

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞMASINDAN HADRON ÜRETİLMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SEMRA SARI

HAZİRAN 2013
TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞMASINDAN HADRON ÜRETİLMESİ

SEMRA SARI

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
"YÜKSEK LİSANS (FİZİK)"
Unvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 04/06/2013
Tezin Savunma Tarihi : 19/06/2013

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN

Trabzon 2013

Karadeniz Teknik
Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalında
Semra SARI tarafından hazırlanan

ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞMASINDAN HADRON ÜRETİLMESİ

başlıklı bu çalışma, Enstitü Yönetim Kurulunun 04 / 06 / 2013 gün ve 1508 sayılı
kararıyla oluşturulan jüri tarafından yapılan sınavda
YÜKSEK LİSANS TEZİ
olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan : Prof. Dr. Rıza ABBASOĞLU

Üye : Prof. Dr. A. Hakan YILMAZ

Üye : Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN

Prof. Dr. Sadettin KORKMAZ
Enstitü Müdürü

ÖNSÖZ

Parçacık fiziğinin sadık bir adanmışlıkla peşinden gittiği en önemli amaçlarından biri; doğadaki en küçük ve temel ögeleri bulmaktır. Bu amaca hizmet için, asırlardır düşüncenin doruğunda yaratılan incelikli kuramlar ve üstün teknolojiyle inşa edilen anıtsal deneyler elbirliği etmişlerdir.

Tüm bunları bilmek neden bizim için bu kadar önemlidir? Evrende işlerin nasıl yürüdüğüne ya da Einstein'ın sözleriyle “Tanrı'nın kafasından geçenlere” dair temel birkaç sırrı keşfetmek şüphesiz büyük bir düşünsel mutluluktur. Ama konu temel parçacık fiziği olunca işler bu kadarla da bitmiyor. Bir kere tabiattaki o takdire değer tutumluluk nedeniyle en küçüğün doğasını anlamak bize en büyüğün işleyişi hakkında da somut fikirler verecektir. Plato da “Maddenin en küçük ögesi bilinmeden insan evreni asla anlayamaz.” sözleriyle insanlığın dikkatini parçacık fiziğinin temelinde yatan bu gerçeğe çekmiştir.

Aynı gerçek ışığında yola çıktığım bu çalışmam parçacık fiziğinin insanoğlunun yaratılıştan gelen merak ve araştırma iç güdüsünü tetikleyen doğasının bir eseridir.

Çalışmalarım sırasında görüş ve yardımlarını esirgemeyen ve çalışma konumu seçmem de bana ışık tutan çok değerli hocam Doç. Dr. Azer AHMADOV'a, yüksek lisans dönemi boyunca bilgi ve tecrübeleriyle bana yol gösteren ve danışmanlığımı kabul eden hocam Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN'a, her başım sıkışıp kapısını çaldığımda beni dinleyip, elinden gelen yardımı esirgemeyen Arş. Gör. Mehmet DEMİRCİ'ye ve yardımlarından dolayı Dr. Ferudun KESKİN'e teşekkürlerimi bir borç bilirim.

Çalışmalarım boyunca her türlü imkânı sağlayan K.T.Ü. Fizik Bölüm Başkanı Prof. Dr. Ekrem YANMAZ'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca bu çalışmam boyunca her anımda yanımda olup; her türlü sıkıntıma, sevincime ortak olan, şefkatli bakışıyla bana cesaret vermenin yanında kusursuz bir çalışma ortamı hazırlayan canım anneme ve maddi ve manevi desteklerini eksik etmeyen canım babama; çalışmam boyunca bana sabredip destek olan hayatımın çok önemli bir parçası olan kardeşlerime ve arkadaşlarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Semra SARI
Trabzon 2013

TEZ BEYANNAMESİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Elektron-Pozitron Çarpışmasından Hadron Üretilmesi” başlıklı bu çalışmayı baştan sona kadar danışmanım Yrd. Doç. Dr. Coşkun Aydın’ın sorumluluğunda tamamladığımı, analizleri ve çözümleri kendim yaptığımı, başka kaynaklardan aldığım bilgileri metinde ve kaynakçada eksiksiz olarak gösterdiğimi, çalışma sürecinde bilimsel araştırma ve etik kurallara uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ettiğimi beyan ederim.
04/06/2013

Semra SARI

İÇİNDEKİLER

Sayfa No:

ÖNSÖZ	III
TEZ BEYANNAMESİ	IV
İÇİNDEKİLER	V
ÖZET	VI
SUMMARY	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ	VIII
TABLolar DİZİNİ	IX
SEMBOLLER DİZİNİ.....	X
1. GENEL BİLGİLER	1
1.1. Giriş.....	1
1.2. Kuantum Renk Dinamiği.....	14
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	21
2.1. Elektron-Pozitron Çarpışmasında Gerçel Glüyon Işması	21
2.2. Gerçel Glüyon Işmasında Boyut Düzenlemesi.....	34
2.3. Gerçel Glüyon Işması Kütleli Glüyon Düzenlemesi	41
3. BULGULAR	44
3.1. Altarelli-Parisi Yaklaşımı.....	44
4. SONUÇ VE ÖNERİLER	50
5. KAYNAKLAR	51
6. EKLER	53
ÖZGEÇMİŞ	

Yüksek Lisans Tezi

ÖZET

ELEKTRON-POZİTRON ÇARPIŞMASINDAN HADRON ÜRETİLMESİ

Semra SARI

Karadeniz Teknik Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı
Danışman: Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN
2013, 52 Sayfa, 23 Ek Sayfa

Bu çalışmada, $e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin tesir kesiti perturbatif KRD çerçevesinde hesaplandı ve ıraksaklıklarla karşılaştıldı. Kütleli glüyon ve boyut düzenlemesi yapıldığında da bu ıraksaklık sorununun tam olarak ortadan kalkmadığı, fakat tesir kesitinin hesaplanabilir duruma geldiği görüldü. Altarelli-Parisi logaritmik yaklaşımı kullanılarak $(1/\sigma) d\sigma/dp_T^2$ 'nin p_T^2 'ye göre değişimleri incelendi.

Anahtar Kelimeler: Perturbatif KRD çerçevesi; Tesir kesiti; ıraksaklıklar; Kütleli glüyon düzenlemesi; Boyut düzenlemesi; Altarelli-Parisi logaritmik yaklaşımı

Master Thesis

SUMMARY

THE PRODUCTION OF WITH COLLISION ELECTRON-POZİTRON

Karadeniz Technical University
The Graduate School of Natural and Applied Sciences
Physics Graduate Program
Supervisor: Yrd. Doç. Dr. Coşkun AYDIN
2013, 52 Pages, 23 Pages Appendix

In this study, $e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}g$ process's cross section is calculated in the framework of perturbative QCD and divergences are faced. When the massive gluon and dimensional regularization are done it is observed that the problem of divergence has not been solved completely however, the cross section change into a countable condition. Using Alterelli-Parisi logarithmic approach, $(1/\sigma) d\sigma/dp_T^2$'s alterations are analysed with reference to p_T^2 .

Key Words: Framework of perturbative QCD; Cross section; Divergences; Massive gluon regularization; Dimensional regularization; Alterelli-Parisi logarithmic approach

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. α_s 'nin Q ile değişimi.....	16
Şekil 2. e^+e^- çarpışması hadronlaşma süreci	20
Şekil 3. Elektron-pozitron çarpışmasında gerçel glüyon ışması sürecine ait olası Feynman çizimleri	21
Şekil 4. $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin ağaç düzeyinde Feynman çizimleri.....	22
Şekil 5. Son durumda üç parçacık bulunan durum için Dalitz çizimi a)kütlesiz parçacıklar b)kütleli glüyon $\beta = m_g^2/Q^2$	23
Şekil 6. Hadron ve jet momentumlarının gösterimi	45
Şekil 7. $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin ağaç seviyesindeki çizimlerinin yapısı.....	45
Şekil 8. $e^+e^- \rightarrow$ hadronlar sürecinde üretilen hadronun glüyonun hareket doğrultusunda olduğunda, (yani; hadronun glüyondan üretildiği durum için) $(1/\sigma) d\sigma/dp_T^2$ 'nin hadronun enine momentumunun karesine bağlılığı...	47
Şekil 9. $e^+e^- \rightarrow$ hadronlar sürecinde üretilen hadronun kuark-karşitkuarkın hareket doğrultusunda olduğunda, (yani; hadronun kuark-karşitkuark ve glüyondan üretildiği durum için) $(1/\sigma) d\sigma/dp_T^2$ 'nin hadronun enine momentumunun karesine bağlılığı	48
Şekil 10. $e^+e^- \rightarrow$ hadronlar sürecinde üretilen hadronun kuark-karşitkuark ve glüyonun hareket doğrultusunda olduğunda, (yani; hadronun kuark-karşitkuark ve glüyondan üretildiği durum için) $(1/\sigma) d\sigma/dp_T^2$ 'nin hadronun enine momentumunun karesine bağlılığı.....	49

TABLolar DİZİNİ

Sayfa No:

Tablo 1. Leptonlar ve Özellikleri.....	11
Tablo 2. Kuarklar ve Özellikleri.....	12
Tablo 3. Temel Etkileşmeler	13

SEMBOLLER DİZİNİ

Simge	: Açıklaması:
SM	: Standart Model
KED	: Kuantum Elektrodinamiği
KRD	: Kuantum Renk Dinamiği
IR	:Kızıl ötesi
UR	:Mor ötesi
g_s	: Yeğın etkileşme sabiti
N_c	: Renk sayısı
n_f	: Kuark çeşni sayısı
Λ_{KRD}	: KRD ölçek parametresi
β_0	: Gell-Mann Low fonksiyonu
α_s	: Yeğın etkileşme çiftlenim sabiti
ψ_q^f	: Dirac kuark alanı
\mathcal{L}_0	: Serbest Lagranjiyen yoğunluğu
T_a	: $SU(3)_C$ grubunun üreticileri
λ_a	: Gell-Mann matrisleri
f_{abc}	: Yapı sabitleri
G_μ^a	: Glüyon ayar alanı
D_μ	: Kovaryant türev
$F_{\mu\nu}$: Alan tensörü
\mathcal{L}_{KRD}	: Lagranjiyen yoğunluğu
γ_μ	: Dirac matrisleri
$d\sigma/d\Omega_{cm}$: Diferansiyel tesir kesiti
\vec{p}_{cm}	: Kütle merkezinde ilk parçacığın momentumu
p_i	: Parçacıkların dörtlü momentumları
s_i	: Parçacıkların spinleri
s, t, u	: Mandelstam değişkenleri
α_E	: İnce yapı sabiti
θ_{cm}	: Kütle merkezinde saçılma açısı
γ^*	: Sanal foton

q	: Sanal fotonun momentumu
δ	: Delta fonksiyonu
$ \bar{M} ^2$: Matris ögesinin karesi
W	: Toplam olasılık yoğunluğu
$g_{\mu\nu}$: Metrik tensör
E_{cm}, Q	: Kütle merkezi sistemi enerjisi
x_i	: Boyutsuz enerji değişkenleri
d^6R_2	: İki parçacıklı durum için faz uzayı
d^9R_3	: Üç parçacıklı durum için faz uzayı
g_s	: Yeğin etkileşme sabiti
ee_q	: Kuarkın yükü
IR	: Kıızıl ötesi ıraksamalar
UR	: Morötesi ıraksamalar
$d^{2N-2}R_2$: N boyutlu uzayda iki parçacıklı durum için faz uzayı
$d^{3N-3}R_3$: N boyutlu uzayda üç parçacıklı durum için faz uzayı
g_N	: N boyutlu uzayda yeğin etkileşme sabiti
α_N	: N boyutlu uzayda yeğin etkileşme çiftlenim sabiti
DR	: Boyut düzenlemesi
MG	: Kütleli glüyon düzenlemesi
$f(p_T^2)$: Hadronun enine momentum fonksiyonu
p_T	: Hadronun enine momentumu,
P_T	: Jetlerin enine momentumu

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Parçacık fiziği maddenin temel yapıtaşlarının neler olduğunu ve bu yapıtaşlarının kendileri arasında ve diğer parçacıklarla nasıl etkileştiklerini konu alan fizik dalıdır. Temel parçacıkların yapısını incelemek için yüksek enerjilere ihtiyaç duyulduğundan, parçacık fiziğine yüksek enerji fiziği de denir.

Parçacık fiziğinin amacı doğadaki en küçük ve en temel öğeleri bulmaktır. En temel derken "kendinden küçük parçalara bölünemeyen" kastedilir. Bu amaca ulaşabilmek için uzun çalışmalar sonucu varılan, düşüncenin zirvesinde yaratılan incelikli kuramlar ve üstün teknoloji gerektiren deney düzenekleri kullanılmıştır.

İnsanoğlu evrendeki maddenin özü ve davranışları hakkında bilimsel bir yargıya varabilmek için bundan yaklaşık 3000 yıl önce, araştırma yapmaya başladı. Yunan uygarlığının felsefe ve sanata değer veren barışçıl ortamı birçok düşünce insanına nihai sorular üzerine fikir oluşturmak için imkan sağlamıştı, fakat o çağlarda, henüz akla gelen kuramları ifade etmek için yeterli incelikteki matematiksel yöntemler bulunmamış, kuramları sınavabilecek teknoloji harikası deney düzenekleri henüz icat edilmemişti.

Doğayı kavramak ve bilimin temellerini atmak için sadece olayları düşünce gücüyle gözlemleyen ve değerlendiren ilk düşünürler maddenin özünü anlamak için onun yapıtaşlarına bakmak gerektiğini hemen fark edememişlerdir. Her şeyin temelindeki nihai öğeyi ararken, maddenin özüyle parçalanmasından ortaya çıkan küçük parçacıkları ilişkilendirmek yerine maddenin doğasını bir bütün olarak incelemişlerdir.

Bu anlamda bir nihai öge için ilk öneriyi yapan M.Ö. 600'li yıllarda ezilen hemen hemen her şeyden su çıktığını ve sulanan ağaçların büyüdüğünü gözleyen Eski Yunan ve Avrupa Felsefesinin büyük düşünürü Thales'ti. Fakat tüm varlıkların başlangıcı olan ana maddenin somut bir şey olarak algılanmaması gerektiğini düşünen Thales'in öğrencisi Anaksimandros "zıtların birleşimi (aperion)" diye bir başka fikir öne sürdü. Apeiron "sınırları olmayan" anlamına geliyordu ve birbirine tamamıyla zıt ateşle su gibi çiftlerin birleşip birbirini yok etmesiyle oluşan yüksüz ve yapısız bir kavramdı. Onun düşüncesine göre, bilinen tüm madde zıt öğeler olarak apeirondan ayrışıyordu. Buradaki her şeyin bir zıddı olması fikri "karşı madde" gerçeğinin düşünsel bir başlangıcıdır. Fakat günümüz

biliminin ayrılmaz bir parçası olan bu görüş o günlerde zamanının fazlaca ilerisindeydi. Bu nedenle de Anaksimandros'un öğrencisi Anaximenes'e bu düşünce biraz tuhaf gelmişti.

Ne var ki su, hava ve ateş ayrı ayrı yeterince tatmin edici bir düşünce değildi. Maddenin temel ögesinde daha belirgin bir simetri anlayışı ile daha açık bir teklik ve bütünlük hissi gerekiyordu. Bu ilham ile yola çıkan Empedocles, M.Ö. 400'lü yıllarda iki önemli düşünce ileri sürdü. Bunların ilki, temel ögenin birden fazla olması gerektiğini kabul etmesiydi. Bu nedenle de Empedocles kendisinden önceki düşünürlerin öne sürdüğü su, hava ve ateş öğelerine birde toprak ögesini ekledi. Empedocles'in ikinci özgün düşüncesi ise bu temel öğelerin etkileşmeleri için hareket ettirici bir kuvvetin olması gerektiğiydi. Empedocles bu gücü, sevgi ve nefret gibi iki terim ile açıkladı. Yani; su ve ateş nefret yoluyla birbirlerini yok ederken, toprak ve su sevgi ile bütünleşerek yaşamı oluşturuyordu. Ancak bütünlüğe gelince bu dörtlüyü karıştırınca sadece sıcak ve kabarcıklı çamur elde ediliyordu. Oysaki aranan sıcak çamurdan daha temiz ve kabul edilebilir bir bütünlüktü. Bu dört temel öge Leukippos'un ellerinde biraz daha gelişerek, her şeyin görülemeyecek ve hissedilemeyecek kadar küçük parçalardan oluştuğu görüşü ağırlık kazanmaya başladı.

Görüldüğü gibi M.Ö. 400'lere kadar, akla gelebilecek en küçük şeyleri bile sonsuza kadar kesip daha küçük şeyler elde edilebileceğini savunan ilk Yunan bilginleri maddeyi "sürekli" bir yapı olarak algılamaktaydı. Fakat Demokritus'a göre madde bir noktadan sonra artık bölünemeyecek küçük temel parçacıkların birleşiminden oluşuyordu. Demokritus bu yapı taşlarına "bölünemeyen" anlamına gelen "atomus" yada "atomos" yani "atom" adını verdi. Demokritus atomların dışında kalan her şeyin boşluk olduğunu ve her maddenin türüne göre değişik atomlara sahip olması gerektiğini savunuyordu. Öne sürdüğü bu iki basit fikir ile temel parçacık fiziğinin başlatıcısı oldu. Daha sonra uzun bir süre Demokritus'un "bölünemeyen nihai parçacıklar" fikri adına kayda değer bir girişimde bulunulmadı.

Yaklaşık olarak 2000 yıl sonra, 1582 yılında "Doğada bulunan her şeyin bölünmesi bölünemeyen bir parça ile son bulur." diyen İtalyan Bilgini Giordani Bruno, Pierre Gossendi tarafından da desteklendi ve atom düşüncesini "Atomlar yeniden yaratılamazlar ve yok edilemezler, katı ve ağırlığı olan belirli büyüklükte çok küçük parçacıklardır." şeklinde tanımladı. Bu düşünceler Demokritus'un yıllar önceki görüşüyle tamamen uyuyordu.

1642’de Torricelli çok basit bir yöntemle, Torricelli kabında civa dolu tüpte neredeyse mutlak bir boşluğu deneysel olarak üreterek, Demokritus’un fikirlerinin boşlukla ilgili kısmını kanıtladı. Boşluk kısmı kanıtlanmıştı, fakat boşluğu dolduran nihai yapı taşları olan atomları keşfetmek o kadar kolay değildi. Maddenin gerçek anlamını kazanması ise ancak Lavoisier’in uzun araştırmalar sonucunda icat ettiği aygıt aracılığıyla, suyun oksijen ve hidrojenden oluştuğunu bulmasıyla mümkün oldu.

Lavoisier’in bu itinalı gözlemleri, 1803-1808 yılları arasında John Dalton’a maddenin yapısındaki gerçeği keşfetmesini sağlayacak ilhamı verdi. John Dalton Lavoisier’in oranlarına bakarak, katlı oranlar yasasını buldu.

Artık kimyasal atom gündemdeydi ve zaman ilerledikçe yapılan deneylerde birçok kimyasal atom ve molekül türü keşfediliyordu. 1800’lerin ortalarında, bu alanda en büyük ihtiyaçlardan birinin gittikçe artan bu verilerin derlenmesi olduğunu fark eden Dimitri Mendeleev adında bir kimya profesörünün mevcut verileri sistematik bir sıraya koyma çalışmaları sonucunda, periyodik tablo oluşturuldu. Yalnız bu tablo tamamlanmamış bir tabloydu ve günümüzde ki eksiksiz haline ulaşması uzun zaman alacaktı.

1870’de William Crooks yaptığı katot ışını deneyinde görülen sarı-yeşil renkteki ışımalar gözledi ve 1891’de G.J.Stoney tarafından bu ışımalar elektron olarak adlandırıldı. 1897’de Cambridge’deki, Cavendish Laboratuvar’ında, Joseph John Thomson’ın katot ışın tüpünde yaptığı deneyler sonucunda öncesinde ileri sürülen elektronun gözlenmesiyle, atomun parçacıklardan oluştuğu fikri doğrulandığı 1897 yılı, parçacık fiziğinin başlangıç yılı olarak kabul edilebilir. Devam eden dönemde uzun ve zahmetli uğraşlar sonucunda, elektronun kütlesi ve yükü hesaplandı ve elektronun eksi (-) yüklü olduğu görüldü. Ancak atomların bir bütünü olan madde normal şartlarda elektriksel olarak yüksüzdü. Bunu sağlamak için atomların içinde artı yüklü parçacıkların da bulunması gerekiyordu. Üstelik elektronlar çok hafif olduklarından bu artı yüklü parçacıklar çok ağır olmalıydı.

Artı yüklerin ve atomun kütesinin tamamı çekirdek denilen merkezlerde toplandığı düşüncesini ileri süren Rutherford uzun uğraşlar sonucu 1911 yılında kendi atom modelini ileri sürdü. Rutherford’a göre bu mekezler etrafında büyük boşluklar vardı ve elektronlar bu boşluklarda dairesel yörüngede hareket ediyordu. Aynı dönemde Rutherford, atomların net yükünün olmadığını da keşfetti.

1915’de Einstein “Genel Görelilik Kuramı”nı oluşturdu. Aynı yılda protonun varlığını öngördü ve 1919 yılında proton keşfedildi. 1920’lerin sonunda Rutherford atomun eksi yüklü elektron ve artı yüklü protonlardan oluştuğu için, yüksüz halde

bulduğunu ileri sürdü. Fakat Rutherford hidrojen ve helyum atomlarının bağıl atom kütlelerini hesapladığında atomların kütlelerinin sadece elektron ve protonlardan kaynaklanmaması gerektiğini ve atomun içinde kütesine katkı sağlayacak protonlara yakın kütlede yüksüz parçacıkların (nötron) olması gerektiğini düşündü.

1921 yılında James Chadwick ve E.S. Bieler, çekirdeğin çok güçlü bir kuvvet tarafından bir arada tutulduğu önerisinde bulundu. Kuvvetlerin işleyiş biçimi merak konusu olmaya başladığı bu yıllarda Theodor Kaluza, Einstein'ın önerisi üzerine, Maxwell'in elektrik ve manyetik olayları tek bir denklem sisteminde birleştirme başarısını bir adım daha öteye götürerek, kütle çekimiyle elektromanyetik kuvvetleri birleştirmeyi amaçlayan çalışmasını yayınladı. Alışılmışın dışında bir yaklaşımda bulunmuş ve uzaya, minik bir daire üzerine kapanan bir boyut daha eklemişti. “Kaluza-Klein kompaktlaştırması” adını alan bu yaklaşım, 60 yıl sonra parçacık kuramı çalışmalarında temel olarak kullanılan verimli bir konu haline geldi.

1925 yılı başlarında Wolfgang Pauli, atomdaki elektronların aynı kuantum durumunu paylaşmasını yasaklayan “dışarlama ilkesi”ni keşfetti. Bu ilke, Bohr Modeli'ndeki elektronların neden farklı yörüngelerde bulunmaları gerektiğini açıklayabiliyor, fakat neden her yörüngede iki elektron bulunduğu sorusunu yanıtlayamıyordu. İki elektronun aynı yörüngeyi paylaşabilmeleri için, aralarında bir farkın olması gerekiyor ve bu durum, elektronların o zamana kadar bilinmeyen gizli bir kuantum sayısının daha var olmasını gerektiriyordu. Hollandalı fizikçilerden George Uhlenbeck ve Samuel Goudsmit'in elektrona $\hbar/2$ büyüklüğünde bir iç yapısal açısal momentumun verilmesini önermesiyle sorun aşıldı, yani artık spin keşfedilmişti ve böylece parçacık fiziği adına hareketli bir dönem başlamıştı.

1930'da Wolfgang Pauli çekirdekteki beta bozunmasında kütle, momentum ve açısal momentumun korunumuna bakıldığında bir p (proton) ve bir e^- (elektron) yaratılmasıyla eşitliğin sağlanmadığını, enerji-momentumun sağlanması için bir parçacığın daha olması gerektiğini öngördü. Kısa süre sonra, Enrico Fermi neredeyse tek başına radyoaktif bozunmalar için başrolünde bu parçacığın oynadığı güzel bir kuram yazdı ve onu İtalyanca “küçük nötron” anlamına gelen “nötrino” kelimesiyle adlandırdı. Bu yüksüz parçacıklar öngörülmelerinden ancak 26 yıl sonra deneysel olarak kanıtlanabildi.

1932'de James Chadwick manyetik alanda sapmayan ve parafin gibi bir malzemeden proton kopartan, Rutherford'un çok daha önceden öngördüğü yüksüz parçacığı keşfetti. J.Chadwick, bu parçacıklara yüksüz oldukları için nötron adını verdi (Chadwick, 1932).

Aynı yıl Carl David Anderson ve grubu sis odasında kozmik ışınların izlerini incelerken elektron ile aynı özelliklere sahip, ancak eksi yerine artı yük taşıyan bir parçacık gözlediler. Bu parçacık, Dirac'ın denkleminde öngördüğü parçacıktı. Artı yükünden dolayı bu parçacığı pozitron olarak adlandırdılar. Bu, ilk karşıt-madde keşfi olduğundan parçacık fiziği için çok önemli bir keşifti.

1935'te Japon fizikçi Hideki Yukawa kuramsal çalışmaları sonucunda, kuantum ve özel görelilik teorisini birleştirerek proton ve nötron arasındaki etkileşmenin π (pi) mezon alışverişi ile sağlandığını ileri sürerek yeğin kuvveti tanımladı (Yukawa, 1935). Eğer atom içinde bütün işler elektriksel kuvvete kalsaydı artı yüklü protonların birbirlerini itmesi sonucunda çekirdeğin dağılması gerekirdi. Yukawa bu işin sorumlusunun farklı ve daha güçlü bir kuvvet olduğunu ve bu kuvvetin etkimesi için yeni bir parçacık türünün gerektiğini belirtti. Belirsizlik ilkesinden hareket ederek bu parçacığın kütesinin elektronun kütesinden yaklaşık 207 kat daha ağır olması gerektiğini hesapladı. Kütesi elektron ve proton arasında olduğu için Yukawa, bu parçacığı Yunanca orta ağırlıklı anlamına gelen "mezon" olarak adlandırdı.

1937'de Yukawa'nın öngörülerini ispat etme çabasındaki iki ayrı grup (Anderson-Neddermayer, Street-Stevenson) yaptıkları kozmik ışın incelemelerinde kütesi; elektron ve protonun arasında olan yeni bir parçacık gözlediler. Başlangıçta bu parçacığın, Yukawa'nın bahsettiği atom çekirdeği içinde protonları ve nötronları bir arada tutmaya yarayan yapıştırıcı parçacık olduğu düşünülürdü. Ancak, daha ayrıntılı çalışmalar yapıldığında, bu parçacığın Yukawa'nın öngördüğü parçacıktan daha hafif olduğu ve daha uzun yaşadığı fark edildi. Yeni parçacık elektrona çok benziyordu ve kütesi elektrondan 207 kat daha fazlaydı. Yani bu parçacık aslında elektronun daha ağır bir türünden başka bir şey değildi. Bu nedenle yeğin etkileşmelerle hiçbir ilişkisi olamazdı. Başka bir ifade ile Yukawa'nın öngördüğü mezon değildi. Bu yeni parçacığa müyon adı verildi.

1941 C.Moder ve A.Pais, proton ve nötrona genel olarak nükleon adını verdi. Ayrıca, bu yıllarda kuantum mekaniğinin elektromanyetik etkileşimlere uygulanması sonucu, parçacıklar arasındaki elektromanyetik etkileşmeyi inceleyen kuantum alan kuramına kuantum elektrodinamiği adı verildi.

1947'de Bristol Üniversitesinde Cecil Powell, Cesar Cottes ve Giusepp Occhialini adlı fizikçiler, uzaydan dünyamıza gelen kozmik ışınları inceleyerek, deneysel olarak gözledikleri Yukawa'nın öngördüğü orta ağırlığa sahip mezon ve müyona piyon adını verdiler. Piyon mezonları atmosferin yukarılarında bolca üretiliyor fakat kısa süre

yaşadıktan sonra deniz seviyesine ulaşmadan bir müyon ve karşıt-müyon nötrinosuna bozunuyorlardı. Müyonlar ise; daha hafif ve daha uzun ömürlü olduklarından, deniz seviyesine ulaşabiliyorlardı.

1947’de kısa bir süre için temel parçacık fiziğinin büyük problemlerinin çözüldüğüne inanmak mümkündür. Uzunca bir süre müyonun peşinden koşturmanın ardından, Yukawa’nın mezonu sonunda bulunmuştu (pi mezon). Dirac’ın pozitronu ve Pauli’nin nötrinosu her ne kadar problemliler olsa da bulunmuştu. Bir bütün çerçeveden bakıldığında müyon, kararlı maddeyi oluşturmak için gerekmediğinden gereksiz görünüyordu. Genel bir bakış açısıyla, temel tanecik fiziği tamamlanmış görünüyordu. Ancak bu sorunsuz dönem aynı yılın aralık ayında G.D. Rochester ve Clifford Charles Butler’in yayımladığı bir sis odası fotoğrafı ile sona erdi. Bu fotoğrafta o güne kadar bilinmeyen çatal şeklinde parçacık (V) izleri görüldü. Bu izlerden yararlanarak kurşun plakaya çarpan kozmik ışın parçacıklarının iki yüklü piyon parçacığına bozulan yüksüz bir parçacığa işaret ettiği anlaşıldı. Bu durumda en azından piyon kütlelerinin iki katı kütleye sahip, yeni bir yüksüz parçacık olması gerektiğini düşündüler ve bu parçacığı “kaon” olarak adlandırdılar. Yeni parçacığın kütlesi yaklaşık olarak proton kütlelerinin yarısıydı. Buna benzer yeni “V tipi” denilen parçacıklar bulunmaya başladı. Aynı yıl Λ^0 (yüksüz lambda parçacığı) yine kozmik ışınlarda keşfedildi ve ayrıntılı olarak incelendi. İzlerin tuhaflığı ve sahip oldukları değişik özellikler nedeniyle ilk olarak bu parçacıklar çatal parçacığı daha sonra ise acayip parçacıklar olarak adlandırıldı.

1948’de Amerikan fizikçi Richard Feynman süreçleri göstermek için, Feynman çizimlerini önerdi ve Berkeley Sinkrosiklotron’da ilk yapay piyonu üretti.

1950’de Anderson ve ekibi o zamana kadar bulunan parçacıklardan çok daha ağır olan ve p ile π ’lara bozulan Λ (lambda) parçacıklarını gözlediler. Bu parçacıkları başka ilginç özellikler sahip olan Σ (sigma), ve Δ (delta) parçacıklarının keşfi takip etti. Aynı yılda toplamda 30 yüklü ve 4 yüksüz acayip parçacık bulundu.

1952’de yapay tuhaf parçacıklar üretebilecek ilk deneysel düzenek Brookhaven’da faaliyete geçti. Hızlandırıcı denen bu düzenek proton demetini bir hedefe çarptırıldığında çarpışma sonucunda yeni parçacıklar ortaya çıktığı gözlemlendi. O dönemde gün geçtikçe yeni parçacıklar keşfedilir olmuştu, öyle ki fizikçiler böyle devam ederse keşfedilen yeni parçacıkları adlandıracak Yunan harfi kalmayacak diye düşünmeye başladı. Willis Lamb 1955’te Nobel ödülünü alırken yaptığı konuşmada bu duruma dikkat çekmek için

düşüncesini “Eskiden yeni parçacık bulan herkes Nobel ödülü ile ödüllendiriliyordu, ama şimdi bu tür keşifleri yapanlara 10000 dolar para cezası verilmeli” sözleriyle dile getirdi.

1955’de Brookhaven deneyinde Owen Chamberlain, Emilio Segrè, Clyde Wiegand, ve Thomas Ypsilantis karşıt protonu (pozitronu) keşfetti.

1956’da Frederick Reines ve Clyde Cowan, Los Alamos çekirdek reaktöründeki akıyı kullanarak, 1931 yılında Pauli’nin beta bozunmasında bozunmayı açıklamak için, doğada bulunmasını öngördüğü, elektron nötrinosunu keşfetti. Böylece Pauli’nin 26 yıl önce öngördüğü parçacık keşfedilmişti. Bu haberi duyunca çok sevinen Pauli “her şey beklemeyi bilen kişiye sonunda gelecektir.” sözleriyle sevincini dile getirmişti. Paulinin nötrinosu o zamanda bilinen tek nötrino türü olduğundan bu parçacığa sadece nötrino adı verilmişti. Ancak 1962 yılında Leon Lederman, Melvin Schwartz ve Jack Steinberger Pauli’nin nötrinosundan tamamen farklı olan bir nötrino daha keşfettiler ve bu nötrinoya ν_μ (müyon nötrinosu) adını verdiler, bu durumda Pauli’nin tek nötrino varlığında verdiği nötrino ismi de ν_e (elektron nötrinosu) olarak değiştirildi.

Bu arada acayıplık sayısı iki (2) olan Ξ (Xi) parçacıklarından, yüklü olan ilki 1952 yılında Manchester grubu tarafından kozmik ışıklarda keşfedildi. Yüksüz olanı 1959 yılında Lawrence Berkeley laboratuvarında ve 1964 yılında da BNL’de (Brookhaven National Laboratories) Ω^- (omega baryon) bozunmasında bulundu. Aynı yıl Cronin ile Fitch yüksüz kaon sisteminde CP bozulmasını dolaylı da olsa gözlemledi.

1961’de sürekli yeni parçacıkların bulunması parçacık fiziğini içinden çıkılmayacak karmaşık hale getirmişti ve artık birilerinin parçacık fiziğinin Mendeleev’ini oynaması gerekiyordu. Gell-mann ve Yuval Neuman birbirlerinden bağımsız olarak bu işe giriştiler. Gell-mann biraz da Budizm’in etkisiyle “sekiz katlı yol” ya da daha teknik bir ifadeyle SU(3) çeşni simetrisi diye adlandırdığı bir yöntemle proton, nötron ve yeni keşfedilen tüm parçacıkları belli özelliklerine göre, tıpkı periyodik tabloda olduğu gibi bazı şekiller elde ederek sıralamaya başladı. Hatta Mendeleev gibi Gell-Mann da kendi tablosundaki bir boşluğa uyacak bir parçacığın varlığını savunmuş ve deneycilere parçacığı nasıl bulacaklarını söylemiş ve sonunda bu parçacığı deneycilerin bulmalarına tanık olmuştu.

Tıpkı periyodik tabloda olduğu gibi Gell-Mann’ın tabloları da daha temel bir yapının var olması gerektiğine işaret ediyordu. 1964 yılında Gell-Mann ve Zweig elektron, müyon, foton ve nötrino hariç tüm parçacıkların temel bazı yapıtaşlarının birleşmesinden oluştuğunu öne sürdüler. Yaptıkları hesaplara göre protonlarda ve nötronlarda bu yapıtaşlarından üçer tane olmalıydı. Gell-Mann, James Joyce’un “Finnegan Uyanıyor” adlı

romanındaki “Muster Mark için üç kuark” cümlesinden ilham alarak yeni parçacıklara kuark adını verdi. Onların modelleri o zamana kadar bulunmuş olan spin ve elektrik yüklerini tanımladıkları yukarı, aşağı ve acayip olmak üzere üç çeşniyi kapsıyordu. Ancak kuarklarla ilgili birçok sorun vardı. Bunlardan en önemlisi, hiçbir deneyde doğrudan gözlenememeleriydi. Fakat sonradan yapılan çalışmalardan anlaşılacaktı ki bu durum deneylerin acizliğinden değil, kuarkların özelliklerinden ileri geliyordu.

Kuarkların Pauli'nin dışarlama ilkesine uymuyor gibi gözükmesi bir problemdi. Oysaki kuarklar yarım spinliydi ve Pauli'nin temel ilkesine uymaları gerekiyordu (Griffths, 1987). 1965'de Moo-Young Han kendisinden bağımsız çalışan Yoichiro Nambu ve Oscar W. Greenberg ile birlikte bu sorunu, kuarkların SU(3) ayar grubunda renk yükü olarak adlandırılan, yeni, diğer kuantum mekaniksel parçacıklara göre fazladan bir kuantum sayısına sahip olduklarını göstererek çözdüler (Tkachov, 2009).

Bir yıl geçmeden, Gell-Mann–Zweig modeline yeni eklemeler öneren; Sheldon Lee Glashow ve James Bjorken, zayıf etkileşmenin daha iyi açıklanabilmesine olanak sağlayan, kuarkların ilk üçünden çok daha ağır olan, dördüncü çeşninin varlığını tahmin ettiler.

1967 yılında Steven Weinberg, Sheldon Glashow ve Abdus Salam bağımsız bir şekilde elektromanyetik ve zayıf etkileşmeleri birleştiren elektrozayıf kuramını ileri sürdüler. Onların bu kuramı zayıf etkileşmelere aracılık eden yüklü bozonların yanında bir yüksüz bozonun da olmasını gerektiriyordu. Ayrıca kuram, günümüzde hala kesin olarak keşfedilememiş fakat, keşfedilmesi yolunda çok önemli sonuçlar elde edilmiş olan ve Higgs bozonu olarak adlandırılan parçacığın varlığını da öngördü.

Her şeye rağmen işin ucunu bırakmayan azimli deneyciler sonraları dolaylı da olsa kuarklara bir göz atmayı başardılar. 1969 yılında Standford'da derin esnek olmayan saçılma deneyleri yapan bir grup, proton hedefi yüksek enerjili elektronlarla çarpıştırarak Rutherford'a çekirdeği keşfettiren deneyi çok daha incelikli olarak tekrarladı. Sonuç; protonun içinde üç farklı noktada yoğunlaşma olduğunu, yani protonun üç küçük topaktan oluştuğunu gösteriyordu. Bu kuark modeli için güçlü bir destekt, fakat tam olarak fizikçilerin istediği, yeterli kanıt değildi. Bu nedenle fizikçiler bu topaklara kuark adını vermekten çekindiler. Richard Feynman bu parçacıklara “parton” adını verdi (Sundaesan, 2001). Ayrıca bu yıllarda David Gross, David Politzer ve Frank Wilczek tarafından birçok yüksek enerji deneyinde kuantum alanlar kuramının tedirgeme kuramı tekniğini kullanarak yeğin etkileşmelerin asimtotik özgürlük diye adlandırdıkları özelliğe sahip olduklarını

keşfettiler. Bu yeğın etkileşmelerin diğerk etkileşmelerden farkını gösteriyordu. Burada tedirgeme kuramını kullanmaları çok hassas öngörüler yapabilmelerine olanak sağladı.

1970'de Glashow, John Iliopoulos ve Luciano Maiani henüz keşfedilmemiş tılsım kuarkın varlığına dair yeni kanıtlar sundular. 1973 yılında, Makoto Kobayashi ve Toshihide Maskawa başka bir kuark çifti varsa bunun CP bozulunun deneysel gözlemlerle açıklanabileceğine dikkati çektiklerinde, varolduğı varsayılan kuark çeşni sayısı altıya yükselmiş oldu.

1972 yılında yeğın etkileşmenin kuantum alan teorisi formüle edildi. Bu teori elektromanyetik etkileşmelerin alan kuramı KED'ne çok benzer olup, yeğın etkileşme renk yüküyle ilgili olduğundan bu kurama kuantum renk dinamiğı denildi.

1973'te Donald Perkins CERN'e ait eski verileri incelerken, elektrozayıf kuramının tahmin ettiğı yüksüz akımla ilgili bazı belirtiler gözledi. Gargamelle adlı dev kabarcık odasında, aniden hareket etmeye başlayan birkaç elektronun izini fotoğrafladı. Bu durum görünmeyen Z bozonunun değış-tokuşu ile meydana gelen elektron-nötrino etkileşimi olarak yorumlandı.

Sonuçta kuarklar için beklenen gerçek kanıt 1974 yılının yaz aylarında iki ayrı grup tarafından neredeyse aynı anda öne sürüldü. Aslında parçacık ilk olarak Samuel Ting önderliğinde Brookhaven laboratuvarında gözlenmişti, fakat Ting elde ettiğı sonuçları yayınlamadan önce kontrol etmek istedi ve taa ki Burton Richter önderliğinde Stanford Doğrusal Hızlandırıcı Merkezinde (SLAC) aynı parçacık tamamen bağımsız bir şekilde keşfedilene kadar, keşfini bir sır olarak saklı tuttu. Ardından iki takım çalışma grubu, kasım ayının 10-11'i gibi sonuçlarını yayınladılar. Graplardan biri parçacığa J diğeri ise ψ adını verdi ve daha sonra parçacığa ortak olarak J/ψ adı verildi. Aslında bu parçacık son yıllarda keşfedilen acayip parçacıklardan biriydi, ancak onun olağanüstü bir özelliğı vardı: J/ψ mezonu, kendinden hafif parçacıklara bozunmadan önce o ana kadar bulunan parçacıkların 1000 katı kadar uzun yaşıyordu. David Griiffiths bu olağanüstü durumu "sanki Peru'da ya da insanların Kafkaslarda 70000 yıl yaşayabildikleri bir köy keşfetmişsiniz gibiydi" sözleriyle açıkladı. J/ψ 'nin uzun yaşamasını açıklayabilecek tek yol kuark modeliydi. Çünkü o zamana kadar keşfedilmiş olan tüm acayip parçacıklar yukarı aşağı ve acayip kuark çeşnilerinin farklı birleşimleri idi. Fakat bu parçacık önceki yıllarda Glashow ve Björken'in savunduğı gibi yeni ve daha ağır bir dördüncü kuark ve onun karşıt-kuarkından oluşuyordu J/ψ 'yi sıkıcı bulan Glashow onu "tılsımonyum" olarak adlandırdı ve böylece bu dördüncü kuarkın adı tılsım kuark olarak kabul edildi.

1975 yılında Martin Lewis Perl ve ekibi tarafından SLAC hızlandırıcısında yapılan bir dizi deney sonucunda hemen hemen her yönüyle, sürekli karşılaştığımız elektron ve ilk kez Anderson tarafından kozmik ışınlarda gözlenen müyona çok benzeyen yeni bir parçacık daha gözlemlendi. τ (tau) adı verilen bu parçacığın tek farkı, diğerlerinden çok daha ağır olmasıydı. Aynı yılda Haim Harari kuark modelinin altı kuarka genişletilmesi ile ilgili çalışmaları sonucu üst ve alt sözcüklerini ilk kullanan kişi oldu.

1977'de Leon Lederman ve ekibi tarafından Fermilab'da bu defa hepsinden daha ağır olan beşinci kuark ve onun karşıt-kuarkının birleşimi olan Y (upsilon) diye adlandırılan bir mezon gözlemlendi. Y mezonu 1973'de Kobayashi ve Maskawa tarafından ileri sürülen alt kuarkın varlığını kanıtladı. Bu üst kuarkın varlığına dair çok güçlü bir göstereydi, çünkü üst kuarkın yokluğunda alt kuark eşsiz kalmış olacaktı. Ancak uzun bir süre boyunca bu gözlem yapılamadı.

1979 yılında Hamburg'daki DESY laboratuvarında dolaylı bir yolla da olsa glüyonlara ait ipuçları elde edildi ve kısa bir süre sonra da PETRA isimli elektron-pozitron çarpıştırıcısında gözlenen üç-jet olayında glüyonların varlığı deneysel olarak gözlemlendi. DESY'deki deneylerden glüyonların spininin 1 olduğu sonucu çıkarıldı.

1983'de Salam-Weinberg kuramında gerekli olan parçacıklar W ve Z bozonları, Carlo Rubbia ve Simon Van Der Meer tarafından CERN'deki UA1 deneyinde bulundu.

Öngörüleli çok uzun zaman geçmesine rağmen bir türlü gözlemlenemeyen üst kuark nihayetinde 1995'te Fermilab'da gözlemlendi. Kütlesi neredeyse bir altın atomu kadar olan bu kuark daha önce öngörülenlerden çok daha ağırdı.

Tau parçacığı keşfedildiğinde; nötrinonun bulunmasını sağlayan beta bozunmasına benzer şekilde, tau bozunmasındaki eksik enerji ve momentumdan dolayı ona eşlik eden bir nötrino tahmin edilmişti. 2000 yılında Fermilab'daki deneyde bir demir hedefle çarpıştırılan yaklaşık altı milyon tau nötrinosundan sadece dört tanesi demirle etkileşmesi sonucu tau nötrinosu keşfedildi ve böylece yıllardır beklenen sonuca ulaşılmıştı. Bu keşif fizikçiler için çok önemliydi, çünkü standart model tau nötrinosunu öngörüyordu ve modelin doğruluğu için bu keşif gerekliydi. Daha sonra ν_τ 'nin (tau nötrinosunun) varlığı büyük elektron-pozitron çarpıştırılmasında tekrar kanıtlandı (Perl, 1977).

Görüldüğü gibi fizikçiler yıllardır maddeyi oluşturan temel yapı taşları nelerdir, bu temel parçacıklar aralarında nasıl etkileşir ve nasıl sınıflandırılır gibi sorulara cevap bulmaya çalıştı. Artık tüm taşlar yerine oturuyordu. Temel parçacıklar betimleyecek akla yakın bir model yaratmak için fizikçilerin elinde yeterince kuramsal fikir ve deneysel veri

birikmişti. Bu birikimin 1970'lerin sonunda güzelce derlenmesiyle; parçacık fiziğinin standart modeli denen kuramın, ana hatları oluşturuldu. Standart modelin tüm varsayımları, geçen yıllarda teker teker deneysel olarak kanıtlandı. En son 2000 yılında tau nötrinosunun gözlenmesi standart modelin başarısını bir kez daha vurguladı.

Standart model (SM) temel parçacıkları; maddenin temel yapısını oluşturan spinleri 1/2 olan ve Fermi-Dirac istatistiğine uyan leptonlar ve kuarklardan oluşan fermiyonlar ile temel etkileşmelere aracılık eden tam sayı spine sahip Bose-Einstein istatistiğine uyan bozonlar olmak üzere iki ana başlık altında toplar.

Günümüze kadar bilinen lepton çeşni sayısı; e^- (elektron), μ^- (müyon), τ^- (tau) ve bunlara karşılık gelen nötrinolar; ν_e (elektron nötrinosu), ν_μ (müyon nötrinosu) ve ν_τ (tau nötrinosu) olmak üzere altıdır. Ayrıca her bir leptona karşılık gelen karşıt-leptonlarda mevcuttur. Leptonlardan; elektron, müyon ve tau $-e$ yüküne sahipken bunlar dışında kalan; elektron nötrinosu, müyon nötrinosu ve tau nötrinosu ise yüksüzdür. Müyon ve tau kararlı olduklarından elektrona, nötrinolar ve diğer parçacıklara bozunurlar. Leptonlarla ilgili yük, spin ve kütle bilgisi ayrıntılı olarak tablo 1.1.'de verilmiştir (Nakamura, 2010).

Tablo 1. Leptonlar ve Özellikleri

Leptonlar				Karşıt-Leptonlar			
Sembol	Elektrik yükü (e)	Spin	Kütle (MeV)	Sembol	Elektrik yükü (e)	Spin	Kütle (MeV)
e^-	-1	1/2	0.511	e^+	+1	1/2	0.511
μ^-	-1	1/2	105.6	μ^+	+1	1/2	105.6
τ^-	-1	1/2	1776.8	τ^+	+1	1/2	1776.8
ν_e	0	1/2	<0.000003	$\bar{\nu}_e$	0	1/2	<0.000003
ν_μ	0	1/2	<0.19	$\bar{\nu}_\mu$	0	1/2	<0.19
ν_τ	0	1/2	<18.2	$\bar{\nu}_\tau$	0	1/2	<18.2

Günümüzdeki mevcut kuark çeşni sayısı da altıdır ve bunlar (u) yukarı kuark, (d) aşağı kuark, (s) acayip kuark, (c) tılsım kuark, (b) alt kuark ve (t) üst kuark olmak üzere İngilizce isimlerinin baş harfleriyle simgelenirler. Kuarklar kesirli elektrik yüküne sahiptirler. Yukarı, tılsım ve üst kuarkın elektrik yükü pozitronun elektrik yükünün 2/3

üne, ve aşağı, acayıp ve alt kuarkın elektrik yükü ise elektrik yükünün $(-1/3)$ 'üne eşittir. Kuarklarla ilgili ayrıntılı özellikler Tablo 2.'de verilmiştir (Nakamura, 2010).

Tablo 2. Kuarklar ve Özellikleri

Kuarklar	Elektrik yükü (e)	İzospin	S	C	B	T	Kütle
<i>u</i>	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{2}$	0	0	0	0	(1.7 – 3.3)MeV
<i>d</i>	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0	(4.1 – 5.8)MeV
<i>c</i>	$+\frac{2}{3}$	0	0	+1	0	0	(1.18–1.34)GeV
<i>s</i>	$-\frac{1}{3}$	0	-1	0	0	0	(80 – 130)MeV
<i>t</i>	$+\frac{2}{3}$	0	0	0	0	+1	172 GeV
<i>b</i>	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	-1	0	4.7 GeV

Kuarklar bir araya gelerek tam sayı yüke sahip, renksiz parçacıklar olan baryonlar ve mezonlar olmak üzere iki grupta toplanan hadronları oluşturur. Mezonlar bir kuark karşı-kuark çiftinden, baryonlar ise üç kuarktan oluşur.

SM'de bulunan ve günümüze kadar deneysel olarak gözlenmiş olan leptonlar ve kuarklar; elektro-zayıf etkileşmelerde

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix} \rightarrow \text{I. Nesil}$$

$$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \rightarrow \text{II. Nesil}$$

$$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \rightarrow \text{III. Nesil}$$

olmak üzere üç nesil olarak sınıflandırılabilir. Bu aileler kütleler hariç benzer özelliklere sahiptir.

Parçacıklar arasındaki etkileşmeler ara parçacık olan, bozonların değiş tokuşuyla gerçekleşir. Doğada kütle-çekim, zayıf, elektromanyetik ve yeğin olmak üzere bilinen dört temel etkileşme (kuvvet) vardır. Bu etkileşmelerden zayıf elektromanyetik ve yeğin etkileşmeler SM çerçevesinde açıklanmakta olup, kütle-çekim kuvveti ise açıklanamamaktadır. Kütle çekim kuvveti kütleyle sahip tüm parçacıklara etki eder. Bu kuvvete aracılık eden parçacık spini 2 olan gravitondur ve henüz gözlenememiştir. Elektromanyetik kuvvet spini 1 olan kütsüz ve yüksüz fotonlar aracılığıyla, foton elektrik yüküne sahip tüm parçacıklarla etkileşime girer fakat yüksüz olduğundan kendisiyle etkileşmez. Elektromanyetik kuvvet atomların bir arada kalmasını sağlayarak, moleküllerin oluşmasına yardımcı olur. Zayıf kuvvet, kütleleri (80-90)GeV arasında olan W^\pm , Z^0 bozonları aracılığıyla etkileşir, tüm parçacıklara (leptonlar ve hadronlara) etki eder. Yeğin kuvvet ise; glüyon adı verilen renk yüküne sahip kütsüz parçacıklar aracılığıyla etkileşir. Temel etkileşmelerle ilgili ayrıntılı bilgi tablo 1.3.'de verilmiştir .

Tablo 3. Temel Etkileşmeler

	Kütle-çekim	Elektromanyetik	Zayıf	Yeğin
Alan Bozonu	graviton	foton	W^\pm, Z^0	glüyon
Menzil	∞	∞	10^{-18}	$\leq 10^{-15}$
Kaynak	kütle	elektrik yükü	zayıf yük	renk yükü
Etkileşim Sabiti	$\sim 10^{-39}$	1/137	$< 10^{-5}$	$\alpha_s \leq 1$

SM bir kuantum alan kuramıdır ve elektrik yüklü parçacıkların etkileşmesini betimleyen Kuantum Elektrodinamiğini (KED'i), renk yüküne sahip parçacıkların etkileşmelerini tanımlayan Kuantum Renk Dinamiğini (KRD'yi) ve zayıf etkileşmeleri betimleyen Elektrozayıf (EZ) kuantum alan kuramlarını içerir.

SM renormalize edilebilen, abeliyen olmayan bir kuantum alan kuramıdır. Abeliyen olmayan $SU(2)_L$ ile $SU(3)_C$ ve abeliyen $U(1)$ gruplarından oluşur. Bu gruplar arasındaki fark, abeliyen gruplardaki grup öğeleri birbirleriyle sıra değişimi özelliğine sahipken, abeliyen olmayan gruplardaki grup öğeleri ise, sıra değişim özelliğine sahip değildir (Gross, 1973).

1.2. Kuantum Renk Dinamiği

Maddenin temel yapıtaşı olan kuarklar ve glüyonlar arasındaki etkileşimleri tanımlayan, bir ayar kuramı olan Kuantum Renk Dinamiği (KRD); Standart Model $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)$ 'in $SU(3)_C$ bileşenidir. KRD hadronların içerisindeki kuarkların etkileşmelerini inceleyen, yeğin etkileşim kuramıdır.

Kuarklar, leptonlardan farklı olarak renk kuantum sayısına (renk yüküne) sahiptir. Renk kuantum sayısı, bazı hadronların kuantumun temel ilkelerinden biri olan Pauli'nin dışarlama ilkesine uymamasından dolayı ileri sürülmüştür. Örneğin $s=3/2$ spinli $\Delta^{++}(uuu)$ baryonunda üç u kuark aynı yönelime sahip spinlerden oluşur, oysaki Pauli dışarlama ilkesine göre aynı kuantum sayısına sahip iki fermiyon aynı durumda bulunamaz. Bu sorunun çözümü olarak kuarklar için yeni bir kuantum sayısı tanımlandı ve böylece kuarkları sahip oldukları renk yükleriyle birbirinden ayırmak mümkün oldu. Renk yükü, kuarklar için; kırmızı, mavi ve yeşil karşıt-kuarklar için ise; karşıt-kırmızı, karşıt-mavi ve karşıt-yeşil olmak üzere 6 çeşit olabilir. Buradaki renk yükü kavramının ve bu kapsamda kullanılan renk yükü adlarının, görebildiğimiz renklerle hiç ilgisi yoktur. Bu kurgu sadece, fizikçilerin, kuarkların davranışlarıyla ilgili gözlemlerini açıklamaya çalışırken geliştirdikleri matematik modeliyle ilgili bir isimlendirmeden ibarettir.

KRD'ne aracılık eden parçacıklar glüyonlardır. Glüyonlar renk yükü taşıdığından birbirleriyle etkileşirler. Etkileşmeler sırasında renk yükünün korunması gerektiğinden, her bir glüyon (k (kırmızı), m (mavi) y (yeşil) ve olmak üzere üç renk ve \bar{k} (karşıt-kırmızı), \bar{m} (karşıt-mavi), \bar{y} (karşıt-yeşil) olmak üzere üç karşıt-renk yükünün bileşeni olacak şekilde bir renk ve bir karşıt-renk yüküne sahip olabilir. Üç renk ve üç karşıt-renkten; $y\bar{y}$, $y\bar{m}$, $y\bar{k}$, $m\bar{y}$, $m\bar{m}$, $m\bar{k}$, $k\bar{y}$, $k\bar{m}$, $k\bar{k}$ olmak üzere dokuz çeşit birleşim elde edilebilir. Fakat doğada durum böyle değildir. $SU(3)_C$ renk simetrisi bu dokuz durumdan

$$|1\rangle = (k\bar{m} + m\bar{k})/\sqrt{2}$$

$$|2\rangle = -i(k\bar{m} - m\bar{k})/\sqrt{2}$$

$$|3\rangle = (k\bar{k} - m\bar{m})/\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
|4\rangle &= (k\bar{y} + y\bar{k})/\sqrt{2} \\
|5\rangle &= -i(k\bar{y} - y\bar{k})/\sqrt{2} \\
|6\rangle &= (m\bar{y} + y\bar{m})/\sqrt{2} \\
|7\rangle &= -i(m\bar{y} - y\bar{m})/\sqrt{2} \\
|8\rangle &= (k\bar{k} + m\bar{m} - 2y\bar{y})/\sqrt{6}
\end{aligned} \tag{1.1}$$

bir renk sekizlisi ve

$$|9\rangle = (k\bar{k} + m\bar{m} + y\bar{y})/\sqrt{3} \tag{1.2}$$

bir renk tekli oluşturur. Sekizlideki her bir durum diğer tüm renk durumlarının oluşturulabileceği bir temel oluşturur, tekli durum ise; renk durumuna hiçbir katkı sağlamaz. Bu nedenle sekizlideki her bir durum birbirinden farklı olan sekiz çeşit glüyona karşılık gelirken, tekli durumlara karşılık gelen renksiz bir glüyon doğada bulunmaz (Greenberg, 2008). Renk uzayında, kuark ve glüyonları tanımlayan iç simetri grubu $SU(3)_c$ 'dir. C alt indisi renk serbestlik derecesini gösterir. Glüyonlar çeşni taşımadığı ve etkileşmeleri çeşni serbestlik derecesine bağlı olmadığı için çeşni etiketleri ve çeşni grupları genellikle yazılmaz.

Lagranjyeni abeliyen olmayan yerel simetriye sahip olmasından dolayı, KRD diğer kuantum alan kuramlarından farklı olarak asimtotik özgürlük ve hapsolma (confinement) olmak üzere iki yeni özelliğe sahiptir (David, 1998).

Kuarkın diğer bir kuark ile etkileşimini sağlamak amacıyla etrafını saran glüyonlar renk yüküne sahip olmaları, etkileşim kuvvetini belirlemede önemli bir rol oynar. Kuarklar arası mesafe azaldıkça, diğer bir deyişle kuarkı çevreleyen glüyon bulutunun içine doğru gidildikçe glüyon katkısı azalacağından etkileşme kuvveti de azalır. Böylece g_s etkileşim sabiti sıfıra yaklaşır ve kuark-glüyon etkileşmesi zayıf olur. Bu durumda kuarklar serbest parçacıklar gibi davranır. Asimtotik özgürlük olarak adlandırılan bu olay; 1973 yılında D. Politzer, D. Gross ve F. Wilczek'in çalışmaları ile ortaya çıkmıştır.

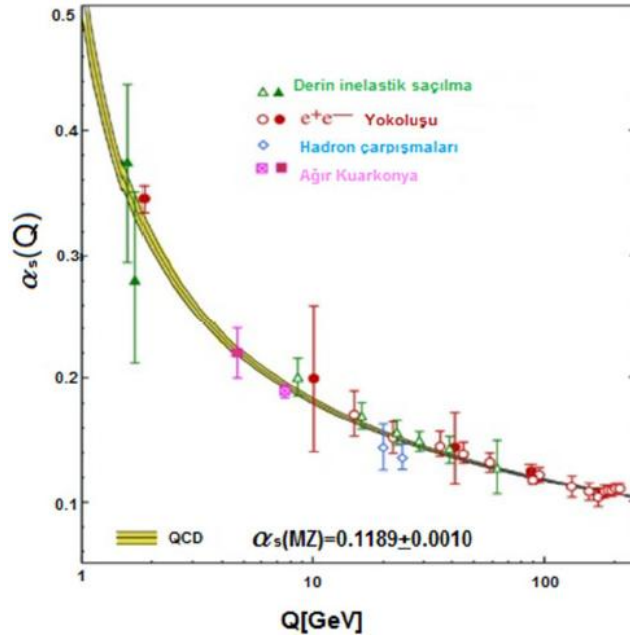
Hapsolma ise büyük mesafelerde kuarklar arası etkileşmelerin çok güçlü olduğu bir durumdur. Kuarklar arasındaki mesafe büyüdükçe glüyon bulutlarının katkılarında dolayı

etkileşme kuvveti büyür. Sonuçta kuarkların etkin renk yükleri (kuarkla çecresindeki glüyon ve kuark-karşıtkuark bulutlarının toplamını ifade eden renk yükü), kuarklar arası mesafenin artmasıyla büyür. Bu etkileşmelerin çok güçlü olması kuarkların hadronlar içinde hapsolmesine ve tek başlarına gözlenememesine neden olur (Yılmazkaya, 2004).

$N_c = 3$ renk sayısı, n_f kuark çeşni sayısı ve Q momentum olmak üzere; yeğin etkileşme etkin çiftlenim sabitinin değeri

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (11N_c - 2n_f) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)} \quad (1.3)$$

şeklinde tanımlanır (Pich, 2000). (1.3) ifadesinde $Q = \mu^2$ olduğu durumlarda α_s çok büyür ve hadronlaşma oluşur. Bu durum mesafenin artması ya da momentumun azalmasına karşılık gelir. α_s 'nin Q ile dğişimi Şekil 1.'de verilmiştir.



Şekil 1. α_s 'nin Q ile dğişimi (Bethke, 2000)

Şekil 1.'den de görüldüğü gibi kısa mesafe ya da yüksek momentum bölgesinde, KR D'nin asimtotik özgürlük özelliği nedeniyle kuarklar yaklaşık olarak serbest hareket ederler. Bu terim etkin etkileşme sabiti α_s terimine göre pertürbatif açılım yapılmasına izin

verir ve pertürbasyon teorisi geçerli olur. Uzun mesafe ya da düşük momentum bölgesinde ise kuark glüyon etkileşmeleri kuvvetlidir bu nedenle α_s büyür ve pertürbatif olmayan etkiler ortaya çıkar. Bu durumda bu bölge için pertürbasyon teorisi başarısız olur, dolayısıyla pertürbasyon ile güvenilir sonuçlar elde edilemez.

Kuark ve glüyonların dinamiğini daha iyi anlayabilmek için Lagranjiyenin genel yapısı bilinmelidir.

$$\psi_q^f = \begin{pmatrix} q_1^f \\ q_2^f \\ q_3^f \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

şeklinde Dirac kuark alanı ve m_q ilgili Dirac kuark alanının kütlesi olmak üzere kuarklar için serbest Lagranjiyen

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}_q^f (i\hat{\partial} - m_q) \psi_q^f \quad (\hat{\partial} = \gamma_\alpha \partial^\alpha) \quad (1.5)$$

ile verilir (Pich, 2000). Bu alanların yerel dönüşümü

$$\psi_q^f(x) \rightarrow U_a^b \psi_k^f(x), \quad U = \exp\left(i\frac{1}{2}\theta_a(x)T_a\right) \quad (1.6)$$

şeklinde renkler üzerinden toplam olan bir dönüşümdür (Khodjamirian, 2003). Burada θ_a isteksel parametreler ve T_a , $SU(3)_C$ grubunun üreticileri olmak üzere

$$T_a \equiv \frac{\lambda_a}{2} \quad (1.7)$$

şeklinde Gell-Mann matrislerine bağlıdır. Gell-Mann matrislerinin açık ifadeleri Ek-2'de verilmiştir. λ_a Gell-Mann matrisleri ve f_{abc} yapı sabitleri olmak üzere

$$[\lambda_a, \lambda_b] = 2if_{abc}\lambda_c \quad (1.8)$$

sıra değişim bağıntılarını sağlarlar (Ecker, 2006).

Lagranjiyenin yerel ayar dönüşümü altında değişmez kalması için G_μ^a glüyon alanı olmak üzere ;

$$D_\mu \rightarrow \partial_\mu - ig_s \frac{\lambda}{2} G_\mu^a \quad (1.9)$$

şeklinde kovaryant türev tanımlanır. D_μ de ψ_q^f renk vektörü gibi dönüşmelidir. Sonsuz küçük dönüşümler altında bu alanlar

$$G_\mu^a \rightarrow G_\mu^a - \partial_\mu \theta^a - f_{abc} \theta^b G_\mu^c \quad (1.10)$$

şeklinde dönüşür.

Glüyon alanlarını içerecek şekilde ayar değişmez kinetik terimi yazmak için

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - ig_s [D_\mu, D_\nu], \quad [D_\mu, D_\nu] = -iF_{\mu\nu}^a \quad (1.11)$$

alan tensörleri tanımlanır. $F_{\mu\nu}$ alan tensörü renk uzayında bir matristir ve üreticiler cinsinden

$$F_{\mu\nu} = \frac{\lambda_a}{2} F_{\mu\nu}^a \quad (1.12)$$

şeklinde tanımlanır (Greiner vd., 2001). Bu durumda

$$iz(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) = \frac{1}{2} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} \quad (1.13)$$

olmak üzere (Pich, 1994) ve (1.8) bağıntısından yararlanılarak

$$F_{\mu\nu}^a(x) = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + f_{abc} \theta^b G_\mu^c G_\nu^c \quad (1.14)$$

eşitliği elde edilir ve sonuçta, $SU(3)_C$ değişmez Lagranjiyeni

$$\mathcal{L}_{KRD} = \bar{\psi}_q^f (i\hat{D} - m_q) \psi_q^f - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} \quad (1.15)$$

şeklinde elde edilir. Burada ilk terim Dirac Lagranjiyeninden son terim ise ayar alan terimidir ve bu terim ayar alanlarının da kendi aralarında etkileşebileceği sonucunu verir.

Terimlerin daha açık görülebilmesi için Lagranjiyen, farklı kısımlara ayrılarak

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{KRD} = & \bar{\psi}_q^f (i\hat{\partial} - m_q) \psi_q^f - \frac{1}{4} (\partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a) (\partial^\mu G_a^\nu - \partial^\nu G_a^\mu) \\ & + g_s G_\mu^a \bar{\psi}_q \gamma_\mu \left(\frac{\lambda_a}{2} \right) \psi_q \\ & - \frac{g_s}{2} f_{abc} (\partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a) G_b^\mu G_c^\nu - \frac{g_s^2}{2} f_{abc} f^{ade} G_\mu^b G_\nu^c G_d^\mu G_e^\nu \end{aligned} \quad (1.16)$$

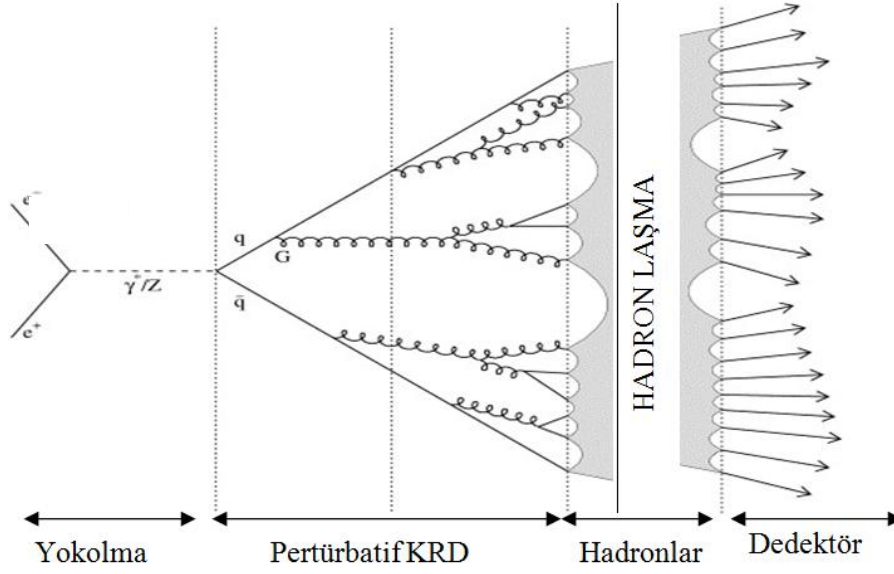
şeklinde ifade edilebilir. Bu ifadede ilk satır farklı alanlar için kinetik terimini, ikinci satır kuark ve glüyonlar arasındaki renk etkileşimleri terimini ve son satır glüyonların üçlü ve dörtlü öz etkileşme terimlerini içerir.

Pertürbatif KRD nicelik bakımından $e^+e^- \rightarrow Z^0/\gamma \rightarrow q\bar{q}$ sürecinde yüksek enerjili kuark ve karşıt-kuarkdan glüyon ışınması olarak tanımlanır ve bu glüyon ışınma süreci, partonların (glüyonlar ve kuarklar) enerjilerinin, hadronların kütlelerine yaklaşıp kadar ve tek renkli bağlı durumlar oluşana kadar devam eder.

Parçacık fizikçileri hadronlaşma süreçlerini açıklayabilmek için çok fazla çaba sarfetmiş, bu konuda bir çok teori oluşturmuşlar ve bu amaç için e^+e^- yok olma sürecine ait deneylerde elde edilen verileri tekrar tekrar incelemişlerdir.

Hadronlaşma süreçlerini daha iyi anlamak için bütün olayların analizi, üretilen parçacıkların toplam sayısı ve yüklü parçacıkların momentum dağılımları araştırılmıştır. Hadronlaşma süreçleriyle ilgili yeni bilgiler sağlayacağı ümidiyle ayrıntılı olarak hadronların üretimi çalışmaları yapılmıştır. Yapılan deneyler baştaki kuarkların farklı çeşnileri için de tekrarlanmış ve ayrıca farklı hadron tipleri için üretilen parçacıkların toplam sayısı ve momentum spektrumlarına ait ölçümler alınmıştır.

Yüksek enerjili partonlardan $e^+e^- \rightarrow Z^0/\gamma \rightarrow q\bar{q}$ süreçlerinde algılanabilir hadronların üretim süreci Şekil 2.'deki gibi aşamalarda gerçekleşir (Druzhinin vd., 2011).



Şekil 2. e^+e^- çarpışması hadronlaşma süreci

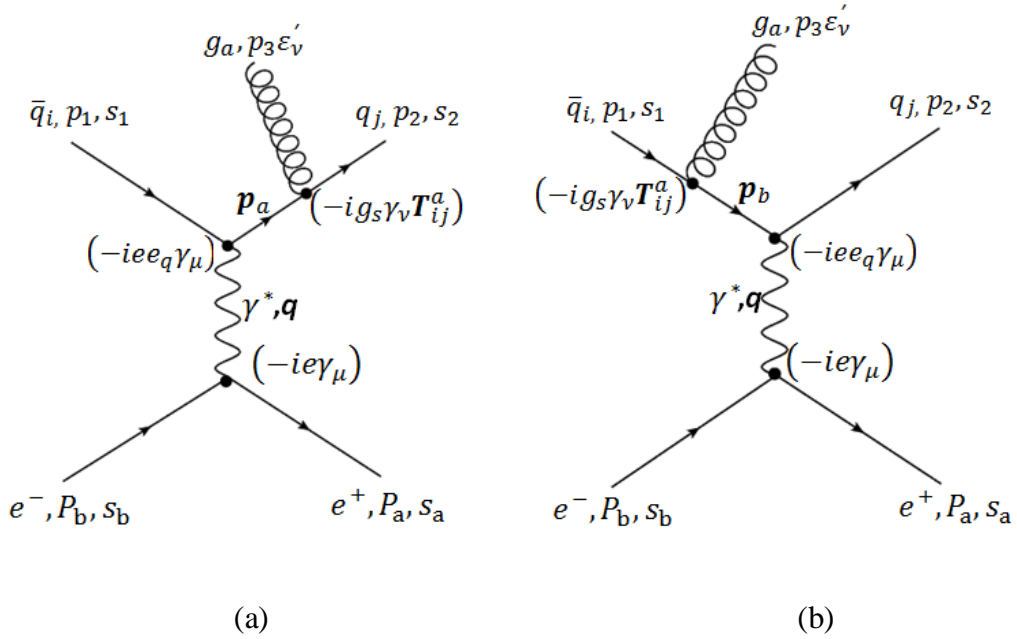
İlk aşamada elektro-zayıf etkileşmelerden kuark-karşıtkuark çiftinin yaratılması (genliği hesaplanır), parçacıklar yüksek enerjilerde küçük α_s değerlerinde üretildiğinden kuark-karşıtkuark çifti pertürbatif KRD'ne göre gelişir (bu aşamada farklı yaklaşımlar kullanılarak hesaplar yapılır), partonların enerjileri hadron üretebilecekleri enerjiye ulaştıktan sonra partonlar hadronlara dönüşür (bu aşama partonlara göre daha düşük enerjilerde gerçekleşir), paylaşım süreçlerinden gelen hadronlar uygun gözlenebilir son parçacıklara bozunduklarından, deneylerde farklı parçacık türleri için üretim oranları ve dallanma oranları ölçülür.

Bu çalışmada I. Bölümde KRD ve hadronlaşma süreci özetlenip, II. bölümde yüksek enerjilerde (yani α_s 'nin küçük olduğu bölge) elektron pozitron çarpışmasından hadronların yaratılma süreçlerinden bir tanesi olan $e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin diferansiyel tesir kesitini pertürbatif KRD'de hesaplarken karşımıza çıkan kızılötesi (IR) ve morötesi (UR) ıraksamalar, kütleli glüyon ve boyut düzenlemeleri yapılarak giderilmeye çalışıldı ve tam olarak giderilmese de tesir esiti hesaplanabilir hale getirildi. III. Bölümde yüksek enerjiler için Altarelli-Parisi logaritmik yaklaşımı kullanılarak $1/\sigma d\sigma/dp_T^2$ 'nin p_T^2 'ye göre değişimleri incelendi. IV. bölümde elde edilen sonuçlar tartışılarak öneriler yapıldı.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

2.1. Elektron-Pozitron Çarpışmasında Gerçel Glüyon Işınması

Standart modelde $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin ağaç seviyesinde olası Feynman çizimleri Şekil 3 (a) ve 3 (b) ile verilir. Burada e^+e^- yok olur ve bir foton yaratılır (eğer zayıf etkileşimler de göz önüne alınırsa γ^* yerine Z^0 (yüksüz aravektör bozon) gelir ve bu durumda toplam Feynman çizimleri dört tane olur). Bu çalışmada elektromanyetik etkileşimler ve yeğin etkileşimler dikkate alınarak $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$ süreci için hesaplar yapılmıştır.

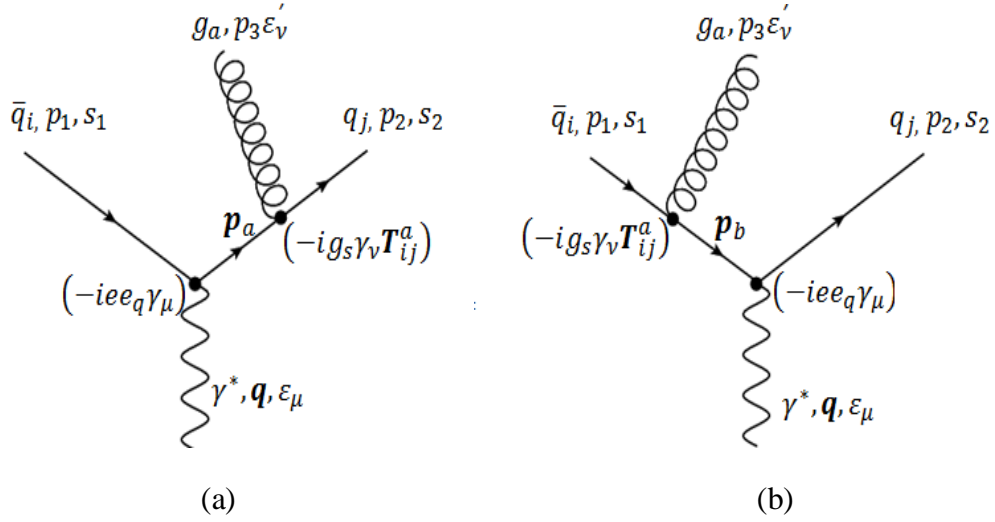


Şekil 3. Elektron-pozitron çarpışmasında gerçel glüyon ışınması sürecine ait olası Feynman çizimleri

Pertürbatif KRD'de $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ süreci $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$ olarak alınabilir (Schiller ve Zech, 1982). Bu durumda $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ sürecinin tesir kesiti kullanılarak $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ sürecinin tesir kesiti, ondan yararlanılarak da $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ süreci için toplam tesir kesiti elde edilebilir. Bu çalışmada bu süreçlerin çözümleri adım adım yapılmıştır.

$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ ve $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ süreçlerinin tesir kesitleri ve $\gamma^* \rightarrow e^+e^-$, $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ süreçlerine ait bozunma olasılıkları Ek 4.'te verilmiştir.

Sanal fotonun kuark-karşıtkuark çifti ve gerçel glüyon olmak üzere üç parçacığa, $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$, bozunmasına ait sürecin ağaç düzeyinde Feynman çizimleri Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin ağaç düzeyinde Feynman çizimleri

Sanal fotonun dörtlü momentumu q , kütle merkezi sistemi enerjisi $E_{cm} = Q$ olmak üzere

$$q = p_1 + p_2 + p_3 \quad (2.1)$$

$$p_a = p_2 + p_3 \quad (2.2)$$

$$p_b = p_1 + p_3 \quad (2.3)$$

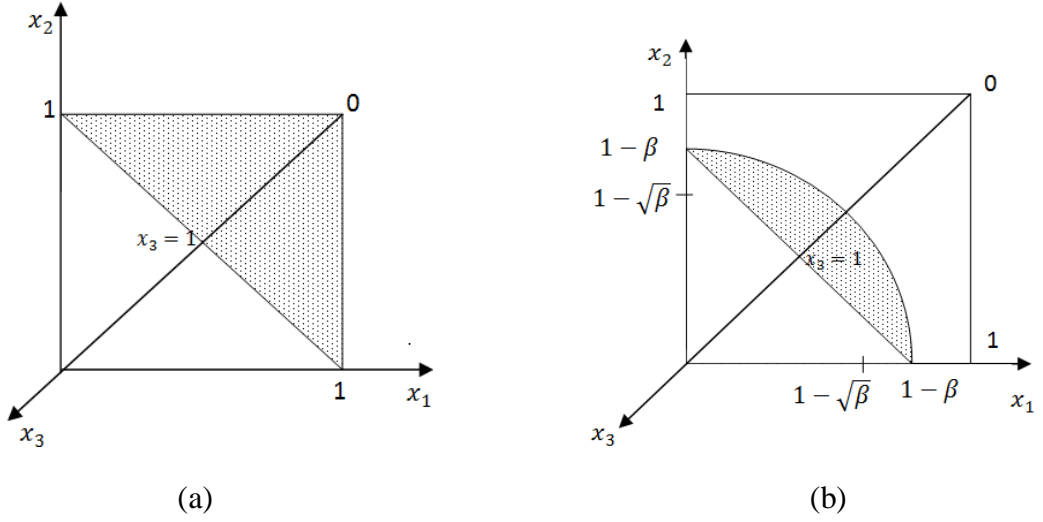
ve sanal fotonun üç parçacığa bozunma olasılığı

$$d^9R_3 = \frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3(2E_1)} \cdot \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3(2E_2)} \cdot \frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3(2E_3)} \\ \times (2\pi)^4 \delta^4(q - p_1 - p_2 - p_3) \quad (2.4)$$

üç parçacıklı durum için faz uzay ögesi ve M matris ögesi olmak üzere

$$dW = \frac{1}{2E_{cm}} |\bar{M}|^2 d^9 R_3 \quad (2.5)$$

ile verilir. Toplam olasılığı hesaplamak için son parçacıkların momentumları üzerinden integral almak gerekir. Bunun için Şekil 5. (a) ve (b)'deki gibi boyutsuz enerji değişkenlerine geçmek doğru olur.



Şekil 5. Son durumda üç parçacık bulunan durum için Dalitz çizimi a)kütlesiz parçacıklar b)kütleli glüyon $\beta = m_g^2/Q^2$

Son parçacıkların kütleleri ihmal edildiğinde

$$x_i = \frac{2E_i}{Q} \quad (i = 1,2,3) \quad (2.6)$$

olmak üzere

$$p_i p_j = \frac{1}{2} Q^2 (1 - x_k) \quad (2.7)$$

ve Şekil 4.'teki sürecin Mandelstam değişkenleri, (2.6) değişkenleri cinsinden ifade edildiğinde

$$s = (p_1 + p_3)^2 = 2p_1p_3 = Q^2(1 - x_2), \quad (2.8)$$

$$t = (p_2 + p_3)^2 = 2p_2p_3 = Q^2(1 - x_1), \quad (2.9)$$

$$u = (p_1 + p_2)^2 = 2p_1p_2 = Q^2(1 - x_3) \quad (2.10)$$

olur. Burada enerjinin korunumu ve (2.6) ifadesi kullanılarak

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

$$s + t + u = Q^2 \quad (2.11)$$

eşitlikleri elde edilir.

Denklem (2.4)'te glüyonun üçlü momentumu üzerinden integral alındığında,

$$\int d^3\vec{p}_3 \delta^4(q - p_1 - p_2 - p_3) = \delta(Q - E_1 - E_2 - E_3) \quad (2.12)$$

olur. Son durumdaki kuark ve karşıt-kuarkın hareket yönleri arasındaki açı $z = \cos\theta_{12}$ olmak üzere; (2.4) ifadesinde bu parçacıkların momentumları üzerinden alınan intagraller, (E.62) ifadesi kullanılarak

$$\iint \frac{d^3\vec{p}_1}{(2E_1)} \cdot \frac{d^3\vec{p}_2}{(2E_2)} = \frac{4\pi}{2} \frac{2\pi}{2} E_1 dE_1 E_2 dE_2 \int_{-1}^1 dz \quad (2.13)$$

şeklinde yazılabilir ve bu ifade (2.4)'te yerine yazıldığında

$$d^9R_3 = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{(4\pi)(2\pi)}{4} E_1 dE_1 E_2 dE_2 \int_{-1}^1 dz \frac{\delta(Q - E_1 - E_2 - E_3)}{2E_3} \quad (2.14)$$

olur. Burada z üzerinden integralleri hesaplayabilmek için;

$$\begin{aligned} \frac{\delta(Q - E_1 - E_2 - E_3)}{2E_3} &= \delta[(q - p_1 - p_2 - p_3)^2] \\ &= \delta\left[Q^2\left(1 - x_1 - x_2 + \frac{1}{2}x_1x_2(1 - z)\right)\right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

eşitliği kullanılarak,

$$\int_{-1}^1 dz \frac{\delta(Q - E_1 - E_2 - E_3)}{2E_3} = \frac{2}{x_1x_2} \quad (2.16)$$

bulunur ve böylece üç parçacıklı durumda faz uzay ögesi

$$d^9R_3 = \frac{Q^2}{16(2\pi)^3} dx_1 dx_2 \quad (2.17)$$

şeklinde olur. Bu eşitlik (2.5) ifadesinde yerine yazıldığında,

$$dW = \frac{Q}{32(2\pi)^3} |\bar{M}|^2 dx_1 dx_2 \quad (2.18)$$

elde edilir ve böylece diferansiyel tesir kesiti de

$$\frac{d\sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{Q}{32(2\pi)^3} |\bar{M}|^2 \quad (2.19)$$

olarak bulunur.

Şekil 4 (a) ve 4 (b) 'deki Feynman çizimlerine ait matris ögeleri, sırasıyla Ek 3'teki Feynman kuralları kullanılarak;

$$M_{1R} = \bar{u}(p_2, s_2) (-ig_s \gamma_\nu T_{ij}^a) \varepsilon'_\nu \left(\frac{i\hat{p}_a}{p_a^2} \right) \varepsilon_\mu (-ie e_q \gamma_\mu) v(p_1, s_1) \quad (2.20)$$

$$M_{2R} = \bar{u}(p_2, s_2) (-ie e_q \gamma_\mu) \varepsilon'_\nu \left(\frac{i\hat{p}_b}{p_b^2} \right) \varepsilon_\mu (-ig_s \gamma_\nu T_{ij}^a) v(p_1, s_1) \quad (2.21)$$

elde edilir. Σ sembolü fotonun polarizasyonu üzerinden toplam yapıldığını göstermek üzere $\gamma_\Sigma^* \rightarrow q\bar{q}g$ bozunma sürecinin spin üzerine ortalama matris ögesinin mutlak değerinin karesi

$$\begin{aligned} |\bar{M}(\gamma_\Sigma^* \rightarrow q\bar{q}g)|^2 &= |M_{1R} - M_{2R}|_\Sigma^2 \\ &= |M_{1R}|_\Sigma^2 + |M_{2R}|_\Sigma^2 - |M_{1R}M_{2R}^+|_\Sigma - |M_{1R}^+M_{2R}|_\Sigma \end{aligned} \quad (2.22)$$

şeklindedir ve burada $|M_{1R}|_\Sigma^2$

$$M_{1R} = -iee_q g_s T_{ij}^a \bar{u}(p_2, s_2) \gamma_\nu \left(\frac{\hat{p}_a}{p_a^2} \right) \gamma_\mu v(p_1, s_1) \varepsilon_\mu \varepsilon'_\nu \quad (2.23)$$

$$M_{1R}^+ = iee_q g_s T_{ji}^a \bar{v}(p_1, s_1) \gamma_{\mu'} \left(\frac{\hat{p}_a}{p_a^2} \right) \gamma_{\nu'} u(p_2, s_2) \varepsilon_{\mu'}^* \varepsilon_{\nu'}^* \quad (2.24)$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} |M_{1R}|_\Sigma^2 &= |M_{1R}M_{1R}^+|_\Sigma = |M_{1R}^+M_{1R}|_\Sigma \\ &= -iee_q g_s T_{ij}^a \bar{u}(p_2, s_2) \gamma_\nu \left(\frac{\hat{p}_a}{p_a^2} \right) \gamma_\mu v(p_1, s_1) \varepsilon_\mu \varepsilon'_\nu \\ &\quad \times iee_q g_s T_{ji}^a \bar{v}(p_1, s_1) \gamma_{\mu'} \left(\frac{\hat{p}_a}{p_a^2} \right) \gamma_{\nu'} u(p_2, s_2) \varepsilon_{\mu'}^* \varepsilon_{\nu'}^* \\ &= \frac{e^2 e_q^2 g_s^2}{p_a^4} T_{ij}^a T_{ji}^a \bar{u}(p_2, s_2) \gamma_\nu \hat{p}_a \gamma_\mu v(p_1, s_1) \bar{v}(p_1, s_1) \gamma_{\mu'} \hat{p}_a \gamma_{\nu'} u(p_2, s_2) \\ &\quad \times (\varepsilon_\mu \varepsilon_{\mu'}^*) (\varepsilon'_\nu \varepsilon_{\nu'}^*) \\ &= \frac{e^2 e_q^2 g_s^2}{p_a^4} iz [T_a T_a] iz [\hat{p}_2 \gamma_\nu \hat{p}_a \gamma_\mu \hat{p}_1 \gamma_{\mu'} \hat{p}_a \gamma_{\nu'}] (-g_{\mu\mu'}) (-g_{\nu\nu'}) \\ &= \frac{e^2 e_q^2 g_s^2}{p_a^4} \cdot \frac{1}{2} \delta_{aa} (-2) (-2) iz [\hat{p}_2 \hat{p}_a \hat{p}_1 \hat{p}_a] \\ &= \frac{e^2 e_q^2 g_s^2}{p_a^4} 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot [2(p_2 \cdot p_a)(p_1 \cdot p_a) - (p_1 \cdot p_2)(p_a \cdot p_a)] \end{aligned} \quad (2.25)$$

olur. Momentumların çarpımları Mandelstam değişkenleri cinsinden

$$p_a^2 = t \quad (2.26)$$

$$(p_1 \cdot p_2) = \frac{u}{2} \quad (2.27)$$

$$(p_1 \cdot p_a) = \frac{1}{2}(u + s), \quad (2.28)$$

$$(p_2 \cdot p_a) = \frac{1}{2}t \quad (2.29)$$

olarak yazılabilir ve bu ifadeler (2.25)'de kullanılarak,

$$\begin{aligned} |M_{1R}|_{\Sigma}^2 &= \frac{64e^2e_q^2g_s^2}{t^2} [2(p_2 \cdot p_a)(p_1 \cdot p_a) - t(p_1 \cdot p_2)] \\ &= \frac{64e^2e_q^2g_s^2}{t^2} \left(2 \frac{t}{2} \frac{(u+s)}{2} - t \frac{u}{2} \right) \\ &= 32e^2e_q^2g_s^2 \left(\frac{s \cdot t}{t^2} \right) \end{aligned} \quad (2.30)$$

şeklinde düzenlenir. Son olarak bu eşitlik, (2.8) ve (2.9) bağıntıları kullanılarak enerji değişkenleri cinsinden

$$|M_{1R}|_{\Sigma}^2 = 32e^2e_q^2g_s^2 \frac{(1-x_2)}{(1-x_1)} \quad (2.31)$$

elde edilir.

Aynı şekilde $|M_{2R}|_{\Sigma}^2$ için,

$$M_{2R} = -iee_qg_s T_{ij}^a \bar{u}(p_2, s_2) \gamma_{\mu} \left(\frac{\hat{p}_b}{p_b^2} \right) \gamma_{\nu} v(p_1, s_1) \varepsilon_{\mu} \varepsilon'_{\nu} \quad (2.32)$$

$$M_{2R}^{\dagger} = iee_qg_s T_{ji}^a \bar{v}(p_1, s_1) \gamma_{\nu'} \left(\frac{\hat{p}_b}{p_b^2} \right) \gamma_{\mu'} u(p_2, s_2) \varepsilon_{\mu'}^* \varepsilon_{\nu'}^* \quad (2.33)$$

şeklinde olmak üzere

$$\begin{aligned}
|M_{2R}|_{\Sigma}^2 &= |M_{2R}M_{2R}^+|_{\Sigma} = |M_{2R}^+M_{2R}|_{\Sigma} \\
&= -iee_qg_sT_{ij}^a\bar{u}(p_2, s_2)\gamma_{\mu}\left(\frac{\hat{p}_b}{p_b^2}\right)\gamma_{\nu}v(p_1, s_1)\varepsilon_{\mu}\varepsilon'_{\nu} \\
&\quad \times iee_qg_sT_{ji}^a\bar{v}(p_1, s_1)\gamma_{\nu'}\left(\frac{\hat{p}_b}{p_b^2}\right)\gamma_{\mu'}u(p_2, s_2)\varepsilon_{\mu'}^*\varepsilon'_{\nu'}{}^* \\
&= \frac{e^2e_q^2g_s^2}{p_b^4}T_{ij}^aT_{ji}^a\bar{u}(p_2, s_2)\gamma_{\mu}\hat{p}_b\gamma_{\nu}v(p_1, s_1)\bar{v}(p_1, s_1)\gamma_{\nu'}\hat{p}_b\gamma_{\mu'}u(p_2, s_2) \\
&\quad \times (\varepsilon_{\mu}\varepsilon'_{\nu})(\varepsilon_{\mu'}^*\varepsilon'_{\nu'}{}^*) \\
&= \frac{e^2e_q^2g_s^2}{p_b^4}iz[T_aT_a]iz[\hat{p}_2\gamma_{\mu}\hat{p}_b\gamma_{\nu}\hat{p}_1\gamma_{\nu'}\hat{p}_b\gamma_{\mu'}](-g_{\mu\mu'})(-g_{\nu\nu'}) \\
&= \frac{e^2e_q^2g_s^2}{p_b^4} \cdot \frac{1}{2}\delta_{aa}(-2)(-2)iz[\hat{p}_2\hat{p}_b\hat{p}_1\hat{p}_b] \\
&= \frac{e^2e_q^2g_s^2}{p_b^4} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot [2(p_2 \cdot p_b)(p_1 \cdot p_b) - (p_1 \cdot p_2)(p_b \cdot p_b)] \tag{2.34}
\end{aligned}$$

olur. Burada

$$p_b^2 = s \tag{2.35}$$

$$(p_1 \cdot p_b) = \frac{s}{2} \tag{2.36}$$

$$(p_2 \cdot p_b) = \frac{1}{2}(u + t) \tag{2.37}$$

eşitlikleri ve (2.27) ifadesi kullanılarak,

$$|M_{2R}|_{\Sigma}^2 = \frac{64e^2e_q^2g_s^2}{s^2} \left(\frac{1}{2}(u + t) \frac{s}{2} - \frac{u}{2}s \right)$$

$$= 32e^2 e_q^2 g_s^2 \left(\frac{s \cdot t}{s^2} \right) \quad (2.38)$$

bulunur ve bu ifadede (2.8) ve (2.9) eşitlikleri yerine yazıldığında

$$|M_{2R}|_\Sigma^2 = 32e^2 e_q^2 g_s^2 \frac{(1-x_1)}{(1-x_2)} \quad (2.39)$$

olarak elde edilir.

Benzer olarak

$$|M_{1R}M_{2R}^+|_\Sigma = |M_{1R}^+M_{2R}|_\Sigma \quad (2.40)$$

olmak üzere

$$|M_{1R}M_{2R}^+|_\Sigma + |M_{1R}^+M_{2R}|_\Sigma = 2|M_{1R}M_{2R}^+|_\Sigma$$

olur ve böylece

$$\begin{aligned} 2|M_{1R}M_{2R}^+|_\Sigma &= 2(-iee_q g_s) T_{ij}^a \bar{u}(p_2, s_2) \gamma_\nu \left(\frac{\hat{p}_a}{p_a^2} \right) \gamma_\mu v(p_1, s_1) \varepsilon_\mu \varepsilon'_\nu \\ &\times (iee_q g_s) T_{ji}^a \bar{v}(p_1, s_1) \gamma_{\nu'} \left(\frac{\hat{p}_b}{p_b^2} \right) \gamma_{\mu'} u(p_2, s_2) \varepsilon_{\mu'}^* \varepsilon_{\nu'}^* \\ &= 2 \frac{e^2 e_q^2 g_s^2}{p_a^2 p_b^2} iz [T_a T_a] \bar{u}(p_2, s_2) \gamma_\nu \hat{p}_a \gamma_\mu v(p_1, s_1) \bar{v}(p_1, s_1) \gamma_{\nu'} \hat{p}_b \gamma_{\mu'} u(p_2, s_2) \\ &\times (\varepsilon_\mu \varepsilon'_\nu) (\varepsilon_{\mu'}^* \varepsilon_{\nu'}^*) \\ &= 8 \frac{e^2 e_q^2 g_s^2}{p_a^2 p_b^2} iz [\hat{p}_2 \gamma_\nu \hat{p}_a \gamma_\mu \hat{p}_1 \gamma_{\nu'} \hat{p}_b \gamma_{\mu'}] (-g_{\mu\mu'}) (-g_{\nu\nu'}) \\ &= 8e^2 e_q^2 g_s^2 \frac{(-2)}{p_a^2 p_b^2} \cdot 4(p_a \cdot p_b) \cdot 4(p_1 \cdot p_2) \end{aligned}$$

$$= -32 \frac{e^2 e_q^2 g_s^2}{p_a^2 p_b^2} 8[(p_1 \cdot p_2)(p_a \cdot p_b)] \quad (2.41)$$

bulunur. Burada

$$(p_a \cdot p_b) = \frac{1}{2}(u + t + s) \quad (2.42)$$

eşitliği ile (2.8), (2.9) ve (2.27) eşitlikleri göz önüne alındığında,

$$\begin{aligned} 2|M_{1R}M_{2R}^+|_{\Sigma} &= -32e^2e_q^2g_s^2 \frac{8}{p_a^2p_b^2} \cdot \frac{Q^2}{2} \cdot \frac{u}{2} \\ &= -32e^2e_q^2g_s^2 \left(\frac{2uQ^2}{st} \right) \\ &= -64e^2e_q^2g_s^2 \left[\frac{(1-x_3)}{(1-x_1)(1-x_2)} \right] \\ &= -64e^2e_q^2g_s^2 \left[\frac{(1-2+x_1+x_2)}{(1-x_1)(1-x_2)} \right] \\ &= 32e^2e_q^2g_s^2 \left[\frac{2}{(1-x_1)} + \frac{2}{(1-x_2)} - \frac{2}{(1-x_1)(1-x_2)} \right] \quad (2.43) \end{aligned}$$

elde edilir.

Sonuç olarak (2.31), (2.39) ve (2.43) ifadeleri birleştirilerek

$$\begin{aligned} |\bar{M}(\gamma_{\Sigma}^* \rightarrow q\bar{q}g)|^2 &= 32e^2e_q^2g_s^2 \frac{(1-x_2)}{(1-x_1)} + 32e^2e_q^2g_s^2 \frac{(1-x_1)}{(1-x_2)} \\ &\quad - 32e^2e_q^2g_s^2 \left[\frac{2}{(1-x_1)} + \frac{2}{(1-x_2)} - \frac{2}{(1-x_1)(1-x_2)} \right] \\ &= 32e^2e_q^2g_s^2 \left[\frac{(1-x_2)}{(1-x_1)} + \frac{(1-x_1)}{(1-x_2)} + \frac{2}{(1-x_1)(1-x_2)} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. -\frac{2}{(1-x_1)} - \frac{2}{(1-x_2)} \right] \\
& = 32e^2 e_q^2 g_s^2 \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \tag{2.44}
\end{aligned}$$

elde edilir. Burada yeğin etkileşme çitlenim sabiti

$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \tag{2.45}$$

olmak üzere ve Ek 4.'te elde edilmiş olan (E.74) ifadesi kullanılarak, $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{1}{\sigma_0} \frac{d\sigma_\Sigma(\text{gerçel})}{dx_1 dx_2} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \tag{2.46}$$

olarak bulunur.

Kütlesiz kuark ve glüyonlar için faz uzayı aralığının değişimi

$$stu = 0 \tag{2.47}$$

veya x_i parametreleri cinsinden

$$(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3) = 0 \tag{2.48}$$

ifadelerini yazmaya imkan verir. Şekil 5.'ten

$$0 \leq x_1 \leq 1 \tag{2.49}$$

$$1 - x_1 \leq x_2 \leq 1 \tag{2.50}$$

aralıkları yazılabilir. Bu durumda (2.47) ifadesi kullanılarak

$$\sigma_{\Sigma}(\text{gerçel}) = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \int_0^1 dx_1 \int_{1-x_1}^1 dx_2 \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \quad (2.51)$$

olarak elde edilir. Tesir kesitinin bu ifadesi pertürbatif KRD problemiyle özdeşleşir.

(2.51) ifadesinden, diferansiyel tesir kesitinin ve $\sigma_{\Sigma}(\text{gerçel})$ 'in $x_1 \rightarrow 1$ ve $x_2 \rightarrow 1$ limitlerinde ıraksadığı görülür. Örneğin parçacıkların kütlelerinin ihmal edildiği durumlar için (2.8) ve (2.30) ifadelerinde t değişkenine bakıldığında, E_2 ve ω son durumdaki kuark ve glüyonun enerjisi, θ_{23} ise \vec{p}_2 ve \vec{p}_3 vektörleri arasındaki açı, olmak üzere

$$t = 2p_2 p_3 = E_2 \omega (1 - \cos \theta_{23}) \quad (2.52)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (2.30)'da genliğin mutlak değerinin karesi ve ona uygun olarak diferansiyel tesir kesiti $t \rightarrow 0$ limitinde ıraksar. Bu nedenle kızılötesi (IR) ve morötesi (UR) ıraksamalar düzenlenmelidir. Düzenleme aşamasını uygulamadan önce (2.51) ifadesinde integrali; m , isteğe bağlı kütle olmak üzere, $s \gg m^2$ ve $t \gg m^2$ aralığına götürmek gerekir. Herhangi bir kuark-karşıkuark çiftinin değişmez kütlesi daima m^2 'den büyüktür, böylece gerçel glüyonun yaratılmasında toplam tesir kesiti,

$$\beta = m^2/Q^2 \quad (2.53)$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} \sigma_m(\gamma_{\Sigma}^* \rightarrow q\bar{q}g) &= \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \left(\frac{d\sigma_{\Sigma}}{dx_1 dx_2} \right) \\ &= \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \end{aligned} \quad (2.54)$$

şeklinde olur. Bu ifadenin bu şekildeyken integralini almak kolay olmadığından, işlemi daha basit hale getirebilmek için

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} = \frac{2}{(1-x_1)(1-x_2)} - \frac{(1+x_1)}{(1-x_2)} - \frac{(1+x_2)}{(1-x_1)} \quad (2.55)$$

eşitliği yazılarak

$$\begin{aligned} \sigma_m(\gamma_{\Sigma}^* \rightarrow q\bar{q}g) &= \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \left[\frac{2}{(1-x_1)(1-x_2)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(1+x_1)}{(1-x_2)} - \frac{(1+x_2)}{(1-x_1)} \right] \end{aligned} \quad (2.56)$$

bulunur ve bu durumda

$$\begin{aligned} \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \frac{(1+x_1)}{(1-x_2)} &= \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \frac{(1+x_2)}{(1-x_1)} \\ &= -\frac{3}{2} \ln \beta - \frac{5}{4} \end{aligned} \quad (2.57)$$

sonucu elde edilir bu integrallerin ayrıntılı çözümleri Ek 6.'da yapılarak $\beta \rightarrow 0$ limitindeki sonuçlar elde edilmiştir. Geriye kalan kısmın integralini almak bu kadar basit değildir. $\beta \rightarrow 0$ limitindeki durumlar dikkate alınmadığı durumda bu integrali alabilmek için dilogartmik fonksiyonların Ek 7.deki özellikleri kullanılarak

$$\begin{aligned} \int_{\beta}^{1-\beta} \frac{\ln x_1}{1-x_1} dx_1 &= \int_{\beta}^1 \frac{\ln x_1}{1-x_1} dx_1 - \int_{1-\beta}^1 \frac{\ln x_1}{1-x_1} dx_1 \\ &= Li_2(\beta) - Li_2(1-\beta) \end{aligned} \quad (2.58)$$

ve

$$Li_2(1) = \frac{\pi^2}{6} \quad (2.59)$$

eşitlikleri elde edilir ve bu eşitlikler kullanılarak

$$\int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \frac{1}{(1-x_1)(1-x_2)} = \ln^2 \beta - \ln \beta \cdot \ln(1-\beta) - Li_2(1-\beta) + Li_2(\beta) \quad (2.60)$$

ifadesi bulunur. Böylece toplam tesir kesiti

$$\sigma_m(\gamma_{\Sigma}^* \rightarrow q\bar{q}g) = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ 2\ln^2 \beta + 3\ln \beta - \frac{\pi^2}{3} + \frac{5}{2} \right\} \quad (2.61)$$

olarak elde edilir.

Aynı şekilde ıraksamaları önlemek için kütleli glüyon (MG) ve boyut (DR) düzenleme yöntemlerine bakılabilir.

2.2. Gerçek Glüyon Işımasında Boyut Düzenlemesi

IR ve UR ıraksamaların aynı anda düzenlenmesi için en uygun yöntem, boyut düzenlemesi yöntemidir. Bu yöntemde hesaplamalar ilk olarak N boyutlu uzayda yapılır ve son durumda elde edilen ifade N'nin 4'e eşit olduğu durum dikkate alınır. N-boyutlu uzayda $\gamma_{\Sigma}^* \rightarrow q\bar{q}$ sürecinin bozunma olasılığı,

$$d^{2N-2}R_2 = \frac{d^{N-1}p_1}{(2\pi)^{N-1}(2E_1)} \cdot \frac{d^{N-1}p_2}{(2\pi)^{N-1}(2E_2)} (2\pi)^N \delta^N(q - p_1 - p_2) \quad (2.62)$$

şeklinde iki parçacıklı durum için faz uzayının hacim ögesi olmak üzere,

$$dW = \frac{1}{2E_{cm}} |\bar{M}|^2 d^{2N-2}R_2 \quad (2.63)$$

şeklinde ifade edilir.

(2.62)'de (E.64) ve (E.66) denklemleri kullanılarak, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{N-2}$; $N - 1$ boyutlu uzaydaki açılar olmak üzere

$$\int d^{N-1}p_2 \delta^N(q - p_1 - p_2) = \delta(Q - E_1 - E_2) \quad (2.64)$$

$$\frac{d^{N-1}p_1}{2E_1} = \frac{1}{2} E_1^{N-3} \sin^{N-3} \theta_1 \sin^{N-4} \theta_2 \dots \sin \theta_{N-3} d\theta_2 \dots d\theta_{N-2} dE_1 \quad (2.65)$$

eşitlikleri yazılabilir. $N = 4$ için bu ifadelerin (E.64) ve (E.66) eşitliklerine eşit olduğu ve θ_2 açısının φ_1 'e dönüştüğü görülür. Burada

$$\int_0^\pi \sin^n \theta d\theta = \sqrt{\pi} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)} \quad (2.66)$$

ifadesi kullanılarak,

$$\frac{d^{N-1}p_1}{2E_1} = 2^{N-3} \pi^{(N-2)/2} \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2} - 1\right)}{\Gamma(N-2)} E_1^{N-3} dE_1 \quad (2.67)$$

eşitliği yazılabilir. E_1 'e göre son integral, (E.69) denklemi ve Ek 7.'deki Gama fonksiyonunun özellikleri kullanılarak

$$\int \frac{E_1^{N-3} dE_1}{2E_1} \delta(Q - E_1 - E_2) = \frac{E_1^{N-3}}{2Q} = \frac{Q^{N-4}}{2^{N-2}} \quad (2.68)$$

şeklinde ifade edilebilir ve (2.62), (2.67) ve (2.68) denklemleri birleştirilerek;

$$R_2 = \int d^{2N-2} R_2 = \frac{1}{2^{N-1} \pi^{N/2-2}} \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2} - 1\right)}{\Gamma(N-2)} Q^{N-4} \quad (2.69)$$

elde edilir ve yine bu ifadenin $N = 4$ için, (E.70) denkleminde eşit olduğu görülür.

N boyutlu uzayda $\gamma_\Sigma^* \rightarrow q\bar{q}$ bozunmasına ait matris ögesinin mutlak değerinin karesi, Dirac matrislerinin N boyutlu uzaydaki cebirinden yararlanılarak

$$|\bar{M}(\gamma_{\Sigma}^* \rightarrow q\bar{q})|^2 = (3)2(N-2)e_q^2 e_N^2 Q^2 \quad (2.70)$$

şeklinde ifade edilir. N boyutlu uzayda

$$e_N = \frac{e}{(m_D)^{N/2-2}} \quad (2.71)$$

ile verilir ve bu ifade

$$\alpha_N^{QED} = e_N^2/4\pi = \frac{\alpha_E}{(m_D^2)^{N/2-2}} \quad \alpha_E = e^2/4\pi \quad (2.72)$$

olmak üzere yeğin etkileşme çiftlenim sabitine dahil olur. (2.69), (2.70) ve (2.71) denklemleri birleştirilerek;

$$\sigma(\gamma_{\Sigma}^* \rightarrow q\bar{q}) \equiv \sigma_0 = 3\alpha_E e_q^2 Q \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2}-1\right)}{\Gamma(N-2)} \left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right)^{N/2-2} \quad (2.73)$$

veya

$$N = 4 + \varepsilon \quad (2.74)$$

olmak üzere

$$\sigma_0 = 3\alpha_E e_q^2 Q \frac{\Gamma\left(2 + \frac{\varepsilon}{2}\right)}{\Gamma(2 + \varepsilon)} \left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right)^{\varepsilon/2} \quad (2.75)$$

bulunur. (2.75) eşitliğinin $\varepsilon = 0$ için Ek 7.'deki Gama fonksiyonunun özellikleri kullanılarak

$$\sigma_0 = 3\alpha_E e_q^2 Q \quad (2.76)$$

ifadesine dönüştüğü görülür ve bu ifade de (E.74) ifadesine eşittir.

$\gamma_{\Sigma}^* \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin bozunma olasılığı (2.5) denklemiyle benzerlik kurularak

$$d^{3N-3}R_3 = \frac{d^{N-1}p_1}{(2\pi)^{N-1}(2E_1)} \frac{d^{N-1}p_2}{(2\pi)^{N-1}(2E_2)} \frac{d^{N-1}p_3}{(2\pi)^{N-1}(2E_2)} \\ \times (2\pi)^N \delta^N(q - p_1 - p_2 - p_3) \quad (2.77)$$

N boyutlu uzayda üç parçacıklı durumda uzay hacim ögesi olmak üzere

$$dW = \frac{1}{2E_{cm}} |\bar{M}|^2 d^{3N-3}R_3 \quad (2.78)$$

şeklinde ifade edilir.

(2.12) denklemini kullanarak

$$\int d^{N-1}p_3 \delta^N(q - p_1 - p_2 - p_3) = \delta(Q - E_1 - E_2 - E_3) \quad (2.79)$$

eşitliği yazılabilir. p_1 ve p_2 momentumları üzerinden integralleri almak için (2.65) ve (2.67) denklemleri kullanıldığında;

$$\iint \frac{d^{N-1}p_1}{(2E_1)} \cdot \frac{d^{N-1}p_2}{(2E_2)} = \frac{2^{N-3}\pi^{N-2}}{\Gamma(N-2)} E_1^{N-3} dE_1 E_2^{N-3} dE_2 \\ \times \int_{-1}^1 dz (1-z^2)^{N/2-2} \quad (2.80)$$

şeklinde olur. Parçacıkların kütleleri ihmal edildiğinde (2.15) ifadesi dikkate alınarak

$$\frac{\delta(Q - E_1 - E_2 - E_3)}{2E_3} = \delta[(q - p_1 - p_2 - p_3)^2] = \\ = \delta \left[Q^2 \left(1 - x_1 - x_2 + \frac{1}{2} x_1 x_2 (1 - z) \right) \right] \quad (2.81)$$

eşitliği elde edilir ve burada (2.13) eşitliği kullanılarak

$$\int_{-1}^1 dz (1-z^2)^{N/2-2} \frac{\delta(Q - E_1 - E_2 - E_3)}{2E_3} = \frac{2(1-z^2)^{(N/2)-2}}{x_1 x_2 Q^2} \quad (2.82)$$

eşitliği yazılır. Böylece

$$z = \frac{2}{x_1 x_2} - \frac{2}{x_1} - \frac{2}{x_2} + 1 \quad (2.83)$$

olmak üzere;

$$d^{3N-3} R_3 = \frac{Q^2}{16(2\pi)^3} \left(\frac{Q^2}{4\pi}\right)^\varepsilon \frac{1}{\Gamma(2+\varepsilon)} \left(\frac{1-z^2}{4}\right)^{\varepsilon/2} x_1^\varepsilon dx_1 x_2^\varepsilon dx_2 \quad (2.84)$$

bulunur ve bu ifadenin $\varepsilon = 0$ için, (2.10)'a eşit olduğu görülür.

$N = 4 + \varepsilon$ olursa, $\gamma_\Sigma^* \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin matris ögesinin mutlak değerinin karesi

$$F(x_1, x_2) = \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 \left\{ \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \right\} + \varepsilon \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) \left\{ \frac{2 - 2x_1 - 2x_2 + x_1 x_2}{(1-x_1)(1-x_2)} \right\} \quad (2.85)$$

şeklinde olmak üzere

$$|\bar{M}|_\Sigma^2 = 32e_N^2 e_q^2 g_N^2 F(x_1, x_2) \quad (2.86)$$

olarak ifade edilir.

N boyutlu uzayda boyutsuz yeğin etkileşme sabiti g_s ,

$$g_N = \frac{g_s}{m_D^{\varepsilon/2}} \quad (2.87)$$

şeklinde olmak üzere

$$\alpha_N^{QCD} \equiv \frac{g_N^2}{4\pi} = \frac{\alpha_s}{(m_D^2)^{\varepsilon/2}} \quad \alpha_s = g_s^2/4\pi \quad (2.88)$$

eşitliği yazılır. Burada (2.78), (2.84) ve (2.86) ifadeleri birleştirilerek;

$$\frac{d\sigma_\Sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{2\alpha_s}{\pi} \alpha_E e_q^2 Q \left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2} \right)^\varepsilon \cdot \frac{F(x_1, x_2)}{\Gamma(2 + \varepsilon)} x_1^\varepsilon x_2^\varepsilon \left(\frac{1 - z^2}{4} \right)^{\varepsilon/2} \quad (2.89)$$

ifadesi elde edilir. (2.89) ifadesi σ_0 ' a bölüldüğünde;

$$- \frac{1}{\sigma_0} \frac{d\sigma_\Sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2} \right)^{\varepsilon/2} \frac{F(x_1, x_2)}{\Gamma\left(2 + \frac{\varepsilon}{2}\right)} x_1^\varepsilon x_2^\varepsilon \left(\frac{1 - z^2}{4} \right)^{\varepsilon/2} \quad (2.90)$$

elde edilir. Toplam tesir kesitini elde etmek için (2.90) ifadesi

$$\begin{aligned} \sigma_{DR}(\text{gerçel}) &= \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2} \right)^{\varepsilon/2} \frac{1}{\Gamma\left(2 + \frac{\varepsilon}{2}\right)} \int_0^1 dx_1 x_1^\varepsilon \\ &\times \int_{1-x_1}^1 dx_2 x_2^\varepsilon \left(\frac{1 - z^2}{4} \right)^{\varepsilon/2} F(x_1, x_2) \end{aligned} \quad (2.91)$$

şeklinde olmak üzere x_1 ve x_2 değişim aralıklarında integrallemek gerekir. Burada DR sembolü boyut düzenlemesi (dimensional regularization) için kullanılır. (2.91) ifadesini bu haliyle çözmek zordur bu nedenle

$$x_2 = 1 - vx_1 \quad (2.92)$$

şeklinde yeni değişken tanımlanabilir. Burada x_1 ve v , 0 ile 1 arasında değişmek üzere, (2.90) ifadesinde,

$$\left(\frac{1-z^2}{4}\right)^{\varepsilon/2} = v^{\varepsilon/2}(1-v)^{\varepsilon/2}(1-x_1)^{\varepsilon/2}x_2^{-\varepsilon} \quad (2.93)$$

$$dx_1 dx_2 = x_1 dx_1 dv \quad (2.94)$$

eşitlikleri kullanılarak

$$\begin{aligned} \sigma_{DR}(\text{gerçel}) &= \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right)^{\varepsilon/2} \frac{1}{\Gamma\left(2 + \frac{\varepsilon}{2}\right)} \int_0^1 dx_1 x_1^\varepsilon (1-x_1)^{\varepsilon/2} \times \\ &\times \int_0^1 dv v^{\varepsilon/2} (1-v)^{\varepsilon/2} x_1 F(x_1, v) \end{aligned} \quad (2.95)$$

elde edilir. Burada (2.85) ve (2.92) denklemleri kullanılarak

$$\begin{aligned} x_1 F(x_1, v) &= \frac{[(v^2 + 1)x_1^2 - 2vx_1 + 1]}{v(1-x_1)} + \frac{[(v^2 - v + 1)x_1^2 - x_1 + 1]}{v(1-x_1)} \varepsilon \\ &+ \frac{1}{4} \frac{[(v^2 - 2v + 1)x_1^2 + 2(v-1)x_1 + 1]}{v(1-x_1)} \varepsilon^2 \end{aligned} \quad (2.96)$$

eşitliği yazılabilir ve burada (2.95)'den $1/\varepsilon$ ile $1/\varepsilon^2$ 'ye bağlı ve (2.96)'dan ε ile ε^2 'ye bağlı ifadeler oluştuğu görülür. Bu integralleri hesaplamak için Ek 7.deki Gama fonksiyonunun

$$\int_0^1 dx x^{(R-1)} (1-x)^{(M-1)} = \frac{\Gamma(R)\Gamma(M)}{\Gamma(R+M)} \quad (2.97)$$

özelliliği kullanılarak;

$$\sigma_{DR}(\text{gerçel}) = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right)^{\varepsilon/2} \frac{\Gamma^2\left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{3}{2}\varepsilon\right)} \left\{ \frac{8}{\varepsilon^2} - \frac{6}{\varepsilon} + \frac{19}{12} + \dots \right\} \quad (2.98)$$

eşitliği elde edilir. Bu ifadede, $\gamma_E = 0,5772157$ Euler sabiti olmak üzere

$$\frac{\Gamma^2\left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{3}{2}\varepsilon\right)} = 1 + \frac{1}{2}\gamma_E\varepsilon + \frac{1}{48}(6\gamma_E^2 - 7\pi^2)\varepsilon^2 + \dots \quad (2.99)$$

ve

$$\left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right) = e^{-\frac{\varepsilon}{2}\ln\left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right)} = 1 + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right)\varepsilon + \frac{1}{8}\ln^2\left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right)\varepsilon^2 + \dots \quad (2.100)$$

eşitlikleri yazılabilir ve burada $\varepsilon \rightarrow 0$ limiti dikkate alınarak

$$\begin{aligned} \sigma_{DR}(\text{gerçel}) = \frac{2\alpha_s}{3\pi}\sigma_0 \left\{ \frac{8}{\varepsilon^2} + \frac{1}{\varepsilon} \left[4\ln\left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right) + 4\gamma_E - 6 \right] + \ln\left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right) \right. \\ \left. + (2\gamma_E - 3)\ln\left(\frac{Q^2}{4\pi m_D^2}\right) + \gamma_E^2 - 3\gamma_E - \frac{7\pi^2}{6} + \frac{57}{6} + \dots \right\} \quad (2.101) \end{aligned}$$

sonucu elde edilir.

2.3. Gerçel Glüyon Işıması Kütleli Glüyon Düzenlemesi

Kütleli glüyon düzenlemesi (MG) aşamasında matris öğeleri ayar dönüşümüne rağmen değişmez olmadığından üç glüyon köşeleri bulunan süreçlerde kullanılamaz, fakat $\gamma_\Sigma^* \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinde böyle bir köşe bulunmadığından MG düzenlemesi bu süreç için kullanılabilir. MG aşamasında gerçel ve sanal glüyonun verdiği ekler hesaplanırken glüyona m_g kütlesi verilir. Kütleli glüyon durumu için diferansiyel tesir kesiti; $\beta = m_g^2/Q^2$ şeklinde alınarak ve integral sınırları için

$$0 \leq x_1 \leq 1 - \beta \quad (2.102)$$

$$1 - \beta - x_1 \leq x_2 \leq \frac{1 - x_1 - \beta}{1 - x_1} \quad (2.103)$$

eşitsizlikleri kullanılarak;

$$\frac{d\sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \frac{1}{(1-x_1)(1-x_2)} \times$$

$$\times \left\{ x_1^2 + x_2^2 + \beta \left[2(x_1 + x_2) - \frac{(1-x_1)^2 + (1-x_2)^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \right] + 2\beta^2 \right\} \quad (2.104)$$

ifadesi ile verilir ve bu ifadede x_2 değişkenine göre integral alındığında;

$$\frac{d\sigma}{dx_1} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ \frac{1+x_1^2}{(1-x_1)} \ln \left(\frac{x_1(1-x_1)}{\beta} \right) - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(1-x_1)} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} x_1 + \frac{1}{2} + \frac{\beta(2-x_1)}{(1-x_1)^2} + \frac{1}{2} \frac{\beta^2}{(1-x_1)^3} \right\} \quad (2.105)$$

bulunur. Burada da x_1 değişkenine göre olan integrallerden

$$\int_0^{1-\beta} \frac{\beta}{(1-x_1)^2} dx_1 = \beta \frac{1}{1-x_1} \Big|_0^{1-\beta} = \beta \frac{1}{\beta} - \beta = 1 - \beta = 1$$

$$\int_0^{1-\beta} \frac{\beta^2}{(1-x_1)^3} dx_1 = \frac{1}{2} \cdot \beta^2 \frac{1}{(1-x_1)^2} \Big|_0^{1-\beta} = \frac{1}{2} \cdot \beta^2 \left\{ \frac{1}{(1-1+\beta_1)^2} - 1 \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \beta^2 \left(\frac{1}{\beta^2} - 1 \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \beta^2 = \frac{1}{2} \quad (2.106)$$

şeklindeki bazı integrallerin sonlu değerler verdiği görülür bu nedenle bu ifadeler δ –fonksiyonu ile değiştirilerek

$$\frac{d\sigma}{dx_1} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ \frac{1+x_1^2}{(1-x_1)} \ln \left(\frac{x_1(1-x_1)}{\beta} \right) - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{(1-x_1)} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} x_1 + \frac{1}{2} + \frac{5}{4} \delta(1-x_1) \right\} \quad (2.107)$$

ifadesi elde edilir ve bu ifadenin x_1 'e göre integrali alındığında, MG'ye göre gerçel glüyon ışınması toplam tesir kesiti için,

$$\sigma_{MG}(\text{gerçel}) = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ \ln\beta + 3\ln\beta - \frac{\pi^2}{3} + 5 \right\} \quad (2.108)$$

sonucu elde edilir. MG'ye ait bazı integraller Ek 7.' de verilmiştir.

Önceden yapılan kütleli foton düzenlemesine bakıldığında

$$\sigma(\gamma_\Sigma^* \rightarrow q\bar{q}g) = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ 2\ln^2\beta + 3\ln\beta - \frac{\pi^2}{3} + \frac{5}{2} \right\} \quad (2.109)$$

eşitliğin elde edildiği ve yapılan düzenlemelere rağmen her iki sonucunda $\beta \rightarrow 0$ için ıraksamaya devam ettiği fakat tesir kesitinin hesaplanabilir hale geldiği görülür.

3. BULGULAR

3.1. Altarelli-Parisi Yaklaşımı

Elektron-pozitron çiftinin kuark, karşıt-kuark ve glüyona dönüştükten sonra hadron yaratılmasına ait, $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g \rightarrow \text{hadronlar}$, sürecinin tesir kesitini hesaplamak için Altarelli ve Parisi'nin yaklaşım yönteminden yararlanmak mümkündür.

KRD'de $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{hadronlar}$ gibi bir hadron yaratılan süreçte süreci $D_i(z)$ i çeşnili kuarkın hadronlaşma fonksiyonu, z kuarkın veya karşıt-kuarkın taşıdığı momentumunun hadronun momentumuna oranı ve $f(p_T^2)$ hadronun enine momentum fonksiyonu olmak üzere

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{dzdp_T^2} = \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) \sum_{i=q,\bar{q}} q_i^2 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right) D_i(z) f(p_T^2) \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlanır (Cleymans vd., 1979).

Denklem (3.1)' de z üzerinden integral alındığında

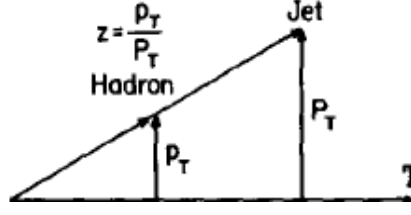
$$\frac{1}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadronlar})} \frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{dp_T^2} = \langle n \rangle f(p_T^2) \quad (3.2)$$

olur. Hadronun iki parçacıktan yaratıldığı son durumda $\sigma \equiv \langle p_T \rangle = 0.2 - 0.3 \text{ GeV}$ için

$$f(p_T^2) = \frac{\pi}{4\sigma^2} e^{-\left(\frac{\pi}{4\sigma^2}\right)p_T^2} \quad (3.3)$$

şeklindedir.

T hareket yönü olmak üzere kuark, karşıt-kuark veya glüyonun momentumlarının hareket yönlerinin son durumdaki hadronun hareket yönüne göre durumunu göstermek üzere, p_T hadronun enine momentumu ve P_T jetlerin enine momentumları olup ve Şekil 6.'da gösterilmişlerdir.



Şekil 6. Hadron ve jet momentumlarının gösterimi

q veya \bar{q} üzerinden glüyon yaratıldığında,

$$P_{qq} = \frac{(1 + T^2)}{(1 - T)} \quad (3.4)$$

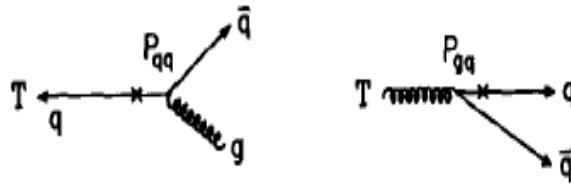
$$P_{qg} = \frac{[1 + (1 - T^2)]}{T} \quad (3.5)$$

$$C_F = \frac{4}{3} \quad (3.5)$$

olmak üzere (Altarelli ve Parisi, 1977), (3.2) denklemindeki tesir kesitine ek olarak

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma_g}{dT dP_T^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \frac{1}{p_T^2} e^{\left(-\frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \ln^2 \frac{Q^2}{4p_T^2}\right)} \left\{ P_{qq}(T) \left[D_q \left(\frac{p_T}{P_T} \right) + D_{\bar{q}} \left(\frac{p_T}{P_T} \right) + 2D_g \left(\frac{p_T}{P_T} \right) \right] \right. \\ \left. + 2P_{qg}(T) \left[D_q \left(\frac{p_T}{P_T} \right) + D_{\bar{q}} \left(\frac{p_T}{P_T} \right) \right] \right\} \quad (3.6) \end{aligned}$$

katkısı gelir (Hoyer, 1979). $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin ağaç seviyesindeki çizimlerinin yapısı Şekil 7.'de gösterilmiştir.

Şekil 7. $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin ağaç seviyesindeki çizimlerinin yapısı

(3.2) denkleminde gelen bu katkıyı elde edebilmek için (3.6) denklemini

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dp_T^2} = \frac{1}{2p_T} \int_{p_T^2}^{Q^2/12} \frac{dP_T^2}{P_T} \int_{T_{min}}^{1-4\frac{P_T^2}{Q^2}} dT \left(\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma_g}{dT dP_T^2} \right) \quad (3.7)$$

şeklinde integrallerini almak gerekir. Bu durumda

$$T_{min} = 4 \frac{P_T^2}{Q^2} = \frac{4}{T^2} (1-T)^2 (2T-1) \quad (3.8)$$

olmak üzere (Cleymans vd., 1979),

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dp_T^2} = \langle n \rangle f(p_T^2) + \frac{1}{\pi} \int_0^{Q^2/12} d^2k_T \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma_g}{dk_T^2} \{f[(p_T - k_T)^2] - f(p_T^2)\} \quad (3.9)$$

olur. Elde edilen bu toplam ifade olası durumların tamamını karşılayacak özelliklere sahiptir.

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dp_T^2} = \int_{T_{min}}^{1-4\frac{P_T^2}{Q^2}} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma_g}{dT dP_T^2} \right) dT \quad (3.10)$$

Altarelli-Parisi logaritmik yaklaşımını kullanılarak

$$R = \frac{1}{2} T \left\{ 1 - \left(4 \frac{P_T^2}{Q^2} \right) \left[\frac{1}{(1-T)} \right] \right\}^{1/2} \approx \frac{1}{2} T \quad \frac{P_T^2}{Q^2} \ll 1 \quad (3.10)$$

olmak üzere üretilen hadronun kuark ve karşıt-kuark hareket doğrultusunda olduğu durumlar için

$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dP_T^2} = \frac{2\alpha_s(Q^2)}{3\pi} \frac{1}{P_T^2} \frac{\left\{ \left(\frac{1}{2} + R \right) \left[T^2 + \left(1 - \frac{1}{2} T + R \right)^2 \right] + \left(\frac{1}{2} T - R \right) \right\}}{2(1-T)R}$$

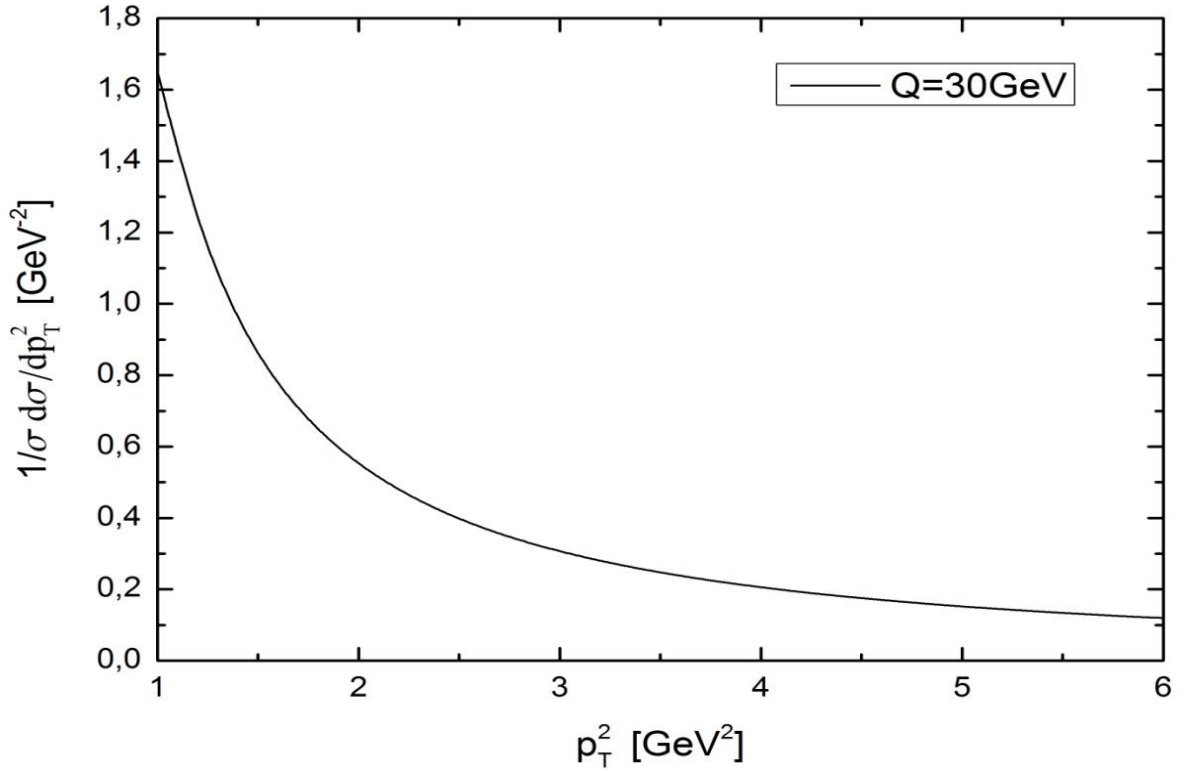
$$\times \left[T^2 + \left(1 - \frac{1}{2}T + R \right)^2 \right] \approx \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \frac{1}{P_T^2} P_{qq}(T) \quad (3.11)$$

yaklaşımını veya glüyon hareket doğrultusunda olduğu durumlar için

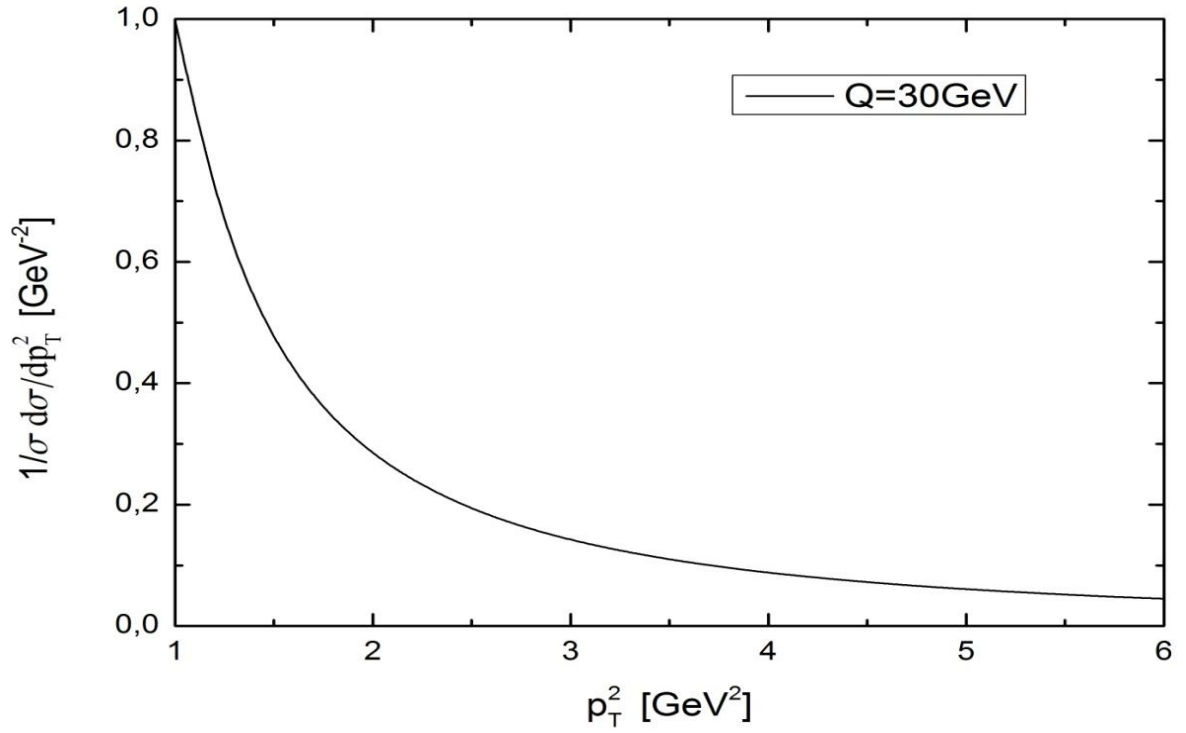
$$\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{dP_T^2} = \frac{4\alpha_s(Q^2)}{3\pi} \frac{1}{P_T^2} \frac{\left(1 - \frac{1}{2}T \right)^2 + R^2}{R} \approx \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \frac{1}{P_T^2} P_{gq}(T) \quad (3.12)$$

yaklaşım yapmak doğru olur.

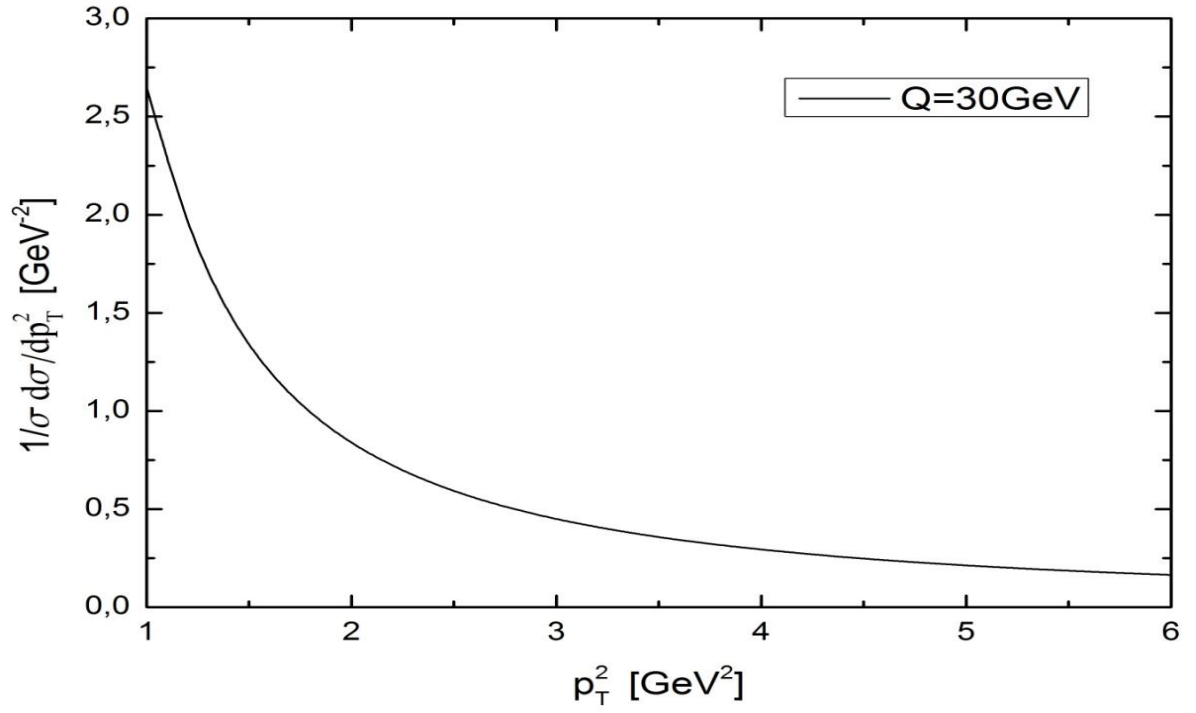
Bu çalışmada bu yaklaşımlar kullanılarak $Q = 30\text{GeV}$ değeri için Şekil 8, Şekil 9 ve Şekil 10'da elde edilmiştir.



Şekil 8. $e^+e^- \rightarrow \text{hadronlar}$ sürecinde üretilen hadronun glüyonun hareket doğrultusunda olduğunda, (yani; hadronun glüyondan üretildiği durum için) $(1/\sigma) d\sigma/dp_T^2$ 'nin hadronun enine momentumunun karesine bağlılığı



Şekil 9. $e^+e^- \rightarrow \text{hadronlar}$ sürecinde üretilen hadronun kuark-karşıtkuarkın hareket doğrultusunda olduğu durumda, (yani; hadronun kuark-karşıtkuarktan üretildiği durum için) $(1/\sigma) d\sigma/dp_T^2$ 'nin hadronun enine momentumunun karesine bağlılığı



Şekil 10. $e^+e^- \rightarrow \text{hadronlar}$ sürecinde üretilen hadronun kuark-karşıtkuark ve glüyonun hareket doğrultusunda olduğu durumda, (yani; hadronun kuark-karşıtkuark ve glüyondan üretildiği durum için) $(1/\sigma) d\sigma/dp_T^2$ 'nin hadronun enine momentumunun karesine bağlılığı

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

KRD de, yüksek enerjilerde α_s küçük olduğundan, bu bölgede pertürbasyon teorisi geçerli olur. Bu çalışmada yüksek enerjilerde elektron pozitron çarpışmasından hadronların yaratılma süreçlerinden bir tanesi olan $e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}g$ sürecinin diferansiyel tesir kesiti pertürbatif KRK çerçevesinde hesaplandığında kızılötesi (IR) ve morötesi (UR) ıraksamaların olduğu görüldü ve bu ıraksamalar kütleli glüyon ve boyut düzenlemeleri yapılarak giderilmeye çalışılmasına rağmen giderilemedi.

Yüksek enerjiler için Altarelli-Parisi logaritmik yaklaşımı kullanılarak $1/\sigma d\sigma/dp_T^2$ 'nin p_T^2 'ne göre değişimleri incelendi ve elde edilen şekillere bakıldığında aşağıdaki gibi olduğu görüldü.

Şekil 8.'de hadronların (baştaki) glüyondan üretildiği durum için $1/\sigma d\sigma/dp_T^2$ 'in hadronun enine momentumunun karesine bağlılığına bakıldığında, p_T^2 'nin 1-6 aralığındaki düzgün bir şekilde azaldığı ve 1-3 aralığında ise ölçülme olasılığının büyük olduğu görülür.

Şekil 9.'a bakıldığında ise Şekil 8'dekiyle çok benzer olduğu, fakat ikisi arasındaki en önemli farkın p_T^2 'nin 1-3 aralığındaki değerlerinde hadronların baştaki glüyondan üretilme olasılığının, kuark karşıt-kuarktan üretilme olasılığının yaklaşık olarak iki katı olduğu görülür. Glüyonların hadronlardaki dağılım fonksiyonunun, kuark ve karşıt-kuarkın hadronlardaki dağılım fonksiyonundan çok daha büyük olduğundan beklenen sonuçta bu doğrultudadır.

Şekil 10.'da ise üretilen hadronlar baştaki kuark-karşıtkuark ve glüyondan üretildiği durumların hepsine bakıldığında, $1/\sigma d\sigma/dp_T^2$ 'nin p_T^2 'nin 1-3 aralığındaki değerleri için yaklaşık olarak Şekil 8 ve Şekil 9'daki durumların toplamına eşit olduğu görülür ve istenen sonuçta bu yöndedir.

Bu hesaplardan yararlanılarak :

Kuark karşıt-kuark ve glüyonların hadronlardaki dağılım fonksiyonları elde edilebilir.

Hadronların; kuark, karşıt-kuark ve glüyondaki paylaşım fonksiyonları elde edilebilir.

5. KAYNAKLAR

- Aglietti, U., 9 Mayıs 2013 arXiv:hep-ph/9705277v1, Introduction to Perturbative QCD.
- Altarelli, G., 1977. Asymptotic Freedom in Parton Language, Nuclear Physics, B126 298-318.
- Altarelli, G., Parisi, G. ve Petronzio, R., 1978. Transverse Momentum in Drell-Yan Processes, Physics Letters, 29B, 3, 351-355.
- Bethke, S., 2000. Determination of QCD Coupling α_s , J. Phys, G26 R27.
- Bjorken, J. D., Drell, S.D. 1964. Relativistic Quantum Mechanics, 1, McGraw-Hill Book Company, US,.
- Chadwick, J., 1932. The Existence of a Neutron, Proceedings of the Royal Society, 136 692-708.
- Cleymans, J., Dechantstreiter, M., Halzen, F. ve Scott D. M., 1980. Chromodynamics and the Transverse Momentum of Secondaries in High Energy e^+e^- Annihilation, Physics Letters, 89B, 3, 4, 403-408.
- David, G. J., 1998. Twenty Five Years of Asymptotic Freedom, Arxiv:hep-th, 9809060v1.
- Druzhinin, V., P., Eidelman, S., I., Serednyyakov, S., I., ve Solodov, E., P., 12 Ağustos 2011 arXiv: 1105.4975v2 (hep-ex) Hadron Production via e^+e^- Collisions with Initial State Radiation.
- Ecker, G., 2005. Quantum Chromodynamics, European School of High Energy Physics, Austria, CERN Yellow Report, Report No:UWThPh-2006-9.
- Elbery, A., ve Laforgia, A., 2000, On Some Properties Of the Gamma Function, Proceedings of the American Mathematical Society, 128, 9, 2667-2673.
- Fabricius, K., Schmitt, I. Schierholz, G. ve Kramer, G., 1980. Order α_s^2 Correction to Jet Cross Section in e^+e^- Annihilation, Physics Letters, 97B, 3, 4, 431-436.
- Greenberg, O. W., 2008. Discovery of the Colour Degree of Freedom in Particular Physics: A Personal Perspective, Arxiv: physics.hist-ph, 803-992.
- Greiner, W., Schramm, S. and Stein, E., 2001. Quantum Chromodynamics Springer Verlag, Berlin.
- Griffths, D., 1987 Introduction to Elementary Particles, Jhon Wiley and Sons , inc.

- Gross, J. D., 1973. Wilczek F., Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories, Physical Review Letters, 30, 26 1343-1346.
- Hoyer, P. et al., Desy, 79,21 ve References Therin.
- Khodjamirian, A., 2003. Quantum Chromodynamics and Hadrons: An Elementary Introduction, European School of High Energy Physics, Armenia, arXiv: hep-ph/0403145.
- Kirillov, A., N., 25 Ağustos 1994 arXiv:hep-th/9408113v2 /Dilogarithm Identities.
- Martin, L.P., 1973. Evidence for and Properties of The New Charged Heavy Lepton, Stanford Linear Accelerator Center,94305, USA.
- Nakamura, K., 2010. et. al. Journal of Physics, J. Phys. G, 37, 0751, Newyork.
- Okun, L. B., 1984 Leptons and Quarks, Kisin, V. I., 1, North Holland Physics Publishing.
- Perkins, D. H., 2000 Indroduction to High Energy Physics, Cambridge Press.
- Pich, A., 1994. Quantum Cromodynamics, Europian School of High Energy Physics, Sorento., 1999. Aspect of Cromodynamics , ICTP Summer in Partical Physics, Trieste.
- Pich, A., 2000 Aspects of Quantum Cromodynamics, Arxiv: hep.ph, 0001118v1.
- Schiller, D.,H. ve Zech, G., 1982 Testing the Gluon Spin in $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ Physica Scripta, 26, 273-279
- Sundaresan, N. K., 2001. Handbook of Particle Physics,783, CRC Press, US.
- Tkachov, F. V., 2009. A Contribution to the History of Quarks: Boris Struminsky's 1965 Jinr Publication, Arxiv: physics, 0904.0343v4.
- Yılmazkaya, J., 2004. Kuark Glüon Plazmanın Termodinamik Potansiyelinin Işık Koni Ayarında Hesaplanması, Doktora Tezi, Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli.
- Yukawa, H., 1935. On the Interaction of Elementary Particles, PTP, 17,48.

6. EKLER

6.1. Ek 1

6.1.1. Ek 1.1. Gösterim

Bu çalışmada Bjorken ve Drell notasyonu kullanılmış ve doğal birim sistemi seçilmiştir. Uzay-zaman koordinatlarında kontravaryant dördlü vektör

$$x^\mu \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3) \equiv (t, x, y, z) \equiv (t, \vec{x}) \quad (E.1)$$

ve kovaryant dördlü vektör

$$x_\mu \equiv (x_0, x_1, x_2, x_3) \equiv (t, -x, -y, -z) \equiv (t, -\vec{x}) = g_{\mu\nu}x^\nu \quad (E.2)$$

şekindedir.

Metrik tensör

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (E.3)$$

veya

$$g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1 \quad (E.4)$$

şeklinde tanımlanabilir (Bjorken ve Drell, 1964). Metrik tensörü kullanılarak kovaryant dördlü vektör

$$x_\mu = g_{\mu\nu}x^\nu \quad x^\mu = g^{\mu\nu}x_\nu \quad (E.5)$$

elde edilir. Dördlü vektörlerde skaler (iç) çarpım

Ek 1'in devamı

$$\begin{aligned}
x^\mu y_\mu &= xy = x^0 y^0 - \vec{x} \vec{y} = g_{\mu\nu} x^\mu y^\nu \\
&= x^0 y^0 - x^1 y^1 - x^2 y^2 - x^3 y^3 \\
&= x^0 y^0 + x_1 y^1 + x_2 y^2 + x_3 y^3
\end{aligned} \tag{E.6}$$

olur.

Dörtlü momentum vektörü

$$p^\mu \equiv (p^0, p^1, p^2, p^3) \equiv (E, p_x, p_y, p_z) = (E, \vec{p}) \tag{E.7}$$

ve

$$p_\mu \equiv (p_0, p_1, p_2, p_3) \equiv (E, -p_x, -p_y, -p_z) = (E, -\vec{p}) \tag{E.8}$$

Şeklindedir. Böylece

$$p^2 = p^\mu p_\mu = m^2 \tag{E.9}$$

olur.

6.1.2. Ek 1.2. Dirac Matrisleri ve Spinorlar

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{E.10}$$

2×2 Pauli matrisleri olmak üzere Dirac'ın γ matrisleri

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \{\gamma^i\} = \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma}_i \\ -\vec{\sigma}_i & 0 \end{pmatrix} \quad i = 1,2,3 \tag{E.11}$$

Ek 1'in devamı

$$\gamma^5 = \gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = -\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (E.12)$$

şeklinde tanımlanır (Okun,1980). Bu durumda

$$(\gamma^i)^2 = -1 \quad (\gamma^0)^2 = 1 \quad (\gamma^5)^2 = 1 \quad (E.13)$$

$$(\gamma^0)^+ = \gamma^0 \quad (\gamma^i)^+ = -\gamma^i \quad (\gamma^5)^+ = \gamma^5 \quad (E.14)$$

ve

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (E.15)$$

birim matris,

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (E.16)$$

olmak üzere;

$$\gamma_0 = \gamma^0 \equiv \beta \quad (E.17)$$

eşitlikleri yazılabilir.

Dörtlü vektörün γ -matrisi ile çarpımı

$$\gamma_\mu A^\mu \equiv \hat{A} = \gamma^0 A^0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{A} \quad (E.18)$$

şeklindedir.

γ matrisleri

Ek 1'in devamı

$$[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad \mu, \nu = 0,1,2,3 \quad (E.19)$$

$$\gamma^\mu \hat{A} + \hat{A} \gamma^\mu = 2A^\mu \quad (E.20)$$

$$\gamma^\mu \gamma_\nu = 4I \quad (E.21)$$

$$\gamma^\mu \hat{A} \gamma_\mu = -2\hat{A} \quad (E.22)$$

$$\gamma^\mu \hat{A} \hat{B} \gamma_\mu = 2\hat{A} \hat{B} + 2\hat{B} \hat{A} = 4AB \quad (E.23)$$

$$\gamma^\mu \hat{A} \hat{B} \hat{C} \gamma_\mu = -2\hat{C} \hat{B} \hat{A} \quad (E.24)$$

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \quad (E.25)$$

$$[\gamma_5, \gamma^\mu] = 0 \quad (E.26)$$

değişmezlik bağıntılarını ve özdeşliklerini sağlarlar.

P mometumlu, s spinli bir parçacık için Dirac spinorun $u^{(s)}(p)$ karşıt-parçacık için ise $v^{(s)}(p)$ ile gösterilir.

$$\bar{\Lambda} = \gamma^0 \Lambda^\dagger \gamma^0 \quad (E.27)$$

olmak üzere

$$[\bar{u}(p', s') \Lambda u(p, s)]^\dagger = \bar{u}(p, s) \bar{\Lambda} u(p', s') \quad (E.28)$$

şeklindedir.

Ek 1'in devamı**6.1.3. Ek 1.3. İz Kuralları**

$$\text{iz}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \quad (E.29)$$

$$\text{iz}(\gamma^\mu \dots \gamma^\nu) = 0 \quad \text{tek sayıda } \gamma - \text{matrisleri için} \quad (E.30)$$

$$\text{iz}(\gamma^5) = 0 \quad (E.31)$$

$$\text{iz}(I) = 4 \quad (E.32)$$

$$\text{iz}(\hat{a}\hat{b}) = 4ab \quad (E.33)$$

$$\text{iz}(\hat{a}\hat{b}\hat{c}\hat{d}) = 4[(a.b)(c.d) + (a.d)(b.c) - (a.c)(b.d)] \quad (E.34)$$

$$\text{iz}(\gamma_5 \hat{a}\hat{b}) = 0 \quad (E.35)$$

6.2. Ek 2. Gell-Mann Matrisleri

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$







$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

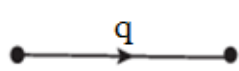
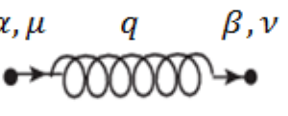
$$\lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad (E.36)$$

6.3. Ek 3. KRD Feynman Kuralları (Ağaç seviyesinde)

c renk, ϵ_μ polarizasyon vektörü ve a^α glüyon rengi olmak üzere, dış çizgiler için:

gelen kuark:	$u^{(s)}(p)c$	
giden kuark:	$\bar{u}^{(s)}(p)c^+$	
gelen karşıt-kuark:	$\bar{v}^{(s)}(p)c^+$	
giden karşıt-kuark:	$v^{(s)}(p)c$	
gelen glüyon:	$\epsilon_\mu(p)a^\alpha$	
giden glüyon:	$\epsilon_\mu^*(p)a^{\alpha*}$	

ilerleticiler için;

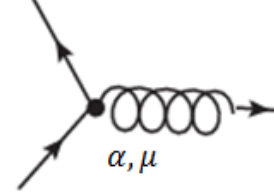
kuar-karşıtkuark:	$\frac{i(\hat{q}+mc)}{q^2-m^2c^2}$	
glüyon:	$\frac{-ig_{\mu\nu}\delta^{\alpha\beta}}{q^2}$	

Ek 3' ün devamı

köşeler için;

kuark- glüyon:

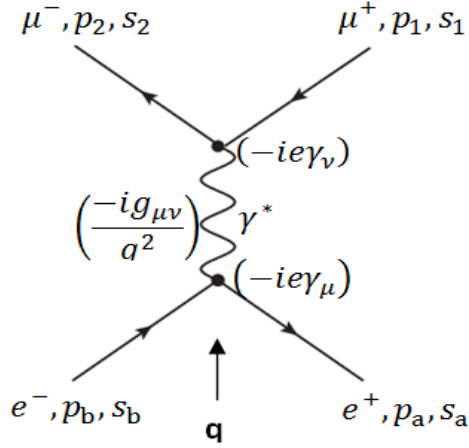
$$\frac{-ig_s}{2} \lambda^\alpha \gamma^\mu$$



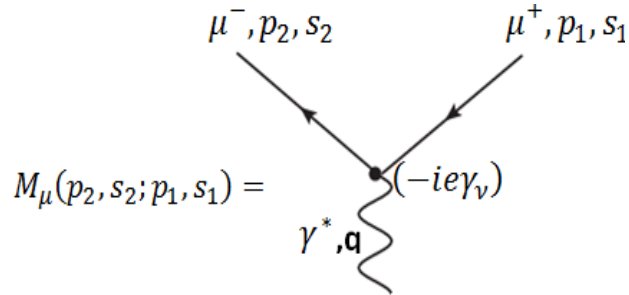
ile verilir (Griffiths, 1987).

6.4. Ek 4. Basit Partron Modeli

e^+e^- çiftinin $\mu^+\mu^-$ çiftine yok olmasına ait Feynman çizimi şekil Ek 1.'de ve sanal fotonun $\mu^+\mu^-$ çiftine bozunmasına ait Feynman çizimi şekil Ek 2.'de verilmiştir.



Şekil Ek 1. e^+e^- çiftinin $\mu^+\mu^-$ çiftine yok olması



Şekil Ek 2. Sanal fotonun $\mu^+\mu^-$ çiftine bozunması

Kütleler ihmal edildiğinde Şekil Ek 1.'deki süreç için kütle merkezi sistemi enerjisi, E_{cm} olmak üzere; enerjinin ve momentumun korunumundan

$$p_a + p_b = p_1 + p_2 \quad (E.37)$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0 \quad (E.38)$$

$$E_1 + E_2 = E_a + E_b = \sqrt{s} = Q \quad (E.39)$$

Ek 4'ün devamı

eşitlikleri yazılabilir ve buradan da kütle merkezi saçılma açısı, θ_{cm} olmak üzere Mandelstam değişkenleri

$$s = (p_a + p_b)^2 = 2p_a p_b = (p_1 + p_2)^2 = 2p_1 p_2 = E_{cm}^2 = q^2 = Q^2 \quad (\text{E. 40})$$

$$t = (p_1 - p_a)^2 = -2p_1 p_a = (p_b - p_2)^2 = -2p_2 p_b = -\frac{s}{2}(1 - \cos \theta_{cm}) \quad (\text{E. 41})$$

$$u = (p_1 - p_b)^2 = -2p_1 p_b = (p_a - p_2)^2 = -2p_2 p_a = -\frac{s}{2}(1 + \cos \theta_{cm}) \quad (\text{E. 42})$$

şeklinde tanımlanır.

Şekil Ek 1.'deki gibi $A + B \rightarrow C + D + \dots$ 'lik bir çarpışma sürecine ait diferansiyel tesir kesiti, M matris ögesi olmak üzere

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4 |M|^2}{\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \prod_{i=3}^n \frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 (2E)} \delta^4 \left(\sum_{i=3}^n p_i - p_\alpha \right), \quad \alpha = (1,2) \quad (\text{E. 43})$$

olarak verilir (Griffiths, 1987) ve buradan da

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{cm}} = \frac{1}{64\pi^2 s} |\bar{M}(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)|^2 \quad (\text{E. 44})$$

elde edilir.

p_i süreçteki parçacıkların dörtlü momentumları ve s_i spinleri olmak üzere, Şekil Ek 2.'deki Feynman çizimine ait matris ögesi, ek 3'teki Feynman kuralları kullanılarak (burada foton sanal parçacık olduğundan)

$$M_\mu(p_2, s_2; p_1, s_1) = \bar{u}(p_2, s_2) (-ie\gamma_\mu) v(p_1, s_1) \quad (\text{E. 45})$$

ile verilir. Bu ifadenin mutlak değerinin karesi,

Ek 4'ün devamı

$$(M_\nu)^+ = M_\nu^+ \quad (\text{E.46})$$

ifadesi M_ν ' nün Hermityen eşleniği olmak üzere

$$L_{\mu\nu}(p_2, p_1) = \frac{1}{2} \sum_{s_1, s_2} M_\mu(p_2, s_2; p_1, s_1) M_\nu^+(p_2, s_2; p_1, s_1) \quad (\text{E.47})$$

şeklinde olur. Sürece katılan parçacıkların kütlesi ihmal edildiğinde (E.45) ve (E.46) denklemi (E.47) denkleminde yerine yazıldığında, Ek 1' deki Dirac matris özellikleri kullanılarak

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu}(p_2, p_1) &= \frac{1}{2} \sum_{s_1, s_2} M_\mu(p_2, s_2; p_1, s_1) M_\nu^+(p_2, s_2; p_1, s_1) \\ &= \frac{1}{2} e^2 \bar{u}(p_2, s_2) \gamma_\mu v(p_1, s_1) \bar{v}(p_1, s_1) \gamma_\nu u(p_2, s_2) \\ &= \frac{1}{2} e^2 \gamma_\mu v(p_1, s_1) \bar{v}(p_1, s_1) \gamma_\nu u(p_2, s_2) \bar{u}(p_2, s_2) \\ &= \frac{1}{2} e^2 iz [\gamma_\mu (\hat{p}_1 - m) \gamma_\nu (\hat{p}_2 + m)] \quad (\hat{p}_1 = \gamma_\alpha p_1^\alpha) \\ &= \frac{1}{2} e^2 iz [\gamma_\mu \hat{p}_1 \gamma_\nu \hat{p}_2] \\ &= \frac{1}{2} e^2 4 (p_{1\mu} p_{2\nu} - g_{\mu\nu} p_{1\rho} p_{2\rho} + p_{1\nu} p_{2\mu}) \\ &= 2e^2 (p_{1\mu} p_{2\nu} - g_{\mu\nu} p_1 p_2 + p_{1\nu} p_{2\mu}) \quad (\text{E.48}) \end{aligned}$$

elde edilir. Benzer olarak

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu}^+(p_b, p_a) &= \\ &= \frac{1}{2} \sum_{s_a, s_b} B_\mu(p_b, s_b; p_a, s_a) B_\nu^+(p_b, s_b; p_a, s_a) \end{aligned}$$

Ek 4'ün devamı

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} e^2 i z [\hat{p}_b \gamma_\mu \hat{p}_a \gamma_\mu] \\
&= 2e^2 [p_{b\mu} p_{a\nu} - g_{\mu\nu} p_b p_a + p_{b\nu} p_{a\mu}] \tag{E.49}
\end{aligned}$$

eşitliği yazılabilir. Bu durumda

$$\begin{aligned}
L_{\mu\nu} L_{\mu\nu}^+ &= 4e^4 [(p_1 \cdot p_b)(p_2 \cdot p_a) - (p_1 \cdot p_2)(p_a \cdot p_b) + (p_1 \cdot p_a)(p_2 \cdot p_b) \\
&\quad - (p_1 \cdot p_2)(p_a \cdot p_b) + 4(p_1 \cdot p_2)(p_a \cdot p_b) - (p_1 \cdot p_2)(p_a \cdot p_b) \\
&\quad + (p_1 \cdot p_a)(p_2 \cdot p_b) - (p_1 \cdot p_2)(p_a p_b) + (p_1 \cdot p_b)(p_2 \cdot p_a)] \\
&= 8e^4 [(p_1 \cdot p_a)(p_2 \cdot p_b) + (p_1 \cdot p_b)(p_2 \cdot p_a)] \tag{E.50}
\end{aligned}$$

olmak üzere, Şekil Ek 1.'deki Feynman çizimine ait matris ögesinin mutlak değerinin karesi

$$\begin{aligned}
|\bar{M}|^2 &= L_{\mu\nu}(p_2, p_1) \frac{1}{q^4} L_{\mu\nu}^+(p_b, p_a) \\
&= \frac{e^4}{q^4} \cdot 8 [(p_1 \cdot p_a)(p_2 \cdot p_b) + (p_1 \cdot p_b)(p_2 \cdot p_a)] \tag{E.51}
\end{aligned}$$

şeklinde olur ve burada (E.41) ve (E.42) eşitlikleri kullanıldığında Mandelstam değişkenleri cinsinden,

$$\begin{aligned}
|\bar{M}|^2 &= \frac{e^4}{q^4} \cdot 8 \left[\frac{1}{4} (t^2 + u^2) \right] \\
&= \frac{e^4}{q^4} s^2 (1 + \cos^2 \theta_{cm}) \tag{E.52}
\end{aligned}$$

olarak elde edilir. (E.47) eşitliği

Ek 4'ün devamı

$$\alpha_E = \frac{e^2}{4\pi} \quad (\text{E.53})$$

ince yapı sabiti ve

$$d\Omega_{cm} = -d(\cos \theta_{cm})d\phi_{cm} \quad (\text{E.54})$$

olmak üzere denklem (E.44)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{cm}} = \frac{\alpha_E^2}{4Q^2}(1 + \cos^2 \theta_{cm}) \quad (\text{E.55})$$

olur ve burada θ_{cm} ve ϕ_{cm} açıları üzerinden integraller alınırsa,

$$\begin{aligned} \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) &= \frac{\alpha_E^2}{4Q^2} \int (1 + \cos^2 \theta_{cm}) d\Omega_{cm} \\ &= \frac{\alpha_E^2}{4Q^2} \int_0^{2\pi} d\phi_{cm} \int_{-1}^1 (1 + \cos^2 \theta_{cm}) d(\cos \theta_{cm}) \\ &= \frac{2\pi}{4} \cdot \frac{\alpha_E^2}{Q^2} \left[(\cos \theta_{cm}) + \frac{(\cos^3 \theta_{cm})}{3} \right]_{-1}^1 \\ &= \frac{2\pi}{4} \cdot \frac{\alpha_E^2}{Q^2} \left(\frac{8}{3} \right) \\ &= \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{\alpha_E^2}{Q^2} \quad (\text{E.56}) \end{aligned}$$

elde edilir.

Kuarkların elektrik yükleri ee_q olduğundan ve üç renge sahip olduklarından (E.56) ifadesinde $e \rightarrow ee_q$ değişikliği yapılarak ve bu ifadeye üç çarpanı eklenerek,

Ek 4'ün devamı

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = (3) \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{\alpha_E^2}{Q^2} e_q^2 \quad (\text{E.57})$$

sonucu elde edilir.

$$R^{e^+e^-} \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadron})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 3 \sum_{i=1}^n e_{qi}^2 \quad (\text{E.58})$$

(Aglietti, 1997) eşitliği kullanılarak, (E.56) ifadesi elektron-pozitron çiftinin hadronlara yok olmasına ait sürecin tesir kesitini hesaplamak için de kullanılır.

Sanal fotonun müyon-karşıt müyon veya kuark-karşıtkuark çiftine bozunma olasılığı;

$$q = p_1 + p_2 \quad (\text{E.59})$$

sanal fotonun momentumu ve

$$d^6R_2 = \frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3(2E_1)} \cdot \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3(2E_2)} (2\pi)^4 \delta^4(q - p_1 - p_2) \quad (\text{E.60})$$

şeklinde iki parçacıklı durum için faz uzay ögesi olmak üzere

$$dW = \frac{1}{2E_{cm}} |\bar{M}|^2 d^6R_2 \quad (\text{E.61})$$

olarak ifade edilir.

(E.60) denkleminde p_1 momentumu üzerinden integral

$$\frac{d^3\vec{p}_1}{2E_1} = \frac{1}{2} E_1 \sin \theta_1 d\theta_1 d\phi_1 dE_1 = \frac{4\pi}{2} \quad (\text{E.62})$$

şeklindedir. p_2 momentumları üzerinden integral ise;

Ek 4'ün devamı

$$\int \delta^3(\vec{q} - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) d^3\vec{p}_2 = 1 \quad (\text{E. 63})$$

eşitliğinden yararlanılarak,

$$\begin{aligned} \int d^3\vec{p}_2 \delta^4(q - p_1 - p_2) &= \int d^3\vec{p}_2 \delta^3(\vec{p}_a + \vec{p}_b - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \delta(Q - E_1 - E_2) \\ &= \delta(Q - E_1 - E_2) \end{aligned} \quad (\text{E. 64})$$

olur ve bu ifade için

$$\frac{\delta(Q - E_1 - E_2)}{2E_2} = \delta[(q - p_1 - p_2)^2] = \delta(Q^2 - 2QE_1) \quad (\text{E. 65})$$

eşitlikleri yazılabilir. Burada δ - fonksiyonunun

$$\int \delta[f(x)] dx = \frac{1}{|f'(x)|_{x=x_0}} \quad (\text{E. 66})$$

özellği kullanılarak

$$\int \frac{E_1 dE_1}{2E_2} \delta(Q - E_1 - E_2) = \frac{E_1}{2Q} \quad (\text{E. 67})$$

olur ve kütesiz parçacıklar için $E_1 = Q/2$ olduğundan

$$R_2 = \int d^6R_2 = \frac{1}{8\pi} \quad (\text{E. 68})$$

eşitliği elde edilir.

Ek 4'ün devamı

Sanal fotonun müyon çiftine bozunmasına ait matris ögesinin mutlak karesi, $\varepsilon_\mu(\lambda)$ sanal fotonun dörtlü kutuplanma vektörü olmak üzere

$$\begin{aligned} |\bar{M}(\gamma^* \rightarrow \mu^+ \mu^-)|^2 &= \sum_\lambda \sum_{s_1, s_2} M_\mu(p_2, s_2; p_1, s_1) M_\nu^+(p_2, s_2; p_1, s_1) \varepsilon_\mu(\lambda) \varepsilon_\nu^*(\lambda) \\ &= \sum_\lambda L_{\mu\nu}(p_2; p_1) \varepsilon_\mu(\lambda) \varepsilon_\nu^*(\lambda) \end{aligned} \quad (\text{E. 69})$$

şeklindedir ve burada

$$\sum_\lambda \varepsilon_\mu(\lambda) \varepsilon_\nu^*(\lambda) = -g_{\mu\nu} \quad (\text{E. 70})$$

(Greiner vd., 2001) ve (E.51) eşitlikleri kullanılarak, Σ sembolü fotonun polarizasyonu üzerine toplam yapıldığını temsil etmek üzere

$$|\bar{M}|_\Sigma^2 = -L_{\mu\mu}(p_2; p_1) = 8e^2(p_1 \cdot p_2) \quad (\text{E. 71})$$

elde edilir. Bu ifadede (E.40) eşitliği yerine yazıldığında

$$|\bar{M}|_\Sigma^2 = 4e^2 Q^2 \quad (\text{E. 72})$$

olur ve bu durumda toplam olasılık ifadesi için

$$W(\gamma_\Sigma^* \rightarrow \mu^+ \mu^-) = \alpha_E Q \quad (\text{E. 73})$$

sonucu elde edilir.

Bu durumda (E.57) ifadesinde yapılan değişiklik burda da tekrarlandığında

$$W(\gamma_\Sigma^* \rightarrow q\bar{q}) = \sigma_0 = 3\alpha_E e_q^2 Q \quad (\text{E. 74})$$

eşitliği elde edilir.

6.5. Ek 5. Dilogaritma Fonksiyonların Tanımı ve Özellikleri

Dilogaritmik $Li_2(x)$ fonksiyonundan pertürbatif kuantum mekaniğinde bazı önemli hesaplamalarda istifade edilir. Dilogaritmik fonksiyonlar

$$Li_2(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2} \quad (|x| < 1) \quad (\text{E. 75})$$

veya

$$Li_2(x) = - \int_0^x \frac{\ln(1-t)}{t} dt \quad (\text{E. 76})$$

şeklinde tanımlanır (Kirillov, 1994) ve bu tanımlardan yararlanılarak

$$Li_2(x) = - \int_0^1 \frac{\ln(1-t)}{t} dt, \quad (\text{E. 77})$$

$$Li_2(x) = - \int_{1-x}^1 \frac{\ln(t)}{1-t} dt, \quad (\text{E. 78})$$

$$Li_2(x) = - \int_0^1 \frac{\ln(t)}{t - \frac{1}{x}} dt, \quad (\text{E. 79})$$

$$Li_2(0) = 0 \quad (\text{E. 80})$$

$$Li_2(1) = \frac{\pi^2}{6} \quad (\text{E. 81})$$

$$Li_2(-1) = -\frac{\pi^2}{12} \quad (\text{E. 82})$$

$$Li_2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{2} \ln^2(2) \quad (\text{E. 83})$$

$$Li_2(-x) + Li_2\left(-\frac{1}{x}\right) = -\frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{2} \ln^2(x), \quad (x > 0) \quad (\text{E. 84})$$

Ek 5'in devamı

$$Li_2(x) + Li_2\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi^2}{3} - \frac{1}{2} \ln^2(x) - i\pi \ln(x), \quad (x > 1) \quad (\text{E.85})$$

$$Li_2(x) + Li_2(1-x) = \frac{\pi^2}{6} - \ln(x) \ln(1-x) \quad (\text{E.86})$$

eşitlikleri yazılabilir.

6.6. Ek 6. Bazı integrallerin çözümü

$$\begin{aligned}
& \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \frac{(1+x_1)}{(1-x_2)} = \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 (1+x_1) \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \frac{1}{(1-x_2)} \\
& = \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 (1+x_1) \left[-\ln(1-x_2) - \ln(1-x_2) \right]_{1-x_1}^{1-\beta} \\
& = \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 (1+x_1) [\ln(x_1) - \ln(\beta)] \\
& = \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \ln(x_1) - \ln(\beta) \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 + \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \ln(x_1) x_1 - \ln(\beta) \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 x_1 \\
& = \left\{ [\ln(x_1) x_1 - x_1] - [\ln(\beta) x_1] + \left[-\frac{x_1^2}{4} + \frac{x_1^2}{2} \ln(x_1) \right] - \ln(\beta) \frac{x_1^2}{2} \right\} \Big|_{\beta}^{1-\beta} \\
& = \ln(1-\beta) \left\{ (1-\beta) + \frac{1}{2} (1-\beta)^2 \right\} \\
& \quad - \ln(\beta) \left\{ 1-\beta + \frac{(1-\beta)^2}{2} + 2\beta - \frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta^2}{2} \right\} - 1 + \beta - \frac{1}{4} - \frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta}{2}
\end{aligned} \tag{E.87}$$

eşit olur ve bu ifade $\beta \rightarrow 0$ yaklaşıklığında

$$\int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \frac{(1+x_1)}{(1-x_2)} = -\frac{3}{2} \ln(\beta) - \frac{5}{4} \tag{E.88}$$

sonucu elde edilir.

Ek 6'nın devamı

$$\begin{aligned}
& \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \frac{(1+x_2)}{(1-x_1)} = \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \frac{1}{(1-x_1)} \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 (1+x_2) \\
& = \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \frac{1}{(1-x_1)} \left(\int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 + \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 x_2 \right) \\
& = \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \frac{1}{(1-x_1)} \left[\left(x_2 + \frac{x_2^2}{2} \right) \Big|_{1-x_1}^{1-\beta} \right] \\
& = \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \frac{1}{(1-x_1)} \left[-2\beta + \frac{\beta^2}{2} + 2x_1 - \frac{x_1^2}{2} \right] \\
& = \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \left(-2\beta + \frac{\beta^2}{2} \right) + 2 \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \frac{x_1}{(1-x_1)} - \frac{1}{2} \int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \frac{x_1^2}{(1-x_1)} \\
& = \left\{ \left(-2\beta + \frac{\beta^2}{2} \right) [-\ln(1-x_1)] + 2[(1-x_1) - \ln(1-x_1)] \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2} \ln(1-x_1) - 2(1-x_1) + \frac{(1-x_1)^2}{2} \right\} \Big|_{\beta}^{1-\beta} \\
& = \ln(1-\beta) \left(-2\beta + \frac{\beta^2}{2} + 2 - \frac{1}{2} \right) \\
& \quad - \ln(\beta) \left(-2\beta + \frac{\beta^2}{2} + 2 - \frac{1}{2} \right) - 1 + 2\beta + \frac{\beta^2}{4} - \frac{1}{4} - \frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta^2}{2} + \frac{\beta}{2}
\end{aligned} \tag{E.89}$$

eşit olur ve bu ifade $\beta \rightarrow 0$ yaklaşıklığında

$$\int_{\beta}^{1-\beta} dx_1 \int_{1-x_1}^{1-\beta} dx_2 \frac{(1+x_2)}{(1-x_1)} = -\frac{3}{2} \ln(\beta) - \frac{5}{4} \tag{E.90}$$

sonucu elde edilir.

Kütleli glüyon düzenlemesi aşamasındaki bazı integraller ise şğıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned}
\int_{1-\beta-x_1}^{\frac{1-x_2-\beta}{1-x_1}} \frac{1}{1-x_2} dx_2 &= - \int_{1-\beta-x_1}^{\frac{1-x_2-\beta}{1-x_1}} d\ln(1-x_2) = -\ln(1-x_2) \Big|_{1-\beta-x_1}^{\frac{1-x_2-\beta}{1-x_1}} \\
&= - \left\{ \ln \left(1 - \frac{1-x_1-\beta}{1-x_1} \right) - \ln(1-1+\beta+x_1) \right\} \\
&= - \left\{ \frac{\ln(1-x_1-1+\beta+x_1)}{1-x_1} - \ln(\beta+x_1) \right\} \\
&= - \left\{ \frac{\ln\beta}{1-x_1} - \ln(\beta+x_1) \right\} = \ln(\beta+x_1) - \frac{\ln\beta}{1-x_1} \\
&= \ln \frac{(\beta+x_1)(1-x_1)}{\beta} \rightarrow \ln \left(\frac{x_1(1-x_1)}{\beta} \right) \tag{E.91}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{1-\beta} dx_1 \frac{1}{1-x_1} &= - \int_0^{1-\beta} d\ln(1-x_1) = -\ln(1-x_1) \Big|_0^{1-\beta} \\
&= \ln(1-1+\beta) + \ln 1 = -\ln\beta \tag{E.92}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int_0^{1-\beta} dx_1 \frac{1}{1-x_1} \ln(1-x_1) &= - \int_0^{1-\beta} \ln(1-x_1) d\ln(1-x_1) \\
&= - \frac{1}{2} \ln^2(1-x_1) \Big|_0^{1-\beta} \\
&= - \frac{1}{2} \{ \ln^2(1-1+\beta) - \ln^2 1 \} = - \frac{1}{2} \ln^2\beta \tag{E.93}
\end{aligned}$$

$$\int_0^{1-\beta} dx_1 \frac{1+x_1^2}{1-x_1} \ln(1-x_1) = -\ln^2\beta + \frac{7}{4} \tag{E.94}$$

$$\int_0^{1-\beta} dx_1 \frac{1+x_1^2}{1-x_1} \ln(x_1) = -\frac{\pi^2}{3} + \frac{5}{4} \tag{E.95}$$

6.7. Ek 7.Gama Fonksiyonunun Tanımı ve Bazı Özellikleri

Gama fonksiyonları

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt \quad (\text{E. 96})$$

veya

$$\Gamma(x) = \int_0^1 (-\log t)^{x-1} dt \quad (\text{E. 97})$$

şeklinde tanımlanır (Elbert ve Laforgia, 2000). Bu tanıma uygun olarak

$$\Gamma(n) = (n - 1)! \quad (\text{E. 98})$$

$$\Gamma(x + 1) = x\Gamma(x) \quad (\text{E. 99})$$

$$\Gamma(1 - x) \Gamma(x) = \frac{\pi}{\sin(\pi x)} \quad (\text{E. 100})$$

özellikleri yazılabilir ve bu özellikler kullanılarak

$$\Gamma(1) = 1 \quad (\text{E. 101})$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi} \quad (\text{E. 102})$$

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (\text{E. 103})$$

$$\Gamma(2) = 1 \quad (\text{E. 104})$$

eşitlikleri elde edilir.

6.8. Ek 8. N Boyutlu Dirac Cebri

N boyutlu uzayda bir boyut zaman, N-1 boyut ise uzayı kapsar. Dirac matrisleri I_N , N boyutlu birim matris ve $\mu, \nu = 0,1,2,3 \dots N - 1$ olmak üzere

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2g_{\mu\nu} I_N \quad (\text{E.105})$$

$$\gamma_\mu \gamma_\alpha \gamma_\mu = (2 - N) \gamma_\alpha \quad (\text{E.106})$$

$$\gamma_\mu \gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\mu = 4g_{\alpha\beta} I_N + (N - 4) \gamma_\alpha \gamma_\beta \quad (\text{E.107})$$

$$\text{tr}(\gamma_\alpha \gamma_\beta) = 4g_{\alpha\beta} \quad (\text{E.108})$$

eşitliklerini sağlar

ÖZGEÇMİŞ

1985 yılında Trabzon ili Arsin ilçesinde doğdu. İlk öğrenimini Kuzguncuk köyü ilkokulunda ve orta öğrenimini Arsin İmam Hatip Lisesi'nde tamamladı. 2005-2009 yılları arasında KTÜ Rize Fen Edebiyat Fakültesi Fizik Bölümü lisans programını bölüm üçüncüsü olarak bitirdi. 2010 yılında KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsünde Yüksek Lisans eğitimine başladı ve 2011 yılında Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesine ÖYP Araştırma Görevlisi olarak atandı aynı yılda 35. madde ile Karadeniz Teknik Üniversitesine atandı. Halen Karadeniz Teknik Üniversitesinde Araştırma görevlisi olan Semra Sarı, (iyi derece) İngilizce bilmektedir.