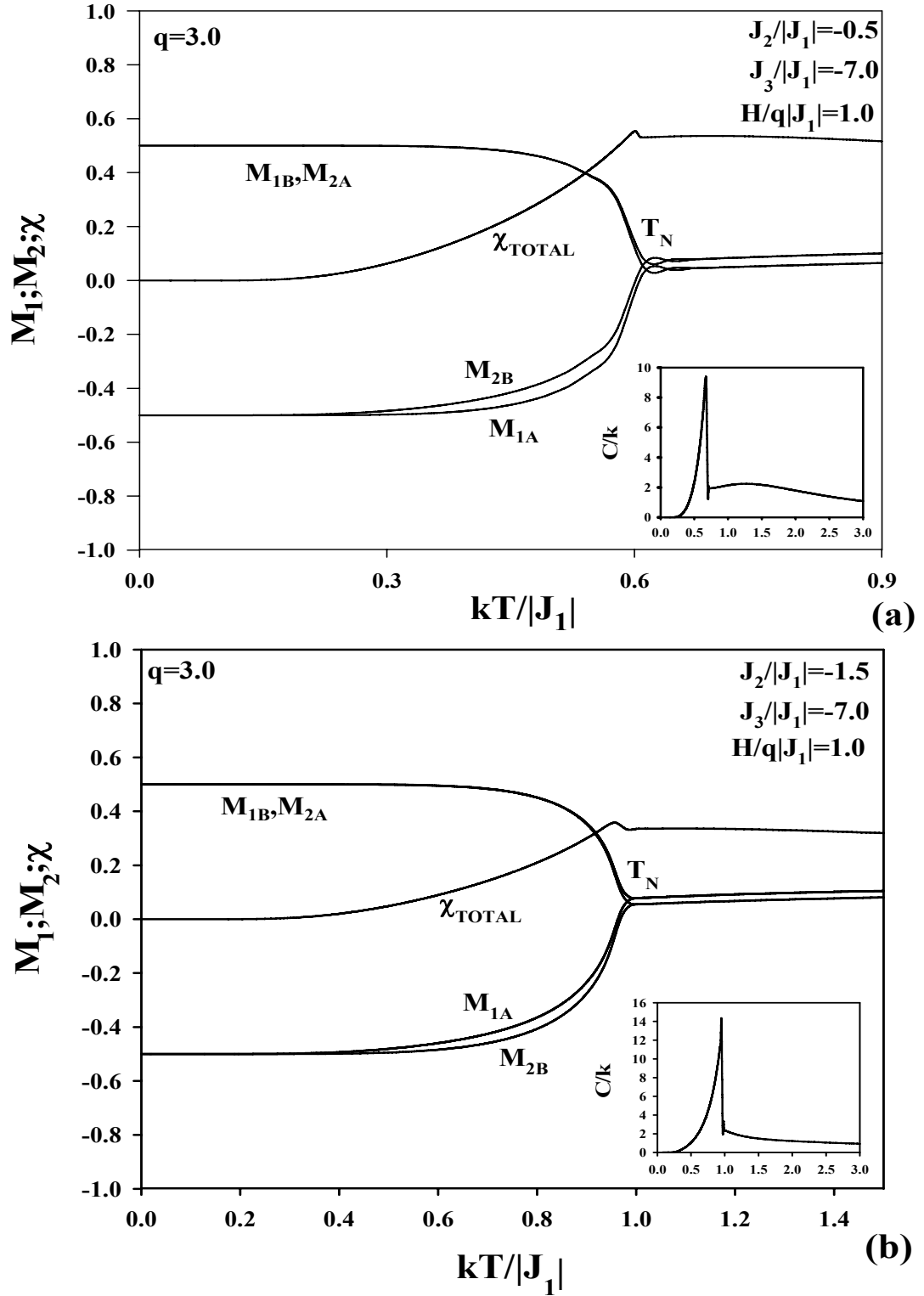
Şekiller 4.4 (a) ve (b) ise, sabit dış manyetik alan değerinde J_2 etkileşim parametresinin değişen değerleri için incelenmiştir. Bu düzen parametreleri, $H/q|J_1|=1.0$ ve $J_3/|J_1|=-7.0$ değerlerinde ve şekiller 4.4 (a) ve (b) için sırasıyla $J_2/|J_1|=-0.5, -1.5$ değerlerinde çizilmiştir. Şekiller, ikinci derece faz geçişlerinde, düzen parametrelerinin davranışlarını göstermektedir. Görüldüğü üzere, J_2 etkileşim parametresinin değerini negatif yönde artırdığımızda, tabakaların alt kafes manyetizasyonları değişmiştir. Néel sıcaklığının olduğu noktada ise manyetik alınganlık bir tepe ve spesifik ısı tek pik yapmıştır.



Şekil 4.2. Düzen Parametrelerinin Sıcaklıkla Değişiminin $q=3.0$ ve $J_3/|J_1|=0.0$ Değerlerinde; (a) $J_2/|J_1|=-1.0$ ve (b) $J_2/|J_1|=-2.0$ için Gösterimi.



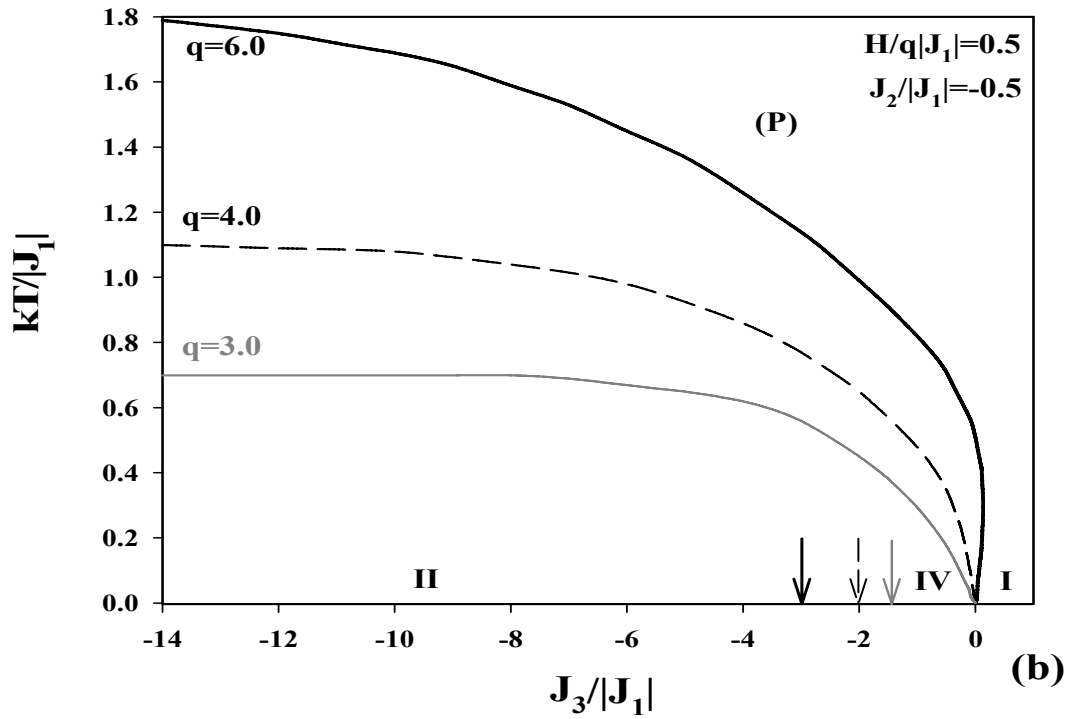
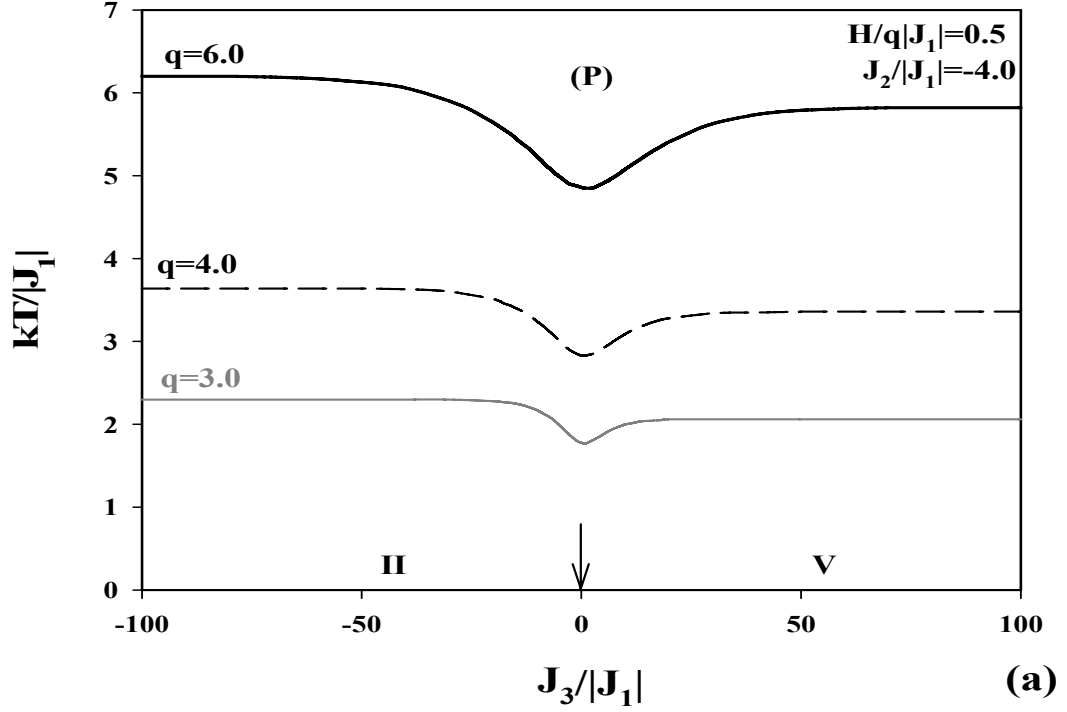
Şekil 4.3. Düzen Parametrelerinin Sıcaklıkla Değişiminin $q=3.0$ ve $J_2/|J_1|=-2.0$ Değerlerinde; (a) $J_3/|J_1|=-0.05$, (b) $J_3/|J_1|=-1.0$ ve (c) $J_3/|J_1|=-10.0$ için Gösterimi.



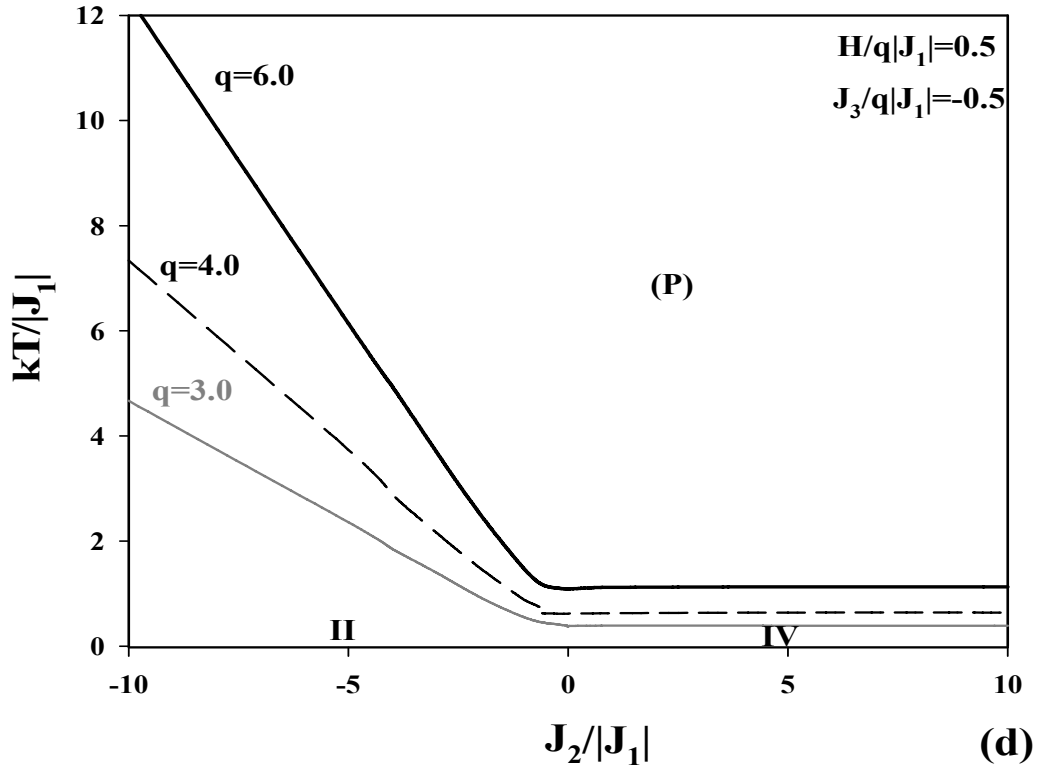
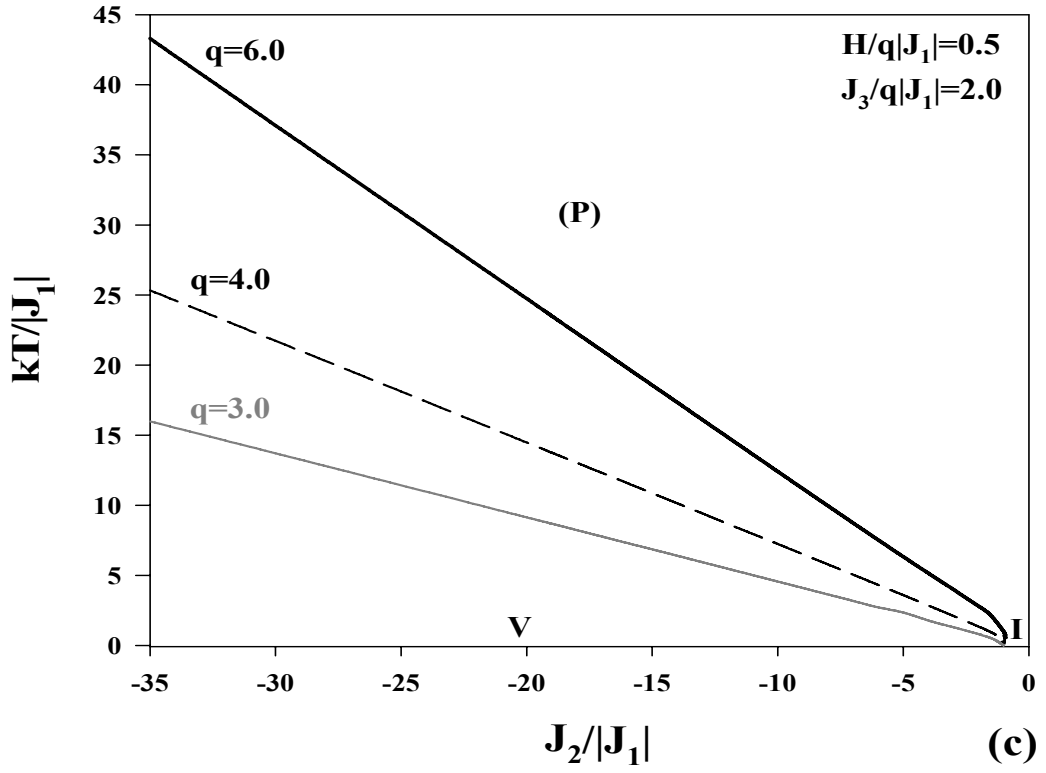
Şekil 4.4. Düzen Parametrelerinin Sıcaklıkla Değişiminin $q=3.0$, $H/q|J_1|=1.0$ ve $J_3/|J_1|=-7.0$ Değerlerinde; (a) $J_2/|J_1|=-0.5$ ve (b) $J_2/|J_1|=-1.5$ için Gösterimi.

Düzen parametrelerinin ve cevap fonksiyonlarının sıcaklıkla değişimi incelendikten sonra modelin faz diyagramlarını ($J_3/|J_1|$, $kT/|J_1|$), ($H/|J_1|$, $kT/|J_1|$) ve ($J_2/|J_1|$, $kT/|J_1|$) düzlemlerinde ve verilen koordinasyon sayılarında (q) inceleyebiliriz. Şekillerdeki gri, kesikli ve siyah çizgilerle tanımlanan faz geçiş çizgileri ve taban durumlarına göre faz geçiş noktalarının yerlerini gösteren gri, kesikli ve siyah ters oklar sırasıyla koordinasyon sayısı $q=3.0$, 4.0 ve 6.0 değerlerini temsil etmektedir. Faz geçiş çizgileri, düzenli fazlar (I, II, III, IV ve V) ile düzensiz faz olan paramanyetik fazı (P) birbirinden ayırır. Ters oklar ise, taban durumu faz diyagramlarına göre bir fazdan diğer faza geçiş noktalarını göstermektedir.

Şekiller 4.5 (a), (b), (c) ve (d) de verilen faz diyagramları, şekil 4.1 (a) daki taban durumu faz diyagramına göre, verilen $H/q|J_1|=0.5$ değeri için elde edilmiştir. Şekil 4.5 (a) ($J_3/|J_1|$, $kT/|J_1|$) düzleminde ve $J_2/|J_1|=-4.0$ değeri için çizilmiştir. Faz geçiş çizgileri II faz bölgesinden, yüksek q değerleri için $J_3/|J_1|$ 'in yüksek negatif değerlerinde sabit $kT/|J_1|$ değerlerinden başlar. II fazının olduğu bölgeden V fazı bölgesine yaklaşıldığında, $J_3/|J_1|=0.0$ civarında, faz geçiş çizgileri minimum $kT/|J_1|$ değerlerine ulaşırlar. $J_3/|J_1|$ değeri arttıkça, her bir q için $kT/|J_1|$ değeri de artar ve faz çizgileri sabitlenir. Şekil 4.5 (b), ($J_3/|J_1|$, $kT/|J_1|$) düzleminde ve $J_2/|J_1|=-0.5$ değeri için çizilmiştir. Faz geçiş çizgileri II. faz bölgesinde, $J_3/|J_1|$ 'in yüksek negatif değerlerinde sabit $kT/|J_1|$ değerlerinden başlar. $J_3/|J_1|$ değeri arttıkça her q değeri için $kT/|J_1|$ değeri azalır ve $J_3/|J_1|=0.0$ değerinde sıfır olur. Çünkü dış manyetik alan varlığında, ferromanyetik faz (I) bölgesinde faz geçişi gözlenmez. Ayrıca koordinasyon sayısı $q=6.0$ değerinde sistemde re-entrant durum gözlenmiştir. Şekil 4.5 (c) deki faz diyagramı, ($J_2/|J_1|$, $kT/|J_1|$) düzleminde ve $J_3/q|J_1|=2.0$ değeri için elde edilmiştir. Görüldüğü üzere, faz geçiş çizgileri yüksek q değerleri için yüksek $kT/|J_1|$ değerinden başlar. $J_2/|J_1|\cong 0.0$ 'a yaklaşıldığında, faz geçiş çizgileri $kT/|J_1|\cong 0.0$ da son bulur. Şekilde, faz V bölgesinden faz I bölgesine geçerken sadece $q=6.0$ için re-entrant durum gözlenmiştir. Şekil 4.5 (d) deki faz diyagramı ise; ($J_2/|J_1|$, $kT/|J_1|$) düzleminde ve $J_3/q|J_1|=-0.5$ değeri için elde edilmiştir. Şekil 4.5 (d), Şekil 4.5 (c) de verilen faz diyagramı ile benzer davranış sergiler fakat şimdi faz geçiş çizgileri sıfıra inmemektedir. Çünkü yüzey ferromanyetik faz 2 (IV) bölgesinde sadece üst tabakadaki spinler antiferromanyetik etkileşirler. Bundan dolayı, bu bölgede $J_2/|J_1|$ 'in pozitif değerleri için sabit $kT/|J_1|$ değerinde faz geçişi gözlenir.



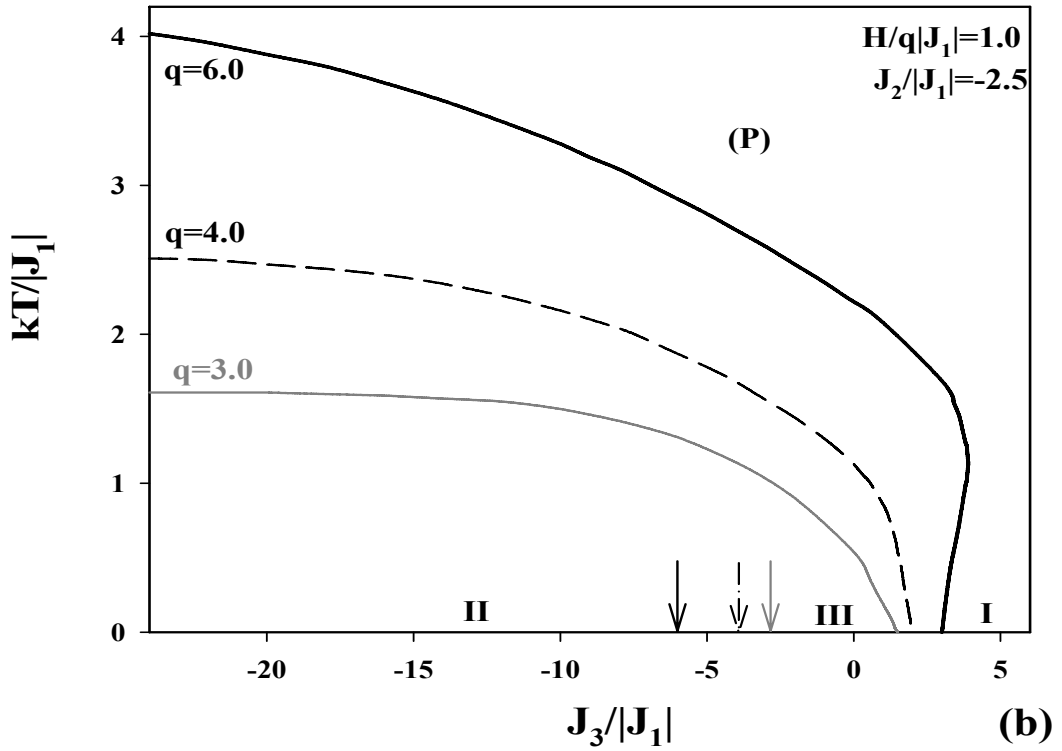
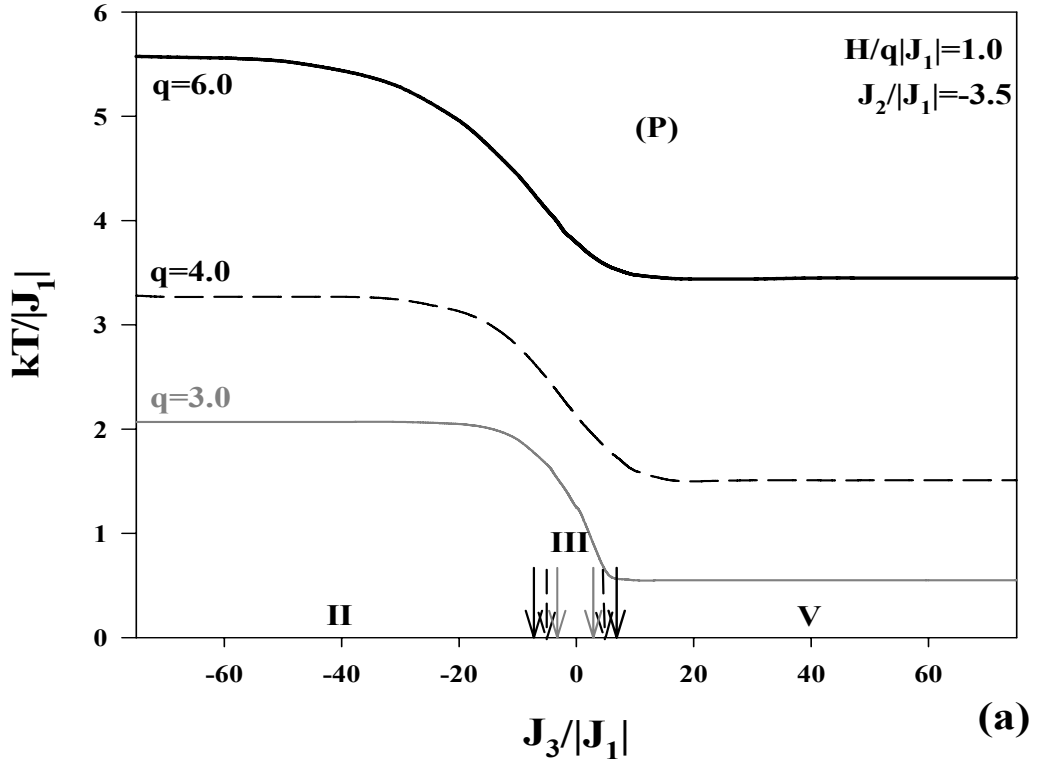
Şekil 4.5. ($J_3/|J_1|$, $kT/|J_1|$) Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının verilen $q=3,4,6$ ve $H/q|J_1|=0.5$ Değerlerinde; (a) $J_2/|J_1|=-4.0$ ve (b) $J_2/|J_1|=-0.5$ için Gösterimi.



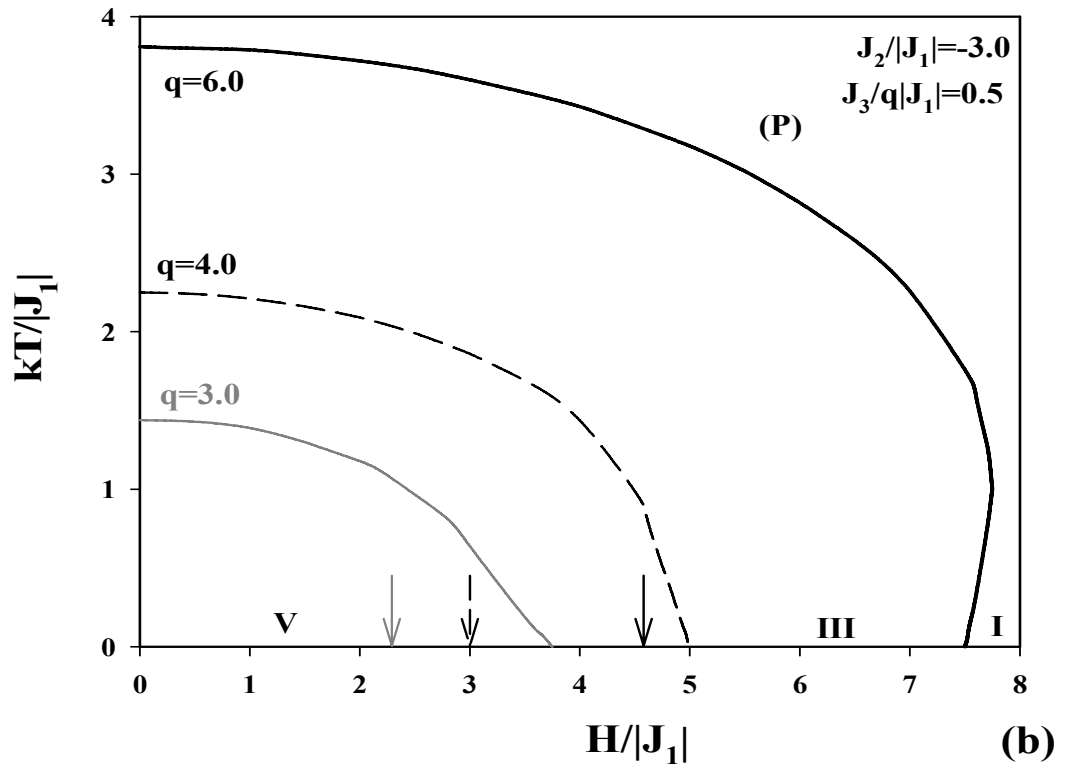
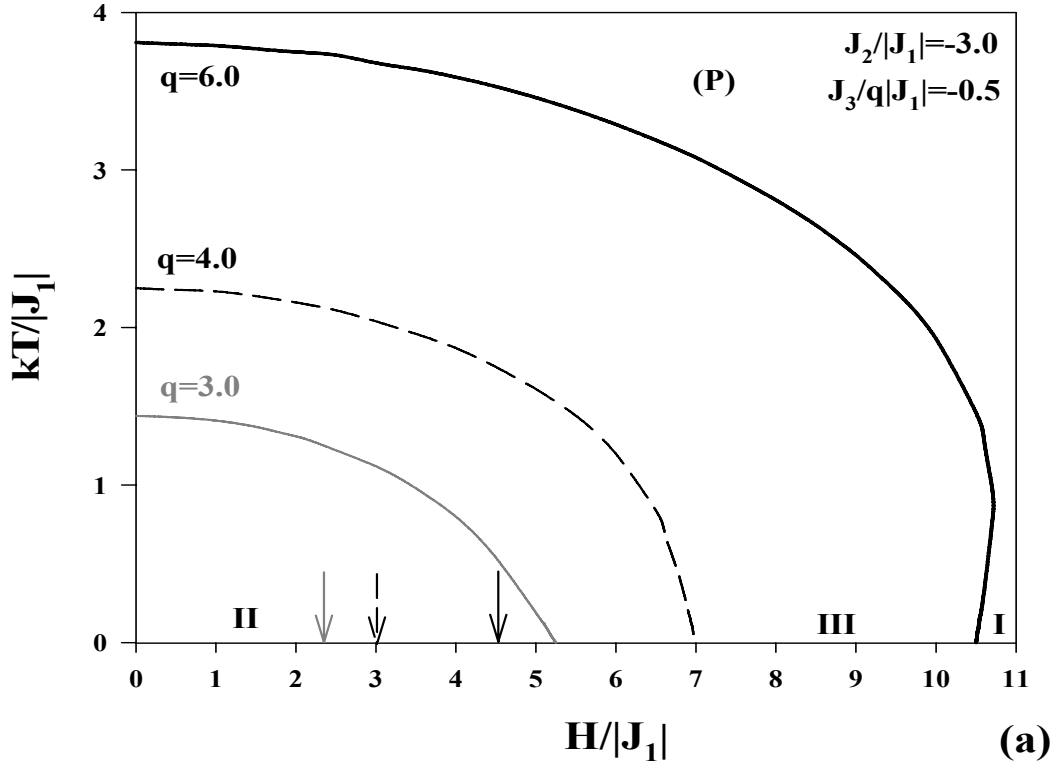
Şekil 4.5. $(J_2/|J_1|, kT/|J_1|)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının verilen $q=3,4,6$ ve $H/q|J_1|=0.5$ Değerlerinde; (c) $J_3/q|J_1|=2.0$ ve (d) $J_3/q|J_1|=-0.5$ için Gösterimi.

Şekiller 4.6 (a) ve (b) de verilen faz diyagramları, şekil 4.1 (b) deki taban durumu faz diyagramına göre, verilen $H/q|J_1|=1.0$ değeri için elde edilmiştir. Şekil 4.6 (a) faz diyagramı ($J_3/|J_1|$, $kT/|J_1|$) düzleminde ve $J_2/|J_1|=-3.5$ değeri için çizilmiştir. Faz geçiş çizgileri yüksek q değerleri için yüksek negatif $J_3/|J_1|$ değerlerinde sabit $kT/|J_1|$ değerlerinden başlar ve $J_3/|J_1|$ arttıkça faz geçiş çizgileri sıfıra doğru azalır. $J_3/|J_1|$ 'in pozitif değerinde çizgiler tekrar sabitlenir. Şekil 4.6 (b) de verilen faz diyagramı ($J_3/|J_1|$, $kT/|J_1|$) düzleminde ve $J_2/|J_1|=-2.5$ değeri için elde edilmiştir. Şekil 4.6 (b), şekil 4.5 (b) de verilen faz diyagramı ile benzerdir. Fakat burada faz geçiş çizgileri, düşük q değerleri için $J_3/|J_1|$ 'in düşük pozitif değerlerinde $kT/|J_1|=0.0$ 'a inmiştir. Şekilde $q=6.0$ koordinasyon sayısı için re-entrant durum gözlemlenmiştir.

Şekiller 4.7 (a) ve (b) de verilen faz diyagramları, şekil 4.1 (c) deki taban durumu faz diyagramına göre, verilen $J_2/|J_1|=-3.0$ ve sırasıyla $J_3/q|J_1|=-0.5$ ve 0.5 değerleri için ($H/|J_1|$, $kT/|J_1|$) düzleminde elde edilmiştir. İki şekilde de faz geçiş çizgileri $H/|J_1|=0.0$ değerinde, yüksek q değerleri için yüksek $kT/|J_1|$ değerlerinden başlar ve $H/|J_1|$ değeri arttıkça, düşük q değerleri için düşük $H/|J_1|$ değerlerinde $kT/|J_1|=0.0$ 'a inerler. Ayrıca şekillerde iki Néel sıcaklığı yani re-entrant durum sadece $q=6.0$ da gözlemlenmiştir.



Şekil 4.6. $(J_3/|J_1|, kT/|J_1|)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının verilen $q=3,4,6$ ve $H/q|J_1|=1.0$ Değerlerinde; (a) $J_2/|J_1|=-3.5$ ve (b) $J_2/|J_1|=-2.5$ için Gösterimi.



Şekil 4.7. $(H/|J_1|, kT/|J_1|)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının verilen $q=3,4,6$ ve $J_2/|J_1|=-3.0$ Değerlerinde; (a) $J_3/q|J_1|=-0.5$ ve (b) $J_3/q|J_1|=0.5$ için Gösterimi.

4.2. FM/AFM Durum

Bu durumda; birinci tabakadaki en yakın komşu spinlerin ferromanyetik($J_1>0$), ikinci tabakadaki en yakın komşu spinlerin antiferromanyetik($J_2<0$) etkileştikleri durumlar göz önüne alınacaktır. Bir önceki durumdan farklı olarak J_1 etkileşim parametresi pozitif alınarak sistem incelenmiştir.

Önceki durumda yaptığımız gibi ilk olarak taban durumu faz diyagramlarını elde etmeliyiz. Taban durum faz diyagramları $(J_2/|J_1|, J_3/q|J_1|)$, $(H/q|J_1|, J_3/q|J_1|)$ ve $(J_1/|J_2|, J_3/q|J_2|)$, $(H/q|J_2|, J_3/q|J_2|)$ düzlemlerinde elde edilmiştir. Sonuçta beş farklı spin konfigürasyonu bulunmuştur. Bunlar sırasıyla:

Konfigürasyon I: Ferromanyetik

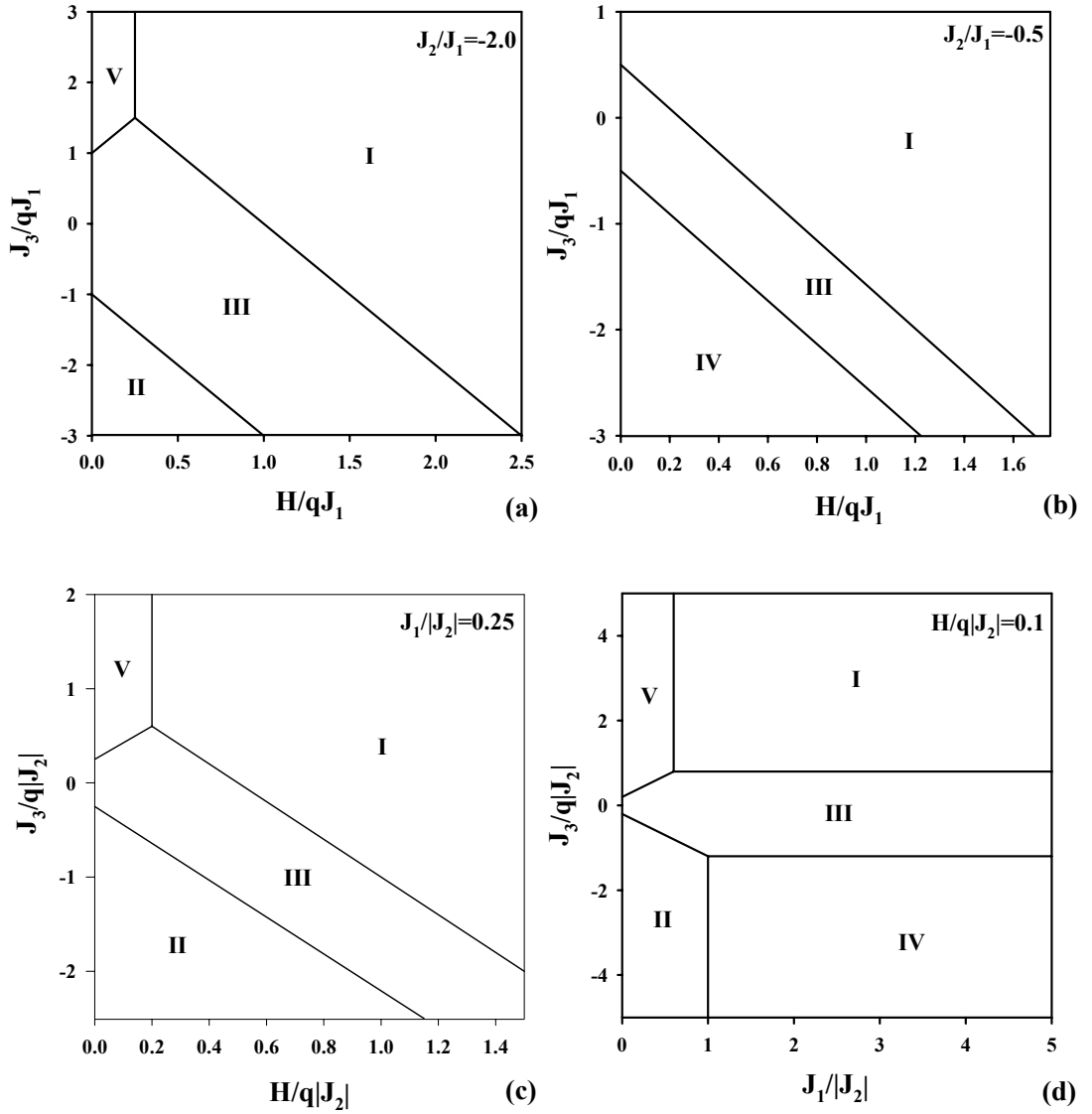
Konfigürasyon II: Antiferromanyetik

Konfigürasyon III: Yüzey Ferromanyetik

Konfigürasyon IV: Kompanse

Konfigürasyon V: Karma

Önceki durumumuzdaki spin konfigürasyonlarından farklı olarak yeni bir spin konfigürasyonu bulunmuştur. Roma rakamı IV ile gösterilen yeni spin konfigürasyonunun bulunduğu bu faz bölgesi kompanse faza karşılık gelir. Bu bölgede spinler, kendi tabakasındaki diğer en yakın komşu spinlerle ferromanyetik olarak etkileşirken diğer tabakadaki en yakın komşu spinlerle antiferromanyetik etkileşir. Spin konfigürasyonları, Tablo 4.2 'de sırasıyla birinci (S_0, S_1) ve ikinci (σ_0, σ_1) tabakadaki spin çiftlerini ifade edecek şekilde gösterilmiştir. Taban durumu faz diyagramları da şekiller 4.8. (a), (b), (c) ve (d)' de gösterilmiştir.



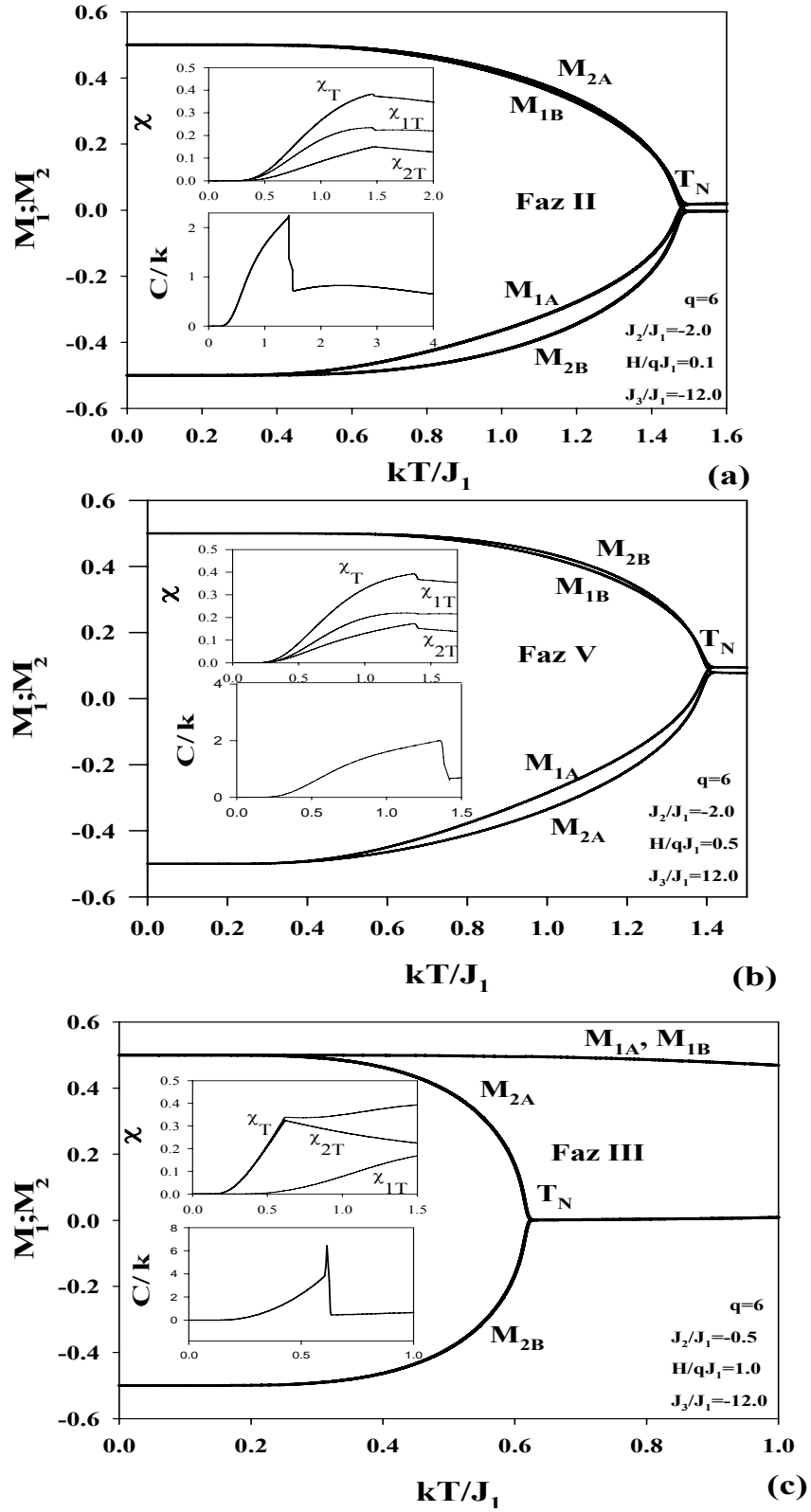
Şekil 4.8. İki-tabakalı Bethe Kafesinde Taban Durumu Faz Diyagramlarının $(H/qJ_1, J_3/qJ_1)$ düzleminde (a) $J_2/J_1 = -2.0$, (b) $J_2/J_1 = -0.5$ için, $(H/q|J_2|, J_3/q|J_2|)$ düzleminde (c) $J_1/|J_2| = 0.25$ ve $(J_1/|J_2|, J_3/q|J_2|)$ düzleminde (d) $H/q|J_2| = 0.1$ için Gösterimleri

Tablo 4.2 İki-tabakalı Spin-1/2 FM/AFM Modeli için Taban Durumu Konfigürasyonları

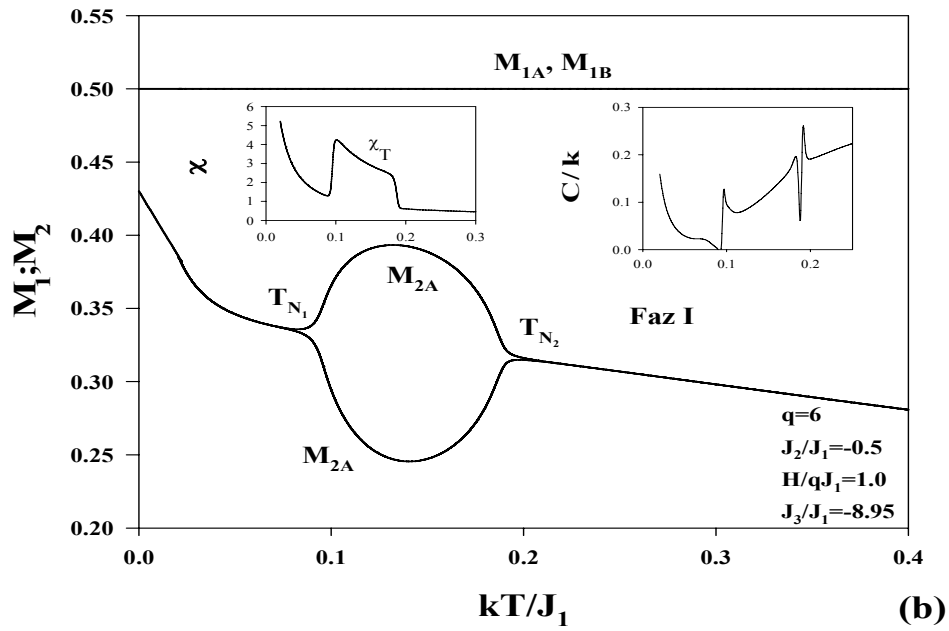
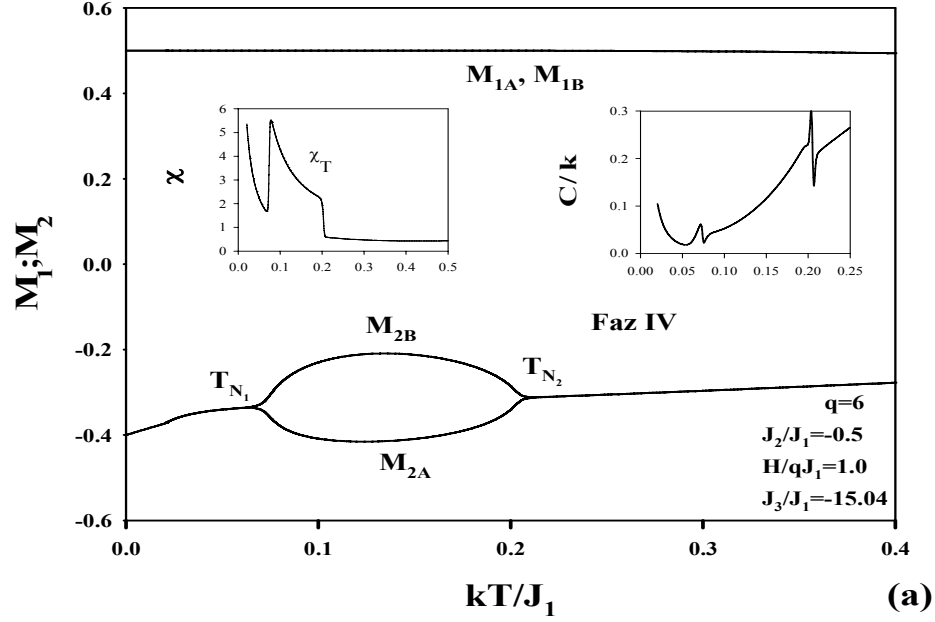
Faz Numarası	Spin Konfigürasyonu	Faz Numarası	Spin Konfigürasyonu
I	+1/2 +1/2 +1/2 +1/2	II	$\pm 1/2 \mp 1/2$ $\mp 1/2 \pm 1/2$
III	+1/2 +1/2 $\mp 1/2 \pm 1/2$	IV	$\pm 1/2 \pm 1/2$ $\mp 1/2 \mp 1/2$
V	$\mp 1/2 \pm 1/2$ $\mp 1/2 \pm 1/2$		

Taban durumu faz diyagramlarını elde ettikten sonra FM/AFM durumunun düzen parametreleri ve cevap fonksiyonlarını incelemeye başlayabiliriz. Şekiller 4.9 ve 4.10 daki düzen parametreleri, dış manyetik alanın ve bilinear etkileşim parametrelerinin değişen değerleri için incelenmiştir. Bütün şekillerde ikinci derece faz geçişleri gözlenmektedir. Ayrıca şekiller koordinasyon sayısı $q=6.0$ değeri için çizilmiştir.

Şekiller 4.9 (a), (b) ve (c), $J_3/J_1=-12.0$ değerinde sırasıyla II, V ve III fazlarının bulunduğu bölgeler için ayrı ayrı elde edilmiştir. Şekil 4.9 (a) ve (b) $J_2/J_1=-2.0$ değeri için ve sırasıyla $H/qJ_1=0.1$ ve 0.5 değerleri için çizilmiştir. Görüldüğü üzere şekiller birbirine benzerdir fakat faz II nin bulunduğu bölgede alt tabaka manyetizasyonları $M_{1B}=-M_{1A}$ ve $M_{2A}=-M_{2B}$ iken faz V in bulunduğu bölgedeki ikinci tabaka manyetizasyonları yer değiştirmiştir, $M_{1B}=-M_{1A}$ ve $M_{2B}=-M_{2A}$. Şekillerde ikinci derece faz geçişleri gözlenmektedir ve aynı Néel sıcaklığı değerlerinde, spesifik ısı ve manyetik alınganlık bir pik yapmaktadır. Şekil 4.9 (c) ise III fazının bulunduğu bölge için $J_2/J_1=-0.5$ ve $H/qJ_1=1.0$ değerlerinde çizilmiştir. Bu bölgede, sadece ikinci tabakada yani antiferromanyetik faza sahip tabakada faz geçişi gözlenmektedir. Manyetik alınganlık faz geçişi olan ikinci tabakada ki Néel sıcaklığı değerinde tepe yapmaktadır. Spesifik ısı ise yine aynı Néel sıcaklığı değerinde pik yapar.



Şekil 4.9. Düzen Parametrelerinin Sıcaklıkla Değişiminin $q=6.0$ ve verilen J_2/J_1 , J_3/J_1 ve H/J_1 Değerleri için Gösterimi.



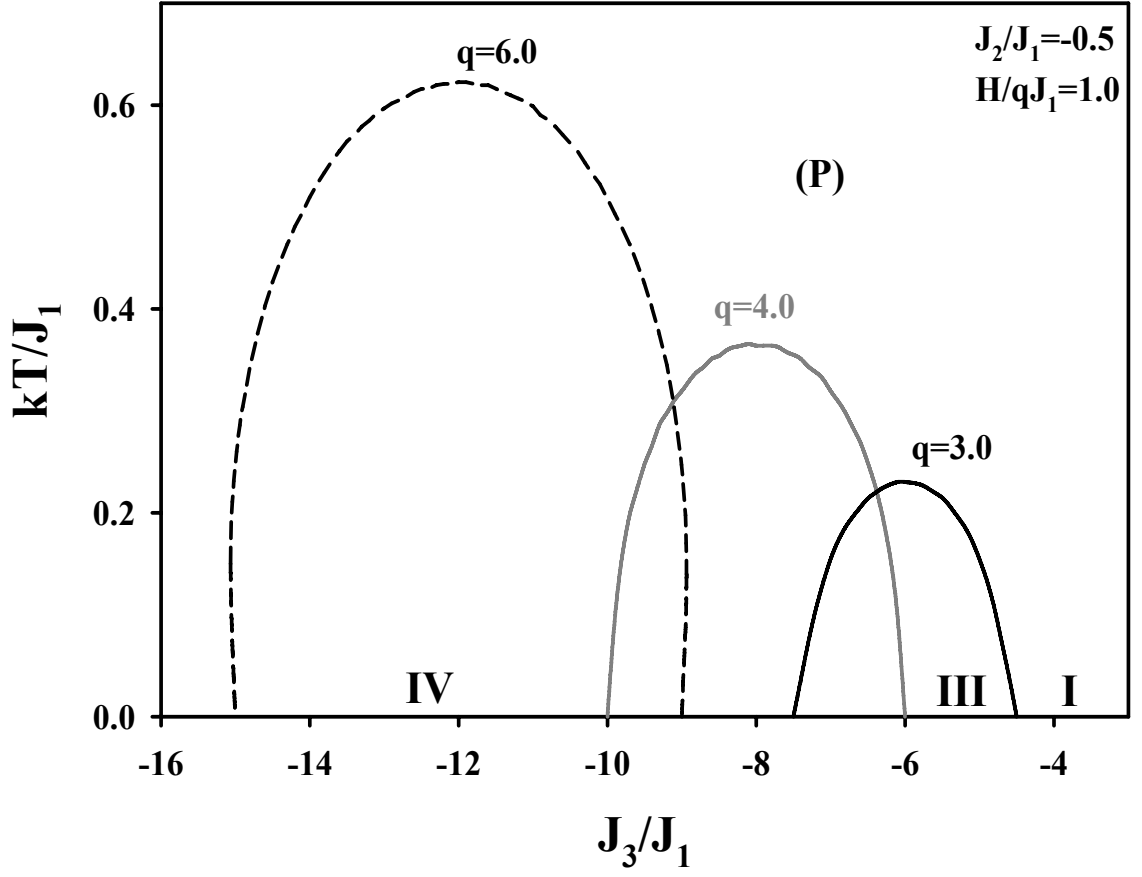
Şekil 4.10. Düzen Parametrelerinin Sıcaklıkla Değişiminin $q=6.0$, $H/J_1=1.0$ ve $J_2/J_1=-0.5$ Değerlerinde; (a) $J_3/J_1=-15.04$ ve (b) $J_3/J_1=-8.95$ için Gösterimi.

Şekiller 4.10 (a) ve (b) aynı J_2 ve H değerleri için sırasıyla; $J_2/J_1=-0.5$ ve $H/qJ_1=1.0$ değerlerinde ve J_3 ün sırasıyla; $J_3/J_1=-15.04, -8.95$ değerleri için çizilmiştir. Şekil 4.10 (a), IV fazının bulunduğu bölge için elde edilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere, $kT/J_1=0.0$ da manyetizasyon çizgileri, $M_{1B}=M_{1A}=0.5$ ve $M_{2B}=M_{2A}=-0.4$ den başlayarak kT/J_1 değerinin artmasıyla, belli kT/J_1 değerlerinde iki Néel sıcaklığı yani re-entrant durum göstermektedir. Cevap fonksiyonları, spesifik ısı ve manyetik alan, Néel sıcaklıklarının olduğu değerlerde iki pik yapmıştır. Şekil 4.10 (b) ise I. faz bölgesi yani ferromanyetik faz bölgesi için çizilmiştir ve bir önceki şekile benzerdir. Fakat burada alt tabaka manyetizasyonları pozitif değerden, $M_{2B}=M_{2A}=0.43$, başlamıştır. kT/J_1 değerinin artmasıyla yine bu bölgede re-entrant durum gözlenmiştir. Cevap fonksiyonları, Néel sıcaklıkları değerlerinde pik yapmışlardır.

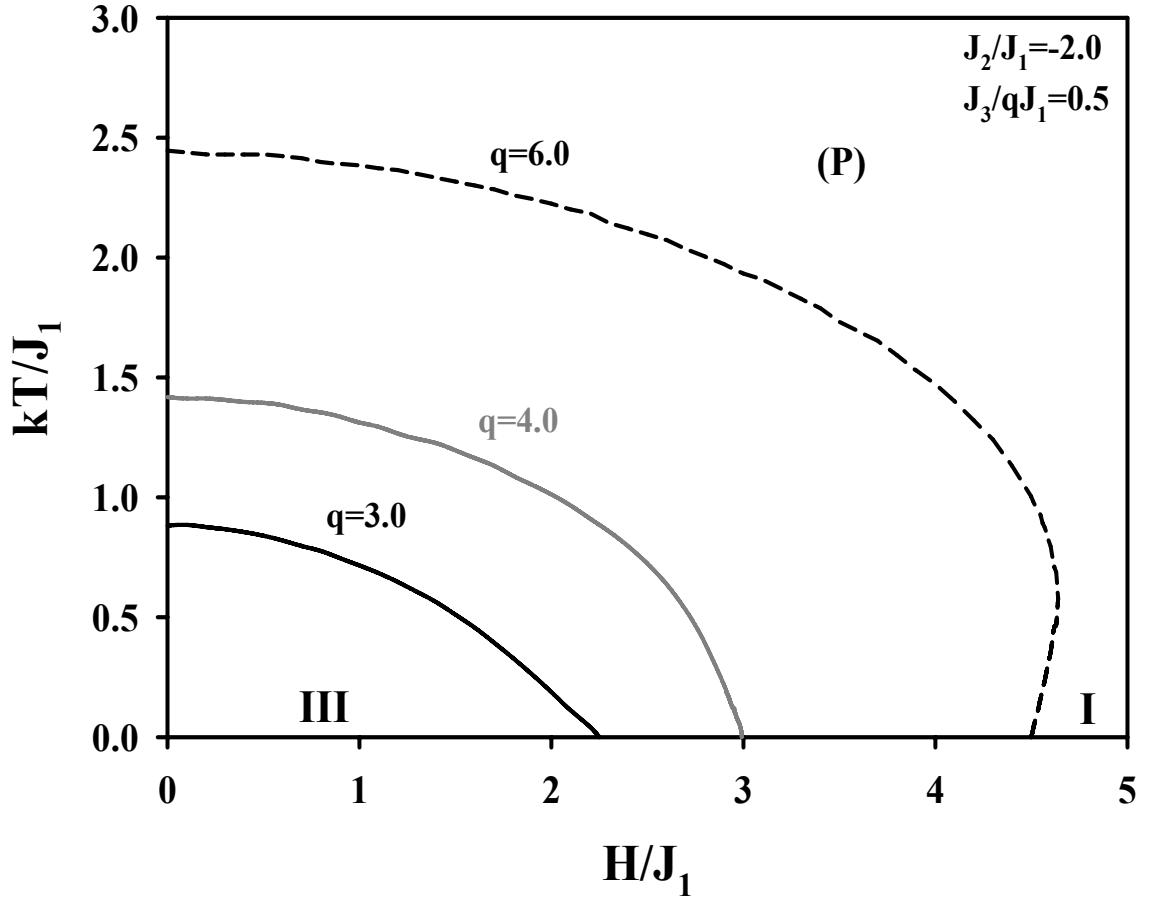
Düzen parametrelerinin ve cevap fonksiyonlarının sıcaklıkla değişimi incelendikten sonra modelin faz diyagramlarını $(J_3/J_1, kT/J_1)$, $(H/J_1, kT/J_1)$ ve $(J_3/|J_2|, kT/|J_2|)$, $(H/|J_2|, kT/|J_2|)$ düzlemlerinde ve verilen koordinasyon sayılarında (q) inceleyebiliriz. Şekillerdeki siyah, gri ve kesikli çizgilerle tanımlanan faz geçiş çizgileri ve taban durumlarına göre faz geçiş noktalarının yerlerini gösteren siyah, gri ve kesikli ters oklar sırasıyla koordinasyon sayısı $q=3.0, 4.0$ ve 6.0 değerlerini temsil etmektedir.

Şekil 4.11 de verilen faz diyagramı, şekil 4.4 (b) deki taban durumu faz diyagramına göre, $H/qJ_1=1.0$ ve $J_2/J_1=-0.5$ değerleri için $(J_3/J_1, kT/J_1)$ düzleminde çizilmiştir. Şekilde, yüzey ferromanyetik faz (III), ferromanyetik faz (I) ve kompanse faz (IV) arasında kalmıştır. Bu durumun sonucunda, yarım elips şekilde faz geçiş çizgileri elde edilmiştir ve artan q değerleriyle faz geçiş çizgileri, J_3/J_1 'in negatif değerlerine doğru kaymıştır. Ayrıca yarım elips çizgiler, düşük kT/J_1 'de, sadece $q=6.0$ koordinasyon sayısı için re-entrant durum göstermiştir.

Şekil 4.12 , şekil 4.4 (a) daki taban durumu faz diyagramına göre, verilen $J_3/qJ_1=0.5$ ve $J_2/J_1=-2.0$ değerleri için $(H/J_1, kT/J_1)$ düzleminde elde edilmiştir. Şekilde antiferromanyetik faz (III) dan ferromanyetik faza (I) geçiş görülmektedir. Faz geçiş



Şekil 4.11. $(J_3/J_1, kT/J_1)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının verilen $q=3,4,6$ ve $J_2/J_1=-0.5$ ve $H/qJ_1=1.0$ için Gösterimi.



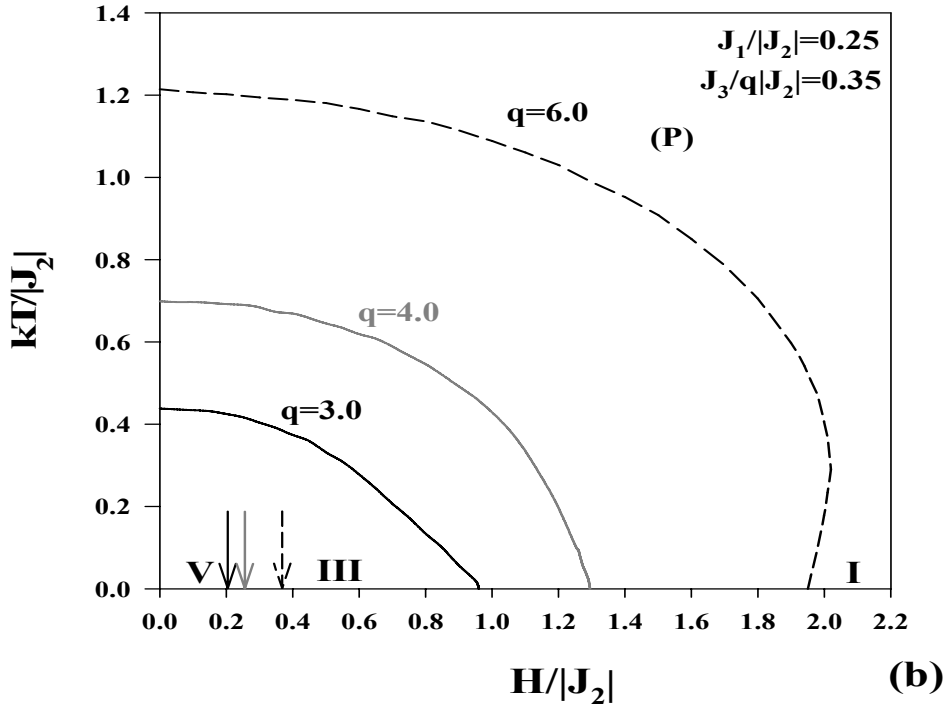
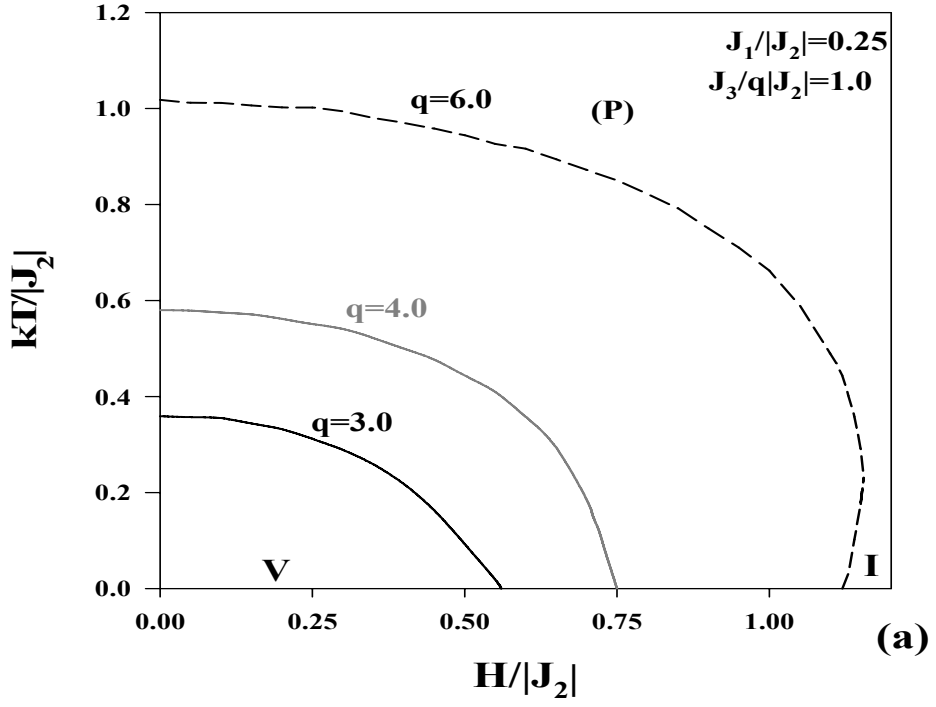
Şekil 4.12. $(H/J_1, kT/J_1)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının verilen $q=3,4,6$ ve $J_3/q|J_1|=0.5$ ve $J_2/|J_1|=-2.0$ için Gösterimi.

çizgileri, $H/J_1=0.0$ da, artan q değerleri için yüksek kT/J_1 değerlerinde başlamıştır ve $kT/J_1=0.0$ olmasıyla yine artan q değerleri için yüksek H/J_1 değerlerinde son bulmuştur. Düşük kT/J_1 değerinde, sadece koordinasyon sayısı $q=6.0$ için re-entrant durum görülmüştür.

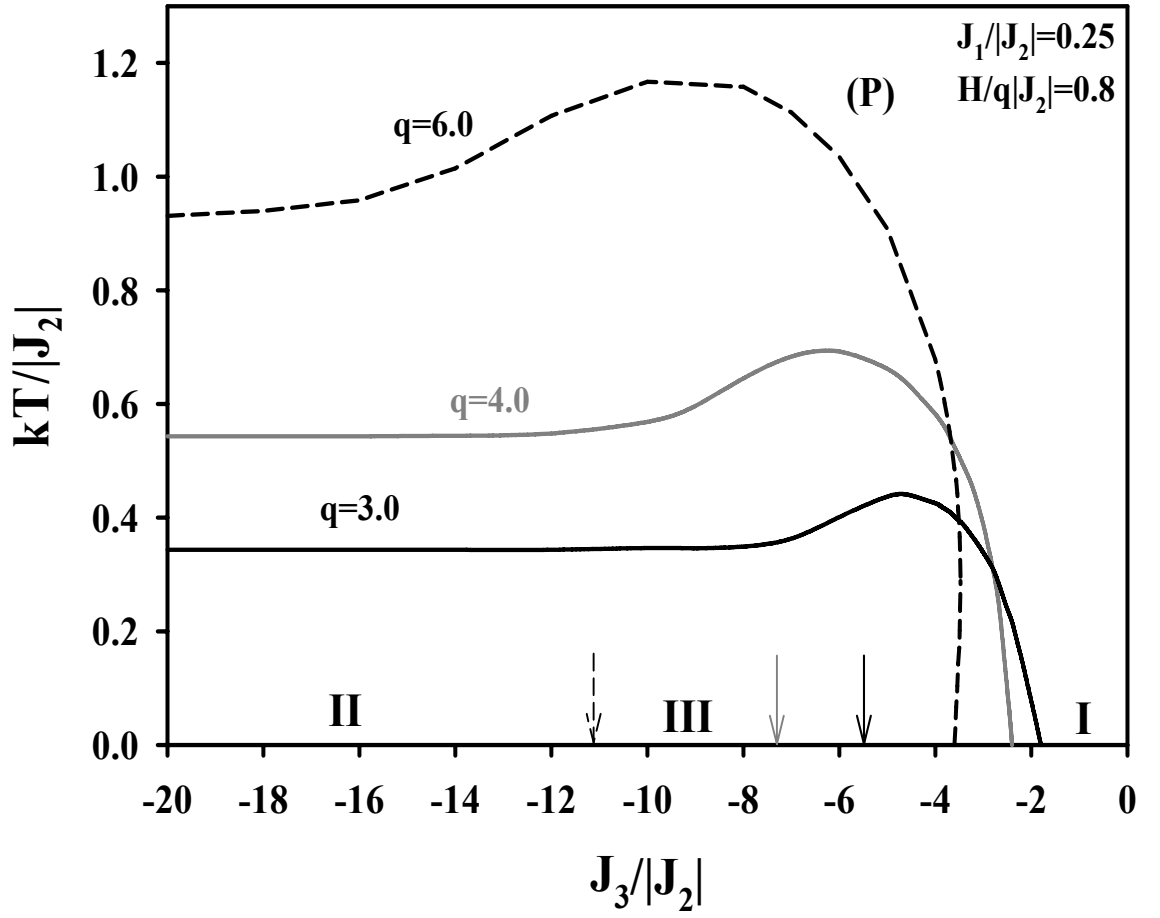
Şekiller 4.13 (a) ve (b) de verilen faz diagramları, şekil 4.4 (c) deki taban durumu faz diyagramına göre, $J_1/|J_2|=0.25$ değerinde ve sırasıyla $J_3/q|J_2|=1.0$ ve 0.35 değerleri için $(H/|J_2|, kT/|J_2|)$ düzleminde çizilmiştir. Görüldüğü üzere şekiller, şekil 4.12 ye benzerdir. Fakat, bu şekillerin farkı; spinlerin antiferromanyetik etkileştikleri ikinci tabakanın bilineer etkileşim parametresi J_2 'nin sabit alınmış olmasıdır. Şekil 4.13 (a), V fazından I fazına ve şekil 4.13 (b) de V fazından III fazına ve sonra I fazına geçişi göstermektedir. Ayrıca koordinasyon sayısı $q=6.0$ değerinde iki Néel sıcaklığı yani re-entrant durum görülmüştür.

Şekil 4.14, şekil 4.4 (c) deki taban durumu faz diyagramına göre, $J_1/J_2=0.25$ ve $H/qJ_2=0.8$ değerleri için $(J_3/|J_2|, kT/|J_2|)$ düzleminde çizilmiştir. Faz geçiş çizgileri faz II bölgesinden, yüksek q değerleri için yüksek $kT/|J_2|$ ve yüksek negatif $J_3/|J_2|$ değerlerinden başlar. $J_3/|J_2|$ değerlerinin pozitif yönde artmasıyla, antiferromanyetik faz (II) 'den yüzey ferromanyetik faz (III) 'e geçerken, faz geçiş çizgileri tepe yapar ve ferromanyetik faz (I) bölgesine gelindiğinde, düşük q değerleri için yüksek $J_3/|J_2|$ değerlerinde son bulur. Şekilde faz III bölgesinden faz I bölgesine geçerken sadece $q=6.0$ için re-entrant durum da gözlenmiştir.

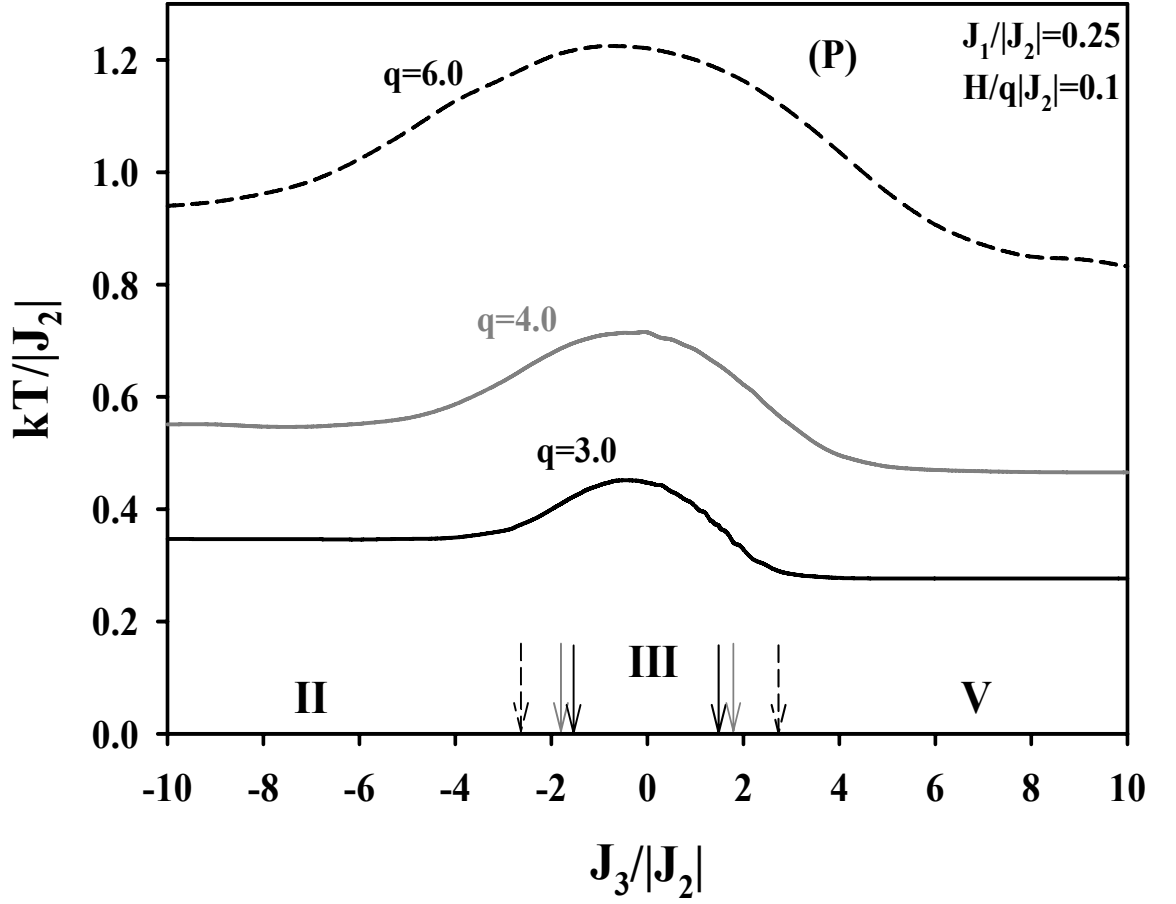
Şekil 4.15, şekil 4.4 (d) deki taban durumu faz diyagramına göre, $J_1/|J_2|=0.25$ ve $H/q|J_2|=0.1$ değerleri için $(J_3/|J_2|, kT/|J_2|)$ düzleminde çizilmiştir. Faz geçiş çizgileri faz II bölgesinde, yüksek q değerleri için yüksek sıcaklıklardan başlar. $J_3/|J_2|$ değerlerinin pozitif yönde artmasıyla faz III bölgesinde enli bir tepe yapar. Antiferromanyetik faz olan karma faz (V) bölgesine gelindiğinde tepeler kaybolur ve faz geçiş çizgileri, yüksek q değerleri için yüksek $kT/|J_2|$ değerlerinde sabitlenir ve devam eder.



Şekil 4.13. $(H/|J_2|, kT/|J_2|)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının verilen $q=3,4,6$ ve $J_1/|J_2|=0.25$ değerlerinde; (a) $J_3/q|J_2|=1.0$ ve (b) $J_3/q|J_2|=0.35$ için Gösterimi.



Şekil 4.14. $(J_3/|J_2|, kT/|J_2|)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının verilen $q=3,4,6$ ve $J_1/|J_2|=0.25$ ve $H/q|J_2|=0.8$ için Gösterimi



Şekil 4.15. $(J_3/|J_2|, kT/|J_2|)$ Düzleminde Sistemin Faz Diyagramlarının verilen $q=3,4,6$ ve $J_1/|J_2|=0.25$ ve $H/q|J_2|=0.1$ için Gösterimi

Bu tez çalışmasında İki-tabakalı Bethe kafesinde spin-1/2 Ising modelini, tabakalar arası ve tabaka içi etkileşim parametreleri ve dış manyetik alan varlığında tüm detaylarıyla inceledik. Sistemin düzen parametrelerini, serbest enerjisinin sıcaklıkla değişimini çalışıp mümkün durumlarda taban durumu faz diyagramlarını elde edip, bunların ışığında sistemin sıcaklığa bağlı faz diyagramlarını elde ettik.

J_3 etkileşim parametresi ve manyetik alan değerleri sıfır iken, sistem bağımsız iki adet tek tabakalı Bethe kafesi gibidir. AFM/AFM durumdaki düzen parametrelerinde; $J_3=0$ ve $H=0$ değerlerinde ve J_1, J_2 etkileşim parametrelerinin değerleri birbirine eşit olduğunda, tabakalar aynı Néel sıcaklığında faz geçişi verirler. Fakat $J_1 \neq J_2$ değerlerinde, tabakalar ayrı ayrı faz geçişi gösterirler. Bu da $J_3=0$ değerinde tabakaların bağımsız iki adet tek tabakalı Bethe kafesi gibi davrandığını destekler. $J_3 \neq 0$ değerlerinde ise tabakalar aynı Néel sıcaklığında faz geçişi gösterirler. FM/AFM durumdaki düzen parametrelerinde ise; J_3, J_2 ve H değerlerindeki değişmelerle, sistemde bulunan faz bölgelerindeki faz geçişleri incelenmiştir. J_3 ve J_2 değerleri sabit tutulup manyetik alanın değeri artırıldığında Néel sıcaklığının değerinin arttığı görülmüştür. Ferromanyetik faz (I) ve kompanse faz (IV) bölgelerinde re-entrant durum gözlenmiştir. Her iki durumda da görüldüğü üzere, J_3 ve H ' in değerleri artırıldığında alt kafes manyetizasyonlarının yerleri de değiştirmektedir. Ayrıca Néel sıcaklıkları değerlerinde spesifik ısı ve manyetik alınganlık pik yapmıştır.

Sistemin faz diyagramlarında, antiferromanyetik bölgelerde faz geçişinin olduğu fakat ferromanyetik bölgelerde faz geçişinin olmadığı görülmüştür. Bu durum dış manyetik alanın varlığından kaynaklanmaktadır. Yalnız, özel bir durum olarak, ferromanyetik bölgede düşük sıcaklıklarda faz geçişleri, küçük bir aralıkta re-entrant durum olarak gözlenmiştir. Bunun nedeni bilineer etkileşim parametrelerinin arasındaki çekişmeden kaynaklanmıştır. FM/AFM durumunda şekil 4.11 de, diğer şekillerden farklı olarak her q değeri için yarım elips şeklinde faz geçiş çizgileri bulunmuştur. Bulunan bu çizgiler sadece, FM/AFM bulunan kompanse faz (IV) bölgesinden ferromanyetik (I) bölgeye geçişte görülmüştür. AFM/AFM durumdaki şekil 4.5 (a) ve şekil 4.6 (a) da ve FM/AFM durumdaki şekil 4.15 de faz geçiş çizgileri yüksek q değerleri için yüksek $kT/|J_1|$ ve $kT/|J_2|$ değerlerinden başlar ve daha düşük bir $kT/|J_1|$ ve $kT/|J_2|$ değerlerinde devam eder. Bunun sebebi, şekillerin sol tarafında $J_2 < 0$ ve $J_3 < 0$ dır yani her iki parametrede

antiferromanyetik fazı (II) destekler oysa şekillerin sağ tarafında J_2 antiferromanyetik fazı desteklerken J_3 ferromanyetik tarafı desteklemektedir ($J_2 < 0$, $J_3 > 0$). Dolayısıyla faz II sıcaklığa karşı V fazından daha dirençlidir. Ayrıca koordinasyon sayısının (q) artması Nèel sıcaklık değerinin artmasına yol açmıştır. Zaten bu sonuç Ising modelleri için beklenen bir sonuçtur.

Sonuç olarak; iki-tabakalı spin-1/2 Ising modeli; üç bilineer etkileşim parametreleri ve manyetik alan varlığında, tabakaların AFM/AFM ve FM/AFM durumları için modelin düzen parametrelerinin, cevap fonksiyonlarının ve faz diyagramlarının sıcaklıkla değişimi detaylıca incelenmiştir.

KAYNAKLAR

1. Elmers H. J., Ferromagnetic Monolayers, *Int. J. Mod. Phys. B* 9, 3115-3180, 1995.
2. Diegest 13th Int. Colloq. On Magnetic Films and Surfaces, Glasgow, 1991.
3. Baibich M. N., et al., Giant Magnetoresistance of (001)Fe/(001)Cr Magnetic Superlattices, *Phys. Rev. Lett.* 61, 2472-2475, 1988.
4. Sayama J., Asahi T., Mizutani K., Osaka. T., Newly Developed SmCo₅ Thin Film With Perpendicular Magnetic anisotropy. *J. Phys.: D Appl. Phys.*, 37, L1-L4, 2004.
5. Wu R., Freeman A.J., Structural and Magnetic Properties of Fe/Ni(111), *Phys. Rev. B* 45, 7205-7210, 1992; DONATH M., Magnetic Order And Electronic Structure in Thin Films, *J. Phys.: Condens. Matter.* 11, 9421-9436, 1999.
6. O'Handley R. C., Sun S. W., Surface Magnetoelastic Coupling, *Phys. Rev. Lett.* 66, 2798-2801, 1991.
7. Bahmad L., et al., Layering Transitions of the Spin-1/2 Ising Model in a Transverse Magnetic Field, *Phys. Stat. Sol. B*, 215, 1091-1098, 1999.
8. Oubelkacem A., Ainane A., Saber M. and Häussler P., The spin-1/2 Ising Film with a Perfect Surface, *Phys. Scr.* 73, 325-331, 2006.
9. Zaim A., El Amraoui Y., Kerouad M., L. Bih, Monte Carlo Study of Spin-1/2 Ising Thin-Films, *Ferroelectrics*, 372, 3-9, 2008.
10. Oubelkacem A., et al., The order parameter and critical behavior of the spin 1=2 Ising film, *Physica A*, 358, 160-174, 2005.
11. Laaboudi B., Saber M. and Kerouad M., Phase Diagrams of the Semi-Infinite Spin-1/2 Ising Model and Spin-1/2 Ising Film in a Random Transverse Surface Field, *Phys. Status Solidi B*, 212, 153-163, 1999.

12. Ez-Zahraouy H. and Kassou-Ou-Ali A., Phase Transitions for the Random Transverse Spin 1/2 Ising Film, *Chin. J. Phys.*, 40, 86-95, 2002.
13. Horiguchi T., Tsushima N., Shift Exponent and Breakdown of Universality For The Two-Layer Ising Model on a Square Lattice, *Physica A* 238, 295-306, 1997.
14. Al Mukadam H. M., Uzunov D. I., Phase Transitions in Two Sublattice Ising Systems, *Physica A*, 232, 326-348, 1996.
15. Lyra M. L., Da silva C. R., Intralayer Correlation Enhancement And Interlayer Coherence Loss in CuO₂ Bilayers, *Phys. Rev. B* 47, 52529, 1993.
16. Lipowski A., Suzuki M., The Layered Ising Model Mean-Field and Interfacial Approximations, *Physica A* 198, 227-224, 1993.
17. Wosiek J., Locating Analytically Critical Temperatures in Some Statistical Systems, *Phys. Rev. B*, 49, 15023-15026, 1994.
18. Horiguchi T., Lipowski A., Tsushima N., Spin-3/2 Ising Model and Two-Layer Ising Model, *Physica A*, 224, 626-638, 1996.
19. Ballentine L. E., *Physica (Amsterdam)* 30, 1231, 1964.
20. Allan G. A. T., Critical Temperatures of Ising Lattice Films, *Phys. Rev. B* 1, 352-356, 1970.
21. Capehart T. W., Fisher M E., Susceptibility Scaling Functions For Ferromagnetic Ising Films. *Phys. Rev B* 13, 5021-5038, 1976.
22. Abe R., Some Remarks on Perturbation Theory and Phase Transition With an Application to Anisotropic Ising Model, *Prog. Theor. Phys.* 44, 339-347, 1970.

23. Oitmaa J., Enting G., Critical Behaviour of a Two-Layer Ising System. *J. Phys. A* 8, 1097-1114, 1975.
24. Ferrenberg A. M., Landau D. P., Monte Carlo Study of Phase Transitions in Ferromagnetic Bilayers, *J. Appl. Phys.* 70, 6215-6217, 1991.
25. Lyra M. L., Dasilva C. R., Phase Diagrams of Magnetically Disordered Bilayers, *Phys. Rev. B* 46, 3420-3426, 1992.
26. Berger A., Fullerton Eric E., Phase Diagram of Imperfect Ferromagnetic / Antiferromagnetic Bilayers, *J. Magn. Magn. Mater.* 165, 471-474, 1997.
27. Richter J., et al., Phase Transitions in Two-Layer Spin 1/2 Antiferromagnets with Competing Intra-Layer and Inter-Layer Couplings, *J. Magn. Magn. Mater.* 156, 433-434, 1996.
28. Ainane A., Häussler P., Htoutou K., Saber M., Magnetic Properties of the Site-Diluted Spin-1/2 Ising Bilayer System, *Surface Science*, 601, 4256-4260, 2007.
29. Kapor D., et al., Thermodynamic Properties of Magnetic Bilayers, *J. Phys. Chemistry of Solid.*, 67, 698-704, 2006.
30. Albayrak E., The Phase Diagrams of Spin-1/2 Ising Model on a Two-Layer Bethe Lattice with AFM/AFM Interactions, *Acta Physica Polonica A*, 116, 127-134, 2009.
31. Albayrak E., The FM/AFM bilayer Bethe lattice with FM or AFM Interlayer Interactions, *Phys. Stat. Sol. B*, 246, 226-236, 2009.

32. Kaneyoshi T., Shin S., Critical Properties of a Spin-1/2 Ising Bilayer System in a Transverse Field, *Phys. Stat. Solidi B* 218, 537-544, 2000.
33. Nogues J., et al., Positive Exchange Bias in FeF₂- Fe Bilayers, *Phys. Rev. Lett.*, 76, 4624 – 4627, 1996.
34. Yi Y.B., Ding J., Exchange Coupling in CoO-Co Bilayer, *J. Magn. Magn. Mater.*, 303, e160-e164, 2006.
35. Park C.M., et al., Exchange Coupling Between Antiferromagnetic NiO and Ferromagnetic Films, *J. Korean Phys. Soc.*, 31, 508-511, 1997.
36. Malkinski L., et al., Correlation Between Microstructural and Magnetic Properties in Fe/KCoF₃ Bilayers, *J. Vac. Sci. Technol. A*, 21, 1162-1166, 2003.
37. Meiklejohn W.H., Bean C.P., New Magnetic Anisotropy, *Phys Rev.*, 105, 904-913, 1957.
38. Tsai, S.Ho., Landau D.P., Schulthess T.C., Effect of Interfacial Coupling on the Magnetic Ordering in Ferro-Antiferromagnetic Bilayers, *J. Appl. Phys.* 93, 8612-8615, 2003.
39. Tsai, S.Ho., Landau D.P., Schulthess T.C., Monte Carlo Simulations of Ordering in Ferromagnetic–Antiferromagnetic Bilayers, *J. Appl. Phys.*, 91, 6884-6886, 2002.
40. Henelius P., et al., Quantum Monte Carlo Simulation of Thin Magnetic Films, *Phys Rev. B*, 66, 094407-094416, 2002.
41. Timm C., Jensen P.J., Schwinger Boson Theory of Anisotropic Ferromagnetic Ultrathin Films, *Phys Rev. B*, 62, 5634-5646 , 2000.

42. Jiang W., Guo A.B., Wei G.Z., Ground State Behaviors of Four-Sublattice Ferromagnetic-Antiferromagnetic Double Layers, *Phys. Status Solidi (b)*, 244, 3768-3774, 2007.
43. Usov N.A., Gudoshnikov S.A., Numerical Simulation of Magnetization Process in Antiferromagnetic-Ferromagnetic Bilayer with Compensated Interface, *J. Magn. Magn. Mater.*, 300, 164-169, 2006.
44. Hu C.K., Izmailian N. Sh., Oganessian K.B., Exact Phase Diagrams for an Ising Model on a Two-Layer Bethe lattice, *Phys Rev. E*, 59, 6489-6496, 1999.
45. Monroe J.L., Behavior of the Critical Temperature of Ising Thin Films with Variable Surface Magnetic Moments, *Phys. Rev. E*, 71, 017105-017109, 2005.

EK. 1.**Tekrarlama bağıntıları**

$$X_n = \{e^{\beta(0.25(J_1+J_2+J_3)+0.5(H_1+H_2))}X_{n-1}^{q-1} + e^{\beta(0.25(J_1-J_2-J_3)+0.5(H_1-H_2))}Y_{n-1}^{q-1} \\ + e^{\beta(0.25(-J_1+J_2-J_3)+0.5(H_2-H_1))}Z_{n-1}^{q-1} + e^{\beta(0.25(-J_1-J_2+J_3)-0.5(H_1+H_2))}\} / W,$$

$$Y_n = \{e^{\beta(0.25(J_1-J_2+J_3)+0.5(H_1+H_2))}X_{n-1}^{q-1} + e^{\beta(0.25(J_1+J_2-J_3)+0.5(H_1-H_2))}Y_{n-1}^{q-1} \\ + e^{\beta(0.25(-J_1-J_2-J_3)+0.5(H_2-H_1))}Z_{n-1}^{q-1} + e^{\beta(0.25(-J_1+J_2+J_3)-0.5(H_1+H_2))}\} / W,$$

$$Z_n = \{e^{\beta(0.25(-J_1+J_2+J_3)+0.5(H_1+H_2))}X_{n-1}^{q-1} + e^{\beta(0.25(-J_1-J_2-J_3)+0.5(H_1-H_2))}Y_{n-1}^{q-1} \\ + e^{\beta(0.25(J_1+J_2-J_3)+0.5(H_2-H_1))}Z_{n-1}^{q-1} + e^{\beta(0.25(J_1-J_2+J_3)-0.5(H_1+H_2))}\} / W$$

ÖZGEÇMİŞ

1984 yılında İstanbul' da doğdu. İlk öğrenimini Mersin, orta ve lise öğrenimini Aksaray illerinde tamamladı. Üniversite tahsilini Selçuk Üniversitesi Fizik Bölümünde yaptı. Halen Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında yüksek lisans yapmaktadır.

Adres: Harman Mah.14 Evler Sok. Pembeköşk Apt. No:9/1 38280 Talas/KAYSERİ

Tel:05447278145