



T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü



ARAÇ LASTİKLERİNİN JANT TEMAS BÖLGESİNDEKİ BASINÇ DAĞILIMLARININ İNCELENMESİ

Yüksek Lisans Tezi

UMUT YILMAZ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

İzmir
2024

T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

**ARAÇ LASTİKLERİNİN JANT TEMAS BÖLGESİNDEKİ
BASINÇ DAĞILIMLARININ İNCELENMESİ**

UMUT YILMAZ

DANIŞMAN : PROF. DR. HASAN YILDIZ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Makine Mühendisliği Yüksek Lisans Programı

İzmir

2024

KABUL ONAY SAYFASI

Umut Yılmaz tarafından yüksek lisans tezi olarak sunulan ‘‘ ARAÇ LASTİKLERİNİN JANT TEMAS BÖLGESİNDEKİ BASINÇ DAĞILIMLARININ İNCELENMESİ’’ başlıklı bu çalışma EÜ Lisansüstü Eğitim ve öğretim yönetmeliği ile EÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 12.09.2024 Tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oy birliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:

İmza

Jüri Başkanı	: Prof. Dr. Hasan YILDIZ
Raportör Üye	: Doç. Dr. Mahmut PEKEDİS
Üye	: Prof Dr. Yusuf ARMAN

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi / Doktora Tezi olarak sunduğum “ARAÇ LASTİKLERİNİN JANT TEMAS BÖLGESİNDEKİ BASINÇ DAĞILIMLARININ İNCELENMESİ” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

12/ 09 / 2024

İmzası

Umut YILMAZ

ÖZET

Umut YILMAZ
Yüksek Lisans Tezi, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Hasan YILDIZ
Haziran 2024, 76 Sayfa

Tekerlek, dünyanın en önemli icatlarından biridir ve bugün hayatımızın hemen her alanında kullanılmaktadır. Tekerlekler, otomobiller, bisikletler, arabalar, kamyonlar, trenler, uçaklar ve daha birçok taşıtta yüzyıllardır cisimlerin hareketini sağlamak için kullanılmaktadır. Ayrıca, endüstriyel makinelerde, mobilyalarda, oyuncaklarda ve hatta çiftlik araçlarında da kullanılmaktadırlar.

Tekerleklerde kullanılan jant, taşıtlarda lastik ile aks sistemi arasında bulunan, lastiğin takıldığı ve desteklendiği, yük taşıyan ve dönen, araç üzerinde mal ve can güvenliğini direkt olarak etkileyen emniyet parçasıdır. Jant tasarımı yapılırken, janta etkileyen statik ve dinamik kuvvetler doğru hesaplanarak optimum jant tasarımı ve üretimi yapılmalıdır. Bu çalışmada yolda oluşan dinamik yükler ve taşıt ağırlıkları dolayısı ile janta gelen yüklerden bağımsız olarak, lastiklerin janta montajı sırasında lastik ve jant arayüzündeki iç gerilmelerle ve lastiğin şişirilmesi sonucunda meydana gelen iç basınç sebebi ile oluşan yüklerin jant üzerinde dağılımının incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu kapsamda sektörde sıkça kullanılan bir referans lastik ve jant numunesi kullanılarak öncelikle fiziksel basınç diyagramı hazırlanmış ve sonlu elemanlar analizi ile doğru girdiler sağlanarak uygun basınç dağılımlarının elde edilmesi amaçlanmıştır.

Üretilen ürünler ile yapılan fiziksel ölçüm raporlarının, bilgisayar destekli sonlu elemanlar analizi ile örtüşmesine takiben farklı jant geometrileri ile farklı basınç dağılımları elde edilmiş ve jant için kritik bölgeler analiz edilmiş ve lastikte iç basınç olmasa dahi oluşan kuvvet değerlerinin ne kadar kritik ve göz ardı edilmemesi gerektiği ortaya koyulmuştur.

İlerleyen çalışmalarda kullanılmak üzere lastik ve jant geometrilerinin değişimi ile jant yüzeyine gelen basınç değerlerinin ampirik yöntemler ile basitçe hesaplanabilmesi için gerekli altyapı oluşturulmuştur.

Anahtar sözcükler: Jant Gerilme Kuvvetleri, Lastik İç Basıncı, Lastiğin Bölümleri, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Jant, Lastik, Şerit Basınç Sensörü

ABSTRACT

Umut YILMAZ
Master of Science, Mechanical Engineering Department
Supervisor: Prof. Dr. Hasan YILDIZ
June 2024, 76 Pages

Wheels have been utilized for centuries to facilitate the movement of various vehicles and machinery. They are employed in automobiles, bicycles, cars, trucks, trains, airplanes, as well as in industrial machinery, furniture, toys, and even agricultural equipment. The wheel stands as one of humanity's most significant inventions, finding application in almost every aspect of modern life.

A rim is a crucial safety component situated between the tire and axle system of vehicles, supporting and securing the tire while directly affecting the safety of cargo and passengers. Optimal rim design and production necessitate accurate calculations of static and dynamic forces acting upon it. This research aims to investigate the distribution of loads on the rim resulting from internal stresses at the tire-rim interface during tire mounting and from internal pressure upon tire inflation, independent of dynamic road loads and vehicle weights. To achieve this, a commonly used reference tire and rim sample was utilized to generate physical pressure diagrams, and finite element analysis was employed to obtain appropriate pressure distributions by providing accurate inputs.

By comparing the physical measurement reports of manufactured products with computer-aided finite element analysis, different rim geometries yielded varied pressure distributions. Critical areas on the rim were analyzed, illustrating the significance of force values even in the absence of internal tire pressure. Furthermore, groundwork was laid for the empirical calculation of pressure values on the rim surface with changes in tire and rim geometries for future studies.

Keywords: Rim Stress Forces, Tire Internal Pressure, Tire Components, Finite Element Method, Rim, Tire, Belt Pressure

ÖNSÖZ

Günümüz teknolojisine uygun olarak üretilen veya tasarımı geliştirilen ürünlerin ömür süreleri, dayanım raporları ve optimum malzeme gereksinimleri uygun matematik modelleri ve sonlu elemanlar analizi yöntemleri ile hesaplanabilmektedir. Gelişen teknoloji ile prototip ürün üretimi ve doğrulama süreçleri çok daha hızlı ve daha az maliyetli yapılabilmektedir. Bu kapsamda belirtilen matematik modelleri ve analiz simülasyonları için doğru bir altyapı ile doğru veri girişi yapılarak uygun sonuçların elde edilmesi oldukça önemlidir.

Jant üretimi yapılırken yapılan mühendislik hesaplamaları incelendiğinde aslında kritik bir öneme sahip olan lastik ön basınçlandırma işleminin çoğunlukla göz ardı edildiği anlaşılmış ve gerçek yol ve ortam şartlarına uygun olarak doğru analiz ve hesaplama girdilerinin sağlanması adına bu tez hazırlanmıştır.

İZMİR

12/09/2024

UMUT YILMAZ



İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
İÇ KAPAK	ii
KABUL ONAY SAYFASI	iii
ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI	v
ÖZET	vii
ABSTRACT	ix
ÖNSÖZ	xi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	xiii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xvi
TABLolar DİZİNİ	xx
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xxi
1 GİRİŞ	1
2 TEKERLEĞİN TARİHSEL GELİŞİMİ	5
2.1 LASTİK VE ALT BİLEŞENLERİ	7
2.2 SIRT BÖLGESİ	8
2.3 YAN DUVAR (YANAK).....	9
2.4 TOPUK TELİ DEMETİ (ÇELİK KORD)	9
2.5 GÖVDE (KEMER) KATMANI	9
2.6 GÖVDE (KEMER) KUŞAKLARI.....	10
2.7 İÇ KAPLAMA (ASTAR)	10
2.8 LASTİK ÜRETİM AŞAMALARI.....	10
2.8.1 Lastiğin Alt Bileşenlerinin Üretimi.....	10
2.9 LASTİĞİN KALIPLAMA SÜRECİ.....	12
2.9.1 Karkas Üretim Aşaması... ..	12
2.9.2 Dış karkas ve Kemer Kısım İazırlanması.....	14
2.9.3 Kalıplama ve Kürleme Süreci.....	15
3 OTOMOBİL JANTI VE ALT BİLEŞENLERİ	16

İÇİNDEKİLER DİZİNİ (devam)

3.1	DİSK.....	18
3.2	KASNAK VE JANT ÜRETİMİ	19
3.3	(ETRTO) JANT STANDARTLARI VE STANDART ÖLÇÜLERİ (PARAMETRELERİ) 21	
4	JANT VE LASTİK ARASINDAKİ BASINÇ ÖLÇÜM TESTİ TEST MATERYAL VE YÖNTEMLERİ.....	23
5	PLASTİK VE HİPER ELASTİK VE ELASTİK MALZEMELERİN DAVRANIŞI.....	23
5.1	HİPER ELASTİK MALZEMELERİN MEKANİK DAVRANIŞLARI	27
6	BİLGİSAYAR DESTEKLİ ANALİZ ÇALIŞMASI.....	37
6.1	MODEL KURULUMU	48
6.2	ANALİZ SONUÇLARI VE ANALİZ DOĞRULAMASI.....	56
7	İTERATİF ANALİZ ÇALIŞMALARINI VE SONUÇLARI	58
7.1	ANALİZ SONUÇLARININ İNCELENMESİ	65
7.2	REGRESYON ANALİZİ.....	68
7.2.1	<i>Kökeni ve Tarihçesi.....</i>	68
7.2.2	<i>Regresyon Analizinin Türleri.....</i>	68
7.2.3	<i>Kullanım Alanları</i>	69
7.2.4	<i>Önemi.....</i>	69
7.3	REGRESYON ANALİZİ YÖNTEMİ İLE JANTA GELEN KUVVETLERİN HESAPLANMASI.....	70
7.3.1	<i>Lastik ve Jant Arasında Oluşan Toplam Kuvvetin Regresyon Analizi 70</i>	
7.3.2	<i>1. Bölgede Oluşan Toplam Kuvvetin Regresyon Analizi</i>	72
7.3.3	<i>2. Bölgede Oluşan Toplam Kuvvetin Regresyon Analizi</i>	74
7.3.4	<i>3. Bölgede Oluşan Toplam Kuvvetin Regresyon Analizi</i>	75
8	SONUÇ VE TARTIŞMA.....	76
9	KAYNAKLAR DİZİNİ	79

İÇİNDEKİLER DİZİNİ (devam)

TEŞEKKÜR.....	82
ÖZGEÇMİŞ	83



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1: Radyal Yük Şeması	2
Şekil 2: Lastik İç Basınç Dağılımı	2
Şekil 3: Jant Yüzeyi Yanal Kuvvetler.....	3
Şekil 4: Ticari bir araç tekerleğinin lastik-jant arayüzü basınç testi: (a) Test Yapısı ; (b) Şerit Film Basınç Sensörü.	4
Şekil 5: Radyal Yük Altında Lastik ve Jant Arayüzünde Basınç Dağılımı (Jiegong Wang, 2017).....	4
Şekil 6: Lüblüya Bataklıkları Tekerleği ("Wheel." Wikipedia, 2024).....	5
Şekil 7: Sümer "Savaş" panelinde yaban eşeğinin çektiği bir arabanın tasviri (MÖ 2500 civarı) ("Wheel." Wikipedia, 2024)	6
Şekil 8: Altı kollu janta sahip tipik bir Mısır el arabası. (Chariots." Tour Egypt,2024).....	6
Şekil 9: a: Penny-Farthing Bisikleti ("Wheel." Wikipedia, 2024) b: Üç Tekerli Bisiklet ("Pilid" Wikipedia, 2024) c: Robert William Thomson'ın 1845'de icat ettiği ilk pnömatik lastik (Bitesized Britain, 2024).....	7
Şekil 10: L'Obéissante ("Wheel." Wikipedia, 2024).....	7
Şekil 11: Radyal Bir Lastiğin İç Yapısı	8
Şekil 12: Lastik Alt Bileşenleri ("lastik üretim" Michelin, 2024)	8
Şekil 13: Çelik Topuz	9
Şekil 14 Plastik Yanak Tabakaları ("Product Process" Nexentire, 2024)	11
Şekil 15 Topuk Teli ve Kaplanması Prosesi ("Product Process" Nexentire, 2024)	12
Şekil 16 Topuk Tellerinin Yerleşimi ("How Tire Made" Ustires, 2024)	12

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil 17 İç Duvar Yerleşimi (“How Tire Made” Ustires, 2024)	13
Şekil 18 Gövde Katmanı Yerleşimi (“How Tire Made” Ustires, 2024).....	13
Şekil 19. Kenar Kıvrırma Prosesi (“How Tire Made” Ustires, 2024)	13
Şekil 20: a) Yan Duvarların Yerleşimi b) Fazlalık Kısımların Bir Teker Yardımı İle İç Bükülmesi (“How Tire Made” Ustires, 2024)	14
Şekil 21 İç Karkas Final Ürünü (“How Tire Made” Ustires, 2024)	14
Şekil 22: Kemer Katmanı Üretimi (“How Tire Made” Ustires, 2024).....	15
Şekil 23 a: Dış Karkas Kemer ve Dış Yerleşimi b: Dış Karkas Final Görünümü (“How Tire Made” Ustires, 2024)	15
Şekil 24 a: Kırleme Öncesi Lastik Numunesi b: Kırleme Kalıbı ve Kırleme Lastiği Görünümü (“How Tire Made” Ustires, 2024).....	16
Şekil 25 Kırleme Süreci (“How Tire Made” Ustires, 2024).....	16
Şekil 26 a) Jant b) Kasnak c) Disk (“Steel Wheel” Researchgate, 2024)	18
Şekil 27: Jant Üretim Sıralaması (“Wheel Manufacturing” Wheelmachinery, 2024)	21
Şekil 28 ETRTO- Yolcu Taşımacılık Araçları Jant Kesit Ölçüleri	22
Şekil 29 Çeşitli polimerlerin gerilme-uzama eğrileri (Erkek, 2007)	25
Şekil 30 Gerilme – Uzama grafiği (non-linear) hiper elastik malzeme (Malachowski, 2013)	27
Şekil 31: Referans konfigürasyon ve deformasyona uğramış konfigürasyon	28
Şekil 32 Gerilme – Birim Şekil Değiştirme Grafiği	30
Şekil 33 a) Neo-Hook modeli için temel gerilme/sıkışma eğrisi b) Neo-Hook modeli için temel kesme eğrisi (Hakansson 2000).....	32

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil 34 Deneysel Tek Eksenli Gerilme - Uzama Eğrisi	33
Şekil 35 : Basınç Ölçümü.....	35
Şekil 36 Basınç Sensörü Yerleşimi ve ‘‘0’’ noktası	35
Şekil 37 : Doğrultu Boyunca Basınç & Uzaklık Grafiği	37
Şekil 38 Eksenel Simetrik Katı Model.....	38
Şekil 39: Eksenel Simetrik Modellerin Sınır Şartları.....	39
Şekil 40 Eksenel Simetrik Bir Modelin Minimum Kareler Yöntemi ile Belirtilmesi	39
Şekil 41 Eksenel Simetrik Üçgen Ağ Elemanları ve Düğüm Noktaları	42
Şekil 42: Traksiyon Kuvveti	45
Şekil 43: 2B Jant Modeli.....	48
Şekil 44: Lastik 2B modeli	48
Şekil 45: Geometrik model, sonlu eleman modeli ve sonuçların gösterildiği nodal sonuçlar (Çayıroğlu, 2024)	49
Şekil 46 Lastiğin Analiz Modeli Bölümleri.....	49
Şekil 47 Marlow Malzeme Nominal Gerilme & Nominal Şekil Değişirme Grafiği	52
Şekil 48: Aşama 1 için jant ve lastik konumları	53
Şekil 49 Aşama 2 için jant ve lastiğin girişimi	53
Şekil 50 Aşama 3’de jant ve lastiğin arayüzlerinin birleştirilmesi	54
Şekil 51: Aşama 4: Lastiğin iç basınç etkisi olmadan janta yerleşimi.....	54
Şekil 52: Aşama 5: Lastiğe iç basınç eklenmesi	55
Şekil 53: Aşama 7: Lastik iç basıncının devreden çıkarılması	56

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

Şekil 54 Test ve Analiz Grafiği	57
Şekil 55 Analiz Modelinde Boşluk Oluşan Bölge.....	57
Şekil 56 Jant Kesiti ve Standart Parametreler	58
Şekil 58: Topuk Oturma Dairesi Ortalama Çapı % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Grafiği	59
Şekil 59: Ortalama Çap-Toplam Basınç % Değişimi Grafiği	60
Şekil 60: R2 Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Grafiği.....	61
Şekil 61: R1 Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Grafiği.....	62
Şekil 62: R1 Ölçüsü-Toplam Basınç % Değişimi Grafiği.....	63
Şekil 63: Kasnak (α) açısının değişimi	64
Şekil 64: α Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Grafiği	64
Şekil 65: α Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca % Etkisi Grafiği	65
Şekil 66 Jantın integral parametreleri	67
Şekil 67 Lastik ve Jant Temas Bölgeleri	67

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo 1 Şerit Basınç Sensörü Ölçüm Değerleri	36
Tablo 2 Hiper Elastik Neo- Hook Özellik Gösteren Malzemeler	50
Tablo 3 Hiper- Elastik Hibrit Özellik Gösteren Malzemeler	51
Tablo 4: Topuk Oturma Dairesi Ortalama Çapı % Değişim Tablosu.....	59
Tablo 5: Topuk Oturma Dairesi Ortalama Çapı % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Tablosu	60
Tablo 6 : R2 Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Tablosu.....	61
Tablo 7: R1 Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Tablosu.....	62
Tablo 8 : Kasnak Açısı % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Tablosu	64
Tablo 9 Değişken Analizi ve Toplam Kuvvet Tablosu.....	66
Tablo 10: Toplam Kuvvetin Regresyon Analizi Parametre Tablosu.....	70
Tablo 11 :Toplam Kuvvete Göre Regresyon Analizi	71
Tablo 12 : Toplam kuvvete göre yapılan regresyon analizinde sapma değerleri...	71
Tablo 13 Basınç bölgelerinde oluşan kuvvet dağılımı.....	72
Tablo 14: 1. Bölge Değişken ve Sabit Değer Katsayıları	72
Tablo 15 : 1. Bölge İçin Yapılan Regresyon Analizi İstatistikleri.....	73
Tablo 16: 1. Bölge İçin Öngörülen Değerler ve Standart Farklar.....	73
Tablo 17: 2. Bölge Değişken ve Sabit Değer Katsayıları	74
Tablo 18 : 2. Bölge İçin Yapılan Regresyon Analizi İstatistikleri.....	74
Tablo 19: 2. Bölge İçin Öngörülen Değerler ve Standart Farklar.....	74
Tablo 20: 3. Bölge Değişken ve Sabit Değer Katsayıları	75
Tablo 21: 3. Bölge İçin Yapılan Regresyon Analizi İstatistikleri.....	75
Tablo 22: 3. Bölge İçin Öngörülen Değerler ve Standart Farklar.....	75
Tablo 23 : Regresyon parametreleri ve tüm çıktılar	76

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

F_s	Lastik İç Bası Kuvveti
r_f	İç Bası Kuvveti İç Yarıçapı
a	İç Bası Kuvveti dış Yarıçapı
\bar{r}	Ağırlık Merkezi Yarıçapı
P_0	İç Basınç
P_i	Noktasal Basınç Değeri
ALAPA	The Latin American Tire and Rims Association
ETRTO	European Tyre and Rim Technical Organisation
JATMA	Japan Automobile Tire Manufacturers
TRA	Tire and Rim Association
PU	Poliüretan
TPE	Termoplastik Elastomer
σ	Gerilme
ε	Şekil Değiştirme
u	Yer Değiştirme
λ	Minimum Şekil Değiştirme
x	X Ekseni
Y	Y ekseni
Z	Z ekseni
Ω	Dönme Ekseni
Θ	Dönme Açısı
r	Lastiğin Deforme Olmuş Yarıçapı
r_0	Lastiğin Referans Yarıçapı
F	Kuvvet
B	Sol Cauchy-Green Deformasyon Tensörü
\bar{B}	Elemanın Hesaplanmış Geometrik Merkezi
C	Sağ Cauchy-Green Deformasyon Tensörü
E	Lagrangian Şekil Değiştirme Tensörü
I_1, I_2, I_3	C Değerinin İnvariantları
P	Piola Kirchhoff Gerilme Tensörü
S	2. Piola Kirchhoff Gerilme Tensörü

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

τ	Kirchhoff Gerilme Tensörü
W	Gerilme Enerjisi
E_{ij}	Lagrangian Gerinim Tensörü
τ	Kayma Gerilmesi
γ	Kayma Şekil Değişirmesi
$G(t)$	Gevşeme Fonksiyonu
u^T	Yer değiştirme vektörü
f	Kuvvet Vektörü
f^e	Şekil Fonksiyonu
T	Traksiyon Kuvvet Vektörü
P_i	Noktasal Kuvvet Vektörü
k	Rijitlik Matris Sabiti
K	Rijitlik Matrisi
k^e	Birim Elemanın Rijitlik Matrisi
φ	Sanal Yer Değişirme Vektörü
$\varepsilon(\varphi)$	Sanal Gerinme Vektörü
φ	Rastgele Yer Değişirme
q	Birim Eleman Yer Değişirme Vektörü
N	Şekil fonksiyonu
J	Jakobien
U_e	Elemanın Gerilme Enerjisi
$C10$	Neo Hook Elastisite Modülü
$D1$	Neo Hook Hacimsel Sıkıştırılabilirlik

1 GİRİŞ

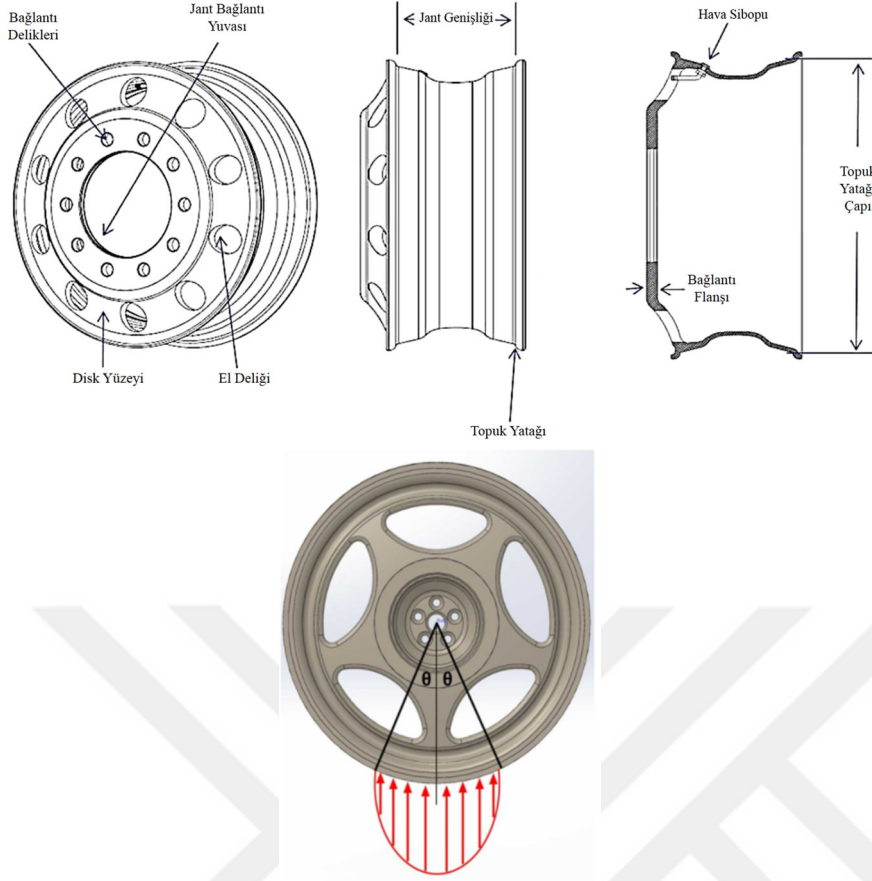
Yüzyıllardır kullanılmakta olan tekerlekler, çeşitli araç ve makinelerin hareketini sağlamak için kullanılmaktadır. Tekerlekler, otomobiller, bisikletler, arabalar, kamyonlar, trenler, uçaklar ve daha birçok taşıtta kullanılır. Ayrıca, endüstriyel makinelerde, mobilyalarda, oyuncaklarda ve hatta çiftlik araçlarında da kullanılır. Tekerlek, dünyanın en önemli icatlarından biridir ve bugün hayatımızın hemen her alanında kullanılmaktadır.

Jant, taşıtlarda lastik ile aks sistemi arasında bulunan, lastiğin takıldığı ve desteklendiği, yük taşıyan ve dönen, araç üzerinde mal ve can güvenliğini direkt olarak etkileyen emniyet ve hareket elemanıdır. Jant tasarımı yapılırken, janta etkileyen statik ve dinamik kuvvetler doğru hesaplanarak optimum jant tasarımı ve üretimi yapılmalıdır.

Son yıllarda, bilgisayar destekli tasarım uygulamaları birçok endüstriyel ürünün etkili bir şekilde geliştirilmesi ve doğrulanması için kritik bir rol oynamaktadır. Ancak, lastiklerin iç yapısı ve malzeme karakteristikleri nedeniyle FEM (the Finite Element Method) modelinin oluşturulması oldukça zor ve karmaşıktır. Otomobilin en kritik parçalarından biri olan lastik ve jantın dayanımı ve ömrünün hesaplanabilmesi için doğru girdilerin sağlanması büyük önem taşımaktadır.

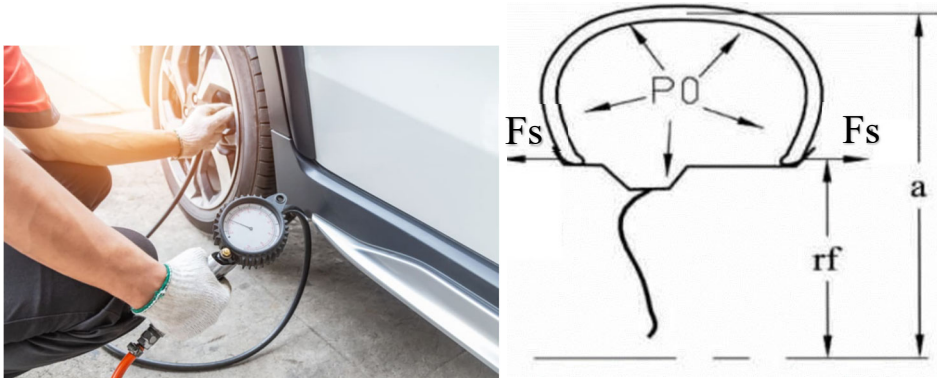
Deshmane ve Mogal (2020), otomobil lastik ve jantlarına etki eden lastik iç basıncı ve yol yüklerine bağlı olarak gelen kuvvetleri üç ana başlık altında incelemektedir.

Yol Etkisi ile Gelen Radyal Yükler: Otomobillerde, yollardan gelen yükler sırasıyla lastiklere, Lastiğin "Topuk Yastığı" isimli bölgesinin jant ile temas ettiği bölgeye ve ardından jantlara, jantlardan akslara ve nihayet araç şasisine etki eder. Bu yüklerin oluşmasında iki ana etken vardır. Bu etkenler araç ağırlığı ve aracın ivmelenmesidir.



Şekil 1: Radyal Yük Şeması

Lastik İç Basıncı Etkisi ile Oluşan Yükler: Lastikler, yol yükleri altında geometrilerini koruyarak aracın ilerleyebilmesi ve gerekli dayanımı sağlayabilmesi için jant ile lastik eşleşmesi yapıldıktan sonra aracın ağırlığı ve lastik kapasitesi hesaplanarak lastik içerisine bir iç basınç eklenir. Bu basınç sonucunda, jant ve lastik arayüzleri arasında bir basınç oluşur ve bu basınca bağlı olarak da bir kuvvet meydana gelir.

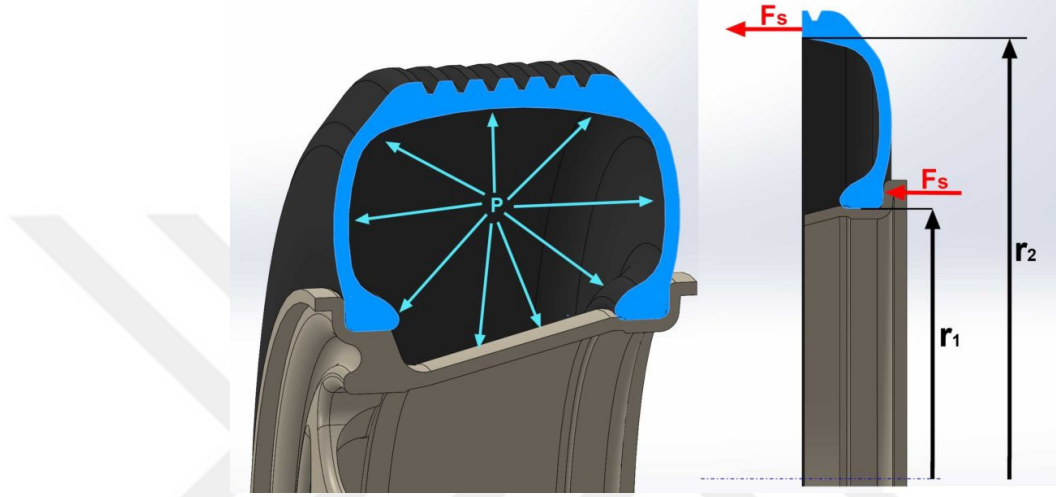


Şekil 2: Lastik İç Basınç Dağılımı

- **F_s :** Lastik İç Bası Kuvveti
- **r_f :** İç Bası Kuvveti İç Yarıçapı
- **a :** İç Bası Kuvveti dış Yarıçapı

- **P0: İç Basınç**

Langnau (2020), Deshmane ve diğerlerine benzer bir şekilde, lastiklerin yol yüklerine ek olarak iç basınç değerlerinden kaynaklanan bir jant iç gerilmesinin oluşacağından bahsetmiştir. Janta radyal yönde etki eden kuvvetlerin, yol yüklerine kıyasla önemsiz bir miktar olacağını ve dolayısıyla ihmal edilebileceğini, sadece ‘ F_s ’ ile belirtilen yanal kuvvetlerin jant üzerinde etkili olacağını belirtmiştir. Bu tür yaklaşımların temel nedeni, analiz ve hesaplama süresini mümkün olduğunca kısaltmaktır.



Şekil 3: Jant Yüzeyi Yanal Kuvvetler

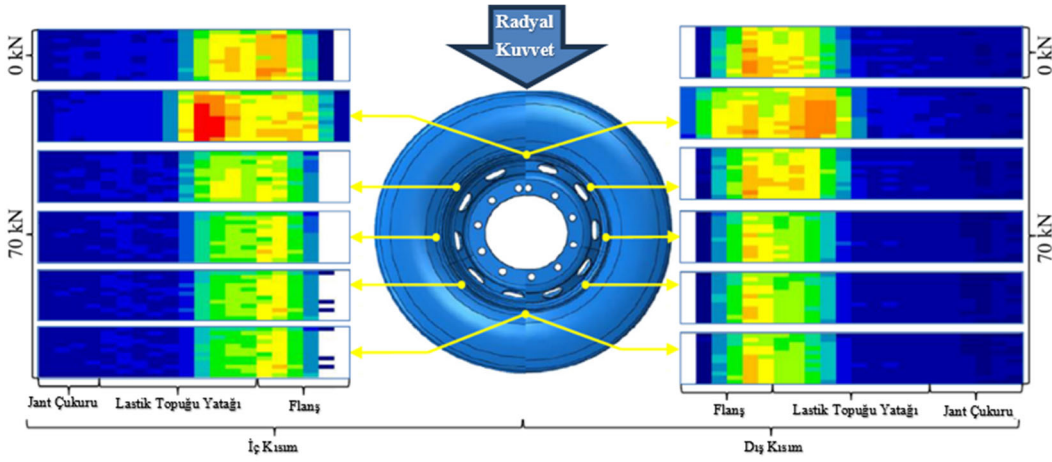
Langnau ve Deshmane tarafından Yapılan araştırma ve yazılan makaleler incelendiğinde, jant ve lastikler üzerinde aşağıda belirtilen yüklerin etkili olduğu sonucuna varılmaktadır:

1. **Lastik iç basınç etkisi:** Lastik iç basıncı, bütün jant ve lastik iç yüzeyine her noktada eşit olarak dağılır.
2. **Yan duvar iç basınç tepki kuvveti:** Jantın her iki flanş kısmında da eşit miktarda oluşur. Lastiğin iç basınç etkisi ile yanaklarının açılmasına tepki ile oluşan kuvvetlerdir.
3. **Radyal Zemin Kuvvetleri:** Yoldan gelen radyal yüklerin etkisi ile lastiğin her iki bileziğinin de altında oluşan radyal kuvvetlerdir.
4. **Eksenel Merkezkaç Kuvveti:** Araçların viraj ve dönüşlerine bağlı olarak lastiklerden jantlara aktarılan ve çoğunlukla yanal kuvvetlerden oluşurlar.
5. **Teğetsel Viraj Alma veya Frenleme Reaksiyonu:** Lastik iç çemberleri etrafında oluşan sinüzoid yol yükleridir.

Wan ve diğerleri (2017), yapmış oldukları test ve araştırma çalışmalarında, lastik ve jant arasına 0.2 mm kalınlığında basınç sensörü yerleştirerek radyal yük altında lastiğin hangi bölgelerinde nasıl bir yük dağılımı olduğunu göstermişlerdir. Lastiği şişirmek için 0.8 MPa'lık bir iç basınç uygulanmıştır.



Şekil 4: Ticari bir araç tekerleğinin lastik-jant arayüzü basınç testi: (a) Test Yapısı ; (b) Şerit Film Basınç Sensörü.



Şekil 5: Radyal Yük Altında Lastik ve Jant Arayüzünde Basınç Dağılımı (Jiegong Wang, 2017)

Yapılan araştırma ve incelemeler sonucunda, genellikle lastik ve jantın sıkıca birbirine geçmesi nedeniyle oluşan gerilme kuvvetlerinin göz ardı edildiği belirlenmiştir. Bu tezin konusu, belirtilen iç gerilme değerlerinin elde edilmesi ve toplam kuvvete oranının hesaplanmasıdır, böylece gerçek üretim ve yol senaryolarından ne kadar uzak olduğu açıklanmaya çalışılmıştır.

Bu çalışmada yolda oluşan dinamik yükler ve taşıt ağırlıkları dolayısıyla janta gelen yüklerden bağımsız olarak, lastiklerin janta montajı sırasında Lastik ve Jant arayüzündeki iç gerilmelerle sebebi ile oluşan yüklerin jant üzerinde dağılımının incelenmesi ve jant geometrisinde kritik öneme sahip olan geometrilerin (Çukur, Eğim Açısı vs.) tespit edilmesi ve jant yüzeyine gelen kuvvetlerinin etkisinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Bu çalışmada piyasada zorlu arazi koşullarında SUV tipi araçlarda en sık kullanılan 225/65 R17 ölçülerinde lastik ve jant ölçüleri referans alınarak test ve analiz çalışmaları yapılmıştır. Lastiğin, jant boşluğuna yerleştirilerek bir iç basınca maruz bırakılarak yan yüzeylere baskı yapması ile standart lastik şişirme senaryosu uygulanmıştır. Jant yüzeyine etki eden lastik ve yol yüklerinin doğru bir şekilde

analiz edilebilmesi için lastik ve jantların bileşenleri iyi tespit edilmeli ve doğru malzeme atamaları yapılmalıdır. Lastik alt bileşenleri lastik, çelik veya kompozit alt bileşenlerden oluşmaktadır. Bu çalışmanın jant ve lastik iç yapısının da daha detaylı anlaşılabilmesi iç yol gösterici olması planlanmaktadır.

2 Tekerleğin Tarihsel Gelişimi

Tekerlek ya da tekeri tanımlamamız gerekirse daire veya çember şeklinde bulunan, yük taşımacılığı veya güç aktarımı için kullanılan basit güç aktarma ekipmanlarıdır. Genel çalışma mekanizması bir şafta takılarak dönme hareketi ve geometri avantajı ile daha az kuvvet ile hareket etmesidir. Dairesel yapısı zemin ile prensipte çizgisel bir temas sağlaması ve daha az sürtünme kuvveti oluşmasına sebep olmaktadır.

Dönen ekipmanlar ile güç aktarımı fikri ilk olarak yuvarlak şekilli kütüklerin taşınması ile ortaya çıktığı düşünülmektedir. 2002 yılında en eski tekerlek kalıntısı Lübliyana'da keşfedilmiştir. Ahşaptan üretilen tekerleğin M.Ö 5.100-5.350 yılları arasında taşımacılık amacı ile kullanıldığı tahmin edilmektedir. İlk toprak materyallerinden üretilen teker kalıntıları M.Ö 4.000 yıllarına ait oldukları düşünülmektedir.



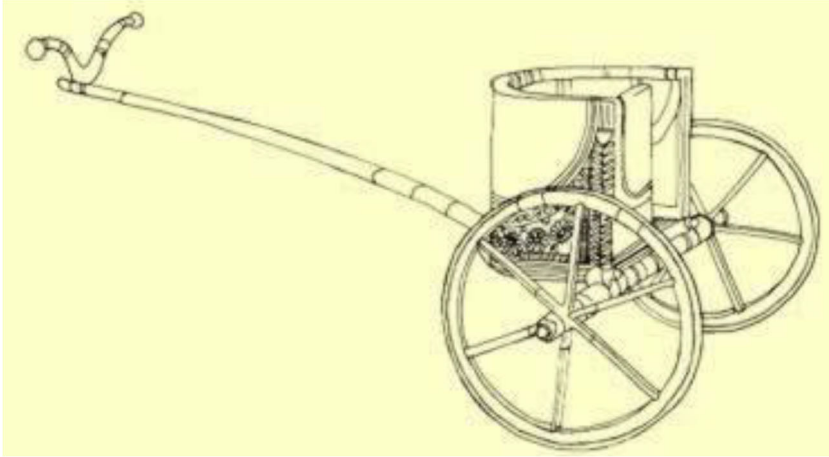
Şekil 6: Lübliyana Bataklıkları Tekerleği ("Wheel." Wikipedia, 2024)



Şekil 7: Sümer "Savaş" panelinde yaban eşeğinin çektiği bir arabanın tasviri (MÖ 2500 civarı) ("Wheel." Wikipedia, 2024)

Sümer duvar yazıtlarında M.Ö 2500 yıllarında tekerlerin taşımacılık amacı ile yaygın olarak kullanıldığı anlaşılmaktadır.

Nübyalılar Yaklaşık MÖ 400'den sonra tekerlekleri çömlek üretimi ve su çarkı üretimi amacıyla kullandılar. Ayrıca Nubyalıların Mısır'dan ithal edilen atlı jant kollu el arabaları kullandıkları da bilinmektedir.



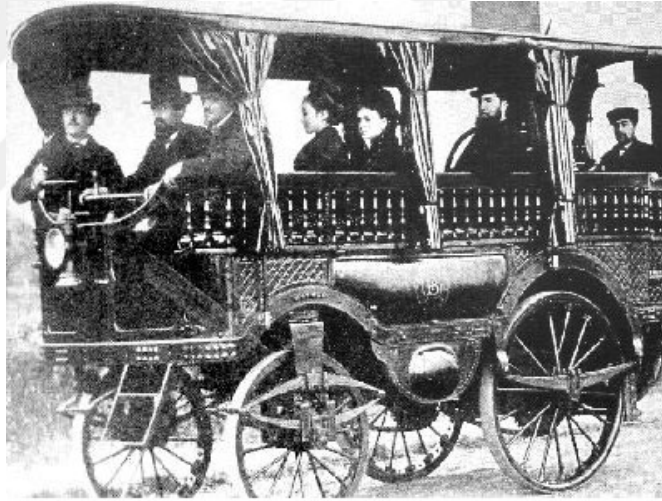
Şekil 8: Altı kollu janta sahip tipik bir Mısır el arabası. (Chariots." Tour Egypt,2024)

1870'li yıllara kadar tekerleklerde büyük modifikasyonlar yapılmamıştır. Lastik ve jant yapıları 1870'li yıllarda kullanılmaya başlanmıştır.



Şekil 9: a: Penny-Farthing Bisikleti ("Wheel." Wikipedia, 2024)
 b: Üç Tekerli Bisiklet ("Pilid" Wikipedia, 2024)
 c: Robert William Thomson'ın 1845'de icat ettiği ilk pnömomatik lastik
 (Bitesized Britain, 2024)

Buharlı makinaların gelişmesi ile daha güçlü taşıma araçları geliştirilmeye başlanmıştır. Tekerler ilk olarak demiryolları ile geliştirilmiş olsa da asıl ivmelenme otomobilin üretimi ile gerçekleşmiştir. 18. Yüzyılda otomotiv sektörü ivme kazanmıştır. 1870'li yıllarda Fransa'da hızı saatte 40 km'ye ulaşabilen ve 10 kişi kapasiteli araçlar üretilmeye başlamıştır. Otomotiv ve sanayinin gelişmesine bağlı olarak tekerlek ve lastiklerde de zorunlu bir teknolojik gelişme sağlanmıştır.

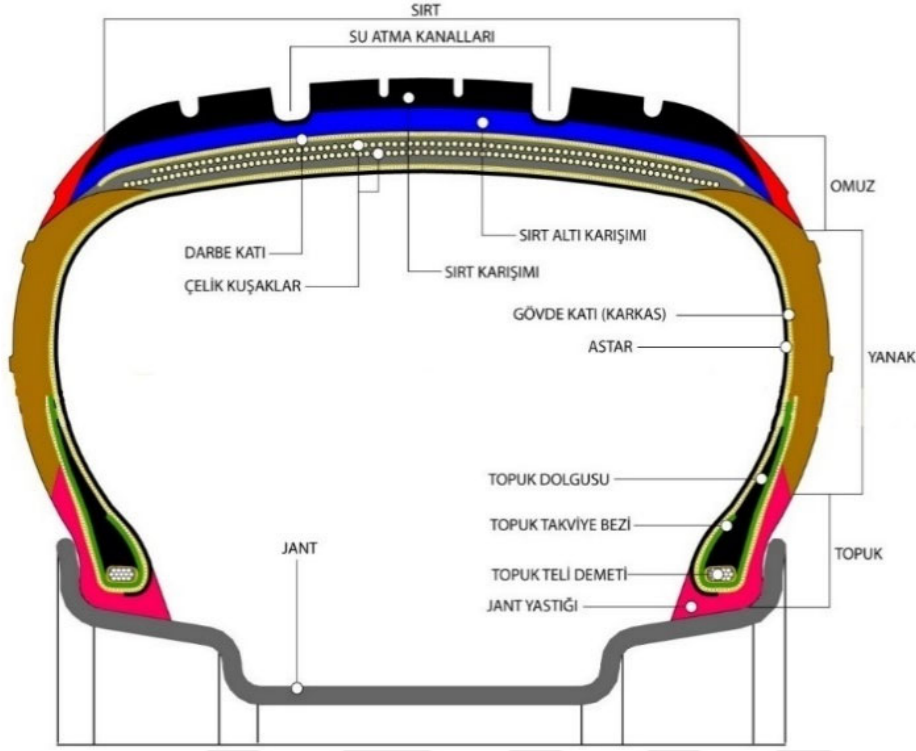


Şekil 10: L'Obéissante ("Wheel." Wikipedia, 2024)

Günümüzde otomotiv sektöründe kullanılan tekerlekler Jant ve Lastik olmak üzere iki ana bileşenden oluşmaktadır.

2.1 Lastik ve Alt bileşenleri

Teknolojinin gelişmesi ile birlikte daha uzun ömürlü, daha konforlu ve daha az maliyetli lastik üretilmesi gereksinimi oluşmuştur. Günümüzde üretilen lastikler genellikle kauçuk, çelik ve kumaş malzemelerin birçok katmanlı yapı ile bir araya getirilmesi ile meydana gelmektedir. Lastiklerin ve kapasitelerinin anlaşılması için lastiğin alt bileşenlerinin de detaylı olarak incelenmesi ve mühendislik hesaplamalarında uygun malzeme dayanımları, elastisite modülleri ve malzeme karakteristikleri kullanılmalıdır.

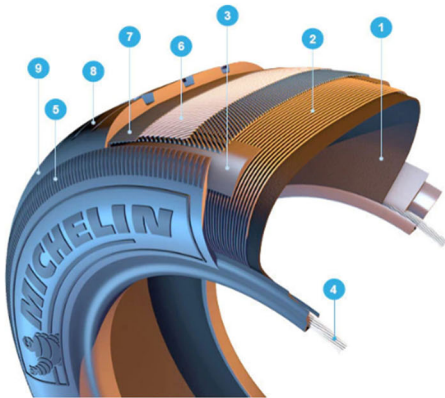


Şekil 11: Radyal Bir Lastiğin İç Yapısı

2.2 Sırt Bölgesi

Lastiklerin sırt bölgeleri lastiğin zemin ile temas ettiği bölgelerdir. Dolayısı ile araç hareketi ve yol tutuşu için oldukça kritiktir bir önem taşımaktadır. Yolda oluşan su birikintilerinden kolay geçebilmesi ve yol tutuşunun artırılması için desenli bir yapıya sahiptir.

Bielenberg (2007)'in de belirttiği gibi malzeme olarak genellikle hiper-elastik kauçuk mamulünden elde edilen ham malzemeler kullanılır. 1.10^{-6} kg/mm³ özkütleye sahip olduğu ve poisson oranının da 0.495 olduğu kabul edilebilir.



1- Astar
2- Karkas Kat
3- Omuz
4- Topuk Teli Demeti
5- Yanak
6- Çelik Kuşak
7- Darbe Katmanı
8- Dış Kısmı
9- Sirt

Şekil 12: Lastik Alt Bileşenleri ("lastik üretim" Michelin, 2024)

2.3 Yan Duvar (Yanak)

Yan duvar, yanak lastiği olarak da adlandırılabilir. Yan duvarlar tekerleğin jantından, sırt bölgesine kadar olan bölgeyi dıştan saran kauçuk katmana verilen isimdir. Gövde katmanını ortam ve dış etkilerden korur. Lastiğe yanıl stabilite kazandırırken aynı zamanda lastiğin radyal sıkışmasına direnç sağlar ve süspansiyon görevi de görür. Yanak sertliğı arttıkça araç kontrolü artar ancak diğler taraftan lastiğin rijitliğı artarak süspansiyon etkisi azalır.

Yan duvar kauçuğunun malzeme yoğunluğu yaklaşık olarak 1.10^{-6} kg/mm³, Young modülü 0,03 GPa ve Poisson oranı 0,45 olarak kabul edilebilir.

2.4 Topuk Teli Demeti (Çelik Kord)

Çelik kord lastiğin janta sıkıca yerleşmesi ve lastiğin janttan çıkmasını sağlayan önemli bir elemandır. Birçok farklı çelik telin birleşmesi ile oluşur. Lastik ile jant arasında sıkışma meydana getirerek sızdırmaz bir arayüz oluşturur. Bu sıkışıklık hem lastiğin basınç kaybını önler hem de dışarıdan lastiğin içerisine sıvı veya gaz girişini önler. Lastiğin yol yükleri ile janttan çıkmasını engeller ve lastiğin birleşim bölgelerine rijitlik kazandırır. Özetle aracın güvenli bir şekilde yol alması için oldukça kritik bir elemanlardır.

Çelik kord malzemesi S355J0 kalitesine yakın bir çelikten üretilmektedir. Bu kapsamda kord malzemesinin yoğunluğu 7.8610^{-6} kg/mm³, Young modülü 200 GPa ve Poisson oranı 0.28 olan bir elastik malzeme olarak kabul edilebilir.

Eski teknoloji ile üretilen çelik kordlar tek bir çelik halkanın lastik çevresine sarılması ile üretilirken günümüzde bal peteği şeklinde birçok telin birleşimi ile üretilmektedir.



Şekil 13: Çelik Topuz

2.5 Gövde (Kemer) Katmanı

Çelik kemerler olarak da adlandırılan bir grup telden oluşan bir karkas yapısıdır. Kemerler lastiklerin delinmeye karşı dayanımını arttırlar. Ayrıca lastiğin şeklini korumasında da önemli bir yol oynayarak yol tutuşunu arttıran yapılardır. Tellerin arası kauçuk ile kaplı durumdadır.

Özellikle sırt bölgesinin altında bulunur ve çoğunlukla birbirine dik durumda bulunan iki çelik katmandan oluşur. Çelik kord yapısına benzer bir yapıda tellerden oluşur. Çelik kuşak olarak da adlandırılabilir. Çelik kordlara benzer olarak yoğunluğu 7.8610^{-6} kg/mm³, Young modülü 200 GPa ve Poisson oranı 0.28 olan bir elastik malzeme olarak kabul edilebilir.

2.6 Gövde (Kemer) Kuşakları

Lastiğin yan yük kapasitesini artırır ve yan duvar sertliğini artırır. Piyasada bulunan lastiklerin çoğunda kuşak katmanı, kauçuk bir katman içerisinde bulunan polyesteri suni ipten veya naylon kodlardan oluşan iki gövdeli bir katmandan oluşmaktadır. Lastiğin iç basınç etkisi ile dağılmaması adına lastikte güçlendirici görev alır. Esnek yapıya sahip olması lastik içerisinde oluşabilecek vuru ve basınç farklılıkları ile deforme olmasını engeller.

Lastiğin bir arada kalması için oldukça önemli bir görevi vardır. Yan duvara takviye ve destek elemanı olarak da görev yapar. Lastikler tiplerine ve üreticilerin kararlarına göre birden fazla kuşak katmanı ve birden fazla farklı tipte kuşak katmanından oluşabilir. Polyester malzemeler kauçuk ile güçlendirilerek lastik içerisindeki diğer komponentlere de yapışır ve lastiğin bütün olarak kalmasını sağlar.

Kuşak malzemeleri kauçuk ve polyester malzemelerin birleşimi ile üretilmektedir ve Reid (2006)'in de bahsettiği gibi elastik malzeme, $1.39E-06$ kg/mm³ yoğunluğunda, 5 GPa Young modülü ve 0.28 Poisson oranıyla modellenenir.

2.7 İç Kaplama (Astar)

Lastiğin iç kuşakları çoğu zaman ince bir kauçuk malzeme ile kaplanır. Lastiğin içinde sızdırmazlık sağlayarak iç basıncın korunması için oldukça önemlidir. Bu koruyucu katmana "astar katmanı" denmektedir.

2.8 Lastik Üretim Aşamaları

Lastik üretimi lastiğin alt bileşenlerinin üretimi ve lastiğin kalıplanması olmak üzere iki aşamada ele alınabilir.

2.8.1 Lastiğin Alt Bileşenlerinin Üretimi

1. **Arıtma Süreci:** 'Arıtma süreci' her bir lastiğin özelliklerine ve kullanım amacına göre ham lastiğe çeşitli kimyasal maddelerin eklenmesini ve karıştırılmasını kapsar.
2. **Ekstrüzyon Süreci:** Ekstrüzyon süreciyle lastik tabakaları belli bir en ve kalınlığa getirilir. Burada, rahat bir sürüş için önemli olan dişler (lastiğin yol ile temas eden kısmı) ve yanaklar (lastiğin yan tarafları) oluşturulur.

3. **Yuvarlama Süreci:** Yuvarlama süreci, çelik ipliklerin ve kumaş ipliklerin her iki tarafına ‘arıtma sürecinde’ oluşturulan lastik tabakalarından belli kalınlıkta bir miktarın eşit şekilde uygulanması ve kaplanması sürecidir.

Lastik, sürekli dönen ruloların arasından çelik ipliklerin ve kumaş ipliklerin geçirilmesiyle öne ve arkaya kaplanır. Lastikler bu ‘yuvarlama süreci’ (iplikler) sayesinde aracın ağırlığına dayanıklı hale gelir ve belli bir şekli korur.



Şekil 14 Plastik Yanak Tabakaları (“Product Process” Nexentire, 2024)

4. **Topuk Üretim Süreci:** ‘Topuk Üretim Süreci’ çelik tellerin lastikle belli bir kalınlıkta birçok defa kaplanması ve dolgu lastiği eklenmesi sürecidir. Topuklar lastikleri jantlara sabitleyerek jantlar için bir çerçeve görevi görürler; bu nedenle daha fazla çelik kord ile üretilen topuk teli demeti lastikler için daha sağlam bir bağlantı arayüzü anlamına gelir.



Şekil 15 Topuk Teli ve Kaplanması Prosesi (“Product Process”
Nexentire, 2024)

2.9 Lastiğin Kalıplama Süreci

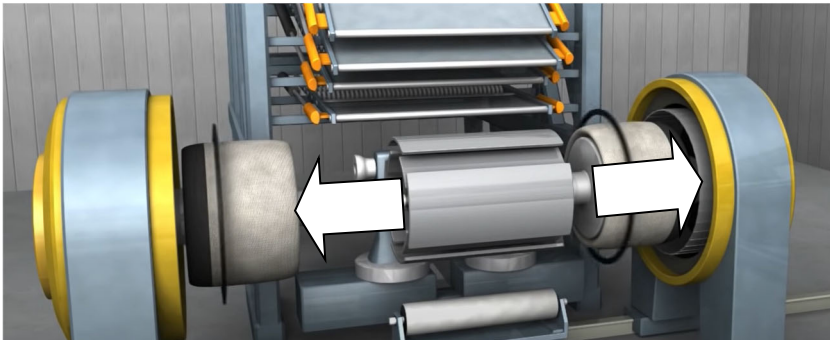
Arıtma, ekstrüzyon, yuvarlanma ve topuk üretim süreci sonucunda oluşan ham malzemeler bir rulo haline getirilir ve lastiğin üretilmesi için birtakım işlemlerden geçirilerek araçlarda kullanabildiğimiz lastik halini alırlar.

Lastiğin kalıplama işlemi aşağıda belirtilen 3 aşama ile tanımlanabilir.

- Karkas Üretim Aşaması
- Dış karkas ve Kemer Kısmının Hazırlanması
- Kalıplama ve Kütleme Süreci

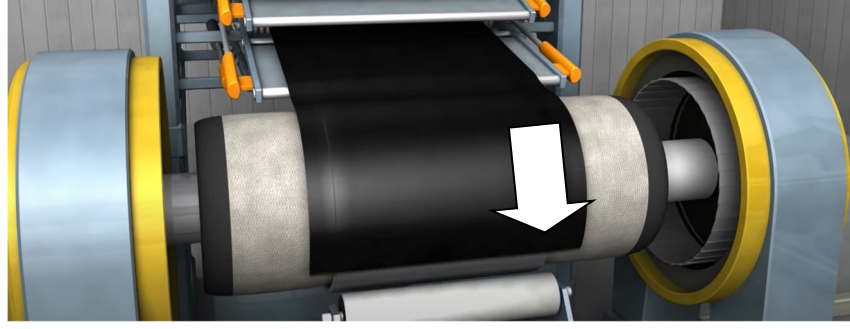
2.9.1 Karkas Üretim Aşaması

Lastikler kalıplama sürecinde iki ana alt bileşenin birlikte kalıba girerek yüksek bir ısı ve basınç ile şekil alması ile final ürün durumuna geçer. Karkas üretim aşamasında lastiğin birinci ve yükü janta aktaran kısmı oluşturulur. Şekil 16’da gösterildiği gibi karkas kısmı oluşturulurken öncelikli olarak **topuk telleri** karkas hazırlama silindirinin sağına ve soluna yerleştirilir.



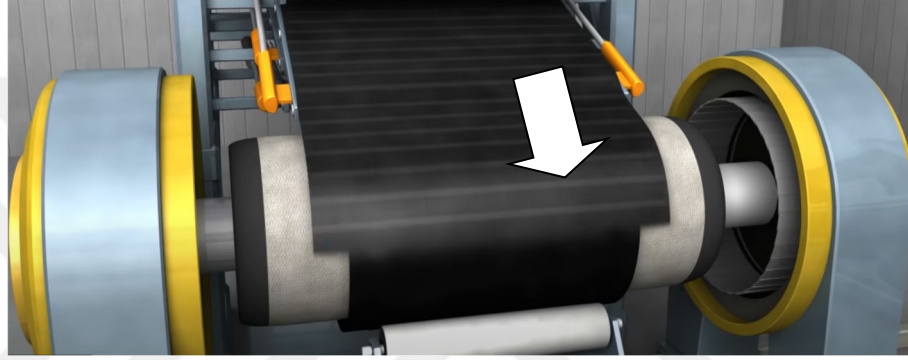
Şekil 16 Topuk Tellerinin Yerleşimi (“How Tire Made” Ustires, 2024)

Silindir kalıbın yan kapamaları kapanarak iç duvar lastiği ilk katman olarak silindirin çevresine sarılır ve uygun ölçüde kesilir. (Şekil 17.)



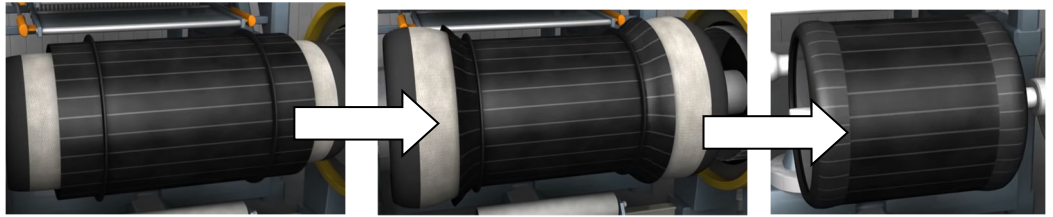
Şekil 17 İç Duvar Yerleşimi (“How Tire Made” Ustires, 2024)

İç duvar yerleşimi yapıldıktan sonra gövde katmanı yerleştirilerek silindir çevresinde bir tur sarılarak uygun ölçülerde kesilir. (Şekil 18)



Şekil 18 Gövde Katmanı Yerleşimi (“How Tire Made” Ustires, 2024)

Gövde katmanı sarıldıktan sonra öncelikle topuk telleri olması gereken konuma getirilir ve gövde katmanında artık kalan tabaka dışa doğru katlanarak topuk telinin çevresine sarılır. (Şekil 19)



Şekil 19. Kenar Kıvrırma Prosesi (“How Tire Made” Ustires, 2024)

Bir sonraki adım olarak yan duvarlar (yanaklar) karkasın köşelerine denk gelecek şekilde sarılır. (Şekil 20a) Dışta kalan çıkıntı kısımlar iç duvarın zıt yönünde (karkasın içine doğru) sarılır. (Şekil 20b)



Şekil 20: a) Yan Duvarların Yerleşimi b) Fazlalık Kısımların Bir Teker Yardımı İle İçe Bükülmesi (“How Tire Made” Ustires, 2024)

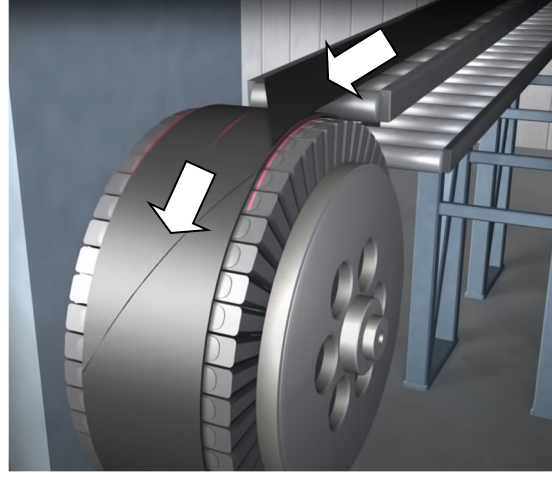
Ve bu son aşama ile de birlikte lastiğin iç karkası olarak adlandırılan birinci kısım üretilmiş olur. İkinci kısmın da üretilerek kalıplama ve kürlenme aşamasına geçmek üzere stoklanır. (Şekil 21)



Şekil 21 İç Karkas Final Ürünü (“How Tire Made” Ustires, 2024)

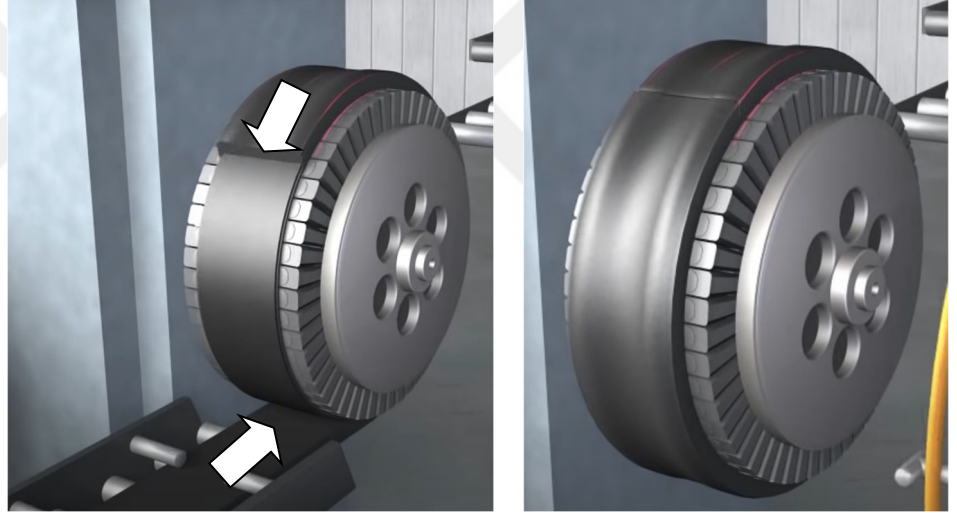
2.9.2 Dış karkas ve Kemer Kısımının Hazırlanması

1. Aşamada kullanılan silindire benzer bir silindire ilk olarak kemer kısmı sarılarak üretim başlar. (Şekil 22.) Kemer kısmı bir veya daha çok katmandan oluşabilir.



Şekil 22: Kemer Katmanı Üretimi (“How Tire Made” Ustires, 2024)

2. Kemer kısmı üretildikten sonra dış kısmı olacak olan plastik sönümleyici katman eklenir (Şekil 23a) ve uygun ölçülerde kesilerek dış karkas da hazır hale gelir. (Şekil 23b) Bir sonraki aşama kalıplama ve kürlenme sürecini kapsayacaktır.



Şekil 23 a: Dış Karkas Kemer ve Dış Yerleşimi b: Dış Karkas Final Görünümü (“How Tire Made” Ustires, 2024)

2.9.3 Kalıplama ve Kürlenme Süreci

Oluşturulan iç ve dış karkas katmanı iç içe yerleştirilerek kalıplamaya uygun numune haline getirilir. (Şekil 24a) Şişirme kalıbına benzer bir tezgâha taşınır. (Şekil 24b) Kalıplama süreci lastiklerin kalitesini belirlemesi nedeniyle büyük bir önem taşımaktadır. Dolayısı ile doğru ısı, uygun kalıplama ve kürlenme süresi uygulaması yapılmalıdır.

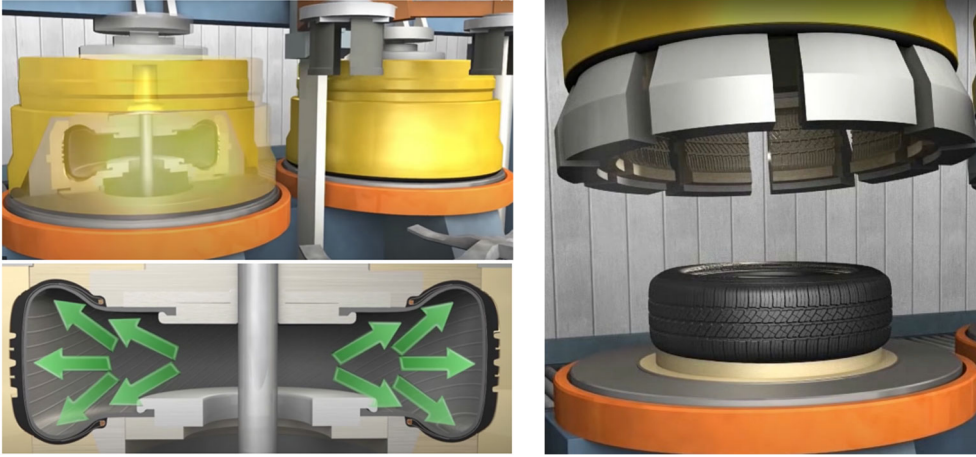


Şekil 24 a: Kürleme Öncesi Lastik Numunesi b: Kürleme Kalıbı ve Kürleme Lastiği Görünümü (“How Tire Made” Ustires, 2024)

Üst kalıp lastiğin çevresine yerleştirilerek sızdırmaz bir alan oluşturur. Lastiğin iç kısmına yüksek basınç uygulanır. Kükürt ısı ve yüksek basınç etkisi ile lastiklerin iç kısmı ve dış kısmında kimyasal reaksiyonlar oluşur.

Lastiğin istenilen kalıcı şekil değişimi ve gerekli dayanımı kazanması için 15 dakika kadar kürleme sürecine tabii tutulur.

Kürleme sürecinden sonra lastikler test ve kontrol süreçlerinden de geçerek araçlarda kullanılmak üzere sevk edilirler. Lastiğin iç yapısının ve üretim sürecinin anlaşılması lastiğin dayanımı ve yorumlanması için de oldukça önemlidir.



Şekil 25 Kürleme Süreci (“How Tire Made” Ustires, 2024)

3 Otomobil Jantı ve Alt Bileşenleri

Jantlar, aracın tekerleklerini destekleyen ve dönme hareketini sağlayan önemli bir bileşenlerdir. Genellikle alaşım alüminyum veya çelikten imal edilirler. Jantların tasarımı ve malzemesi, aracın performansını ve sürüş deneyimini etkiler. Örneğin, alaşım jantlar daha hafif olduğu için genellikle daha iyi bir yakıt

verimliliği ve daha hızlı bir tepki sağlar. Ayrıca, büyük çaplı jantlar daha fazla frenleme gücü sağlayabilirken, küçük çaplı jantlar daha pürüzsüz bir sürüş sunar.

Jantların boyutu, malzemesi ve yapısal sağlamlığı, aracın güvenliğini de etkiler. Özellikle yüksek hızlarda ve zorlu yol koşullarında, sağlam ve dayanıklı jantlar önemli bir rol oynar. Ayrıca, jantların uygun bir şekilde dengelenmesi ve tekerlek montajının doğru yapılması, lastik aşınmasını azaltabilir ve sürüş konforunu artırabilir. Sonuç olarak, jantlar sadece aracın dış görünümünü değil, aynı zamanda performansını, güvenliğini ve sürüş kalitesini etkileyen kritik bir bileşendir.

Jantların üretim teknolojileri ve ölçüleri bazı kuruluşlar tarafından standardize edilmektedir. Bu tez kapsamında ETRTO standartları referans alınarak iletlenmektedir.

The Latin American Tire and Rims Association (ALAPA): ALAPA, Latin Amerika'da lastik ve jant endüstrisini temsil eden bir kuruluştur. ALAPA standartları, bölgedeki jant ölçülerinin standartlaştırılmasına yardımcı olur.

European Tyre and Rim Technical Organisation (ETRTO): ETRTO, Avrupa'daki lastik ve jant endüstrisini temsil eden bir kuruluştur. ETRTO'nun standartları, Avrupa'da lastik ve jantların boyutlandırılmasını ve uyumluluğunu sağlar.

Japan Automobile Tire Manufacturers Association (JATMA): JATMA, Japonya'daki otomobil lastiği ve jant endüstrisini temsil eder. JATMA standartları, Japonya'daki lastik ve jant ölçülerinin standartlaştırılmasına katkıda bulunur.

Tire and Rim Association (TRA): TRA, Kuzey Amerika'daki lastik ve jant endüstrisini temsil eden bir kuruluştur. TRA standartları, Kuzey Amerika'da lastik ve jantların uyumluluğunu sağlar.

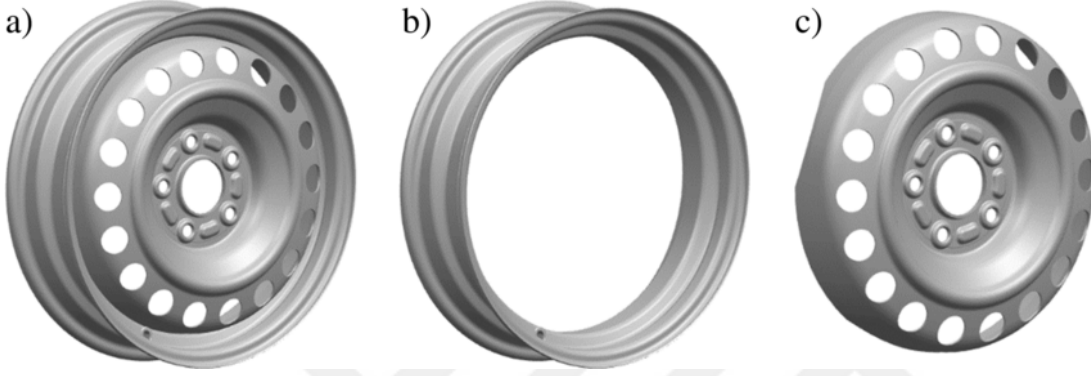
Bu kuruluşlar, lastik ve jant endüstrisinde uyumlu ve standart ölçülerin kullanılmasını teşvik ederek araçlarda jant ve lastiklerin yüksek performans göstermesini sağlar.

Çelik ve alüminyum alaşımlı jant olmak üzere iki ayrı jant tipi bulunmaktadır. Çelik jantlar alüminyum alaşımlı jantlardan oldukça farklıdır. Çelik jant, kasnak ve disk olmak üzere iki parçadan oluşur ve bu parçalar kaynak işlemi ile birleştirilir. Sıcak çeliğin işlenmesiyle elde edilen jantın, olası sarsılma anlarında sağlam kalabilmesi için kaynak işleminin çok dikkatli ve hatasız yapılması gerekir. Otomobillerin fabrika çıkışında genellikle çelik jant kullanılır. Bu tezin içeriğinde çelik alaşımlı jantlar referans alınarak çalışmalar yapılmıştır.

Jantlar genellikle "Kasnak" ve "Disk" olarak iki ana bileşene ayrılır:

Disk: Disk, jantın merkezi kısmını oluşturan ve tekerleği tahrik eden veya frenleyen bileşendir. Disk, kasnakla birleştirilir ve tekerleğin dönme hareketini sağlayan mil üzerine monte edilir.

Kasnak: Kasnak, lastiğin monte edildiği ve tekerleğin dış çeperini oluşturan kısımdır. Lastiğin sıkıca yerinde kalmasını sağlar ve genellikle lastiğin iç basıncını koruyan bir valfin monte edildiği deliğe (sibop) sahiptir. Kasnak ayrıca, tekerlek ve lastik montajının dengesizliğini dengelemek için balans ağırlıklarını da içerebilir.



Şekil 26 a) Jant b) Kasnak c) Disk (“Steel Wheel” Researchgate, 2024)

3.1 Disk

Disk, jant ile mil arasında bulunur ve lastiğin dış çeperini destekler. Ayrıca, disk, tekerleğin dönüşünü ve hareketini sağlayan mil üzerine monte edilir. Disk ayrıca, tekerleğin dönme hareketini sağlarken yola temas eden yüzeyi de oluşturur. Bu nedenle, disk, tekerleğin dayanıklılığı, direnci ve dönme performansı için kritik bir rol oynar. Genel olarak aşağıda belirtilen süreçler sonucunda disk üretimi yapılır.

Malzeme Seçimi: Diskler genellikle yüksek dayanıklılığa sahip çelik veya alaşım malzemelerden yapılır. Malzeme seçimi, tekerleğin kullanım amacına ve gereksinimlerine bağlı olarak değişebilir. Genelde çelik veya alüminyum alaşımları kullanılmaktadır.

Presleme veya Döküm: Çelik alaşım diskler genellikle presleme yöntemleriyle üretilir. Presleme, yüksek basınç altında metal levhaların belirli bir kalıp yardımı ile şekil verilmesini içerir.

Şekillendirme ve İşleme: Presleme işleminden sonra, diskler genellikle kesme, delme ve diğer işleme adımlarından geçirilir. Bu adımlar, diskin istenilen boyut, şekil ve özelliklere sahip olmasını sağlar.

Yüzey İşleme: Üretilen diskler genellikle yüzey işleme adımlarından geçirilir. Bu adımlar arasında temizleme, cilalama, boya veya kaplama gibi işlemler bulunabilir. Yüzey işleme, diskin dayanıklılığını artırabilir ve korozyona karşı koruma sağlayabilir.

Sonuç olarak, disk üretimi karmaşık bir süreç olup, yüksek kalite standartlarına ve performans gereksinimlerine uygun olarak gerçekleştirilir. Bu süreç, tekerleğin dayanıklılığını, güvenliğini ve performansını sağlamak için kritiktir.

Disklerin üretiminde kullanılan çeliğin belirli kalite standartlarını karşılaması önemlidir. Disklerde kullanılan çelik genellikle yüksek mukavemetli ve dayanıklı olmalıdır. Çelik diskler için aranan bazı önemli özellikler aşağıda belirtilmiştir.

Yüksek Mukavemet: Diskler, aracın ağırlığını taşır ve dönme esnasında büyük miktarda bası yüklerine maruz kalır. Bu nedenle, diskler yüksek mukavemetli çelikten yapılmalıdır. Yüksek dayanımlı malzemeden üretilen disk deformasyon ve kırılmaya karşı daha dayanıklıdır.

Düşük Karbon İçeriği: Genellikle, disklerde düşük karbonlu çelik tercih edilir. Düşük karbon içeriği, çeliğin daha kolay işlenebilmesini sağlar ve çeliğin gevrekliğini azaltır.

Yüksek Darbe Dayanımı: Diskler, sert darbelere ve çarpışmalara dayanabilmelidir. Bu nedenle, disklerin yüksek darbe dayanımına sahip olması önemlidir. Bu özellik, disklerin çarpışma durumlarında kırılmasını önler.

Korozyon Direnci: Diskler, dış ortamda buldukları için korozyona karşı dayanıklı olmalıdır. Korozyon direnci, disklerin ömrünü uzatır ve performansını artırır.

İyi İşlenebilirlik: Disklerin üretim sürecinde çeliğin iyi işlenebilir olması önemlidir. İyi işlenebilirlik, disklerin istenilen boyut ve şekle kolayca getirilmesini sağlar.

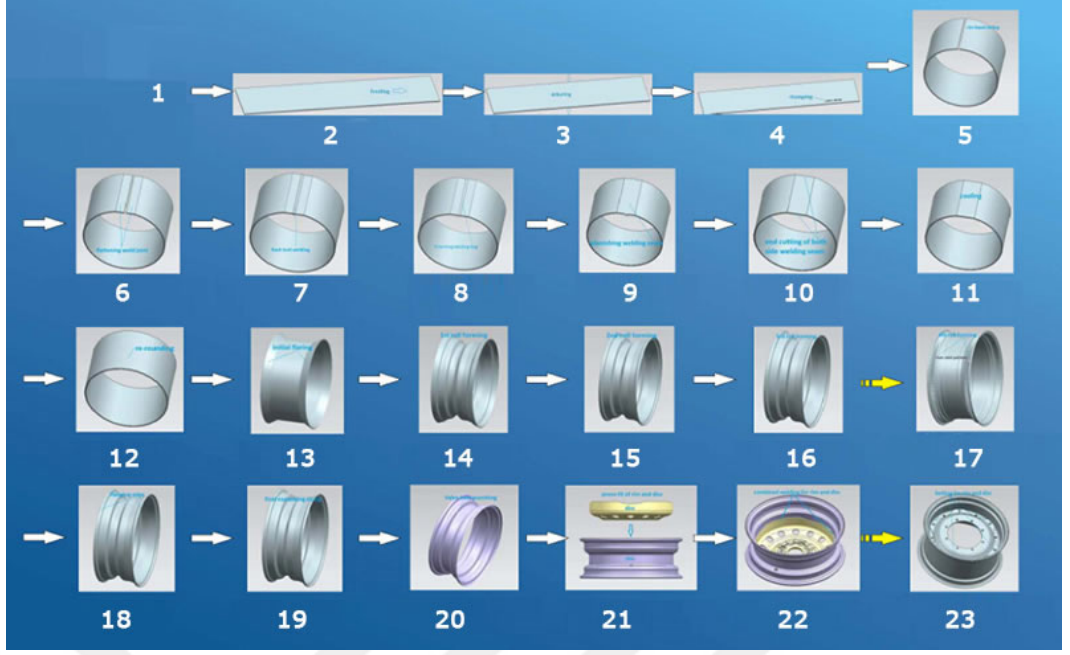
Yukarıda verilen özelliklerin sağlanmasıyla; çelik diskler güvenli, dayanıklı ve uzun ömürlü olabilir. Üreticiler bu özellikleri sağlayan uygun sertlik, mukavemet ve kimyasal bileşime sahip çelikleri tercih ederler.

3.2 Kasnak ve Jant Üretimi

Kasnak ve disk genel olarak sac malzemeden üretildiği için çoğunlukla presleme ve soğuk şekil değiştirme yöntemleri ile istenilen şekil ve boyutlarda üretilmektedir. Kasnak üretimi için gerekli olan prosesler aşağıda listelenmektedir:

- 1. Düşük Karbonlu Çeliğin Şerit Şeklinde Kesilmesi ve Boyutlandırması:** Düşük karbonlu çelik şeritler belirli boyutlara kesilir.

2. **Jant Üretim Bandının Beslenmesi:** Kesilen çelik şeritler, jant yapımı için bantta beslenir.
3. **Her İki Tarafın Kenarlarının Temizlenmesi:** Şeritlerin kenarlarındaki çapaklar temizlenir.
4. **Damga Basma:** Jant üzerine markalamaların yapılması.
5. **Şeritlerin Sarılması:** Şeritler, kasnağı oluşturmak için bir merdane yardımı ile rulo haline getirilir.
6. **Kaynak Birleşimlerinin Düzleştirilmesi:** Kaynak birleşim bölgeleri arada boşluk kalmayacak şekilde puntalanarak birleştirilir.
7. **MIG- MAG Kaynağı:** Birleşim bölgeleri içten ve dıştan kaynatılır.
8. **Kaynak Cürufunun Temizlenmesi:** Kaynak işlemi sonrası oluşan cürufun temizlenmesi.
9. **Düzleştirme:** Jantın düzleştirilmesi için işlem yapılır. Kaynak bölgesine kaynak henüz soğukken müdahale edilerek şekil bozukluğunun önüne geçilir.
10. **Uç Kesimi:** Jantın uç kısımları tornaya alınır.
11. **Soğutma:** İşlem sonrası jantın soğutulması işlemidir. Artık gerilme oluşmaması için fırınlarda soğutma işlemi gerçekleştirilir.
12. **Yeniden Yuvarlama:** Jantın yeniden yuvarlanarak şeklinin düzeltilmesi.
13. **Dış Flanş Yapımı:** Jantın dış bölgelerine dışarı olacak yönde flanş yapılır. Bu işlem soğuk şekil değişimi ile sağlanır.
14. **Rulo Şekillendirme:** Jantın şeklinin verilmesi için ilk rulo şekillendirme işlemi.
15. **Rulo Şekillendirme:** İkinci bir rulo şekillendirme işlemi.
16. **Rulo Şekillendirme:** Üçüncü bir rulo şekillendirme işlemi.
17. **Rulo Şekillendirme (Kayan Desenler için):** Hassas desenler için son kat şekillendirme işlemi.
18. **Kenar Bükme:** Jantın kenarlarının bükülmesi.
19. **Son Genişletme:** Jantın son şeklini alması için son bir genişletme işlemi.
20. **Sibop Deliğinin Delinmesi:** Lastiğin şişirilmesi için sibop deliğinin delinmesi.
21. **Diskın Kasnağa Yerleştirilmesi:** Jantın iç kısmına diskın yerleştirilmesi.
22. **Jant ve Diskın Birleştirilmesi için Kaynak:** Jant ve disk birleştirilir ve kaynaklanır.
23. **Jant ve Diskın Birbirine Bağlanması:** Son olarak, jant ve disk test süreci için birbirlerine bağlanarak bir sonraki aşamaya aktarılır.



Şekil 27: Jant Üretim Sıralaması ("Wheel Manufacturing"
Wheelmachinery, 2024)

3.3 (ETRTO) Jant Standartları ve Standart Ölçüleri (Parametreleri)

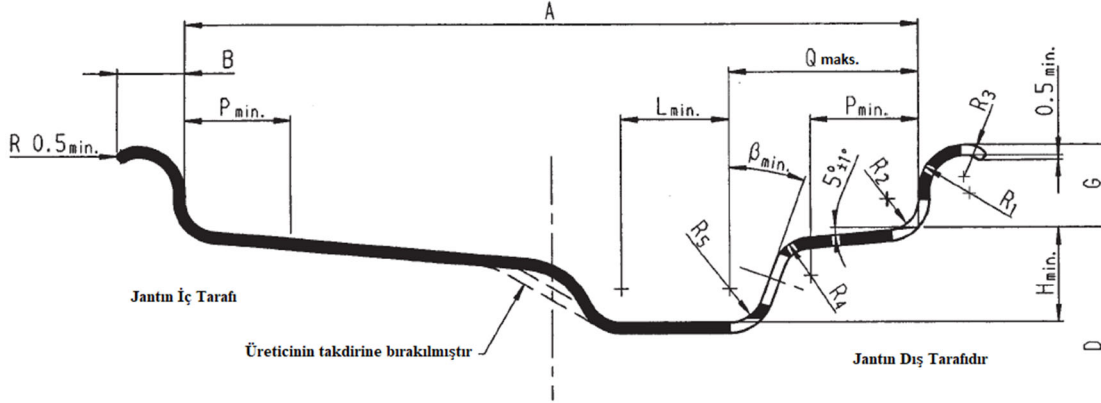
ETRTO, "European Tyre and Rim Technical Organisation" (Avrupa Lastik ve Jant Teknik Organizasyonu) anlamına gelir. Bu organizasyon 1964 yılında kurulmuştur. ETRTO, lastik ve jant endüstrisinde teknik standartları ile spesifikasyonları geliştirmek ve harmonize etmek amacıyla faaliyet gösterir.

ETRTO'nun başlıca görevleri şunlardır:

1. **Standartların Geliştirilmesi ve Uyumlaştırılması:** Lastik ve jant ölçüleri, performans kriterleri ve diğer teknik özellikler için standartlar belirler. Bu standartlar, endüstrinin genelinde uyumlu ve güvenilir ürünlerin üretilmesini sağlar.
2. **Teknik Bilgi Sağlama:** Üyelerine ve endüstriye teknik bilgi ve rehberlik sunar. Bu, üreticilerin ve kullanıcıların doğru ürünleri seçmelerine ve kullanmalarına yardımcı olur.
3. **Güvenlik ve Performans:** Lastik ve jantların güvenlik ve performansını artırmayı hedefler. Bu, yol güvenliğini ve araç performansını doğrudan etkileyen bir faktördür.
4. **Düzenleyici İş birliği:** Avrupa'daki ve dünya çapındaki düzenleyici kuruluşlarla iş birliği yapar. Bu, yasal gerekliliklere uygun standartların geliştirilmesini ve uygulanmasını sağlar.

ETRTO, lastik ve jant endüstrisinde önemli bir rol oynayarak, ürünlerin güvenliği, uyumluluğu ve performansı konusunda standartları belirler ve sektördeki paydaşlara rehberlik eder.

ETRTO standartları ile belirlenen ölçüler şekil 28’de belirtilmiştir. Bu tez çalışmasında standart ölçülerin dışına çıkmamaya özen gösterilmiştir.



Şekil 28 ETRTO- Yolcu Taşımacılık Araçları Jant Kesit Ölçüleri

Bu tez içeriğinde test ve analiz numunesi olarak ‘’ Kenda-Wintergen 2 SUV 225/65-R17’’ lastikleri kullanılmıştır. Bu lastiklere uygun olarak ‘’ETRTO 2009’’ standardının 9. Bölümünde bulunan ve 225/65-R17 lastikler için uygun jant çapı (17 inç) ve standart ölçüleri de aşağıdaki aralıkta olmalıdır.

Numune kullanılan lastiğin teknik özellikleri aşağıda belirtilmiştir.

Jant Profili:	A	B	G	P _{min}	H _{min}	L _{min}	Q _{max}	R _{1(min)}	R _{2(max)}	β _{min}
6 ^{1/2} J	165±1.5	13±2	17.3±0.6	19.5	17.3	22	45	9.5	6.5	20°

Burada β dışında belirtilen bütün parametreler Şekil 27’de gösterilmekte olup ‘mm’ birimiyle belirtilmektedir. Avrupa standartlarına uygun olarak jant üretici firmalar bu standartları baz alarak belirtilen ölçü sınırları içerisinde ürün tasarımı ve üretimi yapmaktadırlar. Bu doğrultuda belirtilen sınırlar çerçevesinde jant tasarımı güncellenerek farklı parametre değerleri için analiz yapılacak ve sonuçlar kullanılarak ampirik denklem oluşturulacaktır.

4 Jant ve Lastik Arasındaki Basınç Ölçüm Testi Test Materyal ve Yöntemleri

Test materyallerini fiziksel ölçümler ve bilgisayar destekli analiz ve tasarım programları altında olmak üzere iki ana başlıkta belirtebiliriz

Lastik Geometrisinin Hazırlanması: 225/65 R17 ölçülerine sahip bir lastik numunesi kesilerek bilgisayar destekli ölçüm cihazları (CMM) ile kesit ölçüleri alınmıştır. 2B tasarım çalışmaları yapılarak lastik ve lastiğin alt bileşenleri modellenmiştir.

Jant geometrisi, piyasada yaygın olarak kullanılan bir jantın kesitleri referans alınarak hazırlanmıştır. Seçilen numune jant çelik malzemeden soğuk şekillendirme yöntemi ile üretilmiştir. İteratif tasarımlar yapılırken ETRTO, standartları referans alınmıştır.

2B ve 3B tasarım çalışmaları CATIA-v6 programı ile, analiz çalışmaları ABAQUS-CAE programı ile, model ağ elemanı çalışmaları HyperMesh programı kullanılarak yapılmıştır.

Lastik ve jant arayüzleri arasında oluşan basınç dağılımını ölçmek için 0.5 mm kalınlığında şerit basınç sensörleri kullanılmıştır. Jant ve lastik arayüzü boyunca oluşan basınç dağılımı tespit edilerek grafik oluşturulmuştur. Tüm fiziksel ölçüm ve testler, Kenda Tyre Teknik Merkezi (Winsen), Almanya tesislerinde gerçekleştirilmiştir.

5 Plastik ve Hiper Elastik ve Elastik Malzemelerin Davranışı

Kauçuk, günümüzde çeşitli yapı elemanlarında sıkça kullanılan bir malzemedir. Bu tür elemanlar için önemli özellikler, darbe emilimi, titreşim

emilimi ve büyük deformasyonlar için herhangi bir büyük plastik deformasyon olmadan baskın elastik davranıştır.

Kauçuğun Young modülü, çeliğe göre 100.000 kat daha küçüktür. Kauçuğun tarihi, National Encyklopedin'de şu şekilde açıklanmıştır: İnsanlar, kauçuk malzemesini uzun yıllardır bilmektedir. Maya Kızılderilileri, yağmur tanrılarına tapmak için kauçuk yakmışlardır.

Kauçuğun endüstriyel kullanımı, 18. yüzyılın sonunda Avrupa'da ortaya çıkmıştır. İlk büyük uygulamalar, Joseph Priestley'in 1770 yılında kauçuğun kâğıttan kurşun kalemin izlerini çıkardığını keşfetmesiyle gelmiştir, bu nedenle İngilizce' deki adı "rubber" (silgi) olmuştur.

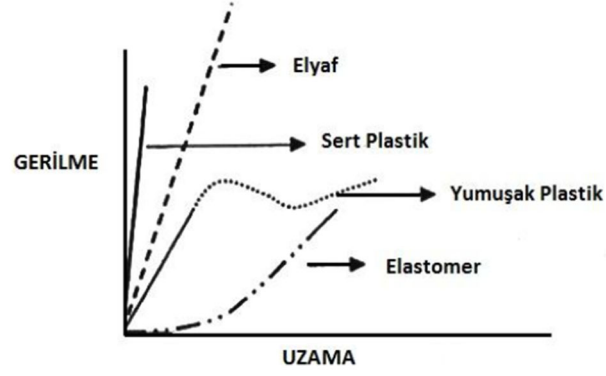
Doğal kauçuk, keşfedilen ilk türdür ve 500'den fazla farklı bitkiden elde edilebilir. En önemli kaynak, Güneydoğu Asya'da yetişen kauçuk ağacıdır. Lateks adı verilen özsu, toplanır, pıhtılaştırılır, yıkanır ve kurutulur. Bu, yapışkandan balçıktan bir topak oluşturularak ham kauçuk elde edilir.

1839'da Charles Goodyear, kükürt ve ısının etkisi ile bu yapışkan topağın elastik bir malzemeye dönüşerek şeklini de muhafaza ettiğini keşfetmiştir. Vulkanizasyon yöntemi bu keşfin geliştirilmesi ile icat edilmiştir. Kauçuğun özelliklerini daha da iyileştirerek daha dayanıklı ve istenilen kalitede ürünler elde etmek için vulkanizasyondan önce çeşitli katkı maddeleri ham kauçuğa eklenerek bir karışım oluşturulur. Örneğin, mekanik özellikleri iyileştirmek için karbon siyahı kullanılır. Kauçuğa daha iyi yaşlanma dayanımı sağlamak için organik aminler veya fenoller eklenir.

Sentetik kauçuğun üretimi II. Dünya Savaşı sırasında başlamış, Kore Savaşı sırasında aşırı talep oluşmuş ve üretimi yaygınlaşmıştır. Talep nedeni, yeni icatlar ve düşük petrol fiyatları olarak iki ana başlıkta ele alınabilir. Bu gelişmeler sentetik kauçuğu ekonomik olarak rekabetçi hale getirmiştir. Sentetik kauçuk üretiminde ana hammadde petrol ürünleridir. Bugün, dünyada toplam kauçuk üretimi yaklaşık 15 milyon tondur ve bunun %70'i lastik üretiminde kullanılmaktadır.

Kauçuk, polimer oluşturan uzun molekül zincirleri tarafından meydana getirilir. Kauçuklar için genellikle kullanılan daha bilimsel bir isim ise elastomerdir. Doğal kauçuğun hammaddesi olan lateks, molekül zincirleri arasında bağlantılara sahip değildir. Bu zincirler ilk olarak vulkanizasyon sırasında çapraz bağlarla birbirine bağlanır.

Kauçuk son derece elastiktir ve bazı türleri %500 ila %800'e kadar oluşan şekil değiştirme deformasyonlarına dayanabilir. Elastikiyeti hiçbir şekilde doğrusal değildir. Genellikle S şeklinde bir gerilme-uzama eğrisi ile tanımlanırlar.



Şekil 29 Çeşitli polimerlerin gerilme-uzama eğrileri (Erkek, 2007)

Hiper elastik malzemeler, büyük deformasyonlar altında elastik davranış sergileyen ve yük kaldırıldığında orijinal şekillerine dönebilen malzemelerdir. Bu tür malzemeler genellikle çok esnek olur ve yüksek şekil değişimlerinde bile elastik özelliklerini korurlar. Hiper elastik malzemelerin bazı güçlü özellikleri aşağıda belirtilmektedir.

Kauçuk malzemesinin davranışı zamana oldukça bağlıdır. Şekil değiştirme hızı, sertlik üzerinde büyük bir etkiye sahiptir ve hızlı şekil değişimi işlemlerinde sertlik de hızlı bir şekilde artar. Bu davranış kısmen **vizko elastik** olarak tanımlanabilir. Vizko elastik modeller, gevşeme ve gerilme hızına bağlı elastik özellikleri tanımlamak için kullanılır.

Kayma modülü ile hacim modülü arasındaki ilişki büyüktür; hacim modülü genellikle kayma modülünden 1000-2000 kat daha yüksektir. Bu, kauçuğu neredeyse sıkıştırılmaz hale getirir. Bu nedenle birçok durumda sıkıştırılmazlık yaklaşımı kabul edilir. (Austrell, P-E 1997)

Kauçuk malzemeler döngüsel yüklere maruz kaldığında, kısmen vizko elastik davranış yani histerezis adı verilen bir duruma yol açar. Histerezislik sonucunda yükleme sırasında aynı gerinimde boşaltmadan daha yüksek bir gerilme oluşur. Bu faktör ısı gibi enerji kaybına neden olur. Serbest salınımlar durumunda, kaybedilen enerji sönmüleme olarak işlev görür.

Kauçuğun sertliği, diğer faktörlerden de etkilenir. Sıcaklık önemli bir faktördür. 0°C üzerindeki sıcaklıklarda vulkanizasyon sıcaklığına yakın olmadıkça sertlik nispeten sabit olacaktır. Düşük sıcaklıklarda ise sertlik önemli ölçüde artacaktır. -60 °C ila -80°C'nin altındaki sıcaklıklarda kauçuk cam gibi bir duruma geçer ve kırılabilir bir yapı alır. (Austrell, P-E 1997)

Kauçuğun mekanik özellikleri, malzemeye karıştırılan karbon siyahı miktarı ile kontrol edilir. Daha yüksek miktarda karbon siyahı, ne yazık ki Mullins Etkisi adı verilen bir duruma yol açar (Godvindjee, S. 1992).

Mullins Etkisi şekil değiştirme ile birlikte azalan sertlik olarak tanımlanabilir. Bazen hasar olarak da tanımlanır. Bu durum bir malzeme ilk kez belirli bir seviyeye kadar gerildiğinde, gerilmenin, malzeme aynı seviyeye tekrar gerildiğinde daha yüksek olacağı anlamına gelir. Bunun nedeni, moleküler zincirler arasındaki çapraz bağların bozulmasıdır. Ancak malzeme dinlenmeye bırakılırsa, bir miktar iyileşme olacaktır.

Hiper elastik malzemelerin güçlü oldukları başlıca özellikleri aşağıda listelenmektedir.

Yüksek Şekil Değiştirme Kapasitesi: Hiper elastik malzemeler, yüksek şekil değişim seviyelerine dayanabilir ve yük kaldırıldığında orijinal şekillerine dönebilir.

Enerji Sönümleme: Birçok hiper elastik malzeme, enerji sönümleme kapasiteleri nedeniyle titreşim ve çok absorbe etme uygulamalarında kullanılır.

Kimyasal Dayanıklılık: Özellikle silikon ve bazı sentetik kauçuklar, kimyasal etkilere karşı yüksek direnç gösterir.

Isıl Dayanıklılık: Bazı hiper elastik malzemeler, geniş sıcaklık aralıklarında kullanılabilir.

Hiper elastik malzemelerin başlıca örnekleri şunlardır:

Doğal Kauçuk: Lateks ağaçlarından elde edilen doğal kauçuk, mükemmel esneklik ve dayanıklılık özelliklerine sahiptir.

Sentetik Kauçuklar: Neopren, silikon, nitril kauçuk gibi sentetik kauçuklar, belirli uygulamalar için geliştirilmiş farklı özelliklere sahiptir.

Poliüretan (PU): Çeşitli sertlik derecelerinde üretilebilen elastomerik bir malzemedir.

Termoplastik Elastomer (TPE): Hiper Elastik malzemelere elastomer de denilebilir. Termoplastik özellikler gösteren elastomerler, kolayca işlenebilir ve geri dönüştürülebilir.

Poliüretan Jel: Poliüretan jeller, genellikle tıbbi cihazlar, konfor ürünleri ve sarsıntı önleyici uygulamalar için kullanılır. Yumuşaklıkları ve yüksek elastikiyetleri ile bilinirler.

Silikon Jel ve Elastomerler: Silikon bazlı malzemeler, mükemmel termal ve kimyasal direnç ile birlikte yüksek elastikiyet sunar. Tıbbi cihazlarda, elektroniklerde ve yüksek sıcaklık uygulamalarında yaygın olarak kullanılır.

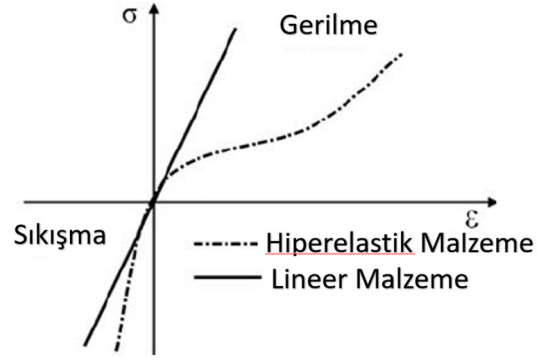
Hidrojeller: Hidrojeller, büyük miktarda su içerebilen ve yüksek elastikiyet gösteren polimer ağlarıdır. Genellikle biyomedikal uygulamalarda, özellikle doku mühendisliği ve ilaç salım sistemlerinde kullanılır.

Biyolojik Dokular: Birçok biyolojik doku, hiper elastik davranış sergiler. Örneğin, deri, tendonlar, arterler ve diğer bağ dokuları büyük deformasyonlar altında elastik davranış gösterir.

Hiper elastik malzemeler izotropik ve doğrusal olmayan davranış göstermektedirler.

Büyük gerinme değerleri yanında anlık elastik davranış gösteren yapılar için de kullanılırlar. (Örneğin kauçuk, katı yakıt ve diğer elastomerik malzemeler)

Lastikte kullanılan kauçuk grubu malzemelere elastomer malzemelerde denmektedir. Bu malzemeler hiper elastik özellik gösterir.



Şekil 30 Gerilme – Uzama grafiği (non-linear) hiper elastik malzeme (Malachowski, 2013)

Elastomer, büyük deformasyonlar altında elastik davranış gösteren polimer malzemeler için genel bir terimdir. Elastomerler, mekanik yükleme sonrasında orijinal şekillerine dönebilen yüksek elastikiyetli malzemelerdir. Başlıca özellikleri şunlardır:

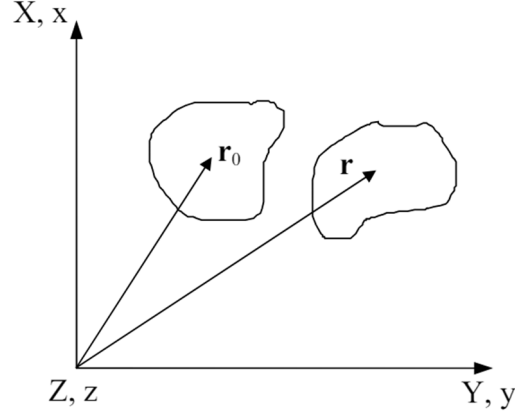
Yüksek Elastikiyet: Elastomerler, yüksek şekil değişimlerine dayanabilir ve yük kaldırıldığında orijinal şekillerine dönebilir.

Düşük Young Modülü: Genellikle düşük sertlik gösterirler.

Elastomerler genel olarak hiper elastik malzeme olarak kabul edilirler. Hiper elastik malzemeler büyük deformasyonlar altında doğrusal olmayan (non-linear) elastik davranış sergilerler. Bu malzemelerin gerilme ve şekil değiştirme arasındaki ilişkisi doğrusal değildir ve genellikle şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu fonksiyonları ile tanımlanır. Neo-Hook, Mooney-Rivlin, ve Ogden gibi modeller, bu tür malzemelerin davranışını tanımlamak için kullanılır.

5.1 Hiper Elastik Malzemelerin Mekanik Davranışları

Aşağıdaki tanımlar ve notasyonlar, büyük deformasyonları tanımlamak için sürekli ortam mekaniğinde kullanılan formülasyonların kısa bir özeti. İfadeler, aksi belirtilmedikçe, Lundgren (1996)'den alınmıştır.



Şekil 31: Referans konfigürasyon ve deformasyona uğramış konfigürasyon

Büyük harfler ve r_0 , referans konfigürasyonu belirtirken, küçük harfler ve r deformasyona uğramış durumu belirtir. r_0 ve r , aynı cisimdeki bir noktaya yönelik vektörlerdir F , deformasyon gradyanıdır ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial X} & \frac{\partial x}{\partial Y} & \frac{\partial x}{\partial Z} \\ \frac{\partial y}{\partial X} & \frac{\partial y}{\partial Y} & \frac{\partial y}{\partial Z} \\ \frac{\partial z}{\partial X} & \frac{\partial z}{\partial Y} & \frac{\partial z}{\partial Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial X} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial Y} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial Z} \end{bmatrix}$$

r ve r_0 arasında bir dönüşüm yapıldığında aşağıdaki yaklaşım kabul edilir:

$$d\mathbf{r} = \mathbf{F}d\mathbf{r}_0 \quad (1)$$

Örnek olarak, tek eksenli gerinme deformasyon alanı şöyle görünebilir:

$$x = X + kX \quad (2)$$

Bu eşitlik matrise uygulandığında:

$$F = \begin{bmatrix} 1+k & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Deformasyon gradyanı F , sol ve sağ Cauchy Green deformasyon tensörünü oluşturmak için kullanılabilir.

$B = FF^T$ Sol Cauchy-Green deformasyon tensörü

$C = F^T F$ Sağ Cauchy-Green deformasyon tensörü

Lagrangian şekil değiştirme tensörü aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$E = \frac{1}{2}(C - I) \quad (4)$$

Şekil değiştirme değeri deformasyonun bir ölçüsü olarak adlandırılmaktadır.

$$\lambda = \frac{dS}{dS} \quad (5)$$

Burada \mathbf{ds} , keyfi bir vektörün \mathbf{dr} uzunluğudur, \mathbf{dS} ise \mathbf{dr}_0 'un uzunluğudur.

Şekil değiştirme sabitleri, bir malzemenin deformasyonunun özetlenmesine yardımcı olan ölçülerdir. Genellikle bir gerilme tensöründen türetilirler ve malzemenin deformasyonunun yoğunluğunu, şeklini ve oryantasyonunu tanımlamak için kullanılırlar.

Başlangıç şekil değiştirmeleri λ_i , sağ Cauchy-Green deformasyon tensörü C 'nin özdeğerleri olarak hesaplanabilir. Başlangıç gerilmeleri, gerilme sabitleri I_i değerleri ile hesaplamak için kullanılabilir.

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (6)$$

$$I_2 = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_1^2\lambda_3^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 \quad (7)$$

$$I_3 = \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2 \quad (8)$$

Sıklıkla kullanılan bir başka sabit, hacim ilişkisi J 'dir.

$$J = \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = \det F \quad (9)$$

Farklı gerilme tensörleri mevcuttur. "Gerçek" gerilmeyi temsil eden gerilme tensörüne Cauchy gerilme tensörü $\boldsymbol{\sigma}$ denir. Gerilme tanımları Ristinma'dan (1996) alınmıştır.

$$t = \frac{dP}{da} \rightarrow t_i = \begin{bmatrix} \sigma_{i1} \\ \sigma_{i2} \\ \sigma_{i3} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Burada P , a alanı üzerine etki eden toplam kuvvettir.

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} t_1^T \\ t_2^T \\ t_3^T \end{bmatrix} \quad (11)$$

İlk Piola Kirchhoff gerilme tensörü denklem 12 gibi tanımlanır:

$$\mathbf{P} = J\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{F}^{-1})^T \quad (12)$$

İkinci Piola Kirchhoff gerilme tensörü denklem 13 gibi tanımlanır:

$$\mathbf{S} = J\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{F}^{-1})^T \quad (13)$$

Son olarak, Kirchhoff gerilme tensörü denklem 14 gibi tanımlanır:

$$\tau = J\sigma \quad (14)$$

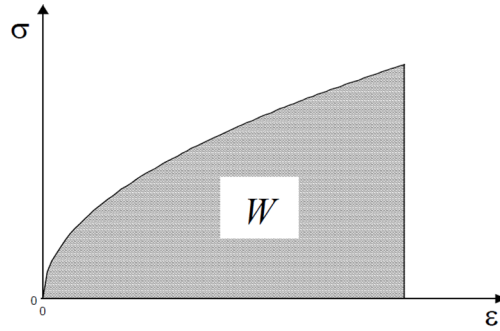
Bir malzemenin karakteristiği, bir malzemenin davranış modeli ile tanımlanır. Bu, gerilme ve şekil değiştirme arasındaki matematiksel ilişkidir. Gerilme, bazı malzemelerde sadece şekil değişimine bağlı olmayabilir; örneğin şekil değiştirme hızı, şekil değiştirme büyüklüğü, sıcaklık, plastisite ve döngüsel yükleme durumunda şekil değişim genliği ve frekansı gibi faktörler de etkili olabilir. Kauçuk malzemeler bahsedilen faktörlerin çoğuna bağımlı olan bir malzemedir. Kauçuğu modellemek için kullanılacak birkaç farklı malzeme modeli vardır. Bunlardan bazıları vizko elastik, hiper elastik ve bunların bir kombinasyonu olan vizko hiper elastik modellerdir. Bu modeller, farklı türde malzeme özelliklerini tanımlar ve yük tipi hangi modelin en uygun olduğuna karar verir.

Hiper elastik malzeme modelleri, bir malzemenin elastik özelliklerini gerilme enerjisinden tanımlar. Gerilme enerjisi, normal potansiyel enerji teorisinin geçerli olduğu bir potansiyel enerji fonksiyonudur. Bir potansiyel enerji fonksiyonu, entegrasyon yolundan bağımsızdır, dolayısıyla gerilme enerjisi sadece mevcut şekil değişimine bağlıdır. Gerilme enerjisi, aşağıdaki ifade ile tanımlanır:

$$W = (E_{ij}) = \int_0^{E_{ij}} S_{ij}(\tilde{E}_{kl}) d\tilde{E}_{ij} \quad (15)$$

W , Gerilme enerjisi,
 E_{ij} , Lagrangian gerinim tensörü,
 S_{ij} , İkinci Piola-Kirchhoff gerilme tensörüdür.

Tek boyutlu durumda gerilme enerjisi, gerilim-şekil değiştirme eğrisinin altındaki alan olarak tanımlanabilir.



Şekil 32 Gerilme – Birim Şekil Değiştirme Grafiği

W 'nin E 'ye göre türevi alınırsa, aşağıdaki iki ifade elde edilir:

$$dW = \frac{\partial W}{\partial E_{ij}} dE_{ij} \quad (16)$$

$$dW = S_{ij} dE_{ij} \quad (17)$$

Yukarıdaki ifade, ikinci Piola Kirchhoff gerilme tensörünü gerilme enerjisinin bir fonksiyonu olarak verecektir.

$$S_{ij} = \frac{\partial W}{\partial E_{ij}} \quad (18)$$

İkinci Piola-Kirchhoff gerilme tensörü, S_{ij} , sadece kurgusal bir gerilme olarak görülebilir. Gerilme enerjisini σ_{ij} 'ye dönüştürmek ve şekil değiştirme sabitlerine bağımlı hale getirmek için, eşlenik tensörler teorisi kullanılabilir.

Bu nedenle gerilme enerjisi, sol Cauchy-Green deformasyon tensörü B 'ye bağımlı bir fonksiyon olarak da ifade edilebilir; bu, izotropik bir malzeme için bağımlılığın başlıca gerilmeye (λ_i) indirgenmesi anlamına gelir. Gerilme enerjisi şimdi şu şekilde yazılabilir:

$$W(\mathbf{B}) \rightarrow W(I_1, I_2, I_3)$$

Burada " I_1, I_2, I_3 " W ve B , gerinim sabitleridir. $W(I_1, I_2, I_3)$ ise gerinim sabitlerinin fonksiyonu olan gerilme enerjisidir.

Hiper elastik malzemelerde sıkıştırılamazlık durumu varsayılırsa, $I_3 = 1$ kabul edilir. Ardından aşağıdaki ifade elde edilebilir

$$\sigma = 2 \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + I_1 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \mathbf{B} - 2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \mathbf{B}^2 + p \mathbf{I} \quad (19)$$

Burada, σ Cauchy gerilme tensörünü ve p bağımsız bir alan niceliğini temsil eder.

Gerilme enerjisinin özel biçimi, modelin elastik malzeme özelliklerini kontrol eder. Birçok farklı türde fonksiyon bulunmaktadır. Hepsinin amacı, farklı yükleme durumları için gerilme-şekil değiştirme eğrisini takip etmektir. Aynı zamanda, mümkün olduğunca basit olmaları gerekmektedir. En basit olanlar polinom olarak oluşturulmuştur. Genellikle aşağıdaki formda yazılırlar:

$$W = \sum_{i,j,k=0}^{\infty} C_{ijk} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j (I_3 - 3)^k \quad (20)$$

Sıkıştırılamazlık durumunda eşitlik denklem 21'de belirtildiği gibi indirgenir:

$$W = \sum_{i,j=0}^{\infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (21)$$

λ_i 'nin 1 olduğu deformasyonsuz bir durumda denklemlerde görülen üçlü terim gerilme enerjisinin sıfır olmasını sağlar.

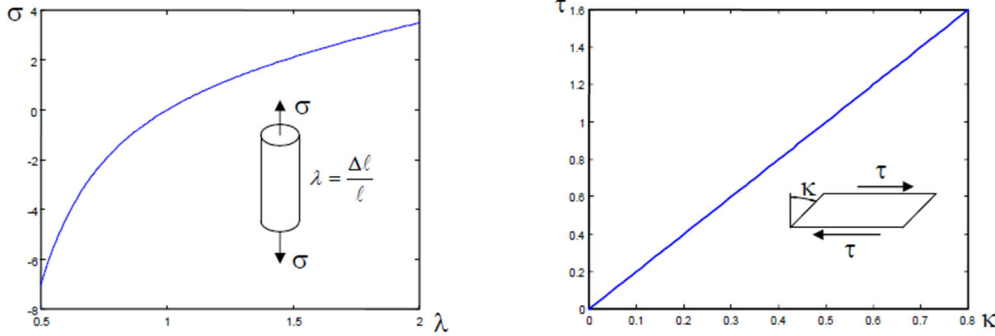
Gerilme enerjisini hesaplamının birkaç farklı yöntemi bulunmaktadır. Bu yöntemlerden en çok kullanılanları **Neo-Hook**, **Mooney-Rivlin**, Çok parametrelili

polinom fonksiyonları, **Ogden model** ve **Arruda & Boyce** modelidir. Bu tez içeriğinde **Neo-Hook** ve **Marlow** yaklaşımları ile ilerlenecektir.

Bu çalışmada malzeme karakteristikleri elde edilen malzemeler için Neo-Hook modelinden faydalanılmıştır. Neo-Hook modelinde 1. Dereceden ve bir değişkenli denklem kurulur.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) \quad (22)$$

Aşağıdaki şekiller, Neo-Hook modelinin sıkıştırmaya maruz kaldığında sertliğinin arttığını, uzama durumunda ise sertliğin azaldığını göstermektedir. Kesme gerilmesi ve şekil değiştirme arasındaki ilişki tamamen doğrusaldır. Aşağıdaki iki şekil bu ilişkileri göstermektedir. Modelin elbette büyük deformasyonlarda kauçuğun tepkisini tam olarak açıklamadığı dezavantajları vardır. Ayrıca, laboratuvar deneyleri ile sadece bir sabit kullanılarak modeli ayarlamak zordur.



Şekil 33 **a)** Neo-Hook modeli için temel gerilme/sıkışma eğrisi **b)** Neo-Hook modeli için temel kesme eğrisi (Hakansson 2000)

Neo-Hook modelinin kurulabilmesi için malzeme karakteristiklerinin iyi anlaşılacak doğru **C10** ve **D1** değerlerinin modele eklenmesi gerekmektedir.

Karmaşık yapılu malzemeler için direk olarak Basma ve çekme testleri yapılarak Marlow modelleri oluşturulabilir.

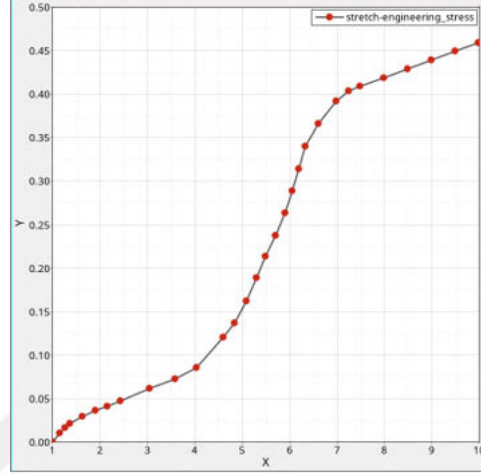
Marlow modelinin en büyük avantajı ise test verileri ile elde edilen sonuçların direkt olarak ABAQUS ANSYS paket programlara entegre edilerek %90 oranında doğru yaklaşım yapmasını sağlamasıdır.

Marlow modeli oluşturulurken hesaplanan veya test sonucu elde edilen şekil değiştirme gerilme eğrisi (gerilim = % uzama +1) analiz modeline yüklenir. Marlow modeli ile vizko elastisite yaklaşımı birlikte kullanıldığı durumlarda oldukça doğru hiper elastik model sonuçları elde edilir.

Hiper elastik malzeme modelleri, deformasyon durumuna bağlı olarak gerilme enerji yoğunluğunu bir fonksiyon olarak formüle ederek doğrusal olmayan elastik davranışı tanımlar. Bu elastik potansiyel genellikle gerilme invariantları (I_1 , I_2 , J) veya başlangıç gerilmeleri (λ_1 , λ_2 , λ_3) olarak ifade edilen büyüklüklerin

fonksiyonu olarak belirtilir. Hiper elastik modeller genellikle malzeme sabitleri veya deneysel verilerle tanımlanabilir.

Marlow modeli için sadece tablo formatındaki deneysel veriler belirtilebilir, Şekil 34'de gösterildiği gibi.



Şekil 34 Deneysel Tek Eksenli Gerilme - Uzama Eğrisi

Şekil 34'teki grafik 0.46 MPa değerinde sonlanmaktadır. 0.5 MPa değeri için ekstrapolasyon yöntemi uygulanarak bir değer ataması yapılır. Yani, mevcut verilere dayanarak, veri setinin sınırları dışındaki bir noktaya ilişkin bilgi veya tahmin yapılmaktadır.

Marlow model, malzeme davranışını tanımlamak için skaler fonksiyonlar yerine skaler parametreler kullanır. Model, şekil değiştirme enerji yoğunluğunun ikinci deviatorik şekil değiştirme sabitinden bağımsız olduğunu varsayar ve bir deviatorik ve bir hacimsel alanlara ayrılabilir olduğunu söyler. Hacimsel kısım sınırlı sıkıştırma durumlarında önem kazanır.

$$U(I_1, I_2, J) = U_{dev}(I_1) + U_{vol}(J) \quad (23)$$

Bu denklemde $U(I_1, I_2, J)$ bir malzemenin gerilme enerji yoğunluğunu temsil eder. Burada:

I_1 Cauchy-Green gerinim tensorünün birinci izdüşümünün ilk sabitidir.

I_2 Cauchy-Green gerinim tensorünün ikinci sabitidir.

J , malzemenin volüm değişimi oranıdır.

$U_{dev}(I_1)$, Deviatorik kısmı, yani sadece şekilsel değişimleri dikkate alan kısmı temsil eder.

$U_{vol}(J)$, İse hacimsel kısmı, yani volüm değişimini dikkate alan kısmı ifade eder.

Bu bağlamda, $U(I_1, I_2, J)$ toplam gerilme enerji yoğunluğu, deviatorik ve hacimsel kısımların toplamı olarak ifade edilmiştir.

Sıkıştırılmaz deformasyon durumunda, elastik potansiyel temelde tek bir skaler fonksiyonla tanımlanır. (U_{dev}) Bu fonksiyon, tek bir test ile ölçülen gerilme şekil değiştirme tepkisine bağlı olarak belirlenir.

Hiper elastik Marlow modelinin vizko elastisite ile birleştirilmesi, Marlow 'un yaklaşımının avantajlarını korurken, gerilme hızına bağlı olarak malzeme davranışını açıklama yeteneği de sağlar; doğrudan test verilerini kullanarak kolay tanımlama ve test verilerinin tam modellenmesi gibi avantajları korur.

Kesme deformasyonunu düşünürsek, lineer küçük gerilme vizko elastisitenin integral formülü denklem 24'de belirtilmektedir.:

$$\tau(t) = \int_0^t G(t-s) \frac{d\gamma(s)}{dt} ds \quad (24)$$

Burada,

τ : Kayma gerilmesi,

γ : Kayma şekil değiştirmesi,

$G(t)$: Gevşeme fonksiyonu

Bu ifade, anlık kayma modülü G_0 ve göreceli gevşeme fonksiyonu $g(t)$ kullanılarak şu şekilde ifade edilebilir:

$$\tau(t) = G \int_0^t g(t-s) \frac{d\gamma(s)}{dt} ds \quad (25)$$

Genellikle, gevşeme fonksiyonu, τ_i olarak adlandırılan N adet gevşeme zamanı ve g_i olarak adlandırılan katsayıları içeren bir Prony serisi olarak ifade edilir.

$$g(t) = 1 - \sum_1^N g_i (1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}}) \quad (26)$$

Prony serisi parametreleri, bir gevşeme testinden elde edilebilir. Bu testte anlık olarak sabit bir şekil değiştirme uygulanır ve zaman içinde gerilmenin gevşemesi ölçülür. Bu testin basit bir değerlendirmesi, zamanla normalleştirilmiş gerilmenin normalleştirilmiş gevşeme fonksiyonu olarak yorumlanması ve bunun Prony serisi ile uyumlu hale getirilmesidir. Bu yaklaşım, malzeme modelinin hiper elastik kısmının doğrusallığından önemli ölçüde etkilenmediği varsayımına dayanır.

Test ve Doğrulama Yöntemi

Lastiğin iç yapısı ve jantın alt bileşenleri anlaşıldıktan sonra model kurulumuna geçmeden önce yapılan analiz çalışmalarının doğrulamasının yapılabilmesi için lastik ve jantın bağlantı arayüzü bölgelerinde oluşan basınç

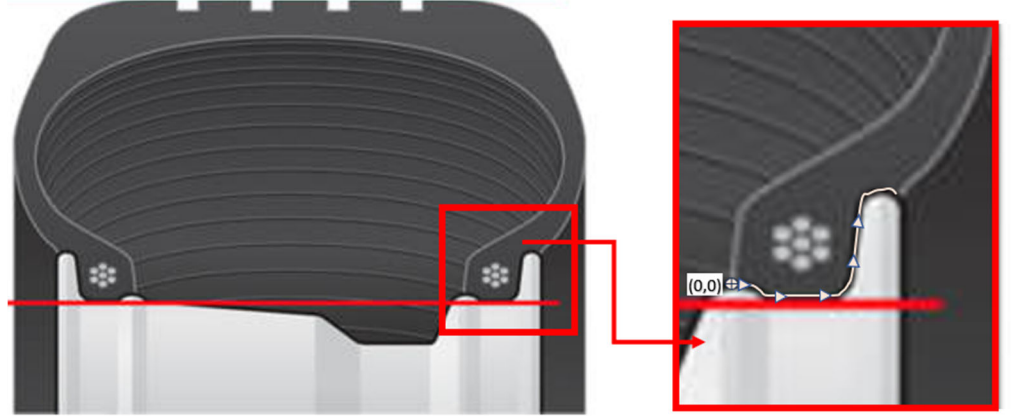
dağılımının incelenerek yapılacak olan analiz sonuçlarının doğruluğunun teyit edilmesi oldukça önemlidir. Bu kapsamda 4 farklı test yapılarak lastik ve jant arasındaki basınç dağılımı incelenmiştir.

Test çalışmaları yapılırken XSENSOR firmasının lastik ve jantların arasındaki basınç değerlerini okuyabilmek için özel olarak ürettiği 0.5 mm şerit basınç sensörleri ve Kenda firmasının Wintergen 2 SUV modeli ve 225/65- R17 ölçülerinde lastik ve lastiğe uygun olarak seçilen bir 17 inç jant kullanılmıştır.



Şekil 35 : Basınç Ölçümü

Yapılan basınç sonuçları lastik ve jantın kesit alanı referans alınarak lastiğin iç bölgesi 0 olmak üzere dışarı doğru şerit sensör üzerinde belli bölgelerde ölçüm sonuçlarını alarak hazırlanmıştır.



Şekil 36 Basınç Sensörü Yerleşimi ve '0' noktası

Test aşağıda belirtilen sıralama baz alınarak gerçekleştirilmiştir.

1. Lastik jantın içine yerleştirilir.
2. Şerit basınç sensörü lastik ve jantın arasında kalacak şekilde yerleştirilir.
3. Lastik içerisinde 250 kPa basınç verilir.

4. Lastiğin şişerek jantın yanlarına basması ve arada kalan şerit sensörün ezilmesi sağlanır.

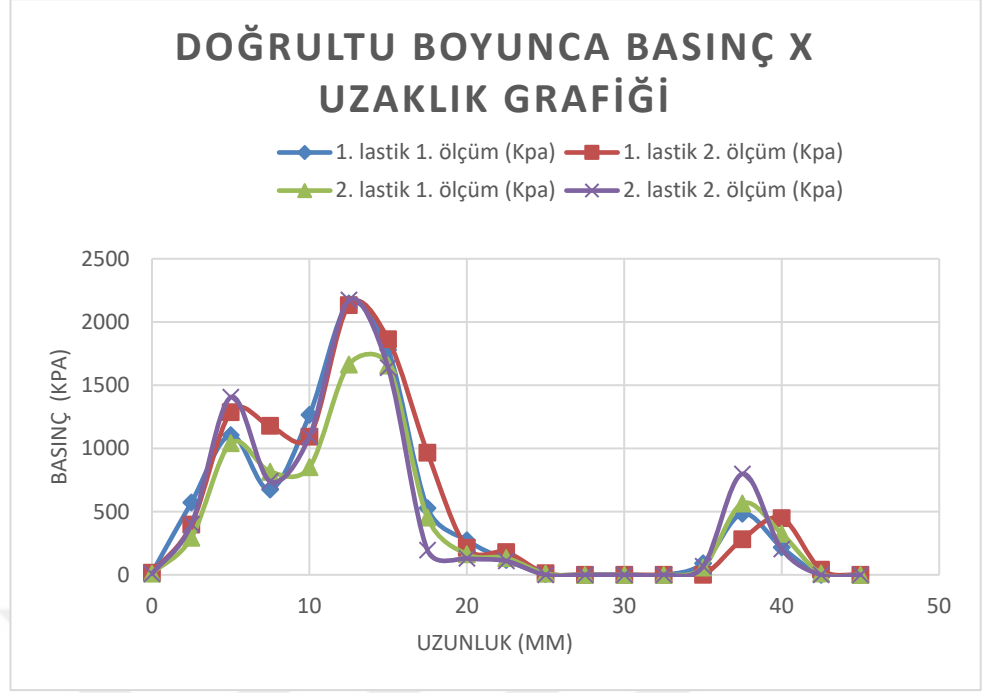
5. 5 dakika bekledikten sonra jantın sibop bölgesinden hava boşaltılarak iç ve dış basınç eşit seviyeye getirilir.

6. Sensör üzerinden basınç değerleri okunur.

Belirtilen aşamalar referans alınarak lastik üretiminde olabilecek farklı üretim toleransları olabileceği ve ölçüm şeklinin de doğrulanması amacı ile 2 lastik 4 farklı yapılmıştır. Her iki lastik için de ikişer tane test yapılarak test sonuçları kayıt edilmiş ve sonuçların ortalaması alınarak bir uzunluk basınç dağılım grafiği oluşturulmuştur. Şekil 36'da (0,0) noktası uzunluğun başlangıç noktasıdır ve oklar ile doğrultusu belirtilmiştir.

Tablo 1 Şerit Basınç Sensörü Ölçüm Değerleri

Uzaklık (mm)	1. Lastik 1. Ölçüm (kPa)	1. Lastik 2. Ölçüm (kPa)	2. Lastik 1. Ölçüm (kPa)	2. Lastik 2. Ölçüm (kPa)
0	16	17	10	8
2,5	572	398	294	400
5	1105	1286	1042	1405
7,5	675	1178	816	739
10	1266	1092	852	1095
12,5	2147	2133	1664	2173
15	1781	1863	1656	1639
17,5	528	966	453	195
20	274	214	163	131
22,5	117	179	133	110
25	6	13	10	0
27,5	0	0	0	0
30	0	0	0	0
32,5	0	0	0	0
35	91	0	58	67
37,5	483	281	565	798
40	217	448	325	204
42,5	0	40	11	0
45	0	0	0	0



Şekil 37 : Doğrultu Boyunca Basınç & Uzaklık Grafiği

6 BİLGİSAYAR DESTEKLİ ANALİZ ÇALIŞMASI

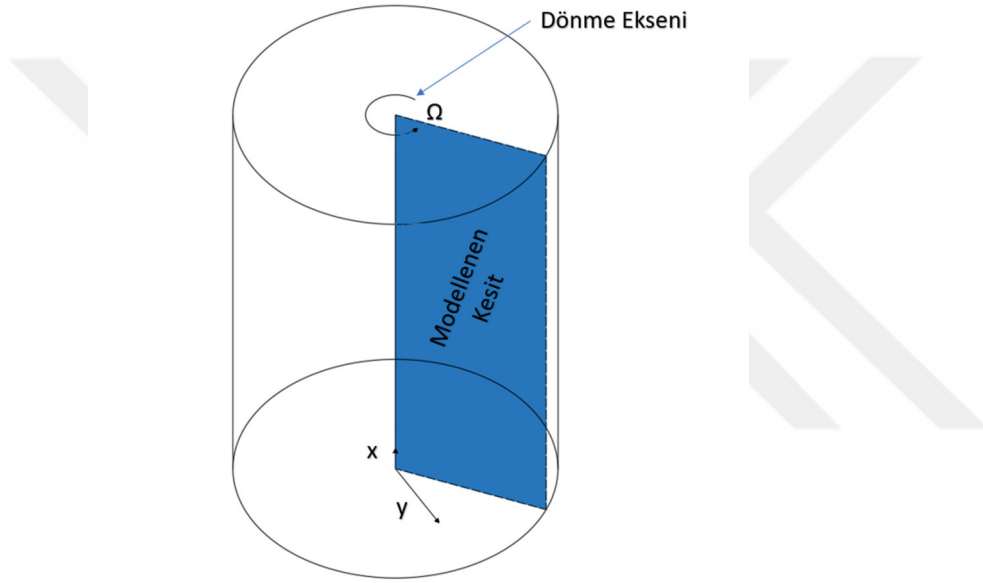
Farklı ölçü ve geometrilerde jant üretimi yapılarak bu jantların test edilmesi ve sonuç gözlemlemesi çok uzun süreler alacaktır. Bu sebeple bilgisayar destekli analiz programları ile uygun sonuçların elde edilerek mukayese yapılması amaçlanmaktadır. Analiz modeli oluşturulurken lastik ve jant modellenirken 2 boyutlu ve eksenel simetrik analiz yöntemi kullanılacaktır.

2 boyutlu model oluşturulurken Eksenel simetrik kabuk elemanlar ve 2 boyutlu ağ yapısı kullanılacaktır.

Eksenel Simetrik Analiz:

Eksenel simetri, bir yapının veya sistemin belirli bir eksen etrafında döndürüldüğünde aynı kalması durumudur. Bu özellik, karmaşık üç boyutlu problemleri iki boyutlu hale getirerek analiz süreçlerini basitleştirir. Sonlu elemanlar yöntemi (FEM), mühendislik problemlerinin sayısal çözümünde yaygın olarak kullanılan güçlü bir tekniktir. Eksenel simetrik analizde sonlu elemanlar kullanımı, hesaplama sürecini optimize eder ve yüksek doğruluk sağlar.

Eksenel simetrik analizde, yapı veya sistemin geometrisi, malzeme özellikleri ve yüklemeleri eksen etrafında simetrik kabul edilir. Bu sayede, analiz sadece bir kesit üzerinde gerçekleştirilir ve bu kesit eksen etrafında döndürülerek tam yapı elde edilir. Bu yaklaşım, hesaplama maliyetlerini önemli ölçüde azaltır.



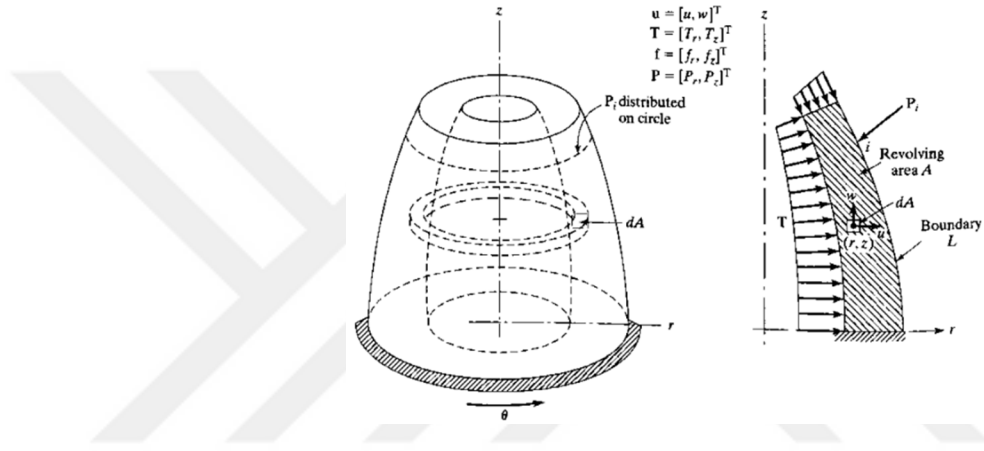
Şekil 38 Eksenel Simetrik Katı Model

- Problemin tanımlandığı alanın bir simetri eksenine sahip olmasıdır. Bu simetri ekseninin silindirik (x, Ω, y) koordinat sisteminin x eksenine hizalanması gelenekseldir.
- Sınır koşulları eksene göre simetriktir. Bu nedenle tüm sınır koşulları Ω 'dan bağımsızdır.
- Tüm yükleme koşulları x eksenine göre simetriktir, dolayısıyla bunlar da çevresel yönden Ω 'dan bağımsızdır.
- Ayrıca, malzeme özellikleri homojen veya simetrik olmalıdır. Bu koşul, izotropik malzemeler için her zaman sağlanır.

FEM, karmaşık mühendislik problemlerini çözmek için kullanılan sayısal bir yöntemdir. FEM, analiz edilecek bölgeyi küçük elemanlara böler ve her elemanın davranışını belirli denklemlerle tanımlar. Bu elemanların birleştirilmesiyle, tüm sistemin davranışı tahmin edilir. FEM, eksenel simetrik analizlerde de yaygın olarak kullanılır ve özellikle aşağıdaki adımlardan oluşur:

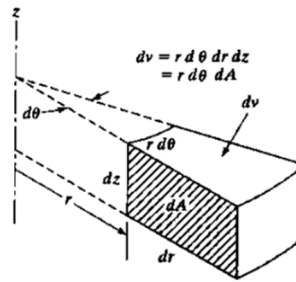
1. **Geometri ve Ağ Yapısı Oluşturma:** Simetrik yapının iki boyutlu kesiti oluşturulur ve bu kesit üzerinde bir ağ yapısı oluşturulur.
2. **Malzeme Özellikleri Tanımlama:** Malzeme özellikleri ve geometrik parametreler tanımlanır.
3. **Sınır Şartları ve Yüklemeler:** Eksenel simetri eksenine uygun olarak sınır şartları ve yüklemeler tanımlanır.
4. **Çözüm ve Analiz:** Sonlu elemanlar denklemleri çözülerek, yapının veya sistemin davranışı analiz edilir.
5. **Sonuçların Yorumlanması:** Analiz sonuçları incelenir ve yapı üzerinde yorumlanır.

Geometride ve yüklerde simetri bulunduğunda, bu tür problemleri özel iki boyutlu problemler olarak modelleyebiliriz.



Şekil 39: Eksenel Simetrik Modellerin Sınır Şartları

Buradaki temel hacmi göz önünde bulundurarak potansiyel enerjiyi eksenel simetrik formda yazabiliriz. Bu bağlamda, tüm integral terimlerinin θ 'den bağımsız olduğunu belirtebiliriz.



Şekil 40 Eksenel Simetrik Bir Modelin Minimum Kareler Yöntemi ile Belirtilmesi

$$\pi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_A \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon} r dA d\theta - \int_0^{2\pi} \int_A \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{f} r dA d\theta - \int_0^{2\pi} \int_L \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{T} r dL d\theta - \sum_i u_i^T P_i \quad (27)$$

Burada $r dL d\theta$ elemental yüzey alanını ifade eder ve P_i değeri Şekil 39'de belirtilen noktasal kuvvettir.

Tüm integral değişkenleri θ 'den bağımsızdır. Dolayısıyla, potansiyel enerji denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\Pi = 2\pi \left(\frac{1}{2} \int_A \boldsymbol{\sigma}^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon} r dA - \int_A \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{f} r dA - \int_L \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{T} r dL \right) - \sum_i u_i^T P_i$$

Burada;

$\mathbf{u}^T = [u, w]^T$: yer değiştirme vektörü

$\mathbf{f} = [f_r, f_z]^T$: kuvvet vektörü

$\mathbf{T} = [T_r, T_z]^T$: traksiyon kuvvet vektörü

$\mathbf{P}_i = [P_r, P_z]^T$: noktasal kuvvet vektörü

Olarak adlandırılır. Gerilme (σ) ve şekil değiştirme (u) ilişkisi aşağıdaki gibi tanımlanabilir;

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{rr}, \varepsilon_{zz}, \gamma_{rz}, \varepsilon_{\theta\theta}]^T$$

Burada ε değerleri u cinsinden yerlerine koyulursa ;

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \left[\frac{\partial u}{\partial r}, \frac{\partial w}{\partial z}, \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right), \frac{u}{r} \right]^T \quad (28)$$

Sunuç olarak gerilme vektörü:

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{rr}, \sigma_{zz}, \sigma_{rz}, \sigma_{\theta\theta}]^T \quad (29)$$

Olarak tanımlanır. Gerilme ve şekil değiştirme ilişkisi şu şekildedir:

$$\boldsymbol{\sigma} = D \boldsymbol{\varepsilon} \quad (30)$$

$$k = \frac{\nu}{1 - \nu} \quad (31)$$

$$s = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} \quad (32)$$

Yukarıda belirtilen kabuller yapılarak D değeri için aşağıdaki 4x4 matris yazılabilir.

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & k & 0 & k \\ k & 1 & 0 & k \\ 0 & 0 & s & 0 \\ k & k & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Eksenel simetrik analiz yapılırken en çok başvurulan yöntem Galerkin yöntemi olarak adlandırılan yöntemdir. Galerkin yöntemi, Rus matematikçi Boris Galerkin'in adını taşıyan bir yöntemdir ve çeşitli mühendislik ve bilimsel problemlerin çözümünde kullanılan bir sayısal yöntemdir.

Galerkin formülasyonu, eksenel simetriye sahip problemlerin sayısal çözümünde kullanılan ve hesaplamalı mekanik, termal analiz, akışkanlar mekaniği gibi alanlarda önemli bir rol oynayan bir matematiksel yöntemdir. Özellikle diferansiyel denklemlerin çözümünde ve varyasyonel yöntemlerde sıkça kullanılır.

Galerkin yöntemi, çözülmek istenen diferansiyel denklemleri, bir test fonksiyonu uzayında bir ağırlık fonksiyonu olarak seçilen bir fonksiyonla yaklaşık olarak çözmeye dayanır. Eksenel simetrik problemlerde de Galerkin yöntemi, bu simetriyi dikkate alarak uygun koordinat sistemleri ve test fonksiyonları kullanılarak uygulanabilir. Galerkin formülasyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$2\pi \int_A \sigma^T \varepsilon(\varphi) r dA - \left(2\pi \int_A \varphi^T f r dA + 2\pi \int_L \varphi^T T r dl + \sum_i \varphi_i^T P_i \right) = 0 \quad (34)$$

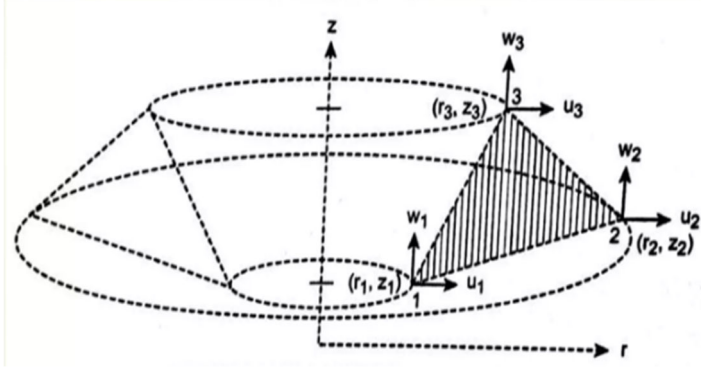
Burada " φ " Sanal yer değiştirme vektörü olarak tanımlanır. Mekanikte özellikle de değişken ilke ve sanal iş yöntemleri bağlamında kullanılan bir kavramdır. Bu vektör, incelenen bir sistemdeki pozisyonun sonsuz küçük bir değişimini temsil eder ve genellikle $\delta\varphi$ olarak gösterilir.

$$\varphi = [\varphi_r, \varphi_z]^T \quad (35)$$

$\varepsilon(\varphi)$ Değeri ise genellikle materyallerin ve yapıların mekanik analizinde kullanılan bir kavramdır. Bu kavram, gerinme durumlarının veya deformasyonların incelenmesinde sanal bir yaklaşımı temsil eder. Sanal gerinme vektörü olarak adlandırılır.

$$\varepsilon(\varphi) = \left[\frac{\partial \varphi_r}{\partial r}, \frac{\partial \varphi_z}{\partial z}, \left(\frac{\partial \varphi_r}{\partial z} + \frac{\partial \varphi_z}{\partial r} \right), \frac{\varphi_z}{r} \right]^T \quad (36)$$

Eksenel Simetrik çözüm üçgen veya dört kenarlı ağ elemanları ile yapılabilir. Dört kenarlı ağ elemanları üçgen elemanlardan farklı olarak çözüm matrisine bir düğüm daha eklenerek çözüm matrisinin derecesinin bir derece artmasına neden olmaktadır. Üçgen elemanlar ile çözüm yapılırken aşağıdaki kriterler göz önünde bulundurulabilir.



Şekil 41 Eksenel Simetrik Üçgen Ağ Elemanları ve Düğüm Noktaları

Şekil fonksiyonları ve düğüm yer değiştirmeleri kullanılarak, her bir elemandaki yer değiştirme şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{q} \quad (37)$$

\mathbf{N} , şekil fonksiyonu matrisi olup şu şekilde verilir:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Denklem 37'de \mathbf{q} , eleman yer değiştirme vektörüdür ve denklem 39'da olduğu gibi tanımlanır.

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]^T \quad (39)$$

Eğer $N_1 = \xi$ ve $N_2 = \eta$ olarak ifade edilirse ve $N_3 = 1 - \xi - \eta$ olduğu dikkate alınır, o zaman Denklem şu şekilde olur:

$$u = \xi \cdot q_1 + \eta \cdot q_3 + (1 - \xi - \eta) \cdot q_5 = (q_1 - q_5) \cdot \xi + (q_3 - q_5) \cdot \eta + q_5 \quad (40)$$

$$w = \xi \cdot q_2 + \eta \cdot q_4 + (1 - \xi - \eta) \cdot q_6 = (q_2 - q_6) \cdot \xi + (q_4 - q_6) \cdot \eta + q_6 \quad (41)$$

İzo parametrik gösterim kullanılarak, eleman içindeki koordinatlar şu şekilde ifade edilebilir:

$$r = \xi \cdot r_1 + \eta \cdot r_2 + (1 - \xi - \eta) \cdot r_3 = r_{13} \cdot \xi + r_{23} \cdot \eta + r_3 \quad (42)$$

$$z = \xi \cdot z_1 + \eta \cdot z_2 + (1 - \xi - \eta) \cdot z_3 = z_{13} \cdot \xi + z_{23} \cdot \eta + z_3 \quad (43)$$

Diferansiyel zincir kuralı kullanılarak 44 ve 45 numaralı denklemler elde edilir. Bu denklemlerde "J" jakobien olarak adlandırılır ve denklem 46'da J matrisi olarak ifade edilir.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \end{pmatrix} = J \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (44)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial \xi} \\ \frac{\partial w}{\partial r} \\ \frac{\partial w}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial r}{\partial r} & \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial r}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial r} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} = J \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial r} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (45)$$

$$J = \begin{bmatrix} r_{13} & z_{13} \\ r_{23} & z_{23} \end{bmatrix} \quad (46)$$

J determinantının tanımında $r_{ij} = r_i - r_j$ ve $z_{ij} = z_i - z_j$ notasyonları kullanılmıştır.

$$\det J = r_{13} \cdot z_{23} - r_{23} \cdot z_{13} \quad (47)$$

Olarak genişletilir. Jakobienin determinantının büyüklüğü ağ elemanının alanının iki katına eşit olacaktır.

$$|\det J| = 2 \cdot A_e \quad (48)$$

47 ve 48. Denklemlerde ters determinant alındığında denklemler aşağıdaki gibi güncellenir.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \end{pmatrix} = J^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial r} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} = J^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial \xi} \\ \frac{\partial w}{\partial \eta} \end{pmatrix}$$

Burada:

$$J^{-1} = \frac{1}{\det J} \cdot \begin{bmatrix} z_{23} & -z_{13} \\ -r_{23} & r_{13} \end{bmatrix} \quad (49)$$

28, 40 ve 41 numaralı denklemlerdeki eşitlikler kullanılarak şekil değiştirme denklemi aşağıdaki gibi güncellenir.

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{rz} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \end{pmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{z_{23} \cdot (q_1 - q_5) - z_{13} \cdot (q_3 - q_5)}{\det J} \\ \frac{-r_{23} \cdot (q_2 - q_6) + r_{13} \cdot (q_4 - q_6)}{\det J} \\ \frac{-r_{23} \cdot (q_1 - q_5) + r_{13} \cdot (q_3 - q_5) + z_{23} \cdot (q_2 - q_6) - z_{13} \cdot (q_4 - q_6)}{\det J} \\ \frac{N_1 \cdot q_1 + N_2 \cdot q_3 + N_3 \cdot q_5}{r} \end{array} \right\} \quad (50)$$

Yukarıdaki eşitlik için denklem 51'deki dönüşümü yapılarak B değeri için 4x6 genişliğinde bir uzama şekil değiştirme matrisi elde edilebilir.

$$\varepsilon = B \cdot q \quad (51)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{z_{23}}{\det J} & 0 & \frac{z_{31}}{\det J} & 0 & \frac{z_{12}}{\det J} & 0 \\ 0 & \frac{r_{32}}{\det J} & 0 & \frac{r_{13}}{\det J} & 0 & \frac{r_{21}}{\det J} \\ \frac{r_{32}}{\det J} & \frac{z_{23}}{\det J} & \frac{r_{13}}{\det J} & \frac{z_{31}}{\det J} & \frac{r_{21}}{\det J} & \frac{z_{12}}{\det J} \\ \frac{N_1}{r} & 0 & \frac{N_2}{r} & 0 & \frac{N_3}{r} & 0 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Kesit alanı içerisinde oluşan potansiyel enerji denklemi aşağıdaki gibi güncellenebilir.

$$\Pi = \sum e \cdot \left[\frac{1}{2} \left(2\pi \int_A \varepsilon^T \cdot d \cdot \varepsilon \cdot r \cdot dA \right) - 2\pi \int_A u^T \cdot f \cdot r \cdot dA - 2\pi \int_L u^T \cdot T \cdot r \cdot dl \right] - \sum_i u_i^T P_i \quad (53)$$

Elemanın gerilme enerjisi olan U_e değeri $\varepsilon = B \cdot q$ dönüşümü yapılarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$U_e = \frac{1}{2} q^T \cdot \left(2\pi \int_e B^T \cdot D \cdot B \cdot r \cdot dA \right) \cdot q \quad (54)$$

54 numaralı denklemde parantez içerisinde bulunan denklem elemanın ‘K’ rijitlik matrisidir.

$$k^e = 2\pi \int_e B^T \cdot D \cdot B \cdot r \cdot dA \quad (55)$$

Denklem 52’de belirtilen ‘B’ matrisinin 4. Satırında bulunan elemanlar incelendiğinde $\frac{N_i}{r}$ biçiminde terimler bulunmaktadır. Burada bulunan ‘r’ değerleri ve ‘N’ değerleri üçgen ağ modelinin geometrik merkezlerini ifade etmektedir.

$$N_1 = N_2 = N_3 = 1/3 \quad (56)$$

$$\bar{r} = \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3} \quad (57)$$

Burada “ \bar{r} ” değeri ağırlık merkezinin yarıçapıdır. **B** matrisinde bu ifade yerine yazıldığında “ \bar{B} ” denklemi aşağıdaki gibi güncellenir.

$$k^e = 2\pi \cdot \bar{r} \cdot \bar{B}^T \cdot D \cdot \bar{B} \cdot \int_e dA \quad (58)$$

Burada $\int_e dA = A_e$ eşitliği kabul edilerek denklem aşağıdaki gibi güncellenir.

$$\mathbf{k}^e = 2 \pi \cdot \bar{r} \cdot \bar{\mathbf{B}}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \bar{\mathbf{B}} \cdot A_e \quad (59)$$

Burada dikkat edilmesi gereken bir husus ‘‘ $2 \pi \cdot \bar{r} \cdot A_e$ ’’ değerinin üçgen ağ elemanının alanına denk geldiğidir. (Bkz. Şekil 41) Ağırlık merkezi kuralı kullanılarak ağ elemanlarının düğüm noktalarına gelen yüzey traksiyon kuvveti ve kütleli kuvvetlerin etkileri elde edilebilir. Kütleli kuvvet aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$2 \pi \int_e \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{f} \cdot r \cdot dA \quad (60)$$

Burada ağırlık merkezi yaklaşımı uygulaması yapılması durumunda eşitlik denklem 61’de olduğu gibi güncellenir.

$$\begin{aligned} 2 \pi \int_e \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{f} \cdot r \cdot dA &= \pi \int_e (u \cdot f_r + w \cdot f_z) \cdot r \cdot dA \\ &= 2 \pi \int_e [(N_1 \cdot q_1 + N_2 \cdot q_3 + N_3 \cdot q_5) \cdot f_r + (N_1 \cdot q_2 + N_2 \cdot q_4 + N_3 \cdot q_6) \cdot f_z] \cdot r \cdot dA \quad (61) \end{aligned}$$

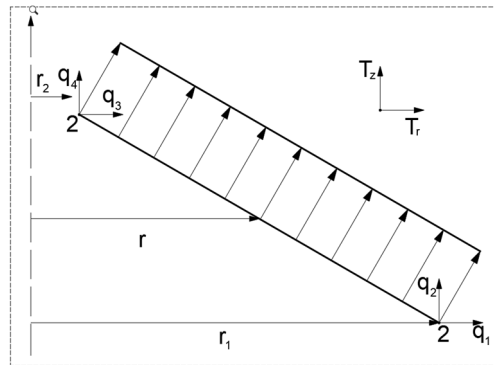
Üçgen ağ elemanının merkezinde bulunan değişken parametreler kullanılarak denklem aşağıdaki gibi güncellenebilir.

$$2 \pi \int_e \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{f} \cdot r \cdot dA = \mathbf{q}^T \cdot \mathbf{f}^e \quad (62)$$

Burada ‘‘ Şekil fonksiyonu’’ olarak belirtilen parametre elemanın kütleli kuvvet vektörüdür ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\mathbf{f}^e = \frac{2 \pi \cdot \bar{r} \cdot A_e}{3} \cdot [\bar{f}_r, \bar{f}_z, \bar{f}_r, \bar{f}_z, \bar{f}_r, \bar{f}_z]^T \quad (63)$$

Yüzey traksiyon kuvvet diyagramı için 1 ve 2 numaralı düğümler arasındaki kenara uygulanan T_r ve T_z bileşenli düzgün yük oluşumu şekil 42’de belirtilmektedir.



Şekil 42: Traksiyon Kuvveti

Burada traksiyon kuvveti için aşağıdaki denklem kullanılır.

$$r = N_1 r_1 + N_2 r_2 \quad (64)$$

$$2 \pi \int_e u^T \cdot T \cdot r \cdot dl = \mathbf{q}^T \cdot \mathbf{T}^e \quad (65)$$

Bu denklemde kullanılan \mathbf{T}^e ve \mathbf{q} değerleri için aşağıdaki eşitlikler uygulanabilir.

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T \quad (66)$$

$$\mathbf{T}^e = 2\pi \cdot l_{1-2} \cdot [a \cdot T_r, a \cdot T_z, b \cdot T_r, b \cdot T_z]^T \quad (67)$$

$$\mathbf{a} = \frac{2r_1 + r_2}{6} \quad (68)$$

$$\mathbf{b} = \frac{r_1 + 2r_2}{6} \quad (69)$$

$$l_{1-2} = \sqrt{(r_2 - r_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (70)$$

1-2 kenarı z eksenine paralel olduğunda, $r_1 = r_2$ olur, bu da $a = b = 0.5r_1$ sonucunu verir.

Yüzeyde daire çevresi boyunca dağıtılmış traksiyon yükü, dönen alan üzerindeki bir noktaya uygulanmalıdır.

Tüm elemanlar üzerindeki gerilme enerjisi ve kuvvet terimlerini topladıktan ve sınır koşulları için uygun değişiklikler yaptıktan sonra toplam potansiyel enerjiyi en aza indirerek, sonlu elemanlar denklemini aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{F} \quad (71)$$

Eksen simetrik sınır koşulları dönen alana uygulanmalıdır. Galerkin formülasyonunda, eleman içindeki rastgele yer değiştirme değeri ϕ 'nin en küçük kareler yöntemine göre varyasyonu şu şekilde ifade edilir:

$$\phi = N \cdot \Psi \quad (72)$$

Burada $\Psi = [\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4, \Psi_5, \Psi_6]^T$ olarak tanımlanır. Şekil değiştirmeye karşılık gelen eşitlik denklem 73'de belirtilmektedir.

$$\varepsilon(\phi) = B \cdot \Psi \quad (73)$$

Global Ψ değeri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\Psi = [\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots, \Psi_N]^T \quad (74)$$

Galerkin formülasyonu için tanımlanan 3. Denkleme yer değiştirme bağıntısı dönüşümü yapıldığında yer değiştirmeye karşı elde edilen potansiyel enerji denklemini aşağıdaki gibi güncellenir.

$$2\pi \int_A \sigma^T \varepsilon(\phi) r dA = 2\pi \int_e \mathbf{q}^T \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{B} \cdot \Psi \cdot r \cdot dA$$

$$\mathbf{q}^T \cdot (2\pi \cdot \bar{r} \cdot A_e \cdot \bar{\mathbf{B}}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \bar{\mathbf{B}}) \cdot \Psi = \mathbf{q}^T \cdot \mathbf{k}^e \cdot \Psi \quad (75)$$

Burada \mathbf{k}^e değeri elemanın rijitlik matrisidir ve simetriktir.

$$\mathbf{k}^e = 2\pi \cdot \bar{r} \cdot A_e \cdot \bar{\mathbf{B}}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \bar{\mathbf{B}} \quad (76)$$

Bu bağlantı kullanılarak her bir elemanın iç enerjisi hesaplanırken aşağıdaki formülasyon kullanılabilir.

$$\sum_e \mathbf{q}^e \cdot \mathbf{k}^e \cdot \Psi = \sum_e \Psi^T \cdot \mathbf{k}^e \cdot \mathbf{q} = \Psi^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{Q} \quad (77)$$

Burada ‘‘ \mathbf{K} ’’ global rijitlik matrisidir. 34. Denklemden yer alan Galerkin varyasyonel formülasyondaki dış sanal iş terimleri potansiyel enerji yaklaşımında olduğu gibi tüm ‘‘ \mathbf{q} ’’ kuvvet terimlerini ‘‘ Ψ ’’ ile değiştirerek aynı şekilde işler. Elemanlar üzerindeki tüm kuvvet terimlerinin toplamı, aşağıdaki gibi yazılabilir.

Dış Sanal İş: $\Psi^T \cdot \mathbf{F}$

Sınır koşullarını dikkate alarak, rijitlik matrisi \mathbf{K} ve kuvvet vektörü \mathbf{F} dönüştürülür ve sonuç olarak Denklem 71’de verilen aynı sonlu elemanlar denklemlerini sağlar. Denklemin çözümü, bilinmeyen düğüm yer değiştirmelerini (\mathbf{Q}) sağlar.

Benzer şekilde bir elemanın her bir düğümüne denk gelen gerilme değerleri de hesaplanabilir. Sonlu elemanlar denkleminin çözümü kullanılarak elde edilen düğüm yer değiştirmeleri verilerinden, eleman düğüm yer değiştirmeleri (\mathbf{q}), eleman bağlantısı kullanılarak bulunabilir.

Daha sonra, 2. Denklemden gerilme şekil değiştirme ilişkisi ve 73. Denklemden belirtilen şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkisini kullanarak, eleman gerilmeleri hesaplanır.

$$\sigma = \mathbf{D} \cdot \bar{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{q} \quad (78)$$

Burada $\bar{\mathbf{B}}$ değeri elemanın hesaplanmış geometrik merkezidir.

Ayrıca, $\sigma_{\theta\theta}$ bir asal gerilmedir ve σ_1 ve σ_2 olarak adlandırılan diğer iki asal gerilme, σ_{rr} , σ_{zz} ve σ_{rz} ’ye karşılık gelen, Mohr dairesi ilişkileri kullanılarak hesaplanabilir.

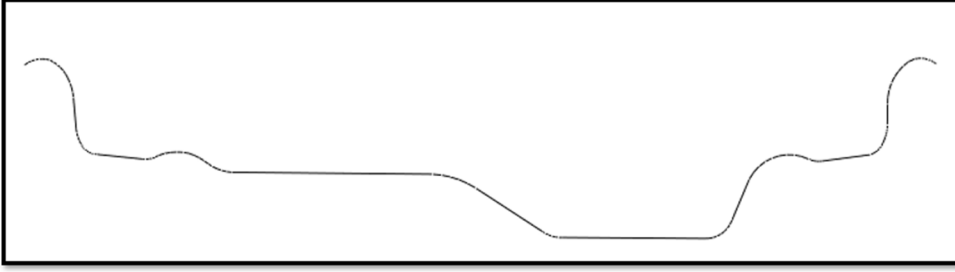
$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_{rr} + \sigma_{zz}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{rr} - \sigma_{zz}}{2}\right)^2 + \sigma_{rz}^2} \quad (79)$$

6.1 Model Kurulumu

Model kurulumu yapılırken test aşamasında kullanılan lastik ve jantın CMM cihazı ile 3B ölçümleri alınarak 2B CAD modelleri oluşturulmuştur. Jant ve lastik olmak üzere model iki aşamada oluşturulmuştur.

Eksenel Simetrik Jant Kesiti

Jant modeli için rijit tanımlama yapılarak sadece jant geometrisi ortaya çıkacak şekilde geometri oluşturulmuştur. Jant rijit model olarak alınacağı için sadece kasnak kısmının lastik ile temas edeceği bölge modellenmiştir.



Şekil 43: 2B Jant Modeli

Lastik modeli oluşturulurken lastiğin kesiti alınarak aksiyel simetrik model oluşturmak ve analiz süresini kısaltmak için yarısı modellenmiştir.



Şekil 44: Lastik 2B modeli

Model oluşturulurken lastik bileşenleri için Kenda firmasının yapmış olduğu Gerilme/Şekil değiştirme test sonuç grafikleri farklı hiperlastik model grupları

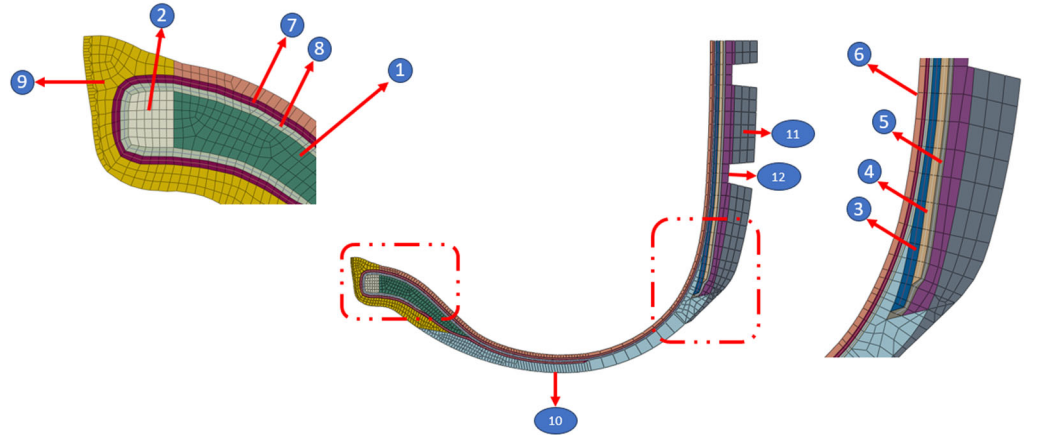
olarak (Marlow, Neo Hook vs.) analize dahil edilmiştir. Dikdörtgen geometrili ağ modeli oluşturulması için Hypermesh programı kullanılmıştır.

Sonlu Elemanlar yöntemi ile parça modellenirken, model küçük parçalardan oluşan temel elemanlara ayrılır bu işleme ‘‘Meshleme’’ denir. Her elemanın köşelerinde düğümler (node) vardır. Hesaplamalar bu düğüm noktaları üzerinde gerçekleştirilir. Dolayısı ile fiziksel ortam önce elemanlara (element) bölünür ve elemanların köşe noktaları ile fiziksel ortamı temsil eden noktalar uzayı olmuş olur. Elde edilen sonuçlar bu noktaların üzerindeki değerlerdir. (Çayıroğlu, 2024)



Şekil 45: Geometrik model, sonlu eleman modeli ve sonuçların gösterildiği nodal sonuçlar (Çayıroğlu, 2024)

Analiz çalışmaları ‘‘Eksenel Simetrik’’ metodu uygulanarak yapılacaktır. Bu kapsamda lastik ve jant 17’’ jant ölçülerine uygun olacak şekilde analiz başlatılır. Lastik analiz modelinde oluşturulan lastiğin alt bileşenleri şekil 46’da belirtilmiştir.



Şekil 46 Lastiğin Analiz Modeli Bölümleri

1. **Topuk Dolgusu:** Topuk demeti ile karkas arasını dolduran yapıdır. APEX olarak belirtilen malzemeden üretilir.
2. **Topuk Teli Demeti:** Çelik malzemeden oluşmaktadır.

3. **Çelik Kuşak- 1:** Hiper Elastik malzeme olarak kabul edilmiştir
4. **Çelik Kuşak- 2:** Hiper Elastik malzeme olarak kabul edilmiştir.

Çelik Kuşak -1 ile aynı malzeme özelliklerine sahiptir.

5. **Darbe Katmanı:** Hiper Elastik malzeme olarak kabul edilmiştir
6. **Astar:** Hiper Elastik malzeme olarak kabul edilmiştir.
7. **Gövde Karkası -1:** Hiper Elastik malzeme olarak kabul edilmiştir.
8. **Gövde Karkası -2:** Hiper Elastik malzeme olarak kabul edilmiştir.

Gövde karkası-1 ile aynı malzeme özelliklerine sahiptir.

9. **Jant Yastığı:** Hiper Elastik malzeme olarak kabul edilmiştir.
10. **Yanak:** Hiper Elastik malzeme olarak kabul edilmiştir.
11. **Sırt:** Hiper Elastik malzeme olarak kabul edilmiştir.
12. **Sırt Altı Karışım:** Hiper Elastik malzeme olarak kabul edilmiştir

Bölüm 6'da belirtildiği gibi hiper elastik malzemeler farklı gerilme enerjisi yaklaşımları ile incelenebilir. Bu kapsamda lastiğin alt elemanlarını gruplandırmak istersek 3 farklı gruba ayırabiliriz.

1. **Hiper-Elastik Neo-Hook Davranış Gösteren Malzemeler:** Bu malzemeler şekil 43'de belirtilen 1, 6, 9, 10, 11, 12 numaralı malzemelerdir. Bölüm 6 'de belirtilen Neo-Hook kabulleri varsayılarak düğüm noktalarında oluşan maksimum gerilme ve yük ile toplam yük dağılımı hesaplanır. Neo-Hook davranışı gösteren Hiper- Elastik malzemeler büyük deformasyonlara kadar anlık elastik bir tepki gösterir, bu nedenle çelik malzemeler gibi malzeme sabitleri olan Young modülü ve Poisson oranı gibi kavramlarla tanımlanamaz. Tablo 2'de kullanılan lastik alt bışelenlerinin modelleme yaklaşımları belirtilmektedir. Bu çalışmada Kenda Tyre firmasının materyal kütüphanesinde bulunan **C10** ve **D1** değerleri kullanılmıştır.

Tablo 2 Hiper Elastik Neo- Hook Özellik Gösteren Malzemeler

Nu	Malzeme Açıklaması	Malzeme Türü	Modelleme Yaklaşımı	C10 Değeri	d1 Değeri	Süreklilik
1	Topuk Dolgusu	Hiper Elastik	Neo-Hook	1	1	İzotropik
6	Astar	Hiper Elastik	Neo-Hook	0,2	4,75	İzotropik
9	Jant Yastığı	Hiper Elastik	Neo-Hook	0,43	2,26	İzotropik
10	Yanak	Hiper Elastik	Neo-Hook	0,23	4,26	İzotropik
11	Sırt	Hiper Elastik	Neo-Hook	0,28	3,6	İzotropik
12	Sırt Altı Karışım	Hiper Elastik	Neo-Hook	0,28	3,6	İzotropik

2. **Hiper Elastik Hibrit (Neo-Hook+ Marlow) Davranış Gösteren Malzemeler:** Bölüm 3'de de belirtildiği gibi lastikler oldukça karmaşık ve çok yapılı ürünlerdir. Örnek vermek gerekirse çelik kuşaklar genellikle çelik tel demetlerinden oluşmakla birlikte boşlukların doldurulması için de kauçuk

malzemeler kullanılarak üretilir. Dolayısı doğru şekilde malzeme modelinin oluşturulabilmesi için tel demet grubu ve ara dolgu malzemeleri ayrı ayrı değerlendirilerek ilerlenmesi gerekmektedir.

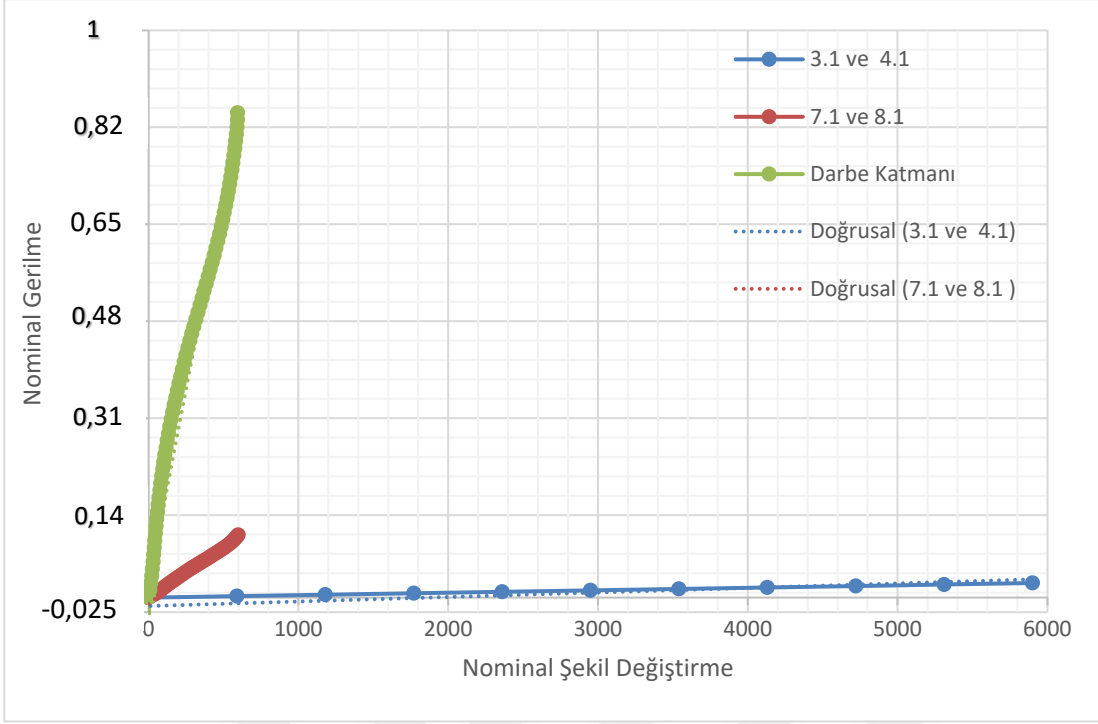
Tablo 3 Hiper- Elastik Hibrit Özellik Gösteren Malzemeler

Malzeme Açıklaması	Malzeme Türü	Modelleme Yaklaşımı	C10 Değeri	d1 Değeri	Süreklilik
3 Çelik Kuşak- 1	Hiper Elastik	Neo-Hook	1	1	İzotropik
3 Çelik Kuşak- 1 (D)	Hiper Elastik	Marlow	Gerilme/Şek. Değ. Grafiği		İzotropik
4 Çelik Kuşak- 2	Hiper Elastik	Neo-Hook	1	1	İzotropik
4 Çelik Kuşak- 2 (D)	Hiper Elastik	Marlow	Gerilme/Şek. Değ. Grafiği		İzotropik
5 Darbe Katmanı	Hiper- Elastik	Neo-Hook	0,95	1,25	İzotropik
5 Darbe Katmanı (D)	Hiper Elastik	Marlow	Gerilme/Şek. Değ. Grafiği.		İzotropik
7 Gövde Karkası -1	Hiper Elastik	Neo-Hook	0,74	1,54	İzotropik
7 Gövde Karkası -1 (D)	Hiper Elastik	Marlow	Gerilme/Şek. Değ. Grafiği		İzotropik
8 Gövde Karkası -2	Hiper Elastik	Neo-Hook	0,74	1,54	İzotropik
8 Gövde Karkası-2 (D)	Hiper Elastik	Marlow	Gerilme/Şek. Değ. Grafiği		İzotropik

Bu tablodan da anlaşılacağı üzere 3.1, 4.1, 5.1, 7.1, 8.1 numaralı katmanlar Gerilme- Uzama grafiği referans alınarak Marlow enerji birikimi yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Malzemelere ait gerilme & uzama grafikleri aşağıda belirtilmiştir.

Tablo 3’de (D) ile belirtilen değerler ilgili katmanın dolgu katmanı olduğu anlamına gelmektedir. Tabloda Neo-Hook olarak belirtilen malzemeler için C10 değerleri ve D1 değerleri Kenda Tyre (K.T) firmasının materyal kütüphanesinden elde edilmiştir.

Tablo 3’de belirtilen Marlow modeller için Kenda Tyre firmasının test laboratuvarında yapılan çekme- uzama grafikleri referans olarak kullanılmıştır. Grafiklerin normalize edilmiş görselleri Şekil 47’de belirtilmektedir.



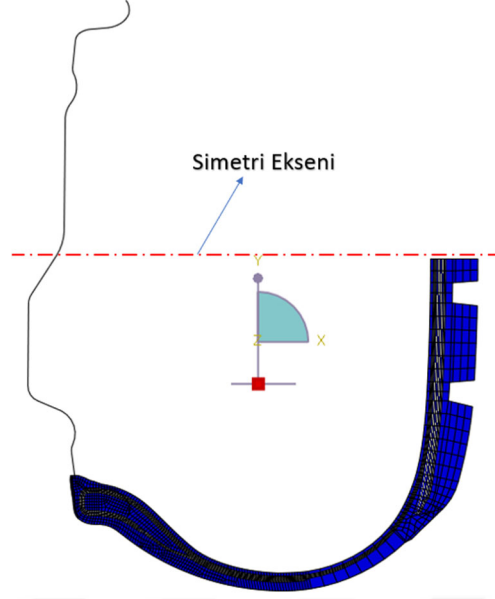
Şekil 47 Marlow Malzeme Nominal Gerilme & Nominal Şekil Değişirme Grafiği

3. Elastik Malzemeler: Topuk teli demeti içerisinde bulunan çelik kordlar standart çelik olarak modellenmiştir.

Malzeme Açıklaması	Malzeme Türü	Young Modülü	Poisson Oranı	Süreklilik
Topuk Teli Demeti	Elastik	210000	0.4	İzotropik

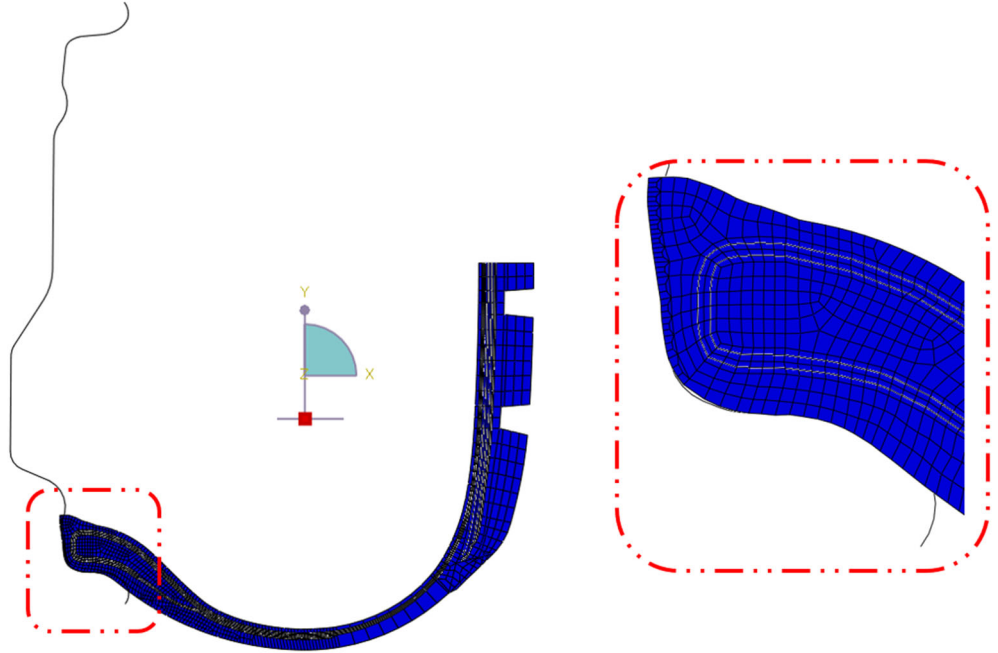
Analiz süreci 6 adımda tanımlanmaktadır.

1. Lastiğin kalıptan çıktığı sıcaklık 180 °C'dır. İlk aşamada oluşturulan modelde ortam sıcaklığı 180 °C olarak eklenir. Lastik ve jant için hareketsiz olacakları sınır koşullar Jant ve lastiğin X ve Z ekseninde hareketi kısıtlanmış ve 2 boyutlu analize uygun olarak x y ve z eksenlerinde dönmesine de izin verilmemektedir.



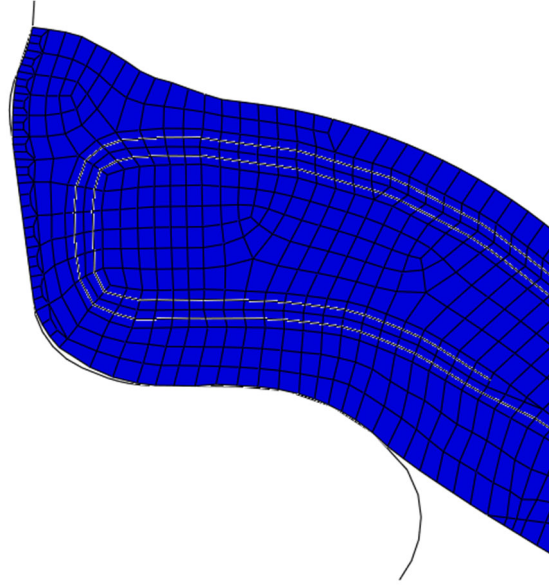
Şekil 48: Aşama 1 için jant ve lastik konumları

- İkinci adım olarak ortam sıcaklığı öncelikle 25 °C'ye indirilir. Gerçek lastik ve jant montaj senaryosuna uygun olarak jant lastiğin dış yüzeylerine basacak şekilde -y ekseninde hareket ettirilir.



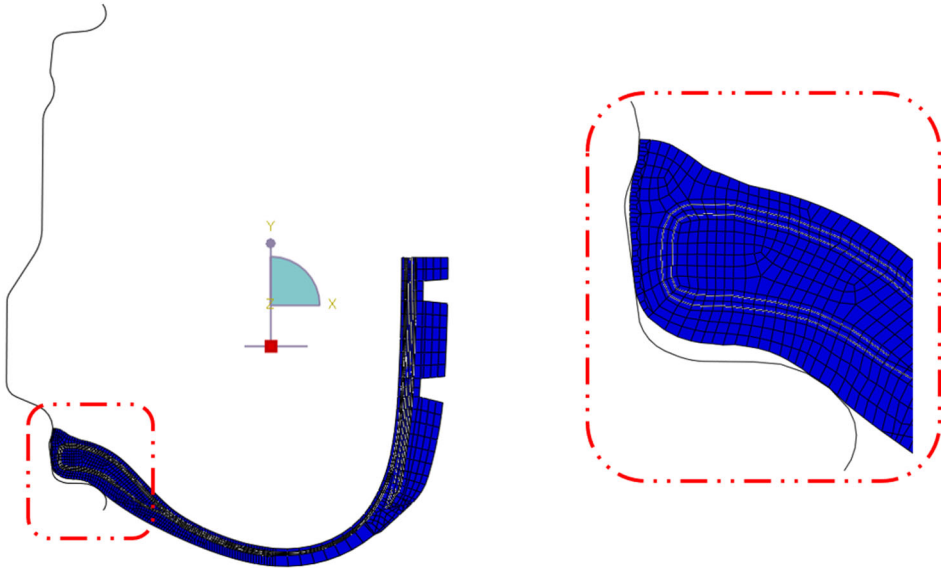
Şekil 49 Aşama 2 için jant ve lastiğin girişi

- Üçüncü aşama olarak kaydırılan lastik ve jantın temas yüzeyleri birbirine değecek şekilde etkileşim eklenir. Jant ve lastik yüzeyi arasındaki sürtünme katsayısı başlangıç olarak '0' olarak belirlenmiştir.

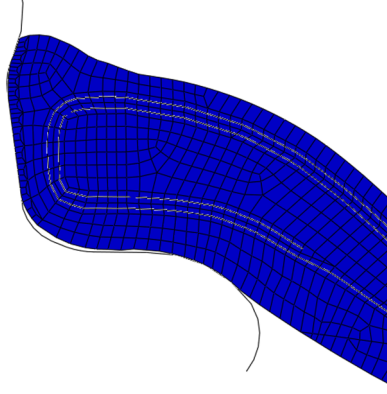


Şekil 50 Aşama 3 'de jant ve lastiğin arayüzlerinin birleştirilmesi

4. Dördüncü aşama olarak jant y ekseninde hareket ederek nominal (Başlangıç) ölçü değerine çekilir. İlk dört aşama gerçek lastik montaj senaryosuna uygun olarak lastiğin jantın içine yerleştirilmesi ve şişirme basıncı ekleneceği pozisyona getirilmesini kapsar.



Şekil 51: Aşama 4: Lastiğin iç basınç etkisi olmadan janta yerleşimi

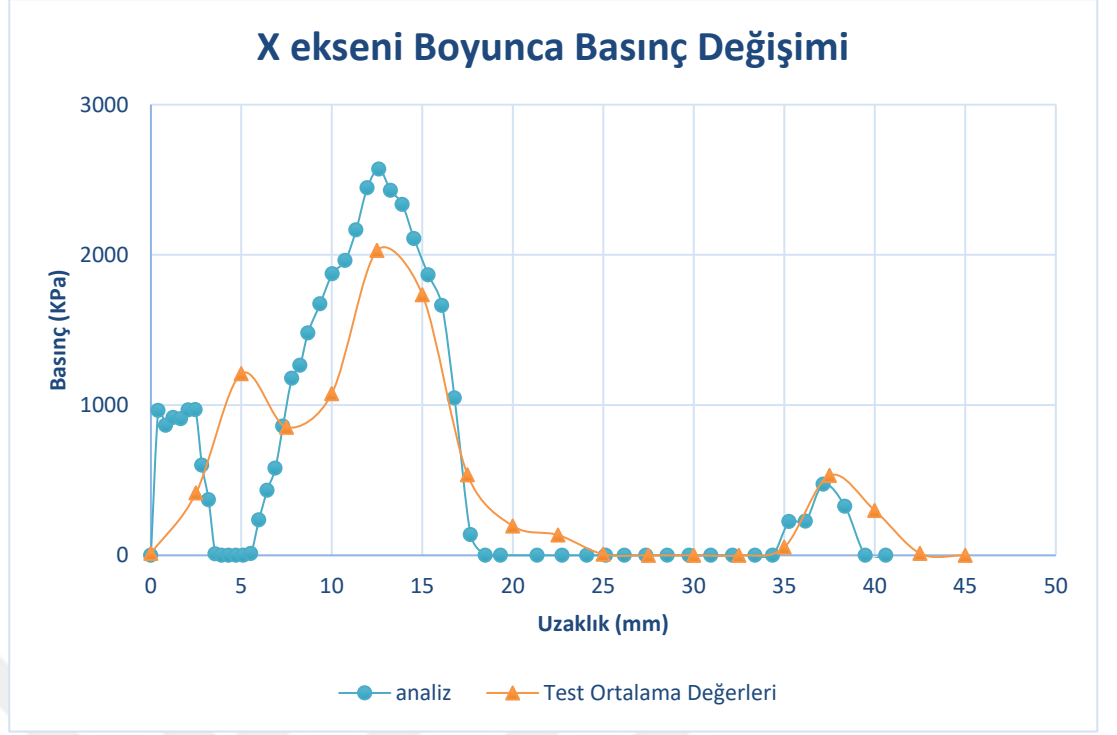


Şekil 53: Aşama 7: Lastik iç basıncının devreden çıkarılması

6.2 Analiz Sonuçları ve Analiz Doğrulaması

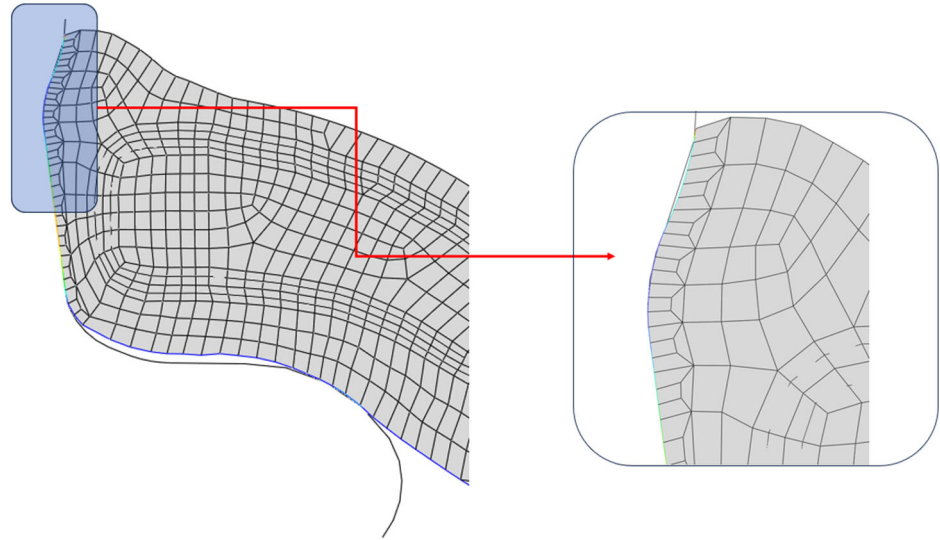
Yapılan analiz çalışmaları neticesinde lastik ve jant arasında oluşan basınç dağılımı ile test ortamında elde edilen basınç dağılımı incelenmiştir. Yapılan analiz sonuçlarında test ortamında elde edilen verilere benzer veriler elde edilmiştir.

Burada dikkat edilmesi gereken bir husus şudur her iki grafikte benzer bir eğri ortaya çıkmış olsa da 5 mm değeri için analiz ortamında elde edilen basınç değeri "0" a yakınsarken test ortamında bu değer 1200 kPa değerlerine kadar çıktığı belirlenmiştir. Bu farklılığın aslında oldukça basit bir sebebi vardır. Test ortamında kullanılan şerit basınç sensörü geometri değişikliğine karşı tolerans göstererek lastik ve jant arasında temas oluşmayan bölgelerde de bir basınç değeri verir. Ancak bilgisayar destekli analizde çok küçük boyutlarda ağ elemanı atıldığı için daha hassas sonuçlar elde edilebilmektedir.



Şekil 54 Test ve Analiz Grafiği

Şekil 54’de 5 mm. uzaklık ölçüsünde elde edilen “0” değerinin nedeni ise lastik yastığının jantın şeklini alamıyor olması ve arada boşluk oluşmasından dolayıdır. Oluşan boşluk şekil 55’de gösterilmektedir. Ancak bu durum araya sensör yerleştirilen gerçek test senaryosunda gerçekleşmemektedir. Gerçekleşmeme sebebi ise sensörün gergin bir durumda olması olarak yorumlanabilir. Dolayısı ile analiz ve test sonuçları arasında küçük farklılıklar ortaya çıkmaktadır.



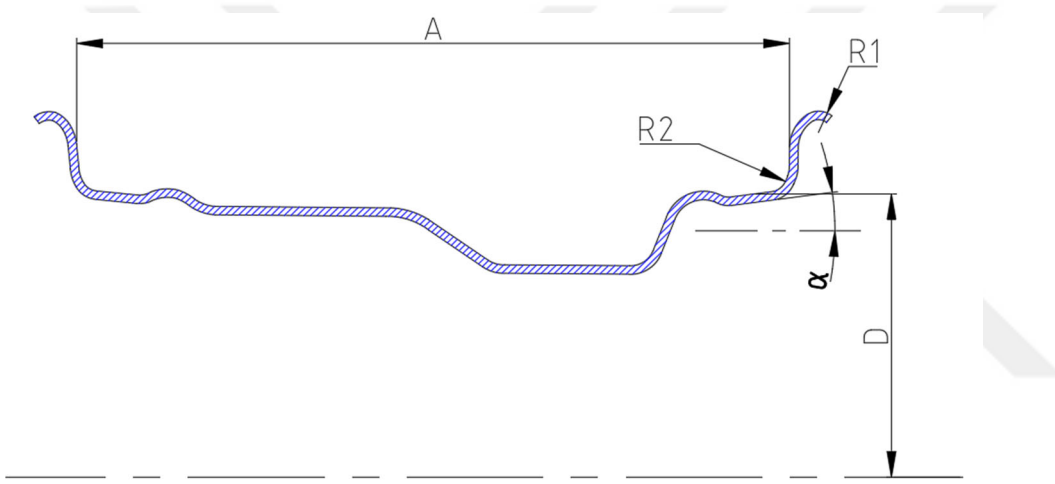
Şekil 55 Analiz Modelinde Boşluk Oluşan Bölge

Yapılan analiz çalışmalarının doğruluğu bu kapsamda onaylanmış olup gelecek çalışmalarda benzer analiz adımları izlenerek basınç dağılımı değişimi incelenecektir.

7 İteratif Analiz Çalışmaları ve Sonuçları

Lastik ve jantın arasında oluşan basınç dağılımının asıl sebebi deforme olan kauçuk malzemenin ezilmesi ile oluşan potansiyel enerjinin jant yüzeyi boyunca dağılmasından dolayıdır. Bu kapsamda incelenmesi gereken en önemli husus jant geometrisinin değişmesiyle oluşan basınç dağılımının incelenmesi ve matematiksel yaklaşım yapılarak açıklanabilmesidir.

Yapılan parametrik analizlerde ERTRO standartları baz alınarak değiştirilmesine izin verilen ölçü değerleri şekil 56'da belirtilmiştir.



Şekil 56 Jant Kesiti ve Standart Parametreler

- A: Jant İç Genişliği
- D: Topuk Oturma Dairesi Ortalama Yarı Çapı
- R1: Karkas Dış Büküm Yarıçapı
- R2: Karkas İç büküm Yarıçapı
- α : Topuk Teli Demeti Oturma Dairesi Eğim Açısı

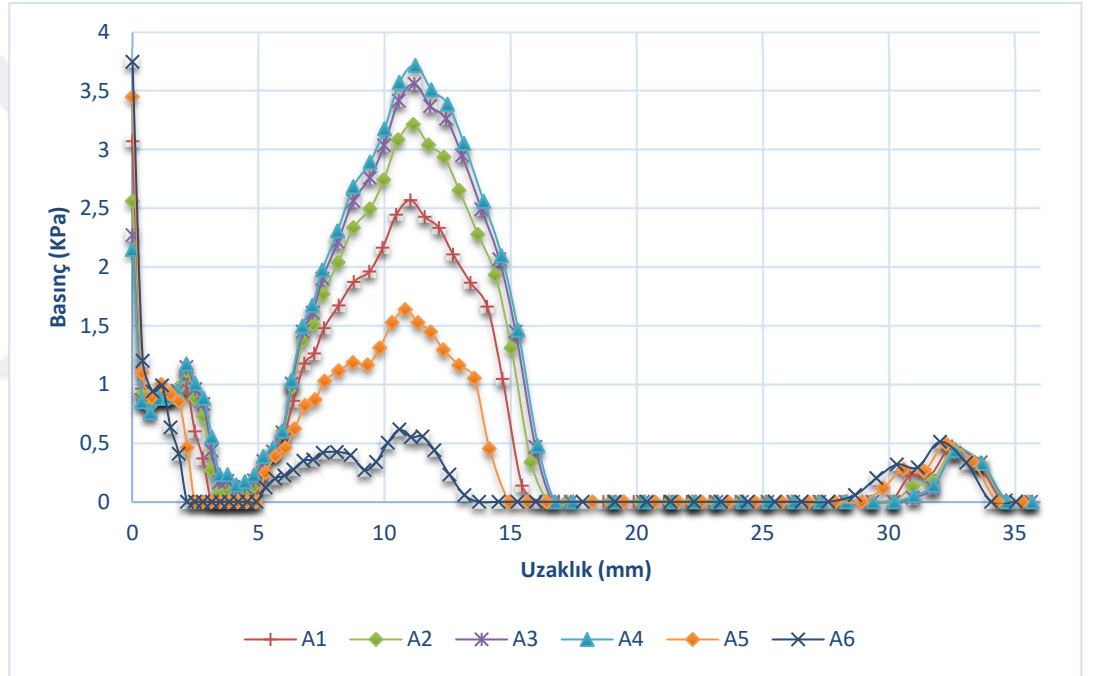
Jantın standart geometrisinin değişikliğinin toplam yüzey basıncına nasıl bir etkisi olduğunu saptayabilmek için öncelikle farklı "D" ölçüleri referans alınarak analizler yapılacak ve "D" ölçüsünün değişikliğinin toplam basınç değişimine etkisi incelenecektir.

Referans geometri olarak kullanılan jantın D ölçüsü 217.95 mm'dir. Bu ölçü jant standart ölçüleri korunarak değiştirildiğinde 5 farklı analiz sonucu daha elde edilir. Her bir analize numara verecek olursak ve referans Jant ile yapılan analize de A₁ diyecek olursak yapılan analizler için aşağıdaki gibi bir tablo oluşturabiliriz.

Tablo 4: Topuk Oturma Dairesi Ortalama Yarı Çapı % Değişim Tablosu

Analiz No	D Ölçüsü (mm)	D Ölçüsü % değişim
A ₁	217,95	0,00%
A ₂	218,15	0,09%
A ₃	218,25	0,14%
A ₄	218,30	0,16%
A ₅	217,65	-0,14%
A ₆	217,35	-0,28%

Yapılan analizlerde Bölüm 8.1’de belirtilen analiz adımları ve sınır şartları birebir uygulanmıştır. Sonuç olarak şekil 57’de belirtilen grafik değerleri elde edilmiştir.



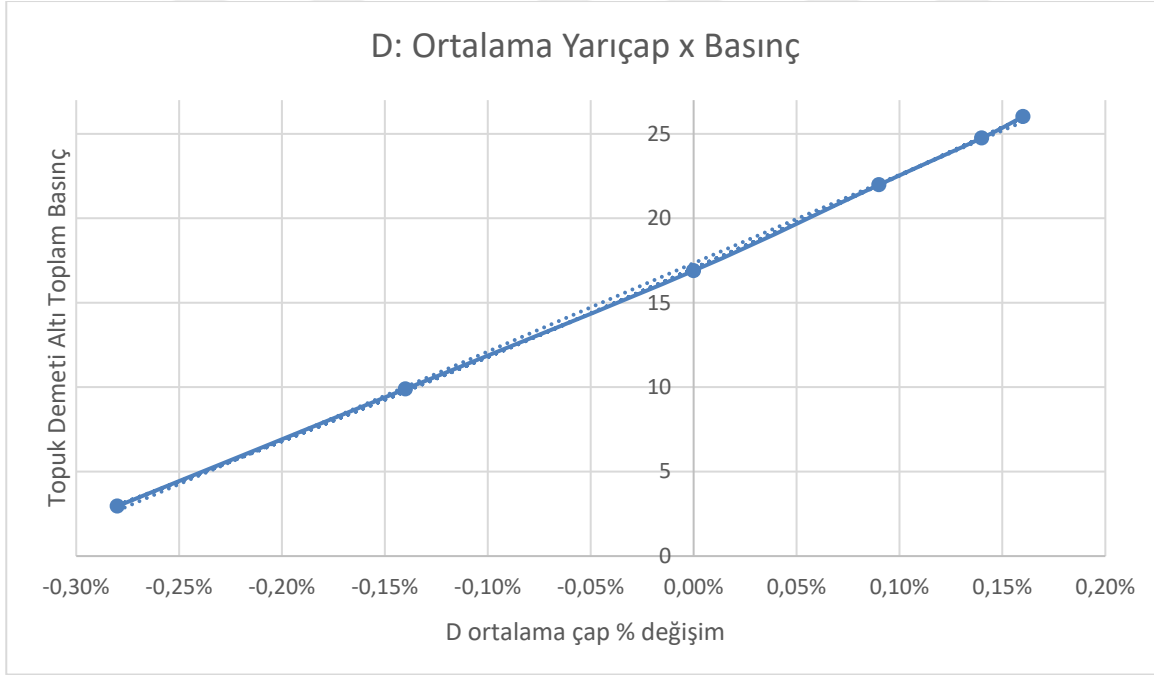
Şekil 57: Topuk Oturma Dairesi Ortalama Yarı Çapı % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Grafiği

Şekil 57 ve analiz sonuçları incelendiğinde en yüksek basıncın topuk teli demeti ile jant arayüzü arasında oluştuğu anlaşılmaktadır. Grafik ile x ekseninde kalan alan hesaplanarak (İntegrali alınarak) topuk demeti altında oluşan toplam basınç değeri ve ortalama çap ile değişimi aşağıdaki gibi tabloda verilmiştir.

Tablo 5: Topuk Oturma Dairesi Ortalama Yarı Çapı % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Tablosu

Analiz no	D Ölçüsü (mm)	D Ölçüsü % değişim	Toplam Basınç (MPa)	Basınç (%) değişimi
A ₁	217,95	0,00%	16,89	0,00%
A ₂	218,15	0,09%	21,99	30,16%
A ₃	218,25	0,14%	24,75	46,50%
A ₄	218,3	0,16%	26,02	54,07%
A ₅	217,65	-0,14%	9,89	-41,44%
A ₆	217,35	-0,28%	2,95	-82,51%

Bu tablo baz alınarak toplam basınç değerlerinin **D** ölçüsüne göre değişimi grafiği çizilmek istenirse aşağıdaki gibi bir grafik oluşur.



Şekil 58: Ortalama Yarıçap-Toplam Basınç % Değişimi Grafiği

Grafik incelendiğinde **D** ölçüsü ile toplam basınç değeri ölçüsünün neredeyse lineer olarak değiştiği görülmektedir. Dolayısı ile **D** ortalama Yarıçap değerinin % değişiminin topuk teli demeti altında oluşan basınç değerinin % değişimi baz alınarak 1. dereceden bir fonksiyon yazıldığında aşağıdaki formülü elde edilir.

$$y = 5231.8x + 17.344 \quad (80)$$

Benzer şekilde 2. dereceden bir denklem yazılmak istendiğinde aşağıdaki denklem elde edilebilir.

$$y = 2,5979x^2 - 1107,6x + 118003 \quad (81)$$

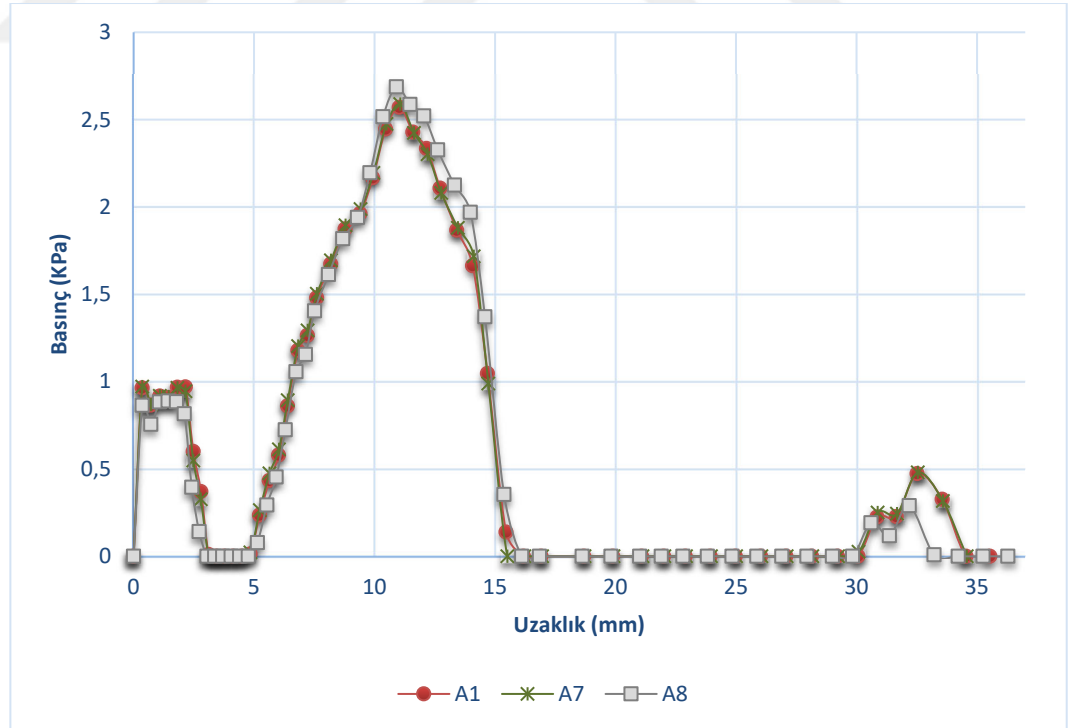
Grafik ve yazılan denklemler ve denklemlerin katsayıları incelendiğinde 2. Dereceden oluşan denklemin sabit katsayısı çok yüksek olduğu için **D** parametresinin toplam basınç değişimine olan etkisi lineer etki olarak kabul edilebilir. Regresyon analizi yapılırken lineer değişken olarak kabul edilecektir.

Diğer değişkenler için de benzer çalışmalar yapılarak diğer parametrelerin jant ve lastik arasında oluşan basınca etkileri incelenecektir.

Bu kapsamda **R2** ölçülerinin değişiminin toplam basınca etkisi için 3 farklı değer kabul edilerek değişiklik gibi yorumlanabilir. Burada A1 birinci numune model datası A7 ve A8 ise R2 ölçüsünün minimum ve maksimum alabileceği değerler baz alınarak hazırlanmıştır.

Tablo 6 : R2 Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Tablosu

Analiz Adı	R2 Ölçüsü (mm)	R2 Değişimi	Topuk altı toplam basınç değeri (MPa)	Toplam Basınç Değişimi
A1	4,23	0,00%	16,997	0,00%
A7	6,5	53,66%	17,208	1,87%
A8	2,5	-40,90%	16,891	-0,63%



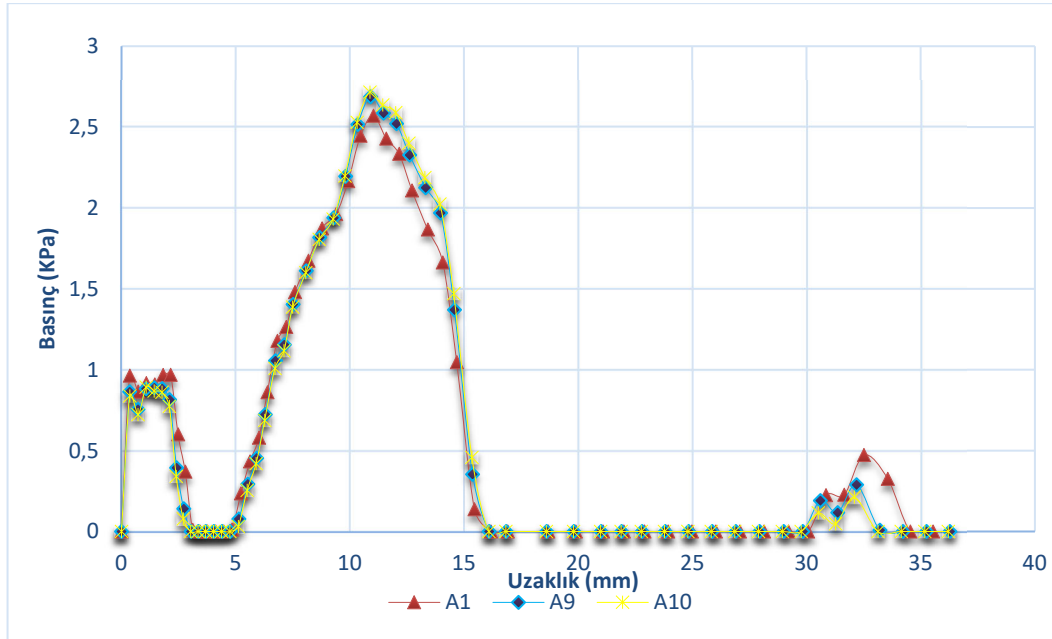
Şekil 59: R2 Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Grafiği

Tablolar ve grafik incelendiğinde **R2** ölçüsünün değişip ortalama yarıçap değişiminin sabit kaldığı senaryolarda lastiğin topuk teli demeti ve jant arasında kalan alanda neredeyse hiç basınç değişimi olmadığı belirtilmiştir. **R2** ölçüsünün arayüzde oluşan toplam basınca etkisi yok denecek kadar az olduğundan ampirik denklem oluşturma aşamasında ihmal edilebilir.

Benzer bir çalışma **R1** ölçüsü için de yapılabilir. **R1** ölçüsü için minimum ölçü olarak numune jant modeli kabul edilip kademeli olarak artırılarak ilerleme kat edilmiştir. ERTRO standart tablosu maksimum olarak 10.5 mm ölçüsünün kullanılmasını önermektedir. Bu kapsamda en üst ölçü olarak 10.5 ölçüsü referans verilmiştir. Ancak ölçü değişimine karşılık toplam basınç değeri 10 mm'den 10.5 mm'ye geçerken sadece %1.4 gibi ufak bir değişim yapmıştır. Üst sınır olarak bu değer referans alınabilir. Basınç değişimlerinin x eksenini doğrultusunda ilerledikçe oluşan değişimleri aşağıdaki Şekil 60'da bulunan grafikte yer almaktadır.

Tablo 7: R1 Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Tablosu

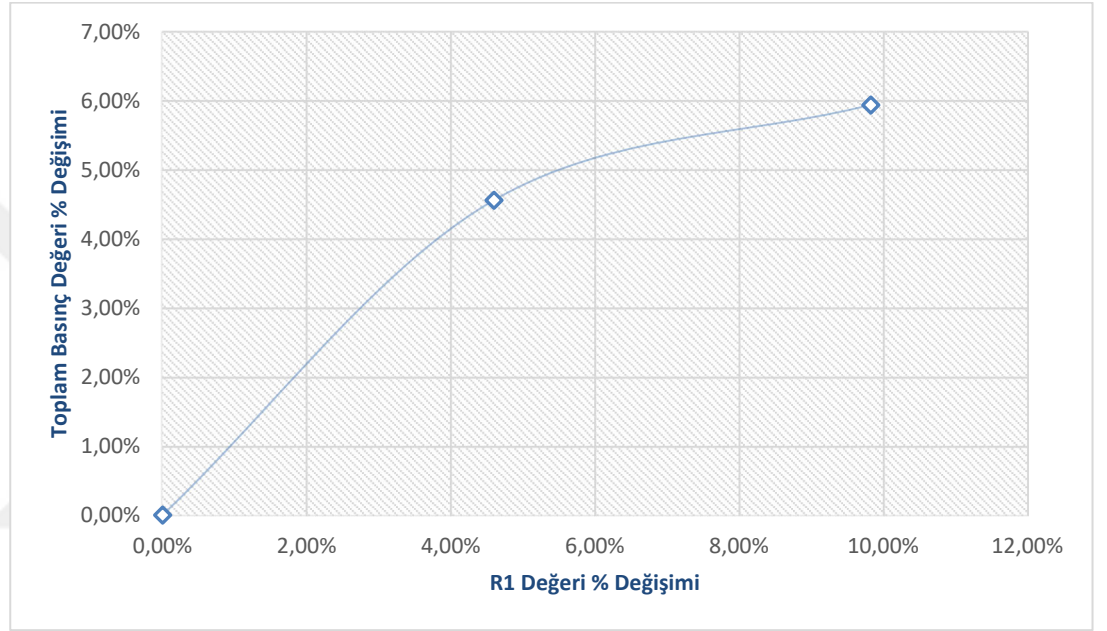
Analiz Adı	R1 Ölçüsü (mm)	R1 % Değişimi	Topuk altı toplam basınç değeri (MPa)	Toplam Basınç Değişimi
A ₁	9,56	0,00%	16,89	0,00%
A ₉	10	4,60%	17,66	4,56%
A ₁₀	10,5	9,83%	17,90	5,94%



Şekil 60: R1 Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Grafiği

Toplam radius %değişiminin % basınca grafiği çizilmek istenirse aşağıda belirtilen grafik ve denklem değerleri elde edilir. Bu denklem ve grafik baz alındığında bir noktadan sonra radius değişiminin de toplam basınç değişimini etkilemediği anlaşılmaktadır. Belirli bir aralık için ampirik denkleme dahil edilerek toplam basınç değişimine etkisi araştırılabilir. Toplam basınç değişime etkisi küçük olduğu için regresyon analizine 1. Dereceden lineer değişken olarak dahil edilecektir.

$$y = -7,4002x^2 + 1,3317 \quad (82)$$

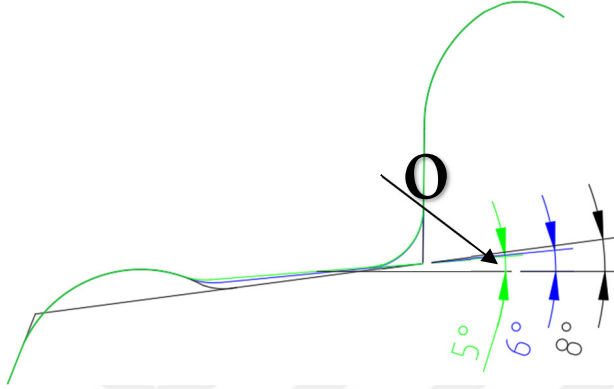


Şekil 61: R1 Ölçüsü-Toplam Basınç % Değişimi Grafiği

Son değişken olarak da kasnak oturma yüzeyinin açısının değişimi incelenecektir. Açı değişikliği yapılırken ortama oturma çapı sabit tutulmaktadır. Yapılan ölçümlerde oturma yüzeyi açısı yaklaşık olarak 8° ölçülmüştür. Standart referans alınarak limit değerler baz alınmış ve jant yeniden modellenerek yeni 2 analiz daha yapılmış ve değişkenler listelenmiştir. Analiz yapılırken aşağıdaki tabloda belirtilen değerler referans alınmıştır. Açı değişimi yapılırken Şekil 62'de 'o' harfi ile belirtilen nokta döndürme eksenini kabul edilmiş ve topuk teli oturma yüzeyi eğim açısı bu kapsamda saat yönünün tersi yönünde döndürülerek elde edilmiştir.

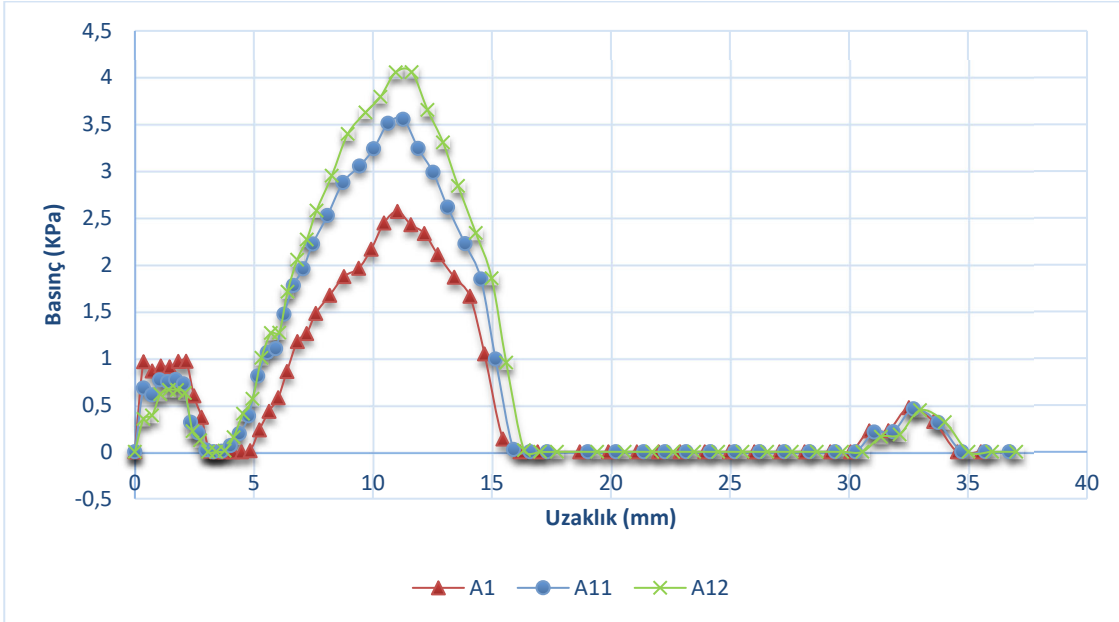
Tablo 8 : Kasnak Açısı Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Tablosu

Analiz Adı	Kasnak Açısı α	Kasnak Açısı Değişimi	Topuk altı toplam basınç değeri	Toplam Basınç Değişimi
A ₁	8°	0,00%	16,89	0,00%
A ₁₁	6°	-25,00%	25,43	50,54%
A ₁₂	5°	-37,50%	29,95	77,33%

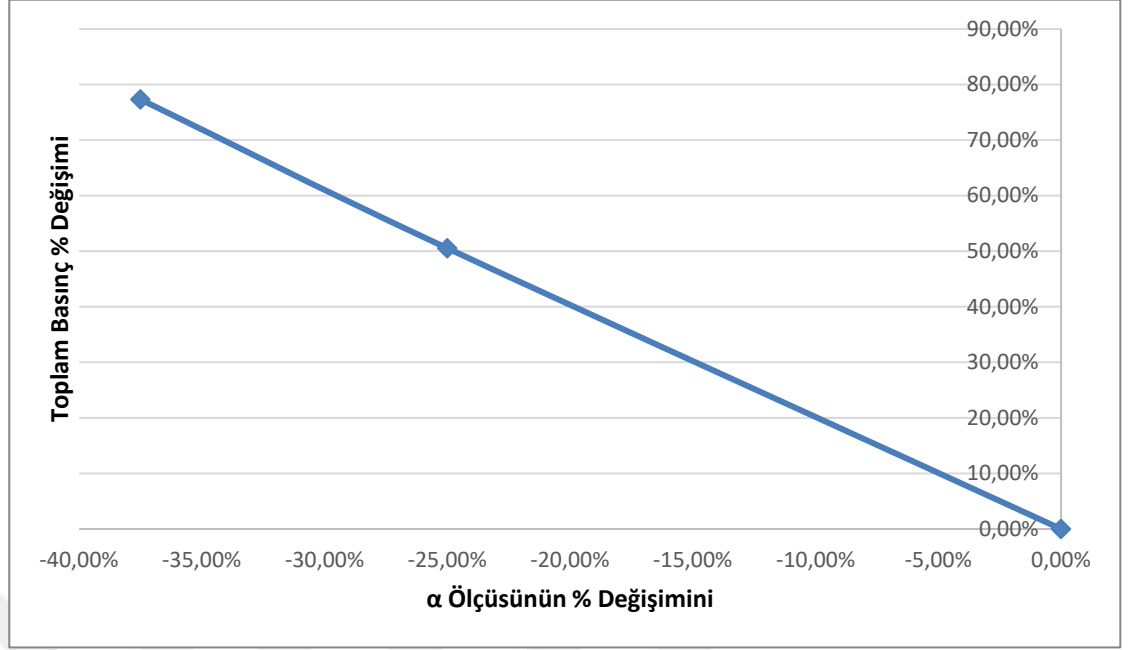


Şekil 62: Kasnak (α) açısının değişimi

Bu değerler ışığında analiz sonucuna göre lastik ve jant arasında oluşan basınç dağılımı şekil 63’de belirtildiği gibi dağılmaktadır.



Şekil 63: α Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınca Etkisi Grafiği



Şekil 64: α Ölçüsünün % Değişiminin Toplam Basınç % Etkisi Grafiği

Grafikler incelendiğinde topuk teli altında kalan kauçuk malzemenin ezilme miktarına bağlı olarak jant üzerinde oluşan baskı kuvvetinin orantılı bir şekilde değiştiğini yorumlayabiliriz. Radius değişimleri asıl basınç değerini çok etkilememekle birlikte açı değişimi ortalama yarıçap değişmiyor olsa bile ezilen kauçuk miktarını arttırdığı için basınç değerine orantılı bir etki etmektedir.

7.1 Analiz Sonuçlarının İncelenmesi

Yapılan analizler incelendiğinde en yüksek basınç dağılımının jant üzerinde topuk teli demetinin denk geldiği bölgede lastik iç basıncı ve sıkı geçme toleransına bağlı olarak topuk teli demeti ile jant üzerinde topuk yastığı oturma arayüzünde olduğu gözlemlenmiş ve bu bölgeye odaklanılmıştır.

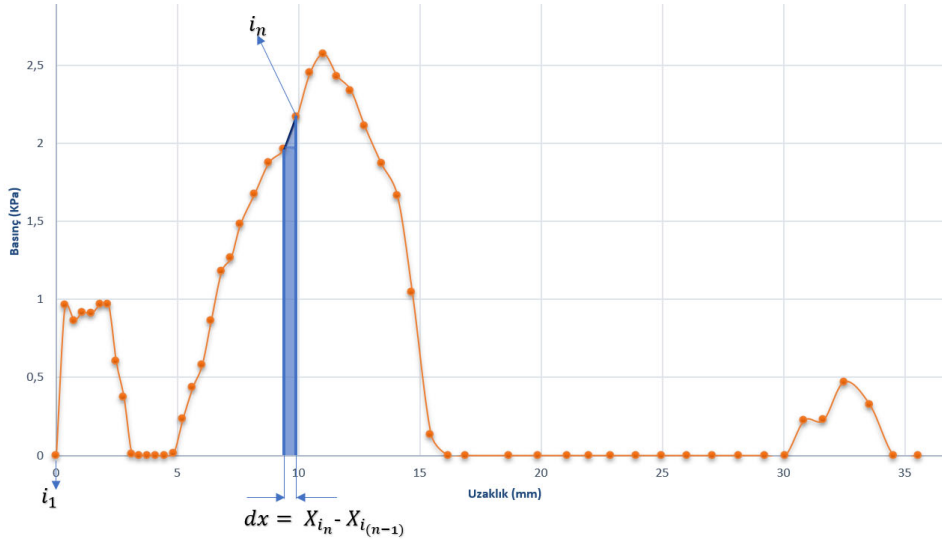
Yapılan 12 analizde ilk 6 analiz için sadece D ölçüsü, sonraki 3 analizde sadece R2 ölçüsü, sonraki 2 analizde sadece R1 ölçüsü ve son 2 analizde de α° açısı standart sınırlar baz alınarak değiştirilmiş ve elde edilen sonuçların değişimler ile ilişkisi incelenmiştir.

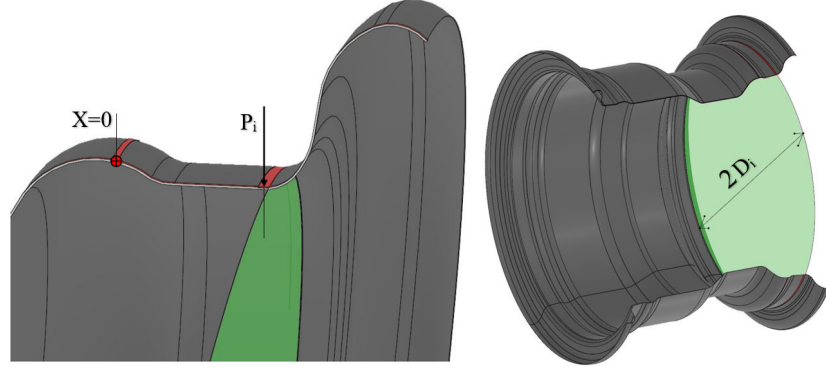
Tablo 9 Değişken Analizi ve Toplam Kuvvet Tablosu

Analiz Adı	D Ölçüsü (mm)	R1 Ölçüsü (mm)	R2 Ölçüsü (mm)	α° Açısı	Toplam Kuvvet Değeri (N)
A1	217,95	9,56	4,23	8	27862,2
A2	218,15	9,56	4,23	8	34985,1
A3	218,25	9,56	4,23	8	38669,4
A4	218,3	9,56	4,23	8	40598,5
A5	217,65	9,56	4,23	8	18026,6
A6	217,35	9,56	4,23	8	8319,5
A7	217,95	9,56	6,50	8	28225,5
A8	217,95	9,56	2,50	8	28004,8
A9	217,95	10,00	4,23	8	27484,2
A10	217,95	10,50	4,23	8	27360,5
A11	217,95	9,56	4,23	6	38742,3
A12	217,95	9,56	4,23	5	44349,3

Tabloda belirtilen toplam kuvvet hesaplanırken her bir birim uzunluğa denk gelen basınç değeri tüm jant çevresinde eşit miktarda olacağı için denk geldiği bölgedeki yarıçap ve 2π değeri ile çarpılarak çember dairesi boyunca oluşan kuvvet hesaplanır ve bu işlem her bir dx değeri için yinelenerek toplam kuvvet değeri hesaplanır.

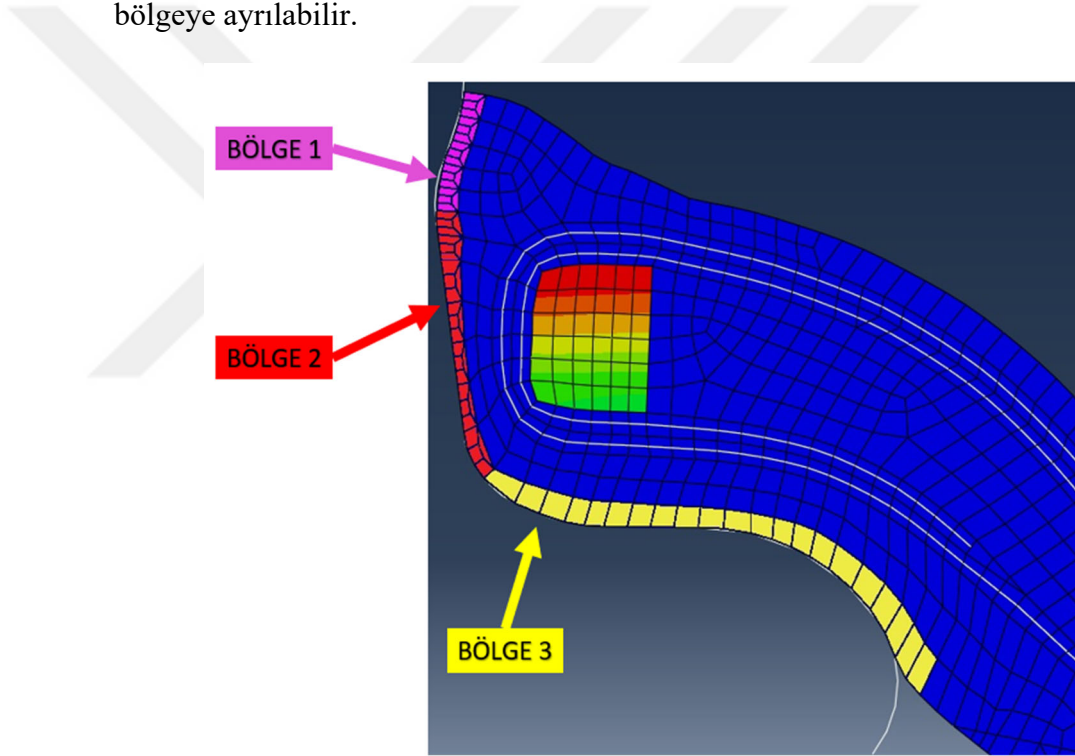
$$\text{Toplam Kuvvet}(N) = 2\pi \sum_{i=1}^{57} (x_{(i_n)} - x_{(i_{(n-1)})}) \cdot \left(\frac{D_{i_n} + D_{i_{(n-1)}}}{2} \right) \cdot \left(\frac{P_{i_n} + P_{i_{(n-1)}}}{2} \right) \quad (83)$$





Şekil 65 Jantın toplam parametreleri

Jant ve lastik arasında oluşan kuvvetlerin 3 bölgede incelenmesi daha uygun olacaktır. Bu kapsamda jant ve lastik temas bölgeleri Şekil 66'da olduğu gibi 3 bölgeye ayrılabilir.



Şekil 66 Lastik ve Jant Temas Bölgeleri

Şekil 66'da belirtilen 3 bölge için yüzey kuvvetleri hesaplanmak istendiğinde aşağıdaki sınıflandırma yapılabilir.

- A: Birinci bölgede oluşan kuvvet
- B: İkinci bölgede oluşan kuvvet
- C: Üçüncü bölgede oluşan kuvvet

Bu doğrultuda toplam kuvvet için denklem 85'deki tanımlamalar yapılabilir.:

$$T = x_{(i_n)} - x_{(i_{(n-1)})} \cdot \left(\frac{D_{i_n} + D_{i_{(n-1)}}}{2} \right) \cdot \left(\frac{P_{i_n} + P_{i_{(n-1)}}}{2} \right) \quad (84)$$

$$\text{Toplam Kuvvet}(N) = 2\pi \left(\sum_{i=1}^{16} T + \sum_{i=17}^{37} T + \sum_{i=38}^{57} T \right) \quad (85)$$

Elde edilen bu değerler neticesinde karmaşık ve uzun olan analiz sürelerinin kısaltılabilmesi amacı ile ampirik mühendislik denklemlerinin hazırlanması uygun olacaktır. Unutulmamalıdır ki belirtilen değerler standartlarca limitleri belirtilmiş ve bu değerlerin dışına çıkılmamıştır. Dolayısı ile basit bir jant modelinin analizinin yapılabilmesi için tam lastik modellenmeden elde edilen değerler neticesinde jant ile lastik temas bölgesi 3 ana bölüme ayrılarak her bir bölge için ayrı ayrı ampirik denklemler oluşturularak doğru parametre girdisi yapılır ve uygun kuvvet değerleri elde edilebilir.

Oluşturulan kuvvet ilişkileri ile parametre değişiklikleri baz alınarak ampirik mühendislik denklemleri Regresyon analizi yöntemi ile hazırlanacaktır.

7.2 Regresyon Analizi

Regresyon analizi, bağımsız değişkenler ile bağımlı değişken arasındaki ilişkiyi incelemek için kullanılan istatistiksel bir yöntemdir. Bu yöntem, bir bağımlı değişkenin (sonuç değişkeni) bir veya daha fazla bağımsız değişkene (açıklayıcı değişkenler) nasıl bağlı olduğunu modellemek ve bu ilişkiyi tahmin etmek amacıyla kullanılır.

7.2.1 Kökeni ve Tarihçesi

Regresyon analizi, 19. yüzyılın sonlarında İngiliz bilim insanı Sir Francis Galton tarafından geliştirilmiştir. Galton, biyometrik çalışmalarında özellikle ebeveynler ve çocukların boyları arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Galton, ebeveynlerin boylarının çocuklarının boyları üzerindeki etkisini incelerken, yüksek ve düşük boyların bir sonraki nesilde ortalamaya doğru eğilim gösterdiğini gözlemledi. Bu gözlem, "regresyon" (geri dönüş) kavramının ortaya çıkmasına neden oldu, çünkü çocukların boyları, ebeveynlerin boylarına göre ortalamaya doğru bir geri dönüş eğilimi gösteriyordu (Galton, 1877).

Galton'un öğrencisi olan Karl Pearson, Galton'un çalışmalarını genişletti ve regresyon analizini matematiksel olarak formüle etti. Pearson, iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi ölçmek için korelasyon katsayısını geliştirdi ve regresyon denklemlerinin matematiksel temellerini attı. Pearson'un çalışmaları, istatistiksel analizlerde regresyonun yaygın olarak kullanılmasını sağladı ve modern istatistik biliminin temellerinden biri haline geldi (Pearson, 1901).

7.2.2 Regresyon Analizinin Türleri

Regresyon analizinin farklı türleri vardır, her biri farklı türdeki veriler ve ilişkiler için uygundur:

1. **Basit Doğrusal Regresyon:** Bir bağımsız değişken ve bir bağımlı değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi modellemek için kullanılır. Denklem şu şekildedir:

$$y = a + bx \quad (86)$$

Burada y bağımlı değişken, x bağımsız değişken, a sabit terim ve b regresyon katsayısıdır.

2. **Çoklu Doğrusal Regresyon:** Birden fazla bağımsız değişken ile bir bağımlı değişken arasındaki ilişkiyi modellemek için kullanılır. Denklem şu şekildedir:

$$y = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n \quad (87)$$

3. **Polinomal Regresyon:** Doğrusal olmayan ilişkileri modellemek için kullanılır. Bağımsız değişkenin polinom terimleri kullanılarak ilişki modellenir:

$$y = a + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_nx^n$$

4. **Lojistik Regresyon:** Bağımlı değişkenin kategorik olduğu durumlarda (örneğin, evet/hayır, hasta/sağlıklı) kullanılır. Lojistik fonksiyon kullanılarak ilişki modellenir.

7.2.3 Kullanım Alanları

Regresyon analizi, birçok farklı alanda geniş bir uygulama yelpazesine sahiptir:

- **Ekonomi:** Ekonomik göstergeler arasındaki ilişkileri analiz etmek ve ekonomik tahminler yapmak için kullanılır.
- **Biyoloji:** Genetik çalışmalar ve biyolojik süreçler arasındaki ilişkileri incelemek için kullanılır.
- **Sosyal Bilimler:** Sosyal fenomenler ve davranışlar arasındaki ilişkileri analiz etmek için kullanılır.
- **Mühendislik:** Sistem performansı ve süreçler arasındaki ilişkileri modellemek için kullanılır.

7.2.4 Önemi

Regresyon analizi, veri bilimi ve istatistik alanında önemli bir araçtır. Temel amacı, bağımsız değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerini modellemek ve bu ilişkiyi anlamaktır. Regresyon analizi, karar verme süreçlerinde, tahmin yapmada ve bilimsel araştırmalarda geniş bir kullanım alanı bulur.

7.3 Regresyon Analizi Yöntemi ile Janta Gelen Kuvvetlerin Hesaplanması

Yapılan analizler neticesinde 12 farklı simülasyon için 12 farklı sonuç elde edilmiştir. 4. Farklı senaryo için regresyon analizi yöntemi ile denklem oluşturulacaktır.

1. Parametre değişimleri baz alınarak jant üstünde oluşan toplam kuvvetin denklemi
2. Parametre değişimleri baz alınarak 1. bölgede oluşan toplam kuvvetin denklemi
3. Parametre değişimleri baz alınarak 2. bölgede oluşan toplam kuvvetin denklemi
4. Parametre değişimleri baz alınarak 3. bölgede oluşan toplam kuvvetin denklemi

Tablo 9’da parametrelerin değişimi ve toplam basınç değişimi belirtilmiştir. Tablo 9 referans alınarak birinci maddede belirtilen jant ve lastik arayüzleri arasında oluşan kuvvet için bir denklem oluşturabiliriz. Regresyon analizi yapılırken Microsoft Excel programının Regresyon Analizi arayüzü kullanılmıştır.

Burada giriş parametreleri olarak **D**, **R1**, **R2**, ve **α** değerleri değişken parametreler ve **Q** parametresi ise toplam kuvveti gösteren çıktı parametremiz olacaktır.

- D: Topuk Oturma Dairesi Ortalama Yarıçapı
- R1: Karkas Dış Büküm Yarıçapı
- R2: Karkas İç büküm Yarıçapı
- α : Topuk Teli Demeti Oturma Dairesi Eğim Açısı

7.3.1 Lastik ve Jant Arasında Oluşan Toplam Kuvvetin Regresyon Analizi

Tablo 9’da verilen değerler kullanılarak toplam kuvvet değeri kN ve α° değerinin de kosinüs değeri alınarak tablo 10 oluşturulabilir.

Tablo 10: Toplam Kuvvetin Regresyon Analizi Parametre Tablosu

ANALIZ NO	D(mm)	R1(mm)	R2(mm)	COS α°	TOPLAM KUVVET (kN)
A1	217,95	9,56	4,23	0,9903	27,862
A2	218,15	9,56	4,23	0,9903	34,985
A3	218,25	9,56	4,23	0,9903	38,669
A4	218,3	9,56	4,23	0,9903	40,598
A5	217,65	9,56	4,23	0,9903	18,027
A6	217,35	9,56	4,23	0,9903	8,320
A7	217,95	9,56	6,50	0,9903	28,226
A8	217,95	9,56	2,50	0,9903	28,005
A9	217,95	10,00	4,23	0,9903	27,484
A10	217,95	10,50	4,23	0,9903	27,360
A11	217,95	9,56	4,23	0,9945	38,742
A12	217,95	9,56	4,23	0,9962	44,349

Burada giriş parametreleri olarak **D**, **R1**, **R2** ve **α** değerleri değişken parametreler ve **Q** parametresi ise toplam kuvveti gösteren çıktı parametresi olacaktır.

Cos8 = 0.9903, Cos6 = 0.9945, Cos5 = 0.9962 Kabulleri yapılmıştır.

Excel ile gerekli işlemler yapıldığında regresyon analiz sonucu Tablo 11’de belirtildiği gibidir. Burada Excell uygulamasının regresyon analizi eklentisi kullanılarak sonuç otomatik olarak hesaplanmıştır. Temelde bölüm 7.2’de anlatılan regresyon analizi temelleri kullanılmaktadır.

Tablo 11 :Toplam Kuvvete Göre Regresyon Analizi

	Katsayılar	Standart		P-değeri	Düşük	Yüksek	Düşük	Yüksek
		Hata	t Stat		%95	%95	95,0%	95,0%
Kesişim	-9957,283	139,582	71,336	2,80E-11	-10287,343	9627,224	-10287,343	-9627,224
D(mm)	33,908	0,554	61,202	8,16E-11	32,598	35,218	32,598	35,218
R1(mm)	-1,091	0,493	-2,213	6,25E-02	-2,257	0,075	-2,257	0,075
R2(mm)	0,045	0,163	0,277	7,90E-01	-0,340	0,431	-0,340	0,431
COSα	2631,193	70,757	37,187	2,64E-09	2463,880	2798,506	2463,880	2798,506

Tablo 12 : Toplam kuvvete göre yapılan regresyon analizinde sapma değerleri

FARK ÇIKIŞI			
Gözlem	Öngörülen TOPLAM KUVVET (kN)	Farklar	Standart Farklar
1	28,251	-0,389	-1,051
2	35,033	-0,048	-0,129
3	38,424	0,246	0,663
4	40,119	0,479	1,294
5	18,079	-0,053	-0,142
6	7,907	0,413	1,114
7	28,354	-0,128	-0,347
8	28,173	-0,169	-0,455
9	27,771	-0,287	-0,776
10	27,226	0,134	0,363
11	39,444	-0,702	-1,895
12	43,846	0,504	1,360

Tablo 11 incelendiğinde standart fark değerleri toplam kuvvetin yanında çok düşük bir orana sahiptir. Katsayılar sütununda tanımlanan birimler değişkenlerin ve sabitlerin çarpan katsayılarıdır. Bu kapsamda toplam kuvvet olan **Q** biriminin hesap formülasyonu denklem 84’de belirtildiği gibi güncellenir.

$$Q = 33.908D - 1.091R_1 + 0.045R_2 + 2631.193 \cos \alpha - 9957,283 \quad (88)$$

7.3.2 1. Bölgede Oluşan Toplam Kuvvetin Regresyon Analizi

Şekil 66'da belirtilen bölgeler için ve denklem 85'de belirtilen ifade kullanılarak bütün bölgeler için hesaplanan kuvvetler ve toplam kuvvet Tablo 13'de belirtilmektedir.

Tablo 13 Basınç bölgelerinde oluşan kuvvet dağılımı

Analiz Numarası	D (mm)	R1 (mm)	R2	$\cos\alpha^\circ$	1. BÖLGE (kN)	2. BÖLGE (kN)	3. BÖLGE (kN)	Toplam Kuvvet (kN)
A1	217,950	9,560	4,230	0,990	3,871	22,399	1,592	27,862
A2	218,150	9,560	4,230	0,990	4,377	29,200	1,409	34,985
A3	218,250	9,560	4,230	0,990	4,583	32,873	1,214	38,669
A4	218,300	9,560	4,230	0,990	4,789	34,539	1,270	40,598
A5	217,650	9,560	4,230	0,990	3,378	12,796	1,853	18,027
A6	217,350	9,560	4,230	0,990	2,807	3,542	1,971	8,320
A7	217,950	9,560	6,500	0,990	4,354	22,631	1,241	28,226
A8	217,950	9,560	2,500	0,990	3,839	22,502	1,664	28,005
A9	217,950	10,000	4,230	0,990	3,273	23,495	0,716	27,484
A10	217,950	10,500	4,230	0,990	3,113	23,802	0,445	27,360
A11	217,950	9,560	4,230	0,995	3,224	33,969	1,549	38,742
A12	217,950	9,560	4,230	0,996	2,741	40,152	1,457	44,349

Denklem 85'de en küçük kareler yöntemi kullanılarak toplam kuvvetler hesaplanmıştır. Denklem 85'de yer alan kuvvet bilgileri ile bölge 1 için regresyon analizi yapılarak, analiz çıktıları Tablo 14'de belirtilmiştir.

Tablo 14: 1. Bölge Değişken ve Sabit Değer Katsayıları

	Katsayılar	Standart Hata	t Stat	P-değeri
Sabit Terim	-231,321	39,727	-5,823	0,001
D (mm)	2,033	0,158	12,895	0
R1 (mm)	-1,058	0,14	-7,538	0
R2 (mm)	0,133	0,046	2,875	0,024
Cosa°	-200,279	20,138	-9,945	0

Tablo 14'de belirtilen katsayılar denklemde kullanılan değişkenlerin katsayı değerlerini belirtmektedir.

Standart hata değeri ise her bir test verisi için denklemde girdi değerleri eklenerek en fazla hata bulunan sonucun hata değerini belirten değerdir.

T Stat: Regresyon katsayılarının anlamlılığına ilişkin t istatistiği. t değerleri regresyon katsayılarının standart hatalara bölünmesi ile bulunur.

P-Değeri: Regresyon katsayılarının anlamlılığına ilişkin p olasılığı. Örneğin, alfa () yanılma düzeyi .05 alınırsa, $p < .05$ koşulunu sağlayan p değerlerine sahip katsayıların modele katkısının anlamlı olduğu söylenebilir.

Tablo 15 : 1. Bölge İçin Yapılan Regresyon Analizi İstatistikleri

Regresyon İstatistikleri	
Çoklu R	0,988773876
R ²	0,977673778
Ayarlı R Kare	0,964915938
Standart Hata	0,132136246
Gözlem	12

R: Çoklu korelasyon katsayısı Bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki ilişkinin derecesini verir.

R²: Çoklu açıklayıcılık katsayısı (R²). Çoklu korelasyon katsayısının karesidir. Bağımsız değişkenlerin bağımlı değişkeni ne oranda açıkladığını gösterir.

Bu tablodan çıkarılması gereken sonuç R ve R² değerlerinin neredeyse bire yakın olduğu ve denklemin her bir test örneklemini ile uyumlu olduğudur. Standart hata değeri oldukça düşük bir orandadır.

Tablo 16: 1. Bölge İçin Öngörülen Değerler ve Standart Farklar

Gözlem	Öngörülen 1. BÖLGE (kN)	Farklar	Standart Farklar
1	3,99	-0,119	-1,125
2	4,396	-0,02	-0,185
3	4,6	-0,017	-0,164
4	4,701	0,088	0,834
5	3,38	-0,002	-0,02
6	2,77	0,037	0,353
7	4,293	0,061	0,581
8	3,759	0,08	0,762
9	3,524	-0,251	-2,381
10	2,996	0,117	1,115
11	3,138	0,087	0,821
12	2,803	-0,062	-0,589

Tablo 16’da her bir örneklem değişkenleri kullanılarak hesaplanan toplam kuvvet değerleri ve gerçek değerlere olan uzaklıkları açıklanmaktadır. Yazılan denklem gerçeğe oldukça yakın olacaktır.

Bu bilgiler neticesinde 1. Bölge için oluşan ifade, Denklem 89’de belirtilmektedir. Denklemde Q_1 olarak belirtilen değer 1. bölgede oluşan toplam kuvvet miktarıdır.

$$Q_1 = 2,033D - 1,058R_1 + 0,133R_2 - 200,279 \cos \alpha - 231,321 \quad (89)$$

7.3.3 2. Bölgede Oluşan Toplam Kuvvetin Regresyon Analizi

2. bölge için de 1. bölgede olduğu gibi Tablo 13’de belirtilen değerler referans alınmış ve 2. Bölge kuvvetleri çıktı olarak referans alınmıştır.

Tablo 17: 2. Bölge Değişken ve Sabit Değer Katsayıları

	<i>Katsayılar</i>	<i>Standart Hata</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-değeri</i>
Kesişim	-9921,099	149,492	-66,365	0
D (mm)	32,689	0,593	55,091	0
R1 (mm)	1,226	0,528	2,322	0,053
R2 (mm)	0,02	0,175	0,112	0,914
Cosα°	2835,047	75,78	37,412	0

Denklem 17’de sabit değer ve değişkenler için hesaplanan katsayılar belirtilmektedir.

Tablo 18 : 2. Bölge İçin Yapılan Regresyon Analizi İstatistikleri

<i>Regresyon İstatistikleri</i>	
Çoklu R	0,999
R Kare	0,998
Ayarlı R Kare	0,998
Standart Hata	0,497
Gözlem	12

Tablo 19: 2. Bölge İçin Öngörülen Değerler ve Standart Farklar

<i>Gözlem</i>	<i>Öngörülen 2. BÖLGE (kN)</i>	<i>Farklar</i>	<i>Standart Farklar</i>
1	22,747	-0,348	-0,878
2	29,285	-0,086	-0,216
3	32,554	0,319	0,805
4	34,189	0,351	0,884
5	12,941	-0,145	-0,365
6	3,134	0,408	1,029

7	22,792	-0,161	-0,407
8	22,713	-0,212	-0,534
9	23,287	0,208	0,525
10	23,9	-0,098	-0,246
11	34,80726542	-0,8386434	-2,114335627
12	39,54974051	0,60193466	1,517560262

Tablo 17’de belirtilen analiz sonuçları referans alındığında 2. Bölge için oluşturulan toplam kuvvet denklemi denklem 90’da belirtildiği gibidir.

$$Q_2 = 32,689D - 1,226R_1 + 0,020R_2 - 2835,047 \cos \alpha - 9921,099 \quad (90)$$

7.3.4 3. Bölgede Oluşan Toplam Kuvvetin Regresyon Analizi

3. bölge için de 1. bölgede olduğu gibi Tablo 13’de belirtilen değerler referans alınmış ve 3. Bölge kuvvetleri çıktı olarak referans alınmıştır.

Tablo 20: 3. Bölge Değişken ve Sabit Değer Katsayıları

	Katsayılar	Standart Hata	t Stat	P-değeri
Kesişim	195,137	36,49	5,348	0,001
D (mm)	-0,815	0,145	-5,626	0,001
R1 (mm)	-1,259	0,129	-9,771	0
R2 (mm)	-0,108	0,043	-2,531	0,039
Cos α	-3,576	18,498	-0,193	0,852

Tablo 21: 3. Bölge İçin Yapılan Regresyon Analizi İstatistikleri

Regresyon İstatistikleri	
Çoklu R	0,975
R Kare	0,951
Ayarlı R Kare	0,923
Standart Hata	0,121
Gözlem	12

Tablo 22: 3. Bölge İçin Öngörülen Değerler ve Standart Farklar

Gözlem	Öngörülen 3. Bölge (kN)	Farklar	Standart Farklar
1	1,514	0,078	0,803
2	1,351	0,057	0,592
3	1,27	-0,056	-0,581
4	1,229	0,041	0,42
5	1,759	0,094	0,976

6	2,003	-0,033	-0,336
7	1,269	-0,028	-0,292
8	1,701	-0,037	-0,383
9	0,96	-0,245	-2,527
10	0,331	0,115	1,183
11	1,499	0,05	0,519
12	1,493	-0,036	-0,373

Regresyon analizi sonucunda elde edilen katsayılar referans alındığında 3. Bölgede oluşan toplam kuvvetler için aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$Q_3 = -0,815D - 1,259R_1 - 0,108R_2 - 3,576 \cos \alpha + 195,137 \quad (91)$$

8 Sonuç ve Tartışma

Yapılan çalışmalar ve ölçümler jant ve lastiğin arasında oluşan ve yol etkileri, iç basınç etkileri gibi etkiler göz ardı edilerek lastik montaj sonrası yükleme durumu modellendiğinde en büyük kuvvetin topuk teli demeti ve jant arasında kalan bölgede olduğu görülmüş ve Tablo 23’de detaylı olarak gösterilmiştir. Yapılan testlerde lastik jant arayüzüne oturduktan sonra içindeki hava serbest bırakılarak iç ve dış basınç eşitlenmiş ve sadece lastik ve jant arasında şekil değişimi ve gerilmeye bağlı olarak oluşan lastik montaj kuvvetleri incelenmiştir.

Tablo 23 : Regresyon parametreleri ve tüm çıktılar

Analiz Numarası	D (mm)	R1 (mm)	R2 (mm)	Cos α°	Birinci Bölge		İkinci Bölge		Üçüncü Bölge		Toplam F _t (kN)
					F ₁ (kN)	F ₁ /F _t	F ₂ (kN)	F ₂ /F _t	F ₃ (kN)	F ₃ /F _t	
A1	217,95	9,56	4,23	0,99	3,871	13,89%	22,399	80,39%	1,592	5,71%	27,862
A2	218,15	9,56	4,23	0,99	4,377	12,51%	29,2	83,46%	1,409	4,03%	34,985
A3	218,25	9,56	4,23	0,99	4,583	11,85%	32,873	85,01%	1,214	3,14%	38,669
A4	218,3	9,56	4,23	0,99	4,789	11,80%	34,539	85,08%	1,27	3,13%	40,598
A5	217,65	9,56	4,23	0,99	3,378	18,74%	12,796	70,98%	1,853	10,28%	18,027
A6	217,35	9,56	4,23	0,99	2,807	33,74%	3,542	42,58%	1,971	23,69%	8,32
A7	217,95	9,56	6,5	0,99	4,354	15,42%	22,631	80,18%	1,241	4,40%	28,226
A8	217,95	9,56	2,5	0,99	3,839	13,71%	22,502	80,35%	1,664	5,94%	28,005
A9	217,95	10	4,23	0,99	3,273	11,91%	23,495	85,49%	0,716	2,60%	27,484
A10	217,95	10,5	4,23	0,99	3,113	11,38%	23,802	86,99%	0,445	1,63%	27,36
A11	217,95	9,56	4,23	0,995	3,224	8,32%	33,969	87,68%	1,549	4,00%	38,742
A12	217,95	9,56	4,23	0,996	2,741	6,18%	40,152	90,54%	1,457	3,29%	44,349

Burada F₁, F₂ ve F₃ kuvvetleri Şekil 67’de belirtilen üç bölge için hesaplanmış olan toplam kuvvet değerleridir. F_t değeri ise yine Şekil 67’de belirtilen üç bölgede oluşan toplam kuvveti ifade etmektedir. Yapılan analiz sonuçları detaylı olarak

incelendiğinde standart ölçülerde küçük değişiklikler yapıldığı takdirde bile toplam basınç değeri değişiminin büyük miktarlarda olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 17 incelendiğinde en fazla kuvvetin ikinci bölgede oluştuğu açık olarak anlaşılmaktadır. Jant tasarımı yapılırken ikinci bölgenin yüksek dayanımda olması ve en fazla yük taşınması gerektiği göz ardı edilmemelidir. Jant flanşı ve bağlantı noktaları en fazla yükün 2. Bölgeden geleceği hesaplanarak moment ve gerilme hesabı yapılarak disk flanşı bu bölgeden gelecek olan yüksek kuvvet göz önüne alınarak tasarlanmalıdır.

İkinci bölgede oluşan yükler öncelikle jant ve lastik arasında sürtünme kuvveti ile mekanik bir bağlantı oluşturur. Dolayısı ile en yüksek basınç değerinin 2. bölgede olması tasarım kriterleri açısından uygun bir sonuç verecektir. Bu bölgede oluşan yüksek kuvvet güç aktarımı noktasında da janttan gelen tork kuvvetinin lastiğe aktarıldığı bölümdür. Jant için yapılacak olan dayanım analizlerinde en fazla odaklanması gereken alan burası olacaktır. Toplam kuvvetin en büyük oranda bu alanda olması istenmektedir. Tasarım yapılırken bu alandaki kuvvetin %80 değerlerinin üzerinde olmasının uygun olacağı değerlendirilmektedir.

Araç yolda giderken ve lastik şişirilirken 1. bölgede ve 3. bölgede oluşan kuvvetler ise lastiğin iç basınç etkisi ile basınç kaybının önüne geçerek topuk teli grubunun iç basınç etkisi ile janttan çıkmasını engelleyen önemli bir parametredir. Toplam kuvvetin %5'i kadar bir değer yan duvarlara etki etmesi ideal bir jant tasarımı için uygun gibi gözükmektedir. Tablo detaylı olarak incelendiğinde birinci bölgede toplam kuvvetin ortalama %14'lük bir kısmı toplanırken 3. Bölgede ise %5 gibi sembolik bir büyüklük bulunmaktadır. Yol yükleri ve araç ağırlığı etki etmediği ve iç basınç değerinin atmosfer basıncı ile aynı olduğu senaryolar için bu durum mantıklı ve tutarlıdır.

- **D** ölçüsünün değişikliği ile toplam kuvvet değerinin **lineer** olarak arttığı,
- **R2** ölçüsünün toplam kuvvet değişimine büyük bir etkisi olmamakla birlikte **lineer** bir değişikliğe sebep olduğu,
- **R1** ölçüsünün ise 2. Dereceden bir etki yaptığı ancak çoklu regresyon analizinde çözümü uzatacağı ve çözüm kümesinde küçük değişikliklere sebep olacağı için **lineer** olarak kabul edilebileceği,
- α° açısının değişikliğinin lineer bir değişikliğe sebep olduğu anlaşılmaktadır.

Jant tasarımı için oldukça kritik ve önemli olan bu dört parametre için 1. Derece regresyon analizi yapılarak genel kullanıma uygun Q_t formülasyonu yapılmıştır. Yapılan değişiklikler ve toplam basınca etkisi incelendiğinde topuk teli demetinin üst yüzeyi arasında sıkışan kauçuk miktarına ve şekil değişimi oranına bağlı olarak jant üzerinde oluşan kuvvet birikimi değişmektedir.

Yapılan test ve analiz süreleri ve malzemelerin karakteristik özelliklerinin elde edilmesi süreci oldukça uzun ve zor bir süreçtir. 2024 yılı teknolojisi baz alındığında bütün lastikler benzer yol koşulları ve ağırlık kapasitelerinde üretileceğinden jant tasarımı yapılırken Denklem 88, 89,90 ve 91 referans alınarak ön tasarım yapılabilir.

$$Q_t = 33.908D - 1.091R_1 + 0.045R_2 + 2631.193 \cos \alpha - 9957,283 \quad (92)$$

$$Q_1 = 2,033D - 1,058R_1 + 0,133R_2 - 200,279 \cos \alpha - 231,321 \quad (89)$$

$$Q_2 = 32,689D - 1,226R_1 + 0,020R_2 - 2835,047 \cos \alpha - 9921,099 \quad (90)$$

$$Q_3 = -0,815D - 1,259R_1 - 0,108R_2 - 3,576 \cos \alpha + 195,137 \quad (91)$$

Bu tez çalışması 225/65-R17 ölçülerinde test numunesi ve bu numune referans alınarak hazırlanan CAD modeller ile yapılmıştır. Kuvvet dağılımı için hazırlanan Denklem 92’de belirtilen genel denklem diğer en sık kullanılan lastik ve jant grupları için de regresyon girdisi yapılarak daha genel geçer bir denklem haline getirilerek bütün jant ve lastik tasarımlarında kullanılabilen bir mühendislik yaklaşımı yapılabilir.

Bu çalışmada regresyon derecesini çok arttırmamak ve aşırı uyum sorunu ile karşılaşmamak amacı ile sadece 4 parametre ile değişiklik yapılarak genel denklem oluşturulmuştur. Diğer taraftan lastikte kullanılan topuk teli demetinin de toplam basınca oldukça etkisi olacaktır. Analiz sonuçlarından da anlaşılacağı gibi topuk teli ve jant yüzeyi arasında sıkışan kauçuğun sıkışma miktarı ne kadar artarsa toplam kuvvetin de doğru orantılı olarak artmakta. Ayrıca 2. Bölgenin de genişliği direkt olarak topuk teli demetinin genişliği ile orantılı olacaktır. Tüm bu etkiler arayüzde oluşan kuvveti direkt olarak etkileyecektir. Farklı çap ve taşıma kapasiteleri için üretilen jant ve lastiklere uygun olarak CAD model güncellenerek regresyon girdisi olarak topuk teli genişliği de eklenebilir.

Unutulmamalıdır ki ideal bir regresyon analizi yapılabilmesi için birden fazla örneklem materyalleri olmalı ve çok daha fazla test sonucu elde edilmelidir. Test sonucunun artması kurulan denklemin de gerçek sonuçlar ile daha tutarlı bir sonuç vermesini sağlayacaktır.

İlerleyen çalışmalarda araç ağırlığı ve araç ivmelenmesi gibi etmenler de denkleme dahil edilerek yol şartlarına daha uygun kuvvet dağılımları elde edilebilir. Ancak dikkat edilmesi gereken önemli bir husus yol yükleri ve ivmelenme iç basınç etkisi 0 kabul edilerek ilerlendiği gibi ilerlenmemelidir. Yol ve ivmelenme etkisi jant ve lastik arayüzünün bir tarafında pozitif yönde kuvvet artışına neden olurken diğer tarafta negatif bir etki yaratacaktır.

9 KAYNAKLAR DİZİNİ

- Altair**, 2020, OS-V: 0820 Marlow hyperelastic with viscoelasticity material model, Altair ltd, 8s
- Austrell, P.-E.**, 1997, Modeling of elasticity and damping for filled elastomers, Lund University, 225s
- Bitesized Britain**, 2024, First patented pneumatic tyre, <https://www.bitesizedbritain.co.uk/the-first-patented-pneumatic-tyre111/>, (Erişim tarihi: 30 Haziran 2024)
- Chen W., Hongwu S., Lazarescu L., Xu Y.**, 2020, Formability analysis of hot-rolled dual-phase steel during the multistage stamping process of wheel disc, Springer-Verlag London Ltd., 11s
- Çayıroğlu, İ.** (2024). Bilgisayar destekli tasarım ve analiz (ANSYS). Karabük Üniversitesi, 13s
- Deshmane, G., Mogal, S. P.**, 2020, Automobile wheel rim analysis based on tyre inflation pressure and radial load using FEA analysis, International Journal For Technological Research In Engineering Volume 8, 112-117 (5s)
- Erkek, S. (2007)**. Karbon siyahı/yağ ve karbon siyahı/dolgu maddesi oranının farklı vulkanizasyon sistemlerinde EPDM, NBR ve SBR elastomerlerinin fiziko-mekaniksel özellikleri üzerine etkisi, ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ, 158s
- Galton, F. (1877)**. Regression towards mediocrity in hereditary stature, The Journal of the Anthropological Institute of Great Britain and Ireland, 246-263 (20s)
- Godvindjee, S., & Simo, J. C.**, 1992, Mullins' effect and the strain amplitude dependence of the storage modulus, International Journal of Solids Structures., 1737-1751 (14s)
- Guiggiani, M.**, 2014, The science of vehicle Dynamics, Springer-Verlag London Ltd, 356s
- Håkansson, P.**, 2000, Finite element modelling of a rubber block exposed to shock loading, Lund University, 83s

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- John E. F.**,2008, Cambridge History of Africa. Vol.5, Cambridge University Press, 618s
- Langnau, L.** 2020, Structural analysis of a wheel fitted with a pneumatic tire, <https://www.engineering.com/structural-analysis-of-a-wheel-fitted-with-a-pneumatic-tire/>, (Erişim tarihi: 30 Haziran 2024)
- Lundgren, E.**,1999, Lectures notes: Continuum Mechanics, Division of Mechanics, Lund University, 27s
- Malachowski, Y. J.**, Baranowski, P., Gieleta, R., & Mazurkiewicz, Ł., 2013, Rubber structure under dynamic loading, Institute of Fundamental Technological Research, 46s
- Marshall, M.**, 2023, Can we ever know who invented the wheel?, <https://www.newscientist.com/article/2368365-can-we-ever-know-who-invented-the-wheel/> (Erişim tarihi: 30 Haziran 2024)
- Michelin**, 2024, Lastiküretimi, <https://www.michelin.com.tr/auto/tavsiyeler/lastiklerle-ilgili-temel-bilgiler/lastik-uretimi-geri-donusumu>, (Erişim tarihi: 30 Haziran 2024)
- Nexentire.** 2024, Product process ,https://www.nexentire.com/tr/information/tire_information/basic_sense/process.php, (Erişim tarihi: 30 Haziran 2024)
- Pearson, K.**, 1901, On lines and planes of closest fit to systems of points in space, Philosophical Magazine, 559-572 (13s)
- Tour Egypt**, Chariots, <https://www.touregypt.net/featurestories/chariots.htm>. (Erişim tarihi: 30 Haziran 2024)
- Ustires** ,2024, How tire made. <https://www.ustires.org/how-tire-made>. (Erişim tarihi: 30 Haziran 2024.)

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Wan, X., Shan, Y., Liu, X., He, T., & Wang, J., 2017, Tire–rim interface pressure of a commercial vehicle wheel under radial loads, IOP Publishing Ltd, 9s

Wheelmachinery., 2024, Wheel manufacturing, <http://wheelmachinery.com/profile/wheel-manufacturing/199771/0/>, (Erişim tarihi: 30 Haziran 2024)

Wikipedia, 2024, Wheel, <https://en.wikipedia.org/wiki/wheel#:~:text=3200%e2%80%9333000%20bce.,the%20mid%2d4th%20millennium%20bce.&text=early%20wheels%20were%20simple%20wooden,horizontal%20slices%20of%20tree%20trunks>, (Erişim tarihi: 30 Haziran 2024.)

Wikipedia, 2024, Pilid, <https://ilo.wikipedia.org/wiki/pilid>, (Erişim tarihi: 30 Haziran 2024)

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim ve tez çalışmam süresince, değerli fikirleri ve eleştirileriyle çalışmalarımı zenginleştiren, engin bilgi ve tecrübeleriyle bana yol gösterip destek olan saygıdeğer tez danışmanım Sayın Prof. Dr. Hasan YILDIZ'a, Tez çalışmam boyunca görüş ve düşünceleriyle, aynı zamanda testlerin gerçekleştirilmesinde verdikleri desteklerle Kenda Tyre firmasına.

Bilgi ve deneyimi ile yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyen Araştırma ve Test Yöneticisi sayın Engin Ünal'a. Test materyallerinin elde edilmesi, gerekli testlerin yapılması ve test sonuçlarının raporlanması hususunda destek ve yönlendirmelerini esirgemeyen Araştırma ve Geliştirme Mühendisi sayın Lucas Hebestreit'e sonsuz teşekkür ederim.

12 / 09 / 2024

İmzası

Umut YILMAZ

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Ad-Soyad: Umut YILMAZ

EĞİTİM BİLGİLERİ

Lisans: Kocaeli Üniversitesi- Makine Mühendisliği Bölümü (2017)

MESLEKİ DENEYİM

BMC Otomotiv Sanayi ve Ticaret A.Ş.- Sistem Entegrasyon Mühendisi (2022-...)

Anova Savunma ve Makina San. Tic. A.Ş.- Mekanik Tasarım Mühendisi- (2019-2022)

Mıknatıs Arge San. Tic. A. Ş.- Sistem Tasarım Mühendisi- (2017-2019)