



**ESNEK YAPILI BİR UYDUNUN DURUM BAĞIMLI RICCATI DENKLEMİ  
YÖNTEMİ İLE KONTROLÜ**

**Bahar SAYILIR**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**NİSAN 2024**

## ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Bahar SAYILIR

17/04/2024

# ESNEK YAPILI BİR UYDUNUN DURUM BAĞIMLI RICCATI DENKLEMİ YÖNTEMİ İLE KONTROLÜ

(Yüksek Lisans Tezi)

Bahar SAYILIR

GAZİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Nisan 2024

## ÖZET

Günümüzde iletişim, meteoroloji, navigasyon, astronomi gibi çeşitli görevler için farklı yapıda ve ekipmanlara sahip uydular kullanılmaktadır. Bu uyduların çalışabilmesi için enerjiye ihtiyaçları vardır ve genellikle enerji ihtiyaçlarını karşılamak için esnek yapılı güneş panelleri tercih edilmektedir. Bu panellerin uzunluğu ve sayısı, uydunun tasarımına ve enerji ihtiyacına bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Uydu, genellikle dünya etrafında dairesel bir yörüngede döner ve bu dönüşü sürdürebilmek için bir itki sistemine ihtiyaç duyar. İtki sistemi, gerekli dönme torkunu sağladıkça, esnek güneş panellerinde titreşim meydana gelmektedir. Ancak, bu titreşim zamanla uydunun yapısına ve hassas elektronik ekipmanlara zarar verebilmektedir. Bu titreşimi kontrol etmek için literatürde çeşitli kontrol yöntemleri kullanılmıştır. Esnek yapılı uydu dinamik denklemleri doğrusal değildir, ancak literatürdeki çoğu çalışmada bu denklemler doğrusallaştırılmış ve sonrasında doğrusal kontrol yöntemleri uygulanmıştır. Bu tezde ise bir rijit gövde ve iki tane esnek yapılı güneş paneline sahip bir uydu için hareket ve titreşim denklemleri Lagrange denklemi kullanılarak yazılmıştır. Doğrusal olmayan bu dinamik denklemler için herhangi bir doğrusallaştırma yöntemi kullanılmamış doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü için kullanılan Durum Bağımlı Riccati Denklemi (DBRD) yöntemi kullanılarak kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Birinci, ikinci ve üçüncü modlar için benzetim çalışmaları yapılmış ve modların durum değişkenleri üzerine etkisi incelenmiştir. Ayrıca birinci mod için modelleme hatası çalışmaları da yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar aynı dinamik model için daha önce yapılan çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Tüm bu denklemlerin algoritmasını oluşturmak ve benzetim çalışmalarını yapabilmek için MATLAB® programında kod yazılmıştır.

Bilim Kodu : 91418

Anahtar Kelimeler : Esnek yapılı uydu, doğrusal olmayan sistemler, titreşim kontrolü, durum bağımlı Riccati denklemi (DBRD), modelleme hatası

Sayfa Adedi : 103

Danışman : Prof. Dr. Sinan KILIÇASLAN

İkinci Danışman : Doç. Dr. Habib GHANBARPOURASL

CONTROL OF A FLEXIBLE SATELLITE USING STATE DEPENDENT RICCATI  
EQUATION METHOD

(M. Sc. Thesis)

Bahar SAYILIR

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

April 2024

ABSTRACT

In today's world, satellites with different structures and equipment are used for various tasks such as communication, meteorology, navigation and astronomy. These satellites need energy to operate, and flexible solar panels are generally preferred to meet their energy needs. The length and number of these panels vary depending on the design and energy needs of the satellite. The satellite generally rotates in a circular orbit around the Earth and needs a propulsion system to maintain this rotation. As the propulsion system provides the necessary rotation torque, vibration occurs in the flexible solar panels. However, this vibration can damage the satellite's structure and sensitive electronic equipment over time. Various control methods have been used in the literature to control this vibration. Flexible satellite dynamic equations are nonlinear, but in most studies in the literature, these equations are linearized and then linear control methods are applied. In this thesis, the motion and vibration equations for a satellite with a rigid body and two flexible solar panels were written using the Lagrange equation. No linearization method was used for these nonlinear dynamic equations, the controller was designed using the State Dependent Riccati Equation (SDRE) method, which is used for the control of nonlinear systems. Simulation studies were carried out for the first, second and third modes and the effects of the modes on the state variables were examined. Modeling error studies were also conducted for the first mode. The results obtained were compared with the previous studies that used the same dynamic model. Code was written in the MATLAB<sup>®</sup> program to create the algorithm of all these equations and perform simulation studies.

Science Code : 91418

Key Words : Flexible satellite, nonlinear systems, vibration control, state dependent Riccati equation (SDRE), modeling error

Page Number : 103

Supervisor : Prof. Dr. Sinan KILIÇASLAN

Co-Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Habib GHANBARPOURASL

## TEŞEKKÜR

Danışmanlarım Prof. Dr. Sinan KILIÇASLAN ve Doç. Dr. Habib GHANBARPOURASL’a teşekkür ederim.

İyi bir eğitim almam için beni destekleyen, bana emek veren annem Nezaket TOYGAR ve babam Ahmet TOYGAR’ a, canım kardeşim ve meslektaşım Anıl TOYGAR’ a, geniş ailemin üyeleri Zülfiye SAYILIR ve Bülent SAYILIR’a; bana destek olan tüm dostlarıma, arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Bana destek olan THK Üniversitesi akademik ve idari personeline teşekkür ederim.

Üzerimde emeği olan, bana yol gösteren tüm öğretmenlerime teşekkür ederim.

Bir yandan bir bebek büyütürken diğer yandan da tezime emek verdim, tezimi geliştirdim. Bu süreçte zorlandığım ve yorulduğum çok zaman oldu. Ümitsizliğe kapıldığım, zorlandığım zamanlarda bana ışık olan, rehberlik eden, “Hiçbir çaba karşılıksız kalmaz” sözüyle her daim bana güç veren, çok kıymetli canım öğretmenim Çetin ÇETİNTAŞ’a şimdi ve tüm zamanlarda teşekkür ederim.

Yolumu yıllar öncesinde açan büyük insana ise her daim müteşekkirim.

Teşekkürlerimin en özelini ise her zaman her koşulda bana inanan, güvenen, destek veren ,daima yanımda olan canım eşim İbrahim SAYILIR’ a etmek isterim.

Bu tezi, gözlerinde gökyüzündeki yıldızlardan daha parlak yıldızları gördüğüm, canparem, biricik oğlum Mustafa Göktuğ SAYILIR’ a ithaf ediyorum.

Gözlerindeki yıldızlar her daim parlansın canım oğlum.

## İÇİNDEKİLER

|                                                       | Sayfa |
|-------------------------------------------------------|-------|
| ÖZET .....                                            | iv    |
| ABSTRACT.....                                         | v     |
| TEŞEKKÜR.....                                         | vi    |
| İÇİNDEKİLER .....                                     | vii   |
| ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....                             | ix    |
| ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....                               | x     |
| RESİMLERİN LİSTESİ .....                              | xiii  |
| SİMGELER VE KISALTMALAR.....                          | xiv   |
| 1. GİRİŞ.....                                         | 1     |
| 2. ESNEK YAPILI BİR UYDUNUN DİNAMİK MODELİ .....      | 15    |
| 2.1. Esnek Yapılı Uyduların Kinetik Enerjisi.....     | 23    |
| 2.2. Esnek Yapılı Uyduların Potansiyel Enerjisi ..... | 24    |
| 2.3. Lagrange Denklemi .....                          | 25    |
| 3. DURUM BAĞIMLI RICCATI DENKLEMİ YÖNTEMİ .....       | 35    |
| 3.1. Doğrusal Olmayan Optimal Regülatör.....          | 37    |
| 3.2. Çözümün Varlığı .....                            | 38    |
| 3.3. DBRD Kontrolcü Tasarımı .....                    | 40    |
| 3.4. Genişletilmiş Doğrusallaştırma .....             | 41    |
| 4. KONTROLCÜ TASARIMI.....                            | 45    |
| 4.1. DBK Matrisleri .....                             | 45    |
| 4.2. Ağırlık Matrislerinin Belirlenmesi .....         | 47    |
| 5. BENZETİM ÇALIŞMALARI .....                         | 51    |

|                                              | <b>Sayfa</b> |
|----------------------------------------------|--------------|
| 5.1. DBRD Yönteminin Benzetim Sonuçları..... | 52           |
| 5.2. Modelleme Hatası.....                   | 80           |
| 5.3. Literatür Çalışmaları.....              | 86           |
| 6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....                    | 97           |
| KAYNAKLAR.....                               | 99           |
| ÖZGEÇMİŞ.....                                | 103          |



## ÇİZELGELERİN LİSTESİ

| Çizelge                                                       | Sayfa |
|---------------------------------------------------------------|-------|
| Çizelge 2.1. Kiriş modellerinin karşılaştırma çizelgesi ..... | 17    |



## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

| Şekil                                                                           | Sayfa |
|---------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Şekil 2.1. İki esnek güneş paneline sahip rijit uydu gövdesi .....              | 16    |
| Şekil 2.2. Esnek güneş panelinin ilk üç mod şekli.....                          | 20    |
| Şekil 5.1. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi.....                          | 52    |
| Şekil 5.2. 1. Mod koordinatının zamanla değişimi .....                          | 53    |
| Şekil 5.3. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi .....                          | 53    |
| Şekil 5.4. 1. Mod hızının zamanla değişimi.....                                 | 54    |
| Şekil 5.5. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi .....  | 54    |
| Şekil 5.6. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi.....      | 55    |
| Şekil 5.7. Torkun zamanla değişimi .....                                        | 55    |
| Şekil 5.8. Güç miktarının zamanla değişimi.....                                 | 56    |
| Şekil 5.9. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi.....                          | 58    |
| Şekil 5.10. 1. Mod koordinatının zamanla değişimi .....                         | 59    |
| Şekil 5.11. 2. Mod koordinatının zamanla değişimi .....                         | 59    |
| Şekil 5.12. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi .....                         | 60    |
| Şekil 5.13. 1. Mod hızının zamanla değişimi.....                                | 60    |
| Şekil 5.14. 2. Mod hızının zamanla değişimi.....                                | 61    |
| Şekil 5.15. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi ..... | 61    |
| Şekil 5.16. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi.....     | 62    |
| Şekil 5.17. Torkun zamanla değişimi .....                                       | 62    |
| Şekil 5.18. Güç miktarının zamanla değişimi.....                                | 63    |
| Şekil 5.19. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi.....                         | 67    |
| Şekil 5.20. 1. Mod koordinatının zamanla değişimi .....                         | 67    |
| Şekil 5.21. 2. Mod koordinatının zamanla değişimi .....                         | 68    |

| <b>Şekil</b>                                                                    | <b>Sayfa</b> |
|---------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| Şekil 5.22. 3. Mod koordinatının zamanla değişimi .....                         | 68           |
| Şekil 5.23. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi .....                         | 69           |
| Şekil 5.24. 1. Mod hızının zamanla değişimi.....                                | 69           |
| Şekil 5.25. 2. Mod hızının zamanla değişimi.....                                | 70           |
| Şekil 5.26. 3. Mod hızının zamanla değişimi.....                                | 70           |
| Şekil 5.27. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi ..... | 71           |
| Şekil 5.28. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi.....     | 71           |
| Şekil 5.29. Torkun zamanla değişimi .....                                       | 72           |
| Şekil 5.30. Güç miktarının zamanla değişimi .....                               | 72           |
| Şekil 5.31. 1. Mod koordinatının zamanla değişimi .....                         | 75           |
| Şekil 5.32. 2. Mod koordinatının zamanla değişimi .....                         | 76           |
| Şekil 5.33. 3. Mod koordinatının zamanla değişimi .....                         | 76           |
| Şekil 5.34. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi.....                         | 78           |
| Şekil 5.35. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi .....                         | 78           |
| Şekil 5.36. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi ..... | 79           |
| Şekil 5.37. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi.....     | 79           |
| Şekil 5.38. Torkun zamanla değişimi .....                                       | 80           |
| Şekil 5.39. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi.....                         | 82           |
| Şekil 5.40. 1. Mod koordinatının zamanla değişimi .....                         | 82           |
| Şekil 5.41. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi .....                         | 83           |
| Şekil 5.42. 1. Mod hızının zamanla değişimi.....                                | 83           |
| Şekil 5.43. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi ..... | 84           |
| Şekil 5.44. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi.....     | 84           |
| Şekil 5.45. Torkun zamanla değişimi .....                                       | 85           |

| <b>Şekil</b>                                                                    | <b>Sayfa</b> |
|---------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| Şekil 5.46. Güç miktarının zamanla değişimi .....                               | 85           |
| Şekil 5.47. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi.....                         | 87           |
| Şekil 5.48. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi .....                         | 87           |
| Şekil 5.49. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi ..... | 88           |
| Şekil 5.50. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi.....     | 88           |
| Şekil 5.51. Torkun zamanla değişimi .....                                       | 89           |
| Şekil 5.52. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi.....                         | 89           |
| Şekil 5.53. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi .....                         | 90           |
| Şekil 5.54. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi ..... | 90           |
| Şekil 5.55. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi.....     | 91           |
| Şekil 5.56. Torkun zamanla değişimi .....                                       | 91           |
| Şekil 5.57. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi.....                         | 92           |
| Şekil 5.58. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi .....                         | 92           |
| Şekil 5.59. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi ..... | 93           |
| Şekil 5.60. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi .....    | 93           |
| Şekil 5.61. Torkun zamanla değişimi .....                                       | 94           |

**RESİMLERİN LİSTESİ**

| <b>Resim</b>                         | <b>Sayfa</b> |
|--------------------------------------|--------------|
| Resim 1.1. Radar gözlem uydusu ..... | 3            |
| Resim 1.2. Optik gözlem uydusu ..... | 3            |
| Resim 1.3. Telekom uydusu.....       | 4            |



## SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

### Simgeler

### Açıklamalar

|                |                                              |
|----------------|----------------------------------------------|
| $E_i$          | Elastite modülü                              |
| $EI$           | Eğilme direnci                               |
| $\varphi_i(x)$ | Mod şekil fonksiyonu                         |
| $\gamma_i$     | Poisson oranı                                |
| $h_i$          | Kalınlık                                     |
| $J_h$          | Rijit cismin atalet momenti                  |
| $L$            | Lagrange denklemi                            |
| $l$            | Panel uzunluğu                               |
| $n$            | Varsayılan mod sayısı                        |
| $q_i$          | Genelleştirilmiş koordinat                   |
| $\dot{q}_i$    | Genelleştirilmiş hız                         |
| $r$            | Rijit uydu gövdesinin yarıçapı               |
| $\rho$         | Doğrusal yoğunluk                            |
| $\theta$       | Uydun yönelim açısı                          |
| $\dot{\theta}$ | Uydu yönelim hızı                            |
| $T$            | Kinetik enerji                               |
| $T_c$          | Rijit cismin kinetik enerjisi                |
| $T_{FPA}$      | Dönme ve titreşim kaynaklı kinetik enerji    |
| $T_o$          | Yörünge hareketi kaynaklı kinetik enerji     |
| $T_w$          | Momentum sistemi kaynaklı kinetik enerji     |
| $T_{total}$    | Toplam kinetik enerji                        |
| $V$            | Potansiyel enerji                            |
| $V_{orbital}$  | Yörünge kaynaklı potansiyel enerji           |
| $V_{attitude}$ | Yönelim kaynaklı potansiyel enerji           |
| $V_{flexible}$ | Esnek yapı kaynaklı potansiyel enerji        |
| $y$            | Güneş panelinin uç noktasının esneme miktarı |

**Simgeler****Açıklamalar** $\dot{y}$ 

Güneş panelinin uç noktasının esneme hızı

**Kısaltmalar****Açıklamalar****DBK**

Durum Bağımlı Katsayı

**DBRD**

Durum Bağımlı Riccati Denklemi

**DKR**

Doğrusal Karesel Regülatör



## 1. GİRİŞ

Otomatik kontrolün gelişimi, James Watt'ın buhar motoru hız kontrolü için santrifüj regülatörü tasarlaması ile on sekizinci yüzyıla kadar uzanır. Minorsky, Hazen ve Nyquist gibi isimler kontrol teorisinin temellerinin atılmasında çok önemli roller oynadılar. Minorsky'nin 1922'deki çalışması, otomatik gemi dümen kontrolcöleri ve sistem diferansiyel denklemlerinden kararlılık belirlemeye odaklandı. Nyquist, 1932'de, sinüzoidal girdilere açık döngü tepkisine dayalı kapalı döngü sistem kararlılığı için bir prosedür başlattı. Hazen, 1934'te servomekanizmalar terimini icat etti ve röle servomekanizma tasarımını tanıttı. 1940'larda, frekans-tepki yöntemleri, özellikle Bode diyagramı teknikleri, mühendislerin performans kriterlerini karşılayan doğrusal kapalı döngü kontrol sistemleri tasarlamalarını sağladı.

PID kontrolcöleri, 1940'larda ve 1950'lerde endüstriyel kontrol sistemlerinde yaygın olarak kullanıldı ve 1940'ların başında önerilen Ziegler-Nichols ayarlama kuralları olarak kullanıldı. Evans'ın kök yeri yöntemi, 1940'ların sonlarından 1950'lere kadar tamamen geliştirildi. Frekans-tepki ve kök-yer bulma yöntemlerine odaklanan klasik kontrol teorisi, performans kriterlerini karşılayan kararlı sistemleri hedeflemiştir. Bununla birlikte, modern sistemler daha karmaşık hale geldikçe, klasik kontrol teorisi çok girişli, çok çıkışlı sistemlerle ilgili sınırlamalarla karşı karşıya kalmıştır.

1960'lardan itibaren, dijital bilgisayarlar zaman alanı analizini etkinleştirerek modern kontrol teorisinin gelişmesine yol açtı ve artan karmaşıklığı ele almak için durum değışkeni tabanlı analiz uygulanmaya başlandı. 1960 ve 1980 yılları arasında optimal kontrol, uyarlanabilir kontrol ve öğrenme kontrolü üzerine önemli araştırmalar yapıldı. 1980'lerde ve 1990'larda, modern kontrol teorisi, gürbüz kontrol ve ilgili konulara odaklanarak ilerledi.

Zaman alanı analizine dayanan bu teori, kontrol sistemi tasarımını daha basit hale getirdi, ancak aynı zamanda gerçek sistem ile modeli arasındaki farklılıklara daha duyarlı hale getirdi. Bu sorunun üstesinden gelmek için, artan matematiksel karmaşıklığa rağmen, hem frekans-tepki hem de zaman alanı yöntemlerini harmanlayan gürbüz kontrol teorisi ortaya çıktı ve böylece tasarım stratejisi, önceden belirlenmiş bir dizi olası hatayı göz önünde bulundurarak istikrar sağlamaktadır [1].

Klasik kontrol teorisi, öncelikle doğrusal sistemlere odaklanır. Odak noktası genellikle tek girişli tek çıkışlı sistemlerdir ve ağırlıklı olarak frekans alanında analizler yapar. Bu teori, tipik olarak iç dinamikleri gözden kaçırırken PID kontrolcülerini gibi temel kontrol stratejilerini içerir.

Öte yandan, modern kontrol teorisi hem doğrusal hem de doğrusal olmayan sistemleri kapsar; tek girişli tek çıkışlı ve çok girişli çoklu çıkışlı sistemlere uyarlanabilir. Analiz tipik olarak zaman alanında diferansiyel denklemlerin kullanılmasını içerir. Bu teori, sistemin iç dinamiklerini göz önünde bulundurarak optimal ve uyarlanabilir kontrol gibi gelişmiş kontrol stratejilerini içerir.

Sonuç olarak, modern kontrol teorisi, karmaşık sistemleri yönetmek için güçlü ve esnek yaklaşımlar sunan geniş kapsamlı uygulanabilirliği ile kabul edilmektedir. Durum Bağımlı Riccati Denklemi (DBRD) yöntemi ise son otuz yılda kontrol topluluğu içinde popüler hale gelmiştir ve iyi bilinmektedir. Ayrıca sistem durumlarında doğrusal olmayanlara izin vererek doğrusal olmayan geri besleme kontrollerini sentezlemek için etkili bir algoritma ve ayrıca durum bağımlı ağırlık matrisleri aracılığıyla büyük tasarım esnekliği sunar [2].

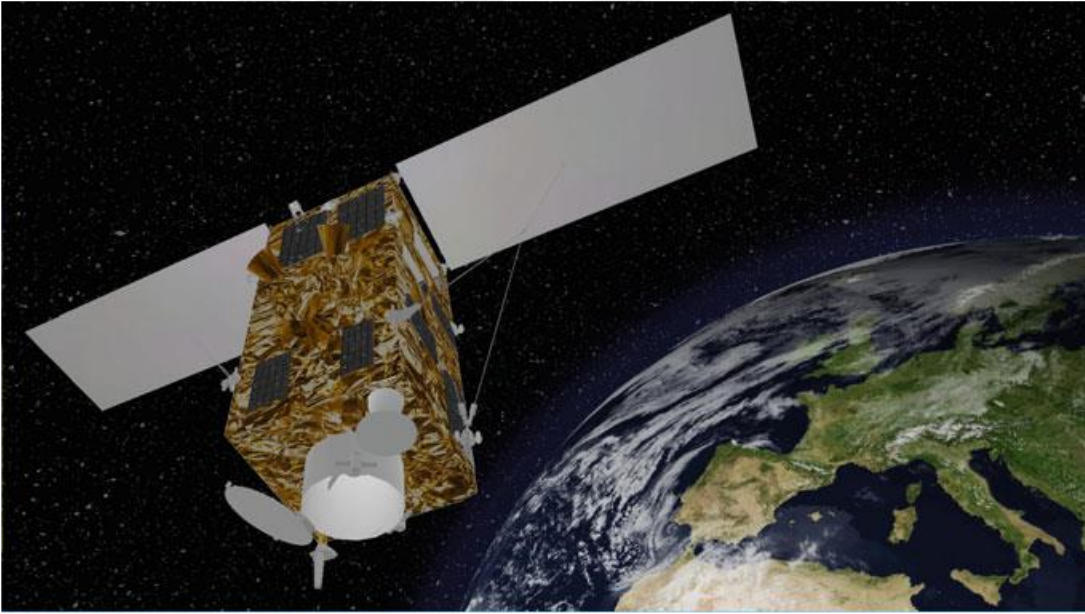
Tezin içeriği ise şu şekildedir:

Uzay çağı, 4 Ekim 1957'de SSCB tarafından uzaya gönderilen ilk insan yapımı yapay uydu Sputnik1 ile başladı. O günden bu yana uydu teknolojisi alanında birçok gelişme yaşanmış ve farklı görevlere sahip uydular fırlatılmıştır. Bu uyduların enerji ihtiyacını karşılamak için büyük güneş panelleri, haberleşmeyi sağlamak için antenler ve bazı özel uydularda ise robot kollar kullanılmıştır.

Aşağıdaki resimlerde farklı yapılarıdaki uydular görülmektedir.



Resim 1.1. Radar gözlem uydusu [3]



Resim 1.2. Optik gözlem uydusu [3]



Resim 1.3. Telekom uydusu [3]

Modern uydular, esnek yapılarının etkisi nedeniyle karmaşık, yüksek dereceli dinamik denklemlere sahiptir. Bu uyduların dönme manevraları, esnek elemanlarında (güneş paneli, anten, robotik kol vb.) elastik deformasyonlara neden olabilir. Bu da doğrusal olmayan, geniş bir durum uzayını ve sistem parametrelerindeki belirsizliği yönetebilen kontrol sistemlerini gerektirir. Bu tez çalışmasında DBRD yöntemi kullanılarak doğrusal olmayan bir uydu modeli için kontrolcü tasarımı yapılmıştır.

Uydular düşük serbest salınım frekansına, yüksek modal kütle ve düşük sönülmeye sahip güneş panelleri, antenler, teleskoplar gibi uzantılara sahiptir. Modern uydularda amaç, esnek yapıların boyutunu iyileştiren artan güç ve performans talepleri ile her zaman daha hafif platformlara sahip olmaktır. Kapalı döngü kontrollü bir uydudaki esnek modlar, kontrol sistemlerinin kararlılığını etkileyebilir veya kontrol aktivasyonu ve yönelim dinamiklerinin güçlü bir şekilde uyarılmasına neden olabilir [3].

Güneş paneli, anten ve robot kolu gibi parçalar, esnek ve hafif yapıları nedeniyle yönelim kontrolü sırasında titreşime maruz kalır. Uydunun açılmanevrası sırasında, esnek yapılarda meydana gelen titreşim gerekli hareketin kararsızlığına neden olabilmektedir. Böylece, esnek bir uyduda, stabilizasyon problemi, bu yapıdaki hareketin eğilme problemi ile doğrudan ilişkili hale gelir. Uydu teknolojisinde bu soruna yönelik yıllardır farklı yöntemlerle çeşitli çalışmalar yapılmaktadır.

Güneş panellerinde titreşim sönümleme için aktif ve pasif titreşim sönümleme yöntemleri kullanılmaktadır. Pasif titreşim sönümleme yöntemi, herhangi bir kontrolcü kullanılmadan sönümleme elemanları kullanılarak uygulanır. Ancak bu yöntem uyduya ek ağırlık getirir ve tercih edilmez. Aktif titreşim sönümleme kontrolü için iki yöntem kullanılır: Titreşimleri algılamak için piezoelektrik yamalar güneş paneline entegre edilir. Sistem bu titreşimleri ölçer ve azaltmak için kontrol eylemleri gerçekleştirir. Bu yöntem, titreşimlere karşı koymak için gerçek zamanlı ayarlamalara izin verdiği ve uydunun genel performansını artırdığı için avantajlı olarak kabul edilir. Bununla birlikte, uyduya eklenen ekstra ekipmanlarla ilgili dezavantaj yaratmaktadır. Piezoelektrik yamaların ve ilgili kontrol sisteminin eklenmesi uydunun ağırlığını ve kontrol yönteminin karmaşıklığını artırır. Fırlatma sırasındaki yük arttıkça, fırlatıcının maliyeti de artmaktadır. Sonuç olarak, aktif titreşim sönümleme yöntemi etkili olsa da, dezavantajı, eklenen ağırlık ve ekipman nedeniyle yüksek maliyete neden olmasıdır. Bu da onu diğer yöntemlere kıyasla ekonomik olarak daha az elverişli hale getirmektedir. Ek olarak, bu bileşenlerin dahil edilmesi, sistem karmaşıklığının artmasına da neden olmaktadır. Sonuç olarak, sistem ve kontrolü daha karmaşık hale gelmektedir.

Diğer aktif titreşim sönümleme kontrol yönteminde ise güneş panelleri üzerinde herhangi bir ekipman bulunmamakta, yönelim ile oluşabilecek titreşim kontrolü sağlanmaktadır. Bu tez çalışmasında, bu titreşim sönümleme kontrol yöntemi incelenmiştir.

Literatürde yapılan bazı çalışmalarda esnek uzay araçları rijit bir gövde ve ona bağlı 2 esnek güneş paneli olarak modellenmiş ve titreşim için hareket denklemleri 1 boyutta Lagrange denklemi kullanılarak elde edilmiştir. Bu tez çalışmasında kullanılan ve benzer dinamik modele sahip bazı çalışmalar aşağıdaki gibi açıklanmıştır.

Tek boyutlu esnek uydu çalışmaları şu şekilde özetlenebilir:

Bu makalede, iki doğrusal olmayan kontrolcü ve bir doğrusal olmayan gözlemci ile önceki paragrafta anlatılan dinamik model doğrusallaştırılarak incelenmiştir. İlk kontrolcü dinamik inversiyona dayanırken, ikincisi dinamik inversiyon ve  $\mu$ -sentez kontrolcülerini entegre etmiştir. Esnek uyduya dinamik inversiyon uygulanırken, özellikle sistem çıktısı olarak panel ucu konumu göz önüne alındığında, minimum olmayan faz özellikleri nedeniyle zorluklar ortaya çıkmıştır. Bu zorluğun üstesinden gelmek için kontrolcüler, değiştirilmiş bir çıktı yeniden tanımlama yaklaşımı kullanılarak tasarlanmıştır. Rijit gövde üzerinde yalnızca

bir tork kullanılmış ve tüm durum değişkenlerini ölçmek pratik olmadığı için durumları tahmin etmek için kayma modu gözlemcileri kullanılmıştır. Kontrolcü tasarımı ayrıca aktüatör doygunluğunu da hesaba katmaktadır. Önerilen kontrolcülerin performansı, nominal performans, belirsizliklere karşı gürbüzlük, panelin titreşim sönümlemesi, ölçüm gürültüsüne duyarlılık, çevresel bozucu girişler ve büyük manevralar sırasında doğrusal olmama durumu da dahil olmak üzere çeşitli yönlerden değerlendirilmiştir. Denetleyicilerin performansını geçmiş zaman bağlamında değerlendirmek için doğrusal olmayan bir uydu modeli üzerinde kapsamlı benzetimler yapılmıştır. Sonuçlar, kontrolcünün yörüngeyi doğru bir şekilde izleme ve panel titreşimlerini etkili bir şekilde sönümleme yeteneğini göstermiştir. Ayrıca, bozulmaların, çevresel bozucu etkilerin ve ölçüm hatalarının, büyük manevralar sırasında izleme ve sönümleme tepkileri üzerinde yalnızca minimum etkiye sahip olduğu doğrulanmıştır [4].

Malekzadeh ve diğerleri bu çalışmada, yukarıdaki çalışmadaki gibi üç kontrolcü araştırmıştır; doğrusal olmayan bir dinamik inversiyon, doğrusal bir  $\mu$ -sentez ve birleşik bir dinamik inversiyon ve  $\mu$ -sentez kontrolcüsü. Çalışmada sadece bir tepki tekerinin kullanıldığı varsayılmıştır ve kontrolcü tasarımı aktüatör doygunluğunu dikkate almıştır. Kontrolcülerin performansı, nominal performans, belirsizliklere karşı gürbüzlük, panellerin titreşim sönümlemesi, ölçüm gürültüsüne duyarlılık, çevresel bozucu etkiler ve büyük manevralar sırasında doğrusal olmama açısından karşılaştırılmıştır. Kontrolcülerin geçmiş zamandaki performansını değerlendirmek için uydunun doğrusal olmayan bir dinamik modeli üzerinde kapsamlı benzetimler gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, önerilen kontrolcülerin yörüngelerini doğru bir şekilde izlemedeki ve panel titreşimlerini verimli bir şekilde sönümlemedeki etkinliğini göstermiştir. Ayrıca, bozulmaların, çevresel bozucu etkilerin ve ölçüm hatalarının, büyük manevralar sırasında izleme ve sönümleme tepkileri üzerinde yalnızca minimum etkiye sahip olduğu bu çalışmada da bir kez daha doğrulanmıştır [5].

Malekzadeh ve diğerleri önceki çalışmada tartışılana benzer dinamik bir modele odaklanarak, çalışmalarında geri besleme doğrusallaştırılmasını araştırdılar. Geri besleme doğrusallaştırılması, doğrusal olmayan sistemleri doğrusal sistemlere dönüştüren ancak belirsizliklere, bozulmalara ve gürültüye karşı savunmasız olan bir tekniktir. Bu sınırlamaya yanıt olarak, çalışma, stabiliteyi ve performansı artırmak için bir  $\mu$ -sentez kontrol yasası önermiştir. Bu, dahili doğrusallaştırma sırasında belirsiz dinamikleri ele almak için harici bir

doğrusal denetleyici oluşturmayı içermektedir. Çalışmada üç kontrolcü tasarımı kullanılmıştır: dinamik inversiyon,  $\mu$ -sentez ve her ikisinin bir kombinasyonu olan kontrolcü. Bu kontrolcüler ile rijit gövde üzerinde tek bir tork kullanılmış ve aktüatör doygunluğu hesaba katılmıştır. Değerlendirme kriterleri arasında tepki hızı, titreşim sönümleme, kontrol çabası ve belirsizlik konularına dikkat edilmiştir. Kompozit kontrolcü, minimum çabayla yüksek performans göstermiştir ve sönümleme terimlerine veya filtreleme ihtiyacı duymadan titreşim sönümleme sağlamıştır ve bu kompozit kontrol yönteminin uydu uygulamalarındaki etkinliği vurgulanmıştır [6].

Bu çalışmada ise bir uydu için uyarlanabilir bir kontrol sistemi üzerine çalışılmıştır. Uydu kontrolü için moment üreten bir cihaz, rijit gövde üzerine yerleştirilmiştir. Kontrol yasası, geri besleme değişkeni olarak yalnızca yönelim açısına odaklanmıştır. Hassas yörünge kontrolü elde etmek için uyarlanabilir bir geri besleme doğrusallaştırma kontrol yasası geliştirilmiştir. Özellikle, kontrolcünün yapısı, uydu modelinin durum uzayı boyutundan bağımsız kalmıştır. Geri beslemeli doğrusallaştırma kontrol yasasındaki modellenmemiş fonksiyonları ele alabilmek amacıyla, tahmin için yüksek kazançlı bir gözlemci kullanılmıştır. Farklı boyutlardaki uydu modellerinde benzetim sonuçları, kontrolcünün doğru yörünge kontrolü ve titreşimlerin etkili bir şekilde sönümleme sağlama yeteneğini göstermiştir [7].

Bu çalışmada ise kullanılan kontrol yöntemi, komut girdisi şekillendirme ve referans model değişken yapısı çıkış geri besleme kontrolü tekniklerini birleştirmiştir. Giriş şekillendirici, referans modelin titreşimlerini hassas bir şekilde ortadan kaldırmak için geri besleme döngüsünün dışına uygulanmıştır. Geri besleme döngüsünün içinde, kapalı döngü sisteminin kümelenmiş bozulmalarının varlığında referans modeli takip etmesini sağlamak için bir kontrolcü tasarlanmıştır. Özellikle, önerilen algoritma, belirli sınırlar önceden bilindiği sürece, eşleştirme koşullarını karşılamak için kümelenmiş pertürbasyonu gerektirmemektedir. Makale, bu titreşim kontrol tekniğinin etkinliğini göstermek için benzetim çalışmalarını içermektedir [8].

Bu makalede önerilen uydu kontrol stratejisi, yönelim manevraları sırasında esnek uzantılardaki titreşimleri azaltmak için Bileşen Sentezi Titreşim Sönümleme yöntemini kullanmıştır. Bu, aktüatör olarak jet cihazlarının ve momentum tepki tekerleklerinin kullanılmasını içeriyordu. Çalışma ayrıca benzetim yoluyla çeşitli zaman-yakıt kontrol

stratejilerini göstermiş ve doğrulamıştır. Ayrıca, ek geliştirmeler için bu kontrol yönteminin DC motor kontrol yöntemiyle entegrasyonu araştırmasına devam edilmekte olduğu belirtilmiştir [9].

Makale, çıktı geri besleme yöntemine odaklanmıştır. Uydunun parametrelerinin bilinmediği varsayılmış ve amaç, merkezi rijit gövde üzerinde tek bir moment üreten cihaz kullanarak yönelim açısını kontrol etmek ve elastik modları stabilize etmek olarak belirtilmiştir. Uyarlanabilir kontrol sistemi, bir PID kontrolcüsüne benzeyen eğim açısının yörünge kontrolü için tasarlanmıştır. Lyapunov analizi, kapalı döngü sisteminde, eğim açısının hedef değere yakınsadığını ve elastik modların denge noktasına ulaştığını doğrulamıştır. Özellikle, kontrol sistemindeki kazanımlar, model belirsizliklerini ele almak için bir adaptasyon yasası ile ayarlanmıştır. Sonuç için sadece yunuslama açısı ve yunuslama açısı oranı ölçümleri kullanılmıştır. Benzetim sonuçları, uydu modelinde önemli parametre belirsizlikleri ve bozulma girdilerinin varlığında bile, bu uyarlanabilir yasanın hassas büyük dönme manevraları ve titreşim sönümleme elde etmedeki etkinliğini göstermiştir [10].

Bu çalışmada, tasarım karmaşıklığı, hataya dayanıklı sınırlamalar ve tekrarlanan genişlemedeki zorluklar dahil olmak üzere büyük esnek güneş panellerine sahip yapılarının aktif titreşim kontrolündeki zorlukları ele almak için dağıtılmış bir titreşim kontrol yaklaşımı önermiştir. Geniş alanlı paneller için özel olarak tasarlanan yaklaşım, güneş panellerini kontrol sistemi tasarımı için farklı birimlere ayırmıştır. Daha sonra dağıtılmış kontrol için uyarlanmış her birimin dinamik modeli geliştirilmiştir. Her ünite için dağıtılmış Doğrusal Karesel Regülatör (DKR) ile titreşim kontrolcülerini tasarlanmış ve tüm yapı için dağıtılmış titreşim kontrol sistemi entegre edilmiştir. Benzetim sonuçları, önerilen kontrolcülerin etkinliğini doğrulamış ve bu kontrolcülerin titreşim sönümlemeyi başarılı bir şekilde gerçekleştirebileceğini ve etkili bir hata toleransı performansı sunabileceğini göstermiştir [11].

Bu çalışma, dağıtılmış aktüatörler ve sensörlerle donatılmış büyük esnek güneş panellerine sahip yapıların titreşimlerini sönümlemek için merkezi olmayan ve basit bir uyarlanabilir bir kontrol yöntemi önermiştir. Güneş panelleri birbirine bağlı alt yapıların birleşimi olarak ele alınmış ve hareket denklemlerini türetmek için dinamik alt yapılandırma yöntemi uygulanmıştır. Daha sonra, her bir alt yapı için hareket denklemleri oluşturmak için alt sistemlerin çıkarılması ve daraltılması gerçekleştirilmiştir. Daha sonra basit uyarlanabilir kontrol yaklaşımı kullanılarak yalnızca yerel sensör bilgilerine dayanan bir çıkış geri

besleme kontrol yasası tasarlanmıştır. Genel sistemin kararlılığını sağlamak için etkili sonuçlar elde edilmiştir [12].

Makale, bir durum kontrol sisteminin ve daha düşük dereceli bir model kullanan bir titreşim sönümlleme sisteminin ayrı tasarımlarını içermektedir. Kayan mod kontrolü teorisine dayanan kontrolcü, süreksiz bir kontrol yasası ile sonuçlandı. Bu kontrolcü, kapalı döngü sisteminde asimptotik yönelim manevrası elde etmiş ve kontrolcünün elastik modların ve sistem belirsizliklerinin etkileşimine karşı duyarsızlığı gözlemlenmiştir. Esnek mod titreşiminin azaltılması için, bileşen sentezi titreşim sönümlleme yöntemi kullanılarak şekillendirilmiş bir komut girişi kontrolcüsü tasarlanmıştır ve bunun için de yalnızca kapalı sistemin doğal frekansı ve sönümlmesi bilgisi gerekmiştir. Ayrıca, bu yöntemi açma-kapama aktüatörlü bir sisteme uyarlamak için, itici ateşlemesini kontrol etmek için darbe genişlikli darbe frekansı modülasyonu kullanılmış ve kontrol yöntemi ile entegre edilmiştir. Benzetim sonuçları, bu tekniğin esnek uyduyu kontrol etmedeki potansiyelini doğrulamıştır [13].

Çalışmada, elastik bir uydunun dönme manevraları için yeni bir yönelim kontrol stratejisi ortaya koyulmuştur. Esnek dinamik koordinatların ölçülmesiyle ilgili belirsizliklerin, bozulmaların ve zorlukların etkisini en aza indirmek için hibrit kayma yüzeyi ile uyarlanabilir kayma modu kontrolünü kullandı. Uydu modeli, rijit bir gövde ve merkeze yerleştirilmiş yan yana yerleştirilmiş aktüatörler ve sensörler ile iki elastik güneş paneli içermektedir. Kapalı döngü sisteminin kararlılığı Lyapunov analizi ile gösterilmiştir. Benzetim çalışmaları, önerilen stratejinin hassas yönelim manevralarına izin verdiğini ve esnek yapılardaki elastik deformasyonları etkili bir şekilde bastırdığını göstermiştir [14].

Makale, uyarlanabilir kayma modu kontrolünün kullanımını araştırmıştır. Kayma modu şeması aracılığıyla, önerilen kontrol, dönüş açısının asimptotik izleme kontrolünü ve sistem içindeki titreşim sönümlmesini sağlamıştır. Genel kapalı döngü sistemin kararlılığı, sistemin bilinmeyen parametreleri göz önünde bulundurularak Lyapunov analizi ile kurulmuştur. Bu bilinmeyen parametreler için üst sınırlar tahmin edilmiş ve kontrol yasasına dahil edilmiştir. Önerilen kontrol şeması, hesaplama karmaşıklığını ve işlem sürelerini azaltmayı amaçlamış, benzetim çalışmaları önerilen kontrolcünün etkinliğini göstermiştir [15].

Üç boyutlu esnek uydu çalışmaları ise şu şekilde özetlenebilir:

Çalışmada, iki denetleyici kullanan bir 3 boyutlu doğrusal olmayan esnek uyduda otomatik yönelim kontrolü için klasik geri besleme doğrusallaştırma ve gürbüz geri besleme doğrusallaştırma yöntemi kullanmıştır. Gürbüz yöntem, doğrusal olmayan sistemi, çalışma koşullarına dayalı olarak, rijit gövde üzerinde üç yönde üç tork varsayarak ve aktüatör doygunluğunu dikkate alarak doğrusal bir sisteme dönüştürmüştür. Nominal performans, belirsizliklere karşı gürbüzlük, panel titreşimini sönümleme, ölçüm gürültüsüne duyarlılık ve büyük manevralar sırasında doğrusal olmama dahil olmak üzere performans karşılaştırmaları yapılmıştır. Doğrusal olmayan bir uydu modelindeki benzetim çalışmaları, kontrolcülerin yönelim yörüngelerini doğru bir şekilde izleme ve panel titreşimlerini etkili bir şekilde sönümleme yeteneğini doğrulamış, Daha da önemlisi, kontrolcüler bozulmalara ve ölçüm hatalarına karşı minimum hassasiyet göstermiştir [16].

Makale, üç eksenli esnek bir uydunun aktif optimal yönelim kontrolünü araştırmıştır. Model, ikinci dereceden terimler de dahil olmak üzere doğrusal olmayan uydu dinamiklerini dikkate almış ve güneş panellerinin titreşimini hesaba katmıştır. Doğrusal olmayan sistemin karmaşıklığını yönetmek için araştırmacılar, sistemi bir dizi doğrusal ve zamanla değişen sisteme bölerek özyinelemeli bir yaklaşım yöntemi kullanmışlardır. Daha sonra, belirli bir optimizasyon kriterini en aza indirmek için her bir yaklaşık sistem için zamanla değişen doğrusal ikinci dereceden düzenleyiciler (DKR) tasarlanmıştır. Benzetim çalışmaları, tasarlanan zamanla değişen DKR kontrolcülerinin, doğrusal olmayan esnek uydu için hem yönelim manevrası hem de titreşim sönümleme kontrolünde etkili bir şekilde tatmin edici sonuçlar elde edildiğini göstermiştir [17].

Makalede, iki doğrusal olmayan kontrolcü kullanarak 3 boyutlu doğrusal olmayan esnek uydu yönelim kontrolü ele alınmıştır; dinamik inversiyon ve  $\mu$ -sentez ile bir kombinasyon yöntemi kullanılmıştır. Esnek yapılı bir uyduda dinamik inversiyon uygulamasındaki zorluklar, değiştirilmiş bir çıktı yeniden tanımlama yaklaşımıyla aşılmıştır. Rijit gövde üzerinde üç yönde üç tork varsayıldığından, kayma modu gözlemcileri, tüm değişkenlerin ölçülmesindeki pratik olmama nedeniyle durumları tahmin etmişlerdir. Kontrolcü tasarımı, aktüatör doygunluğunu hesaba katmıştır. Kapsamlı benzetim çalışmaları, nominal performansı, belirsizliklere karşı gürbüzlüğü, titreşim sönümlemeyi, ölçüm gürültüsüne duyarlılığı ve büyük manevralarda doğrusal olmama durumunu değerlendirmiş ve sonuçlar,

kontrolcülerin bozulmalara ve ölçüm hatalarına karşı minimum hassasiyetle yönelimleri izleme ve panel titreşimlerini sönümleme konusundaki etkili yeteneğini doğrulamıştır [18]. Doğrusal olmayan esnek uzay araçları çalışmalarında DBRD yöntemi şu şekilde özetlenebilir:

Araştırmacılar bu makalede, doğrusal olmayan sistemlerde ulaşma aşamasını ortadan kaldırmak amacıyla iki yenilikçi kayar mod kontrolü tasarım yöntemi üzerine çalışılmıştır. Kayma yüzeyinin tasarımı, hem doğrusal zamanla değişmeyen hem de doğrusal zamanla değişen sistemler için en uygun kayma yüzeyi seçim yöntemlerine dayanmaktadır. Ulaşma aşamasını ele almak için, doğrusal zamanla değişmeyen / doğrusal zamanla değişen sistemi, tasarlanan optimum kayma hiper düzlemine doğru katlanarak hareket eden önceden tanımlanmış doğrusal bir düz yüzeyle sınırlandırılmıştır. Bu metodoloji iki yaklaşım kullanılarak doğrusal olmayan sistemlere genişletilmiş ve Durum Bağımlı Riccati Denklemi ve Riccati denklemlerinin matematiksel çözümü yöntemleri kullanılmıştır. Makale, ulaşma aşamasını ortadan kaldırmak ve doğrusal olmayan sistemler için en uygun kayma yüzeyini tasarlamak için sistematik prosedürleri özetlemektedir. Önerilen yöntemler, durum kontrolü ve titreşim modu sönümleme için esnek güneş panellerine sahip bir uydu modeline uygulanmış benzetim çalışmaları, belirsizlikle başa çıkma, titreşim sönümleme ve enerji maliyetlerini en aza indirmedeki performanslarını vurgulayan bir karşılaştırma da dahil olmak üzere önerilen yöntemlerin uygulanmasını ve etkinliğini göstermiştir [19].

Bu araştırma, bir anten ve bir panel ile donatılmış iki esnek eleman içeren bir uydunun ana gövdesini stabilize etme yöntemlerini araştırmıştır. Araştırmadaki zorluk, yörüngesel ve açısal manevralar sırasında bu esnek elemanlardaki titreşimler olmuş ve bu titreşimler uydunun yönelim doğruluğunu etkilemiştir. Çalışma, bu esnek elemanlardaki titreşimlerin sönümlenmesini ele almış, Lyapunov kontrolü ve DKR dahil olmak üzere çeşitli klasik kontrol yöntemleri üzerinde durulmuştur. Ek olarak, durum vektörüne bağlı parametrelerle Riccati denklemi kullanılarak Durum Bağımlı Riccati Denklemi kontrolü de incelenmiştir. Makale ayrıca, uydunun esnek elemanlara sahip küçültülmüş bir modeline dayanan kontrol algoritmaları da tanımlamış ve yalnızca gövdesine monte edilmiş cihazlar tarafından kontrol edildiği varsayılmış, kullanılan kontrol yöntemlerinden DBRD yönteminin daha etkin olduğu sonucuna varılmıştır [20].

Bu makale, özellikle dönen bir hedefi izlemek için, uydu konum kontrolü için özel bir parametrelili doğrusal olmayan optimal olmayan kontrol tekniği önermiştir. Yöntem, bir DBRD cebirsel bir ifadeyle parametreleştirmek için bir kuvvet serisi açılımını kullanmış ve cebirsel Riccati ve Lyapunov denklemlerinin çevrimiçi çözümlerine olan ihtiyacı ortadan kaldırmıştır. Bu yöntem standart DBRD ve  $\theta$ -D kontrol yöntemlerine kıyasla daha hızlı hesaplama sağlamış; teknik, bilinmeyenlere karşı gürbüzlüğü artırmak için uyarlanabilir bir forma genişletilmiştir. Dönen bir hedefi izleyen uydu da dahil olmak üzere sayısal sonuçlar, mevcut yöntemlere kıyasla üstün hesaplama verimliliği ve izleme performansı doğruluğu göstermiş; uyarlanabilir form, bilinmeyen parametrelerin telafi edilmesinde etkili olduğunu kanıtlamıştır [21].

Piezoelektrik sistemlerin kullanıldığı bazı çalışmalar ise şu şekilde özetlenebilir:

Bu makale, esnek bir uzay aracının yönelimi sırasında titreşimi azaltmak için değişken yapı kontrolü (VSC) teorisi kullanılmış ve aktif titreşim kontrolü için sensör ve aktüatör olarak kurşun zirkonat titanat piezoelektrik yamalar kullanılmıştır. Uydu, bir esnek yapılu güneş paneli ve rijit yapılu bir gövdeden oluşmaktadır; tek eksenli bir dönüş yapabilmektedir. Önerilen kontrol sistemi, değişken yapı kontrol tekniği ile tasarlanmış rijit gövde üzerinde etkili olan yönelim kontrolörünü ve esnek panelin aktif titreşim bastırılması için tasarlanmış pozitif pozisyon geri bildirim (PPF) kontrol tekniği ile tasarlanmış yüzey bağlı piezoelektrik yamaları içermektedir. Kontrol için darbe genişliği darbe frekansı (PWPF) modülasyonu uygulanmıştır, bu da iticilerin neredeyse doğrusal bir şekilde çalışmasını sağlar ve aynı zamanda hızlı manevra tarafından uyarılan oldukça büyük salınımları bastırabilir. Ancak, geçiş eylemleri nedeniyle bazı artık mikro-titreşimler mevcuttur. Bu durumda, piezoelektrik yamalar sayesinde aktif titreşim kontrol tekniği devreye alınmış ve artık mikro-titreşimlerin bastırılmasını ve sistem performansı için ince ayarlama yapılmasını sağlamıştır. Bu iki kontrol stratejisinin avantajlarını birleştirerek, hem makro hem de mikro anlamda titreşim kontrolü için geliştirilmiş bir performans elde edilmiştir. Bu yaklaşımın teorik ve pratik yararlarını göstermek için hem analitik hem de sayısal sonuçlar sunulmuştur[22].

Piezoelektrik sistemlerin kullanıldığı bu tez çalışmasında, yönelim takibi yapan esnek yapılu uzay aracında titreşim baskılaması için çalışılma yapılmıştır. Kontrol algoritması için yönelim dörtlüğü kullanılmıştır. Doğrusal olmayan takip kontrolcüsü gidilecek yönelim dörtlüğü ve türevini kullanmaktadır. Geribildirim kontrolcüsü yeni yönelim formülasyonu kullanılarak tasarlanmıştır. Uzay aracı üzerindeki titreşimleri ortadan kaldırmak için

sistemde piezoelektrik algılayıcılar ve eyleyiciler bulunmaktadır. Algoritmanın yönelim takibinde ve titreşim önlemesindeki başarısı benzetim sonuçları ile gösterilmiştir [23].

Araştırmanın amacı şu şekilde açıklanabilir:

Çoğu gerçek sistem doğrusal olmayan dinamiklere sahiptir. Bu tür sistemler için kontrolcü tasarımına genel yaklaşım, doğrusal olmayan dinamiklerin belirli noktalarda doğrusallaştırılması ve elde edilen doğrusal dinamikleri kullanarak bir kontrolcü tasarlamayı içerir. Bununla birlikte, bu yaklaşım genellikle gerçek sistem davranışından sapmalara ve çalışma aralığının daralmasına yol açar. Doğrusal olmayan kontrolcü tasarımı üzerinde çalışan araştırmacıların temel hedeflerinden biri, gerçek sistem davranışından sapmayı önlemek ve çalışma aralığındaki sınırlamayı önlemektir. Tez çalışması sırasında yapılan literatür taramasında, esnek uydularda titreşim kontrolüne yönelik kontrolcü tasarımı çalışmalarında ortak yaklaşımın doğrusal kontrol tasarımı olduğu görülmüştür. Bu çalışmanın amacı, az sayıda sistem üzerinde test edilen DBRD yönteminin esnek bir uydunun titreşim kontrolü üzerindeki etkisini araştırmaktır. Bu çalışmada amaç, DBRD yönteminin benzetim çalışmaları yoluyla uygulanabilirliğini ortaya koymaktır [24].

Esnek uydularda titreşim kontrolü ile ilgili önceki birçok çalışmada ağırlıklı olarak doğrusal kontrolcüler kullanılmıştır ve tez çalışması sırasında karşılaşılan bazı zorluklar arasında doğrusal olmayan uydu dinamik denklemlerinin açık formülasyonunun olmaması ve DBRD'nin sınırlı uygulaması yer almaktadır.

Bu tez altı farklı bölüme ayrılmıştır:

Birinci bölüm olan giriş bölümünde literatür taraması, tezin amacı ve araştırma hedefleri belirtilmiştir. İkinci bölüm, esnek güneş panellerine sahip uyduların dinamik modeli hakkında bilgi içermektedir. Üçüncü bölümde ise Durum Bağımlı Riccati Denklemi (DBRD) yöntemi hakkında bilgi verilmiştir. Dördüncü bölümde, dinamik modeli seçilen esnek güneş panelli uydunun kontrolcü tasarımı anlatılmıştır. Beşinci bölümde, kontrolcünün tasarlandığı sistemin benzetim çalışmaları verilmiş ve daha önceki çalışmalarla karşılaştırılmıştır. Altıncı bölüm olan son bölümde ise sonuçlar incelenmiş ve gelecekte yapılacak çalışmalar hakkında bilgi verilmiştir.



## 2. ESNEK YAPILI BİR UYDUNUN DİNAMİK MODELİ

Esnek yapılu bir uydunun matematiksel modeli bu bölümde açıklanmıştır. Lagrange formülasyonu, Euler-Bernoulli kiriş tipi esnek güneş paneline sahip bir uydunun genel 1 boyutlu yönelim-eğilme hareketini yöneten dinamik modeli türetmek için kullanılmıştır [25].

Bu tezde incelenen sistem, rijit bir uydu gövdesi ve ona bağlı iki esnek yapılu güneş panelinden oluşmaktadır. Uydu gövdesi olan ana yapı rijit olarak kabul edilmiş, böylece sabit bir atalet değeri alınmıştır. Güneş panellerindeki titreşimlerin kütle merkezi üzerinde minimum etkiye sahip olduğu varsayılmıştır, bu da güneş panellerinin kütlelerinin rijit olarak kabul edilen uydu gövdesine kıyasla önemli ölçüde daha küçük olduğunu gösterir. Ek olarak, güneş panellerinin ince, uzun ve tek tip malzeme özelliklerinden oluştuğu varsayılmıştır [25].

Uydu, rijit gövde üzerinde tork üreten bir cihaz tarafından kontrol edilmektedir. Uydu manevraları sırasında, rijit gövdeye bağlanan esnek yapılu güneş panelleri yapısal deformasyonlara yani titreşime maruz kalmaktadır. Buradaki sorun ise uydunun ana gövdesinin yönünü kontrol etmek ve elastik deformasyonları (titreşimleri) sönmölemek şeklindedir [14].

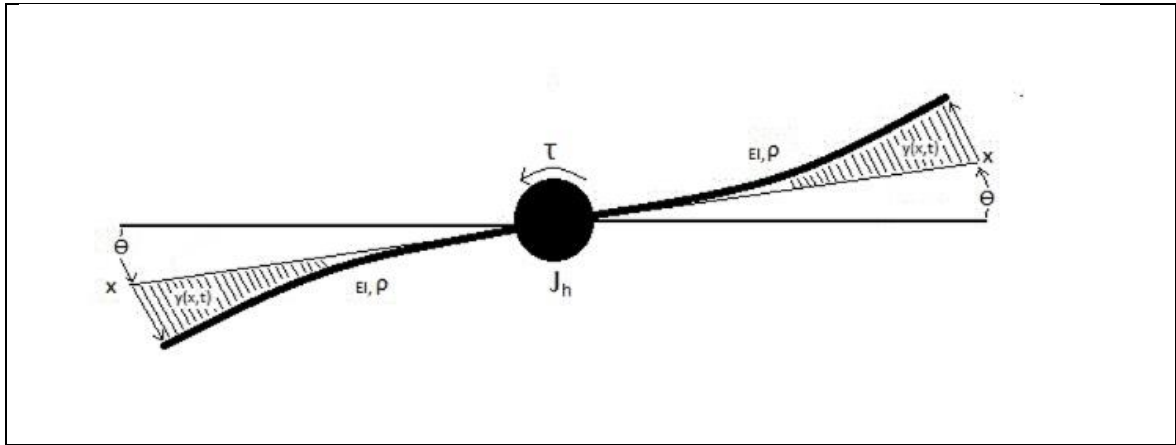
Uydu sahip olduğu yörünge üzerinde açısız olarak hareket eder ve bu hareketi esnasında rijit uydu gövdesi önemli miktarda hareket sağlarken, güneş panellerinde sınırlı miktarda elastik hareket yani titreşim meydana gelir. Bu tür dinamik sistemlerde elastik deformasyonun, tüm sistemin genel boyutuna kıyasla küçük olduğu varsayılmaktadır. Hareketin rijit cisim kısmı küçük olduğunda, doğrusal teori ve süperpozisyon ilkesi tüm harekete uygulanabilir. Rijit cismin küçük dönüşleri tipik olarak 20 derece veya daha az açıları ifade eder. Bununla birlikte, daha büyük açılı hareketler için, rijit ve elastik hareketlerin doğrusal üst üste binmesinin doğruluğu azalır ve aralarındaki etkileşim etkileri önemli hale gelir. Sistemin elastikliği düşük olduğunda, elastik hareketi, gözlemlenen hareketin küçük olduğu bir dizi referans ekseninden gözlemlenmek yararlıdır. Bu gibi durumlarda, doğrusal titreşim teorisi uygulanabilir. Bununla birlikte, elastik deformasyon rijit gövde boyutlarına kıyasla önemli hale geldiğinde, doğrusal ötesi alternatif teorilerin dikkate alınması gerekir [26]. Elastik

deformasyona uğrayan bir cisim için hareket denklemleri çeşitli yöntemlerle elde edilebilir. Bu yöntemlerden biri, kuvvet ve moment dengelerine dayanan Newton yöntemidir. Bu yöntemde problemin çözümü, problemin geometrisi ve gerilmeleri ile başlar. Diğer bir yöntem ise analitiktir ve gerinim enerjisine dayanır [26].

Yörüngede hareket uydu, uzay ortamında çevresel torklara maruz kalmaktadır. Uzay ortamında bir uyduyu etkileyen başlıca dört tür çevresel tork vardır; yerçekimi gradyan torku, manyetik tork, güneş radyasyonu torku ve aerodinamik tork.

Bu tezde kontrolcü tasarımı yapılırken, bu çevresel bozucu torkların etkileri göz ardı edilmiştir. Bunun nedeni, bu torkların küçük değerlere ( $10^{-6}$  ile  $10^{-3}$  Nm arasında değişen) sahip olması ve yönelim manevraları sırasında uygulanan kontrol torklarının aksine uzun zaman ölçeklerinde (yörünge periyodu sırasına göre, 90 dakikayı aşan sürede) uyduya etki etmesidir. Kontrol torkları tipik olarak 1 Nm ile 50 Nm arasında değişir ve süreleri 10 dakikadan kısadır [25].

Bu tezde incelenen uydu modeli, Şekil 2.1'de görüldüğü gibi iki esnek güneş paneline sahip rijit bir gövdeden oluşmaktadır.



Şekil 2.1. İki esnek güneş paneline sahip rijit uydu gövdesi

Şekildeki uydu modeli için;

$\rho$  : Doğrusal yoğunluk (kg/m)

$l$  : Güneş panelinin uzunluğu (m)

$EI$  : Eğilme rijitliği / Eğilme direnci (N/m<sup>2</sup>)

$x$  : Güneş panelinin başlangıcından itibaren deforme olmamış eksen boyunca ölçülen değişken mesafe (m)

$r$  : Rijit uydu gövdesinin yarıçapı (m)

$y$  : Güneş panelinin eksen boyunca esnek sapması (m)

$\theta$  : Rijit uydu gövdesinin dönüş açısı (derece)

Bu tezdeki kabuller şu şekilde sıralanabilir:

1. Bu tezde bir boyut incelenmiştir.
2. Güneş paneli eğilmesi Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre ele alınmıştır.
3. Eksenel ve burulma deformasyonları ihmal edilmiştir.
4. Sıcaklık etkileri göz ardı edilmiştir.
5. Panelin düzgün bir kesite sahip olduğu kabul edilmiştir (EI,  $\rho$  kiriş boyunca sabittir).
6. Çevresel torkların göz ardı edildiği varsayılmıştır.

Aşağıdaki çizelgede kiriş modellerinin karşılaştırması gösterilmiştir. Bu tezde Euler-Bernoulli kiriş modeli kullanılmıştır.

Çizelge.2.1. Kiriş modellerinin karşılaştırma çizelgesi [26]

| Model           | Döngüsel Eylemsizlik | Eğilme Uzaması | Kayma Uzaması | İz düşümün Kısılması |
|-----------------|----------------------|----------------|---------------|----------------------|
| Euler-Bernoulli | Yok                  | Var            | Yok           | Var/Yok              |
| Rayleigh        | Var                  | Var            | Yok           | Var/Yok              |
| Timoshenko      | Var                  | Var            | Var           | Yok                  |
| Shear           | Yok                  | Yok            | Var           | Yok                  |

Titreşime maruz kalan sistemlerin çözümü için ise literatürde farklı yöntemler kullanılmaktadır. Bu tezde varsayılan modlar yönteminin (Assumed Modes Method) kullanımı uygundur ve bu yöntem doğrusal olmayan sistemlere uygulanabilmektedir. Varsayılan modlar yöntemi, bir seri çözüm aracılığıyla ayrıklaştırmanın anlaşılmasını geliştirmektedir. Yöntem, korunumlu sürekli bir sistemle ilişkili sınır değer probleminin bir çözümünü varsayar. Yöntem, hareket denklemlerinin yaklaşık bir formülasyonunu elde etmek için çözümü Lagrange denklemleriyle birlikte kullanmaktadır. Sürekli bir sistemin kinetik ve potansiyel enerjisi,  $y(x,t)$ 'nin  $x$  ve  $t$ 'ye göre kısmi türevlerine bağlı integral ifadelerle sahiptir, bu ifadeyi yazabilmek için esnek yapılı güneş panelinin  $x$  pozisyonundaki elastik deformasyonunun genişletilmesi gerekmektedir [27]. Titreşime maruz kalan esnek yapılı bir güneş paneli için denklemler şu şekilde yazılmaktadır:

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x)^T q_i(t) \quad (2.1)$$

$y(x, t)$  - Güneş panelinin eksen boyunca esnek sapması

$n$  : Varsayılan modların sayısı

$\varphi_i(x)$  : Şekil fonksiyonu

$q_i(t)$  : Genelleştirilmiş koordinatlar

Eş.2.1'deki kavramları açıklamak gerekirse;  $i$ , indisin 1'den  $n$ 'ye kadar sıralanmasını sağlar ve  $n$ , panellerin  $x$  eksenini boyunca ayrıklaştırılmış mod sayısını ifade etmektedir.  $q$ , genelleştirilmiş koordinat olarak ifade edilir ve boyutsuz genelleştirilmiş yer değiştirme koordinatı (zamansal) olarak ifade edilir, her bir mod için değerleri farklıdır.  $\varphi$ , mod şekil fonksiyonu olarak ifade edilir ve yazılan fonksiyonun şu şartları sağlaması beklenir: Geometrik sınır koşullarını (uzaysal) karşılamalı ve sistemin yarısı kadar türevlenebilir olmalıdır. Mod şekil fonksiyonları çizilirken her bir moda göre farklı şekiller elde edilir [25].

Çoğu durumda, temel geometrik şekillerin çözümünde bile özdeğer problemine doğrudan bir çözüm bulmak zordur. Doğrudan çözümün mümkün olmadığı durumlarda özdeğerleri bulmak için yaklaşık yöntemler kullanılır. Bu yöntemler, sürekli bir sistemin eşdeğer ayrık bir sisteme dönüştürülmesini içerir. İki ana tür ayrıklaştırma yöntemi vardır; bunlardan ilki çözümü, zamana bağlı genelleştirilmiş koordinatlarla çarpılan sonlu bir uzaya bağımlı fonksiyonlar dizisi olarak temsil eder ve diğeri ise kütleleri sürekli olan sistemdeki belirli noktalarda toplar. Birinci yöntemde, uzaya bağımlı fonksiyonlar diferansiyel denklemi tam olarak karşılamayabilir ancak formülasyon tipine bağlı olarak sınır koşullarının bir kısmını veya tamamını karşılamalıdır. Sistemin tekdüzeliği belirgin olduğunda toplu yöntemler tavsiye edilir [25].

Özdeğer probleminin ifade edilişi, sistemin ayrıklaştırılmasının türüne bağlıdır.

Yaygın olarak kullanılan ayrıklaştırma prosedürleri şunlardır:

Bu prosedürlerin birincisi Rayleigh-Ritz gibi varyasyonel ilkelere dayanan yöntemlerdir. Bu yöntemler modları ve sonlu elemanlar yöntemlerini varsaymaktadır. İkinci prosedür ise Galerkin ve kolokasyon yöntemleri gibi ağırlıklı artıklara dayalı olan yöntemlerdir [25].

Özdeğer problemi diferansiyel formdadır, bu da çözümün sonsuz mertebede olduğunu ifade eder. Özdeğer probleminin ayrıklaştırılmasıyla, diferansiyel özdeğer problemi sonlu

mertebeden cebirsel bir probleme dönüştürülür. Cebirsel özdeğer problemlerini çözmek genellikle diferansiyel özdeğer problemlerinden daha kolaydır, çünkü bunlar matris cebirinin kullanımına izin verir ve bu da cebirsel bir özdeğer problemine yol açar. Sistem özellikleri, sistemin mertebesinin yarısı kadar türevi alınabilen ve yalnızca problemin geometrik sınır koşullarını karşılayan deneme fonksiyonlarıyla dikkate alınır. Bu tür işlevleri kabul edilebilir işlevler olarak adlandırıyoruz. Deneme fonksiyonunun bunlardaki çeşitli parametrelere duyarlılığı da önemlidir. Örneğin, hiperbolik sinüsler veya kosinüslerle uğraşmak çoğu zaman sorun yaratır çünkü bu işlevler argümanlarına karşı çok hassastır. Deneme fonksiyonları özfonksiyonlara benzeyen fonksiyonlar olarak seçilirse yakınsama çok daha hızlı olur. Uygun deneme fonksiyonlarının bir başka seti basit sinüzoidallerdir ve eğer giriş düzgünse gerçek özfonksiyonlar haline gelirler. Sinüzoidallerle uğraşmak, hiperbolik sinüsler, kosinüsler veya polinomlarla uğraşmaktan daha kolaydır. Ayrıca, daha iyi yakınsama özelliklerine ve çok az tekillik problemine sahiptirler [26, 27].

$\varphi_i(x)$  ve  $q_i(t)$  vektörleri şu şekilde yazılabilir:

$$\varphi_i(x) = [\varphi_1(x) \ \varphi_2(x) \ \dots \ \varphi_n(x)]^T \quad (2.2)$$

$$q_i(t) = [q_1(t) \ q_2(t) \ \dots \ q_n(t)]^T \quad (2.3)$$

$n$ , mod sayısına bağlı olarak  $\varphi(x)$ , mod şekil vektörü ve  $q(t)$ , genelleştirilmiş koordinat vektörü ( $n \times 1$ ) boyutlu hale gelmektedir. Eş.2.2 ve Eş.2.3'te sırasıyla mod şekil vektörü ve genelleştirilmiş koordinat vektörünün ( $1 \times n$ ) boyuttaki transpozu yazılmış hali bulunmaktadır.

Aşağıdaki mod şekil fonksiyonu sabit-serbest uçlu Euler-Bernoulli tipi kirişler için kullanılmaktadır [25, 28].

$$\varphi_i(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \left\{ \left[ \cosh \left( \lambda_i \frac{x}{L} \right) - \cos \left( \lambda_i \frac{x}{L} \right) \right] - \sigma_i \left[ \sinh \left( \lambda_i \frac{x}{L} \right) - \sin \left( \lambda_i \frac{x}{L} \right) \right] \right\} \quad (2.4)$$

( $i=1,2,3 \dots n$ )

$$\sigma_i = \frac{\sinh(\lambda_i) - \sin(\lambda_i)}{\cosh(\lambda_i) - \cos(\lambda_i)} \quad (2.5)$$

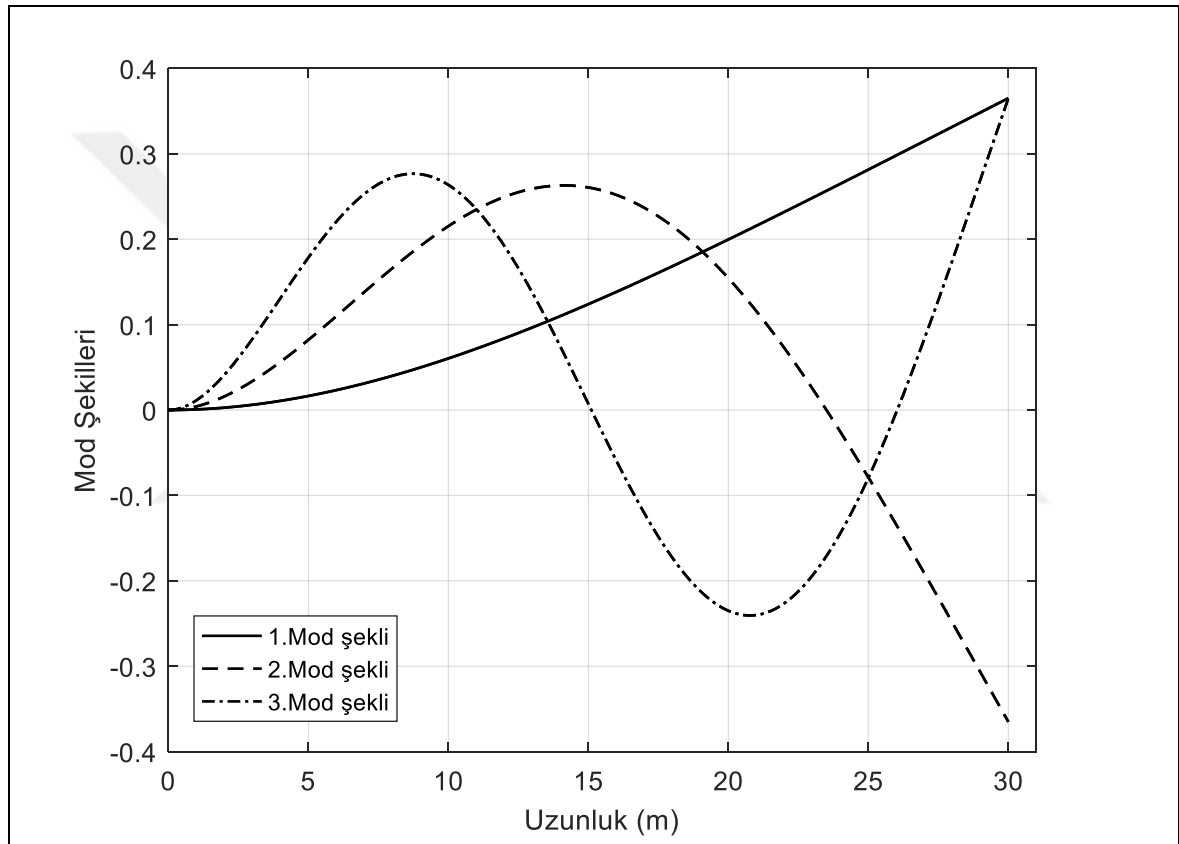
$$1 + \cosh(\lambda_i) \cos(\lambda_i) = 0 \quad (2.6)$$

Eşitlik 2.6'yı sağlayan ilk üç özdeğer şu şekildedir:

$$\lambda_1 = 1.875$$

$$\lambda_2 = 4.694$$

$$\lambda_3 = 7.855$$



Şekil 2.2. Esnek güneş panelinin ilk üç mod şekli

Mod şekillerinin esnek güneş paneli uzunluğuna göre grafiği yukarıda verilmiştir. [27, 29] referansında da anlatıldığı ve gösterildiği gibi  $n$ . mod şeklinin  $x=0$  eksenini  $(n-1)$  sayıda kesmesi beklenmektedir ve yukarıdaki grafikte bu şartın sağlandığı görülmektedir.

### Sınır koşulları

Sınır koşullarının belirlenmesi, sınır ifadelerine dayalı olarak sınırlardaki geometrinin analiz edilmesini içerir. Her sınır ifadesi iki terim içerir; biri deformasyonun (veya eğimin) değişimini temsil ederken diğeri bir iç kuvveti (veya momenti) temsil eder. Geometriyi inceleyerek hangi terimin sıfır olduğunu tespit etmek ve böylece sınır koşulunu belirlemek mümkündür. Bu prosedür esasen yapı mekaniğinden gelen temel bir prensibi uygular. Bir ipin enine titreşimi, ince bir çubuğun aksel titreşimi ve dairesel bir shaftın burulma titreşimi gibi çeşitli titreşim türlerinin tümü aynı sınır değer problemine yol açar. Bu problem, hem uzayda hem de zamanda ikinci dereceden bir kısmi diferansiyel denklemi ve her iki uçta bir tane olmak üzere iki sınır koşulunu içerir. Ancak sistem parametreleri her durumda farklılık gösterir. Bunun aksine, eğilme halindeki bir çubuk için sınır değeri problemi, her iki uçta iki sınır koşulu gerektiren, uzaydaki dördüncü dereceden bir diferansiyel denklem ile tanımlanır [26, 27].

Bir ucu sabit diğeri ucu serbest Euler-Bernoulli tipi bir kiriş için sınır koşulları aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

Sabit uç için  $x = 0$ 'da aşağıdaki iki sınır koşulu sağlanmalıdır:

$$y(0) = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{dy(x)}{dx} = 0 \quad (2.8)$$

Serbest uç için  $x = L$ 'de aşağıdaki iki sınır koşulu sağlanmalıdır:

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{d^3y(x)}{dx^3} = 0 \quad (2.10)$$

### Ortogonalite

Mod şekil denklemlerinin (özfonksiyonlar) çok kullanışlı ve ilginç bir özelliği de birbirlerine dik olmalarıdır. Bu diklik, kütle ve sertlik operatörlerinin kendine eşlenik doğasından kaynaklanır. Kiriş problemleri için,  $\varphi_r(x)$  ve  $\varphi_s(x)$  iki ayrı özfonksiyondur ve  $r \neq s$  olduğunda diklik ilişkileri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\int_0^L \rho(x) \varphi_r(x) \varphi_s(x) dx = 0 \quad (2.11)$$

Matematiksel işlemler yapılırken özfonksiyonların normalleştirilmesi uygundur. Yaygın olarak kullanılan bir normalleştirme şeması kütle dağılımına göredir,  $r = s = 1, 2, \dots$  olduğunda modlar şu şekilde normalleştirilebilir [26, 27]:

$$\int_0^L \rho(x) \varphi_r(x) \varphi_s(x) dx = \delta_{rs} \quad (2.12)$$

### Momentum yönetim sistemleri

Momentum yönetim sistemleri, uyduların yörüngelerini kontrol etmek için tepki tekerlekleri veya moment kontrol jiroskopları gibi cihazlar kullanılarak uydularda kullanılır. Bu cihazlar, belirli komutlar aracılığıyla uydu ile açısız momentum alışverişi yaparak doygunluğa ulaşana kadar yörünge kontrolüne olanak tanır. Doyuma ulaştığında, depolanan açısız momentumu boşaltmak için iticiler veya manyetotorklar gibi harici aktüatörler kullanılır. Bazı durumlarda Lagrange yöntemi kullanılarak rotorun kinetik enerjisi uydunun kinetik enerjisine eklenir ve Lagrange denklemleri oluşturulur. Ancak Lagrange mekaniği, uydu gövdesi ile rotor arasındaki arayüz torkları ve kuvvetleri için değerleri açıkça sağlamaz.

Bu kuvvetlerin anlaşılması, sistem parçalarının boyutlandırılması ve uydu üzerindeki yüksek frekanslı titreşim etkilerinin değerlendirilmesi açısından ise çok önemlidir [3].

## 2.1. Esnek Yapılı Uyduların Kinetik Enerjisi

Sistemin kinetik enerjisi, dairesel bir yörüngede hareket eden rijit uydu gövdesi ve uydu gövdesine bağlı esnek yapıları iki güneş panelinin kinetik enerjisinden oluşur. Sistemin kinetik enerjisi yazılırken gövdenin ve panellerin toplam kinetik enerjisi olarak yazılır. Sistemin toplam kinetik enerjisi aşağıdaki denklemlerle belirtilmiştir [25].

$T_c$  : Rijit uydu gövdesinin dönmesinden kaynaklı kinetik enerji

$T_{FPA}$  : Güneş panellerinin dönmesinden ve titreşiminden kaynaklı kinetik enerji

$T_o$  : Sistemin kütle merkezinin yörüngedeki hareketinden kaynaklı kinetik enerji

$T_w$  : Tepki tekerinden kaynaklı kinetik enerji

$$T_{\text{toplam}} = T_c + T_{FA} + T_o + T_w \quad (2.13)$$

$$T_{FA} = T_{(\text{yörünge}+\text{titreşim})} \quad (2.14)$$

$T_o$  ve  $T_w$  göz ardı edilmektedir, böylece  $T_{\text{toplam}}$  şu şekilde yazılabilir.

$$T_{\text{toplam}} = T_c + T_{(\text{yörünge}+\text{titreşim})} \quad (2.15)$$

$$T_{\text{toplam}} = T_c + T_{FA} \quad (2.16)$$

Rijit uydu gövdesinin dönmeden kaynaklı kinetik enerjisi şöyle ifade edilir [6, 14].

$$T_c = \frac{1}{2} J_h \dot{\theta}^2 \quad (2.17)$$

$J_h$ : Gövde atalet momenti

$$T_{\text{toplam}} = \frac{1}{2} J_h \dot{\theta}^2 + 2 \left( \frac{1}{2} \int_0^1 \rho \{ (r+x)^2 \dot{\theta} + \dot{y} \}^2 + y^2 \dot{\theta}^2 \} dx \right) \quad (2.18)$$

$$T_{\text{toplam}} = \frac{1}{2} J_h \dot{\theta}^2 + \int_0^1 \rho \{ (r+x)^2 \dot{\theta}^2 + 2(r+x) \dot{\theta} \dot{y} + \dot{y}^2 + y^2 \dot{\theta}^2 \} dx \quad (2.19)$$

$T_{\text{toplam}} = T$  olarak ifade edilebilir ve  $T$  için Eş.2.20 yazılabilir.

$$T = \frac{1}{2} J_h \dot{\theta}^2 + \int \rho \{ (r+x)^2 \dot{\theta}^2 + 2(r+x) \dot{\theta} \dot{y} + \dot{y}^2 + y^2 \dot{\theta}^2 \} dx \quad (2.20)$$

## 2.2. Esnek Yapılı Uyduların Potansiyel Enerjisi

Toplam potansiyel enerji, yörünge, yönelim ve esnek potansiyel enerjilerin toplanmasıyla yazılır.

$$V_{\text{toplam}} = V_{\text{yörünge}} + V_{\text{yönelim}} + V_{\text{esnek}} \quad (2.21)$$

$$V = \left( \sum_{j=1}^N \int_0^l E_j I_j (y'')^2 dx \right) \quad (2.22)$$

N : Esnek yapılı panel sayısı

EI : Eğilme rijitliği

$$EI = \sum_{j=1}^n \frac{E_j h_j^3}{12(1-\gamma_j^2)} \quad (2.23)$$

$E_j$ : j indisli panelin elastiklik modülü

$h_j$ : j indisli panelin kalınlığı

$\gamma_j$ : j indisli panelin Poisson oranı

Sonuç olarak potansiyel enerjinin deformasyona karşı direnci temsil eden gerinim enerjisi olduğu göz önüne alındığında  $V_{\text{yörünge}}$  ve  $V_{\text{yönelim}}$  göz ardı edilir. Böylece iki adet esnek yapılı güneş panelinin potansiyel enerjisi şöyle yazılabilir [6, 25, 26].

$$V = \left( \sum_{j=1}^2 \frac{E_j h_j^3}{12(1-\gamma_j^2)} \int q^T(t) \varphi''(x) \varphi''^T(x) q(t) dx \right) \quad (2.24)$$

### 2.3. Lagrange Denklemi

Bir sistemin hareket denklemleri çeşitli yöntemlerle elde edilebilir. Yaklaşımlardan biri, kuvvet ve moment dengelerine dayanan, problemin geometrisini ve stresleri başlangıç parametreleri olarak kullanan Newton yöntemidir. Newton yasaları tek bir parçacık için formüle edilmiştir ve katı cisim sistemlerinin yanı sıra parçacık sistemlerine ve katı cisim sistemlerine de genişletilebilir. Newton mekaniğinde hareket denklemleri, her ikisi de uygun şekilde vektörlerle temsil edilen fiziksel koordinatlar ve kuvvetler cinsinden ifade edilir. Bu nedenle Newton mekaniğine sıklıkla vektör mekaniği adı verilir. Newton mekaniğinin en büyük dezavantajı sistemdeki kütlelerin her biri için serbest cisim diyagramının çizilmesi gerekmesi, dolayısıyla tepki kuvvetleri ve etkileşim kuvvetlerinin de gösterilmesi zorunluluğudur, ikinci dezavantaj ise her bir cismin birlikte hareket etmesine izin veren kinematik kısıtlamalardan kaynaklanmaktadır. Bu tepki ve sınırlama kuvvetleri bilinmeyenler olarak denklemlere dahil edilir, bu da her bilinmeyen kuvvet için ek bir denklem gerektirir ve bu nedenle fazla hareket denklemi ile çalışmak gerekir.

Analitik mekanikte, Newton mekaniğinden farklı olarak sistem, tek tek bileşenler olarak değil, bir bütün olarak ele alınır. Böylece tepki ve sınırlama kuvvetlerine ihtiyaç duyulmaz. Analitik mekanikte hareket denklemleri genelleştirilmiş koordinatlar ve genelleştirilmiş kuvvetler cinsinden formüle edilir ve bu da daha geniş ve daha soyut bir yaklaşımla sonuçlanır. Bu şekilde matematiksel formülasyon herhangi bir özel koordinat sisteminden bağımsız hale getirilir. Analitik mekaniğin gelişimi, sanal yer değiştirme kavramının tanıtılmasını gerektirdi ve bu da varyasyon hesabının geliştirilmesine yol açtı. Bu nedenle analitik mekanik çoğu zaman mekaniğe varyasyonel yaklaşım olarak anılır [3].

Esnek bir yapının dinamik denklemlerini yazmak için 2 yaklaşım vardır:

Bu yöntemler Ritz-Galerkin yöntemi ve Lagrange yöntemidir.

Analitik mekanikte farklı çözüm yöntemleri vardır. Bu tezde Lagrange yaklaşımı kullanılmış ve denklemler özellikle konum ve yörünge kontrolüne uygun bir biçimde oluşturulmuştur. Böylece Lagrange denklemi yardımıyla dinamik problemler, skaler fonksiyonlar olan kinetik enerji ve potansiyel enerji cinsinden formüle edilir. Uydu mekanik sisteminin

Lagrange denklemi, uydunun kinetik enerjisi T ile potansiyel enerjisi V arasındaki farktan oluşur [3].

Lagrange Denklemi'nin genel formu şöyledir:

$$L = T - V \quad (2.25)$$

Lagrange Denklemi rijit bir uydu gövdesi ve iki esnek güneş paneli için kinetik ve potansiyel enerjiler kullanılarak şu şekilde yazılır:

$$L = \frac{1}{2} J_h \dot{\theta}^2 + \int_0^l \rho \{ (r+x)^2 \dot{\theta}^2 + 2(r+x) \dot{\theta} \dot{y} + \dot{y}^2 + y^2 \dot{\theta}^2 \} dx - 2 \int_0^l EI (y'')^2 dx \quad (2.26)$$

Aşağıdaki denklemlerin elde edilmesi için Eş.2.1'deki güneş panelinin eksen boyunca esnek sapması ifadesi, sırasıyla Eş.2.2'de ve Eş.2.3'te ifade edilen mod şekil vektörü ve genelleştirilmiş koordinat vektörü çarpımı şeklinde yazılmıştır.

Aşağıdaki denklemlerde  $\phi(x)$  ve  $q(t)$  vektörleri, yazımı kolaylaştırmak için sırasıyla  $\phi$  ve  $q$  olarak yazılmıştır.

$$L = \frac{1}{2} J_h \dot{\theta}^2 + \int_0^l \rho \{ (r+x)^2 \dot{\theta}^2 + 2(r+x) \dot{\theta} \sum_{i=1}^n (\phi_i \dot{q}_i) + \sum_{i=1}^n (\phi_i \dot{q}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\phi_i q_i)^2 \dot{\theta}^2 \} dx - 2 \int_0^l EI \sum_{i=1}^n ((\phi_i q_i)'')^2 dx \quad (2.27)$$

$\phi$  ve  $q$  vektörlerinin çarpımında vektör boyutlarına dikkate etmek gerekmektedir. Bunun için aşağıdaki formülde gerekli yerlerde vektörlerin devrik (transpoz) halleri kullanılmıştır.

$$L = \frac{1}{2} J_h \dot{\theta}^2 + \int_0^l \rho (r+x)^2 \dot{\theta}^2 dx + \int_0^l 2\rho (r+x) \phi^T \dot{\theta} \dot{q} dx + \int_0^l \rho \dot{q}^T \phi \phi^T \dot{q} dx + \int_0^l \rho q^T \phi \phi^T q \dot{\theta}^2 dx - 2 \int_0^l EI q^T \phi'' \phi''^T q dx \quad (2.28)$$

Eş.2.28'deki denklem düzenlenerek yeniden şu şekilde yazılır:

$$L = \frac{1}{2}J_h\dot{\theta}^2 + \int_0^1 \rho(r+x)^2 dx \dot{\theta}^2 + \int_0^1 2\rho(r+x)\varphi^T dx \dot{\theta} \dot{q} + \int_0^1 \rho \dot{q}^T \varphi \varphi^T \dot{q} dx + \int_0^1 \rho q^T \varphi \varphi^T q dx \dot{\theta}^2 - 2 \int_0^1 EI q^T \varphi'' \varphi''^T q dx \quad (2.29)$$

Eş.2.29'daki denklemi ve sonraki adımlarda yapılacak işlemleri kolaylaştırmak için aşağıdaki J sayısal değeri,  $M_{\theta q}$  vektörü ve  $M_{qq}$  ve  $K_{qq}$  matris ifadeleri kullanılır. Seçilen mod sayısına göre  $M_{\theta q}$  vektörü ve  $M_{qq}$  ve  $K_{qq}$  matris boyutları değişmektedir.  $M_{\theta q}$ ,  $M_{qq}$  ve  $K_{qq}$  vektörünün ve matrislerinin boyutları seçilen mod sayısına (n) göre değişmektedir. J 1x1 boyutlu sayısal bir değerdir.  $M_{\theta q}$  vektörü 1xn,  $M_{\theta q}^T$  vektörü nx1,  $M_{qq}$  ve  $K_{qq}$  matrisleri ise nxn boyutundadır. Bu ifadelerin açılımları ise aşağıdaki şekilde yazılır:

$$J = \frac{1}{2}J_h + \int_0^1 \rho \{(r+x)^2\} dx \quad (2.30)$$

$$M_{\theta q} = 2 \int_0^1 \rho(r+x)\varphi^T dx \quad (2.31)$$

$$M_{qq} = \int_0^1 \rho \varphi \varphi^T dx \quad (2.32)$$

$$K_{qq} = 2 \int_0^1 EI \varphi'' \varphi''^T dx \quad (2.33)$$

Yukarıdaki işlemler sonucunda Lagrange denkleminin genel formu şu hale gelir.

$$L = J\dot{\theta}^2 + M_{\theta q}\dot{\theta}\dot{q} + \dot{q}^T M_{qq} \dot{q} + q^T M_{qq} q \dot{\theta}^2 - q^T K_{qq} q \quad (2.34)$$

Lagrange denkleminin geleneksel formu kullanılarak titreşim denklemleri aşağıdaki iki denklem kullanılarak elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \theta} \right) = \tau \quad (2.35)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q} \right) + \frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}'} \right) - \frac{\partial^2}{\partial q^2} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}''} \right) = 0 \quad (2.36)$$

Lagrange denklemleri için gerekli diferansiyel işlemleri için aşağıda takip eden işlemler yapılmaktadır. Eş.2.35 için matematiksel işlemler şu şekilde yapılmıştır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \theta} \right) = \tau \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = 2J\dot{\theta} + M_{\theta q}\dot{q} + 2q^T M_{qq}q\dot{\theta} \quad (2.38)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = \frac{d}{dt} (2J\dot{\theta} + M_{\theta q}\dot{q} + 2q^T M_{qq}q\dot{\theta}) \quad (2.39)$$

Diferansiyel işlemleri daha kolay yapabilmek ve takip etmek için aşağıdaki işlemlerde f parametresi kullanılmıştır:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = f \quad (2.40)$$

$$f = f(\theta, \dot{\theta}, q_i, \dot{q}_i) \quad (2.41)$$

$$f = 2J\dot{\theta} + M_{\theta q}\dot{q} + 2q^T M_{qq}q\dot{\theta} \quad (2.42)$$

f fonksiyonu için,  $\theta$  ve  $q$  bağımsız değişkenlerdir,  $\dot{\theta}$  ve  $\dot{q}$  bağımlı değişkenlerdir. Matematikte diferansiyel fikri, bir fonksiyonun belirli bir eğri veya yol boyunca nasıl davrandığını açıklamakla ilgilidir. Bu eğri boyunca hem bağımlı hem de bağımsız değişkenlerin nasıl değiştiği dikkate alınır. Temel olarak, bir fonksiyonun diferansiyeli incelenirken, belirli bir rotayı takip ederken hem sonucun (bağımlı değişken) hem de girdinin (bağımsız değişken) aynı anda nasıl değiştiği gözlemlenir. Bu, bir fonksiyonun girdileri değiştiğinde ne kadar hızlı değiştiğini ölçmeye ve anlamaya yardımcı olur. f parametresinin diferansiyeli aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}} \frac{d\dot{\theta}}{dt} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{dq_i}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \frac{d\dot{q}}{dt} \quad (2.43)$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial \theta} \dot{\theta} + \frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}} \ddot{\theta} + \frac{\partial f}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \ddot{q} \quad (2.44)$$

$$f = 2J\dot{\theta} + M_{\theta q}\dot{q} + 2q^T M_{qq}q\dot{\theta} \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = 0 \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} \dot{\theta} = 0 \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}} = 2J + 2q^T M_{qq}q \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{\theta}} \ddot{\theta} = 2J\ddot{\theta} + 2q^T M_{qq}q\ddot{\theta} \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} = 2q^T M_{qq}\dot{\theta} \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} \dot{q} = 2q^T M_{qq}q\dot{\theta} \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{q}} = M_{\theta q} \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \ddot{q} = M_{\theta q}\ddot{q} \quad (2.53)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = 2J\ddot{\theta} + 2q^T M_{qq}q\ddot{\theta} + 2q^T M_{qq}\dot{q}\dot{\theta} + M_{\theta q}\ddot{q} \quad (2.54)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (2.55)$$

Lagrange denkleminin geleneksel formu kullanılarak yazılan titreşim denklemlerinin ilki olan, Eş.2.35 aşağıdaki gibi yeniden yazılır.

$$2J\ddot{\theta} + 2q^T M_{qq}q\ddot{\theta} + 2q^T M_{qq}\dot{q}\dot{\theta} + M_{\theta q}\ddot{q} = \tau \quad (2.56)$$

Lagrange denkleminin geleneksel formu kullanılarak yazılan titreşim denklemlerinin ikincisi olan Eş.2.36 hatırlatma için tekrar yazılır ve matematiksel işlemler aşağıdaki sıra takip edilerek yapılır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q} \right) + \frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}'} \right) - \frac{\partial^2}{\partial q^2} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}''} \right) = 0 \quad (2.57)$$

Yazım kolaylığı açısından  $q$  olarak yazılan, genelleştirilmiş koordinatı ifade eden  $q(t)$ , zamana bağlı bir parametredir; dolayısıyla zamanla değişmektedir.  $q'$  ve  $q''$  ise aşağıda Eş.2.58 ve Eş.2.59'da gösterildiği gibi  $x$ 'e bağlı değişimi ifade etmektedir ve 0'a eşittir.

$$q' = \frac{\partial q}{\partial x} \quad (2.58)$$

$$q'' = \frac{\partial q^2}{\partial^2 x} \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}'} \right) = 0 \quad (2.60)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial q^2} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}''} \right) = 0 \quad (2.61)$$

Eş.2.57 aşağıdaki gibi tekrar yazılır.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q} \right) = 0 \quad (2.62)$$

Lagrange denkleminin genel formu hatırlatma için tekrar yazılır.

$$L = J\dot{\theta}^2 + M_{\theta q}\dot{\theta}\dot{q} + \dot{q}^T M_{qq}\dot{q} + q^T M_{qq}q\dot{\theta}^2 - q^T K_{qq}q \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = M_{\theta q}\dot{\theta} + \dot{q}^T M_{qq} \quad (2.63)$$

Diferansiyel işlemleri daha kolay yapabilmek ve takip etmek için aşağıdaki işlemlerde  $F$  parametresi kullanılmıştır.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = F \quad (2.64)$$

$$F = F(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) \quad (2.65)$$

$$F = M_{\theta q} \dot{\theta} + \dot{q}^T M_{qq} \quad (2.66)$$

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{d\theta}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\theta}} \frac{d\dot{\theta}}{dt} + \frac{\partial F}{\partial q} \frac{dq}{dt} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} \frac{d\dot{q}}{dt} \quad (2.67)$$

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial \theta} \dot{\theta} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\theta}} \ddot{\theta} + \frac{\partial F}{\partial q} \dot{q} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} \ddot{q} \quad (2.68)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0 \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} = 0 \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \theta} = M_{\theta q} \quad (2.71)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{\theta}} \ddot{\theta} = M_{\theta q} \ddot{\theta} \quad (2.72)$$

$$\frac{\partial F}{\partial q} = 0 \quad (2.73)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{q}} \dot{q} = 0 \quad (2.74)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{q}} = M_{qq} \quad (2.75)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \dot{q}} \ddot{q} = M_{qq} \ddot{q} \quad (2.76)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) = M_{\theta q} \ddot{\theta} + M_{qq} \ddot{q} \quad (2.77)$$

Eş.2.36'daki  $\frac{\partial L}{\partial q}$  ifadesi aşağıda  $J$ ,  $M_{\theta q}$ ,  $M_{qq}$  ve  $K_{qq}$  ifadeleri cinsinden şu şekilde yazılır:

$$\frac{\partial L}{\partial q} = \frac{\partial (J\dot{\theta}^2 + M_{\theta q}\dot{\theta}\dot{q} + \dot{q}^T M_{qq}\dot{q} + q^T M_{qq}q\dot{\theta}^2 - q^T K_{qq}q)}{\partial q} \quad (2.78)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q} = M_{qq}q\dot{\theta}^2 - K_{qq}q \quad (2.79)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q} \right) = 0 \quad (2.80)$$

Eş.2.36 sonuç olarak şu şekilde yazılmaktadır.

$$M_{\theta q}\ddot{\theta} + M_{qq}\ddot{q} - M_{qq}q\dot{\theta}^2 + K_{qq}q = 0 \quad (2.81)$$

Eş.2.56 ve Eş.2.81'deki denklemler hatırlatma amacıyla yeniden yazılmaktadır:

$$2J\ddot{\theta} + 2q^T M_{qq}q\ddot{\theta} + 2q^T M_{qq}\dot{q}\dot{\theta} + M_{\theta q}\ddot{q} = \tau \quad (2.56)$$

$$M_{\theta q}^T \ddot{\theta} + M_{qq}\ddot{q} - M_{qq}q\dot{\theta}^2 + K_{qq}q = 0 \quad (2.81)$$

Eş.2.56 ve Eş.2.81 denklemleri kullanılarak genel hareket denklemi elde edilmektedir. Genel hareket denklemi Eş.2.82'deki gibi yazılmaktadır.

$$M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + K(x) = U \quad (2.82)$$

$M(x)$ ,  $C(x, \dot{x})$ ,  $K(x)$  matrisleri sırasıyla kütle matrisi, sönüm matrisi ve sertlik (katılık) matrisi olarak bilinir.  $M$ , sistemin kütle dağılımına ve seçilen deneme fonksiyonlarına bağlı olan simetrik bir kütle matrisidir.  $K$ , sertlik dağılımına ve deneme fonksiyonlarına bağlı olarak simetrik sertlik matrisidir. Doğal sınır koşulları burada özel bir önem taşımamaktadır çünkü bunlar otomatik olarak kinetik ve potansiyel enerjide hesaba katılmaktadır. Bu nedenle  $\phi$  fonksiyonunun yalnızca kabul edilebilir fonksiyonlar ailesinden seçilmiş olması gerekli ve yeterlidir [27].

Genel hareket denklemleri, Eş.2.56 ve Eş.2.81 denklemleri kullanılarak rijit gövdeye ve iki esnek güneş paneline sahip bir uydu için Eş.2.82'deki forma uyarlanarak aşağıdaki şekilde yazılmaktadır:

$$\begin{bmatrix} (2J + 2q^T M_{qq} q) & M_{\theta q} \\ M_{\theta q}^T & M_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q^T M_{qq} \dot{q} & q^T M_{qq} \dot{\theta} \\ -M_{qq} q \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Matris boyutlarının önemini hatırlatmak ve tekrar yazmak gerekirse sırasıyla Eş.2.31, Eş.2.32 ve Eş.2.33'te yazılan  $M_{\theta q}$ ,  $M_{qq}$  ve  $K_{qq}$  vektörünün ve matrislerinin boyutları seçilen mod sayısına ( $n$ ) göre değişmektedir.  $M_{\theta q}$  vektörü  $1 \times n$ ,  $M_{\theta q}^T$  vektörü  $n \times 1$ ,  $M_{qq}$  ve  $K_{qq}$  matrisleri ise  $n \times n$  boyuttadır. Bu durumda Eş.2.83'te özelleştirilerek yazılan  $M(x)$ ,  $C(x, \dot{x})$ ,  $K(x)$  matrislerinin boyutları da seçilen mod sayısına göre değişmektedir. Bu durumda boyutlar  $(n + 1) \times (n + 1)$  şeklindedir.

Kullanılacak kontrol yöntemi için durum değişkenlerinin ve durum değişkenlerinin zamanla değişiminin yazılmasına ihtiyaç duyulmaktadır.

Sistemin durum değişkenlerinden olan yönelim açısı ve mod koordinatları için  $x(t)$  tanımlanır.  $x(t)$  vektörünün boyutu seçilen mod sayısına ( $n$ ) göre değişiklik göstermektedir,  $(n + 1) \times 1$  boyutludur.

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} \quad (2.84)$$

Sistemin durum değişkenlerinin zamanla değişimi olan yönelim hızı ve mod hızları için  $\dot{x}(t)$  tanımlanır.  $\dot{x}(t)$  vektörünün boyutu seçilen mod sayısına ( $n$ ) göre değişiklik göstermektedir,  $(n + 1) \times 1$  boyutludur.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{q}_n(t) \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} \quad (2.85)$$

$X(t)$  ise sistemin durum değişkenlerini ifade etmektedir ve  $2(n + 1) \times 1$  boyutludur.

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}_{2(n+1) \times 1} \quad (2.86)$$

Durum denklemlerinin genel hali ise aşağıdaki gibi yazılır.

$$\dot{X}(t) = f(X) + B(X)u(t) \quad (2.87)$$

$$\dot{X}(t) = A(X)X(t) + B(X)u(t) \quad (2.88)$$

Durum Bağımlı Katsayı matrisleri (DBK), zamanla değişmektedir ve durum değişkenleri ile ifade edilen denklemler kullanılarak belirlenmiş ve model, durum-uzay formunda yazılmıştır. Sistem matrisi  $A(X)$  ve kontrol matrisi  $B(X)$ , DBK matrislerinden seçilmiştir. Yine bu matrislerin boyutları da seçilen mod sayısına ( $n$ ) göre değişiklik göstermektedir ve  $A(X)$  matrisi  $2(n + 1) \times 2(n + 1)$  boyutlu,  $B(X)$  ise  $2(n + 1) \times 1$  boyutludur.

$$A(X) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}_{2(n+1) \times 2(n+1)} \quad (2.89)$$

$$B(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}b \end{bmatrix}_{2(n+1) \times 1} \quad (2.90)$$

Eř.2.89 ve Eř.2.90’da ifade edilen DBK matrisleri olarak ifade edilen  $A(X)$  ve  $B(X)$  matrisleri bu tezin 3. ve 4. bölümlerinde detaylı olarak anlatılacaktır.

### 3. DURUM BAĞIMLI RICCATI DENKLEMİ YÖNTEMİ

Literatürde dinamik sistemler doğrusal veya doğrusal olmayan olmak üzere iki şekilde modellenmektedir. Her iki yaklaşımın da avantajları olsa da, optimal kontrolcü tasarım teorileri ve uygulamaları öncelikle gerçek zamanlı kontrolde doğrusal sistemlere odaklanmıştır. Bununla birlikte, birçok sistem doğrusal olmayan dinamikler sergiler ve araştırmacıları sistemi belirli noktalarda doğrusallaştırmaya ve elde edilen doğrusal modele dayalı olarak kontrolcüler tasarlamaya sevk eder. Bu yaklaşım gerçek sistem davranışından ayrılsa da, yaygınlığı, daha yüksek işlemci yükleri getirme eğiliminde olan gerçek zamanlı doğrusal olmayan kontrol algoritmalarının karmaşıklığından kaynaklanmaktadır.

1950'lerde ve 1960'larda, havacılık ve uzay mühendisliğinin ilerlemesi, optimal kontrol teorisinin gelişimini önemli ölçüde hızlandırdı. Birincil amaç, sistem durumlarını önceden tanımlanmış bir maliyet fonksiyonunu en aza indirecek şekilde düzenlemektir. Bunun kararlı durumları korumak için kontrolcülerin tasarlanmasında ve önceden belirlenmiş durum yörüngelerini takip etmek için izleme kontrol stratejilerinin tasarlanmasında oldukça faydalı olduğu kanıtlandı. Uçak ve uzay araçları için uçuş yörüngelerini optimize etmede uygun bulundu. Özellikle doğrusal optimal kontrol teorisi, kontrol edilen sistemde doğrusallığı varsayarak ve geri besleme kontrolcü girdisiyle ilgili doğrusallıkla sınırlayarak yaygın bir kullanım kazanmıştır. Bununla birlikte, son yıllarda, güçlü ve uygun maliyetli mikro işlemcilerin erişilebilirliği nedeniyle doğrusal olmayan kontrolün uygulanmasında ve teorisinde artış olmuştur. Teknolojik gelişmeler ve havacılık araştırmaları artık doğrusal olmayan kontrol sistemlerinden hassas ve uygun maliyetli çözümler talep etmektedir. Bu gereklilik, doğrusal olmayan kontrol teorisinin hızlı gelişimini teşvik etmiştir. Tüm bu durumlar Durum Bağımlı Riccati Denklemi yönteminin kontrol topluluğu içinde kullanılmasını sağlamıştır. 1990'lı yılların ortalarından bu yana, DBRD stratejileri, doğrusal olmayan denetleyiciler, gözlemciler ve filtreler tasarlamak için sistematik ve etkili yaklaşımlar sunan çok yönlü tasarım yöntemleri olarak ortaya çıkmıştır. Mevcut metodolojilerle ilişkili zorlukların ve sınırlamaların üstesinden gelen bu stratejiler, pratik uygulamalarda oldukça etkili olduğunu kanıtlayan hesaplama açısından basit algoritmalar sağlar. Artan bilgisayar ve işlemci hızları da dahil olmak üzere teknolojiye gelişmeler, gerçek zamanlı uygulamalarda doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinin kullanılmasını ve yaygınlaşmasını kolaylaştırmıştır. Bu yöntemi kullanmak için, doğrusal olmayan

dinamikler, durum vektörü ve bu duruma bağlı matris değeri fonksiyonu cinsinden ifade edilmelidir. DBRD, doğrusal olmayan sistemi, Duruma Bağlı Katsayı (DBK) matrisleri ile doğrusal olana benzeyen bir yapıya dönüştürerek doğrusal olmayan bir maliyet fonksiyonunun en aza indirilmesini sağlar. Bu yöntemde, Doğrusal Karesel Regülatöre (DKR) benzer anlık doğrusal sistemler, doğrusal olmayan sistemin her zaman adımında dondurulmasıyla türetilir. Daha sonra, DBK matrislerini kullanan cebirsel Riccati denklemi, optimal olmayan kontrolcü kazanç katsayılarını belirlemek için her zaman adımında çözümlenmelidir. Bu katsayılar, durum uzayı boyunca değişir ve ortaya çıkan anlık doğrusal sistemler için kontrolcü kazanç katsayısı matrisinin hesaplanmasına izin verir.

Doğrusal olmayan kontrol teknikleri, uygulanabilirlikleri ve sınırlamaları bakımından farklılık gösterir. Bazıları, basamaklı sistemler gibi belirli sistem yapılarıyla sınırlıdır, diğerleri ise sistematik yaklaşımlardan yoksundur ve her denklem için ayrı tasarımlar gerektirir. Bazıları, sistemdeki katı koşullar nedeniyle dar uygulanabilirliğe sahiptir. Buna karşılık, DBRD yöntemi, çok çeşitli doğrusal olmayan sistemlerin sistematik tasarımına izin vererek, diğer birçok doğrusal olmayan tasarım yönteminin toplu olarak sahip olmadığı yetenekler sunar. Yalnızca kararlılığa odaklanan bazı doğrusal olmayan tekniklerin aksine, DBRD yöntemi, doğrusal olmayan regülatör probleminde belirterek performansı doğrudan ele alır. Durum bağımlı ağırlık matrisleri, performansı doğrudan etkileyecek şekilde ayarlanabilir ve öngörülebilir sonuçlar sağlar. Örneğin,  $Q(x)$ 'in artırılması artan kontrol çabası pahasına daha hızlı düzenlemeye yol açar.  $A(x)$ 'in DBK parametrelendirmesinin benzersiz olmamasından kaynaklanan ek tasarım esnekliği, geleneksel doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinde bulunmayan bir özellik olan kontrolcü performansını artırabilir.

Pratik kontrol problemlerinin çoğu, durumlar ve girdiler üzerinde katı kısıtlamalar içerir. DBRD yaklaşımı, aktüatör doygunluğunu önlemek için kontrol, kontrol hızı ve hatta kontrol ivmesine katı sınırlar koyma yeteneği sunarak bu konuda üstündür. Ayrıca durum kısıtlamalarını ve birleşik durum ve denetim kısıtlamalarını da işleyebilir. Özellikle, DBRD yöntemi, kararsız minimum olmayan faz sistemleriyle doğrudan çalışabilir. En önemlisi, DBRD yöntemi, doğrusal olmayan sistemi dinamik olarak tersine çevirmediği veya geri beslemeyi doğrusallaştırmadığı için faydalı doğrusal olmayan kavramları korur. Yetenekleri ve sistematik doğası nedeniyle, kararlılık doğrulaması tipik olarak benzetim gerektirse de, kontrol uygulayıcıları DBRD yöntemini gerçek dünya uygulamalarında giderek daha fazla kullanmaktadır [2, 24, 30].

Ayrıca DBRD yöntemi, DBK parametrelendirme ve ağırlık matrislerinin esnek seçimine imkan sağlaması sayesinde geniş tasarım esnekliği sağlamaktadır. DBRD yaklaşımındaki tasarım esnekliği, bu yaklaşımın farklı kontrol tasarım yöntemi ile birleştirilmesine de imkân sağlamaktadır.

### 3.1. Doğrusal Olmayan Optimal Regülatör

Regülatör tasarımının amacı, bir sisteme başlangıç durumları veya bir bozulma girdisi verildiğinde, sistemin zaman içinde kararlı hale gelmesini ve denge konumuna yerleşmesini sağlamaktır [24].

$$\dot{X}(t) = f(X) + B(X)u(t) \quad (2.87)$$

Eş.2.88'in elde edilmesi bu tezde “Genişletilmiş Doğrusallaştırma” bölümünde ayrıntılı olarak açıklanacaktır ve Eş.2.88 şu şekilde yazılır.

$$\dot{X}(t) = A(X)X + B(X)u(t) \quad (2.88)$$

$X(0) = X_0$  ve  $X \in R^n$  durum vektörüdür,  $u \in R^m$  giriş vektörüdür ve  $t \in [0, \infty)$ ,  $f$  fonksiyonları:  $f : R^n \rightarrow R^n$  ve  $B : R^n \rightarrow R^{n \times m}$  ve  $B(X) \neq 0 \forall X$ . Herhangi bir genellik kaybı olmaksızın,  $X = 0$  orijininin bir denge noktası olduğu varsayılır, öyle ki  $f(0) = 0$ . Bu bağlamda, odak noktası,  $X$  sistem durumu açısından ikinci dereceden olmayan ancak kontrol girdisi  $u$  açısından ikinci dereceden olan sonsuz zamanlı performans kriterini en aza indirmektir.

$$J(X, u(\cdot)) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (X^T(t)Q(X)X(t) + u(t)R(X)u(t))dt \quad (3.1)$$

Durum ve giriş ağırlık matrisleri,  $Q(X): R^n \rightarrow R^{n \times n}$  ve  $R(X) : R^n \rightarrow R^{n \times m}$  olacak şekilde duruma bağlı olarak kabul edilir. Bu tasarım parametreleri, tüm  $X$ 'ler için  $Q(X) \geq 0$  ve  $R(X) > 0$ 'ı karşılar. Belirtilen koşullar altında kontrol yasası şu şekilde yazılır:

$$u(X) = k(X) = -K(X)X, K(0) = 0 \quad (3.2)$$

Eş.3.2 aşağıdaki gibi yazılabilir ve Eş.3.2'in elde edilmesi bu tezin “Genişletilmiş Doğrusallaştırma” bölümünde açıklanacaktır.

$$u(X) = -R^{-1}(X)B^T(X)P(X)X \quad (3.3)$$

$k(\cdot) \in C^1(R^n)$ , giriş-afin doğrusal olmayan diferansiyel kısıtlama  $\dot{X}(t) = f(X) + B(X)u(t)$  denkleminde tabi olan J fonksiyonunu (yaklaşık olarak) en aza indirgeyeceğini bulmaktadır, böylece sistemi  $\forall X$  orijinine göre düzenlerken, öyle ki  $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = 0$  olur. Bu problem, doğrusal olmayan düzenleme için DBRD yönteminin temelini oluşturur [2].

### 3.2. Çözümün Varlığı

$A(X)$  ve  $B(X)$  matrisleri, DBK matrisleri olarak karakterize edilir, yani sistemin durum değişkenlerine göre ve her zaman adımında değişir. Bu matrisleri seçmek için birden fazla yaklaşım olsa da, bazı hususlar akılda tutulmalıdır. Spesifik olarak, seçilen DBK matris çifti,  $A(X)$  ve  $B(X)$ , her durum değişkeni için her zaman adımında kontrol edilebilirliği sağlamalıdır. Sistemin kontrol edilebilirliği incelenirken Eş.3.4'te verilen kontrol edilebilirlik matrisi kullanılır.

$$M_C = [B(X) : A(X)B(X) : \dots : A(X)^{n-1}B(X)] \quad (3.4)$$

Kontrol edilebilirlik matrisinin rankı, sistemin durum değişkenlerinin sayısına eşit olmalıdır.

$$\text{rank}(M_C) = n \quad \forall X \quad (3.5)$$

$A_{Cl}(X)$  kapalı döngü sisteminin durum bağımlı katsayı matrisidir,  $A_{Cl}(X)$  kapalı döngü sistemde duruma bağlı katsayı matrisini temsil eden matris, özdeğerlerinin gerçekte kısmının her zaman adımında tüm durum değişkenlerinde tutarlı bir şekilde negatif olmasını gerektirir ve Eşitlik 3.6 olarak ifade edilir.

$$A_{Cl}(X) = A(X) - B(X)K(X) \quad (3.6)$$

$$\text{Re}[\text{eig}A_{Cl}(X)] < 0 \quad (3.7)$$

Diğer bir kural, DBK matris çifti  $A(X)$  ve  $C(X)$ 'in her durum değişkeni için her zaman adımında gözlemlenebilir olması gerektiğidir.

Eş.3.8, sistemin gözlemlenebilirliği incelenirken kullanılan gözlemlenebilirlik matrisidir.

$$M_0 = [C^T(X) : A^T(X)C^T(X) : \dots : (A^T(X))^{n-1}C^T(X)] \quad (3.8)$$

Gözlemlenebilirlik matrisinin rankı, sistemin durum değişkenlerinin sayısına eşit olmalıdır.

$$\text{rank}(M_0) = n \quad \forall X \quad (3.9)$$

Ayrıca çok değişkenli sistemlerde doğrusal olmayan bir sistemi DBK formuna getirmek için sonsuz sayıda seçenek bulunmaktadır ve bir sistem için farklı DBK matrislerinin seçilebileceği teorisi literatürde farklı çalışmalarda gösterilmiştir.

Her zaman adımında, DBK matrisleri mevcut durum vektörü kullanılarak hesaplanır, böylece  $A(X)$  ve  $B(X)$  matrisleri sabit matrisler haline gelir ve doğrusal olmayan sistem anlık doğrusal zamanla değişmez bir sisteme dönüşür. Bu anlık sistemler için standart geri beslemeli kontrol yöntemi uygulanarak kontrol girişleri belirlenir ve bir sonraki zaman adımına geçilir. Bir sonraki zaman adımında, DBK matrislerinin yeni değerleri tekrar hesaplanır ve yeni  $A(X)$  ve  $B(X)$  matrisleri için aynı kontrol yöntemi tekrar uygulanır. Bu işlem, sistem kararlı hale gelene kadar her zaman adımında tekrarlanır. Sistemin kararlı olması için, her hesaplama zaman aralığında "  $\Omega$  " komşuluğundaki Hurwitz kuralını sağlamalıdır. Bu, durum bağımlı sistem için;

$$\text{Re} [\lambda_i (A_{cl}(X))] < 0, \quad \forall X \in R^n \quad (3.10)$$

Bu, eşitsizliğin karşılandığı, başka bir deyişle,  $A_{cl}(X)$  matrisinin özdeğerlerinin gerçekte kısımlarının her hesaplama zaman adımı için negatif olduğu anlamına gelir. Yöntem, her hesaplama zaman adımında farklı doğrusal zamanla değişmez sistemlerde Hurwitz sağladığından, yalnızca yerel kararlılık garanti edilebilir [24].

### 3.3. DBRD Kontrolcü Tasarımı

DBRD yöntemi, doğrusal olmayan optimal kontrolcü tasarımında sıklıkla kullanılır. Yöntemin en önemli özelliği, doğrusal olmayan sistemin, her bir zaman aralığı için mevcut durum değişkenleri kullanılarak doğrusal zamanla değişmeyen sistem dizilerinden oluşan bir forma dönüştürülmesidir. DBRD yöntemi, DKR mimarisine benzer bir yapıya sahip olmasına rağmen, yöntemde durum değişkenlerine bağlı bir yapı kullanılmıştır.

$X$ 'te noktasal olarak ifade edilen DBRD yöntemine dayalı stabilize edici geri besleme kontrollerinin varlığıyla ilişkili sistem teorik kavramlarının tanımların sağlanması gerekir.

Tanım 1. Eş.2.88'deki DBK gösterimi,  $(A(X), B(X))$  çifti tüm  $X \in \Omega$  için doğrusal anlamda noktasal olarak stabilize edilebilir (kontrol edilebilir) ise Eş.2.87'deki doğrusal olmayan sistemin  $\Omega \in \mathbb{R}^n$  bir bölgede stabilize edilebilir (kontrol edilebilir) bir parametrelendirmesidir.

Tanım 2. Eş.2.88'deki DBK gösterimi,  $(A(X), Q^{1/2}(X))$  çifti tüm  $X \in \Omega$  için doğrusal anlamda noktasal olarak algılanabilir (gözlemlenebilir) ise, Eş.2.87'deki doğrusal olmayan sistemin  $\Omega \in \mathbb{R}^n$  bir bölgede algılanabilir (gözlemlenebilir) bir  $\Omega$  parametrelendirmesidir.

Tanım 3. Denklem 2.88'deki DBK gösterimi,  $A(X)$ 'in özdeğerleri tüm  $X \in \Omega$  için  $\text{Re}(s) < 0$  açık sol yarım düzlemde (yani negatif gerçekte parçalara sahipse)  $\Omega$  bir bölgede noktasal olarak Hurwitz'dir.

Tanım 4. Eş.3.5'teki kontrol yasasının, noktasal olarak stabilize edilebilir bir DBK parametrelendirmesi  $(A(X), B(X))$  varsa, bir noktasal pozitif-yarı kesin durum ağırlık matrisi  $Q(X)$  ve noktasal bir pozitif-kesin kontrol ağırlık matrisi  $R(X)$  varsa, bir  $\Omega$  bölgedeki DBRD kontrolü ile geri kazanılabilir olduğu söylenir, öyle ki Eş.3.7'de ortaya çıkan duruma bağlı kontrolcü tüm  $X$  için Eş.3.5'i karşılar.

İlk olarak, kontrol edilebilirliği sağlamak için  $\text{rank}(M_C = n \forall X)$  olmalıdır. Ne zaman matris gözlemlenebilirlik açısından incelenir o zaman da  $\text{rank}(M_O = n \forall X)$  şartı sağlanmalıdır.

DBRD yöntemindeki sorunlardan biri de sistemin kararlılığının sağlanmasıdır. Yukarıdaki koşullar sağlandığında, doğrusal olmayan bir sistemin kapalı döngü çözümünün kararlılığı DBRD yöntemi kullanılarak sağlanır.

DBK matrisleri seçildikten sonra, doğrusal bir yapıya benzeyen sistem için her zaman adımında J maliyet fonksiyonunu en aza indirmek için en uygun kontrolcü tasarımı yapılır [2, 24].

### 3.4. Genişletilmiş Doğrusallaştırma

Genişletilmiş doğrusallaştırma, görünür doğrusallaştırma veya DBK parametrelendirmesi olarak da bilinir ve doğrusal olmayan bir sistemi DBK matrisleri içeren doğrusal benzeri bir yapıya ayırma işlemidir. Varsayımlar altında  $f(0) = 0$  ve  $f(\cdot) \in C^1(R^n)$ , sürekli doğrusal olmayan matris değerli bir  $A(X)$  fonksiyonu her zaman şu şekilde bulunur [31]:

$$f(X) = A(X)X \quad (3.11)$$

$A : R^n \rightarrow R^{n \times n}$  matematiksel çarpanlara ayırma ile bulunur ve  $n > 1$  olduğunda açıkça tek değildir. Bu nedenle, girdi afın doğrusal olmayan sistemin genişletilmiş doğrusallaştırılması Eş.2.87 olur, ayrıca  $X(0) = X_0$  şartı sağlanmalıdır.

$$\dot{X}(t) = A(X)X(t) + B(X)u(t) \quad (2.88)$$

Sistemin Eş.2.88 olarak gösterilebilmesi için,  $A(X) \in R^{n \times n}$  ve  $B(X) \in R^{n \times n}$  olarak tanımlanır. Sistem  $A(X)$ ,  $B(X)$  DBK matrisleri ile doğrusal bir yapıya sahip olan her hesaplama süresi içinde doğrusal davranış gösterecektir. Herhangi bir doğrusal kontrol yönteminin,  $A(X)$  ve  $B(X)$ 'in sabit matrisler olarak ele alındığı doğrusal benzeri DBK yapısına uygulanması, genişletilmiş bir doğrusallaştırma kontrol yöntemi oluşturur. Bunlar, kapalı döngü dinamiği (DBK) matrisinin doğrusal olmayan kontrol yasalarına yol açan oldukça geniş bir kontrol tasarım yöntemleri sınıfını temsil eder.

DBRD metodolojisi, doğrusal olmayan optimal kontrol problemini formüle etmede anahtar tasarım konsepti olarak genişletilmiş doğrusallaştırmayı kullanır. Bu durumda temel alınan doğrusal kontrol sentezi yöntemi, DKR sentez yöntemidir. Bir cebirsel Riccati denklemi ile

karakterize edilen DKR problemi tarafından desteklenen DBRD geri besleme kontrolü, doğrusal olmayan düzenleme problemine benzer bir yaklaşım sağlayan genişletilmiş bir doğrusallaştırma kontrol yöntemidir. DKR formülasyonu taklit edilerek, kapalı döngü dinamiği DKR matrisini oluşturan formda durum geri besleme kontrolcüsü elde edilir.

$$A_{Cl}(X) = A(X) - B(X) K(X) \quad (3.12)$$

$$u(X) = -R^{-1}(X) B^T(X) P(X) X \quad (3.13)$$

$P(X)$ , Cebirsel Duruma Bağlı Riccati Denkleminin tek, simetrik, pozitif-kesin çözümü olarak tanımlanır.

$$P(X)A(X) + A^T(X)P(X) - P(X)B(X)R^{-1}(X)B^T(X)P(X) + Q(X) = 0 \quad (3.14)$$

$$\dot{X}(t) = (A(X) - B(X)R^{-1}(X)B^T(X)P(X))X(t) = A_{CL}(X)X \quad (3.15)$$

Durum geri bildirim kazancı şu şekilde ifade edilir.

$$K(X) = R^{-1}(X)B^T(X)P(X) \quad (3.16)$$

Sonsuz ufuklu özerk doğrusal olmayan regülatör probleminin DBRD çözümü, tüm katsayı matrislerinin duruma bağlı olduğu sonsuz ufuklu zamanla değişmez DKR probleminin gerçek bir genellemesidir. Yöntem, her anda duruma bağlı katsayı matrislerini sabit olarak ele alır ve bir DK optimal kontrol problemini çözerek bir kontrol eylemi hesaplar. Ortaya çıkan kontrolcü, cebirsel Riccati denkleminin noktasal olarak bir çözümüne dayanır. Böylece DBRD terminolojisine yol açar. Hamilton-Jacobi-Bellman denklemini çözmeye gerek yoktur. DBRD algoritmasının en açık yararı, basitliği ve görünür etkinliğidir. Katsayı ve ağırlık matrisleri sabit olduğunda, doğrusal olmayan regülatör problemi DKR problemine dönüşür ve DBRD kontrol yöntemi de kararlı durum lineer regülatörüne dönüşür. Ayrıca, ortaya çıkan DBRD denetleyicisinin karakterizasyonu DKR problemine benzer bir yapıya sahiptir, DBRD 'nin tüm durumlar için pozitif bir yarı kesin çözüme sahip olması için,  $(A(X), B(X), Q^{1/2}(X))$ 'in tüm durumlar için noktasal olarak

stabilize edilebilir ve tespit edilebilir olması yeterlidir. DBRD algoritması daha sonra sorunsuz bir geri bildirim verir [2].

DBRD yaklaşımının uygulanmasında en çok arzu edilen seçenek, sembolik bir yazılım paketi kullanarak duruma bağlı Riccati denklemini çözmektir. Bununla birlikte, genel olarak, analitik bir çözüm elde edilemez ve ikinci seçenek, DBRD 'yi nispeten yüksek bir oranda çevrimiçi olarak çözmektir. Ardışık çözümler arasındaki adım uzunluğu, basit bir Euler veya Runge-Kutta iterasyonu ile ayarlanabilir.

Hesaplamalı uygulama önemli bir pratik husustur. DBRD algoritmasının uygulanması, en azından benzetimler için, nispeten basittir ve ticari olarak temin edilebilen yazılımlar kullanılarak kolayca elde edilebilir. DBRD geri besleme kontrollerinin çevrimiçi hesaplanması, tekniği gerçek zamanlı uygulama için ideal hale getirir. Böylece kontrolcü tüm işlemleri gerçek zamanlı olarak gerçekleştirir. Bu kontrol algoritmasının hesaplama basitliği, teknolojiye mevcut gelişmelerle birlikte, bu özellikleri çok sayıda makalede pratik olarak gerçekleştirilebilir hale getirmektedir [32]. Bu tezde ise Euler yöntemi kullanılmıştır.



## 4. KONTROLCÜ TASARIMI

Literatürde esnek uydular için denetleyici tasarımında kullanılan farklı yöntemler bulunmaktadır. Bazı çalışmalarda tek bir eksende kontrol torku için çalışmalar yapılırken, bazı çalışmalarda üç eksende her bir kontrol torku için çalışmalar yapılmıştır. Bu tez çalışmasında, tek bir eksende kontrol torku için çalışmalar yapılmıştır. DBRD yöntemi regülatör problemleri için geliştirilmiştir. Sisteme bir başlangıç koşulu verildiğinde veya sisteme harici bir bozulma uygulandığında sistemi dengelemek ve başlangıç noktasına (tüm durum değişkenlerinin sıfır olduğu nokta) getirmek için kullanılan bir denetleyici tasarım yöntemidir. İlk olarak, doğrusal olmayan dinamik model, DBRD yöntemini kullanmak için durum uzayı formuna dönüştürülür. DBK matrisleri, model durum uzayı formuna dönüştürülürken belirlenir. Kontrolcü tasarımının son aşaması, istenen koşulları karşılayan ağırlık matrislerinin ayarlanmasıdır [24].

### 4.1. DBK Matrisleri

DBK matrislerini belirlemek için öncelikle sistemin dinamik modelinin durum uzayı formunda yazılması gerekir. Vektör ve matris boyutları ayrıntılı bir şekilde 2. bölümde anlatılmıştır.

$$M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + Kx = U \quad (2.82)$$

$$\begin{bmatrix} (2J + 2q^T M_{qq} q) & M_{\theta q} \\ M_{\theta q}^T & M_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q^T M_{qq} \dot{q} & q^T M_{qq} \dot{\theta} \\ -M_{qq} q \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

$$M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + Kx = bu \quad (4.1)$$

$$U = bu \quad (4.2)$$

$$M(x) = \begin{bmatrix} (2J + 2q^T M_{qq} q) & M_{\theta q} \\ M_{\theta q}^T & M_{qq} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$C(x, \dot{x}) = \begin{bmatrix} q^T M_{qq} \dot{q} & q^T M_{qq} \dot{\theta} \\ -M_{qq} q \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{qq} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} \quad (4.6)$$

$b$  vektörünün boyutu sistemdeki mod sayılarına bağlıdır,  $(n + 1) \times 1$  boyutludur.

$$u = \tau \quad (4.7)$$

$M(x)$  ve  $C(x, \dot{x})$  matrisleri sırasıyla  $M$  ve  $C$  olarak yazılır. Eş.4.1 hatırlatma amacıyla tekrar yazılır.

$$M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + Kx = bu \quad (4.1)$$

$$\ddot{x} = -M^{-1}C\dot{x} - M^{-1}Kx + M^{-1}bu \quad (4.8)$$

$X$ , sistemin durum değişkenlerini tanımlar.

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ q_1(t) \\ q_2(t) \\ \vdots \\ q_n(t) \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} \quad (2.84)$$

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}(t) \\ \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{q}_n(t) \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} \quad (2.85)$$

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}_{2(n+1) \times 1} \quad (2.86)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}b \end{bmatrix} u \quad (4.9)$$

Yukarıdaki denklemler Eş.2.88'de belirtilen denklem formuna dönüştürülür.

$$\dot{X}(t) = A(X)X + B(X)u(t) \quad (2.88)$$

$$A(X) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

$$B(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}b \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

DBK matrisleri, durum değişkenleri ile ifade edilen denklemler kullanılarak belirlenir ve model durum uzayı biçiminde yazılır. Sistem matrisi  $A(X)$  ve kontrol matrisi  $B(X)$  DBK matrislerinden seçilmiştir.

#### 4.2. Ağırlık Matrislerinin Belirlenmesi

Kontrolcü tasarımının son aşaması,  $Q(X)$  ve  $R(X)$  ağırlık matrislerinin belirlenmesidir.

$Q(X)$ :  $2(n+1) \times 2(n+1)$  boyutlu pozitif yarı tanımlı durum ağırlık matrisi,

$R(X)$ :  $m \times m$  boyutlu pozitif tanımlı kontrol giriş ağırlık matrisi, olarak tanımlanır.

DBRD yönteminde ağırlık matrisleri durum değişkenlerine bağlı olarak alınabileceği gibi özellikle karmaşık dinamik modellere sahip sistemlerde sabit değer matrisleri olarak seçilebilirler. Çok sayıda durum değişkeni olan sistemlerde, ağırlık matrisi seçimi aynı derecede zorlaşır.

Ağırlık matrisleri  $Q(X)$  ve  $R(X)$ , DBRD yaklaşımındaki belirgin tasarım parametreleridir. Bununla birlikte, kontrolcünün ilgilenilen alan üzerindeki performansı sadece seçilen duruma ve kontrol ağırlıklarına değil, aynı zamanda DBK gösterimi  $A(X)$ 'in seçimine de

bağılıdır. Deterministik bir ortamda, DBK parametrelendirmesi sistemin doğrusal olmayan parametrelerini tam olarak yakalar.

Ağırlık matrislerinin kontrol sisteminin performansının iyileştirilmesinde çok büyük etkilerinin olduğu bilinmesine rağmen ağırlık matrislerinin seçimi konusunda somut bir yöntem bulunmamaktadır. Ancak ağırlık matrislerinin belirlenmesinde sistematik bir yöntemin olmaması nedeniyle istenilen özellikleri elde etmek zor olabilir. DBRD uygulamasında DBK matrisleri her bir zaman adımında tekrar hesaplandığından optimum ağırlık matrislerini belirlemek için optimizasyon probleminin her bir zaman anında tekrar çözümü gerekmektedir. Bu gereklilik, DBRD kontrol uygulamasının gerçek sistemlere uygulanmasını zorlaştırmaktadır. Bu yüzden genellikle ağırlık matrisleri sabit diyagonal matrisler olarak seçilip matrislerin elemanları ise sabit gerçek sayılar olarak belirlenir. Bu yüzden deneme yanılma yöntemi ağırlık matrislerinin belirlenmesinde yaygın olarak kullanılan bir yaklaşımdır. Ağırlık matrisleri bir kere belirlendikten sonra uygulama esnasında bu matrisler sabit tutulmaktadır [33].

Ağırlık matrisi seçilirken şunlar göz önünde bulundurulmalıdır:  $Q(X)$  ağırlık matrisi en çok durum değişkenlerinin davranışını etkilerken,  $R(X)$  ağırlık matrisi büyük ölçüde sisteme verilecek kontrol girdisinin büyüklüğünü etkilemektedir. Kontrolcü tasarlanırken ağırlık matrisleri istenilen şartlara göre ayarlanabilir.

DBRD kontrol yönteminde  $Q(X)$ ,  $R(X)$  ağırlık matrislerinin istenilen şartlara göre ayarlanabilmesi önemli bir avantaj sağlamaktadır. Kontrol girdilerinin veya durum değişkenlerinin yerleşme sürelerini istenilen seviyeye getirmek için ağırlık matrisleri değiştirilerek ayarlamalar yapılabilir. Bazı durumlarda, ağırlık matrisleri sabit matrisler olarak alınabilir ve bazı durumlarda, durum değişkenlerine bağlı alınarak optimal kontrolcü daha etkili hale getirilebilir [2, 24, 34].

Çoğu karmaşık sistemde sabit ve simetrik ağırlık matrisleri alınırken, bazı araştırmacılar durum değişkenlerine bağlı simetrik ya da simetrik olmayan ağırlık matrisleri de kullanmıştır [33, 35].

Yapılan deneysel bir çalışmada, ağırlık matrislerinin seçiminin 3 boyutlu helikopter sisteminin geçici zaman cevabı üzerindeki etkilerini incelemek amaçlanmıştır. Birinci

aşamada ağırlık matrisleri sabit katsayılı köşegen matrisler olarak seçilip katsayılar önceden tanımlanmış bir aralıkta değiştirilmiştir. İkinci aşamada ise ağırlık matrisleri durum değişkenlerine bağımlı olarak seçilmiştir. Seçilen her bir çift için bir adet deney yapılmıştır ve sonuçlar geçici zaman cevabının özelliklerinin tespiti için önceden belirlenen ölçütler kullanılarak karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda ağırlık matrislerinin seçiminin kalıcı durum hatası, maksimum aşma ve yerleşme zamanı gibi bazı geçici zaman özelliklerini değiştirmede çok etkili olduğu anlaşılmıştır. Ayrıca durum bağımlı ağırlık matrislerinin yerleşme zamanı ve kalıcı durum hatası gibi geçici zaman cevabının özelliklerini iyileştirme daha başarılı oldukları anlaşılmıştır. Ayrıca daha önceki yapılmış bir çalışmada sabit ağırlık matrisleriyle tasarlanan DBRD tabanlı kontrolcü klasik bir DKR ile karşılaştırılmış olup deneysel sonuçlar, DBRD tabanlı kontrolcünün daha düşük maliyet fonksiyonu değeri ürettiğini ve yerleşme zamanının DKR'e göre daha az olduğunu göstermiştir. Bu çalışmada 3 boyutlu helikopterin geçici zaman cevabının değişken ağırlık matrisleri kullanılarak çözülen DBRD tabanlı kontrol uygulamasıyla iyileştirilebileceği gösterilmiştir. Durum geri beslemeli kontrol kazanç matrisini hesaplamak için DBRD yaklaşımında ağırlık matrisleri kullanılmaktadır. Dolayısıyla kapılı çevrim sistemin öz değerlerinin yerleri büyük oranda ağırlık matrislerinin seçimine bağlıdır [33].

Ağırlık matrisleri manipüle edilerek, sistem tepkisi hızlandırılabilir ve durum değişkenlerinin istenen değere yerleşme süresi kısaltılabilir veya daha az agresiflik gerektiren koşullarda sistem yanıtı yavaşlatılabilir. Ek olarak, ağırlık matrisi ayarlanarak kontrol çabası istenen aralıkta tutulabilir. İstenilen sistem yanıtını elde etmek için farklı ağırlık matrisleri denenmiş ve bazı benzetim sonuçları verilmiştir.



## 5. BENZETİM ÇALIŞMALARI

Bu bölümde, 2.bölümde anlatılan doğrusal olmayan uydu dinamik modeli için 3.bölümde anlatılan kontrolcü yöntemi uygulanmakta ve elde edilen benzetim sonuçları anlatılmaktadır.

Uydu benzetimi için ilk üç titreşim modunun önemine vurgu yapılmaktadır, bu nedenle bu tezde ilk üç titreşim modu ele alınmaktadır [17].

Bu tezde durum denklemlerinin çözümü için MATLAB® programında kod yazılmış, benzetim çalışmalarında Euler nümerik çözüm yöntemi kullanılmıştır. Benzetim çalışmalarında örnekleme zaman adımı olarak 0.001 s seçilmiş, toplam benzetim süresi ise 1000 s ve 3000 s olarak alınmıştır.

Bu çalışmada farklı Q ve R değerleri için deneme-yanılma yöntemiyle pek çok benzetim çalışması yapılmıştır. Yapılan çalışmalardan en uygun olanları seçilmiş ve bu tezde incelenmiştir.

Sınırlı miktarda elastik hareketle birlikte önemli miktarda rijit cisim hareketine sahip dinamik sistemlerde elastik deformasyonun, tüm sistemin genel boyutuna kıyasla küçük olduğu varsayılmaktadır. Hareketin rijit cisim kısmı küçük olduğunda, doğrusal teori ve süperpozisyon ilkesi tüm harekete uygulanabilir. Rijit cismin küçük dönüşleri tipik olarak 20 derece veya daha az açıları ifade eder. Bununla birlikte, daha büyük açılı hareketler için, rijit ve elastik hareketlerin doğrusal üst üste binmesinin doğruluğu azalır ve aralarındaki etkileşim önemli hale gelir [26]. Hesaplamalar için  $\theta(0) = 30^\circ$  açı değeri alınırken bu kriter göz önünde bulundurulmuş ve kullanılan diğer referanslar da dikkate alınmıştır [4, 6, 36].

Aşağıda verilen grafiklerde 1., 2. ve 3. titreşim modları ayrı ayrı ele alınmış, her bir mod için uydu yönelim açısı, genelleştirilmiş koordinatlar, uydu yönelim hızı, genelleştirilmiş hızlar, güneş panelinin uç noktasının esneme miktarı, güneş panelinin uç noktasının esneme hızı, tork ve toplam enerji değerlerinin zamanla değişimi grafikler üzerinden detaylı olarak incelenmiştir.

### 5.1. DBRD Yönteminin Benzetim Sonuçları

$n=1$  mod sayısı için sistemin durum değişkenleri şu şekilde yazılabilir:

$$X = [\theta \ q_1 \ \dot{\theta} \ \dot{q}_1]^T \quad (5.1)$$

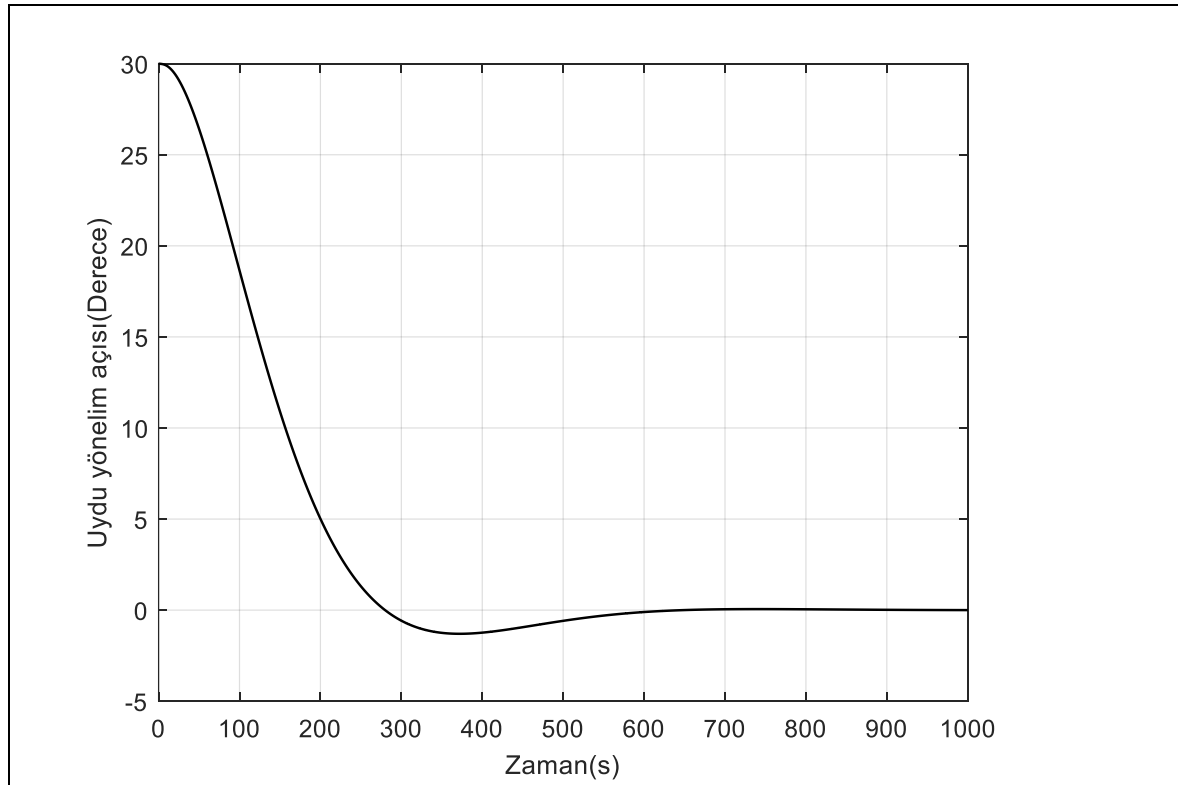
$t=0$  anında durum değişkenlerinin ilk değerleri aşağıdaki gibidir:

$$X(0) = [(30^\circ) \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (5.2)$$

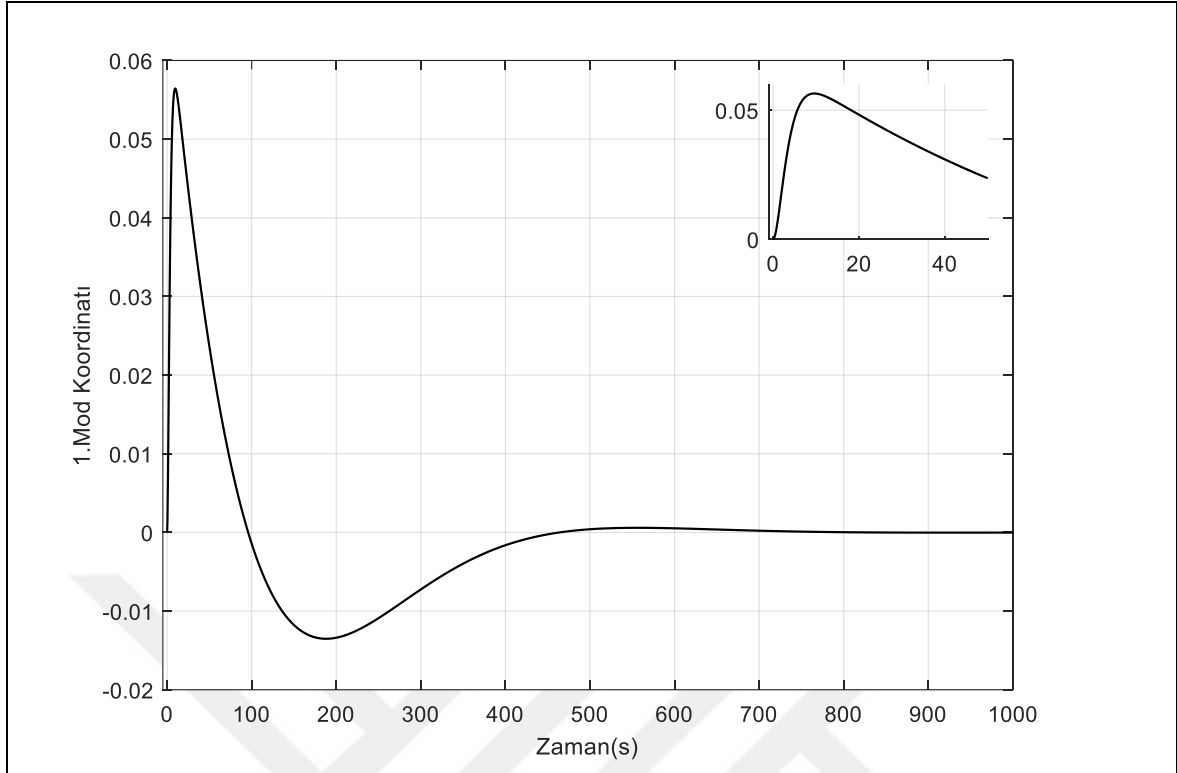
Sistemin maliyet fonksiyonunu optimize eden Q ve R ağırlık matrisleri aşağıdaki gibidir:

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

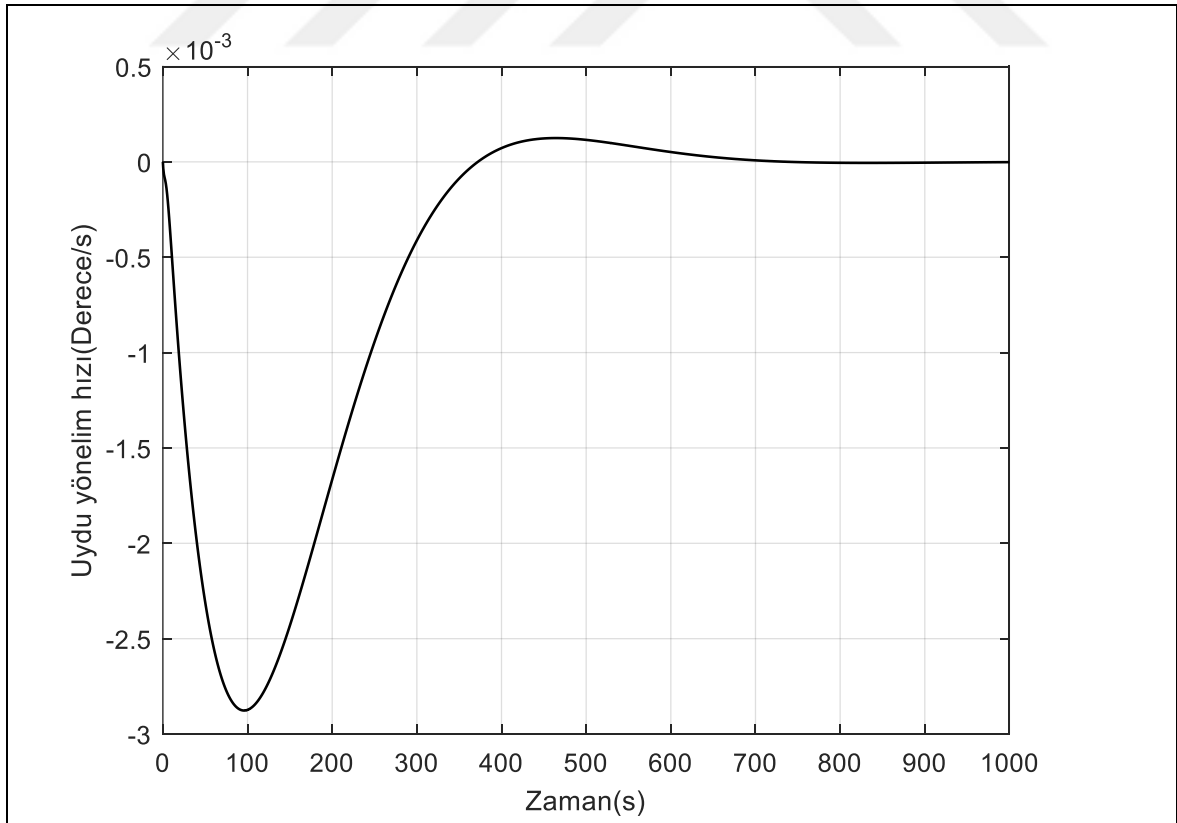
$$R = 5 \quad (5.4)$$



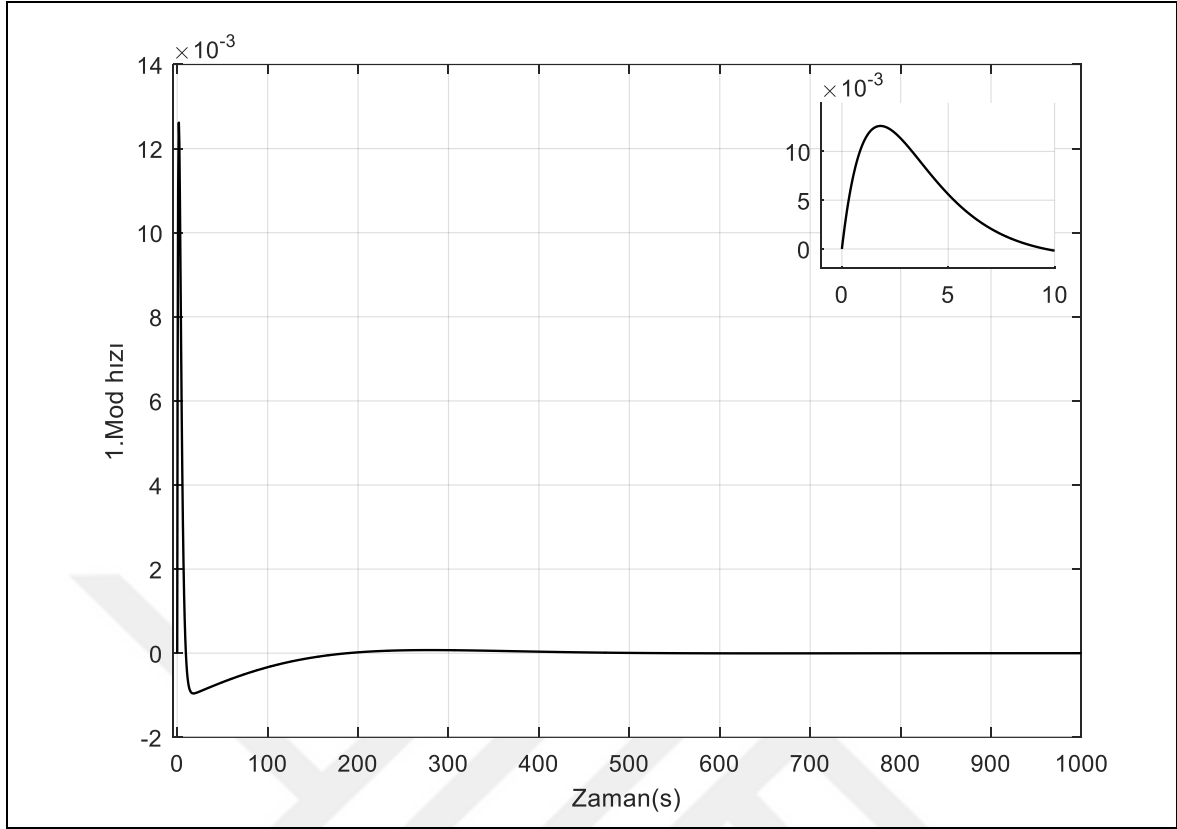
Şekil 5.1. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi



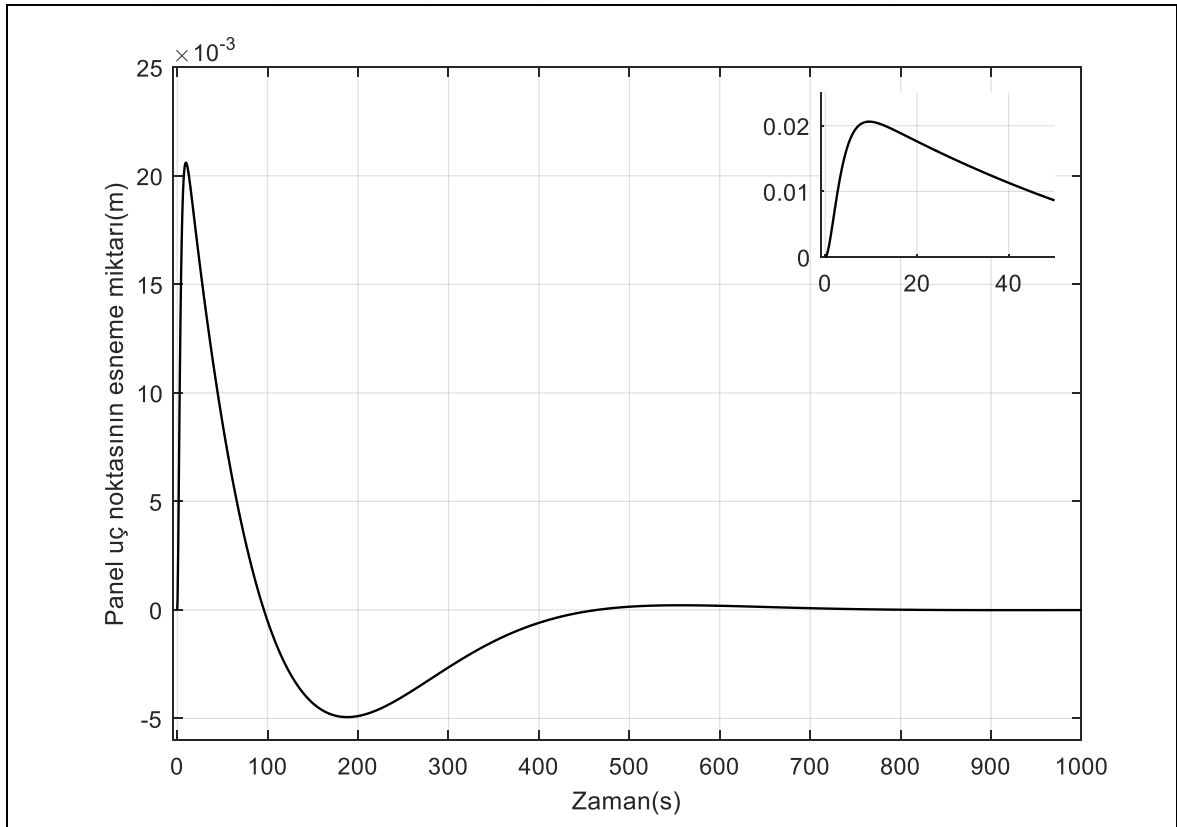
Şekil 5.2. 1. Mod koordinatının zamanla değişimi



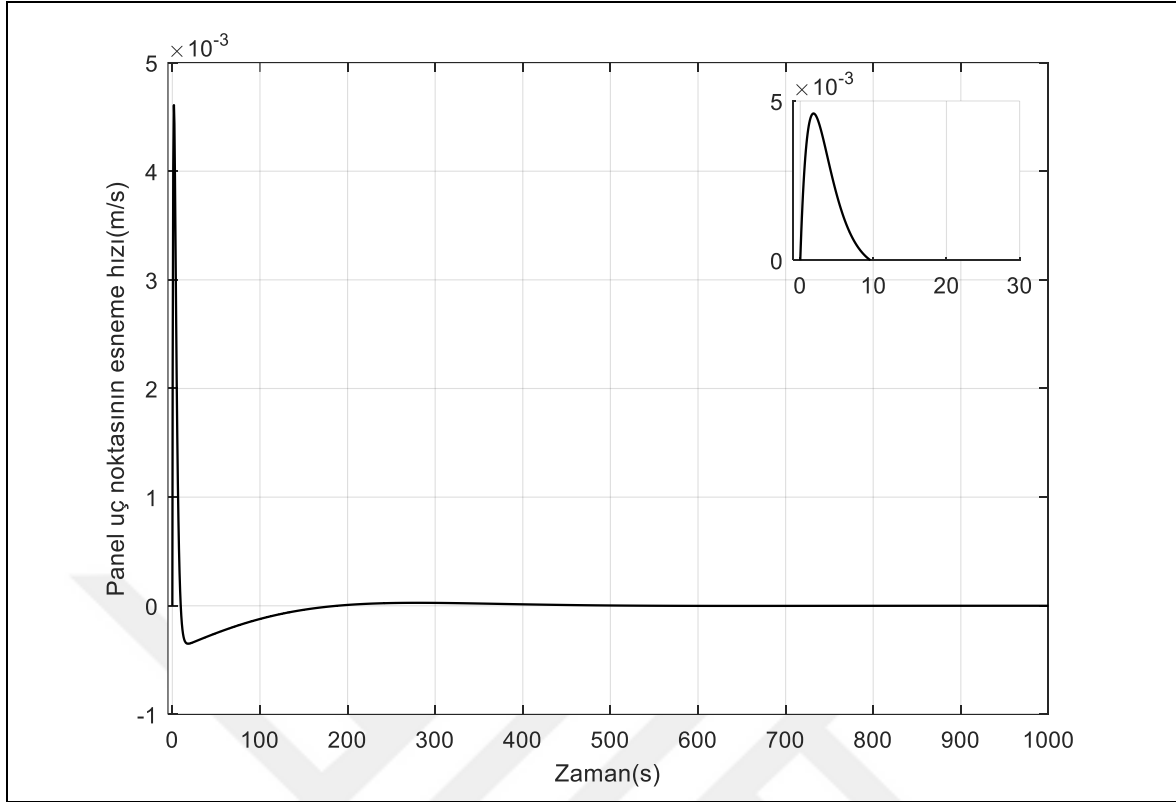
Şekil 5.3. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi



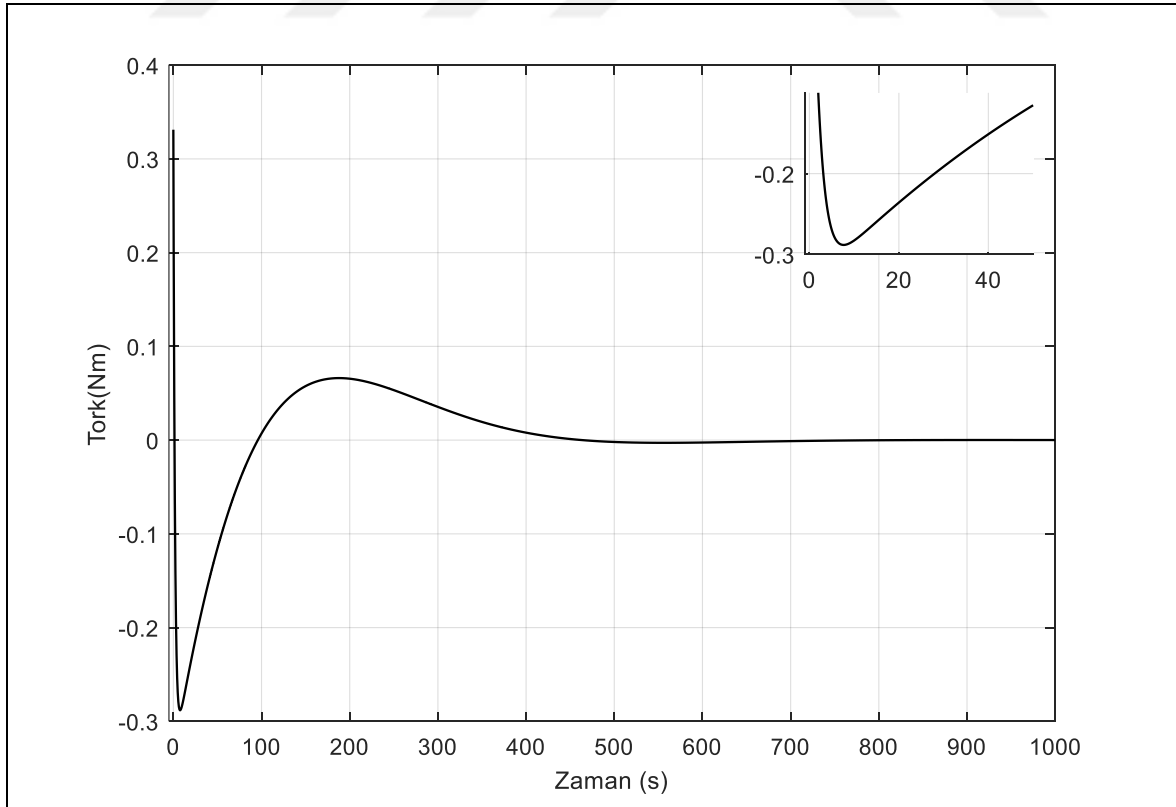
Şekil 5.4. 1. Mod hızının zamanla değişimi



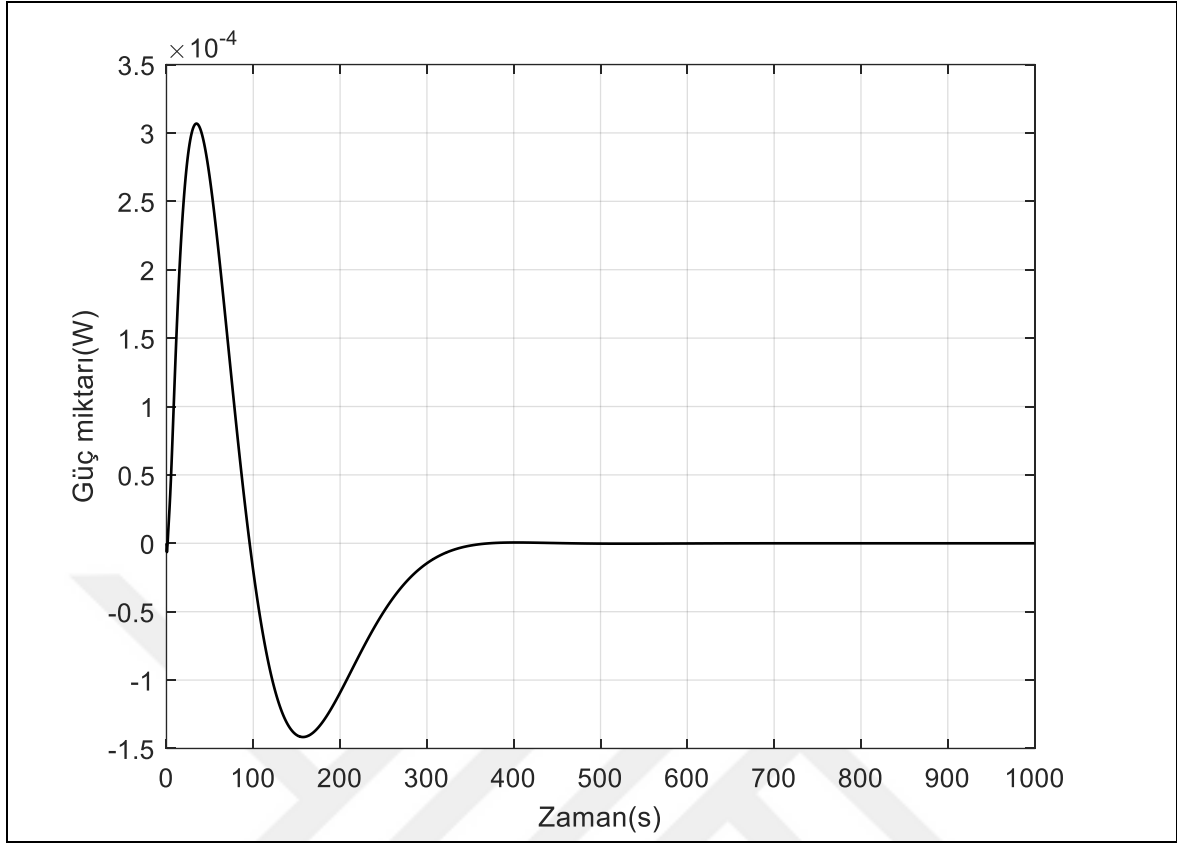
Şekil 5.5. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi



Şekil 5.6. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi



Şekil 5.7. Torkun zamanla değişimi



Şekil 5.8. Güç miktarının zamanla değişimi

Şekil 5.1.'de uydu önelim açısının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 600.s'de uydu yönelim açısı sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Uydu yönelim açısının 1000.s'deki son değeri  $1,204 \times 10^{-3}^{\circ}$  'dir.

Şekil 5.2.'de 1. Mod koordinatının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 500.s'de 1. Mod koordinatı sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 1. Mod koordinatının 1000.s'deki son değeri  $-1,868 \times 10^{-5}$  'tir. Ayrıca 0-50 s arasındaki 1. Mod koordinatı grafiği detay olarak Şekil 5.2.'te verilmiştir.

Şekil 5.3.'te uydu yönelim hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 700.s'de uydu yönelim hızı sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Uydu yönelim hızının 1000.s'deki son değeri  $-1,462 \times 10^{-6}$  Derece/s'dir. Ayrıca uydu yönelim hızı  $t=97,3$  s'de  $-2,876 \times 10^{-3}$  Derece/s ile minimum değerindedir.

Şekil 5.4.'te 1. Mod hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 300.s'de 1. Mod hızı sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 1. Mod hızının 1000.s'deki son değeri  $1,368 \times 10^{-7}$  'dir. 1.

Mod hızı  $t=1,8$  s'de  $1,262 \times 10^{-2}$  değeri ile minimum değerindedir. Ayrıca 0-20 s arasındaki 1. Mod hızı grafiği detay olarak Şekil 5.4.'te verilmiştir.

Şekil 5.5.'te güneş panelinin uç kısmında meydana gelen esneme miktarının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Esnek yapılu güneş panelinin uç kısmında meydana gelen esneme (deflection) miktarı 700.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Esneme miktarının 1000.s'deki son değeri  $-6,821 \times 10^{-6}$  m'dir. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarı  $t=9,4$  s'de  $2,061 \times 10^{-2}$  m değeri ile maksimum değerindedir. Ayrıca 0-50 s arasındaki esneme miktarı grafiği detay olarak Şekil 5.5.'te verilmiştir.

Şekil 5.6.'da güneş panelinin uç kısmında meydana gelen esneme hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Esnek yapılu güneş panelinin uç kısmında meydana gelen esneme hızı (deflection rate) 400.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Esneme hızının 1000.s'deki son değeri  $4,998 \times 10^{-8}$  m/s'dir. Güneş paneli uç noktasının esneme hızı  $t=1,8$  s'de  $4,608 \times 10^{-3}$  m değeri ile maksimum değerindedir. Ayrıca 0-10 s arasındaki esneme hızı grafiği detay olarak Şekil 5.6.'da verilmiştir.

Şekil 5.7.'de torkun zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Sistemdeki maksimum tork değeri ateşleme anında yani  $t=0$  anında oluşmaktadır.  $t=0$  anındaki ateşleme torku  $3,312 \times 10^{-1}$  Nm değerine sahiptir. 500.s'de tork değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Tork değerinin 1000.s'deki son değeri  $9,138 \times 10^{-5}$  Nm'dir. Ayrıca 0-50 sn arasındaki tork değeri detay olarak Şekil 5.7.'de verilmiştir.

Şekil 5.8.'de sistem için gerekli güç miktarının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Sistem için gerekli olan maksimum güç miktarı  $t=34,2$  s'de  $3,68 \times 10^{-4}$  W değerine sahiptir. Şekil 5.8'e göre sistem için gerekli güç miktarı 400.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Sistem için gerekli güç miktarının 1000.s'deki son değeri  $-1,336 \times 10^{-10}$  W'tır.

n=2 mod sayısı için sistemin durum değişkenleri şu şekilde yazılabilir:

$$X = [\theta \ q_1 \ q_2 \ \dot{\theta} \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2]^T \quad (5.5)$$

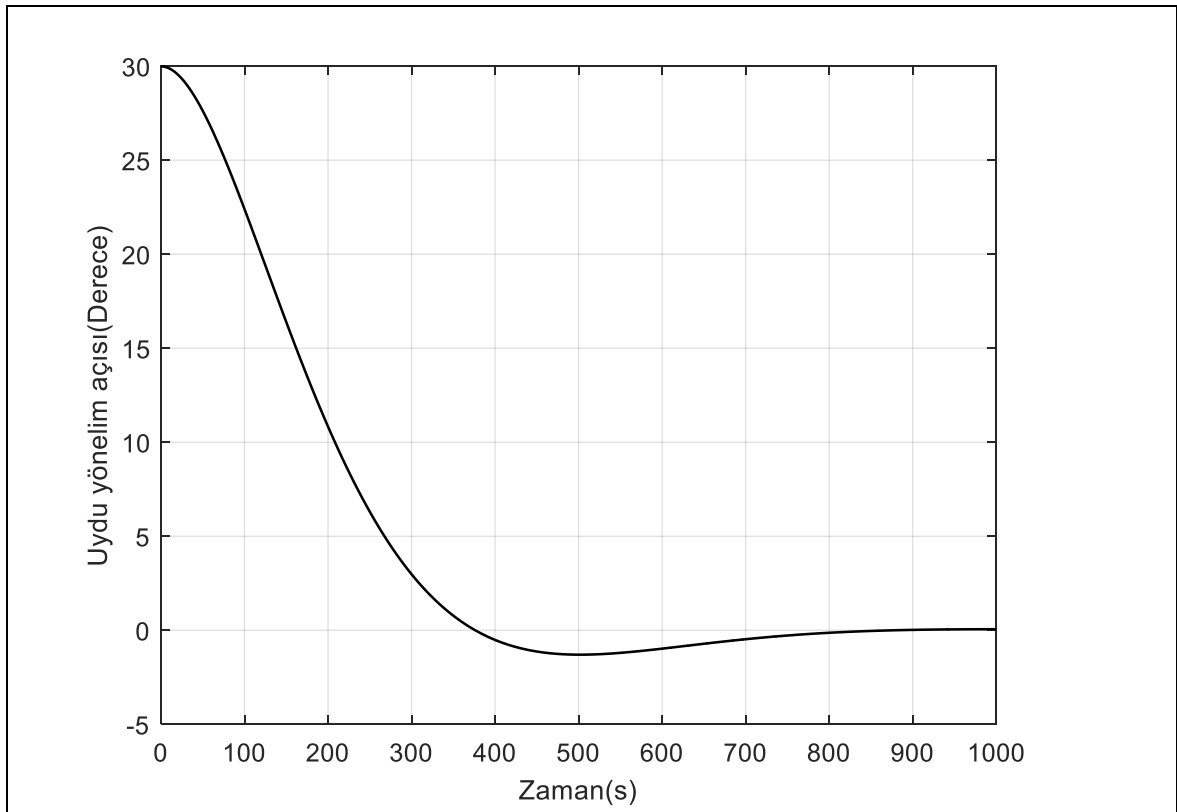
t=0 anında durum değişkenlerinin ilk değerleri aşağıdaki gibidir:

$$X(0) = [(30\pi/180) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (5.6)$$

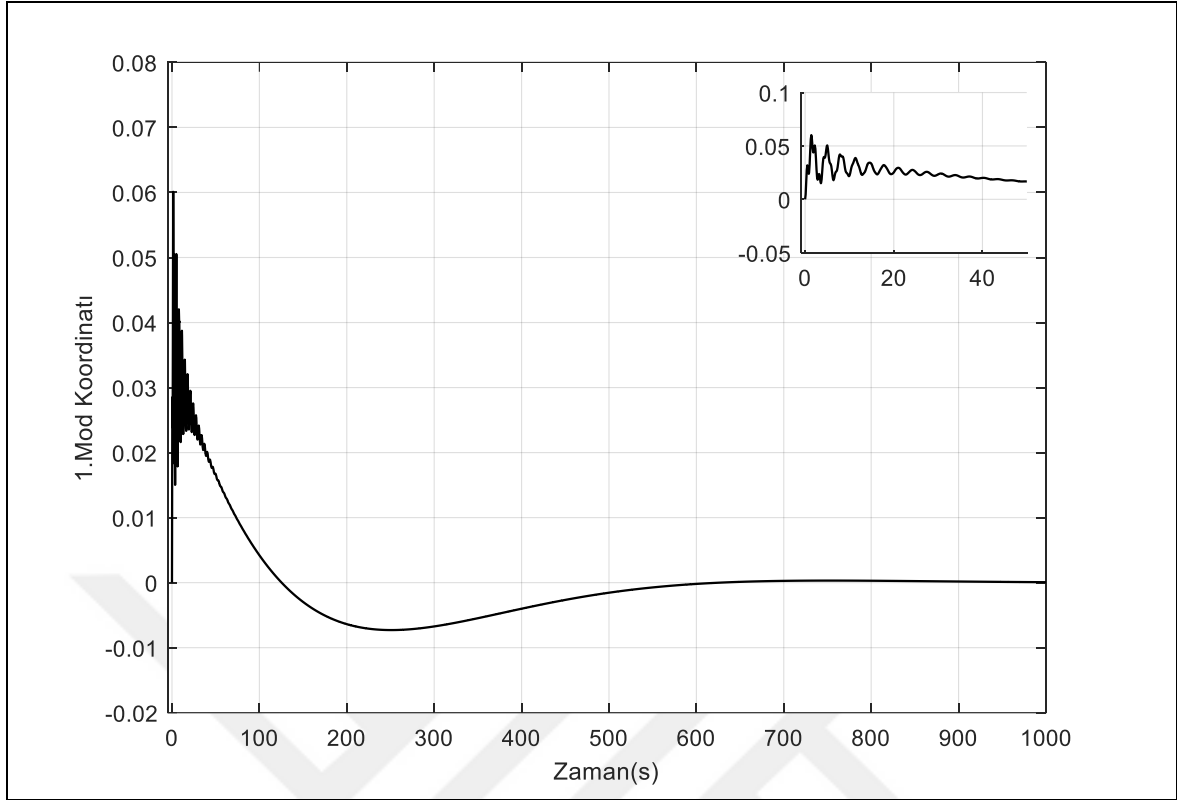
Sistemin maliyet fonksiyonunu optimize eden Q ve R ağırlık matrisleri aşağıdaki gibidir:

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,02 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

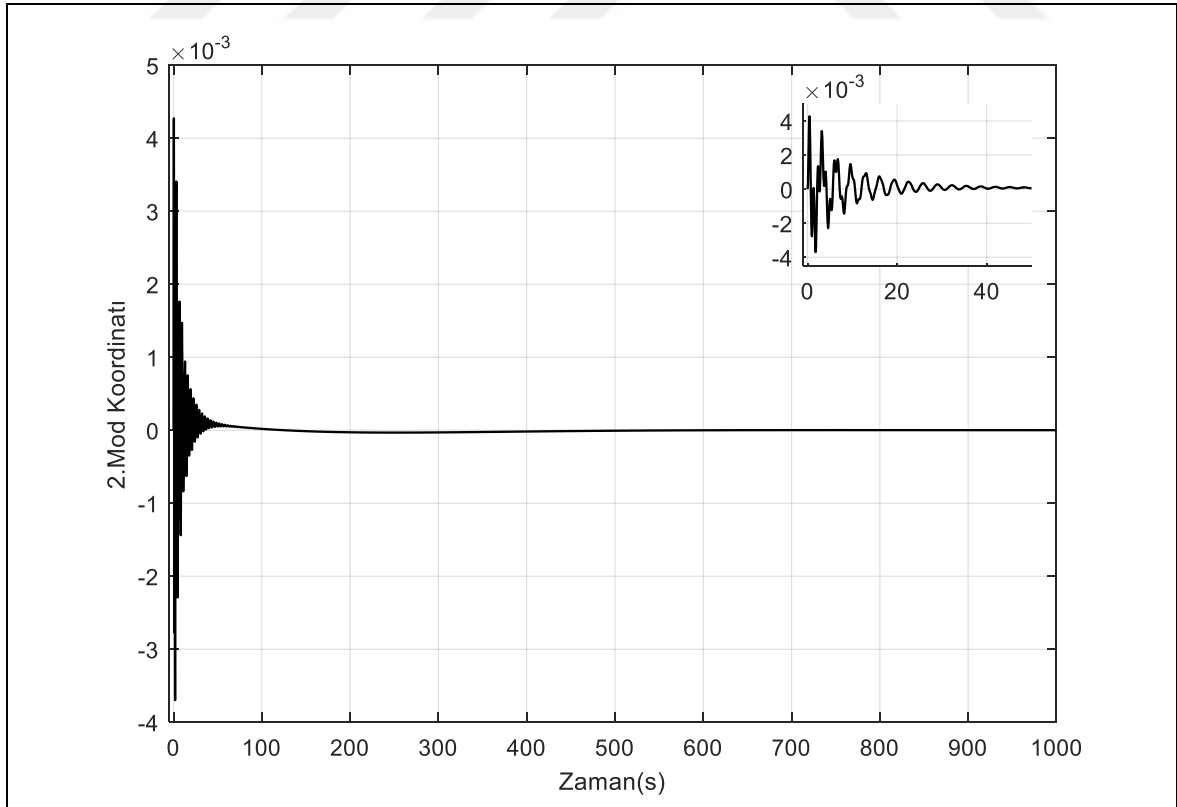
$$R = 5 \quad (5.8)$$



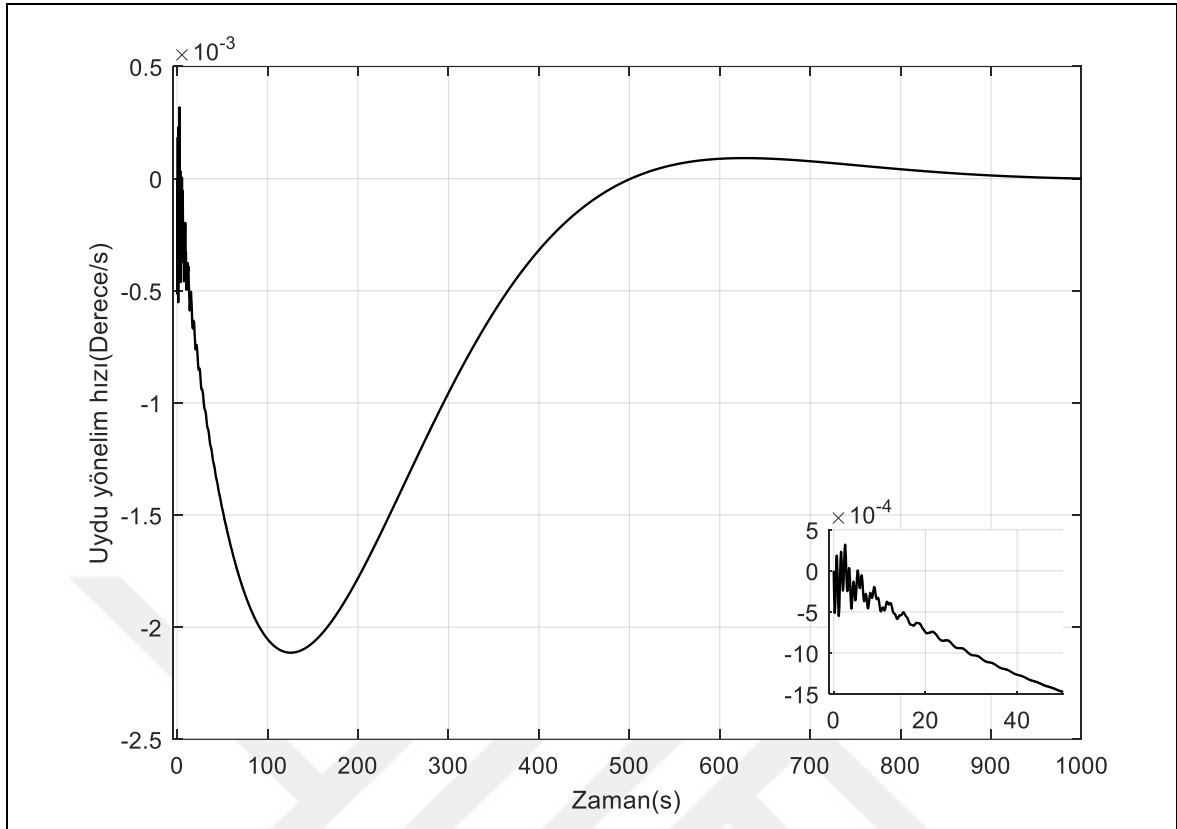
Şekil 5.9. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi



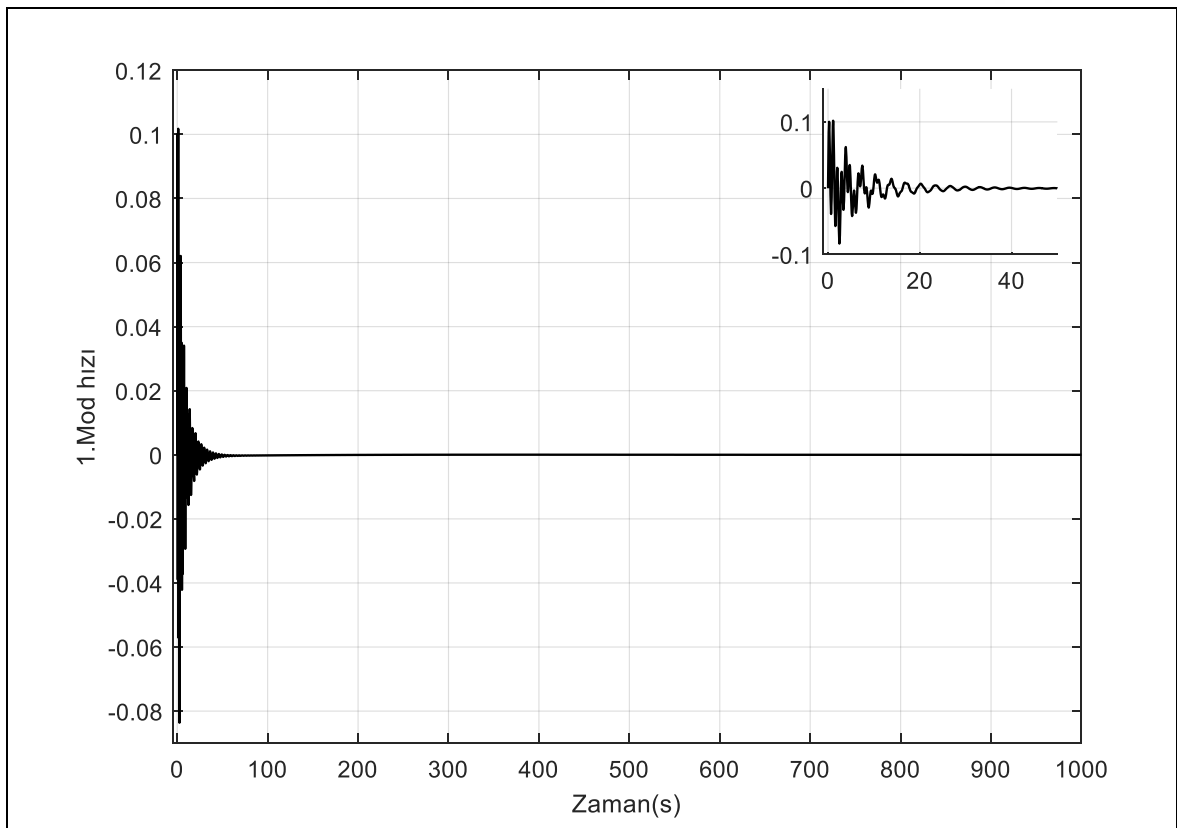
Şekil 5.10. 1. Mod koordinatının zamanla değişimi



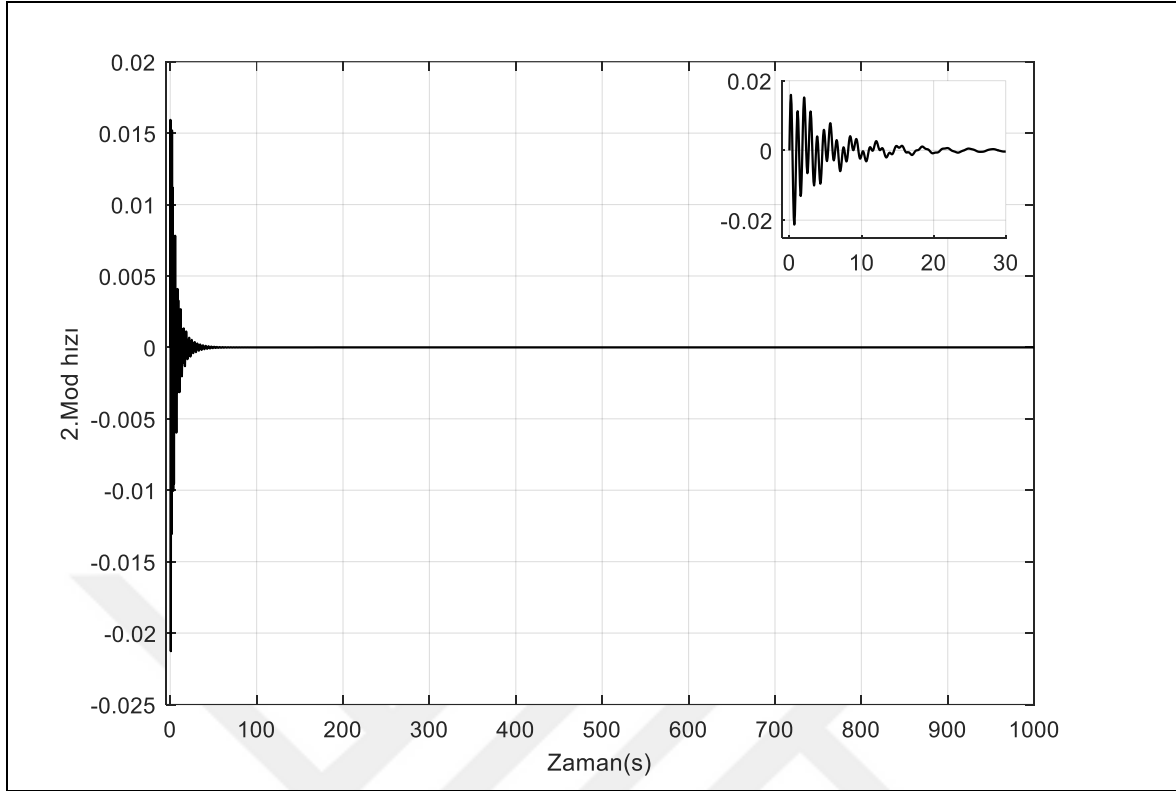
Şekil 5.11. 2. Mod koordinatının zamanla değişimi



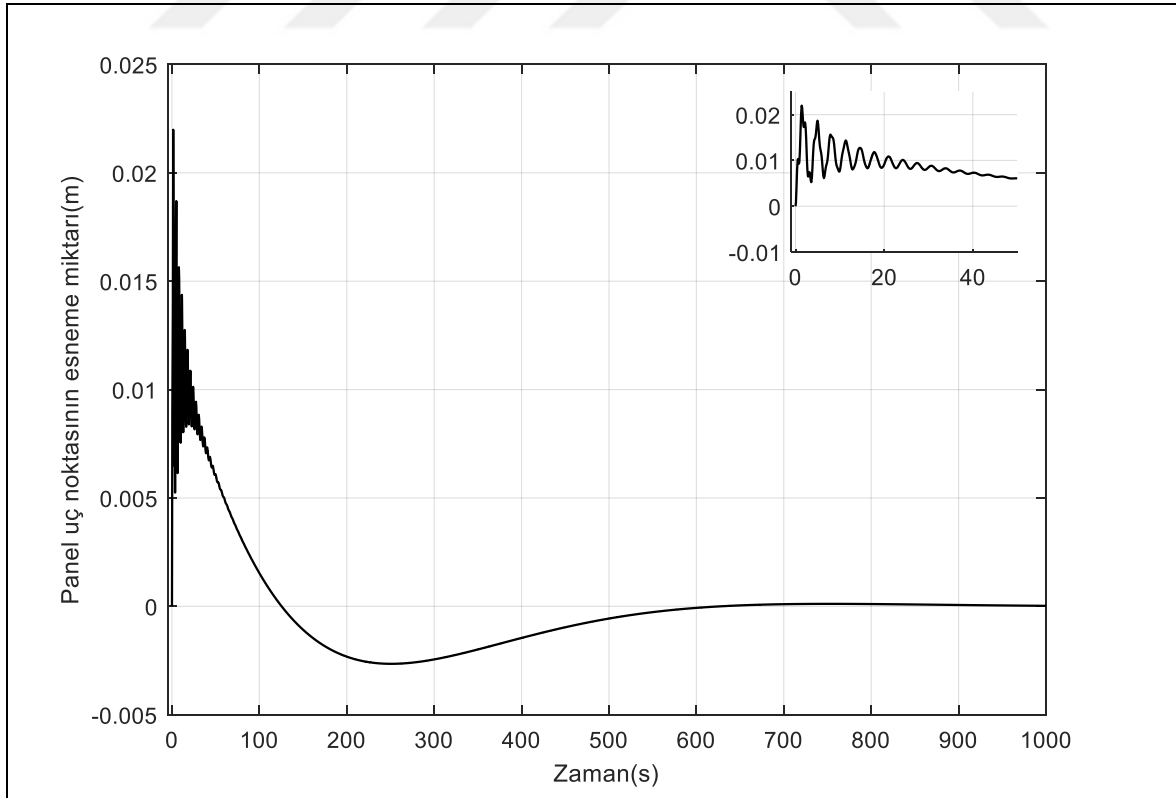
Şekil 5.12. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi



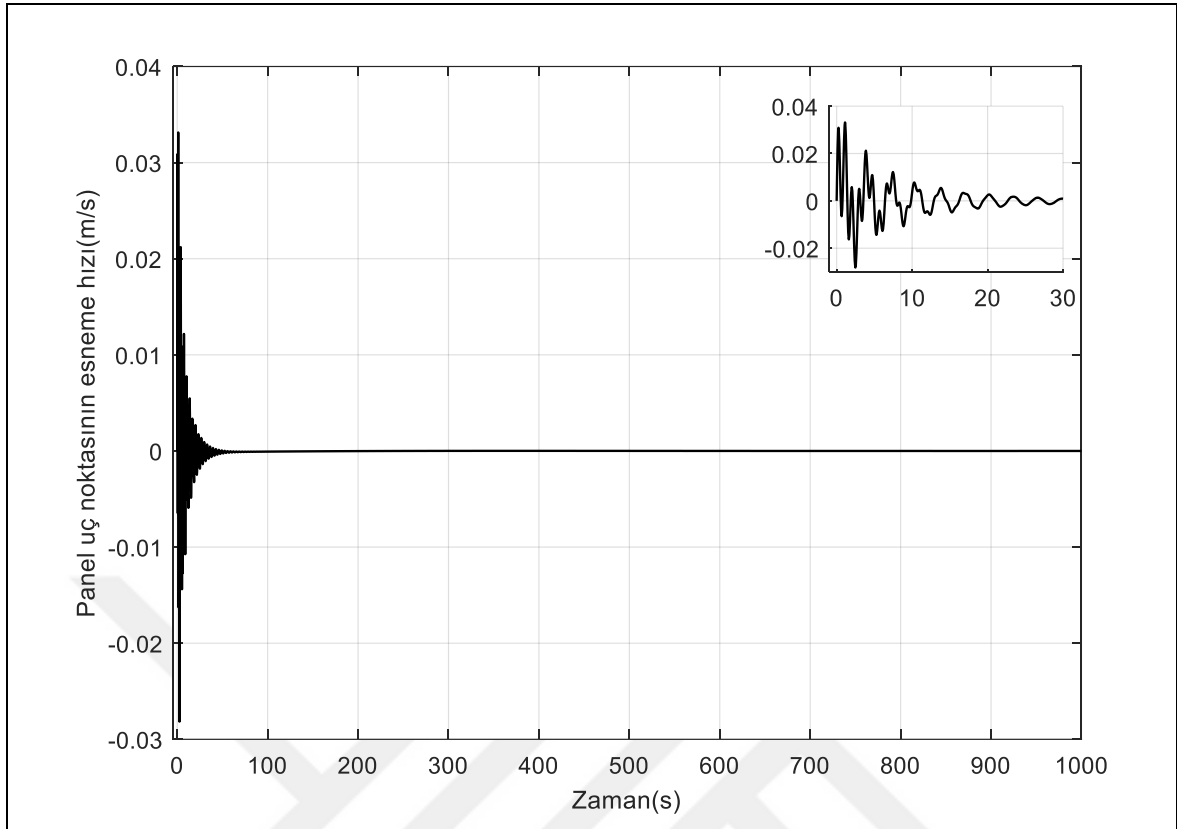
Şekil 5.13. 1. Mod hızının zamanla değişimi



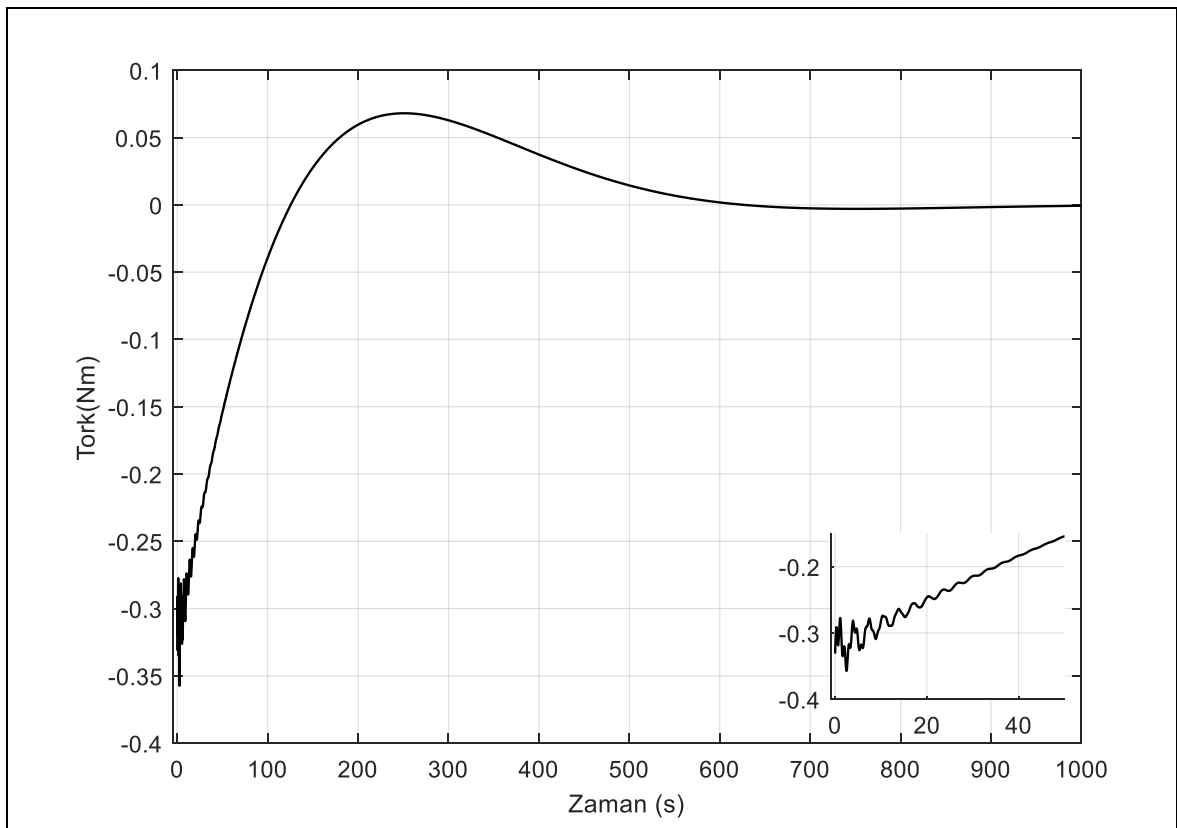
Şekil 5.14. 2. Mod hızının zamanla değişimi



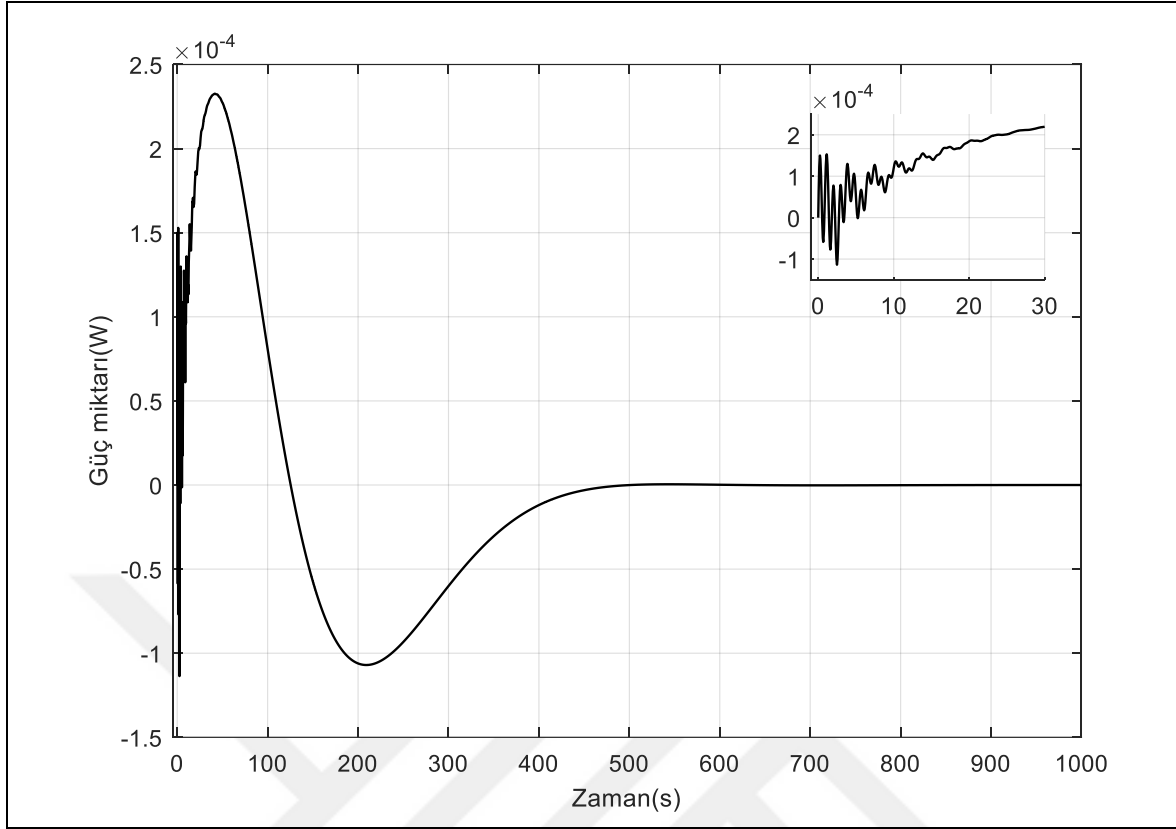
Şekil 5.15. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi



Şekil 5.16. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi



Şekil 5.17. Torkun zamanla değişimi



Şekil 5.18. Güç miktarının zamanla değişimi

Şekil 5.9.'da uydu yönelim açısının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 900.s'de uydu yönelim açısının değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Uydu yönelim açısının 1000.s'deki son değeri  $5,61 \times 10^{-2}^{\circ}$  'dir.

Şekil 5.10.'da 1. Mod koordinatının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 500.s'de 1. Mod koordinatının değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 1. Mod koordinatının maksimum değeri  $t=1,4$  s'de  $6,01 \times 10^{-2}$  'dir. 1. Mod koordinatının 1000.s'deki son değeri  $6,827 \times 10^{-5}$  'tir. Ayrıca 0-50 s arasındaki 1. Mod koordinatı grafiği Şekil 5.10.'da grafik üzerinde detay olarak verilmiştir.

Şekil 5.11.'de 2. Mod koordinatının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 200.s'de 2. Mod koordinatının değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 2. Mod koordinatının maksimum değeri  $t=0,42$  s'de  $4,273 \times 10^{-3}$  'tür. 2. Mod koordinatının 1000.s'deki son değeri  $3,051 \times 10^{-7}$  'dir. Ayrıca 0-50 s arasındaki 2. Mod koordinatı grafiği Şekil 5.11.'de grafik üzerinde detay olarak verilmiştir.

Şekil 5.12.'de uydu yönelim hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 900.s'de uydu yönelim hızı sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Uydu yönelim hızının 1000.s'deki son değeri  $2,536 \times 10^{-7}$  Derece/s'dir. Ayrıca uydu yönelim hızı  $t=127$  s'de  $-2,114 \times 10^{-3}$  Derece/s ile minimum değerindedir. Ayrıca 0-50 s arasındaki uydu yönelim hızının grafiği Şekil 5.12.'de grafik üzerinde detay olarak verilmiştir.

Şekil 5.13.'te 1. Mod hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 100.s'de 1. Mod hız değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 1. Mod hızının 1000.s'deki son değeri  $-8,383 \times 10^{-7}$ 'dir. 1. Mod hızı  $t=2,488$  s'de  $-8,362 \times 10^{-2}$  değeri ile minimum değerindedir. Ayrıca 0-50 s arasındaki 1. Mod hızı grafiği detay olarak Şekil 5.13'te. grafik üzerinde verilmiştir.

Şekil 5.14.'te 2. Mod hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 100.s'de 2. Mod hız değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 2. Mod hızının 1000.s'deki son değeri  $-3,745 \times 10^{-9}$ 'dur. 2. Mod hızı  $t=0,67$  s'de  $-2,126 \times 10^{-2}$  değeri ile minimum değerindedir. Ayrıca 0-30 s arasındaki 2. Mod hızı grafiği detay olarak Şekil 5.14'te grafik üzerinde verilmiştir.

Şekil 5.15.'te güneş panelinin uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Esnek yapılu güneş panelinin uç noktasında meydana gelen esneme (deflection) miktarının değeri 700.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Esneme miktarının 1000.s'deki son değeri  $2,482 \times 10^{-5}$  m'dir. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarı  $t=1,41$  s'de  $2,199 \times 10^{-2}$  m değeri ile maksimum değerindedir. Ayrıca 0-50 s arasındaki esneme miktarı grafiği detay olarak Şekil 5.15.'te grafik üzerinde verilmiştir.

Şekil 5.16.'da güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Esnek yapılu güneş panelinin uç noktasında meydana gelen esneme hızı değeri (deflection rate) 100.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Esneme hızının 1000.s'deki son değeri  $-3,048 \times 10^{-7}$  m/s'dir. Güneş paneli uç noktasının esneme hızı  $t=1,104$  s'de  $3,314 \times 10^{-2}$  m/s değeri ile maksimum değerindedir. Ayrıca 0-30 s arasındaki esneme hızı grafiği detay olarak Şekil 5.16.'da grafik üzerinde verilmiştir.

Şekil 5.17.'de torkun zamanla değişimi grafiği görülmektedir.  $t=0$  anındaki tork değeri  $-3,312 \times 10^{-1} \text{ Nm}$  değerine sahiptir. Sistemdeki maksimum tork değeri  $t=2,476 \text{ s}$ 'de  $-3,574 \times 10^{-1} \text{ Nm}$  değerine sahiptir.  $700 \text{ s}$ 'de tork değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Tork değerinin  $1000 \text{ s}$ 'deki son değeri  $-6,374 \times 10^{-4} \text{ Nm}$ 'dir. Ayrıca  $0-50 \text{ sn}$  arasındaki tork grafiği detay olarak Şekil 5.17.'de grafik üzerinde verilmiştir.

Şekil 5.18.'de sistem için gerekli güç miktarının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Sistem için gerekli olan maksimum güç miktarı  $t=41,47 \text{ s}$ 'de  $2,326 \times 10^{-4} \text{ W}$  değerine sahiptir. Şekil 5.18'e göre sistem için gerekli güç miktarının değeri  $500 \text{ s}$ 'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Sistem için gerekli güç miktarının  $1000 \text{ s}$ 'deki son değeri  $-1,617 \times 10^{-10} \text{ W}$ 'tır. Ayrıca  $0-30 \text{ s}$  arasındaki güç miktarı grafiği detay olarak Şekil 5.18.'de grafik üzerinde verilmiştir.

$n=3$  mod sayısı için sistemin durum değişkenleri şu şekilde yazılabilir:

$$X = [\theta \ q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dot{\theta} \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3]^T \quad (5.9)$$

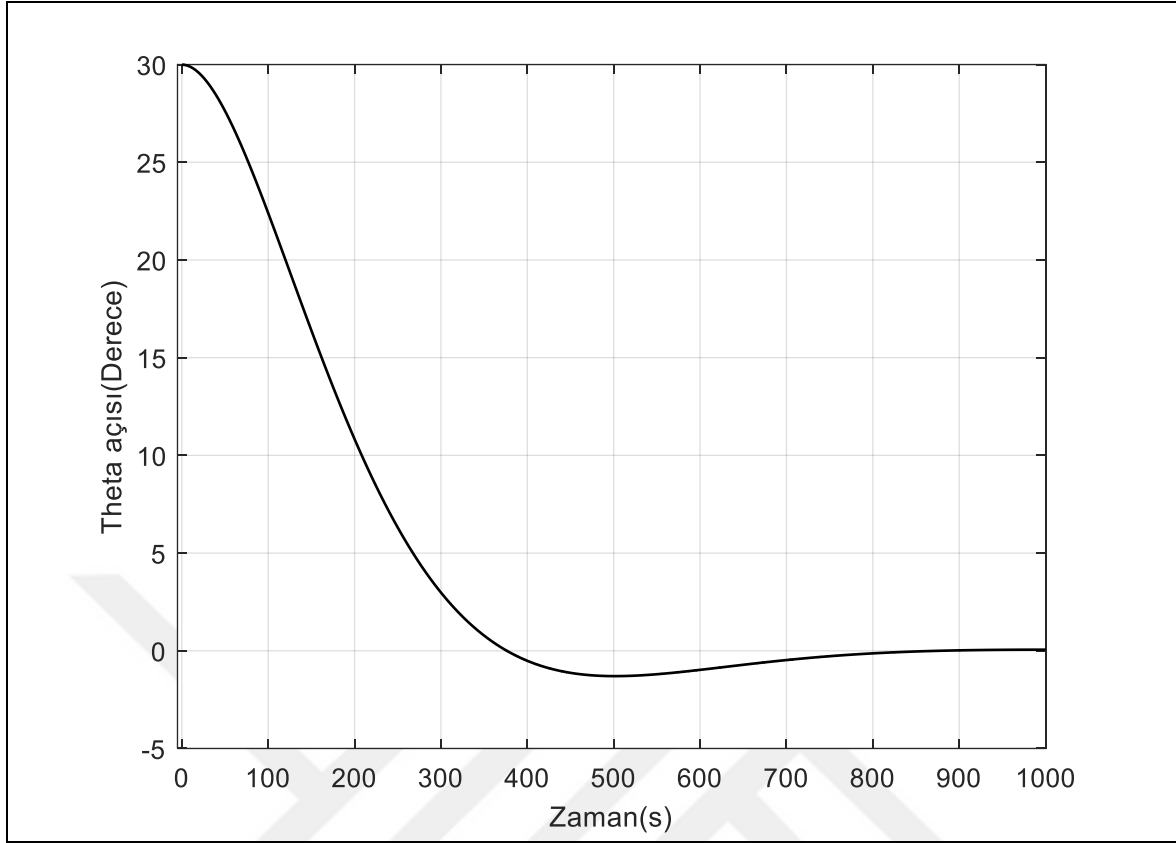
$t=0$  anında durum değişkenlerinin ilk değerleri aşağıdaki gibidir:

$$X(0) = [(30\pi/180) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (5.10)$$

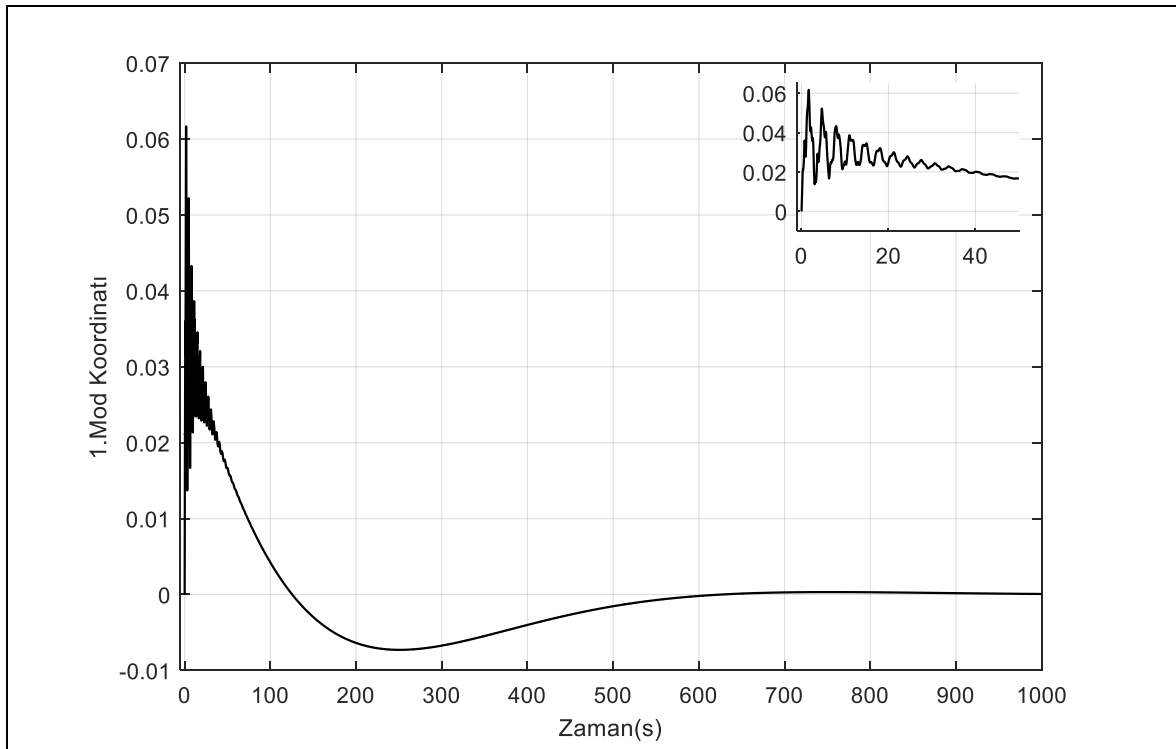
Sistemin maliyet fonksiyonunu optimize eden Q ve R ağırlık matrisleri aşağıdaki gibidir:

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,02 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

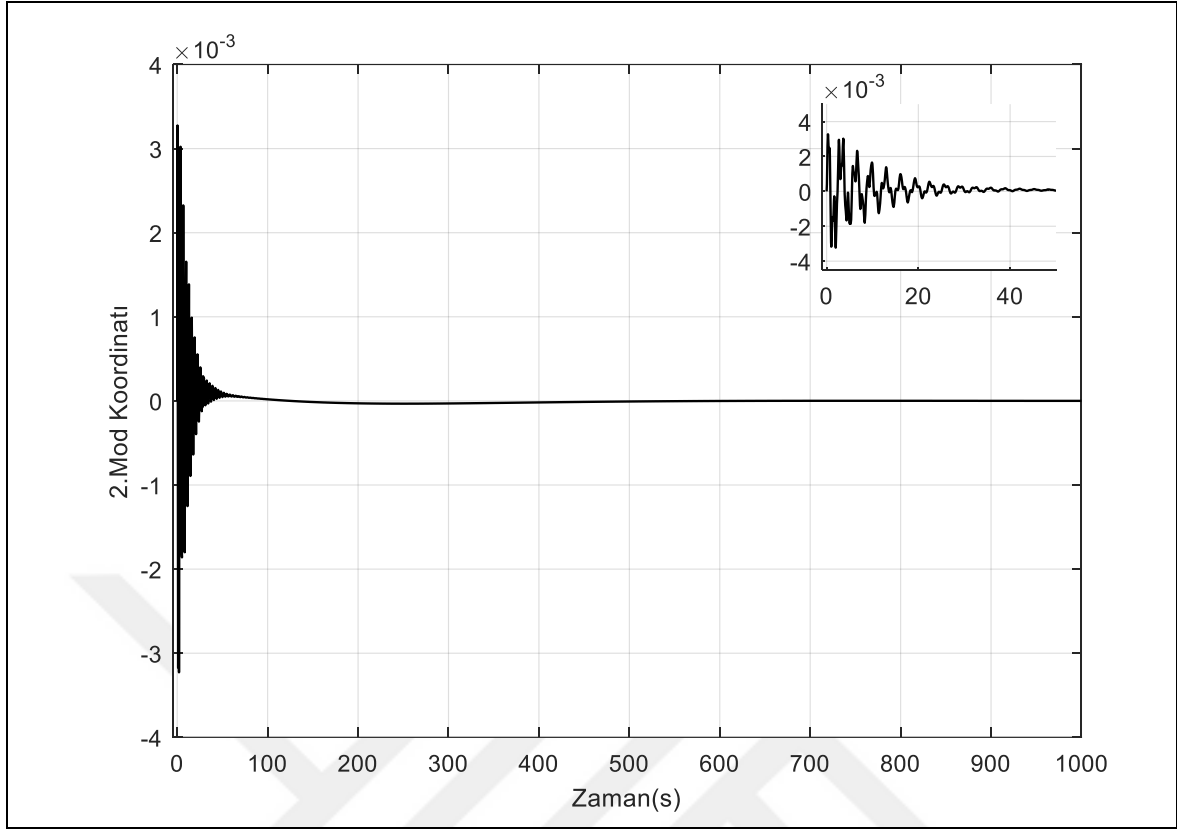
$$R = 5 \quad (5.12)$$



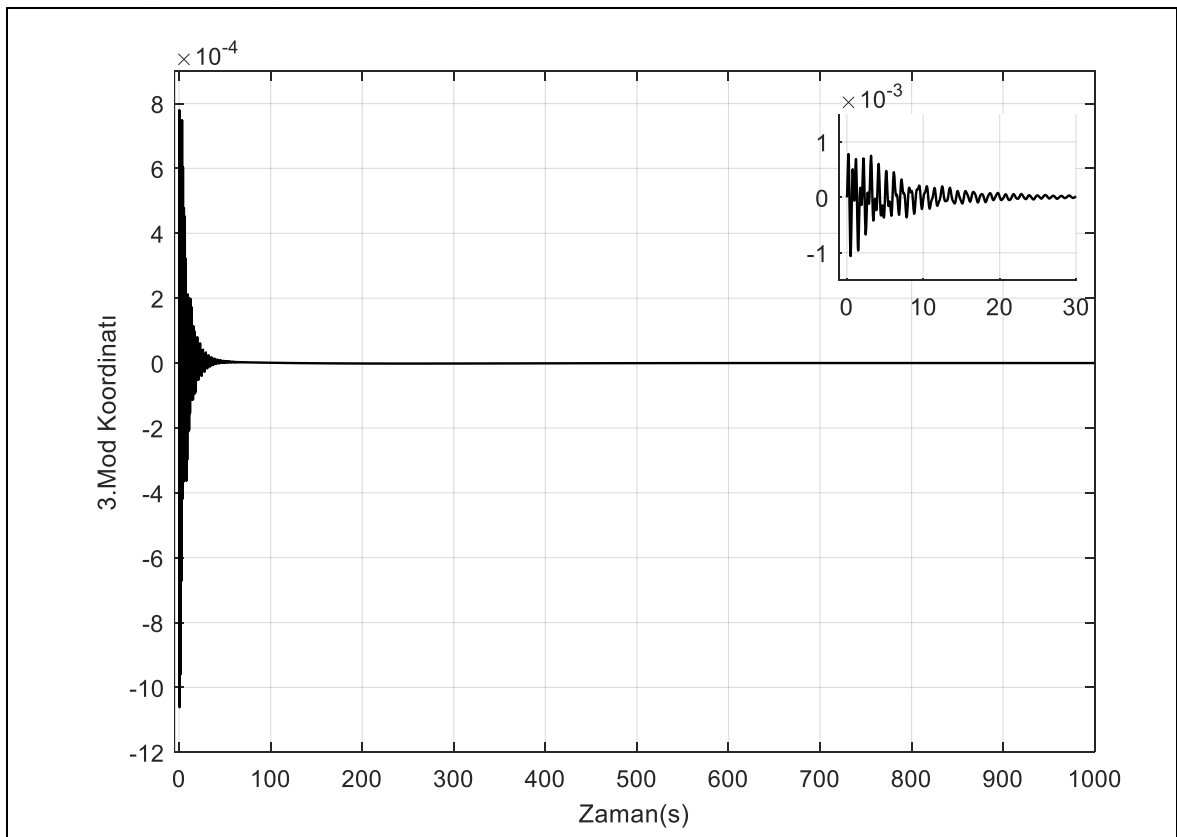
Şekil 5.19. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi



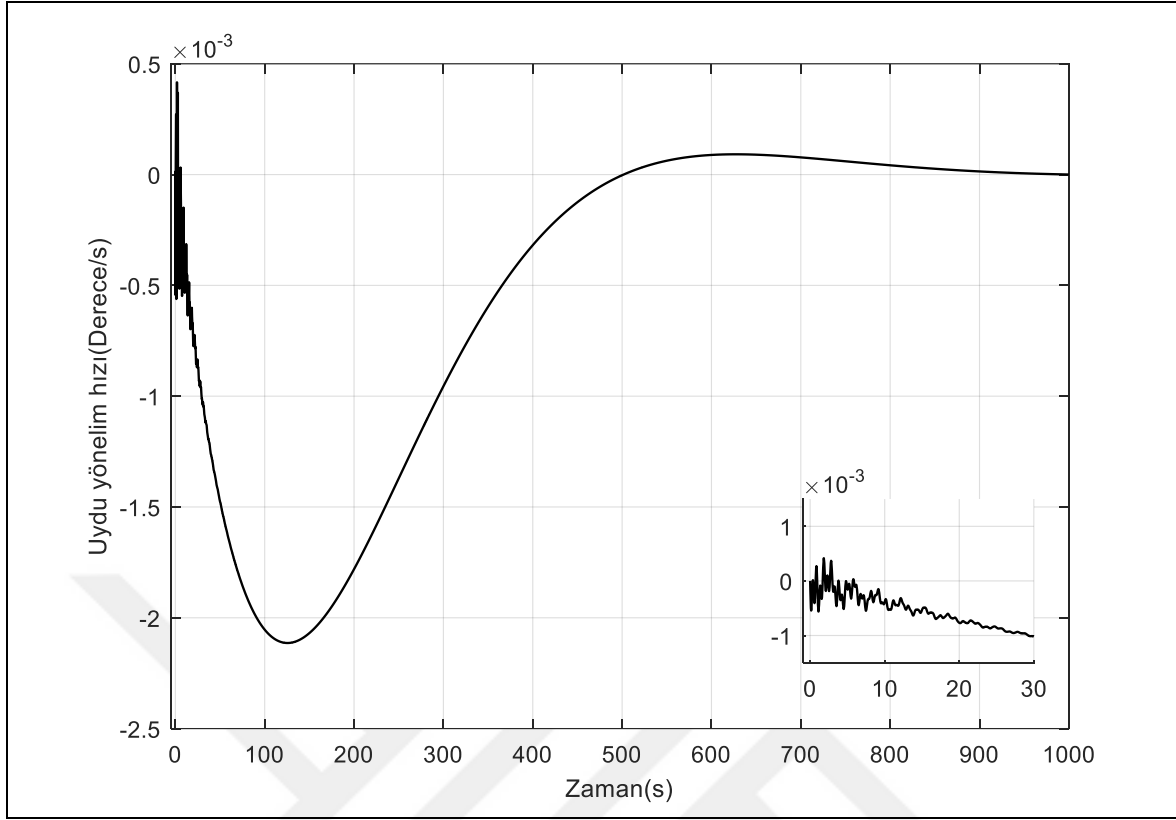
Şekil 5.20. 1. Mod koordinatının zamanla değişimi



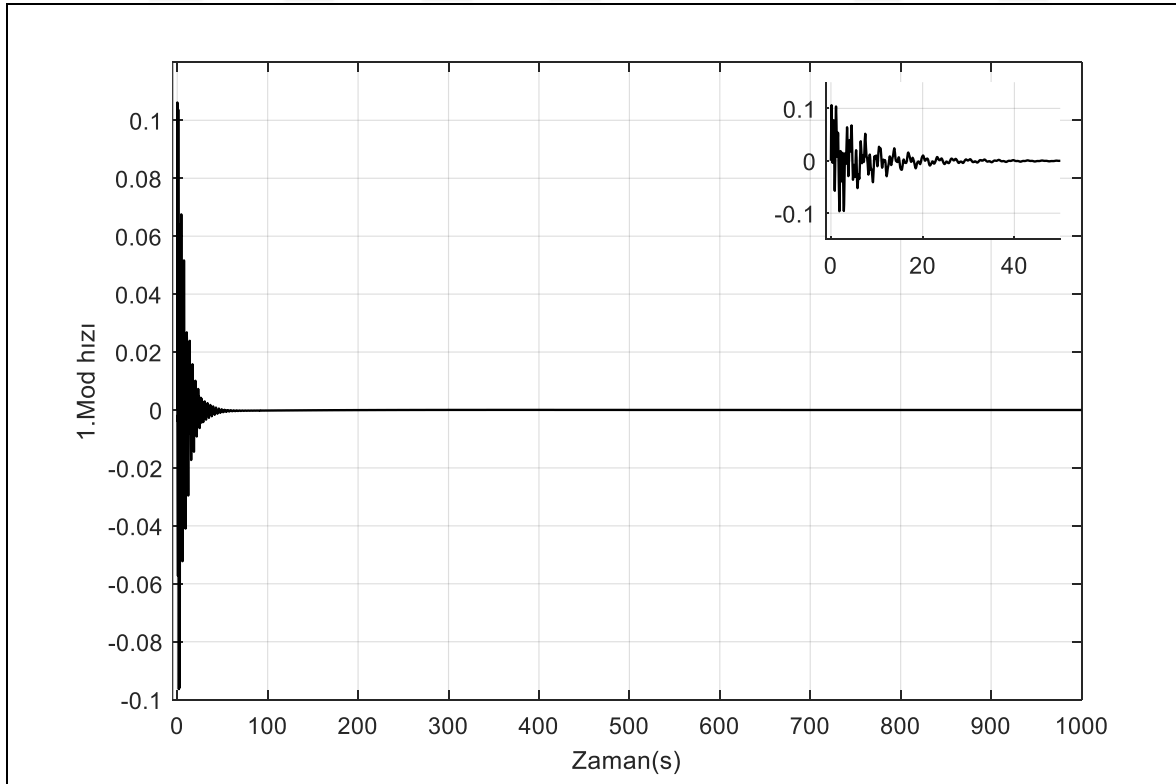
Şekil 5.21. 2. Mod koordinatının zamanla değişimi



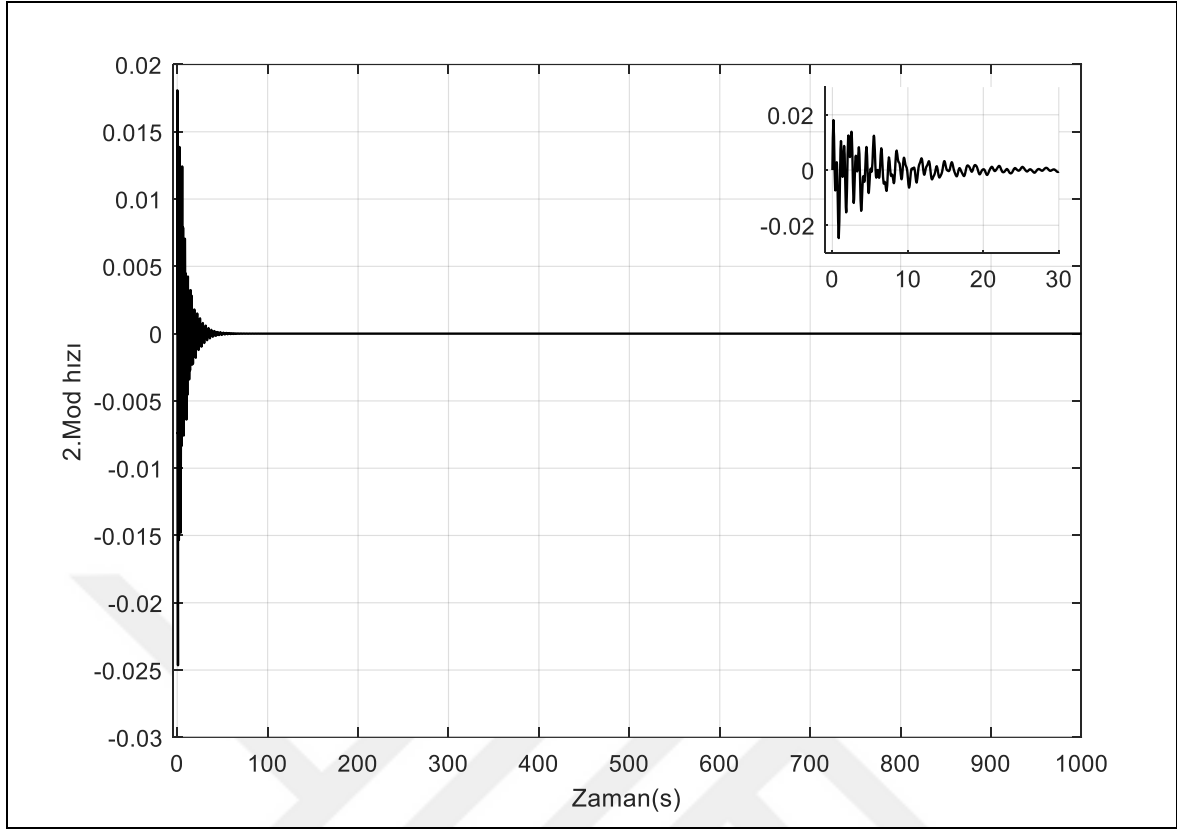
Şekil 5.22. 3. Mod koordinatının zamanla değişimi



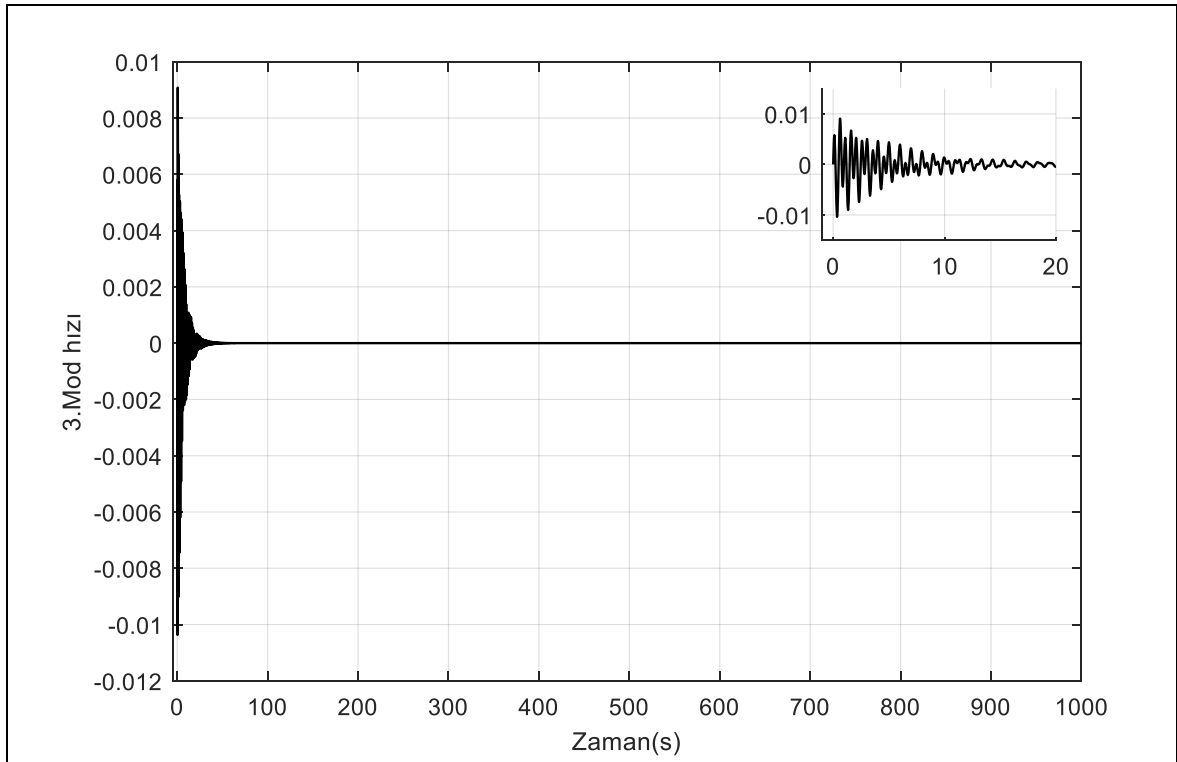
Şekil 5.23. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi



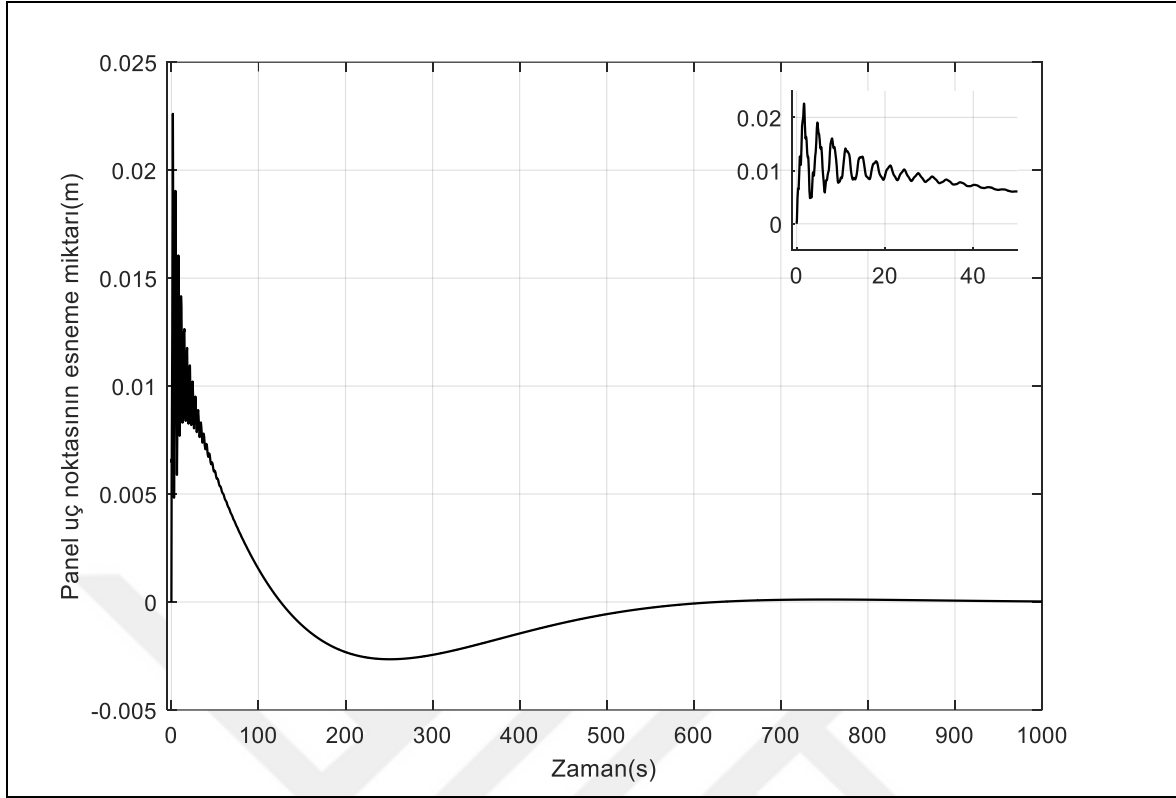
Şekil 5.24. 1. Mod hızının zamanla değişimi



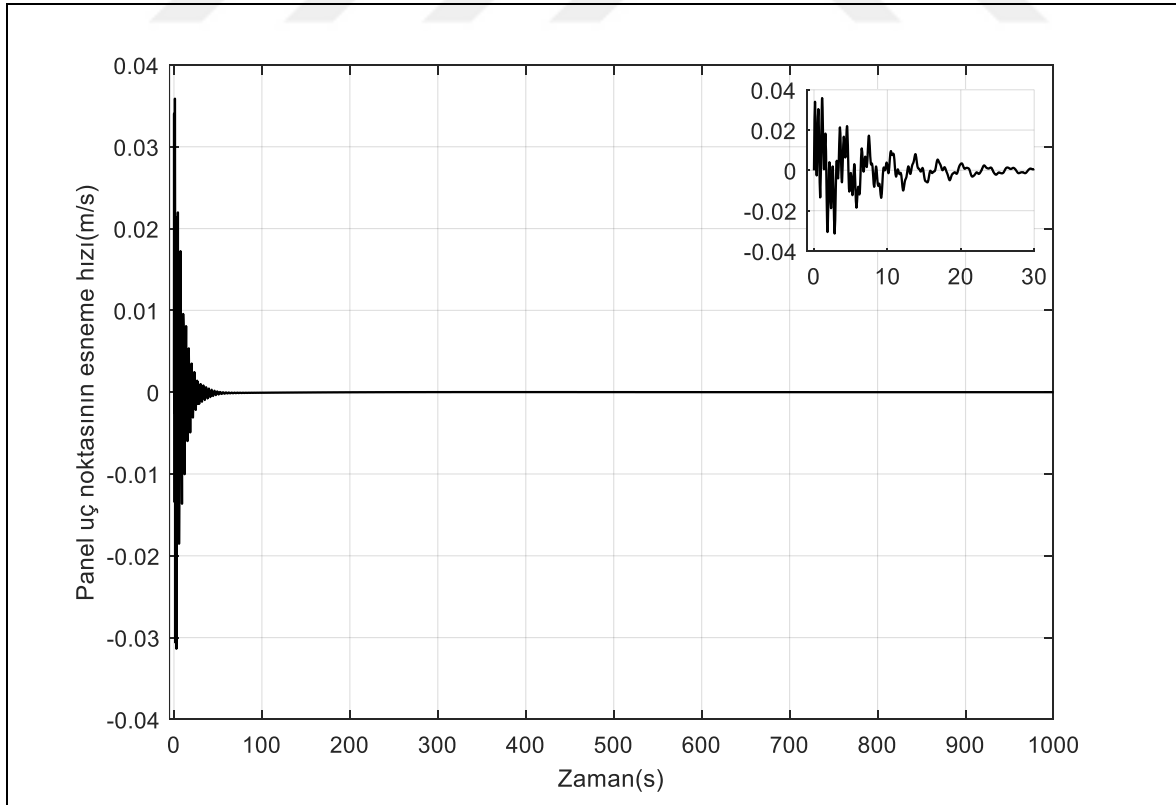
Şekil 5.25. 2. Mod hızının zamanla değişimi



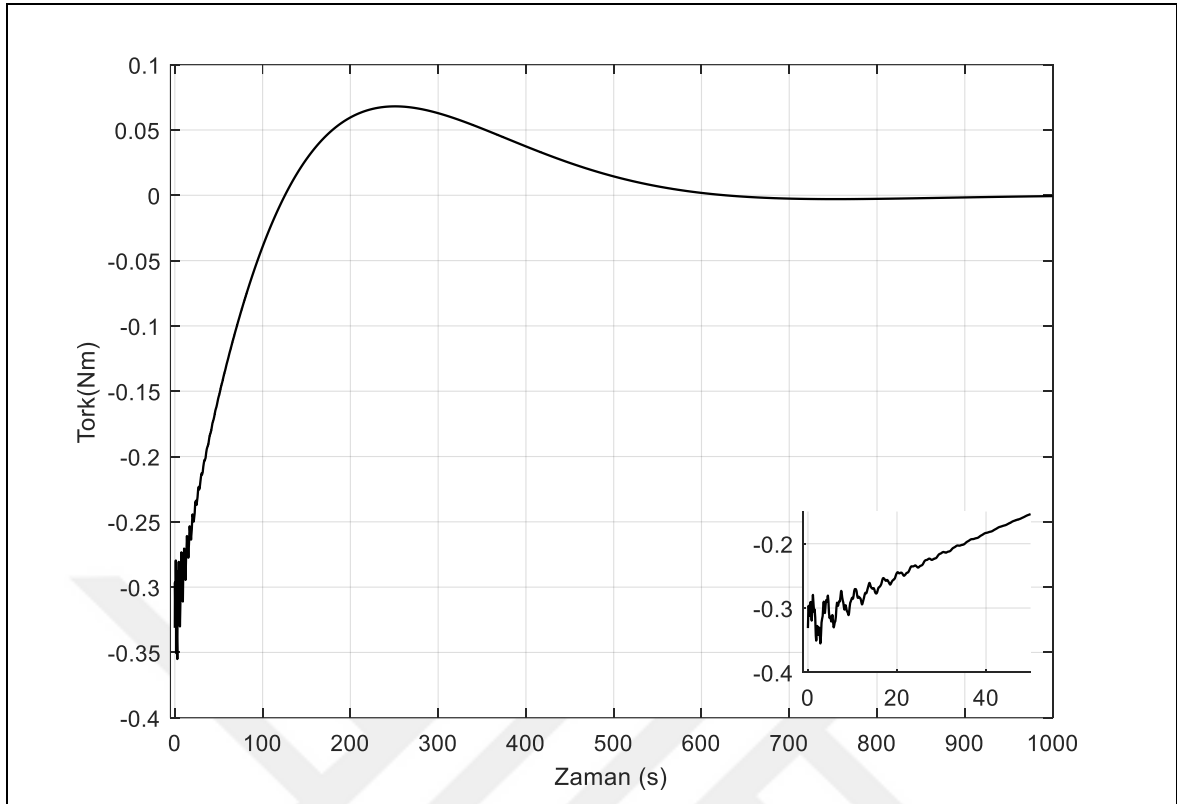
Şekil 5.26. 3. Mod hızının zamanla değişimi



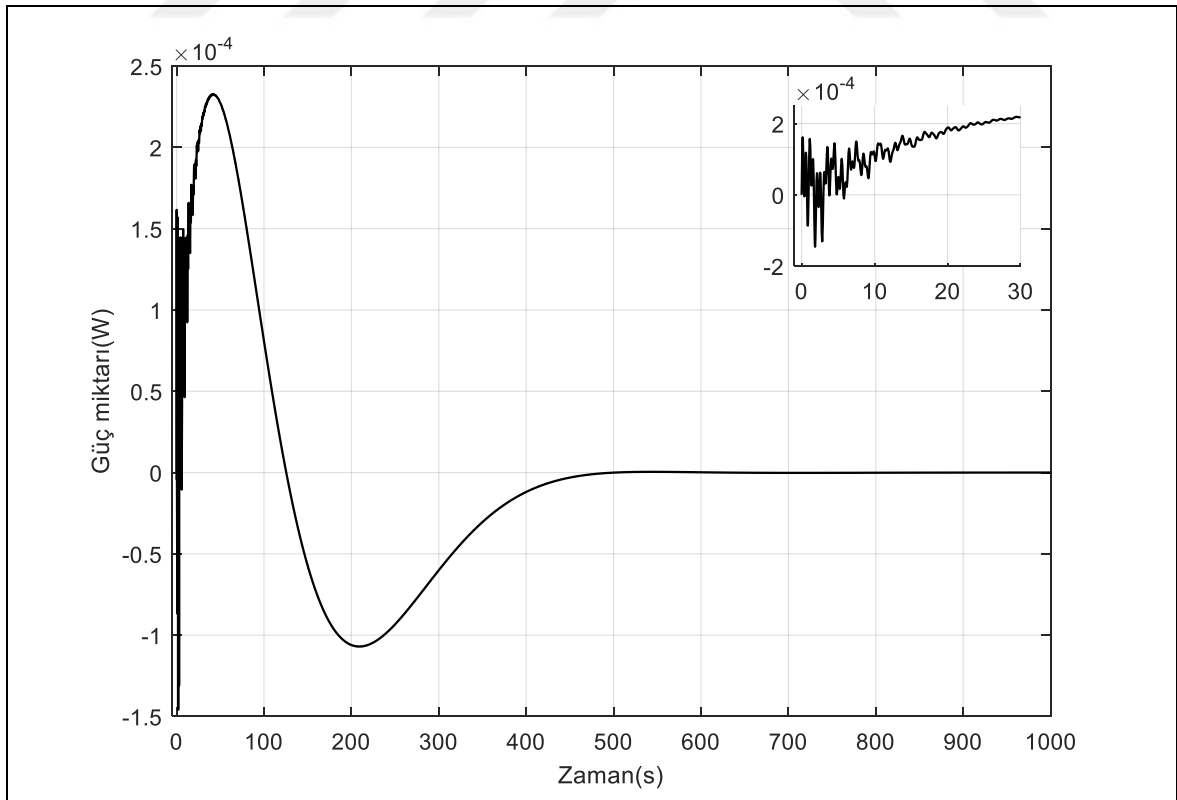
Şekil 5.27. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi



Şekil 5.28. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi



Şekil 5.29. Torkun zamanla değişimi



Şekil 5.30. Güç miktarının zamanla değişimi

Şekil 5.19.'da uydu yönelim açısının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 900.s'de uydu yönelim açısının değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Uydu yönelim açısının 1000.s'deki son değeri  $5,61 \times 10^{-2}^{\circ}$  'dir.

Şekil 5.20.'de 1. Mod koordinatının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 600.s'de 1. Mod koordinatının değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 1. Mod koordinatının maksimum değeri  $t=1,67$  s'de  $6,167 \times 10^{-2}$  'dir. 1. Mod koordinatının 1000.s'deki son değeri  $6,828 \times 10^{-5}$  'tir. Ayrıca 0-50 s arasındaki 1. Mod koordinatı grafiği Şekil 5.20.'de grafik üzerinde detay olarak verilmiştir.

Şekil 5.21.'de 2. Mod koordinatının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 200.s'de 2. Mod koordinatının değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 2. Mod koordinatının maksimum değeri  $t=0,29$  s'de  $3,275 \times 10^{-3}$  'tür. 2. Mod koordinatının 1000.s'deki son değeri  $3,077 \times 10^{-7}$  'dir. Ayrıca 0-50 s arasındaki 2. Mod koordinatı grafiği Şekil 5.21.'de grafik üzerinde detay olarak verilmiştir.

Şekil 5.22.'de 3. Mod koordinatının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 100.s'de 3. Mod koordinatının değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 3. Mod koordinatının maksimum değeri  $t=0,493$  s'de  $-1,061 \times 10^{-3}$  'tür. 3. Mod koordinatının 1000.s'deki son değeri  $1,525 \times 10^{-8}$  'dir. Ayrıca 0-30 s arasındaki 3. Mod koordinatı grafiği Şekil 5.22.'de grafik üzerinde detay olarak verilmiştir.

Şekil 5.23.'te uydu yönelim hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 900.s'de uydu yönelim hızı sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Uydu yönelim hızının 1000.s'deki son değeri  $2,538 \times 10^{-7}$  Derece/s' dir. Ayrıca uydu yönelim hızı  $t=127$  s'de  $-2,114 \times 10^{-3}$  Derece/s ile minimum değerindedir. Ayrıca 0-50 s arasındaki uydu yönelim hızının grafiği Şekil 5.23.'te grafik üzerinde detay olarak verilmiştir.

Şekil 5.24.'te 1. Mod hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 100.s'de 1. Mod hız değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 1. Mod hızının 1000.s'deki son değeri  $-8,384 \times 10^{-7}$  'dir. 1. Mod hızı  $t=0,14$  s'de  $1,062 \times 10^{-1}$  değeri ile maksimum değerindedir. Ayrıca 0-50 s arasındaki 1. Mod hızı grafiği detay olarak Şekil 5.24'te grafik üzerinde verilmiştir.

Şekil 5.25.'te 2. Mod hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 100.s'de 2. Mod hız değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 2. Mod hızının 1000.s'deki son değeri  $-3,776 \times 10^{-9}$ 'dur. 2. Mod hızı  $t=0,839$  s'de  $-2,465 \times 10^{-2}$  ile minimum değerindedir. Ayrıca 0-30 s arasındaki 2. Mod hızı grafiği detay olarak Şekil 5.25'te grafik üzerinde verilmiştir.

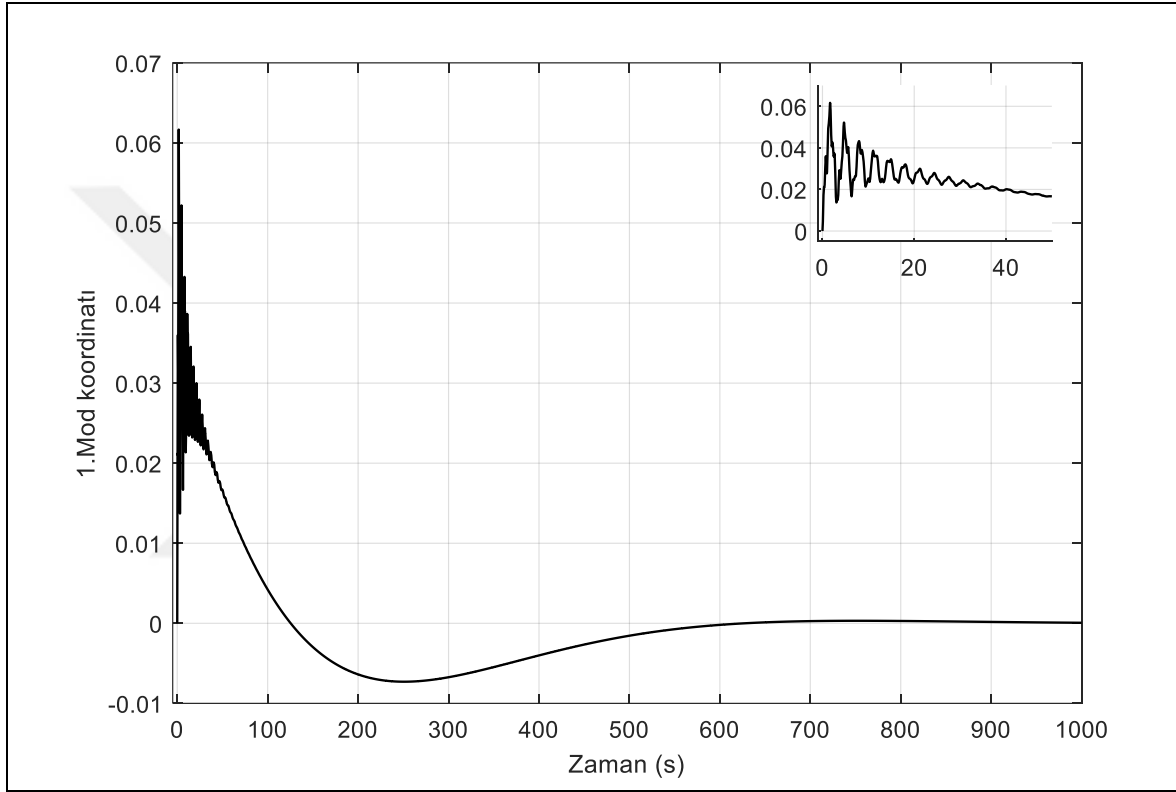
Şekil 5.26.'da 3. Mod hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 700.s'de 3. Mod hız değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. 3. Mod hızının 1000.s'deki son değeri  $2,482 \times 10^{-5}$ 'tir. 3. Mod hızı  $t=1,68$  s'de  $2,261 \times 10^{-2}$  değeri ile maksimum değerindedir. Ayrıca 0-50 s arasındaki 3. Mod hızı grafiği detay olarak Şekil 5.26.'da grafik üzerinde verilmiştir.

Şekil 5.27.'de güneş panelinin uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Esnek yapıli güneş panelinin uç noktasında meydana gelen esneme (deflection) miktarının değeri 700.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Esneme miktarının 1000.s'deki son değeri  $2,482 \times 10^{-5}$  m'dir. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarı  $t=1,68$  s'de  $2,261 \times 10^{-2}$  m değeri ile maksimum değerindedir. Ayrıca 0-50 s arasındaki esneme miktarı grafiği detay olarak Şekil 5.27.'de grafik üzerinde verilmiştir.

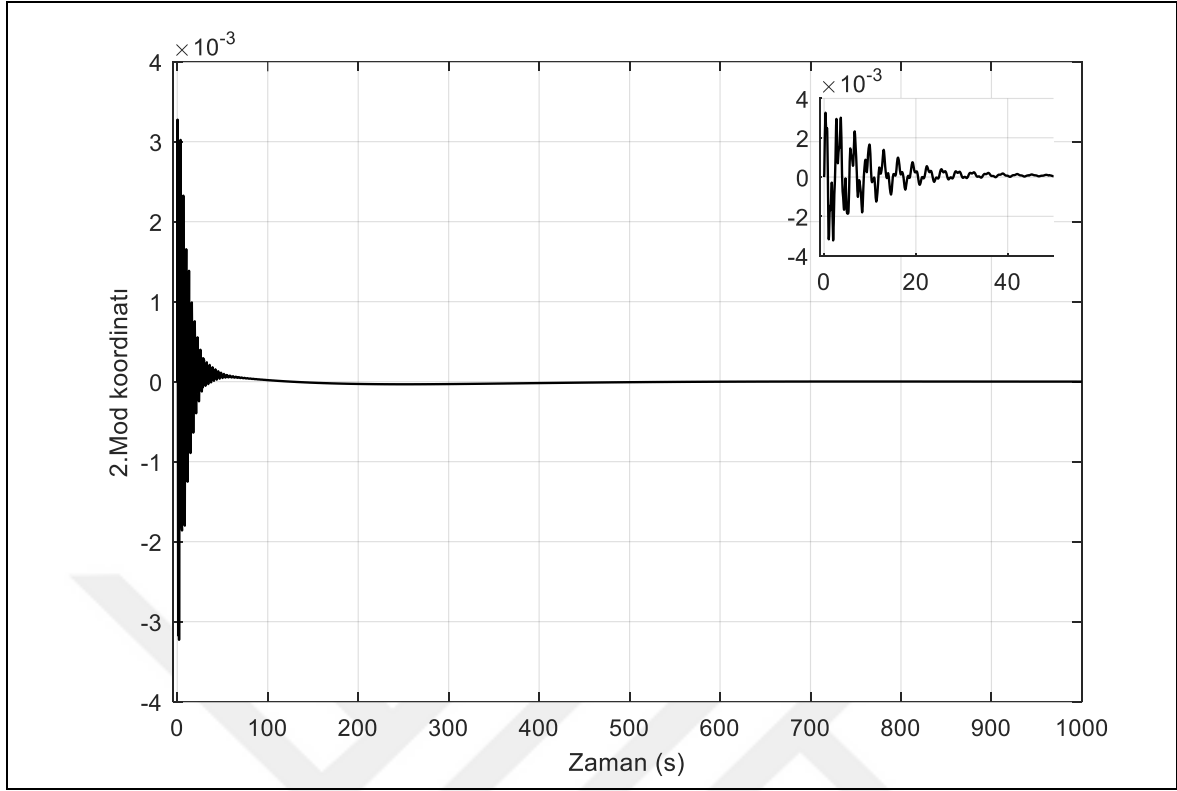
Şekil 5.28.'de güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Esnek yapıli güneş panelinin uç noktasında meydana gelen esneme hızı değeri (deflection rate) 100.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Esneme hızının 1000.s'deki son değeri  $-3,048 \times 10^{-7}$  m/s'dir. Güneş paneli uç noktasının esneme hızı  $t=1,11$  s'de  $3,588 \times 10^{-2}$  m/s değeri ile maksimum değerindedir. Ayrıca 0-30 s arasındaki esneme hızı grafiği detay olarak Şekil 5.28.'de grafik üzerinde verilmiştir.

Şekil 5.29.'da torkun zamanla değişimi grafiği görülmektedir.  $t=0$  anındaki tork değeri  $-3,312 \times 10^{-1}$  Nm değerine sahiptir. Sistemdeki minimum tork değeri  $t=2,8$  s'de  $-3,55 \times 10^{-1}$  Nm değerine sahiptir. 700.s'de tork değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Tork değerinin 1000.s'deki son değeri  $-6,374 \times 10^{-4}$  Nm'dir. Ayrıca 0-50 sn arasındaki tork grafiği detay olarak Şekil 5.29.'da grafik üzerinde verilmiştir.

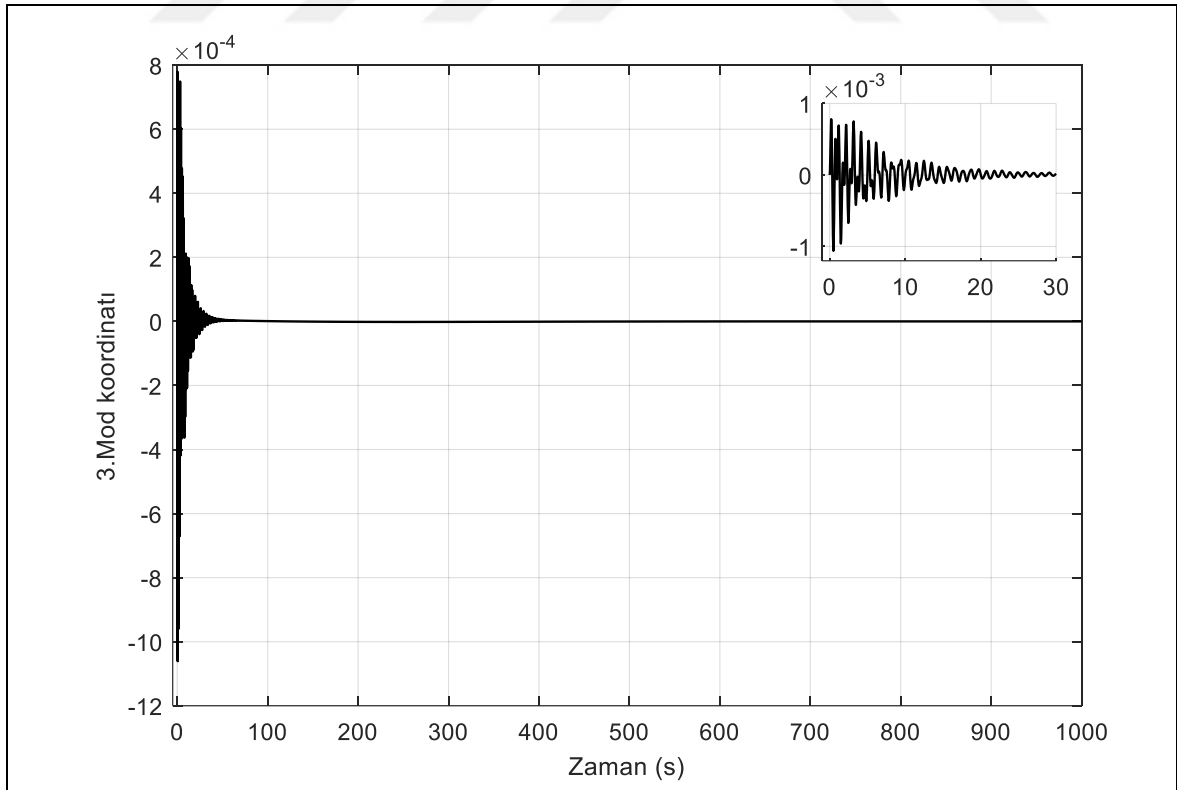
Şekil 5.30.'da sistem için gerekli güç miktarının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Sistem için gerekli olan maksimum güç miktarı  $t=41,8$  s'de  $2,328 \times 10^{-4}$  W değerine sahiptir. Şekil 5.30'a göre sistem için gerekli güç miktarının değeri 500.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Sistem için gerekli güç miktarının 1000.s'deki son değeri  $-1,618 \times 10^{-10}$  W'tır. Ayrıca 0-30 s arasındaki güç miktarı grafiği detay olarak Şekil 5.30.'da grafik üzerinde verilmiştir.



Şekil 5.31. 1. Mod koordinatının zamanla değişimi



Şekil 5.32. 2. Mod koordinatının zamanla değişimi



Şekil 5.33. 3. Mod koordinatının zamanla değişimi

İlk üç mod koordinatının zamana göre değişimi yukarıdaki grafiklerde çizilmiştir. Burada da açıkça görülmektedir ki mod sayısı arttıkça mod koordinatının etkinliği azalmaktadır.

Literatür incelendiğinde esnek yapıllı güneş paneli titreşim kontrolü yöntemlerinde özellikle birinci mod alınarak çalışıldığı gözlemlenmektedir [6, 13, 14, 18]. Yukarıdaki grafikler literatürdeki titreşim kontrolü yöntemleri için etkin modun birinci mod olduğunu kanıtlar durumdadır. Ayrıca torkun sayısal büyüklüğünü de yine birinci mod belirlemektedir. Mod sayısı artsa da ateşleme torkunun sayısal değeri, sıfıra yerleşme süresi gibi değerler için baskın modun birinci mod olduğu görülmektedir. Yukarıdaki grafikler literatürdeki bu çalışmaları destekler niteliktedir.

3000 s’de yapılan benzetim çalışmaları sonuçları aşağıda verilmiştir.

$n=1$  mod sayısı için sistemin durum değişkenleri şu şekilde yazılabilir:

$$X = [\theta \ q_1 \ \dot{\theta} \ \dot{q}_1]^T \quad (5.13)$$

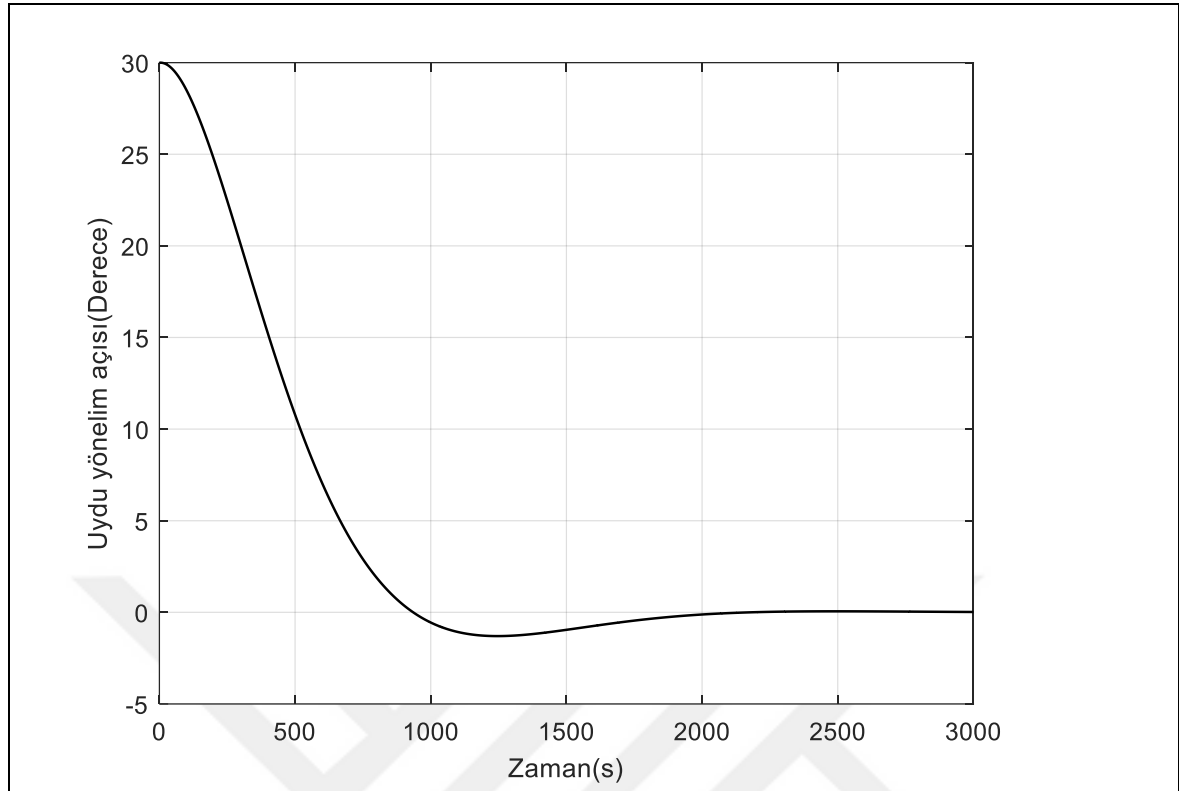
$t=0$  anında durum değişkenlerinin ilk değerleri aşağıdaki gibidir:

$$X(0) = [(30^\circ) \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (5.14)$$

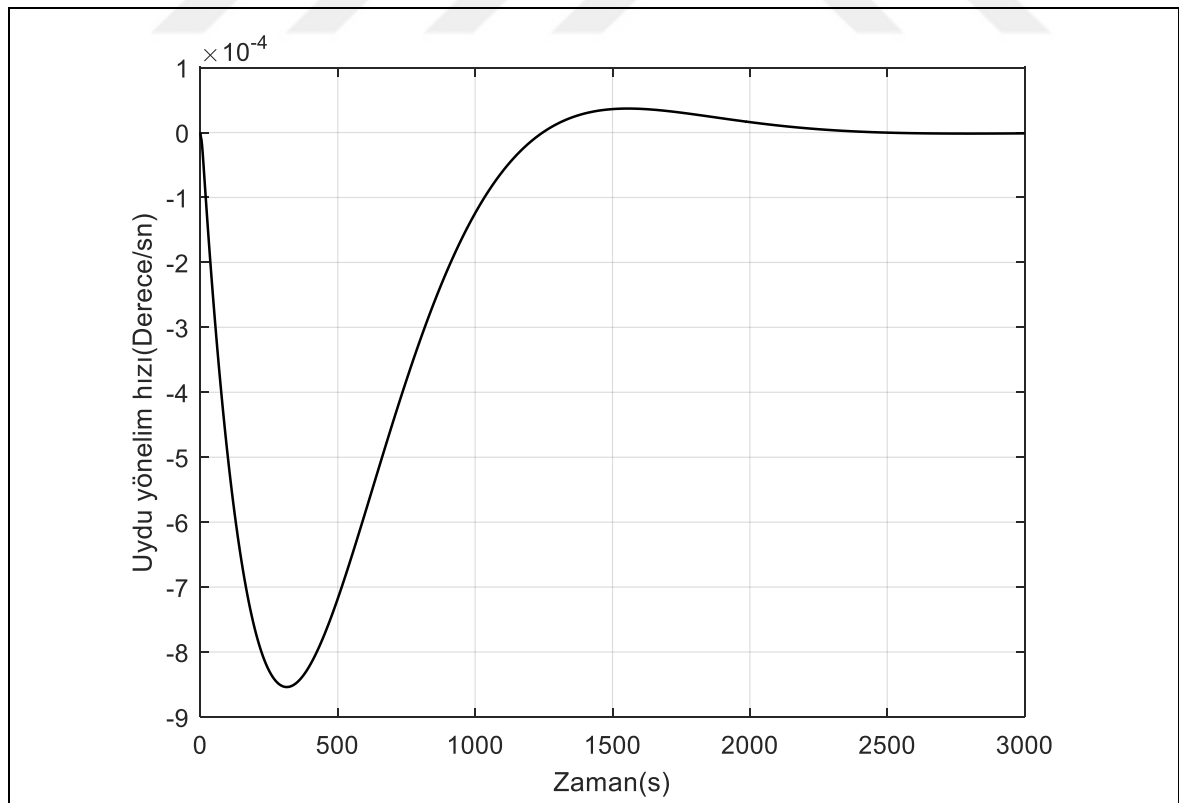
Sistemin maliyet fonksiyonunu optimize eden Q ve R ağırlık matrisleri aşağıdaki gibidir:

$$Q = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0001 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

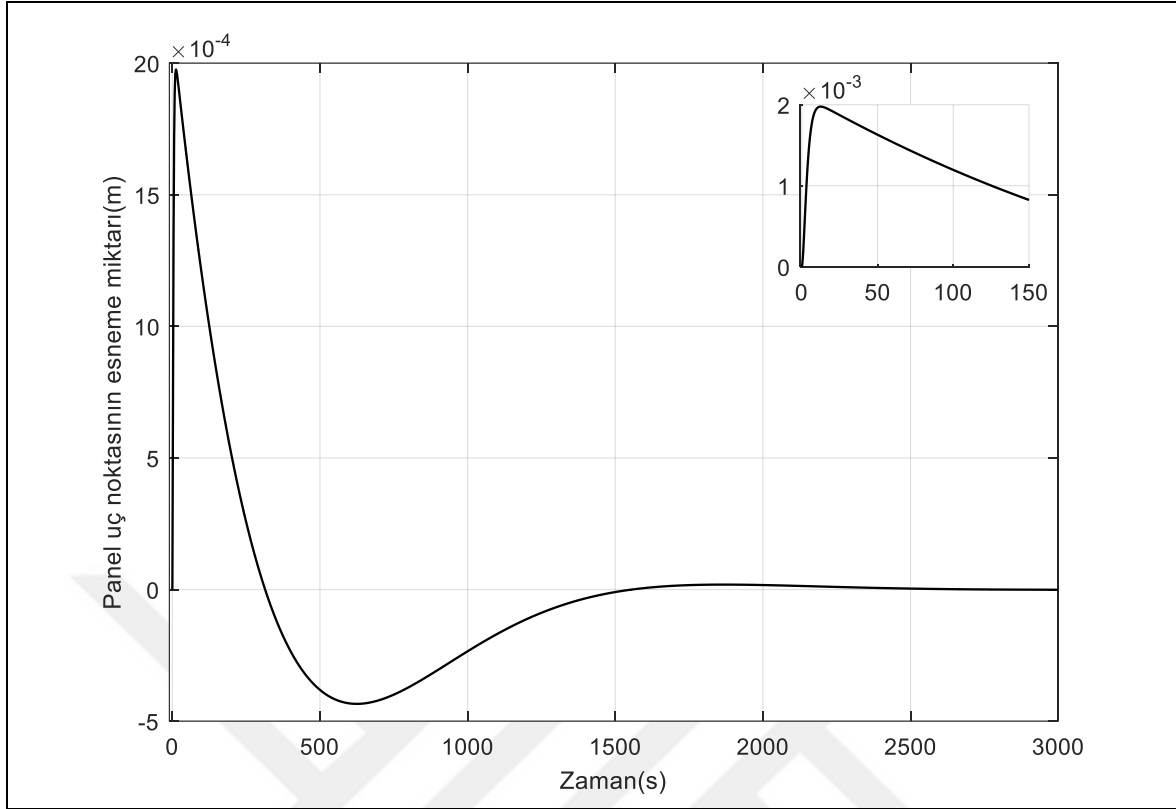
$$R = 3,5 \quad (5.16)$$



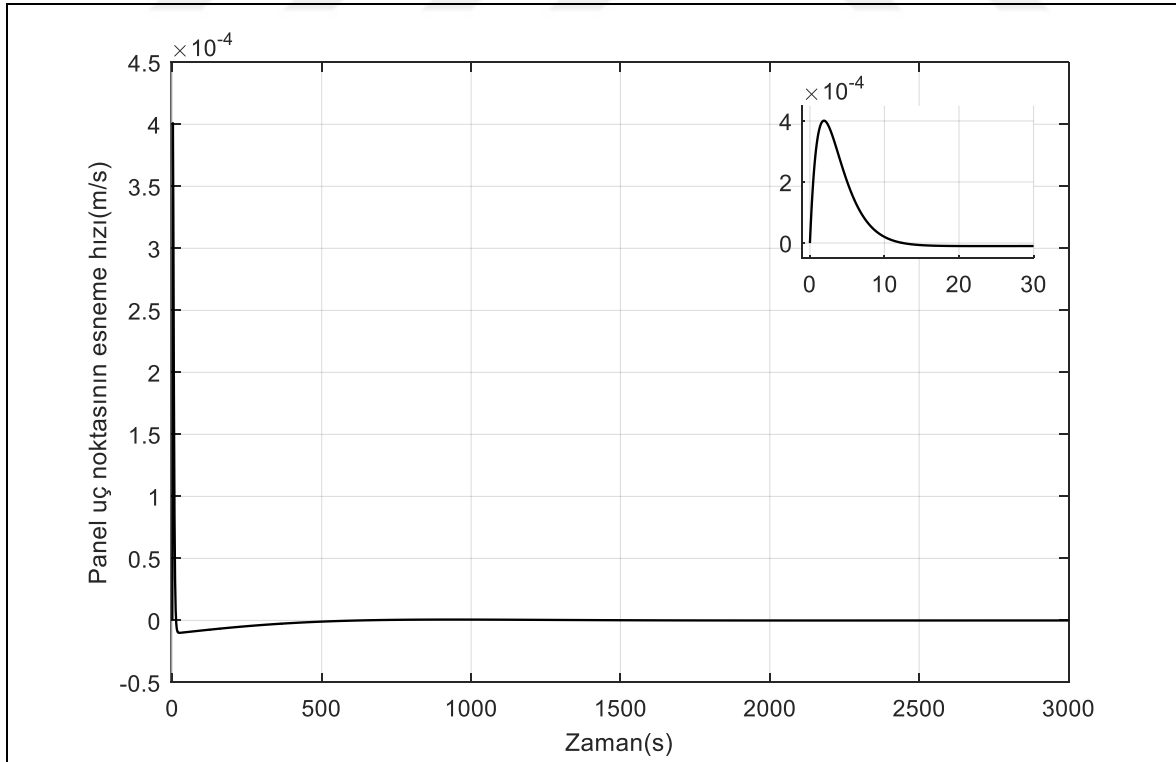
Şekil 5.34. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi



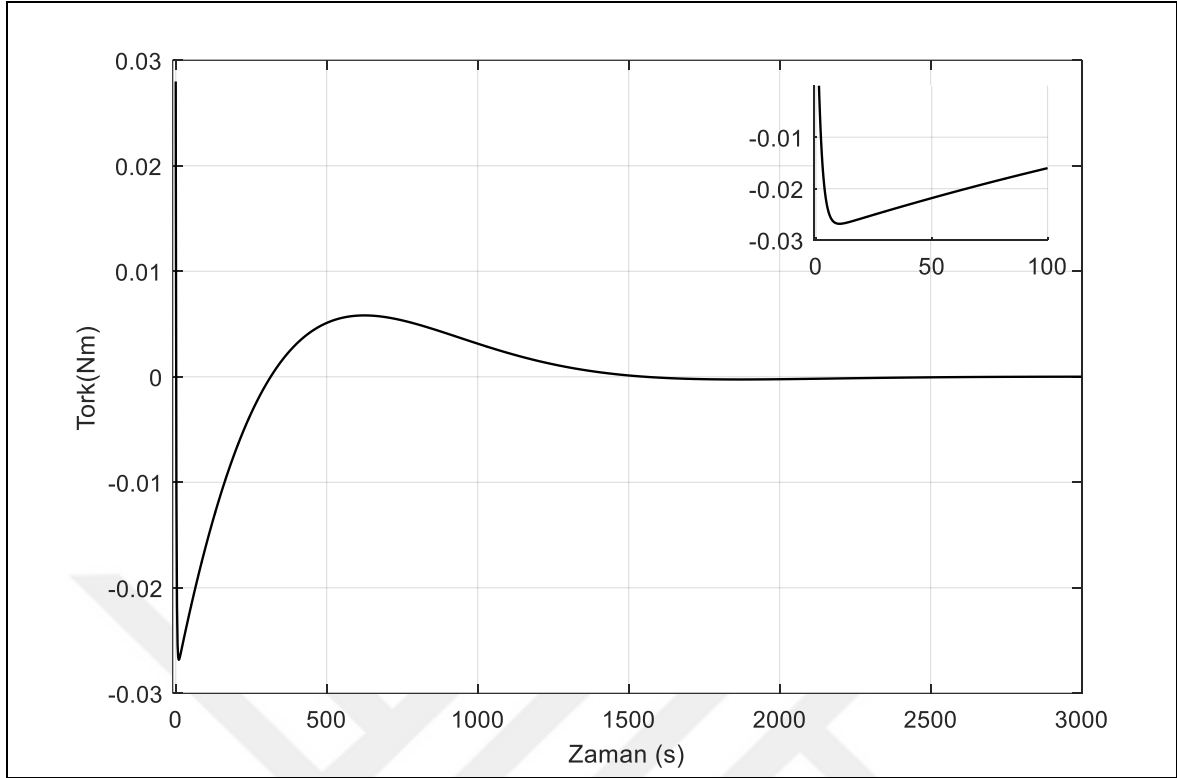
Şekil 5.35. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi



Şekil 5.36. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi



Şekil 5.37. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi



Şekil 5.38. Torkun zamanla değişimi

Şekil 5.34.'te uydu yönelim açısının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 2000.s'de uydu yönelim açısının değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Uydu yönelim açısının 3000.s'deki son değeri  $1,894 \times 10^{-2}^{\circ}$  'dir.

Şekil 5.35.'te uydu yönelim hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. 2500.s'de uydu yönelim hızı sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Uydu yönelim hızının 3000.s'deki son değeri  $-1,304 \times 10^{-6}$  Derece/s'dir. Ayrıca uydu yönelim hızı  $t=314,2$  s'de  $-8,539 \times 10^{-4}$  Derece/s ile minimum değerindedir.

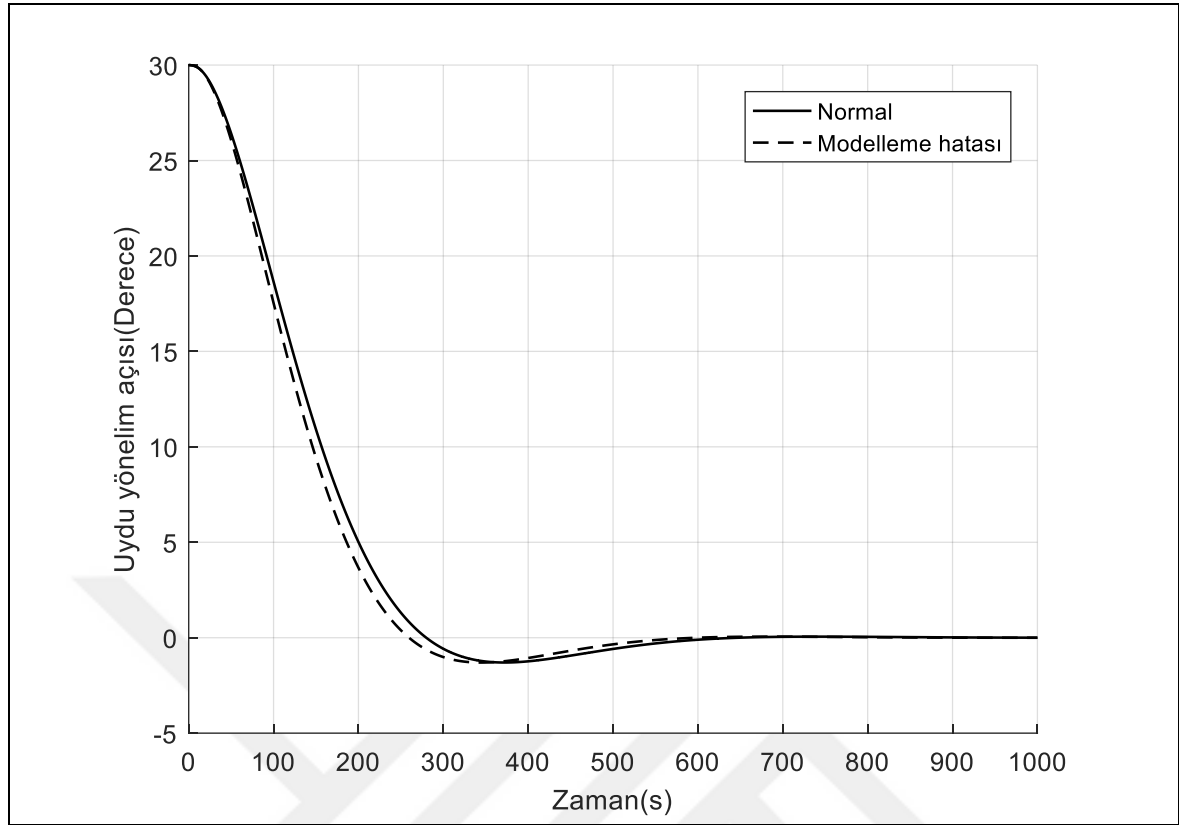
Şekil 5.36.'da güneş panelinin uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Esnek yapılu güneş panelinin uç noktasında meydana gelen esneme (deflection) miktarının değeri 2000.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Esneme miktarının 3000.s'deki son değeri  $-7,381 \times 10^{-7}$  m'dir. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarı  $t=12,8$  s'de  $1,976 \times 10^{-3}$  m değeri ile maksimum değerindedir. Ayrıca 0-150 s arasındaki esneme miktarı grafiği detay olarak Şekil 5.36.'da grafik üzerinde verilmiştir.

Şekil 5.37.'de güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi grafiği görülmektedir. Esnek yapılı güneş panelinin uç noktasında meydana gelen esneme hızı değeri (deflection rate) 500.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Esneme hızının 3000.s'deki son değeri  $-1,469 \times 10^{-9}$  m/s'dir. Güneş paneli uç noktasının esneme hızı  $t=1,88$  s'de  $4,01 \times 10^{-4}$  m/s değeri ile maksimum değerindedir. Ayrıca 0-30 s arasındaki esneme hızı grafiği detay olarak Şekil 5.37.'de grafik üzerinde verilmiştir.

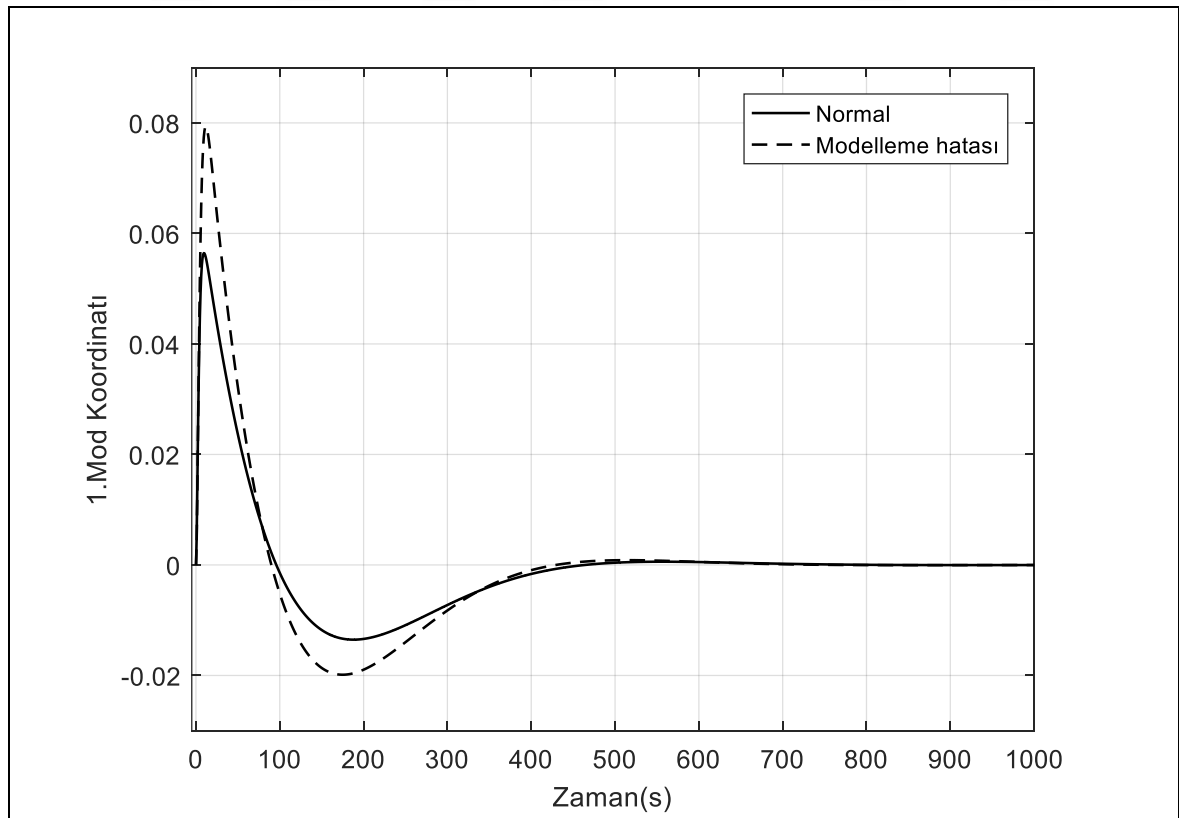
Şekil 5.38.'de torkun zamanla değişimi grafiği görülmektedir.  $t=0$  anındaki başlangıç torku ise  $2,799 \times 10^{-2}$  Nm değerine sahiptir ve sistemdeki maksimum tork değeri de bu andaki tork değeridir. 1500.s'de tork değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Tork değerinin 3000.s'deki son değeri ise  $9,888 \times 10^{-6}$  Nm'dir.

## 5.2. Modelleme Hatası

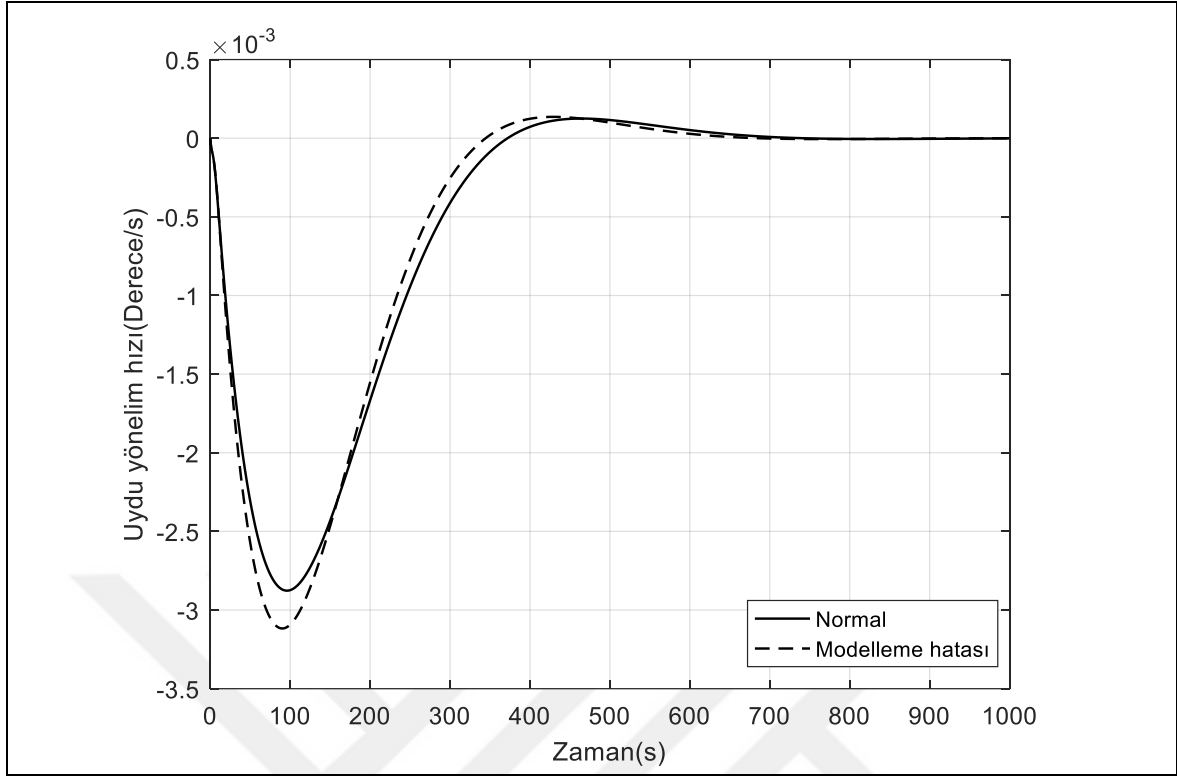
$n=1$  mod sayısı için benzetim çalışmalarında kullanılan aynı ilk değerler ve Q, R ağırlık sabitleri kullanılarak dinamik denklemlerdeki sırasıyla eğilme direnci ve rijit cismin atalet momenti, EI ve  $J_h$ , değerleri %20 küçük alınarak benzetim çalışmaları modelleme hatası için tekrar edilmiş ve modelleme hatası sonuçları incelenmiştir [6, 37].



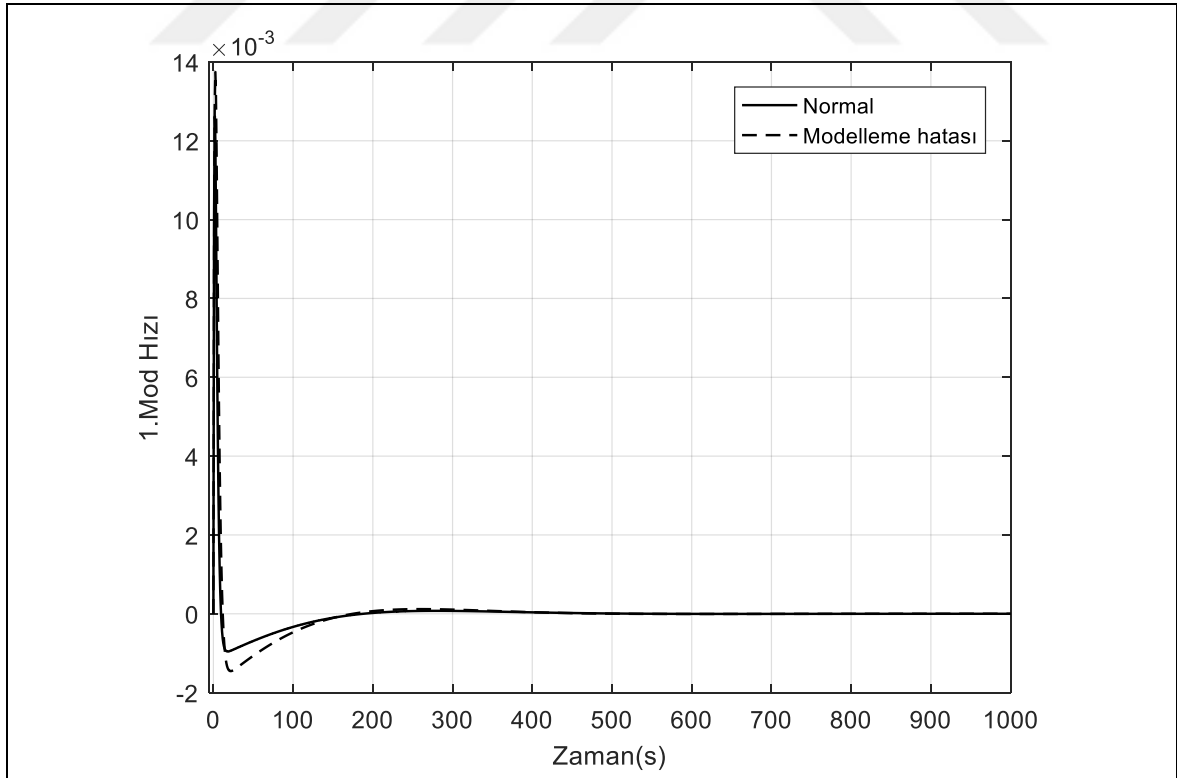
Şekil 5.39. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi



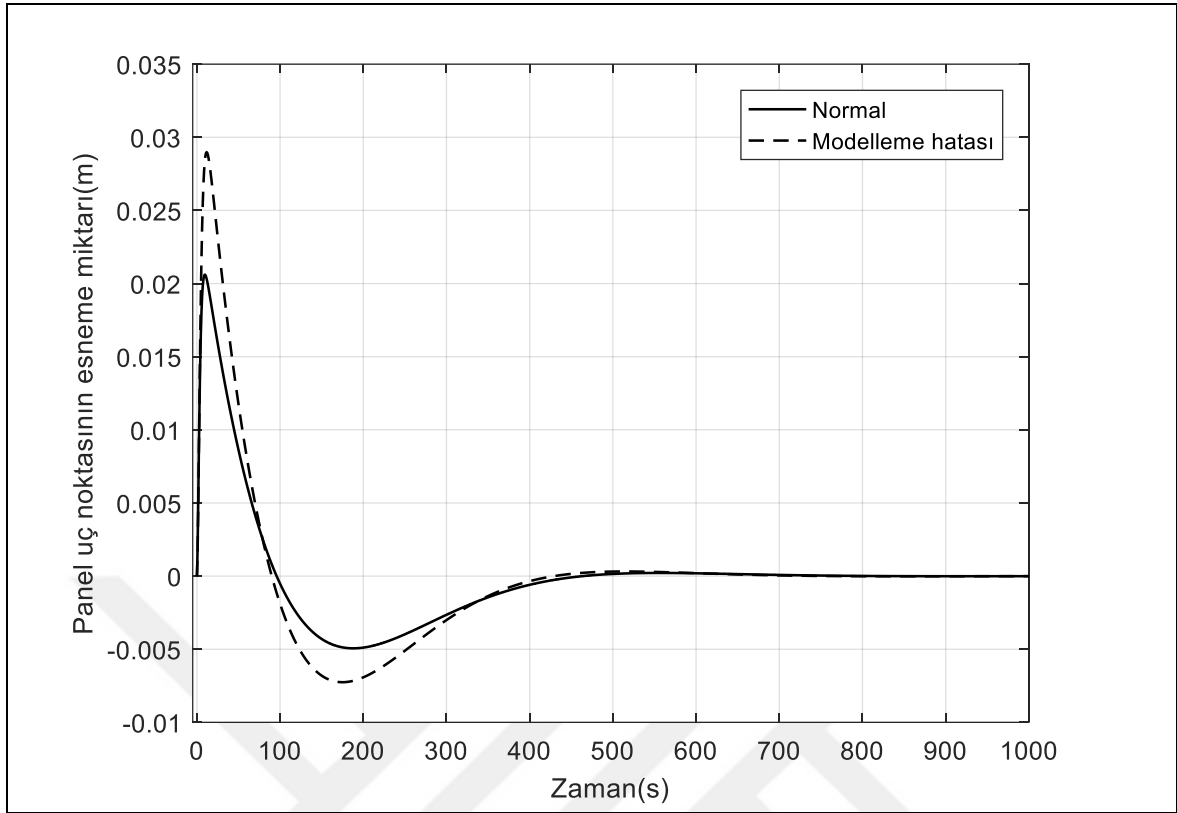
Şekil 5.40. 1. Mod koordinatının zamanla değişimi



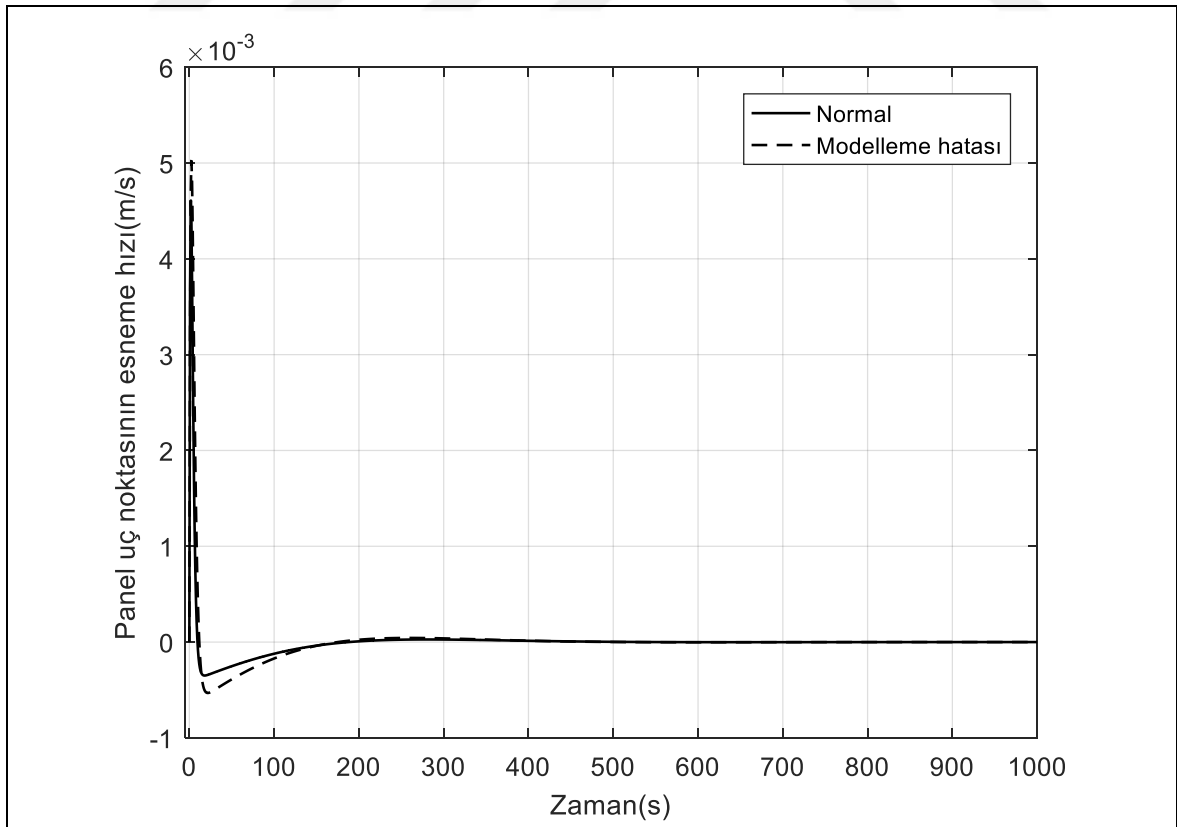
Şekil 5.41. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi



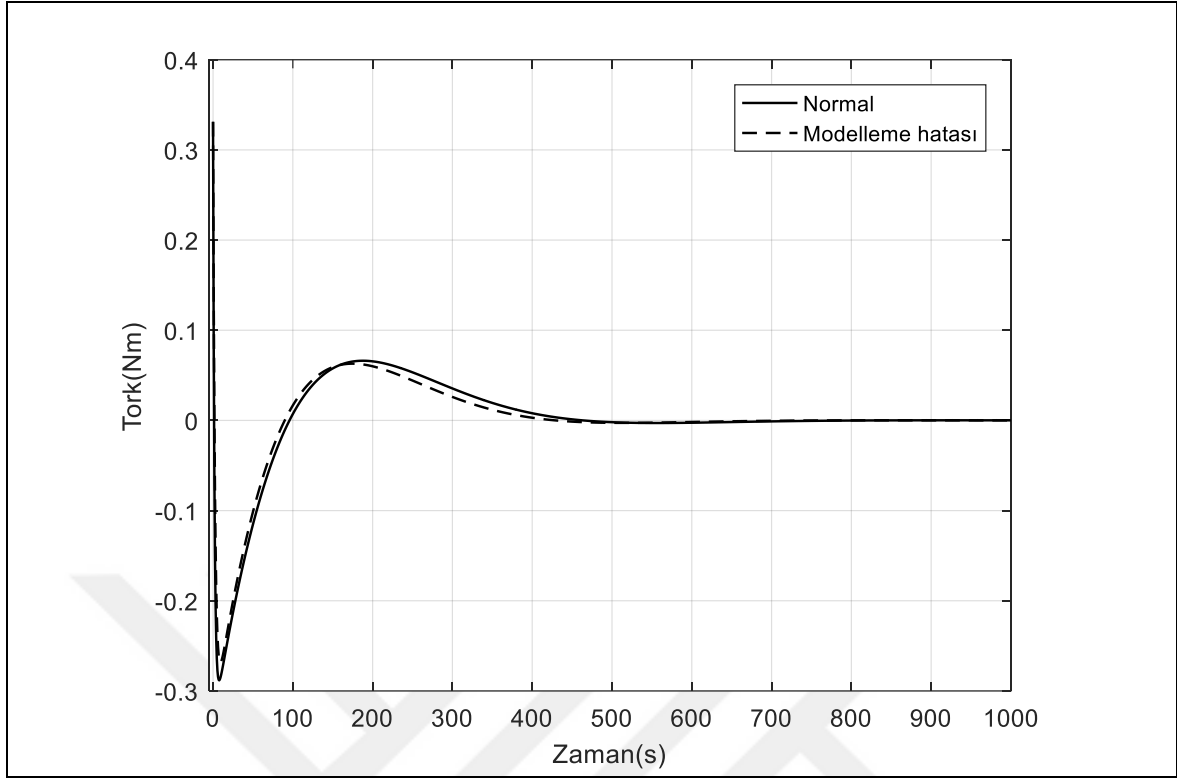
Şekil 5.42. 1. Mod hızının zamanla değişimi



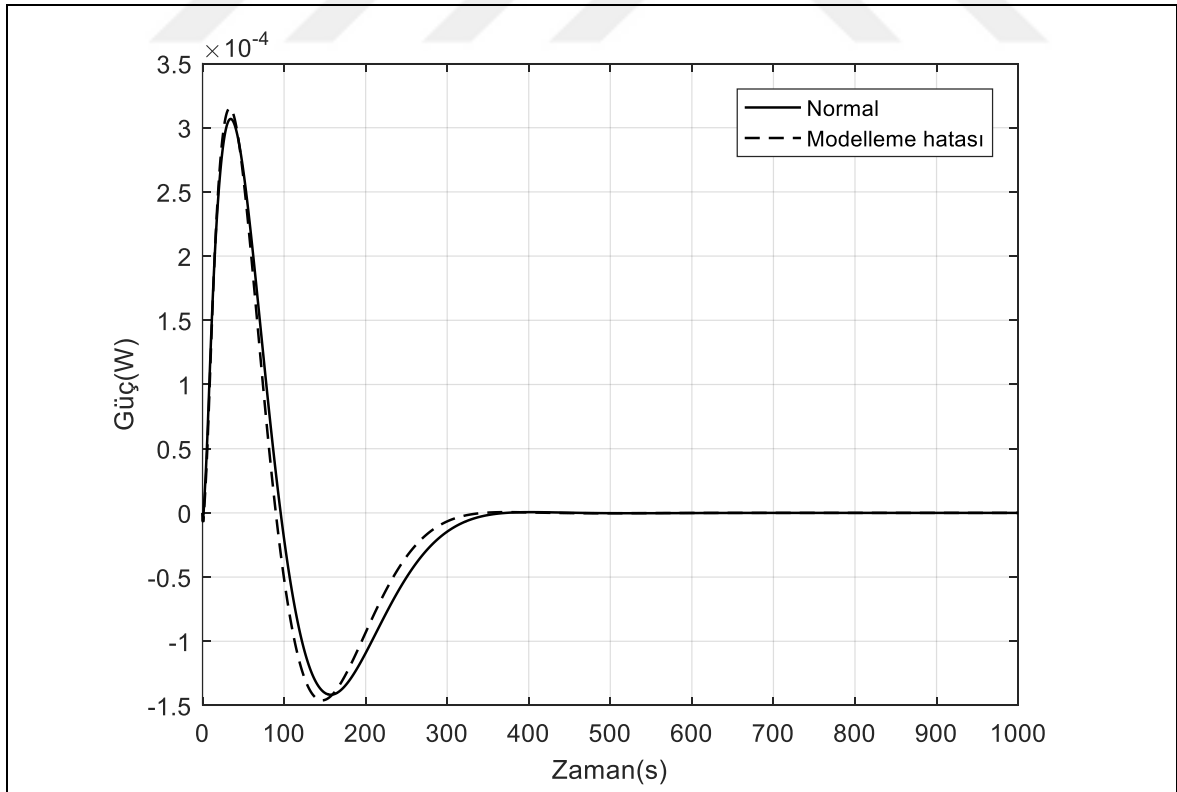
Şekil 5.43. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi



Şekil 5.44. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi



Şekil 5.45. Torkun zamanla değişimi



Şekil 5.46. Güç miktarının zamanla değişimi

Birinci, mod için yapılan modelleme hatası çalışmaları bazı durum değişkenlerinde sıfıra yerleşme sürelerindeki değerler açısından küçük farklılıklar göstermektedir. Sistem için kritik olan başlangıç tork değeri aynı kalmıştır. En büyük değer farkı ise 1. Mod koordinatında yaklaşık % 30 'luk bir artış şeklinde gözlenmiştir, buna bağlı olarak bu fark güneş paneli uç noktasının esneme miktarında da görülmektedir.

Referans alınan makalenin grafikleri bir sonraki bölümde tek tek eklenmiştir. Bu makalede ise maksimum tork, normal değerlere ve modelleme hatasına göre yapılan çalışmalarda dinamik inversiyon kontrol yönteminde yaklaşık %10,  $\mu$  sentezi kontrol yöntemi için yaklaşık %25, kompozit kontrolcü yönteminde ise yaklaşık %28 fark göstermektedir. Ayrıca kompozit kontrolcü yönteminde sıfıra yerleşme süreleri arasında da fark görülmektedir.

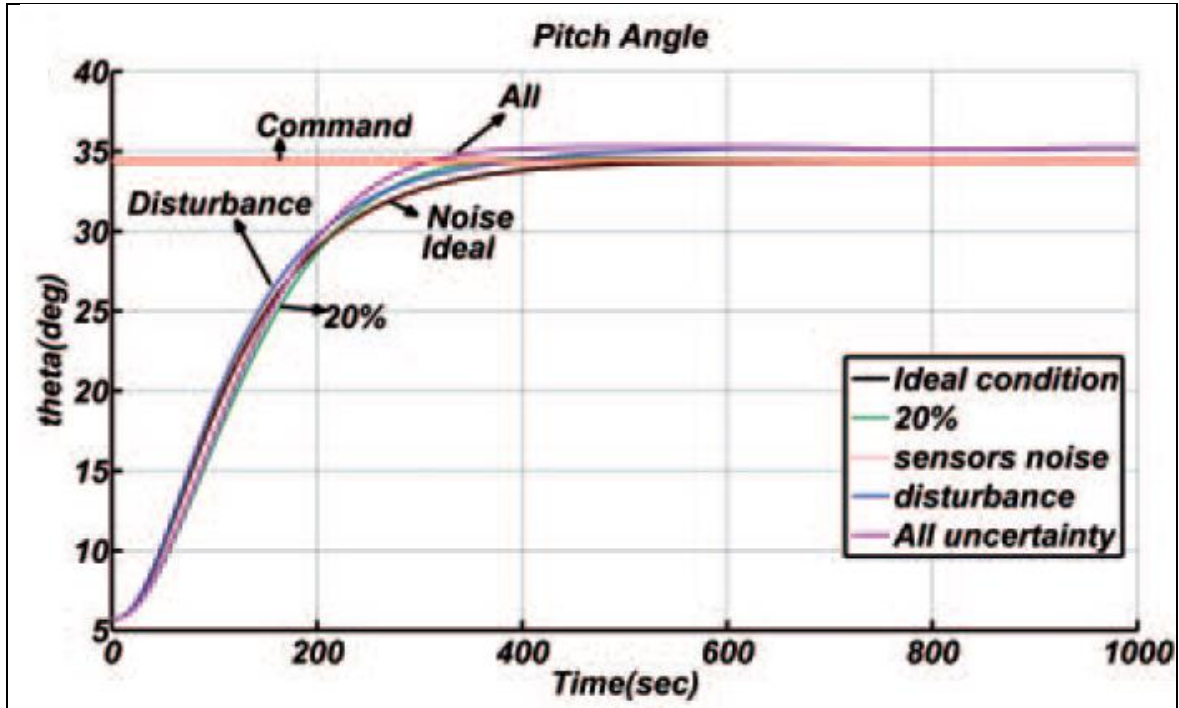
Referans alınan makaleler incelendiğinde ise maksimum esnek sapma miktarı, normal değerlere ve modelleme hatasına göre yapılan çalışmalarda dinamik inversiyon kontrol yönteminde yaklaşık %16,  $\mu$  sentezi kontrol yöntemi için yaklaşık %14, kompozit kontrolcü yönteminde ise yaklaşık %9 fark göstermektedir. Ayrıca  $\mu$  sentezi ve kompozit kontrolcü yönteminde sıfıra yerleşme süreleri arasında da fark görülmektedir.

### 5.3. Literatür Çalışmaları

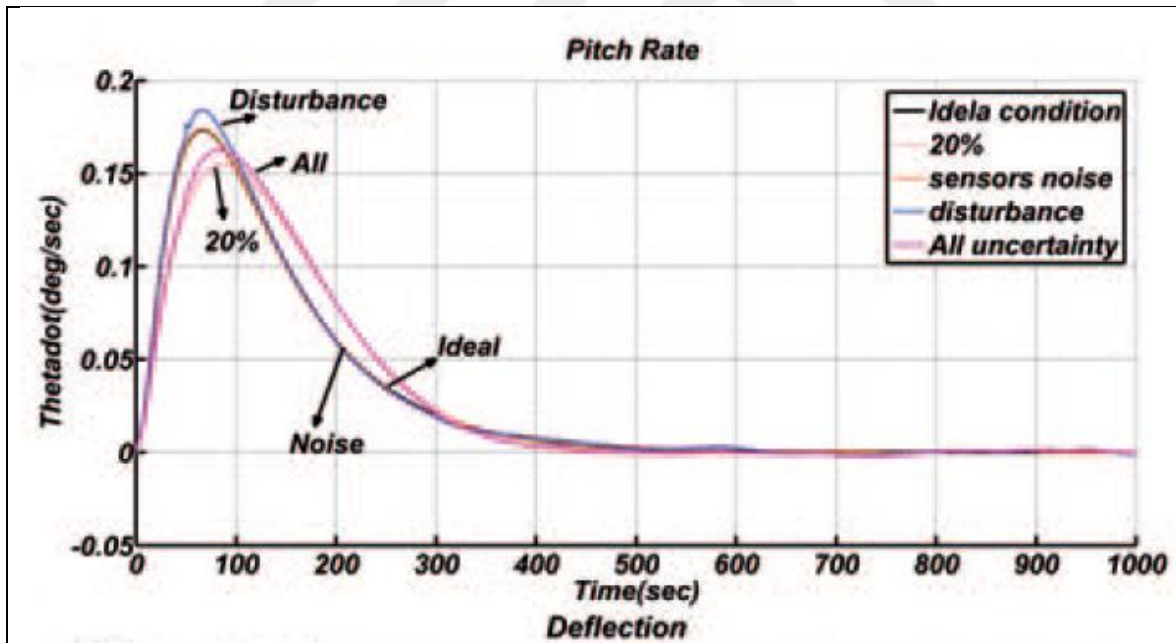
Literatürdeki diğer çalışmalar ile kıyaslama yapıldığında ise şu sonuçlar elde edilmektedir: [4, 6, 36] numaralı makaleler ile bu tezdeki dinamik model ve durum değişkenlerinin ilk değerleri aynı şekilde ve değerde kullanılmıştır. Bu makalelerde ise geribesleme doğrusallaştırma yöntemi kullanılarak doğrusal olmayan dinamik bir model için dinamik inversiyon,  $\mu$  sentezi ve iki yöntemin kullanıldığı bir kompozit kontrolcü yöntemi kullanılmış ve tüm çalışmalar birinci mod üzerinden yapılmıştır.

Bu tezde kullanılan dinamik model literatürdeki [6] numaralı çalışmada da kullanılmıştır, referans alınan bu çalışmadaki üç kontrol yöntemi ile elde edilmiş benzetim sonuçları aşağıda verilmiştir.

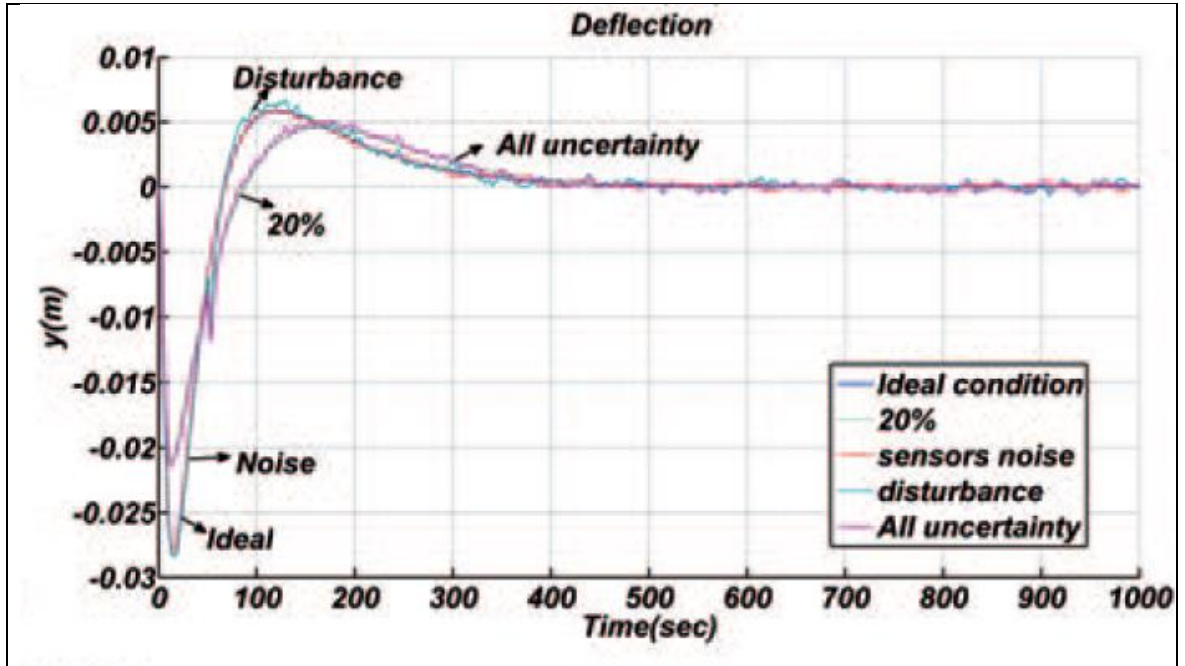
[6] numaralı çalışmada dinamik inversiyon kontrol yöntemi ile elde edilmiş benzetim sonuçları aşağıdaki gibidir:



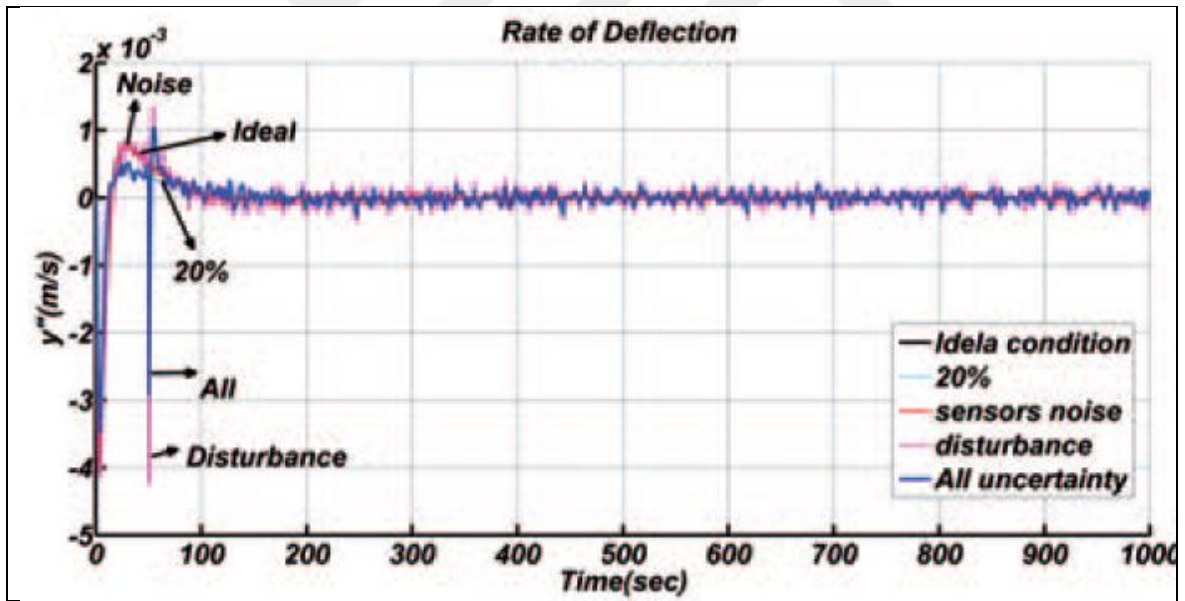
Şekil 5.47. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi [6]



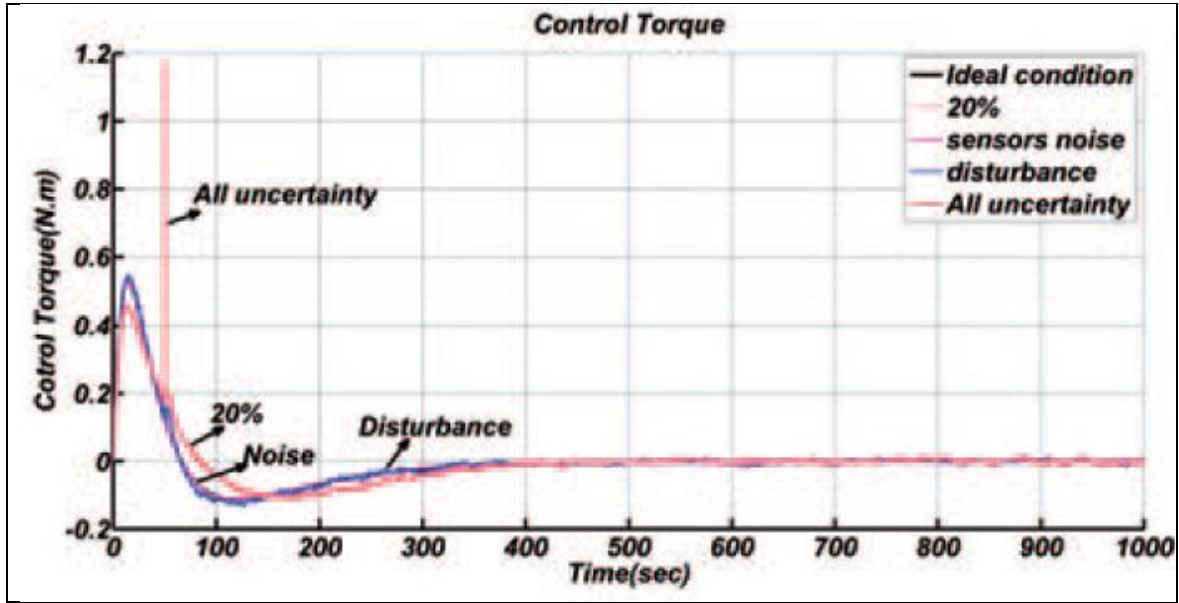
Şekil 5.48. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi [6]



Şekil 5.49. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi [6]

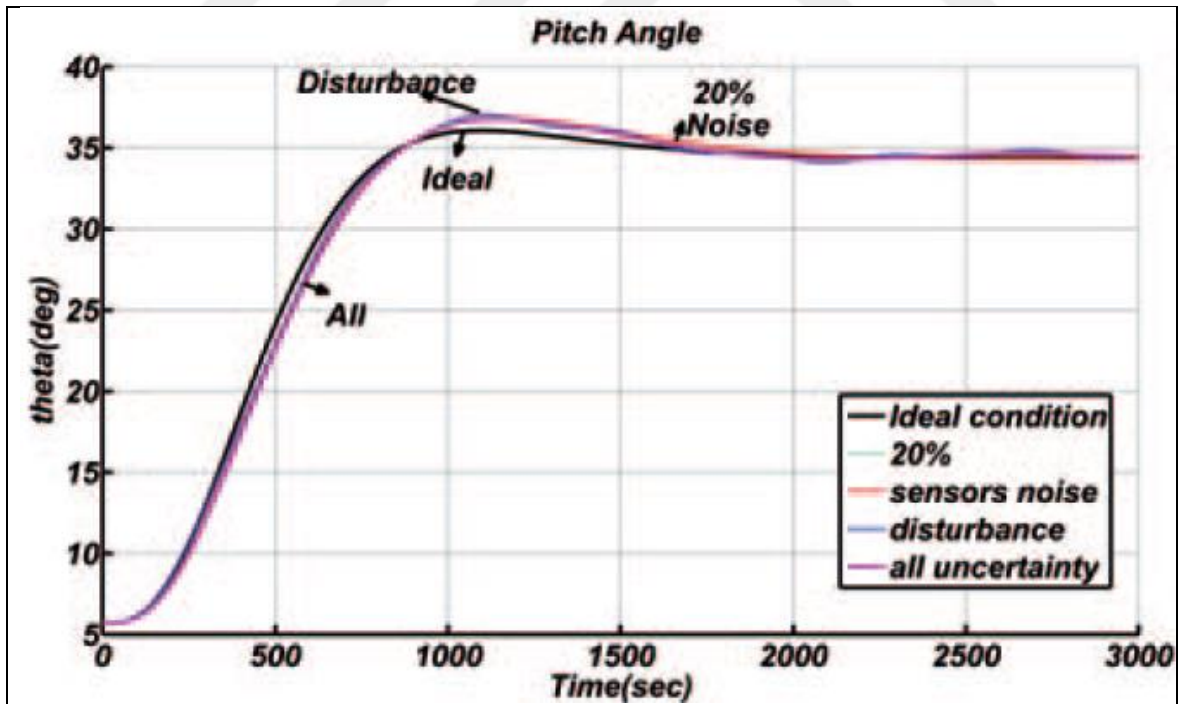


Şekil 5.50. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi [6]

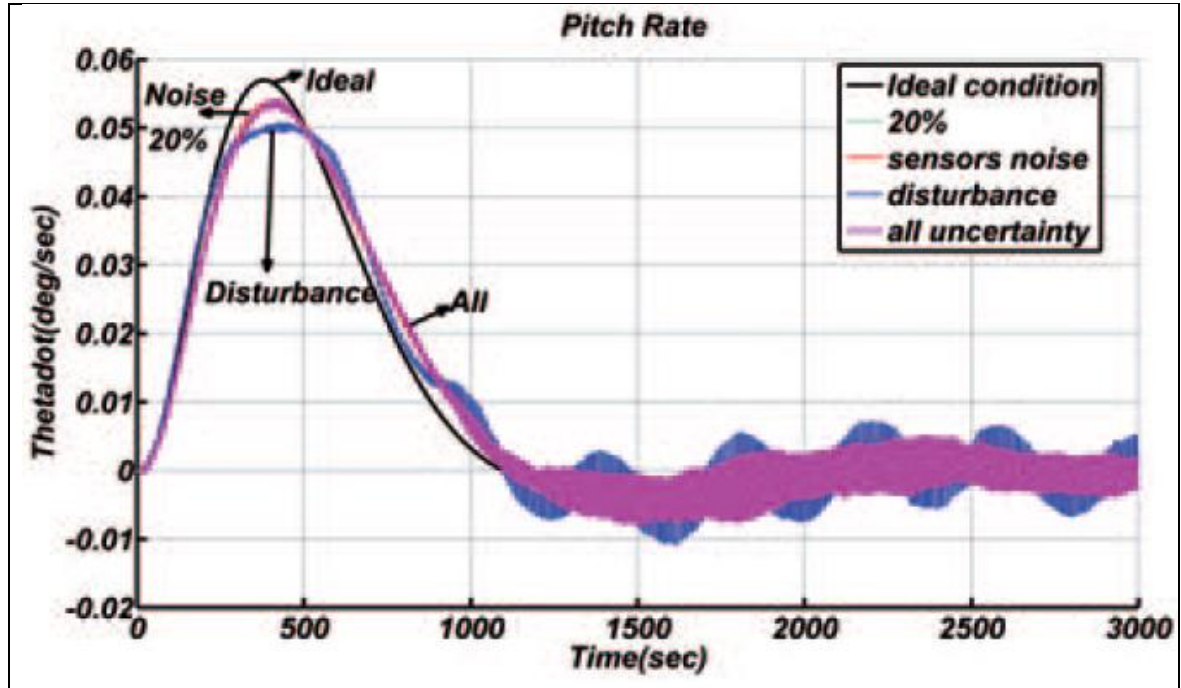


Şekil 5.51. Torkun zamanla değişimi [6]

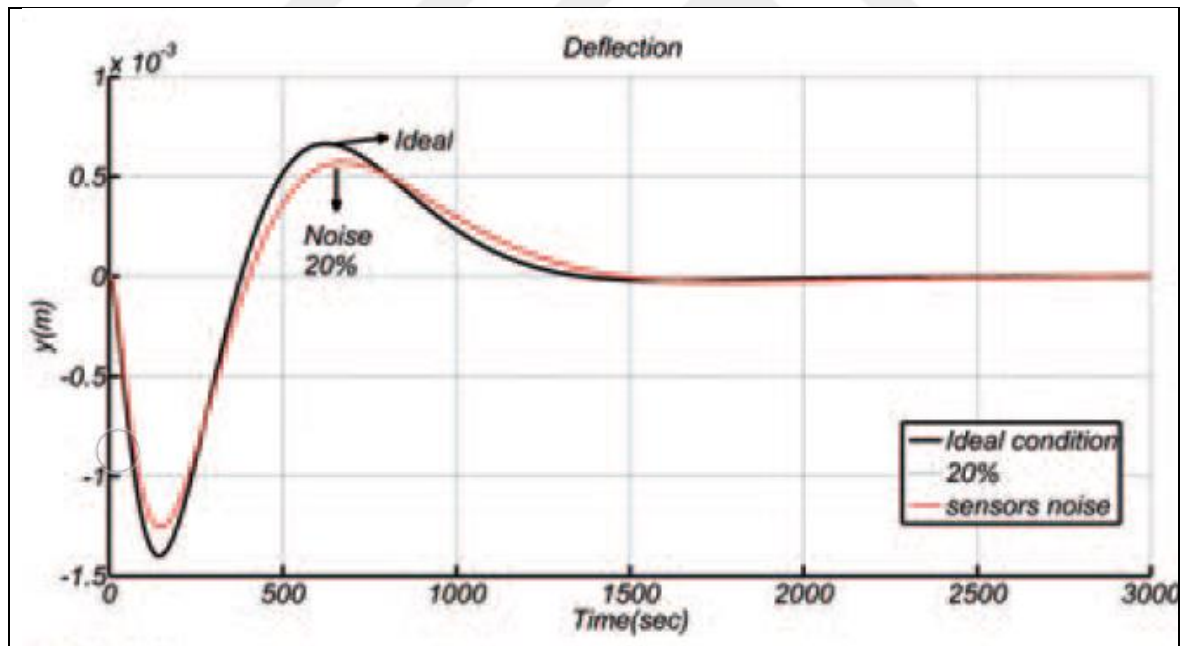
[6] numaralı çalışmada  $\mu$  sentezi kontrol yöntemi ile elde edilmiş benzetim sonuçları aşağıdaki gibidir:



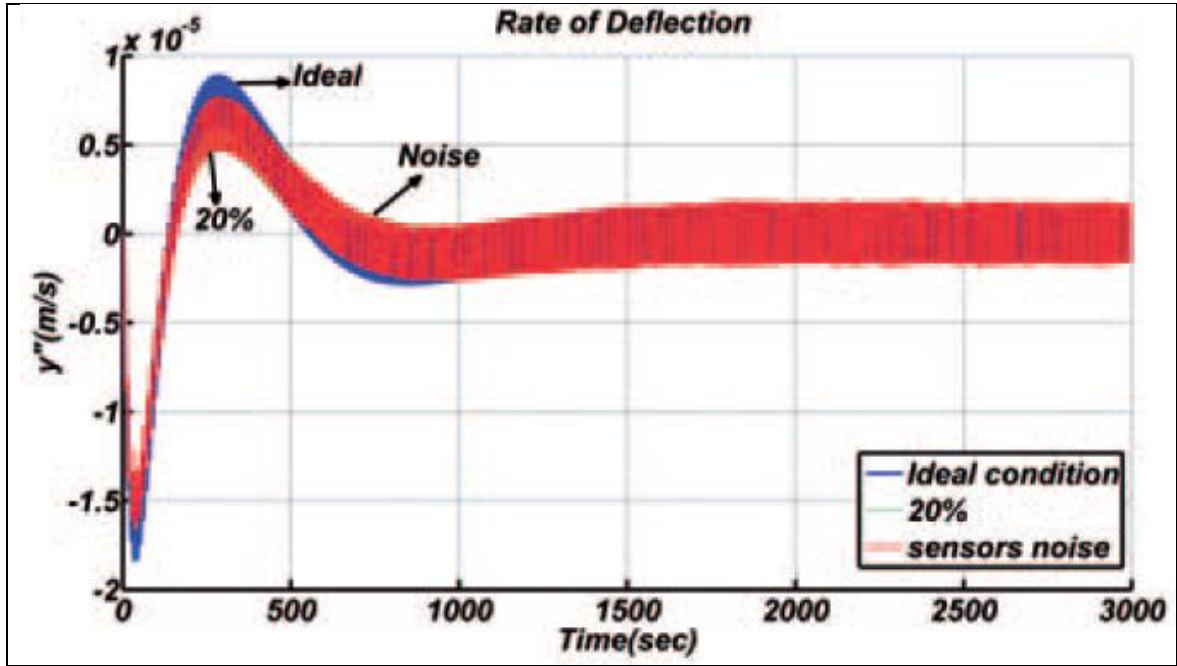
Şekil 5.52. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi [6]



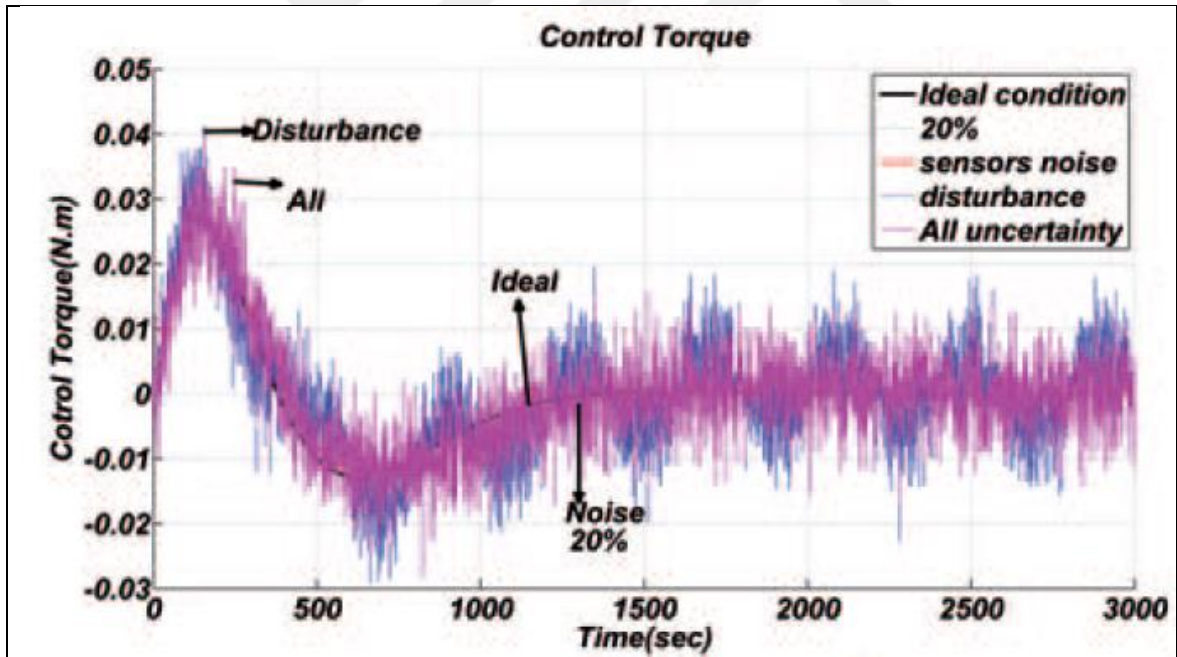
Şekil 5.53. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi [6]



Şekil 5.54. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi [6]

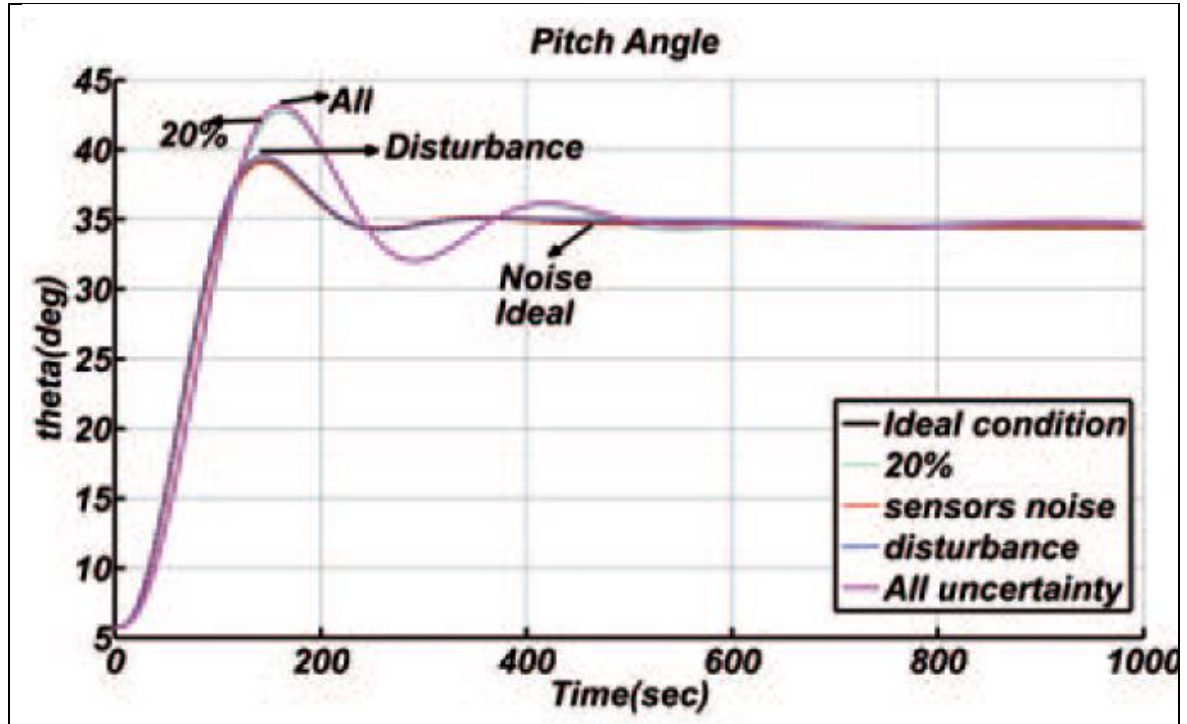


Şekil 5.55. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi [6]

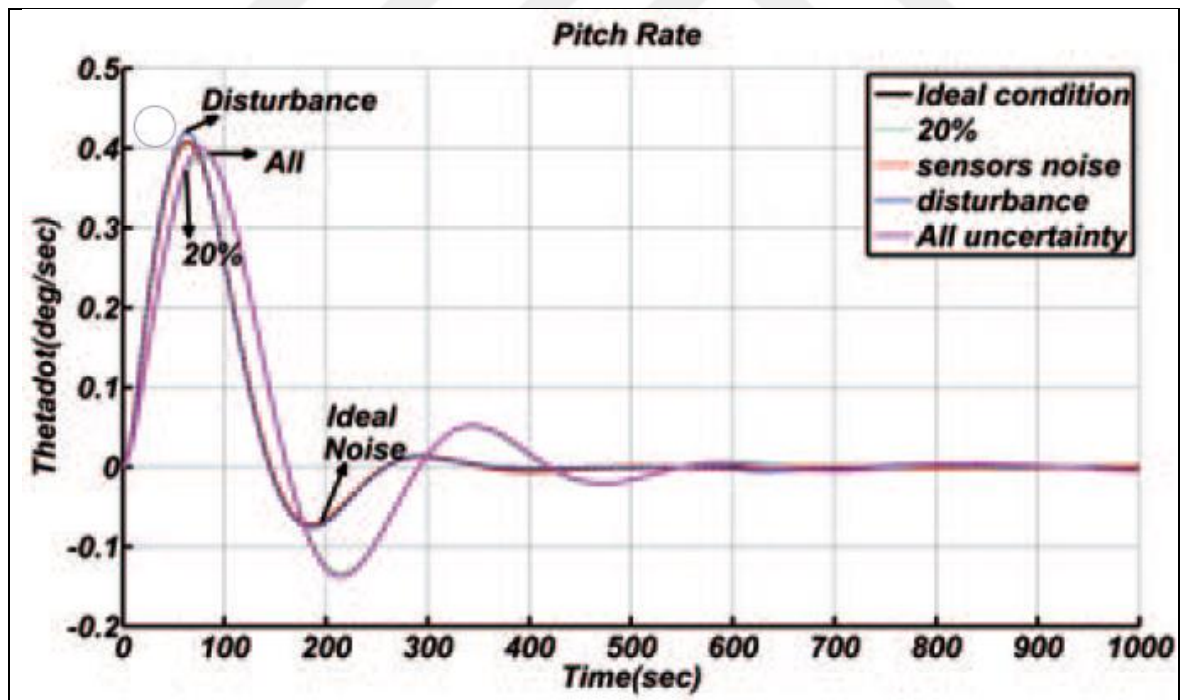


Şekil 5.56. Torkun zamanla değişimi [6]

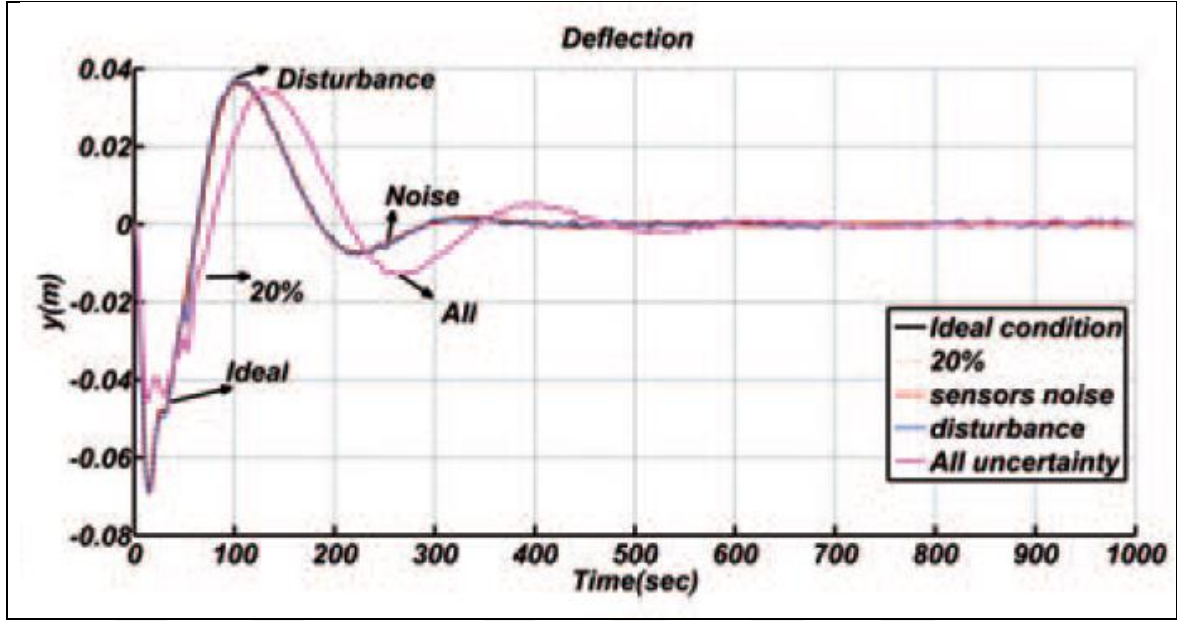
[6] numaralı çalışmada kompozit kontrol yöntemi ile elde edilmiş benzetim sonuçları aşağıdaki gibidir:



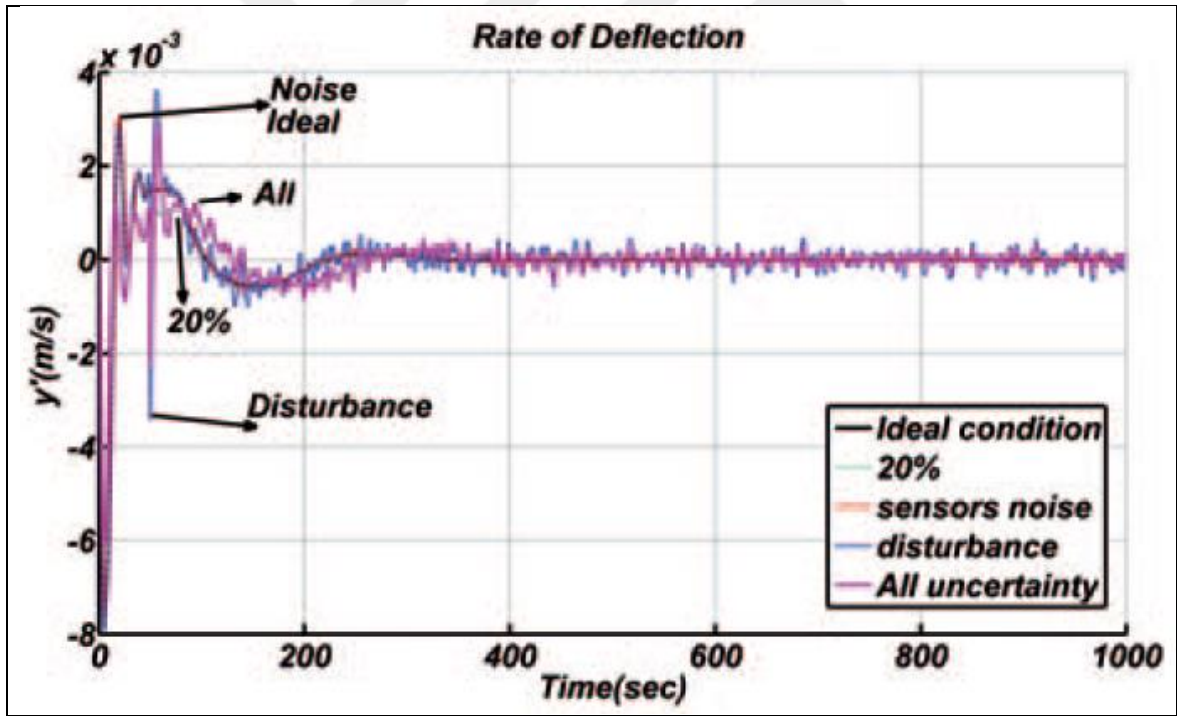
Şekil 5.57. Uydu yönelim açısının zamanla değişimi [6]



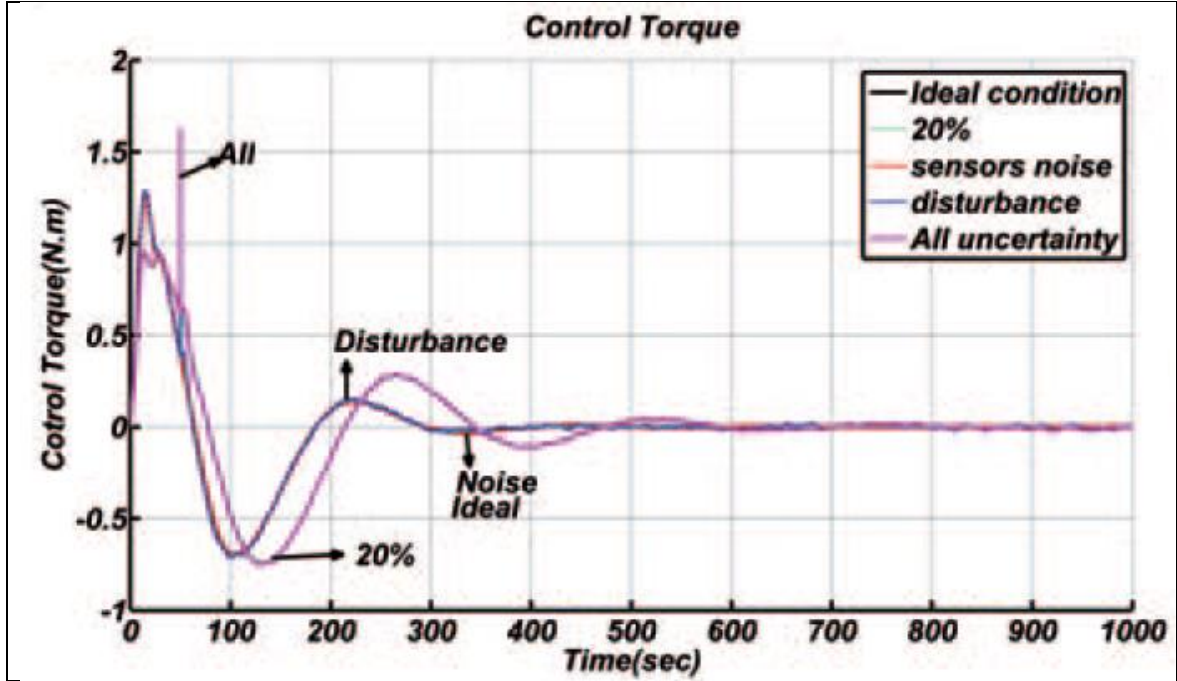
Şekil 5.58. Uydu yönelim hızının zamanla değişimi [6]



Şekil 5.59. Güneş paneli uç noktasının esneme miktarının zamanla değişimi [6]



Şekil 5.60. Güneş paneli uç noktasının esneme hızının zamanla değişimi [6]



Şekil 5.61. Torkun zamanla değişimi [6]

Dinamik inversiyon kontrol yönteminde yönelim açısı  $5^\circ$ 'lik açıdan  $35^\circ$ 'lik açı için, toplamda  $30^\circ$ 'lik açı değişimini, 800 s süresinde tamamlamaktadır. Bu süre  $\mu$  sentezi kontrol yönteminde 2000 s; kompozit kontrol yönteminde ise 700 s'dir. Bu tezde ise uydu yönelim açısının yapılan 1000 s benzetim çalışmasında Şekil 5.1'de 600.s'de, yapılan 3000 s benzetim çalışmasında Şekil 5.34.'te 2000.s'de uydu yönelim açısının değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır.

Dinamik inversiyon kontrol yönteminde uydu yönelim hızı için sıfıra yerleşme süresi 700 s'dir.  $\mu$  sentezi kontrol yönteminde ise toplam 3000 s benzetim çalışmasında sıfıra yerleşme gözlenlenmemiş, sıfır etrafındaki salınım devam etmiştir. Kompozit kontrol yönteminde ise sıfıra yerleşme süresi 400 s şeklindedir. Bu tezde ise uydu yönelim açısının yapılan 1000 s benzetim çalışmasında Şekil 5.3'te 700.s'de, yapılan 3000 s benzetim çalışmasında Şekil 5.35.'te 2500.s'de değeri sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Uydu yönelim hızının maksimum mutlak değeri dinamik inversiyon kontrol yönteminde 0,17 Derece/s,  $\mu$  sentezi kontrol yöntemine göre 0,05 Derece/s, kompozit kontrol yöntemine göre 0,4 Derece/s değerindedir. Yapılan bu çalışmada ise uydu yönelim açısının maksimum mutlak değeri Şekil 5.3'teki grafiğe göre  $2,876 \times 10^{-3}$  Derece/s, Şekil 5.35.'teki grafiğe göre ise  $8,539 \times 10^{-4}$  Derece/s'dir.

Dinamik inversiyon kontrol yönteminde kontrol torku için sıfıra yerleşme süresi 600 s'dir.  $\mu$  sentezi kontrol yönteminde ise 1500 s'de, kompozit kontrol yönteminde ise sıfıra yerleşme süresi 700 s şeklindedir. Maksimum tork değerleri ise dinamik inversiyon kontrol yönteminde 0,55 Nm,  $\mu$  sentezi kontrol yönteminde 0,039 Nm, kompozit kontrol yönteminde ise 1,25 Nm'dir. Bu tezde ise kontrol torkunun yapılan 1000 s benzetim çalışmasında Şekil 5.7'de 500.s'de, yapılan 3000 s benzetim çalışmasında Şekil 5.38.'de 1500.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Bu çalışmadaki maksimum tork değerleri ise Şekil 5.7' ye göre 0,3312 Nm, Şekil 5.37.'ye göre ise 0,02799 Nm' dir.

Dinamik inversiyon kontrol yönteminde güneş paneli uç noktasının esneme miktarı için sıfıra yerleşme süresi 500 s;  $\mu$  sentezi kontrol yönteminde ise 1500 s, kompozit kontrol yönteminde ise sıfıra yerleşme süresi 600 s şeklindedir. Maksimum esnek sapma miktarı değerleri ise dinamik inversiyon kontrol yönteminde  $6 \times 10^{-3}$  m,  $\mu$  sentezi kontrol yönteminde  $0,65 \times 10^{-3}$  m, kompozit kontrol yönteminde ise  $3,8 \times 10^{-2}$  m'dir. Bu tezde ise güneş paneli uç noktasının esneme miktarı için yapılan 1000 s benzetim çalışmasında Şekil 5.5'de 500.s'de, yapılan 3000 s benzetim çalışmasında Şekil 5.36.'da 2000.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Bu çalışmadaki maksimum esneme miktarı değerleri ise Şekil 5.5' e göre  $2,061 \times 10^{-2}$  m, Şekil 5.35.'e göre ise  $1,976 \times 10^{-3}$  m' dir.

Dinamik inversiyon kontrol yönteminde güneş paneli uç noktasının esneme hızı için toplam 1000 s benzetim çalışmasında sıfıra yerleşme gözlenlenmemiş, sıfır etrafındaki salınım devam etmiştir;  $\mu$  sentezi kontrol yönteminde toplam 3000 s benzetim çalışmasında sıfıra yerleşme gözlenlenmemiş, sıfır etrafındaki salınım devam etmiştir. Kompozit kontrol yönteminde ise 400.s'de sıfıra yerleşme gözlenmiştir. Maksimum esneme hızı değerleri ise dinamik inversiyon kontrol yönteminde  $0,4 \times 10^{-3}$  m/s,  $\mu$  sentezi kontrol yönteminde  $0,8 \times 10^{-5}$  m/s, kompozit kontrol yönteminde ise  $1,8 \times 10^{-3}$  m/s'dir. Bu tezde ise güneş paneli uç noktasının esneme hızı için yapılan 1000 s benzetim çalışmasında Şekil 5.6'da 400.s'de, yapılan 3000 s benzetim çalışmasında Şekil 5.37.'de 500.s'de sıfıra yerleşmeye başlamaktadır. Bu çalışmadaki maksimum esneme miktarı değerleri ise Şekil 5.6' ya göre  $4,608 \times 10^{-3}$  m/s, Şekil 5.37.'ye göre ise  $4,01 \times 10^{-4}$  m/s' dir.

Bu karşılaştırmalara bakıldığında literatürde esnek yapılı güneş paneli titreşim kontrolünde DBRD yöntemi tüm durum değişkenleri için kontrol sağlayabilmekte ve uygun zamanda sıfıra yerleşme gözlenlenmektedir. Farklı şekillerde seçilebilen Q ve R ağırlık matrislerinin

sayesinde sıfıra yerleşme süreleri daha da erkene çekilmektedir, ancak bu durumda ateşleme torku seviyesi daha da artmaktadır. Örneğin Q ve R ağırlık matrislerinin değerleri artırılarak sıfıra yerleşme süresi 200 s seviyelerine çekilebilmektedir, ancak bu durumda ilk ateşleme torku 47,8 Nm seviyesine çıkmaktadır.



## 6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, rijit bir uydu gövdesine, esnek yapılı iki güneş paneline sahip doğrusal olmayan dinamik modeldeki bir uydunun yönelim kontrolü sırasında oluşan titreşim kontrolü için DBRD yöntemi kullanılarak bir kontrolcü tasarımı yapılmıştır. Literatürde yer alan çalışmalarda, esnek yapılı benzer dinamik modeldeki uydular için genellikle doğrusal dinamik model ve doğrusal kontrolcü tasarım yöntemleri kullanılmıştır. Bu çalışmada ise doğrusal olmayan dinamik model ve kontrolcü tasarımı incelenmiştir.

Denklemler için Matlab programında algoritma oluşturulmuş ve farklı Q ve R, ağırlık matrisleri için deneme-yanılma yöntemiyle çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Elde edilen sonuçlara ve referans alınan makale karşılaştırmalarına göre, doğrusal olmayan esnek yapılı bir uydunun titreşim kontrolü için DBRD yönteminin optimal kontrolcü tasarımında uygun olduğu görülmektedir. Tez çalışmasının amaçlarından biri de özellikle DBRD yöntemi ile tasarlanmış kontrolcünün etkilerini incelemektir. Kontrolcü performansı, farklı ağırlık matrisleri için maliyet fonksiyonu değerlerinin azalması için uygun ağırlık matrisleri deneme-yanılma yöntemi ile bulunmuştur. Sonuç olarak, doğrusal olmayan esnek yapılı güneş panellerinde meydana gelen titreşim kontrolü için DBRD kontrol yöntemi durum değişkenleri için uygun sifıra yerleşme süreleri ve düşük ateşleme torku değerleri sağlamıştır. Bu da DBRD yönteminin doğrusal olmayan dinamik modele sahip esnek yapılı uydular için uygun bir kontrolcü olduğunu bir kez daha göstermiştir. Böylece doğrusal olmayan dinamiğe sahip uydu sistemlerinde, sistemin dinamik modelini doğrusal hale getirip ardından doğrusal kontrolcü tasarım yöntemi kullanmak yerine doğrusal olmayan dinamik model için doğrusal olmayan kontrolcü tasarım yönteminin kullanılmasının titreşim kontrolü açısından avantajını ve yöntemin sadeliğini göstermiştir.

Ayrıca benzetim çalışmaları sırasındaki Q ve R, ağırlık matrisi denemeleri de kontrolcünün esnekliğini göstermiştir. Q ve R ağırlık matrisleri artırılarak sifıra yerleşme süresi daha da erkene çekilebilmekte ancak bu durumda ateşleme torku ve sistemin ihtiyaç duyduğu güç değeri artmaktadır. Tam tersi olacak şekilde Q ve R ağırlık matrisleri azaltılarak sifıra yerleşme süresi daha da geç bir zamana çekilebilmekte ve bu durumda da ateşleme torku değeri ve sistemin ihtiyaç duyduğu güç değeri azalmaktadır. Bu tasarım esnekliği kontrol mühendisine en kritik olan değişkene göre sistemi tasarlama imkanı sunmaktadır.

Ayrıca literatürdeki çalışmalarda genel olarak birinci modun esnek yapılı güneş panelleri üzerindeki titreşim etkisi incelenmiştir. Bu çalışmada ise ilk üç modun esnek yapılı güneş panelleri üzerindeki titreşiminin etkisi incelenmiştir. Tezin 5. bölümü olan benzetim çalışmaları kısmındaki grafiklerde detaylı bir şekilde görüldüğü gibi birinci mod koordinatının titreşim üzerindeki etkisinin, ikinci ve üçüncü mod koordinatına göre daha baskın olduğu gözlemlenmektedir. Bu durumda literatürdeki çalışmaların da sağlaması yapılmış ve birinci modun sistemin titreşimini belirleyen asıl mod olduğu kanıtlanmıştır.

Literatürde bu çalışmada kullanılan dinamik modelin aynısı için diğer kontrol yöntemleriyle yapılan 1000 ve 3000 s zamanlarındaki benzetim çalışmalarının karşılaştırmaları sonucunda; DBRD yönteminin tüm durum değişkenleri için kontrol sağladığı ve maksimum değerler için özellikle ateşleme torkunda daha düşük değerler sağladığı grafiklerden de görülmektedir.

Gelecekteki araştırmalarda, DBRD yöntemi pek çok çalışma için kullanılabilir. Bunlardan ilki, ağırlık matrisi seçimi için optimizasyon algoritmaları kullanılarak farklı çalışmalar yapılabilir. Bir diğer çalışma ise esnek yapılı uydu titreşim kontrolü için son yıllarda daha çok kullanılmaya başlanan piezoelektrik yamalar ile aktif titreşim kontrolü için DBRD yöntemi kullanılarak çalışılabilir. Ayrıca, uydu sistemlerinden bağımsız olarak farklı giriş modelleri (Euler-Bernoulli, Rayleigh, Timoshenko) ve farklı sınır koşulları esas alınarak bir kırışteki titreşim kontrolü DBRD yöntemi ile deneysel ve teorik olarak karşılaştırmalı şekilde çalışılabilir.

## KAYNAKLAR

1. Ogata, K. (2010). *Modern control engineering*. (5th Edition). New Jersey: Pearson, 894.
2. Çimen, T. (2008). State-dependent riccati equation (sdre) control: A survey. *IFAC Proceedings*, 41(2), 3761-3775.
3. Mazzini, L. (2015). *Flexible spacecraft dynamics control and guidance*. Rome: Springer International Publishing, 2-4.
4. Malekzadeh, M., Naghash, A. and Talebi, H. A. (2010). Design of nonlinear robust controller and observer for control of a flexible spacecraft. *Journal of Aerospace Science and Technology*, 7(2), 81-91.
5. Malekzadeh, M., Naghash, A. and Talebi, A. (2009, 10-13 August). *Robust nonlinear tracking control design for flexible spacecraft*. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Illinois.
6. Malekzadeh, M., Naghash, A. and Talebi, H. (2011). Control of flexible spacecraft using dynamic inversion and  $\mu$ -synthesis. *Journal of Vibration and Control*, 17(13), 1938-1951
7. Singh, S. N. and Zhang, R. (2004). Adaptive output feedback control of spacecraft with flexible appendages by modeling error compensation. *Acta Astronautica*, 54(4), 229-243.
8. Hu, Q., Gao, X.-Z. and Ma, G. (2009). Reference model variable structure output feedback for attitude maneuvers control of flexible spacecrafts. *Intelligent Automation and Soft Computing*, 15(1), 53-62.
9. Wang, G. Y., Ge, W. P., Yang, G. W. and Wang, S. C. (2014). CSVS method for spacecraft with two flexible appendages during attitude maneuver. *Advanced Materials Research*, 1049-1050, 939-944.
10. Lee, K. W. and Singh, S. N. (2020, 6-10 January). *Passification-Based Adaptive Control of Spacecraft with Elastic Appendages*. AIAA Scitech 2020 Forum, Orlando.
11. Wang, E., Wu, S., Wang, X. and Wu, Z. (2018, 8-12 January). *Distributed vibration control for the large space structures*. AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Kissimmee.
12. Hu, Q., Su, L., Cao, Y. and Zhang, J. (2018). Decentralized simple adaptive control for large space structures. *Journal of Sound and Vibration*, 427, 95-119.
13. Hu, Q. I. and Ma, G. f. (2007). Flexible spacecraft vibration suppression using PWPF modulated input component command and sliding mode control. *Asian Journal of Control*, 9(1), 20-29.

14. Shahravi, M., Kabganian, M. and Alasty, A. (2006). Adaptive robust attitude control of a flexible spacecraft. *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, 16(6), 287-302.
15. Kabganian, M. and Shahravi, M. (2005, 26-29 June). *Adaptive sliding mode attitude and vibration control of an elastic spacecraft*. International Conference on Control and Automation, Budapest, 305-310.
16. Malekzadeh, M., Naghash, A. and Talebi, A. (2010, 2-5 August). *Flexible spacecraft control using robust feedback linearization*. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Toronto.
17. Zheng, J., Banks, S. P. and Alleyne, H. (2005). Optimal attitude control for three-axis stabilized flexible spacecraft. *Acta Astronautica*, 56(5), 519-528.
18. Malekzadeh, M., Naghash, A. and Talebi, H. (2012). Robust attitude and vibration control of a nonlinear flexible spacecraft. *Asian Journal of Control*, 14(2), 553-563.
19. Bilgin, N. and Salamci, M. U. (2014, 25–27 July). *Sliding mode control design for nonlinear systems without reaching phase and its applications to a flexible spacecraft*. ASME 2014 12th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Copenhagen.
20. Ovchinnikov, M. Y., Tkachev, S. and Shestoporov, A. (2019). Algorithms of stabilization of a spacecraft with flexible elements. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 58, 474-490.
21. Gao, D., Luo, J., Ma, W. and Englot, B. (2019). Parameterized nonlinear suboptimal control for tracking and rendezvous with a non-cooperative target. *Aerospace Science and Technology*, 87, 15-24.
22. Hu, Q. and Ma, G. (2005). Variable structure control and active vibration suppression of flexible spacecraft during attitude maneuver. *Aerospace Science and Technology*, 9(4), 307-317.
23. Altınışık, S. (2019). *Smooth slew maneuvers of flexible spacecraft*. The Degree of Master of Science, Middle East Technical University The Graduate School of Natural and Applied Sciences, Ankara.
24. Arıcan, A. Ç. (2017). *Durum Bağımlı Riccati Denklemi Tabanlı Optimal Kontrolcü Tasarımı Ve Üç Serbestlik Dereceli Helikopter Uygulaması Yüksek Lisans Tezi*, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
25. Tafazoli, S. (2020). *On Attitude Recovery of Spacecraft using Nonlinear Control*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Concordia University, Montréal.
26. Baruh, H. (1999). *Analytical dynamics*. (1st Edition). New Jersey: WCB/McGraw-Hill, 624.
27. Meirovitch, L. (1975). *Elements of vibration analysis*. Virginia: McGraw-Hill, 245.

28. Junkins, J. L. (1993). *Introduction to dynamics and control of flexible structures*. OhioAiaa Education Series,185.
29. Dutta, R., Ganguli, R. and Mani, V. (2011). Swarm intelligence algorithms for integrated optimization of piezoelectric actuator and sensor placement and feedback gains. *Smart Materials and Structures*, 20(10), 105018.
30. Cimen, T. (2010). Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent Riccati equation (SDRE) method. *Annual Reviews in Control*, 34(1), 32-51.
31. Friedland, B. (2007). Quasi-optimum control and the sdre method. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(7), 762-767.
32. Erdem, E. B. and Alleyne, A. G. (2004). Design of a class of nonlinear controllers via state dependent Riccati equations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12(1), 133-137.
33. Çopur, E. H. (2021). Ağırlık matrislerinin 3-sd helikopterin ddrd tabanlı kontrol metodu üzerine etkileri. *Konya Journal of Engineering Sciences*, 9(3), 588-605.
34. Kilicaslan, S. (2018). Control of active suspension system considering nonlinear actuator dynamics. *Nonlinear dynamics*, 91, 1383-1394.
35. Kilicaslan, S. (2016, 13-15 October). *State dependent riccati equation control of quarter vehicle active suspension system considering nonlinear actuator dynamics*. 20th International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC), Sinaia.
36. Malekzadeh, M., Naghash, A. and Talebi, H. A. (2010). Robust Control of Non-linear Flexible Spacecraft. *Scientia Iranica Transaction B-Mechanical Engineering*, 17(3), 217-228.
37. Kilicaslan, S. (2015). Tracking control of elastic joint parallel robots via state-dependent Riccati equation. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, 23(2), 522-538.





*Gazili olmak ayrıcalıktır*