

**T.C
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**LOKAL JEÖİD BELİRLEME
YÖNTEMLERİ: SAMSUN İLİ ÖRNEĞİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Selahattin BOLAT

Harita Mühendisliği Anabilim Dalı

**ŞUBAT 2013
SAMSUN**



T.C
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



HARİTA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**LOKAL JEÖİD BELİRLEME
YÖNTEMLERİ: SAMSUN İLİ ÖRNEĞİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Selahattin BOLAT
9210000180**

Tezin Savunma Tarihi : 06 Şubat 2013

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Yasemin ŞİŞMAN

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Harita Mühendisliği Anabilim Dalında
Selahattin Bolat Tarafından Hazırlanan

LOKAL JEOİD BELİRLEME
YÖNTEMLERİ: SAMSUN İLİ ÖRNEĞİ

başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından 06 / 02 / 2013 tarihinde yapılan sınav ile
YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Birol ELEVLİ
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Sebahattin BEKTAŞ
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Yasemin ŞİŞMAN
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

..... / / 2013

Prof. Dr. Recep TAPRAMAZ
Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Tez çalışmam boyunca bana destek olan, beni yönlendiren, sabır gösteren tez danışmanım ve değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Yasemin ŞİŞMAN'a teşekkürü bir borç bilirim. Çalışmalarım boyunca hep yanımda olan ağabeyim Yük. Müh. Alaidin BOLAT'a, bilgi ve tecrübelerini benden esirgemeyen değerli hocalarım; Prof. Dr. Sebahattin BEKTAŞ'a, Prof. Dr. Birol ELEVLİ'ye, Yrd. Doç. Dr. Aziz ŞİŞMAN'a ve Doç. Dr. Faik Ahmet SESLİ'ye, tez çalışmam boyunca bana anlayış gösteren ve desteklerini esirgemeyen Türkiye Petrolleri Anonim Ortaklığı'nın değerli yönetici ve idarecilerine teşekkürü bir borç bilirim.

Bu tezi en büyük destekçim, hayat arkadaşım, eşim Tuğba BOLAT'a, biricik kızım Şifa Nur BOLAT'a ithaf ediyorum.

Şubat, 2013

Selahattin BOLAT
(Harita Mühendisi)

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ	v
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ	ix
ÇİZELGELER LİSTESİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR	xiii
ÖZET	xv
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
1.1 Problemin Tanımı	3
1.2 Çalışmanın Amacı	4
2. GENEL BİLGİLER	7
2.1 Fiziksel Yeryüzü, Jeoid, Referans Elipsoidi	7
2.2 Yükseklik Kavramı.....	8
2.2.1 Jeopotansiyel sayı	9
2.2.2 Dinamik yükseklik	10
2.2.3 Normal yükseklik	10
2.2.4 Elipsoidal yükseklik	12
2.2.5 Ortometrik yükseklik	14
2.2.5.1 Geometrik nivelman ve ortometrik yükseklik hesabı	14
2.3 Yükseklik Belirleme Yöntemleri	17
2.3.1 Nivelman	17
2.3.2 GPS nivelmanı	18
2.4 Jeoid Belirleme	18
2.4.1 Türkiye’de jeoid belirlemenin tarihçesi	19
3. JEİD BELİRLEME YÖNTEMLERİ	23
3.1 Astrojeodezik Yöntemle Jeoid Belirleme	25
3.2 Gravite Değerlerine Göre Jeoid Belirleme	26
3.3 Sayısal Yoğunluk Modeli İle Jeoid Belirleme	26
3.4 Jeopotansiyel Model Yaklaşımı İle Jeoid Belirleme	27
3.5 Kombine Yöntemle Jeoid Belirleme (Remove-Restore)	28
3.6 GPS/Nivelman Yöntemine Göre Jeoid Belirleme (Jeoid Yüzey Modelleri).....	28
3.6.1 Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon	30
3.6.1.1 Mesafeyle ters ağırlıklı enterpolasyon yöntemi (IDW)	32
3.6.2 Polinomlarla enterpolasyon	34
3.6.2.1 Ortogonal polinomlarla enterpolasyon	34
3.6.2.2 Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon	36
3.6.2.3 En uygun polinomun belirlenmesi	37
3.6.3 Multiquadratik yüzey enterpolasyonu ile jeoid belirleme	38
3.6.4 Simpson enterpolasyonu	40
3.6.4.1 Voronoi diyagramı ve deleunay üçgenlemesi	40

3.6.4.2 Simpson enterpolasyon yöntemi.....	42
3.6.5 Non-Simpson enterpolasyon yöntemi	44
3.6.6 Geoistatiksel enterpolasyon yöntemi	45
3.6.6.1 Variogram analizi	46
3.6.6.2 Kriging Yöntemi ile Enterpolasyon	51
3.6.7 Kollakasyonla modelleme ile jeoid belirleme	57
3.6.8 Sonlu elemanlar yardımı ile jeoid belirleme	59
3.6.8.1 Parça-Tanımlı deneme fonksiyonları ile enterpolasyon	59
3.6.8.2 Üçgen elemanlarla enterpolasyon	61
3.6.9 Yapay sinir ağı tekniği ile jeoid belirleme	62
3.6.10 Bulanık mantık ile jeoid belirleme yöntemi	64
4. YAPILAN ÇALIŞMALAR	65
4.1 Çalışmanın Amacı	67
4.2 Çalışma Alanı	67
4.3 Verilerin Temin Edilmesi	68
4.4 Jeoid Yüzeylerinin Elde Edilmesi İçin Verilerin Düzenlenmesi	68
5. BULGULAR ve TARTIŞMA	75
5.1 Jeoid Belirlemede Kullanılan Yöntemler	75
5.1.1 Polinomlarla jeoid belirleme yöntemi(Matlab ve Excel)	75
5.1.2 Polinomlarla enterpolasyon yöntemi ile yapılan çözüm (Arc Map).....	78
5.1.3 IDW yöntemi ile yapılan çözüm	81
5.1.4 Kriging yöntemi ile yapılan çözüm	84
5.2 Belirlenen Jeoid Yüzeylerinin Karşılaştırılması	89
5.3 Test Noktalarının Ortometrik Yüksekliklerinin Elde Edilmesi	90
6. SONUÇ ve ÖNERİLER	93
KAYNAKLAR(Yazar Soyadına Göre Gösterim)	97
ÖZGEÇMİŞ	103

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1 : Fiziksel yeryüzü, jeoid, dönel elipsoid, referans elipsoidi	8
Şekil 2.2 : Jeoptansiyel sayı ve dinamik yükseklik	10
Şekil 2.3 : Normal yükseklik	11
Şekil 2.4 : Pizetti ve Helmert izdüşümü	13
Şekil 2.5 : Nivelman	14
Şekil 2.6 : Nivelman ve ortometrik yükseklik	15
Şekil 2.7 : Jeoid belirlemede kullanılan veri kaynakları	19
Şekil 2.8 : TG-1991 Jeoidi	20
Şekil 2.9 : GPS/Nivelman Jeoidi	21
Şekil 2.10: Düzenlenmiş Türkiye Jeoidi 1999(TG-99A)	21
Şekil 2.11: Yeni Türkiye Jeoidi(TG-2003)	21
Şekil 2.12: Türkiye Hibrid Jeoid Modeli-2009(THG-09)	22
Şekil 3.1 : Astrojeodezik çekül sapması	25
Şekil 3.2 : Ters ağırlık fonksiyonunda ağırlık mesafe ilişkisi	31
Şekil 3.3 : Gauss fonksiyonunda ağırlık mesafe ilişkisi	31
Şekil 3.4 : a)Ağırlıklı ortalama enterpolasyon ve dayanak noktaları b) Kritik daire c) Kritik dörtgen	32
Şekil 3.5 : Voronoi Diyagramı	41
Şekil 3.6 : Delaunay üçgenlemesi	41
Şekil 3.7 : Doğal komşuların gösterimi: (a) Orijinal Voronoi diyagramı ve x ; (b) x noktasının 1. derece ve 2 derece Voronoi çokgenleri	43
Şekil 3.8 : Non-Simpson enterpolasyonu	44
Şekil 3.9 : Deneysel variogram grafiği	47
Şekil 3.10: Örnek bir variogram modeli ve parametreleri	48
Şekil 3.11: Deneysel ve teorik variogram	48
Şekil 3.12: Nöron modeli	62
Şekil 4.1 : Uygulama işlem adımlarını gösterir iş akış şeması	66
Şekil 4.2 : Çalışma alanı	67
Şekil 4.3 : Dayanak ve test noktalarını gösterir harita	69
Şekil 4.4 : Dayanak noktaları	70
Şekil 4.5 : Histogram grafiği analizi	71
Şekil 4.6 : Normal QQ plot testi	71
Şekil 4.7 : Trend analizi	72
Şekil 4.8 : Voronoi üçgenlerini gösterir harita	72
Şekil 4.9 : Semivariogram testi	73
Şekil 5.1 : Dayanak noktaları için Excel programı üzerinde dengeleme hesabı	76
Şekil 5.2 : Katsayılar matrisinin Matlab programı ile hesaplanması	77
Şekil 5.3 : Test noktalarının ortometrik yüksekliklerinin belirlenmesi	77
Şekil 5.4 : Lokal polinomlarla enterpolasyon 1. aşama	79
Şekil 5.5 : Lokal polinomla enterpolasyon yöntemi 2. aşama	79
Şekil 5.6 : 0. derece polinomla elde edilen jeoid yüzeye ait raster	80

Şekil 5.7 : 2. derece polinomla elde edilen jeoid yüzeye ait raster	80
Şekil 5.8 : 6. derece polinom için elde edilen jeoid yüzeye ait raster	81
Şekil 5.9 : IDW yöntemi 1. aşama	82
Şekil 5.10 : IDW yöntemi 2. aşama	82
Şekil 5.11 : 1 IDW güç değeri için elde edilen jeoid yüzeye ait raster	83
Şekil 5.12 : 3.5 IDW güç değeri için elde edilen jeoid yüzeye ait raster	83
Şekil 5.13 : 10 IDW güç değeri için elde edilen jeoid yüzeye ait raster	84
Şekil 5.14 : Kriging enterpolasyonu 1. aşama	85
Şekil 5.15 : Kriging enterpolasyonu 2. aşama	85
Şekil 5.16 : Kriging enterpolasyonu 3. aşama	86
Şekil 5.17 : Kriging enterpolasyonu 4. aşama	86
Şekil 5.18 : Kriging enterpolasyonu 5. aşama	87
Şekil 5.19 : Ordinary kriging yöntemi ile elde edilen raster jeoid yüzeyi	87
Şekil 5.20 : Simple kriging yöntemi ile elde edilen raster jeoid yüzeyi	88
Şekil 5.21 : Universal kriging yöntemi ile elde edilen raster jeoid yüzeyi	88

ÇİZELGELER LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1: Jeoid için doğruluk değerleri	25
Çizelge 3.2: Ortogonal polinomlar, derecesi, adı ve eleman sayısı	35
Çizelge 3.3: Ortogonal olmayan polinomlar, derecesi, adı ve eleman sayısı	37
Çizelge 3.4: Çeşitli variogram modelleri	49
Çizelge 5.1: Belirlenen jeoid yüzeylerinin karesel ortalama hata çizelgesi	89
Çizelge 5.2: Polinomlarla enterpolasyon yöntemiyle belirlenmiş ortometrik yükseklikler	90
Çizelge 5.3: IDW yöntemiyle belirlenmiş ortometrik yükseklikler	91
Çizelge 5.4: Kriging yöntemiyle belirlenmiş ortometrik yükseklikler	91
Çizelge 5.5: Ortometrik yüksekliklerin karesel ortalama hatalarını gösterir çizelge	92

SİMGELER VE KISALTMALAR

N	: Jeoid Yüksekliği
H	: Ortometrik yükseklik
h	: Elipsoid yüksekliği
H*	: Normal yükseklik
H^{din}	: Dinamik yükseklik
g	: Gravite kuvveti
f	: Basıklık
a,b	: Elipsoidin büyük ve küçük yarı eksenleri
S(Ψ)	: Stokes fonksiyonu
C₀	: Nugget effect
C	: Variogramın yapısal bileşenleri için düşey ölçek değeri
a	: (Range) Variogramın yatay uzaklığı
C+C₀	: (Sill) Variogram fonksiyonunun toplam düşey ölçeği
β	: Ağırlık katsayısı(Power parametresi)
δ	: Düzleştirme parametresi
ζ	: Yükseklik anomalisi
η, ξ	: Çekül sapması bileşenleri
Φ, Λ	: Astronomik enlem ve boylam
φ, λ	: Jeodezik enlem ve boylam
e²	: Birinci eksentrisite
e¹²	: İkinci eksentrisite
$\gamma(s)$: Semivariogram
E	: Ümit değer
X,Y,Z	: 3 boyutlu Kartezyen koordinatlar
ED-50	: Avrupa Datumu 1950
EGM96	: Yer Jeopotansiyel Modeli-1996(Earth Geopotential Model 1996)
EGM08	: Yer Jeopotansiyel Modeli-2008(Earth Geopotential Model 2008)
OSU91A	: Ohio State University Gravitational Model 1991
EKKK	: En Küçük Karelerle Kolokasyon
GPS	: Ulusal Konum Belirleme Sistemi(Global Positioning System)
ITRF	: Uluslararası Yersel Referans Ağı(International Terrestrial Reference Frame)
WGS84	: World Geodetic System 1984
IRTF96	: 1996 yılında güncellenmiş ITRF
TUTGA	: Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı
TUTGA99A	: Güncelleştirilmiş Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı
TUDKA99A	: 1999 yılında güncellenen TUDKA
IDW	: Inverse Distance Weighted
BLUE	: Best Linear Unbiased Predictor
KOH	: Karesel Ortalama Hata
TG-76	: Türkiye Jeoidi-1976
TG-91	: Türkiye Jeoidi-1991
TDJ-92	: Türkiye Dopler Jeoidi-1992

TPDJ-92	: Pseudo WGS84 Doppler Jeoidi-1992
TAG-94	: Türkiye Astrojeodezik Jeoidi-1994
TG-99A	: Düzenlenmiş Türkiye Jeoidi-1999
TG-03	: Yeni Türkiye Jeoidi-2003
TG-09	: Türkiye Jeoidi-2009
THG-09	: Türkiye Hibrid Jeoid Modeli-2009
GNSS	: Global Navigation Satellite Systems
C1	: Birinci Derece Ulusal Ağ Noktası
C2	: İkinci Derece Ulusal Ağ Noktası
C3	: Üçüncü Derece Ulusal Ağ Noktası

LOKAL JEOİD BELİRLEME YÖNTEMLERİ: SAMSUN İLİ ÖRNEĞİ

ÖZET

Uydu teknolojilerinin gelişmesiyle birlikte önemi bir kat daha artan ve jeodezi, jeofizik gibi çalışma konusu yerküre olan disiplinlerde jeoid belirleme çalışmaları bilim adamlarının ilgi odağı haline gelmiştir. Jeoid ağırlık kuvveti potansiyelinin sabit olduğu noktaların oluşturduğu ortalama deniz yüzeyine yakın olan yüzeye denir. Jeoid kompleks bir yüzeydir ve matematiksel olarak kolayca tanımlanamaz. Jeodezide ölçmeler fiziksel yeryüzü üzerinde yapılır, öte yandan hesaplar ise boyutları belirlenmiş bir referans elipsoidi üzerinde yapılır. Jeoid ile referans elipsoidi birbiri ile çakışmazlar ve her iki yüzeyin merkezi yerin ağırlık merkezi ile çakıştırıldığında iki yüzey arasında fark oluşur ve bu farka jeoid yüksekliği ya da jeoid ondülasyonu adı verilir.

Jeoid belirleme denince, konumu bilinen bir noktadaki jeoid yüksekliğinin belirlenmesini sağlayabilen modelleme anlaşılır. Gelişen uydu teknolojileri prezisyonlu jeoid belirlemeyi jeodezinin önemli problemlerinden birisi haline getirmiştir. GPS teknolojisinin gelişmesi ile birlikte yatay ve düşey konum duyarlılığı fazla olan noktaların belirlenmesinde hızlı gelişmeler sağlanmıştır. GPS ile belirlenen elipsoidal yüksekliklerden pratikte kullanılan ortometrik yüksekliklere geçişte GPS ölçüleriyle daha duyarlı sonuçlar elde etme çalışmaları artmıştır. Bu çalışmada lokal jeoid modellerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Böylece daha sonra yapılabilecek çalışmalarda GPS ölçüleri sonrasında nivelman gibi ilave çalışmalara gerek kalmadan ortometrik yüksekliklere geçişin duyarlı bir şekilde sağlanması ve ayrıca belirlenen jeoid modellerin karşılaştırması yapılarak en uygun modelin hangisi olabileceğinin irdelenmesi hedeflenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Jeoid; Lokal Jeoid Belirleme; GPS/ Nivelman; Elipsoidal Yükseklik; Ortometrik Yükseklik.

LOCAL GEOID DETERMINATION METHODS: CASE STUDY IN SAMSUN

SUMMARY

With the developments of satellite technologies, increasingly more important and geodesy, geophysics disciplines such as working with the earth, the studies of geoid determination has become a focus of scientists. The surface that is close to average sea level and is consisting of the points where the force of gravity potential is constant is called the geoid. Geoid is a complex surface and it can't be defined easily mathematical. On the physical world geodetic is, on the other hand, calculates the dimensions of the ellipsoid set on a reference is made. Also, in geodesy, measurement are made on physical earth, on the other hand, calculations are done on dimension of a predetermined reference ellipsoid. The Geoid and the reference ellipsoid don't coincide each other and on both sides of the surface center are superposed with the center of gravity that occurs the difference between the two surfaces and this difference is called the geoid height or geoid undulation.

Geoid determination means, that determination of the height of the geoid modeling can provide a known point location to comprehend. Precision geoid determination developing satellite technology has become one of the important problems of geodesy. The positioning precision in horizontal and vertical directions has improved as a result of developing GPS technology. The studies to obtain orthometric heights from only GPS measurements have increased. In this study, it is aimed to determine the geometric local geoids. Thus the orthometric heights from GPS measurements, without any need to leveling measurements later, be provided and also, it has been aimed to scrutinize the most appropriate model by comparison of the determined geoid models.

Key Words: *Geoid; Local Geoid Determination; GPS/Leveling; Ellipsoidal Height; Orthometric Height.*

1. GİRİŞ

Jeodezinin temel görevlerinden bir tanesi, konum bilgisinin elde edilmesini ve harita mesleği ile ilgili olanların kullanımlarına pratik bir şekilde sunulmasını sağlamaktır. Uzay ve uydu teknikleri ile ve özellikle, küresel konum belirleme sistemlerinden yararlanılarak, dünyanın her yerinde sürekli olarak bir uzay zaman sisteminde doğru ve güvenilir konum bilgilerinin ekonomik olarak elde edilebilir olması, bu bilgilerin diğer konuma ilişkin bilgilerle birleştirilmesi, ekonomik değeri olan birçok sistem ve yöntemin geliştirilmesini, dolayısıyla uygulamaya sokulmasını sağlamıştır (Aksoy ve diğ., 1999).

Geçtiğimiz yüzyılın sonlarında uydularla konum belirleme sistemlerinde meydana gelen hızlı teknolojik gelişmeler sayesinde, GPS(Global Positioning System) tekniğini çeşitli meslek disiplinleri tarafından yaygın olarak kullanılabilir hale gelmiştir. Klasik yersel ölçme sistemlerinde noktaların yatay konumları ve yükseklik bilgileri farklı yöntemlerle belirlenmektedir. Bu durum, noktaların hem yatay konumlarının hem de yükseklik bilgilerinin elde edilmesinde işlem sayısını artırmakta zaman ve maliyet yönünden dezavantajlı bir sonuç doğurmaktadır. Ayrıca GPS ile yapılan ölçmelerde kullanılan yükseklik referans sistemleri ve elde edilen yükseklik konum bilgilerinin pratik hayatta kullanımı oldukça zahmetli ve yorucudur.

Yüksekliklerin belirlenmesinde konumsal doğruluk, ölçü süresi, uygulanabilirlik ve ekonomik kriterler yönünden değerlendirildiğinde, birbirinden farklı hidrostatik ölçme yöntemi, geometrik trigonometrik, barometrik nivelman ve GPS/ Nivelmanı gibi çeşitli ölçme yöntemleri kullanılmaktadır.

Jeoid karmaşık bir yüzeydir ve matematiksel olarak kolayca tanımlanamaz. Yeryuvarının şeklinin 1872 yılında Listing tarafından tanımlanması ve Jeoid olarak

adlandırılmasından sonra, bu şeklin belirlenmesi jeodezinin önde gelen çalışma alanlarından birisi olmuştur (Ayar, 2009). Gelişen uydu teknikleri jeoid belirlemenin önemini daha da artırmıştır. Bunun nedeni, jeoid yüksekliğinin uydulardan elde edilen elipsoidal yükseklikler ile nivelman ölçmeleri sonucu elde edilen ortometrik yükseklikler arasında bağ olmasıdır ve dolayısıyla uydu tekniklerinin rasyonel kullanılmasında jeoid önemli bir altyapıdır (Aksoy ve diğ., 1999).

Jeoid belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada jeoid yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellenmesidir (Ayar, 2009). Bu çalışmada jeoid belirleme; konumu bilinen bir noktada jeoid yüksekliğinin enterpolasyonuna olanak sağlayan bir modelin elde edilmesi anlamındadır.

Bu tez çalışmasında amaç; yatay konumu, elipsoid yükseklikleri ve ortometrik yükseklikleri bilinen noktalardan hareketle jeoid modellerinin oluşturulması ve yine yatay konuları ve elipsoid yükseklikleri bilinen ara noktalardaki ortometrik yüksekliklerin belirlenmesini sağlayan en hassas enterpolasyon yönteminin araştırılmasıdır.

Bu tez çalışması kapsamında, Samsun İli Metropolitan alanı uygulama sahası olarak seçilmiştir. Uygulamada kullanılan veriler, C1,C2,C3 derece nirengi noktaları ile TUTGA noktalarına ait ED50 ve ITRF datumunda olmak üzere 3 boyutlu koordinatlar olup Samsun Büyükşehir Belediyesi Su ve Kanalizasyon İdaresi(SASKİ) Genel Müdürlüğü tarafından, MNG Bilgisayar A.Ş.-Samsun Harita Ltd. Şti. Adi Ortaklığı'na 2005-2006 yılları arasında yaptırılan "Samsun Sayısal Fotogrametrik Haritaların Yapılması, İmar Uygulaması, Veri Toplanması ve Kent Bilgi Sistemi Kurulması Hizmet Alımı İşi"ne aittir. Söz konusu nirengi noktalarından bazıları uygulama için dayanak noktası olarak seçilmiş ve geriye kalan noktalar ise test noktası olarak belirlenmiştir. Dayanak noktalarında, lokal polinomlarla enterpolasyon, mesafeyle ters ağırlıklı (IDW) enterpolasyon ve kriging enterpolasyon yöntemleri kullanılarak jeoid ondulasyonlarını belirlemek amacıyla modeller oluşturulmuştur. Oluşturulan modeller üzerinden, test noktalarındaki jeoid ondulasyonları ve ortometrik yükseklikleri hesaplanmıştır. Hesaplanan ortometrik yüksekliklerle eldeki mevcut ortometrik yükseklikler karşılaştırılmış ve en hassas sonuç veren enterpolasyon yöntemi belirlenmeye çalışılmıştır.

1.1 Problemin Tanımı

Elipsoidal ve ortometrik yükseklikler jeodezide yaygın olarak kullanılan iki yükseklik sistemidir. GPS ile elde edilen h elipsoid yükseklikleri, bir referans elipsoidinden olan yüksekliklerdir. H ortometrik yükseklikler ise jeoide göre belirlenmektedir. Bu iki yükseklik sistemi arasında $h=H+N$ şeklinde bir ilişki vardır. Burada N jeoid yüksekliğidir. Bir yükseklik sisteminden diğerine geçiş iki yükseklik sistemi arasındaki jeoid yüksekliği değerinin bilinmesi ile mümkün olabilmektedir.

Pratikte kullanılan yükseklik, başlangıç yüzeyi olarak kabul edilen jeoid yüzeyinden olan uzaklıktır. Karaların altından da devam ettiği düşünülerek belirlenen ve ortalama deniz yüzeyine yakın ve potansiyeli W_0 olan jeopotansiyel yüzey, yeryüzü noktaları için başlangıç yüzeyi olup bu yüzey jeoid olarak adlandırılmaktadır (Yurt, 2006). Bu tanımlamaya göre, yeryüzündeki herhangi bir noktadan başlangıç olarak kabul edilen sıfır yükselteli jeoide çekül doğrultusunda inilen dikin boyu o noktanın ortometrik yüksekliği olarak anlaşılmaktadır.

Herhangi bir yeryüzü noktasının elipsoid normali boyunca elipsoid yüzeyinden olan uzaklığına elipsoid yüksekliği denir(Yurt, 2006). Elipsoid yüksekliği GPS ölçüleri ile üç boyutlu yer merkezli bir koordinat sisteminde seçilen referans elipsoidine göre belirlenmektedir. Elipsoidal yükseklikler geometrik yükseklikler olup, pratik ölçme, mühendislik ve jeofizik uygulamalarında pratik bir şekilde belirlenmesi zordur. Elipsoid yüksekliği tamamen geometrik bir değer olup yerin gerçek gravite alanı ile ilgili olmadığından fiziksel bir değer taşımaz. Pratikte kullanılan ortometrik yüksekliklerin başlangıç yüzeyi olan jeoidi ise matematiksel olarak ifade etmek zor olmaktadır. Bu durumda pratikte kullanılmayan elipsoidal yüksekliklerden kullanılabilen ortometrik yüksekliklere geçişin sağlanabilmesi gerekmektedir. Bu da ancak ortometrik yüksekliklerin başlangıç yüzeyi olan jeoid yüzeyinin üç boyutlu kartezyen sistemlerle ilişkilendirilebilen ve parametreleri belli olan bir referans elipsoidinden olan elipsoidal yüksekliklerinin bilinmesiyle mümkündür (Soycan, 2002).

GPS tekniği, başlangıçta navigasyon amaçlı geliştirilmiş olup yüksek doğrulukta konum ve yükseklik belirlemede etkin bir teknik olarak düşünülmemiştir (Park, 1998). GPS ile belirlenen yükseklik doğruluğunu kısıtlayan üç önemli etken vardır. Bunlar;

- Uydu konfigürasyonu ve geometrisi gibi sistem kaynaklı etkenler,
- GPS sinyallerinin atmosfer tabakalarından geçerken özellikle troposferde gecikmeye uğraması ve bunun modellenemesinin güçlüğü (Featherstone vd., 1998),
- GPS ölçmeleri ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerin pratikte kullanılmasının mümkün olmaması, hassas bir jeoid belirleme gerekliliği ve ortometrik yüksekliğe geçişteki hassasiyet kaybı,

olarak sıralanabilir.

GPS ile koordinatlandırılmış üç boyutlu konumsal ağlar geometrik bir sistem olmasına karşın mevcut yükseklik ağları düşey konumun jeopotansiyel ile ifade edildiği tek bileşenli fiziksel bir sistemdir. İki sistemi ilişkilendirmedeki asıl amaç, GPS ölçülerine göre daha yorucu ve zaman alıcı olan nivelman işlemini azaltarak GPS ile sorunu çözebilmektir.

Herhangi bir yeryüzü noktasından geçen nivo yüzeyinin potansiyeli (W_p) ile jeoidin potansiyeli (W_0) arasındaki fark, yeryüzü noktasının jeopotansiyel sayısı olarak adlandırılır. Jeopotansiyel sayılar seçilen sabit bir γ_0 normal gravite değerine bölünürse, uzunluk birimine geçilir ve böylece elde edilen yükseklikler dinamik yükseklik olarak ifade edilir. Herhangi bir yeryüzü noktasından geçen çekül eğrisi boyunca elipsoid yüzeyinden normal potansiyeli yeryüzü noktasının gerçek potansiyeline eşit olan noktaya kadar olan uzaklığa Normal yükseklik denir. Normal potansiyelleri eşit noktaların oluşturduğu yüzey de tellüroid yüzey olarak adlandırılır.

Elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere geçişte işlem adımlarının kısalması ve pratikte uygulamaların hız kazanması jeoid yüzeyinin modellenmesi ile mümkün olabilir. Bölgelerde jeoid ondülasyonları bilinen noktalardan hareketle oluşturulacak bir jeoid yüzey modelinin matematiksel ifadesi, ara noktaların jeoid ondülasyonlarının elde edilmesinde çok büyük yarar sağlayacaktır.

1.2 Çalışmanın Amacı

Yüksekliklerin bulunmasında nivelman işlemi hem zaman alıcı hem de yorucu ve aynı zamanda ekonomik açıdan maliyetlidir. Bu problemi GPS gözlemleri ile çözebilmek için ve bulunan ortometrik yüksekliklerin hassasiyetinden emin olabilmek için jeoid ondülasyonlarının hassas olarak belirlenmesi ve kontrol edilmesi

gerekir.

Bu tez çalışmasında amaç; yatay konumu, elipsoid yükseklikleri ve ortometrik yükseklikleri bilinen noktalardan hareketle jeoid modellerinin oluşturulması ve yine yatay konumları ve elipsoid yükseklikleri bilinen ara noktalardaki ortometrik yüksekliklerin belirlenmesini sağlayan en hassas eneterpolasyon yönteminin araştırılmasıdır.

Elipsoid ile jeoid normal olarak çakışmamaktadır. Bunun nedeni, elipsoidin matematiksel olarak tanımlanmasına karşılık jeoid analitik bir yüzey olmadığından matematiksel ifadesi oldukça güçtür (Soycan, 2002).

GPS ile ortometrik yükseklik belirleme ancak jeoid yüksekliğinin belirlenmesi ile mümkün olmaktadır. Dolayısıyla GPS'e dayalı ortometrik yükseklik doğruluğu, elipsoidal yüksekliğin ve jeoid yüksekliğinin doğruluğuna bağlıdır. Özellikle, 1990'lı yıllardan sonra GPS'in gelişimine paralel olarak "cm" doğruluklu jeoid elde etmeye yönelik girişim ve araştırmalarda artış göze çarpmaktadır (Park, 1998; Deniz ve diğ., 2001; Yiğit, 2003; Kılıçoğlu ve Fırat, 2003; Yılmaz, 2005; Yurt, 2006; Akiz, 2007; Yaprak, 2007; Ayar, 2009; Kılıçoğlu ve diğ., 2009; Türen, 2010; Kılıçoğlu ve diğ., 2011; Yıldız, 2012; Türkezer ve diğ., 2012).

Bu çalışmada öncelikle yükseklik kavramı ve jeoid belirleme yöntemleri incelenmiş ve daha sonra Samsun İli "Sayısal Fotogrametrik Haritaların Yapılması, İmar Uygulaması, Veri Toplanması ve Kent Bilgi Sistemi Kurulması" projesi verileri kullanılarak seçilen üç yöntem (lokal polinomlarla enterpolasyon yöntemi, IDW enterpolasyon yöntemi ve kriging enterpolasyon yöntemi) ile Samsun İli Metropolitan alanı için yerel jeoid yüzeyi belirlenmeye çalışılmıştır. Verilerin bir kısmı uygulama dayanak teşkil edecek şekilde kullanılırken, bir kısmı ise test için ayrılmıştır.

2. GENEL BİLGİLER

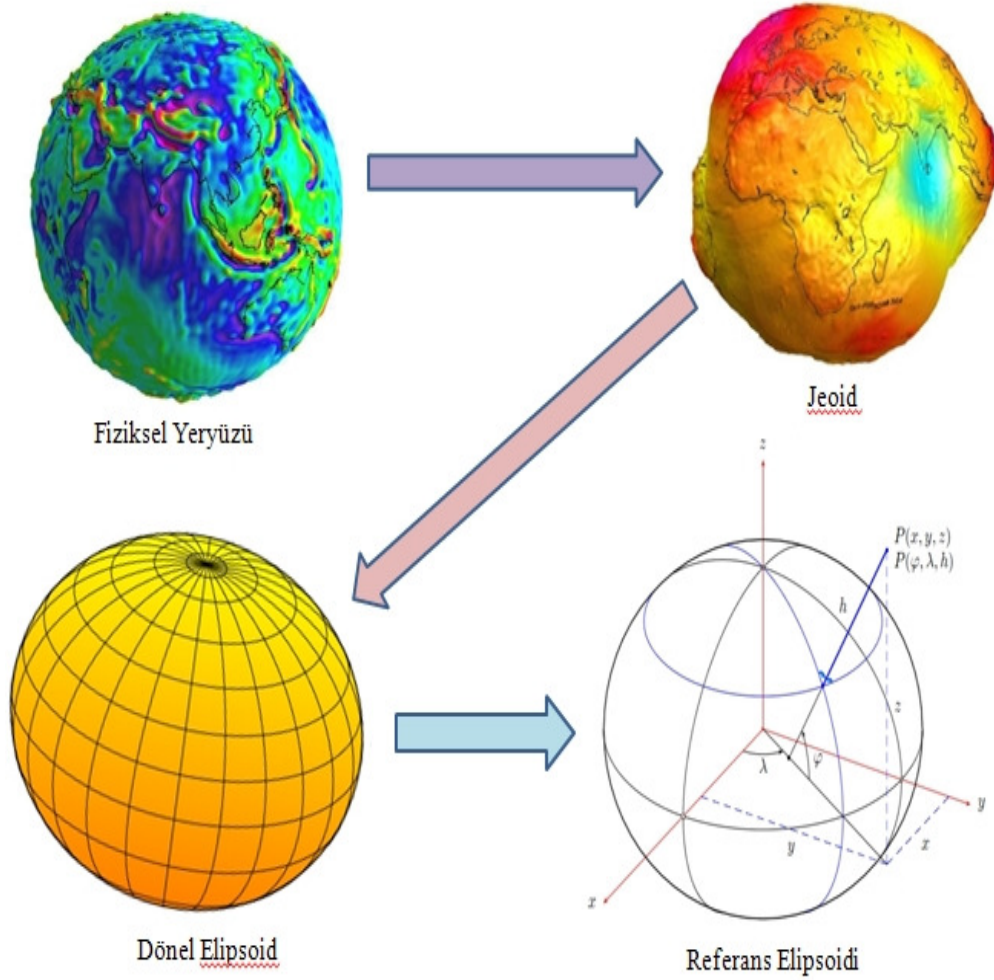
2.1 Fiziksel Yeryüzü, Jeoid, Referans Elipsoidi

Yeryüzünün gerçek şekli için bir model kabul etmek ve bu modeli tanımlamak, ister bilimsel amaçlara, ister pratik amaçlara yönelik olarak jeodezik çalışmaların değerlendirilmesi için gerekir. Yeryüzünün modeli olarak fiziksel yeryüzünün (denizler ve karaların) atmosferle arakesitinin alınması mümkün değildir. Her ne kadar dünya üzerindeki denizler (açık denizler, okyanuslar) düzenli bir şekil gösterse de çeşitli engebeleri olan kara parçaları, böyle bir düzenlilikten yoksundur.

Gel-git (Med-cezir), rüzgar, dalga ve akıntılar gibi etkilerden arınmış olarak düşünülen durgun okyanus yüzeylelerinin kararlar altından da devam ettiği varsayılan kapalı şekle jeoid denir (Bektaş, 2001). Tanımı açık ve basit olarak verilen jeoidin pratik amaçlara cevap verecek şekilde belirlenmesi kolay değildir. Jeoidin denklemi, ağırlık kuvveti ve onun potansiyeli ile açıklanabilir. Kitle yoğunluğu sürekli olduğu sürece, jeoidin eğriliği süreklidir. Yoğunluğun ani değişikliğe uğradığı yerlerde, jeoidin eğriliği de aniden değişir. Bu nedenle jeoid üzerinde büyük bölgelerde analitik hesap yapmak imkansızlaşır (Akiz, 2007). Dolayısıyla jeoid yüzeyi, hesap yüzeyi olarak kullanılmaya elverişli değildir. Jeoidin belli bir fonksiyonla geometrik bir yüzey olarak ifade edilememesi yüzünden jeodezik hesapların jeoide en iyi uyum sağlayan geometrik bir şekil olan dönel elipsoid üzerinde yapılma zorunluğu vardır. Dönel elipsoid, meridyen elipsinin küçük yarı eksen etrafında dönmesi ile oluşur (Taktak, 2005). Üzerinde jeodezik hesaplamaların yapılacağı dönel elipsoide, Helmert; ‘Referans Elipsoidi’ adını vermektedir (Akiz, 2007). Yeryuvarı üzerinde jeodezik amaçlı yapılan ölçmelerde esas olan, çekül doğrultusudur. Çekül doğrultusu her noktada jeoide dik konumdadır. Referans elipsoidi ile jeoidin uyumu için seçilen ortak bir noktada (genellikle çalışma bölgesinin ortalarında) elipsoid jeoide teğet hale

getirilir. Böylece elipsoid normali ile aynı noktadaki çekül doğrultusu ve dolayısıyla jeoid çakışır (Bektaş, 2001).

Şekil 2.1'de, fiziksel yeryüzü, jeoid, dönelelipsoid ve referans elipsoidine ilişkin gösterimler verilmiştir.



Şekil 2.1: Fiziksel yeryüzü, jeoid, dönelelipsoid, referans elipsoidi.

2.2 Yükseklik Kavramı

Bir noktanın yüksekliği, o nokta ile herhangi bir referans yüzeyi arasındaki referans yüzeyi normali ya da çekül eğrisi boyunca uzanan mesafedir (Yurt, 2006). Bir noktanın yüksekliğinin bulunabilmesi için öncelikli olarak referans yüzeyinin belirlenmiş olması gerekmektedir. Yeryüzündeki bir noktanın yüksekliği denince, pratikte o nokta ile nivo yüzeyi olan jeoid arasındaki ilişki anlaşılır. Bir yeryüzü noktasının çekül eğrisi boyunca jeoidde olan uzaklığı, yüksekliklerin fiziksel bir tanımıdır (Yurt, 2006).

Yerkabuğunun katmanları arasındaki çekim ve merkezkaç kuvvetlerinin etkisi altında kalan jeoidin, yeryüzü noktalarına göre konumu tam olarak bilinmemektedir. Belirtilmek istenen konumun anlatılabilmesi için çeşitli yükseklikler tanımlanmaktadır. Değişik kabullere göre ifade edilen ve tanımlanan bu yükseklikler aşağıdaki şekilde verilebilir.

- Jeopotansiyel Sayı
- Dinamik Yükseklik
- Normal Yükseklik
- Elipsoidal Yükseklik
- Ortometrik Yükseklik

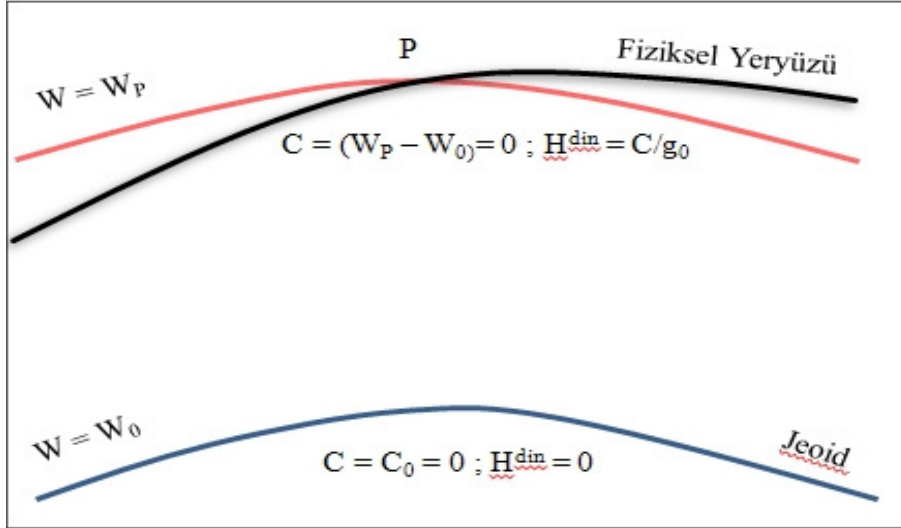
2.2.1 Jeopotansiyel sayı

Noktaların ya da noktalardan geçen nivo yüzeylerinin jeoide göre durumlarını gösteren, jeoid ile yüzeyler arasında kilokal*metre biriminde ifade edilen potansiyel farklar fiziksel anlamda büyüklüktür ve dünyanın gravite potansiyeli ile ilişkilidir (Yiğit, 2003).

Bir P yeryüzü noktasından geçen nivo yüzeyinin potansiyeli (W_p) ile jeoidin potansiyeli (W_0) arasındaki fark, P noktasının jeopotansiyel sayısı olarak adlandırılır. **Şekil 2.2**'de jeoidin potansiyel sayısı sifıra eşittir. P noktasının jeopotansiyel sayısı C_p için şu ifade yazılabilir,

$$C_p = W_0 - W_p = - \int_0^P dw = \int_0^P g * dh \quad (2.1)$$

C'nin birimi(g.p.u) jeopotansiyel birimdir ve bu da kgal*metre'ye eşittir. Jeopotansiyel sayı her ne kadar uzunluk boyutuna sahip değilse de nivelman yolundan bağımsız ve yükseklikler için doğal bir ölçüttür (Yurt, 2006).



Şekil 2.2: Jeopotansiyel sayı ve dinamik yükseklik.

2.2.2 Dinamik yükseklik

Jeopotansiyel sayılar seçilen sabit bir γ_0 normal gravite değerine bölünürse, uzunluk birimine geçilir ve böylece elde edilen yüksekliklere dinamik yükseklikler denilir(Yurt, 2006). Buna göre herhangi A ve P noktalarının dinamik yükseklikleri;

$$H_A^{din} = \frac{C_A}{\gamma_0} \quad ; \quad H_P^{din} = \frac{C_P}{\gamma_0} \quad (2.2)$$

olur. Bunlar arasındaki fark için ise,

$$H_P^{din} - H_A^{din} = \Delta H_{AP}^{din} = (C_P - C_A)/\gamma_0 = \Delta C_{AP}/\gamma_0 \quad (2.3)$$

denklemini yazılabilir. Dinamik yükseklikleri (2.2) ve (2.3) bağıntıları yardımıyla hesaplayabilmek için jeopotansiyel sayılar ya da bunların farklarının önceden belirlenmiş olması gerekir. Fiziksel yeryüzünde yapılan ölçmelerde çoğu kez nivelman sonuçları bir dinamik düzeltme ile yükseklikler farkına dönüştürülür.

Jeopotansiyel sayıda olduğu gibi dinamik yüksekliklerde de jeoidin dinamik yüksekliği sifıra eşittir. Her nivo yüzeyine karşılık gelen tek bir dinamik yükseklik değeri vardır. Her iki nivo yüzeyi üzerinde bulunan noktalar arasındaki dinamik yükseklik farkları eşittir. Dinamik yükseklikler biliniyorsa diğer yükseklikler kolayca hesaplanabilir.

2.2.3 Normal yükseklik

$W(x,y,z)$ potansiyel fonksiyonunun bilinmesi halinde yeryuvarının gerçek gravite alanının kesin bir matematiksel ifadesi yapılabilir(Yurt, 2006). Ancak W 'nin tam

olarak belirlenmesi için birçok ölçü yapılması gerekir. Bu kadar çok sayıda ölçü yapılması pratikte mümkün olmadığından matematiksel bir gravite alanı, gerçek gravite alanına yakın bir yaklaşımla tanımlanarak, bu alana normal gravite alanı denir. Dünyanın gravite alanının normal gravite alanı olduğu kabul edilirse şu eşitlikler yazılabilir:

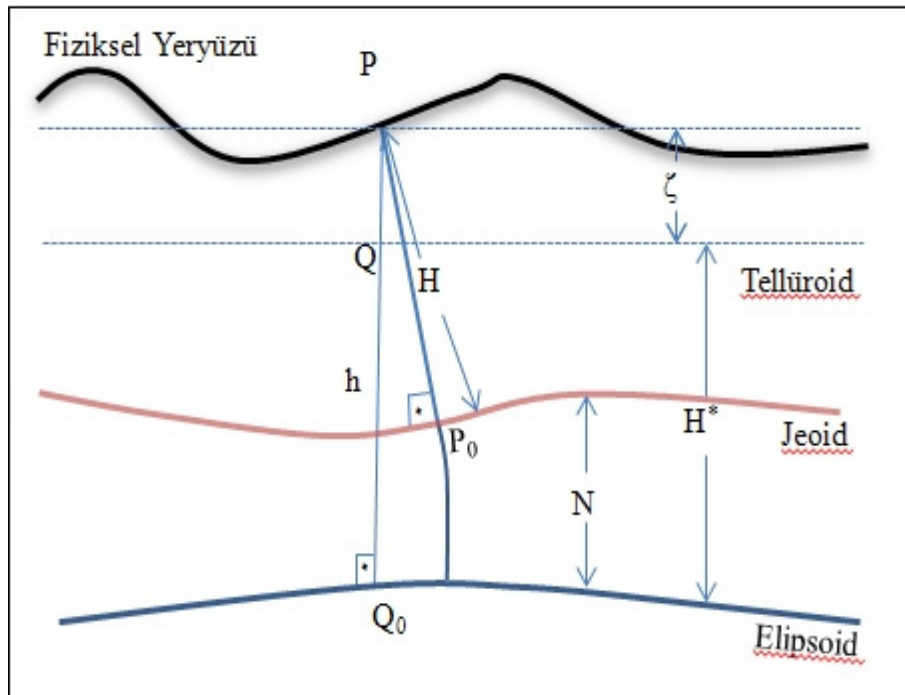
$$C_P = W_0 - W_P = \int_0^{H^*} \gamma dH^* \quad (2.4)$$

$$C_P = \bar{\gamma} H^* \quad (2.5)$$

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{H^*} \int_0^{H^*} \gamma dH^* \quad (2.6)$$

Burada H^* normal yüksekliktir. **Şekil 2.3**'de gösterildiği üzere Normal yükseklik, bir P yeryüzü noktasından geçen çekül eğrisi boyunca elipsoid yüzeyinden normal potansiyeli yeryüzü noktasının gerçek potansiyeline eşit Q noktasına kadar olan uzaklıktır ve normal potansiyelleri eşit noktaların oluşturduğu yüzeye de tellüroid yüzeyi denir(Yurt, 2006).

Astronomik koordinatlardan yeryüzünün ilk yaklaşık yüzeyi olan tellüroid belirlenebilir. Elipsoidten yeryüzüne olan düşey uzaklık h ile elipsoidten tellüroide olan düşey uzaklık H^* arasındaki fark bize yükseklik anomalisini vermektedir (**Şekil 2.3**).



Şekil 2.3: Normal yükseklik.

$$\zeta = h - H^* \quad (2.7)$$

Bu iki yükseklik arasındaki fark $N = h - H$ jeoid ondülasyonuna karşılık gelir. Bu ilişkilerden yararlanarak;

$$H + N = H^* + \zeta \quad (2.8)$$

$$H - H^* = \zeta - N \quad (2.9)$$

yazılarak $(\zeta - N)$ şu şekilde gösterilebilir.

$$(\zeta - N) = \frac{-(\bar{g} - \bar{\gamma})}{\bar{\gamma}} H = \frac{-\Delta g}{\bar{\gamma}} H \cong \frac{-\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H \quad (2.10)$$

Δg yaklaşık olarak Bouguer anomalisine eşittir. $\bar{\gamma}$ ise çekül eğrisi boyunca ortalama normal gravitedir.

Telluroid bir nivo yüzeyi değildir ve bunun sonucu olarak yeryüzündeki her P noktasına genel olarak farklı bir $W = W_P$ jeopotansiyel yüzey karşılık gelir. Bu problemi çözmek için okyanuslar üzerinde $\zeta = N$ olup diğer taraftan Jeoide çok yakın olan bir yüzey elde edilmiş ve bu yüzeye Molodensky tarafından kuasijeoid (Quasi_Geoid) adı verilmiştir (Yurt, 2006). Bununla beraber kuasijeoid de bir nivo yüzeyi değildir ve hiçbir fiziksel anlamı yoktur. Bu jeoide benzer bir yüzeye çağrışım yaptırıp geleneksel kavramları baz almak şeklinde düşünülmelidir. Bu açıdan bakıldığında ortometrik yüksekliğin jeoidden olan yükseklik olması gibi, bir noktanın normal yüksekliği kuasijeoidden olan yüksekliği olarak da tanımlanabilir (Kartal, 1998).

2.2.4 Elipsoidal yükseklik

Elipsoid, büyük yarı eksenini (a) ve küçük yarı eksenini (b) ile belli olan elipsin küçük yarı eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan geometrik bir yüzeydir. Elipsoidin basıklığı (f), eğrilik yarıçapı (R), birinci eksentrisite (e^2) ve ikinci eksentrisite (e'^2) gibi diğer parametreleri bu iki değerden türetilir. Elipsoid, matematiksel hesaplamalarda oldukça kolaylık sağlaması ve yeryuvarının şekline çok yakın olmasından dolayı jeodezik çalışmalarda genellikle ölçüler indirgenerek referans yüzey olarak kullanılmaktadır (Yurt, 2006).

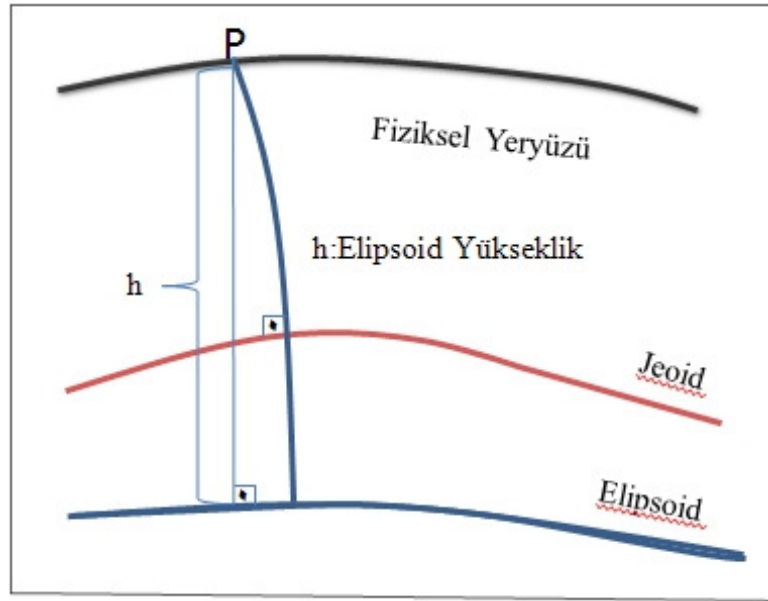
Elipsoidal yükseklik (h), bir yeryüzü noktasının elipsoid normalini boyunca elipsoid yüzeyinden olan uzaklığıdır. Elipsoid yüzeyi üzerinde matematiksel hesaplamaların doğrudan yapımı mümkün olduğundan, fiziksel yeryüzü üzerinde

yapılan ölçüler bir izdüşüm yöntemine göre elipsoid yüzeyine indirgenir. Bunun için iki izdüşüm yöntemi kullanılmaktadır. Bunlar Pizetti ve Helmert izdüşüm yöntemleridir.

Pizetti izdüşüm yönteminde, yeryüzü noktasında yapılan ölçülerin önce çekül doğrultusu boyunca jeoid üzerine işdüşürülür. Daha sonra jeoid üzerine iz düşürülen değerler elipsoid yüzeyine indirgenir.

Helmert izdüşüm yönteminde ise fiziksel yeryüzündeki ölçümü yapılan nokta, hesap yüzeyi olan döne elipsoide bu elipsoidin normali boyunca izdüşürülür.

Helmert izdüşümünde özellikle elipsoidal koordinatların dik koordinatlara doğrudan dönüşüm imkanı gibi pratik üstünlükleri olduğundan bu izdüşüm yöntemi daha yaygın olarak kullanılmaktadır. Pizetti yönteminde indirgeme iki aşamalı olduğundan izdüşüm daha fazla uğraş gerektirmektedir(**Şekil 2.4**).



Şekil 2.4: Pizetti ve Helmert izdüşümü.

GPS gözlemleri ile oluşturulmuş WGS84 elipsoidinin elipsoid merkezli kartezyen dik koordinatları X, Y, Z; jeodezik boylam (λ), jeodezik enlem (φ) ve elipsoidal yüksekliğe (h) aşağıdaki eşitliklerle dönüştürülebilir (Akçın, 1998).

$$h = \frac{P}{\cos\varphi} - R_N \quad P = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (2.11)$$

$$R_N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2*\sin\varphi}} \quad \varphi = \arctan \frac{Z+e^2*b*\sin^3\theta}{P-e^2*a*\cos^3\theta} \quad \theta = \arctan\left(\frac{a*Z}{b*P}\right) \quad (2.12)$$

Burada;

- a : Elipsoidin büyük yarı eksen
- b : Elipsoidin küçük yarı eksen
- R_N : Eğrilik yarıçapı
- e^2 : Birinci eksentrisite

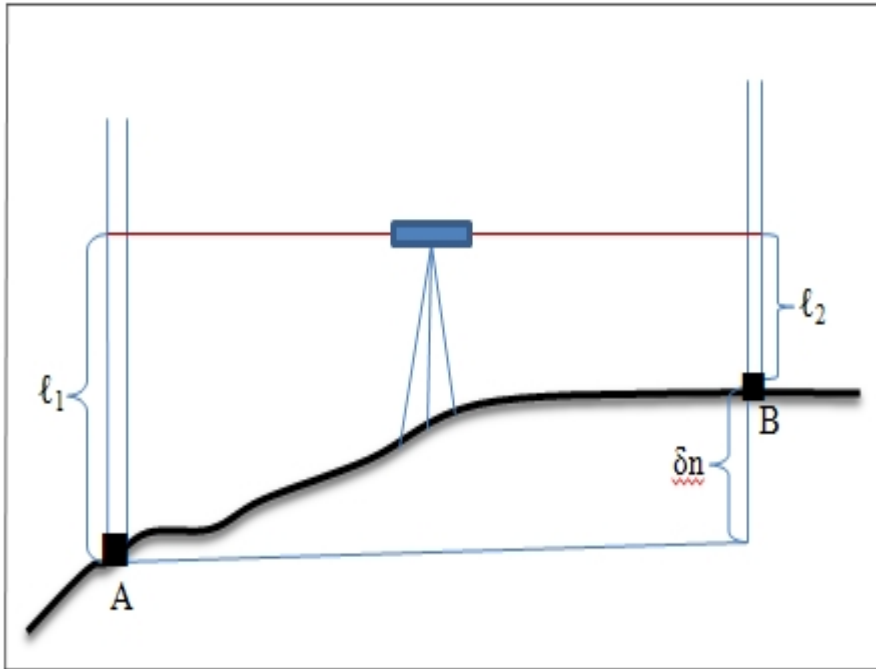
değeridir.

2.2.5 Ortometrik yükseklik

Ortometrik yükseklik, yeryüzü noktasının çekül eğrisi boyunca jeoide olan uzaklığıdır(Yurt 2006). Ortometrik yükseklik, noktanın bulunduğu yerdeki gravite değerine bağlıdır. Yani aynı nivo yüzeyi üzerinde farklı iki noktanın ortometrik yükseklikleri de farklıdır. Bu yüzden ortometrik yükseklik kavramı geometrik bir anlamdan çok fiziksel bir anlam taşır.

2.2.5.1 Geometrik nivelman ve ortometrik yükseklik hesabı

Geometrik nivelman, yükseklik farkları alınacak iki noktada düşey doğrultuda miralar tutularak aralarına konacak bir nivo yardımı ile mira okumalarının (δn) bulunması ilkesine dayanır. A ve B gibi iki nokta arasındaki mira okumaları farkı bu iki noktalar arasındaki yükseklik farkını vermektedir (Şekil 2.5).

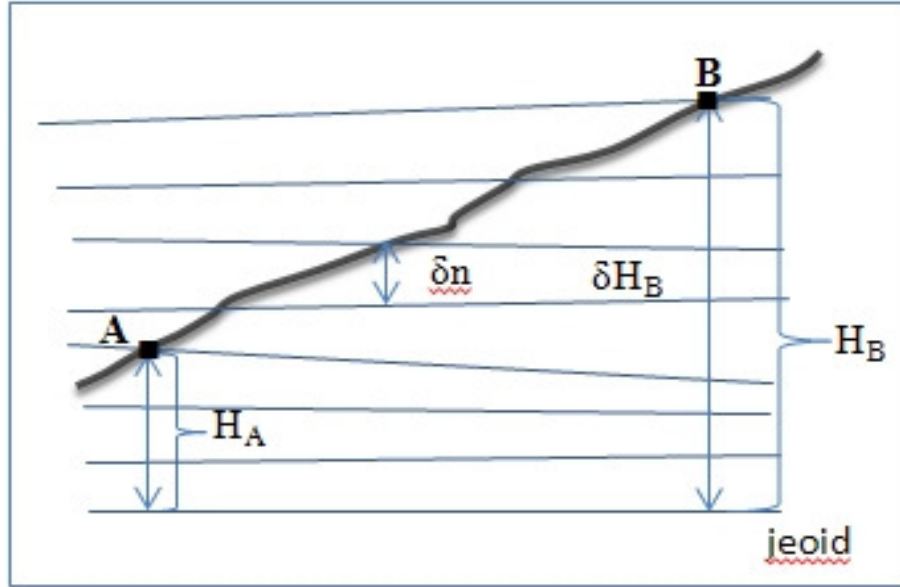


Şekil 2.5: Nivelman.

$$\delta n = l_1 - l_2 \quad (2.13)$$

$$\Delta n_{AB} = \sum_A^B \delta n = \int_A^B dn \quad (2.14)$$

Ancak kapalı bir nivelman güzergahı ölçüldüğünde hiçbir ölçü hatası olmasa bile tüm yükseklik farklarının cebirsel toplamının kesinlikle sıfır olmadığı görülür. Bu durum da nivelmanın görünenden daha karmaşık yapıda olduğunu göstermektedir.



Şekil 2.6: Nivelman ve ortometrik yükseklik.

Şekil 2.6’da gösterilen durum dikkatli incelendiğinde konu daha iyi anlaşılabilir. A ve B noktaları birbirinden yeterince uzak olursa Şekil 2.5’ te yapılan işin birçok kez yenilenmesi gerekir. A ve B arasındaki nivelmandan bulunan yükseklik farklarının toplamı. H_A ve H_B ortometrik yükseklikleri farkına eşit olmayacaktır. Çünkü nivelmanın elde edilen δn miktarları seviye yüzeylerinin paralel olmaması nedeniyle H_B ’deki δH_B miktarlarından farklıdır (Yurt ve diğ., 2005). W potansiyelindeki artma miktarı δW ile gösterilirse;

$$\delta W = -g\delta n \quad (2.15)$$

olur. Burada g nivoonun bulunduğu yerdeki gravitedir. Nivelman sonucu ile ortometrik yükseklik arasında dolaysız bir geometrik bağlantı yoktur. Eğer nivelmanla birlikte gravite de ölçülmüşse (2.15)’ ten hareketle,

$$W_B - W_A = - \sum_A^B g\delta n \quad (2.16)$$

elde edilir. Böylece nivelman gravite ölçüleriyle donatılarak fiziksel bir büyüklük olan potansiyel farkı hesaplanabilir.

Jeoid üzerinde bulunan bir O noktası ile bu noktadan hareketle bir nivelman bağlantısı yapılan A noktası arası potansiyel fark;

$$C = W_0 - W_A \int_0^A gdn \quad (2.17)$$

olur. Burada jeoiddeki potansiyel potansiyel (W_0) ile A noktasındaki potansiyelin (W_A) farkı A'nın jeopotansiyel sayısıdır. Bir potansiyel fark olan jeopotansiyel sayı C, ilgili noktayı deniz düzeyine bağlayan nivelman yolundan bağımsızdır. C'nin birimi (g.p.u) jeopotansiyel birimdir.

1 g.p.u = 1 kgal metre =1000 gal metredir.

Doğrudan nivelmanla bulunan Δn_{AB} yükseklik farkının küçük bir düzeltme eklenerek dinamik yükseklik farkına dönüştürülmesi gerekir.

$$H^{\text{din}} = C / \gamma_0 \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \Delta H_{AB}^{\text{din}} = H_B^{\text{din}} - H_A^{\text{din}} &= \frac{1}{\gamma_0} (C_B - C_A) = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B gdn = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B (g - \gamma_0 + \gamma_0) dn \\ &= \underbrace{\int_A^B dn}_{\Delta n_{AB}} + \underbrace{\int_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dn}_{DC_{AB}} \quad (2.19) \end{aligned}$$

olarak,

$$\Delta H_{AB}^{\text{din}} = \Delta n_{AB} + DC_{AB} \quad (2.20)$$

biçiminde yazılabilir. Buradaki DC_{AB} dinamik düzeltmedir. P yeryüzü noktasından geçen çekül eğrisinin jeoidle kesim noktasını P_0 ile gösterelim. P'nin potansiyel sayısı, P noktasındaki potansiyel (W) ile P_0 'daki potansiyelin (W_0) farkına eşittir.

$$C = W_0 - W \quad (2.21)$$

(2.17) denklemi dikkate alındığında yoldan bağımsız C,

$$C = \int_0^H g dH \quad (2.22)$$

şeklinde yazılabilir. Ancak bu yol pratikte pek kullanışlı değildir. H'nin bulunması (2.17)'nin biraz değiştirilmesi ile sağlanabilir.

$$C = \int_0^H g dH = H \frac{1}{H} \int_0^H g dH = \bar{g} H \quad (2.23)$$

Burada gösterilen \bar{g} , jeoid (P_0 noktası) ile yeryüzü (P noktası) arasındaki çekül eğrisi boyunca gravitenin ortalama değeridir ve

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (2.24)$$

Eğer \bar{g} değeri biliniyorsa H;

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (2.25)$$

formülünden bulunabilir. \bar{g} 'yi hesaplayabilmek için (2.24) eşitliğinden hareketle;

$$\bar{g} = g + 0.0424 * H \quad (2.26)$$

olur. \bar{g} değeri, P_0 noktasındaki Prey indirgemesi yardımıyla bulunan g_0 gravite değerinden hareketle;

$$\bar{g} = \frac{1}{2} (g + g_0) \quad (2.27)$$

şeklinde de alınabilir. Burada \bar{g} değerinin çekül eğrisi boyunca doğrusal değiştiği kabul edilmiştir.(Yurt ve diğ., 2005). (2.25)'de değerler yerine konulursa noktanın ortometrik yüksekliği aşağıdaki şekilde bulunur.

$$H = \frac{C}{g + 0.0424 H} \quad (C : \text{g.p.u.}, g; \text{gal}, H; \text{km}) \quad (2.28)$$

Yüksekliği bilinen bir noktadan başka noktaya yükseklik taşındığı zaman yükseklik farkına ortometrik düzeltme de getirilmesi gerekmektedir(Yurt, 2006). Bu düzeltmeyi bulmak için gerekli formüller aşağıda verilmiştir.

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A \quad (2.29)$$

$$\Delta H_{AB} = \Delta n_{AB} + \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \delta n + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B \quad (2.30)$$

2.3 Yükseklik Belirleme Yöntemleri

2.3.1 Nivelman

Noktalar arasındaki yükseklik farklarının hesabına dayanan yükseklik belirleme yöntemidir. Kullanılacak ölçme aletine ve ölçüm hassasiyetine, arazi topografyasına bağlı olarak Geometrik nivelman, trigonometrik nivelman gibi çeşitli nivelman yöntemleri mevcuttur.

Yüksekliklerin; belli bir bölgede, elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen noktalar yardımıyla, analitik bir yüzey geçirilmek suretiyle dolaylı olarak belirlendiği diğer bir yöntem ise GPS Nivelman yöntemidir. Bu yöntemde yüzey geçirilmesi ile

elde edilen matematiksel model, GPS ölçüsü yapılan noktalardaki ortometrik yüksekliklerin belirlenmesinde kullanılır. GPS Nivelman yönteminin temel kullanım amacı ortometrik yüksekliklerin belirlenmesi yanında GPS ile belirlenen yüksekliklerin yerel datuma dönüştürülmesidir.

2.3.2 GPS nivelmanı

Bu yöntemde, geometrik nivelman ile elde edilen ortometrik yükseklikler ve aynı noktalardaki GPS ölçülerinden hesaplanan elipsoidal yüksekliklerin farkları alınarak, kontrol(dayanak) noktaları olarak adlandırılan noktalardaki jeoid yükseklikleri $N=h-H$ eşitliği ile hesaplanır. Çalışma bölgesinin tamamını kapsayacak şekilde, homojen dağılmış, dayanak noktalarının bir fonksiyonu olarak tanımlanmış bir model aracılığı ortometrik yüksekliği bilinmeyen noktaların yükseklik değerleri, GPS ölçülerinden elde edilen elipsoidal yükseklikleri kullanılarak elde edilebilir(Türen, 2010; Taktak, 2005). Jeoid ondülasyonlarının hesaplanmasında çeşitli enterpolasyon yöntemleri kullanılmaktadır. Enterpolasyon ölçme yapılan noktalardaki değerlerle ölçme yapılmayan noktalardaki değerlerin hesaplanmasıdır.

2.4 Jeoid Belirleme

Jeoid belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada jeoid yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellenmesidir (Ayar, 2009).

Jeoid yüzeyinin belirlenmesine yönelik olarak pek çok veri kaynağı mevcuttur ve en önemlilerinin başında da astrojeodezik veriler gelmektedir (**Şekil 2.7**). Ancak bu yöntem yalnızca karasal ortamlarda uygulanabilmektedir ve ayrıca ölçümler için özel donanım, deneyimli bir ekip, zaman ve maliyet gerekmektedir. Benzer şekilde jeoidi belirlemeye yönelik gravimetrik ölçümler de deniz yüzeyinde yapılması gerekliken, ancak karasal ortamlarda yapılabildiğinden, jeolojik ve topoğrafik veriler kullanılarak fiziksel yeryüzünden jeoid yüzeyine indirgenmektedir. Astrojeodezik ve geravite ölçmelerinin diğer bir sıkıntısı da devletler arasındaki politik çatışmalar nedeniyle, karasal kesimin her yerinde bu ölçümlerin gerçekleştirilememesidir(Sıgl, R (Çeviri: Akarsu,V.), 1997). Günümüzde astrojeodezik ve gravimetrik ölçümlerde yaşanan sıkıntıların aşılması için birçok ülkenin ortak çalışması sonucu daha global çözümler geliştirilmiştir. Yeryüzüne

yakın bir yörüngeye oturtulmuş uydularla altimetrik ölçümler yaparak, daha hassas jeoid belirleme çalışmalarına 1970’li yıllarda başlanmıştır ve halen devam etmektedir. Jeoid belirlemeye ilişkin diğer bir veri kaynağı ise GNSS (Global Navigation Satellite Systems) sistemleri ile yapılan konumlama ölçmeleridir. Uydu ölçmelerinin yanı sıra yersel nivelman ölçmeleri de önemli bir veri kaynağıdır. Ayrıca jeoid hesaplamalarında gerekli indirgemeler, düzeltmeler ve enterpolasyon hesapları için referans elipsoidine ilişkin geometrik veriler ile topoğrafik haritalar ve sayısal arazi modelleri de kullanılmaktadır.



Şekil 2.7: Jeoid belirlemede kullanılan veri kaynakları.

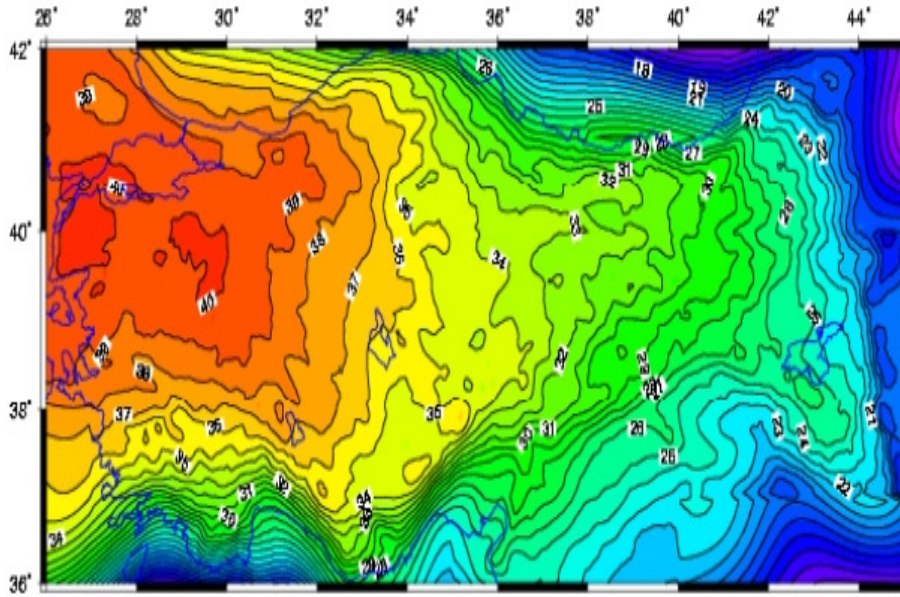
2.4.1 Türkiye’de jeoid belirlemenin tarihçesi

Ülkemizde günümüze kadar farklı zamanlarda, farklı yöntemlerle birçok Jeoid modelleri belirlenmiştir. Bu jeoidler aşağıda sıralanmıştır.

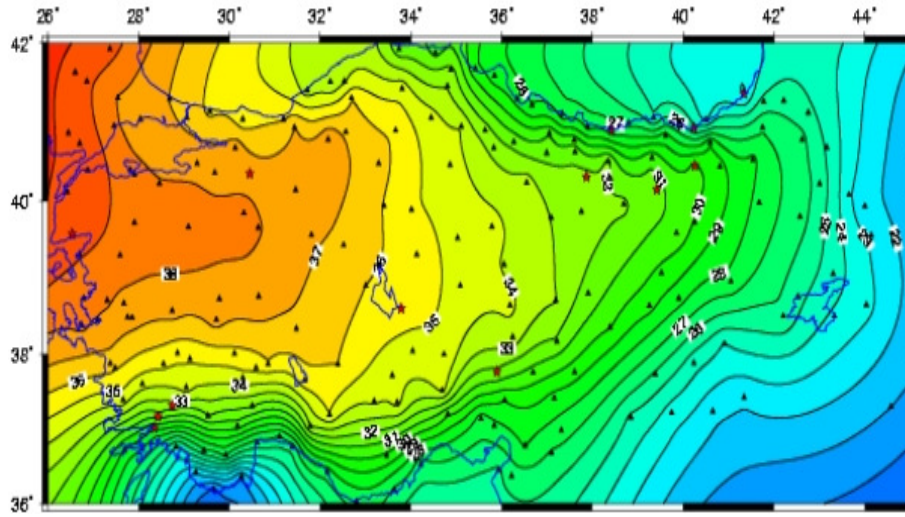
- 1976 Türkiye Jeoidi(TG-76),
- Türkiye Jeoidi(TG-91),

- Türkiye Doppler Jeoidi(TDJ-92),
- Türkiye PseudoWGS84 Doppler Jeoidi(TPDJ-92),
- Türkiye Astrojeodezik Jeoidi-1994(TAG-94),
- GPS/Nivelman Jeoidi,
- Türkiye Jeoidi-1999(TG-99),
- Güncellenmiş Türkiye Jeoidi-1999(TG-99A),
- Yeni Türkiye Jeoidi(TG-03),
- Türkiye Jeoidi(TG-09)
- Türkiye Hibrid Jeoid Modeli(THG-09)

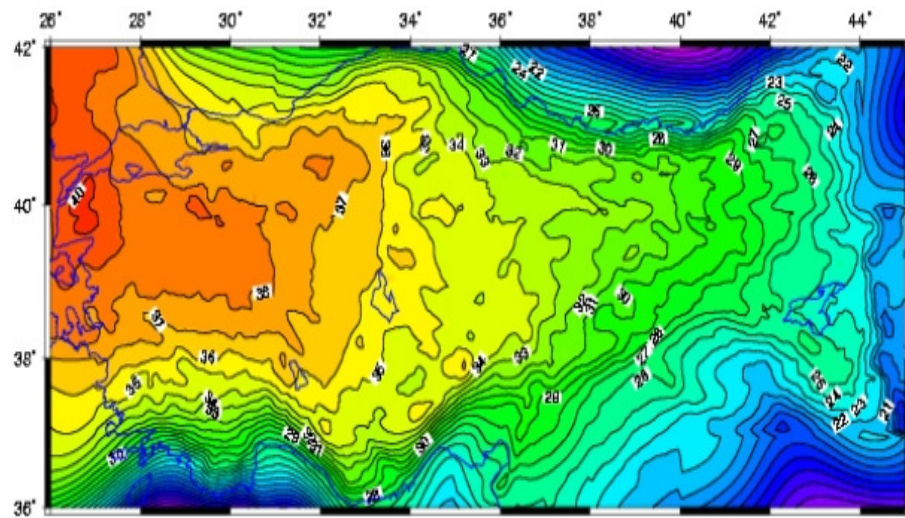
Ayrıca ülkemizde bölgesel bazlı lokal jeoid çalışmalarında yapılmıştır. Bunlar 1999 yılında İstanbul GPS Nirengi Ağı noktalarından yararlanılarak belirlenen İstanbul jeoidi(IGNA99) ve 2001 yılında yapılan çalışmalarla belirlenen İzmir GPS/Nivelman Jeoidi (İzGPSG01) ve yukarıda bahsedilen jeoid modellerin bazılarına ilişkin haritalar aşağıda verilmiştir (Şekil 2.8, 2.9, 2.10, 2.11, 2.12).



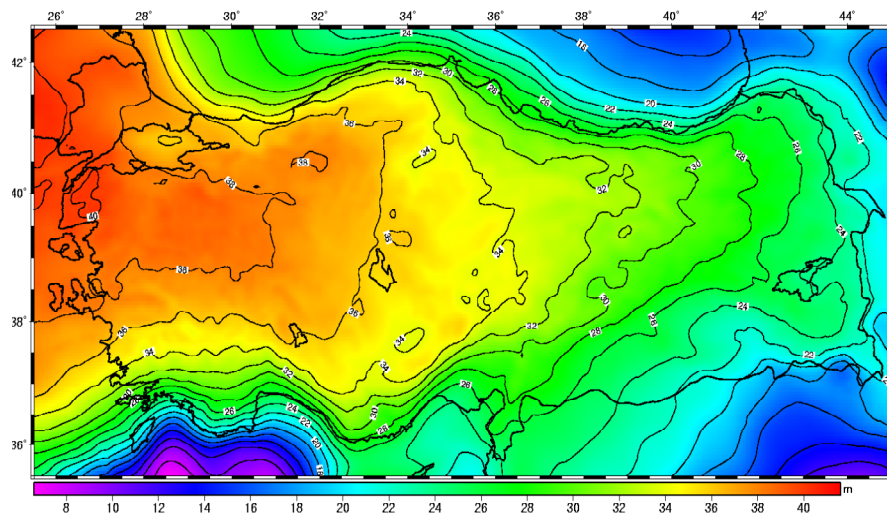
Şekil 2.8 : TG-1991 Jeoidi.



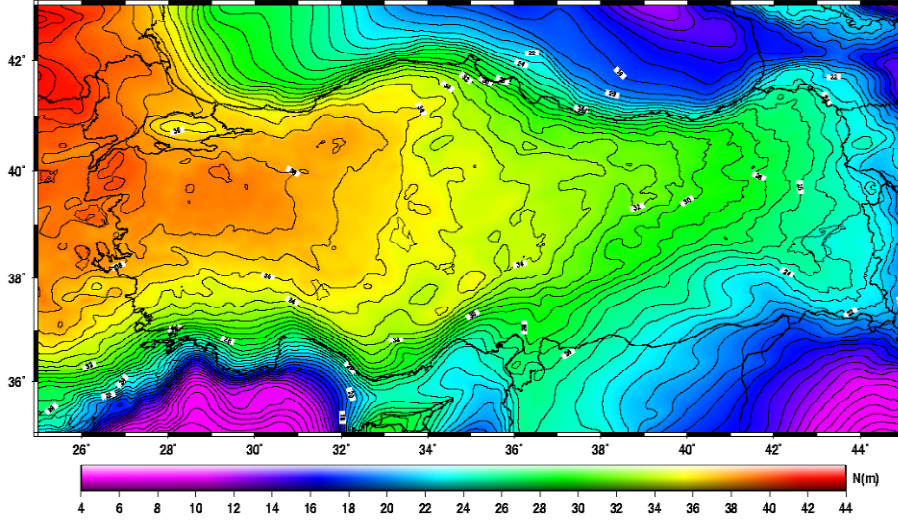
Şekil 2.9: GPS/Nivelman Jeoidi.



Şekil 2.10 : Düzenlenmiş Türkiye Jeoidi 1999(TG-99A).



Şekil 2.11: Yeni Türkiye Jeoidi(TG-2003).



Şekil 2.12: Türkiye Hibrid Jeoid Modeli-2009(THG-09).

Daha önce belirlenen gravimetric jeoidlere göre hesaplanmasında çok daha fazla gravite ölçünün kullanıldığı, son geliştirilen Türkiye Hibrid Jeoid Modeli-2009 (THG-09) gravimetrik bir jeoid olup; Yer Jeopotansiyel Modeli 2008 (EGM2008), denizlerde uydu altimetre ölçülerinden hesaplanan 1' x 1' aralıklı DNSC08 (Danish National Space Center – Danimarka Ulusal Uzay Merkezi) gravite anomalileri, 262212 noktada yüzey gravite ölçüleri, 3" x 3" aralıklı sayısal arazi modeli ve 2714 adet GPS/Nivelman noktası kullanılarak Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) yöntemiyle hesaplanmıştır. Jeoid yükseklikleri uzun, orta ve kısa dalga boylu parçaların bir toplamı şeklinde modellenmiş ve her parça ayrıca hesaplanarak sonuç jeoid modeli belirlenmiştir. THG-09'un iç duyarlılığı ± 1.00 cm, dış doğruluğu ise ± 9.00 cm seviyesindedir(URL 1).

3. JEÖİD BELİRLEME YÖNTEMLERİ

Yükseklik sistemlerinde referans yüzeyi olarak kullanılacak bir jeoide güncel uydu teknolojisini kullanan herkesin ihtiyacı vardır; çünkü jeoid, yüksek prezisyonlu jeodezik koordinatlar ile uydularla elde edilen konumlar arasında doğal bağıdır ve bu nedenle uydu tekniklerinin rasyonel kullanılmasında jeoid önemli bir altyapıdır (Aksoy ve diğ., 1999). Uydularla yapılan jeodezik ölçmelerde, noktanın jeodezik koordinatlarının hesabı, ölçme bölgesindeki yeryuvarının şekline ve büyüklüğüne büyük ölçüde yakınsayan bir elipsoid üzerinde yapılır. Ölçme aletleri ile fiziksel yeryüzü üzerinde yapılan ölçmeler ise jeoid ile ilgilidir. Bu iki yüzey çakışmaz ve iki yüzey arasındaki farka jeoid ondülasyonu veya jeoid yüksekliği denir ve N ile gösterilir.

Jeoid belirleme yatay konumu bilinen bir noktada, jeoid yüksekliğinin sayısal veya analog olarak elde edilmesini sağlayacak biçimde verilerin modellenmesidir (Ayar, 2009). GPS tekniğinin jeodezik amaçlar için kullanılmasında üç boyutlu coğrafi koordinatlar: elipsoidal enlem (ϕ), elipsoidal boylam (λ) ve elipsoidal yükseklikler (h) sistemin referans elipsoidi WGS84'e dayalı olarak elde edilirler. Ancak çoğu mühendislik çalışmalarında elipsoidal yükseklikler yerine, jeoide göre tanımlanan ortometrik yüksekliklere (H), gereksinim duyulur. Bu nedenle, GPS tekniği ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere en optimal biçimde dönüştürülmesi, uygulamalarda üstesinden gelinmesi gereken bir problemdir (Erol ve Çelik, 2005).

Jeoid belirleme yöntemleri, eldeki mevcut verilere ve kullanılan modellere göre sınıflandırılabilir. Jeoid belirleme yöntemleri, kullanılan veriler ve modeller dikkate alınarak aşağıda sınıflandırılmıştır (Arslan ve Yılmaz 2005).

- I. Astrojeodezik yöntemle jeoid belirleme
- II. Gravite değerlerine göre jeoid belirleme

1. Stokes fonksiyonu ile
2. Hızlı fourier fonksiyonu ile
 - 2.1. Bir boyutlu hızlı fourier transformasyonu ile (1D-fft)
 - 2.2. İki boyutlu hızlı fourier transformasyonu ile (2D-fft)
- III. Sayısal yoğunluk modeline göre jeoid belirleme
- IV. Jeopotansiyel model yaklaşımı ile jeoid belirleme
- V. Kombine yöntemle jeoid belirleme (remove-restore)
- VI. GPS/Nivelman Yöntemine göre jeoid belirleme (Jeoid Yüzey Modelleri)
 1. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon yöntemi
 - 1.1. Prediksiyon yarıçapına göre ağırlıklı ortalama yöntemi
 - 1.2. Mesafeyle ters ağırlıklı enterpolasyon yöntemi(IDW)
 - 1.3. Maksimum mesafeye göre ağırlıklı ortalama yöntemi
 - 1.4. Hiperbolik fonksiyona göre ağırlıklı ortalama yöntemi
 - 1.5. Profil fonksiyonuna göre ağırlıklı ortalama yöntemi
 - 1.6. Gauss fonksiyonuna göre ağırlıklı ortalama yöntemi
 - 1.7. Donetz foksiyonuna göre ağırlıklı ortalama yöntemi
 2. Polinomlarla enterpolasyon yöntemi
 - 2.1. Ortogonal polinomlarla enterpolasyon
 - 2.1. Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon
 3. Multiquadratik enterpolasyon yöntemi
 4. Simpson enterpolasyon yöntemi
 5. Non-Simpson enterpolasyon yöntemi
 6. Geoistatiksel enterpolasyon yöntemi
 - 6.1. Kriging yöntemi ile enterpolasyon
 - 6.1.1. Ordinary Kriging (Punctual)
 - 6.1.2. Simple Kriging
 - 6.1.3. Universal Kriging
 - 6.1.4. Blok Kriging
 - 6.1.5. İndikatör Kriging
 - 6.1.6. Disjanktiv Kriging
 - 6.1.7. Point Kriging
 - 6.1.8. Probability Kriging
 - 6.1.9. Kokriging
 7. Kollakasyonla modelleme ile jeoid belirleme yöntemi

8. Sonlu elemanlar yardımı ile jeoid belirleme yöntemi
9. Yapay Sinir Ağı tekniği ile jeoid belirleme yöntemi
10. Bulanık mantık ile jeoid belirleme yöntemi

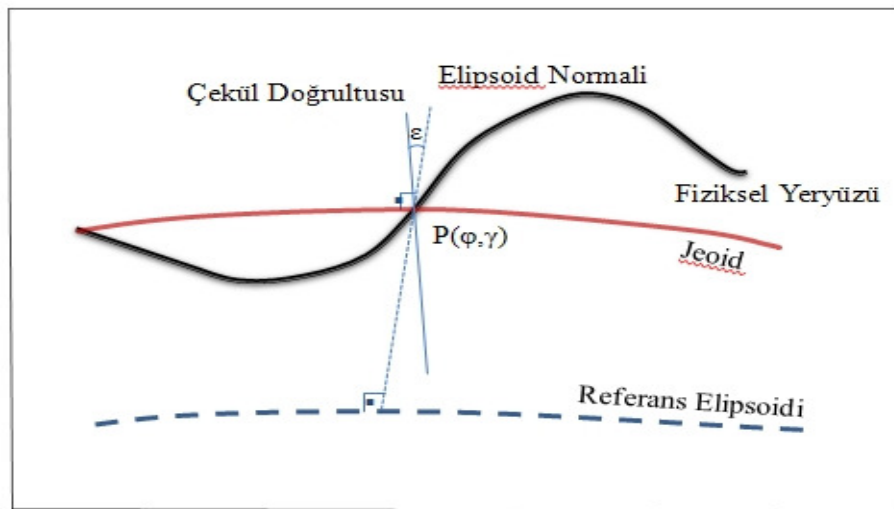
Tez konusu alanda yapılan literatür taramasında yukarıda belirtilen jeoid belirleme yöntemleri tespit edilmiştir. Söz konusu yöntemlerin bazıları için doğruluk değerleri **Çizelge(3.1)**'de verilmiştir.

Çizelge 3.1 : Jeoid için doğruluk değerleri (Akçın, 2001).

Yöntem İsmi	DOĞRULUK	
	Rölatif	Mutlak
Astrojeodezik	30 - 50 cm	70 - 100 cm
Gravimetrik	40 - 70 cm	1 - 1.5 m
Jeopotansiyel Katsayılar	-----	1 - 2 m
Gps / Nivelman	10 - 20 mm	20 - 50 cm

3.1 Astrojeodezik Yöntemle Jeoid Belirleme

Fiziksel yeryüzü üzerindeki bir P noktasından geçen çekül eğrisi ile yine aynı noktadan geçen elipsoid normali kesiştiklerinde ε kadar bir sapma oluşur, bu farka çekül sapması denir(**Şekil 3.1**)(Yiğit, 2003).



Şekil 3.1: Astrojeodezik çekül sapması.

Bir noktadaki çekül sapmasının meridyen ve paralel doğrultusundaki bileşenleri biliniyorsa, bir ds mesafesinde jeoid yüksekliğindeki değişiklik,

$$dN = -\varepsilon ds \quad (3.1)$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada ε , azimutu α olan doğrultudaki çekül sapmasıdır ve

$$\varepsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (3.2)$$

olarak bulunur. Eşitlikte geçen ξ ve η sırasıyla çekül sapmasının bileşenleridir (ξ kuzey- güney yönündeki çekül sapması bileşeni ; η doğu-batı yönündeki çekül sapması bileşenidir) ve aşağıdaki formüllerden hesaplanırlar.

$$\xi = \Phi - \varphi ; \eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi \quad (3.3)$$

Burada φ ve λ noktanın jeodezik (elipsoidal), Φ ve Λ ise sırasıyla noktanın astronomik enlem ve boylarıdır. Eğer A başlangıç noktasındaki jeoid yüksekliği biliniyorsa, bir AB kenarı boyunca N değeri aşağıdaki integrale hesaplanabilir.

$$NB = NA - \int_A^B \varepsilon ds \quad (3.4)$$

Bu şekilde jeoid belirlenmesine, astrojeodezik jeoid belirlenmesi denir. Gözlemler için açık bir gökyüzüne ihtiyaç duyulması astrojeodezik yöntemle jeoid belirleme yönteminin dezavantajlı yönüdür.

3.2 Gravite Değerlerine Göre Jeoid Belirleme

Bu yöntemde; jeoid yüzeyi belirlenecek bölgedeki farklı topoğrafik yapıya ve kütleli yoğunluğa sahip alanlardaki seçilen noktalar üzerinde, gravimetrik ölçümler yapılır. Elde edilen bu değerler gerekli indirgemelere tabi tutularak jeoid yüzeyi üzerindeki gravimetrik değerler bulunur. Stokes integrali ve Fourier transformasyonu ile gravimetrik ölçüm yapılan noktaların jeoid yükseklik değerleri hesaplanır ve bu değerlerden en uygun jeoid yüzeyi geçirilir (Akçın, 2001).

3.3 Sayısal Yoğunluk Modeli İle Jeoid Belirleme

Yöntemin temel düşüncesi; yeryuvarının gravite alanının ve geometrisinin ölçülerinin gerçekleştirilmesi ve bu ölçülere dayanarak jeoidin şeklinin belirlenmesidir. Bu yöntemde, bilgisayar kullanılarak yapılan gözlemlerle uyuşan bir yeryuvarı kütle modeli oluşturulur. Oluşturulan bu model üzerinde, potansiyel sayı,

enlem, boylam değerleri kullanılarak istenilen her noktada gravite değeri üretilebilir.

Yeryuvarının iç yoğunluk dağılımı için model bilindiğinde, herhangi bir büyüklük (jeoid yüksekliği, yeryüzünün fiziksel yüzeyi) Newton'un çekim kanunu kullanılarak yeryuvarının gravite alanının ölçülmesi ile tek anlamlı olarak hesaplanabilir (Arslan ve Yılmaz 2005).

3.4 Jeopotansiyel Model Yaklaşımı İle Jeoid Belirleme

Jeopotansiyel model, genel anlamda belli bir açının derecesine kadar hesaplanmış katsayıları içeren bir modeldir ve yeryuvarının çekim potansiyelini en iyi tanımlayan küresel harmonik serilerin katsayılarını barındırır(Türen, 2010). Gravite anomalileri, uydu izleme verileri, denizlerdeki uydu altimetre verileri ve sayısal yükseklik modelleri Jeopotansiyel model oluşturmak için gerekli olan veri kaynaklarıdır. OSU91A, EGM96 ve EGM08 jeopotansiyel model yaklaşımı ile oluşturulmuş Global Jeopotansiyeller arasında en öne çıkmış modellerdir.

Yeryuvarının gravite alanının (W) küresel harmonik gösterimi;

$$W(r,\theta,\lambda) = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta) \right\} + \phi \quad (3.5)$$

şeklindedir. Burada,

r, θ, λ : W 'nin hesaplanacağı noktanın kutupsal koordinatları,

GM : Gravitasyonel sabit,

A : Referans elipsoidinin büyük eksen,

$P_{nm}(\cos\theta)$: Tam normalleştirilmiş Legendre fonksiyonu,

C_{nm}, S_{nm} : Yeryuvarı gravite alanının tam normalleştirilmiş küresel harmonik katsayıları,

Φ : Merkezkaç potansiyeli ($\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2\theta$, ω yeryuvarının açısal dönme hızı)

dir.

Jeopotansiyel model kullanılarak jeoid yükseklikleri aşağıdaki formülle belirlenebilir.

$$N(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r\gamma} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm} \cos m\lambda + \Delta S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta) \right\} \quad (3.6)$$

Burada γ , $P(r, \theta, \lambda)$ noktasındaki normal gravite değeridir.

3.5 Kombine Yöntemle Jeoid Belirleme (Remove-Restore)

Kombine yöntem ile jeoid belirleme üç temel bileşen ile yapılmaktadır. Bunlar global bir jeopotansiyel model(GM), lokal gravite anomalileri(Δg) ve topografyadır (Yurt, 2006). Böylece gravimetrik jeoid ondülasyonunun tanımı,

$$N = N_{GM} + N_{\Delta g} + N_T \quad (3.7)$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

N_G : Jeopotansiyel modelden oluşan jeoid ondülasyonu

$N_{\Delta g}$: İndirgenmiş gravite anomalilerinin etkisi

N_T : Topoğrafyanın dolaylı etkisi

3.6 GPS/Nivelman Yöntemine Göre Jeoid Belirleme (Jeoid Yüzey Modelleri)

GPS'in jeodezi alanındaki etkisi büyük olmuştur. Üç boyutlu konum belirleme sistemi olan GPS, yersel ölçme yöntemleri ile açı ve kenarlar ölçülerek yapılan konum belirlemenin zorluklarını ortadan kaldırmıştır (Yılmaz, 2005).

GPS ile elde edilen yükseklikler klasik yükseklik ölçme yöntemleri(nivelman) ile elde edilen yüksekliklerden farklı bir yükseklik sistemindedir. GPS verilerinden elipsoidal yükseklik h kolaylıkla elde edilebilir. Bu yükseklik yeryuvarının basit bir elipsoid modeline göre belirlenir ve elipsoidal yükseklik (h) olarak adlandırılır. Ortometrik yükseklik (H) jeoide göre belirlenir. Bu iki yükseklik sistemi arasındaki ilişki aşağıdaki eşitlikle ifade edilir (Featherstone ve diğ., 1998).

$$h = H + N \quad (3.8)$$

Burada, N jeoid yüksekliğidir. Eğer bir noktada ortometrik yükseklik (H) ve elipsoidal yükseklik (h) biliniyorsa jeoid yüksekliği (N) kolay bir şekilde bulunabilir.

Yukarıdaki eşitlik GPS / Nivelman yöntemine göre jeoid belirleme yöntemini ifade eder (Akçın, 1998; Soycan, 2002). Bir bölgede yer alan ve bu temel eşitlikle jeoid yükseklikleri hesaplanan noktalara dayalı olarak bu bölge için jeoid yüzeyi modellenenabilir. Bölge içerisinde bulunan ve koordinatı bilinen noktalardaki jeoid yükseklikleri bu modele göre hesaplanır ve bu modelleme değişik hesap teknikleri kullanılarak yapılabilir.

GPS/Nivelman yöntemine göre jeoid belirlemede çözüm için çeşitli

enterpolasyon yöntemleri kullanılabilir. GPS nivelmanını veri olarak kullanan yöntemlerden enterpolasyon yöntemleri yardımıyla, bilinen değerlerden yararlanarak bilinmeyen değer belirlenmesi sağlanır(Yurt, 2006). Uygulanan enterpolasyon aslında bir yüzey uydurma problemidir. Yüzeyin belirlenmesinde kullanılacak yaklaşımlara bağlı olarak değişik enterpolasyon yöntemleri türetilmiştir(Yanalak ve Baykal, 2001).

Enterpolasyon problemlerinin çözümünde, temelde;

- 1) Noktasal enterpolasyon
- 2) Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyon
- 3) Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon

şeklinde ifade edilen üç farklı kestirim tekniği vardır (Güler, 1978).

Noktasal enterpolasyon yönteminde enterpolasyon noktasını çevreleyen bir ölçüt dairesinin ya da dörtgenin iç tarafına düşen dayanak noktaları kullanılır. Her bir nokta, kendisinin merkez olduğu daire ya da dörtgen içerisindeki dayanak noktalarından hesaplandığı için enterpolasyon fonksiyonu katsayıları noktadan noktaya farklılık gösterir.

Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyon yönteminde bölgenin tamamını kapsayan $N=Q(x,y)$ fonksiyonunu belirlemek için bölgede bulunan bütün dayanak noktalarından faydalanılır.

Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon yönteminde bölge parçalara ayrılır ve her bir parça kendi içerisinde bir fonksiyonla gösterilir. Budurumda parçaların içerisinde çatlaklar ve süreksizlikler oluşabilir. Bundan kaçınmak için parçalardaki fonksiyonları sınırlar boyunca çakıştırmak amacıyla birleştirme fonksiyonları kullanılır.

Klasik anlamda ortometrik yükseklikler nivelman ölçülerine getirilen gravmetrik düzeltmeler ile hesaplanır. Geometrik nivelman ve trigonometrik nivelmanın yoğun zaman ve işgücü gerektiren yükseklik belirleme yöntemleri olması nedeniyle günümüzde birçok uygulamada ortometrik yüksekliklerin elde edilmesinde en uygun çözüm olarak değerlendirilmezler (Ayar, 2009). GPS ölçmelerine konu olan çalışma alanında gereken doğruluğu sağlayacak bir jeoid modelin varlığı GPS yüksekliklerinden (elipsoidal yükseklik) ortometrik yüksekliklerin hesaplanmasına olanak sağlar.

3.6.1 Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon

Bu yöntem noktasal bir enterpolasyon yöntemi olup herhangi bir noktanın enterpolasyon değeri çevresindeki dayanak noktalarından ağırlıklı ortalama ile belirlenir. Dayanak noktalarının bilinen değerlerine atanacak ağırlık değeri dayanak ve enterpolasyon noktası arasındaki mesafenin bir fonksiyonuna göre belli edilir bu nedenle ağırlıklar, her dayanak noktası için farklılıklar gösterebilir (Yurt, 2006).

Bir bölge içinde jeoid yüzeyi modeli oluşturmak için n sayıda dayanak noktasının gözlemler sonucu gerekli değerleri belirlenmiş olsun. Bölge içerisinde ağırlıklı ortalama yöntemine göre bir noktanın N jeoid ondülasyonu, o noktanın çevresinde bulunan m sayıda dayanak noktalarından hareketle,

$$N_e = \frac{\sum_{i=1}^m N_i P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (3.9)$$

genel eşitliği ile hesaplanabilir (Yiğit, 2003) Burada;

N_e = Enterpolasyonla bulunacak jeoid ondülasyonu

N_i = Enterpolasyon noktası çevresindeki dayanak noktalarının jeoid ondülasyonu

P_i = Dayanak noktalarına atanacak ağırlık değeri

m = Enterpolasyonda kullanılacak dayanak noktası sayısı

dır. Dayanak noktalarının enterpolasyon noktasına etki edecek ağırlıkları ise aralarındaki uzaklığa bağlı olarak, yani;

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_e)^2 + (y_i - y_e)^2} \quad (3.10)$$

olmak üzere ters ağırlık fonksiyonu olarak,

$$P_i = (1) / d_i^k \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, 3, 4 \quad (3.11)$$

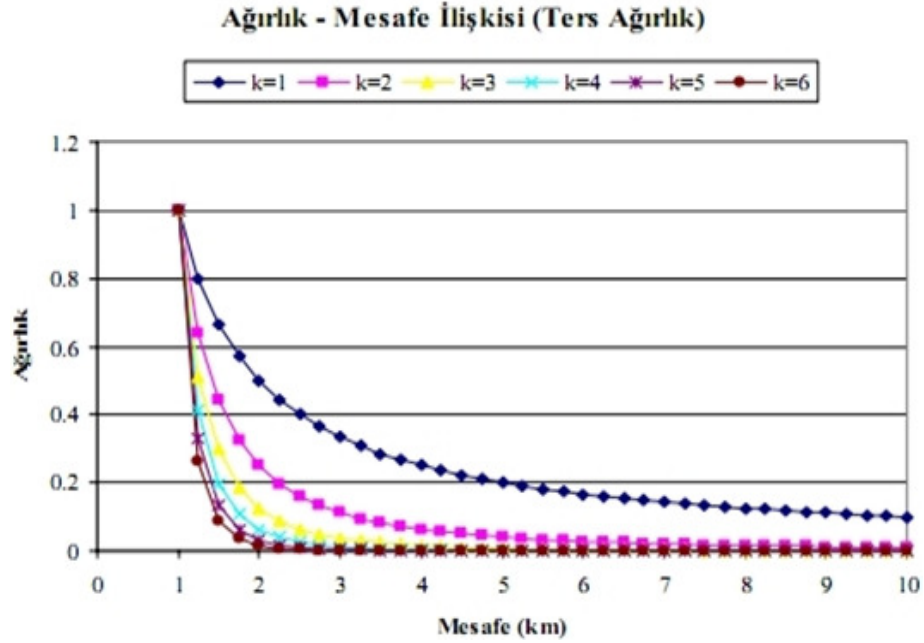
formülü ile hesaplanabileceği gibi,

$$P_i = (1) / (e^{(d_i/d_k)^2}) \quad i = 1, 2, \dots, m \quad k = 3, 4, 5 \quad (3.12)$$

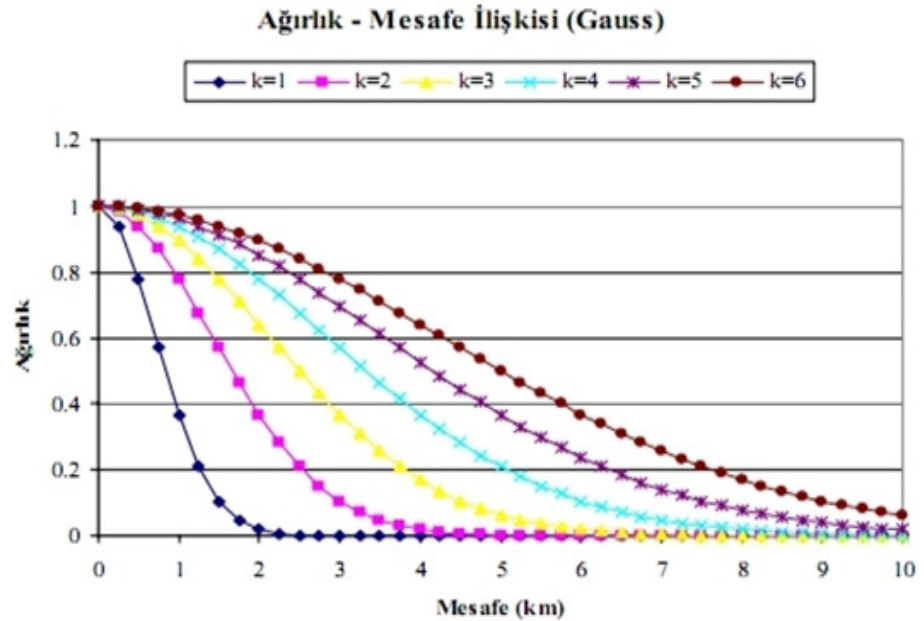
şeklindeki, Gauss fonksiyonundan da elde edilebilir (Güler, 1978).

Ağırlık değeri hesabında (3.11) formülü kullanılırsa k değerinin seçimi daha bir önem kazanacaktır. Uzaklıkla ağırlık ters orantılı olduğu için k değerinin artmasıyla birlikte uzaktaki noktanın enterpolasyonla jeoid ondülasyonu belirlenecek noktaya etkisi az olacaktır. Bu durumda çok fazla dayanak

noktası bulunan büyük bölgelerde k değeri büyük tutularak azaltılmalıdır. k değeri 4 ve üzeri değerlerde seçildiğinde yaklaşık aynı sonucu vermektedir (Yurt, 2006). **Şekil 3.2** ve **Şekil 3.3**'de ağırlık mesafe ilişkisi grafik olarak gösterilmektedir.



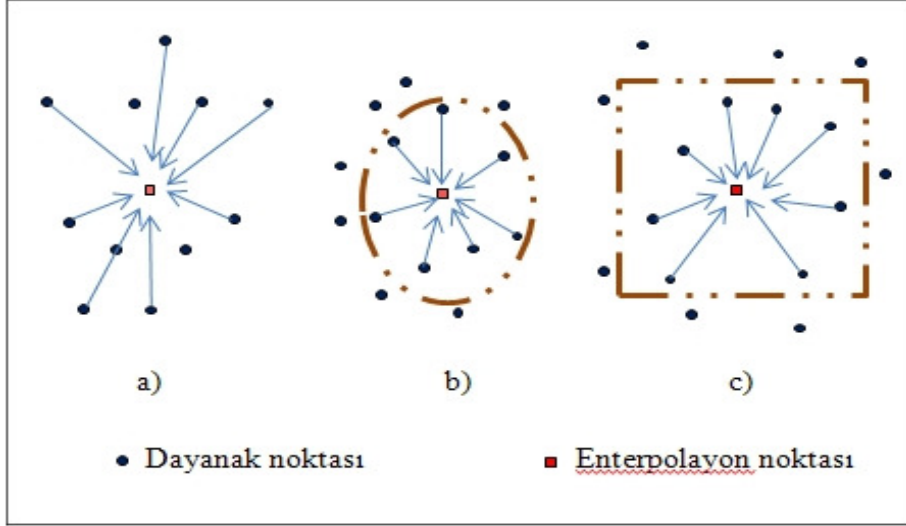
Şekil 3.2 : Ters ağırlık fonksiyonunda ağırlık mesafe ilişkisi (Yurt, 2006).



Şekil 3.3 : Gauss fonksiyonunda ağırlık mesafe ilişkisi (Yurt, 2006).

Ağırlıklı ortalama yönteminde enterpolasyon noktaları için çalışma alanında n tane olan tüm dayanak noktalarının kullanılması yerine enterpolasyon noktası civarındaki m tane dayanak nokta sayısının kullanılması önerilmektedir (İnal ve

Yiğit, 2004). Kullanılacak dayanak noktalarının seçimi için genellikle enterpolasyon noktası merkez alınmak suretiyle oluşturulan kritik daire ya da dörtgen kullanılabilir (Şekil 3.4). Bu durumda kritik daire ya da dörtgenin boyutlarının belirlenmesi problemiyle karşılaşılır. Kritik daire ya da dörtgen boyutları dayanak noktalarının konumsal dağılımıyla doğrudan ilişkilidir (Çakır ve Şen, 2006).



Şekil 3.4: a) Ağırlıklı ortalama enterpolasyon ve dayanak noktaları b) Kritik daire c) Kritik dörtgen.

bir enterpolasyon noktası dayanak noktaları ile birlikte Delaunay kriterine göre üçgenlenirse enterpolasyon noktası ile birleşerek üçgen kenarı oluşturan bütün dayanak noktaları enterpolasyon noktasının doğal komşusu olur. Dolayısıyla ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon işlemi sadece bu dayanak noktaları kullanılarak yapılabilir. Doğal komşulukların kullanılması kritik daire ya da dörtgen boyutunun belirlenmesi gereğini ortadan kaldıracaktır (Yanalak, 2002).

Yapılan literatür çalışması neticesinde, ülkemizde Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon tekniği kullanılarak jeoid belirleme çalışmalarının gerçekleştirildiği, sayısal yükseklik modellerin oluşturulduğu çok sayıda çalışmanın bulunduğu tespit edilmiştir (Akçın, 1998; Yiğit, 2003; Alkanalka, 2005; Yaprak, 2007; Ayar, 2009; Keçeci, 2011).

3.6.1.1 Mesafeyle ters ağırlıklı enterpolasyon yöntemi (IDW)

Literatürde pek çok ağırlıklı ortalama yöntemi olmasına karşın tez uygulamasında ele alındığı ve kullanıldığı için IDW enterpolasyonuna ilişkin bilgiler verilmiştir.

Enterpolasyon yapılacak yakındaki noktaların uzaktaki noktalara göre daha fazla ağırlığa sahip olması esasına dayanır (Keçeci,2011). Dolayısıyla ağırlıklandırılma, kestirim noktası ile dayanak noktası arasındaki uzaklığa bağlı bir fonksiyonla tanımlanır. Bu durumda, bütün ölçülere aynı ağırlığın verilmesi yerine kestirim noktasına yakın noktalar için daha büyük ağırlık tanımlanır (Açıkgöz, 2002).

Ağırlıklı ortalama yönteminde, herhangi bir k noktasına karşılık gelen \hat{N}_k jeoid ondülasyon değeri, n (i=1,2,...n) sayıdaki dayanak noktasına ait N_i jeoid ondülasyon değerlerinden yararlanarak;

$$\hat{N}_k = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{N_i}{h_{ik}^\beta}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_{ik}^\beta}} \quad (3.13)$$

$$N(X, Y) = N_{\text{trent}} + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{N_i}{h_{ik}^\beta}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{h_{ik}^\beta}} \quad (3.14)$$

$$h_{ik} = \sqrt{d_{ik}^2 + \delta^2} \quad (3.15)$$

eşitlikleri ile belirlenir. Burada;

N_{trent} : Dayanak noktalarından hesaplanan jeoid ondülasyon değeri

d_{ik} : i nci dayanak noktası ile k inci kestirim noktası arasındaki uzaklık

β : ağırlık katsayısı(Power parametresi)

δ : düzleştirme parametresi

h_{ik} :Uzaklığa bağlı ağırlık değeri dir.

Dayanak noktalarının ağırlıklarının uzaklığa bağlı olarak belirlendiği bu yöntemde, uzaklık arttıkça ağırlık küçülecek ve bir noktadan sonra sıfıra eşit olacaktır ve ağırlığı sıfır olan dayanak noktasının kestirimde hiçbir etkisi kalmayacaktır.

Bu yöntemde, ağırlık katsayısı ve enterpolasyonda kullanılacak nokta sayısını(n) belirlemek için, jeoid yüksekliği bilinen noktalar kullanılarak bu noktalarda kestirilecek jeoid ondülasyonları ile bilinen jeoid ondülasyonlarının karşılaştırılması yapılır. Dayanak noktalarının bilinen (N_i) ve kestirilen (\hat{N}_i) değerlerinden hesaplanan;

$$dN = N_i - \hat{N}_i \quad (3.16)$$

farklarının kareleri toplamını minimum yapan katsayı, çalışılan bölge için en uygun katsayı ve nokta sayısı olarak seçilir(Alkanalka, 2005).

3.6.2 Polinomlarla enterpolasyon

Polinomlarla enterpolasyonun temel amacı çalışma alanının tek bir fonksiyonla ifade edilmesi olduğu için en yaygın kullanılan tekniklerden birisi olmuştur(Yurt,2006). Bu teknikte temel özellik, jeoid yüzeyini modellemeye yarayacak, verileri bilinen dayanak noktalarından yararlanarak, sabit katsayılar üretmek ve bu katsayılar yardımıyla yeni noktaların yüksekliklerini hesaplamaktır. Polinomlar ayrıca kolokasyon, kriging gibi yöntemlerin uygulanmasında çalışma alanında trend yüzeyi olarak yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (Yılmaz, 2005).

Yapılan literatür çalışması neticesinde, ülkemizde polinomlarla enterpolasyon tekniğinin kullanıldığı pekçok çalışmanın gerçekleştirildiği tespit edilmiştir. Bu çalışmaların bazılarında polinomlarla enterpolasyon tekniği kullanılarak sayısal yükseklik modelleri oluşturulmuş ve başkaca enterpolasyon teknikleri kullanılarak oluşturulan sayısal yükseklik modelleri ile yöntem hassasiyetleri yönünden kıyaslamalar yapılmıştır(Alkanalka, 2005; Keçeci, 2011). Yapılan bazı çalışmalarda ise polinomlarla enterpolasyon teknikleri kullanılarak jeoid yüzey modelleri oluşturulmuş ve diğer enterpolasyon teknikleri kullanılarak oluşturulan jeoid yüzey modelleri ile yöntem hassasiyetleri yönünden kıyaslanmıştır (Akçın, 1998; Yiğit, 2003; Yılmaz, 2005; Yurt, 2006; Yaprak, 2007; Ayar, 2009).

3.6.2.1 Ortogonal polinomlarla enterpolasyon

Yüzey genellikle iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla ifade edilir(Yılmaz, 2005). Polinomun temel tanımı;

$$N(x,y)=\sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^k a_{ij} x^i y^j \quad (3.17)$$

şeklindedir. Burada;

a_{ij} : Polinomun katsayıları

n : Polinomun derecesi

x,y : Noktanın düzlem koordinatları,

dır. Polinomun aldığı dereceye göre terim sayısı değişir. **Çizelge 3.2.**'de 5. dereceye kadar polinomların isimleri ve terim sayıları gösterilmiştir.

Çizelge 3.2 : Ortogonal polinomlar, derecesi, adı ve elaman sayısı (Yurt, 2006).

Polinom	Derecesi	Yüzey Adı	Terim Sayısı
$N_0 = a_{00}$	Sıfır	Düzlem	1
$+ a_{01}y + a_{10}x$	Birinci	Lineer	3
$+ a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2$	İkinci	Kuadratik	6
$+ a_{03}y^3 + a_{12}xy^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3$	Üçüncü	Kübik	10
$+ a_{04}y^4 + a_{13}xy^3 + a_{22}x^2y^2 + a_{31}x^3y + a_{40}x^4$	Dördüncü	Kuartik	15
$+ a_{05}y^5 + a_{14}xy^4 + a_{23}x^2y^3 + a_{32}x^3y^2 + a_{41}x^4y + a_{50}x^5$	Beşinci	Kuintik	21
+

Ortogonal polinomlarda polinomun dereceleri ile katsayı sayıları arasında,

$$u = \frac{1}{2}(n+2)(n+1) \quad (3.18)$$

şeklinde bir ilişki vardır. Burada u polinomun katsayı sayısını göstermektedir ve herhangi bir derecede ortogonal polinomlarla yüzey elde etmek için bölgede bulunması gereken minimum dayanak noktası ihtiyacını verir. Dolayısıyla bölgede bulunması gereken dayanak noktası sayısına göre oluşturulabilecek ortogonal polinomun maksimum derecesi ise,

$$n = \frac{-3 + \sqrt{1+8u}}{2} \quad (3.19)$$

formülünden bulunabilir.

(3.17) genel denklemi verilen ortogonal polinom çözümü için öncelikle polinomun derecesi seçilir ve seçilen polinomun derecesine göre **Çizelge 3.2**'deki gibi uygun denklem oluşturulur. Daha sonra dayanak noktalarının her biri için bilinen değerler yerine konur. Polinomun matris çözümünde bilinmeyen katsayılar X matrisi olarak alınır. Bilinmeyen katsayıların yanındaki değerlerle bir A matrisi, bilinen jeoid ondülasyonları ile de L matrisi oluşturulur. Jeoid ondülasyonları bilinen m sayıda dayanak noktalarından hareketle ikinci derece (kuadratik) bir yüzey polinomunun oluşturulması (3.20)'de gösterilmektedir (Yurt, 2006).

$$N(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2 \quad (3.20)$$

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{01} \\ a_{10} \\ a_{02} \\ a_{11} \\ a_{20} \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & y_1^2 & x_1 y_1 & x_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & y_2^2 & x_2 y_2 & x_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_m & x_m & y_m^2 & x_m y_m & x_m^2 \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_m \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

(3.21)'de verilenler (3.20)'e göre düzenlenirse

$$\underline{L} = \underline{A} \underline{X} \quad (3.22)$$

olur ve (3.22) denklemini bütün fonksiyonlar için geçerlidir. Bu durumda bilinmeyen katsayıların matris çözümü için normal denklemler,

$$\underline{N} = \underline{A}^T \underline{A} \quad ; \quad \underline{n} = \underline{A}^T \underline{L} \quad (3.23)$$

şeklinde oluşturulur. Buradan bilinmeyen katsayıların değeri;

$$\underline{X} = \underline{N}^{-1} \underline{n} \quad (3.24)$$

şeklinde matris çözümle elde edilir. Elde edilen değerler ana denklemde (kübik yüzey için 3.20 numaralı denklem) yerine konur ve bölge içerisinde istenilen noktada enterpolasyon yapılır.

3.6.2.2 Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon

Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonun matematiksel ifadesi;

a_{ij} : Polinomun katsayıları

n : Polinomun derecesi

x, y : Noktanın düzlem koordinatları

olmak üzere;

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (3.25)$$

şeklindedir (Yurt, 2006). Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda polinomun derecesi ile bilinmeyen katsayıların sayısı arasındaki ilişki;

$$u = (n+1)^2 \quad (3.26)$$

formülü ile gösterilmektedir. Dolayısıyla bölgede bulunan dayanak noktası sayısına göre oluşturulabilecek ortogonal olmayan polinomun maksimum derecesi ya da diğer bir deyişle seçeceğimiz polinomun derecesinde kullanabileceğimiz minimum dayanak noktası sayısı;

$$n = \sqrt{u} - 1 \quad (3.27)$$

denklemleriyle belirlenir. Ortogonal olmayan polinomların derecelerine göre terim sayıları ve isimleri **Çizelge 3.3**'te verilmiştir.

Çizelge 3.3 : Ortogonal olmayan polinomlar, derecesi, adı ve eleman sayısı (Yurt, 2006).

Polinom	Derecesi	Yüzey Adı	Terim Sayısı
$N_0 = a_{00}$	Sıfır	Düzlem	1
$+a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy$	Birinci	Bi-lineer	4
$+a_{02}y^2 + a_{12}xy^2 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{22}x^2y^2$	İkinci	Bi-kuadratik	9
$+a_{03}y^3 + a_{13}xy^3 + a_{23}x^2y^3 + a_{30}x^3 + a_{31}x^3y + a_{32}x^3y^2 + a_{33}x^3y^3$	Üçüncü	Bi-kübik	16
+

Ortogonal olmayan polinomların çözümünde ise **Çizelge 3.3**'deki polinom oluşturulur ve sonrasında yine bilinmeyen katsayılarla \underline{X} matrisi, bilinmeyen katsayıların yanındaki değerlerle \underline{A} matrisi ve jeoid ondülasyonları ile \underline{L} matrisi oluşturulur(3.29). Daha sonra oluşturulan değerler (3.22), (3.23) ve (3.24) denklemlerinde yerine konur. Böylece ortogonal olmayan polinomlar için bilinmeyen katsayı değerleri bulunur ve ana polinom formülünde yerine konularak bölge içerisindeki her noktada enterpolasyon yapılabilir. Jeoid ondülasyonları bilinen m sayıda dayanak noktalarından hareketle ikinci derece (bi-kuadratik) bir polinomun oluşturulması (3.28)'de görülmektedir.

$$N(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy + a_{02}y^2 + a_{12}xy^2 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{22}x^2y^2 \quad (3.28)$$

$$\underline{X}^T = [a_{00} \quad a_{01} \quad a_{10} \quad a_{11} \quad a_{02} \quad a_{12} \quad a_{20} \quad a_{21} \quad a_{22}]$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1y_1^2 & x_1^2 & x_1^2y_1 & x_1^2y_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2y_2^2 & x_2^2 & x_2^2y_2 & x_2^2y_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_m & x_m & x_my_m & y_m^2 & x_my_m^2 & x_m^2 & x_m^2y_m & x_m^2y_m^2 \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_m \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

3.6.2.3 En uygun polinomun belirlenmesi

İlk bakışta çalışma alanı için kaçınıcı dereceden bir yüzey polinomunun kullanılacağı bilinemez. Uygun polinom yüzeylerinin belirlenebilmesi için, polinomlar birinci dereceden başlatılmak üzere dengeleme sonuçları analiz edilir. Polinomun derecesi

arttıkça soncul varyans değeri küçülür. Polinom için belirlenecek en uygun derece, soncul varyansın büyüme başladığı polinom derecesinin bir eksigidir. Polinom derecesinin çok büyük olması, bilinmeyen sayısının artması yanında yüzeyde gereksiz salınımlara neden olur. Bu da yüzeyin duyarsızlaşması demektir ki, yüzey üzerinde gerçeği yansıtmayan yükseklik değişimlerine neden olabilir (Yiğit, 2003).

En küçük karelerle dengelemede fonksiyonel modeli oluşturan bilinmeyenlerin en uygun değerleri, normal dağılımda olduğu varsayılan ölçülerin hatalarının kareleri toplamının minimum olması şartına göre belirlenir. Normal dağılımlı olduğu varsayılan ölçülerle kestirilen parametreler test edilmelidir. Uygulanabilir temel istatistiksel testler; model testi, kestirilen parametreler için anlamlılık testi ve uyumsuz ölçü testidir (Yiğit, 2003; Yurt, 2006).

3.6.3 Multiquadratik yüzey enterpolasyonu ile jeoid belirleme

Çalışılacak bölgedeki bilinen tüm dayanak noktalarından faydalanarak tek bir fonksiyonla yüzeyi tanımlamayı amaçlayan yöntem, 1971 yılında R.L. Hardy tarafından önerilmiştir. Analitik bir çözümleme tekniğidir (Yurt, 2006). Öncelikli olarak tüm dayanak noktalarının kullanımıyla bir trend yüzeyi oluşturulur. Oluşturulmuş trend yüzeyinden yararlanarak dayanak noktalarının ΔN_i artık ondülasyonlar hesaplanır.

$$\Delta N_i = N_i - N(x_i, y_i) = N_i - N_{\text{trend}} \quad i=1,2, \dots, m \quad (3.30)$$

(x_e, y_e) enterpolasyon noktasındaki ΔN_e artık ondülasyon değerleri ise ,

$$\Delta N_e = N_e - N(x_e, y_e) = N_e - N_{\text{trend}} \quad (3.31)$$

şeklinde. Burada ΔN_e ve N_e bilinmeyen değerlerinden biri çözümlendiği zaman diğeri bulunur. Burada artık ondülasyon değerleri Hardy'nin " Multiquadrik Yüzey" diye tanımladığı katsayıları tanımlanmış ikinci dereceden yüzey denklemlerinin toplamı olarak belirlenir (Yurt, 2006). Multiquadratik yüzeyin en genel eşitliği;

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m K_i [Q(x, y, x_i, y_i)] \quad (3.32)$$

şeklinde serilerle gösterilebilir. Burada;

K_i : Dayanak noktalarının bilinen ΔN_i değerlerinden hesap edilecek olan bilinmeyen katsayılarıdır. Bu katsayılar ikinci dereceden terimlerin işaretlerini ve eğilimini belirler (Güler, 1985),

$Q(x,y, x_i, y_i)$: Kernel fonksiyonu.

dur. Buradaki ΔN artık jeoidi, x ve y koordinatlarının bir fonksiyonu olan m sayıdaki Q yüzeylerinin toplamından oluşur. Multiquadratik jeoid yüzeyleri;

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m K_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2] \quad (3.33)$$

şeklinde dairesel paraboloid serilerinin toplamları ya da

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m K_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2]^{1/2} \quad (3.34)$$

şeklinde iki yapraklı dairesel hiperboloid serilerin toplamları ile ifade edilebilir. Bağıntılardaki δ isteğe bağlı bir katsayıdır. Nasıl ve hangi büyüklükte alınacağı konusunda araştırmacılar uzun yıllardan beri incelemelerde bulunmuş ve farklı çalışmalar için birçok hesaplama yöntemi geliştirilmiştir(Yiğit, 2003). Hardy (1990) tarafından ileri sürülen bağıntı

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]}{m(m-1)}} \quad (3.35)$$

şeklinindedir.

δ değeri sıfır (0) alınarak (3.34) eşitliğinde yerine konulursa multiquadratik jeoid yüzeyi

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m K_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]^{1/2} \quad (3.36)$$

biçiminde dairesel dik konilerin toplamından oluşur. Burada K_i katsayılarını belirlemek için önce x, y ve ΔN değerleri bilinen m tane dayanak noktasından hareketle,

$$\Delta N_j = \sum_{i=1}^m [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} \quad (3.37)$$

Bağıntısından yararlanarak;

$$a_{ij} = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} \quad i, j = 1, 2, \dots, m \quad (3.38)$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} \Delta N_1 &= K_1 a_{11} + K_2 a_{12} + \dots + K_m a_{1m} \\ \Delta N_2 &= K_1 a_{21} + K_2 a_{22} + \dots + K_m a_{2m} \\ \dots & \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ \Delta N_m &= K_1 a_{m1} + K_2 a_{m2} + \dots + K_m a_{mm} \end{aligned} \quad (3.39)$$

denklemleri oluşturulur. (3.39) denklemlerini matris biçiminde gösterir isek

$$\underline{\Delta N} = \begin{bmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \dots \\ \Delta N_m \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \quad \underline{K} = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \dots \\ K_m \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

şeklını alır. Buradan;

$$\underline{\Delta N} = \underline{A} \underline{K} \quad (3.41)$$

ifadesi yazılabilir. Bilinen değerler eşitliğin bir tarafında toplanır ise (3.41) denklemini;

$$\underline{K} = \underline{A}^{-1} \underline{\Delta N} \quad (3.42)$$

şeklını alır. Burada K_i katsayıları matris çözümle elde edilir. (3.43) denklemini K_i katsayıları yerine konarak,

$$N_e = N_{trend} + \sum_{i=1}^m K_i [(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2]^{1/2} \quad (3.43)$$

biçiminde yeniden yazılması ile x_e ve y_e koordinatları bilinen herhangi bir enterpolasyon noktasının jeoid ondülasyonunu belirleyecek hale getirilir.

3.6.4 Simpson enterpolasyonu

Simpson enterpolasyon yönteminin kolay ve iyi bir şekilde anlaşılabilmesi için Voronoi Diyagramı ve Deleunay Üçgenlemesi kavramlarının tanımlanması gerekmektedir.

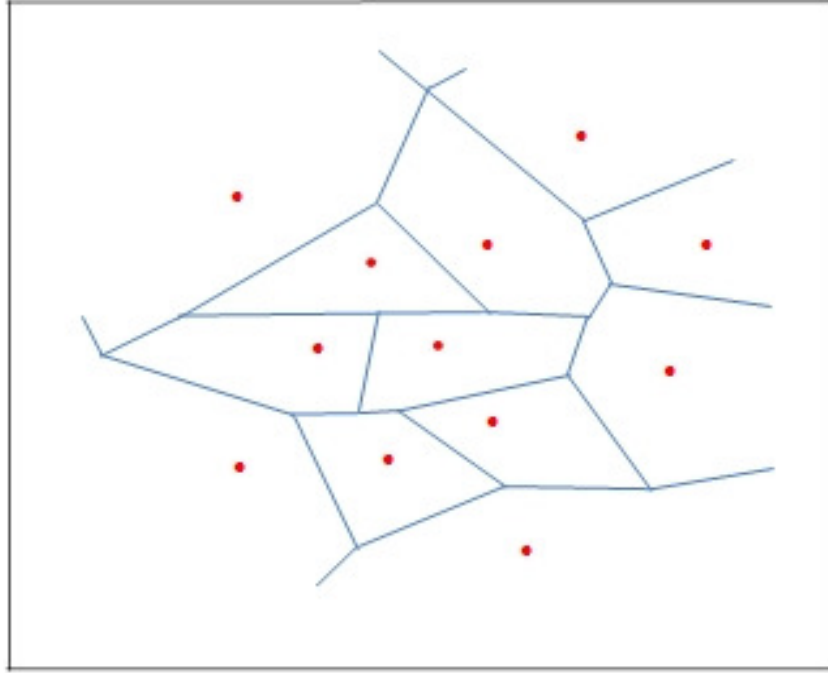
3.6.4.1 Voronoi diyagramı ve deleunay üçgenlemesi

Voronoi diyagramı literatürde Dirichlet, Thiesen veya Wigner-Seitz diyagramı olarak da anılmaktadır (Ayar, 2009; Keçeci, 2011). Düzlemde yer alan sonlu nokta kümesine ait herhangi bir noktaya, kümedeki diğer noktalardan daha yakın konumda bulunan düzlem noktalarının geometrik yerine o noktanın Voronoi çokgeni (poligonu) denilmektedir. Kümedeki tüm noktaların Voronoi çokgenlerinin birleşimi, o kümenin Voronoi diyagramını oluşturur. **Şekil 3.5**'de bir veri kümesi ve ona ait Voronoi diyagramı görülmektedir. Bu diyagram en yakın nokta problemleri için kullanılan kesin bir yapıdır.

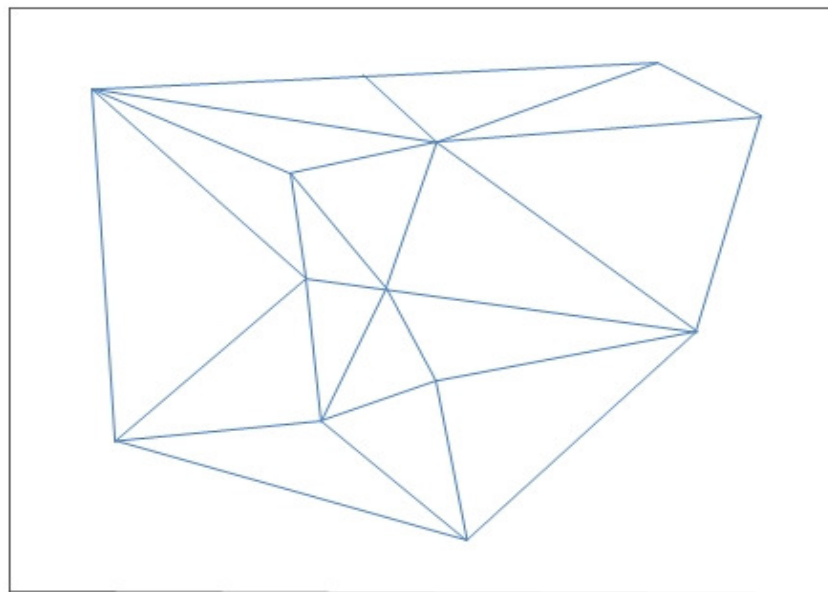
Bir noktanın Voronoi çokgeni herhangi bir noktayı, kendisine en yakın konumdaki komşu noktalardan ayırmaktadır. Çokgenin kenarları, nokta ile komşu

noktaları birleştiren doğru paralarının kenar orta dikmelerinden oluşmakta, her nokta kendisine ait komşu noktalar ile birleştirildiğinde Delaunay ugenlemesi elde edilmektedir. Delaunay ugenlemesi hesaplamalı geometride olduka önemli bir yer tutmaktadır (Yanalak, 1997; Ayar, 2009).

şekil 3.5’de Voronoi diyagramı verilmiř olan kümenin şekil 3.6’da Deleunay ugenleri görölmektedir.



şekil 3.5 : Voronoi Diyagramı.



şekil 3.6 : Delaunay ugenlemesi.

Deleunay üçgenlemesine ait bazı önemli özellikler şunlardır:

- a) Tek anlamlıdır ve başlangıç noktasından bağımsızdır.
- b) Oluşan üçgenler oluşturulması en olası eşkenar üçgenlerdir(eş açılık özelliği). Çok dar açılı üçgenlerin oluşumunu ve dolayısıyla birbirine uzak konumda olan ve direkt ilişkisi bulunmayan noktalar arasında doğrusal bir ilişki kurulması engellenmektedir.
- c) Üçgenlerin çevrel çemberi içerisinde bir başka nokta yer almamaktadır(çevrel çember özelliği).
- d) Veri kümesinin dışbükey çerçevesi üçgenlemede yer almaktadır. Bir nokta kümesinin dışbükey çerçevesi o kümeyi içine alan en küçük çokgendir.
- e) Dayanak noktaları kümesinde birbirine en yakın konumda bulunan nokta çiftinin oluşturduğu doğru parçası üçgenlemede yer almaktadır.
- f) Her bir noktayı kendisine en yakın nokta ile birleştiren doğru parçası bir üçgen kenarını oluşturmaktadır(Yanalak, 1997; Ayar, 2009)

Delaunay Üçgenlemesi bilinen pek çok CAD tabanlı programda kullanılan bir üçgenleme yöntemidir. Sayısal arazi modellemesinde yaygın olarak kullanılması nedeniyle mesleki programlarda da yaygın bir biçimde kullanılan üçgenleme yöntemidir.

3.6.4.2 Simpson enterpolasyon yöntemi

Simpson enterpolasyonu voronoi diyagramı, doğal komşu ve doğal komşu koordinatları kavramları ile kolay bir biçimde açıklanabilmektedir. Komşu voronoi çokgenine ait iki nokta, birbirinin doğal komşusu olarak adlandırılmaktadır. **Şekil 3.7'**de görülen bir (1) nolu noktanın doğal koşulları 6, 7, 2, 3, 4 numaralı noktalardır. Delaunay üçgenleme ve voronoi diyagramları, düzensiz dağılmış noktalardan doğal komşu enterpolasyonu ile düzgün geometrik yüzeyler elde etmek için kullanılır (Yanalak, 2004). Doğal komşu koordinatları Simpson enterpolasyonunda enterpolasyon fonksiyonu olarak kullanılır (Ayar, 2009).

R^2 , Euclidean uzayında $N = \{n_1, n_2, \dots, n_m\}$ noktalar kümesi olmak üzere, N kümesinin voronoi diyagramı yüzeyin P_1 şeklinde kapalı alt bölümlere ayrılmış halidir. Burada her bir P_1 bir n_1 noktası ile ilişkilidir ve bu P_1 içindeki herhangi bir başka nokta n_1 'e diğer noktalardan daha yakındır. P_1 bölgeleri n_1 noktalarının voronoi çokgenleridir. 7 noktadan oluşan N kümesi için voronoi diyagramı x

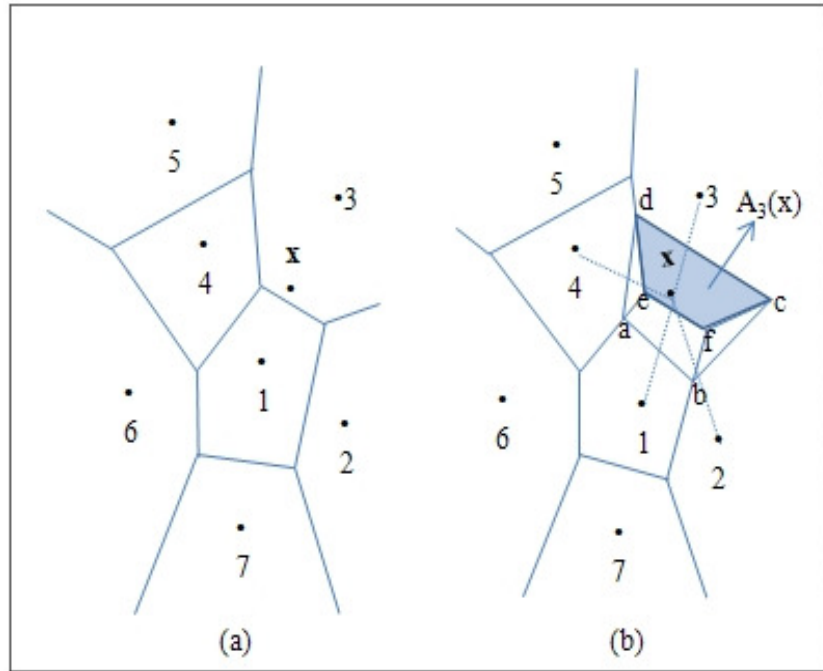
noktasının doğal komşu noktalarının düzlem üzerinde konumu görülmektedir(Şekil 3.7).

Şekil 3.7’de $A(x) : P_x$ voronoi hücresi içerisinde bir alan olsun, x noktasının doğal komşu koordinatı I doğal komşu noktalarının $A_I(x)$ ($I=1-4$) alanlarının x noktasının toplam voronoi hücre alanına bölünmesiyle elde edilir.

$$\Phi_I(x) = A_I(x) / A(x) \quad (3.44)$$

$I, 1$ 'den n 'ye ve $A(x) = \sum_{j=1}^n A_j(x)$ 'dir. Şekil 3.7 (b)'de gösterilen ikinci derece hücreler dört bölge (Kapalı poligonlar abfe, bcf, cdef, aed) ve bölgelerin birleşiminden oluşan (kapalı abcd) 1. Dereceden Voronoi çokgenidir. Şekil 3.7'de $\Phi_3(x)$ şekil fonksiyonu;

$$\Phi_3(x) = A_3(x) / A(x) \quad (3.45)$$



Şekil 3.7 : Doğal komşuların gösterimi: (a) Orijinal Voronoi diyagramı ve x ; (b) x noktasının 1. derece ve 2. derece Voronoi çokgenleri.

Eğer x noktası herhangi bir nokta ile çakışırsa ($x=x_I$), $\Phi_I(x) = 1$, ve tüm Simpson şekil fonksiyonları sıfırdır(3.46).

$$0 \leq \Phi_I(x) \leq 1 \text{ ve } \sum_{I=1}^n \Phi_I(x) = 1 \quad (3.46)$$

Simpson şekil fonksiyonu yerel koordinat özelliklerini denklemleriyle sağlar;

$$x = \sum_{I=1}^n \Phi_I(x) x_I \quad (3.47)$$

Doğal komşu enterpolasyonu öncelikli olarak veri enterpolasyonunda ve jeofiziksel olayların modellenmesinde kullanılır. Z fonksiyonu matematiksel olarak (3.48)'deki şekliyle ifade edilir.

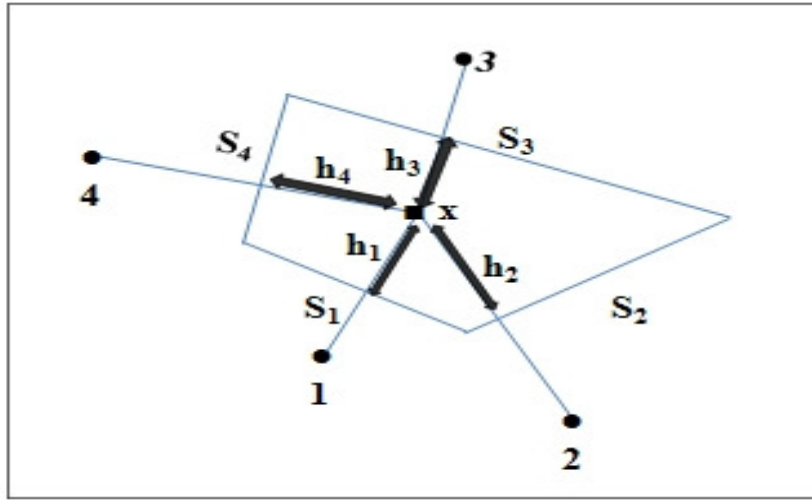
$$z(x) = \sum_{I=1}^n \phi_I(x) z_I \quad (3.48)$$

z_I ($I=1,2,n$) doğal komşu noktalarının düğüm değerlerinin vektörleri (yükseklik, mesafe, jeoid yüksekliği vb.) ve $\phi_I(x)$ Şekil 3.7'de tanımlanan Simpson şekil fonksiyonlarıdır.

3.6.5 Non-Simpson enterpolasyon yöntemi

Şekil 3.7(b)'de x noktasının (Voronoi diyagramı kavramı düşünülerek), 4 doğal komşu noktaya sahip olduğu görülmektedir. $S_I(x)$, R^2 düzleminde 1 noktasına ilişkin voronoi çokgeninin kenarlarının uzunluğudur. $h_I(x)$ ise x noktası ile 1 noktasına ilişkin voronoi çokgen kenarı arasındaki dik uzaklıktır. Şekil 3.8'de Non-Simpson şekil fonksiyonu $\Phi_I(x)$, (3.49) eşitliği ile tanımlanır.

$$\Phi_I = \frac{\alpha_I(x)}{\sum_{j=1}^n \alpha_j(x)}, \quad \alpha_j(x) = \frac{s_j(x)}{h_j(x)} \quad (3.49)$$



Şekil 3.8: Non-Simpson enterpolasyonu.

$\Phi_I(x)$ Non-Simpson enterpolasyon fonksiyonu $x=(x,y)$ noktası ve keyfi sayıda doğal komşu enterpolasyon noktasıyla (3.50), (3.51), (3.52) denklemleriyle açıklanır. $x_m=(x_m,y_m)$ ve $x_n=(x_n,y_n)$ 'in x noktası için iki doğal komşu olması halinde, $n = m+1$ veya $n = m-1$ şeklinde yazılabilir. Şekil 3.8'deki nokta diziliş yönünden farklı olarak noktaların yönleri saat yönünün pozitif yön olduğu düşünülerek s_m/h_m eşitliği değeri hesaplanır;

$$\alpha_m = s_m / h_m = |r_m - l_m| \quad (3.50)$$

$$r_m = \frac{(x_m - x_{m-1})(x_{m+1} - x) + (y_m - y_{m+1})(y_{m+1} - y)}{(x_m - x)(y_{m+1} - y) - (x_{m+1} - x)(y_m - y)} \quad (3.51)$$

$$l_m = \frac{(x_m - x_{m-1})(x_{m-1} - x) + (y_m - y_{m-1})(y_{m-1} - y)}{(x_m - x)(y_{m-1} - y) - (x_{m-1} - x)(y_m - y)} \quad (3.52)$$

Yukarıdaki eşitlikler bütün komşu noktalar için uygulanıp, Non-Simpson fonksiyonu denklem (3.48)'de uygulanarak noktaların (yükseklik, mesafe, jeoid yüksekliği, vb) hesaplanabilir (Yanalak, 2003).

3.6.6 Geoistatistiksel enterpolasyon yöntemi

Geoistatistik, istatistiğin uygulamalı bir dalı olup, ilk olarak yerbilimlerinde karşılaşılan kestirim problemlerinin çözümüne yönelik olarak ortaya çıkmıştır (Yaprak, 2007). Geoistatistik gözlemlerin yapıldığı noktaların konumları ve gözlemler arası korelasyon dikkate alınarak yansız ve minimum varyanslı kestirimler yapılabilmektedir (Çetin ve Tülcü, 1998; Başkan, 2004; Yaprak ve Arslan, 2008(b)).

Geoistatistik, bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere birlikte önemli ölçüde zaman, emek ve para kazancı sağlayan, parametreler arasındaki ilişkilerden yararlanılarak, arazi ve özelliklerini modellemeye olanak sağlayan bir tekniktir.

Geoistatistik yöntemlerle yapılan bir analizi dört ana gruba ayırabiliriz. Bunlar;

- I. Bölgesel değişkenin değerleri arasındaki farkların uzaklığa bağlı değişimlerini belirlemeye yarayan variogram modellerinin tespit edilmesi,
- II. Variogram modellerinin test edilmesi,
- III. Kriging kestirim tekniği ile noktasal, alansal veya bir hacmi temsil eden kestirimlerin yapılması,
- IV. Yapılan kestirim hatalarının belirlenmesidir.

Geoistatistiksel bir çalışmada bu unsurların hepsinin sistematik olarak yapılması gerekir (Çetin, 1996; Mert, 2004; Yaprak, 2007).

Gözlem verilerinin deneysel variogram yapısının belirlenmesi ve bu yapıya teorik olarak bir modelin uydurulması geoistatistiksel çalışmaların temelini oluşturmaktadır (Yaprak ve Arslan, 2008(b)).

3.6.6.1 Variogram analizi

Variogram uzayda farklı noktalarındaki değişkenler arasındaki bağımlılığı ölçen, karakterize eden bir fonksiyondur. Geoistatistikte bölgesel değişkenin değerleri arasındaki farkın uzaklığa bağlı değişimleri variogram fonksiyonu ile ortaya konur(Yiğit, 2003; Yaprak, 2007).

Variogram fonksiyonu, çalışma alanının bölgesel değişkeninin ne özellik gösterdiğini anlamada yardımcı olmakla birlikte bu fonksiyon ile değişkenin homojenlik derecesi, düzenliliği ve bir örneğin etkili olduğu uzaklık belirlenir.

Variogram fonksiyonu birbirinde s uzaklığındaki iki konumsal değişken arasındaki farkın varyansı olarak ifade edilir ve

$$2\gamma(s) = \text{Var}[N(x) - N(x + s)] \quad (3.53)$$

şeklinde yazılabileceği gibi, beklenen değer cinsinden,

$$2\gamma(s) = E[N(x) - N(x + s)]^2 \quad (3.54)$$

şeklinde yazılabilir(Tercan ve Saraç, 1998; Yaprak, 2007).

Deneysel variogram

Bölgesel değişkenin değerleri arasındaki farklar, benzerlik derecesini ortaya koyduğundan, uzaklığa bağlı ilişkiyi incelemede önemlidir. Bu farkların kareleri yarısı, farkların alındığı uzaklığa karşı grafiğe çizildiğinde variogram bulutu elde edilir (Tercan ve Saraç, 1998).

Variogram bulutunu çeşitli uzaklık sınıflarına ayırıp, her bir uzaklık sınıfı içinde ortalama değeri hesaplayarak deneysel variogram aşağıdaki eşitliklerle elde edilir.

$$\gamma(s_{ij}) = \frac{1}{2n} \sum_1^n (N(x_i, y_i) - N(x_j, y_j))^2 \quad (3.55)$$

$$s_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3.56)$$

Eşitliklerde;

s_{ij} = i ve j noktaları arası yatay uzaklık,

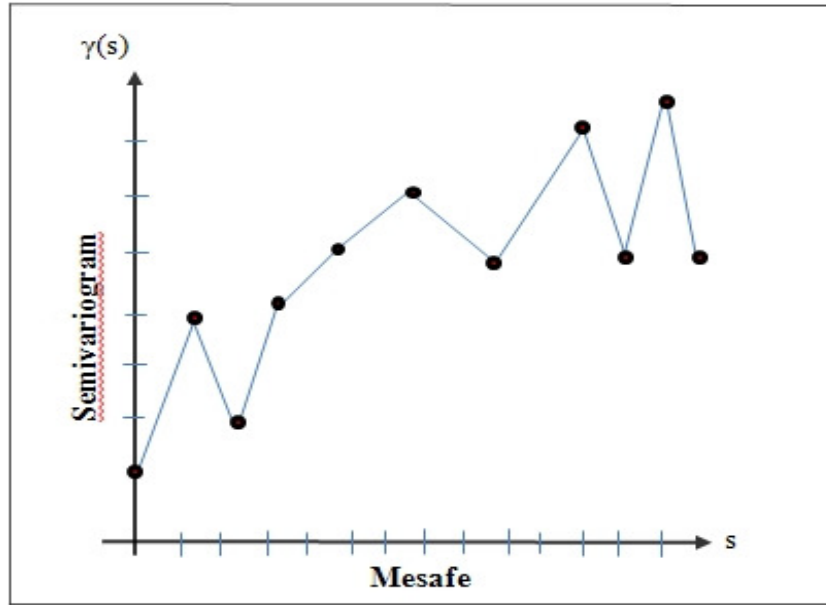
n = s_{ij} mesafedeki nokta çiftleri sayısı,

N_i = i noktasındaki jeoid ondülasyonu,

N_j = j noktasındaki jeoid ondülasyonu,

$\gamma(s_{ij})$ = s mesafesine ilişkin yarıvariogram değeridir (Yaprak, 2007; Uyguçgil, 2007).

Şekil 3.9'da örnek bir deneysel variogram grafiği gösterilmiştir. Yatay eksen uzunluk değerlerini, düşey eksen de bu uzunluk değerlerine karşılık gelen variogram değerlerini göstermektedir.



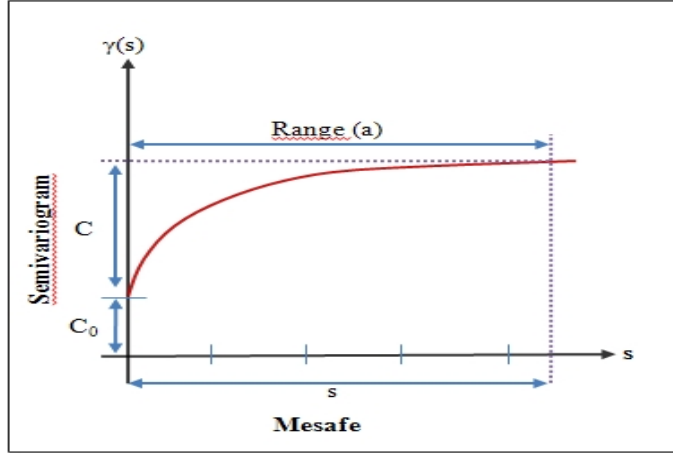
Şekil 3.9 : Deneysel variogram grafiği.

Çapraz doğrulama tekniği

Variogram model parametrelerinin belirlenmesine yönelik sık kullanılan yöntemlerden biri çapraz doğrulama tekniğidir. Çapraz doğrulama tekniği, teorik variogram parametrelerinin çalışma alanını temsil edip edemeyeceğinin belirlenmesinde bir ölçüt olarak kullanılmaktadır. Çapraz doğrulama tekniği, kriging metodu içerisinde yer alan ölçüm noktalarındaki değerleri çevresindeki değerlerle tahmin ederek, gerçek değerlerle tahmin değerlerini karşılaştıran, seçilen modelin güvenilirliğini test eden bir yöntemdir (Başkan, 2004).

Teorik variogram

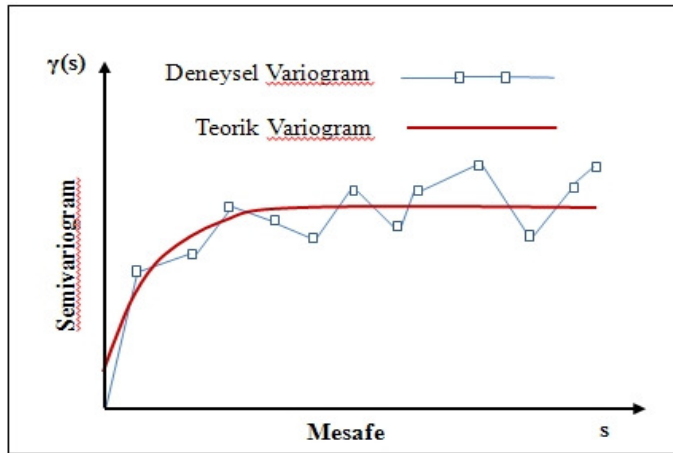
Teorik variogramlar, variogram formülü ile hesap edilen deneysel variogramlardan yararlanarak belirlenir ya da kriging ile variogram fonksiyonu arasında çapraz doğrulama tekniği kullanılır (Yiğit, 2003; Yaprak, 2007). Şekil 3.10'da örnek bir variogram model eğrisi (küresel model) ve parametreleri verilmiştir.



Şekil 3.10 : Örnek bir variogram modeli ve parametreleri.

Teorik variogram modeli matematiksel olarak parametreleri bilinen modellerdir. Geoistatistikte kullanılan variogram modellerinden en yaygın kullanılanları **Çizelge 3.4**'de matematiksel modelleri ile verilmiştir (Yiğit, 2003; Alkanalka, 2005; Yaprak, 2007; Yaprak ve Arslan 2008(a); Keçeci, 2011).

Geoistatistiksel enterpolasyon yönteminde ilk adım enterpole edilecek dağınık haldeki noktalardan variogramı oluşturmaktır. Her noktanın diğer noktalarla varyansının hesaplanması ile bulunan ve noktalar arası mesafenin karşılığı olan deneysel variogramın çizilmesi ile variogram bulutu oluşur. Uygulama mesafesi (lag mesafesi) ve sayının seçiminden sonra modele uygun teorik variogram modeli seçilir ve model çapraz doğrulama tekniği uygulanarak test edilir. **Şekil 3.11**'de deneysel ve teorik variogram modeli birlikte görülmektedir. Çapraz doğrulama tekniği, teorik variogram parametrelerinin çalışma alanını temsil edip edemeyeceğinin belirlenmesinde bir ölçüt olarak kullanılmaktadır.



Şekil 3.11: Deneysel ve teorik variogram.

Çizelge 3.4 : Çeşitli variogram modelleri.

Variogram Modeli	Fonksiyon (Parametreler)	Durum
Küresel	$\gamma(s) = C_0 + C \left[\frac{3s}{2a} - \frac{\left(\frac{s}{a}\right)^3}{2} \right]$ $\gamma(s) = C_0 + C$	$0 \leq s \leq a$ $s \geq a$
Üssel	$\gamma(s) = C_0 + C(1 - e^{-(s/a)})$	
Gauss	$\gamma(s) = C_0 + C(1 - e^{-\left(\frac{3s}{a}\right)^2})$	
Külçe Etki	$\gamma(s) = 0$ $\gamma(s) = C_0$	$s = 0$ $s > 0$
Doğrusal	$\gamma(s) = C_0 + C(s/a)$	
Hole Effect	$\gamma(s) = C_0 + C(1 - e^{-n} \cos \theta)$	$s > 0$
Dalga	$\gamma(s) = C_0 + C [1 - (\sin s/s)]$	
Logaritmik	$\gamma(s) = C_0 + C(\log(s))$	$s > 0$
Lineer	$\gamma(s) = C_0 + C(s)$	
Quadratik	$\gamma(s) = C_0 + C[2s - s^2]$ $\gamma(s) = C_0 + C$	$0 \leq s \leq a$ $s \geq a$
Rasyonel Quadratik	$\gamma(s) = C_0 + C[s^2/(1+s^2)]$	

Bu modeller içerisindeki parametreler;

C_0 : *Külçe (Nugget) Değeri* : Uzaklığa bağlı değişimin verilerden belirleneceği durumlarda, sınır değer, birbirine en yakın iki örnek nokta arasındaki uzaklıktır. Uygulamada bu uzaklıktan daha küçük uzaklıklarda değerler arasındaki farkın değişimi belirlenemez ve bu durum variogram orjininde bir süreksizliğe yol açar. Süreksizliğin bir nedeni de örnekleme ve analiz hatalarıdır. Variogramda bu durum nugget etkisi C_0 olarak kendisini gösterir (Mert, 2004). Kontrolsüz etki varyansı da denilen bu değer kestirim değerini etkilemez. Sadece kriging varyansında değişime sebep olur. (Tercan ve Saraç, 1998; Yiğit, 2003; Yaprak, 2007).

C: Variogramın yapısal bileşenleri için düşey ölçek değeridir.

$C + C_0$: *Eşik Değer (Sill)*: Variogram fonksiyonunun toplam düşey ölçek değeridir. Kestirim değerini etkilemez sadece kriging varyansında değişime sebep olur. Variogram fonksiyonunun belirli bir “s” uzaklığında ulaştığı yarıvaryans değeridir. Uygulamada sill, variogram hesaplamak için kullanılan tüm örneklerin varyansına karşılık gelir.

a : *Etki Uzaklığı (Range)*: Bölgesel değişken geçişli bir yapı gösteriyorsa variogram belli bir uzaklıktan sonra artışını durdurur ve sill ($C_0 + C$) değeri çevresinde değerler almaya başlar. Variogramın sill değerine ulaştığı uzaklık range olarak isimlendirilir ve variogramın yatay uzaklığıdır. Bu uzunluktan sonra veriler artık birbirleri ile korelasyonsuzdur. Diğer bir deyişle, gözlemler arası uzaklık $s > a$ olduğu durumda korelasyon sıfırdır

s : Gözlemler arası yada enterpolasyon noktası ile gözlem noktaları arası yatay uzunluktur (Yiğit, 2003; Mert, 2004; Alkanalka, 2005; Yaprak, 2007; Keçeci, 2011).

Variogram fonksiyonunun özellikleri

Variogram fonksiyonunun özellikleri aşağıdaki gibi sıralanabilir (Yiğit, 2003).

- Variogram $h = 0$ uzunluğunda ($i = j$ olması durumunda) değeri sıfıra eşittir.

$$\gamma(0) = 0 \quad (3.57)$$

- Variogram iki rastlantı değişkeni arasındaki farkın varyansı olarak tanımlandığından hiçbir zaman negatif değer almaz.

$$\gamma(h) \geq 0 \quad (3.58)$$

- Variogram simetrik bir fonksiyondur.

$$\gamma(h) = \gamma(-h) \quad (3.59)$$

- Variogramın sonsuzdaki artışı h^2 nin artışından daha yavaştır.

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \left(\frac{\gamma(h)}{h^2} \right) = 0 \quad (3.60)$$

3.6.6.2 Kriging Yöntemi ile Enterpolasyon

Maden cevherlerinin daha keskin biçimde kestirilmesi amacıyla D.G. Krige isimli Güney Amerikalı bir maden mühendisinden adını alan kriging enterpolasyon yöntemi iki boyutlu ve üç boyutlu olarak uygulanabilmektedir.

Kriging enterpolasyon yöntemi bilinen yakın noktalardan alınan verileri kullanarak diğer noktalardaki verilerin optimum değerlerini kestiren bir enterpolasyon metodudur (İnal ve diğ., 2002; Yaprak ve Arslan, 2008(b)). Kriging enterpolasyon yönteminde bir bölgede enterpole edilecek olan parametrelerin bölgesel bir değişken olduğu kabul edilerek, birbirine yakın noktalardaki veri değerlerinin daha korelasyonlu olması için bölgesel değişken konumsal olarak sürekli bir çeşitlilik gösterir.

Kriging enterpolasyon yönteminde, bilinmeyen bölgeler için yapılan enterpolasyon değerlerinin, en yakın dayanak noktalarından daha fazla etkilenmesini sağlayan bir ağırlık modeli kullanılır.

Kriging enterpolasyon, yarıvariogram yapısal özellikleri kullanarak örneklenmiş noktalardaki konumsal değişikliklerin yansız tahmininin optimal şekilde yapıldığı bir tekniktir (Başkan 2004). Kriging yöntemini diğer enterpolasyon yöntemlerinden ayıran en önemli özellik, tahmin edilen her bir nokta veya alan için bir varyans değerinin hesaplanabilmesidir ki bu tahmin edilen değerlerin güven derecesinin bir ölçüsüdür(Yaprak ve Arslan, 2008(b)). Kriging yönteminin genel denklemi;

$$N_p = \sum_{i=1}^n W_i N_i \quad (3.61)$$

şeklindedir. Burada;

N_p : P noktasının aranan ondülasyon değeri

W_i : N_p 'nin hesabında kullanılan her bir N_i 'ye atanacak ağırlık değerleri

N_i : N_p 'nin hesabında kullanılan noktaların ondülasyon değeri.

n : N_p 'nin hesabında kullanılan nokta sayısıdır.

Bu eşitlikteki N değerleri, konumları ile ya da birbirlerine olan uzaklıkları ile bilinen noktalardaki rastgele değişkenleri temsil etmektedir. Kriging enterpolasyon yönteminde kullanılan (3.61) eşitliliği incelendiğinde en temel sorunun variogram modelinin doğrudan fonksiyonu olan W_i ağırlıklarının belirlenmesi olduğu

görürecektir. Burada ağırlık faktörü olan W_i iki amaç doğrultusunda seçilmelidir.

- 1- Yansızlık için $E[N_p - N_i] = 0$, bu şartın sağlanabilmesi için denklem (3.61)'de, $\sum W_i = 1$ olmalıdır (Burada N_p kestirilen değeri, N_i gerçek olan ancak bilinmeyen değeri ifade etmektedir).
- 2- Minimum varyans için $\text{Var } E[N_p - N_i] = \text{minimum}$ olmalıdır (Burada belirtilen varyans kriging varyansıdır) (Yaprak, 2007).

Kriging yönteminde ağırlık değerleri enterpolasyon değerini doğrudan etkileyecektir. Bu durumda enterpolasyon değerinin iyi olması için ağırlıkların yansız olması gerekmektedir. B.L.E.U (Best Linear Unbiased Estimator) adı verilen kriging yöntemine, tahmin hatasının minimum olması şartına göre ağırlıklar verilmesi; Kriging yöntemini diğer yöntemlerden ayıran en büyük özelliklerinden biridir. (İnal ve Yiğit, 2004; Alkanalka, 2005).

Herhangi bir çalışma bölgesinde enterpolasyon yöntemi olarak kriging yöntemi kullanılacak ise bu durumda seçilen variogram modeline ait parametreler bilinmelidir veya çalışma bölgesinde bulunan verilerden yararlanarak deneysel variogram modeli oluşturulmalıdır. Oluşturulan deneysel variogram modelinden yararlanarak teorik modele ait bilinmeyen parametreler belirlenmelidir (İnal ve Yiğit, 2003).

Ordinary kriging (punctual) yöntemi

Aynı zamanda punctual kriging olarak da adlandırılır. Bu yöntemde bölgesel değişkenlerin durağan ve ortalamasının sabit olduğu varsayımına göre çözüme gidilir (Yiğit, 2003). Variogram fonksiyonundan ağırlıkların belirlenmesine ilişkin özetleyici bilgiler aşağıda verilmiştir.

Ağırlıklar;

$$\text{Var}[\bar{N}_p - N_p] = \min \quad (3.62)$$

olması koşuluna göre türetilen aşağıdaki lineer denklem sistemine göre çözümlenir.

$$\begin{aligned} W_1\gamma(s_{11}) + W_2\gamma(s_{12}) + \dots + W_n\gamma(s_{1n}) &= \gamma(s_{1p}) \\ W_1\gamma(s_{21}) + W_2\gamma(s_{22}) + \dots + W_n\gamma(s_{2n}) &= \gamma(s_{2p}) \\ \dots & \\ W_1\gamma(s_{n1}) + W_2\gamma(s_{n2}) + \dots + W_n\gamma(s_{nn}) &= \gamma(s_{np}) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Simple kriging yöntemi

Simple kriging enterpolasyon yöntemi ordinary kriginge benzer, ancak burada ağırlıkların toplamının 1'e eşit olması yerine ağırlık, veri setlerinin ortalaması ile bulunur. Simple kriging yönteminde ortalama değer bilinmektedir (Yaprak ve Arslan 2008(a)). Simple kriging yönteminde noktaların enterpolasyonu genelleştirilmiş lineer regresyon altında 2. derece durağanlık varsayımı ile bilinen ortalamaya dayanır (URL 2).

Simple kriging, ordinary kriginge benzerdir. Ancak $W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n = 1$ eşitliği burada geçerli değildir. Yani ağırlıkların toplamı 1'e eşit değildir. Simple kriging yönteminde bütün verilerin ortalaması kullanıldığı için ortalama değeri bilme zorunluluğu vardır(Yaprak, 2007).

Universal kriging yöntemi

Pratikte çoğu zaman, bölgesel değişkenlerin durağanlık özelliği taşımadığı ve bir trend gösterdiği durumlarla karşılaşılabilir. Verilerin bir trend göstermesi ve bu trendin de hesaba katılarak kriging sisteminin çözülmesi universal kriging olarak adlandırılır. Trend olarak genellikle 1. ya da 2. dereceden polinomlar veya Fourier Serisi düşünülür. Universal kriging sisteminde ortalama değeri bilinen fonksiyonların lineer bir kombinasyonları olarak kabul edilebilir(İnal ve Yiğit, 2004).

Yöntem iki farklı durumda uygulanabilir.

Birinci olarak, bölgeye uyan bir trend global olarak geçirilir ve ölçü değerlerinden çıkarılır elde kalan kalıntı değer üzerinden hesap yapılır ve gerçek yüzeyi elde etmek için trend işlemler sonunda geri eklenir.

İkinci olarak da, trend bilinmeyen parametreleri ordinary kriging denklemlerine sınırlayıcı diğer denklemler olarak eklenir ve ağırlıklarla birlikte eşzamanlı olarak çözüme gidilir. Birinci durumda yapılması gereken, trend parametreleri çözülür elde edilen trend yüzeyinden ölçüler çıkarılır ve kalıntılar elde edilir, kalıntılardan variogram parametreleri çözülür, daha sonra ordinary kriging uygulanır ve son olarak elde edilen değerlere trend geri eklenir. İkinci durumda ise ordinary kriging denklemlerine sınırlayıcı olarak belirlenen bir drift modeli eklenir. Drift trend yüzeyiyle özdeştir. Drift olarak genellikle 1. dereceden ya da 2.dereceden polinomlar düşünülür(İnal ve Yiğit, 2004).

1.dereceden polinomal drift;

$$D_p = \alpha_1 y_i + \alpha_2 x_i \quad (3.72)$$

2. dereceden polinomal drift;

$$D_p = \alpha_1 y_i + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i x_i + \alpha_4 y_i^2 + \alpha_5 x_i^2 \quad (3.73)$$

şeklinde ifade edilir. Birinci dereceden drift seçilmiş olduğunda doğrusal denklem takımları aşağıdaki şekilde;

$$\begin{aligned} \lambda + W_1 \gamma(s_{11}) + W_2 \gamma(s_{12}) + W_3 \gamma(s_{13}) + \alpha_1 y_1 + \alpha_2 x_1 &= \gamma(s_{1n}) \\ \lambda + W_1 \gamma(s_{21}) + W_2 \gamma(s_{22}) + W_3 \gamma(s_{23}) + \alpha_1 y_2 + \alpha_2 x_2 &= \gamma(s_{2n}) \\ \lambda + W_1 \gamma(s_{31}) + W_2 \gamma(s_{32}) + W_3 \gamma(s_{33}) + \alpha_1 y_3 + \alpha_2 x_3 &= \gamma(s_{3n}) \\ 0 + W_1 + W_2 + W_3 + 0 + 0 &= 1 \\ 0 + W_1 y_1 + W_2 y_2 + W_3 y_3 + 0 + 0 &= y_n \\ 0 + W_1 x_1 + W_2 x_2 + W_3 x_3 + 0 + 0 &= x_n \end{aligned} \quad (3.74)$$

yazılabilir. Burada y_i ve x_i dayanak noktaları ile hesaplanacak noktalar arasındaki koordinat farklarıdır. Matrisel gösterimle;

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma(s_{11}) & \gamma(s_{12}) & \dots & \gamma(s_{1n}) & 1 & y_1 & x_1 \\ \gamma(s_{21}) & \gamma(s_{22}) & \dots & \gamma(s_{2n}) & 1 & y_2 & x_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma(s_{n1}) & \gamma(s_{n2}) & \dots & \gamma(s_{nn}) & 1 & y_n & x_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \dots \\ W_n \\ \lambda \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \gamma_0 = \begin{bmatrix} \gamma(s_{p1}) \\ \gamma(s_{p2}) \\ \dots \\ \gamma(s_{pn}) \\ 1 \\ y_p \\ x_p \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

şeklini alır. W bilinmeyenler matrisi ;

$$\underline{W} = \underline{\gamma}^{-1} * \underline{\gamma}_0 \quad (3.76)$$

denklem sistemine göre çözümlenir ve tahmin varyansı,

$$\sigma^2_{UK} = \underline{W}^T * \underline{\gamma}_0 \quad (3.77)$$

denkleminde göre bulunur.

Kriging yöntemiyle kestirimin özellikleri

Kriging yöntemi ile kestirimin özellikleri şu şekilde sıralanabilir(Yiğit, 2003).

- Kriging mutlak bir kestirimcidir (kestirim noktası dayanak noktalarından herhangi bir çakışması durumunda noktanın değeri o dayanak noktasının

değerine eşit olur).

- Karesel ortalama hatayı minimize eder.
- Sağlam (güçlü) bir tekniktir(Variogram parametrelerindeki küçük değişiklikler sonuçlarda küçük değişikliklere eşittir).

Kriging yöntemiyle elde edilen varyansın özellikleri:

- Farklı bölgelerde kestirimin rölatif bir indekstir.
- Data geometrisinin iyi bir işaretçisidir.
- Küçük nugget(ya da sill) küçük kriging varyansı verir.

Kriging kestiricisi, veriler ve bu verilere atanacak ağırlıkların toplamından ibarettir. Ağırlıklar, yansızlık ve en küçük varyans kitleleri göz önüne alınarak oluşturulan doğrusal denklem sisteminin çözümünden elde edilir. Doğrusal denklem sisteminin katsayılarını variogram fonksiyonunun değerleri oluşturur. Dolayısıyla optimum kriging ağırlıklarının seçiminde örneklerin birbirine uzaklıkları kadar kestirilecek nokta ya da bloğa göre uzaklıklar da dikkate alınır(Yiğit, 2003).

Kriging yönteminde ağırlıklar keyfi kurallara göre belirlenmez, veriler sistemli ve objektif bir şekilde önceden analiz edilir ve bu analiz sonucunda belirlenen variogram fonksiyonu daha sonra ağırlıkların belirlenmesinde kullanılır bu da kriging yönteminin diğer kestirim yöntemlerine göre en önemli üstünlüğüdür.

Kriging yönteminin diğer bir üstünlüğü, kriging varyansı aracılığı ile kestirim hatasının büyüklüğünü değerlendirecek bir olanak sunmasıdır. Kriging varyansı, verilerin gerçek değerlerine bağlı olmayıp daha çok veri sayısının ve veriler arasındaki uzaklığın bir fonksiyonudur.

3.6.7 Kollakasyonla modelleme ile jeoid belirleme

Jeodezik amaçlı fonksiyonel modellerin çözümüne ilişkin olarak; en küçük kareler yöntemine göre dengeleme, filtreleme (süzgeçleme) ve prediksyon (enterpolasyon ya da ekstrapolasyon) aşamalarının birlikte uygulanarak yapıldığı işleme kollakasyon adı verilir (Öztürk ve Şerbetçi 1992; Akçın, 1998; İnal ve Yiğit, 2004; Yılmaz, 2011).

Kollokasyonda uygulanan dengeleme modelinin, genel dengeleme modellerinden farkı; ölçü hatalarının yanı sıra fonksiyonların da hatalı kabul edilmesidir. Fonksiyonun bu hatasına sinyal adı verilir.

l ölçü değerleri, v düzeltmeler, N ölçülerin sistematik bölümünü ifade eden fonksiyon ve s ölçme noktalarındaki sinyal olmak üzere, jeoid yüksekliklerinin elde edilmesine ilişkin genel fonksiyonel eşitlik,

$$l + v = N(X, Y, Z) + s \quad (3.78)$$

şeklindedir. Burada ölçü hataları da noise (birikim hatası) olarak adlandırılır. Bu eşitlikdiğer bir ifade ile;

$$l = \underline{A} \underline{X} + \underline{s} + \underline{v} \quad (3.79)$$

şeklinde yazılır. Kollakasyonda filtreleme işlemi ise ele alınan fonksiyonun elemanlarını belirli bir uygulama ile küçültme işlemidir. Bu ise fonksiyonda trent geçirme işlemi olarak adlandırılır. Trent, ele alınan fonksiyonel modele uygun yüzey olarak adlandırılır. Dengeleme modeli, ele alınan bu trent yüzeyinden olan sapmalar ile birlikte uygulanır. Prediksiyon ise, filtreleme ile daha yalın hale getirilmiş değerler arasında en uygun ilişkiyi kurarak yeni değerler elde etme işlemidir.

Uzayda konumu bilinen herhangi bir P(X,Y) noktasında predüksiyonu yapılacak ΔN_u değeri, aynı uzay üzerinde geometrik konumu ve bir trent yüzeyinden sapma değeri ΔN_i 'lerin bilindiği örnekleme noktalarının,

$$\Delta N_u = a_1 \Delta N_1 + a_2 \Delta N_2 + \dots + a_n \Delta N_n \quad (3.80)$$

$$\Delta \bar{N}_u = \underline{A}^T \underline{\Delta N} \quad (3.81)$$

eşitliği biçiminde doğrusal bir fonksiyon olarak düşünülür. Kestirilen bu değer gerçek değerden farkı, hata olarak ifade edilirse;

$$v_i = \Delta \bar{N}_u - \Delta N_i = \underline{A}^T \underline{\Delta N} - \Delta N_i \quad (3.82)$$

biçiminde yazılabilir. Bu son eşitlikte hata yayılma yasası uygulanarak;

$$\sigma_i^2 = [1 \quad -\underline{A}^T] \begin{bmatrix} \sigma^2 & \underline{q} \\ \underline{q} & \underline{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ -\underline{A} \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

oluşturulur. Bu eşitlik türevi alınıp sifıra eşitlenerek;

$$\underline{C} \underline{A} - \underline{q} = 0 \quad (3.84)$$

elde edilir. Böylece;

$$\underline{A} = \underline{C}^{-1} \underline{q} \quad (3.85)$$

yazılarak, bu ifadenin (3.81)'de yerine konulmasıyla;

$$\Delta \bar{N}_u = \underline{q}^T \underline{C}^{-1} \underline{\Delta N}_i \quad (3.86)$$

eşitliği meydana gelir. Elde edilen bu ifadedeki artık değer, trent fonksiyonu olan $t(X,Y)$ 'ye eklenir ise, sonuçta konum koordinatları ile bilinen noktanın jeoid yüksekliği,

$$N(X,Y) = N_{trent} + \{ \underline{q}^T \underline{C}^{-1} \underline{\Delta N}_i \} \quad (3.87)$$

şeklinde belirlenmiş olur. Bu eşitlikte ele alınan \underline{C} matrisi,

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} 1 & C(d_{12}) & C(d_{13}) & \dots & C(d_{1n}) \\ C(d_{21}) & 1 & C(d_{23}) & \dots & C(d_{2n}) \\ C(d_{31}) & C(d_{32}) & 1 & \dots & C(d_{3n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C(d_{n1}) & C(d_{n2}) & C(d_{n3}) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

biçimindedir. Burada d_{ij} değeri örnekleme noktaları arasındaki uzaklıktır. Prediksiyonu yapılacak nokta ile diğer örnekleme noktaları arasındaki mesafeye bağlı olarak elde edilecek çapraz kovaryans vektörü ise ;

$$\underline{q}^T = [q(d_1) \quad q(d_2) \quad q(d_3) \quad \dots \quad q(d_n)] \quad (3.89)$$

biçimindedir. (3.88) ve (3.89)'da ifade edilen matrisler, kovaryans(otokorelasyon) fonksiyonları kullanılarak oluşturulur.

3.6.8 Sonlu elemanlar yardımı ile jeoid belirleme

Sonlu elemanlar yöntemi, sürekli ortamların "sonlu elemanlar" adı verilen birim parçalarına ayrılarak temsil edilmesi düşüncesine dayanır. Karmaşık ve içerisinde farklı karakteristikte öğeler barındıran bir yapının tek bir ifade ile temsil edilmesi yerine, bütünü oluşturan öğelerin, genel bütünlüğü koruyacak şekilde ifade edilmeleri sonlu elemanlar yönteminin mantıksal yaklaşımıdır (Çepni ve diğ., 2007)

Sonlu elemanlar yaklaşımını temel alan iki ayrı çözüm yöntemi, parça tanımlı deneme fonksiyonları ile enterpolasyon ve sürekli üçgen elemanlar ile enterpolasyon yöntemidir.

3.6.8.1 Parça-Tanımlı deneme fonksiyonları ile enterpolasyon

Parça tanımlı deneme fonksiyonları ayrı ayrı ifadelere sahip fakat sürekli, birden fazla fonksiyonun oluşturduğu yapı olarak tanımlanabilir. Yöntemde, uygulama alanı

tek bir bölge olarak tanımlanmak yerine ‘‘çözüm bölgelerine’’ ayrılır ve her çözüm bölgesi için bir deneme fonksiyonu belirlenir. Bu fonksiyonlar bilinmeyen parametrenin kestirilmesi için kurulan iki değişkenli (bivaryant) polinomlardır ve genel ifadeleri;

$$F(x_i, y_i) = \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^{n-j} P_{jk} x^j y^k \quad n: \text{Polinomun derecesi} \quad (3.90)$$

şeklindedir.

Deneme fonksiyonlarının sürekliliğinin sağlanması için ‘‘süreklilik koşulları’’ denilen analitik denklemler türetilerek çözüm modeline eklenir. Süreklilik koşulları komşu iki bölgedeki fonksiyonların ortak sınır üzerindeki aynı fonksiyon değerleri, aynı eğimlere sahip olması varsayımlarına dayanır. Bu varsayımların gerçekleştirilme sırasına göre C_0, C_1, C_2 süreklilikleri biçiminde isimlendirilir.

Komşu iki deneme fonksiyonu $F^a(P^a)$ ve $F^b(p^b)$ olsun. Ortak sınır s parametresi ile normlandırılarak, ortak hat üzerinde aynı fonksiyon değerlerine sahip olmaları koşulu için;

$$\sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^{n-j} dp_{jk}^{a,b} (x_u + s dx)^j (y_u + s dy)^k \equiv 0 \quad (3.91)$$

$$dp_{jk}^{a,b} = p_{jk}^a - p_{jk}^b, \quad dx = x_u - x_v, \quad dy = y_u - y_v$$

denkliği yazılır. (3.91) denkleminin çözümü ile $(n+1)$ adet C_0 koşul denklemi bulunur.

Aynı eğimlere sahip olmaları için kısmi türevlerin denkliği üzerinden yola çıkılarak (3.92) denklemleri yazılır.

$$\sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^{n-j} j dp_{jk}^{a,b} (x_u + s dx)^{j-1} (y_u + s dy)^k \equiv 0 \quad (3.92)$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^{n-j} k dp_{jk}^{a,b} (x_u + s dx)^j (y_u + s dy)^{k-1} \equiv 0$$

(3.92)’de verilen denklemlerinin çözümünden $(2n)$ adet C_1 eşitliği çıkarılır. Son olarak aynı eğriler için 2. derece kısmi türevler denklemlerini ;

$$\sum_{j=2}^n \sum_{k=0}^{n-j} j(j-1) dp_{jk}^{a,b} (x_u + s dx)^{j-2} (y_u + s dy)^k \equiv 0$$

$$\sum_{j=0}^n \sum_{k=2}^{n-j} k(k-1) dp_{jk}^{a,b} (x_u + s dx)^j (y_u + s dy)^{k-2} \equiv 0 \quad (3.93)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{n-j} jk dp_{jk}^{a,b} (x_u + s dx)^{j-1} (y_u + s dy)^{k-1} \equiv 0$$

yazılır ve $(3n-3)$ adet C_2 eşitliği elde edilir. Süreklilik koşulları model içinde koşul denklemi olarak yazılmaktadır. Koşullu ölçüler dengelemesinin bilinen gösterim ile genişletilmiş normal denklemler;

$$\underline{A}^T \underline{P} \underline{A} \underline{x} + \underline{B}^T \underline{k} - \underline{A}^T \underline{P} \underline{l} = 0$$

$$\underline{B} \underline{x} + \underline{w} = 0 \quad (3.94)$$

elde edilir (Öztürk ve Şerbetçi, 1992). Koşul denklemlerinin normal denklemlere eklenmesi de çözüm bölgelerinin yapı matrisindeki konumlarına göre yapılır. Ardışık çözüm bölgeleri için yazılan komşuluk ilişkileri konumuna göre bağlı olarak modele konulur.

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} \underline{N1} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{k1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{N2} & \underline{0} & \underline{k1} & \underline{k2} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{N3} & \underline{0} & \underline{k2} \\ \underline{k1} & \underline{k1} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{k2} & \underline{k2} & \underline{0} & \underline{0} \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

$u = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ olmak üzere $\underline{N1}$, $\underline{N2}$, $\underline{N3}$ ($u \times u$) boyutlarındadır. $\underline{k1}$, $\underline{k2}$ 'nin boyutları ise koşul sayısına bağlıdır. Genişletilmiş normal denklemlerin üç çözüm bölgesi ve iki koşul denklemi grubu için yukarıdaki gibi oluşturulmasının ardından,

$$\Omega = \underline{v}^T \underline{P} \underline{v} + 2 \underline{k}^T (\underline{B} \underline{x} + \underline{w}) \Leftrightarrow \text{min. Amaç fonksiyonunu sağlayan} \quad (3.96)$$

$$\underline{k} = \{ \underline{B}(\underline{N}) \underline{B}^T \}^{-1} \{ \underline{B} \underline{N}^{-1} \underline{A}^T \underline{P} \underline{l} - \underline{B}^T \underline{k} \} : \text{Korelatör} \quad (3.97)$$

$$\underline{x} = \underline{N}^{-1} (\underline{A}^T \underline{P} \underline{l} - \underline{B}^T \underline{k}) : \text{Dengeleme bilinmeyenleri (Parametreler)} \quad (3.98)$$

ile çözüme gidilir. Çözümünden elde edilen parametreler parçalı tanımlı deneme fonksiyonunun polinom katsayılarını verir (Çepni ve diğ., 2007).

3.6.8.2 Üçgen elemanlarla enterpolasyon

Bu yöntem, veri noktalarının üçgenlenerek üçgen elemanları haline getirilmesi ve her bir üçgen elemanı için yeni bir fonksiyon belirlenmesi üzerine kuruludur. Yöntemin matematiksel modeli aşağıdaki üç varsayıma dayanmaktadır.

- 1- Üçgen içi enterpolasyon fonksiyonu için $n.(1,2,3,\dots)$ dereceden bir polinom fonksiyon seçilir.

$$G(u,v) = \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^{n-j} p_{jk} u^j v^k \quad (3.99)$$

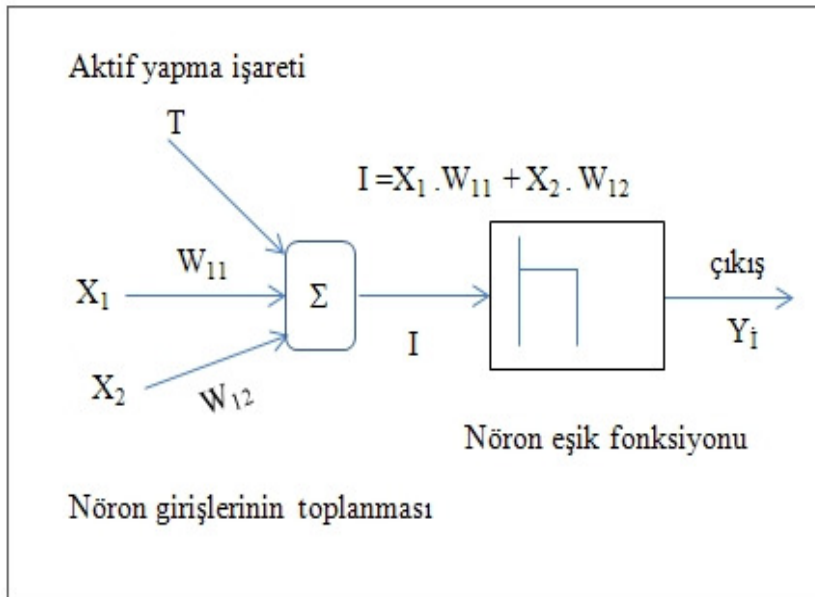
- 2- Üçgenin üç köşe noktasında trend fonksiyonunun fonksiyon değeri ile 1. ve 2. Türev değerlerini içeren denklem sistemleri oluşturulur.
- 3- Üçgenin üç kenarında komşu üçgenlerle farklı sürekliliğe sahip geçişler için 3 adet denklem yazılır.

(3.99) ifadesindeki fonksiyon, 2 ve 3. maddede belirtilen denklem sistemleri yardımıyla çözümlenir(Çepni ve diğ., 2007).

3.6.9 Yapay sinir ağı tekniği ile jeoid belirleme

Bilindiği gibi birçok önemli buluşun temelinde doğanın taklit edilmesi gerçeği yansıtmaktadır ve bu yüzden insanlar sürekli doğayı taklit etmeye çalışmıştır (Özbay, 1999). İnsan beynindeki sinir hücrelerinin öğrenme kabiliyetinin modellenmesi çalışmaları ile ortaya çıkan yapay sinir ağı tekniği, sayısal optimizasyon tasarımları için etkin yetenekleri olan bir metottur (Çorumluoğlu ve diğ., 2005).

Nöron Modeli: Bir nöron/işlem elemanı (**Şekil 3.12**), kendine gelen girişleri toplayan ve sadece girişlerin toplamı iç eşik değerini aştığında bir çıkış üreten bir işlem elemanıdır (Özbay, 1999). Nöron girişlerindeki işaretler alınır ve ağırlık vektörleri ile çarpılarak toplanır. Eğer toplanan işaret gücü, eşik fonksiyonunu geçiyorsa bir çıkış işareti üretilir. Yapay sinir ağı bu basit nöronların (düğümünlerin ya da ünitelerin) birbirleri ile bağlanarak bir ağa dönüştürülmesi ile meydana getirilir.



Şekil 3.12 : Nöron modeli.

Multilayer Perceptron (MLP) denilen yukarıdaki ağ yapısında hatanın geriye yayılımlı danişmanlı bir algoritması vardır. Bu ağ yapısında hatanın geriye yayılımı aşağıdaki prosedüre göre gerçekleşmektedir (Haykin, 1994).

Hatanın Geriye Yansıtılması ve Delta Kuralı: Yapay Sinir Ağı'nda hataların geriye yayılma tekniğinde eğitim algoritması; çok katmanlı, ileri beslemeli, bir Yapay Sinir Ağı'nda elde edilen çıkışlar ile orijinal hedef değerler arasında elde edilen hataların karesinin ortalamasını minimum yapmak için geliştirilmiş iteratif gradyen bir algoritmadır ve eğitme işlemi için genelleştirilmiş delta kuralı şeklinde isimlendirilir (Rumelhart ve diğ., 1986). Ağdan elde edilen çıkış, olması gerekenler ile karşılaştırılır ve e_k hatası $e_k = (d_k - o_k)$ şeklinde hesaplanır. Burada d_k ve o_k sırasıyla çıkış katmanındaki herhangi bir k nötronunun hedef (istenen) ve ağdan elde edilen (asıl) çıkışlardır. Her bir örüntü (pattern) için toplam karesel hata;

$$E = \frac{1}{2} \sum_k (d_k - o_k)^2 \quad (3.100)$$

olur. Düğümler arası bağlantı vektörleri ağırlıkların değişimi;

$$\Delta w_{kj} = -\varepsilon \frac{\partial E}{\partial w_{kj}} \quad (3.101)$$

eşitliği ile verilir. Burada ε , öğrenme oranı katsayısı adı verilen pozitif bir sayıdır (0.1 ile 1 arasında seçilir). (3.101) eşitliğinin sağ tarafı türev zincir kuralına göre açılır ve düzenlenirse (Rumelhart ve diğ., 1986) ‘delta’ adı verilen hata işareti,

$$\delta_0 = -\frac{\partial E}{\partial net_k} \quad (3.102)$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = -\delta_0 y_j \quad (3.103)$$

$$\Delta w_{kj} = \varepsilon \delta_0 y_j \quad (3.104)$$

elde edilir. ε değerini düşürmek için aralığın $\delta_0 y_j$ ‘ye bağlı olarak değiştirilmesi anlamına gelir ve buna ‘Delta Kuralı’ denir. Sonuç olarak giriş katmanı ile gizli katman arasındaki ve gizli katman ile çıkış katmanı arasındaki düğümler arası bağlantı vektörlerinin ağırlıklarının güncellenmesinde kullanılan Δw ağırlık değişim miktarları sırasıyla (3.105) ve (3.106)’de verilmiştir.

$$\Delta w_{ji} (n+1) = \varepsilon \delta_y x_i + \alpha \Delta w_{ji} (n) \quad (3.105)$$

$$\Delta w_{kj} (n+1) = \varepsilon \delta_0 y_j + \alpha \Delta w_{kj} (n) \quad (3.106)$$

olarak yazılabilir. Burada n , öğrenme döngülerinin (iterasyon) sayısını gösterir. Momentum terimi olan α öğrenme hızını ayarlar ve küçük değerlerde pozitif bir sayıdır (0.1 ile 1 arasında seçilir) (Çorumluoğlu ve ark., 2005).

3.6.10. Bulanık mantık ile jeoid belirleme yöntemi

GPS/Nivelman yöntemine göre belirlenmiş olan jeoid yükseklikleri, bulanık mantık ilkelerine göre oluşturulan modellerde veri olarak kullanılarak jeoid yükseklikleri bulanık modellerle elde edilebilir. Bulanık mantık yöntemine göre işlem yaparken dikkat edilmesi gereken nokta eldeki verilerin iyi bir şekilde incelenmesidir. Çünkü bulanık mantık ilkelerine göre verilerin alt kümelerle ayrılması gerekmektedir. Verilere alt kümelerle ayrıldıktan sonra üyelik fonksiyonları belirlenmelidir. Üyelik fonksiyonları olarak yaygın biçimde kullanılan başlıca fonksiyonlar üçgen, yamuk ya da Gauss dağılım eğrileridir. Son olarak da verilere ait kurallar kümesinin oluşturulması gerekmektedir (Yılmaz, 2005; Yaprak 2007).

4. YAPILAN ÇALIŞMALAR

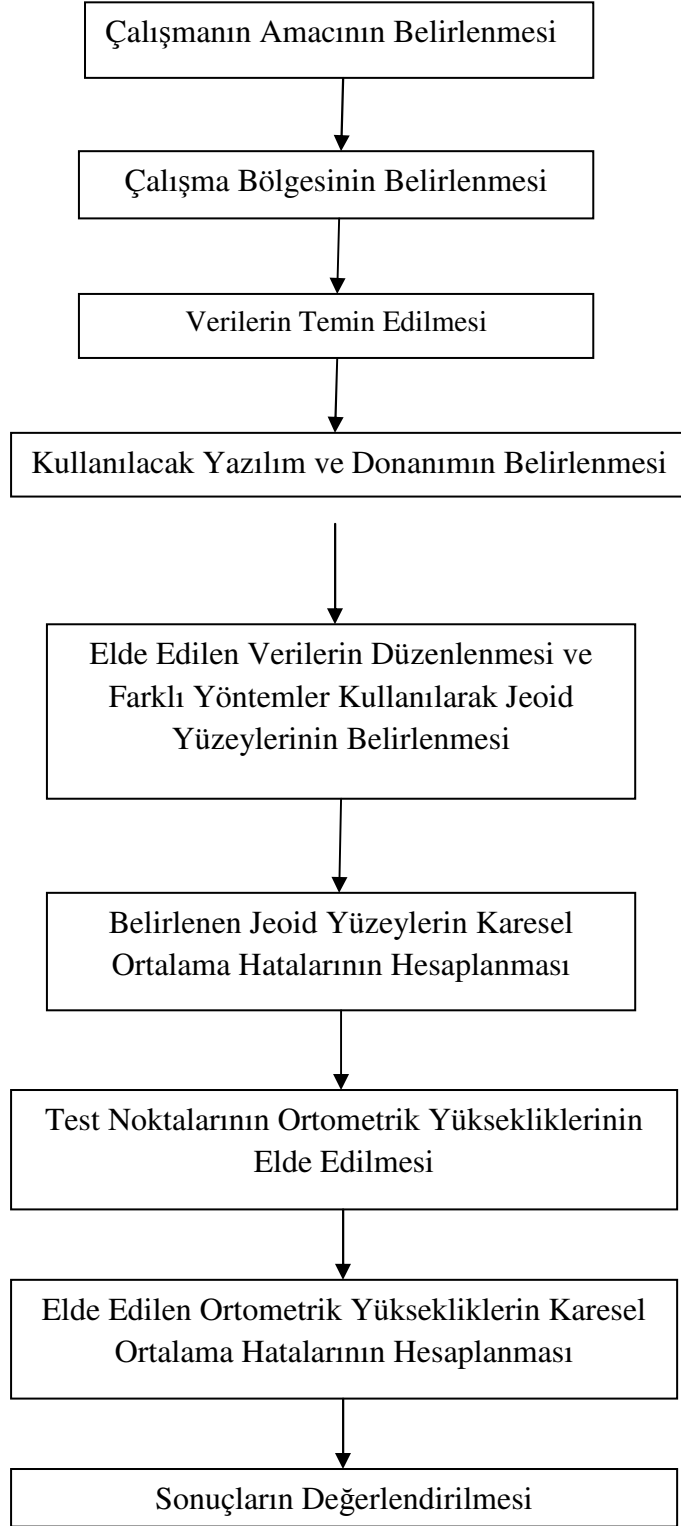
Bu tez çalışması kapsamında elipsoid ve ortometrik yükseklikleri ve konumları bilinen dayanak noktalarından hareketle yerel bir jeoid modellemesi yapılarak elipsoid yükseklikleri ve konumları bilinen ara test noktalarında jeoid yüksekliklerinin hesaplanmasına ve ilave bir nivelman ölçüsü yapılmadan ortometrik yüksekliklerin belirlenmesine çalışılmıştır.

Çalışma bölgesi olarak doğuda Çarşamba İlçesi, batıda Ondokuzmayıs İlçesi, güneyde Kavak İlçesi, kuzeyde Karadeniz ile sınırlı Samsun Metropolitan alanı seçilmiştir. Deniz kıyısından itibaren kara yönünde yükseltinin arttığı bölgede çeşitli yüzey şekilleri ve karmaşık bir topoğrafya mevcuttur (deniz kıyısı, ovalar, akarsu yatakları, tepelik ve dağlık alanlar). Belirlenecek jeoid yüzeyinin bu karmaşık topoğrafyada nasıl bir değişim seyri göstereceğinin takip edilmesi ve söz konusu bölgeye ilişkin verilerin temininin kolay olacağı, düşüncesi ile Samsun Metropolitan alanı çalışma bölgesi olarak belirlenmiştir.

Çalışma kapsamında kullanılan veriler; Samsun Büyükşehir Belediyesi Su ve Kanalizasyon İdaresi (SASKİ) tarafından 2005-2006 tarihleri arasında, Samsun Fotogrametrik haritalarının yapılmasına altlık oluşturulması, Kent Bilgi Sistemi Projesi'nin genişleyen Büyükşehir Belediye sınırlarına göre revize edilmesi ve imar uygulamalarında altlık oluşturulması amacıyla MNG Bilgisayar A.Ş – Samsun Harita Ltd. Şti adi ortaklığına yaptırılan “Sayısal Fotogrametrik Haritaların Yapılması, İmar Uygulaması, Veri Toplanması ve Kent Bilgi Sistemi Kurulması” projesine ait verilerdir. Söz konusu proje kapsamında temin edilen veriler; ED-50 koordinat sisteminde 2 boyutlu TUTGA, C1, C2,C3 derece nirengi koordinatları ve ortometrik yükseklik bilgilerini içeren nivelman hesap bilgileri. ITRF koordinat sisteminde 2 boyutlu TUTGA, C1, C2, C3 derece nirengi koordinatları ve elipsoid

yüksekliklerini gösterir GPS ölçüleri, ED-50/ IRTF dönüşüm parametre bilgileri ve çeşitli ölçeklerde hazırlanmış harita ve kanava verilerini içermektedir.

Bu tez kapsamında yürütülen işlemlere yönelik iş adımları **Şekil 4.1**'de verilmiştir.



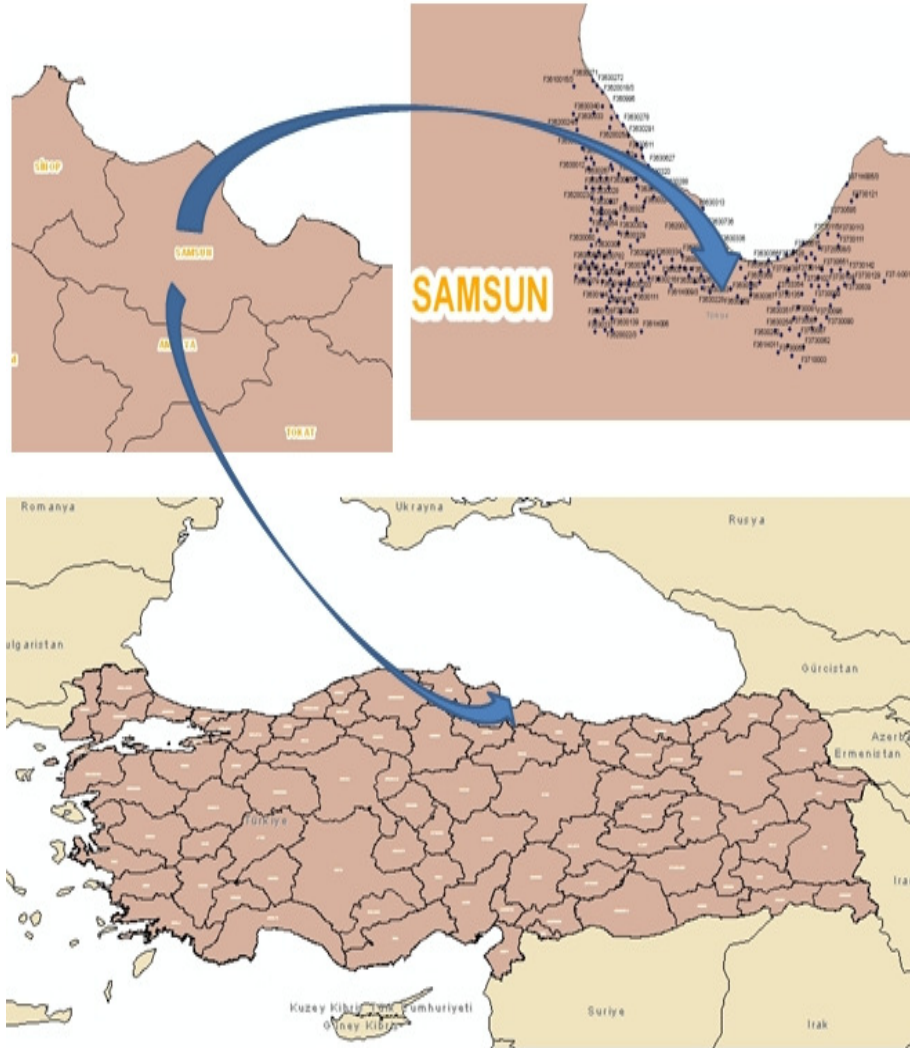
Şekil 4.1: Uygulama işlem adımlarını gösterir iş akış şeması.

4.1 Çalışmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı Samsun İli Metropolitan alan sınırları içinde jeoid belirlemek için deterministik ve jeostatistik enterpolasyon yöntemlerini karşılaştırılarak en iyi sonucu veren yöntem araştırması yapmaktır.

4.2 Çalışma Alanı

Şekil 4.2'de gösterilen çalışma alanı, $41^{\circ} 27' 36.74''$ ile $41^{\circ} 07' 38.48''$ enlemleri arası, $36^{\circ} 06' 56.14''$ ile $36^{\circ} 40' 17.7''$ boylamları arasında doğuda Çarşamba İlçesi, batıda Ondokuzmayıs İlçesi, güneyde Kavak ilçesi, kuzeyde Karadeniz ile sınırlı Samsun Metropolitan alanı kapsamaktadır. Çalışma alanı yaklaşık 1000 km^2 lik bir alanı kapsamaktadır.



Şekil 4.2 : Çalışma alanı.

4.3 Verilerin Temin Edilmesi

Çalışma alanına ait veriler, Samsun Büyükşehir Belediyesi Su ve Kanalizasyon İdaresi (SASKİ) tarafından 2005-2006 tarihinde, MNG Bilgisayar A.Ş – Samsun Harita Ltd. Şti adi ortaklığına yaptırılan “Sayısal Fotogrametrik Haritaların Yapılması, İmar Uygulaması, Veri Toplanması ve Kent Bilgi Sistemi Kurulması” işi kapsamında oluşturulan verilerden elde edilmiştir. Söz konusu proje kapsamında, çalışma alanındaki 2 adet TUTGA noktası, 13 adet C1 noktası, 25 adet C2 noktası ve 199 adet C3 noktası olmak üzere toplam 239 nirengi noktasına ait 3 boyutlu koordinatlar ED50 ve ITRF datumunda temin edilmiştir.

Elde edilen verilere bakıldığında bölgede ortometrik yüksekliklerin ve jeoid yüksekliklerinin olduğu görüldü. Bu değerler kullanılarak jeoid belirlenebileceği değerlendirildi ve uygulama verileri olarak kullanılmaya karar verildi.

Yapılan bu çalışmada aşağıdaki yazılımlar kullanıldı.

Netcad 5.1 GIS harita yazılımı

ARC GIS 10 (ArcMap 10- ArcInfo) Geostatistical Analyst yazılımı

AutoCAD 2008 yazılımı

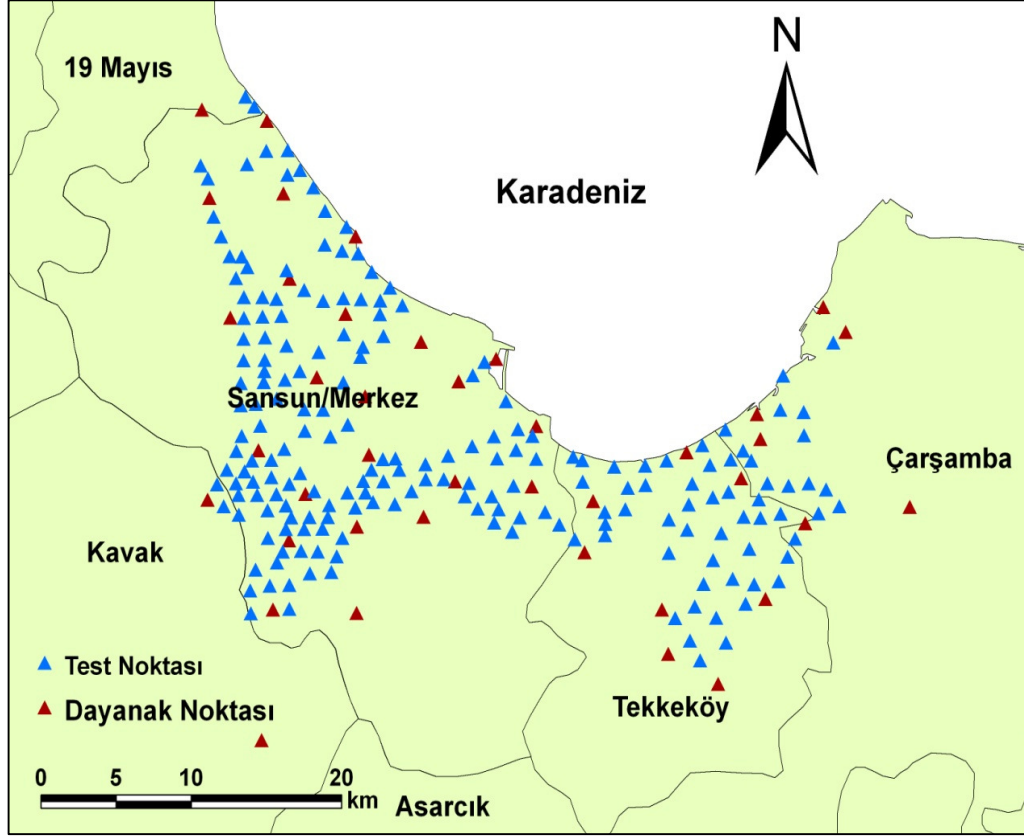
MATLAB-R2009a yazılımı

Microsoft Office 2010 Excel Paket programı

4.4 Jeoid Yüzeylerinin Elde Edilmesi İçin Verilerin Düzenlenmesi

Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'nin yerel GPS nivelman jeoidinin oluşturulmasına dair hükümleri mümkün olduğunca dikkate alınmış ve çalışma alanında yer alan toplam 239 adet nirengi noktasından; 2 adet TUTGA noktası, 13 adet C1 noktası ve 25 adet C2 noktası olmak üzere toplam 40 nokta, dayanak noktası olarak belirlenmiştir. Geriye kalan 199 adet C3 noktası ise test noktası olarak belirlenmiştir. Dayanak noktası seçiminde, noktaların çalışma alanında olabildiğince homojen dağılmış olmalarına, test noktalarındaki yüksekliklerinin enterpolasyonla bulunabilmelerine olanak sağlayacak konumda olmalarına ve en az C2 dereceli nirengi hassasiyetinde olmalarına dikkat edilmiştir. Dayanak noktalarının tez kapsamında temin edilen ITRF datumundaki sağa ve yukarı değerleri ve ayrıca elipsoid yükseklikleri ile ED50 datumundaki ortometrik

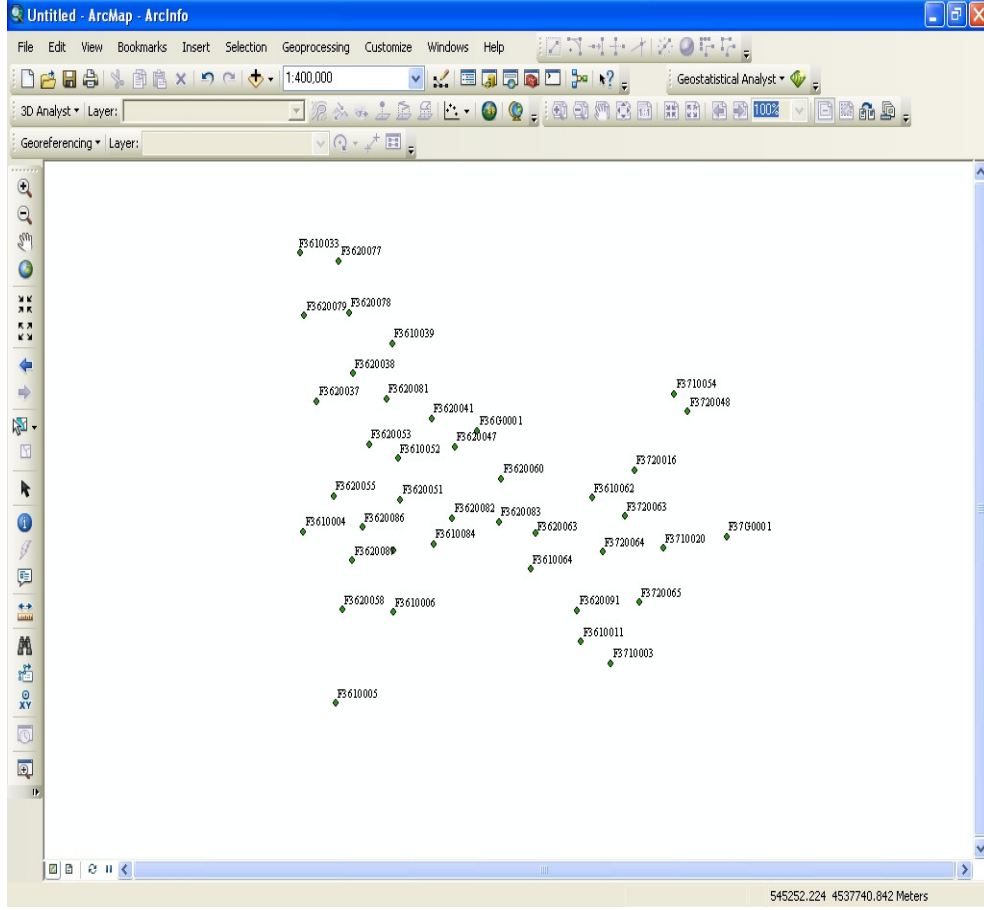
yükseklikleri arasındaki farklardan elde edilen jeoid yükseklikleri, Excel paket programında hazırlanmış ve Netcad ve AutoCAD yazılımları ile veri dönüşümleri sağlandıktan sonra ArcMap yazılımında değerlendirmeye hazır hale getirilmiştir. Ayrıca dayanak ve test noktalarının konumlarını gösterir harita hazırlanmış ve **Şekil 4.3**'te verilmiştir.



Şekil 4.3 : Dayanak ve test noktalarını gösterir harita.

Arc GIS 10 (ArcMap10-ArcInfo) Geostatistical Analyst yazılımı yardımıyla dayanak noktalarının istatistiksel olarak değerlendirilmesi ve veri karakteristiklerinin belirlenmesi amacıyla aşağıdaki işlem adımları gerçekleştirilmiştir.

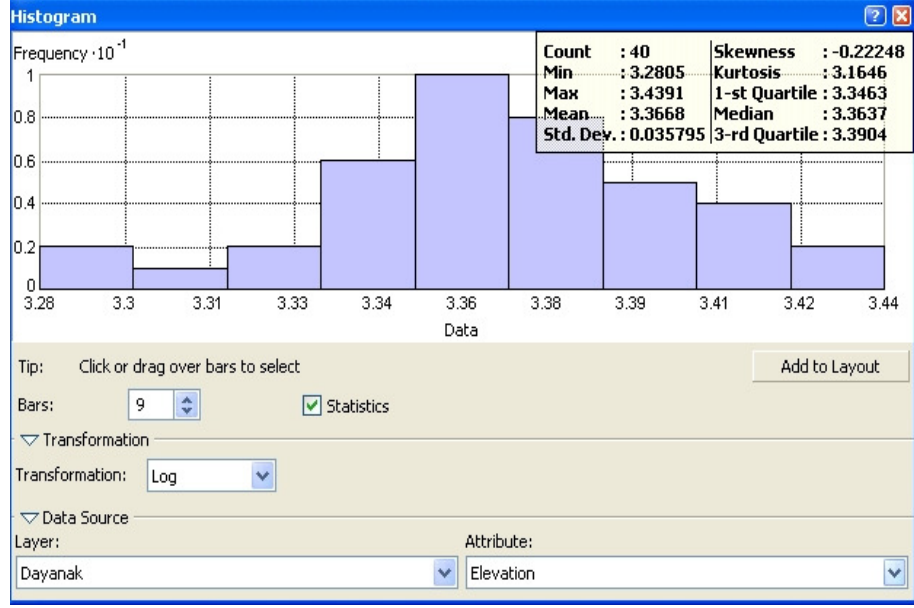
- 1- **Şekil 4.4**'te gösterildiği üzere Arc Map 10 programında dayanak noktaları görüntülenmiş ve veriler nokta numaraları esasına göre etiketlenmiştir.



Şekil 4.4 : Dayanak noktaları.

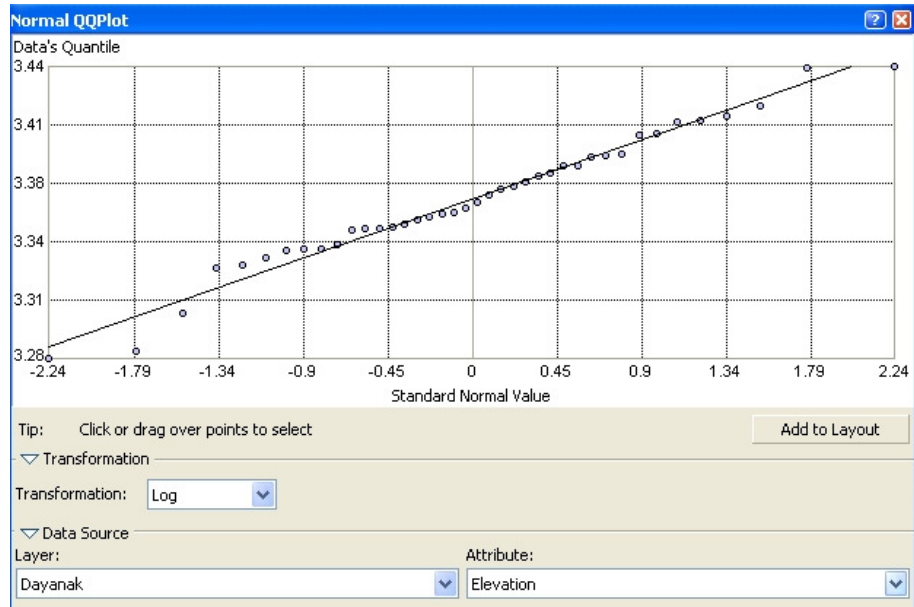
2- Dayanak nokta verilerinden hareketle Arc Map 10 Geostatistical Analyst yazılımı altındaki Explore Data ile veriler istatistiksel olarak irdelenmiştir. Aşağıda verilen 5 aşamalı bir irdeleme sonucunda veri karakteristikleri belirlenmiştir.

a- Histogram Grafiği Analizi : Şekil 4.5’de gösterilen histogram grafiği analizi ile bir rastgele değişkenin yoğunluk fonksiyonunun örneklem karşılığı olan histogram dağılımının analizi gerçekleştirilmiştir (veri kümemizin normal dağılıma sahip olup olmadığı). Burada histogram grafiği incelendiğinde ortalama(mean) ve ortanca(median) değerleri yaklaşık aynı olduğu için ve histogram grafiği tek simetrik tümsekli olduğu için verilerimizin normal dağılımda olduğu görülmüştür. Grafik üzerindeki her dikdörtgen dikme seçildiğinde bu aralığa giren veriler yüzey üzerinde görülerek düzensiz veriler seçilebilmektedir.



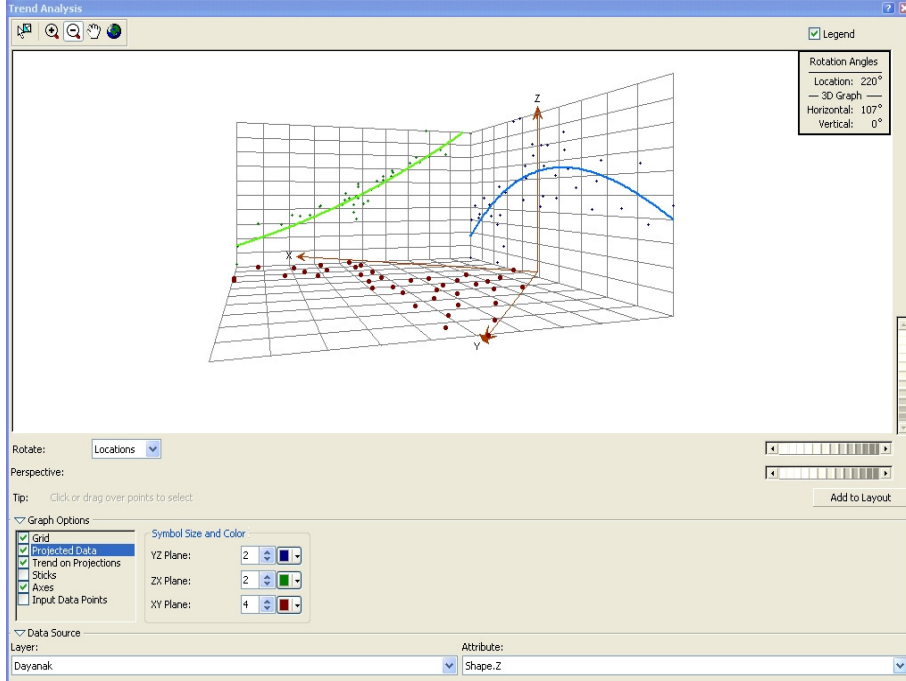
Şekil 4.5 : Histogram grafiği analizi.

b- Normal QQ Plot Testi: Normal dağılımlı veriler yüzey oluştururken en iyi sonucu verirler bu nedenle de verilerin normal dağılıma sahip olup olmadıklarının tespit edilmesi yapılacak enterpolasyonların hassasiyeti açısından çok büyük bir önem arz etmektedir. Normal QQ plot testi ile dayanak nokta verilerinin normal dağılımını ve seçtiğimiz trendden sapan verilerin hangileri olduğu test edilmiştir. (Şekil 4.6)'da görüldüğü üzere dayanak nokta verilerinin standart normal dağılımdaki karşılaştırması yapılmış ve böylece ikinci bir normal dağılım testi gerçekleştirilmiştir.



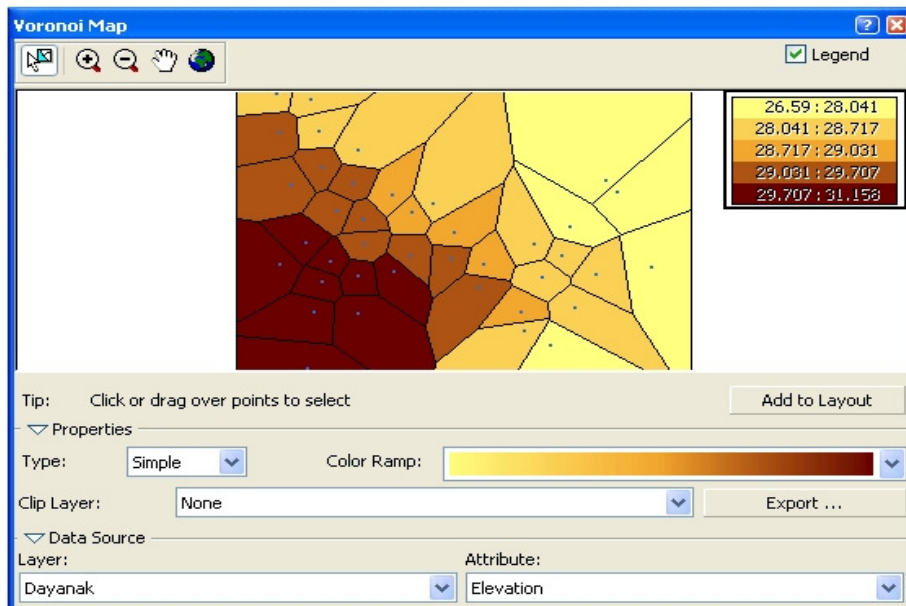
Şekil 4.6 : Normal QQ plot testi.

c- **Trend Analizi** : Çalışma alanındaki verilerin nasıl bir trend oluşturduğunu belirlemek için trend analizi yapıldı mavi renkle gösterilen trend eğrisi incelenmiş ve verilerin 2. derece bir trende sahip olduğu ve ikinci derece polinomla ifade edileceği belirlenmiştir (**Şekil 4.7**).



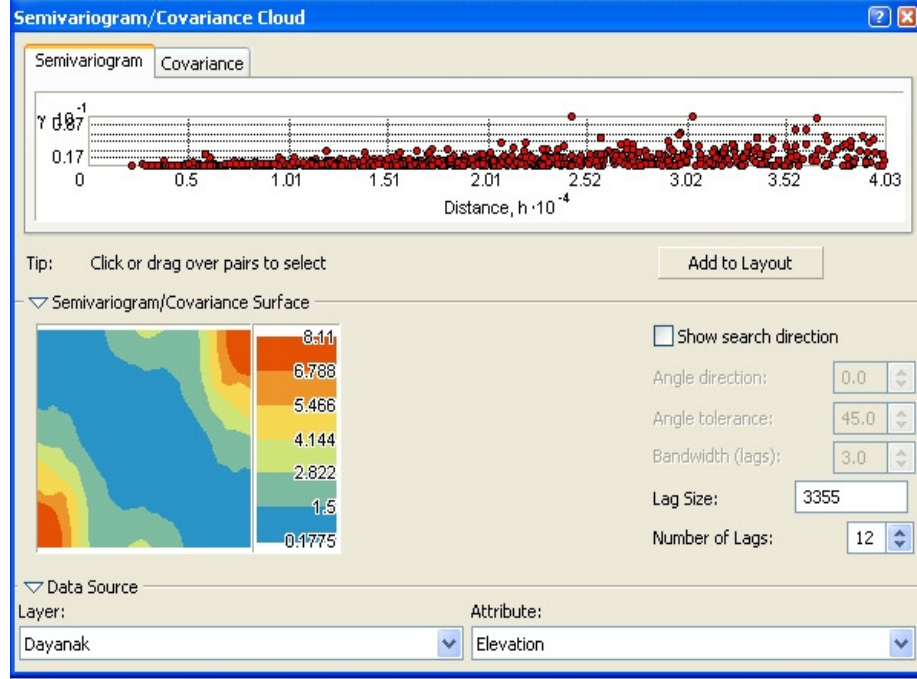
Şekil 4.7: Trend analizi.

d- **Voronoi Map**: Dayanak noktalarına göre belirlenen Voronoi üçgenleri görüntülenmiş ve **Şekil 4.8**'de gösterilmiştir.



Şekil 4.8 : Voronoi üçgenlerini gösterir harita.

e- **Semivariogram Bulutu Testi** : Verilere uygun lag mesafesi, lag sayısı ve range değeri tespit edilmiş ve uygun lag mesafesi olarak 3355 değeri tespit edilmiştir(Şekil 4.9).



Şekil 4.9 : Semivariogram testi.

4. BULGULAR ve TARTIŞMA

5.1 Jeoid Belirlemede Kullanılan Yöntemler

Üçüncü bölümde açıklanan jeoid belirleme yöntemlerinden; lokal polinomlarla jeoid belirleme, IDW ve Geoistatistiksel enterpolasyon (kriging) yöntemleri denenerek jeoid yüzeyi belirlenmeye çalışılmıştır.

5.1.1 Polinomlarla jeoid belirleme yöntemi(Matlab ve Excel)

Çalışma alanına ait 3 boyutlu koordinat verilerinden jeoid yüzeyi belirlemek amacıyla öncelikle 40 dayanak noktasından hareketle Excel Paket Programı ve MATLAB-R2009a yazılımı kullanılarak 2. dereceden bir polinom yardımıyla gerekli dengeleme hesapları yapılarak jeoid yüzeyi belirlenmiş ve test noktalarında ortometrik yükseklikler hesaplanmıştır (Şekil 5.1, 5.2, 5.3).

Bu işlem için excel paket programında öncelikle koordinatlar normlandırılmış ve sonra **Çizelge (3.2)**'de belirtilen 2. derece polinom için aşağıdaki,

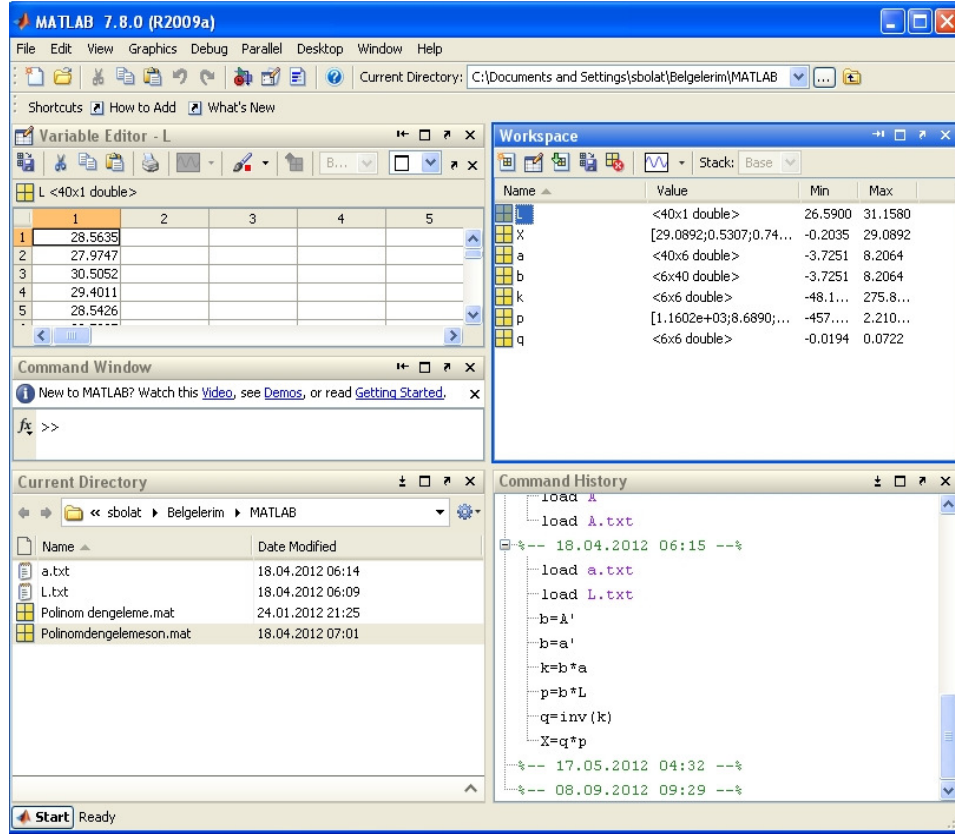
$$N = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2$$
 eşitliği düzenlenerek çözüm, 3.17-3.24 eşitlikleri kullanılarak yapılmıştır.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	NOKTA NO	Y	X	hELİPSOİD	H. ORTOMETRİK	Y NORM	X NORM	A KATSAYILAR MATRİSİ			
2								a ₀₀	a ₁₀ (X')	a ₀₁ (Y')	
3	F36-G001	528644.2729	4574355.1791	31.8375	3.2740	-0.117951781	-0.498326253	1	-0.498326253	-0.117951781	
4	F37-G001	556111.5575	4565271.2133	43.1707	15.1960	-2.864680241	0.410070327	1	0.410070327	-2.864680241	
5	F3610004	509505.3490	4565700.1780	817.1782	786.6730	1.795940609	0.367173857	1	0.367173857	1.795940609	
6	F361H007/360052	519964.5640	4572053.3980	210.0661	180.6650	0.750019109	-0.268148143	1	-0.268148143	0.750019109	
7	F361H008/360039	519322.7220	4581893.5740	33.1156	4.5730	0.814203309	-1.252165743	1	-1.252165743	0.814203309	
8	F361H009/360084	523835.7040	4564650.0070	623.2405	593.5180	0.362905109	0.472190957	1	0.472190957	0.362905109	
9	F361H010/360064	534519.5930	4562487.0960	654.3473	625.1970	-0.705483791	0.688482057	1	0.688482057	-0.705483791	
10	F361H012/360062	541301.0000	4568623.3930	32.4546	4.2260	-1.383624491	0.074852357	1	0.074852357	-1.383624491	
11	F3610015/360033	509124.5584	4589682.9386	270.4584	241.7890	1.834019669	-2.031102203	1	-2.031102203	1.834019669	
12	F371H004/370020	549178.2870	4564268.9180	58.6217	30.4060	-2.171353191	0.510299857	1	0.510299857	-2.171353191	
13	F371H005/370054	550361.2280	4577546.3230	32.0581	4.7990	-2.289647291	-0.817440643	1	-0.817440643	-2.289647291	
14	F361H005	513079.7790	4550936.8470	638.456	607.3340	1.438497609	1.843506957	1	1.843506957	1.438497609	
15	F361H006	519386.6400	4558757.4220	859.132	827.9740	0.807811509	1.061449457	1	1.061449457	0.807811509	
16	F361H011	540086.6580	4556243.6150	343.506	315.4240	-1.262190291	1.312830157	1	1.312830157	-1.262190291	
17	F3710003	543396.9980	4554396.5610	302.965	276.3750	-1.593224291	1.497535557	1	1.497535557	-1.593224291	
18	F3620018/360077	513430.1039	4588989.6882	31.5994	3.3110	1.403465119	-1.961777163	1	-1.961777163	1.403465119	
19	F3620019/360060	531319.7068	4570233.4235	174.4888	145.7690	-0.385495171	-0.086150693	1	-0.086150693	-0.385495171	
20	F3620020/360063	535083.1481	4565621.1365	195.5441	166.5930	-0.761839301	0.375078007	1	0.375078007	-0.761839301	
21	F3620021/360091	539665.0490	4558956.4972	332.3527	303.5850	-1.220029391	1.041541937	1	1.041541937	-1.220029391	
22	F3620022/360058	513838.4882	4558961.7381	1015.1471	984.8150	1.362626689	1.041017847	1	1.041017847	1.362626689	
23	F3620023/360037	510997.5365	4576895.5040	800.2849	770.6050	1.646721859	-0.752358743	1	-0.752358743	1.646721859	
24	F3620024/360079	509632.0432	4584257.7635	600.0772	570.5550	1.783271189	-1.488584693	1	-1.488584693	1.783271189	
25	F3620025/360078	514527.8732	4584534.0375	212.7296	184.1330	1.293688189	-1.516212093	1	-1.516212093	1.293688189	

Şekil 5.1 : Dayanak noktaları için Excel programı üzerinde dengeleme hesabı.

Katsayılar elde edildikten sonra $N = a_{00} + a_{01} y + a_{10} x + a_{02} y^2 + a_{11} xy + a_{20} x^2$ şeklinde bir denklem elde edilmiştir. Bu eşitlikte test noktalarının koordinatları yerine yazılmış ve noktaların jeoi ondülasyonları elde edilmiştir.

Polinomlarla çözüm işlemi matlab programı ile tekrarlanmıştır. a matrisi polinomun katsayılar matrisi, L artıklar kısmını göstermek üzere çözüm tekrarlanmış ve polinom katsayıları a_{00} , a_{01} , a_{10} , a_{02} , a_{11} , a_{20} aynı şekilde elde edilmiştir. Elde edilen denklemde test noktaları için işlem tekrarlanmış ve sonuçların Excel programı ile elde edilen sonuçlarla aynı olduğu görülmüştür.



Şekil 5.2 : Katsayılar matrisinin Matlab programı ile hesaplanması.

	Nokta No	Y	X	h: ELİPSOİD	H:ORTOMETRİK	Y NORM	X NORM	N: Hesaplanan	H: Hesaplanan
45									
46									
47	F3630085	513469.6823	4565058.3183	730.8822	700.3480	1.153608379	0.436033705	30.26710	700.61510
48	F3630087	510564.4764	4565300.5172	579.9441	549.3840	1.444128969	0.411813815	30.52893	549.41517
49	F3630089	511578.9171	4564779.0692	741.2157	710.6310	1.342684899	0.463958615	30.45715	710.75855
50	F3630094	515044.8702	4564627.5919	619.3535	588.8280	0.996089589	0.479106345	30.14175	589.21175
51	F3630095	516264.1700	4564633.6327	568.3085	537.8040	0.874159609	0.478502265	30.03157	538.27693
52	F3630096	517485.4971	4564646.2973	260.7118	230.2480	0.752026899	0.477235805	29.92278	230.78902
53	F3630097	517573.0958	4565362.5100	158.2145	127.8920	0.743267029	0.405614535	29.88511	128.32939
54	F3630101	518452.0886	4563355.9500	275.9415	245.3880	0.655367749	0.606270535	29.88608	246.05542
55	F3630102	517134.7698	4563923.5203	341.1749	310.6360	0.787099629	0.549513505	29.98210	311.19280
56	F3630103	515910.7169	4563911.6189	570.8657	540.2790	0.909504919	0.550703645	30.09240	540.77330
57	F3630104	514687.2297	4563900.1828	672.1776	641.5760	1.031853639	0.551847255	30.20449	641.97311
58	F3630105	513504.1766	4563355.7733	606.5368	575.8850	1.150158949	0.606288205	30.33591	576.20089
59	F3630111	518070.6260	4562229.7072	194.5746	163.8590	0.693514009	0.718894815	29.95618	164.61842
60	F3630112	516816.6868	4562517.6775	483.3099	452.5740	0.818907929	0.690097785	30.06005	453.24985
61	F3630113	515704.8657	4562556.3569	742.4447	711.6890	0.930090039	0.686229845	30.16030	712.28440
62	F3630114	514482.1079	4562528.6657	697.3109	666.5940	1.052365819	0.688998965	30.27463	667.03627
63	F3630116	514116.1163	4561847.7757	766.3626	735.5590	1.088964979	0.757087965	30.33175	736.03085

Şekil 5.3 : Test noktalarının ortometrik yüksekliklerinin belirlenmesi.

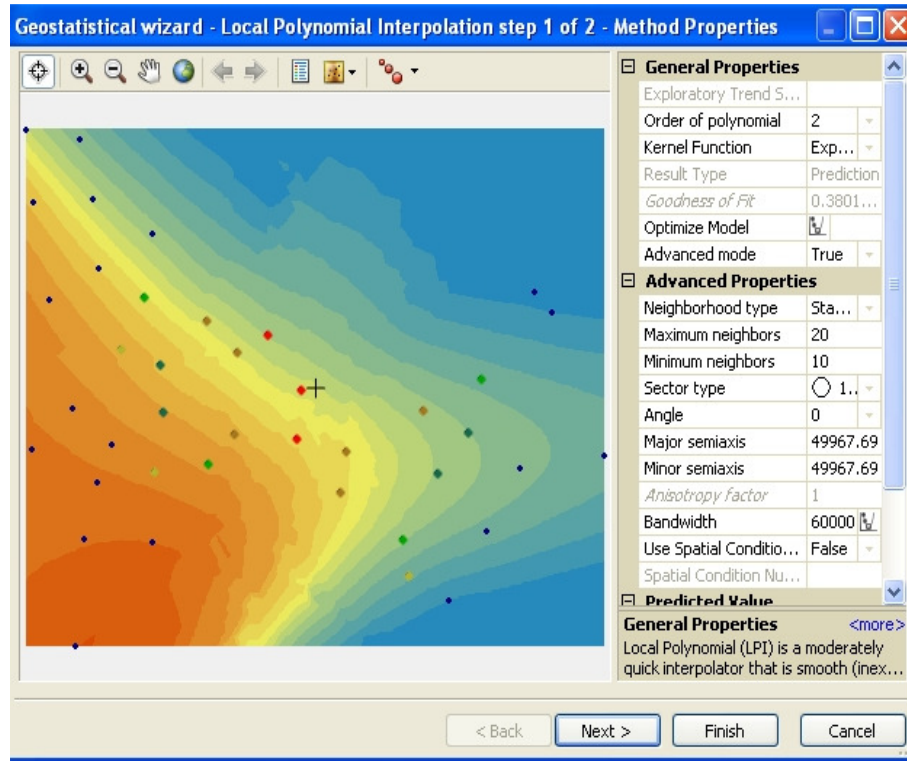
Bu çalışmaların yanında paket program kullanılarak yapılan çözümler de denenmiştir. Arc Map 10 programını test edebilmek için polinomlarla çözüm yöntemi bu işlemde tekrarlanmıştır.

ED50 ve ITRF 96 datumlarında sağa ve yukarı değerleri bilinen dayanak noktalarının her iki datumdaki yükseklik değerleri farkları alınarak jeoid ondülasyonları hesaplanmış ve Arc Map 10 Geostatistical Analyst yazılımı altında yeralan Geostatistical Wizard yazılımı ile; Deterministik yöntemlerden olan lokal polinomlarla enterpolasyon ve IDW yöntemleri ile ve Geoistatistik yöntemlerden olan kriging yöntemi ile jeoid yüzeyi belirlenmiş, daha sonra ortometrik yükseklikler hesaplanmıştır.

5.1.2 Polinomlarla enterpolasyon yöntemi ile yapılan çözüm (Arc Map)

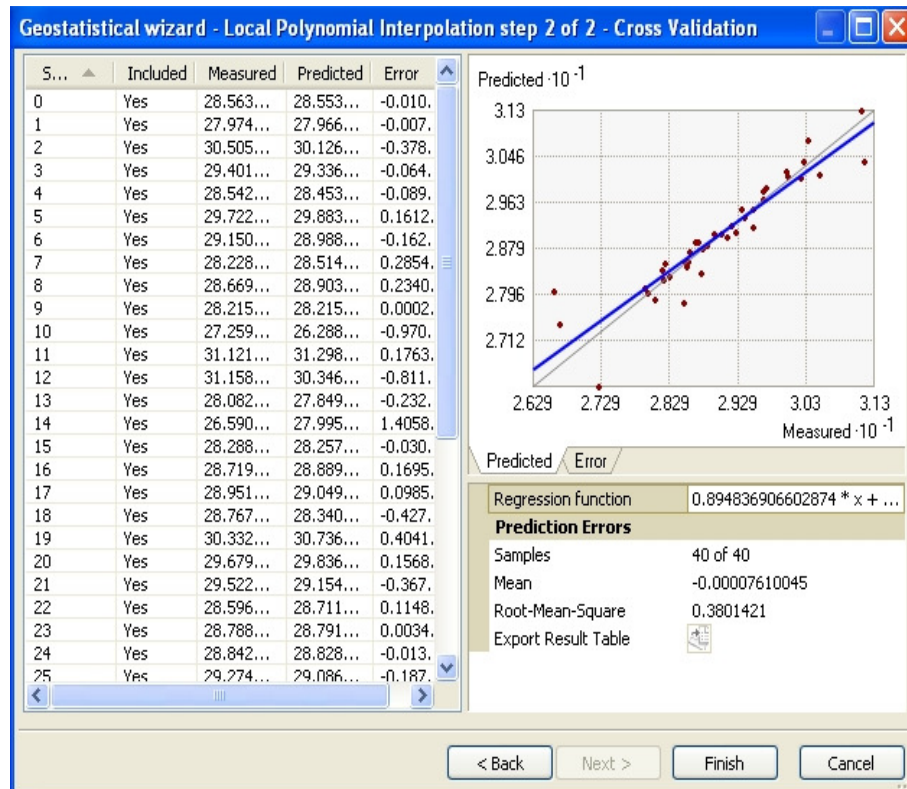
Polinomlarla enterpolasyon yöntemi ile çözümde, çalışma bölgesine ait dayanak noktaları yardımıyla öncelikle 2.derece polinom elde edildi ve jeoid yüzeyi belirlendi ve ayrıca excel ve matlab programları ile yapılan çözüm ile karşılaştırıldı. 2. derece polinom kullanılarak yapılan çözümlerde modellerin karesel ortalama hataları arasında 4 cm fark belirlenmiştir. Bu farkın da Arc Map yazılımında, polinomu tanımlayan fonksiyon tipinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Daha sonra **0**, ve **6. derece lokal polinomlar** kullanılarak her bir derece için ayrı ayrı olmak üzere jeoid yüzeyleri belirlenmiştir. Lokal polinomlarla enterpolasyon yönteminin aşamaları aşağıda açıklanmıştır.

- 1. aşama:** Bu aşamada polinomun derecesi ve polinomu tanımlayan fonksiyon tipi seçilmiş ve dayanak noktaları arasındaki komşuluk tipi ve minimum ve maksimum nokta sayıları belirtilmiştir (**Şekil 5.4**).

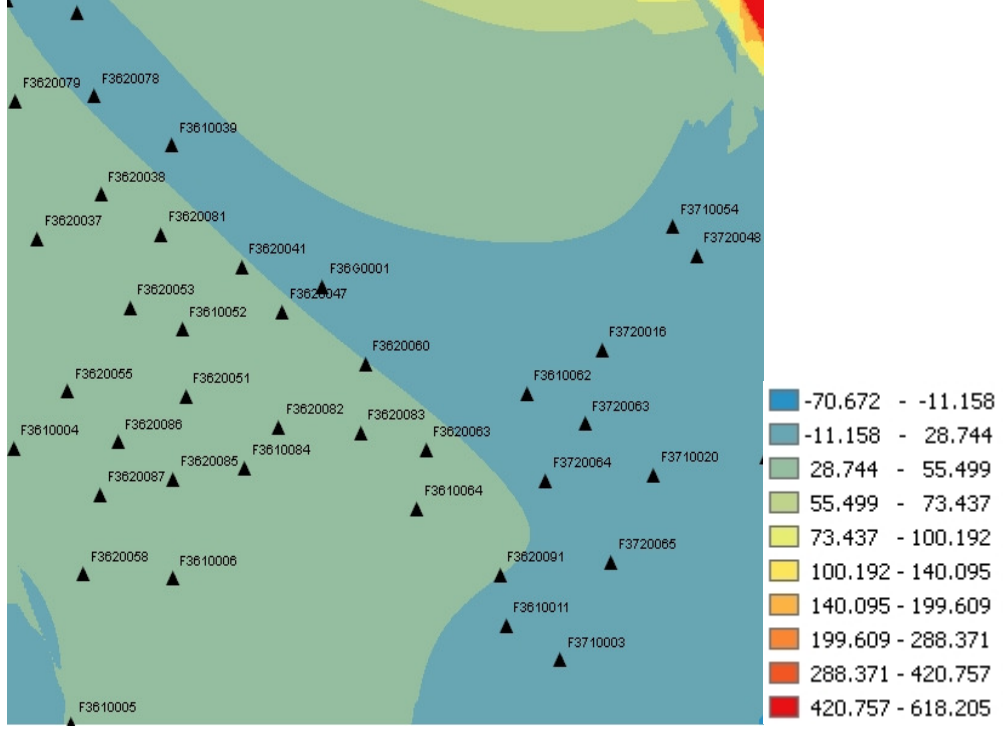


Şekil 5.4 : Lokal polinomlarla enterpolasyon 1. aşama.

2. aşama: Bu aşamada belirlenen jeoid yüzeye ait istatistiksel bilgiler görüntülenmektedir (Şekil 5.5).



Şekil 5.5 : Lokal polinomla enterpolasyon yöntemi 2. aşama.



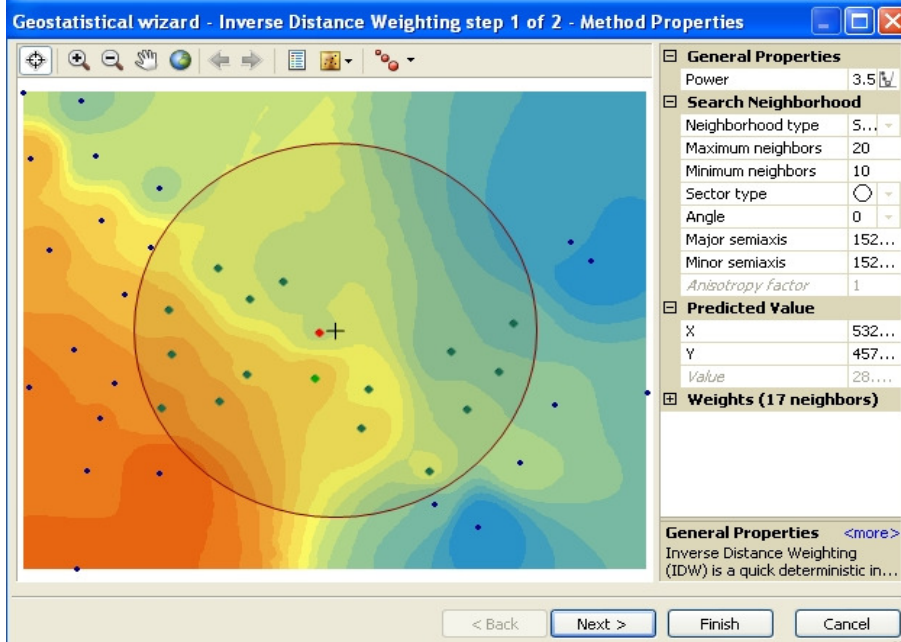
Şekil 5.8 : 6. derece polinom için elde edilen jeoid yüzeye ait raster.

0., 2., ve 6. derece polinomlarla belirlenen jeoid yüzey modelleri incelendiğinde; en uygun polinom derecesi 2 olarak belirlenmiştir. 0. dereceden 2. dereceye geçişte yüzeydeki dalgalanma ve salınım azalmıştır. Ancak 2. dereceden 6. dereceye geçişte yüzey dalgalanmaları ve salınımlar artmış ve 6. derece yüzeyde oluşan ani yükseklik değişimleri, yükseklik değişiminin düzensizliğine ve uygun olmayan yükseklik değişimine neden olmuş ve model benzerliği bozulmuştur.

5.1.3 IDW yöntemi ile yapılan çözüm

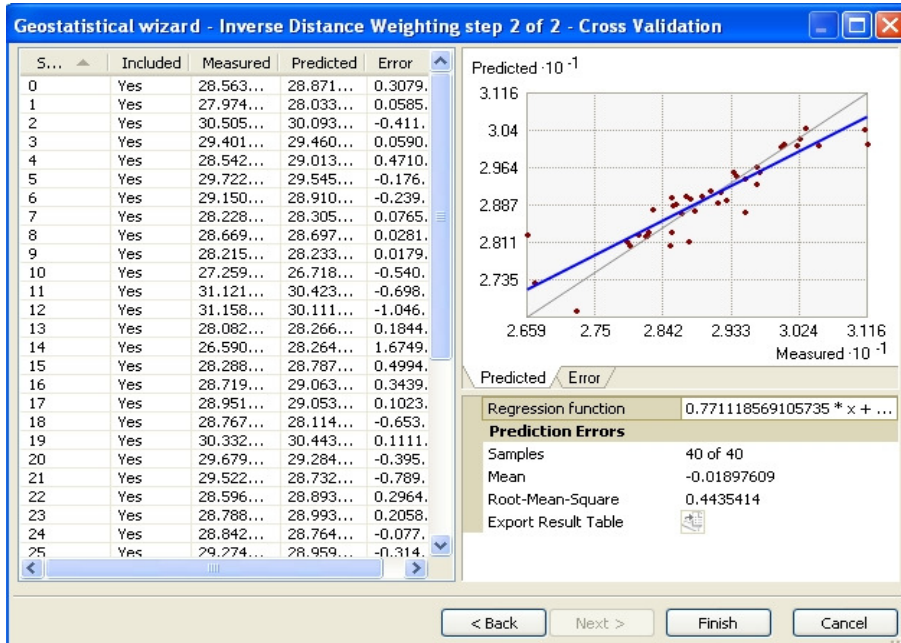
Ağırlıklarının uzaklığa bağlı olarak belirlendiği bu yöntemde, uzaklık arttıkça ağırlık küçülecek ve bir noktadan sonra sıfıra eşit olacaktır ve ağırlığı sıfır olan dayanak noktasının kestirimde hiçbir etkisi kalmayacaktır. IDW yöntemi ile yapılan çözümde, çalışma bölgesine ait dayanak noktaları yardımıyla, uzaktaki noktaların kestirime olan etkisini ortadan kaldırmak için ağırlık parametresi olarak (power parametresi) **1, 3.5 ve 10 güç değerleri** kullanılarak her bir değer için ayrı ayrı olmak üzere jeoid yüzeyleri belirlenmiştir. Burada Arc Map programı altında yer alan IDW yöntemine ait tüm ağırlık parametreleri girilerek çözüm yapılmış ve hassasiyet değerlerinin anlamlı şekilde değişiklik gösterdiği **1, 3.5 güç** değerlerine ve **10 güç** değerine ilişkin sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca aşağıda IDW yöntemi ile yapılan çözümün aşamaları verilmiştir.

1. aşama: Bu aşamada uzaktaki noktaların kestirime olan etkisini ortadan kaldırmak için güç değerleri, noktalar arası komşuluk tipi ve minimum ve maksimum komşuluk ilişkisi belirlenecek nokta sayıları girilerek çözüme gidilmiştir(Şekil 5.9).

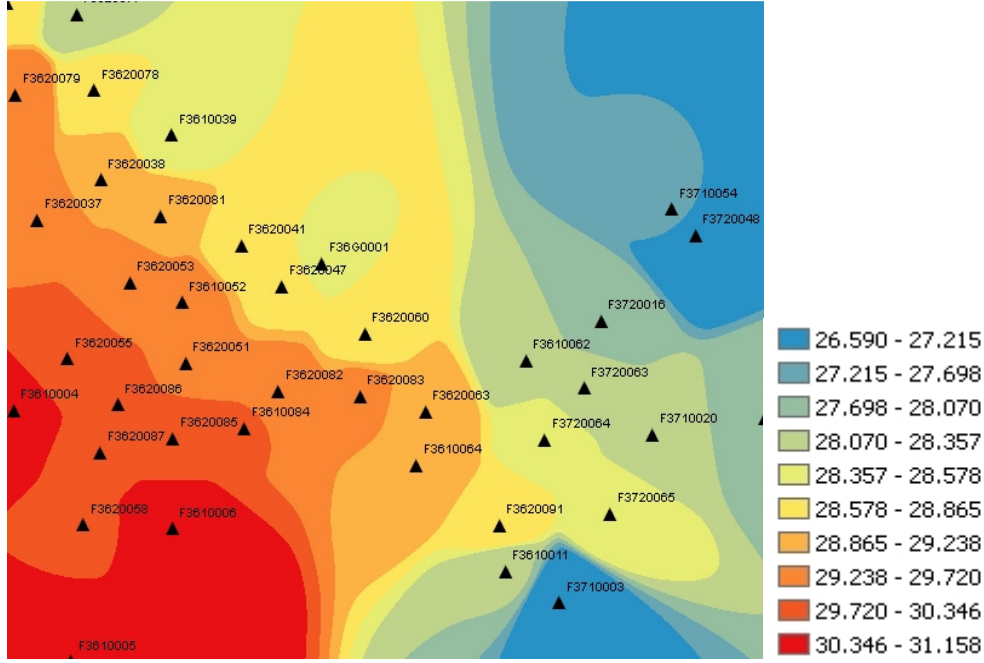


Şekil 5.9 : IDW yöntemi 1. aşama.

2. aşama: Bu aşamada belirlenen jeoid yüzeye ait istatistiksel bilgiler görüntülenmektedir (Şekil 5.10).



Şekil 5.10 : IDW yöntemi 2. aşama.



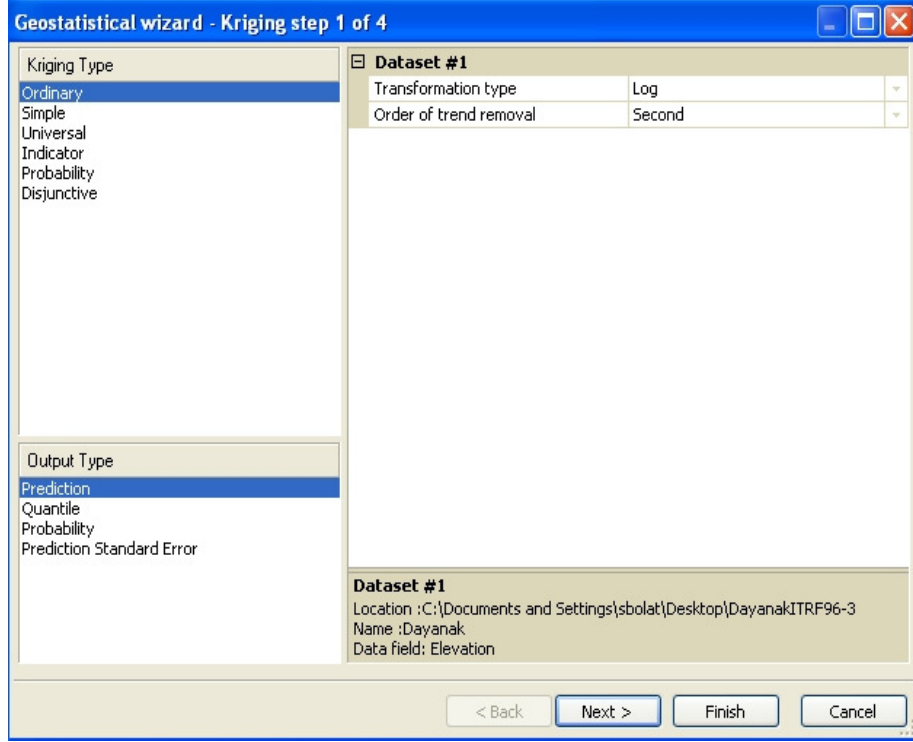
Şekil 5.13 : 10 IDW güç değeri için elde edilen jeoid yüzeye ait raster.

1, 3.5, ve 10 güç değerleri ile belirlenen jeoid yüzey modelleri incelendiğinde; 1 güç değeri ile yapılan çözümde yükseklik değişimlerinin düzenli olduğu ancak yer yer yükseklik bantlarında ani yükseklik değişimlerinin olduğu gözlenmiştir. 3.5 güç değeri ile yapılan çözümde yine yükseklik değişimlerinin düzenli olduğu ancak yer yer yükseklik bantlarındaki değişimin, salınım gösterdiği düzenli değişim göstermediği gözlenmiştir. 10 güç değeri ile yapılan çözümde ise bazı yükseklik bantlarında salınım ve ani geçişlerin olduğu gözlenmiştir. Genel anlamda değerlendirme yapıldığında model bütünlüğünün ve şekil benzerliğinin tam olarak korunamadığı gözlenmiştir.

5.1.4 Kriging yöntemi ile yapılan çözüm

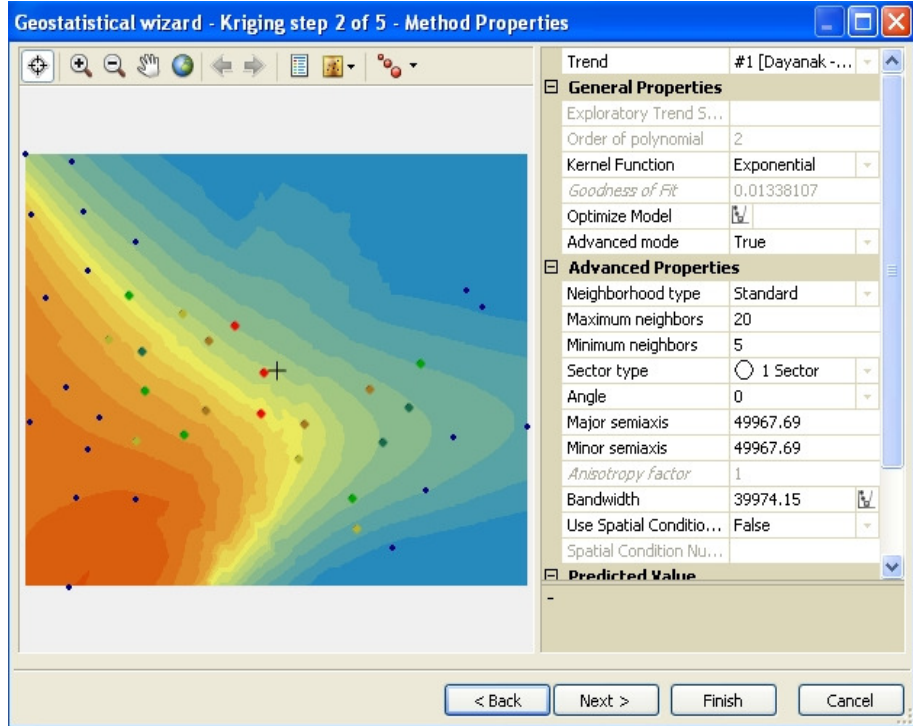
Kriging yöntemi ile yapılan çözümde, çalışma bölgesine ait dayanak noktaları yardımıyla **ordinary kriging**, **simple kriging** ve **universal kriging** yöntemleri uygulanmış ve her bir yöntem için ayrı jeoid yüzeyleri belirlenmiştir. Kriging enterpolasyonu ile jeoid yüzeyi belirlenirken aşağıdaki işlem aşamaları gerçekleştirilmiştir.

- 1. aşama:** Kriging yönteminin tipi, değerlendirme sonucu oluşturulacak çıktı tipi, trend analizi ile belirlenen trend yüzeyinin derecesi ve Normal QQ Plot Testi ile belirlenen transformasyon tipi ilgili bölümlerde seçilerek kriging enterpolasyonunun ilk aşaması gerçekleştirilmiştir (**Şekil 5.14**).



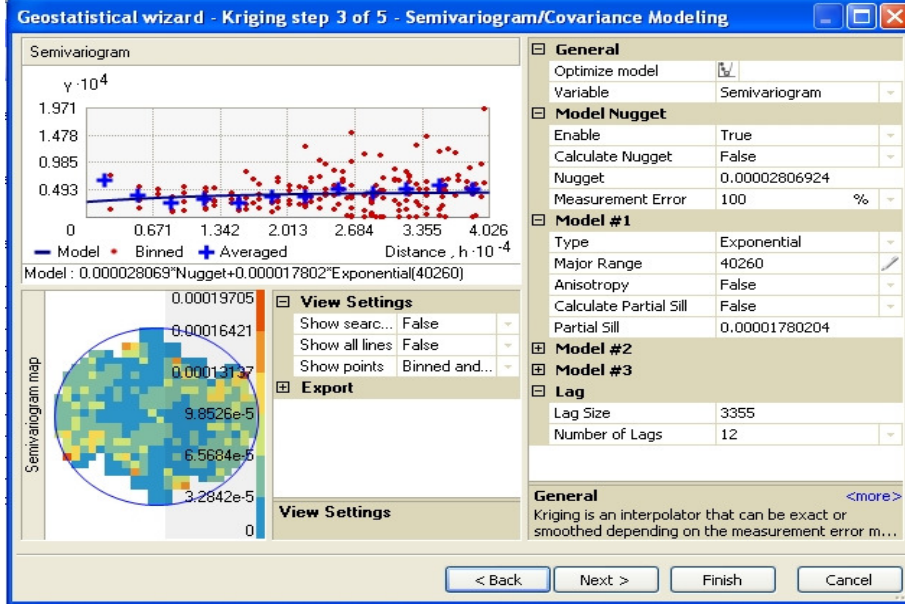
Şekil 5.14 : Kriging enterpolasyonu 1. aşama.

2. aşama : Kriging ağırlıklarının türetilmesi için uyarlanmış eğri tipi değişkenleri ve kullanılacak noktaların sayısı ve komşuluk ilişkileri tanımlanmıştır (Şekil 5.15).



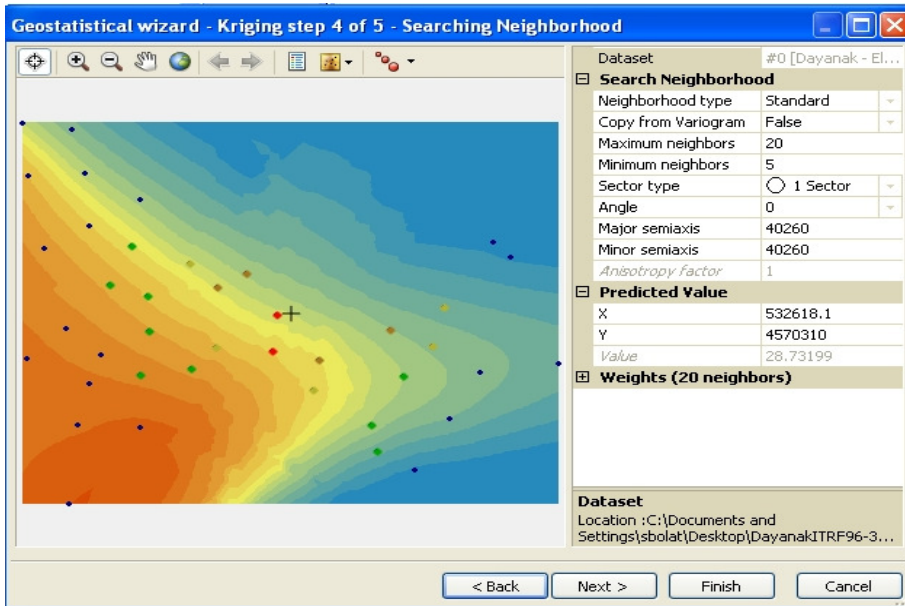
Şekil 5.15 : Kriging enterpolasyonu 2. aşama.

3. aşama: Semivariogram testi ile belirlenen lag sayısı ve genişliği değerleri girilerek Partial Sill değeri en küçük değer olacak şekilde teorik variogram modeli üssel model olarak seçilerek enterpolasyon işlemine devam edildi (Şekil 5.16).



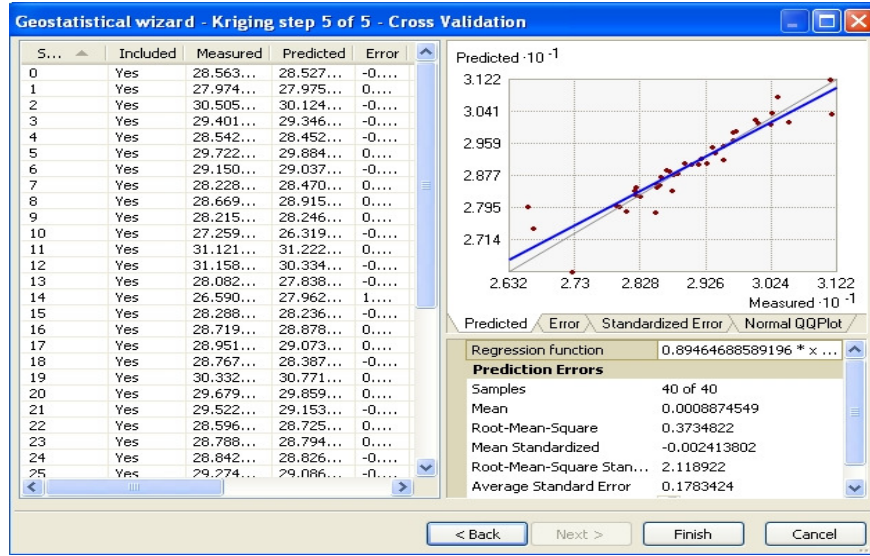
Şekil 5.16 : Kriging enterpolasyonu 3. aşama.

4. aşama: 2. aşamada tanımlanan eğri tipi değişkenlerine uygun ağırlıkların belirlenmesinde kullanılacak nokta sayısı ve komşuluk ilişkileri tanımlanmıştır (Şekil 5.17).



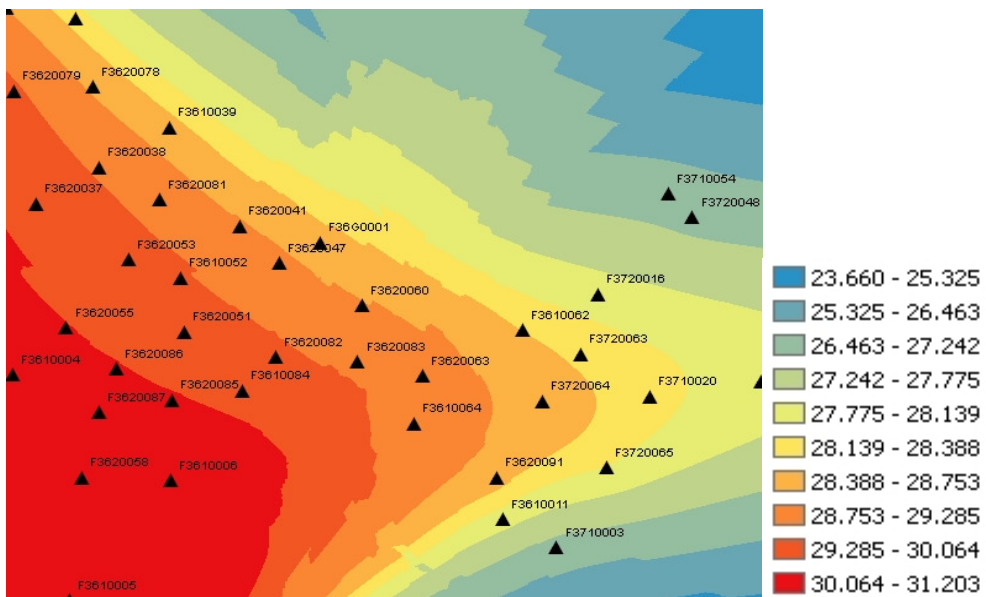
Şekil 5.17 : Kriging enterpolasyonu 4. aşama.

5. aşama: Teorik variogram parametrelerinin çalışma alanını temsil edip etmediğini belirlemek için çapraz doğrulama tekniği uygulanmış ve dayanak noktalarından elde edilen değerlerin büyük ölçüde tahmin değerleri ile örtüştüğü gözlenmiştir. Ayrıca söz konusu işleme ilişkin istatistiksel değerler gösterilmiştir (Şekil 5.18).

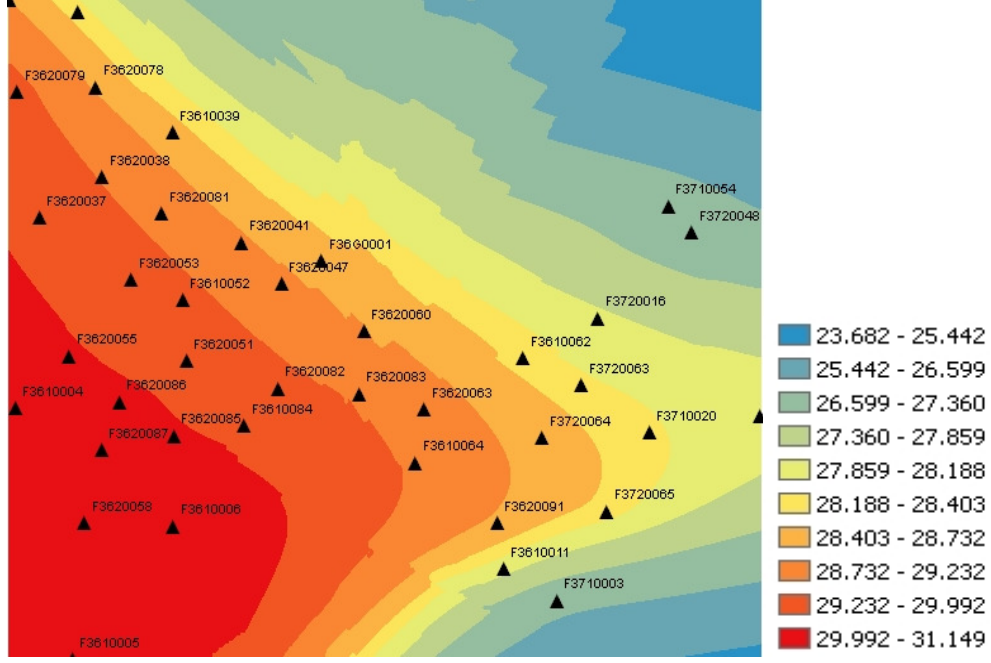


Şekil 5.18 : Kriging enterpolasyonu 5. aşama.

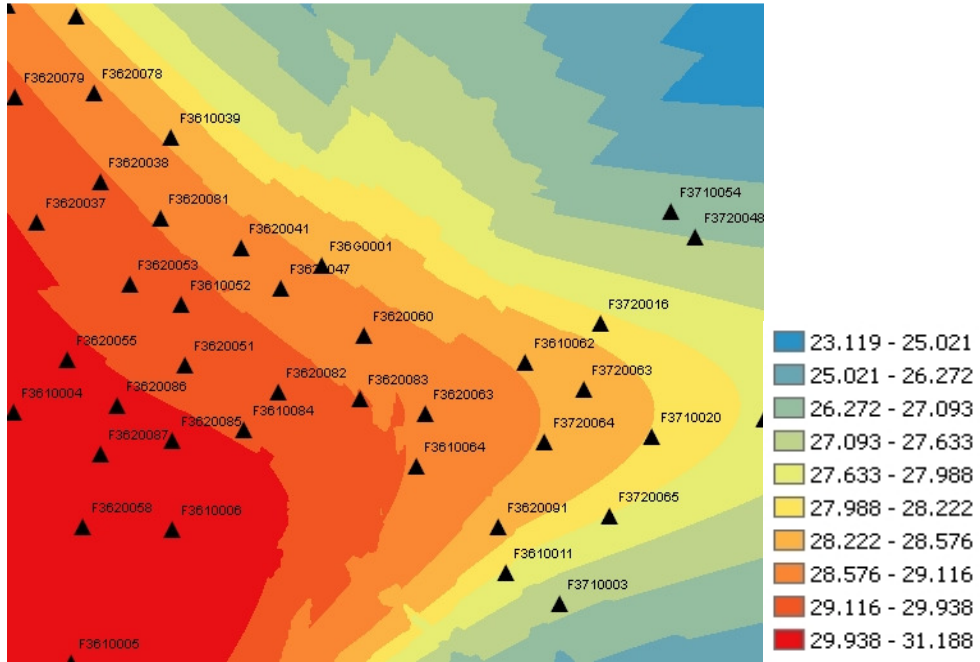
Bu işlemlerden sonra yöntem seçimleri yapılmış ve ordinary kriging yöntemi için Şekil 5.19, simple kriging yöntemi için Şekil 5.20, universal kriging yöntemi için Şekil 5.21 elde edilmiştir.



Şekil 5.19 : Ordinary kriging yöntemi ile elde edilen raster jeoid yüzeyi.



Şekil 5.20 : Simple kriging yöntemi ile elde edilen raster jeoid yüzeyi.



Şekil 5.21 : Universal kriging yöntemi ile elde edilen raster jeoid yüzeyi.

Ordinary kriging, simple kriging ve universal kriging yöntemleri ile belirlenen jeoid yüzey modelleri incelendiğinde; genel olarak model ve şekil bütünlüğünün korunduğu ancak özellikle ordinary ve universal kriging yöntemlerinde bazı yükseklik değişimlerinde salınımların ve komşu yükseklik bandına sıçramaların olduğu gözlemlenmiştir.

5.2 Belirlenen Jeoid Yüzeylerinin Karşılaştırılması

Karesel ortalama hata ya da standart sapma yapılan işlemlerin kalitesinin göstergesidir. Bu nedenle karşılaştırma işlemlerinde KOH kriteri kullanılmıştır.

Excel ve matlab paket programları kullanılarak 2. derece bir polinom yardımı ile belirlenen yüzeyin dengeleme modeli üzerinden karesel ortalama hata değeri hesaplanmıştır. Ayrıca ArcMap 10 yazılımı kullanılarak lokal polimlarla enterpolasyon yöntemi, IDW yöntemi, kriging yöntemi ile ve bu yöntemlerin farklı konfigürasyonları ile jeoid yüzeyleri belirlenmiş ve belirlenen yüzeylerin karesel ortalama hata değerleri hesaplanmış ve karşılaştırma sonuçları **Çizelge 5.1**'de verilmiştir.

Çizelge 5.1 : Belirlenen jeoid yüzeylerinin karesel ortalama hata çizelgesi.

YÖNTEM	KOH (m)
Polinomlarla Enterpolasyon (Matlab ve excel) 2. Derece	0.42
Polinomlarla Enterpolasyon (ArcMap) 0. Derece	0.44
Polinomlarla Enterpolasyon (ArcMap) 2. Derece	0.38
Polinomlarla Enterpolasyon (ArcMap) 6. Derece	0.68
IDW 1 Güç	0.52
IDW 3.5 Güç	0.44
IDW 10 Güç	0.46
Ordinary Kriging	0.37
Simple Kriging	0.36
Universal Kriging	0.39

5.3 Test Noktalarının Ortometrik Yüksekliklerinin Elde Edilmesi

Bu işlemlerden sonra elde edilen jeoid ondülasyon fonksiyonları kullanılarak test noktalarının jeoid ondülasyon değerlerinin hesaplanmasına geçilmiştir. Bu değerler hesaplandıktan sonra noktaların ortometrik yükseklikleri hesaplanmış ve gerçek değerlerle karşılaştırılmıştır. Test noktalarındaki 2 boyutlu koordinatlar ve IRTF datumundaki elipsoid yükseklikleri tez kapsamında daha önceden temin edildiğinden, aşağıda verilen formül aracılığı ile test noktalarındaki ortometrik yükseklikler hesaplanmıştır.

$$h=H+N \quad (5.1)$$

Burada; H:Ortometrik Yükseklik, h:Elipsoid Yükseklik, N: Jeoid Yüksekliği'dir.

Çizelge 5.2, 5.3 ve 5.4'de 10 adet test noktasının farklı metodlara göre hesaplanmış ortometrik yükseklikleri verilmiştir.

Çizelge 5.2 : Polinomlarla enterpolasyon yöntemiyle belirlenmiş ortometrik yükseklikler.

Nokta No	Polinomlarla Enterpolasyon Yöntemi (m)			
	0.Derece	2.Derece	6.Derece	2. Derece (Excel ve Matlab)
F3630085	700.6503	700.6262	700.5784	700.6151
F3630087	549.5403	549.6079	549.5061	549.4152
F3630089	710.8879	710.8869	710.8160	710.7586
F3630094	589.1307	589.1181	589.1047	589.2118
F3630095	538.1157	538.1124	538.1241	538.2769
F3630096	230.5795	230.5576	230.6002	230.7890
F3630097	128.1206	128.1419	128.1647	128.3294
F3630101	245.8171	245.7117	245.7819	246.0554
F3630102	311.0053	310.9631	311.0010	311.1928
F3630103	540.6461	540.6139	540.6291	540.7733

Çizelge 5.3 : IDW yöntemiyle belirlenmiş ortometrik yükseklikler.

Nokta No	IDW Yöntemi (m)		
	1 Güç	3.5 Güç	10 Güç
F3630085	700.8634	700.6496	700.6261
F3630087	549.7466	549.4468	549.4389
F3630089	711.1047	710.8217	710.7146
F3630094	589.3109	589.1075	589.0930
F3630095	538.3045	538.0886	538.0797
F3630096	230.7807	230.5979	230.6232
F3630097	128.3561	128.0819	128.0161
F3630101	246.0065	245.9169	245.9329
F3630102	311.1747	311.0261	311.0503
F3630103	540.8034	540.6165	540.6030

Çizelge 5.4 : Kriging yöntemiyle belirlenmiş ortometrik yükseklikler.

Nokta No	Kriging Yöntemi (m)		
	Ordinary	Simple	Universal
F3630085	700.6187	700.5945	700.6296
F3630087	549.5734	549.5316	549.6367
F3630089	710.8711	710.8475	710.8970
F3630094	589.1132	589.1094	589.1185
F3630095	538.1057	538.1172	538.1138
F3630096	230.5532	230.5788	230.5595
F3630097	128.1367	128.1265	128.1421
F3630101	245.7057	245.7517	245.7167
F3630102	310.9593	310.9921	310.9639
F3630103	540.6104	540.6338	540.6143

Test noktalarında farklı enterpolasyon yöntemleri ile hesaplanan ortometrik yüksekliklerin, **Çizelge 5.2, 5.3 ve 5.4**'de bir kısmı verilen test noktaları kullanılarak elde edilen karesel ortalama hataları **Çizelge 5.5**'de verilmiştir.

Çizelge 5.5 : Ortometrik yüksekliklerin karesel ortalama hatalarını gösterir çizelge.

YÖNTEM	KOH (m)
Polinomlarla Enterpolasyon (Matlab ve Excel) 2. Derece	0.37
Polinomlarla Enterpolasyon (ArcMap) 0. Derece	0.24
Polinomlarla Enterpolasyon (ArcMap) 2. Derece	0.19
Polinomlarla Enterpolasyon (ArcMap) 6. Derece	0.25
IDW 1 Güç	0.34
IDW 3.5 Güç	0.26
IDW 10 Güç	0.27
Ordinary Kriging	0.19
Simple Kriging	0.20
Universal Kriging	0.19

Lokal polinomlarla enterpolasyon yöntemi, IDW yöntemi ve kriging yöntemi ile belirlenen jeoid yüzey modelleri ve bu modellerden elde edilen ortometrik yükseklikler istatistiksel olarak incelendiğinde; en hassas yöntemin geoistatistik çözüm yöntemi olan kriging yöntemi ile yapılan çözümün olduğu gözlenmiştir. Kriging yöntemleri arasında hassasiyet anlamında çok büyük farklar olmamakla birlikte en hassas sonucun ordinary kriging yöntemi ile alındığı gözlenmiştir. Hassasiyeti en düşük olan yöntemlerin ise deterministik bir çözüm yöntemi olan ve matlab ve excel programları ile yapılan çözümü içeren polinomlarla enterpolasyon yöntemi ve yine deterministik bir çözüm yöntemi olan ve 1 güç değeri kullanılarak gerçekleştirilen IDW yöntemi olduğu gözlenmiştir.

6. SONUÇ ve ÖNERİLER

Yüksekliklerin belirlenmesinde konumsal doğruluk, ölçü süresi, uygulanabilirlik ve ekonomik kriterler yönünden değerlendirildiğinde, birbirinden farklı hidrostatik ölçme yöntemi, geometrik trigonometrik, barometrik nivelman ve GPS/ Nivelmanı gibi çeşitli ölçme yöntemleri kullanılmaktadır.

Günümüzde gerçekleştirilen pek çok jeodezik amaçlı ölçme faaliyetinde GPS kullanılmaktadır. GPS ile yapılan ölçmelerde kullanılan yükseklik referans sistemleri ve elde edilen yükseklik konum bilgilerinin pratik hayatta kullanımı oldukça zahmetli ve yorucudur. GPS ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerin uygulamada kullanılan ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi gerekmektedir. Klasik yersel ölçme sistemlerinde noktaların yatay konumları ve yükseklik bilgileri farklı yöntemlerle belirlenmektedir. Bu durum, noktaların hem yatay konumlarının hem de yükseklik bilgilerinin elde edilmesinde işlem sayısını artırmakta zaman ve maliyet yönünden dezavantajlı bir sonuç doğurmaktadır.

Yeryüzünde üç boyutlu konum belirlemenin yukarıda bahsedilen olumsuzluklarını ortadan kaldırmak hedefiyle bu tez çalışması kapsamında; Samsun İli Metropolitan alan sınırları içinde jeoid belirlemek için deterministik ve jeostatistik enterpolasyon yöntemlerini karşılaştırılarak en iyi sonucu veren yöntem araştırması yapmak amaçlanmıştır. Bu amaca yönelik olarak toplam 40 adet dayanak noktası (TUTGA,C1,C2 Nirengi noktası) belirlenmiş ve bu noktalardan hareketle lokal polinomlarla enterpolasyon yöntemi, IDW yöntemi ve kriging yöntemi olmak üzere toplam üç farklı yöntem ile ve bu yöntemlerin farklı konfigürasyonları ile jeoid yüzeyleri oluşturulmuştur. Oluşturulan bu yüzeyler yardımı ile toplam 199 adet C3 derece test nirengi noktasındaki ortometrik yükseklikler hesaplanmıştır. Kullanılan yöntemler arasında en uygun yöntem araştırması; farklı yöntemlerle oluşturulan jeoid modelleri Karesel Ortalama Hata değerlerinin ve bu modellerden hesaplanan jeoid

yüksekliklerinin eldeki mevcut değerlerden olan farklarının alınması ile elde edilen Karesel Ortalama Hata değerlerinin karşılaştırılması ile yapılmıştır.

Lokal polinomlarla enterpolasyon yöntemi ile yapılan çözümde öncelikle 2. derece bir polinom yardımıyla excel ve matlab programları ile çözüm yapılmış daha sonra Arc Map programı ile 0. derece, 2. derece, 6. derece lokal polinomlar için jeoid yüzeyleri belirlenmiştir. Belirlenen yüzeylerin KOH değerleri, dayanak noktalarından yararlanarak hesaplanmış ve sonuçlar **Çizelge (5.1)**'de verilmiştir. Belirlenen jeoid yüzeyler yardımıyla test noktalarındaki ortometrik yükseklikler hesaplanmış ve herbir yöntem için ayrı ayrı olmak üzere hesaplanan ortometrik yüksekliklerin KOH değerleri hesaplanmış ve sonuçlar **Çizelge (5.5)**'de verilmiştir. **Çizelge (5.1)** incelendiğinde 2.derece polinom kullanılarak yapılan çözümlerden matlab ve excel kullanılarak yapılan çözüm ile Arc Map programında yapılan çözüm arasında 4 cm' lik bir fark gözlenmiştir. Bu farkın Arc Map yazılımında polinomu tanımlayan fonksiyon tipinden kaynaklandığı düşünülmektedir. **Çizelge (5.1)** ve **Çizelge (5.5)** bir arada değerlendirildiğinde lokal polinomlarla enterpolasyon yöntemi için en hassas sonucun 2. derece polinomla yapılan çözümle alındığı gözlenmiştir. Ayrıca oluşturulan 2. derece yüzey ile 6. derece yüzey karşılaştırıldığında 6. derece yüzeyde oluşan ani yükseklik değişimlerinin uygun olmayan yükseklik değişimine neden olduğu gözlenmiştir. Polinom derecesinin çok büyük olması, yüzeyde gereksiz salınımlara neden olmakta, yüzeyi duyarsızlaştırmakta ve yüzey üzerinde gerçeği yansıtmayan yükseklik değişimlerine neden olmaktadır. Buradan hareketle polinomun derecesinin artmasıyla hassasiyetin aynı oranda artmayacağı sonucu çıkarılmıştır.

IDW enterpolasyon yöntemi ile yapılan çözümde, çalışma bölgesine ait dayanak noktaları yardımıyla, uzaktaki noktaların kestirime olan etkisini ortadan kaldırmak için ağırlık parametresi olarak(power parametresi) **1, 3.5 ve 10 güç değerleri** kullanılarak herbir güç değeri için ayrı ayrı olmak üzere jeoid yüzeyleri belirlenmiştir.Belirlenen yüzeylerin KOH değerleri,dayanak noktalarından yararlanarak hesaplanmış ve sonuçlar **Çizelge (5.1)**'de verilmiştir. Belirlenen jeoid yüzeyler yardımıyla test noktalarındaki ortometrik yükseklikler hesaplanmış ve herbir değer için ayrı ayrı olmak üzere hesaplanan ortometrik yüksekliklerin KOH değerleri hesaplanmış ve sonuçlar **Çizelge (5.5)**'de verilmiştir. **Çizelge (5.1)** ve **Çizelge (5.5)** birarada değerlendirildiğinde IDW yöntemi için en hassas sonucun 3.5

değeri kullanılarak yapılan çözümle alındığı gözlenmiştir. Ayrıca 1 güç değeri ile yapılan çözüm ile 3.5 güç değeri kullanılarak yapılan çözüm arasında anlamlı bir hassasiyet farkının olduğu gözlenmiştir. Bunun temel nedeni 1 güç değeri için yapılan çözümde uzakta bulunan noktaların ağırlıklarının da enterpolasyonda kullanılmasıdır.

Kriging enterpolasyon yöntemi ile yapılan çözümde, ordinary kriging, simple kriging ve universal kriging yöntemleri için jeoid yüzeyleri belirlenmiştir. Belirlenen yüzeylerin KOH değerleri, dayanak noktalarından yararlanarak hesaplanmış ve sonuçlar **Çizelge (5.1)**'de verilmiştir. Belirlenen jeoid yüzeyler yardımıyla test noktalarındaki ortometrik yükseklikler hesaplanmış ve herbir yöntem için ayrı ayrı olmak üzere hesaplanan ortometrik yüksekliklerin KOH değerleri hesaplanmış ve sonuçlar **Çizelge (5.5)**'de verilmiştir. **Çizelge (5.1)** ve **Çizelge (5.5)** bir arada değerlendirildiğinde kriging yöntemi için en hassas sonucun, oluşturulan jeoid modeller karşılaştırıldığında simple kriging yöntemi, hesaplanan ortometrik yüksekliklerin KOH değerleri karşılaştırıldığında ordinary kriging ve universal kriging yöntemleri kullanılarak yapılan çözümle alındığı gözlenmiştir. Ancak genel olarak değerlendirildiğinde üç kriging yönteminde de elde edilen hassasiyetlerin birbirine yakın değerler olduğu görülmektedir.

Yapılan araştırma ve incelemeler sonucunda jeoistatistik enterpolasyon yönteminin deterministik yöntemlere göre daha iyi sonuç verdiği tespit edilmiştir. Gerek oluşturulan jeoid modellerin gerekse test noktalarındaki ortometrik yüksekliklerin karesel ortalama hataları analiz edildiğinde en iyi sonucun kriging enterpolasyon yöntemi ile alındığı gözlenmiştir. Kriging yöntemi de kendi içinde değerlendirildiğinde en duyarlı sonucun simple ve ordinary kriging yöntemleri ile alındığı gözlenmiştir. Ayrıca en az hassas yöntemin IDW yönteminin olduğu tespit edilmiştir.

Uygulanabilirlik açısından yöntemlerin karşılaştırılması yapıldığında, istatistiksel ve matematiksel olarak iyi temellere sahip kriging yönteminde variogram modellemede yaşanan güçlükler nedeniyle uygulaması zor olan bir yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır. IDW yöntemi ise uzak olan noktaların kestirime katkısının az olması nedeniyle nokta dağılımının homojen ve yeterli sıklıkta olmadığı durumlarda uygulanması zor olan bir yöntemdir. Lokal polinomlarla enterpolasyon yöntemi matematiksel açıdan uygulanabilirliği kolay bir yöntem olmakla birlikte yüzeyin

tek bir fonksiyonla ifade edilmesi için en uygun polinomun belirlenmesi zaman almaktadır ve yorucu olabilmektedir.

Elipsoid yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi amacıyla jeoid modelleri çeşitli enterpolasyon yöntemleri kullanılarak ekonomik, hızlı ve hassas bir şekilde oluşturulabilmektedir. Elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen noktalar çoğaltılmalı ve böylece jeoid belirlemede kullanılacak uygun dağılımlı noktaların üretimi sağlanmalıdır. Jeoid belirlemede kullanılan enterpolasyon yöntemleri geliştirilmeli, yaygınlaştırılmalı ve uygulamaları artırılarak çeşitli haritacılık faaliyetlerinde pratik kullanımları sağlanmalıdır.

KAYNAKLAR

- Açıköz, M., 2002. İzmit Deprem Anı Yatay Yer Değiştirmelerinin Modellenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 128630.
- Alkanalka, E., 2005. Kestirim Metodlarının Sayısal Yükseklik Modelleri Üzerindeki Uygulamaları, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 198922.
- Akçın, H., 1998. GPS Ölçülerinden Pratik Yüksekliklerin Elde Edilmesi Üzerine Bir Çalışma, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 79192.
- Akçın, H., 2001. Niğde üniversitesi Mühendislik Bilimleri dergisi, Cilt 4 Sayı 1, 37-50.
- Aksoy, A., Ayhan T., Çelik R.N., Demirel H., Deniz R., Gürkan O., 1999. Güncel gelişmeler ışığında mekansal bilgi sistemleri için jeodezik altyapı ve problemleri, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi Eğitim dizisi, 28 Mayıs, İstanbul.
- Akiz, E., 2007. Jeoit Kullanılarak Elipsoid Yüksekliklerden Ortometrik Yükseklik Belirleme Yöntemlerinin Doğruluk Araştırması, Yüksek Lisans, Tezi Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 199607.
- Arslan, E., Yılmaz, M., 2005. TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 28 Mart- 1 Nisan, Ankara.
- Ayar, A., 2009. Non-Sibson Enterpolasyon Yöntemiyle Yerel Geoit Belirlenmesi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 252436.
- Başkan, O., 2004. Gölbaşı Yöresi Topraklarının Mühendislik-Fiziksel Özellik İlişkilerinde Jeostatistik Uygulaması, Doktora Tezi, A.Ü, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 151019.
- Bektaş, S., 2001. Matematik Jeodezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Yayınları, Kamel matbaası, 154 s., Samsun.
- Çakır,L., Şen,K., 2006. Orthometric Height Determination from GPS/Levelling with

- Inverse Distance Weighted and Multiquadric Interpolation Methods, Fifth International Symposium, Turkish-German Joint Geodetic Days, Technical University, Berlin.
- Çepni, M.S., Konak H., Kurt, O., 2007. Sonlu Elemanlarla Modellenen Yerel Jeoitler Yardımıyla Yer Kabuğu Hareketlerindeki Düşey Bileşenlerin İrdelenmesi, International Earthquake Symposium, 22-26 Oktober, Kocaeli.
- Çetin, M., 1996. Jeostatistiksel Yöntem İle Nokta ve Alansal Yağışların Saptanması ve Stokastik Olarak Modellenmesi, Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 50315.
- Çetin, M., Tülcü, K., 1998. Doğu Akdeniz Bölgesinde Aylık Yağışların yersel değişimlerinin jeostatistik yöntemle incelenmesi, Journal of Engineering and Environmental Science, 22, 279-288.
- Çorumluoğlu, Ö., Özbay, Y., Kalaycı, İ., Şanlıoğlu, İ., 2005. GPS Yüksekliklerinden Ortometrik Yüksekliklerin Elde Edilmesinde Yapay Sinir Ağı(YSA) Tekniğinin Kullanımı, Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, Mühendislik Ölçmeleri STB Komisyonu 2. Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, 23-25 Kasım, İTÜ, İstanbul.
- Deniz, R., Akyılmaz, O., Erol, S., Özöner, B., Denli, H., 2001. Precise Geoid Determination Using GPS and Leveling Measurement, 4. Internatuonal Symposium "Turkish-German Joint Geodetic Days" Berlin.
- Erol, B., Çelik, R.N., 2005. Prezisyonlu lokal geoit modeli belirlenmesinde örnek bir inceleme –GPS/Nivelman ve geoit yüksekliklerinin entegrasyonu, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, Ankara. 28 Mart- 1 Nisan.
- Featherstone, W.E., Dentith, M.C., Kirbiy, J.F., 1998. Strategies for accurate determination of orthometric heights from GPS, Survey Review, 34(267), 278-296
- Güler, A., 1978. Sayısal Arazi Modellerinde Enterpolasyon Yöntemleri, Harita Dergisi, sayı 85,53-71, Ocak, Ankara.
- Güler, A., 1985. Sayısal Arazi Modellerinde İki Enterpolasyon Yöntemi ile Denemeler, HKMO Dergisi, 52-53, 98-118.
- Hardy, R.L., 1971. Multiquadratic Equation of Topography and Other Irregular Surface, Journal of Geophysical Research 76,8.
- Hardy, R.L., 1990. Theory and Applications of the Multiquadric-Biharmonic Method, Computers Mathematic Application, 19,8/9,163-208.
- Haykin, S., 1994. "Neural Networks: A Comprehensive Foundation", New Yor: Macmillan.
- İnal, C., Turgut, B., Yiğit, C.Ö., 2002. Lokal Alanlarda Jeoid Ondülasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması,

Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu, 16-18 Ekim 2002, Sayfa 97-106, Konya.

- İnal, C., Yiğit, C.Ö., 2003. Jeodezik Uygulamalarda Kriging Enterpolasyon Yönteminin Kullanılabilirliği, TUJK 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, Sayfa 177-185, 24-26 Eylül, Konya.
- İnal, C., Yiğit, C.Ö., 2004. Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Enterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılabilirliği, Selçuk Üniversitesi Müh.-Mim. Fak. Dergisi, c.19, s.1, Konya.
- Kartal, A., 1998. GPS Yöntemi İle Yükseklik Belirlenirken İnterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılması, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 79199.
- Keçeci, S.B., 2011. Sayısal Yükseklik Modellerinin Oluşturulmasında Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun, 29906.
- Kılıçoğlu, A., Fırat O., 2003. Büyük Ölçekli Harita üretiminde GPS ile ortometrik yükseklik belirlemeye yönelik jeoit modelleme ve uygulamalar, TUJK 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, Konya , 24-26 Eylül 2003, 27-34.
- Kılıçoğlu, A., Yıldız, H., Direnç, A., Lenk, O., Bağcı, H. ve Simav, M., 2009. Türkiye Jeoidi(TG09)'nin Hesabında Kullanılan Ölçüler ve Yöntemler. Başkanlıklararası Harita İşlerini Koordinasyon ve Planlama Kurulu 1. Sempozyumu, ODTÜ Kültür ve Kongre Merkezi, Şubat, Ankara.
- Kılıçoğlu, A., Direnç A., Yıldız, H., Bölme, M., Aktuğ, B., Simav, M., Lenk, O., 2011. Regional gravimetric quasi-geoid model and transformation surface to national height system for Turkey(THG-09), Studia Geophisica et Geodaetica.55,557-578
- Mert, B.A., 2004. Jeostatiksel Analiz İçin Bir Bilgisayar Programının Geliştirilmesi ve Antalya-Akseki-Kızıldaş Boksit Yatağına Uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 151763.
- Özbay, Y., 1999. "Fast Recognition of ECG Arrhythmias," PhD Thesis. Institute of Natural and Applied Science, Selçuk Universty, Konya, Turkey.
- Öztürk, E., Şerbetçi, M., 1992. *Dengeleme Hesabı III*, K.T.Ü yayınları, Trabzon.
- Park, W., 1998. Accuracy of GPS- Derived Leveling Section Orthometric Height Difference in San Diego County., Surveying and Land Information System, California, 58,1, 31-46.
- Rumelhart, D.E, Hinton, G.E, Williams, R.J., 1986. "Learning internal representations by error propagation. In Paralel distributed Processing, explorations in the microstructure of cognition, "MIT Press, Cambridge, Massachusetts, J. L., 1, pp, 318-362.

- Sıglı, R. (Çeviri Akarsu, V.), 1997. “Dünya Kesinlikle Yuvarlak Değildir”, Harita dergisi, Sayı 117, sayfa 64-73.
- Soycan, M., 2002. Jeoit Yüksekliklerinin GPS ve Hassas Trigonometrik Nivelman Ölçüleri İle Belirlenmesi, Doktora Tezi, Y.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 128790.
- Taktak, F., 2005. Afyonkarahisar’da GPS Gözlemleri ve Nivelman Ölçüleri Yardımıyla Jeoid Profilinin Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyon, 170760.
- T.C. Resmi Gazete. 2005. Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği, Başbakanlık Basımevi, 25876.
- Tercan, A.E., Saraç, C., 1998. Maden Yataklarının Değerlendirilmesinde Jeostatistiksel Yöntemler, T.M.M.O.B Maden Mühendisleri Odası Yayını, Ankara.
- Türen, Y., 2010. Astrojeodezik Nivelman ile Yerel Jeoit Belirleme: Konya Örneği, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 251415.
- Türkezer, A., Sezen, E., Direnç, A., Kurt, A.İ., Kurt, M., Lenk, O., 2012. Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu Türkiye Yükseklik Sisteminin Modernizasyonu Çalıştayı, 28-30 Mart 2012, Zonguldak.
- Uyguçgil, H., 2007. Çok Değişkenli Maden Yataklarının Rezerv Tenör Tahmininde Jeostatistik ve Coğrafi Bilgi Sistemleri Tekniklerinin Kullanımı, Doktora Tezi, Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir, 178999.
- Yanalak, M., 1997. Sayısal Arazi Modellerinden Hacim Hesaplarında En Uygun Enterpolasyon Yönteminin Araştırılması, Doktora Tezi, İ.T.Ü, İstanbul, 68886.
- Yanalak, M., Baykal, O., 2001. Transformation of Ellipsoid Heights to Local Levelling Heights, J. Surv.Engng., ASCE, 127(3),90-103.
- Yanalak, M., 2002. Yön ve Uzaklık Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon, Harita Dergisi, 127,55.
- Yanalak, M., 2003. Effect of Gridding Method on DTM Profile Data Based on Scattered Data , J. Computing in Civil Engng., ASCE, 17(1).
- Yanalak, M., 2004. Sibson (Naturel Neighbour) and Non- Sibsonian Interpolation for Digital Elevation Model (DEM), Survey Revie, 37(291), pp. 360-376.
- Yaprak, S., 2007. Kriging Yönteminin Geoit Yüzeyi Modellemesinde Kullanılabilirliğinin Araştırılması ve Varolan Yöntemlerle Karşılaştırılması, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, 216846.
- Yaprak, S., Arslan E., 2008(a). Kriging Yönteminin Geoit Modellemesinde Kullanılabilirliğinin Araştırılması, İTÜ Dergisi, Cilt7 ,Sayı 3, sayfa 51-62.

- Yaprak, S., Arslan, E., 2008(b). Kriging Yöntemi ve Geoit Yüksekliklerinin Enterpolasyonu, HKM Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi, Sayı 98, Sayfa 36-42.
- Yıldız, H., 2012. Yükseklik Modernizasyonu Yaklaşımı: Türkiye İçin Bir İnceleme, Harita Dergisi Ocak 2012 Sayı 147.
- Yılmaz, M., 2005. İstanbul Metropolitan Alanda Geoit Araştırması, Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 216831.
- Yılmaz, N., 2011. Türkiye İçin farklı Yöntem ve Verilerle Belirlenen Jeoidlerin Karşılaştırılması, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 275494.
- Yiğit, C.Ö., 2003. Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliklere Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, 134151.
- Yurt, K., Gökalp, E., Boz, Y., 2005. Determination of Local Geoid with GPS in Trabzon/Turkey, From Pharaohs to Geoinformatics, FIG Working Week 2005 and GSDI-8, Kahire, Mısır.
- Yurt, K., 2006. Geometrik ve Gravimetrik Metodlarla Lokal jeoid Belirleme ve Modelleme: Trazon İli Örneği, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 182957.
- URL1:<http://www.hgk.msb.gov.tr/uyekurulus/THG/thg.html> (Ziyaret tarihi:08.10. 2012)
- UR2:<http://www.ewr.cee.vt.edu/environmental/teach/smprimer/kriging.html#Kriging> (Ziyaret tarihi: 04.09.2012).

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Selahattin BOLAT
Doğum Tarihi : 10.08.1980
Doğum Yeri : Göksun / K. MARAŞ
Medeni Hali : Evli ve 1 çocuk babası
Lise : Ankara Anadolu Tapu ve Kadastro Meslek Lisesi (1995 - 1999)
Lisans : Ondokuz Mayıs Üniversitesi Jeodezi ve Fotogramateri
Mühendisliği Bölümü (2005 - 2008)
Yüksek Lisans : Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Harita
Mühendisliği Anabilim Dalı (Devam ediyor)
Mesleki Deneyim : Tapu ve Kadastro Genel Müdürlüğü (2001 - 2010)
Türkiye Petrolleri Anonim Ortaklığı (2010 -)
İletişim Adresi : TPAO Adıyaman Bölge Müdürlüğü ADIYAMAN
Telefon : (0416) 227 28 11 - 5228
Web Adresi : sbolat@tpao.gov.tr