

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE
FELDSPAT KARIŞIM OPTİMİZASYONU**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İrem ÇELEBİ

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Mühendislik Yönetimi Programı

TEMMUZ 2024

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE
FELDSPAT KARIŞIM OPTİMİZASYONU**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**İrem ÇELEBİ
(507211215)**

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Mühendislik Yönetimi Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Özgür KABAK

TEMMUZ 2024

ISTANBUL TECHNICAL UNIVERSITY ★ GRADUATE SCHOOL

**FELDSPAT BLENDING OPTIMIZATION WITH FUZZY LINEAR
PROGRAMMING**



M.Sc. THESIS

**İrem ÇELEBİ
(507211215)**

Department of Industrial Engineering

Engineering Management Program

Thesis Advisor: Prof. Dr. Özgür KABAK

JULY 2024

İTÜ, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü'nün 507211215 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi İrem ÇELEBİ, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE FELDSPAT KARIŞIM OPTİMİZASYONU” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı : **Prof. Dr. Özgür KABAK**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri : **Prof. Dr. Yusuf İlker TOPCU**

İstanbul Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Sait GÜL

Bahçeşehir Üniversitesi

Teslim Tarihi : 24 Mayıs 2024
Savunma Tarihi : 2 Temmuz 2024





Kemal Pülgü'ye,



ÖNSÖZ

“Daha çok kız kardeşimin yükselere kanat çırpmasını istiyorum. Zira özgürlük, hiçbir zaman kadınların kolay kolay elde edebildiği bir şey olmadı.”

Ursula K. Le Guin

Çalışma süresince bana her zaman yol gösteren, hem akademik kariyeri hem de karakteri ile örnek olan, birlikte çalışmaktan büyük mutluluk ve onur duyduğum tez danışmanım Prof. Dr. Özgür Kabak’a en içten teşekkürlerimi sunarım. Sağladığı destek ve bana kattıkları için kendisine sonsuz minnettarım; rehberliği olmadan bu çalışmayı tamamlamak mümkün olmazdı.

Hem çalışma sürecimde hem de hayatım boyunca bana en büyük duygusal desteği veren, tüm stresimi büyük bir anlayışla karşılayan sevgili annem Emel Çelebi ve ablam Sena Çelebi başta olmak üzere tüm aileme teşekkür ediyorum. En çok da büyük bir sabırla tezimi tamamlamamı bekleyen, bu süreçte oyundan ve ilgiden feragat eden kedim Leo’ya teşekkür ederim.

Son olarak yüksek lisans sürecimi 2210-A Yurt İçi Genel Yüksek Lisans Burs Programı kapsamında destekleyen TÜBİTAK BİDEB’e teşekkür ederim.

Mayıs 2024

İrem ÇELEBİ
Endüstri Mühendisi



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER	ix
KISALTMALAR	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xvii
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ...	1
2. KARIŞIM PROBLEMLERİ.....	7
2.1 Madencilik Endüstrisinde Karışım Problemleri	10
2.2 Literatür Taraması	14
3. BULANIK MANTIK VE BULANIK KÜME TEORİSİ.....	19
3.1 Bulanık Mantık.....	20
3.1.1 Bilgi, belirsizlik, olasılık, bulanıklık.....	20
3.1.2 Bulanık mantığın tanımı ve gelişimi	24
3.2 Bulanık Küme Teorisi	27
3.2.1 Bulanık kümelerde temel kavramlar	32
3.2.1.1 Bulanık kümelerde yükseklik.....	32
3.2.1.2 Bulanık kümelerde destek kümesi	33
3.2.1.3 Bulanık kümelerde α kesim kümesi	34
3.2.1.4 Bulanık kümelerde güven aralığı	34
3.2.1.5 Bulanık kümelerde dışbükeylik.....	35
3.2.2 Bulanık kümelerde temel işlemler	36
3.2.2.1 Kapsama (Inclusion)	36
3.2.2.2 Tümleme (Complementation)	36
3.2.2.3 Kesişim (Intersection)	37
3.2.2.4 Birleşim (Union)	37
3.3 Bulanık Sayılar	38
3.3.1 Bulanık sayı türleri.....	40
3.3.1.1 Üçgen bulanık sayılar.....	40
3.3.1.2 Yamuk bulanık sayılar	40
3.3.1.3 Gauss bulanık sayılar	41
3.3.2 Bulanık sayılarda aritmetik işlemler	42
3.3.2.1 α -kesim aritmetiğine göre bulanık sayılarda aritmetik işlemler.....	42
3.3.2.2 Genelleme ilkesine göre bulanık sayılarda aritmetik işlemler	45
4. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA	47
4.1 Bulanık Doğrusal Programlama Problemlerinin Sınıflandırılması	50
4.1.1 Kaynak katsayıları bulanık olan DP problemleri.....	51
4.1.1.1 Verdegay yaklaşımı.....	51
4.1.1.2 Werners yaklaşımı.....	52
4.1.2 Kaynak katsayıları ve amaç fonksiyonu bulanık olan DP problemleri.....	54
4.1.2.1 Zimmermann yaklaşımı	54

4.1.2.2 Chanas yaklaşımı.....	56
4.1.3 Kaynak ve teknoloji katsayıları bulanık olan DP problemleri	57
4.1.3.1 Negoita ve Sularia yaklaşımı.....	57
4.1.4 Tüm katsayıları bulanık olan DP problemleri	59
4.1.4.1 Carlsson ve Korhonen yaklaşımı.....	60
5. UYGULAMA.....	63
5.1 Feldspat Madeni Hakkında Bilgiler.....	64
5.2 Maden İşletmesi ve Üretim Süreçleri Hakkında Bilgiler	67
5.3 Önerilen Doğrusal Programlama Modelleri	71
5.4 Model Parametrelerinin Belirlenmesi.....	74
5.5 Önerilen Doğrusal Programlama Modellerinin Kurulması	80
5.5.1 Maliyet minimizasyonu modelleri	81
5.5.2 Kalite minimizasyonu modeli	84
5.5.3 Sapma minimizasyonu modeli	84
5.6 Önerilen Çözüm Yordamı	85
5.7 Önerilen DP Modellerinin Çözülmesi ve Uygulama Sonuçları	94
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	107
KAYNAKLAR.....	111
EKLER.....	119
ÖZGEÇMİŞ.....	129

KISALTMALAR

DP	: Doğrusal Programlama
BDP	: Bulanık Doğrusal Programlama
TDP	: Tam Sayılı Doğrusal Programlama
ÜBS	: Üçgen Bulanık Sayı
YBS	: Yamuk Bulanık Sayı
Enb	: En büyükleme
Enk	: En küçükleme
WOS	: Web of Science
MM	: Maliyet Minimizasyonu
KM	: Kalite Minimizasyonu
SM	: Sapma Minimizasyonu
BMM	: Bulanık Maliyet Minimizasyonu
GLPK	: GNU Linear Programming Kit



ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2. 1 : Maden türleri ve örnekleri.....	11
Çizelge 3. 1 : Bulanık kümelerin üyelik değerleri.....	32
Çizelge 4. 1 : Bulanıklık içeren parametrelere örnekler.....	50
Çizelge 5. 1 : Saf feldspatların kimyasal bileşimi.....	66
Çizelge 5. 2 : Kurulan matematiksel modeller.....	72
Çizelge 5. 3 : Sipariş miktarları.....	75
Çizelge 5. 4 : Hammaddelerin stok miktarları ve birim maliyetleri.....	75
Çizelge 5. 5 : Hammaddelerin kimyasal analiz değerleri.....	76
Çizelge 5. 6 : Ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ait üst sınırlar.....	77
Çizelge 5. 7 : Ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ait alt sınırlar.....	77
Çizelge 5. 8 : Ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ait kısıtlama oranları.....	78
Çizelge 5. 9 : Bileşiklerin önem seviyeleri, üst ve alt limitleri.....	78
Çizelge 5. 10 : Hammaddelerin kaliteleri.....	79
Çizelge 5. 11 : Ürünlerin birim maliyetinde izin verilen artış oranı.....	79
Çizelge 5. 12 : Ürünlerin alt ve üst kimyasal sınırlarına ait ceza miktarı.....	80
Çizelge 5. 13 : Matematiksel modellere ait notasyonlar.....	80
Çizelge 5. 14 : Matematiksel modeldeki k indisleri.....	89
Çizelge 5. 15 : MM ve KM modellerine ait karar değişkeni sonuçları.....	95
Çizelge 5. 16 : MM ve KM modellerine ait kimyasal değer sonuçları.....	97
Çizelge 5. 17 : MM ve KM modellerine ait maliyet ve kalite sonuçları.....	97
Çizelge 5. 18 : MM ve KM modellerine ait toplam maliyet ve kalite sonuçları.....	97
Çizelge 5. 19 : SM modeline ait karar değişkeni sonuçları.....	98
Çizelge 5. 20 : SM modeline ait kimyasal değer sonuçları.....	98
Çizelge 5. 21 : Ürün 1 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.....	99
Çizelge 5. 22 : Ürün 1 için BMM modeline ait Al_2O_3 ve Na_2O sonuçları.....	100
Çizelge 5. 23 : Ürün 1 için BMM modeline ait Fe_2O_3 ve TiO_2 sonuçları.....	101
Çizelge 5. 24 : Ürün 1 için MM modeline ait karar değişkeni sonuçları.....	101
Çizelge 5. 25 : Ürün 1 için MM modeline ait kimyasal analiz değerleri sonuçları.....	101
Çizelge 5. 26 : Ürün 2 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.....	102
Çizelge 5. 27 : Ürün 2 için BMM modeline ait Al_2O_3 ve Na_2O sonuçları.....	103
Çizelge 5. 28 : Ürün 2 için BMM modeline ait Fe_2O_3 ve TiO_2 sonuçları.....	103
Çizelge 5. 29 : Ürün 2 için MM modeline ait karar değişkeni sonuçları.....	103
Çizelge 5. 30 : Ürün 2 için MM modeline ait kimyasal analiz değerleri sonuçları.....	104
Çizelge 5. 31 : Ürün 3 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.....	104
Çizelge 5. 32 : Ürün 4 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.....	105
Çizelge 5. 33 : Ürün 6 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.....	105
Çizelge 5. 34 : Ürün 7 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.....	105



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 3. 1 : Dart oyunu.....	29
Şekil 3. 2 : Klasik ve bulanık küme temsili.....	30
Şekil 3. 3 : Klasik ve bulanık kümelerin üyelik fonksiyonu değerleri.	31
Şekil 3. 4 : Bulanık kümelerde yükseklik.....	33
Şekil 3. 5 : Bulanık kümelerde destek kümesi.....	33
Şekil 3. 6 : Bulanık kümelerde α kesim kümesi.	34
Şekil 3. 7 : Bulanık kümelerde güven aralığı.	35
Şekil 3. 8 : Dışbükey bulanık küme.....	35
Şekil 3. 9 : Dışbükey olmayan bulanık küme.....	35
Şekil 3. 10 : Bulanık kümelerde kapsama.	36
Şekil 3. 11 : Bulanık kümelerde tümlleme.	37
Şekil 3. 12 : Bulanık kümelerde kesişim.	37
Şekil 3. 13 : Bulanık kümelerde birleşim.	38
Şekil 3. 14 : Kesin sayılar ve aralıklar.....	38
Şekil 3. 15 : Bulanık sayılar ve aralıklar.....	39
Şekil 3. 16 : Üçgen bulanık sayılar.....	40
Şekil 3. 17 : Yamuk bulanık sayılar.....	41
Şekil 3. 18 : Gauss bulanık sayılar.....	41
Şekil 3. 19 : \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayıları.	43
Şekil 4. 1 : Verdegay yaklaşımındaki üyelik fonksiyonu.....	51
Şekil 4. 2 : Werners yaklaşımındaki üyelik fonksiyonu.....	53
Şekil 4. 3 : Werners yaklaşımında amaç fonksiyonu için üyelik fonksiyonu.....	55
Şekil 4. 4 : Werners yaklaşımında kısıtlar için üyelik fonksiyonu.....	55
Şekil 4. 5 : Negoita ve Sularia yaklaşımında teknoloji katsayıları.....	58
Şekil 4. 6 : Negoita ve Sularia yaklaşımında kaynak katsayıları.....	59
Şekil 4. 7 : Carlsson ve Korhonen yaklaşımında amaç fonksiyonu için üyelik fonksiyonu.....	60
Şekil 5. 1 : Feldspatların sınıflandırılması.....	65
Şekil 5. 2 : Feldspat kırma süreci.....	68
Şekil 5. 3 : İşlenmiş feldspat yığınları.	70
Şekil 5. 4 : Kesin parametrelili modellerin diyagramı.....	73
Şekil 5. 5 : Sistem belirsizliği.....	74
Şekil 5. 6 : Fe_2O_3 ve TiO_2 için güven aralığı.	77
Şekil 5. 7 : Al_2O_3 ve Na_2O için güven aralığı.	78
Şekil 5. 8 : Fe_2O_3 ve TiO_2 için bulanık sınırlar.....	83
Şekil 5. 9 : Al_2O_3 ve Na_2O için bulanık sınırlar.....	83
Şekil 5. 10 : Önerilen çözüm yordamı.....	86
Şekil 5. 11 : Önerilen bulanık teknoloji katsayıları.....	87
Şekil 5. 12 : Al_2O_3 ve Na_2O bileşikleri için önerilen bulanık kaynak katsayıları.....	88
Şekil 5. 13 : Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için önerilen bulanık kaynak katsayıları.....	88
Şekil 5. 14 : Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için kimyasal analiz kısıtları ($\mu = 1$).....	90

Şekil 5. 15 : Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için kimyasal analiz kısıtları ($\mu = 0$).	90
Şekil 5. 16 : Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için kimyasal analiz kısıtları ($\mu = 0,4$).	91
Şekil 5. 17 : Al_2O_3 ve Na_2O bileşikleri için kimyasal analiz kısıtları ($\mu = 1$).	92



BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE FELDSPAT KARIŞIM OPTİMİZASYONU

ÖZET

Madencilik, insanlık tarihinin en eski ve en temel endüstrilerinden biridir. Tarih boyunca medeniyetlerin gelişiminde ve ekonomilerin büyümesinde kritik bir rol oynamıştır. Dünya geliştikçe ve nüfus arttıkça, maden rezervlerinin kullanımı da artmış ve bu durum, maden yataklarının tükenmesi tehlikesini beraberinde getirmiştir. Maden yataklarının azalmasıyla birlikte, daha düşük kaliteli cevherlerden yararlanma zorunluluğu ortaya çıkmıştır. Bu eğilim, zamanla verimliliğin düşmesine ve maden ürünlerinin fiyatlarının yükselmesine sebep olmaktadır. Bu çalışma, dünya çapında yaygın olarak bulunan ve çeşitli endüstrilerde kritik bir hammadde olarak kullanılan feldspat madenine odaklanmaktadır. Feldspat; seramik, cam ve boya endüstrilerinde geniş bir kullanım alanı bulan ve sodyum, potasyum, kalsiyum, lityum, baryum, sezyum gibi elementler ile bu elementlerin izomorfik birleşimlerinden oluşan önemli bir mineral grubudur. Feldspat rezervlerinin kesin miktarını belirlemek mümkün olmamakla birlikte, Türkiye'nin zengin feldspat yataklarına sahip olduğu bilinmektedir; dünya üzerindeki kaliteli feldspat rezervlerinin yaklaşık %14'ü Türkiye'de yer almaktadır. Bu durum, Türkiye'yi feldspat açısından zengin maden rezervlerine sahip ülkeler arasında önemli bir konuma taşımaktadır. Feldspat Türkiye'de en yaygın bulunan mineral gruplarından biri olmasına karşın bulunduğu her kayaktan ekonomik olarak fayda sağlamak mümkün değildir. Feldspat madenlerinde bulunan demir ve titan gibi kimyasal elementler, mineralin saflığını bozar ve kalitesini düşürür. Bu durum, endüstriyel uygulamalarda renk değişimi, kırılma gibi istenmeyen sonuçlara neden olur. İşletmeler, daha saf ve kaliteli feldspat kaynaklarını tercih ederken, safsızlıkların varlığıyla başa çıkma yöntemleri geliştirebilirler. Düşük kalitedeki feldspatlar, bazı zenginleştirme veya saflaştırma yöntemlerine tabi tutularak ticari açıdan faydalı hale getirilebilir. Bu süreçlerden biri olan flotasyon, feldspatın saflaştırılması için sıkça kullanılan bir yöntemdir. Ancak, flotasyon gibi zenginleştirme işlemlerinin maliyeti yüksek olabilir ve bu da ticari karlılığı etkileyebilir. Feldspat madeninde istenilen kalite standartlarının sağlanması ve safsızlık etkilerinin dengelemesi amacıyla başvurulan bir yöntem de harmanlama işlemidir. Safsızlık yaratan minerallerin tamamen ortadan kaldırılması pratikte mümkün olmayabilir, bu nedenle bunların belirli kabul edilebilir sınırlar içinde tutulması tercih edilir. Bu bağlamda, çeşitli bölgelerden farklı değerlere sahip hammaddelerin karıştırılması hedeflenen kalite seviyelerine ulaşmak için stratejik bir yaklaşım olarak kabul edilir. Harmanlama süreci, endüstriyel gereksinimlerin ve kalite standartlarının karşılanmasında önemli bir rol oynar, aynı zamanda feldspatın ticari ve endüstriyel kullanımının sürdürülebilirliğini destekler. Bu noktada, harmanlama sürecinin dikkatle yönetilmesi ve hammaddelerin uygun kombinasyonlarının seçilmesi hayati önem taşır.

Türkiye'de feldspat üretimi yoğun olarak Aydın, Muğla ve Bilecik bölgelerinde gerçekleşmektedir. Bu çalışma, Muğla'da faaliyet gösteren bir maden şirketinde ele alınan bir harmanlama problemine odaklanmaktadır. Harmanlama problemi, çeşitli hammadde veya bileşenlerin belirli oranlarda karıştırılmasıyla nihai ürünün elde edilmesini hedefler. Basılı olarak karşımıza çıkan ilk Doğrusal Programlama (DP) problemi olan diyet probleminin genelleştirilmiş bir versiyonudur. Bu tür problemler, optimal kaynak kullanımını sağlamak ve maliyetleri minimize etmek amacıyla endüstriyel süreçlerde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu çalışma, feldspat madeninin harmanlanması sürecinde kullanılacak reçetelerin belirlenmesine yönelik olarak geliştirilen matematiksel modelleri içermektedir. Araştırma kapsamında, farklı kimyasal bileşen kısıtlamalarına sahip ve farklı amaç fonksiyonlarını içeren, modeldeki belirsizlikleri farklı yaklaşımlarla ele alan, birden fazla ürünün dahil edildiği bir çoklu harmanlama problemi detaylı bir şekilde incelenmiştir. Çalışma ile çeşitli ürünler için optimal harmanlama stratejilerinin geliştirilmesini destekleyerek, daha verimli ve etkili üretim süreçlerinin tasarlanmasına katkı sağlanması amaçlanmıştır.

Feldspat madeni hakkındaki araştırmalar, madendeki kimyasal bileşiklere ait değerlerin belirsizlik taşıdığını ortaya koymaktadır. Bu belirsizlikler, maden yataklarındaki doğal varyasyonlardan kaynaklanmakta olup, aynı ocaktan çıkarılan madenler arasında bile damarlar arasında nitelik farklılıkları gözlemlenebilmektedir. Bu tür değişkenlikler, son ürün kalitesini doğrudan etkilediğinden, harmanlama süreçlerinde dikkate alınması zorunludur. Araştırma kapsamında belirlenen belirsizlikler, farklı yaklaşımlar kullanılarak ele alınmıştır. İlk olarak, sistemdeki belirsizlikleri doğrudan modele entegre etmek yerine, bu belirsizliklerden kaynaklanabilecek potansiyel olumsuz etkilerden korunma amacıyla daha güvenilir çözüm uzayları tanımlanmıştır. Bu yaklaşımda, klasik DP tekniklerinden yararlanılmıştır. Ancak bu modeller belirsizlikleri tam anlamıyla modele dahil etmemektedir. Modellerde kısıtlara belirli güvenlik oranları ekleyerek potansiyel riskler sınırlanmaktadır. Optimizasyon çalışmalarında, belirsizlik faktörlerinin etkin bir şekilde yönetilmesini gerekir. Bu kapsamda, çeşitli metodolojiler ve teknikler geliştirilmiştir. 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından tanımlanan bulanık mantık, belirsizlikleri modellemekte kullanılan öncü tekniklerden biri olarak kabul edilir. Bulanık mantık, belirsizlikleri belirli bir belirsizlik derecesi ile ifade eder ve geleneksel ikili mantık sistemlerinin sınırlarını aşarak daha esnek çözüm yolları sunar. Bu yaklaşım, belirsiz koşullar altında bile optimal kararların alınabilmesi için matematiksel bir temel sağlar ve özellikle karmaşık sistemlerde karar verme süreçlerini iyileştirmek için kullanılmaktadır. Çalışmada bulanık mantık yaklaşımına dayanan bir Bulanık Doğrusal Programlama (BDP) modeli geliştirilmiş ve belirsizlik unsurlarını matematiksel olarak modele entegre edilerek, gerçek dünya koşulları daha doğru bir şekilde yansıtılmıştır. Çalışmada bulanık olarak tanımlanan teknoloji ve kaynak katsayıları sırasıyla Üçgen Bulanık Sayı (ÜBS) ve Yamuk Bulanık Sayı (YBS) olarak temsil edilmiş ve BDP modeli parametrik DP modeline dönüştürülerek çözülmüştür. Çalışma sonucunda klasik DP ve BDP metodolojileriyle geliştirilen modellerin sonuçları karşılaştırılmış ve bu karşılaştırma, bulanık mantık kullanılarak gerçekleştirilen modelleme sürecinin, karışım problemlerindeki belirsizlik faktörlerini etkin bir şekilde yönetebildiğini göstermiştir. Klasik DP modeli ile elde edilen sonuçların, BDP modelinde hangi üyelik derecesine eşdeğer olduğu üründen ürüne farklılık göstermiştir. Bu durum, klasik DP modelinde kısıtlara sabit bir güvenlik oranı ekleyerek sonuçlar üretilmiş olsa da sonuçların güvenilirliğinin ürüne göre değişebildiğini göstermektedir.

BDP modeli, üyelik derecelerindeki değişimlere paralel olarak sonuçların nasıl değiştirdiğini kullanıcılara açıkça göstermiştir. Bu, kullanıcıların elde edilen bilgilere dayanarak ne kadar güvenli bir alanda kalacaklarını değerlendirebilmeleri için önemli bir imkândır. Ayrıca, BDP modeli sayesinde üyelik derecesinin yükselmesiyle birlikte ürünü oluşturan hammaddelerin toplam maliyetindeki artış gözlemlenebilir olmuştur. Üyelik derecelerine göre değişen çözümlerin maliyetleri arasındaki farklar nispeten düşük olduğunda daha yüksek üyelik derecelerine ait çözümler tercih edilerek risk almamak mantıklı olabilirken, daha yüksek maliyet farkları söz konusu olduğunda firma, bu ek maliyeti üstlenerek daha yüksek bir riski göze almayı tercih edebilir. Model, kullanıcıların belirsizliklerle dolu ortamlarda daha bilinçli kararlar almalarına olanak tanıyarak, sonuçların olası etkilerini öngörebilmeleri için bir temel sağlamıştır. Sonuç olarak bulanık mantık temelli oluşturulmuş BDP modeli ile karışım problemindeki belirsizlikler etkin bir şekilde yönetilmiş ve kullanıcıların kararlarının sonuçlarını daha iyi anlamalarını ve bu doğrultuda stratejik planlamalar yapabilmelerini desteklemiştir.





FELDSPAT BLENDING OPTIMIZATION WITH FUZZY LINEAR PROGRAMMING

SUMMARY

Mining is one of the oldest and most fundamental industries in human history. Throughout history, it has played a critical role in the development of civilizations and the growth of economies. As the world has developed and the population has increased, the use of mineral reserves has also increased, leading to the danger of depletion of these deposits. With the diminishing mineral deposits, the necessity to utilize lower quality ores has arisen. This trend has led to a decrease in efficiency over time and an increase in the prices of mining products. This study focuses on feldspar, a mineral that is widely found around the world and used as a critical raw material in various industries. Feldspar is an important mineral group consisting of elements like sodium, potassium, calcium, lithium, barium, and cesium, and their isomorphic combinations, widely used in industries such as ceramics, glass, and paints. Although it is impossible to determine the exact amount of feldspar reserves, it is known that Turkey has rich deposits of feldspar; approximately 14% of the world's quality feldspar reserves are located in Turkey. This positions Turkey among the countries with rich mining reserves in terms of feldspar. Although feldspar is one of the most common mineral groups in Turkey, it is not possible to economically benefit from every rock it is found in. Chemical elements found in feldspar mines, such as iron and titanium, impair the purity of the mineral and reduce its quality. This situation leads to undesirable outcomes in industrial applications, such as color changes and fragility. Companies prefer more pure and high-quality sources of feldspar while developing methods to cope with the presence of impurities. Lower quality feldspars can be made commercially useful through various enrichment or purification methods, one of which is flotation, commonly used for purifying feldspar. However, the cost of enrichment processes like flotation can be high, which may affect commercial profitability. Blending is a method used to achieve desired quality standards in feldspar mining and to balance the effects of impurities. It may not be practical to completely eliminate impurity-causing minerals; therefore, keeping them within certain acceptable limits is preferred. In this context, mixing raw materials from various regions with different values is considered a strategic approach to achieving targeted quality levels. The blending process plays a significant role in meeting industrial requirements and quality standards, and it also supports the sustainability of the commercial and industrial use of feldspar. At this point, careful management of the blending process and the selection of appropriate combinations of raw materials are of vital importance.

In Turkey, feldspar production is intensively carried out in regions like Aydın, Muğla, and Bilecik. This study focuses on a blending problem addressed by a mining company operating in Muğla. The blending problem targets the production of a final product by mixing various raw materials or components in certain proportions, and it is a generalized version of the first Linear Programming (LP) problem encountered in printed form, the diet problem. Such problems are commonly used in industrial processes to ensure optimal resource use and minimize costs.

This study includes mathematical models developed to determine the recipes to be used in the blending process of feldspar mining. The research examines in detail a multi-blending problem involving multiple products, with different chemical component constraints and various objective functions, addressing uncertainties in the model with different approaches. The research on feldspar mines reveals that the values of chemical compounds in the mine carry uncertainties, which stem from natural variations in the mine deposits, and even between veins extracted from the same quarry, quality differences can be observed. These variations directly affect the quality of the final product and must be considered in blending processes. The uncertainties identified in the research have been addressed using different approaches. Initially, rather than directly integrating uncertainties into the model, more reliable solution spaces have been defined to protect against potential adverse effects arising from these uncertainties. In this approach, classic LP techniques have been utilized. However, these models do not fully incorporate uncertainties. Safety ratios are added to the constraints in the models to limit potential risks. Optimization studies require effective management of uncertainty factors. In this regard, various methodologies and techniques have been developed. Fuzzy logic, defined by Lotfi A. Zadeh in 1965, is considered one of the pioneering techniques used to model uncertainties. Fuzzy logic expresses uncertainties with a certain degree of uncertainty and provides more flexible solutions by exceeding the limits of traditional binary logic systems. This approach provides a mathematical basis for making optimal decisions even under uncertain conditions and is used to improve decision-making processes in complex systems. In the study, a Fuzzy Linear Programming (FLP) model based on the fuzzy logic approach has been developed, integrating uncertainty elements into the model mathematically, thereby more accurately reflecting real-world conditions. In the study, technology and resource coefficients defined as fuzzy are represented by Triangular Fuzzy Numbers and Trapezoidal Fuzzy Numbers respectively, and the FLP model has been converted into a parametric LP model for solution.

The outcomes of models developed with classical LP and FLP methodologies have been compared, revealing significant insights into how these approaches handle uncertainties in blending problems. The classical LP model, while effective in certain scenarios, exhibits variability in results when membership degrees are considered, indicating a dependency on the specific products involved. This variability suggests that although the classical LP model incorporates a fixed safety ratio into its constraints, the reliability of the results can fluctuate based on the product, highlighting a potential inconsistency in managing uncertainty. In contrast, the FLP model, which integrates fuzzy logic principles, provides a more nuanced approach to handling uncertainty. This model explicitly demonstrates to users how the results fluctuate with changes in membership degrees, offering a clearer picture of the reliability and safety of the outcomes. This transparency is crucial for users to assess how secure they are based on the obtained information. Additionally, the FLP model illustrates a direct relationship between increasing membership degrees and the total cost of raw materials. As the membership degree rises, the cost associated with the raw materials also tends to increase. This relationship between cost and membership degree introduces a strategic decision-making element for companies. When the cost differences between solutions with varying membership degrees are relatively minimal, it might be prudent for a company to opt for solutions with higher membership degrees to minimize risk. However, if the cost differences are substantial, a company might decide to accept a higher level of risk by choosing solutions with lower membership degrees to avoid the additional costs.

This decision-making flexibility underscores the value of the FLP model in providing a comprehensive framework for evaluating the trade-offs between cost and risk. By leveraging the FLP model, users are equipped to make more informed decisions in environments characterized by uncertainty. The model serves as a foundational tool for anticipating the potential impacts of different decision pathways, thereby supporting strategic planning and risk management. In conclusion, the FLP model, grounded in fuzzy logic, effectively addresses the uncertainties inherent in blending problems, empowering users to better understand the implications of their decisions and facilitating more robust strategic planning. This enhanced understanding and planning capability ultimately lead to more resilient and adaptable business operations.





1. GİRİŞ

Madencilik, insanlık tarihindeki en eski endüstrilerden biridir ve insanlar tarafından binlerce yıldır sürekli olarak gerçekleştirilmektedir (Tilton ve Landsberg, 1999). İnsanlar, madencilik çalışmaları ile elde ettikleri doğal kaynakları hem yaşamlarını sürdürebilmek ve çeşitli ihtiyaçlarını karşılayabilmek için hem de ekonomik ve teknolojik gelişimler için kullanmışlardır. Madencilik, genel anlamda yer kabuğunda bulunan doğal kaynakların çıkarılması, işlenmesi ve kullanılmasını içeren faaliyetler olarak tanımlanır (Çevre ve Şehircilik Bakanlığı, 2020). Bu kaynaklar arasında metaller, değerli taşlar, kömür, petrol, doğal gaz ve mineral cevherleri bulunur (Hodge ve diğ., 2022). Madencilik faaliyetleri ile elde edilen bu kaynaklar, birçok endüstrinin ana hammaddesini oluşturduğu için madencilik endüstriyel ekonomiler için hayati öneme sahiptir. Ayrıca madenlerden elde edilen doğal kaynaklar, ihracat gelirlerini artırarak ticaret dengesine olumlu etki yaparken; maden işletmeleri istihdamı artırarak ekonomik büyümeyi teşvik eder (Moritz ve diğ., 2017). Ancak madencilik faaliyetleri çevresel ve sosyal etkileriyle de bilinir. Bu nedenle sürdürülebilir madencilik uygulamalarının teşvik edilmesi önemlidir (Farjana ve diğ., 2019; Hodge ve diğ., 2022; Pouresmaeili ve diğ., 2020). Çevresel ve sosyal etkileri en aza indirmek için modern teknoloji ve yöntemlerin kullanılması, madencilik faaliyetlerinin izlenmesi ve düzenlenmesi, yerel topluluklarla iş birliği yapılması ve doğal kaynakların adil ve etkin bir şekilde paylaşılması gibi adımlar, madencilik endüstrisinin sürdürülebilirliğini sağlamak için gereklidir. Madencilik sektörü, dünya genelinde giderek artan bir şekilde kıt kaynak sorunu ile karşı karşıyadır (Chmykhalova, 2021). Endüstriyel taleplerin ve nüfusun sürekli artmasıyla birlikte birçok önemli maden kaynağı giderek azalmaktadır (Tilton ve Landsberg, 1999). Özellikle yüksek kaliteli cevherlerin bulunması zorlaşmış ve madencilik şirketlerinin daha derin ve uzak bölgelere yönelmesine yol açmıştır. Bu yüzden özellikle mevcut kaynaklardaki düşük kaliteli hammaddelerin kullanımı, madencilik endüstrisi için giderek daha önemli hale gelmiştir. Bu hammaddelerin büyük bir çoğunluğu ön hazırlık işlemleri yapılmadan kullanılamaz.

Genellikle daha zorlu ve maliyetli işleme süreçleri gerektirse de bu hammaddeler doğru teknoloji ve yöntemlerle ekonomik olarak kullanılabilir hale gelmektedir. Bu tez çalışmasının odağındaki feldspat madeni için de kıt kaynak sorunu önemlidir. Feldspat, seramik, cam, boya ve diğer endüstrilerde geniş bir kullanım alanına sahip olan önemli bir hammaddedir (Demir ve diğ., 2022). Dünyanın en yaygın mineral gruplarından biridir, Türkiye de dünya genelinde önemli miktarda feldspat rezervine sahip olan ülkelerden biridir. Özellikle Anadolu'nun çeşitli bölgelerinde zengin feldspat yatakları bulunmaktadır. Ancak, Feldspat Türkiye'de en yaygın bulunan mineral gruplarından biri olmasına karşın bulunduğu her kayaçtan ekonomik fayda elde edilemez (Heyes ve diğ., 2012). Ekonomik anlamda feldspat üretimi gerçekleştirilen kayaç sayısı sınırlıdır. Ülkemizdeki feldspat cevherlerinde özellikle titan ve demir mineralleri ana safsızlık kaynaklarıdır (Gence, 1997). Bu safsızlıklar, feldspat cevherlerinin renk vb. özelliklerini etkileyerek kalite düşüşüne neden olmaktadır (Gülsoy ve diğ., 2005; Vrbický ve Prikryl, 2021). Düşük kalitedeki feldspatlar flotasyon adı verilen bazı zenginleştirme/saflaştırma yöntemlerine tabi tutularak ticari fayda sağlayabilir hale getirilebilir (Larsen ve Kleiv, 2016). Ancak bu yöntemlerin maliyetinin yanı sıra çevresel bazı etkileri de mevcuttur. Zenginleştirme işlemleri büyük miktarlarda atık oluşumuna neden olur. Bu atıkların çevreye zarar vermeden bertaraf edilmesi veya geri dönüştürülmesi gerekmektedir. Feldspat cevherini istenen kalite düzeyine getirmek için kullanılan bir yöntem de harmanlama işlemidir. Harmanlama, tek bir hammaddede olmayan özelliklerin, farklı özelliklere sahip olan birden fazla hammaddenin karıştırılması ile elde edilmesi işlemi olarak tanımlanabilir (Ashayeri ve diğ., 1994; Garille ve Gass, 2001). Farklı bölgelerdeki madenlerden çıkarılan feldspatlar belirgin kalite farklılıklarına sahip olabilir. Bu yöntem ile farklı feldspat cevherlerinin özellikleri dengelenir ve istenilen kalite düzeyine ulaşılabilir (Williams, 2013). Bu, üreticilere çeşitli kaynaklardan feldspat sağlama esnekliği sağlarken, istenilen kalite standartlarını karşılamalarını sağlar. Ayrıca, harmanlama işlemi, feldspat cevherlerindeki safsızlıkların etkilerini dengeleyerek kaliteyi artırır. Ancak, harmanlama süreci de dikkatle yönetilmeli ve hammaddelerin uygun kombinasyonları seçilmelidir. Bu noktada literatürde karışım problemi olarak karşımıza çıkan bir problemten yararlanabiliriz. Bu tür problemler genellikle kimya, mühendislik, matematik ve işletme gibi gerçek dünya uygulamalarında karşımıza çıkar.

Kişilerin tecrübelerinden yola çıkarak veya deneme-yanılma yöntemlerine dayalı yaklaşımlar ile karışım problemlerine çözüm bulmaya çalışmak zaman alıcı olabilir ve bazen istenmeyen sonuçlara yol açabilir. Karar verici, bu yöntemlerle elde edilen çözümlerin ne kadar iyi olduğundan emin olamaz. Elde edilen sonuçların optimal çözüm olduğu ve sistemdeki her kısıtı yerine getirdiği garanti edilemez. Dolayısıyla karışım problemlerini çözmek için daha güvenilir, yapılandırılmış ve analitik bir yaklaşım olan yöneylem araştırması gibi sistemli metodolojiler tercih edilir (Wang ve diğ., 2024). Yöneylem araştırması karar verme süreçlerini optimize etmek için bilimsel ve analitik metotların kullanıldığı bir disiplindir (Modak ve diğ., 2023). Kökenleri II. Dünya Savaşı sırasında askeri operasyonlarda stratejik kararlar almak için geliştirilen yöntemlere dayanır. Yöneylem araştırması, problemi matematiksel olarak tanımlar, farklı senaryoları değerlendirir ve optimize edilmiş çözümler sunarak karar verme sürecini iyileştirir. Karar alma sürecindeki belirsizlikleri azaltarak ve kaynakların en etkin şekilde kullanılmasını sağlayarak işletmelerin ve organizasyonların performansını artırmayı hedefler. En popüler yöneylem araştırması tekniği olan Doğrusal Programlama (DP), bir amaç fonksiyonunun doğrusal kısıtlar altında optimize edilmesini amaçlar (Kaur ve Kumar, 2016). Bu kısıtlar doğrusal eşitlikler veya eşitsizlikler şeklinde ifade edilir ve karar değişkenlerinin belirli sınırlar içinde değer almasını sağlar. DP, işletmelerin kaynakları en etkin şekilde kullanmalarına ve belirli hedeflere ulaşmalarına yardımcı olmak için yaygın olarak kullanılan bir araçtır. Gerçek dünyayı matematiksel modellerle temsil ederken bazı varsayımlar yapılarak modelin basitleştirilir ve anlaşılmasını kolaylaştırır. Bu varsayımlar, oransallık, toplanabilirlik, bölünebilirlik ve kesinlik gibi temel prensiplere dayanır. Kesinlik varsayımı, problemdeki parametrelerin kesin olarak bilindiği anlamına gelir (Kabak, 2008). Ancak, gerçek hayatta bu varsayım genellikle geçerli değildir. Bellman ve Zadeh (1970) tarafından kaleme alınan “Decision Making in a Fuzzy Environment” adlı makalede gerçek dünyadaki karar alma süreçlerinin büyük bir kısmında hedeflerin, kısıtlamaların ve olası eylemlerin sonuçlarının kesin olarak bilinmeyeceği belirtilmiştir. Bu nedenle matematiksel modellerin gerçek dünyayı daha iyi yansıtması ve belirsizlikle veya değişkenlikle başa çıkması için çeşitli teknikler kullanılır. Matematiksel modellerdeki belirsizlikle başa çıkmak için yararlanılan yaklaşımlardan biri Bulanık Doğrusal Programlama (BDP)’dir. BDP, bulanık kümeler teorisi ve klasik DP yaklaşımını kullanarak belirsiz ortamlarda karar verme problemlerini ele alan bir optimizasyon tekniğidir (Yazdi ve Nedjati, 2022).

Bulanık küme teorisi, 1965 yılında Lotfi A. Zadeh tarafından geliştirilmiştir. Lotfi Zadeh, bir elemanın bir kümeye ait olup olmama durumundaki belirsizlikleri ele almak için üyelik fonksiyonu kavramını tanımlamıştır. Klasik kümelerde üyelik fonksiyonu yalnızca 0 veya 1 değeri alabilirken, bulanık küme teorisinde bu değer $[0, 1]$ aralığında değişebilir. Bu, bir elemanın bir küme içindeki aidiyet derecesini ifade eder. Geleneksel küme teorisinin aksine, bulanık küme teorisi belirsizlikleri kabul eder ve bu belirsizlikleri matematiksel olarak ele alır (Dubois, 2012; Klir ve Folger, 1988; Zadeh, 1965).

Feldspat madeni hakkındaki araştırmalar, madendeki kimyasal bileşiklere ait değerlerin belirsizlik taşıdığını ortaya koymaktadır. Bu belirsizlikler, maden yataklarındaki doğal varyasyonlardan kaynaklanmakta olup, aynı ocaktan çıkarılan madenler arasında bile damarlar arasında nitelik farklılıkları gözlemlenebilmektedir. Bu tür değişkenlikler, son ürün kalitesini doğrudan etkilediğinden, harmanlama süreçlerinde dikkate alınması zorunludur. Harmanlama problemlerinde belirsizlik faktörlerine odaklanan çalışmaların taranması sonucunda, feldspat madenlerine özgü harmanlama süreçlerini ele alan spesifik bir çalışmanın olmadığı gözlemlenmiştir, ayrıca bu alanda feldspat madenlerindeki belirsizliklerle ilgili herhangi bir araştırma yaklaşımına da rastlanmamıştır. Bu çalışmanın temel amacı, feldspat madeninde karşılaşılan ve probleme özgü belirsizlikleri BDP metodolojisi ile modelleyerek nihai ürünlerin hangi hammaddelerin harmanlanması ile üretileceğinin tespit edilmesidir. Bu çalışma sayesinde hammadde seçim sürecinde daha bilinçli kararlar alınmasına olanak tanıyarak madencilik operasyonlarının verimliliği artırılacaktır.

Tez çalışması kapsamında madencilik endüstrisi bağlamında karışım problemleri ve bulanık mantık uygulamalarını detaylı bir şekilde incelemektedir. İkinci bölümde, madencilik endüstrisinde karşılaşılan karışım problemleri ele alınmış ve bu problemlerin çözümünde kullanılan çeşitli yaklaşımlar literatür taraması ile desteklenerek sunulmuştur. Üçüncü bölüm, bulanık mantık ve bulanık küme teorisine odaklanmaktadır. Bu bölümde bilgi, belirsizlik, olasılık ve bulanıklık kavramları irdelenmiş, bulanık mantığın tanımı ve tarihsel gelişimi üzerinde durulmuştur. Bulanık kümelerin temel kavramları ve işlemleri, bulanık sayılar ve bu sayılar üzerinde yapılan aritmetik işlemler detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Dördüncü bölümde BDP modelleri ve bu modellerin sınıflandırılması üzerine yoğunlaşmış, çeşitli yaklaşımlar tanıtılmıştır.

Bu tez çalışması, Türkiye'nin önde gelen sodyum feldspat üreticilerinden biri olan firmanın Muğla'daki harmanlama tesisinde gerçekleştirilmiştir. Beşinci bölüm, çeşitli amaç fonksiyonlarına sahip modellerin kurulumu, parametrelerinin belirlenmesi ve çözüm süreçlerinin detaylı bir şekilde incelenmesine ayrılmıştır. Son bölümde ise, araştırmanın bulguları özetlenmiş ve bu sonuçlar doğrultusunda gelecek çalışmalar için öneriler sunulmuştur.





2. KARIŞIM PROBLEMLERİ

Yöneylem araştırması, karmaşık problemlerin sistematik bir şekilde açıklanması, matematiksel olarak modellenmesi ve analiz edilmesi sonucunda en uygun kararların verilmesi süreçlerini kapsayan disiplinler arası bir alandır. Bu alanda, problemlerin doğası ve yapılarına bağlı olarak farklı yaklaşımlar ve teknikler kullanılmaktadır. Temel olarak, deterministik ve stokastik modeller olmak üzere iki ana kategori altında gruplandırılan bu tekniklerden en yaygın kullanılanı optimizasyondur (Sökmen ve Yılmaz, 2021). Optimizasyon veya diğer adıyla matematiksel programlama, kıt kaynakların en iyi şekilde kullanılması için tasarlanmış matematiksel bir metodolojidir (Schrage, 2002). Bu metodoloji, karmaşık karar verme süreçlerinde etkin bir şekilde kullanılarak çeşitli endüstrilerde ve alanlarda uygulanmaktadır. Optimizasyon ve onun en popüler ve ilk biçimi olan Doğrusal Programlamanın (DP) gelişiminde II. Dünya Savaşı kritik bir dönem olarak kabul edilir. Savaş sırasında askeri planlama, kaynak yönetimi, lojistik vb. süreçlerin etkili bir şekilde yönetilmesi hayati bir öneme sahiptir. Bu süreçlerin yönetimi için geliştirilen en önemli araçlardan biri DP ve simpleks algoritmasıdır. Simpleks algoritması, 1947 yılında Amerikalı matematikçi George Dantzig tarafından DP problemlerini çözmek amacıyla geliştirilmiştir. Simpleks algoritması, doğrusal problemleri çözmek için kullanılan temel yöntem olarak kabul edilir ve optimizasyon alanında devrim niteliğindedir. Karar ve yönetim alanında çalışan bilim insanları, analistler, matematikçiler ve ekonomistler tarafından binlerce kitap ve sayısız makalede kaleme alınmıştır. Dantzig, ilk olarak “Doğrusal Yapıda Programlama” terimini kullanarak DP kavramını tanıtmış ve ilk makalesini bu başlık altında kaleme almıştır. Ancak, daha sonra Tjalling Koopmans'ın önerisiyle bu kavram günümüzdeki adını almıştır. Matematiksel programlama terimi ise Robert Dorfman tarafından tanımlanmış ve bu tanım, DP tanımının ötesinde geniş bir çerçeveye sunarak bilim dünyasına yeni bir perspektif getirmiştir (Dantzig, 1948, 2002; Dantzig ve Thapa, 1997). Basılı olarak karşımıza çıkan ilk DP problemi, George J. Stigler adlı bir iktisatçı tarafından 1945'te tanımlanan diyet problemidir.

Stigler (1945) “The Cost Of Subsistence” adlı makalesinde ortalama bir insanın besinlerden alması gereken protein, mineral, vitamin vb. besin maddelerinin oranlarını ve bu maddelerin besinlerdeki oranlarını tanımlamış, bu kısıtlarını sağlayan ve minimum besin maliyetini veren bir diyet listesi oluşturmayı hedeflemiştir. Ancak Stigler diyet problemini tanımladığında simpleks algoritması henüz geliştirilmemiştir ve bu nedenle optimal çözüme ulaşmak için deneysel yolları takip etmiştir. Makalesinde bu durumu şu şekilde ifade etmiştir: “Bundan sonraki prosedür deneyseldir çünkü bir doğrusal fonksiyonu en küçüklemenin doğrudan bir yöntemi yok gibi görünmektedir.” Ayrıca Stigler bu problemi bir DP problemi olarak da tanımlamamıştır. Dantzig DP modelini formüle ettikten ve simpleks algoritmasını geliştirdikten sonra algoritmayı test etmek için bir problem arayışına girmiştir. Bu arayışın sonucunda Amerikan ordusunun birkaç yıl üzerinde çalıştığı bir konu olan bir askerin beslenme ihtiyaçlarını en düşük maliyetle karşılayacak beslenme listesinin tespiti problemine odaklanmaya karar vermiş ve araştırmaları sonucunda Stigler’in ilgili makalesinde aynı problemin ele alındığını fark etmiştir. Dantzig 77 çeşit besin ve 9 çeşit besin maddesi tanımlanan problem için 77 karar değişkeni ve 9 kısıt tanımlamış, problemin manuel olarak hesap makinelerinin kullanımıyla çözümü için 9 kişi çalışmış ve toplamda 120 gün/kişi sonucunda 39,69 \$’lık optimal çözüm elde edilmiştir (Bixby, 2012; Dantzig, 1990). Diyet problemindeki bireylerin veya grupların sağlıklı bir şekilde beslenmelerini sağlamak için gereken besin maddelerini toplam maliyeti minimize edecek şekilde karşılama hedefinin farklı endüstrilerde de karşılığı bulunabilir. Örneğin hayvancılıkta farklı kalitedeki hayvan yemlerinin veya gübrenin minimum maliyetle harmanlanması arzu edilir. Benzer şekilde madencilik sektöründe farklı ocaklardan elde edilen cevherlerin karıştırılarak kullanması gereken durumlar olabilir (Williams, 2013). Bu örnekler, beslenme için kurulan diyet probleminin farklı endüstrilerdeki kaynak kullanımını optimize etmek için de geniş kapsamlı uygulanabilirliğini göstermektedir. Bu problemler, literatürde genelleştirilmiş ismi olan karışım veya harmanlama problemi olarak karşımıza çıkar ve gerçek hayattaki harmanlama sorunları, yalnızca besin gereksinimlerinin olduğu “standart” harmanlama probleminden çoğunlukla daha karmaşık bir yapıya sahiptir (Ashayeri ve diğ., 1994; Garille ve Gass, 2001). Karışım problemi, çeşitli hammadde veya bileşenleri karıştırarak nihai ürünü oluşturmayı hedefleyen problemlerdir.

Temel amaç genellikle nihai ürünün birim maliyetini minimize etmek ve aynı zamanda belirli kalite standartlarını karşılamak olsa da çalışmalarda farklı amaç fonksiyonları da mevcuttur.

Temel bir harmanlama probleminde şu unsurlar bulunmalıdır:

- İki veya daha fazla hammadde veya bileşen,
- Her bir hammadde ile ilişkilendirilmiş bir veya daha fazla kalite özelliği,
- Belirli kalite gereksinimlerini karşılaması için hammaddelerin karıştırılmasıyla elde edilecek bir veya daha fazla bitmiş ürün (Schrage, 2002).

Harmanlama problemleri, çeşitli özelliklere göre farklı şekillerde kategorize edilebilir. Problemden elde edilmek istenen bitmiş ürün sayısına göre iki kategoriye ayrılırlar:

- Tekli harmanlama problemi,
- Çoklu harmanlama problemi (Ashayeri ve diğ., 1994).

Çoklu harmanlama problemleri, ortak hammadde stoklarının aynı anda birden fazla ürünün üretimini optimize ederek toplam maliyeti minimize etmeye çalışır. Öte yandan tekli harmanlama problemleri, her bir ürünün maliyetini ayrı ayrı minimize etmeyi hedefler. Farklı bir çalışmada ise, harmanlama problemlerini sınıflandırmak için endüstri türü ve üretim planlamadaki hiyerarşik düzey olarak iki boyut dikkate alınmıştır (Crama ve diğ., 2001). Harmanlama problemleri; gıda, yem, demir-çelik, kimya, tarım ve enerji gibi farklı proses endüstrilerinde sıkça tanımlanmıştır. Amerikan Üretim ve Envanter Kontrol Topluluğu'na göre proses endüstrileri, süreçlerin sürekli veya partiler halinde olabildiği ve genellikle sıkı süreç kontrolü ve yüksek sermaye yatırımı gerektiren karıştırma, ayırma, şekillendirme veya kimyasal reaksiyonlar yoluyla malzemelere değer katan endüstriler olarak tanımlanır. Bu endüstride faaliyet gösteren şirketlerin çoğu yüksek derecede ürün farklılaşmasına sahiptir (Flapper ve diğ., 2002; Kallrath, 2002). Ürün çeşitliliğinin artması, hammaddelerin harmanlanması ile son ürünleri oluşturma sürecini daha da karmaşık hale getirir. Sürecin karmaşıklığını arttıran bir diğer faktör genellikle hedeflenen bir son ürünü oluşturma tek bir yolu olmamasıdır. Nihai ürünü elde etmek için kullanılacak hammaddelerin isimleri ve miktarları gibi bilgiler, reçete olarak ifade edilir ve genellikle hedeflenen bir son ürünü elde etmek için alternatif reçeteler oluşturulabilir.

Bu durum, harmanlama süreçlerini daha esnek ancak aynı zamanda daha zorlayıcı hale getirir ve üretim sürecini optimize etme ve maliyetleri kontrol altında tutma ihtiyacını artırır.

2.1 Madencilik Endüstrisinde Karışım Problemleri

Emtia, ticarete kullanılan ürün ve malların genel adıdır ve genellikle ürünlerin veya hizmetlerin üretiminde kullanılan temel unsurlardır. Yeryüzünden farklı türde emtialar çıkarılır, bunlar genellikle ticari anlamda değerli kaynaklardır ve maden (cevher) olarak adlandırılır (Mutlu, 2024). Madencilik, yer kabuğundaki değerli minerallerin ticari olarak kazanım elde etmek amacıyla çıkarılması ve işlenmesini kapsar, yeraltında veya yeryüzünde gerçekleştirilir (Çevre ve Şehircilik Bakanlığı, 2020). Geçmişten günümüze, madencilik faaliyetleri ile elde edilen doğal kaynakların önemi, tartışılmazdır, dünya genelinde yaşamın sürdürülmesinde kritik bir rol oynar ve gelecekte de bu rolünü sürdürmeye devam edecektir. Ayrıca, istihdam yaratma ve ekonomik büyümeye önemli katkılarda bulunma potansiyeline sahiptir. Madencilik sektöründe, dünya genelinde 140'tan fazla ülkede faaliyet gösteren yaklaşık 25.000 şirket bulunduğu tahmin edilmektedir. Bu şirketler, farklı coğrafyalardaki doğal kaynakları çıkarmak ve işlemek için çeşitli stratejiler ve teknolojiler kullanmaktadır. Madencilik faaliyetlerinin doğal kaynaklar üzerindeki etkisi göz önüne alındığında bu kaynakların sürdürülebilir bir şekilde yönetilmesi önemlidir. Madencilik endüstrisi, doğal kaynakların çıkarılması ve işlenmesiyle doğrudan ilgilidir ve bu süreçler sırasında çevresel etkilerin yanı sıra doğal kaynakların tükenme riski de bulunmaktadır. Bu nedenle madencilik faaliyetlerinin yürütülmesi ve doğal kaynakların verimli kullanımı konusunda dikkatli olunması gerekmektedir. Sürdürülebilirlik, küresel bir öncelik haline geldikçe madencilik sektörü de bu değişime ayak uydurmak için önemli adımlar atmaktadır. Dünya Ekonomik Forumu, madencilik endüstrisinin 2050 yılına kadar sürdürülebilir hale getirilmesini hedeflemekte ve bu doğrultuda çeşitli önlemler almaktadır. Madencilik endüstrisinde sürdürülebilir kalkınmanın temel hedefi, gelecek nesillere aktarılacak kaynakların potansiyelini olumsuz etkilemeden, üretimi artırarak maliyetleri ve verimliliği optimize etmektir (Farjana ve diğ., 2019; Hodge ve diğ., 2022). Bu hedeflere ulaşmak için küresel bir çaba gerekmesinin yanı sıra bilimsel araştırmalar da bu hedefin gerçekleşmesinde kilit bir rol oynamaktadır.

Yöneylem araştırması disiplini, sürdürülebilirlik kavramının entegrasyonu ve madencilik endüstrisinin gelecekteki yönetimi için önemli bir rol oynamaktadır. Web of Science (WOS) veri tabanında yöneylem araştırması alanındaki çalışmaların bibliyometrik analizini yapan bir çalışma, sürdürülebilirlik kelimesinin en sık kullanılan terimlerden biri olduğunu ortaya koymuştur. Bu bulgu, sürdürülebilirlik kavramının yöneylem araştırması disiplini içinde önemli bir yer tuttuğunu vurgulamaktadır (Çomaklı Sökmen ve Yılmaz, 2021). Bu bağlamda 1950'lerin sonlarında yöneylem araştırması ve bilgisayar teknolojisi madencilik endüstrisine dahil olmaya başlamıştır (Wang ve diğ., 2024). Yöneylem araştırması tekniklerinin madencilik endüstrisinde karşılaşılan birçok problemi çözme potansiyeli bulunmaktadır. Bu teknikler sayesinde yüksek kalitedeki maden rezerv kaynaklarının daha sürdürülebilir ve verimli bir şekilde kullanılması mümkün olabilirken aynı zamanda endüstrideki maliyet artışlarının ve enflasyonun yarattığı negatif etkilerin de önüne geçilebilir. Madencilik endüstrisinde maden arama sürecinden değerlendirilmesine kadar olan neredeyse her alanda yöneylem araştırması teknikleri uygulanmaktadır. Örneğin, cevher taşımacılığı ve tesis yerleştirme gibi lojistik ve altyapı konularında yöneylem araştırması teknikleri aktif olarak kullanılmaktadır. Ayrıca, üretim planlaması ve çizelgeleme yapılırken ekonomik faktörlerin göz önünde bulundurulması da yöneylem araştırması kapsamındadır (Topuz ve Nasuf, 1991).

Bu tez kapsamında ele alınan harmanlama problemi, üretim planlaması kapsamında ele alınan ve sıklıkla karşılaşılan bir problemdir. Literatürde çeşitli maden türlerinin harmanlanmasıyla ilgili birçok çalışma bulunmaktadır. Maden endüstrisi, çeşitli maden türlerinin çıkartılması, işlenmesi ve kullanılmasıyla ilgili geniş bir yelpazeye sahiptir. Çizelge 2.1'de sunulan madenler, çeşitli gruplara ayrılmıştır. (Hodge ve diğ., 2022).

Çizelge 2. 1 : Maden türleri ve örnekleri.

Maden Türleri	Örnekler
İnşaat malzemeleri	Kum, çakıl, kırma taş, kesme taş/boyutlu taş
Enerji hammaddeleri	Potas, fosfat, yakıt mineralleri, kömür, uranyum
Değerli taşlar	Elmas, yakut, zümrüt, safir
Metaller	Altın, gümüş ve platin, demir, bakır, kurşun, çinko ve nikel
Metal Olmayanlar	Selenyum, tellür, kükürt
Endüstriyel mineraller	Silika, feldspat, kireçtaşı, kaolin, bentonit, tuz

Literatürde karşılaşılan harmanlama problemlerinde demir, kömür, nikel, bakır gibi birçok farklı türde madenin harmanlanması konu alınmıştır (Kong ve diğ., 2010; Shih ve Frey, 1995; Silva ve diğ., 2022; Yao ve diğ., 2022). Harmanlama problemleri, genellikle harmanlama sonucunda oluşan ürünün kalitesini kontrol etmek, işletmenin üretim verimliliğini artırmak, hammaddelerin optimal kullanımını sağlamak ve kâr marjını maksimize etmek gibi spesifik işletme hedeflerini karşılamayı amaçlamakla birlikte endüstrilere ve ayrıca ürünlere özgü faktörlerden etkilendiği için çeşitlilik göstermektedir. Bu çeşitlilik, bir endüstri veya ürünün özelliklerine, talep edilen kalite standartlarına, üretim süreçlerine ve hedeflenen pazar segmentlerine bağlı olarak ortaya çıkar. Örneğin, kömür harmanlama problemlerinde çevresel faktörler dikkate alınır ve nihai kömür harmanının kül ve kükürt içeriği gibi önemli özellikleri belirlenir. Bu bağlamda çevresel yönetmelikler ve standartlar, nihai kömür harmanının oluşturulmasında katı sınırlamalar getirebilir. Bu sınırlamalar, hem çevre dostu üretim süreçlerinin teşvik edilmesini hem de kömür kullanımının çevresel etkilerinin azaltılmasını amaçlamaktadır (Shih ve Frey, 1995; Yan-Min ve diğ., 2019). Seramik, cam ve boya endüstrilerinde kullanılan feldspat madenin ise kimyasal ve fiziksel özellikleri son ürünlerin kalitesini doğrudan etkilemektedir. Bu nedenle feldspatın harmanlanması sürecinde hammaddelerin kimyasal bileşimi, tane boyutu dağılımı ve mineralojik bileşimi gibi faktörler dikkate alınmalıdır. Özellikle, demir ve titan gibi istenmeyen elementlerin varlığı, seramik ürünlerde istenmeyen renklemelere neden olabilir ve son ürünlerin kalitesini olumsuz etkileyebilir. Bu nedenle müşteriler, genellikle belirli kısıtlamalar getirir ve feldspat harmanlarının bu kısıtlamalara uygun olmasını ister (Gülsoy ve diğ., 2005; Vrbický ve Prikryl, 2021). Bu örneklerde de görüldüğü üzere, her maden türünün endüstriyel kullanımı ve işlenmesi için kritik öneme sahip olan özellikler, sahip oldukları kimyasal bileşim ve mineralojik yapı farklılık gösterir. Bu kimyasal bileşim ve mineralojik yapı, maden türleri arasında değişkenlik gösterdiği gibi, aynı maden türü içerisinde dahi her zaman sabit değildir. Bu değişkenliğin temel nedeni, maden ocakları arasındaki doğal varyasyonlardır. Maden ocakları arasındaki varyasyonların yanı sıra aynı maden ocağından çıkarılan madenlerde de farklılıklar gözlemlenebilir. Madencilikteki damar terimi, jeolojik formasyon içindeki mineral tabakasını ifade eder (Ghabraie ve diğ., 2017). Madenlerin nitelikleri, farklı damarlar arasında hatta zaman içinde tek bir damarda doğal olarak değişkenlikler gösterebilir. Bu nedenle, çıkarılan madenin kimyasal bileşimleri belirsizlik ve değişkenlik içerebilir (Shih ve Frey, 1995).

Bu durum, endüstriyel süreçlerde ve kalite kontrolünde önemli bir faktör olarak ele alınmalıdır zira madenin özellikleri doğrudan son ürünün kalitesini etkilemektedir. Madencilik faaliyetlerinin başlamasından önce, bir maden yatağında bulunan her bir kayanın kategorilere ayrılması gerekir. Sınıflandırma süreci, ilk aşamada jeologlar tarafından çeşitli görünür jeolojik kriterlere dayanarak yapılır. Kriterler arasında hakim cevher mineralojisi, tahmini tenör seviyesi, kaya tipi gibi özellikler bulunmaktadır. Jeologlar, sahadaki gözlemler ve laboratuvar analizleri ile bu kriterleri dikkate alarak maden yatağındaki kayaları sınıflandırırlar. (Barton ve diğ., 2023). Bu detaylı sınıflandırma işlemi; madenin ekonomik değerinin belirlenmesi, çıkarılacak cevherin niteliğinin anlaşılması ve madencilik operasyonlarının planlanması açısından kritik bir rol oynar ve projenin ömrü boyunca devam eder. Ancak, cevherleri sınıflandırmakta karşılaşılan bazı zorluklar mevcuttur. Bu zorluklar arasında doğal sistemler olan maden ocaklarını net kategorilere ayırmadaki belirsizlikler, kayalardan alınan numunelerin laboratuvar test sonuçlarının maden üretimine ölçeklendirilmesindeki zorluklar ve jeolojik, metalurjik ve ekonomik sınıflandırma kriterleri arasındaki anlaşmazlıklar bulunmaktadır. Bu nedenlerden dolayı maden ocaklarından çıkarılan hammaddelerin özelliklerindeki değişkenlik ve belirsizlikler, mümkün olan en iyi şekilde yönetilmeye çalışılsa da tamamen ortadan kaldırılamazlar. Bu durum, farklı tür ve derecedeki madenlerin belirli kabuller doğrultusunda ayrı stoklarda depolanmasını gerektirir (Carpenter, 1999).

Madencilik endüstrisindeki harmanlama problemlerini inceleyen literatürde bu belirsizlikleri farklı yaklaşımlarla ele alan çalışmalar olduğu görülmektedir. Bu araştırmalar genellikle belirli (deterministik) ve belirsiz modeller olarak iki ana kategoriye ayrılabilir (Osanloo ve diğ., 2008). Deterministik modeller, problemdeki tüm girdilerin kesin bir şekilde bilindiğini ve sabit değerlere sahip olduğunu varsayar. Bu yaklaşım, basit ve net çözümler sunabilir ve belirli koşullar altında doğru sonuçlar sağlayabilir ancak gerçek yaşam senaryolarına uygulanabilirliği sınırlıdır. Gerçek dünya problemlerinde verilerin eksik, yetersiz veya değişken olduğu durumlar sık sık karşımıza çıkar (Ben-Tal ve Nemirovski, 2002). Dolayısıyla bu belirsizliklerle başa çıkmak için problem çözümünde esnek ve dinamik yaklaşımlar gerekebilir. Ancak, belirsizlik içeren problemlerin modellenmesi ve çözülmesi genellikle deterministik modellere kıyasla daha zordur (Calfa ve diğ., 2015).

Bazı araştırmalar, belirsizlik içeren girdilerin varlığını kabul eder ancak bu parametreleri belirsiz olarak modellemek yerine farklı yaklaşımlar uygular. Belirsizlik içeren girdilere güvenlik miktarları ekleyerek veya bu girdiler için ktmsel değerler tercih ederek istenmeyen zmler engellenebilir. Bu yaklaşımlar pratik zmler sunabilir ancak aynı zamanda uygun zm uzayını sınırlamakta ve belirsizliği modellemek yerine belirsizliğe karşı önlemler almaktadır (Birgören ve Sakallı, 2020). Belirsizlik içeren optimizasyon modelleri, verilerin belirsizliğini ve değişkenliğini göz önünde bulundurur. Örneğin maden endüstrisindeki karışım problemlerinde cevher kalitesi, ürün talebi ve maliyet kalemleri gibi girdiler kesin olarak bilinemeyebilir. Belirsiz modeller, bu parametrelerin belirsiz doğasını dikkate alarak, problemi daha kapsamlı bir Şekilde ele alır.

Belirsizlik altında optimizasyon, akademik çevrelerde ve endüstride geniş bir ilgiyle karşılanmıştır ve literatürde belirsizliklerin tanımlanmasına ve ele alınmasına yönelik çeşitli yaklaşımlar ve teknikler geliştirilmiştir. Bu tekniklerin birbirlerine kıyasla güçlü ve zayıf yönleri bulunmaktadır (Calfa ve diğ., 2015; Osanloo ve Rahmanpour, 2017). Harmanlama problemlerindeki belirsizliği modelleyen optimizasyon çalışmaları, iki temel başlık altında ele alınabilir: stokastik programlama ve bulanık programlama. Stokastik programlama, belirsizlikleri olasılık dağılımlarıyla ifade eder ve problemi zmek için olasılık teorisi ve istatistiksel yöntemlerden faydalanır. Öte yandan bulanık programlama, belirsizlikleri belirli bir belirsizlik derecesiyle ifade eder ve bulanık mantık prensiplerine dayanır. Hangi yöntemin kullanılacağı; problem bağlamına, mevcut veriye ve üzüm gereksinimlerine bağlı olarak değişebilir. Her iki yaklaşımın da avantajları ve dezavantajları dikkate alınarak belirsizlik içeren harmanlama problemleri için en uygun zm yöntemi seçilmelidir.

2.2 Literatür Taraması

Madencilik sektöründe karşılaşılan harmanlama problemleri üzerine bilimsel literatürü incelemek amacıyla, Scopus veri tabanında bir makale taraması yapılmıştır. Bu tarama sırasında, başlıklarında, anahtar sözcüklerinde ve özetlerinde “blending” ve “programming” terimi geçen makaleler belirlenmiştir. Araştırmanın odak noktasını oluşturan bulanık karar verme süreçleri ile ilgili çalışmaları saptamak için arama terimlerine “fuzzy” kelimesi eklenmiştir.

Bu tarama sonucunda, toplamda 35 makale ve 7 konferans bildirisi tespit edilmiş, bu çalışmalar arasından konuya uygun olanlar bu bölümde incelenmiştir.

Rahmanpour (2017), maden planlamasının karmaşıklığına, gelen verilerin eksik ve yetersiz olduğuna dikkat çekerek belirsizliklerin olduğu bir ortamda, BDP kullanarak kısa vadeli üretim planlaması için bir model geliştirmiş ve bir kireçtaşı madeni kompleksinde bir uygulama yapmıştır. Bu model, farklı özelliklere sahip maden sahalarından çıkarılacak malzeme miktarını belirlemek için kullanılmakta ve farklı senaryolara dayalı olarak iyimser ve kötümser planlar sunmaktadır.

Rahmanpour'un çalışmasında, maden sahalarından çıkarılacak cevherlerin kalitesi, işletme maliyetleri, tesisin veya müşterinin ihtiyaç duyduğu besleme hızı gibi parametreler bulanık olarak tanımlanmıştır. Bu parametrelerin nominal değerlerine belirli oranlarda sapmalar eklenmiştir. Modelin çözümü için Carlsson ve Korhonen (1986) tarafından sunulan yaklaşımdan yararlanılmış ve tüm bulanık parametrelerin üyelik derecelerinin eşit olduğu çözümler karar vericiye sunulmuştur.

Chakraborty ve Chandra (2005) kullanıcıların taleplerini karşılamak için çeşitli niteliklerdeki ham kömürün karıştırılmasındaki optimal planlamayı incelenmektedir. Çalışmada kömür numunelerinin kalite ve maliyet gibi özelliklerinin belirlenebileceği, ancak harmanlama sonucunda oluşacak karışımda hangi kalitedeki kömür stoğunun ne kadar kullanılacağına belirsiz olduğu için çıktı özelliklerinin belirlenemeyeceği vurgulanmış ve bu parametreler bulanık olarak tanımlanmıştır. Amaç, çeşitli kömür damarlarından elde edilen ham kömürün, zenginleştirme süreci için belirlenen verim ve kül yüzdesi hedeflerini maksimum düzeyde karşılayacak şekilde olmasını sağlamaktır. Ayrıca, karar vericiler tarafından belirlenen zenginleştirme süreci için kullanılacak ham kömürün girdi maliyetinin sınırlı olmasının da hedeflendiği belirtilmektedir. Bu şekilde, işlem hem kalite hem de maliyet açısından optimize edilmeye çalışılmaktadır. Amaçlar çıktı değişkeni, hammadde miktarları girdi değişkeni olarak tanımlanmış ve amaç fonksiyonları çıktı değişkenleri ve girdi değişkenleri arasındaki ilişkiler için yapılan çoklu doğrusal regresyon analizi ile elde edilmiştir. Problemi çözmek amacıyla, doğrusal hedef programlama modeli tasarlanmış, harmanlama sürecindeki kalite ve maliyet dengesi sağlanmıştır.

Sakallı ve Baykoç (2011), pirinç dökümü sürecinde kritik bir aşama olan harmanlama problemini incelemiştir.

Bu aşamanın kritik olmasının temel sebebi, harmanlanan hammaddelerin saf metal veya hurda malzemelerden oluşması ve saf metallerin içeriğinin bilinirken hurda malzemelerin içeriğinin belirsizlik içermesidir. Saf metallerin bileşimi genellikle standartlara uygun olarak belirlenebilirken, hurda malzemelerin içerdiği metal yüzdeleri çeşitli faktörlere bağlı olarak değişkenlik gösterebilir. Çalışmada, belirsizlik içeren hammaddeler iki farklı gruba ayrılmıştır. İlk gruptaki hammaddeler, tesadüfi belirsizlik türünü içerir ve içerik yüzdelerindeki belirsizlikler, olasılık teorisi ve istatistiksel yöntemler kullanılarak ölçülebilir. Diğer gruptaki hammaddeler ise, olasılık teorisi yerine daha uygun olan olabilirlik teorisinden faydalanılarak tanımlanmıştır.

Bu seçimin nedeni, bu gruptaki hurda yığınlarının farklı olasılık dağılımlarına sahip olmasıdır. Dolayısıyla, hammaddelerin bu iki farklı türdeki belirsizlikleri dikkate alınarak bir matematiksel model oluşturulmuş ve modelin çözümü için olabilirsel belirsizlikler, olasılıksal belirsizliklere dönüştürülmüştür. Dönüşüm işlemi, çeşitli ilkelere göre gerçekleştirilir. Bu ilkeler Oussalah (2000)'ın çalışmasında detaylandırılmıştır.

Li (2013), çalışmasında çevre yönetim sistemlerindeki karmaşıklıklar ve belirsizliklerle başa çıkmak için bir dizi kesin olmayan programlama tekniği olduğunu ve bu teknikler arasında en yaygın olanların, aralıklı doğrusal programlama, stokastik doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama olduğunu söylemiştir. Makalede kömür harmanlama prosesindeki belirsizlikleri yansıtmak amacıyla hem aralıklı doğrusal programlama hem de bulanık doğrusal programlama yöntemlerini içeren, bir kömür harmanlama modeli önerilmiştir. Aralıklı doğrusal programlama, belirsizlikleri belirli alt ve üst sınırlarla temsil eder, karar verme problemlerinde kesin olmayan parametreleri karakterize etmek için etkili bir yöntemdir. Bu modellerin çözümü için çeşitli yöntemler önerilmiştir. Bu makalede ise, belirsizlik içeren model iki deterministik alt modele ayrılarak ele alınmıştır. Kısıtlar ve amaç fonksiyonu, tatmin düzeylerini ifade etmek için üyelik dereceleri kullanılır ve üyelik derecelerinin maksimize edilmesi amaçlanır.

Karışım problemlerinde amaç fonksiyonları genellikle ekonomik kaygıları içerse de bunun dışında çevresel faktörler, operasyonel kısıtlamalar veya cevher kalitesi gibi diğer faktörler de dikkate alınabilir. Xu ve diğerleri (2008), bulanık çok amaçlı cevher harmanlama problemi önerir.

Çok amaçlı modeller, cevher harmanlama problemlerinde birçok kez ele alınmıştır. Çalışmada, çok amaçlı cevher harmanlama problemi iki aşamada çözülmüştür. İlk aşamada, amaç fonksiyonları için üyelik fonksiyonları tanımlanmış ve amaçlar arasında tercih olmaksızın tatmin düzeyleri maksimize edilmiştir. İkinci aşamada ise Narasimhan (1980)'ın çalışmasındaki yedi dilsel değerden yararlanılarak amaç fonksiyonları “çok önemli”, “nispeten önemli” gibi kademeli olarak önceliklendirilmiş ve ilk model sonucunda optimize edilen tatmin düzeyi gevşetilerek amaç fonksiyonlarının tatmin dereceleri önem düzeylerine göre formül elde edilir. Bu algoritma, cevher harmanlama problemlerinin karmaşıklığıyla başa çıkmak için etkili bir çözüm sunar. Amaç fonksiyonları arasındaki çatışmaları çözmeye esneklik sağlayarak, karar vericinin tercihlerini ve önceliklerini dikkate alır. Böylece optimize edilmiş bir çözüm elde edilirken, çeşitli amaçlar arasında denge sağlanır.

Bu incelemeler, harmanlama problemlerinin çözümünde kullanılan metodolojilerin, belirsizlik yönetimi, maliyet ve kalite arasındaki hassas dengenin sağlanması, çevresel faktörlerin ve operasyonel kısıtlamaların dikkate alınması gibi faktörler açısından çeşitlilik gösterdiğini ortaya koymaktadır. Her çalışma, bu faktörlere özel çözüm yolları ve stratejiler geliştirerek sektörel ihtiyaçlara ve karşılaşılan zorluklara uyum sağlama yeteneğini göstermektedir. Harmanlama problemlerinde belirsizlik faktörlerine odaklanan çalışmaların taranması sonucunda, feldspat madenlerine özgü harmanlama süreçlerini ele alan spesifik bir çalışmanın olmadığı gözlemlenmiştir; bu alanda feldspat madenlerindeki belirsizliklerle ilgili herhangi bir araştırma yaklaşımına da rastlanmamıştır. Ek olarak incelenen çalışmaların çoğu, modellemelerini yalnızca belirsizlik faktörlerini içerecek şekilde gerçekleştirmişlerdir. Bu yaklaşımların belirsizlik olgusunu dışlayarak yapılan bir ön çalışma ile karşılaştırılması ve sonrasında belirsizliğin modellemeye dahil edilmesinin sağladığı avantajların belirlenmesi yapılmamıştır. Bu eksiklikleri gidermek amacıyla çalışma, feldspat madeni harmanlama sürecinde, öncelikle belirsizlik unsurlarını dışarıda bırakarak sadece güvenlik miktarları eklenerek bir model çözümü gerçekleştirilmiştir. Ardından, feldspat madeninden kaynaklanan belirsizlikler modellemeye dahil edilerek yeniden bir çözümleme yapılmıştır. Bu iki aşamalı süreç, elde edilen sonuçların karşılaştırılmasıyla belirsizlik unsurlarının model üzerindeki etkilerini ve bu faktörlerin yönetilmesinin önemini detaylı bir şekilde ortaya koymuştur.



3. BULANIK MANTIK VE BULANIK KÜME TEORİSİ

Matematiksel düşüncenin temel taşlarından biri olan küme teorisi, Alman matematikçi G. Cantor tarafından geliştirilmiştir. Cantor'a göre, bir küme; aklımıza veya sezgilerimize göre bir bütün olarak gördüğümüz belirli ve ayırt edilebilir nesnelerin bir koleksiyonu olarak tanımlanır ve bu nesnelere, genellikle kümenin elemanları veya üyeleri olarak adlandırılır (Roth, 1979). Cantor'un küme tanımındaki “nesnelere akıl veya sezgilere göre belirleme” ifadesi önemlidir çünkü bu tanım, küme içeriğinin göreceli olduğunu ve belirli bir zihinsel perspektife bağlı olduğu fikri ile paralellik gösterir. Örneğin, “25 yaşının altındaki insanlar kümesi” olarak tanımlanan bir küme herkes için aynı şeyi ifade eder. Ancak, “genç insanlar kümesi” oluşturulmak istendiğinde, bu kümenin elemanları ve sınırları kişiden kişiye göre değişebilir. Bazı kişiler için bu kapsam, 18 ile 30 yaş arasındaki bireyleri içerirken, diğerleri için bu yaş sınırları farklılık gösterebilir; çünkü ‘genç’ terimi, belirli bir bağlam ve bakış açısına göre anlam kazanmaktadır. Bunun gibi doğal konuşma dilinde karşımıza çıkan sözel ifadeler sözel değişkenler denir ve gündelik hayatta sıklıkla kullanılır. Bu ifadeler günlük hayattaki durumları ifade etmek için kolaylık sağlasa da matematiksel olarak bir belirsizlik yaratır. Bulanık mantık ve bulanık küme teorisinin temelinde bu ifadelerden kaynaklanan belirsizlikler vardır (Bojadziev ve Bojadziev, 2007; Zadeh, 1996). Bu belirsizlikleri hesaba katmak ve insan düşünce sistemine daha yakın bir model sunmak amacıyla, Lotfi Zadeh tarafından bulanık küme teorisi geliştirilmiştir. Geleneksel küme teorisinin aksine, bulanık küme teorisi belirsizlikleri kabul eder ve bu belirsizlikleri matematiksel olarak ele alır (Dubois, 2012; Klir ve Folger, 1988; Zadeh, 1965). Lotfi Zadeh, bir elemanın bir kümeye ait olup olmama durumundaki belirsizlikleri ele almak için üyelik fonksiyonu kavramını tanımlamıştır. Klasik kümelerde üyelik fonksiyonu yalnızca 0 veya 1 değeri alabilirken, bulanık küme teorisinde bu değer $[0, 1]$ aralığında değişebilir. Bu aralık, bir elemanın bir küme içindeki aidiyet derecesini ifade eder. Örneğin, bir kişinin genç insanlar kümesi için üyelik derecesi, tam olarak 1 veya 0 olmayabilir yani yalnızca bu kümeye ait veya değil sonucuna ulaşılmayabilir; bunun yerine, bu değer 0 ile 1 arasında bir derecelendirme ile ifade edilir.

Bu esneklik, belirsizlikleri daha iyi modellemeyi ve gerçek dünyadaki karmaşık durumları daha doğru bir şekilde temsil etmeyi sağlar. Bulanık mantıkta da benzer bir yaklaşım mevcuttur. Bulanık mantık, bulanık küme teorisini bir araç olarak kullanmaktadır (Başkaya, 2011). Bulanık mantık kavramının tanımı yine Zadeh tarafından “Fuzzy Logic and Approximate Reasoning” adlı makalede yapılır (Zadeh, 1975). Kesin akıl yürütme yöntemleri yerine yaklaşık akıl yürütme yöntemleriyle ilgilenen mantık olarak tanımlanır. Bulanık küme teorisinde elemanların aitliği ile ilgili olan belirsizlik, bulanık mantıkta önermeler için geçerli olur. Zadeh, ikili mantık veya Aristoteles mantığı olarak bilinen klasik mantık sisteminin savunduğu bir önermenin sadece doğru veya yanlış olabileceği, üçüncü bir seçeneğin olmayacağı görüşüne karşı çıkar ve önermelerin doğruluk derecelerini $[0, 1]$ aralığında tanımlar. Böylece, kesin kararlar yerine yaklaşık olarak karar verme sürecini ön plana çıkarır. Bu yaklaşım, bulanık küme teorisinde olduğu gibi belirsizlik ve karmaşıklık içeren gerçek dünyadaki problemlere daha uygun bir çözüm sunabilir.

3.1 Bulanık Mantık

Bu bölüm, bulanık mantıkla ilgili temel bir anlayış sunmayı amaçlamaktadır. İlk olarak, bulanık mantığın temelindeki belirsizlik kavramı ve çeşitli türleri detaylı bir şekilde incelenecek, literatürde sıkça karşılaşılan ve belirsizlik olarak tanımlanan terimler ile bunlar arasındaki farklar açıklanacaktır. Ardından, bulanık mantığın tanımı üzerinde durularak klasik mantıktan farkları vurgulanacaktır. Son olarak, bulanık mantığın ortaya çıktığı dönemde nasıl tepkiler aldığına dair bir değerlendirme yapılacak ve nasıl geliştiği üzerinde durulacaktır.

3.1.1 Bilgi, belirsizlik, olasılık, bulanıklık

Bilgi, bireyin ve toplumun gelişiminde temel bir role sahiptir; insanların dünyayı anlamalarına, çevrelerini değerlendirmelerine ve sorunları çözmelerine yardımcı olan güçlü bir araçtır. Bilgi kavramı, günlük yaşamda sıklıkla tanımı üzerine çok fazla düşünülmeden kullanılır; çeşitli bağlamlara ve farklı disiplinlerin bakış açlarına göre farklı anlamlar içerebilir, bu da bilgi kavramı için kesin bir tanım yapmayı zorlaştırır. Genel olarak bilgi; insan zihninde fark yaratan, insan için önemli olan her şey olarak tanımlanabilir (Case, 2007). İnsan, doğası gereği merak duygusuna sahip bir varlıktır. Bu nedenle çevresindeki dünyayı anlamak için sürekli olarak bilgi arayışı içindedir.

Bu bilgi arayışı, insanların tarih boyunca bilimde ilerleme kaydetmesini, dünyayı ve evreni daha iyi anlamalarını sağlamıştır. Ancak insanlığın bilgi birikiminin artması, daha fazla bilinmeyen var olduğunu fark etmemize neden olmuştur. Bu paradoksta önemli olan, bilinmezliklerin varlığını kabul ederek bilinmezlik içeren durumlarla nasıl başa çıkacağımızı bulmaktır (Klir ve Folger, 1988). Literatürde farklı tanımlar yapılsa da genel anlamda belirsizlik, bilinmezlik yani bilginin yetersizliği olarak tanımlanabilir ancak bu tanım tek başına yeterli değildir (Möller ve Beer, 2004). Eğer öyle olsaydı her bilgi artışının sistem belirsizliğini azaltmasını beklerdik. Ancak karmaşık süreçlere dair yeni bilgi, önceden bilinmeyen veya fark edilmemiş belirsizlikleri ortaya çıkarabilir.

Belirsizliklerin doğası/kaynağı ve belirsizlikle başa çıkma yöntemleri; istatistikçiler, bilim insanları ve mühendisler tarafından uzun süredir tartışılan bir konu olmuştur. Belirsizliğin kaynağı son derece çeşitli olabilir; ancak modelleme bağlamında belirsizliği genellikle aleatorik ve epistemik olarak kategorize etmek uygun görülmektedir. Terminolojiler farklılık gösterse de literatürde genellikle bu iki ayrım belirsizliğin doğasını anlamak için temel olarak kabul edilir ve şu şekilde özetlenebilir:

1. Epistemik (Subjektif, Bilgisel, Azaltılabilir) belirsizlik:

- Epistemik kelimesi, Yunanca epirsglg (episteme) kelimesinden türetilmiştir ve bilgi anlamına gelir.
- Bilgi eksikliğinden kaynaklanan belirsizliği ifade eder.
- Belirsizlik; daha fazla veri toplayarak, modeli geliştirerek veya daha gelişmiş bilimsel prensiplerin kullanılması yoluyla azaltılabiliyorsa epistemik olarak nitelendirilir.

2. Aleatorik (Ontolojik, rastlantısal, azaltılamaz) belirsizlik:

- Aleatorik kelimesi, Latince alea kelimesinden türetilmiştir ve zar atma anlamına gelir.
- Değişkenlikten kaynaklanan belirsizliği ifade eder.
- Belirsizlik herhangi bir şekilde azaltılamıyorsa aleatorik olarak nitelendirilir.

Belirsizlikleri bu şekilde sınıflandırmak, model içindeki belirsizlikleri daha net bir şekilde anlamamıza ve onlarla başa çıkmamıza yardımcı olabilir.

Ancak bir belirsizliğin hangi kategoriye ait olduğunu belirlemek her zaman kolay değildir, modelin yapısına göre değişiklik gösterebilir. Mühendislikle ilgili çoğu problem, genellikle her iki tür belirsizliği de içermektedir (Hawer ve diğ., 2018; Kiureghian ve Ditlevsen, 2009; Walker ve diğ., 2003)

Belirsizlik kavramı hem literatürde hem de günlük hayatta sıkça karşılaştığımız ve genellikle düşünmeden birbirinin yerine kullanılan çeşitli kelimelerle ifade edilir. Bu kelimeler arasında, İngilizce kaynaklarda sıkça rastlanan ve belirsizliği tanımlamak için kullanılan bazı terimler öne çıkar:

- uncertainty (belirsizlik),
- vagueness (belirsizlik),
- imprecision (belirsizlik),
- fuzziness (bulanıklık).

Bu terimlerin Türkçe çevirilerine baktığımızda “uncertainty”, “vagueness” ve “imprecision” kelimelerinin belirsizlik; “fuzziness” kelimesinin ise bulanıklık olarak çevrildiğini görürüz. Bu terimler aynı veya benzer çevirilere sahip olmalarına rağmen bazı yazarlara göre ifade ettikleri anlamlar arasında farklılıklar bulunmaktadır. Bu farklılıklar, belirsizlik kavramının çeşitli yönlerini daha iyi anlamamızı sağlar. Bu bölümde, bu kavramların ne anlama geldikleri ve aralarındaki farklar açıklanmaya çalışılacaktır.

Çoğu makalede “vagueness” ile “fuzziness” birbiri yerine kullanılır ve eş anlamlı terimler olduğu söylenir. Ancak bunun tam olarak doğru olmadığını söyleyen bilim insanları da vardır (Hawer ve diğ., 2018; Klir, 1987). Örneğin bulanık mantığın kurucusu olan Zadeh “vagueness” ile “fuzziness” terimlerinin eş anlamlı olmadığı ve aralarındaki farkın önemli olduğunu belirtir. Zadeh'e göre, her iki terim de bir cümleye belirsizlik katarken, belirsizlik seviyeleri arasında belirgin bir fark vardır. Bir örnek üzerinden açıklamak gerekirse, “Sınavdan iyi bir not almayı hedefliyorum.” ve “Sınavdan 80 civarı bir not almayı hedefliyorum.” cümlelerini ele alalım. Her iki cümle de kesinlikten yoksundur, ancak karşılaştırma yapıldığında, ikinci cümle birinci cümleye göre daha belirgin bir bilgi sunar. “iyi bir not” ifadesi “vague (belirsiz)” olarak nitelendirilebilirken, “80 civarı bir not” ifadesi ise “fuzzy (bulanık)” olarak tanımlanabilir.

Bu bağlamda, “vagueness” temel olarak spesifikliğin yetersizliğini ifade ederken, “fuzziness” ise sınırların keskin olmamasıyla ilgilidir (Dubois, 2012; Zadeh, 1978). “Vagueness” kelimesi aynı zamanda “imprecision” kelimesi ile de eş anlamlı olarak kullanılır. Bu iki kelime arasındaki farklılık ise belirsizliğin türü ile ilgilidir. “Vagueness” dil bilgisel veya sezgisel bilginin belirsizliğini ifade ederken “imprecision” genellikle sayısal miktarlardaki belirsizliği ifade eder. Örneğin, “Bu yemek lezzetli.” ifadesindeki belirsizlik “vagueness” olarak adlandırılabilir çünkü “lezzetli” kelimesi belirli bir standart veya kesin tanım ile tanımlanmamıştır. Ancak, “bu yemekte 3 gram tuz var.” ifadesindeki belirsizlik “imprecision” olarak nitelendirilebilir çünkü miktar belirtilmiş olsa da bu miktarın ölçüm sonucunun tam olarak 3 gram olup olmadığı belirsizdir (Ross ve diğ., 2002)

“Uncertainty” kelimesi, diğer üç terimi kapsayan bir çatı kavramıdır. Bu kavram, bir şeyin bilinmediği veya kesin olmadığı durumları tanımlar. Ancak, yukarıda açıkladığımız gibi belirsizlik içeren durumlar sadece dil bilgisel veya sezgisel bilgidir kaynaklanmaz. Ayrıca, bir olayın veya durumun sonucunun değişken koşullara bağlı olmasından kaynaklanan belirsizlikler de mevcuttur. Bu noktada, olasılık kavramı ön plana çıkar. Bulanık mantık, olasılık teorisine kıyasla daha yeni bir kavramdır ve düşünülenin aksine olasılık teorisinin yanlışlığını ortaya koymaz aksine onu tamamlar ve genişletir. Her ikisi de tam anlamıyla bilinmeyen veya kesin olmayan durumlarla ilgilenir. Dolayısıyla, olasılık teorisi ve bulanık mantık, belirsizlikle başa çıkmak için farklı ama birbirini tamamlayan yaklaşımlar sunarlar (Hašková, 2019). Aralarındaki fark olasılık teorisi kısmi kesinlikle ilgilenirken, bulanık mantık kısmi olasılık ve kısmi doğrulukla ilgilenmesidir. Gerçek hayatta bildiklerimizin büyük bir kısmı, kısmen kesin ve/veya kısmen olası ve/veya kısmen doğrudur. Olasılık teorisinin en önemli eksikliklerinden biri kısmi olasılık ve kısmi doğrulukla başa çıkacak şekilde tasarlanmış olmamasıdır.

Kısmen kesin, kısmen mümkün ve kısmen doğru önermelere örnek verecek olursak “Özgür, işten saat 18:00’da veya 17:00’da çıkar.” önermesi kısmen kesin olarak ifade edilebilir. Yani Özgür’ün işten %50 olasılıkla 18:00’da, %50 olasılıkla 17:00’da çıkacağını biliriz. Tam olarak ne zaman çıkacağını bilmesek de kısmi bir kesinlik vardır. “Özgür, işten bazen 17:00’da çıkar.” ifadesinde ise çıkış saatinin olasılığı hakkında kesin bir bilgiye sahip değilizdir, Özgür’ün işten 17:00’da çıkması kısmen olasıdır ancak olasılığını tam olarak bilemeyiz.

Son olarak “Özgür, işten genellikle 17:00 civarında çıkar.” ifadesinde ise artık hem saat bilgisi hem de olasılığı bulanıklaşır. Bu tür ifadeleri olasılık teorisi ile modelleyebilmemiz mümkün değildir. Gerçek hayatta ilk verilen örnekte olduğu gibi olasılıkları, saatleri vb. ifadeleri kesin olarak bildiğimiz durumlar nadirdir (Ross ve diğ., 2002). Özetle, olasılık teorisi bir olayın gerçekleşip gerçekleşmeme olasılığı ile ilgilenir. Fakat sonuç olarak olay ya gerçekleşir ya da gerçekleşmez. Bulanık mantık ise olayların gerçekleşme derecesiyle ilgilenir.

3.1.2 Bulanık mantığın tanımı ve gelişimi

Mantık, akıl yürütme süreçlerinin prensiplerini inceleyen bir disiplindir (Zadeh, 1988). Tarih boyunca insanların ilgisini çeken mantık alanı, birçok bilim insanının çalışmalarıyla şekillenmiş ve gelişmiştir. Bu çalışmalar, farklı mantık sistemlerinin ortaya çıkmasını sağlamıştır. Antik Yunan filozofu Aristoteles, M.Ö. 300'lerde mantık alanına önemli katkılarda bulunmuş ve mantıkla ilgili eserleri, klasik mantığın temelini oluşturmuştur. Klasik mantık ilkeleri, orta çağ boyunca ve sonrasında batı felsefesinde etkili olmuş ve Aristoteles'in mantık anlayışı uzun süre boyunca temel alınmıştır. İkili mantık veya Aristoteles mantığı olarak da bilinen klasik mantık, bir önermenin ya doğru ya da yanlış olması gerektiğini belirterek doğru ve yanlışın kesin bir biçimde ayrıldığını savunur. Klasik mantığın temelindeki üçüncünün olmazlığı ilkesine göre doğru veya yanlış dışında bir üçüncü seçenek asla söz konusu değildir (Bolayır ve Ergülen, 2019; Celikyılmaz ve Türksen, 2009). Ancak, gerçek hayattaki bazı durumlarda bu ilkenin sorgulanabilir veya geçersiz olabileceği, basit bir düşünce egzersiziyle kolayca fark edilebilir. Özellikle belirsizlik ve karmaşıklık içeren durumlarda, bir önermenin doğru veya yanlış olmasının dışında başka seçenekler de mevcut olabilir. Literatürde, bu tür durumları örnekleyen çeşitli paradokslar bulunmaktadır. Örneğin, yalancı paradoksu, Giritli bir kişinin tüm Giritliler'in yalan söylediğini iddia etmesiyle ortaya çıkar. Eğer “Tüm Giritliler yalan söyler.” ifadesi doğru ise, bu ifadeyi söyleyen kişi de bir Giritli olduğundan dolayı yalan söylemelidir, bu da kişinin hem doğru hem de yalan söylediği çelişkili bir sonuca yol açar. Diğer yandan, eğer “Tüm Giritliler yalan söyler.” ifadesi yanlışsa, bu durumda ifadeyi dile getiren Giritli kişi doğruyu söylemiş olur ki bu da paradoksal bir durum yaratır. Bu gibi durumlar, klasik mantık kurallarına meydan okur ve tek bir önermenin aynı anda hem doğru hem de yanlış olabileceğini gösterir.

Gerçek hayatın karmaşıklığı içinde bu tür paradoksal durumların ortaya çıkması kaçınılmazdır (Usó-Doménech ve diğ., 2021). Tarihe baktığımızda bu klasik mantığa yönelik benzer itirazların var olduğunu görebiliriz. Örneğin, Heraclitus bir önermenin hem doğru hem de yanlış olabileceğini savunur. Platon ve Hegel gibi düşünürler de Heraclitus'un görüşüyle paralel olarak, doğru ve yanlışın dışında üçüncü bir seçeneğin var olduğunu öne sürerler. Aristoteles'in iki değerli mantığına karşı sistematik bir alternatif sunan ilk isim ise Lukasiewicz'dir. Lukasiewicz, 20. yüzyılın başlarında üç değerli bir mantık ve buna uygun matematiksel bir sistem tanımlamıştır. Bu yeni mantık sisteminde doğru, yanlış ve üçüncü bir değer olarak “olası” bulunmaktadır. Lukasiewicz, bu üçüncü değeri doğru ve yanlış arasında bir sayısal değerle ilişkilendirmiştir (Hellmann, 2001).

Bir sonraki önemli adım, Zadeh (1965)'in “Fuzzy Sets” adlı çığır açan çalışmasıdır. Ancak bu makalenin özünde bulanık mantık değil, bulanık küme teorisi bulunmaktadır. Bulanık mantık kavramının tanımı, yine Zadeh tarafından 1975 yılında yayımlanan “Fuzzy Logic and Approximate Reasoning” adlı makalede yapılmıştır. Bu teoride Zadeh, önermelerin doğruluk derecesini $[0, 1]$ aralığında gerçel sayılar olarak tanımlamayı önermiştir (Brule, 1985). Bulanık mantık, kesin akıl yürütme yöntemleri yerine yaklaşık akıl yürütme yöntemleriyle ilgilenen bir mantık türüdür ve hakkında birçok yanlış bulunmuştur (Zadeh, 2015). Bulanık mantık, çok değerli mantığın bir türü değildir; çok değerli mantıkla benzerlikleri vardır ancak bulanık mantık, mantıksal bir sistemden çok daha fazlasını içerir. Bulanık mantık, dilsel değişkenleri daha etkili bir şekilde modelleme amacıyla kullanılan bir mantık türüdür. İnsan beyni, bilgisayarlar gibi işlem yapmaz. Havanın sıcaklığından bahsederken “Hava 15 °C.” gibi sayı değerleri belirtmek yerine genellikle “Hava serin.” gibi dilsel ifadeler kullanmayı tercih ederiz. Aynı şekilde, bir aracın hızını belirtirken belirli sayısal değerler yerine “çok yavaş”, “yavaş”, “hızlı” veya “çok hızlı” gibi dilsel değişkenler kullanırız. Bulanık mantığın gerçek hayattaki uygulamalarının çoğu, bu tür dilsel değişkenler içerir. Dilsel değişkenler, sayılar yerine kelimelerin kullanıldığı değişkenlerdir. Bazıları, bilimde ilerlemenin kelimelerin kullanımından ziyade sayıların kullanımıyla olacağına inanırken, Zadeh'in tersi bir görüşü vardır. Zadeh, sayılar yerine kelimelerin kullanılmasını önerir. Ona göre, kelimeler karmaşık kavramları daha kolay ifade etmeye ve belirsizlik içeren durumları daha iyi ele almaya yardımcı olur.

Bilgisayarlar, gerçek dünyanın belirsizliğini ele alırken genellikle yetersiz kalır. Bu nedenle bulanık mantık alanındaki araştırmacıların hedefi, gerçek dünyanın belirsizliğini daha iyi anlayan modeller oluşturmaktır (Kosko ve Isaka, 1993; Singh ve diğ., 2013).

Zadeh'in bulanık mantık kavramlarını tanıttığı öncü makalesi 1965 yılında yayımlandıktan sonra, bulanıklık kavramı birçok makalede ele alınmıştır. Ancak, bu kavram, ilk dönemlerinde genellikle şüphıyla karşılanmıştır. Bazı bilim insanları, bulanık kavramların bilimsel olmadığını ve bilimde ilerlemenin bulguları bulanıklıktan arındırarak sağlanacağını, bulanık formüllerle bilimde ilerlemenin mümkün olamayacağını savunmuşlardır (Zadeh, 2008, 2015). Ayrıca, belirsizliğin tek tatmin edici tanımının olasılık teorisi olduğunu ve olasılık hesabının belirsizlik içeren tüm durumları ele almak için yeterli olduğunu öne sürmüşlerdir. Buna karşın Zadeh, bilimin büyük ölçüde gerçeklikle değil, gerçekliğin modelleriyle ilgilendiğini ve bu perspektiften hareketle, bilimsel ilerlemenin büyük ölçüde gerçekliğin daha iyi modelleri üzerinde yoğunlaşacağını ifade etmiştir. Ayrıca, bulanık mantık hakkında birçok yanlış anlamının olduğunu belirtmiş ve bulanık mantığın aslında belirsiz durumları modelleyen kesin bir mantık olduğunu vurgulamıştır (Montero ve diğ., 2007).

Son elli yılda, bulanık mantık çeşitli alanlarda yaygın bir şekilde kullanılmaya başlanmıştır. Göreceli olarak yeni bir kavram olmasına rağmen, gerçek hayattaki belirsizlikleri içeren birçok alanda bulanık mantığın uygulamalarına sıkça rastlanmaktadır. Kesin sınırların belirlenemediğı veya kesin olmayan bilgilere dayalı karar verme süreçlerinde önemli bir rol oynamaktadır. Geleneksel analitik tekniklerle çözülmesi çok zor olan veya mümkün olmayan çeşitli uygulamalar, bulanık mantığın esnek ve etkili yaklaşımıyla başarılı bir şekilde ele alınabilmektedir (Gupta, 2017; Nedeljkovic, 2004). Bulanık mantık, sadece matematik ve benzer disiplinlerde değil, aynı zamanda mühendislikte, tıp biliminde, robotikte ve hatta evlerde bile popülerlik kazanmış ve modern dünyada önemli bir araç haline gelmiştir. Bulanık mantığın yaygın olarak benimsenmesi ile kaynakların daha etkin kullanılması sağlanmıştır. Özellikle, bulanık mantığın kullanımı ile karmaşık sistemlerin modellenmesi ve kontrolü daha doğru bir şekilde gerçekleştirilebilmiş ve bu da zaman, para ve enerji tasarrufunu beraberinde getirmiştir (Makkar, 2018).

Bulanık mantık, bilim dünyasında giderek artan bir ilgiyle karşılanmaktadır. Zadeh'in bulanık mantığın etkisini ortaya koymak amacıyla hazırladığı 4 Mart 2013 tarihli rapora göre, bulanık mantıkla ilgili 26 araştırma dergisi, INSPEC veri tabanında 89.365, MathSciNet veri tabanında 22.657 yayın, ABD'de 16.898 ve Japonya'da 7.149 patent başvurusu ve patent bulunmaktadır. Bu veriler, bulanık mantığın sadece akademik alanda değil, aynı zamanda endüstriyel ve teknolojik inovasyonlarda da önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Yüz tanıma sistemlerinde, klima, çamaşır makinesi, elektrikli süpürge gibi birçok ev aletinde, kaymayı önleyici fren sistemlerinde, metro sistemlerinde, insansız helikopterlerin kontrolünde bulanık mantık kullanılmaktadır. Ayrıca, hava durumu tahmin sistemleri, yeni ürün fiyatlandırma veya proje risk değerlendirmesi modelleri, tıbbi teşhis ve tedavi planları, hisse senedi ticareti gibi alanlarda da bulanık mantığın uygulamaları mevcuttur (Singh ve diğ., 2013). Bulanık mantığın geniş bir uygulama yelpazesine sahip olması ve birçok alanda başarıyla kullanılması, çok yönlü ve etkili bir analiz ve kontrol aracı olduğunu göstermektedir. Belirsiz insan değerlendirmelerinin hesaplama problemlerine entegre edilmesine izin verir. Ayrıca, birden fazla kriter arasındaki çatışmalara çözüm sunar ve seçeneklerin daha iyi değerlendirilmesine yardımcı olur. Bu özellikleriyle bulanık mantık, etkili bir araç olarak kabul edilmiştir ve gelecekte de bu önemi koruyacaktır (Coşkunırmak, 2010).

3.2 Bulanık Küme Teorisi

Bulanık küme teorisinin temelinde klasik küme teorisi vardır. Bu nedenle bulanık kümeleri açıklamak için, klasik küme teorisindeki temel fikir anlaşılmalıdır. Küme, belirli özelliklere sahip ve bu özellikleri iyi bir şekilde tanımlanmış nesnelerin bir araya getirilmesiyle oluşturulan matematiksel bir yapıdır (Abdullah ve diğ., 2012; Bolayır ve Ergülen, 2019). Kümelerin gösterimi için birkaç farklı yöntem vardır. Örneğin, 1, 3, 5... sayıları A kümesinin elemanları ise, Denklem 3.1'deki gibi temsil edilebilir:

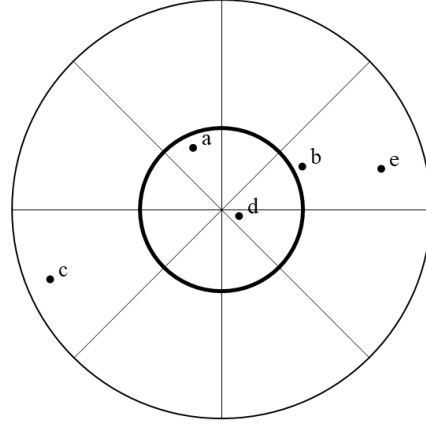
$$A = \{1, 3, 5, \dots\} \quad (3.1)$$

Kümelerin başka bir temsil yöntemi, elemanların aitlik koşullarını belirtmektir. Örneğin, tek sayılar A kümesinin elemanları ise Denklem 3.2'deki gibi temsil edilir (Lee, 2005).

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\} \quad (3.2)$$

Klasik küme kavramı oldukça açık ve anlaşılırdır. Bir eleman bir kümeye ya aittir ya da ait değildir. Bu iki durum dışında bir seçenekten söz edilmez. Ancak klasik küme teorisinin sahip olduğu bu matematiksel ve soyut çerçeve genellikle gerçek dünyadaki karmaşık ilişkileri temsil etmek için yeterli değildir. Zira gerçek hayat problemlerinde bir öğenin bir kümeye ait olup olmadığına kesin olarak karar vermek her zaman kolay değildir. Bu tür belirsizlik içeren durumları ele almak için bulanık küme teorisi veya olasılık teorisi gibi daha kapsamlı ve esnek matematiksel yaklaşımlar gerekmektedir. Bu teoriler, gerçek dünya koşullarındaki belirsizlikleri ve değişkenlikleri daha iyi modelleyerek, analiz edilmesi ve anlaşılması zor olan karmaşık ilişkileri daha etkin bir şekilde ele alır.

Klasik ve bulanık küme teorileri arasındaki fark gündelik hayatımızda karşılaştığımız birçok olayda karşımıza çıkar. Örneğin, bir dart oyununda oyuncuların oklarını hedefin merkezindeki dairenin içine isabet ettirmeleri beklenmektedir. Ok, hedefin içine isabet ederse oyuncu “iyi atıcı” olarak kabul edilirken, hedefin dışında kalması durumunda “kötü atıcı” olarak nitelendirilir. Şekil 3.1'de beş oyuncunun atışları gösterilmiştir. Oyunun kuralına göre, a ve d atışlarını gerçekleştiren oyuncular 'iyi atıcılar' kümesine dahil edilirken, b, c ve e atışlarını gerçekleştiren oyuncular ise 'kötü atıcılar' kümesine dahil edilir. Ancak atışlar detaylı bir şekilde incelendiğinde, 'iyi' ve 'kötü' olarak ayrılan iki oyuncu olan a ve b'nin benzer bir başarı seviyesi sergilediği gözlemlenmiştir. Aynı kümeye dahil edilen ve 'iyi atıcılar' olarak nitelendirilen a ve b'nin atışlarının incelenmesi sonucunda, aralarındaki performans farkı belirgin bir şekilde ortaya çıkmıştır. Bu incelemelerin sonucunda, atışların sadece hedefin içine mi yoksa dışına mı isabet ettiğine bakmanın oyuncuların gerçek performansını tam olarak yansıtmadığı görülmüştür. Bu durum, atıcılık becerilerinin daha kapsamlı ve detaylı bir şekilde değerlendirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Bulanık küme teorisi, atışların sadece hedefin içine veya dışında olma durumunu değil, hedef ile aradaki mesafeyi de dikkate alarak oyuncuların gerçek performansını daha doğru bir şekilde modellemeye imkân tanır. Bu şekilde oyuncuların başarı seviyelerini daha doğru bir şekilde belirleyebilir ve klasik küme teorisinin yetersiz kaldığı karmaşık durumları daha etkili bir şekilde ele alabiliriz (Lai ve Hwang, 1992).



Şekil 3. 1 : Dart oyunu, Lai ve Hwang (1992)'den uyarlanmıştır.

Bir x elemanın bir A kümesine ait olma derecesini gösteren fonksiyona üyelik fonksiyonu denir ve “ μ ” sembolü ile gösterilir. Klasik kümelerde üyelik fonksiyonu yalnızca 0 veya 1 değeri alabilir ve Denklem 3.3'teki gibi tanımlanır:

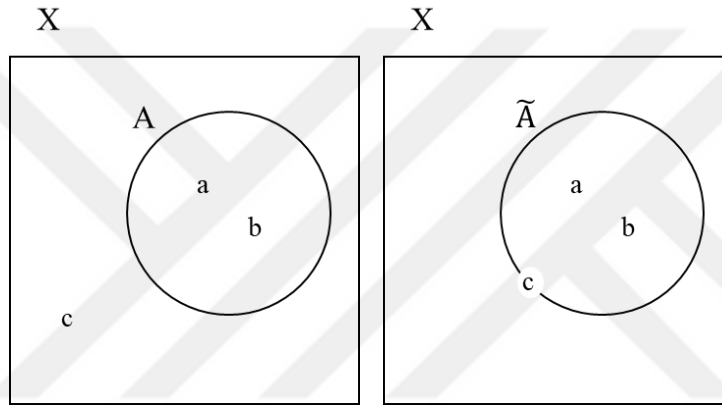
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (3.3)$$

Eğer x ögesinin A kümesine ait üyelik fonksiyonu değeri 1 ise, o zaman x , A kümesinin elemanıdır; üyelik fonksiyonu değeri 0 ise A kümesinin elemanı değildir. Klasik küme teorisinde bu iki seçenek dışında bir seçenek bulunmamaktadır. Bulanık kümeler ise her eleman için bir kümeye ait olma derecesi tanımlayarak aitliği ya hep ya da hiç seçeneklerinin ötesine taşır. Bir bulanık küme olan \tilde{A} kümesine x ögesinin ait olma derecesini gösteren $\mu_{\tilde{A}}(x)$ üyelik fonksiyonu $[0,1]$ aralığında değer alır ve Denklem 3.4'deki gibi tanımlanır:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \rightarrow [0,1] \quad (3.4)$$

Üyelik fonksiyonunun $[0, 1]$ arasında sürekli olarak tanımlanması, öğelerin kümeye ne kadar ait olduğuna dair kesin bir değerlendirme yapılamadığı durumlarda oldukça yararlıdır. Varsayalım ki, X olarak adlandırılan uzun boylu insanlar kümesine, a , b ve c ile temsil edilen kişiler arasından hangilerinin dahil olup olmayacağını belirlemek için bir problemle karşı karşıyayız. Sırasıyla a kişisi 187 cm, b kişisi 191 cm ve c kişisi 183 cm boyundadır. Klasik küme teorisi, bir kümenin elemanlarını “185 cm'den uzun olan insanlar kümesi” gibi kesin ve net kriterle tanımlar ve bu tanıma göre üyelik fonksiyonu değerleri sırasıyla $\mu_A(a) = 1$, $\mu_A(b) = 1$ ve $\mu_A(c) = 0$ olur.

Buna karşın, bulanık küme teorisi, kesin sınırlar çizmek yerine belirsiz bir tanımlama yapar. Örneğin A kümesini “yaklaşık olarak 185 cm’den uzun olan insanlar” veya “neredeyse 185 cm’den uzun olan insanlar” olarak ifade edersek artık A kümesi bir bulanık küme olur ve \tilde{A} olarak gösterilir. Bu noktada c elemanın \tilde{A} kümesine ait olup olmadığı muğlaktır ve bireysel yargılara bağlı olarak değişebilir. Bu nedenle bulanık küme teorisi, belirsizlik durumlarını ele alırken kişisel yargıların etkisini göz önünde bulundurarak daha esnek bir yaklaşım sunar ve sınırların kesin olarak çizilemediği veya belirli bir elemanın kümeye ait olma durumunun net olarak belirlenemediği durumlarda kullanışlıdır (Kabak, 2008; Zimmermann, 2001). Şekil 3.2’de, bu iki ayrı tanımın kümeler üzerindeki etkisi görsel olarak açıklanmıştır.

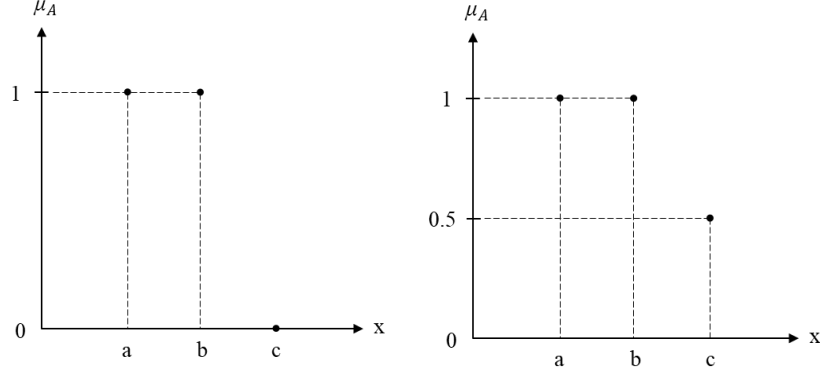


Şekil 3. 2 : Klasik ve bulanık küme temsili, Kabak (2008)’tan uyarlanmıştır.

Bulanık küme teorisinde, üyelik derecelerinin hesaplanması için bulanık küme tanımı matematiksel olarak formüle edilmelidir. Denklem 3.5’te “neredeyse 185 cm’den uzun olan insanlar” kümesinin üyelik fonksiyonu gösterilmiştir.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 185 \\ \frac{x - 181}{4}, & 181 \leq x < 185 \\ 0, & x < 181 \end{cases} \quad (3.5)$$

Denkleme göre üyelik fonksiyonu değerleri sırasıyla $\mu_A(a) = 1$, $\mu_A(b) = 1$ ve $\mu_A(c) = 0.5$ olur. Şekil 3.3’te, bu iki ayrı tanıma göre kişilerin üyelik dereceleri gösterilmiştir. Klasik küme tanımında kümeye dahil edilmeyen 183 cm uzunluğundaki c kişisi bulanık küme yaklaşımı sayesinde, kısmen \tilde{A} kümesine ait kabul edilerek üyelik derecesi 0.5 olarak belirlenmiştir ve üyelik durumundaki ani değişikliğin önüne geçilmiştir.



Şekil 3.3 : Klasik ve bulanık kümelerin üyelik fonksiyonu değerleri.

Klasik kümelerde olduğu gibi bulanık kümeler de farklı şekillerde ifade edilebilir. Denklem 3.6 bir bulanık kümenin genel gösterimidir.

$$\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) \mid x \in E\} \quad (3.6)$$

\tilde{A} bulanık kümesinin bulunduğu E evrensel kümesinin nasıl tanımladığına göre farklı küme gösterimleri farklılaşır. Eğer evrensel küme kesikli ve sonlu olarak tanımlanıyorsa bulanık küme Denklem 3.7'deki gibi gösterilir.

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \dots \right\} = \left\{ \sum_i \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} \right\} \quad (3.7)$$

Eğer evrensel küme sürekli ve sonsuz olarak tanımlanıyorsa bulanık küme Denklem 3.8'deki gibi gösterilir.

$$\tilde{A} = \left\{ \int \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} \right\} \quad (3.8)$$

Her iki notasyonda da yatay çizgi kesir ifadesi değil, bir ayrıçtır. İlk notasyondaki toplama ve artı sembolü cebirsel toplama için değil, her bir elemanın bir araya getirilmesi olarak belirtilmiştir. İkinci notasyonda integral işareti cebirsel bir integral değil, sürekli değişkenler için teorik bir toplama operatörüdür. Her iki notasyon da Zadeh (1965)'in "Fuzzy Sets" adlı makalesine aittir (Ross, 2009).

3.2.1 Bulanık kümelerde temel kavramlar

Bu bölümde bulanık küme teorisinde ihtiyaç duyulan matematiksel ifadelerden bahsedilecektir. Daha iyi anlaşılabilmesi adına bir örnek üzerinden açıklanacaktır.

Örnek: E evrensel kümesi farklı yaşlardaki bir grup insandan oluşmaktadır. Bu insanlar yaşlarına göre ayrı kümelere ayrılacaktır. \tilde{B} , \tilde{C} , \tilde{G} , \tilde{E} ve \tilde{Y} ; E evrensel kümesi üzerinde tanımlanmış beş bulanık küme olsun. Bu kümeler sırasıyla bebek, çocuk, genç, erişkin ve yaşlı insanlar kümelerini temsil eder. $\mu_{\tilde{B}}(x)$, $\mu_{\tilde{C}}(x)$, $\mu_{\tilde{G}}(x)$, $\mu_{\tilde{E}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{Y}}(x)$; E evrensel kümesinde bulunan x elemanın üyelik fonksiyonları olsun. Çizelge 3.1.'de bu değerler gösterilmiştir (Başkaya, 2011).

Çizelge 3. 1 : Bulanık kümelerin üyelik değerleri.

Yaş	$\mu_{\tilde{B}}$	$\mu_{\tilde{C}}$	$\mu_{\tilde{G}}$	$\mu_{\tilde{E}}$	$\mu_{\tilde{Y}}$
0	1	0	0	0	0
5	0.1	1	0	0	0
15	0	0.8	0.3	0.2	0
25	0	0.2	1	0.9	0
35	0	0	0.7	1	0
45	0	0	0.1	1	0.1
55	0	0	0	1	0.2
65	0	0	0	0.7	1
75	0	0	0	0.3	1

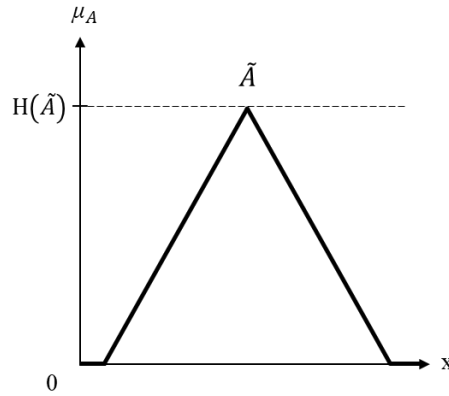
3.2.1.1 Bulanık kümelerde yükseklik

Bir \tilde{A} bulanık kümesindeki elemanların üyelik fonksiyonu değerlerine kısaca üyelik değeri/derecesi denir ve elemanların bu kümeye ne kadar ait olduklarının derecesini gösterir. Bu üyelik değerlerinin en büyük değeri bulanık kümenin yüksekliği olarak tanımlanır. Üyelik fonksiyonunun tepe noktası olarak da ifade edilebilir. \tilde{A} bulanık kümesinin yükseklik değerine ait eşitlik Denklem 3.9'da, gösterim Şekil 3.4'te, verilmiştir.

$$H(\tilde{A}) = \sup_{x \in E} \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (3.9)$$

Evrensel kümeye dahil olan tüm elemanlar ilgili üyelik fonksiyonunda yerine konur ve maksimum çıktığı veren değer o kümenin yüksekliği olur. Bu tanıma göre örnekteki bulanık kümelerin yükseklik değerleri $H(\tilde{B}) = 1$, $H(\tilde{C}) = 1$, $H(\tilde{G}) = 1$, $H(\tilde{E}) = 1$ ve $H(\tilde{Y}) = 1$ olur.

Yükseklik değeri 1 olan bulanık kümeler normal, aksi durumdaki kümeler anormal olarak tanımlanır.

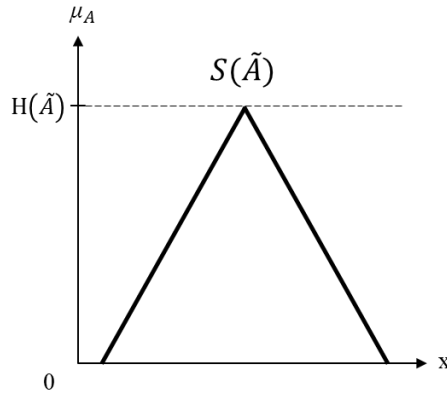


Şekil 3.4 : Bulanık kümelerde yükseklik.

3.2.1.2 Bulanık kümelerde destek kümesi

Bir \tilde{A} bulanık kümesinde üyelik değeri 0'dan büyük olan elemanların oluşturduğu kümeye destek kümesi denir. \tilde{A} bulanık kümesinin destek kümesine ait eşitlik Denklem 3.10'da, gösterim Şekil 3.5'te verilmiştir.

$$S(\tilde{A}) = \{ x \mid x \in E, \mu_{\tilde{A}}(x) > 0 \} \quad (3.10)$$



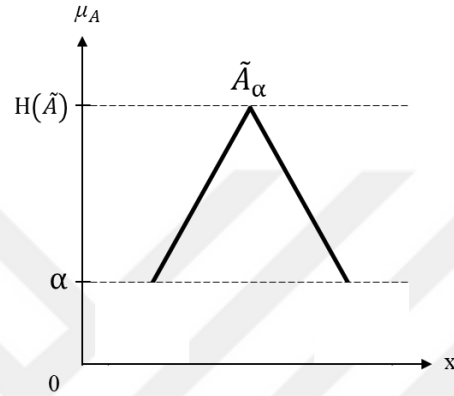
Şekil 3.5 : Bulanık kümelerde destek kümesi.

Bu tanıma göre örnekteki bulanık kümelerin destek kümeleri $S(\tilde{B}) = \{0, 5\}$, $S(\tilde{C}) = \{5, 15, 25\}$, $S(\tilde{D}) = \{15, 25, 35, 45\}$, $S(\tilde{E}) = \{15, 25, 35, 45, 55, 65, 75\}$ ve $S(\tilde{Y}) = \{45, 55, 65, 75\}$ olur.

3.2.1.3 Bulanık kümelerde α kesim kümesi

Bulanık kümelerde α kesim kümesi destek kümesinin özelleştirilmiş bir versiyonudur. $\alpha \in [0, 1]$ olacak şekilde keyfi belirlenmiş bir α değerinden büyük veya eşit olan üyelik değerine sahip elemanların oluşturduğu kümedir. \tilde{A} bulanık kümesinin α kesim kümesine ait eşitlik Denklem 3.11'de, gösterim Şekil 3.6'da verilmiştir.

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \mid x \in E, \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (3.11)$$



Şekil 3. 6 : Bulanık kümelerde α kesim kümesi.

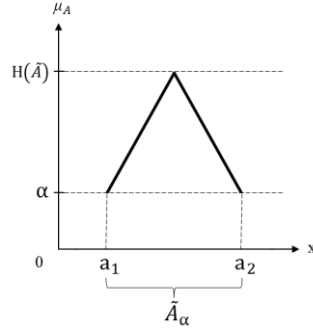
α değeri arttıkça, α kesim kümenin eleman sayısı azalır. $\alpha=0.5$ ise örnekteki bulanık kümelerin α kesim kümeleri sırasıyla $\tilde{B}_\alpha = \{0\}$, $\tilde{C}_\alpha = \{5, 15\}$, $\tilde{G}_\alpha = \{25, 35\}$, $\tilde{E}_\alpha = \{25, 35, 45, 55, 65, 75\}$ ve $\tilde{Y}_\alpha = \{65, 75\}$ olur.

3.2.1.4 Bulanık kümelerde güven aralığı

Bir \tilde{A} bulanık kümesi için belirlenmiş α değerine göre tanımlanan $\tilde{A}_\alpha = \{x \mid x \in E, \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$ kümesinin en küçük ve en büyük elemanı ile oluşturulan aralığa \tilde{A} bulanık kümesinin α seviyesindeki güven aralığı denir. \tilde{A} bulanık kümesinin güven aralığına ait eşitlik Denklem 3.12'de, gösterim Şekil 3.7'de verilmiştir.

$$\tilde{A}_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] \quad (3.12)$$

$\alpha=0.5$ ise örnekteki bulanık kümelerin α seviyesindeki güven aralıkları sırasıyla $\tilde{B}_\alpha = [0,0]$, $\tilde{C}_\alpha = [5, 15]$, $\tilde{G}_\alpha = [25, 35]$, $\tilde{E}_\alpha = [25, 75]$ ve $\tilde{Y}_\alpha = [65, 75]$ olur.

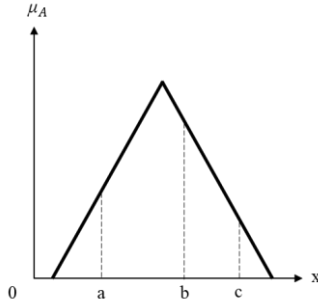


Şekil 3. 7 : Bulanık kümelerde güven aralığı.

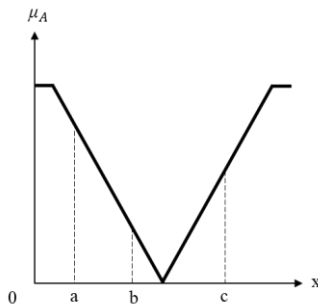
3.2.1.5 Bulanık kümelerde dışbükeylik

Bir \tilde{A} kümesinin dışbükey olabilmesi için, elemanlarının değeri arttıkça üyelik değerlerinin monoton olarak artması, monoton olarak azalması veya başlangıçta monoton olarak artıp daha sonra monoton olarak azalması gerekmektedir. Matematiksel olarak ifade edilirse, \tilde{A} kümesinin elemanları olan a, b ve c için $a < b < c$ olduğunda Denklem 3.13'ü sağlıyorsa, bu küme dışbükeydir. Şekil 3.8'de dışbükey olan bir bulanık kümenin, Şekil 3.9'da ise dışbükeylik koşullarını sağlamayan bir bulanık kümenin üyelik fonksiyonları gösterilmektedir.

$$b = (\lambda a + (1 - \lambda)c \mid a, b, c \in R^n, \lambda \in [0, 1]) \quad (3.13)$$



Şekil 3. 8 : Dışbükey bulanık küme.



Şekil 3. 9 : Dışbükey olmayan bulanık küme.

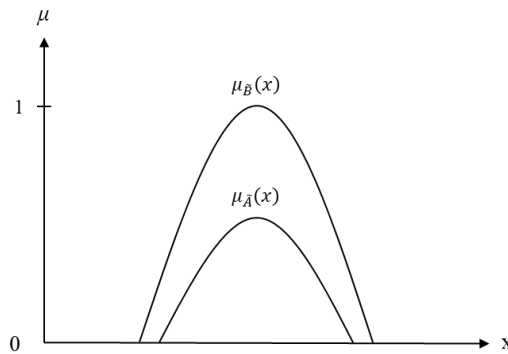
3.2.2 Bulanık kümelerde temel işlemler

Klasik kümelerde dört temel işlem gerçekleştirilebilir. Bu işlemler; kapsama, tümlleme, birleşim ve kesişimdir. Aynı evrensel kümede bulunan A ve B kümeleri için bu işlemlerin notasyonları sırasıyla şu şekildedir: $A \subseteq B$, \bar{A} , $A \cap B$, $A \cup B$. Klasik kümelerde kullanılan temel işlemler, bulanık kümeler için de uyarlanabilir. Bulanık kümelerde temel işlemleri tanımlamak için üyelik fonksiyonlarını kullanılmaktadır. Literatürde bulanık kümelerdeki birleşim ve kesişim işlemlerini tanımlamak için farklı yaklaşımlar önerilmiştir. Bu çalışmada minimum ve maksimum operatörler gösterilecektir, daha detaylı bilgi için Dubois ve Prade (1988)'nin çalışması incelenebilir (Gülcan, 2012; Wu, 2020).

3.2.2.1 Kapsama (Inclusion)

\tilde{A} ve \tilde{B} , E evrensel kümesi üzerinde tanımlanmış iki bulanık küme olsun. Eğer evrensel kümede bulunan her eleman için \tilde{A} bulanık kümesindeki üyelik değeri, \tilde{B} bulanık kümesindeki üyelik değerine eşit veya küçükse B kümesi A kümesini kapsar. Şekil 3.10'da gösterilen \tilde{A} ve \tilde{B} kümesi için kapsama işlemi Denklem 3.14'teki gibi formüle edilebilir.

$$\tilde{A} \subseteq \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in E \quad (3.14)$$

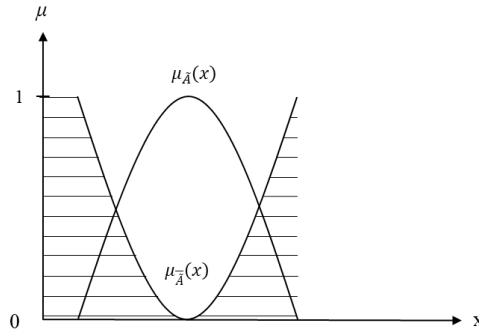


Şekil 3.10 : Bulanık kümelerde kapsama.

3.2.2.2 Tümlleme (Complementation)

E evrensel kümesinde bulunan her eleman için \tilde{A} bulanık kümesindeki üyelik değeri ile \tilde{B} bulanık kümesindeki üyelik değerinin çıkarılması 1'e eşitse \tilde{B} kümesine \tilde{A} kümesinin tümlleyeni denir ve $\bar{\tilde{A}}$ notasyonu ile gösterilir. Şekil 3.11'de gösterilen \tilde{A} ve $\bar{\tilde{A}}$ kümesi için tümlleme işlemi Denklem 3.15'teki gibi formüle edilebilir.

$$\mu_{\tilde{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad \forall x \in E \quad (3.15)$$

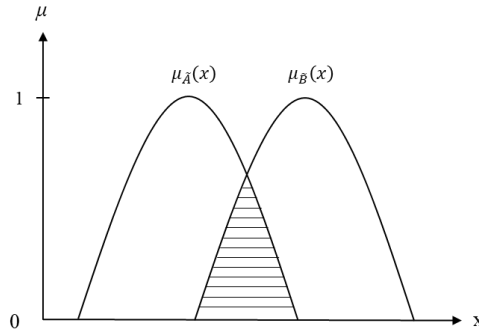


Şekil 3. 11 : Bulanık kümelerde tümlleme.

3.2.2.3 Kesişim (Intersection)

E evrensel kümede bulunan her eleman için \tilde{A} bulanık kümesindeki üyelik değeri ve \tilde{B} bulanık kümesindeki üyelik değeri arasında minimum olan değer alınması oluşturulan kümeye \tilde{A} ve \tilde{B} kümesinin kesişimi denir. Şekil 3.12’de gösterilen \tilde{A} ve \tilde{B} kümesi için kesişim işlemi Denklem 3.16’daki gibi formüle edilebilir.

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) = \text{enk} \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \} \quad \forall x \in E \quad (3.16)$$

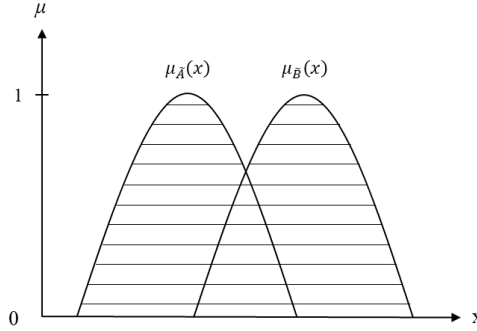


Şekil 3. 12 : Bulanık kümelerde kesişim.

3.2.2.4 Birleşim (Union)

E evrensel kümede bulunan her eleman için \tilde{A} bulanık kümesindeki üyelik değeri ve \tilde{B} bulanık kümesindeki üyelik değeri arasında maksimum olan değer alınması oluşturulan kümeye \tilde{A} ve \tilde{B} kümesinin birleşimi denir. Şekil 3.13’de gösterilen \tilde{A} ve \tilde{B} kümesi için birleşim işlemi Denklem 3.17’deki gibi formüle edilebilir.

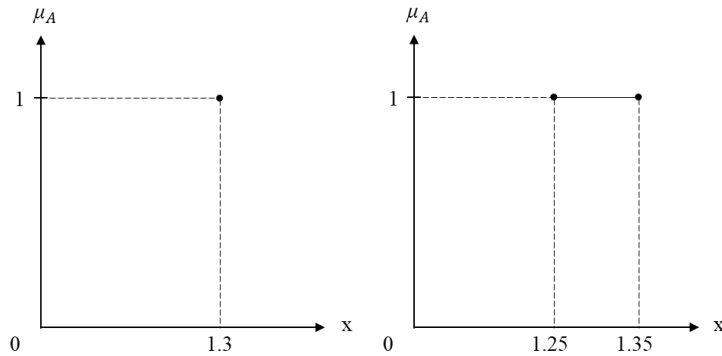
$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) = \text{enb} \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \} \quad \forall x \in E \quad (3.17)$$



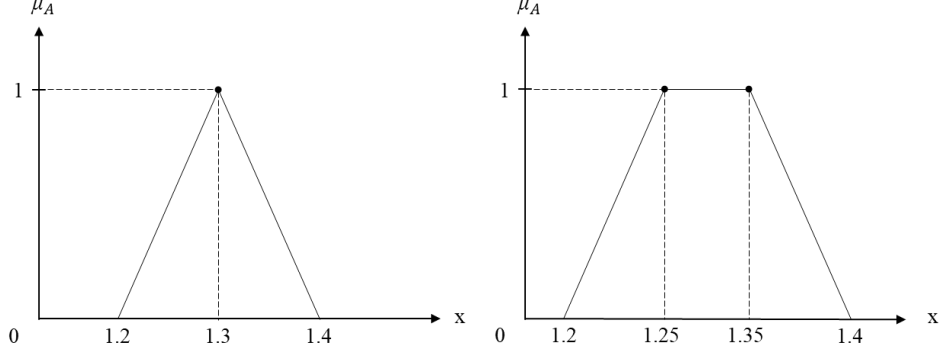
Şekil 3.13 : Bulanık kümelerde birleşim.

3.3 Bulanık Sayılar

Sayılar ve aralıklar, matematiksel ifadelerde sıklıkla kullanılan temel kavramlardır. Ancak, bazı durumlarda bu kavramları tam bir kesinlikle ifade etmek yerine, bir belirsizlik veya yaklaşık bir değer vermek daha uygun olabilir. Bu durumda, kesin sayılar ve kesin aralıklar yerine bulanık sayılar ve bulanık aralıklar kullanılabilir. Kesin sayılar, belirli bir değeri tam olarak ifade ederken, bulanık sayılar ise belirsizlik içeren veya bir tahmin ifade eden sayılardır. Örneğin, 1.3 demek yerine “yaklaşık olarak 1.3” ifadesi kullanılabilir. Benzer şekilde, bir aralık belirtilirken de kesin aralıklar yerine bulanık aralıklar kullanılabilir. Örneğin, “1.25-1.35 arasında” demek yerine “yaklaşık olarak 1.25-1.35 arasında” ifadesi tercih edilebilir. Kesin sayılar ve kesin aralıklar yerine bulanık sayılar ve bulanık aralıklar kullanmak, belirsizlik içeren durumları daha doğru bir şekilde ifade etmemizi sağlar (Klir ve Yuan, 1995). Şekil 3.14 ve Şekil 3.15’te kesin sayılar ve aralıklar ile bulanık sayılar ve aralıkların karşılaştırılması gösterilmiştir.



Şekil 3.14 : Kesin sayılar ve aralıklar.



Şekil 3.15 : Bulanık sayılar ve aralıklar.

Bir önceki bölümde belirtildiği üzere, elemanların bir kümeye ait olma derecesini gösteren üyelik fonksiyonunun değerleri $[0,1]$ aralığında olan kümeler bulanık küme olarak adlandırılır. Bulanık kümelerin farklı türleri arasında, özellikle gerçek sayılar kümesi \mathbb{R} üzerinde tanımlanan bulanık kümeler özel bir öneme sahiptir. Bu bulanık kümeler, sezgisel olarak “belirli bir gerçekte sayıya yakın olan sayılar” veya “belirli bir gerçekte sayı aralığı etrafındaki sayılar” gibi yaklaşık sayılar veya aralıklar olarak tanımlanabilir. Belirli koşullar altında bulanık kümeler, bulanık sayılar olarak adlandırılır ve matematiksel olarak belirsizlik durumunu açıklayan bir araç kullanılır. Bulanık sayılar, bulanık kümelerin bir alt kümesidir. Gerçekte sayılar üzerinde tanımlanmış bir \tilde{A} bulanık kümesinin bulanık sayı olarak nitelendirilmesi için şu üç özelliğe sahip olması gerekir:

- 1) \tilde{A} normal bir bulanık küme olmalıdır; bu, bulanık kümenin yükseklik değerinin 1 olması gerektiği anlamına gelir. Bulanık bir kümenin yüksekliğinin 1 olması için, üyelik fonksiyonunun maksimum değerinin 1 olması gerekmektedir.
- 2) \tilde{A} bulanık kümesinin \tilde{A}_α kümesi her $\alpha \in (0, 1]$ için kapalı bir aralık olmalıdır.
- 3) \tilde{A} bulanık kümesinin $S(\tilde{A})$ destek kümesi sınırlanmış olmalıdır; bu, bulanık kümede üyelik değeri 0'dan büyük olan elemanların oluşturduğu kümenin sınırlı olması gerektiği anlamına gelir.

Bir bulanık sayının normal bir bulanık küme olması istenir çünkü “a’ya yakın sayılar” olarak tanımlanan bir bulanık sayıda, a sayısının etrafında bir belirsizlik tanımlanır. Bu durumda, a sayısının üyelik değerinin 1 olması beklenir. İkinci ve üçüncü koşulların varlığı ise, bulanık sayılarda anlamlı aritmetik işlemler tanımlanabilmesi için gereklidir. Bu aritmetik işlemler ilerleyen bölümlerde detaylı olarak açıklanacaktır.

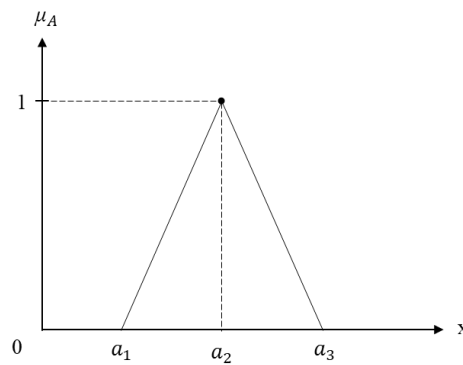
3.3.1 Bulanık sayı türleri

Önceki bölümlerde, bulanık kümelerin üyelik fonksiyonlarıyla tanımlandığı belirtilmişti. Üyelik fonksiyonları, bulanık kümeye ait tüm bilgileri içerir. Bu durum, bulanık sayılar için de geçerlidir. Dolayısıyla, bulanık sayılar da üyelik fonksiyonları ile tanımlanabilir. Yani, her üyelik fonksiyonu türüne ait bir bulanık sayı bulunmaktadır ve üyelik fonksiyonlarının türüne göre isimlendirilirler. Her bir uygulama bağlamında bulanık sayılar farklılık gösterebilir. Bu çalışmada üçgen, yamuk ve gauss olmak üzere üç farklı bulanık sayı türü incelenecektir (Başkaya, 2011).

3.3.1.1 Üçgen bulanık sayılar

Üçgen bulanık sayılar üç parametre ile tanımlanır ve $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ notasyonu ile gösterilir. Şekil 3.16’de gösterilen üçgen üyelik fonksiyonu Denklem 3.18’deki gibi formüle edilebilir.

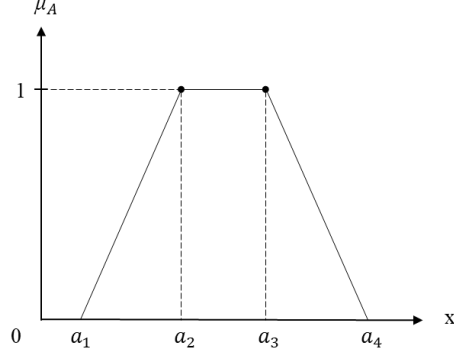
$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases} \quad (3.18)$$



Şekil 3. 16 : Üçgen bulanık sayılar.

3.3.1.2 Yamuk bulanık sayılar

Yamuk bulanık sayılar dört parametre ile tanımlanır ve $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ notasyonu ile gösterilir. Şekil 3.17’de gösterilen yamuk üyelik fonksiyonu Denklem 3.19’daki gibi formüle edilebilir.

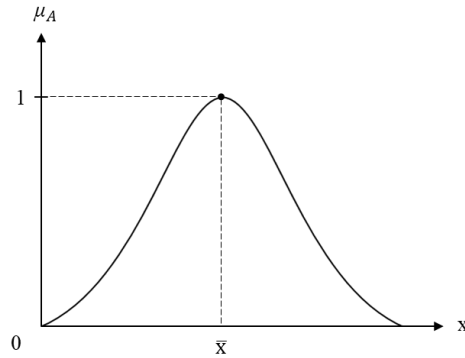


Şekil 3.17 : Yamuk bulanık sayılar.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3}, & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases} \quad (3.19)$$

3.3.1.3 Gauss bulanık sayılar

Gauss bulanık sayılar iki parametre ile tanımlanır ve $\tilde{A} = (\bar{x}, \sigma)$ notasyonu ile gösterilir. \bar{x} parametresi bulanık sayınının ortalama değeri, σ parametresi standart sapmasıdır. Şekil 3.18'de gösterilen gauss üyelik fonksiyonu Denklem 3.20'deki gibi formüle edilebilir.



Şekil 3.18 : Gauss bulanık sayılar.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \exp(-(x - \bar{x} / \sigma)^2) \quad (3.20)$$

3.3.2 Bulanık sayılarda aritmetik işlemler

Bulanık sayılarda aritmetik işlemler, bulanık sayıların toplanması, çıkarılması, çarpılması ve bölünmesini kapsar. Bu işlemler ilgili bulanık sayının üyelik fonksiyonuna bağlıdır. Bu bölümde Lai ve Hwang (1992) ile Tzeng ve Huang (2011) tarafından yazılan kaynaklardan yararlanılmıştır. Daha ayrıntılı bilgi için Kaufmann ve Gupta (1985, 1988) ve Mares (1994)'in kaynakları incelenebilir. Bulanık sayılarda aritmetik işlemler iki farklı şekilde yapılabilir: α -kesim aritmetiğine göre ve genelleme ilkesine göre. Bu işlemler 2 yöntem için de sırasıyla gösterilecektir.

3.3.2.1 α -kesim aritmetiğine göre bulanık sayılarda aritmetik işlemler

\tilde{A} ve \tilde{B} iki bulanık sayı olmak üzere α güven aralıkları sırasıyla $\tilde{A}_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}]$ ve $\tilde{B}_\alpha = [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$ 'dir.

\tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının 3.3.2.1 α -kesim aritmetiğine göre toplamı Denklem 3.21'de verilmiştir.

$$\tilde{A}_\alpha (+) \tilde{B}_\alpha = [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} + b_2^{(\alpha)}] \quad (3.21)$$

\tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının 3.3.2.1 α -kesim aritmetiğine göre farkı Denklem 3.22'de verilmiştir.

$$\tilde{A}_\alpha (-) \tilde{B}_\alpha = [a_1^{(\alpha)} - b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} - b_1^{(\alpha)}] \quad (3.22)$$

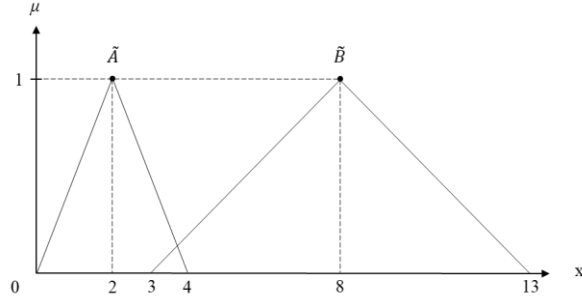
Çarpma işleminde işaretlerin önemi olacağı için bir varsayım yapılmıştır: $x < 0$ için $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ ve $y < 0$ için $\mu_{\tilde{B}}(y) = 0$ 'dır. \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının α -kesim aritmetiğine göre çarpımı Denklem 3.23'de verilmiştir.

$$\tilde{A}_\alpha (\cdot) \tilde{B}_\alpha = [a_1^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} \cdot b_2^{(\alpha)}] \quad (3.23)$$

\tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının bölümü α -kesim aritmetiğine göre Denklem 3.24'te verilmiştir.

$$\tilde{A}_\alpha (:) \tilde{B}_\alpha = [a_1^{(\alpha)} : b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} : b_1^{(\alpha)}] \quad (3.24)$$

Örnek 3.2. \tilde{A} “yaklaşık olarak 2 olan sayılar” ve \tilde{B} “8’e yakın sayılar” olsun. Bulanık sayılara ait üyelik fonksiyonları sırasıyla Denklem 3.25 ve Denklem 3.26’da verilmiştir.



Şekil 3.19 : \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayıları.

Bulanık sayıları $\tilde{A}_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}]$ ve $\tilde{B}_\alpha = [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$ notasyonu ile ifade edebilmek için üyelik değerleri α değerlerinde büyük olacak şekilde eşitsizlikler kurulmalıdır. \tilde{A} sayısı için kurulan $x/2 \geq \alpha$ ve $(4-x)/2 \geq \alpha$ eşitsizliklerden $2\alpha \leq x \leq 4-2\alpha$ eşitsizliğine ulaşılır ve sınırlar belirlenmiş olur: $\tilde{A}_\alpha = [2\alpha, 4-2\alpha]$. \tilde{B} sayısı için kurulan $(x-3)/5 \geq \alpha$ ve $(11-x)/3 \geq \alpha$ eşitsizliklerden $3+5\alpha \leq x \leq 11-3\alpha$ eşitsizliğine ulaşılır ve sınırlar belirlenmiş olur: $\tilde{B}_\alpha = [3+5\alpha, 11-3\alpha]$.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 < x \leq 2 \\ \frac{4-x}{2}, & 2 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases} \quad (3.25)$$

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3 \\ \frac{x-3}{5}, & 3 < x \leq 8 \\ \frac{11-x}{3}, & 8 < x \leq 11 \\ 0, & x > 11 \end{cases} \quad (3.26)$$

İki bulanık sayının α -kesim aritmetiğine göre toplamı, Denklem 3.27’de gösterildiği gibidir. Yukarıda yapılan işlemlerin tersi uygulanarak, toplama işlemi sonucunda elde edilen bulanık sayının üyelik fonksiyonu, Denklem 3.28’de tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}\tilde{A}_\alpha (+)\tilde{B}_\alpha &= [(2\alpha) + (3 + 5\alpha), (4 - 2\alpha) + (11 - 3\alpha)] \\ &= [7\alpha + 3, 15 - 5\alpha]\end{aligned}\quad (3.27)$$

$$\mu_{\tilde{A}(+)\tilde{B}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 3 \\ \frac{x-3}{7}, & 3 < x \leq 10 \\ \frac{15-x}{5}, & 10 < x \leq 15 \\ 0, & x > 15 \end{cases}\quad (3.28)$$

İki bulanık sayının α -kesim aritmetiğine göre çıkarılması, Denklem 3.29'da gösterildiği gibidir. Yukarıda yapılan işlemlerin tersi uygulanarak, çıkarma işlemi sonucunda elde edilen bulanık sayının üyelik fonksiyonu, Denklem 3.30'da tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}\tilde{A}_\alpha (-)\tilde{B}_\alpha &= [(2\alpha) - (11 - 3\alpha), (4 - 2\alpha) - (3 + 5\alpha)] \\ &= [5\alpha - 11, 1 - 7\alpha]\end{aligned}\quad (3.29)$$

$$\mu_{\tilde{A}(-)\tilde{B}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -11 \\ \frac{x+11}{5}, & -11 < x < -6 \\ \frac{1-x}{7}, & -6 < x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}\quad (3.30)$$

İki bulanık sayının α -kesim aritmetiğine göre çarpımı, Denklem 3.31'de gösterildiği gibidir. Yukarıda yapılan işlemlerin tersi uygulanarak, çarpım işlemi sonucunda elde edilen bulanık sayının üyelik fonksiyonu, Denklem 3.32'de tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}\tilde{A}_\alpha (\cdot)\tilde{B}_\alpha &= [(2\alpha)(3 + 5\alpha), (4 - 2\alpha)(11 - 3\alpha)] \\ &= [10\alpha^2 + 6\alpha, 6\alpha^2 - 34\alpha + 44]\end{aligned}\quad (3.31)$$

$$\mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{-6 + \sqrt{36 + 40x}}{5}, & 0 < x < 16 \\ \frac{34 - \sqrt{100 + 24x}}{5}, & 16 < x \leq 44 \\ 0, & x > 44 \end{cases}\quad (3.32)$$

İki bulanık sayının α -kesim aritmetiğine göre bölümü, Denklem 3.33'te gösterildiği gibidir. Yukarıda yapılan işlemlerin tersi uygulanarak, bölme işlemi sonucunda elde edilen bulanık sayının üyelik fonksiyonu, Denklem 3.34'te tanımlanabilir.

$$\tilde{A}_\alpha (:) \tilde{B}_\alpha = [(2\alpha)/(11 - 3\alpha), (4 - 2\alpha)/(3 + 5\alpha)] \quad (3.33)$$

$$\mu_{\tilde{A}(:)\tilde{B}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{11x}{3x + 2}, & 0 < x < 1/4 \\ \frac{4 - 3x}{2 + 5x}, & 1/4 < x \leq 4/3 \\ 0, & x > 4/3 \end{cases} \quad (3.34)$$

3.3.2.2 Genelleme ilkesine göre bulanık sayılarda aritmetik işlemler

\tilde{A} ve \tilde{B} iki bulanık sayı olmak üzere üyelik fonksiyonları sırasıyla $\mu_{\tilde{A}}$ ve $\mu_{\tilde{B}}$ 'dir. Genelleme ilkesine göre yapılan aritmetik işlemlerde enb-enk operatörü kullanılmıştır.

\tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının genelleme ilkesine göre toplamı Denklem 3.35'te verilmiştir.

$$\mu_{\tilde{A}(+)\tilde{B}}(z) = \underset{z=x+y}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)]\} \quad (3.35)$$

\tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının genelleme ilkesine göre farkı Denklem 3.36'da verilmiştir. Bu denklemler eşdeğerdir.

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}(-)\tilde{B}}(z) &= \underset{z=x-y}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)]\} \\ \mu_{\tilde{A}(-)\tilde{B}}(z) &= \underset{z=x+y}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(-y)]\} \\ \mu_{\tilde{A}(-)\tilde{B}}(z) &= \underset{z=x+y}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{-\tilde{B}}(y)]\} \end{aligned} \quad (3.36)$$

\tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının genelleme ilkesine göre çarpımı diğer aritmetik işlemlerden daha karmaşıktır. Kaufmann ve Gupta (1985) bu karmaşıklığı şu şekilde ele almıştır: $\mu_{\tilde{A}(:)\tilde{B}}(z) = 1$ eşitliğini sağlayan z bulunur. Daha sonrasında $x \cdot y \leq z$ ve $x \cdot y \geq z$ koşullarını sağlayan (x,y) çiftleri için Denklem 3.37 ve Denklem 3.38 tanımlanır.

$$\mu_{\tilde{A}(:)\tilde{B}}(z) = \underset{xy \leq z}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)]\} \quad (3.37)$$

$$\mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(z) = \underset{xy \geq z}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)]\} \quad (3.38)$$

\tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının genelleme ilkesine göre bölümü için çarpım işleminde izlenen yaklaşım uygulanmıştır. Çarpım işlemine benzer şekilde öncelikle $\mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(z) = 1$ eşitliğini sağlayan z bulunur. Daha sonrasında $x/y \leq z$ ve $x/y \geq z$ koşullarını sağlayan (x,y) çiftleri için Denklem 3.39 ve Denklem 3.40'da tanımlanır.

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(z) &= \underset{xy \leq z}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)]\} \\ \mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(z) &= \underset{xy \leq z}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(1/y)]\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(z) &= \underset{xy \leq z}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{1/\tilde{B}}(y)]\} \\ \mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(z) &= \underset{xy \geq z}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)]\} \\ \mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(z) &= \underset{xy \geq z}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(1/y)]\} \\ \mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(z) &= \underset{xy \geq z}{enb} \{enk[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{1/\tilde{B}}(y)]\} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Bu bölümde, bulanık mantık ve bulanık küme teorisi üzerinde durularak, bu kavramların matematiksel temelleri detaylı bir şekilde incelenmiştir. Geleneksel küme teorisi ve klasik mantığın kesinlik üzerine kurulu olduğu, ancak gerçek dünyadaki belirsizlikleri yeterince modelleyemediği vurgulanmıştır. Buna karşın, bulanık mantık ve bulanık küme teorisi, belirsiz ve kesin olmayan durumları matematiksel olarak ifade etme yeteneğiyle öne çıkmaktadır. Zadeh'in 1965 yılında tanıttığı bulanık mantık kavramları, başlangıçta bilim dünyasından şüpheyle karşılanmış, bu kavramların bilimsel olmadığı savulmuş olsa da günümüze gelindiğinde bulanık mantık alanında yapılmış birçok uygulama bu şüpheleri yersiz çıkarmıştır. Günümüzde bulanık mantık, belirsiz ve değişken verilerle çalışan sistemlerin geliştirilmesinde güvenilir bir araç haline gelmiştir. Bu geniş kabul ve uygulama, bulanık mantığın sadece teorik bir çerçeveden öte, pratik ve günlük problemlerin çözümünde de önemli bir rol oynadığını göstermiştir.

4. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

İnsanlar önemli kararlar alırken çeşitli kriterleri göz önünde bulundurmak zorundadır. Bu süreç, karar verme bilimi olarak bilinir ve insanlığın varoluşundan beri gelişimini sürdürmektedir. Karar verme; bireylerin seçenekleri değerlendirme, bu seçeneklerin sonuçları tahmin etme ve sonuçlara göre en uygun olanı seçme sürecini içerir. Bu süreçte karşılaşılan karmaşık problemleri analiz etmek ve en uygun çözümü bulmak için çeşitli yöntemler ve teknikler mevcuttur (Sinha, 2006). Bu teknikler, insanların karar alma süreçlerini daha sistematik ve bilgiye dayalı hale getirerek daha iyi sonuçlar elde etmelerine veya aldıkları kararların doğruluğunu desteklemeye yardımcı olur. Bu yöntemler, karar verme sürecindeki belirsizlikleri azaltarak, kararların daha sağlam temellere dayanmasını sağlar. Matematiksel programlama da bu tekniklerden biridir ve optimizasyon problemlerinin çözümüne yönelik bir dizi prosedürü ifade eder. Optimizasyon problemleri, belirli kısıtlar kümesi altında, bir dizi uygulanabilir seçenek arasından en iyi çözümü bulmayı amaçlar. Bu genellikle, bir fonksiyonun minimizasyonu veya maksimizasyonunu gerektirir (Dontchev, 2021). Matematiksel programlamada problemler, bir matematiksel model ile temsil edildikten sonra çeşitli matematiksel teknikler ve algoritmalar kullanılarak optimize edilmeye çalışılır. Bilimin birçok uygulamasında kullanılan modeller, belirli özellik ve karakteristikleri yansıtmak için oluşturulan yapılar olarak tanımlanır. Modeller bazen somut, bazen de matematiksel programlamadaki modeller gibi soyut olabilir. Matematiksel modeller, bir sistemdeki ilişkileri ve etkileşimleri ifade eden matematiksel denklemler ve fonksiyonlar dizisinden oluşur. Bu modeller, gerçek dünya koşullarını ve durumlarını yansıtmak şeklinde tasarlanır. Matematiksel modellerin oluşturulması, genellikle gözden kaçırılan ilişkileri açığa çıkararak modellenen yapının daha iyi anlaşılmasını sağlar. Bu, karmaşık ilişkilerin netleştirilmesini ve yapısal unsurların derinlemesine incelenmesini sağlar. Ayrıca, matematiksel modellerle deney yapmak mümkündür, gerçek dünya durumlarını simüle etmek ve olası senaryoları değerlendirmek için kullanılabilir. Bu sayede, pratikte gerçekleştirilmesi zor olan deneylerin yerine geçerek, karar verme süreçlerinde daha sağlam temellere dayanmamıza yardımcı olur (Williams, 2013).

Özetle bir matematiksel model; belirlenen kısıtlar çerçevesinde, bir amaç fonksiyonunu maksimize veya minimize edecek çözümü arar. Temel bileşenleri şunlardır:

- amaç fonksiyonu,
- karar değişkenleri,
- kısıtlar (Winston, 2004).

Amaç fonksiyonu, bir optimizasyon probleminde maksimize veya minimize etmek istediğimiz hedefi temsil eder. Genellikle bir veya daha fazla değişken tarafından ifade edilir. Birden çok amaç fonksiyonu olan problemler de mevcuttur. Karar değişkenleri, bir optimizasyon problemi içinde kontrol edilebilen ve değerleri değiştirilebilen değişkenlerdir. Kısıtlar, bir optimizasyon probleminde karar değişkenlerinin alabileceği değerleri sınırlayan koşullardır. Eşitlik veya eşitsizlik olarak ifade edilebilirler. Bu kısıtlar, genellikle gerçek dünyadaki kısıtları veya gereksinimleri temsil eder. Optimizasyon problemleri temelde doğrusal veya doğrusal olmayan problemler olarak ikiye ayrılır (Luenberger ve Ye, 2016). Doğrusal optimizasyon problemleri, amaç fonksiyonunun ve kısıtların doğrusal olduğu problemleri ifade eder. Öte yandan, doğrusal olmayan optimizasyon problemlerine ait amaç fonksiyonlarından veya kısıtlarından en az biri doğrusal değildir. Bu tür problemler genellikle daha karmaşık çözüm teknikleri gerektirir. Ampirik araştırmalara göre doğrusal programlama gerçek dünya problemlerinde en sık uygulanan yöneylem araştırması tekniklerinden biridir (Ertuğrul ve Tuş, 2007). Bu çalışmada doğrusal optimizasyon problemleri ele alınacaktır. Doğrusal bir matematiksel modelin kapalı gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$\text{Enb veya Enk } z = cx$$

$$\text{s. t. } Ax_i (\leq, =, \geq) b_i \quad \forall i \quad (4.1)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i$$

Denklem 4.1’de, x karar değişkenlerini, c amaç fonksiyonu katsayılarını, A teknoloji katsayılarını ve b kaynak katsayılarını temsil eder. Karar değişkenleri, belirlenmesi gereken nicelikleri ifade ederken, teknoloji katsayıları kaynakların nasıl kullanılacağını ve üretim süreçlerini tanımlar. Kaynak katsayıları ise mevcut kaynakların miktarını ve kullanılabilirliğini belirler (Kabak, 2008).

DP problemleri, belirli varsayımları karşılaması gereken matematiksel modellerle ifade edilir. Bu varsayımlar, oransallık, toplanabilirlik, bölünebilirlik ve kesinlik gibi temel prensiplere dayanır. Oransallık varsayımı, her karar değişkeninin amaç fonksiyonuna veya kısıtlara kendi değerleri ile orantılı bir katkı yapması gerektiğini belirtir. Toplanabilirlik varsayımı ise bir değişkenin, diğer değişkenlerin değerlerinden bağımsız olarak amaç fonksiyonuna katkı sağlaması gerektiğini ifade eder. Bir matematiksel programlama probleminin, doğrusal olarak nitelendirilebilmesi için bu iki varsayımı mutlaka sağlaması gerekir. Bölünebilirlik varsayımı ise değişkenlerin tam sayılar dışında değerler almasına izin verir. Diğer varsayımlar sağlanıyorsa ancak bölünebilirlik sağlanmıyorsa, problem tam sayılı programlama problemi olarak adlandırılır. Son olarak, kesinlik varsayımı, problemdeki parametrelerin (amaç fonksiyonu katsayıları, teknoloji ve kaynak katsayıları) kesin olarak bilindiği anlamına gelir. Kesin olarak bilinmesinin yanı sıra, modelin çözüm süreci boyunca bu parametrelerin değişmeyeceği kabul edilir. Ancak gerçek hayatta bu varsayımın ne kadar gerçekçi olduğu tartışmalıdır. Bu varsayımın sağlanmadığı durumlarda belirsizliği modelleyen stokastik veya bulanık programlama gibi yaklaşımlar tercih edilebilir. Başka bir seçenek de modelde gerçek dünyanın basitleştirilmiş bir halinin oluşturulması ve belirsizliklerin görmezden gelinmesidir. Bu yaklaşımların her birinin kendine özgü avantajları ve sınırlamaları vardır ancak özellikle karmaşık ve dinamik sistemlerde, belirsizlikler ve değişkenlikler dikkate alınarak karar alma süreçleri daha gerçekçi hale getirilir, daha güvenilir ve etkili sonuçlar elde edilir (Esin ve Şahin, 2003). Bellman ve Zadeh (1970) tarafından kaleme alınan “Decision Making in a Fuzzy Environment” adlı makale, bulanık karar teorisinin temellerini atmıştır. Çalışmada, gerçek dünyadaki karar alma süreçlerinin büyük bir kısmında hedeflerin, kısıtlamaların ve olası eylemlerin sonuçlarının kesin olarak bilinemeyeceği belirtilmiştir. Ayrıca, bu belirsizliklerin niceliksel olarak ele alınmasında olasılık teorisinin yeterli olmadığı, rastgelelik ve bulanıklık arasında bir ayrım yapılmasının gerekliliği vurgulanmış ve bulanıklığın birçok karar sürecinde önemli bir belirsizlik kaynağı olduğu belirtilmiştir. Bellman ve Zadeh'in bu çalışması, bulanık bir ortamda karar vermenin temelini oluşturmuş ve bulanıklığı matematiksel programlama modellerine dahil etmenin kapısını açmıştır. Bulanık doğrusal kısıtlara sahip bir DP problemini çözmek için bir yöntem öneren ilk çalışma ise Zimmermann (1976)'a aittir.

Zimmermann'ın katkıları, diğer birçok çalışmayı etkilemiş ve bulanık akıl yürütmenin optimizasyona dahil edilmesinin yolunu açmıştır (Figueroa–García ve diğ., 2022). Özetle, BDP, bulanık kümeler teorisi ve klasik DP yaklaşımını kullanarak belirsiz ortamlarda karar verme problemlerini ele alan bir optimizasyon tekniğidir (Yazdi ve Nedjati, 2022). Bu belirsizlikler genellikle dilsel değişkenlerden veya eksik/yetersiz bilgilerden kaynaklanır ve modelin farklı bileşenlerinde bulabilirler. Çizelge 4.1 bulanıklık içeren bileşenlere örnekler sunmaktadır.

Çizelge 4. 1 : Bulanıklık içeren parametrelere örnekler.

Bulanıklık Kaynağı	Tanım	Örnek
\tilde{b}	Kaynak Katsayıları	Ürünleri üretmek için toplamda 5 saatten fazla bir süre vardır.
\tilde{A}	Teknoloji Katsayıları	Bir ürünü üretmek yaklaşık olarak 30 dakika sürer.
\tilde{z}	Amaç Fonksiyonu Değeri	Tüm ürünleri üretmenin maliyeti mümkün olduğunca 10.000 TL'nin altında olmalıdır.
\tilde{c}	Amaç Fonksiyonu Katsayıları	Bir ürünü üretmenin birim maliyeti yaklaşık olarak 100 TL'dir.

BDP problemleri bir veya birden fazla bileşende bulanıklık içerebilir. Bulanıklık içeren bileşenler, bulanık kümelerde olduğu gibi “~” simgesi ile ifade edilir. Bu bağlamda, Denklem 4.1'deki DP model notasyonu, BDP model notasyonu için Denklem 4.2'deki gibi güncellenir.

$$\begin{aligned}
 & \text{Enb veya Enk } \tilde{z} = \tilde{c}x \\
 & \text{s. t. } \tilde{A}x_i (\leq, =, \geq) \tilde{b}_i \quad \forall i \\
 & \quad \quad \quad x_i \geq 0 \quad \forall i
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

4.1 Bulanık Doğrusal Programlama Problemlerinin Sınıflandırılması

Bulanık ortamlar dikkate alındığında DP modelleri problemin varsayımları ve özellikleri doğrultusunda çeşitlendirilebilir. Literatürde bu modellere yönelik çeşitli çözüm metodolojileri önerilmiştir (Zimmermann, 2001).

Lai ve Hwang (1992) tarafından gerçekleştirilen çalışma, BDP modellerini bulanıklık unsuru taşıyan parametreler göre sınıflandırmıştır. Bu bölümde, Lai ve Hwang'ın incelediği çalışmalar sınıflandırma sistemine göre detaylı bir şekilde analiz edilmiştir.

4.1.1 Kaynak katsayıları bulanık olan DP problemleri

Kaynak katsayıları bulanık olan BDP problemlerinde kısıtları sağ taraf sabitleri belirsizlik içerir ve Denklem 4.3'teki gibi tanımlanır.

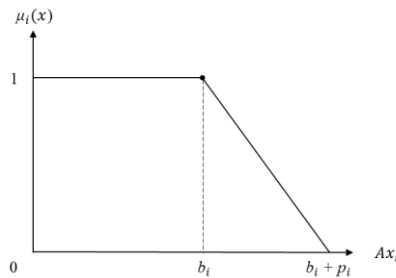
$$\begin{aligned} \text{Enb } z &= cx \\ \text{s. t. } Ax_i &\leq \tilde{b}_i \quad \forall i \\ x_i &\geq 0 \quad \forall i \end{aligned} \quad (4.3)$$

Bu tür matematiksel modellerin çözümü için Verdegay (1982), Werners (1987) yaklaşımları incelenecektir.

4.1.1.1 Verdegay yaklaşımı

Verdegay'ın kaynakların belirsiz olduğu modellerin çözümü için önerdiği yaklaşımın ilk adımı, bulanık kısıtların uygun üyelik fonksiyonlarıyla ifade edilmesidir. Üyelik fonksiyonları türüne bağlı olarak değişiklik göstermesine karşın, p_i tolerans miktarı olarak ifade edilirse Denklem 4.4'teki gibi tanımlanabilir. Bu tanıma göre üyelik fonksiyonu Şekil 4.1'de gösterildiği şekilde temsil edilir. Üyelik fonksiyonlarının türü ve p_i tolerans miktarı karar verici tarafından belirlenir.

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1, & Ax_i < b_i \\ 1 - \frac{Ax_i - b_i}{p_i}, & b_i \leq Ax_i \leq b_i + p_i \\ 0, & Ax_i > b_i + p_i \end{cases} \quad (4.4)$$



Şekil 4. 1 : Verdegay yaklaşımındaki üyelik fonksiyonu.

Tolerans miktarı belirlendikten sonra $Ax_i \leq \tilde{b}_i$ kısıtları, $Ax_i \leq b_i + (1 - \alpha)p_i$ olarak ifade edilebilir. Karar verici üyelik derecelerini bir alt limit ile sınırlamak isterse bir α kesim değeri belirleyebilir. Böylece bulanık kümeye ait olma derecesi α değerinden düşük olamaz. Bahsedilen değişiklikler yapılırsa matematiksel model Denklem 4.5'teki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned}
 \text{Enb } z &= cx \\
 \text{s. t. } Ax_i &\leq b_i + (1 - \alpha)p_i \quad \forall i \\
 x_i &\geq 0 \quad \forall i \\
 \alpha &\in [0, 1]
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Verdegay, bu modelin parametrik programlama problemine eşdeğer olduğunu kanıtlamıştır. Böylece klasik amaç fonksiyonu ve bulanık kısıta sahip doğrusal problemlerin çözümü için parametrik bir model önermiştir. Bu model yukarıdaki modele çok benzemekle birlikte kısıtların tolerans değeri, θ parametresi ile göstermiştir ve $\theta=1 - \alpha$ 'dır. Model, Denklem 4.6'da gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \text{Enb } z &= cx \\
 \text{s. t. } Ax_i &\leq b_i + \theta p_i \quad \forall i \\
 x_i &\geq 0 \quad \forall i \\
 \theta &\in [0, 1]
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

θ parametresi $[0, 1]$ aralığında herhangi bir değeri alabilir ve bu değerler için farklı çözümler elde edilir. Bu noktada, hangi çözümün sisteme en uygun olduğuna karar verme süreci, kişinin tecrübelerine ve beklentilerine dayanır.

4.1.1.2 Werners yaklaşımı

Werners, kaynak katsayılarındaki bulanıklığı modellemek için 2 farklı klasik model oluşturur. Modeller Denklem 4.7 ve Denklem 4.8'de tanımlanmıştır. İlk modelde, kaynak katsayısının tolerans değeri 0 olarak kabul edilir ve bulanıklık içermeyen klasik matematiksel bir model kurulur.

$$\begin{aligned}
 \text{Enb } z^0 &= cx \\
 \text{s. t. } Ax_i &\leq b_i \quad \forall i
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i$$

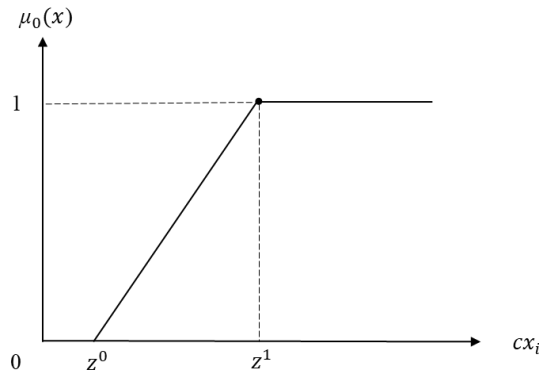
İkinci modelde, kaynak katsayılarına p_i tolerans değeri eklenir ve bulanıklık içermeyen klasik matematiksel bir model kurulur.

$$\begin{aligned} \text{Enb } z^1 &= cx \\ \text{s. t. } Ax_i &\leq b_i + p_i \quad \forall i \\ x_i &\geq 0 \quad \forall i \end{aligned} \quad (4.8)$$

Bu iki modelin çözümü sonucunda elde edilen z değerleri, amaç fonksiyonu için olası bir aralık belirler. Bu değerler, amaç fonksiyonu için Denklem 4.9'daki üyelik fonksiyonunu tanımlamak için kullanılabilir. Bu tanıma göre, üyelik fonksiyonu Şekil 4.2'de gösterildiği gibi temsil edilir ve optimal çözümün değeri arttıkça memnuniyet derecesi artar.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1, & cx > z^1 \\ 1 - \frac{z^1 - cx}{z^1 - z^0}, & z^0 \leq cx \leq z^1 \\ 0, & cx < z^0 \end{cases} \quad (4.9)$$

Kısıtlar için tanımlanacak üyelik fonksiyonu Denklem 4.4'teki gibi olacaktır. Sonuç olarak, Denklem 4.3'te tanımlanan bulanık model, tanımlanan üyelik fonksiyonları ve enb-enk operatörü kullanılarak Denklem 4.10'daki gibi ifade edilir.



Şekil 4. 2 : Werners yaklaşımındaki üyelik fonksiyonu.

$$\begin{aligned}
& \text{Enb } z = \alpha \\
& \text{s.t. } \mu_0(x) \geq \alpha \\
& \mu_i(x) \geq \alpha \quad \forall i \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i \\
& \alpha \in [0, 1]
\end{aligned} \tag{4.10}$$

4.1.2 Kaynak katsayıları ve amaç fonksiyonu bulanık olan DP problemleri

Kaynak katsayıları ve amaç fonksiyonu bulanık olan BDP problemlerinde kısıtları sağ taraf sabitleri ve karar değişkenleri belirsizlik içerir ve Denklem 4.11'deki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned}
& \widetilde{\text{Enb}} \ z = cx \\
& \text{s.t. } Ax_i \leq \tilde{b}_i \quad \forall i \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Bu tür matematiksel modellerin çözümü için Zimmermann (1976) ve Chanas (1983) yaklaşımları incelenecektir.

4.1.2.1 Zimmermann yaklaşımı

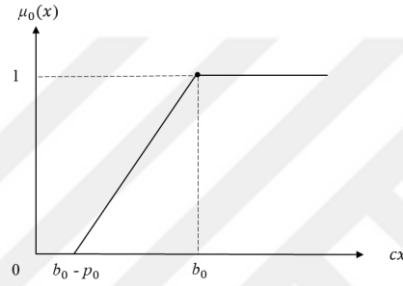
Kaynak katsayıları (b_i) ve amaç fonksiyonu (b_0) için sırasıyla p_i ve p_0 olarak ifade edilen tolerans değerleri karar verici tarafından belirlenir ve matematiksel modelde ilgili değişiklikler yapılır. Model Denklem 4.12'deki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned}
& x' \text{ i bul} \\
& \text{s.t. } cx \geq \tilde{b}_0 \\
& Ax_i \leq \tilde{b}_i \quad \forall i \\
& x_i \geq 0 \quad \forall i
\end{aligned} \tag{4.12}$$

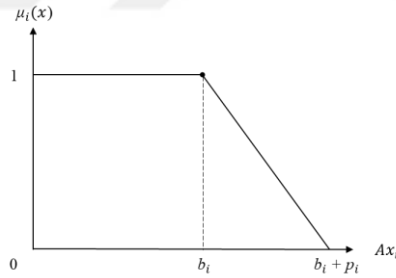
Amaç fonksiyonu için kesin bir değer belirtmek yerine, en az b_0 değerine yakın bir değer belirlenmiş ve modele bir kısıt olarak eklenmiştir. Üyelik fonksiyonları çeşitli şekillerde tanımlanabilir; bu çalışmada ise Denklem 4.13 ve 4.14'te olduğu gibi tanımlanmıştır.

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1, & cx < b_0 \\ 1 - \frac{z^1 - cx}{z^1 - z^0}, & b_0 \leq cx \leq b_0 + p_0 \\ 0, & cx > b_0 + p_0 \end{cases} \quad (4.13)$$

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1, & Ax_i < b_i \\ 1 - \frac{Ax_i - b_i}{p_i}, & b_i \leq Ax_i \leq b_i + p_i \\ 0, & Ax_i > b_i + p_i \end{cases} \quad (4.14)$$



Şekil 4. 3 : Werners yaklaşımında amaç fonksiyonu için üyelik fonksiyonu.



Şekil 4. 4 : Werners yaklaşımında kısıtlar için üyelik fonksiyonu.

Üyelik fonksiyonları tanımlandıktan sonra, Zimmermann, Bellman ve Zadeh (1970)'in enb-enk operatörünü kullanarak Denklem 4.15'teki modeli oluşturmuştur.

$$\begin{aligned} \text{Enb } z &= \alpha \\ \text{s.t. } cx &\geq b_0 - (1 - \alpha)p_0 \\ Ax_i(x) &\geq b_i + (1 + \alpha)p_0 \quad \forall i \\ x_i &\geq 0 \quad \forall i \\ \alpha &\in [0, 1] \end{aligned} \quad (4.15)$$

Böylece amaç fonksiyon ve kaynak katsayılarında bulanıklık olan bir matematiksel model klasik model haline getirilmiş olur.

4.1.2.2 Chanas yaklaşımı

Chanas'ın modelinde, Zimmermann'ın modelinde olduğu gibi kaynak katsayılarında ve amaç fonksiyonunda bulanıklık mevcuttur. Ancak, Chanas, Zimmermann'dan farklı olarak, amaç fonksiyonu değeri ile bu değer tolerans değerinin bilgi eksikliğinden kaynaklı olarak başlangıçta belirlenemeyeceği durumları ele almıştır. Bu durumda, bu iki değer belirlenmesine karar vericiye destek olacak bir model oluşturulmuş ve Denklem 4.16'da tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}
 & \text{Enb } z = cx \\
 & \text{s. t. } Ax_i \leq \tilde{b}_i \quad \forall i \\
 & \quad x_i \geq 0 \quad \forall i
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Kaynak katsayılarının değerleri ve bu değerlere ilişkin toleranslar bilinmektedir. İlk aşamada, model Denklem 4.17'de olduğu gibi parametrik hale getirilmiştir.

$$\begin{aligned}
 & \text{Enb } z = cx \\
 & \text{s. t. } Ax_i \leq b_i + \theta p_i \quad \forall i \\
 & \quad x_i \geq 0 \quad \forall i \\
 & \quad \theta \in [0, 1]
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Her θ değerleri için elde edilen çözüm $x^*(\theta)$ 'dir. Farklı θ değerlerine göre elde edilen çözümler için Denklem 4.18'deki koşulun sağlanması gerekmektedir.

$$\mu_i(Ax^*(\theta)) \geq 1 - \theta, \quad \forall i \tag{4.18}$$

Ayrıca, her sıfır olmayan temel çözüm için ($p_i \geq 0$ ise), Denklem 4.18'deki koşul $\mu_i(Ax^*(\theta)) = 1 - \theta$ haline gelir ve tüm kısıtların ortak memnuniyet derecesi Denklem 4.19'da olduğu gibi tanımlanır.

$$\mu_c(Ax^*(\theta)) = \wedge_i (\mu_i(Ax^*(\theta)) = 1 - \theta) \tag{4.19}$$

Dolayısıyla her θ için kısıtları karşılayan bir çözüm edilir. Karar verici $x^*(\theta)$ ve $z^*(\theta)$ değerlerine göre amaç fonksiyonu (b_0) ve ona karşılık gelene tolerans değerini (p_0) belirleyebilir. Bu değerlere göre amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonunu Denklem 4.20'de olduğu gibi tanımlanır.

$$\mu_0(x^*(\theta)) = \begin{cases} 1, & cx^*(\theta) > b_0 \\ 1 - \frac{b_0 - cx^*(\theta)}{p_0}, & b_0 - p_0 \leq cx^*(\theta) \leq b_0 \\ 0, & cx^*(\theta) < b_0 - p_0 \end{cases} \quad (4.20)$$

Denklem 4.17'deki parametrik modelde tüm kısıtların ortak sağlama derecesini gösteren üyelik fonksiyonu μ_C olarak isimlendirilir. Denklem 4.21'de enk-operatörü ile problemin en iyi çözümü $z^*(\theta^*)$ elde edilir.

$$enb \mu_D(\theta) = enb\{enk [\mu_0(\theta), \mu_C(\theta)]\} \quad (4.21)$$

4.1.3 Kaynak ve teknoloji katsayıları bulanık olan DP problemleri

Kaynak ve teknoloji katsayıları bulanık olan BDP problemlerinde kısıtları sağ taraf sabitleri ve sol taraf sabitleri belirsizlik içerir ve Denklem 4.22'deki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} Enb \ z &= cx \\ s. t. \ \tilde{A}x_i &\leq \tilde{b}_i \quad \forall i \\ x_i &\geq 0 \quad \forall i \end{aligned} \quad (4.22)$$

Bu tür matematiksel modellerin çözümü için Negoita ve Sularia (1976) yaklaşımı incelenecektir.

4.1.3.1 Negoita ve Sularia yaklaşımı

Negoita ve Sularia yaklaşımında bulanık olan kaynak ve teknoloji katsayıları üçgen bulanık sayı olarak ele alınmıştır. Önceki bölümde bahsedildiği üzere bir üçgen bulanık sayı Denklem 4.23'teki şekilde tanımlanır. x ve z değerleri teknoloji katsayılarının uç değerleri, y değeri tepe noktası; k ve m değerleri kaynak katsayılarının uç değerleri, l değeri tepe noktasıdır.

$$\begin{aligned}\tilde{A} &= (a, b, c) \\ \tilde{b}_i &= (d_i, e_i, f_i)\end{aligned}\quad (4.23)$$

\tilde{A} ve \tilde{b}_i , Denklem 2.22'de yerine konur ve model, Denklem 4.24'teki gibi tanımlanır.

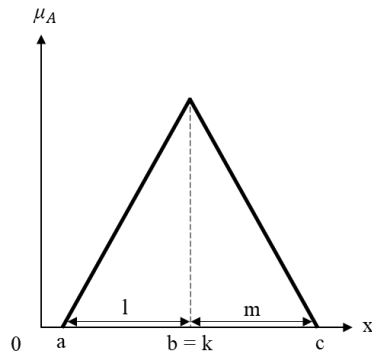
$$\begin{aligned}\text{Enb } z &= cx \\ \text{s. t. } (a, b, c) x_i &\leq (d_i, e_i, f_i) \quad \forall i \\ x_i &\geq 0 \quad \forall i\end{aligned}\quad (4.24)$$

Bulanık sayıların bir başka gösterim şekli Denklem 4.25'teki gibidir.

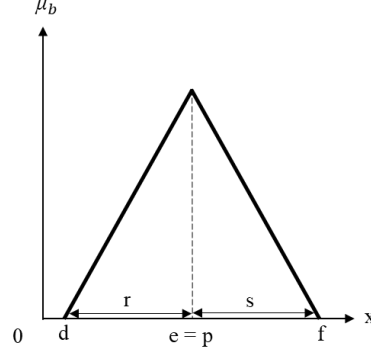
$$\begin{aligned}\tilde{A} &= \langle k, l, m \rangle \\ \tilde{b}_i &= \langle p_i, r_i, s_i \rangle\end{aligned}\quad (4.25)$$

Bu iki gösterimdeki değerlerin eşitliği, Denklem 4.26'da belirtilmiş olup, Şekil 4.5'te grafik olarak gösterilmiştir.

$$\begin{aligned}k &= b \\ l &= b - a \\ m &= c - b \\ p &= e \\ r &= e - d \\ s &= f - e\end{aligned}\quad (4.26)$$



Şekil 4. 5 : Negoita ve Sularia yaklaşımında teknoloji katsayıları.



Şekil 4. 6 : Negoita ve Sularia yaklaşımında kaynak katsayıları.

Bu tanımların sonucunda, teknoloji ve kaynak katsayılarında bulanıklık içeren bir matematiksel model, klasik model olarak ifade edilir ve bu model Denklem 4.27’de gösterilir.

$$\begin{aligned}
 \text{Enb } z &= cx \\
 \text{s. t. } k x_i &\leq p_i \quad \forall i \\
 (k - l)x_i &\leq p_i - r_i \quad \forall i \\
 (k + m)x_i &\leq p_i + s_i \quad \forall i \\
 x_i &\geq 0 \quad \forall i
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

4.1.4 Tüm katsayıları bulanık olan DP problemleri

Tüm katsayıları bulanık olan BDP problemlerinde kısıtları sağ taraf sabitleri, sol taraf sabitleri ve amaç fonksiyonundaki katsayılar belirsizlik içerir ve Denklem 4.28’deki gibi tanımlanır.

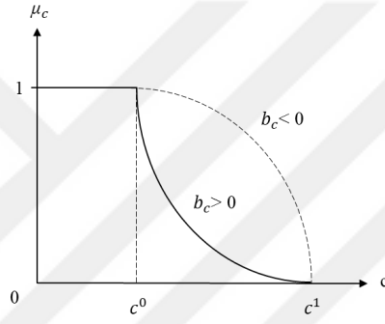
$$\begin{aligned}
 \text{Enb } z &= \tilde{c}x \\
 \text{s. t. } \tilde{A}x_i &\leq \tilde{b}_i \quad \forall i \\
 x_i &\geq 0 \quad \forall i
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

Bu tür matematiksel modellerin çözümü için Carlsson ve Korhonen (1986) yaklaşımı incelenecektir.

4.1.4.1 Carlsson ve Korhonen yaklaşımı

Carlsson ve Korhonen teknoloji, kaynak ve amaç fonksiyonu katsayıları için sırasıyla $[A^0, A^1]$, $[b^0, b^1]$ ve $[c^0, c^1]$ aralıklarını tanımlamışlardır. Alt sınır değerlerine yakın çözümlerde çözümün uygulanabilirliğindeki risk daha azken, üst sınır değerlerine yaklaşıldıkça risk artar. Bu riski azaltmak amacıyla tanımlanan üyelik fonksiyonları tekdüze azalan ve üstel olarak varsayılmıştır. Amaç fonksiyonu katsayılarına ait üyelik fonksiyonu Denklem 4.29 ve Şekil 4.6'daki gibi ifade edilebilir.

$$\mu_c(\theta) = a_c \left[1 - \exp \left\{ - \frac{b_c (c - c^1)}{(c^0 - c^1)} \right\} \right] \quad (4.29)$$



Şekil 4.7 : Carlsson ve Korhonen yaklaşımında amaç fonksiyonu için üyelik fonksiyonu.

Denklem 2.29'daki b_c parametresi karar verici tarafından belirlenir. Sıfır dışında herhangi bir değer alabilir ve sonucunda üyelik fonksiyonlarının biçimi belirlenir. a_c parametresi ise Denklem 4.30'daki gibi tanımlanır.

$$a_c = \frac{1}{1 - \exp(-b_c)} \quad (4.30)$$

Denklem 4.29'daki sınır değerleri kaynak ve teknoloji katsayıları için revize edilerek 3 parametre için de üyelik fonksiyonları tanımlanmış olur. Carlsson ve Korhonen, Chanas'ın kısıt ihlali dereceleri arasındaki ödünleşmeyi göz ardı ettiği ifade etmiş ve tam bir ödünleşme yaklaşımı benimsemişlerdir. Katsayılar arasındaki tam ödünleşme durumunda, çözüm her zaman Denklem 4.31'deki belirtildiği gibi üyelik fonksiyonlarının eşitliğinde gerçekleşir.

$$\mu = \mu_c = \mu_A = \mu_b \quad (4.31)$$

Denklem 4.32'de $\mu \in [0, 1]$ olmak koşulu ile üyelik fonksiyonlarının tersi alınmış ve sırasıyla g_c , g_b ve G_A olarak ifade edilmiştir.

$$c = g_c(\mu), \quad b = g_b(\mu), \quad A = G_A(\mu) \quad (4.32)$$

Bu eşitlikler modelde yerine konarak Denklem 4.33'te parametrik DP modeli elde edilir. $[0,1]$ arasında değişen μ parametresi ile optimal çözümler belirlenir ve bu değerler bir tabloda karar vericiye gösterilir. Hangi çözümün en uygun olduğuna kullanıcı karar verir.

$$\begin{aligned} \text{Enb } z &= [g_c(\mu)] x \\ \text{s. t. } [G_A(\mu)] x_i &\leq [g_b(\mu)] \quad \forall i \\ x_i &\geq 0 \quad \forall i \end{aligned} \quad (4.33)$$

Bu bölümde, belirsizlik koşulları altında karar verme süreçlerini modellemeye yönelik olarak kullanılan BDP modellerinin çözüm metodolojileri üzerinde durulmuştur. Belirsizlikler; kaynak katsayıları, teknoloji katsayıları, amaç fonksiyonu katsayıları veya karar değişkenlerinde meydana gelebilir. Çalışma, bu belirsizlikleri içeren çeşitli BDP modellerini tanımlamakta ve mevcut çözüm yaklaşımlarını kapsamlı bir şekilde analiz etmektedir. Kaynak katsayılarındaki belirsizlikleri modellemek için Verdegay ve Werners metodolojileri öne çıkan yaklaşımlar arasında yer alırken, Zimmermann ve Chanas yaklaşımları hem kaynak katsayılarındaki hem de amaç fonksiyonundaki belirsizlikleri ele almaktadır. Negoita ve Sularia metodolojisi, kaynak ve teknoloji katsayılarında bulanıklığı dikkate alan bir model önerirken, Carlsson ve Korhonen yaklaşımı, modeldeki tüm parametreleri bulanık olarak tanımlamaktadır. Farklı bulanık doğrusal programlama tekniklerini inceledikten sonra Zimmermann, Werners, Chanas ve Verdegay'a ait yaklaşımların BDP problemlerini çözmek için en pratik metotlar arasında yer aldığı görülmektedir. Bu çalışmada ele alınan problem, hem kaynak hem de teknoloji katsayılarında bulanıklığa sahiptir. Negoita ve Sularia'nın metodolojisinde, bu ÜBS ile temsil edilmiştir. Uzmanların görüşlerine göre, teknoloji katsayılarının bu şekilde modellenmesi bu çalışma için uygundur. Ancak Negoita ve Sularia'nın önerdiği model, sabit bir çözüm sunmaktadır ve üyelik derecelerindeki değişimlere bağlı olarak sonuçların nasıl değişiklik gösterebileceğine dair bir öngörü sağlamamaktadır.

Uzmanlar, farklı üyelik derecelerinin çözümler üzerindeki etkilerini anlamak istemektedir. Bu bağlamda Verdegay tarafından geliştirilen parametrik DP modeli, belirli üyelik derecelerine ait çözümlerin elde edilmesini sağlar ve bu çözümler, karar vericilerin değerlendirmesine sunulur. Dolayısıyla Verdegay'ın yalnızca kaynak katsayılarındaki bulanıklık için tasarladığı model, Negoita ve Sularia'nın hem teknoloji hem de kaynak katsayılarında bulanıklık içeren yaklaşımı ile bütünleştirilerek daha kapsamlı bir çözüm geliştirilecektir.



5. UYGULAMA

Çalışmanın temel amacı, belirsiz parametreler içeren bir karışım problemi için bulanık bir matematiksel model geliştirmektir. Karışım problemleri, bileşen yüzdeleri üzerindeki kısıtlamalarla belirli bir çıktı üretmek için girdilerin seçilmesini içerir (Jarernsuk ve Phruksaphanrat, 2022). Girdi ve çıktı sayılarının artmasıyla birlikte, uzun vadeli planlama ve stok yönetimi süreçleri, kalite parametrelerindeki potansiyel sapmalar ve üretim maliyetlerindeki değişkenlikler gibi faktörlerin hesaba katılması problemi karmaşık hale getirir. Bu karmaşıklıkları hızlı ve doğru bir şekilde çözebilmek için karar verme sürecinde objektif araçlar gereklidir. Bu araçlar, belirsizliklerle etkin bir şekilde başa çıkmak, çoklu değişkenleri dengeli bir şekilde değerlendirmek ve nihai olarak en uygun çözümlere ulaşmak için analitik ve hesaplamalı yetenekler sağlar.

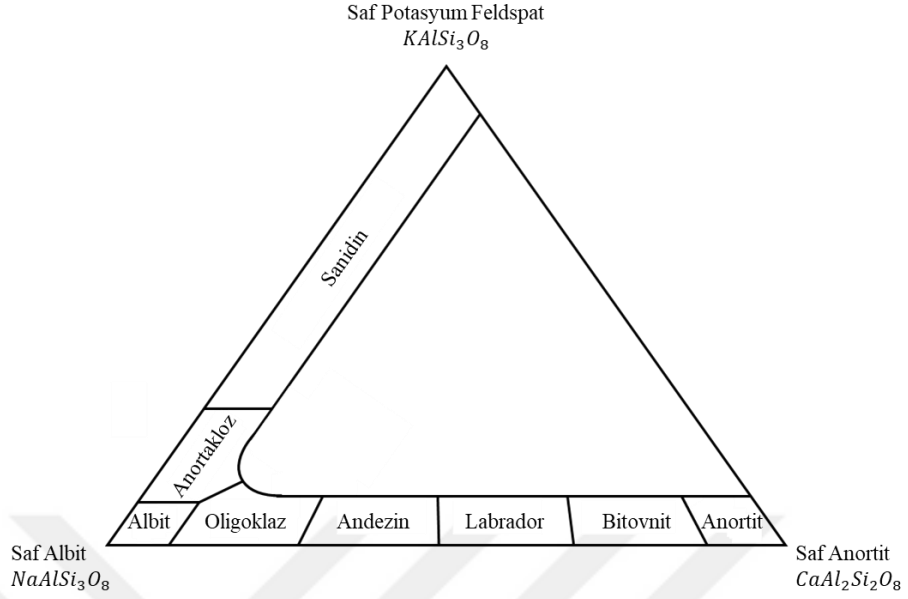
Bu tez çalışması, Türkiye'deki sodyum feldspat üretiminde önde gelen bir maden şirketinde gerçekleştirilen bir optimizasyon çalışmasını ele almaktadır. Çalışmanın odak noktası, Muğla'da bulunan bir harmanlama tesisi için optimize edilmiş bir üretim planının geliştirilmesidir. İlk olarak, tesisteki operasyonların verimliliğini artırmak amacıyla bir DP problemi üzerinde çalışılmıştır. Ardından, feldspat madeninin kimyasal yapısını daha gerçekçi bir şekilde modellemek ve endüstri gereksinimlerine uygun hale gelebilmek için bir BDP problemi oluşturulmuştur. Bu yaklaşım, tesisin üretim süreçlerini optimize etmek ve kaynakları verimli bir şekilde kullanarak rekabetçi bir pazar olan sodyum feldspat pazarında rekabet avantajı sağlamak için önemli bir adım olarak öne çıkmaktadır. Bu bölümde, tezin ana odak noktası olan optimizasyon çalışması ve çalışmanın anlaşılabilirliğini desteklemek için önemli olan bazı ön bilgiler sunulacaktır. Öncelikle, çalışmanın uygulandığı firma ve üretim tesisi incelenecek, tesisin üretim süreçleri ve işleyişi hakkında bilgiler sunulacaktır. Hammaddenin çıkarılması, işlenmesi, harmanlanması ve son ürüne dönüştürülmesi süreçleri adım adım açıklanacaktır. Ardından, sodyum feldspat madeninin bileşimi ve mineral yapısı üzerinde durulacaktır. Madenin jeolojik yapısı, kimyasal bileşimi ve özellikleri incelenecek ve üretim sürecindeki etkisi tartışılacaktır. Son olarak, geliştirilen matematiksel modellerin sonuçları ve karşılaştırmalarına yer verilecektir.

Hangi modelin işletme hedeflerini daha iyi karşıladığı tartışılacaktır. Bu analiz, farklı optimizasyon stratejilerinin etkinliğini değerlendirmeyi amaçlar. Ardından, BDP yaklaşımının avantajları ve dezavantajlarına değinilecektir.

5.1 Feldspat Madeni Hakkında Bilgiler

Maden Tetkik ve Arama Genel Müdürlüğü (2023) tarafından yayınlanan raporda, feldspatların detaylı tanımı ve sınıflandırılması yapılmıştır. Feldspat; sodyum, potasyum, kalsiyum, lityum, baryum, sezyum elementlerinden ve bunların izomorfik birleşimlerinden oluşan, susuz alümina silikat olarak tanımlanmıştır. Daha basit ifadeyle bir mineral grubunun genel ismidir ve genellikle potasyum feldspat ve sodyum feldspat (albit) olarak iki ana kategori altında incelenir. Feldspatların sınıflandırılması Şekil 5.1'de gösterilmiştir ve burada farklı gruplardaki feldspatların kimyasal bileşimlerinin nasıl farklılık gösterdiği ayrıntılı bir şekilde açıklanmaktadır.

Feldspatların kimyasal bileşimi $X(\text{AlSi})_4\text{O}_8$ şeklinde ifade edilir, burada X genellikle potasyumu, sodyumu veya kalsiyumu temsil eder. Bu kimyasal bileşimdeki farklılık, feldspatların fiziksel özellikleri, erime derecesi ve termal davranışı gibi önemli endüstriyel özellikleri üzerinde de çeşitliliğe neden olur. Örneğin potasyum feldspatların erime dereceleri genellikle 1200-1250°C arasında iken, sodyum feldspatların erime dereceleri 1150-1225°C arasında değişir. Kalsiyum feldspatların erime dereceleri ise 1500-1550°C aralığında gözlemlenmiştir. Bu farklılıklar, feldspatların endüstriyel kullanım alanlarını ve uygunluklarını belirler. Örneğin seramik sektöründe potasyum feldspat kullanımı daha yaygındır çünkü potasyum feldspatlar yüksek viskoziteli bir eriyik oluşturur ve bu sayede seramiğin pişirilmesi sırasında şekil bozulmalarına karşı direnç sağlarlar. Bileşimlerine bağlı olarak, feldspatlar çeşitli renklerde de olabilirler. Bazı feldspatlar renksiz veya şeffaf olabildiği gibi, çoğunlukla beyaz, pembe, gri veya kahverengi tonlarında da olabilirler. Bu renk varyasyonları, feldspatların endüstriyel kullanımında önemli bir rol oynar. Bunun gibi nedenle, feldspatların kimyasal bileşimi ve fiziksel özelliklerinin ayrıntılı bir şekilde incelenmesi, mineralin ticari ve endüstriyel kullanım potansiyelini daha iyi anlaşılması için kritik bir öneme sahiptir.



Şekil 5. 1 : Feldspatların sınıflandırılması.

Feldspat, seramik, cam, boya ve diğer endüstrilerde geniş bir kullanım alanına sahip olan önemli bir hammaddedir. Dünyanın en yaygın mineral gruplarından biridir (Dondi, 2018). Türkiye, zengin feldspat yataklarına sahip bir ülke konumundadır, yeryüzündeki kaliteli feldspat rezervlerinin yaklaşık %14'ü Türkiye'de bulunur. Bu da ülkemizi maden rezervlerinin zenginlik sınıflandırılmasında feldspat açısından çok zengin olan ülkeler kategorisinde olmasını sağlar. Feldspat rezervlerinin kesin miktarını belirtmek mümkün olmasa da, Türkiye'de en yoğun feldspat üretiminin gerçekleştiği şehirler arasında Aydın, Muğla, Bilecik gibi bölgeler ön plana çıkmaktadır. Feldspat Türkiye'de en yaygın bulunan mineral gruplarından biri olmasına karşın bulunduğu her kayaçtan ekonomik fayda elde edilemez (Heyes ve diğ., 2012). Bazı saf feldspatların kimyasal bileşimi Çizelge 5.1'de sunulmuştur. Bazı saf feldspat minerallerinin kimyasal bileşimi Çizelge 5.1'de sunulmuştur. Ancak, doğadaki feldspatlar yalnızca bu minerallerden oluşmaz. Özellikle, feldspatın içinde bulunan demir ve titan gibi mineraller, feldspatın saflığını bozar ve kalitesini düşürebilir. Bu durum, endüstriyel uygulamalarda feldspatın renklenmesi, kırılabilirliğinin artması gibi istenmeyen sonuçlara neden olabileceği için bu minerallerin bulunduğu feldspatların ticari ve endüstriyel kullanımında bazı kısıtlamalar bulunur. Bu nedenle, feldspatın çıkarıldığı kayaların analizi ve safsızlık düzeyinin belirlenmesi, endüstriyel kullanım için önemlidir.

Çizelge 5. 1 : Saf feldspatların kimyasal bileşimi.

	Na ₂ O %	K ₂ O %	CaO %	Al ₂ O ₃ %	SiO ₂ %
Albit	11,80	-	-	19,4	68,8
Ortoklas	-	16,9	-	18,4	69,7
Anortit	-	-	20,1	28,6	43,3

İşletmeler, daha saf ve kaliteli feldspat kaynaklarını tercih ederken, safsızlıkların varlığıyla başa çıkma yöntemleri geliştirebilirler. Düşük kalitedeki feldspatlar, bazı zenginleştirme veya saflaştırma yöntemlerine tabi tutularak ticari açıdan faydalı hale getirilebilir. Bu süreçlerden biri olan flotasyon, feldspatın saflaştırılması için sıkça kullanılan bir yöntemdir. Ancak, flotasyon gibi zenginleştirme işlemlerinin maliyeti yüksek olabilir ve bu da ticari karlılığı etkileyebilir. Ayrıca, bu işlemlerin çevresel etkileri de göz önünde bulundurulmalıdır. Özellikle, zenginleştirme işlemleri sırasında büyük miktarda atık oluşabilir. Bu atıkların çevreye zarar vermeden bertaraf edilmesi veya geri dönüştürülmesi gerekmektedir. Bu süreç, atık yönetimi ve çevresel etki değerlendirmeleri gibi ek maliyetlerle birlikte gelir. Dolayısıyla, feldspat zenginleştirme işlemlerinin sürdürülebilirlik açısından dikkatlice değerlendirilmesi ve uygun çevresel standartlara uygun olarak uygulanması önemlidir.

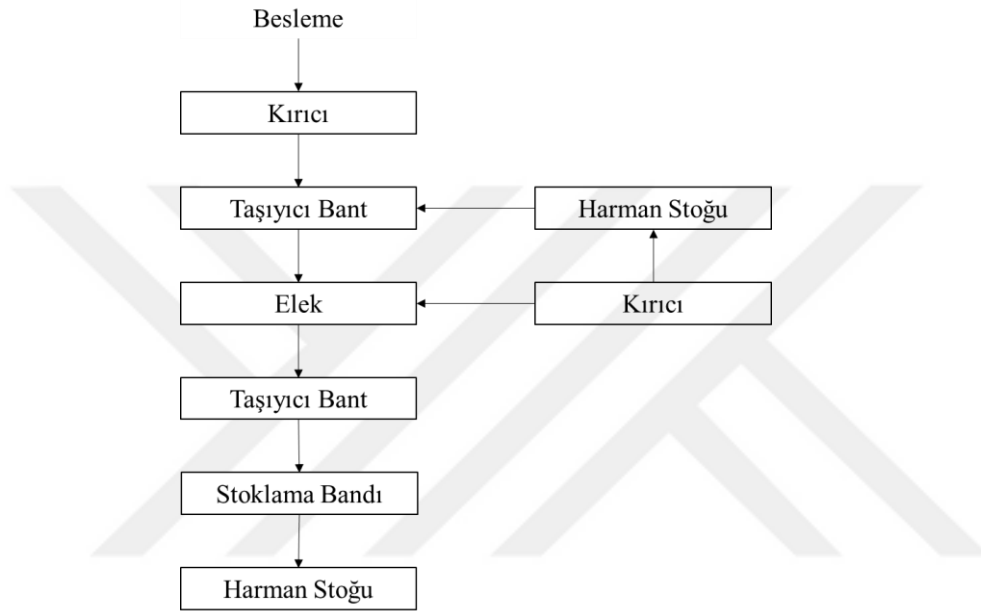
Feldspat cevherinin istenilen kalite standartlarına yükseltilmesi ve safsızlıkların etkilerinin dengelemesi amacıyla başvurulan bir yöntem de harmanlama işlemidir. Endüstriyel bağlamda, safsızlık yaratan minerallerin tamamen ortadan kaldırılması pratikte mümkün olmayabilir ve bu nedenle, bunların belirli kabul edilebilir sınırlar içinde tutulması tercih edilir. Bu bağlamda, çeşitli bölgelerden farklı değerlere sahip cevherlerin karıştırılması hedeflenen kalite seviyelerine ulaşmak için stratejik bir yaklaşım olarak kabul edilir. Harmanlama süreci, endüstriyel gereksinimlerin ve kalite standartlarının karşılanmasında önemli bir rol oynar, aynı zamanda feldspatın ticari ve endüstriyel kullanımının sürdürülebilirliğini destekler. Bununla birlikte, harmanlama işlemi sadece safsızlıkların dengelenmesi ile sınırlı değildir; aynı zamanda alüminyum, sodyum gibi yüksek oranda istenilen minerallerin de istenilen seviyelere getirilmesine yardımcı olur. Bu noktada, harmanlama sürecinin dikkatle yönetilmesi ve hammaddelerin uygun kombinasyonlarının seçilmesi hayati önem taşır. Bu şekilde, feldspatın kalitesi ve bileşimi istenen standartlara uygun hale getirilirken, endüstriyel talepler karşılanır ve sürdürülebilir bir üretim süreci sağlanır.

5.2 Maden İşletmesi ve Üretim Süreçleri Hakkında Bilgiler

Çalışma, Türkiye’de bulunan bir doğal kaynaklar şirketinde gerçekleştirilmiştir. Şirket, Türkiye'nin önde gelen endüstriyel mineral ve metalik mineral üreticilerinden biri olarak faaliyet göstermektedir. Özellikle seramik sektörünün yüksek kalite hammadde ihtiyacını karşılamak amacıyla 1978 yılında kurulmuştur ve Türkiye'nin endüstriyel mineral üretimi ve ihracatında önemli bir konuma sahiptir. 40'tan fazla ülkeye ihracat yapmakta ve bu kapsamda İtalya, Ukrayna ve Çin gibi ülkelerde temsilcilik ofisleri bulunmaktadır. Türkiye'nin ilk feldspat flotasyon tesisinin kurulmasına öncülük etmiş ve feldspatların çıkarılması, işlenmesine yönelik yatırım fırsatlarını araştırmaktadır. Muğla, Aydın ve Bilecik bölgelerinde bulunan tesislerde, feldspat, kuvars, süzölmüş kil, bentonit ve kaolen gibi hammaddelerin üretimini gerçekleştirmektedir. Bu çalışmanın merkezi olan feldspat madeninin üretimi, Muğla'nın Milas ilçesinde yer alan tesislerde yapılır. Milas Bölge Müdürlüğü'ne bağlı olarak çalışan Milas, Çine, Yeniköy ve Güllük olmak üzere dört tesis bulunmaktadır. Bu tesislerde kırma, harmanlama, öğütme, kurutma, manyetik ayırma, flotasyon işlemleri gerçekleştirilmektedir. Ayrıca, bu tesislerde analiz ve kalite kontrol işlemlerini gerçekleştirmek üzere kimya ve fizik laboratuvarları bulunmaktadır.

Feldspat üretim süreci, Milas bölgesindeki açık işletme yöntemiyle faaliyet gösteren ocaklarda gerçekleştirilmektedir. Öncelikle rezervin üzerindeki toprak örtüsünün kaldırılır, daha sonra cevherin kalitesi belirlenir. Bölgenin farklı noktalarında farklı ocaklar bulunmaktadır ve ocaklardan elde edilen feldspat madeninin özellikleri arasında belirgin farklılıklar bulunmaktadır. Bu farklılıklar, bazı ocaklardan çıkarılan feldspatın düşük demir ve titan içeriğine sahip olmasıyla belirginleşirken, diğer ocaklarda bu içeriklerin değişkenlik gösterebildiği görülmektedir. Ocakların arasındaki değişkenliğin yanı sıra aynı ocak içinde bile bu değişkenliğin yaşandığı görülmektedir. Ayrıca, bazı ocaklardan elde edilen feldspatlar, tamamen flotasyon tesisine beslenecek kalitede ürünler olarak nitelendirilmektedir. Rezervler, çıkarılan hammaddenin kalitesini korumak amacıyla kalite özelliklerine göre ayrı ayrı patlatılarak çıkarılır. Elde edilen feldspat kamyonlar aracılığıyla tesislerin stok alanlarına taşınır. Elde edilen feldspat, işlenmek üzere kırılma aşamalarına alınır. Kırılma süreci, nihai ürünün istenilen tane boyutuna getirilmesini sağlar ve genellikle çeneli kırıcılarla gerçekleştirilir.

Hammadde, çeneli kırıcıdan sonra biri 30 mm'lik, diğeri ise 8 mm'lik olan iki eleğe yönlendirilir. Hammadde eleklerden geçene kadar, şoklu ve darbeli kırıcılara yönlendirilerek 8 mm tane boyutuna indirgenir ve ardından stoklanır. Sürecin akışı, Şekil 5.2'de görsel olarak sunulmuştur (Terzi, 2012). Kırma işleminden sonra elde edilen feldspat, istenilen µm boyutuna getirilmesi ve nemi kontrol altına almak için öğütme tesisine yönlendirilir. Öğütme tesisinin kapasitesi, üretilen ürünün istenilen boyutuna bağlı olarak değişkenlik göstermektedir.



Şekil 5. 2 : Feldspat kırma süreci.

Kırılma işlemi sonucunda elde edilen hammaddelerden numuneler alınır. Bu numuneler, bölgedeki ve İstanbul merkez laboratuvarlarında detaylı bir şekilde analiz edilir. Analizler, hammaddenin fiziksel ve kimyasal özelliklerini belirlemek için gerçekleştirilir. Endüstriyel ürünlerde fiziksel ve kimyasal özellikler arasında sıkı bir ilişki bulunur; bu nedenle, her iki tür analizin sonuçları birlikte değerlendirilir. Kimyasal testler için yeterli altyapı bulunmadığında, analizlerde genellikle fiziksel özelliklere odaklanılır. Çalışmanın gerçekleştirildiği firmada ise hem kimyasal hem de fiziksel analizler yapılır. Böylece, hammaddelerin tam ve kapsamlı özelliklerinin belirlenmesi ve son ürünlerin yüksek kalitede olması sağlanır. Fiziksel özellikler arasında renk, tane boyutu (elek bakiyesi) ve nem gibi unsurlar yer alır. Renk, müşteri ile kimyasal değer aralıklarında anlaşıldığında belirlenir ve genellikle açık renkler tercih edilir.

Aynı kimyasal değerlere sahip iki üründe sodyum oranı daha fazla olan daha çok eriyeceği için demir ve titanın renk belirginliği artar ve daha koyu bir renk elde edilir. Titan mineralleri farklı ocaklardan farklı renklere sahip olabilir ve bu nedenle aynı özelliklere sahip olsalar bile ayrı ayrı stoklanırlar. Renk analizi için numuneler öğütülür, preslenir, fırınlanır ve soğumaya bırakılır. Bu işlemler toplamda 7-8 saat arasında sürer. Pişme testi sırasında renge ek olarak erime şekli de incelenir. Numunelerin kimyasal analizinde alınan ölçümler arasında alüminyum, sodyum, potasyum, kalsiyum, silisyum, demir ve titan bulunur. Her kimyasal analiz değeri müşteri için kritik değildir; ancak, belirli bileşenlerin miktarı ürünün kalitesini etkiler. Özellikle, alüminyum, sodyum, demir ve titan oranları endüstriyel ürünlerin özellikleri üzerinde belirleyici bir etkiye sahiptir. Numunelerin kimyasal ve fiziksel özellikleri belirlendikten sonra, istenen kalite standartlarına uygun şekilde çeşitli hammaddelerle uygun harman reçeteleri oluşturulur. Bu süreç, hammaddelerin özelliklerinin doğru bir şekilde belirlenmesi ve istenilen kalite standartlarına uygun harmanların oluşturulması için kritik bir adımdır. Oluşturulan reçetelere göre elde edilen ürünler için ilgili analizler tekrar yapılır ve kalite kontrolü sağlanır. Analiz sonuçlarının belirlenen kalite standartlarına uygunluğuna göre, harmanlama işlemi onaylanmış olur. Ancak laboratuvarlara gönderilen her numune, doğrudan bir harmanın içine katılacak kalitede olmayabilir. Daha düşük kalitede rezervlerden alınan numuneler çeşitli safsızlıklar içerebilir, bu nedenle bazı zenginleştirme yöntemlerinin uygulanması zorunlu hale gelmektedir. Bu yöntemlerden biri flotasyondur ve Milas'ta bir, Yeniköy'de iki olmak üzere toplamda 3 adet flotasyon tesisi bulunmaktadır. Genellikle feldspat flotasyonu üç aşamadan oluşur. Bunlar, mika flotasyonu, renk verici minerallerin uzaklaştırıldığı mineral flotasyonu ve feldspat-kuvars ayırımıdır. Cevher içindeki mika minerallerinin az olması durumunda, birinci aşama uygulanmayabilir ve mika mineralleri ağır minerallerle birlikte yüzdürülür. Flotasyon işleminden geçirilmiş ürünler tesis ürünleri olarak adlandırılır ve bu ürünler genellikle diğer ürünlerle karıştırılmaz.

Feldspatın işleme ve analiz süreçleri tamamlandıktan sonra ürünler depolara taşınır. Güllük bölgesinde 2 kapalı depo ve 1 açık saha olmak üzere toplam 3 depolama alanı bulunmaktadır. Limana yakın bir bölgede ise 2 farklı açık depo alanı mevcuttur. Yüksek katma değeri olan tesis ürünleri, kapalı depolarda stoklanırken, flotasyon işlemine tabi tutulmamış olan dökme ürünler ise açık sahalarda depolanır.

Nakliye avantajı sebebiyle sevkiyatların büyük bir kısmı limana yakın olan depolardan gerçekleştirilir; bu da sevkiyatların %85'inin bu depolardan yapıldığı anlamına gelmektedir. Ürünler yığınlar halinde depolanır; bunun bir örneği Şekil 5.3'te gösterilmiştir. Her bir yarı mamulün ayrı ayrı depolanması mümkün olmadığından, benzer kalitedeki yarı mamuller, farklı ocaklardan gelse dahi aynı yerlere stoklanır. Örneğin, 15-25 demir içeren yarı mamuller bir arada depolanır. Ancak, bu durum yarı mamul yığınları arasında istenmeyen karışmalara neden olabilir. Bu durumun etkileri sonraki bölümlerde ele alınacaktır.



Şekil 5. 3 : İşlenmiş feldspat yığınları.

Yarı mamuller depolandıktan sonra, sevkiyat tarihi geldiğinde analiz aşamasında belirlenen fiziksel ve kimyasal özelliklerine uygun olarak hazırlanan reçetelere göre harmanlanır. Harmanlama işlemi için oluşturulan reçeteler, kepçe miktarlarıyla hesaplanır ve her bir harmana eklenen yarı mamul miktarı, minimum bir kepçe olacak şekilde düzenlenir. Her bir kepçe miktarı %5'in katlarına denk gelir. Harmanlama sırasında her bir tondan alınan numuneler, Milas tesisindeki laboratuvara gönderilir. Eğer laboratuvardan gelen sonuçlar, müşterinin belirlediği özelliklerin dışına çıkarsa, reçetede değişiklik yapılır. Bu durumda, yüklenen miktar göz önünde bulundurularak istenen aralığa ulaşabilecek hammaddeler seçilerek yeni bir reçete oluşturulur. Ürünler, limana kamyonlarla taşınır. Kamyonların kapasitesi 5 kepçe olup, bu da yaklaşık olarak 35 ton ürüne denk gelir. Limanda yükleme işlemi yapılacak gemilerin kapasitesi minimum 3.000 ton olarak belirlenmiştir ve daha düşük miktarlarda sipariş kabul edilmez. Siparişler yüklenirken, müşterinin talep ettiği miktarda ürünün sevkiyatının garanti edilmesi için bir miktar fazla ürün yüklenir.

Bu sayede, dökme ürünlerde taşıma sürecinde yaşanabilecek eksilmelerin ve tesis ürünlerindeki nem kaybından kaynaklanan eksilmelerin önüne geçilir. Limanda aynı anda en fazla 5 gemiye yükleme yapılabilir.

5.3 Önerilen Doğrusal Programlama Modelleri

Üretim süreci, önceki bölümde belirtildiği gibi, feldspat madeninin ocaklardan çıkarılmasından sonra numunelerin alınması ve bu numunelerin laboratuvarlara gönderilmesiyle başlar. Bu numunelerin detaylı analizi neticesinde, müşterilerin belirlediği kalite parametrelerinin değerleri tespit edilmektedir. Mevcut prosedür, bu değerlerin referans alınarak ve geçmiş deneyimlerin ışığında, ürün reçetelerinin belirlenmesi üzerine insan merkezli bir karar alma sürecini içermektedir. Herhangi bir araç veya algoritma kullanılmamaktadır, tamamen insan deneyimine ve uzmanlığına dayalıdır. İnsan merkezli karar alma süreci, özellikle hassas ve karmaşık üretim süreçlerinde hayati bir rol oynamaktadır. Bununla birlikte, bu yaklaşımın uygulanması bazı olumsuz sonuçlar doğurabilir. Öncelikle, insan merkezli karar alma süreci zaman kaybına neden olabilir. Örneğin, bu uygulama kapsamında, 20'den fazla yarı mamulün 10'dan fazla kalite parametresi göz önünde bulundurularak ürünün hangi yarı mamullerle oluşturulacağına karar verilmesi gerekmektedir. Ayrıca, birden fazla siparişin olduğu durumlarda, bu karar verme süreci daha da karmaşık hale gelir ve bu da sürenin uzamasına yol açabilir. Bu aşamada, geçmiş deneyimlerin süreci kolaylaştırabileceği göz önünde bulundurulmalıdır; fakat her zaman deneyimli insan kaynağı mevcut olmayabilir. Bu durum doğru kararların alınmasını zorlaştırabilir ve hataların olasılığını artırabilir. Ayrıca, deneyimlerin ışığında geliştirilen çözümlerin doğruluğu veya optimal karar olup olmadığı konusunda belirsizlikler mevcuttur. Bu belirsizlikler, üretim verimliliği, müşteri memnuniyeti ve işletme karlılığı gibi kritik alanlarda olumsuz sonuçlara yol açabilir. Dolayısıyla, sürekli olarak karar alma sürecini iyileştirmek ve deneyimleri en iyi şekilde değerlendirmek için uygun stratejilerin benimsenmesi gereklidir. Reçetelerin hazırlanmasındaki karar sürecine destek olmak ve insan merkezli karar alma sürecini optimize etmek için matematiksel programlamadan yararlanılabilir. Matematiksel programlama, karmaşık veri setlerini analiz etme ve karar alma süreçlerini iyileştirme konusunda kritik bir araçtır. Karar verme sürecini objektif hale getirirken, insan hatalarının ve deneyimsizliğin etkilerini minimuma indirir ve karar alma sürecini hızlandırır.

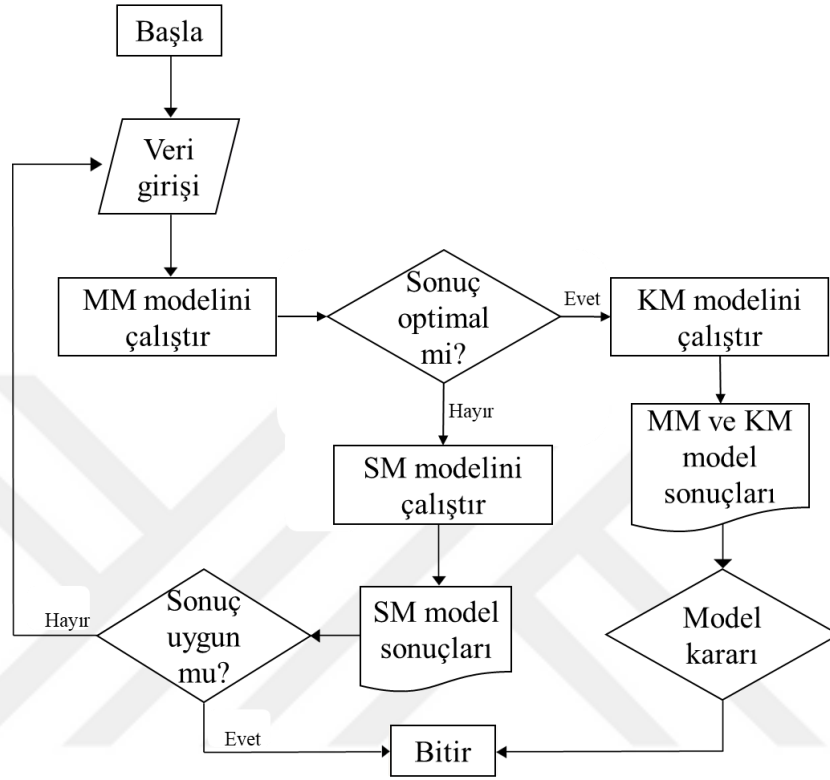
Dolayısıyla, matematiksel programlamadan yararlanarak reçetelerin hazırlanmasında daha etkin ve güvenilir bir yaklaşım benimsenmesi, üretim sürecinin verimliliğini artırabilir ve sonuçta işletme performansını önemli ölçüde iyileştirebilir. Bu hedef doğrultusunda, dört farklı harmanlama problemi tanımlanmış ve bunlar Çizelge 5.2'de sunulmuştur. İlk olarak, Maliyet Minimizasyonu (MM) problemi tanımlanmıştır. Bu problemde, ürünlerin oluşturulması için kullanılan yarı mamullerin toplam maliyeti minimize edilmeye çalışılır. Model parametreleri belirli ve sabittir, herhangi bir belirsizlik içermez. Uygulamada ana hedef, maliyetin minimize edilmesidir; ancak bazı durumlarda, optimal maliyet değerlerinde esnemeler sağlanarak kullanılan yarı mamullerin toplam kalite değerinin de minimize edilmesi hedeflenebilir. Maliyetler, hammaddenin çıkarıldığı ocağın işletme maliyeti ve ocak ile tesisler arasındaki taşıma maliyetleri gibi faktörlere bağlı olarak belirlenir. Bu bağlamda, uygulamada maliyetlerle kaliteler her zaman doğru orantılı olmayabilir; daha yüksek kalitedeki yarı mamullere ait maliyetlerin daha düşük olabileceği durumlar söz konusu olabilir. Bu nedenle, stoktaki kalitesi görece düşük yarı mamul miktarı arttığında, minimum maliyetle harman oluşturmak yerine maliyette belirlenmiş bir toleransa kadar artışa izin verilir. Bu yaklaşımın amacı, düşük kaliteli yarı mamullerin kullanılmasını sağlamak ve stoktaki yarı mamul miktarlarını optimize etmektir. Bu amaç doğrultusunda Kalite Minimizasyonu (KM) problemi tanımlanmıştır. Sonraki bölümde kalite değerinin nasıl belirlendiği açıklanacaktır. MM modelinde olduğu gibi model parametreleri belirli ve sabittir, herhangi bir belirsizlik içermez. Bu açıklamalardan da anlaşılacağı üzere, KM modelinin kurulabilmesi için MM modelinde optimal bir sonuca ulaşılması gerekmektedir.

Çizelge 5. 2 : Kurulan matematiksel modeller.

Model No	Problem	Parametreler	Amaç
1	Maliyet Minimizasyonu	Kesin	Maliyeti en küçüklemek
2	Kalite Minimizasyonu	Kesin	Kaliteyi en küçüklemek
3	Sapma Minimizasyonu	Kesin	Sapmayı en küçüklemek
4	Bulanık Maliyet Minimizasyonu	Bulanık	Maliyeti en küçüklemek

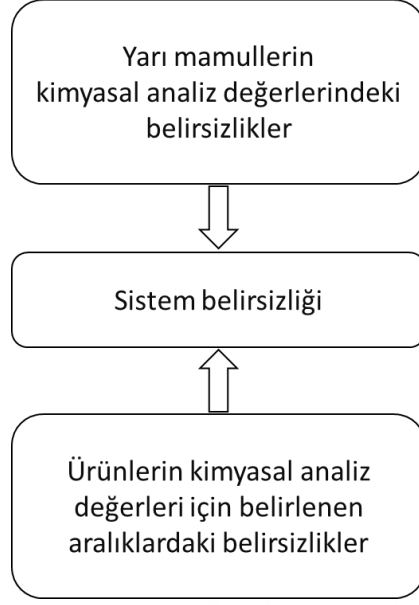
MM modelinin optimal bir sonuca ulaşamadığı senaryolarda, Sapma Minimizasyonu (SM) modeli devreye girer. SM modeli, MM modelinde belirlenen kısıtlarla çözüme ulaşamayan modelin belirli kısıtlarında değişiklik yapar ve kısıtları aşılmasına izin vererek optimal bir çözüm bulmaya çalışır.

Ancak, her aşılın kısıt için bir ceza uygulanır. Bu ceza miktarı, kısıtlara bağlı olarak farklılık gösterir. Ceza miktarlarının nasıl belirlendiği bir sonraki bölümlerde açıklanacaktır. Modelin amacı, bu ceza miktarını minimize ederek, yani MM modelindeki kısıtların minimum düzeyde aşılmasını sağlayarak bir çözüm önermektir.



Şekil 5. 4 : Kesin parametrelı modellerin diyagramı.

Feldspat madeni hakkında bilgiler verilirken, madenlerden elde edilen feldspatların kimyasal bileşimlerinin sabit olmadığı, ocaklar arasında değişkenlik gösterebildiği ve hatta aynı ocak içinde bile değişebileceği belirtilmiştir. Ocaklardan feldspat patlatılarak çıkarılırken, bu değişkenliklere dikkat edilmeye çalışılsa da, bu değişkenliğin tamamen ortadan kaldırılmasının mümkün değildir. Bu nedenle, hammaddelerden alınan numunelerin analiz sonuçları da kesin değildir. Bulanık Maliyet Minimizasyonu (BMM) probleminde, belirsizlik içeren parametreleri modellemek için bulanık modeller kurulmuştur. Bu modelde, belirsizlik içeren tek parametre yarı mamullerin kimyasal analiz sonuçlarında değildir, aynı zamanda yarı mamullerin harmanlanmasıyla elde edilecek ürünlere ait kimyasal analiz değerlerinin hangi aralıklarda olması gerektiğine dair kesin sınırlar bulunmamaktadır. Bu modelin çözümü için 4. bölümde açıklanan teknoloji ve kaynak katsayılarının bulanık olduğu model yaklaşımlarından yararlanılacaktır.



Şekil 5. 5 : Sistem belirsizliği.

5.4 Model Parametrelerinin Belirlenmesi

Şirket tarafından sağlanan verilerin matematiksel modellerde kullanılması amacıyla, öncelikle ürünlerin ve hammaddelerin tanımlanması gerekmektedir. Bu süreçte, 2023 yılının Mart ayına ait operasyonel veriler temel alınacaktır. Model çözümleri için zorunlu olan veri setleri şunlardır: sipariş miktarları, hammaddelerin stok miktarları ve birim maliyetleri, hammaddelerin kimyasal analiz değerleri, ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ait alt ve üst sınırlar, ürünler için belirlenen kimyasal analiz kısıtlama oranları, bileşenlerin önem dereceleri ile bunların üst ve alt limitleri, ürünlerin birim maliyetlerinde kabul edilebilir artış oranı, ve ürünlerin kimyasal sınırlarının aşılması durumunda uygulanacak ceza miktarları. Mevcut durumda, firmanın envanterinde toplam yedi farklı ürün siparişi bulunmakta ve 26 çeşit hammadde stoklanmaktadır. Hammaddelerin stok miktarları, maliyetleri ve kimyasal analiz değerleri gibi bilgiler, firmanın SAP sistemi üzerinden alınmıştır. Bu veriler, Çizelge 5.3, 5.4 ve 5.5'te derlenmiştir. Ayrıca, veri güvenliği ve gizlilik amacıyla, çalışmada kullanılan tüm veriler belirlenen özel katsayılarla çarpılarak anonim hale getirilmiştir. Ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ilişkin üst ve alt sınırlar, Microsoft SQL Server üzerinde bulunan bir veri tabanından elde edilmiştir. Bu bilgiler, bu uygulama için geliştirilmiş olan arayüz aracılığıyla yetkili kişiler tarafından girilmiş ve ilgili veri tabanına kaydedilmiştir. Mart ayında sipariş edilen ürünlerin üst ve alt sınırları, Çizelge 5.6 ve 5.7'de yer almaktadır.

Çizelge 5. 3 : Sipariş miktarları.

Ürün	Sipariş Miktarı (ton)
U-01	18000
U-02	10000
U-03	22700
U-04	10000
U-05	11600
U-06	16000
U-07	16000

Çizelge 5. 4 : Hammaddelerin stok miktarları ve birim maliyetleri.

Hammadde	Stok Miktarı (ton)	Birim Maliyet (₺ /ton)
HM-01	10000	1636,46
HM-02	16000	1672,28
HM-03	4200	2109,40
HM-04	6600	1598,96
HM-05	9000	1598,96
HM-06	9000	2109,40
HM-07	4000	1611,61
HM-08	4670	1517
HM-09	18160	679,43
HM-10	5600	628
HM-11	16140	10000
HM-12	6360	570
HM-13	12560	194,91
HM-14	4792	86,10
HM-15	2250	76,59
HM-16	39120	867,61
HM-17	80100	637,28
HM-18	34372	682
HM-19	7600	846
HM-20	3220	716
HM-21	6640	550
HM-22	13400	307
HM-23	38174	1048
HM-24	12028	1678,54

Çizelge 5. 5 : Hammaddelerin kimyasal analiz değerleri.

Hammadde	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	TiO ₂	CaO	MgO	Na ₂ O	K ₂ O
HM-01	136,12	40,12	0,062	0,046	2,4	0,12	20,5	0,54
HM-02	136	39,96	0,07	0,066	2,38	0,14	20,72	0,56
HM-03	140,88	37	0,112	0,09	1,38	0,14	19,7	0,6
HM-04	139,94	37,26	0,124	0,092	1,32	0,16	20,42	0,58
HM-05	138,64	38,14	0,092	0,074	2,08	0,14	20,18	0,56
HM-06	135,46	40,18	0,086	0,072	2,46	0,16	20,92	0,56
HM-07	136,06	39,96	0,062	0,074	2,38	0,16	20,6	0,58
HM-08	139,74	37,38	0,182	0,26	1,76	0,2	19,64	0,66
HM-09	137,7	37,5	0,888	0,7	1,64	0,56	17,74	1,48
HM-10	140,3	36,04	0,444	0,7	2,12	0,48	18,9	0,76
HM-11	143	34,2	0,28	0,52	1,3	0,36	18,24	0,44
HM-12	147,52	31,68	0,44	0,5	1,08	0,18	14	0,6
HM-13	138,86	35,96	0,14	0,14	2,6	0,18	20,44	0,6
HM-14	137,68	36,56	1,24	1,08	1,4	0,36	18,24	0,4
HM-15	136,7	36,88	2,04	4,24	1,38	0,14	16,4	0,6
HM-16	147,52	35,68	0,578	0,716	1,08	0,18	20,3	0,2
HM-17	147,52	31,68	0,218	0,516	1,08	0,18	12,66	3,96
HM-18	158,2	25,32	0,54	0,58	0,74	0,54	17,56	0,56
HM-19	147,52	32	0,24	0,618	1,42	0,2	16,02	0,44
HM-20	141,22	35,04	0,7	0,72	1,96	0,8	18,18	1,28
HM-21	143,68	34,16	0,78	0,49	1,22	0,56	16,98	2,12
HM-22	155,18	25,94	0,818	0,22	0,76	0,5	8,36	7,38
HM-23	142,38	35,22	0,12	0,358	2,12	0,08	18,62	0,46
HM-24	147,5	32,86	0,19	0,08	0,72	0,18	17,02	0,58

Ürünlerin kimyasal değer aralıkları firma ve müşteri iş birliğiyle belirlenir. Müşterinin kalite talebi üzerine, talebe en uygun ürün örneği seçilir ve analiz için müşteriye gönderilir. Müşteri, numuneyi kendi analizlerine tabi tutar ve ürünün uygunluğuna karar verir. Eğer ürün uygun bulunursa, o ürünün kimyasal değerleri kesinleşir ve firma, bu değerlerin belirlenen aralıkların dışına çıkmayacağını garanti eder. Firma silikon dioksit (SiO₂), alüminyum oksit (Al₂O₃), demir (III) oksit (Fe₂O₃), titanyum dioksit (TiO₂), kalsiyum oksit (CaO), magnezyum oksit (MgO), sodyum oksit (Na₂O) ve potasyum oksit (K₂O) bileşiklerinin analizini gerçekleştirir. Bu bileşikler, feldspat madeninde bulunan oksitlerdir ve seramik, cam üretimi gibi endüstriyel süreçlerde önemli rol oynarlar. Ancak, tüm bileşikler her müşteri için önemli olmayabilir. Bu çalışmada özellikle Al₂O₃, Fe₂O₃, TiO₂ ve Na₂O oksitlerine odaklanılacaktır. Feldspat madenin kalitesi, içerdiği oksitlerin miktarlarına bağlı olarak belirlenir.

Al_2O_3 ve Na_2O oranları ne kadar yüksekse madenin kalitesi o kadar artar, Fe_2O_3 ve TiO_2 oranları arttıkça ise kalite düşer.

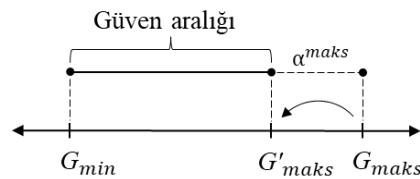
Çizelge 5. 6 : Ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ait üst sınırlar.

Ürün	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	TiO_2	CaO	MgO	Na_2O	K_2O
U-01	144	38	0,9	1	2,6	1,6	18,6	2
U-02	144	40	0,8	1	2,6	1,6	19,6	1,6
U-03	143	39	0,6	0,8	2	0,6	19,6	1,4
U-04	140	40	0,4	0,7	2	0,6	19,6	2
U-05	144	40	0,3	0,7	2	0,6	21	1,4
U-06	140	42	0,07	0,07	2,6	0,4	21,2	0,8
U-07	140	41	0,1	0,1	2,6	0,4	21	0,8

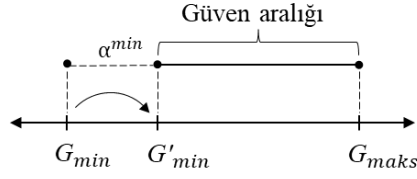
Çizelge 5. 7 : Ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ait alt sınırlar.

Ürün	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	TiO_2	CaO	MgO	Na_2O	K_2O
U-01	140	30	0,7	0,02	1,4	0,4	17	0,8
U-02	136	32	0,6	0,02	1,4	0,4	18	0,8
U-03	139	31	0,4	0,02	0,8	0,2	18	0,6
U-04	136	32	0,24	0,02	0,8	0,2	18	0,8
U-05	140	32	0,2	0,02	0,8	0,2	19,4	0,6
U-06	136	34	0,02	0,02	1,4	0	19,6	0
U-07	136	33	0,02	0,02	1,4	0	19,4	0

Çizelge 5.5'te yer alan hammaddelerin kimyasal analiz değerlerinde, feldspat madenin yapısı ve üretim sürecinden kaynaklanan belirsizlikler bulunmaktadır. Bu nedenle, ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ait alt ve üst sınırlarına ekstra güvenlik payları eklenir. Ancak sınır değerlerin önemi her bileşik için aynı öneme sahip değildir. Örneğin Al_2O_3 için belirlenen aralık 30-38 olduğu durumda ürünün 38 değerinin üzerinde olması müşteri için bir sorun teşkil etmez; zira bu, daha yüksek kalitede bir ürün sunulduğunu gösterir. Ancak 30 değerinin altındaki bir gönderim, istenen kalitenin altında kaldığı için müşteri tarafından kabul edilmeyecektir. Bu nedenle Al_2O_3 ve Na_2O için kritik olan alt sınırken; Fe_2O_3 ve TiO_2 için kritik olan sınır üst sınırdır.



Şekil 5. 6 : Fe_2O_3 ve TiO_2 için güven aralığı.



Şekil 5. 7 : Al₂O₃ ve Na₂O için güven aralığı.

Şekil 5.6 ve 5.7’de gösterilen güven aralıklarını oluşturmak için üst sınırdan α^{maks} oranında değer çıkarılırken, alt sınıra α^{min} oranında değer eklenir. Çizelge 5.8’de ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ait kısıtlama oranları sunulmuştur.

Çizelge 5. 8 : Ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ait kısıtlama oranları.

Bileşik	α^{maks}	α^{min}
Al ₂ O ₃	0,005	0
Fe ₂ O ₃	0	0,05
TiO ₂	0	0,05
Na ₂ O	0,005	0

MM modeli için gerekli parametreler belirlendikten sonra, KM modeli için de gerekli olan parametreler tanımlanır. Bu modelde iki ek bilgiye ihtiyaç duyulmaktadır: Birincisi, hammaddelerin kalite yüzdeleri; ikincisi ise ürünlerin birim maliyetlerinde izin verilen maksimum artış oranlarıdır. Hammadde kalitelerini belirlemek için Çizelge 5.9’deki bilgilere başvurulur. İlk olarak, her bileşik için bir önem derecesi atanır. Bu bilgilere göre, Na₂O, TiO₂ ve Fe₂O₃ bileşiklerinin önemi eşittir, Al₂O₃ bileşiğinin önemi bu bileşiklere kıyasla üç kat daha azdır. Daha sonra, belirlenen üst ve alt sınırlara göre tüm değerler 0 ile 1 arasında normalize edilir. Bu değerler, belirlenen önem derecelerine göre ağırlıklı olarak hesaplanarak bir kalite yüzdesi hesaplanır. Örneğin Al₂O₃ değeri 40, Na₂O değeri 20, Fe₂O₃ değeri 0,04 ve TiO₂ değeri 0,04 olan bir hammadde %100 kalitedir. Çizelge 5.10’da hammaddelerin kalite değerleri sunulmuştur.

Çizelge 5. 9 : Bileşiklerin önem seviyeleri, üst ve alt limitleri.

Bileşik	Önem Seviyesi	Üst Limit	Alt Limit
Al ₂ O ₃	0,1	40	24
Fe ₂ O ₃	0,3	2	0,04
TiO ₂	0,3	2	0,04
Na ₂ O	0,3	20	10

Çizelge 5. 10 : Hammaddelerin kaliteleri.

Hammadde	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	TiO ₂	Na ₂ O	Kalite
HM-01	1	0,98878	0,99694	1	0,99571
HM-02	0,9975	0,98469	0,98673	1	0,99118
HM-03	0,8125	0,96327	0,97449	0,97	0,95358
HM-04	0,82875	0,95714	0,97347	1	0,96206
HM-05	1	0,97653	0,98367	1	0,98806
HM-06	0,88375	0,97347	0,98265	1	0,97521
HM-07	0,9975	0,98878	0,98265	1	0,99118
HM-08	0,83625	0,92755	0,88776	0,964	0,91742
HM-09	0,84375	0,56735	0,66327	0,774	0,68576
HM-10	0,7525	0,79388	0,66327	0,89	0,77939
HM-11	0,6375	0,87755	0,7551	0,824	0,80075
HM-12	0,48	0,79592	0,76531	0,4	0,63637
HM-13	0,7475	0,94898	0,94898	1	0,94414
HM-14	0,785	0,38776	0,46939	0,824	0,58284
HM-15	0,805	0	0	0,64	0,2725
HM-16	0,73	0,72551	0,6551	1	0,78718
HM-17	0,48	0,90918	0,75714	0,266	0,6277
HM-18	0,0825	0,7449	0,72449	0,756	0,67587
HM-19	0,5	0,89796	0,7051	0,602	0,71152
HM-20	0,69	0,66327	0,65306	0,818	0,7093
HM-21	0,635	0,62245	0,77041	0,698	0,69076
HM-22	0,12125	0,60306	0,90816	0	0,46549
HM-23	0,70125	0,95918	0,83776	0,862	0,86781
HM-24	0,55375	0,92347	0,97959	0,702	0,83689

Çizelge 5.11, MM modeli sonuçlarına göre elde edilen birim maliyet değerlerinde izin verilen artış oranını göstermektedir.

Çizelge 5. 11 : Ürünlerin birim maliyetinde izin verilen artış oranı.

Ürün	U-01	U-02	U-03	U-04	U-05	U-06	U-07
Artış Oranı	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,05	0,05

Çizelge 5.12, SM modeli için gerekli olan ceza miktarı parametrelerini içermektedir. Bu parametreler, sapma modelinin amaç fonksiyonunda katsayı olarak kullanılmaktadır. İlk olarak, bileşiklerin minimum ve maksimum sınırlarının sistem için önemi belirlenmektedir. Hammadde kaliteleri ile ilgili olarak, Al₂O₃ ve Na₂O bileşiklerinin artışı kaliteyi pozitif yönde etkilerken, azalışı kaliteyi negatif yönde etkilediğinden bahsedilmiştir.

Bu sebeple, bu bileşikler için alt ve üst sınırlar eşit öneme sahip değildir. Özellikle, alt sınırın aşılması çok daha kritik olarak değerlendirilmektedir ve bu durumda ceza miktarları arasında on katlık bir fark bulunmaktadır. Diğer taraftan, Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için üst sınır daha kritik bir öneme sahiptir. Ayrıca, bileşiklerin birbirleri arasındaki önemini yansıtmak amacıyla, Al_2O_3 bileşiğine ait ceza miktarı, diğer sınırlara kıyasla yarı yarıya düşürülmüştür. Son olarak, bileşiklerin önem dereceleri, hammaddelerin ilgili bileşik için ortalama kimyasal analiz değerine bölünerek ceza miktarları belirlenmiştir.

Çizelge 5. 12 : Ürünlerin alt ve üst kimyasal sınırlarına ait ceza miktarı.

Bileşik	Alt Sınırın Önemi	Üst Sınırın Önemi	Ortalama Değer	Alt Sınıra Ait Ceza Miktarı	Üst Sınıra Ait Ceza Miktarı
Al_2O_3	5	0,5	142,305	0,035	0,0035
Fe_2O_3	1	10	0,435	2,298	22,975
TiO_2	1	10	0,540	1,853	18,530
Na_2O	10	1	18,014	0,555	0,056

5.5 Önerilen Doğrusal Programlama Modellerinin Kurulması

Bu bölümde harmanlama probleminin çözümü için önerilen modeller açıklamıştır. Modellere ait parametre ve karar değişkenlerinin notasyonları açıklamaları Çizelge 5.13'te verilmiştir.

Çizelge 5. 13 : Matematiksel modellere ait notasyonlar.

<i>İndisler:</i>	
i	Ürünler; $i \in I$
j	Hammaddeler; $j \in J$
k	Bileşenler; $k \in K$
<i>Parametreler:</i>	
I	Toplam ürün sayısı
J	Toplam hammadde sayısı
K	Toplam bileşen sayısı
O_i	i ürününün sipariş miktarı
S_j	j hammadesinin stok miktarı
M_j	j hammadesinin birim maliyeti

Çizelge 5. 13 (devam) : Matematiksel modellere ait notasyonlar.

<i>Parametreler:</i>	
A_{jk}	j hammadesindeki k bileşenin değeri
Q_j	j hammadesinin kalitesi
U_{ik}^{maks}	i ürünündeki k bileşenine ait üst sınır
U_{ik}^{min}	i ürünündeki k bileşenine ait alt sınır
P_{ij}^{maks}	i ürünündeki j hammaddesinin yüzdesine ait üst sınır
P_{ij}^{min}	i ürünündeki j hammaddesinin yüzdesine ait alt sınır
T_k^{maks}	k bileşenin minimum toleransı
T_k^{min}	k bileşenin maksimum toleransı
B_i	i ürününün birim maliyetinde izin verilen artış oranı
C_{ik}^{maks}	i ürünündeki k bileşenin üst sınırına ait ceza puanı
C_{ik}^{min}	i ürünündeki k bileşenin alt sınırına ait ceza puanı
K	Minimum kepçe yüzdesi

<i>Karar değişkenleri:</i>	
x_{ij}^W	W modeline göre i ürünündeki j hammaddesinin yüzdesi
y_{ij}^W	W modeline göre i ürünündeki j hammaddesinin K sabiti kadar bulunma miktarı
us_{ik}	i ürünündeki k bileşenin üst sınırını aşma miktarı
as_{ik}	i ürünündeki k bileşenin alt sınırını aşma miktarı

5.5.1 Maliyet minimizasyonu modelleri

MM modeli çalışmada tanımlanan ilk modeldir. Harmanlama probleminde kullanılacak hammaddelerin toplam maliyetini en küçükmeyi amaçlar ve aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$Enk Z_{maliyet} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij}^m O_i M_j \quad (5.1)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m = 1, \quad \forall i \quad (5.2)$$

$$x_{ij}^m = K y_{ij}^m, \quad \forall i, j \quad (5.3)$$

$$x_{ij}^m \leq P_{ij}^{maks}, \quad \forall i, j \quad (5.4)$$

$$x_{ij}^m \geq P_{ij}^{min}, \quad \forall i, j \quad (5.5)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m A_{jk} \leq (1 - T_k^{maks}) U_{ik}^{maks}, \quad \forall i, k \quad (5.6)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m A_{jk} \geq (1 + T_k^{min}) U_{ik}^{min}, \quad \forall i, k \quad (5.7)$$

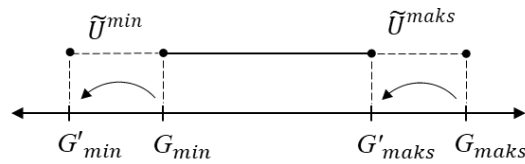
$$\sum_{i \in I} x_{ij}^m O_i \leq S_j, \quad \forall j \quad (5.8)$$

$$x_{ij}^m \geq 0, \quad \forall i, j \quad (5.9)$$

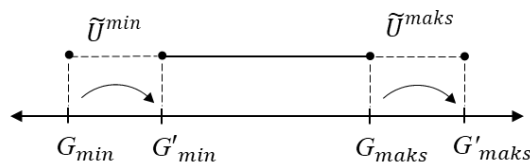
$$y_{ij}^m \geq 0, \quad (tamsayı) \quad \forall i, j \quad (5.10)$$

Denklem 5.2, ürünü oluşturan hammadde yüzdelerinin toplamının %100 olmasını garanti eder. Denklem 5.3 ise, bu yüzdelerin belirli bir orana uygun olmasını zorunlu kılar; bu oran %5 olarak belirlenmiştir. Bu kısıtlama, operasyonel süreçler gereği; hammaddelerin kepçeler ile ölçülerek karıştırılmasından kaynaklanmaktadır. Her kepçe, hammadde miktarının %5'ini taşır ve bu miktarın altındaki herhangi bir hammadde eklenemez. Aynı zamanda, %5'in katları dışında bir oranda hammadde eklemek de mümkün değildir. Denklem 5.4 ve 5.5, üründe kullanılacak hammaddelerin oranlarının belirlenen maksimum ve minimum sınırlar içinde kalmasını garanti eder. Bu kısıtlar, hammaddelerin nem, tane boyutu, renk gibi fiziksel özelliklerinin ürün standartlarına uygun olmasını sağlamak için önemlidir. Denklem 5.6 ve 5.7, ürünün kimyasal değerlerinin belirlenen değerler arasında kalmasını sağlar. Feldspat madenindeki belirsizlikler nedeniyle firma, müşteri tarafından belirlenen U_{ik}^{maks} ve U_{ik}^{min} sınırlarının ötesinde daha katı bir kontrol uygular. Bu nedenle, T_k^{maks} ve T_k^{min} değerlerini kullanarak sınırları daha da daraltır. Denklem 5.8 kullanılan toplam hammadde miktarının stoktaki miktarları aşmamasını sağlar. Denklem 5.9 ve 5.10 ise karar değişkenlerinin negatif değer almasını sınırlar.

Bulanık Maliyet Minimizasyonu (BMM) modeli ile Maliyet Minimizasyonu (MM) modeli arasındaki temel fark, belirsizlikleri yönetme yaklaşımındadır. Denklem 5.6 ve 5.7'deki kısıtlar, hammadde belirsizlikleriyle başa çıkmak için daraltılmış kısıtlar olarak geliştirilmiştir. Ancak, bu tür geleneksel yöntemler bazen yetersiz kalabilir. Problemimizi bulanık programlama kullanarak modellersek, belirsizlikleri daha gerçekçi bir şekilde, belirli bir üyelik derecesiyle ifade edebilme imkanına kavuşuruz. Bu, modelin gerçek dünya koşullarına daha uyumlu olmasını sağlar ve daha esnek çözümler üretme potansiyeline katkıda bulunur. Bu nedenle, hammaddelerin kimyasal analiz değerlerini temsil eden A_{jk} parametresi, bulanık sayılar olarak modelde tanımlanmıştır. Model içerisinde yer alan başka bir bulanık parametre, ürünlerin kimyasal analiz değerlerine ait alt ve üst sınırlardır. Bu sınırlar, müşteri ile sipariş sürecinde kararlaştırılmakta ve ürünün bu sınırlar arasında kalması, müşteri açısından yeterli kabul edilmektedir. Bununla birlikte firma, Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için belirlenen üst sınıra; Al_2O_3 ve Na_2O bileşikleri için ise belirlenen alt sınıra yaklaşarak, minimum kalitede bir ürün teslim etmek istememektedir. Bu nedenle, Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için üst sınır U_{ik}^{max} , Al_2O_3 ve Na_2O bileşikleri için ise alt sınır U_{ik}^{min} bulanık sayı olarak tanımlanacaktır. Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşiklerine ait alt sınır U_{ik}^{min} , Al_2O_3 ve Na_2O bileşiklerine ait alt sınır U_{ik}^{max} değerleri de bulanıklık içermektedir. Belirtilen bu sınırların aşılması, müşteri için olumlu bir sonuç olarak değerlendirilmekte, anlaşılmanın üzerinde bir kalitede ürün sağlandığı anlamına gelmektedir. Firma bunu tercih etmese de, gerektiğinde bu sınırları esnetebilir. Bu nedenle, söz konusu parametreler bulanık sayılarla ifade edilmektedir.



Şekil 5. 8 : Fe_2O_3 ve TiO_2 için bulanık sınırlar.



Şekil 5. 9 : Al_2O_3 ve Na_2O için bulanık sınırlar.

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m \tilde{A}_{jk} \leq \tilde{U}_{ik}^{maks}, \quad \forall i, k \quad (5.11)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m A_{jk} \geq \tilde{U}_{ik}^{min}, \quad \forall i, k \quad (5.12)$$

5.5.2 Kalite minimizasyonu modeli

KM modeli, uygulamada MM modelinin sonuçlarına bir alternatif olarak geliştirilmiş ikinci bir modeldir. İlk model, MM modeli, firmanın ana hedefi olan hammadde maliyetlerini minimize etmeyi amaçlar. Ancak, stoktaki düşük kaliteli hammadde miktarı arttığında, firma minimum maliyet hedefinden ödün verebilir. Bu durumda, KM modeli devreye girer; bu modelin amacı kullanılan hammadde kalitesini optimize ederek stoktaki düşük kalitedeki hammadde miktarını azaltmaktır, amaç fonksiyonu Denklem 5.13'te tanımlanmıştır. MM modelinde tanımlanan ve Denklem 5.2-5.10'da verilen tüm kısıtlar, bu model için de tanımlanmıştır. Bu kısıtlara ek olarak bir kısıt daha tanımlanmıştır. Denklem 5.14'teki kısıt KM modelindeki toplam maliyet değerinin, MM modelindeki amaç fonksiyonu değerinden izin verilen oran kadar fazla olmasını sağlar.

$$Enk Z_{kalite} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij}^k O_i Q_j \quad (5.13)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij}^k O_i M_j \leq Z_{maliyet} (1 + B_i), \quad \forall i \quad (5.14)$$

Denklem (5.2) – (5.10)

5.5.3 Sapma minimizasyonu modeli

SM modeli, MM modelinin mevcut kaynaklarla çözüm sunamadığı durumlar için geliştirilmiştir. Bu model, ürünlerin kimyasal değerlerinin belirlenen aralıklarda olmasını sağlamak için Denklem 5.6 ve 5.7'deki kısıtları esnetmeyi amaçlar. Bu amaç doğrultusunda kısıtların sağ taraf değerleri Denklem 5.16 ve 5.17'deki gibi düzenlenir.

Ancak, bu kısıtların aşılması durumunda, aşılan her birim için belirlenen bir ceza puanı uygulanır. Modelin amacı, bu ceza puanlarının toplamını minimize eden bir çözüm önermektir, amaç fonksiyonu Denklem 5.15'te tanımlanmıştır. Denklem 5.6 ve 5.7'deki kısıtlar haricinde MM modelinde geçerli olan tüm kısıtlar, bu model için de uygulanmaktadır. Sapma modeli için tanımlanmış karar değişkenlerin negatif olmama kısıtları ise Denklem 5.18 ve 5.19'da tanımlanmıştır.

$$Enk Z_{sapma} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} u_{sik} C_{ik}^{maks} + a_{sik} C_{ik}^{min} \quad (5.15)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^s A_{jk} \leq ((1 - T_k^{maks}) U_{ik}^{maks}) + u_{sik}, \quad \forall i, k \quad (5.16)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^s A_{jk} \geq ((1 + T_k^{min}) U_{ik}^{min}) - a_{sik}, \quad \forall i, k \quad (5.17)$$

$$u_{sik} \geq 0, \quad \forall i, k \quad (5.18)$$

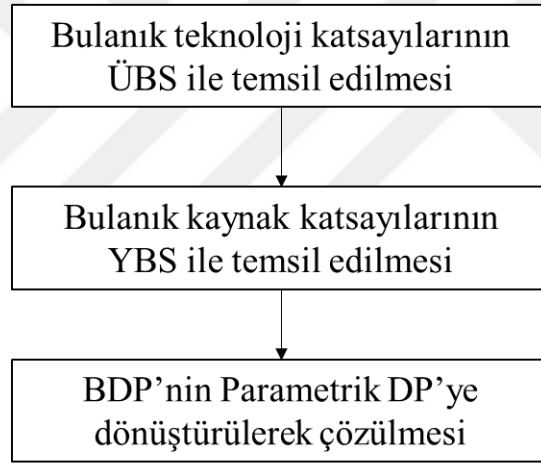
$$a_{sik} \geq 0, \quad \forall i, k \quad (5.19)$$

Denklem (5.2) – (5.10)

5.6 Önerilen Çözüm Yordamı

Literatürde, BDP modellerinin çözümü için çeşitli metodolojiler geliştirilmiştir. Dördüncü bölümde, teknoloji veya kaynak katsayılarında mevcut olan bulanıklığı temsil etmek amacıyla geliştirilen altı farklı yaklaşım detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bu yöntemler arasından yapılan değerlendirmeler sonucunda, önerilen BDP modeli için teknoloji katsayılarının Negoita ve Sularia metodolojisinde önerildiği gibi üçgen bulanık sayılar şeklinde ele alınması uygun bulunmuştur. Ancak, Negoita ve Sularia yaklaşımından farklı olarak, kaynak katsayılarının yamuk bulanık sayılar olarak ifade edilmesi daha elverişli olarak değerlendirilmiş ve bu şekilde BDP modeli tasarlanmıştır.

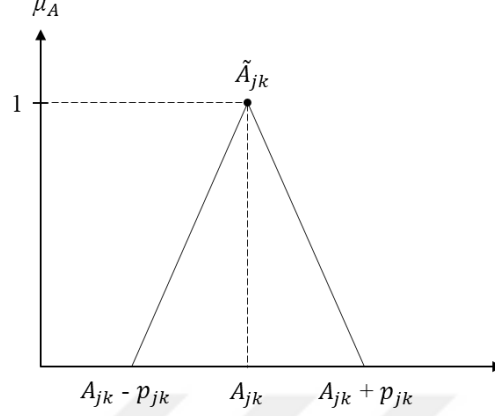
Negoita ve Sularia, kaynak ve teknoloji katsayılarını üçgen bulanık sayılar ile temsil ederek, bulanık sayıların uç ve orta değerlerine ait kısıtlarla tek bir optimal sonuç sunmuştur. Bu yaklaşım, üyelik derecesindeki varyasyonlara göre sonuçların nasıl değişebileceğine dair bir öngörü sağlamamaktadır. Bu öngörüü elde etmek amacıyla Verdegay'ın parametrik DP yaklaşımı kullanılmıştır. Verdegay tarafından önerilen bu yaklaşım, klasik amaç fonksiyonuna ve bulanık kısıtlara sahip doğrusal problemlerin çözümü için geliştirilmiştir. Bu yaklaşım, belirli üyelik derecelerine ait çözümlerin elde edilmesini sağlamakta ve bu çözümler, karar vericilerin değerlendirmesine sunulmaktadır. Süreç, modelin uygulama esnasında karşılaşılan belirsizliklerle daha etkin bir şekilde başa çıkabilmesini ve karar vericilere daha esnek çözüm alternatifleri sunabilmesini hedeflemektedir. Böylece, modelin uygulamalı analizlerdeki performansı artırılmakta ve dinamik koşullara uyum sağlama kapasitesi güçlendirilmektedir.



Şekil 5. 10 : Önerilen çözüm yordamı.

Önerilen çözümde, bulanık teknoloji katsayıları ÜBS olarak tanımlanmış olup, Şekil 5.11'de görselleştirilmiştir. Şekilde yer alan A_{jk} değerleri, hammaddelerin laboratuvar ortamında yapılan ölçümleri sonucunda elde edilen kimyasal analiz değerlerini ifade etmektedir. p_{jk} ise, bu kimyasal analiz değerlerinin tolerans aralıklarını belirtmektedir. İlgili parametre, $[A_{jk} - p_{jk}, A_{jk} + p_{jk}]$ aralığında değişkenlik göstermektedir. Bu değişkenlik, parametrenin belirsizliğini ve analiz sonuçlarının potansiyel sapmalarını matematiksel olarak modellemek için kullanılmaktadır.

Denklem 5.20, ilgili parametrenin üyelik fonksiyonunu tanımlamakta ve bu fonksiyon, parametrenin belirlenen aralık içerisindeki her bir değerin ait olduğu üyelik derecesini hesaplamak için kullanılmaktadır.

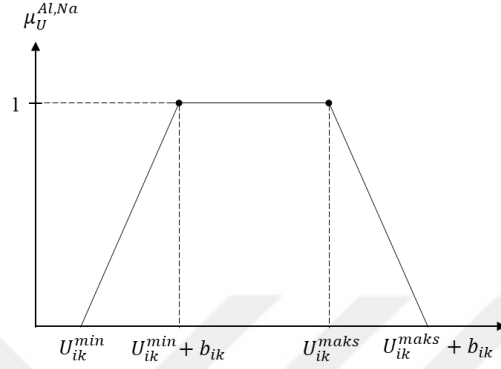


Şekil 5. 11 : Önerilen bulanık teknoloji katsayıları.

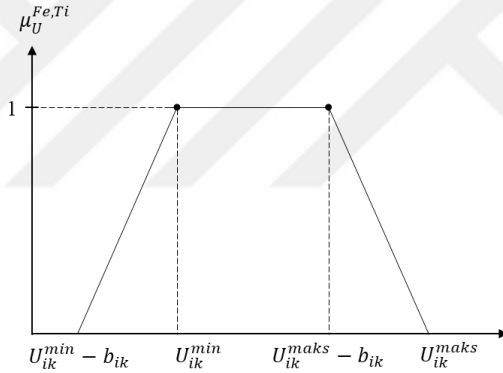
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x < A_{jk} - p_{jk} \\ \frac{x - A_{jk} + p_{jk}}{p_{jk}}, & A_{jk} - p_{jk} \leq x \leq A_{jk} \\ \frac{A_{jk} + p_{jk} - x}{p_{jk}}, & A_{jk} \leq x \leq A_{jk} + p_{jk} \\ 0, & x > A_{jk} + p_{jk} \end{cases} \quad (5.20)$$

Önerilen çözümde, bulanık kaynak katsayıları YBS olarak tanımlanmış olup, Şekil 5.12 ve 5.13'te görselleştirilmiştir. Şekillerde yer alan $[U_{ik}^{min}, U_{ik}^{maks}]$ değerleri, müşteri ile anlaşılın sınır değerlerini ifade etmektedir. b_{ik} ise, bu sınır değerlerine eklenecek veya çıkarılacak tolerans miktarını belirtmektedir. Al_2O_3 ve Na_2O bileşikleri için alt sınırdan ve Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için üst sınırdan uzaklaşarak minimum kalitede ürün gönderiminden kaçılması tercih edildiğinden Al_2O_3 ve Na_2O bileşiklerine ait U_{ik}^{min} değerine tolerans değeri eklenirken, Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşiklerine ait U_{ik}^{maks} değerinden tolerans değeri çıkarılır. Al_2O_3 ve Na_2O bileşikleri için üst sınırın aşılması, Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için ise alt sınırın aşılması tolerans değeri kadar kabul edilebilir olduğundan Al_2O_3 ve Na_2O bileşiklerine ait U_{ik}^{maks} değerine tolerans değeri eklenirken, Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşiklerine ait U_{ik}^{min} değerinden tolerans değeri çıkarılır.

Böylece Al_2O_3 ve Na_2O bileşiklerinde üyelik derece 1 olduğunda sınırlar $[U_{ik}^{min} + b_{ik}, U_{ik}^{maks}]$; 0 olduğunda $[U_{ik}^{min}, U_{ik}^{maks} + b_{ik}]$ olacak şekilde tanımlanırken, Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşiklerinde üyelik derece 1 olduğunda sınırlar $[U_{ik}^{min}, U_{ik}^{maks} - b_{ik}]$; 0 olduğunda $[U_{ik}^{min} - b_{ik}, U_{ik}^{maks}]$ olur. Denklem 5.21 ve 5.22, ilgili parametrelerim üyelik fonksiyonunu tanımlamaktadır.



Şekil 5.12 : Al_2O_3 ve Na_2O bileşikleri için önerilen bulanık kaynak katsayıları.



Şekil 5.13 : Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için önerilen bulanık kaynak katsayıları.

$$\mu_U^{Al,Na}(x) = \begin{cases} 0, & x < U_{ik}^{min} - b_{ik} \\ \frac{x - U_{ik}^{min} - b_{ik}}{b_{ik}}, & U_{ik}^{min} - b_{ik} \leq x \leq U_{ik}^{min} \\ 1, & U_{ik}^{min} \leq x \leq U_{ik}^{maks} - b_{ik} \\ \frac{U_{ik}^{maks} - x}{b_{ik}}, & U_{ik}^{maks} - b_{ik} \leq x \leq U_{ik}^{maks} \\ 0, & x > U_{ik}^{maks} \end{cases} \quad (5.21)$$

$$\mu_U^{Fe,Ti}(x) = \begin{cases} 0, & x < U_{ik}^{min} \\ \frac{x - U_{ik}^{min}}{b_{ik}}, & U_{ik}^{min} \leq x \leq U_{ik}^{min} + b_{ik} \\ 1, & U_{ik}^{min} + b_{ik} \leq x \leq U_{ik}^{maks} \\ \frac{U_{ik}^{maks} + b_{ik} - x}{b_{ik}}, & U_{ik}^{maks} \leq x \leq U_{ik}^{maks} + b_{ik} \\ 0, & x > U_{ik}^{maks} + b_{ik} \end{cases} \quad (5.22)$$

Üyelik fonksiyonlarını tanımladıktan sonra bir sonraki adım Denklem 5.11 ve 5.12'deki bulanık kısıtların arındırılması gerekmektedir. Bileşikler bazında \tilde{U}_{ik}^{min} ve \tilde{U}_{ik}^{maks} değerlerine ilişkin üyelik fonksiyonlarının değişkenliği nedeniyle, her kısıt iki farklı biçimde ifade edilecektir. Kısıtların tanımlanmasından önce üyelik dereceleri 0, 0.4 ve 1 için grafikler oluşturularak, kısıtların anlaşılabilirliği artırılmıştır. Çizelge 5.14, aşağıda verilen kısıtlardaki k indislerinin hangi bileşiklere karşılık geldiğini göstermektedir.

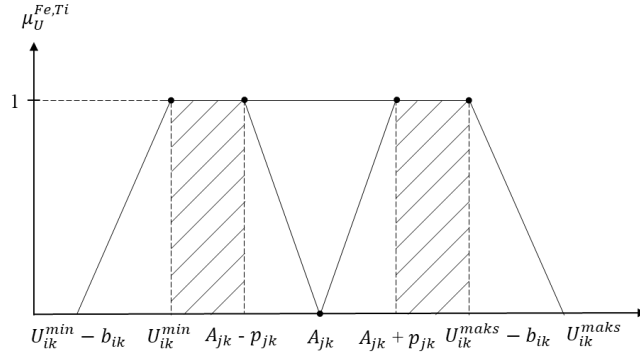
Çizelge 5. 14 : Matematiksel modeldeki k indisleri.

k	1	2	3	4
Bileşik	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	TiO ₂	Na ₂ O

$\mu = 1$ iken oluşturulacak ürünün en güvenilir sınırlara göre harmanlanması istenir. Bu nedenle hammaddelerin kimyasal analiz değerlerine ait aralık maksimum düzeyde tutulmalıdır. Dolayısıyla \tilde{A}_{jk} parametresi $[A_{jk} - p_{jk}, A_{jk} + p_{jk}]$ aralığında olacak şekilde düzenlenir. En güvenilir bölgenin oluşturulması için ürünlerin alt ve üst sınırları ise minimum seviyede tutulmalıdır. Fe₂O₃ ve TiO₂ bileşiklerinde üyelik derece 1 olduğunda sınırlar $[U_{ik}^{min}, U_{ik}^{maks} - b_{ik}]$ olarak tanımlanır ve Şekil 5.14'teki bölgeye erişilmiş olur. Bu bölgenin tanımlanması için gerekli kısıtlar aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m (A_{jk} - p_{jk}) \geq U_{ik}^{min}, \quad \forall i, \quad k = 2, 3 \quad (5.39)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m (A_{jk} + p_{jk}) \leq U_{ik}^{maks} - b_{ik}, \quad \forall i, \quad k = 2, 3 \quad (5.40)$$

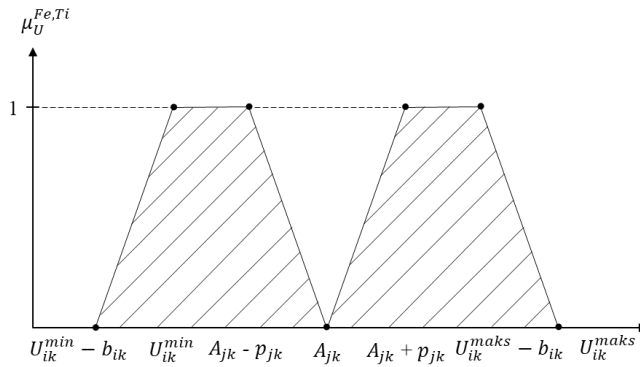


Şekil 5.14 : Fe₂O₃ ve TiO₂ bileşikleri için kimyasal analiz kısıtları ($\mu = 1$).

$\mu = 0$ olduğunda ise oluşturulacak ürünün en riskli sınırlara göre harmanlanması istenir. Bu nedenle hammaddelerin kimyasal analiz değerlerine ait aralık minimum düzeyde tutulmalıdır. Dolayısıyla \tilde{A}_{jk} parametresi A_{jk} olacak şekilde düzenlenir. En riskli bölgenin oluşturulması için ürünlerin alt ve üst sınırları ise maksimum seviyede tutulmalıdır. Fe₂O₃ ve TiO₂ bileşiklerinde üyelik derece 0 olduğunda sınırlar $[U_{ik}^{min} - b_{ik}, U_{ik}^{maks}]$ olarak tanımlanır ve Şekil 5.15'teki bölgeye erişilmiş olur. Bu bölgenin tanımlanması için gerekli kısıtlar aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m A_{jk} \geq U_{ik}^{min} - b_{ik}, \quad \forall i, \quad k = 2, 3 \quad (5.41)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m A_{jk} \leq U_{ik}^{maks}, \quad \forall i, \quad k = 2, 3 \quad (5.42)$$

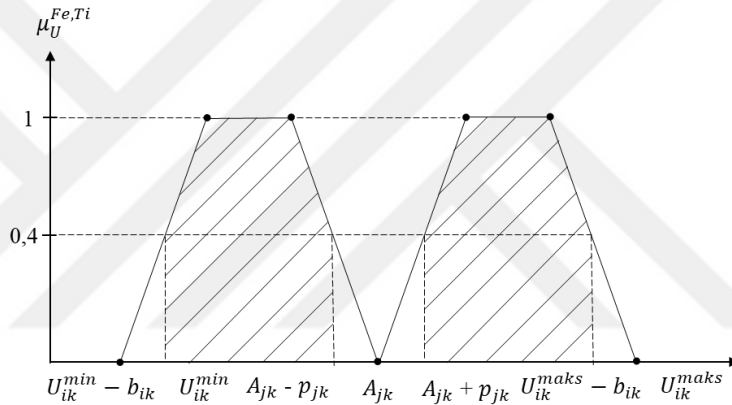


Şekil 5.15 : Fe₂O₃ ve TiO₂ bileşikleri için kimyasal analiz kısıtları ($\mu = 0$).

$\mu = 0,4$ olduğunda ise güvenilir ve riskli sınırlar arasında bir çözüm elde etmek amaçlanır. \tilde{A}_{jk} parametresi $[A_{jk} - 0,4 p_{jk}, A_{jk} + 0,4 p_{jk}]$ aralığında olacak şekilde düzenlenir. Ürünlerin alt ve üst sınırları ise Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için $[U_{ik}^{\min} - 0,6 b_{ik}, U_{ik}^{\max} - 0,4 b_{ik}]$ olarak tanımlanır ve Şekil 5.16'daki bölgeye erişilmiş olur. Bu bölgenin tanımlanması için gerekli kısıtlar aşağıdaki gibidir:

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m (A_{jk} - 0,4 p_{jk}) \geq U_{ik}^{\min} - 0,6 b_{ik}, \quad \forall i, \quad k = 2, 3 \quad (5.43)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m (A_{jk} + 0,4 p_{jk}) \leq U_{ik}^{\max} - 0,4 b_{ik}, \quad \forall i, \quad k = 2, 3 \quad (5.44)$$



Şekil 5. 16 : Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için kimyasal analiz kısıtları ($\mu = 0,4$).

Bu kısıtlar, Fe_2O_3 ve TiO_2 bileşikleri için tüm üyelik değerlerini kapsayacak şekilde geliştirilmiştir:

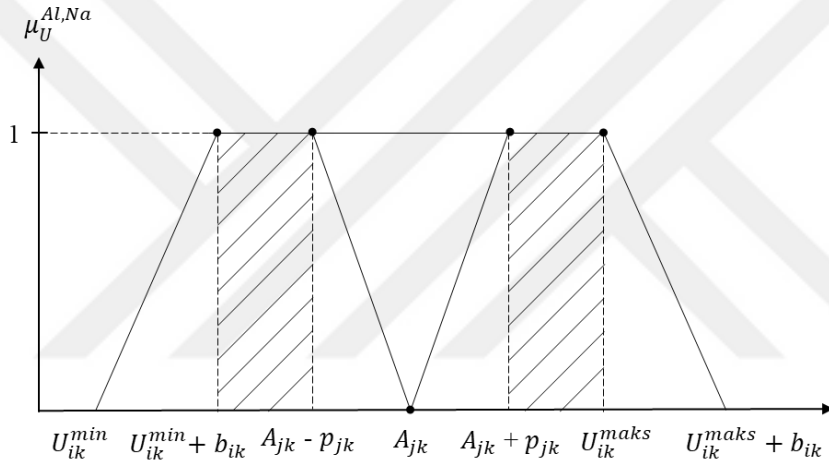
$$\sum_{j \in J} (A_{jk} - \alpha p_{jk}) x_{ij}^m \geq U_{ik}^{\min} - (1 - \alpha) b_{ik} \quad \forall i, \quad k = 2, 3 \quad (5.45)$$

$$\sum_{j \in J} (A_{jk} + \alpha p_{jk}) x_{ij}^m \leq U_{ik}^{\max} - \alpha b_{ik} \quad \forall i, \quad k = 2, 3 \quad (5.46)$$

Fe₂O₃ ve TiO₂ bileşikleri için tanımlanan üyelik değerlerine dayanarak oluşturulan kısıtlar, Şekil 5.17 kullanılarak Al₂O₃ ve Na₂O bileşikleri için de benzer şekilde kurulabilir. Al₂O₃ ve Na₂O bileşikleri için tüm üyelik değerlerini kapsayacak şekilde genişletilmiş kısıtlar ise aşağıda tanımlanmıştır.

$$\sum_{j \in J} (A_{jk} + \alpha p_{jk}) x_{ij}^m \leq U_{ik}^{max} + (1 - \alpha) b_{ik} \quad \forall i, \quad k = 1, 4 \quad (5.47)$$

$$\sum_{j \in J} (A_{jk} - \alpha p_{jk}) x_{ij}^m \geq U_{ik}^{min} + \alpha b_{ik} \quad \forall i, \quad k = 1, 4 \quad (5.48)$$



Şekil 5.17 : Al₂O₃ ve Na₂O bileşikleri için kimyasal analiz kısıtları ($\mu = 1$).

Üyelik dereceleri kullanılarak bulanıklıktan arındırılan kısıtların ardından, parametrik DP modeli oluşturulabilir.

$$Enk Z = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij}^m O_i M_j \quad (5.49)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij}^m = 1, \quad \forall i \quad (5.50)$$

$$x_{ij}^m = K y_{ij}^m, \quad \forall i, j \quad (5.51)$$

$$x_{ij}^m \leq P_{ij}^{maks}, \quad \forall i, j \quad (5.52)$$

$$x_{ij}^m \geq P_{ij}^{min}, \quad \forall i, j \quad (5.53)$$

$$\sum_{j \in J} (A_{jk} + \alpha p_{jk}) x_{ij}^m \leq U_{ik}^{max} + (1 - \alpha) b_{ik} \quad \forall i, \quad k = 1, 4 \quad (5.54)$$

$$\sum_{j \in J} (A_{jk} + \alpha p_{jk}) x_{ij}^m \leq U_{ik}^{max} - \alpha b_{ik} \quad \forall i, \quad k = 2, 3 \quad (5.55)$$

$$\sum_{j \in J} (A_{jk} - \alpha p_{jk}) x_{ij}^m \geq U_{ik}^{min} + \alpha b_{ik} \quad \forall i, \quad k = 1, 4 \quad (5.56)$$

$$\sum_{j \in J} (A_{jk} - \alpha p_{jk}) x_{ij}^m \geq U_{ik}^{min} - (1 - \alpha) b_{ik} \quad \forall i, \quad k = 2, 3 \quad (5.57)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij}^m O_i \leq S_j, \quad \forall j \quad (5.58)$$

$$x_{ij}^m \geq 0, \quad \forall i, j \quad (5.59)$$

$$y_{ij}^m \geq 0, \quad (tamsayı) \quad \forall i, j \quad (5.60)$$

$$\alpha \in [0, 1] \quad (5.61)$$

α parametresi, $[0, 1]$ aralığında herhangi bir değeri alabilir ve bu değerler, çeşitli çözümlerin elde edilmesine olanak tanır. Bu çözümlerin seçimi sürecinde firmanın önceki deneyimleri ve geleceğe yönelik hedefleri önemli rol oynar. Firma, bu süreçte, toplam maliyeti en aza indiren çözümleri tercih edebilir, stok yönetimi stratejilerine uygun hareket edebilir, ürünün teslim edileceği müşterinin özel gereksinimlerini dikkate alabilir veya diğer stratejik amaçlar doğrultusunda farklı bir çözümü seçebilir. Karar verme aşamasında, firmanın iç görüşleri ve sistemi genel olarak anlama kapasitesi kritik öneme sahiptir. Bu çerçevede, optimal kararların alınması için sistemin tüm yönleriyle değerlendirilmesi gerekmektedir.

5.7 Önerilen DP Modellerinin Çözülmesi ve Uygulama Sonuçları

Tez çalışması kapsamında geliştirilen matematiksel modeller, Python programlama dilinde yer alan Pyomo kütüphanesi kullanılarak çözülmüştür. Optimizasyon süreçlerinde çözücü olarak GNU Linear Programming Kit (GLPK) tercih edilmiştir. GLPK, DP ve tam sayılı doğrusal programlama (TDP) problemlerini çözmek için kullanılan bir çözücüdür ve açık kaynaklıdır. Modelin detaylı kodları, çalışmanın Ek bölümünde sunulmuştur. Pyomo, Python için gelişmiş bir matematiksel modelleme aracıdır. Karmaşık karar destek uygulamaları için çok yönlü ve esnek bir optimizasyon çerçevesi sağlar. Doğrusal, tam sayılı doğrusal, doğrusal olmayan ve diğer karmaşık matematiksel model türlerini destekler. Pyomo, Python'un geniş kütüphanesi ile entegre çalışabilir ve böylece veri işleme, analiz ve görselleştirme gibi konularda güçlü bir destek sunar. GLPK, Pyomo gibi modelleme araçları ile entegre bir şekilde çalışabilir, bu da Python üzerinden optimizasyon problemlerini modellemeye ve çözmeye olanak tanır. Performans açısından, çok büyük ölçekli problemlerde ticari çözücülere göre daha yavaş olabilir, ancak orta ölçekli problemler için oldukça etkilidir. GLPK'nin temel avantajı, ticari çözücülere bir alternatif olarak ücretsiz ve açık kaynaklı bir seçenek sunmasıdır. Bu çalışma kapsamında dört farklı matematiksel model geliştirilmiştir. Bu modeller, tek bir Python dosyası içerisinde yer almaktadır. Pyomo'nun 'termination_condition' özelliği kullanılarak, MM modelinin sonuçlarına göre yönlendirme yapılmıştır. Eğer MM modeli optimal bir sonuç verirse KM modeli devreye girer, aksi takdirde SM modeline geçilir. BMM modeli için ise üyelik derecesi parametresi 0 ile 1 arasında 0.1'lik artışlarla değiştirilmiş ve her bir değer için sonuçları tablo halinde kaydedilmiştir. Modellerde kullanılan veriler, 2023 yılının mart ayına aittir. Söz konusu dönemde firma, yedi farklı ürün kategorisinden siparişler almıştır. Firma, bu siparişleri çeşitli yöntemlerle planlama opsiyonuna sahiptir. Bir seçenek olarak, tüm ürünleri kapsayacak şekilde genel bir planlama yapılarak mevcut stokla çözüm sağlanabilir. Alternatif olarak, yakın tarihli siparişler önceliklendirilerek planlanabilir ve diğer siparişler için teslimat tarihine daha yakın bir zamanda, o anki stok durumuna göre çözüm üretilebilir. Uygulamada, MM ve KM modelleri ile tüm siparişlerin birlikte çözülmesi denenecek ve bu iki modelin sonuçları karşılaştırılacaktır. BMM modelinde ise, ürünler bağımsız olarak değerlendirilecek ve farklı üyelik derecelerindeki sonuçların nasıl farklılaştığı incelenecektir.

7 sipariş ile kod çalıştırıldığında, MM modeli optimal bir çözüm üretmediğinden sapma modeli devreye girmiştir. Ürün 5 için stokta gerekli hammadde bulunmadığından, bu sipariş planlamadan çıkartılarak model kodu yeniden çalıştırılmıştır. Yeniden çalıştırılan modelin sonuçları optimal olup, Çizelge 5.15'te MM ve KM modellerine ait karar değişkeni sonuçları sunulmuştur. Ürün 4 hariç olmak üzere, tüm siparişlerde MM ve KM modellerinin sonuçları farklılık gösterir.

Çizelge 5. 15 : MM ve KM modellerine ait karar değişkeni sonuçları.

Ürün	MM Modeli Sonuçları		KM Modeli Sonuçları	
	Hammadde	Karar Değişkeni Değeri	Hammadde	Karar Değişkeni Değeri
U-01	HM-09	0,4	HM-09	0,2
	HM-20	0,1	HM-20	0,1
	HM-27	0,1	HM-27	0,45
	HM-31	0,05	HM-35	0,2
	HM-35	0,3	HM-45	0,05
	HM-45	0,05	-	-
U-02	HM-09	0,55	HM-09	0,5
	HM-13	0,05	HM-23	0,15
	HM-23	0,1	HM-27	0,3
	HM-27	0,15	HM-31	0,05
	HM-31	0,15	-	-
U-03	HM-09	0,05	HM-09	0,05
	HM-18	0,15	HM-23	0,35
	HM-23	0,4	HM-26	0,1
	HM-27	0,35	HM-27	0,4
	HM-35	0,05	HM-31	0,1
U-04	HM-13	0,5	HM-13	0,5
	HM-16	0,1	HM-16	0,1
	HM-23	0,1	HM-23	0,1
	HM-28	0,3	HM-28	0,3
U-06	HM-01	0,6	HM-01	0,6
	HM-07	0,25	HM-03	0,05
	HM-48	0,15	HM-04	0,05
	-	-	HM-07	0,25
	-	-	HM-48	0,05
U-07	HM-03	0,3	HM-03	0,4
	HM-05	0,3	HM-04	0,1
	HM-48	0,4	HM-47	0,1
	-	-	HM-48	0,4

Kullanıcı, iki model arasında seçim yaparken çeşitli faktörleri göz önünde bulundurabilir. Bu faktörlerden bir tanesi, modellerin kullandığı stok miktarlarıdır. Özellikle, kullanıcı belirli hammaddeleri elden çıkarma hedefi veya gelecekteki bir sipariş için muhafaza etme ihtiyacı gibi özel durumları dikkate alabilir. Bu bağlamda, belirli bir hammaddenin daha az kullanıldığı model, tercih edilen sonuç olabilir. Ayrıca, stok alanı içerisindeki yerleşim düzeni göz önünde bulundurulduğunda, bazı hammaddelerin diğerlerinin erişimini engelleyebileceği durumlar olabilir. Bu tür durumlarda, söz konusu hammaddelerin kullanılması, stok alanındaki erişim kısıtlamalarını ortadan kaldırabilir ve böylece daha verimli bir stok yönetimi sağlanabilir. Bu nedenlerden ötürü, kullanıcı, stok miktarlarını ve yerleşim düzenini göz önünde bulundurarak iki modelden birini seçebilir. Bir diğer önemli faktör, Çizelge 5.16'da yer alan kimyasal analiz sonuçlarıdır. Eğer analiz sonuçlarındaki kimyasal değerler sınır değerlere yakın ise, kullanıcı riskten kaçınmayı tercih edebilir ve sınır değerlerden daha uzak sonuçlar sunan modelin sonucunu seçebilir. Bu tür bir karar verme süreci, firmanın üretim kalitesini ve pazardaki güvenilirliğini korumasına yardımcı olacak şekilde stratejik öneme sahiptir.

İki modelin sonuçlarını değerlendirirken göz önünde bulundurulması gereken önemli faktörlerden biri de ürün bazında toplam maliyet ve ortalama kalite değerleridir. Bu değerler, Çizelge 5.17'de sunulmuştur. MM modeli, maliyeti minimize etmek üzere tasarlanmışken, KM modeli ise kaliteyi en düşük seviyede tutacak şekilde çözüm sağlar. Genel olarak firmanın temel hedefi, maliyeti minimize eden çözümleri benimsemektir. Bununla birlikte, stoktaki düşük kaliteli hammaddelerin tüketilmesi gerektiğinde, firma maliyet odaklı yaklaşımdan ödün vererek KM modelinin sonuçlarını tercih edebilir. Bu strateji, düşük kaliteli stokların verimli bir şekilde değerlendirilmesini sağlar. Bu çerçevede, her iki modelin sonuçları, firma politikaları ve pazar koşulları dikkate alınarak kapsamlı bir şekilde incelenmeli ve en uygun strateji belirlenmelidir.

Çizelge 5.18'de, altı sipariş için kullanılacak hammaddelerin toplam maliyeti, ton başına birim maliyet değerleri ve ürünlerin kalite yüzdeleri sunulmuştur. İki model arasındaki toplam maliyet farkı ₺ 1.063.942,53 ortalama kalite değerleri arasındaki fark ise %0,3'tür.

Çizelge 5. 16 : MM ve KM modellerine ait kimyasal değer sonuçları.

Ürün	Bileşik	Alt Sınır	Gerçekleşen Değer		Üst Sınır
			MM Modeli	KM Modeli	
U-01	Al ₂ O ₃	30,15	34,49	30,68	38,00
	Fe ₂ O ₃	0,70	0,84	0,74	0,86
	TiO ₂	0,02	0,64	0,62	0,95
	Na ₂ O	17,09	17,10	17,09	18,60
U-02	Al ₂ O ₃	32,16	35,05	33,45	40,00
	Fe ₂ O ₃	0,60	0,75	0,73	0,76
	TiO ₂	0,02	0,69	0,67	0,95
	Na ₂ O	18,09	18,09	18,09	19,60
U-03	Al ₂ O ₃	31,16	31,47	31,16	39,00
	Fe ₂ O ₃	0,40	0,57	0,55	0,57
	TiO ₂	0,02	0,62	0,64	0,76
	Na ₂ O	18,09	18,10	18,10	19,60
U-04	Al ₂ O ₃	32,16	34,61	34,61	40,00
	Fe ₂ O ₃	0,24	0,38	0,38	0,38
	TiO ₂	0,02	0,66	0,66	0,67
	Na ₂ O	18,09	18,11	18,11	19,60
U-06	Al ₂ O ₃	34,17	39,78	39,82	42,00
	Fe ₂ O ₃	0,02	0,07	0,07	0,07
	TiO ₂	0,02	0,06	0,06	0,07
	Na ₂ O	19,70	20,48	20,48	21,20
U-07	Al ₂ O ₃	33,17	38,42	38,23	41,00
	Fe ₂ O ₃	0,02	0,10	0,10	0,10
	TiO ₂	0,02	0,08	0,07	0,10
	Na ₂ O	19,50	20,41	20,03	21,00

Çizelge 5. 17 : MM ve KM modellerine ait maliyet ve kalite sonuçları.

Ürün	Toplam Maliyet		Birim Maliyet		Ortalama Kalite	
	MM	KM	MM	KM	MM	KM
U-01	₺5.082.871,81	₺5.190.991,11	₺564,76	₺576,78	66,60%	66,10%
U-02	₺3.507.749,59	₺3.551.294,58	₺701,55	₺710,26	70,30%	69,90%
U-03	₺8.316.339,91	₺8.464.429,67	₺732,72	₺745,76	71,60%	71,40%
U-04	₺8.272.806,86	₺8.272.806,86	₺1.654,56	₺1.654,56	76,20%	76,20%
U-06	₺12.996.987,31	₺13.230.495,25	₺1.624,62	₺1.653,81	99,20%	99,10%
U-07	₺12.967.627,67	₺13.498.308,19	₺1.620,95	₺1.687,29	97,60%	96,60%

Çizelge 5. 18 : MM ve KM modellerine ait toplam maliyet ve kalite sonuçları.

Model	Toplam Maliyet	Birim Maliyet	Ortalama Kalite
MM	₺ 51.144.383,14	₺ 1.103,44	80,2%
KM	₺ 52.208.325,67	₺ 1.126,39	79,9%

MM ve KM modeli ile optimal çözüm elde edilemeyen Ürün 5 için sapma modeli çalışır. Çizelge 5.19'da SM modeline ait karar değişkeni sonuçları sunulmuştur.

Çizelge 5. 19 : SM modeline ait karar değişkeni sonuçları.

Ürün	Hammadde	Karar Değişkeni Değeri
U-05	HM-23	0,35
U-05	HM-46	0,65

Önceki bölümlerde belirtildiği üzere, SM modeli mevcut kısıtlamalar altında çözülemeyen siparişler için, kimyasal analiz değerlerine ait sınırların esnetilmesiyle çözüm üretmeye yönelik bir yaklaşım benimser. İlk model ile optimal sonuca ulaşılamayan Ürün 5'e ait kimyasal analiz sonuçları Çizelge 20'de detaylandırılmıştır. Bu değerlendirme sonucunda, normal koşullarda 19,5 ile 21,00 aralığında olması gereken Na_2O değerinin 19,21 olduğu tespit edilmiştir. Bu durum, belirtilen değerlerin müşteri beklentilerini karşılamadığını ve aynı zamanda Na_2O değerinin azalmasının ürün kalitesinde düşüşe işaret ettiğini göstermektedir. SM modelinin birincil amacı, kısıtları gevşeterek bir çözüm önerisinde bulunmaktır. Modelde, hangi sınırların ne ölçüde aşıldığı analiz edilerek, kullanıcıya ürünün müşteriye teslim edilip edilmeyeceği konusunda bir değerlendirme yapma imkânı tanır. Ancak, sınır değerlerinden yapılan sapmalar arttıkça, bu ürünün kabul edilebilirliği azalma eğilimi gösterir. SM modelinin ikinci temel amacı ise, şirkete bu ürün için gerekli olan hammadde içeriği hakkında içgörü sağlamaktır. Ürün 5 için yapılan değerlendirmelerde, Na_2O değerindeki 0,29 birimlik düşüşün, firma tarafından müşteriye gönderilebilir olarak kabul edilen sınır değerlerin üzerinde olduğu saptanmıştır. Bu durum, söz konusu siparişin gerçekleştirilebilmesi için Na_2O değeri yüksek olan hammadde tedarik edilmesinin gerekliliğine işaret etmektedir. Bu bağlamda, MM ve KM modelleri ile optimal sonuçlara ulaşılabilir ve müşterinin beklediği sınırlar içerisinde bir ürün oluşturulabilir.

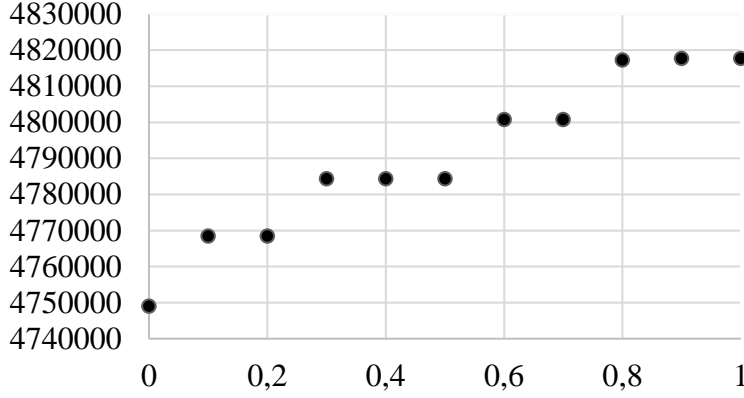
Çizelge 5. 20 : SM modeline ait kimyasal değer sonuçları.

Ürün	Bileşik	Alt Sınır	Gerçekleşen Değer	Üst Sınır
U-05	Al_2O_3	32,16	35,38	40
	Fe_2O_3	0,2	0,28	0,29
	TiO_2	0,02	0,48	0,67
	Na_2O	19,5	19,21	21

Tez kapsamında tanıtılan son model, BMM modelidir. Bu model, hammaddelerin kimyasal analiz değerleri ile ürünler için belirlenen kimyasal analiz değerlerinin alt ve üst sınırlarının taşıdığı belirsizliği modellemeyi amaçlar. Belirsizlikleri dikkate almak amacıyla, BDP modeli geliştirilmiş ve bu model parametrik DP modeline dönüştürülerek çözümlenmiştir. Ürün 1 ile ilgili karar değişkenleri ve toplam maliyet sonuçları Çizelge 5.21'de yer almaktadır. Ürün 1 için [0, 1] aralığında değişen üyelik derecesi değerleri baz alındığında altı farklı sonuç elde edilmiştir. Üyelik derecesi arttıkça, kısıtların daralması sonucu daha güvenilir bir çözüm uzayı oluşturulur. Bu süreçte, toplam maliyetin de arttığı gözlemlenmiştir. Üyelik derecesinin en düşük ve en yüksek değerlerine karşılık gelen çözümler arasındaki toplam maliyet farkı ₺ 68.715,52 olarak hesaplanmıştır.

Çizelge 5. 21 : Ürün 1 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.

Ürün	Üyelik Derecesi	Karar Değişkeni Değerleri	Toplam Maliyet
U-01	0	HM-13: 0,30 HM-20: 0,10 HM-31: 0,15 HM-35: 0,35 HM-45: 0,10	₺ 4.749.030,42
	0,1-0,2	HM-09: 0,10 HM-13: 0,30 HM-18: 0,10 HM-20: 0,10 HM-35: 0,35 HM-45: 0,05	₺ 4.768.500,77
	0,3-0,5	HM-09: 0,10 HM-13: 0,30 HM-20: 0,10 HM-23: 0,05 HM-35: 0,35 HM-45: 0,10	₺ 4.784.346,94
	0,6-0,7	HM-09: 0,05 HM-13: 0,30 HM-20: 0,10 HM-23: 0,05 HM-31: 0,05 HM-35: 0,35 HM-45: 0,10	₺ 4.800.801,77
	0,8	HM-13: 0,30 HM-20: 0,10 HM-23: 0,05 HM-31: 0,10 HM-35: 0,35 HM-45: 0,10	₺ 4.817.256,59
	0,9-1	HM-09: 0,15 HM-13: 0,30 HM-18: 0,05 HM-20: 0,10 HM-35: 0,35 HM-45: 0,05	₺ 4.817.745,94



Şekil 5. 18 : Ürün 1 için BMM modeline ait sonuçlarına ait grafik.

Hangi çözümün tercih edileceği kullanıcının inisiyatifine bağlıdır. Eğer maliyet unsurları göz ardı edilerek en güvenilir çözüm arzu ediliyorsa, üyelik derecesi 1 olan çözüm uygun bir seçenek olabilir. Tersine, maliyetin mümkün olan en düşük düzeyde tutulması tercih ediliyor ve kimyasal analiz değerlerindeki değişkenliklerden kaynaklanabilecek riskler kabul edilebilir görülüyorsa, üyelik derecesi 0 olan çözüm seçilebilir. Şekil 5.17'deki grafik ile kullanıcı kolaylıkla üyelik derecesine göre maliyet değerlerinin nasıl değiştiğini gözlemleyebilir.

Çizelge 5. 22 : Ürün 1 için BMM modeline ait Al_2O_3 ve Na_2O sonuçları.

Ürün	Üyelik Derecesi	Al_2O_3			Na_2O				
		Alt Sınır	Gerçekleşen Değer		Üst Sınır	Alt Sınır	Gerçekleşen Değer		Üst Sınır
			Min	Maks			Min	Maks	
U-01	0	30,000	34,274	34,274	38,190	17,000	17,000	17,000	18,693
	0,1	30,015	34,632	34,646	38,171	17,009	17,026	17,032	18,684
	0,2	30,030	34,625	34,653	38,152	17,017	17,022	17,036	18,674
	0,3	30,045	34,531	34,573	38,133	17,026	17,052	17,072	18,665
	0,4	30,060	34,524	34,580	38,114	17,034	17,048	17,076	18,656
	0,5	30,075	34,517	34,587	38,095	17,043	17,045	17,079	18,647
	0,6	30,090	34,388	34,470	38,076	17,051	17,063	17,105	18,637
	0,7	30,105	34,381	34,477	38,057	17,060	17,060	17,108	18,628
	0,8	30,120	34,251	34,361	38,038	17,068	17,079	17,133	18,619
	0,9	30,135	34,867	34,993	38,019	17,077	17,185	17,247	18,609
1	30,150	34,860	35,000	38,000	17,085	17,182	17,250	18,600	

Karar verme sürecine yardımcı olacak başka bir bilgi ise çözümlere ait kimyasal analiz değerlerinin alt ve üst sınırları ile oluşturulan ürünün sahip olduğu kimyasal analiz aralığıdır.

Üyelik değeri arttıkça, ürünün sahip olabileceği kimyasal analiz değeri için aralık genişler. Kullanıcı, hammaddelerdeki değişkenliğin düşük olmasını öngörüyorsa, daha düşük üyelik derecelerine sahip çözümleri tercih edebilir. Çizelge 5.22 ve 5.23, üyelik derecelerine göre kaynak ve teknoloji katsayılarının nasıl değiştiği gösterilmiştir.

Çizelge 5. 23 : Ürün 1 için BMM modeline ait Fe₂O₃ ve TiO₂ sonuçları.

Ürün	Üyelik Derecesi	Fe ₂ O ₃			TiO ₂				
		Alt Sınır	Gerçekleşen Değer		Üst Sınır	Alt Sınır	Gerçekleşen Değer		
			Min	Maks			Min	Maks	
U-01	0	0,665	0,717	0,717	0,900	0,0190	0,620	0,620	1,000
	0,1	0,669	0,702	0,705	0,896	0,0191	0,619	0,622	0,995
	0,2	0,672	0,701	0,707	0,891	0,0192	0,618	0,623	0,990
	0,3	0,676	0,725	0,734	0,887	0,0193	0,614	0,621	0,985
	0,4	0,679	0,724	0,736	0,882	0,0194	0,612	0,622	0,980
	0,5	0,683	0,722	0,737	0,878	0,0195	0,611	0,623	0,975
	0,6	0,686	0,712	0,729	0,873	0,0196	0,611	0,626	0,970
	0,7	0,690	0,710	0,730	0,869	0,0197	0,610	0,627	0,965
	0,8	0,693	0,700	0,722	0,864	0,0198	0,609	0,629	0,960
	0,9	0,697	0,713	0,739	0,860	0,0199	0,619	0,642	0,955
1	0,700	0,712	0,741	0,855	0,0200	0,618	0,643	0,950	

Çizelge 5. 24 : Ürün 1 için MM modeline ait karar değişkeni sonuçları.

Ürün	Hammadde	Karar Değişkeni Değerleri	Toplam Maliyet
U-01	HM-13	0,3	₺ 4.817.256,59
	HM-20	0,1	
	HM-23	0,05	
	HM-31	0,1	
	HM-35	0,35	
	HM-45	0,1	

Çizelge 5. 25 : Ürün 1 için MM modeline ait kimyasal analiz değerleri sonuçları.

Ürün	Bileşik	Alt Sınır	Gerçekleşen Değer	Üst Sınır
U-01	Al ₂ O ₃	30,15	34,904	38
	Fe ₂ O ₃	0,7	0,8201	0,855
	TiO ₂	0,02	0,6345	0,95
	Na ₂ O	17,085	17,162	18,6

BMM modelinin tutarlılığını değerlendirmek ve hangi üyelik derecesine ait çözümün seçileceğine dair bir bakış açısı kazanmak amacıyla, Ürün 1 MM ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar Çizelge 5.24 ve 5.25'te sunulmuştur. Parametrelerdeki belirsizlikleri ihmal eden, fakat güvenlik payları ekleyerek feldspat içerisindeki değişkenlikleri yönetmeye yönelik bir strateji izleyen MM modelinin çıktısı, BMM modelinde 0,8 üyelik derecesine sahip sonuç ile eşdeğerdir. Bu, belirsizlik içermeyen modelin, belirsizlik kaynaklı risklerden büyük oranda kaçınma eğiliminde olduğunu göstermektedir. Kullanıcı, bu sonucu bir referans noktası olarak kabul ederek, maliyet ile risk arasındaki tercihinine göre üyelik derecesini artırabilir veya azaltabilir. Bu durum, kullanıcının hem maliyet hem de risk faktörlerini dikkate alarak bilinçli bir karar vermesine olanak tanır.

Ürün 2 için Ürün 1'de olduğu gibi BMM ve MM modelleri kurulmuş ve elde edilen değerler Çizelge 5.26, 5.27 ve 5.28'de gösterilmiştir. Ürün 2 ile ilgili olarak altı farklı sonuç elde edilmiştir. Üyelik derecesinin en düşük ve en yüksek değerleri arasında yer alan çözümlerin toplam maliyet farkı ₺59.903,43 olarak belirlenmiştir.

Çizelge 5. 26 : Ürün 2 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.

Ürün	Üyelik Derecesi	Karar Değişkeni Değerleri	Toplam Maliyet
U-02	0-0,2	HM-13: 0,55 HM-35: 0,45	₺ 2.964.500,00
	0,3-0,5	HM-09: 0,05 HM-13: 0,55 HM-35: 0,40	₺ 2.996.858,43
	0,6-0,7	HM-13: 0,50 HM-23: 0,05 HM-35: 0,45	₺ 3.024.403,43
	0,8	HM-09: 0,10 HM-13: 0,55 HM-35: 0,35	₺ 3.029.216,86
	0,9	HM-09: 0,15 HM-13: 0,55 HM-35: 0,30	₺ 3.061.575,29
	1	HM-09: 0,10 HM-13: 0,50 HM-23: 0,05 HM-35: 0,35	₺ 3.089.120,29

Çizelge 5. 27 : Ürün 2 için BMM modeline ait Al₂O₃ ve Na₂O sonuçları.

Ürün	Üyelik Derecesi	Al ₂ O ₃			Na ₂ O				
		Alt Sınır	Gerçekleşen Değer		Üst Sınır	Alt Sınır	Gerçekleşen Değer		Üst Sınır
			Min	Maks			Min	Maks	
U-02	0	32,000	35,194	35,194	40,200	18,000	18,036	18,036	19,698
	0,1	32,016	35,187	35,201	40,180	18,009	18,032	18,040	19,688
	0,2	32,032	35,180	35,208	40,160	18,018	18,029	18,043	19,678
	0,3	32,048	35,340	35,382	40,140	18,027	18,063	18,085	19,669
	0,4	32,064	35,333	35,389	40,120	18,036	18,060	18,088	19,659
	0,5	32,080	35,326	35,396	40,100	18,045	18,056	18,092	19,649
	0,6	32,096	35,134	35,218	40,080	18,054	18,084	18,128	19,639
	0,7	32,112	35,127	35,225	40,060	18,063	18,081	18,131	19,629
	0,8	32,128	35,471	35,585	40,040	18,072	18,083	18,141	19,620
	0,9	32,144	35,631	35,759	40,020	18,081	18,117	18,183	19,610
1	32,160	35,439	35,581	40,000	18,090	18,146	18,218	19,600	

Çizelge 5. 28 : Ürün 2 için BMM modeline ait Fe₂O₃ ve TiO₂ sonuçları.

Ürün	Üyelik Derecesi	Fe ₂ O ₃			TiO ₂				
		Alt Sınır	Gerçekleşen Değer		Üst Sınır	Alt Sınır	Gerçekleşen Değer		Üst Sınır
			Min	Maks			Min	Maks	
U-02	0	0,570	0,595	0,595	0,800	0,0190	0,606	0,606	1,000
	0,1	0,573	0,594	0,596	0,796	0,0191	0,604	0,607	0,995
	0,2	0,576	0,593	0,598	0,792	0,0192	0,603	0,608	0,990
	0,3	0,579	0,597	0,604	0,788	0,0193	0,612	0,620	0,985
	0,4	0,582	0,596	0,605	0,784	0,0194	0,611	0,621	0,980
	0,5	0,585	0,595	0,607	0,780	0,0195	0,610	0,622	0,975
	0,6	0,588	0,595	0,609	0,776	0,0196	0,599	0,614	0,970
	0,7	0,591	0,593	0,610	0,772	0,0197	0,598	0,615	0,965
	0,8	0,594	0,596	0,616	0,768	0,0198	0,616	0,637	0,960
	0,9	0,597	0,600	0,622	0,764	0,0199	0,626	0,648	0,955
1	0,600	0,600	0,625	0,760	0,0200	0,615	0,640	0,950	

Çizelge 5. 29 : Ürün 2 için MM modeline ait karar değişkeni sonuçları.

Ürün	Hammadde	Karar Değişkeni Değerleri	Toplam Maliyet
U-02	HM-13	0,5	₺ 3.024.403,43
	HM-23	0,05	
	HM-35	0,45	

Çizelge 5. 30 : Ürün 2 için MM modeline ait kimyasal analiz değerleri sonuçları.

Ürün	Bileşik	Alt Sınır	Gerçekleşen Değer	Üst Sınır
U-02	Al ₂ O ₃	32,16	35,176	40
	Fe ₂ O ₃	0,6	0,6019	0,76
	TiO ₂	0,02	0,6063	0,95
	Na ₂ O	18,09	18,106	19,6

Ürün 2 için MM ile elde edilen sonuçlar Çizelge 5.29 ve 5.30'da detaylandırılmıştır. MM modelinden elde edilen sonuçlar, BMM modelinde 0,6 ile 0,7 üyelik derecesine sahip sonuçlarla eşdeğer bulunmuştur. Bu durum, MM modelinin Ürün 1'e kıyasla Ürün 2 için daha düşük bir üyelik derecesine tekabül ettiğini göstermektedir. BMM modeli sayesinde, elde edilen sonuçların içerdiği risk düzeyi hakkında daha kesin bilgiler elde edilebilmekte, bu sayede risk yönetimi ve karar verme süreçleri daha bilinçli bir şekilde yönlendirilebilmektedir. Diğer ürünler için BMM modeli kullanılarak elde edilen sonuçlar, Çizelge 5.31, 5.32, 5.33 ve 5.34'te sunulmuştur. Ürün 3 için MM sonuçları, BMM modelinde 0,7 ile 0,8 üyelik derecesine sahip sonuçlarla eşdeğer bulunurken; Ürün 4 için 0,6 ile 0,7, Ürün 6 için 0,5 ile 0,7, ve Ürün 7 için 0,5 ile 0,8 üyelik derecesine sahip sonuçlarla eşdeğerdir. Üyelik derecesinin en düşük ve en yüksek değerleri arasındaki toplam maliyet farkları sırasıyla ₺149.193,97, ₺5.715.846,57, ₺44.331,33 ve ₺5.060,25 olarak hesaplanmıştır.

Çizelge 5. 31 : Ürün 3 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.

Ürün	Üyelik Derecesi	Karar Değişkenleri Değerleri	Toplam Maliyet
U-03	0	HM-09: 0,05 HM-13: 0,20 HM-23: 0,10 HM-27: 0,40 HM-31: 0,05 HM-35: 0,20	₺ 3.773.495,10
	0,1-0,3	HM-13: 0,20 HM-23: 0,15 HM-27: 0,40 HM-35: 0,25	₺ 3.779.788,68
	0,4	HM-13: 0,20 HM-23: 0,15 HM-27: 0,40 HM-31: 0,05 HM-35: 0,20	₺ 3.826.891,18
	0,5-0,6	HM-13: 0,20 HM-18: 0,05 HM-23: 0,20 HM-27: 0,35 HM-35: 0,20	₺ 3.838.131,57
	0,7-0,8	HM-13: 0,20 HM-18: 0,05 HM-23: 0,20 HM-27: 0,40 HM-35: 0,15	₺ 3.875.586,57
	0,9	HM-13: 0,20 HM-23: 0,25 HM-26: 0,05 HM-27: 0,30 HM-35: 0,20	₺ 3.909.890,85
	1	HM-13: 0,20 HM-18: 0,05 HM-23: 0,20 HM-27: 0,40 HM-31: 0,05 HM-35: 0,10	₺ 3.922.689,07

Çizelge 5. 32 : Ürün 4 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.

Ürün	Üyelik Derecesi	Karar Değişkenleri Değerleri	Toplam Maliyet
U-04	0-0,2	HM-13: 0,55 HM-23: 0,10 HM-28: 0,35	₺ 1.820.653,43
	0,3-0,4	HM-13: 0,55 HM-16: 0,05 HM-23: 0,10 HM-28: 0,30	₺ 2.964.903,43
	0,5	HM-13: 0,45 HM-16: 0,05 HM-23: 0,15 HM-28: 0,35	₺ 3.022.105,14
	0,6-0,7	HM-13: 0,50 HM-16: 0,10 HM-23: 0,10 HM-28: 0,30	₺ 4.136.403,43
	0,8-0,9	HM-13: 0,55 HM-16: 0,15 HM-23: 0,05 HM-28: 0,25	₺ 5.250.701,71
	1	HM-13: 0,55 HM-16: 0,25 HM-28: 0,20	₺ 7.536.500,00

Çizelge 5. 33 : Ürün 6 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.

Ürün	Üyelik Derecesi	Karar Değişkenleri Değerleri	Toplam Maliyet
U-06	0-0,1	HM-01: 0,50 HM-07: 0,25 HM-48: 0,25	₺ 6.483.491,08
	0,2-0,4	HM-01: 0,55 HM-07: 0,25 HM-48: 0,20	₺ 6.490.992,37
	0,5-0,7	HM-01: 0,60 HM-07: 0,25 HM-48: 0,15	₺ 6.498.493,66
	0,8-0,9	HM-01: 0,60 HM-03: 0,05 HM-07: 0,25 HM-48: 0,10	₺ 6.513.158,03
	1	HM-01: 0,60 HM-03: 0,10 HM-07: 0,25 HM-48: 0,05	₺ 6.527.822,41

Çizelge 5. 34 : Ürün 7 için BMM modeline ait karar değişkeni sonuçları.

Ürün	Üyelik Derecesi	Karar Değişkenleri Değerleri	Toplam Maliyet
U-07	0-0,4	HM-05: 0,35 HM-07: 0,15 HM-48: 0,50	₺ 6.403.417,94
	0,5-0,8	HM-05: 0,30 HM-07: 0,20 HM-48: 0,50	₺ 6.405.948,06
	0,9-1	HM-05: 0,20 HM-07: 0,25 HM-48: 0,55	₺ 6.408.478,19

Bu bulgular, MM çıktılarının hangi üyelik derecesine eşdeğer olduğunun üründen ürüne değişkenlik gösterdiğini ortaya koymuştur. Kullanıcılar yalnızca MM modeline dayanarak karar verdiklerinde, genellikle kendilerini güven aralığında hissetmişlerdir. Ancak, BMM modelinin sonuçları ile yapılan karşılaştırmalar, alınan kararların güvenlik düzeyinin değişebileceğini göstermiştir. BMM modeli, kullanıcıların alacakları kararların güvenlik seviyesini daha iyi değerlendirmelerine olanak tanıyarak, karar verme süreçlerinde daha bilinçli bir yaklaşım sergilemelerine yardımcı olmuştur. Bu sayede, kullanıcılar kararlarının güvenilirliğini kendileri belirleyebilir ve stratejik tercihlerini bu doğrultuda şekillendirebilirler. Aynı zamanda BMM modeli sonuçlarında üyelik dereceleri arasındaki maliyet farklarının üründen ürüne büyük değişiklikler gösterdiği görülmüştür. Örneğin, Ürün 6 için üyelik derecesi 1 olan sonucun tercih edilmesi maliyeti yalnızca ₺5.060,25 artırırken, Ürün 4 için bu artış ₺5.715.846,57'ye ulaşmaktadır. Relatif olarak düşük maliyet farkları olduğunda risk almamak mantıklı olabilirken, daha yüksek maliyet farkları söz konusu olduğunda firma, bu ek maliyeti üstlenerek daha yüksek bir riski göze almayı tercih edebilir. Bu çalışma, kullanıcılara karar verme süreçlerinde analitik destek sunarak, alınacak kararların potansiyel sonuçları hakkında derinlemesine bir öngörü sağlamıştır. Araştırma, karar vericilerin bilgiye dayalı ve stratejik seçimler yapmalarına olanak tanıyan, güçlü bir temel oluşturmuştur. Bu sayede, çeşitli senaryolara ve olası sonuçlara dair kapsamlı bir anlayış geliştirilmiş, karar verme mekanizmalarının daha etkin ve verimli bir şekilde işlemesi desteklenmiştir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışma, feldspat madeni harmanlama sürecinde kullanılacak reçetelerin belirlenmesine yönelik olarak geliştirilen matematiksel modelleri içermektedir. Araştırma kapsamında, farklı kimyasal bileşen kısıtlamalarına sahip ve farklı amaç fonksiyonlarını içeren, modeldeki belirsizlikle farklı yaklaşımlarla ele alan, birden fazla ürünün dahil edildiği bir çoklu harmanlama problemi detaylı bir şekilde incelenmiştir. Çalışma ile çeşitli ürünler için optimal harmanlama stratejilerinin geliştirilmesini destekleyerek, daha verimli ve etkili üretim süreçlerinin tasarlanmasına katkı sağlanması amaçlanmıştır. Bu araştırma, feldspat madeni harmanlama süreçlerini iyileştirmek amacıyla gerçekleştirilmiş olup, ilgili literatür üzerinde kapsamlı bir tarama yapılmıştır. Literatür taraması sırasında, mevcut bilgiler ışığında gelişime açık alanlar tespit edilmiştir. Araştırma sonuçları, feldspat madenindeki kimyasal bileşiklerin değerlerinde belirsizlikler olduğunu göstermiştir. Bu belirsizlikler, maden yataklarındaki doğal varyasyonlardan kaynaklanmaktadır; öyle ki, aynı ocaktan çıkarılan madenler bile damarlar arasında nitelik farklılıkları gösterebilmektedir. Bu tür değişkenlikler, son ürün kalitesini doğrudan etkilediğinden, harmanlama süreçlerinde dikkate alınması zorunludur. Harmanlama sürecinde göz önünde bulundurulması gereken diğer bir husus ise, ürünler için istenen kimyasal bileşik aralıklarının da kesin olmayışıdır.

Araştırma sürecinde, harmanlama problemlerinde belirsizlik faktörlerini ele alan mevcut çalışmalar detaylı bir şekilde incelenmiştir. Literatürde, feldspat madeni harmanlama süreçlerine yönelik spesifik bir çalışma bulunmamaktadır; ayrıca, feldspat madenindeki belirsizliklere odaklanan bir yaklaşım da mevcut değildir. Bu eksiklikleri gidermek amacıyla geliştirilen modeller, feldspat madeninin harmanlanmasında belirsizlik unsurlarını dikkate alarak daha doğru ve etkin stratejilerin belirlenmesine imkan tanımaktadır. Bu modeller, sektördeki uygulamalar için yenilikçi çözümler sunarak, maden harmanlama süreçlerinin optimizasyonuna katkıda bulunmayı hedeflemektedir.

Araştırma kapsamında belirlenen belirsizlikler, farklı yaklaşımlar kullanılarak ele alınmıştır. İlk olarak, sistemdeki belirsizlikleri doğrudan modele entegre etmek yerine, bu belirsizliklerden kaynaklanabilecek potansiyel olumsuz etkilere karşı korunma amacıyla daha güvenilir çözüm bölgelerinde sonuçlar araştırılmıştır. Bu yaklaşımda, klasik DP tekniklerinden yararlanılarak, farklı amaç fonksiyonlarına sahip iki model geliştirilmiştir. İlk modelde, ürünlerin üretimi için kullanılan yarı mamullerin toplam maliyetinin minimize edilmesi esas alınmıştır. Araştırma kapsamında ana hedef maliyetin minimize edilmesi olmakla birlikte, bazı durumlarda optimal maliyet değerlerine esneklik kazandırılarak, kullanılan yarı mamullerin toplam kalite değerinin de minimize edilmesi hedeflenmiştir. Bu strateji, düşük kaliteli yarı mamullerin kullanılmasını teşvik ederek stoktaki yarı mamul miktarlarını optimize etmeyi amaçlamaktadır. Her iki modelin sonuçları, firma politikaları ve pazar koşulları göz önünde bulundurularak analiz edilmesi ve en uygun çözümün seçilmesi için kullanıcının tercihi bırakılmıştır. Bu süreç, karar verme mekanizmalarını destekleyerek operasyonel verimlilik ve maliyet etkinliği arasında dengeli bir yaklaşımın benimsenmesine olanak tanımaktadır. Bu modeller, karar alma sürecini analitik bir temele oturtarak objektif bir yapı kazandırmakta, insan kaynaklı hataların ve deneyimsizlikten kaynaklanan olası yanlışların etkilerini minimize etmektedir. Ancak yine de, bu modeller belirsizlikleri tam anlamıyla modele dahil etmemektedir. Modellerde belirsizliklerden kaynaklanabilecek risklere karşı koruma sağlamak amacıyla kısıtlara güvenlik oranları ekleyerek potansiyel zararlı etkiler sınırlandırılmaktadır. Harmanlama problemlerinde belirsizlik faktörlerini ele alan mevcut çalışmaların detaylı bir analizi neticesinde, bulanık mantık yaklaşımına dayanan BDP modellerinin, çalışma kapsamındaki belirsizlikleri temsil etme konusunda en uygun metodoloji olduğu tespit edilmiştir. Bu modeller, belirsizlik unsurlarını matematiksel olarak modellere entegre ederek, gerçek dünya koşullarını daha doğru bir şekilde yansıtır ve sonuçların güvenilirliğini artırır.

BDP modelinin geliştirilmesi ve çözümü için mevcut literatürdeki metodolojiler detaylı bir şekilde incelenmiştir. Modelin kurulum aşamasında, ilk olarak belirsizlik içeren parametreler belirlenmiş ve bu parametrelerin modelde nasıl temsil edileceğine karar verilmiştir. Modelde, daha önce de bahsedildiği üzere, hammaddelerin kimyasal analiz değerlerinde belirsizlikler bulunmaktadır; bu belirsizlikler, problemdeki teknoloji katsayılarını temsil etmektedir.

Ayrıca, ürünlere ait kimyasal analiz değerlerinin alt ve üst sınırları da diğer bir belirsizlik faktörüdür ve kaynak katsayılarını temsil etmektedir. Uzmanların öngörülerine dayanarak teknoloji katsayıları ÜBS olarak, kaynak katsayılarını oluşturan bulanık aralıklar ise YBS olarak ifade edilmiştir. BDP modelinin kurulumu tamamlandıktan sonra, modelin çözümü için uygulanacak yöntemler üzerinde araştırmalar yapılmıştır. Modelin çözümlenmesi sırasında, üyelik derecesindeki varyasyonların sonuçlara etkisini incelemek amacıyla parametrik DP yaklaşımı benimsenmiştir. Bu yöntem, üyelik derecelerindeki değişimlere bağlı olarak çözüm setlerinin nasıl farklılık göstereceğini analiz edebilme imkanı sağlamaktadır.

Araştırma kapsamında geliştirilen son model, mevcut kaynakların yetersiz kaldığı durumlarda çözüm sağlamak amacıyla tasarlanmıştır. Mevcut modeller, ürünlerin kimyasal değerlerini belirlenen sınırlar içinde tutmayı amaçlarken, bu model, kısıtlamaları esnetme stratejisini benimser. Ancak, belirlenen kısıtların ihlal edilmesi durumunda, aşılacak her birim için önceden tanımlanmış ceza puanları uygulanmaktadır. Modelin hedefi, bu ceza puanlarının toplamını minimize ederek en efektif çözümü ortaya koymaktır. Bu sayede, uygulama sırasında karşılaşılabilecek çeşitli senaryolar için alternatif çözüm yolları geliştirilmiş ve kullanıcılara her durum için kapsamlı bir karar destek sistemi sunulmuştur.

Matematiksel modeller, toplamda yedi farklı sipariş üzerinde uygulanmış olup, bu siparişlerden altısında optimal çözüme ulaşılmıştır. Bu altı sipariş, hem çoklu harmanlama problemi kapsamında bir arada üretilecek şekilde planlanmış hem de ayrı ayrı ele alınarak çözümlenmiştir. Klasik DP ve BDP metodolojileriyle geliştirilen modellerin sonuçları karşılaştırılmış ve bu karşılaştırma, bulanık mantık kullanılarak gerçekleştirilen modelleme sürecinin, karışım problemlerindeki belirsizlik faktörlerini etkin bir şekilde yönetebildiğini göstermiştir. Klasik DP modeli ile elde edilen sonuçların, BDP modelinde hangi üyelik derecelerine denk geldiği incelenmiş ve bulgular, üyelik derecelerinin üründen ürüne farklılık gösterdiğini ortaya koymuştur. Bu durum, klasik DP modelinin, sabit bir güvenlik oranı ekleyerek sonuçlar üretse de, bu sonuçların güvenilirliğinin ürüne göre değişebildiğini göstermektedir. BDP modeli, üyelik derecelerindeki değişimlere paralel olarak sonuçların nasıl değiştiğini kullanıcılara açıkça göstermiştir. Bu, kullanıcıların elde edilen bilgilere dayanarak ne kadar güvenli bir alanda kalacaklarını değerlendirebilmeleri için önemli bir imkândır.

Model, kullanıcıların belirsizliklerle dolu ortamlarda daha bilinçli kararlar almalarına olanak tanıyarak, sonuçların olası etkilerini öngörebilmeleri için bir temel sağlamıştır. Sonuç olarak bulanık mantık temelli oluşturulmuş DP modeli ile karışım problemindeki belirsizlikler etkin bir şekilde yönetilmiş ve kullanıcıların kararlarının sonuçlarını daha iyi anlamalarını ve bu doğrultuda stratejik planlamalar yapabilmelerini desteklemiştir.

Önerilen modelin geliştirilmesi doğrultusunda ele alınabilecek çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Mevcut modelde, kullanılan hammaddelerin birim maliyetleri, önceki ayın verilerine dayanarak hesaplanmakta ve bunların takip eden ayda da sabit kalacağı varsayılmaktadır. Ancak, hammadde maliyetleri özellikle taşıma ve ocak işletme maliyetleri gibi faktörler nedeniyle değişkenlik gösterebilmektedir. BDP modelinde, sabit ve belirli olarak kabul edilen ve amaç fonksiyonu katsayılarını ifade eden bu değerlerin, başka bir çalışmada bulanık değişkenler olarak ele alınabilir ve bu bulanıklığın modelin sonuçları üzerindeki etkileri incelenebilir. Bu tür bir çalışma, modelin daha gerçekçi ve uygulanabilir sonuçlar üretmesine olanak tanıyabilir.

Araştırma kapsamında, klasik DP modelleri için gelişmiş bir arayüz tasarlanmış ve bu arayüz, kullanıcıların çeşitli senaryolar altında denemeler yapabilmelerine olanak tanımıştır. Bu interaktif platform sayesinde, kullanıcılar farklı girdi parametrelerini değiştirerek sonuçların nasıl etkilendiğini gözlemleyebilir ve böylece daha bilinçli kararlar alabilirler. Araştırmanın bir sonraki aşamasında, BDP modeli için de benzer bir arayüz geliştirilmesi planlanmaktadır. Bu yeni arayüz, BDP modelinin sunduğu belirsizlik yönetimi kapasitesini kullanıcı deneyimine entegre ederek, modelin uygulamada daha etkin kullanılmasını sağlayacaktır. Sonuç olarak, bu arayüzler aracılığıyla, kullanıcıların hem klasik DP hem de BDP modellerini kapsamlı bir şekilde test etmeleri ve optimal çözüm stratejilerini geliştirmeleri hedeflenmektedir.

KAYNAKLAR

- Abdullah, Mohd. L., Wong Abdullah, W. S., & Md. Tap, A. O.** (2012). Fuzzy sets in the social sciences: an overview of related researches. *Jurnal Teknologi*, 41(1), 43–54. <https://doi.org/10.11113/jt.v41.726>
- Ashayeri, J., Van Eijs, A. G. M., & Nederstigt, P.** (1994). Blending modelling in a process manufacturing: a case study. *European Journal of Operational Research*, 72, 661–673.
- Barton, I., Caro, C., & Robertson, J.** (2023). Ore types: what they are, how they're made, and their uses and abuses. *Mining, Metallurgy & Exploration*, 40(6), 2153–2160. <https://doi.org/10.1007/s42461-023-00876-1>
- Başkaya, Z.** (2011). *Bulanık doğrusal programlama* (First Edition). Bursa: Ekin.
- Bellman, R., & Zadeh, L.** (1970). Decision-making in a fuzzy environment. *Management Science*, 17(4), 141–164.
- Ben-Tal, A., & Nemirovski, A.** (2002). Robust optimization - methodology and applications. *Mathematical Programming*, 92(3), 453–480. <https://doi.org/10.1007/s101070100286>
- Birgören, B., & Sakallı, Ü.** (2020). Kalite ve maliyet perspektiflerinden pirinç alaşımı harmanlama problemi: çok amaçlı bir optimizasyon yaklaşımı. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 36(1), 433–446. <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.732960>
- Bixby, R. E.** (2012). A brief history of linear and mixed-integer programming computation. *Document Mathematica, Extra Volume*, 107–121.
- Bojadziev, G., & Bojadziev, M.** (2007). *Fuzzy logic for business, finance, and management* (Second Edition). Singapore: World Scientific Publishing.
- Bolayır, B., & Ergülen, A.** (2019). *Bulanık mantık, doğrusal programlama ve bulanık doğrusal programlama* (First Edition). Bursa: Ekin.
- Brule, J. F.** (1985). *Fuzzy systems - a tutorial*. <http://www.austinlinks.com/Fuzzy/tutorial.html>
- Calfa, B. A., Grossmann, I. E., Agarwal, A., Bury, S. J., & Wassick, J. M.** (2015). Data-driven individual and joint chance-constrained optimization via kernel smoothing. *Computers & Chemical Engineering*, 78, 51–69. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2015.04.012>
- Carlsson, C., & Korhonen, P.** (1986). A parametric approach to fuzzy linear programming. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 17–30. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(86\)80028-8](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(86)80028-8)
- Carpenter, A.** (1999). *Management of coal stockpiles*. London: IEA Coal Research.
- Case, D. O.** (2007). *Looking for information: a survey of research on information seeking, needs, and behavior* (Second Edition). London: Elsevier.
- Celikyilmaz, A., & Türksen, I. B.** (2009). *Modeling uncertainty with fuzzy logic with recent theory and applications*. Berlin: Springer.
- Çevre ve Şehircilik Bakanlığı.** (2020). *Madencilik faaliyetleri sektörel uygulama kılavuzu*.
- Chakraborty, M., & Chandra, M. K.** (2005). Multicriteria decision making for optimal blending for beneficiation of coal: a fuzzy programming approach. *Omega*, 33(5), 413–418. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.07.005>

- Chanas, S.** (1983). The use of parametric programming in FLP. *Fuzzy Sets and Systems*, 11(3), 243–251.
- Chmykhalova, S. V.** (2021). Effectiveness evaluation of mining as a natural and technical system with a decrease in the content of a useful component of the ore-raw material base. *Eurasian Mining*, 36–40. <https://doi.org/10.17580/em.2021.02.08>
- Coşkunırmak, Y.** (2010). *Bulanık doğrusal programlama ve yerel yönetimlerde bir bulanık hedef programlama uygulaması*. (Yüksek Lisans Tezi), Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- Crama, Y., Pochet, Y., & Wera, Y.** (2001). A discussion of production planning approaches in the process industry. *Center for Operations Research and Econometrics (CORE)*.
- Dantzig, G. B.** (1948). Programming in a linear structure. *U.S. Air Force Comptroller*.
- Dantzig, G. B.** (1990). The diet problem. *The Practice of Mathematical Programming*, 20(4), 43–47.
- Dantzig, G. B.** (2002). Linear programming. *Operations Research*, 50(1), 42–47. <https://doi.org/10.1287/opre.50.1.42.17798>
- Dantzig, G. B., & Thapa, M. N.** (1997). *Linear programming 1: introduction*. New York: Springer-Verlag.
- Demir, B. G., Özdoğan, A. K., & Akbulut, A.** (2022). Türkiye feldspat madenciliğinin genel bir değerlendirmesi. *Aurum Mühendislik Sistemleri Ve Mimarlık Dergisi*, 6(2), 253–262.
- Dondi, M.** (2018). Feldspathic fluxes for ceramics: sources, production trends and technological value. *Resources, Conservation and Recycling*, 133, 191–205. <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2018.02.027>
- Dontchev, A. L.** (2021). Basics in optimization. *Applied Mathematical Sciences*, 205, 11–21. https://doi.org/10.1007/978-3-030-79911-3_1
- Dubois, D.** (2012). Have fuzzy sets anything to do with vagueness? In P. Cintula (Ed.), *Understanding vagueness – logical, philosophical and linguistic perspectives* (Vol. 36, pp. 317–346). College Publications.
- Dubois, D., & Prade, H.** (1988). *Possibility theory*. New York: Springer.
- Ertuğrul, İ., & Tuş, A.** (2007). Interactive fuzzy linear programming and an application sample at a textile firm. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 6(1), 29–49. <https://doi.org/10.1007/s10700-006-0023-y>
- Esin, A., & Şahin, S.** (2003). *Yöneylem araştırmasında yararlanılan karar yöntemleri*. Ankara: Gazi Kitabevi Yayınları.
- Farjana, S. H., Huda, N., Parvez Mahmud, M. A., & Saidur, R.** (2019). A review on the impact of mining and mineral processing industries through life cycle assessment. *Journal of Cleaner Production*, 231, 1200–1217. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.05.264>
- Figuroa–García, J. C., Hernández, G., & Franco, C.** (2022). A review on history, trends and perspectives of fuzzy linear programming. *Operations Research Perspectives*, 9, 100247. <https://doi.org/10.1016/j.orp.2022.100247>
- Flapper, S. D. P., Fransoo, J. C., Broekmeulen, R. A. C. M., & Inderfurth, K.** (2002). Planning and control of rework in the process industries: a review. *Production Planning and Control*, 13(1), 26–34. <https://doi.org/10.1080/09537280110061548>
- Garille, S. G., & Gass, S. I.** (2001). Stigler’s diet problem revisited. *Operations Research*, 49(1), 1–13. <https://doi.org/10.1287/opre.49.1.1.11187>

- Gence, N.** (1997). Feldspat flotasyonu. *Osmangazi Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Dergisi*, 2.
- Ghabraie, B., Ren, G., & Smith, J. V.** (2017). Characterising the multi-seam subsidence due to varying mining configuration, insights from physical modelling. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 93, 269–279. <https://doi.org/10.1016/J.IJRMMS.2017.02.001>
- Gülcan, B.** (2012). *Bulanık doğrusal programlama ve bir bisküvi işletmesinde optimum ürün formülü oluşturma*. (Yüksek Lisans Tezi). Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Karaman.
- Gülsoy, Ö. Y., Can, N. M., & Bayraktar, I.** (2005). Production of potassium feldspar concentrate from a low-grade pegmatitic ore in Turkey. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, 114(2), 80–86. <https://doi.org/10.1179/037195505X39085>
- Gupta, P.** (2017). Applications of fuzzy logic in daily life. *International Journal of Advanced Research in Computer Science*, 8(5), 1795–1800.
- Hašková, S.** (2019). Randomness vs. fuzziness in managerial decision-making. *EDP Sciences*, 61. <https://doi.org/10.1051/shsconf/20196101002>
- Hawer, S., Schönmann, A., & Reinhart, G.** (2018). Guideline for the classification and modelling of uncertainty and fuzziness. *Procedia CIRP*, 67, 52–57. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2017.12.175>
- Hellmann, M.** (2001). *Fuzzy Logic Introduction*. <https://see.xidian.edu.cn/faculty/xbgao/FuzzySystem/Introduction/fuzzy.pdf>
- Heyes, G. W., Allan, G. C., Bruckard, W. J., & Sparrow, G. J.** (2012). Review of flotation of feldspar. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, 121(2), 72–78. <https://doi.org/10.1179/1743285512Y.0000000004>
- Hodge, R. A., Ericsson, M., Löf, O., Löf, A., & Semkovich, P.** (2022). The global mining industry: corporate profile, complexity, and change. *Mineral Economics*, 35(3–4), 587–606. <https://doi.org/10.1007/s13563-022-00343-1>
- Jarernsuk, S., & Phruksaphanrat, B.** (2022). Solving tea blending problems using interactive fuzzy multi-objective linear programming. *Processes*, 11(1), 49. <https://doi.org/10.3390/pr11010049>
- Kabak, Ö.** (2008). *Olabilirsel doğrusal programlama ile tedarik zinciri ağ yapısının modellenmesi ve bir uygulama*. (Doktora tezi). İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kallrath, J.** (2002). Planning and scheduling in the process industry. *OR Spectrum*, 24, 219–250.
- Kaufmann, A., & Gupta, M. M.** (1985). *Introduction to fuzzy arithmetic: theory and applications*.
- Kaufmann, A., & Gupta, M. M.** (1988). *Fuzzy mathematical models in engineering and management science*.
- Kaur, J., & Kumar, A.** (2016). State of the art. In J. Kacprzyk (Ed.), *Studies in Fuzziness and Soft Computing* (pp. 1–14). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-31274-3_1
- Kiureghian, A. Der, & Ditlevsen, O.** (2009). Aleatory or epistemic? Does it matter? *Structural Safety*, 31(2), 105–112. <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2008.06.020>
- Kılıç, D.** (2023). *Dünyada ve Türkiye’de feldispat*. Ankara: Maden Tetkik ve Arama Genel Müdürlüğü.
- Klir, G. J.** (1987). Where do we stand on measures of uncertainty, ambiguity, fuzziness, and the like? *Fuzzy Sets and Systems*, 24(2), 141–160. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(87\)90087-X](https://doi.org/10.1016/0165-0114(87)90087-X)

- Klir, G. J., & Folger, T. A.** (1988). *Fuzzy sets, uncertainty, and information* (First Edition). New Jersey: Prentice Hall.
- Klir, G., & Yuan, B.** (1995). *Fuzzy sets and fuzzy logic*. New Jersey: Prentice Hall.
- Kong, L.-S., Yang, C.-H., Wang, Y.-L., & Gui, W.-H.** (2010). Blending optimization model considering multiple production indices and satisfactory solution algorithm. *Journal of Central South University*, 41(1), 213–218.
- Kosko, B., & Isaka, S.** (1993). Fuzzy logic. *Scientific American*, 269(1), 76–81. <https://doi.org/10.2307/24941550>
- Lai, Y. J., & Hwang, C. L.** (1992). *Fuzzy mathematical programming methods and applications*. Berlin: Springer-Verlag.
- Larsen, E., & Kleiv, R. A.** (2016). Flotation of quartz from quartz-feldspar mixtures by the HF method. *Minerals Engineering*, 98, 49–51. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.07.021>
- Lee, K. H.** (2005). *First course on fuzzy theory and applications*. Berlin: Springer-Verlag.
- Li, W.** (2013). An inexact fuzzy programming approach for power coal blending. *Journal of Environmental Informatics*, 21(2), 112–118. <https://doi.org/10.3808/jei.201300238>
- Luenberger, D. G., & Ye, Y.** (2016). *Linear and nonlinear programming* ((Fourth Edition), Vol. 228). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-18842-3>
- Makkar, R.** (2018). Application of fuzzy logic: A literature review. *International Journal of Statistics and Applied Mathematics*, 3(1), 357–359. www.ijari.org
- Mares M.** (1994). *Computation over fuzzy quantities*.
- Modak, N. M., Raj, A., & Sana, S. S.** (2023). A bibliometric and content analysis of core researches on operations research. *International Journal of Operational Research*, 46(3), 358. <https://doi.org/10.1504/IJOR.2023.129402>
- Möller, B., & Beer, M.** (2004). *Fuzzy randomness: uncertainty in civil engineering and computational mechanics*. Berlin: Springer.
- Montero, J., Lopez, V., & Gomez, D.** (2007). The role of fuzziness in decision making. In J. Kacprzyk (Ed.), *Studies in Fuzziness and Soft Computing* (pp. 337–349). Springer.
- Moritz, T., Ejdemo, T., Söderholm, P., & Wårell, L.** (2017). The local employment impacts of mining: an econometric analysis of job multipliers in northern Sweden. *Mineral Economics*, 30(1), 53–65. <https://doi.org/10.1007/s13563-017-0103-1>
- Mutlu, H.** (2024). JEM421 Maden yatakları ders notları. *Ankara Üniversitesi, Jeoloji Mühendisliği Bölümü, Ankara*.
- Narasimhan, R.** (1980). Goal programming in fuzzy environment. *Decision Sciences*, 11(2), 325–336. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5915.1980.tb01142.x>
- Nedeljkovic, I.** (2004). Image classification based on fuzzy logic. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 34(30), 1–6.
- Negoita, C. V., & Sularia, M.** (1976). On fuzzy mathematical programming and tolerances in planning. *Economic Computer and Economic Cybernetic Studies and Researches*, 1, 3–15.
- Osanloo, M., Gholamnejad, J., & Karimi, B.** (2008). Long-term open pit mine production planning: a review of models and algorithms. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 22(1), 3–35. <https://doi.org/10.1080/17480930601118947>

- Osanloo, M., & Rahmanpour, M.** (2017). Optimizing short-term production plan using a portfolio optimization model. *REM - International Engineering Journal*, 70(1), 109–116. <https://doi.org/10.1590/0370-44672016700071>
- Oussalah, M.** (2000). On the probability/possibility transformations: a comparative analysis. *International Journal of General Systems*, 29(5), 671–718. <https://doi.org/10.1080/03081070008960969>
- Pouresmaeili, E., Ebrahimabadi, A., & Hamidian, H.** (2020). A new semi-quantitative approach to open-pit mine sustainability assessment. *Journal of Mining and Environment*, 11(4), 1191–1203.
- Rahmanpour, M.** (2017). Application of fuzzy linear programming for short-term planning and quality control in mine complexes. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 117(7), 684–694. <https://doi.org/10.17159/2411-9717/2017/v117n7a10>
- Ross, T. J.** (2009). *Fuzzy logic with engineering applications*.
- Ross, T. J., Booker, J. M., & Parkinson, W. J.** (2002). *Fuzzy logic and probability applications bridging the gap*. Pennsylvania: ASA-SIAM.
- Roth, S. R.** (1979). *Set theory and logic* (First Edition). New York: Dover Publications.
- Sakallı, Ü. S., & Baykoç, Ö. F.** (2011). An optimization approach for brass casting blending problem under aleatory and epistemic uncertainties. *International Journal of Production Economics*, 133(2), 708–718. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.05.022>
- Schrage, L. E.** (2002). *Optimization modeling with LINGO* (Sixth Edition). Chicago: Lindo Systems.
- Shih, J.-S., & Frey, H. C.** (1995). Coal blending optimization under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 83, 452–465.
- Silva, A., Beneteli, T. A. P., Silva, L., Pessin, G., Euzébio, T. A. M., & Cota, P. L.** (2022). A mixed-integer linear programming model for the stockpiles blending problem in a nickel mine. *International Journal of Mining and Mineral Engineering*, 13(2), 93. <https://doi.org/10.1504/IJMME.2022.129517>
- Singh, H., Gupta, M. M., Meitzler, T., Hou, Z. G., Garg, K. K., Solo, A. M. G., & Zadeh, L. A.** (2013). Real-life applications of fuzzy logic. *Advances in Fuzzy Systems*, 2013, 338–353. <https://doi.org/10.1155/2013/581879>
- Sinha, S.** (2006). *Mathematical programming: theory and methods* ((First Edition)). New Delhi: Elsevier.
- Sökmen, Ö., & Yılmaz, M.** (2021). Yöneylem araştırması alanında yapılan çalışmaların bibliyometrik analizi. *European Journal of Science and Technology*, 28, 940–946. <https://doi.org/10.31590/ejosat.1012167>
- Stigler, G. J.** (1945). The cost of subsistence. *Source: Journal of Farm Economics*, 27(2), 303–314.
- Terzi, M.** (2012). *Esan Eczacıbaşı Milas feldspat tesisi atıklarından titanyum mineralleri kazanılması olanaklarının araştırılması*. (Yüksek lisans tezi). İstanbul Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Tilton, J. E., & Landsberg, H. H.** (1999). Innovation, productivity growth, and the survival of the U.S. copper industry. *Productivity in Natural Resource Industries*, 109–139.
- Topuz, E., & Nasuf, E.** (1991). Madencilik endüstrisinde yöneylem araştırması uygulamaları. *Madencilik Endüstrisinde Yöneylem Araştırması Uygulamaları*, 30(2), 15–20.

- Tzeng, G.-H., & Huang, J.J.** (2011). *Multiple attribute decision making: methods and applications*.
- Usó-Doménech, J.-L., Nescolarde-Selva, J.-A., Segura-Abad, L., Alonso-Stenberg, K., & Gash, H.** (2021). Mathematical perspectives on liar paradoxes. *Logica Universalis*, 15(3), 251–269. <https://doi.org/10.1007/s11787-021-00277-2>
- Verdegay, J. L.** (1982). Fuzzy mathematical programming. *Fuzzy Information and Decision Processes*, 231, 231–236.
- Vrbický, T., & Přikryl, R.** (2021). Recovery of some critical raw materials from processing waste of feldspar ore related to hydrothermally altered granite: laboratory-scale beneficiation. *Minerals*, 11(5). <https://doi.org/10.3390/min11050455>
- Walker, W. E., Harremoës, P., Rotmans, J., van der Sluijs, J. P., van Asselt, M. B. A., Janssen, P., & Kraayer von Krauss, M. P.** (2003). Defining uncertainty: a conceptual basis for uncertainty management in model-based decision support. *Integrated Assessment*, 4(1), 5–17. <https://doi.org/10.1076/iaij.4.1.5.16466>
- Wang, J., Liu, Y., Li, Y., & Wang, L.** (2024). 60 Years development and prospect of mining systems engineering. *Journal of the China Coal Society*, 49(1), 261–279.
- Werners, B.** (1987). Interactive multiple objective programming subject to flexible constraints. *European Journal of Operational Research*, 31, 342–349.
- Williams, H. P.** (2013). *Model building in mathematical programming* (Fifth Edition). London: John Wiley&Sons.
- Winston, L.** (2004). *Operations research applications and algorithms* ((Fourth Edition)). Boston: Duxbury press .
- Wu, H.C.** (2020). Set operations of fuzzy sets using gradual elements. *Soft Computing*, 24(2), 879–893. <https://doi.org/10.1007/s00500-019-04578-z>
- Xu, T. J., Yang, P., & Liu, Z. Q.** (2008). Mine ore blending planning and management based on the fuzzy multi-objective optimization algorithm. *2008 International Seminar on Business and Information Management*, 38–41. <https://doi.org/10.1109/ISBIM.2008.123>
- Yan-Min, Z., Guo-Zhe, G., & Li-Peng, W.** (2019). Study on influencing factors of coal quality in coal blending. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 242. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/242/2/022003>
- Yao, J., Liu, C., Huang, G., Xu, K., & Yuan, Q.** (2022). Multi-source and multi-target iron ore blending method in open pit mine. *Archives of Mining Sciences*, 67(4), 631–644. <https://doi.org/10.24425/ams.2022.143678>
- Yazdi, M., & Nedjati, A.** (2022). Fuzzy linear programming in system safety. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 414, 185–192. https://doi.org/10.1007/978-3-030-93352-4_9
- Zadeh, L. A.** (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8, 338–353.
- Zadeh, L. A.** (1975). Fuzzy logic and approximate reasoning. *Synthese*, 30(3–4), 407–428.
- Zadeh, L. A.** (1978). PRUF a meaning representation language for natural languages. *International Journal of Man-Machine Studies*, 10(4), 395–460. [https://doi.org/10.1016/S0020-7373\(78\)80003-0](https://doi.org/10.1016/S0020-7373(78)80003-0)
- Zadeh, L. A.** (1988). Fuzzy logic. *Computer*, 21(4), 83–93. <https://doi.org/10.1109/2.53>

- Zadeh, L. A.** (1996). Fuzzy logic = computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(2), 103–111. <https://doi.org/10.1109/91.493904>
- Zadeh, L. A.** (2008). Is there a need for fuzzy logic? *Information Sciences*, 178(13), 2751–2779. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2008.02.012>
- Zadeh, L. A.** (2015). Fuzzy logic - a personal perspective. *Fuzzy Sets and Systems*, 281, 4–20. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2015.05.009>
- Zimmermann, H. J.** (1976). Description and optimization of fuzzy systems. *International Journal of General Systems*, 2(4), 209–215. <https://doi.org/10.1080/03081077608547470>
- Zimmermann, H. J.** (2001). *Fuzzy set theory and its applications* (Third Edition). New York: Kluwer Academic.





EKLER

EK A: Uygulamada tanımlanan modellerin Python kodları



EK A

```
from pyomo.environ import *
import pandas as pd
#-----EXCEL FILE-----
excel_file = "optimix_data.xlsx"
raw_materials = pd.read_excel(excel_file,sheet_name="raw_materials",index_col=0)
orders = pd.read_excel(excel_file,sheet_name="orders",index_col=0)
max_utilization =
pd.read_excel(excel_file,sheet_name="max_utilization",index_col=0)
min_utilization =
pd.read_excel(excel_file,sheet_name="min_utilization",index_col=0)
max_chemical =
pd.read_excel(excel_file,sheet_name="max_chemical",index_col=0)
min_chemical = pd.read_excel(excel_file,sheet_name="min_chemical",index_col=0)
confidence_intervals =
pd.read_excel(excel_file,sheet_name="confidence_intervals",index_col=0)
quality_rates = pd.read_excel(excel_file,sheet_name="quality_rates",index_col=0)
cost_increase_rate =
pd.read_excel(excel_file,sheet_name="cost_increase_rate",index_col=0)
resources_coeff_tolerances =
pd.read_excel(excel_file,sheet_name="resources_coeff_tolerances",index_col=0)
tech_coeff_tolerances =
pd.read_excel(excel_file,sheet_name="tech_coeff_tolerances",index_col=0)
deviation = pd.read_excel(excel_file,sheet_name="deviation",index_col=0)
#-----INDEX-----
Jn = list(j for j in list(raw_materials.index) if raw_materials.at[j,"Stock"]>0)
Kn = list(k for k in list(confidence_intervals.index) if
confidence_intervals.at[k,"Usage"]>0 )
I = list(max_chemical.index)
Ln = list(l for l in list(orders.index) if orders.at[l,"Plan"]>0)
#-----PARAMETER-----
product_names_ln = {ln:orders.at[ln,"Product"]for ln in Ln}
rowmaterial_names_jn = {jn:raw_materials.at[jn,"RowMaterials"]for jn in Jn}
order_amount_ln = {ln:orders.at[ln,"Amount"] for ln in Ln}
rawmat_stock_amount_jn = {jn:raw_materials.at[jn,"Stock"] for jn in Jn}
raw_mat_cost_jn = {jn:raw_materials.at[jn,"Cost"] for jn in Jn}
rawmat_chemical_jn_kn = {(jn,kn):raw_materials.at[jn,kn] for jn in Jn for kn in Kn}
```

```

rawmat_max_usage_rate_ln_jn={ (ln,jn):max_utilization.at[rowmaterial_names_jn[jn]
,product_names_ln[ln]]for ln in Ln for jn in Jn }

rawmat_min_usage_rate_ln_jn={ (ln,jn):min_utilization.at[rowmaterial_names_jn[jn]
,product_names_ln[ln]]for ln in Ln for jn in Jn }

product_max_chemical_ln_kn = { (ln,kn):max_chemical.at[product_names_ln[ln],kn]
for ln in Ln for kn in Kn }

product_min_chemical_ln_kn = { (ln,kn):min_chemical.at[product_names_ln[ln],kn]
for ln in Ln for kn in Kn }

constrained_product_max_chemical_ln_kn =
{ (ln,kn):max_chemical.at[product_names_ln[ln],kn] * (1-
confidence_intervals.at[kn,"Max"])for ln in Ln for kn in Kn }

constrained_product_min_chemical_ln_kn =
{ (ln,kn):min_chemical.at[product_names_ln[ln],kn] *
(1+confidence_intervals.at[kn,"Min"])for ln in Ln for kn in Kn }

min_penalty_kn = {kn: deviation.at[kn,'MinPenalty'] for kn in Kn}
max_penalty_kn = {kn: deviation.at[kn,'MaxPenalty'] for kn in Kn}

def quality_calculate(rawmat_chemical_dict):
    dict_comp_quality = {(jn,kn):1 for jn in Jn for kn in Kn}
    dict_rawmat_quality = {jn:1 for jn in Jn}
    for jn in Jn:
        total = 0
        for kn in Kn:
            denominator = quality_rates.at[kn,'UpperLimit'] -
quality_rates.at[kn,'LowerLimit']
            if kn == "Al2O3" or kn == "Na2O":
                numerator = rawmat_chemical_dict[jn, kn] -
quality_rates.at[kn,'LowerLimit']
            else:
                numerator = quality_rates.at[kn,'UpperLimit'] - rawmat_chemical_dict[jn,
kn]
            dict_comp_quality[jn, kn] = max(min(numerator / denominator, 1), 0)
            total += dict_comp_quality[jn, kn] * quality_rates.at[kn,'ImportanceLevel']
        dict_rawmat_quality[jn] = total
    return dict_rawmat_quality

rawmat_quality_jn = quality_calculate(rawmat_chemical_jn_kn)

# Fuzzy parameters
def fuzzy_rawmat_chemical_parameters(membership_value):
    tech_coeff_tolerances_jn_kn = {(jn,kn):(tech_coeff_tolerances.at[jn,kn] *
membership_value) for jn in Jn for kn in Kn}

```

```

max_rawmat_chemical_jn_kn = {(jn, kn): (rawmat_chemical_jn_kn[jn, kn] +
(rawmat_chemical_jn_kn[jn, kn] * tech_coeff_tolerances_jn_kn[jn, kn])) for jn in Jn
for kn in Kn}

```

```

min_rawmat_chemical_jn_kn = {(jn, kn): (rawmat_chemical_jn_kn[jn, kn] -
(rawmat_chemical_jn_kn[jn, kn] * tech_coeff_tolerances_jn_kn[jn, kn])) for jn in Jn
for kn in Kn}

```

```

return max_rawmat_chemical_jn_kn, min_rawmat_chemical_jn_kn

```

```

def fuzzy_rawmat_quality_parameters(max_rawmat_chemical_jn_kn,
min_rawmat_chemical_jn_kn):

```

```

    for_min_quality_rawmat_chemical_jn_kn = {}

```

```

    for_max_quality_rawmat_chemical_jn_kn = {}

```

```

    for key in min_rawmat_chemical_jn_kn:

```

```

        jn, kn = key

```

```

        min_value = min_rawmat_chemical_jn_kn[key]

```

```

        max_value = max_rawmat_chemical_jn_kn[key]

```

```

        if kn == 'Al2O3' or kn == 'Na2O':

```

```

            for_min_quality_rawmat_chemical_jn_kn[key] = min(min_value,
max_value)

```

```

            for_max_quality_rawmat_chemical_jn_kn[key] = max(min_value,
max_value)

```

```

        elif kn == 'TiO2' or kn == 'Fe2O3':

```

```

            for_min_quality_rawmat_chemical_jn_kn[key] = max(min_value,
max_value)

```

```

            for_max_quality_rawmat_chemical_jn_kn[key] = min(min_value,
max_value)

```

```

        max_rawmat_quality_jn =
quality_calculate(for_max_quality_rawmat_chemical_jn_kn)

```

```

        min_rawmat_quality_jn =
quality_calculate(for_min_quality_rawmat_chemical_jn_kn)

```

```

        return max_rawmat_quality_jn, min_rawmat_quality_jn

```

```

def fuzzy_product_chemical_parameters(membership_value):

```

```

    fuzzy_product_min_chemical_ln_kn = {}

```

```

    for (ln, kn), deger in product_min_chemical_ln_kn.items():

```

```

        if kn in ["Al2O3", "Na2O"]:

```

```

            fuzzy_product_min_chemical_ln_kn[(ln, kn)] = deger + (membership_value
* resources_coeff_tolerances.at[kn, 'Coefficient'] * deger)

```

```

        elif kn in ["Fe2O3", "TiO2"]:

```

```

            fuzzy_product_min_chemical_ln_kn[(ln, kn)] = deger - ((1-
membership_value) * resources_coeff_tolerances.at[kn, 'Coefficient'] * deger)

```

```

fuzzy_product_max_chemical_ln_kn = {}
for (ln, kn), deger in product_max_chemical_ln_kn.items():
    if kn in ["Al2O3", "Na2O"]:
        fuzzy_product_max_chemical_ln_kn[(ln, kn)] = deger + ((1-
membership_value) * resources_coeff_tolerances.at[kn,'Coefficient'] * deger)
    elif kn in ["Fe2O3", "TiO2"]:
        fuzzy_product_max_chemical_ln_kn[(ln, kn)] = deger - (membership_value
* resources_coeff_tolerances.at[kn,'Coefficient'] * deger)
    return fuzzy_product_max_chemical_ln_kn, fuzzy_product_min_chemical_ln_kn
#-----FUNCTIONS-----
def objective_function_cost(m):
    return sum(m.x[ln,jn] * order_amount_ln[ln] * raw_mat_cost_jn[jn] for ln in Ln
for jn in Jn)
def percentage_100(m,ln):
    return sum(m.x[ln,jn] for jn in Jn) == 1
def percentage_5(m,ln,jn):
    return m.x[ln,jn] == 0.05 * m.y[ln,jn]
def min_utilization(m,ln,jn):
    return m.x[ln,jn] >= rawmat_min_usage_rate_ln_jn[ln,jn]
def max_utilization(m,ln,jn):
    return m.x[ln,jn] <= rawmat_max_usage_rate_ln_jn[ln,jn]
def stock(m,jn):
    return sum(m.x[ln,jn] * order_amount_ln[ln]for ln in Ln) <=
rawmat_stock_amount_jn[jn]
def max_chemical(m,kn,ln):
    return sum(m.x[ln,jn] * rawmat_chemical_jn_kn[jn,kn] for jn in Jn) <=
constrained_product_max_chemical_ln_kn[ln,kn]
def min_chemical(m,kn,ln):
    return sum(m.x[ln,jn] * rawmat_chemical_jn_kn[jn,kn] for jn in Jn) >=
constrained_product_min_chemical_ln_kn[ln,kn]
def objective_function_quality(m):
    return sum(m.x[ln,jn] * rawmat_quality_jn[jn] * order_amount_ln[ln] for jn in Jn
for ln in Ln)
def unit_cost(m,ln):
    return sum(m.x[ln,jn] * raw_mat_cost_jn[jn] for jn in Jn) <=
sum(value(cost_model.x[ln, jn]) * raw_mat_cost_jn[jn] * (1 +
cost_increase_rate.at[product_names_ln[ln], "CostIncreaseRate"]) for jn in Jn)
def objective_function_dev(m):

```

```

    return sum(m.max_dev[ln,kn] * max_penalty_kn[kn] + m.min_dev[ln,kn] *
min_penalty_kn[kn] for ln in Ln for kn in Kn)
def dev_max_chemical(m, kn, ln):
    return sum(m.x[ln,jn] * rawmat_chemical_jn_kn[jn,kn] for jn in Jn) -
m.max_dev[ln,kn]<= constrained_product_max_chemical_ln_kn[ln,kn]
def dev_min_chemical(m,kn,ln):
    return sum(m.x[ln,jn] * rawmat_chemical_jn_kn[jn,kn] for jn in Jn) +
m.min_dev[ln,kn]>= constrained_product_min_chemical_ln_kn[ln,kn]
#-----cost_model-----
solver=SolverFactory("glpk")
cost_model = ConcreteModel()
cost_model.x = Var(Ln,Jn,within=NonNegativeReals)
cost_model.y = Var(Ln,Jn,within=NonNegativeIntegers)
cost_model.objective = Objective(rule=objective_function_cost, sense=minimize)
cost_model.percentage_100_cont = Constraint(Ln,rule=percentage_100)
cost_model.percentage_5_cont = Constraint(Ln,Jn,rule=percentage_5)
cost_model.min_utilization_const = Constraint(Ln,Jn,rule=min_utilization)
cost_model.max_utilization_const = Constraint(Ln,Jn,rule=max_utilization)
cost_model.stock_const = Constraint(Jn,rule=stock)
cost_model.max_chemical_const = Constraint(Kn,Ln,rule=max_chemical)
cost_model.min_chemical_const = Constraint(Kn,Ln,rule=min_chemical)
cost_model_result=solver.solve(cost_model)
#-----quality_model-----
if (cost_model_result.solver.status == SolverStatus.ok) and
(cost_model_result.solver.termination_condition == TerminationCondition.optimal):
    quality_model = cost_model.clone()
    cost_model_objective = cost_model.objective.expr()
    del quality_model.objective
    quality_model.objective = Objective(rule=objective_function_quality , sense = 1)
    quality_model.min_unit_cost_const = Constraint(Ln,rule=unit_cost)
    quality_model_result = solver.solve(quality_model)
#-----deviation_model-----
if (cost_model_result.solver.status == SolverStatus.ok) and
(cost_model_result.solver.termination_condition ==
TerminationCondition.infeasible):
    deviation_model = cost_model.clone()
    deviation_model.min_dev = Var(Ln,Kn, within=NonNegativeReals)

```

```

deviation_model.max_dev = Var(Ln,Kn, within=NonNegativeReals)
del deviation_model.objective
del deviation_model.max_chemical_const
del deviation_model.min_chemical_const
deviation_model.objective = Objective(rule=objective_function_dev , sense = 1)
deviation_model.max_chemical_const2 = Constraint(Kn,Ln,
rule=dev_max_chemical)
deviation_model.min_chemical_const2 = Constraint(Kn,Ln,
rule=dev_min_chemical)
deviation_model_result = solver.solve(deviation_model)
#-----results-----
def print_decision_variables(model):
    df = pd.DataFrame([( {'Ürün': ln , 'Hammadde': jn, 'Karar Değişkeni':
value(model.x[ln, jn])})
                        for ln in Ln for jn in Jn if value(model.x[ln, jn]) > 0.02])
    print('Yüzdesel Dağılım Tablosu\n', df)
    return df
def print_chemical_analysis(model):
    df = pd.DataFrame([( {'Ürün': ln , 'Bileşik': kn,
                        'Alt Sınır': constrained_product_min_chemical_ln_kn[ln,kn],
                        'Gerçekleşen Değer': sum(value(model.x[ln,jn]) *
rawmat_chemical_jn_kn[jn,kn] for jn in Jn),
                        'Üst Sınır': constrained_product_max_chemical_ln_kn[ln,kn]})
                        for ln in Ln for kn in Kn])
    print('Kimyasal Analiz Tablosu\n', df)
    return df
def print_cost_quality(model):
    df = pd.DataFrame([( {'Toplam Maliyet': sum(raw_mat_cost_jn[jn] *
value(model.x[ln, jn]) * order_amount_ln[ln] for jn in Jn),
                        'Birim Maliyet': sum(raw_mat_cost_jn[jn] * value(model.x[ln, jn])
* order_amount_ln[ln] for jn in Jn)/order_amount_ln[ln] ,
                        'Ortalama Kalite': sum(rawmat_quality_jn[jn] * value(model.x[ln,
jn]) * order_amount_ln[ln] for jn in Jn) / order_amount_ln[ln]}
                        for ln in Ln])
    print('Maliyet ve Kalite Tablosu\n', df)
    return df

```

```

def print_objective_functions(model):
    df = pd.DataFrame([{'Toplam Maliyet': sum(raw_mat_cost_jn[jn] *
value(model.x[ln, jn]) * order_amount_ln[ln] for jn in Jn for ln in Ln),
                        'Birim Maliyet': sum(raw_mat_cost_jn[jn] * value(model.x[ln, jn])
* order_amount_ln[ln] for jn in Jn for ln in Ln)/sum(order_amount_ln[ln] for ln in
Ln) ,
                        'Ortalama Kalite': sum(rawmat_quality_jn[jn] * value(model.x[ln,
jn]) * order_amount_ln[ln] for jn in Jn for ln in Ln) / sum(order_amount_ln[ln] for ln
in Ln)}}])
    print('Özet Tablosu\n', df)
    return df

def print_dev(model):
    for ln in Ln:
        for kn in Kn:
            if value(model.max_dev[ln,kn])>0:
                print(f'Aşılan Ürün: {ln}, Aşılan Bileşen: Max-{kn}, Miktar:
{value(model.max_dev[ln,kn]):.4f}')
            if value(model.min_dev[ln,kn])>0:
                print(f'Aşılan Ürün: {ln}, Aşılan Bileşen: Min-{kn}, Miktar:
{value(model.min_dev[ln,kn]):.4f}')
if (cost_model_result.solver.status == SolverStatus.ok) and
(cost_model_result.solver.termination_condition == TerminationCondition.optimal):
    df_dv_cost = print_decision_variables(cost_model)
    df_dv_quality = print_decision_variables(quality_model)
    df_ca_cost = print_chemical_analysis(cost_model)
    df_ca_quality = print_chemical_analysis(quality_model)
    df_cq_cost = print_cost_quality(cost_model)
    df_cq_quality = print_cost_quality(quality_model)
    df_of_cost = print_objective_functions(cost_model)
    df_of_quality = print_objective_functions(quality_model)
    with pd.ExcelWriter('output_cq.xlsx', engine='openpyxl') as writer:
        df_dv_cost.to_excel(writer, sheet_name='dv_cost')
        df_dv_quality.to_excel(writer, sheet_name='dv_quality')
        df_ca_cost.to_excel(writer, sheet_name='ca_cost')
        df_ca_quality.to_excel(writer, sheet_name='ca_quality')
        df_cq_cost.to_excel(writer, sheet_name='cq_cost')
        df_cq_quality.to_excel(writer, sheet_name='cq_quality')
        df_of_cost.to_excel(writer, sheet_name='of_cost')

```

```

df_of_quality.to_excel(writer, sheet_name='of_quality')

if (cost_model_result.solver.status == SolverStatus.ok) and
(cost_model_result.solver.termination_condition ==
TerminationCondition.infeasible):
    df_dv_dev = print_decision_variables(deviation_model)
    df_ca_dev = print_chemical_analysis(deviation_model)
    print_dev(deviation_model)
    df_of_dev = print_objective_functions(deviation_model)
    with pd.ExcelWriter('output_dev.xlsx', engine='openpyxl') as writer:
        df_dv_dev.to_excel(writer, sheet_name='dv_dev')
        df_ca_dev.to_excel(writer, sheet_name='ca_dev')
        df_of_dev.to_excel(writer, sheet_name='of_dev')
def fuzzy_result():
    df = pd.DataFrame()
    idx=0
    membership_value_list = [i / 10 for i in range(11)]
    for m_value in membership_value_list:
        max_rawmat_chemical_jn_kn, min_rawmat_chemical_jn_kn =
fuzzy_rawmat_chemical_parameters(m_value)
        max_rawmat_quality_jn, min_rawmat_quality_jn =
fuzzy_rawmat_quality_parameters(max_rawmat_chemical_jn_kn,
min_rawmat_chemical_jn_kn)
        fuzzy_product_max_chemical_ln_kn, fuzzy_product_min_chemical_ln_kn =
fuzzy_product_chemical_parameters(m_value)
        def fuzzy_max_chemical(m,kn,ln):
            return sum(m.x[ln,jn] * max_rawmat_chemical_jn_kn[jn,kn] for jn in Jn) <=
fuzzy_product_max_chemical_ln_kn[ln,kn]
        def fuzzy_min_chemical(m,kn,ln):
            return sum(m.x[ln,jn] * min_rawmat_chemical_jn_kn[jn,kn] for jn in Jn) >=
fuzzy_product_min_chemical_ln_kn[ln,kn]
        model = ConcreteModel()
        model.x = Var(Ln,Jn,within=NonNegativeReals)
        model.y = Var(Ln,Jn,within=NonNegativeIntegers)
        model.objective = Objective(rule=objective_function_cost, sense=minimize)
        model.percentage_100_cont = Constraint(Ln,rule=percentage_100)
        model.percentage_5_cont = Constraint(Ln,Jn,rule=percentage_5)
        model.min_utilization_const = Constraint(Ln,Jn,rule=min_utilization)

```

```

model.max_utilization_const = Constraint(Ln,Jn,rule=max_utilization)
model.stock_const = Constraint(Jn,rule=stock)
model.max_chemical_const = Constraint(Kn,Ln,rule=fuzzy_max_chemical)
model.min_chemical_const = Constraint(Kn,Ln,rule=fuzzy_min_chemical)
fuzzy_cost_model_result = solver.solve(model)
if fuzzy_cost_model_result.solver.termination_condition ==
TerminationCondition.optimal :
    for ln in Ln:
        df.loc[idx,"Üyelik Derecesi"] = m_value
        df.loc[idx,"Ürün"] = ln
        data =[ f"{jn}: {value(model.x[ln, jn]):.2f}" for jn in Jn if
value(model.x[ln, jn]) > 0.02]
        data_string = ' '.join(data)
        df.loc[idx,"Karar değişkenleri"] = data_string
        df.loc[idx,"Toplam Maliyet"] = sum(raw_mat_cost_jn[jn] *
value(model.x[ln, jn]) * order_amount_ln[ln] for jn in Jn)
        for chemical in ['Al2O3', 'Fe2O3', 'TiO2', 'Na2O']:
            df.loc[idx, f"S-Min {chemical}"] =
value(model.min_chemical_const[(chemical, ln)].lower)
            df.loc[idx, f"G-Min {chemical}"] =
value(model.min_chemical_const[(chemical, ln)].body)
            df.loc[idx, f"G-Max {chemical}"] =
value(model.max_chemical_const[(chemical, ln)].body)
            df.loc[idx, f"S-Max {chemical}"] =
value(model.max_chemical_const[(chemical, ln)].upper)
            idx +=1
        #df.loc[idx,"Üyelik Derecesi"] = m_value
        #df.loc[idx,"Sipariş Toplam Maliyet"] = sum(raw_mat_cost_jn[jn] *
value(model.x[ln, jn]) * order_amount_ln[ln] for jn in Jn for ln in Ln)
        #df.loc[idx,"Sipariş Ortalama Kalite"] = sum(((max_rawmat_quality_jn[jn]
+ min_rawmat_quality_jn[jn])/2) * value(model.x[ln, jn]) * order_amount_ln[ln] for
jn in Jn for ln in Ln) / sum(order_amount_ln[ln] for ln in Ln)
        #idx +=1
    idx +=1
return df
df = fuzzy_result()
df.to_excel("df.xlsx")

```

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : İrem Çelebi

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2020, Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği
- **Yüksek Lisans** : 2024, İstanbul Teknik Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, Mühendislik Yönetimi

MESLEKİ DENEYİM:

- 2023- Halen, Eczacıbaşı Bilişim San. ve Tic. A.Ş.- Veri bilimci