

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YENİ BİR ÇATLAKLI ÇUBUK ELEMAN İLE EĞRİ EKSENLİ
ÇUBUKLARDA ÇATLAĞIN KONUMUNUN VE DERİNLİĞİNİN TESPİTİ**



YÜKSEK LİSANS TEZİ

Can Altuğ İPEK

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Katı Cisimlerin Mekaniği Programı

MAYIS 2017

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**YENİ BİR ÇATLAKLI ÇUBUK ELEMAN İLE EĞRİ EKSENLİ
ÇUBUKLARDA ÇATLAĞIN KONUMUNUN VE DERİNLİĞİNİN TESPİTİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Can Altuğ İPEK
(503141516)**

Makina Mühendisliği Anabilim Dalı

Katı Cisimlerin Mekaniği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ekrem TÜFEKÇİ

MAYIS 2017

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 503141516 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Can Altuğ İPEK, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “YENİ BİR ÇATLAKLI ÇUBUK ELEMAN İLE EĞRİ EKSENLİ ÇUBUKLARDA ÇATLAĞIN KONUMUNUN VE DERİNLİĞİNİN TESPİTİ” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Ekrem TÜFEKÇİ**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Uğur GÜVEN**

Yıldız Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Oğuz ALTAY

İstanbul Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : **28 Nisan 2017**
Savunma Tarihi : **29 Mayıs 2017**





Aileme,



ÖNSÖZ

Çalışmanın konusunu oluşturan eğri eksenli çubuklar, mühendisliğin pek çok alanında yapı elemanı olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada, kesin çözümden uyarlanmış sonlu eleman formülasyonunda kullanılmak üzere yeni bir çatlaklı çubuk eleman geliştirilmiş olup; eğri eksenli çubuklarda çatlağın eksen üzerindeki konumu ve derinliği tespit edilmek istenmiştir.

Çalışma sırasında bilgisini esirgemeyen ve yol gösteren saygıdeğer hocam Prof. Dr. Ekrem TÜFEKÇİ'ye ve Araş. Gör. Uğurcan EROĞLU'na teşekkür ediyorum.

Nisan 2017

Can Altuğ İPEK
(Makina Mühendisi)



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xi
SEMBOLLER	xiii
ÇİZELGE LİSTESİ	xv
ŞEKİL LİSTESİ	xvii
ÖZET	xix
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı	2
1.2 Literatür Araştırması	2
2. EĞRİ EKSENLİ ÇUBUKLARIN STATİK DENKLEMLERİ	5
2.1 Düzlem İçi Statik Denklemler	5
2.2 Düzlem İçi Statik Denklemlerin Çözümü	6
3. EĞRİ EKSENLİ ÇUBUKLARIN STATİK PROBLEMLERİNİN ANALİTİK ÇÖZÜMÜNÜN SONLU ELEMAN YÖNTEMİNE UYARLANMASI	11
3.1 Rijitlik Matrisi	11
3.2 Kütle Matrisi	15
4. ÇUBUK ÜZERİNDEKİ ÇATLAĞIN MODELLENMESİ	17
4.1 Yerel Esneklik Matrisi	18
4.2 Çubuk Elemanın Herhangi Bir Noktasında Bulunan Çatlak İçin Rijitlik Ve Kütle Matrisleri	20
4.2.1 Başlangıç nodundan çatlaktan hemen önceki noktaya transfer matrisi	21
4.2.2 Çatlaktan hemen önceki noktadan hemen sonraki noktaya transfer matrisi	21
4.2.3 Çatlaktan hemen sonraki noktadan bitiş noduna transfer matrisi	22
4.2.4 Başlangıç nodundan bitiş noduna transfer matrisi	23
5. SONLU ELEMANLAR İLE MODELLENMİŞ ÇATLAKLI VE ÇATLAKSIZ ÇUBUKLAR İÇİN DOĞAL FREKANSLARIN TESPİTİ	25
5.1 Özdeğer Problemi	25
5.2 Analitik ve Sayısal Örnekler	25
6. TERS PROBLEM YOLUYLA ÇUBUKLARDA ÇATLAK TESPİTİ	35
6.1 Genetik Algoritma	36
6.1.1 Başlangıç popülasyonu	36
6.1.2 Uygunluk fonksiyonu	37
6.1.3 Doğal seçim	37
6.1.4 Çaprazlama	38
6.1.5 Mutasyon	38
6.1.6 İterasyon	38

6.1.7 Durma kriteri	38
6.2 Keyfi Seçilmiş Çubuk Ve Üzerindeki Çatlağın Tespiti	39
6.3 Literatürdeki Çalışmada Kullanılan Çubuklardaki Çatlağın Tespiti	40
6.4 Deneyde Kullanılan Çubuklardaki Çatlak Tespiti	41
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	43
KAYNAKLAR	45
ÖZGEÇMİŞ	49



KISALTMALAR

FRF	: Frekans Tepki Fonksiyonu
GA	: Genetik Algoritma
SEY	: Sonlu Eleman Yöntemi





SEMBOLLER

A	: Çubuk elemanın başlangıç nodu
$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{S}, \mathbf{D}$: Çatlak öncesi bölgedeki taşıma matrisinin alt matrisleri
$\mathbf{A}^*, \mathbf{B}^*, \mathbf{S}^*, \mathbf{D}^*$: Çatlak sonrası bölgedeki taşıma matrisinin alt matrisleri
A	: Çubuğun dik kesit alanı
A_c	: Çatlağın kırılma alanı
a	: Çubuk üzerindeki çatlağın derinliği
α	: Çatlağın çubuktaki konumunu tanımlamaya yardımcı olan değişken
B	: Çubuk elemanın bitiş nodu
b	: Çubuk kesidinin derinliği
C	: Boyutsuz frekans
\mathbf{C}	: Çatlağın yarattığı yerel esneklik matrisi
C	: Çubuk eksenindeki çatlağın bulunduğu nokta
C^-	: Çatlaktan hemen önceki nokta
C^+	: Çatlaktan hemen sonraki nokta
E	: Elastiklik modülü
e	: Büyüklüğün çubuk elemana ait olduğunu gösteren üst indis
F	: Dış yük vektörü
F_n, F_t	: Kesite ait normal ve teğetsel eksenindeki iç kuvvet bileşenleri
G	: Kayma modülü
h	: Çubuk kesitinin genişliği
\mathbf{I}	: Birim matris
I_b	: Çubuk eğrisinin binormal eksenine göre kesitin eylemsizlik momenti
i	: Jirasyon yarıçapı
J	: Şekil değiştirme enerjisi boşalım hızı
\mathbf{K}	: Rijitlik matrisi
K_I, K_{II}, K_{III}	: Açılma, kayma ve yırtılma modlarına ait gerilme şiddeti çarpanları
k_n	: Kayma gerilmesinin kesite üniform yayılmadığını gösteren sabit
\mathbf{M}	: Kütle matrisi
M_b	: Binormal eksen üzerindeki tekil iç moment
m_b	: Binormal eksen üzerindeki yayılı dış moment
$\mathbf{n}, \mathbf{b}, \mathbf{t}$: Normal, binormal ve teğet vektörler
\mathbf{O}	: Sıfır matrisi
p_n, p_t	: Normal ve teğetsel eksen üzerindeki yayılı dış kuvvet
R	: Eğrilik yarıçapı
s	: Yay uzunluğu
T	: Kinetik enerji
U	: Şekil değiştirme enerjisi

\mathbf{u}	: Yer değiştirme vektörü
u, w	: Yer değiştirme bileşenleri
\mathbf{Y}	: Asal matris
\mathbf{y}	: Diferansiyel denklem takımının değişkenler vektörü
\mathbf{y}_0	: Başlangıç değerleri vektörü
ρ	: Özgöl kütle
λ	: Narinlik oranı
ω	: Açısal frekans
Ω_b	: Kesit ait dönme açısının binormal bileşeni
ϕ	: Yay açıklığı, yay ölçüsü
ϕ_c	: Çatlağın eksen üzerindeki yay açıklığı
ϕ_e	: Çubuk elemanın toplam yay açıklığı
ϕ_T	: Toplam kiriş açısı
ν	: Poisson oranı



ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 5.1 : Ankastre-ankastre sınır şartlarındaki çatlaksız çubuğa ait boyutsuz doğal frekans değerleri	27
Çizelge 5.2 : Sabit-sabit sınır şartlarındaki çatlaksız çubuğa ait boyutsuz doğal frekans değerleri	28
Çizelge 5.3 : Sabit-sabit sınır şartlarındaki çatlaksız çubuğa ait doğal frekans değerleri	29
Çizelge 5.4 : Sabit-sabit sınır şartlarındaki çatlaklı çubuğa ait doğal frekans değerleri	30
Çizelge 5.5 : Ankastre-serbest sınır şartlarındaki çubuklara ait doğal frekans değerleri	33
Çizelge 6.1 : Rastgele seçilmiş çatlak parametreleri ve ters problem yoluyla tespiti	40
Çizelge 6.2 : [44]'te kullanılan çubuklar için çatlağın tespiti	40
Çizelge 6.3 : Deneyde kullanılan çubuklar için çatlağın tespiti	41



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 3.1 : Analitik çözümde kesit tesirleri için kullanılan pozitif yön kabulü	13
Şekil 3.2 : Sonlu eleman yönteminde kesit tesirleri için kullanılan pozitif yön kabulü	14
Şekil 4.1 : Kırılma mekaniğinin modları	18
Şekil 4.2 : Herhangi bir C noktasında çatlak bulunan çubuk eleman	20
Şekil 5.1 : Ankastre-serbest sınır şartlı çubuk için 5.boyutsuz doğal frekansın eleman sayısı ile değişimi	27
Şekil 5.2 : Cerri ve diğerleri [44] tarafından kullanılan çubuk	29
Şekil 5.3 : Deney düzeneği	31
Şekil 5.4 : Deney düzeneği 2	31
Şekil 5.5 : Bu çalışmadaki deneyde kullanılan çatlak	32
Şekil 5.6 : Çatlaksız 1. numuneye ait deneyden elde edilen FRF cevabı	32
Şekil 5.7 : Çatlaklı 2. numuneye ait deneyden elde edilen FRF cevabı	33
Şekil 5.8 : Bu çalışmadaki deneyde kullanılan çatlaklı çubuklar	34
Şekil 6.1 : Genetik algoritmadaki yakınsaklık	39



YENİ BİR ÇATLAKLI ÇUBUK ELEMAN İLE EĞRİ EKSENLİ ÇUBUKLARDA ÇATLAĞIN KONUMUNUN VE DERİNLİĞİNİN TESPİTİ

ÖZET

Çubuklar, diğer yapı elemanlarına göre, basitliklerinin getirdiği kullanım yaygınlığı sebebiyle mühendislik alanında oldukça önemli bir yere sahiptir. Geniş kullanım alanları sebebiyle çubuklar, yıllar boyunca araştırmacılar arasında önemli ve popüler bir konu olmuş ve olmaya da devam etmektedir. Çubuklar düz veya eğri gibi farklı formlara sahip olabilmekle birlikte, bu tez çalışmasında ele alınan eğri eksenli çubuklardır.

Bu çalışmada, eksen üzerindeki herhangi bir konumda ve derinlikte çatlığa sahip olan sabit eğrilikli ve sabit kesitli eğri eksenli çubuklar için, yeni bir çatlaklı çubuk sonlu eleman formülasyonu geliştirilmiş ve kesin çözümden uyarlanmış sonlu eleman yöntemi uygulanmıştır. Ardından bu yeni geliştirilmiş çatlaklı çubuk eleman ile kurgulanmış sonlu eleman yöntemi, ters problem için kullanılmış ve doğal frekans değerleri bilinen çatlaklı bir çubuk için, çatlığın eksen üzerindeki konumu ve derinliği tespit edilmiştir. Ters problemin çözümünde bir optimizasyon yöntemi olan genetik algoritma kullanılmıştır.

Birinci bölümde, çubuk teorisi hakkında kısaca bilgi verilmiş, çalışmanın amacı ve kapsamı belirtilmiştir. Çubuk üzerindeki çatlığa yönelik yapılan çalışmalar incelenmiştir. Ardından çubuk üzerindeki çatlığın tespiti için kullanılan ters problemin çözümü için, literatürde kullanılan yöntemler hakkında bilgi verilmiştir.

İkinci bölümde, değişken eğrilikli ve değişken kesitli eğri eksenli çubukların düzlem içi genel denklemleri verilmiştir. Ardından çember eksenli ve sabit kesitli eğri eksenli çubuklar için düzlem içi statik denklemlerin başlangıç değerleri problemi yoluyla çözümü verilmiştir. Asal matrisin terimleri elde edilmiştir.

Üçüncü bölümde, bir önceki bölümde elde edilen eğri eksenli çubukların statik denkleminin analitik çözümü kullanılarak, sonlu eleman formülasyonu uyarlanmıştır. Çember eksenli ve sabit kesitli, üzerinde çatlak ve benzeri herhangi bir hata bulunmayan bir çubuk elemanının rijitlik ve kütle matrisleri elde edilmiştir.

Dördüncü bölümde, kırılma mekaniği hakkında kısaca bilgi verilmiş, çatlığın çubuk üzerindeki etkisinden bahsedilmiş ve çatlığın yarattığı yerel esneklik matrisi elde edilmiştir. Ardından çubuk eksen üzerindeki herhangi bir konumda ve derinlikteki çatlığa sahip bir çubuk için, yeni bir çatlaklı çubuk eleman geliştirilmiştir. Bu yeni çatlaklı çubuk eleman için rijitlik matrisi elde edilmiştir.

Beşinci bölümde, daha önceki bölümlerde elde edilen çatlaksız ve çatlaklı çubuk elemanların rijitlik ve kütle matrisleri kullanılarak modellenmiş çember eksenli ve sabit kesitli eğri eksenli çubukların özdeğer problemleri çözdürülmüş ve hem çatlaksız hem de çatlaklı eğri eksenli çubuklar için doğal frekans değerleri elde edilmiştir. Elde edilen doğal frekanslar, hem literatürdeki çalışmalar ile

karşılaştırılmış; hem de İstanbul Teknik Üniversitesi Makina Fakültesi'ndeki Mukavemet Birimi Laboratuvarı'nda yapılan deneylerden elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Altıncı bölümde, ters problem hakkında kısaca bilgi verilmiş, bir optimizasyon yöntemi olan genetik algoritma (GA) tanıtılmıştır. Ardından bir önceki bölümde verilen çatlaksız ve çatlaklı çubukların doğal frekansları kullanılarak, GA yardımıyla çatlağın eksen üzerindeki konumu ve derinliği tespit edilmiştir.

Yedinci bölümde, çalışmanın kapsamı kısaca ele alınmış, elde edilen sonuçlar yorumlanmış ve yeni önerilerde bulunulmuştur.



CRACK DETECTION IN CURVED BEAMS WITH USING A NEW CRACKED BEAM ELEMENT

SUMMARY

Beams, comparing with any other structural elements, have a very important role in engineering field considering their common usage due to their simplicity. This makes them a very hot topic for researchers from past to present throughout the centuries. Beams have a variety of forms according to their geometry such as straight, curved, tapered. However, only the curved beams are considered in this study.

A structure has a design aim to fulfil during service. Beams are the main elements to build the structure and every one of them is very important for that structure to meet the design criteria. However, a notch or crack in the beam, dramatically reduces the life span of the beam and this might create a catastrophic failure if it's not detected on time. There are some methods to detect the crack in the beam, however they can be very expensive or very time consuming. This study aims to create a faster, easier way to detect the crack by using finite element method.

In this study, a finite element formulation is derived from analytically solved static problem considering a cracked beam with constant curvature and constant cross-section. Since the basis of the formulation derived from the exact solution, it has no simplification. This means that, shear deformation, axial deformation and rotatory inertia is not neglected. Then, a new curved cracked beam element is introduced. This new cracked curved beam element contains a crack on an arbitrary location and arbitrary depth which can be defined by the user. Using this new cracked curved beam element's and also the intact beam element's stiffness and mass matrices, intact and cracked curved beams are modelled with the finite element formulation which is derived from exact solution. Those modelled intact and cracked curved beams are then used to solve the inverse problem in order to find the crack parameters such as location and depth. During the inverse problem, genetic algorithm (GA) is implemented as an optimization method. Main aim of this study is to detect the crack's location and depth with using a new cracked curved beam element.

A crack on the beam creates a local flexibility. In the light of this phenomena, a local flexibility matrix is constructed and transfer matrices are used to define this local flexibility on the intact curved beam element. By doing so, a new cracked curved beam element that contains a crack is then ready to be used to formulate the finite element method. Since this new cracked curved beam element contains an inherent crack, it can be used to model any number of crack in the beam. In this study, only one crack is considered since the main focus is to prove that the new cracked curved beam element is sufficient enough to model the curved cracked beam.

In the first chapter, a general view for curved beams, where they are used and their importance is presented. After that, the presence of the crack and its effect on the beam is given. A detailed review for the studies in the literature about cracks in the

beam is stated. These studies contain the effect of the crack to the beam considering vibration properties such as natural frequency and mod shapes. It is stated that the crack induces a local flexibility and diminishes the natural frequencies of the beam. It is seen from these studies that, there are many ways to model the crack, but generally the crack is modeled as link or spring. After generic information about the crack, the studies in the literature about inverse problem is given. It is declared that, the inverse problem needs to be solved in order to detect the cracks in the beam. Main idea of the inverse problem is the find the crack parameters such as location and depth of the crack. The inverse problem is approached from many different ways by researchers. Conventional hard computing methods are very time consuming considering an inverse problem. It is observed that the overall consensus if to use an optimization method to solve the inverse problem. That's why, it is mainly solved by the optimization methods such as genetic algorithm, neural networks, fuzzy logic. Papers which uses those different optimization methods for the inverse problem to detect the crack are documented. In this study, an optimization method called genetic algorithm is used in order to perform inverse problem.

In the second chapter, in-plane governing equations of a curved beam are presented for the static problem. After that, initial value boundary problem is used to solve those in-plane equations. The resultant equations are given. These exact solutions are valid for any curved beam, including those curved beams which have variable curvature and variable cross-section. The solution also does not depend on the loading and boundary condition. Then, considering a curved beam with a circular curvature and constant cross section, analytical expressions of the fundamental matrix is derived.

In the third chapter, finite element method is derived from the exact solution. Two-node six degree of freedom beam element is presented for the flawless curved beam. Using the fundamental matrix which was obtained in the previous chapter, the stiffness matrix for the intact beam element is constructed. Also the generic kinetic energy expression is used to obtain the mass matrix of the beam element. Considering those matrices, the classic finite element assembly is sufficient to model the flawless curved beam.

In the fourth chapter, a brief review about the fracture mechanics is given. Stress intensity factors and the fracture modes are presented. Using the energy method approach, the local flexibility induced by the crack is found. A local flexibility matrix is constructed. With the help of the transfer matrices, a new cracked curved beam element which has a crack on an arbitrary location and depth is obtained. Using this new beam element, a curved beam with a crack can be easily modelled.

In the fifth chapter, previously found stiffness and mass matrices of intact and cracked beam element are used to assemble the beam and then eigenvalue problem is solved to obtain the natural frequencies. It needs to be stated that the mass matrix for the intact and the cracked beam is the same. After that, studies in the literature which calculates the natural frequencies analytically and experimentally are presented. A comparison is made between the results of this study and the studies in the literature. It is stated that the results of the studies in the literature and this thesis study are well met.

In the sixth chapter, the importance of the detection of the crack is given. The inverse problem is defined. It is stated that the any hard computing method is inadequate when the problem is very complex and hard to solve. It would require a lot of time to

solve those problems with hard computing methods. It is described that, the inverse problem in this thesis study is the detecting the crack's location and depth on a curved beam with a circular curvature and constant cross-section. In order to detect the crack, previously found natural frequencies are used. Those frequencies are the product of a beam that is modeled with the new cracked beam element. Methods to solve the inverse problem is then defined. Although there are many ways to solve the inverse problem, an optimization method which is called genetic algorithm is chosen. General review of the genetic algorithm is presented. The cost function of the optimization problem is given. Relative error is used as the cost function. The difference between intact and cracked beam regarding experimentally determined natural frequencies is presented. After that, the difference between intact and cracked beam, which are constructed with the method of finite element, considering natural frequencies is found. These two sets of differences are then used on the cost function. By doing so, it is wanted to diminish the errors of the experiment. Also the weighting factor is determined. This factor is used to reduce the effect of the measurement noise. Moreover, using the natural frequencies of an intact and the cracked beams as an input, inverse problem is solved to detect the crack's location and depth. At first, arbitrary chosen crack parameters are tried to be found. Secondly, the natural frequencies, which is presented in the study in the literature, is used to see the efficiency of the new cracked beam element. Thirdly, an experiment in the laboratory of Istanbul Technical University is made and the natural frequencies from that experiment is used to solve the inverse problem to find the crack's location and depth. It is stated that the finite element formulation with a new cracked beam element which is presented in this thesis study is giving coherent results with an acceptable absolute error.

In the seventh chapter, the scope of the study is given with results and discussions. Also some suggestions are made for the further studies.



1. GİRİŞ

Bir boyutunun, diğer iki boyuta göre çok daha büyük olduğu ve her üç ekseninde de yük taşıyabilen cisimlere çubuk denmektedir. Mühendisliğin birçok dalında yaygın kullanım alanına sahip olan çubuklar, ömürleri boyunca çeşitli kuvvetlere maruz kalmakta ve deforme olmaktadır. Günümüzün gelişen mühendislik teknolojisinin yanında, artan rekabet ve maliyet kaynaklı yaklaşımlar ile birlikte, geleneksel tasarımdan ziyade daha düşük emniyet katsayıları ile tasarım yapılmaktadır. Bu durumda, yapıları oluşturan çubukların, tasarlandıkları ömür boyunca işlevselliğini devam ettirmesi daha da kritik hale gelmektedir. Dolayısıyla çubuklarda aşırı yüklemeye meydana gelecek hasarların yanı sıra, çatlak oluşumu ve ilerlemesi de önemli bir konu olmuştur. Çubukta, ömrü boyunca maruz kaldığı yüklemeler sonucu, akma değerinin altındaki tekrarlı yüklerde bile çatlak başlangıcı oluşabilir ve bu da yapının tasarlandığı ömürden önce işlevselliğini kaybetmesine yol açabilir. Dolayısıyla, çubukta meydana gelebilecek olası bir çatlağın, yapıya önlem alınmaz bir hasar yaratmadan önce tespit edilmesi ve önlem alınması gerekmektedir. Yıllar içinde bazı tahribatsız muayene yöntemleri geliştirilmiş olmakla birlikte bunlar oldukça maliyetli ve zahmetli yöntemlerdir. Bu yüzden, yapıdaki çatlağın tespiti için daha farklı yöntemler gözlem altına alınmıştır.

Sayısal ve deneysel çalışmalar göstermektedir ki; yapılarda bulunan çatlaklar, yapının rijitliğini değiştirerek, titreşim özelliklerinde değişim meydana getirmektedir. Bu sayede, zaman içerisinde yapının doğal frekans ve mod şekilleri gibi titreşim özelliklerindeki değişimi gözlemleyerek, yapıdaki hasarlar değerlendirilebilir ve yapının geriye kalan ömrü için tahminlerde bulunulabilir. Dolayısıyla, çatlağın yapı üzerindeki mekanik davranışını en doğru şekilde modellemek, çatlak ve titreşim özellikleri arasındaki ilişkiyi kurabilmek açısından oldukça önemlidir.

1.1 Tezin Amacı

Bu çalışmada, düzlemsel eğri eksenli çubukların düzlem içerisindeki hareketini ifade eden diferansiyel denklem takımının kesin çözümü sonlu eleman yöntemi formülasyonuna uyarlanmıştır. Yapının daha doğru modellenmesi için, düzlem içi denklemler elde edilirken, kayma deformasyonu, aksenal deformasyon ve dönmeye karşı gösterdiği direnç ihmal edilmemiştir. Çatlak ise, yapının rijitliğini değiştiren bir yay olarak düşünülmüştür. Kullanılan bu yay benzeşimi ile, herhangi bir noktada çatlak bulunan yeni bir çatlaklı eğri çubuk elemanı formülasyonu ortaya konulmuştur. Bu yeni çatlaklı çubuk eleman, sonlu eleman yöntemi (SEY) ile çatlaklı çubuğu modellemek için kullanıldıktan sonra; bir optimizasyon yöntemi olan genetik algoritma (GA) yardımıyla ters problem çözülmüştür. Ters problemin bu tez çalışması kapsamındaki tanımı; çatlağın eksen üzerindeki konumu ve derinliğinin tespit edilmesidir. Bu çalışmanın amacı, herhangi bir mesnetleme şartına sahip çember eksenli sabit kesitli çubukta bulunan çatlağın eksen üzerindeki konumu ve derinliğini tespit edebilmek için, yeni bir çatlaklı sonlu eleman formülasyonu elde etmektir.

1.2 Literatür Araştırması

Çatlak, şekil değiştirme enerjisi yoğunlaşması sebebiyle bulunduğu bölgenin civarında çubukta yerel bir esnekliğe neden olmaktadır. Böylece yapının rijitlik matrisi değişmekte, dolayısıyla yapının dinamik cevabı etkilenmekte ve doğal frekansları değişmektedir. Yapıdaki çatlağın modellenmesindeki ilk girişimler adına; Kirmsher [1] ve Thompson [2] , çatlak olan bölgeyi azaltılmış kesit alanı yaklaşımıyla düşünmüştür. Harrison [3] ise çatlağı yerel bir kusur olarak düşünüp 'link' eleman olarak modellemiştir. 1950'lerde ise, çatlağın eşdeğer bir yay olarak modellenmesi Irwin [4] ve Bueckner'in [5] çalışmalarıyla ortaya çıkmıştır. Aynı zamanda çatlağın yarattığı yerel esneklik, gerilme şiddeti çarpanı ile ilişkilendirilmiştir. Eşdeğer yay ve gerilme şiddeti çarpanı yaklaşımı akademik ortamda büyük kabul görmüş ve birçok araştırmacı çatlağı bu şekilde modelleyerek inceleme yapmışlardır [6-10]. Gerilme şiddeti çarpanı ile ilgili daha detaylı bilgi ve çeşitli sınır koşulları ve yüklemelere karşılık gelen matematiksel ifadeler Tada ve diğerlerinin [11] çalışmasında görülebilmektedir.

Çatlağın çubuk üzerindeki titreşim cevabı etkisi, araştırmacıların üzerinde durduğu konulardan biri olmuştur. Dimarogonas [12-13] o dönem havacılık endüstrisinin önde gelen şirketlerinden olan General Electric'te çalışırken yaptığı çalışmalarda; çubuğun doğal frekansının, çatlağın derinliğinin karesi ile orantılı olarak azaldığını göstermiştir. Çatlağın çubuk üzerinde yarattığı yerel esnekliğin; kırılma mekaniği yaklaşımıyla birlikte Euler-Bernoulli çubuğu teorisine analitik olarak uygulanması ve çubuğun dinamik cevabının elde edilmesi ilk olarak Dimarogonas [14] tarafından yayınlanmıştır. Eşdeğer yay yaklaşımıyla yapılan çalışmalarda, çubuğun yatay titreşimi Dimarogonas [14] ile Chondros ve Dimarogonas [15]; plakların yatay titreşimi ise Chondros ve Dimarogonas [16] tarafından incelenmiştir. Bu çalışmalarda Euler-Bernoulli çubuk titreşim teorisi yaklaşımı kullanımına devam edilmiş, doğal frekanslar ile titreşim modları üzerine analitik ve deneysel çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Isalik [17], Kumar ve Petroski [18] gibi araştırmacılar ise, Kirmscher ve Thompson'un çalışmalarındaki gibi, çatlağı azalmış kesit alanı olarak modelleyerek hasarlanmış çubukların titreşim problemlerinin çözümü üzerine çalışmışlardır.

Yıllar boyunca, çatlağın yapısal parçalar üzerindeki tespiti üzerine birçok çalışma yapılmıştır. En yaygın kullanılan yöntemlerden biri; çatlağın, yapının doğal frekanslarına olan etkisinin incelenmesi üzerine olmuştur. Pafelias [19] türbin rotorları üzerine çalışmalar gerçekleştirmiş ve rotor üzerindeki çatlağın tespitini yapabilecek bir cihazın geliştirilmesi üzerine uğraşmıştır. Adams ve diğerleri [20] yapının doğal frekanslarındaki değişimi sayesinde, çatlağın yerinin ve derinliğinin tespiti için deneysel yöntemler geliştirmiştir. Yuen [21], ankastre çubuk üzerine yaptığı çalışmalar ile çatlağın yeri ve büyüklüğüne göre yapıdaki özdeğer ve özvektör değişimlerini göstermiştir. Rizos ve diğerleri [22], dikdörtgen kesitli ankastre çubuğun yüzeyinde bulunan enine çatlağın konumunun ve büyüklüğünün tespiti için birden fazla doğal frekansın değişimi üzerine çalışmalar yaparak bir teşhis tekniği geliştirmişlerdir. Daha birçok araştırmacı, çubuklardaki çatlağın teşhisi üzerine çalışmalarını gerçekleştirmiş ve akademiye katkıda bulunmuştur [23-28].

Bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle beraber, çubuğun dinamik probleminin çözülmesinde analitik ve deneysel yöntemlerin dışında farklı yöntemlerde geliştirilmiştir. Bunlardan bir tanesi de yapının sonlu eleman yöntemi yaklaşımı ile modellenmesidir. Yapı, içindeki çatlak ile beraber doğru bir şekilde sonlu eleman

yöntemi yaklaşımıyla modellendikten sonra; konu ters problemin çözümü haline gelmektedir. Ters problem burada çatlaklı bir çubuktaki çatlağın konumunun ve derinliğinin tespiti olarak düşünülmelidir. Ters problemde karşılaşılan optimizasyon probleminin çözümü için kullanılan analitik yöntemler, problemin zorluğu ve çözümün alacağı vakit açısından yeteri kadar verimli değildir. Dolayısıyla geleneksel yöntemlerden ziyade, yapay zekaya dayalı, belirli bir tolerans aralığı içindeki hassasiyete dayanan, yaklaşımsal, esnek hesaplamalı yöntemler kullanılmaktadır. Bu yöntemlere örnek olarak, bulanık mantık, sinir ağları, genetik algoritma söylenebilir. Sinir ağları yöntemiyle, ters problemin çatlak tespitinde bulunan çalışmalara Mehrjoo ve diğerleri [29], Suresh ve diğerleri [30], Kamiri ve diğerleri [31] örnek olarak verilebilir. Genetik algoritma yaklaşımıyla ters problemin çözümüne yaklaşanlardan Wakil-Baghmisheh ve diğerleri [32] ise çubuk dinamiğini kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerini ihmal ederek modellemiştir. He ve diğerleri [33] rotor rulman sistemlerinde çatlak tespiti için genetik algoritma ve sonlu eleman yöntemi yaklaşımında bulunmuştur. Mehrjoo ve diğerleri [34] ise yeni bir sonlu eleman yaratarak bu elemanı ilk önce Euler-Bernoulli çubuk teorisinde, ardından yaptıkları yeni bir çalışmada [35] ise Timoshenko çubuk teorisinde uygulamış ve her iki uygulamada da ters problemi genetik algoritma ile çözdürmüştür. Yaptıkları çalışmaların ilkinde kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerini ihmal etmişler, ikincisinde ise sadece dönme eylemsizliği etkisi ihmal edilmiştir. Aynı şekilde Horibe ve diğerleri [36], plaklarda sonlu eleman formülasyonu ile yapıyı modelledikten sonra yapının içindeki ve köşelerdeki çatlakların tespiti için genetik algoritma yaklaşımını kullanmıştır. Saridakis ve diğerleri [37] ise her üç esnek hesaplama yöntemi ile problemin çözümüne yaklaşmıştır. Hem genetik algoritmanın hem de sinir ağları yöntemlerinin, cevabın doğruluğunda pek bir kayıp yaratmadan, hesaplama zamanını oldukça düşürdüğünü göstermişlerdir.

2. EĞRİ EKSENLİ ÇUBUKLARIN STATİK DENKLEMLERİ

2.1 Düzlem İçi Statik Denklemler

Eğri eksenli çubukların düzlem içi statik denklemleri, Tüfekçi [38]'nin çalışmasında aksenal uzama, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri de göz önünde bulundurularak incelenmiştir. Çubuk malzemesinin elastik, homojen ve izotrop olduğu kabul edilerek yapılan hesapların sonucu denklemler,

$$\begin{aligned} \frac{du}{ds} + \frac{w}{R_o} - \Omega_b - \frac{k_n F_n}{GA} &= 0 & \frac{dF_n}{ds} + \frac{F_t}{R_o} + p_n &= 0 \\ \frac{dw}{ds} - \frac{u}{R_o} - \frac{F_t}{EA} &= 0 & \frac{dF_t}{ds} - \frac{F_n}{R_o} + p_t &= 0 \\ \frac{d\Omega_b}{ds} - \frac{M_b}{EI_b} &= 0 & \frac{dM_b}{ds} + F_n + m_b &= 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

olarak bulunur. Yay uzunluğu yerine $ds = R_o(\phi)d\phi$ eşitliği konarak düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \frac{dw}{d\phi} &= u + \frac{R_o(\phi)}{EA(\phi)} F_t \\ \frac{du}{d\phi} &= -w + \frac{k_n R_o(\phi)}{GA(\phi)} F_n + R_o(\phi)\Omega_b \\ \frac{d\Omega_b}{d\phi} &= \frac{R_o(\phi)}{EI_b(\phi)} M_b \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\frac{dM_b}{d\phi} = -R_o(\phi)F_n - R_o(\phi)m_b$$

$$\frac{dF_t}{d\phi} = F_n - R_o(\phi)p_t \quad \text{ve} \quad \frac{dF_n}{d\phi} = -F_t - R_o(\phi)p_n$$

şeklinde elde edilirler. Burada; u ve w normal ve teğetsel yer değiştirmeler; ϕ kiriş açıklığı, Ω_b binormal eksen üzerindeki dönme açısı, $R_o(\phi)$ şekil değiştirmemiş çubuğun eksen eğrisinin eğrilik yarıçapı; F_n ve F_t normal ve teğetsel tekil iç kuvvetler; M_b binormal eksen üzerindeki tekil iç moment; p_n ve p_t normal ve teğetsel eksen üzerindeki yayılı dış kuvvet; m_b binormal eksen üzerindeki yayılı dış moment şeklinde tanımlanabilir.

2.2 Düzlem İçi Statik Denklemlerin Çözümü

Elde edilen düzlemsel eğri eksenli çubuğa ait düzlem içi statik denklemlerin, başlangıç değer yöntemi ile kesin çözümü yapılabilmektedir. Kesin çözüm, değişken eğrilikli ve değişken kesitli çubuklar için de elde edilebilmesine rağmen, çözümde yer alan integraller yalnızca belirli geometriler için sembolik olarak elde edilebilmektedir. Bu denklemlerin çözümü, bu tezin kapsamı dışındadır. Tüfekçi [38] ile Tüfekçi ve Arpacı'nın [39] çalışmalarında denklemlerin çözümü ayrıntılı olarak incelenmiştir. Elde edilen denklemler:

F_t ve F_n teğetsel ve normal tekil iç kuvvetler,

$$F_t = F_{no} \sin \phi + F_{to} \cos \phi \quad F_n = F_{no} \cos \phi - F_{to} \sin \phi \quad (2.3)$$

M_b binormal eksen üzerindeki tekil iç moment,

$$M_b = M_{bo} + \int_0^{\phi} R(\psi) \sin \psi d\psi F_{to} - \int_0^{\phi} R(\psi) \cos \psi d\psi F_{no} \quad (2.4)$$

Ω_b binormal eksen üzerindeki dönme açısı,

$$\begin{aligned} \Omega_b = \Omega_{bo} + \int_0^{\phi} \frac{R(\psi)}{EI_b(\psi)} d\psi M_{bo} + \int_0^{\phi} \frac{R(\psi)}{EI_b(\psi)} \int_0^{\psi} R(\xi) \sin \xi d\xi d\psi F_{to} \\ - \int_0^{\phi} \frac{R(\psi)}{EI_b(\psi)} \int_0^{\psi} R(\xi) \cos \xi d\xi d\psi F_{no} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Normal ve teğetsel yer değiştirmeler ise,

$$\begin{aligned}
u = & -\sin \phi w_o + \cos \phi u_o + \left[\sin \phi \int_0^\phi R(\psi) \sin \psi d\psi + \cos \phi \int_0^\phi R(\psi) \cos \psi d\psi \right] \Omega_{bo} + \\
& \left[\sin \phi \int_0^\phi R(\psi) \sin \psi \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} d\xi d\psi + \cos \phi \int_0^\phi R(\psi) \cos \psi \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} d\xi d\psi \right] M_{bo} \\
& + \left\{ -\sin \phi \int_0^\phi R(\psi) \left[\frac{\cos^2 \psi}{EA(\psi)} + \frac{k_n \sin^2 \psi}{GA(\psi)} - \sin \psi \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} \int_0^\xi R(\theta) \sin \theta d\theta d\xi \right] d\psi \right. \\
& + \left. \cos \phi \int_0^\phi R(\psi) \cos \psi \left[\frac{\sin \psi}{EA(\psi)} - \frac{k_n \sin \psi}{GA(\psi)} + \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} \int_0^\xi R(\theta) \sin \theta d\theta d\xi \right] d\psi \right\} F_{to} \\
& + \left\{ \cos \phi \int_0^\phi R(\psi) \left[\frac{\sin^2 \psi}{EA(\psi)} + \frac{k_n \cos^2 \psi}{GA(\psi)} - \cos \psi \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} \int_0^\xi R(\theta) \cos \theta d\theta d\xi \right] d\psi \right. \\
& - \left. \sin \phi \int_0^\phi R(\psi) \sin \psi \left[\frac{\cos \psi}{EA(\psi)} - \frac{k_n \cos \psi}{GA(\psi)} + \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} \int_0^\xi R(\theta) \cos \theta d\theta d\xi \right] d\psi \right\} F_{no}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

ve

$$\begin{aligned}
w = & \cos \phi w_o + \sin \phi u_o + \left[\sin \phi \int_0^\phi R(\psi) \cos \psi d\psi - \cos \phi \int_0^\phi R(\psi) \sin \psi d\psi \right] \Omega_{bo} \\
& + \left[\sin \phi \int_0^\phi R(\psi) \cos \psi \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} d\xi d\psi - \cos \phi \int_0^\phi R(\psi) \sin \psi \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} d\xi d\psi \right] M_{bo} \\
& + \left\{ \cos \phi \int_0^\phi R(\psi) \left[\frac{\cos^2 \psi}{EA(\psi)} + \frac{k_n \sin^2 \psi}{GA(\psi)} - \sin \psi \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} \int_0^\xi R(\theta) \sin \theta d\theta d\xi \right] d\psi \right. \\
& + \left. \sin \phi \int_0^\phi R(\psi) \cos \psi \left[\frac{\sin \psi}{EA(\psi)} - \frac{k_n \sin \psi}{GA(\psi)} + \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} \int_0^\xi R(\theta) \sin \theta d\theta d\xi \right] d\psi \right\} F_{to} \\
& + \left\{ \cos \phi \int_0^\phi R(\psi) \sin \psi \left[\frac{\cos \psi}{EA(\psi)} - \frac{k_n \cos \psi}{GA(\psi)} + \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} \int_0^\xi R(\theta) \cos \theta d\theta d\xi \right] d\psi \right. \\
& + \left. \sin \phi \int_0^\phi R(\psi) \left[\frac{\sin^2 \psi}{EA(\psi)} + \frac{k_n \cos^2 \psi}{GA(\psi)} - \cos \psi \int_0^\psi \frac{R(\xi)}{EI_b(\xi)} \int_0^\xi R(\theta) \cos \theta d\theta d\xi \right] d\psi \right\} F_{no}
\end{aligned} \tag{2.7}$$

olarak elde edilirler.

Denklemlerdeki $u_o, w_o, \Omega_{bo}, F_{no}, F_{to}, M_{bo}$ büyüklükleri $\phi = \phi_o$ başlangıç noktasına ait bilinen değerlerdir.

Elde edilen (2.3), (2.4), (2.5), (2.6), (2.7) denklemleri, daha basit bir gösterimle ifade edilebilir,

$$\begin{aligned}
w &= Y_{11}w_o + Y_{12}u_o + Y_{13}\Omega_{bo} + Y_{14}F_{to} + Y_{15}F_{no} + Y_{16}M_{bo} \\
u &= Y_{21}w_o + Y_{22}u_o + Y_{23}\Omega_{bo} + Y_{24}F_{to} + Y_{25}F_{no} + Y_{26}M_{bo} \\
\Omega_b &= Y_{31}w_o + Y_{32}u_o + Y_{33}\Omega_{bo} + Y_{34}F_{to} + Y_{35}F_{no} + Y_{36}M_{bo} \\
F_t &= Y_{41}w_o + Y_{42}u_o + Y_{43}\Omega_{bo} + Y_{44}F_{to} + Y_{45}F_{no} + Y_{46}M_{bo} \\
F_n &= Y_{51}w_o + Y_{52}u_o + Y_{53}\Omega_{bo} + Y_{54}F_{to} + Y_{55}F_{no} + Y_{56}M_{bo} \\
M_b &= Y_{61}w_o + Y_{62}u_o + Y_{63}\Omega_{bo} + Y_{64}F_{to} + Y_{65}F_{no} + Y_{66}M_{bo}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

böylece, eğri eksenli çubuk için kesit ve eksen eğrisinden bağımsız bir asal matris elde edilmiş olunur:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} & Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

Sembolik çözüm yapabilen herhangi bir paket program yardımıyla asal matrisin terimleri elde edilebilir.

Çember eksenli ve sabit kesitli çubuk için çözümü ifade eden asal matrisin sıfırdan farklı elemanları aşağıda verilmektedir:

$$\begin{aligned}
Y_{11} &= \cos \phi; \quad Y_{12} = \sin \phi; \quad Y_{13} = R_o(1 - \cos \phi); \\
Y_{14} &= \frac{R_o}{2A_o} \left[\sin \phi \left(\frac{1}{E} - \frac{k_n}{G} \right) + \phi \cos \phi \left(\frac{1}{E} + \frac{k_n}{G} \right) \right] + \frac{R_o^3}{2EI_{bo}} \phi (\cos \phi + 2) - \frac{3R_o^3}{2EI_{bo}} \sin \phi; \\
Y_{15} &= \frac{R_o}{2A_o} \phi \sin \phi \left(\frac{1}{E} + \frac{k_n}{G} \right) + \frac{R_o^3}{2EI_{bo}} (-2 + 2 \cos \phi + \phi \sin \phi); \quad Y_{16} = \frac{R_o^2}{EI_{bo}} (\phi - \sin \phi);
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$Y_{21} = -\sin \phi; \quad Y_{22} = \cos \phi; \quad Y_{23} = R_o \sin \phi;$$

$$Y_{24} = -\frac{R_o}{2A_o} \phi \sin \phi \left(\frac{1}{E} + \frac{k_n}{G} \right) + \frac{R_o^3}{2EI_{bo}} (2 - 2 \cos \phi - \phi \sin \phi);$$

$$Y_{25} = \frac{R_o}{2A_o} \left[\phi \cos \phi \left(\frac{1}{E} + \frac{k_n}{G} \right) - \sin \phi \left(\frac{1}{E} - \frac{k_n}{G} \right) \right] + \frac{R_o^3}{2EI_{bo}} (\phi \cos \phi - \sin \phi);$$

$$Y_{26} = \frac{R_o^2}{EI_{bo}} (1 - \cos \phi); \quad Y_{33} = 1; \quad Y_{34} = \frac{R_o^2}{EI_{bo}} (\phi - \sin \phi); \quad Y_{35} = \frac{R_o^2}{EI_{bo}} (-1 + \cos \phi);$$

$$Y_{36} = \frac{R_o \phi}{EI_{bo}};$$

$$Y_{44} = \cos \phi; \quad Y_{45} = \sin \phi; \quad Y_{54} = -\sin \phi; \quad Y_{55} = \cos \phi;$$

$$Y_{64} = R_o (1 - \cos \phi); \quad Y_{65} = -R_o \sin \phi; \quad Y_{66} = 1$$



3. EĞRİ EKSENLİ ÇUBUKLARIN STATİK PROBLEMİNİN ANALİTİK ÇÖZÜMÜNÜN SONLU ELEMAN YÖNTEMİNE UYARLANMASI

Eğri eksenli çubukların statik problemlerinin çözümünde kullanılan analitik ve sayısal yöntemlerin içerisinde; sonlu eleman yöntemi uygulaması da oldukça önemli bir yer etmektedir. Sonlu eleman yöntemi, uygulaması kolay, yüksek yakınsaklık karakteristiğine sahip, hesaplama süresi ise diğer sayısal yöntemlere göre oldukça hızlı olan bir yöntemdir.

Sonlu eleman yöntemi, yer değiştirmeler için önerilen şekil fonksiyonlarını temel olarak yaklaşık bir çözüm elde etmeyi amaçlar. Dolayısıyla, bu şekil fonksiyonlarından elde edilen rijitlik matrisinin doğruluğu, kullanılan şekil fonksiyonlarına doğrudan bağlıdır.

Bu bölümde, düzlemsel eğri eksenli çubukların düzlem içi hareketlerini incelemek için, diferansiyel denklemlerin kesin çözümü esas alınarak bir sonlu eleman formülasyonu ortaya konulacaktır [40-41]. Esas alınacak kesin çözümün, eksenel uzama ve kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerini ihmal etmediği ve yükleme ve sınır koşullarından da bağımsız olduğu tekrar hatırlatılmalıdır. Ortaya konulacak sonlu eleman yöntemi ile bulunan çözüm, değişken kesitli ve değişken eğrilikli çubukları da modellemek için kullanılabileceğini belirtmek gerekir.

3.1 Rijitlik Matrisi

Geleneksel şekil fonksiyonları ile formüle edilen sonlu elemanların yaklaşık sonuçlar doğurduğu bilinmektedir. Dolayısıyla, bu formülasyonların doğruluğu; şekil fonksiyonlarının yer değiştirme alanlarını ne kadar gerçekçi yansıtabilmeleriyle doğru orantılıdır. Tam bu noktada, kesin çözümün sonlu eleman yöntemine uyarlanmasının avantajı ortaya çıkmaktadır. Kesin çözümün sonlu eleman yöntemine uyarlanması ile elde edilen rijitlik matrisi, geleneksel şekil fonksiyonlarından elde edilen rijitlik matrisine göre çok daha isabetli olacaktır.

Önceki bölümde başlangıç değerleri yöntemi ile çubuğun statik denklemlerinin çözümü verilmiş ve asal matris elde edilmişti. Elde edilen çözümü aşağıdaki şekilde göstermek mümkündür:

$$\begin{bmatrix} w \\ u \\ \Omega_b \\ F_t \\ F_n \\ M_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} & Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_o \\ u_o \\ \Omega_{bo} \\ F_{to} \\ F_{no} \\ M_{bo} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Bu denklemin, $\mathbf{y}(\phi) = \mathbf{Y}(\phi, \phi_0)\mathbf{y}_0$ denkleminin matris gösterimi olduğuna dikkat çekilmelidir.

$\phi_0 = 0$ olarak belirlenen doğrultu, referans doğrultusu olarak alınmaktadır. Burada $\mathbf{y}_0 = \mathbf{y}(\phi_0)$, sınır şartlarından elde edilen başlangıç değerleri vektörü ve $\mathbf{Y}(\phi, \phi_0)$ referans koordinatına ait asal matristir. Dolayısıyla $\phi = \phi_0$ değeri için başlangıç değerleri vektörü biliniyorsa, yer değiştirmeler, dönmeler, iç kuvvetler ve iç momentler hesaplanabilir.

(3.1) denklemindeki matris takımı, alt matrislere ayrılırsa,

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} w \\ u \\ \Omega_b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_o = \begin{bmatrix} w_o \\ u_o \\ \Omega_{bo} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_t \\ F_n \\ M_b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_o = \begin{bmatrix} F_{to} \\ F_{no} \\ M_{bo} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{A}(\phi) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(\phi) = \begin{bmatrix} Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} \\ Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} \\ Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{S}(\phi) = \begin{bmatrix} Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}(\phi) = \begin{bmatrix} Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} \\ Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} \\ Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

denklemleri elde edilir. Sonucunda, (3.1) denklemini,

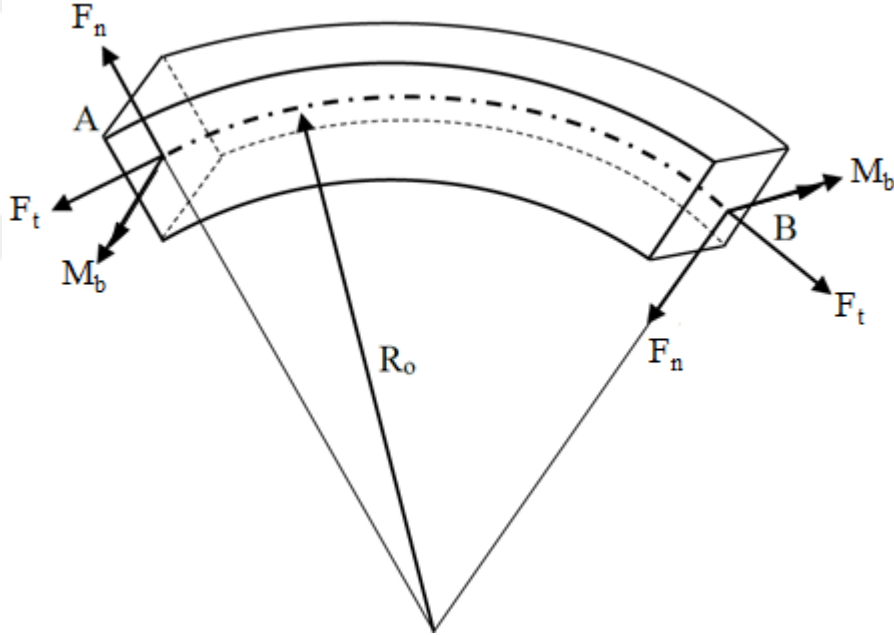
$$\begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\phi) & \mathbf{B}(\phi) \\ \mathbf{S}(\phi) & \mathbf{D}(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_o \\ \mathbf{F}_o \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

halini almış olur. Sonlu eleman formülasyonunun en temeli denklemi olan,

$$\mathbf{F}^e = \mathbf{K}^e \mathbf{u}^e \quad (3.6)$$

göz önünde bulundurulduğunda, (3.5) denkleminin matematiksel düzenleme ile birlikte (3.6) denkleminde benzetilebileceği görülmektedir. \mathbf{F} dış yük vektörü, \mathbf{u} yer değiştirme vektörü ve \mathbf{K} rijitlik matrisidir. e üst indisi ise, yazılan büyüklüklerin çubuk elemana ait olduğunu göstermektedir.

Fakat bu düzenlemeyi yapmadan önce, ele alınması gereken konu işaret anlaşmasıdır. Şekil 3.1 ve Şekil 3.2’de analitik çözüm ile sonlu eleman çözümü arasındaki işaret kabulü farklılığı görülmektedir.

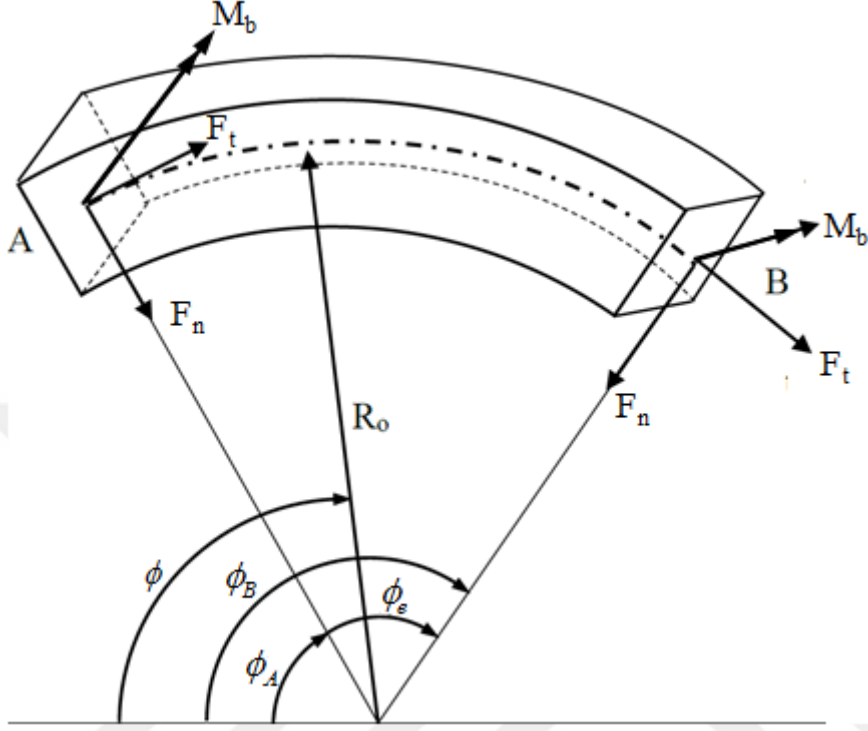


Şekil 3.1 : Analitik çözümde kesit tesirleri için kullanılan pozitif yön kabulü.

Analitik çözümde, çubuk elemanına etki tepki prensibiyle konulan kuvvetler pozitif kabul edilirken; sonlu eleman formülasyonu için bu durum geçerli değildir. Sonlu eleman formülasyonunda kuvvetlerin işareti kesitten bağımsızdır. Bunun yanında yer değiştirme bileşenleri için analitik çözüm ve sonlu eleman formülasyonu aynı yön kabulüne sahiptir. Dolayısıyla, elde edilen (3.5) denklemi sonlu eleman formülasyonu için,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\phi) & \mathbf{B}(\phi) \\ \mathbf{S}(\phi) & \mathbf{D}(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_o \\ -\mathbf{F}_o \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

haline gelmektedir.



Şekil 3.2 : Sonlu eleman yönteminde kesit tesirleri için kullanılan pozitif yön kabulü.

Şekil 3.2'deki gibi; başlangıç noktasında A nodu, bitiş noktasında B nodu olan ve nodlar arasındaki açı ϕ_e olan bir sonlu eleman düşünülürse; $\phi = \phi_0 = \phi_A = 0$ kabulü ile birlikte (3.6) denklemi,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{F}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\phi_e) & \mathbf{B}(\phi_e) \\ \mathbf{S}(\phi_e) & \mathbf{D}(\phi_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_A \\ -\mathbf{F}_A \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

halini almaktadır.

En sonunda bu denklemi (3.6) denklemine benzetilebilecek şekilde düzenlersek,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_A \\ \mathbf{F}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}(\phi_e) & \mathbf{O} \\ \mathbf{D}(\phi_e) & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\phi_e) & -\mathbf{I} \\ \mathbf{S}(\phi_e) & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_A \\ \mathbf{u}_B \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

eşitliği elde edilir.

Dolayısıyla analitik çözümden elde edilen sonuçlarla modellenen sabit kesitli ve çember eksenli bir çubuk elemanına ait rijitlik matrisi elde edilmiştir.

$$\mathbf{K}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{B}(\phi_e) & \mathbf{O} \\ \mathbf{D}(\phi_e) & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\phi_e) & -\mathbf{I} \\ \mathbf{S}(\phi_e) & \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Burada \mathbf{O} 'ın 3x3'lük sıfır matrisi; \mathbf{I} 'nın 3x3'lük birim matris olduğu hatırlatılmalıdır. Elde edilen bu rijitlik matrisi, içerisinde yer alan alt matrislerin ifadeleri değiştirilerek hem düzlem içi hem düzlem dışı problemlerde kullanılabilir.

Sonuç olarak, çubuğun A ucuna ait yer değiştirme ve kuvvet büyüklükleri, bu çubuğa ait analitik çözümden elde edilen \mathbf{K} rijitlik matrisi ile çarpılarak, B ucuna ait büyüklükler elde edilmektedir. Böylece, her bir eleman için $\mathbf{F}^e = \mathbf{K}^e \mathbf{u}^e$ eşitliği oluşturulur.

3.2 Kütle Matrisi

Titreşim problemlerinin çözümü için, \mathbf{M} kütle matrisinin de elde edilmesi gerekir. Şekil fonksiyonlarının önemi, sonlu eleman formülasyonunda kütle matrisinin elde edilmesi için oldukça büyüktür. Geleneksel sonlu eleman yöntemlerinde şekil değiştirme ifadeleri için yaklaşık fonksiyonlar kullanılmaktadır. Eğri çubukların karmaşıklığı göz önünde bulundurulduğunda; bu yaklaşık fonksiyonların çubuğu temsil edebilme yeteneği şüphelidir. Dolayısıyla kütle matrisini elde ederken, rijitlik matrisinde olduğu gibi yer değiştirmeler için elde edilen kesin çözüm esas alınacaktır.

$\mathbf{A}(\phi)$ ve $\mathbf{B}(\phi)$ daha önceden elde edilen asal matrisin alt matrisleri olmak üzere; (3.1) denklemi göz önünde bulundurulduğunda,

$$\mathbf{u}(\phi) = [\mathbf{A}(\phi) \quad \mathbf{B}(\phi)] \mathbf{y}_o = \mathbf{H}(\phi) \mathbf{y}_o \quad (3.11)$$

eşitliği yazılabilir. Çubuk elemanın A ve B uçlarındaki yer değiştirmeler \mathbf{u}^e vektörü ile ifade edilirse,

$$\mathbf{u}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\phi_A) \\ \mathbf{H}(\phi_B) \end{bmatrix} \mathbf{y}_o = \mathbf{G} \mathbf{y}_o \quad (3.12)$$

eşitliği elde edilecektir.

Dolayısıyla başlangıç değer vektörü için,

$$\mathbf{y}_o = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{u}^e \quad (3.13)$$

gösterimi elde edilecek ve bu gösterimin (3.11) denkleminde yerine yazılmasıyla,

$$\mathbf{u}(\phi) = \mathbf{H}(\phi)\mathbf{G}^{-1}\mathbf{u}^e \quad (3.14)$$

denklemini bulunacaktır.

Eğri eksenli çubuk elemanı için kinetik enerji ifadesi,

$$T = \frac{1}{2} \int_{\phi_A}^{\phi_B} \frac{\partial \mathbf{u}^T(\phi, t)}{\partial t} \rho \mathbf{P} \frac{\partial \mathbf{u}(\phi, t)}{\partial t} R_o d\phi \quad (3.15)$$

ve P matrisi düzlem içi problem için,

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} A_o & 0 & 0 \\ 0 & A_o & 0 \\ 0 & 0 & I_{bo} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

şeklinde. ρ çubuk malzemesinin yoğunluğudur.

(3.14)'te verilen yer değiştirme vektörü , (3.15)'te yerine yazılırsa,

$$T = \frac{1}{2} \rho R_o \int_{\phi_A}^{\phi_B} (\mathbf{H}(\phi)\mathbf{G}^{-1}\mathbf{u}^e)^T \mathbf{P} (\mathbf{H}(\phi)\mathbf{G}^{-1}\mathbf{u}^e) d\phi \quad (3.17)$$

ve elde edilen(3.17) denklemini düzenlenirse,

$$T = \frac{1}{2} \rho R_o \int_{\phi_A}^{\phi_B} (\mathbf{u}^e)^T (\mathbf{G}^{-1})^T \mathbf{H}^T(\phi) \mathbf{P} (\mathbf{H}(\phi)\mathbf{G}^{-1}\mathbf{u}^e) d\phi \quad (3.18)$$

elde edilir. \mathbf{G} ve \mathbf{u}^e vektörleri açısal koordinatın bir fonksiyonu olmadığından integralin dışına çıkarılabilir:

$$T = \frac{1}{2} (\mathbf{u}^e)^T \rho R_o (\mathbf{G}^{-1})^T \int_{\phi_A}^{\phi_B} \mathbf{H}^T(\phi) \mathbf{P} \mathbf{H}(\phi) d\phi \mathbf{G}^{-1} \mathbf{u}^e \quad (3.19)$$

Kinetik enerji ifadesi, aşağıdaki gibi yazılırsa;

$$T = \frac{1}{2} (\mathbf{u}^e)^T \mathbf{M}^e \mathbf{u}^e \quad (3.20)$$

her bir çubuk eleman için \mathbf{M}^e kütle matrisi elde edilmiş olunur:

$$\mathbf{M}^e = \rho R_o (\mathbf{G}^{-1})^T \int_{\phi_A}^{\phi_B} \mathbf{H}^T(\phi) \mathbf{P} \mathbf{H}(\phi) d\phi \mathbf{G}^{-1} \quad (3.21)$$

4. ÇUBUK ÜZERİNDEKİ ÇATLAĞIN MODELLENMESİ

Katı bir cismin, çeşitli zorlanmalar altında iki veya daha fazla parçaya ayrılmasına kırılma denmektedir.

Yapılarda hasarlar birçok farklı çeşitte olabilmekle birlikte; malzemede meydana gelen bir hasarın, onun oluşturduğu yapıyı da hasara sürükleyeceği açıktır. İki temel hasar sebeplerinden biri; malzemelerde kalıcı hasar meydana getiren plastisite, diğeri ise kırılmadır. Bilim adamları, akma sınırının üstündeki malzeme davranışını plastisite teorisini ortaya koyarak uzun senelerdir incelemekle birlikte; kırılma mekaniğinin ortaya konması daha ileriki yıllarda olmuştur. Bu süreçte, yapıların dayanımı daha çok test sonuçlarına dayandırılmış ve hasarın oluşumunu; yapıya gelen zorlanmanın, testte elde edilen değerin üzerinde olması ile oluşacağı temeli üzerinden hareket edilmiştir. Fakat burada dikkat çekilmesi gereken nokta, bu klasik mukavemet teorisi yaklaşımının, yapıya gelen zorlanmaların üniform olarak dağıldığı durumda gerçeği yansıtmamasıdır. Dolayısıyla, yapı üzerindeki yüksek gerilme yığılmasına maruz kalan yerel bölgeler için bu klasik mukavemet teorilerinin uygulanması mümkün değildir. İşte bu noktada, kırılma mekaniği devreye girmekte ve yapı üzerindeki gerilme yığılmasına maruz kalmış yerel bölgelerde oluşabilecek bir kusurun, yapının yaşam ömrünü kısıtlayabilecek derecede bir hasara sebep olup olmayacağını incelemektedir.

Kırılma mekaniğinin konu edindiği en önemli kusur olan çatlak, parçanın üretimi esnasındaki herhangi bir sebepten dolayı başlangıçtan beri var olabilmekle birlikte; parçaya operasyon sırasında gelen tekrarlı dinamik yüklerin etkisi ile, akma sınırının altında da oluşabilmektedir. Yapıdaki bu çatlak, en temel yaklaşımla bulunduğu bölgede kesit alanını azalttığı için gerilme yığılması oluşturmaktadır. Çatlak ucunda bulunan bu gerilme yığılması, çatlağın giderek büyüyüp ilerlemesine ve en sonunda parçayı kırarak yıkıcı hasarlara sebep olabilmektedir. Klasik mukavemet teorileri, parçanın kusursuz olduğunu kabul ettiği için, çatlak ve benzeri kusurları göz önünde bulundurmamakta ve bu yüzden yetersiz kalmaktadır.

Lineer elastik kırılma mekaniğinde, iki farklı yaklaşım bulunmaktadır. Gerilme yaklaşımı, çatlağın ilerlemesinden gerilme şiddeti çarpanı diye bir büyüklüğü sorumlu tutar. Enerji yaklaşımı ise çatlağın ilerlemesinden, çatlağın ilerlemesi halinde yapıdaki elastik enerji azalmasını sorumlu tutar. Lineer elastik kırılma mekaniğinde bu iki yaklaşım da aynı sonucu verir.

Bu bölümde, çatlağın çubukta oluşturduğu yerel esnekliğe değinilecek ve bu durumun çubuğun rijitlik matrisini nasıl değiştirdiği gösterilecektir.

4.1 Yerel Esneklik Matrisi

Çatlağın yarattığı yerel esneklik, enerji yaklaşımı ile ortaya konulmaktadır [11]:

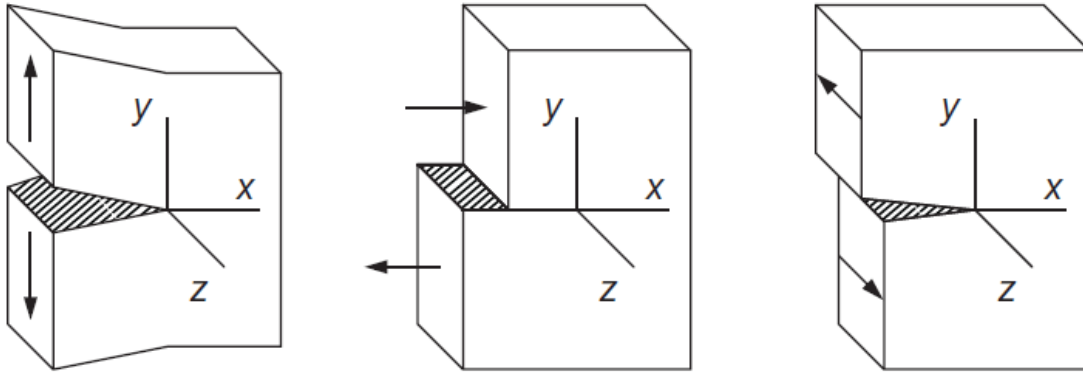
$$U = \iint_{A_c} J dA_c \quad (4.1)$$

Burada A_c çatlağın kırılma alanı, J ise şekil değiştirme enerjisi boşalım hızıdır.

Şekil değiştirme enerjisi boşalım hızı J 'nin formülasyonu ise,

$$J = \frac{1}{E'} \left[\left(\sum_{j=1}^m K_{Ij} \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^m K_{IIj} \right)^2 + k_n \left(\sum_{j=1}^m K_{IIIj} \right)^2 \right] \quad (4.2)$$

şeklinde. Şekil 4.1'den görülebileceği üzere; K_I , K_{II} , K_{III} kırılma mekaniğinin açılma, kayma ve yırtılma modlarının gerilme şiddeti çarpanı faktörleridir. K_{ij} olarak gösterilirlerse, j indisi yükleri ($j = F_t, F_n, M_b$); i indisi ise gerilmelere karşılık gelen kırılma modlarını ifade etmektedir ($i = I, II, III$).



Şekil 4.1 : Kırılma mekaniğinin modları.

E' şeklinde gösterilen elastiklik modülü ise, düzlem şekil değiştirme için,

$$E' = \frac{E}{(1-\nu^2)} \quad (4.3)$$

düzlem gerilme için,

$$E' = E \quad (4.4)$$

şeklinde alınmalıdır. Düzlem içi problemler için $m=3$ alınmalıdır. k_n ise kayma gerilmesinin çubuk kesitine üniform dağılmasını ifade eden bir faktördür.

Papaeconomou ve Dimarogonas [42] yaptıkları çalışmada, çatlağın çubuk üzerinde meydana getirdiği yerel esneklik matrisini, Castigliano teoreminin bir sonucu olarak,

$$C_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \left(\iint_{A_c} J dA_c \right) \quad (4.5)$$

şeklinde belirtmişlerdir.

Burada P_i , yük vektörüdür:

$$P_i = \begin{Bmatrix} F_t \\ F_n \\ M_b \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

Gerilme şiddeti çarpanları ise Tada ve diğerleri [11] ayrıntılı bir şekilde incelenmiş ve fonksiyonlar şeklinde yayınlamıştır:

$$K_{I1} = \left(\frac{F_t}{A} \right) \sqrt{\pi a} F_1 \left(\frac{a}{h} \right)$$

$$K_{I2} = 0$$

$$K_{I3} = \left(\frac{M_b h}{2I_x} \right) \sqrt{\pi a} F_2 \left(\frac{a}{h} \right)$$

(4.7)

$$K_{II1} = 0$$

$$K_{II2} = \left(\frac{k_n F_n}{A} \right) \sqrt{\pi a} F_{II} \left(\frac{a}{h} \right)$$

$$K_{II3} = 0$$

(4.7) denkleminde kullanılan F_1 , F_2 , F_{II} ise,

$$F_1\left(\frac{a}{h}\right) = \frac{\sqrt{\frac{2h \tan \frac{\pi a}{2h}}{\pi a} \left(0.752 + 2.02 \frac{a}{h} + 0.37 \left(1 - \sin \frac{\pi a}{2h}\right)^3\right)}}{\cos \frac{\pi a}{2h}}$$

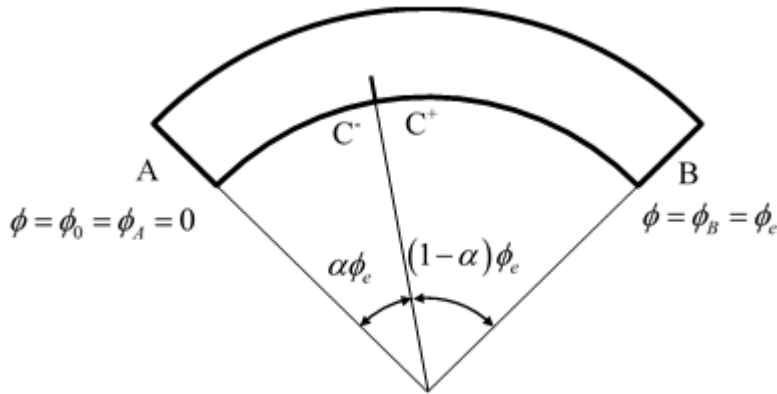
$$F_2\left(\frac{a}{h}\right) = \frac{\sqrt{\frac{2h \tan \frac{\pi a}{2h}}{\pi a} \left(0.923 + 0.199 \left(1 - \sin \frac{\pi a}{2h}\right)^4\right)}}{\cos \frac{\pi a}{2h}} \quad (4.8)$$

$$F_{II}\left(\frac{a}{h}\right) = \frac{\left(1.22 - 0.561 \frac{a}{h} + 0.085 \left(\frac{a}{h}\right)^2 + 0.18 \left(\frac{a}{h}\right)^3\right)}{\sqrt{1 - \frac{a}{h}}}$$

olarak ifade edilir. Denklemlerde kullanılan a çatlak derinliğidir.

4.2 Çubuk Elemanın Herhangi Bir Noktasında Bulunan Çatlak İçin Rijitlik ve Kütle Matrisleri

Rastgele konumlandırılmış bir C noktasındaki çatlak, yerel bir esneklik yaratarak çubuk elemanın rijitlik matrisini değiştirecektir (Şekil 4.2).



Şekil 4.2 : Herhangi bir C noktasında çatlaklı bulunan çubuk eleman.

Çubuk elemanın başlangıç nodu A, bitiş nodu ise B'dir. Çubuğun kalınlığı h ; çatlakın derinliği a olmak üzere; α ise çatlakın çubuk içindeki konumunu tanımlayan, sıfır ile bir arasında bir değerdir. C^- çatlaktan hemen önceki, C^+ ise çatlaktan hemen sonraki noktadır.

Önceki bölümde (3.10) denklemi ile içinde çatlak olmayan bir çubuk eleman için başlangıç nodu A'dan, bitiş nodu B'ye bir rijitlik matrisi elde etmiştik. Burada da yine amacımız A nodundan B noduna bir rijitlik matrisi elde etmektir. Fakat çatlaklı çubuk eleman için, ilk olarak A nodundan C noktasına; ardından C noktasından B noduna gidilmesi gerekmektedir. Dolayısıyla izlenmesi gereken yol $A \rightarrow C^-$, $C^- \rightarrow C^+$ ve ardından $C^+ \rightarrow B$ şeklinde olacaktır.

4.2.1 Başlangıç nodundan çatlaktan hemen önceki noktaya transfer matrisi

A nodundan, C^- noktasına geçiş için (3.8) denklemi rahatlıkla kullanılabilir. Bu durumda,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{C^-} \\ \mathbf{F}_{C^-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\alpha\phi_e) & \mathbf{B}(\alpha\phi_e) \\ \mathbf{S}(\alpha\phi_e) & \mathbf{D}(\alpha\phi_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_A \\ \mathbf{F}_A \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

olur. Elde edilen (4.9) denkleminin; henüz eleman içindeki bir noktadan diğerine transfer matrisi olduğu, dolayısıyla Bölüm 3'te anlatılan işaret anlaşmasına uymasına gerek olmadığı belirtilmelidir. Bu yüzden \mathbf{F}_A teriminin önünde eksi işareti bulunmamaktadır.

Burada \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{S} , ve \mathbf{D} matrislerinin, asal matrisin alt matrisleri olduğu unutulmamalıdır:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\alpha\phi_e) &= \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}(\alpha\phi_e) = \begin{bmatrix} Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} \\ Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} \\ Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} \end{bmatrix} \\ \mathbf{S}(\alpha\phi_e) &= \begin{bmatrix} Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}(\alpha\phi_e) = \begin{bmatrix} Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} \\ Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} \\ Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.10)$$

4.2.2 Çatlaktan hemen önceki noktadan hemen sonraki noktaya transfer matrisi

C noktasında bulunan bir çatlak için; çatlaktan hemen önceki kesit tesirleri, çatlaktan hemen sonraki kesit tesitleri ile aynı olmakla birlikte; yer değiştirmeler için bu durum geçerli değildir:

$$\begin{Bmatrix} F_t(\phi^-) \\ F_n(\phi^-) \\ M_b(\phi^-) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_t(\phi^+) \\ F_n(\phi^+) \\ M_b(\phi^+) \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\begin{Bmatrix} w(\phi^+) \\ u(\phi^+) \\ \Omega_x(\phi^+) \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \begin{Bmatrix} F_t(\phi) \\ F_n(\phi) \\ M_b(\phi) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} w(\phi^-) \\ u(\phi^-) \\ \Omega_x(\phi^-) \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

(4.12) denklemini matris formatında düzenlenirse;

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_c^+ \\ \mathbf{F}_c^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{C} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_c^- \\ \mathbf{F}_c^- \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

formatında yazılabilmektedir. Burada \mathbf{C} matrisi, (4.5) denkleminde elde edilmiş yerel esneklik matrisidir. \mathbf{I} ise 3x3 birim matris, \mathbf{O} ise 3x3 sıfır matristir.

4.2.3 Çatlaktan hemen sonraki noktadan bitiş noduna transfer matrisi

Çatlaktan hemen sonraki noktadan, bitiş noduna transfer matrisi için, (3.8) denklemini kullanılabılır. Böylece,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{F}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^*(\phi_e - \alpha\phi_e) & \mathbf{B}^*(\phi_e - \alpha\phi_e) \\ \mathbf{S}^*(\phi_e - \alpha\phi_e) & \mathbf{D}^*(\phi_e - \alpha\phi_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_c^+ \\ \mathbf{F}_c^+ \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

olur. Elde edilen (4.14) denkleminin; henüz eleman içindeki bir noktadan diğerine transfer matrisi olduğu, dolayısıyla Bölüm 3'te anlatılan işaret anlaşmasına uymasına gerek olmadığı belirtilmelidir. Bu yüzden \mathbf{F}_c^+ teriminin önünde eksi işareti bulunmamaktadır.

Burada \mathbf{A}^* , \mathbf{B}^* , \mathbf{S}^* , ve \mathbf{D}^* matrislerinin, asal matrisin alt matrisleri olduğu unutulmamalıdır:

$$\mathbf{A}^*(\phi_e - \alpha\phi_e) = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}^*(\phi_e - \alpha\phi_e) = \begin{bmatrix} Y_{14} & Y_{15} & Y_{16} \\ Y_{24} & Y_{25} & Y_{26} \\ Y_{34} & Y_{35} & Y_{36} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{S}^*(\phi_e - \alpha\phi_e) = \begin{bmatrix} Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}^*(\phi_e - \alpha\phi_e) = \begin{bmatrix} Y_{44} & Y_{45} & Y_{46} \\ Y_{54} & Y_{55} & Y_{56} \\ Y_{64} & Y_{65} & Y_{66} \end{bmatrix}$$

4.2.4 Başlangıç nodundan bitiş noduna transfer matrisi

A nodu ile başlayan bir çubuk elemanın, arada bir çatlığa sahip C noktasına uğrayarak, bitiş nodu olan B'ye transfer matrisi (4.9), (4.13), (4.14) denklemleriyle elde etmekteyiz.

(4.13) denklemini (4.14) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{F}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^* & \mathbf{B}^* \\ \mathbf{S}^* & \mathbf{D}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{C} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_C^- \\ \mathbf{F}_C^- \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

elde edilir. (4.16) denklemini, (4.9) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_B \\ \mathbf{F}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^* & \mathbf{B}^* \\ \mathbf{S}^* & \mathbf{D}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{C} \\ \mathbf{O} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{S} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_A \\ -\mathbf{F}_A \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

eksen üzerindeki herhangi bir konumda ve derinlikte çatlak bulunan bir çubuk eleman için, A nodundan B noduna transfer matrisi elde edilmiş oldu. Bölüm 3'te anlatılan işaret anlaşması gereği, (4.17) denklemindeki \mathbf{F}_A teriminin başına eksi işareti konulmuştur. Bu denklemi matematiksel olarak düzenlersek,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_A \\ \mathbf{F}_B \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}^*\mathbf{B} + (\mathbf{A}^*\mathbf{C} + \mathbf{B}^*)\mathbf{D} & \mathbf{O} \\ \mathbf{S}^*\mathbf{B} + (\mathbf{S}^*\mathbf{C} + \mathbf{D}^*)\mathbf{D} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1}}_{\mathbf{K}^e} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^*\mathbf{A} + (\mathbf{A}^*\mathbf{C} + \mathbf{B}^*)\mathbf{S} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{S}^*\mathbf{A} + (\mathbf{S}^*\mathbf{C} + \mathbf{D}^*)\mathbf{S} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_A \\ \mathbf{u}_B \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

bulunur. Dolayısıyla analitik çözümden elde edilen sonuçlarla modellenen eğri eksenli, ekseni üzerindeki herhangi bir konumda ve derinlikte çatlak bulunan yeni bir çatlaklı çubuk eleman için rijitlik matrisi elde edilmiştir.

$$\mathbf{K}^e = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^*\mathbf{B} + (\mathbf{A}^*\mathbf{C} + \mathbf{B}^*)\mathbf{D} & \mathbf{O} \\ \mathbf{S}^*\mathbf{B} + (\mathbf{S}^*\mathbf{C} + \mathbf{D}^*)\mathbf{D} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^*\mathbf{A} + (\mathbf{A}^*\mathbf{C} + \mathbf{B}^*)\mathbf{S} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{S}^*\mathbf{A} + (\mathbf{S}^*\mathbf{C} + \mathbf{D}^*)\mathbf{S} & \mathbf{O} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Burada \mathbf{O} 'ın 3x3'lük sıfır matrisi; \mathbf{I} 'nın 3x3'lük birim matris olduğu hatırlatılmalıdır. Elde edilen bu yeni çatlaklı çubuk elemana ait rijitlik matrisi, içerisinde yer alan alt matrislerin ifadeleri değiştirilerek hem düzlem içi hem düzlem dışı problemlerde kullanılabilir.

Sonuç olarak, çatlaklı bir çubuk elemanın A ucuna ait yer değiştirme ve kuvvet büyüklükleri, bu çubuğa ait analitik çözümden elde edilen **K** rijitlik matrisi ile çarpılarak, B ucuna ait büyüklükler elde edilmektedir. Böylece, her bir çatlaklı eleman için $\mathbf{F}^e = \mathbf{K}^e \mathbf{X}^e$ eşitliği oluşturulur.

Yapı içerisinde bulunan çatlak, yapının kütle matrisini değiştirmeyecektir. Dolayısıyla ister çatlaklı, ister çatlaksız bir çubuk olsun, önceki bölümde (3.21) denklemi ile bulunan kütle matrisi kullanılabilir.



5. SONLU ELEMANLAR İLE MODELLENMİŞ ÇATLAKLI VE ÇATLAKSIZ ÇUBUKLAR İÇİN DOĞAL FREKANSLARIN TESPİTİ

5.1 Özdeğer Problemi

Doğal frekansların tespiti için özdeğer probleminden yararlanılmaktadır. Sönümsüz bir sistemde, serbest titreşim hareketinin denklemi,

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = 0 \quad (5.1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada \mathbf{M} kütle matrisi, \mathbf{K} ise rijitlik matrisi, \mathbf{u} yer değiştirme vektörü, $\ddot{\mathbf{u}}$ ise ivme vektörüdür. Basit harmonik hareket için yer değiştirmeler,

$$\mathbf{u}(\phi, t) = \mathbf{u}(\phi)e^{i\omega t} \quad (5.2)$$

olmakla birlikte, ω açısal frekans ve t ise zamandır. Dolayısıyla (5.1) denklemi,

$$(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M})\mathbf{u} = 0 \quad (5.3)$$

olarak yazılabilir. Yer değiştirme vektörünün sıfır olmadığı durumlarda; parantez içindeki ifadenin sıfır olması gerekmektedir. Determinantın sıfıra eşit olması yardımıyla doğal frekanslar elde edilir,

$$\det|\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}| = 0 \quad (5.4)$$

5.2 Analitik ve Sayısal Örnekler

Çatlaksız çubuk elemanın rijitlik ve kütle matrisleri, 4. bölümde elde edilmişti. Bu matrisleri her bir çubuk eleman için kullanarak, sonlu eleman yöntemiyle çubuk modellenmiştir. Bu modellemede matris hesaplamaları Matlab programında yapılmış, kütle matrisi sayısal olarak hesaplanmıştır. Global rijitlik ve kütle matrisleri elde edildikten sonra sınır şartları, eliminasyon yöntemiyle uygulanmış ve özdeğer probleminin çözümü için (5.4) denklemi kullanılarak doğal frekanslar elde edilmiştir.

Bu bölümde, ilk olarak literatürde yapılan çalışmaların sonuçları ile; bu tez çalışmasında elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilecektir. Ardından İstanbul Teknik Üniversitesi Makina Fakültesi'ndeki Mukavemet Birimi Laboratuvarı'nda eğri eksenli çubuklar ile yapılan çekiç testi sonucu elde edilen doğal frekanslar ile; bu çalışmadaki sonlu eleman yöntemi ile elde edilen doğal frekanslar karşılaştırılacaktır.

İlk olarak Tüfekçi ve Arpacı'ya [43] ait çalışmanın sonuçları ile karşılaştırma yapılacaktır. Bahsi geçen çalışmada; eksenel uzama, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkilerinin doğal frekanslara olan etkisi ayrı ayrı sunulmuştur. Bu tez çalışması kapsamında ele alınacak olunan doğal frekanslar, her üç etkinin hesaplara dahil edilmesi durumunda elde edilmiş değerlerdir. Tüfekçi ve Arpacı [43] tarafından, farklı eksen açıklıklarına sahip çubukların doğal frekansları boyutsuzlaştırılarak verilmiştir. Boyutsuzlaştırma,

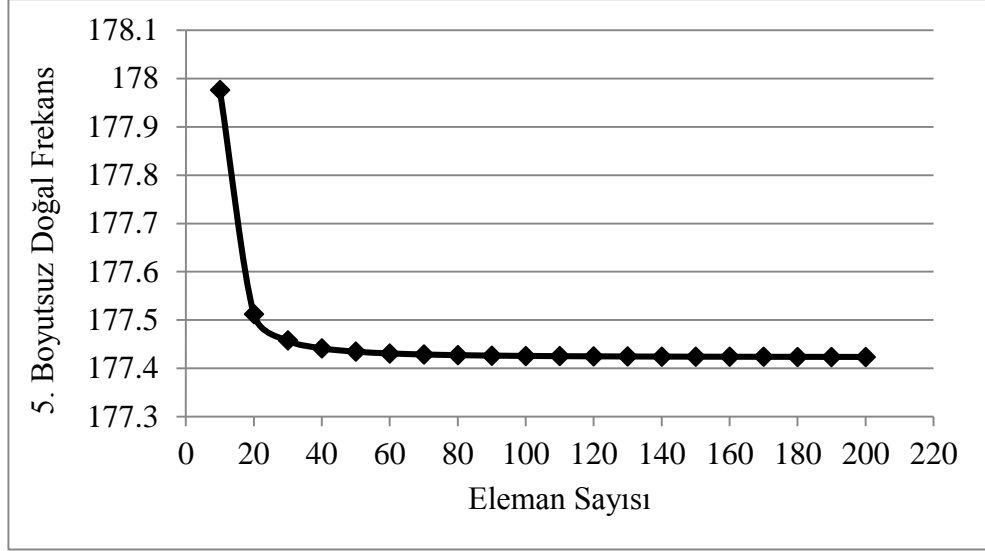
$$c = \omega R^2 \phi_r^2 \sqrt{\rho A / EI_b} \quad (5.5)$$

denklemini yardımıyla yapılmaktadır. Narinlik oranı olan λ ise şu şekildedir:

$$\lambda = \frac{R}{i} = \frac{R}{\sqrt{I_b / A}} \quad (5.6)$$

Karşılaştırmaya geçmeden önce bahsi edilmesi gereken bir konu; sonlu eleman yönteminin temel kriterlerinden biri olan yakınsaklıktır. Genel yaklaşım olarak; eleman sayısı arttıkça, elde edilen sonuç belli bir değere yakınsamalıdır. Belirli bir eleman sayısından sonra, modelin verdiği sonuçların değişimi oldukça azalmakta, yani sonuçlar yakınsamakta; ve bu noktada modelin sayısal hesaplanması süresi ile, elde edilen sonucun kayda değer değişimi arasında bir denge tutturulmaya çalışılmaktadır. Dolayısıyla 4. bölümde elde edilen matrislerle modellenen çubuğun, eleman sayısı ile olan değişimi incelenmiştir.

Şekil 5.1'de, ankastre-serbest sınır şartlarında, 180° eksen açıklığına sahip, narinlik oranı $\lambda = 50$ olan çubuğun 5. boyutsuz doğal frekansının eleman sayısı ile değişimi verilmiştir. Sonuç olarak, 80 elemanın yakınsama için yeterli olduğu söylenebilir. Hassas sonuçlar elde etmek için, 100 eleman kullanılmaktadır. Ayrıca doğal frekansın eleman sayısı ile değişiminin, her problemde benzer karakterde olduğu belirtilmelidir.



Şekil 5.1 : Ankastre-serbest sınır şartlı çubuk için 5. boyutsuz doğal frekansın eleman sayısı ile değişimi.

Çizelge 5.1 : Ankastre-ankastre sınır şartlarındaki çatlaksız çubuğa ait boyutsuz doğal frekans değerleri.

λ	Mod no.	$\phi_T = 90^\circ$		$\phi_T = 120^\circ$		$\phi_T = 180^\circ$	
		[43]	Bu Çalışma	[43]	Bu Çalışma	[43]	Bu Çalışma
100	1	55.3434	55.3436	51.70454	51.70466	43.17091	43.17091
100	2	102.3868	102.3881	101.9366	101.9374	94.75567	94.75598
100	3	188.4994	188.5047	185.7236	185.7266	175.7111	175.7112
100	4	219.1514	219.1569	269.2141	269.2192	268.4875	268.4889
100	5	299.1958	299.1971	393.7767	393.7821	387.7377	387.7542
75	1	55.97678	54.97721	51.50119	51.50144	43.09223	43.09231
75	2	98.50940	98.51195	100.6416	100.6432	94.36575	94.36676
75	3	174.9116	174.9211	183.7216	183.7268	174.8113	174.8130
75	4	185.1081	185.1165	253.5605	253.5736	265.9794	265.9831
75	5	284.7500	284.7666	332.4988	332.5327	383.9120	383.8801
50	1	53.96596	53.96746	50.93224	50.93296	42.86968	42.86996
50	2	86.19077	86.19913	96.85173	96.85578	93.26808	93.26952
50	3	132.7272	132.7447	178.1998	178.2107	172.2951	172.3001
50	4	175.8392	175.8638	198.0489	198.0788	258.4766	258.4950
50	5	265.8141	265.8841	282.9555	282.9957	372.7893	372.7898

Bu çalışmada kullanılan kesin çözümün uyarlanması ile elde edilen sonlu eleman yöntemiyle modellenmiş çatlaksız eğri eksenli çubuk için hesaplanmış doğal frekanslar; Tüfekçi ve Arpacı'nın [43] çalışmasındaki analitik çözümden elde edilen doğal frekanslar ile karşılaştırmıştır. Sonuçlar Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2 ile paylaşılmıştır. Görülebileceği üzere, çubuğun sınır şartları ne olursa olsun, elde edilen sonlu eleman çözümü ile analitik çözüm birbiri ile oldukça yakın sonuçlar vermektedir.

Çizelge 5.2 : Sabit-sabit sınır şartlarındaki çatlaksız çubuğa ait boyutsuz doğal frekans değerleri.

λ	Mod no.	$\phi_r = 90^\circ$		$\phi_r = 120^\circ$		$\phi_r = 180^\circ$	
		[43]	Bu Çalışma	[43]	Bu Çalışma	[43]	Bu Çalışma
100	1	33.83406	33.83412	30.31780	30.31781	22.34968	22.34969
100	2	78.72588	78.72633	76.23734	76.23763	68.16436	68.16444
100	3	150.0300	150.0328	146.9290	146.9306	137.4288	137.4291
100	4	214.8133	214.8189	229.9762	229.9773	223.7427	223.7431
100	5	259.7674	259.7724	339.1900	339.1646	332.0705	332.0760
75	1	33.73672	33.73681	30.26647	30.26651	22.33250	22.33251
75	2	77.70250	77.70333	75.83952	75.83996	68.03600	68.03617
75	3	148.4183	148.4227	145.9973	146.0002	137.0236	137.0245
75	4	173.9414	173.9517	225.3067	225.3136	222.5925	222.5932
75	5	239.3448	239.3569	321.9759	322.0071	329.9577	329.9300
50	1	33.46323	33.46360	30.12124	30.12141	22.28359	22.28364
50	2	74.34122	74.34471	74.69487	74.69620	67.67219	67.67275
50	3	121.4958	121.5141	143.4124	143.4196	135.8837	135.8862
50	4	144.0231	144.0358	197.2652	197.2919	219.2887	219.2849
50	5	226.3381	226.3800	242.4045	242.4277	323.9065	323.9022

İkinci olarak ise, Cerri ve diğerlerine [44] ait çalışmanın sonuçları ile karşılaştırma yapılacaktır. Bahsi geçen çalışmada dikdörtgen kesitli sabit-sabit sınır şartlarına sahip eğri eksenli çubuk kullanılmış olup; hem analitik hem deneysel sonuçlar paylaşılmıştır. Şekil 5.3'de genel olarak taslak çizimi görülebilen çubuk için; ilk olarak çatlaksız çubuğun ilk beş doğal frekansları elde edilmiştir. Hem çatlaksız hem

de çatlaklı çember eğrilikli ve dikdörtgen kesit alanına sahip olan çubuklar, her iki uçlarından sabit olarak mesnetlenmişlerdir.

Çalışmada kullanılan çubukların parametreleri şu şekildedir:

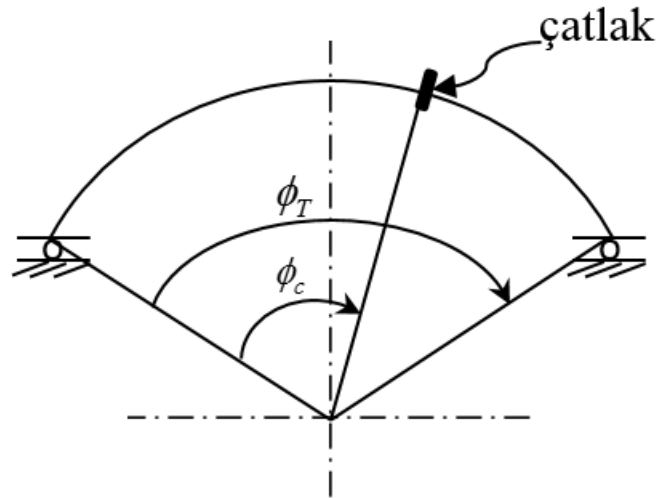
$$\phi_T = 120^\circ, E = 206000 \text{ MPa}, G = 80000 \text{ MPa}$$

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3, R = 1000 \text{ mm}, h = 15 \text{ mm}, b = 45 \text{ mm}$$

Çizelge 5.3 : Sabit-sabit sınır şartlarındaki çatlaksız çubuğa ait doğal frekans değerleri.

Mod no.	$\phi_T = 120^\circ$		
	[44] Deneysel	Bu Çalışma	[44] Analitik
1	24.52	24.44	24.62
2	61.78	61.69	62.14
3	118.05	119.04	119.92
4	184.11	188.15	189.52
5	269.02	277.07	279.09

Ardından yine aynı çalışmada [44], eksen üzerindeki konumları aynı olan fakat farklı derinlikteki çatlığa sahip üç çubuğun doğal frekans değerleri hem analitik hem de deneysel olarak elde edilmiştir. Sonuçlar, bu tez çalışmasında önerilen yeni çatlaklı çubuk eleman ile modellenmiş çubuklardan elde edilen doğal frekans değerleri ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 5.2 : Cerri ve diğerleri [44] tarafından kullanılan çubuk.

Çizelge 5.3 ve 5.4'ten görülebileceği üzere, bu çalışmada elde edilen ilk 5 doğal frekans hem çatlaklı hem çatlaksız çubuk için Cerri ve diğerlerinin [44] deneysel sonuçları ile uyumludur. ϕ_c , sol taraftaki mesnete göre çatlağın çubuk eksenindeki konumudur. Bunun yanında bu tez çalışmasında elde edilen tüm doğal frekanslar; Cerri ve diğerlerinin [44] elde ettiği analitik değerlere kıyasla, deneysel sonuçlara daha çok uyumludur.

Bunun yanında, bu tez çalışmasında deneysel olarak çatlaksız ve çatlaklı çember eksenli dikdörtgen kesitli eğri eksenli çubukların doğal frekansları elde edilmiştir. Deney düzeneği Şekil 5.2 ve 5.4'te görülmektedir. Çubukları uyarmak için Brüel&Kjaer (BK) 8206 çekici kullanılmıştır. Çubuğun titreşim cevabı sinyalleri ise CLV -2534 Compact Laser Vibrometer yardımıyla ölçülmüştür. Elde edilen sinyallerin toplanması BK PULSE 3050-A-060 adlı donanım ve BK -PULSE LabShop yazılımı ile yapılmıştır. Ardından sinyallerin işlenip, doğal frekansların elde edilmesi ME'SCOPE 5.0 TM yazılımı sayesinde olmuştur.

Çizelge 5.4 : Sabit-sabit sınır şartlarındaki çatlaklı çubuğa ait doğal frekans değerleri.

Mod no.	$\phi_c = 76.5^\circ$ Çatlak Derinliği 2.5 mm			$\phi_c = 76.5^\circ$ Çatlak Derinliği 5 mm			$\phi_c = 76.5^\circ$ Çatlak Derinliği 7.5 mm		
	[44] Deneysel	Bu Çalışma	[44] Analitik	[44] Deneysel	Bu Çalışma	[44] Analitik	[44] Deneysel	Bu Çalışma	[44] Analitik
1	24.48	24.41	24.61	24.40	24.34	24.54	24.32	24.16	24.29
2	61.72	61.68	62.14	61.66	61.64	62.11	61.60	61.56	62.01
3	117.76	118.83	119.81	117.11	118.17	119.24	116.43	116.67	117.15
4	184.03	188.04	189.48	183.91	187.72	189.22	183.81	187.00	188.32
5	268.24	276.93	279.02	268.43	276.49	278.64	267.94	275.53	277.23

Yapılan deneyde, toplamda 2 adet çubuk, ilk önce üzerlerinde herhangi bir hasar bulunmazken; ardından üzerlerinde çatlak varken ölçüm alındı (Şekil 5.8). Şekil 5.5'te çubuk üzerindeki çatlak gösterilmiştir. Çubuklar $\phi_r = 180^\circ$ eksen açıklığına sahip olup, çubuk parametreleri;

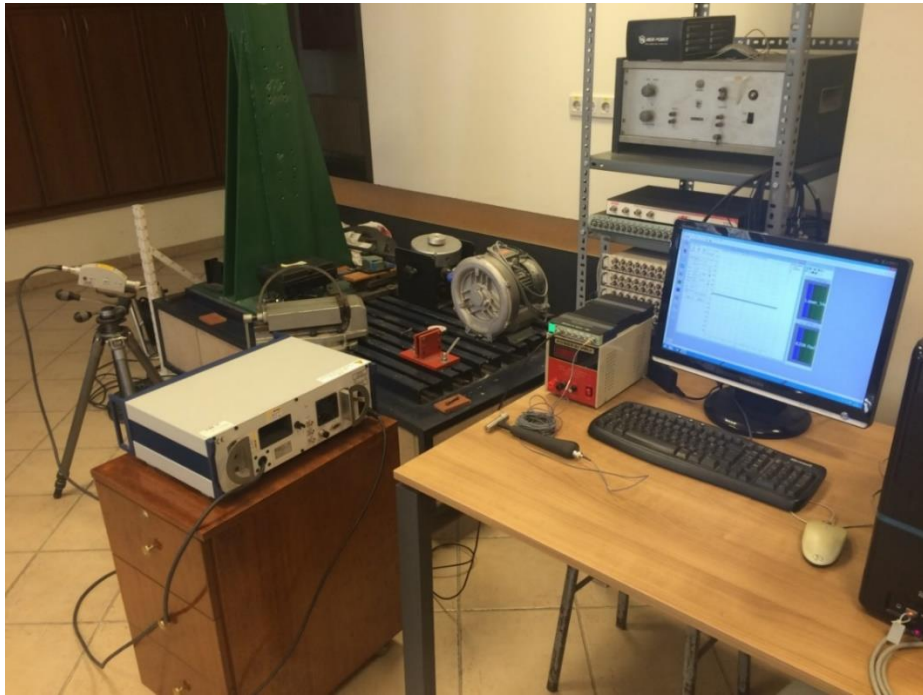


Şekil 5.3 : Deney düzeneği.

$$E = 1.90 \times 10^{11} \text{ Pa}, \quad \nu = 0.3, \quad h = 10 \text{ mm},$$

$$b = 8 \text{ mm}, \quad R = 140 \text{ mm}, \quad \rho = 7850 \text{ kg/m}^3, \quad k_n = 6/5$$

alınmıştır. Ankastre mesnetten referans alınır, çatlaklı çubuklarda ayrı ayrı $\phi_c = 54^\circ$ ve $\phi_c = 144^\circ$ 'de ve sırasıyla 2mm ve 3mm derinliğe sahip çatlaklar bulunmaktadır.

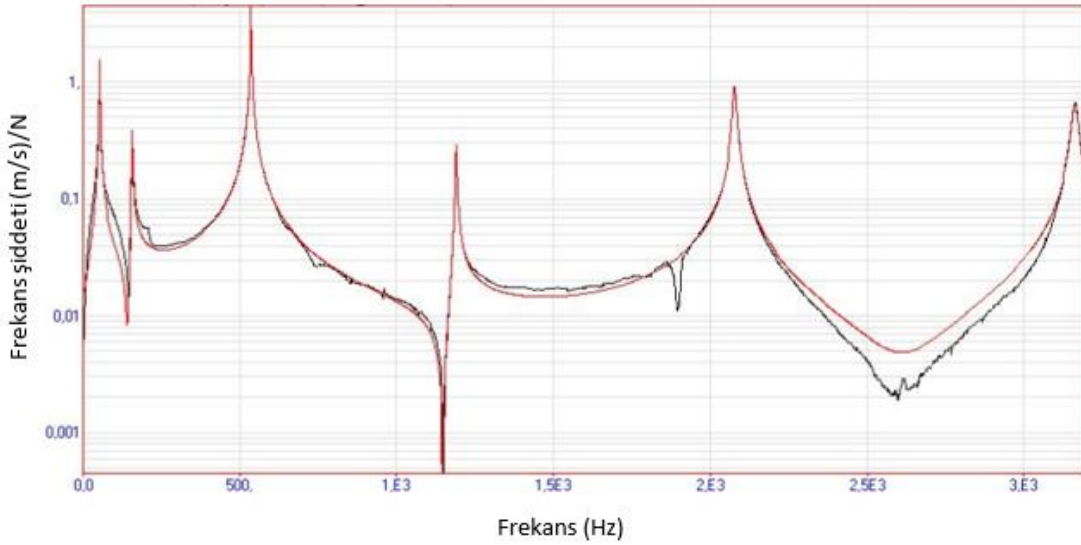


Şekil 5.4 : Deney düzeneği 2.

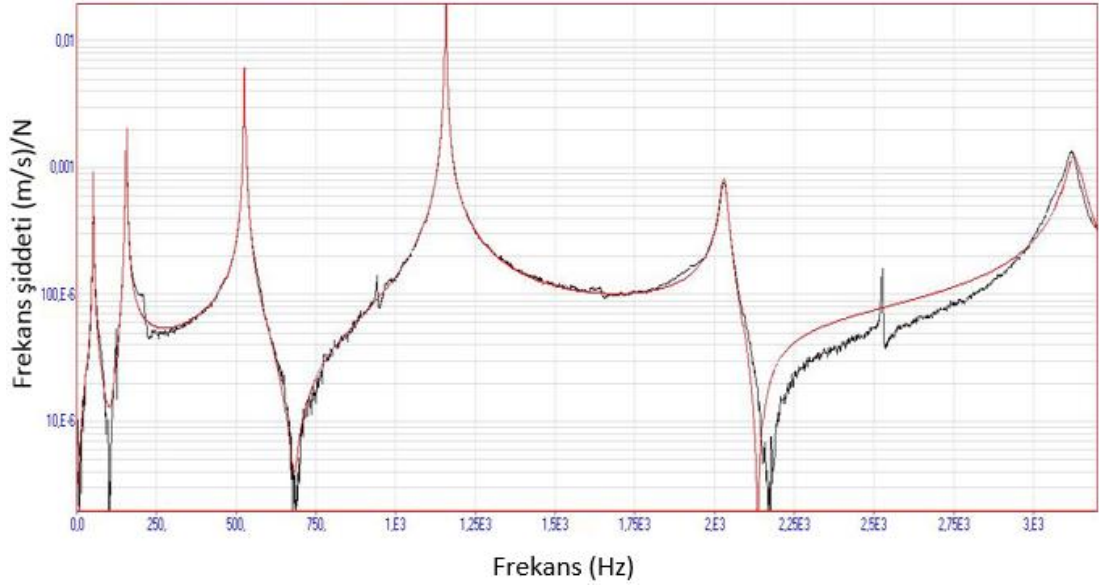


Şekil 5.5 : Bu çalışmadaki deneyde kullanılan çatlak.

Çubuklara uygulanan çekiç testi sonucunda elde edilen frekans tepki fonksiyonu (FRF) grafiği Şekil 5.6 ve Şekil 5.7’de gösterilmiştir. Şekil 5.6, çatlaksız 1. numuneye ait FRF cevabıdır. Şekil 5.7 ise çatlaklı 2. numune ait FRF cevabıdır. Şekillerdeki siyah eğriler, yapılan çekiç testi sonucu elde edilen eğri; kırmızı eğriler ise kullanılan yazılımın modal parametreleri elde ederek oluşturduğu frekans tepki fonksiyonudur.



Şekil 5.6 : Çatlaksız 1. numuneye ait deneyden elde edilen FRF cevabı.



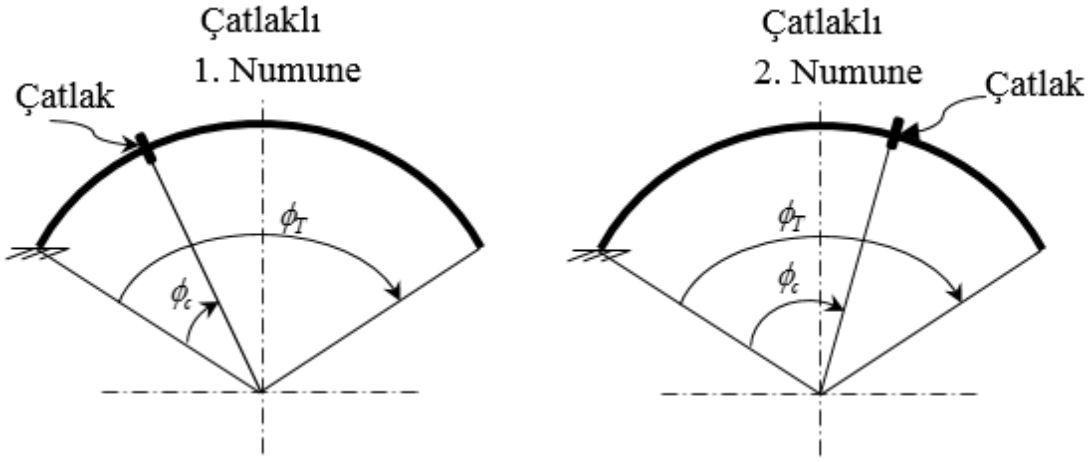
Şekil 5.7 : Çatlaklı 2. numuneye ait deneyden elde edilen FRF cevabı.

Çizelge 5.5 : Ankastre-serbest sınır şartlarındaki çubuklara ait doğal frekans değerleri.

Mod no.	1. Numune				2. Numune			
	Çatlaksız		$\phi_c = 54^\circ$ Çatlak Derinliği 2 mm		Çatlaksız		$\phi_c = 144^\circ$ Çatlak Derinliği 3 mm	
	Deney	SEY	Deney	SEY	Deney	SEY	Deney	SEY
1	50.30	50.16	49.79	49.83	50.01	50.16	50.0	50.15
2	155.11	158.05	154.86	157.75	153.35	158.05	152.95	157.70
3	534.56	538.44	529.15	535.50	529.90	538.44	525.504	532.08
4	1189.10	1194.33	1184.97	1193.06	1179.43	1194.33	1155.38	1170.34
5	2077.34	2070.19	2063.56	2065.83	2060.02	2070.19	2028.65	2037.49

Çizelge 5.5’de verilen deneysel sonuçlar, çubuk üzerinden farklı konumlarda alınan 3 ölçüm değerinin ortalaması olarak verilmiştir. Bu tez çalışmasındaki deney sonucu elde edilen frekanslar ile sonlu eleman yöntemi (SEY) sonucu elde edilen frekanslar arasında %3.06 ‘dan az hata payı vardır. Bu çalışmadaki yeni çatlaklı çubuk eleman ile modellenmiş sonlu eleman yöntemi ile elde edilen sonuçlar; [44]’in deney çalışmasında elde edilen doğal frekans sonuçlarına göre ise %2.6 ‘dan az hata payına sahiptir. Ayrıca bu çalışmadaki yeni çatlaklı çubuk eleman ile modellenmiş sonlu eleman yöntemi sonucu elde edilen doğal frekansların; Cerri ve diğerlerinin [44] kendi analitik yöntemiyle bulduğu doğal frekans sonuçlarına kıyasla, deneysel

sonuçlara daha yakın olduğu görülmektedir. Hem [44]'de hem de bu çalışmada yapılan deneysel ölçümlerin, ölçüm hataları içerdiği unutulmamalıdır.



Şekil 5.8 : Bu çalışmadaki deneyde kullanılan çatlaklı çubuklar.

Ayrıca verilen teorik çubuk parametrelerin, gerçekteki değerlerden sapma yapacağı da belirtilmelidir. [44]'de kesit alanı ölçüleri için 0.15 mm'ye kadar sapma olabileceği belirtilmiştir.

6. TERS PROBLEM YOLUYLA ÇUBUKLARDA ÇATLAK TESPİTİ

Çubuklar, tekrarlı yüklere maruz kalan yapılarda en çok kullanılan yük taşıma elemanlarıdır. Çatlak ise, çubukların kırılmasına sebep olan önemli hata kriterlerinden biridir. Çubukların bu şekilde kırılmasını engellemek için, çatlağın ilerlemesine izin vermeden; onu önceden tespit etmek oldukça önemlidir.

Bir yapıda çatlağın bulunması; onun tasarım amacını yerine getirmesini risk altına sokmaktadır. Yapının kırılması için en temel sebep, malzemenin tekrarlı yükler altında yorulması ve akabinde gelen çatlak oluşumu ile çatlağın ilerlemesidir. Dolayısıyla, yapıdaki çatlağın konumunu ve derinliğini tespit edebilen yöntemler, araştırmacıların ilgi odağı halindedir.

Ters problem, düz problemin aksine; cevaplardan hareket ederek, cevabı oluşturan nedeni bulma üzerine kurulu bir yaklaşımdır. Ters problemin çözümü için, analitik yöntemler, problemin zorluğu ve çözümün alacağı vakit açısından yeteri kadar verimli değildir. Dolayısıyla hesaplamalı yöntemlerden ziyade; yapay zekaya dayalı, belirli bir tolerans aralığı içindeki hassasiyete dayanan, yaklaşımsal, esnek hesaplamalı yöntemler kullanılmaktadır.

Bu tez çalışmasında, doğal frekanslardan yola çıkarak çatlağın eksen üzerindeki konumu ve derinliğini tespit etmek, ters problem olarak adlandırılmaktadır. Ters problemin çözümü için, düzlemsel eğri eksenli çubukların düzlem içerisindeki hareketini ifade eden diferansiyel denklem takımının kesin çözümü sonlu eleman yöntemi formülasyonuna uyarlanmış; ardından çatlaklı ve çatlaksız çubukların doğal frekansları karşılaştırılarak, bir optimizasyon yöntemi olan genetik algoritma yardımıyla ters problemin çözümü gerçekleştirilmiştir. Bu bölümde verilecek sonuçlarda, sonlu eleman yönteminde kullanılan eleman sayısı 100'dür.

6.1 Genetik Algoritma

Ters problemin çözümü, en basit haliyle bir optimizasyon problemi olarak düşünülebilir. Optimizasyon ise en temel anlamıyla bir şeyi daha iyi hale getirmek

olarak tanımlanabilir. Matematiksel olarak düşünülduğünde ise, bir fonksiyonu en yüksek büyüklüğe çıkaracak ya da en düşük büyüklüğe indirecek değişkenleri bulmak olarak tanımlanabilir. Genetik algoritma, Darwin'in evrim teorisi temeline dayanan bir optimizasyon yöntemidir. Bu yöntem, popülasyondaki bireyleri, belirlenmiş kurallar dahilinde evrime uğramasına izin vermekte ve bu sayede sistemin performans ölçütünü (uygunluk fonksiyonunu) sağlamaktadır. Yöntem ilk olarak 1975 yılında John Holland [45] tarafından geliştirilmiş; ardından öğrencisi David Goldberg sayesinde popülerleşmiştir. Goldberg, genetik algoritmayı kullanarak yaptığı tezi ve ardından genetik algoritma ile ilgili yazdığı kitabı [46] ile birlikte, GA'ya büyük katkılarda bulunmuştur.

Popülasyondaki birey sayısı ve uygunluk fonksiyonu belirlendikten sonra; genetik algoritma, bireyleri doğal seçim, çaprazlama ve mutasyon işlemlerine sokup; en iyi bireyi elde ettikten sonra içindeki parametreleri göstermektedir. En iyi bireyi bulmak için geçecek olan süre, arzu edilen şekilde, iterasyon sayısına, uygunluk fonksiyonundaki değişim oranına veya en iyi bireydeki parametrelerin değişim oranına göre belirlenebilir. Genetik algoritma ile ilgili daha ayrıntılı bilgiler Haupt ve Haupt [47]'un çalışmasından elde edilebilir. Bu tez çalışmasında, MATLAB yazılımındaki genetik algoritma paket programcısından yararlanılmıştır.

6.1.1 Başlangıç popülasyonu

Genetik algoritmada, popülasyonu oluşturan her birey, optimize edilecek değişkenlere sahiptir. Bu tez çalışmasında bu değişkenler, çatlağın eksen üzerindeki konumu ve çatlağın derinliğidir. İlk olarak popülasyonu oluşturacak birey sayısı seçilir. Fazla sayıda bireye sahip popülasyon seçmek, daha yakınsak sonuçlar elde edilmesini sağlayabilecek olsa da; hesaplama süresini çok uzatacaktır. En ideal sayı, genellikle deneme-yanılma yöntemi ile bulunmaktadır. Bu tez çalışmasında, popülasyondaki birey sayısı 100'dür.

6.1.2 Uygunluk fonksiyonu

Uygunluk fonksiyonu; gerçekte olması gereken doğal frekans değerleri ile sonlu eleman yöntemi formülasyonu sonucu elde edilen doğal frekansların farklarının minimize edilmesi şeklindedir. Fonksiyonun parametreleri, çatlağın eksen üzerindeki konumu ve çatlağın derinliğidir. Fakat deneysel yollarla elde edilen doğal frekanslar; hem test hatalarına, hem de teorik olarak düşünülen malzeme sabitlerinin deneyde

kullanılan malzeme ile birebir örtüşmemesinden doğan hatalara sahiptir. Bu hataları oldukça düşük seviyeye çekebilmek için bağıl farklar minimize edilmiştir. Dolayısıyla uygunluk fonksiyonu f ,

$$f = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i \left(\frac{\Delta_i^{deney} - \Delta_i^{sey}}{\Delta_i^{deney}} \right)^2} \quad (6.1)$$

şeklinindedir. Burada Δ_i^{deney} , i 'inci doğal frekans modu için, deneysel olarak elde edilen çatlaksız ve çatlaklı doğal frekansların farkıdır. Δ_i^{sey} ise, bu tez çalışması ile elde edilen yeni çatlaklı çubuk eleman ile uygulanmış sonlu eleman formülasyonu sonucu elde edilen çatlaksız ve çatlaklı i 'inci doğal frekans modunun farkıdır. n ise hesaplamada kullanılan doğal frekans sayısıdır. Bu tez çalışmasında ilk beş doğal frekans dikkate alınmıştır. w_i ise, özellikle yüksek modlardaki frekansları etkileyebilecek olan, ölçüm limitlerinden kaynaklı sonuç kirliliğini ortadan kaldırmak için kullanılan bir parametredir. Bu tez çalışmasında, $w_i = 1/i$ olarak kullanılmıştır. Hem uygunluk fonksiyonu f hem de w_i parametresi Casciati'nin [48] çalışmasına göre seçilmiştir. Fakat bahsi geçen çalışmada kullanılan doğal frekansların mutlak farkları yerine, yukarıda belirtilen bağıl farklılıklar kullanılmıştır. Uygunluk fonksiyonunda bağıl farklılıkların kullanılma nedeni, deneysel ölçümler sırasında yapılan deney hatalarını minimize etmektir.

6.1.3 Doğal seçim

Popülasyondaki birey sayısı ve uygunluk fonksiyonu belirlendikten sonra; genetik algoritma her bireyin değişkenlerine rastgele başlangıç değerleri atar. Ardından uygunluk fonksiyonunu minimize edebilenler sistem içerisinde kalmaya devam ederken; fonksiyonu yeterince minimize edemeyenler genetik algoritma tarafından sistemin dışında bırakılır, silinir. Elde kalan bireyler, bir sonraki adım olan çaprazlama işlemi için kullanılacaktır.

6.1.4 Çaprazlama

Çaprazlama, doğal seçim aşamasını geçebilmiş, yani uygunluk fonksiyonunu görece diğer bireylere göre daha minimize edebilmiş bireyler arasında uygulanır. Bu

işlemede, doğal seçim sonrası hayatta kalmayı başarabilen iki birey rastgele seçilerek; sahip oldukları değişkenler birbiriyle yer değiştirilir.

6.1.5 Mutasyon

Çaprazlama işlemi, popülasyondaki bireyler için yeni değişkenler oluşturmamakta, sadece bireylerin değişkenlerini birbirleri ile değiştirmektedir. Sistem içinde yeni değişkenler oluşmadığı için, optimizasyon sonucu yeteri yakınsaklıkta sonuçlar elde edememe riski doğmaktadır. Dolayısıyla, genetik algoritma mutasyon işlemi uygulamaktadır. Bu işlemde, uygunluk fonksiyonunu en çok minimize edebilen elit bireyler hariç; geri kalan bireylerin bazı değişkenleri değişime uğratılmaktadır.

6.1.6 İterasyon

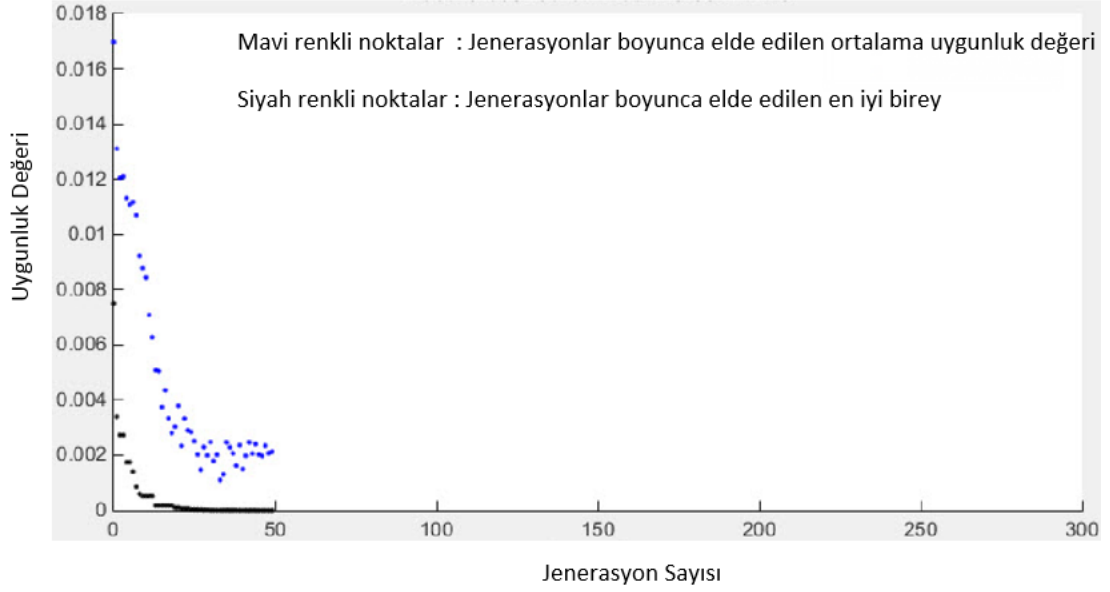
Mutasyon işlemi sonrası, popülasyondaki bireyler teker teker uygunluk fonksiyonuna sokulur. Böylece bir bireyin uygunluk fonksiyonunu ne kadar minimize edebildiği hesaplanmış olur. Her bir iterasyon sonundaki uygunluk değerlerinin jenerasyonlar boyunca değişimi Şekil 6.1’de örnek olarak görülebilir.

6.1.7 Durma kriteri

İterasyon işlemi sonrası, her bir birey için elde edilen uygunluk fonksiyonu sonuçları değerlendirmeye alınır. Eğer istenilen uygunluk değeri sağlanmışsa döngü durdurulur ve en iyi bireyin değişkenleri okunur. Bu tez çalışmasında kullanılan döngüyü durdurma kriterleri,

- en iyi bireyin uygunluk değerinin 10^{-6} değerine ulaşması
- jenerasyon başına uygunluk değerindeki değişimin 10^{-6} ‘dan küçük olması
- istenen uygunluk değerinin 300 jenerasyon ile dahi elde edilememesi

şeklindedir.



Şekil 6.1 : Genetik alitmadaki yakınsaklık.

6.2 Keyfi Seçilmiş Çubuk Ve Üzerindeki Çatlağın Tespiti

Bu bölümde, keyfi seçilmiş çubuk malzemesi ve geometrisine sahip çember eksenli ve dikdörtgen kesitli çubuk ele alınmıştır. Ardından çubuk eksenli üzerinde yine keyfi bir konumda ve derinlikte çatlak olduğu düşünülmüştür. Hem çatlaksız hem de çatlaklı eğri eksenli çubuklar, bu tez çalışmasındaki sonlu eleman formülasyonu ile modellenmiştir. Düz problem yoluyla sonlu eleman formülasyonu ile doğal frekanslar elde edilmiştir. Ardından elde edilen frekanslar sistemin bir cevabı olarak kullanılarak; sonlu eleman formülasyonuna genetik algoritma yardımıyla ters problem uygulanmıştır. Sonucunda çatlağın konumunun ve derinliğinin bulunması amaçlanmıştır. Sonuçlar Çizelge 6.1 ile paylaşılmıştır. Kullanılan çubuk malzemesi ve geometrisinin özellikleri,

$$R = 1 \text{ m}, \quad \phi_T = 90^\circ, \quad E = 2.10^{11} \text{ N/m}^2, \quad k_n = 6/5,$$

$$\nu = 0.3, \quad h = 0.01 \text{ m}, \quad b = 0.01 \text{ m}, \quad \rho = 7800 \text{ kg/m}^3$$

olarak alınmıştır. k_n kayma gerilmesinin çubuk kesitine üniform dağılmasını ifade eden bir faktördür. ν poisson oranı, ρ yoğunluk, ϕ_T eksen açılığı, E elastisite modülü, R çubuğun eğriliğidir. Dikdörtgen kesitli olan çubuk için h en, b boydur.

Çizelge 6.1 : Rastgele seçilmiş çatlak parametreleri ve ters problem yoluyla tespiti.

Çatlak Değerleri		Ters Problem		Mutlak Hata	
ϕ_c (derece)	Derinlik (mm)	ϕ_c (derece)	Derinlik (mm)	ϕ_c (derece)	Derinlik (mm)
45	5	45	5	0	0
56.43	7	56.43	7	0	0
24.66	4	24.66	4	0	0

Çizelge 6.1'ten görülebileceği üzere; amaçlanan çatlak parametreleri, ters problem yardımıyla hatasız olarak bulunmuştur.

6.3 Literatürdeki Çalışmada Kullanılan Çubuklardaki Çatlağın Tespiti

Bu bölümde, Cerri ve diğerlerinin [44] çalışmasında verilen deneysel olarak elde edilmiş ile elde edilmiş çatlaklı ve çatlaksız eğri çubuğun doğal frekans değerleri kullanılarak; ters problem yoluyla çatlağın eksen üzerindeki konumu ve derinliği tespit edilmeye çalışılmıştır. Bahsi geçen çalışmada, aynı konumda fakat 3 farklı derinliğe sahip çatlaklı eğri çubuklar kullanılmış ve doğal frekanslar çekiç testi yoluyla elde edilmiştir. Bu doğal frekanslar değerleri 5. bölümde Çizelge 5.4 olarak verilmiştir. Şimdi ise bu doğal frekans değerleri modele giriş bilgileri olarak girilerek, ters problem yoluyla, doğal frekanslarını bildiğimiz çubuklar için çatlağın eksen üzerindeki konumu ve derinliği tespit edilmiştir. Çizelge 6.2'de sonuçlar paylaşılmıştır.

Çizelge 6.2 : [44]'te kullanılan çubuklar için çatlağın tespiti.

Çatlak Değerleri [44]		Ters Problem		Mutlak Hata	
ϕ_c (derece)	Derinlik (mm)	ϕ_c (derece)	Derinlik (mm)	ϕ_c (derece)	Derinlik (mm)
76.5	2.5	74.36	3.59	2.14	1.09
76.5	5	75.35	5.17	1.15	0.17
76.5	7.5	74.99	6.43	1.51	1.07

Çizelge 6.2'den görülebileceği üzere; amaçlanan çatlak parametreleri, ters problem yardımıyla oldukça düşük mutlak hatalar ile bulunmuştur.

6.4 Deneyde Kullanılan Çubuklardaki Çatlak Tespiti

Bu bölümde; 5. bölümde Çizelge 5.5 ile detayları paylaşılan, İstanbul Teknik Üniversitesi Makina Fakültesi'ndeki Mukavemet Birimi Laboratuvarı'nda yapılan test sonuçları ile elde edilen doğal frekanslar yardımıyla eğri eksenli çubuk üzerindeki çatlağın eksen üzerindeki konumu ve derinliği tespit edilmeye çalışılmıştır.

Çizelge 6.3 : Deneyde kullanılan çubuklar için çatlağın tespiti.

Çatlak Değerleri		Ters Problem		Mutlak Hata	
ϕ_c (derece)	Derinlik (mm)	ϕ_c (derece)	Derinlik (mm)	ϕ_c (derece)	Derinlik (mm)
54	2	50.72	2.44	3.28	0.44
144	3	136.79	2.62	7.21	0.38

Çizelge 6.3'den görülebileceği üzere; mevcut çatlağın parametrelerine, ters problem yardımıyla fiziksel manası oldukça düşük olan mutlak hatalar ile yaklaşılabilmiştir. Dolayısıyla bu tez çalışmasında elde edilen yeni bir çatlaklı çubuk eleman ile modellenmiş sonlu eleman formülasyonundan elde edilen sonuçlar oldukça uyumludur.



7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, aksel uzama, kayma deformasyonu ve dönme eylemsizliği etkileri göz önünde bulundurularak, eğri aksel çubukların düzlem içi statik denklemleri analitik olarak verilmiştir. Ardından bu statik denklemler, başlangıç değerleri problemi yardımıyla çözülmüştür. Böylece eğri aksel çubukların düzlem içi statik problemlerinin kesin çözümü elde edilmiştir.

Düzlem içi statik problemler için elde edilen kesin çözüm, çember aksel ve sabit kesitli çubuklar için sonlu eleman yöntemine uyarlanmıştır. Sonlu eleman yöntemini uygulamak için ihtiyaç olan rijitlik ve kütle matrisleri; kesin çözümden elde edilmiştir. Elde edilen rijitlik ve kütle matrisi, kesin çözümden elde edildiği için, geleneksel sonlu eleman yöntemine göre oldukça iyi sonuçlar vermektedir.

Çubuğun içerisinde bulunan bir çatlak, çubuğun rijitliğini değiştirerek, doğal frekans ve titreşim modları gibi titreşim özelliklerinde değişim meydana getirmektedir. Bu sayede, zaman içerisinde yapının titreşim özelliklerindeki değişimi gözlemleyerek, çubuktaki çatlakın aksel üzerindeki konumu ve derinliği değerlendirilebilir. Bu yaklaşımdan yola çıkarak; bu tez çalışmasında, çubuktaki herhangi bir konumda ve derinlikte olan çatlakın yarattığı yerel esneklik sonucu değişen doğal frekans farklılıkları ortaya konarak, ters problem yaklaşımıyla çatlakın çubuk akseli üzerindeki konumu ve derinliği tespit edilmek istenmiştir.

Bu tez çalışmasında, çubuk üzerindeki herhangi bir konumda bulunan çatlakın yarattığı rijitlik değişimi, yerel esneklik matrisi ile tanımlanmış ve bu matrisin nasıl elde edildiği gösterilmiştir. Elde edilen yerel esneklik matrisinin, geçiş şartları yardımıyla çatlaksız çubuk elemanın rijitlik matrisinin içerisine analitik olarak nasıl dahil edildiği ortaya konulmuştur. Böylece, aksel üzerinde herhangi bir konumda ve derinlikteki çatlakla sahip eğri aksel bir çubuk için, sonlu eleman yöntemi formülasyonunda kullanılabilecek yeni bir çatlaklı çubuk eleman elde edilmiştir.

Üzerinde herhangi bir kusur bulunmayan çubuk eleman ve üzerinde çatlak bulunan çubuk eleman için rijitlik ve kütle matrisleri elde edildikten sonra; özdeğer problemi

yardımla doğal frekanslar elde edilmiştir. Farklı mesnetleme şartlarına göre elde edilmiş doğal frekanslar, literatürdeki sonuçlarla ve analitik çözümle karşılaştırılmıştır. Yeni çatlaklı çubuk elemanın, kesin çözümden uyarlanmış sonlu eleman formülasyonunda kullanılması sonucu, düzlemsel eğri eksenli çubukların serbest titreşim hareketine ait doğal frekansları oldukça hassas bir şekilde belirleyebildiği açıkça görülmektedir. Dolayısıyla, çubuk eksenli üzerindeki herhangi bir konumda ve derinlikteki çatlaklı çubuğu modellemek için; bu tez çalışmasında elde edilen yeni bir çatlaklı çubuk elemanın kullanılabileceği oldukça açıktır.

Türetilen yeni çatlaklı çubuk eleman ve çatlaksız çubuk eleman ile modellenen sonlu eleman formülasyonu sonucu; çatlaksız ve çatlaklı çubuklara ait doğal frekanslar, ters problemin çözümü için kullanılmış ve çatlak parametreleri olan çatlak eksen üzerindeki konumu ve derinliği tespit edilmeye çalışılmıştır. Ters problemin çözümünde, bir optimizasyon yöntemi olan genetik algoritma kullanılmıştır. Bu tez çalışmasında elde edilen yeni çatlaklı çubuk eleman kullanılarak uygulanmış sonlu eleman formülasyonuna; ters problem ile yaklaşılarak elde edilen çatlak parametreleri, literatürde bulunan çalışma ile ve İstanbul Teknik Üniversitesi Makina Fakültesi'ndeki Mukavemet Birimi Laboratuvarı'nda yapılan deney sonucu elde edilen değerler ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar açıkça göstermektedir ki, bu tez çalışmasındaki yeni çatlaklı çubuk eleman ile modellenen sonlu eleman formülasyonuna ters problem ile yaklaşılması sonucu elde edilen çatlak parametreleri, gerçek durum ile oldukça uyumludur. Dolayısıyla, çubuk üzerindeki çatlak eksen üzerindeki konumunun ve derinliğinin modellenmesi ve aynı zamanda tespiti için, bu tez çalışmasında elde edilen yeni çatlaklı çubuk eleman ileriki bilimsel çalışmalarda kullanılabilir.

Bundan sonra yapılacak çalışmalarda değişken eğrilikli ve değişken kesitli eğri eksenli çubuklar için aynı çalışmalar yapılabilir. Tek bir çatlak yerine birden fazla çatlak kullanılarak ters problem yaklaşımı gerçekleştirilebilir. Kalın çubuklar için gerilme şiddeti çarpanları tespit edilebilir ve aynı çalışmalar yapılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Kirshmer, P. G. (1944). The effect of discontinuities on the natural frequency of beams, *Proc. ASTM*, 44, 897-904.
- [2] Thomson, W. J. (1949). Vibration of slender bars with discontinuities in stiffness, *J. Appl. Mech.*, 17, 203-207.
- [3] Harrison, H. B. (1973). *Computer methods in structural analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- [4] Irwin, G. R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, *J. appl. Mech.*, 2,4, 361-364.
- [5] Bueckner, H. F. (1958). The propagation of cracks and the energy of elastic deformation, *Trans ASME*, 80, 1225-1229.
- [6] Westmann, R. A., Yang, W. H. (1967). Stress analysis of cracked rectangular beams, *J. appl. Mech.*, 32, 693-701.
- [7] Liebowitz, H., Vanderveldt, H., Harris, D. W. (1967). Carrying capacity of notched column, *Int. J. Solids Structures*, 3, 489-500.
- [8] Okamura, H., Liu, H. W., Chu, C.-S., Liebowitz, H. (1969). A cracked column under compression, *Engng Fracture Mech.*, 1, 547-564.
- [9] Dimarogonas, A. D. (1981). Buckling of rings and tubes with longitudinal cracks, *Mech. Res. Commun.*, 8, 179-186.
- [10] Anifantis, N., Dimarogonas, A. (1983). Imperfection post-buckling analysis of cracked columns, *Engng Fracture Mech.*, 18, 693-702.
- [11] Tada, H., Paris, P., Irwin, G. (1973). *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, Del. Re- search Corp., Hellertown/PA.
- [12] Dimarogonas, A. D. (1970). Dynamic response of cracked rotors, General Electric Co., Internal report, Schenectady, NY, U.S.A.
- [13] Dimarogonas, A. D. (1971). Dynamics of cracked shafts, General Electric Co., Internal Report, Schenectady, NY, U.S.A.
- [14] Dimarogonas, A. D. (1976). *Vibration Engineering*, West Publishers, St Paul.
- [15] Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. (1980). Identification of cracks in welded joints of complex structures, *J. Sound Vib.*, 69, 531.
- [16] Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. (1979). Identification of cracks in circular plates welded at the contour, *Design Eng. Tech. Conf.*, ASME, St. Louis/MO, paper 79-DET-106.
- [17] Isalik, A. M. (1967). Free vibrations of reinforced concrete bars with crack in flexure, *Soy. appl. Mech.*, 3, 71-73.

- [18] **Kumar, S., Petroski, H. J.** (1985). Plastic response to impact of a simply supported beam with a stable crack, *Int. J. Impact Engng.*, 3, 27-40.
- [19] **Pafelias, T.** (1974). Dynamic behaviour of a cracked rotor, General Electric Co., Technical Information Series, No. DF-74-LS-79.
- [20] **Adams, R. D., Cawley, P., Pye, C. J., Stone, B. J.** (1978). A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures, *J. Mech. Engng Sci.*, 20, 93.
- [21] **Yuen, M. M. F.** (1985). A numerical study of the eigenparameters of a damaged cantilever, *J. Sound Vibration*, 103, 301-310.
- [22] **Rizos, P. F., Aspragathos, N., Dimarogonas, A. D.** (1990). Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes, *J. Sound Vibration*, 138, 381-388.
- [23] **Crum, C.** (1986). Shaft crack detection, *Orbit*, 7, 1-2.
- [24] **Reznicek, M. E., Springer, W. T.** (1985). Damage assessment of transversely vibrating uniform beams containing a symmetric discontinuity, *Proc. 1985 SEM Spring Conf.*, pp. 404-409.
- [25] **Gu, S., Zhang, J., Jiang, J., He, C.** (1989). A vibration diagnosis approach to structural fault, *J. Vib. Acoust. Stress Reliab. Design*, 111, 88-93.
- [26] **Bastadzhian, A. Z., Strakhov, G. I., Chunareva, N. N.** (1990). Diagnostics of beam elements using calculated frequencies and modes, *Vib. Engng.*, 4, 31-36.
- [27] **Liang, R. Y., Choy, F. K., Hu, J. L.** (1991). Detection of cracks in beam structures using measurements of natural frequencies, *J. Franklin Institute*, 320, 505-518.
- [28] **Zhao, M., Luo, Z. H.** (1990). Convenient method for diagnosis of shafting crack, *A.S.M.E.*, 18, 29-33.
- [29] **Mehrjoo, M., Khaji, N., Moharrami, H., Bahreininejad, A.** (2008). Damage detection of truss bridge joints using artificial neural networks, *Expert Syst. Appl.*, 35, 1122–1131.
- [30] **Suresh, S., Omkar, S. N., Ganguli, R., Mani, V.** (2004). Identification of crack location and depth in a cantilever beam using a modular neural network approach, *Smart Mater. Struct.*, 13, 907–915.
- [31] **Karimi, I., Khaji, N., Ahmadi, M. T., Mirzayee, M.** (2011). System identification of concrete gravity dams using artificial neural networks based on a hybrid FE-BE approach, *Eng. Struct.*, 32, 3583–3591.
- [32] **Vakil-Baghmisheh, M. T., Peimani, M., Sadeghi, M. H., Ettefagh, M. M.** (2008). Crack detection in beamlike structures using genetic algorithms, *Appl. Soft Comput.*, 8, 1150–1160.
- [33] **He, Y., Guo, D., Chu, F.** (2001). Using genetic algorithms and finite element methods to detect shaft crack for rotor bearing system, *Math. Comput. Simul.*, 57, 95–108.

- [34] Mehrjoo, M., Khaji, N., Ghafory-Ashtiany, M. (2013). Application of genetic algorithm in crack detection of beam-like structures using a new cracked euler-bernoulli beam element, *Appl. Soft Comput.*, 13, 867–880.
- [35] Mehrjoo, M., Khaji, N., Ghafory-Ashtiany, M. (2014). New timoshenko-cracked beam element and crack detection in beam-like structures using genetic algorithm, *Inverse Prob. Sci. Eng.*, 22 (3), 359–382.
- [36] Horibe, T., Watanabe, K. (2006). Crack identification of plates using genetic algorithm, *Jpn. Soc. Mech. Eng.*, 49(3):403–10.
- [37] Saridakis, K. M., Chasalevris, A. C., Papadopoulos, C. A., Dentsoras, A. J. (2008). Applying neural networks, genetic algorithms and fuzzy logic for the identification of cracks in shafts by using coupled response measurements, *Comput. Struct.*, 86, 1318–1338.
- [38] Tüfekçi, E. (1994). *Eğri Eksenli Düzlemsel Çubukların Statik ve Dinamik Problemlerinin Analitik Çözümü*, (Doktora tezi), İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [39] Tüfekçi, E., Arpacı, A. (2006). Analytical Solutions of In-Plane Static Problems for Non-Uniform Curved Beams Including Axial and Shear Deformations, *Structural Engineering and Mechanics*, 22 (2), 131-150.
- [40] Yiğit, Ö. Ö. (2009). *Eğri Eksenli Değişken Kesitli Çubukların Statik ve Dinamik Problemleri*, (Doktora tezi), İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [41] Tufekci, E., Eroğlu, U., Aya, S. A. (2016). A New Two-noded Curved Beam Finite Element Formulation Based On Exact Solution, *Engineering with Computers*. Volume 33, Issue 2, pp 261–273.
- [42] Papaconomou, N., Dimarogonas, A. (1989). Vibration of cracked beams, *Comput. Mech.*, 5, 88–94.
- [43] Tüfekçi, E., Arpacı, A. (1998). Exact Solution of In-Plane Vibrations of Circular Arches with Account Taken of Axial Extension, Transverse Shear and Rotatory Inertia Effects, *Journal of Sound and Vibration*, 209(5), 845-856.
- [44] Cerri, M. N., Dilena, M., Ruta, G. C. (2008). Vibration and Damage Detection in Undamaged and Cracked Circular Arches: Experimental and Analytical Results, *Journal of Sound and Vibration*, 314, 83–94.
- [45] Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Ann Arbor: University of Michigan Press.
- [46] Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, MA.
- [47] Haupt, R. L., Haupt, S. E. (2004). *Practical Genetic Algorithms*, 2nd ed. John Wiley and Sons, New Jersey.
- [48] Casciati, S. (2008). Stiffness identification and damage localization via differential evolution algorithms, *Struct. Control Health Monit.*, 15, 436–449.



ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Can Altuğ İPEK
Doğum Tarihi ve Yeri : İstanbul / 05.07.1991
E-posta : canaltugipek@gmail.com

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2014, İstanbul Teknik Üniversitesi, Makina Mühendisliği Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü
- **Yüksek Lisans** : 2017, İstanbul Teknik Üniversitesi, Makina Mühendisliği Anabilim Dalı, Katı Cisimlerin Mekaniği Programı