



**KİŞİSEL HAVA ARAÇLARI İÇİN DÜŞEY KALKIŞ-İNİŞ SİSTEMİNİN
DİNAMİK MODELLEMESİ VE ANALİZİ**

Saltuk Alper YAŞAR

**DOKTORA TEZİ
İMALAT MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

AĞUSTOS 2024

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Saltuk Alper YAŞAR

09/08/2024

KİŞİSEL HAVA ARAÇLARI İÇİN DÜŞEY KALKIŞ-İNİŞ SİSTEMİNİN DİNAMİK MODELLEMESİ VE ANALİZİ

(Doktora Tezi)

Saltuk Alper YAŞAR

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Ağustos 2024

ÖZET

Ulaşım, artan nüfus yoğunluğu sebebiyle günümüzün modern problemlerinden birisi haline gelmiştir. Ulaşımında yaşanan problemler, insanların yaşam kalitesinin düşmesine neden olmaktadır. Son yıllarda ulaşım konusu, diğer ülkelerde olduğu gibi ülkemizde de ciddi bir sorun haline gelmiştir. Mevcut ulaşım yöntemlerine alternatif olacak çözümler aranmaktadır. Bu çalışmada, hem karada hem de havada ulaşım imkanı sunabilecek bir konsept kişisel hava aracı tasarlanmıştır. Ayrıca, düşey kalkış-iniş sisteminde kullanılabilecek bir itki elemanına ait pervane analizleri gerçekleştirilmiştir. İtki elemanı olarak kanallı pervane tercih edilmiştir. Pervane tasarım parametreleri olarak devir sayısı, hücum açısı ve kanat sayısı kullanılmıştır. Tasarlanan kanallı pervanelerin analizinden elde edilen itki kuvveti ve tork değerleri incelenmiş ve parametrelerin etkileri araştırılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, parametrelerin değişimi ile elde edilen itki kuvvetlerinde %217,93'lük bir fark bulunduğu ve itki kuvveti için en etkili parametrenin devir sayısı olduğu tespit edilmiştir. Parametrelerin değişimi ile elde edilen tork değerlerinde ise %495,88'lik bir fark olduğu ve tork değeri için en etkili parametrenin hücum açısı olduğu tespit edilmiştir. Buna ek olarak, eş zamanlı olarak çalışan dört adet döner-prizmatik-döner (revolute-prismatic-revolute – RPR) uzva sahip düşey kalkış-iniş sisteminin kinematik ve dinamik analizleri gerçekleştirilmiştir. Kinematik analiz sonucunda sistemin hedeflenen çalışma alanında kararlı olduğu belirlenmiştir. Kinematik analizden elde edilen sonuçlar kullanılarak, Newton-Euler iteratif metoduna göre dinamik analiz gerçekleştirilmiştir. Ardından sistem Matlab Simulink ortamında modellenmiştir. Kinematik ve dinamik analizlerden elde edilen sonuçlar ve oluşturulan yörünge denklemleri aracılığıyla sistemin kara aracından hava aracına dönüşümü simüle edilmiştir. Simülasyon sonucunda oluşturulan sistem modeli başarılı olarak kontrol edilmiştir. Bu çalışmanın gelecekte bu alanda yapılacak olan çalışmalara öncü olması amaçlanmıştır.

Bilim Kodu : 91420

Anahtar Kelimeler : Kişisel hava aracı, düşey kalkış-iniş sistemi, RPR, kinematik analiz, dinamik analiz, modelleme, konsept tasarım

Sayfa Adedi : 159

Danışman : Prof. Dr. İhsan KORKUT

DYNAMIC MODELLING AND ANALYSIS OF A VERTICAL TAKE-OFF LANDING SYSTEM FOR PERSONAL AERIAL VEHICLES

(Ph. D. Thesis)

Saltuk Alper YAŞAR

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

August 2024

ABSTRACT

Transportation has become one of today's modern problems due to increasing population density. Problems in transportation cause a decrease in the quality of life of people. In recent years, transportation has become a serious problem in our country as in other countries. Solutions that will be alternative to existing transportation methods are being sought. In this study, a conceptual personal air vehicle that can provide both ground and air transportation is designed. In addition, propeller analysis of a propulsion element that can be used in a vertical take-off and landing system has been carried out. A ducted propeller was preferred as the propulsion element. Speed, angle of attack and number of blades were used as propeller design parameters. The thrust force and torque values obtained from the analysis of the designed ducted propellers were analyzed and the effects of the parameters were investigated. As a result of the analysis, it was found that there was a 217.93% difference in the thrust obtained by varying the parameters and the most effective parameter for thrust was the number of revolutions. It was determined that there was a 495.88% difference in the torque values obtained by changing the parameters and that the most effective parameter for the torque value was the angle of attack. In addition, kinematic and dynamic analyses of the vertical take-off and landing system with four revolute-prismatic-revolute (RPR) robot arms operating simultaneously were performed. As a result of the kinematic analysis, it was determined that the system is stable in the targeted working area. Using the results obtained from the kinematic analysis, dynamic analysis was performed according to the Newton-Euler iterative method. The system was then modeled in Matlab Simulink environment. The results obtained from the kinematic and dynamic analyses and the trajectory equations were used to simulate the transformation of the system from land vehicle to aircraft. The system model created in the simulation was successfully controlled. This study is intended to pioneer future studies in this field.

Science Code : 91420

Key Words : Personal aerial vehicle, vertical take-off landing system, RPR, kinematic analysis, dynamic analysis, modelling, concept design

Page Number : 159

Supervisor : Prof. İhsan KORKUT

TEŞEKKÜR

Hayatım boyunca her türlü zorluğa karşı göğüs germem konusunda desteğini esirgememiş olan anneme ve babama, çalışmam sırasındaki destekleri için teşekkür ederim.

Desteğini esirgemeyen, rehberliği ile bu çalışmayı başarı ile tamamlamama vesile olan danışman hocam Prof. Dr. İhsan KORKUT'a saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmama değerli katkıları bulunan Prof. Dr. Yasin KIŞIOĞLU ve Doç. Dr. Yakup TURGUT hocalarıma ayrıca saygı ve teşekkürlerimi sunarım.

Lisansüstü eğitim hayatım boyunca destek ve katkılarını esirgemeyen mesai arkadaşlarımdan hepsine çok teşekkür ederim.

Tez çalışmam sırasında manevi desteklerini esirgemeyen arkadaşlarımdan hepsine çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	viii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ.....	xv
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xix
1. GİRİŞ.....	1
2. LİTERATÜR ÖZETİ.....	9
3. KİŞİSEL HAVA ARAÇLARI.....	25
3.1. Düşey Kalkış-İniş Sistemleri	53
4. KONSEPT ARAÇ TASARIMI VE ANALİZİ	55
4.1. İtki Elemanı Tasarımı ve Analizi	57
4.2. Momentum Teorisi	59
4.3. Kanallı Pervane için Momentum Teorisi	61
4.4. Kişisel Hava Aracı Kalkış-İniş Sisteminin Kinematik Analizi	73
4.5. Kişisel Hava Aracı Kalkış-İniş Sisteminin Dinamik Analizi	87
4.6. Kişisel Hava Aracı Kalkış-İniş Sisteminin Modellenmesi	134
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	143
KAYNAKLAR	145
ÖZGEÇMİŞ	159

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 4.1. Hesaplamalarda kullanılan parametreler	62
Çizelge 4.2. Hesaplama sonucu tespit edilen itki kuvveti değerleri	64
Çizelge 4.3. Girdiler ve seviyeleri	64
Çizelge 4.4. Analiz girdileri ve kullanılan değerler	65
Çizelge 4.5. Sistemin belirlenen çalışma aralıkları.....	86



ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 1.1. Ulaşımda yaşanan olumsuzluğun dış sebepleri	2
Şekil 1.2. 2002-2022 yılları arasındaki motorlu taşıt sayısının değişimi.....	3
Şekil 1.3. TÜİK verilerine göre kara taşıtları oranları	4
Şekil 1.4. Yolcu taşımacılığında ülkelerin araç dağılımları.....	4
Şekil 1.5. 2021 yılı ülkemizdeki trafik hacmi.....	5
Şekil 1.6. Ülkemizde kullanılan araçların yakıt çeşidine göre oranları	6
Şekil 1.7. Yakıt çeşidine göre ülkelerdeki hususi araçlar (2020)	6
Şekil 3.1. 1841 ve 1901 yılındaki araçlar	25
Şekil 3.2. 1905 ve 1921 arasındaki araçlar	26
Şekil 3.3. 1923 ve 1924 yıllarındaki araçlar	27
Şekil 3.4. Stout Skycar modelleri	28
Şekil 3.5. Arrowbile ve Aerobile modelleri.....	29
Şekil 3.6. 1935 ve 1938 yılları arasındaki araç modelleri.....	30
Şekil 3.7. Convair ve Dixon Flying Ginny araçları	31
Şekil 3.8. 1942 ve 1947 yılları arasındaki araç modelleri.....	32
Şekil 3.9. Aerauto ve Aerocar modelleri	33
Şekil 3.10. 1950 ve 1953 yılları arasındaki araç modelleri.....	34
Şekil 3.11. Ford araç modelleri.....	35
Şekil 3.12. 1958 ve 1959 yılları arasındaki araç modelleri.....	35
Şekil 3.13. 1965 ve 1973 yıllarında tanıtılan araç modelleri	36
Şekil 3.14. 1973 ve 2001 yılları arasında tanıtılan araç modelleri.....	37
Şekil 3.15. 1998 ve 2001 yılları arasındaki araç modelleri.....	38
Şekil 3.16. 2004 ve 2007 yılları arasındaki araç modelleri.....	39

Şekil	Sayfa
Şekil 3.17. 2008 yılındaki araç modelleri	40
Şekil 3.18. 2009 yılındaki araç modelleri	41
Şekil 3.19. 2010 ve 2011 yılındaki araç modelleri	42
Şekil 3.20. 2012 ve 2013 yıllarındaki araç modelleri	43
Şekil 3.21. AeroMobil ve 2014 yılında tanıtılan araç modelleri.....	44
Şekil 3.22. JetPack firmasının tanıttığı modeller	45
Şekil 3.23. EHang firmasının tanıttığı modeller	46
Şekil 3.24. 2015 ve 2018 yılları arasındaki araç modelleri.....	47
Şekil 3.25. 2018 yılındaki araç modelleri	48
Şekil 3.26. 2019 yılındaki araç modelleri	49
Şekil 3.27. 2020 yılındaki araç modelleri	50
Şekil 3.28. 2021 yılındaki araç modelleri	52
Şekil 3.29. Alef Model A	53
Şekil 3.30. Kanallı pervane sistemi.....	54
Şekil 4.1. İlk konsept araç dış gövde tasarımı	55
Şekil 4.2. İkinci konsept araç dış gövde tasarımı.....	56
Şekil 4.3. Konsept araç render görüntüsü	56
Şekil 4.4. Dönüşümü tamamlanmış konsept araç render görüntüsü	57
Şekil 4.5. Pervane elemanına ait kuvvet ve akış vektörleri	58
Şekil 4.6. Pervane elemanının kesitleri	58
Şekil 4.7. NACA 4412 profili	59
Şekil 4.8. Kanat profillerinin kaldırma kuvveti açısından karşılaştırılması.....	59
Şekil 4.9. Açık pervane profili giriş çıkışları	60
Şekil 4.10. Kanallı pervane sisteminin görseli.....	61

Şekil	Sayfa
Şekil 4.11. Tasarlanan pervane görseli	65
Şekil 4.12. İtki sistemi akış analizi	66
Şekil 4.13. 8 kanatlı pervane için itki kuvveti değerleri	66
Şekil 4.14. 9 kanatlı pervane için itki kuvveti değerleri	67
Şekil 4.15. 10 kanatlı pervane için itki kuvveti değerleri	67
Şekil 4.16. 11 kanatlı pervane için itki kuvveti değerleri	68
Şekil 4.17. 12 kanatlı pervane için itki kuvveti değerleri	68
Şekil 4.18. Girdilerin itki kuvveti üzerindeki ortalama etkileri	69
Şekil 4.19. 8 kanatlı pervane için tork değerleri	70
Şekil 4.20. 9 kanatlı pervane için tork değerleri	70
Şekil 4.21. 10 kanatlı pervane için tork değerleri	71
Şekil 4.22. 11 kanatlı pervane için tork değerleri	71
Şekil 4.23. 12 kanatlı pervane için tork değerleri	72
Şekil 4.24. Girdilerin tork üzerindeki ortalama etkileri	73
Şekil 4.25. İleri kinematik.....	74
Şekil 4.26. Ters kinematik	74
Şekil 4.27. Konsept tasarımın çizgisel modelleme öncesi render görüntüsü.....	75
Şekil 4.28. Sistemin şematik görünümü	76
Şekil 4.29. Ön sol kolun eksen takımlarının gösterimi.....	77
Şekil 4.30. Ön sağ kolun eksen takımlarının gösterimi	80
Şekil 4.31. Arka sol kolun eksen takımlarının gösterimi.....	82
Şekil 4.32. Arka sağ kolun eksen takımlarının gösterimi	84
Şekil 4.33. Sistemin çalışma limitlerinin üç boyutlu olarak gösterimi	87
Şekil 4.34. Tasarımın Matlab Simulink ortamında modellenmesi	135

Şekil	Sayfa
Şekil 4.35. Bağlantıları gerçekleştirilmiş olan model	136
Şekil 4.36. Ön sol kola ait olan alt sistem görseli	137
Şekil 4.37. Kontrolde kullanılan denklemlerin gömülü olduğu alt sistem	138
Şekil 4.38. Sisteme uygulanan PID kontrolcü şeması	139
Şekil 4.39. Yörünge denklemlerinin sisteme entegrasyonu	140
Şekil 4.40. Ön sol kol için oluşturulan yörünge denklemleri	140
Şekil 4.41. Hedeflenen pozisyon görüntüsü	141
Şekil 4.42. Konum değişimi	141
Şekil 4.43. Hız değişimi	142
Şekil 4.44. İvme değişimi	142

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler

Açıklamalar

°	Derece
°C	Santigrat derece
cos	Kosinüs
dak	Dakika
dev	Devir sayısı
kg	Kilogram
m	Metre
mm	Milimetre
N	Newton
Nm	Newton metre
Pa	Pascal
s	Saniye
sa	Saat
sin	Sinüs

Kısaltmalar

Açıklamalar

3D	Üç boyutlu
ADP	Mafsallı dağıtımlı itki sistemi
CAD	Computer aided design
CDP	Birleşik dağıtımlı itki sistemi
CFD	Computational fluid dynamics
eVTOL	Elektrikli düşey kalkış ve iniş
EDF	Elektrikli kanallı pervane
ESC	Elektronik hız kontrol cihazı
DOF	Serbestlik derecesi

Kısaltmalar**Açıklamalar****FAA**

Federal Havacılık İdaresi

HEPS

Hibrit elektrikli güç sistemi

LQR

Doğrusal karesel regülatör

LQT

Doğrusal karesel takip

PAV

Kişisel hava aracı

PD

Orantısal türevsel

PID

Orantısal integral türevsel

PSO

Parçacık sürü optimizasyonu

RPR

Döner-prizmatik-döner

RSM

Yüzey cevabı metodolojisi

VTAV

Vektörel itişli hava aracı

VTOL

Düşey kalkış ve iniş

TÜİK

Türkiye İstatistik Kurumu

UAM

Kentsel hava taşımacılığı

UAV

İnsansız hava aracı

1. GİRİŞ

Ulaşım, günlük yaşamın vazgeçilmez unsurlarından biridir. Toplumun sosyal ve ekonomik refahına katkı sağlayan önemli bir faktördür. Karayolu ulaşımı, günümüzde en çok tercih edilen ulaşım türüdür. Ayrıca, en ekonomik seyahat türü toplu taşımadır. Genellikle toplu taşıma kara yolları ile gerçekleştirilmektedir. Teknolojik gelişmeler sayesinde karayolu ulaşım sistemi ağı önemli ölçüde büyüme göstermiştir. Ancak, karayolu ulaşım sistemindeki araç sayısının fazlalaşması, şehirleşme ve artan popülasyon karayolu ulaşım sisteminin kapasitesini yetersiz kılmaktadır. Bu durum karayolu ulaşım sisteminden alınan verimde ciddi bir düşüşe neden olmaktadır.

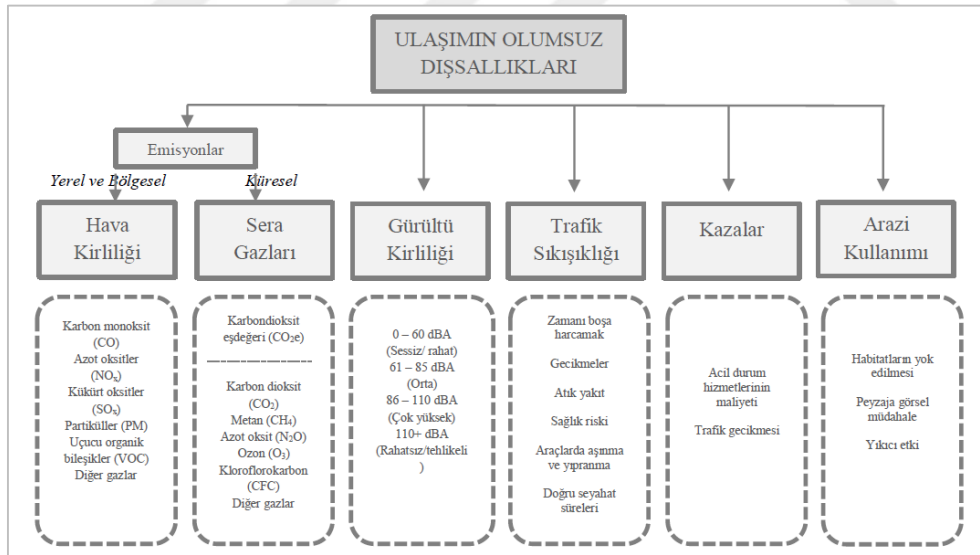
Günümüzde artan nüfus ile birlikte şehir içi yaşam oldukça zor hale gelmiştir. Çevresel faktörler, kirlilik, trafik yoğunluğu vb. sebeplerden ötürü halkın yaşam kalitesi olumsuz etkilenmektedir. Son yıllarda bu sorunlara yönelik oldukça fazla araştırma çalışmaları yapılarak mevcut durum iyileştirilmeye çalışılmıştır. Ancak, yapılan araştırmalar sonucu artan nüfustan dolayı tüm bu faktörleri etkileyen en büyük etkenin trafik olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Mevcut yoğunluk günden güne artarken, çevresel ve ekonomik faktörlere olan etkileri hakkında endişeler oluşturmaktadır. Son yıllarda artan enflasyon, gelir seviyelerindeki azalma gibi mevcut ekonomik şartlardan dolayı halk şehir merkezi dışına yerleşerek refah seviyelerini korumaya çalışmaktadır. Bu sebeple insanların günlük kat etmesi gereken mesafe artmaktadır. Artan trafik yoğunluğu sebebi ile insanlar karayolu ulaşımı konusunda problem yaşamakta, aynı mesafeye olan ulaşım süresi sürekli artmakta ve kişisel zamanlarında azalma olmaktadır (Eurostat, 2020; Jump ve diğerleri, 2011; Nieuwenhuizen ve diğerleri, 2011).

Mevcut trafik yoğunluğunun artmasının bir diğer sebebi ise son yıllarda yaşanan pandemidir. Pandemi esnasında trafikteki kişisel kullanım için olan hususi araç sayısında ciddi bir artış gözlemlenmiştir. Bireysel seyahatin pandemideki bulaş riskini azalttığı ve toplu taşımaya göre daha konforlu olduğu düşünüldüğünde, bu durumun verilerdeki hususi araç oranını arttırmış olması muhtemeldir (Abdullah, Dias, Muley ve Shahin, 2020; Labonté-Lemoyne, Chen, Coursaris, Sénécal ve Léger, 2020; Munawar, Khan, Qadir,

Kouzani ve Mahmud, 2021). Araştırmacılar mevcut global ekonomik krizin devam etmesi ve pandeminin etkilerinin hafiflemesine rağmen, nüfusun önemli bir bölümünün toplu taşımayı artık kullanmadığını tespit etmişlerdir (Christidis, Christodoulou, Navajas-Cawood ve Ciuffo, 2021; Downey, Fonzone, Fountas ve Semple, 2022; Medlock, Temzelides ve Hung, 2021; Monterde-I-bort, Sucha, Risser ve Kochetova, 2022; Orro, Novales, Monteagudo, Pérez-López ve Bugarín, 2020; Przybylowski, Stelmak ve Suchanek, 2021; Semple, Fonzone ve Fountas, 2022; Ton ve diğerleri, 2022; Torbacki, 2021; Tsavdari, Klimi, Georgiadis, Fountas ve Basbas, 2022; Vickerman, 2020).

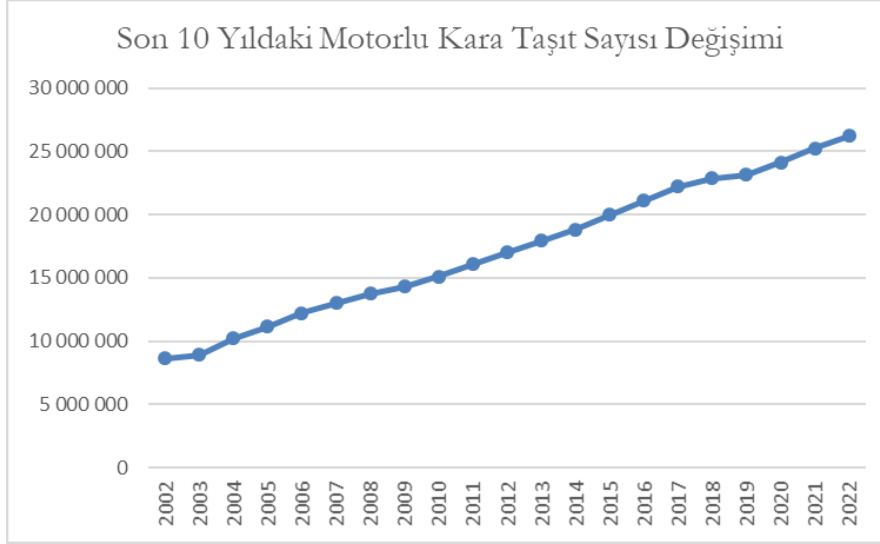
Kişisel araçların kullanımı ayrıca bir konfor faktörüdür. Toplu taşıma yerine kişisel araçların kullanımı, ulaşım problemini daha da arttırmıştır. Bahsedilen tüm bu sebepler neticesinde, ulaşım da yaşanan problemlerin orantısız olarak daha da artacağı düşünülmektedir. Mevcut problemlere ek olarak yeni problemler de ortaya çıkmaktadır. Şekil 1’de bu ortaya çıkan yeni problemlerin listesi bulunmaktadır. (Levinson, Gillen ve Kanafani, 1998; Öztaş Karlı ve Çelikyay, 2022; Rodrigue, Comtois ve Slack, 2013: 1-411; Santos, Behrendt, Maconi, Shirvani ve Teytelboym, 2010; Spellerberg, 1998).



Şekil 1.1. Ulaşım da yaşanan olumsuzluğun dış sebepleri (Öztaş Karlı ve Çelikyay, 2022)

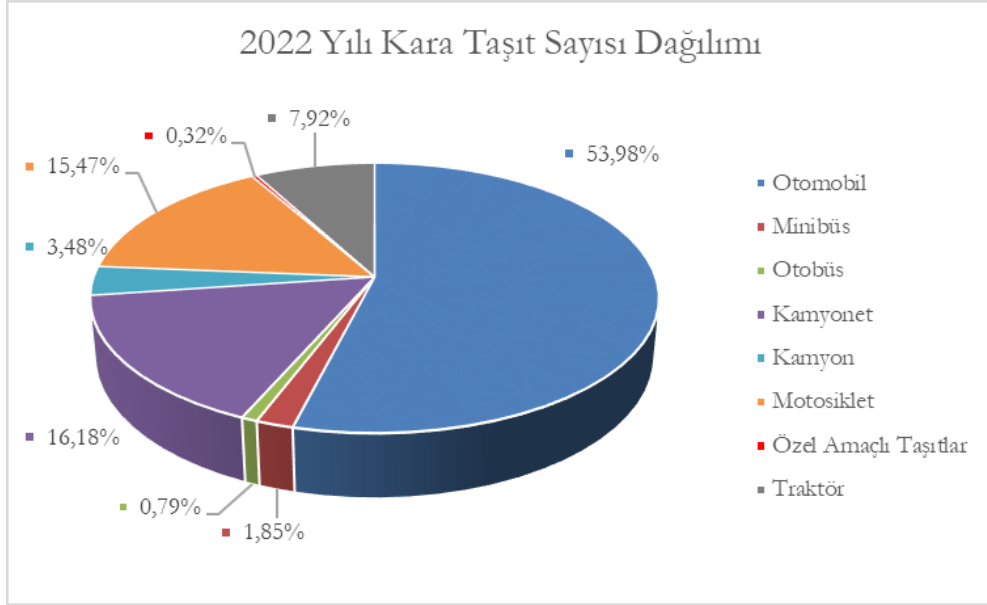
2022 yılında Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) tarafından açıklanmış olan bilgilere göre, son 10 yıldaki artışın %203,04 olduğu tespit edilmiştir (Şekil 1.2). Bu da mevcut araç sayısının 26 000 000’u geçtiğini göstermektedir. Otomobil sayısı ülke nüfusuna

oranlandığında, bir otomobile 6,1 kişi düştüğü tespit edilmiştir (Türkiye İstatistik Kurumu, 2022).

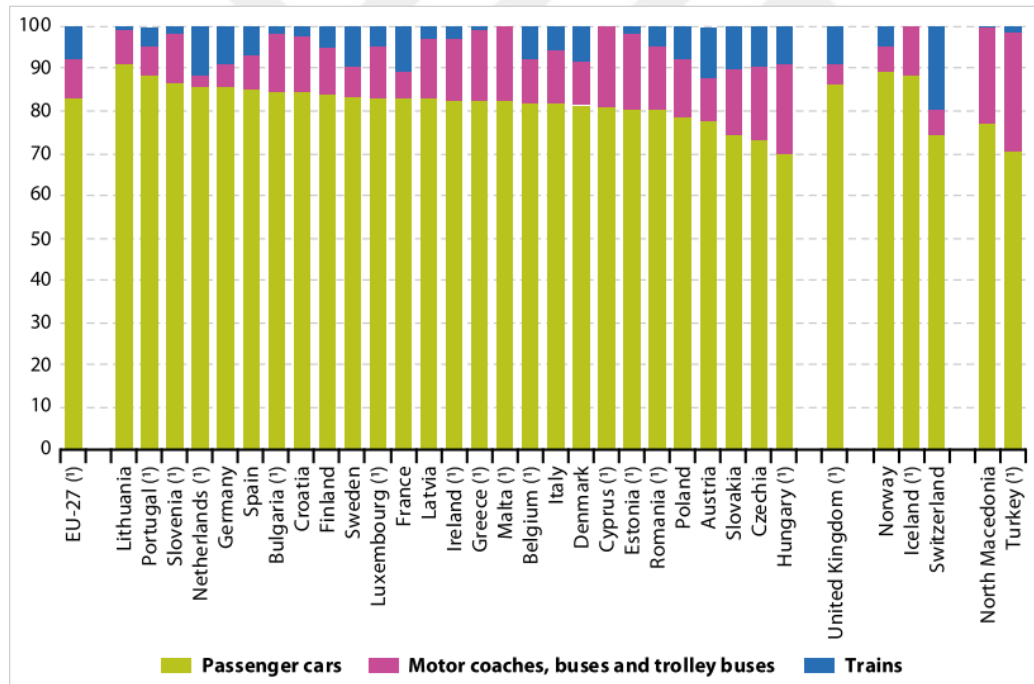


Şekil 1.2. 2002-2022 yılları arasındaki motorlu taşıt sayısının değişimi

Elde edilen verilerin incelenmesi neticesinde, karayolu ulaşım sistemindeki mevcut araçlar içerisinde en yüksek payın, %53,98 ile otomobile ait olduğu tespit edilmiştir (Türkiye İstatistik Kurumu, 2022). Eurostat tarafından yolcu taşımacılığı hakkında yapılan araştırma sonucu hazırlanan ulaşım raporunda Türkiye'ye de yer verilmiştir. 2020 yılında gerçekleştirilmiş bu araştırma raporunda, ülkemizde %70 oranında yolcu taşımacılığı binek araç statüsünde bulunan taşıtlar ile sağlanmaktadır. Eurostat tarafından sunulan rapor ile TÜİK tarafından sunulan veriler örtüşmekte ve birbirini desteklemektedir. Aşağıda verilen Şekil 1.3 ve Şekil 1.4, TÜİK ve Eurostat tarafından sağlanan verileri göstermektedir.

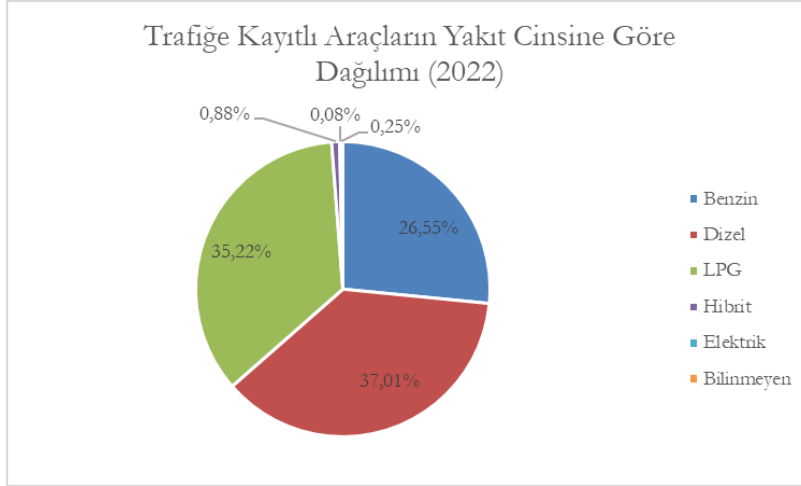


Şekil 1.3. TÜİK verilerine göre kara taşıtları oranları

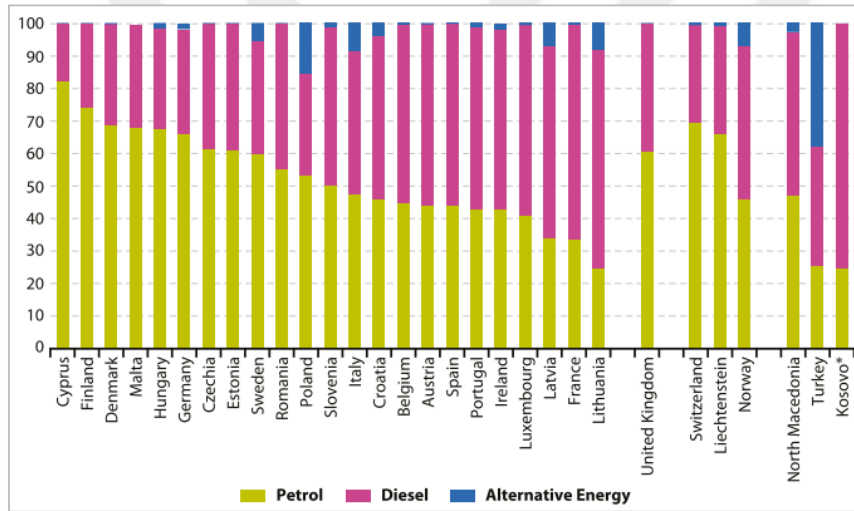


Şekil 1.4. Yolcu taşımacılığında ülkelerin araç dağılımları (Eurostat, 2020)

Şekil 1.5'te ülkemizde karayolu taşımacılığındaki trafik hacminin haritalandırılması görülmektedir. 2021 yılında hazırlanan Trafik ve Ulaşım Bilgileri raporundan elde edilen bu veri, ülkemizdeki karayolu taşımacılığı kapasitesinin önemli ölçüde kullanıldığını, ayrıca artan popülasyon ve araç sayısından ötürü gelecekte mevcut sistemin hizmet vermekte zorlanacağını ve alternatif ulaşım çözümlerine başvurulması gerektiğini göstermektedir (Trafik Güvenliği Dairesi Başkanlığı, 2022).



Şekil 1.6. Ülkemizde kullanılan araçların yakıt çeşidine göre oranları



Şekil 1.7. Yakıt çeşidine göre ülkelerdeki hususi araçlar (2020) (Eurostat, 2020)

Batarya teknolojisinin gelişimi, elektrikli itki sistemleri üzerinde de oldukça etkili olmuştur. Elektrikli itki sistemlerindeki gelişmeler sayesinde, daha fazla yük taşıma kapasitesi elde edilmiş ve insansız hava araçları (UAV) kavramı ortaya çıkmıştır. Uzaktan kontrol sayesinde askeri, sağlık vb. birçok alanda kullanımına yer verilmiştir. Son yıllarda yaşanan tüm bu teknolojik gelişmeler, bir zamanlar sadece konsept olarak anılmış, konu hakkında bir çok girişim olmasına rağmen yeterli pazar talebi oluşamamış, bunun sonucunda da bir türlü hayata geçirilememiş olan “kişisel hava aracı” konusunun yeniden ele alınmasını gündeme getirmiştir.

Günümüz ulaşım sorunlarının çözüme kavuşturulması esnasında ulusal üretkenlik ve uluslararası rekabet edilebilirlik konularının ekonomik açıdan değerlendirilmesi önem arz etmektedir. Ulaşımın sürdürülebilirliği incelendiğinde ise, günümüz ulaşım yöntemlerinin yanı sıra, bunlara alternatif teşkil edebilecek özellikte yenilikçi teknolojiler neticesinde üretilecek çözümlerin de kullanımına yer verileceği düşünülmektedir. Karayolu ulaşımını tercih eden sistem kullanıcılarının büyük bir bölümü hususi araç vasıtası ile seyahat etmektedir. Bu durum göz önüne alındığında, kişisel hava araçları kavramının mevcut ulaşım sistemine alternatif bir çözüm olacağı ve bu sayede karayolu ulaşımındaki yoğunluğunu azaltabileceği söylenebilmektedir (Öztaş Karlı ve Çelikyay, 2022; Sussman, 2005; A. Yılmaz ve Ulvi, 2022).

Konu ile yapılan en etkin ve verimli çalışmalar son 10 yılda ortaya çıkmıştır. Ana düşünce, artık mevcut trafik yükünü kaldırmakta zorlanan kara yolları ulaşım sisteminin hafifletilmesi, kişisel aracı ile seyahat edenlerin daha kısa sürelerde istedikleri yerlere gidebilmelerine olanak sağlanmasıdır. Sadece havada veya hem havada hem de karada gidebilecek modeller geliştirilmekte olup, oldukça fazla prototip ürün ortaya konulmuştur. Prototip olarak tanıtılan araçların Ar-Ge faaliyetlerine devam edilmektedir. Bazı firmaların hedeflerine göre önümüzdeki beş yıl içerisinde birkaç tanesinin seri üretimine başlayabilecekleri bildirilmiştir.

Günümüzde yeni oluşan bu pazara yapılan yatırımlar oldukça fazladır. Teknolojik gelişimlerde öncü olan dünya ülkelerinin neredeyse tamamı bu pazarda pay almaya çalışmaktadır. Mevcut potansiyelin oldukça büyük olduğu bu pazar sayesinde, yeni bir ulaşım alternatifi ortaya çıkmış olacaktır. Gelişmekte olan ülkemizde de bu konu hakkında öncü çalışmalar ortaya konulmaktadır ve çalışmalara devam edilmektedir. Gerek teşvik niteliği taşıyan yarışmalar, gerekse ülkemizde yerli üretim yapma potansiyeline sahip havacılık ve uzay sanayii odaklı şirketlerin konuya iştirakleri ile son yıllarda Türkiye, kişisel hava aracı pazarına yönelik oldukça atik bir politika sergilemektedir. Ülkemizde son yıllarda daha da ön plana çıkmış olan “yerli ve milli” anlayışını desteklemek, ekonomik ve politik açıdan oldukça önem arz etmektedir.

Ayrıca son yıllarda robot teknolojisi birçok sektörde rağbet görmekte olup, sektörlerde mevcut sistemlerin robot teknolojisine entegrasyonları gerçekleştirilmektedir. Robot teknolojisinin en rağbet gören alanı robot kollardır.

Yukarıda belirtilen tüm sebeplerle, bu tez çalışmasında düşey kalkış-iniş (VTOL) özelliğine sahip olabilecek, hem havada hem de karada seyahat etmeye olanak tanıyacak bir kişisel hava aracının konsept tasarımı Fusion 360 ve Solidworks programlarında gerçekleştirilmiştir. Sistemin kara aracından hava aracına dönüşümü esnasında gerekli olan eşitlikler elde edilmiştir. Düşey kalkış-iniş sistemi dört adet RPR uzva sahiptir. Bu sistem eş zamanlı çalışacak şekilde Matlab Simulink ortamında modellenmiştir. Araca uygulanan denklemlerin doğruluğu kontrol edilerek, oluşturulan model ile denklemlerden elde edilen verilerin örtüştüğü tespit edilmiştir. Bunun yanında, kanallı pervane (ducted fan) yapısına sahip bir itki sistemindeki pervaneden elde edilebilecek itki kuvveti için farklı tasarım parametreleri ile analizler gerçekleştirilmiştir. Pervane kanat profilinin seçiminde Xfoil ve QBlade yazılımlarından faydalanılmıştır. Kanallı pervane tasarımları ve analizlerinde Solidworks yazılımı ve bu yazılıma entegre olan Flow Simulation modülü kullanılarak itki kuvveti ve tork değerlerinin tespiti gerçekleştirilmiştir. Yapılan bu tez çalışmasının, alternatif ulaşım yöntemleri hakkında gerçekleştirilecek çalışmalara öncü nitelik taşıyacağı düşünülmektedir.

2. LİTERATÜR ÖZETİ

Kişisel hava araçları birden çok disiplini içermektedir. Bu sebeple literatürde birçok alanda konu ile ilişkili çalışmaların gerçekleştirildiği tespit edilmiştir. Bu bölümde kronolojik sıraya göre, pervane tasarımları, konsept tasarım, mevcut sistemlerin kontrol yöntemleri ve kişisel hava araçları hakkındaki güncel çalışmaların özetlerine yer verilmiştir. Yapılan güncel çalışmalar bu konunun bir konsept olmaktan çıkmak üzere olduğunu ispat eder niteliktedir. Literatür taramasından elde edilen en önemli bulgulardan birisi, önümüzdeki birkaç yıl içerisinde seri üretime geçilebilmesi söz konusu olabileceğidir. Altyapı hazırlığı, standartlaştırma konularında da bir hayli çalışma bulunmaktadır.

Mahmood ve diğerleri (2024) yapmış oldukları çalışmada, Endüstri 5.0 destekli tüketici elektronik ürünlerinde yapay zekanın kullanıldığını ve bunun bir tehdit unsuru olabileceğini ifade etmişlerdir. Bu kapsamda, yapay zeka tarafından kontrol edilen uçan arabalardaki muhtemel güvenlik tehditlerini önleyebilecek bir sinirsel hesaplama tabanlı erişim kontrol protokolü geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri kontrol protokolünün mevcut protokollere göre daha verimli olduğunu belirtmişlerdir.

Choudhary ve diğerleri (2023) yapmış oldukları çalışmada, uçan arabaların gelişimini incelemişlerdir. Geleneksel arabalar ile uçan arabalar hakkındaki topladıkları verileri kıyasladıkları bu çalışmada, mevcut araçlara göre bu araçların oldukça yüksek maliyetli olacağı, enerji verimliliği açısından halen problemler yaşandığı, üretim ve bakımı açısından bu araçların halen sürdürülebilirlik konusunda bir netlik kazanmadığını vurgulamışlardır. Ayrıca araç güvenliğinin halen aşılması gereken bir diğer sorun olduğunu vurgulamışlardır. Araştırmaları sonucunda uçan arabaların gelecekte mevcut ulaşım bir alternatif olacağını belirtmişlerdir.

Guo ve Zhou (2022) yapmış oldukları çalışmada, kanat elemanı momentum teorisi ile üretilen kanal tipi pervanenin tasarım doğruluğunu arttırmak için Computational Fluid Dynamics (CFD) hesaplaması ile tasarımını modifiye etmişlerdir. Burada rotor ve stator için bütünlük ve etkin bir tasarım metodunu entegre etmek amaçlanmıştır. Öncelikle kanat tasarımı, kanat elemanı momentum teorisi ile gerçekleştirilmiştir. Ardından CFD metodu ile performansı değerlendirilmiştir. Performans değerlendirmesi sonucunda rotor

ve stator kısımları revize edilmiştir. Yapılan sürekli iterasyon ile CFD sonuçları ve tasarım sonuçları birbiriyle örtüşür hale gelmiş, tasarım doğruluğu arttırılmıştır. Kararsız kayan örgü esaslı CFD metodu, hareketli referans sistemi metoduna göre daha iyi uygulanabilirlik ve yüksek doğruluk sağlamıştır. İtki tasarım doğruluğu %11,362 artarken, tork tasarım doğruluğu ise %8,141 oranında artış göstermiştir.

Choi ve diğerleri (2022) yapmış oldukları çalışmada, ikinci kanallı pervane modelinin asılı kalma performansını doğrulamak için nümerik analiz ve yer testleri gerçekleştirmişlerdir. Kanal iç yüzeyi boylamasına asimetric olup, çalışmada %40 küçültülmüş ölçekli model kullanılmıştır. Testler ve nümerik analizler birbirleriyle uyumlu olup, hedeflenen performansa ulaşması için kanallı pervanenin gerekli şekilde tasarlandığı doğrulanmıştır. Buna ek olarak, kanal şekli farkının performansa olan etkilerini belirlemek için kanal boyunca simetrik olan model ile karşılaştırılmıştır. Simetrik kanallı pervanenin havada asılı kalma açısından daha iyi performans gösterdiği, yine de asimetric kanallı pervanenin tasarım amacına yeterli olduğunu gözlemlemişlerdir. (Choi et al., 2022)

Gao ve Xu (2022) yapmış oldukları çalışmada, değişken çaplı bir kanallı pervaneyi incelemişlerdir. Çin genel amaçlı helikopteri Z9 prototip olarak alınarak, dikey deney metodu ile değişken çaplı kanallı pervanenin yapısal parametreleri seçilmiştir. Kanat elemanı momentum teorisi temel alınarak diskin aerodinamik teorik modeli oluşturulmuştur. Asılı kalma/itki açısından en iyi verimliliğe ve farklı modlarda en iyi kalkış/itki kuvveti oranına erişebilmek için seçilen yapısal parametreler hesaplamalı akışkanlar dinamiği ile dikey aralıkta elde edilmiştir. Sonuç olarak maksimum kalkış ağırlığında %25, asılı kalabileceği en yüksek mesafeyi %90, seyahat edeceği irtifayı %11, seyahat hızını %23 oranlarında arttırmışlardır.

Jang ve Kim (2022) yapmış oldukları çalışmada, kişisel hava araçları için güvenlik tedbiri açısından harici bir hava yastığı üzerine yoğunlaşmışlardır. LS-DYNA yazılımının hava yastığı katlama uygulaması kullanılarak serbest düşüş çarpışma analizi gerçekleştirmişlerdir. Hava yastığını rulo, zikzak ve sigma biçimlerinde modellemişlerdir. Hava yastığı açılma zamanında bir değişime rastlanmamış olmasına rağmen, zeminle çarpışma sırasında sigma katlama metodunun harici hava yastığında en yüksek açılma hızına sahip olduğunu tespit etmişlerdir. Ayrıca, kişisel hava aracının en yüksek çarpışma

kuvveti uygulandığında ise rulo katlamanın kişisel hava aracına en düşük kuvvet iletimi gerçekleştirdiğini tespit etmişlerdir.

Jang (2022) yapmış olduğu çalışmada, uçan araba konseptine ait trendler hakkında bir araştırma yapmıştır. Mevcut sorunlara, teknolojik gelişim trendlerine değinmiştir.

Küçüköztas ve diğerleri (2022) yapmış oldukları çalışmada, 100 kg yük taşıma kapasitesine sahip bir araç tasarımı yapmışlardır. 8 adet pervaneden meydana gelen kişisel hava aracında yere ve suya düşey iniş gerçekleştirebilmektedir. Tasarım sonlu elemanlar ve hesaplamalı akışkanlar analizlerinden elde edilen sonuçlara göre oluşturulmuştur. Yapıda karbon fiber malzemeden yararlanılmıştır. Kontra pervaneli sistem, drone prensibine göre tasarlanmıştır.

Song (2021) yapmış olduğu çalışmada, kişisel hava araçlarının ekonomik verimliliği üzerine bir araştırma gerçekleştirmiştir. Araçları seyir hızı, fiyat ve menziline göre karşılaştırmıştır. Yapılan çalışma sonucunda en verimli kişisel hava aracının BlackFly olduğunu tespit etmiştir.

Murugesan ve diğerleri (2021) yapmış oldukları çalışmada, iki eksenli ve üç eksenli güneş panellerinin karşılaştırmasını gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca bu sistemi barındıracak hibrit bir kişisel hava aracı tasarımı yapmışlardır. 4 rotor bulunan kişisel hava aracında üç eksenli güneş panelinin yerleştirilmesi sayesinde verimliliğinin artırılması ile araç menzilin artırılabilceğini belirtmişlerdir.

Byun ve Kang (2021) yapmış oldukları anket çalışmasıyla, kişisel hava araçları market taleplerinin karşılanması için gerekli Ar-Ge faaliyetleri üzerine bir araştırma gerçekleştirmişlerdir. Anket sonuçlarına göre sırasıyla havada ve karada seyir, drone tipi görünüm ve gürültü önlemenin talep edildiği tespit etmişlerdir.

Choi, Yi ve Hwang (2021) yaptıkları çalışmada, Airbus firmasının tasarladığı CityAirbus modelini esas alarak tersine mühendislik çalışması gerçekleştirmiş ve eVTOL bir kişisel hava aracının ön konsept tasarımını gerçekleştirmişlerdir. Islak alan, kaldırma direnç oranı, sürüklenme katsayıları OpenVSP programı ile hesaplanmıştır. eVTOL aracın parça ağırlıkları tahmin edilerek toplam ağırlık elde edilmiştir.

Coleman ve diğerkleri (2021) yaptıkları çalışmada, bir kişisel havacı olarak tanımlanan Aria'nın geliştirme aşamalarını ve uçuş testlerini açıklamışlardır. Araç Boeing GoFly X-prize yarışması için geliştirilmiştir. Tasarımda akustik ve verimlilik artışı açılarından, maksimum rotor alanı ve disk yüklenmesinin azaltılması amaçlı eş eksenli elektrikli helikopter tasarımı benimsenmiştir. Rotorlar kapsamlı bir parametrik çalışma ile tasarlanmıştır. Hava yükleri doğrulama için HPCMP CREATE-AV Helios ile modellenmiştir ve ardından yazılım akustik analiz esnasında ses basınç seviyelerinin tespitinde kullanılmıştır. Sistemde 11kWh gücünde ve 90,7 kg ağırlığında batarya tercih edilmiştir. Tasarımın uçuş dinamiği modellenmiş ve sistem kararlılığı analiz edilmiştir. Yük taşıyan elemanların tasarımı için yapısal analiz gerçekleştirilmiştir. Öncelikle 1/3 oranında ölçekli prototip imal edilmiş, ardından tam ölçekte 235,4 kg ağırlığında, 2,59 m rotor çapına sahip prototip geliştirilmiştir. 19,5 saatlik test süresine tabi tutulmuştur. Havada kalma esnasında 15,24 m irtifada ses yüksekliği 73 dBA olarak ölçülmüştür. Ancak batarya gücünün yetersizliği sebebi ile yarışmadan elenmiştir.

Jo, Kim, Park ve Myong (2021) yapmış oldukları çalışmada, kişisel hava araçlarında yıldırım çarpmasından dolayı oluşabilecek kablo hasarlarına karşı bir sertifikasyon çalışması gerçekleştirmişlerdir. Çalışma kapsamında Federal Havacılık İdaresi (FAA) tarafından belirlenen AC 20 136B sertifikasyonu incelenmiştir. SAE ARP 5461A standardındaki veriler yardımıyla EMA3D üzerinde elektromanyetik analiz gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak yapılan analizler ile sertifikasyon için gerekli veriler elde edilmiştir.

Pan ve Alouini (2021) yapmış oldukları derleme çalışmasında, uçan araba vasıtası ile ortaya çıkacak ulaşım sistemlerinin avantajları, teknikleri ve zorlukları hakkındaki konulara ışık tutmuştur.

Uzun ve oban (2021) yaptıkları çalışmada, elektrik gücü ile çalışan bir VTOL kişisel hava aracı tasarımını ve aerodinamik analizini gerçekleştirmişlerdir. CAD programı vasıtasıyla gerçekleştirdikleri tasarımın uçuş dinamikleri incelenmiş, aerodinamik analizleri gerçekleştirilmiş ve uçuş performansı belirlenmiştir. Ayrıca sistem gereksinimleri belirlenmiştir.

Ahn ve Jeong (2020) yaptıkları çalışmada, kişisel hava araçları (personal aerial vehicle - PAV) ve kentsel hava taşımacılığı (UAM) üzerine bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. İnsan faktörlerinin bu tür bir yolculuğa etkileri incelenmiştir.

Epstein (2020) yaptığı çalışmada, itki sistemleri, yakıt gereksinimleri, yakıt teknolojileri hakkında bir derleme çalışması gerçekleştirmiştir. Sivil havacılıktaki itki sistemlerinin gelişimine, aynı zamanda da oluşan dezavantajlarına ışık tutmuştur. Sonuç olarak itki sistemlerinde verimliliğin arttığını, ancak iklim değişimlerinden dolayı karşılaşılan zorlukların da belirlenmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Zhou, Zhao ve Liu (2020) yaptıkları çalışmada, insanlı ve insansız hava araçlarındaki VTOL teknolojilerinin bir derlemesini sunmuşlardır. Uzmanların gelecekte sadece askeri operasyonlar yerine küçük hava araçlarına da ilgi duyacaklarını belirtmişlerdir. İhtiyaç duyulan farklı gereksinimleri farklı teknolojiler ile karışlansa da, genel olarak VTOL gelişiminde belirli trendlerin görüldüğünü vurgulamışlardır.

Lee, Yun ve Hwang (2020) yaptıkları çalışmada, Vahana, Aurora ve Volocopter modelleri için parazit sürüklenme hesaplarını yapmışlardır. Islak alan ve indüklenmiş sürüklenme OpenVSP ve XFLR5 aracılığıyla hesaplanmıştır. Kullanılan bataryaların Tesla 2170 bataryalar olduğu kabul edilmiştir. Uçuş menzilleri, enerji tüketimleri ve uçuş süreleri hesaplanmış ve karşılaştırılmıştır. Aurora aracının en uzun menzile sahip olduğu, Volocopter'in ise en düşük enerji tüketen araç olduğu tespit edilmiştir.

Biczyski ve diğerleri (2020) yaptıkları çalışmada, kişisel hava taşımacılığı, nakliye, gözlem ve fotoğraflama gibi uygulamalar için çok rotorlu araçların rotor ebatlarının tespitine yoğunlaşmışlardır. Pervane ve motor seçimlerinin yapılabildiği bir metodoloji sunulmuş, bu sayede uçuş süresi tahminin gerçekleştirilebilmesi mümkün kılınmıştır. Ayrıca yapılan çalışma ile hızlı karşılaştırma, kesinlik ve spesifik uygulamalara uygulanabilirliği sağlanmıştır.

Ahmed ve diğerleri (2020) yaptıkları çalışmada, güncel literatürde uçan arabaların teknolojik şartları hakkındaki araştırmaları derlemişlerdir. Özellikle eğitim, güvenlik, çevre, altyapı, navigasyon, lojistik/sürdürülebilirlik, siber güvenlik ve insan faktörleri

üzerine yapılan çalışmalar incelenmiştir. Çalışmada ayrıca hedef kitlenin uçan araba algısını araştıran ön kantitatif analiz yapılmıştır.

J. Choi ve Choi (2020) yaptıkları çalışmada, son zamanlarda oldukça rağbet gören UAM ve PAV konseptlerinin anlaşılabilmesi için temel altyapı çalışması gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada havacılık sertifikasyon sistemi, yeterli teknik donanıma sahip imalatçıların bulunması, profesyonel iş gücünün güvenceye alınması ve eğitilmesinin en temel üç konu olduğu vurgulanmıştır.

Cho ve diğerleri (2020) yaptıkları çalışmada, kalan pil kapasitesine göre faz akımı titreşimi analizini gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca çalışmada faz akımının toplam harmonik bozulma koşulunu sağlayan ve pil çalışma performansına göre eviriciyi maksimum verimlilikle çalıştıracak bir anahtarlama frekansı seçim algoritması önerilmiştir.

Kim ve Lee (2020) yaptıkları çalışmada, konsept tasarım aşamasında olan OPPAV isminde kişisel hava aracının ön tasarımını ve boyutlandırma süreçlerini ele almışlardır. Araç ağırlığının azaltılabilmesi için karbon fiber kompozit malzeme tercih edilmiştir. Yapılan boyutlandırma çalışmasında dayanım ve rijitlik gereksinimleri esas alınmıştır.

Ji (2020) yaptığı çalışmada, tekerlekten jet itki sistemine sahip, Dunhuang Feitian olarak isimlendirdiği kendi tasarımı olan uçan araba hakkındaki yenilikçi tasarım metodu üzerine gerçekleştirdiği araştırmasının detaylarını paylaşmıştır.

Lee ve diğerleri (2020) yaptıkları çalışmada, çok pervaneli bir drone sisteminde uçuş süresini arttırmak ve ağırlığı azaltabilmek için hidrojen yakıt hücrelerinin kullanılabilirliğini araştırmışlardır. Ağırlık optimizasyonu için genetik algoritma ve Tsai-Wu hasar teorisi esas alınarak oluşturulan nümerik analizler kullanılmıştır. Yaptıkları iteratif algoritma ile toplam ağırlık %23,79'dan daha fazla azaltılmış olup, bu sayede uçuş süresinde iyileşme gözlemlenmiştir. Sonuç olarak bataryada %37,85 ağırlık azalımı, uçuş süresinde %17,73'lük bir iyileşme elde etmişlerdir.

Mehling, Halbe ve Vrdoljak (2020) yaptıkları çalışmada, kişisel hava araçlarının uçuş kontrol sistemlerinde iyileştirme gerçekleştirmişlerdir. Bu kapsamda, otonom uçuş esnasında yaşanabilecek kazaların önüne geçilmesi amaçlanmış ve güvenli iniş için yeni

bir yol rehberi tasarımı gerçekleştirilmiştir. Ayrıca birinci uçuş ekranı ve kaska monteli ekran adında iki adet yönlendirme ekranı konsepti geliştirmişlerdir.

Rautray, Mathew ve Eissenbart (2020) yaptıkları çalışmada, yolcu dronelerinin potansiyel kullanıcıları için Hindistan’da bir anket gerçekleştirmişlerdir. Elde edilen sonuçlar, yolcu dronelerinin tasarım parametrelerine öneriler oluşturulabilmesi için kullanılmıştır. Genel olarak ergonomi, güvenlik, araç etkileşiminin doğal ve sezgisel olması ve araç sayılarının artması durumunda hava trafiğine sebep olmaması gibi çıkarımlar elde edilmiştir.

Ai ve diğerleri (2020) yaptıkları çalışmada, elektrikle çalışan ölçekli bir uçan araba modeli için iniş ve kalkış modüllerinin bağımsız dinamik modellerini simülasyon ortamında oluşturmuşlardır. PID ve PD kontrolcü uyguladıkları sistemlerde simülasyon modelinin sürüş hızı ve diğer belirleyici faktörlere uygunluğu için hem hava hem de kara modüllerinin kontrol yapıları tasarlanmıştır.

Piljek, Kotarski ve Krznar (2020) yaptıkları çalışmada, tasarım sürecinde önemli bir adım olduğunu vurguladıkları çok rotorlu UAV itki sistemlerinin sınıflandırması için bir metod geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri metodun doğrulanması için metoda deneysel ölçümler ve sinyal yakalama uygulanmıştır. Sınıflandırmadaki tanımlama sürecinde üretici verisi ile ölçülen sonuçlar kullanılmıştır.

Lee, Tullu ve Hwang (2020) yaptıkları çalışmada, kavramsal tasarım aşamasında olan eVTOL özelliğe sahip bir kişisel hava aracına deney tasarım yöntemi kullanılarak optimizasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Kişisel hava aracının alt sisteminin konfigürasyon değişim matrisi temelli olduğu belirtilmiştir. Microsoft Excel ve Visual Basic for Application kullanılarak geliştirilen PAV boyutlandırma programı ile ön boyutlandırması gerçekleştirilmiştir. Tasarım çıktı parametrelerinin modellenmesi için Response Surface Methodology (RSM) kullanılmıştır.

Koch ve Asmer (2020) yaptıkları çalışmada, elektrikli itki tekniklerinin kişisel hava araçlarına uygulama alanlarına tanımlamasını gerçekleştirmişlerdir. Bu kapsamda 197 adet kişisel hava aracının, helikopterin, küçük hava taşımacılık sisteminin ve iş jetlerinin teknik özellikleri toplanmıştır. Maksimum hız ve menzil kullanılarak toplu hiyerarşik kümeleme ve yoğunluk tabanlı uzamsal gürültülü uygulamaların kümelenmesi gerçekleştirilmiştir.

Sonuç olarak elektrikli itki tekniklerinin düşük menzilli kümeye ait olduğu tespit edilmiştir. Elektrikli ve hibrit teknolojilerinin 200 km menzile kadar seçenekler arasındaki baskın teknolojiler olduğu vurgulanmıştır.

Sayed (2019) yapmış olduğu tez çalışmasında, aerodinamik etkilerin de dahil edildiği dört rotorlu bir sistem için lineer olmayan bir matematiksel model geliştirmiştir. Sistem dinamiği modeli Newton-Euler denklemleri kullanılarak elde edilmiştir. Sisteme doğrusal PID kontrol, doğrusal olmayan geri adımlamalı kontrol ve doğrusal olmayan kayan kipli kontrol yaklaşımlarını uygulayarak karşılaştırmıştır. PID kontrol parametrelerinin performansını arttırmak için parçacık sürüsü optimizasyon algoritması (PSO) kullanılarak değerler ayarlanmıştır. Bu algoritmanın performansını geliştirmek için ise uyarlamalı parçacık sürüsü optimizasyonu algoritmasını önermiştir. Önerilen uyarlamalı PSO tekniğinin yunuslama, yalpa ve sapma hareketlerini kontrol eden lineer kontrolcü cevabı üzerinde olumlu etkileri olduğu simülasyon çalışmalarında belirlenmiştir. PID kontrolcünün lineer bölge dışında sistem stabilizasyonunu gerçekleştiremediğini tespit etmiştir. Diğer yandan, diğer kontrol yaklaşımlarının lineer bölge dışında stabilizasyonu sağlayabildiği belirlenmiştir.

Rooij (2019) yapmış olduğu tez çalışmasında, yüksek hızlarda uçuş için elektrikli kanallı pervane (Electric Ducted Fan – EDF) tasarımları gerçekleştirmiştir. Beş farklı tasarım 3D yazıcı ile üretilip, itiş karakteristikleri hakkında detaylı analizler gerçekleştirilmiştir. Maksimum gücün elde edilebilmesi için motorun maksimum devir sayısında dönmesi gerektiğini belirtmiştir. 60 mm çapta üretilen rotorlardan iki tanesinin kullanıma uygun olduğu belirlenmiştir. Rotorlardan yaklaşık 40000 dev/dak dönüşte 185 m/s ile 200 m/s hız değerleri elde edilmiştir.

Keklikoğlu (2019) yapmış olduğu tez çalışmasında, eksenel pervane tasarımında kullanılan yöntemleri irdelemiş ve tasarım için bir dizayn kodu geliştirmiştir. Kodun geçerliliğini belirleyebilmek için hesaplamalı akışkanlar dinamiği yöntemlerini kullanmıştır. Ayrıca tasarım kodu ile pervane prototipi üretilmiş ve test edilmiştir. Testler sonucunda kodun geçerliliği doğrulanmıştır.

Bacchini ve Cestino (2019) yapmış oldukları derleme çalışmasında, elektrikli düşey kalkış ve iniş yapabilen (vertical take-off and landing, VTOL) konfigürasyonların

karşılaştırmasını yapmışlardır. Elektrikli VTOL konfigürasyonunun ihtiyaç duyulan göreve göre seçilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Yapılan değerlendirmeye göre kısa mesafe görevlerinde en iyi performansın, asılı kalma yeteneği açısından birden fazla motor konfigürasyonu ile elde edilebileceğini belirtmişlerdir. Ayrıca menzili yeterli olmayacağı için birden fazla motor konfigürasyonunun uzun mesafe görevlerinde kullanılamayacağını ifade etmişlerdir.

Hua (2018) yapmış olduğu tez çalışmasında, EDF itki sistemine sahip kişisel hava aracı tasarımı ve taşıma kapasitesinin optimizasyonunu gerçekleştirmiştir. Bunun için EDF sisteminde bulunan kanal geometrisinin optimizasyon algoritmasını, hesaplamalı akışkanlar dinamiği analiz kodu ile birleştirmiştir. Taşıma kapasitesinin optimizasyonu için farklı debiler kullanmıştır. Sonuç olarak tasarımın 120 km/sa hızda 30 dakika uçuş süresi sağlayabileceği ve 120 kg yük taşıma kapasitesine sahip olabileceği belirlenmiştir.

Pala (2018) yapmış olduğu tez çalışmasında, düşey kalkış ve iniş yapabilen, yatay uçuş yeteneğine sahip, dört döner, üç sabit kanatlı bir insansız hava aracının (unmanned aerial vehicle, UAV) tasarımı, üretimini ve kontrolünü gerçekleştirmiştir. Çalışmada, düşey kalkıştan yatay uçuşa geçmesi ve yatay uçuştan düşey inişe geçmesi durumlarında uçuş aerodinamiğinde oluşacak değişimlerden kaynaklı kararlılık problemleri için özgün bir uçuş kontrol sistemi yönetimini önermiştir. Tüm sistemin yatırılabilmesi ile uçuş sırasında mekanik karmaşıklığın giderilmesini amaçlamışlardır. Sistemde birden fazla kontrolcü kullanılmış ve uçuş moduna göre dağıtımı sağlayan anahtarlayıcı bir mikroişlemci sisteme dâhil edilmiştir. Ayrıca bu anahtarlayıcı mikroişlemciye özgü bir yazılım geliştirmiştir.

Welles (2018) yapmış olduğu tez çalışmasında, VTOL araçlardaki aerodinamik ile hibrit-elektrikli güç sistemlerinin (hybrid-electric power systems, HEPS) tasarımı ve kontrolcü etkileşimini incelemiştir. Bu kapsamda iki tane benzer gömülü itki sisteminin hesaplamalı akışkanlar dinamiği ile karakterizasyonu yapılmıştır. Mafsallı dağıtımlı itki sistemi (articulated distributed propulsion, ADP) ile birleşik dağıtımlı itki sistemi (compound distributed propulsion, CDP) karşılaştırılması hem deneysel hem de hesaplamalı olarak gerçekleştirilmiştir. Karşılaştırma sonucunda VTOL araç geliştirilmesinde ADP sistemin en güçlü aerodinamik temeli sağladığı belirtilmiştir. HEPS deneylerinin gerçekleştirilmesi için iki silindirik bir motor üretilmiştir. Motorun dinamik karakteristiğinin değerlendirilmesinde lineer PID kontrolcü kullanılmıştır. Elde edilen sonuçların

doğrulanması ve ayarlanması için Matlab Simulink üzerinde elektro-mekanik HEPS sisteminin dinamik modeli oluşturulmuştur. Sistem doğrulandıktan sonra, kontrol tasarımı iyileştirme çalışmaları yürütülmüştür. Üstün-burulma algoritması varyasyonu kullanılarak ikinci derece kayan kipli kontrolcü uygulanmıştır. Bu sayede tüm sistem kontrolü başarılı bir şekilde gerçekleştirilmiştir.

Attia (2018) yapmış olduğu tez çalışmasında, ayarlanabilir tekerlekli bir robotun tasarımı, modellenmesi ve kontrolü üzerine bir araştırma yapmıştır. Hareketli bir mekanizma kullanılarak, robotun engebeli arazideki dinamik stabilizasyonu iyileştirilmiştir. Özellikle engebeli arazilerdeki performans iyileştirilmelerine odaklanılmış olan çalışmada, robotun kinematik ve dinamik modellenmeleri ve analizleri de gerçekleştirilmiştir. Sistem on dört serbestlik derecesine (degree of freedom, DOF) sahiptir. Gövdenin, süspansiyon sisteminin ve tekerleklerin dinamik davranışları da dikkate alınmıştır. Ayrıca durum-uzay dinamik model ve kontrolü de çalışmada ele alınmıştır. Sonuç olarak, Matlab Simulink içindeki simülasyon ortamında geliştirilen süspansiyon sistemi ile robotun dinamik dengelemesi iyileştirilmiştir.

Teeuwen (2017) yapmış olduğu tez çalışmasında, kanat elemanı momentum teorisi kullanarak turbo pervaneli uçaklar için konsept bir pervane tasarımını araştırmıştır. Mevcut sistemler referans alınarak ön kabuller yapılmış bu çalışmada, pervane optimizasyonunda gradyan iniş optimizasyonu ve genetik algoritma yaklaşımları kullanılmıştır. Pervane tasarımının optimizasyon limitlerini incelenmiş, ayrıca pervane tasarım parametrelerinin, itki ve maksimum kalkış kütesine olan etkileri araştırılmıştır. Gradyan iniş optimizasyonunun pervane optimizasyonu açısından nispeten küçük iyileştirmelere olanak tanıdığını belirtmiştir.

Muehlebach ve D'Andrea (2017) yapmış oldukları çalışmada, kanallı pervane itki sisteminin tahrik ve kontrolü için mekatronik bir test düzeneği geliştirmişlerdir. İtki vektörünü değiştirebilmek için geliştirilen kanatçıklar ile itkinin statik ve dinamik ölçümlerini gerçekleştirmişlerdir. Kontrol için lineer kontrol tasarımı kullanılmıştır. Bu tasarım ile belirli bir seviyeye kadar kontrolün mümkün olduğunu ifade etmişler ve ileri kontrol algoritmalarının sisteme entegre edilerek denenmesini tavsiye etmişlerdir.

Malang (2016) yapmış olduğu tez çalışmasında, dönebilen pervanelere (tiltrotor) sahip prototip bir hibrit hava aracı tasarımı ve imalatı gerçekleştirmiştir. Gerçekleştirilen tasarımın kontrolünde, dönüş açısına bağlı olarak giriş miktarları değişen bağımsız iki tane PID kontrolcü kullanılmıştır. Matlab üzerinde lineer olmayan uçuş dinamiği modeli geliştirilmiştir.

Benbouali, Taleb, Chabni ve Bessaad (2016) yapmış oldukları çalışmada, dört rotorlu bir VTOL UAV sisteminin kontrolünü incelemişlerdir. Lagrange yaklaşımı ile oluşturulan matematiksel model ile dört rotorlu aracın uçuş kontrolü gerçekleştirilmiştir. Simulink üzerinde oluşturulan PI kontrolcü, kapalı döngü geri besleme sistemi ile çalışmaktadır. Farklı şartlarda simüle ederek kontrol sisteminin cevabını incelemişler, sistem cevabına göre kontrolcünün istenilen sonuçları sağladığını belirtmişlerdir.

Taleb, Chabni ve Bessaad (2016)

Saengphet ve Thumthae (2016) yapmış oldukları çalışmada, otomatik eksternal defibrilatör veya 1,5 kg yük taşıma kapasiteli, sabit kanatlı ve batarya ile çalışan konsept bir UAV aracı ele almışlardır. Bu aracın çok pervaneli sistemler gibi iniş ve havada asılı kalma özelliklerinin yanında, sabit kanatlı araçlar gibi yüksek hızlara çıkabilme ve yön değiştirebilen pervanelere sahip olmadan yüksek havada kalma süresine sahip olduğunu belirtmişlerdir. Hibrit UAV olarak niteledikleri aracın tasarım aşamasında maksimum kalkış ağırlığı tahmin edilmeye çalışılmıştır. İtici alt sistem elemanları olarak pervane, koaksiyel rotor, motor, ESC ve batarya ele alınmıştır. Konsept tasarım sonuçları, kalkış hızının enerji tüketimine etkisi ve enerji yönetimi açısından değerlendirilmiştir.

Önen (2015) yapmış olduğu tez çalışmasında, VTOL UAV modellemesi, kontrolcü tasarımı, üretimi ve testlerini gerçekleştirmiştir. Sistemin lineer olmayan matematiksel modeli oluşturulmuştur. Üç pervaneli sistemin rüzgâr tüneli testlerini gerçekleştirmiştir. Lineer olmayan model Matlab Simulink ortamında simüle edilerek denge noktalarında lineer hale getirilmiştir. Bu kapsamda doğrusal karesel regülatör (LQR) ve doğrusal karesel takip (LQT) kontrolcülerini tasarlanmıştır. Ardından sistemin testleri gerçekleştirilecek başarıyla uçuşu sağlanmıştır.

Kesler (2014) yapmış olduğu tez çalışmasında, Prandtl kaldırma hattı teorisini geliştirerek kanat profilinin yaklaşan hızlara bağlı olan radyal pozisyonunu incelemiştir. Farklı yüksek devirlerde döndürülen pervanenin itme kuvvetini ölçmek için test düzeneği kurulmuştur.

Kaldırma hattı kodu ile teorik değerler karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak teorelin gerçek değerlerin tahmininde kullanımında oldukça büyük hata değerlerine sebep olduğunu tespit etmiştir.

Rutkay (2014) yapmış olduğu tez çalışmasında, küçük insansız hava araçlarında pervane tasarım ve üretimi için bir proses geliştirmiştir. Geliştirdiği yazılımla pervanedeki ihtiyaç duyulan gereksinimlerin karşılanması amaçlanmıştır. Ardından eklemeli imalat ile üretilen pervanelerin testlerini gerçekleştirmiş, sonuç olarak hazırlanan yazılım sayesinde talep edilen özelliklerin karşılanabildiğini doğrulamıştır.

Yiğit (2014) yapmış olduğu tez çalışmasında, dört rotorlu insansız hava aracının modellenmesi, yükseklik ve durum kontrolü çalışmalarını gerçekleştirmiştir. Newton-Euler denklemleri kullanılarak matematiksel bir model oluşturulmuştur. PID, Lyapunov kararlılık teoremi tabanlı ve geri adımlamalı olmak üzere üç farklı kontrolcü tasarlanmıştır. Kontrolcü karakteristiklerini incelemek için Matlab Simulink üzerinde sistem modellenmiş ve kontrolcüler karşılaştırılmıştır. Dört rotorlu hava aracının kontrolünde PID kontrolcünün oldukça başarılı ve yeterli olduğu belirtilmiştir. Özellikle sürtünme gibi dış etkilerin yüksek olduğu durumlarda bile geri adımlamalı kontrolcünde başarılı ve yeterli sonuçlar elde edildiği tespit edilmiştir. Durum ve yükseklik kontrolünde daha düşük performans sergilese de, Lyapunov kararlılık tabanlı kontrolcünün dönme kontrolünde başarılı olduğu belirtilmiştir.

Bayrakçeken (2013) yapmış olduğu tez çalışmasında, düşey kalkış ve iniş yapabilen dört rotorlu hava aracının dinamik modellemesini oluşturmuştur ve bu sisteme ait deney düzeneğini tasarlayıp imal etmiştir. Sistem üzerinde doğrusal ve doğrusal olmayan kontrol yöntemleri denenmiştir. Ayrıca yapısal parametrelerinin belirlenmesi, ataletsel algılayıcı tasarımı ve imalatı ile itki ve denge deney düzenekleri kurulması gibi yan çalışmalar da gerçekleştirmiştir. PD, bulanık mantık ve kayma kipli kontrol yöntemleri kullanılmıştır. Ayrıca bu sistem eğitim için de kullanılarak, kazanımları üzerine bir değerlendirme gerçekleştirilmiştir.

Yuan (2013) yapmış olduğu tez çalışmasında, VTOL özelliğe sahip insansız hava araçlarında havada asılı kalma dinamiği, kanallı pervane itki sisteminin dinamik modeli ve düşük hızlarda uçuşta çevre şartlarından daha az etkilenen merkezi bir kontrolcü tasarımı

üzerine çalışmalar gerçekleştirmiştir. Havada asılı kalma dinamiğinin incelenmesinde iki aşamalı gri kutu sistem tanımlaması yaklaşımı kullanılmıştır. Modelin oluşturulmasında gerçek uçuş verileri kullanılmıştır. Bu sayede etkin bir şekilde ölçüm yanlılığı ve gürültü ortadan kaldırılmıştır. Kanallı pervane itki sisteminin dinamik modellenmesinde ise lineer olmayan bir model yaklaşımı ile kontrolcü tasarımı için asılı kalma ve hareket modelleri oluşturulmuştur. Vektörel itişli hava aracının (vectored thrust aerial vehicle, VTAV) dinamik modeli oluşturularak merkezi kontrolcü araştırmaları yapılmıştır. Sonuç olarak düşük hızlı hareket ve havada asılı kalma senaryoları için oluşturulan dinamik modellemelerin benzer sonuçlar verdiği belirtilmiştir.

Heene (2012) yapmış olduğu tez çalışmasında, bir pervane modellemesi gerçekleştirerek yük analizi için yazılım kütüphanesi oluşturmuştur. Pervane parametreleri belirlendikten sonra, bu değerler ile algoritma oluşturulmuş, diğer parametrelerin tayini bu algoritma ile gerçekleştirilmiştir. Deneysel veriler ile paralel ve paralel olmayan akış durumları karşılaştırılmış, oluşturulan modelin veriler ile örtüştüğü belirlenmiştir.

Wall (2012) yapmış olduğu tez çalışmasında, pervane teorilerini incelemiş ve hibrit kanat elemanı momentum teorisi modelini geliştirmiştir. Ayrıca fırçasız motor modeli geliştirip bu modeli kanat elemanı teorisi ile optimize edebilmek için ilişkilendirmiştir. Yükselme ve seyir durumlarında optimizasyon çalışmaları yürütmüştür. Optimizasyon sonucu olarak seyir için küçük veter uzunluklarında, yüksek hatveli ve büyük çaptaki pervaneleri önerirken, yükselme esnasında daha büyük veter uzunluklarında, düşük hatveli ve küçük çaptaki pervaneleri önermiştir. Yapılan çalışma sonucunda esas alınan pervanelerin performansında iyileştirmeler gerçekleştirilmiştir.

Ohanian III (2011) yapmış olduğu tez çalışmasında, kanallı pervanelerin aerodinamik davranışını ve bu davranışın akış kontrol teknikleri ile nasıl değiştirilebileceğini incelemiştir. Çalışmasında kanallı pervaneye eklenmiş sentetik jet tahrik sistemlerinin rüzgâr tüneli testindeki performansını incelemiştir. İki farklı tahrik sistemi uygulanmıştır. Birinci sistemde yunuslama momenti ve itkinin kontrolü için kontrollü ayırım, ikinci sistem ise kuvvetler ve moment kontrolü için Coanda yüzeyi kullanılmıştır. Her iki sentetik jet tahrik sisteminin de kanallı pervanelerin akış kontrolünde olumlu etkileri olduğunu vurgulamıştır.

Aktürk (2010) yapmış olduğu tez çalışmasında, farklı çaplarda üretilen EDF sistemlerinin incelemesini gerçekleştirmiştir. CFD analizleri ile rüzgâr tüneline gerçekleştirilen deneyler karşılaştırılmıştır. Ayrıca çalışmasında çift kanallı EDF sistemi tasarımı ve analizi gerçekleştirilmiştir. Boşluk kayıplarının da incelendiği çalışmada kaçak akımlar, basınç kayıpları gibi faktörlerin havada durmayı belirleyici faktörler olduğunu belirtmiştir. Yaptığı analizler ile pervane tasarımlarında iyileştirmeler gerçekleştirmiştir. Ayrıca pervane uç kayıplarının önlenmesi için önerilerde bulunmuştur. Ayrıca farklı yıllarda bu konu ile ilgili makale çalışmaları da bulunmaktadır.

Aksugür (2010) yapmış olduğu tez çalışmasında, düşey kalkış-iniş yapabilen hibrit itki sistemli bir insansız hava aracının ön tasarımı, üretimi ve test uçuşu hakkında çalışmalar gerçekleştirmiştir. Elektrikli hibrit itki sistemi kullanılmış araçta, düşey kalkış-iniş için büyük çaplı bir pervane tercih edilmiştir. Yapılan testler sonucunda aracın 90 dakika uçabildiği, 3 dakika içinde kalkış veya iniş gerçekleştirebildiği ve 1,2 kg faydalı yük taşıyabildiği belirlenmiştir.

Pankov ve diğerleri (2010) yapmış oldukları çalışmada, dört farklı (tek kademeli ses altı, çok kademeli ses altı, ses hızı ve ses üstü) EDF sisteminin performansını karşılaştırmışlardır. EDF hesaplarının yapılmasında analitik metotlar kullanılmış olup, Matlab kodu oluşturularak çözümlemeleri gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak çok kademeli ses altı EDF pervanesinin genel olarak hibrit elektrik hava araçlarında kullanılabileceği sonucuna ulaşılmıştır.

Casau (2010) yapmış olduğu tez çalışmasında, ölçekli bir model VTOL UAV aracın otonom olarak havada asılı kalma ve yatay uçuş arası geçişinin modelleme ve kontrol problemlerini ele almıştır. Sistemin kinematik modellemesini gerçekleştirmiş ve dönme parametrelerini Euler açıları vasıtası ile elde etmiştir. Sonuç olarak lineer olmayan bir model ile havada asılı kalma ve yatay stabilizasyonu başarılı bir şekilde sağladığını ifade etmiştir.

Zhao (2009) yapmış olduğu tez çalışmasında, kanallı pervane sistemine sahip bir VTOL UAV sisteminin dinamik analizini gerçekleştirmiştir. Matlab üzerinde, uçuş dinamiğinin matematiksel modellemesi ve simülasyonu gerçekleştirilmiştir. Ayrıca UAV modeli

üretilecek rüzgâr türbini testleri de gerçekleştirilerek karşılaştırma yapılmıştır. Dinamik modellemede lineer ve lineer olmayan modeller ile analizler gerçekleştirilmiştir.

Johnson ve Turbe (2006) yaptıkları çalışmada, küçük bir kanallı pervaneye sahip olan insansız hava aracının modellenmesi, kontrolü ve testini gerçekleştirmişlerdir. Sistemin kontrolünde yapay sinir ağları kullanılmıştır. Modellenmesi kuvvet ve moment analizleri ile gerçekleştirilmiştir. Uçuş kontrolü ile elde edilen veriler, modellemeden elde edilen verilerle kıyaslanmıştır. Asılı kalma rejimine yakın durumlarda ve uçuş performansının tahmininde kontrolcünün başarılı sonuçlar verdiğini belirtmişlerdir. Simülasyon sonuçlarına göre, düşük hızlı keskin manevralarda da kontrolcünün iyi bir performans sergileyebileceğini belirtmişlerdir.

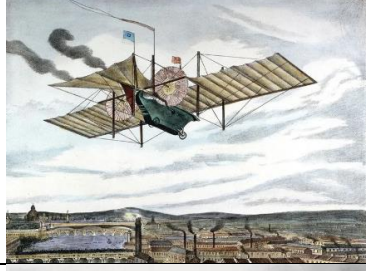
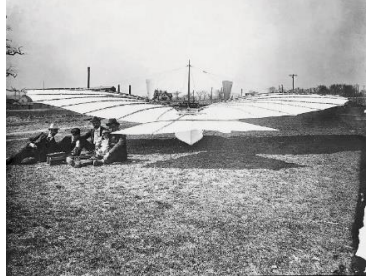
Yapılan çalışmalar incelendiğinde, kişisel hava araçları hakkında yapılan çalışmaların son yıllarda oldukça arttığı söylenebilir. Yapılan çalışmalarda genel hatlarıyla pervane tasarım ve performans analizi, kişisel hava araçlarının ekonomik verimliliği, kişisel hava araçlarındaki güvenlik önlemleri, maliyet analizleri, mevcut taşıma yöntemleri ile kıyaslanması, araç tasarımı ve bu tasarımlara ait çeşitli analizlerin gerçekleştirildiği görülmektedir. Yapılan akademik çalışmaların genelinde sistemin sadece hava aracı olarak ele alındığı ve bu alanda yoğunlaşmanın olduğu tespit edilmiştir.



3. KİŞİSEL HAVA ARAÇLARI

Gelişen teknoloji ile birlikte tekrar gündeme gelen kişisel hava araçları konusu, hava ulaşımının dışında diğer ulaşım yöntemlerine de alternatif çözüm sunabilecek kapasitede olma potansiyelini barındırmaktadır. Son yıllarda alternatif ulaşım yöntemi olarak rağbet gören bu konunun, yapılan araştırmalara göre 180 yılı aşkın süredir var olduğu tespit edilmiştir. Gelişen teknoloji sayesinde bu alanda büyük ilerlemeler kaydedilmiş ve geçmişten günümüze yapılan çalışmaların tamamı değerlendirilmeye çalışılmıştır.

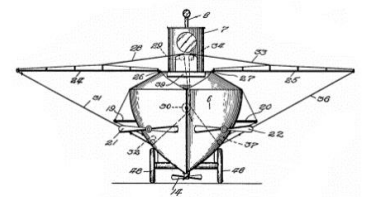
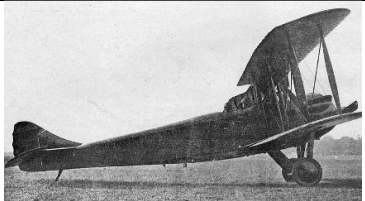
Kişisel hava aracı konsepti, ilk olarak 1841 yılında alınan bir patent ile ortaya konulmuştur. Patent sahipleri William Samuel Henson ve John Stringfellow'dur. Henson Aerial Steam Carriage adını verdikleri bu uçan araç, yalnızca patent aşamasında kalmış ve üretimi gerçekleştirilememiştir (Hodgson, 1943; Patches, 2015). 1901 yılında No. 21 aracı, yarasa kanadına benzer yapısı ile Gustave Whitehead tarafından sunulmuştur. Araç sahibi olan, 14 Ağustos 1901 tarihinde bu araçla başarılı bir uçuş gerçekleştirdiğini iddia etmiş olmasına rağmen, uçuşu gerçekleştirdiğine dair herhangi bir kanıt mevcut değildir (Fawcett, 1901; Whitehead No.21, 2022). İlgili görseller Şekil 3.1’de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1841	Henson Aerial Steam Carriage	Amerika	
1901	Whitehead No. 21	Amerika	

Şekil 3.1. 1841 ve 1901 yılındaki araçlar

1905 yılında tek kişilik Vuia 1 aracı Romanya asıllı Traian Vuia tarafından Fransa’da üretilmiştir. Yarasa kanadını andıran kanat yapısıyla birlikte dört tekerleğe sahiptir. Bu

araç, 18 Mart 1906 tarihinde ilk başarılı uçuşunu gerçekleştirmiştir. 1917 yılında Glen Curtiss tarafından tasarlanan yolcular için ısıtıcıya sahip, alüminyum gövdeli ve plastik camları olan uçak, ilk kez Pan-Amerikan havacılık sergisinde tanıtılmıştır. Ancak, I. Dünya Savaşı olması nedeniyle projeye ara verilmiş ve bu sebeple uçağın uçuşu gerçekleştirilememiştir (Curtiss Autoplane, 2022; Curtiss, 1919). 1918 yılında Combination Vehicle isimli aracın patenti Felix Longobardi tarafından alınmıştır. Karada, denizde ve havada gidebilmesi için tasarlanmıştır. Ancak tasarlanan Combination Vehicle üretime geçirilmemiştir (Longobardi, 1918). 1921 yılında ana motora ek olarak düşük güçte çalışacak ikinci motora sahip bir prototip, René Tampier tarafından geliştirilmiştir. Bu sayede hem havada hem de karada hareket edebilme özelliğine sahip olması amaçlanmıştır (Tampier Avion-Automobile, 2022; Tampier, 1934). İlgili görseller Şekil 3.2’de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1905	Vuia 1	Fransa	
1917	Curtiss Autoplane	Amerika	
1918	Combination Vehicle	Amerika	
1921	Tampier Avion-Automobile	Fransa	

Şekil 3.2. 1905 ve 1921 arasındaki araçlar

Uçan arabaların öncüsü olarak sayılabilecek Pitcairn PCA-2, iki kokpite sahip, döner pervaneli ve döner kanatlı olarak tasarlanmıştır. 1923 yılında tanıtılan araç oldukça fazla ilgi görmüştür (Patches, 2015; Wheatley, 1932). A. H. Russell tarafından geliştirilen Nutley isimli araç, 1924 yılında araca bağlı kanatlarla ve radyatör bölümünden bağlı bir pervane ile New York'ta görülmüştür (Tarihten bugüne uçan arabalar, 2020; The Weird History of Flying Cars From 1841 To Present, 2022). İlgili görseller Şekil 3.3'de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1923	Pitcairn PCA-2	Amerika	
1924	Nutley	Amerika	

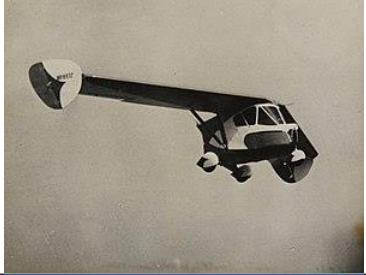
Şekil 3.3. 1923 ve 1924 yıllarındaki araçlar

Stout Skycar, 1931 ile 1944 yılları arasında dört farklı model çıkarmıştır. Bu araçlar ile havacılık tarihinde önemli bir rol oynamıştır. Ticari olarak kullanılması planlanan Skycar I, 1930'lu yıllarda seyreden ekonomik krizden ötürü planlandığı gibi kullanılmamıştır. Skycar II ise hangarda meydana gelen bir yangında hasar görmüştür. Skycar II ve Skycar III modelleri, Amerika Birleşik Devletleri Hava Kuvvetleri tarafından test edilmiştir. Ancak, son olarak geliştirilen Skycar IV prototipi ile uçuş sırasında bir kaza gerçekleşikten sonra firmanın faaliyetleri sona ermiştir (Stout Skycar, 2022; The Sky Cars by William Stout, 2022). İlgili görseller Şekil 3.4'te sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1931	Stout Skycar I	Amerika	
1941	Stout Skycar II	Amerika	
1943	Stout Skycar III	Amerika	
1944	Stout Skycar IV	Amerika	

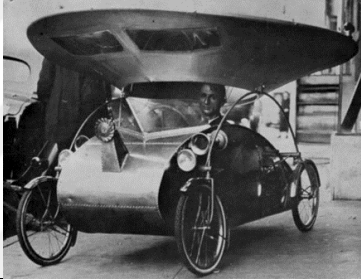
Şekil 3.4. Stout Skycar modelleri

Waterman Whatist aracı sonrası Water Arrowbile ve Aerobile devam modelleri 1923 ve 1957 yılları arasında ortaya çıkmıştır. Whatsit modelini uçak olarak tasarlayan Waldo Waterman, ardından Whatsit'i esas alarak Arrowbile modelini tasarlamıştır (Waterman Arrowbile, 2022). İlgili görseller Şekil 3.5'te sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1932	Waterman Whatsit	Amerika	
1935	Waterman Arrowbile	Amerika	
1957	Aerobile	Amerika	

Şekil 3.5. Arrowbile ve Aerobile modelleri

Skroback Roadable Airplane prototip ürüne ait çalışmalar 1934 yılında tamamlanmış ve karada da kullanılabilen bir uçak olarak tanıtılmıştır. Yalnızca bir adet üretilen sabit kanatlı uçağın, testlerde başarı göstermemesi nedeniyle üretime geçilmemiştir (Skroback Roadable Airplane, 2022). Vlachos Triphibian ve Autogiro Company of America AC-35 1935 yılında ortaya çıkmıştır. Gwinn Aircar ise 1938 yılında üretilmiştir (Gwinn Aircar, 2022). İlgili görseller Şekil 3.6’da sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1934	Skroback Roadable Airplane	Amerika	
1935	Autogiro Company of America AC-35	Amerika	
1935	Vlachos Triphibian	Amerika	
1938	Gwinn Aircar	Amerika	

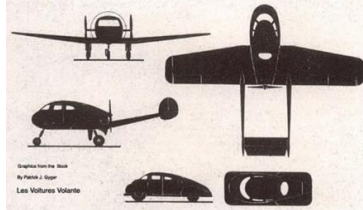
Şekil 3.6. 1935 ve 1938 yılları arasındaki araç modelleri

Southernair Roadable Flying Car tasarım ekibi Convair Model 116 ve 118 araçlarını 1939 ve 1947 yılları arasında üretmişlerdir. Dixon Flying Ginny isimli araç, mevcut trafik sorununa alternatif bir çözüm olarak 1940 yılında sunulmuştur. İlgili görseller Şekil 3.7’de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1939	Southernaire Roadable Flying Car (Convair Model 116)	Amerika	
1947	Convair Model 118 ConVairCar	Amerika	
1940	Dixon Flying Ginny	Amerika	

Şekil 3.7. Convair ve Dixon Flying Ginny araçları

1942 yılında ilk kez Jeep standartlarına uygun bir aracın uçurulma denemeleri gerçekleştirilmiştir. Hafner Rotabuggy adı verilen bu araç, askeri standartlarda yer alan kriterleri karşılayacak şekilde tasarlanmıştır. Airmaster Autoplane Flying Car, Herbert ve Helen Boggs tarafından 1944 yılında patentlenmiştir. Patent sahipleri, seyahat için araç veya uçak gövdesine kokpitin yerleştirilmesi fikrini ilk defa gündeme getiren isimler olmuştur. Katlanabilir kanat yapısına sahip konsept bir uçan araba Norman Bel Geddes tarafından 1945 yılında tasarlanmıştır. Fulton Airphibian, kuyruk kısmının ayrılmasıyla araba olarak kullanılabilen bir araç olarak 1946 yılında tanıtılmıştır (World's Largest Flying Car Archive, 2021). Stanley D. Whitaker ve Daniel R. Zuck, farklı hava koşullarına uyum sağlayabilen ve karada da gidebilen katlanabilir kanatlara sahip bir uçak tasarımını 1947 yılında ortaya koymuşlardır (Zuck-Whitaker Plane-Mobile, 2022). İlgili görseller Şekil 3.8'de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1942	Hafner Rotabuggy	İngiltere	
1944	Airmaster Autoplane Flying Car	Amerika	
1945	Norman Bel Geddes Flying Car Model	Amerika	
1946	Convair Model 116 ConVairCar	Amerika	
1946	Fulton Airphibian	Amerika	
1947	Zuck-Whitaker Plane-Mobile	Amerika	

Şekil 3.8. 1942 ve 1947 yılları arasındaki araç modelleri

Aerauto PL.5C, 1949 yılında sunulduğunda katlanır kanat tasarımına sahip olması açısından dikkat çeken bir araçtır. Araç İtalya’da tasarlanmıştır. Diğerlerinden ayırt edici olan özelliği, hem karada hem de havada hareket edebilmesini arkasına yerleştirilmiş pervane sayesinde gerçekleştirmesidir. Murton Taylor öncülüğünde 1949 ile 1966 yılları arasında gerçekleştirilen Aerocar projesinde toplamda altı araç ortaya çıkarılmıştır (Aerocar, 2022). İlgili görseller Şekil 3.9’da sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1949	Aerauto PL.5C	İtalya	
1949	Aerocar I N4994P	Amerika	
1954	Aerocar I N101D	Amerika	
1956	Aerocar I N103D	Amerika	
1960	Aerocar I N102D	Amerika	
1966	Aerocar II N107D	Amerika	

Şekil 3.9. Aerauto ve Aerocar modelleri

James W. Holland, René Tampier tarafından yapılan tasarıma paralel olan bir fikir ile yola çıkarak Aircoupe Autoplane isimli aracı 1950 yılında geliştiren kişidir. Leland Bryan, üç farklı prototipi 1953 yıllarında üretmiştir. Bu prototiplerde otomobil motorları kullanmıştır. Bryan'ın ilk prototipi, kara ve hava testlerini başarıyla geçmiştir. Ancak ikinci prototip, uçuş sırasında meydana gelen bir kaza sonucu ciddi hasar görmüştür. En son üretilen

prototipte ise, yeterince sabitlenmeyen kanat yüzünden meydana gelen kazada Bryan hayatını kaybetmiştir. İlgili görseller Şekil 3.10'da sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1950	Aircoupe Autoplane	Amerika	
1953	Bryan Autoplane	Amerika	

Şekil 3.10. 1950 ve 1953 yılları arasındaki araç modelleri

Ford 3/8 ölçekli bir konsept araç modeli olan Ford Volante'yi 1958 yılında geliştirmiştir. Bu araç modelinde ilk defa bir araçta kanallı pervane tasarımı kullanılmıştır. Ayrıca, firma 1959 yılında Levacar adını verdiği bir konsept araç geliştirmiştir. Levacar, tekerleksiz olarak sıkıştırılmış hava ile hareket etmeyi amaçlayan bir tasarıma sahiptir ve hovercar konseptinin ilk örneklerinden biridir. İlgili görseller Şekil 3.11'de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1958	Ford Volante	Amerika	
1959	Ford Levacar	Amerika	

Şekil 3.11. Ford araç modelleri

Aynı dönemde, askeri amaçlar için farklı çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalar, ilk defa düşey kalkış-iniş (vertical take-off and landing – VTOL) yapabilecek konseptlere ait uygulanabilir örnekleri sunması bakımından önem arz etmektedir. Joseph L. Halsmer of Lafayette isimli kişi, 1959 yılında katlanabilir kanatlara sahip olan bir araç geliştirmiştir. İlgili görseller Şekil 3.12’de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1958	Curtiss-Wright VZ-7	Amerika	
1959	Chrysler VZ-6	Amerika	
1959	Piasecki VZ-8 Airgeep	Amerika	
1959	Halsmer Aero Car	Amerika	

Şekil 3.12. 1958 ve 1959 yılları arasındaki araç modelleri

Uzay çağı fütürizm akımı ve kontra döner pervaneli helikopter teknolojisi ortaya çıktığı zamanlarda üretilmiş bir prototip olan Wagner Aerocar, oldukça farklı bir tasarıma sahiptir. Araç 1965 yılında üretilmiştir. Yolda gidebilmesi için tekerlerin motora hidrolik olarak bağlandığı bir sistemle donatılmıştır. 1973 yılında, bir araç ve uçak motorunun bir araya getirilmesiyle üretilen AVE Mizar adlı araç, her iki motorun kullanılmasıyla kısa sürede kalkış yapabilme amacıyla tasarlanmıştır. Cessna Skymaster isimli arka parçanın Ford Pinto araca entegrasyonu ile AVE Mizar ortaya çıkmıştır. Bu arka parça sayesinde hibrit araç özelliğine sahip olmuştur. Sağ kanat sabitleyici bağlantısının test esnasında kopması sonucu tasarımcının ölümü ile sonuçlanan bir kaza gerçekleştikten sonra araç testleri bırakılmıştır. İlgili görseller Şekil 3.13'te sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1965	Wagner Aerocar	Almanya	
1973	AVE Mizar	Amerika	

Şekil 3.13. 1965 ve 1973 yıllarında tanıtılan araç modelleri

Lebouder Autoplane 1973 yılında üretilmiştir. Araç Fulton Airphibian'a benzer bir tasarıma sahiptir. Hem karada hem de havada gidebilmesi için demonte edilebilir eklentilere sahip Lebouder Autoplane, Vespa 400 isimli araç temel alınarak hazırlanmıştır. Ancak, 1975 yılında gerçekleşen bir kazadan sonra Lebouder Autoplane tekrar uçuş gerçekleştirememiştir. Paul Moller tarafından 1974 ve 2001 yılları arasında VTOL özelliğe sahip iki adet araç tasarlanmıştır. M200G Volantor ve M400 Skycar olarak isimlendirilmişlerdir. AviAuto, Harvey Miller tarafından 1981 yılında tasarlanmıştır. Araç katlanabilir kanatlara sahiptir. Eski Boeing çalışanları tarafından bir ekip oluşturularak 1990 yılında Sky Commuter isimli bir araç geliştirilmiştir. Araç VTOL özelliğine sahiptir, ancak ürünün uçuşu gerçekleştirilememiştir ve şirket faaliyetlerine son vermiştir (Vance, 2022; World's Largest Flying Car Archive, 2021). İlgili görseller Şekil 3.14'te sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1973	Lebouder Autoplane	Fransa	
1974	Moller M200G Volantor	Amerika	
2001	Moller M400 Skycar	Amerika	
1981	AviAuto	Amerika	
1990	Sky Commuter	Amerika	

Şekil 3.14. 1973 ve 2001 yılları arasında tanıtılan araç modelleri

Ed Sweeney, 1998 yılında AVE Mizar ve Aerocar I araçlarından ilham alarak, Aerocar 2000 konsept tasarımını gerçekleştirmiştir. Tasarımda Lotus Elise marka araç esas alınmıştır (Sweeney, 1998). 2001 yılında Makro Endüstri tarafından SkyRider X2R isimli aracın tasarımı ortaya konulmuştur. Fakat uçabilen bir prototip üretimini yapamamışlardır. İlgili görseller Şekil 3.15'te sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
1998	Aerocar 2000	Amerika	
2001	SkyRider X2R	Amerika	

Şekil 3.15. 1998 ve 2001 yılları arasındaki araç modelleri

2004 yılında VTOL konseptiyle geliştirilen X-Hawk, tandem pervane tasarımı ve türbin motoru bir arada bulundan bir araçtır. Araç, başarılı bir şekilde havada kalarak uçuş testlerinde başarılı olmuştur. Monster Garage tarafından 2005 yılında Red Baron isimli bir araç geliştirilmiştir. Ancak araç uçuş testinden başarısız olmuştur (World's Largest Flying Car Archive, 2021). Katlanabilir kanat yapısı ile oldukça dikkat çeken CaravellAir, 2007 yılında geliştirilmiştir. Arkadan itiş prensibi ile üretilmiş, pervaneli tasarımına sahip olan araç, halen kavramsal tasarım aşamasında olduğu belirtilmiştir. Araç yol testlerinde başarılı olmuş ancak uçuş testlerine henüz geçmemiştir (The CaravellAir: Caravella Aerospace's Proof-of-Concept Roadable Aircraft, 2020). İlgili görseller Şekil 3.16'da sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2004	Urban Aeronautics X-Hawk	İsrail	
2005	Monster Garage "Red Baron"	Amerika	
2007	CaravellAir	Amerika	

Şekil 3.16. 2004 ve 2007 yılları arasındaki araç modelleri

2008 yılındaki araçlar incelendiğinde, Paraşüt uçağı olarak tasarlanmış arkadan itişli Maverick isimli aracın yanı sıra, benzer tasarım anlayışına sahip Parajet ve petrol motoru ile tahrik edilen, iki kanallı pervane ile çalışan jetpack prototipinin olduğu yapılan araştırma sonucu tespit edilmiştir (Martin Jetpack, 2022; World's Largest Flying Car Archive, 2021). İlgili görseller Şekil 3.17'de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2008	I-TEC Maverick	Amerika	
2008	Parajet Skycar	İngiltere	
2008	Martin Jetpack	Yeni Zelanda	

Şekil 3.17. 2008 yılındaki araç modelleri

Askeri amaçlarla kullanılmak üzere 2009 yılında geliştirilen AirMule, daha sonradan revize edilerek insanlı hava aracı olarak da kullanılabilecek hale getirilmiştir (AirMule: Autonomous Cargo Delivery, Beyond Line of Sight, 2016). Yine 2009 yılı içinde, cayrokoopter prensibiyle çalışan Butterfly Super Sky Cycle adlı bir araç geliştirilmiştir. Bu araç, rotorlarının katlanabilir olması sayesinde karada da seyahat imkanı sunmaktadır. Terrafugia Transition ise 2009 yılında ön plana çıkan bir diğer araçtır; katlanabilir kanat yapısına ve karbon fiber gövdeye sahiptir (World's Largest Flying Car Archive, 2021). Ayrıca, Ferrari otomobil tasarımlarından ilham alınarak kompozit malzemeler kullanılarak üretilen Samson Switchblade adlı araç da 2009 yılında geliştirilmiştir. Bu aracın üretiminde karbon fiber malzeme tercih edilmiştir. Kanallı pervane teknolojisini barındıran aracın geliştirme çalışmaları halen devam etmektedir. Görünüş olarak üç tekerlekli bir motosikleti andırmaktadır. (Samson Switchblade, 2022). Yarı helikopter gövdesi şeklinde tasarlanan Pegasus isimli araç, hem havada hem de karada kullanılabileceği belirtilmiştir (CES 2020: The Pegasus Flying Car Takes Off... Quietly, 2020). İlgili görseller Şekil 3.18'de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2009	AirMule	İsrail	
2009	Butterfly Super Sky Cycle	Amerika	
2009	Terrafugia Transition	Amerika	
2009	Samson Switchblade	Amerika	
2009	Pegasus E-Class	Avustralya	

Şekil 3.18. 2009 yılındaki araç modelleri

Plane Driven PD-1 ve PD-2 olarak adlandırılan araçlar, 2010 yılında geliştirilmiştir. Katlanabilir kanat tasarımına sahip olması sayesinde hem karada hem de havada ulaşım olarak tanıyan araç modelleri olarak görülmektedir (Plane Driven PD-1, 2022). Model 367 BiPod adı verilen araç, kısa mesafelerde havalanıp inebilen (short take-off and landing – STOL) ve hem karada hem de havada hareket edebilen bir araç olarak 2011 yılında tasarlanmıştır. Halen geliştirme aşamasında olan aracın, hibrit itki sistemine sahip olması planlanmaktadır. Yine 2011 yılı içinde, Hindistan asıllı A. K. Vishwanath adlı bir şahıs, Suzuki Maruti aracına pervane eklemek marifetiyle, bir kara taşıtını hava aracı olarak

modifiye etmeye çalışmıştır (Chakravarty, 2011). İlgili görseller Şekil 3.19’da sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2010	Plane Driven PD-1	Amerika	
2010	Plane Driven PD-2	Amerika	
2011	Scaled Composites Model 367 BiPod	Amerika	
2011	The Flying Maruti	Hindistan	

Şekil 3.19. 2010 ve 2011 yılındaki araç modelleri

Araba ve cayrokopter konseptinin bir arada olduğu bir kombinasyon olduğu görülen PAL-V, 2012 yılında ortaya çıkmıştır (World’s Largest Flying Car Archive, 2021). Volocopter VC200, ilk uçuşunu 2013 yılında gerçekleştirmiştir. Elektrikli VTOL (eVTOL) özelliğe sahip olan araç, çok pervane tasarımına sahip insanlı uçuşu başarı ile gerçekleştiren ilk araç unvanını elde etmiştir (Volocopter VC200, 2022). Bunu takiben Terrafugia TF-X adlı araç aynı yıl içerisinde duyurulmuştur. VTOL elektrikli hibrit bir araç olması sebebiyle, Terrafugia Transition modelinden farklılığı ile ön plana çıkmıştır. Tasarımında katlanır özelliğe sahip pervane ve kanat özelliği barındırmaktadır (Terrafugia TF-X, 2022). İlgili görseller Şekil 3.20’de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2012	PAL-V Liberty	Hollanda	
2013	Volocopter VC200	Almanya	
2013	Terrafugia TF-X	Amerika	

Şekil 3.20. 2012 ve 2013 yıllarındaki araç modelleri

AeroMobil 3.0 ve AeroMobil 4.0, sırası ile 2014 ve 2017 yıllarında tanıtımı yapılmış araçlardır. Her iki modelde de katlanabilir kanat tasarımına yer verilmiştir. 4.0 modelinin 3.0 modeline göre farklılığı, hibrit enerji kullanılmasıdır (AeroMobil s.r.o. AeroMobil, 2022). Antelope, Bellwether Industries tarafından tasarlanmıştır. eVTOL özelliğe sahip olan araç 2014 yılında tanıtılmıştır (Bellwether Industries Antelope, 2022). Yine eVTOL özelliğe sahip olan eVTOL aracı Wisk Aero Z-P2, aynı yıl içerisinde tanıtılmış ve uçuş testlerinde başarı göstermiştir (Wisk Aero (formerly Zee Aero) Z-P2 (Generation 3), 2022). İlgili görseller Şekil 3.21’de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2014	AeroMobil 3.0	Slovakya	
2017	AeroMobil 4.0	Slovakya	
2014	Antelope	İngiltere	
2014	Wisk Aero Z-P2	Amerika	

Şekil 3.21. AeroMobil ve 2014 yılında tanıtılan araç modelleri

JetPack isimli firma 2015 yılında JB10, bunu takiben 2018 yılında da JB11 adını verdikleri iki jetpack tipini üretmiş ve başarılı uçuşlar gerçekleştirmiştir (Blain, 2016; JetPack Aviation Introduces JB11 Prototype At CES 2018, 2018). Yine aynı firmanın geliştirdiği bir diğer ürün olan The Speeder adlı araç, motosiklet formuna benzeyen yapısı ile göze çarpmaktadır. Bu aracın basit bir montaj yapısı barındırması ile avantaj sağlamaktadır. Bu sayede, aracın insansız veya insanlı bir şekilde uçuşlar yapmasına olanak sağlanması düşünüldüğü görülmektedir (Blain, 2022a). İlgili görseller Şekil 3.22’de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2015	JetPack JB10	Amerika	
2018	JetPack JB11	Amerika	
2018	The Speeder	Amerika	

Şekil 3.22. JetPack firmasının tanıttığı modeller

EHang isimli firma ise, 2015 yılında EHang 184 ve 2018 yılında ise EHang 216 isimli araçları geliştirdiklerini duyurmuşlardır. Her iki model de sekiz pervaneden oluşan tasarıma sahiptir. VTOL teknolojisine sahip olan EHang 184 aracıyla bu yıllar arasında toplamda 40 kez insanlı uçuş testinin başarılı bir şekilde gerçekleştirildiği belirtilmiştir (EHang, 2022; EHang 216, 2022). (Blain, 2022a). İlgili görseller Şekil 3.23’de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2015	EHang 184	Çin	
2018	EHang 216	Çin	

Şekil 3.23. EHang firmasının tanıttığı modeller

Carplane isimli prototip, 2015 yılında duyurulmuştur. Demonte edilebilen kanat tasarımı sayesinde hem havada hem de karada gidebilmesi amaçlanmıştır. Geliştirme çalışmalarının devam ettiği belirtilmiştir (Carplane GmbH Carplane, 2022). Almanya menşeli bir firma tarafından geliştirilen eVTOL özelliğe sahip Lilium Jet prototipi üzerindeki çalışmalar devam etmektedir (Lilium Jet, 2022). İlk kez 2018 yılında karada ve havada gidebilecek şekilde tasarlanmış olan, dört jet motoru ile donatılmış motosiklet LMV 496 tanıtılmıştır. LMV 496 modelinin testlerde başarı gösterdiği belirtilmiştir (Njuguna, 2021). Howerbike S3 yine 2018 yılı içinde tanıtılmıştır. VTOL özelliğine sahip olan araç, drone düzeninde tasarlanmıştır (Patrascu, 2019). İlgili görseller Şekil 3.24’te sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2015	Carplane	Almanya	
2017	Lilium Jet	Almanya	
2018	Lazareth LMV 496	Fransa	
2018	Hoverbike S3	Rusya	

Şekil 3.24. 2015 ve 2018 yılları arasındaki araç modelleri

Pop.Up Next projesi, Audi ve Airbus tarafından geliştirilmiştir. Yaşam alanına ihtiyaca göre demonte bir şasi veya drone düzeninde olan sistemlerden biri bağlanarak hem havada hem de karada kullanılabilmesi amaçlanmıştır (World's Largest Flying Car Archive, 2021). Cranfield Üniversitesi, Aston Martin firması, Cranfield Aerospace Çözümleri ve Rolls-Royce tarafından gerçekleştirilen işbirliği neticesinde geliştirilen Volante Vision isimli konsept tasarım 2018 yılında tanıtılmıştır (Aston Martin Volante Vision, 2022). Aynı yıl yarış aracı olarak üretilen Alauda Airspeeder, eVTOL özelliğine sahiptir. Pervanelerin üretiminde karbon fiber malzeme tercih edilmiştir (Alauda Airspeeder, 2022). TUSİ isimli uçan araba projesi, İstanbul Gelişim Üniversitesi bünyesinde geliştirilmiştir. 2018'de başlayan yapım sürecinin ardından 2022'de tanıtımı gerçekleştirilmiştir (Aslanhan, 2022). Jetson One adlı 8 pervaneli eVTOL araç ise halen test aşamasındadır (Jetson ONE, 2022). İlgili görseller Şekil 3.25'te sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2018	Audi Pop.Up Next	Almanya	
2018	Aston Martin Volante Vision	İngiltere	
2018	Alauda Airspeeder	Avustralya	
2018	TUSİ	Türkiye	
2018	Jetson One	İsveç	

Şekil 3.25. 2018 yılındaki araç modelleri

VTOL hava aracı statüsünde bir motosiklet olan XTURISMO'nun, 2019 yılında Tokyo motor şovunda tanıtımı yapılmıştır (A.L.I. Technologies XTURISMO, 2022). Yine VTOL özellikli Baykar Teknoloji tarafından üretilen Cezeri hava aracı aynı yıl Türkiye'de tanıtılmış ve sergilenmiştir (Baykar Cezeri, 2022). Otonom uçuş özelliğine sahip olmasıyla ön plana çıkan Boeing NeXt aracının, ilk uçuş denemesini tamamladığı belirtilmiştir. Boeing NeXt eVTOL olarak üretilmiştir (Boeing'in NeXt programında ilk uçuş başarıyla tamamlandı, 2019). Prototip çalışmalarıyla geliştirilmiş Aska, karada ve havada seyahat imkânı sunan eVTOL aracını duyurmuştur (Reed, 2022). İlgili görseller Şekil 3.26'da sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2019	XTURISMO	Japonya	
2019	Baykar Cezeri	Türkiye	
2019	Boeing NeXt	Amerika	
2019	Aska	Amerika	

Şekil 3.26. 2019 yılındaki araç modelleri

SkyDrive Cartivator, Suzuki işbirliği ile 2020 yılında üretilmiştir. eVTOL özelliğe sahip olan araç, başarılı uçuş testleri gerçekleştirmiş ve seri üretim için hazırlıklarını sürdürmektedir (Blain, 2022b). Süper otomobil statüsünde olan Firenze Lanciare, aynı yıl içerisinde duyurulmuştur. Jet motoru kullanılması planlanan araç, hala geliştirme sürecindedir (Gorant, 2020). Bir İtalyan firması olan Manta Aircraft, ANN2 ve ANN4 olmak üzere iki farklı modelle hibrit elektrikli STOL araçlarını duyurmuştur. Modelleri iki ve dört kişilik olarak tasarladıklarını söylemişlerdir (Manta Aircraft ANN2, 2022; Manta Aircraft ANN4, 2022). İlgili görseller Şekil 3.27’de sunulmuştur.

Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2020	SkyDrive Cartivator	Japonya	
2020	Firenze Lanciare	Amerika	
2020	Manta Aircraft ANN2	İtalya	
2020	Manta Aircraft ANN4	İtalya	

Şekil 3.27. 2020 yılındaki araç modelleri

2021 yılında pek çok yeni araç tanıtılmıştır. Yerli teknoloji firmamız olan Softtech tarafından AirCar isimli bir araç geliştirilmiştir. İki kişilik kapasiteye ve eVTOL teknolojisiye sahip olan Aircar, yerli ve milli olması bakımından dikkat çekmektedir (Bilişim Vadisi'nde geliştirildi, 2025'te İstanbul semalarında olacak, 2021). HT Aero ve Voyager X2 isimli araçlar, Çin merkezli XPeng firması tarafından tanıtılmıştır. Her iki araç da eVTOL özelliği ile ön plana çıkmaktadır. Voyager X2, çok pervaneli yapıya sahip olup, ilk uçuş denemesini Dubai semalarında gerçekleştirmiştir. Firma tarafından tanıtılmış HT Aero modeli ise halen geliştirilme aşamasında olup, karada da seyahat edebilme özelliği sunması planlanmaktadır (XPeng HT Aero Flying Car, 2022; XPeng Voyager X2, 2022). Klein Vision tarafından geliştirilen AirCar, katlanır kanat tasarımıyla AeroMobil'e benzerlik göstermektedir. Yekpare gövdesinde malzeme olarak karbon fiber tercih edilmiştir. Bu sayede hem havada hem de karada seyahat edebilme kabiliyetine sahiptir (World's Largest Flying Car Archive, 2021). Formula yarış aracı özelliklerine sahip bir VTOL carcopter özelliğe sahip olacak şekilde geliştirilmiş S11 isimli araç, MACA firması tarafından tanıtılmıştır. Bu aracın öne çıkan özelliği, yakıt teknolojisinde yeni bir alternatif

yakıt olan olan hidrojenin tercih edilmesi ile bu sınıftaki ilk araç olmasıdır (Markus, 2022). Yerli girişimlerden biri olan Esinti, 8 pervaneli eVTOL teknolojisine sahip bir araç olarak THY Teknik A.Ş. tarafından tanıtılmıştır (THY Teknik A.Ş. Yeni Hava Aracı Esinti'yi Tanıttı, 2021). Hibrit eVTOL araçlar kategorisinde yer almaya aday olan Vinata Aeromobility, hem karada hem de havada kullanılabilme yeteneğine sahiptir (Vinata Aeromobility, 2022). Zamanının popüler araçlarından biri olan Renault 4 serisi, günümüze uygun olacak şekilde yeniden tasarlanarak Air4 adında bir hava aracı olarak Renault tarafından geliştirme çalışmalarının başladığı duyurulmuştur (Dent, 2021). İlgili görseller Şekil 3.28'de sunulmuştur.



Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2021	AirCar	Türkiye	
2021	XPeng Voyager X2	Çin	
2021	Klein Vision AirCar	Slovakya	
2021	XPeng HT Aero	Çin	
2021	MACA S11	Fransa	
2021	THY Teknik Esinti	Türkiye	
2021	Vinata Aeromobility	Hindistan	
2021	Renault Air4	Fransa	

Şekil 3.28. 2021 yılındaki araç modelleri

Alef Model A, prototip ürün olarak ilk kez 2022 yılında tanıtılmıştır. Küre şeklinde bir kabine ve açık ızgara dış yüzey tasarımına sahiptir. Bu tasarım, aracın yatay dönerek uçabilmesini sağlamayı amaçlamaktadır. Hem karada hem de havada hareket edebilme kapasitesine sahip olması planlanmıştır (Shankland, 2022). İlgili görseller Şekil 3.27’de sunulmuştur. İlgili görsel Şekil 3.29’da sunulmuştur.

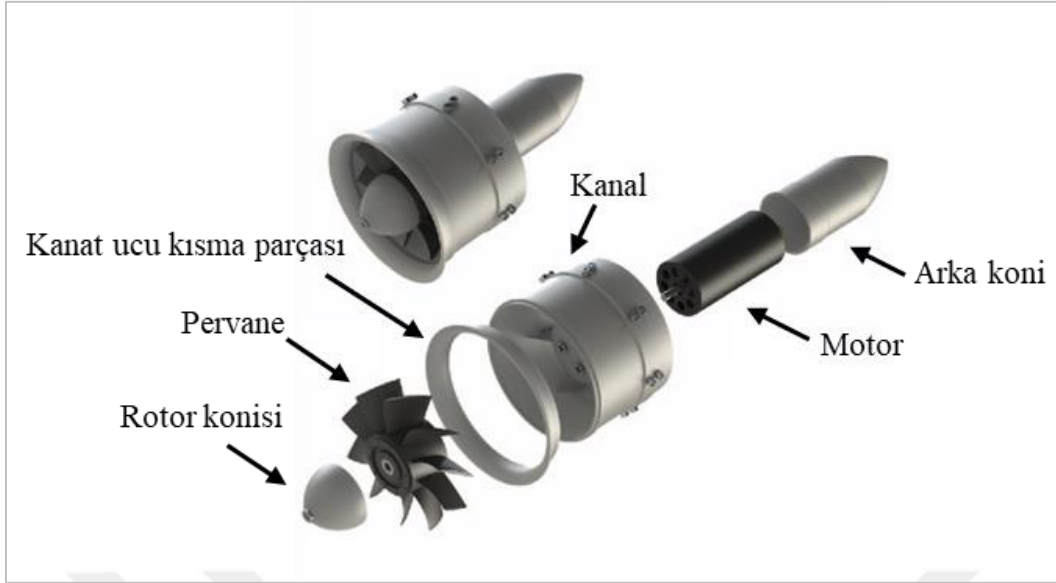
Yıl	Adı	Menşei	Görsel
2022	Alef Model A	Amerika	

Şekil 3.29. Alef Model A

Yapılan araştırma neticesinde, kişisel hava araçları ile ilgili yapılan çalışma ve girişimlerin oldukça fazla olduğu görülmektedir. Patent, tasarım veya prototip ürün kategorisinde yer alan bu araçlara yönelik girişimlerin özellikle son yıllarda yapılan oldukça arttığı söylenebilir.

3.1. Düşey Kalkış-İniş Sistemleri

Kişisel hava araçları konusu, hava taşımacılığı alanındaki çalışmalar için düşey kalkış-iniş sistemlerinin kullanılabilir olmasına olanak sağlamıştır. Geleneksel kalkış-iniş sistemlerinden daha verimli olduğu çalışmalarda belirtilmiştir (Finger, Braun ve Bil, 2017). Düşey-kalkış iniş sistemlerinde pervaneli ve kanallı olmak üzere iki farklı itki sistemi mevcuttur. Bunların da kendi içinde alt grupları vardır. Kanallı itki sistemlerinin, pervaneli itki sistemlerine göre daha fazla itiş gücü üretebildiği literatürde tespit edilmiştir (Vasile, Boşcoianu ve Cîrciu, 2013). Ayrıca kanallı itki sistemleri, pervaneli itki sistemlerine göre daha küçük çaplarda yeterli itki kuvvetini elde edebilmektedir. Özellikle kanallı itki sistemleri içerisinde yer alan EDF teknolojisi, yeterli itiş gücü sağlayabilmesi ve çevre dostu olması açısından öne çıkmaktadır. Bu sistemler, türbinlerdeki gibi havayı sıkıştırmamaktadır. Sadece kanal boyunca havanın itişini sağlamaktadırlar. Şekil 3.30’da kanallı pervane sisteminin elemanları gösterilmiştir.



Şekil 3.30. Kanallı pervane sistemi (Brusell, Andrikopoulos ve Nikolakopoulos, 2017)

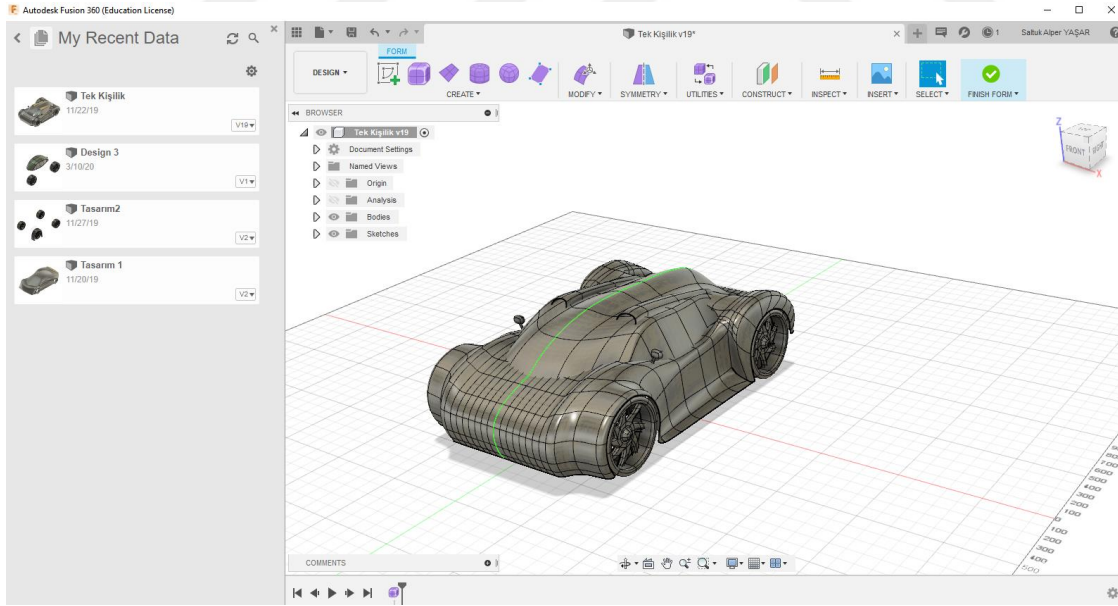
Kanallı pervanelerin avantajlarından bazıları şunlardır:

- Kompakt bir tasarıma sahiptir.
- Montajı kolaydır.
- Üretimi daha kolaydır.
- Geleneksel pervanelerden daha fazla itki kuvveti üretir.
- Çok pervaneli sistemlere göre uygulanabilirliği daha kolaydır.

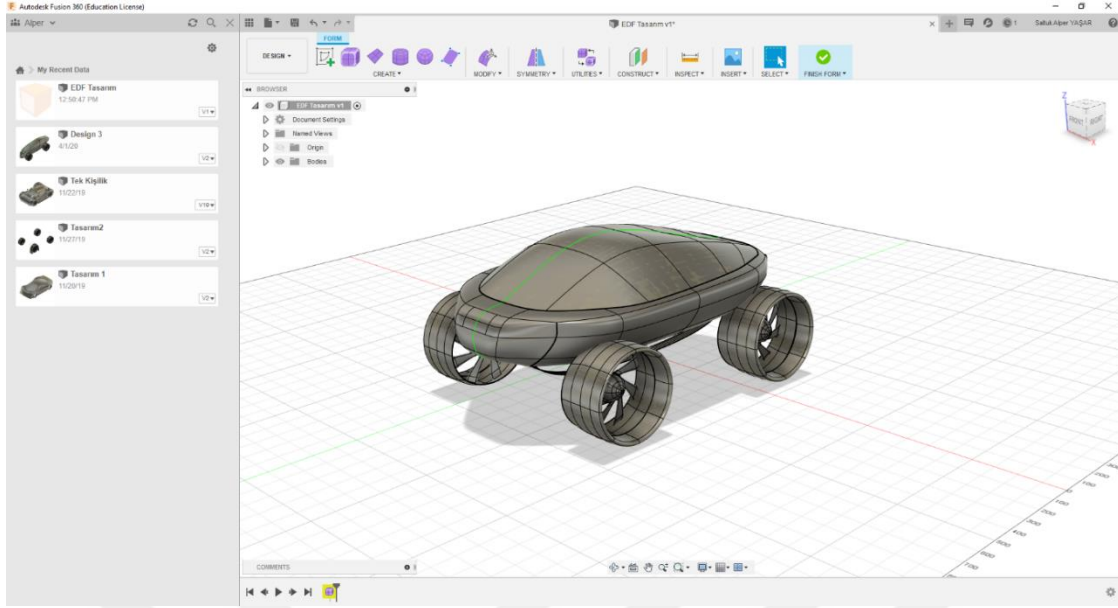
Örneğin, merkezi İtalya’da bulunan Vasyfan firmasının ürettiği 395 mm çapında bir EDF itki sistemi, 750 N itki kuvveti sağlayabilmektedir. Buna karşılık, 860 mm çapında bir pervaneli itki sistemi yaklaşık 410 N itki kuvveti sağlayabilmektedir. Ancak EDF itki sistemleri bu değerlere ulaşabilmek için yüksek devir sayılarına ve oldukça fazla güce ihtiyaç duymaktadırlar. EDF 10000 dev/dak mertebelerinde yukarıdaki değeri sağlayabilirken, pervane 2800 dev/dak ile sağlayabilmektedir.

4. KONSEPT ARAÇ TASARIMI VE ANALİZİ

Sistemin oluşturulabilmesi adına gerekli en temel eleman dış gövdedir. Öncelikli olarak dış gövde tasarımının nasıl gerçekleştirilmesi gerektiği araştırılmıştır. Araştırma sonucunda önce konsept bir tasarım yapıldığı, ardından ihtiyaçlara göre revizyonların gerçekleştirilerek dış gövde tasarımının son halini aldığı belirlenmiştir. Bu nedenle dış gövde tasarımı için yüzey modelleme imkânı sunan programlar araştırılmıştır. Öncelikle Solidworks ortamında denemeler gerçekleştirilmiş, ancak yüzey modelleme açısından yeterli esnekliği sağlayamadığı için, yeni bir yazılım arayışına gidilmiştir. En verimli yüzey modelleme için T-spline özelliği bulunan yazılımlar araştırılmıştır. Autodesk firmasına ait olan, Aston Martin firmasının tercih ettiği Alias AutoStudio başta olmak üzere, Inventor ve Fusion 360 tasarım programları üzerinde denemeler yapılmıştır. Hem kolay kullanımı, hem de diğer modelleme programları ile uyumluluğu yüksek olduğundan Fusion 360 yazılımı tercih edilmiştir. Şekil 4.1 ve Şekil 4.2’de tez kapsamında gerçekleştirilmiş olan konsept tasarımlar görülmektedir.

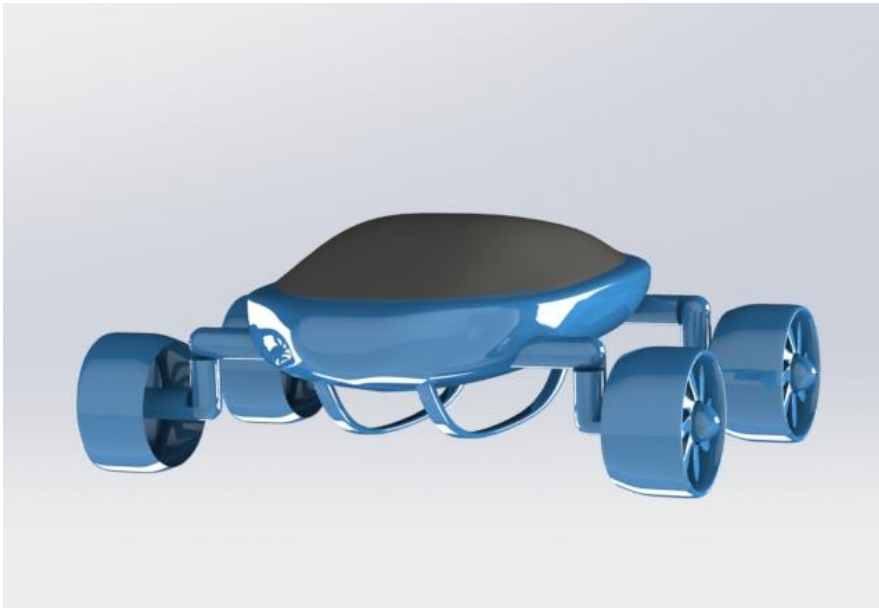


Şekil 4.1. İlk konsept araç dış gövde tasarımı

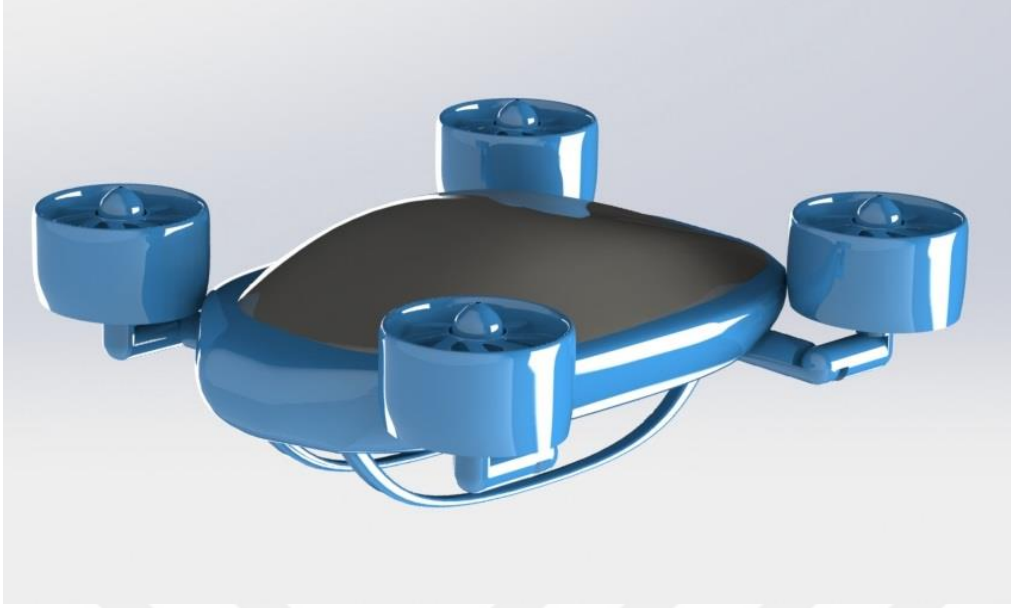


Şekil 4.2. İkinci konsept araç dış gövde tasarımı

Yapılan konsept tasarım denemelerinden optimum tasarımın ikinci tasarım olacağı düşünülmüştür. Çünkü dört rotorlu olan sistemlerin ağırlık merkezinin ortada olması nedeniyle daha dengeli seyir sağlayacağı, ayrıca manevra kabiliyetinin daha yüksek olacağı çalışmalarda gösterilmiştir (Kırmacı, 2023; Memiş, 2023). Konsept tasarıma ait olan nihai form Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te verilmiştir.



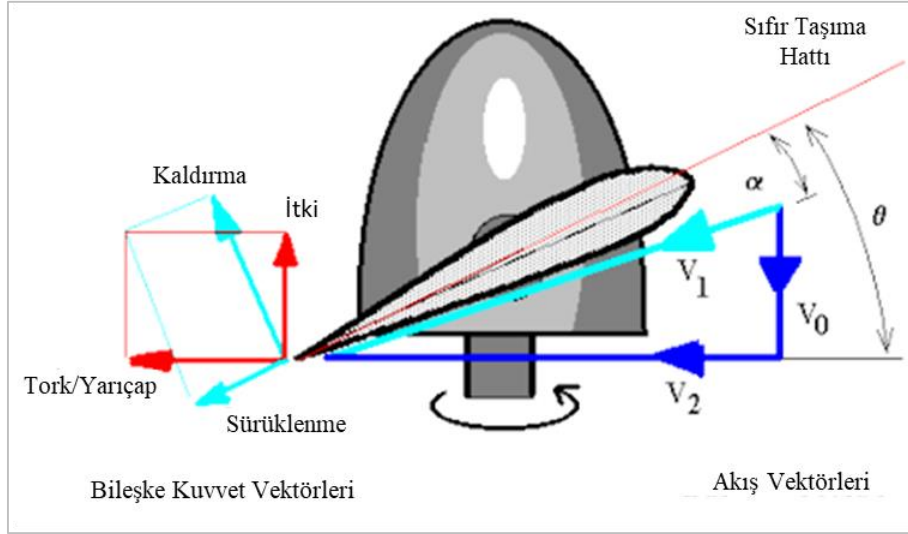
Şekil 4.3. Konsept araç render görüntüsü



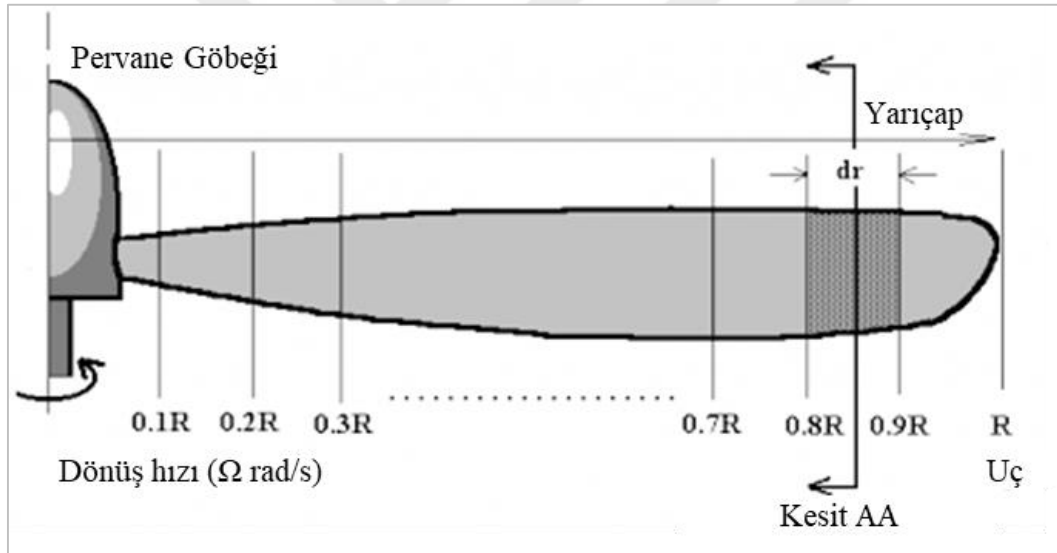
Şekil 4.4. Dönüşümü tamamlanmış konsept araç render görüntüsü

4.1. İtke Elemanı Tasarımı ve Analizi

İtke sistemlerinde pervane tasarımı önem arz etmektedir. Temel olarak iki çeşit pervane teorisi vardır. Bunlar kanat elemanı teorisi ve momentum teorisidir. Kanat elemanı teorisi, kaldırma ve sürüklenme kuvveti katsayıları, kanat üzerine gelen teğetsel ve normal kuvvetler hakkındaki bilgilerin analiz yapılarak elde edildiği teoridir. Bu teoride pervane palasının, kanat kökünden kanat ucuna kadar sonsuz sayıda ince genişliklere sahip profillere bölünebileceği kabul edilmiştir. Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'da pervane elemanına etkiyen kuvvetler ve pervane elemanlarının kesitlerinin alınımı ile ilgili görseller sunulmuştur.



Şekil 4.5. Pervane elemanına ait kuvvet ve akış vektörleri (Chevula, Chillamcharal ve Maddula, 2021; T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, 2011: 1-37)

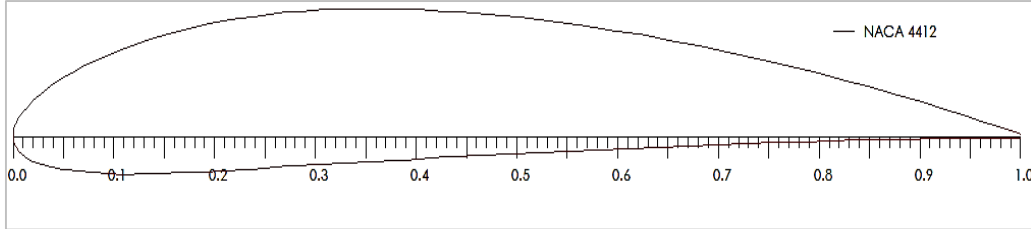


Şekil 4.6. Pervane elemanının kesitleri (Chevula ve diğerleri, 2021)

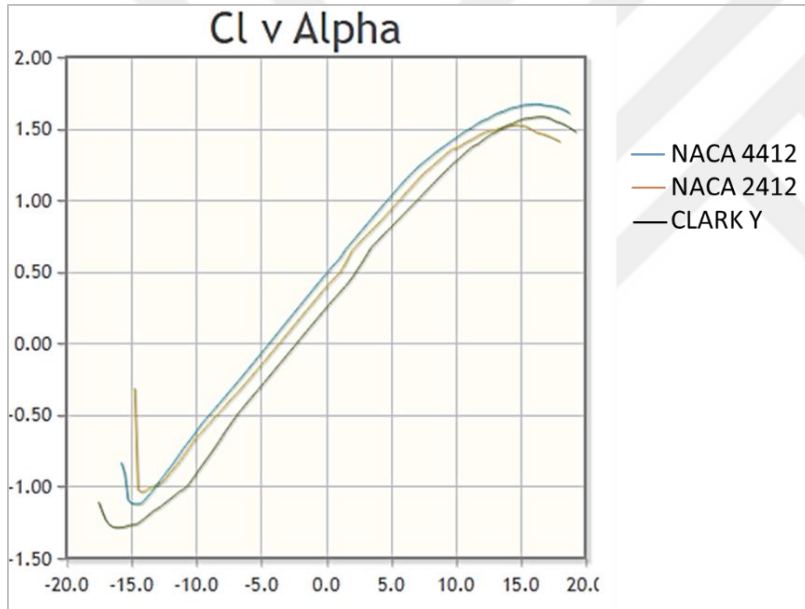
Kanallı pervane sisteminin çalışma prensibini açıklayabilmek için momentum teorisinden faydalanılmıştır. Kanal içi pervane sisteminin performansını inceleyebilmek içinse kinetik enerji teorisinin kullanılması gerekmektedir. Literatürde, itki kuvveti açısından açık pervane sistemleri yerine kanallı pervane sistemleri tercih edildiğinde yaklaşık olarak %53'e kadar bir iyileşme olduğu belirtilmiştir (Önal, 2019).

Pervane tasarımı ile ilgili literatürde CLARK Y, NACA 2412 ve NACA 4412 profillerinin tercih edilmektedir (Gudmundsson, 2014: 661-760; Pankov ve Tang, 2010; Teeuwen, 2017; Vasanthakumar, Tsering ve Suddunuri, 2019). Bunlardan NACA 4412 profili

seçilmiştir (Şekil 4.7). Bu profilin seçilme sebebi, daha fazla kaldırma kuvveti sağlayabilmesidir. Yüksek ve düşük hızlarda iyi performans gösterdiği literatürde belirtilmiştir (Moaad ve diğerleri, 2019). Profillerin oluşturulması ve değerlendirilmesinde Xfoil ve Qblade yazılımları kullanılmıştır (Şekil 4.8).



Şekil 4.7. NACA 4412 profili



Şekil 4.8. Kanat profillerinin kaldırma kuvveti açısından karşılaştırılması

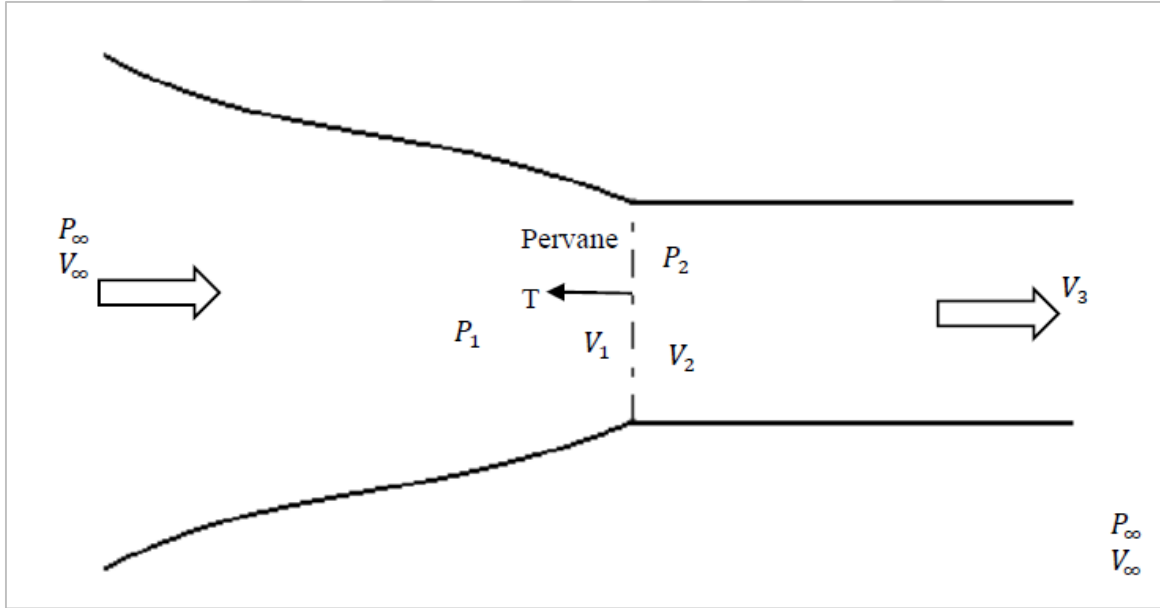
4.2. Momentum Teorisi

Momentum teorisi, pervane sistemine ait olan itki kuvveti, gerekli güç gibi analitik hesaplama ile elde edilecek değerlerin belirlenmesinde kullanılabilecek yöntemlerden birisidir. Momentum teorisi, ideal bir pervanenin matematiksel tanımlaması için kullanılmaktadır. Momentum teorisinde, pervane yerine sonsuz ince bir diskin dönme ekseninde sabit bir hız meydana getirdiği kabul edilir. Bu sayede diskten geçen havanın kazandığı momentum incelenir. Kanat elemanı teorisinin aksine, momentum teorisinde pervane tasarım parametreleri kullanılmamaktadır. Momentum teorisini kullanabilmek için

bazı varsayımların yapılması gereklidir (McCormick, 1999: 1-368). Bu varsayımlar ise şunlardır:

- Sistem yekparedir.
- Pervane etrafında oluşan basınç farkı sabittir.
- Sisteme giriş yapan akışkan hızı disk boyunca sabittir.
- Pervane iz bölgesindeki akış dönme hareketi yapmamaktadır.
- Hızın dikey bileşeni, pervane boyunca sabittir.
- Sistemde sıkıştırılamaz akış vardır.

Bunlar haricinde hem momentum hem de kanat elemanı teorisini barındıran kanat elemanı momentum teorisi de bulunmaktadır. Bu teoride pervane elemanının açısal momentumu dikkate alınmaktadır. Pervane teorileri içerisinde en kısa sürede istenilen hesaplama sonuçlarının elde edilmesine olanak sağlayan teori momentum teorisidir.



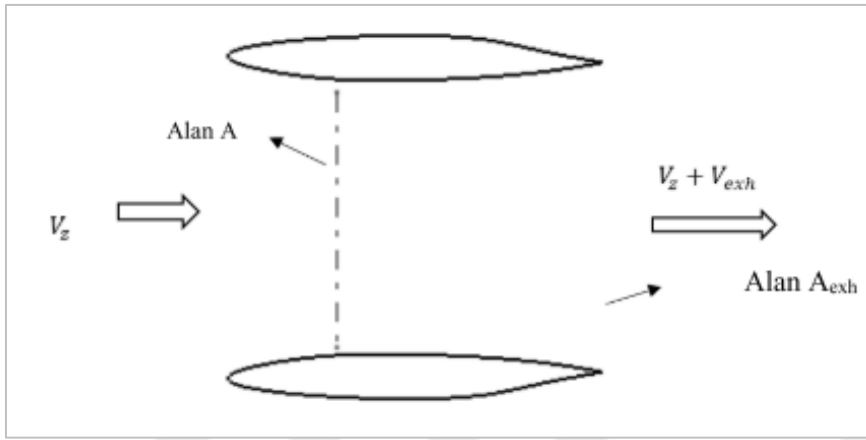
Şekil 4.9. Açık pervane profili giriş çıkışları (Önal, 2019)

Şekil 4.9’da açık pervane profiline ait olan görsel bulunmaktadır. Şekilden de görüleceği üzere, pervane üzerindeki hız denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir (Eş.4.1).

$$V_1 = \frac{V_3 + V_\infty}{2} \quad (4.1)$$

4.3. Kanallı Pervane için Momentum Teorisi

Momentum teorisi kanallı pervane sistemlerine uygulanabilmektedir. Uygulanırken momentum teorisi haricinde kinetik enerji teorisinin de uygulamaya dahil edilmesi gerektiği araştırmalarda belirtilmiştir (Önal, 2019; Önal, Öznalbant ve Kavsaoglu, 2014). Şekil 4.10'da kanallı bir pervane sistemine ait model görselleştirilmiştir. Kinetik enerji formülünden de yararlanılarak gerekli olan güç (P), Eş 4.2 temel formülü kullanılarak Eş. 4.3 ile hesaplanmaktadır.



Şekil 4.10. Kanallı pervane sisteminin görseli (Önal, 2019)

$$P = \frac{1}{2} \dot{m} (V_z - V_{exh})^2 - \frac{1}{2} \dot{m} V_z^2 \quad (4.2)$$

$$P = \frac{1}{2} \dot{m} (2V_z + V_{exh}) V_{exh} \quad (4.3)$$

İtki kuvveti değerinin (T) elde edilebilmesi için Eş. 4.4 temel formülü kullanılarak Eş. 4.5'de verilen nihai hali kullanılmaktadır.

$$T = \dot{m} (V_z + V_{exh}) - \dot{m} V_z \quad (4.4)$$

$$T = \dot{m} V_{exh} \quad (4.5)$$

Bu sayede kanallı bir itki sistemi için itki kuvveti ve gerekli güç tanımlanmış olur. Eş 4.3

ve Eş. 4.5 kullanarak gücün itkiye oranı Eş. 4.6’da ifade edilmiştir.

$$\frac{P}{T} = V_z + \frac{V_{exh}}{2} \quad (4.6)$$

Kütle debisi ($\dot{m}$) ise Eş. 4.7’deki formül ile elde edilmektedir.

$$\dot{m} = \rho A(V_z + V_{exh}) \quad (4.7)$$

Alan oranı Eş. 4.8’de gösterilmiştir.

$$\Phi = \frac{A}{A_{exh}} \quad (4.8)$$

Yukarıdaki denklemlerden faydalanılarak güç itki oranı yeniden düzenlenirse Eş. 4.9 elde edilir.

$$\frac{P}{T} = V_z + \frac{-V_z + \sqrt{V_z^2 + 4\Phi \frac{T}{\rho A}}}{4} \quad (4.9)$$

Ancak, momentum teorisinin bu şekilde uygulanabilmesi için hızların önceden tespit edilmiş olması gerekmektedir. Bu nedenle çeşitli parametreler kabul edilerek bir hesaplama yapılması tercih edilmiştir. İtki sisteminin ideal şartlarda üretebileceği itki kuvvetleri için teorik hesaplamalar gerçekleştirilmiştir. Pervane dış çapının 480 mm, rotor çapının ise 160 mm olması kararlaştırılmıştır. Hesaplamalarda kullanılan parametreler Çizelge 4.1’de verilmiştir.

Çizelge 4.1. Hesaplamalarda kullanılan parametreler

Parametreler	Değerler	Birim
Atmosferik Basınç	101325	Pa
Sıcaklık	20	°C
Hava Yoğunluğu	1,225	kg/m ³

Çizelge 4.1. Hesaplamalarda kullanılan parametreler (devamı)

Pervane Uç Çapı (D_{tip})	480	mm
Pervane Kök Çapı (D_{hub})	160	mm
Giriş Kesit Bölge Alanı	0,080425	m ²
Pervane Kesit Bölge Alanı	0,080425	m ²
Çıkış Kesit Bölge Alanı	0,080425	m ²
Girişle Çıkış Arasındaki Basınç Oranı	1	

Kanatların kök (hub) ve uçları (tip) arasındaki çizgisel hızlarda fark vardır. Bir kanatta kökten uca doğru çizgisel hız artmaktadır (Tunca ve Kavsaoğlu, 2016). Hız farkının oluşmaması için hücum açısı (Angle of Attack – AoA) yeniden hesaplanmış ve kanat ucuna bu şekilde uygulanmıştır. İdeal koşullarda gerçekleştirilen bu hesaplamalar sayesinde, farklı devirlerde üretilebilecek itki kuvvetinin hesaplanması amaçlanmıştır.

Hatve (pitch) Eş. 4.10 ile elde edilmektedir.

$$Pitch = 2\pi r_{hub} \tan(AoA_{hub}) \quad (4.10)$$

Hatve belirlendikten sonraki adım, uç kısmındaki hücum açısının belirlenmesidir. Kanat ucunda hücum açısı Eş. 4.11 ile hesaplanmaktadır.

$$AoA_{tip} = \arctan\left(\frac{Pitch}{2\pi r_{tip}}\right) \quad (4.11)$$

İtki sisteminin iç alanı Eş. 4.12 ile elde edilmektedir.

$$A = \pi (r_{tip} - r_{hub})^2 \quad (4.12)$$

Saniyedeki devir sayısının kökteki çap ile çarpılması ile akışkan hızının (Eş. 4.13) ve hacim ile yoğunluğun çarpılarak kütleli debinin (Eş. 4.14) tespit edilmesi gerekmektedir.

$$v = D_{hub} n \quad (4.13)$$

$$\dot{m} = V \rho \quad (4.14)$$

Elde edilebilecek en yüksek teorik itki kuvveti (Eş 4.15) için kütleli debi ile akışkan hızı çarpılır.

$$F = \dot{m} v \quad (4.15)$$

Teorik hesaplama sonucu ideal şartlarda devir sayılarına göre elde edilen maksimum itki kuvvetleri Çizelge 4.2’de verilmiştir.

Çizelge 4.2. Hesaplama sonucu tespit edilen itki kuvveti değerleri

Devir Sayısı (dev/dak)	İtki Kuvveti (N)
8000	470,62
10000	735,35
12000	1058,9

Bu değerler elde edildikten sonra, farklı girdiler seçilerek pervane tasarım parametrelerinin analiz sonuçlarına olacak etkileri araştırılmıştır. Tasarımlarda üç farklı hücum açısı (30°, 45° ve 60°), üç farklı devir sayısı (8000 dev/dak, 10000 dev/dak ve 12000 dev/dak) ve 5 farklı kanat sayısı (8, 9, 10, 11, 12) kullanılmıştır. Tasarım için kullanılan girdiler ve seviyeleri Çizelge 4.3’te verilmiştir.

Çizelge 4.3. Tasarım girdileri ve seviyeleri

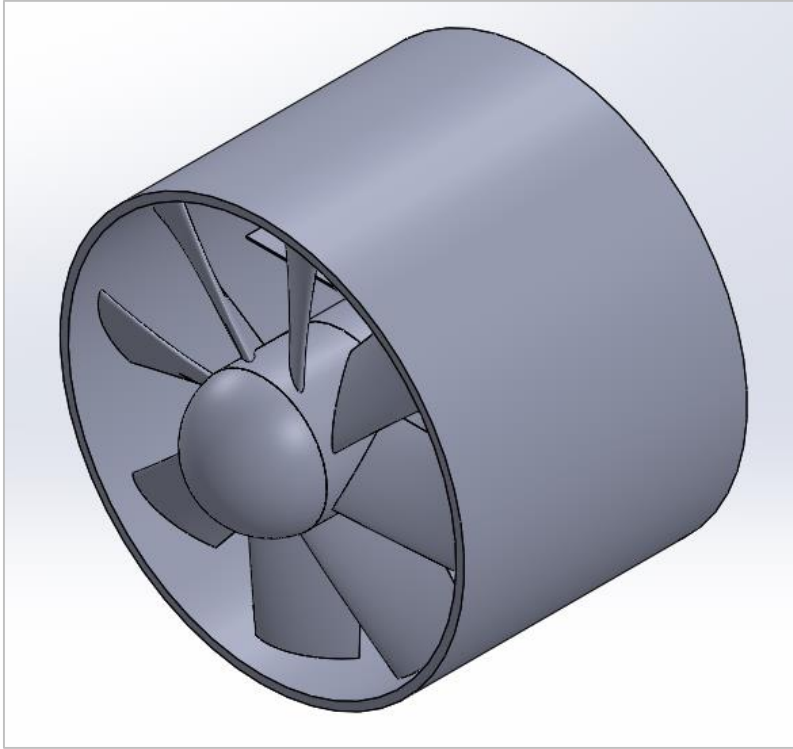
	Seviye 1	Seviye 2	Seviye 3	Seviye 4	Seviye 5
Hücum açısı (°)	30	45	60		
Devir sayısı (dev/dak)	8000	10000	12000		
Kanat sayısı	8	9	10	11	12

Bu girdilerin itki sistemindeki etkilerini incelemek için parametrik olarak analizler gerçekleştirilmiştir. Analiz için kullanılan girdiler ve değerleri Çizelge 4.4’te belirtilmiştir.

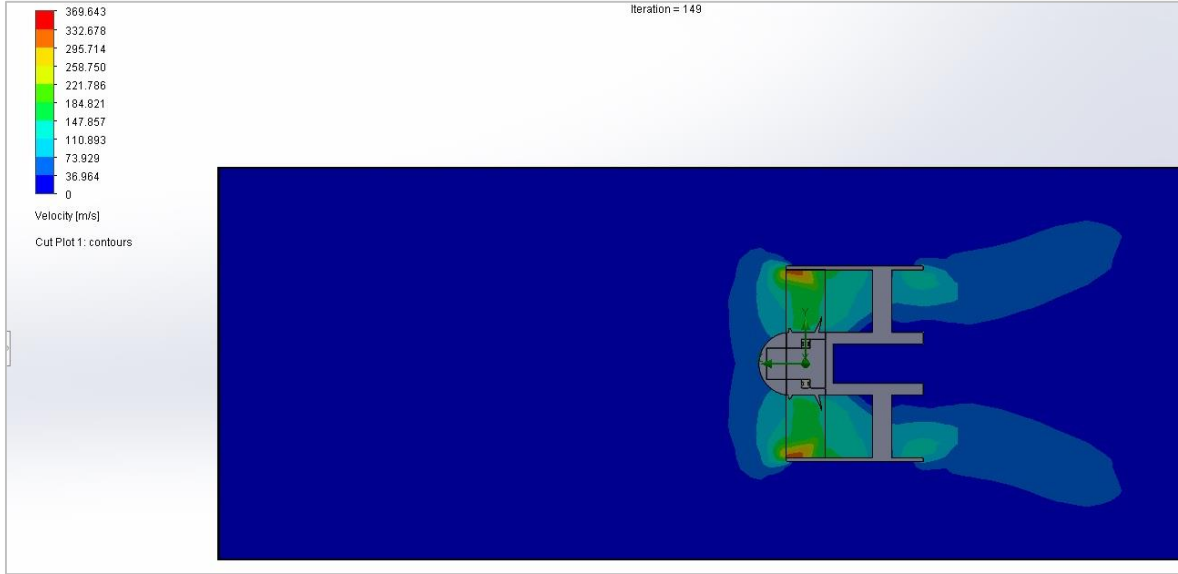
Çizelge 4.4. Analiz girdileri ve kullanılan değerler

Girdiler	Değerler
Basınç	101325 Pa
Sıcaklık	293,2 K (20 °C)
Akışkan	Hava
Akış Tipi	Laminar ve türbülanslı

Genel mesh yapısı oluşturulduktan sonra, sonuçların daha iyi irdelenebilmesi için pervanelere daha yoğun bir mesh tanımlaması yapılmıştır. Şekil 4.11’de tasarlanan pervane görseli ve Şekil 4.12’de ise akış analizinden bir görsel bulunmaktadır.

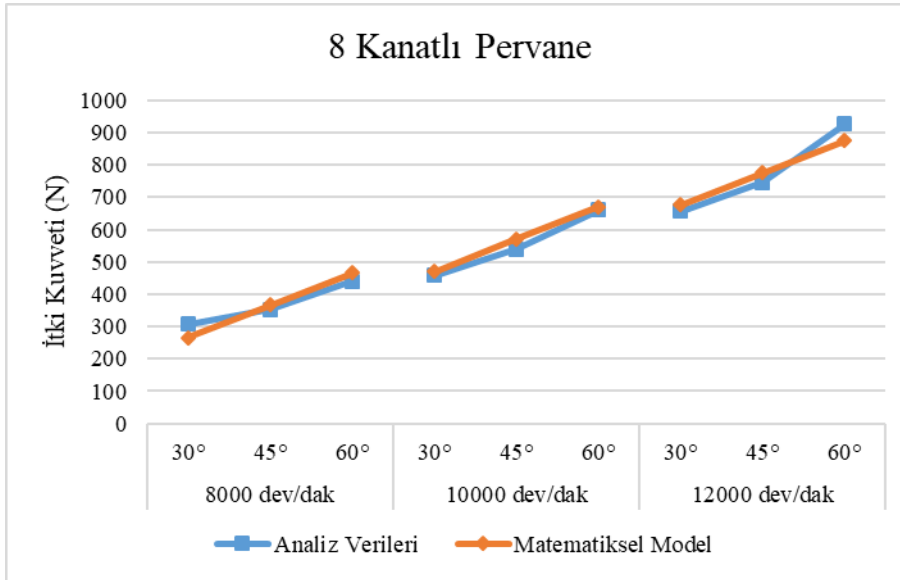


Şekil 4.11. Tasarlanan pervane görseli

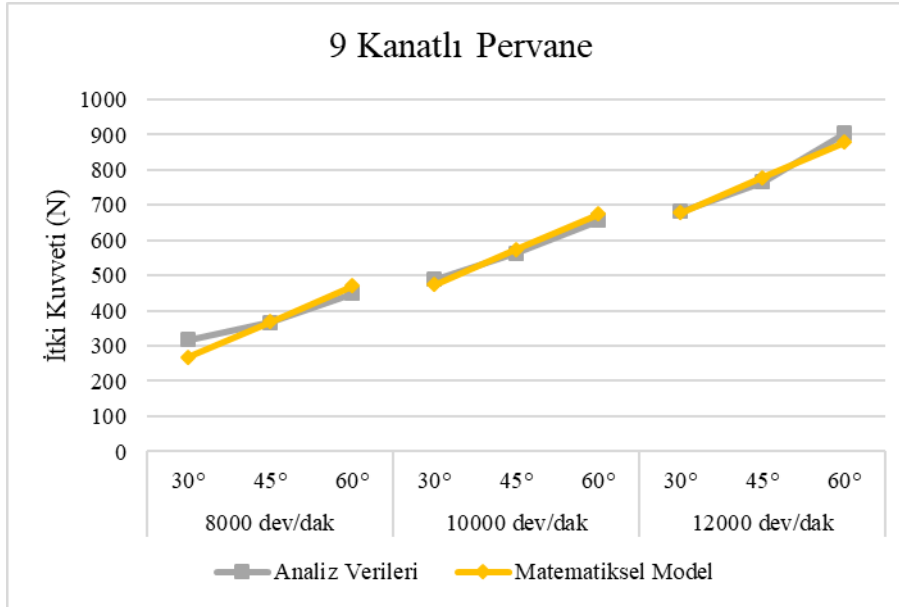


Şekil 4.12. İtki sistemi akış analizi

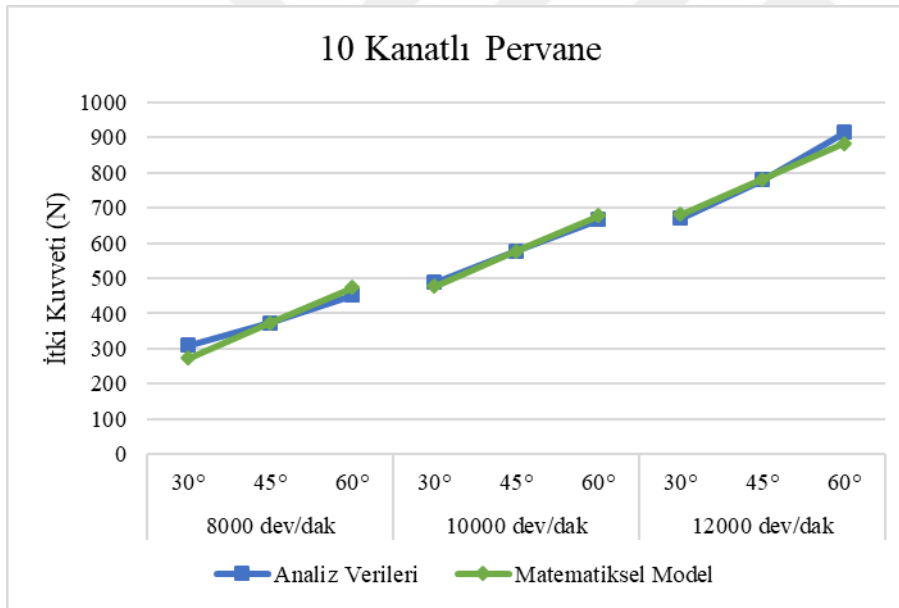
Toplamda 45 farklı tasarım olasılığının analizleri gerçekleştirilmiştir. Analiz sonuçlarından ve oluşturulan matematiksel modellerden elde edilen değerler, grafik haline getirilmiş ve karşılaştırılmıştır. Şekil 4.13, Şekil 4.14, Şekil 4.15, Şekil 4.16 ve Şekil 4.17’de itki kuvveti değerleri incelenmiştir.



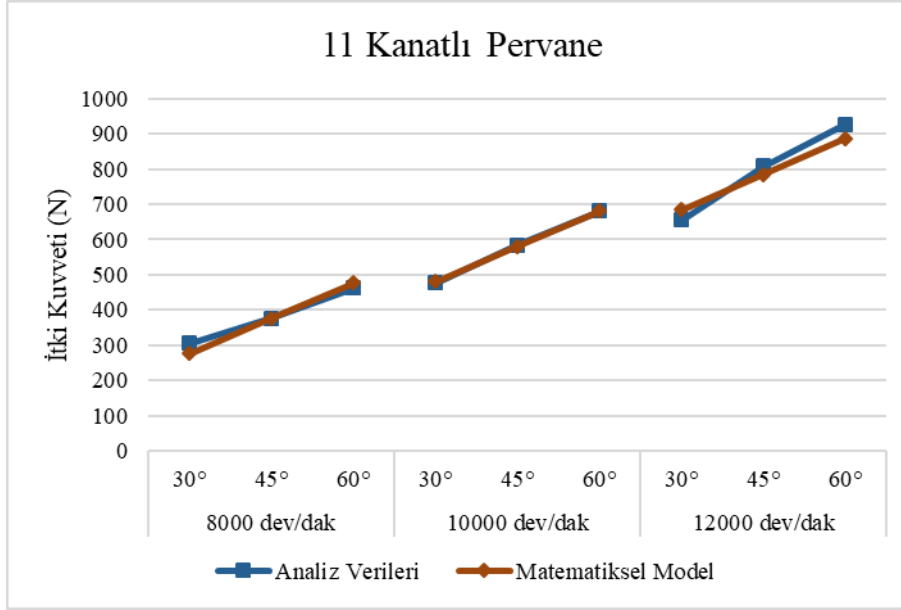
Şekil 4.13. 8 kanatlı pervane için itki kuvveti değerleri



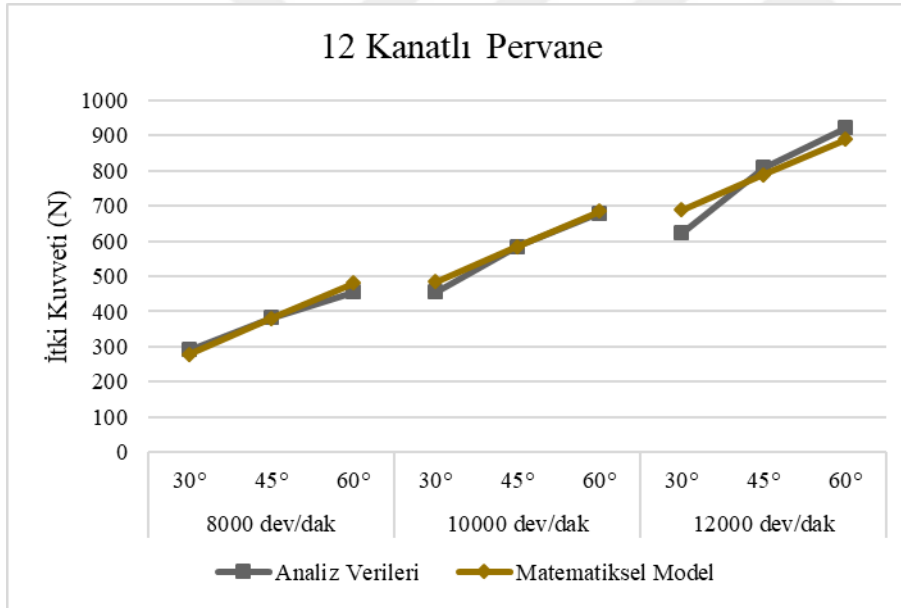
Şekil 4.14. 9 kanatlı pervane için itki kuvveti değerleri



Şekil 4.15. 10 kanatlı pervane için itki kuvveti değerleri



Şekil 4.16. 11 kanatlı pervane için itki kuvveti değerleri

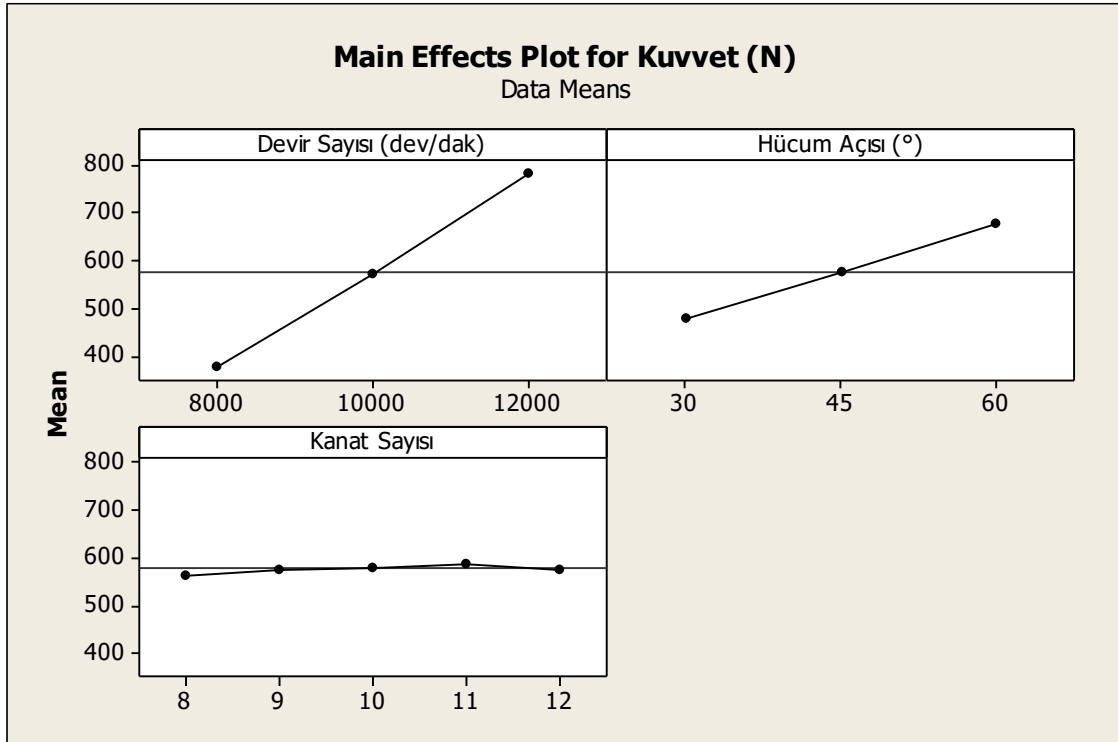


Şekil 4.17. 12 kanatlı pervane için itki kuvveti değerleri

Şekiller incelendiğinde, artan hücum açısı ve devir sayısının itki kuvvetini arttırdığı görülmektedir. Artan devir sayısı ile itki kuvvetinin artırılabilceği literatürde paylaşılmıştır (Y. J. Choi, Wie ve Chae, 2022; Urban ve diğerleri, 2023). Ancak literatürde, hücum açısının artışının, itki kuvvetine olan olumlu etkisinin belirli bir noktaya kadar olabileceği belirtilmektedir (Xiao ve Liao, 2010). Pervane kanat sayısının etkisi ise diğer parametrelere kıyasla ihmal edilebilecek düzeyde olduğu anlaşılmaktadır. Analizler sonucunda en düşük itki kuvveti 8000 dev/dak dönen, 12 kanatlı, 30° hücum açısına sahip

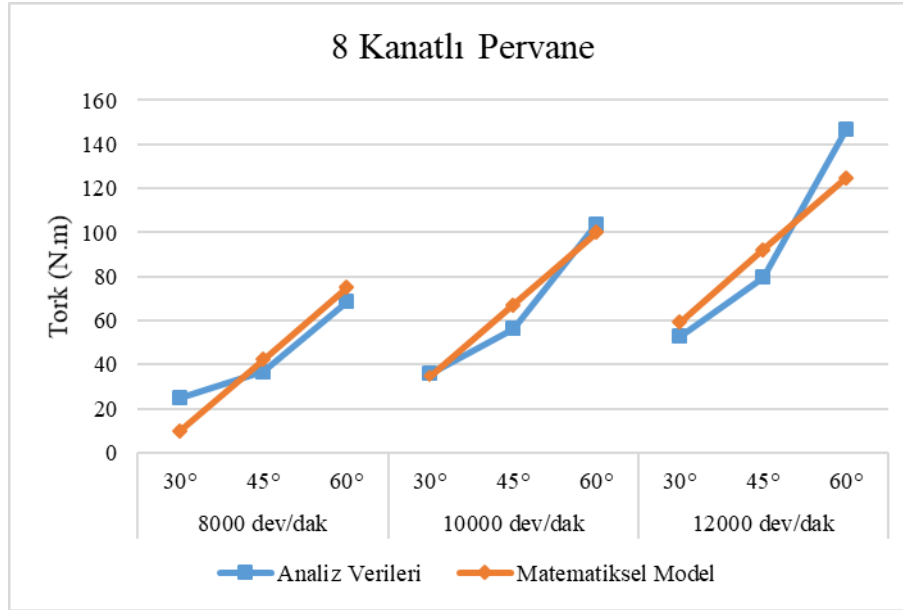
kanallı pervanede 291,72 N, en yüksek itki kuvveti ise 12000 dev/dak dönen, 11 kanatlı, 60° hücum açısına sahip kanallı pervanede 927,47 N olarak elde edilmiştir. En küçük ve en büyük değerler kıyaslandığında, %217,93'lük bir artış olduğu söylenebilir. İtke kuvveti için oluşturulan matematiksel model %98,29 güvenilirlik oranına sahiptir. İtke kuvveti için oluşturulan matematiksel model Eş. 4.16'da ifade edilmiştir.

$$\text{Kuvvet} = -781,665 + 0,102324 \text{ Devir Sayısı} + 6,70525 \text{ Hücum Açısı} \quad (4.16)$$

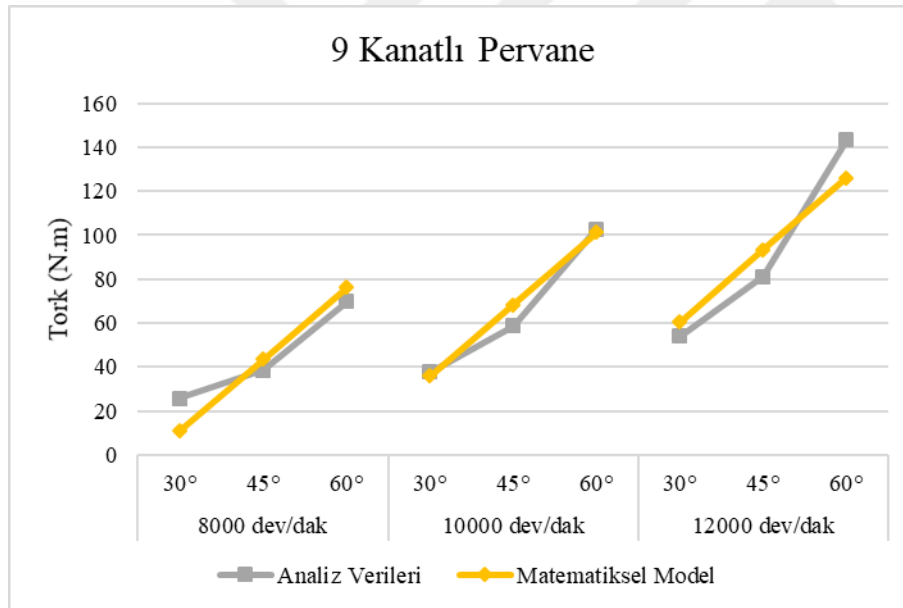


Şekil 4.18. Girdilerin itki kuvveti üzerindeki ortalama etkileri

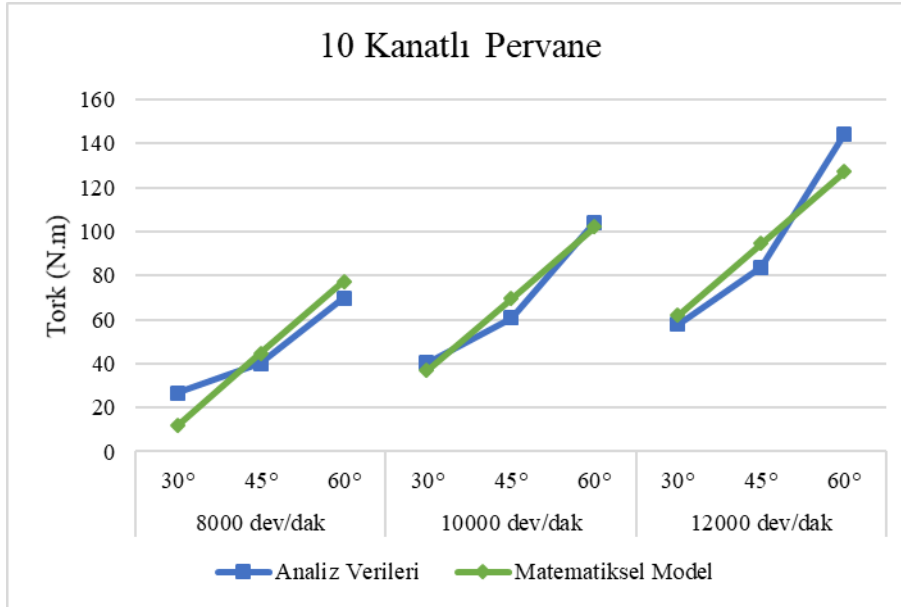
Girdilerin itki kuvveti üzerindeki etkileri (Şekil 4.18) incelendiğinde ise, en etkili parametrelerin sırası ile devir sayısı ve hücum açısı olduğu söylenebilir. Elde edilen sonuçlar literatür ile örtüşmektedir (Y. J. Choi ve diğerleri, 2022; Urban ve diğerleri, 2023; Xiao ve Liao, 2010). Şekil 4.19, Şekil 4.20, Şekil 4.21, Şekil 4.22 ve Şekil 4.23'te tork değerleri incelenmiştir.



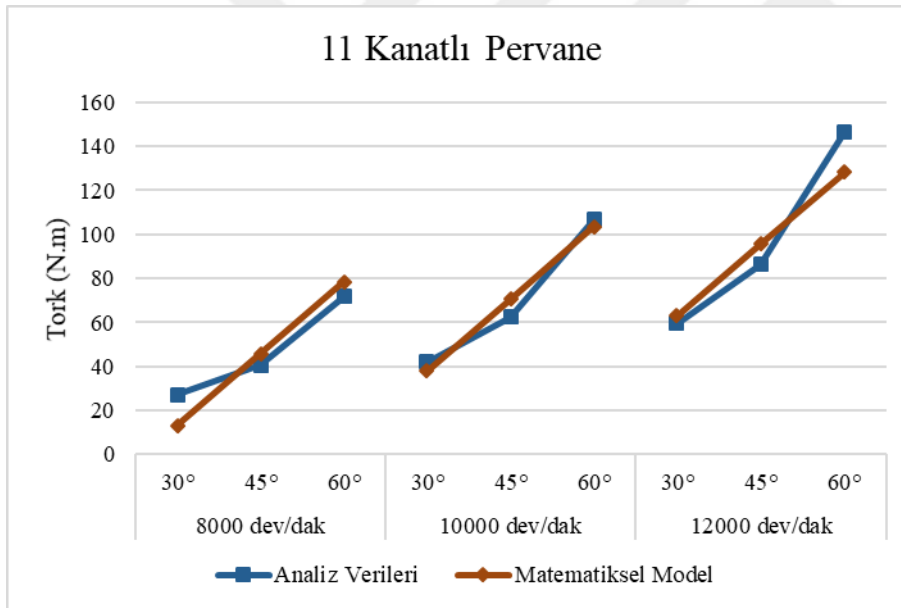
Şekil 4.19. 8 kanatlı pervane için tork değerleri



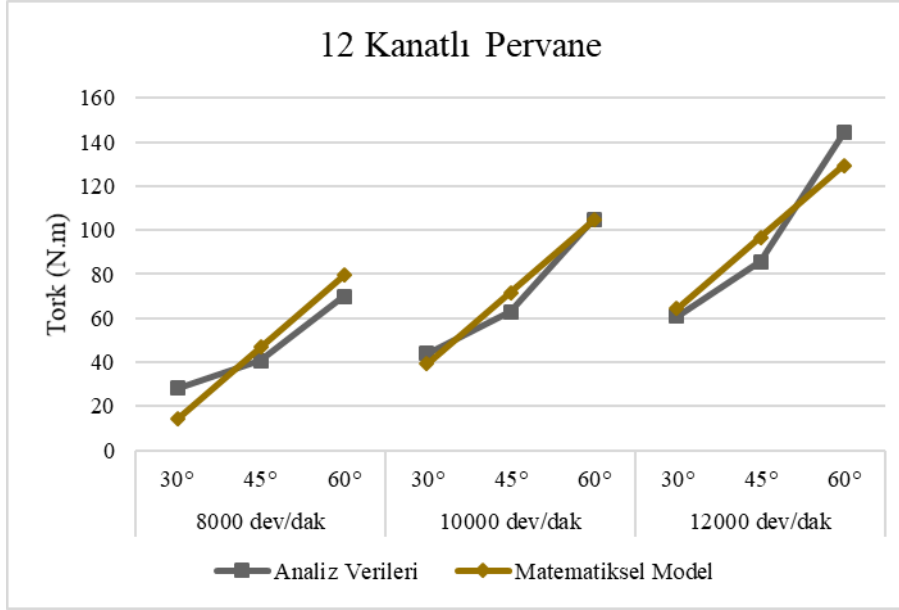
Şekil 4.20. 9 kanatlı pervane için tork değerleri



Şekil 4.21. 10 kanatlı pervane için tork değerleri



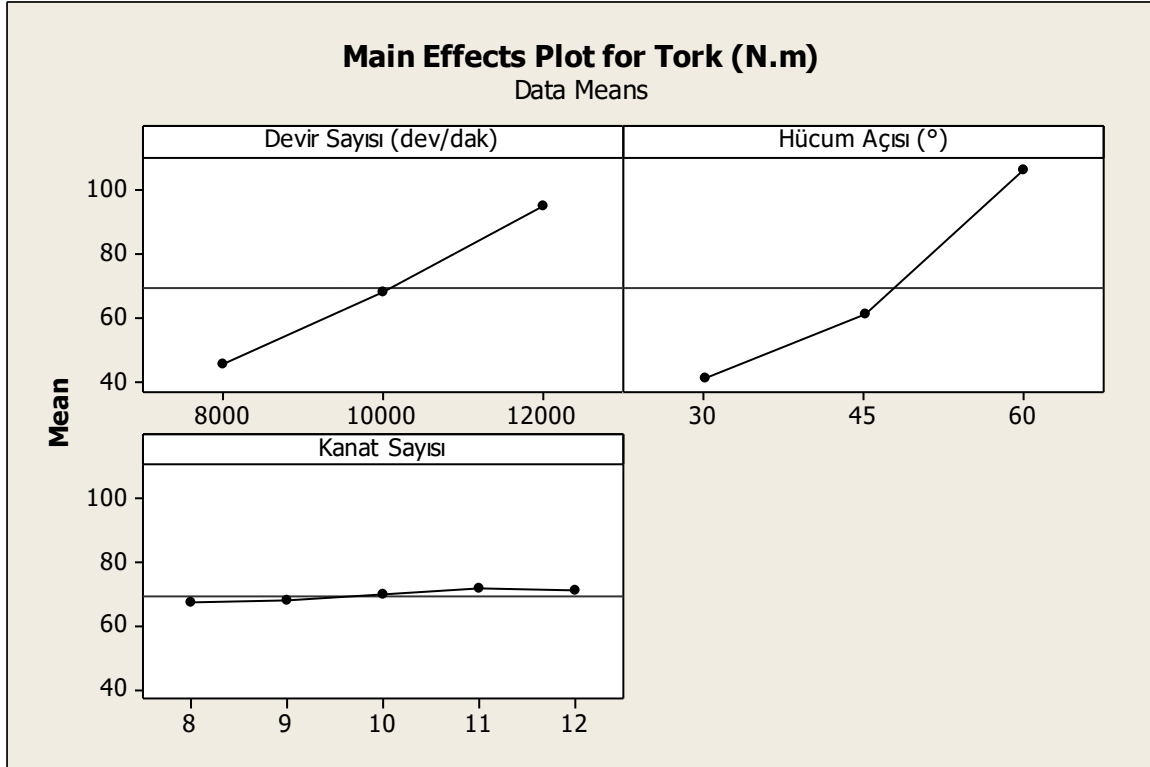
Şekil 4.22. 11 kanatlı pervane için tork değerleri



Şekil 4.23. 12 kanatlı pervane için tork değerleri

Şekiller incelendiğinde, artan hücum açısı ve artan devir sayısının tork değerini arttırdığı görülmektedir. Literatürde artan devir sayısının tork değerini arttırdığı belirtilmiştir (Salazar, Liou ve Xu, 2020). Hücum açısının artışının sürüklenme kuvvetini attırmasından ötürü oluşacak tork değerini ve ihtiyaç duyulan devir sayısını arttırdığı literatürde belirtilmiştir (Yu, 2021). Yine pervane kanat sayısının tork değerine doğrudan etkisinin olmadığı anlaşılmaktadır. Analizler sonucunda en düşük tork değeri 8000 dev/dak dönen, 8 kanatlı, 30° hücum açısına sahip kanallı pervanede 24,70 Nm, en yüksek tork değeri ise 12000 dev/dak dönen, 8 kanatlı, 60° hücum açısına sahip kanallı pervanede 147,16 Nm olarak elde edilmiştir. En küçük ve en büyük değerler kıyaslandığında, %495,88’lik bir artış olduğu söylenebilir. Tork için oluşturulan matematiksel modelin güvenilirlik oranı %92,01 olarak tespit edilmiştir. Tork için oluşturulan matematiksel model Eş. 4.17’de ifade edilmiştir.

$$\text{Tork} = -164,736 + 0,012456 \text{ Devir Sayısı} + 2,18326 \text{ Hücum Açısı} \quad (4.17)$$



Şekil 4.24. Girdilerin tork üzerindeki ortalama etkileri

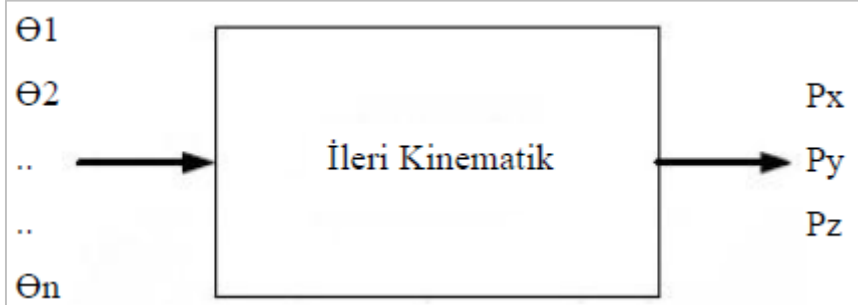
Girdilerin tork üzerindeki etkileri (Şekil 4.24) incelendiğinde ise, en etkili parametrelerin sırası ile hücum açısı ve devir sayısı olduğu söylenebilir.

4.4. Kişisel Hava Aracı Kalkış-İniş Sisteminin Kinematik Analizi

Bir sistemde kinematik analiz, sistemin çalışmasının irdelenmesi açısından oldukça önem arz etmektedir. Sistemin kinematik analizinin gerçekleştirilmesi iki aşamadan oluşmaktadır. Öncelikle ileri kinematik uygulanarak sistemdeki referans eksen ve uç eleman arasındaki geometrik bağlantı tespit edilir (Şekil 4.25). Bu bağlantının elde edilmesinde homojen transformasyon matrisleri kullanılmaktadır. Homojen transformasyon matrisleri, uzaydaki bir eksen takımından diğer bir eksen takımına geçiş esnasındaki rotasyon ve pozisyon bilgilerini içeren matrislerdir. Bu sayede sistemin uç elemanının referans eksene göre olan pozisyon bilgileri elde edilebilir (Craig, 2005: 1-400; D. Yılmaz, 2010).

Uzuvların birbirlerine göre olan dönüşüm matrislerinin çarpılması ile referans eksen takımı ve uç eksen takımı arasında matematiksel olarak bağlantı kurulur. Bir başka deyişle, belirli

açısal veya konumsal girdiler sayesinde referans eksen takımına göre sistemin pozisyon bilgilerinin elde edilmesi amaçlanmaktadır (Craig, 2005: 1-400; Havusoğlu, 2014).



Şekil 4.25. İleri kinematik (Havusoğlu, 2014)

Bir sistemin kullanımı esnasındaki girdiler aslında pozisyon değerleridir. İkinci aşama olan ters kinematik ile girdi olan pozisyon bilgileri ile referans eksen takımına göre uzuvların doğrusal ve açısal olarak istenen pozisyona ulaşabilmesi için gerekli değerlerin tespit edilmesi amaçlanır (Şekil 4.26). Ters kinematik uygulanırken elde edilen eşitliklerin çözülmesi oldukça karmaşık olabilmektedir (Craig, 2005: 1-400; Havusoğlu, 2014).



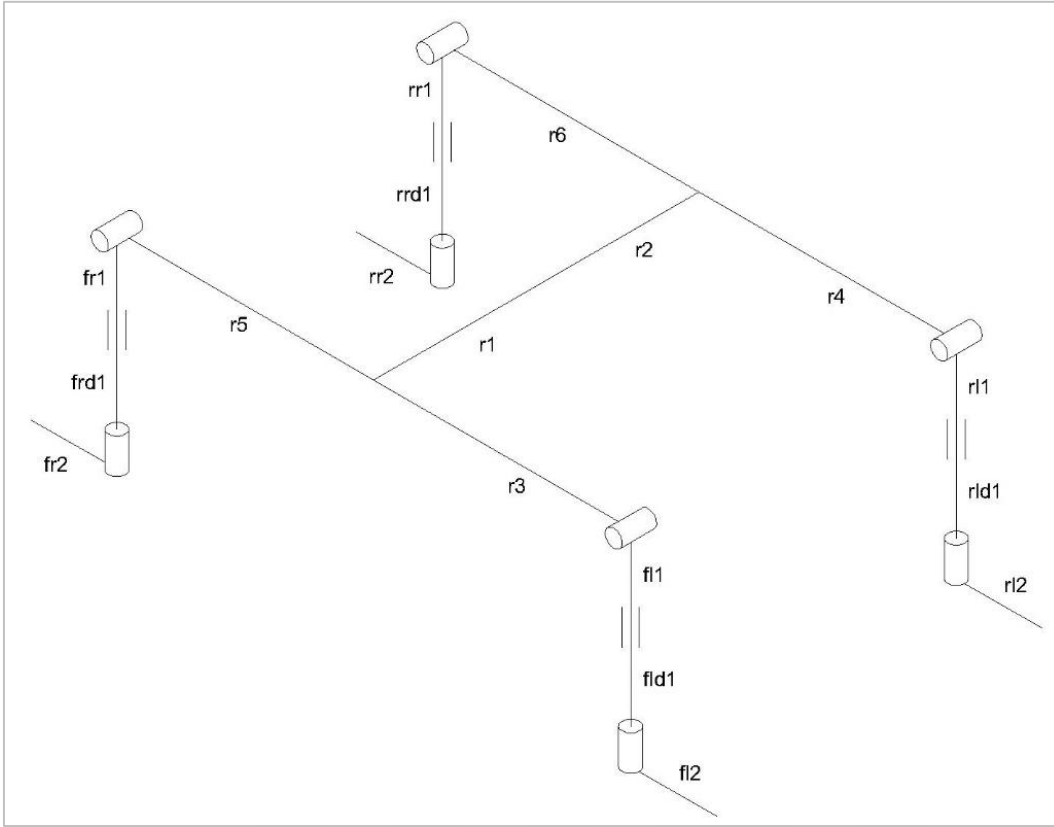
Şekil 4.26. Ters kinematik (Havusoğlu, 2014)

Robotik sistemlerde farklı kabiliyetlerde robot kollar bulunmaktadır. Genellikle uzuvların döner veya prizmatik olmasına göre isimlendirilirler (Craig, 2005: 1-400). Çalışma alanı, amaçlanan senaryo gibi faktörlere göre bu kollar çeşitlilik gösterebilmektedir. Literatürde, eş zamanlı çalışmada tercih edilen robot kol çeşitlerinden biri olan döner-prizmatik-döner (revolute-prismatic-revolute, RPR) mekanizma ile yapılan çalışmalar bulunmaktadır (Dong, Gao ve Yue, 2016; Nejadkourki ve Mahmoodabadi, 2019; Zhu, Wei, Zhang ve Liao, 2022). Bu kapsamda, eş zamanlı çalışabilecek kabiliyette dört adet RPR robot kol ile tasarlanan sistemin kinematik analizi gerçekleştirilmiştir. İleri ve ters kinematik ile

tamamlanan kinematik analiz sonucunda, sistemdeki ilgili açı ve konum değerleri tespit edilmiştir. Şekil 4.27’de sistemin render görünümü bulunmaktadır. Şekil 4.28’de ise sistemin kinematik analizi için oluşturulan şematik görünümüne yer verilmiştir. Bu şematik görünüm kullanılarak transformasyon matrisleri elde edilmiştir.



Şekil 4.27. Konsept tasarımın çizgisel modelleme öncesi render görüntüsü

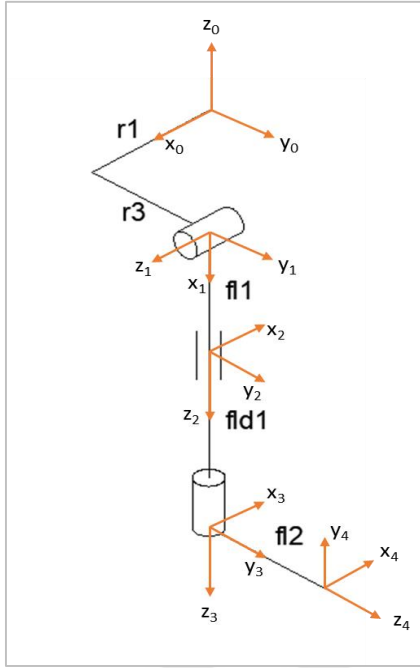


Şekil 4.28. Sistemin şematik görünümü

Tipik bir transformasyon matrisi Eş. 4.18’de verilmiştir.

$${}^B_w T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Burada rotasyon kısımları r harfiyle, pozisyon kısımları ise P harfiyle ifade edilmiştir. W harfi referans uzvu, B harfiyse bir sonraki uzvu simgelemektedir (Craig, 2005: 1-400). Ön sol kolun eksen takımları Şekil 4.29’da gösterilmiştir. Bu kola ait olan ileri kinematik analiz sonucu her bir eksen takımı arasındaki transformasyon matrisleri elde edilmiştir.



Şekil 4.29. Ön sol kolun eksen takımlarının gösterimi

$${}^0T_{1FL} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & r_1 \\ 0 & 1 & 0 & r_3 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$${}^1T_{2FL} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & fl_1 \cos(\theta_1) \\ 0 & \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & fl_1 \sin(\theta_1) \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$${}^2T_{3FL} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & fld_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$${}^3T_{4FL} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & -\sin(\theta_2) & -fl_2 \sin(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & 0 & \cos(\theta_2) & fl_2 \cos(\theta_2) \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$${}^0T_{4FL} = {}^0T_{1FL} {}^1T_{2FL} {}^2T_{3FL} {}^3T_{4FL} \quad (4.23)$$

$${}^0T_{4FL} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_2) & 0 & \sin(\theta_2) & r_1 + fl_2 \sin(\theta_2) \\ \cos(\theta_1)\sin(\theta_2) & -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) & r_3 + fl_2 \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) + (fl_1 + fld_1)\sin(\theta_1) \\ \sin(\theta_1)\sin(\theta_2) & \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1)\cos(\theta_2) & fl_2 \sin(\theta_1)\cos(\theta_2) - (fl_1 + fld_1)\cos(\theta_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

İleri kinematik sayesinde bulunan referans eksen ve uç eksen arasındaki transformasyon matrisinden pozisyon eşitlikleri elde edilir.

$$P_{x_{FL}} = r_1 + fl_2 \sin(\theta_2) \quad (4.25)$$

$$P_{y_{FL}} = r_3 + fl_2 \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) + (fl_1 + fld_1)\sin(\theta_1) \quad (4.26)$$

$$P_{z_{FL}} = fl_2 \sin(\theta_1)\cos(\theta_2) - (fl_1 + fld_1)\cos(\theta_1) \quad (4.27)$$

Bu eşitlikler yardımıyla ters kinematik uygulanarak, uzuvlara ait bilinmeyenlerin pozisyonlara göre çözümlemeleri gerçekleştirilmiştir.

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{P_{x_{FL}} - r_1}{fl_2}\right) \quad (4.28)$$

$$P_{y_{FL}} - r_3 - fl_2 \cos(\theta_1)\cos(\theta_2) = (fld_1 + fl_1)\sin(\theta_1) \quad (4.29)$$

$$-P_{z_{FL}} + fl_2 \sin(\theta_1)\cos(\theta_2) = (fld_1 + fl_1)\cos(\theta_1) \quad (4.30)$$

$$\frac{P_{y_{FL}} - r_3 - fl_2 \cos(\theta_1)\cos(\theta_2)}{-P_{z_{FL}} + fl_2 \sin(\theta_1)\cos(\theta_2)} = \frac{(fld_1 + fl_1)\sin(\theta_1)}{(fld_1 + fl_1)\cos(\theta_1)} \quad (4.31)$$

$$(P_{y_{FL}} - r_3)\cos(\theta_1) + P_{z_{FL}} \sin(\theta_1) = fl_2 \cos(\theta_2) \quad (4.32)$$

$$A_{FL} = P_{y_{FL}} - r_3 \quad (4.33)$$

$$B_{FL} = P_{z_{FL}} \quad (4.34)$$

$$C_{FL} = fl_2 \cos(\theta_2) \quad (4.35)$$

$$A_{FL} \cos(\theta_1) + B_{FL} \sin(\theta_1) = C_{FL} \quad (4.36)$$

$$\frac{A_{FL}}{\sqrt{A_{FL}^2 + B_{FL}^2}} \cos(\theta_1) + \frac{B_{FL}}{\sqrt{A_{FL}^2 + B_{FL}^2}} \sin(\theta_1) = \frac{C_{FL}}{\sqrt{A_{FL}^2 + B_{FL}^2}} \quad (4.37)$$

$$\cos(\alpha) \cos(\theta_1) + \sin(\alpha) \sin(\theta_1) = \frac{C_{FL}}{\sqrt{A_{FL}^2 + B_{FL}^2}} \quad (4.38)$$

$$\cos(\theta_1 - \alpha) = \frac{C_{FL}}{\sqrt{A_{FL}^2 + B_{FL}^2}} \quad (4.39)$$

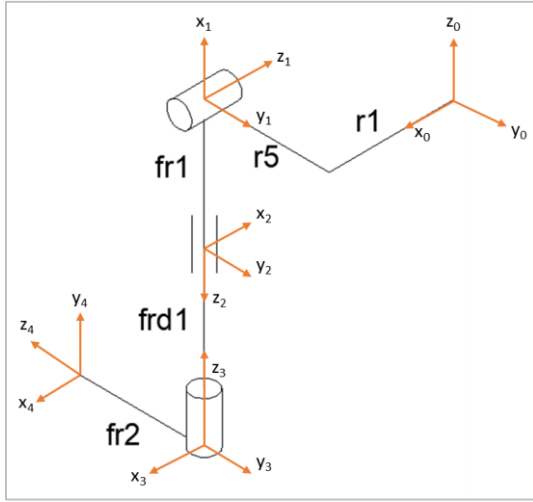
$$\theta_1 - \alpha = \arccos\left(\frac{C_{FL}}{\sqrt{A_{FL}^2 + B_{FL}^2}}\right) \quad (4.40)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{B_{FL}}{A_{FL}}\right) \quad (4.41)$$

$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{C_{FL}}{\sqrt{A_{FL}^2 + B_{FL}^2}}\right) + \arctan\left(\frac{B_{FL}}{A_{FL}}\right) \quad (4.42)$$

$$fld_1 = (P_{y_{FL}} - r_3) \sin(\theta_1) - P_{z_{FL}} \cos(\theta_1) - fl_1 \quad (4.43)$$

Ön sol kol için kinematik analiz başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Ön sağ kolun eksen takımları Şekil 4.30’da gösterilmiştir. Bu kola ait olan ileri kinematik analiz sonucu her bir eksen takımı arasındaki transformasyon matrisleri elde edilmiştir.



Şekil 4.30. Ön sağ kolun eksen takımlarının gösterimi

$${}^0T_{FR} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & r_1 \\ 0 & 1 & 0 & -r_5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$${}^1T_{FR} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_3) & -\cos(\theta_3) & -fr_1 \cos(\theta_3) \\ 0 & \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & -fr_1 \sin(\theta_3) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

$${}^2T_{FR} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & frd_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$${}^3T_{FR} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & 0 & \sin(\theta_4) & fr_2 \sin(\theta_4) \\ \sin(\theta_4) & 0 & -\cos(\theta_4) & -fr_2 \cos(\theta_4) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$${}^0T_{FR} = {}^0T_{FR} {}^1T_{FR} {}^2T_{FR} {}^3T_{FR} \quad (4.48)$$

$${}^0_4T_{FR} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & 0 & \sin(\theta_4) & r_1 + fr_2 \sin(\theta_4) \\ \cos(\theta_3)\sin(\theta_4) & \sin(\theta_3) & -\cos(\theta_3)\cos(\theta_4) & -r_5 - fr_2 \cos(\theta_3)\cos(\theta_4) - (fr_1 + frd_1)\sin(\theta_3) \\ -\sin(\theta_3)\sin(\theta_4) & \cos(\theta_3) & \sin(\theta_3)\cos(\theta_4) & fr_2 \sin(\theta_3)\cos(\theta_4) - (fr_1 + frd_1)\cos(\theta_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

İleri kinematik sayesinde bulunan referans eksen ve uç eksen arasındaki transformasyon matrisinden pozisyon eşitlikleri elde edilir.

$$P_{x_{FR}} = r_1 + fr_2 \sin(\theta_4) \quad (4.50)$$

$$P_{z_{FR}} = fr_2 \sin(\theta_3)\cos(\theta_4) - (fr_1 + frd_1)\cos(\theta_3) \quad (4.51)$$

$$P_{z_{FR}} = fr_2 \sin(\theta_3)\cos(\theta_4) - (fr_1 + frd_1)\cos(\theta_3) \quad (4.52)$$

Bu eşitlikler yardımıyla ters kinematik uygulanarak, uzuvlara ait bilinmeyenlerin pozisyonlara göre çözümlemeleri gerçekleştirilmiştir.

$$\theta_4 = \arcsin\left(\frac{P_{x_{FR}} - r_1}{fr_2}\right) \quad (4.53)$$

$$A_{FR} = -(P_{y_{FR}} + r_5) \quad (4.54)$$

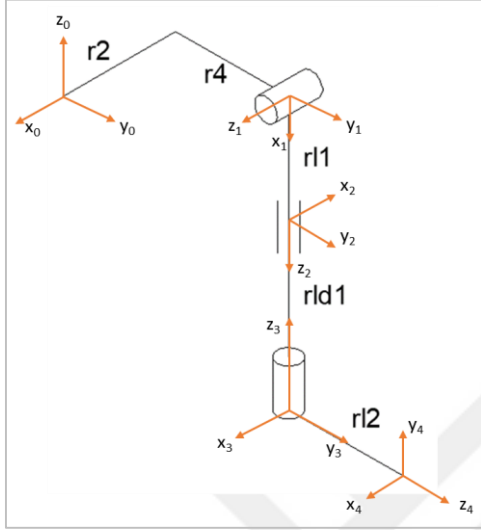
$$B_{FR} = P_{z_{FR}} \quad (4.55)$$

$$C_{FR} = fr_2 \cos(\theta_4) \quad (4.56)$$

$$\theta_3 = \arccos\left(\frac{C_{FR}}{\sqrt{A_{FR}^2 + B_{FR}^2}}\right) + \arctan\left(\frac{B_{FR}}{A_{FR}}\right) \quad (4.57)$$

$$frd_1 = -(P_{y_{FR}} + r_5)\sin(\theta_3) - P_{z_{FR}}\cos(\theta_3) - fr_1 \quad (4.58)$$

Ön sağ kol için kinematik analiz başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Arka sol kolun eksen takımları Şekil 4.31’de gösterilmiştir. Bu kola ait olan ileri kinematik analiz sonucu her bir eksen takımı arasındaki transformasyon matrisleri elde edilmiştir.



Şekil 4.31. Arka sol kolun eksen takımlarının gösterimi

$${}^0_1T_{RL} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -r_2 \\ 0 & 1 & 0 & r_4 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

$${}^1_2T_{RL} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & rl_1 \cos(\theta_5) \\ 0 & \cos(\theta_5) & \sin(\theta_5) & rl_1 \sin(\theta_5) \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

$${}^2_3T_{RL} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & rld_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

$${}^3_4T_{RL} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_6) & 0 & \sin(\theta_6) & -rl_2 \sin(\theta_6) \\ \sin(\theta_6) & 0 & -\cos(\theta_6) & rl_2 \cos(\theta_6) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

$${}^0_4T_{RL} = {}^0_1T_{RL} {}^1_2T_{RL} {}^2_3T_{RL} {}^3_4T_{RL} \quad (4.63)$$

$${}^0_4T_{RL} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_5) & 0 & \sin(\theta_6) & -r_2 - rl_2 \sin(\theta_6) \\ \cos(\theta_5)\sin(\theta_6) & -\sin(\theta_5) & -\cos(\theta_5)\cos(\theta_6) & r_4 + rl_2 \cos(\theta_5)\cos(\theta_6) + (rl_1 + rld_1)\sin(\theta_5) \\ \sin(\theta_5)\sin(\theta_6) & \cos(\theta_5) & -\sin(\theta_5)\cos(\theta_6) & rl_2 \sin(\theta_5)\cos(\theta_6) - (rl_1 + rld_1)\cos(\theta_5) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

İleri kinematik sayesinde bulunan referans eksen ve uç eksen arasındaki transformasyon matrisinden pozisyon eşitlikleri elde edilir.

$$P_{x_{RL}} = -r_2 - rl_2 \sin(\theta_6) \quad (4.65)$$

$$P_{y_{RL}} = r_4 + rl_2 \cos(\theta_5)\cos(\theta_6) + (rl_1 + rld_1)\sin(\theta_5) \quad (4.66)$$

$$P_{z_{RL}} = rl_2 \sin(\theta_5)\cos(\theta_6) - (rl_1 + rld_1)\cos(\theta_5) \quad (4.67)$$

Bu eşitlikler yardımıyla ters kinematik uygulanarak, uzuvlara ait bilinmeyenlerin pozisyonlara göre çözümlenmeleri gerçekleştirilmiştir.

$$\theta_6 = \arcsin\left(\frac{-P_{x_{RL}} - r_2}{rl_2}\right) \quad (4.68)$$

$$A_{RL} = P_{y_{RL}} - r_4 \quad (4.69)$$

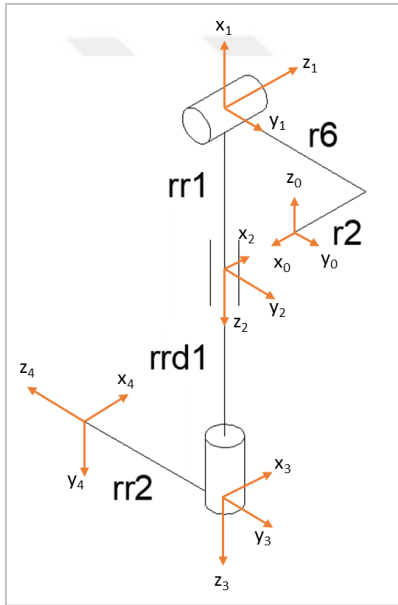
$$B_{RL} = P_{z_{RL}} \quad (4.70)$$

$$C_{RL} = rl_2 \cos(\theta_6) \quad (4.71)$$

$$\theta_5 = \arccos\left(\frac{C_{RL}}{\sqrt{A_{RL}^2 + B_{RL}^2}}\right) + \arctan\left(\frac{B_{RL}}{A_{RL}}\right) \quad (4.72)$$

$$rld_1 = (P_{y_{RL}} - r_4) \sin(\theta_5) - P_{z_{RL}} \cos(\theta_5) - rl_1 \quad (4.73)$$

Arka sol kol için kinematik analiz başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Arka sağ kolun eksen takımları Şekil 4.32’de gösterilmiştir. Bu kola ait olan ileri kinematik analiz sonucu her bir eksen takımı arasındaki transformasyon matrisleri elde edilmiştir.



Şekil 4.32. Arka sağ kolun eksen takımlarının gösterimi

$${}^0_1T_{RR} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -r_2 \\ 0 & 1 & 0 & -r_6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

$${}^1_2T_{RR} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_7) & -\cos(\theta_7) & -rr_1 \cos(\theta_7) \\ 0 & \cos(\theta_7) & -\sin(\theta_7) & -rr_1 \sin(\theta_7) \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

$${}^2_3T_{RR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & rrd_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

$${}^3_4T_{RR} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_8) & 0 & \sin(\theta_8) & rr_2 \sin(\theta_8) \\ \sin(\theta_8) & 0 & -\cos(\theta_8) & -rr_2 \cos(\theta_8) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

$${}^0T_{RR} = {}^0_1T_{RR} {}^1_2T_{RR} {}^2_3T_{RR} {}^3_4T_{RR} \quad (4.78)$$

$${}^0_4T_{RR} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_7) & 0 & -\sin(\theta_8) & -r_2 - rr_2 \sin(\theta_8) \\ \cos(\theta_7) \sin(\theta_8) & -\sin(\theta_7) & -\cos(\theta_7) \cos(\theta_8) & -r_6 - rr_2 \cos(\theta_7) \cos(\theta_8) - (rr_1 + rrd_1) \sin(\theta_7) \\ -\sin(\theta_7) \sin(\theta_8) & -\cos(\theta_7) & \sin(\theta_7) \cos(\theta_8) & rr_2 \sin(\theta_7) \cos(\theta_8) - (rr_1 + rrd_1) \cos(\theta_7) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

İleri kinematik sayesinde bulunan referans eksen ve uç eksen arasındaki transformasyon matrisinden pozisyon eşitlikleri elde edilir.

$$P_{x_{RR}} = -r_2 - rr_2 \sin(\theta_8) \quad (4.80)$$

$$P_{y_{RR}} = -r_6 - rr_2 \cos(\theta_7) \cos(\theta_8) - (rr_1 + rrd_1) \sin(\theta_7) \quad (4.81)$$

$$P_{z_{RR}} = rr_2 \sin(\theta_7) \cos(\theta_8) - (rr_1 + rrd_1) \cos(\theta_7) \quad (4.82)$$

Bu eşitlikler yardımıyla ters kinematik uygulanarak, uzuvlara ait bilinmeyenlerin pozisyonlara göre çözümlemeleri gerçekleştirilmiştir.

$$\theta_8 = \arcsin\left(\frac{-P_{x_{RR}} - r_2}{rr_2}\right) \quad (4.83)$$

$$A_{RR} = -(P_{y_{RR}} + r_6) \quad (4.84)$$

$$B_{RR} = P_{z_{RR}} \quad (4.85)$$

$$C_{RR} = rr_2 \cos(\theta_8) \quad (4.86)$$

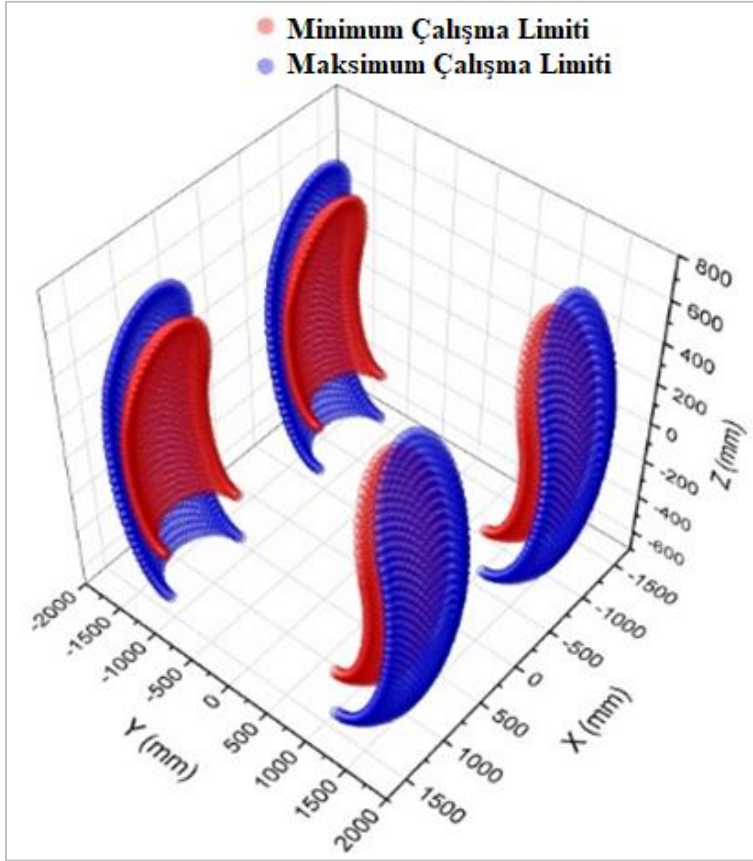
$$\theta_7 = \arccos\left(\frac{C_{RR}}{\sqrt{A_{RR}^2 + B_{RR}^2}}\right) + \arctan\left(\frac{B_{RR}}{A_{RR}}\right) \quad (4.87)$$

$$rrd_1 = -(P_{y_{RR}} + r_6) \sin(\theta_7) - P_{z_{RR}} \cos(\theta_7) - rr_1 \quad (4.88)$$

Arka sağ kol için kinematik analiz başarılı bir şekilde uygulanmıştır. Sistemin çalışması istenen aralıklar Çizelge 4.5'te belirtilmiştir. Kinematik analizde elde edilen eşitlikler ile sistem bu aralıklarda kararlı olarak çalışmaktadır. Origin programında sistemin kararlı olarak çalıştığı alan üç boyutlu hale getirilmiştir. Bu sayede sistemin istenilen maksimum ve minimum çalışma limitleri görselleştirilmiştir (Şekil 4.33).

Çizelge 4.5. Sistemin belirlenen çalışma aralıkları

Ön Sol Kol			Ön Sağ Kol		
	Minimum	Maksimum		Minimum	Maksimum
θ_1	0°	120°	θ_3	0°	120°
fld_1	0 mm	240 mm	frd_1	0 mm	240 mm
θ_2	-60°	60°	θ_4	-60°	60°
Arka Sol Kol			Arka Sağ Kol		
	Minimum	Maksimum		Minimum	Maksimum
θ_5	0°	120°	θ_7	0°	120°
rld_1	0 mm	240 mm	rrd_1	0 mm	240 mm
θ_6	-60°	60°	θ_8	-60°	60°



Şekil 4.33. Sistemin çalışma limitlerinin üç boyutlu olarak gösterimi

4.5. Kişisel Hava Aracı Kalkış-İniş Sisteminin Dinamik Analizi

Dinamik analizde hız, ivme, kuvvet ve tork eşitlikleri elde edilmiştir. Dinamik analiz için iteratif Newton-Euler dinamik çözümleme yöntemi kullanılmıştır. Bu çözümleme iki kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısımda her mafsaldaki hız ve ivmeler iteratif olarak hesaplanarak ilk mafsaldan son mafsala kadar Newton-Euler denklemleri uygulanmaktadır. İkinci kısımda ise son mafsaldan ilk mafsala kadar iterasyon yapılarak mafsalların birbiri ile etkileşiminden kaynaklı olan kuvvet ve tork değerleri ile mafsalları tahrik edecek tork eşitlikleri hesaplanmaktadır (Craig, 2005: 1-400). Eşitliklerin oluşturulmasında dış kuvvetler de dikkate alınmıştır.

Analizde öncelikle transformasyon matrislerine ait rotasyon ve pozisyon bilgilerinin alınması gerekmektedir. Bu sebeple ön sol kola ait olan rotasyon matrisleri ve pozisyon matrisleri tespit edilmiştir.

$$R_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

$$R_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 \\ \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

$$R_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.91)$$

$$R_{43} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -\sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

$$P_{01} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

$$P_{12} = \begin{bmatrix} fl_1 \cos(\theta_1) \\ fl_1 \sin(\theta_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

$$P_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ fld_1 \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

$$P_{34} = \begin{bmatrix} -fl_2 \sin(\theta_2) \\ fl_2 \cos(\theta_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

Hesaplamalarda Newton-Euler iteratif metodu kullanılmıştır. Bu yöntemde, öncelikle referans eksenenden uca doğru olan iterasyonlar ile hız ve ivme eşitlikleri elde edilir. Ardından uçtan referans eksene doğru iterasyonlar ile kuvvet ve tork eşitlikleri elde edilir. Döner mafsallardaki hız eşitliklerinin elde edilmesinde Eş. 4.97 ve Eş. 4.98 kullanılır.

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_i R {}^i\omega_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \quad (4.97)$$

$${}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}_i R \left({}^i v_i + {}^i\omega_i \times {}^i P_{i+1} \right) \quad (4.98)$$

Prizmatik mafsallarda, döner mafsallardan farklı bir çözümleme bulunmaktadır. Eş. 4.99 ve Eş. 4.100 sayesinde prizmatik mafsallardaki hız eşitlikleri elde edilmektedir.

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_i R {}^i\omega_i \quad (4.99)$$

$${}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}_i R \left({}^i v_i + {}^i\omega_i \times {}^i P_{i+1} \right) + \dot{d}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \quad (4.100)$$

Böylece açısıl ve lineer hız matrisleri iterasyonlar ile her bir uzuv için tespit edilmiştir.

$${}^0\omega_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.101)$$

$${}^1\omega_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.102)$$

$${}^2\omega_2 = [0 \quad 0 \quad \dot{\theta}_1]^T \quad (4.103)$$

$${}^3\omega_3 = [0 \quad 0 \quad \dot{\theta}_1]^T \quad (4.104)$$

$${}^4\omega_4 = [0 \quad -\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2]^T \quad (4.105)$$

$${}^0v_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.106)$$

$${}^1v_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.107)$$

$${}^2v_2 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.108)$$

$${}^3v_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{f}ld_1 + fld_1 \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}^T \quad (4.109)$$

$${}^4v_4 = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{f}ld_1 - fld_1 \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.110)$$

Döner mafsallardaki ivmelerin tespit edilebilmesi için Eş. 4.111 ve Eş. 4.112 kullanılmaktadır.

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}_i R^i \omega_i \quad (4.111)$$

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}_i R \left[{}^i\omega_i \times {}^i P_{i+1} + {}^i\omega_i \times \left({}^i\omega_i \times {}^i P_{i+1} \right) + {}^i\dot{v}_i \right] \quad (4.112)$$

Prizmatik mafsallardaki ivmelerin tespit edilebilmesi için Eş. 4.113 ve Eş. 4.114 kullanılmaktadır.

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}_i R^i \dot{\omega}_i + {}^{i+1}_i R^i \omega_i \times \dot{\theta}_{i+1} \hat{Z}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} \hat{Z}_{i+1} \quad (4.113)$$

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}_i R \left[{}^i\omega_i \times {}^i P_{i+1} + {}^i\omega_i \times \left({}^i\omega_i \times {}^i P_{i+1} \right) + {}^i\dot{v}_i \right] + 2^{i+1}\omega_{i+1} \times \dot{d}_{i+1} \hat{Z}_{i+1} + \ddot{d}_{i+1} \hat{Z}_{i+1} \quad (4.114)$$

Böylece her bir uzva ait olan açısai ve lineer ivme matrisleri tespit edilmiştir.

$${}^1\dot{\omega}_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.115)$$

$${}^2\dot{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix}^T \quad (4.116)$$

$${}^3\dot{\omega}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix}^T \quad (4.117)$$

$${}^4\dot{\omega}_4 = \begin{bmatrix} 0 & -\ddot{\theta}_1 - \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 & \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}^T \quad (4.118)$$

$${}^0\dot{\nu}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -g \end{bmatrix}^T \quad (4.119)$$

$${}^1\dot{\nu}_1 = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.120)$$

$${}^2\dot{\nu}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -g \sin(\theta_1) & g \cos(\theta_1) \end{bmatrix}^T \quad (4.121)$$

$${}^3\dot{\nu}_3 = \begin{bmatrix} \ddot{f}l d_1 & \ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) & f l d_1 \dot{\theta}_1^2 + 2 f l d_1 \dot{\theta}_1 + \ddot{f}l d_1 + f l d_1 \ddot{\theta}_1 + g \cos(\theta_1) \end{bmatrix}^T \quad (4.122)$$

$${}^4\dot{\nu}_4 = \begin{bmatrix} \ddot{f}l d_1 \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) \\ -f l d_1 \dot{\theta}_1^2 - 2 f l d_1 \dot{\theta}_1 - \ddot{f}l d_1 - f l d_1 \ddot{\theta}_1 - g \cos(\theta_1) \\ \cos(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) - \ddot{f}l d_1 \sin(\theta_2) \end{bmatrix} \quad (4.123)$$

Her mafsalın ağırlık merkezindeki ivme matrislerini elde edebilmek için Eş. 4.124 kullanılmıştır.

$${}^i\dot{\nu}_{c_i} = {}^i\dot{\omega}_i \times {}^iP_{c_i} + {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i + {}^iP_{c_i}) + {}^i\dot{\nu}_i \quad (4.124)$$

Her bir uzvun ağırlık merkezlerindeki pozisyon matrisleri tespit edilmiştir.

$$P_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.125)$$

$$P_{c2} = [fl_{1x} \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.126)$$

$$P_{c3} = [0 \quad 0 \quad fld_{1z}]^T \quad (4.127)$$

$$P_{c4} = [0 \quad fl_{2y} \quad 0]^T \quad (4.128)$$

Böylece ağırlık merkezlerindeki ivme matrisleri elde edilmiştir.

$${}^1\dot{v}_{c1} = [g \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.129)$$

$${}^2\dot{v}_{c2} = [0 \quad -g \sin(\theta_1) \quad g \cos(\theta_1)]^T \quad (4.130)$$

$${}^3\dot{v}_{c3} = \begin{bmatrix} \ddot{f}ld_1 \\ \ddot{f}ld_1 - g \sin(\theta_1) \\ \ddot{f}ld_1 + fl_{d1} \ddot{\theta}_1 + fl_{d_{1z}} \dot{\theta}_1 + 2 \dot{f}ld_1 \dot{\theta}_1 + g \cos(\theta_1) + fl_{d1} \dot{\theta}_1^2 + fl_{d_{1z}} \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} \quad (4.131)$$

$${}^4\dot{v}_{c4} = \begin{bmatrix} \ddot{f}ld_1 \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) \left(\ddot{f}ld_1 - g \sin(\theta_1) \right) \\ fl_{2y} \dot{\theta}_1^2 - fl_{d1} \ddot{\theta}_1 - 2 \dot{f}ld_1 \dot{\theta}_1 - \ddot{f}ld_1 - fl_{d1} \dot{\theta}_1^2 - g \cos(\theta_1) - fl_{2y} \left(\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \right) \\ - \ddot{f}ld_1 \sin(\theta_2) + \cos(\theta_2) \left(\ddot{f}ld_1 - g \sin(\theta_1) \right) \end{bmatrix} \quad (4.132)$$

Uzuvlara ait kuvvet ve tork matrislerinin elde edilmesinde Eş. 4.133 ve Eş. 4.134 kullanılmaktadır.

$$F_i = m_i \dot{v}_{ci} \quad (4.133)$$

$$N_i = {}^c_i I \dot{\omega}_i + \omega_i \times {}^c_i I \omega_i \quad (4.134)$$

Eş. 4.133'te F indisi kuvveti ifade ederken, Eş. 4.134'te ise N indisi torku ifade etmektedir.

$$F_1 = [gm_1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.135)$$

$$F_2 = [0 \quad -gm_2 \sin(\theta_1) \quad gm_2 \cos(\theta_1)]^T \quad (4.136)$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} m_3 \ddot{f}l d_1 \\ m_3 \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) \\ m_3 \left(\ddot{f}l d_1 + f l d_1 \ddot{\theta}_1 + f l d_{1z} \ddot{\theta}_1 + 2 f l d_1 \dot{\theta}_1 + g \cos(\theta_1) + f l d_1 \dot{\theta}_1^2 + f l d_{1z} \dot{\theta}_1^2 \right) \end{bmatrix} \quad (4.137)$$

$$F_4 = \begin{bmatrix} m_4 \left(\ddot{f}l d_1 \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) \right) \\ -m_4 \left(\ddot{f}l d_1 + f l d_1 \ddot{\theta}_1 + 2 f l d_1 \dot{\theta}_1 + g \cos(\theta_1) - f l_{2y} \dot{\theta}_1^2 + f l d_1 \dot{\theta}_1^2 + f l_{2y} \left(\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \right) \right) \\ m_4 \left(\cos(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) - \ddot{f}l d_1 \sin(\theta_2) \right) \end{bmatrix} \quad (4.138)$$

Tork matrislerinin elde edilebilmesi için her bir uzva ait atalet tensörlerinin tespit edilmesi gerekmektedir.

$$I_{c1} = \begin{bmatrix} I_{xx1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz1} \end{bmatrix} \quad (4.139)$$

$$I_{c2} = \begin{bmatrix} I_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz2} \end{bmatrix} \quad (4.140)$$

$$I_{c3} = \begin{bmatrix} I_{xx3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz3} \end{bmatrix} \quad (4.141)$$

$$I_{c4} = \begin{bmatrix} I_{xx4} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy4} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz4} \end{bmatrix} \quad (4.142)$$

Elde edilen atalet tensörleri ile artık tork matrisleri elde edilebilir.

$$N_1 = [0 \ 0 \ 0]^T \quad (4.143)$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{zz2} \dot{\theta}_1^2 + I_{zz2} \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix}^T \quad (4.144)$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{zz3} \dot{\theta}_1^2 - I_{zz3} \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix}^T \quad (4.145)$$

$$N_4 = \begin{bmatrix} 0 & I_{yy4} \dot{\theta}_1^2 & I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 - I_{zz4} \ddot{\theta}_1 \end{bmatrix}^T \quad (4.146)$$

Newton-Euler iteratif metodunun ikinci kısmında nihai tork matrislerinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Öncelikle rotasyon matrislerine ihtiyaç duyulmaktadır.

$$R_{01} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.147)$$

$$R_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) \\ 0 & \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.148)$$

$$R_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.149)$$

$$R_{34} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & -\sin(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & 0 & \cos(\theta_2) \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.150)$$

Kuvvet ve tork matrislerinin elde edilmesinde Eş. 4.151 ve Eş. 4.152 kullanılmaktadır.

$${}^i\mathbf{f}_i = {}^i\mathbf{R}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} + {}^i\mathbf{F}_i \quad (4.151)$$

$${}^i\mathbf{n}_i = {}^i\mathbf{N}_i + {}^i\mathbf{R}^{i+1}\mathbf{n}_{i+1} + {}^i\mathbf{P}_{c_i}\mathbf{x}^i\mathbf{F}_i + {}^i\mathbf{P}_{i+1}\mathbf{x}_{i+1}{}^i\mathbf{R}^{i+1}\mathbf{f}_{i+1} \quad (4.152)$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} F_x + m_4 \left(\ddot{f}l d_1 \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) \right) \\ F_y - m_4 \left(f l d_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{f}l d_1 + 2 \dot{f} l d_1 \dot{\theta}_1 + g \cos(\theta_1) - f l_{2y} \dot{\theta}_1^2 + f l d_1 \dot{\theta}_1^2 + f l_{2y} \left(\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \right) \right) \\ F_z + m_4 \left(\cos(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) - \ddot{f}l d_1 \sin(\theta_2) \right) \end{bmatrix} \quad (4.153)$$

$$f_3 = \begin{bmatrix} m_3 \ddot{f}l d_1 + \cos(\theta_2) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}l d_1 \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) \right) \right) \\ - \sin(\theta_2) \left(F_z + m_4 \left(\cos(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) - \ddot{f}l d_1 \sin(\theta_2) \right) \right) \\ m_3 \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) + \sin(\theta_2) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}l d_1 \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) \right) \right) \\ + \cos(\theta_2) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) - \ddot{f}l d_1 \sin(\theta_2) \right) \right) \\ - F_y + m_3 \left(\ddot{f}l d_1 + f l d_1 \ddot{\theta}_1 + 2 \dot{f} l d_1 \dot{\theta}_1 + f l d_{1z} \ddot{\theta}_1 \right. \\ \left. + f l d_1 \dot{\theta}_1^2 + f l d_{1z} \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) \right) \\ + m_4 \left(\ddot{f}l d_1 + f l d_1 \ddot{\theta}_1 + 2 \dot{f} l d_1 \dot{\theta}_1 - f l_{2y} \dot{\theta}_1^2 \right. \\ \left. + f l d_1 \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) + f l_{2y} \left(\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \right) \right) \end{bmatrix} \quad (4.154)$$

$$\begin{aligned}
f_2 = & \left[\begin{aligned}
& m_3 \ddot{f}l d_1 + \cos(\theta_2) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}l d_1 \cos(\theta_2) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \sin(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) \right) \right) \\
& - \sin(\theta_2) \left(F_z + m_4 \left(\cos(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) - \ddot{f}l d_1 \cos(\theta_2) \right) \right) \\
& m_3 \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) + \sin(\theta_2) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}l d_1 \cos(\theta_2) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \sin(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) \right) \right) \\
& + \cos(\theta_2) \left(F_z + m_4 \left(\cos(\theta_2) \left(\ddot{f}l d_1 - g \sin(\theta_1) \right) - \ddot{f}l d_1 \sin(\theta_2) \right) \right) - g m_2 \sin(\theta_1) \\
& - F_y + m_3 \left(\ddot{f}l d_1 + \ddot{f}l d_1 \ddot{\theta}_1 + \ddot{f}l d_{1z} \ddot{\theta}_1 \right. \\
& \quad \left. + 2 \dot{f}l d_1 \dot{\theta}_1 + \dot{f}l d_1 \dot{\theta}_1^2 \right. \\
& \quad \left. + \dot{f}l d_{1z} \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) \right) \\
& + m_4 \left(\ddot{f}l d_1 + \ddot{f}l d_1 \ddot{\theta}_1 + 2 \dot{f}l d_1 \dot{\theta}_1 \right. \\
& \quad \left. - \dot{f}l_{2y} \dot{\theta}_1^2 + \dot{f}l d_1 \dot{\theta}_1^2 \right. \\
& \quad \left. + g \cos(\theta_1) + \dot{f}l_{2y} \left(\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \right) \right) + g m_2 \cos(\theta_1)
\end{aligned} \right] \quad (4.155)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_1 = & \left[\begin{aligned} & \left(m_3 \begin{pmatrix} \ddot{f}d_1 + \dot{f}d_1 \ddot{\theta}_1 + \dot{f}d_{1z} \ddot{\theta}_1 + 2 \dot{f}d_1 \dot{\theta}_1 \\ + \dot{f}d_1 \dot{\theta}_1^2 + \dot{f}d_{1z} \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) \end{pmatrix} \right) \\ & \left(-F_y + m_4 \begin{pmatrix} \ddot{f}d_1 + \dot{f}d_1 \ddot{\theta}_1 + 2 \dot{f}d_1 \dot{\theta}_1 \\ - \dot{f}d_{2y} \dot{\theta}_1^2 + \dot{f}d_1 \dot{\theta}_1^2 \\ + g \cos(\theta_1) + \dot{f}d_{2y} (\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \end{pmatrix} \right) + gm_2 \cos(\theta_1) \end{aligned} \right) \\ & -\sin(\theta_1) \left(\begin{aligned} & m_3 \left(\ddot{f}d_1 - g \sin(\theta_1) \right) + \cos(\theta_2) \left(F_z + m_4 \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) (\ddot{f}d_1 - g \sin(\theta_1)) \\ - \ddot{f}d_1 \sin(\theta_2) \end{pmatrix} \right) \\ & + \sin(\theta_2) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}d_1 \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) (\ddot{f}d_1 - g \sin(\theta_1)) \right) \right) - gm_2 \sin(\theta_1) \end{aligned} \right) \\ & \sin(\theta_1) \left(\begin{aligned} & -F_y + m_3 \begin{pmatrix} \ddot{f}d_1 + \dot{f}d_1 \ddot{\theta}_1 + \dot{f}d_{1z} \ddot{\theta}_1 + 2 \dot{f}d_1 \dot{\theta}_1 \\ + \dot{f}d_1 \dot{\theta}_1^2 + \dot{f}d_{1z} \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) \end{pmatrix} \\ & + m_4 \begin{pmatrix} \ddot{f}d_1 + \dot{f}d_1 \ddot{\theta}_1 + 2 \dot{f}d_1 \dot{\theta}_1 \\ - \dot{f}d_{2y} \dot{\theta}_1^2 + \dot{f}d_1 \dot{\theta}_1^2 \\ + g \cos(\theta_1) + \dot{f}d_{2y} (\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \end{pmatrix} \right) + gm_2 \cos(\theta_1) \end{aligned} \right) \\ & + \cos(\theta_1) \left(\begin{aligned} & m_3 \left(\ddot{f}d_1 - g \sin(\theta_1) \right) + \cos(\theta_2) \left(F_z + m_4 \begin{pmatrix} \cos(\theta_2) (\ddot{f}d_1 - g \sin(\theta_1)) \\ - \ddot{f}d_1 \sin(\theta_2) \end{pmatrix} \right) \\ & + \sin(\theta_2) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}d_1 \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) (\ddot{f}d_1 - g \sin(\theta_1)) \right) \right) - gm_2 \sin(\theta_1) \end{aligned} \right) \\ & \sin(\theta_2) \left(F_z + m_4 \left(\cos(\theta_2) (\ddot{f}d_1 - g \sin(\theta_1)) - \ddot{f}d_1 \sin(\theta_2) \right) \right) \\ & - \cos(\theta_2) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}d_1 \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) (\ddot{f}d_1 - g \sin(\theta_1)) \right) \right) - \ddot{f}d_1 m_3 \end{aligned} \right] \quad (4.156)
\end{aligned}$$

$$n_4 = \left[\begin{aligned} & N_x \\ & N_y + I_{yy4} \dot{\theta}_1^2 - m_4 \dot{f}d_{2y} \begin{pmatrix} \ddot{f}d_1 + \dot{f}d_1 \ddot{\theta}_1 + 2 \dot{f}d_1 \dot{\theta}_1 + g \cos(\theta_1) \\ - \dot{f}d_{2y} \dot{\theta}_1^2 + \dot{f}d_1 \dot{\theta}_1^2 + \dot{f}d_{2y} (\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \end{pmatrix} \\ & I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_1 \end{aligned} \right] \quad (4.157)$$

$$n_3 = \begin{bmatrix} N_x \cos(\theta_2) + \sin(\theta_2) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 + N_z + I_{zz4} \dot{\theta}_2 \right) \\ \cos(\theta_2) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 + N_z + I_{zz4} \dot{\theta}_2 \right) + N_x \sin(\theta_2) \\ I_{zz3} \ddot{\theta}_1 - N_y + I_{zz3} \dot{\theta}_1^2 + fl_{2y} m_4 \begin{pmatrix} fl\ddot{d}_1 + fl d_1 \ddot{\theta}_1 + 2 fl \dot{d}_1 \dot{\theta}_1 \\ - fl_{2y} \dot{\theta}_1^2 + fl d_1 \dot{\theta}_1^2 \\ + g \cos(\theta_1) + fl_{2y} (\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \end{pmatrix} \\ + fl d_{1z} m_3 \begin{pmatrix} fl\ddot{d}_1 + fl d_1 \ddot{\theta}_1 + fl d_{1z} \ddot{\theta}_1 \\ + 2 fl \dot{d}_1 \dot{\theta}_1 + fl d_1 \dot{\theta}_1^2 \\ + g \cos(\theta_1) + fl d_{1z} \dot{\theta}_1^2 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.158)$$

$$n_2 = \begin{bmatrix} N_x \cos(\theta_2) - \sin(\theta_2) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_1 \right) \\ \cos(\theta_2) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_1 \right) + N_x \sin(\theta_2) \\ I_{zz2} \ddot{\theta}_1 - N_y + I_{zz3} \ddot{\theta}_1 - I_{yy4} \dot{\theta}_1^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_1^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_1^2 \\ + fl_{2y} m_4 \begin{pmatrix} fl\ddot{d}_1 + fl d_1 \ddot{\theta}_1 + fl d_{1z} \ddot{\theta}_1 \\ + 2 fl \dot{d}_1 \dot{\theta}_1 - fl_{2y} \dot{\theta}_1^2 + fl d_1 \dot{\theta}_1^2 \\ + g \cos(\theta_1) + fl_{2y} (\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \end{pmatrix} + fl d_{1z} m_3 \begin{pmatrix} fl\ddot{d}_1 + fl d_1 \ddot{\theta}_1 + fl d_{1z} \ddot{\theta}_1 \\ + 2 fl \dot{d}_1 \dot{\theta}_1 + fl d_1 \dot{\theta}_1^2 \\ + fl d_{1z} \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.159)$$

$$\begin{aligned}
n_1 = & \left[\begin{aligned} & \cos(\theta_1) \left(\begin{aligned} & I_{zz2} \ddot{\theta}_1 - N_y + I_{zz3} \ddot{\theta}_1 - I_{yy4} \ddot{\theta}_1 + I_{zz2} \dot{\theta}_1^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_1^2 \\ & + fl_{2y} m_4 \left(\begin{aligned} & fl\ddot{d}_1 + fl d_1 \ddot{\theta}_1 + 2 fl \dot{d}_1 \dot{\theta}_1 - fl_{2y} \dot{\theta}_1^2 \\ & + fl d_1 \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) + fl_{2y} (\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \end{aligned} \right) \\ & + fl d_{1z} m_3 \left(\begin{aligned} & fl\ddot{d}_1 + fl d_1 \ddot{\theta}_1 + fl d_{1z} \ddot{\theta}_1 + 2 fl \dot{d}_1 \dot{\theta}_1 \\ & + fl d_1 \dot{\theta}_1^2 + fl d_{1z} \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \\ & - \sin(\theta_1) \left(\cos(\theta_2) \left(N_z + I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 + I_{zz4} \ddot{\theta}_1 \right) + N_x \sin(\theta_2) \right) \\ & \sin(\theta_1) \left(\begin{aligned} & I_{zz2} \ddot{\theta}_1 - N_y + I_{zz3} \ddot{\theta}_1 - I_{yy4} \ddot{\theta}_1 + I_{zz2} \dot{\theta}_1^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_1^2 \\ & + fl_{2y} m_4 \left(\begin{aligned} & fl\ddot{d}_1 + fl d_1 \ddot{\theta}_1 + 2 fl \dot{d}_1 \dot{\theta}_1 - fl_{2y} \dot{\theta}_1^2 \\ & + fl d_1 \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) + fl_{2y} (\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \end{aligned} \right) \\ & + fl d_{1z} m_3 \left(\begin{aligned} & fl\ddot{d}_1 + fl d_1 \ddot{\theta}_1 + fl d_{1z} \ddot{\theta}_1 + 2 fl \dot{d}_1 \dot{\theta}_1 \\ & + fl d_1 \dot{\theta}_1^2 + fl d_{1z} \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \\ & + \cos(\theta_1) \left(\cos(\theta_2) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_1 \right) + N_x \sin(\theta_2) \right) \\ & \sin(\theta_2) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_1 \right) - N_x \cos(\theta_2) \end{aligned} \right] \quad (4.160)
\end{aligned}$$

Kuvvet ve tork matrisleri elde edilmiştir. Bu matrisler kullanılarak nihai tork matrislerinin elde edilmesi gerekmektedir. Döner mafsallara Eş. 4.161, prizmatik mafsallara Eş. 4.162 kullanılmaktadır.

$$\tau_i = {}^i n_i^{Ti} z_i \quad (4.161)$$

$$\tau_i = {}^i f_i^{Ti} z_i \quad (4.162)$$

$$\tau_1 = \sin(\theta_2) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_1 \right) - N_x \cos(\theta_2) \quad (4.163)$$

$$\tau_2 = \left(\begin{aligned} & I_{zz2} \ddot{\theta}_1 - N_y + I_{zz3} \ddot{\theta}_1 - I_{yy4} \dot{\theta}_1^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_1^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_1^2 \\ & + fl_{2y} m_4 \left(\begin{aligned} & fl\ddot{d}_1 + fl\dot{d}_1 \ddot{\theta}_1 + 2 fl\dot{d}_1 \dot{\theta}_1 - fl_{2y} \dot{\theta}_1^2 \\ & + fl\dot{d}_1 \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) + fl_{2y} (\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \end{aligned} \right) \\ & + fl_{1z} m_3 \left(\begin{aligned} & fl\ddot{d}_1 + fl\dot{d}_1 \ddot{\theta}_1 + 2 fl\dot{d}_1 \dot{\theta}_1 \\ & + fl\dot{d}_1 \dot{\theta}_1^2 + fl_{1z} \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \quad (4.164)$$

$$\tau_3 = \left(\begin{aligned} & -F_y + m_3 \left(\begin{aligned} & fl\ddot{d}_1 + fl\dot{d}_1 \ddot{\theta}_1 + 2 fl\dot{d}_1 \dot{\theta}_1 + fl_{1z} \ddot{\theta}_1 \\ & + fl\dot{d}_1 \dot{\theta}_1^2 + fl_{1z} \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) \end{aligned} \right) \\ & + m_4 \left(\begin{aligned} & fl\ddot{d}_1 + fl\dot{d}_1 \ddot{\theta}_1 + 2 fl\dot{d}_1 \dot{\theta}_1 - fl_{2y} \dot{\theta}_1^2 \\ & + fl\dot{d}_1 \dot{\theta}_1^2 + g \cos(\theta_1) + fl_{2y} (\ddot{\theta}_1 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \quad (4.165)$$

$$\tau_4 = I_{zz4} \dot{\theta}_2^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_1 \quad (4.166)$$

Ön sol kola ait eşitlikler türetilmiştir. Ön sağ kolun çözümlemesi için gerekli eşitlikler benzer şekilde elde edilmiştir.

$$R_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.167)$$

$$R_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) & 0 \\ -\cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.168)$$

$$R_{32} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.169)$$

$$R_{43} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & \sin(\theta_4) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \sin(\theta_4) & -\cos(\theta_4) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.170)$$

$$P_{01} = \begin{bmatrix} r_1 \\ -r_5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.171)$$

$$P_{12} = \begin{bmatrix} -fr_1 \cos(\theta_3) \\ -fr_1 \sin(\theta_3) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.172)$$

$$P_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ frd_1 \end{bmatrix} \quad (4.173)$$

$$P_{34} = \begin{bmatrix} fr_2 \sin(\theta_4) \\ -fr_2 \cos(\theta_4) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.174)$$

$${}^0\omega_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.175)$$

$${}^1\omega_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.176)$$

$${}^2\omega_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (4.177)$$

$${}^3\omega_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\dot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (4.178)$$

$${}^4\omega_4 = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}_3 & \dot{\theta}_4 \end{bmatrix}^T \quad (4.179)$$

$${}^0\nu_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.180)$$

$${}^1\nu_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.181)$$

$${}^2\nu_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.182)$$

$${}^3\nu_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{f}rd_1 - frd_1\dot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (4.183)$$

$${}^4\nu_4 = \begin{bmatrix} 0 & \dot{f}rd_1 - frd_1\dot{\theta}_3 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.184)$$

$${}^1\dot{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.185)$$

$${}^2\dot{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (4.186)$$

$${}^3\dot{\omega}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\ddot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (4.187)$$

$${}^4\dot{\omega}_4 = \begin{bmatrix} 0 & -\ddot{\theta}_3 - \dot{\theta}_3\dot{\theta}_4 & \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix}^T \quad (4.188)$$

$${}^0\dot{\nu}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -g \end{bmatrix}^T \quad (4.189)$$

$${}^1\dot{\nu}_1 = \begin{bmatrix} -g & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.190)$$

$${}^2\dot{\mathbf{v}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & g \sin(\theta_3) & g \cos(\theta_3) \end{bmatrix}^T \quad (4.191)$$

$${}^3\dot{\mathbf{v}}_3 = \begin{bmatrix} \ddot{f}rd_1 & \ddot{f}rd_1 + g \sin(\theta_3) & -f\dot{r}d_1\dot{\theta}_3^2 - 2\dot{f}rd_1\dot{\theta}_3 + \ddot{f}rd_1 - f\dot{r}d_1\ddot{\theta}_3 - g \cos(\theta_3) \end{bmatrix}^T \quad (4.192)$$

$${}^4\dot{\mathbf{v}}_4 = \begin{bmatrix} \ddot{f}rd_1 \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) \left(\ddot{f}rd_1 + g \sin(\theta_3) \right) \\ -f\dot{r}d_1\dot{\theta}_3^2 - 2\dot{f}rd_1\dot{\theta}_3 + \ddot{f}rd_1 - f\dot{r}d_1\ddot{\theta}_3 - g \cos(\theta_3) \\ \ddot{f}rd_1 \sin(\theta_4) - \cos(\theta_4) \left(\ddot{f}rd_1 + g \sin(\theta_3) \right) \end{bmatrix} \quad (4.193)$$

$$\mathbf{P}_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.194)$$

$$\mathbf{P}_{c2} = \begin{bmatrix} fr_{1x} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.195)$$

$$\mathbf{P}_{c3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & frd_{1z} \end{bmatrix}^T \quad (4.196)$$

$$\mathbf{P}_{c4} = \begin{bmatrix} 0 & fr_{2y} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.197)$$

$${}^1\dot{\mathbf{v}}_{c1} = \begin{bmatrix} -g & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.198)$$

$${}^2\dot{\mathbf{v}}_{c2} = \begin{bmatrix} 0 & g \sin(\theta_3) & g \cos(\theta_3) \end{bmatrix}^T \quad (4.199)$$

$${}^3\dot{\mathbf{v}}_{c3} = \begin{bmatrix} \ddot{f}rd_1 \\ \ddot{f}rd_1 + g \sin(\theta_3) \\ \ddot{f}rd_1 - f\dot{r}d_1\ddot{\theta}_3 - f\dot{r}d_{1z}\dot{\theta}_3^2 - 2\dot{f}rd_1\dot{\theta}_3 - g \cos(\theta_3) - f\dot{r}d_1\dot{\theta}_3^2 + f\dot{r}d_{1z}\dot{\theta}_3^2 \end{bmatrix} \quad (4.200)$$

$${}^4\dot{v}_{c4} = \begin{bmatrix} \ddot{f}rd_1 \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) \left(\ddot{f}rd_1 + g \sin(\theta_3) \right) \\ \ddot{f}rd_1 - \dot{f}rd_1 \ddot{\theta}_3 - 2 \dot{f}rd_1 \dot{\theta}_3 - g \cos(\theta_3) + \dot{f}r_{2y} \dot{\theta}_3^2 - \dot{f}rd_1 \dot{\theta}_3^2 - \dot{f}r_{2y} \left(\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \right) \\ \ddot{f}rd_1 \sin(\theta_4) - \cos(\theta_4) \left(\ddot{f}rd_1 + g \sin(\theta_3) \right) \end{bmatrix} \quad (4.201)$$

$$F_1 = [-gm_1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.202)$$

$$F_2 = [0 \quad gm_2 \sin(\theta_3) \quad gm_2 \cos(\theta_3)]^T \quad (4.203)$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} m_3 \ddot{f}rd_1 \\ m_3 \left(\ddot{f}rd_1 + g \sin(\theta_3) \right) \\ -m_3 \left(\dot{f}rd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{f}rd_1 + \dot{f}rd_{1z} \ddot{\theta}_3 + 2 \dot{f}rd_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) + \dot{f}rd_1 \dot{\theta}_3^2 - \dot{f}rd_{1z} \dot{\theta}_3^2 \right) \end{bmatrix} \quad (4.204)$$

$$F_4 = \begin{bmatrix} m_4 \left(\ddot{f}rd_1 \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) \left(\ddot{f}rd_1 + g \sin(\theta_3) \right) \right) \\ -m_4 \left(\dot{f}rd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{f}rd_1 + 2 \dot{f}rd_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) - \dot{f}r_{2y} \dot{\theta}_3^2 + \dot{f}rd_1 \dot{\theta}_3^2 + \dot{f}r_{2y} \left(\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \right) \right) \\ -m_4 \left(\cos(\theta_4) \left(\ddot{f}rd_1 + g \sin(\theta_3) \right) - \ddot{f}rd_1 \sin(\theta_4) \right) \end{bmatrix} \quad (4.205)$$

$$I_{c1} = \begin{bmatrix} I_{xx1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz1} \end{bmatrix} \quad (4.206)$$

$$I_{c2} = \begin{bmatrix} I_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz2} \end{bmatrix} \quad (4.207)$$

$$I_{c3} = \begin{bmatrix} I_{xx3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz3} \end{bmatrix} \quad (4.208)$$

$$I_{c4} = \begin{bmatrix} I_{xx4} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy4} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz4} \end{bmatrix} \quad (4.209)$$

$$N_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.210)$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{zz2} \dot{\theta}_3^2 + I_{zz2} \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (4.211)$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{zz3} \dot{\theta}_3^2 - I_{zz3} \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (4.212)$$

$$N_4 = \begin{bmatrix} 0 & I_{yy4} \dot{\theta}_3^2 & I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (4.213)$$

$$R_{01} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.214)$$

$$R_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_3) & -\cos(\theta_3) \\ 0 & \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.215)$$

$$R_{23} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.216)$$

$$R_{34} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & 0 & \sin(\theta_4) \\ \sin(\theta_4) & 0 & -\cos(\theta_4) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.217)$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} F_x + m_4 \left(\ddot{f}r d_1 \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) \right) \\ F_y - m_4 \left(\dot{f}r d_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{f}r d_1 + 2 \dot{f}r d_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) - \dot{f}r_{2y} \dot{\theta}_3^2 + \dot{f}r d_1 \dot{\theta}_3^2 + \dot{f}r_{2y} \left(\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \right) \right) \\ F_z - m_4 \left(\cos(\theta_4) \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) - \ddot{f}r d_1 \sin(\theta_4) \right) \end{bmatrix} \quad (4.218)$$

$$f_3 = \begin{bmatrix} m_3 \ddot{f}r d_1 + \cos(\theta_4) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}r d_1 \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) \right) \right) \\ + \sin(\theta_4) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_4) \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) - \ddot{f}r d_1 \sin(\theta_4) \right) \right) \\ m_3 \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) - \cos(\theta_4) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_4) \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) - \ddot{f}r d_1 \sin(\theta_4) \right) \right) \\ + \sin(\theta_4) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}r d_1 \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) \right) \right) \\ F_y - m_4 \left(\dot{f}r d_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{f}r d_1 + 2 \dot{f}r d_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) - \dot{f}r_{2y} \dot{\theta}_3^2 + \dot{f}r d_1 \dot{\theta}_3^2 + \dot{f}r_{2y} \left(\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \right) \right) \\ - m_3 \left(\dot{f}r d_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{f}r d_1 + \dot{f}r d_{1z} \ddot{\theta}_3 + 2 \dot{f}r d_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) + \dot{f}r d_1 \dot{\theta}_3^2 - \dot{f}r d_{1z} \dot{\theta}_3^2 \right) \end{bmatrix} \quad (4.219)$$

$$\begin{aligned}
f_2 = & \left[\begin{aligned} & -m_3 \ddot{f}r d_1 - \cos(\theta_4) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}r d_1 \cos(\theta_4) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \sin(\theta_4) \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) \right) \right) \\ & -\sin(\theta_4) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_4) \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \ddot{f}r d_1 \sin(\theta_4) \right) \right) \\ & m_3 \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) - \cos(\theta_4) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_4) \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \ddot{f}r d_1 \sin(\theta_4) \right) \right) \\ & + \sin(\theta_4) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{f}r d_1 \cos(\theta_4) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \sin(\theta_4) \left(\ddot{f}r d_1 + g \sin(\theta_3) \right) \right) \right) + g m_2 \sin(\theta_3) \\ & m_4 \left(\ddot{f}r d_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{f}r d_1 + 2 \dot{f}r d_1 \dot{\theta}_3 \right. \\ & \quad \left. + g \cos(\theta_3) - \dot{f}r_{2y} \dot{\theta}_3^2 + \dot{f}r d_1 \dot{\theta}_3^2 + \dot{f}r_{2y} \left(\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \right) \right) \\ & -F_y + m_3 \left(\ddot{f}r d_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{f}r d_1 + \ddot{f}r d_{1z} \ddot{\theta}_3 \right. \\ & \quad \left. + 2 \dot{f}r d_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) + \dot{f}r d_1 \dot{\theta}_3^2 - \dot{f}r d_{1z} \dot{\theta}_3^2 \right) + g m_2 \cos(\theta_3) \end{aligned} \right] \quad (4.220)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_1 = & \left[\begin{array}{l} -gm_1 - \cos(\theta_3) \left(m_4 \begin{pmatrix} frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{fr}d_1 + 2 \dot{fr}d_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) \\ -fr_{2y} \dot{\theta}_3^2 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 + fr_{2y} (\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4) \end{pmatrix} \right. \\ \left. -F_y + m_3 \begin{pmatrix} frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{fr}d_1 + frd_{1z} \ddot{\theta}_3 \\ +2 \dot{fr}d_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) \\ + frd_1 \dot{\theta}_3^2 - frd_{1z} \dot{\theta}_3^2 \end{pmatrix} + gm_2 \cos(\theta_3) \right) \\ \\ -\sin(\theta_3) \left(m_3 \begin{pmatrix} \ddot{fr}d_1 + g \sin(\theta_3) \end{pmatrix} - \cos(\theta_4) \left(F_z - m_4 \begin{pmatrix} \cos(\theta_4) (\ddot{fr}d_1 + g \sin(\theta_3)) \\ -\ddot{fr}d_1 \sin(\theta_4) \end{pmatrix} \right) \right) \\ \left. + \sin(\theta_4) \left(F_x + m_4 \begin{pmatrix} \ddot{fr}d_1 \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) (\ddot{fr}d_1 + g \sin(\theta_3)) \end{pmatrix} \right) \right) + gm_2 \sin(\theta_3) \\ \\ \cos(\theta_3) \left(m_3 \begin{pmatrix} \ddot{fr}d_1 + g \sin(\theta_3) \end{pmatrix} - \cos(\theta_4) \left(F_z - m_4 \begin{pmatrix} \cos(\theta_4) (\ddot{fr}d_1 + g \sin(\theta_3)) \\ -\ddot{fr}d_1 \sin(\theta_4) \end{pmatrix} \right) \right) \\ \left. + \sin(\theta_4) \left(F_x + m_4 \begin{pmatrix} \ddot{fr}d_1 \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) (\ddot{fr}d_1 + g \sin(\theta_3)) \end{pmatrix} \right) \right) + gm_2 \sin(\theta_3) \\ \\ -\sin(\theta_3) \left(m_4 \begin{pmatrix} frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{fr}d_1 \\ +2 \dot{fr}d_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) \\ -fr_{2y} \dot{\theta}_3^2 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 + fr_{2y} (\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4) \end{pmatrix} \right. \\ \left. -F_y + m_3 \begin{pmatrix} frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{fr}d_1 + frd_{1z} \ddot{\theta}_3 \\ +2 \dot{fr}d_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) \\ + frd_1 \dot{\theta}_3^2 - frd_{1z} \dot{\theta}_3^2 \end{pmatrix} + gm_2 \cos(\theta_3) \right) \\ \\ m_3 \ddot{fr}d_1 - \cos(\theta_4) \left(F_x + m_4 \begin{pmatrix} \ddot{fr}d_1 \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) (\ddot{fr}d_1 + g \sin(\theta_3)) \end{pmatrix} \right) \\ \\ -\sin(\theta_4) \left(F_z - m_4 \begin{pmatrix} \cos(\theta_4) (\ddot{fr}d_1 + g \sin(\theta_3)) \\ -\ddot{fr}d_1 \sin(\theta_4) \end{pmatrix} \right) \end{array} \right] \quad (4.221)
\end{aligned}$$

$$n_4 = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y + I_{yy4} \dot{\theta}_3^2 - m_4 fr_{2y} \left(\begin{aligned} & frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{frd}_1 + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 \\ & + g \cos(\theta_3) - fr_{2y} \dot{\theta}_3^2 \\ & + frd_1 \dot{\theta}_3^2 + fr_{2y} (\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4) \end{aligned} \right) \\ I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (4.222)$$

$$n_3 = \begin{bmatrix} N_x \cos(\theta_4) + \sin(\theta_4) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \right) \\ N_x \sin(\theta_4) - \cos(\theta_4) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \right) \\ N_y - I_{zz3} \ddot{\theta}_3 + I_{yy4} \dot{\theta}_3^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_3^2 - m_4 fr_{2y} \left(\begin{aligned} & frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{frd}_1 + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 \\ & - fr_{2y} \dot{\theta}_3 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 \\ & + g \cos(\theta_3) + fr_{2y} (\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4) \end{aligned} \right) \\ - frd_{1z} m_3 \left(\begin{aligned} & frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{frd}_1 + frd_1 \ddot{\theta}_3 \\ & + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 \\ & - frd_{1z} \dot{\theta}_3^2 + g \cos(\theta_5) \end{aligned} \right) \end{bmatrix} \quad (4.223)$$

$$\begin{aligned}
n_2 = & \left[\begin{aligned}
& -N_x \cos(\theta_4) - \sin(\theta_4) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \right) \\
& N_x \sin(\theta_4) - \cos(\theta_4) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \right) \\
& I_{zz2} \ddot{\theta}_3 - Ny + I_{zz3} \ddot{\theta}_3 - I_{yy4} \dot{\theta}_3^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_3^2 - I_{zz3} \dot{\theta}_3^2 \\
& + m_4 fr_{2y} \left(\begin{aligned}
& frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{frd}_1 + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 \\
& - fr_{2y} \dot{\theta}_3 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 \\
& + g \cos(\theta_3) + fr_{2y} \left(\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \right)
\end{aligned} \right) \\
& + frd_{1z} m_3 \left(\begin{aligned}
& frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{frd}_1 + frd_1 \ddot{\theta}_3 \\
& + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 \\
& - frd_{1z} \dot{\theta}_3^2 + g \cos(\theta_5)
\end{aligned} \right)
\end{aligned} \right] \tag{4.224}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_1 = & \left[\begin{aligned} & \sin(\theta_3) \left(\cos(\theta_4) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \right) - N_x \sin(\theta_4) \right) \\ & - \cos(\theta_3) \left(\begin{aligned} & I_{zz2} \ddot{\theta}_3 - Ny + I_{zz3} \ddot{\theta}_3 - I_{yy4} \dot{\theta}_3^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_3^2 - I_{zz3} \dot{\theta}_3^2 \\ & + m_4 fr_{2y} \left(\begin{aligned} & frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{frd}_1 + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 \\ & - fr_{2y} \dot{\theta}_3 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 \\ & + g \cos(\theta_3) + fr_{2y} \left(\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \right) \end{aligned} \right) \\ & + frd_{1z} m_3 \left(\begin{aligned} & frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{frd}_1 + frd_1 \ddot{\theta}_3 \\ & + 2 \dot{frd}_1 \dot{\theta}_3 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 \\ & - frd_{1z} \dot{\theta}_3^2 + g \cos(\theta_5) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \\ & - \sin(\theta_3) \left(\begin{aligned} & I_{zz2} \ddot{\theta}_3 - Ny + I_{zz3} \ddot{\theta}_3 - I_{yy4} \dot{\theta}_3^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_3^2 - I_{zz3} \dot{\theta}_3^2 \\ & + m_4 fr_{2y} \left(\begin{aligned} & frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{frd}_1 + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 \\ & - fr_{2y} \dot{\theta}_3 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 \\ & + g \cos(\theta_3) + fr_{2y} \left(\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \right) \end{aligned} \right) \\ & + frd_{1z} m_3 \left(\begin{aligned} & frd_1 \ddot{\theta}_3 - \ddot{frd}_1 + frd_1 \ddot{\theta}_3 \\ & + 2 \dot{frd}_1 \dot{\theta}_3 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 \\ & - frd_{1z} \dot{\theta}_3^2 + g \cos(\theta_3) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \\ & - \cos(\theta_3) \left(\cos(\theta_4) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \right) - N_x \sin(\theta_4) \right) \\ & - N_x \cos(\theta_4) - \sin(\theta_4) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \right) \end{aligned} \right] \quad (4.225)
\end{aligned}$$

$$\tau_1 = -N_x \cos(\theta_4) - \sin(\theta_4) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \right) \quad (4.226)$$

$$\tau_2 = \left(\begin{array}{l} I_{zz2} \ddot{\theta}_3 - Ny + I_{zz3} \ddot{\theta}_3 - I_{yy4} \dot{\theta}_3^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_3^2 - I_{zz3} \dot{\theta}_3^2 \\ + m_4 fr_{2y} \left(\begin{array}{l} frd_1 \ddot{\theta}_3 - frd_1 + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 \\ - fr_{2y} \dot{\theta}_3 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 \\ + g \cos(\theta_3) + fr_{2y} \left(\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \right) \end{array} \right) \\ + frd_{1z} m_3 \left(\begin{array}{l} frd_1 \ddot{\theta}_3 - frd_1 + frd_1 \ddot{\theta}_3 \\ + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 + frd_1 \dot{\theta}_3^2 \\ - frd_{1z} \dot{\theta}_3^2 + g \cos(\theta_5) \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (4.227)$$

$$\tau_3 = \left(\begin{array}{l} F_y - m_4 \left(\begin{array}{l} frd_1 \ddot{\theta}_3 - frd_1 + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 \\ + g \cos(\theta_3) - fr_{2y} \dot{\theta}_3^2 \\ + frd_1 \dot{\theta}_3^2 + fr_{2y} \left(\ddot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_4 \right) \end{array} \right) \\ - m_3 \left(\begin{array}{l} frd_1 \ddot{\theta}_5 - frd_1 + frd_{1z} \ddot{\theta}_3 \\ + 2 frd_1 \dot{\theta}_3 + g \cos(\theta_3) \\ + frd_1 \dot{\theta}_3^2 - frd_{1z} \dot{\theta}_3^2 \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (4.228)$$

$$\tau_4 = I_{zz4} \dot{\theta}_4^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_3 \quad (4.229)$$

Ön sağ kola ait eşitlikler türetilmiştir. Arka sol kolun çözümlemesi için gerekli eşitlikler benzer şekilde elde edilmiştir.

$$R_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.230)$$

$$R_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) & 0 \\ \cos(\theta_5) & \sin(\theta_5) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.231)$$

$$R_{32} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.232)$$

$$R_{43} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_6) & \sin(\theta_6) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \sin(\theta_6) & -\cos(\theta_6) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.233)$$

$$P_{01} = \begin{bmatrix} -r_2 \\ r_4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.234)$$

$$P_{12} = \begin{bmatrix} rl_1 \cos(\theta_5) \\ rl_1 \sin(\theta_5) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.235)$$

$$P_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ rld_1 \end{bmatrix} \quad (4.236)$$

$$P_{34} = \begin{bmatrix} -rl_2 \sin(\theta_6) \\ rl_2 \cos(\theta_6) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.237)$$

$${}^0\omega_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.238)$$

$${}^1\omega_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.239)$$

$${}^2\omega_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\theta}_5 \end{bmatrix}^T \quad (4.240)$$

$${}^3\omega_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\dot{\theta}_5 \end{bmatrix}^T \quad (4.241)$$

$${}^4\omega_4 = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}_5 & \dot{\theta}_6 \end{bmatrix}^T \quad (4.242)$$

$${}^0\nu_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.243)$$

$${}^1\nu_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.244)$$

$${}^2\nu_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.245)$$

$${}^3\nu_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & r\dot{l}d_1 - rld_1\dot{\theta}_5 \end{bmatrix}^T \quad (4.246)$$

$${}^4\nu_4 = \begin{bmatrix} 0 & r\dot{l}d_1 - rld_1\dot{\theta}_5 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.247)$$

$${}^1\dot{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.248)$$

$${}^2\dot{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ddot{\theta}_5 \end{bmatrix}^T \quad (4.249)$$

$${}^3\dot{\omega}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\ddot{\theta}_5 \end{bmatrix}^T \quad (4.250)$$

$${}^4\dot{\omega}_4 = \begin{bmatrix} 0 & -\ddot{\theta}_5 - \dot{\theta}_5\dot{\theta}_6 & \ddot{\theta}_6 \end{bmatrix}^T \quad (4.251)$$

$${}^0\dot{\nu}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -g \end{bmatrix}^T \quad (4.252)$$

$${}^1\dot{\nu}_1 = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.253)$$

$${}^2\dot{\nu}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -g \sin(\theta_5) & g \cos(\theta_5) \end{bmatrix}^T \quad (4.254)$$

$${}^3\dot{\nu}_3 = \begin{bmatrix} r\ddot{d}_1 & r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) & -r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5^2 - 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5 + r\ddot{d}_1 - r\dot{d}_1 \ddot{\theta}_5 - g \cos(\theta_5) \end{bmatrix}^T \quad (4.255)$$

$${}^4\dot{\nu}_4 = \begin{bmatrix} r\ddot{d}_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) \\ -r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5^2 - 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5 + r\ddot{d}_1 - r\dot{d}_1 \ddot{\theta}_5 - g \cos(\theta_5) \\ r\ddot{d}_1 \sin(\theta_6) - \cos(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) \end{bmatrix} \quad (4.256)$$

$$P_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.257)$$

$$P_{c2} = \begin{bmatrix} rl_{1x} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.258)$$

$$P_{c3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & rld_{1z} \end{bmatrix}^T \quad (4.259)$$

$$P_{c4} = \begin{bmatrix} 0 & rl_{2y} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.260)$$

$${}^1\dot{\nu}_{c1} = \begin{bmatrix} g & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.261)$$

$${}^2\dot{\nu}_{c2} = \begin{bmatrix} 0 & -g \sin(\theta_5) & g \cos(\theta_5) \end{bmatrix}^T \quad (4.262)$$

$${}^3\dot{\mathbf{v}}_{c3} = \begin{bmatrix} r\ddot{d}_1 \\ r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \\ r\ddot{d}_1 - rld_1\ddot{\theta}_5 - rld_{1z}\dot{\theta}_5^2 - 2r\dot{d}_1\dot{\theta}_5 - g \cos(\theta_5) - rld_1\dot{\theta}_5^2 + rld_{1z}\dot{\theta}_5^2 \end{bmatrix} \quad (4.263)$$

$${}^4\dot{\mathbf{v}}_{c4} = \begin{bmatrix} r\ddot{d}_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) \\ r\ddot{d}_1 - rld_1\ddot{\theta}_5 - 2r\dot{d}_1\dot{\theta}_5 - g \cos(\theta_5) + rl_{2y}\dot{\theta}_5^2 - rld_1\dot{\theta}_5^2 - rl_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5\dot{\theta}_6 \right) \\ r\ddot{d}_1 \sin(\theta_6) - \cos(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) \end{bmatrix} \quad (4.264)$$

$$\mathbf{F}_1 = [gm_1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.265)$$

$$\mathbf{F}_2 = [0 \quad -gm_2 \sin(\theta_5) \quad gm_2 \cos(\theta_5)]^T \quad (4.266)$$

$$\mathbf{F}_3 = \begin{bmatrix} m_3 r\ddot{d}_1 \\ m_3 \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) \\ -m_3 \left(rld_1\ddot{\theta}_5 - r\ddot{d}_1 + rld_{1z}\ddot{\theta}_5 + 2r\dot{d}_1\dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) + rld_1\dot{\theta}_5^2 - rld_{1z}\dot{\theta}_5^2 \right) \end{bmatrix} \quad (4.267)$$

$$\mathbf{F}_4 = \begin{bmatrix} m_4 \left(r\ddot{d}_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) \right) \\ -m_4 \left(rld_1\ddot{\theta}_5 - r\ddot{d}_1 + 2r\dot{d}_1\dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) - rl_{2y}\dot{\theta}_5^2 + rld_1\dot{\theta}_5^2 + rl_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5\dot{\theta}_6 \right) \right) \\ -m_4 \left(\cos(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) - r\ddot{d}_1 \sin(\theta_6) \right) \end{bmatrix} \quad (4.268)$$

$$\mathbf{I}_{c1} = \begin{bmatrix} I_{xx1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz1} \end{bmatrix} \quad (4.269)$$

$$I_{c2} = \begin{bmatrix} I_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz2} \end{bmatrix} \quad (4.270)$$

$$I_{c3} = \begin{bmatrix} I_{xx3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz3} \end{bmatrix} \quad (4.271)$$

$$I_{c4} = \begin{bmatrix} I_{xx4} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy4} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz4} \end{bmatrix} \quad (4.272)$$

$$N_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.273)$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{zz2} \dot{\theta}_5^2 + I_{zz2} \ddot{\theta}_5 \end{bmatrix}^T \quad (4.274)$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{zz3} \dot{\theta}_5^2 - I_{zz3} \ddot{\theta}_5 \end{bmatrix}^T \quad (4.275)$$

$$N_4 = \begin{bmatrix} 0 & I_{yy4} \dot{\theta}_5^2 & I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 - I_{zz4} \ddot{\theta}_5 \end{bmatrix}^T \quad (4.276)$$

$$R_{01} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.277)$$

$$R_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_5) & \cos(\theta_5) \\ 0 & \cos(\theta_5) & \sin(\theta_5) \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.278)$$

$$R_{23} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.279)$$

$$R_{34} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_6) & 0 & \sin(\theta_6) \\ \sin(\theta_6) & 0 & -\cos(\theta_6) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.280)$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} F_x + m_4 \left(r\ddot{d}_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) \right) \\ F_y - m_4 \begin{pmatrix} r\dot{d}_1 \ddot{\theta}_5 - r\ddot{d}_1 + 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \\ -rl_{2y} \dot{\theta}_5^2 + r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5^2 + rl_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) \end{pmatrix} \\ F_z - m_4 \left(\cos(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) - r\ddot{d}_1 \sin(\theta_6) \right) \end{bmatrix} \quad (4.281)$$

$$f_3 = \begin{bmatrix} m_3 r\ddot{d}_1 + \cos(\theta_6) \left(F_x + m_4 \left(r\ddot{d}_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) \right) \right) \\ + \sin(\theta_6) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) - r\ddot{d}_1 \sin(\theta_6) \right) \right) \\ m_3 \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) - \cos(\theta_6) \left(F_z - m_4 \begin{pmatrix} \cos(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 \right) \\ -g \sin(\theta_5) \end{pmatrix} \right) \\ - r\ddot{d}_1 \sin(\theta_6) \end{bmatrix} \\ + \sin(\theta_6) \left(F_x + m_4 \left(r\ddot{d}_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(r\ddot{d}_1 - g \sin(\theta_5) \right) \right) \right) \\ F_y - m_4 \begin{pmatrix} r\dot{d}_1 \ddot{\theta}_5 - r\ddot{d}_1 + 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \\ -rl_{2y} \dot{\theta}_5^2 + r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5^2 + rl_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) \end{pmatrix} \\ - m_3 \left(r\dot{d}_1 \ddot{\theta}_5 - r\ddot{d}_1 + r\dot{d}_{1z} \ddot{\theta}_5 + 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) + r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5^2 - r\dot{d}_{1z} \dot{\theta}_5^2 \right) \end{bmatrix} \quad (4.282)$$

$$\begin{aligned}
f_2 = & \left[\begin{aligned} & -m_3 \ddot{r}d_1 - \cos(\theta_6) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r}d_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \begin{pmatrix} \ddot{r}d_1 \\ -g \sin(\theta_5) \end{pmatrix} \right) \right) \\ & -\sin(\theta_6) \left(F_z + m_4 \begin{pmatrix} \cos(\theta_6) \begin{pmatrix} \ddot{r}d_1 \\ -g \sin(\theta_5) \end{pmatrix} \\ -\ddot{r}d_1 \sin(\theta_6) \end{pmatrix} \right) \\ & m_3 \left(\ddot{r}d_1 - g \sin(\theta_5) \right) - \cos(\theta_6) \left(F_z - m_4 \begin{pmatrix} \cos(\theta_6) \begin{pmatrix} \ddot{r}d_1 \\ -g \sin(\theta_5) \end{pmatrix} \\ -\ddot{r}d_1 \sin(\theta_6) \end{pmatrix} \right) \\ & + \sin(\theta_6) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r}d_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \begin{pmatrix} \ddot{r}d_1 \\ -g \sin(\theta_5) \end{pmatrix} \right) \right) - gm_2 \sin(\theta_5) \\ & m_4 \begin{pmatrix} r\dot{d}_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r}d_1 + 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5 \\ +g \cos(\theta_5) - r\dot{l}_{2y} \dot{\theta}_5^2 \\ +r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5^2 + r\dot{l}_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) \end{pmatrix} \\ & -F_y + m_3 \begin{pmatrix} r\dot{d}_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r}d_1 + r\dot{d}_{1z} \ddot{\theta}_5 \\ +2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \\ +r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5^2 - r\dot{d}_{1z} \dot{\theta}_5^2 \end{pmatrix} + gm_2 \cos(\theta_5) \end{aligned} \right] \quad (4.283)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_1 = & \left[\begin{aligned}
& gm_1 - \sin(\theta_5) \left(m_3 \left(\ddot{r}d_1 - g \sin(\theta_5) \right) - \cos(\theta_6) \left(F_z - m_4 \begin{pmatrix} \cos(\theta_6) \left(\ddot{r}d_1 \right) \\ -g \sin(\theta_5) \end{pmatrix} \right) \right. \\
& \left. + \sin(\theta_6) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r}d_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(\ddot{r}d_1 \right) \right) \right) \right) - gm_2 \sin(\theta_5) \\
& + \cos(\theta_5) \left(m_4 \begin{pmatrix} rld_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r}d_1 + 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \\ -rl_{2y} \dot{\theta}_5^2 + rld_1 \dot{\theta}_5^2 + rl_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) \end{pmatrix} \right. \\
& \left. - F_y + m_3 \begin{pmatrix} rld_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r}d_1 + rld_{1z} \ddot{\theta}_5 + 2rld_1 \dot{\theta}_5 \\ +g \cos(\theta_5) + rld_1 \dot{\theta}_5^2 - rld_{1z} \dot{\theta}_5^2 \end{pmatrix} + gm_2 \cos(\theta_5) \right) \\
& \sin(\theta_5) \left(m_4 \begin{pmatrix} rld_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r}d_1 + 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \\ -rl_{2y} \dot{\theta}_5^2 + rld_1 \dot{\theta}_5^2 + rl_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) \end{pmatrix} \right. \\
& \left. - F_y + m_3 \begin{pmatrix} rld_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r}d_1 + rld_{1z} \ddot{\theta}_5 + 2rld_1 \dot{\theta}_5 \\ +g \cos(\theta_5) + rld_1 \dot{\theta}_5^2 - rld_{1z} \dot{\theta}_5^2 \end{pmatrix} + gm_2 \cos(\theta_5) \right) \\
& + \cos(\theta_5) \left(m_3 \left(\ddot{r}d_1 - g \sin(\theta_5) \right) + \cos(\theta_6) \left(F_z - m_4 \begin{pmatrix} \cos(\theta_6) \left(\ddot{r}d_1 \right) \\ -g \sin(\theta_5) \end{pmatrix} \right) \right. \\
& \left. + \sin(\theta_6) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r}d_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(\ddot{r}d_1 - g \sin(\theta_5) \right) \right) \right) \right) - gm_2 \sin(\theta_5) \\
& m_3 \ddot{r}d_1 + \cos(\theta_6) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r}d_1 \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(\ddot{r}d_1 - g \sin(\theta_5) \right) \right) \right) \\
& - \sin(\theta_6) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_6) \left(\ddot{r}d_1 - g \sin(\theta_5) \right) - \ddot{r}d_1 \sin(\theta_6) \right) \right)
\end{aligned} \right] \quad (4.284)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_4 = & \left[\begin{aligned}
& N_x \\
& N_y + I_{yy4} \dot{\theta}_5^2 - m_4 rl_{2y} \begin{pmatrix} rld_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r}d_1 + 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \\ -rl_{2y} \dot{\theta}_5^2 + rld_1 \dot{\theta}_5^2 + rl_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) \end{pmatrix} \\
& I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_5
\end{aligned} \right] \quad (4.285)
\end{aligned}$$

$$n_3 = \begin{bmatrix} N_x \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_5 \right) \\ N_x \sin(\theta_6) - \cos(\theta_6) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_5 \right) \\ N_y - I_{zz3} \ddot{\theta}_5 + I_{yy4} \dot{\theta}_5^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_5^2 - m_3 r l_{1z} \left(r l_{d1} \ddot{\theta}_5 - r \ddot{d}_1 + r l_{d1z} \ddot{\theta}_5 + 2 r l_{d1} \dot{\theta}_5 \right) \\ + g \cos(\theta_5) + r l_{d1} \dot{\theta}_5^2 - r l_{d1z} \dot{\theta}_5^2 \\ - m_4 r l_{2y} \left(r l_{d1} \ddot{\theta}_5 - r \ddot{d}_1 + 2 r l_{d1} \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \right) \\ - r l_{2y} \dot{\theta}_5^2 + r l_{d1} \dot{\theta}_5^2 + r l_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) \end{bmatrix} \quad (4.286)$$

$$n_2 = \begin{bmatrix} -N_x \cos(\theta_6) - \sin(\theta_6) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_5 \right) \\ N_x \sin(\theta_6) - \cos(\theta_6) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_5 \right) \\ I_{zz2} \ddot{\theta}_5 - N_y + I_{zz3} \ddot{\theta}_5 - I_{yy4} \dot{\theta}_5^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_5^2 - I_{zz3} \dot{\theta}_5^2 \\ + m_3 r l_{1z} \left(r l_{d1} \ddot{\theta}_5 - r \ddot{d}_1 + r l_{d1z} \ddot{\theta}_5 + 2 r l_{d1} \dot{\theta}_5 \right) \\ + g \cos(\theta_5) + r l_{d1} \dot{\theta}_5^2 - r l_{d1z} \dot{\theta}_5^2 \\ + m_4 r l_{2y} \left(r l_{d1} \ddot{\theta}_5 - r \ddot{d}_1 + 2 r l_{d1} \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \right) \\ - r l_{2y} \dot{\theta}_5^2 + r l_{d1} \dot{\theta}_5^2 + r l_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) \end{bmatrix} \quad (4.287)$$

$$\begin{aligned}
n_1 = & \left[\begin{aligned} & \sin(\theta_5) \left(\cos(\theta_6) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_5 \right) - N_x \sin(\theta_6) \right) \\ & + \cos(\theta_5) \left(\begin{aligned} & I_{zz2} \ddot{\theta}_5 - Ny + I_{zz3} \ddot{\theta}_5 - I_{yy4} \dot{\theta}_5^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_5^2 - I_{zz3} \dot{\theta}_5^2 \\ & + m_3 r l_{1z} \left(\begin{aligned} & r l d_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r} l d_1 + r l d_{1z} \ddot{\theta}_5 + 2 r l d_1 \dot{\theta}_5 \end{aligned} \right) \\ & + g \cos(\theta_5) + r l d_1 \dot{\theta}_5^2 - r l d_{1z} \dot{\theta}_5^2 \end{aligned} \right) \\ & + m_4 r l_{2y} \left(\begin{aligned} & r l d_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r} l d_1 + 2 r l d_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \\ & - r l_{2y} \dot{\theta}_5^2 + r l d_1 \dot{\theta}_5^2 + r l_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \\ & \sin(\theta_5) \left(\begin{aligned} & I_{zz2} \ddot{\theta}_5 - Ny + I_{zz3} \ddot{\theta}_5 - I_{yy4} \dot{\theta}_5^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_5^2 - I_{zz3} \dot{\theta}_5^2 \\ & + m_3 r l_{1z} \left(\begin{aligned} & r l d_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r} l d_1 + r l d_{1z} \ddot{\theta}_5 + 2 r l d_1 \dot{\theta}_5 \end{aligned} \right) \\ & + g \cos(\theta_5) + r l d_1 \dot{\theta}_5^2 - r l d_{1z} \dot{\theta}_5^2 \end{aligned} \right) \\ & + m_4 r l_{2y} \left(\begin{aligned} & r l d_1 \ddot{\theta}_5 - \ddot{r} l d_1 + 2 r l d_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \\ & - r l_{2y} \dot{\theta}_5^2 + r l d_1 \dot{\theta}_5^2 + r l_{2y} \left(\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6 \right) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \\ & - \cos(\theta_5) \left(\cos(\theta_6) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_5 \right) - N_x \sin(\theta_6) \right) \\ & N_x \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_5 \right) \end{aligned} \right] \quad (4.288)
\end{aligned}$$

$$\tau_1 = N_x \cos(\theta_6) + \sin(\theta_6) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_5 \right) \quad (4.289)$$

$$\tau_2 = \begin{pmatrix} I_{zz2} \ddot{\theta}_5 - N_y + I_{zz3} \ddot{\theta}_5 - I_{yy4} \dot{\theta}_5^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_5^2 - I_{zz3} \dot{\theta}_5^2 \\ +m_3 r l d_{1z} \begin{pmatrix} r l d_1 \ddot{\theta}_5 - r \ddot{d}_1 + r l d_{1z} \ddot{\theta}_5 + 2 r l d_1 \dot{\theta}_5 \\ +g \cos(\theta_5) + r l d_1 \dot{\theta}_5^2 - r l d_{1z} \dot{\theta}_5^2 \end{pmatrix} \\ +m_4 r l_{2y} \begin{pmatrix} r l d_1 \ddot{\theta}_5 - r \ddot{d}_1 + 2 r l d_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \\ -r l_{2y} \dot{\theta}_5^2 + r l d_1 \dot{\theta}_5^2 + r l_{2y} (\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6) \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (4.290)$$

$$\tau_3 = \begin{pmatrix} F_y - m_4 \begin{pmatrix} r l d_1 \ddot{\theta}_5 - r \ddot{d}_1 + 2 r l d_1 \dot{\theta}_5 + g \cos(\theta_5) \\ -r l_{2y} \dot{\theta}_5^2 + r l d_1 \dot{\theta}_5^2 + r l_{2y} (\ddot{\theta}_5 + \dot{\theta}_5 \dot{\theta}_6) \end{pmatrix} \\ -m_3 \begin{pmatrix} r l d_1 \ddot{\theta}_5 - r \ddot{d}_1 + r l d_{1z} \ddot{\theta}_5 + 2 r l d_1 \dot{\theta}_5 \\ +g \cos(\theta_5) + r l d_1 \dot{\theta}_5^2 - r l d_{1z} \dot{\theta}_5^2 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (4.291)$$

$$\tau_4 = I_{zz4} \dot{\theta}_6^2 + N_z - I_{zz4} \ddot{\theta}_5 \quad (4.292)$$

Arka sol kola ait eşitlikler türetilmiştir. Arka sağ kolun çözümlemesi için gerekli eşitlikler benzer şekilde elde edilmiştir.

$$R_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.293)$$

$$R_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\sin(\theta_7) & \cos(\theta_7) & 0 \\ -\cos(\theta_7) & -\sin(\theta_7) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.294)$$

$$R_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.295)$$

$$R_{43} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_8) & \sin(\theta_8) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \sin(\theta_8) & -\cos(\theta_8) & 0 \end{bmatrix} \quad (4.296)$$

$$P_{01} = \begin{bmatrix} -r_2 \\ -r_6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.297)$$

$$P_{12} = \begin{bmatrix} -rr_1 \cos(\theta_7) \\ -rr_1 \sin(\theta_7) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.298)$$

$$P_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ rrd_1 \end{bmatrix} \quad (4.299)$$

$$P_{34} = \begin{bmatrix} rr_2 \sin(\theta_8) \\ -rr_2 \cos(\theta_8) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.300)$$

$${}^0\omega_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.301)$$

$${}^1\omega_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.302)$$

$${}^2\omega_2 = [0 \quad 0 \quad \dot{\theta}_7]^T \quad (4.303)$$

$${}^3\omega_3 = [0 \quad 0 \quad \dot{\theta}_7]^T \quad (4.304)$$

$${}^4\omega_4 = [0 \quad \dot{\theta}_7 \quad \dot{\theta}_8]^T \quad (4.305)$$

$${}^0\nu_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.306)$$

$${}^1\nu_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.307)$$

$${}^2\nu_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.308)$$

$${}^3\nu_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{r}rd_1 + rrd_1\dot{\theta}_7 \end{bmatrix}^T \quad (4.309)$$

$${}^4\nu_4 = \begin{bmatrix} 0 & \dot{r}rd_1 + rrd_1\dot{\theta}_7 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.310)$$

$${}^1\dot{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.311)$$

$${}^2\dot{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ddot{\theta}_7 \end{bmatrix}^T \quad (4.312)$$

$${}^3\dot{\omega}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \ddot{\theta}_7 \end{bmatrix}^T \quad (4.313)$$

$${}^4\dot{\omega}_4 = \begin{bmatrix} 0 & \ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7\dot{\theta}_8 & \ddot{\theta}_8 \end{bmatrix}^T \quad (4.314)$$

$${}^0\dot{\nu}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -g \end{bmatrix}^T \quad (4.315)$$

$${}^1\dot{\nu}_1 = \begin{bmatrix} -g & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.316)$$

$${}^2\dot{\nu}_2 = \begin{bmatrix} 0 & g \sin(\theta_7) & g \cos(\theta_7) \end{bmatrix}^T \quad (4.317)$$

$${}^3\dot{\mathbf{v}}_3 = \begin{bmatrix} \ddot{r}d_1 & \ddot{r}d_1 + g \sin(\theta_7) & r\dot{r}d_7 \dot{\theta}_7^2 + 2r\dot{r}d_1 \dot{\theta}_7 + \ddot{r}d_1 + r\dot{r}d_1 \ddot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \end{bmatrix}^T \quad (4.318)$$

$${}^4\dot{\mathbf{v}}_4 = \begin{bmatrix} \ddot{r}d_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(\ddot{r}d_1 + g \sin(\theta_7) \right) \\ r\dot{r}d_1 \dot{\theta}_7^2 + 2r\dot{r}d_1 \dot{\theta}_7 + r\ddot{d}_1 + r\dot{r}d_1 \ddot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \\ \ddot{r}d_1 \sin(\theta_8) - \cos(\theta_8) \left(\ddot{r}d_1 + g \sin(\theta_7) \right) \end{bmatrix} \quad (4.319)$$

$$\mathbf{P}_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.320)$$

$$\mathbf{P}_{c2} = \begin{bmatrix} r r_{1x} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.321)$$

$$\mathbf{P}_{c3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & r\dot{r}d_{1z} \end{bmatrix}^T \quad (4.322)$$

$$\mathbf{P}_{c4} = \begin{bmatrix} 0 & r r_{2y} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.323)$$

$${}^1\dot{\mathbf{v}}_{c1} = \begin{bmatrix} -g & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.324)$$

$${}^2\dot{\mathbf{v}}_{c2} = \begin{bmatrix} 0 & g \sin(\theta_7) & g \cos(\theta_7) \end{bmatrix}^T \quad (4.325)$$

$${}^3\dot{\mathbf{v}}_{c3} = \begin{bmatrix} \ddot{r}d_1 \\ \ddot{r}d_1 + g \sin(\theta_7) \\ \ddot{r}d_1 + r\dot{r}d_1 \ddot{\theta}_7 + r\dot{r}d_{1z} \dot{\theta}_7^2 + 2r\dot{r}d_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) + r\dot{r}d_1 \dot{\theta}_7^2 + r\dot{r}d_{1z} \dot{\theta}_7^2 \end{bmatrix} \quad (4.326)$$

$${}^4\dot{V}_{c4} = \begin{bmatrix} r\ddot{d}_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(r\ddot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) \\ r\ddot{d}_1 - r\dot{d}_1 \ddot{\theta}_7 - 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) + r r_{2y} \dot{\theta}_7^2 + r\dot{d}_1 \dot{\theta}_7^2 + r r_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \\ r\ddot{d}_1 \sin(\theta_8) - \cos(\theta_8) \left(r\ddot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) \end{bmatrix} \quad (4.327)$$

$$F_1 = [-gm_1 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.328)$$

$$F_2 = [0 \quad gm_2 \sin(\theta_7) \quad gm_2 \cos(\theta_7)]^T \quad (4.329)$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} m_3 r\ddot{d}_1 \\ m_3 \left(r\ddot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) \\ m_3 \left(r\dot{d}_1 \ddot{\theta}_7 + r\ddot{d}_1 + r\dot{d}_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) + r\dot{d}_1 \dot{\theta}_7^2 + r\dot{d}_{1z} \dot{\theta}_7^2 \right) \end{bmatrix} \quad (4.330)$$

$$F_4 = \begin{bmatrix} m_4 \left(r\ddot{d}_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(r\ddot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \\ m_4 \left(r\dot{d}_1 \ddot{\theta}_7 + r\ddot{d}_1 + 2r\dot{d}_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) + r r_{2y} \dot{\theta}_7^2 + r\dot{d}_1 \dot{\theta}_7^2 + r r_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \right) \\ -m_4 \left(\cos(\theta_8) \left(r\ddot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) - r\ddot{d}_1 \sin(\theta_8) \right) \end{bmatrix} \quad (4.331)$$

$$I_{c1} = \begin{bmatrix} I_{xx1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz1} \end{bmatrix} \quad (4.332)$$

$$I_{c2} = \begin{bmatrix} I_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz2} \end{bmatrix} \quad (4.333)$$

$$I_{c3} = \begin{bmatrix} I_{xx3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy3} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz3} \end{bmatrix} \quad (4.334)$$

$$I_{c4} = \begin{bmatrix} I_{xx4} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy4} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz4} \end{bmatrix} \quad (4.335)$$

$$N_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.336)$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{zz2} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz2} \ddot{\theta}_7 \end{bmatrix}^T \quad (4.337)$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{zz3} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz3} \ddot{\theta}_7 \end{bmatrix}^T \quad (4.338)$$

$$N_4 = \begin{bmatrix} 0 & I_{yy4} \dot{\theta}_7^2 & I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \end{bmatrix}^T \quad (4.339)$$

$$R_{01} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.340)$$

$$R_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_7) & \cos(\theta_7) \\ 0 & \cos(\theta_7) & -\sin(\theta_7) \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.341)$$

$$R_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.342)$$

$$R_{34} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_8) & 0 & \sin(\theta_8) \\ \sin(\theta_8) & 0 & -\cos(\theta_8) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.343)$$

$$f_4 = \begin{bmatrix} F_x + m_4 \left(\ddot{r}d_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(\ddot{r}d_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \\ F_y + m_4 \left(\begin{aligned} & rrd_1 \ddot{\theta}_7 - \ddot{r}d_1 + 2rrd_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \\ & + rr_{2y} \dot{\theta}_7^2 + rrd_1 \dot{\theta}_7^2 + rr_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \end{aligned} \right) \\ F_z - m_4 \left(\cos(\theta_8) \left(\ddot{r}d_1 - g \sin(\theta_7) \right) - \ddot{r}d_1 \sin(\theta_8) \right) \end{bmatrix} \quad (4.344)$$

$$f_3 = \begin{bmatrix} m_3 \ddot{r}d_1 + \cos(\theta_8) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r}d_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(\ddot{r}d_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \right) \\ + \sin(\theta_8) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_8) \left(\ddot{r}d_1 + g \sin(\theta_7) \right) - \ddot{r}d_1 \sin(\theta_8) \right) \right) \\ m_3 \left(\ddot{r}d_1 + g \sin(\theta_7) \right) - \cos(\theta_8) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_8) \left(\ddot{r}d_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \right) \\ - \ddot{r}d_1 \sin(\theta_8) \\ + \sin(\theta_8) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r}d_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(\ddot{r}d_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \right) \\ F_y + m_4 \left(\begin{aligned} & rrd_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r}d_1 + 2rrd_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \\ & + rr_{2y} \dot{\theta}_7^2 + rrd_1 \dot{\theta}_7^2 + rr_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \end{aligned} \right) \\ + m_3 \left(rrd_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r}d_1 + rrd_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2rrd_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) + rrd_1 \dot{\theta}_7^2 - rrd_{1z} \dot{\theta}_7^2 \right) \end{bmatrix} \quad (4.345)$$

$$\begin{aligned}
f_2 = & \left[\begin{aligned}
& -m_3 \ddot{r} r d_1 + \cos(\theta_8) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r} r d_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(\ddot{r} r d_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \right) \\
& + \sin(\theta_8) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_8) \left(\ddot{r} r d_1 + g \sin(\theta_7) \right) - \ddot{r} r d_1 \sin(\theta_8) \right) \right) \\
& m_3 \left(\ddot{r} r d_1 + g \sin(\theta_7) \right) - \cos(\theta_8) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_8) \left(\ddot{r} r d_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \right. \\
& \quad \left. - \ddot{r} r d_1 \sin(\theta_8) \right) \\
& + \sin(\theta_8) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r} r d_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(\ddot{r} r d_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \right) + g m_2 \sin(\theta_7) \\
& F_y + m_4 \left(\ddot{r} r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + 2 \ddot{r} r d_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \right. \\
& \quad \left. + r r_{2y} \dot{\theta}_7^2 + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \right) \\
& + m_3 \left(\ddot{r} r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + r r d_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2 \ddot{r} r d_1 \dot{\theta}_7 \right. \\
& \quad \left. + g \cos(\theta_7) + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r d_{1z} \dot{\theta}_7^2 \right) + g m_2 \cos(\theta_7)
\end{aligned} \right] \quad (4.346)
\end{aligned}$$

$$f_1 = \begin{bmatrix} m_3 \left(\ddot{r} \dot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) \\ -gm_1 - \sin(\theta_7) \left(-\cos(\theta_8) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_8) \left(\ddot{r} \dot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) - \ddot{r} \dot{d}_1 \sin(\theta_8) \right) \right) \right. \\ \left. + \sin(\theta_8) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r} \dot{d}_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(\ddot{r} \dot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \right) \right) + gm_2 \sin(\theta_7) \\ -\cos(\theta_7) \left(F_y + m_4 \left(\ddot{r} \dot{d}_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} \dot{d}_1 + 2 \ddot{r} \dot{d}_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \right) \right. \\ \left. + rr_{2y} \dot{\theta}_7^2 + \ddot{r} \dot{d}_1 \dot{\theta}_7^2 + rr_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \right) \\ \left. + m_3 \left(\ddot{r} \dot{d}_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} \dot{d}_1 + \ddot{r} \dot{d}_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2 \ddot{r} \dot{d}_1 \dot{\theta}_7 \right) + gm_2 \cos(\theta_7) \right) \\ \cos(\theta_7) \left(m_3 \left(\ddot{r} \dot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right. \\ \left. -\cos(\theta_8) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_8) \left(\ddot{r} \dot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) - \ddot{r} \dot{d}_1 \sin(\theta_8) \right) \right) \right. \\ \left. + \sin(\theta_8) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r} \dot{d}_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(\ddot{r} \dot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \right) \right) + gm_2 \sin(\theta_7) \\ -\sin(\theta_7) \left(F_y + m_4 \left(\ddot{r} \dot{d}_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} \dot{d}_1 + 2 \ddot{r} \dot{d}_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \right) \right. \\ \left. + rr_{2y} \dot{\theta}_7^2 + \ddot{r} \dot{d}_1 \dot{\theta}_7^2 + rr_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \right) \\ \left. + m_3 \left(\ddot{r} \dot{d}_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} \dot{d}_1 + \ddot{r} \dot{d}_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2 \ddot{r} \dot{d}_1 \dot{\theta}_7 \right) + gm_2 \cos(\theta_7) \right) \\ m_3 \ddot{r} \dot{d}_1 + \cos(\theta_8) \left(F_x + m_4 \left(\ddot{r} \dot{d}_1 \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(\ddot{r} \dot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) \right) \right) \\ + \sin(\theta_8) \left(F_z - m_4 \left(\cos(\theta_8) \left(\ddot{r} \dot{d}_1 + g \sin(\theta_7) \right) - \ddot{r} \dot{d}_1 \sin(\theta_8) \right) \right) \end{bmatrix} \quad (4.347)$$

$$n_4 = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y + I_{yy4} \dot{\theta}_7^2 + m_4 rr_{2y} \left(\ddot{r} \dot{d}_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} \dot{d}_1 + 2 \ddot{r} \dot{d}_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \right) \\ + rr_{2y} \dot{\theta}_7^2 + \ddot{r} \dot{d}_1 \dot{\theta}_7^2 + rr_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \\ I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \end{bmatrix} \quad (4.348)$$

$$n_3 = \begin{bmatrix} N_x \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \right) \\ N_x \sin(\theta_8) - \cos(\theta_8) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \right) \\ N_y + I_{zz3} \ddot{\theta}_7 + I_{yy4} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_7^2 \\ + m_3 r l d_{1z} \left(r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} l d_1 + r r d_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 \right) \\ + g \cos(\theta_7) + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r d_{1z} \dot{\theta}_7^2 \\ + m_4 r r_{2y} \left(r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \right) \\ + r r_{2y} \dot{\theta}_7^2 + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \end{bmatrix} \quad (4.349)$$

$$n_2 = \begin{bmatrix} N_x \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \right) \\ N_x \sin(\theta_8) - \cos(\theta_8) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \right) \\ I_{zz2} \ddot{\theta}_7 + N_y + I_{zz3} \ddot{\theta}_7 + I_{yy4} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_7^2 \\ + m_3 r r d_{1z} \left(r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + r r d_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 \right) \\ + g \cos(\theta_7) + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r d_{1z} \dot{\theta}_7^2 \\ + m_4 r r_{2y} \left(r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \right) \\ + r r_{2y} \dot{\theta}_7^2 + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \end{bmatrix} \quad (4.350)$$

$$\begin{aligned}
n_1 = & \left[\begin{aligned} & \sin(\theta_7) \left(\cos(\theta_8) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \right) - N_x \sin(\theta_8) \right) \\ & - \cos(\theta_7) \left(\begin{aligned} & I_{zz2} \ddot{\theta}_7 + Ny + I_{zz3} \ddot{\theta}_7 + I_{yy4} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_7^2 \\ & + m_3 r r d_{1z} \left(\begin{aligned} & r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + r r d_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 \\ & + g \cos(\theta_7) + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r d_{1z} \dot{\theta}_7^2 \end{aligned} \right) \\ & + m_4 r r_{2y} \left(\begin{aligned} & r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \\ & + r r_{2y} \dot{\theta}_7^2 + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \\ & - \sin(\theta_7) \left(\begin{aligned} & I_{zz2} \ddot{\theta}_7 + Ny + I_{zz3} \ddot{\theta}_7 + I_{yy4} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_7^2 \\ & + m_3 r r d_{1z} \left(\begin{aligned} & r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + r r d_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 \\ & + g \cos(\theta_7) + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r d_{1z} \dot{\theta}_7^2 \end{aligned} \right) \\ & + m_4 r r_{2y} \left(\begin{aligned} & r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \\ & + r r_{2y} \dot{\theta}_7^2 + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \\ & - \cos(\theta_7) \left(\cos(\theta_8) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \right) - N_x \sin(\theta_8) \right) \\ & N_x \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \right) \end{aligned} \right] \quad (4.351)
\end{aligned}$$

$$\tau_1 = N_x \cos(\theta_8) + \sin(\theta_8) \left(I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \right) \quad (4.352)$$

$$\tau_2 = \begin{pmatrix} I_{zz2} \ddot{\theta}_7 + N_y + I_{zz3} \ddot{\theta}_7 + I_{yy4} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz2} \dot{\theta}_7^2 + I_{zz3} \dot{\theta}_7^2 \\ + m_3 r r d_{1z} \left(r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + r r d_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 \right) \\ + g \cos(\theta_7) + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r d_{1z} \dot{\theta}_7^2 \\ + m_4 r r_{2y} \left(r r d_1 \ddot{\theta}_5 + \ddot{r} r d_1 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \right) \\ + r r_{2y} \dot{\theta}_7^2 + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \end{pmatrix} \quad (4.353)$$

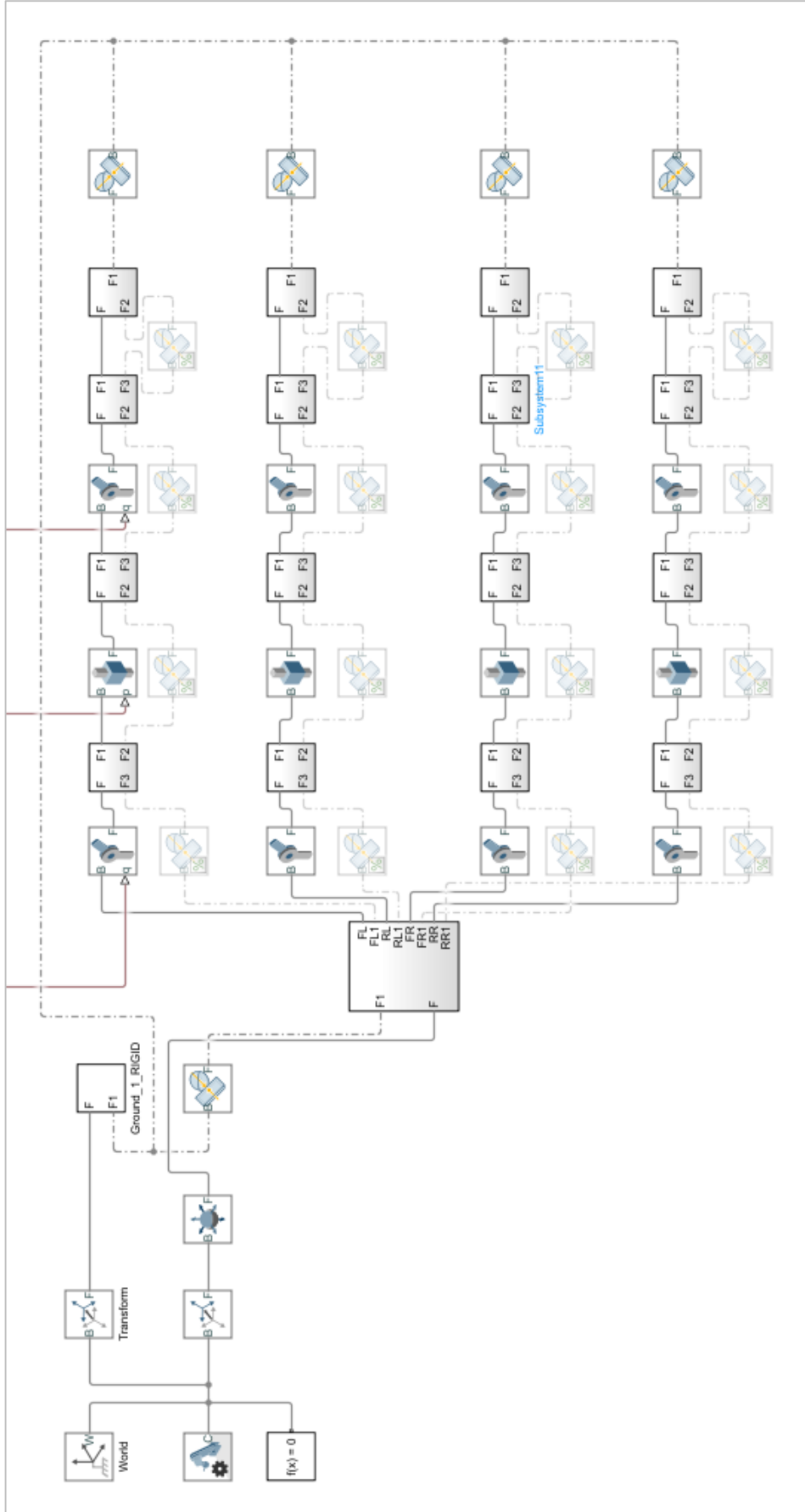
$$\tau_3 = \begin{pmatrix} F_y + m_4 \left(r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 + g \cos(\theta_7) \right) \\ + r l_{2y} \dot{\theta}_7^2 + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r_{2y} \left(\ddot{\theta}_7 + \dot{\theta}_7 \dot{\theta}_8 \right) \\ + m_3 \left(r r d_1 \ddot{\theta}_7 + \ddot{r} r d_1 + r r d_{1z} \ddot{\theta}_7 + 2 r r d_1 \dot{\theta}_7 \right) \\ + g \cos(\theta_7) + r r d_1 \dot{\theta}_7^2 + r r d_{1z} \dot{\theta}_7^2 \end{pmatrix} \quad (4.354)$$

$$\tau_4 = I_{zz4} \dot{\theta}_8^2 + N_z + I_{zz4} \ddot{\theta}_7 \quad (4.355)$$

Arka sağ kola ait eşitlikler türetilmiştir. Bu eşitlikler ile sistemin dinamik analizi gerçekleştirilmiştir.

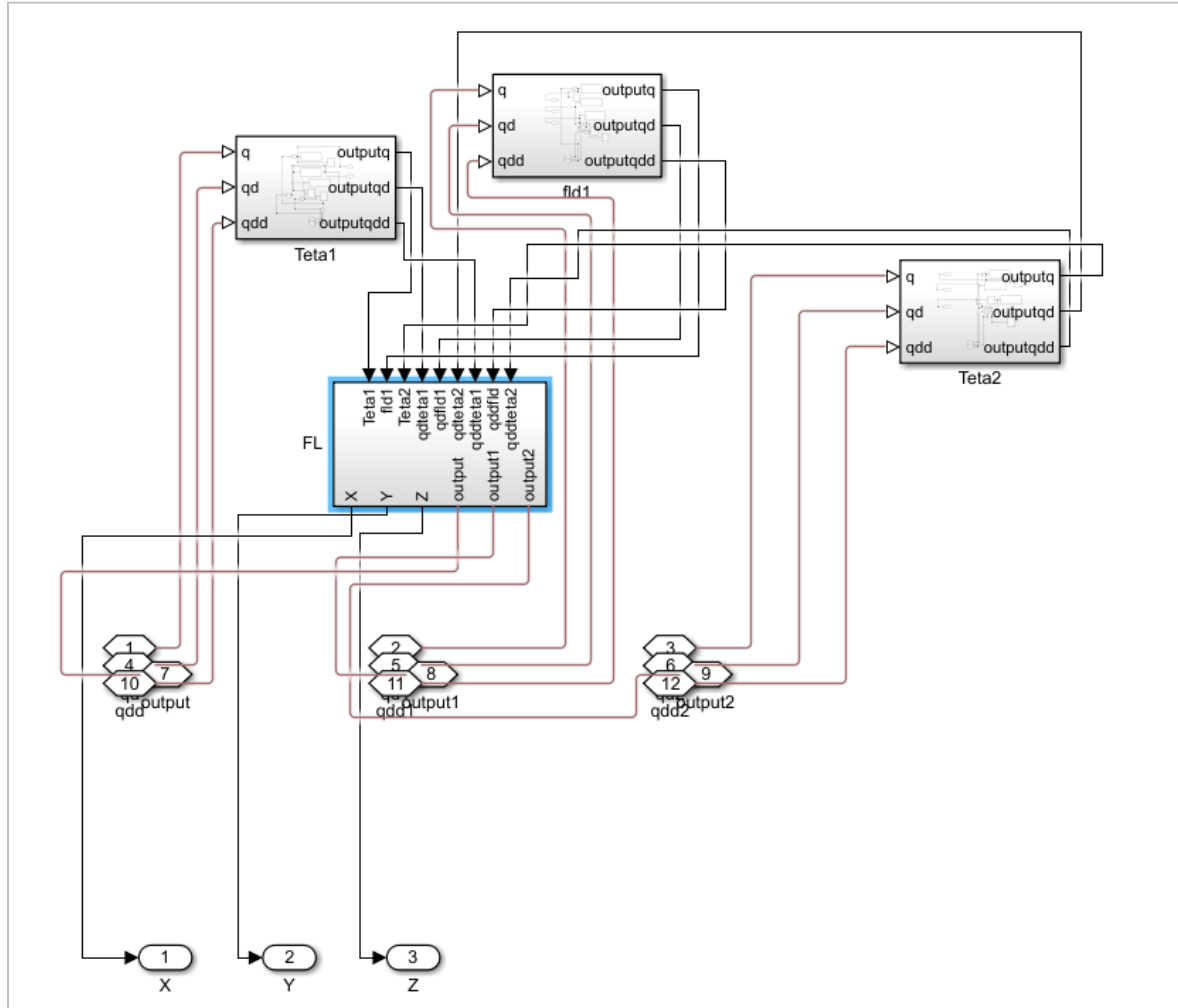
4.6. Kişisel Hava Aracı Kalkış-İniş Sisteminin Modellenmesi

Elde edilen eşitliklerden faydalanılarak sistemin kontrolünün gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Bu kapsamda, sistem tasarımı Matlab Simulink üzerinde yeniden modellenmiştir. Matlab Simulink ortamında oluşturulmuş olan ana model görseli Şekil 4.34'te verilmiştir.



Şekil 4.34. Tasarımın Matlab Simulink ortamında modellenmesi

alt sistemin içine gömülü olan denklemlere ait diğer alt sistem Şekil 4.36 ve Şekil 4.37’de verilmiştir.



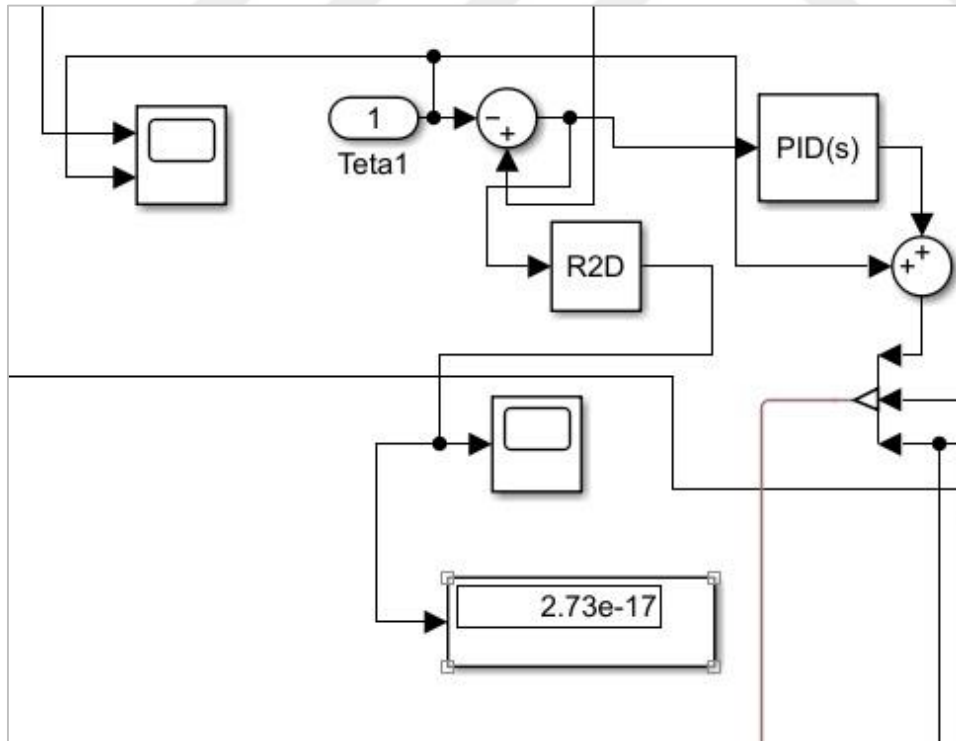
Şekil 4.36. Ön sol kola ait olan alt sistem görseli

PID kontrolcüler, sistemin yörüngeye bağlı hedefine ulaşabilmesi için kullanılmış olup, hatanın minimize edilmesi amaçlanmıştır (Şekil 4.38). PID kontrol her bir uzva uygulanmış olup, 10 saniyelik analiz süresinde hata minimize edilerek kalkış-iniş sisteminin dönüşümü başarılı bir şekilde gerçekleştirilmiştir.

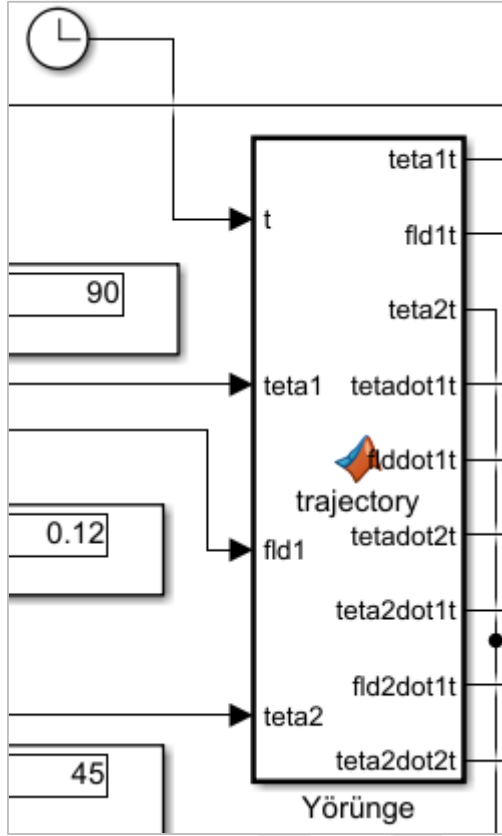
Sistemin simülasyonunda kübik polinomal yörünge denklemleri tercih edilmiştir. Kübik polinomal yörünge denklemleri aşağıdaki denklem esas alınarak hazırlanmıştır. Bu sayede kinematik ve dinamik analizden elde edilen eşitlikler zamana bağlı birer fonksiyon haline getirilmiştir.

$$f(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (4.356)$$

Eş. 4.356 sayesinde yörünge denklemleri oluşturulmuştur (Şekil 4.39 ve Şekil 4.40). Bu denklemler ile sistem elemanları zamana bağlı olarak tahrik edilmiş ve sistemin yörüngeye bağlı hareket etmesi sağlanmıştır.



Şekil 4.38. Sisteme uygulanan PID kontrolcü şeması

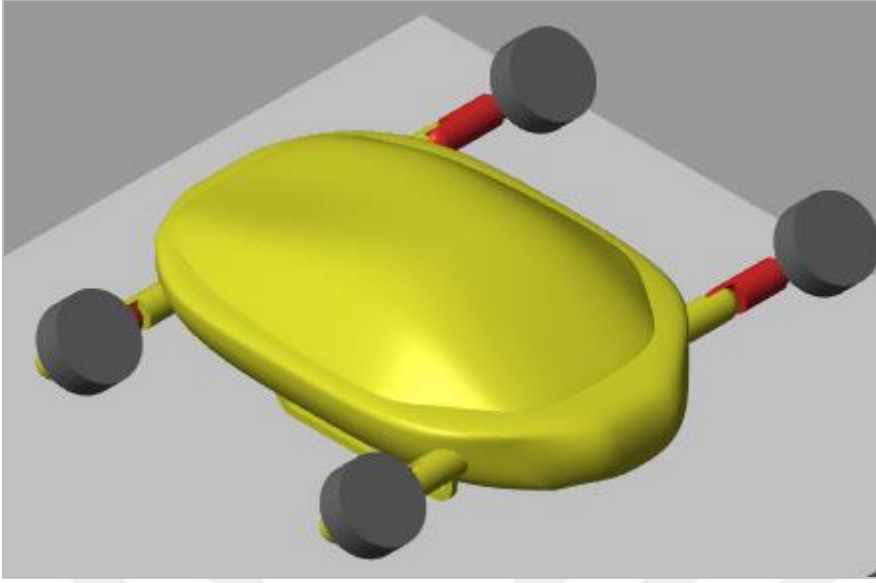


Şekil 4.39. Yörünge denklemlerinin sisteme entegrasyonu

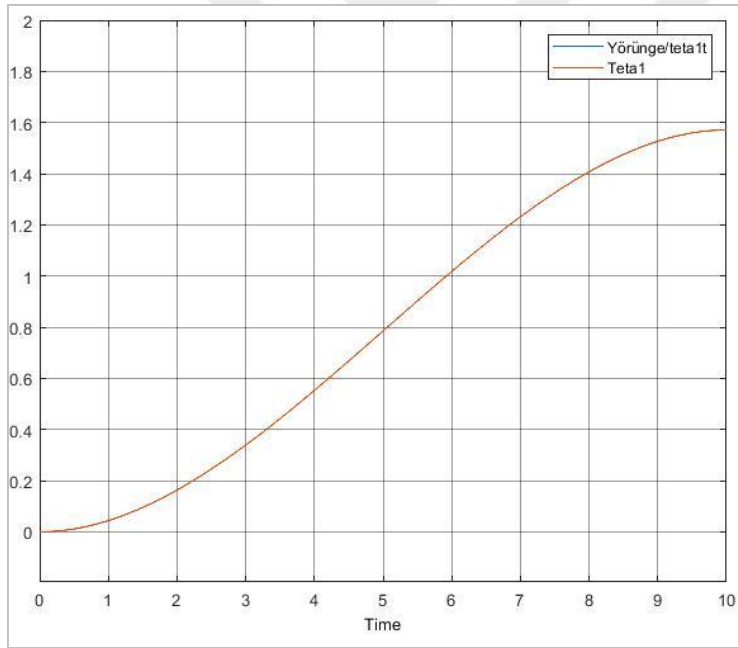
```
function [tetal,t,fld,t,teta2,t,tetadot1,t,flddot1,t,trajectory,tetadot2,t,teta2dot1,t,fld2dot1,t,teta2dot2,t]
tetal=3*tetal*t^2/100-2*tetal*t^3/1000;
tetadot1=6*tetal*t/100-6*tetal*t^2/1000;
teta2dot1=6*tetal/100-12*tetal*t/1000;
fldt=3*fld*t^2/100-2*fld*t^3/1000;
flddot1=6*fld*t/100-6*fld*t^2/1000;
fld2dot1=6*fld/100-12*fld*t/1000;
teta2t=3*teta2*t^2/100-2*teta2*t^3/1000;
tetadot2t=6*teta2*t/100-6*teta2*t^2/1000;
teta2dot2t=6*teta2/100-12*teta2*t/1000;
end
```

Şekil 4.40. Ön sol kol için oluşturulan yörünge denklemleri

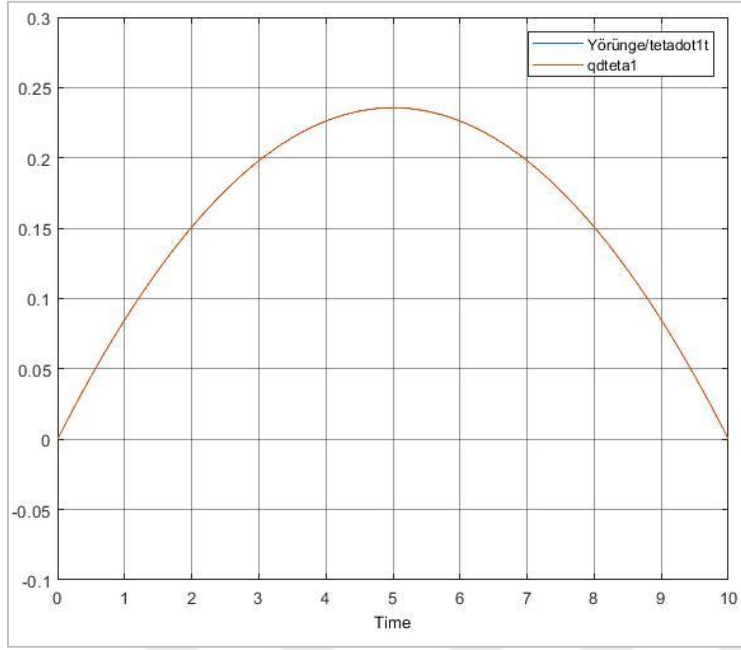
Belirlenen yörüngeye bağlı olarak sistem kontrolü sağlanmıştır. Hedeflenen pozisyona ait görsel Şekil 4.41’de, ilgili hareket esnasında gerçekleşen konum, hız ve ivme değişimleri ise Şekil 4.42, Şekil 4.43 ve Şekil 4.44’te sunulmuştur.



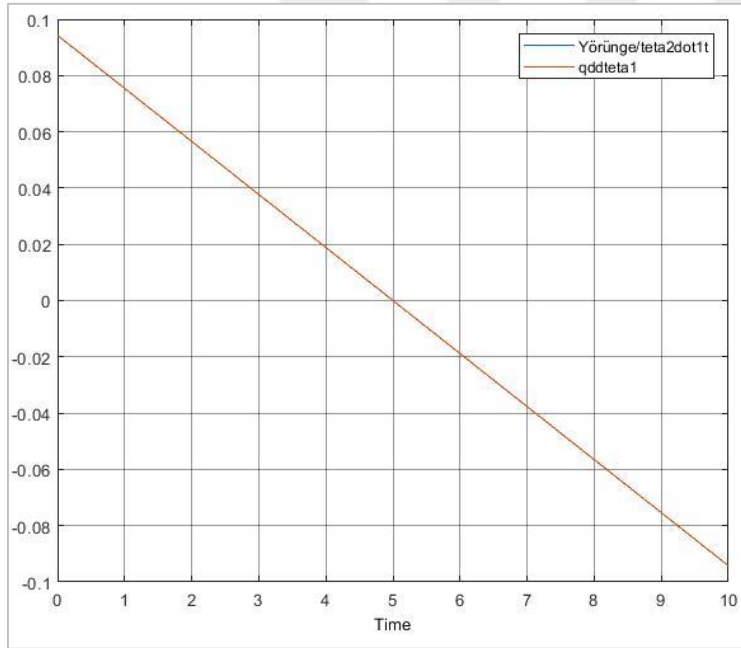
Şekil 4.41. Hedeflenen pozisyon görüntüsü



Şekil 4.42. Konum değişimi



Şekil 4.43. Hız değişimi



Şekil 4.44. İvme değişimi

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Kişisel hava araçları, mevcut trafik sorununa alternatif bir çözüm olarak karşımıza çıkmaktadır. Literatürde bu araçların ulaşım sektöründe ciddi iyileştirmeler sağlayacağı, seyahat süresini kısaltacağı ve trafik yoğunluğunu bitireceği ön görülmektedir. Geçmişten günümüze kadar bu konu üzerinde yapılan birçok çalışma olmasına rağmen, son yıllarda teknolojinin gelişmesi ile birlikte, konsept kavramından kullanılabilir bir ürün olmaya doğru hızla evrilmektedir.

Yapılan bu tez çalışmasında, konsept olarak tasarlanan bir kişisel hava aracının düşey kalkış-iniş sistemine ait çeşitli analizler gerçekleştirilmiştir. Farklı tasarım parametrelerinin itki elemanında oluşan itki kuvveti ve tork değerlerine olan etkileri incelenmiştir. Tasarlanan sistemin kara aracından hava aracına dönüşümüne ait kinematik ve dinamik analizler gerçekleştirilmiştir. Düşey kalkış-iniş sistemi, Matlab Simulink ortamında modellenmiş ve oluşturulan yörünge denklemleri ile zamana bağlı yapılan simülasyonda sistem başarılı şekilde kontrol edilmiştir.

Yapılan çalışmada aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- Analizlerden elde edilen en düşük itki kuvveti 8000 dev/dak dönen, 12 kanatlı, 30° hücum açısına sahip kanallı pervanede 291,72 N olarak tespit edilmiştir.
- Analizlerden elde edilen en yüksek itki kuvveti ise 12000 dev/dak dönen, 11 kanatlı, 60° hücum açısına sahip kanallı pervanede 927,47 N olarak tespit edilmiştir.
- İtki kuvveti açısından elde edilen en küçük ve en büyük değerler kıyaslandığında, %217,93'lük bir değişim meydana geldiği tespit edilmiştir.
- İtki kuvveti için elde edilen matematiksel modelin güvenilirlik seviyesi %98,29'dur.
- İtki kuvveti üzerindeki en etkili parametrelerin sırası ile devir sayısı ve hücum açısı olduğu tespit edilmiştir.
- Analizlerden elde edilen en düşük tork değeri 8000 dev/dak dönen, 8 kanatlı, 30° hücum açısına sahip kanallı pervanede 24,70 Nm olarak tespit edilmiştir.
- Analizlerden elde edilen en yüksek tork değeri ise 12000 dev/dak dönen, 8 kanatlı, 60° hücum açısına sahip kanallı pervanede 147,16 Nm olarak tespit edilmiştir.

- Tork açısından en küçük ve en büyük değerler kıyaslandığında, %495,88'lik bir artış olduğu tespit edilmiştir.
- Tork için elde edilen matematiksel modelin güvenilirlik seviyesi %92,01'dir.
- Tork üzerindeki en etkili parametrelerin sırası ile hücum açısı ve devir sayısı olduğu tespit edilmiştir.
- Kinematik analiz gerçekleştirilerek sistemin hedeflenen çalışma alanında kararlı olduğu belirlenmiştir.
- Newton-Euler iteratif metodu kullanılarak dinamik analiz gerçekleştirilmiştir.
- Matlab Simulink ortamında modellemesi gerçekleştirilen sistemin, zamana bağlı yapılan simülasyonunda PID kontrolcü kullanılmış olup, sistem başarılı bir şekilde kontrol edilmiştir.

Yapılan tez çalışmasının, henüz çok yeni olan bu alana yol gösterici olacağı düşünülmektedir. Bu alanda çalışmalar devam etmektedir. Aracın üretimi için gerekli olan teknoloji sağlandığı takdirde, yapılabilecek öneriler şunlardır:

- Türetilen denklemlerin bir prototipe entegrasyonu sağlanabilir.
- İtki sisteminin üretim ve testlerinin gerçekleştirilmesi önerilmektedir.
- Aracın karada kullanılabilmesi için tekerlek içine gömülü olacak bir tahrik sistemi hakkında çalışmalar yürütülebilir.

KAYNAKLAR

- Abdullah, M., Dias, C., Muley, D., Shahin, M. (2020). Exploring the impacts of COVID-19 on travel behavior and mode preferences. *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*, 8, 1–13.
- Ahmed, S. S., Hulme, K. F., Fountas, G., Eker, U., Benedyk, I. V., Still, S. E., Anastasopoulos, P. C. (2020). The Flying Car—Challenges and Strategies Toward Future Adoption. *Frontiers in Built Environment*, 6, 1–11.
- Ahn, K. S., Jeong, W. K. (2020). A Study on the Application of Human Factors to the Introduction of PAV & UAM. *Journal of the Korean Society for Aviation and Aeronautics*, 28(4), 171–175.
- Ai, T., Xu, B., Xiang, C., Fan, W., Zhang, Y. (2020). *Modeling and Multimode Analysis of Electrically Driven Flying Car*. 2020 International Conference on Unmanned Aircraft Systems, ICUAS 2020 Sempozyumunda sunuldu, Athens, 1565–1571.
- Aksugür, M. K. (2010). *Preliminary Design, Build and Flight Testing of a VTOL Tailsitter Unmanned Aerial Vehicle with Hybrid Propulsion System*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 1–92.
- Akturk, A. (2010). *Ducted Fan Inlet/Exit and Rotor Tip Flow Improvements for Vertical Lift Systems*. Doktora Tezi, The Pennsylvania State University Graduate School, Pennsylvania, 1–73.
- Akturk, A., Camci, C. (2011). *A Computational and Experimental Analysis of a Ducted Fan Used in VTOL UAV Systems*. 9th European Conference on Turbomachinery: Fluid Dynamics and Thermodynamics, ETC 2011 - Conference Proceedings Sempozyumunda sunuldu, İstanbul, 95–105.
- Akturk, A., Camci, C. (2012). Experimental and Computational Assessment of a Ducted-Fan Rotor Flow Model. *Journal of Aircraft*, 49(3), 885–897.
- Akturk, A., Camci, C. (2014). Tip Clearance Investigation of a Ducted Fan Used in VTOL Unmanned Aerial Vehicles— Part I: Baseline Experiments and Computational Validation. *Journal of Turbomachinery*, 136(2), 1–10.
- Akturk, A., Shavalikul, A., Camci, C. (2009). *PIV Measurements and Computational Study of a 5-Inch Ducted Fan for V/STOL UAV Applications*. AIAA (Ed.), 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition Sempozyumunda sunuldu, Orlando, 1–17.
- Attia, T. (2018). *Design and Development of a Novel Reconfigurable Wheeled Robot for Off-Road Applications*. Doktora Tezi, Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, 1–120.
- Bacchini, A., Cestino, E. (2019). Electric VTOL Configurations Comparison. *Aerospace*, 6(3), 1–19.

- Bayrakçeken, M. K. (2013). *Dikine İniş Kalkış Yapabilen Dört Rotorlu Hava Aracının (Quadrotor) Uçuş Kontrolü*. Doktora Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, 1–68.
- Benbouali, A., Taleb, R., Chabni, F., Bessaad, T. (2016). *PI Control of Quad-Rotor Unnamed Vehicle Based on Lagrange Approach Modelling*. 8th International Conference on Modelling, Identification and Control, ICMIC 2016 Sempozyumunda sunuldu, Algiers, 1–4.
- Biczyski, M., Sehab, R., Whidborne, J. F., Krebs, G., Luk, P. (2020). Multirotor Sizing Methodology with Flight Time Estimation. *Journal of Advanced Transportation*, 2020, 1–14.
- Brusell, A., Andrikopoulos, G., Nikolakopoulos, G. (2017). *Novel Considerations on the Negative Pressure Adhesion of Electric Ducted Fans: An Experimental Study*. 2017 25th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2017 Sempozyumunda sunuldu, Valetta, 1404–1409.
- Byun, S., Kang, B.-S. (2021). A Study on R&D Strategies of Personal Air Vehicle based on Demand Factors. *Journal of the Korean Society for Aviation and Aeronautics*, 29(3), 15–23.
- Cha, J., Yun, J., Hwang, H. Y. (2021). Initial sizing of a roadable personal air vehicle using design of experiments for various engine types. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 93(11), 1–14.
- Chellaswamy, C., Balaji, L., Kaliraja, T. (2020). Renewable energy based automatic recharging mechanism for full electric vehicle. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 23(3), 555–564.
- Chevula, S., Chillamcharal, S., Maddula, S. P. (2021). A Computational Design Analysis of UAV's Rotor Blade in Low-Temperature Conditions for the Defence Applications. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2021, 1–16.
- Cho, S., Kim, S., Koo, B., Choi, I., Jun, H., Kim, J. (2020). *Selection of Optimal Switching Frequency according to Battery Capacity of 2-level Inverter for Driving Electric Propulsion Aircraft*. Conference of Power Electronics Sempozyumunda sunuldu, Gangwon, 55–57.
- Choi, J., Choi, Y.-M. (2020). Prerequisites for Realizing Urban Air Traffic (UAM) and Personal Air Vehicle (PAV). *Journal of the Korea Convergence Society*, 11(12), 147–153.
- Choi, W.-S., Yi, D.-K., Hwang, H.-Y. (2021). Preliminary Conceptual Design of a Multicopter Type eVTOL using Reverse Engineering Techniques for Urban Air Mobility. *Journal of Advanced Navigation Technology*, 25(1), 29–39.
- Choi, Y. J., Wie, S. Y., Chae, S. (2022). A Study on Hover Performance of Ducted Fans for an Unmanned VTOL Aircraft. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2022, 1–10.

- Choudhary, C., Aastha, Saini, G. K., Kunal, Saxena, M. (2023). *Evaluation of Potential Flying Cars*. 2023 2nd International Conference for Innovation in Technology, INOCON 2023 Sempozyumunda sunuldu, Bangalore, 1–5.
- Christidis, P., Christodoulou, A., Navajas-Cawood, E., Ciuffo, B. (2021). The post-pandemic recovery of transport activity: Emerging mobility patterns and repercussions on future evolution. *Sustainability (Switzerland)*, 13(11), 1–17.
- Coleman, D., Halder, A., Saemi, F., Runco, C., Denton, H., Lee, B., Benedict, M. (2021). *Development of “Aria”, a compact, ultra-quiet personal electric helicopter*. 77th Annual Vertical Flight Society Forum and Technology Display, FORUM 2021: The Future of Vertical Flight Sempozyumunda sunuldu, Online, 1–27.
- Craig, J. J. (2005). *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*. (3. Baskı). New Jersey: Pearson Education, 1–400.
- Curtiss, G. H. (1919). Autoplane. *United States Patent Office*. Washington, 1–10.
- Dong, Y., Gao, F., Yue, Y. (2016). Modeling and experimental study of a novel 3-RPR parallel micro-manipulator. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 37, 115–124.
- Downey, L., Fonzone, A., Fountas, G., Semple, T. (2022). The impact of COVID-19 on future public transport use in Scotland. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 163(June), 338–352.
- Epstein, A. H. (2020). Aeropropulsion: Advances, opportunities, and challenges. *The Bridge*, 50(2), 1–14.
- Eurostat. (2020). Energy, transport and environment statistics (2020 Ed.). *Eurostat*. Belgium, 7–170.
- Fawcett, W. (1901, 8 Haziran). A New Flying Machine. *Scientific American*, 84(23), 357.
- Finger, D. F., Braun, C., Bil, C. (2017). *A Review of Configuration Design for Distributed Propulsion Transitioning VTOL Aircraft*. 2017 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology Sempozyumunda sunuldu, Seoul, 1782–1796.
- Galiveeti, H. R., Goswami, A. K., Dev Choudhury, N. B. (2018). Impact of plug-in electric vehicles and distributed generation on reliability of distribution systems. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 21(1), 50–59.
- Gudmundsson, S. (2014). *General Aviation Aircraft Design*. (First Edit.). Massachusetts: Butterworth-Heinemann, 661–760
- Havusoğlu, H. (2014). *Robot Kol Tasarımı, Kinematik Analizi ve Etkileşimli Kontrolü*. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir, 50–59.
- Heene, M. (2012). Aerodynamic Propeller Model for Load Analysis. Yüksek Lisans Tezi, Royal Institute of Technology School of Engineering Sciences, Stockholm, 1–45.

Hodgson, J. E. (1943). Henson's "Aerial Steam Carriage" 1843. *The Journal of the Royal Aeronautical Society*, 47(388), 118–128.

Hua, J. (2018). *Shape Optimization of a Fan Duncte for a Vertical Takeoff and Landing*. Yüksek Lisans Tezi, The University of Texas at Arlington Faculty of the Graduate School, Texas, 1–76.

İnternet: A.L.I. Technologies XTURISMO. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/ali-technologies-xturismo/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: Aerocar. (2022). *Wikipedia*. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Aerocar> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: AeroMobil s.r.o. AeroMobil. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/AeroMobil_s.r.o._AeroMobil Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: AirMule: Autonomous Cargo Delivery, Beyond Line of Sight. (2016). *Defense Update*. URL: https://defense-update.com/20160104_airmule.html Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: Alauda Airspeeder. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/alauda-airspeeder/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: Aslanhan, U. (2022, Eylül). İGÜ tarafından tasarlanan uçan araba TUSİ Airtaxi Dünya Kongresi'nde sergilendi. *Anadolu Ajansı*. URL: <https://www.aa.com.tr/tr/sirkethaberleri/egitim/igu-tarafindan-tasarlanan-ucan-araba-tusi-airtaxi-dunya-kongresinde-sergilendi/675448#:~:text=İsmi%27üncü yüzyılda yaşayan, faydalı yük taşıma kapasitesi bulunuyor.> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: Aston Martin Volante Vision. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/aston-martin-volante/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: Baykar Cezeri. (2022). *Wikipedia*. URL: https://tr.wikipedia.org/wiki/Baykar_Cezeri Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: Bellwether Industries Antelope. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/bellwether-industries-antelope> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: Bilişim Vadisi'nde geliştirildi, 2025'te İstanbul semalarında olacak. (2021, 22 Temmuz). *Haber Türk*. URL: <https://www.haberturk.com/iste-yerli-ucan-araba-aircar-haberler-3140840-teknoloji> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: Blain, L. (2016, Kasım). JB-10 Jetpacks now on sale to "well qualified buyers" – but there's also a chance for the rest of us. *New Atlas*. URL: <https://newatlas.com/jb10-jetpack-european-flights-on-sale-contest/46387/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

İnternet: Blain, L. (2022a, Ocak). JetPack Aviation speeds on with 2nd-gen flying motorcycle tests. *New Atlas*. URL: <https://newatlas.com/aircraft/jetpack-aviation-speeder-p15-prototype/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

- İnternet: Blain, L. (2022b, Mart). Suzuki joins SkyDrive's push to build an eVTOL flying car by 2025. *New Atlas*. URL: <https://newatlas.com/aircraft/suzuki-skydrive-evtol/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Boeing'in NeXt programında ilk uçuş başarıyla tamamlandı. (2019). *Bağımsız Havacılar*. URL: <https://www.bagimsizhavacilar.com/boeingin-next-programinda-ilk-ucus-basariyla-tamamlandi/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Carplane GmbH Carplane. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Carplane_GmbH_Carplane Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: CES 2020: The Pegasus Flying Car Takes Off... Quietly. (2020). *Tech Briefs*. URL: <https://www.techbriefs.com/component/content/article/tb/stories/blog/35854> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Chakravarty, P. (2011, Şubat). India's "flying Maruti" that looks back to the future. *Times 2*. URL: https://www.sundaytimes.lk/110213/Timestwo/t2_04.html Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Curtiss Autoplane. (2022). *All Car Index*. URL: <https://www.allcarindex.com/production/united-states/curtiss/autoplane/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Dent, S. (2021, Kasım). Renault's cult "4" reimagined as a real flying car. *Engadget*. URL: <https://www.engadget.com/renault-repurposes-one-if-its-iconic-models-as-the-air-4-flying-car-115051586.html> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: EHang. (2022). *Wikipedia*. URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/EHang> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: EHang 216. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/ehang-216/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Gorant, J. G. (2020, Kasım). This Flying Supercar Concept Is Faster Than Your Lambo—in the Air and on the Ground. *Robb Report*. <https://robbreport.com/motors/aviation/firenze-lanciare-flying-supercar-concept-1234578963/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Gwinn Aircar. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Gwinn_Aircar Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: JetPack Aviation Introduces JB11 Prototype at CES 2018. (2018, Ocak). *Aero News Network*. URL: <http://www.aero-news.net/index.cfm?do=main.textpost&id=cf4cdac2-8151-4d56-80b0-8b609ec71f8f> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Jetson ONE. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/jetson-one> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Lilium Jet. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Lilium_Jet Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Manta Aircraft ANN2. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/manta-aircraft-ann2> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

- İnternet: Manta Aircraft ANN4. (2022).Electric VTOL News. URL: <https://evtol.news/manta-aircraft-ann4> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Markus, F. (2022, Ocak). MACA S11 Flying Carcopter Formula Racer: Competition Is in the Air. *Motortrend*. URL: <https://www.motortrend.com/events/mac-a-s11-flying-carcopter-formula-racer> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Martin Jetpack. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Martin_Jetpack Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Njuguna, M. (2021, Kasım). The Lazareth LMV 496 Is A Limited Edition Flying Motorcycle That's Worth Every Penny. *Hotcars*. URL: <https://www.hotcars.com/lazareth-lmv-496-is-a-limited-edition-flying-motorcycle-thats-worth-every-penny/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022
- İnternet: Patches, M. (2015). The Long, Weird History of the Flying Car. *Popular Mechanics*. URL: <https://www.popularmechanics.com/technology/infrastructure/g2021/history-of-lying-car/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Patrascu, D. (2019, Ocak). Hoversurf Hoverbike S3 - Drone Powered Individual Flying. *Autoevolution*. URL: <https://www.autoevolution.com/news/hoversurf-hoverbike-s3-drone-powered-individual-flying-131418.html#> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Plane Driven PD-1. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Plane_Driven_PD-1 Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Reed, J. (2022, Mayıs). ASKA Targets 2026 Commercial Launch of "Drive and Fly" eVTOL. *Aviation Today*. URL: <https://www.aviationtoday.com/2022/05/04/aska-evtol/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Samson Switchblade. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Samson_Switchblade Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Semple, T., Fonzone, A., Fountas, G. (2022). *Arxiv*. The impact of COVID-19, climate change and working from home on travel choices. URL: <http://arxiv.org/abs/2205.01027> Son Erişim Tarihi: 15.08.2024.
- İnternet: Shankland, S. (2022, Kasım). See the Alef Model A Flying Car Prototype. *Cnet*. URL: <https://www.cnet.com/roadshow/pictures/see-the-alef-model-a-flying-car-prototype/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Skrobäck Roadable Airplane. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Skrobäck_Roadable_Airplane Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Stout Skycar. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Stout_Skycar#cite_note-Aerofilesstout-1 Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Tampier Avion-Automobile. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Tampier_Avion-Automobile Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

- İnternet: Tarihten bugüne uçan arabalar. (2020). *Yeni Asır*. URL: <https://www.yeniasir.com.tr/cumartesi/2020/11/21/tarihten-bugune-ucan-arabalar> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Terrafugia TF-X. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/terrafugia-tf-x/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: The CaravellAir: Caravella Aerospace's Proof-of-Concept Roadable Aircraft. (2020). *Transport Up*. URL: <https://transportup.com/headlines-breaking-news/vehicles-manufactures/the-caravellair-caravella-aerospaces-proof-of-concept-roadable-aircraft/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: The Sky Cars by William Stout. (2022). *LiveJournal*. URL: https://englishhimki.livejournal.com/172135.html?noscroll&utm_medium=endless_scroll Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: The Weird History of Flying Cars From 1841 To Present. (2022). *TheMindCircle*. URL: <https://themindcircle.com/the-weird-history-of-flying-cars/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: THY Teknik A.Ş. Yeni Hava Aracı Esinti'yi Tanıttı. (2021). *Havacılık ve Uzay Portalı*. URL: <https://www.havauzay.org/thy-teknik-a-s-yeni-hava-araci-esintiyi-tanitti.html> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Vance, J. (2022). A Virtual Reality Environment for Spherical Mechanism Design. *Iowa State University*. URL: <https://www.me.iastate.edu/jmvance/a-virtual-reality-environment-for-spherical-mechanism-design-3/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Vinata Aeromobility. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/vinata-aeromobility> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Volocopter VC200. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/volocopter/> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Waterman Arrowbile. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Waterman_Arrowbile Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Whitehead No.21. (2022). *Wikipedia*. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Whitehead_No._21 Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Wisk Aero (formerly Zee Aero) Z-P2 (Generation 3). (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/wisk-aero-formerly-zee-aero-z-p2-generation-3> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: World's Largest Flying Car Archive. (2021). *Story Cars*. URL: <https://www.story-cars.com/world-s-largest-flying-car-archive-part-1-of-3> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: XPeng HT Aero Flying Car. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/xpeng-ht-aero-flying-car> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.

- İnternet: XPeng Voyager X2. (2022). *Electric VTOL News*. URL: <https://evtol.news/xpeng-voyager-x2> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- İnternet: Zuck-Whitaker Plane-Mobile. (2022). *All Aero*. URL: <http://www.all-aero.com/index.php/57-planes-x-y-z/17075-zuck-whitaker-plane-mobile> Son Erişim Tarihi: 20.12.2022.
- Ji, Y. (2020). Research on innovative design method of in-wheel jet flying car-dunhuang feitian. *E3S Web of Conferences*, 179, 1–5.
- Jo, J.-H., Kim, Y.-G., Park, S.-W., Myong, R.-S. (2021). A Study of Certification of Lightning Indirect Effects on Cable Harness in Personal Air Vehicles. *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, 49(3), 251–262.
- Johnson, E. N., Turbe, M. A. (2006). Modeling, Control, and Flight Testing of a Small Ducted-Fan Aircraft. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 29(4), 769–779.
- Jump, M., Padfield, G. D., White, M. D., Floreano, D., Fua, P., Zufferey, J.-C., Bühlhoff, H. H. (2011). *myCopter: Enabling Technologies for Personal Air Transport Systems*. 37th European Rotorcraft Forum, ERF 2011 Sempozyumunda sunuldu, Vergiate, 336–347.
- Keklikoğlu, H. Ö. (2019). *Design, Construction and Performance Evaluation of Axial Flow Fans*. Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 1–149.
- Kesler, S. R. (2014). *Propeller Thrust Analysis Using Prandtl's Lifting Line Theory, A Comparison Between the Experimental Thrust and the Thrust Predicted by Prandtl's Lifting Line Theory*. Yüksek Lisans Tezi, The University of Utah Graduate School, Utah, 1–44.
- Kim, S. J., Lee, S. (2020). Structural Sizing for Optionally Piloted PAV Preliminary Design. *Journal of the Korean Society for Aviation and Aeronautics*, 28(1), 83–89.
- Kırmacı, M. E. (2023). *Design, Modelling and Control of a Nano Quadrotor with Microcontroller Based Vision System for Object Tracking*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul, 1–131.
- Koch, T., Asmer, L. (2020). Identification of application fields for electrical propulsion techniques and personal aerial vehicles. *Transportation Research Procedia*, 51, 98–107.
- Labonté-Lemoyne, É., Chen, S. L., Coursaris, C. K., Sénécal, S., Léger, P. M. (2020). The unintended consequences of COVID-19 mitigation measures on mass transit and car use. *Sustainability (Switzerland)*, 12(23), 1–13.
- Lee, B.-S., Yun, J.-Y., Hwang, H. (2020). Flight Range and Time Analysis for Classification of eVTOL PAV. *Journal of Advanced Navigation Technology*, 24(2), 73–84.

- Lee, B. S., Tullu, A., Hwang, H. Y. (2020). Optimal design and design parameter sensitivity analyses of an eVTOL PAV in the conceptual design phase. *Applied Sciences (Switzerland)*, 10(15).
- Lee, Y., Park, E. T., Jeong, J., Shi, H., Kim, J., Kang, B. S., Song, W. (2020). Weight optimization of hydrogen storage vessels for quadcopter UAV using genetic algorithm. *International Journal of Hydrogen Energy*, 45(58), 33939–33947.
- Levinson, D. M., Gillen, D., Kanafani, A. (1998). The social costs of intercity transportation: A Review and comparison of air and highway. *Transport Reviews*, 18(3), 215–240.
- Longobardi, F. (1918). Combination Vehicle. *United States Patent Office*. Washington, 1–5.
- Mahmood, K., Tariq, T., Sangaiah, A. K., Ghaffar, Z., Saleem, M. A., Shamshad, S. (2024). A Neural Computing-Based Access Control Protocol for AI-Driven Intelligent Flying Vehicles in Industry 5.0-Assisted Consumer Electronics. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 70(1), 3573–3581.
- Malang, Y. (2016). *Design and Control of a Vertical Takeoff and Landing Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicle*. Yüksek Lisans Tezi, University of Toronto Graduate Department, Toronto, 1–84.
- McCormick, B. W. (1999). *Aerodynamics of V/STOL Flight*. New York: Dover Publications. (Eserin orijinali 1967’de yayımlandı), 1–368.
- Medlock, K. B., Temzelides, T., Hung, S. Y. (Elsie). (2021). COVID-19 and the value of safe transport in the United States. *Scientific Reports*, 11(1), 1–12.
- Mehling, T., Halbe, O., Vrdoljak, M., Heller, M., Hajek, M. (2020). *Visual augmentation for personal air vehicles during flight control system degradation*. Vertical Flight Society’s 76th Annual Forum and Technology Display Sempozyumunda sunuldu, Virginia, 1–11.
- Memiş, S. (2023). *A Refined Methodology for Model-Based FPGA Hardware Design: An Example of Quadrotor Dynamical Model Implementation*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul, 1–125.
- Moaad, Y., Alaaeddine, J., Jawad, K., Tarik, B. K., Lekman, B., Hamza, J., Patrick, H. (2019). *Design and optimization of a ducted fan VTOL MAV controlled by Electric Ducted Fans*. 8th European Conference for Aeronautics and Aerospace Sciences (EUCASS) Sempozyumunda sunuldu, Madrid, 1–14.
- Monterde-I-bort, H., Sucha, M., Risser, R., Kochetova, T. (2022). Mobility Patterns and Mode Choice Preferences during the COVID-19 Situation. *Sustainability (Switzerland)*, 14(2), 1–13.
- Muehlebach, M., D’Andrea, R. (2017). The Flying Platform – A Testbed for Ducted Fan Actuation and Control Design. *Mechatronics*, 42, 52–68.

- Munawar, H. S., Khan, S. I., Qadir, Z., Kouzani, A. Z., Mahmud, M. A. P. (2021). Insight into the impact of COVID-19 on Australian transportation sector: An economic and community-based perspective. *Sustainability (Switzerland)*, 13(3), 1–24.
- Murugesan, K., Vijayanandh, R., Venkatesan, R., Saravanan, R., Senthilkumar, S., Darshan Kumar, J. (2021). *Conceptual Design of High Endurance cum Hybrid Configuration based Personal Air Vehicles with Three-Axis Solar Tracker System*. 2021 International Conference on Advancements in Electrical, Electronics, Communication, Computing and Automation, ICAECA 2021 Sempozyumunda sunuldu, Online, 1–7.
- Nejadkourki, N., Mahmoodabadi, M. J. (2019). Fuzzy adaptive state-feedback control for a revoluate-prismatic-revoluate robot manipulator. *Cogent Engineering*, 6(1), 1–15.
- Nieuwenhuizen, F. M., Jump, M., Perfect, P., White, M. D., Padfield, G. D., Floreano, D., Bühlhoff, H. H. (2011). *myCopter- Enabling Technologies for Personal Aerial Transportation Systems*. 3rd International HELI World Conference Sempozyumunda sunuldu, Frankfurt, 1–8.
- Ohanian III, O. J. (2011). *Ducted Fan Aerodynamics and Modeling, with Applications of Steady and Synthetic Jet Flow Control*. Doktora Tezi, Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, 1–194.
- Orro, A., Novales, M., Monteagudo, Á., Pérez-López, J. B., Bugarín, M. R. (2020). Impact on city bus transit services of the COVID-19 lockdown and return to the new normal: The case of A Coruña (Spain). *Sustainability (Switzerland)*, 12(17).
- Önal, O. (2019). *Bir Kanal İçi Pervane Sisteminin Tasarımı, Üretimi ve Testleri*. Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, 1–55.
- Önal, O., Öznalbant, Z., Kavsaoglu, M. Ş. (2014). *Yalın Pervane ve Kanal İçi Pervane Sisteminin Sayısal ve DeneySEL Olarak Karşılaştırılması*. V. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı Sempozyumunda sunuldu, Kayseri, 1–10.
- Önen, A. S. (2015). *Modeling and Controller Design of a VTOL Air Vehicle*. Yüksek Lisans Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 1–120.
- Öztaş Karlı, R. G., Çelikyay, H. S. (2022). Akıllı Ulaşım Sistemleri (AUS) Üzerine Türkiye’deki Politikaların Araştırılması. *Akıllı Ulaşım Sistemleri ve Uygulamaları Dergisi*, 5(2), 1–14.
- Pala, E. (2018). *Dikey Kalkış ve İniş Yapabilen Sabit Kanatlı Hava Aracı Tasarımı, Kontrolü ve İmalatı*. Yüksek Lisans Tezi, Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli, 1–78.
- Pan, G., Alouini, M. S. (2021). Flying Car Transportation System: Advances, Techniques, and Challenges. *IEEE Access*, 9, 24586–24603.
- Pankov, R., Tang, J. (2010). *Comparison of Electric Ducted Fans for Future Green Aircrafts*. Proceedings of 2010 Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology, APISAT 2010 Sempozyumunda sunuldu, Chengdu, 1633–1646.

- Piljek, P., Kotarski, D., Krznar, M. (2020). Method for Characterization of a Multicopter UAV Electric Propulsion System. *Applied Sciences (Switzerland)*, 10(22), 1–18.
- Przybylowski, A., Stelmak, S., Suchanek, M. (2021). Mobility behaviour in view of the impact of the COVID-19 pandemic-public transport users in gdansk case study. *Sustainability (Switzerland)*, 13(1), 1–12.
- Rautray, P., Mathew, D. J., Eisenbart, B. (2020). Users' Survey for Development of Passenger Drones. *Proceedings of the Design Society: DESIGN Conference*, 1, 1637–1646.
- Rodrigue, J.-P., Comtois, C., Slack, B. (2013). *The Geography of Transport Systems*. (Third Edit.). Oxon: Routledge, 1–411.
- Rutkay, B. D. (2014). *A Process for the Design and Manufacture of Propellers for Small Unmanned Aerial Vehicles*. Yüksek Lisans Tezi, Carleton University Faculty of Graduate and Postdoctoral Affairs, Ottawa, 1–74.
- Salazar, D., Liou, W. W., Xu, J. (2020). *Development of a portable electric ducted fan engine lab for aircraft electric propulsion education*. AIAA Propulsion and Energy 2020 Forum Sempozyumunda sunuldu, Online, 1–11.
- Santos, G., Behrendt, H., Maconi, L., Shirvani, T., Teytelboym, A. (2010). Part I: Externalities and economic policies in road transport. *Research in Transportation Economics*, 28(1), 2–45.
- Sayed, F. (2019). *Evaluation of Nonlinear Control Methods for Four Rotor Aircraft*. Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 1–76.
- Song, J. (2021). Development Status and Economic Efficiency of PAV. *Journal of the Korean Society for Aviation and Aeronautics*, 29(1), 61–73.
- Spellerberg, I. F. (1998). Ecological effects of roads and traffic: A literature review. *Global Ecology and Biogeography Letters*, 7(5), 317–333.
- Sussman, J. M. (2005). *Perspectives on Intelligent Transportation Systems (ITS)*. New York: Springer Science+Business Media, Inc., 1–225.
- Sweeney, E. C. (1998). *Aerocar 2000*. 1998 World Aviation Conference Sempozyumunda sunuldu, California, 1–14.
- T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. (2011). *Uçak Bakım: Temel Pervane*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, 1–37.
- Tampier, R. (1934). The “Avion” Automobile. *Aircraft Engineering*, October, 265–267.
- Teeuwen, Y. A. P. (2017). *Propeller Design for Conceptual Turboprop Aircraft*. Yüksek Lisans Tezi, Delft University of Technology Faculty of Aerospace Engineering, Delft, 1–103.

- Ton, D., Arendsen, K., de Bruyn, M., Severens, V., van Hagen, M., van Oort, N., Duives, D. (2022). Teleworking during COVID-19 in the Netherlands: Understanding behaviour, attitudes, and future intentions of train travellers. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 159(March), 55–73.
- Torbacki, W. (2021). Achieving sustainable mobility in the Szczecin metropolitan area in the post-COVID-19 era: The DEMATEL and PROMETHEE II approach. *Sustainability (Switzerland)*, 13(22), 1–25.
- Trafik Güvenliği Dairesi Başkanlığı. (2022). 2021 Trafik ve Ulaşım Bilgileri: Otoyollar ve Devlet Yollarının Trafik Dilimlerine Göre Yıllık Ortalama Günlük Trafik Değerleri ve Ulaşım Bilgileri. *Trafik Güvenliği Dairesi Başkanlığı*. Ankara, 1–229.
- Tsavidari, D., Klimi, V., Georgiadis, G., Fountas, G., Basbas, S. (2022). The Anticipated Use of Public Transport in the Post-Pandemic Era: Insights from an Academic Community in Thessaloniki, Greece. *Social Sciences*, 11(9), 1–23.
- Türkiye İstatistik Kurumu. (2022). Motorlu Kara Taşıtları, Ocak 2022. *TÜİK*. Ankara, 1-2.
- Tunca, C., Kavsaoğlu, M. Ş. (2016). *Tek Motorlu Bir İHA için Pervane Performans ve İtici Hesabı*. V. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı Sempozyumunda sunuldu, Kocaeli, 1–13.
- Urban, D., Kusmirek, S., Socha, V., Hanakova, L., Hylmar, K., Kraus, J. (2023). Effect of Electric Ducted Fans Structural Arrangement on Their Performance Characteristics. *Applied Sciences (Switzerland)*, 13(5), 1–16.
- Uzun, M., Çoban, S. (2021). Electrically Driven VTOL Flying Car Designing and Aerodynamic Analysis. *European Journal of Science and Technology*, (25), 815–821.
- van Rooij, N. E. (2019). *Analysis of a 3D printed Electric Ducted Fan for High-Speed Flight*. Yüksek Lisans Tezi, Eindhoven University of Technology Department of Mechanical Engineering, Eindhoven, 1–72.
- Vasanthakumar, P., Tsering, J., Suddunuri, S. S. (2019). *Design, Fabrication and Anaylsis of an Electric Ducted Fan*. ASME 2019 Gas Turbine India Conference Sempozyumunda sunuldu, Chennai, 1–10.
- Vasile, P., Boşcoianu, M., Cîrciu, I. (2013). *Flying wing with Electric Ducted Fan (EDF) propulsion*. New Challenges in Aerospace Sciences (NCAS 2013) Sempozyumunda sunuldu, Bucuresti, 1–6.
- Vickerman, R. (2020). Will Covid-19 put the public back in public transport ? A UK perspective. *Transport Policy*, 103, 95–102.
- Wall, D. L. (2012). *Optimum Propeller Designs For Electric UAVs*. Yüksek Lisans Tezi, Graduate Faculty of Auburn University, Auburn, 1–130.
- Welles, A. V. (2018). *Hybrid Electric Distributed Propulsion for Vertical Takeoff and Landing Aircraft*. Doktora Tezi, Syracuse University Department of Mechanical and Aerospace Engineering, New York, 1–400.

- Wheatley, J. B. (1932). Lift and Drag Characteristics and Gliding Performance of an Autogiro as Determined in Flight. *National Advisory Committee for Aeronautics*. Washington, 1–13.
- Xiao, Q., Liao, W. (2010). Numerical investigation of angle of attack profile on propulsion performance of an oscillating foil. *Computers and Fluids*, 39(8), 1366–1380.
- Yiğit, Z. (2014). *Modeling and Control of Quadrotor Unmanned Aerial VTOL Vehicle*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 1–69.
- Yılmaz, A., Ulvi, H. (2022). Kentsel Hava Sahasında İnsansız Hava Aracı Sistemleri Trafik Yönetimi için Verilmesi Gereken Hizmetler ve Kullanılabilecek Bazı Teknolojiler. *Türkiye İnsansız Hava Araçları Dergisi*, 4(1), 8–18.
- Yılmaz, D. (2010). *Bir Robot Kolunun Bilgisayar Destekli Kinematik Analizi*. Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Sakarya, 1–61.
- Yu, D. B. (2021). *Aero-Propulsive Characteristics of an Overwing Distributed Electric Propulsion System with Vectored Thrust*. Yüksek Lisans Tezi, Graduate College of Illinois University, Illinois, 1–82.
- Yuan, W. (2013). *Dynamic Modelling and Flight Control Methodologies for Vertical Take-Off and Landing Unmanned Aerial Vehicles*. Doktora Tezi, University of New South Wales School of Mechanical and Manufacturing Engineering, Sydney, 1–150.
- Zhao, H. W. (2009). *Development of a Dynamic Model of a Ducted Fan VTOL UAV*. Yüksek Lisans Tezi, RMIT University College of Science, Engineering and Health, Melbourne, 1–197.
- Zhou, Y., Zhao, H., Liu, Y. (2020). An evaluative review of the VTOL technologies for unmanned and manned aerial vehicles. *Computer Communications*, 149, 356–369.
- Zhu, G., Wei, S., Zhang, Y., Liao, Q. (2022). CGA-based novel modeling method for solving the forward displacement analysis of 3-RPR planar parallel mechanism. *Mechanism and Machine Theory*, 168, 1–12.





Gazili olmak ayrıcalıktır