

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇOK-GİRİŞLİ ÇOK-ÇIKIŞLI TELSİZ İLETİŞİM SİSTEMLERİ İÇİN
GELİŞMİŞ UZAYSAL MODÜLASYON TEKNİKLERİ**

DOKTORA TEZİ

Ertuğrul BAŞAR

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

NİSAN 2013

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**ÇOK-GİRİŞLİ ÇOK-ÇIKIŞLI TELSİZ İLETİŞİM SİSTEMLERİ İÇİN
GELİŞMİŞ UZAYSAL MODÜLASYON TEKNİKLERİ**

DOKTORA TEZİ

**Ertuğrul BAŞAR
(504092304)**

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Telekomünikasyon Mühendisliği Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ

NİSAN 2013

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504092304 numaralı Doktora Öğrencisi **Ertuğrul BAŞAR**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**ÇOK-GİRİŞLİ ÇOK-ÇIKIŞLI TELSİZ İLETİŞİM SİSTEMLERİ İÇİN GELİŞMİŞ UZAYSAL MODÜLASYON TEKNİKLERİ**” başlıklı tezini aşağıdaki imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Ümit AYGÖLÜ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. M. Ertuğrul ÇELEBİ**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Erdal PANAYIRCI
Kadir Has Üniversitesi

Prof. Dr. İbrahim ALTUNBAŞ
İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Mutlu KOCA
Boğaziçi Üniversitesi

Teslim Tarihi : **30 Ocak 2013**
Savunma Tarihi : **15 Nisan 2013**

ÖNSÖZ

Üç yıla yakın bir sürede gerçekleştirdiğim çalışmalar sonucu doktora tezimi tamamladım. Öncelikle yüksek lisans eğitimimin başından beri yaklaşık beş yıldır birlikte çalışma fırsatı bulduğum ve bu sürede benden desteğini hiçbir zaman eksik etmeyen ve beni sürekli araştırmaya teşvik eden değerli hocam ve tez danışmanım Prof. Dr. Ümit Aygözü'ne en içten teşekkürlerimi sunarım. Doktora araştırmalarım kapsamında kendisiyle birlikte çalışma fırsatı bulduğum ve bir araştırmacı olarak kendisinden çok şey öğrendiğim duayen hocam Prof. Dr. Erdal Panayırıcı'ya teşekkürü borç bilirim. Yine doktora araştırmalarım sırasında kendisiyle tanışıp çalışma fırsatı bulduğum ve Amerika Birleşik Devletleri, Princeton Üniversitesi, Elektrik Mühendisliği Bölümü'ne yaptığım dokuz aylık ziyaretim sırasında beni misafir ederek destek olan ve her zaman olumlu yönde teşvik eden Amerikalı hocam Prof. Dr. Harold Vincent Poor'a teşekkür ederim. Hem yurt içi hem de yurt dışında bulunduğum sürede çalışmalarına destek veren TÜBİTAK'a, tez formatı konusunda bana yardımcı olan Yrd. Doç. Dr. Hacı İlhan ve Dr. Süleyman Baykut'a ve son olarak desteklerini hiçbir zaman eksik etmeyen aileme teşekkür etmek istiyorum.

Bu tezde yer alan çalışmalar dört uluslararası ve bir ulusal dergi makalesi, iki uluslararası ve bir ulusal konferans bildirisi olarak yayımlanmıştır. Bu çalışmada önerilen gelişmiş uzaysal modülasyon tekniklerinin literatüre olan katkıları bu alanda çalışan araştırmacıların da dikkatini çekmiş ve sözü geçen bu makaleler son iki yıl içerisinde yetmişin üzerinde atıf almıştır.

Bu çalışmanın uzaysal modülasyon, çok-girişli çok-çıkışlı sistemler ve kafes kodlama konuları üzerinde çalışan araştırmacılara yardımcı olmasını umuyorum.

Nisan 2013

Ertuğrul BAŞAR
(Araştırma Görevlisi)

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ	v
İÇİNDEKİLER	vii
KISALTMALAR	ix
ÇİZELGE LİSTESİ	xi
ŞEKİL LİSTESİ	xiii
ÖZET	xv
SUMMARY	xvii
1. GİRİŞ	1
1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar	1
1.2 Tezin Konuya Katkıları.....	3
2. TELSİZ İLETİŞİM KANALLARI VE ÇEŞİTLEME	9
2.1 Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü (AWGN) Kanal	9
2.2 Telsiz Kanallar ve Sönümlenme	9
2.3 Çeşitleme	12
2.4 Uzay-Zaman Kodlama (STC).....	13
2.4.1 Uzay-zaman kod tasarım ölçütleri.....	14
2.4.2 Uzay-zaman blok kodları (STBC).....	14
2.4.3 Uzay-zaman kafes kodları (STTC).....	15
3. UZAYSAL MODÜLASYON (SM)	17
3.1 Tarihsel Perspektif	17
3.2 Uzaysal Modülasyonun Çalışma İlkeleri.....	17
3.3 Uzaysal Modülasyonun Avantaj ve Dezavantajları	19
3.4 Literatürdeki Son Gelişmeler	20
3.4.1 Uzay kaydırmalı anahtarlama (SSK) ve bu alandaki son çalışmalar.....	20
3.4.2 Kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (TCSM).....	22
3.4.3 Literatürdeki diğer gelişmeler	24
4. KANAL KESTİRİM HATALARI ALTINDA UZAYSAL MODÜLASYONUN BAŞARIMI	27
4.1 Kusursuz CSI (P-CSI) için SM'nin Başarım Analizi	28
4.2 Kanal Kestirim Hataları Durumunda Sistem Modeli	30
4.3 SM'nin M -PSK için Ortalama Bit Hata Olasılığı.....	31
4.4 SM'nin M -QAM için Ortalama Bit Hata Olasılığı	33
4.5 Benzetim Sonuçları	34
5. UZAY-ZAMAN BLOK KODLAMALI UZAYSAL MODÜLASYON (STBC-SM)	39

5.1 Uzay-Zaman Blok Kodlamalı Uzaysal Modülasyon (STBC-SM)	40
5.2 STBC-SM Sistem Tasarımı ve Optimizasyonu	41
5.3 STBC-SM Sistemi için Optimum Kod Çözücü.....	49
5.4 STBC-SM Sisteminin Başarım Analizi.....	51
5.5 Benzetim Sonuçları ve Karşılaştırmalar	53
5.5.1 SM, V-BLAST, 3/4-hızlı OSTBC ve Alamouti kodu ile karşılaştırmalar	54
5.5.2 Altın kod ve DSTTD sistemi ile karşılaştırmalar	57
5.5.3 İlişkili kanal koşullarında STBC-SM	58
6. KAFES KODLAMALI UZAYSAL MODÜLASYON (SM-TC)	61
6.1 Uzaysal Modülasyon için Kafes Kodlama	62
6.2 SM-TC Sisteminin Hata Analizi	64
6.2.1 İki uzunluklu hata olayları.....	67
6.2.2 Üç uzunluklu hata olayları.....	70
6.2.3 SM-TC sistemin ilişkili kanallar için PEP çıkarımı	73
6.3 SM-TC Tasarım Ölçütleri ve Tasarım Örnekleri	74
6.3.1 Tasarım örnekleri	75
6.4 Kuramsal Bit Hata Olasılığı (BEP) Çıkarımları	81
6.5 SM-TC için Benzetim Sonuçları	82
6.5.1 STTC'ler ile karşılaştırmalar	82
6.5.2 SM, kodlanmış V-BLAST, TCSM sistemi ile karşılaştırmalar	84
6.6 Karmaşıklık Analizi.....	87
7. ÜSTÜN-DİK KAFES KODLAMALI UZAYSAL MODÜLASYON (SOTC-SM).....	89
7.1 Üstün-Dik Kafes Kodlamalı Uzaysal Modülasyon (SOTC-SM) Tekniği	90
7.1.1 STBC-SM kod sözcüklerinin süper kümesi	91
7.1.2 SOTC-SM yapısının oluşturulması	91
7.1.3 Yeni kafes kod tasarım örnekleri	94
7.2 SOTC-SM Yapısının Başarım İncelemesi	97
7.3 SOTC-SM Yapısının Basitleştirilmiş ML Kod Çözümü	103
7.4 Benzetim Sonuçları ve Karşılaştırmalar	107
8. SONUÇLAR.....	115
KAYNAKLAR.....	117
ÖZGEÇMİŞ	123

KISALTMALAR

ABEP	: Ortalama Bit Hata Olasılığı
AWGN	: Toplamsal Beyaz Gauss Gürültüsü
BEP	: Bit Hata Olasılığı
BER	: Bit Hata Oranı
BPSK	: İkili Faz Kaydırmalı Anahtarlama
CIOD	: Bileşenleri Serpiştirilmiş Dik Tasarım
CGD	: Kodlama Kazancı Uzaklığı
CPEP	: Koşullu Çiftsel Hata Olasılığı
CSI	: Kanal Durum Bilgisi
DOF	: Serbestlik Derecesi
DSSTD	: Double Space-Time Transmit Diversity
FER	: Çerçeve Hata Oranı
ICI	: Kanallar Arası Girişim
i.i.d.	: Bağımsız ve Eş Dağılımlı
m.g.f.	: Moment Üreteç İşlevi
ML	: En Büyük Olabilirlikli
MIMO	: Çok-Girişli Çok-Çıkışlı
MMSE	: Minimum Ortalama Karesel Hata
OSTBC	: Dik Uzay-Zaman Blok Kod
p.d.f.	: Olasılık Yoğunluk İşlevi
PEP	: Çiftsel Hata Olasılığı
PSK	: Faz Kaydırmalı Anahtarlama
RF	: Radyo Frekansı
QAM	: Dik Genlik Modülasyonu
QPSK	: Dörtlü Faz Kaydırmalı Anahtarlama
SC	: Uzaysal İlişki
SIC	: Ardışık Girişim Giderme
SM	: Uzaysal Modülasyon
SM-TC	: Kafes Kodlamalı Uzaysal Modülasyon
SNR	: İşaret-Gürültü Oranı
SOSTTC	: Süper-Dik Uzay-Zaman Kafes Kod / Kodlama
SOTC-SM	: Süper-Dik Kafes Kodlamalı Uzaysal Modülasyon
STBC	: Uzay-Zaman Blok Kod / Kodlama
STC	: Uzay-Zaman Kod / Kodlama
STTC	: Uzay-Zaman Blok Kafes Kod / Kodlama
STBC-SM	: Uzay-Zaman Blok Kodlamalı Uzaysal Modülasyon
SSK	: Uzay Kaydırmalı Anahtarlama
TCM	: Kafes Kodlamalı Modülasyon
TCSM	: Kafes Kodlamalı Uzaysal Modülasyon (Mesleh)
UPEP	: Koşulsuz Hata Olasılığı
V-BLAST	: Vertical Bell Lab Layered Space-Time

ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 5.1 : BPSK ve Alamouti kodu için STBC-SM yapısının eşleme kuralı ..	42
Çizelge 5.2 : STBC-SM sisteminin temel parametreleri.	47
Çizelge 6.1 : Üç Uzunluklu Hata Olayları için UPEP değerleri.	71
Çizelge 6.2 : $N = 2$ için iki farklı SM-TC sisteminin uzaklık spektrumu ($\gamma \gg 1$).	75
Çizelge 6.3 : 2,3 ve 4 bit/sn/Hz hızları için SM-TC üreteç matrisleri.	77
Çizelge 7.1 : SOTC-SM yapıları için kafes durum geçiş matrisleri	94
Çizelge 7.2 : Farklı yapılar için karmaşıklık karşılaştırması.	107

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Şekil 2.1 : Bir telsiz iletişim kanalındaki farklı iletim yolları.	10
Şekil 3.1 : SM tarafından oluşturulan üç boyutlu işaret uzayı.....	19
Şekil 3.2 : TCSM Sisteminin blok şeması, QPSK, $n_T = 4$ ve 3 bit/sn/Hz.....	23
Şekil 4.1 : $n_T = 4$ ve QPSK kullanan SM ile $n_T = 4$ ve BPSK kullanan V-BLAST sistemlerinin 4 bit/sn/Hz'de optimal alıcılar ile hata başarımı (sabit σ_ϵ^2).	35
Şekil 4.2 : $n_T = 4$ ve QPSK kullanan SM ile $n_T = 4$ ve BPSK kullanan V-BLAST sistemlerinin 4 bit/ns/Hz'de optimal alıcılar ile hata başarımı (değişken σ_ϵ^2).	36
Şekil 4.3 : $n_T = 4$ ve 16-QAM kullanan SM ile $n_T = 3$ ve QPSK kullanan V-BLAST sistemlerinin 6 bit/sn/Hz'de uyumsuz alıcılar ile hata başarımı (sabit σ_ϵ^2).	37
Şekil 5.1 : STBC-SM ML vericisinin blok şeması.....	44
Şekil 5.2 : (5.11)'de verilen $\delta_{\min}(\chi)$ 'in BPSK, QPSK, 16-QAM ve 64-QAM için değişimi ($f_2(\theta)$, $f_4(\theta)$, $f_{16}(\theta)$ ve $f_{64}(\theta)$).	45
Şekil 5.3 : STBC-SM ML alıcısının blok şeması.....	51
Şekil 5.4 : STBC-SM sisteminin BPSK ve QPSK için BER başarımların kuramsal üst sınırlar ile karşılaştırılması.	54
Şekil 5.5 : 3 bit/sn/Hz için STBC-SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti kodunun BER başarımları.....	55
Şekil 5.6 : 4 bit/sn/Hz için STBC-SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti kodunun BER başarımları.....	56
Şekil 5.7 : 6 bit/sn/Hz için STBC-SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti kodunun BER başarımları.....	57
Şekil 5.8 : 4 ve 6 bit/sn/Hz için STBC-SM, Altın kod ve DSTTD sisteminin BER başarımları.....	58
Şekil 5.9 : 3 bit/sn/Hz için STBC-SM, SM ve Alamouti kodunun sisteminin SC kanalda BER başarımları.	59
Şekil 6.1 : SM-TC Sistem Modeli.	62
Şekil 6.2 : Kullanılan $R = 2/4$ katlamalı kodlayıcının blok diyagramı.	63
Şekil 6.3 : $R = 2/4$ katlamalı kodlayıcı, dört verici anten ve QPSK için SM-TC sisteminin kafes diyagramı.	64
Şekil 6.4 : Kod B'nin kafes diyagramı.	75
Şekil 6.5 : İki farklı 4-durumlu SM-TC sisteminin hata başarımları ($k = 2$ bit/sn/Hz).....	76
Şekil 6.6 : 2 bit/sn/Hz için tasarlanan 8-durumlu kodun kafes diyagramı.....	77
Şekil 6.7 : 2 bit/sn/Hz için tasarlanan 16-durumlu kodun kafes diyagramı.....	78

Şekil 6.8 :	3 bit/sn/Hz için tasarlanan 8-durumlu kodun kafes diyagramı.....	79
Şekil 6.9 :	3 bit/sn/Hz için tasarlanan 16-durumlu kodun kafes diyagramı.....	80
Şekil 6.10:	2 bit/sn/Hz için 4 ve 8-durumlu kodlar için kuramsal sonuçlar ve benzetim sonuçlarının karşılaştırılması.....	82
Şekil 6.11:	4,8 ve 16-durumlu SM-TC ve STTC sistemleri için BER başarımları (2 bit/sn/Hz).	83
Şekil 6.12:	4,8 ve 16-durumlu SM-TC ve STTC sistemleri için FER başarımları (2 bit/sn/Hz).	84
Şekil 6.13:	8 ve 16-durumlu SM-TC ve STTC sistemleri için BER başarımları (3 bit/sn/Hz).	85
Şekil 6.14:	3 bit/sn/Hz için $r = 0$ ve 0.7 durumlarında BER başarımları.....	86
Şekil 6.15:	4 bit/sn/Hz için $r = 0$ ve 0.7 durumlarında BER başarımları.....	87
Şekil 7.1 :	QPSK, 8-PSK ve 16-QAM işaret uzayları için küme bölmeleme ve ilişkin simge çiftleri.	92
Şekil 7.2 :	2 bit/sn/Hz için QPSK, 3 bit/sn/Hz için 8-PSK ve 4 bit/sn/Hz için 16-QAM kullanan yeni 4-durumlu SOTC-SM kodunun kafes diyagramı.	95
Şekil 7.3 :	16-QAM işaret uzayı ve ilişkin simge indisleri.....	106
Şekil 7.4 :	2 bit/sn/Hz'de 2-durumlu SOTC-SM kodu için kuramsal sonuçlar ile benzetim sonuçlarının karşılaştırılması.....	108
Şekil 7.5 :	2 bit/sn/Hz'de 4-durumlu SOTC-SM kodu için kuramsal sonuçlar ile benzetim sonuçlarının karşılaştırılması.....	109
Şekil 7.6 :	2 bit/sn/Hz'de 2, 4 ve 8-durumlu SOTC-SM, SOSTTC ve SM-TC kodlarının BER başarımları.	110
Şekil 7.7 :	2 bit/sn/Hz'de 2, 4 ve 8-durumlu SOTC-SM, SOSTTC ve SM-TC kodlarının FER başarımları.....	111
Şekil 7.8 :	3 bit/sn/Hz'de 2, 4 ve 8-durumlu SOTC-SM, SOSTTC ve SM-TC kodlarının BER başarımları.	112
Şekil 7.9 :	3 bit/sn/Hz'de 2, 4 ve 8-durumlu SOTC-SM, SOSTTC ve SM-TC kodlarının FER başarımları.....	112
Şekil 7.10:	4 bit/sn/Hz'de 2, 4 ve 8-durumlu SOTC-SM kodlarının ve STBC-SM sisteminin FER başarımları.....	113

ÇOK-GİRİŞLİ ÇOK-ÇIKIŞLI TELSİZ İLETİŞİM SİSTEMLERİ İÇİN GELİŞMİŞ UZAYSAL MODÜLASYON TEKNİKLERİ

ÖZET

Uzaysal modülasyon (spatial modulation, SM), çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) sistemler için literatürde var olan yöntemlere seçenek olarak önerilmiş yeni bir yaklaşımdır. Bu çalışmada ilk olarak SM ile uzay-zaman blok kodlama birleştirilerek uzay-zaman blok kodlamalı uzaysal modülasyon (STBC-SM) olarak adlandırılan yeni bir teknik önerilmiştir. Bu sistemde bilgi, ilişkin MIMO sistemin antenlerinin değişik kombinasyonları üzerinden iletilen bir STBC matrisi ile taşınmaktadır. Alamouti kodunun kullanıldığı bu sistemde bilgi sadece Alamouti kodu içerisindeki iki karmaşık simge ile değil aynı zamanda Alamouti kodunun iletiminde kullanılan iki verici antenin indisleri tarafından da taşınmaktadır. Herhangi sayıda verici anten için STBC-SM sisteminin tasarımı ve optimizasyonuna ait teknikler verilmiş, çeşitleme ve kodlama kazançlarının analizi yapılmıştır. Önerilen bu sistem için hem iletilen simgelere hem de kullanılan antenlerin indislerine karar veren düşük karmaşıklıkla en büyük olabilirlikli (ML) alıcı oluşturulmuştur. Bilgisayar benzetimleri sonucu STBC-SM yapısının klasik SM'e, V-BLAST'a ve Alamouti koduna göre oldukça iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir.

STBC-SM yapısının önerilmesinin ardından, bu yapıyı bir aşama daha ileriye taşıyarak, çeşitleme kazancının yanı sıra ek kodlama kazançları da elde etmek için SM ile kafes kodlamayı doğrudan birleştiren ve kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (SM-TC) olarak adlandırılan optimum bir kafes kodlamalı SM sistemi önerilmiştir. Bilgi bitlerinin önce bir kafes kodlayıcıdan geçirilerek SM eşleyiciye uygulandığı bu MIMO iletim sisteminde kafes kodlamalı modülasyon (TCM) tekniğinden esinlenerek kafes kodlayıcı ve SM eşleyici birlikte tasarlanmıştır. Bu yapının MIMO sistemin verici antenleri arasında anahtarlaması bir çeşit sanal serpiştirme etkisi oluşturmakta ve bunun sonucunda serpiştirici kullanılmaksızın zaman çeşitlemesi elde edilebilmektedir. SM-TC yapısının öncelikle koşullu çiftsel hata olasılığı (CPEP) çıkartılmış, ardından çeşitli durumlar için koşulsuz çiftsel hata olasılığı (UPEP) değerleri ilişkisiz Rayleigh sönümlenmeli kanallar için hesaplanmıştır. Bunun sonucunda SM-TC yapısı için tasarım ölçütleri verilmiş ve bu ölçütlere göre 2, 3 ve 4 bit/sn/Hz bant verimlilikleri için 4, 8 ve 16-durumlu SM-TC sistemleri önerilmiştir. Bilgisayar benzetimleri ile önerilen sistemlerin uzay-zaman kafes kodlardan (STTC) ve literatürde önceden önerilen kafes kodlamalı SM yapısından hem ilişkisiz hem de ilişkili kanallarda daha iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir.

SM-TC yapılarında SM eşleyici ile kafes kodlayıcı birlikte tasarlanarak oldukça rekabetçi kodlar elde edilmiştir. Ancak SM-TC yapılarının da bazı dezavantajları bulunmaktadır. Bunların ilki SM-TC sisteminde verici anten sayısının iki, dört, sekiz gibi ikinin tam katı olması gerekliliğidir. 3 – 4 bit/sn/Hz gibi bant verimliliklerine

ulaşmak içinse sekiz verici antene gereksinim vardır ki bu da sistem maliyetinde artışa neden olmaktadır. SM-TC yapıların diğer bir dezavantajı ise bu kodların sistematik olarak tasarlanamamasıdır. Diğer bir deyişle, rekabetçi bir SM-TC kodunun elde edilebilmesi için ayrıntılı kafes kod tasarım işlemleri gerekmektedir.

SM-TC yapılarının sözü geçen bu dezavantajlarını gidermek için bu çalışmada üstün-dik kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (SOTC-SM) olarak adlandırılan yeni bir STTC türü de önerilmiştir. Bu yapıda, STBC-SM matrislerine küme bölmeleme tekniği uygulanarak STBC-SM kafes kodlama ile birleştirilmiş ve 2 – 4 bit/sn/Hz bant verimlilikleri için 2, 4 ve 8-durumlu yeni kafes kodların tasarlanması için sistematik yaklaşımlar sunulmuştur. Önerilen kodlar hem SOSTTC'ler gibi diklik koşulunu sağlarken hem de işaret uzayını genişletmeyerek verici maliyetini arttırmamaktadırlar. Önerilen SOTC-SM yapısının çiftsel hata olasılığı (PEP) elde edilmiş, ve yaklaşık bir bit hata olasılığı ifadesi verilmiştir. Basitleştirilmiş bir alıcı yapısı sunulmuş olup, işlemsel karmaşıklığı ayrıntılı bir biçimde incelenmiştir. Bilgisayar benzetimleri sonucu önerilen yapıların SOSTTC'ler ve SM-TC yapılarından daha iyi hata başarımı sağladıkları gösterilmiştir.

Doktora çalışmalarının son kısmında ise SM sisteminin hata başarımı kanal kestirim hataları altında incelenmiştir. Bu amaçla SM sistemin kusurlu kanal durum bilgisi için PEP çıkarımları yapılmış, kanal kestirim hataları durumuna ilişkin kanal modeli verilmiş, ardından ortalama bit hata olasılığı (ABEP) M 'li faz kaydırmalı anahtarlama (M -PSK) ve M 'li dik genlik modülasyonu (M -QAM) işaret uzayları için hesaplanmıştır. Son olarak bilgisayar benzetimleri ile analitik sonuçların uygunluğu test edilmiş ve V-BLAST ile karşılaştırmalar sunulmuştur.

ADVANCED SPATIAL MODULATION TECHNIQUES FOR MULTIPLE-INPUT MULTIPLE-OUTPUT WIRELESS COMMUNICATION SYSTEMS

SUMMARY

The use of multiple antennas at both a transmitter and receiver has been shown to be an effective way to improve capacity and reliability over those achievable with single antenna wireless systems. Consequently, multiple-input multiple-output (MIMO) transmission techniques have been comprehensively studied over the past decade by numerous researchers, and two general MIMO transmission strategies, space-time block coding (STBC) and spatial multiplexing, have been proposed. The increasing demand for high data rates and, consequently, high spectral efficiencies has led to the development of spatial multiplexing systems such as V-BLAST (Vertical-Bell Lab Layered Space-Time). In V-BLAST systems, a high level of inter-channel interference (ICI) occurs at the receiver since all antennas transmit their own data streams at the same time. This further increases the complexity of an optimal decoder exponentially, while low-complexity suboptimum linear decoders, such as the minimum mean square error (MMSE) decoder, degrade the error performance of the system significantly. On the other hand, STBCs offer an excellent way to exploit the potential of MIMO systems because of their implementation simplicity as well as their low decoding complexity. Several high rate STBCs have been proposed in the past decade, but their maximum likelihood (ML) decoding complexity grows exponentially with the constellation size, which makes their implementation difficult and expensive for future wireless communication systems. Recently, a novel concept known as spatial modulation (SM) has been introduced by Mesleh *et al.* to remove the ICI completely between the transmit antennas of a MIMO link. The basic idea of SM is an extension of two dimensional signal constellations (such as M -ary phase shift keying (M -PSK) and M -ary quadrature amplitude modulation (M -QAM), where M is the constellation size) to a third dimension, which is the spatial (antenna) dimension. Therefore, the information is conveyed not only by amplitude/phase modulation (APM) techniques, but also by the antenna indices. More recently, Jeganathan *et al.* have introduced a so-called space shift keying (SSK) modulation scheme for MIMO channels. In SSK modulation, APM is eliminated and only antenna indices are used to transmit information, to obtain further simplification in system design and reduction in decoding complexity. However, SSK modulation does not provide any performance advantage compared to SM. In both of the SM and SSK modulation systems, only one transmit antenna is active during each transmission interval, and therefore ICI is totally eliminated. Both the SM and SSK modulation systems have been concerned with exploiting the multiplexing gain of multiple transmit antennas, but the potential for transmit diversity of MIMO systems is not exploited by these two systems.

In this study, a new MIMO transmission scheme, called STBC-SM, is proposed, in which information is conveyed with an STBC matrix that is transmitted from

combinations of the transmit antennas of the corresponding MIMO system. The Alamouti code is chosen as the target STBC to exploit. As a source of information, we consider not only the two complex information symbols embedded in Alamouti's STBC, but also the indices (positions) of the two transmit antennas employed for the transmission of the Alamouti STBC. A general technique is presented for constructing the STBC-SM scheme for any number of transmit antennas. Since our scheme relies on STBC, by considering the general STBC performance criteria, diversity and coding gain analyses are performed for the STBC-SM scheme to benefit the second order transmit diversity advantage of the Alamouti code. A low complexity ML decoder is derived for the proposed STBC-SM system, to decide on the transmitted symbols as well as on the indices of the two transmit antennas that are used in the STBC transmission. It is shown by computer simulations that the proposed STBC-SM scheme has significant performance advantages over the SM with an optimal decoder, due to its diversity advantage. A closed form expression for the union bound on the bit error probability of the STBC-SM scheme is also derived to support our results. The derived upper bound is shown to become very tight with increasing signal-to-noise (SNR) ratio.

The inventors of SM have proposed a trellis coded spatial modulation scheme, where the key idea of trellis coded modulation (TCM) is partially applied to SM to improve its performance in correlated channels. In this scheme, a group of information bits is first split into two sequences, where the second sequence directly enters the SM mapper while the first sequence enters the SM mapper after passing through a four-state convolutional encoder and then a random block interleaver. The SM mapper chooses the active transmit antenna by modulating the coded bits of the first sequence and the constellation symbol by modulating the uncoded bits of the second sequence. In other words, the TCM technique is used in conjunction with SM to partition the transmit antennas into subsets by maximizing the spacing between antennas of the same subset and only the information bits that determine the transmit antenna number are convolutionally encoded. At the receiver, with an optimal SM decoder, a hard decision Viterbi decoder is employed for the coded bits; then combining with the demodulated uncoded bits gives an estimate of the original information bit sequence. It has been shown that this scheme does not provide any error performance advantage compared to uncoded SM in uncorrelated channel conditions; on the other hand, it exhibits improved performance in correlated channels. The reason for this behavior can be explained by the trellis coding gain which does not have an impact on the performance when all the channel paths are uncorrelated.

In this study, a novel MIMO transmission scheme, called *spatial modulation with trellis coding* (SM-TC), which directly combines trellis coding and SM, is proposed. Similarly to conventional TCM, the trellis encoder and the SM mapper are jointly designed and a soft decision Viterbi decoder which is fed with the soft information supplied by the optimal SM decoder, is used at the receiver. The SM-TC mechanism, which switches between transmit antennas of a MIMO link, provides a type of virtual interleaving and offers an additional diversity gain, known as time diversity. First, we derive the general conditional pairwise error probability (CPEP) for SM-TC and then, for quasi-static Rayleigh fading channels, by averaging over channel coefficients, we obtain the unconditional pairwise error probability (UPEP) of SM-TC for error events with path lengths two and three. Code design criteria are given for

the SM-TC scheme, which are then used to obtain the best codes with optimized distance spectra for error events with path lengths two and three. New SM-TC schemes with 4, 8 and 16 states are proposed for 2,3 and 4 bits/s/Hz spectral efficiencies. It is shown via computer simulations that the proposed SM-TC schemes for uncorrelated and correlated Rayleigh fading channels provide significant error performance improvements over space-time trellis codes (STTCs), coded V-BLAST systems and the trellis coded SM scheme given in the literature in terms of bit error rate (BER) and frame error rate (FER) yet with a lower decoding complexity. In addition to this, from an implementation point of view, unlike the STTCs, our scheme requires only one RF chain at the transmitter, even if we have a higher number of transmit antennas, and requires no synchronization between them.

SM-TC scheme does not permit parallel transitions to maintain the same time diversity advantage of the trellis coding as the classical STTCs. It has been shown that the SM-TC achieves significantly better BER and FER performance than the STTCs with reduced decoding complexity, since only one transmit antenna is active during each trellis transition. However, for SM-TC schemes, the required number of transmit antennas must be an integer power of 2, and spectral efficiencies such as 3 and 4 bit/sn/Hz can be achieved with eight transmit antennas, which significantly increases their implementation complexity. Furthermore, it is not possible to design reliable TC-SM codes systematically.

In this work, a new class of STTCs, called *super-orthogonal trellis coded spatial modulation (SOTC-SM)*, is proposed. In this scheme, using the principle of set partitioning for STBC-SM matrices, STBC-SM is combined with trellis coding, and systematic techniques are presented for designing new trellis codes with 2,4 and 8 trellis states at 2,3 and 4 bits/s/Hz spectral efficiencies. The proposed codes not only allow simplified decoding as SOSTTCs do, but also do not expand the signal constellation. Unlike the classical SOSTTCs, which parametrize the orthogonal STBCs to obtain the required number of orthogonal matrices to be assigned to the branches of the trellis, we expand the antenna constellation using the principle of SM. Although the proposed codes have the same minimum coding gain distances (CGDs), determined by the parallel transitions as those of SOSTTCs, the expansion to the antenna domain improves the distance spectrum of SOTC-SM schemes significantly. This results in an improved error performance since the diversity order of our scheme exceeds that of the core STBC for the error events with higher lengths. The pairwise error probability (PEP) of the proposed SOTC-SM scheme and an approximate bit error probability (BEP) expression is derived. A simplified ML detection technique for SOTC-SM is presented and its computational complexity is evaluated. It is shown via computer simulations that the proposed codes achieve significantly better BER and FER performance than the SOSTTCs and the SM-TC schemes, with a comparable complexity.

It has been shown in the literature that SM can achieve better error performance than V-BLAST in some cases under the assumption that perfect channel state information (P-CSI) is available at the receiver. However, in practical applications, we hardly have P-CSI at the receiver, and a channel estimator is employed to provide unknown channel parameters. Therefore, it is important to assess the system performance in the presence of imperfect CSI before choosing the appropriate channel estimation technique.

The effects of channel estimation errors on the performance of SM and the space-shift keying (SSK) modulation, a special version of SM in which only antenna indices are exploited to convey information, have been investigated by some researchers. However, to the best of our knowledge, the error performance of SM with imperfect CSI has not been investigated through analytical methods before, and in this work, we aim to shed light on this timely and interesting topic.

In this study, we provide an analytical approach for the calculation of the average bit error probability (ABEP) of SM with imperfect CSI. First, the pairwise error probability of SM is derived for general M -ary constellations; then, an asymptotically tight upper bound on the ABEP is provided. Our computer simulations indicate that the derived upper bounds become very tight with increasing SNR and SM is quite robust to imperfect CSI compared to V-BLAST.

1. GİRİŞ

1.1 Konuyla İlgili Literatürde Yapılmış Çalışmalar

Gelecek nesil telsiz iletişim sistemleri, tek verici ve tek alıcı antenli sistemlere göre kanal sığasında ve hata başarımında önemli iyileşmeler sağlayan çok-girişli çok-çıkışlı (multiple-input multiple-output, MIMO) iletim tekniklerine dayanmaktadır [1]. Dolayısıyla geçen on yıl içerisinde MIMO iletim teknikleri üzerine oldukça yoğun araştırmalar yapılmış ve iki genel iletim tekniği, uzaysal çoğullama (spatial multiplexing) ve uzay-zaman blok kodlama (space-time block coding, STBC¹) önerilmiştir. Vertical-Bell Lab layered space-time (V-BLAST) [2] gibi uzaysal çoğullama sistemlerinde gelen bilgi bitleri tüm verici antenlere dağıtılarak oldukça yüksek bant verimliliklerine ulaşmak mümkündür. Ancak böyle bir sistemde tüm antenler aynı anda iletimde olduğu ve her verici anten de kendi bilgi simgesini iletmesi için oldukça yüksek bir kanallar arası girişim (inter-channel interference, ICI) oluşmaktadır ve bunun sonucunda da bu sistemin optimum olan en büyük olasılıklı (maximum likelihood, ML) alıcısı oldukça karmaşık olmaktadır. Bu sistemler için simge tabanlı kod çözmeye olanak sağlayarak alıcı karmaşıklığını düşürmek için en küçük karesel ortalama hata (minimum mean squared error, MMSE) alıcısı yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak optimum olmayan bu alıcı, hata olasılığında artışa neden olmaktadır. Diğer yandan son yıllar içerisinde oldukça yoğun bir şekilde araştırılan STBC'ler düşük alıcı karmaşıklığı ve yüksek çeşitleme kazançları sağlamaktadırlar [3, 4]. Uzay-zaman blok kodlamanın temel ilkesi, iki boyutlu geleneksel işaret uzaylarından seçilen karmaşık simgelerin uzay ve zaman bölgelerine dağıtılması sonucu farklı antenlerden farklı zamanlarda alıcıya ulaşmalarını sağlayarak verici çeşitlemesi elde etmektir. Ancak bunun bedeli veri iletim hızında düşüş olmakta ve simge tabanlı çözülebilen STBC'ler için iletim hızı 3/4 simge/kanal

¹STBC kısaltması metin içerisindeki konumuna göre uzay-zaman blok kodlama/kod için kullanılmaktadır.

kullanımı ile sınırlanmaktadır. Literatürde daha yüksek iletim hızına sahip birçok STBC önerilmiştir [5,6]. Ancak bu kodlar yüksek hızları dolayısıyla, simge tabanlı ML kod çözmeye olanak vermemekte ve alıcı karmaşıklıkları kullanılan işaret kümesinin eleman sayısına göre üstel olarak artarak gerçekleşmelerini zorlaştırmaktadır.

Uzaysal modülasyon (spatial modulation, SM), MIMO sistemler için literatürde var olan yöntemlere seçenek olarak önerilmiş umut verici yeni bir yaklaşımdır [7, 8]. SM'nin temel ilkesi, bilgi bitlerinin iki boyutlu geleneksel M 'li faz kaydırmalı anahtarlama (phase shift keying, PSK) ya da dik genlik modülasyonu (quadrature amplitude modulation, QAM) işaret kümelerinin elemanlarıyla birlikte anten indislerine de eşlenmesine dayanmaktadır. Diğer bir deyişle, bu sistemin vericisine gelen bilgi bitlerinin bir bölümü geleneksel biçimde M 'li işaret kümesinden seçilecek karmaşık simgeyi belirlerken, diğer bir bölümü de bu simgenin hangi verici anten tarafından iletileceğini seçmektedir. Dolayısıyla bilgi sadece taşıyıcının genlik/faz değerleriyle değil aynı zamanda anten indisleriyle de taşınmaktadır. Alıcı tarafında ise hem kullanılan verici antenin indisine hem de bu anten üzerinden gönderilen simgeye karar vermek için kullanılacak optimum kod çözücü, bu sistem için hem işaret kümesini hem de kullanılabilir antenleri göz önünde bulundurarak ortak bir karar vermektedir [9]. SM'nin sözü edilen bu optimum alıcı ile V-BLAST sistemine göre daha iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir [9]. SM, tüm antenlerin aynı anda iletimde olduğu klasik MIMO iletim sistemlerine göre bazı üstünlüklere de sahiptir. Her bir simge iletimi sırasında sadece tek bir anten etkin olduğu için ICI ortadan tamamen kaldırılmıştır. Dahası SM, MIMO sistemin verici antenleri arasında eş zamanlamaya (senkronizasyon) gereksinim duymaz ve vericide tek bir radyo frekans (RF) katı yeterlidir. Bu nedenle SM sisteminin vericisi, klasik bir MIMO sisteminin vericisine göre daha düşük maliyetle gerçekleştirilebilir [10].

Son zamanlarda sadece anten indislerini kullanarak bilgi ileten ve SM'nin özel bir şekli olan uzay kaydırmalı anahtarlama (space shift keying, SSK) olarak adlandırılan yeni bir sistem de önerilmiştir [11]. Genlik ve faz modülasyonlarının göz önüne alınmadığı SSK sistemi üzerine de son zamanlarda araştırmacılar yoğunlaşmış ve literatürde bu konuda birçok yeni çalışmalar yapılmıştır [12–16].

SM ile ilgili yapılan sonraki çalışmalarda ise Ungerboeck tarafından önerilen kafes kodlamalı modülasyonun (trellis coded modulation, TCM) [17] temel ilkesi uzaysal modülasyona uygulanarak bir kafes kodlamalı sistem önerilmiştir [18, 19]. Bu sistemde, bir grup bilgi biti önce iki diziye ayrılmakta, ikinci dizi doğrudan SM eşleyiciye verilirken, ilk dizi bir kafes kodlayıcıdan ve ardından bir rasgele serpiştiriciden geçirilerek SM eşleyiciye verilmektedir. SM eşleyici ise kodlanmış bitlere göre etkin anteni seçip bu anten üzerinden kodlanmamış bitler tarafından belirlenen modülasyonlu simgeyi iletmektedir. Sadece ilişkin anten indisini belirleyen bitlerin kodlandığı bu optimum olmayan sistemin ilişkisiz kanallarda klasik SM'e göre hiçbir iyileşme sağlamadığı, ancak ilişkili kanallarda hata başarımında iyileşmeler sağladığı gösterilmiştir.

SM alanında son yıllarda birçok çalışma yapılmış bunların kısa bir incelemesi [10]'da bulunabilir. Bu çalışmalar içerisinde en dikkat çekici olanları SM tekniğinin geliştirilerek birden çok verici antenin aynı anda etkin olduğu geliştirilmiş SM sistemleri [20, 21], geliştirilmiş SSK [22], “time-orthogonal signal design assisted SSK (TOSD-SSK)” [13] ve uzay-zaman kaydırmalı anahtarlama (STSK) [23] sistemleri olarak gösterilebilir.

SM ve SSK sistemleri, bir iletim aralığında sadece tek bir verici anteni etkin olarak kullandığı için MIMO sistemlerin çoklu verici antenlerini sadece ek bilgi bitlerini iletmek amacıyla göz önünde bulundurmaktadır. Ancak MIMO sistemlerin günümüzde bazı telsiz iletişim standartlarında var olmasının temel nedeni tek verici antenli sistemlere göre sağladığı verici çeşitlemesidir. Klasik SM yapısının MIMO sistemlerin verici çeşitleme potansiyelini göz önünde bulundurmaması ve SM sisteminin bu dezavantajının giderilmesi problemine çözüm bulma arayışı bu alandaki çalışmalarının başlangıcını oluşturmuştur.

1.2 Tezin Konuya Katkıları

Tez çalışmasında ilk olarak, gelişmiş SM teknikleri üzerine araştırmalar yapılmış ve SM ile STBC birleştirilerek uzay-zaman blok kodlamalı uzaysal modülasyon (space-time block coded spatial modulation, STBC-SM) olarak adlandırılan yeni bir teknik önerilmiştir [24, 25]. Bu sistemde bilgi, ilişkin MIMO sistemin antenlerinin

değişik kombinasyonları üzerinden iletilen bir STBC matrisi ile taşınmaktadır. Alamouti kodunun [3] kullanıldığı bu sistemde bilgi sadece Alamouti kodu içerisindeki iki karmaşık simge ile değil aynı zamanda Alamouti kodunun iletiminde kullanılan iki verici antenin indisleri tarafından da taşınmaktadır. Herhangi sayıda verici anten için STBC-SM sisteminin tasarımı ve optimizasyonuna ait teknikler verilmiş, çeşitleme ve kodlama kazançlarının analizi yapılmıştır. Önerilen bu sistem için hem iletilen simgelere hem de kullanılan antenlerin indislerine karar veren düşük karmaşıklıkta ML alıcı oluşturulmuştur. Bilgisayar benzetimleri sonucu STBC-SM yapısının klasik SM'e, V-BLAST'a ve Alamouti koduna göre oldukça iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir.

Yukarıda sözü edilen STBC-SM yapısının önerilmesinin ardından, bu yapıyı bir aşama daha ileriye taşıyarak, çeşitleme kazancının yanı sıra ek kodlama kazançları da elde etmek için SM ile kafes kodlamayı doğrudan birleştiren ve kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (trellis coded spatial modulation, SM-TC) olarak adlandırılan optimum bir kafes kodlamalı SM sistemi önerilmiştir [26, 27]. Bilgi bitlerinin önce bir kafes kodlayıcıdan geçirilerek SM eşleyiciye uygulandığı bu MIMO iletim sisteminde TCM tekniğinden esinlenerek kafes kodlayıcı ve SM eşleyici birlikte tasarlanmıştır. Bu yapının MIMO sistemin verici antenleri arasında anahtarlama bir çeşit sanal serpiştirme etkisi oluşturmakta ve bunun sonucunda serpiştirici kullanılmaksızın zaman çeşitlemesi elde edilebilmektedir. SM-TC yapısının öncelikle koşullu çiftsel hata olasılığı (conditional pairwise error probability, CPEP) çıkartılmış, ardından çeşitli durumlar için koşulsuz çiftsel hata olasılığı (unconditional pairwise error probability, UPEP) değerleri ilişkisiz Rayleigh sönümlemeli kanallar için hesaplanmıştır. Bunun sonucunda SM-TC yapısı için tasarım ölçütleri verilmiş ve bu ölçütlere göre 2, 3 ve 4 bit/sn/Hz bant verimlilikleri için 4, 8 ve 16-durumlu SM-TC sistemleri önerilmiştir. Bilgisayar benzetimleri ile önerilen sistemlerin uzay-zaman kafes kodlardan (space-time trellis codes, STTC) [28] ve [19]'da önerilen yapıdan hem ilişkisiz hem de ilişkili kanallarda daha iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir. Önerilen yapının STTC'lerden daha düşük kod çözme karmaşıklığına sahip olduğu da gösterilmiştir. Bu iyileşmenin bedeli ise artan verici anten sayısı olmaktadır.

SM-TC yapılarında SM eşleyici ile kafes kodlayıcı birlikte tasarlanarak oldukça güçlü kodlar elde edilmiştir. Bu yapı klasik STTC'ler gibi paralel geçişlere izin vermeyerek zaman çeşitlemesi elde edebilmektedir. Ancak SM-TC yapılarının da bazı dezavantajları bulunmaktadır. Bunların ilki SM-TC sisteminde verici anten sayısının iki, dört, sekiz gibi ikinin tam katı olması gerekliliğidir. 3 – 4 bit/sn/Hz gibi bant verimliliklerine ulaşmak içinse sekiz verici antene gereksinim vardır ki bu da sistem maliyetinde artışa neden olmaktadır. SM-TC yapıların diğer bir dezavantajı ise bu kodların sistematik olarak tasarlanamamasıdır. Diğer bir deyişle, güçlü bir SM-TC kodunun elde edilebilmesi için ayrıntılı kafes kod tasarım işlemleri gerekmektedir.

SM-TC yapılarının sözü edilen bu dezavantajlarını gidermek için üstün-dik kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (super-orthogonal trellis coded spatial modulation, SOTC-SM) olarak adlandırılan yeni bir STTC türü önerilmiştir [29]. Bu yapıda, STBC-SM matrislerine küme bölmeleme tekniği uygulanarak STBC-SM kafes kodlama ile birleştirilmiş ve 2 – 4 bit/sn/Hz bant verimlilikleri için 2, 4 ve 8-durumlu yeni kafes kodların tasarlanması için sistematik yaklaşımlar sunulmuştur. Önerilen kodlar hem SOSTTC'ler gibi diklik koşulunu sağlarken hem de işaret uzayını genişletmeyerek verici maliyetini arttırmamaktadır. Dik STBC'leri parametrize ederek kafes kodun dallarına yerleştirilecek dik matrisleri elde eden klasik SOSTTC'lerin zıttına önerilen yapıda anten düzlemi SM tekniği ile genişletilmektedir. Önerilen kodlar ile SOSTTC'ler aynı minimum kod kazanç uzaklığı (CGD) değerlerine sahip olsalar da, anten bölgesine yayılım, SOTC-SM yapıların uzaklık spektrumunu hatırı sayılır derecede iyileştirerek hata başarımında üstünlük sağlamaktadır. Uzaklık spektrumundaki bu iyileşme ise uzun hata olayları için elde edilen çeşitleme derecesinin çekirdek STBC'nin çeşitleme derecesini aşmasından kaynaklanmaktadır. Önerilen SOTC-SM yapısının çiftsel hata olasılığı elde edilmiş, ve yaklaşık bir bit hata olasılığı ifadesi verilmiştir. Basitleştirilmiş bir alıcı yapısı sunulmuş olup, işlemsel karmaşıklığı ayrıntılı bir biçimde incelenmiştir. Bilgisayar benzetimleri sonucu önerilen yapıların SOSTTC'ler ve SM-TC yapılarından daha iyi hata başarımı sağladıkları gösterilmiştir.

Tezin son aşamasında ise SM sisteminin hata başarımı kanal kestirim hataları altında incelenmiştir [30]. Kanal kestirim hatalarının SM ve SSK sistemleri üzerine etkisi

daha önce literatürde bazı araştırmacılar tarafından incelenmiştir. [31]'de SM'nin, [11,23] çalışmalarında ise SSK'in kanal kestirim hataları altındaki başarımı bilgisayar benzetim sonuçları ile ilk kez incelenmiştir. Ardından [12]'de SSK sistemin kısmi CSI ile başarımı analitik teknikler ile araştırılmıştır. Güncel bir çalışma olan [16]'da ise aynı yazarlar analizlerini daha da geliştirerek kusurlu kanal bilgisi durumunda SSK sisteminin hata başarımını ayrıntılı bir şekilde ele almışlardır. Ancak SM sisteminin başarımı kusurlu CSI durumunda daha önce literatürde incelenmemiş olup bu güncel ve ilginç konunun aydınlatılması hedeflenmiştir. Bu amaçla SM sistemin kusurlu CSI durumu için çiftsel hata olasılığı (pairwise error probability, PEP) çıkarımları yapılmış, kanal kestirim hataları durumuna ilişkin kanal modeli verilmiş, ardından ortalama bit hata olasılığı (average bit error probability, ABEP) M -PSK ve M -QAM işaret uzayları için hesaplanmıştır. Son olarak bilgisayar benzetimleri ile analitik sonuçların uygunluğu test edilmiş ve V-BLAST ile karşılaştırmalar sunulmuştur.

Bu çalışmanın bölümleri şu şekildedir: Bölüm 2'de tezde ele alınan telsiz iletişim modeli kısaca anlatılmıştır. Bölüm 3'te SM sistemi ayrıntılı bir şekilde tanıtılmış ve son yıllarda bu alanda yapılan çalışmalar gözden geçirilmiştir. Bölüm 4'te ise SM sistemin kanal kestirim hataları altındaki başarımı incelenmiştir. Bölüm 5'te doktora çalışmalarının başlangıcında önerilen STBC-SM sistemi sunulmuştur. SM-TC adıyla önerilen kafes kodlamalı yeni sistem Bölüm 6'da verilmiştir. SOTC-SM sistemleri ise Bölüm 7'de sunulmuştur. Bölüm 8'de ise bu çalışmanın sonuçları verilmiştir.

Gösterim: Kalın büyük harfler matrisler için, kalın küçük harfler ise vektörler için kullanılmıştır. $(\cdot)^*$, $(\cdot)^T$ ve $(\cdot)^H$ sırasıyla karmaşık eşleniği, evriği ve Hermisyen eşleniği, $\|\cdot\|$, $\det(\cdot)$, $\text{rank}(\cdot)$ ve $\text{tr}(\cdot)$ sırasıyla bir matrisin Frobenious normunu (ya da bir vektörün Öklit normunu), determinantını, rankını ve izini, $C(\mathbf{A})$, \mathbf{A} 'nın sütun uzayını ve $\lambda_i^{\mathbf{A}}$, \mathbf{A} 'nın i . özdeğerini, $\mathbf{A}(p,q)$, \mathbf{A} matrisinin p . satır ve q . sütunundaki elemanını, $\mathbf{0}_{m \times n}$, tüm elemanları sıfır olan $m \times n$ boyutlu bir matrisi, $\Re\{x\}$, karmaşık x değişkeninin gerçel kısmını, $n(\eta)$, η kümesindeki elemanların sayısını, ξ , M elemanlı karmaşık işaret uzayını göstermektedir. \mathbb{R} ve \mathbb{C} , sırasıyla gerçel ve sanal sayıların kümesini temsil etmektedir. $E\{\cdot\}$ beklenen değeri ve $\text{Pr}(\cdot)$ ise bir olayın olasılığını göstermektedir. Bir X rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk işlevi (p.d.f.) $f(x)$ ile gösterilmiştir. $\mathcal{N}(m_X, \sigma_X^2)$, m_X ortalama ve σ_X^2 varyanslı

Gauss dağılımını, $\mathcal{CN}(0, \sigma_X^2)$ ise dairesel simetrik karmaşık Gauss dağılımını ve $Q(\cdot)$ standart Gauss dağılımının kuyruk olasılığını göstermektedir. $\binom{n}{k}$, $\lfloor x \rfloor$ ve $\lceil x \rceil$ sırasıyla binom katsayısını, x 'den küçük ya da eşit en büyük tam sayıyı ve x 'den büyük ya da eşit en küçük tam sayıyı göstermektedir. $\lfloor x \rfloor_{2^p}$ ise x 'den küçük ya da eşit ve ikinin kuvveti olan en büyük tam sayıyı göstermektedir. A_1 'den A_n 'e kadar olan kümelerin birleşimi ise $\bigcup_{i=1}^n A_i$ şeklinde yazılmaktadır.

2. TELSİZ İLETİŞİM KANALLARI VE ÇEŞİTLEME

Bu bölümde, telsiz iletişim kanalları ve sönümlenme incelenmiş, çeşitleme ve çeşitleme teknikleri kısaca anlatılmış, çalışma boyunca kullanılan MIMO kanal modeli verilmiştir. Sonraki bölümlerde kullanılacak bazı temel kavramlar gözden geçirilmiştir.

2.1 Toplamsal Beyaz Gauss Gürültülü (AWGN) Kanal

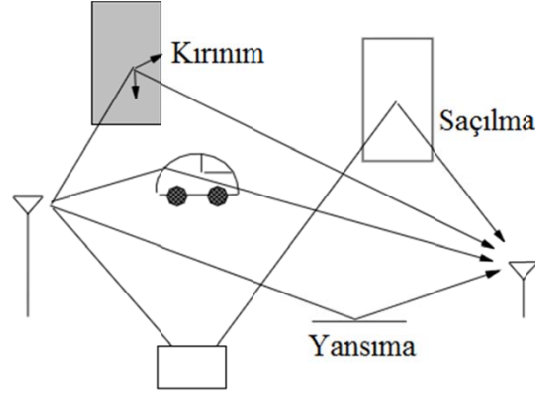
Bir sayısal iletişim sistemi için kullanılabilecek en basit kanal tipi toplamsal beyaz Gauss gürültülü (additive white Gaussian noise, AWGN) kanaldır [32]. İletişim sistemlerinin modellenmesinde AWGN kanallarının kullanılmasının nedeni ısı gürültünün varlığıdır. Isıl gürültünün temel spektral karakteristiği güç spektral yoğunluğunun tüm frekanslarda aynı olmasıdır ki beyaz terimi bu amaçla kullanılmaktadır. Bir AWGN kanalda, iletilen işaretlerin işaret uzayında birbirinden istatistiksel olarak bağımsız Gauss rastlantı değişkenlerinden etkilendiği kabul edilir. Gauss dağılımına sahip rastlantı değişkeni w olmak üzere, bu rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk işlevi

$$f(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} e^{-\frac{(w-m_w)^2}{2\sigma_w^2}} \quad -\infty \leq w \leq \infty \quad (2.1)$$

şeklinde verilir. Burada m_w ortalamayı, σ_w^2 ise varyansı göstermektedir. Toplamsallıktan gürültünün iletilen işaretin üzerine doğrudan eklenmesi ve çarpıcı etkenlerin söz konusu olmaması anlaşılmaktadır.

2.2 Telsiz Kanallar ve Sönümlenme

Birçok fiziksel kanal için uygun olan AWGN kanal modeli, iletim karakteristikleri zamanla değişen telsiz iletişim kanalları üzerinden işaret iletimi söz konusu olduğunda yeterli değildir [33]. Böyle durumlarda, kanalın zamanla değişen davranışını karakterize edecek daha genel matematiksel modellere gereksinim vardır. Telsiz kanalların en ayırt edici özelliği verici ve alıcı arasında birden çok yol olmasıdır [34, 35]. Bu çeşitli yolların varlığı dolayısıyla iletilen işaretin birden çok versiyonu alıcıya



Şekil 2.1: Bir telsiz iletişim kanalındaki farklı iletim yolları.

ulaşmaktadır. Şekil 2.1’de bir telsiz iletişim kanalındaki değişik iletim mekanizmaları gösterilmiştir.

Alıcı ve verici arasında doğru bir yol varsa bu hatta doğrudan görüş hattı (line of sight, LOS) adı verilir. Ancak LOS hattı olmadan da elektromanyetik dalgalar, vericiden alıcıya ulaşabilmektedir. Bir elektromanyetik dalga, dalga boyundan çok daha büyük bir nesneye çarptığı zaman yansımaktadır (reflection). İletilen dalga, çevredeki birçok büyük nesneden yansıyarak farklı zamanlarda ve farklı güçlerde alıcıya varabilir. Diğer bir iletim mekanizması ise kırınımdır (diffraction). Elektromanyetik dalgalar sivri uçlu nesnelere çarptıklarında kırınıma uğrarlar. Son olarak bir elektromanyetik dalga, dalga boyundan daha küçük bir nesneye çarptığı zaman ise saçılmaktadır (scattering).

Yukarıda bahsedilen iletim mekanizmalarının doğal bir sonucu olarak alınan işaretin telsiz kanala özgü bazı özellikleri olmaktadır. Bu etkiler alınan işaretin gücünü iki farklı şekilde etkileyebilir. Bunların ilki, işaret gücünün uzun mesafelerde değiştiği geniş ölçekli etkidir. Bu etkiye, zayıflama (attenuation), yol kaybı (path loss) ya da geniş ölçekli sönümleme (large-scale fading) adı verilmektedir. Diğer etki ise alınan işaret gücünün çok kısa mesafelerde ve/veya zaman aralıklarında değiştiği küçük ölçekli sönümlemedir (small-scale fading). Küçük ölçekli sönümlemeye kısaca sönümleme de denmektedir. Sönümlemeli kanallar çok yollu zaman gecikmesi açısından düz ve frekans seçici, Doppler yayılımına göre de yavaş ve hızlı olarak sınıflandırılmaktadır [35]. Buna göre dört farklı tip sönümlemeli kanalın varlığı söz konusudur:

- Düz (Frekans seçici olmayan) yavaş sönümlenmeli kanal: İşaretin bant genişliği kanalın uyumluluk bant genişliğinden küçüktür ve işarete ilişkin modülasyon aralığı da kanalın uyumluluk zamanından küçüktür.
- Düz (Frekans seçici olmayan) hızlı sönümlenmeli kanal: İşaretin bant genişliği kanalın uyumluluk bant genişliğinden küçüktür ve işarete ilişkin modülasyon aralığı da kanalın uyumluluk zamanından büyüktür.
- Frekans seçici yavaş sönümlenmeli kanal: İşaretin bant genişliği kanalın uyumluluk bant genişliğinden büyüktür ve işarete ilişkin modülasyon aralığı da kanalın uyumluluk zamanından küçüktür.
- Frekans seçici hızlı sönümlenmeli kanal: İşaretin bant genişliği kanalın uyumluluk bant genişliğinden büyüktür ve işarete ilişkin modülasyon aralığı da kanalın uyumluluk zamanından büyüktür.

Burada, uyumluluk bant genişliği (coherence bandwidth) kanalın düz olarak görülebileceği frekans bölgelerinin istatistiksel bir ölçüsü olup kanalın zamanda yayımlı doğasını açıklar. Uyumluluk zamanı (coherence time) ise kanalın zamanla değişen doğasını açıklayan bir parametre olup Doppler yayılım frekansı ile ters orantılıdır. Bu çalışmada kullanılacak olan telsiz kanal modeli düz (frekans seçici olmayan) yavaş sönümlenmeli kanaldır.

Bir telsiz iletişim sisteminde alınan işaret gücünün değişimini incelemek için bazı istatistiksel modellere gereksinim vardır. Düz sönümlenmeli, LOS hattının olmadığı durumu ele alalım. I adet iletim yolunun olduğu çok yollu telsiz kanalı ele alacak olursak, iletilen işaretin frekansı f_c olmak üzere alınan işaret,

$$r(t) = \sum_{i=1}^I a_i \cos(2\pi f_c t + \varphi_i) + \eta(t) \quad (2.2)$$

şeklinde verilir. Burada, a_i ve φ_i sırasıyla i . bileşenin genlik ve faz değerleri ve $\eta(t)$ de Gauss gürültüsüdür. (2.2)'deki cos terimi açılırsa,

$$r(t) = \cos(2\pi f_c t) \sum_{i=1}^I a_i \cos(\varphi_i) - \sin(2\pi f_c t) \sum_{i=1}^I a_i \sin(\varphi_i) + w(t) \quad (2.3)$$

elde edilir. $A = \sum_{i=1}^I a_i \cos(\varphi_i)$ ve $B = \sum_{i=1}^I a_i \sin(\varphi_i)$ olmak üzere bu terimler I adet terimin toplanması ile elde edilmiştir ve merkezi limit teoremine göre büyük I değerleri için A ve B değişkenleri istatistiksel bağımsız eş dağılımlı (independent identically distributed, i.i.d) Gauss rastlantı değişkenleri olarak kabul edilebilir. A ve B i.i.d sıfır ortalamalı Gauss rastlantı değişkenleri olduğundan alınan işaretin zarfı $\sqrt{A^2 + B^2}$ Rayleigh dağılımına sahiptir. Rayleigh dağılımlı bir rastlantı değişkeninin p.d.f'i

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma^2}\right), \quad r \geq 0 \quad (2.4)$$

olup burada σ^2 , A ve B rastlantı değişkenlerinin varyansıdır. (2.2) ve (2.3)'teki alınan işaretler alıcının ilk bölümündeki analog işaretlerdir. Ancak biz uyumlu süzgeç ve örnekleme devresi çıkışındaki temelbant sayısal işaretle ilgilendiğimizden aşağıdaki iletim modeli kullanılmıştır:

$$r_t = h s_t + w_t \quad (2.5)$$

Burada r_t demodülasyon sonucu uyumlu süzgecin çıkışı, h karmaşık Gauss rastlantı değişkeni, s_t ve w_t ise iletilen işaret $s(t)$ ve gürültü işareti $w(t)$ 'nin ayrık zamanlı biçimleridir. h 'nin gerçel ve sanal kısımları sıfır ortalamalı Gauss rastlantı değişkenleri olduğundan genliği $|h|$ Rayleigh dağılımlıdır. (2.5)'de verilen model düz sönümlenmeli kanal modelidir. Burada h yol kazancı, w_t ise Gauss gürültüsü olarak adlandırılır. Bu çalışmada Rayleigh sönümlenmeli kanal modeli kullanılacaktır. (2.5)'te $h = 1$ alınarak AWGN kanala ilişkin model elde edilebilir.

2.3 Çeşitleme

Gauss kanalın zıttına (2.5)'te verilen sönümlenmeli kanal modeli alınan güçte çok önemli düşüşlere neden olmaktadır. Alınan güçteki bu değişim 20, 30 dB'yi bile aşabilmektedir. Isıl gürültünün gücü alıcıda çok sık değişmediği için alıcıdaki anlık işaret-gürültü oranı (signal to noise ratio, SNR), (2.5) uyarınca çok sert biçimde sönümlenebilir. İletişimin sağlıklı bir şekilde sürebilmesi için alınan SNR'ın belli bir eşiğin üzerinde kalması gerekmektedir. Çeşitlemenin (diversity) temel amacı iletilen işaretin birden fazla kopyasının alıcıya iletilmesidir. Bu kopyaların birbirlerinden farklı olarak sönümlenmesi sonucu, hepsinin birden aşırı sönümlenme olasılığı oldukça düşecektir ki bu da iletişimin güvenilirliğini arttıracaktır. Alıcı, bu kopyaları

birleştirecek ya da en güçlüsünü seçerek gönderilen işareti çözebilecektir. Çeşitleme ya da çeşitleme kazancı (G_d), alınan SNR (ρ) ve hata olasılığı (P_e) arasındaki şu eşitlikle verilir:

$$G_d = - \lim_{\rho \rightarrow \infty} \frac{\log(P_e)}{\log(\rho)}. \quad (2.6)$$

Burada P_e , ρ alınan SNR değerindeki hata olasılığıdır. Diğer bir deyişle logaritmik bir düzlemde çeşitleme kazancı, artan SNR'la birlikte hata eğrisinin eğimini belirlemektedir. Burada göz önünde bulundurulması gereken iki önemli olgu vardır. Bunlardan ilki, vericinin iletilmek istenen işaretin kopyalarını alıcıya güç, kod çözme karmaşıklığı ve bant genişliği gibi etkenleri göz önünde bulundurarak nasıl göndereceği, ikincisi ise alıcının iletilen işaretlerin bu değişik versiyonlarını nasıl birleştireceğidir. Bu çalışmanın temel konusu olan uzaysal modülasyon teknikleri, verinin birden fazla verici anten üzerinden nasıl gönderilebileceğiyle ilgilenmektedir.

2.4 Uzay-Zaman Kodlama (STC)

Uzay-zaman kodlama (space-time coding) MIMO kanalların kuramsal sığa sınırlarına ulaşmayı hedefleyen bir pratik işaret tasarım tekniğidir [28]. Uzay-zaman kodlama, iletilen işaretlerin hem uzayda hem de zamanda yayılması ilkesine dayanmaktadır. Böylece aynı zamanda hem çeşitleme hem de kodlama kazançları elde edilebilmektedir. Uzay-zaman kodlamanın temelleri 1998 yılında Tarokh, Seshadri ve Calderbank tarafından atılmıştır [36]. Yine aynı yıl içerisinde Alamouti tarafından yapılan öncü çalışmanın [3] ardından geçen yıllar içerisinde uzay-zaman kodlama teknikleri üzerine oldukça yoğun araştırmalar yapılmıştır. Genel olarak uzay-zaman kodlama, uzay-zaman kafes kodlama (space-time trellis coding, STTC) ve uzay-zaman blok kodlama (space-time block coding, STBC) olarak ikiye ayrılmaktadır. İlk olarak [5]'te önerilen uzay-zaman kafes kodları, modülasyon ile kafes kodlamayı birleştirerek veriyi MIMO kanal üzerinden iletir. Dolayısıyla STTC'ler MIMO kanallar için çeşitlemenin yanında kodlama kazançları da sağlayan bir çeşit kafes kodlamalı modülasyon (trellis coded modulation, TCM) sistemi olarak düşünülebilir [34]. Uzay-zaman blok kodlama ise çoklu verici antenler için çeşitleme sağlayan ve düşük kod çözme karmaşıklıklı bir iletim yapısı olarak görülebilir.

2.4.1 Uzay-zaman kod tasarım ölçütleri

\mathbf{X} iletilen, $\hat{\mathbf{X}}$ da çözülen kod sözcük matrisi olmak üzere $(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$ 'ın minimum rankı r ile gösterilsin. Burada \mathbf{X} ve $\hat{\mathbf{X}}$ 'nın boyutları $T \times n_T$ olup n_T verici anten sayısını, T de kullanılan zaman aralıklarının sayısını göstermektedir. Eğer \mathbf{X} ve $\hat{\mathbf{X}}$ 'ın tüm olası değerleri için $(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$ tam ranklı ise, yani $r = n_T$ ise, bu uzay-zaman kodu tam çeşitlemelidir ve bu durumda elde edilen çeşitleme kazancı n_R de alıcı anten sayısını göstermek üzere $n_T n_R$ 'dir. Tam çeşitlemeli bir uzay-zaman kodu için, en kötü durum çiftsel hata olasılığı (pairwise error probability, PEP) değerinin bağlı olduğu bir diğer parametre ise,

$$\delta_{\min} = \min_{\mathbf{X} \neq \hat{\mathbf{X}}} \det \left[(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H \right] \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlanan minimum determinanttır. Rank ve determinant ölçütleri [36], sırasıyla çeşitleme ve kodlama kazançlarının maksimize edilmesini gerektirirler. Burada dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta ise, çeşitleme kazancının hata eğrisinin eğimini belirlemesinden dolayı daha baskın olmasıdır. Tam çeşitlemeden emin olduktan sonra, δ_{\min} değeri maksimize edilerek en iyi hata başarımı garanti edilebilir.

2.4.2 Uzay-zaman blok kodları (STBC)

Uzay-zaman blok kodları, sönmülemenin bozucu etkileri altında sağladıkları yüksek başarımlar ve kod çözme yapılarının basitliği dolayısıyla uzay-zaman kafes kodlara göre günümüzde birçok telsiz iletişim standardına girmiştir ve birçok gelecek nesil telsiz iletişim standardında da vazgeçilmez bir araç olarak karşımıza çıkmaktadır. Bundan dolayı, uzay-zaman blok kodlamanın temelini oluşturan ve 1998 yılında Siavash M. Alamouti [3] tarafından yapılan öncü çalışmanın ardından geçen yıllar içerisinde birçok araştırmacı uzay-zaman blok kodlar üzerinde oldukça yoğun çalışmalarda bulunmuşlardır ve günümüzde de bu süreç aynı hızla devam etmektedir. STBC'lerin özel bir sınıfı olan dik STBC'ler (orthogonal STBC, OSTBC) simge bazında ML kod çözmeye olanak sağladığından ve dolayısıyla doğrusal bir alıcı karmaşıklığına sahip olduklarından dikkatleri çekmektedir. Ancak bir OSTBC'nin hızının kanal kullanımı başına 3/4 karmaşık simge ile üstten sınırlandırıldığı kanıtlanmıştır [37]. Geçen yıllar

içerisinde literatürde birçok yüksek hızlı STBC önerilmiştir [5,6] ancak bu STBC'lerin kod çözme karmaşıklığı işaret kümesinin eleman sayısının üstel katlarıyla orantılı olduğundan bu kodların gelecek nesil telsiz iletişim sistemlerinde gerçeklenmelerinde bazı zorlukların ortaya çıkması söz konusudur.

2.4.3 Uzay-zaman kafes kodları (STTC)

Uzay-zaman blok kodlar, basit bir kod çözme algoritması ile olası maksimum çeşitleme derecesini elde etmektedir. Ancak STBC'ler ile ek kodlama kazançlarının elde edilmesi mümkün değildir. İlk olarak Tarokh, Seshadri ve Calderbank tarafından [36]'da önerilen STTC'ler modülasyon ve kodlamayı MIMO kanallar için birleştirmektedir. Dolayısıyla STTC'lerin MIMO kanallar için TCM sistemleri oldukları düşünülebilir [34]. Bunun nedeni TCM sistemlerinin SISO kanallarda modülasyon ve kodlamayı birleştirerek kodlamasız sistemlere göre hatırı sayılır derecede daha iyi hata başarımı göstermesidir [17]. Bir STTC, vericide çoklu antenlerin kullanımına uygun bir biçimde kodlama teknikleri kullanarak simgelerin seri iletimine olanak sağlar. Kod çözme işlemi içinse çok boyutlu (vektörel) bir Viterbi kod çözücüne gereksinim vardır. Dolayısıyla verilen sabit bir verici sayısı için STTC'lerin alıcı karmaşıklığı bant verimliliğiyle üstel olarak artmaktadır [38]. [36]'da ilk olarak önerilen STTC'ler daha sonra Vucetic ve diğerleri tarafından özel bir kodlayıcı yapısı ile geliştirilerek değişik durum sayısı ve bant verimlilikleri için bilgisayar aramaları gerçekleştirilmiş ve en iyi kafes tasarımları elde edilmiştir [28].

3. UZAYSAL MODÜLASYON (SM)

Bu bölümde uzaysal modülasyon (SM) tekniğinin tarihsel bir perspektifinin verilmesinin ardından bu tekniğin temel çalışma ilkeleri ile avantaj ve dezavantajları ayrıntılı bir biçimde ele alınacak ve ardından bu alanda literatürde yapılan çalışmalar gözden geçirilecektir.

3.1 Tarihsel Perspektif

Son on yıl içerisinde ilgili literatür incelendiğinde uzaysal modülasyon kavramının değişik isim ve gerçeklemlerle bazı araştırmacılar tarafından ele alındığı görülmüştür [10]. Bu konuda literatürdeki ilk yayın [39] olup, bu çalışmada SSK modülasyonu adında bir sistem önerilmiştir. Bu sistemde, literatürde ilk olarak, farklı verici antenlerden gelen işaretlerdeki farklılıkların bilgi iletmek amacıyla kullanılabilceği düşünülmüştür. Ancak bu sistemde bir sonraki bölümde ayrıntılı olarak ele alınacak klasik SM'nin aksine birden çok anten aynı anda veri iletmektedir. Bir yıl sonra [40]'ta yapılan çalışmada ise ilk defa anten indislerin bilgi taşıması ilkesi düşünülmüş, ancak uzay bölgesi yerine dik frekans bölmeli çoğullama (OFDM)'dakine benzer şekilde frekans bölgesinde bir çoğullama elde edilmeye çalışılmıştır. [41] de ise yazarlar [39]'dakine çok benzer bir tekniği kullanmış ve bu sisteme kanal atlamalı modülasyon ismini vermişlerdir. SM ismi ise ilk olarak [7]'de karşımıza çıkmaktadır. [7]'deki çalışmayla birlikte SM, araştırmacılar tarafından oldukça ilgi görmüş ve ilerleyen bölümlerde ele alınacak bazı yeni sistemler önerilmiştir.

3.2 Uzaysal Modülasyonun Çalışma İlkeleri

SM, aynı anda tüm antenlerin iletimde olduğu V-BLAST gibi sistemlere seçenek olarak önerilmiş umut verici yeni bir MIMO iletim tekniğidir. n_T verici ve n_R alıcı antenden oluşan bir MIMO sistemi ele alacak olursak, u ile gösterilen ikili bilgi dizisi şu şekilde SM tekniği ile iletilmektedir. SM verici her iletim aralığında $n =$

$\log_2(Mn_T)$ bitin, ilk $\log_2(n_T)$ bitini ilişkin anten indislerine, geriye kalan $\log_2(M)$ biti de ilişkin M -PSK ya da M -QAM işaret kümesinin elemanlarına eşleyerek sadece tek bir elemanı sıfırdan farklı olan $1 \times n_T$ 'lik $\mathbf{s} = [0 \ 0 \ \dots \ s \ 0 \ \dots \ 0]$ vektörünü $s \in \xi$ olmak üzere iletmektedir. Alınan $1 \times n_R$ işaret vektörü

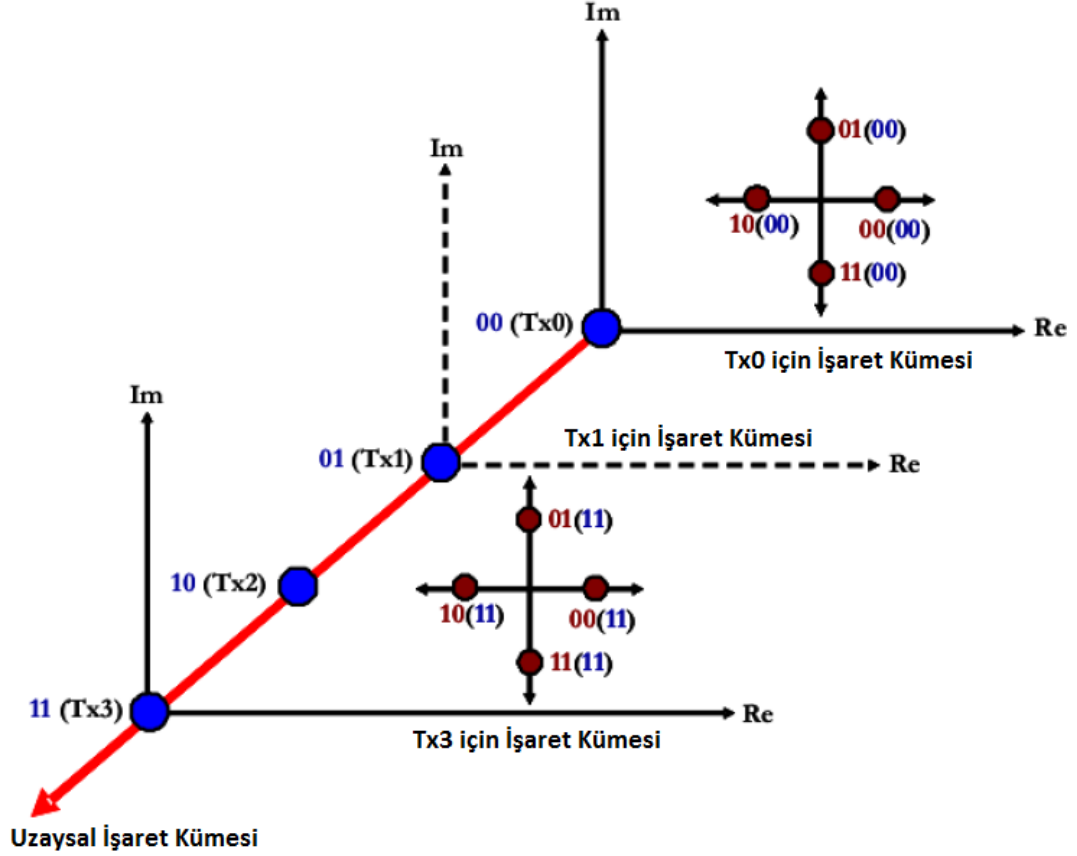
$$\mathbf{y} = \mathbf{s}\mathbf{H} + \mathbf{w} \quad (3.1)$$

biçiminde yazılabilir. Burada, \mathbf{H} ve \mathbf{w} , sırasıyla elemanları $\mathcal{CN}(0, 1)$ ve $\mathcal{CN}(0, N_0)$ dağılımına sahip bağımsız ve eş dağılımlı (i.i.d.) rastlantı değişkenleri olan, $n_T \times n_R$ boyutlu kanal matrisi ve $1 \times n_R$ boyutlu toplamsal beyaz Gauss gürültü vektörüdür. SM'nin ilk olarak önerildiği [7]'de, iletilen simge ile kullanılan anten indisine ayrı ayrı karar veren oldukça basit ancak optimum olmayan bir alıcı önerilmiştir. [9]'da ise hem ilişkin işaret kümesinin elemanlarını hem de kullanılabilir antenleri göz önüne alan optimum SM alıcısı sunulmuştur. ML sezim tekniğine göre çalışan bu alıcı, olası tüm antenleri ve ξ işaret kümesinin elemanlarını (tüm olası \mathbf{s} vektörlerini) tarayarak

$$f(\mathbf{y} | \mathbf{s}, \mathbf{H}) = (\pi N_0)^{-n_R} \exp\left(-\|\mathbf{y} - \mathbf{s}\mathbf{H}\|^2 / N_0\right) \quad (3.2)$$

olarak verilen \mathbf{y} 'nin koşullu olasılık yoğunluk işlevinin (p.d.f.) maksimum değerini veren bir $\hat{\mathbf{s}}$ vektörünü bularak, kullanılan antene ve ilişkin simgeye karar vermektedir. SM için ML sezicinin optimum olmayan seziciye göre yaklaşık 4 dB'lik bir işaret-gürültü oranı (SNR) kazancı sağladığı gösterilmiştir [9].

Yukarıda anlatıldığı üzere SM sisteminde veri taşıyan iki birim olduğundan (anten indisleri ve karmaşık işaret uzayının elemanları), SM tekniğinin iki boyutlu geleneksel işaret uzaylarını üçüncü bir boyuta (anten boyutu ya da konumsal boyut) genişlettiği düşünülebilir. Böylece SM tarafından iletilen işaret, SM tarafından oluşturulan bu üç boyutlu yeni uzayın bir elemanı gibi düşünülebilir. Üç boyutlu bu yeni uzay [10]'dan alınan Şekil 3.1'de verilmiştir. Bu şekilde görüldüğü üzere anten uzayındaki her nokta (diğer bir deyişle her bir anten indisi) birbirinden bağımsız farklı bir iki boyutlu işaret uzayı tanımlamaktadır. Bu şekilde sözü edilen bu işaret uzaylarından sadece iki tanesi gösterilmiş olup, $n_T = 4$ ve $M = 4$ (QPSK) seçilmiştir. Re ve Im sırasıyla işaret uzaylarının gerçek ve sanal eksenlerini göstermektedir. Böyle bir sistemde, gelen bilgi bitlerine göre SM, Şekil 3.1'de gösterilen 16 elemanlı uzaydan seçilen bir elemanı iletecektir.



Şekil 3.1: SM tarafından oluşturulan üç boyutlu işaret uzayı.

3.3 Uzaysal Modülasyonun Avantaj ve Dezavantajları

SM tekniğinin geleneksel MIMO iletim sistemlerine göre üstünlükleri şu şekilde sıralanabilir:

1. SM'de kanallar arası girişim tamamen ortadan kaldırılmıştır. Dolayısıyla bu sistemin alıcısı, V-BLAST gibi MIMO sistemlerin alıcısına göre karmaşık girişim yok edici algoritmalara gereksinim duymayacağı için daha basittir.
2. Bu sistemde belli bir anda sadece tek bir antenin iletimde olması dolayısıyla vericide gerekli radyo frekans (RF) katlarının sayısı kuramsal olarak tektir ancak pratikte bazı problemlerle karşılaşılabilir.
3. SM'de antenler arası eş zamanlamaya gereksinim yoktur.
4. SM sistemi için alıcı anten sayısında V-BLAST'takinden farklı olarak, herhangi bir alt sınır yoktur. Diğer bir deyişle $n_R < n_T$ için de SM sorunsuz bir şekilde çalışabilmektedir.

5. SM sisteminde anten indisleriyle ek bilgi bitleri iletildiği için, artan verici anten sayısı ile birlikte SM sisteminin bant verimliliği logaritmik olarak artmaktadır.
6. Bir sonraki bölümde anlatılacak SSK sistemi ile SM yapısının karmaşıklığını daha da düşürmek mümkündür.

SM tekniğinin geleneksel MIMO iletim sistemlerine göre bazı dezavantajları ise şu şekilde sıralanabilir:

1. Verici ile alıcı arası kanallar yeterince farklı değilse (ilişkiliyse) SM'nin hata başarımı kötüleşmektedir.
2. Alıcı, veri sezimi için kusursuz bir kanal bilgisine gereksinim duyar¹.
3. V-BLAST ile karşılaştırıldığında artan anten sayısı ile birlikte bant verimliliği doğrusal bir biçimde artmamaktadır. Dolayısıyla SM sistemiyle V-BLAST sistemi ile ulaşılan yüksek bant verimliliklerine ulaşmak için gereken anten sayısı kabul edilebilir sınırların çok ötesine çıkabilir. Anten sayısı kabul edilebilir sınırlarda tutulduğunda ise SM sisteminin kullandığı işaret kümesinin eleman sayısı arttırılmalıdır ki bu da hata başarımını kötüleştirir.

3.4 Literatürdeki Son Gelişmeler

Bu bölümde literatürde son zamanlarda önerilen bazı SM ve benzeri sistemler incelenmiştir.

3.4.1 Uzay kaydırmalı anahtarlama (SSK) ve bu alandaki son çalışmalar

SSK modülasyonu, SM'nin genlik ve faz modülasyonlarının göz önüne alınmadığı özel bir şeklidir [11]. Dolayısıyla SSK sisteminde bilgiyi ileten sadece tek bir birim olup bu da anten indisleridir. Böylece SSK sistemin bant verimliliği $\log_2(n_T)$ bit/sn/Hz olup SM sisteminin bant verimliliğinden $\log_2(M)$ bit/sn/Hz daha düşüktür.

¹ [10]'da SM'nin çalışabilmesi için kusursuz kanal bilgisine gereksinim duyduğu aksi durumda SM sisteminin başarımında ciddi kötüleşmeler olabileceği ortaya atılmıştır. Ancak gerek literatürdeki bazı yeni çalışmalar, gerekse bu tezde Bölüm 4'te yapılan analizler sonucu SM üzerindeki bu genel kanının gerçek dışı olduğu tanıtılmıştır.

Ancak genlik ve faz modülasyonlarının ortadan kaldırılması SSK'ye şu gibi yararlar sağlamaktadır.

1. Kod çözme karmaşıklığı SM'e göre daha düşük olup, SSK'nin başarımı SM'e oldukça yakındır.
2. Darbelerin genlik ve fazları bilgi taşımadığı için SSK'nin verici-alıcı yapısı daha da basitleşmektedir (eş zamanlı olmayan alıcılar kullanılabilir).
3. SSK, basit yapısı sayesinde ultra wide band (UWB) gibi teknolojilere basitçe entegre edilebilir.

[11]'de, SSK sisteminin başarımı ayrıntılı bir biçimde incelenerek SSK'nin başarımının artan verici anten sayısı ile birlikte kötüleştiği gösterilmiştir. Artan alıcı sayısı ile birlikte ise doğal olarak SSK'in hata başarımı iyileşmektedir. [22]'de ise SSK sistemi birden çok verici anten aynı anda etkin olacak şekilde geliştirilerek genelleştirilmiş SSK (generalized SSK, GSSK) olarak adlandırılan bir yapı önerilmiştir. Bu çalışmada uzaysal kümede bir optimizasyon yapılarak hata olasılığı minimuma indirilmeye çalışılmıştır. Ancak bu yöntemde kullanılacak RF katlarının sayısı SM ve SSK sistemlerine göre daha fazladır.

[12]'de yazarlar SSK'nin kısmi kanal durum bilgisi (partial channel state information, CSI) altında hata başarımını incelemiştir. Bu çalışmada alıcıda faz bilgisiz çalışın optimum sezici önerilerek, hata başarımı kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. [13]'te ise aynı yazarlar öncelikle ilişkili Rician sönümlenmeli kanallarda SSK'nin hata başarımını incelemiştir. Ardından yine bu çalışmada "time-orthogonal signal design (TOSD-) assisted SSK (TOSD-SSK)" olarak adlandırılan bir teknik ile verici çeşitlemesi elde etmenin mümkün olduğunu göstermişlerdir. Bu çalışmada $2 \times n_R$ bir MIMO kanalda ($2 \times n_R$). dereceden çeşitleme sağlanabildiği belirtilmiştir.

Oldukça yeni yapılan bir çalışmada ise SSK modülasyonunun kanal kestirim hataları altındaki başarımı incelenmiştir [42]. Bu çalışmada SSK'nin kanal kestirim hatalarına karşı genel kanının zıttına oldukça dirençli olduğu gözlemlenmiştir.

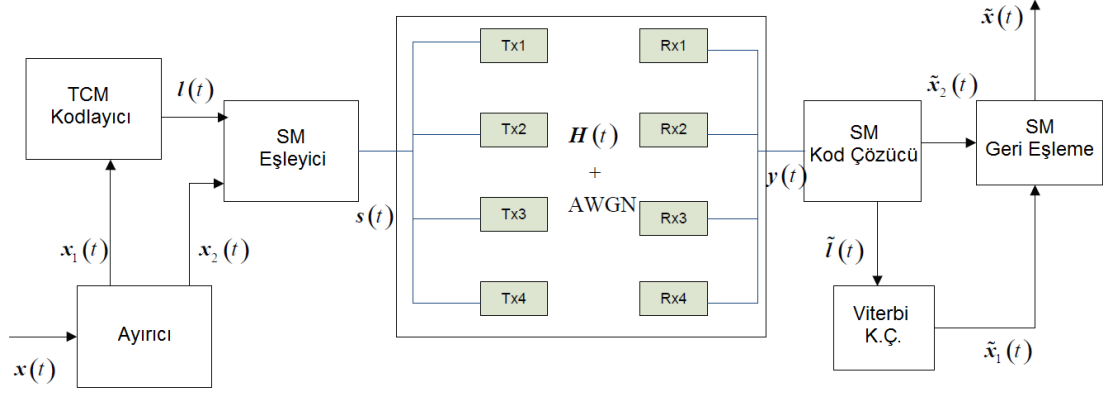
[14]'te SSK sisteminin başarımı fırsatçı güç paylaşırma ile iyileştirilmeye çalışılmıştır. Bu çalışmada 2×1 bir MIMO kanal örnek olarak alınarak SSK'in başarımı, verici

antenlerin etkin olduklarında aynı güçler yerine farklı güçleri iletmesi durumu için incelenmiştir.

[15]'te ise SSK sisteminin başarımı çoklu erişim girişiminin olduğu MIMO kanallar için ayrıntılı bir biçimde incelenmiştir. Bu durum için alıcı yapıları önerilerek başarımları incelenmiştir.

3.4.2 Kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (TCSM)

SM'i öneren yazarlar, [18] ve [19]'da kafes kodlamalı modülasyonun [17] temel ilkesini kısmen SM'e uygulayarak kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (trellis coded spatial modulation, TCSM) olarak adlandırdıkları bir sistem önermişlerdir. Dört verici antenli bir MIMO sistem için bu TCSM yapısının blok şeması Şekil 3.2'de gösterilmiştir. Bu sistemde, belli bir t anında, vericiye gelen bir bilgi biti dizisi $x(t)$ öncelikle $x_1(t)$ ve $x_2(t)$ şeklinde iki ayrı diziye ayrılmaktadır. İkinci dizi $x_2(t)$ doğrudan SM eşleyiciye verilirken, ilk dizi $x_1(t)$ öncelikle dört durumlu bir katlamalı kodlayıcıdan (TCSM sistemi için bu katlamalı kodlayıcı $R = 1/2$ oranlı olup, $\begin{bmatrix} 5 & 2 \end{bmatrix}$ sekizli üreteç matrisine sahiptir) ardından da bir rastgele serpiştiriciden geçirildikten sonra SM eşleyiciye verilmektedir. SM eşleyici ise ilk dizinin kodlanmış bitlerini ($l(t)$) modüle ederek etkin verici anten indisini, ikinci dizinin kodlanmamış bitlerini ($x_2(t)$) modüle ederek de ilişkin işaret uzayı simgesini belirleyerek MIMO kanala verilecek $s(t)$ SM simgesini belirler. Diğer bir deyişle, önerilen bu yapıda kafes kodlama sadece anten indislerini belirleyen bitleri kodlamak amacıyla kullanılmıştır. Böylece bu yapı ile TCM tekniği SM ile birlikte kullanılarak verici anten kümesinde bir bölmeleme işlemi gerçekleştirilmiştir. Verici antenlerin kümesine bu bölmeleme işlemi uygulanırken aynı alt kümedeki antenler arası fiziksel uzaklığın maksimize edilmesi amaçlanmıştır. Alıcı tarafında ise Bölüm 3.2'de anlatılan optimum bir SM kod çözücü ile öncelikle ilişkin anten indisi ve veri simgesi çözümlenerek ilişkin bitlere geri eşleme gerçekleştirilir. Ardından anten indislerinin kestirimlerinden elde edilen kodlanmış bitler ($\tilde{l}(t)$) için sert kararlı bir Viterbi kod çözücü kullanılır ve ilişkin giriş dizisi bitlerinin ikinci kısmına ($\tilde{x}_2(t)$) karar verilir. Karar verilen bu bitlerle demodülasyon sonucu edilen kodlanmamış bitler ($\tilde{x}_1(t)$) bir araya getirilerek girişteki bit dizisinin bir kestirimi ($\tilde{x}(t)$) elde edilir. Şekil 3.2'de gösterilmemiş olsa da anten



Şekil 3.2: TCSM Sisteminin blok şeması, QPSK, $n_T = 4$ ve 3 bit/sn/Hz.

indislerini belirleyen bitler için verici tarafında rastgele bir serpiştirici, alıcı tarafında ise bu bitlerin kestirimleri için rastgele bir geri serpiştirici kullanılmaktadır.

TCSM sisteminin çalışma ilkesini daha iyi anlayabilmek için şu şekilde basit bir örnek verebiliriz. Şekil 3.2’de QPSK modülasyonunun kullanıldığını varsayalım ve basitlik açısından serpiştirme işlemini göz önüne almayalım. Böylece her iletim aralığında vericiye üç bilgi biti gelmektedir. Bu üç bitin ilk ikisi doğrudan QPSK işaret uzayından bir veri simgesini seçmektedir. Geriye kalan son bilgi biti de $R = 1/2$ oranlı katlamalı kodlayıcıdan geçirildikten sonra elde edilen kodlanmış iki bitle dört verici antenli MIMO sistem için ilişkin verici antenin indisi belirlenir. Böylece SM tarafından iletilecek işaret oluşturulmuş olur. Her bir iletim aralığında dört bit, QPSK ve $n_T = 4$ için SM tekniği ile iletiliyor olsa da kafes kodlama dolayısıyla bu sistemin bant verimliliği 3 bit/sn/Hz olmaktadır.

TCSM sisteminin hata başarımı [19]’da Rician sönümlmeli ve uzaysal ilişkili kanallarda ayrıntılı bir biçimde incelenerek ortalama bit hata olasılığı için sıkı bir üst sınır çıkartılmıştır. Bu çalışmada ayrıca SM, turbo kodlama ile de birleştirilmiştir. Yine sert kararlı Viterbi kod çözücü kullanan kodlanmış V-BLAST ve Alamouti koduna göre önerilen bu sistemin özellikle uzaysal ilişkili ve LOS hattının bulunduğu Rician sönümlmeli kanallarda referans sistemlerden daha iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir. Ancak TCSM sisteminin ilişkisiz Rayleigh sönümlmeli kanallarda hata başarımı, kodlanmamış SM’e göre daha kötü olmaktadır ve bu olumsuz durum TCSM sistemi tarafından sağlanan kodlama kazancının sadece ilişkili kanallarda etkili olduğu belirtilerek açıklanmaktadır [18, 19]. Diğer bir deyişle, sadece ilişkin anten indislerini

belirleyen bitlerin kodlandığı TCSM sistemi, MIMO sistemin verici antenleri ilişkisiz olduğunda hiç bir getiri sağlamamaktadır. Buradan yazarların TCSM sistemini, klasik SM'nin sadece ilişkili kanallarda hata başarımını iyileştirmek amacıyla önerdikleri sonucuna varmaktayız. Ayrıca TCSM sistemi, klasik SM sistemine göre sadece ek bir kodlama kazancı sağlamakta ve SM ile verici çeşitlemesi sağlayamamaktadır.

Yukarıda ayrıntılı bir şekilde ele alınan TCSM sisteminin ilişkili ve ilişkisiz Rayleigh sönmülemeli kanallardaki hata başarımına ait benzetim sonuçları ilerleyen bölümlerde verilecektir.

3.4.3 Literatürdeki diğer gelişmeler

[23]'te yazarlar uzay-zaman kaydırmalı anahtarlama (space-time shift keying, STSK) olarak adlandırılan bir teknik önermişlerdir. Bu tekniğin temel ilkesi bir MIMO sistemde gelen bilgi bitlerine göre bir grup uzay-zaman yayılım matrisi (dispersion matrix) içerisinden bir seçim yapılarak iletimin gerçekleştirilmesidir. Bu yapının SM ve SSK'yi özel durumlar olarak içerisinde bulundurduğu da gözlemlenmiştir. Klasik SM'nin zıttına STSK sisteminin verici çeşitlemesi de sağladığı gösterilmiştir. Yine aynı çalışmada yazarlar farksal STSK (differential STSK, DSTSK) olarak adlandırılan ve alıcıda kanal durum bilgisine gereksinim duymayan bir sistem de önermişlerdir. Son olarak yazarlar önerilen STSK sistemine turbo kodlama uygulayarak başarımını incelemişlerdir. Aynı yazarlar yakın zamanda [43]'te STSK sistemini genelleştirerek genelleştirilmiş STSK (generalized STSK, GSTSK) sistemini önermişlerdir. Bu çalışmada STSK yapısı, yine belli bir sayıda yayılım matrisi içerisinden bu sefer çoklu seçimler yapılacak şekilde geliştirilmiştir. GSTSK yapısının SM, SSK, doğrusal yayımlı kod (linear dispersion code, LDC [44]), STBC ve V-BLAST'ı özel durumları olarak içerisinde barındırdığı yazarlar tarafından ortaya konmuştur. Dolayısıyla yazarlar GSTSK sisteminin oldukça esnek bir yapıya sahip olduğu fikrini öne sürmüşlerdir.

SM tekniği genelleştirilerek birden çok verici antenin aynı anda iletimde olduğu genelleştirilmiş SM (generalized SM, GSM) tekniği [20]'de önerilmiştir. Bu çalışmada SM'nin GSM'nin tek verici antenin etkin olduğu özel bir şekli olduğu öne sürülmüştür. GSM'nin SM'e göre en büyük üstünlüğü ise daha yüksek olan bant verimliliğidir.

Ancak GSM sisteminde etkin verici antenler aynı simgeyi iletilmektedir. Bunun sonucunda ise kanallar arası girişim (ICI) ortadan kaldırılmıştır. Bu çalışmada öncelikle GSM kod çözücüsü önerilmiş ardından GSM sisteminin kuramsal hata analizi gerçekleştirilmiştir.

SM sisteminin çalışabilmesi için gerekli olan verici antenlerin sayısının ikinin tam katı olması zorunluluğunu esneten kesirli bit kodlamalı SM (fractional bir encoded SM, FBE-SM) olarak adlandırılan bir teknik [45]'te önerilmiştir.

Oldukça güncel bir çalışma olan [21]'de ise GSM sistemi daha da geliştirilerek çoklu-etkin (multiple-active SM, MA-SM) tekniği önerilmiştir. MA-SM tekniğinin GSM'den en temel farkı farklı verici antenlerin GSM'nin zıttına farklı bilgi simgelerini iletmesidir. Bu çalışmada MA-SM tasarım ilkeleri verilmiş, kuramsal hata analizi yapılmış ve düşük karmaşıklıkla alıcı yapısı sunulmuştur. MA-SM sisteminin GSM'e göre daha üstün olduğu bilgisayar benzetimleriyle gösterilmiştir.

Çift atlamalı SM (dual hop SM, Dh-SM) olarak adlandırılan bir teknik [46]'da önerilmiş olup burada kuvvetlendir-ve-ilet (AF) ile çöz-ve-ilet (DF) aktarım tekniklerine seçenek olarak atlamalı bir yapıya sahip SM sistemi olan Dh-SM önerilmiştir. [47]'de ise SSK ile kuvvetlendir-ve-ilet tekniği birleştirilmiştir.

SM ve SSK sistemlerinin Nakagami- m sönümlemeli kanallarda başarımı [48]'de asimptotik olarak incelenmiştir.

Yine oldukça güncel bir çalışma olan [49]'da işaret vektör temelli (signal vector based, SVD) bir sezim tekniği SM için önerilerek optimum SM alıcısıyla neredeyse aynı başarıma sahipken daha düşük işlemsel karmaşıklığa sahip bir SM kod çözme tekniği önerilmiştir.

Yukarıda kısaca anlatılan sistemler son yıllar içerisinde SM alanında yapılan en dikkat çekici çalışmaları kapsamaktadır. Görüldüğü üzere SM tekniği birçok araştırmacı tarafından dikkat çekici bulunmuş ve bu alanda son yıllarda birçok çalışma yapılmıştır.

4. KANAL KESTİRİM HATALARI ALTINDA UZAYSAL MODÜLASYONUN BAŞARIMI

Önceki bölümde ayrıntılı bir şekilde ele alınan SM tekniği oldukça umut verici bir yaklaşım olarak karşımıza çıkmaktadır. Özellikle SM tekniği, ilk önerildiği çalışmalardan beri V-BLAST tekniğine seçenek olarak gösterilmiş ve bu iki sistem arasında başarımlar/karmaşıklık açısından birçok karşılaştırmalar yapılmıştır. V-BLAST yöntemi 2000'li yılların başından itibaren birçok telsiz iletişim standartına girerek pratik uygulamalarda yaygınca kullanılan MIMO tekniklerinden biri olmuştur. Dolayısıyla, V-BLAST'a seçenek olarak önerilen SM tekniğinin pratik uygulama koşulları altında da analizinin yapılması ve V-BLAST ile karşılaştırılması problemi ortaya çıkmıştır.

SM ile V-BLAST arasında literatürde yapılan karşılaştırmalarda alıcıda kusursuz kanal durum bilgisinin (perfect channel state information, P-CSI) olduğu kabul edilmiştir. Ancak pratik uygulamalarda P-CSI iyimser bir kabul olmakla birlikte bilinmeyen kanal parametreleri alıcıda bir kanal kestiricisi tarafından belli bir hata payı ile elde edilmektedir. Dolayısıyla kusurlu kanal durum bilgisi (imperfect CSI) durumunda SM sistemin başarımının incelenmesi ilgili kanal kestirim tekniğinin seçimi açısından önem taşımaktadır.

Kanal kestirim hatalarının SM ve SSK sistemleri üzerine etkisi daha önce literatürde bazı araştırmacılar tarafından incelenmiştir. [23]'te yazarlar geleneksel SM/SSK sistemlerinin P-CSI temelli çalıştığını öne sürerek kusurlu CSI durumunda bu sistemlerin ciddi bir başarımlar kaybına uğrayacağını ortaya atmışlardır. [31]'de SM'nin, [11, 23] çalışmalarında ise SSK'in kanal kestirim hataları altındaki başarımını bilgisayar benzetim sonuçları ile ilk kez incelenmiştir. Ardından [12]'de SSK sistemin kısmi CSI ile başarımını analitik teknikler ile araştırılmıştır. Daha yeni bir çalışma olan [16]'da ise aynı yazarlar analizlerini daha da geliştirerek kusurlu kanal bilgisi durumunda SSK sisteminin hata başarımını ayrıntılı bir şekilde ele almışlardır. Ancak SM

sisteminin başarımı kusurlu CSI durumunda daha önce literatürde incelenmemiş olup bu çalışmada bu güncel ve ilginç konunun aydınlatılması hedeflenmiştir.

Bu bölümde ilk olarak SM sistemin kusursuz CSI durumu için çiftsel hata olasılığı (pairwise error probability, PEP) çıkarımları yapılmış, kanal kestirim hataları durumuna ilişkin kanal modeli verilmiş, ardından ortalama bit hata olasılığı (average bit error probability, ABEP) M -PSK ve M -QAM işaret uzayları için hesaplanmıştır. Son olarak bilgisayar benzetimleri ile analitik sonuçların uyumluluğu test edilmiş ve V-BLAST ile karşılaştırmalar sunulmuştur.

4.1 Kusursuz CSI (P-CSI) için SM'nin Başarım Analizi

n_T verici ve n_R alıcı antenli Rayleigh sönümlemeli bir MIMO kanal ele alınmış olup, t . alıcı ile r . verici arasındaki $\mathcal{CN}(0, 1)$ dağılımlı sönümleme katsayısı $\alpha_{t,r}$ ile gösterilmiştir.

Uzaysal modülasyonlu simge $x = (i, s)$ ile gösterilecek olursa s , i . anten üzerinden gönderilen M 'li işaret kümesinden seçilen modülasyonlu simgeyi belirtmektedir. Alıcı anten r 'de ($r = 1, \dots, n_R$) elde edilen işaret

$$y_r = \alpha_{i,r}s + w_r \quad (4.1)$$

şeklindedir. Burada w_r , $\mathcal{CN}(0, N_0)$ dağılımlı toplamsal beyaz Gauss gürültü örneğini (bileşenini) göstermektedir. $x = (i, s)$ SM simgesinin iletilip $\hat{x} = (j, \hat{s})$ olarak hatalı olarak çözülmesi durumunda koşullu çiftsel hata olasılığı (conditional pairwise error probability, CPEP) ifadesi şu şekilde hesaplanır:

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \mathbf{H}) = P(m(\mathbf{y}, \hat{x}; \mathbf{H}) \geq m(\mathbf{y}, x; \mathbf{H}) | x). \quad (4.2)$$

Burada $\mathbf{y} = [y_1 \ \dots \ y_r]^T$ alınan işaret vektörü, \mathbf{H} MIMO kanal matrisi, $m(\mathbf{y}, x; \mathbf{H}) = -\sum_{r=1}^{n_R} |y_r - \alpha_{i,r}s|^2$ ise x için karar metriğidir. Böylece (4.2),

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \mathbf{H}) = P \left\{ \sum_{r=1}^{n_R} |y_r - \alpha_{i,r}s|^2 \geq \sum_{r=1}^{n_R} |y_r - \alpha_{j,r}\hat{s}|^2 \middle| x \right\} \quad (4.3)$$

şeklinde yazılabilir. Basit cebrik düzenlemeler ile,

$$\begin{aligned}
& P(x \rightarrow \hat{x} | \mathbf{H}) \\
&= P \left\{ \sum_{r=1}^{n_R} |y_r|^2 + |\alpha_{i,r}s|^2 - 2\Re \{y_r^* \alpha_{i,r}s\} \geq \sum_{r=1}^{n_R} |y_r|^2 + |\alpha_{j,r}\hat{s}|^2 - 2\Re \{y_r^* \alpha_{j,r}\hat{s}\} \middle| x \right\} \\
&= P \left\{ \sum_{r=1}^{n_R} |\alpha_{i,r}s|^2 - |\alpha_{j,r}\hat{s}|^2 - 2\Re \{y_r^* (\alpha_{i,r}s - \alpha_{j,r}\hat{s})\} \geq 0 \middle| x \right\} \tag{4.4}
\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. $y_r = \alpha_{i,r}s + w_r$ olduğu göz önüne alınacak olursa (4.4) şu şekilde düzenlenebilir:

$$\begin{aligned}
& P(x \rightarrow \hat{x} | \mathbf{H}) \\
&= P \left\{ \sum_{r=1}^{n_R} |\alpha_{i,r}s|^2 - |\alpha_{j,r}\hat{s}|^2 - 2\Re \{ (\alpha_{i,r}s^* + w_r^*) (\alpha_{i,r}s - \alpha_{j,r}\hat{s}) \} \geq 0 \middle| x \right\} \\
&= P \left\{ \sum_{r=1}^{n_R} -|\alpha_{i,r}s|^2 - |\alpha_{j,r}\hat{s}|^2 + 2\Re \{ \alpha_{i,r}s^* \alpha_{j,r}\hat{s} \} - 2\Re \{ w_r^* (\alpha_{i,r}s - \alpha_{j,r}\hat{s}) \} \geq 0 \middle| x \right\} \\
&= P \left\{ \sum_{r=1}^{n_R} -|\alpha_{i,r}s - \alpha_{j,r}\hat{s}|^2 - 2\Re \{ \tilde{w}_r \} \geq 0 \middle| x \right\} \\
&= P \left\{ D \geq 0 \middle| x \right\}. \tag{4.5}
\end{aligned}$$

Burada $\tilde{w}_r = w_r^* (\alpha_{i,r}s - \alpha_{j,r}\hat{s})$ olup $\mathcal{CN}(0, N_0 |\alpha_{i,r}s - \alpha_{j,r}\hat{s}|^2)$ dağılımına sahiptir. Dolayısıyla (4.5)'te 0 eşliğiyle karşılaştırılan karar değişkeni D 'nin ortalaması ve varyansı sırasıyla şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}
m_D &= - \sum_{r=1}^{n_R} |\alpha_{i,r}s - \alpha_{j,r}\hat{s}|^2 \\
\sigma_D^2 &= 2N_0 |\alpha_{i,r}s - \alpha_{j,r}\hat{s}|^2. \tag{4.6}
\end{aligned}$$

Son olarak

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \mathbf{H}) = Q \left(-\frac{m_D}{\sigma_D} \right) \tag{4.7}$$

olduğu göz önüne alınırsa SM sistemin CPEP ifadesi

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \mathbf{H}) = Q \left(\sqrt{\frac{\gamma}{2} \sum_{r=1}^{n_R} |\alpha_{i,r}s - \alpha_{j,r}\hat{s}|^2} \right) \tag{4.8}$$

şeklinde elde edilebilir. Burada $\gamma = E \{ |s|^2 \} / N_0 = 1/N_0$ olup ortalama SNR değerini göstermektedir.

4.2 Kanal Kestirim Hataları Durumunda Sistem Modeli

Pratik sistemlerde alıcıda yer alan bir kanal kestirici kanal sönümlenme katsayılarını $\beta_{t,r}$, ($t = 1, \dots, n_t, r = 1, \dots, n_R$) şeklinde kestirmektedir. Eğer kanal katsayıları en küçük kareler (least squares, LS) yöntemi ile kestirilecek olursa, kestirim hata modeli

$$\beta_{t,r} = \alpha_{t,r} + \epsilon_{t,r} \quad (4.9)$$

şeklinde olacaktır [50]. Burada $\epsilon_{t,r}$, $\alpha_{t,r}$ 'den bağımsız olan ve $\mathcal{CN}(0, \sigma_\epsilon^2)$ dağılımına sahip kanal kestirim hatasını göstermektedir. Dolayısıyla $\beta_{t,r}$ 'nin dağılımı $\mathcal{CN}(0, 1 + \sigma_\epsilon^2)$ olup, $\alpha_{t,r}$ ile arasındaki bağımlılık

$$\rho = \frac{\text{Cov}(\alpha_{t,r}, \beta_{t,r})}{\sigma_{\alpha_{t,r}} \sigma_{\beta_{t,r}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \sigma_\epsilon^2}} \quad (4.10)$$

ilişki katsayısı ile açıklanabilir. Buradan görüldüğü üzere kestirim hatası sıfıra yaklaştığında ilişki katsayısı da 1'e yaklaşmaktadır. Bu çalışmada ρ ilişki katsayısının alıcıda bilindiği varsayılmıştır ve iki farklı kestirim hatası modeli ele alınmıştır:

1. Sabit σ_ϵ^2 : Bu modelde kestirim hatasının gücü tüm SNR değerleri için sabit tutularak kestirim hatasının başarımlarındaki net etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır.
2. Değişken σ_ϵ^2 : Bu modelde ise kestirim hatasının gücü SNR değerine göre şu şekilde belirlenmektedir:

$$\sigma_\epsilon^2 = 1/(\gamma N). \quad (4.11)$$

Burada N , kestirimde kullanılan pilot simgelerinin sayısına ve seçilen kestirim yöntemine bağlı olan bir katsayıdır [51]. Tipik N değerleri 1 ile 10 arasında kabul edilebilir.

Kanal kestirim hataları altında $x = (i, s)$ SM simgesinin iletilmesi durumunda $y_r, r = 1, \dots, n_R$ alınan işaretinin $\beta_{i,r}$ koşulu altında ortalama ve varyansı

$$\begin{aligned} E\{y_r | \beta_{i,r}\} &= \rho^2 \beta_{i,r} s \\ \text{Var}\{y_r | \beta_{i,r}\} &= N_0 + (1 - \rho^2) |s|^2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

şeklinde hesaplanmaktadır [52]. Dolayısıyla optimum SM alıcısı aşağıda verilen metriği y_r 'nin sonsal olasılığını maksimize edecek şekilde herhangi bir M 'li işaret

uzayı için minimize ederek ilişkin \hat{s} simgesi ve j anten indisine karar vermektedir:

$$(j, \hat{s}) = \arg \min_{i,s} \sum_{r=1}^{n_R} \left(\frac{|y_r - \rho^2 \beta_{i,r} s|^2}{N_0 + (1 - \rho^2) |s|^2} + \ln \left(N_0 + (1 - \rho^2) |s|^2 \right) \right). \quad (4.13)$$

Bir sonraki bölümde (4.13)'ten yola çıkarak M -PSK ve M -QAM işaret uzayları için kanal kestirim hataları altında hata analizleri yapılacaktır.

4.3 SM'nin M -PSK için Ortalama Bit Hata Olasılığı

(4.13)'te verilen karar metriği M -PSK gibi sabit zarflı bir işaret kümesi için

$$(j, \hat{s}) = \arg \min_{i,s} \sum_{r=1}^{n_R} |y_r - \rho^2 \beta_{i,r} s|^2 \quad (4.14)$$

basit şekline indirgenebilir. Buradan yola çıkarak $x = (i, s)$ SM simgesinin iletilip $\hat{x} = (j, \hat{s})$ olarak hatalı olarak çözülmesi olasılığı

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \hat{\mathbf{H}}) = P \left(\sum_{r=1}^{n_R} |y_r - \rho^2 \beta_{j,r} \hat{s}|^2 < \sum_{r=1}^{n_R} |y_r - \rho^2 \beta_{i,r} s|^2 \right) \quad (4.15)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\hat{\mathbf{H}} = [\beta_{t,r}]_{n_T \times n_R}$ kestirilen kanal matrisidir. Basit cebrik işlemlerin ardından

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \hat{\mathbf{H}}) = P \left(\sum_{r=1}^{n_R} \rho^4 |\beta_{i,r}|^2 - \rho^4 |\beta_{j,r}|^2 - 2\rho^2 \Re \{ y_r^* (\beta_{i,r} s - \beta_{j,r} \hat{s}) \} > 0 \right) = P(D > 0) \quad (4.16)$$

elde edilebilir. (4.12) göz önüne alınacak olursa D 'nin ortalaması ve varyansı sırası ile

$$E\{D\} = -\rho^4 \sum_{r=1}^{n_R} |\beta_{i,r} s - \beta_{j,r} \hat{s}|^2$$

$$Var\{D\} = 2\rho^4 (N_0 + (1 - \rho^2)) \sum_{r=1}^{n_R} |\beta_{i,r} s - \beta_{j,r} \hat{s}|^2$$

olan bir Gauss rastlantı değişkeni olduğu görülebilir. Dolayısıyla SM'nin koşullu PEP ifadesi

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \hat{\mathbf{H}}) = Q \left(\rho^2 \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^{n_R} |\beta_{i,r} s - \beta_{j,r} \hat{s}|^2}{2(N_0 + (1 - \rho^2))}} \right). \quad (4.17)$$

şeklinde elde edilir. Gauss Q-işlevinin

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp \left(\frac{-x^2}{2 \sin^2 \theta} \right) d\theta \quad (4.18)$$

olarak bilenen alternatif şekli kullanılarak (4.17),

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \hat{\mathbf{H}}) \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp \left(\frac{-\rho^4 \sum_{r=1}^{n_R} |\beta_{i,r}s - \beta_{j,r}\hat{s}|^2}{4 \sin^2 \theta (N_0 + (1 - \rho^2))} \right) d\theta \quad (4.19)$$

şekline dönüştürülebilir. $d_r \triangleq |\beta_{i,r}s - \beta_{j,r}\hat{s}|^2$ olarak tanımlanırsa ki burada d_r , $\mathcal{N}(0, 1 + \sigma_\epsilon^2)$ dağılımlı iki Gauss rastlantı değişkeninin karelerinin toplamı biçiminde ifade edilebilen ki-kare dağılımlı bir rastlantı değişkenidir, d_r 'nin moment üreteç işlevi (moment generating function, m.g.f.)

$$M_{d_r}(t) = \frac{1}{1 - \lambda(1 + \sigma_\epsilon^2)t} \quad (4.20)$$

olarak bulunur [53]. Burada

$$\lambda = \begin{cases} 2, & \text{eğer } i \neq j \\ |s - \hat{s}|^2, & \text{eğer } i = j. \end{cases} \quad (4.21)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Son olarak (4.19)'un d_r 'nin olasılık yoğunluk işlevi (probability density function, p.d.f.) üzerinden integrali alınır ve (4.20) göz önünde bulundurulursa, m.g.f. tanımı yardımıyla SM'nin koşulsuz PEP (unconditional PEP, UPEP) ifadesi şu şekilde elde edilir:

$$P(x \rightarrow \hat{x}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + \frac{\lambda \rho^2}{4(N_0 + (1 - \rho^2))}} \right)^{n_R} d\theta. \quad (4.22)$$

(4.22) integralinin hesaplanabilmesi için kapalı biçimde bir çözüm [54]'te verilmiştir:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + c} \right)^m = \frac{1}{2} \left[1 - \mu(c) \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2k}{k} \left(\frac{1 - \mu^2(c)}{4} \right)^k \right]. \quad (4.23)$$

$n_R = 1$ durumu içinse

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + c} = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{c}{1+c}} \right) \quad (4.24)$$

integrali göz önüne alınabilir. (4.23), (4.22)'de kullanılarak SM için UPEP değeri kolaylıkla hesaplanabilir. (4.22)'den görüldüğü üzere kanal kestirim hataları altında P-CSI durumuna göre aynı n_R çeşitleme derecesi ρ 'nun 1'e yaklaştığı durumlar için asimptotik olarak elde edilebilmektedir.

UPEP değerinin hesaplanmasının ardından, SM sisteminin ABEP hesabı için aşağıda verilen asimptotik biçimde oldukça sıkı olan üst sınır kullanılabilir [54]:

$$P_b \leq \frac{1}{2^k} \sum_{n=1}^{2^k} \sum_{m=1}^{2^k} \frac{P(x_n \rightarrow x_m) e_{n,m}}{k}. \quad (4.25)$$

Burada $\{x_n\}_{n=1}^{2^k}$, tüm olurlu SM simgelerinin kümesini, $k = \log_2(Mn_T)$ ise SM simgesi başına taşınan bilgi bitlerinin sayısını ve $e_{n,m}$ ilişkin çiftsel hata olayı için hatalı bitlerin sayısını göstermektedir.

Son olarak (4.22)'de verilen PEP ifadesinin $\lambda = 2$ alınarak sadece anten indisleriyle bilgi ileten SSK tekniği için de geçerli olduğu söylenebilir.

4.4 SM'nin M -QAM için Ortalama Bit Hata Olasılığı

M -QAM kullanan SM sisteminin kanal kestirim hataları altında UPEP değerinin hesaplanabilmesi için (4.13) ile verilen optimum karar metriğinin kullanılması işlemsel karmaşıklık açısından sorun oluşturmakta ve kapalı biçimde bir çözüm sunmamaktadır. Bunun nedeni (4.13) ifadesinin M -QAM gibi değişken zarflı bir işaret kümesi için sadeleşmeyerek oldukça karmaşık olmasıdır. Bu amaçla, optimum alıcı yerine uyumsuz (mismatched) ML alıcı göz önüne alınmıştır. Uyumsuz ML alıcının temel ilkesi P-CSI durumuna ilişkin karar metriğindeki kanal parametresi $\alpha_{t,r}$ 'nin alıcıda kestirilen parametre olan $\beta_{t,r}$ ile değiştirilmesine dayanmaktadır. Böylece uyumsuz ML alıcı için karar metriği

$$(j, \hat{s}) = \arg \min_{i,s} \sum_{r=1}^{n_R} |y_r - \beta_{i,r}s|^2 \quad (4.26)$$

şeklinde verilebilir. Ardından SM sistemin CPEP değeri

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \hat{\mathbf{H}}) = P\left(\sum_{r=1}^{n_R} |\beta_{i,r}|^2 |s|^2 - |\beta_{j,r}|^2 |\hat{s}|^2 - 2\Re\{y_r^* (\beta_{i,r}s - \beta_{j,r}\hat{s})\} > 0\right) = P(D > 0) \quad (4.27)$$

olarak elde edilebilir. M -PSK durumuna benzer şekilde D bir Gauss rastlantı değişkeni olup aşağıdaki parametrelere sahiptir:

$$E\{D\} = \sum_{r=1}^{n_R} |\beta_{i,r}|^2 |s|^2 (1 - 2\rho^2) - |\beta_{j,r}|^2 |\hat{s}|^2 + 2\rho^2 2\Re\{\beta_{i,r}s - \beta_{j,r}\hat{s}\}$$

$$Var\{D\} = 2(N_0 + (1 - \rho^2) |s|^2) \sum_{r=1}^{n_R} |\beta_{i,r}s - \beta_{j,r}\hat{s}|^2.$$

$E\{D\}$ ifadesinin karmaşıklığı kapalı biçimde bir çözüme engel oluşturmaktadır. Bu amaçla $\tilde{D} = \rho^2 D$ tanımlanarak ve pratik uygulamalarda $\sigma_\epsilon^2 \ll 1$ olduğu göz önünde

bulundurularak $(1 + \sigma_\epsilon^2)^2 \approx (1 + \sigma_\epsilon^2)$ kabulü altında

$$\begin{aligned} E\{\tilde{D}\} &\approx -\rho^2 \sum_{r=1}^{n_R} |\beta_{i,r}s - \beta_{j,r}\hat{s}|^2 \\ Var\{\tilde{D}\} &= 2\rho^4 (N_0 + (1 - \rho^2)|s|^2) \sum_{r=1}^{n_R} |\beta_{i,r}s - \beta_{j,r}\hat{s}|^2 \end{aligned}$$

elde edilmiştir. $P(D > 0) = P(\tilde{D} > 0)$ olduğu göz önüne alınarak aşağıda verilen yaklaşık CPEP ifadesine ulaşılmıştır:

$$P(x \rightarrow \hat{x} | \hat{\mathbf{H}}) \approx Q \left(\sqrt{\frac{\sum_{r=1}^{n_R} |\beta_{i,r}s - \beta_{j,r}\hat{s}|^2}{2(N_0 + (1 - \rho^2)|s|^2)}} \right). \quad (4.28)$$

$d_r \triangleq |\beta_{i,r}s - \beta_{j,r}\hat{s}|^2$ şeklinde tanımlanırsa, bu durumda d_r ' için (4.20) m.g.f. ifadesinde

$$\lambda = \begin{cases} |s|^2 + |\hat{s}|^2, & \text{if } i \neq j \\ |s - \hat{s}|^2, & \text{if } i = j. \end{cases} \quad (4.29)$$

olacaktır. M -PSK durumuna benzer şekilde alternatif Q-işlevi gösterimi ve m.g.f. yaklaşımı kullanılarak SM sisteminin M -QAM için UPEP değeri

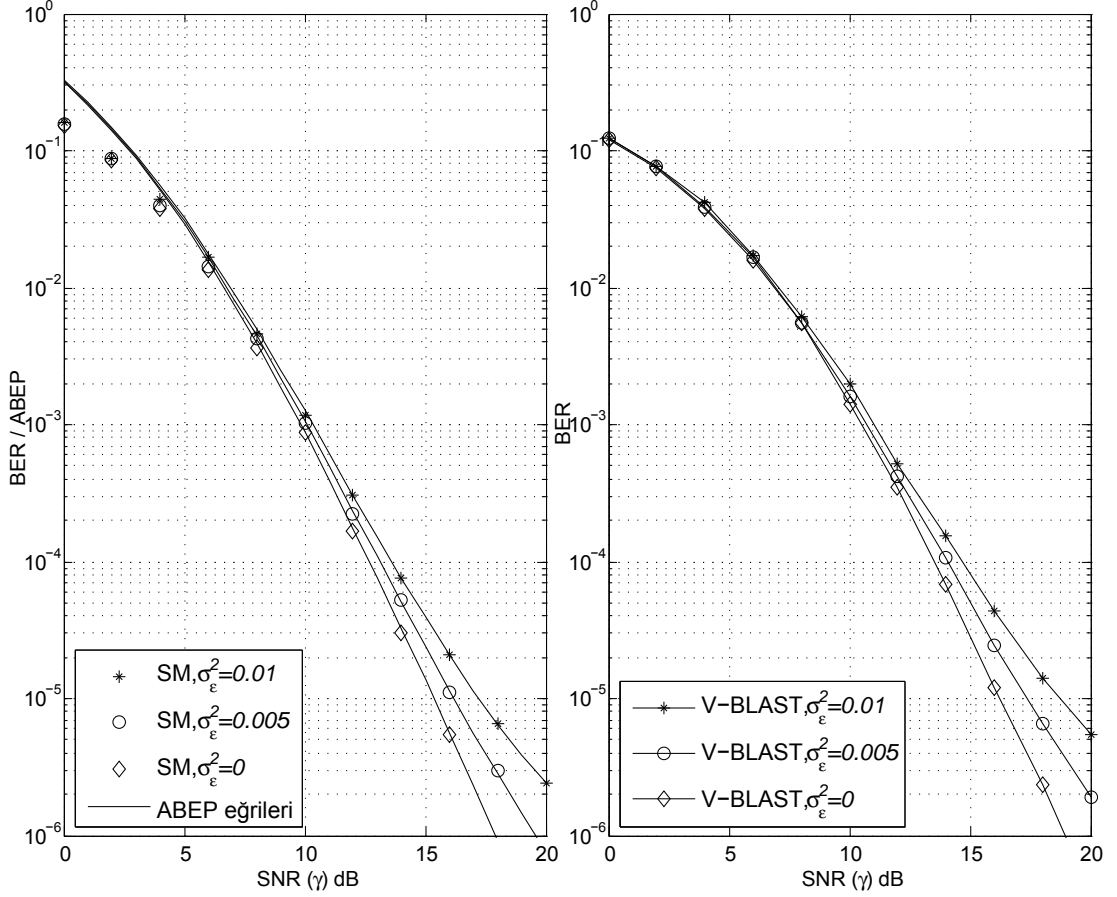
$$P(x \rightarrow \hat{x}) \approx \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + \frac{\lambda}{4(N_0 + (1 - \rho^2)|s|^2)}} \right)^{n_R} d\theta. \quad (4.30)$$

olarak elde edilebilir. (4.25)'te verilen üst sınır bu durumda da yaklaşık ABEP hesabı için kullanılabilir.

4.5 Benzetim Sonuçları

Bu bölümde SM ve V-BLAST sistemlerinin bit hata oranı (bit error rate, BER) kusurlu CSI durumu için Monte Carlo benzetimleri yardımıyla alıcı anten başına ortalama SNR değerlerine göre elde edilmiş ve bu sonuçlar (4.25)'te kullanılarak QPSK ve 16-QAM modülasyonları için elde edilen kuramsal eğrilerle karşılaştırılmıştır. Tüm benzetimlerde dört alıcı anten ($n_R = 4$) kabul edilmiştir. Hem anten hem de işaret noktaları için doğal eşleme (natural mapping) yapılmıştır. Bölüm 4.3'te verilen tanıma ilişkin kanal kestirim hatası σ_ϵ^2 'nin değeri ya 0.01, 0.007, 0.005 ve 0.003 değerlerinden birine sabitlenmiş ya da N değeri 1, 3 ve 10 alınarak SNR'a göre değiştirilmiştir. Karşılaştırma amacıyla P-CSI durumuna ilişkin başarımlar eğrileri de verilmiştir.

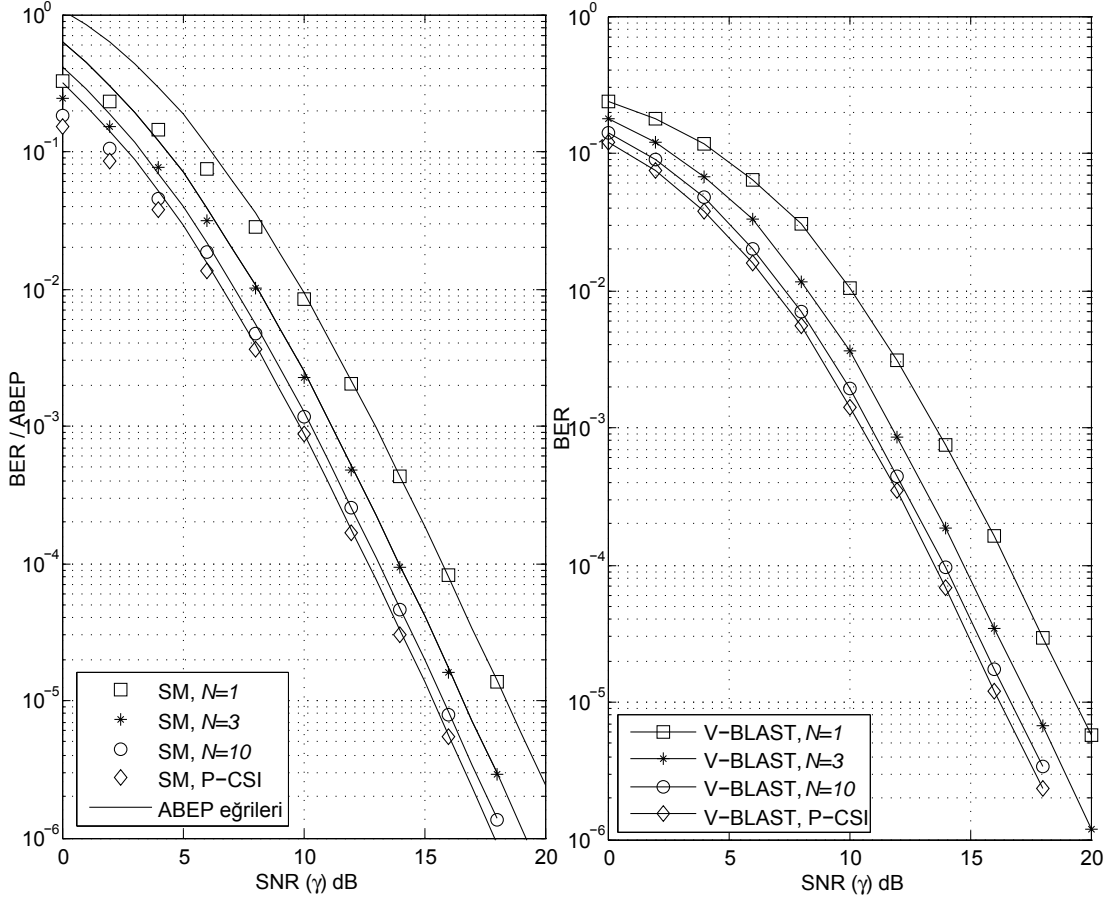
Şekil 4.1'de $n_T = 4$ ve QPSK kullanan SM ile $n_T = 4$ ve BPSK kullanan V-BLAST sistemlerinin optimal alıcılar ile 4 bit/sn/Hz bant verimliliği için hata başarımı sabit σ_ϵ^2



Şekil 4.1: $n_T = 4$ ve QPSK kullanan SM ile $n_T = 4$ ve BPSK kullanan V-BLAST sistemlerinin 4 bit/sn/Hz’de optimal alıcılar ile hata başarımları (sabit σ_ϵ^2).

değerleri için bilgisayar benzetimleriyle elde edilmiştir. İki sistem de optimal alıcıları kullanmaktadır. Karşılaştırma amacıyla ilişkin ABEP üst sınır eğrileri de aynı şekil içerisinde düz çizgiler ile gösterilmiştir. Öncelikle, Şekil 4.1’den görüldüğü üzere (4.25)’ten elde edilen kuramsal üst sınırlar tüm σ_ϵ^2 değerleri için artan SNR ile birlikte benzetim sonuçlarıyla oldukça iyi uyum göstermektedir. Ayrıca SM sisteminin $\sigma_\epsilon^2 \leq 0.01$ için kanal kestirim hatalarına oldukça dirençli olduğu da gözlemlenmiştir. Dahası, bu örnek için kanal kestirim hatalarına SM’nin V-BLAST’tan daha dayanıklı olduğu sonucuna da ulaşılmıştır. Örneğin, 10^{-5} ’lik bir BER değeri için P-CSI durumuyla karşılaştırıldığında $\sigma_\epsilon^2 = 0.005$ ($\rho = 0.9975$) değeri için SM’nin SNR kötüleşmesi 0.9 dB iken bu değer V-BLAST için biraz daha fazla olup 1.1 dB’dir.

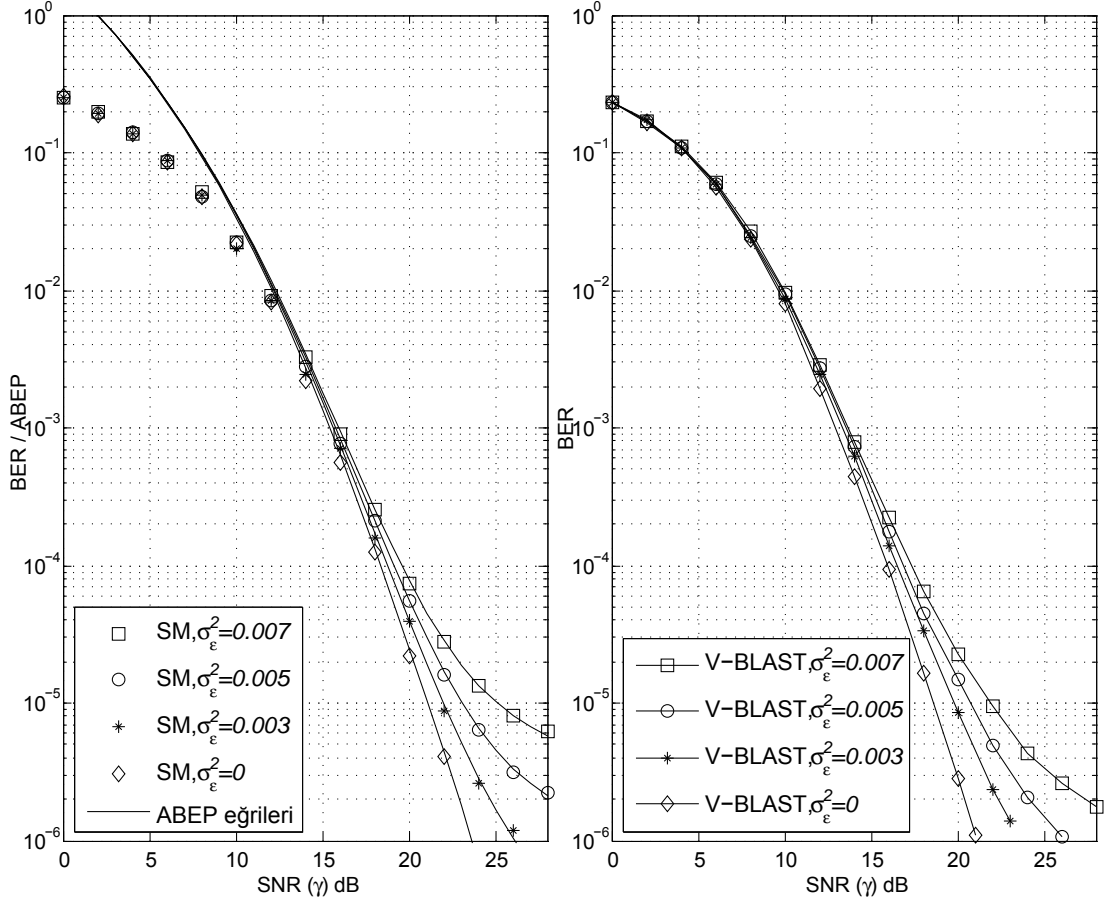
Şekil 4.2’de ise Şekil 4.1’de verilen aynı sistemlerin başarımları yine 4 bit/sn/Hz bant verimliliği için bu sefer değişken σ_ϵ^2 değerleri için sunulmuştur. Şekil 4.2’den görüldüğü üzere SM ve V-BLAST sistemleri kanal kestirim hatalarına karşı yine



Şekil 4.2: $n_T = 4$ ve QPSK kullanan SM ile $n_T = 4$ ve BPSK kullanan V-BLAST sistemlerinin 4 bit/ns/Hz’de optimal alıcılar ile hata başarımı (değişken σ_ϵ^2).

oldukça yakın direnç göstermektedir. Örneğin, 10^{-5} ’lik bir BER değeri için P-CSI durumuyla karşılaştırıldığında N ’nin 10, 3 ve 1 değerlerini alması durumunda SM’nin başarımındaki kötüleşme miktarları sırasıyla 0.4 dB, 1.3 dB ve 3 dB iken bu değerler V-BLAST için sırasıyla 0.5 dB, 1.3 dB ve 3.1 dB olarak gözlemlenmiştir.

Son olarak Şekil 4.3’te $n_T = 4$ ve 16-QAM kullanan SM ile $n_T = 3$ ve QPSK kullanan V-BLAST sistemlerinin 6 bit/sn/Hz bant verimliğinde hata başarımı sabit σ_ϵ^2 değerleri için verilmiştir. Burada SM ve V-BLAST sistemlerinin ikisi için de uyumsuz ML alıcılar kullanılmıştır. Şekil 4.3’ten görüldüğü üzere 16-QAM durumu için SM’nin CPEP hesabında (4.30) ile verilen yaklaşık sonucun kullanılmasına rağmen artan SNR değerleriyle birlikte kuramsal sonuçlar benzetim sonuçlarına oldukça yaklaşmaktadır. 10^{-5} ’lik bir BER değeri için P-CSI durumuyla karşılaştırıldığında $\sigma_\epsilon^2 = 0.003$ ve $\sigma_\epsilon^2 = 0.005$ değerleri için SM’nin başarımındaki kötüleşme miktarları sırasıyla 0.9 dB ve 2.1 dB iken bu değerler V-BLAST için sırasıyla 1.2 dB ve 2.3 dB olarak gözlemlenmiştir.



Şekil 4.3: $n_T = 4$ ve 16-QAM kullanan SM ile $n_T = 3$ ve QPSK kullanan V-BLAST sistemlerinin 6 bit/sn/Hz’de uyumsuz alıcılar ile hata başarımı (sabit σ_ϵ^2).

Dolayısıyla, ele alınan bu kestirim hata değerleri için SM’nin V-BLAST’tan daha dirençli olduğu sonucuna ulaşılabilir. Ancak daha yüksek bir modülasyon derecesi kullanan SM’nin V-BLAST’ta oranla artan kestirim hata değerleri ile birlikte hata katına daha yatkın olduğu da göze çarpmaktadır.

Şekil 4.1-4.3’ün geneline bakıldığında V-BLAST’a oranla SM’nin genel kanının zıttına kanal kestirim hatalarına oldukça dirençli olduğu gözlemlenebilir. Ayrıca V-BLAST, SM’e oranla daha yüksek alıcı karmaşıklığına sahiptir ve de antenler arası eş zamanlamaya ve çoklu RF katlarına gereksinim duyduğu için daha yüksek bir maliyetle gerçekleştirilebilir. Dolayısıyla, pratik uygulamalar için SM sisteminin V-BLAST’a rekabetçi bir seçenek olarak düşünülebileceği sonucuna varılmıştır. Bu sonuç, bu bölümde gerçekleştirilen çalışmanın temel fikrini oluşturmaktadır.

5. UZAY-ZAMAN BLOK KODLAMALI UZAYSAL MODÜLASYON (STBC-SM)

Önceki bölümlerde incelenen SM ve SSK sistemleri bir MIMO sistemin çoklu verici antenlerini sadece ek bilgi bitleri iletmek için kullanmaktadırlar. Ancak MIMO sistemlerin verici çeşitlemesi potansiyeli bu iki sistem tarafından göz ardı edilmiştir. Diğer bir deyişle, SM ve onun özel bir şekli olan SSK sisteminde elde edilebilecek çeşitleme derecesi sadece kullanılan alıcı anten sayısına bağlıdır.

MIMO sistemlerde verici çeşitlemesi elde etmenin en verimli yollarından biri uzay-zaman blok kodlardır [3, 4] (space-time block code, STBC). STBC'lerin temel ilkesi, ilişkin veri simgelerinin hem uzay hem de zaman bölgelerine dağıtılarak bu simgelerin değişik zamanlarda ve değişik verici antenler üzerinden alıcıya iletilerek sönmülemenin bozucu etkilerine karşı çeşitleme sağlamaktadır. STBC'ler son 10 yıl içerisinde araştırmacıların oldukça ilgisini çekmiş ve bu alanda birçok çalışmalar yapılmıştır. STBC'lerin özel bir sınıfı olan dik STBC'ler (orthogonal STBC, OSTBC), simge-simge ML sezime olanak sağladıkları için oldukça basit bir şekilde gerçekleştirilebilirler. Ancak simge-simge çözülebilen STBC'ler için iletim hızı $3/4$ simge/kanal kullanımı ile sınırlanmaktadır [37]. Literatürde daha yüksek iletim hızına sahip birçok STBC önerilmiştir (bkz. [5,6] ve bu çalışmalardaki referanslar). Ancak bu kodlar yüksek hızları dolayısıyla, simge-simge ML kod çözmeye olanak vermemekte ve alıcı karmaşıklıkları kullanılan işaret kümesinin eleman sayısına göre üstel olarak artarak gerçeklenmelerini pahalılaştırmakta ve zorlaştırmaktadır.

Bu çalışmada, hem SM sisteminin verici çeşitlemesinden yoksun olması, hem de basit STBC'lerin düşük hızlarda kalması dezavantajları göz önünde bulundurularak, bu iki teknik birleştirilerek tasarlanacak yeni bir sistemle bu sistemlerin dezavantajlarının giderilmesi amaçlanmıştır. Bu yeni sistemde, SM ile verici çeşitlemesi STBC sayesinde mümkün olmakta, STBC için de SM ile anten indisleri kullanılarak ek bitler iletilebilmektedir. *Uzay-zaman blok kodlamalı uzaysal modülasyon (STBC-SM)*

olarak adlandırılan bu yeni sistem hem STBC hem de SM'nin avantajlarını bir araya getirmekte, dezavantajlarından ise kaçınmaktadır.

Bu bölümde, ilişkin MIMO sistemin verici antenlerinin değişik kombinasyonları üzerinden yollanan STBC matrisleri ile bilginin iletildiği STBC-SM sistemi öncelikle ayrıntılı bir şekilde ele alınmış, ardından herhangi sayıda verici anten için STBC-SM sistemini gerçeklemede kullanılacak bir algoritma sunulmuştur. STBC-SM sisteminde değişik anten kombinasyonları üzerinden STBC'ler iletildiği için Tarokh ve diğerleri tarafından [36]'da önerilen STBC başarımları ölçütleri göz önünde bulundurularak, STBC-SM için çeşitleme ve kodlama kazançlarının analizleri yapılmış ve STBC-SM sistemi optimize edilmiştir. Böylece Alamouti kodunun [3] çekirdek STBC olarak kullanıldığı STBC-SM sisteminde ikinci dereceden verici çeşitlemesi elde etmek mümkün olmaktadır. Ardından, STBC-SM için düşük karmaşıklıkta bir ML kod çözümü oluşturulmuştur. STBC-SM sisteminin ortalama bit hata olasılığı için artan işaret-gürültü oranı (signal-to-noise ratio, SNR) ile oldukça sıkı olan bir üst sınır elde edilmiştir. Benzetim sonuçları ile önerilen STBC-SM yapısının klasik SM ve Alamouti koduna göre hata başarımında hatırı sayılır derecede iyileşme sağladığı gösterilmiştir.

5.1 Uzay-Zaman Blok Kodlamalı Uzaysal Modülasyon (STBC-SM)

STBC-SM yapısında hem STBC matrisi içerisindeki modülasyonlu simgeler hem de bu simgelerin iletiminde kullanılan antenlerin indisleri bilgi taşımaktadır. Basit sezimi ve yüksek hızı dolayısıyla çekirdek STBC olarak Alamouti kodu seçilmiştir. Alamouti kodu ile M -PSK ya da M -QAM gibi bir işaret kümesinden seçilen x_1 ve x_2 karmaşık bilgi simgeleri, iki iletim aralığında iki verici antenden şu şekilde iletilmektedir:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{pmatrix}. \quad (5.1)$$

Burada sütunlar ve satırlar sırasıyla verici antenlere ve zaman aralıklarına denk düşmektedir. STBC-SM sisteminde (5.1)'de verilen matris anten bölgesine genişletilmiştir. STBC-SM kavramını aşağıdaki basit örnekle sunabiliriz.

Örnek (Dört verici anten ve BPSK ile STBC-SM): Alamouti kodunu aşağıda verilen dört kod sözcüğünden birini kullanarak ileten dört verici antenli bir MIMO sistemi

göz önüne alalım:

$$\begin{aligned}\chi_1 &= \{\mathbf{X}_{11}, \mathbf{X}_{12}\} = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & 0 & 0 \\ -x_2^* & x_1^* & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & x_1 & x_2 \\ 0 & 0 & -x_2^* & x_1^* \end{pmatrix} \right\} \\ \chi_2 &= \{\mathbf{X}_{21}, \mathbf{X}_{22}\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & x_1 & x_2 & 0 \\ 0 & -x_2^* & x_1^* & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_2 & 0 & 0 & x_1 \\ x_1^* & 0 & 0 & -x_2^* \end{pmatrix} \right\} e^{j\theta}.\end{aligned}\quad (5.2)$$

Burada $\chi_i, i = 1, 2$ STBC-SM kodları olup her biri birbirleriyle örtüşmeyen sütunlara sahip ikişer STBC-SM kod sözcüğü $\mathbf{X}_{ij}, j = 1, 2$ içermektedir. STBC-SM kod ailesi $\chi = \bigcup_{i=1}^2 \chi_i$ ile gösterilmiştir. Bir STBC-SM kodunun kod sözcükleri her zaman örtüşmeyen sütunlara sahip olup

$$\mathbf{X}_{ij} \mathbf{X}_{ik}^H = \mathbf{0}_{2 \times 2}, \quad j, k = 1, 2, \dots, a, j \neq k \quad (5.3)$$

eşitliği geçerlidir. (5.2)'deki θ ise verilen bir işaret kümesi için maksimum çeşitleme ve kodlama kazançları elde etmek için optimize edilmesi gereken bir dönme açısıdır. θ göz önüne alınmadığında değişik kodlara ait kod sözcük çiftleri, örtüşen sütunları dolayısıyla çeşitleme derecesini bire düşürecektir. Ancak (5.2)'de θ parametresinin kullanılması, işaret kümesinin genişlemesine neden olmaktadır. (u_1, u_2, u_3, u_4) ile gösterilen dört adet bilgi bitinin iki ardışık zaman aralığında STBC-SM ile iletildiğini göz önüne alalım. 2 bit/sn/Hz iletim hızı için eşleme kuralı (5.2)'deki kod sözcükleri ve BPSK modülasyonu için Çizelge 5.1'de verilmiştir. Çizelge 5.1'de ilk iki veri biti (u_1, u_2) anten çifti konumu ℓ 'yi belirlerken, son iki veri biti (u_3, u_4) de BPSK simge çiftini belirlemektedir. Bu sistemi M 'li işaretlemeye genelleştirecek olursak her biri M^2 gerçeklemeye sahip dört farklı kod sözcüğü elde edilir. Dolayısıyla, dört verici anten için STBC-SM sisteminin bant verimliliği $m = (1/2) \log_2 4M^2 = 1 + \log_2 M$ bit/sn/Hz olmaktadır. Buradaki $(1/2)$ çarpanı, iletim iki zamanda gerçekleştiği için normalizasyon işlevi görmektedir. Alamouti kodu yerine dört zaman aralığı kullanan yarı-dik (quasi orthogonal) STBC [34] gibi bir kod STBC-SM sisteminde kullanılacak olursa, kanal kullanımı başına anten modülasyonu tarafından taşınan bitler, bu normalizasyon çarpanı yüzünden ciddi bir biçimde düşecektir.

5.2 STBC-SM Sistem Tasarımı ve Optimizasyonu

Bu alt bölümde, Alamouti kodu kullanan STBC-SM yapısı n_T verici antenli MIMO sistemler için genelleştirilecektir. Duruğumsu Rayleigh sönümlemeli kanallar için

Çizelge 5.1: 2 bit/sn/Hz iletim için BPSK ve Alamouti kodu kullanan STBC-SM yapısının eşleme kuralı.

	Giriş Bitleri	İletim Matrisleri		Giriş Bitleri	İletim Matrisleri
χ_1	0000	$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	χ_2	1000	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0001	$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$		1001	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0010	$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$		1010	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0011	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$		1011	$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0100	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$		1100	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0101	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$		1101	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0110	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$		1110	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} e^{j\theta}$
	0111	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$		1111	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} e^{j\theta}$

önemli bir tasarım parametresi olan iki STBC-SM kod sözcüğü (iletilen \mathbf{X}_{ij} ve hatalı çözülen $\hat{\mathbf{X}}_{ij}$) arasındaki kodlama kazancı uzaklığı (CGD) [34] şu şekilde tanımlanmıştır:

$$\delta_{\min}(\mathbf{X}_{ij}, \hat{\mathbf{X}}_{ij}) = \min_{\mathbf{X}_{ij}, \hat{\mathbf{X}}_{ij}} \det(\mathbf{X}_{ij} - \hat{\mathbf{X}}_{ij})(\mathbf{X}_{ij} - \hat{\mathbf{X}}_{ij})^H. \quad (5.4)$$

χ_i ve χ_j gibi iki kod arasındaki CGD ise

$$\delta_{\min}(\chi_i, \chi_j) = \min_{k,l} \delta_{\min}(\mathbf{X}_{ik}, \mathbf{X}_{jl}) \quad (5.5)$$

şeklinde tanımlanmıştır. STBC-SM yapısının minimum CGD'si de

$$\delta_{\min}(\chi) = \min_{i,j,i \neq j} \delta_{\min}(\chi_i, \chi_j) \quad (5.6)$$

şeklinindedir. Aynı kodun içerisindeki birbirleriyle örtüşmeyen kod sözcükleri arasındaki CGD, (5.6)'nın sağ tarafından her zaman büyük ya da eşit olacağı için (5.6)'da verilen $\delta_{\min}(\chi)$ 'in maksimizasyonu minimum determinant ölçütüne özdeştir [36].

Klasik SM'nin zıttına STBC-SM sisteminde verici antenlerin sayısının 2'nin tam katı olması gerekli değildir. Bunun nedeni n_T verici antenin değişik kombinasyonlarının

kullanılmasıdır. Bu tasarım esnekliği sağlamaktadır. Ancak STBC-SM sisteminde göz önüne alınan anten kombinasyonlarının sayısı 2^n 'nin tam katı olmalıdır. Aşağıda, STBC-SM sistemini tasarlamak için bir algoritma verilmiştir:

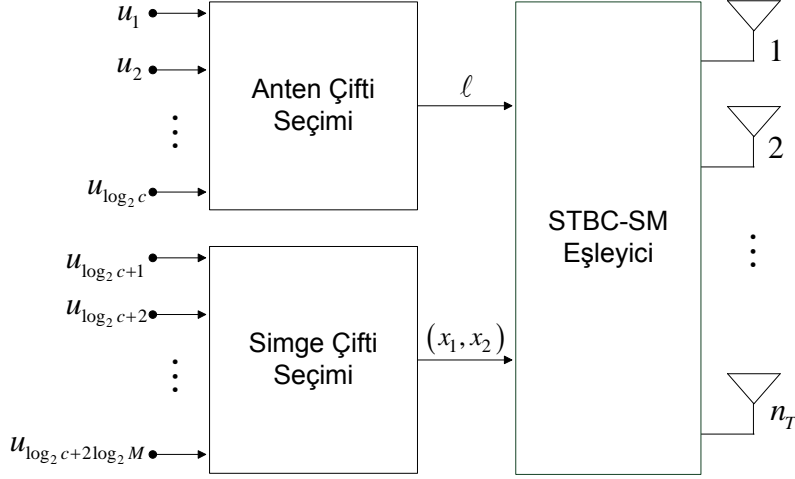
1. Verilen bir verici anten sayısı n_T için, p pozitif bir tamsayı olmak üzere $c = \lfloor \binom{n_T}{2} \rfloor_{2^p}$ ile Alamouti kodunun iletimi için olurlu anten kombinasyonlarının (STBC-SM kod sözcüklerinin) toplam sayısı hesaplanır.
2. Her bir kod $\chi_i, i = 1, 2, \dots, n-1$ içerisindeki kod sözcük sayısı $a = \lfloor n_T/2 \rfloor$ ve toplam kod sayısı $n = \lceil c/a \rceil$ ile hesaplanır. Dikkat edileceği üzere son kod χ_n, a kod sözcüğü içermeyebilir. Bu kodun eleman sayısı $a' = c - a(n-1)$ 'dir.
3. Birbirleriyle örtüşmeyen a kod sözcüğü içeren χ_1 kodunun oluşturulmasıyla işleme başlanır:

$$\chi_1 = \left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{X} \ \mathbf{0}_{2 \times (n_T-2)}), \\ (\mathbf{0}_{2 \times 2} \ \mathbf{X} \ \mathbf{0}_{2 \times (n_T-4)}), \\ (\mathbf{0}_{2 \times 4} \ \mathbf{X} \ \mathbf{0}_{2 \times (n_T-6)}), \\ \vdots \\ (\mathbf{0}_{2 \times 2(a-1)} \ \mathbf{X} \ \mathbf{0}_{2 \times (n_T-2a)}) \end{array} \right\}. \quad (5.7)$$

Buradaki \mathbf{X} , (5.1)'de tanımlanmıştır.

4. Benzer şekilde diğer kodlar $\chi_i, 2 \leq i \leq n$, aşağıdaki iki önemli nokta göz önüne alınarak oluşturulur:
 - Her kod n_T verici antenin kombinasyonlarından seçilen birbirleriyle örtüşmeyen kod sözcükleri içermelidir.
 - Bir kodda kullanan bir anten kombinasyonu diğer kodlar için asla kullanılmamalıdır.
5. Verilen işaret kümesi ve anten sayısı göz önüne alınarak, her bir kod $\chi_i, 2 \leq i \leq n$ için (5.6)'da verilen $\delta_{\min}(\chi)$ 'i maksimize eden dönme açıları θ_i belirlenir, yani $\boldsymbol{\theta} = (\theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n)$ olmak üzere

$$\boldsymbol{\theta}_{opt} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \delta_{\min}(\chi) \quad (5.8)$$



Şekil 5.1: STBC-SM ML vericisinin blok şeması.

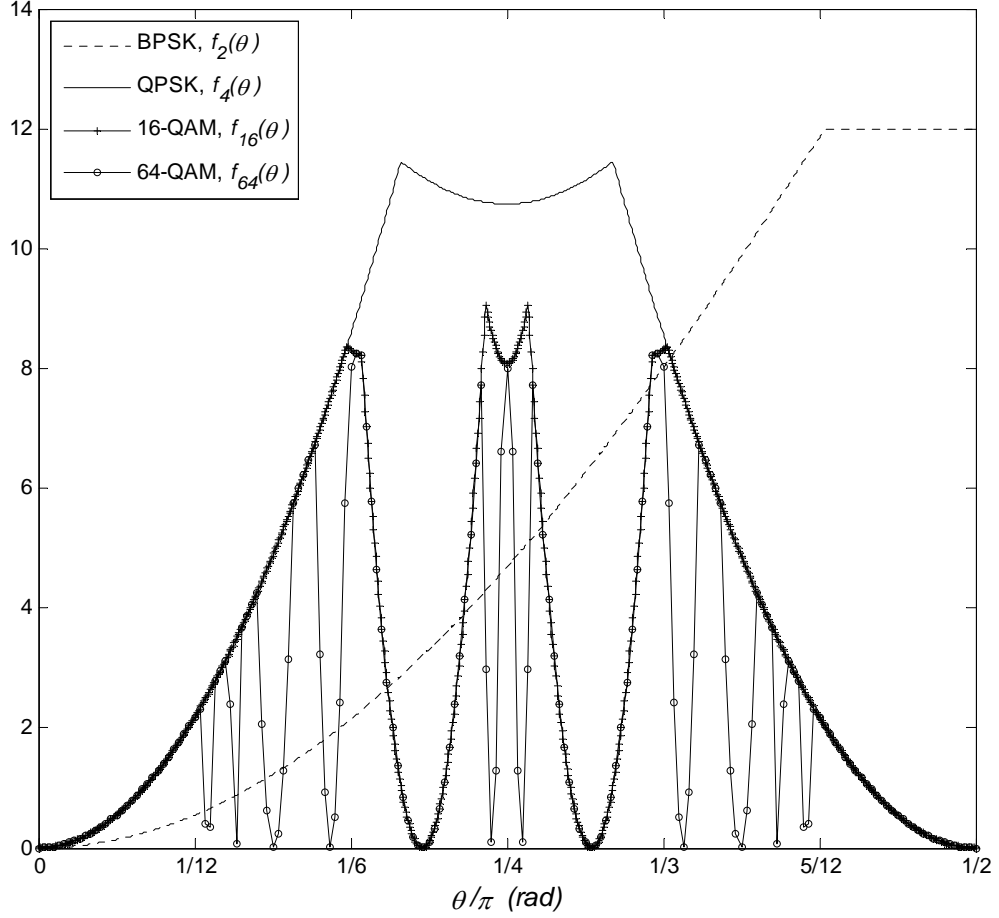
dir. STBC-SM kod sözcükleri bu algoritma ile tasarlandığında, farklı şekillerde anten kombinasyonları seçilebilir ancak bu başarımlar açısından farklılık oluşturmayacaktır. c adet anten kombinasyonu (STBC-SM kod sözcüğü) olduğu için, STBC-SM sisteminin bant verimliliği

$$m = \frac{1}{2}\log_2 c + \log_2 M \text{ [bit/sn/Hz]} \quad (5.9)$$

şeklinde hesaplanır. STBC-SM vericisinin blok şeması Şekil 5.1’de verilmiştir. Her iki ardışık zaman aralığında $2m$ bit $u = (u_1, u_2, \dots, u_{\log_2 c}, u_{\log_2 c+1}, \dots, u_{\log_2 c+2\log_2 M})$ STBC-SM vericisine gelmekte, ilk $\log_2 c$ bit ilişkin anten çift konumu $\ell = u_1 2^{\log_2 c-1} + u_2 2^{\log_2 c-2} + \dots + u_{\log_2 c} 2^0$ ’i belirlerken, son $2\log_2 M$ bit ise (x_1, x_2) simge çiftini belirlemektedir. Alamouti kodunun bant verimliliği olan $\log_2 M$ bit/sn/Hz ile karşılaştırıldığında STBC-SM ile anten modülasyonu sayesinde $\frac{1}{2}\log_2 c$ bit/sn/Hz’lik bir artış yakalanmıştır. STBC-SM sisteminin optimizasyonu için iki farklı durum göz önüne alınmıştır.

Durum 1 - $n_T \leq 4$: Bu durumda sadece iki kod χ_1 ile χ_2 ve tek bir dönme açısı θ olup, $\delta_{\min}(\chi_1, \chi_2)$ doğrudan birbirleriyle örtüşen herhangi iki kod sözcüğü düşünülerek hesaplanabilir. Örneğin, $\mathbf{X}_{1k} \in \chi_1$ iletilen ve $\hat{\mathbf{X}}_{1k} = \mathbf{X}_{2l} \in \chi_2$ hatalı çözülen kod sözcüğü olmak üzere,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{1k} &= (\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \mathbf{0}_{2 \times (n_T-2)}) \\ \mathbf{X}_{2l} &= (\mathbf{0}_{2 \times 1} \ \hat{\mathbf{x}}_1 \ \hat{\mathbf{x}}_2 \ \mathbf{0}_{2 \times (n_T-3)}) e^{j\theta} \end{aligned} \quad (5.10)$$



Şekil 5.2: (5.11)'de verilen $\delta_{\min}(\chi)$ 'in BPSK, QPSK, 16-QAM ve 64-QAM için değişimi ($f_2(\theta)$, $f_4(\theta)$, $f_{16}(\theta)$ ve $f_{64}(\theta)$).

seçildiğinde, \mathbf{X}_{1k} ve $\hat{\mathbf{X}}_{1k}$ arasındaki minimum CGD, (5.4) ile

$$\begin{aligned} & \delta_{\min}(\mathbf{X}_{1k}, \hat{\mathbf{X}}_{1k}) \\ &= \min_{\mathbf{X}_{1k}, \hat{\mathbf{X}}_{1k}} \left\{ \left(\kappa - 2\Re \left\{ \hat{x}_1^* x_2 e^{-j\theta} \right\} \right) \left(\kappa + 2\Re \left\{ x_1 \hat{x}_2^* e^{j\theta} \right\} \right) \right. \\ & \quad \left. - |x_1|^2 |\hat{x}_1|^2 - |x_2|^2 |\hat{x}_2|^2 + 2\Re \left\{ x_1 \hat{x}_1 x_2^* \hat{x}_2^* e^{j2\theta} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (5.11)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $\kappa = \sum_{i=1}^2 (|x_i|^2 + |\hat{x}_i|^2)$ şeklindedir. $\delta_{\min}(\mathbf{X}_{1k}, \hat{\mathbf{X}}_{1k})$ 'nın θ 'ya göre analitik olarak maksimizasyonu BPSK ve QPSK işaret kümeleri için mümkün olsa da, gelecek nesil telsiz iletişim sistemlerde standart olan 16-QAM ve 64-QAM gibi işaret uzayları için bu maksimizasyonun analitik olarak yapılması olarak dışıdır. Şekil 5.2'de bilgisayar aramaları ile $\delta_{\min}(\mathbf{X}_{1k}, \hat{\mathbf{X}}_{1k})$ değerleri $\theta \in [0, \pi/2]$ 'nin bir işlevi olarak BPSK, QPSK, 16-QAM ve 64-QAM işaret kümeleri için hesaplanmıştır. Şekil 5.2'deki bu eğriler sırasıyla $M = 2, 4, 16$ ve 64 için $f_M(\theta)$ ile gösterilmiştir. Bu işlevleri maksimize eden θ değerleri Şekil 5.2'den şu şekilde

belirlenmiştir:

$$\max_{\theta} \delta_{\min}(\chi) = \begin{cases} \max_{\theta} f_2(\theta) = 12, & \text{eğer } \theta = 1.57 \text{ rad} \\ \max_{\theta} f_4(\theta) = 11.45, & \text{eğer } \theta = 0.61 \text{ rad} \\ \max_{\theta} f_{16}(\theta) = 9.05, & \text{eğer } \theta = 0.75 \text{ rad} \\ \max_{\theta} f_{64}(\theta) = 8.23, & \text{eğer } \theta = 0.54 \text{ rad.} \end{cases} \quad (5.12)$$

Durum 2 - $n_T > 4$: Bu durumda, $n > 2$ olup optimize edilecek dönme açıları artan sırada $\theta_1 = 0 < \theta_2 < \theta_3 < \dots < \theta_n < p\pi/2$ şeklindedir. Burada BPSK için $p = 2$, QPSK içinse $p = 1$ dir. BPSK ve QPSK için $\theta_k, k = 1, \dots, n$ açılarının eşit aralıklı seçilmesi, STBC-SM için minimum CGD'yi maksimize etmektedir:

$$\theta_k = \begin{cases} \frac{(k-1)\pi}{n}, & \text{BPSK için} \\ \frac{(k-1)\pi}{2n}, & \text{QPSK için.} \end{cases} \quad (5.13)$$

Bu durum şu şekilde açıklanabilir. Herhangi bir n değeri için, $\delta_{\min}(\chi)$ şu şekilde maksimize edilmelidir:

$$\begin{aligned} \max \delta_{\min}(\chi) &= \max_{i,j,i \neq j} \min \delta_{\min}(\chi_i, \chi_j) \\ &= \max_{i,j,i \neq j} \min f_M(\theta_j - \theta_i). \end{aligned} \quad (5.14)$$

Burada $j > i$ için $\theta_j > \theta_i$ olup, χ_i ve χ_j kodları arasındaki minimum CGD, doğrudan dönme açıları arasındaki farktan belirlenmektedir. Bu durum, (5.11)'deki girişen kod sözcükleri sırasıyla θ_i ve θ_j dönme açılı $\mathbf{X}_{ik} \in \chi_i$ ve $\hat{\mathbf{X}}_{ik} = \mathbf{X}_{jl} \in \chi_j$ seçilerek basitçe doğrulanabilir. Dolayısıyla $\delta_{\min}(\chi)$ 'i maksimize etmek için ardışık kodlar χ_i ve $\chi_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1$ arasındaki minimum CGD'yi maksimum yapmak yeterlidir. Bunun için QPSK işaret uzayında, $[0, \pi/2]$ aralığı n eşit alt aralıklara bölünerek $i = 1, 2, \dots, n-1$ için

$$\theta_{i+1} - \theta_i = \frac{\pi}{2n} \quad (5.15)$$

seçilmelidir. Buna göre QPSK için maksimum $\delta_{\min}(\chi)$, (5.14)'ten şu şekilde hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} \max \delta_{\min}(\chi) &= \min \{f_4(\theta_2), f_4(\theta_3), \dots, f_4(\theta_n)\} \\ &= f_4(\theta_2) = f_4\left(\frac{\pi}{2n}\right). \end{aligned} \quad (5.16)$$

Benzer sonuçları BPSK'da elde etmek için (5.15) ve (5.16)'da $\pi/2n$ yerine π/n yazılmalıdır. Böylece, BPSK için maksimum $\delta_{\min}(\chi)$, $f_2(\theta_2) = f_2(\pi/n)$ şeklinde

Çizelge 5.2: STBC-SM sisteminin temel parametreleri.

n_T	c	a	n	$\delta_{\min}(\chi)$		
				$M = 2$	$M = 4$	$M = 16$
3	2	1	2	12	11.45	9.05
4	4	2	2	12	11.45	9.05
5	8	2	4	4.69	4.87	4.87
6	8	3	3	8.00	8.57	8.31
7	16	3	6	2.14	2.18	2.18
8	16	4	4	4.69	4.87	4.87

hesaplanır. BPSK ve QPSK işaret kümeleri için optimum açılarının belirlenmesindeki bu kolaylıkta $f_2(\theta)$ ve $f_4(\theta)$ işlevlerinin doğrusala yakın davranışları etkili olmuştur. Diğer taraftan 16-QAM ve 64-QAM işaret kümeleri için $f_{16}(\theta)$ ve $f_{64}(\theta)$ 'nin doğrusal olmayan ve değişik değerlerde sıfırlanan doğası nedeniyle optimum açılarının $\pi/2n$ 'nin tam katları olmaları garanti değildir. Ancak bilgisayar aramaları sonucu 16-QAM için $n \leq 6$ olması durumunda $\theta_k = (k-1)\pi/2n$, $1 \leq k \leq n$ şeklinde seçilen açılarının optimum olduğu görülmüştür. Diğer durumlarda ise optimum açılar bilgisayar araması ile bulunmalıdır.

Çizelge 5.2'de STBC-SM yapısının $3 \leq n_T \leq 8$ için temel parametreleri verilmiştir. Bu çizelgeden görüldüğü üzere artan anten sayısı ile birlikte STBC-SM sisteminin kod sözcük sayısı (bant verimliliği) artmaktadır. Ancak bu da daha çok açının optimizasyonuna ve minimum CGD'de düşüşe neden olmaktadır. Diğer taraftan, aynı sayıda kombinasyon farklı sayıda verici antenler tarafından sağlandığında, daha fazla verici anten kullanmak optimize edilecek açılarının sayısını düşürmekte, bu da minimum CGD'de artışa olanak sağlamaktadır (örneğin, $c = 8$, hem $n_T = 5$ hem de $n_T = 6$ tarafından sağlanmaktadır).

Aşağıda bu bölümde sunulan STBC-SM tasarım algoritmasına iki adet örnek verilmiştir.

Örnek 1: Çizelge 5.2'den $n_T = 8$ için $c = 16$, $a = n = 4$ olup optimize açılar BPSK için $\theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2, \theta_4 = 3\pi/4$, QPSK ve 16-QAM içinse $\theta_2 = \pi/8, \theta_3 = \pi/4, \theta_4 = 3\pi/8$ şeklindedir. $\max \delta_{\min}(\chi)$ BPSK, QPSK ve 16-QAM işaret kümeleri için şu

şekilde hesaplanmıştır:

$$\max_{\theta} \delta_{\min}(\chi) = \begin{cases} f_2(\pi/4) = 4.69, & \text{BPSK} \\ f_{4/16}(\pi/8) = 4.87, & \text{QPSK ve 16-QAM.} \end{cases} \quad (5.17)$$

Tasarım algoritmasına göre, STBC-SM kod sözcükleri şu şekilde oluşturulabilir:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \{(\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0), (\mathbf{0} \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0), \\ &\quad (\mathbf{0} \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0), (\mathbf{0} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2)\} \\ \chi_2 &= \{(\mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0), (\mathbf{0} \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0), \\ &\quad (\mathbf{0} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ 0), (\mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1)\} e^{j\theta_2} \\ \chi_3 &= \{(\mathbf{x}_1 \ 0 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0), (\mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ 0 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0), \\ &\quad (\mathbf{0} \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ 0 \ \mathbf{x}_2 \ 0), (\mathbf{0} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ 0 \ \mathbf{x}_2)\} e^{j\theta_3} \\ \chi_4 &= \{(\mathbf{x}_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0), (\mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0), \\ &\quad (\mathbf{0} \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_2 \ 0), (\mathbf{0} \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_2)\} e^{j\theta_4}. \end{aligned}$$

Burada $\mathbf{0}$, 2×1 tüm sıfır vektörüdür. Yukarıda $\binom{8}{2} = 28$ anten kombinasyonundan 16'sı seçilmiştir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta yukarıda verilen kod sözcüklerinin STBC-SM yapısının sekiz verici anten için sadece tek bir gerçekleştirilmesi olmasıdır. Ancak algoritmaya dayalı diğer seçimler $\delta_{\min}(\chi)$ değerini değiştirmeyecektir.

Örnek 2: Çizelge 5.2'den $n_T = 6$ için $c = 8, a = n = 3$ olup optimize açılar BPSK için $\theta_2 = \pi/3, \theta_3 = 2\pi/3$, QPSK ve 16-QAM içinse $\theta_2 = \pi/6, \theta_3 = \pi/3$ şeklindedir. Benzer şekilde, $\max_{\theta} \delta_{\min}(\chi)$ BPSK, QPSK ve 16-QAM işaret kümeleri için şu şekilde hesaplanmıştır:

$$\max_{\theta} \delta_{\min}(\chi) = \begin{cases} f_2(\pi/3) = 8.00, & \text{BPSK} \\ f_4(\pi/6) = 8.57, & \text{QPSK} \\ f_{16}(\pi/6) = 8.31, & \text{16-QAM.} \end{cases} \quad (5.18)$$

Tasarım algoritmasına göre, STBC-SM kod sözcükleri şu şekilde oluşturulabilir:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \{(\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0), (\mathbf{0} \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0), (\mathbf{0} \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2)\} \\ \chi_2 &= \{(\mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0), (\mathbf{0} \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ 0), (\mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \mathbf{x}_1)\} e^{j\theta_2} \\ \chi_3 &= \{(\mathbf{x}_1 \ 0 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0 \ 0), (\mathbf{0} \ \mathbf{x}_1 \ 0 \ \mathbf{x}_2 \ 0 \ 0)\} e^{j\theta_3}. \end{aligned}$$

Burada ise $\binom{6}{2} = 15$ anten kombinasyonundan sadece 8'i seçilmiştir.

5.3 STBC-SM Sistemi için Optimum Kod Çözücü

Bu alt bölümde STBC-SM sistemi için ML kod çözme yöntemi verilecektir. Duruğumsu ve düz Rayleigh sönümlenmeli n_T verici ve n_R alıcı antenli bir MIMO kanal için $2 \times n_R$ alınan işaret matrisi \mathbf{Y} ,

$$\mathbf{Y} = \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \mathbf{X}_\chi \mathbf{H} + \mathbf{N} \quad (5.19)$$

şeklinde olup burada $\mathbf{X}_\chi \in \chi$, iki zamanda iletilen $2 \times n_T$ STBC-SM iletim matrisi, μ , ρ 'nun her bir alıcıdaki ortalama SNR olması için kullanılan bir normalizasyon sabitidir. \mathbf{H} ve \mathbf{N} ise sırasıyla elemanları $\mathcal{CN}(0,1)$ ve $\mathcal{CN}(0,N_0)$ dağılımlı i.i.d. rastlantı değişkenleri olan $n_T \times n_R$ kanal matrisi ve $2 \times n_R$ gürültü matrisidir. \mathbf{H} 'nin bir kod sözcüğünün iletimi sırasında sabit kaldığı, her kod sözcüğü için bağımsız değerler aldığı ve alıcıda bilindiği varsayılmıştır.

n_T verici anten için c adet kod sözcüğüne sahip STBC-SM sisteminde cM^2 farklı iletim matrisi kullanılabilir. Dolayısıyla, bir ML kod çözücü tüm cM^2 olurlu matrisler üzerinden bir arama yaparak aşağıdaki metriği minimize eden matrise karar vermelidir:

$$\hat{\mathbf{X}}_\chi = \arg \min_{\mathbf{X}_\chi \in \chi} \left\| \mathbf{Y} - \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \mathbf{X}_\chi \mathbf{H} \right\|^2. \quad (5.20)$$

(5.20)'deki minimizasyon Alamouti kodunun dikliği sayesinde basitleştirilebilir. Alıcı, (5.19)'u düzenleyerek şu şekilde bir eşdeğer kanal modeli elde edebilir:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \mathcal{H}_\chi \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \mathbf{n} \quad (5.21)$$

Burada \mathcal{H}_χ , Alamouti kodlamalı SM yapısına ait $2n_R \times 2$ eşdeğer kanal matrisidir [44] ve STBC-SM kod sözcüklerine göre c farklı gerçekleşmesi vardır. (5.21)'de \mathbf{y} ve \mathbf{n} ise sırasıyla $2n_R \times 1$ eşdeğer alınan işaret ve gürültü vektörleridir. Alamouti kodunun dikliği sayesinde \mathcal{H}_χ 'nin iki sütunu tüm durumlarda birbirine diktir ve bu da simge-simgede basit kod çözmeye olanak vermektedir. Diğer bir deyişle, önerilen STBC-SM sisteminde SM'dekine benzer şekilde kanallar arası girişim yoktur. Çizelge 5.1'de dört verici anten için verilen STBC-SM sistemini göz önüne alacak olursak,

\mathcal{H}_χ 'nin dört farklı gerçeğemesi olup, n_R alıcı anten için şu şekilde verilmektedir:

$$\mathcal{H}_0 = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} \\ h_{1,2}^* & -h_{1,1}^* \\ h_{2,1} & h_{2,2} \\ h_{2,2}^* & -h_{2,1}^* \\ \vdots & \vdots \\ h_{n_R,1} & h_{n_R,2} \\ h_{n_R,2}^* & -h_{n_R,1}^* \end{bmatrix}, \mathcal{H}_1 = \begin{bmatrix} h_{1,3} & h_{1,4} \\ h_{1,4}^* & -h_{1,3}^* \\ h_{2,3} & h_{2,4} \\ h_{2,4}^* & -h_{2,3}^* \\ \vdots & \vdots \\ h_{n_R,3} & h_{n_R,4} \\ h_{n_R,4}^* & -h_{n_R,3}^* \end{bmatrix}, \quad (5.22)$$

$$\mathcal{H}_2 = \begin{bmatrix} h_{1,2}\varphi & h_{1,3}\varphi \\ h_{1,3}^*\varphi^* & -h_{1,2}^*\varphi^* \\ h_{2,2}\varphi & h_{2,3}\varphi \\ h_{2,3}^*\varphi^* & -h_{2,2}^*\varphi^* \\ \vdots & \vdots \\ h_{n_R,2}\varphi & h_{n_R,3}\varphi \\ h_{n_R,3}^*\varphi^* & -h_{n_R,2}^*\varphi^* \end{bmatrix}, \mathcal{H}_3 = \begin{bmatrix} h_{1,4}\varphi & h_{1,1}\varphi \\ h_{1,1}^*\varphi^* & -h_{1,4}^*\varphi^* \\ h_{2,4}\varphi & h_{2,1}\varphi \\ h_{2,1}^*\varphi^* & -h_{2,4}^*\varphi^* \\ \vdots & \vdots \\ h_{n_R,4}\varphi & h_{n_R,1}\varphi \\ h_{n_R,1}^*\varphi^* & -h_{n_R,4}^*\varphi^* \end{bmatrix}.$$

Burada $h_{i,j}$, j . verici anten ile i . alıcı anten arasındaki kanal sönümlleme katsayısıdır ve $\varphi = e^{j\theta}$. Genel durumda, c adet eşdeğer kanal matrisi $\mathcal{H}_\ell, 0 \leq \ell \leq c-1$ olup, ℓ . kombinasyon için alıcı, x_1 ve x_2 simgelerine ait ML kestirimlerini $\mathbf{h}_{\ell,1}$ ve $\mathbf{h}_{\ell,2}$ 'nin dikliğinden yararlanarak şu şekilde elde eder:

$$\hat{x}_{1,\ell} = \arg \min_{x_1 \in \xi} \left\| \mathbf{y} - \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \mathbf{h}_{\ell,1} x_1 \right\|^2, \quad (5.23)$$

$$\hat{x}_{2,\ell} = \arg \min_{x_2 \in \xi} \left\| \mathbf{y} - \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \mathbf{h}_{\ell,2} x_2 \right\|^2.$$

Burada $\mathcal{H}_\ell = [\mathbf{h}_{\ell,1} \ \mathbf{h}_{\ell,2}]$, $0 \leq \ell \leq c-1$ ve $\mathbf{h}_{\ell,j}, j = 1, 2$, de $2n_R \times 1$ sütun vektördür. x_1 ve x_2 için ilişkin ML metrikler ise sırasıyla,

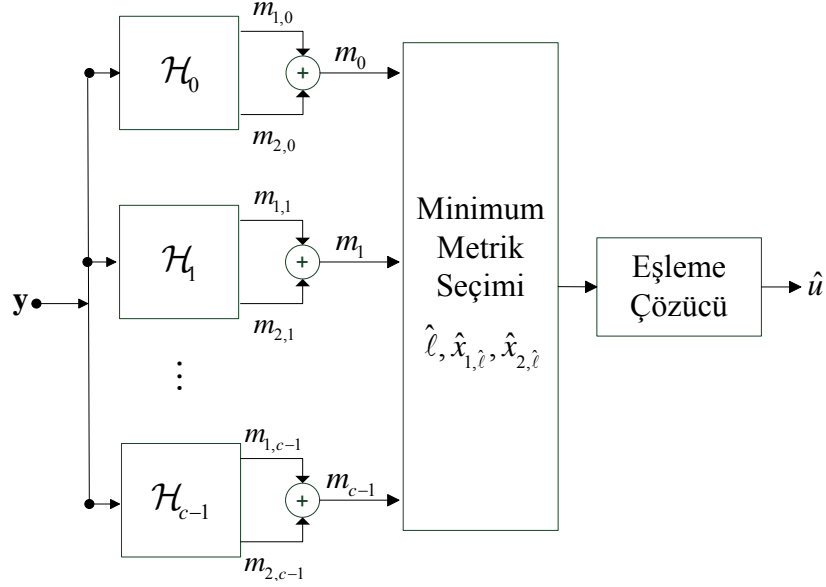
$$m_{1,\ell} = \min_{x_1 \in \xi} \left\| \mathbf{y} - \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \mathbf{h}_{\ell,1} x_1 \right\|^2, \quad (5.24)$$

$$m_{2,\ell} = \min_{x_2 \in \xi} \left\| \mathbf{y} - \sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \mathbf{h}_{\ell,2} x_2 \right\|^2$$

şeklinde. $m_{1,\ell}$ ve $m_{2,\ell}$, ℓ . kombinasyon için ML alıcı tarafından hesaplandığından, toplamları olan $m_\ell = m_{1,\ell} + m_{2,\ell}, 0 \leq \ell \leq c-1$, ℓ . kombinasyon için toplam ML metriğini vermektedir. Ardından optimum alıcı,

$$\hat{\ell} = \arg \min_{\ell} m_\ell \quad (5.25)$$

ile minimum anten kombinasyon metriğinden yararlanarak $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (\hat{x}_{1,\hat{\ell}}, \hat{x}_{2,\hat{\ell}})$ şeklinde kararlar vermektedir. Bu yöntem sayesinde (5.20)'de verilen cM^2 üstel



Şekil 5.3: STBC-SM ML alıcısının blok şeması.

karmaşıklığa sahip minimizasyon, alıcının optimum doğası bozulmadan $2cM$ 'lik doğrusal bir kod çözme karmaşıklığına indirgenmiştir. Hatırlanacağı üzere SM sistemi için de optimum kod çözücü Mn_T adet metrik hesabına gereksinim duyduğundan, SM için de kod çözme karmaşıklığı doğrusaldır. Ancak $n_T \geq 4$ için $c \geq n_T$ olacağından STBC-SM sisteminin ML kod çözme karmaşıklığı SM'ninkinden daha fazla olmaktadır. Ancak Bölüm 3.6'da gösterileceği üzere, alıcı karmaşıklığındaki bu artış STBC-SM tarafından hata başarımında sağlanan hatırı sayılır iyileşme sayesinde önemini yitirecektir.

Kod çözmenin son aşamasında ise vericide kullanılan eşleme tablosu alıcı tarafında da kullanılarak belirlenen anten kombinasyonu $\hat{\ell}$ ile veri simgeleri \hat{x}_1 ve \hat{x}_2 'dan bilgi bitlerine ait bir \hat{u} kararı verilmektedir. Yukarıda anlatılan ML kod çözücünün blok şeması Şekil 5.3'te gösterilmiştir.

5.4 STBC-SM Sisteminin Başarım Analizi

Bu bölümde STBC-SM sisteminin hata başarımı analiz edilmiştir. STBC-SM tarafından $2m$ bit, iki zaman aralığında $cM^2 = 2^{2m}$ farklı STBC-SM iletim matrislerinden birisi ile iletilmektedir. Bu matrisler, basitlik açısından bu bölümde $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_{2^{2m}}$ şeklinde gösterilmiştir. Ortalama bit hata olasılığını (BEP) üstten

sınırlamak için aşağıda verilen iyi bilinen birleşim sınırı kullanılabilir [54]

$$P_b \leq \frac{1}{2^{2m}} \sum_{i=1}^{2^{2m}} \sum_{j=1}^{2^{2m}} \frac{P(\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{X}_j)n_{i,j}}{2m}. \quad (5.26)$$

Burada $P(\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{X}_j)$, STBC-SM matrisi \mathbf{X}_i iletildiğinde diğer bir STBC-SM matrisi \mathbf{X}_j 'ye karar verilmesi olasılığıdır. Diğer bir deyişle, bu bir çiftsel hata olasılığı (pairwise error probability, PEP)'dir. $n_{i,j}$ ise \mathbf{X}_i iletilip \mathbf{X}_j 'e karar verildiğinde ilişkin bitlerdeki hata sayısıdır. (5.19)'da $\mu = 1$ ve $E\{\text{tr}(\mathbf{X}_\chi^H \mathbf{X}_\chi)\} = 2$ normalizasyonu altında, STBC-SM sisteminin koşullu PEP (conditional PEP, CPEP)'i

$$P(\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{X}_j | \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\rho}{2}} \|\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i\| \mathbf{H}\right) \quad (5.27)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $Q(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_x^\infty e^{-y^2/2} dy$ dir. (5.27)'nin kanal matrisi \mathbf{H} üzerinden ortalaması alınır ve m.g.f. yaklaşımı kullanılırsa, koşulsuz PEP (unconditional PEP, UPEP) şu şekilde hesaplanır [54]:

$$P(\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{X}_j) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{1 + \frac{\rho\lambda_{i,j,1}}{4\sin^2\phi}}\right)^{n_R} \left(\frac{1}{1 + \frac{\rho\lambda_{i,j,2}}{4\sin^2\phi}}\right)^{n_R} d\phi. \quad (5.28)$$

Burada $\lambda_{i,j,1}$ ve $\lambda_{i,j,2}$, $(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)(\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j)^H$ fark matrisinin öz değerleridir. Eğer $\lambda_{i,j,1} = \lambda_{i,j,2} = \lambda_{i,j}$ ise (5.28) şu şekilde basitleşir,

$$P(\mathbf{X}_i \rightarrow \mathbf{X}_j) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{1 + \frac{\rho\lambda_{i,j}}{4\sin^2\phi}}\right)^{2n_R} d\phi \quad (5.29)$$

ki bu da geleneksel Alamouti kodunun PEP değeridir [34]. (5.28) ve (5.29)'daki integraller için kapalı biçimde ifadeler Ref. [54]'ün 5. bölümünün ek kısmında bulunabilir.

STBC-SM sisteminde $n_T = 3$ ve $n_T \geq 4$ için çift sayıda verici anten kullanıldığında, diğer bir deyişle $c = an$ olduğu durumlarda, STBC-SM kodlarının simetrisinden dolayı tüm iletim matrislerinin eşdeğer hata özelliğine sahip olduğu görülmüştür. Yani bu durumda, tüm iletim matrisleri \mathbf{X}_1 ile aynı PEP değerine sahiptir. Böylece, STBC-SM için BEP üst sınırı

$$P_b \leq \sum_{j=2}^{2^{2m}} \frac{P(\mathbf{X}_1 \rightarrow \mathbf{X}_j)n_{1,j}}{2m}. \quad (5.30)$$

şeklinde bulunabilir. İletim matrislerine doğal eşleme yapıldığında, $n_{1,j}$ doğrudan $n_{1,j} = w[(j-1)_2]$ şeklinde hesaplanabilir. Burada $w[x]$ ve $(x)_2$ sırasıyla, x 'in

Hamming ağırlığı ve ikili tabanda gösterimidir. Dolayısıyla, (5.30)'dan BEP için üst sınır

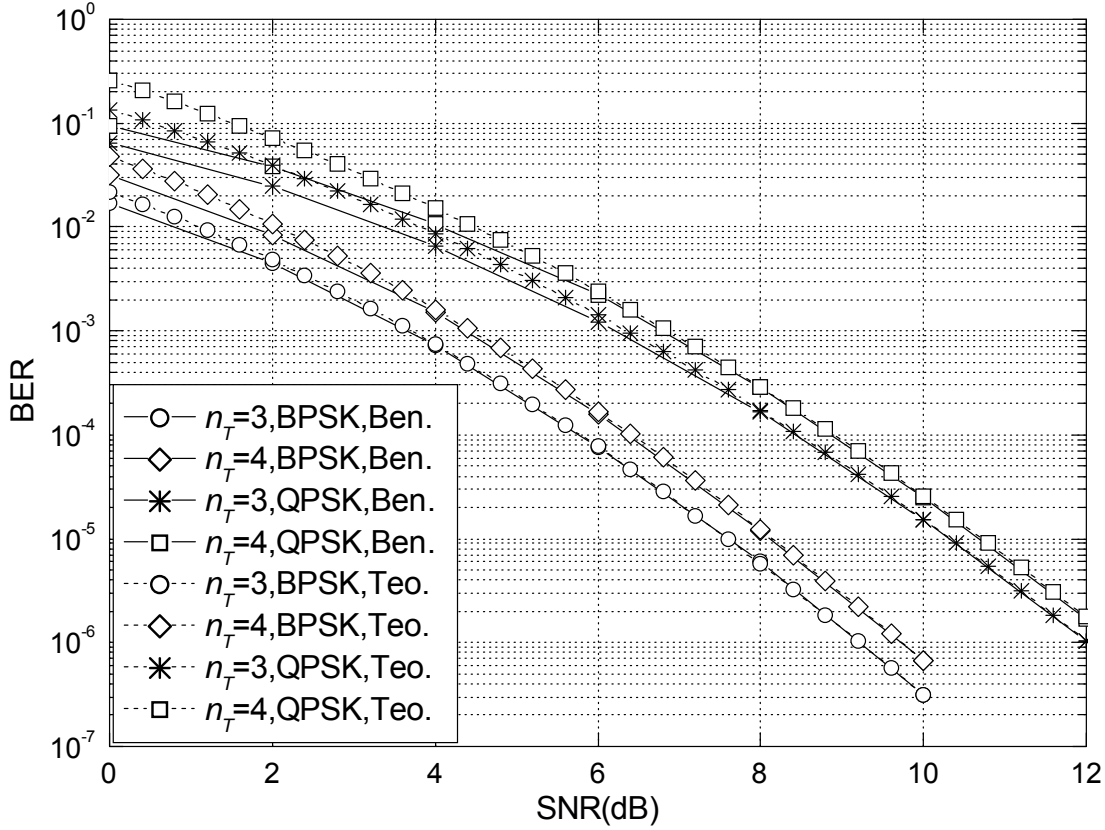
$$P_b \leq \sum_{j=2}^{2^{2m}} \frac{w[(j-1)_2]}{2m\pi} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1}{1 + \frac{\rho\lambda_{1,j,1}}{4\sin^2\phi}} \right)^{n_R} \left(\frac{1}{1 + \frac{\rho\lambda_{1,j,2}}{4\sin^2\phi}} \right)^{n_R} d\phi, \quad (5.31)$$

şeklinde bulunur. (5.31), bir sonraki bölümde değişik sistem parametreleri için hesaplanacaktır.

5.5 Benzetim Sonuçları ve Karşılaştırmalar

Bu bölümde STBC-SM sisteminin değişik parametreler için benzetim sonuçları verilmiş ve referans sistemlerle karşılaştırmalar yapılmıştır. Karşılaştırmalarda referans sistemler, klasik SM, V-BLAST, dört verici anten için 3/4-hızlı OSTBC [55], Alamouti kodu, Altın kod [56] ve double space-time transmit diversity (DSTTD) [57] sistemleridir. Tüm sistemlerin bit hata oranı (BER) başarımları alıcısındaki ortalama işaret-gürültü oranı (ρ , SNR) değerlerine göre Monte Carlo benzetimleri ile elde edilmiştir. Tüm benzetimlerde 4 alıcı anten kullanılmıştır. Tüm karşılaştırmalar 10^{-5} 'lik BER değeri için yapılmıştır. SM, Bölüm 3'te verilen optimum alıcıyı, V-BLAST ise sıralı ardışık girişim gidermeli (successive interference cancellation, SIC) minimum ortalama karesel hata (MMSE) kod çözücüyü [58] kullanmaktadır. Bu alıcıda, en yüksek sezim sonrası SNR'a sahip katman ilk olarak sezilmekte, ardından bu sezilen katman alınan işaretten çıkartılmakta ve bu işlem iteratif olarak diğer tüm katmanlara uygulanmaktadır. Altın kod ve DSTTD şemaları içinse karşılaştırma amacıyla ML seziciler kullanılmıştır.

İlk olarak Şekil 5.4'te STBC-SM sisteminin üç ve dört verici antenli MIMO sistemlerde BPSK ve QPSK modülasyonları için BER başarımlar eğrileri verilmiştir. Referans olarak, STBC-SM sisteminin (5.31)'den hesaplanan BEP üst sınır eğrileri de bu şekilde verilmiştir (bu eğriler şekilde Teo. kısaltması ile gösterilmektedir). Şekil 5.4'ten görüldüğü üzere tüm durumlarda hesaplanan üst sınırlar artan SNR değerleriyle birlikte Monte Carlo benzetim sonuçlarına oldukça yaklaşmaktadırlar. Buradan, bir önceki bölümde çıkartılan BEP üst sınırının STBC-SM sisteminin değişik sistem parametrelerine göre hata başarımlarının kestiriminde verimli bir araç olabileceği sonucuna varılmaktadır. Ek bir not olarak, Şekil 5.4'ten artan bant verimliliği ile birlikte



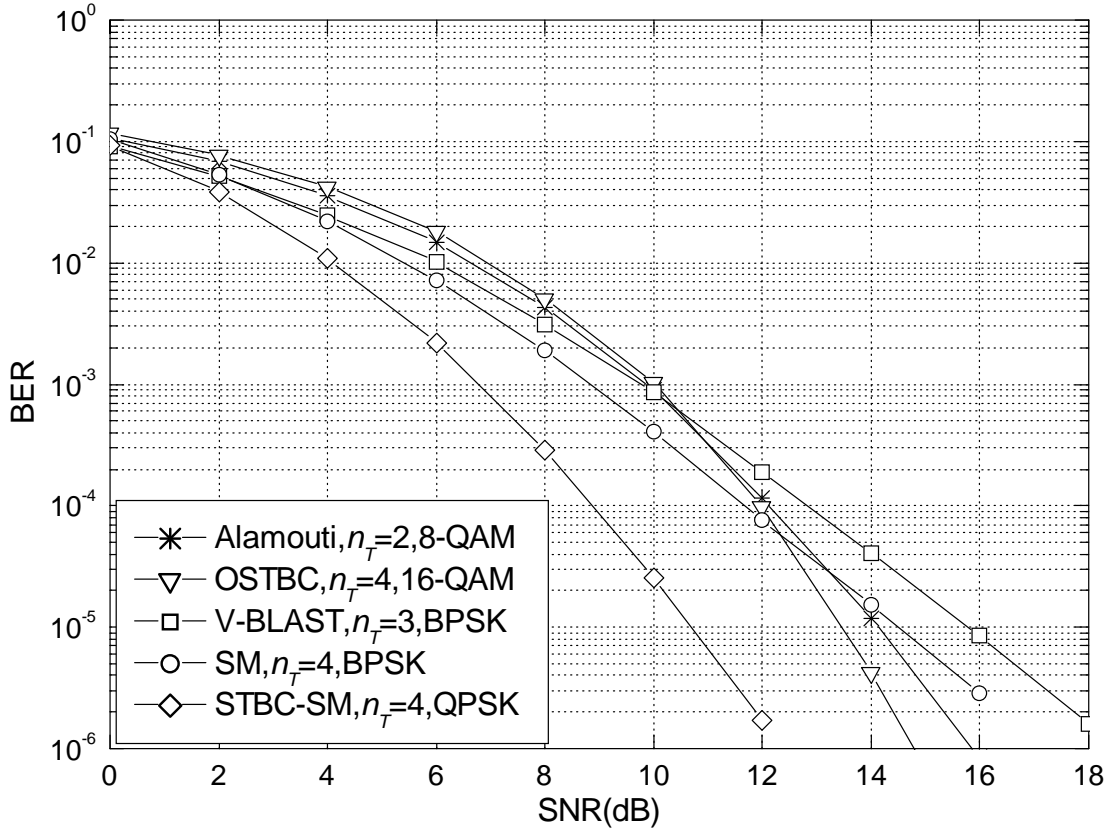
Şekil 5.4: STBC-SM sisteminin BPSK ve QPSK için BER başarımların kuramsal üst sınırlar ile karşılaştırılması.

STBC-SM sisteminin BER eğrisinin sağa doğru ötelendiği ancak eğiminin hep $2n_R$ kaldığı görülmektedir.

5.5.1 SM, V-BLAST, 3/4-hızlı OSTBC ve Alamouti kodu ile karşılaştırmalar

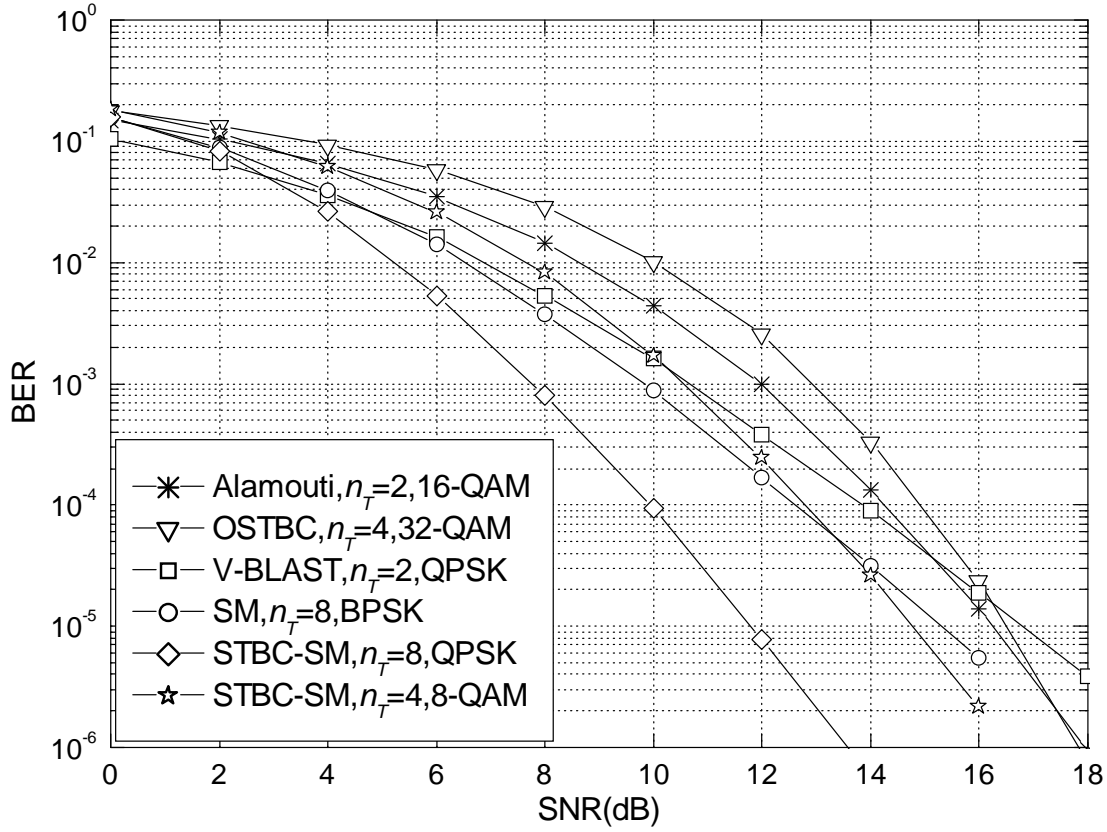
Şekil 5.5'te 3 bit/sn/Hz bant verimliliği için $n_T = 4$ ve QPSK kullanan STBC-SM sisteminin, $n_T = 4$ ve BPSK kullanan SM'nin, $n_T = 3$ ve BPSK kullanan V-BLAST yapısının, 16-QAM kullanan OSTBC'nin ve 8-QAM kullanan Alamouti kodunun BER eğrileri verilmiştir. Bu şekilde görüldüğü üzere STBC-SM, sırasıyla SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti koduna göre 3.8, 5.1, 2.8 ve 3.4 dB'lik SNR kazançları sağlamaktadır.

Şekil 5.6'da, iki farklı STBC-SM yapısının benzetimi 4 bit/sn/Hz için yapılmıştır. İlk sistemde $n_T = 8$ ve QPSK, ikinci sistemde ise $n_T = 4$ ve 8-QAM kullanılmış ve $n_T = 8$ ve BPSK kullanan SM, $n_T = 2$ ve QPSK kullanan V-BLAST, 32-QAM kullanan OSTBC ve 16-QAM kullanan Alamouti koduyla karşılaştırmalar



Şekil 5.5: 3 bit/sn/Hz için STBC-SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti kodunun BER başarımları.

yapılmıştır. Görüldüğü üzere $n_T = 8$ ve QPSK kullanan STBC-SM, sırasıyla SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti koduna göre 3.5, 5, 4.7 ve 4.4 dB'lik SNR kazançları sağlamaktadır. Diğer taraftan, iki STBC-SM yapısı arasında 3 dB'lik bir SNR farkı gözlemlenmiştir. Bu iki yapıdan daha fazla verici anten ancak daha küçük bir işaret uzayı kullananı daha iyi hata başarımı göstermiştir. Aslında daha fazla verici anten kullanan sistem, uzaysal modülasyon ile daha çok bit iletmektedir. Bu iki yapı arasındaki başarımların farkı, normalize edilmiş minimum CGD değerlerinden de doğrulanmaktadır. Buradan hata başarımının işaret uzayının eleman sayısını arttırmaksızın anten uzayının eleman sayısını arttırarak optimize edilebileceği sonucuna varmaktayız. Ancak başarımları daha iyi olan sistemin ML kod çözme karmaşıklığı 128 iken, bu değer diğer sistem için 64 olarak hesaplanmaktadır ki bu da hata başarımı ve karmaşıklık arasında ilginç bir ödünleşim sunmaktadır. Sonuç olarak belli bir bant verimliliği için modülasyon derecesi M arttırıldığında verici anten sayısı n_T düşmekte ancak bunun sonucunda belli bir BER değerini yakalamak için

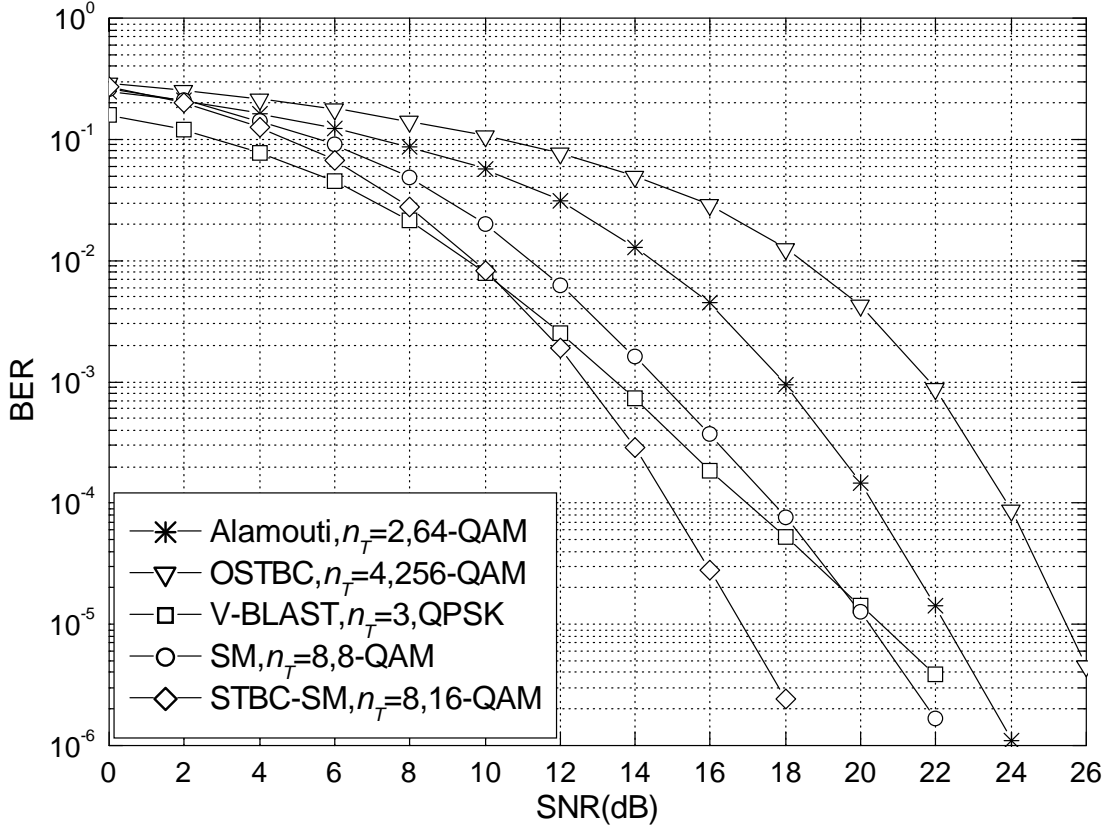


Şekil 5.6: 4 bit/sn/Hz için STBC-SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti kodunun BER başarımları.

gereken SNR düzeyi artmakta, diğer taraftan kod çözme karmaşıklığı düşmektedir. Tam tersi durumda ise, modülasyon derecesi M düşürüldüğünde verici anten sayısı n_T artmakta ve bunun sonucunda belli bir BER değerini yakalamak için gereken SNR düzeyi düşmekte, ancak kod çözme karmaşıklığı artmaktadır.

Şekil 5.7’de ise 6 bit/sn/Hz iletim için $n_T = 8$ ve 16-QAM kullanan STBC-SM sisteminin, $n_T = 8$ ve 8-QAM kullanan SM’nin, $n_T = 3$ ve QPSK kullanan V-BLAST yapısının, 256-QAM kullanan OSTBC’nin ve 64-QAM kullanan Alamouti kodunun BER eğrileri verilmiştir. Bu şekilden görüldüğü üzere STBC-SM, sırasıyla SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti koduna göre 3.4, 3.7, 8.6 ve 5.4 dB’lik SNR kazançları sağlamaktadır.

Sonuç olarak, Şekil 5.5-5.7’den, sağladığı verici çeşitlemesi dolayısıyla STBC-SM sistemi ile SM ve V-BLAST sistemleri arasındaki başarımların artan SNR ile birlikte arttığı görülmektedir. Ayrıca STBC-SM sisteminin anten modülasyonu sayesinde klasik Alamouti kodunun başarımlarını 3 – 5 dB iyileştirdiği gözlemlenmiştir.

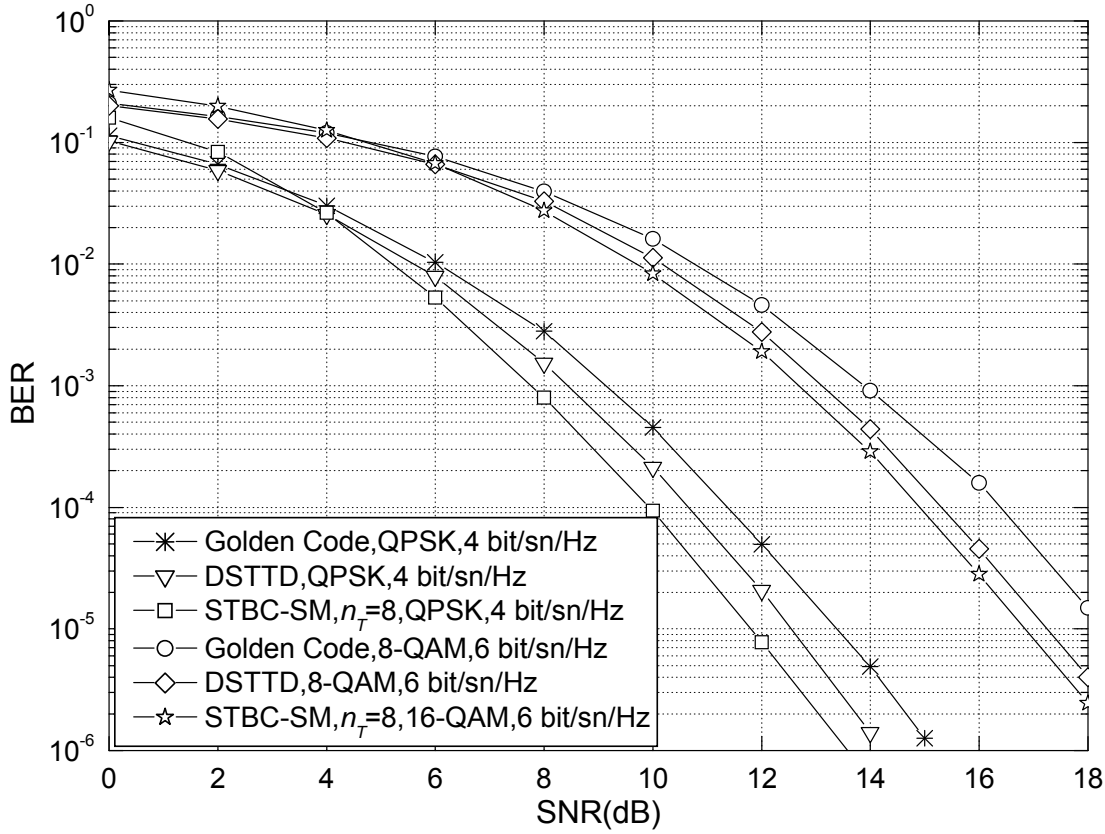


Şekil 5.7: 6 bit/sn/Hz için STBC-SM, V-BLAST, OSTBC ve Alamouti kodunun BER başarımları.

İlginç bir not olarak OSTBC'ye göre daha düşük bir verici çeşitleme derecesine sahip olmasına rağmen STBC-SM sisteminin daha iyi hata başarımı sağladığı görülmektedir. Bu sonuçta kuşkusuz olarak OSTBC'nin düşük hızı dolayısıyla STBC-SM ile aynı bant verimliliğini yakalamak için kullandığı oldukça kalabalık M -QAM işaret uzayları etkili olmaktadır. Son olarak bazı durumlarda, SM ve V-BLAST sistemlerinin Alamouti kodu tarafından yüksek SNR değerlerinde geride bırakıldığı gözlemlenmiştir.

5.5.2 Altın kod ve DSTTD sistemi ile karşılaştırmalar

Şekil 5.8'de STBC-SM sisteminin BER başarımı Altın kod [56] ve DSTTD [57] sistemlerinin başarımları ile 4 ve 6 bit/sn/Hz bant verimlilikleri için karşılaştırılmıştır. Altın kod ve DSTTD sistemleri sırasıyla iki ve dört verici anten için önerilmiş iki-hızlı STBC'lerdir. İki STBC için de doğrudan ML kod çözme karmaşıklığı M^4 olup, literatürde son yapılan bazı çalışmalarla bu değer genel bir M -QAM işaret

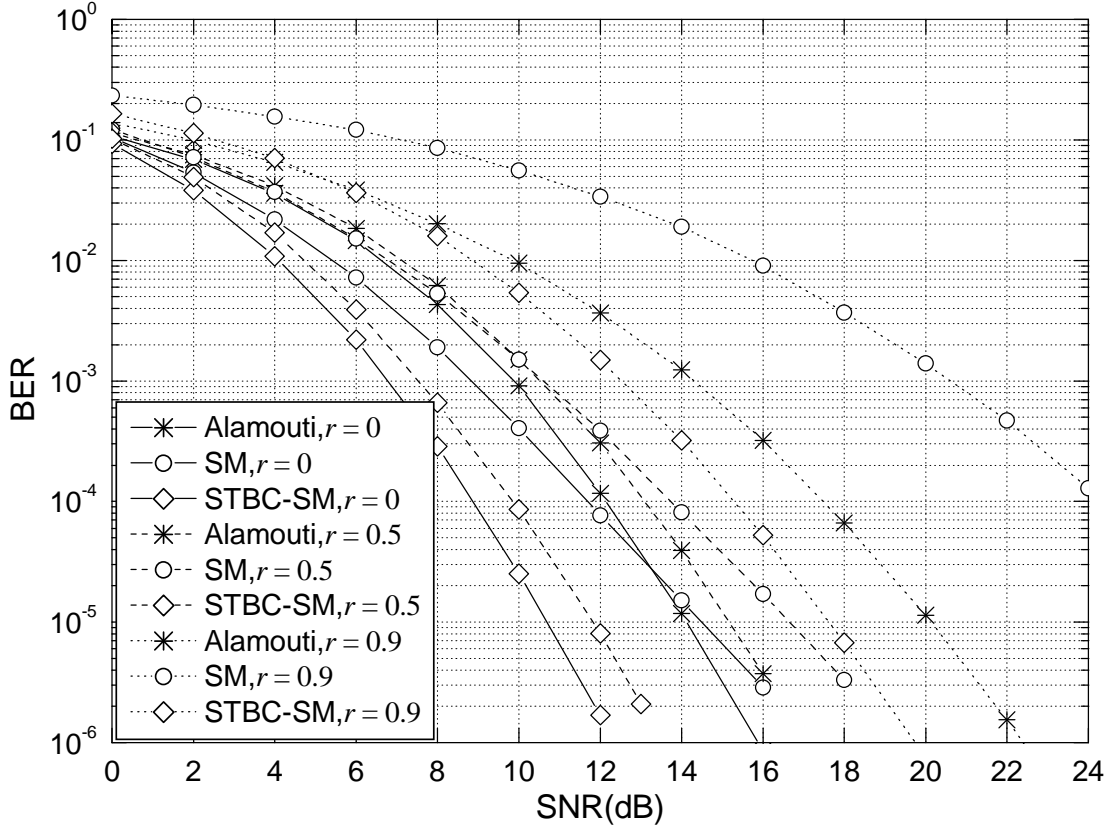


Şekil 5.8: 4 ve 6 bit/sn/Hz için STBC-SM, Altın kod ve DSTTD sisteminin BER başarımları.

uzayı için $2M^3$ 'e düşürülmüştür. Özellikle DSTTD sistemi literatürde genel olarak MMSE kod çözücü ile kullanılıyor olsa da, burada bir ML kod çözücü kullanılarak incelenen tüm sistemlerin saf başarımları karşılaştırılmıştır. Şekil 5.8'den görüldüğü üzere STBC-SM, 4 bit/sn/Hz'de aynı kod çözme yöntemi için DSTTD sistemine ve Altın koda sırasıyla 0.75 ve 1.6 dB'lik SNR kazançları sağlamıştır. Bu bant verimliliği için üç sistemin de ML kod çözme karmaşıklığı 128 olmaktadır. Diğer taraftan STBC-SM, 6 bit/sn/Hz'de DSTTD sistemine ve Altın koda sırasıyla 0.4 ve 1.5 dB'lik üstünlük sağlamıştır ki bu durumda STBC-SM sisteminin karmaşıklığı referans sistemlerden %50 daha düşüktür ve 512'ye eşittir.

5.5.3 İlişkili kanal koşullarında STBC-SM

Antenler arasında yeteri kadar uzaklık olmaması ve yerel saçıcıların varlığı bir MIMO kanalın verici ve alıcı antenleri arasında bir uzaysal ilişkiye (spatial correlation, SC)



Şekil 5.9: 3 bit/sn/Hz için STBC-SM, SM ve Alamouti kodunun sisteminin SC kanalda BER başarımları.

neden olmaktadır. Bu uzaysal ilişki,

$$\mathbf{H}_{corr} = \mathbf{R}_t^{1/2} \mathbf{H} \mathbf{R}_r^{1/2} \quad (5.32)$$

şeklinde tanımlanan yeni bir kanal matrisiyle modellenebilir [59]. Burada $\mathbf{R}_t = [r_{ij}]_{n_T \times n_T}$ ve $\mathbf{R}_r = [r_{ij}]_{n_R \times n_R}$ sırasıyla alıcı ve vericideki SC matrisleridir. Basitlik açısından benzetimlerde, bu matrislerin üretiminde

$$r_{ij} = r_{ji}^* = r^{|j-i|} \quad (5.33)$$

ile verilen üstel ilişki matris modeli kabul edilmiştir [60]. Burada $|r| < 1$ olup r de ardışık iki antenin sönmüleme katsayıları arasındaki ilişki miktarıdır. Oldukça basit bir model olan üstel ilişki matris modeli, fiziksel modellere çok yakın olmasa da, ilişkili kanal koşulları altında STBC-SM sisteminin hata başarımını incelemek için oldukça basit ve etkin bir yol sunmaktadır.

Şekil 5.9'da 3 bit/sn/Hz iletim için STBC-SM, SM ve V-BLAST sistemlerinin ilişkili kanallarda ($r = 0, 0.5$ ve 0.9 için) başarımları incelenmiştir. Bu şekilden görüldüğü

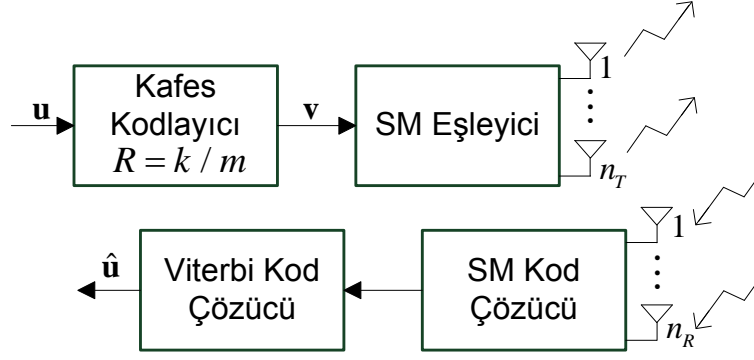
üzere tüm sistemlerin başarımları ilişkili kanallarda kötüleşmektedir. Ancak Alamouti kodu ve STBC-SM için SNR'daki kayıp yakın değerlerdeyken, aynı durum SM için söz konusu değildir. Bu durum özellikle $r = 0.9$ değeri için SM'nin başarımının ilişkisiz duruma göre yaklaşık 12 dB kötüleşmesinden görülmektedir. Dolayısıyla, STBC-SM yapısının klasik SM yapısına göre uzaysal ilişkiye daha dayanıklı olduğu sonucuna varılmaktadır.

6. KAFES KODLAMALI UZAYSAL MODÜLASYON (SM-TC)

Literatürde verilen kafes kodlamalı uzaysal modülasyon sistemleri incelenmiş, [18] ve [19]'da önerilen ve kafes kodlamayla SM'i kısmen birleştiren sistemin avantaj ve dezavantajları ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Bölüm 4.2'de anlatılan bu sistemde bilgi bitlerinin sadece bir bölümü kafes kodlayıcıdan geçirilmektedir. Bu sistemi öneren yazarlar, SM'nin hata başarımını sadece ilişkili ve Rician sönümlmeli kanallarda iyileştirmeyi hedeflemiş bu nedenle de sadece ilişkin anten indisini belirleyen bitleri kodlamışlardır. Bu sistemin iki temel dezavantajı dikkatimizi çekmiştir:

- [18] ve [19]'da önerilen bu sistemin hata başarımı ilişkisiz kanallarda, sert kararlı Viterbi kod çözücü kullanılması sebebiyle kodlanmamış SM'den daha da kötü olmaktadır ki bu durumda klasik SM yerine bu sistemi kullanmak anlamsızdır.
- Giriş bitlerinin sadece bir kısmı kodlanmıştır ve dolayısıyla bu sistem, klasik SM'e göre ek çeşitleme kazancı sağlayamamaktadır.

Sözü geçen bu yapının aksine bilgi bitlerinin tümünün kodlanarak daha yüksek başarılı bir sistemin tasarlanabileceği düşünülmüştür. Bu amaçla STBC-SM yapısını bir aşama daha ilerleterek, çeşitleme kazancının yanı sıra ek kodlama kazançları da elde etmek için SM ile kafes kodlamayı doğrudan birleştiren ve *kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (spatial modulation with trellis coding, SM-TC)* olarak adlandırılan yeni bir sistem önerilmiştir [26, 27, 61]. Bu MIMO iletim sisteminde TCM tekniğinden esinlenerek kafes kodlayıcı ve SM eşleyici birlikte tasarlanmıştır. Bu yapının MIMO sistemin verici antenleri arasında anahtarlaması bir çeşit sanal serpiştirme etkisi oluşturmakta ve bunun sonucunda serpiştirici kullanılmaksızın zaman çeşitlemesi elde edilebilmektedir. SM-TC yapısının öncelikle koşullu çiftsel hata olasılığı (CPEP) çıkartılmış, ardından çeşitli durumlar için koşulsuz çiftsel hata olasılığı (UPEP) değerleri ilişkisiz Rayleigh sönümlmeli kanallar için hesaplanmıştır.



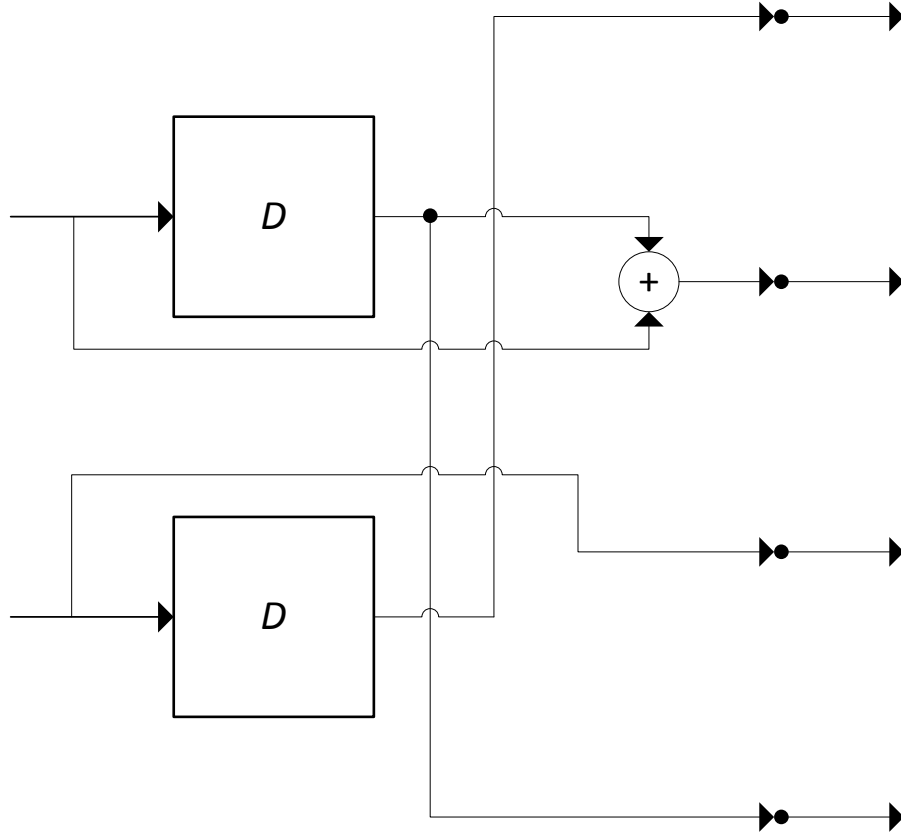
Şekil 6.1: SM-TC Sistem Modeli.

Bunun sonucunda SM-TC yapısı için tasarım ölçütleri verilmiş ve bu ölçütlere dayanarak 2,3 ve 4 bit/sn/Hz bant verimlilikleri için 4, 8 ve 16-durumlu SM-TC sistemleri tasarlanmıştır. Bilgisayar benzetimleri ile incelenen sistemlerin uzay-zaman kafes kodlardan (STTC) [28] ve [19]'da önerilen yapıdan daha iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir. Üstelik SM-TC yapısının STTC'lerden daha düşük kod çözme karmaşıklığına sahip olduğu da gösterilmiştir.

6.1 Uzaysal Modülasyon için Kafes Kodlama

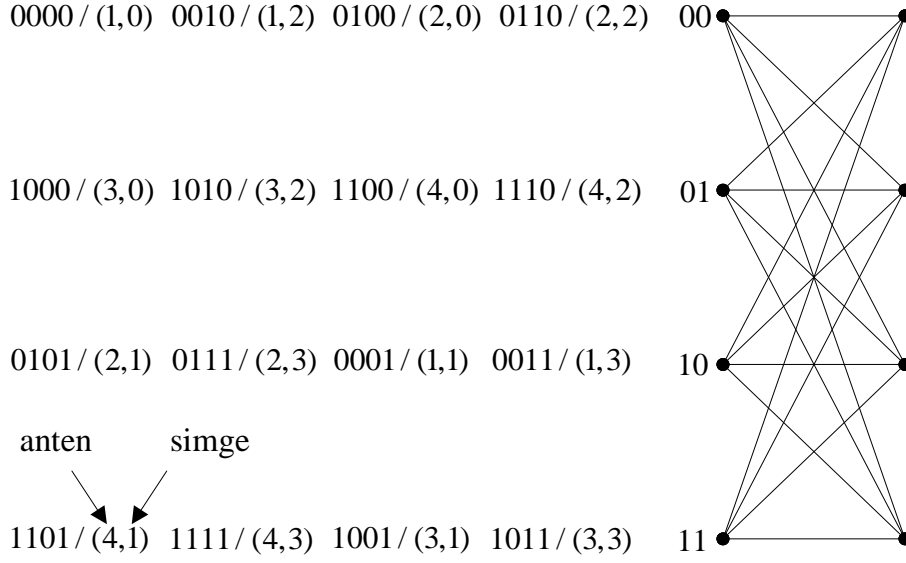
Önerilen SM-TC sistem modeli Şekil 6.1'de verilmiştir. i.i.d. ikili bit dizisi \mathbf{u} , $R = k/m$ oranlı bir kafes kodlayıcıdan geçirilerek elde edilen çıkış dizisi \mathbf{v} , SM eşleyiciye verilmektedir. SM eşleyici kafes kod ile birlikte tasarlanmış olup, M -PSK ya da M -QAM gibi bir işaret uzayı ile n_T verici anten kullanarak bir iletim aralığında $m = \log_2(Mn_T)$ kodlanmış biti iletmektedir. SM eşleyici kodlanmış dizinin ilk $\log_2 n_T$ bitiyle verici antenin indisini belirlerken kalan $\log_2 M$ biti ise ilgili işaret uzayına eşlemektedir. Kafes kodlama dolayısıyla tüm sistemin bant verimliliği k bit/sn/Hz olmaktadır. SM tarafından oluşturulan işaret $x = (i, s)$ olup burada $s \in \xi$, $i \in \{1, 2, \dots, n_T\}$ indisli anten üzerinden gönderilen veri simgesidir. Bu sistem için \mathbf{H} 'nın bir çerçevenin iletimi boyunca sabit kaldığı ve alıcıda bilindiği varsayılmıştır. İletilen işaret n_R boyutlu, N_0 varyanslı karmaşık toplamsal Gauss gürültü vektöründen etkilenmektedir. Alıcıda ise optimum SM alıcı tarafından hesaplanan metrikleri kullanan bir Viterbi kod çözücü kullanılmaktadır. SM-TC sistemini 4 verici anten ve $k = 2$ bit/sn/Hz için şu örnekle sunabiliriz:

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$



Şekil 6.2: Kullanılan $R = 2/4$ katlamalı kodlayıcının blok diyagramı.

(soldan tanımlı oktal) üreteç matrisi ile verilen bir $R = 2/4$ oranlı katlamalı kod ile seri bağlanmış bir SM eşleyiciyi düşünelim. Bu kodlayıcı için ilişkin blok diyagramı Şekil 6.2’te verilmiştir. Her kodlama adımında ilk iki bit, son iki bit tarafından belirlenen QPSK simgesinin hangi anten üzerinden iletileceğini belirlesin. Sözü edilen bu sistemin kafes diagramı ise Şekil 6.3’te verilmiş olup burada her dal, ilişkin çıkış bitleri ve SM simgeleri (i, s) , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ ve $s \in \{0, 1, 2, 3\}$ ile işaretlenmiştir. Burada s için kullanılan $\{0, 1, 2, 3\}$ simgeleri sırasıyla QPSK simgeleri olan $\{1, j, -1, -j\}$ ’ye denk gelmektedir. Bu sistem [19]’daki kafes kodlamalı sistemden tüm giriş bitlerinin kodlanması, serpiştirici kullanılmaması ve yumuşak kararlı Viterbi algoritması kullanılması dolayısıyla oldukça farklıdır. Dolayısıyla önerilen bu yeni sistemin Ungerboeck’in [17] TCM yapısından daha çok esinlendiği düşünülebilir.



Şekil 6.3: $R = 2/4$ katlamalı kodlayıcı, dört verici anten ve QPSK için SM-TC sisteminin kafes diyagramı.

6.2 SM-TC Sisteminin Hata Analizi

Bu alt bölümde öncelikle SM-TC sistemi için CPEP ifadesi elde edilmiş, ardından duruğumsu Rayleigh sönümlenmeli kanallar için sönümleme değişkenleri üzerinden ortalama alınarak UPEP değerleri iki uzunluklu hata olayları için verilmiştir. Basitlik açısından bir alıcı anten kabul edilmiştir ancak tüm sonuçlar daha çok alıcı anten için kolayca genelleştirilebilir. $x_n = (i_n, s_n)$ ve $s_n \in \xi$, i_n . antenden ($1 \leq i_n \leq n_T$) n . iletim aralığında iletilen simge olmak üzere iletilecek SM simge dizisi $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ ile gösterilsin. Alınan işaret

$$y_n = \alpha_n s_n + w_n, \quad 1 \leq n \leq N \quad (6.2)$$

olup burada α_n , i_n . verici antenden alıcıya n . iletim aralığındaki sönümleme katsayısı, w_n ise $\mathcal{CN}(0, N_0)$ dağılımlı gürültü terimidir. Bir \mathbf{x} dizisi iletilip, Viterbi kod çözücü bir $\hat{\mathbf{x}} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N)$ dizisine karar verdiğinde N uzunluklu bir çiftsel hata olayı gerçekleşmektedir ($x_n \neq \hat{x}_n$, her $n, 1 \leq n \leq N$). $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ ve $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N)$ sırasıyla iletilen \mathbf{x} ve hatalı çözülen $\hat{\mathbf{x}}$ SM simge dizilerini etkileyen sönümleme katsayısı dizilerini göstermek üzere bu hata olayı için CPEP şu şekilde verilir:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \Pr\{m(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\beta}) \geq m(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \boldsymbol{\alpha}) | \mathbf{x}\}. \quad (6.3)$$

Burada $m(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{n=1}^N m(y_n, s_n; \alpha_n) = -\sum_{n=1}^N |y_n - \alpha_n s_n|^2$, \mathbf{x} için karar metriğidir. **(6.3)**, basit düzenlenmelerden sonra

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) &= \Pr \left\{ \sum_{n=1}^N |y_n - \alpha_n s_n|^2 \geq \sum_{n=1}^N |y_n - \beta_n \hat{s}_n|^2 \middle| \mathbf{x} \right\} \\ &= \Pr \left\{ \sum_{n=1}^N |\alpha_n|^2 |s_n|^2 - 2\Re\{y_n \alpha_n^* s_n^*\} \geq \sum_{n=1}^N |\beta_n|^2 |\hat{s}_n|^2 - 2\Re\{y_n \beta_n^* \hat{s}_n^*\} \middle| \mathbf{x} \right\} \\ &= \Pr \left\{ \sum_{n=1}^N -|\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2 + 2\Re\{\tilde{w}_n\} \geq 0 \middle| \mathbf{x} \right\} \end{aligned} \quad (6.4)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\tilde{w}_n = w_n (\beta_n^* \hat{s}_n^* - \alpha_n^* s_n^*)$ şeklindedir. **(6.4)**'te sıfır eşiğiyle karşılaştırılan toplam biçiminde verilmiş karar değişkeni d ile gösterilirse, $\tilde{w}_n \sim \mathcal{CN}(0, N_0 |\beta_n^* \hat{s}_n^* - \alpha_n^* s_n^*|^2)$ olduğu göz önünde bulundurularak d 'nin dağılımının $m_d = -\sum_{n=1}^N |\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2$ ve $\sigma_d^2 = 2N_0 \sum_{n=1}^N |\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2$ olmak üzere $\mathcal{N}(m_d, \sigma_d^2)$ şeklinde olduğu basitçe gösterilebilir. Buna göre, $A_n = |\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2$ olmak üzere SM-TC için CPEP ifadesi şu şekilde hesaplanabilir:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = Q\left(\frac{-m_d}{\sigma_d}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N A_n}{2N_0}}\right). \quad (6.5)$$

$Q(x) \leq \frac{1}{2}e^{-x^2/2}$ sınırlaması ile SM-TC sisteminin CPEP üst sınırı şu şekilde hesaplanır:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma}{4} \sum_{n=1}^N |\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2\right). \quad (6.6)$$

Burada $\gamma = E_s/N_0 = 1/N_0$ alıcıdaki SNR'dır. Dikkat edilirse her n , $1 \leq n \leq N$ için $\alpha_n = \beta_n$ olması durumunda **(6.6)**'daki toplam $|\alpha_n|^2 |s_n - \hat{s}_n|^2$ şekline dönüşmektedir ki bu da klasik TCM yapısının CPEP ifadesidir. Duruğumsu sönümlenmeli bir kanalı hızlı sönümlenmeli bir kanala çeviren sınırsız uzunluklu bir serpiştirici kullanılması durumunda TCM için UPEP, $|\alpha_n|^2$ 'nin p.d.f.'i üzerinden ortalama alınarak basitçe bulunabilir. Ancak serpiştirici kullanılmayan SM-TC yapısı için UPEP hesabı $\boldsymbol{\alpha}$ ve $\boldsymbol{\beta}$ dizileri arasındaki değişken bağımlılık dolayısıyla oldukça karmaşıktır. SM-TC sistemi için **(6.6)**'da verilen CPEP ifadesi matris biçiminde de yazılabilir:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma}{4} \mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{h}\right). \quad (6.7)$$

Burada $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_{n_T}]^T$, $n_T \times 1$ kanal sönümlenme vektörü olup $h_i, i = 1, 2, \dots, n_T$, i . verici antenden alıcıya olan ve hata yolu boyunca sabit kaldığı

kabul edilen kanal sönümlenme katsayısıdır. $\mathbf{S} = \sum_{n=1}^N \mathbf{S}_n$ olmak üzere \mathbf{S}_n , $n_T \times n_T$ Hermisyen bir matris olup kanal katsayılarına $\alpha_n = h_{i_n}$, $\beta_n = h_{j_n}$, i_n ve $j_n \in \{1, 2, \dots, n_T\}$ şeklinde bağlı olan α_n ve β_n 'lerin bir gerçekleşmesini göstermektedir. Burada i_n ve j_n sırasıyla iletilen ve sezilen anten indislerini göstermektedir. \mathbf{S}_n , $n = 1, 2, \dots, N$ matrisinin elemanları $i_n = j_n$ için şu şekilde verilirken:

$$\mathbf{S}_n(p, q) = \begin{cases} d_{E_n}^2, & p = q = i_n \text{ ise} \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (6.8)$$

$i_n \neq j_n$ içinse

$$\mathbf{S}_n(p, q) = \begin{cases} |s_n|^2, & p = q = i_n \text{ ise} \\ |\hat{s}_n|^2, & p = q = j_n \text{ ise} \\ -s_n^* \hat{s}_n, & p = i_n, q = j_n \text{ ise} \\ -s_n \hat{s}_n^*, & p = j_n, q = i_n \text{ ise} \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (6.9)$$

şeklinde verilmektedir. Burada $d_{E_n}^2 = |s_n - \hat{s}_n|^2$ şeklindedir. Örneğin $n_T = 4$, $\alpha_n = h_1$ ve $\beta_n = h_3$ ($i_n = 1$ ve $j_n = 3$) için \mathbf{S}_n şu şekildedir:

$$\mathbf{S}_n = \begin{bmatrix} |s_n|^2 & 0 & -s_n^* \hat{s}_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s_n \hat{s}_n^* & 0 & |\hat{s}_n|^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.10)$$

SM-TC sisteminin UPEP ifadesini elde etmek için (6.7) ifadesinin, \mathbf{h} 'nin $f(\mathbf{h}) = (1/\pi^{n_T}) e^{-\mathbf{h}^H \mathbf{h}}$ şeklinde olan çok boyutlu karmaşık Gauss p.d.f.'i üzerinden ortalaması alınmalıdır [62]. Böylece UPEP ifadesi,

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) &\leq \frac{1}{2} \int_{\mathbf{h}} \pi^{-n_T} \exp\left(-\frac{\gamma}{4} \mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{h}\right) \exp\left(-\mathbf{h}^H \mathbf{h}\right) d\mathbf{h} \\ &= \frac{1}{2} \int_{\mathbf{h}} \pi^{-n_T} \exp\left(-\mathbf{h}^H \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{h}\right) d\mathbf{h} \end{aligned} \quad (6.11)$$

şeklinde olup $\boldsymbol{\Sigma}^{-1} = \left[\frac{\gamma}{4} \mathbf{S} + \mathbf{I}\right]$ ve \mathbf{I} da $n_T \times n_T$ birim matristir. $\boldsymbol{\Sigma}$ pozitif tanımlı karmaşık Hermisyen kovaryans matrisi olduğundan, (6.11)'deki integralin sonucu

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \frac{1}{2} \det(\boldsymbol{\Sigma}) = \frac{1}{2 \det\left(\frac{\gamma}{4} \mathbf{S} + \mathbf{I}\right)} \quad (6.12)$$

şeklinde hesaplanabilir [62]. (6.12) denklemi ile SM-TC sisteminin UPEP üst sınırı kapalı biçimde hesaplanabilir. Bununla beraber N uzunluklu bir hata yolu için \mathbf{S} matrisinin tüm olası iletilen ve hatalı çözülen anten indislerini göz önünde bulunduran

$(n_T)^{2N}$ olurlu gerçekleşmesi vardır. Ancak \mathbf{S} matrisinin özel yapısı sayesinde bu $(n_T)^{2N}$ gerçekleşmenin hata yolununun serbestlik derecesine (DOF) bağlı olarak az sayıda farklı UPEP türlerine ayrıştırılabileceği görülmüştür.

Tanım: N uzunluklu bir hata yolu için DOF, α ve β dizilerinin içerisindeki birbirinden farklı kanal sönümlenme katsayılarının toplam sayısıdır.

Örneğin, $N = 2$ için $\alpha_1 = \beta_1 \neq \alpha_2 \neq \beta_2$ ise DOF = 3'tür. DOF'un dışında (6.12)'nin sonucunu belirleyen başka bir etki daha vardır. η ve $\tilde{\eta}$ sırasıyla $\alpha_n = \beta_n$ ve $\alpha_n \neq \beta_n$ 'i sağlayan tüm n 'lerin kümeleri olmak üzere $n(\eta) + n(\tilde{\eta}) = N$ olup (6.6) şu şekilde de yazılabilir:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}} | \alpha, \beta) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma}{4} \left[\sum_{\eta} |\alpha_n|^2 d_{E_n}^2 + \sum_{\tilde{\eta}} |\alpha_n s_n - \beta_n \hat{s}_n|^2 \right]\right) \quad (6.13)$$

(6.13)'deki ilk terim TCM terimi iken ikinci terim SM terimidir. Bazı durumlarda aynı DOF değeri farklı $n(\eta)$ ve $n(\tilde{\eta})$ değerleri tarafından sağlanabilmekte ve bu da (6.12)'nin sonucunu etkilemektedir.

Aşağıda, sözü edilen bu değişik türler için SM-TC sisteminin UPEP üst sınır değerleri (6.12)'den $N = 2$ ve 3 için hesaplanmıştır. Basitlik açısından sabit zarflı bir M -PSK işaret uzayı seçilmiştir ancak tüm sonuçlar değişken zarflı işaret uzaylarına da genelleştirilebilir.

6.2.1 İki uzunluklu hata olayları

\mathbf{S} 'nin $N = 2$ için farklı durumları göz önüne alınarak SM-TC sisteminin UPEP üst sınır değerleri (6.12)'den hesaplanmıştır. Tüm hesaplamalarda $n_T = 4$ kabul edilmiştir ki bu değer de $N = 2$ için maksimum DOF değerini sağlamaktadır. Ancak elde edilen sonuçlar $n_T > 4$ için de geçerlidir.

Tür 1: DOF = 1, $n(\eta) = 2, n(\tilde{\eta}) = 0$. Bu durumda \mathbf{S} matrisinin sıfırdan farklı tek bir elemanı olup $\mathbf{S}(i_1, i_1) = d_{E_1}^2 + d_{E_2}^2$ dir ve UPEP üst sınırı (6.12)'den şu şekilde hesaplanmıştır:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_1 \leq \frac{2}{4 + \gamma (d_{E_1}^2 + d_{E_2}^2)}. \quad (6.14)$$

Tür 2: DOF = 2 ve $n(\eta) = 2, n(\tilde{\eta}) = 0$. Bu durumda \mathbf{S} matrisinin sıfırdan farklı iki elemanı vardır: $\mathbf{S}(i_1, i_1) = d_{E_1}^2$ ve $\mathbf{S}(i_2, i_2) = d_{E_2}^2$. İlişkin UPEP üst sınırı (6.12)'den

şu şekilde hesaplanmıştır:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_2 \leq \frac{8}{\left(4 + \gamma d_{E_1}^2\right) \left(4 + \gamma d_{E_2}^2\right)}. \quad (6.15)$$

Tür 3: DOF = 2 ve $n(\eta) = 1, n(\tilde{\eta}) = 1$. Gösterim kolaylığı açısından, genel kuralı bozmaksızın $i_1 = j_1 = i_2 = 1, j_2 = 2$ seçilsin. Ardından

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 + d_{E_1}^2 & -s_2^* \hat{s}_2 & 0 & 0 \\ -s_2 \hat{s}_2^* & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

elde edilir. Basit düzenlemelerle SM-TC sisteminin UPEP üst sınırı (6.12)'den şu şekilde hesaplanır:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_3 \leq \frac{8}{16 + 4 \left(2 + d_{E_1}^2\right) \gamma + d_{E_1}^2 \gamma^2} \quad (6.17)$$

ki bu sonucun \mathbf{S} matrisinin özel yapısı sayesinde $i_1 = j_1 = i_2 \neq j_2$ yada $i_1 = j_1 = j_2 \neq i_2$ olmak üzere i_1, j_1, i_2 ve j_2 'nin değerlerinden bağımsız olduğu basitçe gösterilebilir. $i_2 = j_2 = i_1 \neq j_1$ ve $i_2 = j_2 = j_1 \neq i_1$ içinse (6.17)'de $d_{E_1}^2$ yerine $d_{E_2}^2$ gelecektir. (6.16)'da verilen matris bu tür hata olayları için \mathbf{S} matrisinin 48 gerçekleşmesinden sadece biridir ancak DOF ve $n(\eta)$ değerleri tüm gerçeklemeler için aynı olduğundan, elde edilecek UPEP üst sınırı tektir ve (6.17)'de verilmiştir.

Tür 4: DOF = 3 ve $n(\eta) = 1, n(\tilde{\eta}) = 1$. Genelliği bozmadan $i_1 = j_1 = 1, i_2 = 2, j_2 = 3$ alalım. Bu durumda

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} d_{E_1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -s_2^* \hat{s}_2 & 0 \\ 0 & -s_2 \hat{s}_2^* & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

olacaktır. Basit düzenlemelerden sonra, SM-TC sisteminin UPEP üst sınırı (6.12)'den şu şekilde elde edilir:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_4 \leq \frac{4}{8 + 2 \left(2 + d_{E_1}^2\right) \gamma + d_{E_1}^2 \gamma^2}. \quad (6.19)$$

Hesaplanan bu değer, \mathbf{S} matrisinin bu tür hata olaylarındaki 48 farklı gerçekleşmesi için geneldir.

Tür 5: DOF = 2, $n(\eta) = 0, n(\tilde{\eta}) = 2$ ve bu durumda her zaman $i_n \neq j_n, n = 1, 2$ olacaktır. $i_1, j_1, i_2, j_2 \in \{1, 2\}$ kabul edilirse, \mathbf{S} matrisinin elemanları şu şekilde elde

edilir: $\mathbf{S}(1,1) = \mathbf{S}(2,2) = 2$,

$$\mathbf{S}(1,2) = \begin{cases} -s_1^* \hat{s}_1 - s_2^* \hat{s}_2 & i_1 < j_1 \text{ ve } i_2 < j_2 \\ -s_1^* \hat{s}_1 - s_2 \hat{s}_2^* & i_1 < j_1 \text{ ve } i_2 > j_2 \\ -s_1 \hat{s}_1^* - s_2^* \hat{s}_2 & i_1 > j_1 \text{ ve } i_2 < j_2 \\ -s_1 \hat{s}_1^* - s_2 \hat{s}_2^* & i_1 > j_1 \text{ ve } i_2 > j_2. \end{cases} \quad (6.20)$$

ve $\mathbf{S}(2,1) = \mathbf{S}^*(1,2)$. Bazı basitleştirmelerden sonra SM-TC sisteminin UPEP üst sınırı (6.12)'den şu şekilde hesaplanır:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_5 \leq \frac{4}{8 + 8\gamma + (1 - \cos\theta)\gamma^2}. \quad (6.21)$$

Burada $\theta = \pm\Delta\theta_1 \pm \Delta\theta_2$, $\Delta\theta_n = \theta_n - \hat{\theta}_n$, $n = 1, 2$ ve $s_1 = e^{j\theta_1}$, $\hat{s}_1 = e^{j\hat{\theta}_1}$, $s_2 = e^{j\theta_2}$, $\hat{s}_2 = e^{j\hat{\theta}_2}$, $\theta_1, \hat{\theta}_1, \theta_2, \hat{\theta}_2 \in \{\frac{2\pi r}{M}, r = 0, \dots, M-1\}$. İlginç bir şekilde (6.21)'den UPEP üst sınırının hata yolu üzerindeki iletilen ve sezilen M -PSK simgelerine bağlı olduğu görülecektir. Bunun nedeni, $\mathbf{S}(1,2)$ ve $\mathbf{S}(2,1)$ 'den gelen çapraz terimlerdir. Bu türdeki hata olaylarının toplam sayısı 24 'tür. Daha önce verilen hata olayı tanımı ise $\cos\theta \neq 1$ 'i garanti etmektedir.

Tür 6: $\text{DOF} = 3$ ve $n(\eta) = 0, n(\tilde{\eta}) = 2$. $i_1 = i_2 = 1, j_1 = 2$ ve $j_2 = 3$ kabul edilirse,

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 2 & -s_1^* \hat{s}_1 & -s_2^* \hat{s}_2 & 0 \\ -s_1 \hat{s}_1^* & 1 & 0 & 0 \\ -s_2 \hat{s}_2^* & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

olacaktır ve basit düzenlemelerde SM-TC sistemi için UPEP üst sınırı

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_6 \leq \frac{8}{16 + 16\gamma + 3\gamma^2} \quad (6.23)$$

şeklinde bulunur ki bu da bu tür hata olaylarında \mathbf{S} matrisinin 96 farklı gerçekleşmesi için genel ifadedir.

Tür 7: $\text{DOF} = 4$ ve $n(\eta) = 0, n(\tilde{\eta}) = 2$. $i_1 = 1, j_1 = 2, i_2 = 3$ ve $j_2 = 4$ kabul edilirse,

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & -s_1^* \hat{s}_1 & 0 & 0 \\ -s_1 \hat{s}_1^* & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -s_2^* \hat{s}_2 \\ 0 & 0 & -s_2 \hat{s}_2^* & 1 \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

elde edilir. Bu tür hata olayları içinse SM-TC sisteminin UPEP üst sınırı

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_7 \leq \frac{2}{4 + 4\gamma + \gamma^2} \quad (6.25)$$

şeklinde bulunur. Benzer şekilde bu değer bu tür hata olaylarında \mathbf{S} matrisinin 24 farklı gerçekleşmesi için genel ifadedir.

Yukarıda verilen yedi farklı hata olayı, $N = 2$ ve $n_T = 4$ için \mathbf{S} matrisinin 256 gerçekleşmesinin tümünü kapsamaktadır. Hesaplanan sonuçlardan görüldüğü üzere verilen $n(\eta)$ ve $n(\tilde{\eta})$ değerleri için artan DOF değeriyle birlikte UPEP üst sınırı düşmektedir ki bu da SM-TC kod tasarımında göz önünde bulundurulmalıdır. Küçük θ değerleri içinse Tür 5 en yüksek UPEP değerini sağlarken, SM-TC sisteminin çeşitleme derecesini korumak için DOF = 1 olan Tür 1 hata olaylarından tamamen kaçınmak gereklidir. Görüldüğü üzere DOF ≥ 2 olduğu durumlarda SM-TC sisteminin çeşitleme derecesi $N = 2$ için iki olmaktadır ki bu da hesaplanan UPEP değerlerinin $\gamma \gg 1$ için γ^{-2} ile orantılı olmasından anlaşılmaktadır.

6.2.2 Üç uzunluklu hata olayları

Bu alt bölümde, üç uzunluklu hata olaylarıyla ilgilenilmiştir. DOF ile $n(\eta)$ ve $n(\tilde{\eta})$ değerleri göz önünde bulundurulduğunda 18 farklı hata olayının var olduğu görülmüştür. Çizelge 6.1’de (6.12)’den hesaplanan UPEP üst sınır değerleri verilmiştir. Burada, $c = \cos(\pm\Delta\theta_1 \pm \Delta\theta_2) + \cos(\pm\Delta\theta_1 \pm \Delta\theta_3) + \cos(\pm\Delta\theta_2 \pm \Delta\theta_3)$, $\tilde{\theta} = \pm\Delta\theta_1 \pm \Delta\theta_2 \pm \Delta\theta_3$ ve $n, m \in \{1, 2, 3\}$, $n \neq m$ şeklindedir. Bir hata olayı için yıldız kullanılması, ilişkin hata olayının $N = 2$ uzunluklu Tür 5 bir alt hata olayı içerdiği anlamına gelmektedir ki bu durumda hesaplanan UPEP değeri (6.21)’de tanımlanan θ^* ’ya bağlıdır. Çizelge 6.1’den görüldüğü üzere, DOF ≥ 3 olduğu sürece SM-TC sistemi için üçüncü dereceden çeşitleme kazancı elde edilmektedir. Aşağıda verilen teorem, bu durumu genelleştirmektedir.

Teorem 1: N uzunluklu bir hata olayı için, N . dereceden çeşitleme derecesi ($\gamma \gg 1$ için a/γ^N , $a \in \mathbb{R}$ şeklinde bir UPEP üst sınırı) elde etmenin gerek koşulu DOF $\geq N$ ’dir.

Tanıt: $\mathbf{A} = \Sigma^{-1} = \left[\frac{\gamma}{4}\mathbf{S} + \mathbf{I}\right] = [\mathbf{B} + \mathbf{I}]$ şeklinde tanımlansın. Ardından (6.12)’den,

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq 1/(2 \det(\mathbf{A})) \quad (6.26)$$

elde edilir. \mathbf{A} , tümü gerçel ve pozitif olan özdeğerlere sahip Hermisyen bir matris olduğundan $\det(\mathbf{A}) = \prod_{i=1}^{n_T} \lambda_i^{\mathbf{A}}$ olacaktır. Ancak, \mathbf{B} matrisi genelde tam ranklı olmayıp, $\text{rank}(\mathbf{B}) = b \leq n_T$. $\mathbf{A} = \mathbf{B} + \mathbf{I}$ olduğundan, özdeğerlerin özelliklerinden

Çizelge 6.1: Üç Uzunluklu Hata Olayları için UPEP değerleri.

Tür	PEP
$n(\eta) = 0, \text{DOF} = 2^*$	$\frac{4}{8+12\gamma+(3-c)\gamma^2}$
$n(\eta) = 0, \text{DOF} = 3$	$\frac{16}{32+48\gamma+18\gamma^2+(1-\cos\theta)\gamma^3}$
$n(\eta) = 0, \text{DOF} = 3^*$	$\frac{16}{32+48\gamma+4(4-\cos\theta)\gamma^2+(1-\cos\theta)\gamma^3}$
$n(\eta) = 0, \text{DOF} = 4$	$\frac{8}{16+24\gamma+9\gamma^2+\gamma^3}$
$n(\eta) = 0, \text{DOF} = 4^*$	$\frac{8}{16+24\gamma+2(5-\cos\theta)\gamma^2+(1-\cos\theta)\gamma^3}$
$n(\eta) = 0, \text{DOF} = 5$	$\frac{16}{32+48\gamma+22\gamma^2+3\gamma^3}$
$n(\eta) = 0, \text{DOF} = 6$	$\frac{4}{8+12\gamma+6\gamma^2+\gamma^3}$
$n(\eta) = 1, \text{DOF} = 2^*$	$\frac{4}{8+2(4+d_{E_n}^2)\gamma+(1+d_{E_n}^2-\cos\theta)\gamma^2}$
$n(\eta) = 1, \text{DOF} = 3$	$\frac{32}{64+16(4+d_{E_n}^2)\gamma+4(3+2d_{E_n}^2)\gamma^2+d_{E_n}^2\gamma^3}$
$n(\eta) = 1, \text{DOF} = 3^*$	$\frac{16}{32+8(4+d_{E_n}^2)\gamma+4(1+2d_{E_n}^2-\cos\theta)\gamma^2+(1-\cos\theta)d_{E_n}^2\gamma^3}$
$n(\eta) = 1, \text{DOF} = 4$	$\frac{32}{64+16(4+d_{E_n}^2)\gamma+4(3+4d_{E_n}^2)\gamma^2+3d_{E_n}^2\gamma^3}$
$n(\eta) = 1, \text{DOF} = 5$	$\frac{8}{16+4(4+d_{E_n}^2)\gamma+4(1+d_{E_n}^2)\gamma^2+d_{E_n}^2\gamma^3}$
$n(\eta) = 2, \text{DOF} = 2$	$\frac{8}{16+8\gamma+4(d_{E_n}^2+d_{E_m}^2)\gamma+(d_{E_n}^2+d_{E_m}^2)\gamma^2}$
$n(\eta) = 2, \text{DOF} = 3$	$\frac{32}{64+32\gamma+16(d_{E_n}^2+d_{E_m}^2)\gamma+4(d_{E_n}^2+2d_{E_m}^2+d_{E_n}^2d_{E_m}^2)\gamma^2+d_{E_n}^2d_{E_m}^2\gamma^3}$
$n(\eta) = 2, \text{DOF} = 4$	$\frac{16}{32+16\gamma+8(d_{E_n}^2+d_{E_m}^2)\gamma+4(d_{E_n}^2+d_{E_m}^2)\gamma^2+3d_{E_n}^2d_{E_m}^2\gamma^3}$
$n(\eta) = 3, \text{DOF} = 1$	$\frac{2}{4+(d_{E_1}^2+d_{E_2}^2+d_{E_3}^2)\gamma}$
$n(\eta) = 3, \text{DOF} = 2$	$\frac{8}{16+4(d_{E_1}^2+d_{E_2}^2+d_{E_3}^2)\gamma+d_{E_3}^2(d_{E_1}^2+d_{E_2}^2)\gamma^2}$
$n(\eta) = 3, \text{DOF} = 3$	$\frac{32}{64+16(d_{E_1}^2+d_{E_2}^2+d_{E_3}^2)\gamma+4(d_{E_1}^2d_{E_2}^2+d_{E_1}^2d_{E_3}^2+d_{E_2}^2d_{E_3}^2)\gamma^2+d_{E_1}^2d_{E_2}^2d_{E_3}^2\gamma^3}$

$\lambda_i^{\mathbf{A}} = \lambda_i^{\mathbf{B}} + 1$, $i = 1, \dots, b$ ve $\lambda_i^{\mathbf{A}} = 1$, $i > b$ elde edilir ve buradan

$$\det(\mathbf{A}) = \prod_{i=1}^b (\lambda_i^{\mathbf{B}} + 1) = \prod_{i=1}^b \left(\frac{\gamma}{4} \lambda_i^{\mathbf{S}} + 1 \right) \quad (6.27)$$

sonucuna varılır. Burada yüksek SNR değerleri için ikinci terim ihmal edilecek olursa, SM-TC sisteminin UPEP üst sınırı şu şekilde elde edilir:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \left(2 \left(\frac{\gamma}{4} \right)^b \prod_{i=1}^b \lambda_i^{\mathbf{S}} \right)^{-1} \quad (6.28)$$

ki buradan da \mathbf{S} matrisinin rankının sistemin çeşitleme derecesini belirlediği sonucuna ulaşılır. Rankın eklenebilirlik (subadditivity of rank) kuralına göre [63]

$$b = \text{rank}(\mathbf{S}) \leq \sum_{i=1}^N \text{rank}(\mathbf{S}_i) = N \quad (6.29)$$

olacaktır. Bunun nedeni, her i için $\text{rank}(\mathbf{S}_i) = 1$ olmasıdır. DOF, \mathbf{S} matrisinin elemanlarının tümü sıfır olmayan satırlarının (ya da sütunlarının) toplam sayısını gösterdiğine göre $b \leq \text{DOF}$ da olacaktır. Bu teoremi tanıtlamak için, $\text{DOF} \geq N$ olması durumunda $b = N$ olduğu gösterilmedi. Bunu göstermek içinse rankın eklenemezlik eşitsizliğinin geçerli olduğu gösterilmelidir. Gösterilebilir ki, sadece $\text{DOF} \geq N$ için $\tilde{\mathbf{S}} = \sum_{i=1}^M \mathbf{S}_i$ ve \mathbf{S}_j 'nin, $j = M + 1, \dots, N$ sütun (yada satır) uzaylarının kesişimi boş küme olmaktadır, yani tüm $M < N$ 'ler için $C(\tilde{\mathbf{S}}) \cap C(\mathbf{S}_j) = \emptyset$ (bkz. Örnek 1), ve böylece rank eşitlik koşulu sağlanmış olur [63]. Teorem bu şekilde ispatlanmıştır. ■

N uzunluklu bir hata olayının N' uzunluklu bir alt hata olayı içerdiğini düşünelim. Bu hata olayı için $n(\tilde{\eta}) = N' = \text{DOF}'$ olmak üzere $N' \leq N$ ve $\text{DOF}' \leq \text{DOF}$ olsun. Sözü geçen bu hata olayı kritik bir hata olayı olarak tanımlanmış olup, UPEP üst sınırı $\gamma \gg 1$ için $a/[(1 - \cos \tilde{\theta})\gamma^N]$ şeklinde hesaplanmıştır. Burada $\tilde{\theta} = \pm \Delta\theta_1 \pm \Delta\theta_2 \pm \dots \pm \Delta\theta_{N'}$ şeklindedir. Dolayısıyla $\tilde{\theta} = 0$ olduğu durumlarda, rank eklenebilirlik kuralı geçerli olmadığından, çeşitleme derecesi b , N 'den küçük olabilir. Bu yüzden Teorem 1'deki koşul gereklidir ama yeterli değerlidir. Bölüm 6.3.1'deki Tür 5 ve Çizelge 6.1'in ikinci satırındaki hata olayları sırasıyla $N = 2$ ve $N = 3$ için kritik hata olaylarıdır. SM-TC sistemi için iki ve üç uzunluklu hata olayları göz önüne alındığından, kod tasarımıımız $N' = 2$ ve 3 için $\tilde{\theta} \neq 0$ 'ı garanti etmektedir. Ancak, daha yüksek N ve N' değerleri için bu şekilde kritik hata olaylarının meydana gelmesi olasılığı oldukça düşük olup, bu durumlarda $\tilde{\theta} = 0$ olması bile tüm sistemin çeşitleme derecesini etkilemeyecektir. Dolayısıyla, kod tasarımıımız her zaman $\text{DOF} \geq N'$ i garanti etmeyi hedeflemektedir.

Teorem 1'e göre, N . dereceden çeşitleme elde etmek için DOF, N 'den küçük olmamalıdır. Aşağıdaki örnek bu durumu ayrıntılı bir şekilde incelemektedir.

Örnek 1: $N = 2$ için $\text{DOF} = 2$ ve $i_1, j_1, i_2, j_2 \in \{1, 2\}$ olmak üzere \mathbf{S}_1 ve \mathbf{S}_2 matrislerinin verildiğini göz önüne alalım. $\text{rank}(\mathbf{S}_1) = \text{rank}(\mathbf{S}_2) = 1$ olduğundan \mathbf{S}_1 ve \mathbf{S}_2 'nin sütunları \mathbb{C}^{n_T} 'nin boyutu bir olan iki ayrık alt uzayını germektedir. Dolayısıyla, $\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2$ olmak üzere $\text{rank}(\tilde{\mathbf{S}}) = 2$ olacaktır. $\tilde{\mathbf{S}}$ 'nin sütunları ise \mathbb{C}^{n_T} 'nin öyle bir alt uzayını germektedir ki bu alt uzaydaki vektörlerin hepsi $(x, y, 0, \dots, 0)^T \in \mathbb{C}^{n_T}$ şeklindedir. Böylece, üçüncü dereceden çeşitleme elde etmek için, sadece üçüncü bir \mathbf{S}_3 matrisi yeterli değildir, ayrıca bu matrisin $\tilde{\tilde{\mathbf{S}}} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3$ olmak üzere $\tilde{\tilde{\mathbf{S}}}$ 'de yeni bir satır ve sütun kullanarak $\text{DOF} \geq 3$ 'ü sağlaması gerekmektedir. Böylece, $C(\mathbf{S}_3) \cap$

$C(\tilde{\mathbf{S}}) = \emptyset$ sağlanır ve rank eklenebilirlik kuralına göre $\text{rank}(\tilde{\mathbf{S}}) = \sum_{i=1}^3 \text{rank}(\mathbf{S}_i) = 3$ elde edilir. \mathbf{S}_3 ile $\text{DOF} = 3$ elde edildiği kabul edilirse, benzer durum \mathbf{S}_4 için de geçerlidir. Diğer taraftan \mathbf{S}_3 ile $\text{DOF} = 4$ elde edilmiş ise \mathbf{S}_4 matrisinin $\text{DOF}'u$ arttırması gerekli değildir. Bunun nedeni, $C(\tilde{\mathbf{S}})$ 'nin boyutunun yine 3'e eşit olması ve dolayısıyla $C(\mathbf{S}_4) \cap C(\tilde{\mathbf{S}}) = \emptyset$ olduğunda $C(\mathbf{S}_4) \cap C(\tilde{\mathbf{S}}) = \emptyset$ olmasıdır. Böylece rank eklenebilirlik kuralı geçerlidir.

n_R adet alıcı anten için SM-TC sisteminin UPEP sınırı ise basit düzenlemelerden sonra $\gamma \gg 1$ için şu şekilde bulunmuştur:

$$\Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \frac{1}{2 \left(\frac{\gamma}{4}\right)^{bn_R} \left(\prod_{i=1}^b \lambda_i^{\mathbf{S}}\right)^{n_R}}. \quad (6.30)$$

Buradan görüldüğü üzere SM-TC sisteminin çeşitleme derecesi beklendiği üzere bn_R 'dir.

6.2.3 SM-TC sistemin ilişkili kanallar için PEP çıkarımı

SM-TC sisteminin ilişkili kanal koşullarında analizinde Bölüm 5'te anlatılan uzaysal ilişki (SC) kanal modeli kullanılmıştır. Bu durumda SM-TC sisteminin UPEP üst sınırını bulmak için (6.7) ifadesinin, \mathbf{h} 'nin ilişkili karmaşık Gauss p.d.f'i olan

$$f(\mathbf{h}) = \left(\pi^{-n_T} / \det(\mathbf{K})\right) \exp\left(-\mathbf{h}^H \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}\right) \quad (6.31)$$

üzerinden ortalaması alınmalıdır. Burada $\mathbf{K} = E\{\mathbf{h}\mathbf{h}^H\}$, $n_R = 1$ için tam ranklı kanal ilişki matrisidir. (6.7) ifadesinin yukarıda sözü edilen ortalama işlemi şu şekilde alınır:

$$\begin{aligned} \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) &\leq \int_{\mathbf{h}} \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma}{4} \mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{h}\right) \frac{\pi^{-n_T}}{\det(\mathbf{K})} \exp\left(-\mathbf{h}^H \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}\right) d\mathbf{h} \\ &= \frac{1}{2 \det(\mathbf{K})} \int_{\mathbf{h}} \pi^{-n_T} \exp\left(-\mathbf{h}^H \left[\frac{\gamma}{4} \mathbf{S} + \mathbf{K}^{-1}\right] \mathbf{h}\right) d\mathbf{h} \\ &= \frac{1}{2 \det(\mathbf{K})} \det\left(\frac{\gamma}{4} \mathbf{S} + \mathbf{K}^{-1}\right) = \frac{1}{2 \det(\mathbf{K}) \det\left(\frac{\gamma}{4} \mathbf{S} + \mathbf{K}^{-1}\right)} \\ &= \frac{1}{2 \det\left(\frac{\gamma}{4} \mathbf{K} \mathbf{S} + \mathbf{I}\right)} \end{aligned} \quad (6.32)$$

(6.32)'den görüldüğü üzere, \mathbf{S} matrisinin rankı, tekil olmayan bir matrisle çarpıldığı için aynı kalacağından $\text{rank}(\mathbf{K}\mathbf{S}) = \text{rank}(\mathbf{S})$ olacaktır [64]. Buradan, uzaysal ilişkinin SM-TC sisteminin çeşitleme derecesini etkilemediği sonucuna varılmıştır. Ancak,

SM-TC sisteminin asimptotik kodlama kazancı \mathbf{KS} matrisinin özdeğerlerinden olumsuz yönde etkilenecektir.

6.3 SM-TC Tasarım Ölçütleri ve Tasarım Örnekleri

Bu bölümde SM-TC sistemi için tasarım ölçütleri verilecek ve $k = 2, 3$ ve 4 bit/sn/Hz için tasarım örnekleri sunulacaktır.

Önceki bölümdeki UPEP analizi ve sonuçları göz önünde bulundurularak SM-TC sistemi için aşağıdaki ölçütler elde edilmiştir:

1. *Çeşitleme kazancı ölçütü:* Minimum hata olayı uzunluğu N olan bir kod ile N . dereceden çeşitleme elde etmek için, tüm N uzunluklu ve daha uzun hata olayları için DOF N 'den büyük ya da eşit olmalıdır.
2. *Kodlama kazancı ölçütü:* Maksimum çeşitleme kazancı garanti edildikten sonra SM-TC sisteminin UPEP spektrumu (6.12)'den hesaplanan UPEP değerleri göz önünde bulundurularak optimize edilmelidir.

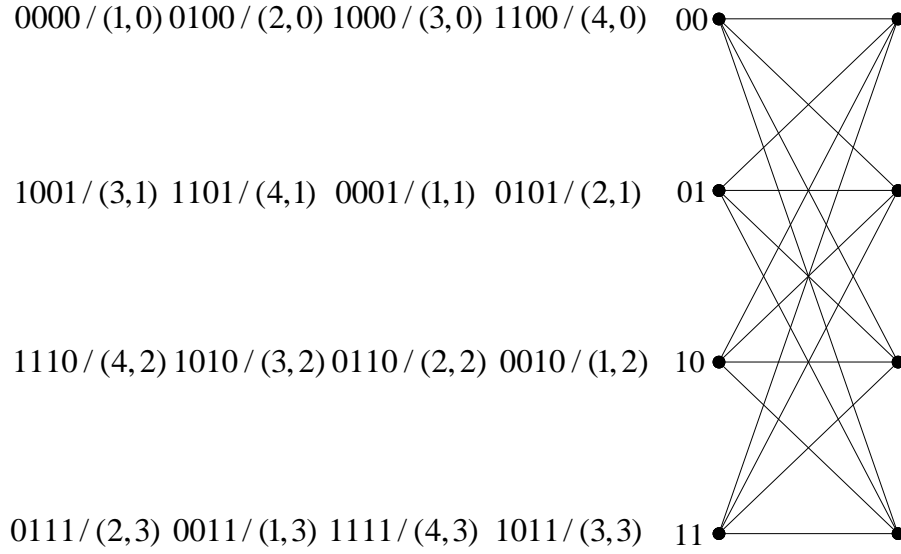
SM-TC tasarım ölçütlerinin bir uygulaması olarak $k = 2$ bit/sn/Hz için iki adet 4-durumlu kafes kodu ele alalım. Birinci kodu Kod A, ikinci kodu ise Kod B olarak adlandıralım. Kod A,

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

üreteç matrisine sahip ve Şekil 6.3'te kafes diyagramı verilmiş olan kafes kod olsun. $N = 2$ için bu kodun 96 farklı hata olayı vardır. Kod B ise

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

üreteç matrisine sahip olan ve kafes diyagramı ise Şekil 6.4'te verilen kod olsun. Bu iki kodun $N = 2$ durumu için yüksek SNR değerlerindeki uzaklık spektrumları (distance spectrum) ilişkin çarpımsallık (multiplicity) değerleriyle birlikte Çizelge 6.2'de verilmiştir. Bu iki kod rastgele tasarlanmamış olup, $N = 2$ durumu için UPEP'i en iyi yapacak şekilde üretilmiştir. Bu kodlar $\text{DOF} \geq 2$ 'yi her durumda sağlarken $N = 3$ için $\text{DOF} \geq 3$ 'ü garanti edememektedir. Şekil 6.5'te bu iki kodun bilgisayar benzetimleri sonucu elde edilmiş olan BER ve FER başarımları alınan SNR değerine



Şekil 6.4: Kod B'nin kafes diyagramı.

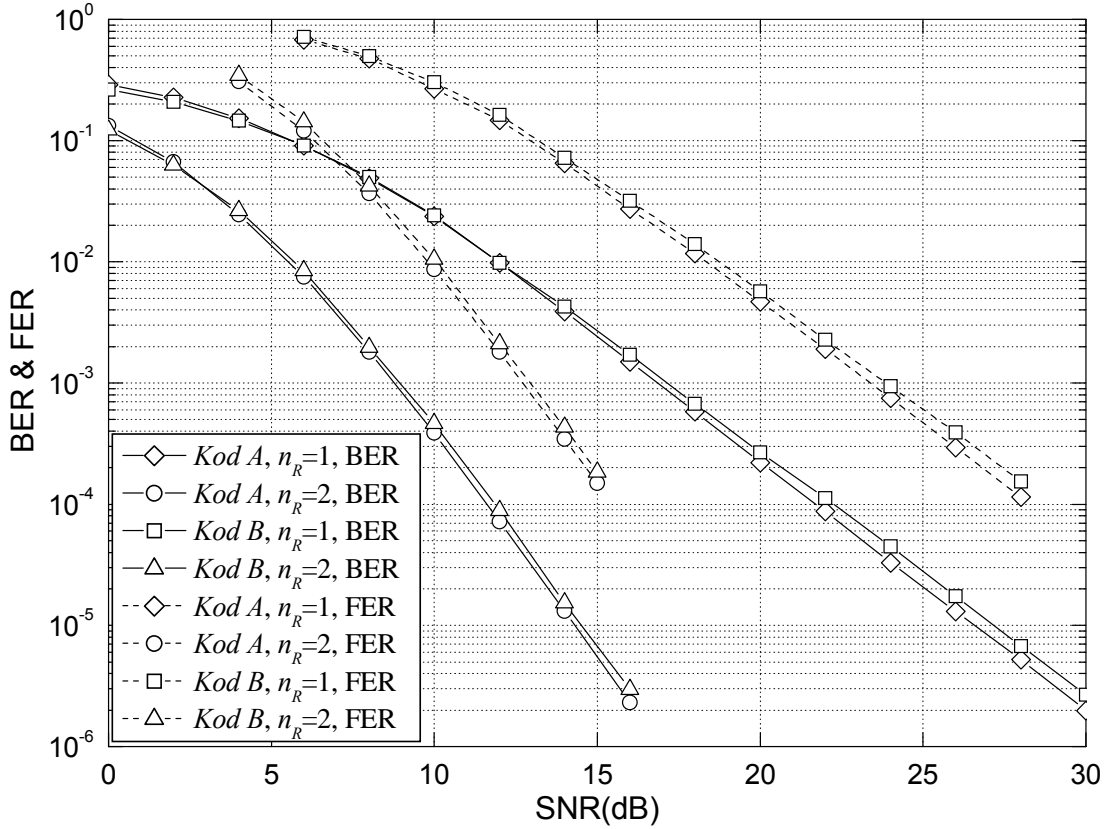
Çizelge 6.2: $N = 2$ için iki farklı SM-TC sisteminin uzaklık spektrumu ($\gamma \gg 1$).

	$1/\gamma^2$	$2/\gamma^2$	$8/3\gamma^2$	$4/\gamma^2$
<i>Kod A</i>	16	32	32	16
<i>Kod B</i>	0	0	96	0

göre bir ve iki alıcı anten için verilmiştir. Burada çerçeve uzunluğu 40 bit kabul edilmiştir. Şekil 6.5'ten görüldüğü üzere Kod A'nın en kötü durum için UPEP değeri Kod B'ninkinden daha yüksek olmasına rağmen Kod A'nın başarımı Kod B'den daha iyidir. Başarımdaki bu iyileşme Kod A'nın daha iyi olan uzaklık spektrumuyla açıklanabilir.

6.3.1 Tasarım örnekleri

Çizelge 6.3'te 2,3 ve 4 bit/sn/Hz bant verimlilikleri için yukarıdaki ölçütlere göre tasarlanan değişik durum sayılı SM-TC sistemlerinin üreteç matrisleri oktal biçimde verilmiştir. 2 bit/sn/Hz iletim hızı için $R = 2/4$ oranlı katlamalı kodlar ile dört verici anten ve QPSK modülasyonu kullanılırken, 3 bit/sn/Hz iletim hızı için $R = 3/6$ oranlı katlamalı kodlar ile sekiz verici anten ve 8-PSK modülasyonu, 4 bit/sn/Hz iletim hızı için $R = 4/6$ oranlı katlamalı kod ile sekiz verici anten ve 8-PSK modülasyonu kullanılmıştır. 2 bit/sn/Hz için 4 ve 8-durumlu (Şekil 6.6) kodların UPEP spektrumları optimize edilmiştir. Diğer taraftan, 16-durumlu kod (Şekil 6.7) $N \geq 3$ için $\text{DOF} \geq 3$



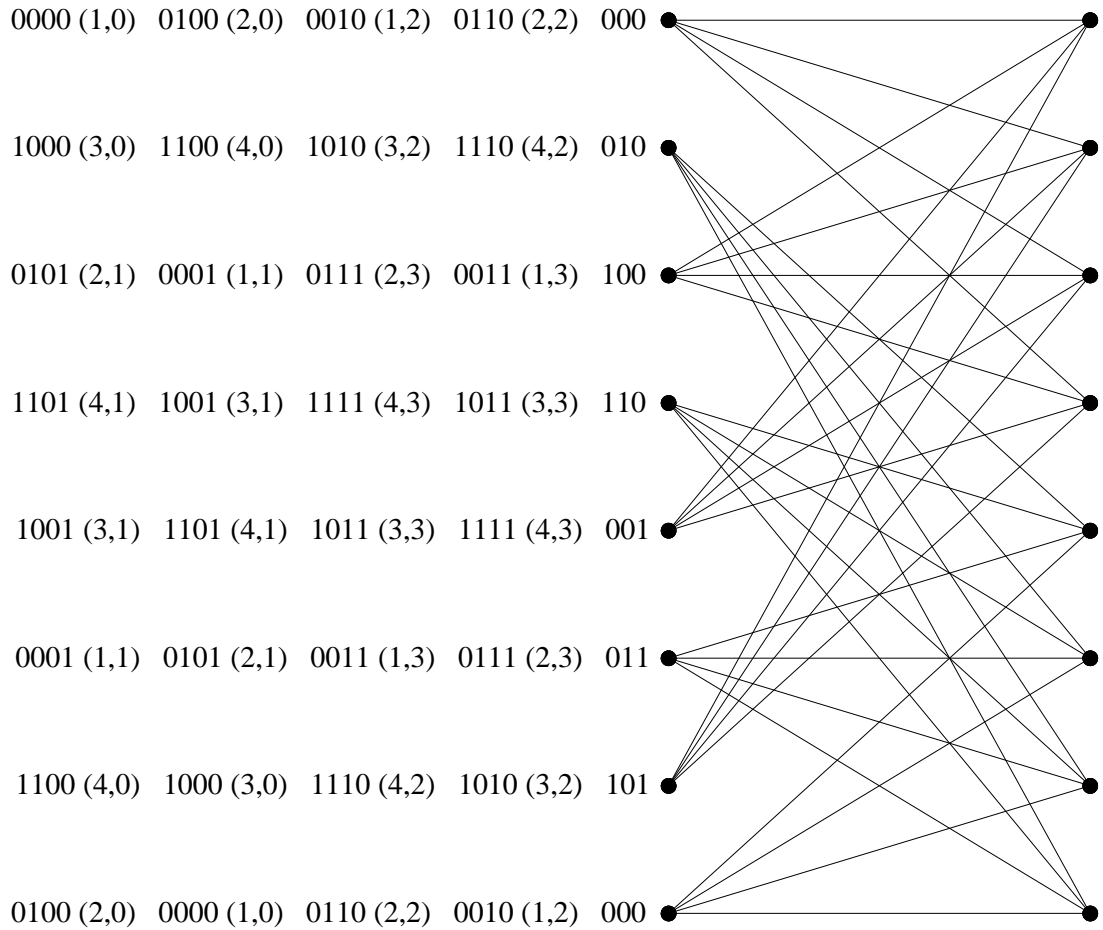
Şekil 6.5: İki farklı 4-durumlu SM-TC sisteminin hata başarımları ($k = 2$ bit/sn/Hz).

olacak şekilde özel olarak tasarlanmış olup bunun sonucunda 3. dereceden çeşitleme sağlamaktadır. Benzer şekilde 3 bit/sn/Hz için de önerilen 8 ve 16-durumlu kodların (sırasıyla Şekil 6.8 ve Şekil 6.9)¹ UPEP spektrumları $\text{DOF} \geq 2$ olacak şekilde optimize edilmiştir ve bu kodların $\text{DOF} > 2$ koşulunu sağlayan hata olaylarının sayısının maksimize edilmesi amaçlanmıştır. Son olarak 4 bit/sn/Hz için de $\text{DOF} \geq 2$ koşulu sağlayan 16-durumlu bir kod tasarlanmıştır. Tüm tasarımlarda SM simgeleri kafes dallarına yıkımlı bir koddan sakımlı olacak şekilde yerleştirilmiştir. Ayrıca tasarlanan tüm kodlar yüksek N değerleri için $\text{DOF} \geq 2$ koşulunu sağlamakta ve sistemin çeşitleme derecesini korumaktadırlar.

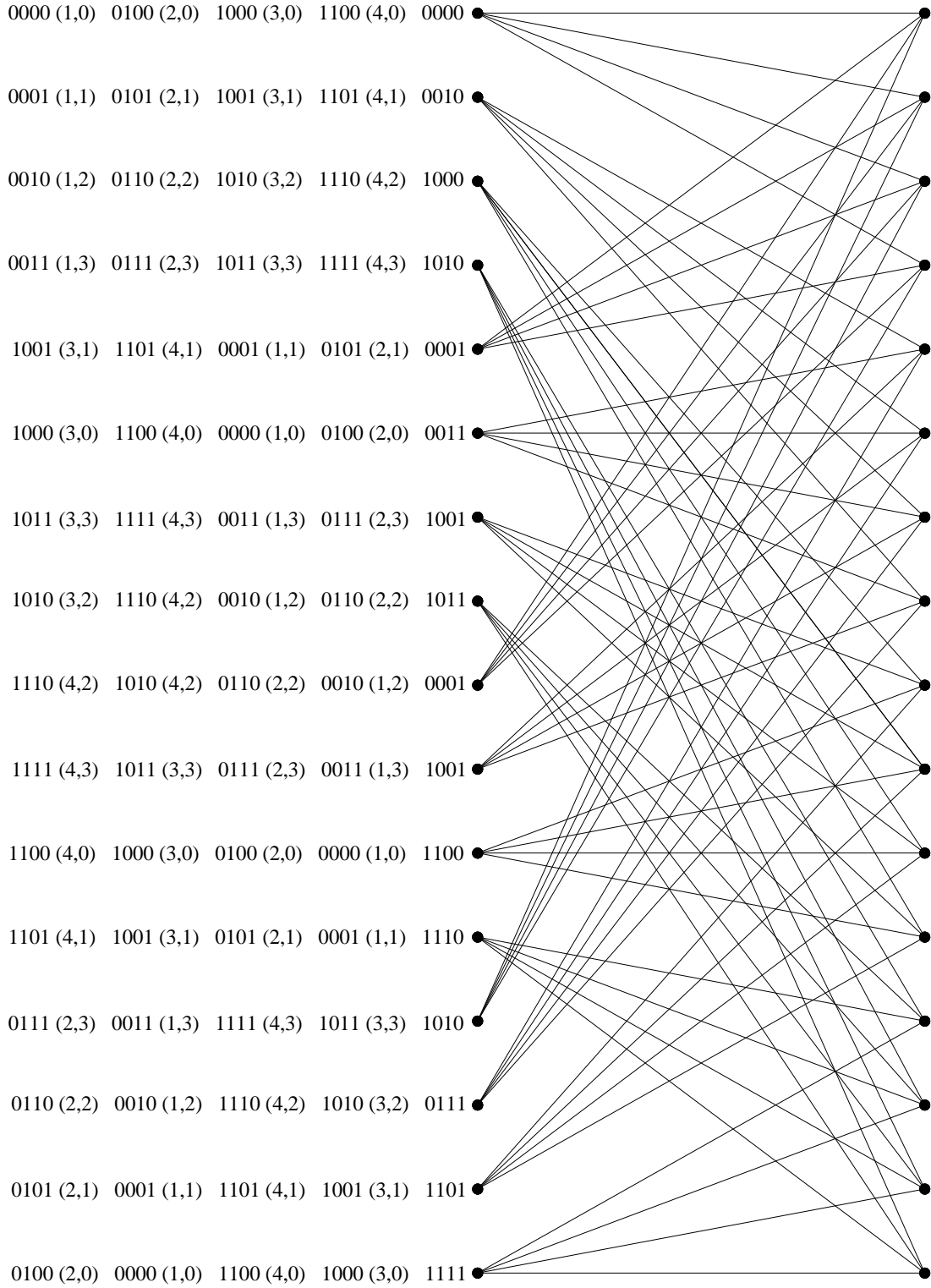
¹Burada 8-PSK işaret kümesinin elemanları ve verici antenler için doğal eşleme kullanılmıştır. Örneğin, dal üzerindeki $(7, 5)$ SM simgesi, bu dal geçişi için 7. verici antenden $e^{-5\pi/8}$ 8-PSK simgesinin gönderildiği anlamına gelmektedir. Gösterim sadeliği açısından dal geçişlerdeki SM simgelerine ilişkin bitler şekillerde verilmemiştir.

Çizelge 6.3: 2,3 ve 4 bit/sn/Hz hızları için SM-TC üreteç matrisleri.

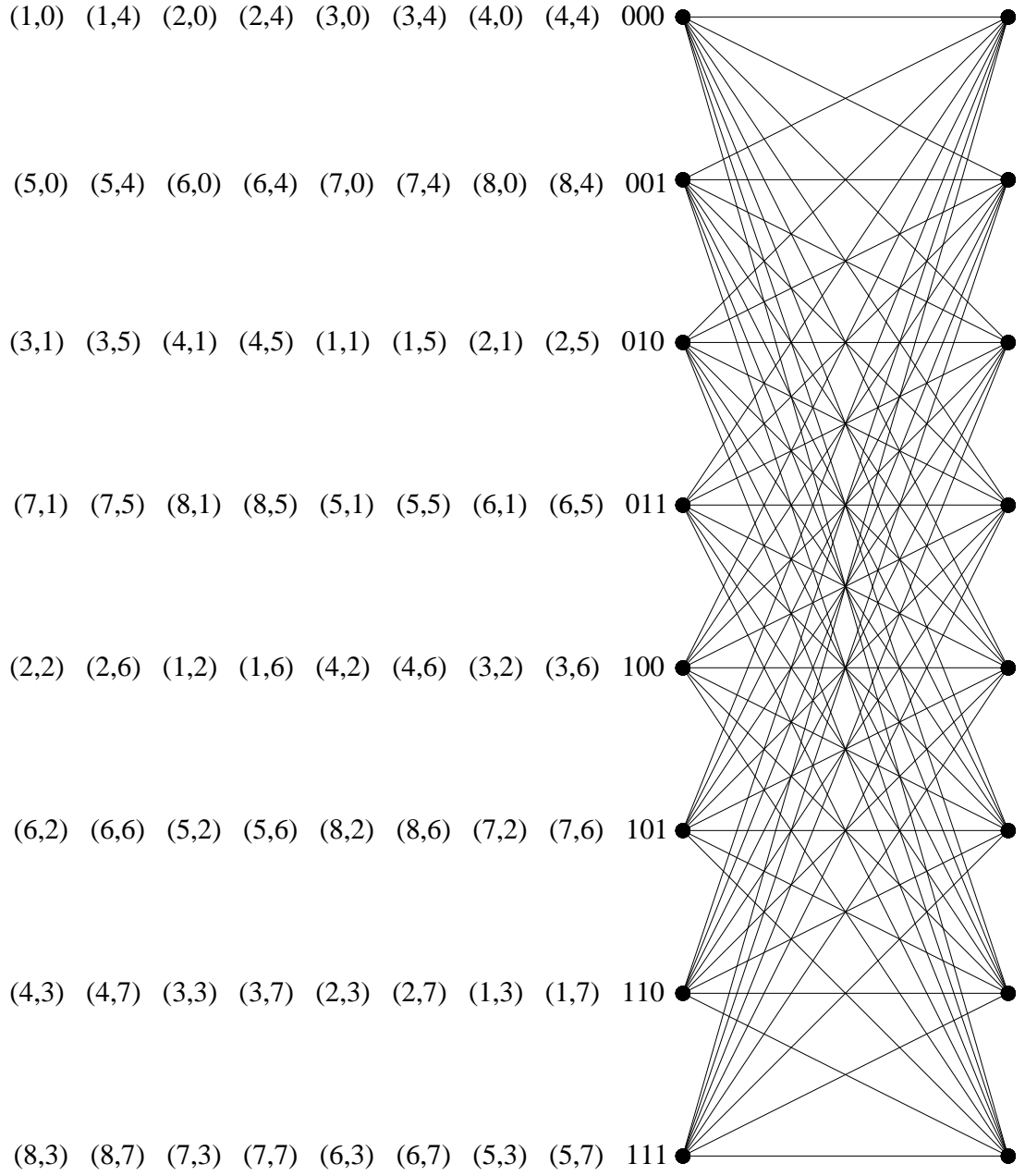
Durum	$k = 2$ bit/sn/Hz	$k = 3$ bit/sn/Hz	$k = 4$ bit/sn/Hz
4	$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	-	-
8	$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	-
16	$\begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 4 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 4 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 5 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$



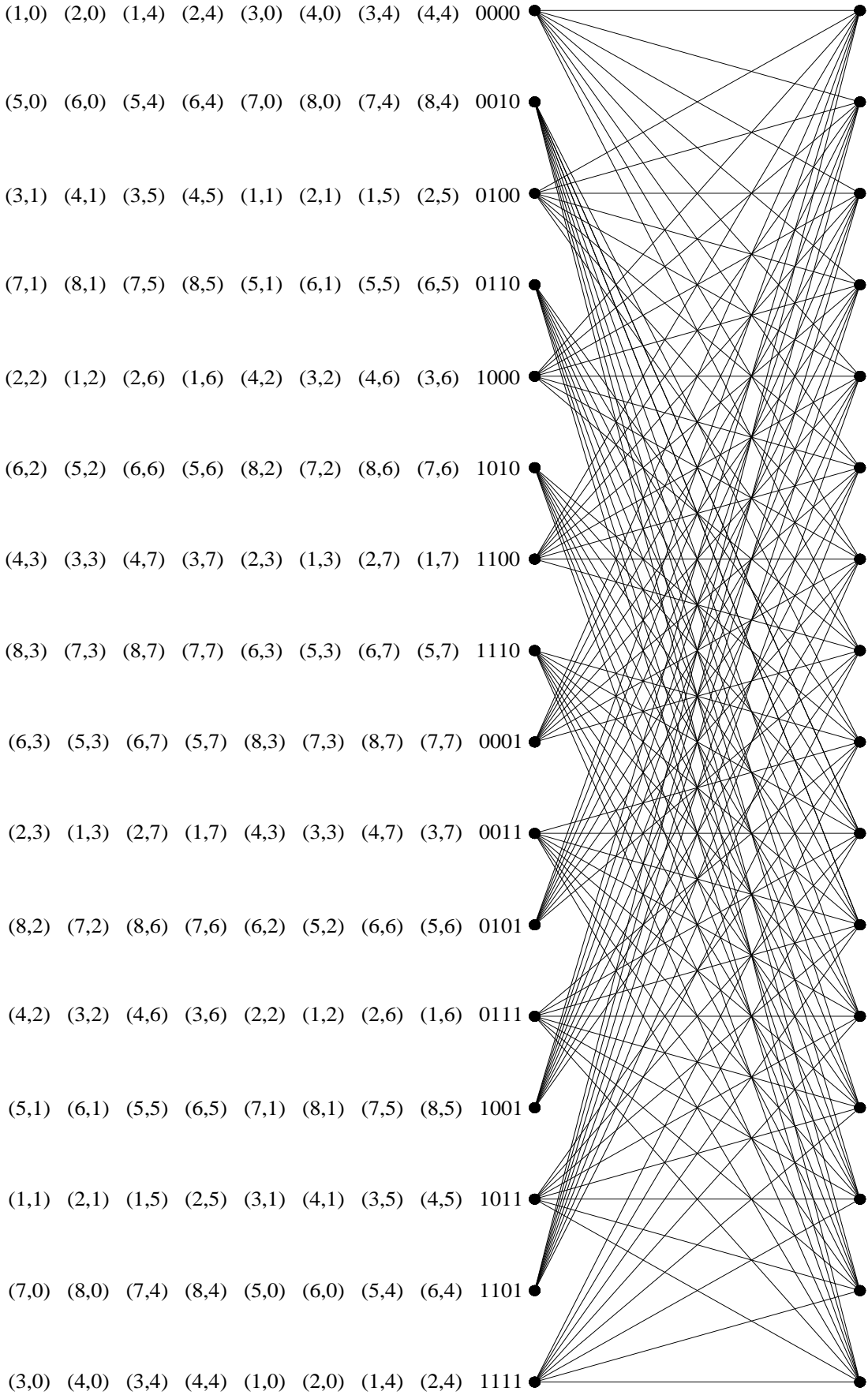
Şekil 6.6: 2 bit/sn/Hz için tasarlanan 8-durumlu kodun kafes diyagramı.



Şekil 6.7: 2 bit/sn/Hz için tasarlanan 16-durumlu kodun kafes diyagramı.



Şekil 6.8: 3 bit/sn/Hz için tasarlanan 8-durumlu kodun kafes diyagramı.



Şekil 6.9: 3 bit/sn/Hz için tasarlanan 16-durumlu kodun kafes diyagramı.

6.4 Kuramsal Bit Hata Olasılığı (BEP) Çıkarımları

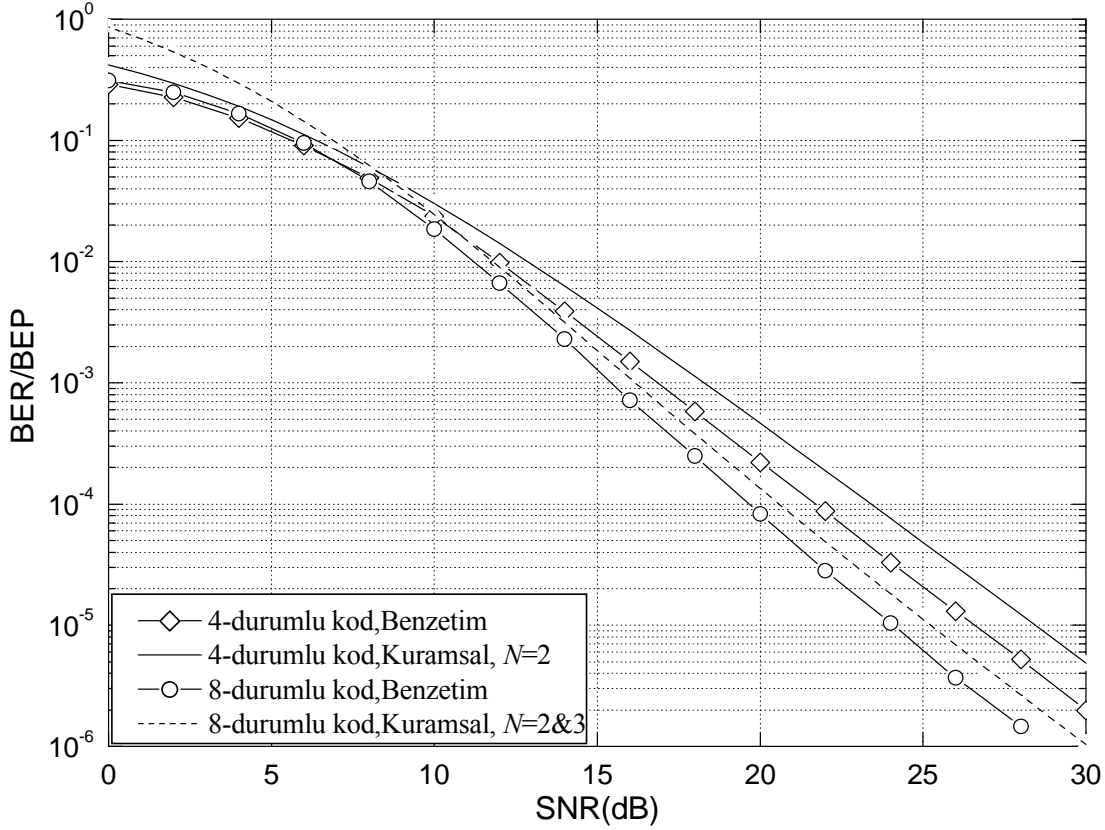
Bu bölümde SM-TC sisteminin yaklaşık bit hata olasılığı kuramsal olarak elde edilecektir. SM-TC için hesaplanan CPEP ifadesinin içindeki terimler birbirine bağımlı olduğu için aktarım işlevi (transfer function) tabanlı üstten sınırlama teknikleri SM-TC için uygunabilir değildir. Dolayısıyla, her uzunluktaki hata olaylarını göz önüne alan aktarım işlevi tekniği yerine ortalama hata olasılığına bir yaklaşımda bulunulması gerekmektedir. Bu yaklaşım, belli bir uzunluğa kadar olan hata olaylarının göz önüne alınmasına dayanmaktadır:

$$P_b \approx \frac{1}{c} \sum_{\mathbf{x}} \left[\frac{1}{k} \sum_{\hat{\mathbf{x}} \neq \mathbf{x}} e(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \right]. \quad (6.35)$$

Burada k , her kafes geçişi başına giriş bitlerinin sayısını, $e(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ ise her bir hata olayına ilişkin hatalı bitlerin sayısını, c ise \mathbf{x} 'in farklı gerçeklemelerinin toplam sayısını göstermektedir. SM-TC kod sözcüklerinin düzgün olmaması sonucu (diğer bir deyişle UPEP'in iletilen kod sözcüğüne bağlı olması sonucu) (6.35) ifadesi verilen bir hata olayı uzunluğu için tüm olası kod sözcüklerini göz önüne almaktadır. Örneğin önceki alt bölümde verilen Kod A'yı ele alalım. Tasarım simetrisiden dolayı sadece 1. düğümden kalkan hata yollarını incelemek yeterli olacaktır. $N = 2$ için tüm olası \mathbf{x} 'ler göz önüne alındığında 16 adet Tür 3 ve Tür 6, 8 adet de Tür 4 ve Tür 5 hata olayının olduğu gözlemlenmiştir. Tür 3, 4 ve 5 hata olaylarına ilişkin bit hatası sayısı 1 iken, bu değer Tür 6 için 2'dir. Bu kod için (6.35) ifadesi uygulanırsa

$$P_b \approx \frac{1}{32} [16 \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_3 + 8 \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_4 + 8 \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_5 + 32 \Pr(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})_6] \quad (6.36)$$

elde edilir. Bu ifade Şekil 6.10'da verilmiş ve bir alıcı anten için ilişkin bilgisayar benzetim sonucuyla karşılaştırılmıştır. Aynı şekilde, 8-durumlu 2 bit/sn/Hz kodu için de kuramsal BEP yaklaşımı $N = 2$ ve $N = 3$ için gösterilmiştir. Şekil 6.10'dan görüldüğü üzere elde edilen BEP ifadeleri SM-TC sistemlerinin bilgisayar benzetimleri ile elde edilen gerçek BEP değerlerine kabul edilebilir bir yaklaşım sunmaktadır. Böylece (6.35) ifadesinin değişik yapılarıdaki SM-TC sistemlerinin hata başarımını incelemek için verimli bir araç olabileceği sonucuna varılmıştır.



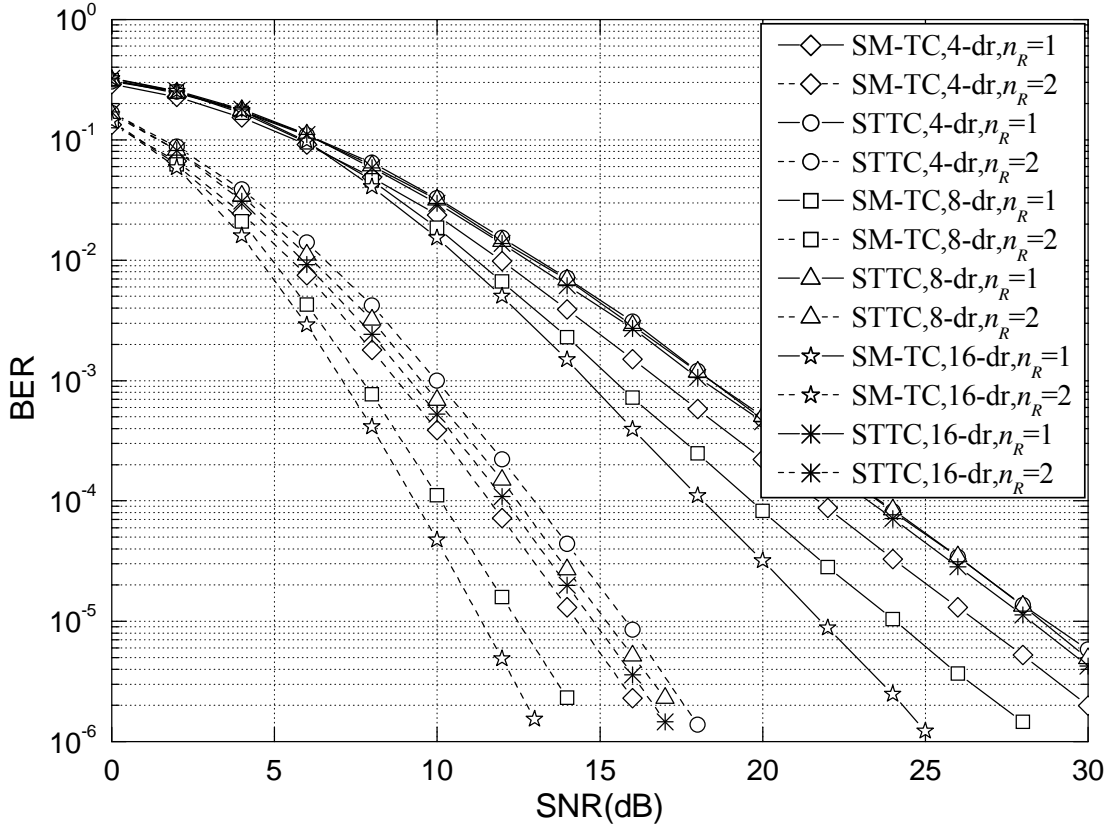
Şekil 6.10: 2 bit/sn/Hz için 4 ve 8-durumlu kodlar için kuramsal sonuçlar ve benzetim sonuçlarının karşılaştırılması.

6.5 SM-TC için Benzetim Sonuçları

Bu bölümde SM-TC sisteminin hata başarımı referans sistemlerle karşılaştırılmıştır. Ele alınan sistemlerin BER ve FER başarımları değişik bant verimlilikleri için Monte Carlo benzetimleri ile alıcı anten başına SNR değerlerine göre elde edilmiştir. Tüm benzetimlerde, MIMO kanal katsayılarının 20 ardışık iletim boyunca sabit kaldığı kabul edilmiştir. Bu değer k bit/sn/Hz için $20k$ bitlik bir çerçeve uzunluğuna denk düşmektedir.

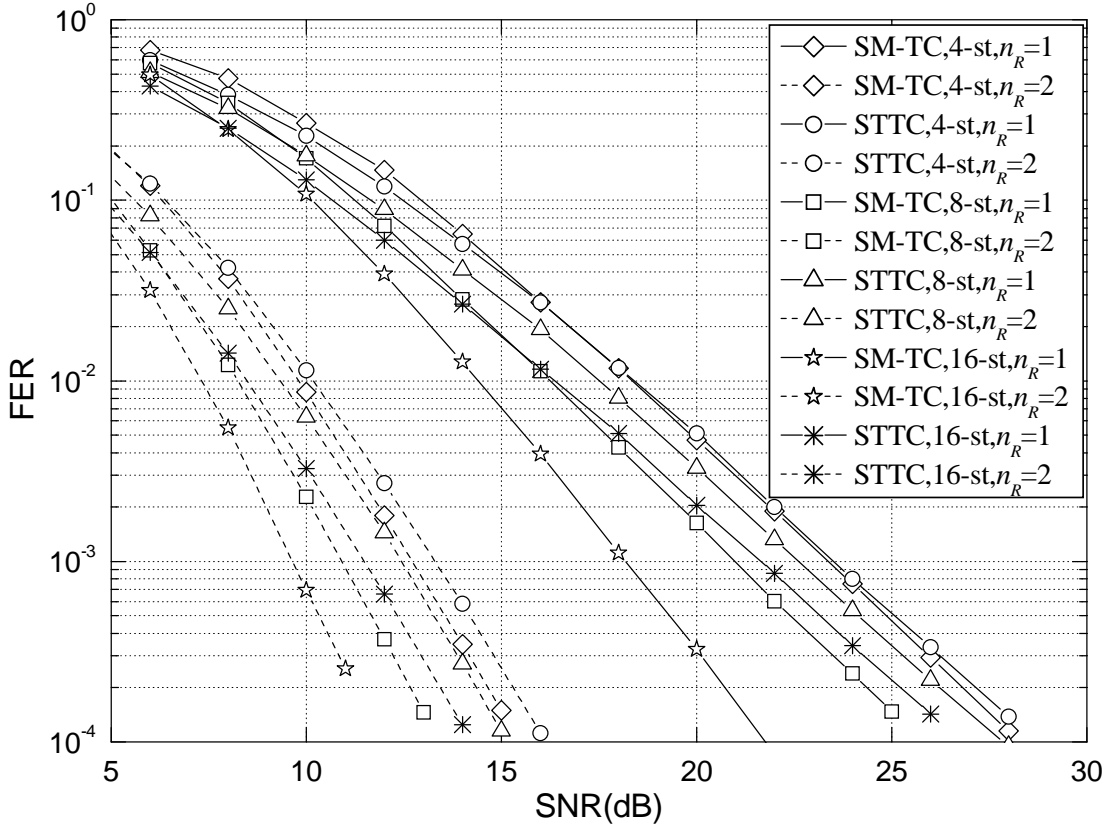
6.5.1 STTC'ler ile karşılaştırmalar

Bu alt bölümde SM-TC sistemlerin başarımı 2 ve 3 bit/sn/Hz için STTC'ler ile karşılaştırılmıştır. STTC'lerin MIMO sistemler için tasarlanmış ve optimize edilmiş TCM yapıları olduğuna dikkat çekmekte yarar vardır [34].



Şekil 6.11: 4,8 ve 16-durumlu SM-TC ve STTC sistemleri için BER başarımları (2 bit/sn/Hz).

Şekil 6.11 ve 6.12’de 2 bit/sn/Hz iletimde bir ve iki alıcı anten için 4,8 ve 16-durumlu SM-TC sistemlerinin sırasıyla BER ve FER başarımları verilmiş ve 2 verici anten için önerilen en iyi QPSK STTC’ler ile karşılaştırılmıştır. Bu şekilde görüldüğü üzere 4,8 ve 16-durumlu SM-TC sistemleri, 4,8 ve 16-durumlu optimum STTC’lere [28] göre hata başarımında önemli derecede iyileşme sağlamıştır. Ayrıca artan durum sayısı ile birlikte SM-TC sistemleriyle STTC’ler arasındaki farkın daha da arttığı gözlemlenmiştir. Bunun nedeni SM-TC sistemlerinin artan karmaşıklık ile daha yüksek kodlama kazançları sağlamasıdır. 16-durumlu SM-TC sistemi üçüncü dereceden çeşitleme sağladığı için hem BER hem de FER başarımında en iyi sonucu göstermiştir. Şekil 6.12’den görüldüğü üzere özellikle 8 ve 16-durumlu kodlar için SM-TC sistemlerinin ciddi bir iyileşme sağladığı görülmektedir. Bu STTC’lerin en kötü durum için UPEP değerleri SM-TC sistemlerinininkinden daha düşük olsa da FER başarımındaki bu iyileşme şu iki olgu ile açıklanabilir. Öncelikle, SM-TC sistemlerinin



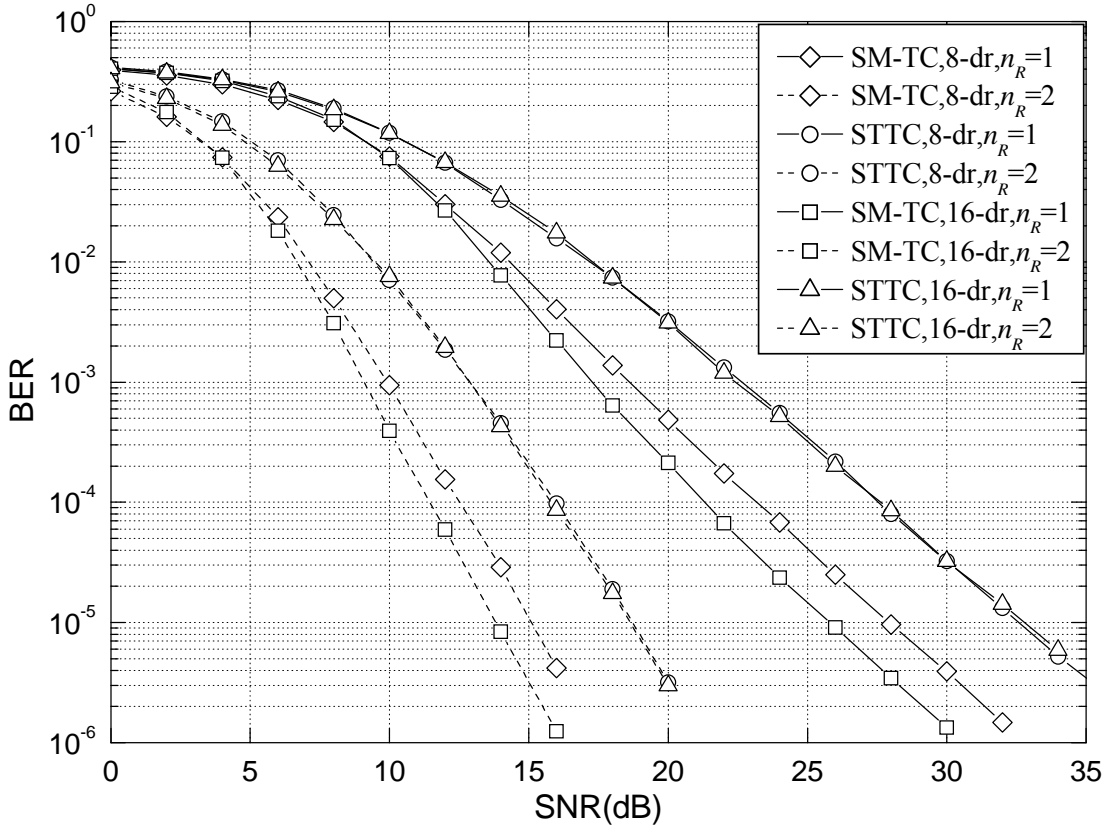
Şekil 6.12: 4,8 ve 16-durumlu SM-TC ve STTC sistemleri için FER başarımları (2 bit/sn/Hz).

uzaklık spektrumları optimize edilmiştir; ardından Teorem 1'e göre daha uzun hata olayları daha yüksek çeşitleme derecesine sahip UPEP değerleri sağlamaktadır.

İkinci olarak, Şekil 6.13'te benzetim sonuçları 3 bit/sn/Hz için verilmiştir. Bu şekilden görüldüğü üzere 8 ve 16-durumlu SM-TC sistemler, referans iki verici antenli 8 ve 16-durumlu STTC'lere göre oldukça iyi BER başarımı göstermiştir. Teorem 1'den yola çıkarak bu bant verimliği için sekiz verici anten kullanan SM-TC sistemleri ile STTC'ler arasındaki farkın 2 bit/sn/Hz durumuna göre daha fazla olmasının nedeni açıklanabilir.

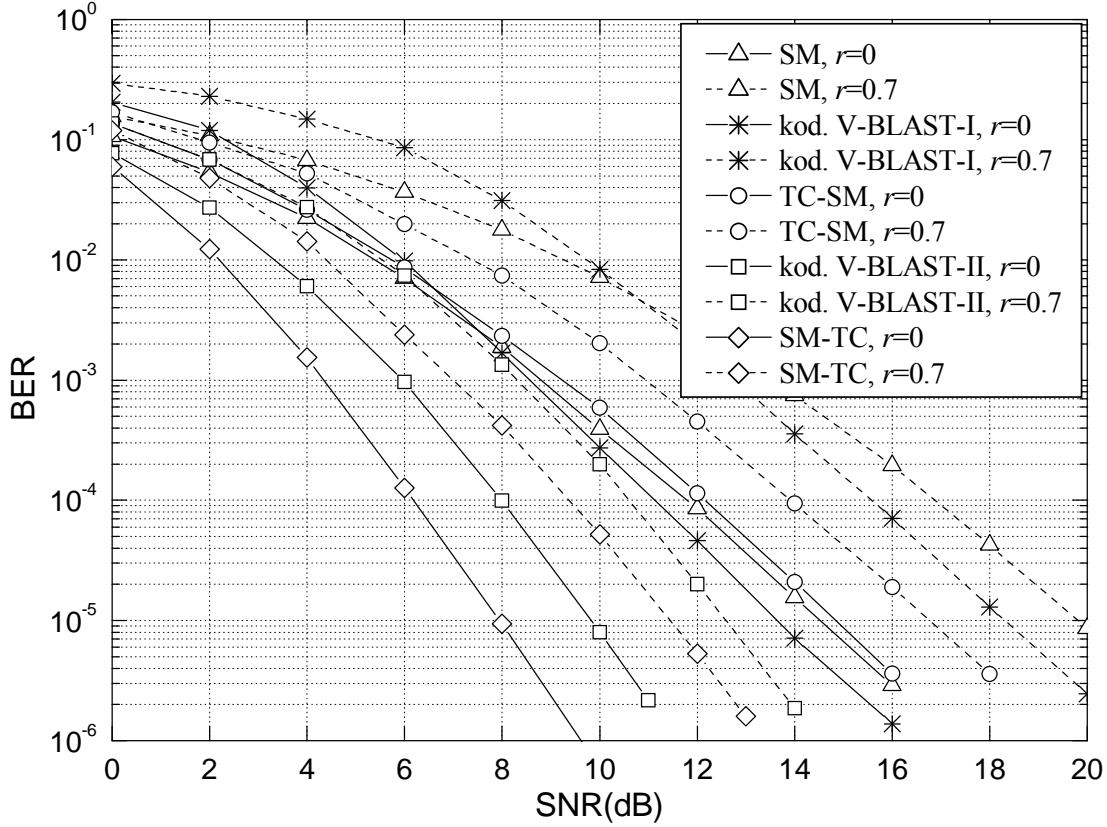
6.5.2 SM, kodlanmış V-BLAST, TCSM sistemi ile karşılaştırmalar

Bu alt bölümde SM-TC sistemin başarımı kodlanmamış SM, kodlanmış V-BLAST ve [19]'da önerilen sistemle (TCSM sistemi) karşılaştırılacaktır. İki farklı kodlanmış V-BLAST sistemi göz önüne alınmıştır. Kodlanmış V-BLAST-I olarak adlandırılan ilk sistem düşey kodlanmış V-BLAST'tır [65]. Bu sistemde gelen bilgi bitleri öncelikle



Şekil 6.13: 8 ve 16-durumlu SM-TC ve STTC sistemleri için BER başarımları (3 bit/sn/Hz).

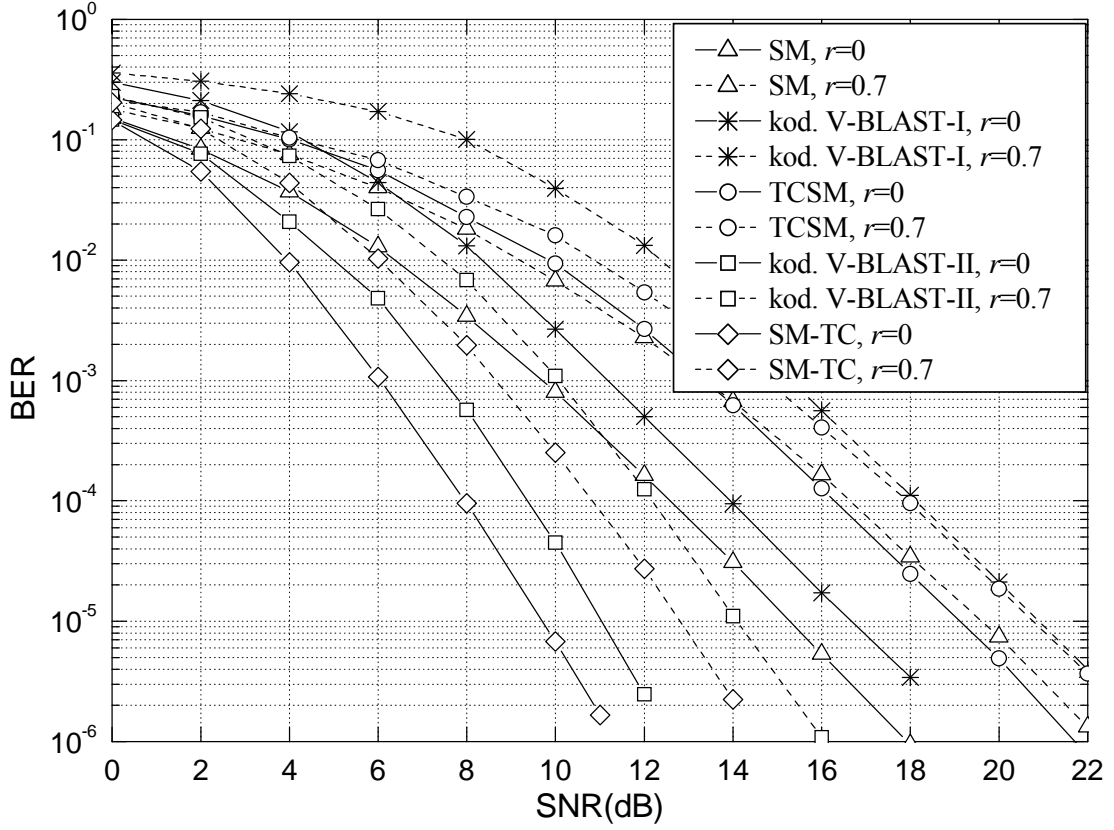
bir katlamalı kodlayıcı ile kodlanır, ardından n_T adet alt dala ayrıştırılır ve her dalda serpiştirici kullanıldıktan sonra kodlanmış bu bitler modüle edilir. Alıcıda ise tüm katmanlardan iletilen simgeler çözülür, ardından demodüle edilir ve geri serpiştirildikten sonra son olarak çoğullanarak sert kararlı Viterbi kod çözücüsüne verilir. İkinci yapı olan kodlanmış V-BLAST-II sisteminde ise, önerilen SM-TC sistem modelindeki SM eşleyici yerine bir V-BLAST kodlayıcı yerleştirilmiştir. STTC'lere benzer şekilde ilişkin dal metriklerini kullanarak ML bir çözüm sunan yumuşak kararlı bir Viterbi kod çözücü kullanılmıştır. [18]'deki sistem ve kodlanmış V-BLAST-I'de kullanılan $R = 1/2$ oranlı kodlayıcıların üreteç dizileri sırasıyla [5, 2] ve [5, 7] seçilmiştir. Kodlanmış V-BLAST-II sistemi ise SM-TC ile aynı katlamalı kodları kullanmaktadır. Tüm benzetimlerde dört alıcı anten kullanılmış ve serpiştiricilerin boyutu ise 10000 olarak ayarlanmıştır. İlişkili kanal koşullarında yapılan benzetimlerde önceki bölümlerde ele alınan SC modeli kullanılmıştır.



Şekil 6.14: 3 bit/sn/Hz için $r = 0$ ve 0.7 durumlarında BER başarımları.

Şekil 6.14'te 3 bit/sn/Hz için SM-TC, $n_T = 4$ ve BPSK kullanan SM, $n_T = 3$ ve QPSK kullanan kodlanmış V-BLAST-I ve V-BLAST-II sistemleri ile $n_T = 4$ ve QPSK kullanan [19]'daki sistemin benzetim sonuçları dört alıcı anten için verilmiştir. Bu şekilden görüldüğü üzere SM-TC sistemi hem ilişkisiz ($r = 0$) hem de ilişkili ($r = 0.7$) kanallarda sağladığı yüksek çeşitleme ve kodlama kazançları sayesinde en iyi hata başarımını vermektedir. (6.32)'nin bir sonucu olarak ilişkili kanallar, SM-TC sisteminin sadece asimptotik kodlama kazancını etkilemektedir. [19]'da belirtildiği gibi sözü edilen bu çalışmada önerilen yapı sadece ilişkili kanallarda SM ve kodlanmış V-BLAST-I yapılarına üstünlük sağlamaktadır ve ilişkisiz kanallarda oldukça zayıf kalmaktadır.

Şekil 6.15'te ise 4 bit/sn/Hz için SM-TC, $n_T = 4$ ve QPSK kullanan SM ile kodlanmış V-BLAST-I, $n_T = 3$ ve QPSK kullanan kodlanmış V-BLAST-II ile $n_T = 4$ ve 8-QAM kullanan [19]'daki sistemin benzetim sonuçları dört alıcı anten için verilmiştir. 3 bit/sn/Hz durumuna benzer şekilde bu bant verimliliği için de önerilen 16-durumlu SM-TC kodu en iyi başarımı sağlamaktadır. Şekil 6.14 ve 6.15 incelendiğinde, önerilen



Şekil 6.15: 4 bit/sn/Hz için $r = 0$ ve 0.7 durumlarında BER başarımları.

sistem ile kodlanmış V-BLAST-II sisteminin artan karmaşıklıkları sayesinde SM, [19]'daki yapı ve kodlanmış V-BLAST-I sistemine göre zaman çeşitlemesi sağladığı görülmektedir.

6.6 Karmaşıklık Analizi

Verilen bir bant verimliliği ve kafes durum sayısı için SM-TC kodları ve STTC'ler için yumuşak kararlı Viterbi kod çözücüsü tarafından hesaplanan metriklerin sayısının aynı olduğu gözlemlenmiştir. Ancak, önerilen sistemlerde belli bir zaman aralığında iki antenin aynı anda iletimde olduğu aynı kafes yapısına sahip referans STTC'lerin zıttına sadece tek bir anten iletimde olduğu için, STTC kod çözücünün tek bir metrik hesabı için gerekli karmaşık çarpma ve toplamaların sayısı sırasıyla üç ve iki iken, bu değerler SM-TC kod çözücü için sırasıyla iki ve bir olmaktadır. Bunun sonucunda 2 bit/sn/Hz için Viterbi kod çözücünün her bir metrik hesabına STTC'ye göre SM-TC'nin gerçel çarpma ve toplama sayılarında sırasıyla %25 ve %33'lük düşüşler sağladığı hesaplanmıştır. 3 bit/sn/Hz içinse bu değerler %30 ve %37.5'a artmaktadır.

Benzer şekilde önerilen sistem ile kodlanmış V-BLAST-II sisteminin kafes kod çözme karmaşıklıkları aynı olup, tek bir metrik hesabı için önerilen sistem 3 ve 4 bit/sn/Hz için gerçel çarpma ve toplamaların sayısında sırasıyla %30 ve %37.5'lük düşüşler sağlamaktadır. Diğer tarafından SM-TC sistemlerinin [19]'da önerilen sistemle hesap karmaşıklığı açısından karşılaştırılması adil değildir. Bunun nedeni önerilen sistemde yumuşak kararlı bir Viterbi kod çözücü kullanılırken, sözü edilen bu sistemde sert kararlı bir Viterbi kod çözücü kullanılmaktadır. Viterbi kod çözücünün karmaşıklığı göz önüne alınacak olursa [19]'da önerilen sistemin karmaşıklığın daha düşük olduğu elbette düşünülebilir. Bunun diğer bir nedeni de önerilen sistemde tüm bilgi bitlerinin kodlanması, bu sistemde ise bazı bitlerin kodlanmadan bırakılmasıdır. Ancak Şekil 6.14 ve 6.15'ten görüldüğü üzere bu karmaşıklık farkı önerilen sistemin oldukça iyi olan hata başarımı sayesinde kabul edilebilir olmaktadır.

Verici karmaşıklığı ve maliyeti açısından da önerilen teknik bazı ödünleşimler sunmaktadır. SM-TC sistemlerinde çok sayıda verici anten kullanılmasına rağmen bu sistemlerin vericisinde sadece tek bir radyo frekans (RF) katı kullanmak yeterlidir ve antenler arası eşzamanlamaya gerek yoktur. Son olarak ele alınan SM-TC yapısının klasik STTC'lere göre kod çözme karmaşıklığı açısından hem daha basit hem de daha yüksek başarılı olmasının artan verici sayısı ile sağlandığı belirtilmelidir.

7. ÜSTÜN-DİK KAFES KODLAMALI UZAYSAL MODÜLASYON (SOTC-SM)

Uzay-zaman kafes kodlar (STTC), uzay-zaman blok kodların sağladığı çeşitleme kazançlarına ek olarak kodlama kazançları da elde etmek için tasarlanmış sistemler olup, önceki bölümde söz edildiği gibi MIMO sistemler için optimize edilmiş TCM yapıları oldukları düşünülebilir. Bunun nedeni STTC'lerin modülasyon ve kodlamayı MIMO sistemler için birleştirmesidir. Ancak [66] ve [34]'te gösterilmiştir ki STTC'lerin sistematik bir biçimde tasarlanmış bir şekli olan üstün-dik STTC'ler (super orthogonal STTC, SOSTTC) klasik STTC'lerden daha düşük karmaşıklık ile daha yüksek kodlama kazançları elde edebilmektedir. SOSTTC'lerin en temel özelliği STBC'ler ile kafes kodları birleştirerek STBC matrislerinin oluşturduğu üstün-dik kümelere küme bölmeleme tekniği uygulamasıdır. Daha güncel çalışmalarda, TCM tekniği Altın koda (Golden code [56]) uygulanarak Altın uzay-zaman TCM yapısı önerilmiştir [67]. Bu yapıda dal metrikleri yüksek karmaşıklıkla bir küresel kod çözücü (sphere decoder) ile hesaplanmaktadır. Gümüş koda (Silver code) küme bölmeleme uygulayarak ve diklik koşulundan ödün verilerek yüksek hızlı kafes kodlamalı bir yapı da önerilmiştir [68]. Bu çalışmada ise, SOSTTC'lerin temel ilkesi SM ile birlikte STBC'lere uygulanarak hem diklik koşulunu sağlayan hem de iyi hata başarımına sahip yeni bir STTC türü önerilecektir.

Önceki bölümde sunulan SM-TC yapılarında SM eşleyici ile kafes kodlayıcı birlikte tasarlanarak oldukça iyi kodlar elde edilmiştir. Bu yapı klasik STTC'ler gibi paralel geçişlere izin vermeyerek zaman çeşitlemesi elde edebilmektedir. Önceki bölümde gösterildiği gibi SM-TC yapıları STTC'lerden daha düşük karmaşıklık ile hatırı sayılır derecede iyi BER ve FER başarımı sağlamaktadır. Ancak SM-TC yapılarının da bazı dezavantajları bulunmaktadır. Bunların ilki SM-TC sisteminde verici anten sayısının iki, dört, sekiz gibi ikinin tam katı olması gerekliliğidir. 3 – 4 bit/sn/Hz gibi bant verimliliklerine ulaşmak içinse sekiz verici antene gereksinim vardır ki bu da sistem maliyetinde artışa neden olmaktadır. SM-TC yapıların diğer bir dezavantajı ise

bu kodların sistematik olarak tasarlanamamasıdır. Diğer bir deyişle, iyi bir SM-TC kodunun elde edilebilmesi için ayrıntılı analizler ve kafes kod tasarım işlemleri gerekmektedir.

Bu çalışmada *üstün-dik kafes kodlamalı uzaysal modülasyon (super-orthogonal trellis coded spatial modulation, SOTC-SM)* olarak adlandırılan yeni bir uzay-zaman kafes kod türü önerilmiştir [29]. Bu yapıda, STBC-SM matrislerine küme bölmeleme tekniği uygulanarak STBC-SM kafes kodlama ile birleştirilmiş ve 2 – 4 bit/sn/Hz bant verimlilikleri için 2, 4 ve 8-durumlu yeni kafes kodların tasarlanması için sistematik yaklaşımlar sunulmuştur. Önerilen kodlar hem SOSTTC'ler gibi diklik koşulunu sağlarken hem de işaret uzayını genişletmeyerek verici maliyetini arttırmamaktadır. Dik STBC'leri dönme parametreleriyle çoğaltarak kafes kodun dallarına yerleştirilecek dik matrisleri elde eden klasik SOSTTC'lerin zıttına önerilen yapıda anten düzlemi SM tekniği ile genişletilmektedir. Önerilen kodlar ile SOSTTC'ler aynı minimum kod kazanç uzaklığı (CGD) değerlerine sahip olsalar da (bu değerler paralel geçişler tarafından belirlenmektedir), anten bölgesine yayılım, SOTC-SM yapıların uzaklık spektrumunu hatırı sayılır derecede iyileştirerek hata başarımında üstünlük sağlamaktadır. Uzaklık spektrumundaki bu iyileşme ise uzun hata olayları için elde edilen çeşitleme derecesinin çekirdek STBC'nin çeşitleme derecesini aşmasından kaynaklanmaktadır. Önerilen SOTC-SM yapısının çiftsel hata olasılığı elde edilmiş ve yaklaşık bir bit hata olasılığı ifadesi verilmiştir. Basitleştirilmiş bir ML alıcı sunulmuş olup, işlem karmaşıklığı ayrıntılı bir biçimde incelenmiştir. Bilgisayar benzetimleri sonucu önerilen yapıların SOSTTC'ler ve SM-TC yapılarından daha iyi BER ve FER başarımı sağladıkları gösterilmiştir.

7.1 Üstün-Dik Kafes Kodlamalı Uzaysal Modülasyon (SOTC-SM) Tekniği

Bu bölümde STBC-SM tekniği kısaca tekrar ele alınarak STBC-SM matrisleri için küme bölmeleme işlemi sunulacaktır. Ardından SOTC-SM tekniği tanıtılacak ve değişik kafes durum sayısı ile bant verimlilikleri için tasarım örnekleri verilecektir.

7.1.1 STBC-SM kod sözcüklerinin süper kümesi

Bölüm 5'te anlatılan STBC-SM tekniği STBC'ler ile SM'i birleştirerek iletim verimliliğini arttırmaktadır. Örneğin, Alamouti kodu kullanan STBC-SM, üç verici anten için aşağıda verilen kod sözcük kümesini kullanmaktadır:

$$\left\{ \mathbf{X}^a = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & 0 \\ -x_2^* & x_1^* & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{X}^b = \begin{bmatrix} 0 & x_1 & x_2 \\ 0 & -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix} \right\}. \quad (7.1)$$

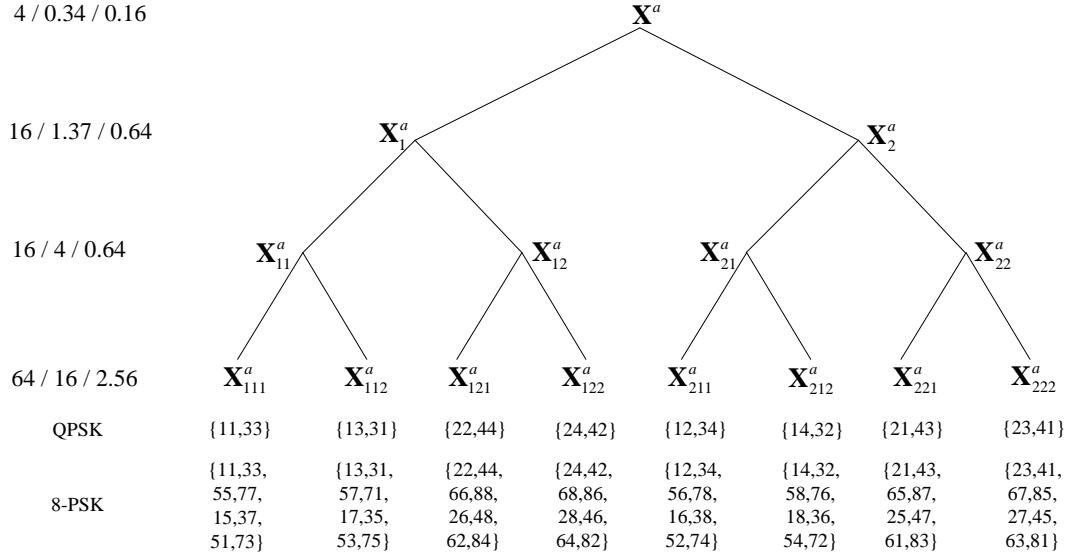
Bu bölümde, (7.1)'de verilen kod sözcük kümesine STBC-SM kod sözcüklerinin üç verici anten için bir süper kümesi adı verilecektir. (7.1)'de verilen kod sözcük kümesi Alamouti kodunun üç verici antene genişletilmesi ile elde edilmiş olup tek bir Alamouti kod sözcüğü tarafından elde edilebilecek dik matrislerin sayısı ikiye katlanmaktadır. STBC-SM tekniğinin bu özelliği bu çalışmanın temelini oluşturmaktadır. İlerleyen alt bölümlerde gösterileceği üzere STBC-SM kod sözcüklerinin süper kümeleri önerilen SOTC-SM sisteminin kafes geçişlerinde kullanılacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken noktalardan biri de (7.1)'de kod sözcükleri verilen bir STBC-SM sistemin gerçekleştirilmesi durumunda maksimum çeşitleme ve kodlama kazançlarının garanti edilebilmesi için \mathbf{X}^b ile $e^{j\theta}$ gibi bir dönme parametresinin kullanılma zorunluluğudur. Bunun nedeni, \mathbf{X}^a 'nın bir gerçekleştirilmesinin iletilip \mathbf{X}^b 'nin bir gerçekleştirilmesi olarak hatalı çözüldüğünde \mathbf{X}^a ve \mathbf{X}^b 'nin çakışan sütunlarından dolayı fark matrisinin rankının bire düşmesidir. Böyle bir parametrenin kullanılması ise kaçınılmaz olarak işaret kümesinin genişleyerek maliyetin artmasına neden olmaktadır.

7.1.2 SOTC-SM yapısının oluşturulması

Bu alt bölümde SOTC-SM sisteminin verilen bir kafes durum sayısı (S) ve bant verimliliği için (k bit/sn/Hz) sistematik olarak tasarlanması ele alınacaktır. SOTC-SM tekniği, verilen bir işaret uzayı için STBC-SM kod sözcüklerinin küme bölmelemesine dayanmaktadır. Dik bir STBC-SM kod sözcüğü olan \mathbf{X} 'in küme bölmeleme işlemi bu kod sözcüğünün gerçekleştirme matrislerinin daha yüksek CGD değerlerine sahip olan $\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_{ij}$ ya da $\mathbf{X}_{ijk}, i, j, k \in \{1, 2\}$ şeklindeki alt kümelerini bulmaya dayanmaktadır [34]. Minimum CGD, bir çerçevenin iletimi boyunca kanal katsayıları sabit kalan duruşumsuz Rayleigh sönümlenmeli kanallar için önemli bir tasarım parametresidir. Bir STBC-SM kod sözcüğü \mathbf{X} 'in tüm olası \mathbf{C}^i ve \mathbf{C}^j gerçeklemeleri göz önüne alınacak

min. CGD
(QPSK/8-PSK/16-QAM)

4 / 0.34 / 0.16



Şekil 7.1: QPSK, 8-PSK ve 16-QAM işaret uzayları için küme bölmeleme ve ilişkin simge çiftleri.

olursa, bu kod sözcüğü için minimum CGD

$$\delta_{\min} = \min_{\mathbf{C}^i, \mathbf{C}^j} \det(\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^j)^H (\mathbf{C}^i - \mathbf{C}^j) \quad (7.2)$$

şeklinde tanımlanır. SOTC-SM tekniğinde, her bir STBC-SM kod sözcüğüne küme bölmeleme uygulanmaktadır. (7.1)'de verilen \mathbf{X}^a kod sözcüğü ile QPSK, 8-PSK ve 16-QAM işaret uzayları göze önüne alınacak olursa, bu kod sözcüğü tarafından sağlanan dik matrisler Şekil 7.1'de gösterildiği gibi sekiz alt kümeye ayrıştırılabilir. Bu şekilde, ilişkin simge indis çiftleri gösterim sadeliği açısından sadece QPSK ve 8-PSK işaret uzayları için verilmiş olup, işaret uzayındaki simge $e^{j\frac{2\pi}{M}(a-1)}$, $a \in \{1, 2, \dots, M\}$ ile gösterilmiştir. Benzer yollarla bu küme bölmeleme işlemi diğer işaret uzayları için de uygulanabilir. Şekil 7.1'in sol tarafında gösterildiği gibi, ağacın alt dallarına doğru inildikçe minimum CGD artmaktadır. Şekil 7.1'de \mathbf{X}^a için verilen küme bölmeleme yapısının değişik anten kombinasyonlarına sahip farklı STBC-SM kod sözcükleri için de geçerli olduğu unutulmamalıdır.

SOTC-SM kod tasarımı sırasında farklı STBC-SM kod sözcükleri farklı durumlardan kalkan geçişlere atanmıştır. Böylece hem ilişkin STBC'nin çeşitleme kazancı garanti edilmiş hem de yıkımlı bir koddan kaçınılmıştır. Dahası, klasik SOSTTC'ler ile karşılaştırıldığında, anten bölgesinin kullanımı kafes kodun uzaklık spektrumunu

hatırı sayılır derecede iyileştirerek aynı kafes yapısı için hata başarımında iyileşme elde edilmesini sağlamıştır. Diğer bir deyişle, SOSTTC'ler STBC'lerin bir süper kümesini kullanırken, önerilen sistem STBC-SM kod sözcüklerinin süper kümelerini kullanmaktadır. İki sistem için de tam çeşitleme ve maksimum kodlama kazancı için ilişkin kümelere küme bölmeleme uygulanmaktadır. SOSTTC'ler işaret kümesini genişletmeden mevcut dik matrislerin sayısını dönme parametreleri ile arttırmaktadır. STBC-SM tekniğinde ise parametrelerin kullanımı yerine anten bölgesi kullanılarak matrislerin sayısı artırılmış ve işaret kümesinin genişletilmesine gerek duyulmamıştır. Örneğin, (7.1)'de verilen kod sözcük çifti kullanılarak SOTC-SM sisteminin tasarlanması düşünölsün. \mathbf{X}^a ve \mathbf{X}^b farklı durumlardan kalkan kafes geçişlerine atandığında, paralel geçişler içerisinde \mathbf{X}^a 'nın bir gerçektelemesi \mathbf{X}^b olarak hatalı bir şekilde çözülemeyeceği için STBC-SM sistemindeki gibi bir döndürme parametresine gereksinim yoktur.

k bit/sn/Hz bant verimliliği için, $T \times n_T$ 'lik bir STBC'nin kullanılması durumunda her durumdan ayrılan 2^{kT} dal olacaktır. Burada T , kanalın kullanılma sayısıdır. Alamouti kodunun kullanıldığı durumda ise her durumdan 2^{2k} dal ayrılacaktır. SOTC-SM için, iki farklı kafes kod tasarım tekniği önerilmiştir.

1. Kafesin her bir durumuna farklı bir STBC-SM kod sözcüğü atanmıştır. Böylece S adet STBC-SM kod sözcüğüne gereksinim vardır. Bu yöntem her bir duruma farklı bir parametrenin atandığı SOSTTC tasarım yöntemini andırmaktadır. Ancak SOSTTC'lerin zıttına dik matrisler parametre bölgesi yerine anten bölgesine dağıtılmıştır. Her bir durumdan kalkan dallar için ilişkin alt kümelerin elde edilmesinde yukarıda sözü edilen küme bölmeleme işlemi uygulanmıştır.
2. $S/2$ STBC-SM kod sözcüğü kullanılmış ve alt kümeler sistematik bir şekilde düzenlenerek ilişkin dal geçişlerine atanmış ve yıkımlı bir koddan sakınılmıştır. Benzer bir tasarım tekniği SOSTTC'ler için de uygulanmıştır.

Yukarıda sözü edilen tekniklerin ikisinde de Alamouti kodunun çekirdek kod olarak kullanıldığı durumda toplamda $2^{2k}S$ dik matris kafesin dallarına yerleştirilmiş olup, $k = \log_2(M)$ koşulunu sağlayan 1-hızlı (rate-1) bir kod elde edilmiştir. İlerleyen bölümlerde gösterileceği üzere SOSTTC'lerdekine benzer teknikler kullanılmış olsa

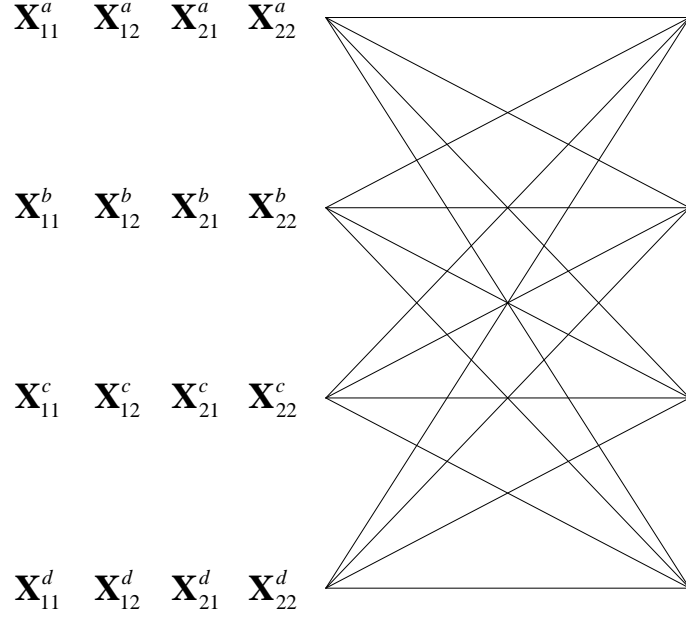
Çizelge 7.1: SOTC-SM yapıları için paralel geçişlere atanan alt kümeler (kafes durum geçiş matrisleri).

Durum	Matris
2	$\begin{bmatrix} X_1^a & X_2^a \\ X_1^b & X_2^b \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} X_{11}^a & X_{12}^a & X_{21}^a & X_{22}^a \\ X_{11}^b & X_{12}^b & X_{21}^b & X_{22}^b \\ X_{11}^c & X_{12}^c & X_{21}^c & X_{22}^c \\ X_{11}^d & X_{12}^d & X_{21}^d & X_{22}^d \end{bmatrix}$
8-I	$\begin{bmatrix} X_{11}^a & X_{12}^a & X_{21}^a & X_{22}^a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{11}^b & X_{12}^b & X_{21}^b & X_{22}^b \\ X_{11}^c & X_{12}^c & X_{21}^c & X_{22}^c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{11}^d & X_{12}^d & X_{21}^d & X_{22}^d \\ X_{21}^a & X_{22}^a & X_{11}^a & X_{12}^a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{21}^b & X_{22}^b & X_{11}^b & X_{12}^b \\ X_{21}^c & X_{22}^c & X_{11}^c & X_{12}^c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{21}^d & X_{22}^d & X_{11}^d & X_{12}^d \end{bmatrix}$
8-II 8-III	$\begin{bmatrix} X_{111}^a & X_{112}^a & X_{121}^a & X_{122}^a & X_{211}^a & X_{212}^a & X_{221}^a & X_{222}^a \\ X_{111}^b & X_{112}^b & X_{121}^b & X_{122}^b & X_{211}^b & X_{212}^b & X_{221}^b & X_{222}^b \\ X_{111}^c & X_{112}^c & X_{121}^c & X_{122}^c & X_{211}^c & X_{212}^c & X_{221}^c & X_{222}^c \\ X_{111}^d & X_{112}^d & X_{121}^d & X_{122}^d & X_{211}^d & X_{212}^d & X_{221}^d & X_{222}^d \\ X_{111}^e & X_{112}^e & X_{121}^e & X_{122}^e & X_{211}^e & X_{212}^e & X_{221}^e & X_{222}^e \\ X_{111}^f & X_{112}^f & X_{121}^f & X_{122}^f & X_{211}^f & X_{212}^f & X_{221}^f & X_{222}^f \\ X_{111}^g & X_{112}^g & X_{121}^g & X_{122}^g & X_{211}^g & X_{212}^g & X_{221}^g & X_{222}^g \\ X_{111}^h & X_{112}^h & X_{121}^h & X_{122}^h & X_{211}^h & X_{212}^h & X_{221}^h & X_{222}^h \end{bmatrix}$

da çekirdek STBC'nin parametre bölgesi yerine anten bölgesine genişletilmesi hata başarımı açısından hatırı sayılır iyileşmeler sağlamakta ve tasarım esnekliği de sağlayarak başarım ile karmaşıklık arasında ödünleşimler sunmaktadır. Dahası, klasik SOSTTC'lerin parametre sayısı sınırlaması dolayısıyla elde edilebilir dik matrislerin sayısındaki kısıtlılık SOTC-SM sistemi için söz konusu değildir.

7.1.3 Yeni kafes kod tasarım örnekleri

Bu alt bölümde 2, 3 ve 4 bit/sn/Hz bant verimlilikleri ve farklı kafes durum sayıları için yukarıda sözü edilen kod tasarım teknikleri kullanılarak elde edilen SOTC-SM yapıları sunulacaktır. Kullanılan verici anten sayısı seçilen kafes yapısı ve tasarım



Şekil 7.2: 2 bit/sn/Hz için QPSK, 3 bit/sn/Hz için 8-PSK ve 4 bit/sn/Hz için 16-QAM kullanan yeni 4-durumlu SOTC-SM kodunun kafes diyagramı.

teknikğine bağlı olarak üç ile altı arasında değişmektedir. Gösterim sadeliği açısından, yeni kodların kafes diyagramları, durum geçişlerine atanan ve $S \times S$ 'lik matrislerle temsil edilen alt kümeler aracılığıyla Çizelge 7.1'de gösterilmiştir. Burada i . satır ve j . sütunda yer alan $(i, j = 1, \dots, S)$ alt matris i . durumdan kalkan ve j . duruma varan paralel geçişlere atanan alt kümeyi göstermektedir. Sıfır matrisi $\mathbf{0}$ ise ilgili iki durum arasında geçiş olmadığını göstermektedir. $\mathbf{X}^a, \mathbf{X}^b, \dots, \mathbf{X}^h$ matrisleri ise aşağıda verilecek olan farklı anten kombinasyonlarına sahip STBC-SM kod sözcüklerini temsil etmektedir. Örneğin, 4-durumlu SOTC-SM yapısının kafes diyagramı Şekil 7.2'de verilmiş olup, ilişkin alt kümeleri Çizelge 7.1'den doğrulanabilir. Kod tasarım örnekleri aşağıda sunulmuştur.

Örnek 1, (2-durumlu kod): 2-durumlu SOTC-SM yapısında, (7.1)'de verilen iki kod sözcüğü Çizelge 7.1'den de görüldüğü üzere birinci tasarım teknikğine göre ilgili kafesin dallarına yerleştirilmiştir. 2, 3 ve 4 bit/sn/Hz bant verimliliklerinin elde edilmesi için sırasıyla QPSK, 8-PSK ve 16-QAM modülasyonları kullanılmış ve yine sırasıyla 16, 1.37 ve 0.64 minimum CGD değerleri elde edilmiştir. Ancak 2-durumlu yeni kodun minimum CGD değerleri 2-durumlu SOSTTC ile birebir aynı olmaktadır. Bunun nedeni iki kod için de en kötü durumda PEP'in paralel geçişlerden kaynaklanması ve özdeş olmasıdır. Ancak SOTC-SM yapısında kodun anten bölgesine

yayılması daha uzun hata olayları aracılığıyla uzaklık spektrumunda hatırı sayılır derecede iyileşmeye olanak sağlamıştır. Bu kodun PEP davranışı bir sonraki bölümde incelenecektir.

Örnek 2, (4-durumlu kod): Şekil 7.2’de gösterilen 4-durumlu SOTC-SM yapısında, aşağıda dört verici anten için verilen STBC-SM kod sözcükleri, ilk tasarım tekniği kullanılarak, ilgili küme bölmeleme işlemlerinden sonra kafesin dallarına yerleştirilmiştir:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^a &= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & 0 & 0 \\ -x_2^* & x_1^* & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{X}^b &= \begin{bmatrix} 0 & x_1 & x_2 & 0 \\ 0 & -x_2^* & x_1^* & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{X}^c &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & x_1 & x_2 \\ 0 & 0 & -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix} & \mathbf{X}^d &= \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & x_2 \\ -x_2^* & 0 & 0 & x_1^* \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7.3)$$

Burada gerekli dik matrislerin elde edilebilmesi için dört STBC-SM kod sözcüğü ve dört verici anten kullanılmıştır. 4-durumlu bu kod önceki örnekte verilen 2-durumlu kod ile aynı minimum CGD değerlerine sahip olsa da, sayısı azalan paralel geçişleri dolayısıyla daha iyi bir uzaklık spektrumuna sahiptir. Bu kodun 8-PSK için minimum CGD değeri ise 4 olup, bu değer Örnek 1’de verilen kodun değerinden daha yüksektir.

Örnek 3 (8-durumlu kod-I): (7.3)’te verilen dört kod sözcüğü 8-durumlu bir kafesin dallarına Çizelde 7.1’den görüldüğü üzere ikinci tasarım tekniği kullanılarak yerleştirilmiştir. QPSK, 8-PSK ve 16-QAM modülasyonları için bu kodun minimum CGD değerleri Örnek 2’de verilen 4-durumlu kod ile aynı olmaktadır. Ancak, Örnek 1 ve 2’de verilen kodlarla karşılaştırıldığında bu kod artan kafes karmaşıklığı ve dolayısıyla daha iyi olan uzaklık spektrumu sayesinde daha iyi hata başarımına sahiptir. Benzer yapıya sahip 8-durumlu bir SOSTTC de 8-PSK için [34]’te önerilmiştir.

Örnek 3 (8-durumlu kod-II): Çizelde 7.1’den görüldüğü üzere bu kod beş verici anten için aşağıda verilen sekiz STBC-SM kod sözcüğü ve ilk tasarım tekniği kullanılarak

elde edilmiştir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}^a &= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & 0 & 0 & 0 \\ -x_2^* & x_1^* & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{X}^b &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & x_1 & x_2 & 0 \\ 0 & 0 & -x_2^* & x_1^* & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{X}^c &= \begin{bmatrix} 0 & x_1 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & -x_2^* & x_1^* & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{X}^d &= \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 & x_2 \\ -x_2^* & 0 & 0 & 0 & x_1^* \end{bmatrix} \\
\mathbf{X}^e &= \begin{bmatrix} x_1 & 0 & x_2 & 0 & 0 \\ -x_2^* & 0 & x_1^* & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{X}^f &= \begin{bmatrix} 0 & x_1 & 0 & x_2 & 0 \\ 0 & -x_2^* & 0 & x_1^* & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{X}^g &= \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & x_2 & 0 \\ -x_2^* & 0 & 0 & x_1^* & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{X}^h &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & x_1 & 0 & x_2 \\ 0 & 0 & -x_2^* & 0 & x_1^* \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{7.4}$$

Bu kodun QPSK, 8-PSK ve 16-QAM modülasyonları için minimum CGD değerleri sırasıyla 64, 16 ve 2.56 olmaktadır ki bu değerler önceki örnekte verilen kodun değerlerinden daha yüksektir. Bunun nedeni 8-durumlu kod-II ile paralel geçişlerin sayısının minimuma indirilmesidir. $k = \log_2(M)$ bit/sn/Hz için gerek duyulan $8M^2$ dik matrisin elde edilebilmesi için sekiz verici anten kombinasyonuna gereksinim duyulmuştur ki bu değer de STBC-SM tasarım teknikleri uyarınca en az beş verici anten ile sağlanabilmektedir [25].

Örnek 4 (8-durumlu kod-III): Bu kod, 8-durumlu kod-II ile aynı yapıya ve minimum CGD değerlerine sahiptir, ancak aşağıda altı verici anten için verilen sekiz STBC-SM kod sözcüğünü kullanmaktadır:

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}^a &= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x_2^* & x_1^* & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{X}^b &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & x_1 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_2^* & x_1^* & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{X}^c &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & x_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix} & \mathbf{X}^d &= \begin{bmatrix} 0 & x_1 & x_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -x_2^* & x_1^* & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{X}^e &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & x_1 & x_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -x_2^* & x_1^* & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{X}^f &= \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_2 \\ -x_2^* & 0 & 0 & 0 & 0 & x_1^* \end{bmatrix} \\
\mathbf{X}^g &= \begin{bmatrix} x_1 & 0 & x_2 & 0 & 0 & 0 \\ -x_2^* & 0 & x_1^* & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{X}^h &= \begin{bmatrix} 0 & x_1 & 0 & x_2 & 0 & 0 \\ 0 & -x_2^* & 0 & x_1^* & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{7.5}$$

Beş verici anten yerine altı verici antenin kullanılması şüphesiz ki uzaklık spektrumunda iyileşmeye olanak sağlamaktadır.

7.2 SOTC-SM Yapısının Başarım İncelemesi

Bu alt bölümde öncelikle en baskın hata olayları için PEP ifadeleri çıkartılacak ardından ortalama bit hata olasılığı için kapalı biçimde bir ifade sunulacaktır. Bu

yaklaşım belli bir uzunluğa kadar hata olaylarını incelemektedir. Böyle bir yaklaşıma yönelme nedenimiz ise ele alınan duruğumsu MIMO kanal için aktarım işlevi kullanılarak gerçek bir birleşim üst sınırı elde edilmesinin olanaksız olmasıdır.

Alamouti kodunun kullanıldığı durumu göz önüne alalım. Hem STBC'ler hem de STTC'ler için $2N \times n_T$ boyutlu \mathbf{X} matrisinin iletilip $\hat{\mathbf{X}}$ olarak hatalı çözüldüğünü düşünelim. Burada N , hata yolunun uzunluğudur. STBC'ler içinse $N = 1$ olmaktadır. Bu durumda koşullu PEP, iyi bilinen bir eşitlik olan

$$\Pr(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}} | \mathbf{H}) = Q\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}} \|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\| \|\mathbf{H}\|\right) \quad (7.6)$$

ile verilmektedir [34]. Burada γ alıcı antendeki ortalama SNR, \mathbf{H} ise elemanları sıfır ortalama ve birim varyanslı karmaşık dairesel simetrik Gauss rastlantı değişkenleri olan $n_T \times n_R$ kanal matrisidir. (7.6)'nın \mathbf{H} üzerinden integrali alınır ve m.g.f. teknikleri kullanılırsa UPEP

$$\Pr(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \prod_{i=1}^r \left(\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + \frac{\gamma}{4} \lambda_i} \right)^{n_R} d\theta \quad (7.7)$$

olarak elde edilir. Burada, λ_i ($i = 1, 2, \dots, r$) ve r , uzaklık matrisi $A(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) = (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^H (\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})$ 'nin sırasıyla i . öz değeri ve rankıdır. (7.7) için kapalı biçimde bir çözüm literatürde mevcuttur ([54], Eq. (5A.74)). PEP hesabının ardından SOTC-SM sisteminin BEP başarımı belirli bir uzunluğa kadar olan hata olayları göz önüne alınarak

$$P_b \approx \frac{1}{n} \sum_{\mathbf{X}} \left[\frac{1}{k'} \sum_{\substack{\hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{X}} \neq \mathbf{X}}} e(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}}) \Pr(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) \right] \quad (7.8)$$

şeklinde hesaplanabilir. Burada k' , kafes geçişi başına bilgi bitlerinin sayısı (Alamouti kodunun dallarda kullanıldığı durum için $k' = 2k$), n farklı iletim matrislerinin toplam sayısı, $e(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ ise ilişkin hata olayı için hatalı bitlerin sayısıdır. (7.8)'in tutarlılığını sınamak için $N = 1$ ve 2 durumlarını göz önüne alan iki farklı örnek verilecektir.

Örnek 5 (2 bit/sn/Hz, 2-durumlu kod): 2-durumlu yeni kodun paralel geçişleri için (7.7) ifadesi Alamouti'nin PEP ifadesi olan

$$\Pr(\mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + \frac{\gamma}{4} \lambda} \right)^{2n_R} d\theta \quad (7.9)$$

şeklinde indirgenir. Bunun nedeni Alamouti kodunun dikliği dolayısıyla $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ olmasıdır. Yaklaşık BEP ise şu şekilde hesaplanabilir¹:

$$P_b \approx \frac{1}{32} \left[\sum_{\mathbf{X}_1^a} \sum_{\hat{\mathbf{X}}_1^a} \Pr(\mathbf{X}_1^a \rightarrow \hat{\mathbf{X}}_1^a) e(\mathbf{X}_1^a, \hat{\mathbf{X}}_1^a) \right]. \quad (7.10)$$

Burada simetrik kod tasarımından ötürü, sadece ilk durumdan kalkarak ilk duruma varan hata olayları göz önüne alınmıştır. (7.10)'un nümerik analizi 2-durumlu SOSTTC'nin analizi ile birebir aynı olup iki sistem için de ikinci dereceden çeşitleme elde edildiğini göstermektedir. Diğer taraftan, çekirdek STBC'nin anten bölgesine yayılması $N \geq 2$ durumları için daha yüksek çeşitleme derecelerinin elde edilmesine olanak sağlamaktadır. Artan N değerleri için $2 < r \leq n_T$ elde edilmektedir ki bu da önerilen sistemin üstünlüğünü ortaya çıkarmaktadır. Örneğin, $N = 2$ için ilk durumdan kalkan hata olay çiftleri göz önüne alınacak olursa $\mathbf{X} = [(\mathbf{X}_1^a(1))^T (\mathbf{X}_1^a(2))^T]^T$, $\hat{\mathbf{X}} = [(\mathbf{X}_2^a(1))^T (\mathbf{X}_1^b(2))^T]^T$ ve $\mathbf{X} = [(\mathbf{X}_1^a(1))^T (\mathbf{X}_2^a(2))^T]^T$, $\hat{\mathbf{X}} = [(\mathbf{X}_2^a(1))^T (\mathbf{X}_2^b(2))^T]^T$ olmak üzere iki durum elde edilecektir. Burada $\mathbf{X}_i^m(t)$, $m \in \{a, b\}$ ve $i = 1, 2$, ilgili hata olayının t . adımında ($t = 1, \dots, N$) \mathbf{X}_i^m 'nin iletildiğini göstermektedir. Bu durumlar için

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{2,1} & 0 \\ -x_{2,1}^* & x_{1,1}^* & 0 \\ x_{1,2} & x_{2,2} & 0 \\ -x_{2,2}^* & x_{1,2}^* & 0 \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{1,1} & \hat{x}_{2,1} & 0 \\ -\hat{x}_{2,1}^* & \hat{x}_{1,1}^* & 0 \\ 0 & \hat{x}_{1,2} & \hat{x}_{2,2} \\ 0 & -\hat{x}_{2,2}^* & \hat{x}_{1,2}^* \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

elde edilmektedir. Burada $x_{i,t}$ ve $\hat{x}_{i,t}$, ilgili hata yolu içerisindeki sırasıyla t . iletilen ve hatalı çözülen STBC-SM matrislerindeki i . veri simgelerini göstermektedir. Üçüncü bir verici antenin SM tekniği ile kullanılması (7.11)'de verilen matrisler ile üçüncü dereceden bir çeşitleme elde edilmesine olanak vermektedir ki bu da $\delta = \text{CGD} = \det A(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ 'in tüm \mathbf{X} ve $\hat{\mathbf{X}}$ değerleri için sıfırdan farklı olduğu tanıtılarak gösterilebilir. Basit cebrik işlemlerin ardından (7.11)'den

$$\delta = \left(|\hat{x}_{1,2}|^2 + |\hat{x}_{2,2}|^2 \right) \left(|x_{1,1} - \hat{x}_{1,1}|^2 + |x_{2,1} - \hat{x}_{2,1}|^2 \right) \left(|x_{1,1} - \hat{x}_{1,1}|^2 + |x_{2,1} - \hat{x}_{2,1}|^2 + |x_{1,2} + \hat{x}_{2,2}|^2 + |\hat{x}_{1,2} - x_{2,2}|^2 \right) \quad (7.12)$$

elde edilir. \mathbf{X}_1^a ve \mathbf{X}_2^a 'nın, \mathbf{X}^a 'nın iki ayrı alt kümesi olması dolayısıyla aynı anda hem $x_{1,1} = \hat{x}_{1,1}$ hem de $x_{2,1} = \hat{x}_{2,1}$ olması mümkün değildir. Dolayısıyla, tüm \mathbf{X} ve $\hat{\mathbf{X}}$

¹Gösterim basitliği açısından \mathbf{X}_1^a hem ilgili alt kümeyi hem de elemanlarını göstermektedir

değerleri için $\delta \neq 0$ olmaktadır ve ilişkin PEP değerleri $r = 3$ olmak üzere (7.7)'den hesaplanabilir. PEP değerleri hesaplandıktan sonra önerilen sistemin BEP değeri ise (7.8)'den elde edilebilir.

Daha uzun hata olayları için ($N \geq 3$), 2-durumlu kodun çeşitleme derecesinin yine üçe eşit olduğu ilişkin hata olayları için kalkan ve varan dal çiftlerinin $N = 2$ uzunluklu bir alt hata olayına denk düştüğü göz önüne alınarak tanıtlanabilir. Örneğin, $\mathbf{X}(t)$ ve $\hat{\mathbf{X}}(t)$ sırasıyla hata olayının t . adımıdaki iletilen ve hatalı çözülen STBC-SM matrislerini göstermek üzere $2N \times 3$ boyutlu $\mathbf{X} = [\mathbf{X}(1)^T \dots \mathbf{X}(N)^T]^T$ ve $\hat{\mathbf{X}} = [\hat{\mathbf{X}}(1)^T \dots \hat{\mathbf{X}}(N)^T]^T$ matrislerini ele alalım. Ardından

$$\begin{aligned} \delta &= \det \left[\left(\mathbf{X}(1) - \hat{\mathbf{X}}(1) \right)^H \dots \left(\mathbf{X}(N) - \hat{\mathbf{X}}(N) \right)^H \right] \begin{bmatrix} \left(\mathbf{X}(1) - \hat{\mathbf{X}}(1) \right) \\ \vdots \\ \left(\mathbf{X}(N) - \hat{\mathbf{X}}(N) \right) \end{bmatrix} \\ &= \det \left[\mathbf{A} \left(\mathbf{X}(1), \hat{\mathbf{X}}(1) \right) + \mathbf{A} \left(\mathbf{X}(2), \hat{\mathbf{X}}(2) \right) + \dots + \mathbf{A} \left(\mathbf{X}(N), \hat{\mathbf{X}}(N) \right) \right] \\ &= \det [\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2] \end{aligned} \quad (7.13)$$

elde edilir. Burada $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A} \left(\mathbf{X}(1), \hat{\mathbf{X}}(1) \right) + \mathbf{A} \left(\mathbf{X}(N), \hat{\mathbf{X}}(N) \right)$, $N = 2$ için fark matrisi ve $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A} \left(\mathbf{X}(2), \hat{\mathbf{X}}(2) \right) + \dots + \mathbf{A} \left(\mathbf{X}(N-1), \hat{\mathbf{X}}(N-1) \right)$ 'dir. Weyl Teoremi [64] uyarınca \mathbf{A}_1 ve \mathbf{A}_2 gibi iki hermitiyen matrisin toplamının özdeğerlerine ilişkin

$$\lambda_1(\mathbf{A}_1) + \lambda_1(\mathbf{A}_2) \leq \lambda_1(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2) \quad (7.14)$$

elde edilir. Burada $\lambda_1(\mathbf{A})$, \mathbf{A} 'nın en küçük özdeğerini göstermektedir. Önceki analizimiz $\text{rank}(\mathbf{A}_1) = 3$ ve dolayısıyla $\lambda_1(\mathbf{A}_1) \neq 0$ olduğunu göstermişti. Bu nedenle, $\lambda_1(\mathbf{A}_2)$ 'nin değerinden bağımsız olarak $\lambda_1(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2) \neq 0$ olacağından $\text{rank}(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2) = 3$ elde edilir. Dolayısıyla artan N değerleri için önerilen sistemin çeşitleme derecesi korunmuştur.

Örnek 6 (2 bit/sn/Hz, 4-durumlu kod): 2-durumlu koda benzer şekilde 4-durumlu yeni kodun paralel geçişleri için de PEP hesabında (7.9) kullanılabilir. Simetriden dolayı yaklaşık BEP hesabı için sadece birinci düğümden kalkıp birinci düğüme birleşen paralel geçişler içerisindeki hata olaylarını göz önüne almak yeterli olacaktır:

$$P_b \approx \frac{1}{16} \left[\sum_{\mathbf{X}_{11}^a} \sum_{\hat{\mathbf{X}}_{11}^a} \Pr \left(\mathbf{X}_{11}^a \rightarrow \hat{\mathbf{X}}_{11}^a \right) e \left(\mathbf{X}_{11}^a, \hat{\mathbf{X}}_{11}^a \right) \right]. \quad (7.15)$$

4-durumlu kodun $N = 2$ için analizi ise bu kodun yapısından dolayı biraz daha karmaşıktır. Simetriden dolayı, sadece ilk durumdan kalkan hata olayları göz önüne alınacak olursa, altı farklı tür (her bir tür birleşme düğümüne göre dört alt türe sahiptir) elde edilecektir:

$$\begin{aligned}
\text{Tür 1 : } & \left(\mathbf{X} = [(\mathbf{X}_{11}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^a(2))^T]^T \rightarrow \hat{\mathbf{X}} = [(\mathbf{X}_{12}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^b(2))^T]^T \right), \\
\text{Tür 2 : } & \left(\mathbf{X} = [(\mathbf{X}_{11}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^a(2))^T]^T \rightarrow \hat{\mathbf{X}} = [(\mathbf{X}_{21}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^c(2))^T]^T \right), \\
\text{Tür 3 : } & \left(\mathbf{X} = [(\mathbf{X}_{11}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^a(2))^T]^T \rightarrow \hat{\mathbf{X}} = [(\mathbf{X}_{22}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^d(2))^T]^T \right), \\
\text{Tür 4 : } & \left(\mathbf{X} = [(\mathbf{X}_{12}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^b(2))^T]^T \rightarrow \hat{\mathbf{X}} = [(\mathbf{X}_{21}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^c(2))^T]^T \right), \\
\text{Tür 5 : } & \left(\mathbf{X} = [(\mathbf{X}_{12}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^b(2))^T]^T \rightarrow \hat{\mathbf{X}} = [(\mathbf{X}_{22}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^d(2))^T]^T \right), \\
\text{Tür 6 : } & \left(\mathbf{X} = [(\mathbf{X}_{21}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^c(2))^T]^T \rightarrow \hat{\mathbf{X}} = [(\mathbf{X}_{22}^a(1))^T \ (\mathbf{X}_{11}^d(2))^T]^T \right).
\end{aligned} \tag{7.16}$$

Burada ilişkin yol çiftlerinin ilk durumda birleştiği göz önüne alınmıştır. Ancak başka durumlardaki birleşmeler için ilişkin CGD ifadeleri özdeş olsa da numerik hesaplarda farklılıklar olabilmektedir ve bu da (7.8)'in gerçekleşmesinde göz önüne alınmalıdır. (7.16)'da birinci ve üçüncü durumlar için $r = 4$ elde edilmesi olası değildir. Bunun nedeni ilişkin hata olayları için serbestlik derecesinin, diğer bir deyişle hata yolu boyunca etkin olan verici antenlerin sayısının, üçe eşit olmasıdır. Bu durumlar için CGD, $\mathbf{A}(\mathbf{X}, \hat{\mathbf{X}})$ 'nın sıfırdan farklı özdeğerlerinin çarpımı olarak bulunabilir. i . duruma ilişkin CGD δ_i ile gösterilecek olursa δ_1 , (7.12) ile verilirken, δ_3

$$\begin{aligned}
\delta_3 = & \left(|\hat{x}_{1,2}|^2 + |\hat{x}_{2,2}|^2 \right) \left(|x_{1,1} - \hat{x}_{1,1}|^2 + |x_{2,1} - \hat{x}_{2,1}|^2 \right) \\
& \left(|x_{1,1} - \hat{x}_{1,1}|^2 + |x_{2,1} - \hat{x}_{2,1}|^2 + |x_{1,2} - \hat{x}_{1,2}|^2 + |x_{2,2} - \hat{x}_{2,2}|^2 \right).
\end{aligned} \tag{7.17}$$

olarak hesaplanır. $(x_{1,1}, x_{2,1})$, \mathbf{X}_{11}^a alt kümesine, $(\hat{x}_{1,1}, \hat{x}_{2,1})$ de \mathbf{X}_{22}^a kümesine dahil olduğundan $\delta_3 \neq 0$ elde edilir. İkinci durum için ise

$$\delta_2 = \left(|\hat{x}_{1,2}|^2 + |\hat{x}_{2,2}|^2 \right)^2 \left(|x_{1,1} - \hat{x}_{1,1}|^2 + |x_{2,1} - \hat{x}_{2,1}|^2 \right)^2 \tag{7.18}$$

elde edilmiş olup bu durumda $(x_{1,1}, x_{2,1})$, \mathbf{X}_{11}^a alt kümesine, $(\hat{x}_{1,1}, \hat{x}_{2,1})$ de \mathbf{X}_{21}^a alt kümesine dahil olduğu için $r = 4$ sağlanmış olur. Geriye kalan üç durum içinse ilişkin

CGD değerleri şu şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}
\delta_4 &= \left(|x_{1,1} - \hat{x}_{1,1}|^2 + |x_{2,1} - \hat{x}_{2,1}|^2 \right)^2 \left| |\hat{x}_{1,2}|^2 - x_{2,2}\hat{x}_{1,2}^* + \hat{x}_{2,2}x_{1,2}^* + |\hat{x}_{2,2}|^2 \right|^2 \\
\delta_5 &= \left(|x_{1,1} - \hat{x}_{1,1}|^2 + |x_{2,1} - \hat{x}_{2,1}|^2 \right)^2 \left| x_{2,2}\hat{x}_{1,2}^* - \hat{x}_{2,2}x_{1,2}^* \right|^2 \\
\delta_6 &= \left(|x_{1,1} - \hat{x}_{1,1}|^2 + |x_{2,1} - \hat{x}_{2,1}|^2 \right)^2 \left| |x_{1,2}|^2 - \hat{x}_{1,2}x_{1,2}^* - x_{2,2}\hat{x}_{2,2}^* + |x_{2,2}|^2 \right|^2.
\end{aligned}
\tag{7.19}$$

(7.19)'daki çapraz terimlerden ötürü, bazı gerçeklemeler için $\delta_i, i = 4, 5, 6$ sifira eşit olabilmektedir. Ancak, analizlerimiz sonucu $\delta_i = 0$ olan durumlarda fark matrisinin rankının üçe düştüğü gözlemlenmiştir. Bu üç durum için de serbestlik derecesinin dört olmasına rağmen, en kötü durum çeşitleme derecesi dört yerine üç olmaktadır. Bunun nedeni, önerilen teknikte işaret kümesini genişleten dönme parametrelerinin kullanılmamasıdır. Örneğin, 4-durumlu kodun her durumuna farklı bir dönüm parametresi atanarak $\delta_i \neq 0, i = 4, 5, 6$ garanti edilebilir. Ancak, önerilen kodun BEP başarımında paralel geçişler içerisindeki hata olayları birinci dereceden etkili olduğu için, bu durumda hata başarımındaki iyileşme fark edilebilir olmayacaktır. Dolayısıyla, STBC-SM yapısının zıttına bu çalışmada dönme parametreleri kullanılmamıştır. $r = 3$ veya $r = 4$ için (7.7)'den gerçekleştirilen PEP hesaplarının ardından, $N = 2$ için sistemin yaklaşık BEP başarımı (7.8)'den elde edilebilir.

$N > 2$ için ilgili hata durumlarda, (7.13)'dekine benzer şekilde bazı cebrik işlemler ve Weyl Teoremi uyarınca, ikinci en küçük öz değerler için

$$\lambda_2(\mathbf{A}_1) + \lambda_1(\mathbf{A}_2) \leq \lambda_2(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2)
\tag{7.20}$$

verilebilir. Burada $\lambda_1(\mathbf{A})$ ve $\lambda_2(\mathbf{A})$ sırasıyla \mathbf{A} 'nın en küçük ve ikinci en küçük özdeğerleridir. $r \geq 3$ olduğu ispatlandığı için $\lambda_2(\mathbf{A}_1) \neq 0$ sağlanır. Dolayısıyla, $\lambda_1(\mathbf{A}_2)$ 'nin değerinden bağımsız olarak $\lambda_2(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2) \neq 0$ garanti edilir. Dolayısıyla, önerilen 4-durumlu kod için üçüncü dereceden çeşitleme elde edildiği tanıtlanmış olur. Diğer kod yapıları için de benzer analizler kolaylıkla yapılabilir. Yapılan analizler genelleştirilerek, şu sonuca varılabilir:

Sonuç 1: SOTC-SM yapısının minimum CGD değeri her zaman paralel geçişler tarafından belirlenirken, daha uzun yola sahip hata olayları daha yüksek çeşitleme derecelerine olanak sağlamakta, dolayısıyla, önerilen kodların uzaklık spektrumunu

hatırı sayılır derecede iyileştirmektedir. Ancak iki verici antenli SOSTTC'ler için, daha uzun yola sahip hata olayları ve bu hata olaylarının minimum CGD, daha önemlisi kodun uzaklık spektrumu üzerindeki etkileri de göz önüne alınmalıdır. Dolayısıyla, SOSTTC'ler ile karşılaştırıldığında, iki sistemin paralel geçişleri özdeş olsa da, önerilen yapı, kafes dallarına yerleştirilen STBC-SM matrisleri ve $N > 1$ için yüksek çeşitleme derecelerine olanak sağlayan sistematik kod tasarımı sayesinde çok daha iyi bir uzaklık spektrumu sunmaktadır.

7.3 SOTC-SM Yapısının Basitleştirilmiş ML Kod Çözümü

Bu bölümde, SOTC-SM yapısı için basitleştirilmiş ML kod çözme tekniği sunulacak ve karmaşıklığı SOSTTC'ler ve SM-TC sistemleri ile karşılaştırılacaktır. Basitlik açısından bir verici anten kabul edilmiş olmakla birlikte tüm sonuçlar kolaylıkla çoklu anten durumuna genelleştirilebilir.

SOTC-SM sistemi için kodlama ve kod çözme işlemleri şu şekilde gerçekleştirilir. k bit/sn/Hz iletim için, her iki ardışık iletim aralığında, $2k$ bit SOTC-SM vericisine giriş yaparak kafes üzerinde verilen bir durumdan kalkan 2^{2k} geçişten birini belirler. Her bir geçiş ise x_1 ve x_2 gibi iki simgenin ardışık iki zaman aralığında değişik anten kombinasyonlarından iletimine denk düşmektedir. İki zaman aralığında alınan işaret örnekleri şu şekilde verilir:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{h} + \mathbf{n}. \quad (7.21)$$

Burada, $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2]^T$ ve $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2]^T$, $w_i, i = 1, 2$ ise toplamsal Gauss gürültü örnekleridir. \mathbf{X} , $2 \times n_T$ iletilen matris, $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{n_T}]^T$ ise, h_i , i . verici antenden alıcıya kanal sönümlenme parametresini temsil etmek üzere, alıcıda bilindiği varsayılan $n_T \times 1$ kanal vektörüdür. SOSTTC, STTC ve SM-TC yapılarına benzer şekilde, önerilen sistemin ML kod çözümünde en olası iletilen yola karar veren Viterbi kod çözücüsü kullanılmaktadır. Paralel geçişler içerisinde en küçük dal metriğini sağlayan en olası geçiş seçilmektedir. SOSTTC'ler için çekirdek STBC'nin dikliğinden yararlanarak alıcı karmaşıklığını düşüren bazı teknikler önerilmiştir [34]. Benzer basitleştirme teknikleri SOTC-SM sistemi için de uygulanacaktır. Alıcı, alınan

işaretler içerisinde, ilgili veri vektörünü

$$\mathbf{y}_{eq} = \mathcal{H}^m \mathbf{x} + \mathbf{w}_{eq} \quad (7.22)$$

şeklinde çıkartabilir. Burada, $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$ veri vektörünü, $\mathbf{y}_{eq} = [y_1 \ y_2^*]^T$ eşdeğer alınan işaret vektörünü, $\mathbf{w}_{eq} = [w_1 \ w_2^*]^T$ ise eşdeğer gürültü vektörünü göstermektedir. \mathcal{H}^m ise

$$\mathcal{H}^m = [\mathbf{h}_1^m \ \mathbf{h}_2^m] = \begin{bmatrix} h_x & h_y \\ h_y^* & -h_x^* \end{bmatrix}, x, y \in \{1, 2, \dots, n_T\} \quad (7.23)$$

olarak verilen SOTC-SM sisteminin eşdeğer kanal matrisidir [44]. Burada $\mathbf{h}_1^m = [h_x h_y^*]^T$, $\mathbf{h}_2^m = [h_y - h_x^*]^T$ olup $m \in \{a, b, c, \dots\}$ indisi ilişkin anten kombinasyonunu belirlemektedir. Örneğin, (7.1)'de verilen \mathbf{X}^a ve \mathbf{X}^b için sırasıyla $x = 1$, $y = 2$ ve $x = 2$, $y = 3$ 'tür. Diklikten ötürü $(\mathbf{h}_1^m)^H \mathbf{h}_2^m = 0$, tüm m 'ler için), $x_i, i = 1, 2$ için karar metriği $M_i^m(x_i)$,

$$M_i^m(x_i) = \|\mathbf{y}_{eq} - \mathbf{h}_i^m x_i\|^2 \quad (7.24)$$

şeklinde ayrıştırılabilir [69]. (7.24) metriği ise M -PSK için genişletilir ve sabit terimler atılırsa

$$\begin{aligned} M_1^m(x_1) &= -\Re \{ [y_1^* h_x + y_2 h_y^*] x_1 \} \\ M_2^m(x_2) &= \Re \{ [y_2 h_x^* - y_1^* h_y] x_2 \}. \end{aligned} \quad (7.25)$$

şeklinde elde edilir. SOSTTC'lere benzer şekilde basitleştirilmiş kod çözme için (7.24)'deki metriklerin birbirinden bağımsız olarak çözülebildiği alt kümeler göz önüne alınmalıdır. Dahası, x_1 ve x_2 'nin tüm değerleri için $M_1^m(x_1)$ ve $M_2^m(x_2)$ hesaplanır ve ardından kaydedilerek, aynı bölmeleme düzeyindeki diğer alt kümeler için de kullanılacak olursa kod çözücünün karmaşıklığı ciddi bir biçimde düşmektedir. Aşağıda verilen örnekte SOTC-SM yapısının basitleştirilmiş ML kod çözümü ayrıntılı bir biçimde ele alınmıştır.

Örnek 6, (4-durumlu kod, 4 bit/sn/Hz): Şekil 7.2'de verilen yeni kod için 16-QAM modülasyonu kullanıldığında, kafesin her bir durumuna 256 dik matris atanmış olup paralel geçişlerin sayısı ise 64'dür. Hiçbir basitleştirme yapılmaksızın, Viterbi kod çözücü her bir durum için 256 metrik hesaplamak zorunda kalacaktır ki bu değer kabul edilemeyecek kadar yüksektir. Ancak kafesin her durumundan kalkan paralel geçişlere dört farklı alt kümenin ($\mathbf{X}_{11}, \mathbf{X}_{12}, \mathbf{X}_{21}, \mathbf{X}_{22}$) atandığı göz önünde bulundurularak

ML kod çözme basitleştirilebilir. Şekil 7.3'te verilen 16-QAM işaret uzayı için $\mathcal{S}_1 = \{1, 3, 6, 8, 9, 11, 14, 16\}$ ve $\mathcal{S}_2 = \{2, 4, 5, 7, 10, 12, 13, 15\}$ kümeleri tanımlansın. Ardından, $m \in \{a, b, c, d\}$ olmak üzere \mathbf{X}_{11}^m için $(x_1, x_2) \in \mathcal{S}_1$, \mathbf{X}_{12}^m için $(x_1, x_2) \in \mathcal{S}_2$, \mathbf{X}_{21}^m için $x_1 \in \mathcal{S}_1$ ve $x_2 \in \mathcal{S}_2$, ve son olarak \mathbf{X}_{22}^m için $x_1 \in \mathcal{S}_2$ ve $x_2 \in \mathcal{S}_1$ olacaktır. Örneğin, \mathbf{X}_{11}^a içerisindeki minimum metriğe sahip paralel geçişi bulabilmek için alıcı $M_1^a(x_1)$ ve $M_2^a(x_2)$ 'yi sırasıyla $x_1 \in \mathcal{S}_1$ ve $x_2 \in \mathcal{S}_1$ olmak üzere bağımsız bir biçimde minimize edebilir. Bu işlemin ardından minimum dal metriği ise $M_1^a(\hat{x}_1^1) + M_2^a(\hat{x}_2^1)$ şeklinde elde edilir. Burada $i, j = 1, 2$ için

$$\hat{x}_i^j = \arg \min_{x_i \in \mathcal{S}_j} M_i^a(x_i)$$

olarak verilmektedir. Benzer şekilde \mathbf{X}_{12}^a içerisindeki minimum metriğe sahip paralel geçişi bulabilmek için alıcı $M_1^a(x_1)$ ve $M_2^a(x_2)$ 'yi sırasıyla $x_1 \in \mathcal{S}_2$ ve $x_2 \in \mathcal{S}_2$ olmak üzere bağımsız bir biçimde minimize eder ve ilişkin dal metriğini $M_1^a(\hat{x}_1^2) + M_2^a(\hat{x}_2^2)$ şeklinde hesaplar. Bu dört minimizasyon işlemi için sadece 32 metrik hesabı yeterlidir. Diğer taraftan, \mathbf{X}_{21}^a ve \mathbf{X}_{22}^a içerisindeki minimum metriğe sahip paralel geçişi bulmak için alıcı yeni metrik hesaplarına gereksinim duymaz. Önceden hesaplanan metrikleri kullanarak \mathbf{X}_{21}^a ve \mathbf{X}_{22}^a için ilgili minimum metrikleri sırasıyla $M_1^a(\hat{x}_1^1) + M_2^a(\hat{x}_2^2)$ ve $M_1^a(\hat{x}_1^2) + M_2^a(\hat{x}_2^1)$ olarak elde eder. Aynı işlem tüm anten kombinasyonları için uygulanabilir.

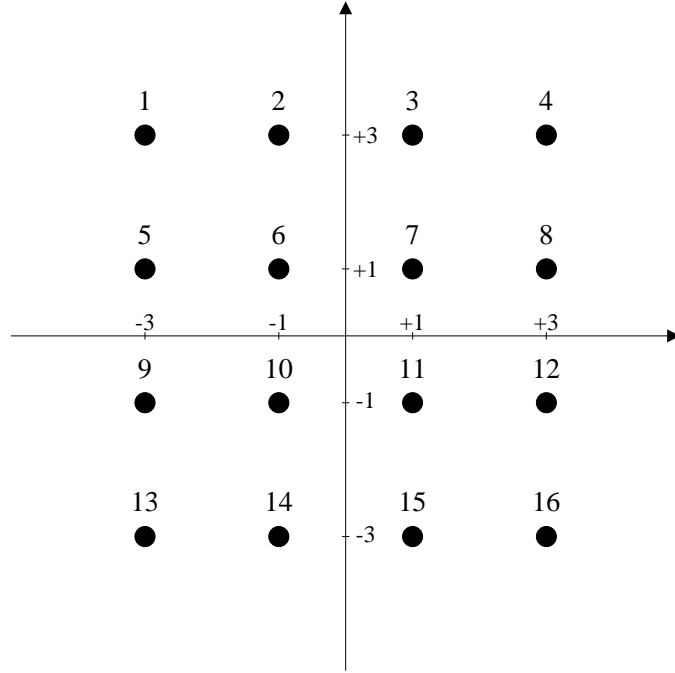
Önceki örnekte, paralel geçişlere atanan alt kümeler (7.24)'deki hesaplama için bağımsız çiftler sunmaktadır. Ancak bazı kafes kodlarda, bağımsız x_1 ve x_2 çiftleri kullanılarak (7.24)'nün hesaplanabilmesi için paralel geçişlere atanan alt kümeler daha küçük alt kümelere ayrıştırılmalıdır. Örneğin, 2-durumlu SOTC-SM kodu için, 4-durumlu SOTC-SM kodu için hesaplanan metrikler aynen hesaplanmalıdır. Ancak, minimum dal metrikleri $\mathbf{X}_1^m = \mathbf{X}_{11}^m \cup \mathbf{X}_{12}^m$ ve $\mathbf{X}_2^m = \mathbf{X}_{21}^m \cup \mathbf{X}_{22}^m$ olduğundan, \mathbf{X}_1^m için

$$\min \{ M_1^m(\hat{x}_1^1) + M_2^m(\hat{x}_2^1), M_1^m(\hat{x}_1^2) + M_2^m(\hat{x}_2^2) \}$$

şeklinde, \mathbf{X}_2^m içinse

$$\min \{ M_1^m(\hat{x}_1^1) + M_2^m(\hat{x}_2^2), M_1^m(\hat{x}_1^2) + M_2^m(\hat{x}_2^1) \}$$

şeklinde hesaplanır. Benzer şekilde 8-durumlu kod-II ve 8-durumlu kod-III için de (7.24) doğrudan uygulanamaz ve dolayısıyla daha küçük alt kümeler göz önüne alınmalıdır.



Şekil 7.3: 16-QAM işaret uzayı ve ilişkin simge indisleri.

Viterbi kod çözücünün her bir adımında hesaplanan metriklerin toplam sayısının, aynı kafes yapısını kullanan SOTC-SM sistemleri ve SOSTTC'ler için aynı olduğu gözlemlenmiştir. Ancak, ele alınan işaret uzayı ile kafes yapısına göre ve (7.25)'teki ortak terimlerin karmaşıklığı düşürmek amacıyla kaydedilmesi durumunda gerçekleştirilen aritmetik işlemlerin sayısında iki sistem arasında farklar olabilmektedir. [34]'te verilen Örnek 7.4.1'dekine benzer bir yaklaşım izleyerek, ilk tasarım tekniği kullanılarak M -PSK için önerilen yeni kafes kodların SOTC-SM Viterbi kod çözücüsünün her bir adımında gerçekleştirilen işlemlerin toplam sayısının elde edilmesi için aşağıdaki bağıntı elde edilmiştir:

$$\xi = \mathcal{O}(8n_T + 8SM - 24S) + \mathcal{O}(4n_T + 4SM - 12S + \mathcal{I}z). \quad (7.26)$$

Burada birinci ve ikinci terimler sırasıyla gerçek çarpma (RM) ve gerçek toplamaların (RA) karmaşıklığına denk düşmektedir. S farklı anten kombinasyonlarının (ya da kafes durumlarının) sayısını, z ilişkin kafesin paralel geçişlerine atanan farklı alt kümelerin toplam sayısını göstermektedir. \mathcal{I} ise 2 ve 8 durumlu SOTC-SM yapıları için 2'ye eşitken, 4-durumlu SOTC-SM yapısı için 1'e eşittir. Çizelge 7.2, SM-TC, SOSTTC ve önerilen sistemin basitleştirilmiş ML çözümü için gereken işlemlerin toplam sayısını göstermektedir. Burada QPSK ve 8-PSK modülasyonları kullanılmış

Çizelge 7.2: Farklı yapılar için karmaşıklık karşılaştırması.

	2 bit/sn/Hz (QPSK)			3 bit/sn/Hz (8-PSK)		
	2-durum	4-durum	8-durum	2-durum	4-durum	8-durum
SM-TC	-	44RM 28RA	44RM 28RA	-	-	216RM 152RA
SOSTTC	32RM 24RA	32RM 24RA	-	96RM 56RA	184RM 104RA	376RM 216RA
SOTC-SM	40RM 28RA	64RM 48RA	104RM 180RA*	104RM 60RA	192RM 112RA	360RM 308RA*

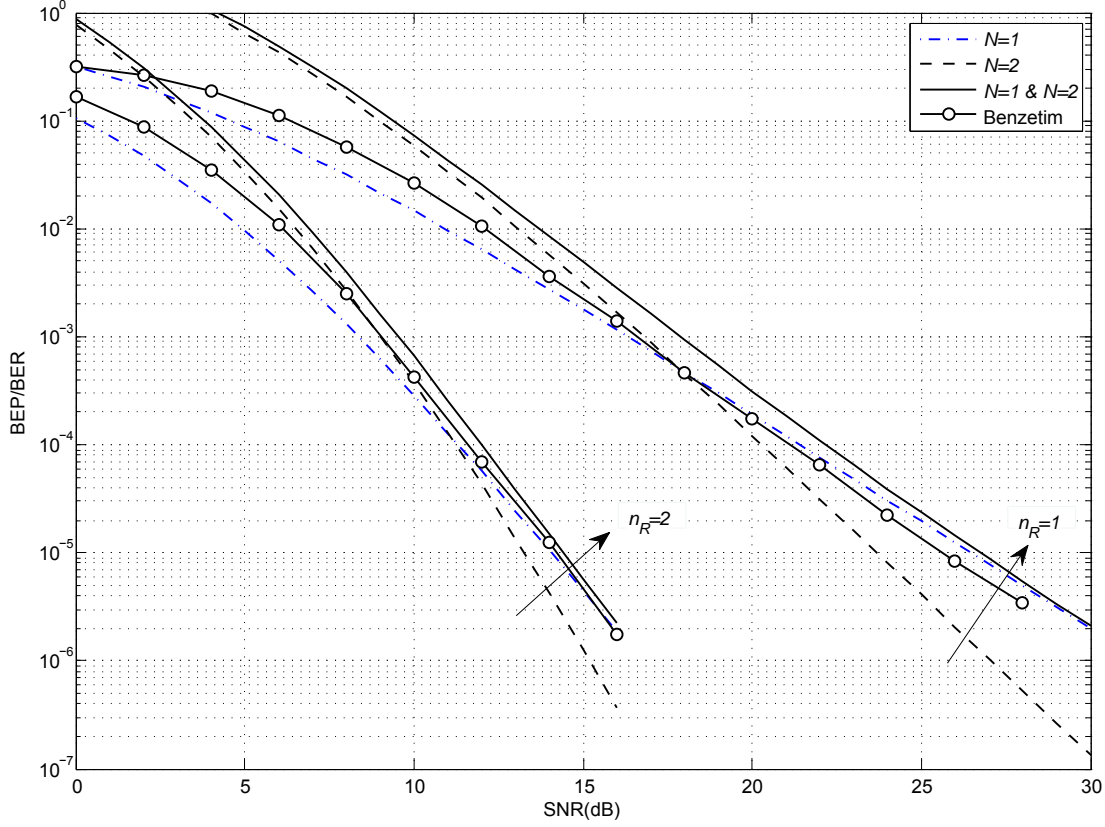
*Bu değerler 8-durumlu kod-II'ye ilişkin olup, 8-durumlu kod-I'in karmaşıklığı ise 4-durumlu kod ile aynıdır. Diğer taraftan, 8-durumlu kod-III'ün karmaşıklığı ise 8-durumlu kod-II'in karmaşıklığından sadece 8 RM + 4 RA daha fazladır.

ve tüm sistemlerde karmaşıklığı düşürmek amacıyla ortak terimler hesaplanarak kaydedilmiştir. Genel olarak, SOSTTC'lerin karmaşıklığının aynı kafes yapısını kullanan SOTC-SM yapılarından (bu karşılaştırma Çizelge 7.2'nin birinci, dördüncü ve beşinci sütunlarında verilmiştir) biraz daha az olduğu gözlemlenmektedir. Diğer taraftan aynı kafes yapısı için 3 bit/sn/Hz'de SM-TC kodunun karmaşıklığının SOTC-SM yapısından oldukça düşük olduğu söylenebilir. Ancak karmaşıklıkta bu düşüşün bedeli artan verici sayısı olmaktadır.

7.4 Benzetim Sonuçları ve Karşılaştırmalar

Bu bölümde değişik parametrelere sahip SOTC-SM sistemlerinin bilgisayar benzetim sonuçları verilmiş ve elde edilen sonuçlar SOSTTC'ler ve SM-TC yapılarının başarımları ile karşılaştırılmıştır. Sözü geçen bu sistemlerin değişik bant verimlilikleri ve kafes durum sayıları için BER ve FER başarımları Monte Carlo benzetimleri ile elde edilmiştir. Tüm durumlarda çerçeve uzunluğu k bit/sn/Hz için $40k$ bit olarak belirlenmiştir.

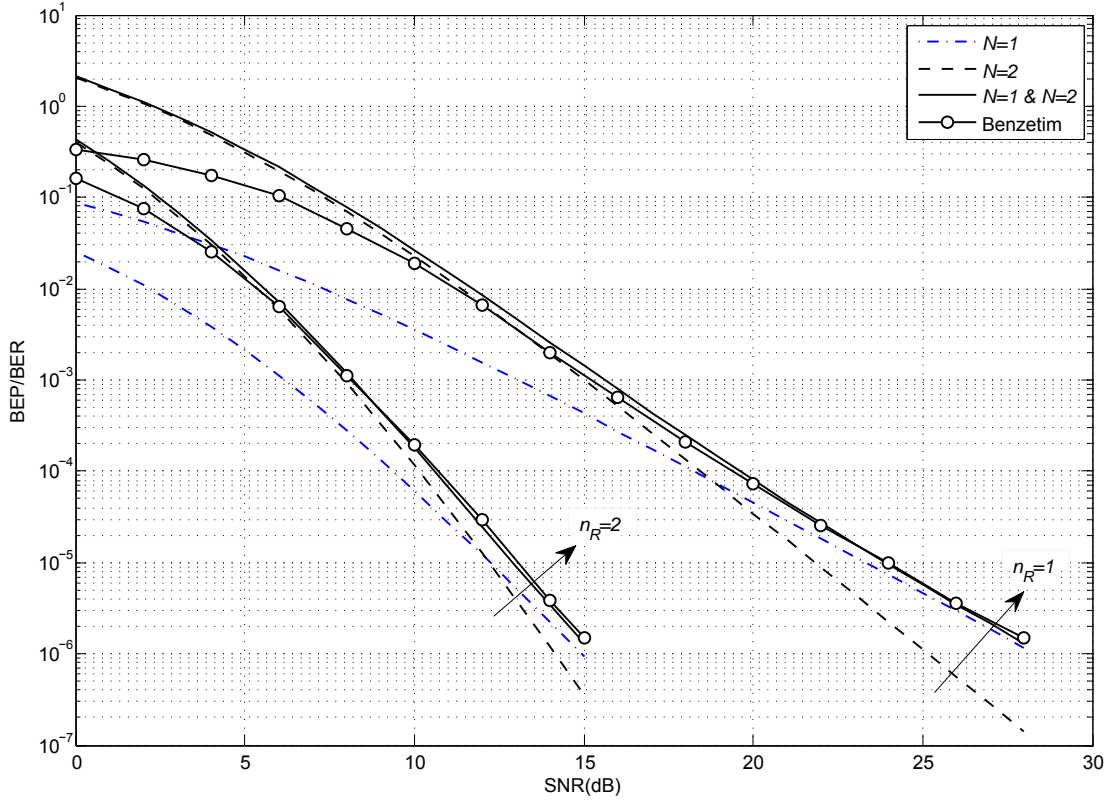
Şekiller 7.4-7.5'te 2 bit/sn/Hz bant verimliğinde 2 ve 4-durumlu SOTC-SM kodlarının kuramsal BEP eğrileri bilgisayar benzetim sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bu şekillerden görüldüğü üzere $N = 2$ uzunluklu hata olayları için SM tekniği sayesinde Bölüm 7.3'te tanımlandığı gibi üçüncü dereceden çeşitleme elde edilmiştir. Ayrıca birleşik ($N = 1$ & $N = 2$) BEP'in $N = 1$ uzunluklu hata olaylarının BEP



Şekil 7.4: 2 bit/sn/Hz’de 2-durumlu SOTC-SM kodu için kuramsal sonuçlar ile benzetim sonuçlarının karşılaştırılması.

değerine yakınsadığı gözlemlenmiştir. Bunun nedeni SOTC-SM sisteminin uzaklık spektrumunda elde edilen iyileşmedir. Son olarak elde edilen kuramsal BER ifadelerinin artan SNR değerleriyle birlikte oldukça tutarlı sonuçlar verdiği ve SOTC-SM sisteminin başarımını kestirmekte verimli bir araç olarak kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

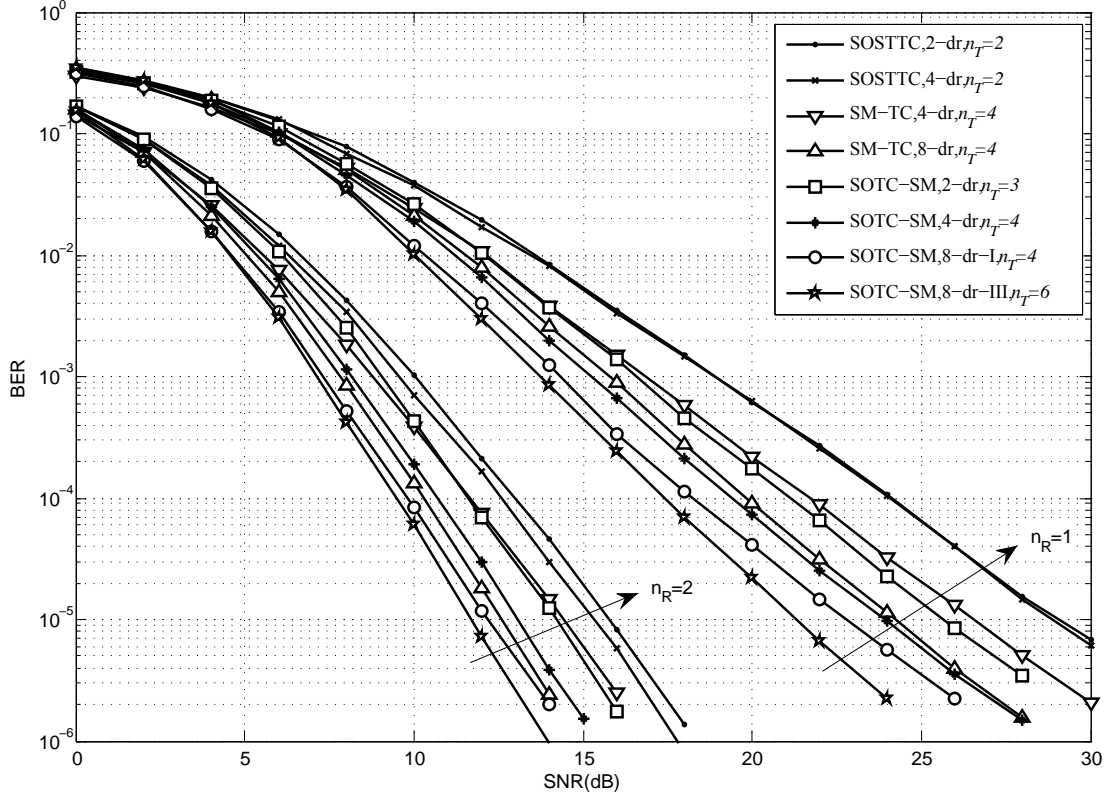
2,4 ve 8-durumlu SOTC-SM kodlarının BER ve FER başarımları 2 bit/sn/Hz bant verimliliği için Şekiller 7.6-7.7’de verilmiştir. Karşılaştırma amacıyla 2 ve 4-durumlu SOSTTC’ler ile 4 ve 8-durumlu SM-TC kodlarının başarımları da aynı şekillerde verilmiştir. Şekil 7.6’dan görüldüğü üzere SOSTTC’lere göre önerilen kodlar hatırı sayılır derecede iyileşme göstermektedir. SOSTTC’lerin SM-TC kodları tarafından geçilmesi ise ilginçtir. 2-durumlu SOTC-SM kodunun artan SNR ile birlikte 4-durumlu SM-TC kodundan daha iyi BER başarımı sağladığı gözlemlenmiştir. Benzer şekilde 8-durumlu kod-I de 8-durumlu SM-TC kodundan daha iyi BER başarımına sahiptir. Şekiller 7.6-7.7’den görüldüğü üzere 8-durumlu kod-III $n_R = 1$ ve $n_R = 2$ için



Şekil 7.5: 2 bit/sn/Hz’de 4-durumlu SOTC-SM kodu için kuramsal sonuçlar ile benzetim sonuçlarının karşılaştırılması.

8-durumlu SM-TC kodundan 10^{-5} BER değeri için sırasıyla 3 dB ve 1 dB daha iyi BER, 3 dB ve 1.2 dB de daha iyi FER başarımı göstermektedir. Şekil 7.7’den görüldüğü üzere yeni 8-durumlu kod gelişmiş uzaklık spektrumu sayesinde en iyi FER başarımını sağlamaktadır. Aynı şekilde 2-durumlu SOTC-SM kodunun 4-durumlu SOSTTC’den biraz daha iyi başarım sağladığı da görülmektedir. Son olarak 2-durumlu SOTC-SM kodunun 4-durumlu SM-TC kodundan oldukça iyi FER başarımı sağladığı da Şekil 7.7’den görülmektedir.

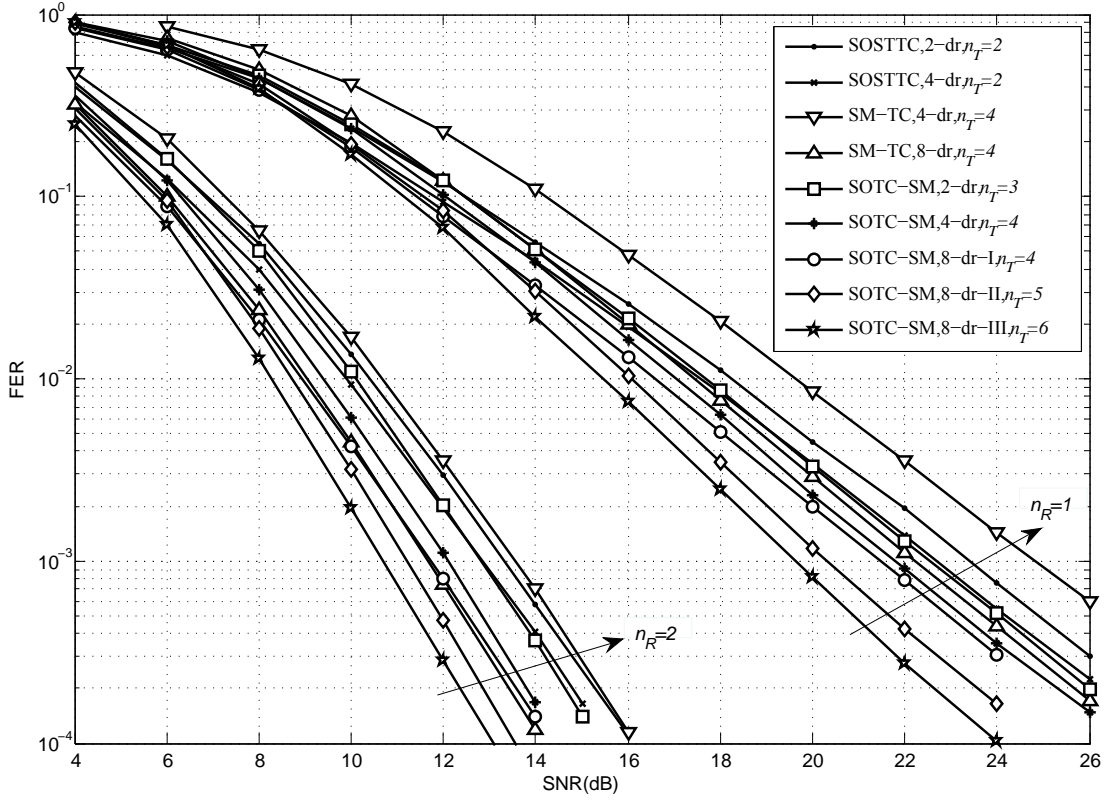
Şekiller 7.8-7.9’da ise SOTC-SM, SM-TC ve SOSTTC’lerin BER ve FER başarımları 3 bit/sn/Hz bant verimliliği için verilmiştir. Şekil 7.8’den 2-durumlu SOTC-SM kodunun bile 4 ve 8-durumlu SOSTTC’lerden daha iyi başarım sağladığı gözlemlenmiştir. Ancak hata başarımlarındaki bu fark $n_R = 1$ durumunda daha belirgindir. $n_R = 1$ için 8-durumlu SM-TC kodu 8-durumlu kod-I tarafından geçilirken $n_R = 2$ için SM-TC kodu sekiz verici anten kullanması sonucu daha iyi olan uzaklık spektrumu sayesinde dört verici anten kullanan 8-durumlu kod-I’den daha iyi BER başarımı sağlamaktadır. Ancak 8-durumlu kod-I’in hem işlemsel hem de kafes



Şekil 7.6: 2 bit/sn/Hz’de 2, 4 ve 8-durumlu SOTC-SM, SOSTTC ve SM-TC kodlarının BER başarımları.

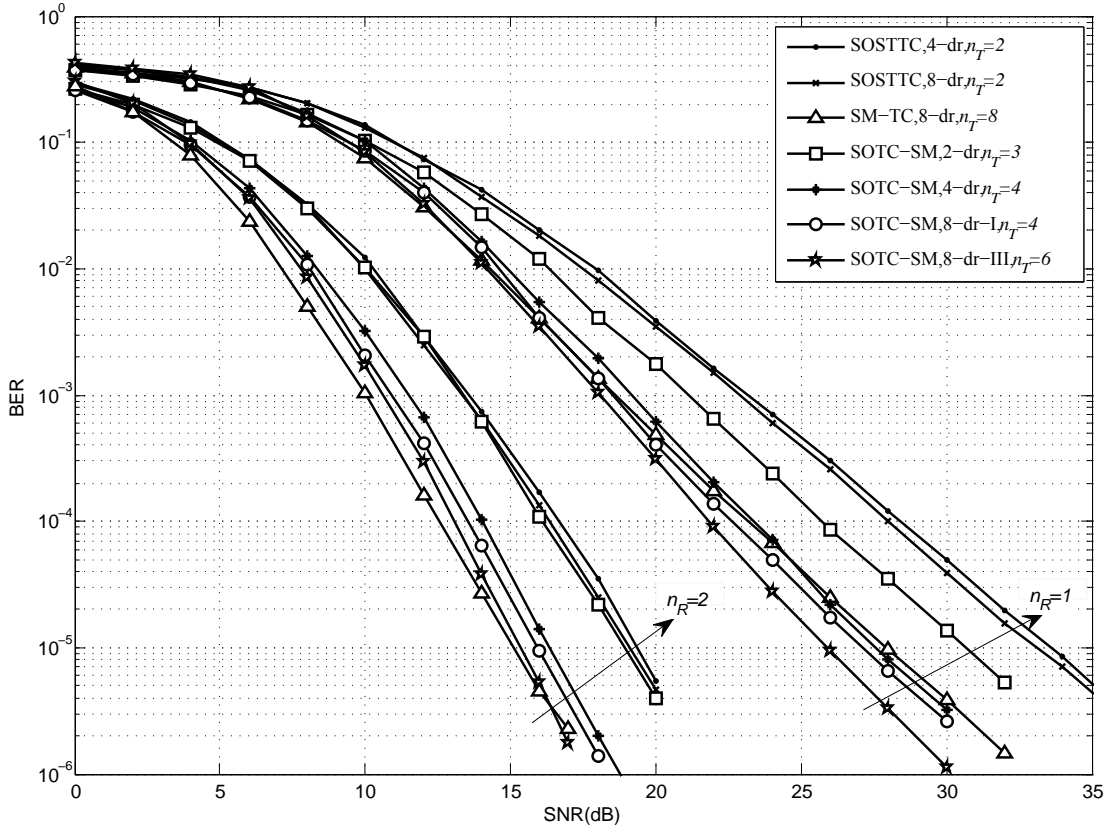
karmaşıklığı 8-durumlu SM-TC kodundan daha düşüktür. Diğer taraftan $n_R = 1$ için 8-durumlu kod-III, 8-durumlu SM-TC kodundan 10^{-5} BER değeri için 2 dB daha iyi BER başarımı sağlarken $n_R = 2$ içinse oldukça yakın başarımlar göstermektedir. Şekil 7.9’den görüldüğü üzere $n_R = 1$ için SOTC-SM kodları SOSTTC ve SM-TC kodundan oldukça iyi BER başarımı göstermektedir. 2-durumlu SOTC-SM kodunun 4 ve 8-durumlu SOSTTC’lerden oldukça düşük kodlama ve kod çözme karmaşıklığı ile daha iyi BER başarımı sağlaması ise dikkat çekicidir ancak $n_R = 2$ için SOSTTC’ler 2-durumlu SOTC-SM kodundan daha iyi başarımlar sağlamaktadır. Ayrıca $n_R = 2$ için beş verici anten kullanan 8-durumlu kod-II, sekiz verici anten kullanan 8-durumlu SM-TC kodu ile aynı başarımlar gösterirken, $n_R = 1$ için daha iyi hata başarımı sağlamaktadır. Son olarak altı verici anten kullanan 8-durumlu kod-III’ün iyi BER başarımı sağladığı dikkatlerden kaçmamalıdır.

Son olarak Şekil 7.10’da SOTC-SM sistemlerinin BER başarımı kodlanmamış STBC-SM sistemi ile karşılaştırılmıştır. 4 bit/sn/Hz bant verimliliğine ulaşmak için STBC-SM sistemi dört verici anten ve 8-QAM modülasyonunu kullanmaktadır. Şekil

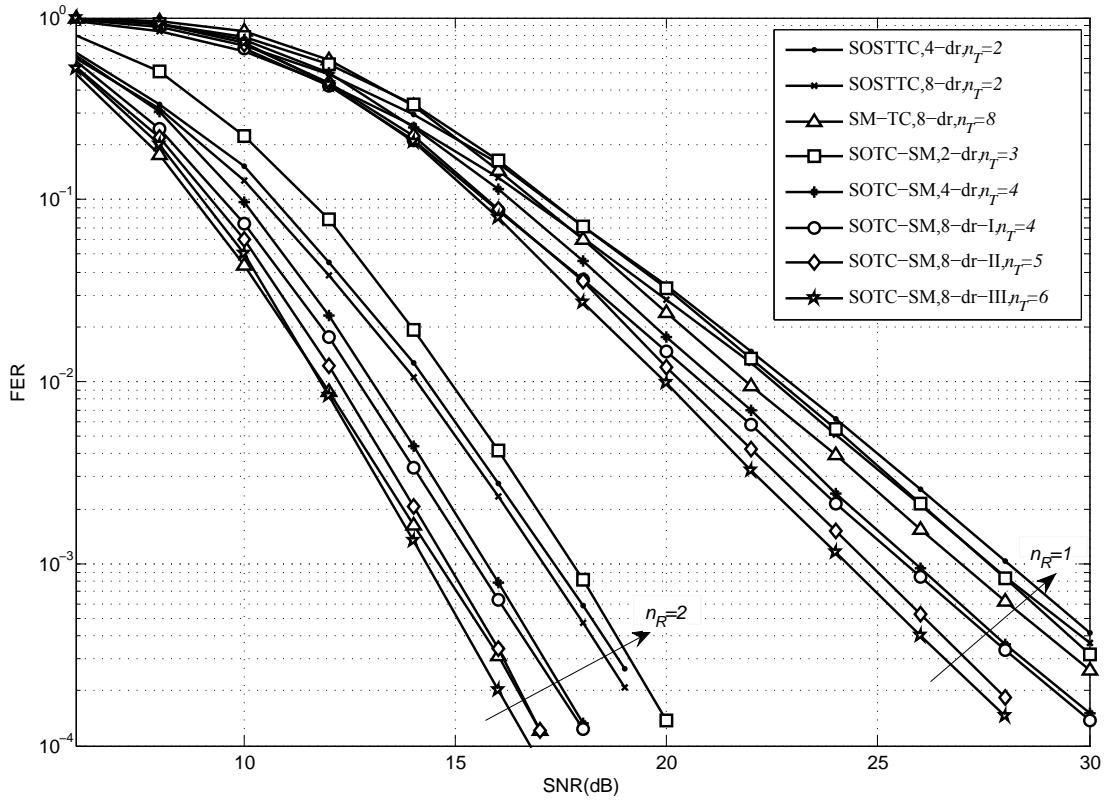


Şekil 7.7: 2 bit/sn/Hz’de 2, 4 ve 8-durumlu SOTC-SM, SOSTTC ve SM-TC kodlarının FER başarımları.

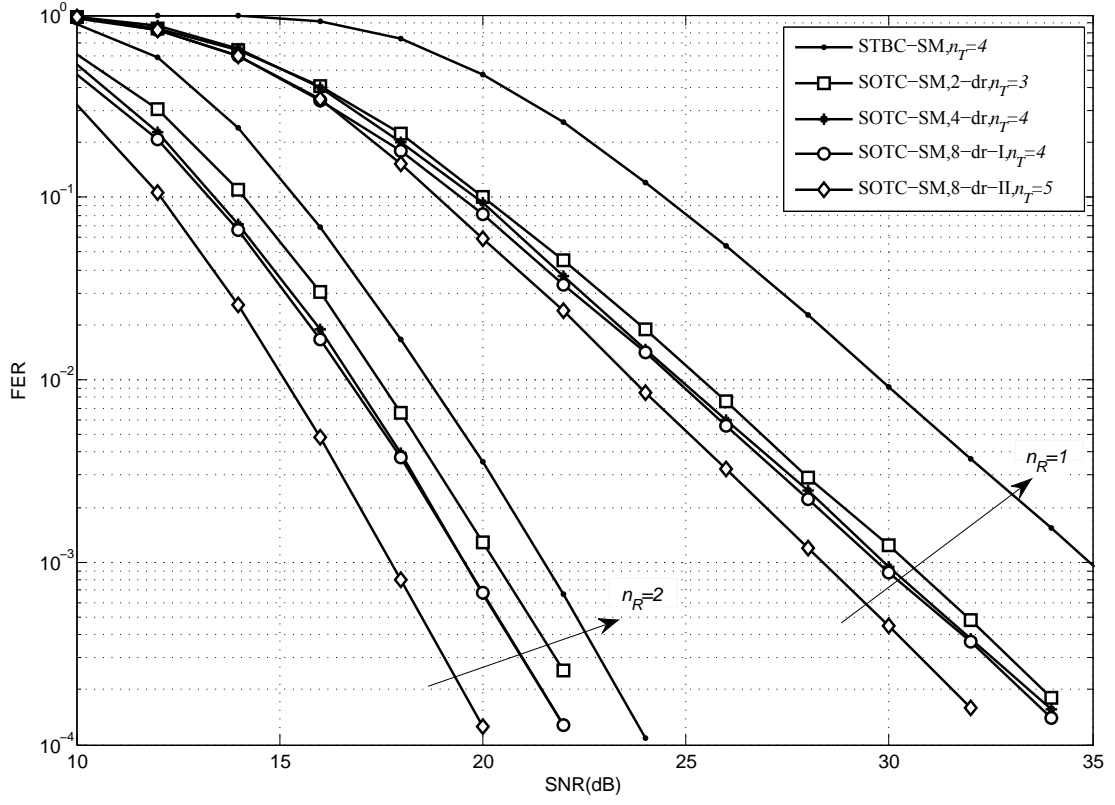
7.10’den görüldüğü üzere SOTC-SM yapısı kafes kodlama ile sağlanan ek kodlama kazancı sayesinde kodlanmamış STBC-SM sistemine göre oldukça iyi FER başarımı sağlamaktadır.



Şekil 7.8: 3 bit/sn/Hz’de 2, 4 ve 8-durumlu SOTC-SM, SOSTTC ve SM-TC kodlarının BER başarımları.



Şekil 7.9: 3 bit/sn/Hz’de 2, 4 ve 8-durumlu SOTC-SM, SOSTTC ve SM-TC kodlarının FER başarımları.



Şekil 7.10: 4 bit/sn/Hz'de 2, 4 ve 8-durumlu SOTC-SM kodlarının ve STBC-SM sisteminin FER başarımları.

8. SONUÇLAR

Bu tez kapsamında gelişmiş SM teknikleri üzerine araştırmalar yapılmış ve ilk olarak SM ile STBC birleştirilerek STBC-SM olarak adlandırılan yeni bir sistem önerilmiştir. Önerilen bu sistemde bilgi, ilişkin MIMO sistemin antenlerinin değişik kombinasyonları üzerinden iletilen bir STBC matrisi ile taşınmaktadır. Alamouti kodunun kullanıldığı bu sistemde bilgi sadece Alamouti kodu içerisindeki iki karmaşık simge ile değil aynı zamanda Alamouti kodunun iletiminde kullanılan iki verici antenin indisleri tarafından da taşınmaktadır. Herhangi bir sayıda verici anten için STBC-SM sisteminin tasarımı ve optimizasyonuna ait teknikler verilmiş, çeşitleme ve kodlama kazançlarının analizi yapılmıştır. Önerilen bu sistem için hem iletilen simgelere hem de kullanılan antenlerin indislerine karar veren düşük karmaşıklıkla ML alıcı oluşturulmuştur. Bilgisayar benzetimleri sonucu STBC-SM yapısının klasik SM'e, V-BLAST'a ve Alamouti koduna göre kabul edilebilir bir karmaşıklık artışı ile oldukça iyi (bant verimliliğine bağlı olarak 3 – 5 dB SNR kazancı) hata başarımı sağladığı gösterilmiştir. Yapılan kuramsal analizlerle benzetim sonuçlarının doğruluğu vurgulanmıştır. Önerilen bu sistemde gerekli duyulan RF zincirlerinin sayısı iki olmaktadır ve tüm verici antenlerin eş zamanlanmasına gerek yoktur. STBC-SM sisteminin sağladığı bu avantajlardan ötürü gelecek nesil LTE ve WiMAX gibi yüksek hızlı ve düşük karmaşıklıkla telsiz iletişim sistemleri için kullanışlı olabileceği düşünülmektedir.

STBC-SM sistemi tarafından sağlanan çeşitleme kazancına ek olarak, kodlama kazancı da elde etmek için SM ile kafes kodlamayı doğrudan birleştiren ve SM-TC olarak adlandırılan optimum bir kafes kodlamalı SM sistemi önerilmiştir. Bilgi bitlerinin önce bir kafes kodlayıcıdan geçirilerek SM eşleyiciye uygulandığı bu MIMO iletim sisteminde TCM tekniğinden esinlenerek kafes kodlayıcı ve SM eşleyici birlikte tasarlanmıştır. Bu yapının MIMO sistemin verici antenleri arasında anahtarlama bir çeşit sanal serpiştirme etkisi oluşturmakta ve bunun sonucunda serpiştirici

kullanılmaksızın zaman çeşitlemesi elde edilebilmektedir. SM-TC yapısının öncelikle CPEP ifadesi çıkartılmış, ardından çeşitli durumlar için UPEP değerleri ilişkisiz Rayleigh sönümlemeli kanallar için hesaplanmıştır. Bunun sonucunda SM-TC yapısı için tasarım ölçütleri verilmiş ve bu ölçütlere dayanarak 2,3 ve 4 bit/sn/Hz bant verimlilikleri için 4, 8 ve 16-durumlu SM-TC sistemleri önerilmiştir. Bilgisayar benzetimleri ile önerilen sistemlerin eşdeğer referans sistemlerden hem ilişkisiz hem de ilişkili kanallarda daha iyi hata başarımı sağladığı gösterilmiştir.

Son olarak STBC-SM ile kafes kodlamayı birleştiren ve SM-TC sistemlerinin bazı dezavantajlarını ortadan kaldıran SOTC-SM sistemi önerilmiştir. Verilen bir bant verimliliği ve kafes durum sayısı için SOTC-SM sistemlerinin sistematik bir biçimde tasarlanmasına ilişkin teknikler sunulmuştur. Önerilen bu sistemin hata başarımı kuramsal olarak analiz edilmiştir. Alıcı karmaşıklığını düşürmek için basitleştirilmiş bir ML kod çözücü sunulmuştur. Önerilen sistemin SOSTTC'lerden ve SM-TC sistemlerinden daha iyi hata başarımı sağladığı benzetim sonuçlarıyla gösterilmiştir.

Tasarlanan bu üç sisteme ek olarak bu çalışmada SM sistemin kusurlu CSI durumunda hata başarımı da literatürde ilk kez ele alınmıştır. Kusurlu CSI durumu için SM'nin UPEP değeri çıkartılmış ve M 'li işaret uzayları için ortalama bit hata olasılığı elde edilmiştir. Sonuç olarak SM'nin genel kanının aksine (bu kanının oluşmasında SM'nin anten indisleriyle bilgi iletme temel ilkesi yatmaktadır) kanal kestirim hatalarına oldukça dirençli olduğu görülmüştür.

Bu tezde yer alan çalışmalar dört uluslararası ve bir ulusal dergi makalesi, iki uluslararası ve bir ulusal konferans bildirisi olarak yayınlamıştır. Bu çalışmada önerilen gelişmiş SM tekniklerinin literatüre olan katkıları bu alanda çalışan araştırmacıların da dikkatini çekmiş ve sözü edilen bu makaleler son iki yıl içerisinde yetmişin üzerinde atıf almıştır.

KAYNAKLAR

- [1] **Teletar, E.** (1999). Capacity of multi-antenna Gaussian channels, *European Trans. Telecommunication*, 10 (6), 558–595.
- [2] **Wolniansky, P., Foschini, G., Golden, G. & Valenzuela, R.** (1998). V-BLAST: An architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel, *Proc. Int. Symp. Signals, Systems, Electronics (ISSSE98)*, (pp.295–300). Pisa, Italy : September 29-30.
- [3] **Alamouti, S.** (1998). A simple transmit diversity technique for wireless communications, *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 16 (8), 1451–1458.
- [4] **Tarokh, V., Jafarkhani, H. & Calderbank, A.** (1999). Space-time block codes from orthogonal designs, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 45 (5), 1456–1467.
- [5] **Biglieri, E., Hong, Y. & Viterbo, E.** (2009). On fast-decodable space-time block codes, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 55 (2), 524 –530.
- [6] **Başar, E. & Aygözü, Ü.** (2009). High-rate full-diversity space-time block codes for three and four transmit antennas, *IET Commun.*, 3 (8), 1371 –1378.
- [7] **Mesleh, R., Haas, H., Ahn, C.W. & Yun, S.** (2006). Spatial modulation - a new low complexity spectral efficiency enhancing technique, *Proc. Conf. Commun. and Networking in China*, Beijing, China : August 14-16.
- [8] **Mesleh, R., Haas, H., Sinanovic, S., Ahn, C.W. & Yun, S.** (2008). Spatial modulation, *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 57 (4), 2228–2241.
- [9] **Jeganathan, J., Ghrayeb, A. & Szczecinski, L.** (2008). Spatial modulation: Optimal detection and performance analysis, *IEEE Commun. Lett.*, 12 (8), 545–547.
- [10] **Renzo, M., Haas, H. & Grant, P.** (2011). Spatial modulation for multiple-antenna wireless systems: a survey, *IEEE Commun. Mag.*, 49 (12), 182–191.
- [11] **Jeganathan, J., Ghrayeb, A., Szczecinski, L. & Ceron, A.** (2009). Space shift keying modulation for MIMO channels, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 8 (7), 3692–3703.
- [12] **Di Renzo, M. & Haas, H.** (2010). Space shift keying (SSK) modulation with partial channel state information: Optimal detector and performance analysis over fading channels, *IEEE Trans. Commun.*, 58 (11), 3196–3210.

- [13] **Di Renzo, M. & Haas, H.** (2011). Space shift keying (SSK-) MIMO over correlated Rician fading channels: Performance analysis and a new method for transmit-diversity, *IEEE Trans. Commun.*, 59 (1), 116–129.
- [14] **Di Renzo, M. & Haas, H.** (2010). Improving the performance of space shift keying (SSK) modulation via opportunistic power allocation, *IEEE Commun. Lett.*, 14 (6), 500–502.
- [15] **Di Renzo, M. & Haas, H.** (2011). Bit error probability of space-shift keying MIMO over multiple-access independent fading channels, *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 60 (8), 3694–3711.
- [16] **Di Renzo, M., Leonardis, D., Graziosi, F. & Haas, H.** (2011). On the performance of space shift keying (SSK) modulation with imperfect channel knowledge, *Proc. IEEE Global Commun. Conf. 2011*, Houston, Texas, USA : December 5-9.
- [17] **Ungerboeck, G.** (1982). Channel coding with multilevel/phase signals, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 28 (1), 55–67.
- [18] **Mesleh, R., Stefan, I., Haas, H. & Grant, P.M.** (2009). On the performance of trellis coded spatial modulation, *2009 Int. ITG Workshop on Smart Antennas*, Berlin, Germany : February 23-24.
- [19] **Mesleh, R., Renzo, M.D., Haas, H. & Grant, P.M.** (2010). Trellis coded spatial modulation, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 9 (7), 2349–2361.
- [20] **Fu, J., Hou, C., Xiang, W., Yan, L. & Hou, Y.** (2010). Generalised spatial modulation with multiple active transmit antennas, *IEEE Global Commun. Conf. Workshops*, (pp.839–844). Miami, Florida, USA : December 6-10.
- [21] **Wang, J., Jia, S. & Song, J.** (2012). Generalised spatial modulation system with multiple active transmit antennas and low complexity detection scheme, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 11 (4), 1605–1615.
- [22] **Jeganathan, J., Ghayeb, A. & Szczecinski, L.** (2008). Generalized space shift keying modulation for MIMO channels, *IEEE Int. Symp. Personal, Indoor, Mobile Radio Commun.*, Cannes, France : September 15-18.
- [23] **Sugiura, S., Chen, S. & Hanzo, L.** (2010). Coherent and differential space-time shift keying: A dispersion matrix approach, *IEEE Trans. Commun.*, 58 (11), 3219–3230.
- [24] **Başar, E., Aygözü, Ü., Panayırçı, E. & Poor, H.V.** (2010). Space-time block coding for spatial modulation, *IEEE Symp. Pers. Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC 2010)*, (pp.803–808). Istanbul, Turkey : September 26-29.
- [25] **Başar, E., Aygözü, Ü., Panayırçı, E. & Poor, H.V.** (2011). Space-time block coded spatial modulation, *IEEE Trans. Commun.*, 59 (3), 823–832.

- [26] **Başar, E., Aygözü, Ü. & Panayırçı, E.** (2011). Trellis code design for spatial modulation, *IEEE Int. Conf. on Commun.*, Kyoto, Japan : June 5-9.
- [27] **Başar, E., Aygözü, Ü., Panayırçı, E. & Poor, H.V.** (2011). New trellis code design for spatial modulation, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 10 (9), 2670–2680.
- [28] **Vucetic, B. & Juan, J.** (2003). *Space-Time Coding*. John & Wiley : New York.
- [29] **Başar, E., Aygözü, Ü., Panayırçı, E. & Poor, H.V.** (2012). Super-orthogonal trellis-coded spatial modulation, *IET Commun.*, 6 (17), 2922–2932.
- [30] **Başar, E., Aygözü, Ü., Panayırçı, E. & Poor, H.V.** (2012). Performance of spatial modulation in the presence of channel estimation errors, *IEEE Commun. Lett.*, 16 (2), 176–179.
- [31] **Faiz, M., Al-Ghadhban, S. & Zerguine, A.** (2009). Recursive least-squares adaptive channel estimation for spatial modulation systems, *Proc. IEEE 9th Malaysia Int. Conf. on Commun.*, Malaysia : December 15-17.
- [32] **Sklar, B.** (2001). *Digital Communications, Fundamentals and Applications*, (2nd Ed.). Prentice Hall, Inc. : Upper Saddle River, NJ.
- [33] **Proakis, J.G. & Salehi, M.** (2002). *Communications Systems Engineering*, (2nd Ed.). Prentice Hall, Inc. : Upper Saddle River, NJ.
- [34] **Jafarkhani, H.** (2005). *Space-Time Coding*. Cambridge University Press : Cambridge, UK.
- [35] **Rappaport, T.S.** (2002). *Wireless Communications: Principles and Practice*, (2nd Ed.). Prentice Hall, Inc. : Upper Saddle River, NJ.
- [36] **Tarokh, V., Seshadri, N. & Calderbank, A.** (1998). Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criterion and code construction, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 44 (2), 744–765.
- [37] **Liang, X.B.** (2003). Orthogonal designs with maximal rates, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 49 (10), 2468–2503.
- [38] **Sellathurai, M. & Haykin, S.** (2009). *Space-Time Layered Information Processing for Wireless Communications*. John & Wiley : New York.
- [39] **Chau, Y. & Yu, S.H.** (2001). Space modulation on wireless fading channels, *IEEE Veh. Technol. Conf. - Fall*, Atlantic City, NJ, USA : October 7-11.
- [40] **Haas, H., Costa, E. & Schulz, E.** (2002). Increasing spectral efficiency by data multiplexing using antenna arrays, *IEEE Int. Symp. Personal, Indoor, Mobile Radio Commun.*, Lisboa, Portugal : September 15-18.
- [41] **Song, S., Yang, Y., Xiong, Q., Xie, K., Jeong, B.J. & Jiao, B.** (2004). A channel hopping technique I: Theoretical studies on band efficiency and capacity, *IEEE Int. Conf. Commun., Circuits and Systems*, Chengdu, China : December 18-19.

- [42] **Di Renzo, M., Leonardis, D., Graziosi, F. & Haas, H.** (2012). Space Shift Keying (SSK) MIMO with practical channel estimates, *IEEE Trans. Commun.*, *60* (4), 998–1012.
- [43] **Sugiura, S., Chen, S. & Hanzo, L.** (2011). Generalized space-time shift keying designed for flexible diversity-, multiplexing- and complexity-tradeoffs, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, *10* (4), 1144–1153.
- [44] **Hassibi, B. & Hochwald, B.** (2002). High-rate codes that are linear in space and time, *IEEE Trans. Inf. Theory*, *48* (7), 1804–1824.
- [45] **Serafimovski, N., Di Renzo, M., Sinanovic, S., Mesleh, R. & Haas, H.** (2010). Fractional bit encoded spatial modulation (FBE-SM), *IEEE Commun. Lett.*, *14* (5), 429–431.
- [46] **Serafimovski, N., Sinanovic, S., Di Renzo, M. & Haas, H.** (2011). Dual-hop spatial modulation (Dh-SM), *IEEE Vehicular Technology Conference*, Budapest, Hungary: May 15-18.
- [47] **Mesleh, R., Ikki, S. & Alwakeel, M.** (2011). Performance analysis of space shift keying with amplify and forward relaying, *IEEE Commun. Lett.*, *15* (12), 1350–1352.
- [48] **Di Renzo, M. & Haas, H.** (2011). Bit error probability of space modulation over nakagami-m fading: asymptotic analysis, *IEEE Commun. Lett.*, *15* (10), 1026–1028.
- [49] **Wang, J., Jia, S. & Song, J.** (2012). Signal vector based detection scheme for spatial modulation, *IEEE Commun. Lett.*, *16* (1), 19–21.
- [50] **Wu, J. & Xiao, C.** (2008). Optimal diversity combining based on linear estimation of Rician fading channels, *IEEE Trans. Commun.*, *56* (10), 1612–1615.
- [51] **Gifford, W., Win, M. & Chiani, M.** (2005). Diversity with practical channel estimation, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, *4* (4), 1935–1947.
- [52] **Tarokh, V., Naguib, A., Seshadri, N. & Calderbank, A.** (1999). Space-time codes for high data rate wireless communication: Performance criteria in the presence of channel estimation errors, mobility, and multiple paths, *IEEE Trans. Commun.*, *47* (2), 199–207.
- [53] **Proakis, J.G.** (2008). *Digital Communications*, (5th Ed.). McGraw-Hill: New York.
- [54] **Simon, M. & Alaouni, M.S.** (2005). *Digital Communications over Fading Channels*. John Wiley & Sons: New York.
- [55] **Tirkkonen, O. & Hottinen, A.** (2002). Square-matrix embeddable space-time block codes for complex signal constellations, *IEEE Trans. Inf. Theory*, *48* (2), 384–395.

- [56] **Belfiore, J.C., Rekaya, G. & Viterbo, E.** (2005). The golden code: A 2×2 full-rate space-time code with nonvanishing determinants, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 51 (4), 1432–1436.
- [57] **Onggosanusi, E., Dabak, A. & Schmidl, T.** (2002). High rate space-time block coded scheme: Performance and improvement in correlated fading channels, *IEEE Wireless Commun. Netw. Conf.*, Orlando, Florida, USA : March 17-21.
- [58] **Bohnke, R., Wubben, D., Kuhn, V. & Kammeyer, K.D.** (2003). Reduced complexity MMSE detection for BLAST architectures, *IEEE Global Commun. Conf.*, San Francisco, USA : December 1-5.
- [59] **Paulraj, A., Nabar, R. & Gore, D.** (2003). *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge University Press : Cambridge, UK.
- [60] **Loyka, S.** (2001). Channel capacity of MIMO architecture using the exponential correlation matrix, *IEEE Commun. Lett.*, 5 (9), 369–371.
- [61] **Başar, E., Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. ve Poor, H.V.** (2011). Kafes kodlamalı uzaysal modülasyon, *IEEE Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Semp.*, Antalya, Türkiye : Nisan 20-22.
- [62] **Goodman, N.R.** (1963). Statistical analysis based on a certain multivariate complex Gaussian distribution (an introduction), *Ann. Math. Stat.*, 34 (1), 152–177.
- [63] **Callan, D.** (1998). When is 'rank' additive?, *The College Math. Jour.*, 9 (1), 55–67.
- [64] **Horn, R.A. & Johnson, C.R.** (1985). *Matrix Analysis*. Cambridge University Press: Cambridge, UK.
- [65] **Haykin, S. & Moher, M.** (2005). *Modern Wireless Communications*. Prentice Hall Inc. : Upper Saddle River, NJ.
- [66] **Jafarkhani, H. & Seshadri, N.** (2003). Super-orthogonal space-time trellis codes, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 49 (4), 937–950.
- [67] **Hong, Y., Viterbo, E. & Belfiore, J.C.** (2007). Golden space-time trellis coded modulation, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 53 (5), 1689–1705.
- [68] **Wu, Y. & Calderbank, R.** (2009). Construction of high rate super-orthogonal space-time block codes, *IEEE Int. Conf. on Commun. 2009 (ICC 2009)*, Dresden, Germany : June 14-18.
- [69] **Guo, X. & Xia, X.G.** (2009). On full diversity space-time block codes with partial interference cancellation group decoding, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 55 (10), 4366–4385.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Ertuğrul Başar

Doğum Yeri ve Tarihi: Üsküdar, 22.01.1985

E-Posta: basarer@itu.edu.tr

Lisans: İstanbul Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği, 2007.

Y. Lisans: İstanbul Teknik Üniversitesi, Telekomünikasyon Mühendisliği, 2009.

Mesleki Deneyim ve Ödüller: Araştırma Görevlisi (Ocak 2009-...)

Yayın ve Patent Listesi:

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR/SUNUMLAR

- **Başar, E.,** Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. & Poor, H.V. (2012). Super-orthogonal trellis-coded spatial modulation, *IET Commun.*, 6 (17), 2922–2932.
- **Başar, E.,** Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. & Poor, H.V. (2012). Performance of spatial modulation in the presence of channel estimation errors, *IEEE Commun. Lett.*, 16 (2), 176–179.
- **Başar, E.,** Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. & Poor, H.V. (2011). New trellis code design for spatial modulation, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 10 (9), 2670–2680.
- **Başar, E.,** Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. ve Poor, H.V. (2011). MIMO Sistemler için Gelişmiş Uzaysal Modülasyon Teknikleri, *EMO Bilimsel Dergi*, 1 (1), 15-25.
- **Başar, E.,** Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. & Poor, H.V. (2011). Space-time block coded spatial modulation, *IEEE Trans. Commun.*, 59 (3), 823–832.
- **Başar, E.,** Aygözü, Ü. & Panayırıcı, E. (2011). Trellis code design for spatial modulation, *IEEE Int. Conf. on Commun.*, Kyoto, Japan : June 5-9.
- **Başar, E.,** Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. & Poor, H.V. (2010). Space-time block coding for spatial modulation, *IEEE Symp. Pers. Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC 2010)*, (pp.803–808). Istanbul, Turkey : September 26-29.
- **Başar, E.,** Aygözü, Ü., Panayırıcı, E. ve Poor, H.V. (2011). Kafes kodlamalı uzaysal modülasyon, *IEEE Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Semp.*, Antalya, Türkiye : Nisan 20-22.

