

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Yusuf KUVVETLİ

**KARMA MODELLİ MONTAJ HATTI DENGEME VE
İŞGÜCÜ ATAMA PROBLEMİ İÇİN YENİ BİR YAKLAŞIM**

ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

ADANA, 2010

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KARMA MODELLİ MONTAJ HATTI DENGELEME VE İŞGÜCÜ ATAMA
PROBLEMİ İÇİN YENİ BİR YAKLAŞIM**

Yusuf KUVVETLİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Bu Tez 19/10/2010 Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından
Oybirliği/Oyçokluğu ile Kabul Edilmiştir.

.....
Prof. Dr. Rızzvan EROL
DANIŞMAN

.....
Doç. Dr. Ali KOKANGÜL
ÜYE

.....
Yrd. Doç. Dr. Selçuk ÇOLAK
ÜYE

Bu Tez Enstitümüz Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalında hazırlanmıştır.
Kod No:

Prof. Dr. İlhami YEĞİNGİL
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**KARMA MODELLİ MONTAJ HATTI Dengeleme ve İşgücü Atama
Problemi İçin Yeni Bir Yaklaşım**

Yusuf KUVVETLİ

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

Danışman: Prof. Dr. Rızvan EROL

Yıl : 2010, Sayfa: 89

Jüri : Prof. Dr. Rızvan EROL

Doç. Dr. Ali KOKANGÜL

Yrd. Doç. Dr. Selçuk ÇOLAK

Bu çalışmada geleneksel montaj hattı dengeleme problemine ek olarak işgücü faktörünün göz önüne alındığı bir montaj hattı düşünülmüştür. Montaj hattı dengeleme ve işgücü atama problemi olarak tanımlanan problem için örnek problemler ve literatürden alınan 58 işlemlerle bir problem çözülmüştür. Karma modelli, deterministik işlem süreli ve çevrim süresi önceden bilinen montaj hatları için, çok becerili işgücü olması durumu için problem tanımlanmıştır. Analitik çözüm yaklaşımları incelenmiş ve tamsayı programlama tekniğiyle problemler çözülmüştür. Modelin farklı koşullar altındaki davranışlarının incelenmesi için senaryo analizi yapılmıştır. Çevrim süresinin modele etkisi ve işgücü beceri grup sayısının modele etkisi senaryo analiziyle irdelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Karma modelli montaj hattı dengeleme, grup büyüklüğü belirleme, tamsayı programlama

ABSTRACT

MSc. THESIS

A NEW APPROACH FOR MIXED MODEL ASSEMBLY LINE BALANCING AND WORKER ASSIGNMENT PROBLEM

Yusuf KUVVETLİ

**ÇUKUROVA UNIVERSITY
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
DEPARTMENT OF INDUSTRIAL ENGINEERING**

Supervisor: Prof. Dr. Rızvan EROL

Year : 2010, Pages: 89

Jury : Prof. Dr. Rızvan EROL

Assoc. Prof. Dr. Ali KOKANGÜL

Asst. Prof. Dr. Selçuk ÇOLAK

In this study, an assembly line was considered which has workforce effect in addition to simple balancing problem. The problem which is defined as assembly line balancing and worker assignment problem, was tested two example problems and was applied a problem been in literature which has 58 operations. The problem was defined for an assembly line which has mixed model, deterministic operation times, known cycle time and multi skill workforce. Analytical approaches were investigated and the problems were solved by integer programming methods. For discovering behaviors of mathematical model were analyzed to scenario analysis under different conditions. Effect of cycle time length and workforce skill numbers were examined by scenario analysis.

Key Words: Mixed-model assembly balancing, Worker Assignment, Integer programming

TEŞEKKÜR

Çalışmalarında yardımlarını esirgemeyen danışmanım Sayın Prof. Dr. Rızvan Erol'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmalarına verdikleri fikirlerle katkı sağlayan Sayın Doç. Dr. Ali Kokangül'e ve Sayın Arş. Gör. Nuşin Coşkun'a teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim süresince her türlü konuda zamanını ayırarak yardımlarını esirgemeyen, değerli hocam Sayın Doç. Dr. Oya H. Yüreğir'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yardımlarını hiçbir şekilde yadsıyamayacağım sevgili annem Gülelgül Kuvvetli'ye, babam Kadir Kuvvetli'ye, abim Celal Güçlü Kuvvetli'ye, Sayın Özlem Kutlu'ya ve Sayın Y. Murat Bulut'a sonsuz teşekkürler. Yüksek lisans eğitimimde desteğini istediğim her konuda yardımlarını esirgemeyen kuzenim Sayın Ömer Faruk Kuvvetli'ye teşekkürlerimi sunarım. Eğitim hayatım boyunca desteklerini son ana kadar esirgemeyen, çalışmalarım sırasında kaybettiğim anneannem Sahire Ferkoğlu'na ve babaannem Müfide Kuvvetli'ye sonsuz saygı ve şükranlarımı sunarım.

Yüksek lisans eğitimim sırasında 2210 Yurtiçi Yüksek Lisans Burs Programı kapsamında verdikleri maddi desteklerle eğitimime yardımcı olan, TÜBİTAK Bilim İnsanı Destekleme Daire Başkanlığı'na (BİDEB) ve eğitimim süresince her türlü sorunda üstün bir gayretle yardımlarını esirgemeyen çalışanlarına sonsuz teşekkür ve şükranlarımı sunarım.

İÇİNDEKİLER

SAYFA

ÖZ.....	I
ABSTRACT.....	II
TEŞEKKÜR.....	III
İÇİNDEKİLER.....	IV
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	X
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	XII
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Montaj Hattı Dengeleme.....	1
1.1.1. Montaj Hattının Tanımı.....	1
1.1.2. Montaj Hattı ile İlgili Temel Kavramlar.....	2
1.1.3. Montaj Hatlarının Sınıflandırılması.....	5
1.1.4. Montaj Hatlarının Yerleşimi.....	6
1.1.5. Montaj Hattı Dengeleme Problemi.....	8
1.1.5.1. Montaj Hattı Dengeleme Probleminin Amaçları.....	8
1.1.5.2. Montaj Hattı Dengeleme Probleminin Çözümü.....	8
1.2. Problemin Tanımı.....	9
1.3. Çalışmanın Amacı.....	10
1.4. Çalışmanın Kapsamı.....	10
1.5. Çalışmanın Özgün Katkısı.....	11
1.6. Çalışmanın Adımları ve Organizasyonu.....	12
1.6.1. Çalışmanın Adımları.....	12
1.6.1. Çalışmanın Organizasyonu.....	13
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	15
2.1. Karma Modelli Montaj Hattı Dengeleme.....	15
2.2. Montaj Hattı Dengelemede İşgücü.....	18
2.3. Önceki Çalışmaların Değerlendirilmesi.....	23
3. MATERYAL VE METOD.....	25
3.1. Materyal.....	25

3.1.1. Problemdede Kullanılan Veriler.....	25
3.2. Metod	26
3.2.1. Problemin Formülasyonu	26
3.2.1.1. Amaç Fonksiyonu.....	26
3.2.1.2. Karşılaşılan Kısıtlar	26
3.2.2. Problemin Karakteristiği	27
3.2.3. Problemdede Kullanılan Varsayımlar	28
3.2.4. Matematiksel Programlama Modeli.....	29
3.2.4.1. Notasyon	29
3.2.4.2. Amaç Fonksiyonu.....	33
3.2.4.3. Kullanılan Kısıtlar	33
3.2.4.4. Kullanılan Ek Kısıtlamalar	35
4. BULGULAR VE TARTIŞMA	37
4.1. Örnek Problemlerin Çözümüyle Modelin Test Edilmesi	37
4.1.1. On İki İşlemlili Bir Montaj Hattının Dengelenmesi	37
4.1.1.1. Problemdede Kullanılan Veriler	37
4.1.1.2. Problemin Çözümü.....	40
4.1.2. On Sekiz İşlemlili Bir Montaj Hattının Dengelenmesi.....	43
4.1.2.1. Problemdede Kullanılan Veriler	43
4.1.2.2. Problemin Çözümü	46
4.2. Çözüm Süresi ve Hesaplama Karmaşıklığı Analizi	48
4.2.1. İşlem Sayısı	51
4.2.2. Beceri Sayısı.....	52
4.2.3. Model Sayısı.....	53
4.2.4. Atama Yapılacak İstasyon Sayısı	53
4.2.5. Çevrim Süresi	54
4.3. Matematiksel Modelin Çözümü.....	55
4.3.1. Problemdede Kullanılan Veriler.....	55
4.3.2. Problemin Çözümü	60
4.4. Çalışma İçin Senaryo Analizlerinin Yapılması.....	63
4.4.1. Çevrim Süresinin Modele Etkisi.....	63

4.4.2. İşgücü Beceri Gruplarındaki Değişikliklerin Modele Etkisi.....	64
4.4.2.1. Tek Becerili İşgücü Olması Durumu.....	65
4.4.2.2. İki Becerili İşgücü Olması Durumu	65
4.4.2.3. Üç Becerili İşgücü Olması Durumu	66
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	67
5.1. Çalışmanın Özeti.....	67
5.2. Sonuçlar	67
5.3. Öneriler	68
KAYNAKLAR.....	71
ÖZGEÇMİŞ	75
EKLER.....	76

ÇİZELGELER DİZİNİ

SAYFA

Çizelge 1.1. Örnek bir öncelik matrisi.....	3
Çizelge 1.2. Örnek bir bütünleşik öncelik matrisi.....	4
Çizelge 4.1. İşlem Süreleri ve Ürün Türleri Tablosu.....	38
Çizelge 4.2. Beceri Tablosu.....	38
Çizelge 4.3. Beceri grupları kombinasyonlarının toplam değerleri.....	39
Çizelge 4.4. Diğer Parametre Değerleri.....	40
Çizelge 4.5. İşlemlerin model bazında atandıkları istasyonlar.....	40
Çizelge 4.6. İstasyonların kullanım durumları.....	42
Çizelge 4.7. İstasyonlara atanan işgücü sayıları.....	42
Çizelge 4.8. Hat verimi değerleri.....	43
Çizelge 4.9. İşlem Süreleri ve Ürün Türleri Tablosu.....	44
Çizelge 4.10. Beceri Tablosu.....	44
Çizelge 4.11. Beceri grupları kombinasyonlarının toplam değerleri.....	45
Çizelge 4.12. Diğer Parametre Değerleri.....	46
Çizelge 4.13. İşlemlerin model bazında atandıkları istasyonlar.....	46
Çizelge 4.14. İstasyonların kullanım durumları.....	47
Çizelge 4.15. İstasyonlara atanan işgücü sayıları.....	48
Çizelge 4.16. Hat verimi değerleri.....	48
Çizelge 4.17. Hesaplama Karmaşıklığı Analizi.....	49
Çizelge 4.18. Hesaplama Karmaşıklığı Analizi.....	49
Çizelge 4.19. Farklı indis değerlerine göre değişken ve kısıt sayıları.....	50
Çizelge 4.20. Problemden kullanılan öncelikler.....	56
Çizelge 4.21. İşlem Süreleri ve Ürün Türleri Tablosu.....	57
Çizelge 4.22. Beceri Tablosu.....	58
Çizelge 4.23. Beceri grupları kombinasyonlarının toplam değerleri.....	59
Çizelge 4.24. Diğer Parametre Değerleri.....	59
Çizelge 4.25. İşlemlerin model bazında atandıkları istasyonlar.....	60
Çizelge 4.26. İstasyonların kullanım durumları.....	62
Çizelge 4.27. İstasyonlara atanan işgücü sayıları.....	62

Çizelge 4.28. Hat verimi değerleri.....	63
Çizelge 4.29. Amaç fonksiyonu değerleri.....	63
Çizelge 4.30. Çevrim süresinin hat verimine etkisi.....	64
Çizelge 4.31. Hat verimi değerleri.....	65
Çizelge 4.32. Hat verimi değerleri.....	65
Çizelge 4.33. Hat verimi değerleri.....	66

ŞEKİLLER DİZİNİ

SAYFA

Şekil 1.1. Örnek Bir Montaj Hattı.....	2
Şekil 1.2. Örnek Bir Öncelik Diyagramı.....	3
Şekil 1.3. Montaj Hatlarının Yerleşimi.....	7
Şekil 1.4. Montaj Hattı Dengeleme Problemi Çözüm Alternatifleri.....	9
Şekil 4.1. Öncelik Diyagramı.....	37
Şekil 4.2. Öncelik Diyagramı.....	43
Şekil 4.3. İşlem sayısının çözüm süresine etkisi.....	51
Şekil 4.4. Beceri sayısının çözüm süresine etkisi.....	52
Şekil 4.5. Model sayısının çözüm süresine etkisi.....	53
Şekil 4.6. Atama yapılabilecek istasyon sayısının çözüm süresine etkisi.....	54
Şekil 4.7. Çevrim süresinin çözüm süresine etkisi.....	55
Şekil 4.8. Çevrim süresindeki değişikliğin hat verimine etkisi.....	64
Şekil 4.9. İşgücü beceri alternatiflerinin karşılaştırması.....	66

SİMGELER VE KISALTMALAR

MHDP	: Montaj Hattı Dengeleme Problemi
MHDİAP	: Montaj Hattı Dengeleme ve İşgücü Atama Problemi
sn	: Saniye

1. GİRİŞ

Montaj hatları, otomotiv sanayinde Henry Ford tarafından geliştirilen ve bir ürünün her bir parçasının belirli istasyonlarda ürüne monte edilmesiyle hattın başında yarı mamul olan ürünün hattın sonunda ürün olarak fabrikadan çıktığı üretim hatlarıdır. Otomotiv ve uçak sanayi gibi parça sayısı on binlerce olan sektörlerde düşük maliyette üretim yapmak için montaj hatlarının kullanımı kaçınılmaz olmuştur.

Montaj hattı dengeleme problemi, analitik olarak ilk defa 1955 yılında tanımlanmış bir problemdir. Halen yapılan çalışmalardan, probleme olan ilginin yoğun biçimde devam ettiği görülmektedir.

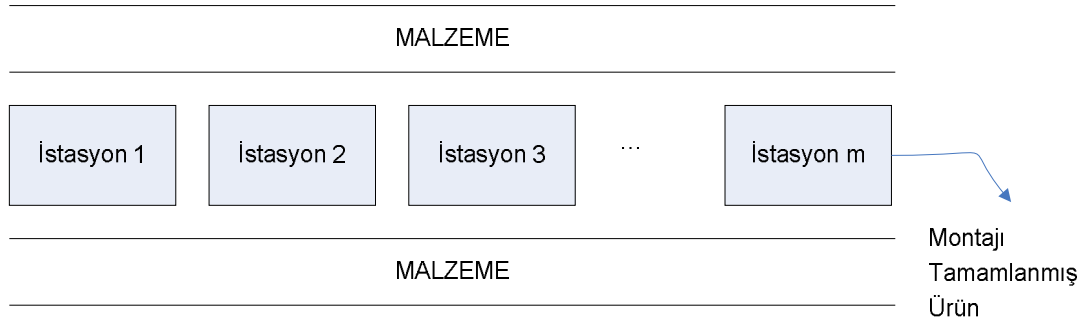
1.1. Montaj Hattı Dengeleme

1.1.1. Montaj Hattının Tanımı

Montaj hattı; malzemelerin bir hat boyunca işgücü yardımıyla ya da otomatik olarak transfer edilmeleri ve parça üzerindeki işlemlerin de bir hat boyunca sıralı iş istasyonlarında yapılması olarak tanımlanabilir. Bir üretim montaj hattı, seri durumda iş istasyonlarından oluşur. Bu istasyonlar bir ya da daha fazla makine ve işçiden oluşur. (Yılmaz, 2006)

Nihaî ürünü elde etmek için, montaj işleminin ve ilgili operasyonların gerçekleştirildiği, aralarında malzemelerin akış hattı boyunca taşındığı (genelde bir konveyör yardımıyla) ardışık iş istasyonlarından oluşan hatta, montaj hattı denir. Montajı yapılan ürün, tüm istasyonları ziyaret ederek hat boyunca ilerler ve montajı tamamlanmış olarak hattı terk eder. (Bayraktaroğlu, 2007)

Şekil 1.1'de örnek bir montaj hattı görülmektedir. İşlemler, ilk istasyondan başlayarak son istasyon olan m. istasyona kadar ilerleyerek bitmiş ürün olarak hattan ayrılmaktadır.



Şekil 1.1. Örnek Bir Montaj Hattı

1.1.2. Montaj Hattı ile İlgili Temel Kavramlar

Montaj; değişik parçaların bir araya getirilerek bir ürünün oluşturulduğu işlemdir.

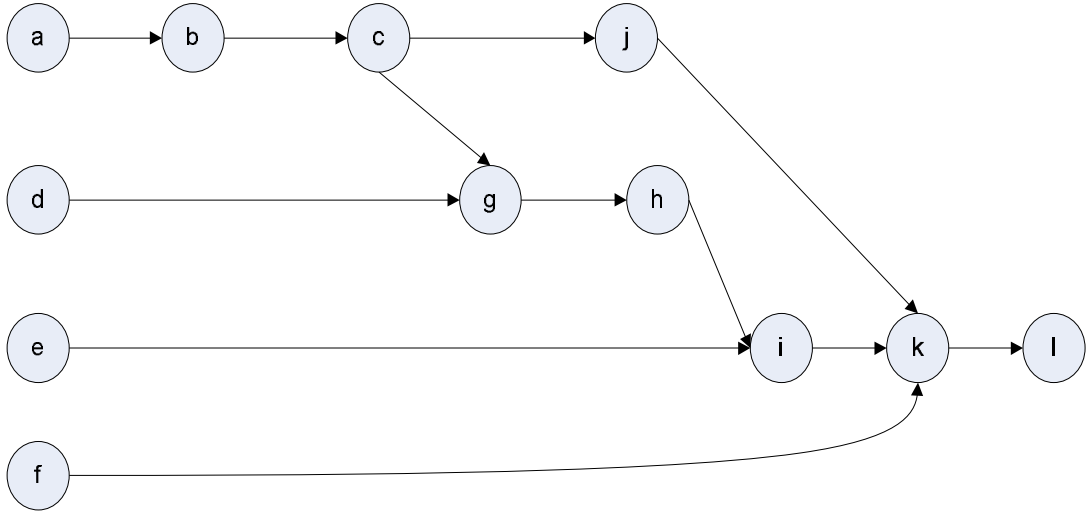
Görev; montaj hattında yapılmak zorunda olan her bir işleme görev denir. Görevler belirli iş istasyonlarına atanır.

Montaj sürecinin toplam iş yükünün bölünemeyen, mantıksal olarak en küçük parçasıdır. İş ögesi, gereksiz ek iş yaratmadan daha küçük parçalara bölünemez. Bir iş ögesini gerçekleştirmek için gerek duyulan süreye işlem süresi denir. (Bayraktaroğlu, 2007)

İş istasyonu; görevlerin yapıldığı yerlerdir. İş istasyonlarında bir veya daha fazla çalışan görev alabilir. Bir iş istasyonunda birden fazla görev de yapılabilir.

Montaj hattı üzerinde verilen bir işin, işçi/işçiler tarafından yapıldığı alandır. Her istasyonda, bir işçinin, bir işlem için gerekli araçlarla çalıştığı varsayılır. Genellikle iş istasyonu (work station), bir montajcı tarafından doldurulan yer olarak düşünülür. Bir montaj hattının, en az istasyon sayısının 1 olması ve en az, montaj hattı dengeleme çalışması sırasında saptanan gerekli istasyon sayısı kadar istasyona sahip olması gerektiği gibi kısıtlar vardır. (Çakır, 2006)

Öncelik diyagramı; görevler arasındaki ilişkinin ifade edilmesini sağlayan diyagramdır. Bazı görevler diğerlerinden önce yapılmak zorunda olabilir. Öncelik diyagramı sayesinde işlemler arasındaki öncelikler gösterilir. Örnek bir öncelik diyagramı Şekil 1.2’de görülmektedir.



Şekil 1.2. Örnek Bir Öncelik Diyagramı (Askin ve Standridge, 1993)

Öncelik matrisi; tanımlanan görevler arasındaki ilişkinin ifade edildiği matristir. Bu matriste her bir görevin öncesinde zorunlu olarak yapılması gereken diğer görevler tanımlanır. Bu ilişkiler göz önünde bulundurularak istasyonlara atama yapılır. Örnek bir öncelik matrisi Çizelge 1.1’de görülmektedir.

Çizelge 1.1. Örnek bir öncelik matrisi

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
a	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
c	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
d	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
e	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
g	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
h	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
k	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
l	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Bütünleşik Öncelik Matrisi; öncelik matrisinde her bir elemanın direkt öncelikleri yer almaktadır. Çalışma kapsamında karma modellenmiş montaj hattı göz

önüne alındığı ve her bir modelin ayrı ayrı öncelik diyagramı olduğu bilindiğinden, tüm modeller için ortak bir öncelik matrisi yapılmasına karar verilmiştir. Bütünleşik öncelik matrisinde; bir işin direkt ve dolaylı olarak önceliğe sahip olduğu işler göz önüne alınmıştır. Öncelik diyagramı ve öncelik matrisi verilen örnek için hazırlanan bütünleşik öncelik matrisi Çizelge 1.2’de verilmiştir.

Çizelge 1.2. Örnek bir bütünleşik öncelik matrisi

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
a	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
b	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
c	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
d	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1
e	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
f	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
g	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
h	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
i	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
k	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
l	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Çevrim zamanı; her bir iş istasyondaki görevlerin yapılabileceği en büyük süre olarak tanımlanır. Bu süre yarı ürünün bulunduğu istasyondan çıkacağı süre olarak da tanımlanabilir.

Birden fazla işgücünün bir istasyonda çalışabilmesi nedeniyle çevrim zamanı, çevrim süresi ile o istasyona atanan işgücü sayısının çarpımıyla hesaplanır.

Toplam iş zamanı; montaj hattındaki bütün işlerin toplam yapılacağı süredir. Her bir işin süresinin t ile gösterildiği n işlemlerli bir montaj hattı için toplam iş zamanı eşitlik 1.1’den hesaplanabilir.

$$\text{Toplam iş zamanı} = \sum_{i=1}^n t_i \quad (1.1.)$$

İstasyon zamanı; her bir istasyonda işlemin başından sonuna kadar geçen süredir. İstasyonlarda gecikme olmaması için bu süre çevrim zamanını geçemez.

İstasyon boş zamanı; çevrim süresi ile istasyon zamanı arasındaki farktır. Eğer fark negatifse istasyon gecikme zamanı olarak tanımlanır. Farkın tüm istasyonlar için mümkün olduğunca az olması istenir.

Hattın verimliliği; E ölçütü olarak da bilinir. Değeri 1'e ne kadar yakınsa o kadar hat verimlidir. Toplam istasyon zamanlarının çevrim zamanı ile istasyon sayısına bölümüyle bulunur. Hattın verimlilik formülü eşitlik 1.2'de verilmiştir.

$$e = \frac{\sum_{k=1}^K S_k}{K * C} \quad (1.2.)$$

Birden fazla işgücünün bir istasyonda çalışabilmesi nedeniyle çevrim zamanı, çevrim süresi ile o istasyona atanan işgücü sayısının çarpımıyla hesaplandığından hattın verimi eşitlik 1.3'ten hesaplanabilir.

$$e = \frac{\sum_{k=1}^K S_k}{\sum_{b=1}^B \sum_{k=1}^K L_{bk} * C} \quad (1.3.)$$

1.1.3. Montaj Hatlarının Sınıflandırılması

Montaj hatları; işin yapısına göre, model sayısına göre, taşıma sistemlerine göre ve işlem zamanlarına göre sınıflandırılabilir. (Çakır, 2006)

Taşıma sistemlerine göre montaj hatları, gecikmeli ve gecikmesiz olarak ikiye ayrılır.

Gecikmesiz hatlar, Konveyörler, hareketli bantlar gibi malzeme taşıma ekipmanları, istasyonları esnek olmayan bir biçimde birbirine bağlar. İş parçaları, hareketli bantlar üzerinde bir istasyondan diğerine sabit hızda hareket ederler veya işlendikten sonra kesik kesik transfer edilirler. Her iki durumda da her bir istasyona, görevlerin yerine getirilmesinde aynı zaman miktarı verilir. Gecikmeli hatlar, Bu tip hatlarda istasyonlar arasında tampon bulunmaktadır. Tampon, takip eden istasyonda bir önceki işlem devam ederken iş parçasının tutulduğu yer olarak tanımlanır. (Yılmaz, 2006)

Model sayısına göre montaj hatları; tek modellenli hatlar, çok modellenli hatlar ve karışık modellenli hatlar olmak üzere üçe ayrılır.

Tek modellenli hatlar, basit montaj hatları olarak da isimlendirilir ve bu tür hatlarda tek bir ürün çeşidi üretilir. Çok modellenli hatlarda, değişik modeller üretilir. Değişik modellerin üretimi ayrı ayrı kafeleler halinde ve değişik zamanlarda yapılır. Karışık modellenli hatlarda, değişik modeller aynı anda ve karışık olarak üretilirler. (Gökçen, 1994)

İşin yapısına göre manuel ya da otomatik olarak ikiye ayrılır.

Manuel hatlarda ürün son istasyona ulaşana kadar ve bir ürün olarak çıkana kadar çoklu istasyonlar vardır. Her istasyonda toplam iş yükünün bir bölümü, bir veya daha çok işçi tarafından yapılmaktadır. İnsan unsurunun ön planda olduğu bu çeşit montaj hatlarında dengeleme yaparken, otomatik hatlara göre daha çeşitli kriterleri dikkate almak gerekmektedir. Otomatik hatlarda, istasyonlardaki işler ve istasyonlar arası transferler otomatik olarak yapılmaktadır. (Çakır, 2006)

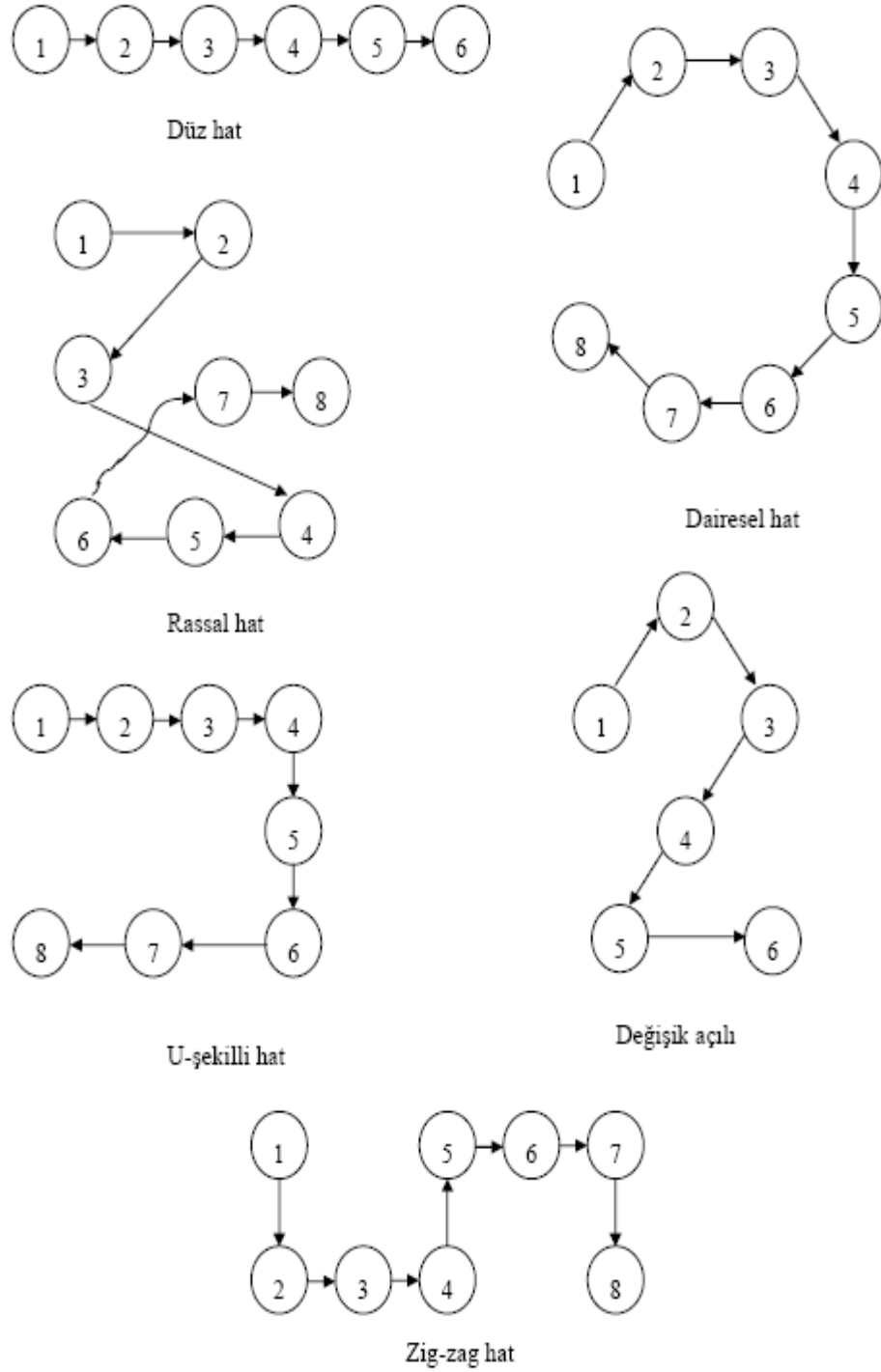
İşlem zamanına göre montaj hatları, deterministik işlem zamanlı ve stokastik işlem zamanlı olmak üzere ikiye ayrılır.

Deterministik işlem zamanlı montaj hatlarında, görev zamanlarının verilmiş olduğu ve bu zamanların bir birimden diğerine herhangi bir değişim göstermediği varsayılmaktadır. Stokastik işlem zamanlı montaj hatlarında ise, görev zamanları, belirli bir dağılımla ifade edilir. İnsan unsuru, görev zamanlarının değişken olmasına yol açmaktadır. (Gökçen, 1994)

1.1.4. Montaj Hatlarının Yerleşimi

Üretilen ürün ve hattın kurulacağı yerin fiziksel yapısı, montaj hattının şeklini belirlemede yardımcı olur. Genelde düz hatlar yeğlenir, ama kimi aygıtların birden fazla istasyonda kullanılması, hacmin fiziksel özelliklerinin düz hatta izin vermemesi gibi çeşitli nedenlerden ötürü, farklı biçimlerde hat şekilleri de yeğlenebilir. Fiziksel montaj hatları; düz, dairesel, rassal, değişik açılı, U-şekilli ve zig-zag gibi değişik biçimlerde tasarlanabilir. (Bayraktaroğlu, 2007)

Şekil 1.3’de montaj hatlarının yerleşimi görülmektedir.



Şekil 1.3. Montaj Hatlarının Yerleşimi (Bayraktaroğlu, 2007)

1.1.5. Montaj Hattı Dengeleme Problemi

1.1.5.1. Montaj Hattı Dengeleme Probleminin Amaçları

Çakır (2006)'a göre montaj hattı dengelemenin amaçları şunlardır:

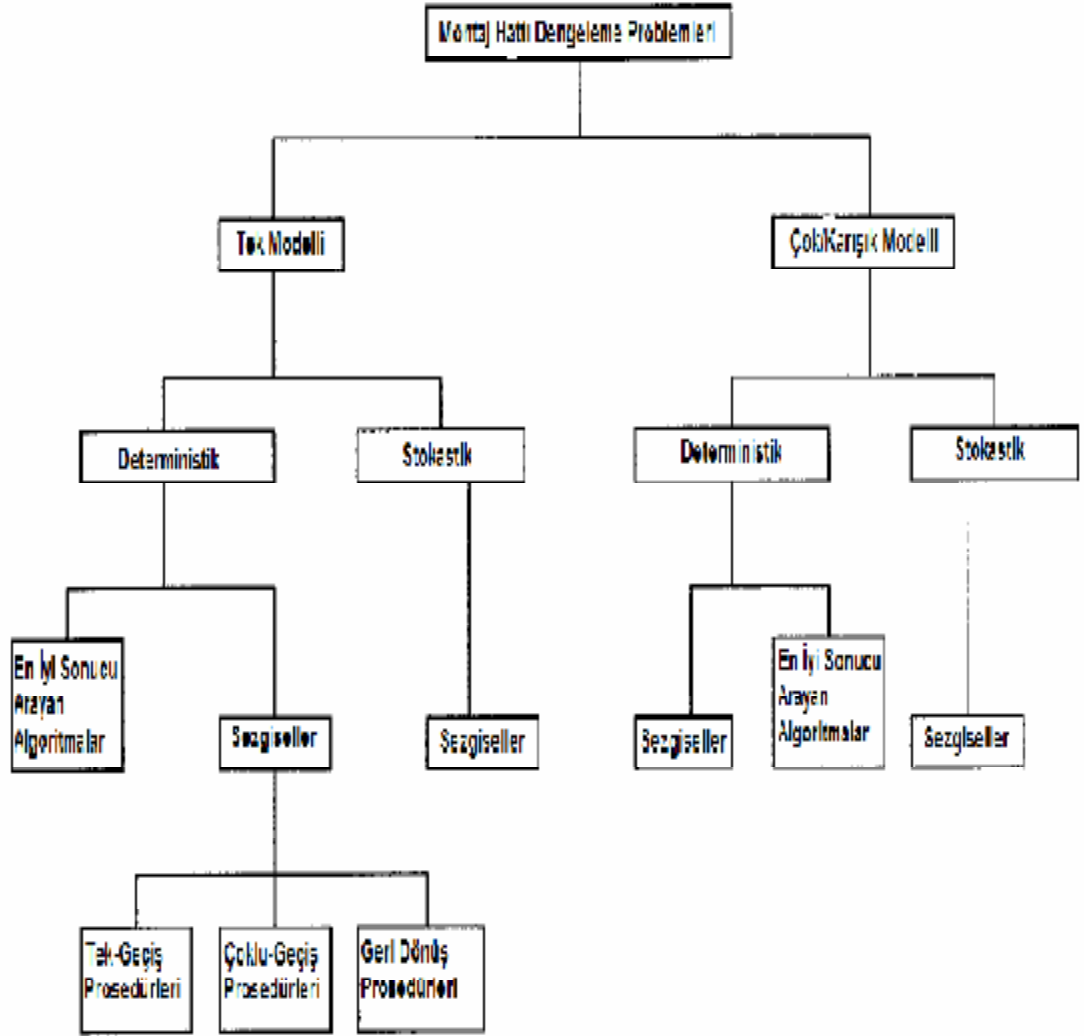
- Düzenli bir malzeme akışını sağlamak.
- İnsan gücü kullanımını en üst düzeye ulaştırmak.
- Makine sığalarını en üst düzeyde kullanmak.
- İşlemler için en az miktarda süreyi kullanmak.
- İşlemler için en az miktarda malzeme kullanmak.
- Boş zamanları veya dengeleme kayıplarını en küçükleme.
- İş istasyonu sayısını en küçükleme.
- Denge kayıplarını, iş istasyonları arasından düzgün şekilde dağıtmak.
- Hat dengeleme maliyetini en az düzeyde tutmak.

Montaj hattı dengeleme probleminin amacı düşünüldüğünde problem iki tipe ayrılır (Çakır, 2006):

- Tip1: Gerekli çevrim zamanı verilerek ve her görevin zamanı, önceliği ve bölgesi belirlenerek, montaj işindeki görevlerin yapılabilmesi için istenen işçilerin minimum sayısı belirlenir.
- Tip2: Belirli işçi sayısı verilerek ve her görevin zamanı, önceliği ve sırası bilinerek bir montajı tamamlamak için gerekli çevrim zamanı belirlenir.

1.1.5.2. Montaj Hattı Dengeleme Probleminin Çözümü

Literatürdeki çalışmalar göz önüne alındığında MHDP için bir çok farklı çözüm algoritmasına rastlanmıştır. Problem NP_zor bir problem olduğu için genelde kullanılan algoritmalar sezgisel yaklaşımlardır. Bayraktaroğlu (2007) tarafından yapılan çalışmada mevcut çözüm yaklaşımları Şekil 1.4'te özetlenmiştir.



Şekil 1.4. Montaj Hattı Dengeleme Problemi Çözüm Alternatifleri (Bayraktaroğlu, 2007)

1.2. Problemin Tanımı

Çalışma kapsamında; belirli yeteneklere sahip takımlardaki işgücünün bulunduğu karma modelli montaj hatları için, dengeleme ve her istasyonda çalışacak çok becerili işgücü sayısını belirlemeyi aynı anda yapan bir problem tanımlanmıştır.

Literatürde tanımlanmış problemlerde, karma modellenli montaj hatlarında dengeleme ve çok becerili atanacak işgücü sayısını belirlemeyi aynı anda inceleyen bir probleme rastlanmamıştır.

Problemde, işler farklı işgücü alternatifleri göz önüne alınarak minimum sayıda işgücü ve istasyona atanmaya çalışılarak montaj hattının dengelenmesi sağlanacaktır.

1.3. Çalışmanın Amacı

Montaj hattı dengeleme problemi (MHDP), seri üretim yapan firmalar için büyük önem taşımaktadır. Yüksek malzeme sayısı problemi zorlaştırmakta ve işletme için önemli kılmaktadır. Literatürde uzun süredir çalışılan bir konu olmasına rağmen halen çalışmaların devam etmesi konunun önemini göstermektedir.

Montaj hattı dengelemede işgücünün etkisi son dönemde konu ile ilgili yapılan çalışmalarda yoğun olarak incelenmiştir.

Çalışmada montaj hattı dengelenmesinde işgücü faktörünün göz önüne alınması amaçlanmıştır. Bu sayede eldeki işlemler, istasyonlara işgücü kısıtlamaları göz önüne alınarak minimum maliyetle dengeli bir şekilde dağıtılmıştır.

İncelenen montaj hattının karma modellenli olmasıyla ve birden fazla işgücü beceri türünün düşünülmesiyle gerçek sanayi uygulamalarında kullanılabilecek bir yaklaşım geliştirilmesi amaçlanmıştır.

1.4. Çalışmanın Kapsamı

Çalışma kapsamında montaj hattı problemine ek olarak grup büyüklüğü belirleme problemi de incelenmiştir. İncelenen problem aşağıdaki karakteristiklere sahip olarak tanımlanmıştır:

- i. Montaj hattı karma modellenlidir:* Karma modellenli montaj hatları aynı anda birden fazla ürün modelinin üretilebildiği montaj hatlarıdır.
- ii. İncelenen montaj hattı düz hatlıdır:* Çalışmada incelenen montaj hattı düz montaj hattı yerleşimine sahiptir.

iii. Deterministik işlem süreleri vardır: Deterministik zamanların kullanılması modelin çözümünü kolaylaştıracağı için bu çalışmada deterministik işlem süreleri alınmıştır.

iv. Çevrim süresi bilinmektedir: Çalışma kapsamında önceden belirlenmiş bir çevrim süresi için montaj hattı dengelenmeye çalışılacaktır.

Çalışmada göz önüne alınan işgücü atamaları için tanımlanan problemin karakteristiği aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

i. Belirli sayıda beceri grubu bulunmaktadır: Problemden farklı becerilere sahip bilinen sayıda işgücü takımları bulunmaktadır.

ii. Farklı beceri grupları, farklı istasyonlarda çalışabilmektedir: Farklı becerilere sahip işgücü aynı istasyonda çalışabilir.

iii. Her çalışan işgücü sadece bir istasyonda çalışabilmektedir: Çalışan her işgücü sadece bir istasyonda çalışmaktadır. İstasyonlar arası işgücü rotasyonlarına izin verilmemektedir.

iv. Her çalışan işgücü sadece bir beceri için çalışabilmektedir: Birden fazla beceriye sahip işgücü için işgücü sadece bir becerisi için çalışabilmektedir.

Problemin karakteristiği göz önüne alındığında bazı kısıtlamalar ile karşılaşmıştır. Bunlar varsayım olarak belirtilmiştir. Problemden varsayımlar şunlardır:

i. Her bir işçinin yapabileceği işler önceden bilinmektedir,

ii. İşçilerin öğrenme özelliği bulunmamaktadır,

iii. İşlem süreleri birbirinden bağımsızdır,

iv. Farklı modellerde işlem süreleri, aynı işlemler için her modelde aynıdır,

v. Farklı modellerde aynı önceliğe sahip farklı işler vardır.

1.5. Çalışmanın Özgün Katkısı

Çalışmanın özgün katkıları şunlardır:

i. Çalışma ile işlerin istasyonlara işgücü göz önüne alınarak dengeli bir şekilde atanması sağlanmıştır.

- ii. Çalışma ile işgücünün istasyonlara atanması ve verimli kullanılması sağlanmıştır.
- iii. Gerçek sanayi koşullarının sağlanması açısından karma modelli montaj hattı düşünülmüştür.
- iv. Birden fazla beceri grubunun gerekli olduğu montaj hattı düşünülmüştür. Montaj hatlarında işgücü genellikle aynı beceriye sahip olduğu varsayılsa da uygulamada işgücü farklı becerilere sahip olabilmektedir. Bu çalışmada uygulamaya yakınlık olması açısından beceri grupları birden fazla düşünülmüştür.
- v. Deterministik işlem zamanları düşünülmüştür. İşlem zamanlarının deterministik alınması çözüm kolaylığı sağlamıştır.
- vi. Problemin çözümünün kolay olması için bazı işlemler uygulamada olduğu gibi belirli istasyonlara atanabilmesi sağlanmış ve bu sayede gereksiz değişkenlerin kullanılmaması sağlanmıştır.
- vii. Senaryo analizi ile oluşturulan matematiksel modelin farklı koşullar altında vereceği tepkiler irdelenmiştir.

1.6. Çalışmanın Adımları ve Organizasyonu

1.6.1. Çalışmanın Adımları

- i. **Problemin Belirlenmesi:** İncelenecek problemin belirlenmesi sürecidir. Probleme kullanılacak parametreler ve gerekli bilgilerin toplandığı adımdır.
- ii. **Önceki Çalışmaların İncelenmesi:** Montaj hattı dengeleme ve işgücü atamasıyla ilgili geçmiş çalışmaların incelendiği süreçtir. Literatürde bulunan problem formülasyonları ve çözüm yaklaşımlarının incelendiği adımdır.
- iii. **Problemin Tanımlanması:** Çalışma kapsamında çözülecek problemin tanımlanması sürecidir. Probleme ilgili gerekli parametreler, karar değişkenleri ve kısıtlamaların belirlendiği adımdır.

- iv. Matematiksel Modelin Geliştirilmesi:* Problemin çözümü için matematiksel modelin geliştirildiği ve kullanılacak paket programa entegre edildiği adımdır.
- v. Matematiksel Modelin Çözümü:* Karma Tamsayılı Programlama yöntemiyle hazırlanan modelin çözümünün yapıldığı adımdır.
- vi. Sonuçların Analiz Edilmesi:* Problemin çözümünden elde edilen sonuçların değerlendirildiği ve gelecek çalışmalar için önerilerin verildiği adımdır.

1.6.2. Çalışmanın Organizasyonu

Çalışmanın ikinci bölümünde, montaj hattı dengeleme ve montaj hattı dengelemede işgücü faktörü ile ilgili yapılmış önceki çalışmalara yer verilmiştir. Üçüncü bölümde, önerilen matematiksel yöntem, problemin formülasyonu ile kullanılan veriler yer almıştır. Dördüncü bölümde, geliştirilen yaklaşım için elde edilen bulgular ve analizlere yer verilmiştir. Literatürde bulunan geçmiş çalışmalar için geliştirilen yaklaşımla çözümler elde edilmiştir. Son bölümde elde edilen sonuçlar değerlendirilmiş ve gelecekteki çalışmalar için yapılan önerilere yer verilmiştir.

2.ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

2.1. Karma Modelli Montaj Hattı Dengeleme

Gökçen (1994) tarafından yapılan çalışmada, karışık modelli montaj hatları için farklı alternatif modeller önerilmiştir. 0-1 tamsayılı programlama modeli, sezgisel ve amaç programlama metotlarıyla çözümler bulunmuş ve kıyaslanmıştır. Ortak görevler aynı istasyona atanmıştır ve tüm modeller tek bir öncelik diyagramında birleştirilmiştir. Maksimum istasyon sayısı için üst limit ve atamalar için belirli istasyonlara indirgenerek problemin çözümü hızlandırılmıştır.

McMullen ve Frazier (1997), stokastik işlem zamanları ile paralel işlemlerin bulunduğu karma modelli bir montaj hattı üzerinde dengeleme yapmıştır. Çözüm için sezgisel bir yaklaşım geliştirilmiştir. Yedi farklı iş atama yaklaşımı göz önüne alınmıştır. Altı farklı hat dengeleme problemi üzerinde sezgisel yaklaşımla çözüm bulunmuştur. Son olarak altı problemde yedi farklı iş atama yaklaşımının performansı incelenmiştir.

Gökçen ve Erel (1998) tarafından yapılan çalışmada, karma modelli montaj hatları için ikili tamsayı formülasyonu incelenmiştir. Modeller arasında aynı işlemler için farklı işlem sürelerinin olduğu ve tüm işlem sürelerinin deterministik olduğu varsayılmıştır. 11 işleme sahip örnek problem üzerinde oluşturulan model irdelenmiştir. 10, 20, 30, 40 ve 60 işleme sahip problemlere geliştirilen formülasyon uygulanmıştır.

Erel ve Gökçen (1999), karma modelli montaj hatları için ek kısa yol yaklaşımı geliştirmiştir. İşlem süreleri deterministik olarak kabul edilmiştir. Modeller için ortak olan işlerin aynı istasyona atanacağı ve tüm modeller için ortak bir öncelik grafiği olacağı varsayılmıştır. Bu sayede problemin tek model için kullanılan en kısa yol çözümü yaklaşımı, karma modelli versiyonuna uygulanmıştır.

Lee ve ark. (2001) tarafından yapılan çalışmada, otobüs ve kamyon gibi büyük ürünlerdeki çift taraflı montaj hatlarının dengelemesine çalışmıştır. Problem, işlerin ilişkililiğini ve boşluklarını maksimize etmeyi amaçlamaktadır. İşlerin ilişkililiği, bazı işlerin öncelik ilişkisi olmamasına rağmen aynı istasyonda yapılması

olarak tanımlanabilir. İşlerin boşlukları, öncelik ilişkisi olan iki işin arasında mümkün olduğunca boşluk olmasıdır. Çözüm için sezgisel bir yaklaşım geliştirilmiştir. Literatürde bilinen test problemleriyle geliştirilen yaklaşımın uygulaması yapılmıştır.

Matanachai ve Yano (2001) tarafından yapılan çalışmada, karma modelli montaj hatları için iş yükünün azaltılması göz önüne alınarak dengelenmeye çalışılmıştır. Modeller arasında her model için kullanılan işlerin ortak olarak bulunduğu öncelik diyagramı bulunmaktadır. İşlem süreleri deterministik olarak belirlenmiştir. Sezgisel bir yaklaşımla problemin çözümüne çalışılmıştır.

Bukchin ve ark. (2002), siparişe göre üretim yapan işletmeler için karma modelli montaj hatlarının tasarımını ve dengelenmesini incelemiştir. Çalışmada istasyon sayısını en küçükmek amaçlanmıştır. Modeller için ortak bir öncelik diyagramı kullanılmıştır. Matematiksel formülasyon oluşturulmuş ve çözüm için sezgisel bir yaklaşım geliştirilmiştir.

Jin ve Wu (2002), karma modelli montaj hattı için yeni bir sezgisel yaklaşım geliştirmiştir. Çalışmada, varyans algoritması adı verilen sezgisel algoritma ile çözüm aranmıştır. Örnek problem için geliştirilen metot ile literatürde kullanılan diğer sezgisel yaklaşımlar karşılaştırılmıştır. Örnek problemde en uygun sonuca en yakın sonucun çalışma süresi yüksek olmasına rağmen geliştirilen algoritma olduğu gösterilmiştir.

Miltenburg (2002) tarafından yapılan çalışmada, U şeklindeki karma modelli montaj hatlarını dengelemek ve çözelgelemeye çalışılmıştır. Modeller için birleşik öncelik diyagramı ve deterministik işlem süreleri düşünülmüştür. Çözüm yaklaşımı olarak genetik algoritma kullanılmıştır. 128 örnek problem için, 7 farklı faktöre göre sonuçlar irdelenmiştir.

Bukchin ve Rabinowitch (2006), toplam maliyeti en küçükmeyi amaçlayan karma modelli montaj hattını dengelemeye çalışmışlardır. Toplam maliyet, iki maliyet kalemini içermektedir. Bunlardan ilki istasyonların kullanımından doğan maliyettir. İkinci maliyet kalemi ise, farklı modeller için ortak olan işlerin farklı istasyonlara atanmasından doğan makine, malzeme, işçilik (eğitim ve öğrenme etkisi) vs. maliyetlerdir.

Çalışmada; çok modelli, her model için benzer işlerin yapıldığı, işlem sürelerinin modellere göre değişebildiği, her işlemin çevrim süresinin altında olduğu ve her işin tek bir istasyonda yapılabildiği montaj hattı düşünülmüştür. Montaj hattının daha hızlı dengelenmesi için dal-sınır algoritması tabanlı bir sezgisel geliştirilmiştir. Bu sayede büyük hacimli problemlerin çözülmesi sağlanmıştır.

Güden (2006) tarafından yapılan yüksek lisans tezinde, bir vaka üzerinde montaj hattı dengeleme problemini çözmek amaçlanmıştır. İncelenen hat deterministik işlem sürelerine sahiptir. Literatürde bilinen test problemleri ve incelenen vaka için çok amaçlı olarak tek modelli ve çok modelli montaj hatları için çözüm aranmıştır.

Matematiksel yaklaşımla incelenen problem çözülmeye çalışılmıştır. Çözüm süresinin çok yüksek olması nedeniyle tavlama benzetimi yaklaşımı ile problem çözülmeye çalışılmıştır.

Keskintürk ve Küçük (2006), karma modelli montaj hatlarında genetik algoritma ile çözüm bulmayı amaçlamışlardır. Çalışmada, önceliklerin sağlanmasını ve atıl süreleri minimize etmeyi sağlayacak uygunluk fonksiyonu tanımlanmıştır. Bu sayede istasyon sayısının en küçüklenmesi sağlanacaktır. 106 işlemden oluşan bir montaj hattı üzerinde geliştirilen yöntem incelenmiştir.

Bautista ve Pereira (2007) tarafından yapılan çalışmada, zaman ve yer kısıtlı montaj hattı dengeleme problemi için karınca kolonisi optimizasyonu ile çözüm aranmıştır. Otomotiv sektöründe yapılan uygulama sonucunda literatürde bilinen iki vaka için sezgisel yaklaşımlardan daha iyi bir sonuç ortaya koymuştur.

Kara ve ark. (2007), tam zamanında üretim sistemi ile çalışan U tipi karma modelli montaj hatları için dengeleme ve model sıralama üzerinde çalışmıştır. Çok amaçlı bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Amaçlar, istasyonlar arası iş yükündeki mutlak farklılıkları minimize etmek, parça kullanım oranları ve kurulum maliyetlerini minimize etmek olarak düşünülmüştür. Modeller arasında öncelik diyagramları farklı olarak kabul edilmiş ve işlem süreleri modeller arasında değişebilmekle birlikte deterministik olarak kabul edilmiştir.

Çözüm için tavlama benzetimi algoritması kullanılmış olup 20 işlemlilik örnek bir problem üzerinde algoritmanın sonuçları irdelenmiştir.

Boysen ve ark. (2009) tarafından yapılan çalışmada birleşik öncelik grafikleri ile çok fazla sayıda model çeşitliliği olan durumlar için karışık modellenmiş montaj hattı dengeleme problemi incelenmiştir. Birleşik öncelik grafikleri, otomotiv gibi opsiyon ve model sayısı çok yüksek sektörler için tüm modeller için birleştirilmiş tek bir öncelik grafiği olarak düşünülmüştür. İşlem süreleri deterministik olarak varsayılmıştır.

Hwang ve Katayama (2009), U şeklindeki montaj hatlarının dengelenmesi için genetik bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Performans değişkenleri, atama yapılan istasyon sayısı ve iş yükü değişkenliği olarak belirlenmiştir. 19, 61 ve 111 işe sahip üç farklı problemde kullanılan yaklaşım test edilmiştir.

Özcan ve Toklu (2009), karma modellenmiş montaj hatlarında; hattın çift taraflı kullanılabilmesi durumunu göz önüne almıştır. Modeller arasında ortak bir öncelik diyagramı kullanılmıştır. İşlem süreleri deterministik olarak düşünülmüştür. İşlemlerin tamamlanma süresi modeller arasında değişkenlik gösterebilmektedir. Amaç fonksiyonu öncelikle çift taraflı kullanılan istasyon sayısının minimize edilmesidir. İkincil amaç olarak istasyon sayısının minimize edilmesi düşünülmüştür. Çözüm için tavlama benzetimi algoritması geliştirilmiştir. İşlem sayısı 9, 12, 16, 24, 65 ve 148 olan test problemleri üzerinde geliştirilen algoritma test edilmiştir.

2.2. Montaj Hattı Dengelemede İşgücü

Bukchin ve ark. (1997) tarafından yapılan çalışmada takımların çalıştığı montaj hatları için tasarlama yaklaşımı tanıtılmıştır. Tanımlanan yaklaşım, Bukchin ve Masin (2004) tarafından kullanılarak takımların çalıştığı montaj hatları için çok amaçlı tasarlama yapmıştır. Tasarlama; takım sayısı, takımlar arası öncelik ilişkisi, takım büyüklükleri ve takımların içereceği işlemler göz önüne alınmıştır. Ürün ağaçları düşünülerek tasarlama yapılmıştır. Beş farklı performans kriteri göz önüne alınmıştır. Dal sınır algoritması ile probleme çözüm aranmıştır.

Lee ve Vairaktarakis (1997), karma modellenmiş montaj hattı sistemleri için işgücü planlaması yapmıştır.

Çalışmada, tüm istasyonlardaki işgücüler dikkate alınarak maksimum işgücü gereksinimini minimum yapmak amaçlanmıştır. Klasik montaj hattı dengeleme problemlerinde, işini tamamlayan işgücünün darboğaz oluşturan istasyona yardım etmesi varsayımı bu çalışmada iptal edilerek bütün işgücünün minimum aylak zamana sahip olması istenmiştir. Bunun sonucu olarak her bir istasyona kalıcı işgücü atanmıştır. Bu iş gücü miktarının yetersiz olması durumunda ise geçici işgücü tedariki söz konusu olacaktır. Çalışmada yapılan önemli bir varsayım tüm işçilerin tüm istasyonlarda çalışabilecek yetenekte oldukları varsayımdır.

Tanımlanan problem iki istasyonlu örnek durum için tasarlanmış ve optimum çözüm algoritması bulunmuştur. Buradan hareketle problem için birkaç sezgisel yaklaşım geliştirilmiştir.

Nakade ve Ohno (1999) tarafından yapılan çalışmada U şeklindeki montaj hattı için işgücü yerleştirme problemi çözülmeye çalışılmıştır. Bilinen montaj hattı dengeleme problemlerinde kullanılmayan işgücünün hareket ve bekleme sürelerini göz önüne alan sezgisel bir yaklaşım geliştirmiştir. Problemden, deterministik işlem süreleri göz önüne alınmıştır. Problemden minimum işgücü sayısı için çevrim süresi minimize edilmeye çalışılmıştır.

Doerr ve ark. (2000) tarafından yapılan çalışmada, işgücü farklılıkları ve fazla mesai yapılması durumunun göz önüne alındığı montaj hatları dengelenmeye çalışılmıştır. Normal ve fazla mesai maliyetlerini minimize etmeye çalışan çalışmada işgücünün farklı becerilere sahip olduğu montaj hattında, işlem süreleri işgücüne göre değişmekle birlikte stokastik olarak kabul edilmiştir. Optimizasyon ve sezgisel algoritmalar geliştirilmiş ve problemin büyük ölçekli problemlere uygulanabilmesi sağlanmıştır.

Heike ve ark. (2001) tarafından yapılan çalışmada, düşük sayıda üretim yapılan sektörler için karma modellenmiş montaj hattı seçenekleri incelenmiştir. Uzay endüstrisi üzerine yapılan çalışmada, işgücü ve stok tutma maliyetleri göz önüne alınarak çevrim süresi ve işgücü atamaları göz önüne alınmıştır. Dört farklı modelin, yirmi beş farklı işin ve yedi istasyonun bulunduğu bir hava aracı montaj hattında farklı çevrim sürelerinin bulunduğu ve farklı işgücü takım büyüklüklerine sahip olunması durumu ve optimum işgücü ataması için uygulama yapılmıştır.

Gronalt ve Hartl (2003) tarafından yapılan çalışmada, orta seviyede üretim yapan kamyon fabrikası için işgücü planlaması ve atamasını yapmıştır. Normal ve yer değiştirebilen işçilerin yer aldığı problem minimum maliyet için çözülmeye çalışılmıştır.

Hopp ve ark. (2004), seri üretim sistemlerinde çapraz eğitilmiş işçilerden sağlanacak faydalar üzerine çalışmıştır. İşgücündeki çevikliğin gücünün, montaj hatlarında ve yarı mamul sürecinin verimliliğinin artırılmasına yapacağı katkıya odaklanılmıştır.

Farklı yeteneklere sahip işgücü grubu, üretimdeki olası aksaklıklarda işi erken biten işgücünün beklemeye yol açan darboğaz işe aktarılmasıyla hattın verimliliğinin yükseltilmesini sağlar. Bu sayede işgücünün boş zamanı azaltılmakla birlikte hattaki dengesizlik de giderilir.

Dimitriadis (2006), montaj hattı dengeleme ve grup çalışmasını göz önüne alan bir çalışma yapmıştır. Tek modelli montaj hatları için deterministik işlem süreleri göz önüne alınmıştır. Ayrıca çalışan işgücünün tamamının tek beceriye sahip olduğu ve bir istasyonda birden fazla kişinin çalışabileceği varsayımı yapılmıştır. Amaç olarak istasyon sayının en küçüklenmesi kabul edilmiştir.

Problemin çözümü için sezgisel bir yaklaşım geliştirilmiştir. Geliştirilen yaklaşım her bir istasyon için tüm olası grup büyüklüğü değerlerini denemekte ve en uygun işgücü sayısını seçmektedir. Geliştirilen yaklaşım, literatürde bilinen ve 64 işe sahip her istasyonda en fazla iki işçinin çalışabildiği vaka ile test edilmiştir.

Song ve ark. (2006), operatör verimliliğini göz önüne alan bir montaj hattı dengeleme problemi incelenmiştir. Bir optimizasyon metodu geliştirilmiştir.

Çalışmada insan gücünün yoğun olarak kullanıldığı elbise üretim süreci incelenmiştir. İşlemler için operasyon sürelerinin stokastik olduğu ve atanacak her işçinin kendine özgü özelliklere sahip olduğu varsayılmıştır. Çalışmada işçiler, tek yetenekli ve çok yetenekli olmak üzere ikiye ayrılmış ve atama sırasında bu durum göz önüne alınmıştır.

Çalışmada incelenen model için üç temel amaç belirlenmiştir. Bunlar operatör verimliliğinin sapmasını en küçükleme, hat verimini maksimize etme ve toplam operasyon verimlilik kaybını minimize etmektir.

Çalışmada çözüm için sezgisel bir yaklaşım kullanılmıştır. Geliştirilen sezgisel yaklaşımla hat dengelenmeye çalışılmıştır. Beş farklı vaka üzerinde geliştirilen algoritma denenmiştir.

Miralles ve ark. (2007), montaj hattı dengeleme problemine işgücü atanması problemini de eklemiştir. Çalışmada, engelli çalışanlar için korunmuş iş merkezlerinin düşünüldüğü bir yaklaşım kullanılmıştır. Literatürde engelliler için korunmuş iş merkezleri problemi, engelli kişilerin de normal kişiler gibi çalışmasının sağlanması problemiştir.

Çalışmada kullanılan problem, işlem zamanları ve işler arasındaki önceliklerin kesin olarak bilindiği tek ürün üretilen ve ara stok noktalarının olmadığı belirli hızdaki montaj hatları için bir yaklaşım geliştirilmiştir. Farklı yeteneklere sahip bilinen sayıda iş gücünün elde bulunduğu varsayılmıştır. Bu sayede işçiler, bazı işleri yapabilme yetenekleri olmamasına karşın bazı işleri verimli bir şekilde yapabilmektedir. Ayrıca işçiler ve işler sadece tek bir istasyona atanabilmektedir.

Tanımlanan matematiksel model incelendiğinde, problem amaç fonksiyonuna göre klasik montaj hattı dengeleme problemi gibi ikiye ayrılmıştır. Amaç fonksiyonunu istasyon sayısını en küçükleme olan problem 1, çevrim süresini en küçükleme olan problem 2. tip problem olarak tanımlanmıştır. Her işçi ve işin belirli istasyonlara atanma zorunluluğu, öncelik ilişkilerinin sağlanması, atamaların çevrim süresini aşmaması ve her işin tamamlanma kısıtları bulunmaktadır.

Çalışmada tanımlanan montaj hattı dengeleme ve işgücü atama problemi için bazı oluşabilecek ek kısıtlamalara da yer verilmiştir. Bunlar; bazı işlerin belirli işçilere atanabilme durumu, bazı işçilerin engellerinden dolayı onlar için tasarlanan özel istasyonlara atanabilme durumları ve tüm işçilerin atanma durumlarıdır.

Problemin çözüm aşamasında; tanımlanan matematiksel model, dal sınır algoritmasıyla çözülmüştür. Algoritma 3 farklı arama stratejisi ve farklı parametrelerle denenmiştir. Ayrıca çalışmada tanımlanan problemin, gerçek hayatta uygulama noktalarından da bahsedilmiştir.

Bock (2008) tarafından yapılan çalışmada, karma modellenmiş montaj hatlarında problemin çözümünü zorlaştıran işgücü planlaması, iş ve süreç planlaması ve farklı varyantların bulunduğu üretim ortamı için dengeleme yapmıştır. Çalışmada Tabu

Arama (Tabu Search) algoritmasıyla geliştirilen kompleks problem çözülmüştür. Geliştirilen sezgisel yaklaşım için, 60 ve 100 iş ile 10 ve 30 farklı opsiyondan oluşan test problemleri çözülmüştür.

Chaves ve ark. (2009), Miralles ve ark. (2007) tarafından yapılan çalışmada tanımlanan montaj hattı dengeleme ve işgücü atama problemi (MHDİAP) için yeni bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Çalışmada, tek ürünün üretildiği bir montaj hattında, deterministik işlem süreleri dikkate alınmıştır. İşgücü atamada, k tane istasyon ve her istasyonda çalışabilecek tek bir işçi için k tane işçi olduğu varsayılmıştır. Yapılan uygulamada amaç fonksiyonu olarak, çevrim süresinin minimize edilmesi tanımlanmıştır.

Problemin çözümünde sezgisel yaklaşım olan kümeleyerek arama (Clustering Search) yaklaşımı kullanılmıştır. Geliştirilen yaklaşımın test edilmesinde literatürde bilinen 4 problem kullanılmıştır. Bu problemler 25, 28, 70 ve 75 işe ve 10, 11, 27 ve 30 işgücüne sahiptir. Problemlerin biri dışında en iyi bilinen sonuçlara ulaşılmıştır.

Costa ve Miralles (2009), montaj hattı dengeleme ile işgücü atama problemini birlikte ele alan bir çalışma yapmışlardır. Daha önce Miralles ve ark(2007) çalışmasında oluşturulan modelden farklı olarak işçilerin işler arası rotasyon yapabildiği bir model oluşturmuşlardır.

Modelde işçilerin rotasyonunun maksimize edilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca yeni oluşturulan model önceki matematiksel modelin çözümünden elde edilen minimum çevrim süresinin bir alt sınır olarak ele almış ve bu sayede daha kötü çözümlerin oluşmasını engellemiştir.

Çalışmada deterministik işlem süreleri kullanılmış ve tek ürünün üretildiği montaj hatları göz önüne alınmıştır. Çözüm için sezgisel bir ayrıştırma algoritması kullanılmıştır.

Moreira ve Costa (2009), montaj hattı dengeleme probleminde işgücü atama problemini incelemişlerdir. Problemde işler için işgücüne bağlı olarak farklı tamamlanma sürelerine sahip olabileceği düşünülmüştür.

Matematiksel modelde literatürde tanımlanan varsayımlar altında, amaç olarak çevrim süresini minimize etmek yer almıştır. Modelin literatürden farklı olarak işlerin farklı işçilere göre farklı sürelerde tamamlanması önemlidir. Ayrıca ek

olarak orijinal problemdeki bazı kısıtlar güncellenerek modelin veriminin artması sağlanmıştır.

İncelenen problemin çözümünün zor olması nedeniyle çözümde tabu arama algoritmasından faydalanılmıştır.

Sonuç olarak çözümün daha basit, hızlı, doğru ve esnek olması amaçlanmış ve bu amaca ulaşılmıştır.

Scholl ve ark. (2009), tek modellenli montaj hattı için atama kısıtlarını göz önüne almıştır. Atama kısıtları; iş kısıtları, kaynak kısıtları, uzaklık kısıtları ve istasyon kısıtları olarak belirlenmiştir. Kaynak kısıtlarında; makine, teçhizat ve işgücü kaynakları için karşılaşılabilecek kısıtlamalar göz önüne alınmış ve çözümlenmeye çalışılmıştır. Problem deterministik işlem süreleri göz önüne alınarak minimum istasyon sayısına ulaşmayı amaçlamaktadır. Çözüm yaklaşımı olarak ABSALOM adı verilen dal sınır yaklaşımı geliştirilmiş ve test problemine uygulanmıştır.

2.3. Önceki Çalışmaların Değerlendirilmesi

Montaj hattı dengeleme ve işgücü atama problemi üzerine literatürdeki birçok çalışma incelenmiştir. Montaj hattı dengeleme problemi tanımlandığı 1955 yılından beri literatürde sıkça çalışılmış bir problemdir. Bununla birlikte, karma modellenli montaj hatları dengelenmesi tek ürünlü montaj hatlarına göre daha zor olduğundan dolayı daha az çalışılmıştır.

Montaj hatlarında işgücü faktörü ise özellikle son dönemlerde üzerinde düşünülen bir konudur. Bunun nedeni, montaj hatlarında çalışacak işgücünün farklı uzmanlıklara ihtiyaç duyabilmesidir. Özellikle çok becerili işgücüne ihtiyaç duyulan montaj hatlarında, işgücüne göre montaj hatlarının dengelenmesi gerekliliği doğmuştur.

Bu çalışmada çok becerili işgücü faktörü göz önüne alınarak minimum maliyete ulaşmak isteyen, deterministik işlem süreli, paralel istasyonlara ve işlerin bölünmesine izin verilmeyen ve karma modellenli olan montaj hattı dengelenmeye çalışılmıştır. Önceki çalışmalar incelendiğinde, incelenen hat karakteristiğine uyan bir çalışmaya rastlanmamıştır.

3. MATERYAL VE METOD

3. 1. Materyal

3.1.1. Problemde Kullanılan Veriler

Çalışma kapsamında problemin test edilmesi için iki örnek problem kullanılmıştır. İlk örnek problem, Askin ve Standridge (1993) tarafından yapılan çalışmadan alınan 12 işlemlilik tek modelli bir montaj hattıdır. Problemin karma modelli olabilmesi için 4 modelli olarak kabul edilip, modellerin içereceği işlemler rastgele atanmıştır. İşlemlerin maksimum süresi olan 46 dakika çevrim süresi olarak kabul edilmiştir. 4 beceri grubu düşünülmüş olup işlemler için beceri grupları rastgele atanmıştır.

İkinci örnek problem, Miralles ve ark. (2007) tarafından yapılan çalışmada verilen 18 işlemlilik tek modelli bir montaj hattıdır. Problemin karma modelli olabilmesi için 4 modelli olarak kabul edilip modellerin içereceği işlemler rastgele atanmıştır. İşlemlerin maksimum süresi 181 dakika olduğundan dolayı çevrim süresi olarak 200 kabul edilmiştir. 4 beceri grubu düşünülmüş olup işlemler için beceri grupları rastgele atanmıştır.

Model test edildikten sonra, 58 işleme ve tek modele sahip www.assembly-line-balancing.de adresinden alınan Warnecke isimli veri seti kullanılmıştır. Veri setinde bulunmaması sebebiyle veri setinin öncelik diyagramı bütünleşik öncelik diyagramı kabul edilmiştir. Buna ek olarak 3 olarak belirlenen model türü için işlemlerin gerekli olduğu model türleri değerleri rastgele olarak dağıtılmıştır. Buna ek olarak her bir iş için bir beceri grubu rastgele atanmıştır. Problemdeki işlem sayısının yüksek olması çözüm süresinin artmasına neden olmaktadır. Bu sebeple kullanılacak verilere ek olarak istasyon verileri de kullanılmaktadır. İstasyon verileri her işin belirli istasyonlara atanmasını sağlayacaktır. Bu sayede çözümün aranacağı değişken sayısı azalmış ve problemin çözümü kolaylaşmıştır.

3.2. Metod

3.2.1. Problemin Formülasyonu

3.2.1.1. Amaç Fonksiyonu

Eldeki problem göz önüne alındığında matematiksel model için amaç fonksiyonu olarak toplam maliyetin minimize edilmesi kullanılacaktır.

Toplam maliyet, kullanılan işgücü maliyetleri ile yeni bir istasyon açmanın maliyetinin toplamı olarak tanımlanmıştır.

Kullanılan işgücü maliyetleri, eldeki koşullar hattında her bir beceri grubunda en az kaç işçi kullanılmalıdır? Sorusunun cevabını aramaktadır. İşgücü maliyetleri, işgücünün hatta kullanılmasından doğan işçilik maliyetleridir. Farklı beceri grupları için maliyetler farklı olacağından işgücü maliyetleri, hatta atanacak işgücü sayısının minimize edilmesini sağlayacaktır.

İstasyon açma maliyeti, bilinen çevrim süresi için en az kaç istasyon kullanılmalıdır? Sorusunun cevabını aramaktadır. Kullanılan bütün istasyonlar bu maliyet kalemini oluşturacaktır. İstasyon açma maliyeti ile yeni bir istasyonun açılması engelleyerek minimum istasyon sayısına ulaşmayı sağlayacaktır.

3.2.1.2. Karşılaşılan Kısıtlar

Montaj hattı dengeleme ve işgücü atama probleminde karşılaşılan kısıtlar şunlardır:

- i. ***Her bir işin bir istasyona atanması kısıtı:*** Montaj hattı dengeleme probleminin temel kısıtlarından birisidir. Bu kısıtın amacı; tüm işlerin atanmasıyla, ürünün eksiksiz bir şekilde tamamlanmasıdır.
- ii. ***Her bir istasyona atanabilecek işgücü kısıtı:*** Dimitriadis (2006), grup büyüklüğü kısıtını kullanmıştır. Bu kısıt, bir istasyonda aynı anda çalışabilecek maksimum işgücü sayısının altında işgücü atanması gerektiğini gösterir.

- iii. **Çevrim süresi kısıtı:** Her bir istasyona atanan tüm işler, istasyona atanacak işgücü sayısı ile doğru orantılı olarak çevrim süresinin altında olmalıdır.
- iv. **Öncelik ilişkisi kısıtı:** Montaj hattı dengeleme problemlerinin temel kısıtlarından biridir. İşler öncelik diyagramları göz önüne alınarak atanmalıdır.
- v. **Sabit makinelere atanacak işler kısıtı:** Cam takma makinesi, kaynak makineleri gibi özellikli ve yerlerinin değiştirilmesi zor olan makinelere göre işler ve işçilerin atanması gereklidir.

3.2.2. Problemin Karakteristiği

Çalışma kapsamında montaj hattı probleminde işgücü durumu incelenmiştir. İncelenen montaj hattı aşağıdaki karakteristiklere sahip olarak tanımlanmıştır:

- i. **Montaj hattı karma modellidir:** Karma modeli montaj hatları aynı anda birden fazla ürün modelinin üretilebildiği montaj hatlarıdır. Karma modeli montaj hatlarının dengelenmesi ise tek ürünlü montaj hatlarına göre daha zor olmaktadır.
- ii. **İncelenen montaj hattı düz hattır:** Montaj hattının fiziksel yerleşimine bakıldığında düz montaj hattı olduğu düşünülmüştür. Düz montaj hatları genellikle kullanılan montaj hattı yerleşimidir.
- iii. **Deterministik işlem süreleri vardır:** Montaj hattı dengeleme problemlerinde genellikle işlem süreleri deterministik olarak alınır. Deterministik zamanların kullanılması modelin çözümünü kolaylaştıracağı için bu çalışmada deterministik işlem süreleri alınmıştır.
- iv. **Çevrim süresi bilinmemektedir:** Çevrim süresi, her bir istasyonda ürünün kalacağı süre olarak tanımlanabilir. Çalışma kapsamında önceden belirlenmiş bir çevrim süresi için montaj hattı dengelenmeye çalışılacaktır.

Çalışmada göz önüne alınan işgücü faktörü için tanımlanan problemin karakteristiği aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

- i. **Belirli sayıda beceri grubu bulunmaktadır:** Problemden farklı becerilere sahip bilinen sayıda işgücü takımları bulunmaktadır.

- ii. **Farklı beceri grupları, farklı istasyonlarda çalışabilmektedir:** Farklı becerilere sahip işgücü aynı istasyonda çalışabilir. Bununla birlikte bir işgücü takımının üyeleri farklı istasyonlarda da çalışabilmektedir.
- iii. **Her çalışan işgücü sadece bir istasyonda çalışabilmektedir:** Montaj hatlarında işgücünü ele alan çalışmalar incelendiğinde rotasyon için iki durum söz konusudur: işçiler sabit bir istasyonda çalışmaktadır ya da işçiler istasyonlar arası birbirlerine yardım etmektedirler. Sabit istasyonda çalışan işçiler için dengeleme yapıldığında işçiler için boş zaman miktarları yüksek olduğu için istasyon içi yardımlara izin verilerek, istasyonlar arası işgücü geçişlerine izin verilmemektedir.
- iv. **Her çalışan işgücü sadece bir beceri için çalışabilmektedir:** Ataması yapılacak bazı işçiler birden fazla beceriye sahip olabilmektedir. Bu durumda işgücünün atanmasında iki durum ortaya çıkmaktadır. İşgücü çevrim süresi boyunca birden fazla beceriyi kullanacak işleri yapabilir veya işgücü çevrim süresinde sadece bir beceriyi kullanabilir. Çalışmada, tanımlama kolaylığı olması açısından ataması yapılan işgücü, sadece bir beceri için çalışabilecektir.

3.2.3. Problemde Kullanılan Varsayımlar

Problemde kullanılan varsayımlar şunlardır:

- i. **Her bir işçinin yapabileceği işler önceden bilinmektedir:** Her bir işçi ya da işçi gruplarının belirli işleri yapabileceği aşikârdır. Montaj hatları, her işçinin her işi yapabileceği hatlar olarak düşünülse de bazı uzmanlık gerektiren işler (boyama, kaynak yapma vs.) belirli işçi ya da işçi grupları tarafından yapılabileceğinden, her işçinin uzmanlık alanları göz önüne alınarak problem çözülecektir.
- ii. **İşçilerin öğrenme özelliği bulunmamaktadır:** Belirli uzmanlıkla çalışan işçilerin bulunduğu çalışmalarda öğrenme özelliği göz önüne alınabilmektedir. Öğrenme özelliği, bir işçinin yaptığı işi zaman içinde

öğrenerek daha kısa sürede yapmasıdır. Ancak bu çalışmada çözüm kolaylığı için öğrenme özelliğinin olmadığı varsayılmıştır.

- iii. *İşlem süreleri birbirinden bağımsızdır:* Birbiriyle ardışık iki işlemin süresinin birbirinden bağımsız olduğu varsayılmıştır.
- iv. *Farklı modellerde işlem süreleri, aynı işlemler için her modelde aynıdır:* Bukchin ve ark. (1997), farklı modeller ortak işlemlere sahip olabilmektedir. Aynı varsayım bu çalışmada da kullanılmaktadır.
- v. *Farklı modellerde aynı önceliğe sahip farklı işler vardır:* Modeller arasındaki farklılıklar düşünüldüğünde; öncelik ilişkileri, işlemler, işlem süreleri veya işleri yapan işgücünün becerileri arasında farklılıklar olabilir. Bu çalışmada, yapılacak işlemler arasında farklılık olabileceği varsayılmıştır.

3.2.4. Matematiksel Programlama Modeli

İncelenen montaj hattı dengeleme ve grup büyüklüğü belirleme problemi için belirlenen problem, matematiksel olarak formüle edilerek çözüm yaklaşımları incelenmiştir.

Matematiksel modelde, eldeki kısıtları sağlayarak amaç fonksiyonunu en küçükleyecek hat yerleşimi bulunmaya çalışılmıştır. Amaç fonksiyonu olarak toplam maliyeti en küçüklenmesi belirlenmiştir.

3.2.4.1. Notasyon

Problemde işlemler, istasyonlar, model türleri ve beceri grupları için indisler tanımlanmıştır. Tanımlanan indisler aşağıdaki gibidir:

$i=1 \dots n$, işlemler

Problemde n tane işlem bulunmaktadır. Her bir işlem için i indisiyle değişkenler tanımlanmıştır.

$j=1 \dots m$, istasyonlar

Problemde atanabilecek maksimum m tane istasyon bulunmaktadır. Amaç istasyon sayısını da küçükleme olduğundan dolayı m sayısı atanacak istasyon sayısından az olacaktır.

$k=1 \dots l$, model türleri

Problemde k indisiyle tanımlanan l farklı model bulunmaktadır.

$b=1 \dots w$, beceri grupları

Problemde b indisiyle kullanılan w farklı beceri bulunmaktadır. Beceri, işlemlerin yapılabilmesi için gerekli olan uzmanlık bilgisi olarak tanımlanabilir. Otomotiv, uçak sanayi gibi çok parçanın olduğu montaj hatlarında, kaynak işçiliği, elektrik işçiliği vs. gibi beceri grupları söz konusu olabilmektedir. Bu nedenle beceri grupları bir indis olarak düşünülmüştür.

Modelde kullanılan karar değişkenleri 3.1 – 3.3 arasındaki eşitliklerle tanımlanmıştır.

$$X_{ikj} = \begin{cases} 1, & \text{Eğer } k. \text{ model için } i. \text{ işlem, } j. \text{ istasyonda yapılıyorsa} \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3.1.)$$

3.1’de verilen X değişkeni işlemlerin istasyonlara atanmasını sağlayan değişkendir. Karma modelli çalışma düşünüldüğünden hangi işlemin hangi model için hangi istasyonda yapılacağı sorusuna cevap aranmaktadır. X değişkeni sayesinde bu sorulara cevap bulunmaktadır.

$$K_j = \begin{cases} 1, & \text{Eğer } j. \text{ istasyona en az bir işlem atanmışsa} \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3.2.)$$

Problemin amacı en küçük istasyon maliyeti dolayısıyla istasyon sayısına ulaşmaktır. Bu nedenle 3.2’de K değişkeni tanımlanmış olup başlangıçta tanımlanan m istasyonun kullanım durumuna karar veren değişkendir. Eğer bir istasyona herhangi bir model için herhangi bir işlem atandıysa o istasyonun kullanıldığını gösterir.

$$L_{bj} = j. \text{ istasyona } b. \text{ beceride atanan işgücü sayısı} \quad (3.3.)$$

Her bir istasyona her bir beceri türü için ne kadar işçi atanacağı problem için ayrı bir karar değişkenidir. İşgücü maliyetini oluşturan işgücü sayısı 3.3.'de verilen L değişkeni ile bulunmaktadır.

Tanımlanan indislere göre modelde kullanılacak parametreler 3.4 – 3.12 arasındaki eşitliklerle tanımlanmıştır:

$$Z_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{Eğer } i. \text{ işlem } k. \text{ ürün türü için gerekliyse} \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3.4.)$$

3.4'de tanımlanan Z parametresi model türleri ile ilişkilidir. Modeller arasındaki farklıların işlemler olduğu düşünülürse başlangıçta problemde tanımlanan Z değerleri her bir model için hangi işlemlerin yapılacağını göstermektedir.

$$Y_{ib} = \begin{cases} 1, & \text{Eğer } i. \text{ işlem } b. \text{ beceri grubunu gerektiriyorsa} \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (3.5.)$$

3.5'te tanımlanan Y değişkeni her işlemin ihtiyaç duyacağı beceri gereksinimlerini göstermektedir. Her işlemin tek bir beceriye sahip olabileceği düşünülmektedir.

$$t_i = i. \text{ işlem süresi (Zaman Birimi)} \quad (3.6.)$$

İşlem süresi her bir iş için deterministik olup modeller arasında değişiklik göstermemektedir. t ile tanımlanan süreler modelde kullanılacak parametre olarak girilmiştir.

$$C_{istasyon} = \text{İstasyon kurma maliyeti (TL/istasyon)} \quad (3.7.)$$

$$C_{işgücü} = \text{Birim işgücü maliyeti (TL/kişi*ay)} \quad (3.8.)$$

3.7 ve 3.8’de tanımlanan maliyetler amaç fonksiyonunda kullanılacak katsayılar olacaktır. Maliyetlerle ilgili olarak tüm işgücü için birim maliyetin ortak olduğu ve tüm istasyonlar için birim maliyetin ortak olduğu söylenebilir.

$$P = \text{Bütünleşik öncelik matrisi} \quad (3.9.)$$

Tüm modellerdeki işlemlerin göz önüne alındığı bütünleşik öncelik matrisinde, matris elemanları 0 veya 1 değerini almaktadır. 0 değeri bulunduğu satır ve sütun elemanı arasında öncelik bulunmadığını, 1 değeri ise, bulunduğu satırın sütun işleminden önce yapılması gerektiğini gösterir. Matris tanımlanırken öncelik diyagramındaki direkt ve dolaylı öncelikler birlikte göz önüne alınır.

$$L_j^{maks} = \text{Her bir istasyonda çalışabilecek maksimum işgücü sayısı} \quad (3.10.)$$

Her bir istasyonda alan kısıtlaması olduğundan, birbiriyle sorun yaşamadan çalışabilecek işgücü sayısı ön tanımlı olarak 3.10’da verilmiştir.

$$L_b^{maks} = \text{Her beceri grubunda çalışabilecek en fazla işgücü sayısı} \quad (3.11.)$$

Her bir beceri grubundan mevcut durumda atanabilecek maksimum işgücü sayısı 3.11’de tanımlanmıştır.

$$A = \text{İşgücü beceri tablosundan elde edilen beceri grupları için atanabilecek maksimum işgücü sayısı} \quad (3.12.)$$

3.12’de verilen A bir küme olarak düşünülmüştür. A, tüm beceri grupları kombinasyonlarını ifade etmektedir. Mevcut durumda montaj hattında görev alabilecek işgücü sayıları ve işgücünün becerileri bilinmektedir. Bir işgücünün iki farklı beceri için görevlendirilmemesi adına tüm beceri gruplarının kombinasyonları için atanabilecek maksimum işgücü sayısı toplamları A kümesinde tutulmaktadır. Bu

sayede eldeki işgücü miktarlarının aşılması ve aynı işçinin iki farklı beceri için atanabilir olmaması sağlanacaktır.

3.2.4.2. Amaç Fonksiyonu

$$\min z = C_{istasyon} * \sum_{j=1}^m K_j + C_{işgücü} * \sum_{b=1}^w \sum_{j=1}^m L_{bj} \quad (3.13.)$$

Eşitlik 3.13’de verilen matematiksel modeldeki amaç fonksiyonu, toplam maliyetin minimize edilmesidir. Toplam maliyet, işgücü maliyetleri ile kullanılan istasyonların maliyetinin toplamı olarak tanımlanmıştır.

İşgücü maliyetleri, tüm beceri grupları için tüm istasyonlarda kullanılan işgücü sayısı ile birim işgücü maliyetinin çarpımıdır. Modellemede kolaylık olması açısından işgücü maliyeti tüm beceri grupları için eşit olarak düşünülmüştür.

Kullanılan istasyonların maliyeti, bilinen çevrim süresi için kullanılan istasyon sayısının toplamı ile birim istasyon kullanma maliyetinin çarpımı ile hesaplanmaktadır. Kullanılan istasyonların maliyetinin en küçüklenmesi ile minimum istasyon sayısına ulaşılabacaktır.

3.2.4.3. Kullanılan Kısıtlar

Kullanılan istasyon sayısı kısıtı;

$$\sum_{k=1}^l \sum_{i=1}^n X_{ikj} * Z_{ik} \leq M * K_j, \quad j=1 \dots m, \quad (3.14.)$$

Eğer bir istasyona herhangi bir ürün türü için herhangi bir iş atanmışsa o istasyon için kullanım değişkeni K, 1 değerini alarak istasyon sayısının ölçülmesini sağlayacaktır. Burada kullanılan M toplam iş zamanının 1.5 katı olarak belirlenen sayı olarak tanımlanmıştır. K değişkeninin 1 değerini alması ile M sayısı kısıtın açılmasını sağlayarak istasyona işlerin atanmasını sağlayacaktır.

Her işin bir istasyona atanması kısıtı;

$$\text{Her } Z_{ik}=1 \text{ için } \sum_{j=1}^m X_{ikj} * Z_{ik} = 1, \quad i=1\dots n, k=1\dots l, \quad (3.15.)$$

Her tür ve her iş için gerekli olan tüm işlerin mutlaka ve yalnızca bir istasyona atanmasını sağlayan kısıttır.

Çevrim süresi kısıtı;

$$\sum_{i=1}^n X_{ikj} * Y_{ib} * Z_{ik} * t_i \leq C * L_{bj}, \quad j=1\dots m, k=1\dots l, b=1\dots w, \quad (3.16.)$$

Her bir beceri grubu, ürün türü ve istasyon için atanacak tüm işler çevrim süresi ile istasyona atanacak işgücü sayısını geçmemelidir. Bu kısıt ile işlerin zamanında tamamlanabilmesi sağlanacaktır.

Maksimum işgücü kısıtları;

$$\sum_{b=1}^w L_{bj} \leq L_j^{maks}, \quad j=1\dots m, \quad (3.17.)$$

Her bir istasyonda birbirleriyle uyum içerisinde aynı anda çalışabilecek maksimum işgücü sayısı geçilmemelidir.

$$\sum_{j=1}^m L_{bj} \leq L_b^{maks}, \quad j=1\dots m, \quad (3.18.)$$

Her bir beceri grubu için, işgücü beceri çizelgesinden elde edilen maksimum değer kadar atama yapılabilir.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^m L_{bj} + L_{rj} &\leq A_{br}, \\ \sum_{j=1}^m L_{bj} + L_{rj} + L_{gj} &\leq A_{brg}, \\ \dots & \\ \sum_{b=1}^w \sum_{j=1}^m L_{bj} &\leq A_{123\dots w}, \end{aligned} \quad (3.19.)$$

Eşitlik 3.19'da verilen kısıtın amacı, tüm beceri gruplarının kombinasyonları için atanabilecek işçi sayılarının toplamının beceri çizelgesinden elde edilen

toplamları geçmemesini sağlamaktır. Aynı anda birden fazla beceriye sahip olan işgücü olması durumunda bu işgücü yalnızca bir beceri grubu için çalışabilecektir. Bu kısıt ile işgücü beceri tablosundaki kesişimler göz önüne alınarak işgücünün aynı anda birden fazla beceri için atanmaması sağlanmıştır.

Öncelik ilişkisi kısıtı;

$$\sum_{j=1}^m j * X_{ikj} \leq \sum_{j=1}^m j * X_{rkj}, \quad i=1 \dots n, r=1 \dots n, k=1 \dots l, \text{ her } Z_{ik}=1, Z_{rk}=1 \text{ ve} \\ \text{her } (i,r) \in P \quad (3.20.)$$

Eğer i ve r işleri arasında öncelik ilişkisi var ise öncelikli işin diğer işten daha önce atanmasını sağlayan kısıttır.

3.2.4.4. Kullanılan Ek Kısıtlamalar

Problemin çözüm süresi değişken sayısı arttığı durumlarda oldukça uzamaktadır. Bunun sebebi, çözüm aranan karar değişkeni sayısının çok fazla olmasından kaynaklanmaktadır. Örneğin; 30 işlemlilik, 10 istasyon alternatifli olan, 3 farklı beceriye sahip ve 5 farklı ürün türüne sahip bir montaj hattı için kullanılacak X değişkenlerinin sayısı 1500, K değişkenlerinin sayısı 10 ve L değişkenlerinin sayısı 30 olmaktadır. Bu durumda modelin çözümü için kullanılacak ikili değişken sayısı 1510 ve tamsayı değişken sayısı 30 olmaktadır. Bu durum problemin çözümünü zorlaştırmaktadır.

Gerçek uygulamalar düşünüldüğünde, her işlemin belirli istasyonlarda yapılabileceği görülmektedir. Bu durum; işlemin belirli istasyonlarda yapılabilecek teçhizata ihtiyaç duyması, işlemler arasındaki öncelik ilişkileri gibi nedenlerden kaynaklanabilmektedir. Bu nedenle çözüm yaklaşımında işlem sayısının çok fazla olması durumunda, problemin çözümünü basitleştirmek için gereksiz sayılabilecek değişkenler elimine edilmiştir.

Oluşturulan matematiksel programlama modelinin örnek bir problem için düzenlenen hali EK-3'te verilmiştir.

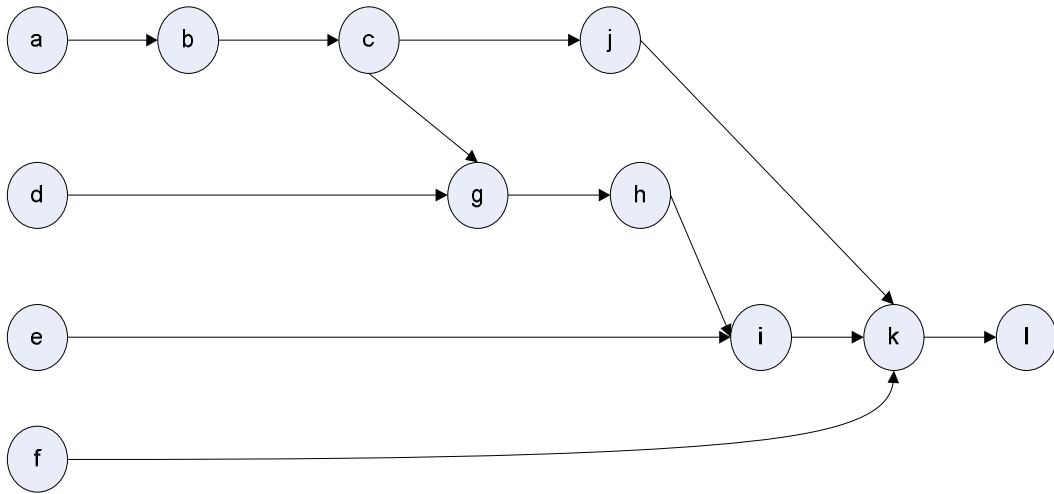
4.BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1. Örnek Problemlerin Çözümüyle Modelin Test Edilmesi

4.1.1. On İki İşlemlilik Bir Montaj Hattının Dengelenmesi

4.1.1.1. Problemden Kullanılan Veriler

Askin ve Standridge (1993) tarafından yapılan çalışmadan alınan 12 işlemlilik bir montaj hattının dengelenmesinde kullanılan öncelik diyagramı Şekil 4.1’de görülmektedir. Öncelik diyagramı, düğüm noktaları (işlemler) arasında yönlendirilmiş arklarla gösterilmiştir. Şekil 4.1’e göre, örneğin a ile b işlemi arasında bir ok bulunmaktadır. Okun yönüne göre a işlemi b işleminin öncülüdür. Bunun anlamı b işlemi yapılmadan önce a işleminin tamamlanma zorunluluğunun olduğudur.



Şekil 4.1. Öncelik Diyagramı

Örnek problemin modellenmesi ve çözümünde kullanılan zaman değerleri ve çalışmaya ek olarak tanımlanan türlere göre işlemlerin yapılıp yapılmaması durumu (0- İşlem model türü için gerekli, 1- İşlem model türü için gerekli değil) Çizelge 4.1’de görülmektedir. Türler arasındaki farklılıkların, işlemlerin bazılarının bazı modellerde yapılmaması olarak tanımlanmasından dolayı 0 ve 1 değerleri kullanılmıştır.

Çizelge 4.1. İşlem Süreleri ve Ürün Türleri Tablosu (Z)

İşlemler	İşlem Süreleri (t)	Tür 1	Tür 2	Tür 3	Tür 4
a	20	0	1	1	1
b	6	1	1	1	1
c	5	1	1	1	1
d	21	1	1	1	1
e	8	1	1	1	1
f	35	1	1	1	1
g	15	1	1	0	1
h	10	1	1	1	1
i	15	1	0	1	1
j	5	1	1	1	1
k	46	1	1	1	0
l	16	1	1	1	1

Probleme ek olarak tanımlanan işlemlerin gerektirdiği becerileri gösteren tablo Çizelge 4.2’de görülmektedir. 0 değeri, işlemin mevcut beceri türüne gerek duymadığını, 1 değeri, işlemin mevcut beceri türüne gerek duyduğunu göstermektedir. Her bir işin bir beceri ile yapılabileceği varsayımından dolayı, her bir satırdaki elemanlardan sadece bir tanesi 1 değerini alabilmektedir.

Çizelge 4.2. Beceri Tablosu (Y)

İşlemler	Beceri 1	Beceri 2	Beceri 3	Beceri 4
a	1	0	0	0
b	1	0	0	0
c	1	0	0	0
d	0	1	0	0
e	1	0	0	0
f	0	0	1	0
g	0	1	0	0
h	0	1	0	0
i	0	0	0	1
j	0	0	1	0
k	0	0	0	1
l	0	0	0	1

Eldeki atama yapılacak işgücünün beceri durumlarının göz önüne alındığı, beceri grupları kombinasyonları için atanabilecek maksimum işgücü toplamı Çizelge 4.3’de verilmiştir. Her bir beceri grubundan atanacak işgücü sayısı eldeki işgücü sayısını geçmemelidir. Bununla birlikte bazı işçiler birden fazla beceriye sahip olabilmektedir. Ancak her bir işçi becerilerinden yalnızca birine atanmalıdır. Mevcut dört becerinin ikili, üçlü, dörtlü tüm kombinasyonları için toplamlar olarak becerilerin birleşimleri göz önüne alınarak birden fazla beceriye sahip olan işgücünün iki kere atanmaması sağlanmıştır.

Çizelge 4.3. Beceri grupları kombinasyonlarının toplam değerleri

Beceri Grupları	Toplam
1-2	5
1-3	3
1-4	5
2-3	3
2-4	5
3-4	5
1-2-3	5
1-2-4	5
1-3-4	5
2-3-4	5
1-2-3-4	8

Örnek problemde ön tanımlı olarak kullanılan çevrim süresi, istasyon kurma ve birim işgücü maliyeti gibi parametreler Çizelge 4.4’de verilmiştir. Çevrim süresinin tüm işlerin maksimum tamamlanma süresinden büyük olması gerektiği için maksimum işlem süresine sahip olan k işleminin işlem süresi 46 değeri çevrim süresi olarak kabul edilmiştir. İstasyon kurma maliyeti ve birim işgücü çalıştırma maliyeti sırasıyla 100 ve 5 birim olarak tanımlanmıştır. Her bir istasyonda birbiriyle aynı anda

çalışabilecek kişi sayısı 2 olarak varsayılmış ve her bir beceriden maksimum 3 kişinin atanabileceği varsayılmıştır.

Çizelge 4.4. Diğer Parametre Değerleri

Parametre	Değer
$C_{istasyon}$	100
$C_{işgücü}$	5
C	46
L_j^{maks}	2
L_b^{maks}	3

4.1.1.2. Problemin Çözümü

Oluşturulan matematiksel modelin ILOG OPL Studio programı ile çözülmesi sonucu 325 toplam maliyet değerine ulaşılmıştır. Her bir model için işlemlerin hangi istasyonda yapılacağını gösteren değerler Çizelge 4.5'te verilmiştir. Bu örnekte, özel bir varsayım yapılmamasına rağmen tüm modeller için yapılacak aynı işlemler aynı istasyona atanmıştır.

Çizelge 4.5. İşlemlerin model bazında atandıkları istasyonlar

İşlemler	Model	İstasyonlar	İşlemler	Model	İstasyonlar
a	2	1	f	4	3
a	3	1	g	1	3
a	4	1	g	2	3
b	1	1	g	4	3
b	2	1	h	1	3
b	3	1	h	2	3
b	4	1	h	3	3
c	1	1	h	4	3
c	2	1	i	1	5
c	3	1	i	3	5

Çizelge 4.5. (devamı) İşlemlerin model bazında atandıkları istasyonlar

İşlemler	Model	İstasyonlar	İşlemler	Model	İstasyonlar
c	4	1	i	4	5
d	1	3	j	1	3
d	2	3	j	2	3
d	3	3	j	3	3
d	4	3	j	4	3
e	1	1	k	1	5
e	2	1	k	2	5
e	3	1	k	3	5
e	4	1	l	1	5
f	1	3	l	2	5
f	2	3	l	3	5
f	3	3	l	4	5

İstasyonların atanma durumu gösteren değerler Çizelge 4.6'da verilmiştir. 0 değeri istasyonun kullanılmadığını, 1 değeri ise, istasyonun kullanıldığını göstermektedir. Bu örnekte üç istasyona atama yapılmıştır. Atama yapılan istasyonlar istasyon 1, istasyon 3 ve istasyon 5'tir.

Çizelge 4.6. İstasyonların kullanım durumları

İstasyonlar	Atama Durumu
İst 1	1
İst 2	0
İst 3	1
İst 4	0
İst 5	1
İst 6	0
İst 7	0
İst 8	0

Her bir beceri grubuna göre istasyonlara atanan işgücü sayıları Çizelge 4.7’de verilmiştir. Toplamda 5 işçinin atandığı montaj hattında, Beceri 1 için 1 işçi, beceri 2 için 1 işçi, beceri 3 için 1 işçi ve beceri 4 için 2 işçi atanmıştır. İstasyonlara göre bakıldığında istasyon 1’e 1 işçi, istasyon 3’e 2 işçi ve istasyon 5’e 2 işçi atanmıştır.

Çizelge 4.7. İstasyonlara atanan işgücü sayıları

Beceriler	İst 1	İst 2	İst 3	İst 4	İst 5	İst 6	İst 7	İst 8
Beceri 1	1	0	0	0	0	0	0	0
Beceri 2	0	0	1	0	0	0	0	0
Beceri 3	0	0	1	0	0	0	0	0
Beceri 4	0	0	0	0	2	0	0	0

Atama yapılan istasyonların verimi karar verici için büyük önem taşımaktadır. Yapılan atamalara göre her bir ürün türü için yapılan atamalar sonucunda hesaplanan hattın verimi Çizelge 4.8’de verilmiştir. Hat verimleri çok yüksek olmamakla birlikte bunun nedeni farklı becerilere sahip işçilere duyulan ihtiyaçtır. En düşük hat verimi Tür 4 için hesaplanan 0.67’dir. Verimin düşük olmasının nedeni en yüksek süreli işlem olan k işleminin Tür 4’te bulunmamasıdır. En yüksek verimler ise Tür 2 ve 3 için 0.81’dir.

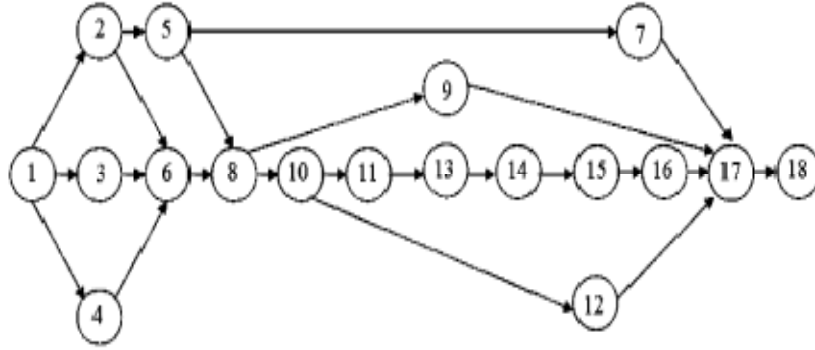
Çizelge 4.8. Hat verimi değerleri

Ürün Türü	Hat Verimi
Tür 1	0.79
Tür 2	0.81
Tür 3	0.81
Tür 4	0.67

4.1.2. On Sekiz İşlemlili Bir Montaj Hattının Dengelenmesi

4.1.2.1. Problemden Kullanılan Veriler

Miralles ve ark. (2007) tarafından yapılan çalışmada verilen 18 işlemlili bir montaj hattının dengelenmesinde kullanılan öncelik diyagramı Şekil 4.2’de verilmiştir. Öncelik diyagramı, öncelik matrisi olarak tanımlanarak rastgele üretilen tür değerleri için kullanılmıştır.



Şekil 4.2. Öncelik Diyagramı

Örnek problemin modellenmesi ve çözümünde kullanılan zaman değerleri ve çalışmaya ek olarak tanımlanan türlere göre işlemlerin yapılıp yapılmaması durumu (0- İşlem model türü için gerekli, 1- İşlem model türü için gerekli değil) Çizelge 4.9’da görülmektedir.

Çizelge 4.9. İşlem Süreleri ve Ürün Türleri Tablosu (Z)

İşlemler	İşlem Süreleri (t)	Tür 1	Tür 2	Tür 3	Tür 4
1	31	0	1	1	1
2	84	1	1	1	1
3	115	1	1	1	1
4	115	1	1	1	1
5	80	1	1	1	1
6	119	1	1	1	1
7	84	1	1	0	1
8	93	1	1	1	1
9	26	1	1	1	1
10	31	1	1	1	1
11	39	1	1	1	1
12	15	1	1	1	1
13	70	1	1	1	0
14	81	1	1	1	1
15	97	0	1	1	1
16	106	1	0	1	1
17	181	1	1	1	1
18	26	1	1	1	1

Probleme ek olarak tanımlanan işlemlerin gerektirdiği becerileri gösteren tablo Çizelge 4.10'da görülmektedir. 0 değeri, işlemin mevcut beceri türüne gerek duymadığını, 1 değeri, işlemin mevcut beceri türüne gerek duyduğunu göstermektedir.

Çizelge 4.10. Beceri Tablosu (Y)

İşlemler	Beceri 1	Beceri 2	Beceri 3	Beceri 4
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	1	0	0	0
4	0	1	0	0
5	1	0	0	0
6	1	0	0	0
7	0	0	1	0
8	0	0	1	0
9	0	1	0	0

Çizelge 4.10. (devamı) Beceri Tablosu (Y)

İşlemler	Beceri 1	Beceri 2	Beceri 3	Beceri 4
10	0	1	0	0
11	0	1	0	0
12	0	1	0	0
13	0	0	0	1
14	0	0	0	1
15	0	0	0	1
16	0	0	0	1
17	0	0	0	1
18	0	0	0	1

Eldeki atama yapılacak işgücünün beceri durumlarının göz önüne alındığı, beceri grupları kombinasyonları için atanabilecek maksimum işgücü toplamı Çizelge 4.11’de verilmiştir.

Çizelge 4.11. Beceri grupları kombinasyonlarının toplam değerleri

Beceri Grupları	Toplam
1-2	5
1-3	3
1-4	10
2-3	3
2-4	10
3-4	5
1-2-3	5
1-2-4	10
1-3-4	10
2-3-4	10
1-2-3-4	10

Örnek problemde ön tanımlı olarak kullanılan çevrim süresi, istasyon kurma ve birim işgücü maliyeti gibi parametreler Çizelge 4.12’de verilmiştir. Çevrim süresi en yüksek görev zamanı olan 181 değerinden fazla olan 200 değeri olarak

varsayılmıştır. Maliyetler istasyon kurmak için 100 birim, birim işgücü için 5 birim olarak kabul edilmiştir. Bir istasyonda aynı anda birbirlerini rahatsız etmeyecek şekilde en fazla 2 kişi çalışabilmektedir. Her bir beceri grubu için atanabilecek maksimum 5 kişi vardır.

Çizelge 4.12. Diğer Parametre Değerleri

Parametre	Değer
$C_{istasyon}$	100
$C_{işgücü}$	5
C	200
L_j^{maks}	2
L_b^{maks}	5

4.1.2.2. Problemin Çözümü

Oluşturulan matematiksel modelin ILOG OPL Studio programı ile çözülmesi sonucu 545 toplam maliyet değerine ulaşılmıştır. Her bir model için işlemlerin hangi istasyonda yapılacağını gösteren değerler Çizelge 4.13'te verilmiştir. Bu örnekte, kısıtlanma yapılmadığından dolayı bazı işlemler için farklı modeller farklı istasyonlara atanmıştır.

Çizelge 4.13. İşlemlerin model bazında atandıkları istasyonlar

İşlemler	Model	İstasyonlar	İşlemler	Model	İstasyonlar
1	2	3	10	1	8
1	3	3	10	2	8
1	4	3	10	3	8
2	1	3	10	4	8
2	2	3	11	1	8
2	3	3	11	2	8
2	4	3	11	3	8
3	1	3	11	4	8
3	2	3	12	1	8
3	3	3	12	2	8
3	4	3	12	3	8
4	1	3	12	4	8

Çizelge 4.13. (devamı) İşlemlerin model bazında atandıkları istasyonlar

İşlemler	Model	İstasyonlar	İşlemler	Model	İstasyonlar
4	2	3	13	1	8
4	3	3	13	2	8
4	4	3	13	3	8
5	1	5	14	1	9
5	2	5	14	2	8
5	3	5	14	3	8
5	4	5	14	4	8
6	1	5	15	2	9
6	2	5	15	3	9
6	3	5	15	4	9
6	4	5	16	1	9
7	1	5	16	3	9
7	2	5	16	4	9
7	4	5	17	1	9
8	1	5	17	2	9
8	2	5	17	3	9
8	3	5	17	4	9
8	4	5	18	1	9
9	1	8	18	2	9
9	2	8	18	3	10
9	3	8	18	4	10
9	4	8			

İstasyonların atanma durumu gösteren değerler Çizelge 4.14’de verilmiştir. 0 değeri istasyonun kullanılmadığını, 1 değeri ise, istasyonun kullanıldığını göstermektedir. Problemden 5 istasyona en az bir işlem atanmış olup bu istasyonlar; istasyon 3, istasyon 5, istasyon 8, istasyon 9 ve istasyon 10’dur.

Çizelge 4.14. İstasyonların kullanım durumları

İstasyonlar	Atama Durumu	İstasyonlar	Atama Durumu
İst 1	0	İst 6	0
İst 2	0	İst 7	0
İst 3	1	İst 8	1
İst 4	0	İst 9	1
İst 5	1	İst 10	1

Her bir beceri grubuna göre istasyonlara atanan işgücü sayıları Çizelge 4.15’de verilmiştir. Toplamda 9 kişinin atandığı montaj hattında; beceri 1 için 2 kişi, beceri 2 için 2 kişi, beceri 3 için 1 kişi ve beceri 4 için 4 kişi atanmıştır. İstasyonlara göre yapılan atamalar incelendiğinde, istasyon 3 için 2 kişi, istasyon 5 için 2 kişi, istasyon 8 için 2 kişi, istasyon 9 için 2 kişi ve istasyon 10 için 1 kişidir.

Çizelge 4.15. İstasyonlara atanan işgücü sayıları

Beceriler	İst 1	İst 2	İst 3	İst 4	İst 5	İst 6	İst 7	İst 8	İst 9	İst 10
Beceri 1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
Beceri 2	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
Beceri 3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Beceri 4	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1

Atama yapılan istasyonların verimi karar verici için büyük önem taşımaktadır. Yapılan atamalara göre her bir ürün türü için yapılan atamalar sonucunda hesaplanan hattın verimi Çizelge 4.16’da verilmiştir. Verim değerleri birbirine yakın olmakla birlikte %70 ile %75 arasında değişkenlik göstermiştir.

Çizelge 4.16. Hat verimi değerleri

Ürün Türü	Hat Verimi
Tür 1	0.70
Tür 2	0.72
Tür 3	0.73
Tür 4	0.74

4.2. Çözüm Süresi ve Hesaplama Karmaşıklığı Analizi

Geliştirilen tamsayı programlama yaklaşımının çözüm süresi ve hesaplama karmaşıklığı, modelde kullanılan değişkenlerin ve kısıtların sayısına bağlı olarak değişmektedir. Değişken ve kısıt sayısı arttıkça modelin çözüm süresi de artmaktadır. Buna göre modelin çözüm süresini etkileyecek değişkenlerin indislere bağlı olarak değerleri Çizelge 4.17’de verilmiştir. Kısıtların indislere bağlı olarak değerleri Çizelge 4.18’de verilmiştir.

Çizelge 4.17. Hesaplama Karmaşıklığı Analizi

Değişkenler	i	j	k	b	Toplam Değişken Sayısı
X	i	j	k		ijk
K		j			j
Toplam İkili Değişken					$j(i+1)$
L	i			b	ib
Toplam Tamsayı Değişken					ib

Çizelge 4.17’de görülen değişken sayıları için hesaplama karmaşıklığı analizi sonucunda $j(i+1)$ formülünden hesaplanacak ikili değişken ve ib formülünden hesaplanacak tamsayı değişken bulunmaktadır. Bu sayı işlem süresi, model sayısı, istasyon sayısına ve beceri sayısına bağlı olduğundan dolayı indislerin yüksek değerler alması durumunda değişken sayısı hızla artacaktır. Bu durum büyük boyutlu problemler için çözüm süresinin çok hızlı artmasına neden olur.

Çizelge 4.18. Hesaplama Karmaşıklığı Analizi

Kısıtlar	i	j	k	b	Toplam Kısıt Sayısı
İstasyon sayısı kısıtı		j			j
Her işin bir istasyona atanması kısıtı	i		k		ik
Çevrim süresi kısıtı		j	k	b	jk b
Maksimum işgücü toplamı kısıtı		j			J
Maksimum beceri toplamı kısıtı				b	B
Beceri grup kombinasyonlarının toplamı kısıtı				b^2	b^2
Öncelik ilişkisi kısıtı	i^2		k		$i^2 k$
Toplam					$j(kb+2)+b(b+1)+ik(i+1)$

Çizelge 4.18’de görülen kısıt sayısı için hesaplama karmaşıklığı analizi sonucunda $j(kb+2)+b(b+1)+ik(i+1)$ formülünden hesaplanacak kısıt sayısı bulunmaktadır. İndislerdeki değerlerdeki değişim kısıt sayısını hızla arttıracaktır. Kısıt ve değişken sayılarının indislere göre değişiminin daha net görülmesi açısından farklı indis değerlerine göre oluşacak değişken ve kısıt sayıları Çizelge 4.19’da verilmiştir.

Çizelge 4.19. Farklı indis değerlerine göre değişken ve kısıt sayıları

i	j	k	b	Değişken	Kısıt
10	6	3	3	216	408
20	8	3	3	548	1360
30	10	3	3	1000	2912
40	12	3	4	1612	5108
50	14	3	4	2314	7866
60	16	4	4	4096	14948
70	18	4	5	5408	20306
80	20	4	5	6820	26390
90	22	4	5	8392	33274
100	25	4	5	10525	40980
10	6	5	3	336	664
20	8	5	3	868	2248
30	10	5	3	1600	4832
40	12	5	4	2572	8484
50	14	5	4	3714	13078
60	16	6	4	6016	22396
70	18	6	5	7928	30426
80	20	6	5	10020	39550
90	22	6	5	12352	49874
100	25	6	5	15525	61430

İndislerdeki artış değişken sayılarını 10 binlerin üzerine çıkarmakta olduğundan problemin çözümü zorlaşmaktadır. Benzer durum kısıt sayılarında da görülmektedir. Kısıt sayıları 60 binin üzerine çıkabilmektedir.

Belirlenen faktörlerin farklı değerleri için çalışma süreleri incelenmiştir. Çalışma süresinin analizi için belirlenen faktörler şunlardır:

- i. İşlem sayısı
- ii. Beceri sayısı
- iii. Model sayısı
- iv. Atama yapılabilecek istasyon sayısı
- v. Çevrim süresi

Yapılan analizlerde kullanılan tüm veriler EK-1’de verilmiştir.

4.2.1. İşlem Sayısı

İşlem sayısının farklı değerlerine göre çalışma süresi test edilmiştir. Test için kullanılan problem, işlerin süre ve öncelik ilişkilerinin rastgele atandığı, işlerin üç beceri türü gereksinimleri rastgele yapılan, üç model içeren ve çevrim süresi 50 olarak belirlenen problemdir. Buna göre 10, 20, 30, 40, 50 ve 60 işlem sayısı için elde edilen işlem sürelerinin grafiği Şekil 4.3’de görülmektedir.



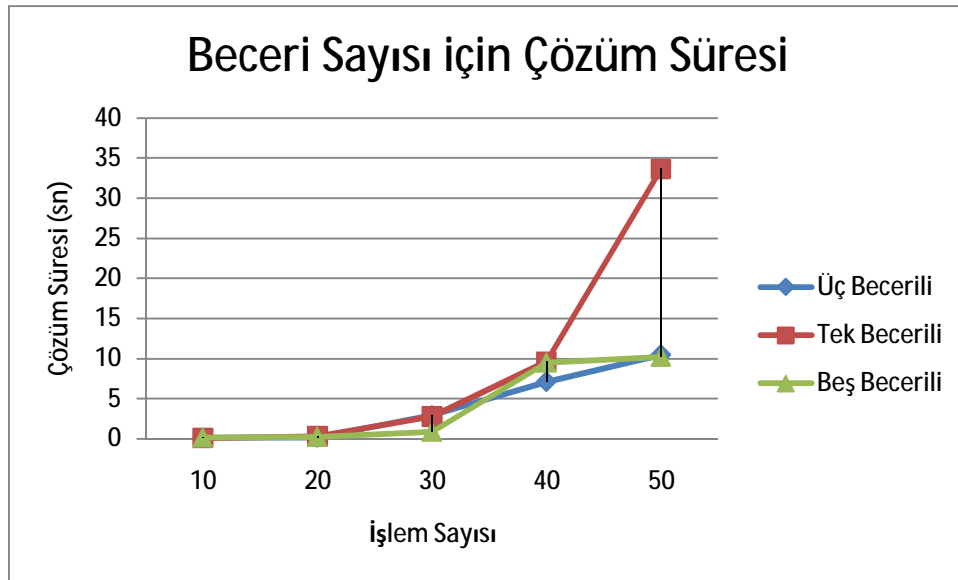
Şekil 4.3. İşlem sayısının çözüm süresine etkisi

Artan işlem süresinin problemin çözüm süresini artırdığı Şekil 4.3’te görülmektedir. Özellikle 20. işlemten sonra çözüm süresindeki artış hızı yükselmektedir. Problemin çözüm süresine işlem süresiyle birlikte diğer faktörlerin

de birlikte etkisi incelenmelidir. Diğer faktörler için problemin çözüm süresindeki değişim ilerleyen bölümlerde görülmektedir.

4.2.2. Beceri Sayısı

Beceri sayısı çözümün karmaşıklığına etki eden faktörlerden birisidir. Beceri gruplarının fazla olması problemin çözümünü etkileyecektir. 1,3 ve 5 grup olması durumunda matematiksel modelin çözüm süresi Şekil 4.4’de görülmektedir.

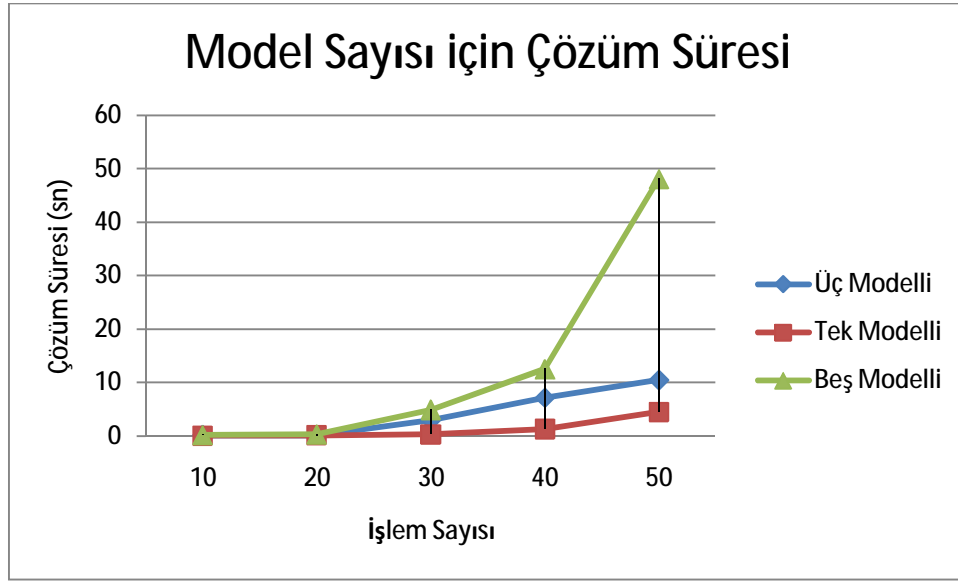


Şekil 4.4. Beceri sayısının çözüm süresine etkisi

Şekil 4.4’de beceri sayısı ile işlem sayısının birlikte değişiminin modele etkisi incelenmiştir. İşlem sayısının çok yüksek olmadığı koşullarda beceri sayısındaki farklılığın çözüm süresine etkisinin aritmetik olarak düşük olduğu, ancak işlem sayısının artmasıyla birlikte beceri sayıları arasındaki farklılık çözüm süresine aritmetik olarak anlamlı etki göstermektedir.

4.2.3. Model Sayısı

Model sayısı, çözümün karmaşıklığına etki eden faktörlerden birisidir. Model sayısının fazla olması problemin çözümünü etkileyecektir. Çalışma koşullarının aynı kaldığı, 3 becerili problem için 1,3 ve 5 farklı model olması durumunda matematiksel modelin çözüm süresi Şekil 4.5’de görülmektedir.



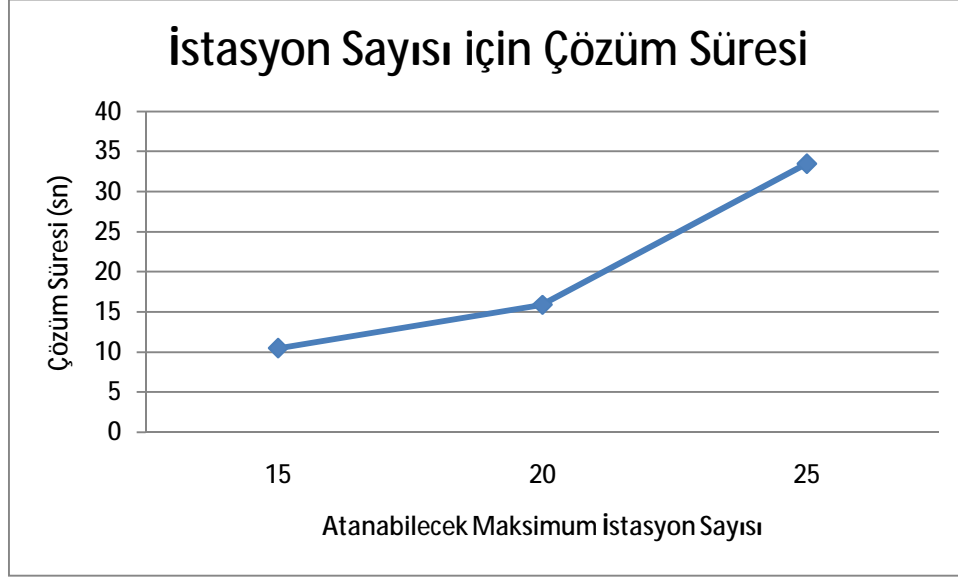
Şekil 4.5. Model sayısının çözüm süresine etkisi

Şekil 4.5’de model sayısı ile işlem sayısının birlikte değişiminin modelin çözüm süresine etkisi incelenmiştir. Model sayısındaki artışın çözüm süresini artırdığı anlaşılmaktadır. Bununla birlikte 20 işleme kadar model sayıları arasında çözüm sürelerinde farklılık olmadığı görülmektedir.

4.2.4. Atama Yapılabilecek İstasyon Sayısı

Atama yapılabilecek istasyon sayısı, çözümün karmaşıklığına etki eden faktörlerden birisidir. Atama yapılabilecek istasyon sayısının fazla olması problemin çözümünü etkileyecektir. Çalışma koşullarının aynı kaldığı, 50 işlemler ve 3 becerili

problemde 15, 20 ve 25 istasyon sayısı için matematiksel modelin çözüm süresi Şekil 4.6’da görülmektedir.

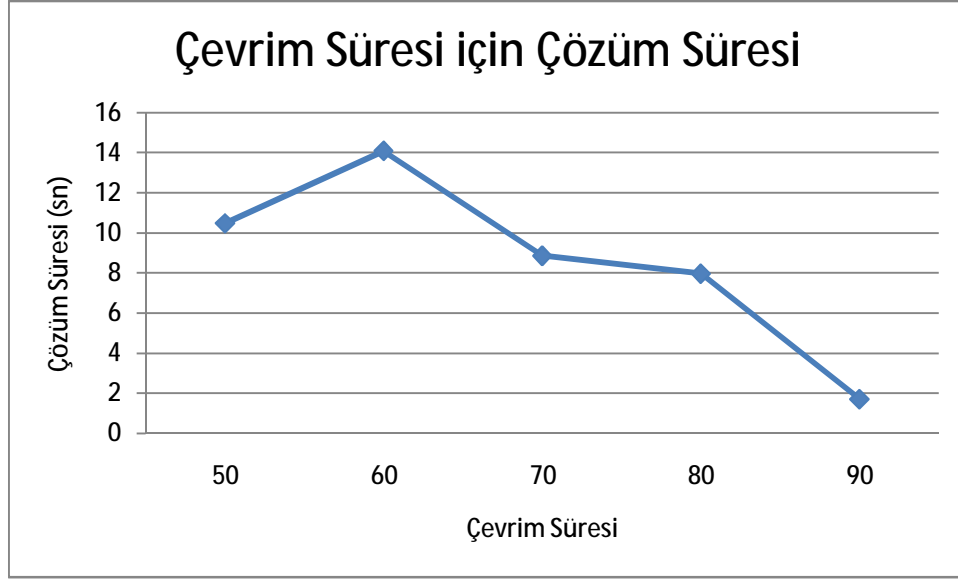


Şekil 4.6. Atama yapılabilecek istasyon sayısının çözüm süresine etkisi

Şekil 4.6’da atanabilecek maksimum istasyon sayısındaki değişimin modelin çözüm süresine etkisi incelenmiştir. Atanabilecek maksimum istasyon sayısı belirlenirken bilinen çevrim süresi için teorik alt limit hesaplanmaktadır. Bu limitin üzerinde bir değer seçilmektedir. Seçilen değer yüksek olması problemin çözüm süresini artırmaktadır.

4.2.5. Çevrim Süresi

Montaj hattı için belirlenen çevrim süresi değişken olarak görülmesi de değişiminin çözüm süresini etkileyebileceği düşünülmüştür. 50 işlemlilik, 3 beceri grubuna ve 3 model türüne sahip problemin çözümü incelenecektir. Çevrim süresi alternatiflerinin 50, 60, 70, 80 ve 90 olarak belirlendiği problem için çözüm süresi Şekil 4.7’de görülmektedir.



Şekil 4.7. Çevrim süresinin çözüm süresine etkisi

Şekil 4.7’de çevrim süresinin modelin çözüm süresine etkisi incelenmiştir. çevrim süresinin artması modelin çalışma zamanını giderek artırmaktadır. Artan çevrim süresinin istasyon sayısını azaltmasından dolayı modelin çalışma süresinin azaldığı yorumu yapılabilir.

4.3. Matematiksel Modelin Çözümü

4.3.1. Problemden Kullanılan Veriler

Çalışma kapsamında 58 işleme sahip www.assembly-line-balancing.de adresinden alınan Warnecke isimli veri seti kullanılmıştır. Veri setinde bulunmaması sebebiyle veri setinin öncelik diyagramı bütünleşik öncelik diyagramı kabul edilmiştir. Buna ek olarak 3 olarak belirlenen model türü için işlemlerin gerekli olduğu model türleri değerleri rastgele olarak dağıtılmıştır. Buna ek olarak her bir iş için bir beceri grubu rastgele atanmıştır. Problemden işlemler arasındaki öncelikleri gösteren tablo Çizelge 4.20’de verilmiştir.

Uygulamada, işlemler belirli istasyon aralığında atanmaktadır. Örneğin ilk işlem ilk birkaç istasyona atanmalıdır. İlk istasyonun diğer istasyonlara atanması

durumunun engellenmesi modelin çözüm süresini kısaltmaktadır. Çözüm süresinin kısaltılması için bu tür kısıtlar konulmuştur.

Çizelge 4.20. Problemden kullanılan öncelikler

Öncül Öge	Artçıl Öge	Öncül Öge	Artçıl Öge	Öncül Öge	Artçıl Öge
1	9	21	26	40	43
2	25	21	44	41	42
3	21	22	27	42	43
3	22	23	31	43	45
4	1	24	31	44	45
5	36	25	38	45	46
6	23	26	29	45	48
6	24	27	30	45	49
7	43	28	32	46	47
8	44	28	33	46	5
9	11	29	31	47	51
11	13	30	34	48	55
11	14	31	36	49	58
11	15	32	45	50	58
12	17	33	35	51	52
13	17	34	36	52	53
14	17	35	43	53	54
15	17	36	37	54	55
16	18	36	38	54	56
17	2	37	39	55	57
18	19	37	4	56	57
19	23	37	41	57	58
20	21	38	52		
20	25	39	43		

Problemin modellenmesi ve çözümünde kullanılan zaman değerleri ve çalışmaya ek olarak tanımlanan türlere göre işlemlerin yapılıp yapılmaması durumu (0- İşlem model türü için gerekli, 1- İşlem model türü için gerekli değil) Çizelge 4.21'de görülmektedir.

Çizelge 4.21. İşlem Süreleri ve Ürün Türleri Tablosu (Z)

İşlem	İşlem Zamanı	Tür A	Tür B	Tür C	İşlem	İşlem Zamanı	Tür A	Tür B	Tür C
1	10	1	1	1	30	22	1	1	1
2	53	1	1	0	31	51	1	1	0
3	41	1	0	1	32	47	1	0	1
4	36	0	1	1	33	34	0	1	1
5	35	1	1	1	34	23	1	1	1
6	17	1	1	1	35	12	1	1	1
7	34	1	1	1	36	52	1	1	1
8	23	1	1	1	37	12	1	1	1
9	14	1	1	1	38	33	1	1	1
10	52	1	1	0	39	44	1	1	0
11	33	1	0	1	40	7	1	0	1
12	34	1	1	1	41	15	1	1	1
13	12	1	1	0	42	13	1	1	0
14	52	1	0	1	43	29	1	0	1
15	12	1	1	1	44	37	1	1	0
16	33	1	1	0	45	43	1	1	1
17	44	1	0	1	46	23	1	0	1
18	7	1	1	1	47	24	1	1	1
19	15	0	1	1	48	9	0	1	1
20	13	0	1	1	49	16	0	1	1
21	29	1	1	1	50	12	1	1	1
22	37	0	1	1	51	26	1	1	1
23	43	0	1	1	52	12	1	1	1
24	23	0	1	1	53	52	0	1	1
25	24	1	1	1	54	12	1	1	1
26	9	1	1	0	55	33	1	1	0
27	16	0	1	1	56	44	1	0	1
28	12	0	1	1	57	7	0	1	1
29	26	0	1	1	58	15	1	1	1

Probleme ek olarak tanımlanan işlemlerin gerektirdiği becerileri gösteren tablo Çizelge 4.22’de görülmektedir. 0 değeri, işlemin mevcut beceri türüne gerek duymadığını, 1 değeri, işlemin mevcut beceri türüne gerek duyduğunu göstermektedir.

Çizelge 4.22. Beceri Tablosu (Y)

İşlem	Beceri 1	Beceri 2	Beceri 3	Beceri 4	İşlem	Beceri 1	Beceri 2	Beceri 3	Beceri 4
1	1	0	0	0	30	0	0	1	0
2	1	0	0	0	31	0	0	1	0
3	1	0	0	0	32	0	0	1	0
4	1	0	0	0	33	0	0	1	0
5	1	0	0	0	34	0	0	1	0
6	1	0	0	0	35	0	0	1	0
7	1	0	0	0	36	0	0	1	0
8	1	0	0	0	37	0	0	1	0
9	1	0	0	0	38	0	0	1	0
10	1	0	0	0	39	0	0	1	0
11	1	0	0	0	40	0	0	1	0
12	1	0	0	0	41	0	0	1	0
13	1	0	0	0	42	0	0	1	0
14	0	0	0	0	43	0	0	1	0
15	0	1	0	0	44	0	0	1	0
16	0	1	0	0	45	0	0	0	1
17	0	1	0	0	46	0	0	0	1
18	0	1	0	0	47	0	0	0	1
19	0	1	0	0	48	0	0	0	1
20	0	1	0	0	49	0	0	0	1
21	0	1	0	0	50	0	0	0	1
22	0	1	0	0	51	0	0	0	1
23	0	1	0	0	52	0	0	0	1
24	0	1	0	0	53	0	0	0	1
25	0	1	0	0	54	0	0	0	1
26	0	1	0	0	55	0	0	0	1
27	0	1	0	0	56	0	0	0	1
28	0	1	0	0	57	0	0	0	1
29	0	0	1	0	58	0	0	0	1

Eldeki atama yapılacak işgücünün beceri durumlarının göz önüne alındığı, beceri grupları kombinasyonları için atanabilecek maksimum işgücü toplamı Çizelge 4.23'de verilmiştir.

Çizelge 4.23. Beceri grupları kombinasyonlarının toplam değerleri

Beceri Grupları	Toplam
1-2	15
1-3	15
1-4	15
2-3	15
2-4	15
3-4	15
1-2-3	25
1-2-4	25
1-3-4	25
2-3-4	25
1-2-3-4	30

Örnek problemde ön tanımlı olarak kullanılan çevrim süresi, istasyon kurma ve birim işgücü maliyeti gibi parametreler Çizelge 4.23’de verilmiştir. Çevrim süresi en büyük işlemin görev zamanı olan 53 dakika olarak alınmıştır. İstasyon kurma maliyeti 50 birim ve birim işgücü maliyeti 10 birim kabul edilmiştir. Aynı anda bir istasyonda 3 kişinin çalışabildiği ve her beceri grubu için maksimum 10 kişinin atanabileceği kabul edilmiştir.

Çizelge 4.24. Diğer Parametre Değerleri

Parametre	Değer
$C_{istasyon}$	50
$C_{işgücü}$	10
C	53
L_j^{maks}	3
L_b^{maks}	10

4.3.2. Problemin Çözümü

Oluşturulan matematiksel modelin ILOG OPL Studio programı ile çözülmesi sonucu 720 toplam maliyet değerine ulaşılmıştır. Problemin çözümünde kullanılan modelin ILOG kodları EK-2’de görülmektedir.

Hangi işin hangi model için hangi istasyonda yapılacağı Çizelge 4.25’te görülmektedir. Üç farklı model için bazı işlemler farklı istasyonlara atanmıştır.

Çizelge 4.25. İşlemlerin model bazında atandıkları istasyonlar

İşlem	Model	İstasyon	İşlem	Model	İstasyon	İşlem	Model	İstasyon
1	A	2	20	B	5	39	B	12
1	B	2	20	C	5	40	A	12
1	C	2	21	A	7	40	C	12
2	A	2	21	B	7	41	A	12
2	B	2	21	C	7	41	B	12
3	A	2	22	B	7	41	C	12
3	C	2	22	C	7	42	A	12
4	B	2	23	B	7	42	B	12
4	C	2	23	C	7	43	A	12
5	A	2	24	B	7	43	C	12
5	B	4	24	C	7	44	A	12
5	C	2	25	A	7	44	B	12
6	A	2	25	B	9	45	A	13
6	B	2	25	C	9	45	B	13
6	C	4	26	A	7	45	C	13
7	A	4	26	B	7	46	A	13
7	B	4	27	B	9	46	C	13
7	C	2	27	C	7	47	A	13
8	A	4	28	B	9	47	B	13
8	B	4	28	C	9	47	C	13
8	C	4	29	B	9	48	B	13
9	A	4	29	C	10	48	C	13
9	B	4	30	A	9	49	B	13
9	C	4	30	B	9	49	C	15
10	A	5	30	C	9	50	A	13

Çizelge 4.25. (devamı) İşlemlerin model bazında atandıkları istasyonlar

İşlem	Model	İstasyon	İşlem	Model	İstasyon	İşlem	Model	İstasyon
10	B	4	31	A	9	50	B	13
11	A	4	31	B	10	50	C	13
11	C	4	32	A	10	51	A	15
12	A	4	32	C	9	51	B	13
12	B	5	33	B	10	51	C	13
12	C	4	33	C	9	52	A	15
13	A	4	34	A	10	52	B	13
13	B	5	34	B	9	52	C	15
14	A	5	34	C	10	53	B	15
14	C	4	35	A	9	53	C	15
15	A	5	35	B	10	54	A	15
15	B	5	35	C	10	54	B	15
15	C	5	36	A	10	54	C	15
16	A	5	36	B	10	55	A	15
16	B	5	36	C	10	55	B	15
17	A	7	37	A	12	56	A	15
17	C	5	37	B	12	56	C	15
18	A	5	37	C	12	57	B	15
18	B	5	38	A	10	57	C	15
18	C	5	38	B	12	58	A	15
19	B	5	38	C	12	58	B	15
19	C	5	39	A	12	58	C	15

İstasyonların atanma durumu gösteren değerler Çizelge 4.25’de verilmiştir. 0 değeri istasyonun kullanılmadığını, 1 değeri ise, istasyonun kullanıldığını göstermektedir. Montaj hattının dengelenmesinde 9 istasyon kullanılmıştır. Bunlar istasyon 2, 4, 5, 7, 9, 10, 12, 13 ve 15’dir.

Çizelge 4.26. İstasyonların kullanım durumları

İstasyonlar	Atama Durumu	İstasyonlar	Atama Durumu
İst 1	0	İst 9	1
İst 2	1	İst 10	1
İst 3	0	İst 11	0
İst 4	1	İst 12	1
İst 5	1	İst 13	1
İst 6	0	İst 14	0
İst 7	1	İst 15	1
İst 8	0		

Her bir beceri grubuna göre istasyonlara atanan işgücü sayıları Çizelge 4.27'de verilmiştir. Toplamda 27 işgücünün kullanıldığı montaj hattında; beceri grubu 1 için 7, beceri grubu 2 için 6, beceri grubu 3 için 8 ve beceri grubu 4 için 6 kişi atanmıştır.

Çizelge 4.27. İstasyonlara atanan işgücü sayıları

Beceriler	İstasyonlar	Atanan İşgücü Sayısı
Beceri 1	2	3
Beceri 1	4	3
Beceri 1	5	1
Beceri 2	5	2
Beceri 2	7	3
Beceri 2	9	1
Beceri 3	9	2
Beceri 3	10	3
Beceri 3	12	3
Beceri 4	13	3
Beceri 4	15	3

Atama yapılan istasyonların verimi karar verici için büyük önem taşımaktadır. Yapılan atamalara göre her bir ürün türü için yapılan atamalar

sonucunda hesaplanan hattın verimi Çizelge 4.28’de verilmiştir. Verim değerleri %85 e yakın olmakla birlikte iyi sayılabilecek değerlere sahiptir.

Çizelge 4.28. Hat verimi değerleri

Ürün Türü	Hat Verimi
Tür A	0.84
Tür B	0.86
Tür C	0.85

4.4. Çalışma İçin Senaryo Analizinin Yapılması

4.4.1. Çevrim Süresinin Modele Etkisi

Çalışma kapsamında mevcut durumda 58 işlem için çözülen Montaj Hattı Dengeleme ve Grup Büyüklüğü Belirleme Problemi için modelin farklı koşullarda vereceği sonuçlar incelenmiştir.

İstasyon sayısının en küçük olması istenen Tip-1 MHD problemi için çevrim süresi sabit olarak modele girilmektedir. Çevrim süresinin eldeki tüm işlerin görev zamanlarından büyük olması gerekir. Bu sayede, tüm işlemler bölünmeden tek bir istasyonda yapılabilir. Çevrim süresi mevcut durumda en büyük görev zamanı olan 53 değeri için çözülmüştür. Çevrim süresi için 55, 60, 65, 70, 75 ve 80 değerleri için kurulan matematiksel model yeniden çözüldüğünde elde edilen amaç fonksiyonu Çizelge 4.29’da verilmiştir.

Çizelge 4.29. Amaç fonksiyonu değerleri

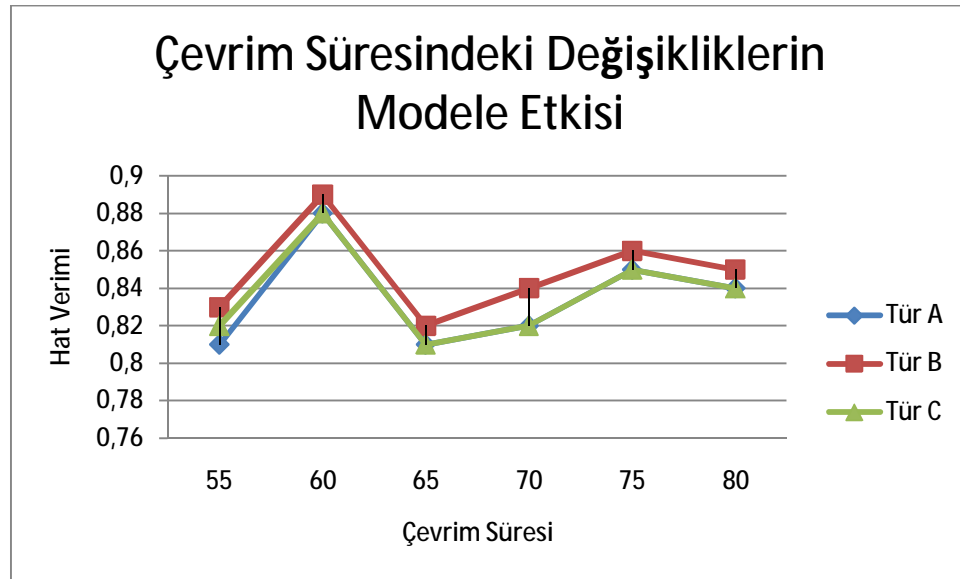
Çevrim Süresi	Amaç Fonksiyonu Değeri
55	720
60	630
65	630
70	610
75	540
80	530

Artan çevrim süresi sonucunda toplam maliyetin azalmakta olduğu Çizelge 4.29’da görülmektedir. Azalan maliyet değerlerinin hat verimine etkisi incelenmiş ve Çizelge 4.30’da verilmiştir.

Çizelge 4.30. Çevrim süresinin hat verimine etkisi

Türler	55	60	65	70	75	80
Tür A	0.81	0.88	0.81	0.82	0.85	0.84
Tür B	0.83	0.89	0.82	0.84	0.86	0.85
Tür C	0.82	0.88	0.81	0.82	0.85	0.84

Çevrim süresindeki değişiklik hat verimini olumlu olarak etkilemekle birlikte çevrim süresindeki artışın devam etmesi Şekil 4.8’de görüldüğü gibi hat veriminde azalışa neden olmaktadır.



Şekil 4.8. Çevrim süresindeki değişikliğin hat verimine etkisi

4.4.2. İşgücü Beceri Gruplarındaki Değişikliklerin Modele Etkisi

Probleme kullanılan işlemler ile işgücü becerileri arasındaki ilişkinin modele olan etkisi incelenmiştir. Becerilerdeki değişkenlik istasyonlara fazla işgücü

atamasına yol açabileceği düşünülmüş ve tek becerili, iki becerili ve üç becerili işgücü olması durumunda modeldeki değişkenlik incelenmiştir.

4.4.2.1. Tek Becerili İşgücü Olması Durumu

Tek becerili işgücü olması durumuna göre yeniden düzenlenen matematiksel modelin yeni amaç fonksiyonu değeri 690'dır. Elde edilen amaç fonksiyonu için atama yapılan işgücü sayısı 24 olarak hesaplanmıştır. Yeniden çözülen problem için istasyon verimi değerleri Çizelge 4.31'de verilmiştir.

Çizelge 4.31. Hat verimi değerleri

Türler	Hat Verimi
Tür A	0.95
Tür B	0.97
Tür C	0.95

4.4.2.2. İki Becerili İşgücü Olması Durumu

İki becerili işgücü olması durumuna göre yeniden düzenlenen matematiksel modelin yeni amaç fonksiyonu değeri 710'dur. Elde edilen amaç fonksiyonu için atama yapılan işgücü sayısı 26 olarak hesaplanmıştır. Yeniden çözülen problem için istasyon verimi değerleri Çizelge 4.32'de verilmiştir.

Çizelge 4.32. Hat verimi değerleri

Türler	Hat Verimi
Tür A	0.88
Tür B	0.89
Tür C	0.88

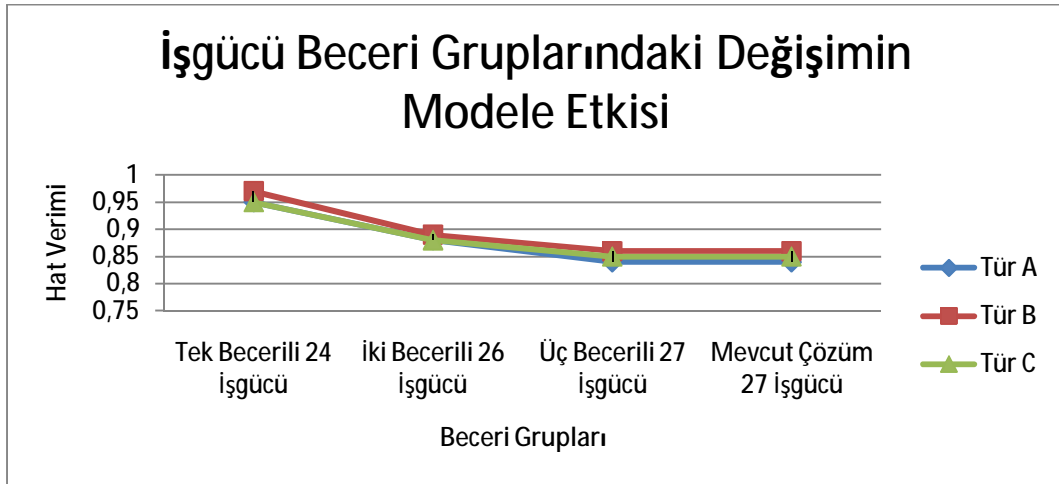
4.4.2.3. Üç Becerili İşgücü Olması Durumu

Üç becerili işgücü olması durumuna göre yeniden düzenlenen matematiksel modelin yeni amaç fonksiyonu değeri 720'dir. Elde edilen amaç fonksiyonu için atama yapılan işgücü sayısı 27 olarak hesaplanmıştır. Yeniden çözülen problem için istasyon verimi değerleri Çizelge 4.33'de verilmiştir.

Çizelge 4.33. Hat verimi değerleri

Türler	Hat Verimi
Tür A	0.84
Tür B	0.86
Tür C	0.85

Test edilen üç alternatif için hat verimlerinin karşılaştırılması Şekil 4.9'da görülmektedir.



Şekil 4.9. İşgücü beceri alternatiflerinin karşılaştırması

Beceri grup sayısındaki değişimin amaç fonksiyonu ve hat verimine etkinse bakıldığında, Şekil 4.9'da görüldüğü gibi beceri sayısı arttıkça hat verimi azalmaktadır. Azalan hat verimine ek olarak toplam maliyette artan beceri grup sayısı birlikte artmaktadır.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1. Çalışmanın Özeti

Montaj hattı dengeleme ve işgücü atama problemi göz önüne alınmış ve analitik çözümler araştırılmıştır. Tam sayılı programlama tekniğiyle matematiksel model kurulmuş ve çözülmüştür.

Belirlenen problem için geliştirilen matematiksel model öncelikle örnek problemler için çözümlenerek modelin doğruluğu test edilmiştir. Sonrasında, literatürde bilinen 58 işlemler için geliştirilen matematiksel model çalıştırılmış ve sonuçlar analiz edilmiştir. Beceri sayısı 4 ve model türü sayısı 3 olarak alınan problem için çevrim süresi 53 olarak belirlenmiştir. Belirtilen şartlar altında ILOG OPL Studio programında çalıştırılan modelin farklı koşullar altındaki davranışlarını görmek için iki farklı senaryo geliştirilerek irdelenmiştir.

5.2. Sonuçlar

Çalışma kapsamında oluşturulan tamsayı programlama yöntemiyle geliştirilen matematiksel model ILOG OPL STUDIO programıyla modellenmiş ve çözülmüştür. Yapılan çalışmadan elde edilen genel sonuçlar şunlardır:

- i. Montaj hattı dengeleme problemine ek olarak işgücü faktörü düşünülerek dengeleme yapılan Montaj Hattı Dengeleme ve İşgücü Atama Problemi (MHDİAP) düşünülmüştür.
- ii. Karma modeli, çevrim süresi bilinen ve deterministik işlem sürelerine sahip bir montaj hattı düşünülmüştür.
- iii. Çok becerili ve bir istasyonda birden fazla kişinin çalışabildiği işgücü koşulları göz önüne alınmıştır.
- iv. Öncelik diyagramı tüm işlemler için ortak olarak tanımlanmış ve modeller arasındaki farklılıklar bazı işlerin bazı modellerde yapılmaması olarak belirlenmiştir.

- v. 58 işleme sahip bir montaj hattı için geliştirilen model çözülmüştür. İşgücündeki değişkenliğin çok olduğu ve uzmanlık gerektiren montaj hatlarında geliştirilen yaklaşımın uygulanmasının hattın dengelenmesinde fayda sağlayacağı görülmüştür.
- vi. İşlem sayısındaki artış modelin çözüm süresini uzatmaktadır. Bu sorunun çözümü için işlemlerin belirli aralıklardaki istasyonlara atanmasıyla problem uygulamaya dönük olarak gözden geçirilmiş ve çözüm süresinin kısaltılması sağlanmıştır.
- vii. İki senaryo analiziyle modelin farklı durumlardaki davranışları gözden geçirilmiştir. Buna göre ilk senaryoda çevrim süresinin beş farklı değerleri için modelin tepkileri incelenmiştir. İkinci senaryoda işlerin beceri gereksinimleri göz önüne alınmıştır. Mevcut durumda 4 beceri grubu için çözülen model; 1,2 ve 3 beceri grubunun olması durumu düşünülerek yeniden çözülmüştür. Senaryo analizinde toplam maliyet ve hat verimi değerleri göz önüne alınarak anlamlı sonuçlar elde edilmiştir.

5.3. Öneriler

Mevcut çalışmaya ek olarak gelecek çalışmalar için aşağıdaki önerilerde bulunulabilir:

- i. Farklı amaçlar için problem yeniden çözülebilir. Örneğin sabit istasyon sayısı için çevrim süresini en küçükleyecek şekilde problem çözülebilir.
- ii. Problem çok amaçlı olarak maliyeti minimize etmeye ve verimi maksimize etmeye yönelik olarak yeniden tasarlanabilir.
- iii. Problem farklı montaj hatlarında uygulanabilir. Bu sayede işgücü beceri gereksinimi yüksek olan montaj hatları ile düşük olan montaj hatları karşılaştırılarak anlamlı sonuçlar elde edilebilir.
- iv. Beceri grup sayısının ve işlem sayısının çok yüksek olduğu montaj hatları için uygulamalar yapılarak modelin vereceği tepkiler incelenebilir.

- v. İşlem zamanlarının stokastik veya bulanık olarak tanımlandığı bir montaj hattı için problemin çözümü bulunabilir. Bu sayede problemin gerçek sanayi uygulamalarına yatkınlığı sağlanmış olacaktır.
- vi. Montaj hattı dengeleme çalışmaları hatta veya üründe meydana gelecek yeni bir değişiklik olması durumunda yeniden tekrarlanmalıdır.
- vii. Yüksek işlem sayılı problemlerin çözümü için sezgisel bir yaklaşım geliştirilerek çözüm süresi hızlandırılabilir ve problemin gerçek sanayi uygulamalarına karşı daha hızlı çözüm geliştirmesi sağlanabilir. Bu sayede bir karar destek sistemi tasarlanabilir ve hat tasarımından sorumlu uzmanın karar vermesi kolaylaştırılabilir.

KAYNAKLAR

- ASKİN R.G. ve STANDRIDGE C.R., 1993, Modelling and Analysis of Manufacturing Systems, John Wiley & Sons Inc., sf 40-42.
- BAYRAKTAROĞLU A.E., 2007, Basit U-Tipi Montaj Hattı Dengelemede Analitik Yöntemlerin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
- BOCK S., 2008, Using distributed search methods for balancing mixed-model assembly lines in the automotive industry, *OR Spectrum* (2008) 30:551–578
- BOYSEN N., FLIEDNER M. VE SCHOLL A., 2009, Assembly line balancing: Joint precedence graphs under high product variety, *IIE Transactions* 41, 183–193
- BUKCHIN J., DAR-EL E.M. VE RUBINOVITZ J., 2002, Mixed model assembly line design in a make-to-order environment, *Computers & Industrial Engineering* 41 (2002) 405-421
- BUKCHİN J. ve MASIN M., 2004, Multi-Objected Design of Team Oriented Assembly Systems, *European Journal Of Operational Research* 156 (2004) 326-352.
- BUKCHİN J., DAREL E. ve RUBINOVITZ J., 1997, Team-Oriented Assembly System Design: A New Approach, *Int. J. Production Economics* 51 (1997) 47-57.
- BUKCHIN Y. ve RABINOWITCH I., 2006, A branch-and-bound based solution approach for the mixed-model assembly line-balancing problem for minimizing stations and task duplication costs, *European Journal of Operational Research* 174 (2006) 492–508
- CHAVES A.A., LORENA L.A.N, MIRALLES C., 2009, Hybrid Metaheuristic for the Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem, M.J. Blesa et al. (Eds.): HM 2009, LNCS 5818, pp. 1–14, 2009.
- COSTA A.M. VE MIRALLES C., 2009, Job Rotation in assembly lines employing disabled workers, *Int. J. Production Economics* 120 (2009) 625–632

- ÇAKIR B., (2006), Stokastik İşlem Zamanlı Montaj Hattı Dengeleme İçin Tavlama Benzetimi Algoritması, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
- DIMITRIADIS S.G., 2006, Assembly line balancing and group working : A heuristic procedure for workers' groups operating on the same product and Workstation, Computers & Operational Research 33 (2006) 2757-2774
- DOERR K.H., KLASTORIN T.D., MAGAZINE M.J., 2000, Synchronous Unpaced Flow Lines with Worker Differences and Overtime Cost, Management Science, Vol. 46, No:3, (March, 2000), pp. 421-435.
- EREL E. VE GOKCEN H., 1999, Shortest-route formulation of mixed-model assembly line balancing problem, European Journal of Operational Research 116 (1999) 194-204
- GÖKÇEN H., 1994, Karışık modellenli deterministik montaj hattı dengeleme problemi için yeni modeller, Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
- GÖKÇEN H. VE EREL E., 1998, Binary integer formulation for mixed-model assembly line balancing problem, Computers ind. Engng. Vol. 34, No. 2, pp. 451-461.
- GRONALT M. ve HARTL R.F., 2003, Workforce planning and allocation for mid-volume truck manufacturing: a case study, Int. J. Prod. Res., 2003, Vol. 41, No. , 449-463.
- GÜDEN H., 2006, An Adaptive Simulated Annealing Method For Assembly Line Balancing And A Case Study, Yüksek Lisans Tezi, Graduate School Of Natural And Applied Sciences Of Middle East Technical University
- HEİKE G., RAMULU M., SORENSEN E., SHANAHAN P. ve MOINZADEH K., 2001, Mixed Model Alternatives For Low-Volume Manufacturing: The Case Of The Aerospace Industry, Int. J. Production Economics 72 (2001) 103-120.
- HOPP W.J., TEKIN E. VE OYEN M.P.V., 2004, Benefits of Skill Chaining in Serial Production Lines with Cross-Trained Workers, Management Science Vol. 50, No.1, January 2004, pp. 83-98

- HWANG R. ve KATAYAMA H., 2009, A multi-decision genetic approach for workload balancing of mixed-model U-shaped assembly line systems, *International Journal of Production Research* Vol. 47, No. 14, 15 July 2009, 3797-3822
- JIN M. ve WU S.D., 2002, A new heuristic method for mixed model assembly line balancing problem, *Computers & Industrial Engineering* 44 (2002) 159-169
- KARA Y., OZCAN U. VE PEKER A., 2007, Balancing and sequencing mixed-model just-in-time U-lines with multiple objectives, *Applied Mathematics and Computation* 184 (2007) 566–588
- KESKINTÜRK T. VE KÜÇÜK B., 2006, Karışık modellenli montaj hatlarının genetik algoritma kullanılarak dengelenmesi, *Yönetim*, Yıl:17, Sayı: 53, Şubat 2006
- LEE C. VE VAIRAKTARAKIS G.L., 1997, Workforce Planning in mixed model assembly systems, *Operations Research*, Vol. 45, No. 4 (Jul. - Aug., 1997), pp. 553-567
- LEE T.O., KIM Y. VE KIM Y.K., 2001, Two sided assembly line balancing to maximize work relatedness and slackness, *Computers&Industrial Engineering* 40 (2001) 273-292.
- MATANACHAI S. VE YANO C.A., 2001, Balancing Mixed-Model Assembly Lines To Reduce Work Overload, *IIE Transactions* (2001) 33, 29-42
- MCMULLEN P.R. ve FRAZIER G.V., 1997, A heuristic for solving mixed-model line balancing problems with stochastic task durations and parallel stations, *Int. J. Of Economics* 51 (1997) 177-190
- MILTENBURG J., 2002, Balancing and Scheduling Mixed-Model U-Shaped Production Lines, *The International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 14, 119–151, 2002
- MİRALLES C., GARCÍA J.P., ANDRES C. ve CARDOS M., 2007, Branch and Bound Procedures for solving the Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem. Application to Sheltered Work Centres for

Disabled., *Discrete Applied Mathematics* (special issue of CO 2004 Conference,Lancaster).

MOREIRA M.C. DE O., COSTA A.M., 2009, A minimalist yet efficient tabu search algorithm for balancing assembly lines with disabled workers, XLI SBPO 2009 - Pesquisa Operacional na Gestão do Conhecimento

NAKADE K. Ve OHNO K., 1999, An Optimal Worker Allocation Problem for a U-Shaped Production Line, *Int. J. Production Economics* 60-61 (1999) 353-358.

ÖZCAN U. VE TOKLU B., 2009, Balancing of mixed-model two-sided assembly lines, *Computers & Industrial Engineering* 57 (2009) 217–227

SCHOLL A., FLIEDNER M. VE BOYSEN N., 2009, ABSALOM: Balancing assembly lines with assignment restrictions, *European Journal of Operational Research*, S0377-2217(09)00057-5

SONG B.L., WONG W.K., FAN J.T. VE CHAN S.F., 2006, A recursive operator allocation approach for assembly line-balancing optimization problem with the consideration of operator efficiency, *Computers & Industrial Engineering* 51 (2006) 585-608

YILMAZ M.M., (2006), Bulanık Operasyon Zamanlı Geleneksel Montaj Hattı Dengeleme Problemi, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

www.assembly-line-balancing.de

ÖZGEÇMİŞ

18/09/1987 yılında Adana'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Adana'da tamamladı. 2004 yılında başladığı Çukurova Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü'nden 2008 yılında başarıyla mezun oldu ve aynı yıl Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalında yüksek lisans öğrenimine başladı.

EKLER

EK 1- Çözüm Süresi Analizinde Kullanılan Veriler

İşlem	İşlem süresi	Tür 1	Tür 2	Tür 3	Beceri 1	Beceri 2	Beceri 3
1	34	1	0	1	1	0	0
2	32	0	1	1	0	1	0
3	7	1	1	1	0	0	1
4	47	1	1	1	0	1	0
5	45	1	1	1	1	0	0
6	31	0	1	1	1	0	0
7	14	1	0	1	0	0	1
8	44	1	1	0	0	0	1
9	35	1	0	1	1	0	0
10	24	0	1	1	0	1	0
11	48	1	0	1	1	0	0
12	2	1	1	1	0	0	1
13	5	1	0	1	0	0	1
14	15	1	1	1	0	0	1
15	8	1	1	0	1	0	0
16	7	1	1	1	0	1	0
17	2	0	1	1	0	1	0
18	35	1	1	1	0	0	1
19	24	1	1	0	1	0	0
20	23	1	0	1	0	0	1
21	12	1	1	1	0	1	0
22	36	1	1	1	0	1	0
23	28	1	1	0	0	1	0
24	13	1	1	1	1	0	0
25	5	1	1	0	0	1	0
26	8	0	1	1	0	1	0
27	7	1	0	1	0	0	1
28	21	1	1	1	0	1	0
29	48	0	1	1	1	0	0
30	40	1	0	1	1	0	0
31	24	1	0	1	0	1	0
32	21	1	1	0	0	0	1
33	1	1	1	1	0	0	1
34	27	1	0	1	0	0	1
35	45	0	1	1	0	1	0
36	14	1	1	0	1	0	0
37	31	1	0	1	0	1	0
38	35	1	1	0	1	0	0

39	20	1	1	0	0	0	1
40	42	1	1	1	1	0	0
41	37	1	0	1	0	0	1
42	44	1	1	0	1	0	0
43	21	1	1	1	0	0	1
44	30	1	0	1	0	0	1
45	50	1	1	1	0	0	1
46	10	0	1	1	1	0	0
47	9	1	1	1	0	1	0
48	8	1	0	1	0	1	0
49	23	1	1	1	0	1	0
50	1	1	1	1	1	0	0

Beceri Grupları	Toplam
1-2	50
1-3	50
1-4	50
2-3	50
2-4	50
3-4	50
1-2-3	75
1-2-4	75
1-3-4	75
2-3-4	75
1-2-3-4	100

Parametre	Değer
$C_{istasyon}$	50
$C_{işgücü}$	10
C	50
I_j^{maks}	3
I_b^{maks}	30

5 Beceriye sahip montaj hattında kullanılan beceri tablosu aşağıdaki gibidir:

İşlem	Beceri 1	Beceri 2	Beceri 3	Beceri 4	Beceri 5
1	1	0	0	0	0

2	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0
4	0	1	0	0	0
5	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	1
7	0	0	0	0	1
8	0	0	1	0	0
9	1	0	0	0	0
10	0	1	0	0	0
11	1	0	0	0	0
12	0	0	1	0	0
13	0	0	1	0	0
14	0	0	1	0	0
15	1	0	0	0	0
16	0	0	0	1	0
17	0	1	0	0	0
18	0	0	0	0	1
19	1	0	0	0	0
20	0	0	1	0	0
21	0	1	0	0	0
22	0	1	0	0	0
23	0	1	0	0	0
24	1	0	0	0	0
25	0	0	0	1	0
26	0	0	0	1	0
27	0	0	0	0	1
28	0	0	0	1	0
29	1	0	0	0	0
30	1	0	0	0	0
31	0	1	0	0	0
32	0	0	0	0	1
33	0	0	1	0	0
34	0	0	0	0	1
35	0	1	0	0	0
36	1	0	0	0	0
37	0	0	0	1	0
38	1	0	0	0	0
39	0	0	0	0	1
40	1	0	0	0	0
41	0	0	1	0	0
42	1	0	0	0	0
43	0	0	1	0	0

44	0	0	0	0	1
45	0	0	1	0	0
46	1	0	0	0	0
47	0	1	0	0	0
48	0	0	0	1	0
49	0	0	0	1	0
50	1	0	0	0	0

5 Model türüne sahip montaj hattında kullanılan model türleri tablosu aşağıdaki gibidir:

İşlem	Tür 1	Tür 2	Tür 3	Tür 4	Tür 5
1	1	0	1	1	0
2	0	1	1	0	1
3	1	1	1	0	0
4	1	1	1	1	1
5	1	1	1	0	0
6	0	1	1	1	0
7	1	0	1	0	0
8	1	1	0	1	1
9	1	0	1	1	1
10	0	1	1	0	1
11	1	0	1	0	1
12	1	1	1	0	0
13	1	0	1	0	0
14	1	1	1	1	1
15	1	1	0	1	0
16	1	1	1	0	1
17	0	1	1	0	0
18	1	1	1	1	0
19	1	1	0	0	0
20	1	0	1	1	1
21	1	1	1	0	1
22	1	1	1	1	1
23	1	1	0	0	1
24	1	1	1	0	0
25	1	1	0	0	0
26	0	1	1	1	0
27	1	0	1	1	0
28	1	1	1	0	1
29	0	1	1	0	1
30	1	0	1	1	1
31	1	0	1	1	1
32	1	1	0	0	1

33	1	1	1	0	0
34	1	0	1	1	1
35	0	1	1	1	0
36	1	1	0	0	0
37	1	0	1	1	1
38	1	1	0	0	0
39	1	1	0	0	1
40	1	1	1	0	0
41	1	0	1	1	0
42	1	1	0	0	0
43	1	1	1	0	1
44	1	0	1	1	0
45	1	1	1	0	1
46	0	1	1	0	0
47	1	1	1	1	1
48	1	0	1	0	1
49	1	1	1	1	1
50	1	1	1	1	0

EK-2 Model için yazılan programın ILOG Kodları

Model Dosyası

```

{string} islemler = ...;
{int} istasyonlar = ...;
{string} beceriler = ...;
{string} turler = ...;

float t [islemler]=...;
float Y [islemler,beceriler]=...;
float P [islemler,islemler]=...;
float Z [islemler, turler]= ...;
int C= ...;

dvar boolean X [islemler, turler, istasyonlar];
dvar boolean K [istasyonlar];
dvar int+ L[beceriler , istasyonlar];
dvar int e[turler];
dvar int f;
dvar int g;

minimize
    sum(j in istasyonlar) K[j]*50+
    sum(b in beceriler) sum(j in istasyonlar) L[b][j]*10 ;

subject to {

```

```

forall(j in istasyonlar)sum(q in turler) sum (i in islemler)
X[i,q,j]*Z[i,q]<=1000*K[j];

    forall(i in islemler)forall(q in turler) if (Z[i,q]==1){

        sum(j in istasyonlar) X[i,q,j]==1 ;}
        forall(i in islemler)forall(q in turler) forall(j in
istasyonlar) X[i,q,j]*(1-Z[i,q])==0 ;

forall(j in istasyonlar)forall(w in beceriler) forall(q in turler)
sum(i in islemler) X[i,q,j]*Z[i,q]*Y[i,w]*t[i]<=L[w,j]*C;

forall(j in istasyonlar) sum(w in beceriler) L[w,j]<=3;
forall(w in beceriler) sum(j in istasyonlar) L[w,j]<=10;
sum(j in istasyonlar) L[1,j]+ L[2,j]<=15;
sum(j in istasyonlar) L[1,j]+ L[3,j]<=15;
sum(j in istasyonlar) L[1,j]+ L[4,j]<=15;
sum(j in istasyonlar) L[3,j]+ L[2,j]<=15;
sum(j in istasyonlar) L[4,j]+ L[2,j]<=15;
sum(j in istasyonlar) L[3,j]+ L[4,j]<=15;
sum(j in istasyonlar) L[1,j]+ L[2,j]+ L[3,j]<=25;
sum(j in istasyonlar) L[4,j]+ L[2,j]+ L[3,j]<=25;
sum(j in istasyonlar) L[1,j]+ L[2,j]+ L[4,j]<=25;
sum(j in istasyonlar) L[1,j]+ L[4,j]+ L[3,j]<=25;
sum(j in istasyonlar) L[1,j]+ L[2,j]+ L[3,j] + L[4,j]<=30;

forall(i in islemler)forall(k in islemler) forall(q in turler)sum(j
in istasyonlar) P[i,k]*Z[i,q]*Z[k,q]*(j*X[i, q, j])<= sum(a in
istasyonlar)(a*X[k,q,a]);

forall(j in 4..15)forall(q in turler)X["1",q,j]==0;
forall(j in 4..15)forall(q in turler)X["2",q,j]==0;
forall(j in 4..15)forall(q in turler)X["3",q,j]==0;
forall(j in 4..15)forall(q in turler)X["4",q,j]==0;

forall(j in 5..15)forall(q in turler)X["5",q,j]==0;
forall(j in 5..15)forall(q in turler)X["6",q,j]==0;
forall(j in 5..15)forall(q in turler)X["7",q,j]==0;
forall(j in 5..15)forall(q in turler)X["8",q,j]==0;
forall(q in turler)X["5",q,1]==0;
forall(q in turler)X["6",q,1]==0;
forall(q in turler)X["7",q,1]==0;
forall(q in turler)X["8",q,1]==0;

forall(j in 6..15)forall(q in turler)X["9",q,j]==0;
forall(j in 6..15)forall(q in turler)X["10",q,j]==0;
forall(j in 6..15)forall(q in turler)X["11",q,j]==0;
forall(j in 6..15)forall(q in turler)X["12",q,j]==0;
forall(j in 1..2)forall(q in turler)X["9",q,j]==0;
forall(j in 1..2)forall(q in turler)X["10",q,j]==0;
forall(j in 1..2)forall(q in turler)X["11",q,j]==0;
forall(j in 1..2)forall(q in turler)X["12",q,j]==0;

forall(j in 7..15)forall(q in turler)X["13",q,j]==0;

```



```

[0,0,1,0],
[0,0,1,0],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1],
[0,0,0,1];
Z=[[1,1,1],
[1,1,0],
[1,0,1],
[0,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,0],
[1,0,1],
[1,1,1],
[1,1,0],
[1,0,1],
[1,1,1],
[1,1,0],
[1,0,1],
[1,1,1],
[0,1,1],
[0,1,1],
[1,1,1],
[0,1,1],
[0,1,1],
[0,1,1],
[1,1,1],
[1,1,0],
[1,1,0],
[1,0,1],
[0,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,0],
[1,0,1],
[1,1,1],
[1,1,0],
[1,0,1],
[1,1,0],
[1,1,1],
[1,0,1],
[1,1,1],
[0,1,1],
[0,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,1],
[1,1,0],
[1,0,1],
[1,0,1],
[0,1,1],
[1,1,1]];
C=53;

```

EK3. Örnek Bir Problemin Matematiksel Modeli

Askin ve Standridge (1993) çalışmasından alınan örnek problemin matematiksel programlama modeli aşağıda verilmiştir:

$i=1\dots 12$, işlemler

$j=1\dots 8$, istasyonlar

$k=1\dots 4$, model türleri

$b=1\dots 4$, beceri grupları

3.2.4.2. Amaç Fonksiyonu

$$\min z = C_{istasyon} * (K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + K_5 + K_6 + K_7 + K_8) + C_{işgücü} * (L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{14} + L_{15} + L_{16} + L_{17} + L_{18} + L_{21} + L_{22} + L_{23} + L_{24} + L_{25} + L_{26} + L_{27} + L_{28} + L_{31} + L_{32} + L_{33} + L_{34} + L_{35} + L_{36} + L_{37} + L_{38} + L_{41} + L_{42} + L_{43} + L_{44} + L_{45} + L_{46} + L_{47} + L_{48})$$

3.2.4.3. Kullanılan Kısıtlar

Kullanılan istasyon sayısı kısıtı;

$$X_{11j} * Z_{11} + X_{21j} * Z_{21} + X_{31j} * Z_{31} + X_{41j} * Z_{41} + X_{51j} * Z_{51} + X_{61j} * Z_{61} + X_{71j} * Z_{71} + X_{81j} * Z_{81} + X_{12j} * Z_{12} + X_{22j} * Z_{22} + X_{32j} * Z_{32} + X_{42j} * Z_{42} + X_{52j} * Z_{52} + X_{62j} * Z_{62} + X_{72j} * Z_{72} + X_{82j} * Z_{82} + X_{13j} * Z_{13} + X_{23j} * Z_{23} + X_{33j} * Z_{33} + X_{43j} * Z_{43} + X_{53j} * Z_{53} + X_{63j} * Z_{63} + X_{73j} * Z_{73} + X_{83j} * Z_{83} + X_{14j} * Z_{14} + X_{24j} * Z_{24} + X_{34j} * Z_{34} + X_{44j} * Z_{44} + X_{54j} * Z_{54} + X_{64j} * Z_{64} + X_{74j} * Z_{74} + X_{84j} * Z_{84} \leq M * K_j, \quad j=1\dots 8,$$

Her işin bir istasyona atanması kısıtı;

$$\text{Her } Z_{ik}=1 \text{ için } X_{ik1} * Z_{ik} + X_{ik2} * Z_{ik} + X_{ik3} * Z_{ik} + X_{ik4} * Z_{ik} + X_{ik5} * Z_{ik} + X_{ik6} * Z_{ik} + X_{ik7} * Z_{ik} + X_{ik8} * Z_{ik} = 1, \quad i=1\dots 12, k=1\dots 4,$$

Çevrim süresi kısıtı;

$$\begin{aligned} & X_{1kj} * Y_{1b} * Z_{1k} * t_1 + X_{2kj} * Y_{2b} * Z_{2k} * t_2 + X_{3kj} * Y_{3b} * Z_{3k} * t_3 + X_{4kj} * \\ & Y_{4b} * Z_{4k} * t_4 + X_{5kj} * Y_{5b} * Z_{5k} * t_5 + X_{6kj} * Y_{6b} * Z_{6k} * t_6 + X_{7kj} * Y_{7b} * Z_{7k} * t_7 + \\ & X_{8kj} * Y_{8b} * Z_{8k} * t_8 + X_{9kj} * Y_{9b} * Z_{9k} * t_9 + X_{10kj} * Y_{10b} * Z_{10k} * t_{10} + X_{11kj} * \\ & Y_{11b} * Z_{11k} * t_{11} + X_{12kj} * Y_{12b} * Z_{12k} * t_{12} \leq C * L_{bj}, \quad j=1 \dots 8, k=1 \dots 4, b=1 \dots 4, \end{aligned}$$

Maksimum işgücü kısıtları;

$$L_{1j} + L_{2j} + L_{3j} + L_{4j} \leq L_j^{maks}, \quad j=1 \dots 8,$$

$$L_{b1} + L_{b2} + L_{b3} + L_{b4} + L_{b5} + L_{b6} + L_{b7} + L_{b8} \leq L_b^{maks}, \quad j=1 \dots 8,$$

$$\begin{aligned} & L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{14} + L_{15} + L_{16} + L_{17} + L_{18} + L_{21} + L_{22} + L_{23} + L_{24} + L_{25} + \\ & L_{26} + L_{27} + L_{28} \leq A_{12}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{14} + L_{15} + L_{16} + L_{17} + L_{18} + L_{31} + L_{32} + L_{33} + L_{34} + L_{35} + \\ & L_{36} + L_{37} + L_{38} \leq A_{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{14} + L_{15} + L_{16} + L_{17} + L_{18} + L_{41} + L_{42} + L_{43} + L_{44} + L_{45} + \\ & L_{46} + L_{47} + L_{48} \leq A_{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & L_{21} + L_{22} + L_{23} + L_{24} + L_{25} + L_{26} + L_{27} + L_{28} + L_{31} + L_{32} + L_{33} + L_{34} + L_{35} + \\ & L_{36} + L_{37} + L_{38} \leq A_{23} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & L_{21} + L_{22} + L_{23} + L_{24} + L_{25} + L_{26} + L_{27} + L_{28} + L_{41} + L_{42} + L_{43} + L_{44} + L_{45} + \\ & L_{46} + L_{47} + L_{48} \leq A_{24} \end{aligned}$$

$$L_{31} + L_{32} + L_{33} + L_{34} + L_{35} + L_{36} + L_{37} + L_{38} + L_{41} + L_{42} + L_{43} + L_{44} + L_{45} + L_{46} + L_{47} + L_{48} \leq A_{34}$$

$$L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{14} + L_{15} + L_{16} + L_{17} + L_{18} + L_{21} + L_{22} + L_{23} + L_{24} + L_{25} + L_{26} + L_{27} + L_{28} + L_{31} + L_{32} + L_{33} + L_{34} + L_{35} + L_{36} + L_{37} + L_{38} \leq A_{123}$$

$$L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{14} + L_{15} + L_{16} + L_{17} + L_{18} + L_{21} + L_{22} + L_{23} + L_{24} + L_{25} + L_{26} + L_{27} + L_{28} + L_{41} + L_{42} + L_{43} + L_{44} + L_{45} + L_{46} + L_{47} + L_{48} \leq A_{124}$$

$$L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{14} + L_{15} + L_{16} + L_{17} + L_{18} + L_{31} + L_{32} + L_{33} + L_{34} + L_{35} + L_{36} + L_{37} + L_{38} + L_{41} + L_{42} + L_{43} + L_{44} + L_{45} + L_{46} + L_{47} + L_{48} \leq A_{134}$$

$$L_{21} + L_{22} + L_{23} + L_{24} + L_{25} + L_{26} + L_{27} + L_{28} + L_{31} + L_{32} + L_{33} + L_{34} + L_{35} + L_{36} + L_{37} + L_{38} + L_{41} + L_{42} + L_{43} + L_{44} + L_{45} + L_{46} + L_{47} + L_{48} \leq A_{234}$$

$$L_{11} + L_{12} + L_{13} + L_{14} + L_{15} + L_{16} + L_{17} + L_{18} + L_{21} + L_{22} + L_{23} + L_{24} + L_{25} + L_{26} + L_{27} + L_{28} + L_{31} + L_{32} + L_{33} + L_{34} + L_{35} + L_{36} + L_{37} + L_{38} + L_{41} + L_{42} + L_{43} + L_{44} + L_{45} + L_{46} + L_{47} + L_{48} \leq A_{1234}$$

Öncelik ilişkisi kısıtı;

$$1 * X_{ik1} + 2 * X_{ik2} + 3 * X_{ik3} + 4 * X_{ik4} + 5 * X_{ik5} + 6 * X_{ik6} + 7 * X_{ik7} + 8 * X_{ik8} \leq 1 * X_{rk1} + 2 * X_{rk2} + 3 * X_{rk3} + 4 * X_{rk4} + 5 * X_{rk5} + 6 * X_{rk6} + 7 * X_{rk7} + 8 * X_{rk8} \quad i=1 \dots 12, r=1 \dots 12, k=1..4, \text{ her } Z_{ik}=1, Z_{rk}=1 \text{ ve her } (i,r) \in P$$